

N° d'ordre : 1423

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

POUR OBTENIR LE TITRE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : GENIE ELECTRIQUE

par

Jean - Pierre DUCREUX

ingénieur I.D.N.

MODELISATION DES ASSOCIATIONS CONVERTISSEURS - MACHINES POUR LE CALCUL DES PERTES ELECTROMAGNETIQUES DANS LES MOTEURS A GRANDE VITESSE

Soutenu le 8 décembre 1994 devant la Commission d'Examen :

G. SEGUIER	Président
M. IVANES	Rapporteur
J. U. THOMA	Rapporteur
G. DAUPHIN - TANGUY	Examineur
C. ROMBAUT	Examineur
A. CASTELAIN	Examineur
A. DIOP	Examineur



AVANT-PROPOS

Les travaux de recherches présentés dans ce mémoire ont été dirigés conjointement par Madame le Professeur G. DAUPHIN - TANGUY et par Monsieur le Professeur C. ROMBAUT. Ils se sont déroulés d'une part au Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance (L.2.E.P. à l'Ecole Centrale de Lille) et d'autre part à la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France au sein du groupe Modèles Numériques pour l'Electrotechnique.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur G. SEGUIER, Professeur émérite à l'Université de Lille, ancien directeur du L.2.E.P., qui me fait l'honneur de présider ce jury auquel ce mémoire est soumis.

Je suis très honoré que Monsieur M. IVANES, Professeur à l'INPG, et Monsieur J. U. THOMA, Professeur émérite à l'Université de Waterloo (Canada), aient accepté de juger ce mémoire et je leur en suis vivement reconnaissant.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Madame G. DAUPHIN - TANGUY, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, et à Monsieur C. ROMBAUT, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille et directeur du L.2.E.P., pour leurs conseils, leurs encouragements et leur enthousiasme.

Je tiens à remercier Monsieur A. CASTELAIN, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, pour son aide précieuse et pour sa grande disponibilité malgré ses fonctions de directeur de l'I.G.I.I..

Je tiens à remercier Monsieur A. DIOP, Ingénieur Chercheur à la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, qui est à l'origine du thème développé dans ce mémoire, pour ses remarques judicieuses.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur C. KIENY, ancien chef du groupe Modèles Numériques pour l'Electrotechnique, et Monsieur J. F. BALLAY, Ingénieur Chercheur, qui sont aussi à l'origine du thème développé dans ce mémoire.

Je suis reconnaissant envers tous mes collègues du L.2.E.P. et tous ceux du groupe M18 pour leur aide au cours de mes travaux de Recherche.

SOMMAIRE

Avant - propos	p 2
Introduction générale	p 5
1 Modélisation des convertisseurs de l'électronique de puissance par bond-graph.	p 12
1.1 Introduction.	p 13
1.2 Modélisation d'un interrupteur par bond-graph.	p 14
1.2.1 Choix d'éléments standards pour la description d'un interrupteur.	p 14
1.2.2 Choix de la causalité.	p 19
a) étude d'une cellule de commutation.	p 19
b) implication de la causalité sur la simulation du modèle.	p 27
1.3 Extension du modèle proposé	p 28
1.4 Résultats de simulation	p 33
1.4.1 Modélisation d'un circuit avec thyristor	p 33
1.4.2 Modélisation d'un onduleur de tension	p 36
1.5 Conclusion sur la modélisation des interrupteurs avec les bond - graphs.	p 40
2 Modélisation des machines électriques tournantes par les bond-graphs.	p 41
2.1 Introduction.	p 42
2.2 Approche énergétique des machines tournantes électriques.	p 43
2.2.1 Rappels sur la coénergie magnétique.	p 43
2.2.2 Cas des actionneurs comportant des aimants permanents.	p 46
2.3 Présentation de l'association bond-graph - énergie - coénergie.	p 50
2.3.1 Modélisation de l'interaction des bobinages entre eux.	p 51
2.3.2 Modélisation de l'interaction des bobinages et des aimants.	p 52
2.3.3 Modélisation de l'interaction bobinage - reste de la structure.	p 53
2.3.4 Représentation finale.	p 53
2.3.5 Modification du champ IC par une transformation IC.	p 55
2.4 Présentation d'une prise en compte possible de la saturation.	p 60
2.5 Conclusion sur la représentation des machines électriques tournantes.	p 62

3 Modélisation d'un moteur à grande vitesse à aimants permanents	p 63
3.1 Introduction	p 64
3.2 Présentation du moteur étudié	p 65
3.3 Détermination des paramètres de l'ensemble convertisseur - machine.	p 67
3.3.1 Calcul des paramètres du convertisseur.	p 67
3.3.2 Calcul des paramètres de la machine hors parties frontales.	p 67
a) paramètres liés aux conducteurs (bobinages et cage d'amortisseurs hors parties frontales.	p 68
b) paramètres liés aux aimants	p 70
3.3.3 Etude de la partie frontale stator	p 73
3.3.4 Etude de la fermeture des courants au rotor	p 76
3.4 Simulation de l'ensemble convertisseur - machine.	p 79
3.4.1 Equations obtenues.	p 79
3.5 Calcul des pertes électromagnétiques.	p 84
3.5.1 Pertes Joule dans les bobinages.	p 84
3.5.2 Pertes fer au stator.	p 84
3.5.3 Pertes fer au rotor.	p 86
a) présentation de la méthode.	p 86
b) calcul des pertes par courants induits dans les régions conductrices du rotor.	p 86
3.5.4 Bilan des pertes électromagnétiques.	p 92
3.6 Conclusion sur la modélisation du moteur à aimants permanents.	p 93

Conclusion générale	p 94
----------------------------	-------------

Bibliographie	p 97
----------------------	-------------

Annexes :	p 103
Annexe 1 : application des bond-graphs à l'électrotechnique.	p 104
Annexe 2 : calcul de l'énergie et de la coénergie pour un actionneur simple à aimants.	p 114
Annexe 3 : exemple de modélisation d'une machine asynchrone à cage.	p 116
Annexe 4 : rappel sur la méthode Bertotti pour le calcul des pertes fer dans les paquets de tôles.	p 122

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Les progrès récents réalisés dans le domaine des convertisseurs statiques et plus particulièrement dans celui des composants de l'Electronique de Puissance autorisent aujourd'hui des fréquences de travail de plus en plus élevées pour les moteurs électriques alternatifs polyphasés [Dhers 87]. Ainsi des vitesses de rotation nettement supérieures aux vitesses classiques sont dès à présent envisageables sans passer par un multiplicateur mécanique. Ces développements ouvrent de nouveaux débouchés pour une motorisation souple d'équipement industriel jusqu'alors réservée aux turbines à gaz ou à vapeur.

Les moteurs à grande vitesse se distinguent des machines classiques par une puissance massique plus grande. Mais leur conception nécessite un soin tout particulier en raison des contraintes diverses que crée leur vitesse de rotation élevée. On peut distinguer trois grandes familles de limitations [Diop 90] :

- des limitations d'ordre mécanique,
- des limitations d'ordre thermique et aéraulique,
- des limitations d'ordre électromagnétique.

Chacun de ces groupes de contraintes doit être détaillé pour mieux comprendre les critères de conception des moteurs à grande vitesse.

Mécaniquement, le diamètre du rotor D est déterminé en fonction de la contrainte maximale σ_{\max} admissible par le matériau constitutif du rotor. Les contraintes peuvent être considérées comme proportionnelles au carré de la vitesse de rotation. Ainsi, à cause de leur grande vitesse périphérique, les contraintes sur le rotor imposent un rayon plus faible qu'usuellement à puissance fournie égale [Pyrhonen 88] [Pasquarella, Reichert 90]. La formule suivante permet de mieux appréhender cette limitation :

$$D \leq \sqrt{\frac{16\sigma_{\max}}{\gamma\omega^2(3+\mu)} - \frac{1-\mu}{3+\mu}} d^2$$

où : γ est la densité du matériau du rotor,
 ω est la vitesse angulaire,
 μ est le coefficient de Poisson,
 d est le diamètre intérieur du rotor pour le passage de l'axe.

De plus, la longueur du rotor L est limitée par les vitesses critiques. En effet, une analyse simplifiée sur un corps cylindrique montre que la première vitesse critique est fonction de la longueur du rotor [Diop 90]. Ainsi, généralement le rapport longueur maximale sur le rayon maximal est de 5 pour un cylindre d'acier plein afin de placer la première vitesse critique au-delà de la vitesse nominale. Pour un rotor à pôles saillants, ce rapport est peu différent de 3,2. Pour finir ce point sur les limitations d'ordre mécanique, il faut encore noter que le volume maximal décroît comme le cube de la vitesse de rotation.

Les limitations thermoaérauliques dépendent de l'efficacité de l'échange thermique avec l'extérieur et des températures locales maximales admissibles. Ces températures résultent des pertes d'origine électromagnétique mais aussi des pertes aérodynamiques. Une expression de ces pertes W peut être donnée par [Diop 90] :

$$W = 5\pi 10^{-8} K C_d \tau D L v^3 \text{ (en Watt)}$$

où : K est un coefficient dépendant de la géométrie,
 C_d est un coefficient de frottement lié au nombre de Reynolds,
 v est la vitesse périphérique (en cm/s),
 τ est la masse volumique du gaz remplissant l'entrefer (en g/cm³),
 D est le diamètre du rotor (en cm),
 L est la longueur totale des pôles (en cm).

En ce qui concerne les limitations d'ordre électromagnétique, elles portent sur la capacité de dissipation des pertes d'origine électromagnétique. La puissance électromagnétique maximale varie en fonction de la vitesse de rotation. On peut montrer que le type de refroidissement modifie cette loi de variation [Diop 90]. Si le refroidissement se fait par la surface des conducteurs, la puissance électromagnétique est inversement proportionnelle au cube de la vitesse de rotation. Si les conducteurs sont creux et refroidis par de l'eau, l'exposant de la loi de variation passe à quatre.

Le refroidissement du rotor par sa surface intervient aussi car il impose un diamètre minimal [Pasquarella, Reichert 90]. Cette limite s'exprime de la façon suivante :

$$D \geq \frac{Pr}{\pi L \alpha \Delta\theta}$$

où : Pr est la valeur des pertes au rotor,
 L est la longueur du rotor,
 α est le coefficient d'échange thermique,
 $\Delta\theta$ est la différence de température entre le rotor et l'entrefer.

On peut remarquer que les limitations d'ordre thermique et d'ordre électromagnétique sont fortement liées.

De plus, la conception de la machine passe par la détermination des réactances de commutation nécessaire au bon fonctionnement du convertisseur.

En effet, pour des moteurs électriques polyphasés afin d'obtenir une fréquence différente de celle du réseau, l'alimentation doit être fournie par un convertisseur statique. On peut distinguer deux familles de convertisseurs :

- les associations redresseurs - onduleurs structure courant,
- les associations redresseurs - onduleurs structure tension.

La première catégorie illustrée par la figure 0.1, utilise le plus souvent des thyristors et bénéficie de la possibilité de commutations spontanées à l'ouverture.

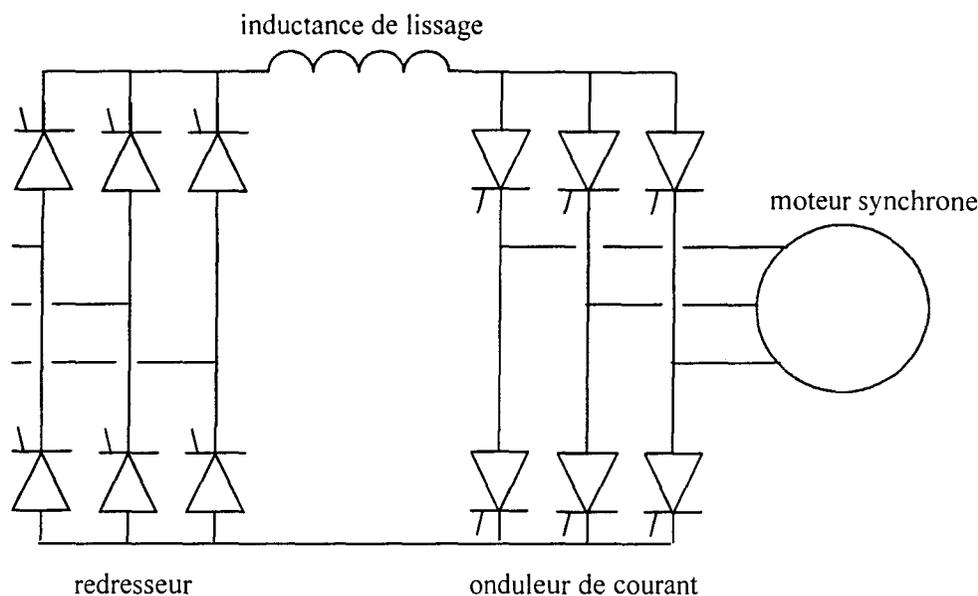


Figure 0.1 : schéma d'un convertisseur de courant

Les limitations de ce type de convertisseur portent essentiellement sur la fréquence maximale à adopter pour conserver un angle de garde suffisant afin de permettre aux thyristors de se bloquer. Les thyristors peuvent être associés en série ou en parallèle pour atteindre des niveaux de puissance élevés.

La seconde famille illustrée (figure 0.2) utilise des composants entièrement commandés associés à des diodes. Le schéma présenté ne tient pas compte de tous les circuits d'aide à la commutation. La première limitation de ce type de convertisseurs est liée aux composants de l'onduleur et au courant maximum qu'ils peuvent couper. Lorsque ces interrupteurs sont des GTOs, on cherche à réduire le nombre de commutations par période afin de limiter les pertes dans les semi conducteurs. C'est pourquoi on préfère alors une commande de ces interrupteurs en pleine onde et non pas en MLI.

La mise en série est plus délicate que pour les thyristors dans le cas précédent car à chaque GTO est associé une diode de roue libre, une électronique d'allumage.

Pour limiter les harmoniques, plusieurs solutions existent. L'onduleur peut être de type "trois points" c'est à dire, avec trois niveaux de tensions simples et ainsi permet d'éliminer les harmoniques de rang 5 et 7. Une autre solution consiste à associer plusieurs onduleurs en parallèle au moyen d'un transformateur. Cette association contribue à améliorer la forme d'onde.

Quelque soit le type de convertisseur retenu, celui-ci donne des courants non sinusoïdaux chargés d'harmoniques qui génèrent des pertes supplémentaires. La fréquence élevée du fondamental et a fortiori des harmoniques, induit des pertes fer plus fortes, à induction égale, que dans les machines usuelles. Ces pertes sont plus difficiles à évacuer en raison du volume réduit. Le comportement aéraulique et thermique de la machine mérite donc largement d'être analysé. Mais ceci dépasse largement le cadre de cette étude. Il est important de retenir toutefois que les pertes électromagnétiques sont les sources du problème thermique qui consiste à déterminer les températures au sein de la machine. Ainsi il est crucial pour assurer

un fonctionnement en toute sécurité de ce type de moteurs de connaître le plus précisément les pertes créées.

Les pertes électromagnétiques sont ici seules à être étudiées. Elles sont donc, dans ces machines électriques, un problème majeur car elles sont sensiblement plus importantes que dans les machines classiques. La conception de ce nouveau type de moteurs passe donc obligatoirement par une phase de modélisation pour appréhender au mieux les paramètres induisant ces pertes. Cependant ces grandes vitesses génèrent des conditions de fonctionnement particulières qui se situent à la limite de validité des modèles classiques. La mise au point de ces machines implique donc l'emploi d'outils numériques a priori plus précis que les modèles analytiques habituels.

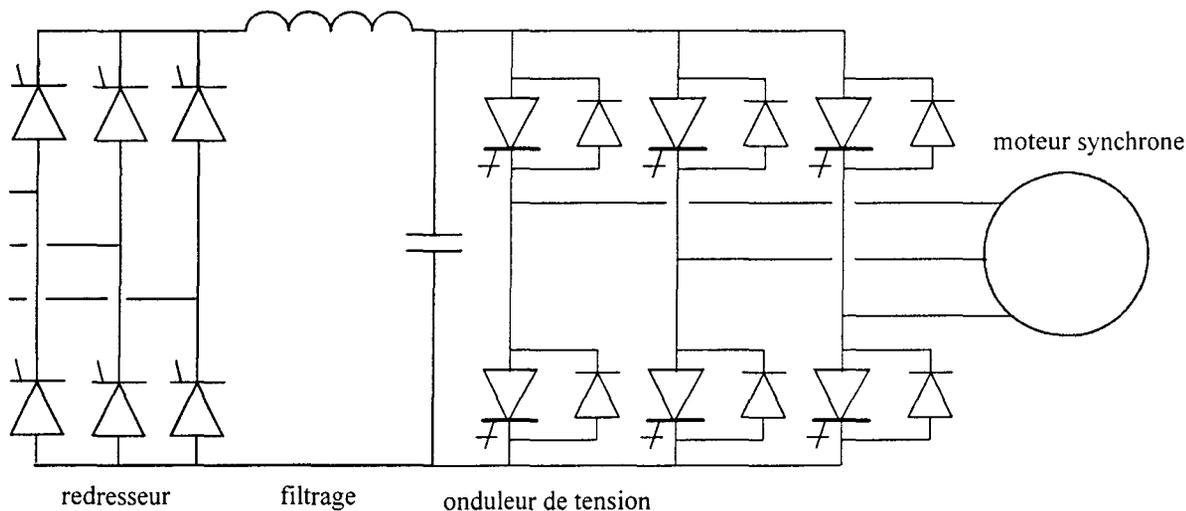


Figure 0.2 : schéma d'un convertisseur de tension.

Une alternative aux schémas équivalents et aux formules de pertes classiques réside dans l'emploi du calcul de champs électromagnétiques par la méthode des éléments finis [Sabonnadière, Coulomb 86]. Cependant les systèmes à vitesse variables sont composés à la fois d'un convertisseur et d'une machine tournante. Les liens entre les deux sous-systèmes ainsi constitués sont très forts et leur modélisation de façon séparée n'est guère envisageable. C'est pourquoi une représentation globale est nécessaire où il faut adjoindre au problème électromagnétique constitué par le moteur les équations électriques permettant de décrire le convertisseur [Sadowski *et al* 93], [Lombard, Meunier 93]. Le modèle peut être rendu encore plus complexe en ajoutant une équation cinématique au système précédent pour tenir compte du mouvement de rotation du rotor [Salon *et al* 89].

En effet, l'analyse des pertes d'origines électromagnétiques dans les moteurs à grande vitesse nécessite de tenir compte de nombreux phénomènes tels que l'alimentation non-sinusoidale délivrée par le convertisseur, la non linéarité des matériaux magnétiques constituant le moteur, le mouvement du rotor et la charge mécanique accouplée à l'arbre du moteur. Cependant la résolution du système ainsi généré est ardue voire impossible tout particulièrement si la représentation du problème électromagnétique nécessite une modélisation tridimensionnelle. Les temps de calculs restent très longs même si l'étude électromagnétique n'est que bidimensionnelle. En effet, ce type de problème doit s'étudier en pas à pas dans le temps en traitant les non linéarités et en remaillant une partie de l'entrefer à chaque pas de temps. Une telle analyse peut très vite se révéler très coûteuse en temps et rebuter le concepteur de moteur. Il paraît alors judicieux de trouver une démarche

intermédiaire entre la souplesse des schémas équivalents et la précision des méthodes de calculs de champs électromagnétiques.

Un des inconvénients des schémas équivalents classiques est d'être basé sur une analogie électrique. Or une association convertisseur - machine est un dispositif où différents domaines des Sciences Physiques sont couplés. Les schémas électriques ne sont plus alors suffisants pour décrire ces différents sous-systèmes et leurs connexions.

Il existe cependant d'autres formalismes tels que les schémas blocs où les relations émanant de divers problèmes peuvent être assemblés. Mais lors de la résolution du système avec un outil numérique, l'expérience, seule, de l'analyste permet de trouver les bonnes variables d'état et la mise en équation adaptée.

Toutefois un langage de description des systèmes physiques possède à la fois un formalisme unique et une procédure systématique de mise en équation des problèmes ainsi décrits : il s'agit du langage bond-graph. Cette technique de modélisation des systèmes physiques dynamiques a été créée par Paynter [Paynter 61] puis développée par Rosenberg et Karnopp [Karnopp, Rosenberg 75], [Rosenberg, Karnopp 83], [Thoma 90]. Elle permet une représentation graphique concise et complète des mécanismes d'échanges d'énergie entre deux sous-systèmes interconnectés, utilisant un langage unique quel que soit le domaine physique à considérer. De plus, ce formalisme est valable en linéaire ou en non linéaire. Le bond - graph met en évidence la structure d'interconnexion entre éléments et la structure de calcul (choix des variables d'état ...). En outre, plusieurs informations peuvent être tirées directement du bond - graph (commandabilité, observabilité ...). Cela fait du bond - graph un outil privilégié pour l'analyse et la conception de systèmes complexes comme les moteurs à grande vitesse associés d'une part à leur alimentation par convertisseur et d'autre part, à leur charge mécanique. En outre, il n'exclut pas l'extension du modèle à la thermique.

Les méthodes de calcul de champs électromagnétiques restent cependant des outils d'investigation puissants pour identifier les paramètres d'un modèle macroscopique quelque soit le formalisme qui fournit le modèle. De plus, aucune autre méthode ne permet de localiser aussi bien les pertes électromagnétiques.

Par conséquent, la démarche adoptée ici pour déterminer les pertes d'un moteur à grande vitesse consiste d'abord, à identifier le modèle établi par les bond - graphs dans un premier temps. La deuxième étape est la résolution des équations ainsi obtenues. Cette phase fournit les grandeurs d'entrée nécessaires au calcul des pertes proprement dit et ce, sur un modèle éléments finis pour aboutir à une localisation assez fine des pertes fer.

Si des solutions existent dans la littérature pour calculer les pertes électromagnétiques à partir d'une carte du champ magnétique dans la machine [Fiorillo, Novikov 90], [Rabinovici 94], les problèmes de l'Electronique de Puissance et de l'Electrotechnique n'ont pas fait l'objet d'un grand nombre d'investigations dans le domaine des bond - graphs.

C'est pourquoi le chapitre 1 est consacré à la représentation des interrupteurs et des convertisseurs dans ce nouveau formalisme. Nous n'avons pas voulu restreindre notre approche à un type particulier d'interrupteurs ou de convertisseurs mais nous avons plutôt cherché à développer une approche générale de modélisation des convertisseurs par les bond -

graphs. Des résultats intéressants peuvent ainsi être tirés du schéma obtenu sur la nature des commutations et des contraintes survenant sur les composants électroniques.

De la même façon, le chapitre 2 aborde la modélisation des machines électriques tournantes. En effet, il est important de ne pas réduire l'étude à un type particulier de machines car des structures peu habituelles peuvent émerger [Liao, Lipo 94]. Il faut donc prévoir une modélisation souple pouvant s'adapter à de nouvelles technologies de machine. C'est pourquoi l'approche retenue, même si pour les machines habituelles, fournit les équations usuelles, est suffisamment modulable pour permettre de décrire tout type d'actionneur électromagnétique.

Le chapitre 3 traite d'une application des outils développés pour le calcul des pertes dans une machine synchrone à aimants. Cette première étude permet d'avoir un aperçu des potentialités de la méthode sur une machine classique. Le bond - graph fournit les équations d'état du système constitué par le convertisseur, le moteur, la charge mécanique. Ce modèle donne les courants d'alimentation du moteur qui constituent les grandeurs d'entrée pour le calcul des pertes à partir du modèle éléments finis.

chapitre 1 :

Modélisation des convertisseurs de l'électronique de puissance par la méthode des bond-graphs.

1.1 INTRODUCTION

Les interrupteurs sont des composants électroniques qui permettent de relier ou d'isoler différentes parties d'un circuit électrique. Ces composants ont des caractéristiques continues pour l'électronique des petits signaux, mais, en électronique de puissance, on ne s'intéresse qu'à leur état bloqué ou passant. Leur représentation a alors une caractéristique discontinue.

La littérature est abondante sur la modélisation des interrupteurs et des convertisseurs. On peut mentionner, entre autres, les approches reposant sur les réseaux de Petri [Buyse 84], [Manesse 83].

Certaines approches ont débouché sur des logiciels comme SUCCESS ou CIRCUIT+. Cependant ils restent très orientés vers l'Electronique de Puissance et ne permettent pas simplement de coupler différents domaines des Sciences Physiques entre eux. Le modèle d'interrupteur retenu est généralement celui d'une résistance binaire d'une forte valeur à l'état bloqué et de faible valeur à l'état passant.

Mais, par contre, peu d'approches essaient de tirer profit du formalisme bond - graph.

Quelques études ont été réalisées dans ce sens. Joseph et Martens proposent des éléments non linéaires mais cela introduit des problèmes mathématiques difficiles à résoudre [Joseph, Martens 74].

Une autre démarche est aussi possible. Elle consiste à considérer ces composants particuliers comme de nouveaux éléments bond-graph [Asher, Eslamdoost 91]. Hasada et al modélisent aussi les diodes par des commutateurs idéaux commandés par une source d'effort [Hasada *et al* 86]. On peut aussi noter que les phénomènes de commutation relient des circuits entre eux, mais qu'ils n'autorisent pas nécessairement toutes les topologies possibles. Ainsi, en créant un nouvel élément : la jonction 0 - non standard, ce genre de situation peut être pris en compte [Dauphin - Tanguy *et al* 89].

On peut aussi considérer que ces commutations sont un problème plus général qui aboutissent à un traitement spécifique des discontinuités [Lorenz 93].

Nous avons essayé ici d'apporter une réponse suffisamment globale pour permettre de modéliser tous les types d'interrupteurs et de ne pas se restreindre à une certaine catégorie de convertisseurs. De plus, un de nos soucis majeurs a été de fournir un modèle modulaire afin de ne pas limiter son champ d'application à un domaine restreint.

I.2 Modélisation d'un interrupteur par bond-graph.

I.2.1 Choix d'éléments standards pour la description d'un interrupteur.

Nous avons choisi de représenter les interrupteurs de l'Electronique de Puissance à partir d'éléments pris dans la panoplie des éléments classiques des bond-graphs comme ils sont rappelés en annexe 1.

Il s'agit alors d'analyser le transfert de puissance qui s'effectue au travers de ces composants en cours de fonctionnement. Cependant, les phénomènes transitoires qui surviennent à chaque commutation dépassent largement l'objectif de cette étude car leur durée est très nettement inférieure aux constantes de temps rencontrées dans les associations convertisseur machines. On peut alors schématiquement considérer l'interrupteur comme un composant avec une borne d'entrée et une borne de sortie. On fait ici abstraction des connexions supplémentaires qui permettent la commande de certains composants électroniques : la puissance transitant par ces bornes étant généralement négligeable devant celle transitant par les autres bornes.

Après ces remarques, des considérations élémentaires sur le circuit de la figure 1.1 permettent de voir l'interrupteur comme un élément équivalent à un élément 1-port [Rosenberg, Karnopp 83].

commutation spontanée ou commandée

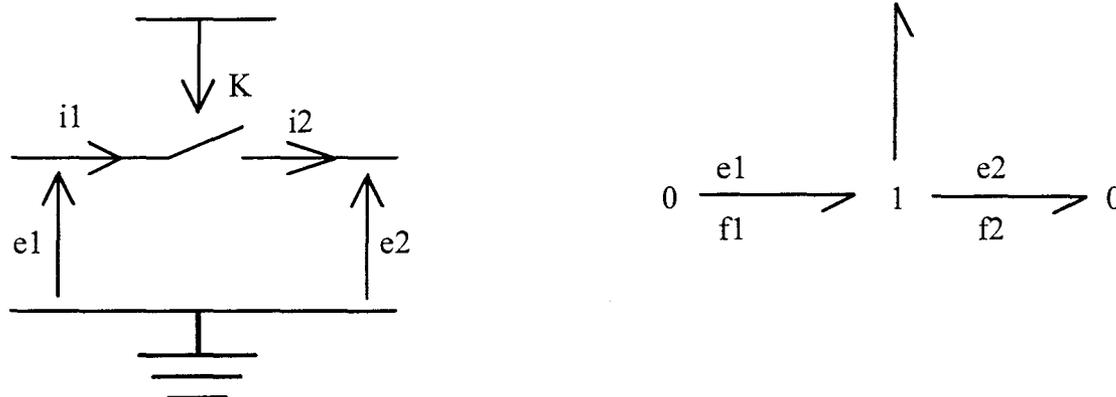


Figure 1.1 : représentation par un élément 1-port.

Le choix du type d'élément étant ainsi restreint, il reste à déterminer la nature du transfert de puissance dans l'interrupteur.

Les composants électroniques tels que les diodes, les transistors, les thyristors sont tous considérés de façon simple comme des éléments ayant deux états. Les phénomènes qui

surgissent au moment d'une commutation sont ici négligés et il n'y a évidemment pas de stockage d'énergie.

Différentes approches sont alors possibles suivant que l'on tienne compte ou non des pertes ohmiques dans le composant.

- modélisation de l'interrupteur idéalisé

L'interrupteur idéalisé présente une chute de tension nulle quand il est passant et un courant de fuite nul quand il est bloqué. Il peut être représenté dans le plan tension - courant par deux axes orthogonaux.

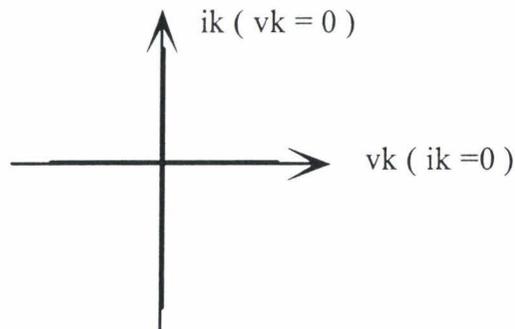


Figure 1.2 : Caractéristique statique d'un interrupteur idéalisé

Les réversibilités des sources peuvent limiter les demi-axes disponibles. Elles définissent les caractéristiques statiques des composants. Dans ce cas, il est clair que l'interrupteur impose une tension nulle à ses bornes quand il est fermé et un courant nul quand il est ouvert.

Ainsi, lorsque ce composant est inséré dans une boucle d'un circuit électrique, les causalités correspondantes sont parfaitement définies.

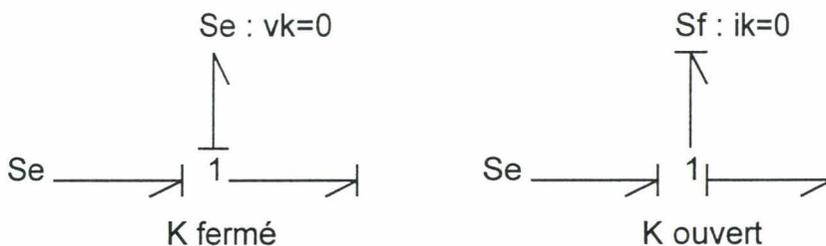


Figure 1.3 : représentation bond-graph d'un interrupteur idéalisé.

On voit que cette modélisation conduit à une représentation par état d'interrupteur. Si un convertisseur comprend n interrupteurs, il y a, a priori, 2^n combinaisons possibles donc 2^n schémas bond-graph différents.

- modélisation de l'interrupteur imparfait

Si l'on tient compte sommairement des imperfections des composants (chute de tension proportionnelle au courant à l'état passant, passage d'un courant de fuite proportionnel à la tension aux bornes lorsqu'il est bloqué), la représentation dans le plan (i_k, v_k) est la suivante :

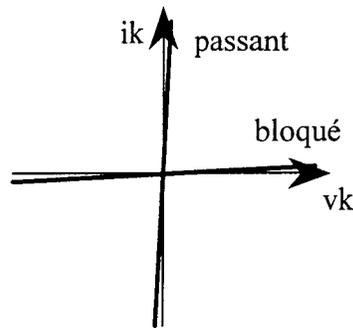


Figure 1.4 : caractéristique statique d'un interrupteur imparfait.

Dans ces conditions, quand il est bloqué, l'interrupteur K peut être considéré soit comme une résistance R_b et il impose une tension v_k telle que $v_k = R_b \cdot i_k$ (où R_b est la résistance à l'état bloqué), soit comme une conductance et alors il impose un courant i_k tel que $i_k = G_b \cdot v_k$ ($G_b = 1 / R_b$). De la même façon, quand il est passant, l'interrupteur K peut soit imposer une tension v_k telle que $v_k = R_p \cdot i_k$ (où R_p est la résistance à l'état passant), soit imposer un courant i_k tel que $i_k = G_p \cdot v_k$ ($G_p = 1 / R_p$). La causalité à affecter aux interrupteurs est indifférente. Deux modèles sont possibles :

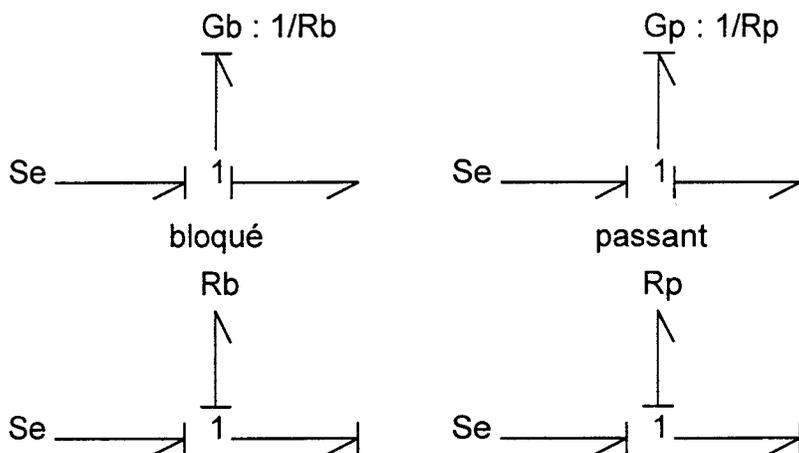


Figure 1.5 : représentation bond-graph d'un interrupteur imparfait

On peut alors choisir le modèle approprié à la structure et disposer d'un modèle unique pour le convertisseur. C'est un procédé classique pour la modélisation des interrupteurs qui conduit à faire intervenir une résistance binaire dont les valeurs sont très éloignées. Cet écart peut être à l'origine de problèmes numériques lorsque les équations du circuit sont résolues par un solveur inadapté.

Il est possible d'introduire un modèle intermédiaire. On peut envisager de ne tenir compte que de la chute de tension à l'état passant ce qui est assez proche de la réalité physique puisque celle-ci, bien que faible, est significative, alors que les courants de fuite sont très faibles. La représentation dans le plan (i_k, v_k) est alors la suivante :

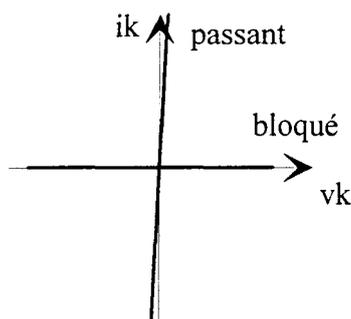


Figure 1.6 : caractéristique statique d'un interrupteur avec chute de tension

A l'état bloqué, le courant i_k est nul et est imposé par l'interrupteur. A l'état passant, on peut considérer l'interrupteur soit comme une résistance : $v_k = R_p \cdot i_k$, soit comme une conductance : $i_k = v_k / R_p$. Si l'on choisit les causalités différentes pour l'état bloqué et l'état passant, il existe deux modèles différents suivant l'état de l'interrupteur et l'on est ramené à la topologie variable.

En considérant que l'interrupteur impose toujours le courant, on a de nouveau un modèle unique. On ne fait apparaître qu'une valeur de résistance faible.

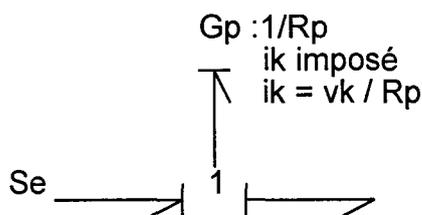


Figure 1.7 : modèle d'interrupteur de type conductance

On pourrait envisager de ne tenir compte que des courants de fuite. L'interrupteur fermé impose alors une tension nulle et comme précédemment pour conserver un modèle unique, il faut considérer qu'à l'état bloqué l'interrupteur impose la tension v_k avec $v_k = R_b i_k$ (où R_b a une valeur élevée).

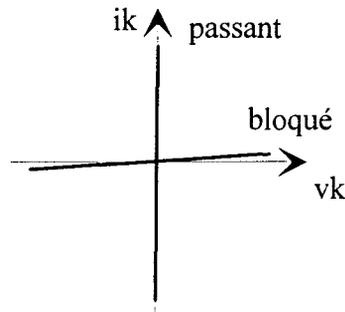


Figure 1.8 : caractéristique statique d'un interrupteur avec courant de fuite.

