gen 20104573

T

50376
1994
391

N° d'ordre : 800

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR es SCIENCES PHYSIQUES

par **Jean-Michel SIWAK**

COMPORTEMENT ET MODELISATION DE LA CRAIE

Soutenue le 10 JUIN 1994

M. HENRY	**Président**
Mme HOMAND	**Rapporteur**
M. CAMBOU	**Rapporteur**
M. DI BENEDETTO	**Rapporteur**
M. BOULNOIS	**Examinateur**
M. MAURY	**Examinateur**
M. SCHROEDER	**Examinateur**
M. SHAO	**Examinateur**

BIBLIOTHEQUE INTERUNIVERSITAIRE
SECTION DE SCIENCES
LILLE

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Département Génie Civil de l'Ecole des Mines de DOUAI.

Les différents Directeurs, Messieurs GERENTE, DEFRANCE, COTTE, ont contribué, par les facilités qu'ils m'ont offertes, à la réussite de ce travail. Qu'ils veuillent bien accepter ici ma reconnaissance et mes vifs remerciements.

Monsieur le Professeur HENRY a assuré la direction de ce travail. Sa confiance m'a été aussi précieuse que les conseils et les encouragements qu'il m'a prodigués. Je le remercie de présider le jury de thèse.

Je souhaite également remercier ici :

- Madame et Messieurs les Professeurs HOMAND, CAMBOU, DI BENEDETTO, rapporteurs de ce mémoire, pour leurs remarques et précieux conseils ainsi que pour les longs échanges très enrichissants que nous avons tenus et d'avoir accepté de participer au jury.

- Monsieur MAURY, pour l'expérience industrielle dont il m'a fait bénéficier.

- Monsieur SHAO, pour avoir accepté de participer au jury.

- Monsieur SCHROEDER, pour son accueil chaleureux, ses encouragements, et l'expérience scientifique dont il m'a fait bénéficier.

- Monsieur BOULNOIS, pour avoir accepté de participer au jury et pour ses encouragements.

- Evelyne qui a assuré la dactylographie de ce mémoire.

Je ne saurais oublier tous mes collègues et amis qui m'ont soutenu et aidé tout au long de ce travail, en particulier, Madame et Messieurs BODDELE, CAPPELAERE, DEGRUGILLIERS, DE METS, DURR, KUCHCINSKI, MIKOLAJCZAK, PECQUEUR, PREVOST, TASSART,

A Evelyne, à Marie,
pour toutes les heures volées.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE ..... p. 1

PARTIE A

Chapitre I - PROPRIETES GENERALES ..... p. 2

I - 1 - INTRODUCTION ..... p. 3
I - 2 - CLASSIFICATION DES CRAIES ..... p. 4
I - 2 - 1 - Introduction ..... p. 4
I - 2 - 2 - Présentation et classification des craies étudiées ..... p. 7
I - 3 - INFLUENCE DE LA POROSITE ..... p. 18
I - 4 - INFLUENCE DES MINERAUX SECONDAIRES ..... p. 22
1 - 4 - 1 - Influence des argiles ..... p. 22
1 - 4 - 2 - Influence de la teneur en silice ..... p. 26
I - 5 - INFLUENCE DES LIQUIDES ..... p. 27
I - 5 - 1 - Influence de l'eau interstitielle ..... p. 27
I - 5 - 2 - Gonflement ..... p. 27
I - 5 - 3 - Influence de l'eau sur les propriétés mécaniques ..... p. 30
I - 5 - 4 - Influence des alcools ..... p. 31
I - 5 - 5 - Phénomène de dissolution-recristallisation sous contraintes ..... p. 31
I - 6 - INFLUENCE DE LA TEMPERATURE ..... p. 33

Chapitre II - COMPORTEMENT SOUS DIVERSES SOLLICITATIONS ..... p. 34

II - 1 - COMPORTEMENT SOUS COMPRESSION MONOAXIALE ..... p. 35
II - 2 - COMPORTEMENT SOUS CHARGEMENT HYDROSTATIQUE OU OEDOMETRIQUE ..... p. 39
II - 2 - 1 - Comportement sous chargement hydrostatique ..... p. 39
II - 2 - 2 - Comportement sous chargement de type oedométrique ..... p. 43
II - 3 - COMPORTEMENT SOUS CHARGEMENT DEVIATORIQUE ..... p. 51
II - 3 - 1 - Comportement déviatorique sous faible confinement p. 51
II - 3 - 2 - Comportement déviatorique sous confinement élevé p. 52

II - 4 - INFLUENCE DU TEMPS ..... p. 53
II - 4 - 1 - Fluage uniaxial ..... p. 53
II - 4 - 2 - Fluage sous contrainte hydrostatique ..... p. 55
II - 4 - 3 - Fluage triaxial sous faible déviateur ..... p. 56
II - 4 - 4 - Comportement cyclique ..... p. 58
II - 5 - NOTION DE CONTRAINTE EFFECTIVE ..... p. 61

Chapitre III - MODELES ..... p. 64

III - 1 - MODELES SIMPLES ..... p. 66
III - 1 - 1 - Critère de Coulomb ..... p. 66
III - 1 - 2 - Modèle de Reinicke ..... p. 66
III - 1 - 3 - Modèles elliptiques ..... p. 67
III - 2 - MODELES INCREMENTAUX DE TYPE INTERPOLATION ..... p. 70
III - 3 - MODELES A CONCEPT D'ETAT LIMITE ..... p. 72
III - 4 - MODELES ELASTOPLASTIQUES ..... p. 75
III - 4 - 1 - Modèle de Lade ..... p. 75
III - 4 - 2 - Modèle de Desai ..... p. 78
III - 4 - 3 - Modèle de Nova ..... p. 79

PARTIE B

Chapitre IV - EXPERIMENTATIONS ..... p. 82

IV - 1 - ESSAIS HYDROSTATIQUES ..... p. 83
IV - 2 - ESSAIS DEVIATORIQUES ..... p. 86
IV - 3 - ESSAIS PROPORTIONNELS ..... p. 90
IV - 4 - ESSAIS OEDOMETRIQUES ..... p. 91
IV - 5 - CONCLUSION ..... p. 95

Chapitre V - ANALYSE DU COMPORTEMENT DE LA CRAIE A PARTIR DU MODELE DE LADE ..... p. 99

V - 1 - DETERMINTATION DES PARAMETRES ..... p. 100
V - 1 - 1 - Partie élastique ..... p. 100
V - 1 - 2 - Changement de repère ..... p. 100
V - 1 - 3 - Partie sphérique ..... p. 100
V - 1 - 4 - Partie déviatorique ..... p. 105

V - 2 - SIMULATION DES ESSAIS TRIAXIAUX ..... p. 110
V - 2 - 1 - Organigramme des simulations de courbes ..... p. 110
V - 2 - 2 - Simulation des essais hydrostatiques et sensibilité aux paramètres hydrostatiques ..... p. 111
V - 2 - 3 - Simulation des essais déviatoriques et sensibilité aux paramètres ..... p. 114
V - 3 - VALIDATION SUR ESSAIS PROPORTIONNELS - CONCLUSION ..... p. 115

Chapitre VI - ANALYSE DU COMPORTEMENT DE LA CRAIE A PARTIR DU MODELE DE DESAI ..... p. 126

VI - 1 - DETERMINATION DES PARAMETRES ..... p. 127
VI - 1 - 1 - Paramètres élastiques ..... p. 127
VI - 1 - 2 - Détermination de γ ..... p. 127
VI - 1 - 3 - Calcul de β ..... p. 128
VI - 1 - 4 - Changement de phase n ..... p. 129
VI - 1 - 5 - Calcul des paramètres d'écrouissage ..... p. 130
VI - 2 - SIMULATION DES ESSAIS ..... p. 134
VI - 2 - 1 - Simulation des essais hydrostatiques ..... p. 134
VI - 2 - 2 - Simulation des essais déviatoriques ..... p. 139
VI - 3 - VALIDATION SUR ESSAIS PROPORTIONNELS ..... p. 148

Chapitre VII - SIMULATION DES ESSAIS DE TORSION ..... p. 154

VII - 1 - INTRODUCTION ..... p. 155
VII - 1 - 1 - Résultats expérimentaux ..... p. 155
VII - 1 - 2 - Modélisation ..... p. 158
VII - 2 - TORSION DANS LA CRAIE ..... p. 160
VII - 2 - 1 - Dimensions de l'échantillon ..... p. 160
VII - 2 - 2 - Principe de la machine ..... p. 160
VII - 2 - 3 - Préparation et collage des échantillons ..... p. 161
VII - 2 - 4 - Pilotage et asservissement de la machine ..... p. 161
VII - 2 - 5 - Torsion sur la craie ..... p. 164
VII - 3 - SIMULATION PAR ELEMENTS FINIS DES ESSAIS DE TORSION A PARTIR DU MODELE DE LADE ..... p. 168

VII - 4 - SIMULATION DES ESSAIS DE TORSION PAR LE MODELE DE CHANG ..... p. 173
VII - 4 - 1 - Détermination des paramètres ..... p. 174
VII - 4 - 2 - Simulation des courbes de torsion ..... p. 178

CONCLUSION GENERALE ..... p. 183

BIBLIOGRAPHIE ..... p. 188

ANNEXE 1 - Résultats expérimentaux sur la craie d'Haubourdin
ANNEXE 2 - Résultats expérimentaux sur la craie de Liège
ANNEXE 3 - Résultats expérimentaux sur la craie de Dannes
ANNEXE 4 - Résultats expérimentaux sur la craie de Bois Bernard
ANNEXE 5 - Modèle de Lade
ANNEXE 6 - Simulation avec le modèle de Lade
ANNEXE 7 - Modèle de Desaï
ANNEXE 8 - Simulation avec le modèle de Desaï
ANNEXE 9 - Modèle de Chang
ANNEXE 10 - Algorithme de simulation des essais de torsion par éléments finis

INTRODUCTION

La craie est un matériau largement rencontré dans les problèmes d'ingénierie, pétrolière ou civile. C'est un matériau qui a la particularité d'avoir un comportement mécanique très particulier et difficilement classable.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de l'étude du comportement de la craie blanche, sous diverses sollicitations et de sa modélisation.

Ce travail se décompose ainsi en deux parties.

Dans la première partie, on s'intéresse plus particulièrement aux différentes propriétés mécaniques des craies.

Le premier chapitre traite des caractéristiques mécaniques de la craie et on y étudiera entre autres l'influence de la porosité, de la teneur en argile et en silice, des liquides de saturation sur ces mêmes caractéristiques mécaniques, pour rechercher une méthode de classification des craies.

Dans le deuxième chapitre, nous nous attachons essentiellement au comportement mécanique. Nous mettrons ainsi en évidence l'influence de paramètres tels que la porosité, la teneur en silice et en argile du fluide sur le comportement de la craie sous des chargements de types hydrostatique, oedométrique et déviatorique. Nous abordons ensuite la dépendance du comportement avec le temps. Nous analysons alors l'influence de la contrainte hydrostatique et déviatorique, la conséquence d'un chargement cyclique, et précisons les notions de consolidation et de viscosité. Nous discutons enfin de la validité de la notion de contrainte effective dans la craie.

Le troisième chapitre est consacré à une présentation des modèles utilisés ou susceptibles d'être retenus dans la craie. Nous présentons successivement les modèles "simples", incrémentaux de type interpolation, à concept d'état limite et élastoplastiques.

La deuxième partie porte sur l'étude expérimentale de quatre craies et de leur modélisation.

Le chapitre quatre est consacré à la présentation des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire sur quatre craies à porosité très étalée.

Les chapitres cinq et six sont axés sur la modélisation du comportement à partir des modèles de Lade et de Desaï. Après la détermination des paramètres des modèles, nous analyserons les simulations numériques des résultats expérimentaux précédemment obtenus et la sensibilité des paramètres des modèles.

Le chapitre six est consacré à la modélisation du comportement de l'une des craies sous sollicitation de torsion sur cylindre creux.

PARTIE A

I - PROPRIETES GENERALES

La craie est un matériau à comportement mécanique très particulier. Elle présente, pour une variété donnée, toute une gamme de comportements rhéologiques. Il faut néanmoins faire la distinction entre ouvrage de surface et ouvrage profond dans la craie, car il faudra tenir compte du comportement réel de ce matériau qui est considéré selon les cas plutôt comme un sol ou plutôt comme une roche.

Le comportement de la craie est lié à son histoire, sa pétrographie, son mode de gisement. La définition de la structure paraît indispensable à une bonne compréhension de son comportement. Trois facteurs interviennent de manière significative dans le comportement des roches : la nature et le chemin de sollicitation, le fluide de saturation, la structure du matériau.

L'objet des paragraphes suivants est de s'attacher à une synthèse des résultats obtenus dans les différents domaines de caractérisation de la craie et de mettre en évidence les principales caractéristiques mécaniques.

I - 1 - INTRODUCTION

La craie est une roche carbonatée blanche, poreuse, à texture fine, qui se distingue très nettement des calcaires. Sa couleur blanche est due à sa constitution presque exclusivement faite de calcite pure ; sa teneur en carbonate de calcium ($CaCO_3$) étant alors supérieure à 95 %.

Cependant, on peut trouver des proportions plus ou moins importantes de minéraux accessoires tels que glauconie, phosphate, dolomite, argiles diverses et silice. Trois types de matériaux composent les craies :

- les fragments détritiques, qui proviennent du démantèlement des roches pré-existantes et resédimentées au fond des mers crétacées : c'est la fraction hérédité ;

- les restes organiques, seules les parties initialement minéralisées ont été fossilisées, elles sont en morceaux de tailles très variables ;

- les minéraux de néoformation, formés au moment de la sédimentation au cours de la diagénèse.

Les fragments détritiques de grande taille ne sont pas courants dans les craies. Des minéraux lourds et certaines argiles appartiennent à la fraction hérédité. Les craies blanches très pures du Sénonien Supérieur sont presque totalement dépourvues d'éléments détritiques. Les restes des organismes entiers ou en débris constituent une fraction importante des craies et on les observe au microscope électronique. Les minéraux de néoformation sont probablement d'origine biochimique et résultent de l'activité biologique des bactéries.

L'utilisation du microscope électronique couplé à la diffraction aux rayons X et à la porosimétrie, permet l'étude de la structure microscopique ainsi que l'ensemble des caractéristiques minéralogiques. Il semble d'après certains auteurs, tels que Masson et Leroux [87], que la connaissance de cette microstructure est fondamentale dans la connaissance du comportement géotechnique d'une roche. Le passage entre les véritables craies et leurs variétés est généralement relativement progressif. L'augmentation sensible du pourcentage d'un constituant (argile, phosphate, glauconie, silice...) modifie profondément les facies et par voie de conséquence, les propriétés mécaniques du matériau. Dans toute la suite, on ne s'intéressera qu'aux craies dites blanches, c'est-à-dire, à variété non prononcée, aux craies argileuses et aux craies silicieuses.

Il a été observé à partir des craies de la Mer du Nord, que la teneur en silice est un paramètre important dans la classification des craies.

L'argile tient également une place importante dans la structure des craies. D'après Doremus [32], il faut distinguer les cas suivants :

- minéraux argileux peu abondants et disséminés dans la structure, c'est le cas des craies sénoniennes ;
- argiles plus abondantes, oblitérant plus ou moins les pores.

Il faut distinguer alors les craies Turoniennes et Sénoniennes où les argiles se limitent à quelques plaquettes réparties de manière aléatoire, des craies Cénomaniennes où l'on observe des lentilles plus argileuses.

L'étude du comportement de la craie n'est pas chose aisée en particulier si l'on souhaite dégager l'influence d'un paramètre. En effet, lorsque l'on change de craie, on modifie les paramètres tels que porosité, structure et teneurs en argile et en silice. Dans les paragraphes suivants, nous étudierons l'influence de chacun de ces quatre paramètres sur le comportement mécanique de la craie.

I - 2 - CLASSIFICATION DES CRAIES

I - 2 - 1 - Introduction

Masson [87] propose une identification géotechnique des craies à partir des caractéristiques mécaniques suivantes :

- densité sèche,
- vitesse des ondes ultra sonores longitudinales,
- vitesse d'ascension capillaire,
- micro-dureté,
- coefficient d'usure par vibrobroyage,
- le rapport des résistances à la compression R_C à l'état sec et saturé.Masson propose également la classification suivante des craies uniquement à partir du rapport R_c Sec/R_c saturé :

RC sec/RC saturé	Qualité
< 3	très bonne
3 à 3,5	bonne
3,5 à 4	médiocre à mauvaise
> 4	très mauvaise

Depuis l'avènement du microscope électronique à balayage, il est possible d'examiner la texture de la craie ce qui permet de tenter une corrélation entre l'analyse physique et mécanique. En effet, une question était posée sans beaucoup de réponses satisfaisantes, à savoir, pourquoi les craies apparemment similaires se comportent-elles de manière aussi différente dans des applications géotechniques ? Il fallait donc préciser le terme similaire, mais également tenter de relier micro structure et comportement mécanique. Ceci a été abordé en particulier par Mortimore [108] qui, par analyse semi-quantitative des caractéristiques pétrografiques a défini un index de texture. A cet index de texture défini au microscope électronique à balayage, on associe la valeur de la densité sèche et parfois la nature et le pourcentage du résidu insoluble après dissolution à l'acide chlorydrique. Cet index de texture est défini à partir des 7 indices de texture suivants :

- C : compaction
- A : angularité
- U : uniformité de la taille des grains
- S : forme des grains
- E : contact entre grains
- D : dissolution
- Y : nannofacies

On en déduit ainsi l'index de texture qui est la somme des indices de texture, certains d'entre eux pouvant être pondérés. On représente généralement cet index de texture en fonction de la densité sèche afin de classifier les craies selon l'ordre suivant :

- craie extrêmement molle
- craie très molle
- craie molle

- craie moyennement dure
- craie dure
- craie très dure
- craie extrêmement dure

D'autres classifications peuvent s'effectuer à partir des corrélations entre densité sèche et résistance à la compression sèche ou encore densité sèche et teneur en eau naturelle. La première corrélation présente une grande dispersion à cause de la texture. En effet, une porosité importante peut refléter une grande résistance supportée due à l'inter-pénétration des grains et non pas à un haut degré de compaction. De plus, la résistance des craies extrêmement molles à très molles est très sensible à la teneur en eau. La densité sèche semble être un bon paramètre de classification. Elle est peu sensible à la dispersion. Une corrélation peut donc être réalisée avec la porosité et la distribution des pores. Les résultats de compression simple et de traction par essai brésilien en relation avec la teneur en eau suggèrent qu'il y a une densité critique au dessous de laquelle les contraintes de gonflement joueraient en rôle important.

D'autres classifications plus simples font référence à la porosité et à la teneur en Silice.

Sur les figures 1-1 à 1-3 suivantes sont représentées les corrélations entre la densité sèche et les caractéristiques physico-mécaniques qui permettent de classer la craie.

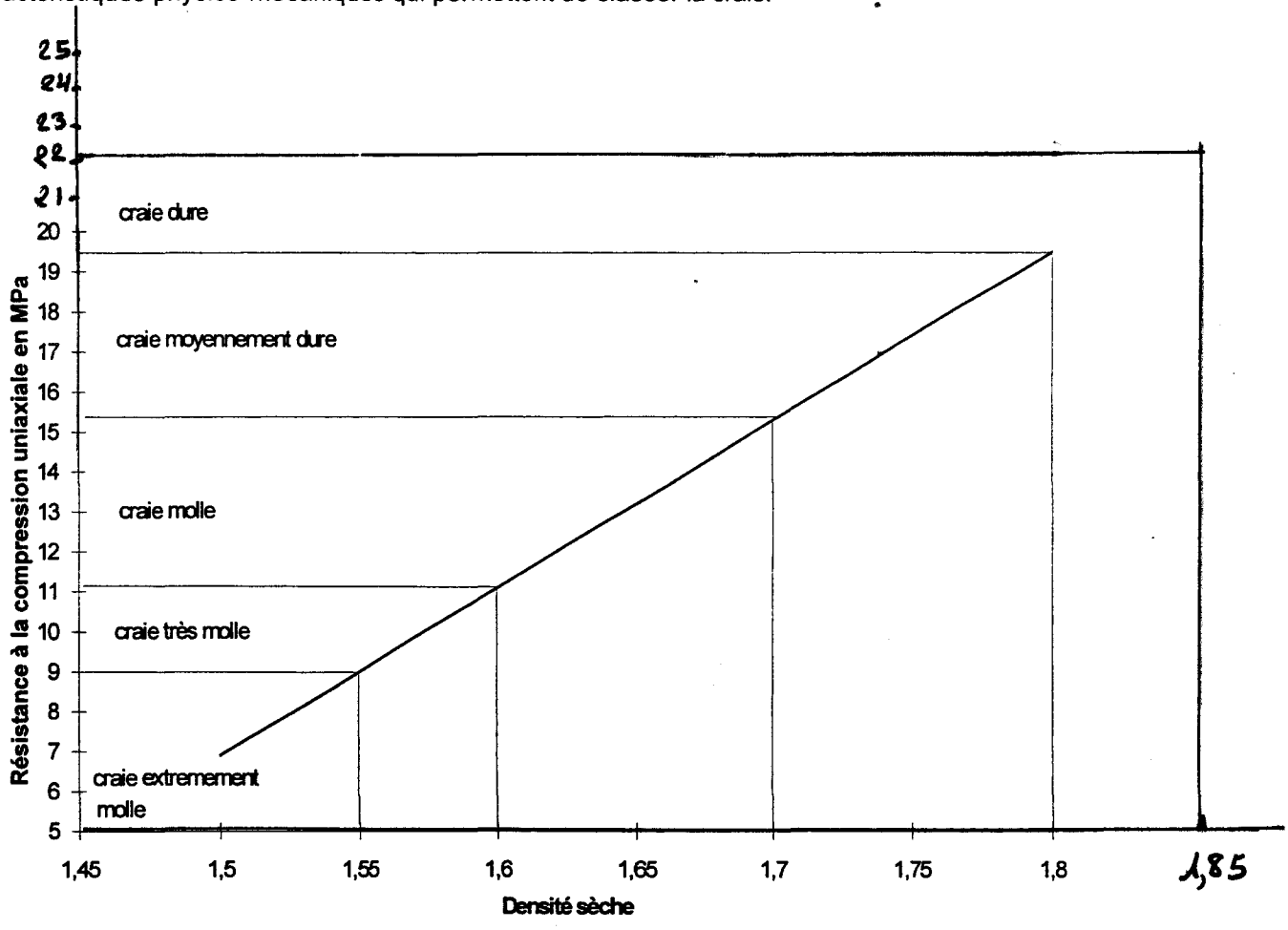


Figure 1-1 : Corrélation entre densité sèche et résistance à la compression uniaxiale sèche d'après Mortimore

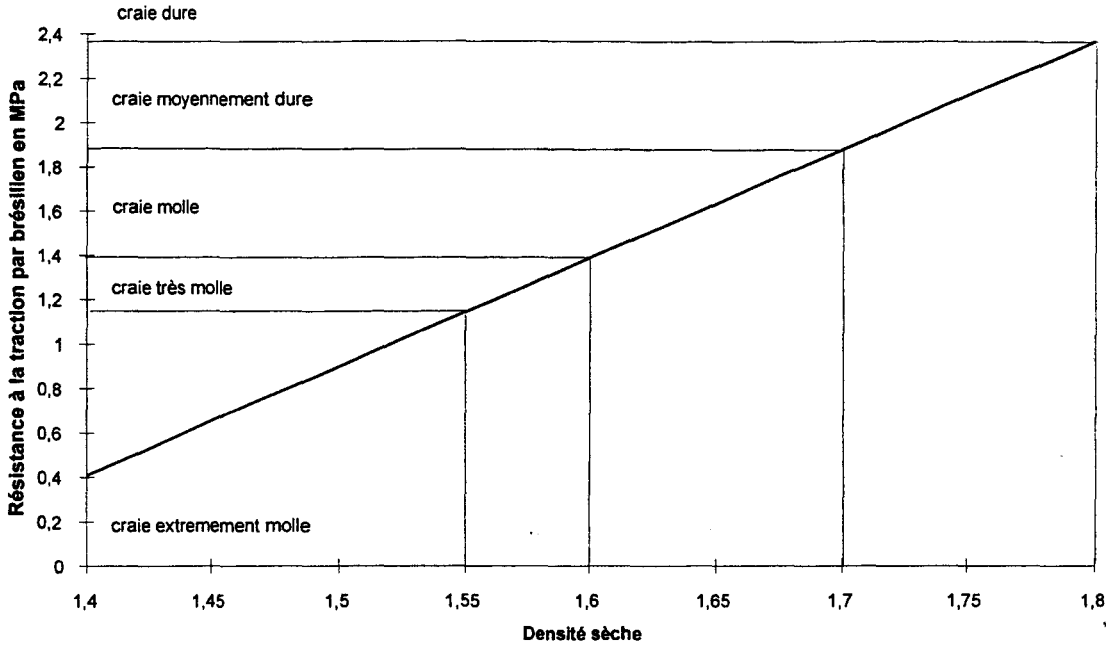


Figure 1-2 : Corrélation entre densité sèche et résistance à la traction par brésilien

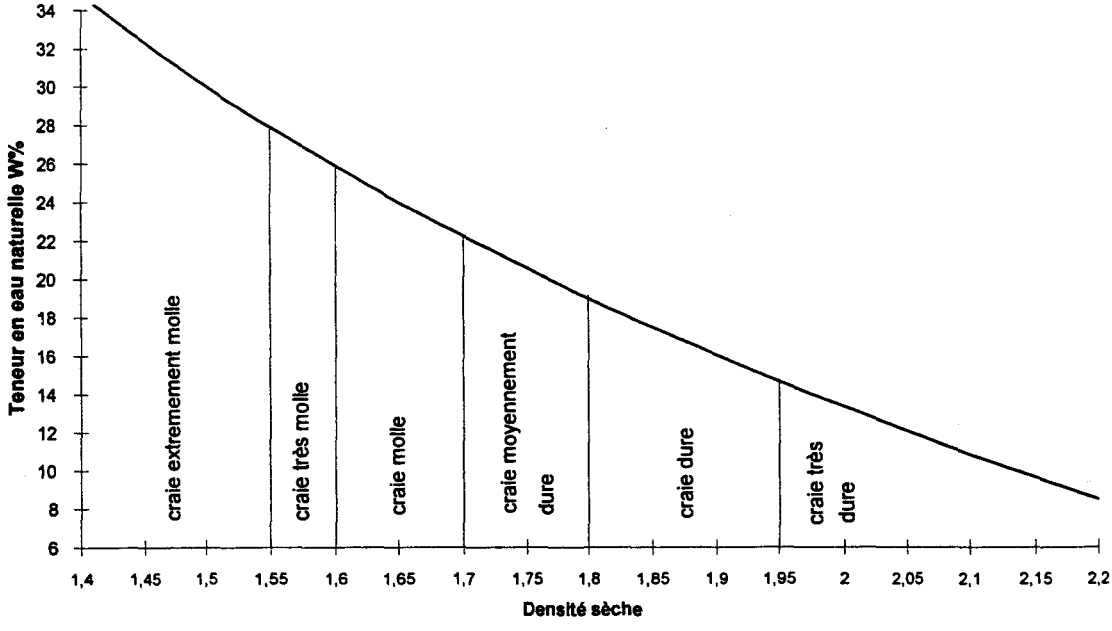


Figure 1-3 : Corrélation entre densité sèche et teneur en eau naturelle

I - 2 - 2 - Présentation et classification des craies étudiées

3 craies du Nord de la France ont été testées expérimentalement en laboratoire. Elles proviennent des carrières à ciel ouvert de :

- Dannes,
- Bois Bernard,
- Haubourdin.

Une 4è craie provenant de la région de Liège a également été caractérisée. Toutes ces craies sont désignées respectivement par les lettres D - BB - H et L.

Géologiquement, elles sont classées dans les étages suivants :

- Senonien pour H,
- Cenomanien pour D et BB,
- Maestrichtien pour L.

Les caractéristiques physiques et mécaniques sont répertoriées dans le tableau 1-1 suivant :

On observe que la plage de porosité connectée déterminée au pycnomètre varie entre 44 % pour Liège et 24,5 pour Dannes. Les craies de Bois Bernard et d'Haubourdin ont une porosité voisine de 35 %.

En ce qui concerne la densité, les craies de Dannes et d'Haubourdin possèdent une densité absolue de l'ordre de 2,67 ce qui traduit la présence d'impuretés. Par contre, les craies de Bois Bernard et de Liège présentent une densité d'environ 2,71 ce qui est typique d'une craie blanche quasi pure.

Les caractéristiques mécaniques : résistances à la compression simple et à la traction obtenue par fendage ainsi que le module d'Young sont en corrélation avec la porosité.

Sur les figures 1-4 et 1-5 sont positionnées les quatre craies étudiées sur les diagrammes de variation de module et de résistance à la compression en fonction de la porosité fictive. On observe alors que les craies sont bien situées dans la zone des craies blanches hormis celle de Dannes qui est à la limite des craies argileuses.

Plus la porosité est élevée, plus ces caractéristiques diminuent, alors que la perméabilité à l'eau est en relation inverse.

Une analyse de la porosité a été effectuée sur un porosimètre Micromeritics Auto Pore 9200 V2-02.

Sur les figures 1-6 à 1-7 sont reportés le diamètre des pores en fonction du volume de mercure injecté, et les histogrammes de répartition du diamètre des pores en fonction des incréments de volume injecté.

On observe que l'allure des courbes correspondantes sont similaires pour les 4 craies étudiées. On n'observe également aucun décalage important de spectre.

Le diamètre moyen des pores est de 0,514 µm pour les craies de Liège, Haubourdin et Bois Bernard, il est légèrement décalé vers la valeur 0,315 µm pour la craie de Dannes. Cette dernière présente également des rayons de pores inférieurs à 0,1 µm légèrement plus nombreux que les autres craies. Cependant le facteur K (volume des vides des pores < 0,1 µm/volume des vides total) est très faible. Il est inférieur à 0,1 pour les 4 craies ce qui est caractéristique de craies à très faible teneur en argile.

Afin de compléter la classification, une observation au microscope électronique à balayage a été réalisée avec un grossissement de 3000. On peut observer sur les clichés des figures 1-8 à 1-11, en reprenant la méthodologie de Mortimore [108], les résultats suivants afin de déterminer les indices de texture correspondants à chaque craie.

Dans le tableau 1-2, sont reportées les analyses chimiques par éléments simples effectuées en Fluorescence X.

Dans le tableau 1-3, sont reportés les indices relatifs à chaque paramètre de la classification pour les différentes craies.

	DANNES	HAUBOURDIN	BOIS BERNARD	LIEGE
Densité absolue d	2,69	2,67	2,71	2,72
Porosité $\bar{\eta}$	24,4	34,15	35,19	44
Dureté Brinel HB	12,2	4,2	5,9	2
E (MPa)	1140	980	890	615
Rc (MPa)	10,8	6,85	7,38	3,8
R_T (MPa)	1,05	0,65	0,63	0,3
K (10^{-9} m/s)	6,05	11,9	12,2	18,2
B	0,88	0,42	0,53	0,38
V_L (m/s)	2650	2534	2660	2300
Densité apparente g/cm^3	1,96	1,64	1,65	1,53

Tableau 1-1 - Caractéristiques des différentes craies

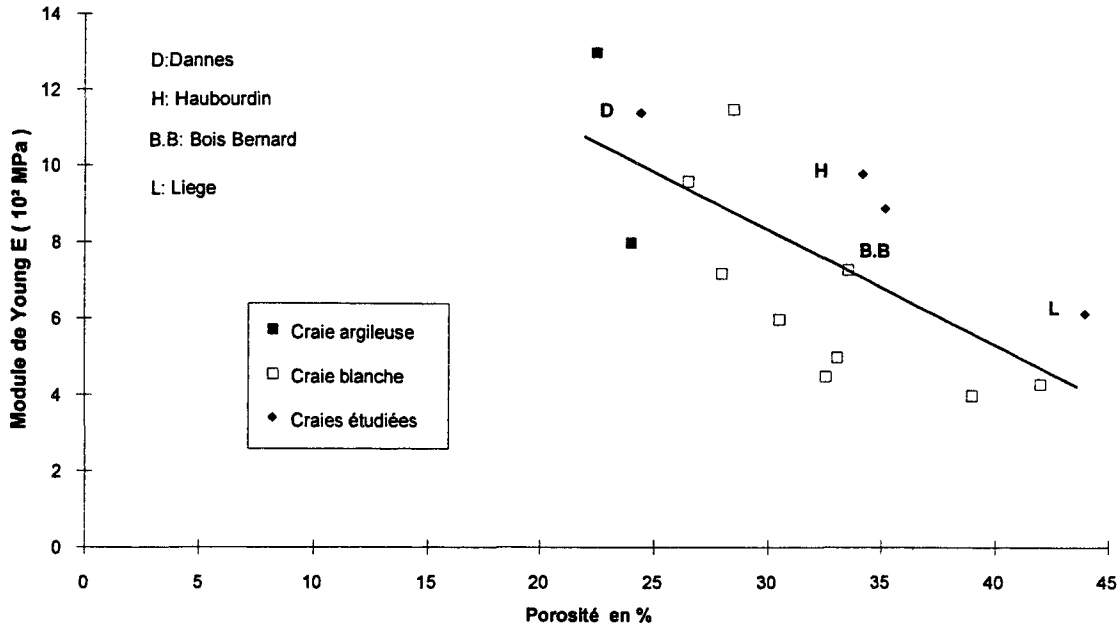


Figure 1-4 - Position des 4 craies étudiées sur le diagramme de variation du module d'Young des craies en fonction de la porosité

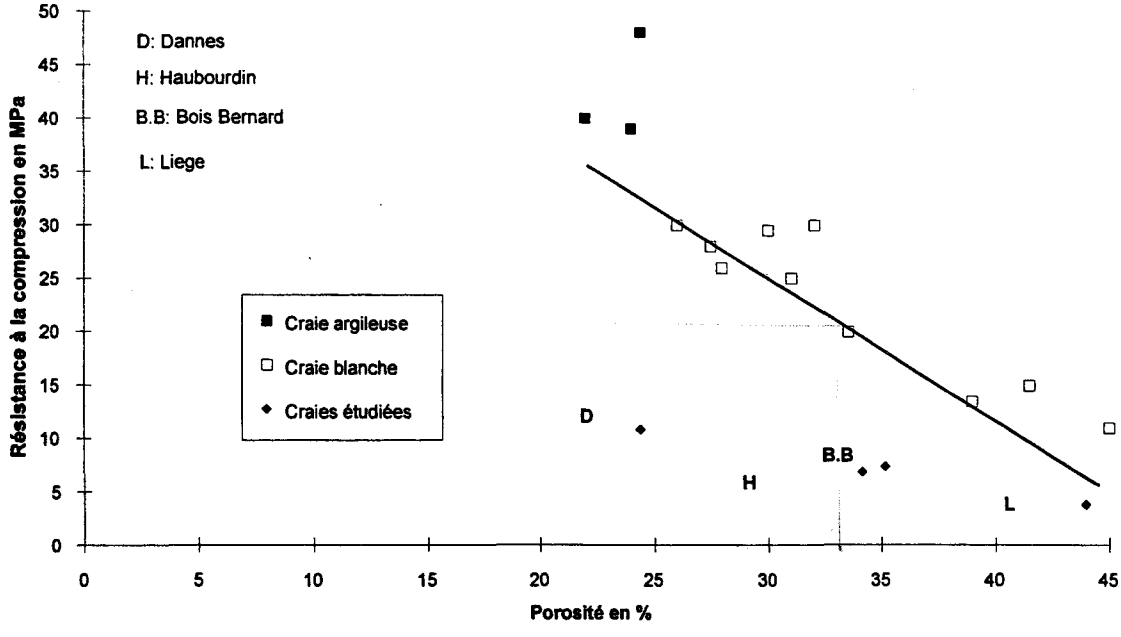


Figure 1-5 - Position des 4 craies étudiées sur le diagramme de variation de la résistance à la compression des craies en fonction de la porosité

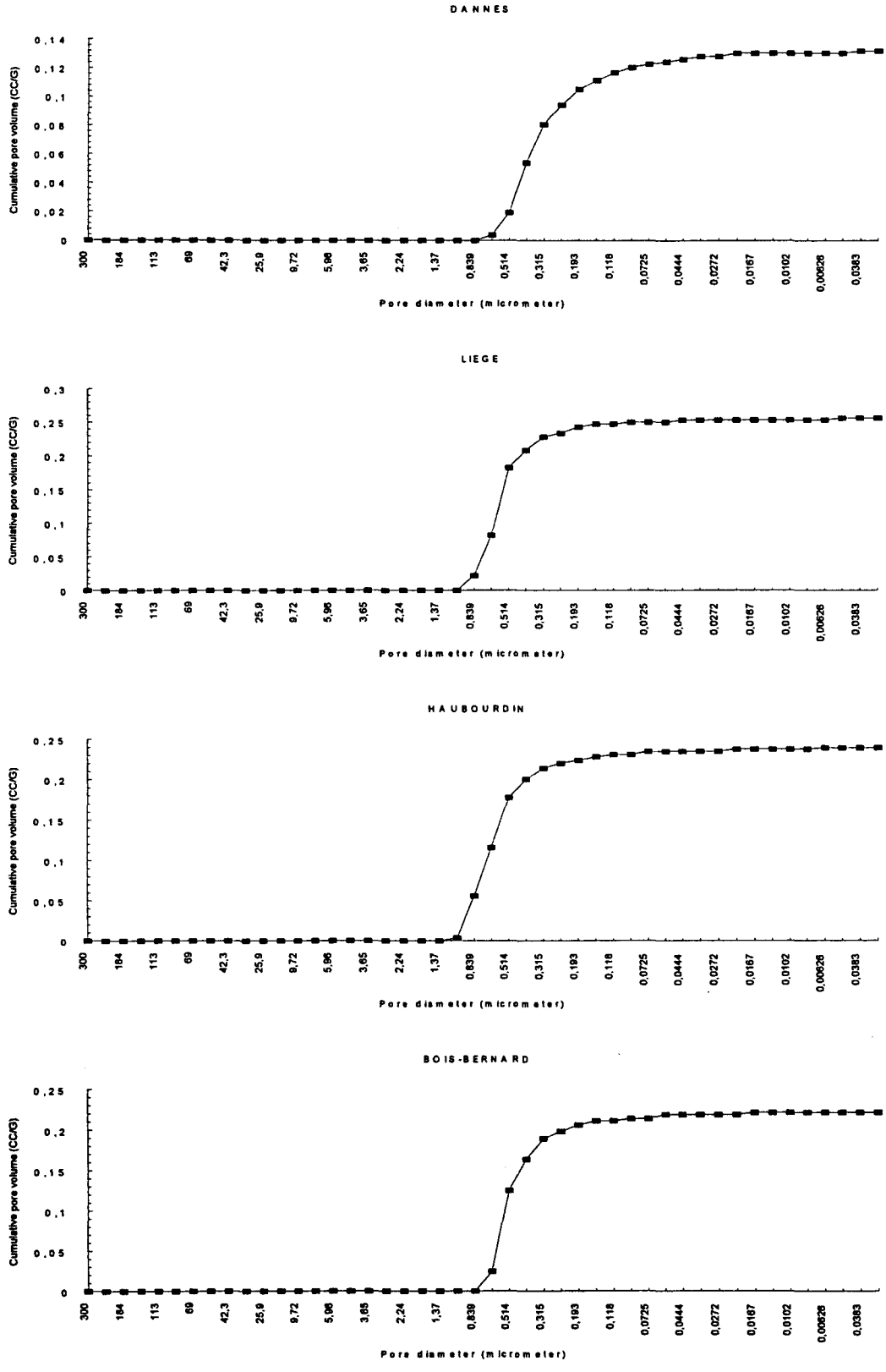


Figure 1-6 - Volume de pore cumulé en fonction du diamètre de pore des 4 craies étudiées

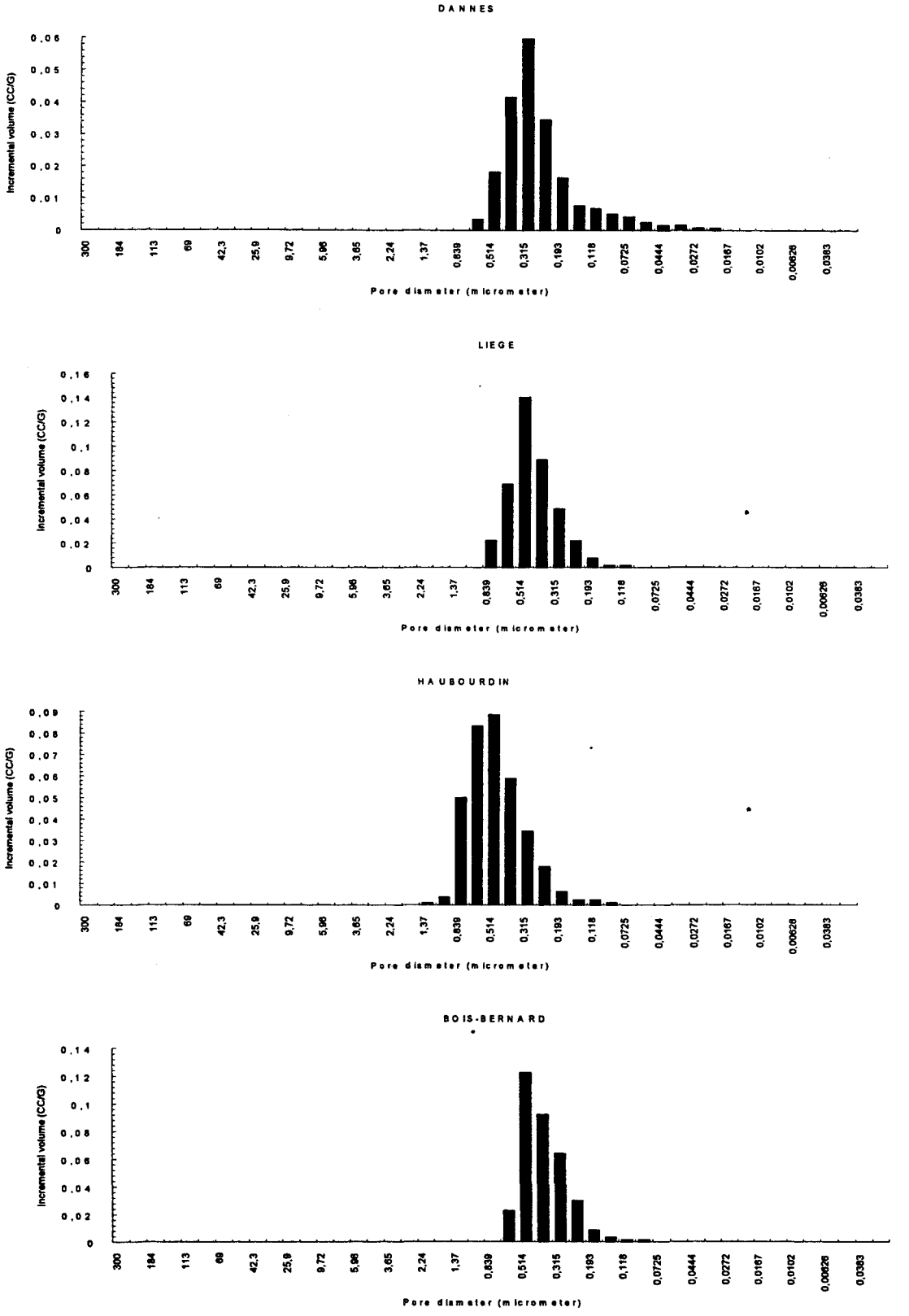


Figure 1-7 - Histogramme de la répartition du diamètre des pores en fonction du volume incrémental injecté

Figure 1-8 - Cliché de la texture de la craie d'Haubourdin obtenu au Microscope Electronique à Balayage

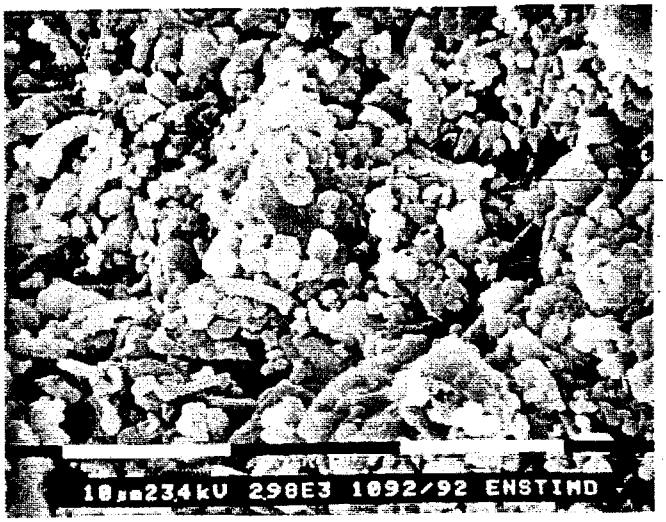


Figure 1-9 - Cliché de la texture de la craie de Liège obtenu au Microscope Electronique à Balayage

Figure 1-10 - Cliché de la texture de la craie de Bois Bernard obtenu au Microscope Electronique à Balayage

Figure 1-11 - Cliché de la texture de la craie de Dannes obtenu au Microscope Electronique à Balayage

Analyses par Fluorescence X
Semi-quantitative des différentes craies

% CaCO3 = % CaO + %CO2

	Dannes	Bois-Bernard	Liège	Haubourdin
CO2	44	44	44	44
CaO	47	54	53,5	54,5
SiO2	**8**	**1,6**	**1,7**	**0,8**
MgO	0,5	0,3	0,3	0,2
K2O	0,4	Traces	Traces	Traces
Fe2O3	0,5	Traces	0,1	0,1
Na2O	Traces	- - -	Traces	- - -
P2O5	Traces	- - -	0,2	0,15
SO3	Traces	Traces	Traces	Traces
TiO2	Traces	Traces	Traces	- - -
Al2O3	**2,4**	**0,4**	**0,2**	**0,15**
CaCO3	**91**	**98**	**97,5**	**98,5**

Composition des différentes craies en pourcentage d'oxydes

	Dannes	Bois-Bernard	Liège	Haubourdin
Ca	33,5	38,5	38,4	39
Si	3,5	0,8	0,8	0,4
Mg	0,3	0,2	0,2	0,15
K	0,3	Traces	Traces	Traces
Fe	0,3	Traces	0,1	0,1
Na	Traces	- - -	Traces	- - -
P	Traces	- - -	0,1	0,08
S	Traces	Traces	Traces	Traces
Ti	Traces	Traces	Traces	- - -
Al	1,3	0,2	0,15	0,1

Composition des différentes craies en pourcentage d'éléments simples

Tableau 1-2 - Composition des craies par fluorescence semi-quantitative

La teneur en matière insoluble de la craie est la suivante :

- Haubourdin : 1,5 %,
- Dannes : 8 %,
- Bois Bernard : 2 %,
- Liège : = 2,5 %.

Les valeurs d'absorption capillaire en fonction du temps sont données sur la figure 1-12 suivante. Aucune particularité de texture n'est à noter à partir de ces valeurs hormis le fait que l'absorption capillaire est la plus faible pour la craie de Dannes et la plus élevée pour celle de Liège. Ces valeurs sont à corréler avec les porosités cumulées .

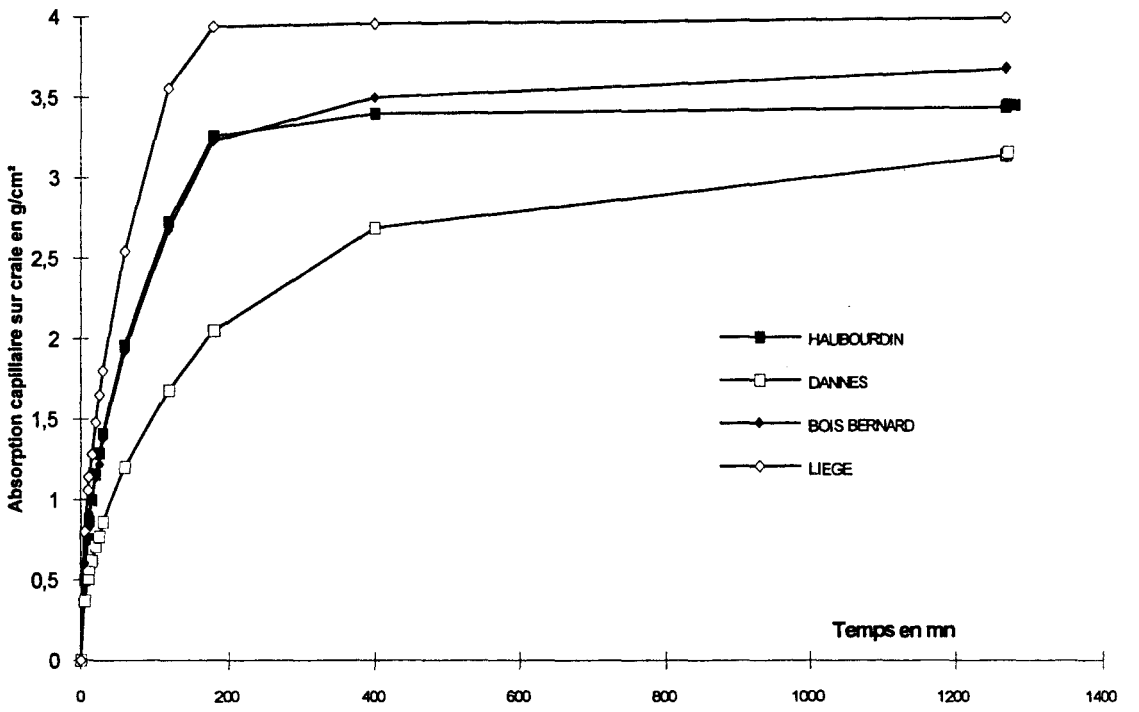


Figure 1-12 - Absorption capillaire sur craie en g/cm^2
en fonction du temps

	LIEGE	HAUBOURDIN	BOIS BERNARD	DANNES
Couleur	blanche	blanc gris	blanche	
Cimentation	très faible	importante	moyenne	très importante
Compaction	élevée 9	élevée 9	élevée 9	élevée 9
Angularité	moyenne 5	moyenne 4	moyenne 5	moyenne 5
Uniformité grains	7	3	4	4
Forme des grains	4	7	8	8
Contacts granulaires	fragiles 4	recimentation par dissolution 7	élevés 7	très élevés 9
Dissolution	non 0	élevée 7	faible 2	très importante
Nanofacies	grains purs	0	coccolites débris 9	0
Remarque	interpénétration faible			agglomération importante

Tableau 1-3 - Indices de classification des craies

On aboutit ainsi aux indices de Texture IT suivants :

Craie	LIEGE	HAUBOURDIN	BOIS BERNARD	DANNES
IT	41	61	65	71

Une analyse en fluorescence semi-quantitative R.X. ne permet pas de dégager de particularités dans la composition minérale des différentes craies.

En complément à cette caractérisation, ont été réalisés un essai de dureté Brinel selon la norme NFA 03152 et l'essai au bleu de méthylène, selon la norme NFP 18592 qui permet de déterminer l'indice d'activité des argiles contenues dans la craie. On observe que l'indice de Brinel HB varie de 12,2 pour la craie de Dannes à 2 pour celle de Liège. La valeur de HB est respectivement 4,2 et 5,9 pour les craies de Bois Bernard et Haubourdin.

En ce qui concerne les indices d'activité des argiles obtenus à partir de l'essai au bleu de méthylène, on constate que la craie de Dannes présente la valeur la plus élevée 0,88, et celle de Liège la plus faible 0,38.

Les vitesses d'ondes ultra sonores longitudinales observées sur les quatre craies sont de l'ordre de 2500 m/s. Leurs valeurs n'appellent aucune remarque particulière.

On observe, à partir des photos au microscope électronique à balayage, que pour les 4 craies, le degré de compaction est relativement élevé. L'angularité moyenne des grains est également élevée par contre, leur interpénétration est relativement faible pour la craie de Liège par rapport aux autres craies. L'indice d'uniformité est plus faible pour Liège que pour les autres craies et en particulier pour Dannes et Haubourdin où on observe des agglomérations de grains de taille plus importante.

Les contacts granulaires se font par contact ponctuel pour Liège et Bois Bernard où les grains sont un peu plus imbriqués. Par contre, les contacts sont surfaciques pour H et D où la cimentation est plus importante, la craie d'Haubourdin est caractérisée par la présence de dissolution.

On observe également que :

- la craie de Liège possède le pourcentage de $CaCO_3$ le plus élevé (98 %) c'est a priori la craie la plus pure, résultat confirmé au microscope électronique à balayage, par l'indice au Bleu de Méthylène, et par l'analyse en fluorescence X ;

- le pourcentage de $CaCO_3$ est le plus faible pour Dannes, environ 91 % ;

- la teneur en Silice est la plus importante pour Dannes 7 à 8 %, elle est la plus faible (0,8 %) pour Liège ;

- la craie de Dannes présente le pourcentage le plus élevé de minéraux annexes, son indice d'activité au Bleu de Méthylène est très important. Sa teneur en argile (de type illite) sous forme Al_2O_3 est de 2,4 %.

Les valeurs d'indice de texture sont en corrélation avec la valeur de dureté Brinell, la porosité initiale et la densité.

Le positionnement des quatre craies étudiées dans le diagramme de classification de Mortimore permet de classer les craies comme suit :

- Liège : craie moyennement dure ;
- Haubourdin : craie dure ;
- Bois Bernard : craie dure ;
- Dannes: craie dure à extrêmement dure.

I - 3 - INFLUENCE DE LA POROSITE

La porosité et la surface spécifique sont deux notions qui caractérisent la microstructure d'une roche. La porosité est l'ensemble des vides existants dans une roche. On distingue la macro de la micro porosité. La micro porosité est l'ensemble des volumes de petite taille pouvant être occupés par des fluides à l'intérieur de la roche. Ces fluides peuvent être gazeux ou liquides : eau, pétrole ... La porosité peut être primaire comme celle liée aux espaces intergranulaires ou secondaire comme celle consécutive à une dissolution, une fracturation ou une fissuration. La porosité peut être connectée ou occluse.

La surface spécifique est la surface massique cumulées des grains supposés sphériques en considérant la porosité connectée. Elle est obtenue à partir de la distribution de la taille de pores au porosimètre à mercure. On peut également la définir par la méthode B.E.T. Dans cette méthode, on détermine la quantité d'un gaz adsorbé sur la surface des pores et formant une couche d'atomes ou de molécules de gaz. La surface spécifique de la roche est le produit du nombre de molécules de gaz d'une couche par la section de l'atome du gaz.

Certains auteurs comme Schroeder [106] ont obtenu une très bonne corrélation entre une perméabilité à l'air et la porosité, en considérant également différentes formes et tailles de grains. Ils ont pu constater qu'il y a peu de relations directes entre la teneur en carbonate de calcium et la perméabilité. Cette dernière est plus faible à porosité égale, pour des craies à grains ronds que pour des craies à grains rhomboédriques. Ce phénomène est représenté sur la figure 1-13.

D'après Schatzinger [138], la forme géométrique polygonale des pores serait la plus caractéristique sachant que plusieurs types peuvent être présents dans une même craie. D'après une analyse quantitative, il obtient une corrélation entre la taille des pores et la porosité ainsi que la taille des canaux et le rapport pores/canaux. Il trouve que la fraction des pores supérieurs à 3 µm est en corélation avec la perméabilité.

Cependant aucune relation directe entre la teneur en Carbonate de Calcium $CaCO_3$ et la perméabilité K n'a été trouvée.On observe cependant que K diminue quand la pression de confinement augmente.

Les plus fortes réductions de la perméabilité sont observées pour des craies à perméabilité initiale élevée et à faible cimentation.

En ce qui concerne l'élaboration d'une relation entre perméabilité et porosité, le problème est plus complexe.

D'après Leddra et Jones [71], c'est par une étude pétrographique que l'on peut appréhender les variations de perméabilité. Les points particuliers à étudier sont les lithofacies, le type et la densité de fracturation, la cimentation des grains et la teneur en argile.

Il existe également des relations entre la porosité et les résistances mécaniques ainsi que les propriétés physiques. Les expérimentations effectuées par différents auteurs permettent d'obtenir des corrélations très simples entre porosité et module d'Young, le coefficient de Poisson, les résistances mécaniques.

La porosité η est en relation avec le facteur d'intensité critique de contrainte en mode 1 $K1_c$ [56]. En effet, si la porosité augmente, la surface effective diminue et par voie de conséquence, la valeur de $K1_c$. A l'opposé, si cette porosité diminue, c'est l'énergie élastique disponible dans le matériau qui augmente. C'est cette énergie élastique qui permet l'extension de la fissure. D'après Henry [56], $K1_c$ et la porosité sont reliés, dans le cas des calcaires à grains fins et des craies, par la relation :

$$K1_c = 4 \exp(-5{,}95\,\eta) \qquad (1\text{-}1)$$

Le facteur d'intensité de contrainte critique décroît avec la porosité comme le montre la figure 1-14. Il est à noter que la transition entre calcaire à grains fins et craie (craie argileuse) se situe à environ 26 % de porosité.

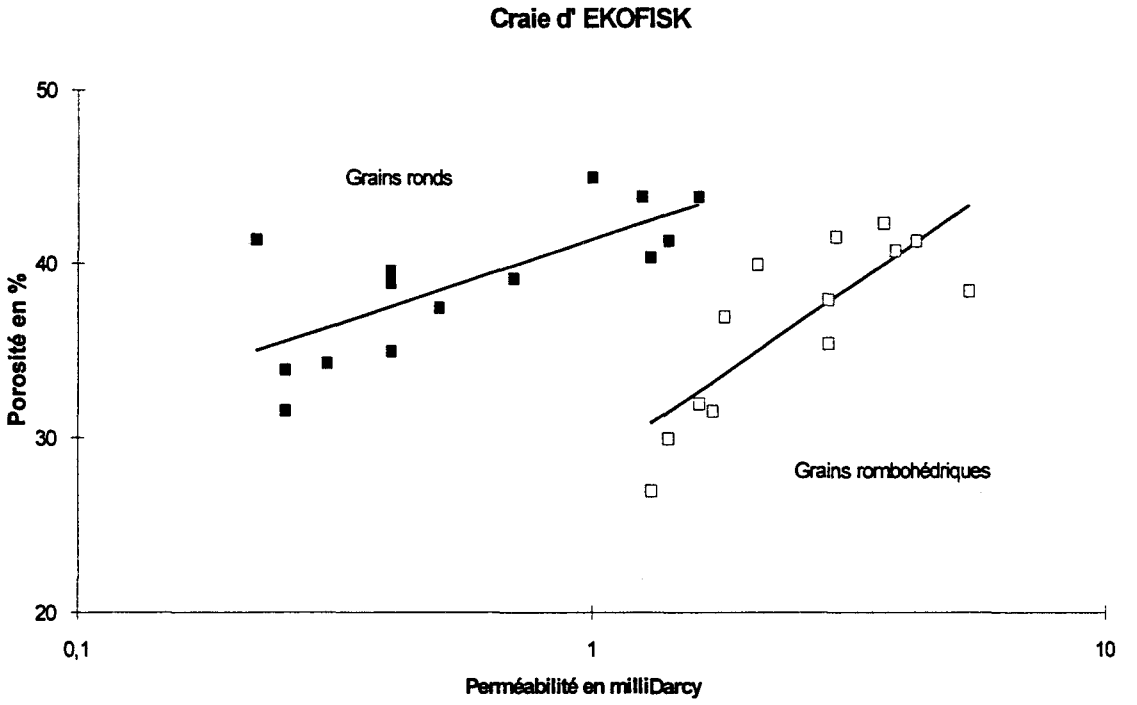


Figure 1-13 - Variation de la perméabilité en fonction de la porosité et la forme des grains d'après Schroeder [106]

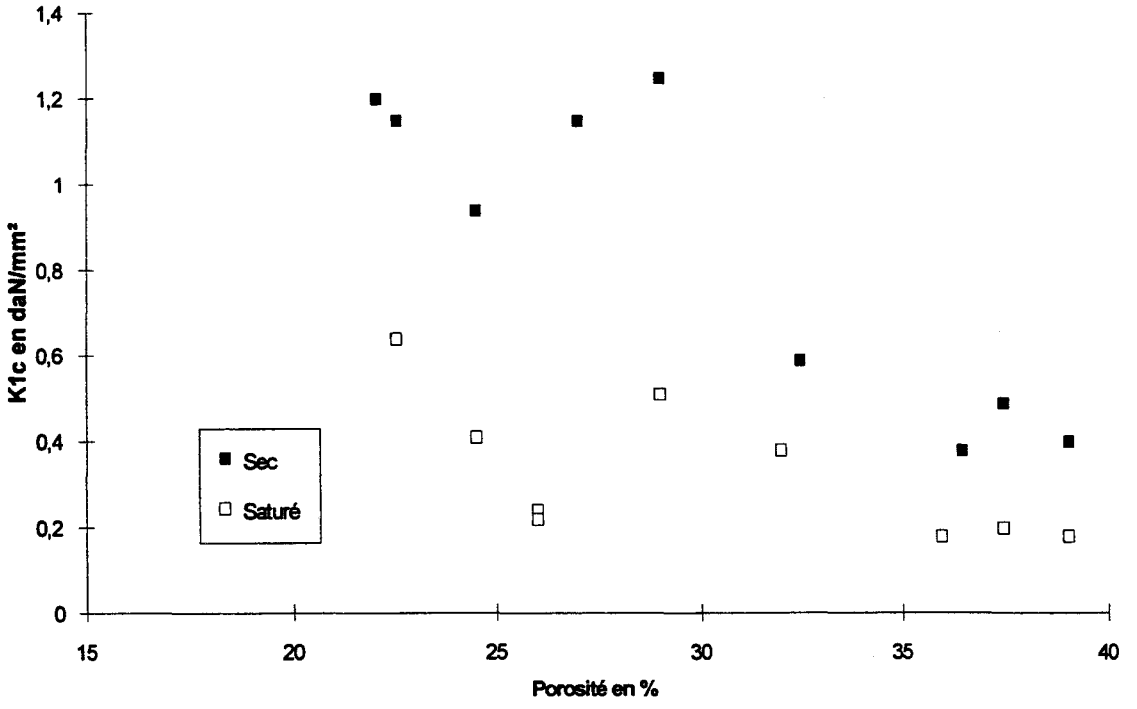


Figure 1-14 - Variation de $K1_C$ avec la porosité η pour les roches calcaires à grains fins d'après Henry.

Des corrélations existent entre la porosité et le module d'Young et le coefficient de Poisson. Sur un large éventail de craies de la Mer du Nord Engstrom [36] trouve que le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν vérifient les relations statistiques suivantes :

$$E = 225\,000 \exp(-0.112\,\eta)$$
$$\nu = 0.117 + 0.21\,\eta$$

Leurs variations sont représentées sur les figures 1-15 et 1-16.

Il est à noter que l'auteur a effectué une corrélation sur différentes craies de porosité comprise entre 25 et 50 % en supposant que les roches carbonatées à porosité nulle ne sont constituées que de calcite. Il suppose dans ce cas que le module du polycristal tend alors vers le module du monocristal, la valeur étant alors prise à 225 000 MPa (valeur relativement élevée). On observe que la figure 1-15 une forte dispersion des résultats ce qui a pour conséquence un coefficient de corrélation élevé.

La relation concernant le module d'Young E semble valable, malgré les réserves précédentes, dans la gamme des porosités comprises entre 20 et 50 %.

Engstrom constate [36] que le coefficient de Poisson pour les craies blanches est compris entre 0,28 et 0,12. On peut alors considérer, dans la gamme de porosité observée que la valeur moyenne du coefficient de Poisson peut être prise à 0,185 pour l'ensemble des craies.

La porosité est donc un des paramètres importants qui déterminent le comportement des craies.

Schroeder [106] observe également pour les craies de la Mer du Nord que le module d'Young et la limite élastique obtenus lors d'une compression triaxiale dépendent de la porosité initiale comme le montre le tableau suivant et ce, pour des craies testées à l'état sec.

Formation	Plage de porosité %	Module d'Young (GPa)	Module d'Young moyen (GPa)	Limite élastique (MPa)
EKOFISK	23 à 37	4,4 à 6,9	5,56	51,4 à 123,3
	38 à 44	2,0 à 5,7	3,51	9,5 à 45
TOR	23 à 37	6,4 à 8,2	7,03	41,1 à 62,2
	38 à 44	0,34 à 4,4	2,77	15,1 à 25,2

Les craies à faible porosité conduisent à des valeurs de limite élastique et de module d'Young moyen nettement supérieures à celles observées pour les craies à forte porosité.

On peut alors dissocier, d'après Schroeder [106]

- les craies à haute porosité $\eta > 37$ %
- les craies à faible porosité $\eta < 37$ %

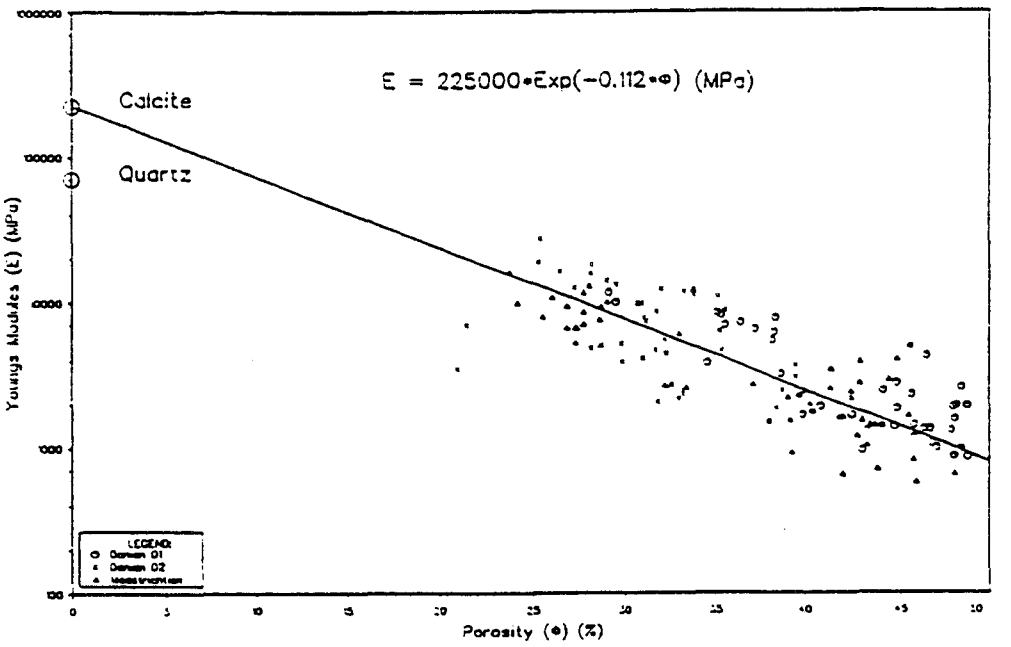


Figure 1-15 : Variation du module d'Young en fonction de la porosité d'après Engstrom

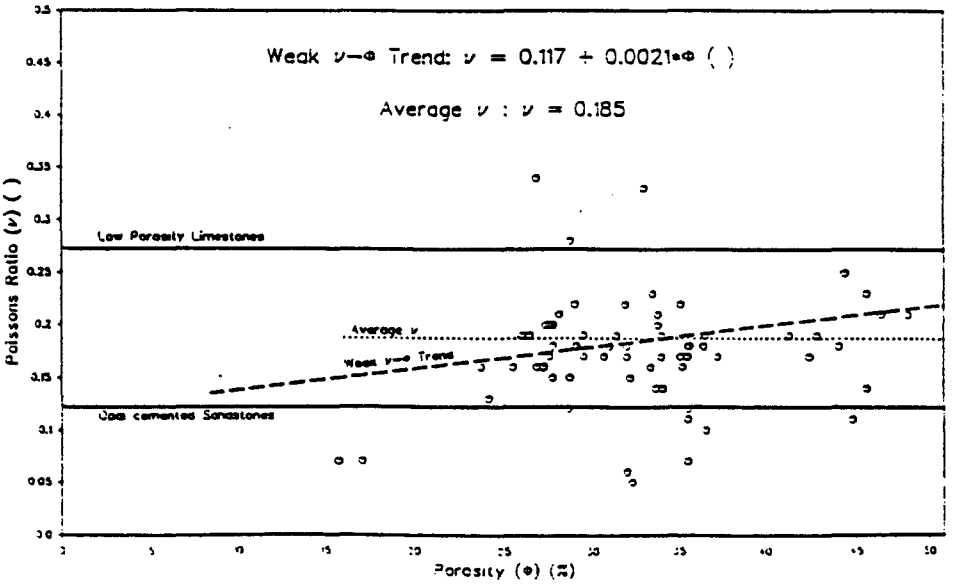


Figure 1-16 : Variation du coefficient de Poisson en fonction de la porosité d'après Engstrom

I - 4 - INFLUENCE DES MINERAUX SECONDAIRES

I - 4 - 1 - Influence des argiles

Pour préciser le rôle de l'argile Doremus et Henry [32] [57]se sont attachés à préciser l'importance de l'argile sur la texture (porosité) et le comportement des craies.

Pour ce faire, ils ont réalisé des essais de porosimétrie au mercure en procédant systématiquement à un cycle complet (chargement-déchargement) et une deuxième montée en charge. Cette procédure a l'avantage de mieux préciser la surface spécifique (SSp) et le volume piégé (Vp).

Ils observent sur des craies du Nord de la France que le rayon moyen d'entrée des pores se situe entre 0,5 et 0,05 µm. La valeur maximale correspond aux interstices de l'assemblage des grains de calcite de l'ordre de 1 µm.

Qualitativement, le pic principal se déplace vers les diamètres d'entrée les plus faibles au fur et à mesure que la teneur en argile augmente et plus précisément à mesure que les particules argileuses obstruent le volume poreux.

Doremus et Henry introduisent alors un paramètre K qui caractérise la fraction des pores de petites tailles. Ce paramètre est pris égal au rapport du volume des vides dont la taille est inférieure à 0,1 µm sur le volume total des vides.

Ils observent qu'au delà d'une teneur en argile de 10 % ce facteur K est voisin de 1 comme le montre la figure 1-17. Cela tend à démontrer qu'au delà de cette teneur les particules argileuses joueraient, vis à vis de cette classification, un rôle déterminant dans le volume poreux des craies.

Cette valeur critique de 10 % est retrouvée lorsque l'on considère les volumes piégés en fonction de la teneur massique en argile comme le montre la figure 1-18.