On retrouve les avantages précédents, l'inconvénient est que ce modèle s'écarte davantage de la réalité physique.

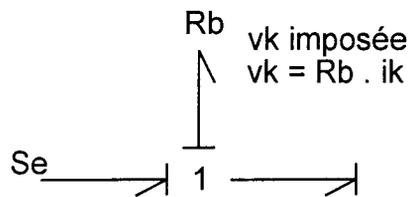


Figure 1.9 : modèle d'interrupteur de type résistance

Nous avons choisi de tenir compte des pertes dissipées par conduction et de garder une même structure pour toutes les topologies possibles. Un interrupteur, à l'état passant, est le siège d'une dissipation d'énergie par conséquent, il est naturel d'introduire alors dans sa représentation un élément R . Pour traduire les deux états possibles du composant, il faut utiliser un élément modulé qui se place en entrée de l'élément R . Ce module doit être le rapport entre deux grandeurs de même nature (courant ou tension), par conséquent, le choix se porte sur un transformateur modulé et la représentation est donnée par la figure 1.10 :

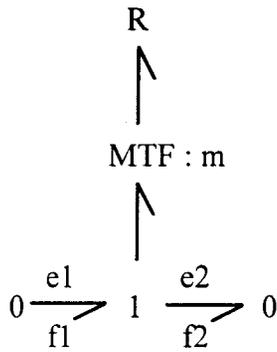


Figure 1.10 : graphe acausal d'un interrupteur avec pertes.

Dans cette première partie, nous avons défini notre structure représentative de l'interrupteur pour les transferts de puissance. Pour que le schéma soit complet, il reste à fixer les causalités sur cette représentation. Ceci dépend du circuit extérieur ainsi que de l'état où se trouve le composant électronique. Cette représentation peut encore être étoffée en ajoutant la commande de l'interrupteur sur le bond - graph. Ce point sera abordé à la fin de ce chapitre.

1.2.2 Choix de la causalité.

Pour ne pas avoir à considérer toutes les configurations éventuelles dans lesquelles peut se trouver un composant électronique, la réflexion peut se limiter à un circuit simple : la cellule de commutation.

a) Etude d'une cellule de commutation.

Une cellule de commutation permet la connexion entre plusieurs sources de tensions v_1, v_2, \dots, v_q et une source de courant i .

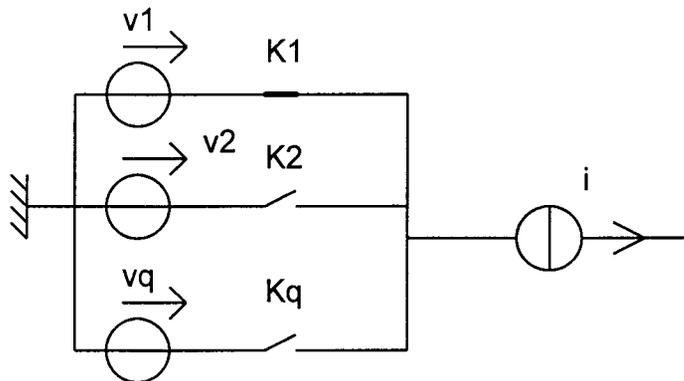


Figure 1.11 : Schéma électrique de cellule de commutation

La fermeture simultanée de plusieurs interrupteurs conduit à un court-circuit entre les sources de tension. Il y a donc à chaque instant, au maximum, un seul interrupteur fermé. L'ouverture simultanée de tous les interrupteurs conduit à l'ouverture de la source de courant. Il y a donc à chaque instant au moins un interrupteur fermé. On en déduit qu'à chaque instant il y a un et un seul interrupteur fermé. La commutation ne concerne que deux interrupteurs et il suffit d'étudier une cellule élémentaire de commutation.

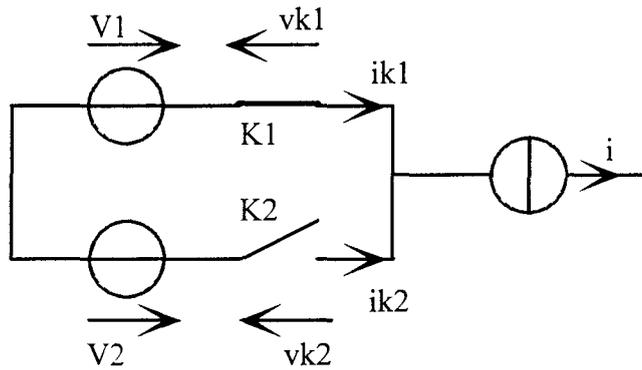


Figure 1.12 : Cellule élémentaire de commutation

Avec des interrupteurs parfaits, quand K1 est fermé, i_{K1} vaut i et la tension aux bornes de l'interrupteur est nulle, tandis que i_{K2} est nul et v_{K2} vaut $v_2 - v_1$. De la même manière, quand K2 est fermé, i_{K1} est nul et v_{K1} vaut $v_1 - v_2$, tandis que i_{K2} vaut i et que la tension v_{K2} s'annule.

Les signes des courants dans les interrupteurs fermés et les signes des tensions aux bornes des interrupteurs ouverts dépendent des réversibilités des sources de tension et de la source de courant. Les mécanismes de commutation (commandée ou spontanée) sont fonction des signes des tensions et courants au moment de la commutation.

Si l'on utilise les méthodes classiques de topologie variable (causalité variable avec l'état) avec des interrupteurs supposés idéaux, les topologies possibles sont alors :

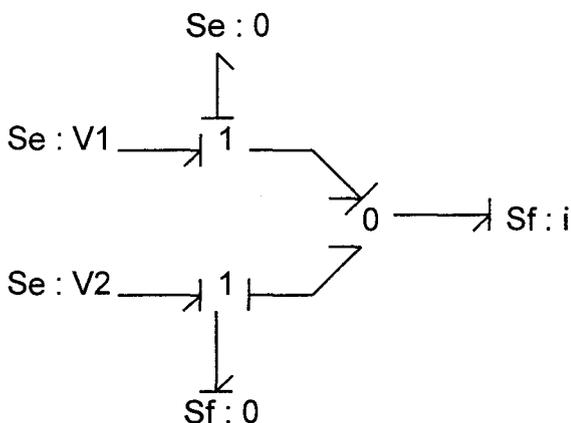


Figure 1.13a : représentation de K1 fermé et K2 ouvert

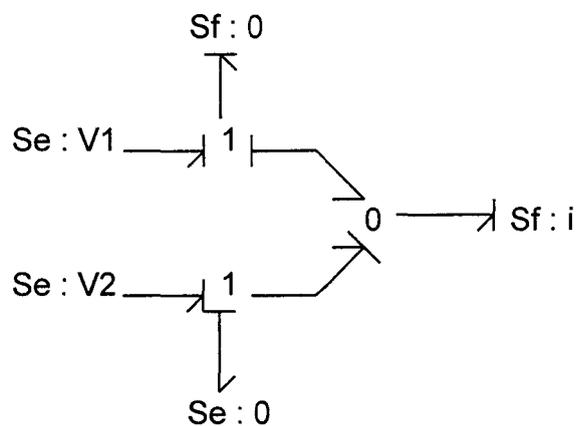


Figure 1.13b : représentation de K1 ouvert et K2 fermé

Avec la démarche classique, avec des interrupteurs idéaux, on rencontre un problème quand les interrupteurs ont simultanément le même état comme l'illustre la figure suivante.

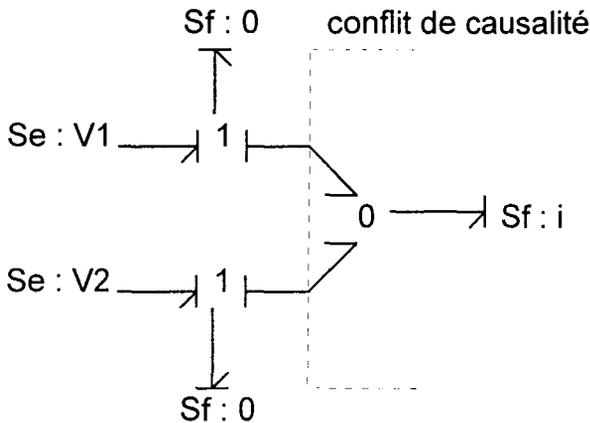


Figure 1.14a : représentation avec les deux interrupteurs ouverts

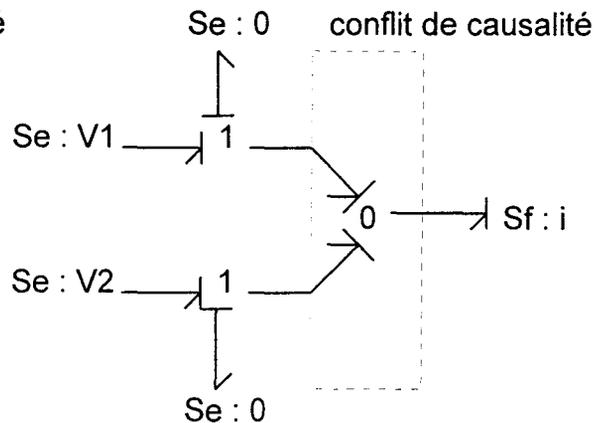


Figure 1.14b : représentation avec les deux interrupteurs fermés

Si l'on considère que l'interrupteur est imparfait et qu'il impose toujours la tension, on obtient la représentation bond - graph suivante :

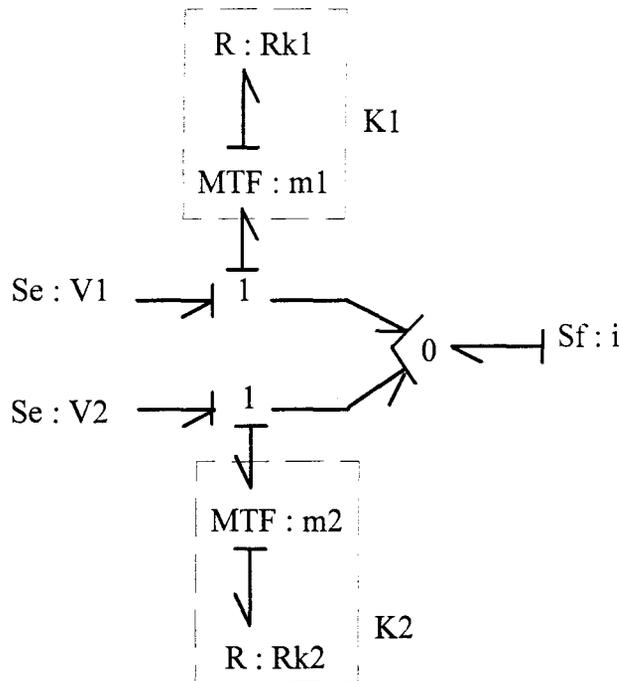


Figure 1.15 : représentation bond-graph de la cellule de commutation avec des interrupteurs imposant la tension.

Les R_{ki} sont les résistances à l'état bloqué des interrupteurs et les m_i sont les booléens traduisant l'état des interrupteurs. On voit apparaître un conflit de causalité sur la jonction 0. Il faut définir une jonction 0 non standard qui interdit la conduction simultanée des deux interrupteurs ce qui est parfaitement cohérent car l'interrupteur fermé étant parfait ($R_{p1} = R_{p2} = 0$), la conduction simultanée de deux interrupteurs conduit à un court-circuit.

Si l'on considère que l'interrupteur impose toujours le courant, on voit apparaître là encore un conflit de causalités sur la jonction 0, la tension à cette jonction n'étant pas définie.

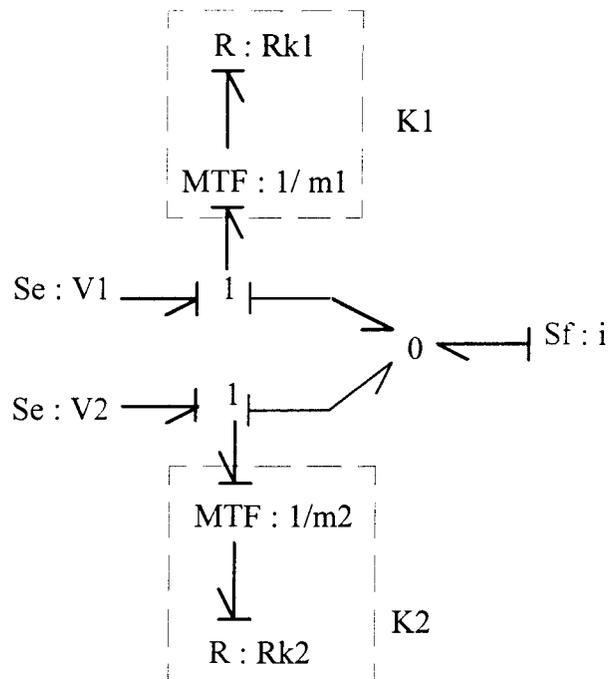


Figure 1.16 : représentation bond-graph de la cellule de commutation avec des interrupteurs imposant le courant.

Cette situation conflictuelle est logique puisque si K1 est ouvert, par exemple, alors, il impose un courant i_{k1} nul, c'est la source de flux ou encore source de courant en grandeur électrique qui impose le courant dans K2. Dans cette configuration, le schéma bond-graph devrait être le suivant :

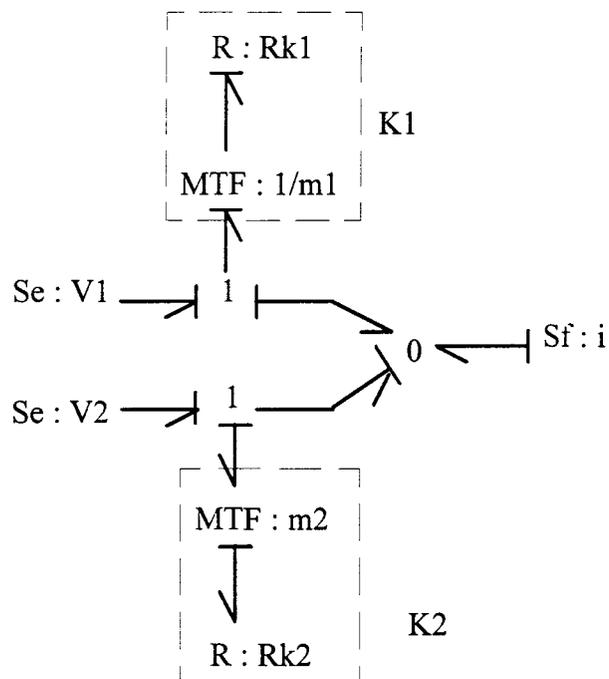


Figure 1.17 : schéma de la cellule de commutation sans conflit de causalité.

Les causalités devraient alors s'inverser à la commutation suivante, on retrouve deux schémas bond-graph, c'est de la topologie variable.

Si l'on veut quand même avoir une représentation unique, on voit qu'il faut ajouter un élément au circuit en parallèle sur la source de courant qui puisse déterminer la tension manquante sur la jonction 0. On peut placer un élément R car celui ci peut avoir aussi bien une causalité flux entrant ou flux sortant (le courant est soit une donnée soit un résultat pour cet élément) ou encore, plus simplement, un élément C en causalité intégrale. La capacité doit être de faible valeur pour éviter une modification structurelle importante. Elle peut représenter la capacité parasite entre le point de la jonction des interrupteurs et le noeud de référence. Elle pourra par ailleurs disparaître dans les équations du circuit en appliquant la méthode des perturbations singulières tel qu'on va le montrer plus loin.

On obtient ainsi le bond-graph :

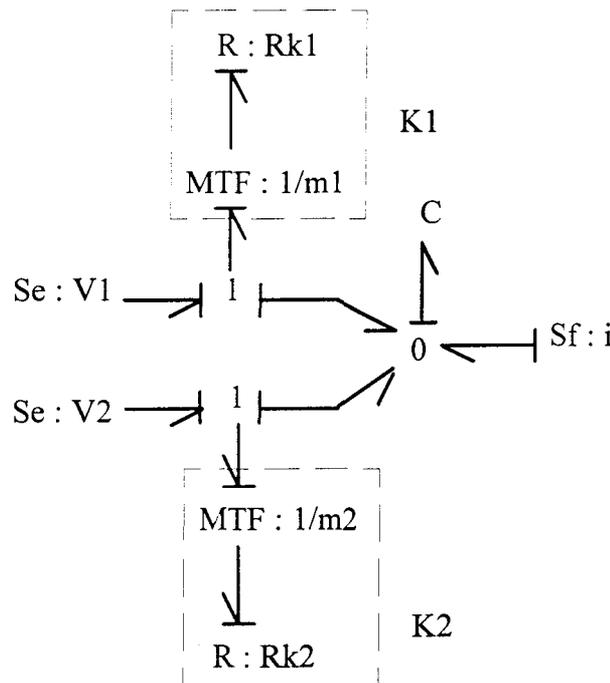


Figure 1.18 : modélisation de la cellule de commutation avec une capacité additionnelle.

L'équation d'état régissant la charge électrique dans la capacité est donnée par la relation :

$$\frac{dq_c}{dt} = \left(-\frac{m_1^2}{R_{k1}} - \frac{m_2^2}{R_{k2}} \right) * \frac{q_c}{C} + m_1^2 * \frac{V_1}{R_{k1}} + m_2^2 * \frac{V_2}{R_{k2}} + i$$

En utilisant la méthode des perturbations singulières [Borne *et al* 92] : $\frac{dq_c}{dt} = 0$ ce qui permet d'exprimer la tension aux bornes de la capacité :

$$U_c = \frac{1}{\frac{m_1^2}{R_{k1}} + \frac{m_2^2}{R_{k2}}} * \left(m_1^2 * \frac{V_1}{R_{k1}} + m_2^2 * \frac{V_2}{R_{k2}} + i \right)$$

Si tous les interrupteurs ont la même résistance à l'état passant : R_k

$$U_c = \frac{m_1^2}{m_1^2 + m_2^2} * V_1 + \frac{m_2^2}{m_1^2 + m_2^2} * V_2 + \frac{R_k}{m_1^2 + m_2^2} * i$$

On voit que : si $m_1 = 1$ et $m_2 = 0$ alors $U_c = V_1 + R_k * i$
 si $m_1 = 0$ et $m_2 = 1$ alors $U_c = V_2 + R_k * i$

Puisque R_k n'est pas nulle, la structure autorise aussi les deux interrupteurs simultanément fermés (empiètement) :

$$m_1 = 1 = m_2 \quad U_c = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{R_k * i}{2}$$

Puisque la résistance à l'état bloqué est nulle, on ne peut pas avoir deux interrupteurs simultanément ouverts, sinon on ouvre la source de courant. On retrouve ce résultat dans les équations où l'on ne peut pas avoir simultanément les deux booléens nuls.

- Cas de sources imparfaites :

Les sources mises en jeu dans les circuits de l'électronique de puissance ne sont pas parfaites. Les sources de tension sont impédantes, les sources de courants peuvent présenter des capacités parasites leur conférant instantanément le caractère d'une source de tension. Les imperfections ne sont pas du tout gênantes pour le modèle. Si les sources présentent une impédance de type R-L, celle ci s'ajoute à la résistance R_k de l'interrupteur. S'il existe une capacité parasite sur la source de courant, elle a déjà été prise en compte pour la détermination de la tension au noeud.

- Cas du fonctionnement en conduction discontinue :

Lorsque la source de courant est constituée par une inductance en série avec une source de tension et une charge et que celle ci permet l'annulation du courant i dans l'inductance, il est possible d'avoir les interrupteurs de la cellule simultanément ouverts. Dans ces conditions, l'équation précédemment définie n'est plus strictement applicable.

Pour le montrer, considérons le schéma suivant :

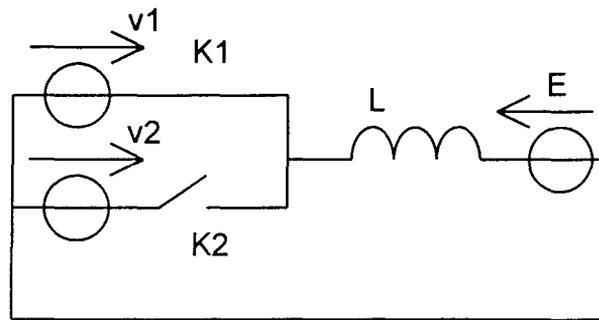


Figure 1.19 : cellule de commutation avec source de courant modifiée

Le schéma bond-graph de ce circuit est le suivant :

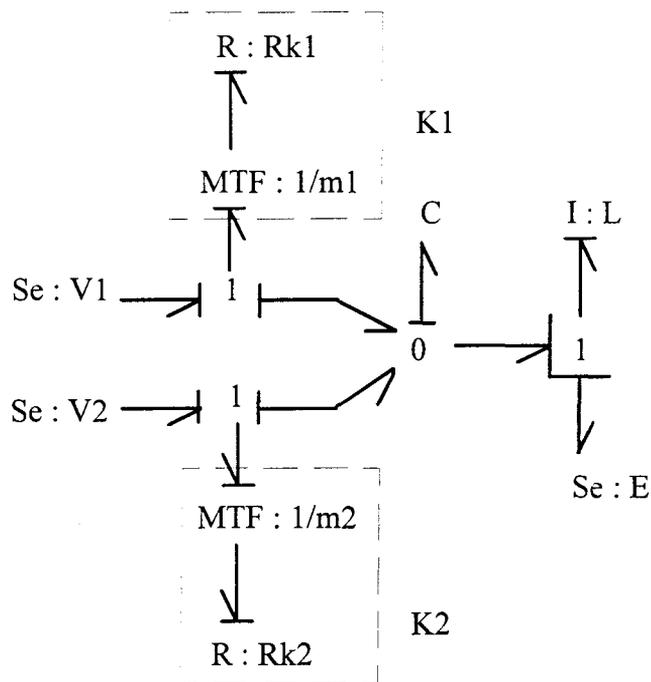


Figure 1.20 : représentation de la cellule de commutation modifiée.

Le condensateur C a été ajouté, comme il a été vu précédemment, pour définir la tension au noeud.

L'équation d'état régissant la charge dans la capacité est la suivante, en supposant que les résistances des deux interrupteurs ont la même valeur R_k :

$$\frac{dq_c}{dt} = -\frac{m_1^2 + m_2^2}{R_k} * \frac{q_c}{C} + \frac{m_1^2}{R_k} * V_1 + \frac{m_2^2}{R_k} * V_2 - \frac{\Phi}{L}$$

La variable d'état associée à un élément I en bond-graph est son moment généralisé (l'intégrale de son effort par rapport au temps). Dans le cas des circuits électriques, le moment correspond à l'intégrale d'une tension, c'est donc un flux magnétique Φ . Si l'on note U_c la tension aux bornes de la capacité et que l'on applique la méthode des perturbations singulières, on obtient :

$$U_c = -\frac{R_k}{m_1^2 + m_2^2} * \left(\frac{m_1^2}{R_k} * V_1 + \frac{m_2^2}{R_k} * V_2 - \frac{\Phi}{L} \right)$$

L'équation associée au flux magnétique est la suivante :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{q_c}{C} - E$$

On voit, dans la première équation, que le dénominateur s'annule comme précédemment lorsque les deux booléens sont nuls. Ce problème provient de l'inductance L qui, en causalité intégrale, impose le courant au noeud dont la tension est définie par la capacité C . Or quand les deux interrupteurs sont ouverts, le courant dans L doit être nul et la force contre électromotrice E est la tension imposée au noeud. L'inductance devrait donc être en causalité dérivée et la capacité C n'est alors plus nécessaire.

Le schéma bond-graph devient :

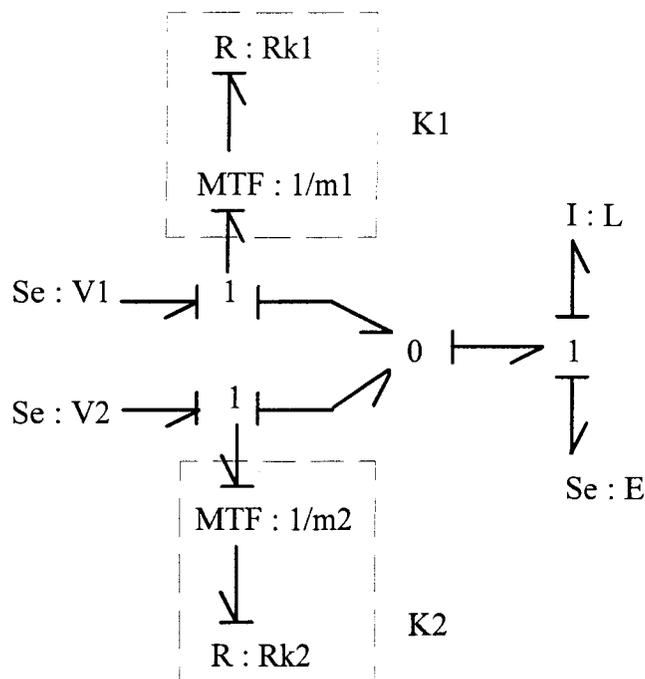


Figure 1.21 : schéma de la cellule de commutation avec causalité dérivée.

Le problème de modélisation ne provient pas de la modélisation de l'interrupteur mais de la modélisation de l'inductance qui quand elle est traversée par un courant impose celui-ci au reste de la structure et doit être en causalité intégrale, et qui, quand elle n'est pas traversée par du courant, a une tension nulle à ses bornes et devrait être en causalité dérivée. Cette affectation de la causalité revient, lors de la mise en équation, à exprimer la loi des mailles des circuits électriques.

Si l'on veut conserver le même bond-graph et pouvoir quand même envisager la conduction discontinue, il faut donner la possibilité aux deux interrupteurs d'être simultanément ouverts, ceci revient à mettre l'inductance en causalité dérivée.

L'équation d'état régissant le courant dans l'inductance est alors :

$$i = \frac{m_1^2}{R_{k1}} \cdot V1 + \frac{m_2^2}{R_{k2}} \cdot V2 - \left(\frac{m_1^2}{R_{k1}} + \frac{m_2^2}{R_{k2}} \right) \cdot \left(E + L \cdot \frac{di}{dt} \right)$$

L'équation obtenue est de nature algèbro-différentielle et si les deux interrupteurs sont ouverts, il y a dégénérescence de l'ordre du système : on passe d'un ordre 1 à un ordre 0. Une autre conséquence importante de cette modélisation réside dans le choix du solveur : celui-ci doit posséder des algorithmes capables de résoudre des équations algèbro-différentielles.

- Bilan

Les remarques précédentes ont des implications importantes quant à l'affectation des causalités. Celle d'une association MTF - R décrivant un interrupteur est fixée comme imposant un flux (c'est à dire un courant) et est donc à classer dans les causalités obligatoires. Si une inductance amène un conflit de causalité avec un interrupteur, alors elle doit être placée en causalité dérivée.

b) Implication de la causalité sur la simulation du modèle.

L'étude des paragraphes précédents montre que pour la modélisation retenue de l'interrupteur, différentes affectation des causalités sont possibles. De plus, l'ordre du système modélisé peut évoluer. La démarche qui consisterait à analyser toutes les topologies est trop lourde et ne permet pas d'aboutir à une modélisation synthétique telle que celle qui est fournie par un modèle unique.

Mais cette démarche oblige à choisir entre ajouter des éléments parasites et rester en causalité intégrale ou passer en causalité dérivée. La causalité intégrale est bien adaptée aux méthodes explicites de résolutions temporelles. La causalité dérivée nécessite de passer à des méthodes implicites. Le choix de l'une ou l'autre des approches a d'importantes conséquences sur la

nature du solveur à utiliser [Borutski 93], [Cellier, Elmqvist 93], et sur la nature du modèle mathématique [Karnopp 83].

En outre, il existe des situations, comme il a été vu plus haut, où l'ordre du système varie. La causalité intégrale aboutissant à des équations différentielles de type $\dot{X} = AX + BU$, l'ordre du système est figé par le rang de la matrice A et il est alors nécessaire de basculer sur un nouveau modèle en cas de changement d'ordre : c'est de la topologie variable. Par contre, la causalité dérivée fournit des équations algébro-différentielles de type $E\dot{X} = AX + BU$ qui sont, par ailleurs, plus représentatives des circuits électroniques [Newcomb 81]. Le rang du système est alors lié au rang de la matrice E.

Les limitations liées à la causalité dérivée existent de moins en moins du fait des progrès des méthodes numériques d'intégration. Les solveurs actuels utilisant des méthodes d'intégration BDF [Skelboe, Christiansen 81] permettent de s'affranchir aisément des problèmes numériques posés par ce choix. Il apparaît même dans certains cas plus intéressant de privilégier la causalité dérivée comme on le verra par la suite dans la modélisation des machines électriques tournantes.

Cependant des incidents de causalité de type conflits de causalité aux jonctions, apparition de causalités à la fois intégrales et dérivées doivent être considérés comme révélateurs de particularités du modèle demandant une analyse plus fine avant de se lancer dans une étape de simulation numérique.

1.3 Extension du modèle proposé

Trois points n'ont pas été abordés dans cette étude mais méritent toutefois d'être présentés car ils soulignent la souplesse de l'outil bond - graph et la modularité du modèle proposé.

L'intérêt de ce formalisme est de pouvoir décrire des problèmes physiques différents couplés entre eux à l'aide d'un seul et unique langage. On peut donc voir la résistance des interrupteurs comme une source de chaleur dans un problème de Thermique et donc compléter le modèle électrique de l'interrupteur par un modèle thermique adéquat [Garcia *et al* 95].

On peut ajouter aux liens de puissance du bond - graph des liens de signal où ne transite pas la puissance mais une information. Ainsi, ces liens permettent de représenter les informations nécessaires à la commande des interrupteurs représentée par les booléens m [Ducreux *et al* 93]. L'exemple suivant montre dans le cas d'une diode comment on visualise les informations nécessaires à la prise en compte de sa commutation :

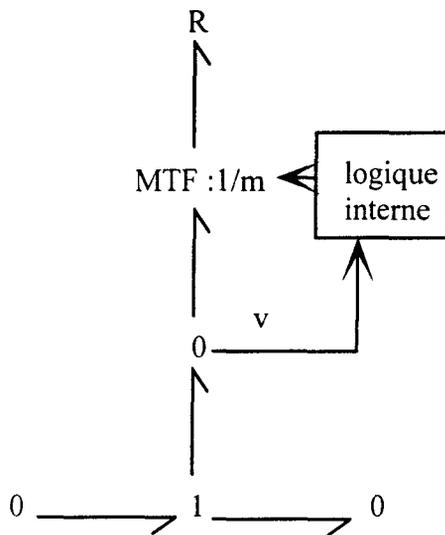


Figure 1.22 : représentation de la commande d'une diode

Sa logique interne peut être décrite par l'organigramme suivant :

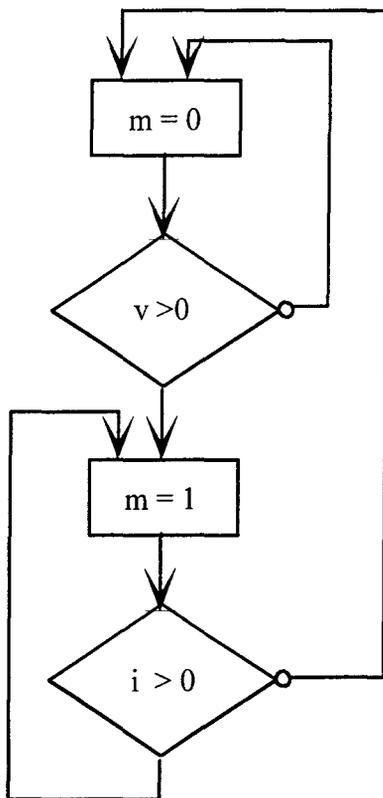


Figure 1.23 : logique interne d'une diode.

Le test de conduction peut ici se faire indifféremment sur la tension ou le courant car l'élément n'est que résistif.

Dans le cas d'un transistor, les commutations dépendent aussi d'une logique externe. On a alors le schéma bond - graph suivant :

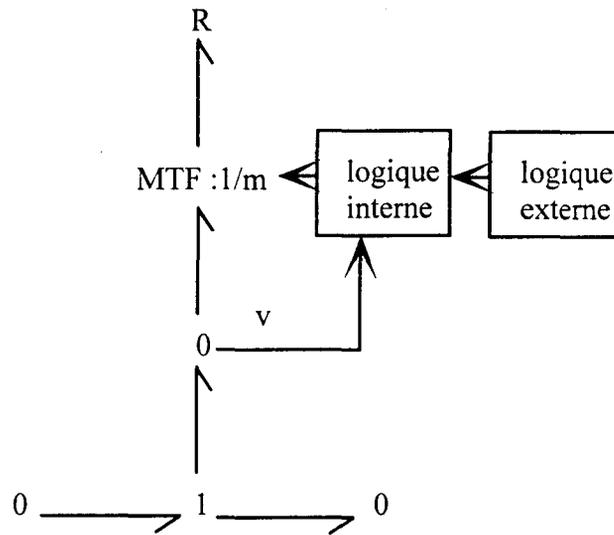


Figure 1.24 : représentation d'un transistor.

La logique externe peut comportée toute la commande rapprochée qui génère les impulsions de commande du transistor. La logique interne est donnée sur la figure suivante :

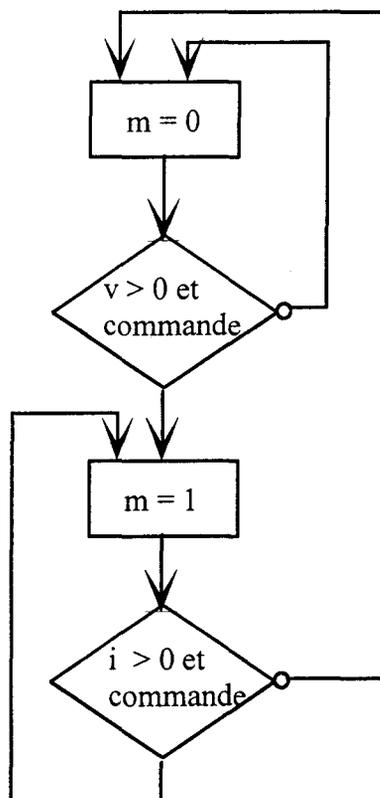


Figure 1.25 : logique interne d'un transistor

La commande est un signal issu de la logique externe donnant l'ordre d'ouverture ou de fermeture.

Dans le cas d'un thyristor, la représentation bond - graph reste la même mais la logique interne est modifiée (la commande est remplacée par une impulsion de gâchette et l'ouverture n'est plus commandée):

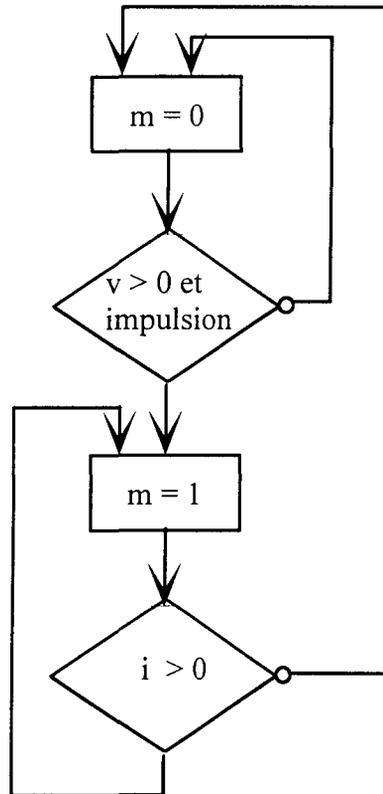


Figure 1.26 : logique interne d'un thyristor

Pour conclure ce chapitre sur les interrupteurs, nous allons montrer que notre modèle peut être étendu pour tenir compte des phénomènes transitoires apparaissant lors des commutations.

Nous nous sommes intéressés à l'approche présentée par Giacoletto pour les thyristors mais qui peut être appliquée à d'autres types de composants électroniques [Giacoletto 89]. Son modèle de thyristor est représenté à la figure suivante :

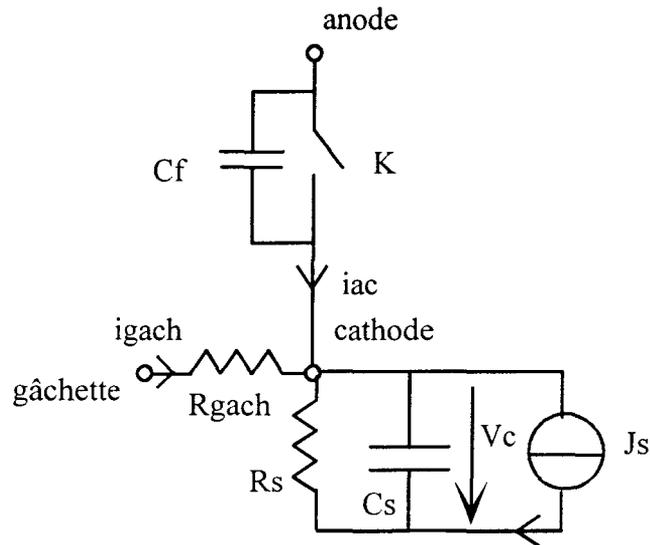


Figure 1.27 : modèle de Giacoleto du thyristor.