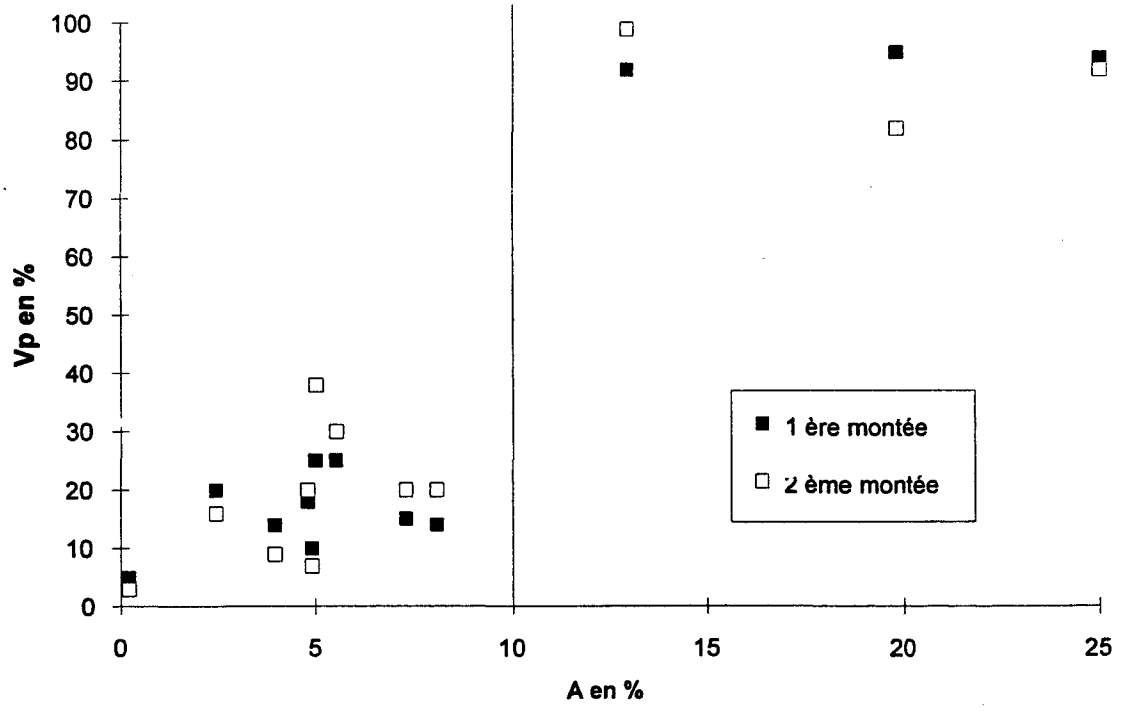


Figure 1-17 - Evolution du rapport K en fonction de la teneur massique en argile A d'après Doremus et Henry [32]

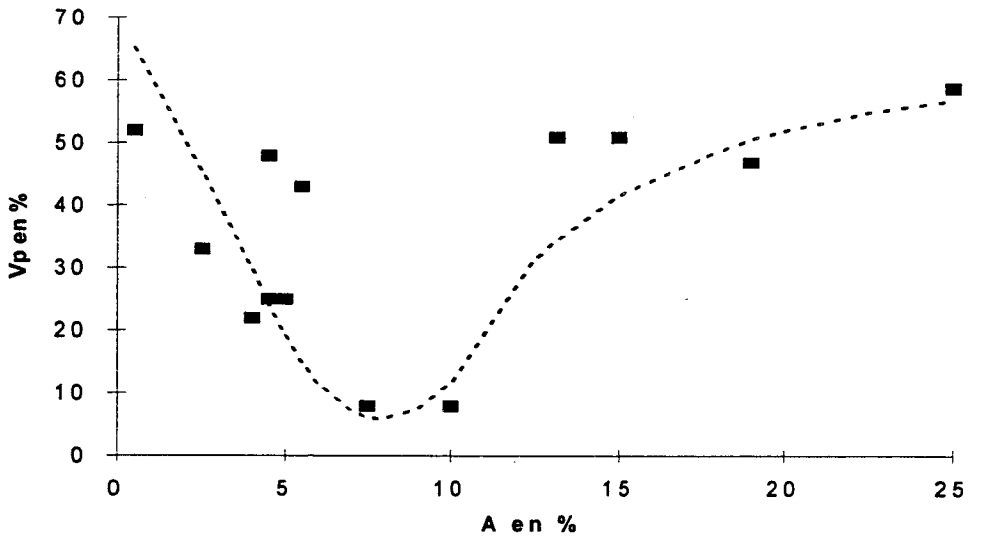


Figure 1-18 - Evolution du volume piégé Vp en fonction de la teneur massique en argile A d'après Doremus et Henry [32]

On observe sur la figure 1-18 que pour de faibles teneurs en argile, les volumes piégés sont importants, ce qui traduit les fortes variations de diamètre de pores de la structure crayeuse. Avec l'augmentation de la teneur en argile (dans la limite de 12 %) les feuillets argileux remplissent les gros vides, réduisent les irrégularités et volumes piégés.

Pour une teneur en argile supérieure à 12 %, les particules argileuses sont distribuées dans tout le volume et elles obstruent les pores ce qui a pour conséquence un accroissement du volume piégé.

En ce qui concerne les surfaces spécifiques, on observe qu'elles sont proportionnelles à la teneur en argile. Mais la corrélation n'est pas nette, comme le montre la figure 1-19, car une partie de la surface spécifique est liée au volume poreux de la craie.

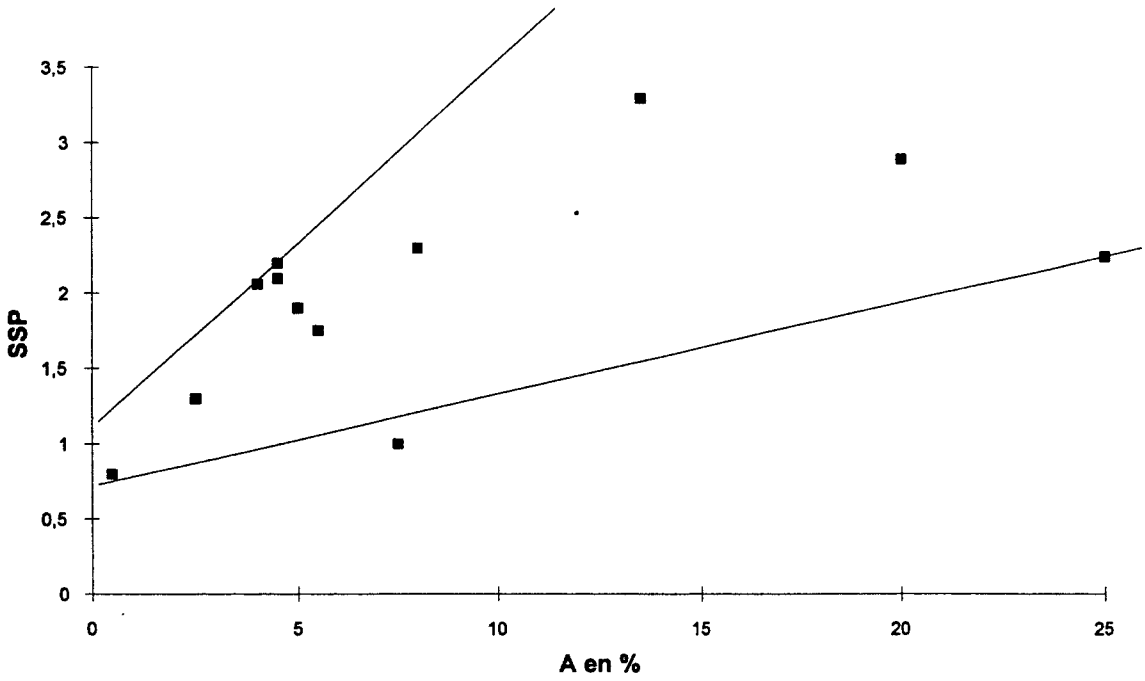


Figure 1-19 - Surface spécifique SSp des craies en fonction de la teneur massique en argile A d'après Doremus et Henry [32]

On distingue alors :

- les craies à faible teneur en argile < 10 %,
- les craies à forte teneur en argile > 10 %.

Donc lorsque la teneur en argile est inférieure à 10 %, c'est essentiellement la matrice crayeuse qui conditionne le comportement de la craie. La fraction argileuse semble ne pas être prépondérante sur les propriétés mécaniques. Doremus et Henry proposent donc de comptabiliser le volume des feuillets argileux dans le volume des pores. Ils définissent alors une porosité fictive $\overline{\eta}$ par :

$$\overline{\eta} = \frac{V_v + V_A}{V_T} \qquad \text{si } A < 10\ \%$$

$$\overline{\eta} = \frac{V_v}{V_T} \qquad \text{si } A > 10\ \% \qquad (1\text{-}2)$$

V_v : volume des vides mesuré par porosimétrie
V_A : volume des argiles
V_T : volume total
$\overline{\eta}$: porosité fictive
A : teneur massique en argile

Il existe également une relation étroite entre porosité et résistance à la compression uniaxiale R_c. Pour des porosités faibles, de quelques pourcents, la résistance à la compression uniaxiale diminue fortement avec l'augmentation de la porosité fictive précédemment définie. Pour des calcaires à grains fins, R_c s'exprime en fonction de la porosité par la relation

$$R_c = R_0 \exp(-b\overline{\eta}) \qquad (1\text{-}3)$$

où R_0 et b sont des constantes

La variation de R_C en fonction de la porosité est représentée sur la figure 1-20.

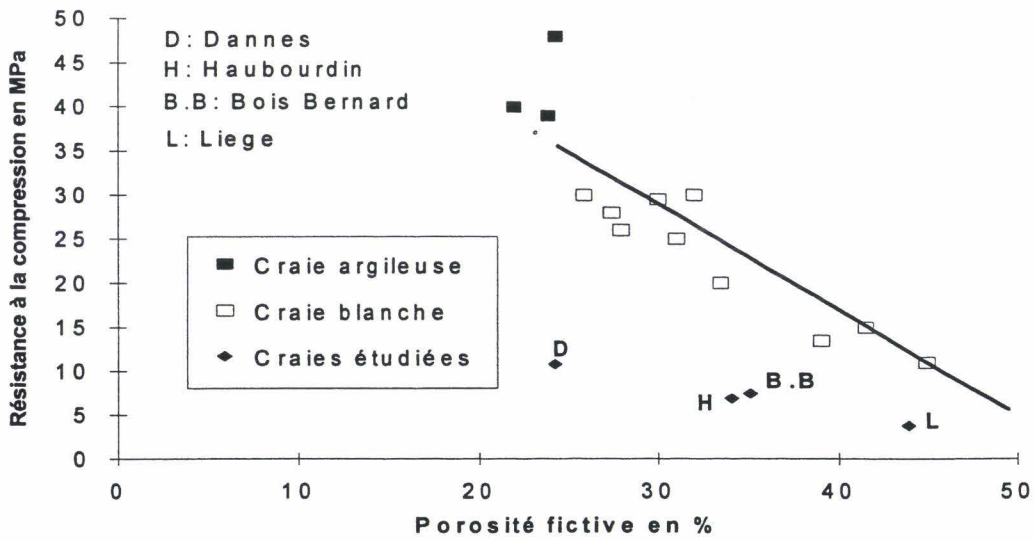


Figure 1-20 : Variation de la résistance à la compression R_c des craies en fonction de la porosité d'après Henry [32]

Autour de 26 % il n'y a plus divergence entre la relation et l'observation relevée précédemment. En utilisant encore la porosité fictive $\bar{\eta}$ le modèle d'Young E et le facteur d'intensité critique de contrainte $K1_C$ sont définis par les relations :

$$E = E_0 \exp(-b\bar{\eta})$$
$$K1_C = K\exp(-b\bar{\eta})$$

où E_0, K, b sont des constantes matérielles (1-4)

Sur les figures 1-21 et 1-22 sont reportées les variations de E et de $K1_C$ en fonction de cette porosité fictive.

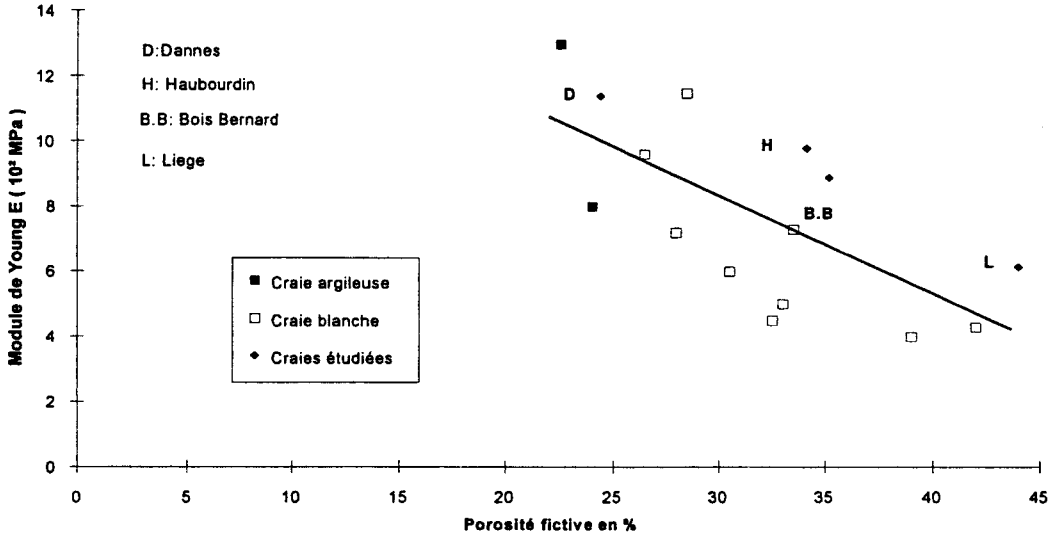


Figure 1-21 - Variation du module d'Young en fonction de la porosité fictive pour des micrites et des craies.

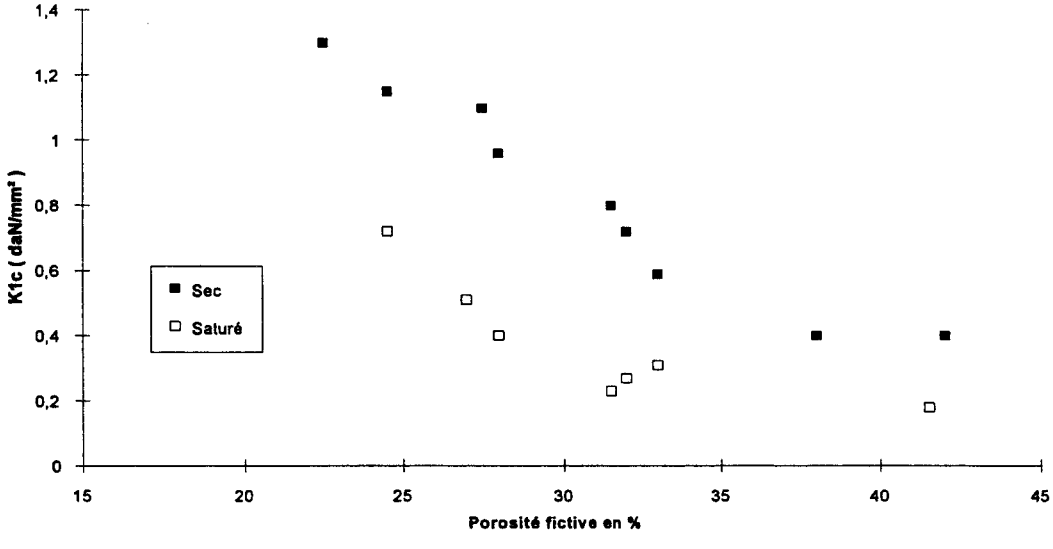


Figure 1-22 - Variation de K_{1C} en fonction de la porosite fictive $\bar{\eta}$

I - 4 - 2 - Influence de la teneur en silice

La silice influe sur certaines particularités du comportement de la craie.

Bien que peu d'investigations aient été poursuivies en ce sens, il se dégage cependant que la teneur en silice présente une certaine influence sur la résistance de la craie. La silice est définie par sa forme SiO_2 (quartz)

Sur la base d'essais triaxiaux sur les craies de la Mer du Nord, Schroeder [103] distingue :

- les craies à faible teneur en silice < 2 %, où la limite élastique est inférieure à 30 MPa ;
- les craies à forte teneur en silice > 10 % où la limite élastique est supérieure à 40 MPa.

La classification précédente est valable aussi bien sur la résistance que sur la rigidité (module) que le matériau soit sec ou saturé et quel que soit le fluide de saturation.

Une augmentation de la teneur en silice joue un rôle similaire à celui induit par une réduction de la porosité.

I - 5 - INFLUENCE DES LIQUIDES

Les liquides, de manière générale, ont une influence sur le comportement de la craie. Cependant, il est nécessaire de distinguer parmi les liquides, ceux qui sont corrosifs vis à vis de craie, tel que l'eau, et ceux qui ne le sont pas, comme les alcools.

I - 5 - 1 - Influence de l'eau interstitielle

L'eau a deux effets contraires dans la craie.:

- sa tension superficielle tend à resserrer le squelette minéral : on constate alors une contraction des échantillons ;

- l'eau de rétention capillaire a tendance à fragiliser les joints entre grains, elle a un effet de traction sur ces dernièrs, effet qui est cumulatif compte tenu de l'intercommunicabilité des pores.

Le phénomène de gonflement semble fréquent, il est susceptible d'entraîner des diminutions de résistance parfois très importantes. L'eau intervient également dans un autre mécanisme important qui est celui de la dissolution-recristallisation. La fraction de l'eau liée au squelette joue un rôle très important dans le comportement de la craie. Le degré de mobilité de l'eau dans la craie semble très variable. Cependant, il est important de discerner la nature des liaisons entre particules. On peut supposer ces liaisons fortes, compte tenu de la faible dimension des particules et des vides. On observe également que l'eau contenue dans un échantillon ne s'écoule pas. On a pu constater que la craie peut perdre la plus grande partie de son eau interstitielle par simple séchage. La relation de déshydratation en fonction du temps est pratiquement linéaire jusqu'à 85 % de la perte de poids totale. On constate donc à la fin du séchage, qu'une partie de l'eau est restée adsorbée. Pour l'opération inverse de saturation, la courbe de saturation est analogue à celle du séchage où la première phase est linéaire et la seconde asymptotique. Seul le délai de saturation pour un volume donné est 10 fois plus important. L'ascension capillaire de la craie confirme ainsi la nature capillaire de l'eau interstitielle. Les vitesses d'ascension sont constantes pour un type de craie donné mais sont très variables d'un type à un autre. L'ensemble des craies se différencie très nettement dans cet essai tout comme dans la mesure de la porosité.

I - 5 - 2 - Gonflement

Les forces capillaires ont tendance à entraîner un gonflement, phénomène très courant dans la craie immergée en eau. Il faut cependant distinguer les techniques expérimentales de mesures. En effet, il faut dissocier les conditions en atmosphère humide de l'état de saturation. Dans le premier cas, on se trouve dans l'étude de l'influence des conditions de conservation sur les résistances de la roche. C'est dans ce cas le degré d'humidité qui est prépondérant. On en déduit, à partir d'essais en enceinte régulée, les courbes de gonflement en fonction du temps, gonflement en fonction de l'humidité. Dans les conditions en saturation, l'échantillon est totalement immergé dans un liquide d'essai. Par ce type d'essai on ne mesure que les relations gonflement-temps.

D'après Doremus [32], toutes les craies présentent un gonflement instantané. Une craie durcie et recristallisée présente, quant à elle, un gonflement beaucoup plus faible. Ce gonflement instantané ou initial s'amplifie très rapidement dans le temps. Les courbes ont généralement une allure asymptotique. Doremus a défini 3 groupes pour les craies du Nord, comme le montre la figure 1-23 suivante.

C'est la valeur du gonflement instantané qui différentie les différents groupes. En ce qui concerne le groupe C de la figure 1-23, cette grande déformation est à relier à des ruptures macroscopiques visibles, parallèles à la stratification ou en esquilles.

Il est observé que le gonflement des craies est directement proportionnel à la teneur en argile et à la surface spécifique comme le montrent les figures 1-24 et 1-25 suivantes.

Il est à noter cependant la dispersion des résultats pour des teneurs en argile inférieures à 5 % et l'importance de la nature du fluide sur le gonflement observé.

On considère également que la porosité ouverte semble ne pas avoir d'action directe sur le gonflement des craies. Par contre, la surface spécifique est en corrélation avec le gonflement, comme le montre la figure 1-24.

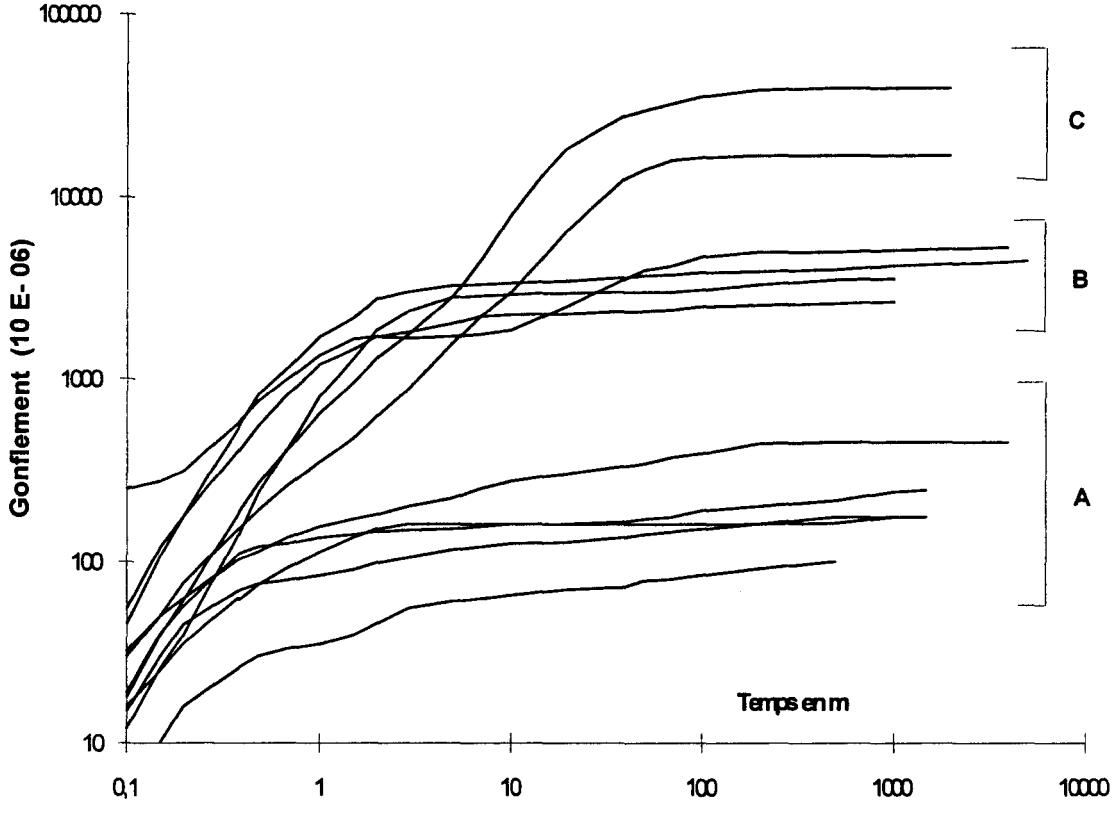


Figure 1-23 : Gonflement en fonction du temps des craies du Nord - Définition des groupes d'après Doremus [32]

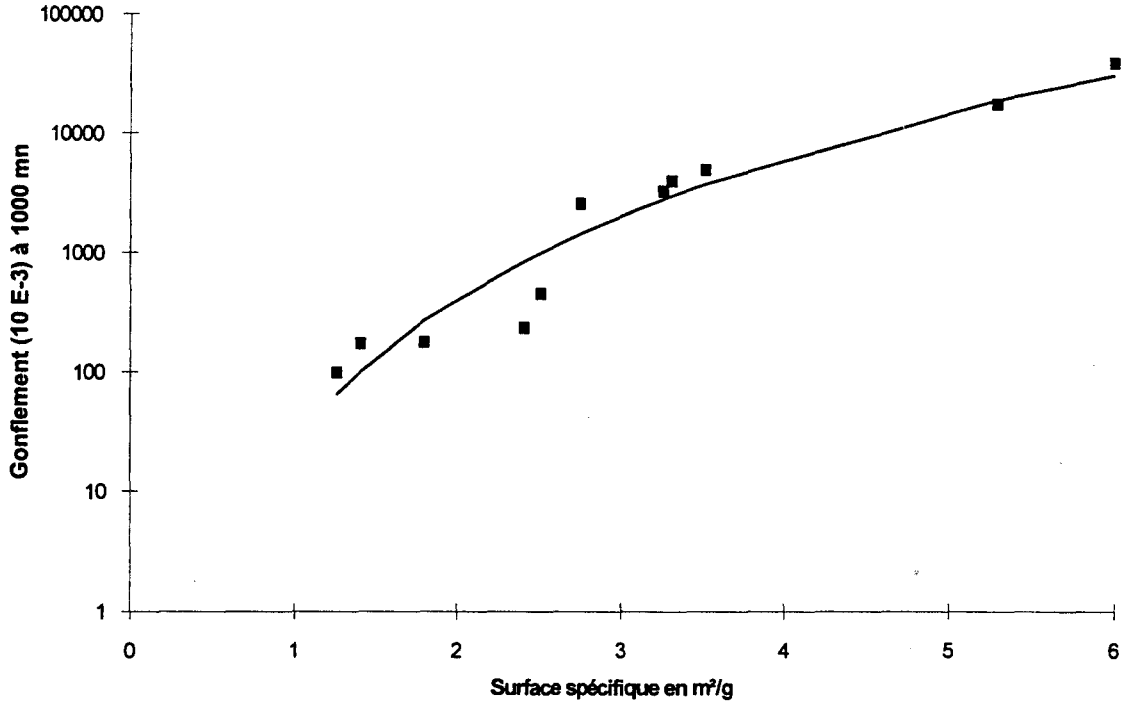


Figure 1-24 : Effet de la structure spécifique SC sur le gonflement Gf des craies dans l'eau [32]

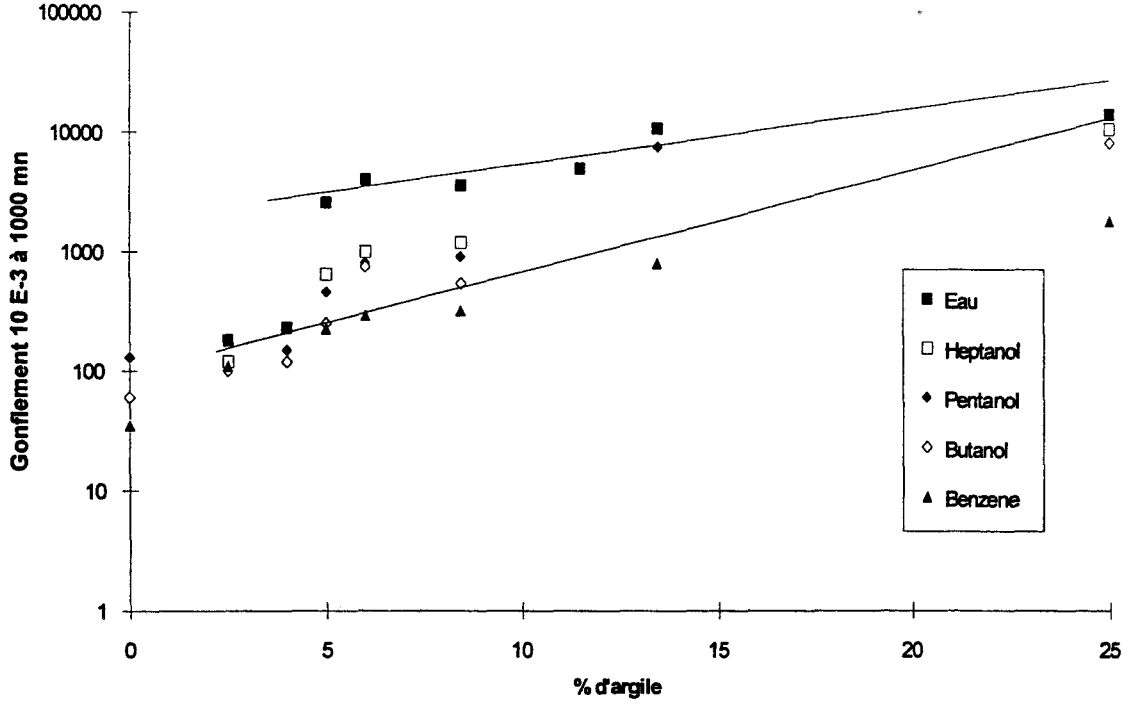


Figure 1-25 : Rôle de la teneur en argile des craies sur le gonflement Gf des craies à 1000 minutes dans différents liquides d'imprégnation d'après Doremus [32]

I - 5 - 3 - Influence de l'eau sur les propriétés mécaniques

On a évoqué précédemment le rôle de l'eau sur la physique de la craie. On ne peut, par conséquent, éluder son influence sur le comportement mécanique de la craie.

D'après Henry [56], pour une porosité donnée, la valeur de $K1_C$ dans l'eau est inférieure à celle obtenue à l'air. Cette différence est accentuée avec l'augmentation de la porosité.

Par contre, si on aborde le problème de la propagation de la fissure, en état saturé à l'eau, en terme d'énergie critique G_c, on observe que cette dernière diffère très peu selon que l'on se trouve dans l'eau ou dans l'air. Par conséquent, l'énergie d'initialisation de fracture parait peu sensible à l'eau.

Cependant, l'influence de l'eau est très importante sur les autres caractéristiques mécaniques en particulier sur les modules et résistances. Cette influence est d'autant plus marquée que la porosité est élevée. Compte tenu de la nature même des liaisons grain-grain, qui sont réalisées par des ponts de surface restreinte, la tenacité diminue très fortement. Si on en réfère aux résultats de Pineau dans Masson [87] mais également à ceux obtenus par d'autres [8][24][36][56] le module d'Young, la limite élastique et la résistance à la compression uniaxiale décroissent avec le degré de saturation comme le montrent la figure 1-26 suivante :

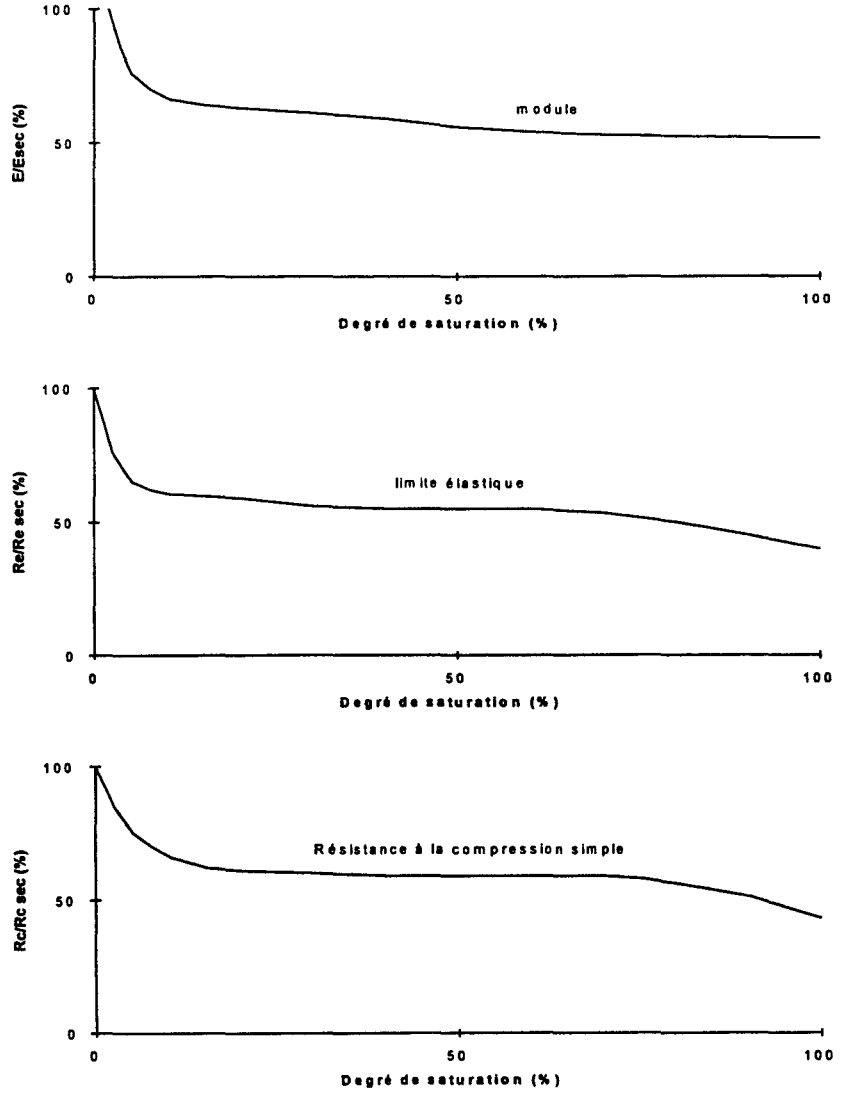


Figure 1-26 : Variation des propriétés mécaniques des craies en fonction du degré de saturation d'après Pineau [87]

La résistance de la craie décroit donc très fortement quand la teneur en eau augmente. Le phénomène est très rapide autour de quelques % de saturation, par contre, il est atténué au delà de 40 % de saturation.

L'eau a également une influence sur le comportement même de la craie. Si l'on se réfère aux résultats d'essais de compression uniaxiale classique, la rupture est nettement moins brutale dans le cas saturé que sec.Dans le cas non saturé il y a une convexité de la courbe contrainte - déformation axiale plus prononcée avec une déformation à la rupture plus importante. Sous une sollicitation de type déviatorique, un écrouissage est nettement mis en évidence.

Les classifications des craies selon Schroeder en fonction de la porosité initiale et de la teneur en silice restent valables pour des craies saturées en eau.

I - 5 - 4 - Influence des alcools

Si on change la nature du fluide, et que l'on utilise un fluide de type alcool, qui a priori est neutre chimiquement vis à vis de la craie, on observe que les propriétés mécaniques sont conservées dans leur ensemble mais que les caractéristiques sont cependant modifiées.

Les valeurs du module d'Young et des résistances mécaniques sont augmentées par rapport à celles observées sous eau ; par contre, le gonflement est réduit.

Les alcools semblent avoir un rôle antagoniste à celui des autres fluides en particulier l'eau. Le paramètre significatif qui est mis en évidence, est la constante diélectrique du fluide [56] qui est en corrélation avec les mesures de $K1_c$ de G_c et de gonflement [32] comme le montre la figure 1-25 en particulier.

I - 5 - 5 - Phénomène de dissolution - recristallisation sous contraintes

Le phénomène de dissolution-recristallisation est un processus d'altération des roches calcaires riches en calcite. Il est d'une grande importance mécanique.

La vitesse de dissolution de la calcite est étroitement liée aux caractéristiques hydrodynamiques du milieu environnant et aux réactions qui se produisent au contact de la roche. Cette vitesse de dissolution dépend fortement du mécanisme de réaction qui est fonction de la contrainte, de la température et des caractéristiques chimiques telles que Ph du milieu, pression partielle en CO_2 et la présence d'ions étrangers.

Weyl [163] considère que les mécanismes qui gouvernent la dissolution d'un soluté à partir des joints grains et sa redéposition sur des surfaces libres sont dus à l'existence de gradients de concentration qui suivent la loi de Fick.

$$\vec{J} = D\nabla\vec{C} \qquad (1\text{-}5)$$

$\vec{J}$: diffusion
D : constante de diffusion
$\vec{C}$: concentration

Différentes théories comme celles de Mac Donald, Goranson [48], Verhoogen [159], Gibbs [47] considèrent que la migration de composants chimiques a lieu sous l'effet des gradients du potentiel chimique plutôt que les gradients de concentration.

Il apparaît que, le long des surfaces de contact des grains, le potentiel chimique résulte, d'une part des variations des contraintes dans la zone de contact et d'autre part, de la variation locale d'énergie libre d'Helmoltz du solide auxquelles il faut ajouter le facteur transfert par écoulement de matériaux dissous.

Le phénomène de dissolution sous contraintes résulte de l'application d'un état de contraintes dont l'effet provoque un transfert de matière minérale dont la taille ne dépasse pas celle du grain. Il est à noter que ce phénomène n'induit pas de grande variation dans la composition chimique.
Donc des transformations de texture dans la craie sont associées aux mécanismes de réduction de porosité et diminution de la taille des pores sous l'effet de la sollicitation appliquée et de la dissolution-recristallisation.

D'après Gaviglio [41][10] les fluides jouent alors un rôle extrêmement important dans le réarrangement des grains ou dans la redistribution de la calcite. Il a observé que certaines déformations in situ atteintes sous faibles sollicitations ont été précédées d'un stade de dilatance marqué par une augmentation de la porosité, des dimensions des pores et donc de la perméabilité ; la dissolution-recristallisation ayant alors joué un rôle significatif.

I - 6 - INFLUENCE DE LA TEMPERATURE

Du point de vue application, c'est en Génie Pétrolier que l'on peut avoir des variations de température.Lors de l'exploitation de champs pétrolifères, on est amené à injecter un fluide afin de limiter voire de stopper la compaction et la subsidence. L'influence de la température sur la craie, et sur les calcaires en général, n'a été que rarement étudiée. On peut néanmoins indiquer que lorsque la température augmente, la valeur du facteur d'intensité de contrainte critique $K1_c$ augmente. On observe également une augmentation régulière de la résistance à la traction en essai Brésilien en fonction de la température comme le montre la figure 1-27 suivante.

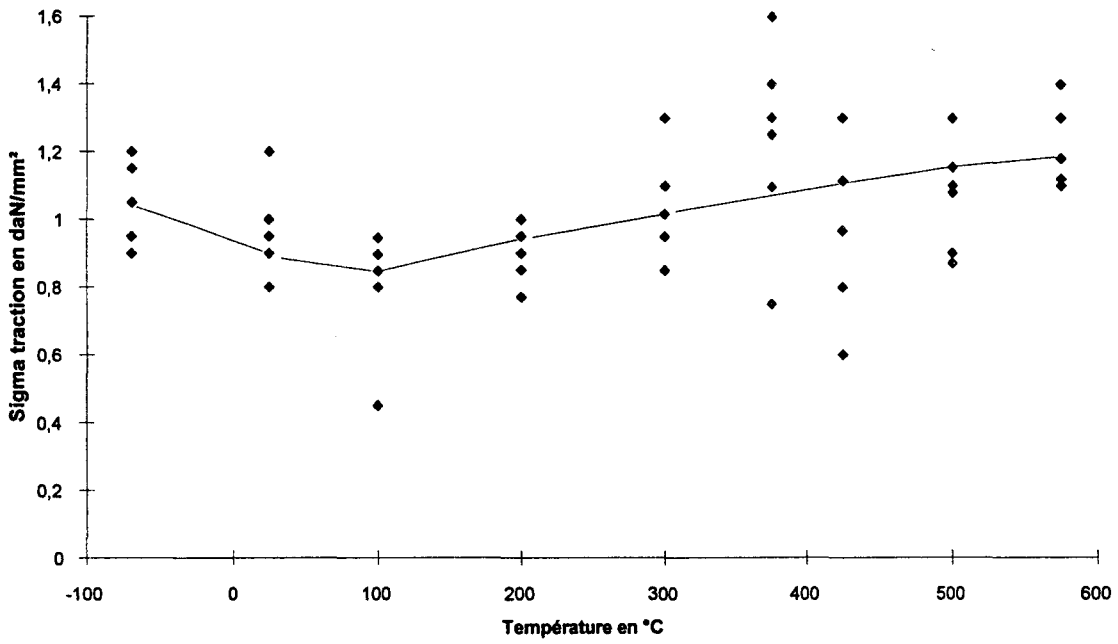


Figure 1-27 : Influence de la température sur la résistance à la traction de la craie d'après Henry [57]

Abstraction faite des phénomènes de compaction et des caractéristiques visqueuses de la craie, l'injection a pour effet, hormis les phénomènes de dissolution recristallisation qui modifient les pores, une contraction thermique. Cette dernière est présente à la fois sur le squelette solide et le fluide. Elle induit des contraintes thermiques dans le solide et des variations de pression de fluide. Il y a donc interaction entre les phases solide et liquide du matériau compte tenu de leurs propriétés physiques différentes. Charlez [12] a observé dans la limite d'une température de 120°C, que le module d'Young reste du même ordre de grandeur, pour ne pas dire constant, et que les paramètres poro-élastiques (coefficient de compressibilité drainée K b - coefficient de Biot α et de Skempton B) varient peu.

Dans ce contexte également, des essais à 130°C ont été réalisés à l'Université de Liège [105]. Il est constaté, à la fois pour des craies sèches et saturées, que la valeur du module de déformation reste similaire à celle observée à température ambiante. Par contre, le seuil d'écoulement décroît lorsque la température augmente. La température conduit donc a priori vers une tendance de plasticité. Malheureusement, la manque d'essais ne permet pas de conclure définitivement sur les influences entre température - porosité - teneur en Silice et nature du fluide. Il est à noter également que le mécanisme de dégradation diffère de celui de la fissuration observée sur les calcaires.

II - COMPORTEMENT SOUS DIVERSES SOLLICITATIONS

La craie, en tant que matériau d'ouvrage de surface ou profond est soumise à des sollicitations diverses et variées tant en nature qu'en intensité.

L'objet du présent chapitre est donc d'analyser la réponse de la craie à des sollicitations telles que :

- la compression monoaxiale ;
- un chargement hydrostatique et oedométrique ;
- un chargement déviatorique.

en tenant compte de paramètres tels que teneur en argile, perméabilité, degré de saturation, conditions d'essais de type drainé ou non drainé, intensité de la sollicitation.

Nous étudierons ensuite l'influence du temps sur le comportement de la craie à partir de résultats expérimentaux obtenus sur des essais de fluage uniaxiaux et triaxiaux et à travers la réponse de la craie à une sollicitation cyclique de fatigue.

Nous reviendrons enfin sur la notion de contrainte effective, souvent retenue pour la craie, et nous discuterons de sa validité.

II - 1 - COMPORTEMENT SOUS COMPRESSION MONOAXIALE

La craie se comporte en première approximation comme un solide élastique fragile sous faible confinement (< 2 MPa). Le comportement "élastique" observé est défini par la quasi linéarité de la relation contrainte-déformation, mais cette relation n'est pas parfaitement réversible. En effet, des cycles de charge-décharge montrent un hystérésis indiquant que la déformation dépend à la fois de la contrainte et du temps.

La nature du fluide de saturation et la vitesse de chargement influent sur la réponse du matériau. La vitesse de chargement couplée à l'hystérésis observé indiquent que la craie présente un comportement visco-élastique sous ce type de sollicitation. Quelle que soit la vitesse de chargement, les variations du module d'Young, des résistances à la compression et à la traction sont inversement proportionnelles à la tension superficielle du liquide [58].

On a pu observer précédemment le rôle de l'argile sur les propriétés de la craie. Afin de préciser l'influence de la présence d'argiles dans la craie Doremus et Henry [32] ont effectué des essais de compression monoaxiale et de traction par fendage sur des échantillons secs et saturés sur différentes craies à teneurs en argile différentes et à vitesse très lente (5 µm/mn). Les rapports ρ des résistances et des modules sur échantillons secs et saturés sont reportés sur la figure 2-1.

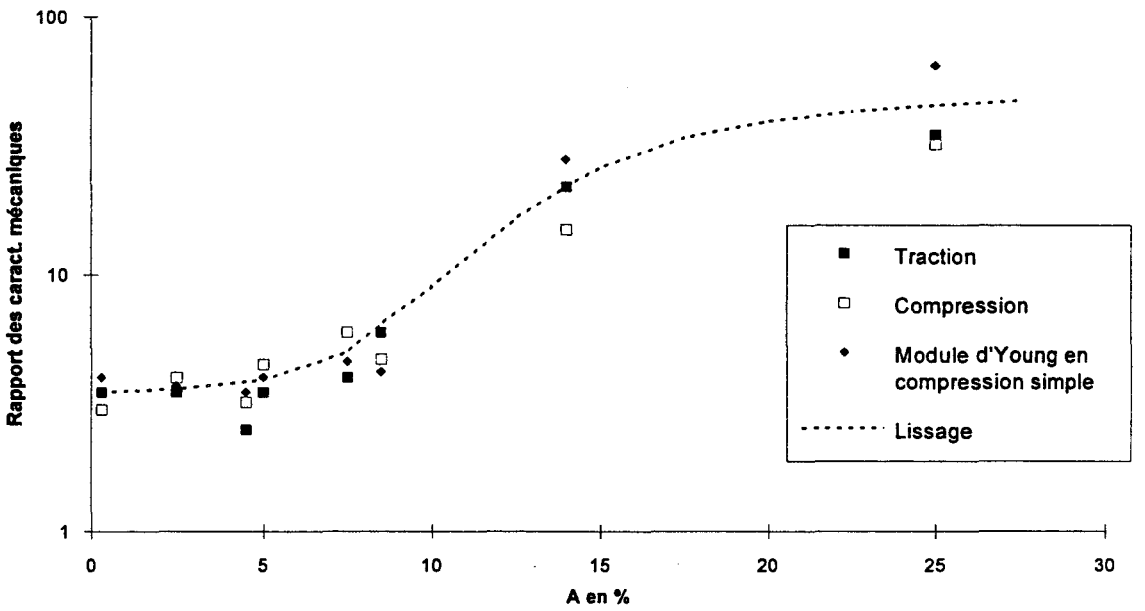


Figure 2-1 - Evolution du rapport ρ des caractéristiques mécaniques sur échantillons secs et saturés en eau en fonction de la teneur massique en argile A

On constate, sur cette figure, que pour des teneurs en argiles inférieures à 10 %, les rapports ρ varient entre 2,5 et 5. Pour des teneurs en argiles supérieures à 10 %, les rapports ρ atteignent des valeurs de 20 à 50. Ceci confirme le rôle important des argiles sur les propriétés mécaniques des craies. En état saturé, l'argile joue un rôle de lubrication des grains, ce qui induit la chute des caractéristiques mécaniques.

On peut admettre pour des teneurs en argiles inférieures à 10 %, que seul le squelette crayeux dicte les propriétés mécaniques et rhéologiques de la craie. En effet, la teneur en argile affecte particulièrement les rapports $\frac{\sigma_c \text{ sec}}{\sigma_c \text{ saturé}}$ et $\frac{E \text{ sec}}{E \text{ saturé}}$ comme le montre la figure 2-2 à partir d'une teneur en argile de 10 %. Plus la teneur en argile est élevée, plus ces rapports sont importants avec une sensibilité légèrement plus importante pour les modules.

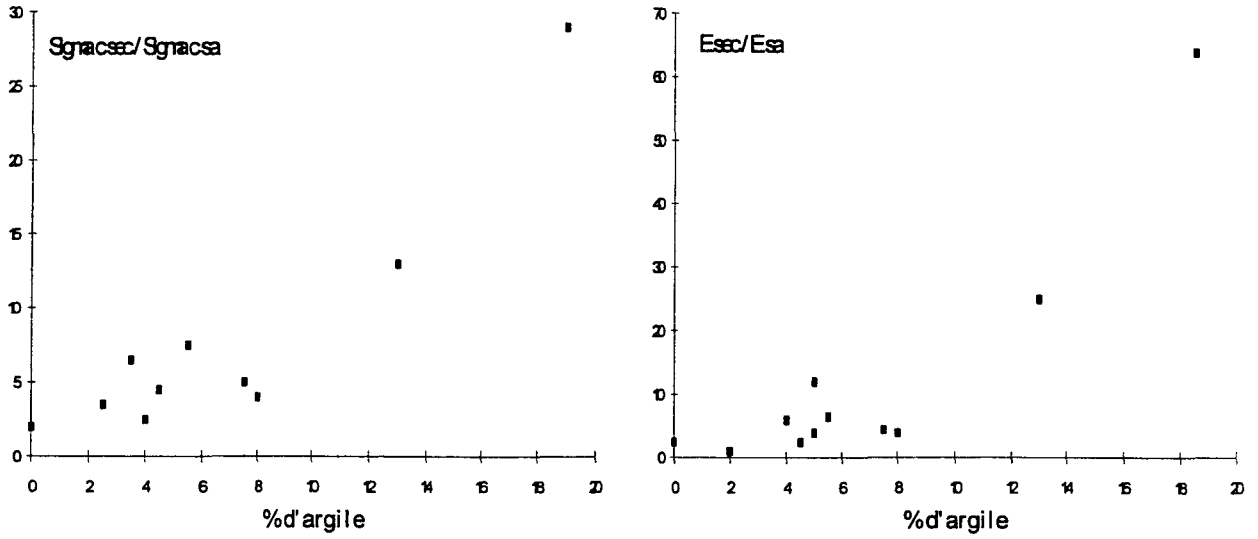


Figure 2-2 - Influence de la teneur en argile sur les rapports E sec/E saturé et σ_c sec/σ_c saturé

Masson [87] et Dessenne [24] ont réalisé des corrélations en fonction de la teneur en $CaCO_3$ comme le montrent les figures 2-3, 2-4 et 2-5. Ces corrélations sont d'une grande importance pour les applications géotechniques. Ils ont effectué des essais de compression monoaxiale sur des craies du Bassin Parisien. Ils observent ainsi que :

- pour des craies argileuses, la résistance et la densité augmentent avec la teneur en $CaCO_3$ puis diminuent lorsque cette teneur dépasse les 70 %, valeur à rapprocher du seuil des 26 % en porosité précédemment évoqué ;

- les craies les plus résistantes sont celles qui possèdent les plus grandes densités (>2 g/cm^3) et les plus faibles porosités (< 30 %) sans pour autant que ces relations soient linéaires.

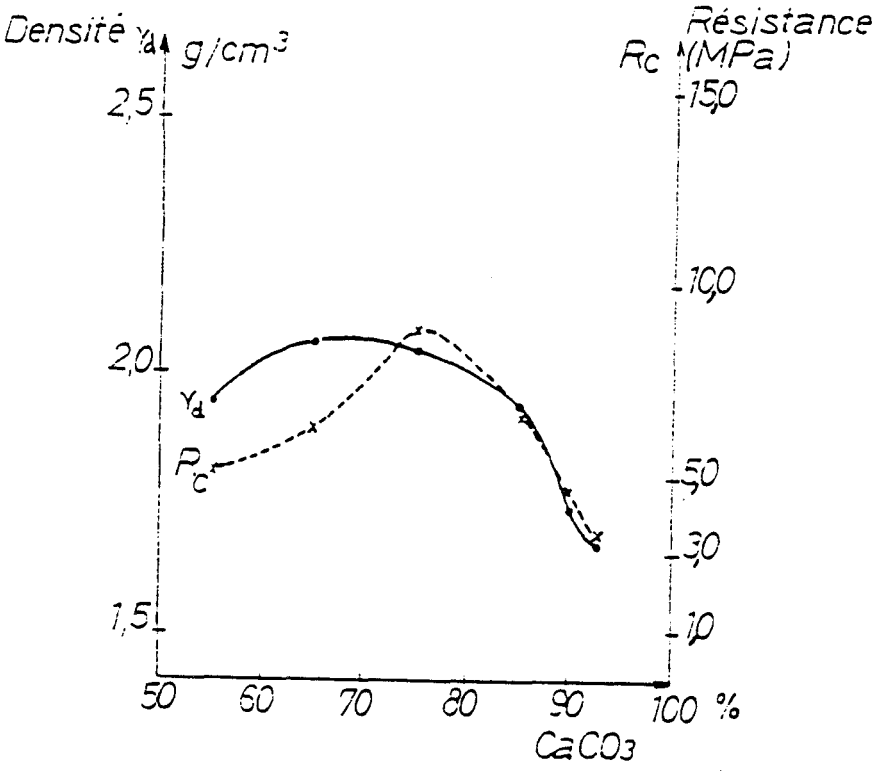


Figure 2-3 - Variation de la résistance à la compression et de la densité d'une craie blanche du Bassin Parisien en fonction de la teneur en $CaCO_3$ d'après Pineau dans Masson [87].

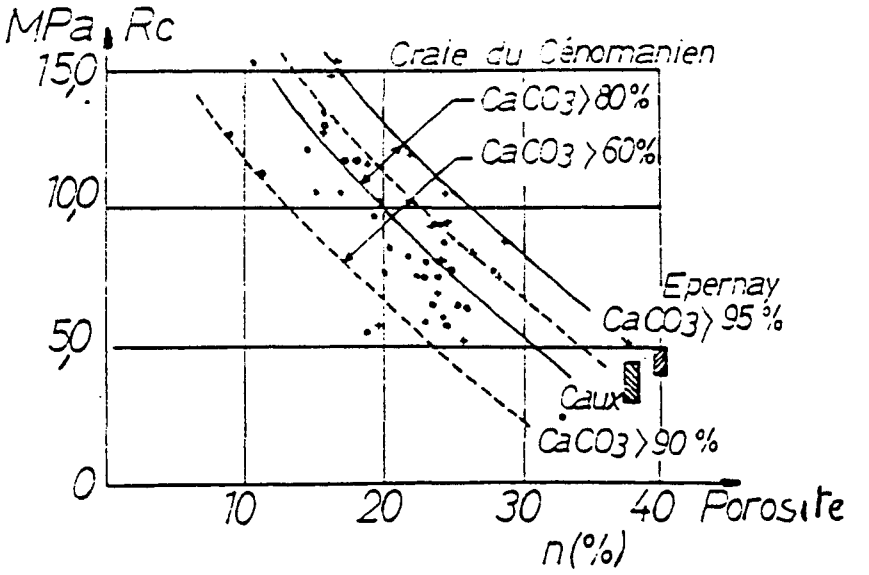


Figure 2-4 - Influence de la porosité et de la teneur en $CaCO_3$ sur la résistance à la compression d'après Dessenne [24].

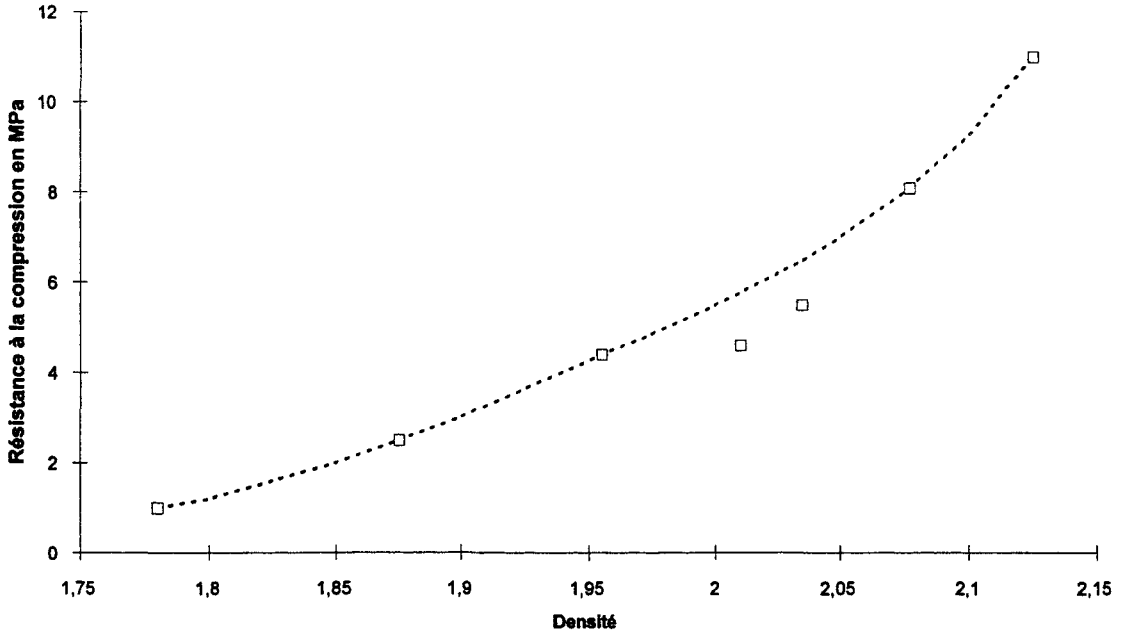


Figure 2-5 - Influence de la densité sur la résistance à la compression de la craie d'après Dessenne [24].

II - 2 - COMPORTEMENT SOUS CHARGEMENT HYDROSTATIQUE OU OEDOMETRIQUE

Le phénomène de compaction (diminution de l'indice des vides en fonction de la sollicitation) est observé in situ en particulier lors de l'exploitation de champs pétrolifères de la Mer du Nord. C'est dans ce cas une conséquence de la réduction de la pression de pore. Ce phénomène conduit in situ à une déformation uniaxiale (sans déformation latérale) et à la subsidence en surface.

Pour les sols, le processus de déformation engendre donc des changements de contrainte effective σ'_{ij} définie par Terzaghi

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u\delta_{ij} \qquad \sigma_{ij} : \text{contrainte totale} \qquad u : \text{pression du fluide de pore} \qquad (2\text{-}1)$$

Ceux sont ces changements de contrainte effective qui gouvernent le comportement en compaction.

II - 2 - 1 - Comportement sous chargement hydrostatique

Sous chargement hydrostatique en condition draînée, le comportement de la craie est schématisé sur la figure 2-6.

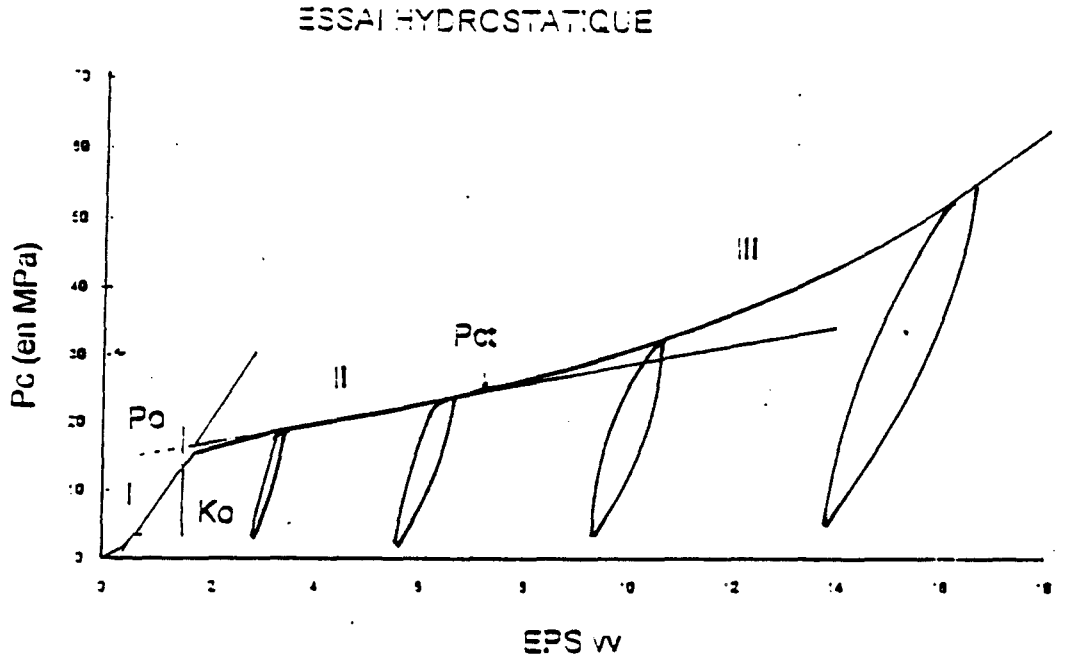


Figure 2-6 - Comportement de la craie sous chargement hydrostatique

Le comportement se décompose en 3 phases :

- un comportement réversible jusqu'à une valeur Po ; seule la déformation volumique existe, il y a apparemment absence de dégradation de la roche ;

- la seconde phase correspond à une forte contraction irréversible. Cette phase correspond à un effondrement progressif de la structure microporeuse de la craie par rupture des ponts entre grains. Elle s'étend jusqu'à une valeur notée Pc^t ;

- la troisième phase correspond à une diminution rapide du taux de contraction irréversible qui est une conséquence de l'augmentation de la surface de contact entre grains.

La valeur Po est appelée seuil d'effondrement de la structure. Elle varie fondamentalement d'une craie à une autre [104]. Quand cette valeur est atteinte, la valeur du module de compressibilité change et tend à diminuer pour la majorité des craies. Par contre, au delà de la valeur Pc^t, elle augmente.

On observe une certaine corrélation entre la valeur de Po et la dureté Brinell. L'utilité pratique de ce résultat est essentiellement limitée à la classification. Il apparaît qu'il puisse exister une corrélation entre la valeur de Po et la porosité initiale : une plus grande porosité initiale induit l'apparition plus précoce de ce seuil d'effondrement.

Si on reporte les résultats des essais de compressibilité isotrope pour les craies de Liège, Bois Bernard, Haubourdin et Dannes dans un diagramme e-lnP où e et P représentent respectivement l'indice des vides et la pression appliquée, le comportement observé est reporté sur la figure 2-7. On note une certaine analogie avec la mécanique des sols pour laquelle deux comportements sont mis en évidence :

- un comportement élastique non linéaire appelé surconsolidé jusqu'à une pression Pc ;
- un comportement plastique non linéaire appelé normalement consolidé pour une pression supérieure à Pc ;

Les décharges sont quasi parallèles entre elles. En mécanique des sols, la pression limite élastique Pc est appelée pression de consolidation. Elle correspond à la pression maximale subie par le matériau dans son histoire s'il n'y a pas eu rupture des grains.

Dans le cas de la craie, cette pression limite correspond à la valeur de Po, pression au delà de laquelle il y a effondrement de la structure. Dans la première phase, des cycles de chargement-déchargement ne mettent pas en évidence une variation des modules d'Young et de compressibilité, contrairement aux sols. Cela tient essentiellement à la nature des contacts inter-granulaires où les grains sont soudés entre eux dans la craie. La valeur de Po est représentative du nombre et de l'importance des liaisons, de la cimentation, de l'imbrication entre les grains, bref, de la microstructure selon les paramètres définis dans la classification des craies (chapitre I). Jusqu'à la valeur Po, toutes les liaisons sont maintenues et le matériau peut être considéré comme élastique. En effet, comme on le verra par la suite, la craie exhibe également un comportement élastique sous des sollicitations déviatoriques pour des pressions de confinement inférieures à Po, contrairement aux argiles qui présentent un comportement élastique non linéaire ou plastique très rapidement dans ce cas.

Les trois phases décrites précédemment sont d'une grande importance sur l'interaction fluide-structure. Pour mettre en évidence cette interaction Sibai [143] a effectué une montée en pression interstitielle au cours d'un essai hydrostatique sur un échantillon de craie de Haubourdin saturée. Les variations de volume de l'échantillon sont mesurées à l'aide du fluide injecté durant la montée en pression interstitielle. Elles sont reportées pour différentes pressions de confinement sur la figure 2-8.

En condition non drainée, on remarque que les variations du volume des pores sont quasi linéaires en fonction de la pression interstitielle et ce pour tous les niveaux de pression de confinement [143].
On observe également trois phases d'évolution en ce qui concerne la pente M de la courbe variation volumique ε_v en fonction de la pression interstitielle Pl :

- pour une pression de confinement comprise entre 5 et 15 MPa, la pente M reste constante, cela signifie que pour une pression interstitielle donnée, les déformations sont indépendantes de la pression de confinement. Cette phase correspond à la 1ère zone du cas drainé précédemment évoquée ;

- pour une pression de confinement comprise entre 20 et 30 MPa, la pente M augmente en fonction de la pression de confinement. Cette phase correspond à la zone 2 du cas drainé ;

- pour une pression de confinement supérieure à 35 MPa, la pente diminue puis devient pratiquement constante au delà d'une pression isotrope de 40 MPa, cela correspond à la 3è zone du cas drainé.

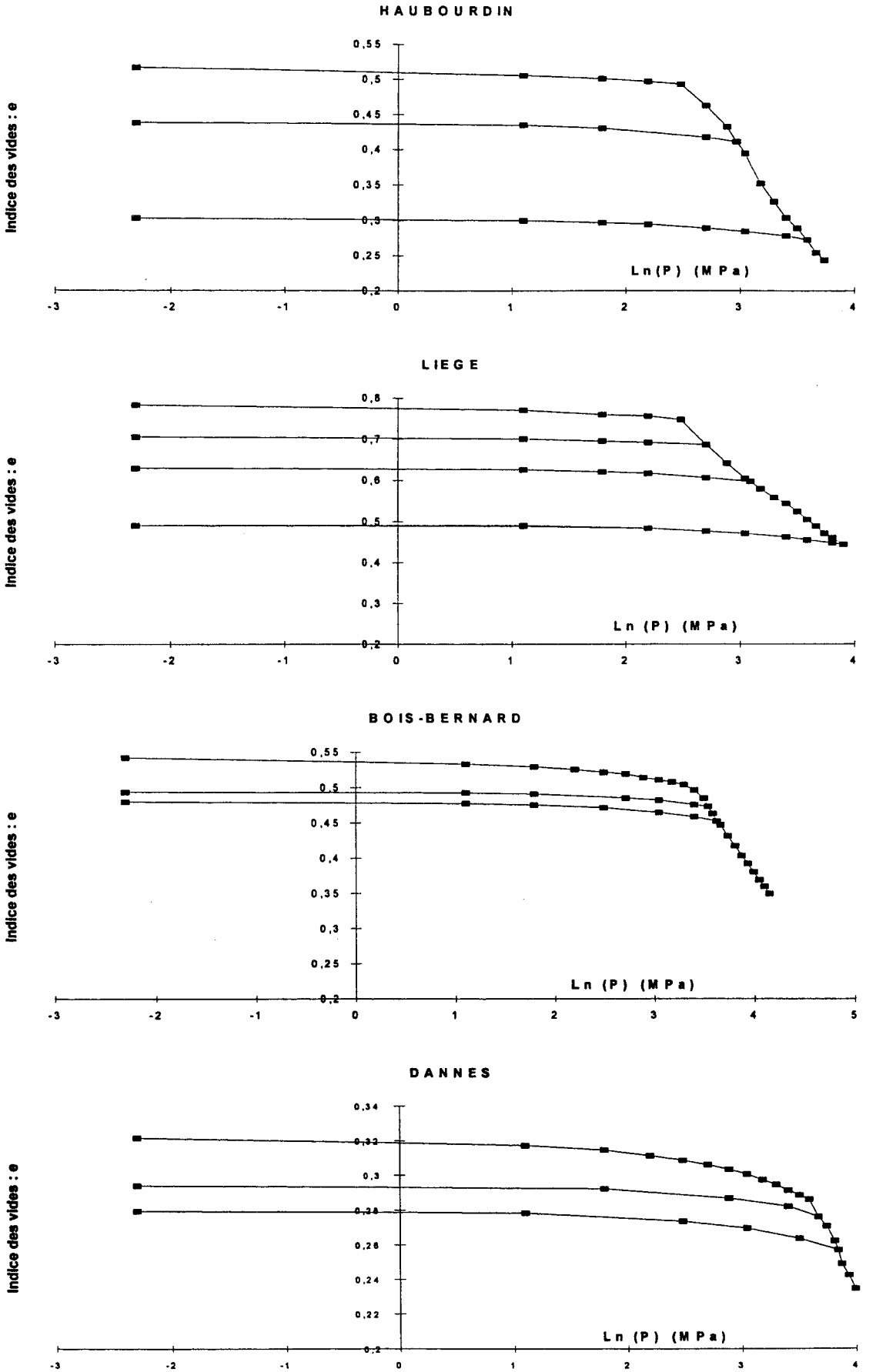


Figure 2-7 : Diagrammes e-lnP pour les craies de Liège, Haubourdin, Bois Bernard et Dannes

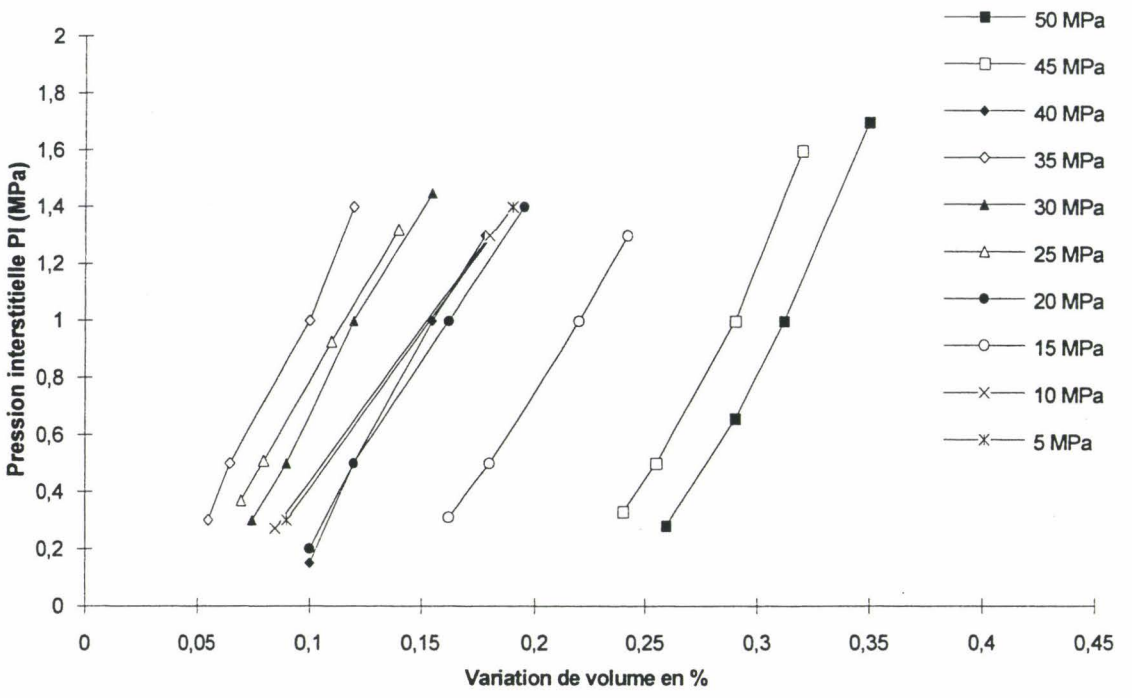


Figure 2-8 : Variation de volume ε_v en fonction de la pression interstitielle PI

II - 2 - 2 - Comportement sous chargement de type oedométrique

Comme le comportement de la craie est supposé dépendre essentiellement du champ de contraintes effectives indépendamment du chemin utilisé, les contraintes effectives peuvent décroître, par exemple, en diminuant les contraintes totales à pression de pore constante ou en réduisant cette dernière à contraintes totales constantes. Pour étudier le mécanisme de compaction en laboratoire et se rapprocher des conditions de gisement en domaine prétrolier, c'est généralement la seconde solution qui est retenue. Schroeder et Monjoie [107] proposent le protocole d'essai suivant :

. compression hydrostatique jusqu'à une pression σ avec $u = \sigma$ où u représente la pression interstitielle

. compression axiale jusqu'à une contrainte σ_1 avec u constant et à contrainte latérale σ_3 égale à σ

. annulation de la pression de pore u en condition uniaxiale c'est-à-dire en maintenant σ_1 constant et en ajustant σ_3 telle que la déformation radiale ε_r reste nulle.