Le fonctionnement de ce modèle peut être résumé de la façon suivante :

- lorsqu'une impulsion positive d'amplitude V_g est appliquée sur la gâchette du thyristor, le courant de gâchette est V_g / R_{gach} ,
- ce courant active la source de courant contrôlée avec une contribution $P1 * i_{gach}$,
- ceci crée une augmentation de tension aux bornes de la capacité C_s ,
- comme la valeur de V_c augmente à partir de 0, la résistance de l'interrupteur décroît à partir de sa résistance à l'état bloqué vers sa résistance à l'état passant,
- cette décroissance augmente le courant i_{ac} , et fournit une tension entre l'anode et la cathode positive. Le courant de la source J_s augmente avec une contribution $P2 * i_{ac}$. Ceci conduit la résistance de l'interrupteur à basculer à sa valeur à l'état passant.
- lorsque le courant i_{ac} devient négatif, le courant dans J_s diminue et s'inverse (si le courant de gâchette n'existe plus),
- la capacité C_s se décharge et la tension V_c décroît : la résistance de l'interrupteur diminue et tend vers sa valeur à l'état bloqué.

Ceci se traduit aisément sur notre modèle d'interrupteur (les causalités n'ont pas été indiquées car elles dépendent de l'affectation des causalités sur le circuit extérieur au thyristor) :

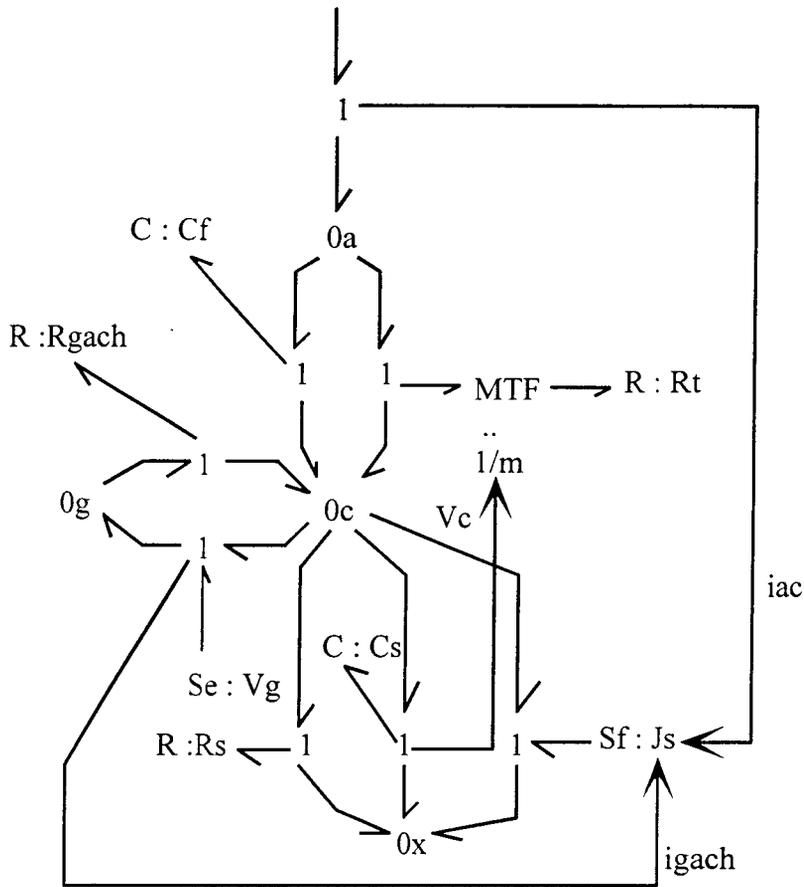


Figure 1.28 : modèle bond - graph d'un thyristor tenant compte des phénomènes de commutation.

où : V_g est la source des impulsions de gachette,
 $J_s = P_1 * i_{gach} + P_2 * i_{ac}$,
 m est une fonction de V_c ,
 C_f est la capacité de fuite entre l'anode et la cathode,
 R_t est la résistance à l'état passant du thyristor.

Ceci n'est qu'un exemple d'extension de notre modèle qui montre comment le bond - graph initial peut être augmenté pour obtenir un modèle plus fin.

1.4 Résultats de simulation

1.4.1 Modélisation d'un circuit avec thyristor

A titre d'exemple, nous avons choisi tout d'abord, un circuit monophasé comportant un thyristor, une source de tension, une charge constituée d'une résistance et d'une inductance. Le circuit électrique est représenté sur la figure 1.29 :

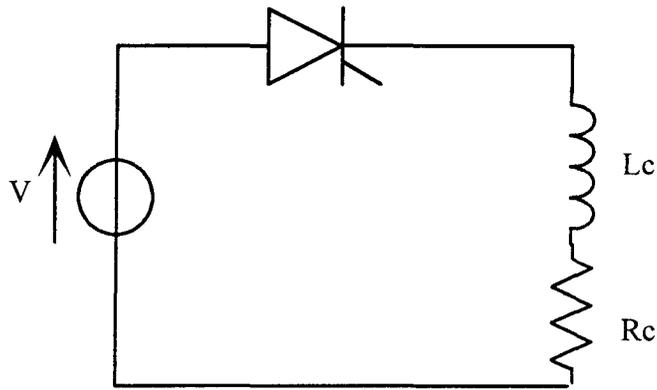


Figure 1.29 : circuit comportant un thyristor

Avec le modèle proposé dans ce chapitre, le schéma bond - graphs est celui présenté figure 1.30.

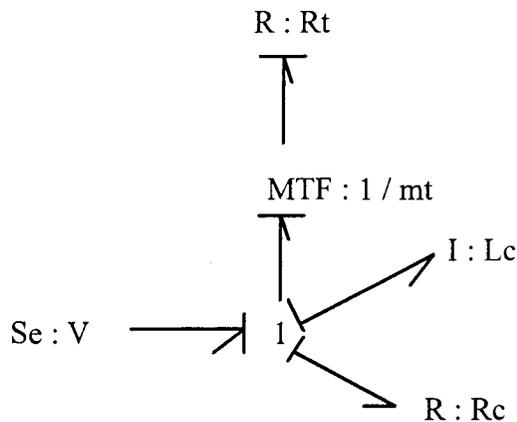


Figure 1.24 : représentation bond - graph du circuit avec thyristor.

La mise en équation ne pose pas de difficultés particulières et l'équation régissant le courant dans l'inductance est donné par :

$$i = \frac{m_t^2}{R_t} \left(V - R_c \cdot i - L_c \frac{di}{dt} \right)$$

Nous avons choisi de travailler en causalité dérivée car la forme de l'équation ainsi obtenue est la forme naturelle des équations dans ESACAP.

La simulation de la première période donne l'allure suivante du courant (l'impulsion de gâchette a lieu à 0.005 s)

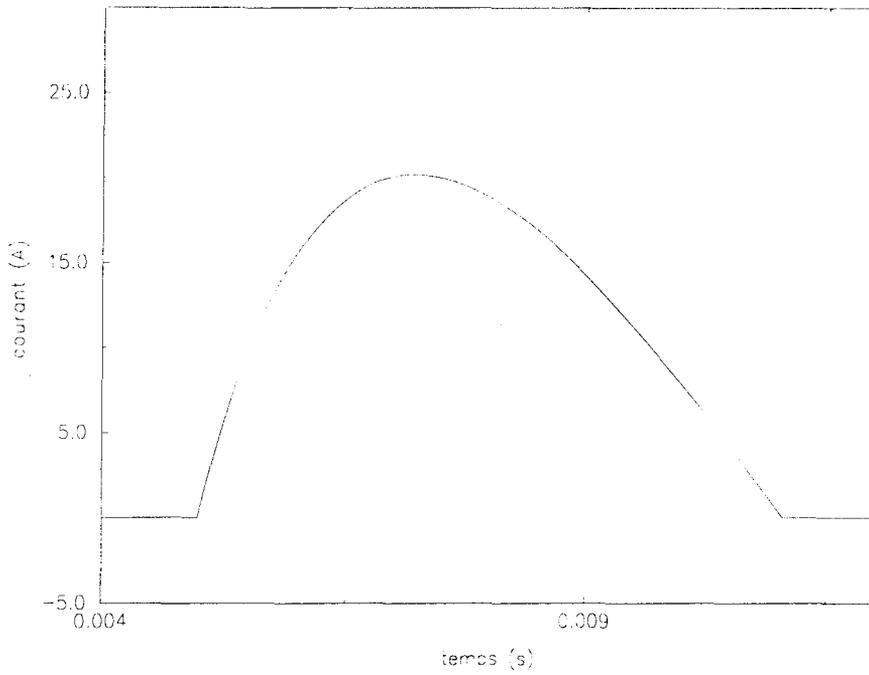


Figure 1.31 : évolution du courant dans le thyristor

Si l'on choisit le modèle de Giacoletto, le bond - graph est plus complexe et est donné sur la figure 1.32 (les liens de signal n'ont pas été représentés pour ne pas alourdir la schéma).

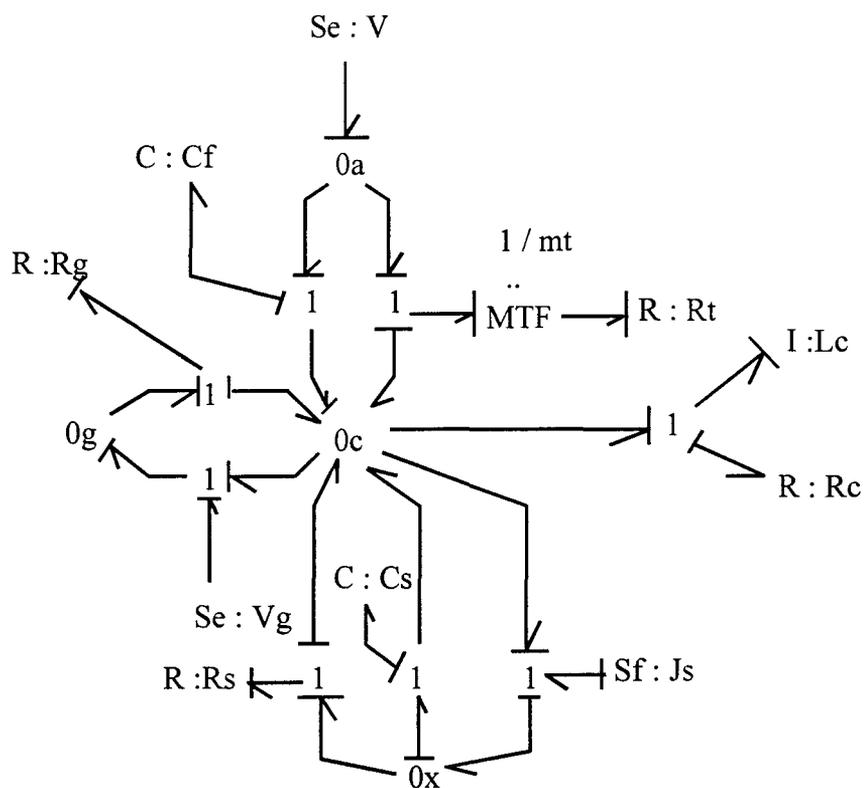


Figure 1.32 : représentation du circuit avec un modèle de type Giacoletto

La mise en équation fournit le système suivant :

$$\frac{dp_{Lc}}{dt} = -\frac{Rc \cdot p_{Lc}}{Lc} - \frac{q_{Cf}}{Cf} + V$$

$$\frac{dq_{Cs}}{dt} = -\frac{q_{Cs}}{Rs \cdot Cs} + Js$$

$$\frac{dq_{Cf}}{dt} = -\frac{q_{Cf}}{Rt \cdot Cf} + \frac{p_{Lc}}{Lc}$$

où : p_{Lc} est le flux magnétique dans la bobine,
 q_{Cs} et q_{Cf} sont respectivement la charge électrique dans les condensateurs Cs et Cf .

La figure 1.33 permet de voir le retard à l'amorçage et le temps de recouvrement.

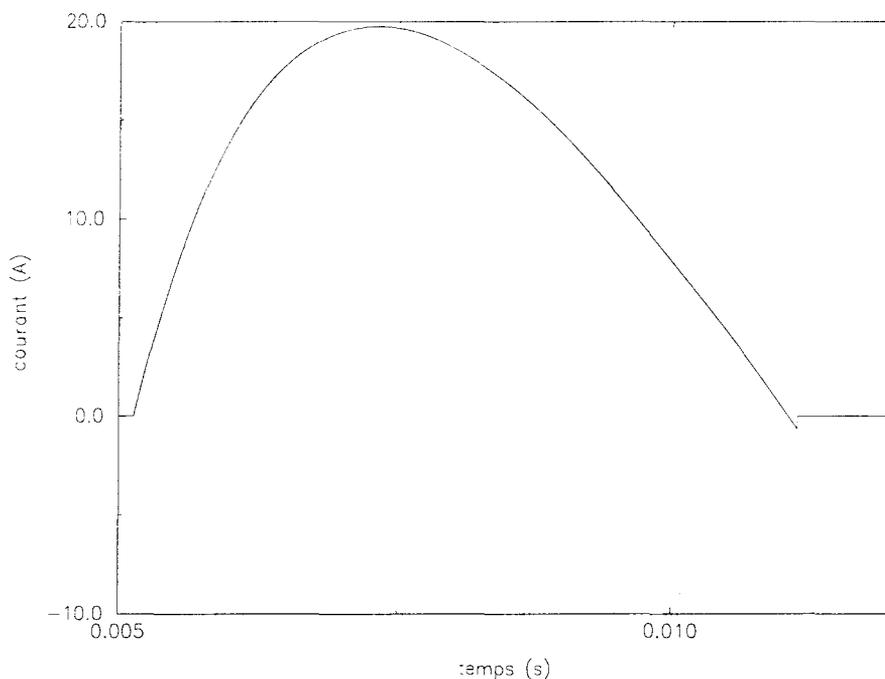


Figure 1.33 : évolution du courant avec un modèle de type Giacoletto.

1.4.2 Modélisation d'un onduleur de tension.

Nous nous sommes intéressés à une structure triphasée pouvant représenter de manière simplifiée une association convertisseur - machine. Il s'agit d'un onduleur de tension commandé en pleine onde. La charge est constituée d'un ensemble résistance - force électromotrice - inductance en série.

Le schéma électrique est donné sur la figure suivante (les interrupteurs de l'onduleur ne sont pas détaillés : ce sont des GTOs avec leur diode de roue libre en anti parallèle):

On peut noter que des résistances et des capacités ont été ajoutées : elles servent à créer un neutre fictif (cf annexe 1).

$$\begin{aligned} \text{On pose :} \quad & L_{c1} = L_{c2} = L_{c3} = L, & R_{c1} = R_{c2} = R_{c3} = R, \\ & C_{a1} = C_{a2} = C_{a3} = C_a, & R_{a1} = R_{a2} = R_{a3} = R_a. \end{aligned}$$

On obtient alors le système d'équations suivant :

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{R}{3.L} (2.p_1 - p_2 - p_3) + \frac{q_1}{C_a} - E1$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{R}{3.L} (2.p_2 - p_1 - p_3) + \frac{q_2}{C_a} - E2$$

$$\frac{dp_3}{dt} = -\frac{R}{3.L} (2.p_3 - p_1 - p_2) + \frac{q_3}{C_a} - E3$$

$$\frac{dq_1}{dt} = -\frac{q_1}{C_a} \left(\frac{mt_1^2}{R_{t1}} + \frac{mt_4^2}{R_{t4}} + \frac{1}{R_a} \right) - \frac{1}{3.L} (2.p_1 - p_2 - p_3) + V$$

$$\frac{dq_2}{dt} = -\frac{q_2}{C_a} \left(\frac{mt_2^2}{R_{t2}} + \frac{mt_5^2}{R_{t5}} + \frac{1}{R_a} \right) - \frac{1}{3.L} (2.p_2 - p_1 - p_3) + V$$

$$\frac{dq_3}{dt} = -\frac{q_3}{C_a} \left(\frac{mt_3^2}{R_{t3}} + \frac{mt_6^2}{R_{t6}} + \frac{1}{R_a} \right) - \frac{1}{3.L} (2.p_3 - p_1 - p_2) + V$$

Les p_i sont définis en annexe 1 pour un champ I, les q_i sont les charges électriques respectives dans les capacités auxiliaires.

On applique la méthode des perturbations singulières pour ne pas avoir à tenir compte des capacités auxiliaires.

On pose :

$$\frac{dq_1}{dt} = 0$$

$$\frac{dq_2}{dt} = 0$$

$$\frac{dq_3}{dt} = 0$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_a}$$

$$U_2 = \frac{q_2}{C_a}$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_a}$$

On obtient alors le système d'équations algébro - différentielles :

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{R}{3.L} (2.p_1 - p_2 - p_3) + U_1 - E1$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{R}{3.L} (2.p_2 - p_1 - p_3) + U_2 - E2$$

$$\frac{dp_3}{dt} = -\frac{R}{3.L} (2.p_3 - p_1 - p_2) + U_3 - E3$$

$$U_1 = \left(-\frac{1}{3.L} (2.p_1 - p_2 - p_3) + V \right) / \left(\frac{mt_1^2}{R_{t1}} + \frac{mt_4^2}{R_{t4}} + \frac{1}{Ra} \right)$$

$$U_2 = \left(-\frac{1}{3.L} (2.p_2 - p_1 - p_3) + V \right) / \left(\frac{mt_2^2}{R_{t2}} + \frac{mt_5^2}{R_{t5}} + \frac{1}{Ra} \right)$$

$$U_3 = \left(-\frac{1}{3.L} (2.p_3 - p_1 - p_2) + V \right) / \left(\frac{mt_3^2}{R_{t3}} + \frac{mt_6^2}{R_{t6}} + \frac{1}{Ra} \right)$$

A titre d'exemple, la figure suivante donne l'allure du courant dans une phase.

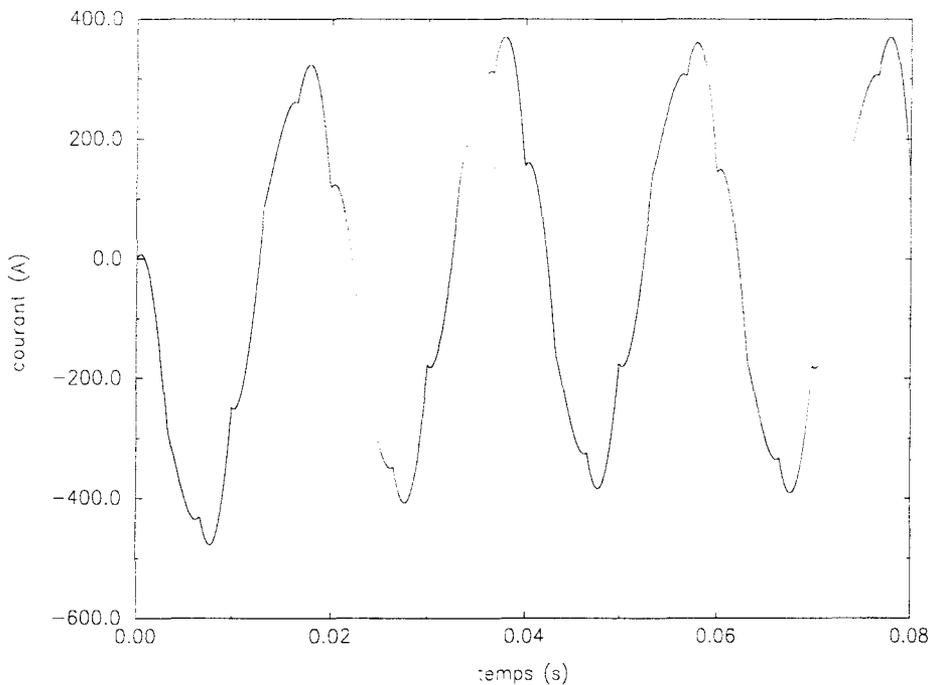


Figure 1.30 : évolution du courant dans une phase de la charge.

1.3 Conclusion sur la modélisation des interrupteurs avec les bond - graphs

Ce chapitre a montré que, malgré les difficultés liées au problème de commutation, il était possible de modéliser simplement les interrupteurs avec les bond - graphs. Cette modélisation permet, tout comme la représentation usuelle des circuits électriques, de voir la structure d'un système. Mais la richesse des bond - graphs réside aussi dans sa structure causale.

Ainsi, le modèle retenu permet d'aboutir à une équation d'état grâce à une procédure automatique qui fournit les variables d'état et la mise en équation. De plus, cette équation d'état est unique pour toutes les topologies du circuit. Un aspect important lié à l'unicité de l'équation d'état est que cette dernière autorise une étude de la commande à appliquer aux interrupteurs en vue d'optimiser un critère donné (tension, courant, puissance ...)[Abadie, Dauphin - Tanguy 93].

Ceci présente un intérêt non négligeable pour l'étude de convertisseurs complexes. En effet, il ne faut pas oublier que les bond - graphs permettent déjà en Mécanique l'analyse de systèmes complexes. Ainsi des critères existent pour analyser des systèmes à partir du schéma bond - graph [Borne *et al* 92]. On peut citer les points suivants :

- détermination de l'ordre du modèle,
- choix des actionneurs et des capteurs à mettre en oeuvre autour du système pour qu'il soit commandable et observable.

Certains problèmes numériques peuvent être aussi mis en évidence :

- les boucles causales entre éléments R se traduisent par des équations implicites et des difficultés de convergence,
- Une boucle causale entre des éléments de stockage d'énergie de même nature, qui ne passe pas par un gyrateur, implique des causalités dérivées et, ainsi, l'existence d'un modèle d'état sous forme d'équations algébros - différentielles. Cette règle peut être étendue aux éléments I (les inductances) en boucle causale avec un ensemble MTF - R décrivant un interrupteur et imposant alors un courant.

Il est possible de contourner les difficultés de simulations liées à ces modèles en introduisant des éléments (R, C, I) qui permettent de supprimer ces boucles causales. Ces éléments supplémentaires sont généralement représentatifs de phénomènes physiques négligés lors d'une première approche (capacités parasites, inductance de ligne ...)

En outre, une réflexion sur la causalité et les conflits qui en découlent permet déjà une première analyse sur la nature des commutations comme l'ont montré les exemples simples traités ici. Ce point mériterait largement d'être davantage étudié mais ne fait pas l'objet de ce travail.

Chapitre 2

Modélisation des machines électriques tournantes par les bond-graphs.

2.1 INTRODUCTION

On a montré dans le chapitre précédent la possibilité de modéliser un convertisseur alimentant un récepteur comportant des éléments passifs R, L, C et des forces électromotrices. Il est donc possible de modéliser un ensemble convertisseur - machine en utilisant un modèle très simplifié pour celle-ci : mise en série d'une inductance, d'une résistance et d'une force contre-électromotrice, ce qui a été illustré précédemment.

Ce modèle n'est pas suffisant car il ne localise pas les divers phénomènes apparaissant dans une machine électrique tournante et fige les évolutions cinématiques de ces machines. Un modèle plus localisé permet une meilleure analyse des phénomènes subtransitoires ayant lieu lors des changements d'état des composants électroniques. Ceci permet de déterminer avec une bonne précision ce que sont les formes d'ondes apparaissant aux bornes des machines, et ceci pour différentes technologies de machine et de convertisseur.

Pour étudier les phénomènes survenant dans les associations convertisseurs-machines, il existe des schémas équivalents obtenus à partir de la transformation de Park, que ce soit pour les machines synchrones ou asynchrones. L'implantation de ces modèles a été généralement faite sur des codes fermés qui permettent difficilement de coupler la partie mécanique des machines, voire thermique, avec la partie électromagnétique. De plus, ils obligent à considérer le convertisseur a priori, c'est-à-dire en déterminant à l'avance la succession des topologies.

Notre modèle bond-graph des convertisseurs, comme il a été vu précédemment, est un modèle sans a priori où l'état d'un interrupteur est déterminé en cours de simulation par sa logique propre.

Nous avons développé un modèle de machine électrique à partir de considérations énergétiques pour pouvoir le coupler aisément au modèle bond-graph des convertisseurs. Ainsi, à partir d'un langage unique, nous obtenons une représentation de l'association convertisseur-machine plus fine dont les simulations présentées dans les chapitres suivants donnent des résultats conformes aux formes d'onde classiques.

Cette approche permet de mieux quantifier les harmoniques des courants de chacune des phases de la machine ce qui est nécessaire, notamment, pour le calcul des pertes au rotor et au stator dans le modèle éléments finis.

Dans une première partie, nous exposons les considérations énergétiques qui nous ont amené au modèle de machine électrique à enroulements avec ou sans aimants.

Puis, dans une seconde partie, nous montrons comment la modélisation développée auparavant sans tenir compte des harmoniques d'espace et de la saturation des matériaux magnétiques peut être généralisée.

La troisième partie reprend les résultats obtenus dans le précédent chapitre et les premières parties pour montrer comment la méthode bond-graphs permet de simuler une association convertisseur-machine. Toutes les possibilités n'ont pas été envisagées, mais à l'aide de ce document et éventuellement des références données en bibliographie, cette étude peut être étendue à d'autres associations.

2.2 APPROCHE ENERGETIQUE DES MACHINES TOURNANTES ELECTRIQUES

La simulation des machines électriques tournantes couplées ou non à des convertisseurs de l'Electronique de Puissance revient à résoudre un ou plusieurs systèmes d'équations différentielles.

Plusieurs approches sont possibles : des méthodes avec a priori, des méthodes à topologie constante, des méthodes à topologie variable générale ou restreinte comme l'ont fait certains auteurs [Le Doeuff 81], chacune de ces méthodes ayant des avantages et des inconvénients présentées dans le premier chapitre.

Comme nous l'avons vu plus haut, l'approche bond graph est une solution élégante et évolutive pour la simulation de systèmes linéaires ou non. Dans ce travail, nous avons associé à l'utilisation de l'outil bond graph les propriétés de l'énergie et de la coénergie magnétique stockée, ces deux grandeurs permettant deux approches énergétiques caractéristiques des systèmes électromécaniques. De récents travaux ont montré les possibilités de l'approche bond-graph pour la modélisation d'une machine équivalente à deux axes en quadratures, avec une démarche énergétique [Karnopp 91] ou par une représentation du modèle de Park [Asher 91]. Nous avons choisi ici de ne pas limiter la modélisation à ce cas particulier et de considérer des enroulements ayant une disposition quelconque et pouvant recevoir un flux magnétique en provenance d'aimants permanents.

2.2.1. Rappels sur la coénergie magnétique

Dans le cas d'un actionneur ne comportant qu'un seul enroulement, les variations d'énergie peuvent être prises en compte de la façon suivante [Lesenne *et al* 81] sans tenir compte des pertes par hystérésis, et sans considérer l'aspect thermique du problème :

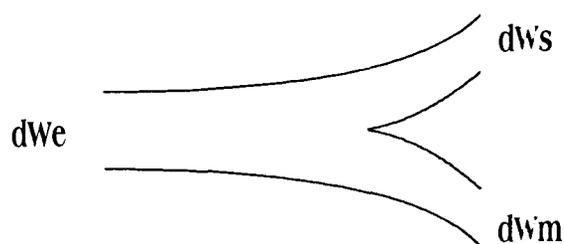


Figure 2.1: Répartition de l'énergie

$$dW_e = dW_s + dW_m$$

où :

- dW_e est la variation d'énergie électrique
- dW_s est la variation d'énergie magnétique
- dW_m est la variation d'énergie mécanique.

En appelant v la tension aux bornes de l'enroulement de résistance R , la variation de flux propre par rapport au temps est donnée par la relation suivante :

$$\frac{d\phi}{dt} = v - Ri = e \quad (2.1)$$

En multipliant par $i \, dt$, nous obtenons :

$$e \cdot i \cdot dt = i \cdot d\phi = dW_e \quad (2.2)$$

La partie mécanique étant supposée immobile, la variation d'énergie électrique se résume à :

$$dW_e = dW_s = i \cdot d\phi \quad (2.3)$$

Cette énergie élémentaire est représentée par l'aire hachurée (figure 2.2).

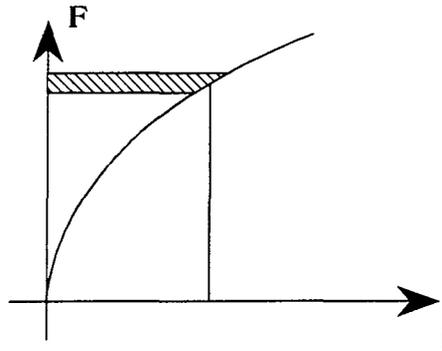


Figure 2.2 : Description de l'énergie

N.B. On suppose l'existence d'une relation univoque entre le flux total et le courant. On ne tient pas compte des phénomènes d'hystérésis. Ce modèle simplifié sera utilisé pour une première approche dans la simulation des machines électriques.

Ainsi, l'énergie magnétique totale W_s est obtenue par sommation de 0 à Φ :

$$W_s = \int_0^\Phi i \, d\phi = W_s(\Phi) \quad (2.4)$$

Sachant que la coénergie magnétique W'_s est définie à partir de l'expression :

$$W_s + W'_s = i \cdot \Phi \quad (2.5)$$

elle revient au calcul de l'intégrale suivante :

$$W'_s = \int_0^i \phi \, di = W'_s(i) \quad (2.6)$$

Différents auteurs ont montré [Lesenne *et al* 81], [Chatelain 83] que la force électromagnétique f_e est égale aux dérivées suivantes :

$$f_e = \frac{\partial W'_s(i, x)}{\partial x} = - \frac{\partial W_s(\phi, x)}{\partial x} \quad (2.7)$$

où x repère la position de la partie mobile de l'actionneur précédemment décrit.

Plus généralement, pour un système électromécanique à n enroulements, cette expression reste valable et dans le cas d'une machine électrique, le couple électromagnétique τ est donné par :

$$\tau = \frac{\partial W'_s(i_1 \dots i_n, \theta)}{\partial \theta} \quad (2.8)$$

où θ repère le déplacement angulaire de la partie mobile.

De plus, on note que pour le k ème enroulement, les expressions du courant i_k et du flux Φ_k sont données par les relations suivantes :

$$i_k = \frac{\partial W_s(\phi_1, \phi_2 \dots \phi_n, \theta)}{\partial \phi_k} \text{ et } \phi_k = \frac{\partial W'_s(i_1, \dots, i_n, \theta)}{\partial i_k} \quad (2.9)$$

Cas particulier des systèmes linéaires

Dans un système linéaire, les flux totaux et les courants sont liés par des coefficients de proportionnalité : **les inductances ne sont fonction que de la position de la partie mobile.** Ainsi dans un système à n enroulements, le flux total du k ème enroulement s'exprime par la relation :

$$\phi_k = \sum_{j=1}^n L_{kj} i_j \quad (2.10)$$

Pour une simplicité d'écriture, la notation matricielle a été adoptée :

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}; [L] = \begin{bmatrix} L_{kj} \end{bmatrix}_{\substack{1 \leq k \leq n \\ 1 \leq j \leq n}}$$

La relation (2.10) s'écrit alors plus facilement :

$$[\Phi] = [L] [i]$$

Avec ces notations, les expressions de l'énergie et de la coénergie sont :

$$W_s = \frac{1}{2} [\phi]_t [L]^{-1} [\phi] \quad (2.11)$$

$$W's = \frac{1}{2} [i]_t [L] [i] \quad (2.12)$$

De ces relations, deux expressions du couple électromagnétique τ peuvent être obtenues :

- à partir de la coénergie

$$\tau = \frac{\partial W's(i_1, \dots, i_n, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{2} [i]_t \left\{ \frac{\partial [L]}{\partial \theta} \right\} [i] \quad (2.13)$$

- à partir de l'énergie

$$\tau = - \frac{\partial W_s(\phi_1, \dots, \phi_n, \theta)}{\partial \theta} = - \frac{1}{2} [\phi]_t \left\{ \frac{\partial [L]^{-1}}{\partial \theta} \right\} [\phi] \quad (2.14)$$

Ces résultats sont classiques. Toutefois l'intérêt de cette approche est qu'elle peut être étendue aux systèmes comportant des aimants.

2.2.2. Cas des actionneurs comportant des aimants permanents.

Nous allons envisager ici un système plus complexe, comportant à la fois des enroulements et un aimant : la généralisation à plusieurs aimants pouvant se faire sans difficulté.

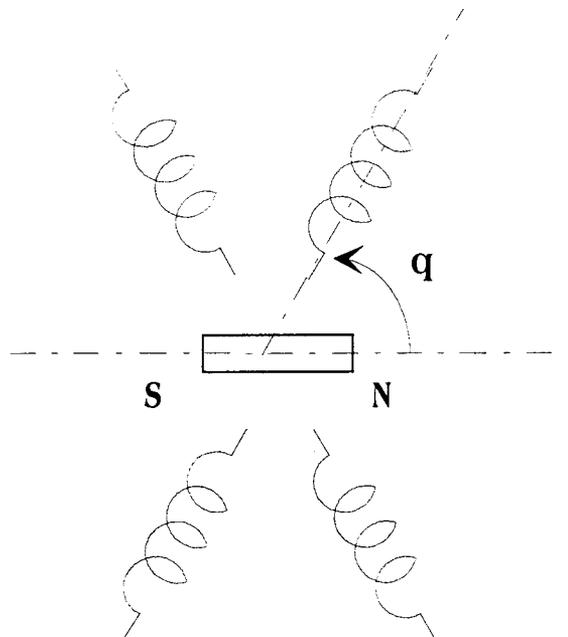


Figure 2.3: Présentation de l'actionneur à aimant

Nous supposons que le système étudié possède N enroulements et un aimant possédant un degré de liberté en rotation θ .

Si la représentation de ce système tient compte des non linéarités, le flux magnétique reçu par un bobinage est alors fonction des courants, de la position du rotor par rapport à ce bobinage, et des caractéristiques intrinsèques de l'aimant (champ coercitif, induction rémanente, courbe de désaimantation). Pour pouvoir se ramener au cas des actionneurs sans aimant, il est naturel de chercher à distinguer la contribution des bobinages de celle des aimants. Mais ceci n'est envisageable que si une superposition est possible, cela signifie en fait de travailler en pseudo linéaire, c'est-à-dire que l'état de saturation est fixé par les aimants et peu modifié par les courants.

Le flux reçu par chaque enroulement peut se diviser en deux parties : l'une provenant des enroulements et l'autre de l'aimant [Karnopp 85]. L'expression du flux Φ_k traversant le k-ième enroulement est donnée par :

$$\Phi_k = \Phi_{elec, k} (\theta, i_1 \dots i_N) + \Phi_{k, aim} (\theta) \quad (2.15)$$

où :

- $\Phi_{elec, k} (\theta, i_1 \dots i_N)$ est la contribution des bobinages électriques au flux magnétique Φ_k . Elle dépend des différents courants i_1, \dots, i_N dans ces bobinages et de la position relative θ de la partie mobile.

- $\Phi_{k, aim} (\theta)$ est la contribution de l'aimant au flux Φ_k . L'angle θ caractérise la position de la partie mobile par rapport à une référence.

De la même façon, l'énergie magnétique stockée W_s dans le système global peut être représentée comme étant la somme de trois termes : l'un provenant des bobinages électriques: $W_{s, elec}$, un autre provenant de l'aimant seul: $W_{s, aim}$ et un dernier provenant des bobinages et de l'aimant.

$$W_s = W_{s,elec} (\Phi_1 \dots \Phi_N, \theta) + W_{s, aim} (\theta) + W_{s,elec_aim} (\Phi_1, \dots, \Phi_N, \theta) \quad (2.16)$$

La coénergie magnétique W'_s définie à partir de :

$$W'_s + W_s = \sum_{k=1}^N \phi_k i_k \quad (2.17)$$

est donnée par la relation :

$$W'_s = \left(\sum_{k=1}^N \phi_k i_k \right) - W_s = \left(\sum_{k=1}^N \phi_k i_k \right) - W_{s,elec}(\phi_1, \dots, \phi_N, \theta) - W_{s,aim}(\theta) - W_{s,elec_aim}(\phi_1, \dots, \phi_N, \theta) \quad (2.18)$$

Cette relation est générale même en non linéaire et se simplifie dans le cas de systèmes linéaires.