Schroeder et Monjoie observent ainsi que le comportement de la craie se décompose en 3 ou 4 phases suivantes comme le montre la figure 2-9.

1. une phase élastique (A-B)

2. un effondrement de structure qui démarre au point d'écoulement B et se poursuit jusqu'au point de rupture C

3. une phase plastique avec écrouissage (au delà du point C)

4. un écrouissage secondaire qui n'est observé que pour des craies à très grande porosité (> 45 %) possédant peu de silice (< 2 %) et pour de très grandes déformations (> 12 %)

Dans la phase élastique A-B on déduit un module oedométrique sur la courbe S'1-ε1. Schroeder observe que le module d'Young E obtenu à partir d'essais triaxiaux classiques et ce module oedométrique Eo sont en relation :

$$E = 0{,}6\ Eo$$

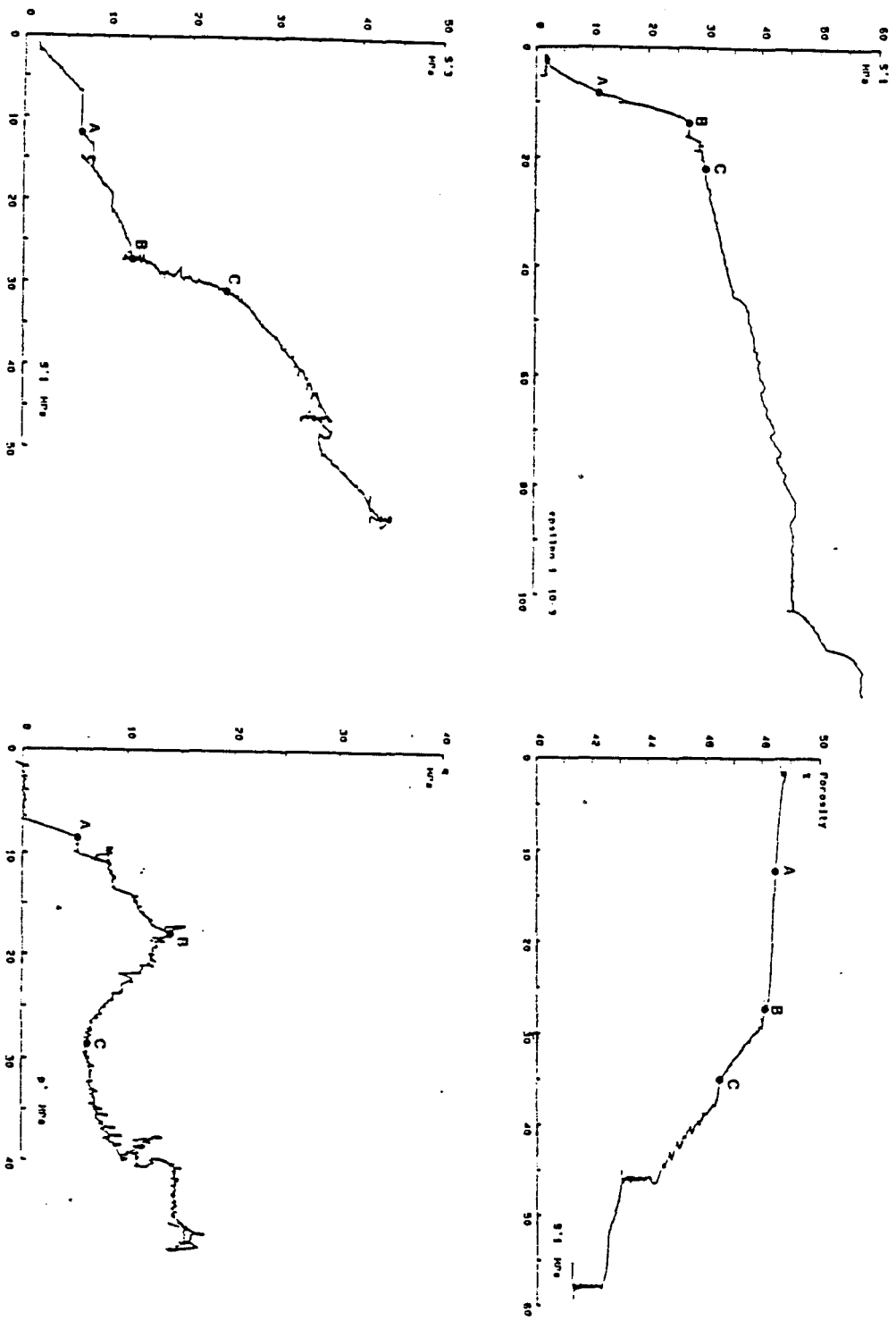


Figure 2-9 : Résultats sur la craie sur différents diagrammes d'après Monjoie et al

Botter [176] propose le protocole d'essai suivant :

1. compression axiale à u = 0 jusqu'à une valeur σ (u : pression interstitielle)

2. augmentation à la même vitesse de la pression de pore u et de la contrainte axiale σ_1 jusqu'à l'état souhaité représentant la valeur initiale in situ attestée

3. annulation de u à σ_1 constant

4. annulation de σ_1 à u = 0

Durant tout l'essai la contrainte latérale σ_3 est ajustée de telle manière que la déformation latérale ε_r reste nulle. Ce protocole d'essai est schématisé sur la figure 2-10.

Il observe pour les craies de la Mer du Nord à porosité d'environ 45 % une légère compaction lors de la 1ère phase. Elle se stabilise lors de la phase de mise en pression de pore mais elle réapparait lors de la décharge de cette dernière. Il remarque également que le rapport Ko : contrainte effective horizontale $\sigma'H$ / contrainte effective verticale $\sigma'v$ à pression du fluide de pore élevée est équivalent à la valeur observée à pression de pore nulle. Ainsi le comportement en compaction peut être décrit en termes de contraintes effectives mais qui peut être étudié, et ce plus facilement, à pression de pore nulle.

Addis [1] a réalisé également des essais triaxiaux à déformation latérale contrôlée sur des craies de la Mer du Nord de porosité comprise entre 32 et 44 %. Il observe que le comportement des craies se décompose en trois phases et retrouve celles observées par Schroeder. Sur la figure 2-11 est représentée la compaction unidirectionnelle caractéristique d'une craie à haute porosité.

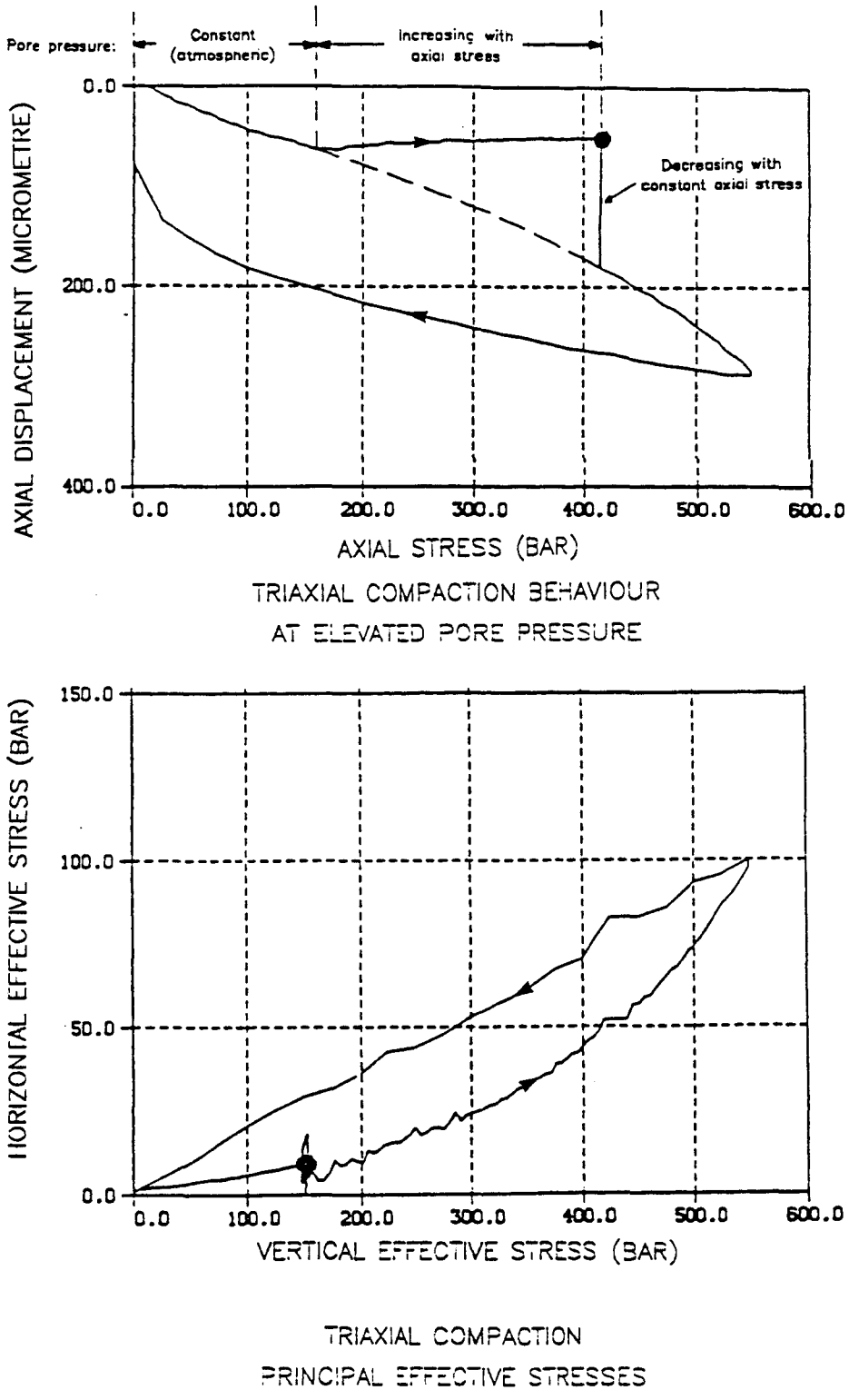


Figure 2-10 : Comportement en compaction triaxiale sous pression de pore élevée

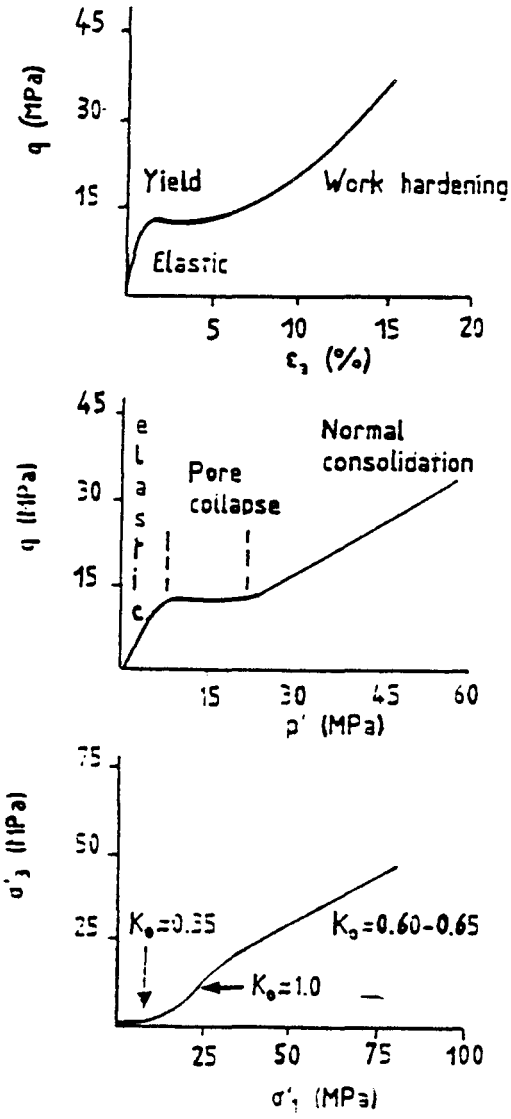


Figure 2-11 : Compaction des craies à forte porosité

A partir des résultats expérimentaux obtenus par Addis [1], Jones [70][71] Engstrom [36] Schroeder [105] et Botter [176] le comportement de la craie base sur l'interprétation de Ko est le suivant :

- phase 1 : à faibles contraintes, la structure cimentée de la craie se déforme de manière élastique et le rapport des contraintes effectives Ko vaut 0,35.

Dans cette phase élastique, il apparait d'après les différents auteurs précédemment cités, que la valeur de Ko est supérieure à celle habituellement retenue (Ko = $\upsilon/1-\upsilon$,). Engstrom [36] propose la relation suivante pour définir Ko :

$Ko = 0,256 + 0,0028\ \sigma v$ (σv : contrainte verticale appliquée)

- phase 2 : avec l'augmentation de la contrainte effective, la cimentation se rompt. Durant cette phase la rupture des liaisons intergranulaires engendre de grandes déformations et donc une forte réduction de la porosité. La compressibilité de la structure et le rapport des contraintes effectives horizontales/verticales augmentent. Le comportement du matériau tend vers celui d'un matériau pulvérulent. La valeur de Ko tend vers 1 et ne possède pas de signification en terme d'élasticité.

- phase 3 : on observe un durcissement du matériau qui représente une compaction. La valeur de Ko tend vers 0,6.

Les 3 phases principales sont observées pour des craies à forte et moyenne porosité. Les valeurs des contraintes de transition entre les phases 1 et 2 dépendent essentiellement de la porosité initiale, de la teneur en silice et en argile. La limite élastique ou la contrainte d'écoulement est en relation inverse avec la porosité initiale comme le montre la figure 2-12. L'augmentation de la teneur en silice a la même influence que l'effet d'une diminution de la porosité initiale.

En ce qui concerne les variations de volume résultant d'un accroissement de contrainte effective on observe que durant la phase élastique initiale, les variations de volume sont très petites. Dans la deuxième phase de grands changements volumiques sont initiés. Avec la décroissance de la porosité, la contrainte effective moyenne se développe avec des variations de volume réduites. Pour les craies à haute porosité, le mécanisme de consolidation est marqué comme le montre la
figure 2-13 où est reportée l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte effective moyenne appliquée pour des craies de la Mer du Nord à porosités différentes.

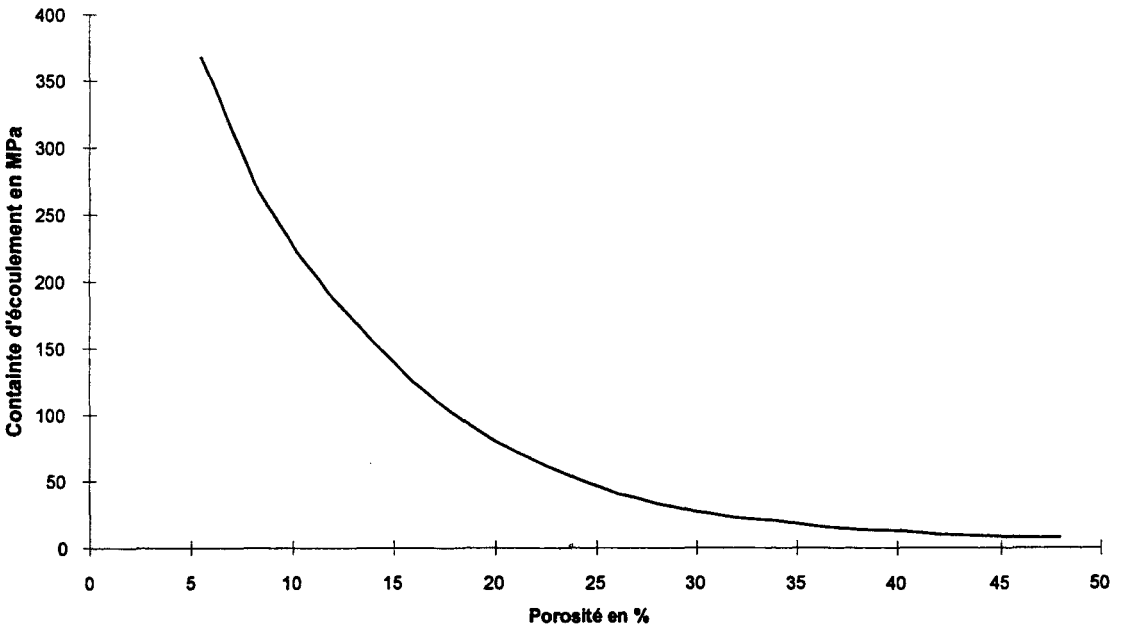


Figure 2-12 - Influence de la porosité sur la contrainte d'écoulement d'après Jones [82]

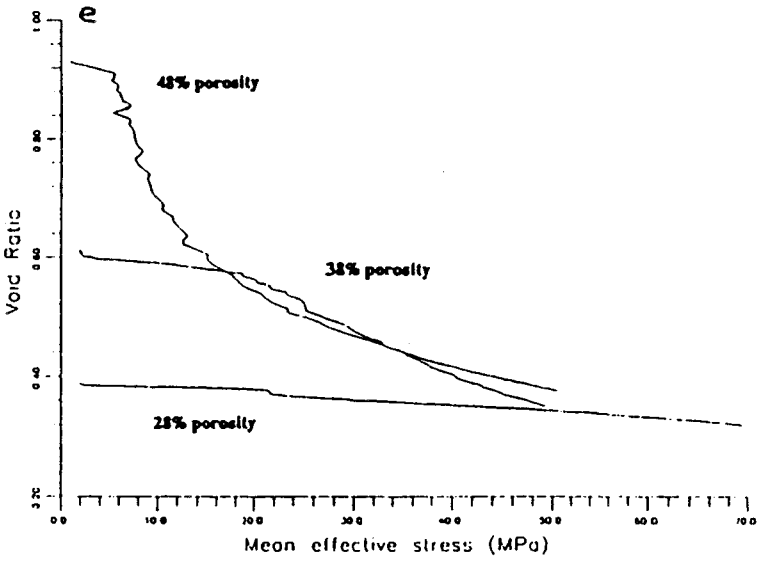


Figure 2-13 : Influence de la porosité sur l'indice des vides de la craie lors du comportement en compaction d'après Jones [83]

Les mécanismes de compaction, de dissipation de pression de fluide des pores contribuent fortement à l'explication rhéologique du comportement de la craie.

On observe que pour des craies à faible porosité, la compaction est pratiquement élastique. Pour des craies à porosité plus élevée, cette compaction se développe par fermeture de l'espace poreux, ce qui peut influencer la perméabilité [83].

Il est observé en laboratoire que les variations de perméabilité sont essentiellement dues à des changements de l'état de contraintes effectives appliquées comme le montre la figure 2-14. Le coefficient de perméabilité K semble augmenter avec la pression de confinement appliquée sur l'échantillon [81].

Les craies à faible porosité initiale exhibent une légère augmentation de perméabilité. Par contre, les craies à haute porosité se comportent différemment. Elles subissent un écoulement plastique au delà d'un certain seuil et la déformation se développe par réduction de la porosité et donc par compaction ; la perméabilité décroît, mais peu de recouvrance de perméabilité a été observée lors d'une décharge.

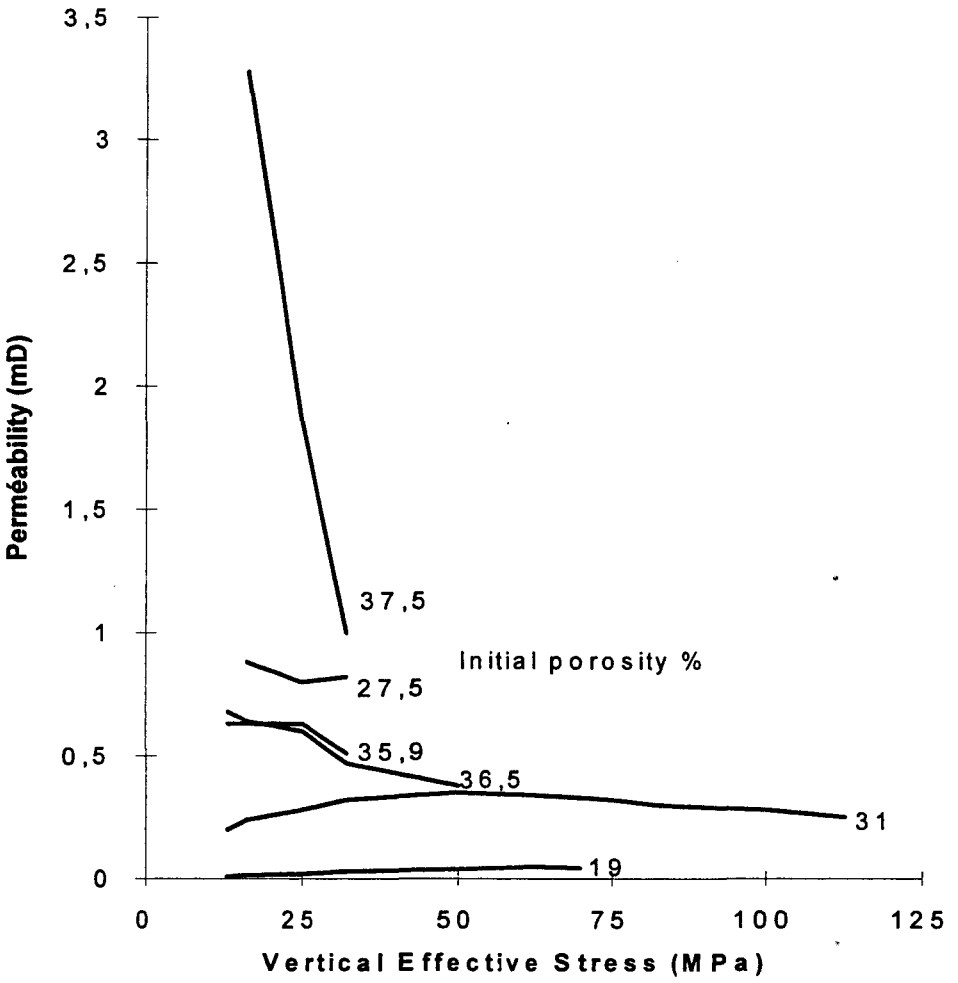


Figure 2-14 - Variation de la perméabilité en fonction des contraintes effectives [1]

II - 3 - COMPORTEMENT SOUS CHARGEMENT DEVIATORIQUE

II - 3 - 1 - Comportement déviatorique sous faible confinement

La craie est un géomatériau de surface très couramment rencontré dans les problèmes de géotechnique. Nombreux sont les ouvrages creusés dans la craie tels que usines ou carrières souterraines maintenant abandonnées. Compte tenu de la faible profondeur, les massifs concernés sont sollicités par des champs relativement faibles. Les sollicitations observées sont généralement quasi-statiques et/ou cycliques.

Sous faible confinement, jusque 5 MPa environ, le comportement de la craie sous chargement déviatorique diffère sensiblement de celui observé sous des pressions de confinement plus élevées.

Dans la suite, on s'intéresse au comportement de la craie observée à partir d'essais triaxiaux à très faible confinement (jusque 2 MPa), où le chargement jusqu'à la rupture est réalisé par des cycles de charge-décharge de plus en plus importants. A chaque pic de chargement sont réalisés des paliers de relaxation ou de fluage. Dans le domaine post rupture aux cycles de charge-décharge ne sont associés uniquement que des paliers de relaxation ;

Le principe des essais est représenté sur la figure 2-15 suivante :

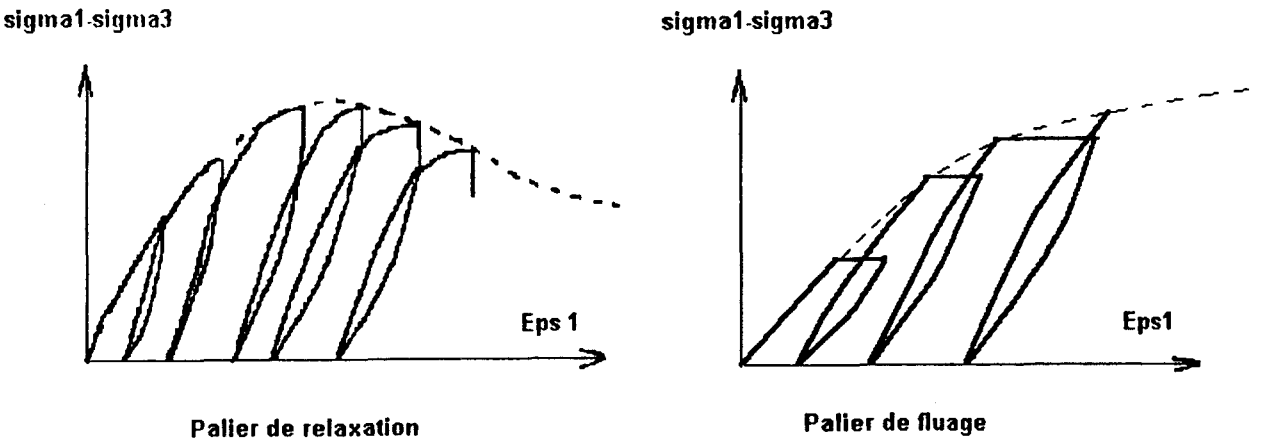


Figure 2-15 : Principe des essais triaxiaux réalisés à basse pression

Différents essais triaxiaux ont été réalisés, sur la craie de Lezennes, en contrôlant les variations de volume des pores, le fluide de saturation pouvant être de l'eau ou de l'alcool [147]. La craie de Lezennes présente certaines similitudes quant aux caractéristiques mécaniques avec la craie de Haubourdin.

Ces essais permettent de préciser :

- les phases de contractance et de dilatance,
- les variations du module d'Young dans les domaines pré et post-rupture,
- l'importance des phénomènes de dissolution-recristallisation,
- le comportement à très court terme par les paliers de fluage,
- le comportement à vitesse nulle par les essais de relaxation.

Lors des essais drainés sous eau avec des paliers de relaxation, on met en évidence un endommagement pré- et post-rupture. Le module d'Young décroît avec les déformations axiales permanentes linéairement dans le domaine pré-rupture. Cette variation atteint au maximum 5 %. Par

contre, dans le domaine post-rupture, cette décroissance est très prononcée dans la phase radoucissante, elle est même en relation avec la déformation plastique axiale engendrée [145]. Les déformations axiales permanentes (obtenues par décharge) restent faibles à la rupture ($< 5\ 10^{-3}$).

Le comportement global du matériau est contractant dans le domaine pré-rupture et dilatant dans la zone post-pic.

On remarque que toutes les charges passent par le point bas de relaxation du cycle précédent. L'enveloppe de la courbe passant par ces points bas de relaxation représente le comportement de la craie à vitesse nulle. Cela montre également la nature visqueuse de la craie où le comportement de la craie est sensible à la vitesse d'application de la charge.

Si on remplace les paliers de relaxation par des paliers de fluage dans le domaine pré-pic, on observe que toutes les charges passent par les points limites de fluage du cycle précédent. Dans le domaine pré-rupture, on met alors en évidence un léger durcissement du matériau. On observe également que l'apparition d'un fluage tertiaire conduisant à la rupture n'est obtenue que pour des paliers réalisés très près du pic de rupture. Dans ce domaine pré-rupture, le comportement global est contractant et le coefficient de viscosité diminue fortement à la rupture [167].

Si on effectue ces mêmes essais en remplaçant le fluide de saturation par un alcool, les mécanismes observés précédemment sont maintenus. Toutefois, l'alcool a pour effet d'accroître en particulier les valeurs de la résistance ultime en compression et du module d'Young. Cela met en évidence les rôles de "lubrification" de l'eau dans le comportement de la craie ainsi que son importance dans les phénomènes de dissolution-recristallisation déjà observés et décrits par ailleurs [29][145].

Globalement, on peut admettre que le comportement de la craie est élastique dans le domaine pré-rupture sous très faibles sollicitations déviatoires.

II - 3 - 2 - Comportement déviatorique sous confinement élevé

Pour des pressions de confinement inférieures à la limite élastique isotrope Po, le comportement de la craie sous sollicitation déviatorique, en condition drainé, observé à partir d'essais triaxiaux, comprend une phase élastique, suivie d'une phase élastoplastique.

Il a été également observé pour de grands confinements, supérieurs à Po, la quasi absence d'une phase élastique et le comportement est défini uniquement par une phase plastique.

Il est à noter que les craies à faible porosité présentent des contraintes d'écoulement élevées.

On a remarqué précédemment que la présence de silice influence fortement la résistance de la craie. Une augmentation de sa teneur contribue à un effet similaire, sur la contrainte d'écoulement, à une réduction de la porosité [104].

A l'inverse, la saturation en eau (quelle qu'elle soit) ou en huile, fait décroître cette contrainte d'écoulement [103].

Sous sollicitation hydrostatique, on a remarqué une variation du module de compressibilité en fonction de la pression hydrostatique, en particulier au delà de la valeur Po. Une remarque similaire peut être faite quant à la variation du module d'Young de charge-décharge sous sollicitation déviatoire. Certains auteurs [139][140], expriment ainsi la variation du module d'Young en particulier en fonction du 2è invariant du déviateur du tenseur des contraintes J_2.

Il est à noter que le module élastique est en relation directe avec la porosité.

II - 4 - INFLUENCE DU TEMPS

On a vu précédemment que la pente et la courbure de la courbe de compression monoaxiale dépendent de la vitesse de chargement. Il a également été observée une viscosité responsable de l'hystérésis des cycles efforts déformation. Il est donc nécessaire de dissocier le mécanisme de consolidation dû à la chute de pression interstitielle de celui du fluage du squelette régit par un mécanisme intergranulaire.

L'essai de fluage à charge constante avec mesures en fonction du temps des déformations instantannées et différées permet d'apprécier le facteur temps dans le comportement de la craie.

La déformation instantanée est la déformation acquise pendant la mise en charge. La déformation différée est celle obtenue au bout d'un temps donné à charge constante. Différents types d'essais de fluage ont été réalisés :

- fluage uniaxial sous pression de confinement nulle,
- fluage sous compression hydrostatique,
- fluage sous compression triaxiale.

L'analyse des déformations différées en fonction du temps traduit selon les cas qui seront analysés dans la suite, trois types de comportement comme représentés sur la figure 2-16.

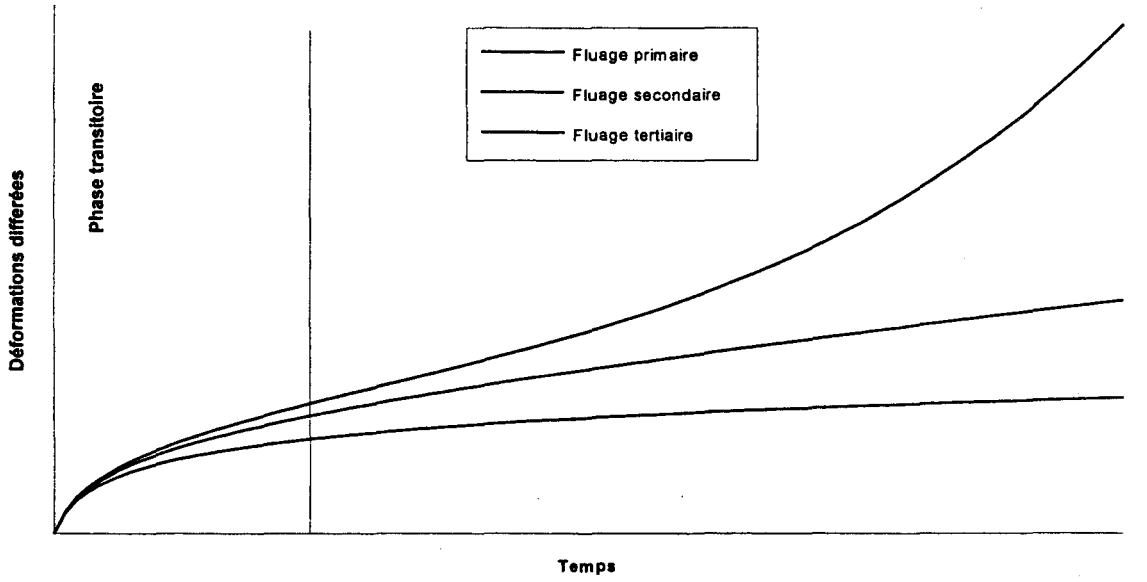


Figure 2-16 : Différents types de fluage

La plupart des essais réalisés l'ont été dans le domaine élastique, ce qui a pour conséquence que l'on évite l'apparition d'un domaine plastique traduisant une modification de la structure : la craie pouvant être considérée comme possédant un comportement visco-élastique.

II - 4 - 1 - Fluage uniaxial

Après la déformation instantannée on observe une augmentation rapide de la déformation. La vitesse de déformation décroît après une phase transitoire, elle devient pratiquement constante, voire nulle pour la déformation transversale.

L'importance de la déformation axiale différée croît avec la contrainte axiale appliquée. Cette dernière peut être exprimée en fonction du rapport contrainte axiale appliquée/la résistance à la compression Rc.

Pour ce type de sollicitation, l'eau joue un rôle de lubrificateur et accentue les phénomènes observés.

La phase transitoire augmente avec ce rapport. Dessenne a réalisé des essais de fluage uniaxiaux à très court terme. Il observe que la relation entre la déformation différée et la déformation instantannée n'est pas linéaire. Selon l'hypothèse que la déformation différée est la somme d'une déformation visco-élastique réversible et d'une déformation plastique irréversible, il observe que la déformation plastique croît très vite quand la déformation instantannée dépasse le seuil correspondant à un niveau de contrainte voisin de 0,7 Rc. Il observe également que le fluage secondaire est sensiblement linéaire et sa vitesse croît avec la fraction de Rc qui présente un point caractéristique à 0,5 Rc. Au dessous de ce point, la vitesse de fluage est faible et varie très peu. Par contre, au delà de ce point, il semble qu'il soit difficile de maintenir un fluage stable ne conduisant pas à la rupture.

Donc les allures de courbes de fluage dépendent du niveau de chargement appliqué :

- sous de très faibles charges (< 40 % de Rc), le comportement est indépendant du temps (fluage primaire) ;

- sous des charges supérieures et < 70 % de Rc, le fluage est asymptotique et ne conduit également pas à la rupture (fluage secondaire) ;

- sous des charges encores plus élevées, en particulier au delà de la limite élastique, le fluage est quasi linéaire, pseudo stable, et conduit à la rupture après un temps très long (fluage secondaire tertiaire) ;

- sous des contraintes voisines de la résistance maximale, le fluage est instable et conduit à la rupture après un temps relativement court (fluage tertiaire).

Dessene a réalisé un essai de compression simple après un fluage uniaxial, il observe un durcissement du matériau pour de faibles chargements appliqués (< 0,2 Rc) et une dégradation pour des chargements très élevés (> 0,8 Rc) comme le montre la figure 2-17.

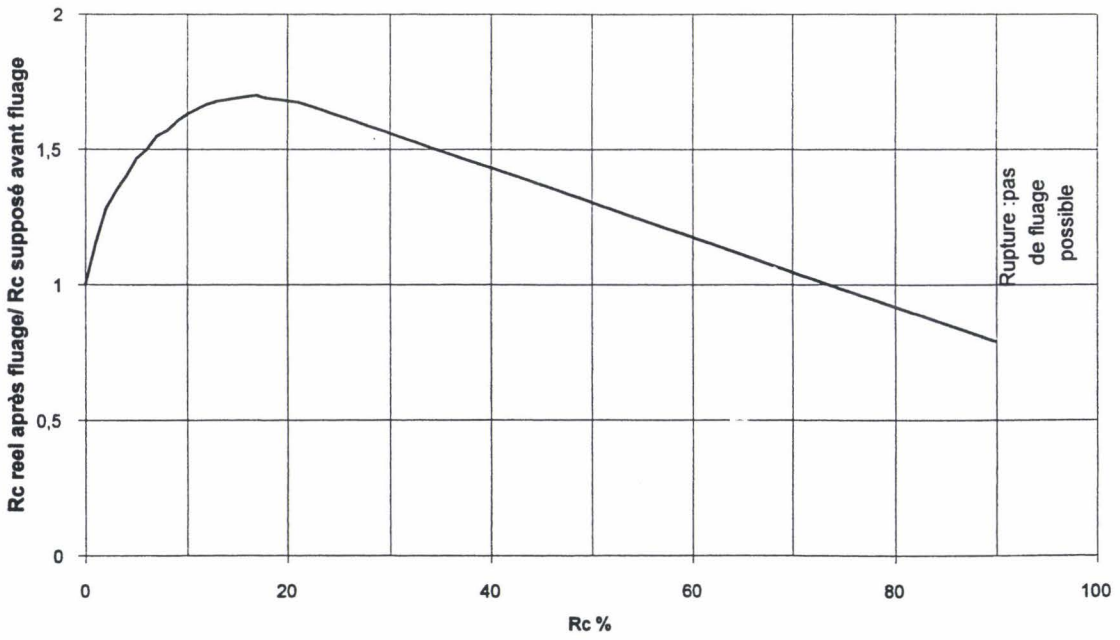


Figure 2-17 : Influence du fluage sur le comportement en compression d'après Dessene [24].

II - 4 - 2 - Fluage sous contrainte hydrostatique

Les courbes de variations volumiques en fonction du temps lors d'un essai de fluage sous contrainte hydrostatique se décomposent en deux phases, tout au moins pour des contraintes hydrostatiques inférieures à la limite élastique isotrope Po. Toutes les courbes débutent par une phase très rapide et très courte dont l'amplitude augmente avec la pression hydrostatique. Ensuite, on observe une décélération des variations de la déformation volumique sans pour autant tendre vers une valeur asymptotique comme le montre la figure 2-18. Sur cette figure sont mis en évidence l'importance de la saturation en eau sur le comportement de la craie et les phénomènes de dissolution-recristallisation. Dans le cas saturé, toutes les courbes de fluage sont saturées au dessus des courbes de fluage à sec. Ce phénomène est d'autant plus marqué que la pression de confinement est élevée. Pour les craies sèches, le fluage est asymptotique, c'est-à-dire que la vitesse de déformation devient sensiblement nulle (fluage primaire).

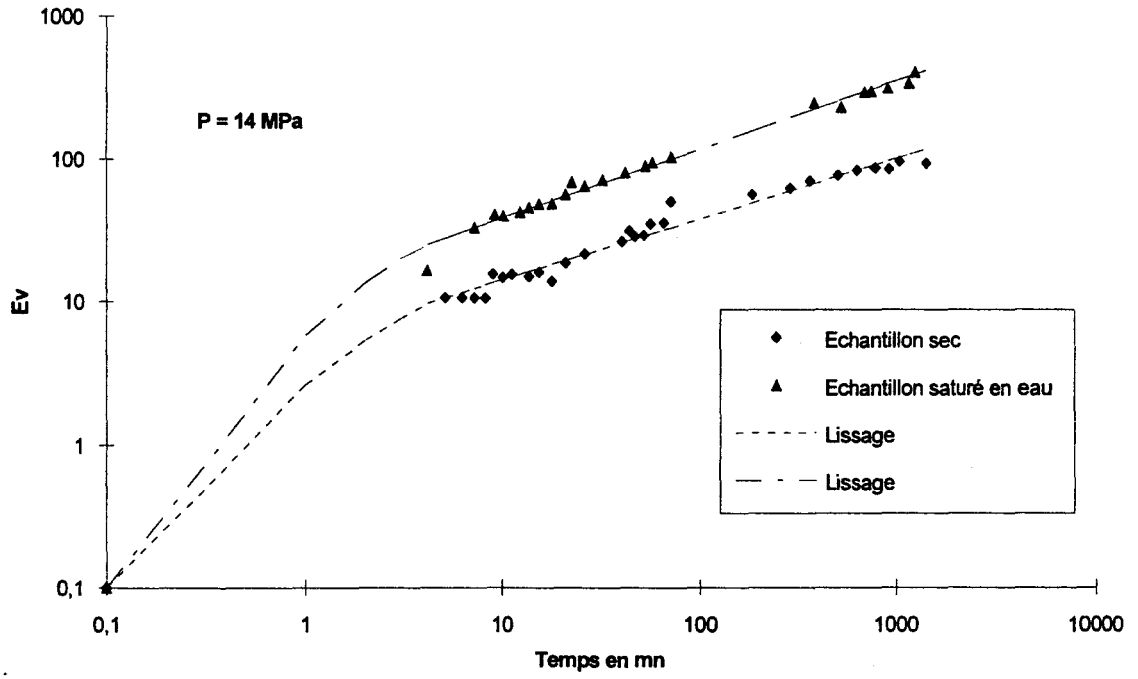


Figure 2-18 : Fluage sous contrainte hydrostatique de la craie.
Variations volumiques en fonction du temps d'après Djebi [29]

Certaines lois empiriques de fluage ont été proposées, en particulier la loi puissance :

$\Delta\varepsilon_v = A\, P^{\alpha} t^m$ où P est la pression hydrostatique

L'effet de l'eau sur le comportement de la craie peut être, entre autre, mis en évidence à partir des histogrammes des courbes moyennes en pourcentage de porosité. On remarque alors que les spectres ont même allure aussi bien à l'état sec qu'à l'état saturé mais que dans ce dernier le spectre se décale vers les pores de petit rayon. L'eau a donc un rôle mécanique et/ou chimique. Le rôle mécanique est observé à des contraintes élevées qui conduisent à la rupture des ponts. A des contraintes plus faibles, le rôle chimique se traduit par le processus de dissolution-recristallisation.

II - 4 - 3 - Fluage triaxial sous faible déviateur

Si on réalise un essai de fluage triaxial sous faible déviateur avec percolation d'eau, la courbe expérimentale se décompose en 3 phases comme le montre la figure 2-19. L'essai avec percolation consiste à maintenir un écoulement d'eau distillée à travers l'échantillon par injection à sa base.

- une 1ère phase très rapide dès l'application de la charge, son amplitude est fonction de la sollicitation appliquée.La vitesse de fluage décroît rapidement ;

- la 2è phase est caractéristique d'une décroissance de la vitesse de fluage axiale qui tend à s'annuler et une accélération de la vitesse de déformation radiale ;

- dans la 3è phase, on observe une accélération de la vitesse de déformation axiale et une atténuation de la vitesse de déformation latérale.

Si l'essai est réalisé sans percolation, on observe toujours 3 phases comme le montre la figure 2-20.

- la 1ère est identique au cas précédent ;

- dans la 2è phase, la vitesse de fluage axiale est petite mais ne tend pas à s'annuler, le palier du cas précédent disparait ;

- la 3è phase est caractéristique d'une réaccélération du fluage dont l'amplitude croît avec la sollicitation appliquée.

Dans tous ces essais de fluage triaxial sous faible déviateur, le fluage transversal débute par une phase de dilatance suivie d'une stabilisation puis d'une contractance accélérée.

Une comparaison des variations volumiques montre que le fluage relatif à un échantillon saturé sans percolation est moins important que pour celui avec percolation. Ceci s'explique par des effets de dissolution qui, en présence d'écoulement, s'accompagnent d'un transfert de matière associé à une recristallisation de la craie. De plus, le fluage longitudinal est plus important du côté injection que du côté sortie, ce qui est lié à la cinétique de dissolution à ces différents niveaux.

On relève également une diminution de la perméabilité au cours du temps qui peut être attribuée soit à la réduction de la porosité, soit à la diminution de la taille des capillaires. Ceci peut être imputé soit au mécanisme de dissolution-recristallisation, soit au processus de compaction, ou encore à leurs effets conjugés.

Dans le cas des essais avec percolation, on observe que la porosité globale diminue dans tout l'échantillon, et en particulier les variations de porosité sont plus importantes côté sortie que côté injection. Ceci ne s'explique que par un transfert de matière dans le sens de l'écoulement ce qui a pour conséquence une cimentation des pores, une modification de structure et donc une réduction de la perméabilité.

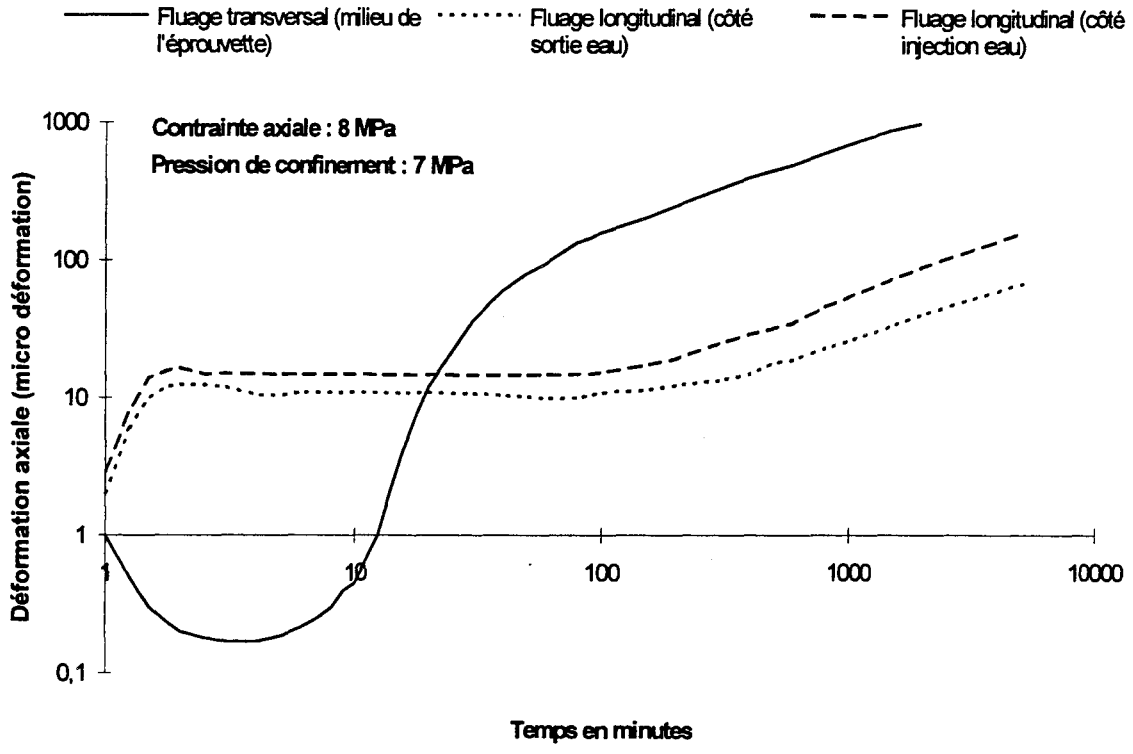


Figure 2-19 : Variation de la déformation en fonction du temps de la craie en compression triaxiale avec écoulement d'eau distillée d'après Djebi [29]

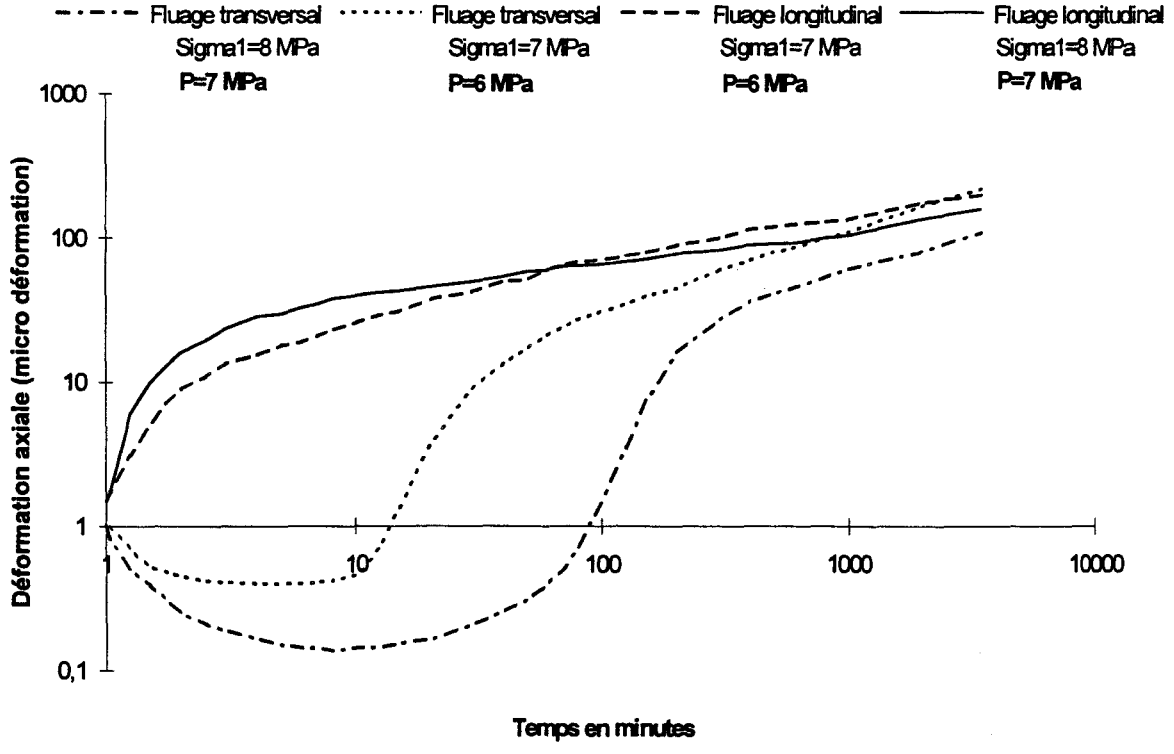


Figure 2-20 : Variation de la déformation en fonction du temps de la craie en compression triaxiale sans écoulement d'après Djebi [29]

II - 4 - 4 - Comportement cyclique

Les ouvrages souterrains et en particulier les piliers des exploitations minières sont soumis à des sollicitations cycliques. Généralement elles sont induites par une compression axiale qui engendre un processus de dégradation ou de transformation de la craie.

Généralement, le comportement mécanique sous sollicitation cyclique est approché de manière globale. On caractérise alors le matériau à la fatigue par ses caractéristiques d'endurance et d'endommagement sous des sollicitations axiales sinusoïdales définies par la contrainte axiale moyenne et l'amplitude de la charge comme schématisé par la figure 2-21. On se place dans le cas où le fluide de saturation est de l'eau.

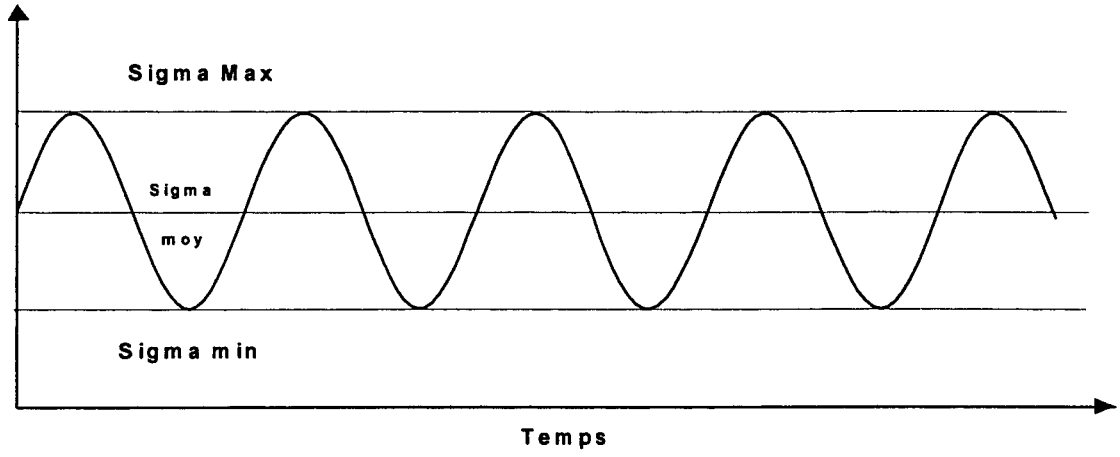


Figure 2-21 : Type de sollicitation cyclique

La rupture sous sollicitation cyclique apparaît d'autant plus rapidement que :

- la contrainte de confinement est faible,
- σmini est faible,
- l'amplitude de la sollicitation est élevée et que σmax est proche de la valeur à la rupture.

Lorsque l'on se place dans les conditions favorables d'une rupture très rapide et ceci quel que soit le confinement, la rupture est provoquée par un compactage intense. L'accumulation des déformations permanentes est accélérée par la répétition de la charge. Le mécanisme se déroule en une seule phase à savoir, une variation exponentielle, et ce jusqu'à la rupture, des déformations axiales irréversibles ε^p et volumiques $\Delta V/Vo$ comme représenté sur la figure 2-22 suivante :

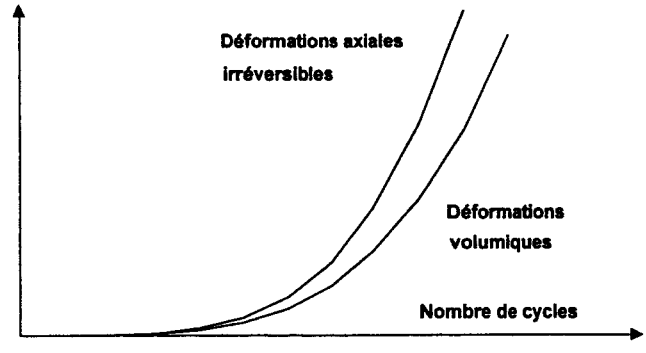


Figure 2-22 : Variations des déformations plastiques axiale et volumique lors d'une rupture rapide[145]

Dans tous les autres cas, le comportement de la craie sous très faible confinement (< 2 MPa) est schématisé par la figure 2-23 suivante, il se décompose en 3 zones :

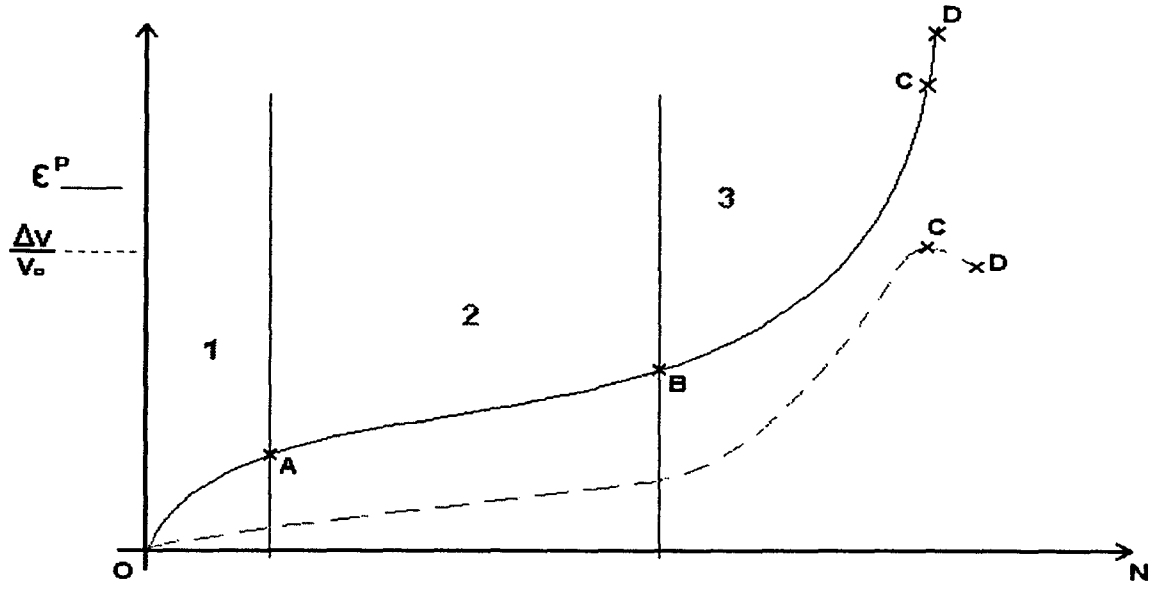


Figure 2-23 : Schéma de principe de l'essai de fatigue, variation des déformations plastiques axiales ε^P et volumique en fonction du nombre de cycles N [145][146].

On remarque que la courbe représentant la variation des déformations permanentes ε^P en fonction du nombre de cycles N s'apparente à celle d'un fluage. Ce comportement a également été observé par Houpert [63] et Siries dans le cas des marbres et des granits.

Dans la 1ère zone, qui s'étend sur quelques dizaines de cycles, les déformations permanentes atteignent très rapidement 10 à 50 % de la déformation irréversible totale selon les valeurs de la pression de confinement et de la sollicitation appliquée.

On observe qu'elles sont très importantes lorsque :

- soit, la contrainte moyenne et l'amplitude de la sollicitation sont élevées pour un confinement donné ;

- soit, la pression de confinement est élevée pour une sollicitation donnée.

Les variations volumiques sont très faibles voire négligeables devant la variation volumique totale. Les modules d'Young n'évoluent pas ou très peu. Il y a probablement rupture des liaisons intergranulaires les plus faibles énergétiquement.

Dans la seconde zone, les déformations plastiques évoluent à vitesse constante. Cette dernière est d'autant plus élevée que les contraintes mini et moyenne sont élevées pour un confinement donné. Par contre, elles sont en relation inverse avec la pression de confinement pour une sollicitation donnée.

On observe un durcissement de la craie, le module d'Young augmente continuellement et linéairement avec le nombre de cycles appliqués. Les variations volumiques (de contractance) évoluent également lentement et faiblement.

Cette 2è phase apparaît ainsi comme une phase de transformation du matériau dans laquelle les phénomènes de dissolution-recristallisation doivent jouer un rôle important.

Dans la 3è zone, atteinte vers 1000 cycles, pour la craie de Lezennes, on observe un changement de comportement : les déformations irréversibles et les variations volumiques augmentent fortement, par contre, le module semble se stabiliser. Il y a compactage intense du matériau, le phénomène de dissolution-recristallisation semble négligeable.

Dans la partie CD obtenues entre 300 et 500 000 cycles selon les cas, 2 cas peuvent se présenter :

- les déformations irréversibles, et les variations volumiques s'intensifient, le processus de compactage se poursuit conduisant à une rupture rapide sans microfissuration en volume visible ;

- les déformations plastiques se développent, par contre, il y a une inversion dans le comportement en volume, la craie se microfissure en volume.

La limite en fatigue, en dessous de laquelle la craie n'atteint pas la rupture est élevée. Elle peut atteindre 80 % de la résistance ultime.

Le phénomène de fatigue est donc fortement influencé par le niveau moyen, l'amplitude de la sollicitation et la pression de confinement auxquels il faut associer celui de la dissolution-recristallisation.

II - 5 - NOTION DE CONTRAINTE EFFECTIVE

L'étude des propriétés visqueuses d'un géomatériau nécessite en général la mise en place d'essais à long terme. Afin de pallier à l'inconvénient majeur des délais de réalisation des essais et par voie de conséquence, la réduction du nombre d'essais, de Waal a mis au point un mode opératoire spécifique où il est utilisé alternativement deux vitesses de mise en charge, l'une très rapide, l'autre très lente. Durant l'essai on fait croître les contraintes effectives par décroissance de la pression de pore tout en gardant constante la contrainte axiale et en ajustant continuellement la pression de confinement de telle manière que les déformations radiales demeurent constantes. On se trouve alors en conditions uniaxiales.

Le changement de vitesse induit un saut dans la courbe effort-déformation d'une valeur $\Delta\sigma$ comme le montre la figure 2-24. Sur cette figure est également représenté le chemin de sollicitation. Cet écart sur la courbe est défini par la relation :

$$\Delta\sigma = \sigma_{z,1}\left[\left(\dot{\sigma}_{z,2} / \dot{\sigma}_{z,1}\right)^b - 1\right]$$

$\sigma_{z,1}$ contrainte effective axiale obtenue à vitesse 1
$\dot{\sigma}_{z,1}$ taux de contrainte effective à la vitesse 1
$\dot{\sigma}_{z,2}$ taux de contrainte effective à la vitesse 2
b paramètre matériel qui caractérise la sensibilité de la vitesse de chargement

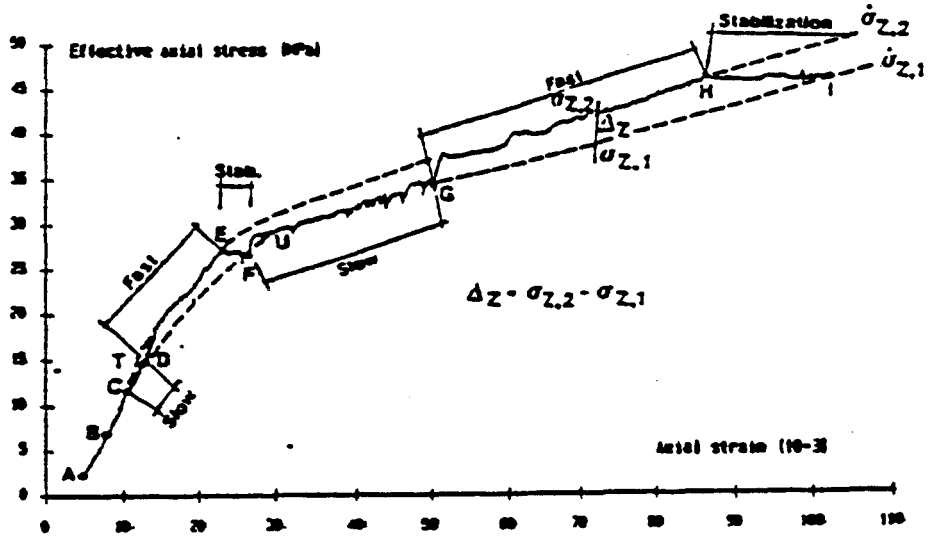


Figure 2-24 - Courbe contrainte effective axiale - déformation axiale dans le cas uniaxial

On observe que la phase de stabilisation qui suit l'application de la vitesse de chargement rapide tend à faire revenir le point de charge sur la courbe à vitesse lente.

Le comportement de la craie sous de telles conditions est défini à partir de la courbe contrainte effective axiale - contrainte effective radiale où l'on distingue 3 phases [71] comme la montre la figure 2-25.

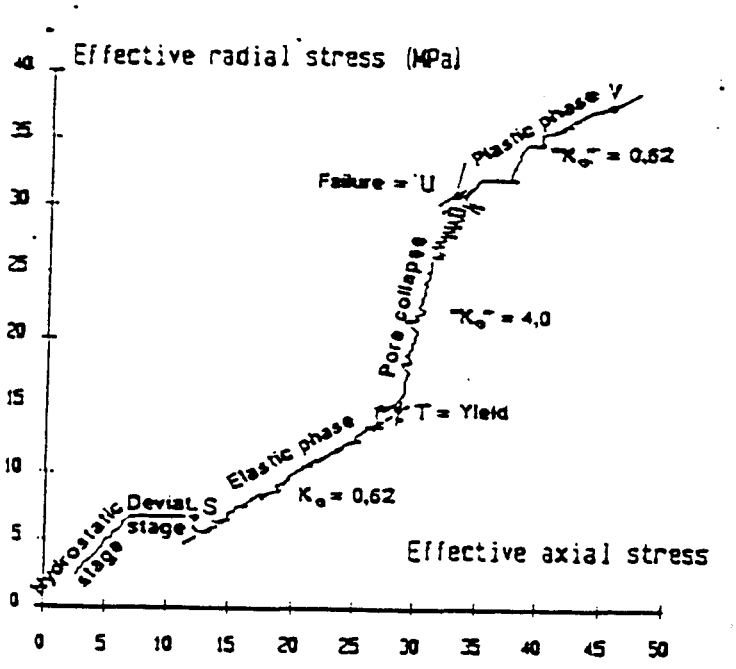


Figure 2-25 - Courbe contrainte effective axiale - contrainte effective radiale dans le cas uniaxial

- une phase élastique entre les points S et T,
- une phase "collapse" entre les points T et U (point de rupture),
- une phase plastique avec écrouissage au delà.

Si on s'intéresse au comportement en fonction du temps durant les phases de stabilisation, la forme de la courbe déformation axiale en fonction du temps suggère un comportement de type consolidation comme la montre la figure 2-26.

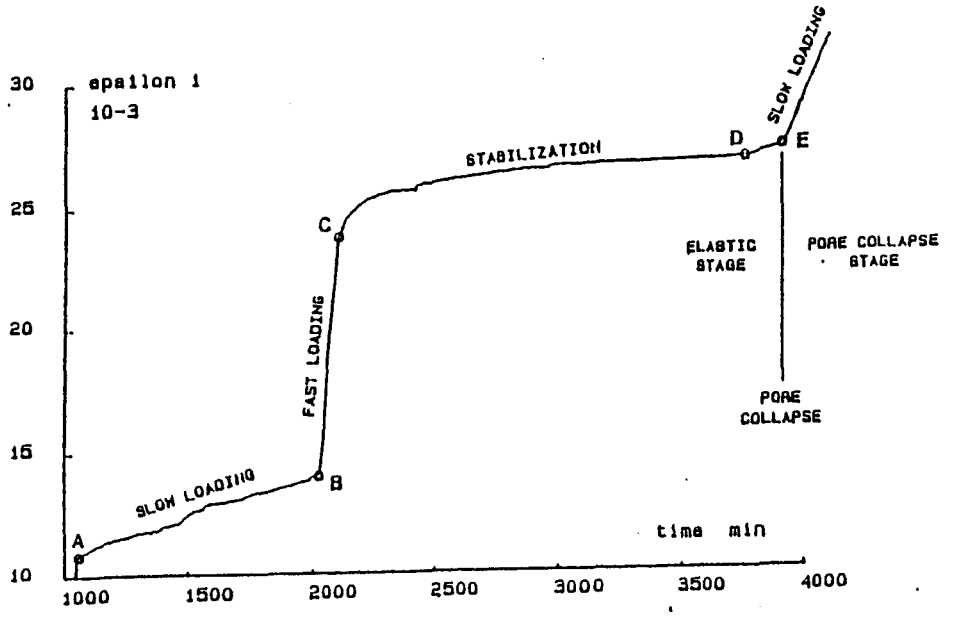


Figure 2-26 - Courbe déformation axiale en fonction du temps sur une partie de l'essai uniaxial

Le comportement de la craie dépend donc essentiellement du chemin de contraintes effectives.

Sous sollicitation hydrostatique, on remarque que :

- dans la phase élastique (avant Po), le comportement du squelette est purement reversible ; la loi de Therzaghi est alors applicable.

Si on applique une contrainte totale isotrope égale à la pression interstitielle PI :

$$\sigma_{kj} = PI\,\delta_{kj}$$

La déformation isotrope volumique est égale à :

$$\varepsilon_{kk} = \left[\frac{1}{K_b} - \frac{1}{H}\right] P_i$$

Dans le cas présent, à partir du module de compressibilité K_b et du coefficient de Biot H, on aboutit à un coefficient de contrainte effective $\beta = K_b/H$ égal à 1 (aux erreurs expérimentales près). On peut ainsi appliquer le concept de Terzaghi.

- au delà de Po, le comportement est élastoplastique.

On a remarqué que le module de compressibilité, pour un confinement supérieur à Po, n'est plus constant, et le raisonnement précédent n'est plus applicable.

Dans la zone plastique, le problème est nettement plus compliqué à cause de l'ambiguité qui existe à propos des notions de déformation plastique en présence du fluide et de couplage induit. Cependant, il est possible de déterminer le coefficient β sur un essai drainé à partir des mesures de déformation volumique globales εv par jauges de déformation et de la variation de teneur en fluide θ par capillaires. Dans le cas de la craie, Sibai a montré [143] que les déformations εv et θ sont pratiquement identiques même pour des pressions de confinement nettement supérieures à la limite élastique isotrope Po. Par conséquent, β est égal à 1 et le concept de Therzaghi est applicable.

Sous sollicitations déviatoires, la loi de Terzaghi semble fournir des corrélations acceptables [143] entre résultats expérimentaux et numériques, tout au moins pour des pressions de confinement peu élevées (englobant un comportement quasi élastique) et des porosités initiales relativement importantes. Cependant le manque d'essais en laboratoire ne permet pas de conclure lorsqu'il y a présence de déformations plastiques importantes.

On constate l'absence d'une loi de comportement capable de décrire correctement l'interaction fluide squelette dans le domaine plastique et la nécessité de définir les relations entre champ de contrainte, pression interstitielle, incréments de déformation plastique et de porosité irréversible [18].

Pour compléter les remarques précédentes sous chargement de type oedométrique, le mécanisme d'après Schroeder [105] n'est ni une dissipation de pression du fluide, ni une déformation des grains, mais plutôt un glissement entre les constituants de la matrice crayeuse.

III - MODELES

Le but de ce chapitre est de passer en revue les modèles rhéologiques qui ont été appliqués à la craie ou susceptibles de l'être.

Nous présenterons successivement :

- les premiers modèles utilisés historiquement de type Coulomb, Reinicke et elliptique ;

- les modèles incrémentaux de type interpolation, qui ont été largement utilisés en mécanique des sols ;

- les modèles à concept d'état limite ;

- les modèles élastoplastiques.

Les essais triaxiaux classiques montrent que le comportement de la craie exhibe :

- soit une phase élastique suivie d'une phase élastoplastique pour des contraintes de confinement faibles ;

- soit uniquement une phase plastique pour de grands confinements.

Le critère de rupture le plus couramment utilisé en Géotechnique est celui de Coulomb. Il décrit correctement le comportement des matériaux dont la résistance augmente linéairement avec la contrainte hydrostatique.

Les premiers modèles proposés en Mécanique des Roches appliquée tiennent compte du caractère dilatant du matériau ainsi que du caractère écrouissable qui peut être radoucissant.

Lorsque la résistance du géomatériau n'augmente plus de manière linéaire avec la contrainte hydrostatique, des fonctions d'écoulement paraboliques ont été proposées, ces fonctions peuvent être isotropes ou anisotropes selon le cas.

Des lois incrémentales à interpolation ont été proposées et largement utilisées en Mécanique des Sols, elles reposent sur la décomposition du chemin de sollicitation élémentaire par application du principe de superposition des sollicitations incrémentales. C'est l'introduction de la notion de zones tensorielles qui permet d'apprécier la qualité de l'approximation réalisée au niveau de la décomposition de ce chemin élémentaire.

Des modèles élastoplastiques ont été élaborés pour tenir compte de la non linéarité du comportement, de la présence d'irréversibilités dès les plus petites déformations, de l'influence de la contrainte principale intermédiaire et du comportement volumique.

Le but de ce chapitre est de passer en revue les critères et les modèles rhéologiques qui ont été appliqués à la craie, ou susceptibles de l'être.

III - 1 - MODELES SIMPLES

III - 1 - 1 - Critère de Coulomb

Les roches présentent un comportement élastique fragile à faible contrainte de confinement. La rupture est définie par un critère : le critère de Coulomb est certainement le plus connu de tous les critères de rupture. Il a été largement utilisé et développé dans les applications géotechniques. Malheureusement il n'est pas adapté aux applications tridimensionnelles par le fait que la contrainte principale intermédiaire, est supposée ne pas intervenir sur le comportement à la rupture.

Ce critère s'exprime sous la forme :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\,C\cos\phi + (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\phi$$

où σ_1 et σ_3 sont les contraintes principales maximale et minimale, et
C et ϕ sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement interne.

Ce critère représente l'enveloppe des cercles de Mohr caractérisant l'état de contrainte à la rupture. On trouvera dans [5][77] un catalogue des fonctions d'écrouissage qui ont été utilisées pour représenter le comportement radoucissant de la roche en post-rupture.

III - 1 - 2 - Modèle de Reinicke

Le modèle élastoplastique de Reinicke [129] est décrit par un critère de plasticité parabolique et anisotrope. On suppose que toute déformation plastique est accompagnée d'un accroissement de volume plastique c'est-à-dire d'une dilatance. Le critère d'écoulement proposé par Reinicke s'exprime sous la forme générale anisotrope :

$$\begin{aligned} f(\sigma) = {} & a_1(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + a_2(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + a_3(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 \\ & + a_4\sigma_{yz}^2 + a_5\sigma_{zx}^2 + a_6\sigma_{xy}^2 + a_7\sigma_{xx} + a_8\sigma_{yy} + a_9\sigma_{zz} - 1 \end{aligned} \qquad (3\text{-}1)$$

où les 9 coefficients a_1, - .,a_9 sont des constantes matérielles. Dans le cas où la restriction orthotrope et de révolution d'axe z, ces 9 coefficients indépendants se réduisent à 5 où :

$$a_1 = a_2\ ,\ a_4 = a_5\ ,\ a_7 = a_8\ ,\ a_6 = 2\,(a_1 + 2a_3)$$

Dans le cas isotrope, on a :

$$a_1 = a_2 = a_3 \qquad a_4 = a_5 = a_6 = 6a_1$$

$$a_7 = a_8 = a_9$$

Si la pression hydrostatique n'influe pas sur le comportement isotrope du matériau, on retrouve alors le critère de Hill [61] pour les métaux. Dans ce modèle, les déformations plastiques sont déduites d'un potentiel plastique indentique au critère d'écoulement.

III - 1 - 3 - Modèles elliptiques

La plupart des géomatériaux comme la craie, présente selon la valeur de la contrainte hydrostatique appliquée un écrouissage durcissant ou un radoucissement. Initialement Dragon [33] a développé un modèle qui puisse représenter cette double particularité.

Il est supposé, pour cette classe de matériaux, que la contrainte d'écoulement dépend à la fois du champ de contrainte appliquée et de la variation de porosité ou de la variation de densité moyenne ; ce qui conduit à un formalisme du type elliptique suivant représenté sur la figure 3-1.

$$f(\sigma,\beta^p) = 0 \qquad \text{ou} \qquad f(\sigma,\eta^p) = 0 \tag{3-2}$$

où $\beta = Vv/Vt$ $\qquad\qquad$ $\eta = Vm/Vt$

Vv, Vm, Vt représentent respectivement les volumes de vides, de la phase solide, et le volume total.

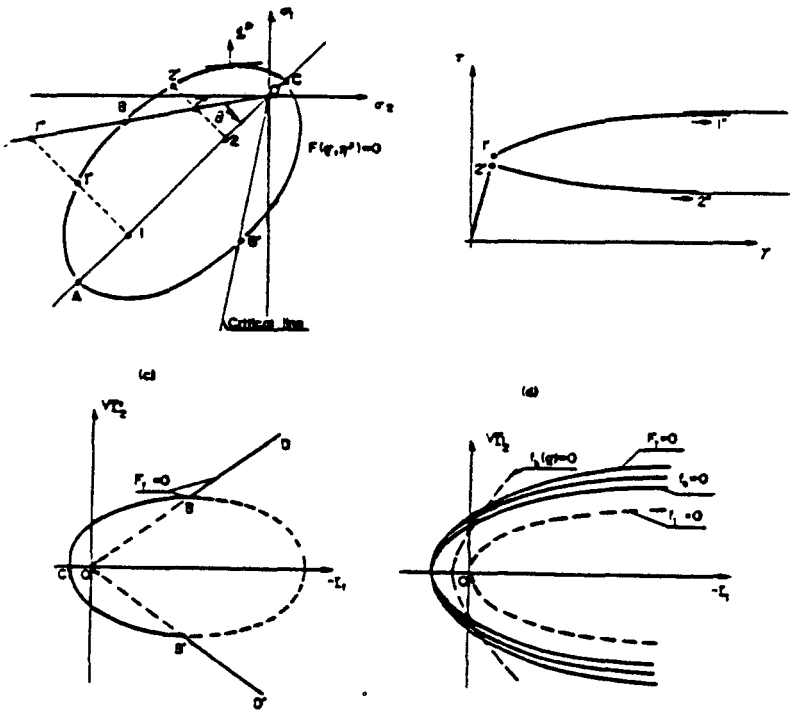


Figure 3-1 - Représentation du modèle elliptique dans différents plans.

On suppose dans cette approche que les variations volumiques irréversibles ne sont dues qu'aux variations de pores. Il est alors possible de relier les paramètres β et η au taux de déformation plastique $\dot{\varepsilon}^p$ par les relations :

$$\beta^p = (1 - \beta)\,\dot{\varepsilon}^p \qquad\qquad \eta^p = (1 - \eta)\,\dot{\varepsilon}^p \tag{3-3}$$

En supposant la loi d'écoulement associative, $\dot{\varepsilon}^p$ s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma} \tag{3-4}$$

Dans le cas d'un processus de chargement, la relation de consistance classique [61] s'écrit :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \eta^p} \eta^p = 0 \qquad (3\text{-}5)$$

Ce qui conduit à exprimer H sous la forme :

$$H = \frac{\partial f}{\partial \eta^p} \eta \ \mathrm{tr} \ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \qquad \text{ou} \qquad H = \frac{\partial f}{\partial \beta^p} (1-\beta) \ \mathrm{tr} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \qquad (3\text{-}6)$$

On définit alors un paramètre $S = \mathrm{tr} \frac{\partial f}{\partial \sigma}$ qui traduit soit la dilatance ou la radoucissement lorsqu'il est négatif soit un écrouissage lorsqu'il est positif.

Ce type de modèle concerne essentiellement les géomatériaux qui présentent une zone de transition à faible niveau de contraintes. La zone de transition définit le passage du comportement élastique fragile au comportement ductile, c'est-à-dire la zone où le comportement est parfaitement plastique.

Dragon [33] suppose que la condition d'écoulement s'exprime sous la forme :

$$f(\sigma,\alpha) = J_2 - 2b(\alpha)(I_0 - I_1) = 0 \qquad (3\text{-}7)$$

où $\alpha = a\ \varepsilon_{kk}$

I_0, a sont des constantes matérielles

I_1, J_2 sont respectivement le 1er invariant du tenseur des contraintes et le 2ème invariant du tenseur des contraintes déviatoriques.

Mroz [110] postule que la condition d'écoulement s'exprime, dans le plan p-q sous la forme générale :

$f(p, q, \eta^p) = 0$

et plus précisément sous la forme elliptique

$$f = (p-c)^2 + \left(\frac{q}{n}\right)^2 - a^2 = 0 \qquad (3\text{-}8)$$

où, . a et c sont des fonctions de η^p
. n = b/a, a et b étant les longueurs des demi-axes de l'ellipse (b<a) et c son centre
. p et q sont la pression moyenne et le déviateur

Charliez [13] utilise également un modèle de comportement élastoplastique de type elliptique à plasticité associée et écrouissage isotrope défini par la fonction d'écoulement suivante :

$$f = J_2 + mI_1(I_1 + 2a) \qquad (3\text{-}9)$$

où a représente le demi grand axe de l'ellipse caractéristique défini par la figure 3-2.

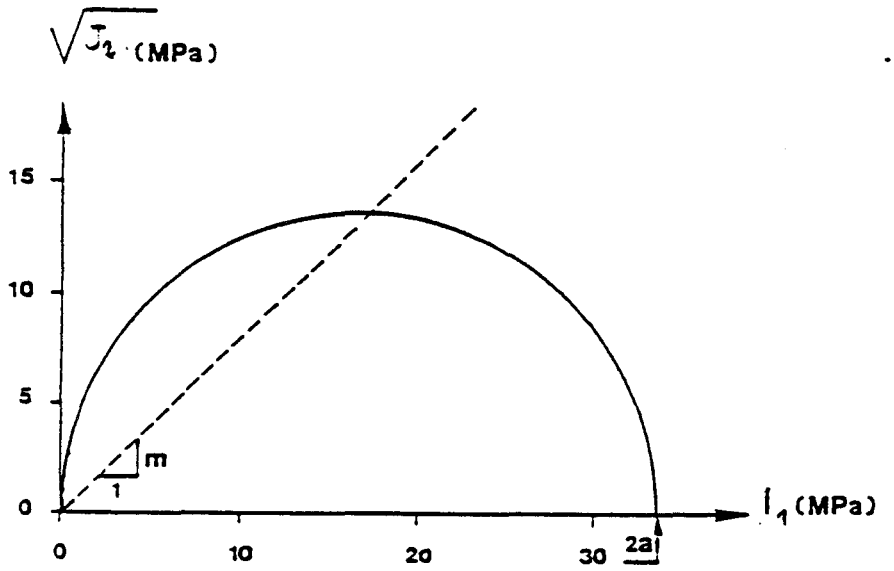


Figure 3-2 - Représentation du modèle élastoplastique défini par f dans l'espace I_1 et J_2

III - 2 - MODELES INCREMENTAUX DE TYPE INTERPOLATION

Les modèles incrémentaux à interpolation développés en Mécanique des Sols [19] [30] [183] puis appliqués aux enrobés bitumineux [27] tiennent compte d'irréversibilités et de non linéarités directionnelles du comportement du géomatériau qui dépend fortement de la direction des sollicitations appliquées.

Si on considère le géomatériau non visqueux et que l'effet de la température est négligeable, il est possible d'écrire la relation :

$$\dot{\varepsilon} = g(\dot{\sigma}, h) \tag{3-10}$$

où,

$\dot{\varepsilon}$: tenseur taux de déformation

$\dot{\sigma}$: dérivée objective du tenseur des contraintes de Cauchy, en l'occurrence la dérivée de Jaumann

g : fonction à valeur tensorielle

h : ensemble de paramètres qui définissent l'histoire du matériau

La fonction g homogène d'ordre un par rapport à $\dot{\sigma}$, traduit l'histoire des sollicitations appliquées et l'irréversibilité du matériau, ce qui permet d'écrire :

$$\dot{\varepsilon} = M(\overline{\sigma}, h)\dot{\sigma} \tag{3-11}$$

où, . M est le tenseur non visqueux fonction de l'histoire et de $\overline{\sigma}$

. $\overline{\sigma} = \dot{\sigma} / \| \dot{\sigma} \|$ est la direction du taux de contrainte.

Pratiquement on remplace un tenseur symétrique d'ordre 2 par un vecteur dans l'espace de dimension 6 R^6 en utilisant l'isomorphisme :

$$\varepsilon_{ij} \rightarrow \varepsilon_{\alpha}$$

Ce qui permet d'écrire la relation constitutive sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha} = M_{\alpha\beta}(\overline{\sigma}, h)\, \dot{\sigma}_{\beta} \qquad \alpha = 1, . , 6 \quad \beta = 1, . , 6 \tag{3-12}$$

Certaines hypothèses supplémentaires, basées sur des observations expérimentales sont nécessaires pour traduire plus précisément le comportement du géomatériau :

- M doit être exprimé dans un système d'axes indépendants de l'observateur (ce peut être les axes principaux des déformations), M s'écrit donc dans le cas général :

$$M_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} A & F & E & & & \\ F' & B & D & & 0 & \\ E' & D' & C & & & \\ & & & 2G_1 & & \\ & 0 & & & 2G_2 & \\ & & & & & 2G_3 \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}13)$$

Pour déterminer les 9 coefficients A, B, C, D, E, F, D', E', F' relatifs à une direction quelconque de l'incrément de contrainte, on introduit les pseudo-modules E_i et pseudo coefficients de Poisson ν_i^j :

$$\begin{aligned} &A = 1/E_1\ ;\ B = 1/E_2\ ;\ C = 1/E_3\ ;\ D = -\nu_3^2/E_3\ ;\ E = -\nu_3^1/E_3\ ; \\ &F = -\nu_2^1/E_2\ ;\ D' = -\nu_2^3/E_2\ ;\ E' = -\nu_1^3/E_1\ ;\ F' = -\nu_1^2/E_1 \end{aligned} \qquad (3\text{-}14)$$

Ces 9 éléments s'obtiennent par une loi d'interpolation à partir des 18 valeurs $(E_I^+, \nu_I^{J+}, E_I^-, \nu_I^{J-})$ obtenus pour 6 sollicitations particulières :

- $\delta\sigma$ n'a qu'une seule composante non nulle ($\delta\sigma_{ii}$) positive dans les axes d'orthotropie (sans sommation sur l'indice i) ;

- σ n'a qu'une seule composante non nulle ($\delta\sigma_{ii}$) négative dans les axes d'orthotropie (sans sommation sur l'indice i).

Si on considère les matrices 3 x 3 N^+ et N^- tels que :

$$\begin{aligned} N_{IJ}^+ &= -\nu_J^{I+}/E_J^+ \\ N_{IJ}^- &= -\nu_J^{I-}/E_J^- \end{aligned} \qquad (3\text{-}15)$$

et : $\delta\overline{\sigma}^* = (\delta\overline{\sigma}_{11}, \delta\overline{\sigma}_{22}, \delta\overline{\sigma}_{33})$

Di Benedetto propose l'interpolation de "type hyperbolique" suivante :

$$M_{ij} = 2/\left[\left(1/N_{ij}^+ - 1/N_{ij}^-\right)\delta\overline{\sigma}_j^* + 1/N_{ij}^+ + 1/N_{ij}^-\right]$$

Les 18 pseudo-modules d'Young et pseudo-coefficients de Poisson s'obtiennent par dérivation de 3 fonctions f, g, h qui précisent l'évolution des contraintes et des déformations principales lors de sollicitation sans rotation d'axes principaux.

III - 3 - MODELES A CONCEPT D'ETAT LIMITE

En Mécanique des Sols, la ligne d'état critique est définie de manière unique comme étant le lieu des points à la rupture observés lors d'essais drainés et non drainés.La rupture est définie comme étant l'état où de grandes distorsions en cisaillement apparaissent sans variation de volume et de contrainte.

Toujours en Mécanique des Sols, la surface d'état critique dans l'espace p, q', e est définie par les surfaces :

- de Roscoe
- de Hvorslev
- de rupture

Une représentation de ces surfaces est schématisée sur la figure 3-3.

La surface de Hvorslev représente l'état limite pour des échantillons surconsolidés, la rupture apparaît sous la forme d'un écoulement ou la présence de déformations plastiques sur la ligne d'état critique.

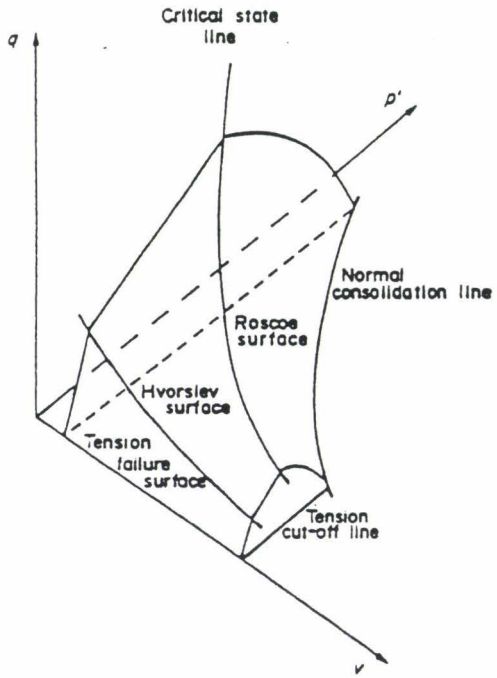


Figure 3-3 - Modèle d'état critique dans l'espace q, p',v en Mécanique des Sols.

En Mécanique des Sols, les modèles d'état critique ont largement été développés (Modèle de Cambridge) [186] [187] [188]. D'après Atkinson (dans Price [145]), la surface de Hvorslev peut être représentée sous la forme :

$$q/p = M - \frac{\delta\varepsilon_v^p}{\delta\varepsilon} \qquad (3\text{-}17)$$

où - M est un coefficient de friction
- ε_v^p et ε sont les déformations plastiques volumétriques et de cisaillement.

Il est également postulé dans cette approche que l'énergie interne W_p est totalement dissipée sous forme de friction.

$$W_p = p\varepsilon_v^p + q\delta\varepsilon = M^*p|\delta\varepsilon| \quad \Rightarrow \quad \text{à l'état critique } M^* = \pm q_c/P_c \qquad (3\text{-}18)$$

Ce concept a été adapté par Michelis [95][96], Gerogiannopoulos [44], Price [126] et Jones [71] au cas des roches.

Les mécaniciens des roches, contrairement aux mécaniciens des sols, définissent l'état critique par les contraintes de cisaillement maximum que la roche puisse supporter sans les relier à une quelconque variation volumique.

En Mécanique des Roches, on considère qu'une partie de l'énergie dissipée Wp est obtenue par le mécanisme de frottement des fissures existantes et par le mécanisme de création de nouvelles discontinuités. L'énergie dissipée s'écrit alors :

$$Wp = M^*p\,|\delta\varepsilon| = q\delta\varepsilon + kp\varepsilon_v^p \qquad (3\text{-}19)$$

où k est un coefficient qui définit la proportion de l'énergie absorbée par la création de nouvelles fissures, ou un écoulement plastique.

La figure 3-4 représente la courbe d'écoulement et la ligne d'état critique dans l'espace p-q pour les roches.

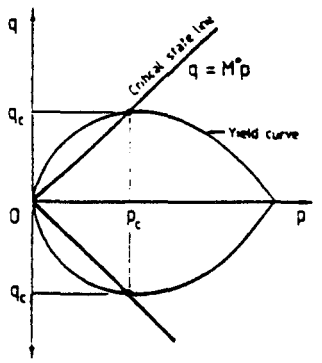


Figure 3-4 - Courbes d'écoulement et d'état critique pour les roches dans l'espace p-q.

Le critère d'écoulement s'écrit alors :

$$\text{Ln } p + \frac{k}{k-1} \ln \left\{M^* + (k-1)q/p\right\} = \text{Cte} \qquad (3\text{-}20)$$

d'après Gerogiannopoulos [44]

Michelis [95] définit les valeurs de K = 1 - k comme suit :

K = 1 pour un matériau parfaitement plastique sans variation de volume plastique
K > 1 pour un matériau dilatant qu'il soit radoucissant ou écrouissable
K < 1 pour un matériau contractant et écrouissable

Il propose le critère d'écoulement suivant :

$$p/q = M - K \,\dot{\varepsilon}_v^p \Big/ \dot{\varepsilon}_q^p \qquad \text{d'après Michelis [95][96]} \qquad (3\text{-}21)$$

où M est un paramètre de frottement $\dot{\varepsilon}_v^p$ et $\dot{\varepsilon}_q^p$ les taux de déformation plastique correspondants à p et q.

Michelis introduit de plus les angles d et b tels que :

$$\tan d = dq/dp$$

$$\tan (d-b) = - \dot{\varepsilon}_v^p \Big/ \dot{\varepsilon}_q^p \qquad (3\text{-}22)$$

soit,

$$d = b + \tan^{-1}\left[\frac{1}{K}\left(q/p - M\right)\right] \qquad (3\text{-}23)$$

Ce qui lui permet par un même formalisme de tenir compte des comportements radoucissant et durcissant pour un même matériau.

Le critère d'écoulement s'écrit alors :

$$\tan\left(\dot{q}/\dot{p} - b\right) = \frac{1}{K}\left(q/p - M\right) \qquad (3\text{-}24)$$

où : $K \begin{cases} > 1 \text{ si } \dot{\varepsilon}_v^p < 0 \\ < 1 \text{ si } \dot{\varepsilon}_v^p > 0 \end{cases}$

III - 4 - MODELES ELASTOPLASTIQUES

Les concepts de rupture, d'équilibre limite et d'écrouissage reposant sur la théorie de la plasticité ont largement été utilisés pour décrire le comportement des roches "intactes".

Michelis [96], Brown [44][182] ont ensuite introduit le concept d'état critique pour définir l'écoulement, l'écrouissage ou le radoucissement des roches. Mroz et Dragon proposent, quant à eux, un modèle plastique pour définir le comportement fragile plastique des roches. Gates [40], Dragon [178][179], Costin [180][181] ont introduit des concepts d'endommagement et de fissuration pour décrire d'autres types de comportement des roches.

Cependant, expérimentalement, on observe que la non linéarité du comportement, l'influence de la contrainte principale intermédiaire, l'histoire des sollicitations, de la dilatance, la transition bas et haut niveau de sollicitations, sont mal retranscrites par les approches précédentes. On observe également expérimentalement que les surfaces de rupture tracées dans l'espace des contraintes principales sont schématisées sur la figure 3-5 suivante :

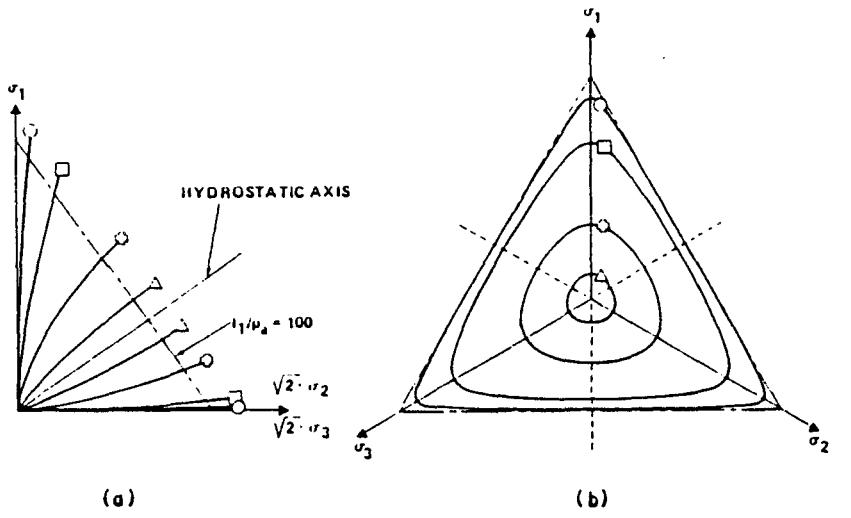


Figure 3-5 : Surfaces de rupture dans les espaces
a)$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ - b) $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$

Dans le cas des géomatériaux, cette surface de rupture tridimensionnelle possède trois caractéristiques indépendantes :

- un angle d'ouverture de la surface de rupture souvent décrit comme l'angle de friction ;
- la courbure de la surface de rupture suivant l'axe hydrostatique ;
- la résistance à la traction.

III - 4 - 1 - Modèle de Lade

Initialement, Lade [75] [79] a développé un modèle élastoplastique avec des surfaces d'écoulement courbes pour les matériaux sans cohésion. Il considère qu'un incrément de déformation totale $\{d\varepsilon_{ij}\}$ se décompose en une composante élastique $\{d\varepsilon_{ij}^e\}$, une composante plastique contractante $\{d\varepsilon_{ij}^c\}$ et plastique déviatoire $\{d\varepsilon_{ij}^p\}$. La figure 3-6 schématise cette décomposition.

$$\{d\varepsilon_{ij}\} = \{d\varepsilon_{ij}^e\} + \{d\varepsilon_{ij}^c\} + \{d\varepsilon_{ij}^p\} \qquad (3\text{-}25)$$

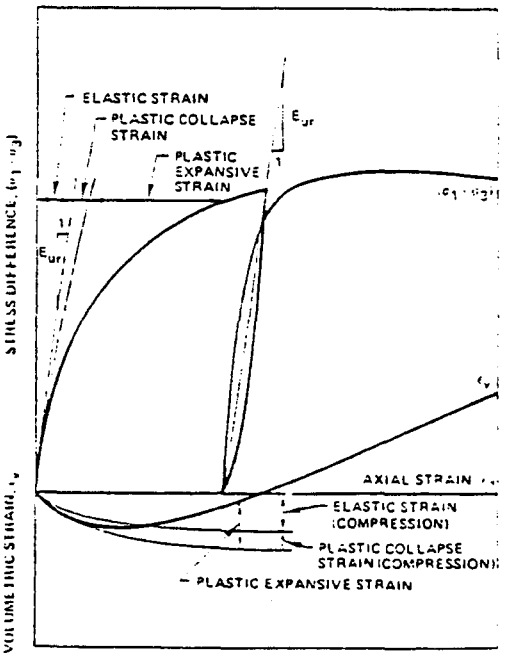


Figure 3-6 - Décomposition du tenseur de déformation d'après le modèle de Lade.

Les composantes des déformations sont calculées séparément :

- la partie élastique est déterminée par l'application de la loi de Hooke. Le module de compressibilité dépend du premier invariant du tenseur des contraintes I_1 et le coefficient de Poisson est pris constant :

$$K = Ko(I_1 / 3Po)^n$$
$$E = 3(1-2\nu)K \qquad (3\text{-}26)$$

Ko est le module de compressibilité initial et Po la limite élastique isotrope.

- la partie plastique d'effondrement de structure est calculée en utilisant une surface de charge fc de type chapeau, comme le montre la figure 3-7, exprimée en fonction de I1 et I2 les premier et et second invariants du tenseur des contraintes.

$$fc = I_1^2 + 2I_2 \qquad (3\text{-}27)$$

Les incréments de déformations plastiques contractantes dérivent d'un potentiel plastique gc identique au critère d'écoulement fc. On a alors :

$$\Delta\varepsilon ij^c = \Delta\lambda c \frac{\partial fc}{\partial \sigma ij} \qquad (3\text{-}28)$$

Le paramètre $\Delta\lambda c$ est déterminé à partir de la loi d'écrouissage qui s'exprime en fonction de l'énergie de déformation plastique collapse Wc de la forme :

$$Wc = C\,Pa\left(\frac{fc}{Pa^2}\right)^p \tag{3-29}$$

où C et p sont des constantes matérielles. On en déduit alors :

$$\Delta\lambda c = \frac{dWc}{2fc} \tag{3-30}$$

- la partie plastique déviatoire est déterminée à partir d'une surface d'écoulement conique f_p de sommet l'origine de l'espace des contraintes.

$$f_p = \left(I_1^3 / I_3 - 27\right)\left(I_1 / Pa\right)^m \tag{3-31}$$

$f_p = \eta_1$ à la rupture

I_1 et I_3 sont les 1er et 3è invariants du tenseur des contraintes, m étant un paramètre matériel.

Les incréments de déformations plastiques déviatoires dérivent d'un potentiel plastique g_p :

$$g_p = I_1^3 - (27+\eta_2(Pa/I_1)^m)I_3 \tag{3-32}$$

La loi d'écrouissage est définie à partir de l'énergie de déformation plastique déviatoire Wp.

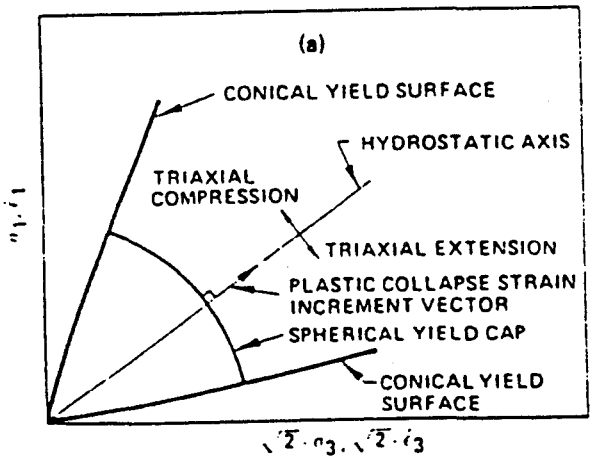


Figure 3-7 - Surface d'écoulement pour un cap modèle

Pour tenir compte de la résistance à la traction de la roche Lade a modifié son critère de rupture sous la forme suivante ; c'est-à-dire qu'il réalise une translation de repère,

$$fc = \bar{I}_1^2 + 2\bar{I}_2 = Yc$$
$$f_p = \left(\bar{I}_1^3/\bar{I}_3 - 27\right)\left(\bar{I}_1/Pa\right)^m = \eta_1 \qquad (3\text{-}33)$$

où : $\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3$

$\bar{I}_3 = \bar{\sigma}_1\,\bar{\sigma}_2\,\bar{\sigma}_3$

$\bar{\sigma}_i = \sigma_i + a\ Pa$

σ_i i = 1,3 contraintes principales

a Pa représente la résistance à la traction

Le modèle de Lade est un modèle à deux champs et seize paramètres.
On considère que la craie possède un domaine élastique linéaire pour des pressions de confinement inférieures à la limite élastique isotrope.

III - 4 - 2 - Modèle de Desai

Partant des mêmes observations initiales Desai [21][22][23] propose un modèle élastoplastique à un seul champ qui permet de tenir compte de l'écrouissage, des changements de comportement volumique et mécanique en fonction de la pression de confinement, de la résistance à la traction, de la cohésion et de l'histoire des sollicitations.

La fonction d'écoulement et l'état ultime sont représentés par la fonction polynomiale F :

$$F = J_2 - \left(\alpha I_1^n + \gamma I_1^2\right)\left(1 - \beta Sr\right)^m \qquad (3\text{-}34)$$

où :

J_2 : 2è invariant du tenseur des contraintes déviatoriques

$Sr = J_3^{1/3}/J_2^{1/2}$ J_3 3è invariant du tenseur des contraintes.

$\beta = \beta o \exp.(-\beta_1\ J_1)$

βo, β_1 des constantes matérielles

β définit la forme de l'écoulement

n représente le changement de phase volumique

α est le paramètre d'écrouissage.

Le modèle de Desai est un modèle à un seul champ plastique et dix paramètres.

La figure 3-8 suivante donne une représentation du modèle des différents plans.

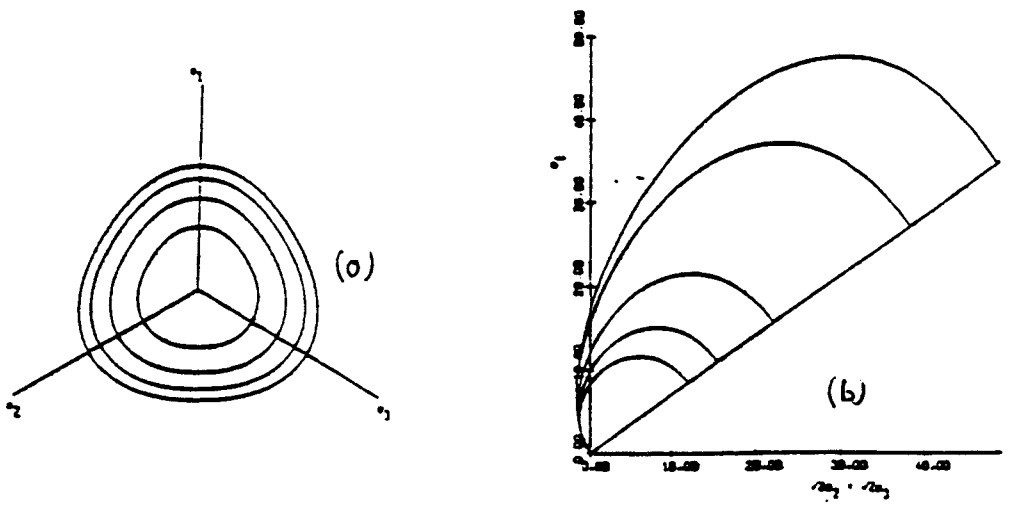


Figure 3-8 - Représentation du modèle de Desai
a) dans le plan octoédrique - b) dans l'espace triaxial

III - 4 - 3 - Modèle de Nova

Nova [117] propose un modèle élastoplastique à écrouissage isotrope applicable aux sols et aux roches tendres. Il suppose que la composante plastique $\dot{\varepsilon}^p_{ij}$ du tenseur des vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}_{ij}$ se déduit d'un potentiel plastique g tel que :

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \Lambda : \text{scalaire positif} \tag{3-35}$$

$$g \equiv 9(\gamma - 3)\ln P'/P_g - \gamma J_{3n} + \frac{9}{4}(\gamma - 1)J_{2\eta} = 0 \tag{3-36}$$

où :

γ et P_g : paramètres matériels

$P' = 1/3\ \sigma'_{ij}\,\delta_{ij}$: pression moyenne

$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u\,\delta_{ij}$: tenseur des contraintes effectives

u : la pression interstitielle

δ_{ij} : le symbole de Kronecker

$$\eta_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{P'} - \delta_{ij} = S_{ij}/P'$$

$J_{2\eta}$ et $J_{3\eta}$: 2è et 3è invariant du tenseur η_{ij}

La fonction d'écoulement est définie par :

$$f = 3\beta(\gamma - 3)\ln P'/P_c - \gamma J_{3\eta} + \frac{9}{4}(\gamma - 1)J_{2\eta} \leq 0 \qquad (3\text{-}37)$$

où :

$$P_c = P_{c0}\exp\left(\frac{v^p + \zeta(J_{2e})^{1/2} + \psi(J_{3e})^{1/3}}{B_p}\right) \qquad (3\text{-}38)$$

B_p, ζ, ψ sont des paramètres matériels

v^p est la déformation volumique plastique

$v^p = \varepsilon^p_{rs}\,\delta_{rs}$

$e^p_{ij} = \varepsilon^p_{ij} - 1/3\, v^p \delta_{ij}$

$J^{1/2}_{2e} = \int \left(d e^p_{ij}\, d e^p_{ij}\right)^{1/2}$

$J_{3e} = e^p_{ij}\, e^p_{ik}\, e^p_{ki}$

Dans ce modèle, le comportement du géomatériau est supposé élastique si P_c est inférieur à la valeur P_{c0} qui définit l'écoulement.

Cette formulation a été établie pour les sols. La partie plastique du modèle est alors caractérisée par les 6 paramètres γ, β, P_{c0}, B_p, ζ, ψ.

Dans le cas des roches, le formalisme précédent est complété par l'introduction d'une changement de repère défini par les paramètres P_t et P_m pour tenir compte de la résistance à la traction.

$P^* = P' + P_t$

$\eta^*_{ij} = S_{ij} / P^*$

Sur les figures suivantes 3-9 à 3-11 sont représentés la fonction d'écoulement et potentiel g dans différents plans.

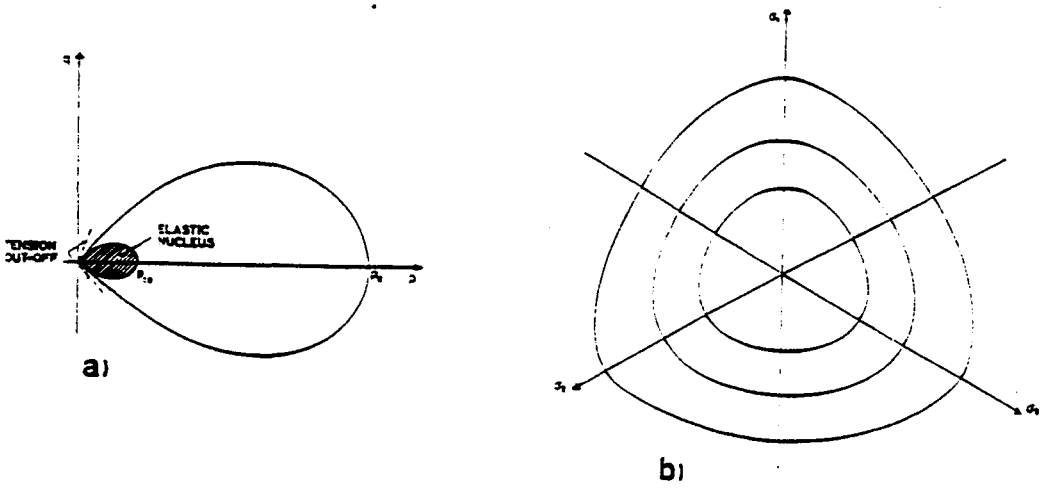


Figure 3-9 - Représentation du domaine élastique
a) dans le plan triaxial b) dans le plan déviatorique

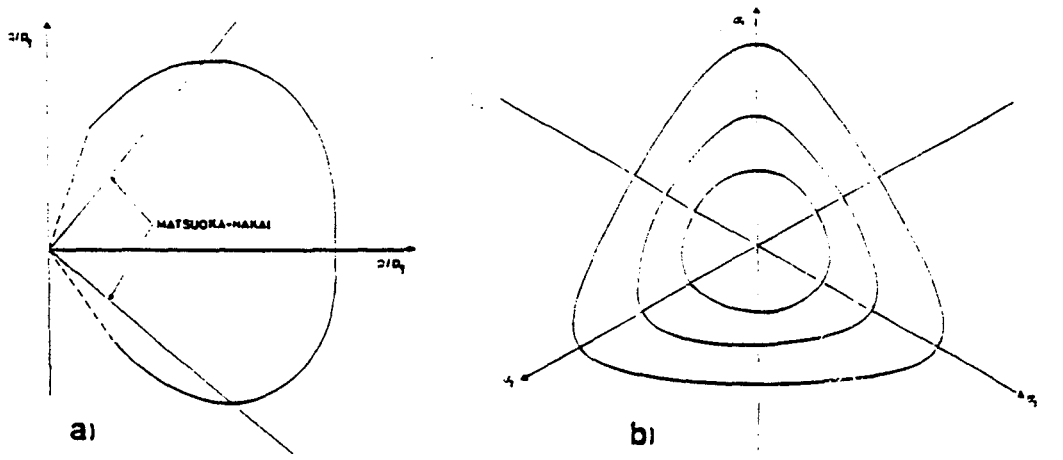


Figure 3-10 - Représentation du potentiel plastique
a) dans le plan triaxial b) dans le plan déviatorique

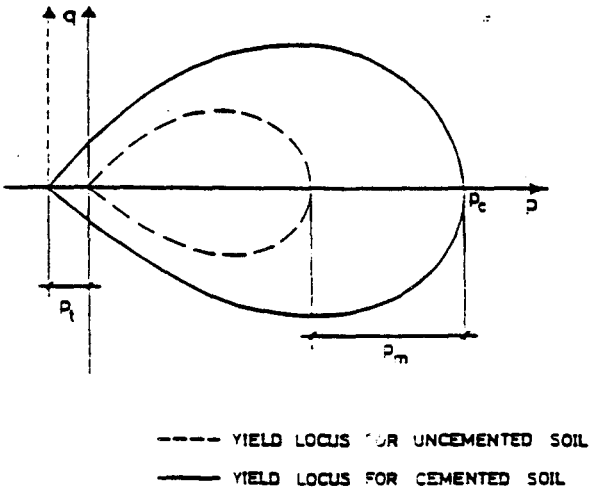


Figure 3-11 - Modification du domaine élastique pour les roches. Définition des paramètres P_t et P_m

PARTIE B

IV - EXPERIMENTATIONS

Dans ce chapitre, nous nous attachons à préciser le comportement mécanique de quatre craies de surface à porosités différentes. Ces craies proviennent des carrières de Dannes, Haubourdin, Bois Bernard et de la région de Liège.

Ces 4 craies ont été testées sous différents chemins de sollicitations :

- compression hydrostatique monotone ;
- compression hydrostatique avec cycles de charge et décharge ;
- compression déviatorique avec cycles de charge et décharge ;
- chemin proportionnel ;
- chemin oedométrique.

Tous ces essais ont été réalisés en condition drainée. Le fluide de percolation est un alcool méthylique, fluide chimiquement neutre vis à vis de la craie ce qui permet de s'affranchir des phénomènes de dissolution-recristallisation.

IV - 1 - ESSAIS HYDROSTATIQUES

Lors des essais hydrostatiques, la pression est appliquée de manière isotrope par un contrôleur G.D.S. jusqu'à 60 MPa à la vitesse de 0,1 MPa/mn. On mesure en permanence les variations volumiques de l'échantillon à partir des variations de volume des pores mesurées également à partir d'un contrôleur G.D.S. en maintenant une très légère pression de fluide.

Comme pour tous les essais triaxiaux, les échantillons ont un diamètre de 36 mm et un élancement de 2. Ces échantillons ont été initialement séchés au minimum 24 heures à 105°C, puis saturés sous vide. La saturation est complétée et affinée, avant l'essai, en cellule par l'injection d'un volume minimal d'alcool de 4 fois le volume des pores.

Il est à noter que compte tenu du matériau et de la nature du fluide , un contrôle des déformations n'a pu être réalisé avec succès par mesures extensométriques, les jauges de déformation se décollant très rapidement.

Sur la figure 4-1 sont représentées les courbes expérimentales dans l'espace P-ε_v dans le cas monotone.

On observe que ces courbes se décomposent classiquement en 3 phases :

- une phase considérée élastique linéaire jusqu'à une valeur Po définissant le seuil de dégradation du matériau. On définit dans cette phase le module de compressibilité tangent Ko ;

- une phase de contractance plastique jusqu'à une valeur Pc^t. La pente de la courbe, apparemment en relation avec la porosité et l'indice de texture, varie selon le matériau. Dans cette zone, il y a essentiellement une rupture des liaisons intergranulaires et un réarrangement de la structure ;

- au delà de Pc^t, il y a un compactage intense du matériau

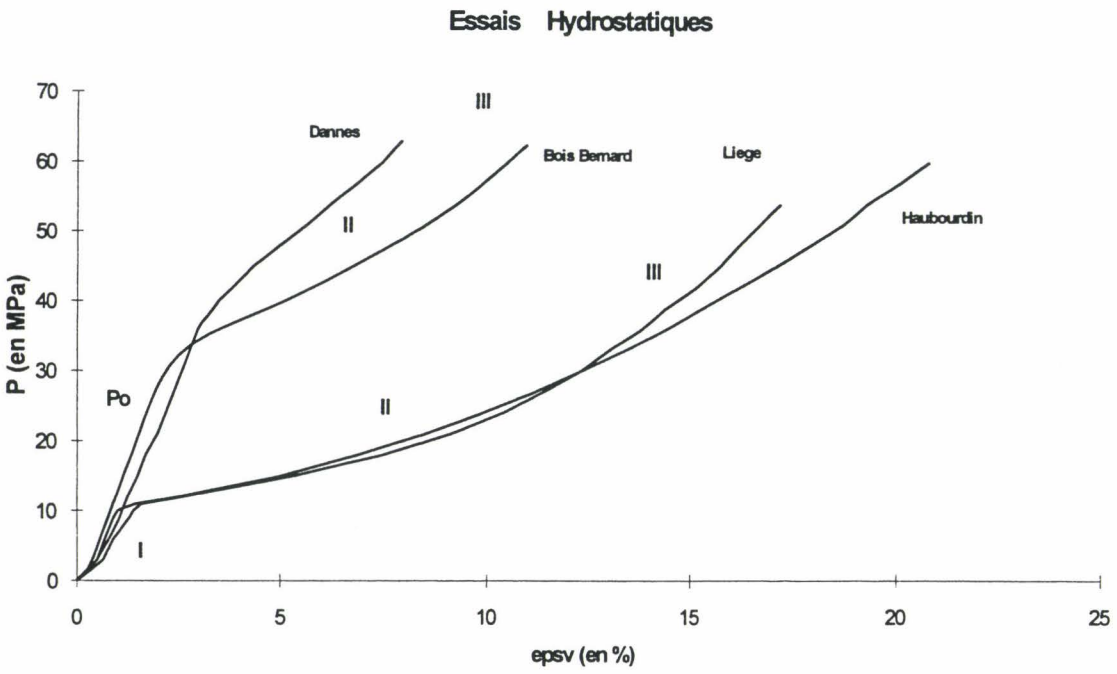


Figure 4-1 - Essais hydrostatiques monotones sur les craies de Dannes, Bois Bernard, Liège et Haubourdin.

Les valeurs de P_o - Pc^t - K_o obtenues expérimentalement sont reportées dans le tableau 4-1 suivant :

	P_o (MPa)	Pc^t (MPa)	K_o (MPa)
LIEGE	10	25	1119
DANNES	33	> 60 MPa	1500
BOIS BERNARD	30	42	1200
HAUBOURDIN	10	30	1071

Tableau 4-1 - Paramètres hydrostatiques pour les 4 craies

On remarque que pour la craie de Dannes, qui présente la porosité la plus faible, la valeur de Pc^t n'a pu être obtenue. On observe que les valeurs de P_o - Pc^t - K_o sont en corrélation avec l'indice de texture définis précédemment.

Lorsqu'on réalise des cycles de charge-décharge, on remarque que le module de compressibilité croit avec les déformations volumiques plastiques dans la zone 2. Cette augmentation est accentuée dans la 3è zone. Des tentatives de cycles de charge-décharge dans la 1ère zone n'ont pas conduit à des conclusions probantes. Les résultats expérimentaux sont reportés dans les annexes 1 à 4.

On remarque cependant que pour des valeurs d'indice de texture extrêmes, correspondant aux craies de Liège et de Dannes, le comportement est différent. Les craies de Bois Bernard et Haubourdin se comportent également différemment bien qu'ayant un indice de texture équivalent et de valeur intermédiaire comme le montre la figure 4-2 suivante.

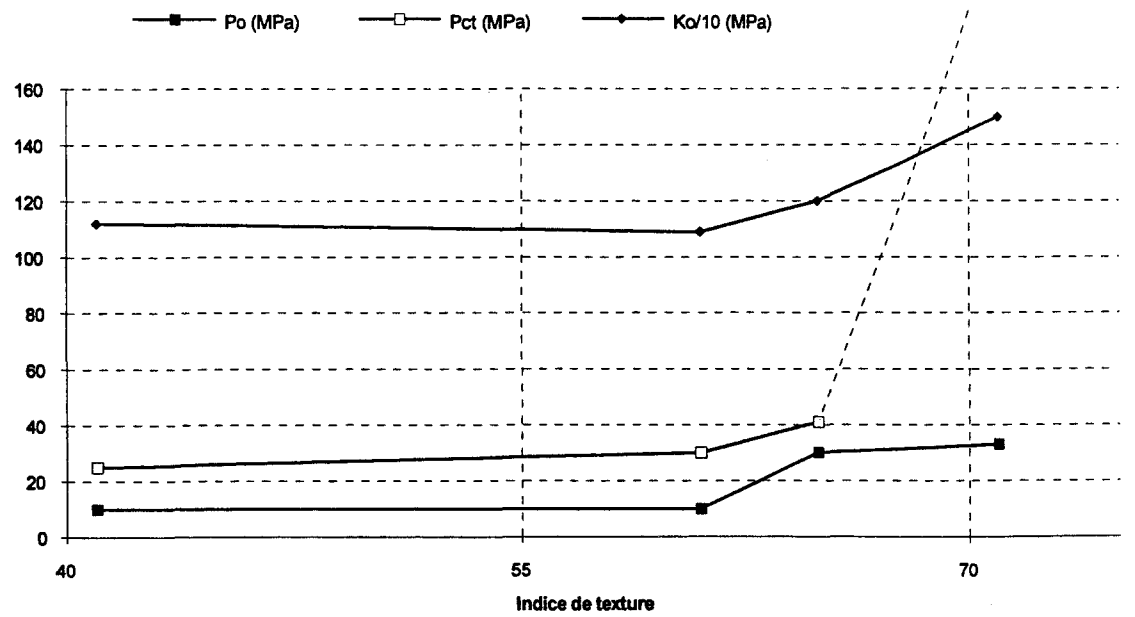


Figure 4-2 - P_o - Pc^t - K_o en fonction de l'indice de texture IT

IV - 2 - ESSAIS DEVIATORIQUES

Les essais déviatoriques ont été effectués sur une presse de type INSTRON série 8000 de capacité 100T asservie en force et en position. Tous les essais ont été réalisés à déformation contrôlée à la vitesse axiale de 5 $10^{-6}S^{-1}$. Sont contrôlés en permanence, le déviateur, les déformations volumique et axiale.

Des essais déviatoriques ont été réalisés sous des pressions de confinement inférieures et supérieures à la limite élastique isotrope Po, précédemment déterminée, et inférieures au seuil de compaction Pct.

Des essais de cycles de charge-décharge ont également été effectués. Les confinements retenus sont donnés dans le tableau 4-2 suivant :

DANNES	1	6	15	22,5	30	36	45	52,5
HAUB.	1	3	6	13	17	19,5	22	22,5
BOIS B.	1	6	15	22,5	30	36	42	
LIEGE	1	3	6	8	13	15	17	22,5

Tableau 4-2 - Valeurs des pressions de confinement retenues sur les différents essais déviatoriques

Sur les figures 4-3, 4-4, 4-5, et 4-6 suivantes sont représentées, pour chaque craie, les courbes déviateur en fonction de la déformation axiale. Dans les annexes 1 à 4 est reporté l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus en particulier ceux des essais déviatoriques avec cycles de charge et décharge et les courbes de variations volumiques correspondantes.

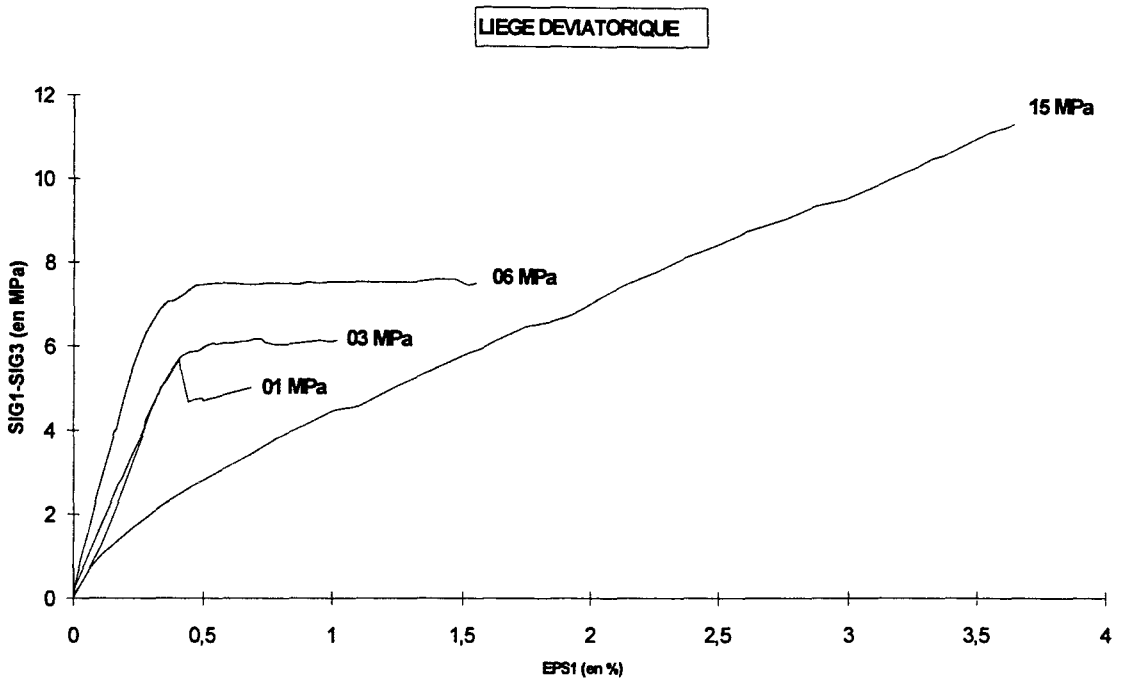


Figure 4-3 - Essais déviatoriques sur les craies de Liège pour différentes pressions de confinement.

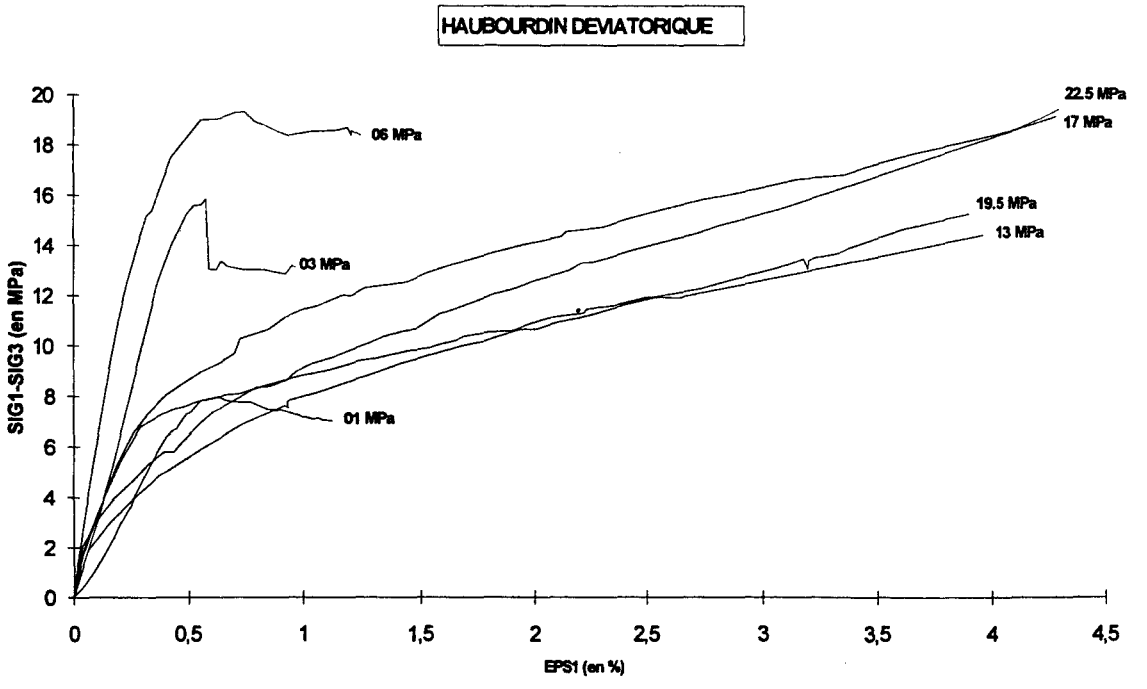


Figure 4-4 - Essais déviatoriques sur les craies de Haubourdin pour différentes pressions de confinement

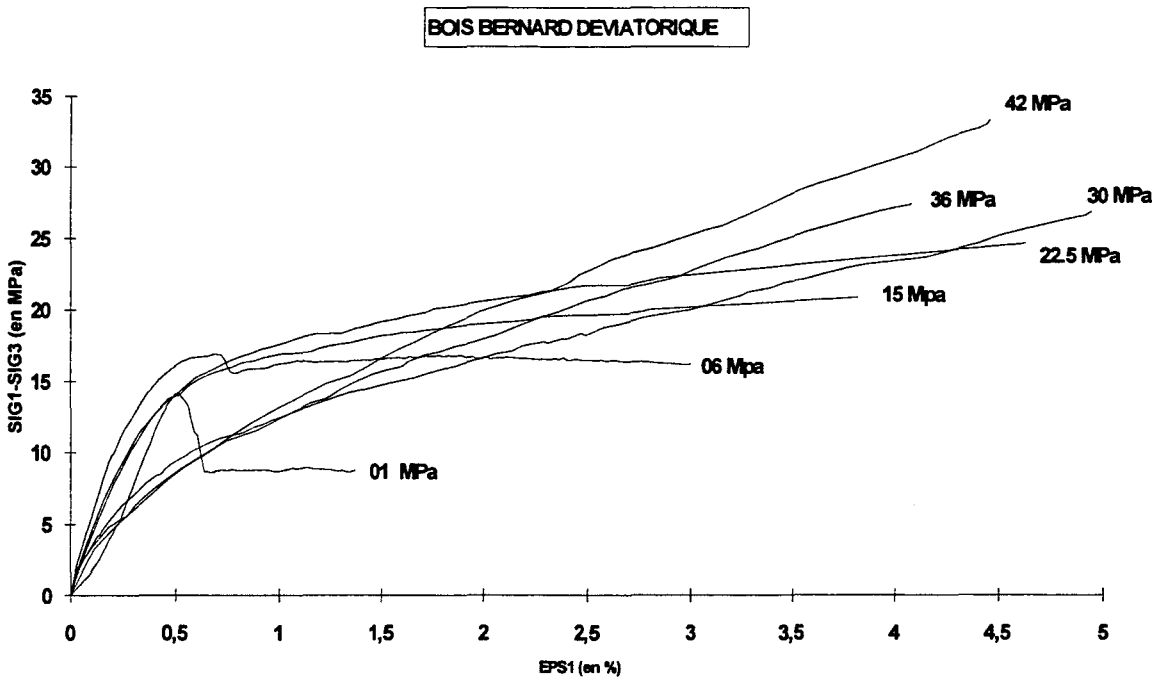


Figure 4-5 - Essais déviatoriques sur les craies de Bois Bernard pour différentes pressions de confinement

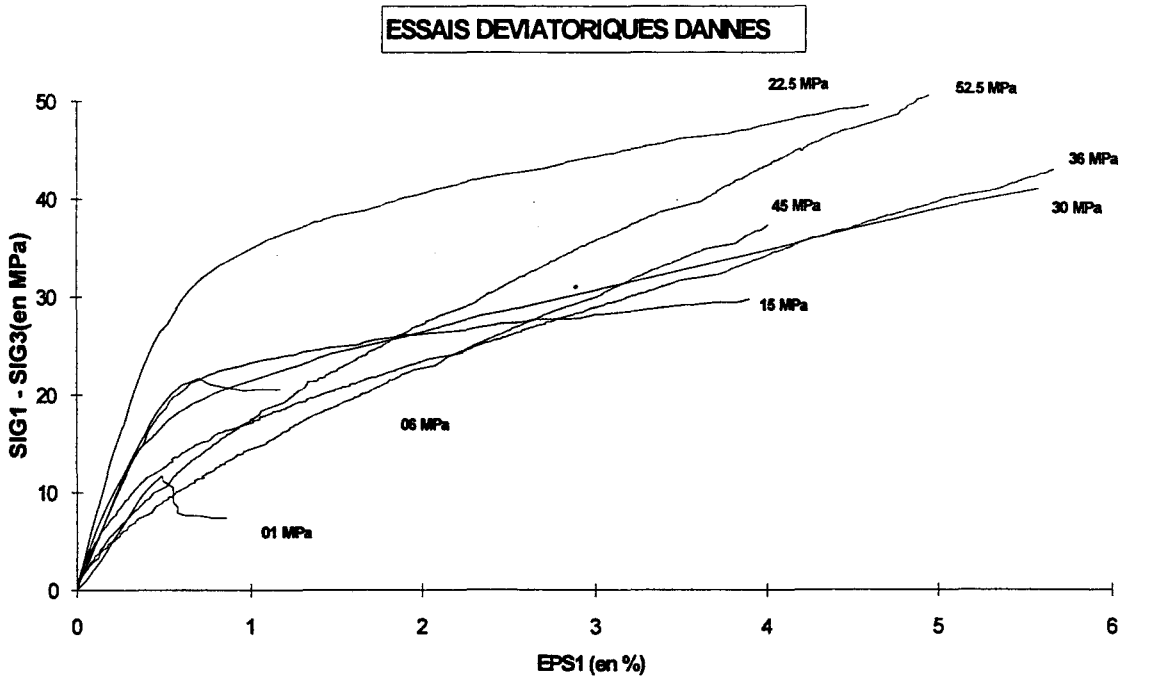


Figure 4-6 - Essais déviatoriques sur les craies de Dannes pour différentes pressions de confinement

On observe sur chaque craie que le comportement en fonction du déviateur dépend sensiblement de la pression de confinement σ_3 et en particulier de sa zone, selon qu'elle se situe en dessous ou au delà du seuil de dégradation Po.

Pour les essais à $\sigma_3 < Po$ on distingue 2 types de comportement :

a) une rupture de type fragile et un comportement post rupture radoucissant. Après une phase quasi élastique et quasi linéaire (les modules de charge-décharge varient peu) la rupture est observée très près de la limite élastique. Cette dernière pour une craie donnée dépend du confinement. Le comportement post rupture est de type radoucissant ;

Le module d'Young initial augmente légèrement et linéairement avec la pression de confinement. En post rupture le module d'Young décroît avec la déformation plastique pour un confinement et une craie donnée ;

b) au delà d'une valeur de pression de confinement qui est fonction du matériau, mais en moyenne se situe aux environs de 10 MPa, le comportement de la craie présente un écrouissage durcissant qui suit une phase que l'on peut qualifier d'élastique. Comme précédemment, le module d'Young tangent et la limite élastique augmentent avec σ_3 .

En ce qui concerne les essais à confinement supérieur à Po mais inférieur à Pc^t, le type de comportement est unique, il est toujours durcissant quelle que soit la craie étudiée. La limite élastique décroît fortement avec σ_3 pour devenir quasi nulle. On observe un écrouissage très rapide, d'autant plus rapide que la pression de confinement est élevée. Le module d'Young tangent décroît dans les mêmes proportions avec σ_3.

Quelle que soit la craie considérée, on observe que le module d'Young (module de charge-décharge) décroît non seulement avec le déviateur et plus précisément avec J_2 (2è invariant du tenseur des contraintes) mais également avec la déformation plastique axiale.

En ce qui concerne les variations volumiques, qui présentent des similitudes avec celles d'une argile surconsolidée, on observe que :

- pour les craies de Liège et de Haubourdin, et pour les essais à $\sigma_3 < Po$ le matériau est d'abord contractant puis ensuite dilatant. Le seuil de changement de phase dépend de la pression de confinement. Pour des confinements supérieurs à Po, le matériau est toujours contractant. La contractance maximale est en relation directe avec σ_3 ;

- pour les craies de Dannes et Bois Bernard, quel que soit le confinement, le matériau est toujours contractant. Phénomène que l'on peut relier à la porosité.

Tout comme pour les essais hydrostatiques, on observe que le comportement des craies de Liège et Dannes, est bien différent et en relation avec l'indice de texture IT. Cependant, pour un indice IT intermédiaire, on peut différencier le comportement des craies de Bois Bernard et Haubourdin.

IV - 3 - ESSAIS PROPORTIONNELS

Les 4 craies précédentes ont été testées selon un chemin de sollicitation proportionnel $\sigma_1/\sigma_3 = 2$ en condition drainée où le fluide de saturation est du pétrole. Sur la figure 4-7 sont représentées les courbes contraintes axiales en fonction de la déformation axiale pour les différentes craies.

Compte tenu de la rapidité de ces essais, les variations volumiques n'ont pu être mesurées efficacement. On observe ainsi, dans la limite des capacités des machines, que le comportement sous ce type de sollicitations, se décompose également en 3 phases similaires à celles observées lors des essais hydrostatiques :

a) une phase linéaire jusqu'à une valeur P0 dépendant de la porosité initiale. La valeur de P1 est d'autant plus élevée que la porosité initiale est faible ;

b) une phase de dégradation qui représente la destruction des liaisons inter-granulaires ;

c) une phase de compaction qui survient d'autant plus tardivement que la porosité initiale est élevée.

Il est à noter que ce type d'essai est d'un intérêt particulier lors de la validation des modèles rhéologiques.

On observe une corrélation entre comportement sous ce chemin de sollicitation et la porosité initiale. En effet c'est la craie de Liège qui présente la valeur de P1 la plus faible (10 MPa). Pour les craies de Dannes et Bois Bernard, elle dépasse les 20 MPa.

Les remarques précédentes quant à la classification peuvent être également formulées.

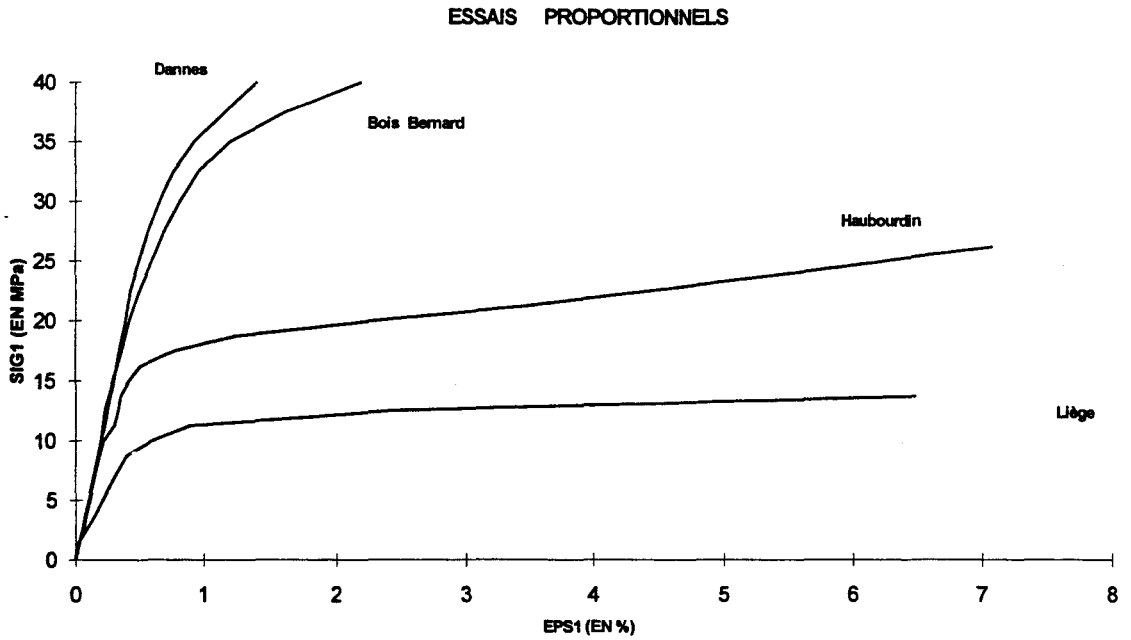


Figure 4-7 - Essais proportionnels sur les craies de Dannes, Bois Bernard, Haubourdin et Liège

IV - 4 - ESSAIS OEDOMETRIQUES

Une série d'essais oedométriques ont été réalisés sur les 4 craies selon le mode opératoire retenu en mécanique des sols et réalisés dans une cellule de type sol. Le fluide de saturation est un alcool méthylique. L'échantillon, diamètre 70 mm, épaisseur 20 mm, est placé dans une cellule oedométrique sol et chargé par palier hydrauliquement. La durée d'un palier de chargement est fonction de la charge appliquée. Le passage au palier suivant est défini par l'état asymptotique observé sur la courbe variation de l'indice des vides en fonction de la racine carrée du temps (la courbe est similaire à celle obtenue en fluage asymptotique).

Sur les figures 4-8 à 4-11 sont représentées les variations de l'indice des vides en fonction du logarithme de la contrainte normale appliquée sigma.

Sur la courbe 4-12 sont représentées les variations de l'indice des vides en fonction du logarithme de la pression lors de sollicitations de types oedométriques et isotropes pour les craies de Dannes et de Haubourdin.

Sur ce type de matériau, il apparait que la théorie de la consolidation appliquée en mécanique des sols pour les argiles surconsolidées, bien que présentant des similitudes, n'est pas transposable complètement.

Ce point a déjà été observé par Schroeder et Jones. Seul l'indice de compression oedométrique est déterminable.

La phase de consolidation secondaire n'a pas été observée pour les essais considérés.

Il est à noter que les échantillons testés ne proviennent pas rigoureusement du même bloc retenu lors des essais triaxiaux, ce qui explique la variation de la porosité initiale.