Cas particulier des systèmes linéaires

Pour un système linéaire, la partie du flux du kième enroulement Φ_k s'exprime à partir des courants i_k et d'inductances L_{kj} précédemment introduites (relation 2.15) :

$$\phi_k = \sum_{j=1}^N L_{k,j} i_j + \phi_{\text{aim},k}(\theta)$$

La relation (2.9) permet d'écrire alors, pour chaque enroulement:

$$\frac{\partial W's}{\partial i_k} = \phi_k = \sum_{j=1}^N L_{k,j} i_j + \phi_{\text{aim},k}(\theta) \quad (2.19)$$

ce qui s'intègre en:

$$W's(i_1, \dots, i_N, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N L_{kj} i_k i_j + \sum_{k=1}^N \phi_{\text{aim},k}(\theta) \cdot i_k + W's(0, \dots, 0, \theta) \quad (2.20)$$

de la même façon avec l'énergie:

$$\frac{\partial W_s}{\partial \phi_k} = i_k = \sum_{j=1}^N \rho_{kj} (\phi_j - \phi_{\text{aim},j}(\theta)) \quad \text{où } [\rho_{kj}]_{\substack{1 \leq k \leq N \\ 1 \leq j \leq N}} = \left([L_{kj}]_{\substack{1 \leq k \leq N \\ 1 \leq j \leq N}} \right)^{-1} \quad (2.21)$$

et:

$$W_s(\phi_1, \dots, \phi_N, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{kj} \phi_k \phi_j - \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{kj} \phi_k \phi_{\text{aim},j}(\theta) + W_s(0, \dots, 0, \theta) \quad (2.22)$$

Comme l'expression des ρ_{kj} n'est pas toujours facile à connaître, l'expression suivante permet de repasser à une formulation avec les inductances:

$$W_s + W's = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N L_{k,j} i_j i_k + \sum_{k=1}^N \phi_{\text{aim},k}(\theta) \cdot i_k \quad (2.23)$$

Ceci donne:

$$W_s = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N L_{kj} i_k i_j + W's(0, \dots, 0, \theta) \quad (2.24)$$

Un exemple est donné en annexe 2 dans le cas d'un actionneur ne comportant qu'un seul enroulement et un aimant.

De ces expressions, le couple électromagnétique τ se déduit :

- à partir de la coénergie :

$$\tau = \frac{\partial W's}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial L_{kj}}{\partial \theta} i_k i_j + \sum_{k=1}^N \frac{\partial \phi_{aim,k}(\theta)}{\partial \theta} i_k + \frac{\partial W_{s,aim}(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.25)$$

- à partir de l'énergie :

$$\tau = -\frac{\partial W_s}{\partial \theta} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial \rho_{kj}}{\partial \theta} i_k i_j - \frac{\partial W_{s,aim}(\theta)}{\partial \theta} + \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial \rho_{kj}}{\partial \theta} \phi_k \phi_{aim,j}(\theta) + \rho_{kj} \phi_k \frac{\partial \phi_{aim,j}(\theta)}{\partial \theta} \right) \quad (2.26)$$

Ces relations seront utilisées dans la suite de notre travail caractérisant les machines électriques tournantes. Une approche similaire permettant de traiter la saturation est envisageable en définissant des inductances équivalentes saturées [Piriou 84], [Lemaire - Semail *et al* 91] ou en redéfinissant des inductances pour les régimes saturés comme il sera vu dans le dernier paragraphe de ce chapitre.

2.3. Présentation de l'association bond-graph - énergie - coénergie

Plusieurs méthodes de représentation des machines électriques sont possibles avec les bond-graphs, en décrivant la machine par un réseau de réluctances, par exemple [Delforge, Lemaire-Semail 94]. Un travail important pourrait être fait dans ce domaine.

Une approche énergétique des machines électriques est tout à fait dans l'esprit de la modélisation bond-graph. Dans les deux cas, on raisonne en termes d'échanges de puissance ou d'énergie. De plus, l'énergie et la coénergie magnétique sont des fonctions d'état caractéristiques d'un système magnétique. L'utilisation de l'une ou l'autre de ces fonctions est tout à fait équivalente pour décrire l'état magnétique.

Une différence apparaît néanmoins dans le choix de l'une de ces fonctions d'état, l'énergie magnétique dépend des différents flux propres des bobinages alors que la coénergie est une fonction des courants qui traversent chacun des enroulements. Il en résulte que le choix de l'énergie ou de la coénergie implique un choix de grandeurs pour décrire le système.

En d'autres termes si l'on travaille avec la coénergie connaissant les courants, il est possible de déterminer l'état magnétique du système. Inversement, si l'on travaille avec l'énergie, ce seront les flux qui caractériseront le système : dans le cas d'une machine électrique où les courants sont des grandeurs d'entrée, il sera plus aisé de travailler avec la coénergie. Pour cette raison, nous avons choisi de décrire nos systèmes électromagnétiques à partir de la coénergie pour pouvoir calculer les différents paramètres intervenant dans les relations précédentes.

D'après ces considérations, le couple électromagnétique τ est exprimé par la relation (2.25) :

$$\tau = \frac{\partial W'_s}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial L_{kj}}{\partial \theta} i_k i_j + \sum_{k=1}^N \frac{\partial \phi_{\text{aim},k}(\theta)}{\partial \theta} i_k - \frac{\partial W_{s,\text{aim}}(\theta)}{\partial \theta}$$

soit :

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

où :

τ_1 caractérise l'interaction des différents bobinages entre eux et avec la géométrie de l'actionneur. τ_2 représente l'interaction entre l'aimant et les bobinages, tandis que τ_3 représente l'action de l'aimant sur la géométrie de l'actionneur (couple réluctant). Les différents termes du couple électromagnétique s'ajoutent, or en mécanique de rotation, le couple correspond à un effort en bond-graph et l'élément standard qui permet de sommer des efforts est une jonction 1. Donc, pour la partie mécanique, les liens correspondant à chacun des termes du couple doivent aboutir sur une jonction 1. Ce type de jonction est aussi caractérisé par le fait que tous les liens s'y afférant ont le même flux, au sens bond-graph, ici, la même vitesse de rotation. En définissant des composantes du couple électromagnétique, on a donc défini pour une même vitesse de rotation, des composantes de puissance mécanique. Il

faut alors leur faire correspondre une certaine puissance électrique, c'est-à-dire relier les couples précédents à des tensions et des courants.

De la même façon, le flux Φ_k qui traverse le k ème enroulement peut être relié à la coénergie par :

$$\phi_k = \frac{\partial W's}{\partial i_k} = \sum_{j=1}^N L_{kj}(\theta) i_j + \phi_{aim,k}(\theta) = \phi_{elec,k}(\theta) + \phi_{aim,k}(\theta)$$

On retrouve bien évidemment la relation (2.15).

La tension qui apparaît aux bornes de cet enroulement peut s'écrire :

$$e_k = \frac{d\phi_k}{dt} = \frac{d\phi_{elec,k}}{dt} + \frac{\partial\phi_{aim,k}(\theta)}{\partial\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \epsilon_{k1} + \epsilon_{k2} \quad (2.27)$$

2.3.1. Modélisation de l'interaction des bobinages entre eux.

Le terme ϵ_{k1} peut être détaillé et écrit :

$$\epsilon_{k1} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial L_{kj}}{\partial\theta} \frac{d\theta}{dt} i_j + \sum_{j=1}^N L_{kj} \frac{di_j}{dt} \quad (2.28)$$

L'étude des différents termes composant les expressions des tensions ou des couples montre que plusieurs types d'interactions doivent être pris en compte dans le schéma bond-graph.

L'interaction des bobinages entre eux se retrouve dans l'expression du couple par τ_1 et dans l'expression des tensions par ϵ_{k1} .

La tension ϵ_{k1} qui apparaît aux bornes du k ème bobinage est caractéristique d'un réseau d'inductances déformables comme le montre la relation (2.28). Pour un système d'inductances fixes, la description d'un schéma bond-graph se ferait avec un champ I pour tenir compte des différentes inductances mutuelles.

Ici, les relations caractérisant ce système dépendent de θ . Cet angle est une grandeur d'état de la partie mécanique. En effet, en mécanique de rotation, les bond-graphs identifient le couple comme un effort et la vitesse de rotation comme un flux. θ est homogène à l'intégrale d'un flux ce qui en fait une variable d'énergie et par la même, une grandeur d'état du système.

Pour inclure dans la représentation bond-graph le fait que les inductances dépendent de la position θ , le système est représenté par un champ I - C car un élément de stockage d'énergie fonction de l'intégrale d'un flux est assimilable à un élément C.

De plus, comme le montre le terme τ_1 , la déformation relative des bobinages entre eux crée un couple, qui correspond à la variable bond - graph effort en mécanique de rotation.

Cette interaction sera donc représentée par :

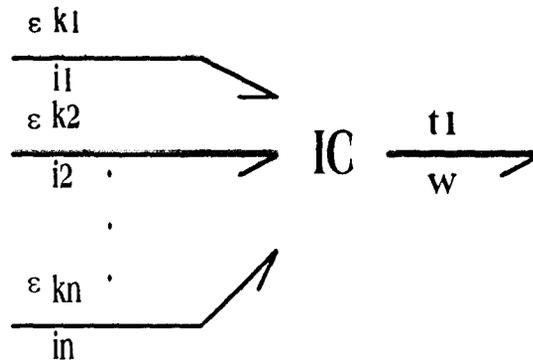


Figure 2.4 : Représentation bond-graph de l'interaction des bobinages entre eux

où $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Par exemple, cette modélisation seule peut se rencontrer pour une machine asynchrone à rotor bobiné, pour une machine synchrone à inducteur bobiné ou pour tout autre type de machines tournantes ne comportant pas d'aimant. L'approche de Karnopp se limitait à un seul enroulement ; elle est généralisée ici à un système comportant plusieurs enroulements.

2.3.2. Modélisation de l'interaction bobinages - aimant

L'interaction entre les bobinages et l'aimant est illustrée par les termes ϵk_2 et τ_2 .

Le deuxième terme τ_2 fait apparaître le produit de $\frac{\partial \phi_{aim,k}(\theta)}{\partial \theta} i_k$. i_k correspond à la variable "flux" en représentation bond-graph des systèmes en électricité. Son analogue ϵk_2 relie le même facteur à $d\theta / dt$ qui correspond à la variable flux en mécanique de rotation. Dans chacun de ces domaines physiques un effort, en variable bond - graph, est représenté par un produit d'un module par un flux, en variable bond - graph. Cette relation peut être représentée par des gyrateurs modulés (leur module n'étant pas constant) reliant les parties mécanique et électrique grâce à un terme magnétique pour chaque enroulement :

$$\frac{\partial \phi_{aim,k}(\theta)}{\partial \theta}$$

Pour le k ème enroulement, cette interaction se traduit sur le schéma bond-graph par :

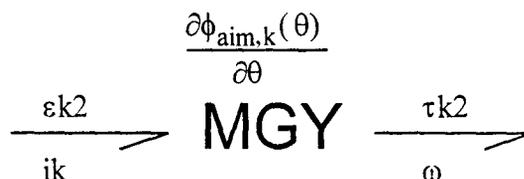


Figure 2.5 : représentation bond-graph de l'interaction bobinages - aimant

où τ_{k2} est la contribution du k-ième enroulement au terme τ_2 .

Ce type de modélisation peut se rencontrer dans une machine synchrone à aimants sans enroulement amortisseur.

2.3.3. Modélisation de l'interaction entre un aimant et le reste de la structure.

Le terme τ_3 représente un couple, donc un effort en mécanique de rotation, fonction de θ : l'intégrale de ω le flux dans le même domaine physique : c'est une loi générique d'élément C.

2.3.4. Représentation finale.

La représentation globale bond graph d'un actionneur de ce type est alors (pour N, le nombre d'enroulements pris égal à 3) :

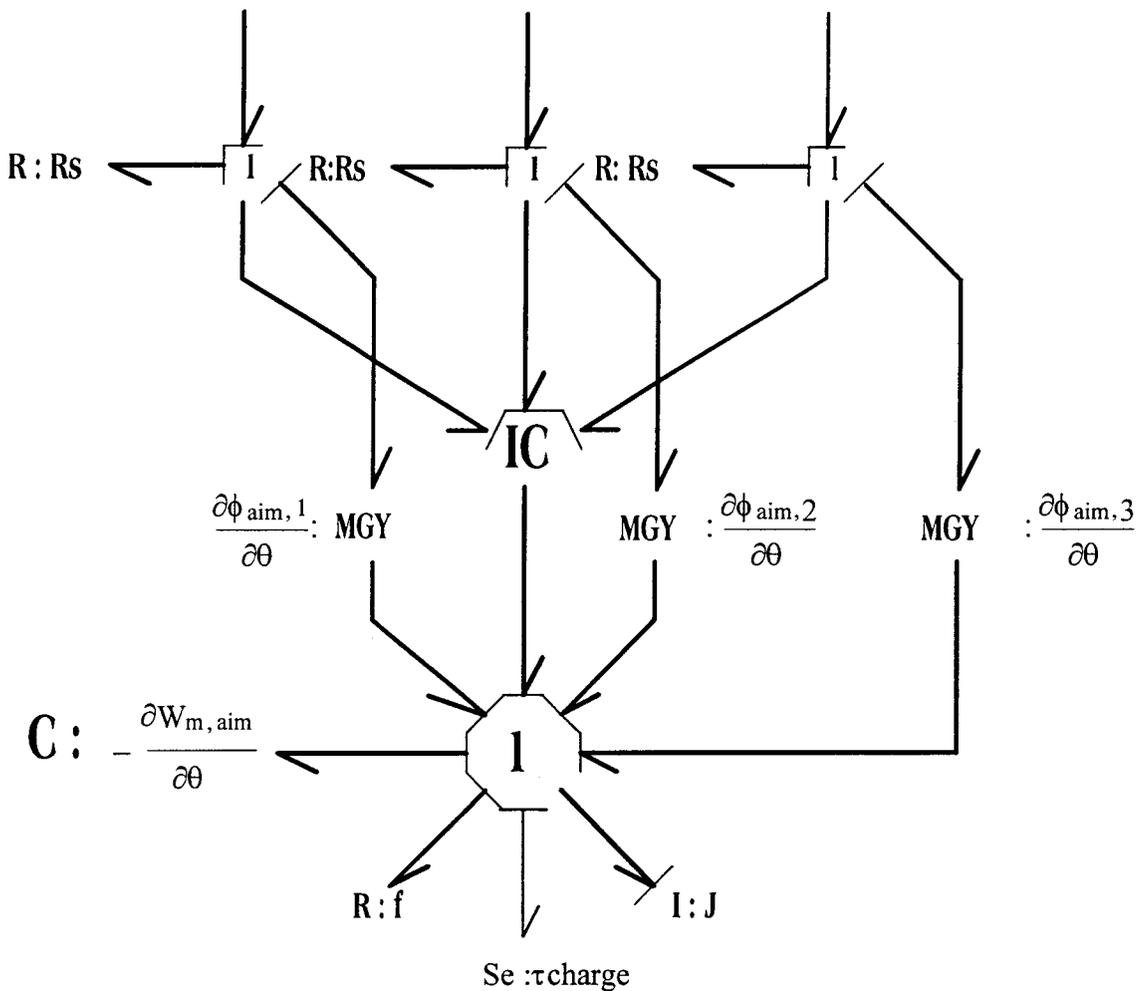


Figure 2.6: Représentation bond-graph d'une machine électrique tournante

où : R_s est la résistance d'un enroulement,
 IC est le champ caractérisant l'interaction des bobinages entre eux,
 C représente l'interaction de l'aimant avec le reste de la structure,
 f est le frottement visqueux de la partie mobile,
 J est l'inertie de la partie mobile,
 τ_{charge} est le couple de charge.

Remarque :

Si le choix de la fonction d'état avait été l'énergie magnétique, le terme en : $\frac{\partial \phi_{aim,k}(\theta)}{\partial \theta}$

n'aurait pas pu figurer dans le schéma bond graph sous la forme d'un gyrateur modulé. En effet, le couple τ donné par l'expression suivante :

$$\tau = -\frac{\partial W_s}{\partial \theta} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial \rho_{kj}}{\partial \theta} i_k i_j - \frac{\partial W_{s,aim}(\theta)}{\partial \theta} + \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial \rho_{kj}}{\partial \theta} \phi_k \phi_{aim,j}(\theta) + \rho_{kj} \phi_k \frac{\partial \phi_{aim,j}(\theta)}{\partial \theta} \right)$$

ne fait plus apparaître d'expression commune en $\phi_{aim,k}(\theta)$ entre le domaine électrique et le domaine mécanique. La représentation aurait été alors un champ IC comportant aussi l'interaction avec l'aimant. La représentation choisie basée sur la coénergie magnétique permet, elle, de faire apparaître distinctement cette interaction et ainsi de différencier les différents types de machines présentant ou non des aimants permanents.

Les lois génériques de ce champ relient les tensions aux courants et le couple électromagnétique aux courants par les relations matricielles :

$$[i] = [L]^{-1} \int [e] dt$$

$$\tau = \frac{1}{2} [i]_t \frac{\partial [L]}{\partial \theta} [i] \quad (\text{équation 2.13})$$

Le choix de ces expressions pour décrire le champ IC soulève plusieurs remarques. L'expression du couple est donnée en fonction des courants et des inductances car c'est la forme la plus répandue dans la littérature d'une part et d'autre part, la formulation à partir des flux fait intervenir :

$$\frac{\partial [L^{-1}(\theta)]}{\partial \theta}$$

Or l'expression de $(\partial L / \partial \theta)$ peut être connue analytiquement beaucoup plus facilement que $\frac{\partial L^{-1}}{\partial \theta}$, celle qui apparaîtrait dans une formulation du couple à partir des flux magnétiques (équation de 2.14).

Nous avons choisi de travailler avec cette approche, plus simple pour la simulation tout en restant conforme à notre approche basée sur la coénergie magnétique d'où est tirée l'expression du couple.

En toute rigueur pour ne travailler qu'à partir de la coénergie, nous aurions dû écrire :

$$[e] = \frac{d}{dt}([L][i])$$

exprimant ainsi les tensions à partir des courants. Mais lorsque cela est possible, les relations sont écrites de telle manière qu'il n'y ait plus de dérivation, pour des problèmes de résolution numérique. Il est en effet plus facile du point de vue numérique d'intégrer que de dériver, les dérivations entraînant une moins grande stabilité des algorithmes de simulation.

La matrice de proportionnalité entre les flux magnétiques des bobinages et les courants qui les traversent intervient sous la forme de son inverse car la causalité intégrale a été choisie.

La causalité dérivée n'a pas été choisie à cause des logiciels de simulation utilisés pour ces premières investigations [Tutsim 90]. Mais, il apparaît, avec d'autres solveurs comme ESACAP [Stangerup 91], ayant des méthodes d'intégrations plus robustes, que cette approche pourrait être plus intéressante, car elle ne nécessite pas d'inverser la matrice [L]. Néanmoins, des résultats, exposés ici, ont été obtenus avec la causalité intégrale.

Le choix de cette causalité impose la détermination de L^{-1} à chaque pas de calcul, L^{-1} dépendant de θ . Pour obtenir des simulations plus rapides, deux solutions sont possibles :

- la première consiste à utiliser un des logiciels de calcul formel actuellement sur le marché (Mathematica, Maple...) pour inverser formellement la matrice [L]. Il ne reste alors qu'à calculer la valeur numérique de $[L]^{-1}$ à chaque pas de calcul.
- une autre méthode consiste à utiliser une transformation pour supprimer la dépendance angulaire et se ramener à une disposition plus simple du bobinage.

2.3.5 Modification du champ IC par une transformation

Il est intéressant, dès que le rotor ou le stator comportent plus de deux enroulements chacun, de travailler avec une transformation $T(\theta)$ [Karnopp 91] pour se ramener à un bobinage placé sur des axes en quadrature. On pose alors :

$$[\Lambda] = [T(\theta)] \cdot [\Phi] \quad (2.29)$$

$$[I] = [T(\theta)] \cdot [i] \quad (2.30)$$

$$[E] = [T(\theta)] \cdot [e] \quad (2.31)$$

où $[\Lambda]$, $[I]$, $[E]$ sont les grandeurs transformées.

L'usage de transformations est très courant en Electrotechnique pour simplifier l'étude des machines tournantes. [Chatelain 83], [Lesenne *et al* 81]. La plus utilisée est celle de Park. Pour faire apparaître cette transformation, Karnopp utilise un élément bond-graph spécial nommé MTF multi-port ou encore MTF de rotation à cause du rôle joué par l'angle θ [Karnopp 69] (figure 2.7). Tout comme les champs, un MTF multi-port se distingue d'un MTF standard par une relation matricielle entre ses entrées et ses sorties. Son module est donc une matrice et non plus un scalaire. La conservation de puissance impose des restrictions sur la matrice $[T (\theta)]$ de transformation :

$$[T (\theta)] \times [T (\theta)]_t = I_d \quad \text{où } I_d \text{ est la matrice unité.}$$

Cette condition est généralement remplie par les transformations usuelles en Electrotechnique. Cela peut être la transformation de Park ou tout autre transformation comme celle de Clark, Ku ou Fortescue par exemple [Lesenne *et al* 81]. Cette transformation se représente donc par :

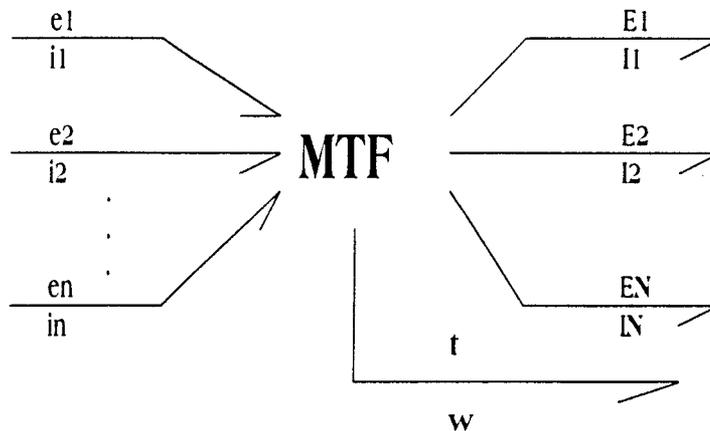


Figure 2.7 : Représentation bond-graph d'une transformation

Il faut noter que la transformation a pour objectif de supprimer la dépendance en θ des inductances. Ainsi le couple électromagnétique ne peut plus être calculé comme dans l'expression (2.13) à partir des nouvelles inductances après transformation. C'est pourquoi un lien spécial sortant du MTF doit assurer le couplage avec la partie mécanique. Par conséquent le module matriciel de cet élément ne peut pas être constitué simplement de la matrice de transformation $[T (\theta)]$. Nous allons donc chercher à exprimer cette nouvelle matrice.

On va chercher à relier les grandeurs d'entrée du nouveau modèle : c'est-à-dire les tensions réelles et la vitesse de rotation, aux grandeurs de sortie qui sont les dérivées temporelles des flux magnétiques transformés (relation 2.31). En bond graph, une variable de puissance possède toujours une variable complémentaire qui lui est associée. Ici, les grandeurs précédemment citées disposent aussi de variables complémentaires qui doivent être reliées entre elles de la même façon. Il s'agit alors, des courants réels et transformés et du couple électromagnétique.

$$[\wedge] = [T (\theta)] \cdot [\Phi] \quad (2.29)$$

$$[I] = [T (\theta)] \cdot [i] \quad (2.30)$$

$$[E] = [T (\theta)] \cdot [e] \quad (2.31)$$

En dérivant l'équation (2.29), une relation matricielle lie les tensions transformées à la vitesse de rotation et aux tensions réelles :

$$\frac{d[\Lambda]}{dt} = \left[[T(\theta)] \left| \frac{d[T(\theta)]}{d\theta} \cdot [\phi] \right. \right] \cdot \begin{bmatrix} \frac{d[\phi]}{dt} \\ \hline \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Il faut vérifier alors que la matrice de transformation obtenue permet aussi de passer des courants transformés aux courants et au couple réel.

En effectuant un bilan de puissance sur le schéma de la figure 2.7 sachant que notre nouveau modèle doit présenter le même bilan de puissance, on obtient :

$$[i]_t \cdot \frac{d[\phi]}{dt} = [I]_t \cdot \frac{d[\Lambda]}{dt} + \tau \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (2.33)$$

car l'élément MTF est conservatif de puissance.

En tenant compte de la relation (2.33), on remarque que :

$$[I]_t \cdot \frac{d[\Lambda]}{dt} = [I]_t \cdot [T(\theta)] \cdot \frac{d[\phi]}{dt} + [I]_t \cdot \frac{d[T(\theta)]}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot [\phi] \quad (2.34)$$

or :

$$[I]_t \cdot [T(\theta)] = \left[[T(\theta)]_t \cdot [I] \right]_t = [i]_t \quad (2.35)$$

ce qui donne en remplaçant dans l'équation 2.33 :

$$-\tau = [I]_t \cdot \frac{d[T(\theta)]}{d\theta} \cdot [\phi] \quad (2.36)$$

Cette relation peut se traduire matriciellement par :

$$\begin{bmatrix} [T(\theta)]_t \\ \hline [\phi]_t \cdot \frac{d[T(\theta)]_t}{d\theta} \end{bmatrix} \cdot [I] = \begin{bmatrix} i \\ \hline -\tau \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

On retrouve la matrice de passage des nouvelles tensions vers les anciennes et vers la vitesse de rotation. Cette matrice est constituée de deux sous matrices :

$$[M1] = [T(\theta)]$$

$$[M2] = \frac{d[T(\theta)]}{dt} [\phi]$$

Cette relation matricielle associée à la relation 2.32 permet de définir d'une part, une relation entre les efforts d'entrée (les tensions d'entrée réelles [e]) et les efforts de sortie (les tensions transformées [E]) avec [M1] et d'autre part, une relation entre un flux d'entrée (la vitesse de rotation) et les efforts de sortie (les tensions liées à la variation temporelle de la transformation : forces électromotrices de déplacement) avec [M2]. Dans le premier cas, la relation est celle d'un transformateur multi port, dans le second cas celle d'un gyrateur modulé multi port.

La figure 2.7 représente le MTF multiport mais sans causalité. En se reportant à ce qui a été vu plus haut sur le champ IC, cette transformation ne devant pas changer le sens des causalités, il est logique de conserver les mêmes grandeurs d'entrée et de sortie par domaine physique. Ainsi, pour la partie électrique, la variable bond - graph flux (c'est à dire le courant) doit être une sortie du MTF et pour la partie mécanique de rotation, la variable bond - graph effort (c'est à dire le couple électromagnétique) doit être une sortie.

En conservant les causalités du champ I C, le schéma bond-graph complet de cette transformation est alors donné par :

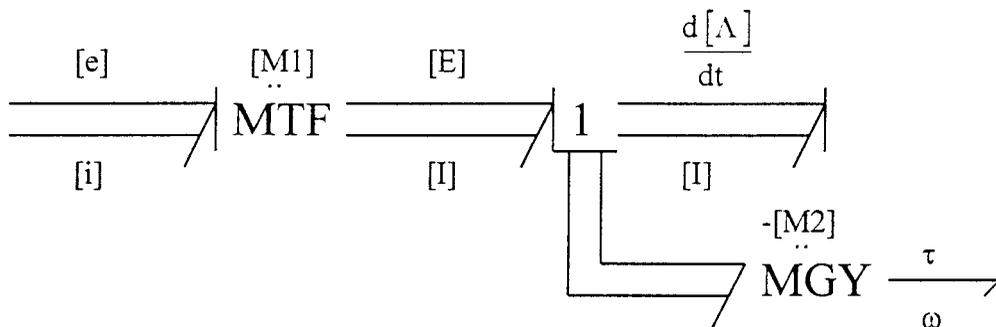


Figure 2.8 : Bond-graph de la transformation avec sa causalité

Ce choix de causalité implique que les tensions $d[\Lambda] / dt$ sont des sorties. Par conséquent, l'expression (2.32) est conservée. Il en va de même pour l'expression (2.36) avec le couple électromagnétique.

Comme il a été souligné plus haut, l'emploi d'une transformation fournit une nouvelle matrice d'inductances. Les variables [I] et [Λ] sont reliées par :

$$[\Lambda] = [L_0] \cdot [I]$$

où :

$$[L_0] = [T(\theta)] [L(\theta)] [T(\theta)]^t$$

Les transformations habituellement utilisées transforment la machine en une machine équivalente à deux axes perpendiculaires supprimant ainsi la dépendance angulaire des mutuelles inductances entre le stator et le rotor. De plus, $[L]$ n'étant pas toujours inversible, la transformation à deux axes permet d'obtenir généralement une matrice régulière.

La matrice $[L_0]$ est assez aisément inversible, le schéma bond-graph de la machine électrique devient dans ce cas :

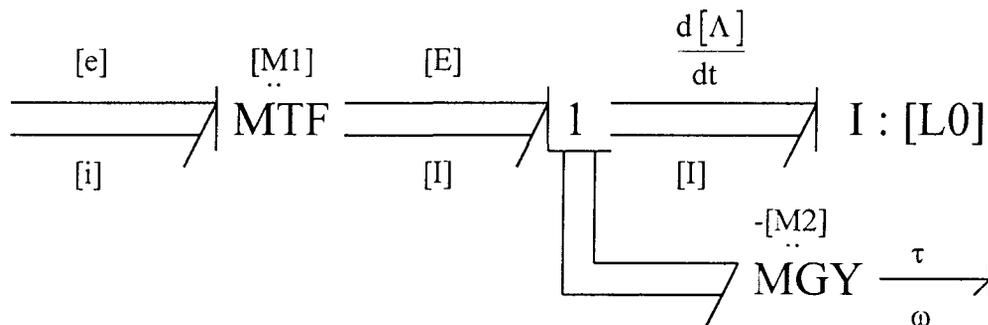


Figure 2.9 : Bond-graph d'une machine électrique sans aimant avec une transformation

CONCLUSION

De ces remarques, pour modéliser une machine tournante à N enroulements par les bond-graphs, il est nécessaire de connaître les différentes valeurs des inductances présentes dans le système électrique.

De plus, si la machine comporte des aimants au rotor, il est nécessaire de connaître le flux magnétique capté par ces bobinages en fonction de la position du rotor par rapport au stator.

En outre, si la matrice $[L]$ obtenue n'est pas facilement inversible ou si on ne dispose pas d'outil de calcul formel, il faut choisir une transformation $[T(\theta)]$ permettant de travailler sur une machine équivalente où la matrice d'inductance transformée $[L_0]$ obtenue est plus facilement inversible. De plus, si le solveur le permet, on peut travailler en causalité dérivée, alors l'inversion de matrice n'est plus nécessaire et il est possible de travailler avec une matrice inductances plus complexe prenant en compte les harmoniques d'espace par exemple.

Un exemple de modélisation est donnée en annexe 3 pour une machine asynchrone à cage.

2.4 PRESENTATION D'UNE PRISE EN COMPTE POSSIBLE DE LA SATURATION.

De nombreux modèles existent dans la littérature pour tenir compte de la saturation des machines électriques tournantes. Ces approches sont généralement spécifiques et on trouve des modèles pour les machines synchrones [Garrido *et al* 80], [Garrido, Matagne 80], [Iglesias *et al* 92], [Robert, Dumont 80] [Pierrat *et al* 91] et pour les machines asynchrones [Vas, Alakula 90], [Brown *et al* 83].

Nous avons retenu ici une approche plus générale [Von der Embse 68] qui permet d'étendre la modélisation présentée plus haut au traitement de la saturation.

2.4.1 Analyse de l'influence de la saturation.

La saturation se traduit au niveau du modèle par une dépendance non linéaire des flux par rapport aux courants. Ceci a pour conséquence de remettre en cause la notion d'inductance. Une démarche peut consister à redéfinir ces paramètres en fonction du régime de fonctionnement et de définir ainsi des inductances équivalentes saturées [Piriou 84] [Lemaire-Semail *et al* 91]. Nous avons choisi ici une définition à partir de la coénergie magnétique stockée.

Si l'on reconsidère le dispositif de la figure 2.3 comportant des bobinages et un aimant mais en tenant compte alors de la saturation, les relations (2.8) et (2.9) restent valables.

$$\tau = \frac{\partial W'_s(i_1, \dots, i_n, \theta)}{\partial \theta}$$

$$\phi_k = \frac{\partial W'_s(i_1, \dots, i_n, \theta)}{\partial i_k}$$

Mais on ne peut plus décomposer le flux magnétique capté par un bobinage en un flux magnétique provenant des aimants et un flux magnétique issu des courants. Nous supposons ici que les aimants ne peuvent pas se désaimanter. Par conséquent leur flux devient un paramètre du modèle.

En outre, la coénergie est supposée pouvoir s'écrire comme une fonction quadratique des courants :

$$W'_s = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N L_{kj} \cdot i_k \cdot i_j + \sum_{k=1}^N \lambda_k \cdot i_k + W'_{so} \quad (2.38)$$

Les paramètres de cette expression : L_{kj} , λ_k , W' so dépendent a priori des courants et de la position de l'aimant par rapport aux bobinages.

Pour garder un modèle cohérent entre les cas linéaire et non linéaire, nous posons, pour chaque enroulement :

$$\phi_k = \sum_{j=1}^N L_{kj} \cdot i_j + \lambda_k \quad (2.39)$$

et :

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial i_m} = L_{km} \quad (2.40)$$

Pour que les relations (2.38) et (2.39) soient vraies, il est nécessaire que :

$$\text{pour tout } k : \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial L_{mj}}{\partial i_k} \cdot i_m \cdot i_j + \sum_{m=1}^N \frac{\partial \lambda_m}{\partial i_k} \cdot i_m = - \frac{\partial W'_{so}}{\partial i_k} \quad (2.41)$$

$$\text{pour tout } k \text{ et pour tout } m : \sum_{j=1}^N \frac{\partial L_{kj}}{\partial i_m} \cdot i_j = - \frac{\partial \lambda_k}{\partial i_m} \quad (2.42)$$

En tenant compte de l'expression (2.42), la relation (2.41) devient :

$$\frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial L_{mj}}{\partial i_k} \cdot i_m \cdot i_j = \frac{\partial W'_{so}}{\partial i_k} \quad (2.43)$$

Ces deux relations permettent donc d'exprimer un modèle non linéaire à partir du bond-graph obtenu pour des lois de comportement magnétique linéaires. La difficulté réside alors dans l'expression des paramètres introduits pour décrire la coénergie magnétique stockée.

En négligeant les harmoniques d'espace, on peut se ramener à un modèle à deux axes où les paramètres sont fonctions d'un courant magnétisant défini à partir des courants sur les axes en quadratures [Garrido, Matagne 80], [Robert *et al* 80].

2.5 CONCLUSION SUR LA REPRESENTATION DES MACHINES ELECTRIQUES TOURNANTES.

Ce chapitre a montré les possibilités offertes par les bond-graphs pour représenter les machines électriques tournantes. A partir de considérations énergétiques, ce type de dispositif est intégré dans la modélisation bond-graph. Plusieurs représentations sont possibles suivant le degré de précision recherché et les phénomènes analysés (harmoniques d'espace, saturation, effet de peau ...).

Mais comme précédemment pour les convertisseurs de l'électronique de puissance, la modélisation choisie nécessite une méthode d'intégration temporelle adaptée. En effet, si l'on désire tenir compte des harmoniques d'espace, la matrice des inductances caractérisant la machine devient très difficile à inverser et interdit de travailler avec une transformation de type Park. Dans ce cas, une méthode d'intégration explicite est à exclure.

De la même façon, si l'on s'intéresse à la saturation, les différents paramètres sont fonction des courants ce qui impose de travailler en causalité dérivée. De plus, cette affectation de la causalité simplifie la détermination de ces paramètres car il est plus facile de les caractériser en fonction des courants qu'en fonction des flux magnétiques captés par les bobinages.

Cependant une analyse classique sans saturation ni harmoniques d'espace est toujours possible et peut se faire avec une méthode d'intégration temporelle explicite.

Le chapitre suivant va présenter une application de la modélisation par bond-graphs des ensembles convertisseurs-machines.

chapitre 3

Modélisation d'un moteur à grande vitesse à aimants permanents

3.1 INTRODUCTION

Des études antérieures ont montré la complexité du calcul des pertes électromagnétiques dans les machines tournantes, mais aussi la possibilité, à l'aide de certaines hypothèses, d'obtenir une estimation de ces pertes [Ballay 90], [Ballay 91]. Il est impossible aujourd'hui de prendre en compte tous les phénomènes contribuant aux pertes dans une machine à grande vitesse. Si l'on ne s'intéresse qu'aux pertes d'origine électromagnétique, on peut distinguer deux grandes sources de pertes : les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault.

Même si les pertes liées aux champs tournants sont difficiles à évaluer, une estimation correcte peut être obtenue dans les paquets de tôles et sous des inductions non sinusoïdales [Fiorillo, Novikov 90].

Dans les parties massives, on peut considérer que les pertes par courants de Foucault sont prépondérantes. Ces pertes par courants de Foucault sont des pertes ohmiques donc aisément calculables à une fréquence donnée. Mais ce type de machine a besoin d'une alimentation par un convertisseur de l'Electronique de Puissance pour atteindre des fréquences élevées. Cette alimentation non sinusoïdale génère des harmoniques qui créent des pertes supplémentaires. Un calcul rigoureux devrait inclure toutes les particularités de l'association convertisseur-machine étudiée. Un moyen précis de calcul de pertes serait d'effectuer une résolution en pas à pas dans le temps sur un modèle éléments finis incluant l'hystérésis des matériaux et l'alimentation par le convertisseur en amont! Les codes actuels sont encore loin de permettre autant de raffinement.

Une solution est proposée dans la littérature en dissociant la machine de son convertisseur. Ainsi les harmoniques des courants nécessaires à l'estimation des pertes sont obtenus sur un modèle macroscopique [Ballay 91]. Puis ces résultats sont utilisés dans un modèle éléments finis, en régime permanent sinusoïdal, pour l'obtention des pertes par courants de Foucault correspondant à chaque rang d'harmonique. Les pertes fer totales sont le résultat de la série ainsi obtenue. Les pertes dans les bobinages peuvent être obtenues sans passer par la résolution d'un modèle éléments finis.

Ce chapitre ne reprend pas les discussions théoriques des documents cités dans la littérature, mais se contente de les appliquer au cas d'un moteur synchrone à aimants 100 kW, 48000 tr/mn, alimenté par un onduleur de tension en pleine onde. Dans le cas d'une alimentation en tension, l'allure des courants de phase n'est pas trapézoïdale, ce que l'on rencontre pour une alimentation en courant, et donc, l'amplitude des harmoniques ne suit pas une loi en $1/(6.k \pm 1)$. Pour connaître leur répartition, l'ensemble convertisseur-machine a été modélisé à l'aide de la méthode des bond-graphs. La simulation, effectuée sur le code ESACAP [Stangerup 91], a permis d'obtenir les harmoniques de courant désirés.

Puis, la résolution sur FLUX2D, en régime permanent sinusoïdal, a donné les pertes par courants de Foucault induites dans les matériaux massifs, correspondant aux harmoniques de courant précédemment calculés. Les autres pertes électriques ont été aussi calculées et une estimation globale des pertes a pu être finalement donnée.

3.2 Présentation du moteur.

Il s'agit d'une machine synchrone bipolaire à aimants de 100kW, 48000 tr/mn. Les caractéristiques précises restent confidentielles. Le régime nominal est donné par :

$$U=250 \text{ Veff entre phases}$$

$$I=266 \text{ A}$$

$$f=800 \text{ Hz}$$

$$\cos \phi = 0.91$$

La machine comporte une cage d'amortisseurs constituée d'une plaque d'un alliage de cuivre fendue pour créer des conducteurs axiaux et soudées aux extrémités pour former un anneau de court-circuit. Les aimants sont en Samarium-Cobalt et ont une induction rémanente de 1,05 T. La figure 3.2 représente la géométrie utilisée pour le modèle éléments finis. Pour un moteur à grande vitesse, la présentation ne serait pas complète si le convertisseur n'était pas cité. Ici, il s'agira d'un onduleur de tension à GTOs (figure 3.1).

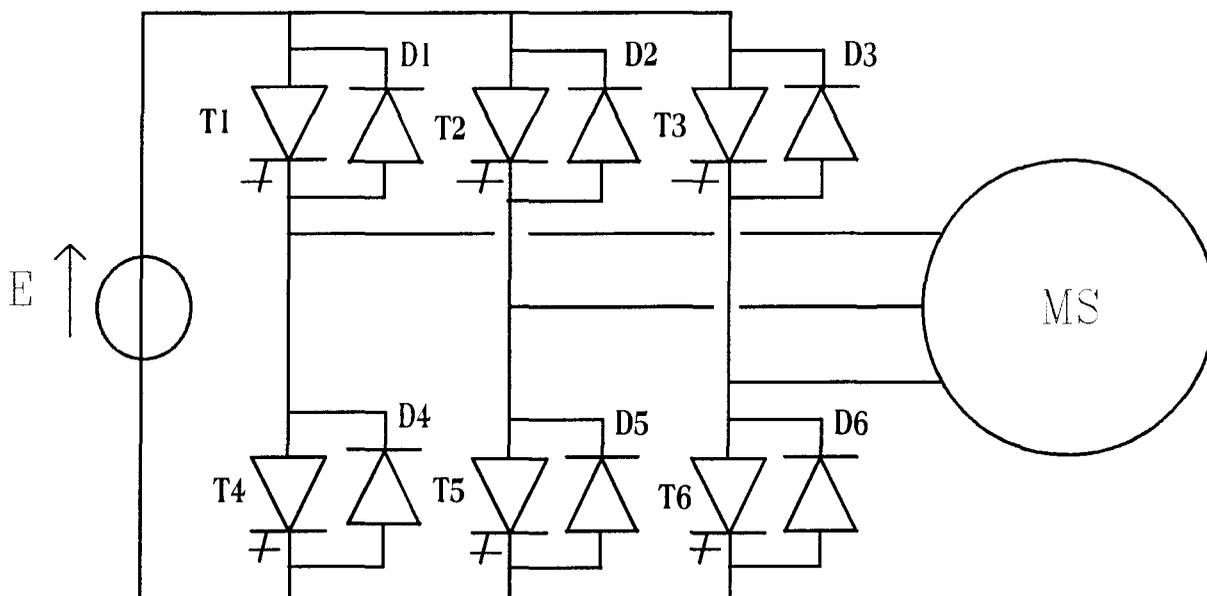


Figure 3.1 : Schéma électrique du circuit d'alimentation.

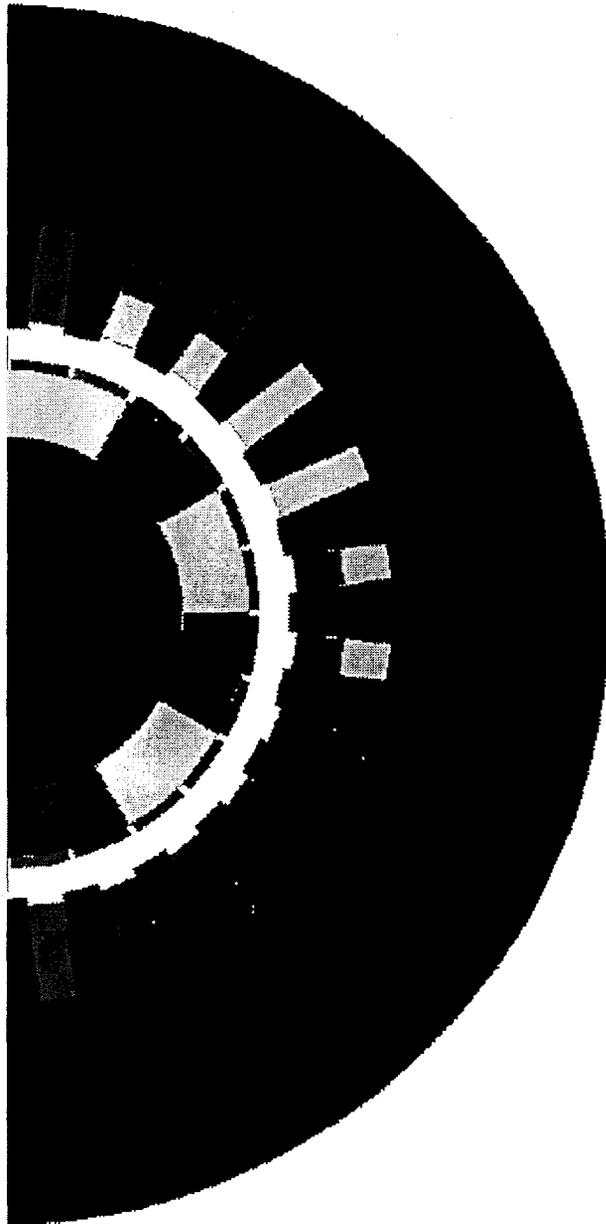


Figure 3.2 : géométrie de la demi machine étudiée

3.3 Détermination des paramètres de l'ensemble convertisseur-machine.

La méthode utilisée pour le calcul des pertes dans les parties massives nécessite la connaissance, au moins, des premiers harmoniques des courants d'alimentation [Ballay 91]. Pour ce faire, un premier modèle grossier de la machine peut être considéré à partir d'une association série d'une inductance, d'une résistance et d'une source de tension. Ce type de modèle peut encore convenir pour une alimentation sinusoïdale, par le réseau, mais dans le cas d'une alimentation par convertisseur où des phénomènes plus localisés interviennent, un modèle plus fin de la machine est nécessaire.

La méthode des bond-graphs permet, elle, de représenter finement les éléments caractéristiques de la machine et du convertisseur sur un modèle unique. Cette approche fournit un système d'équations différentielles, facilement implantables sur un solveur comme ESACAP, régissant aussi bien les aspects électriques, électromagnétiques et mécaniques du système.

Dans un premier temps, avant de passer à la simulation, les paramètres nécessaires à ce schéma équivalent doivent être évalués.

3.3.1 Calcul des paramètres du convertisseur.

Le modèle d'interrupteur obtenu par les bond-graphs fait intervenir la résistance à l'état passant des interrupteurs et leur loi de commande. Un modèle plus fin serait envisageable mais les phénomènes à représenter sont du second ordre devant ceux de la machine.

Le convertisseur est un onduleur de tension à GTOs qui a été modélisé avec des composants parfaits pour ne pas alourdir la simulation avec la prise en compte des circuits d'aide à la commutation. L'association redresseur-filtre en amont est simplement vue comme une source de tension continue. Le circuit électrique est représenté figure 3.1.

La résistance à l'état passant des interrupteurs a été obtenue à partir d'une mesure de pertes fournie par le constructeur et peut être estimée à:

$$R_d = 0.01 \Omega$$

A l'état bloqué, la résistance du composant est supposée infinie.

La loi de commande des interrupteurs choisie est une commande pleine onde à 180°, une commande MLI n'étant guère envisageable à cause des limitations des composants liées à la fréquence de hâchage, si ce n'est au démarrage.

3.3.2 Calcul des paramètres de la machine hors parties frontales.

Le modèle bond-graph d'une machine à aimants peut se diviser en deux parties: l'une représentant les enroulements, l'autre la contribution des aimants seuls (cf annexe 2). Ces paramètres sont difficilement mesurables, c'est pourquoi un calcul de champ électromagnétique à partir de la méthode des éléments finis est tout à fait adapté.

Ce calcul d'inductances a été effectué en linéaire. En effet, pour travailler en non linéaire, et ainsi calculer des inductances équivalentes saturées, il aurait fallu figer l'état de saturation pour chacun des états mentionnés ci-dessus, au régime nominal par exemple, pour traiter ensuite un second problème qui aurait alors donné ces valeurs d'inductances. Mais, cette fonctionnalité n'existe pas encore sur FLUX2D et la définition d'inductances dans un régime non linéaire reste un problème ouvert.

A titre indicatif, la valeur de l'inductance propre statorique a été vérifiée à partir d'une formule analytique tirée de Chatelain [Chatelain 83]:

$$L_s = 23.35 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

Ce résultat est en accord avec celui obtenu par FLUX2D.

Les résistances statoriques ont été estimées à l'aide des données fournies par le constructeur:

$$R_s = 9.45 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Nous n'avons pas introduit de termes supplémentaires dans l'expression des inductances afin de tenir compte des harmoniques d'espace car ils sont relativement faibles ainsi que l'illustre l'évolution de M_{sr} (mutuelle stator rotor) en fonction de la position relative du rotor par rapport au stator (figure 3.4) et son spectre (figure 3.5).

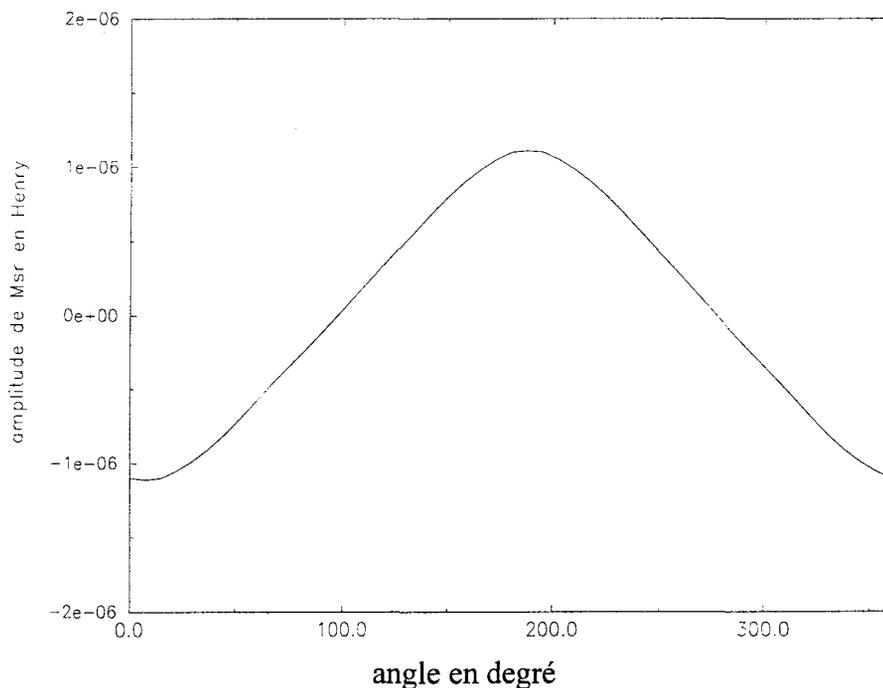


Figure 3.4: évolution de M_{sr} en fonction de l'angle stator - rotor

Les figures présentées sont obtenues en n'alimentant que les phases statoriques et en annulant le champ coercitif des aimants. Ainsi le seul flux capté par ces bobines est le flux engendré par les courants appliqués pour déterminer les inductances des enroulements.

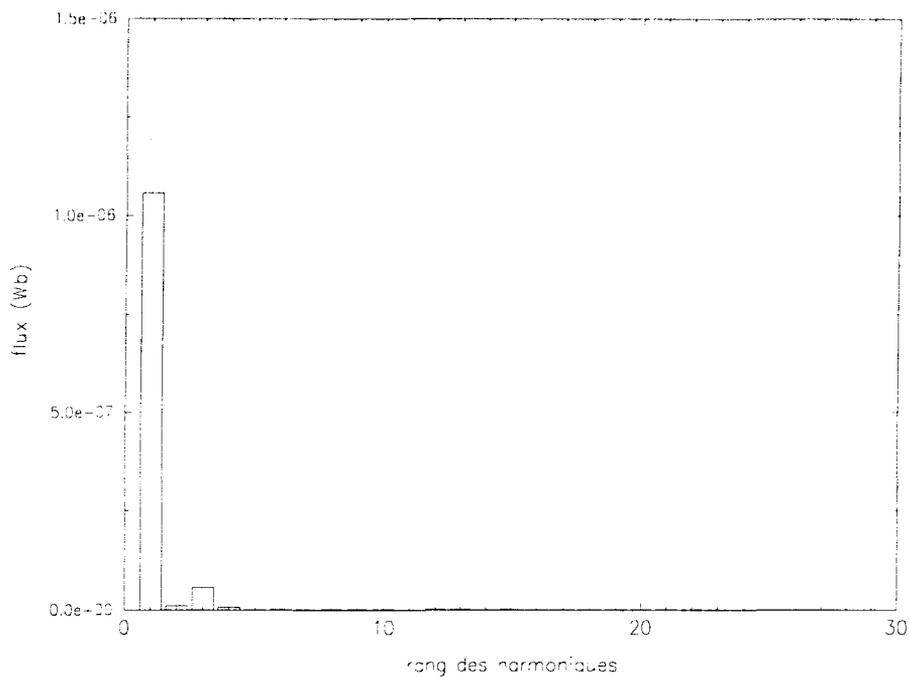


Figure 3.5: décomposition harmonique de $M_{sr}(\theta)$

b) Paramètres liés aux aimants

Le modèle de machine à aimants utilisé nécessite comme information le flux reçu par les bobinages statoriques à vide. Les aimants sont inclus directement dans le modèle par la fonction qui lie le flux qu'ils créent dans les spires au stator, à la position du rotor. L'inducteur est constitué d'aimants en plaque dont l'aimantation résultante est équivalente à celle d'un aimant droit seul. La figure 3.6 montre les lignes de champ créées par les aimants dans un fonctionnement en alternateur à vide.

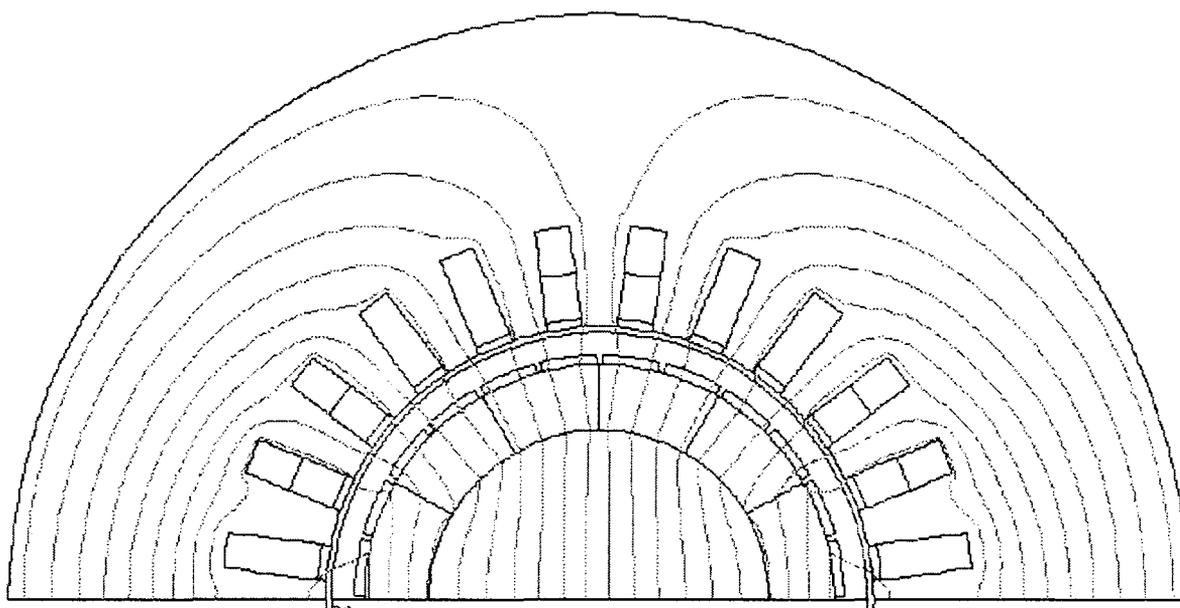


Figure 3.6 : lignes de champ créées par les aimants seuls.

La figure 3.7, répartition du flux dans l'entrefer, et la figure 3.8, son spectre montrent qu'avec une bonne approximation, ce flux peut être considéré comme variant sinusoidalement dans l'espace en fonction de la position du rotor.

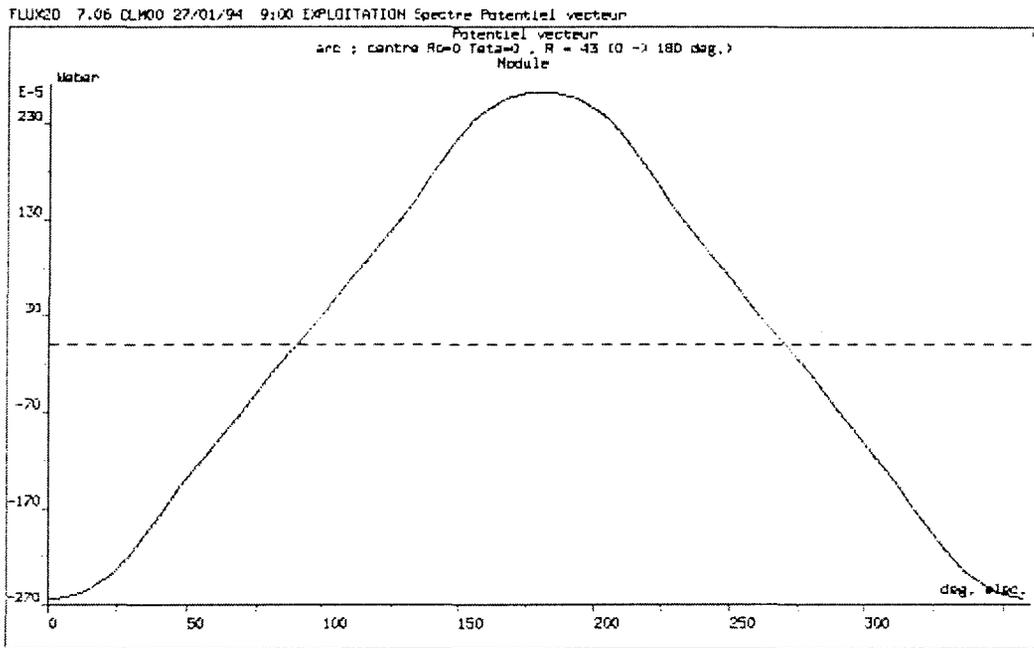


Figure 3.7: répartition du flux créé par les aimants dans l'entrefer

En calcul de champ électromagnétique bidimensionnel, le potentiel vecteur est une image du flux magnétique. C'est sa répartition qui est, en fait, tracée sur la figure 3.7.

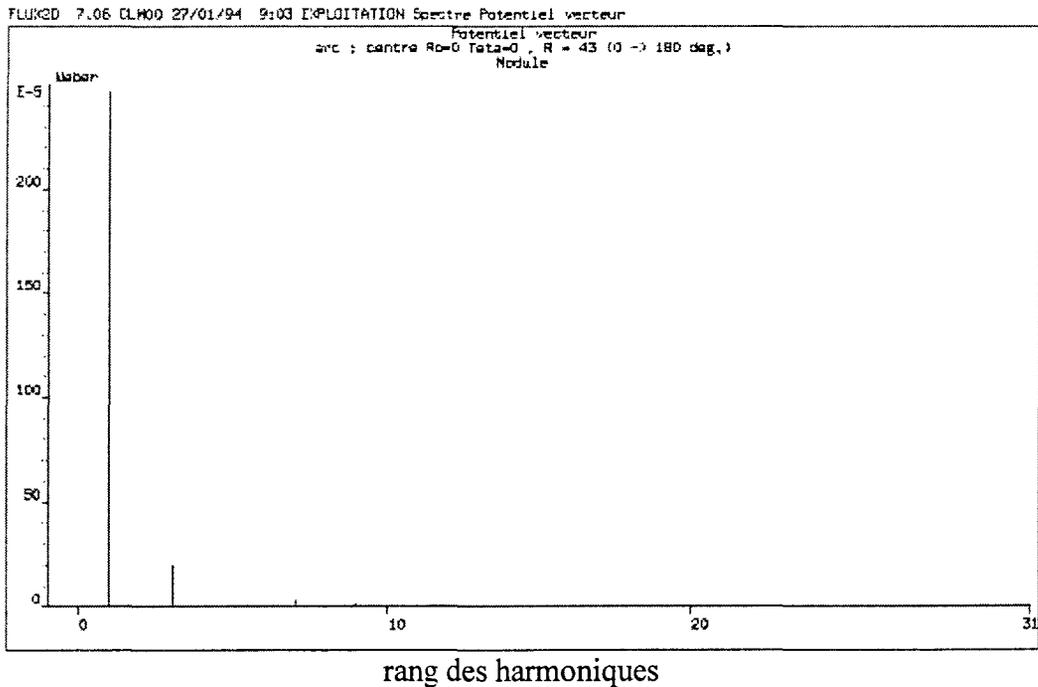


Figure 3.8: décomposition harmonique du flux créé par les aimants dans l'entrefer

Pour décrire les aimants dans le moteur, la fonction donnant le flux capté par les bobinages statoriques est nécessaire. Elle est représentée figure 3.9.

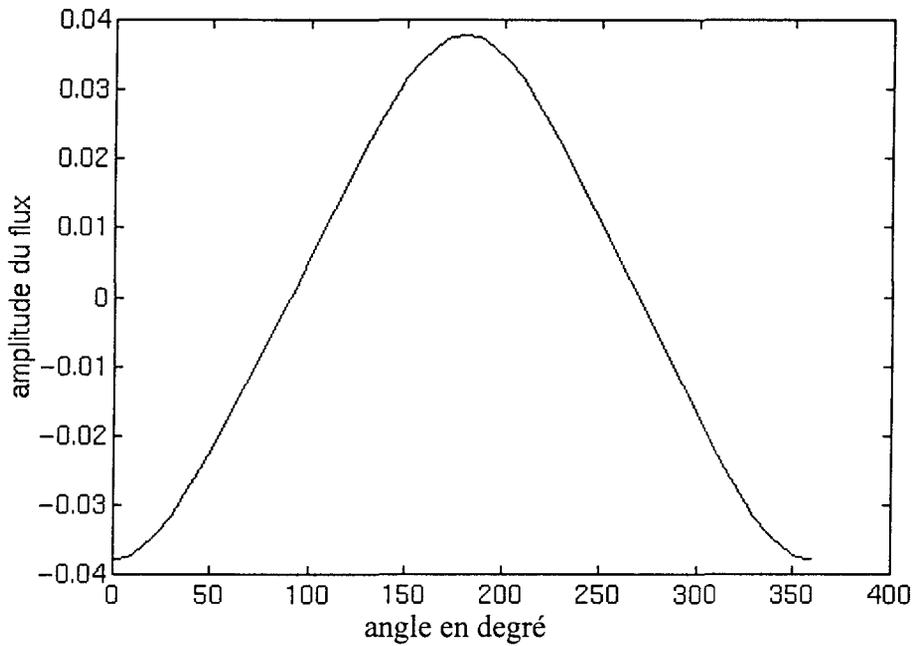


Figure 3.9 : évolution du flux capté en fonction de la position du stator

La loi de variation obtenue est de la forme :

$$\Phi_{\text{aim}} = 0.038 \cos (\pi - \theta) \text{ (en Wb)}$$

où θ indique la position du rotor par rapport au stator.

Il y a peu de risque de désaimantation des aimants car leur champ coercitif est très élevé (795kA/m).

3.3.3 Etude de la partie frontale stator.

L'inductance des têtes de bobines au stator a été déterminée, dans un premier temps, par les formules d'Alger [Alger 28], les grandeurs correspondant à cette étude sont indiquées entre parenthèses :

$$X_{tdb} = \frac{0.6 f q Z^2 D (3.p - 1)}{10^7 P^2} \text{ en ohms par phase}$$

où : f est la fréquence d'alimentation en Hz (800),
q le nombre de phases (3),
Z le nombre de conducteurs en série par phase (8),
p le pas polaire exprimé sous forme décimale (0.91),
D le diamètre d'alésage en inch (3.606),
P le nombre de pôles (2).

La valeur obtenue est alors :

$$X_{tdb} = 0.144 \text{ m}\Omega$$

ce qui fournit une valeur d'inductances de têtes de bobine :

$$L_{tdb} = 2.86 \text{ }\mu\text{H}$$

Cependant, il convient d'être prudent avec le résultat fourni par une formule analytique car les équations régissant ce type de problème sont difficiles à résoudre sans prendre des hypothèses fortes, en particulier sur la géométrie de la partie frontale. C'est pourquoi l'étude de cette partie frontale a été réalisée en utilisant un logiciel de calcul de champs électromagnétiques tridimensionnels.

Présentation de la méthode utilisée

La méthode est largement détaillée dans la littérature [Taieb *et al* 93], [Ducreux 94]. Les grands principes seulement sont rappelés ici. L'idée fondamentale est que le flux capté par les têtes de bobines est une partie du flux de fuite des enroulements stator. Celui-ci peut se décomposer en quatre termes :

- le flux zig-zag est une composante du flux de fuite stator qui passe d'une dent à l'autre sans toucher les conducteurs du rotor,

- le flux d'encoches est tout le flux traversant les encoches stator dû aux courants stator moins le terme précédent,

- le flux de fuite lié aux bobinages provient des harmoniques d'espace dus au fait que les enroulements sont localisés dans des encoches,

- le flux de fuite des têtes de bobines est la partie créée par les têtes de bobines seules.

Les réactances définies à partir des trois premières composantes du flux de fuite stator montrent dans les formules analytiques [Alger 28], [Honsinger 59a] ou dans les résultats expérimentaux [Barnes 51], [Honsinger 59b] une dépendance linéaire avec la longueur de la machine. Ainsi, la réactance des têtes de bobines peut être extrapolée à partir de la réactance de fuite du stator pour un longueur de machine nulle.

Il est assez facile de changer la longueur de la machine sur un modèle de calcul de champs électromagnétiques mais il est plus difficile de séparer le flux de fuite du flux utile. Une autre hypothèse est alors nécessaire : on peut considérer que le flux de fuite est analogue au flux développé dans la machine lorsque le rotor est enlevé. C'est pourquoi l'étude ici se fera à rotor enlevé.

Calcul de la contribution de la partie droite et des parties frontales au flux de fuite

La contribution de la partie droite au flux de fuite se détermine comme précédemment pour les autres inductances, avec FLUX2D et ne pose pas de problème particulier. Cette étude fournit une valeur de l'inductance de fuite par unité de longueur de la machine Le calcul sur la partie frontale est plus ardu et nécessite un logiciel d'analyse des phénomènes électromagnétiques en trois dimensions comme FLUX3D [Flux3d 93]. Cependant deux étapes sont nécessaires dans cette méthode de calcul.

Pour déterminer une inductance, une solution consiste à utiliser la définition de l'énergie magnétique stockée dans le domaine d'étude V comportant N enroulements :

$$W_s = \iiint_V \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \, dv = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=N} \sum_{j=1}^{j=N} L_{kj} \cdot I_k \cdot I_j$$

La résolution peut se faire en magnétostatique où les données d'entrée sont les courants sources. Mais en trois dimensions, cette grandeur est un vecteur, et il est alors très difficile d'affecter en chaque noeud du maillage des têtes de bobine une densité de courant vectorielle. Il est alors intéressant de passer par une phase intermédiaire où ces courants sont déterminés.

On résout l'équation : $\text{div}(\sigma \text{ grad } V) = 0$ sur tous les conducteurs.

Et $\vec{J} = -\sigma \text{ grad } V$ permet ainsi d'obtenir les densités de courants qui sont les sources du problème en magnétostatique (figure 3.10)

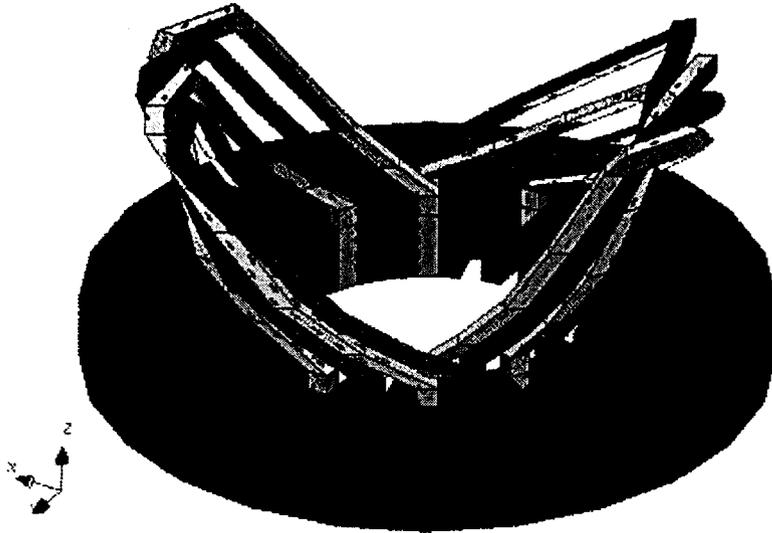


Figure 3.10 : détermination des courants dans les têtes de bobines.

La phase suivante consiste à résoudre le problème de magnétostatique ainsi posé pour calculer ensuite l'énergie magnétique stockée et ainsi en déduire l'inductance correspondant à la contribution des parties frontales au flux de fuite du stator.

L'inductance obtenue est : $L_{tdb} = 3.28 \mu\text{H}$

Cette contribution vient s'ajouter à l'inductance statorique calculée au paragraphe 3.3.2.a.

3.3.4) Etude de la fermeture des courants au rotor.

Le rotor est constitué de plusieurs parties conductrices : une frette, une cage en cuivre, des aimants et un axe en acier. Les résistivités des aimants et de la frette sont très élevées. Par conséquent, ces parties ne sont pas considérées dans cette étude. Par contre, la cage et l'axe sont des parties conductrices au rotor.

Analyse de la cage en cuivre

Le problème posé par la cage est relativement simple car d'une part, les conducteurs sont bien localisés et d'autre part, l'effet de peau n'est pas très important car le premier harmonique vu par la cage est l'harmonique 6 soit une fréquence de 4800 Hz correspond à une épaisseur de peau de l'ordre de l'épaisseur de la cage. La résistance des barres de la cage rotorique a été évaluée en première approximation en fonction de la géométrie et de la résistivité du matériau:

$$R_b = 6.14 \cdot 10^{-6} \Omega$$

et, en ramenant les résistances d'anneau sur les barres :

$$R_r = 1.6 \cdot 10^{-5} \Omega$$

Fermeture des courants induits dans l'acier massif de l'axe

L'axe pose un problème plus complexe car, dans ce cas, les courants ne peuvent pas être localisés. Ce problème a suscité une littérature abondante [Yee 71]. [Russell, Norsworthy 58], [Jamieson 68], [Jufer, Brandt 76], [Bleijs *et al* 82].

La nature du problème est fortement tridimensionnelle mais il est impossible d'étudier toute la machine avec un logiciel de calcul de champs électromagnétiques 3D. Un moyen de tenir compte de la fermeture des courants induits dans le fer massif est d'augmenter la résistivité de ce matériau pour l'étude en deux dimensions.

C'est pourquoi nous nous sommes intéressés pour ce sujet à une machine à rotor massif lisse où se développent des courants induits. La figure suivante illustre la géométrie utilisée pour cette étude. Un huitième de la machine, soit un quart de la demi machine en longueur est représenté en tirant profit des diverses symétries. En raison de la taille du problème ainsi généré, le calcul est effectué sur TRIFOU [Bossavit, Vérité 82].

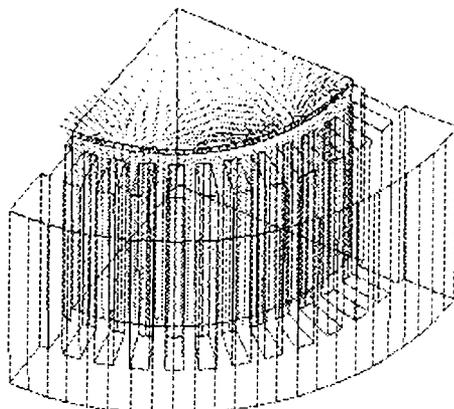


Figure 3.11 : géométrie pour l'étude des courants induits dans un rotor massif.