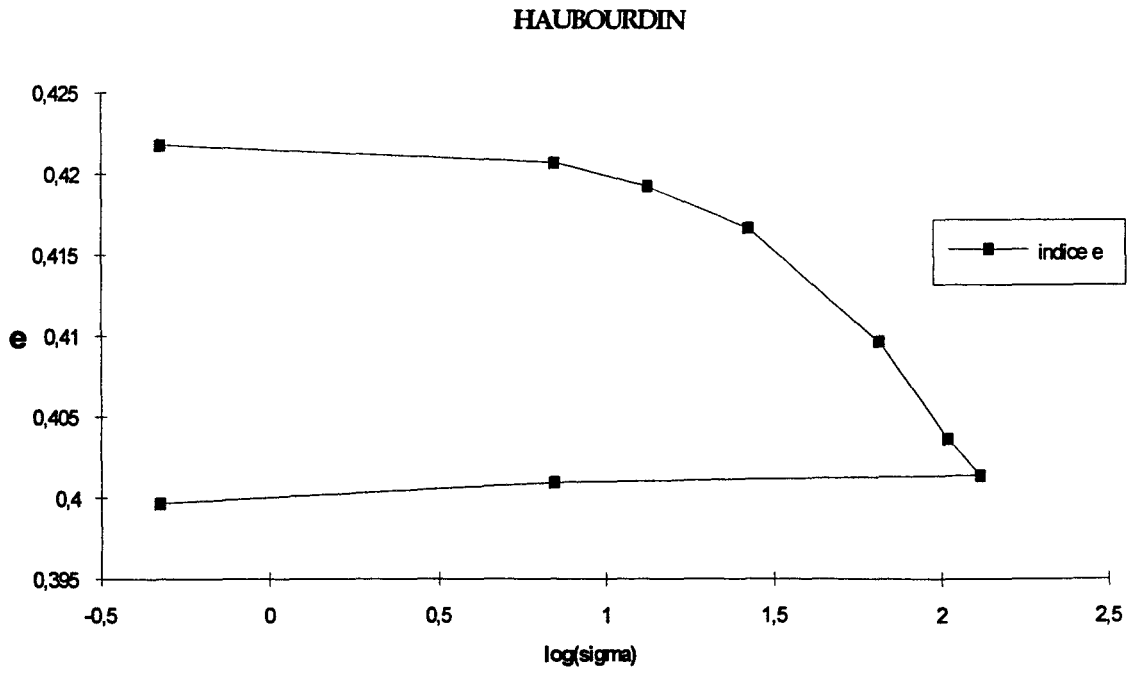


Figure 4-8 - Essai oedométrique sur la craie d'Haubourdin
Variation de l'indice des vides en fonction du logarithme de la contrainte normale appliquée

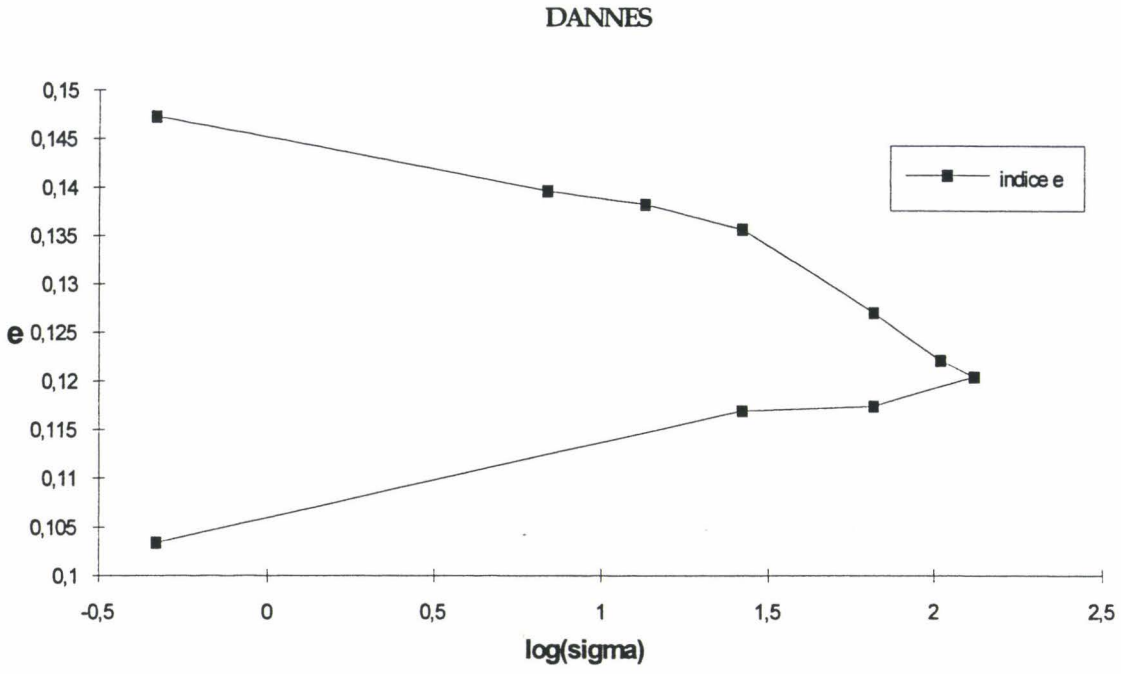


Figure 4-9 - Essai oedométrique sur la craie de Dannes
Variation de l'indice des vides en fonction du logarithme de la contrainte normale appliquée

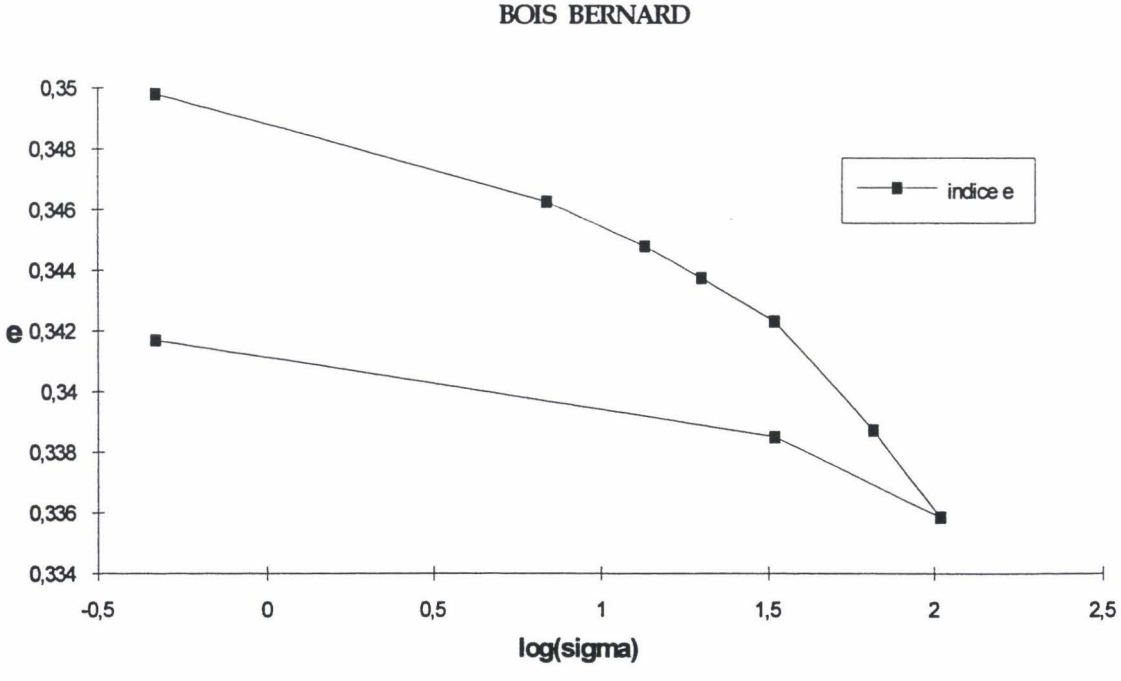


Figure 4-10 - Essai oedométrique sur la craie de Bois Bernard
Variation de l'indice des vides en fonction du logarithme de la contrainte normale appliquée'

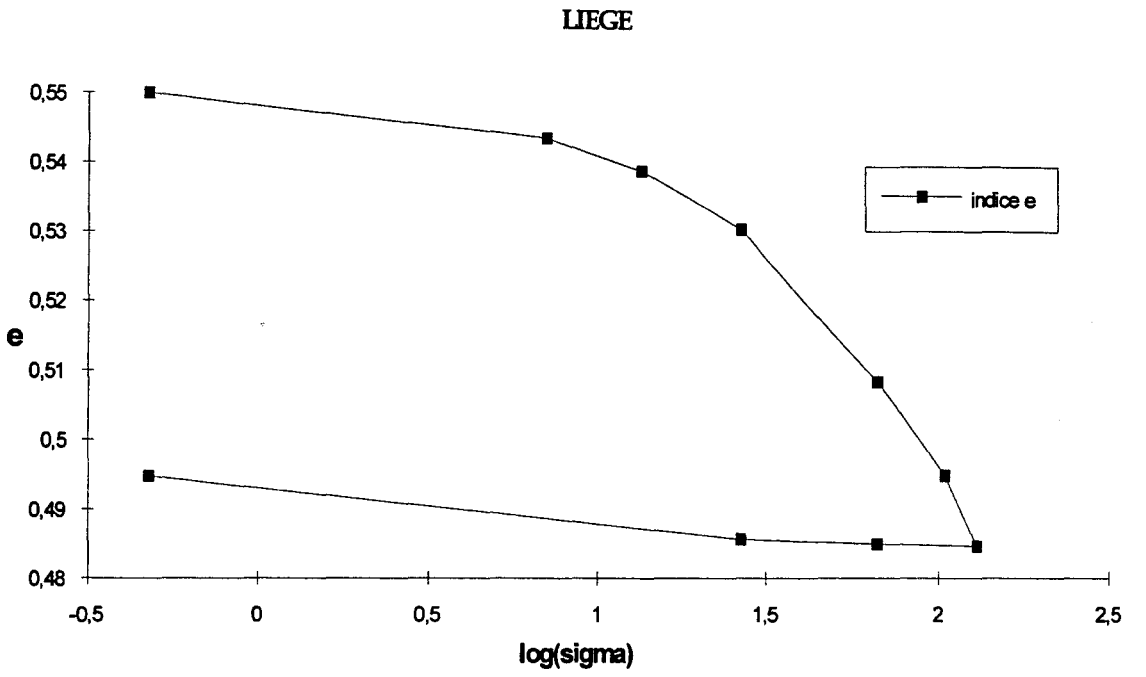
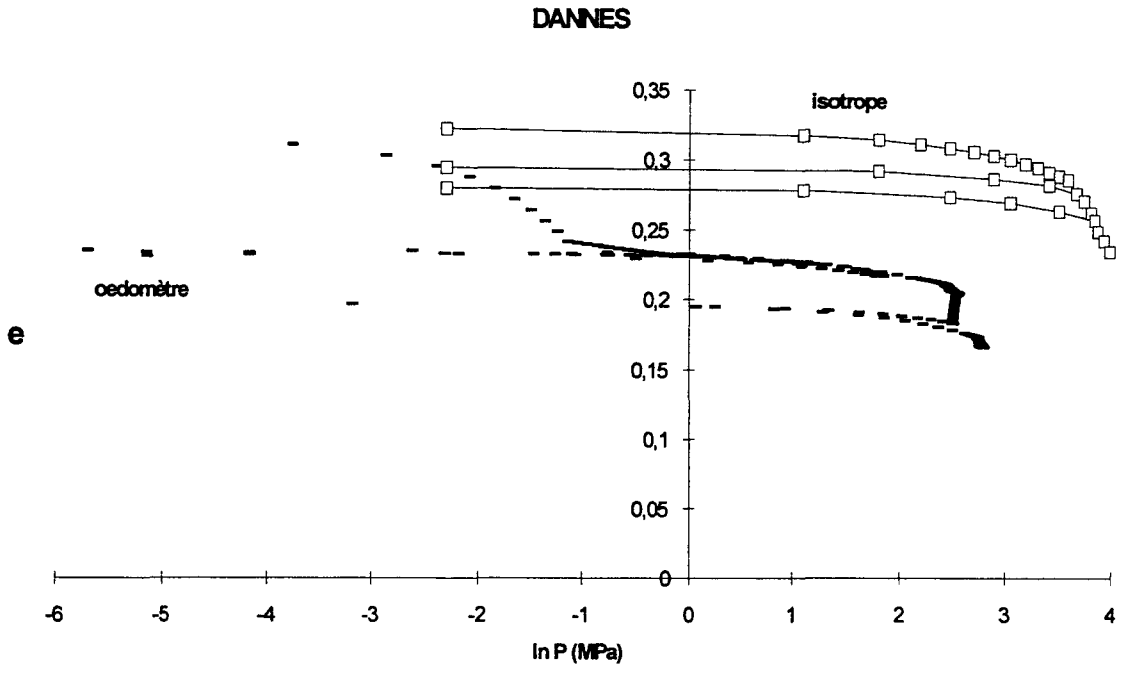


Figure 4-11 - Essai oedométrique sur la craie de Liège
Variation de l'indice des vides en fonction du logarithme de la contrainte normale appliquée



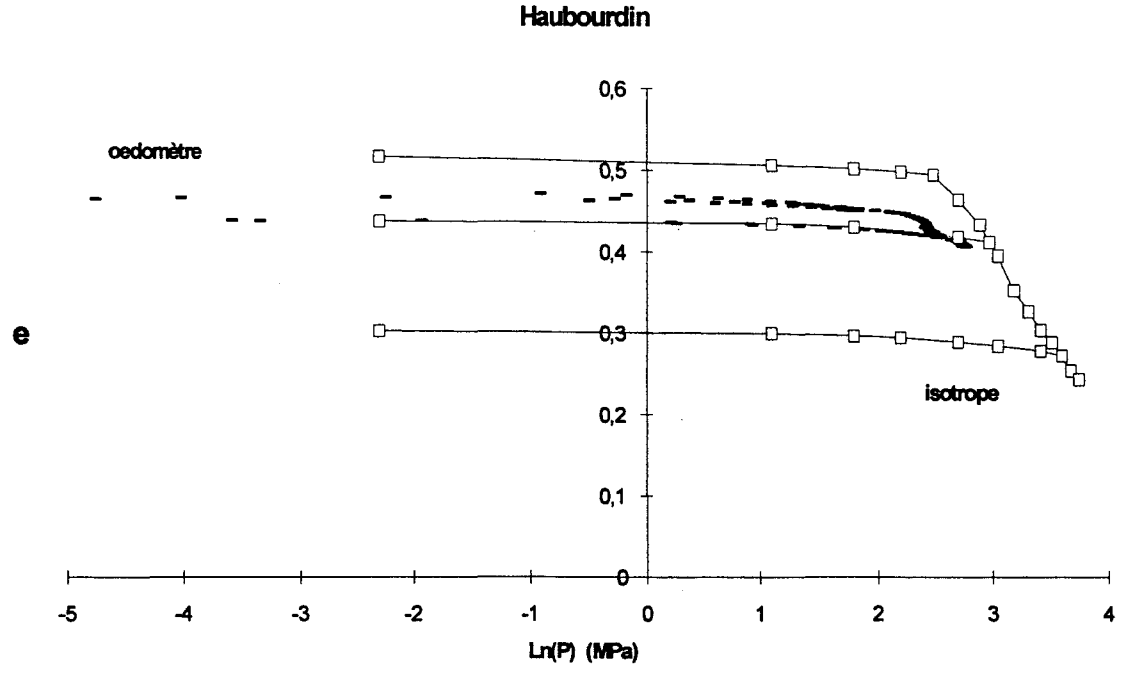


Figure 4-12 - Courbes e-Ln(P) pour les essais oedométriques et isotropes des craie de Dannes et Haubourdin

IV - 5 - CONCLUSION

On observe ainsi, au vu des résultats expérimentaux, que la réponse de la craie aux différentes sollicitations appliquées est fonction des paramètres suivants :

- porosité initiale de la craie ;
- pression de confinement appliquée en particulier si elle est supérieure ou inférieure à P_o.

Le comportement de la craie peut être considéré quasi élastique, tout au moins dans une certaine plage, pour des confinements inférieurs à P_o. Par contre, il est élastoplastique au delà de cette valeur.

On peut admettre que le module d'Young tangent varie peu avant la rupture pour les essais avec pic.

On remarque également que le comportement des 4 craies étudiées peut être corrélé avec :

- l'indice de texture, à valeurs opposées le comportement est différent comme observé à partir des craies de Dannes et Liège ;

- les teneurs en Silice et en Argile. La craie de Dannes se différencie nettement des autres en particulier sur la résistance, les modules et l'écrouissage ;

- la teneur en $CaCO_3$, plus elle est élevée, plus on observe un comportement élasto-fragile à faible pression de confinement.

Les résultats expérimentaux ainsi obtenus permettent de mieux préciser le comportement des craies en fonction de différents paramètres. Paramètres qu'il faudra bien intégrer dans la modélisation de ce type de matériau. Il ne faudra pas oublier de tenir compte également, dans la modélisation, des zones à comportements et à caractéristiques différents observées. Il est inutile de s'attarder au comportement post-pic relevé dans certains cas, car au delà de ce pic diverses instabilités matérielles ne sont plus représentatives d'un matériau en place.

Sur la figure 4-12 sont reportés les résultats expérimentaux des quatre craies dans le diagramme p-q. Sont tracées en particulier les courbes relatives aux points de rupture et celles de limite élastique. On observe ainsi l'adaptabilité au cas de la craie des modèles élasto-plastiques décrits au chapitre III. Les flèches sur la figure 4-12 représentent les valeurs maximales atteintes au cours des essais déviatoriques sans atteindre la rupture. La droite en pointillés représente la courbe d'état limite si la craie est supposée avoir un comportement similaire à celui d'une argile surconsolidée. Sur la figure 4-13, sont représentés les essais déviatoriques en grands déplacements des quatre craies étudiées. On observe sur cette dernière qu'aucun état limite n'est atteint pour des déformations axiales de 40 % et des variations volumiques de contractance de 15 %. Ce qui laisse préjuger de la non validité de l'hypothèse d'état limite dans la craie.

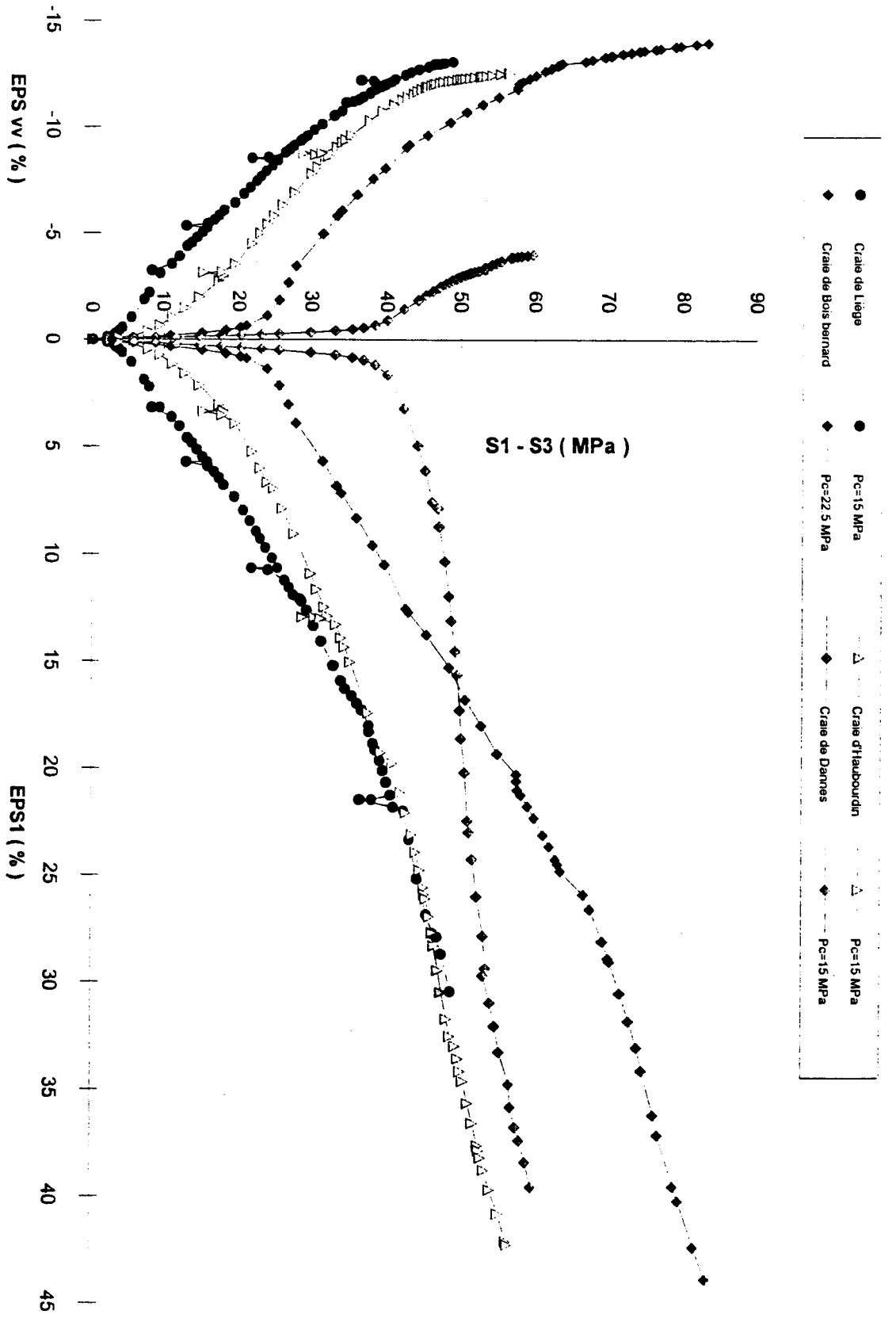


Figure 4-13 : Essais déviatoriques sur quatre craies à grandes déformations

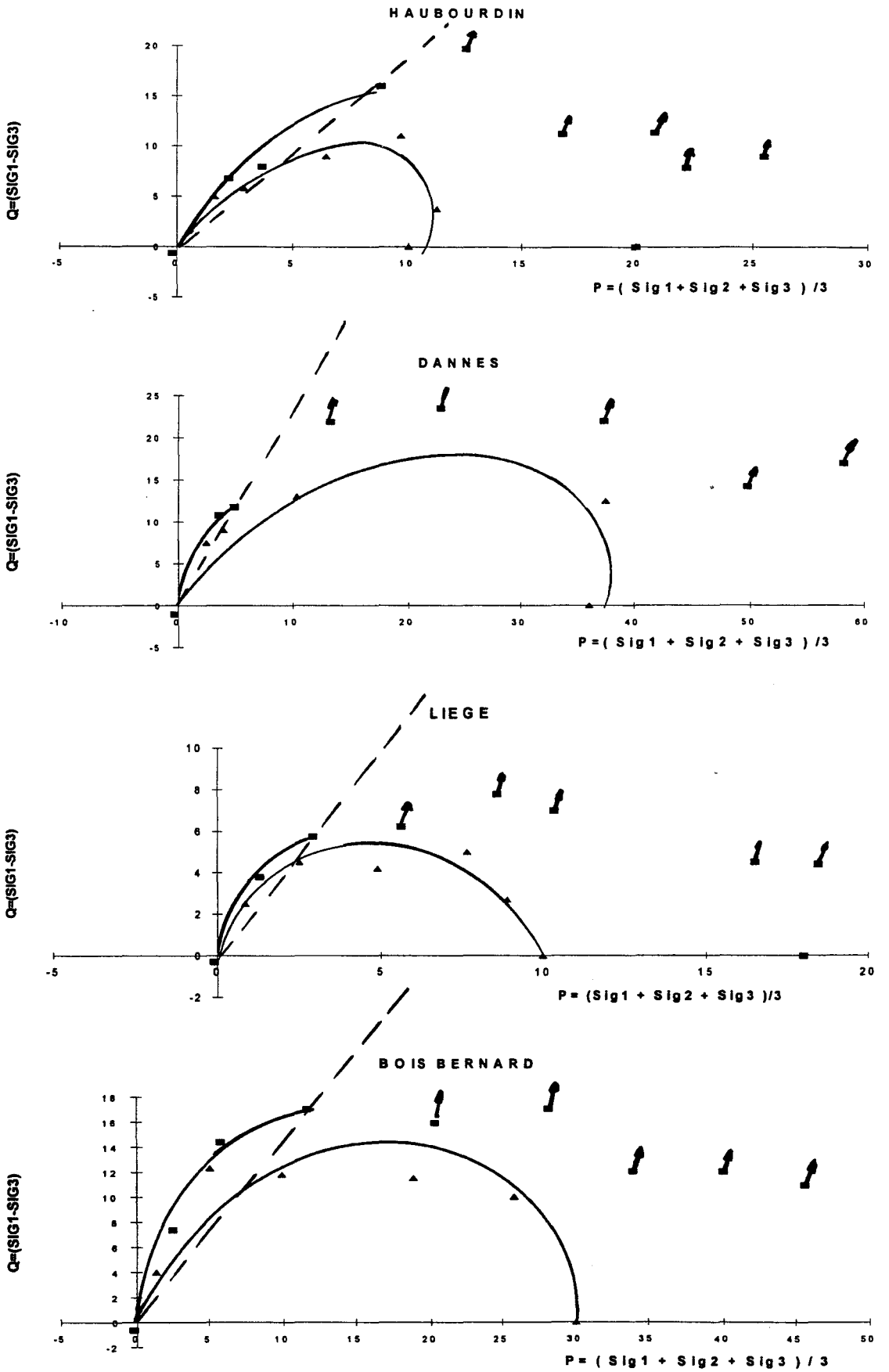


Figure 4-12 : Diagramme p-q aux points de rupture et de limite élastique pour les essais hydrostatiques et déviatoriques

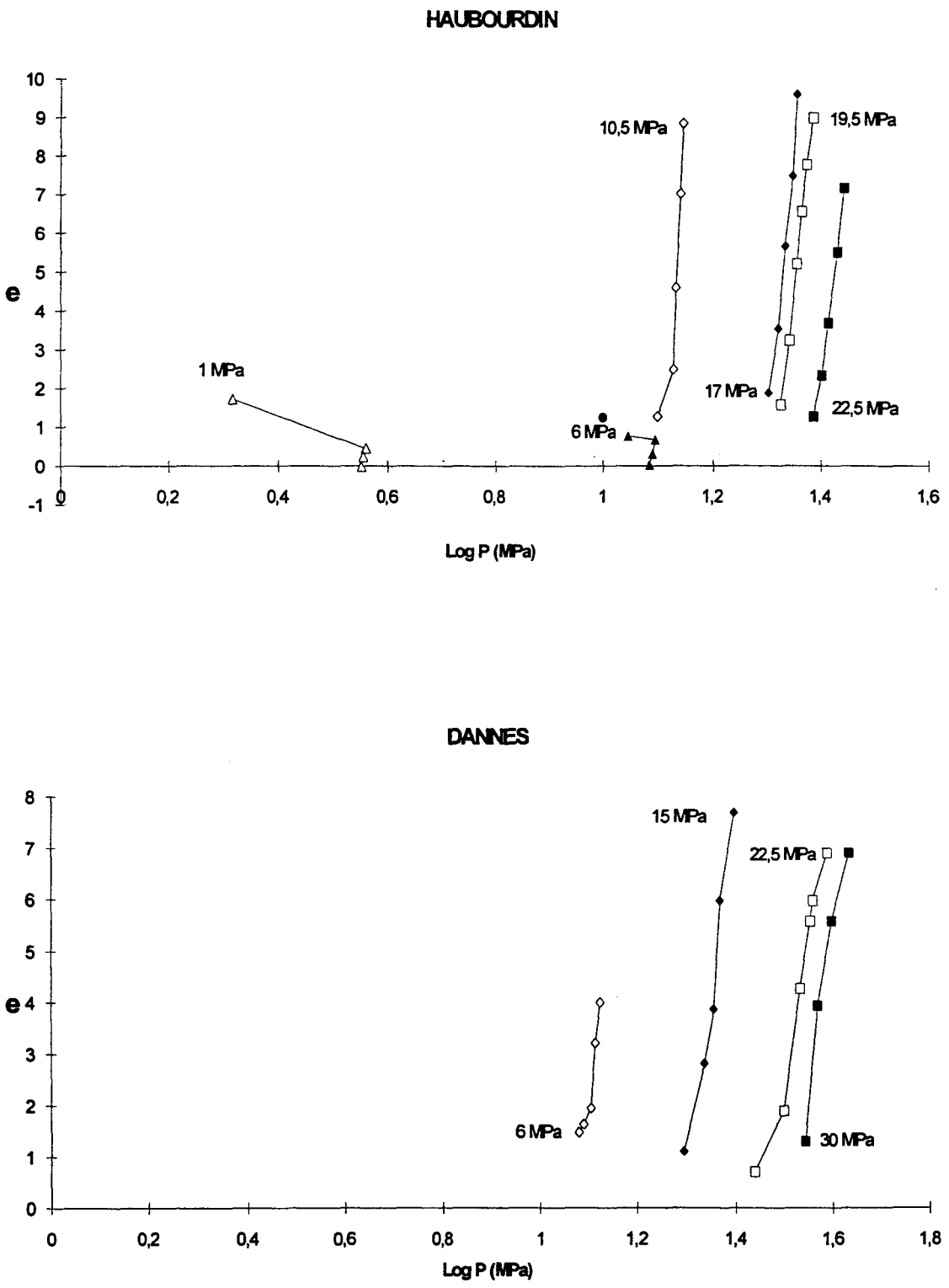
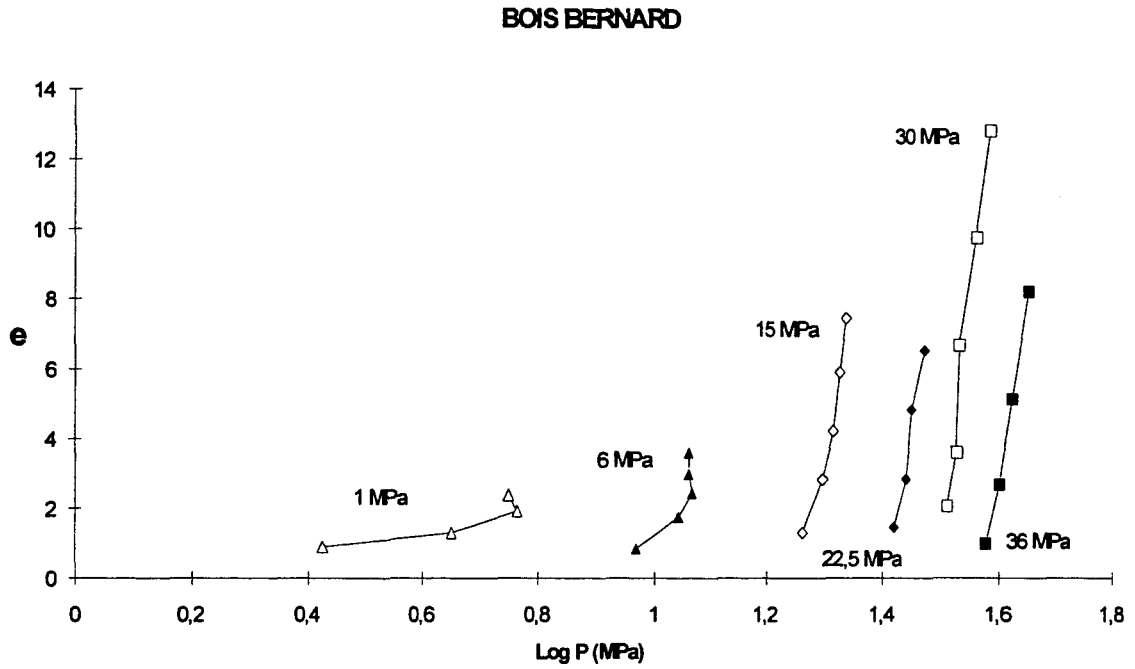


Figure 4-14 : Diagramme e-LogP pour les essais déviatoriques des craies de Haubourdin et de Dannes



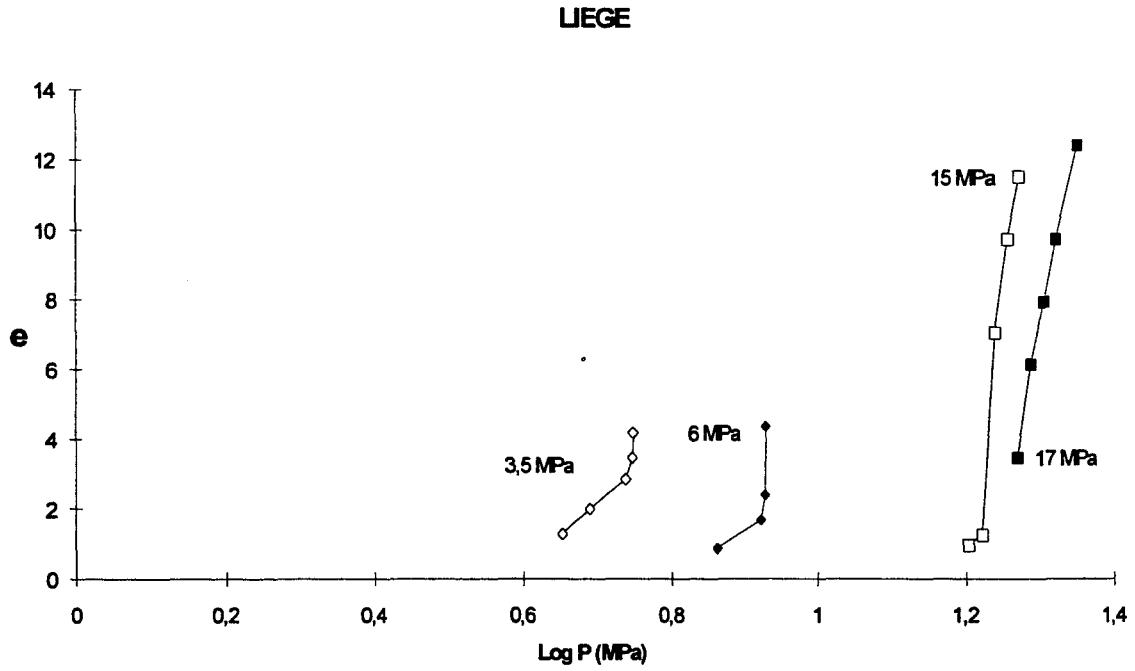


Figure 4-14 : Diagramme e-LogP pour les essais déviatoriques des craies de Liège et de Bois Bernard

V - ANALYSE DU COMPORTEMENT DE LA CRAIE A PARTIR DU MODELE DE LADE

Précédemment il a été ainsi mis en évidence deux types de comportement de la craie selon que l'on se situe hydrostatiquement avant ou après le seuil de dégradation Po, auxquels il faut ajouter un comportement volumique particulier.

On a vu également (chapitre III) que pour modéliser le comportement de la craie, il fallait tenir compte du caractère tridimensionnel des sollicitations appliquées.

Dans ce chapitre, nous étudions l'adaptabilité et la calibration du modèle de Lade par la détermination des paramètres pour les 4 craies retenues. On étudie ensuite la sensibilité des paramètres de ce modèle pour ensuite valider ce dernier sur des essais proportionnels.

BU LILLE

V - 1 - DETERMINATION DES PARAMETRES

Le modèle élastoplastique de Lade est basé sur le principe d'une décomposition de l'incrément de déformation totale $d\varepsilon_{ij}$ en une partie élastique $d\varepsilon_{ij}^{e}$, une partie plastique isotrope $d\varepsilon_{ij}^{c}$, et une partie plastique déviatorique $d\varepsilon_{ij}^{d}$.

V - 1 - 1 - Partie élastique

Les déformations élastiques sont déterminées à partir de la loi Hooke.

Expérimentalement, on observe, sur la figue 5-1, que le logarithme du module de charge décharge, relevé sur les essais déviatoriques, en fonction de la racine carrée du 2è invariant du déviateur du tenseur des contraintes est défini par la relation suivante :

$$E_{ur} = Eo \exp A \sqrt{J_2}$$

pour une pression de confinement σ_3 donnée où A et Eo sont des fonctions de σ_3.

Sur la figure 5-2, on observe que le paramètre A est en relation linéaire par morceaux en fonction de la pression de confinement σ_3. Il s'exprime sous la forme :

$$A = a\,\sigma_3 + b$$

Eo est défini par passage à la limite en particulier quand J_2 tend vers zéro et peut s'écrire :.

$$Eo = a'\,\sigma_3 + b'$$

Le module d'Young est donc défini par :

$$E_{ur} = (a'\,\sigma_3 + b') \exp (a\,\sigma 3 + b) \sqrt{J_2} \qquad \forall\sigma_3.\ \forall J_2$$

où a, b, a', b' sont des constantes matérielles.

Le pseudo coefficient de Poisson est défini par :

$$\nu = \frac{1}{2}\left[1 - E_{ur}/K_{ur}\right]$$ où K_{ur} est le module de compressibilité isotrope.

V - 1 - 2 - Changement de repère

Pour tenir compte de la cohésion du matériau et plus précisément de la résistance à la traction dans la modélisation, on réalise un changement de repère correspondant à une translation des axes principaux des contraintes suivant la direction d'extension de l'axe hydrostatique d'une distance équivalente à la résistance à la traction hydrostatique Co. On pose alors :

$$\overline{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + Co\ Pa\ \delta_{ij}$$

V - 1 - 3 - Partie sphérique

Les modules de compressibilité de charge-décharge Kur durant un essai hydrostatique sont définis par les relations expérimentales

$$Kur = Cc\ Pa \left(\frac{\sigma_3}{Pa}\right)^{Nc}$$

$$Kur = Ko \qquad \text{si } \sigma_3 < Po$$

Par une approximation aux moindres carrés on détermine à partir de la courbe ln (Kur/Pa) en fonction de ln (σ_3/Pa) les coefficients Cc et Nc comme défini sur la figure 5-3. Ces coefficients sont très sensibles à la position de la fonction de charge sur la courbe et sont donc fonction de la zone. On détermine ainsi :

. Cc_1 et Nc_1 dans la zone 2 : phase de dégradation

. Cc_2 et Nc_2 dans la zone 3 : phase durcissante lorsque cela est possible

. La zone 1 est la phase élastique de la courbe de compressibilité isotrope où des cycles de charge-décharge n'ont pas permis de mettre en évidence une variation des modules d'Young et de compressibilité en fonction du confinement.

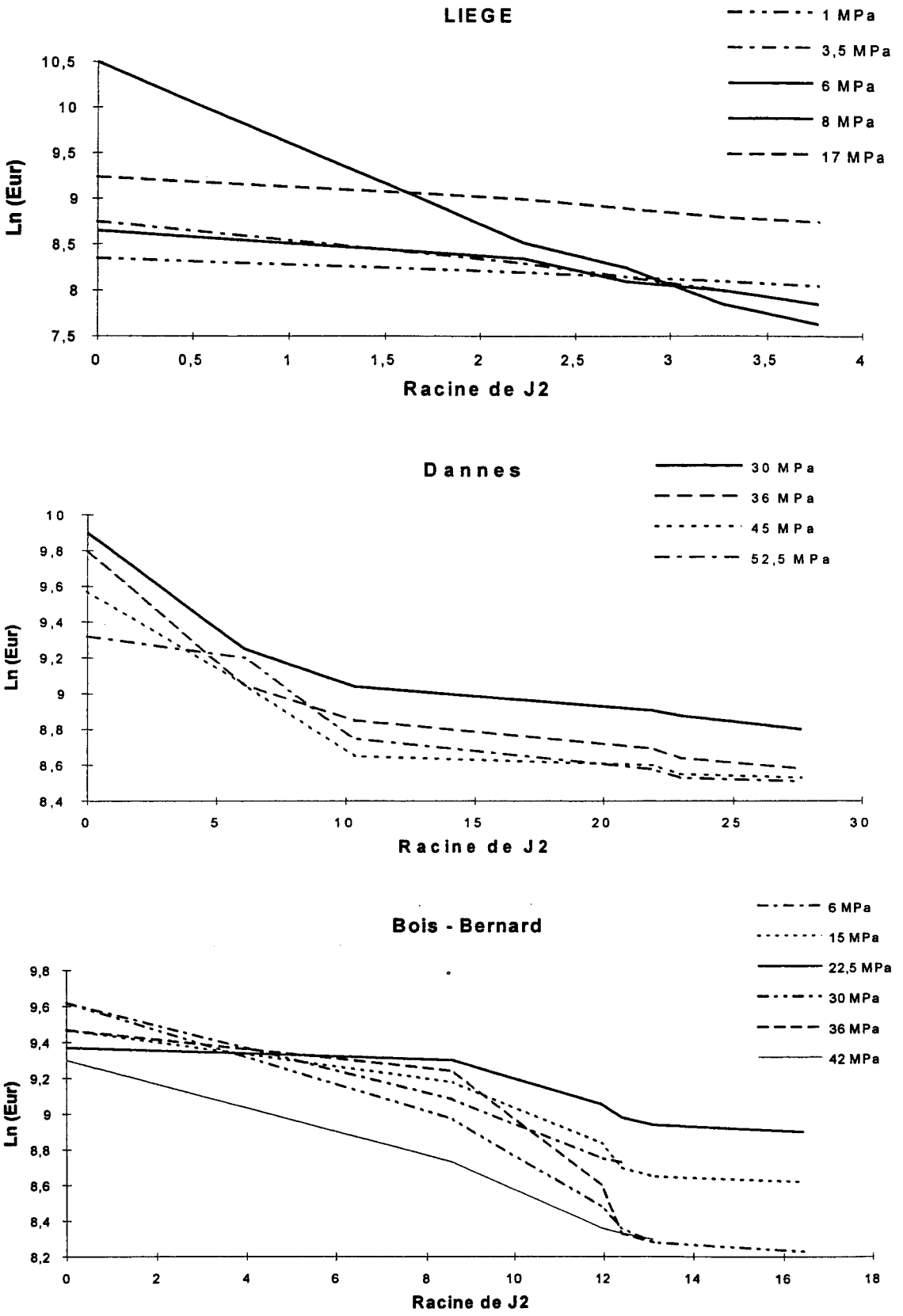


Figure 5-1 - Variation Ln(Eur) en fonction de $\sqrt{J_2}$

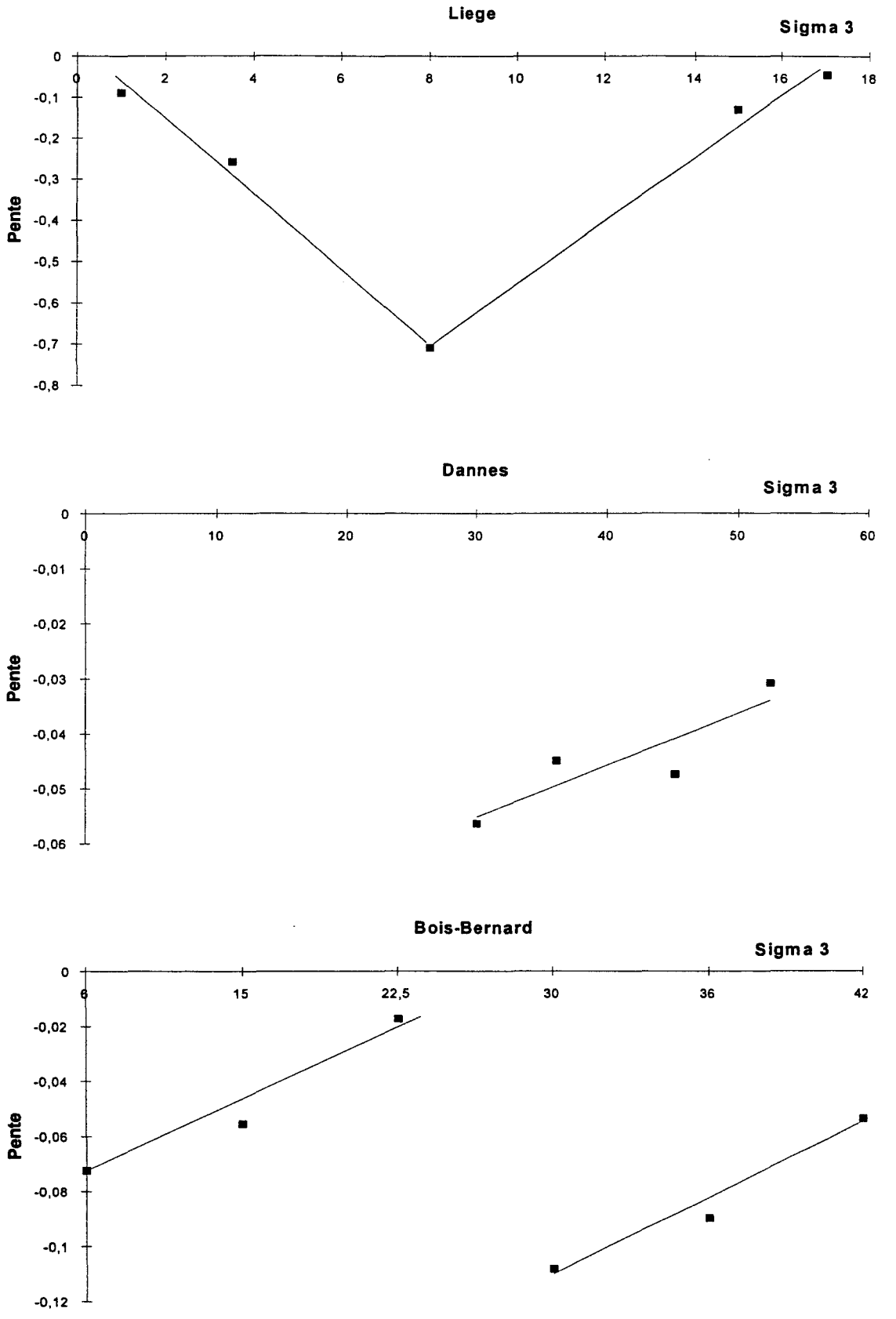


Figure 5-2 - Détermination de Eo

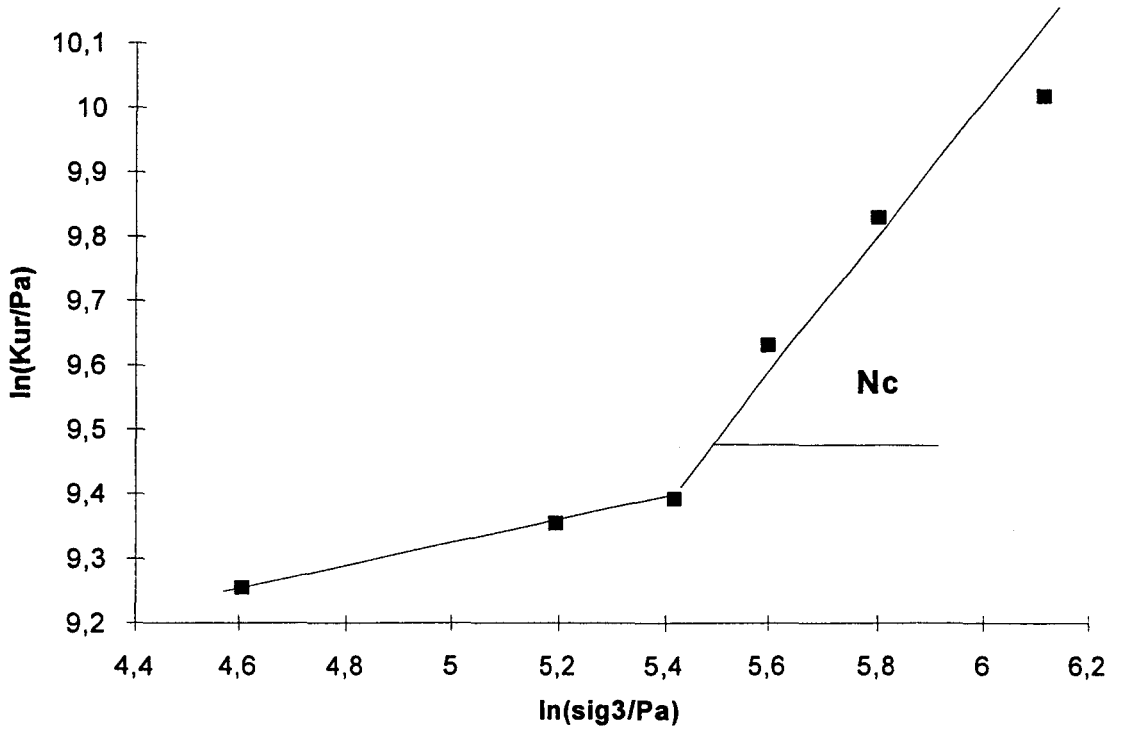


Figure 5-3 - Détermination de Nc et Cc

La résistance à la traction Co étant déterminée préalablement par un essai brésilien, les coefficients ρ et C sont calculés également par approximation aux moindres carrés dans les zones 2 et 3 de la courbe hydrostatique définie au chapitre IV, puisque Cc et Nc dépendent de ces zones à partir de la fonction de charge Fc

$$Fc = \bar{I}_1^2 + 2\bar{I}_2 - Yc$$

et de la fonction d'écrouissage Yc :

$$Yc = Yc° + C\,Pa^2\left(\frac{Wc}{Pa}\right)^{\rho}$$

$\bar{I}_1$ et $\bar{I}_2$ = 1er et 2è invariants du tenseur des contraintes

avec $Yc° = 3(Po + CoPa)$

L'énergie de déformation plastique contractante Wc est déterminée graphiquement sur chaque essai.

ρ représente la pente de la droite (selon la zone considérée), (Yc-Yc°)/ Pa en fonction de Wc/Pa comme représenté sur la figure 5-4.

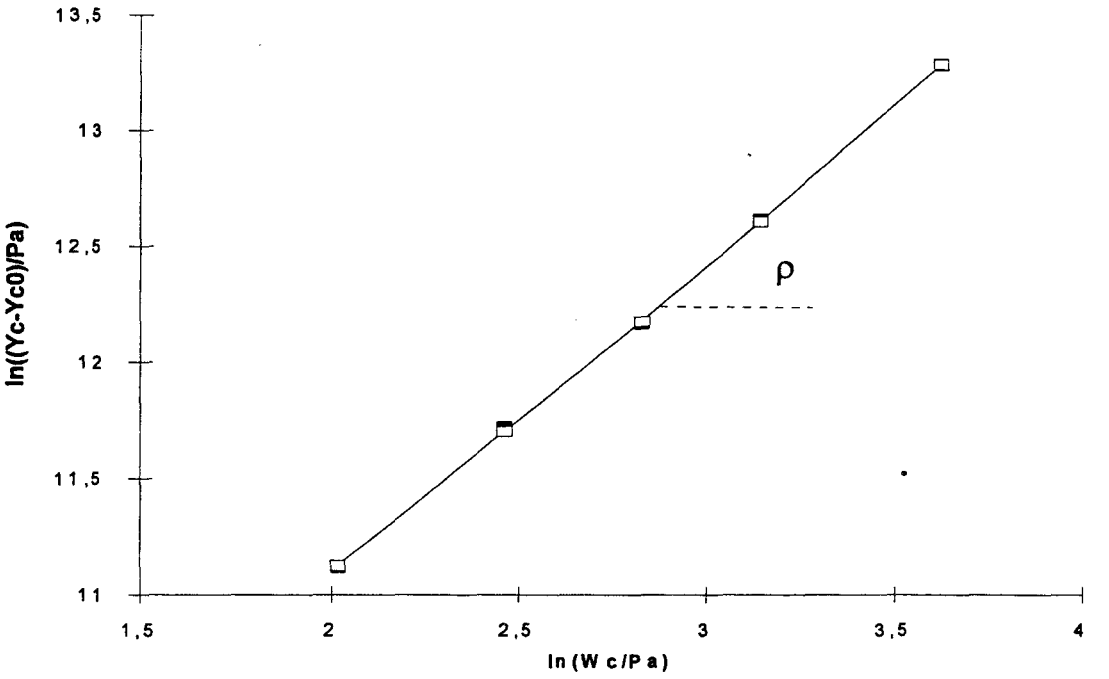


Figure 5-4 - Détermination de ρ

V - 1 - 4 - Partie déviatorique

Sous le mécanisme déviatorique la fonction de charge s'écrit :

$$Fd = \left(\frac{\bar{I}_1^3}{\bar{I}_3} - 27\right)\left(\frac{\bar{I}_1}{Pa}\right)^m - Yd = 0$$

où Yd = Yd^r à la rupture.

$\bar{I}_3$: 3è invariant du tenseur des contraintes

m représente ainsi la pente de la droite $\left(\bar{I}_1^3 / \bar{I}_3 - 27\right)$ en fonction de $\left(Pa / \bar{I}_1\right)$ et Yd^r est déterminé par le point de cette droite à $Pa / \bar{I}_1$ valant l'unité.

Autant pour les essais à faible confinement on obtient des ruptures avec pic et comportement radoucissant, autant pour des confinements élevés, voire très élevés, le comportement de la craie est écrouissable. La définition de la rupture est alors délicate, il est difficile de définir a priori, avec un tel modèle, un taux de déformation à la rupture. Pour les essais à pression de confinement σ_3 inférieure à Po, les paramètres m et Yd^r sont déterminés à partir des essais qui présentent un pic de rupture ou un comportement quasi parfaitement plastique.

En ce qui concerne les essais à confinement supérieur à Po, la déformation correspondant à la rupture est choisie de telle sorte que la valeur de Yd^r soit identique pour les essais avant et après Po. Ce choix a été dicté par des raisons de continuité des paramètres physiques d'une zone à l'autre. Le paramètre

est alors déterminé par approximation aux moindres carrés sur la figure 5-5. On constate alors, pour une série d'essais triaxiaux déviatoriques, que le paramètre m diffère à Yd^r constant en fonction de la pression de confinement.

La déformation à la rupture est respectivement de 4 % - 6 % - 9 % - 3 % pour les craies H, BB, D et L.

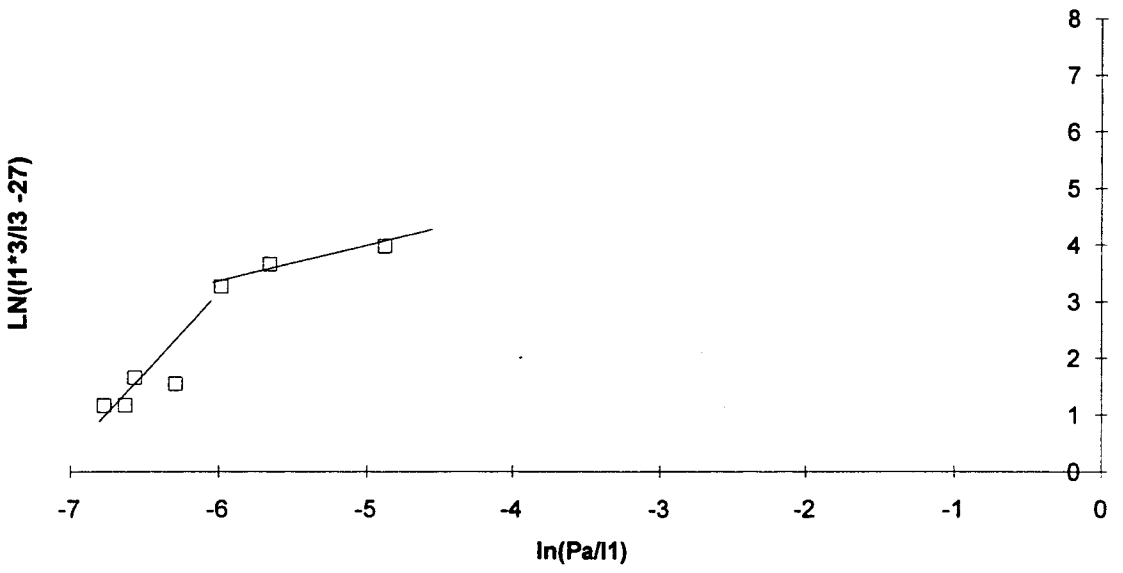


Figure 5-5 - Détermination de m et Yd^r

La fonction d'écrouissage est définie par :

$$Yd = Yd° + (Yd^r - Yd°)\left(\frac{Wd}{Wd^r}\right)^{\rho}$$

où $Yd°$, Wd^r et q sont des constantes pour un confinement donné.

Pour déterminer Yd, on utilise les courbes avec les cycles de charge-décharge. En un point de décharge, Yd est calculé à partir de l'expression définissant la fonction de charge Fd. Puis une fois Wd calculé, on trace les courbes Yd en fonction de Wd, ce qui permet la détermination de Wd^r pour chaque essai. Wd^r est une fonction de la pression de confinement.

$Yd°$ représente la limite élastique initiale du matériau. Ce paramètre dépend de la pression de confinement. Il croît avec σ_3 pour les essais à $\sigma_3 < Po$. Par contre, il décroît dès que la pression de confinement dépasse Pc°.

On retient la forme suivante pour Yd° dont les 2 paramètres λ_1 et λ_2 sont déterminés par une méthode d'ajustement aux moindres carrés.

$$Yd° = \lambda_1\left(\frac{\sigma_3 - P_0}{Pa}\right) + \lambda_2 \qquad Yd° > 0$$

La représentation graphique de la détermination de λ_1 et λ_2 est donnée par la figure 5-6.
Pour déterminer les coefficients I, P1 et α, β qui définissent respectivement les paramètres Wd^r et q, on trace les droites de corrélation Wd^r /Pa en fonction de $(\sigma_3$ + Pa)/Pa pour déterminer I et P1 et celles de q en fonction toujours de $(\sigma_3$ + Pa)/Pa pour déterminer α et β comme représenté respectivement sur les figures 5-7 et 5-8. I et β sont les pentes des courbes respectives, P_1 et α les valeurs à l'origine.

Pour les 4 craies testées, l'ensemble des paramètres du modèle est défini dans les tableaux 5-1 et 5-2 .

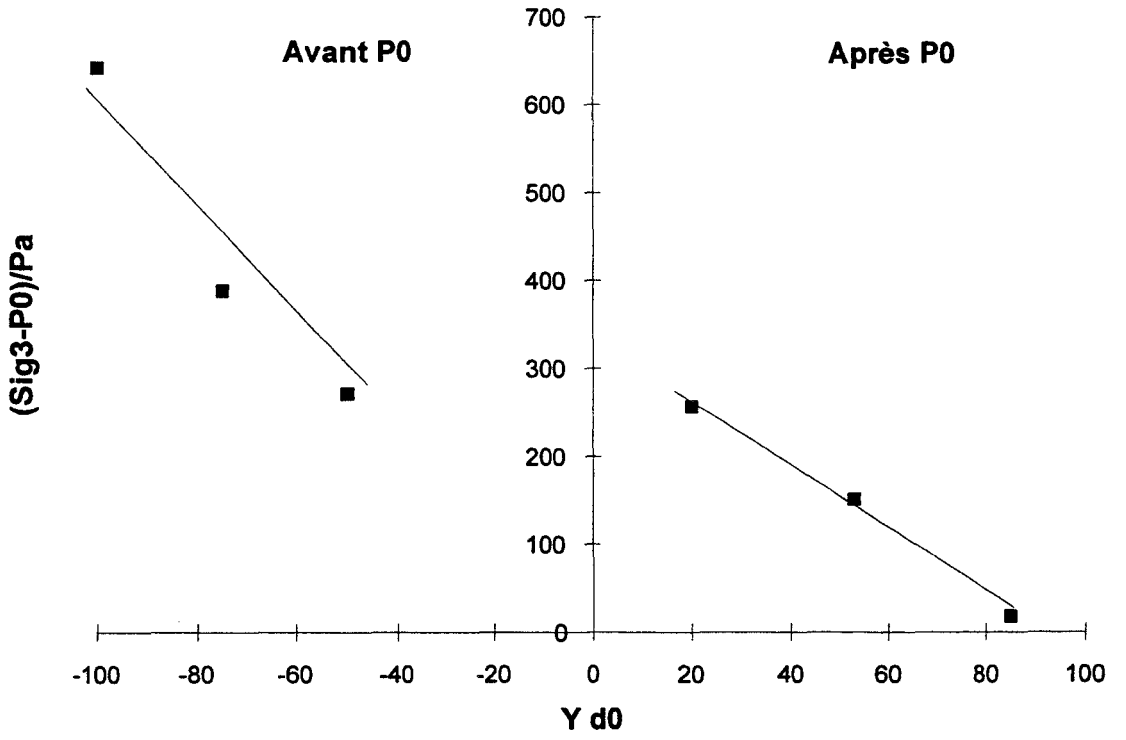


Figure 5-6 - Détermination de λ_1 et λ_2

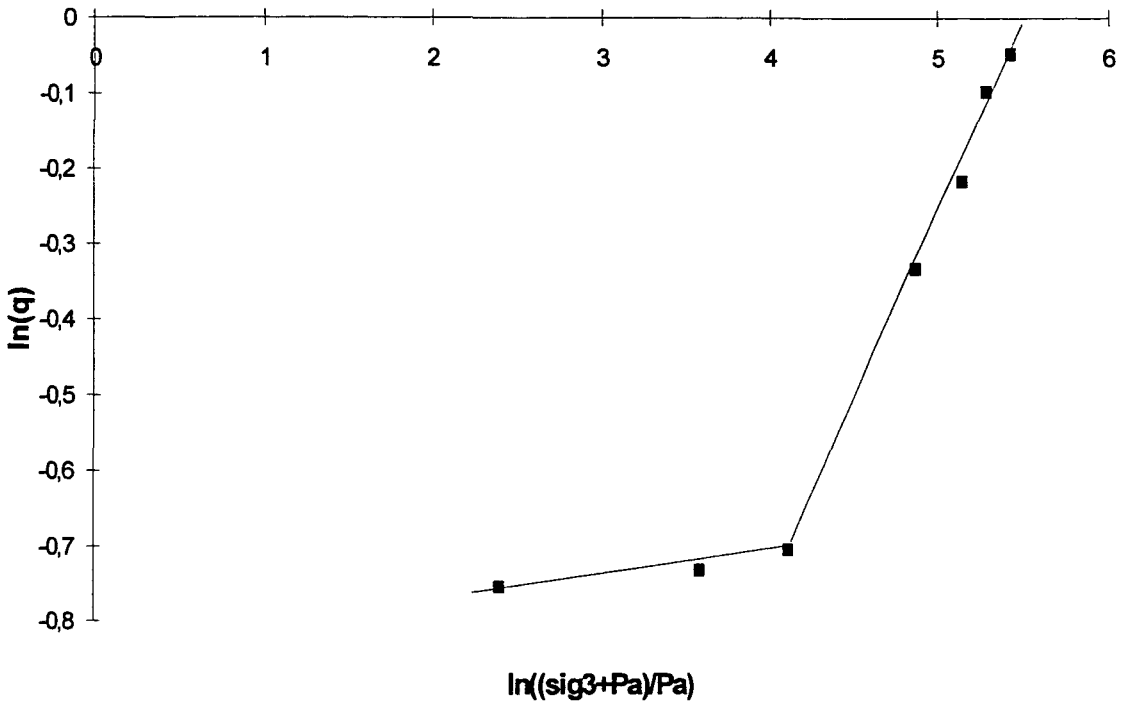


Figure 5-7 - Détermination de α et β

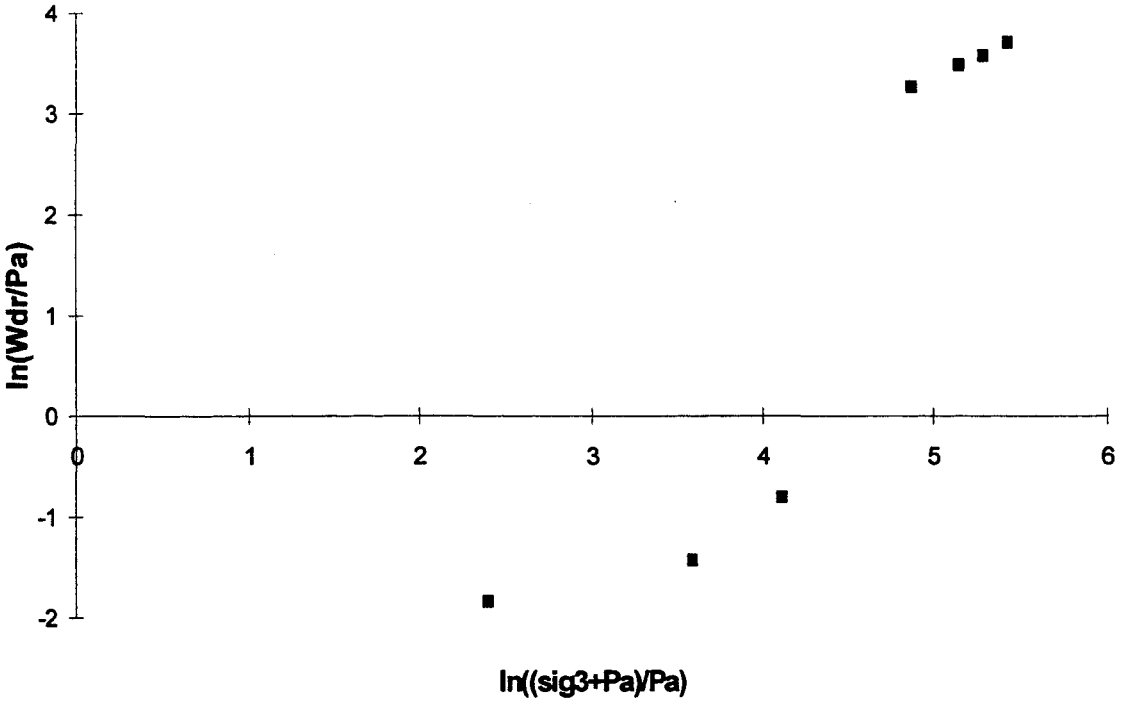


Figure 5-8 - Détermination de l et P_1

	N_c		C		ρ		C	
	II	III	II	III	II	III	II	III
H.	0,169	0,748	4792	234	1,3	1,4	5030	3700
B.B.	-0,47	/	369444	/	1,1	/	20000	/
D.	-2,35	/	$4{,}9\text{-}10^{10}$	/	1,4	/	30000	/
L.	-0,634	0,534	305749	682	0,8	1,67	12700	2000

II - $Po < \sigma_3 < Pc^t$ III - phase durcissement $Pc^t > \sigma_3$

	E en CS (MPa)	Ko (MPa)	Po (MPa)	Pct (MPa)
HAUBOURDIN	979	1200	11	26
BOIS BERNARD	889	1071	30	/
DANNES	1141	1500	36	/
LIEGE	615	1119	10	18

Tableau 5-1 : Paramètres du Modèle de Lade pour les 4 craies pour les essais hydrostatiques

	m		Ydr		λ_1		λ_2		β		α		I		PI	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
H	0,59	0,8	1000	1000	-7,4	-3,66	-121	335	0,027	0,543	0,439	0,0504	0,559	0,789	0,0393	0,566
BB	0,72	0,83	1010	1016	-3,87	0	-270	0	0,293	0,114	0,171	0,0455	0,257	0,672	0,097	0,781
D	1,61	1,85	25000	25000	-305	0	90244	0	0,01325	1,26	0,455	0,00035	0,236	10,15	0,0907	$5{,}8.10^{-28}$
L	0,97	1,07	2300	2300	-37	0	-624	0	0,0441	0,695	0,285	0,0192	0,44	1,3	6,01	0,0711

Tableau 5-2 : Paramètres du Modèle de Lade pour les 4 craies pour les essais déviatoriques

I : Avant Po
II : Après Po

V - 2 - SIMULATION DES ESSAIS TRIAXIAUX

L'objectif des simulations numériques du modèle testé est de vérifier si les paramètres déterminés dans le paragraphe précédent, permettent de retrouver les courbes expérimentales obtenues et également de tester la sensibilité des différents paramètres afin de les recaler le cas échéant. Le but de ce chapitre est de calibrer le modèle de Lade sur des chemins de sollicitations hydrostatiques et déviatoriques déterminés expérimentalement dans le chapitre IV. Par une étude de sensibilité, on cherchera à obtenir les paramètres optimum du modèle afin de retranscrire l'ensemble de ces essais sur la craie à faible et moyenne pression. On cherchera à retrouver numériquement , en particulier, les phases élastiques, le seuil d'écoulement et la limite de rupture.

V - 2 - 1 - Organigramme des simulations de courbes

Numériquement, nous avons à calculer les incréments de déformation en fonction des incréments de contraintes définis par les expressions suivantes :

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{1}{E_{ur}}\left[\Delta\sigma_1 - \nu(\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)\right] + \Delta\lambda c\frac{\partial Qc}{\partial\sigma_1} + \Delta\lambda d\frac{\partial Qd}{\partial\sigma_1}$$

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{1}{E_{ur}}\left[\Delta\sigma_2 - \nu(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3)\right] + \Delta\gamma c\frac{\partial Qc}{\partial\sigma_2} + \Delta\lambda d\frac{\partial Qd}{\partial\sigma_2}$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{1}{E_{ur}}\left[\Delta\sigma_3 - \nu(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2)\right] + \Delta\lambda c\frac{\partial Qc}{\partial\sigma_3} + \Delta\lambda d\frac{\partial Qd}{\partial\sigma_3}$$

compte tenu des résultats développés en annexe 5,

$$E_{ur} = (a'\,\sigma_3 + b')\exp^{(a\sigma_3 + b)\sqrt{J2}}$$

$$\Delta\lambda c = \Delta Wc / \frac{\partial Qc}{\partial\sigma_i}\sigma_i$$

$$\Delta\lambda d = \Delta Wd / \frac{\partial Qd}{\partial\sigma_i}\sigma_i$$

Dans toutes les simulations on se place dans le repère principal lié à l'échantillon. La direction 1 est relative à l'axe de révolution, les 2 autres directions lui étant perpendiculaires.
La méthodologie retenue est la suivante, elle tient compte du cas considéré :

. Pour les essais hydrostatiques, on représente les variations volumiques $\varepsilon_v = \varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$ en fonction de la pression $P = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$; dans ce cas, l'énergie de déformation déviatorique est nulle et on ne calcule que $\Delta\lambda c$, $\partial Qc/\partial\sigma_i$ étant défini précédemment.

. Dans le cas des essais déviatoriques, c'est le système total précédemment défini qui est calculé avec $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$ et $\Delta\sigma_1$ représentant toujours l'incrément de sollicitation axiale. Le calcul est réalisé après une simulation jusqu'à l'état hydrostatique correspondant à l'essai.

. Dans le cas de l'essai proportionnel, on considère $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = K\Delta\sigma_1$, où K est le multiplicateur de contrainte appliquée expérimentalement

Quel que soit le cas considéré, on détermine les composantes élastique et plastique du champ de déformation et l'on compare la déformation totale, la déformation plastique calculée et expérimentale.

L'algorithme de calcul, de type explicite pas à pas avec vérification du critère, est le suivant :

1) initialisation des champs de contraintes σ, de déformation ε et les énergies de déformation plastique Wd et Wc

2) définition du type de problème :

- hydrostatiques,
- déviatoire,
- proportionnel.

3) application d'un incrément de contrainte $\Delta\sigma$

4) calcul élastique

Calcul de Eur - Kur - $\Delta\varepsilon^e$

$-\varepsilon = \varepsilon + \Delta\varepsilon^e$
$\sigma = \sigma + \Delta\sigma$

5) test sur Fc (σ, K)≤ 0

- OUI : aller au 6)
- NON :calcul de Yc - Wc - ΔWc $\Delta\lambda c$ $\Delta\varepsilon^c$

$\varepsilon = \varepsilon + \Delta\varepsilon^c$

6) test sur Fd (σ) ≤ 0

- OUI : aller au 7)
- NON : calcul de Yd Wd ΔWd $\Delta\lambda d$ $\Delta\varepsilon^d$

$\varepsilon = \varepsilon + \Delta\varepsilon^d$

7) incrément de sollicitation suivant

V - 2 - 2 - Simulation des essais hydrostatiques et sensibilité aux paramètres hydrostatiques

Sur la figure 5-9 ne sont représentées que les simulations des essais hydrostatiques sur les 4 craies. Ont également été testés sur la craie de Haubourdin les paramètres du modèle définis expérimentalement.

Les simulations ont réalisées avec les paramètres déterminés précédemment pour chaque craies. On peut remarquer sur ces simulations la bonne concordance entre résultats expérimentaux et numériques comme le montre la figure 5-9.

Il est observé que seuls les paramètres Nc et ρ du modèle ont une certaine influence sur le comportement simulé. Sur les figures 5-10 et 5-11, est représentée leur sensibilité sur le comportement observé.

On observe qu'une variation de + 10 % du paramètre Nc tend à décaler la courbe numérique de l'expérimentale, alors qu'une réduction de 10 % tend à aplatir la courbe. On remarque également que ce paramètre Nc est nettement moins sensible que le paramètre ρ.

On observe également, lors de ces simulations numériques, que les déformations plastiques isotropes expérimentales et numériques sont très voisines.