Un résultat intéressant est de pouvoir visualiser les courants induits au rotor :

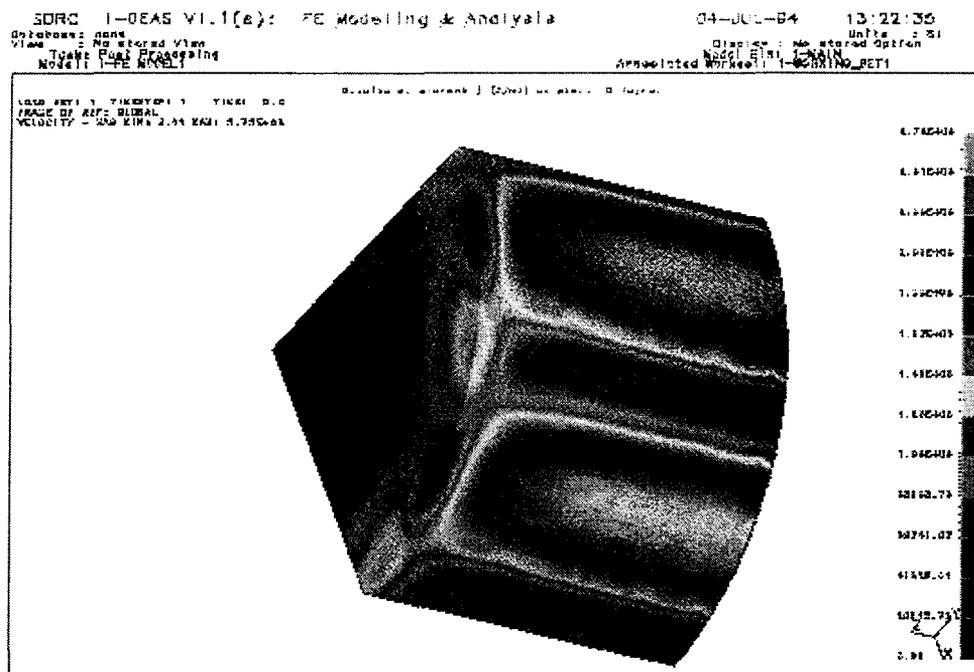


Figure 3.12 : répartition des courants induits au rotor

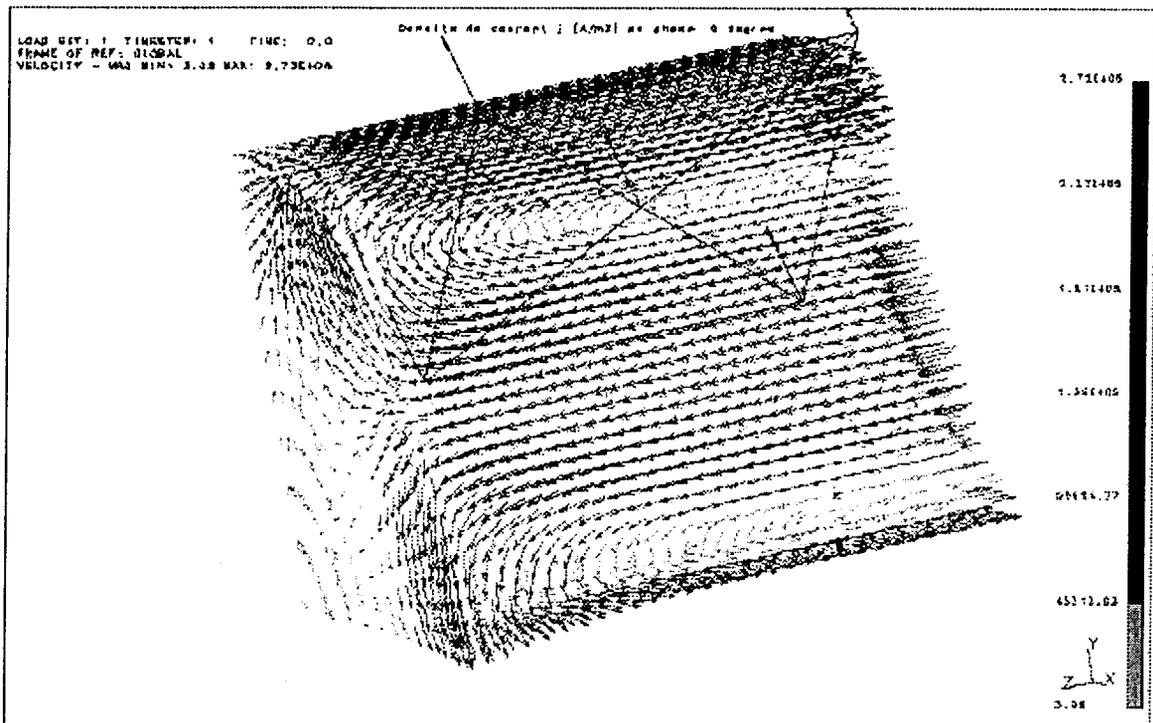


Figure 3.13 : Fermeture des courants induits à l'extrémité du rotor

On peut noter que les courants induits se referment très tôt avant d'avoir atteint l'extrémité du rotor. Ceci a pour conséquence d'augmenter la résistivité apparente du rotor pour une étude bidimensionnelle.

Le tableau suivant montre que dans une analyse en deux dimensions, il est nécessaire d'augmenter la résistivité du rotor pour trouver un niveau correct de pertes. La troisième et la quatrième colonne montrent des résultats de calcul avec FLUX2D où la résistivité a été corrigée (respectivement d'après [Russell, Norsworthy 68] et [Yee 71]).

fréquence. (Hz)	pertes pour un calcul 2D (W)	pertes pour un calcul 2D avec correction 1 (W)	pertes pour un calcul 2D avec correction 2 (W)	pertes en 3D (W)
0.25	4.16	3.04	3.92	3.17
0.5	11.2	10.2	12.4	10.3
1	34.8	30.4	36.1	30.2
2	96	86.4	99.6	83.3
4	256	235	264.8	216
10	890.6	830	910.4	673.1

Il a donc été décidé que pour la suite de l'étude la résistivité serait corrigée d'un facteur trois pour l'axe du rotor.

3.4 Simulation de l'ensemble convertisseur machine

Les paramètres nécessaires à la simulation du modèle retenu au chapitre précédent ont été déterminés au cours des derniers paragraphes.

3.4.1 Equations obtenues.

La modélisation d'un actionneur à aimants grâce aux bond-graphs a déjà été traitée globalement dans le chapitre précédent, mais sans enroulement amortisseur. Ici une transformation supplémentaire n phasée - diphasée a été utilisée pour se ramener à un amortisseur suivant les axes direct et en quadrature de la machine. En effet, comme le moteur comporte une cage complète, la transformation est identique à celle retenue pour les machines asynchrones (cf annexe 3).

La modélisation de l'onduleur a été présentée au chapitre 1. On voit apparaître des éléments R et C supplémentaires pour créer un neutre fictif (cf annexe 1)

Le schéma bond-graph complet est donné figure 3.14 :

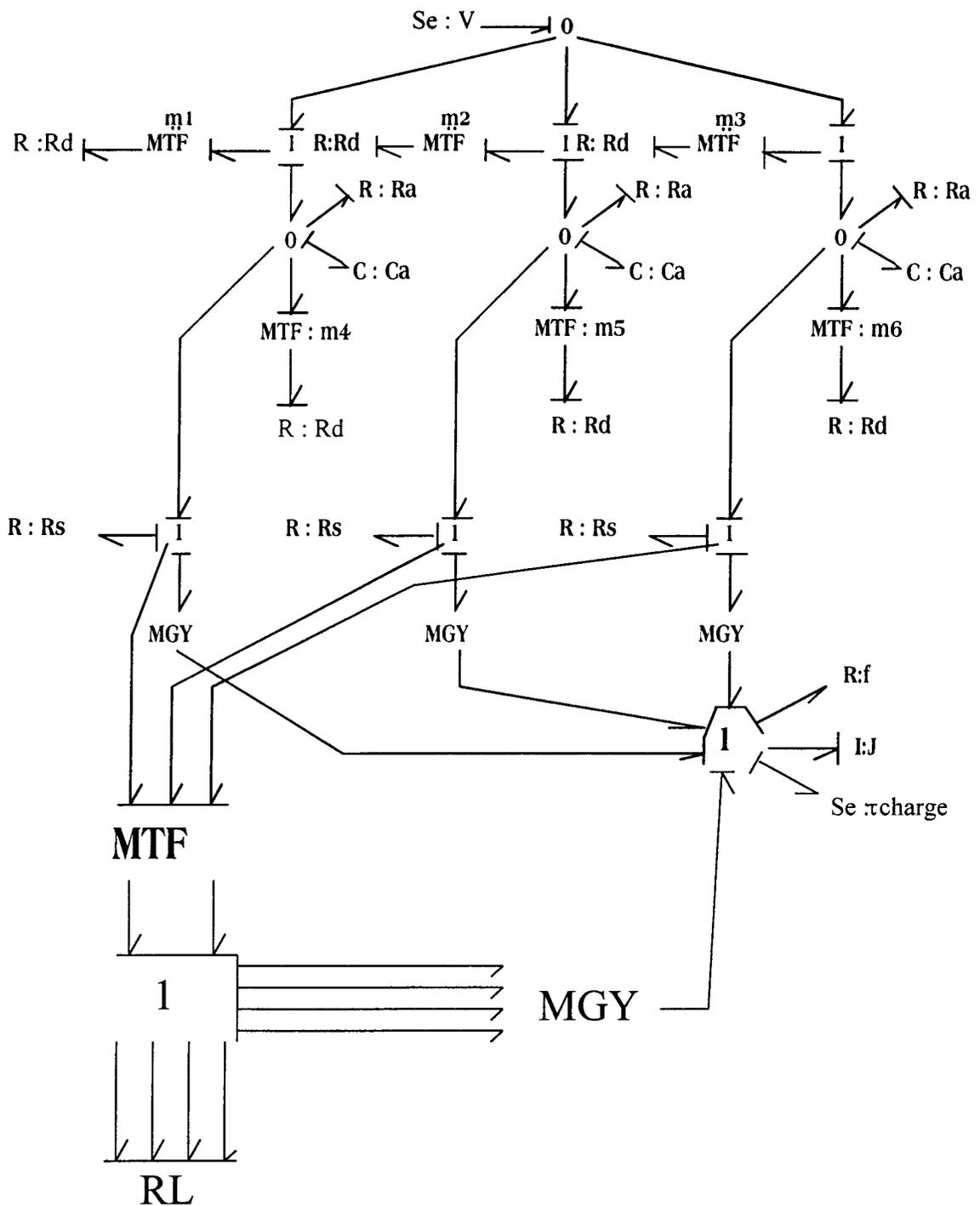


Figure 3.14 : schéma bond - graph de l'association onduleur de tension - moteur à aimants

- où :
- Rd est la résistance à l'état passant des interrupteurs,
 - les m_i sont les booléens qui prennent les valeurs 0 ou 1 suivant l'état passant ou bloqué des interrupteurs,
 - Rs est la résistance des enroulements statoriques,
 - f est le coefficient de frottement visqueux sur l'arbre du moteur,
 - J est l'inertie de la partie tournante,

LD et LQ sont des champs représentant respectivement le comportement magnétique sur les axes d et q,

Rr représente la résistance de la cage,

tcharge représente le couple de charge,

les gyrateurs modulés à 2 ports traduisent l'interaction des bobinages et des aimants,

les résistances Ra et les capacités Ca créent un neutre fictif

V est la source de tension continue

le gyrateur modulé multi ports donne le couple fourni par les bobinages seuls.

La mise en équation du schéma précédent fournit les équations différentielles régissant le système. Le fait d'introduire des capacités supplémentaires permet de découper le modèle en deux parties : une représentant le convertisseur et l'autre le moteur. Les équations pour le convertisseur sont les mêmes que dans l'exemple du chapitre 1.

On précise ici les équations de la machine avec les notations du chapitre précédent :

$$\frac{d[\Lambda]}{dt} = -\left([R][L0]^{-1} + [T(\theta)] \frac{d[T(\theta)]_t}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \right) [\Lambda] + [T(\theta)].B.[U]$$

$$\text{où } [U] = [U_i]_{1 \leq i \leq 3}$$

Les U_i sont les tensions aux bornes des capacités additionnelles. De la même façon qu'au chapitre 1, on applique la méthode des perturbations singulières.

Différents sous systèmes peuvent être distingués entre équations différentielles régissant les flux statoriques et rotoriques et l'on retrouve les équations classiques de machines électriques [Chatelain 83]:

$$\frac{d\phi_{sd}}{dt} = -R_s * isd + vd - \omega * \frac{d\phi_{aim,d}}{dt}$$

$$\frac{d\phi_{sq}}{dt} = -R_s * isq + vq - \omega * \frac{d\phi_{aim,q}}{dt}$$

$$\frac{d\phi_{rd}}{dt} = -R_r * ird - \omega * \phi_{rq} \quad \text{avec} \quad \begin{pmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{sd} & 0 & M & 0 \\ 0 & L_{sq} & 0 & M \\ M & 0 & L_{rd} & 0 \\ 0 & M & 0 & L_{rq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} isd \\ isq \\ ird \\ irq \end{pmatrix}$$

$$\frac{d\phi_{rq}}{dt} = -R_r * irq + \omega * \phi_{rd}$$

$$\text{où : } L_{sd}=L_{sq}=L_s-M_s; L_{rd}=L_{rq}=N*L_r/2$$

$$M = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{N}{2}} \cdot m_{sr}$$

où :

- $\Phi_{aim,d}$ et $\Phi_{aim,q}$ sont les contributions des aimants sur les axes d et q.
- v_d et v_q sont les composantes sur ces mêmes axes des tensions simples v_1, v_2 et v_3 sur chaque phase et ces grandeurs sont tirées de :

$$U1 = (m1 * E / Rd - is1) / ((m1 + m4) / Rd + 1 / Ra)$$

$$U2 = (m2 * E / Rd - is2) / ((m2 + m5) / Rd + 1 / Ra)$$

$$U3 = (m3 * E / Rd - is3) / ((m3 + m6) / Rd + 1 / Ra)$$

- V représente la tension continue d'alimentation de l'onduleur, elle a été choisie de façon à retrouver une tension efficace de 250 V entre phase, pour se rapprocher du régime nominal.

- R_d est la résistance des interrupteurs à l'état passant.

- Les mi sont des booléens qui prennent la valeur 0 ou 1 suivant l'état bloqué ou passant du composant correspondant.

3.4.2 Calculs des harmoniques des courants de phase.

Les simulations ont été effectuées pour avoir un courant fondamental efficace par phase de 266 A. La figure 3.15 donne l'allure du courant, tandis que la figure 3.16 indique la décomposition harmonique de ce courant de phase.

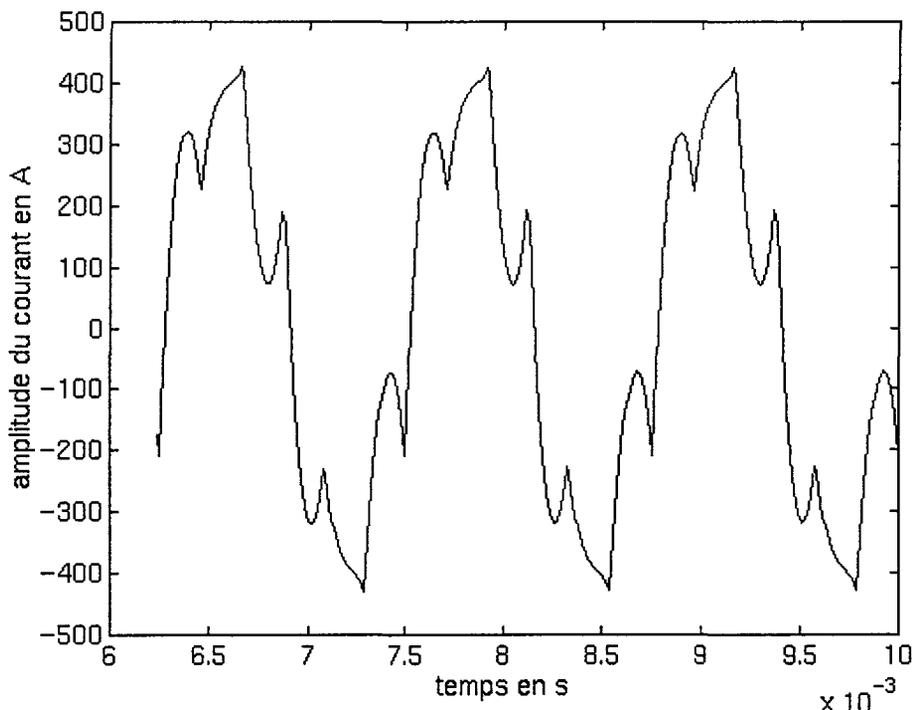


Figure 3.14: courant de phase pour $I = 266$ A

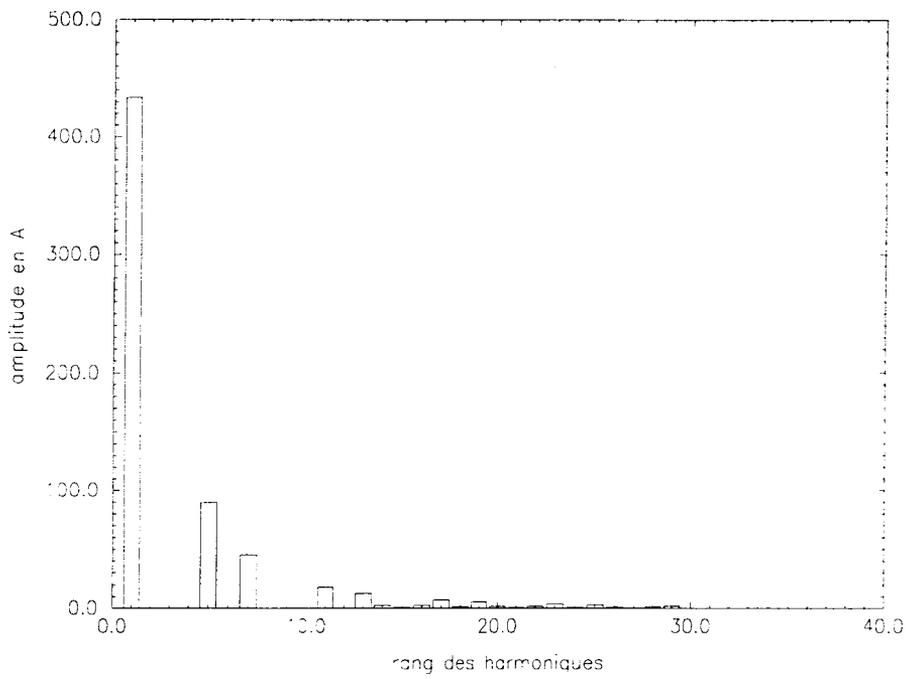


Figure 3.15 : spectre du courant de phase pour I=266 A

3.5 Calcul des pertes électromagnétiques.

3.5.1 Pertes Joule dans les bobinages.

Les conducteurs statoriques dissipent de l'énergie par effet Joule. Leur résistance, à 21 ° C, a été mesurée par le constructeur:

$$R_s = 9,45 \text{ m}\Omega$$

Pour un courant de phase d'une valeur de 266 A eff, les pertes Joule stator sont :

$$P_{js} = 2 \text{ kW}$$

Le bobinage des phases stator est réalisé à l'aide de barre Roebel ce qui permet légitimement dans cette étude de ne pas tenir compte des pertes supplémentaires dans le cuivre.

3.5.2 Pertes fer au stator

Le calcul des pertes fer au stator est effectué en utilisant les formules de Bertotti présentées en annexe. Ces expressions fournissent la densité de pertes volumiques en chaque point de la section étudiée. Pour cela, il est nécessaire de connaître la variation des pertes pour ce matériau en fonction de l'induction et de la fréquence.

Cette loi de variation pour des tôles de qualité N20L est donnée dans le tableau suivant :

fréquence (Hz) induction (T)	400	600	800	1000
0.1	0.195	0.34	0.5	0.66
0.2	0.76	1.3	1.9	2.6
0.3	1.6	2.8	4	5.45
0.4	2.7	4.5	7	9.4
0.5	4	7	10	14
0.6	5.6	9.6	14	20
0.7	7.4	13.4	18.5	26
0.8	9.2	16	24	36
0.9	11	20	30	40
1	14	24	36	50
1.5	29	50	80	105

Tableau 3.1 : pertes massiques (W/kg) en fonction de la fréquence et de l'induction crête.

L'épaisseur des tôles est de 0.2 mm.

La conductivité électrique est de 1.851 MS/m.

La masse spécifique est de 7600 kg/m³.

L'alimentation par convertisseur est représentée par des densités de courant au stator comportant les premiers termes du développement en série de Fourier des courants calculés au chapitre précédent. La résolution est alors effectuée en pas à pas sur le temps dans FLUX2D.

Les figures 3.15 et 3.16 illustrent l'évolution de l'induction dans les dents et dans la culasse. B_x et B_y sont les composantes de l'induction dans le repère du plan d'étude

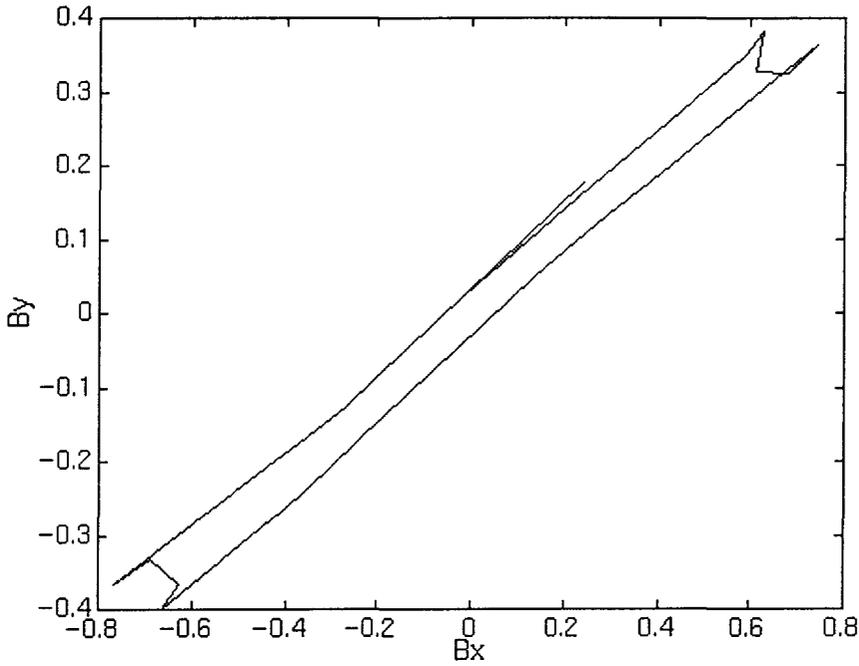


Figure 3.15 : évolution de l'induction dans une dent stator.

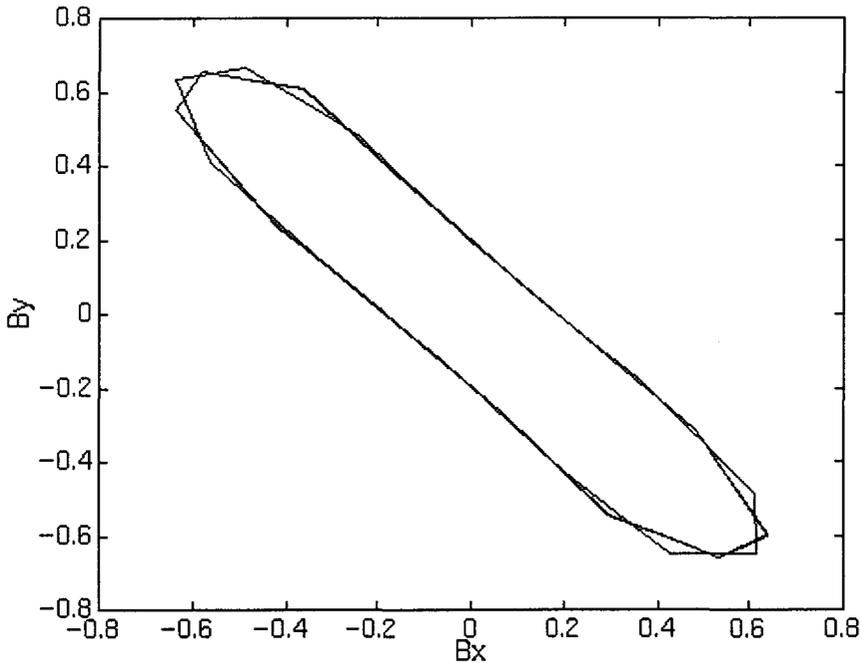


Figure 3.16 : évolution de l'induction en un point de la culasse stator.

La sommation des valeurs moyennes des densités de pertes au cours d'une période sur la surface du stator permet d'en déduire les pertes totales dans cette partie du moteur. La valeur fournie ne tient pas compte des pertes en champ tournant mais inclut les pertes liées aux harmoniques de champ magnétique.

Les pertes fer dans les tôles magnétiques sont évaluées à 400 W.

3.5.3 Pertes fer au rotor

a) Présentation de la méthode.

Le calcul des pertes fer au rotor nécessite de connaître les différents harmoniques de courant ou de tension dans les phases d'alimentation. La méthode d'estimation de ces pertes ne sera pas détaillée ici car elle a été déjà longuement analysée [Ballay 90], [Ballay 91].

Pour éviter une résolution d'un problème éléments finis en pas à pas dans le temps, ces harmoniques sont calculés à partir d'un modèle macroscopique de la machine, puis injectés dans une étude en magnétodynamique complexe. Pour les besoins de cette analyse, le repère de référence est placé au rotor. Ainsi les harmoniques temporels en $6.k \pm 1$ introduits par le convertisseur alimentant le moteur, deviennent des harmoniques en $6.k$.

Une loi liant les pertes pour chaque rang d'harmonique au premier harmonique est ensuite construite. Pour éviter des résolutions à des fréquences très élevées, le premier harmonique étant l'harmonique 6, elle est choisie de la forme:

$$P_{6,k} = P_6 \cdot k^x$$

où l'exposant x reste à déterminer.

Ceci se fait au moyen de calculs en régime permanent sinusoïdal qui donnent pour les premiers rangs les pertes par courants induits dans les matériaux massifs où la perméabilité relative est fixée arbitrairement à 100. Cette valeur permet de représenter au mieux la perméabilité relative "vue" par les harmoniques.

Une fois l'exposant x connu, l'expression des pertes permet de trouver un rang N au delà duquel, la sommation des contributions des autres harmoniques est négligeable. La sommation des pertes s'effectue alors par:

$$P_{\text{tot}} = \sum_{k=1}^N P_6 \cdot k^x$$

b) Calculs des pertes par courants induits dans les régions conductrices du rotor

Les contributions de chaque rang d'harmoniques se calculent donc à l'aide d'un modèle éléments finis traité en magnétodynamique complexe. La discrétisation spatiale est différente de celle du modèle en magnétostatique utilisé pour déterminer les paramètres de la machine.

En effet, il faut prévoir au moins deux éléments dans l'épaisseur de peau pour la plus haute fréquence envisagée. La figure 3.17 présente un gros plan du maillage utilisé pour cette résolution. On a choisi une discrétisation telle qu'il y ait au moins quatre éléments dans l'épaisseur de la cage.

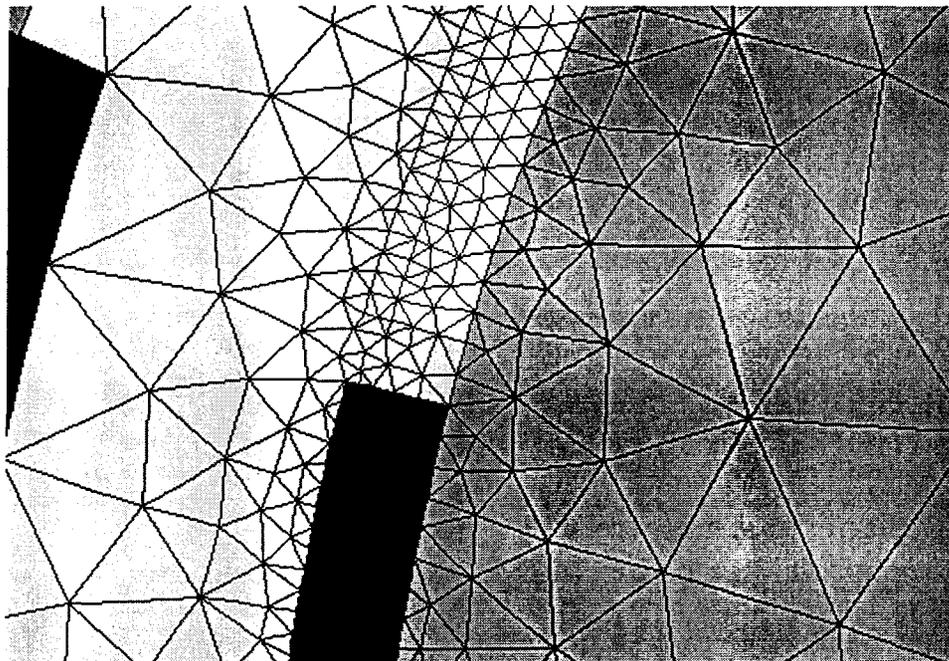


Figure 3.17 : gros plan sur le maillage en magnétodynamique

Une précision doit tout de même être apportée quant aux valeurs des densités de courant dans les bobinages statoriques. Les valeurs rentrées dans le modèle sont quelque peu différentes de celles calculées par ESACAP. Il faut souligner que ce sont les pertes fer au rotor qui sont évaluées ici. Ainsi, ceci impose de travailler dans un référentiel lié au rotor comme il l'a été déjà précisé plus haut, ce qui amène à revoir les densités de courant à introduire dans le modèle éléments finis, comme il est indiqué dans les travaux de Ballay [Ballay 92]. Vu du rotor, les harmoniques $6k+1$ et $6k-1$ se combinent pour donner un champ elliptique à la fréquence $6k$ dont le petit axe peut être négligeable devant le grand axe. Par conséquent, les densités de courant à utiliser pour un calcul à un rang d'harmoniques donné pour cette approche sont celles d'un système de courants dont les amplitudes respectives sont égales à celles des harmoniques $6k-1$ et $6k+1$ mais avec des sens de rotation différents.

La figure 3.18 illustre comment les deux champs qui se retrouvent à la même fréquence au rotor sont introduits dans un seul calcul grâce à une modification de la géométrie. Les encoches stator sont divisées en deux : chaque partie est utilisée pour l'un ou l'autre champ.

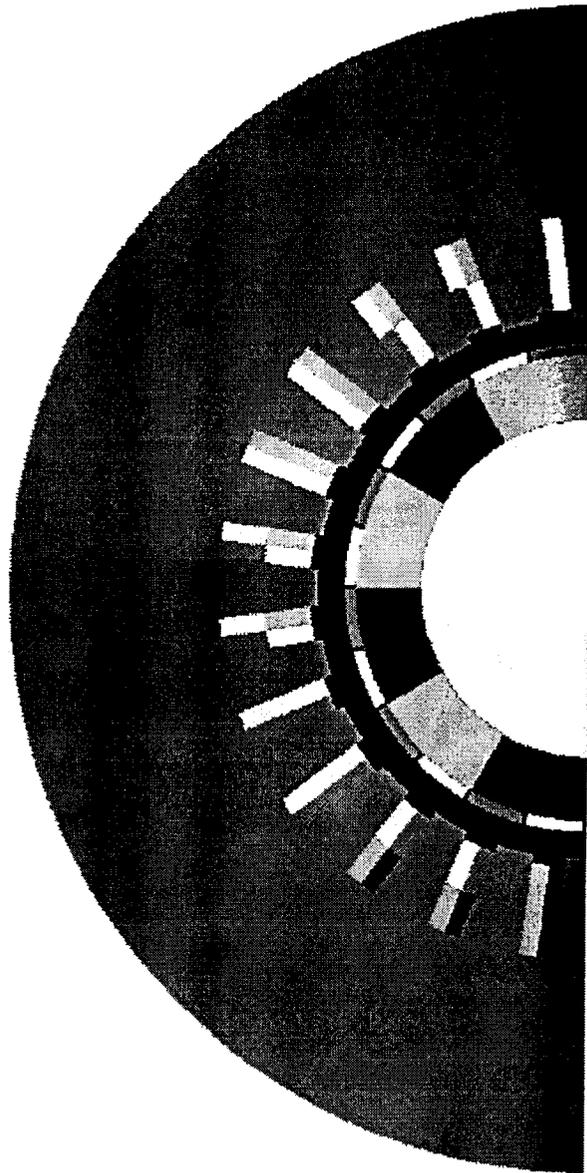


Figure 3.18 : subdivision des encoches pour prendre en compte les courants harmoniques.

Le calcul s'effectue alors pour les $6.N$ premiers harmoniques significatifs vis à vis de la détermination des pertes par courants induits au rotor.

La figure 3.19 représente la répartition du flux créé par l'harmonique 6 au rotor. C'est, en fait, la combinaison des harmoniques de courant stator 5 et 7.

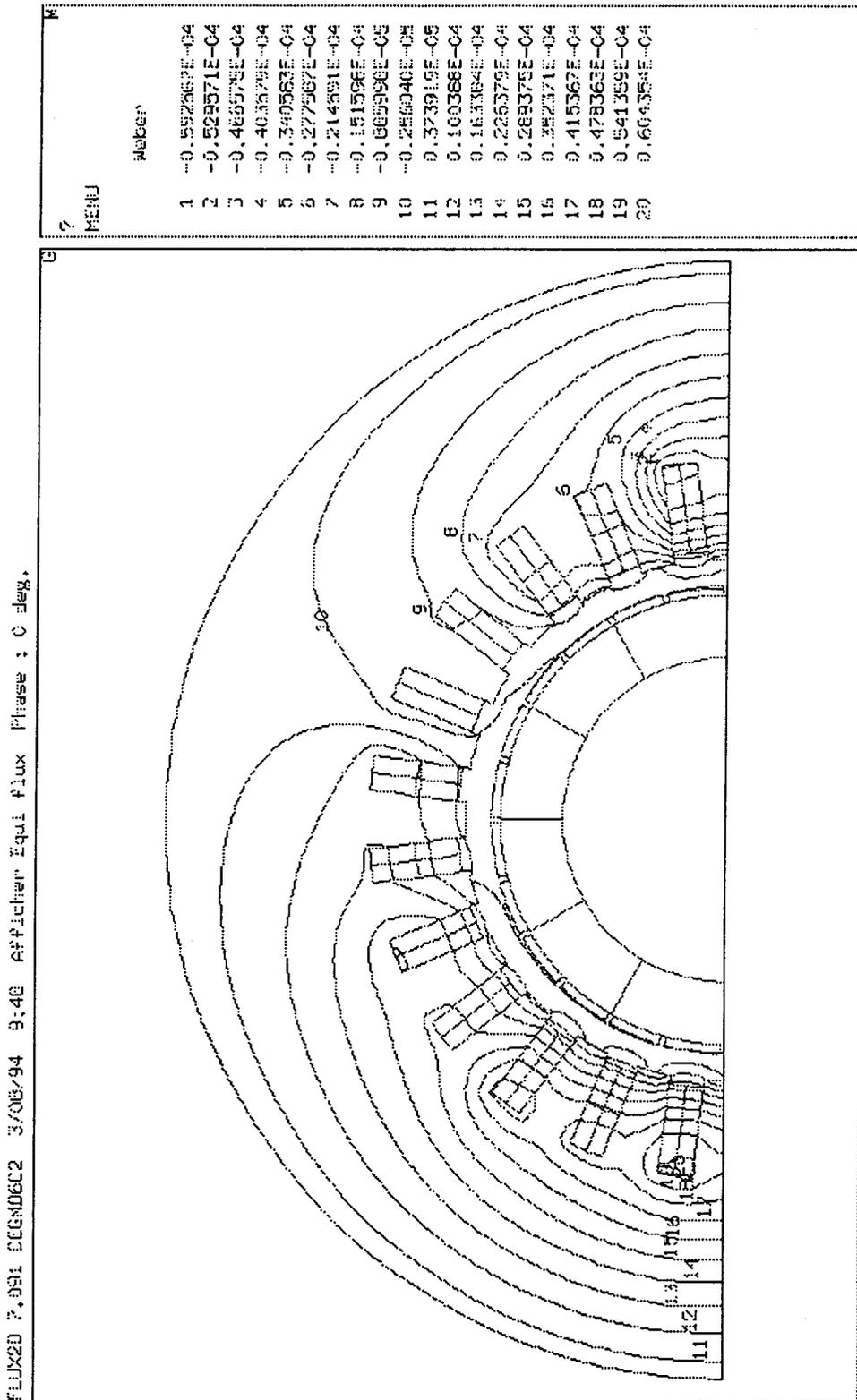


Figure 3.19 : équiflux pour l'harmonique 6

La figure 3.20 montre de la même manière la répartition du flux pour l'harmonique 12, combinaison des harmoniques de courant stator 11 et 13.

FLUX2D 7.091 SEGND12D2 3/06/94 15:51 Appliquer Equi flux Phase : 0 deg.

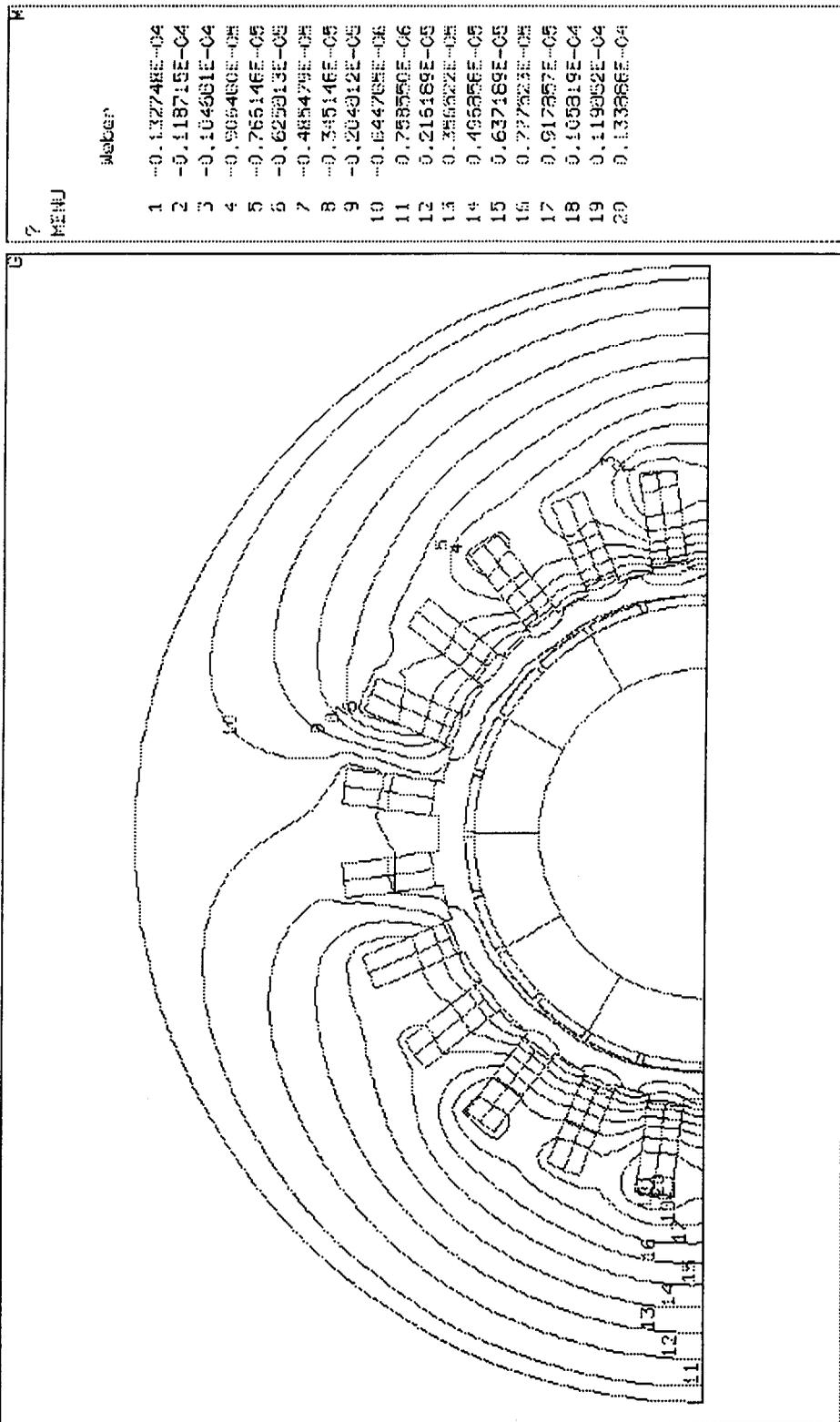


Figure 3.20 : répartition du flux pour l'harmonique 12.

Ces deux figures montrent que, pour ces fréquences, la cage se comporte comme un écran magnétique et empêche le flux de pénétrer dans le rotor. La figure 3.21 illustre l'effet de peau dans les barres de la cage pour l'harmonique 6.

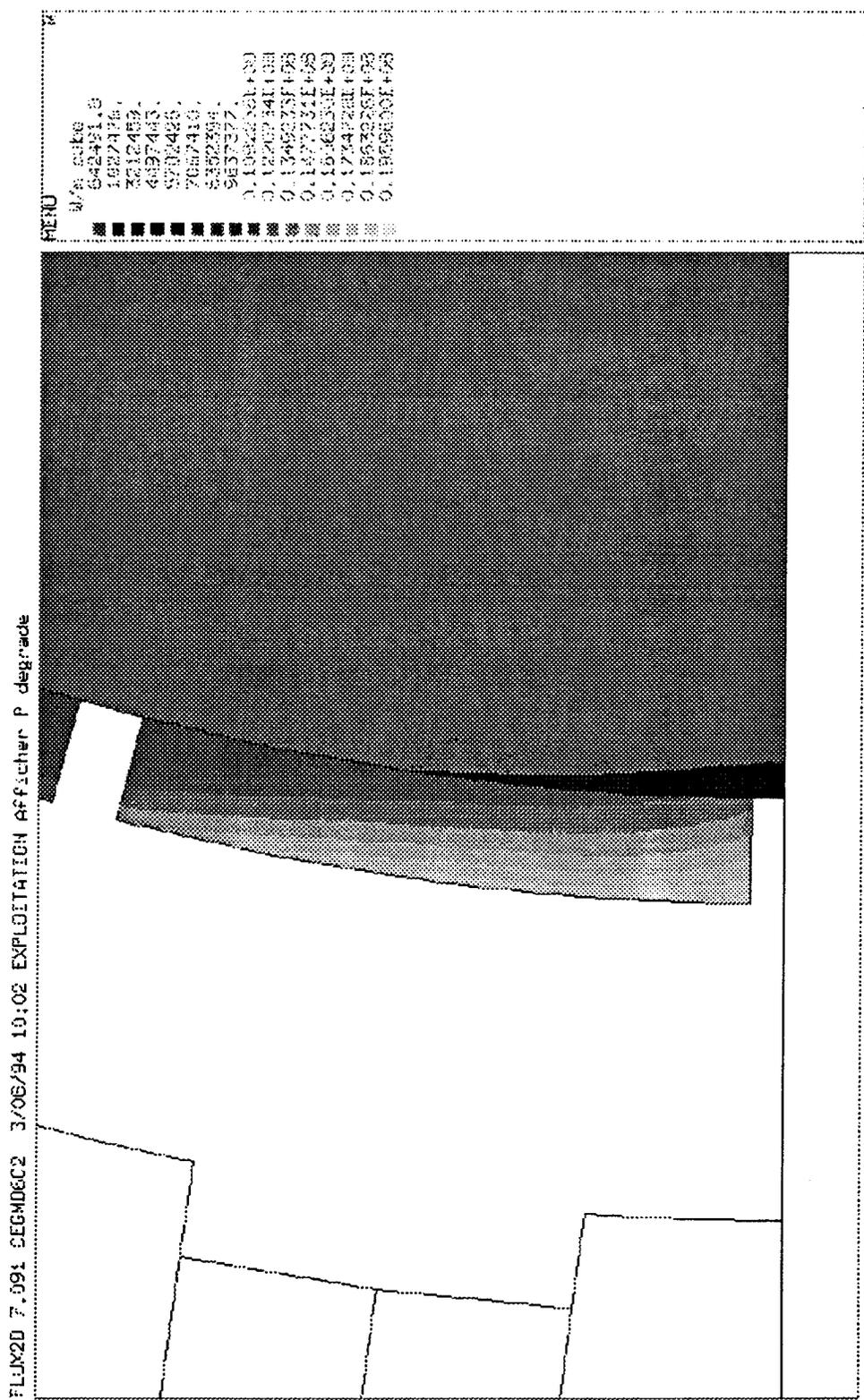


Figure 3.21 : effet de peau dans les barres de la cage pour l'harmonique 6

Comme il existe plusieurs parties massives au rotor, il est intéressant de les dissocier pour mieux voir leur contribution respective aux pertes.

pertes fer dans l'axe :	0.5 W
pertes fer dans les aimants:	20 W
pertes fer dans la cage :	222 W

Les pertes dans la cage sont prépondérantes à cette fréquence fondamentale d'alimentation : un calcul à une fréquence plus basse a montré que les pertes dans les autres matériaux massifs du rotor, en particulier dans les aimants, augmentaient sensiblement.

La frette en fibre de carbone présente une résistivité beaucoup plus grande que les autres matériaux constitutifs du rotor: elle n'a donc pas été considérée dans cette étude.

En effet, la résistivité de la frette est de $1500 \cdot 10^{-8} \Omega.m$ tandis que la cage, l'axe du rotor, les aimants ont respectivement une résistivité de $4.3 \cdot 10^{-8} \Omega.m$, $25 \cdot 10^{-8} \Omega.m$, $90 \cdot 10^{-8} \Omega.m$.

La somme des pertes des aimants, de l'axe, de la cage donne les pertes fer au rotor:

$$P_{fr} = 240 \text{ W}$$

3.5.4 Bilan des pertes électromagnétiques

Les différentes pertes citées dans les paragraphes précédents sont rappelées ci-dessous:

$P_{js} = 2 \text{ kW}$
$P_{fs} = 400 \text{ W}$
$P_{fr} = 240 \text{ W}$

Le bilan des pertes au sein de la machine devrait inclure, pour être complet, les pertes aérodynamiques et les pertes mécaniques, mais ce travail dépasse, de loin, le cadre de cette étude sur l'électromagnétisme. Les résultats de la modélisation laissent présager que les pertes consommées dans les parties magnétiques les plus dures à évacuer, sont relativement faibles devant la puissance nominale du moteur.

Des essais sont prévus en 1995 au Laboratoire d'Essais des Machines Tournantes (EDF -DER St - Denis)

3.6 Conclusion sur la modélisation du moteur à aimants permanents

Il faut rappeler ici que ce chapitre ne se voulait pas une discussion théorique sur le calcul des pertes électromagnétiques dans les machines tournantes à grande vitesse, mais une application pratique à un cas concret de méthodes exposées antérieurement.

Ces différentes méthodes, utilisées pour la détermination de ces pertes, font appel à des techniques numériques récentes et sont aujourd'hui, sans doute, les meilleures réponses aux problèmes posés par le calcul des pertes.

De plus la modélisation de l'association convertisseur - machine a été réalisée à l'aide des bond - graphs. Cette application a permis de voir la modularité de cette approche. Ainsi une partie seulement du modèle serait à reprendre si l'on venait à changer de convertisseur, par exemple. Ceci implique qu'une grande part de la mise en équation ne serait pas à retoucher.

La modélisation bond - graph permet le couplage avec la Thermique, ce qui fournit une information sur les points chauds du moteur indispensable à la conception et au choix des aimants, en particulier.

Conclusion générale

Conclusion générale

Les progrès en Electronique de Puissance rendent envisageables aujourd'hui des convertisseurs statiques travaillant à des fréquences très élevées. Une des applications de ces développements concerne l'obtention de grandes vitesses avec des moteurs électriques polyphasés. Cependant, la mise en oeuvre d'association convertisseurs- machines dans cet objectif est délicate car de nombreuses difficultés existent dans des domaines physiques très variés : en Thermique, en Electromagnétisme, en Mécanique des Fluides...

Nous nous sommes intéressés ici uniquement à l'aspect électrique du problème. Nous avons cherché un modèle d'association convertisseurs - machines dans le but de déterminer les pertes d'origine électromagnétique dans le moteur. Trois points ont donc été analysés :

- le convertisseur de l'Electronique de Puissance,
- le moteur électrique en tant que convertisseur d'énergie électrique en énergie mécanique,
- les pertes électromagnétiques dans le moteur électrique.

Pour l'investigation des deux premiers points, une approche locale peut être suffisante. En revanche, pour le dernier, il est nécessaire de pouvoir localiser les pertes. C'est pourquoi un logiciel de calculs de champs électromagnétiques par la méthode des éléments finis a été utilisé.

Afin d'utiliser la même formulation dans la description du convertisseur et dans celle de la machine, nous avons choisi une méthode originale reposant sur les transferts de puissance entre systèmes.

En ce qui concerne le convertisseur, nous sommes arrivés à un modèle simple d'interrupteurs qui autorise l'analyse de dispositifs très complexes. La modélisation obtenue est riche en informations car elle permet une analyse du circuit et des commutations.

En outre, ce modèle n'est pas fermé et peut facilement être enrichi, d'une part, pour décrire le comportement thermique de l'interrupteur et d'autre part, pour tenir compte des phénomènes transitoires lors des commutations.

Les perspectives de cette modélisations sont riches, aussi, en ce qui concerne la commande des convertisseurs. Des travaux effectués dans ce sens, ont montré que les équations obtenues par la modélisation bond - graph se prêtait bien à la conception d'une commande [Abadie, Dauphin - Tanguy 93].

Le moteur électrique a été modélisé en le considérant comme un actionneur convertissant de l'énergie électrique en énergie mécanique afin de conserver une très grande généralité. Cette approche permet ainsi de ne pas se restreindre à une seule technologie de moteurs. Le formalisme bond - graph basé sur des échanges de puissance, autorise l'interfaçage à un convertisseur statique en amont du moteur électrique, mais aussi, la connexion avec une charge mécanique complexe.

De plus, nous avons montré que notre approche n'excluait pas de prendre en compte des phénomènes comme la saturation et les harmoniques d'espace.

Les extensions de ce modèle peuvent suivre deux orientations :

- un raffinement pour une investigation plus fine des phénomènes électromagnétiques à l'aide d'un réseau de perméances [Delforge, Lemaire - Semail 94]. Le nombre d'équations devenant alors très élevé, la procédure d'affectation automatique des causalités est un outil puissant qui mène à la mise en équation du système.
- comme il a été vu précédemment, les bond - graphs s'appliquent aussi à la Thermique. Il est alors tout à fait envisageable de coupler le modèle électromécanique de moteurs que nous avons développé, à un modèle thermique de moteurs dans le formalisme bond - graph pour obtenir des températures globales. Pour une localisation plus fine de ces températures, il faut passer à un réseau de perméances.

En ce qui concerne le calcul des pertes d'origine électromagnétique, nous avons appliqué une méthode pour les matériaux feuilletés de la machine électrique, et une autre pour les parties massives. Nous avons dû procéder ainsi car il n'existe pas actuellement de modèle satisfaisant pour décrire le comportement des matériaux magnétiques dans des champs magnétiques non sinusoïdaux.

Ces modèles sont applicables à toutes les machines électriques. Le calcul des pertes électromagnétiques a été étendu aux machines asynchrones [Ducreux 93]

Une des limitations du modèle utilisé pour le calcul des pertes dans les tôles magnétiques est qu'il ne tient pas compte des pertes en champ tournant. Ce point mériterait une investigation poussée.

Nous avons présenté une méthodologie qui permet d'analyser les associations convertisseurs - machines, et en particulier, d'estimer les pertes d'origine électromagnétique dans les moteurs. La synthèse de commandes pour ces dispositifs a été évoquée, une perspective intéressante de cette approche est aussi la synthèse de structure de convertisseurs.

L'étude d'une machine électrique tournante peut généralement se décomposer en deux parties. En effet, comme l'illustre la figure 3.3, l'analyse dans une région intérieure de la machine peut se réduire à une investigation en deux dimensions.

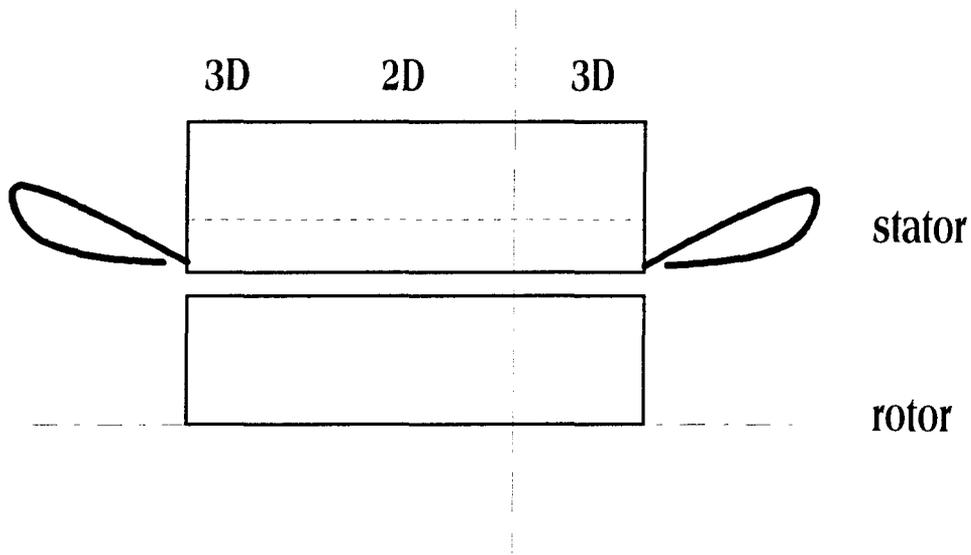


Figure 3.3 : découpage de la machine en différentes zones d'études

La partie droite de la machine peut être analysée à l'aide d'un calcul de champ électromagnétique bidimensionnel tandis que les parties frontales nécessitent l'emploi d'un calcul tridimensionnel.

a) Paramètres liés aux conducteurs (bobinages et cage d'amortisseurs) hors parties frontales:

La résolution d'un problème en magnétostatique sur un logiciel de calcul de champ électromagnétique comme FLUX2D, en n'alimentant que le stator et sans aimantation pour les aimants, donne directement les valeurs des inductances propres et mutuelles pour les bobinages statoriques et rotoriques pour la partie droite de la machine. Le calcul des inductances propres et mutuelles pour la cage d'amortisseurs se fait au moyen d'une résolution d'un problème en magnétostatique où une seule barre est alimentée (ceci revient à négliger l'effet de peau aux fréquences considérées). Il faut pour cela effectuer une série de calculs pour différents états dont chacun fournit la contribution d'un des courants et les inductances qui lui sont liées.

Les valeurs des différentes inductances pour le modèle de machines présenté au chapitre précédent sont récapitulées dans le tableau suivant :

- | | |
|---|--|
| * inductance propre statorique: | $L_s = 20.32 \cdot 10^{-6} \text{ H}$ |
| * inductance mutuelle entre phases statoriques: | $M_s = -7.88 \cdot 10^{-6} \text{ H}$ |
| * inductance propre rotorique: | $L_r = 1.78 \cdot 10^{-7} \text{ H}$ |
| * inductance mutuelle entre phases rotoriques | $M_r = 1.45 \cdot 10^{-7} \text{ H}$ |
| * inductance mutuelle entre phases statoriques et rotoriques: | $M_{sr} = 1.12 \cdot 10^{-6} \text{ en H}$ |
- (M_{sr} représente l'amplitude maximale de cette inductance mutuelle),

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

[Abadie, Dauphin - Tanguy 93] V. Abadie, G. Dauphin - Tanguy "Control of switching continuous systems" I.E.E.E. Systems, Man and Cybernetics Conference Proceedings, 1993, pp 595-600.

[Alger 28] P. L Alger "The calculation of the armature reactance of synchronous machine" Trans. AIEE, February 1928, pp 493-513.

[Asher 91] G. M. Asher "Bond-Graph modelling of three phase rotating AC-machines" Proceedings of IMACS Symposium MCTS, Casablanca, 1991, pp365-370.

[Asher, Eslamdoost 91] G. M. Asher, V. Eslamdoost "A novel causality changing method for the bond - graph modelling of variable electronic switching circuits" Proc of IMACS MCTS '91, May 7-10 1991, Lille, pp 371-376.

[Ballay 90] J. F. Ballay "Modélisation électromagnétique des moteurs à grande vitesse : analyse systématique des phénomènes par le calcul des pertes, tensions, courants, réactances" note interne EDF/DER HM - 18/126, décembre 1990.

[Ballay 91] J. F. Ballay "La modélisation des pertes électromagnétiques dans les moteurs à grande vitesse (application à un moteur synchrone)" note HM - 18/156, novembre 1991.

[Ballay 92] J. F. Ballay "Electromagnetic losses in high speed synchronous motors" ICEM'92, Manchester.

[Barnes 51] E. C. Barnes "An experimental study of induction machine end turn leakage reactance" Trans. of A.I.E.E., Vol. 70, 1951, pp 671-679.

[Bleijs *et al* 82] C. A. Bleijs, M. Demonchy, C. Rioux "Evaluation of the electrical performance of cylindrical solid conducting rotor asynchronous machines using Fourier analysis to determine the internal magnetic field distribution." Electric Machines and Electromechanics, Vol. 7, 1982, pp 357-367.

[Borutski 93] W. Borutski "On interrelations between bond-graphs causal patterns and the numerical solution of the mathematical model." ICBGM '93 SCS Western Multiconference 1993, San Diego.

[Borne *et al* 92] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis "Modélisation et identification des processus " Tome 2, Editions Technip, 1992.

[Bossavit, Vérité 82] A. Bossavit, J. C. Vérité "A mixed FEM BIEM method to solve 3D eddy current problems" I.E.E.E. Trans. on Mag., Vol. 18, n°2, 1982, pp 431-436.

[Brown *et al* 83] J. E. Brown, K. P. Kovacs, P. Vas "A method for including main flux path saturation in the generalized equations of A.C machines" I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS 102, n° 1, January 1983, pp 96-103.

[Buyse 84] H. Buyse "Electrical Machines and converters modelling and simulation", North Holland.

[Cellier, Elmqvist 93] F. E. Cellier, H. Elmqvist "Automated formulae manipulation supports object oriented continuous system modeling." I.E.E.E. Control Systems, April 1993, pp28-38.

[Chatelain 83] J. Chatelain "Machines Electriques", Tome 1, Presses Polytechniques Romandes, 1983.

[Dauphin-Tanguy *et al* 89] G. Dauphin-Tanguy, C. Sueur, C. Rombaut "Bond - Graph approach of commutation phenomena", Symposium IFAC/AIPAC, juillet 1989.

[Dhers 87] J. Dhers "Moteurs électriques : une extension rapide de leurs domaines d'utilisation" RGE n°3, mars 1987, pp 1-10.

[Delforge, Lemaire-Semail 94] C. Delforge, B. Lemaire - Semail "Induction machine modeling using finite element and permeance network methods" CEFC' 94, Aix les Bains (France) 5- 7 juillet 1994.

[Diop 90] A. Diop "Etude comparative des entraînements par moteurs électriques à grande vitesse. Propositions d'orientations pour l'avenir." Note interne EDF HM-19/126, décembre 1990.

[Ducreux *et al* 91] J. P. Ducreux, A. Castelain, G. Dauphin - Tanguy "Electrical machines modelling using bond - graphs" Proc. of IMACS MCTS '91, May 7-10 1991, Lille, pp 357-360.

[Ducreux *et al* 92]] J.P. Ducreux, P. Brochet, A. Castelain , "Comparison between Bond-Graphs and finite element method for permanent magnet machine-power converter association" ICEM '92, Manchester.

[Ducreux 93] J. P. Ducreux "Pertes par courants induits dans un rotor massif de machine asynchrone." Actes du Colloque "Méthodes de la Conception Industrielle en Champ Electromagnétique", Centenaire de l'ESIM, pp 106-112.

[Ducreux *et al* 93] J. P. Ducreux, G. Dauphin - Tanguy, C. Rombaut "Bond - graph modelling of commutation phenomena in Power Electronics circuit" Proc. of SCS Conference ICBGM '93, San Diego, January 1993, pp 132-136.

[Ducreux 94] J. P. Ducreux "Computation of asynchronous machine end winding leakage reactance with 3D field calculation around the end region" ICEM '94, Paris, September 5-7 1994.

[Fiorillo, Novikov 90] F. Fiorillo, A. Novikov "An improved approach to power losses in magnetic laminations under non sinusoidal induction waveforms" I.E.E.E. Trans. on Mag. , Vol. 26, N° 5, September 1990, pp2904-2910.

- [Flux3d 93] "Analyse tridimensionnelle des dispositifs électriques et thermiques par la méthode des éléments finis." CEDRAT S.A. , novembre 1993.
- [Garcia *et al* 95] J. Garcia, G. Dauphin - Tanguy, C. Rombaut "Bond - graph modeling of thermal effects in switching devices." A paraître à I.C.B.G.M. '95, Las Vegas (USA), 16-18 janvier 1995.
- [Garrido *et al* 80] M. S. Garrido, L. Pierrat, E. Dejaeger "Modelling of the saturated salient pole synchronous machine" Proceedings of IMACS 1980, pp 49-52.
- [Garrido, Matagne 80] M. S. Garrido, E. Matagne "Modelling of the flux linkages in saturated electrical machines" Proceedings of IMACS 1980, Paris, pp45-48.
- [Hasada *et al* 86] E. Hasada, Y. Hiraiwa, K. Hayafune, M. Tamura "The Bond - Graph model of the electronic power converter" E.P.E. Congress, Grenoble, pp 1.103-1.108.
- [Honsinger 59a] V. B. Honsinger "Theory of end winding leakage reactance" Trans. of A.I.E.E., Vol. 70, 1951, pp 417-426.
- [Honsinger 59b] V. B. Honsinger "Measurement of end winding leakage reactance" Trans. of A.I.E.E., Vol. 70, 1951, pp 426-431.
- [Iglesias *et al* 92] I. Iglesias, L. Garcia-Tabares, J. Tamarit, "A d-q model for the self-commutated synchronous machine considering the effects of magnetic saturation" I.E.E.E. Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, n° 4, December 1992, pp 768-776.
- [Jamieson 68] R. A. Jamieson "Eddy current effects in solid unslotted iron rotors" Proc. of I.E.E., Vol. 115, n° 6, June 1968, pp 821-827.
- [Joseph, Martens 74] B. J. Joseph, H. R. Martens "The method of relaxed causality in the Bond - Graph analysis of non linear systems", J. Dyn. Syst. Meas. Cont, Mars 1974, pp 95-99.
- [Jufer, Brandt 76] M. Jufer, C. Brandt "Moteur asynchrone à rotor d'acier massif. Etude théorique et applications pratiques" Bulletin S.E.V./V.S.E. 67, 1976, pp 593-598.
- [Karnopp 69] D. Karnopp "Power conserving transformations : physical interpretations and applications using Bond-Graphs", Journal of the Franklin Institute, Vol. 288, N°3, pp 175-201, 1969
- [Karnopp, Rosenberg 75] R. C. Rosenberg, D. C. Karnopp "System dynamics : a unified approach", John Wiley & Sons, New - York, 1975.
- [Karnopp 83] D. C. Karnopp "Alternative bond-graph causal patterns and equation formulations for dynamic systems ." Transactions of A.S.M.E. , Journal of dynamic system, Meas. and Control, Vol. 195, June 1983, pp58-63.
- [Karnopp 85] D. Karnopp "Bond Graph models for electromagnetic actuators" Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, N°1/2, pp 173-181, 1985

[Karnopp 91] D. Karnopp, "State functions and Bond Graph dynamic models for rotary, multi winding electrical machines " *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 328, N°1, pp 45-54, 1991

[Le Doeuff 81] Le Doeuff "Contribution à la modélisation et à la simulation d'ensemble convertisseurs statiques-machines tournantes" Thèse de Doctorat Es Sciences, Nancy, Juin 1981.

[Lemaire-Semail *et al* 91] Mme B. Lemaire-Semail, F. Bouillaut, A. Razek "Modelling of vector controlled cage induction motor with FEM", *I.E.E.E. Proceedings B*, Vol. 138, N°6, November 1991, pp 297-302

[Lesenne *et al* 81] J. Lesenne, F. Notelet, G. Séguier "Introduction à l'Electrotechnique approfondie" *Technique et Documentation*, 1981.

[Liao, Lipo 94] Y. Liao, T. A. Lipo "A new doubly salient permanent magnet motor for adjustable speed drives" *Electric machines and Power Systems*, n°2, 1994, pp 259-270.

[Lombard, Meunier 93] P. Lombard, G. Meunier "Couplage des équations électriques et magnétiques" *J. Phys. III, France*, N° 3, March 1993, pp 397-412.

[Lorenz 93] F. Lorenz "Discontinuities in bond-graphs : what is required ? " *ICBGM '93 SCS Western Multiconference 1993*, San Diego.

[Manesse 83] G. Manesse "Sur une analyse fonctionnelle de groupements d'interrupteurs statiques. Extension à la modélisation des convertisseurs dans leur environnement de contrôle et de puissance." *Doctorat es Sciences Physiques*, Lille, 1983.

[Newcomb 81] R. W. Newcomb "The semi-state description of non-linear time variable circuits." *I.E.E.E. Trans. on Circuits and Systems*, Vol. CAS 28, n° 1, January 1981, pp62-71.

[Pasquarella, Reichert 90] G. Pasquarella, K. Reichert "Development of solid rotors for a high speed induction machine with magnetic bearings" *Proc. of ICEM '90*, pp 464-469.

[Paynter 61] H. M. Paynter "Analysis and design of engineering systems" *MIT Press*, Cambridge, Mass. 1961.

[Pierrat *et al* 91] L. Pierrat, E. Dejaeger. M.S. Garrido. "Models unification for the saturated synchronous machine". *International Conference on the Evolution an Modern aspects of Synchronous Machines*, 27 - 29 August 91, Zürich Vol. 1 pp 44-48.

[Piriou 84] F. Piriou "Contribution à la modélisation numérique des machines synchrones autopilotées en tenant compte des caractéristiques et de la géométrie du circuit magnétique". *Thèse de Docteur ingénieur 1984 Paris LGEP*.

[Pyrhönen 88] J. Pyrhönen "Choosing the material for a high speed asynchronous rotor" *Proc. of ICEM '88*, pp652-657.

[Rabinovici 94] R. Rabinovici "Eddy current losses of permanent magnet motors." I.E.E. Proceedings Electr. Power, Vol. 141, N° 1, January 1994, pp 7-11.

[Robert, Dumont 80] J. Robert, A. Dumont "Saturated machines with smooth rotor theoretical investigations and experimental study" Proceedings of IMACS 1980, pp 42-44.

[Rosenberg, Karnopp 83] R. C. Rosenberg, D. C. Karnopp "Introduction to physical system dynamics", Mac Graw Hill series in Mechanical Engineering, 1983

[Russell, Norsworthy 58] R. L. Russell, K. H. Norsworthy "Eddy current and wall losses in screened rotor induction motors" Proc. of I.E.E., Vol. 105A, n° 20, April 1958, pp 163-173.

[Sabonnadière, Coulomb 86] J. C. Sabonnadière, J. L. Coulomb "Eléments finis et C.A.O." Traité des nouvelles technologies, Série assistance par ordinateur, Hermes, 1986.

[Sadowski *et al* 93] N. Sadowski, B. Carly, Y. Lefevre, M. Lajoie - Mazenc, S. Astier "Finite element simulation of electrical motors fed by current inverters" I.E.E.E. Trans. on Mag., Vol. 29, N° 2, March 1993, pp1683-1688.

[Salon *et al* 89] S. J. Salon, R. Palma, C.C. Hwang "Dynamic modeling of an induction motor connected to an adjustable speed drive" I.E.E.E. Trans. on Mag., Vol. 25, N° 4, July 1989, pp3061-3063.

[Seguier, Notelet 77] G. Séguier, F. Notelet "Electrotechnique industrielle" Technique et Documentation 1977.

[Skelboe, Christiansen 81] S. Skelboe, B. Christiansen "Backward differentiation formulas with extended regions of absolute stability" Rapport Interne d'Electonikcentralen, February 1981.

[Stangerup 91]P. Stangerup "Requirements for a general purpose medelling and simulation language" European Conference on Circuit Theory and Design 2.6 sept 91 -Copenhagen.

[Taieb *et al* 93] A. Taieb, A. Foggia, G. Meunier "End windind reactance computation using a 3D finite element program" I.E.E.E. Transactions on Magnetics, Vol. 29, n° 2, March 1993, pp 1411-1414.

[Tiao, Lipo 94] Y. Liao, T. Lipo "A new doubly salient permanent magnet motor for adjustable speed drives" Electric Machines and Power Systems, N° 2, 1994, pp259-270.

[Thoma 90] J. U. Thoma "Simulation by bond - graphs" Springer Verlag, 1990.

[Tutsim 90] TUTSIM V 7, Meerman Automation Netherlands, 1990

[Vas, Alakula 90] P. Vas, M. Alakula "Field oriented control of saturated induction machines" I.E.E.E. Transactions on Energy Conversion, Vol. 5, n° 1, March 1990, pp 218-224.

[Von der Embse 68] U. A. Von der Embse "New theory of non linear commutator machines" I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus, Vol. PAS 87, n° 9, September 1968, pp1804-1811.

[Yee 71] H. Yee "Effects of finite length in solid rotor induction machines" Proc. of I.E.E. , Vol. 118, n°8, August 1971, pp 1025-1032.

Annexes

ANNEXE 1

1. Présentation de l'outil bond-graph.

C'est une technique de modélisation basée sur les échanges de puissance entre systèmes. Le postulat de départ est que la puissance instantanée d'un système peut être calculée à partir de deux variables qui sont l'effort et le flux telles que :

$$P(t) = e(t).f(t)$$

où : $P(t)$ est la puissance instantanée.
 $e(t)$ et $f(t)$ sont respectivement l'effort et le flux à l'instant t .

Ceci est valable pour la plupart des domaines des Sciences Physiques tels que l'électricité (la tension est l'effort et le courant le flux), la mécanique de rotation (le couple correspond à l'effort, la vitesse au flux) ...

Ces deux variables sont représentées implicitement sur le bond-graph par une demi-flèche indiquant le sens supposé de l'échange de puissance.

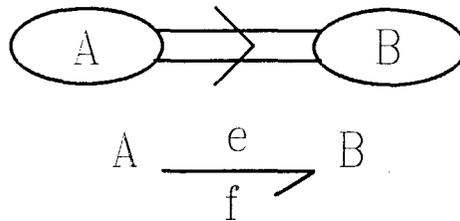


Figure A1 : représentation de l'échange de puissance.

De plus, à chacune de ces variables de puissance est associée une variable d'énergie de la façon suivante :

$$p = \int e(t).dt : \text{moment}$$

$$q = \int f(t).dt : \text{déplacement}$$

L'énergie s'exprime alors :

$$E = \int e.dq = \int f.dp$$

A titre d'exemple, en électricité, le moment correspond au flux magnétique et le déplacement à la charge électrique.

Les endroits où deux sous-systèmes sont connectés, sont ceux où il peut y avoir un échange de puissance et sont appelés "ports". Les éléments standards des bond-graphs sont définis par rapport à la façon dont ils véhiculent la puissance. On distingue dans les systèmes physiques :

- des éléments un-port :

$Se \longrightarrow$: source d'effort (tension).

$Sf \longrightarrow$: source de flux (courant).

$\longrightarrow R$: c'est un élément dissipatif de puissance représentant toute loi générique $e = R \cdot f$ et pour des systèmes non linéaires $e = e(f)$ (résistance en électricité).

$\longrightarrow C$: c'est un élément de stockage d'énergie caractérisant toute loi générique où l'effort est fonction de l'intégrale du flux soit $e = e(q)$ (capacité en électricité).

$\longrightarrow I:L$: c'est un autre élément de stockage d'énergie caractérisant une loi générique où le flux est fonction de l'intégrale de l'effort soit $f = f(p)$ (inductance en électricité).

Toutes ces relations peuvent être linéaires ou non linéaires.

- des éléments deux-ports :

$$\frac{e1}{f1} \xrightarrow{\text{TF}} \frac{e2}{f2} \quad m$$

$$\frac{e1}{f1} \xrightarrow{\text{MTF}} \frac{e2}{f2} \quad m$$

TF et MTF sont des éléments transformateurs (cet élément peut servir à modéliser un transformateur électrique idéal, le rapport de transformation étant le rapport des nombres de spires au primaire et au secondaire). On note que l'on a conservation de l'énergie à travers un élément transformateur. Leur loi générique est exprimée par :

$$e1 = m \cdot e2 \\ f2 = m \cdot f1$$

m est le module de cet élément transformateur. S'il est constant, on parle d'élément TF, s'il est variable, on parle alors de MTF (transformateur modulé).

$$\frac{e1}{f1} \xrightarrow{\text{GY}} \frac{e2}{f2} \quad r$$

$$\frac{e1}{f1} \xrightarrow{\text{MGY}} \frac{e2}{f2} \quad r$$

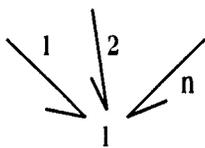
GY et MGY sont des éléments gyrateurs. Ils peuvent servir à représenter l'effet Hall, par exemple, en électricité. Cet élément est généralement utilisé pour passer d'un domaine physique à un autre. Leur loi générique s'écrit :

$$e1 = r \cdot f2 \\ e2 = r \cdot f1$$

Comme pour l'élément transformateur, le module r peut être constant ou variable. Dans le premier cas, on parle d'élément gyrateur GY, dans le second cas, d'élément gyrateur modulé MGY.

- des éléments n-ports :

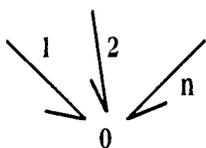
. des jonctions 1 : les éléments reliés à cette jonction ont tous le même flux et le bilan des efforts est nul ; par conséquent, sa loi générique est la suivante :



$$f_1 = f_2 = \dots = f_n \text{ et } \sum e_i = 0$$

Cette dernière relation exprime la conservation de la puissance. Elle caractérise des composants électriques connectés en série.

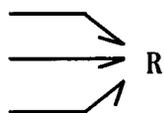
. des jonctions 0 : les éléments reliés à cette jonction ont tous le même effort et le bilan des flux est nul. La loi générique de cet élément est :



$$e_1 = e_2 = \dots = e_n \text{ et } \sum f_i = 0 \text{ (conservation de la puissance)}$$

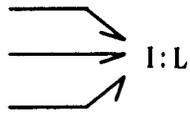
En électricité, ceci représente un noeud électrique.