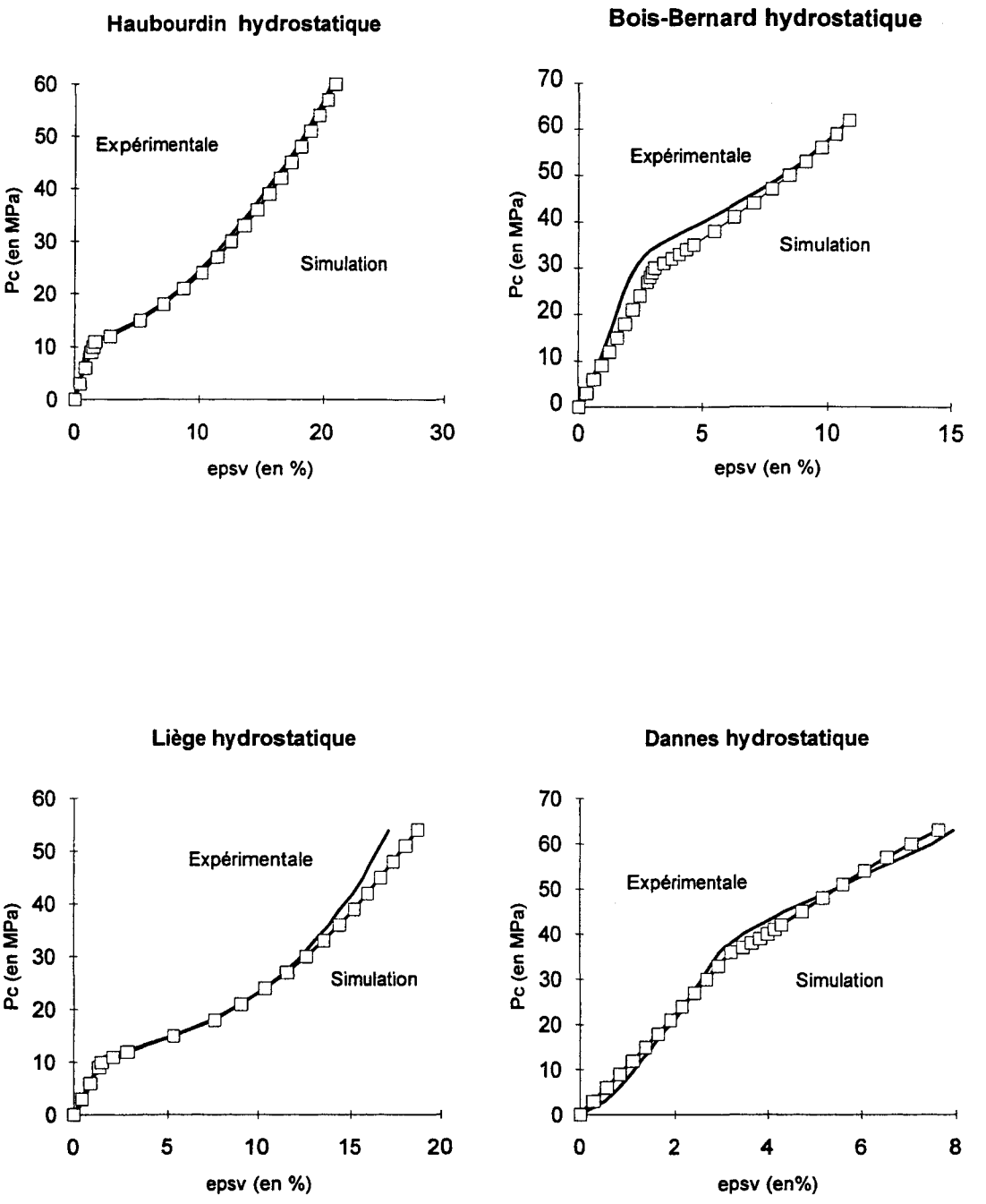


Figure 5-9 - Simulation des essais hydrostatiques sur les quatres craies

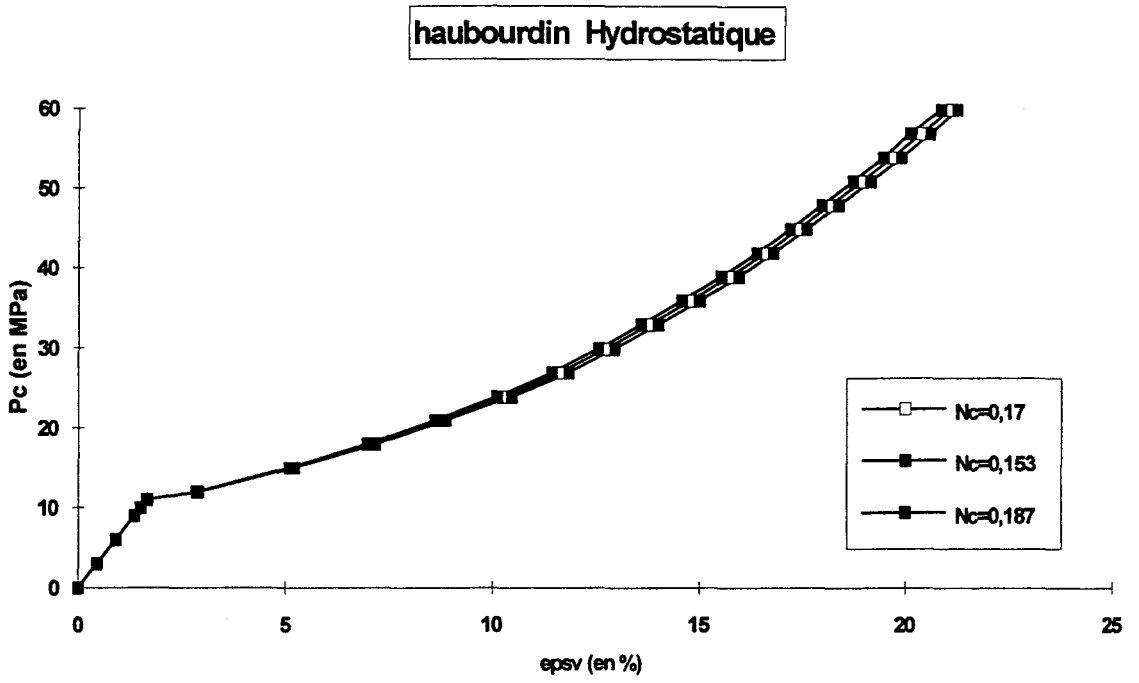


Figure 5-10 - Influence de Nc

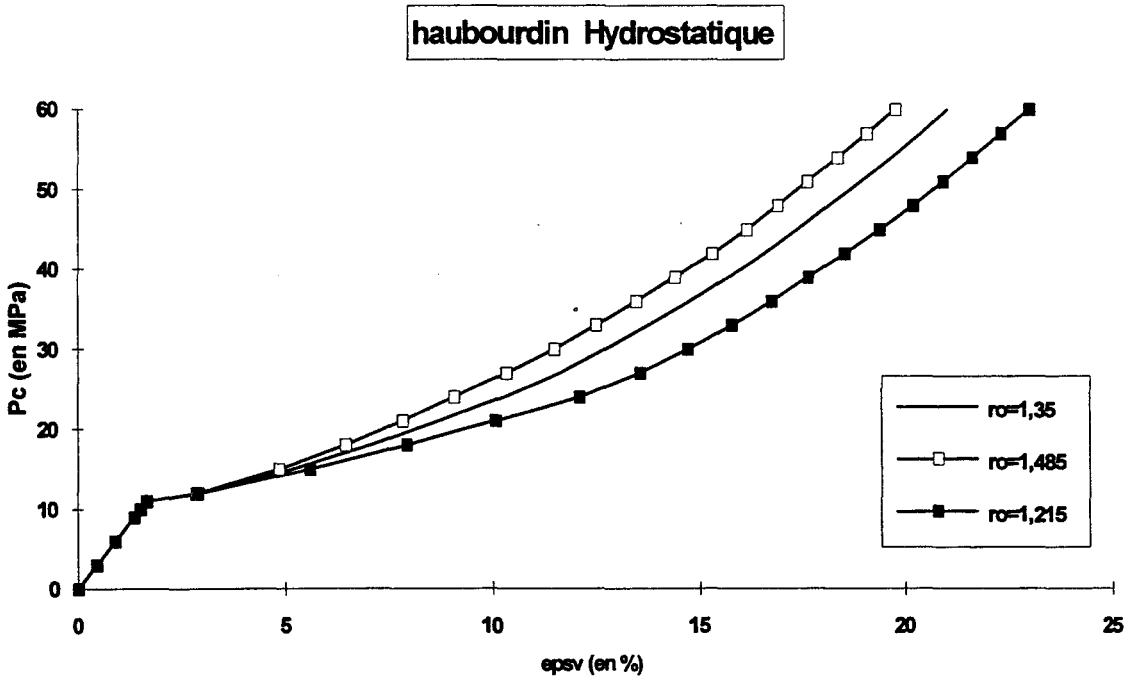


Figure 5-11 - Influence de ρ

V - 2 - 3 - Simulation des essais déviatoriques et sensibilité aux paramètres

Sont présentées dans la suite, quelques simulations des essais triaxiaux déviatoires sur la craie de Haubourdin sur laquelle ont été testés les paramètres m, β, I et Yd°. Les autres paramètres ne sont pas sensibles.

Si on observe les simulations des courbes à partir des jeux de paramètres définis expérimentalement pour des confinements inférieurs à Po, les courbes numériques sont toujours décalées par rapport aux courbes expérimentales de la phase initiale de serrage qui n'est pas introduite dans le modèle comme le montrent les figures 5-12 à 5-15. Cette phase pouvant être plus ou moins importante. On remarque également que le modèle est légèrement plus durcissant que la réalité, seule une forte variation des modules dans la zone d'écrouissage changerait le phénomène mais les paramètres ne seraient plus alors réalistes. On constate également que les mécanismes volumiques contractants-dilatants sont bien respectés.

Pour les simulations à pression de confinement supérieure à Po, on observe une certaine concordance entre expérimentation et simulation numérique, même en comportement volumique.

On peut insister sur le fait que pour les essais à confinement supérieur à Po, les déformations plastiques simulées sont en accord avec celles observées expérimentalement. Par contre, pour les essais à confinements inférieurs à Po, ces mêmes déformations plastiques simulées sont plus petites. Cela est dû au fait que l'on considère que la craie a un comportement quasi élastique à très faible confinement, de plus la variation du module entre la limite élastique et la rupture n'est pas assez précise, elle eut nécessité une meilleure approximation par des cycles de charge-décharge beaucoup plus nombreux dans cette zone. La question que l'on peut se poser est de savoir si une telle amélioration du modèle est envisageable pour un tel surcoût expérimental.

Les simulations à 13 MPa, pour la craie d'Haubourdin, montrent à quel point la zone de transition entre différentes zones est délicate et complexe. On observe sur ces simulations reportées sur la figure 5-16 que cet échantillon qui aurait du se comporter comme ceux de la zone 2 (pore collapse) se comporte comme celui d'un échantillon de la zone 1, ceci étant du à une légère hétérogénéité de bloc d'essai. On notera au passage l'influence de Yd° qui aplatit la courbe.

L'augmentation du paramètre m qui se voit pour les essais avant et après Po tend à aplatir la courbe déviatorique. Une variation de 10 % est sensible sur les résultats comme le montrent les figures 5-17 et 5-18.

Les paramètres I et β n'ont pas d'influence sur les résultats numériques pour les essais inférieurs à Po. Par contre, pour les essais supérieurs à Po, la réduction du paramètre I tend à dilater la courbe et une majoration de ce même paramètre I tend à aplatir cette courbe. En ce qui concerne β, une réduction ou une augmentation de sa valeur accroît ou réduit l'amplitude de la courbe expérimentale dans sa 1ère partie sans rien changer à la valeur finale. L'influence des paramètres I et β est montrée sur les figures 5-19 et 5-20.

En annexe 6, sont représentées les simulations numériques concernant les craies de Liège, Dannes et Bois-Bernard pour les jeux de paramètres déterminés expérimentalement. Toute l'analyse précédente sur la craie d'Haubourdin se transpose à ces 3 craies. On observe une certaine concordance entre simulation numérique et expérimentation. En ce qui concerne les essais à très basse pression, on observe toujours un léger décalage qui provient d'un manque de précision dans la définition de l'écrouissage. On rappelle que le comportement post-rupture n'est pas intégré dans la modélisation.

V - 3 - VALIDATION SUR ESSAIS PROPORTIONNELS - CONCLUSION

Dans le chapitre précédent, on s'est intéressé à déterminer les paramètres du modèle de Lade et à valider ce dernier sur les chemins hydrostatiques et déviatoriques. Par une étude de sensibilité on a déterminé le jeu de paramètres qui permet de resimuler les courbes expérimentales correspondant à ces chemins.

Dans ce chapitre, on effectue un test de validation du modèle de Lade, avec les paramètres précédemment calibrés, sur un autre chemin de sollicitation défini par l'essai proportionnel de rapport 2. Expérimentalement, les variations volumiques n'ont pu être mesurées efficacement du fait de la rapidité de l'essai. La validation volumique du modèle n'a donc pas été abordée.

Sur la figure 5-21 sont reportées quelques simulations numériques concernant la craie de Liège pour les jeux de paramètres déterminés expérimentalement.

On remarque que les simulations des craies de Liège et d'Haubourdin sont très proches des valeurs expérimentales obtenues.Par contre, pour les craies de Dannes et de Bois Bernard, qui sont à porosité plus faible, l'allure est respectée avec un décalage des courbes qui n'est pas forcément négligeable. Cela s'explique essentiellement par des raisons d'hétérogénéité de blocs relevés in situ. Tous les essais n'ayant pas été réalisés sur des lots rigoureusement identiques.

La sensibilité des paramètres a été réalisée sur la craie de Liège. On observe que les paramètres I et β n'ont quasiment pas d'influence sur le comportement de la craie. Par contre, celle du paramètre m est similaire à celle déjà observée lors de la simulation des essais déviatoires. Un accroissement de m tend à aplatir la courbe, la valeur du seuil en est réduite d'autant.

Sur les figures 5-22 à 5-25, on trouvera pour la craie de Liège :

- la simulation numérique de l'essai proportionnel,
- la sensibilité des paramètres I, β et m.

Il apparait que le modèle de Lade est bien adapté à la modélisation du comportement de la craie sous sollicitations triaxiales. Moyennant une bonne détermination des paramètres matériels dans les différentes zones à comportements différents, qui se réalise sans problème, le modèle retranscrit assez correctement le comportement de la craie sous sollicitations hydrostatique et déviatorique. Les paramètres rhéologiques sont valides également sur un chemin proportionnel. On observe cependant que ce modèle est plus précis pour des craies à porosité plus élevée.

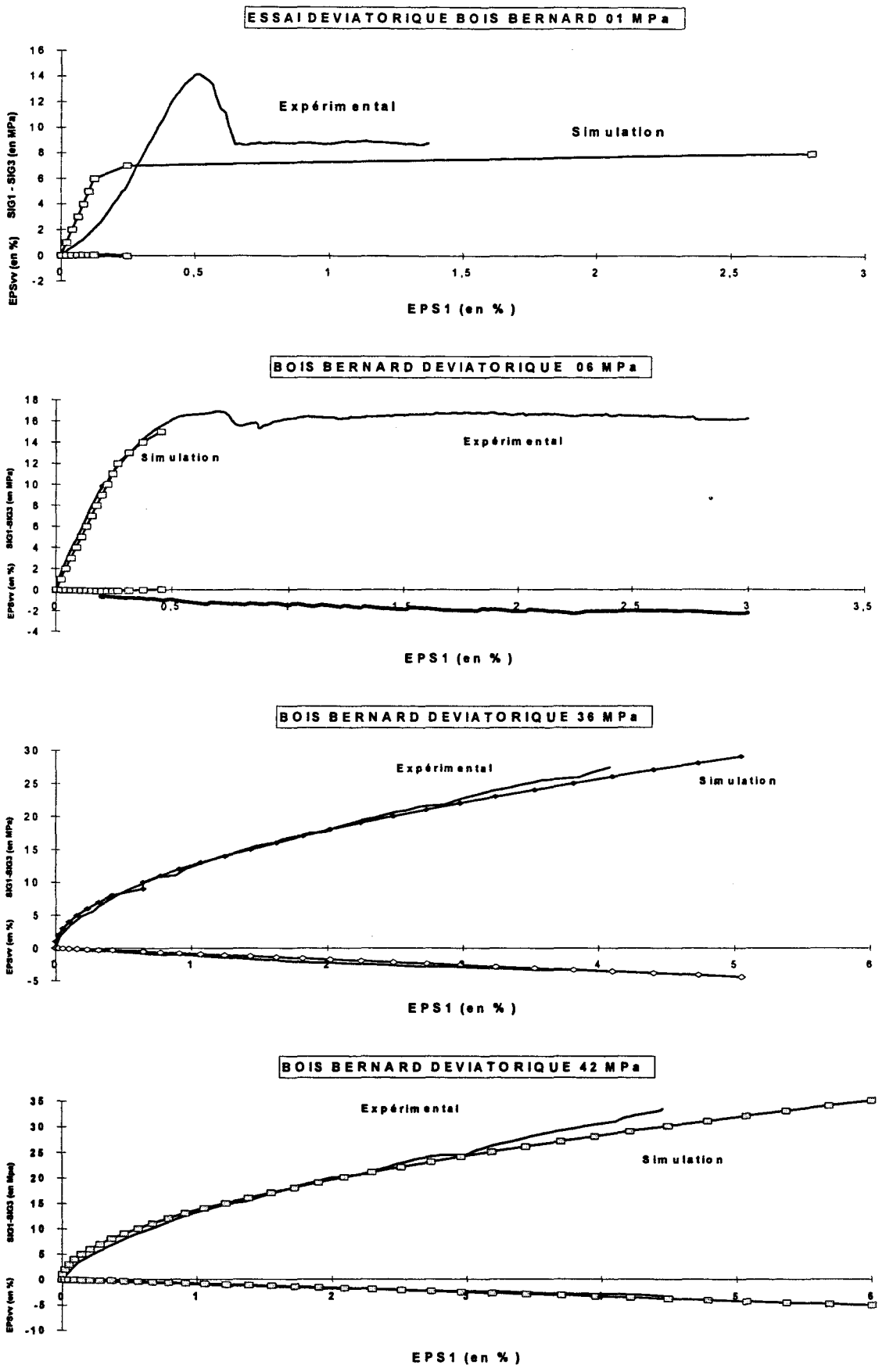


Figure 5-12 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Bois-Bernard

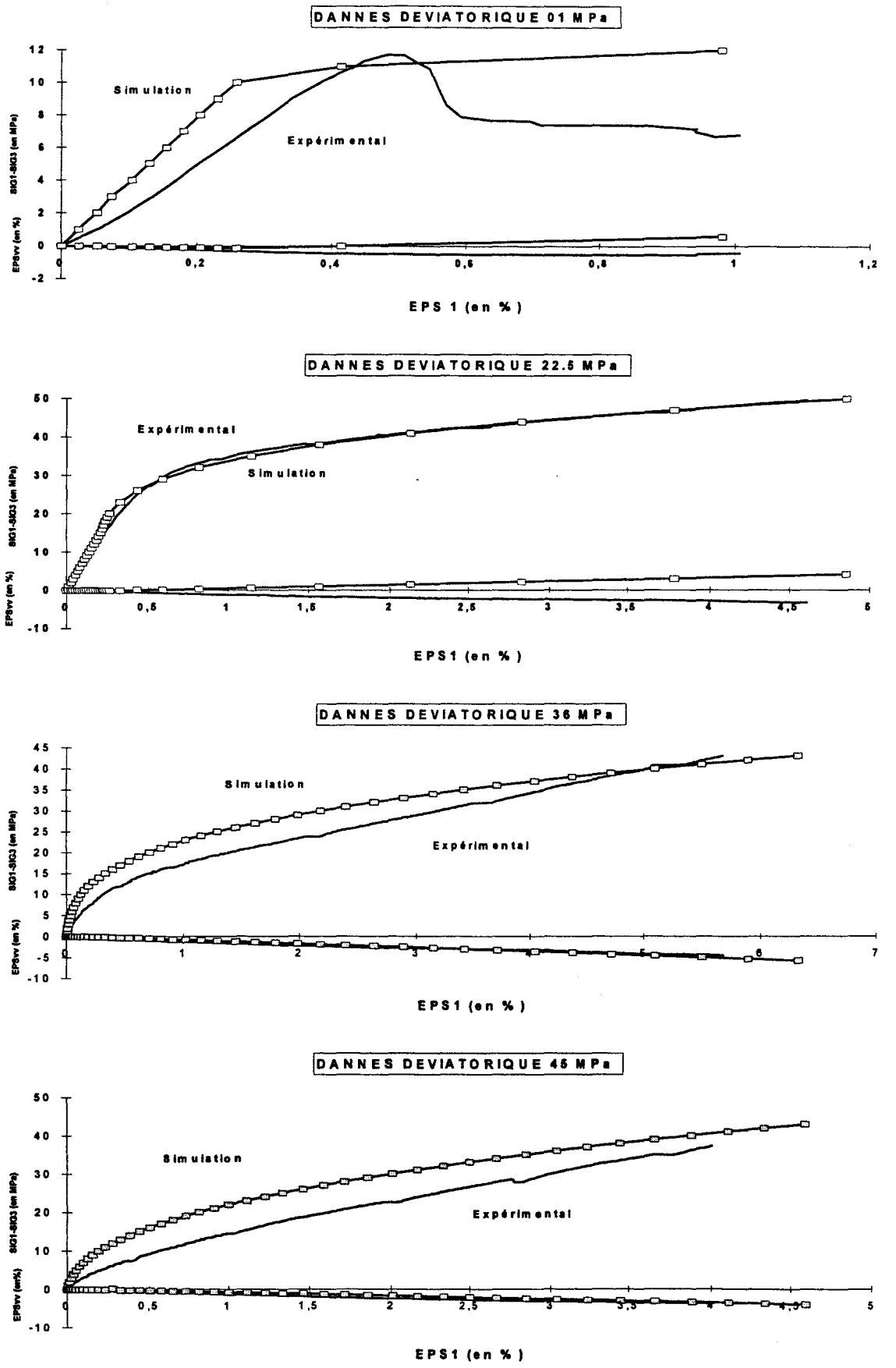


Figure 5-13 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Dannes à partir du modèle de Lade

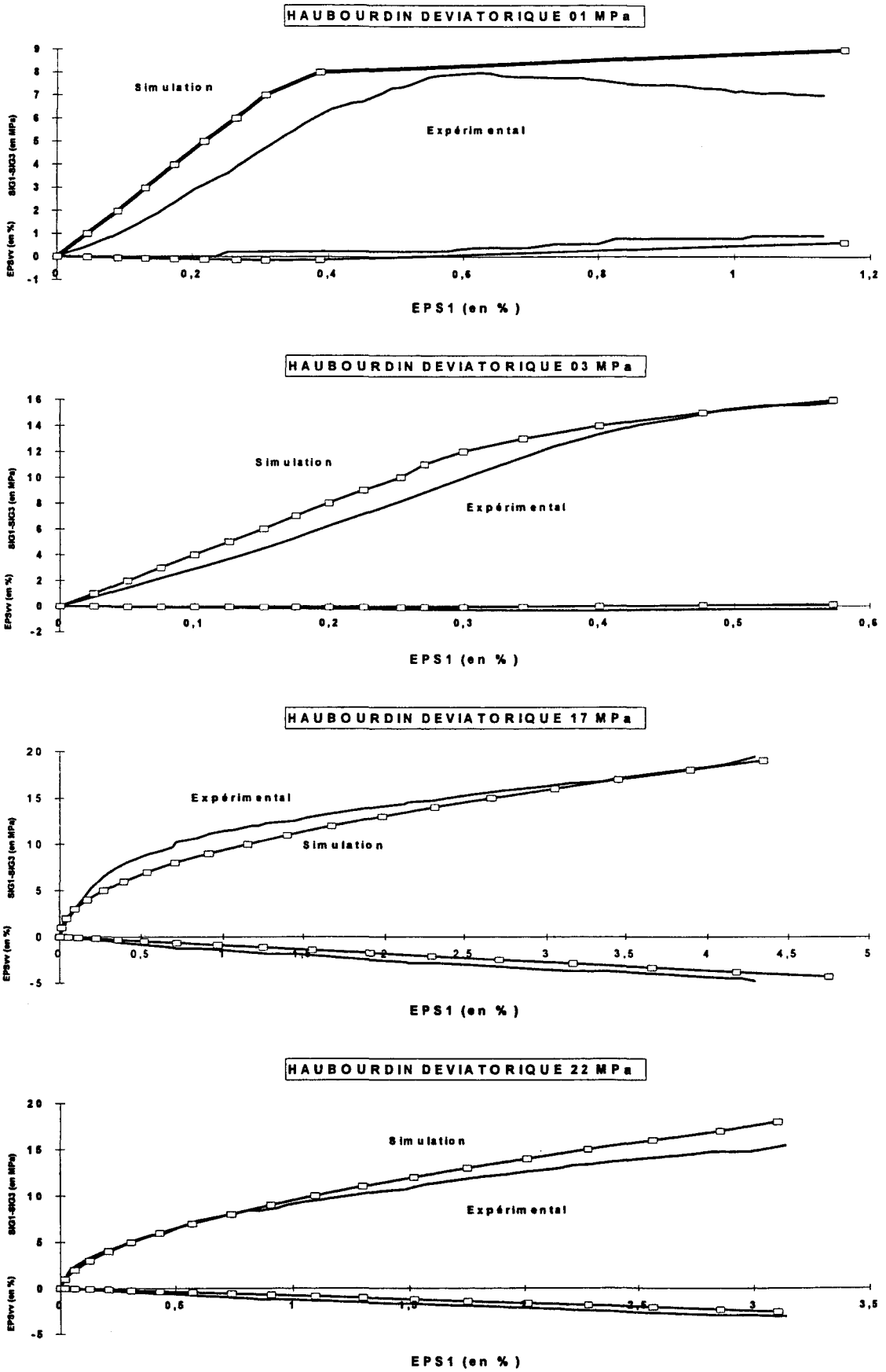


Figure 5-14 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie d'Haubourdin à partir du modèle de Lade

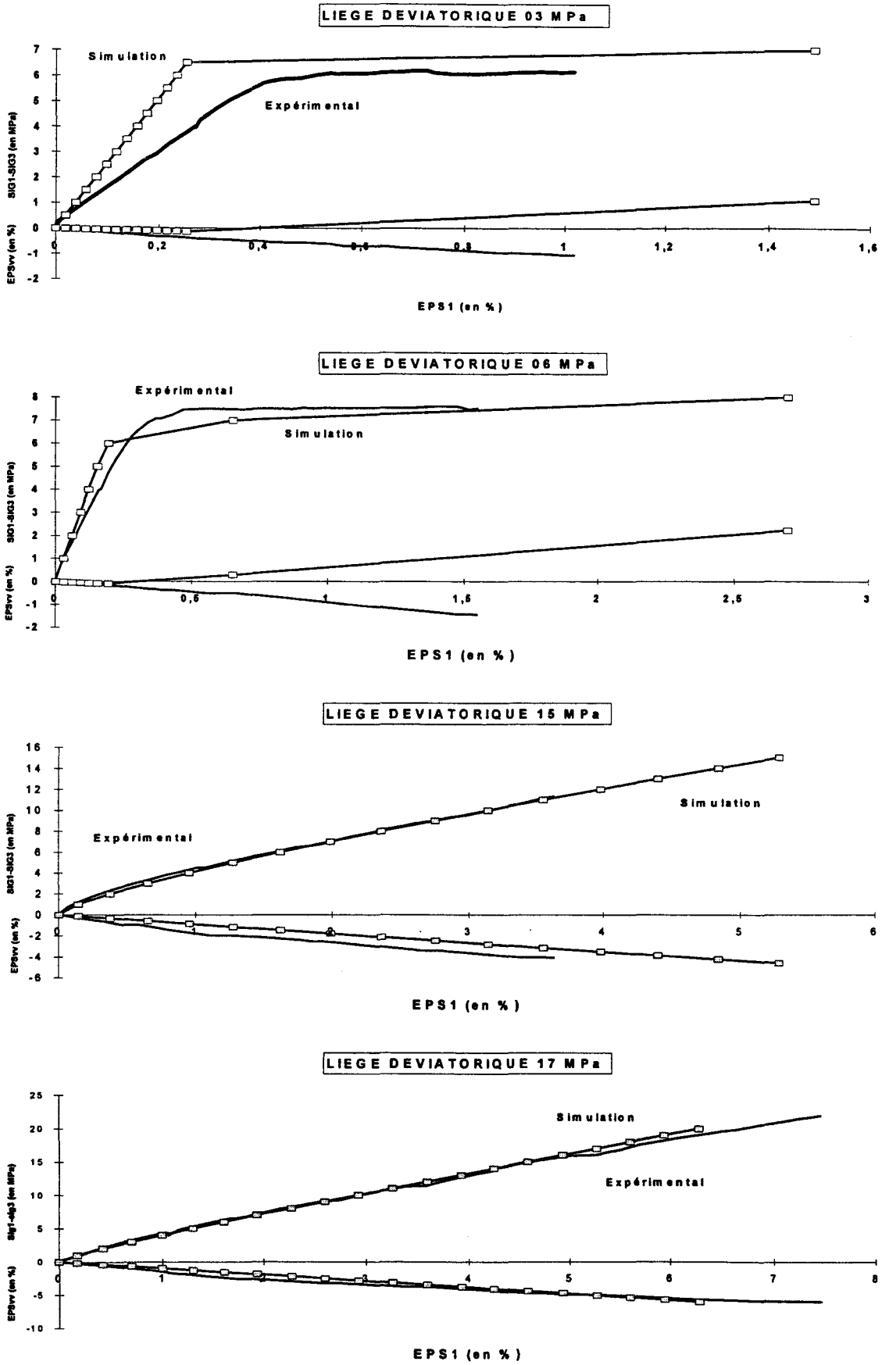


Figure 5-15 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Liège à partir du modèle de Lade

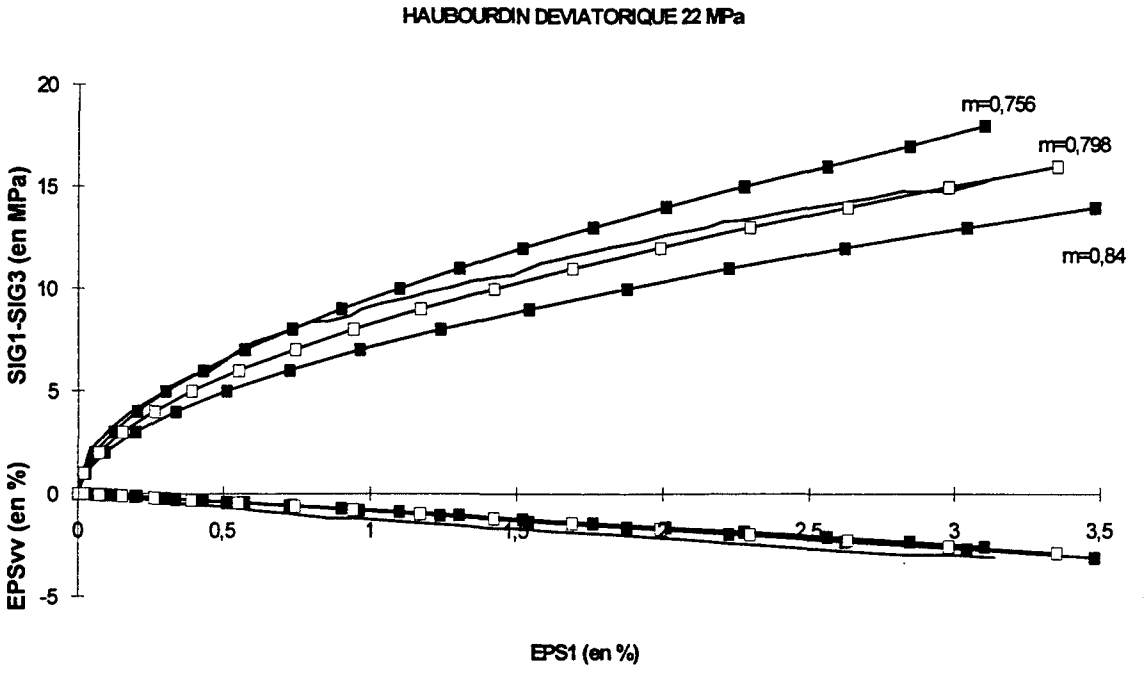


Figure 5-16 - Sensibilité des paramètres dans la zone transitoire du comportement de la craie

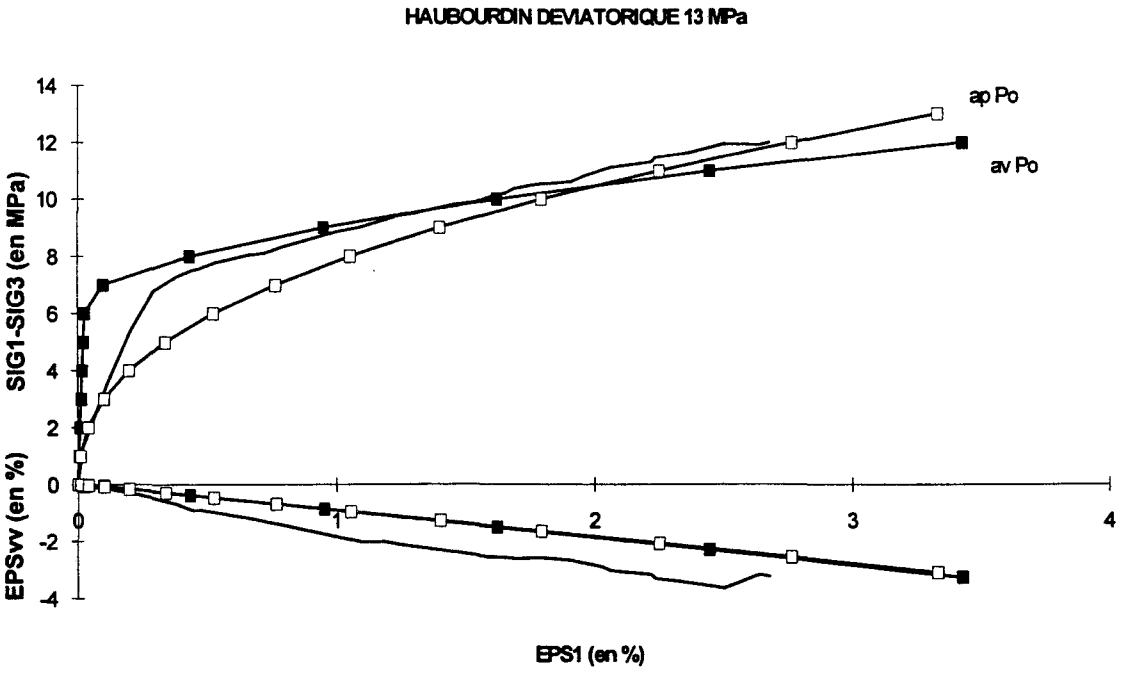


Figure 5-17 - Sensibilité du paramètre m pour des essais déviatoriques à confinement élevé

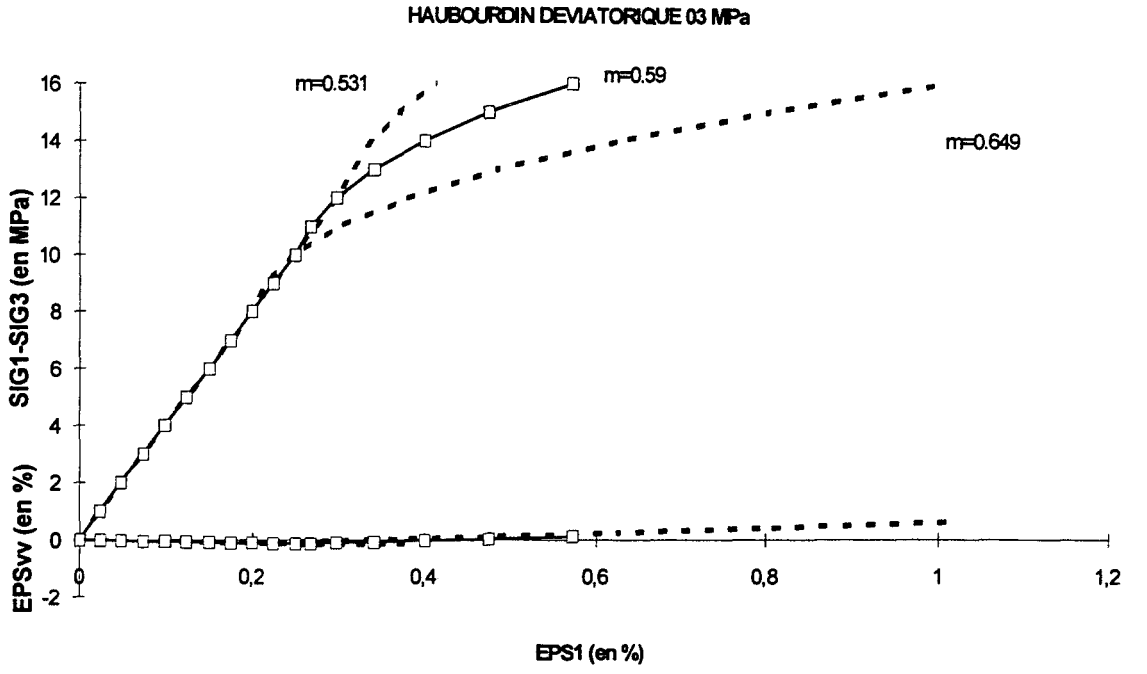


Figure 5-18 - Sensibilité du paramètre m pour des essais déviatoriques à faible confinement

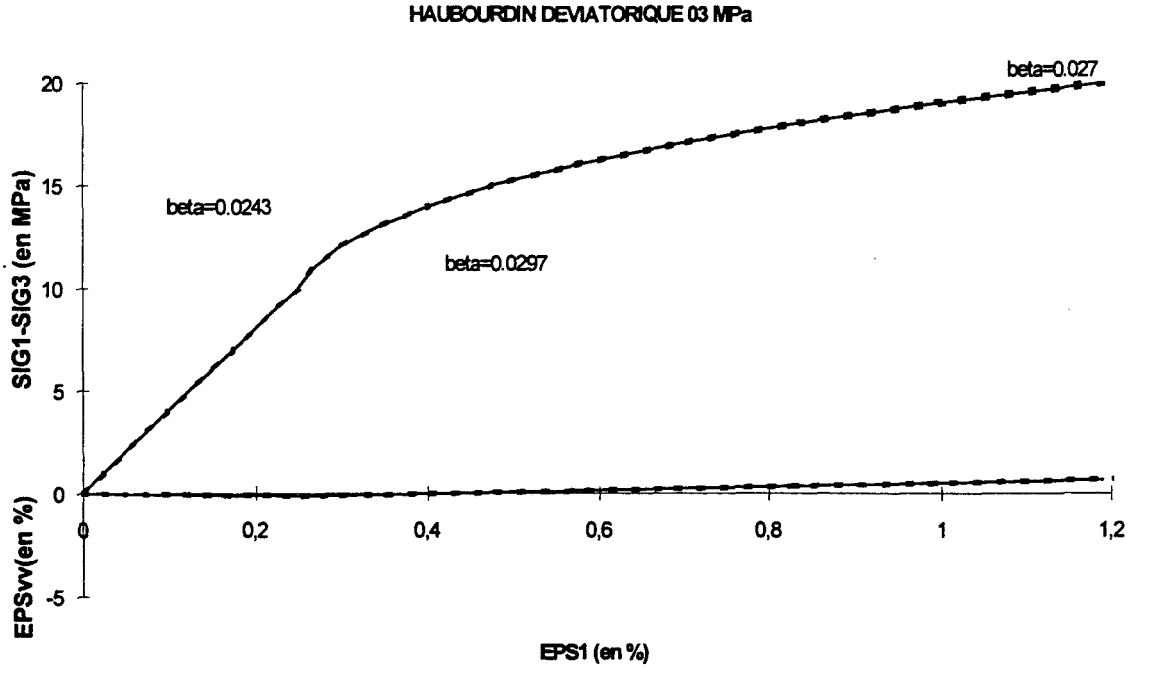


Figure 5-19 - Influence de β pour un essai déviatorique à faible confinement

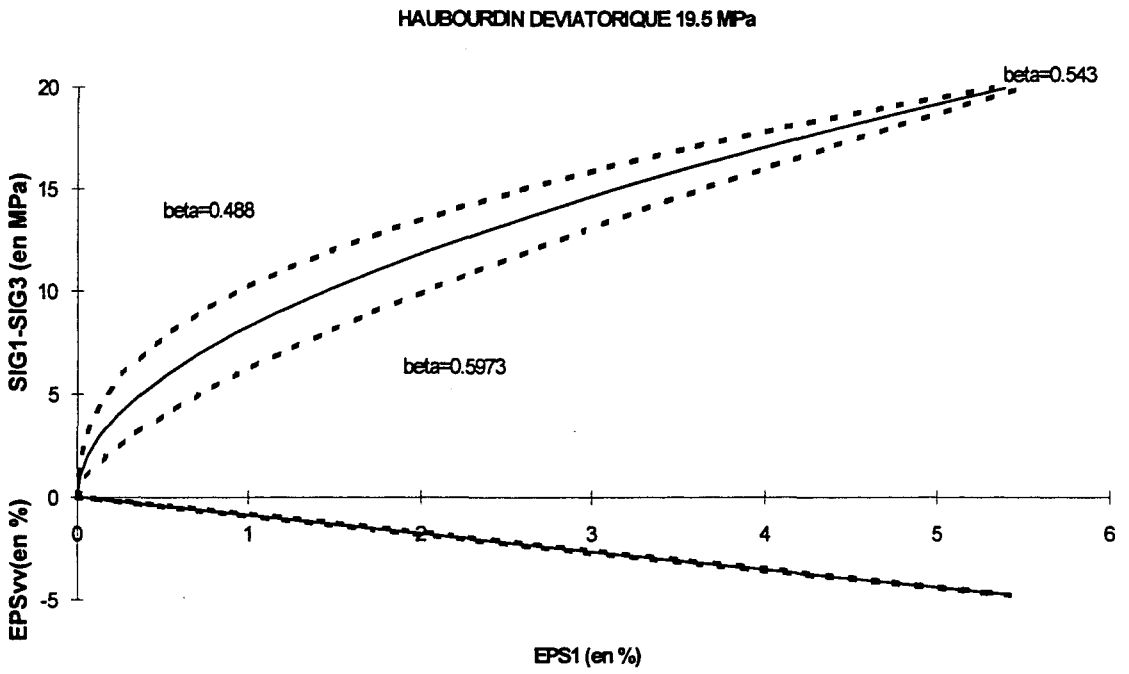


Figure 5-20 - Influence de β pour un essai déviatorique à haut confinement

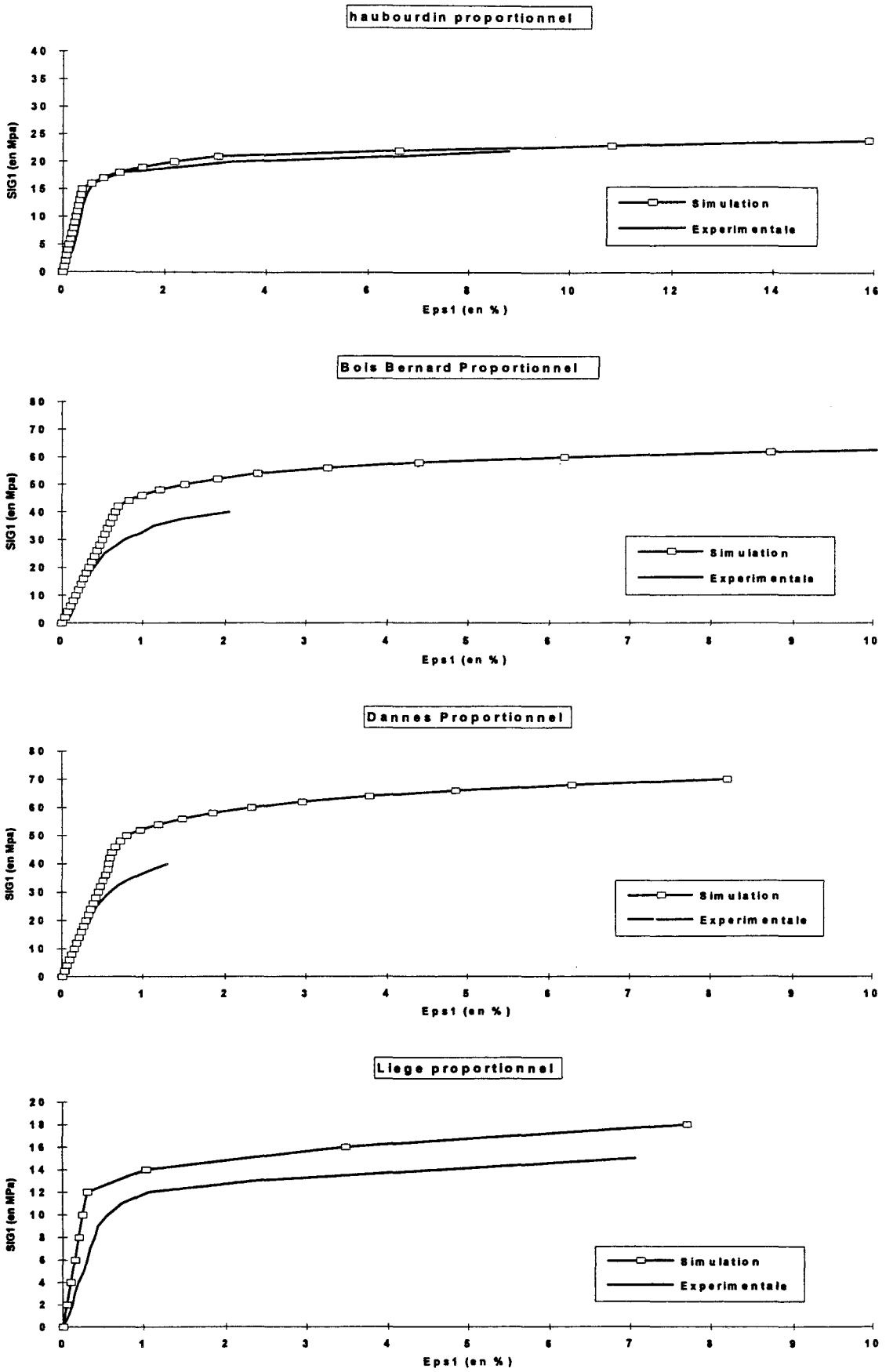


Figure 5-21 - Validation sur essais proportionnels

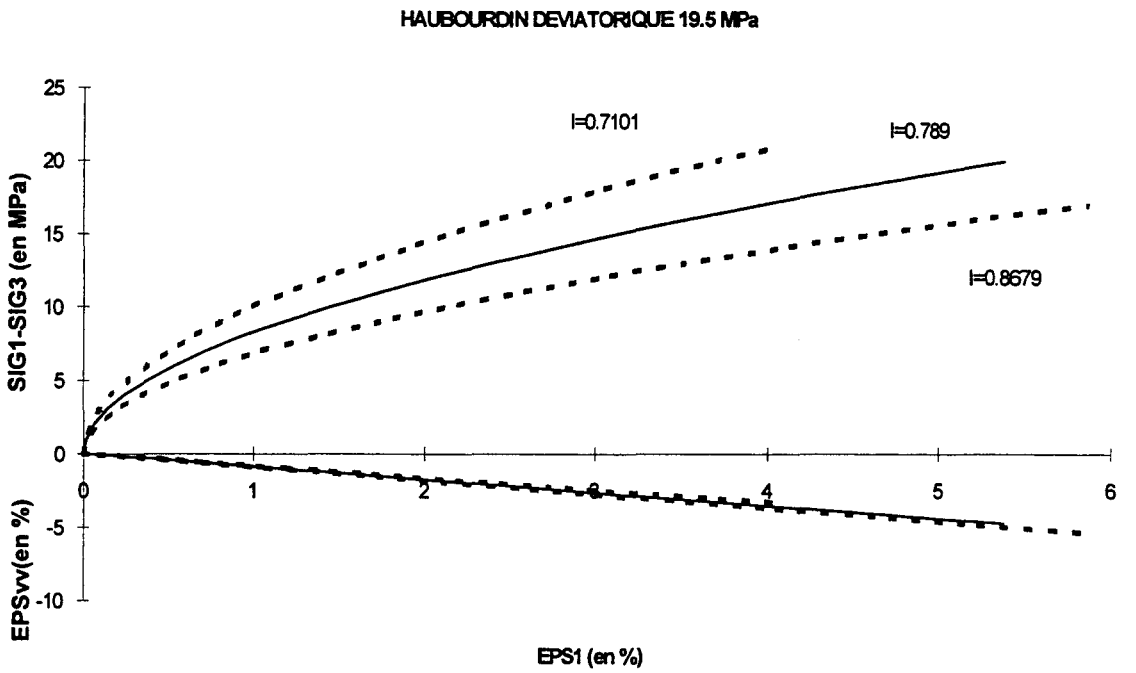


Figure 5-22 - Influence de I sur un essai proportionnel à haut confinement

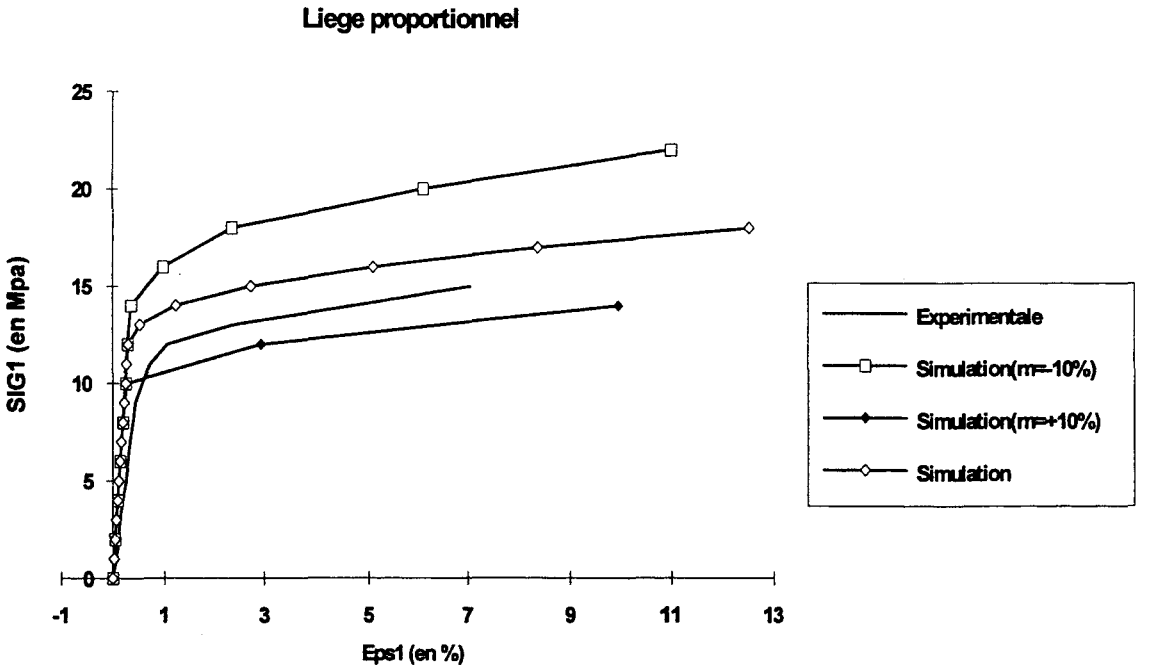


Figure 5-23 - Sensibilité du paramètre I du modèle de Lade sur un essai proportionnel

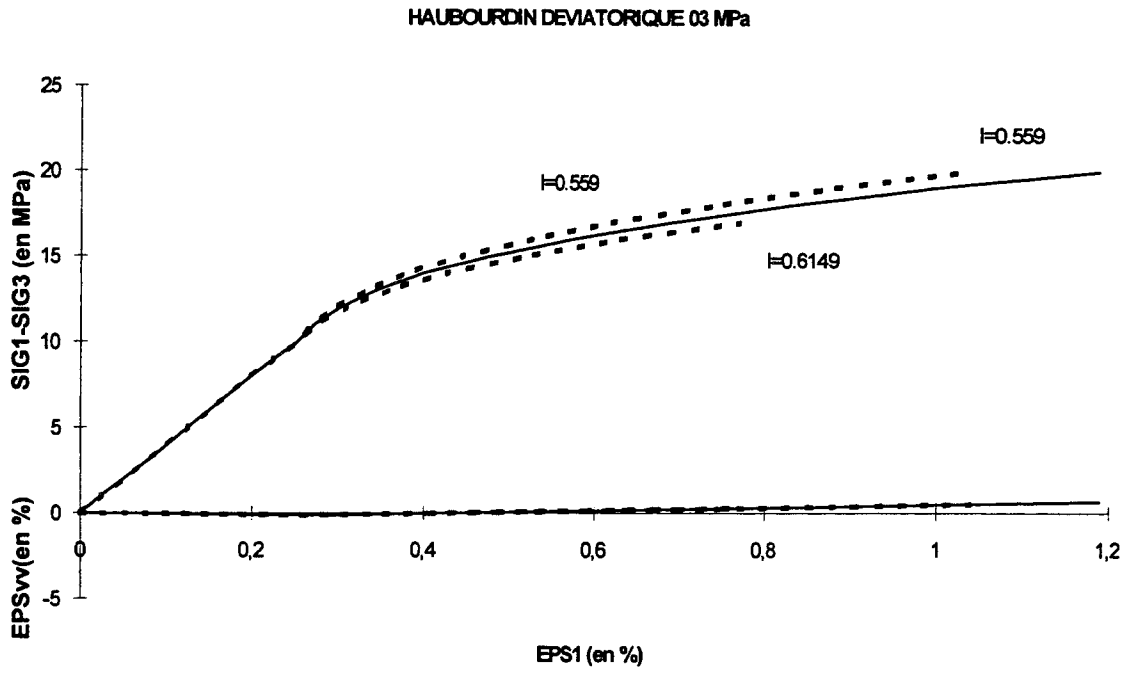


Figure 5-24 - Influence de I sur un essai proportionnel à faible confinement

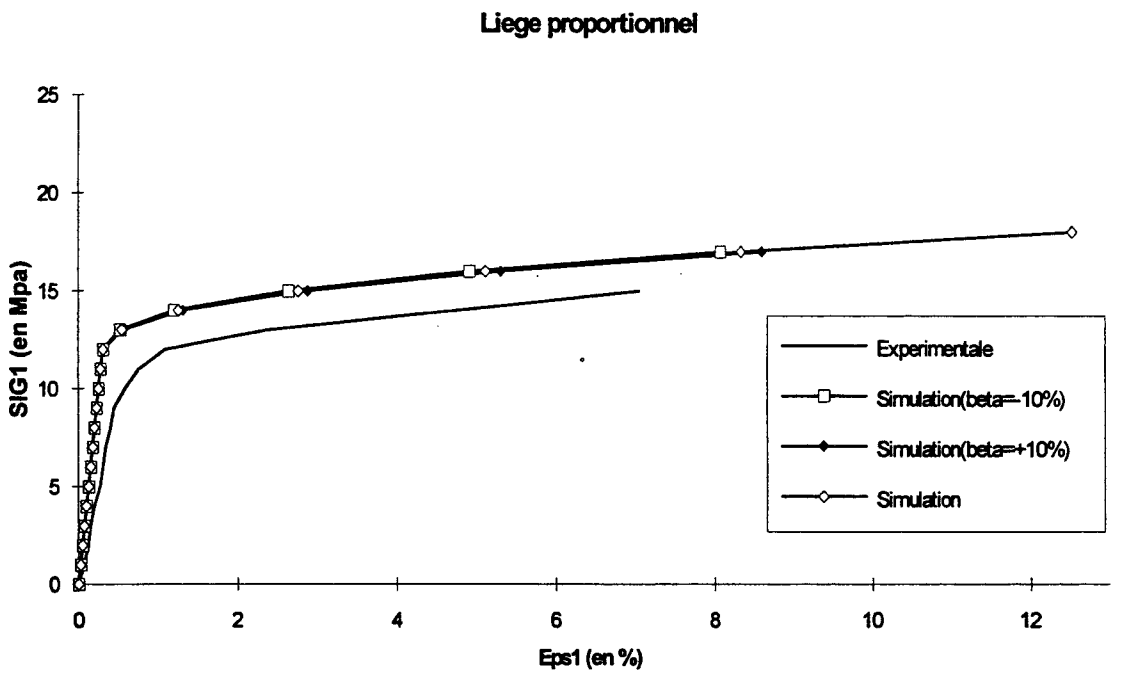


Figure 5-25 - Sensibilité du paramètre β sur un essai proportionnel.

VI - ANALYSE DU COMPORTEMENT DE LA CRAIE

A PARTIR DU MODELE DE DESAI

Dans ce chapitre, nous analysons l'adaptabilité du modèle de Desai au comportement des 4 craies étudiées. Après la phase de détermination des paramètres nous discutons de la difficulté de les caler correctement sur différents chemins de sollicitation et de l'utilité d'un modèle plus élaboré. Nous comparons en terme d'efficacité et de sensibilité ce modèle à celui de Lade précédemment étudié.

VI - 1 - DETERMINATION DES PARAMETRES

Le modèle tridimensionnel de plasticité de Desaï est basé sur une seule surface de charge F exprimée en termes d'invariants du tenseur des contraintes. Il est considéré que l'écrouissage est isotrope et que la surface d'écoulement initiale subit une expansion continuellement jusqu'à atteindre la limite de rupture.

Dans le contexte de plasticité incrémentale, la fonction d'écoulement s'écrit sous la forme :

$$F = J_2 - (\alpha I_1^n + \gamma I_1^2)(1 - \beta S_t)^m = 0$$

où n, α, β et γ sont des fonctions réponses.

$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ 1er invariant du tenseur des contraintes,

J_2 = 2è invariant du tenseur des contraintes déviatoriques,

J_3 = 3è invariant du tenseur des contraintes déviatoriques,

$S_t = J_3^{1/3} / J_2^{1/2}$

Une présentation du modèle retenu est effectuée en annexe 7.

VI - 1 - 1 - Paramètres élastiques

Les paramètres élastiques sont :

- le module d'Young, E
- le coefficient de Poisson, υ
- ou le module de compressibilité, K

Ils sont déterminés de la même manière que précédemment et on retient pour E υ et K les expressions définies dans le paragraphe précédent :

Pour déterminer le paramètre m, il est nécessaire de réaliser un éventail de types d'essais très étendu, en conditions drainée et non drainée, sur cylindres plein et creux et sous différents types de sollicitations, de type isotrope, déviatorique, d'extension...

Desai [21][22][23] observe que le paramètre m peut prendre la valeur moyenne - 1/2 pour une grande majorité de matériaux.

Le paramètre m est donc pris constant à - 1/2.

VI - 1 - 2 - Détermination de γ

Pour les essais déviatoriques, on se place dans les conditions à la rupture, à savoir on retient les valeurs de Pic pour les essais à confinement inférieur à Po. Pour les essais sans pic, la rupture est définie par les taux de déformation définis dans le chapitre précédent relatif au modèle de Lade. Les déformations à la rupture qui permettent de déterminer le paramètre γ sont donc prises, comme pour le modèle de Lade, égales à 4 %, 6 %, 9 %, 3 % respectivement pour les craies de Haubourdin, Bois Bernard, Dannes et Liège.

A la rupture, la fonction d'écoulement s'écrit :

$$J_2 = \gamma I_1^2 (1 - \beta S_t)$$

où $\beta \rightarrow 0$ quand $I_1 \rightarrow \infty$

Sachant que α est nul à la rupture alors, $J_2 = \gamma I_1^2$
On trace la droite J_2 en fonction de I_1

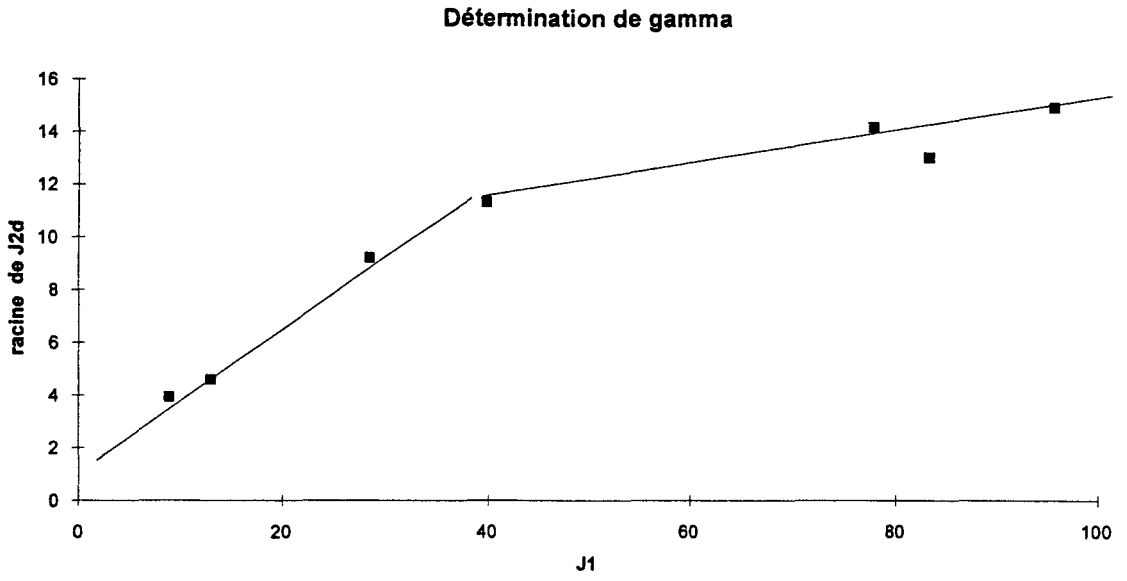


Figure 6-1 - Détermination de γ sur la craie d'Haubourdin

Sur cette figure 6-1 on dissocie 2 zones :

- la 1ère définie par les essais avec pic,
- la 2è définie par les essais avec écrouissage.

Lorsque la pression de confinement est supérieure à Po, cette phase est donc conditionnée par le pourcentage de déformation définissant la rupture. En choisissant judicieusement le point de rupture, il est possible de ne déterminer qu'une seule valeur de γ. Donc, dans un souci de simplification, en particulier afin de limiter le nombre de paramètres du modèle, il sera retenu, pour l'ensemble des essais réalisés, la valeur de γ définie pour les essais avec pic.

VI - 1 - 3- Calcul de β

On se place à nouveau à la rupture, dans ce cas la fonction d'écoulement s'écrit :

$$J_2 - (\gamma I_1^2)(1 - \beta S_t)^m = 0$$

Pour l'ensemble des essais, on calcule β à l'aide de l'expression précédente ce qui permet de représenter la variation de β par rapport à I_1.

Sachant que :

$$\beta = \beta_0 \exp^{(-\beta_1 I_1)}$$
$$\ln \beta = \ln \beta_0 + \beta_1 I_1$$

On en déduit alors β_1 et β_0 à partir de la figure 6-2 suivante. Sur cette figure, on dissocie donc les paramètres avant et après Po.

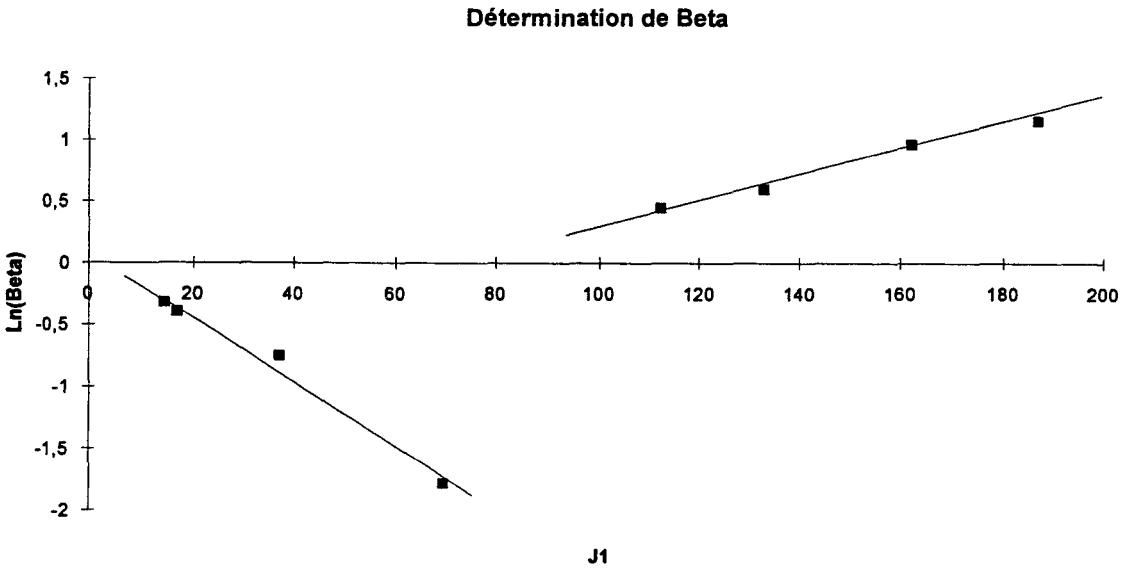


Figure 6-2 - Détermination de β_1 et β_0

VI- 1 - 4 - Changement de phase n

La valeur de n est déterminée à l'état de contrainte expérimental où apparait la dilatance pour les essais déviatoriques. En ce point, le changement de volume est nul. En cet état, la fonction d'écoulement s'écrit :

$$\frac{J_2}{I_1^2} = \left[-\alpha I_1^{(n-2)} + \gamma\right] F_s$$

avec $F_s = (1 - \beta S_t)^m$

ainsi, au point de dilatation nulle :

$$\frac{\partial F}{\partial I_1} = 0$$

ou $$-\left(-\alpha n I_1^{(n-1)} + 2\gamma I_1\right) F_s = 0$$

ou $$I_1 = \left(\frac{2\gamma}{\alpha n}\right)^{1/n-2}$$

n est donc défini par :

$$1 - \frac{2}{n} = \frac{J_2 / I_1^2}{\gamma F_s}$$

Si le comportement est toujours contractant, on considère que le changement de phase est obtenu à la rupture.

VI - 1 - 5 - Calcul des paramètres d'écrouissage

On retient pour la fonction d'écrouissage la formule complète. En effet, on a pu observer précédemment que la phase hydrostatique influe fortement sur le comportement de la craie. On connaît effectivement à partir des essais cycliques hydrostatiques et déviatoriques l'évolution expérimentale des déformations plastiques sphériques et déviatoriques en fonction de l'état de contrainte appliquée.

On détermine d'abord les coefficients b_1 et b_2 qui définissent les composants sphériques. Dans ce cas α s'écrit :

$$\alpha = b_1 \, e^{b_2 \zeta_v}$$

Aux différents points de charge-décharge, on détermine expérimentalement ζ_v. On calcule α à partir de la fonction d'écoulement qui se réduit dans ce cas à :

$$- \alpha I_1^n + \gamma I_1^2 = 0$$

Il suffit alors de représenter les variations de α en fonction de ζ_v sur le graphe de la figure 6-3.

$$\text{Ln } \alpha = \text{ln } b_1 + b_2 \, \zeta_v$$

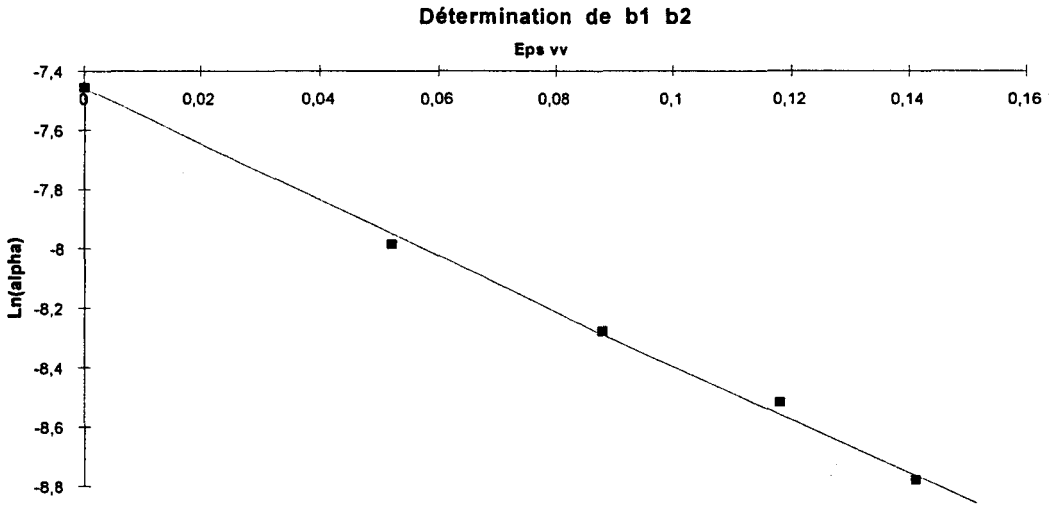


Figure 6-3 - Détermination de b_1 et b_2

Il est nécessaire également pour ces paramètres de dissocier les comportements avant et après Po. En effet, avant Po, ζ_v est nul ; on peut ensuite déterminer les coefficients b_3 et b_4 à partir des essais déviatoriques.

$$\alpha = b_1 \, e^{-b_2 \zeta (1-A)}$$

$$A = \zeta_D / (b_3 + b_4 \, \zeta_D)$$

En un point de décharge α est défini par :

$$J_2 - (-\alpha I_1^n + \gamma I_2^2)(1 - \beta S_t)^m = 0$$

d'où $\quad \alpha = \left(-J_2 (1 - \beta S_t)^m + \gamma I_1^2\right) / I_1^n$

aux points de décharge on connaît ζ_D

où $\alpha = b_1 e^{-b_2 \zeta(1-A)}$ $\zeta = \zeta_v + \zeta_D$

d'où $\ln \alpha = -b_2 \zeta(1-A) + \ln b_1$

on pose :

$$-b_2 \zeta(1-A) = C1$$

soit $$-b_2\left(1 - \frac{\zeta_D}{b_3 + b_4 \zeta_D}\right) = C1$$

donc $$b_4[-b_2 \zeta_D - C1\zeta_D] + b_3[-b_2 - C1] + b_2 \zeta_D = 0$$

soit $$b_4[\zeta_D(b_2 + C1)] + b_3[b_2 + C1] = b_2 \zeta_D$$

Les coefficients b_3 et b_4 sont donc déterminés par une corrélation aux moindres carrés de la droite précédente de la forme $a_1b_4 + a_2b_3 = a_3$ comme le montre la figure 6-4.

a_1 a_2 et a_3 sont des constantes dépendant de la déformation plastique déviatorique de b_1, b_2 et de calculé à partir de la fonction de charge F.

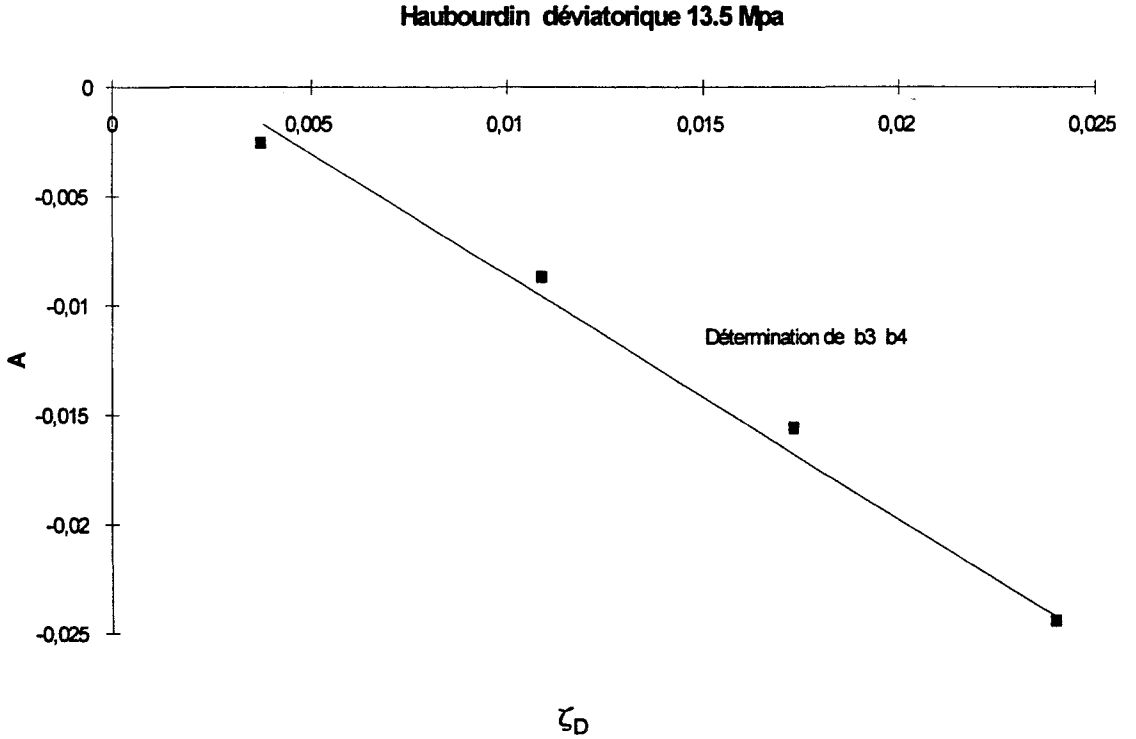


Figure 6-4 - Détermination de b_3 et b_4

Pour les différentes craies, les paramètres du modèle de Desaï sont définis dans les tableaux 6-1 et 6-2 suivants :

	HAUBOURDIN		DANNES		BOIS BERNARD		LIEGE	
γ	0,063		0,02509		0,181		0,1126	
	av. Po	ap. Po	av. Po	ap. Po	av. Po	ap. Po	av. Po	ap. Po
β_1	0,7278	-1,86	0,9359	-0,7150	1,509	-1,60	0,01635	-0,6262
β_2	0,02034	0,00050	0,0185	0,0098	0,3248	-0,024	-0,2860	0,01488
n	3,4		2,73		2,87		3,65	
	av. Pc^t	ap. Pc^t			av. Pc^t	ap. Pc^t	av. Pc^t	ap. Pc^t
b_1	$5,7.10^{-4}$	$7,7.10^{-4}$	$8,6.10^{-4}$		$3,64.10^{-3}$	$7,46.10^{-3}$	$4,4.10^{-4}$	$4,7.10^{-4}$
b_2	9,411	11,42	11,759		5,65	13,24	11,33	13,92

Tableau 6-1 - Valeurs des paramètres du modèle de Desai pour les 4 craies testées

HAUBO./ σ_3	1	3,5	13	17	19,5	22,5
b_3	- 0,0167	$7,22.10^{-5}$	0,0222	0,0055	- 0,0056	0,0256
b_4	1,106	- 0,0352	- 1,07	- 1,72	- 1,55	- 4,69

DANNES / σ_3	1	15	22	45
b_3	0,00013	- 0,0028	- 0,0407	- 0,12
b_4	- 0,0073	0,507	13,88	37,44

BOIS B/σ_3	1	6	15	22,5	30	36	42
b_3	- 0,001	- 0,0016	- 0,00271	- 0,0039	0,0096	- 0,0065	- 0,040
b_4	0,404	0,618	0,92	0,00032	- 3,72	- 6,688	- 9,78

LIEGE / σ_3	6	8	15	17
b_3	$1,31.10^{-10}$	$9,38.10^{-9}$	1,951	- 0,1502
b_4	$1,83.10^{-7}$	$1,5.10^{-6}$	- 26,44	3,131

Tableau 6-2 - Valeurs de b_3 et b_4 déterminées expérimentalement

VI - 2 - SIMULATION DES ESSAIS

Comme dans les chapitres précédents, après la phase de détermination des paramètres du modèle, on réalise une simulation numérique des essais hydrostatiques et déviatoriques afin de vérifier la justesse de détermination de ces paramètres. On analyse ainsi la réponse du modèle tout en cherchant un jeu de paramètres optimum qui puisse retranscrire tout au moins globalement, le comportement du matériau, et en respectant les phases élastiques et certains points tels que seuil d'écoulement et point de rupture. On effectue de même, aussi, une étude de sensibilité de ces paramètres.

Dans le chapitre suivant, on tentera de valider le modèle avec le jeu de paramètres ainsi calibré sur l'essai proportionnel.

VI - 2 - 1 - Simulation des essais hydrostatiques

On se place dans le cadre d'un matériau standard. Dans le cas hydrostatique, la fonction de charge peut alors s'écrire :

$$F = -\left(\alpha I_1^n + \gamma I_1^2\right) = 0$$

avec $\alpha = b_1 e^{b_2 \zeta_v}$

Pour un incrément de contrainte $\Delta\sigma$ il faut déterminer α pour que le point courant soit situé sur la fonction de charge.

Connaissant α et n, b_1 et b_2 étant des constantes, il est possible de déterminer ζ_v

Les déformations volumiques sont telles que :

$$\zeta_v = \int \left(d\varepsilon_{ij}^c \, d\varepsilon_{ij}^c\right)^{1/2}$$

avec $\lambda = \dfrac{F_\sigma^T D \, d\varepsilon}{F_\sigma^T D F_\sigma^T + A}$

Par un développement au 1er ordre $\Delta\lambda$ peut encore s'écrire :

$$\Delta\lambda = \frac{F_\sigma}{F_\sigma^T D F_\sigma^T + A}$$

où $A = \dfrac{\partial F}{\partial \alpha} \dfrac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon^P} F_\sigma^T$

Par itérations successives, il est possible alors de simuler les courbes expérimentales, en utilisant le même algorithme que celui défini au paragraphe V - 2 - 1.

Sur la figure suivante 6-5, sont représentées les simulations numériques des essais hydrostatiques pour les 4 craies.

On observe que la 3è phase dans le comportement hydrostatique n'est pas retrouvée numériquement si on prend en compte les paramètres n, γ, b_1, b_2 déterminés précédemment. Ces derniers sont définis uniquement dans les première et deusième phases des courbes hydrostatiques .Il est à noter que pour déterminer b_1,et b_2 , il est nécessaire de connaître la valeur du paramètre n de manière suffisamment précise. Cette dernière valeur est déduite des essais déviatoriques. Pour les essais déviatoriques à faible pression de confinement, en particulier lorsque le comportement est effectivement contractant

dilatant, cette valeur de n est a priori déduite assez précisément. Il semble que, pour les essais déviatoriques à haute pression de confinement, la précision sur ce paramètre n soit moins bonne.
Une variation de 5 % sur n influe fortement sur la valeur de Po calculée et par conséquent sur le seuil d'écrouissage, comme le montre la figure 6-6. Quand n augmente ce seuil est relevé. Les paramètres γ , b_1, et b_2 sont peu sensibles comme le montrent les figures 6-7 à 6-9.

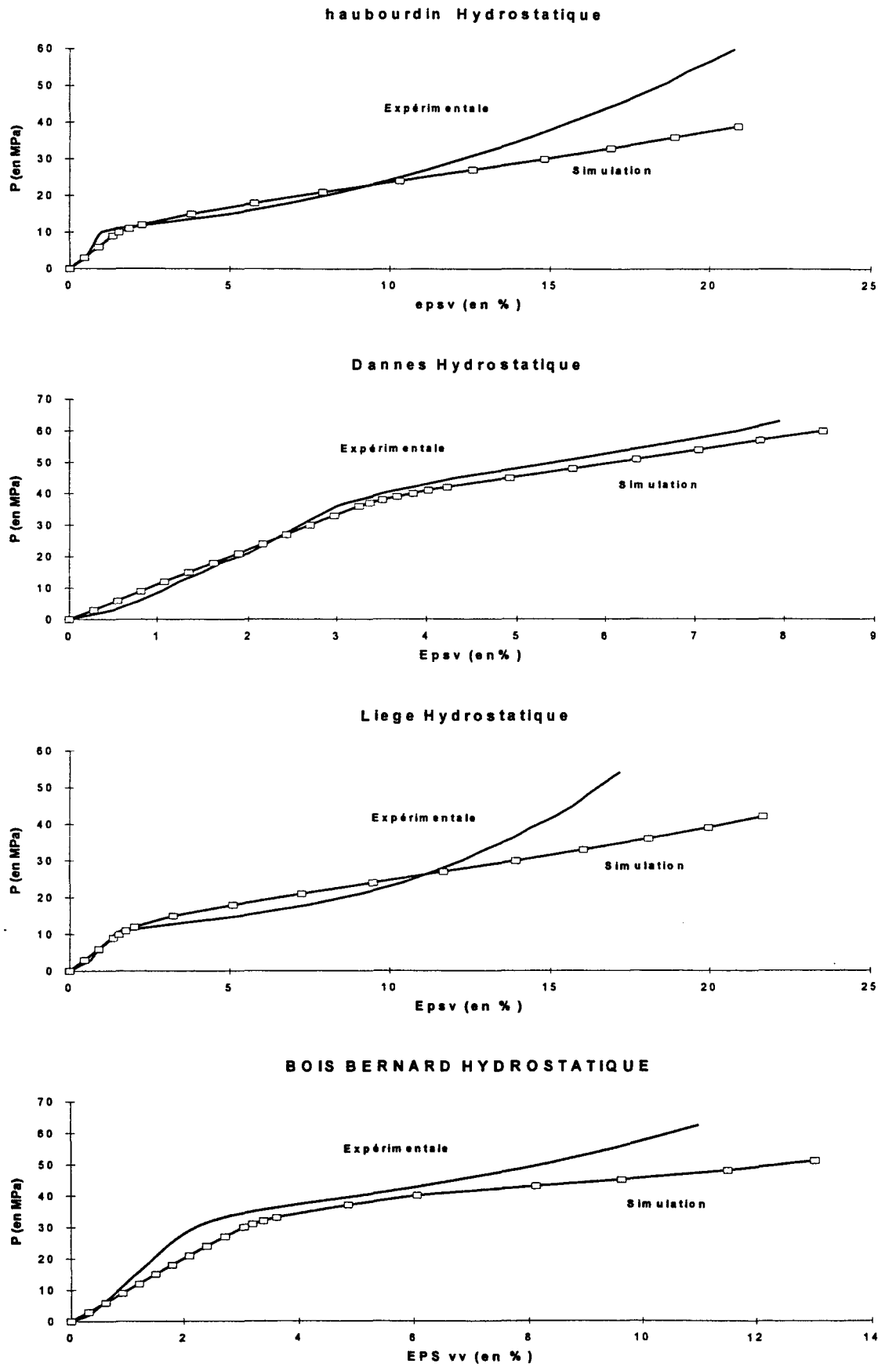


Figure 6-5 - Simulation des essais hydrostatiques par le modèle de Desaï

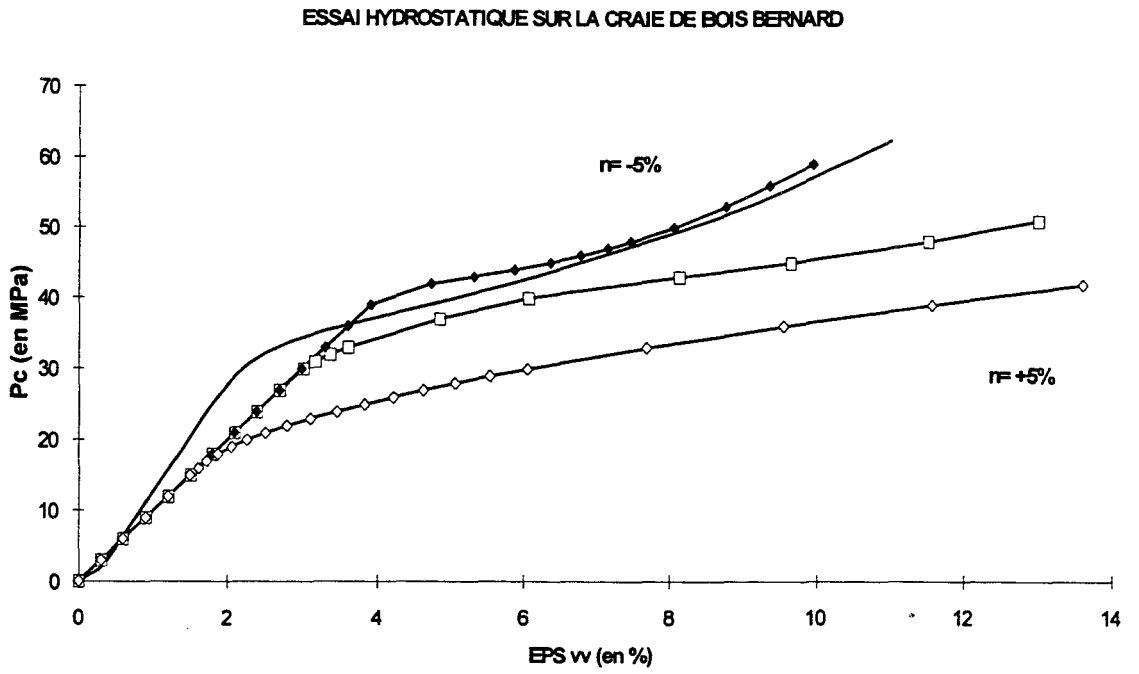


Figure 6-6 - Sensibilité du paramètre n

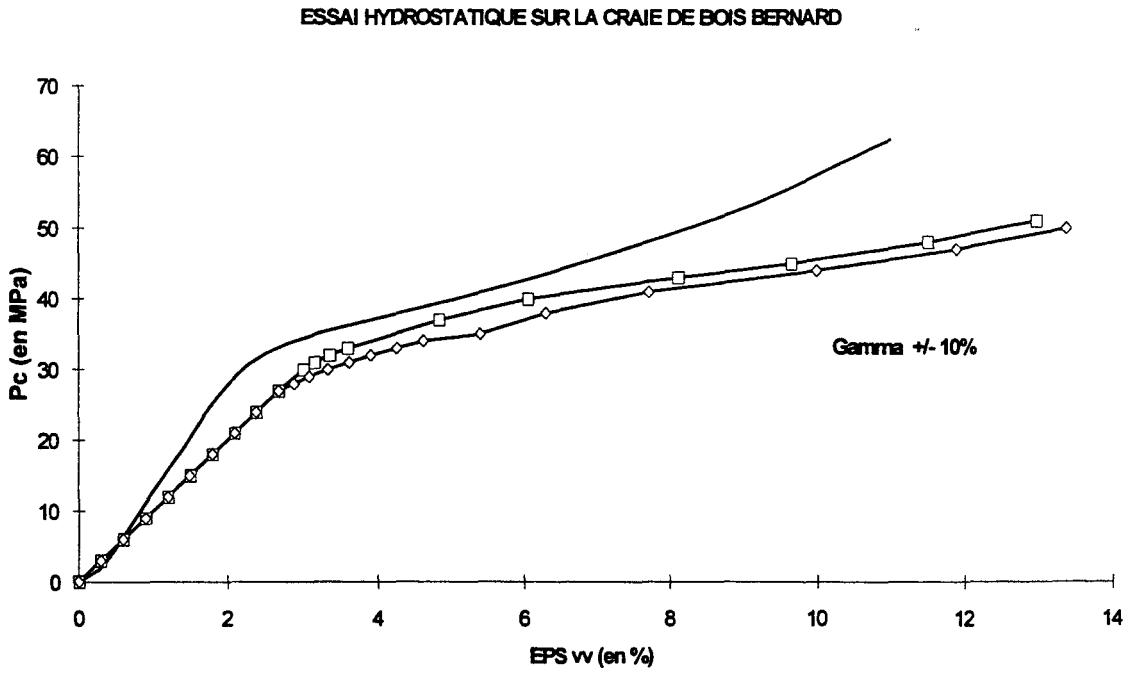


Figure 6-7 - Sensibilité du paramètre γ

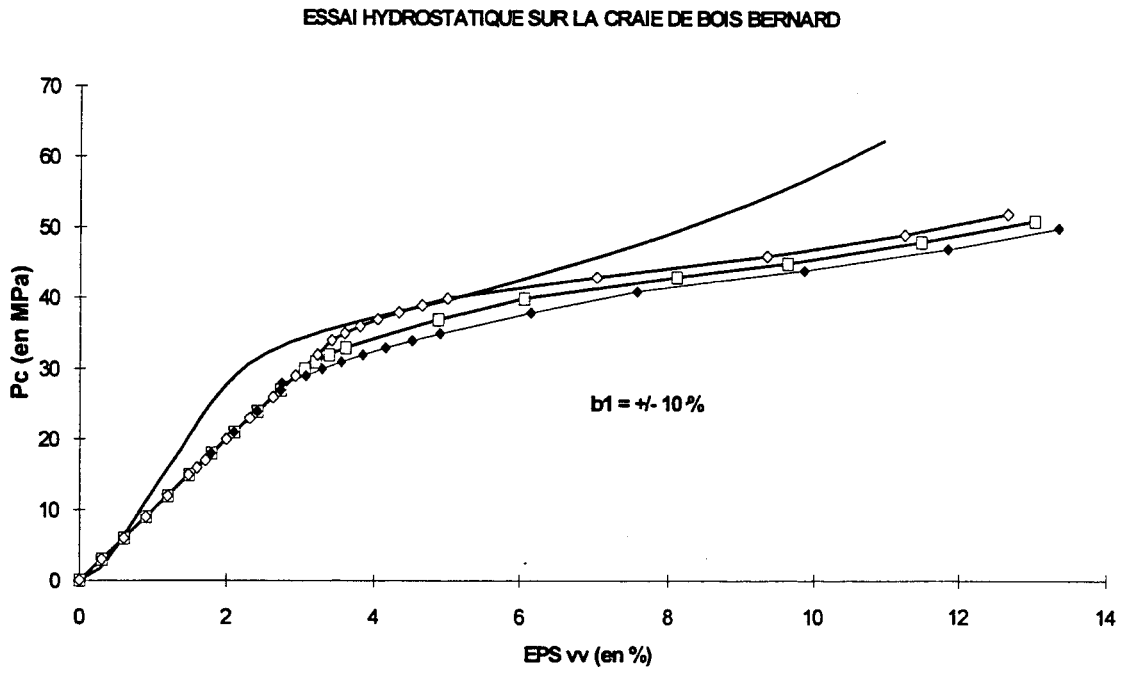


Figure 6-8 - Sensibilité du paramètre b_1

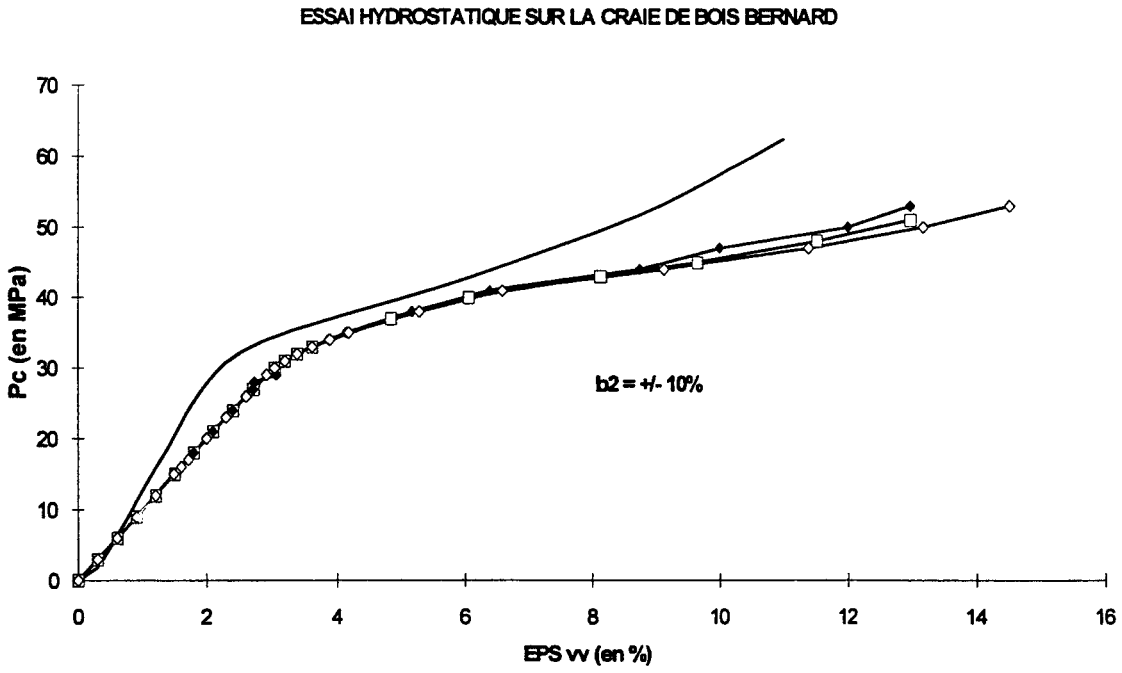


Figure 6-9 - Sensibilité du paramètre b_2

VI - 2 - 2 - Simulation des essais déviatoriques

On utilise la fonction F complète :

$$F = J_2 - \left(-\alpha I_1^n + \gamma I_1^2\right)\left(1-\beta S_t\right)^m = 0$$

toujours pour un incrément de contrainte on détermine α calculé par :

$$\alpha = \left[\gamma I_1^2 - J_2\left(1-\beta S_t\right)^{-m}\right] / I_1^n$$

où :

$$\alpha = b_1 e^{-b_2 \zeta (1-A)}$$

avec :

$$\zeta = \zeta_v + \zeta_D$$

$$A = \frac{\zeta_D \cdot}{b_3 + b_4 \zeta_D}$$

Connaissant α il faut déterminer ζ_D par la relation :

$$\text{Ln}\,\frac{\alpha}{b_1} = -b_2\left(\zeta_v + \zeta_D\right)\left(1 - \frac{\zeta_D}{b_3 + b_4 \zeta_d}\right)$$

ou encore :

$$b_3\left(\text{Ln}\alpha - \text{Ln}b_1\right) + b_2 b_3 \zeta_v + \zeta_d\left[b_4\left(\text{Ln}\alpha - \text{Ln}b_1\right) + b_2 b_4 \zeta_v - b_2 \zeta_v + b_2 b_3\right] + \zeta_d^2\left[-b_2 + b_2 b_4\right] = 0$$

Connaissant ζ_d on en déduit $\Delta\lambda$ sachant que :

$$\zeta_d = \int \left(d\varepsilon_{ij}^d \, d\varepsilon_{ij}^d\right)^{1/2} = \int \left(\Delta\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} . \Delta\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{1/2}$$

$$\zeta_d = \Delta\lambda^2 \frac{\partial F}{\partial \sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

Connaissant $\Delta\lambda$ on en déduit les incréments de déformation plastique déviatoire par :

$$d\varepsilon_{ij}^d = \Delta\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

et ce, en utilisant l'algorithme défini dans le chapitre précédent, et en l'adaptant à un seul champ.

On remarque que pour caler les valeurs numériques sur l'expérimentation, il est nécessaire de changer de manière relativement importante les valeurs des paramètres b_3, b_4 et n déterminés précédemment, n uniquement pour certains essais avant Po. Dans le tableau 6-3 suivant, on trouvera les valeurs de b_3 et b_4 de calibration.

Les simulations des essais déviatoires sont représentées sur les figures 6-10 à 6-13 pour les différentes craies.

HAUBOURDIN $/\sigma_3$	22,5	19,5	13	6	3,5
b_3	0,005	0,0025	2.10^{-5}	0	0
b_4	20	4	500	2,8	280

DANNES/σ_3	45	30	22,5	15
b_3	-0,1	-4.10^{-4}	-4.10^{-4}	-4.10^{-4}
b_4	37	50	75	100

BOIS BERN.	42	36	30	22,5	15	6
b_3	-0,05	0,0005	0	0	0	0
b_4	125	150	0,0028	0,0028	0,0028	0,25

LIEGE	17	15	3	6	3,5
b_3	0,003	0,001	0,0005	0,0005	0,0005
b_4	15	15	15	15	15

Tableau 6-3 - Valeurs de b_3 et b_4 retenues dans les simulations numériques

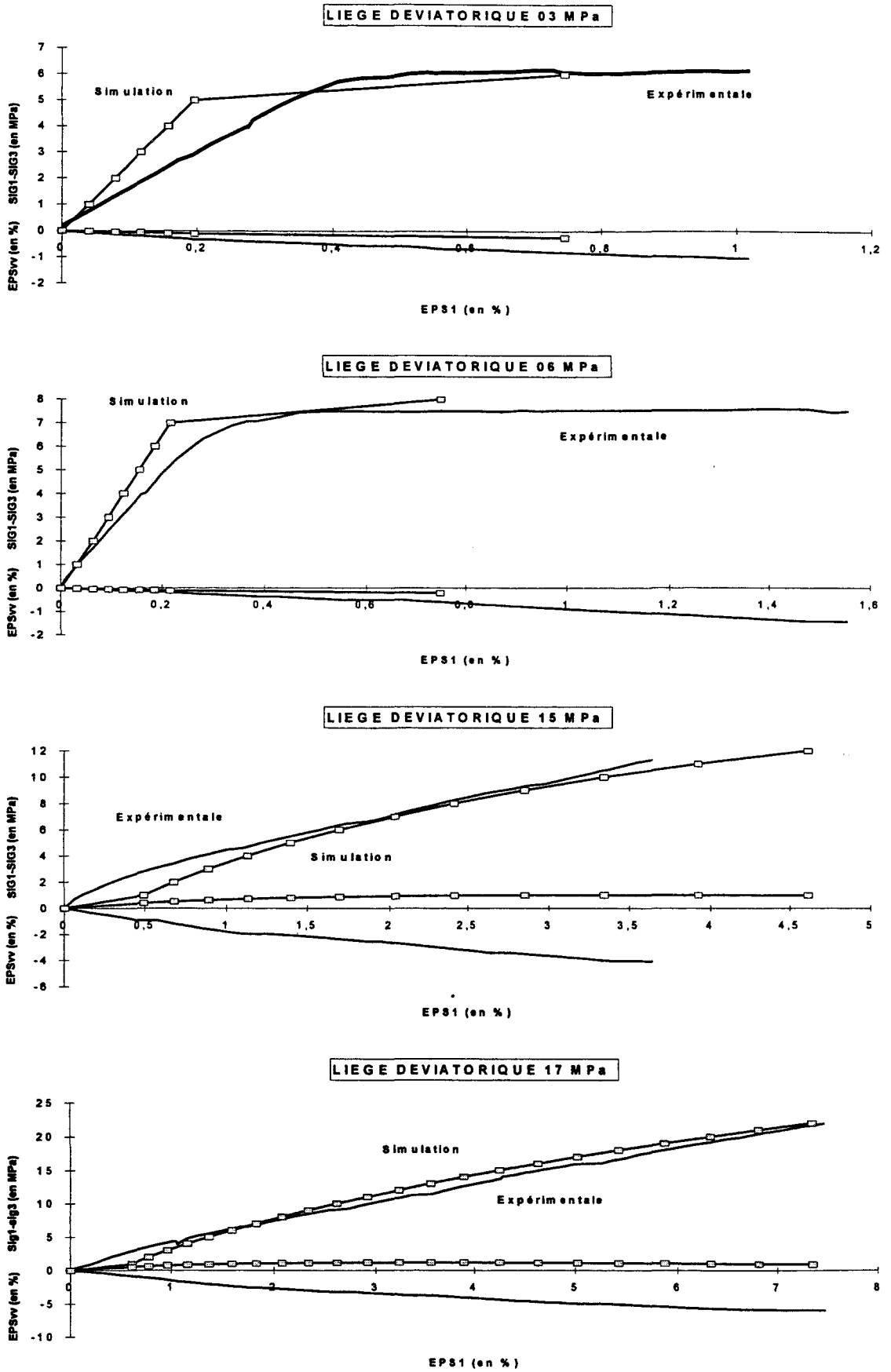


Figure 6-10 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Liège à partir du modèle de Desaï

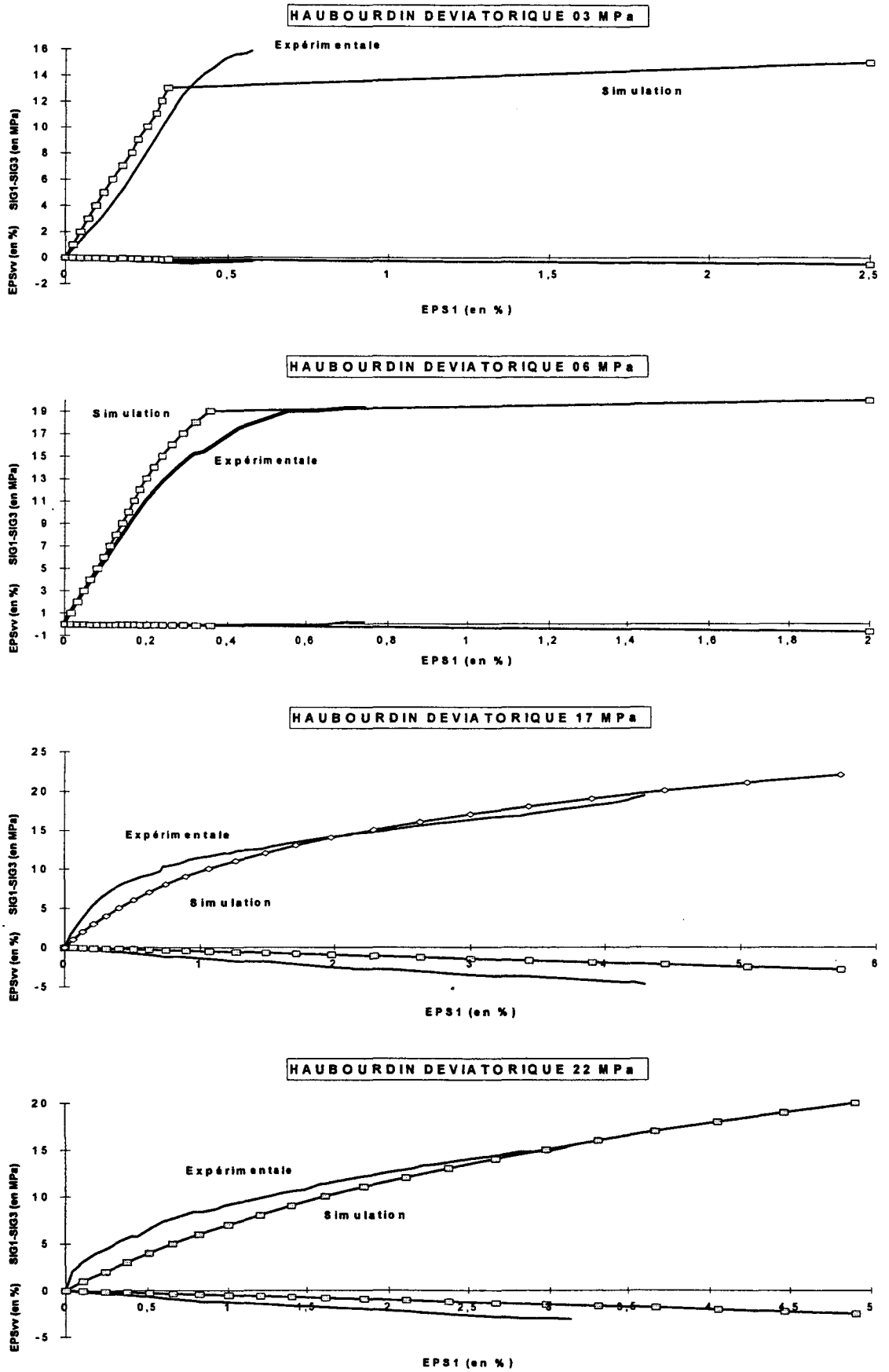


Figure 6-11 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Haubourdin à partir du modèle de Desaï

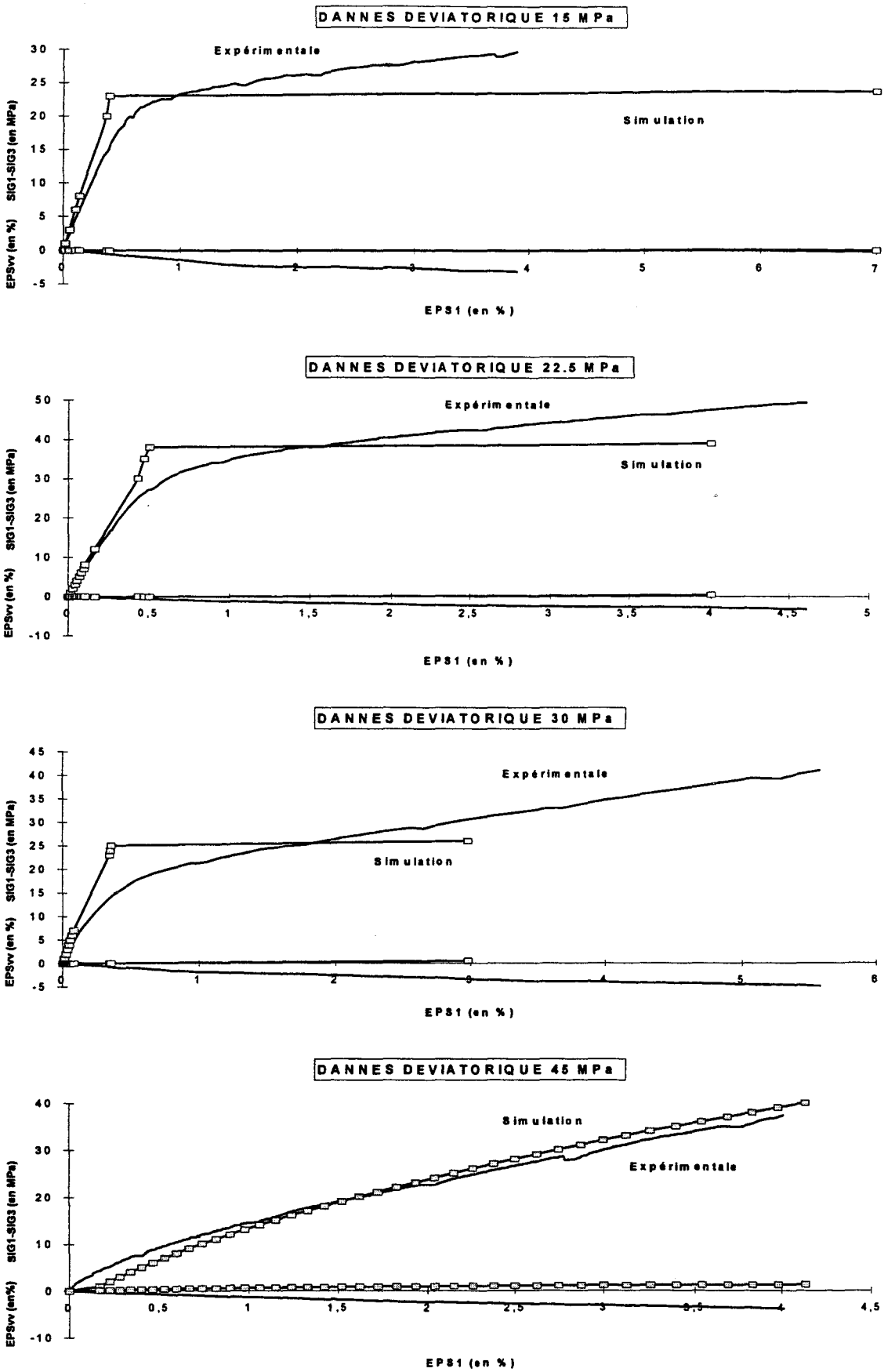


Figure 6-12 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Dannes à partir du modèle de Desaï

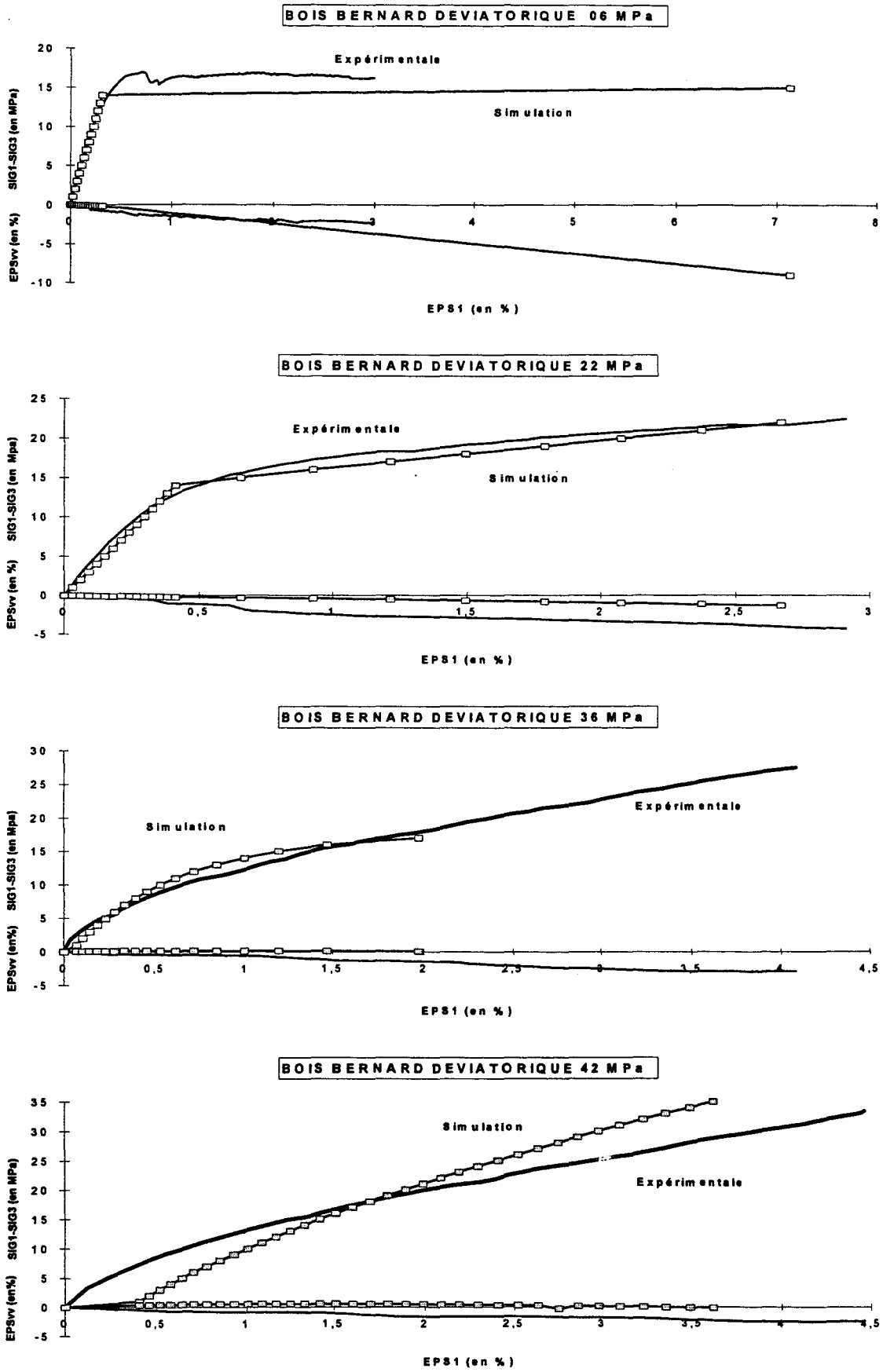


Figure 6-13 - Simulation des essais déviatoriques sur la craie de Bois-Bernard à partir du modèle de Desaï

On observe que pour les simulations des essais avant Po, les résultats numériques transcrivent un comportement (simulé) élasto-plastique parfait dans bon nombre de cas et ce pour toutes les craies.

Le comportement en volume est relativement mal retranscrit comparativement à celui observé avec le modèle de Lade.

On observe que le paramètre n (qui définit le changement de phase) influe sur la position du seuil de l'écoulement plastique. Plus n est élevé, plus le seuil plastique augmente (n a été calibré dans la phase hydrostatique).

Les valeurs de b_3 et b_4 sont en relation entre elles bien qu'ayant des significations différentes. Il n'y a pas apparemment d'unicité dans la détermination des paramètres en particulier b_3 et b_4.

Si on utilise la formule simplifiée de calcul de α, à savoir :

$$\alpha = b_1 e^{-b_2 \zeta}$$

c'est-à-dire en négligeant l'influence de la partie hydrostatique sur le comportement, les résultats ne sont pas probants.

Lors du calage des paramètres la valeur de b_3 tend vers zéro ce qui a pour conséquence que α s'écrit :

$$\alpha = b_1 e^{-b_2 \zeta \left(1 - \frac{1}{b_n}\right)}$$

et tend vers l'expression simplifiée, si la partie hydrostatique n'a pas d'influence.

On observe que le paramètre b_3 influe sur le début de la courbure de la courbe expérimentale et donc sur le début de l'écrouissage.

Le paramètre b_4 influe plutôt sur la suite de l'écrouissage,

si b_4 augmente ζ_d diminue,
si b_3 augmente ζ_d augmente,

donc b_3 et b_4 définissent la tangente à la courbe en point.

Les paramètres β_1 et β_2 n'influent pratiquement pas sur le comportement à confinement élevé et légèrement à bas confinement car βJ_1 tend vers zéro quand σ_3 tend vers l'infini.

D'une manière générale, plus la pression de confinement σ_3 est élevée, plus les problèmes de calage sont importants. Quand σ_3 est petit à très petit, le 1er invariant J_1 est petit et par voie de conséquence, il faut que $(1-\beta S_t)$ tend vers zéro. On a pu observer également dans de telles configurations que la valeur de l'incrément de contrainte est "sensible" sur les résultats.

Dans toutes les simulations numériques c'est certainement la craie de Dannes, qui possède la porosité la plus faible, qui est la plus difficile à recaler. On s'éloigne dans ce cas des hypothèses initiales du modèle (matériau pulvérulent).

Les figures 6-14 à 6-16 montrent la sensibilité des paramètres β_1, β_2 et b_4

Si on prend un potentiel plastique Q différent de la fonction charge comme proposé par Desaï [ ] tel que :

$$Q = F + h\,(I_1, \zeta, \zeta_v)$$

où h est une fonction correction telle que :

$$h = \alpha_0 I_1^n (1 - \beta S_t)^m$$

et la fonction d'écrouissage $\overline{\alpha}$ modifiée comme suit :

$$\tilde{\alpha} = \alpha + K_1(\alpha_0 - \alpha)(1 - r_v)$$

la détermination des paramètres est non seulement plus compliquée mais les résultats numériques ne sont pas améliorés.

On note que les déformations permanentes simulées lors des essais hydrostatiques sont relativement correctes, alors que dans les simulations des essais déviatoriques, elles s'éloignent de l'expérimentation. Une des raisons à cela peut être que la loi d'écoulement est associative.

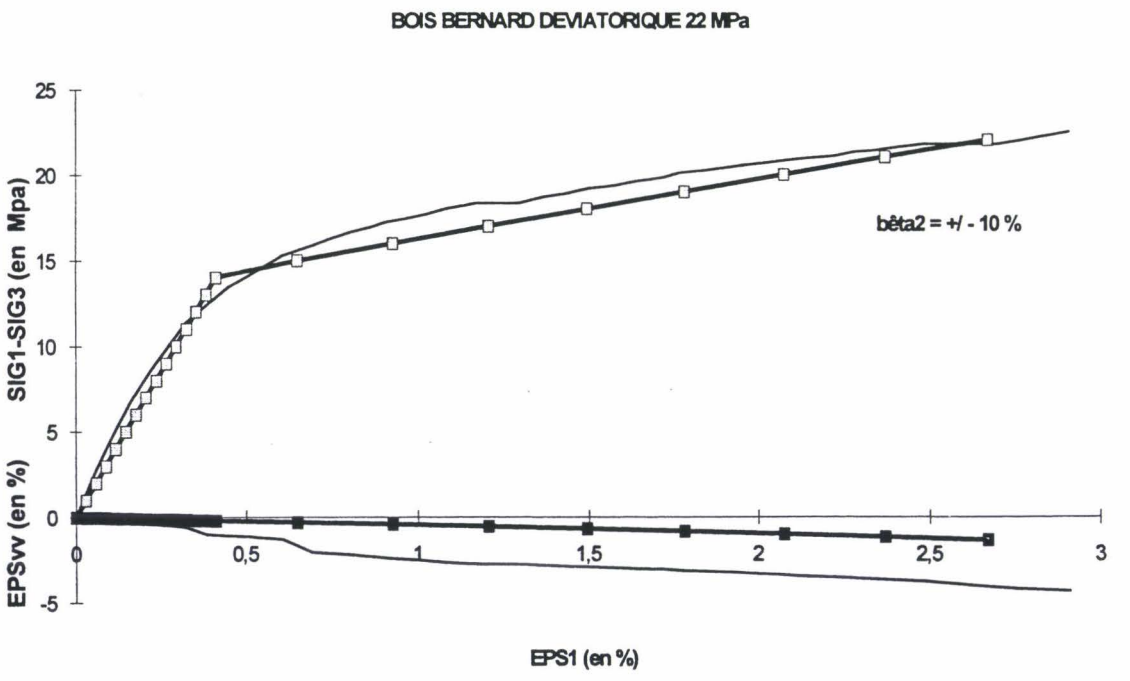


Figure 6-14 - Sensibilité du paramètre β_2

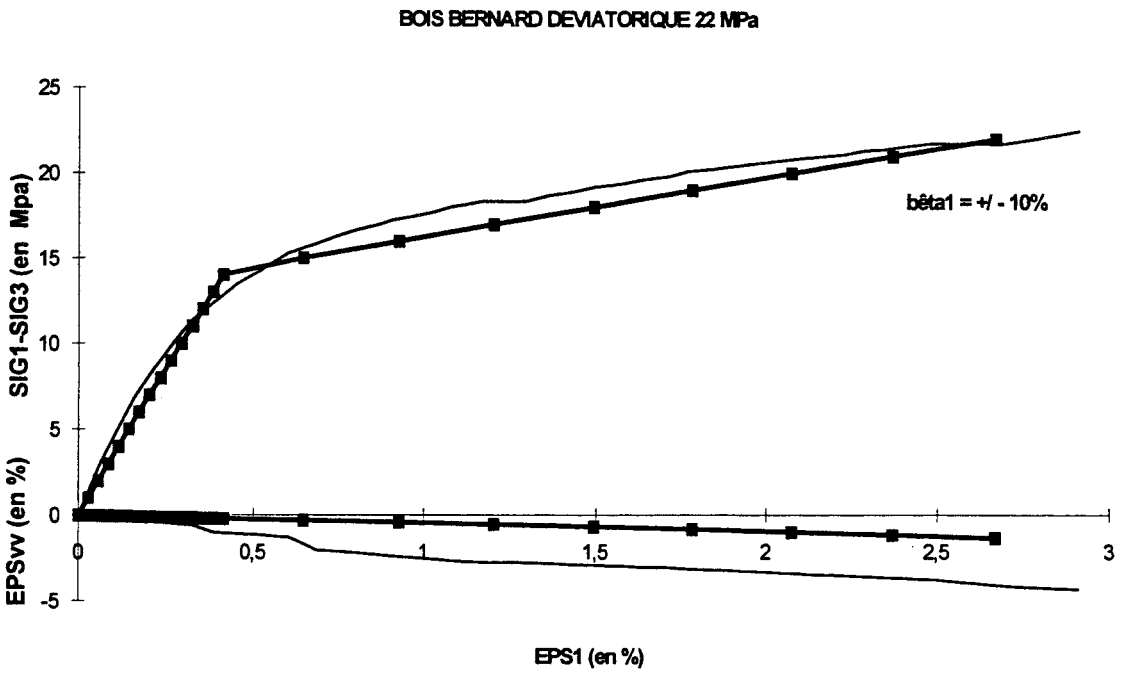


Figure 6-15 - Sensibilité du paramètre β_1

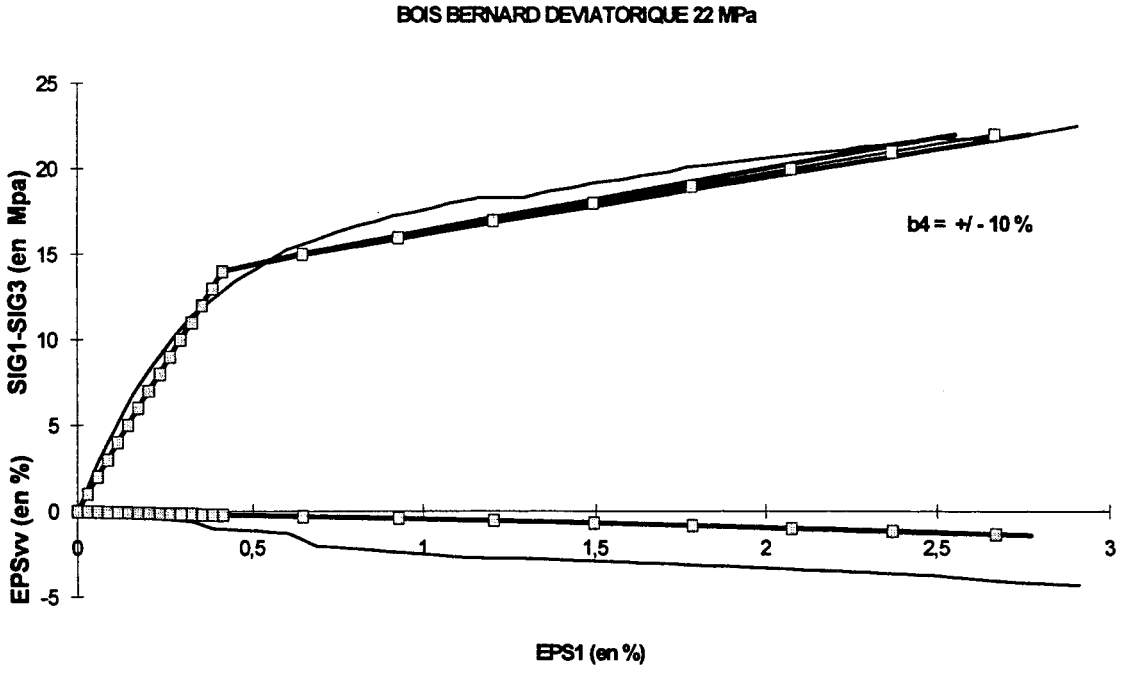


Figure 6-16 - Sensibilité du paramètre b_4

VI - 3 - VALIDATION SUR ESSAIS PROPORTIONNELS - CONCLUSION

La simulation des essais proportionnels est réalisée en tenant compte de la calibration précédente définie par les tableaux 6-1 et 6-2. Les résultats de cette validation sont reportés sur la figure 6-17. On utilise le même algorithme que celui employé lors de la simulation des mêmes essais avec le modèle de Lade.

On observe comme précédemment que le modèle retranscrit plutôt un comportement élastoplastique parfait. Les phases d'écrouissage sont relativement mal simulées en particulier pour les craies de Dannes et de Bois Bernard. Cependant pour les craies de Liège et d'Haubourdin, les résultats sont satisfaisants.

Les observations, quant au modèle, faites lors des simulations des essais déviatoriques restent valables dans le cas présent.

Sur les figures 6-18 à 6-25, sont reportées les études de sensibilité, sur la craie de Liège, des paramètres γ, n, β_1, β_2, b_1, b_2, b_3, b_4.

On remarque que le paramètre n influe sensiblement sur le seuil d'écrouissage. Un accroissement de sa valeur relève ce dernier.

Le paramètre γ intervient quant à lui, sur la position de l'état ultime. Une augmentation de sa valeur relève le point de rupture (par définition même).

On note que les paramètres β_1 et β_2 sont peu sensibles sur le comportement simulé.

Quant aux paramètres b_1, b_2, b_3 et b_4 qui définissent l'écrouissage, on relève les mêmes observations faites précédemment, seul le paramètre b_1 est sensible sur l'écrouissage dans la zone qui suit le seuil d'écoulement. Tous les autres paramètres ont une sensibilité réduite.

Il est à souligner que les résultats les plus probants lors de cette étude de sensibilité ont été obtenus pour la craie de Liège. En effet, il a été possible sur cette craie de définir les valeurs des différents paramètres par zones, et ou, une évolution en fonction de la pression de confinement (paramètres b_3 et b_4).

En ce qui concerne les autres craies, la détermination, en particulier de ces derniers paramètres, malgré la calibration, ne permet pas d'obtenir une évolution continue en fonction de la pression de confinement.

Globalement, malgré une calibration des essais hydrostatiques et une bonne validation du modèle sur essais proportionnels, la calibration des essais déviatoriques reste cependant délicate. En effet, l'ajustement des paramètres du modèle sur les chemins déviatoriques ne permet pas de déduire des relations continues d'évolution de ces paramètres en fonction du premier invariant du tenseur des contraintes I_1, ou du deuxième invariant du tenseur déviatorique des contraintes J_2, ou de la pression de confinement σ_3. La grande sensibilité du modèle de Desai sur les chemins déviatoriques, est certainement due aux faits que c'est un modèle à un seul champ plastique et que le nombre de ces paramètres est restreint. Cela a pour conséquence une non indépendance des paramètres entre eux et ces derniers n'ont certainement pas de signification physique unique.

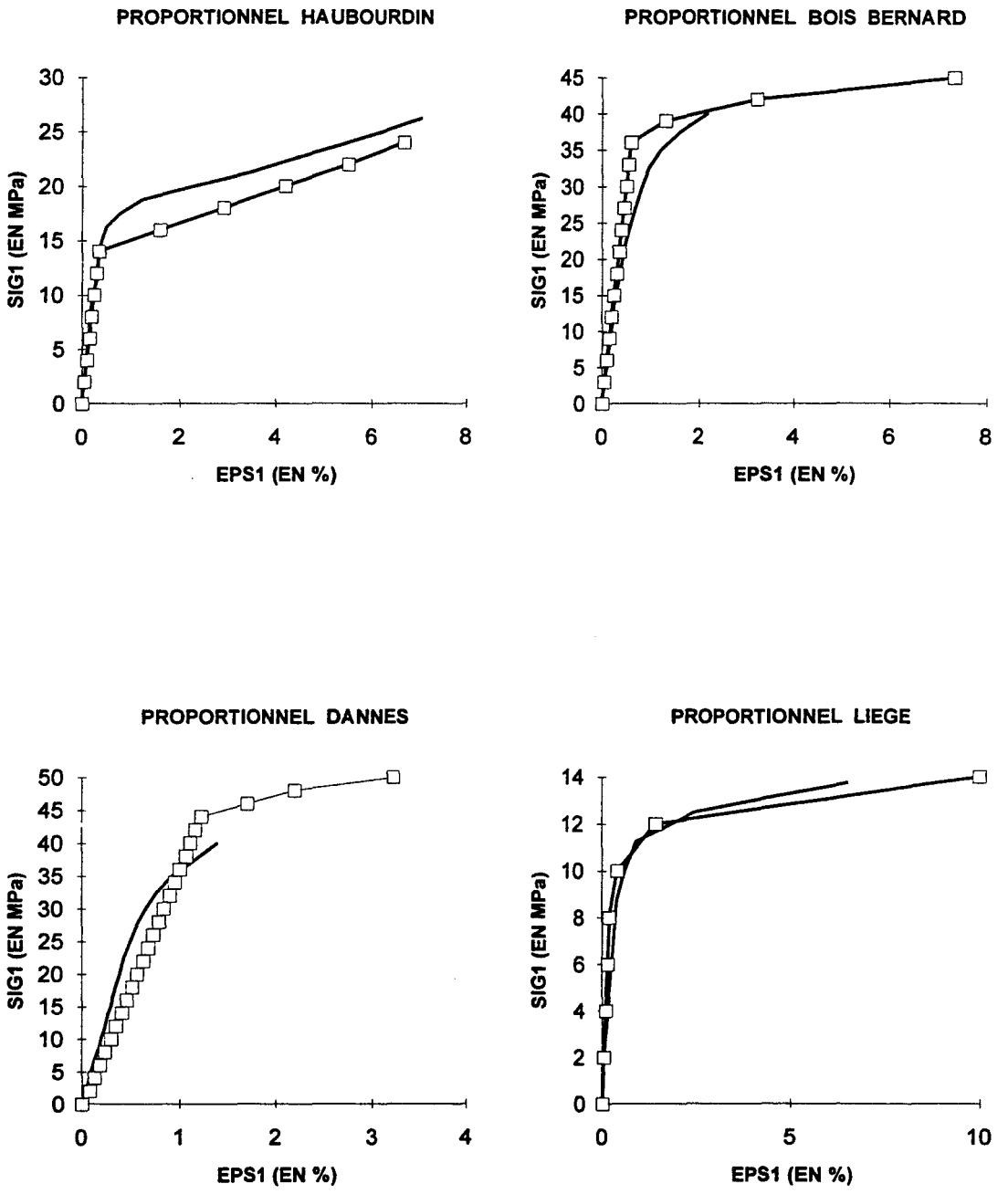


Figure 6-17 - Validation du modèle de Desaï sur chemins proportionnels

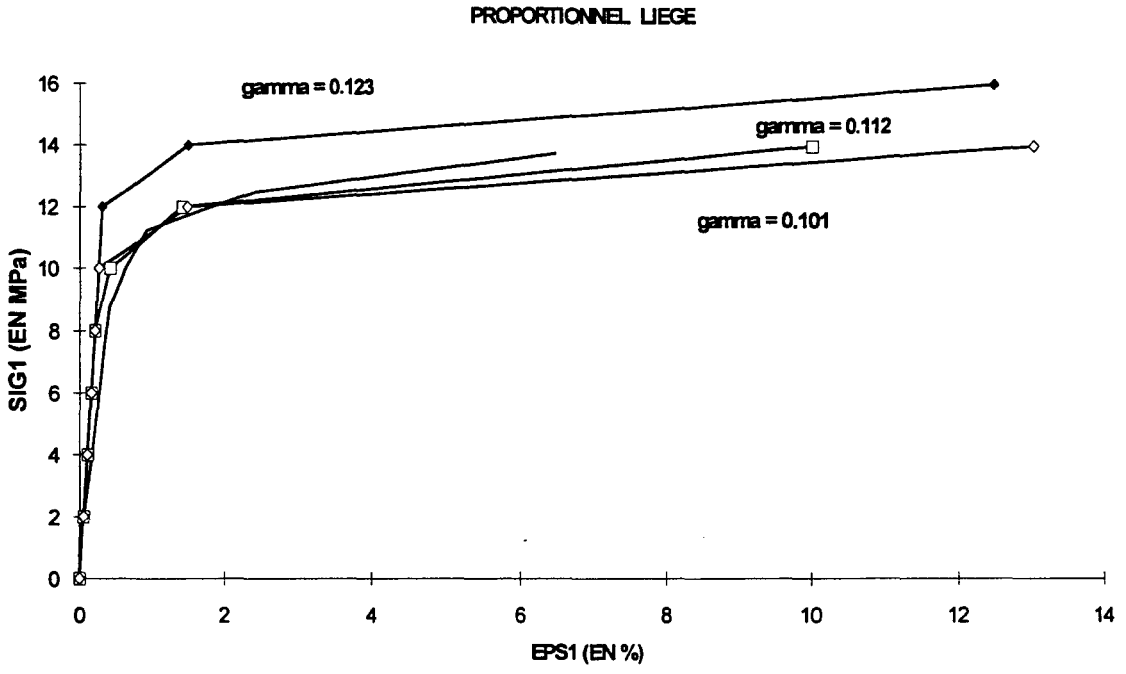


Figure 6-18 - Sensibilité du paramètre γ

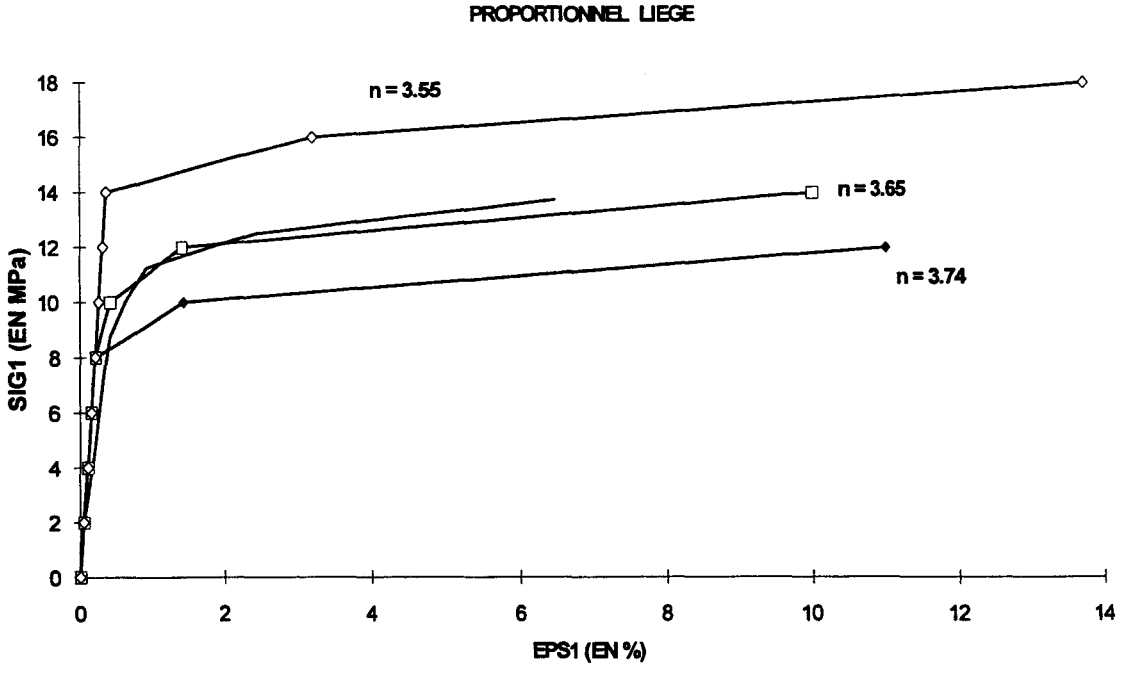


Figure 6-19 - Sensibilité du facteur n

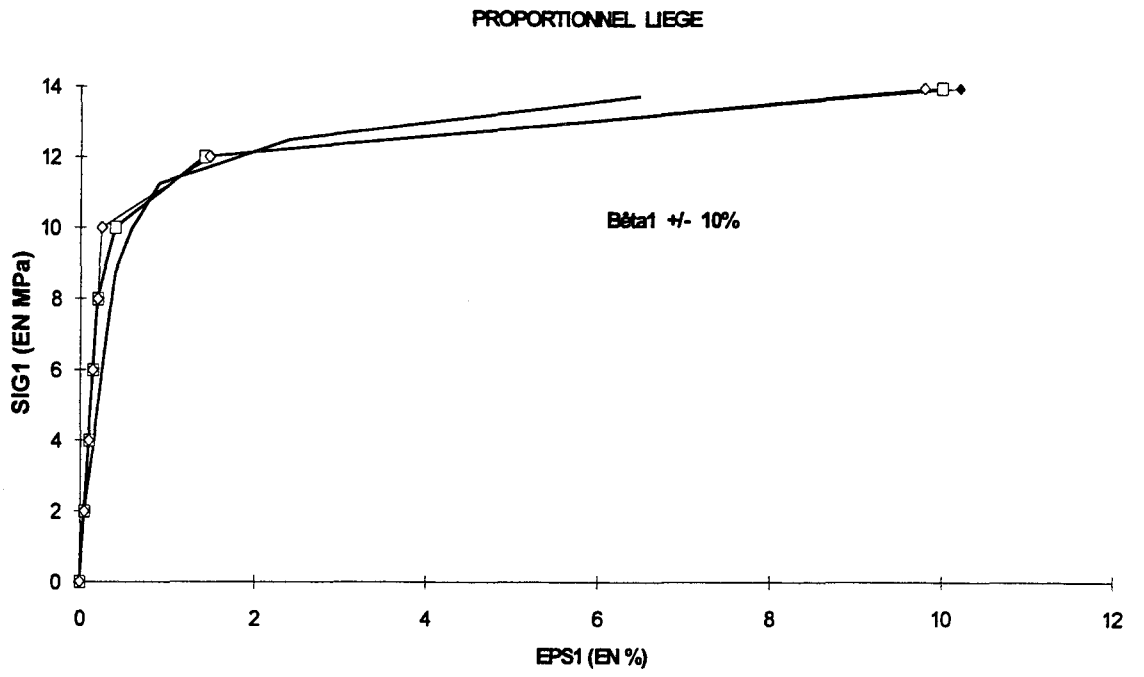


Figure 6-20 - Sensibilité du paramètre β_1

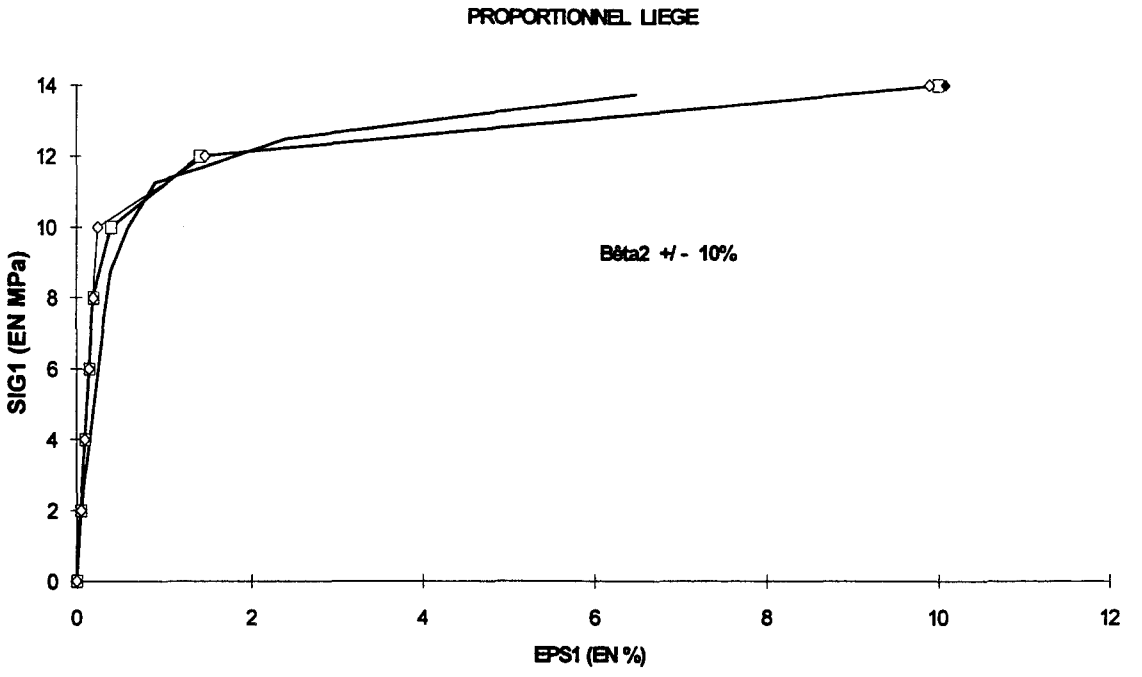


Figure 6-21 - Sensibilité du paramètre β_2

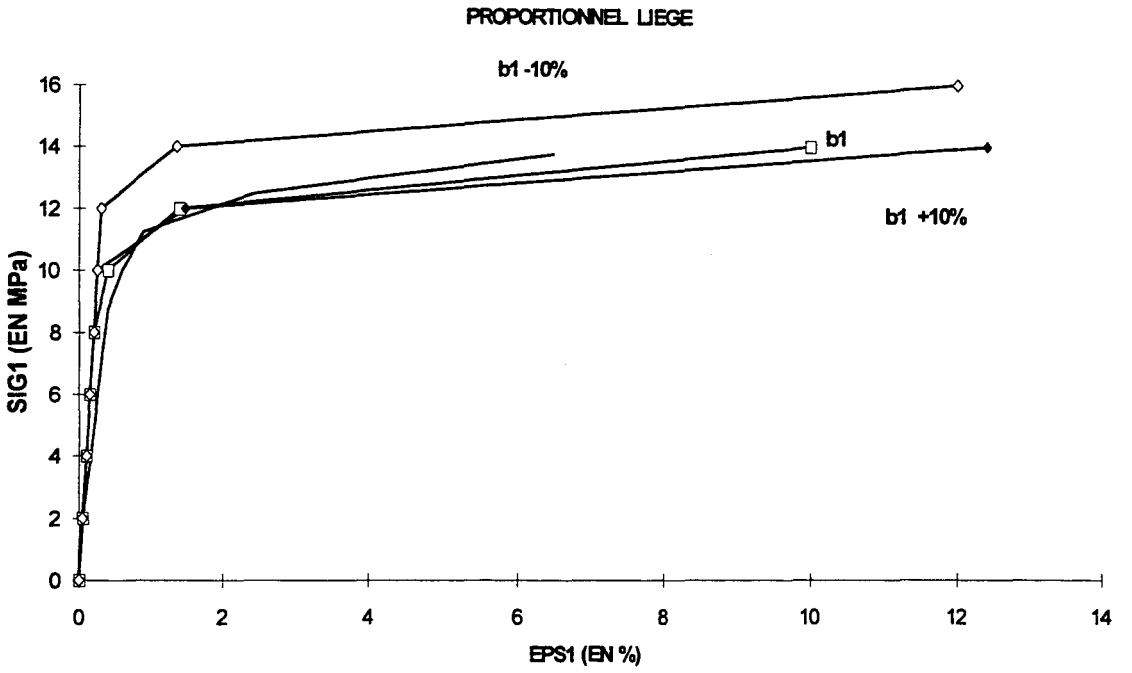


Figure 6-22 - Sensibilité du paramètre b_1

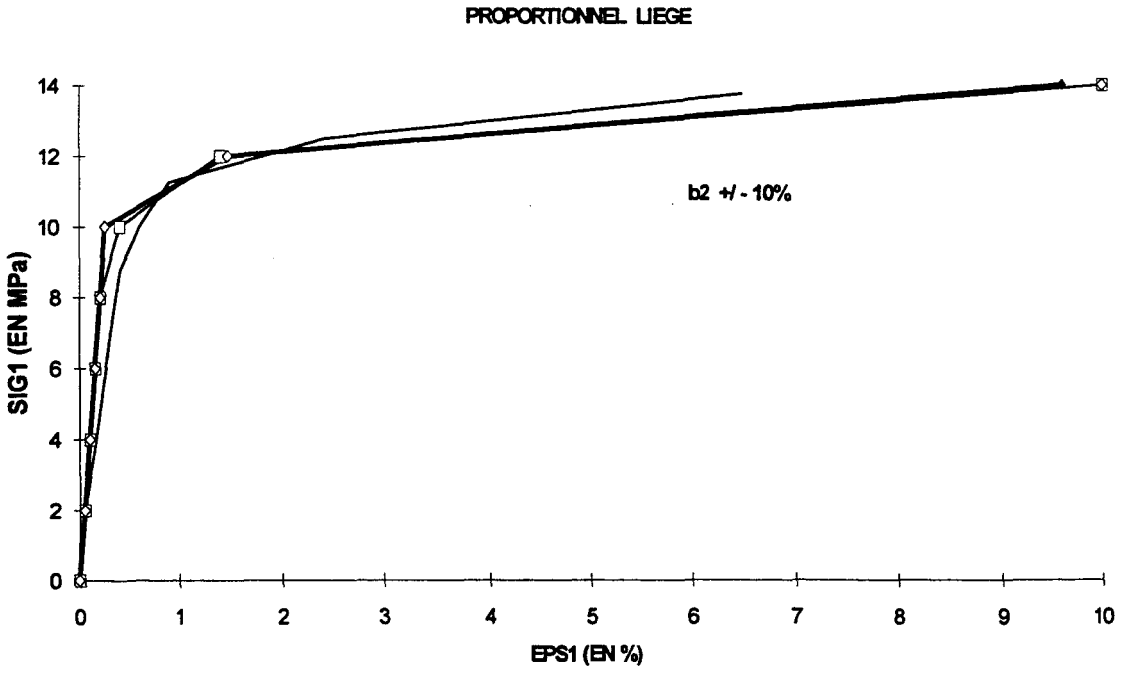


Figure 6-23 - Sensibilité du paramètre b_2

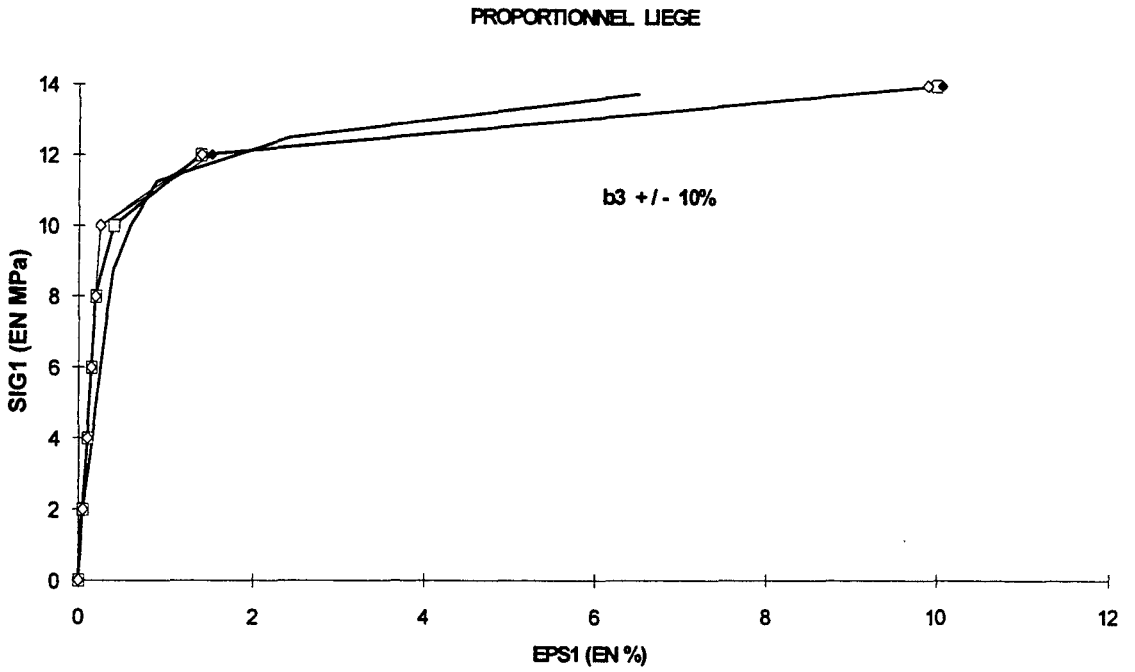


Figure 6-24 - Sensibilité du paramètre b_3

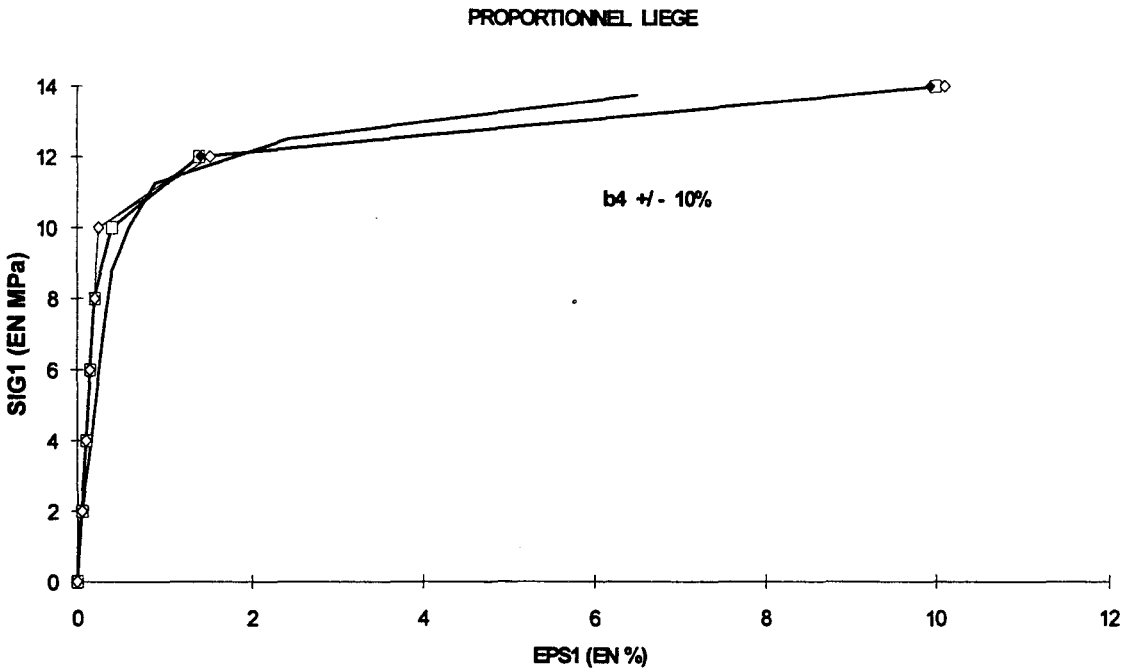


Figure 6-25 - Sensibilité du paramètre b_4

VII - SIMULATION DES ESSAIS DE TORSION

L'objet du présent chapitre est d'aborder la modélisation du comportement de la craie sous sollicitation de torsion sur cylindre creux.