A partir des éléments cités ci-dessus, on peut représenter un système physique pour peu que le bond-graph soit établi à partir des règles essentielles définies par [Karnopp, Rosenberg 75]. Pour certains systèmes complexes, on généralise la notion d'éléments R, I, C à des éléments n-ports. Ainsi ces éléments ne sont plus caractérisés par une loi générique reliant des scalaires entre eux mais, ici, des vecteurs constitués par les n flux et les n efforts de chacun des ports afférant à cet élément. Ces éléments n-ports peuvent se représenter par :

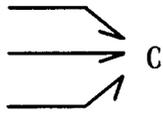


Un champ R où les n efforts peuvent être reliés aux n flux par $[e] = [R] \cdot [f]$ avec

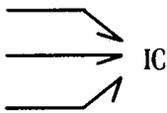
$$[e] = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}, [f] = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \text{ et } [R] \text{ une matrice } n \times n.$$



Un champ I où $[f] = f([p])$ avec $[p] = \int [e].dt$



: Un champ C où $[e] = e[q]$ avec $[q] = \int [f].dt$



: c'est un champ de stockage d'énergie où une partie des ports correspond à un champ I et l'autre partie à un champ C, les deux parties étant couplées. Un exemple est donné par les machines électriques tournantes où l'action des bobinages se représente par un champ I dans le domaine électrique et par un champ C dans le domaine mécanique, ces deux actions étant indissociables.

Dans le domaine du génie électrique, ces éléments particuliers traduisent la complexité des liaisons électriques, dans les systèmes polyphasés par exemple.

2. Modélisation des circuits électriques sans interrupteur avec les bond-graphs.

2.1 Circuits avec point de référence apparent.

Nous parlerons de point de référence apparent quand un noeud de tension peut servir à définir toutes les différences de potentiel de l'ensemble du circuit.

2.1.1 Construction du schéma bond-graph.

L'établissement du schéma bond-graph d'un circuit électrique repose sur des règles précises établies par Karnopp [Karnopp, Rosenberg 75] :

- Une jonction 0 est placée pour chaque noeud du circuit.
- Les éléments I, C, R, Se, Sf, (M)TF, (M)GY, sont placés entre ces jonctions par l'intermédiaire de jonctions 1.
- Chaque jonction 1 est reliée aux jonctions 0 correspondantes par des demi-flèches. Le sens des demi-flèches est choisi arbitrairement comme le sens du courant, caractérisant ainsi le sens des transferts de puissance.
- Un noeud de tension est fixé comme noeud de référence.
- Tous les liens se rattachant à ce noeud de référence sont supprimés.
- Le schéma est simplifié en ne laissant qu'un seul lien quand deux liens uniquement sont reliés à une jonction.

En outre pour les circuits électriques, les règles d'impédance équivalente peuvent être appliquées pour les éléments en série ou en parallèle.

2.1.2 Notion de causalité.

La notion de causalité permet de déterminer pour un élément bond-graph quelle est la variable de puissance connue et celle inconnue. Il est intéressant, en effet, pour pouvoir simuler un système d'appréhender correctement les équations qui le régissent. Par exemple, dans un circuit électrique très simple, si une résistance est alimentée par une source de tension, la loi d'Ohm s'écrit : $i = u / R$. Par contre, si c'est une source de courant, la relation devient :

$u = R \cdot i$. Sur cet exemple très simple, la notion de causalité est bien illustrée. Dans le premier cas, le courant est une inconnue et la tension, elle, est connue. Dans le deuxième cas, c'est l'inverse. Ceci peut paraître trivial sur cet exemple, mais lorsque le système est plus compliqué, il devient très vite important de savoir comment lire, en quelque sorte, les équations qui le régissent.

La première partie du schéma bond-graph décrit la structure du système. Le dessin est ensuite complété par des repères appelés traits causaux qui permettent d'écrire les équations de l'ensemble considéré. Le trait causal, matérialisé par une ligne perpendiculaire à la demi-flèche, indique le sens de l'effort.

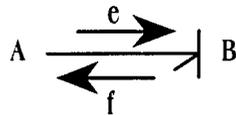


Figure A2 : interprétation du trait causal

Ainsi, sur la figure A2, le flux est connu pour le sous-système A mais l'effort ne l'est pas et vice versa pour le sous-système B : l'effort est une donnée et le flux une inconnue.

Différentes causalités sont introduites suivant les éléments .

- causalité obligatoire : elles concernent les sources. Il va de soi que, pour un élément relié à une source, la grandeur caractéristique de cette source sera une donnée. La causalité qui en résulte est la suivante :



- causalité préférentielle (ou intégrale) : les éléments de stockage d'énergie sont de préférence choisis de façon à ce que leur loi générique s'écrive :

$$f_L = \frac{1}{L} \cdot \int e_L \cdot dt \text{ et } e_C = \frac{1}{C} \cdot \int f_C \cdot dt$$

En effet, pour un grand nombre de solveurs, surtout anciens, il est souhaitable d'avoir à réaliser des intégrations plutôt que des dérivations. Les traits causaux se placent alors de la manière suivante :



Mais il arrive que l'on ne puisse pas mettre ces éléments en causalité intégrale, on parle alors de causalité dérivée et l'affectation des traits causaux est inversée :



Et leurs lois génériques deviennent :

$$e_L = L \cdot \frac{df_L}{dt} \text{ et } f_C = C \cdot \frac{de_C}{dt}$$

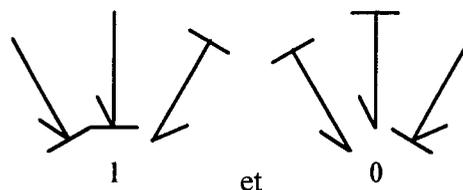
- causalité arbitraire : les éléments R peuvent indifféremment être considérés comme des résistances ou des conductances.



$$e = R \cdot f \text{ et } f = \frac{1}{R} \cdot e$$

L'affectation des causalités sera faite de telle manière qu'il n'apparaisse pas de conflit de causalité entre les éléments.

Les lois génériques des jonctions 0 et 1 entraînent certaines restrictions. En effet, une jonction 1 est déterminée par un même flux, en d'autres termes, un seul élément peut imposer son flux sur la jonction. En électricité, cette jonction caractérise une connexion en série : lorsque le courant est connu pour un composant, il l'est pour tous ceux qui sont en série avec lui. De même, pour les jonctions 0, un seul élément impose l'effort (connexion en parallèle). Les traits causaux se placent donc de la façon suivante :



De même, pour les éléments transformateurs et gyrateurs des restrictions existent, ainsi les différentes causalités possibles sont :

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{TF} \\ 1/m \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} & \text{et} & \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{TF} \\ m \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} \\
 \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{MTF} \\ 1/m \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} & & \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{MTF} \\ m \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} \\
 e2 = m \cdot e1 & & e1 = m \cdot e2 \\
 f1 = m \cdot f2 & & f2 = m \cdot f1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{GY} \\ 1/r \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} & \text{et} & \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{GY} \\ r \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} \\
 \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{MGY} \\ 1/r \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} & & \begin{array}{c} \xrightarrow{e1} \\ f1 \end{array} \Big| \begin{array}{c} \text{MGY} \\ r \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{e2} \\ f2 \end{array} \\
 f1 = r \cdot e2 & & e1 = r \cdot f2 \\
 f2 = r \cdot e1 & & e2 = r \cdot f1
 \end{array}$$

2.1.3 Procédure d'affectation des causalités.

Pour que le schéma bond-graph soit complet, il faut introduire les causalités sur chacun des éléments. Les règles d'affectation ont été établies par [Karnopp, Rosenberg 75]:

- i) Affecter les causalités aux sources.
- ii) Mettre les éléments I et C en causalité intégrale et déduire les causalités sur les éléments MTF, TF, MGY, GY et les jonctions 0 et 1.
- iii) En cas de conflit de causalité (si on ne peut pas mettre tous les éléments I et C en causalité intégrale), repérer l'élément I ou C en cause et le mettre en causalité dérivée puis reprendre en ii).
- iiii) Affecter les causalités aux éléments R.

2.2 Systèmes sans point de référence apparent.

La méthode présentée plus haut ne permet pas de prendre en compte des circuits où aucun point de référence s'impose vraiment. C'est le cas en particulier en alternatif polyphasé quand le circuit ne comporte pas de neutre. Deux problèmes surgissent : il faut recréer un point de référence et de plus prendre en compte le fait que la somme des courants est nulle.

2.2.1 Création d'un point de référence pour les tensions.

La première difficulté disparaît en créant un neutre fictif à partir d'un réseau d'impédance en étoile. Il est proposé classiquement en [Séguier, Notelet 77] de connecter des

résistances de grande valeur en étoile pour réaliser un neutre artificiel et de définir le potentiel de ce point comme référence (potentiel nul).

La démarche pour représenter ce type de circuits en bond-graph s'inspirera de cette méthode. Des éléments supplémentaires vont être ajoutés au schéma pour disposer d'un noeud de référence. L'influence de ces éléments sur le reste du circuit doit être bien évidemment négligeable. Ils doivent permettre d'imposer une tension au niveau des causalités : ceci laisse le choix entre les éléments R ou C. Nous avons choisi de travailler avec des impédances constituées de résistances de forte valeur en parallèle avec des capacités de faible valeur (figure A3). C'est leur point commun qui fournit le point de référence nécessaire.

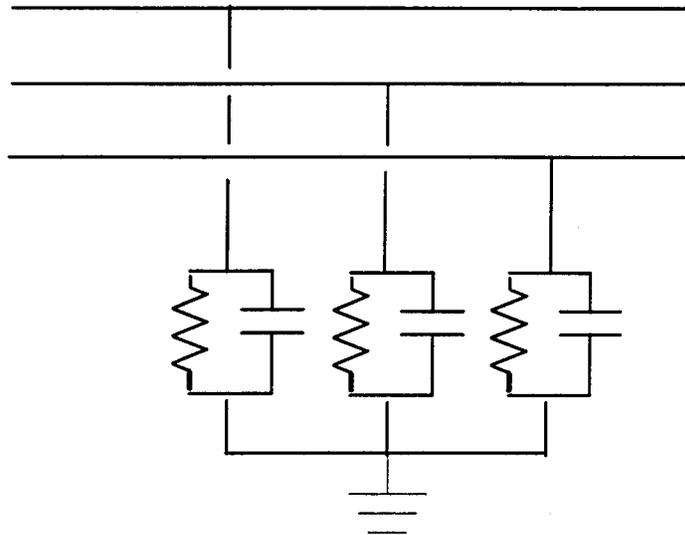


Figure A3 : création d'un neutre fictif.

2.2.2 Prise en compte d'un neutre isolé.

La deuxième difficulté consiste à faire apparaître sur le schéma bond-graph la relation liant les courants de ligne : $\sum i = 0$ tout en conservant la symétrie du système. Ceci peut s'illustrer dans le cas d'une charge formée de résistances en étoile à neutre isolé, celle-ci étant alimentée à partir d'une source de tension.

La figure A4 montre le bond-graph résultant. On note le conflit de causalité obtenu sur la jonction 0 si l'on cherche à conserver une certaine symétrie.

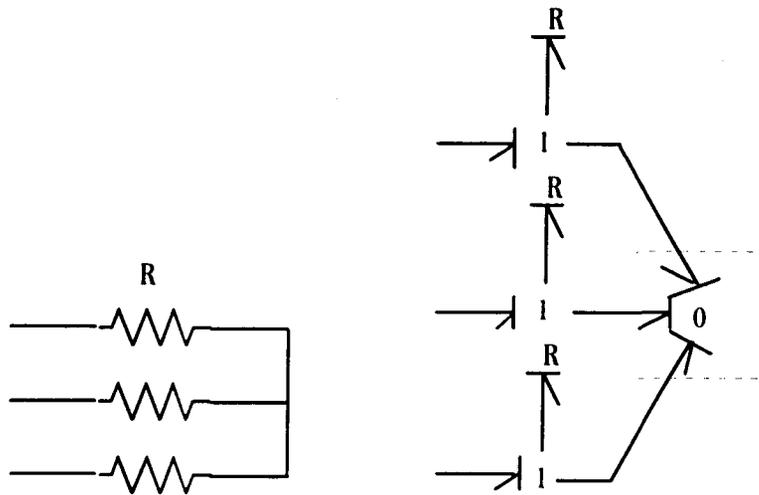


Figure A4 : mise en évidence du conflit de causalité.

Comme c'est un cas particulier, on recherche une solution spécifique. Le conflit signifie que le système comprendra une équation algébrique. Nous avons choisi de traduire la relation $\sum i = 0$ par un élément n-ports appelés champ R comme il a été précisé plus haut (paragraphe "1. Présentation de l'outil bond-graph"). On obtient ainsi un élément particulier (figure A5) :

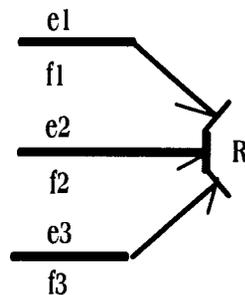


Figure A5 : représentation du champ R.

Sa loi générique est exprimée par la relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3.R} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

On a $f1 + f2 + f3 = 0$. La causalité de ce multiport est imposé. La matrice carrée n'est pas inversible. En effet, à partir des tensions, on peut toujours exprimer les courants mais la réciproque n'est pas vraie car une tension n'existe pas dans l'absolu et doit toujours se définir par rapport à un point de référence. A partir de cette remarque, un champ C ne peut pas exister en causalité intégrale. Un raisonnement analogue à celui tenu pour le champ R peut s'appliquer à un circuit comportant des inductances :

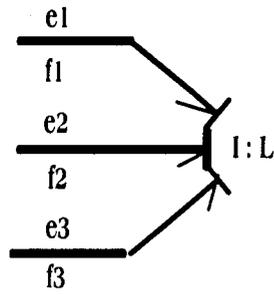
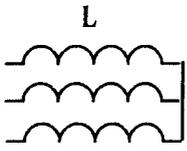


Figure A6 : champ L

où :

$$\begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3.L} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p1 \\ p2 \\ p3 \end{bmatrix} \text{ avec } p_i = \int e_i \cdot dt$$

L'introduction de ces éléments n-ports traduit la nature des composants et aussi le fait que la somme des courants soit nulle à chaque instant. L'addition d'un réseau d'impédance en étoile permet de se ramener à la démarche classique vue dans les paragraphes précédents.

ANNEXE 2

CALCUL DE L'ENERGIE ET DE LA COENERGIE POUR UN ACTIONNEUR SIMPLE.

On ne s'intéresse ici qu'à un système avec un seul bobinage et un aimant. L'expression du flux propre est donnée par :

$$\phi = L \cdot i + \phi_{\text{aim}}(\theta) \quad \text{où : } \begin{array}{l} - i \text{ représente le courant dans le bobinage.} \\ - \phi_{\text{aim}}(\theta) \text{ est le flux magnétique créé par l'aimant seul.} \end{array}$$

La dérivée de la coénergie par rapport à i s'écrit :

$$\frac{\partial W'm(i, \theta)}{\partial i} = \phi = L \cdot i + \phi_{\text{aim}}(\theta)$$

En intégrant par rapport à i :

$$W'm(i, \theta) = \frac{1}{2} L \cdot i^2 + \phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot i + W'm(0, \theta)$$

De la même façon, pour l'énergie :

$$\frac{\partial Wm}{\partial \phi} = i = \frac{1}{L} (\phi - \phi_{\text{aim}}(\theta))$$

Ce qui donne :

$$Wm(\phi, \theta) = \frac{1}{2L} \cdot \phi^2 - \frac{1}{L} \cdot \phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot \phi + Wm(0, \theta)$$

L'énergie peut aussi s'exprimer en fonction du courant :

$$Wm = \frac{1}{2L} \cdot (L \cdot i + \phi_{\text{aim}}(\theta))^2 - \frac{1}{L} \cdot \phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot (L \cdot i + \phi_{\text{aim}}(\theta)) + Wm(0, \theta)$$

soit:

$$Wm = \frac{1}{2L} \cdot (L^2 i^2 + 2\phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot L \cdot i + (\phi_{\text{aim}}(\theta))^2) - \frac{\phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot L \cdot i}{L} - \frac{(\phi_{\text{aim}}(\theta))^2}{L} + Wm(0, \theta)$$

ou, encore :

$$Wm = \frac{1}{2} L \cdot i^2 - \frac{1}{2L} (\phi_{\text{aim}}(\theta))^2 + Wm(0, \theta)$$

N.B: l'expression de l'énergie en fonction des courants ne fait pas apparaître de terme en $\phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot i$

De plus, la somme de l'énergie et de la coénergie donne :

$$Wm + W'm = \phi \cdot i = L \cdot i^2 + \phi_{\text{aim}}(\theta) \cdot i$$

On obtient la relation suivante liant les deux constantes d'intégration :

$$Wm(0, \theta) + W'm(0, \theta) = \frac{1}{2L} (\phi_{aim}(\theta))^2$$

ANNEXE 3 : exemple de modélisation d'une machine asynchrone à cage

Nous allons nous intéresser à ce type de machine car il est très répandu et montre comment aborder un système avec un nombre de phases élevé. De plus, les deux applications traitées comportent une cage.

Présentation du modèle :

Nous avons choisi d'étudier une machine triphasée, bipolaire avec N barres rotoriques. Les enroulements statoriques ont à leurs bornes une certaine tension notée e_{s1} , e_{s2} , e_{s3} parcourus par un courant i_{s1} , i_{s2} , i_{s3} et un flux total ϕ_{s1} , ϕ_{s2} , ϕ_{s3} . Le rotor n'est pas constitué de spires mais d'un ensemble de barres fermées par des anneaux de court-circuit.

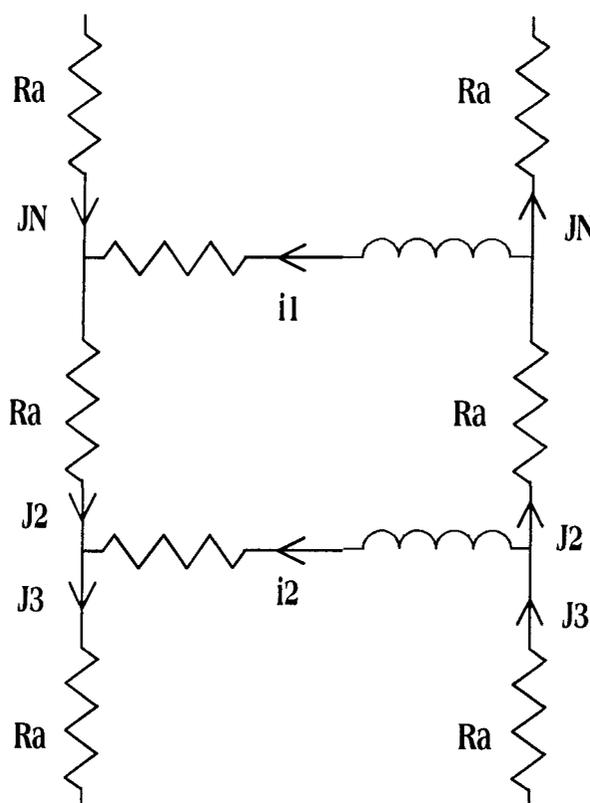


Figure A3.1 : Vue éclatée d'une portion de cage.

La loi des mailles permet d'écrire :

$$-R_b \cdot i_1 - R_a \cdot J_1 + R_b \cdot i_2 - R_a \cdot J_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = 0$$

où ϕ_1 est le flux capté par la maille formé par les barres 1 et 2 et les têtes d'anneaux.

Cependant il faut pouvoir relier les courants de barre à un flux. C'est pourquoi nous définissons un flux par barre tel que pour la première maille :

$$\phi_1 = \phi_2 - \phi_1$$

Cette notion de flux par barre se retrouve dans le calcul de champ électromagnétique bidimensionnel. En effet, la formulation adoptée alors est le potentiel vecteur magnétique. Le flux à travers une surface est alors égal à la circulation du potentiel vecteur magnétique le long d'un contour sur lequel s'appuie cette surface. Le flux par maille correspond dans ce cas à la circulation du potentiel vecteur magnétique le long de la maille. Si l'on néglige la contribution des anneaux, le flux par barre est égal à la circulation du potentiel vecteur le long d'une barre.

On a alors plus généralement si $1 \leq k \leq N - 1$:

$$-Rb \cdot i_k - \frac{d\phi_k}{dt} - 2 \cdot Ra \cdot J_k + Rb \cdot i_{k+1} + \frac{d\phi_{k+1}}{dt} = 0$$

et

$$-Rb \cdot i_N - \frac{d\phi_N}{dt} - 2 \cdot Ra \cdot J_1 + Rb \cdot i_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = 0$$

or

$$i_k = J_k - J_{k-1}$$

Si la k ème ligne est retranchée à la $(k - 1)$. ième ligne,

$$-Rb \cdot i_{k-1} + 2(Ra + Rb) \cdot i_k - Rb \cdot i_{k+1} - \frac{d\phi_{k-1}}{dt} + \frac{2d\phi_k}{dt} - \frac{d\phi_{k+1}}{dt} = 0$$

ce qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 2(Rb + Ra) & -Rb & 0 & \dots & 0 & -Rb \\ -Rb & 2(Rb + Ra) & -Rb & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Rb & 0 & 0 & \dots & -Rb & 2(Rb + Ra) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\phi_1}{dt} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \frac{d\phi_N}{dt} \end{bmatrix}$$

$$\text{soit : } [A] \cdot [i] = E \frac{d[\phi]}{dt}$$

Ce système n'est pas exploitable à cause de la matrice en fonction des $\frac{d\phi_k}{dt}$ qui n'est pas inversible.

Ceci s'explique par le fait que le système peut être ramené de $N - 1$ à 2 phases [Lemaire - Semail *et al* 91]. Nous avons choisi d'appliquer aux grandeurs rotoriques une transformation $T_r(\theta)$ telle que :

$$\begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = [T_r(\theta)] \begin{bmatrix} i_1 \\ \dots \\ i_N \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \begin{bmatrix} \phi_o \\ \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = [\text{Tr}(\theta)] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_N \end{bmatrix}$$

avec, si les barres rotoriques sont espacées d'un pas égal à $2\pi/N$:

$$[\text{Tr}(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{N}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cdot & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{N}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{N}\right) & \cdot & \cos\left(\theta - \frac{(N-1)\pi}{N}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{N}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{N}\right) & \cdot & -\sin\left(\theta - \frac{(N-1)\pi}{N}\right) \end{bmatrix}$$

La matrice $\text{Tr}(\theta)$ est normalisée pour avoir conservation de la puissance instantanée donc :

$$[\text{Tr}(\theta)].[\text{Tr}(\theta)]_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ainsi :

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \cdot \\ i_N \end{bmatrix} = [\text{Tr}(\theta)]_t \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_N \end{bmatrix} = [\text{Tr}(\theta)]_t \begin{bmatrix} \phi_o \\ \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix}$$

La relation matricielle obtenue précédemment devient :

$$[A].[\text{Tr}(\theta)]_t \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = [E] \left[[\text{Tr}(\theta)]_t \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\phi_o}{dt} \\ \frac{d\phi_d}{dt} \\ \frac{d\phi_q}{dt} \end{bmatrix} + \frac{d[\text{Tr}(\theta)]_t}{d\theta} \cdot \begin{bmatrix} \phi_o \\ \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} \cdot \frac{d\theta}{dt} \right]$$

et pour obtenir des matrices de dimension 3×3 :

$$[\text{Tr}(\theta)].[A].[\text{Tr}(\theta)]_t \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = [\text{Tr}(\theta)].[E].[\text{Tr}(\theta)]_t \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\phi_o}{dt} \\ \frac{d\phi_d}{dt} \\ \frac{d\phi_q}{dt} \end{bmatrix} + [\text{Tr}(\theta)].[E] \cdot \frac{d[\text{Tr}(\theta)]_t}{d\theta} \cdot \begin{bmatrix} \phi_o \\ \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

or :

$$[\text{Tr}(\theta)].[E].[\text{Tr}(\theta)]_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) \end{bmatrix}$$

et

$$[\text{Tr}(\theta)].[E].\frac{d[\text{Tr}(\theta)]_t}{d\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) \\ 0 & -4 \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$[\text{Tr}(\theta)].[A].[\text{Tr}(\theta)]_t = \begin{bmatrix} 2R_a & 0 & 0 \\ 0 & \left(4 R_b \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) + 2 R_a\right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(4 R_b \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) + 2 R_a\right) \end{bmatrix}$$

Les deux premières simplifications permettent de supprimer l'axe O donc le système se ramène à : (en posant $\frac{d\theta}{dt} = \omega$) deux équations d'état caractérisant les phénomènes électriques apparaissant au rotor

$$\begin{bmatrix} \frac{d\phi_d}{dt} \\ \frac{d\phi_q}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{4 \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left[\left(4 R_b \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) + 2 R_a\right) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \omega \cdot 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} \right]$$

Ce résultat permet d'obtenir une équation d'état avec les flux magnétiques au rotor car i_d et i_q sont reliés par la matrice d'inductances aux différents flux magnétiques.

Expression des différentes inductances

Il semblerait naturel que la façon la plus élégante de représenter les résistances rotoriques soit l'introduction d'un champ R. Or, il a été vu dans l'annexe 1 qu'un champ R doit imposer le courant à partir des tensions qui lui sont appliquées. Ce champ devrait être en série (c'est à dire sur une jonction 1) avec le champ I représentant la machine transformée. Ceci provoquerait un conflit de causalité.

Pour éviter ce problème, nous avons songé à regrouper ces deux champs pour créer un champ RL représentatif à la fois d'un stockage d'énergie et d'une dissipation. Il est régi par le système d'équations différentielles résultant de l'annexe 1 et est représenté par :



Figure A3.2 : Modélisation d'un rotor à cage

Les phases statoriques sont repérées par les lettres a, b, c tandis que les phases rotoriques sont numérotées de 1 à N. Nous avons supposé qu'il n'y avait pas de fuite du rotor et que l'entrefer était constant.

$$L_s = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \quad L_r = \begin{bmatrix} L_1 & M_{1,2} & \dots & M_{1,N} \\ M_{2,1} & L_2 & \dots & M_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{N,1} & \dots & \dots & L_N \end{bmatrix}$$

où : $L_1 = L_2 = \dots = L_r$

$$L_{sr} = \begin{bmatrix} M_{a1} & \dots & M_{aN} \\ M_{b1} & \dots & M_{bN} \\ M_{c1} & \dots & M_{cN} \end{bmatrix}$$

où :

$$M_{1,2} = L_r \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right)$$

$$M_{1,N} = L_r \cdot \cos\left((N-1) \cdot \frac{2\pi}{N}\right)$$

ou plus généralement :

$$M_{i,j} = L_r \cdot \cos\left((i-j) \frac{2\pi}{N}\right)$$

et

$$M_{a1} = m_{sr} \cos\theta$$

$$M_{b1} = m_{sr} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$M_{c1} = m_{sr} \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

(m_{sr} représente la mutuelle inductance maximale entre une phase du stator et une phase du rotor.)

et plus généralement :

$$M_{ak} = m_{sr} \cos\left(\theta + \frac{2(k-1)\pi}{N}\right)$$

$$M_{bk} = m_{sr} \cos\left(\theta + \frac{2(k-1)\pi}{N} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$M_{ck} = m_{sr} \cos\left(\theta + \frac{2(k-1)\pi}{N} - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Après transformation, la matrice L_0 obtenue (en supprimant l'axe 0) est :

$$L_0 = \begin{bmatrix} L & 0 & M & 0 \\ 0 & L & 0 & M \\ M & 0 & L & 0 \\ 0 & M & 0 & L \end{bmatrix}$$

avec :

$$L = L_s - M_s$$

$$M = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{N}{2}} \cdot m_{sr}$$

$$L = \frac{N}{2} \cdot L_r$$

Tous les paramètres nécessaires à la simulation de cette machine ont été définis.

Les équations d'état obtenues sont alors :

$$\frac{d\phi_{sd}}{dt} = -R_s \cdot i_{sd} + u_{sd}$$

$$\frac{d\phi_{sq}}{dt} = -R_s \cdot i_{sq} + u_{sq}$$

$$\frac{d\phi_{rd}}{dt} = -\left(R_b + \frac{2R_a}{4\sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right)}\right) i_{rd} - \omega_m \cdot \phi_{rq}$$

$$\frac{d\phi_{rq}}{dt} = -\left(R_b + \frac{2R_a}{4\sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right)}\right) i_{rq} + \omega_m \cdot \phi_{rd}$$

avec l'équation mécanique :

$$\frac{dp_m}{dt} = -\frac{R_m}{I_m} \cdot p_m + \tau \quad \text{avec} \quad \omega_m = \frac{p_m}{I_m}$$

ANNEXE 4 : rappel sur la méthode Bertotti pour le calcul des pertes fer dans les paquets de tôles.

Il ne s'agit pas à proprement parler d'un modèle d'hystérésis de Bertotti. Cependant ses résultats sont applicables au calcul des pertes dans les matériaux ferromagnétiques feuilletés. La particularité de ce modèle vient de la décomposition des pertes. Ainsi, les pertes d'énergie totales peuvent être exprimées de la façon suivante:

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{dyn}} + P_{\text{hyst}}$$

Les pertes par hystérésis, P_{hyst} , intervenant dans cette expression, sont dues à la non linéarité de la relation liant le champ d'excitation magnétique H à l'induction magnétique B . Elles sont égales à l'aire de la boucle majeure d'hystérésis, décrite lors du fonctionnement du système, multipliée par f_m , qui est la fréquence d'aimantation. Ces pertes sont dues au caractère discontinu du processus d'aimantation à une échelle très microscopique (les sauts de Barkhausen). On remarque aussi qu'elles auraient une valeur nulle dans le cas d'une relation linéaire entre H et B . Ce qui est tout à fait normal car dans ce cas, l'hystérésis n'existe pas. Quant aux pertes dynamiques, elles sont associées à un comportement de la structure des domaines magnétiques. Celui-ci est pris en compte à une grande échelle macroscopique. Une importante variété de processus intervient dans ce comportement. Le mouvement régulier des parois devenant irrégulier, le regroupement en noyaux et l'annihilation des domaines, la multiplication et la courbure des parois donnent naissance à une phénoménologie très complexe, même dans le cas des matériaux très orientés, pour lesquels la structure de domaines se réduit à quelques domaines longitudinaux et antiparallèles. Les autres modèles de calcul de pertes les appellent pertes par courants de Foucault. Bertotti, par contre, les décompose en pertes classiques, dues à la circulation des courants induits, et en pertes en excès. La décomposition est la suivante:

$$P_{\text{dyn}} = P_{\text{class}} + P_{\text{exc}}$$

Les pertes classiques, P_{class} , sont dues aux courants de Foucault. Elles sont obtenues par calcul analytique, en supposant que l'aimantation du matériau est homogène. La quantification de ces pertes se fait en calculant la moyenne spatio-temporelle du produit scalaire:

$$E \cdot j = |j|^2 / \sigma$$

avec:

- j , la densité du courant,
- σ , la conductivité du matériau,
- E , le champ électrique appliqué.

Les pertes en excès, P_{exc} sont plus difficiles à expliquer et à quantifier. Le problème qui se pose alors consiste à comprendre l'origine et les propriétés de ces pertes, apparaissant en excès par rapport aux pertes calculées par la méthode classique. Bien souvent, elles sont supérieures aux pertes classiques et constituent donc le gros des pertes dynamiques. Les premières tentatives d'explication de ces pertes ont été effectuées par Pry et Bean. D'autres études ont suivi. Une nouvelle théorie a été développée par Bertotti, dont le but était de déterminer un traitement unique tenant compte de la plupart des phénomènes associés aux pertes dynamiques. Elle est basée sur une approche statistique de la phénoménologie des pertes. Elle conduit à la conclusion que le comportement à grande échelle des domaines magnétiques peut être représenté en termes de la dynamique des n objets magnétiques (MO), statistiquement indépendants. Chacun de ces objets correspond à un groupe de parois de domaines

voisins, en interaction. Cela réduit l'étendue de l'étude à la détermination des principales propriétés physiques de \tilde{n} , considéré comme fonction de f_m , fréquence d'aimantation, I_{\max} , aimantation maximale, et aussi de la microstructure du matériau. Il a été montré qu'un MO peut être identifié à une seule paroi de Bloch, lorsqu'il s'agit des matériaux à grains non orientés, avec de grands domaines. Mais lorsqu'il s'agit de matériaux monocristallins, toute la structure des domaines à l'intérieur d'un grain peut être représentée par un seul MO. En conclusion de cette théorie, Bertotti affirme que les pertes en excès sont dues à l'existence d'un contrechamp local fortement non homogène, créé par les courants de Foucault et les interactions au niveau de la microstructure. Ce champ s'oppose au champ magnétique externe, appliqué uniformément. On définit alors les pertes en excès comme indiqué ci-dessous:

$$P_{\text{exc}} = H_{\text{exc}} \dot{I}$$

avec:

H_{exc} , la partie en excès du champ coercitif agissant sur la paroi,

\dot{I} , la dérivée de l'aimantation.

Ce champ peut, à son tour, être représenté comme suit:

$$H_{\text{exc}} = \tilde{n}_0 V_0 \left(\sqrt{1 + 4\sigma G^{(W)} S \dot{I} / \tilde{n}_0^2 V_0} - 1 \right) / 2$$

avec:

\tilde{n}_0 , le nombre de MO actifs simultanément et lorsque $f_m \rightarrow 0$. Par sa définition, il est supposé être proche de 1,

V_0 , la différence minimum moyenne de champ coercitif entre deux MO voisins,

σ , la conductivité électrique du matériau,

S , l'aire de la section transversale de l'échantillon,

$G^{(W)}$, la série définie ci-dessous:

$$G^{(W)} = \frac{4}{\pi^3} \sum_k \frac{1}{(2k+1)^3} = 0.1356\dots$$

Le champ V_0 est le paramètre principal de cette théorie. Il peut facilement être relié au champ coercitif macroscopique H_{hyst} , associé au cycle d'aimantation maximale, I_{\max} . Il s'écrit:

$$V_0 = 2 \langle I_s \rangle H_{\text{hyst}} / \tilde{N}_0 I_{\max}$$

Dans cette dernière formule, \tilde{N}_0 est le nombre de MO dans la section transversale de l'échantillon et $\langle I_s \rangle$ est la valeur propre de l'aimantation à saturation.

Une formulation différente et surtout simplifiée de cette théorie est donnée par Fiorillo et Novikov. Elle conduit à l'expression des pertes en excès ci-dessous:

$$P_{\text{exc}} = \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T |\dot{B}(t)|^{3/2} dt$$

G est ici un coefficient sans dimension. Les autres paramètres sont définis ci-dessus. Cette formule est d'un intérêt beaucoup plus pratique, car elle fait intervenir la dérivée de l'induction magnétique. Dans le cas de l'induction sinusoïdale, elle s'écrit:

$$P_{exc} = 8.67 \sqrt{\sigma G V_0 S} (f_m B_p)^{3/2}$$

où B_p , est la valeur maximale de l'induction. L'expression des pertes totales est alors:

$$P_{tot}(f_m) = P_{hyst}(f_m) + P_{class}(f_m) + 8.67 \sqrt{\sigma G V_0 S} (f_m B_p)^{3/2}$$

Le paramètre GV_0 est alors déterminé comme suit. On mesure les pertes totales sous une induction sinusoïdale, à une fréquence donnée, f_0 . La contribution des pertes par hystérésis est alors obtenue par une mesure quasi-statique. Les pertes classiques sont, quant à elles, déterminées par une formule assez simple. Les valeurs obtenues sont finalement injectées dans la dernière équation avec $f_m = f_0$. GV_0 est donc déterminé. Il tient compte des effets de microstructure sur les pertes dynamiques.

L'expression des pertes totales est donnée par les formules suivantes.

En flux sinusoïdal :

$$P_{tot} = k_h \cdot B_m^2 \cdot f + \frac{\pi^2 \cdot \sigma \cdot d^2}{6} (B_m \cdot f)^2 + k_e (B_m \cdot f)^{3/2}$$

Les pertes instantanées s'en déduisent :

$$P_{tot} = P_h(t) + \frac{\sigma \cdot d^2}{12} \cdot [\dot{B}(t)]^2 + k'_e \cdot [\dot{B}(t)]^{3.2}$$

où : σ est la conductivité du matériau,
 d son épaisseur,
 B_m la valeur crête de l'induction,
 f la fréquence du champ magnétique source
 k_h, k_e, k'_e sont des paramètres caractéristiques du matériau à déterminer.