Dans une première partie, nous analysons les résultats expérimentaux obtenus par divers auteurs sur des matériaux divers soumis à des sollicitations avec rotation d'axe. Nous présentons ensuite les approches théoriques et numériques qui ont été développées pour la modélisation de la réponse d'un matériau à une sollicitation avec rotation d'axe. Puis, nous exposons les résultats expérimentaux de torsion sous état initial hydrostatique obtenus sur une craie très voisine de la craie d'Haubourdin.

Dans les paragraphes suivants, nous effectuons une validation de modèles sur l'essai particulier de torsion sur cylindre creux. Dans un premier temps, nous validons le modèle de Lade défini et calibré dans le chapitre V. La validation est effectuée à partir de la méthode des éléments finis en utilisant un rééquilibrage en rotation. Puis nous analysons les résultats de simulations numériques de ces mêmes essais à partir du modèle de Chang. Dans cette phase de validation, le modèle de Desai n'a pas été retenu du fait de la grande sensibilité de certains de ses paramètres.

VII - 1 - INTRODUCTION

La modélisation du comportement des roches et des géomatériaux de manière générale, se révèle d'une grande importance dans de nombreux domaines d'application aussi bien dans le domaine du Génie Civil que Pétrolier ou Minier.

La démarche générale de validation des modèles rhéologiques se décompose en 3 grandes étapes.

Dans un premier temps, on établit des lois constitutives sur la base d'expérimentations en laboratoire. Généralement, on retient des chemins de sollicitations sans rotation des axes principaux des contraintes : des essais de compression hydrostatique et déviatorique.

Dans une seconde phase, on valide le modèle sous sollicitation plus complexe telle que extension latérale, chemin proportionnel, ou même sur un chemin tridimensionnel sur cylindre creux ou sur cube.

On passe alors après calibration à une validation sur ouvrage.

La question posée est : comment modéliser (de préférence de la manière la plus simple possible) le comportement d'un matériau soumis à des sollicitations qui présentent une rotation des axes principaux du tenseur des contraintes (et/ou celui des déformations) ?

Pour ce faire, on peut vérifier si les modèles sont valables sous sollicitations avec ou sans rotation d'axes. C'est la solution qui est retenue dans le cas présent. Après une phase de calibration et de validation, sur chemins de sollicitations sans rotation d'axes, on valide la réponse d'un modèle sous une sollicitation de type torsion sur cylindre creux.

VII - 1 - 1 - Résultats expérimentaux

Nous présentons dans la suite les principaux résultats expérimentaux de torsion sur cylindre creux ou plein obtenus par différents auteurs, sans que la liste soit exhaustive, sur différents matériaux.

La torsion d'un tube induit des effets du second ordre tels que allongement axial et variation volumique. Murnagham [168], en développant les équations au second ordre et en retenant une loi de comportement élastique linéaire, retrouve analytiquement certains effets du second ordre obtenus expérimentalement.

Wack [160] a analysé également ces effets du second ordre sur la base d'essais de torsion cyclique sur métaux et alliages. Il observe que si l'on considère les déformations et les rotations finies les effets du second ordre sont bien mis en évidence : les tenseurs mécaniques possèdent des termes diagonaux non nuls et par conséquent, l'angle φ de la direction principale majeure par rapport à l'axe de l'éprouvette n'est plus strictement égal à $\pi/4$.

Si le milieu continu possède un comportement réversible cet angle φ prend des valeurs périodiques sous une sollicitation périodique.

Par contre, si le comportement est irréversible, les effets du second ordre peuvent s'accumuler sous sollicitation périodique et apparaissent alors les phénomènes de rochet. Il y a alors déviation continue de l'angle φ en fonction du nombre de cycles.

Pour terminer dans les métaux, Hart [54] s'est intéressé également à l'extension axiale lors d'essais de torsion sur Nickel. Il considère que l'un des aspects les plus importants à mentionner est que le cisaillement observé est un cisaillement simple, ce qui a pour conséquence qu'à chaque incrément de contrainte appliqué il se produit un incrément de rotation matérielle, et donc une variation de l'orientation des contraintes principales.

Hart explique alors cette extension axiale à partir d'une théorie basée sur la rotation de contraintes internes qui accompagne le processus de déformation.

Ishihara et Momenzadem [65] ont réalisé quatre types d'essais afin d'étudier la rotation de la direction principale des contraintes sous sollicitation cyclique sur du sable.

Ces quatre types d'essais sont :

- rotation continue à δ constant = 0,5 ;
- saut de rotation à δ constant = 0,5 ;
- rotation continue avec δ variant de 0 à 1 ;
- saut de rotation avec δ passant brutalement de 0 à 1

où $\delta = \dfrac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$ $\qquad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

Le passage instantanné de l'orientation de la contrainte principale depuis la valeur 0 à 90° est appelé saut de rotation.

Ces auteurs observent que l'influence sur le comportement du sable sous sollicitations cyclique, de l'orientation des contraintes principales, est plus importante que celle du paramètre δ. De plus les variations volumiques observées lors d'une rotation continue sont plus importantes que le cas d'une rotation discontinue.

Mould a pu mettre également en évidence l'influence de l'orientation des contraintes principales par des essais sur cube.

Ishihara et Towhata [66] [152] [153], Sharhour [169], Symes [170] [171], Karchafi [74] et Di Benedetto ont réalisé des essais de torsion sur échantillons cylindriques de sable. De manière générale, il est observé :

- la résistance du sable est toujours inférieure dans le cas d'une sollicitation de torsion cyclique sous confinement triaxial à celle observée sous sollicitations cyclique de torsion ou déviatorique :

- la rotation des axes principaux conduit à une variation volumique plus importante dans le cas drainé et une surpression interstitielle dans le cas non drainé ;

- la diminution de la résistance à la liquéfaction est d'environ 8 %.

Hicher et Lade [172] puis Mayne et Holtz [173] observent dans le cas de l'argile que l'évolution de la résistance et de la pression interstitielle se développe plus rapidement sous une sollicitation monotone sans rotation. La résistance au cisaillement est toujours inférieure sous une sollicitation monotone avec rotation.

Sous sollicitation cyclique, la rotation des axes principaux induit une dégradation plus importante de la structure résultant d'un excès de pression interstitielle et de plus grandes déformations.

Sato [137] et Handin [51] [52] [53] ont étudié le marbre, matériau homogène de granulométrie uniforme. Ils observent que les pressions hydrostatique et de confinement influent fortement sur le comportement en torsion : les limites élastique et de rupture en torsion ainsi que la ductilité augmentent avec ces pressions. Lorsque la torsion est couplée à un chargement axial, les trois caractéristiques mécaniques précédentes augmentent avec ce dernier.

Handin remarque que la résistance à la traction n'est pas affectée par une sollicitation de torsion. Il montre que la transition entre les comportements fragile et ductile ainsi que la résistance au cisaillement libre dépend également de la contrainte principale intermédiaire σ_2. Il en conclut ainsi à la non généralisation de la théorie de Mohr qui est indépendante de σ_2. En effet, les courbes enveloppées sont différentes selon la nature de la sollicitation.

Bazant s'est penché sur le cas du béton, matériau hétérogène localement. Il met en évidence que la rotation des axes principaux des contraintes pendant le processus de déformation entraine une anisotropie de contraintes due à l'histoire du chargement appliqué.
Siwak et Prévost [150] [151] mettent en évidence l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement de la craie en torsion. Le passage du comportement fragile au comportement plastique dépend dans une large mesure de cette pression de confinement. Les valeurs à la rupture du couple, des déformations angulaires et volumiques ainsi que le module de rigidité transversal dépendent de cette pression hydrostatique. Il est montré également l'importance du "pore-collapse" sur les caractéristiques mécaniques et rhéologiques de la craie.

L'allure des courbes effort-déformation angulaire est influencée par la nature et l'intensité de la sollicitation. Durant a ainsi montré qu'en torsion pure sur cylindre creux de matériau homogène, il y a perte de linéarité dès que l'épaisseur augmente. Sous chargement cyclique apparaissent une irréversibilité et un hysteresis fonctions de l'amplitude du couple appliqué. Ces phénomènes caractérisent l'ouverture de fissures en traction et un écrouissage.

Durant a également étudié le mode de rupture sur des roches isotropes et anisotropes. Pour les premières, l'orientation de la rupture ne dépend que de l'orientation du tenseur des contraintes et ce jusqu'à des pressions de confinement moyennes. La rupture est alors d'extension caractérisée par une hélice inclinée à 45°. Ce phénomène est confirmé par Sato. Pour des confinements plus élevés, la rupture est de cisaillement.

Dans le cas de matériaux anisotropes, le mode de rupture dépend surtout de l'orientation du tenseur des contraintes par rapport à la structure. Selon que la stratification est perpendiculaire, parallèle ou inclinée à 45° par rapport à l'axe de révolution, la rupture est soit caractérisée par une hélice à 60°, soit située dans les plans de stratification, soit planaire inclinée à 45°.

Symes a constaté dans le cas des sables une divergence entre les directions des incréments de contraintes et de déformations dès le début de la rotation, cette divergence s'amenuisant à la rupture.

VII - 1 - 2 - Modélisation

La modélisation de la réponse d'un matériau à une sollicitation avec rotation d'axes se fait en utilisant l' approche classique à savoir : une loi de comportement relativement simple mais réaliste et une dérivée matérielle objective.

En utilisant la dérivée de Jaumann comme dérivée objective,

$$D_J\sigma = \dot{\sigma} - W\sigma + \sigma W$$

où W est le tenseur rotation de composantes $w_{ij} = 1/2\ (u_{i,j} - u_{j,i})$

Wack [160] [161] [162] retranscrit les effets du second ordre de torsion qu'il a pu observer sur les métaux et alliages.

Dienes [28] a étudié la dérivée définie par Grenn [49] et Naghdi [111]

$$D\sigma = \dot{\sigma} + \sigma\Omega - \Omega\sigma$$

où $\Omega = \dot{R}\,R^T$ et R est issu de la décomposition polaire du gradient de la transformation F.

Dienes montre que l'utilisation de cette dérivée est plus adaptée à l'étude des grandes déformations que celle de Jaumann. Le domaine de validité des différentes dérivées a été essentiellement étudié dans le cas du comportement des métaux, comme par exemple en laminage. Il est établi que la dérivée de Jaumann est adaptée aux problèmes en petites déformations [101]. Pour de grandes déformations cette dérivée provoque des oscillations numériques du tenseur des contraintes physiquement incacceptables.

D'après Molemkamp qui, en étudiant les déformations d'un milieu pulvérulent constitué de disques circulaires, démontre que ces deux quantités sont égales s'il n'y a pas perte de contact granulaire, c'est-à-dire tant que l'on se trouve en petites déformations.

La différence entre ces vitesses de rotation W et Ω est encore appelée rotation corotationnelle. Molemkamp montre, toujours sur son matériau granulaire, que l'influence de cette rotation sur le tenseur des contraintes de Cauchy devient significative pour des déformations déviatoriques supérieures à 10 %.

Les transformations géométriques d'un solide sont dues à la déformation (variation de longueur et d'angle) et à la rotation. Pour décrire les déformations on peut, dans F, éliminer la rotation qui est un mouvement de corps rigide. La question est de connaitre à quelle grandeur cinématique représente réellement cette rotation. Hill et Zhuong [164] introduisent 2 vitesses de rotations Ω^L et Ω^E représentant la vitesse de rotation des repères Lagrangiens et Eulériens construits à partir des vecteurs unitaires principaux des extensions gauches et droite U et V de la décomposition polaire.

Dans certains cas, le choix de la rotation est déjà fait mais dans d'autres cas, comme l'indique Dubey, les préférences individuelles et d'espèce dicteront le choix.

On peut disposer alors d'autres dérivées objectives [185] telles que les dérivées de :

- Jaumann modifiée $\hat{D}_J\sigma = \dot{\sigma} - W\sigma + \sigma W + \sigma tr(L)$

- de Truesdell $D_T\sigma = \dot{\sigma} - L\sigma - \sigma L^T + \sigma tr(L)$

Les variations volumiques observées sous sollicitations avec rotation d'axes ne sont pas nulles, voire non négligeables. Si on utilise une loi de comportement élastique en petites perturbations, ces variations volumiques sont nulles. Elles n'apparaissent que si l'on tient compte de la partie quadratique du tenseur des déformations comme le montre Murnaghan [184].

Desai [23], Nategall [112] [113] et Pinski [123] montrent que pour tenir compte de la non linéarité matérielle qui peut être observée, une approche par une méthode de Lagrangien voire de Lagrangien réactualisée serait plus réaliste pour retranscrire le comportement en déformation. Les auteurs ont utilisé pour leur application particulière, une loi de comportement adaptée à leur matériau et la dérivée de Jaumann.

Les approches par Lagrangien permettent de retranscrire les réponses non linéaires et/ou en grandes transformations. Cependant, dans le cas de la Mécanique des Roches, le problème du choix des lois de comportement les plus adaptées aux différents types de sollicitations n'est pas complètement résolu. De plus, les déformations à la rupture observées sont telles que l'on ne se situe généralement pas dans le domaine de grandes transformations et déformations. Dans ce cas, il est préférable d'employer des méthodes plus légères en vérifiant leurs domaines de validité.

VII - 2 - TORSION DANS LA CRAIE

L'objet du présent paragraphe est de présenter la machine de torsion développée à l'Ecole des Mines de DOUAI et les premiers résultats expérimentaux obtenus sur une craie blanche [166][124].

VII - 2 - 1 - Dimensions de l'échantillon

Le choix de l'épaisseur de la paroi fait intervenir des considérations pratiques et techniques, et est également fonction de la gamme d'efforts appliqués. Les roches, les mortiers ou bétons sont des matériaux d'une grande hétérogénéité de la microstructure, ce qui implique l'utilisation d'échantillons relativement importants. En effet, il faut considérer que la roche n'est jamais un milieu continu et homogène à l'échelle du cristal ou du grain. L'épaisseur du cylindre doit être représentative de la taille du grain (supérieure à 10 fois le diamètre) ; elle doit assurer une densité uniforme dans toute la paroi, surtout dans le cas de matériaux hétérogènes. Il est nécessaire de signaler les problèmes de préparation de l'échantillon, au niveau de la fragilité lors du carottage et de la réalisation d'un bon surfaçage de l'éprouvette.

Dans le cas des sols, Symes et Al, en étudiant les paramètres d'uniformité, concluent que pour un rapport Ri/Re voisin de 0,8, on "optimise" la non-uniformité des champs de contraintes et de déformations. Durand montre, sur des échantillons de roches, que pour des rapports Ri/Re inférieurs à 0,5, la partie la plus interne du tube n'a pas d'influence sur la contrainte périphérique de cisaillement à la rupture. Pour des rapports supérieurs, cette contrainte dépend de l'épaisseur du cylindre. Il préconise d'ailleurs un rapport rayon extérieur/épaisseur de la paroi voisin de 2 à 3.

La non-uniformité du champ de contraintes dépend également de la fixation aux extrémités du cylindre. La transmission de l'effort de torsion à l'éprouvette nécessite un encastrement de ses deux bases, ce qui implique des effets de bords non négligeables qui interviennent dans le choix de l'élancement. Ces encastrements entraînent tout d'abord un blocage radial aux extrémités qui s'associe avec le développement de contraintes radiales de cisaillement qui diminuent vers le centre du cylindre. Ces contraintes provoquent des moments fléchissants qui affectent la distribution des contraintes verticales et la rotation des contraintes principales. Cependant Symes et Al ont démontré, à l'aide d'une analyse linéaire élastique par éléments finis, que le frettage aux extrémités a seulement un effet local sur la distribution des contraintes pour de nombreuses combinaisons de chargement. Ils ont opté pour un élancement égal à 2 pour limiter de façon appréciable les effets de bord.

Bien que l'élancement ne doive pas influer sur les résistances en torsion pure où le flambement n'existe pas, Durand a remarqué que pour un élancement inférieur à 1,5, la rupture était gênée par les encastrements et la valeur du couple à la rupture variait. Pour un élancement supérieur, cette valeur devient constante. Une valeur optimale de l'élancement se situe à son avis au voisinage de 2 à 2,5, surtout dans le cas de fortes contraintes axiales.

Sur la base de ces références et en tenant compte des principales caractéristiques à la rupture de la plupart des matériaux fragiles homogènes, les dimensions retenues pour l'échantillon sont les suivantes :

- diamètre extérieur : 70 mm ;
- diamètre intérieur : 35 mm ;
- élancement : 2,35.

VII - 2 - 2 - Principe de la machine

Les échantillons sont soumis à quatre efforts appliqués hydrauliquement de manière quasi-statique et totalement indépendante, à savoir :

- une pression de confinement intérieure Pi ;
- une pression de confinement extérieure Pe ;
- un effort axial F ;

- un couple C.

La gamme d'efforts maximum applicables à l'échantillon, qui est suffisamment large pour couvrir la plupart des applications rocheuses, est la suivante :

- 65 MPa pour Pi ;
- 65 MPa pour Pe ;
- 2800 mN pour C ;
- 300 kN en compression.

Les figures 7-1 et 7-2 suivantes présentent le principe de fonctionnement de la machine et le schéma de la cellule. Les échantillons testés sont placés dans une cellule d'essais dimensionnée pour des pressions de confinement de 70 MPa. Cette cellule est disposée sur un plateau monté sur butées à billes, ce qui permet simultanément et indépendamment la transmission d'un effort axial et d'un effort de torsion. Le plateau est relié à un vérin rotatif pouvant appliquer le couple dans les deux sens de rotation. L'ensemble cellule, plateau, vérin rotatif est solidaire d'une traverse rigide qui se déplace axialement à l'aide d'un vérin linéaire double effet. Cette traverse est bloquée en rotation et guidée uniquement en translation à l'aide de douilles à billes montées sur le bâti extrêmement rigide de la machine. La course du vérin linéaire est de 100 mm et l'angle de rotation maximum est de 280 degrés.

VII - 2 - 3 - Préparation et collage des échantillons

Une attention particulière est portée à la confection et à la mise en place de l'échantillon. Les blocs de roches sont débités en éprouvettes tubulaires à l'aide d'un double carottier d'une longueur de 200 mm. L'utilisation d'un double carottier permet en effet d'obtenir un échantillon intact et une très bonne coaxialité des surfaces latérales intérieure et extérieure du cylindre de roche. La mise à longueur de l'échantillon est effectuée par tronçonnage puis par surfaçage des deux extrémités afin d'obtenir un parallélisme parfait des bases et leur perpendicularité par rapport aux génératrices.

La transmission de l'effort axial et plus particulièrement du couple à l'échantillon se fait par l'intermédiaire d'une enclume et d'un piston. L'enclume est solidaire du plateau mobile et le piston est bloqué en translation et en rotation. Les bases de l'échantillon sont solidaires du piston et de l'enclume à l'aide d'un collage par résine très fluide, du type Araldite, pénétrant dans le matériau, sur une hauteur de 12,5 mm.

Enfin, l'échantillon est protégé du fluide de confinement par deux membranes intérieure et extérieure de 2 mm d'épaisseur moulées et confectionnées à partir de résine époxy élastique admettant de grandes déformations. Les membranes, mises en place lors du collage, sont fixées sur le piston et l'enclume et l'étanchéité est réalisée par pincement et par cônes.

VII - 2 - 4 - Pilotage et asservissement de la machine

Les expérimentations sont réalisées par un pilotage en force ou en déplacement, avec un contrôle continu des variations de volume ou de la surpression interstitielle au niveau de l'échantillon. Un groupe hydraulique assure le fonctionnement des deux vérins. Une centrale de pilotage et d'acquisition envoie pour chaque effort désiré une tension de consigne. Celle-ci est régulée par carte électronique, puis est transmise à une électrovanne. Cet asservissement, réalisé en commande proportionnelle, permet une précision d'environ 0,05 MPa sur la pression. Toutes les pressions sont régulées en boucle fermée, ce qui permet d'obtenir une stabilité parfaite de l'effort souhaité.

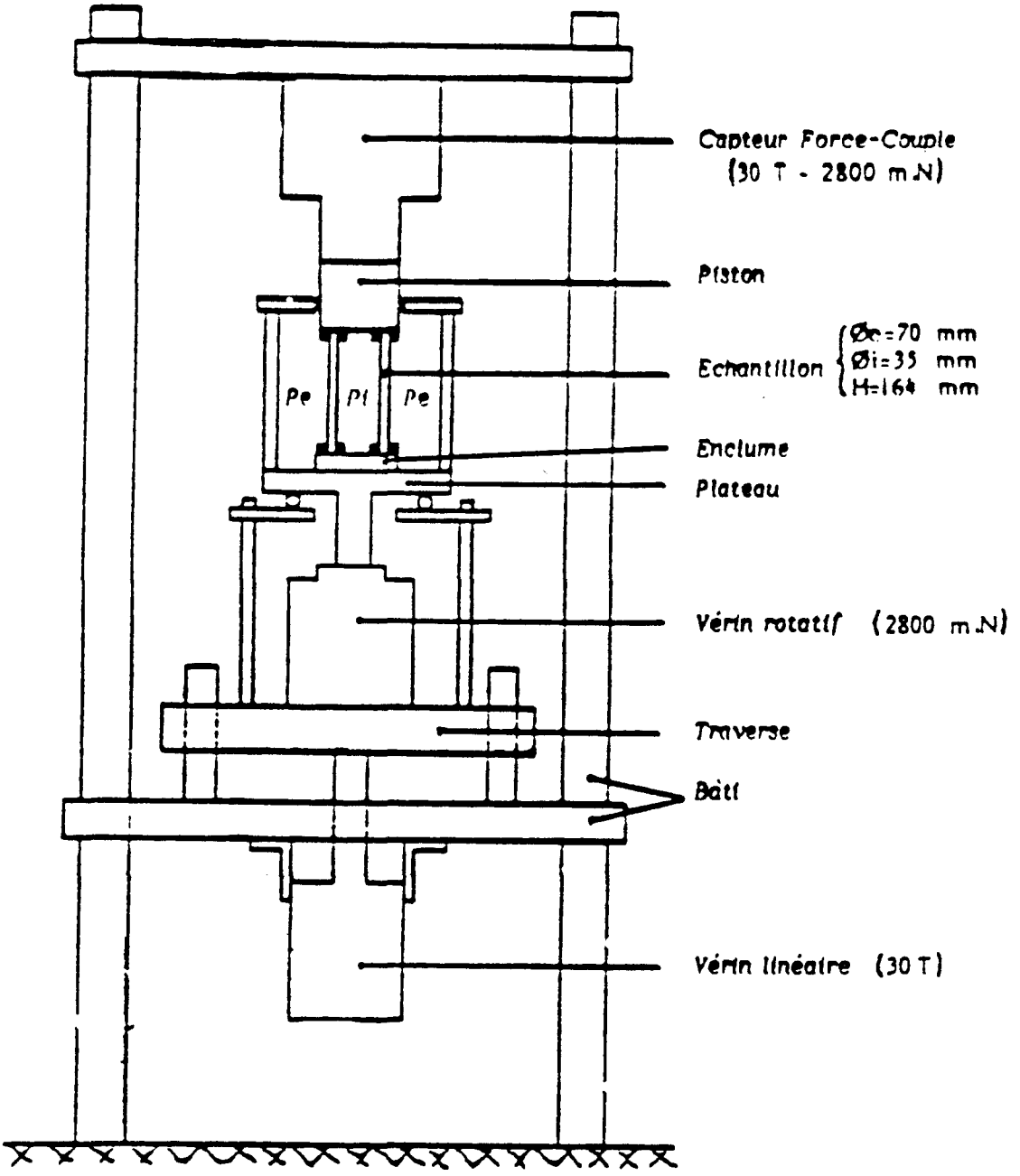


Figure 7-1 - Principe de la machine de torsion-compression

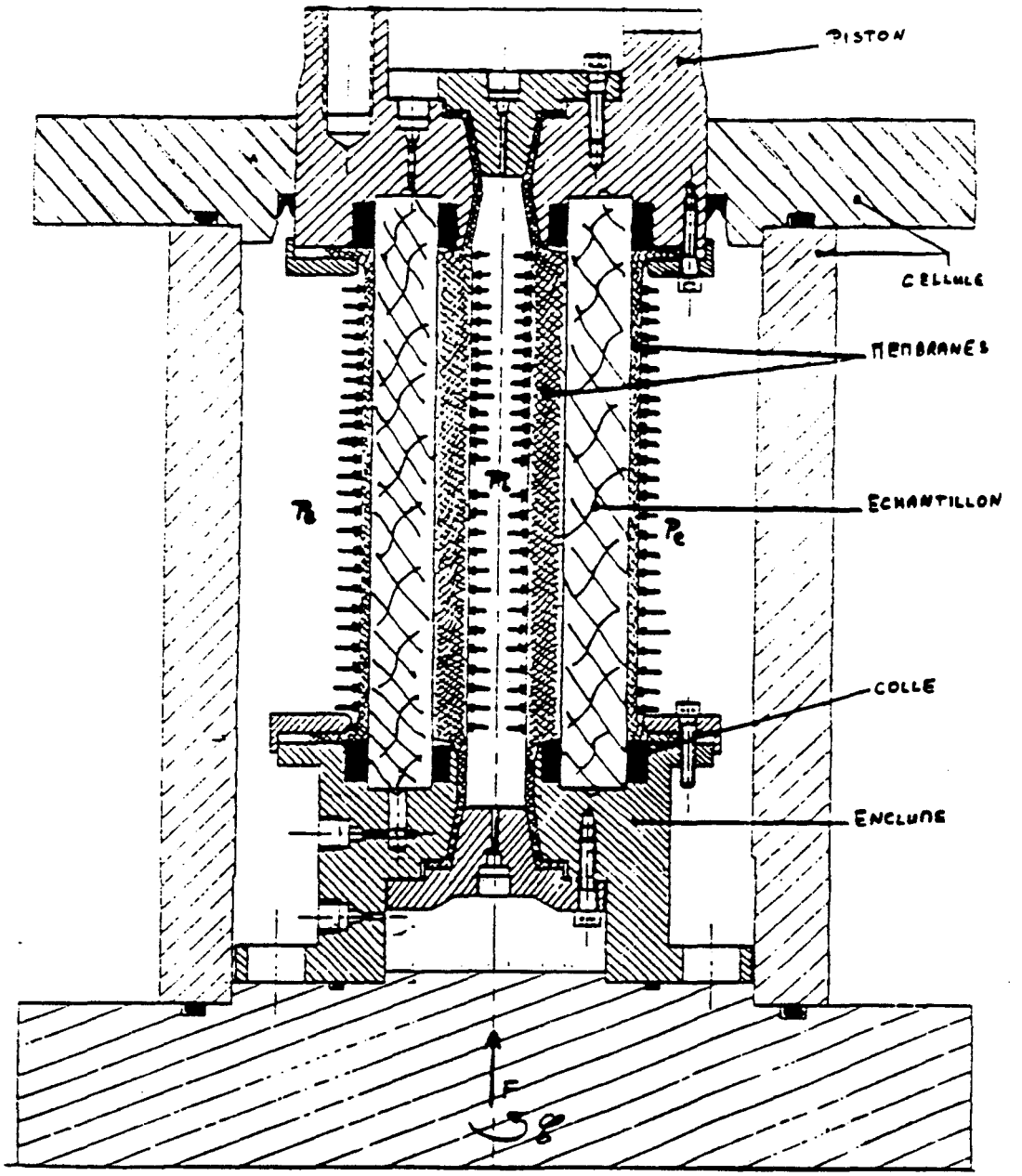


Figure 7-2 - Schéma de la cellule

L'équipement de la machine est le suivant :

- une centrale d'acquisition et de pilotage qui permet l'application des efforts et l'acquisition des résultats expérimentaux au cours de l'essai ;

- un contrôleur GDS roches pour l'application des pressions intérieure PI et extérieure PE ;

- des capteurs de pression, un sur chaque voie hydraulique relative au verin axial double effets et au verin rotatif ;

- des capteurs de déplacement inductifs permettant la mesure des déplacements axiaux et tangentiels de l'enclume ;

- une centrale extensométrie permettant la mesure des déformations de l'échantillon dans le domaine pré-rupture. Les jauges sont collées à mi-hauteur du cylindre sur la surface latérale extérieure et sur deux génératrices opposées radialement, sont protégées du fluide de confinement par les membranes ;

- un dispositif de mesure de variations de volume de pores ou de surpression interstitielle par capteur de pression ;

- un capteur de force et de couple à jauges, de capacités nominales respectives de 330 kN et 3000 mN. Ce capteur, encastré sur le bâti en partie haute de la machine, est relié au piston collé à l'échantillon.

De plus, les capteurs de déplacement inductifs, extérieurs à la cellule, sont montés sur le capteur de force et de couple de façon à compenser les déformations de celui-ci.

VII - 2 - 5 - Torsion sur la craie

La craie étudiée provient d'une carrière souterraine de craie abandonnée de la région lilloise proche de la carrière d'Haubourdin. Les caractéristiques physico-chimiques et mécaniques de cette craie sont identiques à celles de la craie d'Haubourdin étudiée au chapitre quatre.

Cette craie a été sollicitée sous chargement de torsion axiale monotone qui était précédé d'une compression hydrostatique. Les pressions de confinement appliquées sont situées avant et après le seuil de dégradation Po. Les valeurs appliquées sont : 0 - 1 - 2 - 5 - 8 - 14 et 20 MPa. La partie hydrostatique est réalisée incrémentalement. La vitesse de mise en charge est de 0,35 MPa/heure pour la pression et de 2 mN/mn pour la torsion.

Les essais ont été réalisés en condition draînée, le fluide de saturation est un alcool méthylique. Les variations volumiques sont déduites de la variation du volume des pores. Toute mesure par jauge d'extensométrie s'est avérée inefficace par décollage des jauges de leur support.

Sur les figures 7-3 et 7-4 sont représentées les variations du couple appliqué et des variations volumiques en fonction de la déformation angulaire.

On remarque que la courbe couple appliqué-déformation angulaire se décompose en deux parties. La première est caractéristique d'un comportement élastique et dont l'importance est fonction de la pression de confinement appliquée. Cette phase est suivie d'une phase non linéaire d'ampleur plus importante que la précédente.

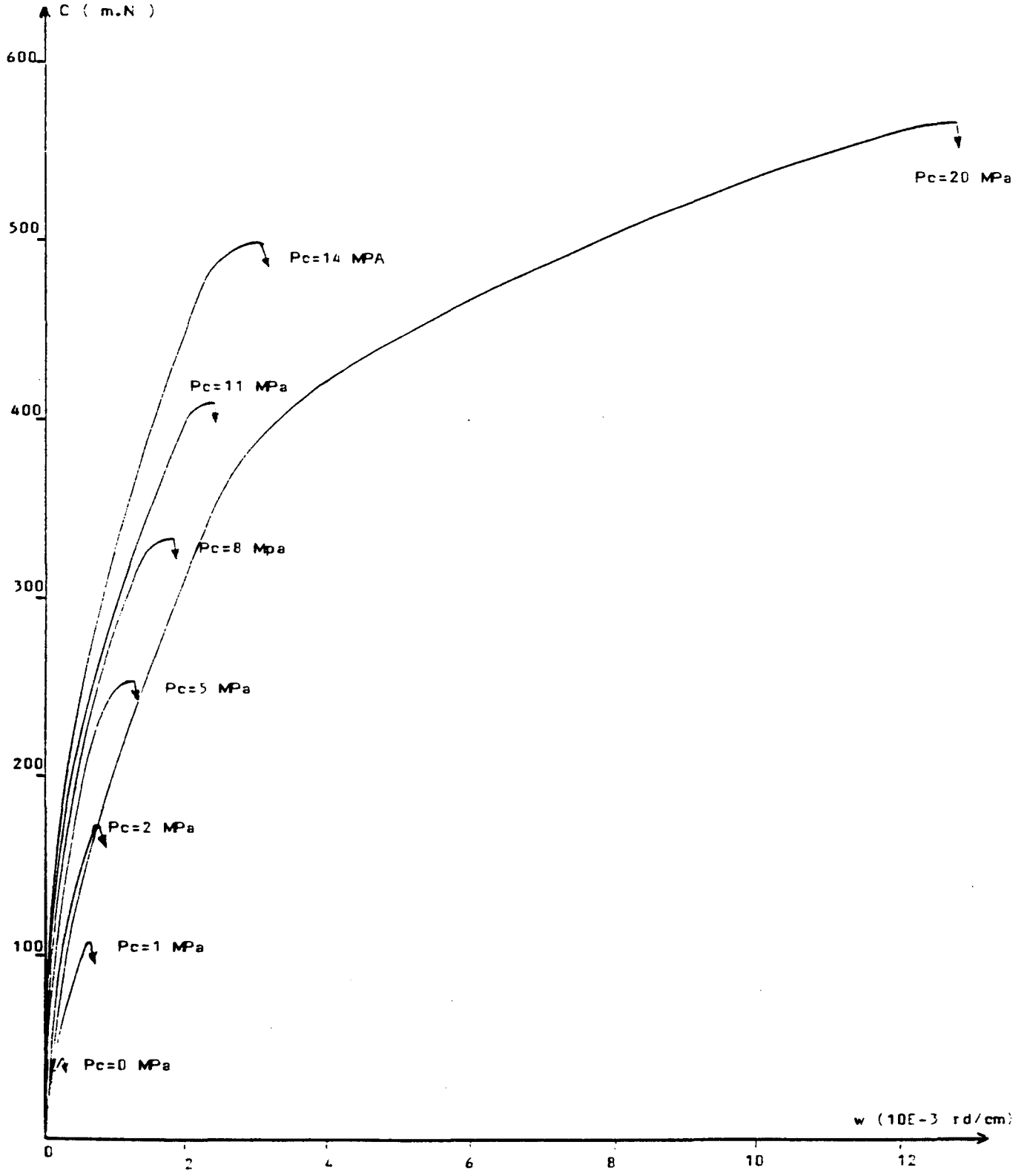


Figure 7-3 - Variation du couple appliqué en fonction de la rotation angulaire lors d'un essai de torsion hydrostatique sur la craie d'Haubourdin

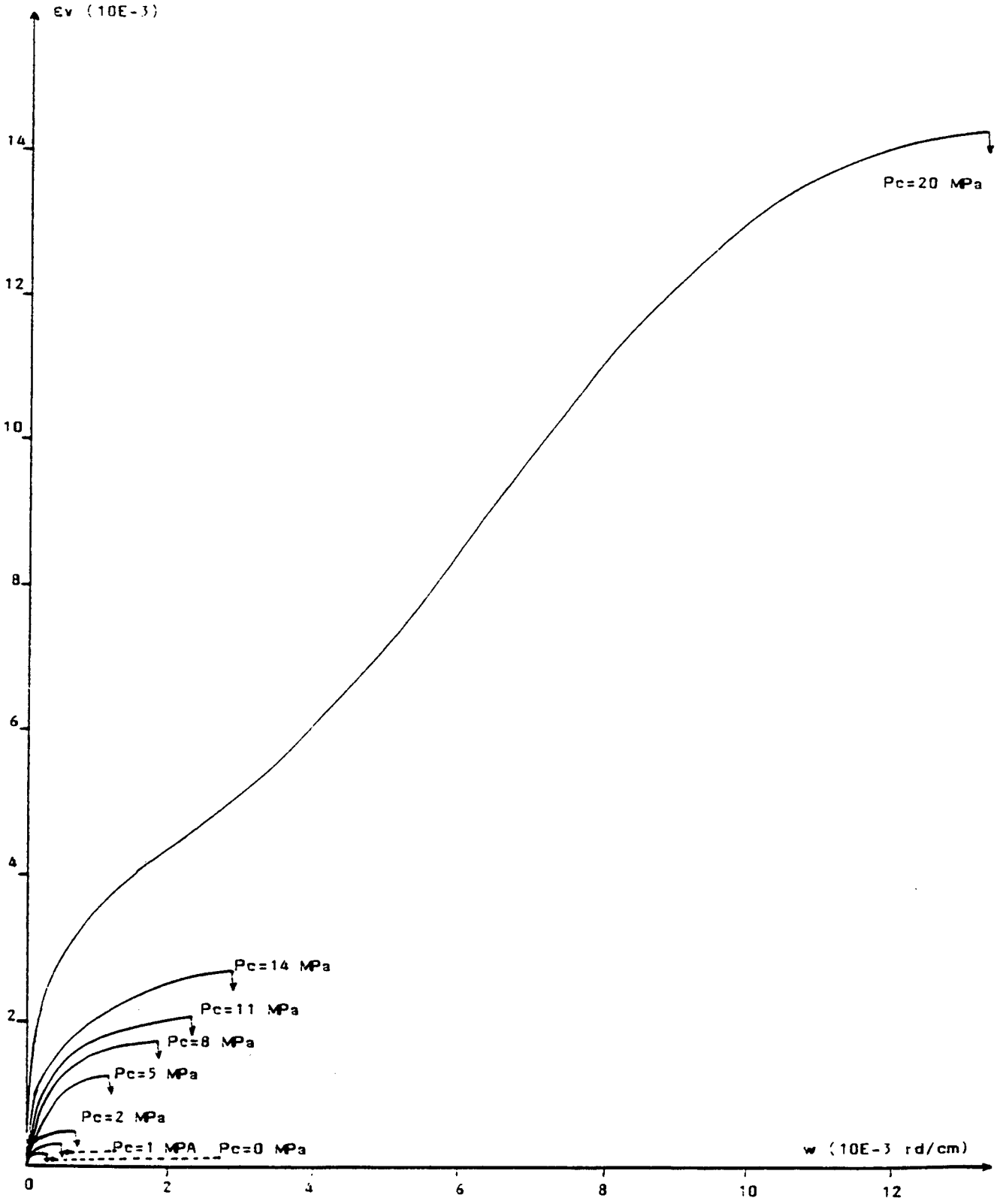


Figure 7-4 - Variation volumique en fonction de la rotation angulaire lors d'un essai de torsion hydrostatique sur la craie d'Haubourdin

La rupture est précédée d'un écrouissage important fonction de la pression de confinement appliquée. Cette constatation a également été observée par Handin.

Au delà d'un confinement supérieur à 5 MPa, le comportement n'est plus du type élasto-fragile. La rotation angulaire à la rupture est d'environ 3.10^{-4} rad/cm en torsion pure, elle est près de 10 fois plus importante pour une pression de confinement de 14 MPa.

Les valeurs résiduelles sont très élevées.

Cet écrouissage pré-rupture est d'autant plus important que l'on se situe bien à des pressions de confinement supérieures à Po.

La déformation angulaire à la rupture pour un confinement de 20 MPa est environ 20 fois celle observée lors de la torsion pure.

Le comportement volumique observé est, quel que soit le confinement appliqué, du type contractant. Les variations de volume lors de l'application du couple sont nettement plus faibles que celles relevées lors de la phase hydrostatique mais ne sont pas forcément nulles ou négligeables et en particulier pour des pressions de confinement supérieures à Po.

La courbe variation volumique en fonction de la déformation angulaire se décompose également en deux parties. Une première partie linéaire fonction du confinement se superspose à celle de la courbe précédente. Elle est suivie d'une phase non linéaire jusqu'à la rupture.

Le mode de rupture des échantillons est caractérisé par 2 hélices diamètralement opposées. L'angle α d'inclinaison de cette hélice par rapport à l'horizontale varie avec la pression de confinement Po. Ce point a également été observé par Durand. Cette variation est définie par le tableau ci-dessous :

P (MPa)	0	2	5	14
α degré	40	50 à 55	60 à 65	80 à 85

On remarque également que la pente des courbes couple rotation angulaire qui représente le module de cisaillement ou module d'élasticité transversal G_T varie en fonction de la pression de confinement P comme le montre le tableau ci-dessous :

P (MPa)	0	1	2	5	8	11	14	20
G_T(MPa)	1465	1599	1909	3350	4063	4762	7047	1810

Le module expérimental G_T augmente avec P tant que l'on se situe dans la zone élastique du comportement hydrostatique, puis chute dès que la pression P dépasse la valeur Po.

Il est à noter également une différence importante entre le module G_T déterminé en torsion pure et le module transversal G_C déterminé à partir du module d'Young et du coefficient de Poisson obtenus en compression simple.

VII - 3 - SIMULATION EN ELEMENTS FINIS DES ESSAIS DE TORSION A PARTIR DU MODELE DE LADE

Malgré la complexité apparente du modèle de Lade, les essais de torsion sur cylindre creux sous confinement hydrostatique sont simulés numériquement à condition de déterminer correctement et précisément les paramètres du modèle dans chaque zone considérée.

Le modèle retenu est celui de Lade défini dans le chapitre 5, les paramètres de ce modèle ont été déterminés en tenant compte de la zone rhéologique où l'on se situe, à savoir avant et après le seuil de dégradation Po. Le modèle de Desai n'est pas retenu compte tenu de la grande sensibilité de certains de ses paramètres. Le modèle de Lade a été calibré et validé précédemment pour des sollicitations triaxiales sans rotation d'axes.

On considère que les propriétés mécaniques de la craie étudiée sont celles de Haubourdin, tout comme dans le paragraphe précédent.

Les simulations numériques ont été réalisées en utilisant la méthode des éléments finis appliquée au cas tridimensionnel. La rotation matérielle existante est prise en compte numériquement en utilisant la dérivée matérielle de Jaumann.

Ceci permet d'ajuster le champ de contraintes résultant de l'application d'un couple précédé d'un chargement hydrostatique.

On trouvera en annexe 10 les détails de formulation et l'algorithme de résolution du problème de torsion par la méthode des éléments finis, en utilisant le modèle de Lade à deux champs plastiques comme défini au chapitre cinq.

Le cylindre creux est défini géométriquement par :

ϕ e = 70 mm
ϕ i = 35 mm
hauteur = 175 mm

il est discrétisé en élément briques isoparamétriques à 20 noeuds à approximation quadratique [26] et 3 degrés de liberté en déplacement par noeud à raison de :

- 4 éléments selon une section,
- 5 éléments selon la hauteur.

Les intégrations numériques sont effectuées en 27 points de Gauss equi répartis sur 3 couches [165].

Les paramètres du modèle sont ceux déterminés dans les chapitres précédents.

A partir des résultats expérimentaux définis dans les références [148][149] on observe une variation du module de cisaillement G_T avec la pression de confinement ou hydrostatique, ainsi qu'une différence entre le module expérimental G_T et le module de cisaillement G_C dans un rapport X. = $\frac{G_C}{G}$

Le rapport X est défini dans le tableau 7-1 suivant.

Pc (MPa)	0	1	2	5	8	11	14	20
G_T(MPa)	1465	1559	1904	3350	4063	4762	7047	1810
X	2,93	3,19	3,6	6,7	8,12	9,52	14,09	3,62

Tableau 7-1 - Définition du rapport X

Par ailleurs [124], ont été réalisées des simulations de ces essais de torsion hydrostatique au rayon moyen avec un rapport X = 1, et en utilisant un jeu de paramètres unique déterminé sans faire aucune distinction des zones à caractéristiques mécaniques différentes. On observe ainsi (figure7-5, Pc = 8 MPa, X = 1) que le comportement simulé diffère notablement de l'expérimentation, en effet les déformations angulaires sont beaucoup plus importantes pour un couple donné sans apparition de phase plastique. De plus, le comportement volumique n'est absolument pas retranscrit avec une tangente à l'origine totalement différente de celle observée expérimentalement. Pour ces raisons les simulations numériques se font pas éléments finis pour tenir compte du caractère tridimensionnel de la sollicitation, mais également en tenant compte des zones à caractéristiques mécaniques différentes observées dans la craie.

Les simulations numériques sont représentées sur les figures 7-5 à 7-7.

On observe l'influence sensible du facteur X dans l'approximation des rotations angulaires ω en fonction du couple appliqué C.

Cela montre la nécessité de déterminer correctement les paramètres du modèle dans les différentes zones correspondantes et de tenir compte du module de cisaillement expérimental plutôt que théorique.

Même si le calage des courbes couple ou contrainte de cisaillement en fonction de la rotation angulaire n'est pas parfait, l'allure des courbes et l'ordre de grandeur des valeurs numériques obtenues sont retrouvés.

Cela est d'autant plus vrai sur le comportement volumique où la tangente à l'origine de la courbe est retrouvée.

Qu'il y ait équilibrage ou non, les pentes initiales des courbes couple rotation angulaire sont identiques, ce qui confirme l'hypothèse que la dérivée de Jaumann en petite déformation n'interfère pas sur les résultats.

Cependant l'équilibrage en rotation a un effet sur l'approximation des rotations en particulier dans les phases plastiques. Sans cet équilibrage, l''applatissement'' de la courbe représentant l'écrouissage dû à la rotation n'apparaît plus et le comportement simulé serait caractérisé par une phase élastique beaucoup plus importante et une phase plastique réduite.

On remarque que sur l'essai à 20 MPa, les limites de la modélisation telle qu'elle a été réalisée.

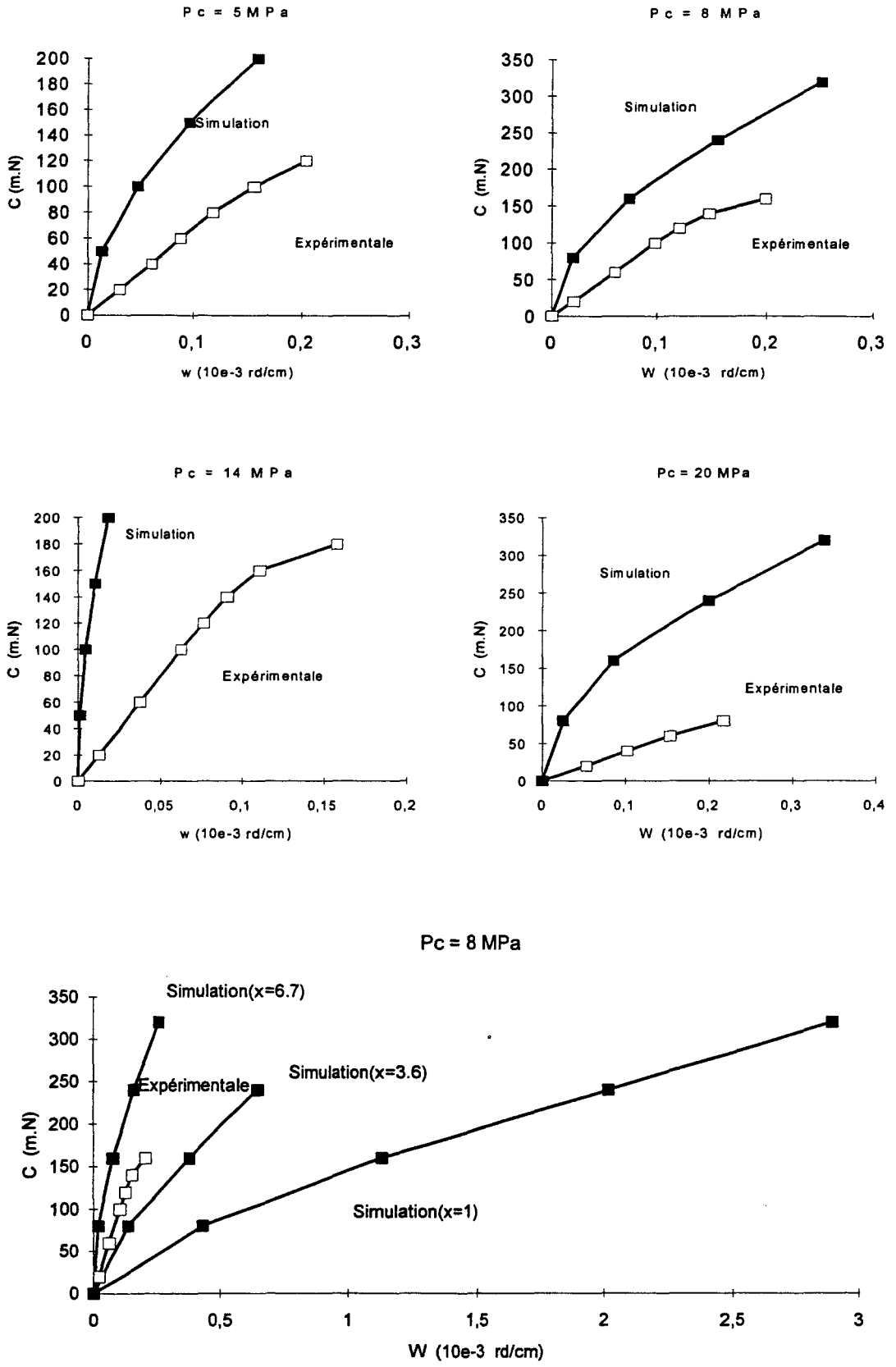


Figure 7-5 - Simulations des essais de torsion sur la craie d'Haubourdin
Relation C-ω

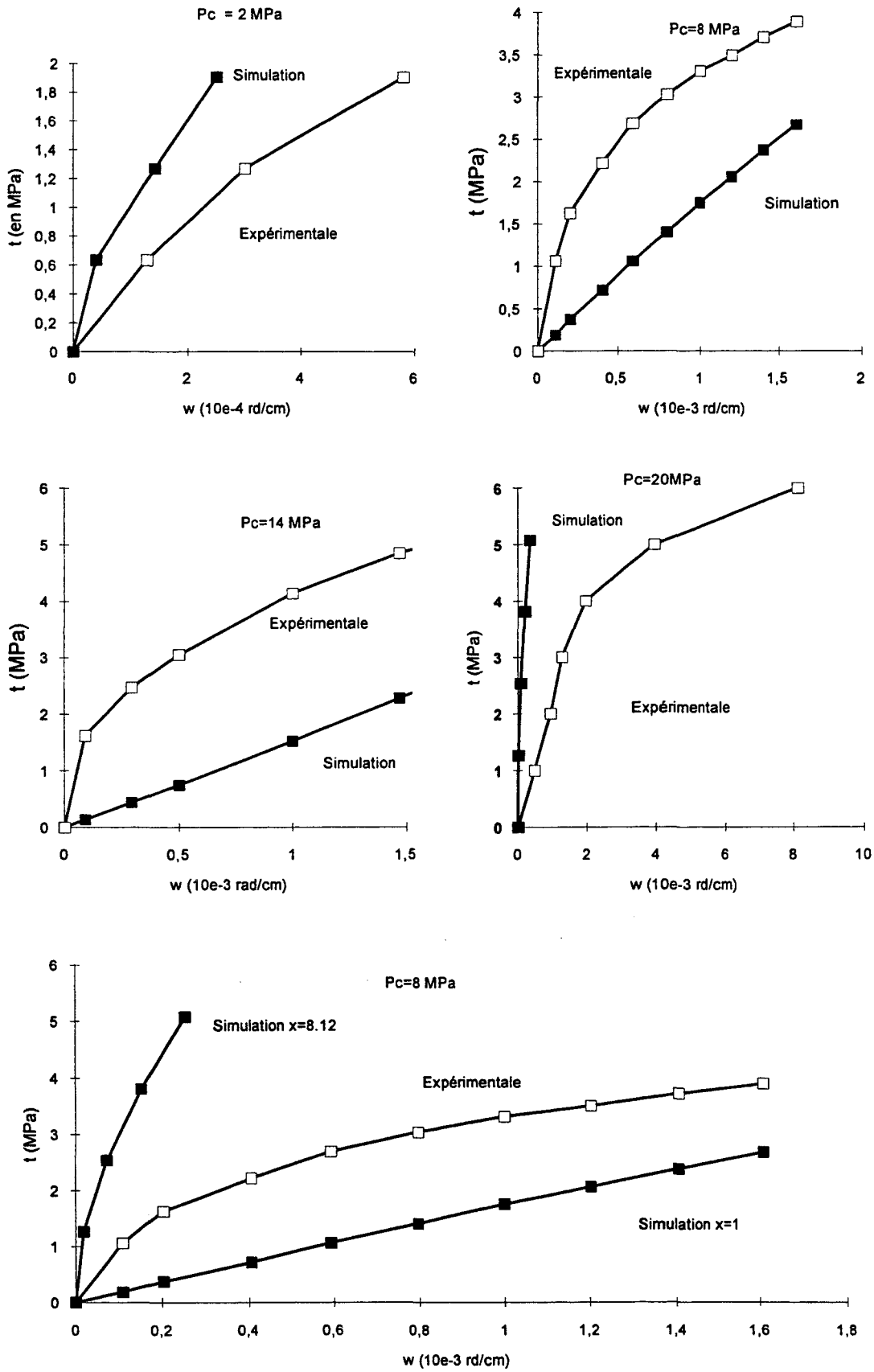


Figure 7-6 - Simulations des essais de torsion sur la craie d'Haubourdin
Relation τ-ω

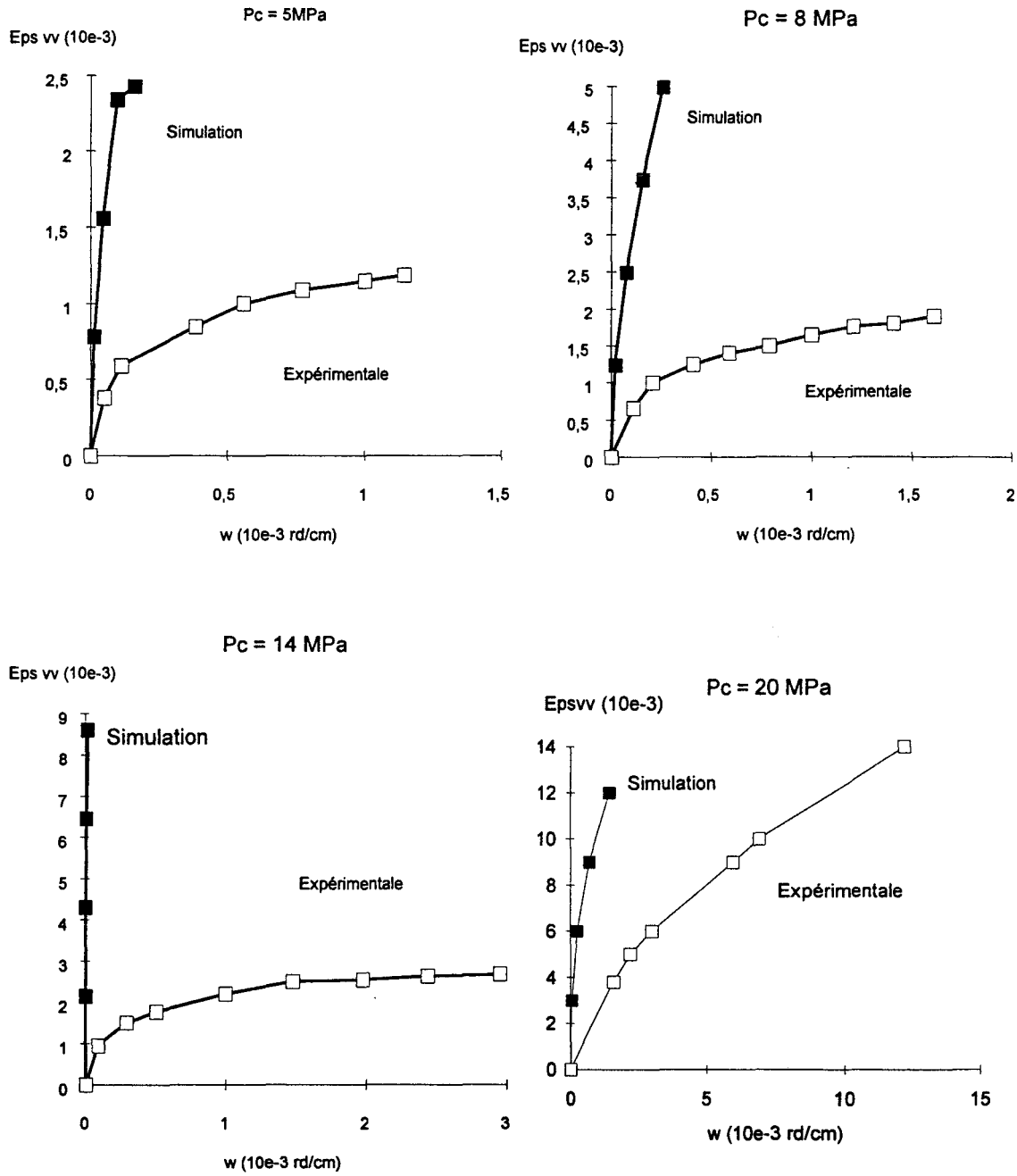


Figure 7-7 - Simulations des essais de torsion sur la craie d'Haubourdin
Relation ε_v-ω

VII - 4 - SIMULATION DES ESSAIS DE TORSION PAR LE MODELE DE CHANG

La craie est un matériau poreux, constitué de grains fins et à contact granulaire de "faible" énergie. On observe, pour les craies à haute porosité, que la rupture de ces liaisons fait tendre en première approximation le matériau vers un matériau pulvérulent. Dans ce chapitre, l'idée est donc de vérifier l'adaptabilité de certains modèles développés pour les milieux pulvérulents au cas de la craie. Pour mémoire, les modèles tels que Lade et Desai ont été développés initialement pour les sables. On ne s'intéressera pas à ces deux derniers qui sont traités par ailleurs.

Le modèle de CHANG a été développé pour les matériaux sans cohésion. Les champs de contrainte et de déformation sont déterminés par des quantités infinitésimales en considérant le mécanisme de déformation du sol d'un point de vue microscopique. Il considère que des volumes élémentaires de sols laminés représentent des plans de glissement. Pour une sollicitation donnée, des mouvements entre ces plans apparaissent dans plusieurs directions. L'intégration ou la sommation dans ces différentes directions, des mouvements précédemment définis, permet de passer de l'état micro à l'état macroscopique, et par conséquent de déduire l'état de déformation induit par la sollicitation.

CHANG assimile la déformation du sol, sous l'application d'une charge, à un mouvement relatif d'amas de particules. La cinématique est définie en termes de déplacements locaux et de mesures géométriques.

Il définit ainsi une loi de comportement locale relativement aux tractions et aux déplacements locaux. En utilisant cette loi, il développe les relations contraintes-déformations.

Ce modèle inclus également l'influence de l'anisotropie du matériau sur le comportement en déformation ; il est présenté en annexe 9.

CHANG propose la relation suivante :

$$\begin{Bmatrix} de_n \\ de_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{nn}} & \frac{1}{K_{nm}} \\ \frac{1}{K_{mn}} & \frac{1}{K_{mm}} \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} d\sigma_n \\ d\sigma_m \end{Bmatrix}$$

où :

$$K_{mm} = k_0 . \left(\frac{Pc}{Pa} \right)^n . \left[1 - \frac{|\tau_{z\theta}|}{|\tau_{max}|} \right]^\lambda$$

$$K_{nn} = B . \left[\frac{1}{B} + \frac{\sigma_n}{\upsilon_m} \right]^2$$

$$K_{nm} = K_{mn} = \frac{K_{mm}}{D}$$

$$D = \frac{\tan\phi_u - \frac{\tau_m}{\sigma_n}}{1 + \frac{\tau_m}{\sigma_n} . \tan\phi_u}$$

B = pente initiale de la courbe contrainte-déformation considérée,

ϕ_u angle de frottement interne du matériau.

Dans le cadre de la simulation des essais de torsion sous confinement hydrostatique, l'équation matricielle précédente s'écrit :

$$d\omega = \frac{1}{K_{nm}} \times d\tau_{z\theta}$$

où ω est la rotation angulaire.

En intégrant et en tenant compte des conditions aux limites relatives à l'essai, on obtient :

$$\omega = \frac{\tau_{max}}{(1-\lambda).k_0.\left(\frac{Pc}{Pa}\right)^n}.\left[1-\left(1-\frac{|\tau_{z\theta}|}{|\tau_{max}|}\right)^{1-\lambda}\right]$$

VII - 4 - 1 - Détermination des paramètres

Les paramètres du modèle se résument à :

$\tau = \tau_{zq}$: contrainte de cisaillement due au moment de torsion.

ω : déformation angulaire spécifique.

Pc : pression de confinement.

Pa : pression atmosphérique.

t_{max} : contrainte de cisaillement maximale, avant rupture.

ω_{max} : déformation angulaire spécifique à la rupture.

k_O : module de la zone linéaire de compressibilité.

τ_m et l : paramètres variant avec Pc.

K_o est déterminé à partir des essais de compressibilité hydrostatique.

ω_{Max} et τ_{Max} sont relevés graphiquement à partir des données expérimentales.

L'équation précédente définissant ω peut encore s'écrire :

$$\tau_{z\theta} = \tau_{max}.\left[1-\left(1-\frac{\omega}{\omega_{max}}\right)^{\frac{1}{1-\lambda}}\right]$$

où la valeur de λ est fonction de la pression de confinement Pc. On détermine λ par la définition de la droite de régression

$\lambda = a\,Pc + \delta$

Pour déterminer le paramètre n, on s'intéresse à la pente à l'origine des courbes ($\tau_{z\theta}$-w).

On a : $$\frac{d\tau_{z\theta}}{d\omega} = K_{mm} = k_0.\left(\frac{Pc}{Pa}\right)^n.\left[1-\frac{|\tau_{z\theta}|}{|\tau_{max}|}\right]^{\lambda}$$

et $$\frac{d\tau_{z\theta}}{d\omega} \xrightarrow[\tau\to 0]{} k_0.\left(\frac{Pc}{Pa}\right)^n$$

On a également :

$$\frac{\tau_{z\theta}}{\omega} = \frac{\tau_{max}}{\omega}.\left[1-\left(1-\frac{\omega}{\omega_{max}}\right)^{\frac{1}{1-\lambda}}\right]$$

En effectuant un développement limité d'ordre 1, en w = 0, on obtient :

$$\frac{\tau_{z\theta}}{\omega} \xrightarrow[\omega\to 0]{} \frac{\tau_{max}}{\omega_{max}}.\left(\frac{1}{1-\lambda}\right)$$

En combinant les relations précédentes :

$$n = \frac{\ln\left[\frac{\tau_{max}}{\omega_{max}}.\frac{1}{k_0.(1-\lambda)}\right]}{\ln\left(\frac{Pc}{Pa}\right)}$$

Sur les figures 7-8 à 7-11 suivantes sont représentées :

- la détermination du paramètre n,
- la relation τ_{max}-ω_{max} à partir des données expérimentales,
- la relation ω_{max} -Pc expérimentale,
- la relation τ_{max}- Pc expérimentale.

Les résultats expérimentaux sont issus d'essais de torsion sur cylindre creux. Préalablement à la phase torsion, l'échantillon (diamètre extérieur 70 mm, diamètre intérieur 35 mm, élancement 2,35) est sollicité de manière hydrostatique jusqu'à une pression de confinement Pc.

Ces essais [124] [150] [157] servent de base aux différentes simulations qui suivent. Ils ont été réalisés sur une craie qui correspond à celle d'Haubourdin retenue dans le présent mémoire.

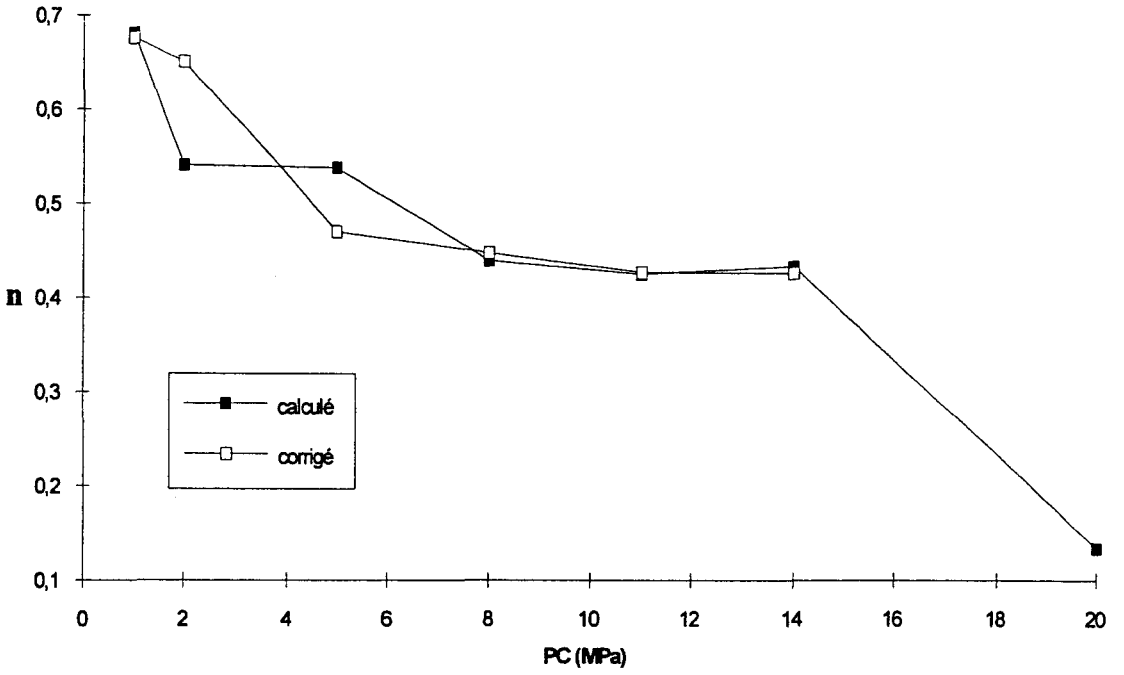


Figure 7-8- Détermination du paramètre n

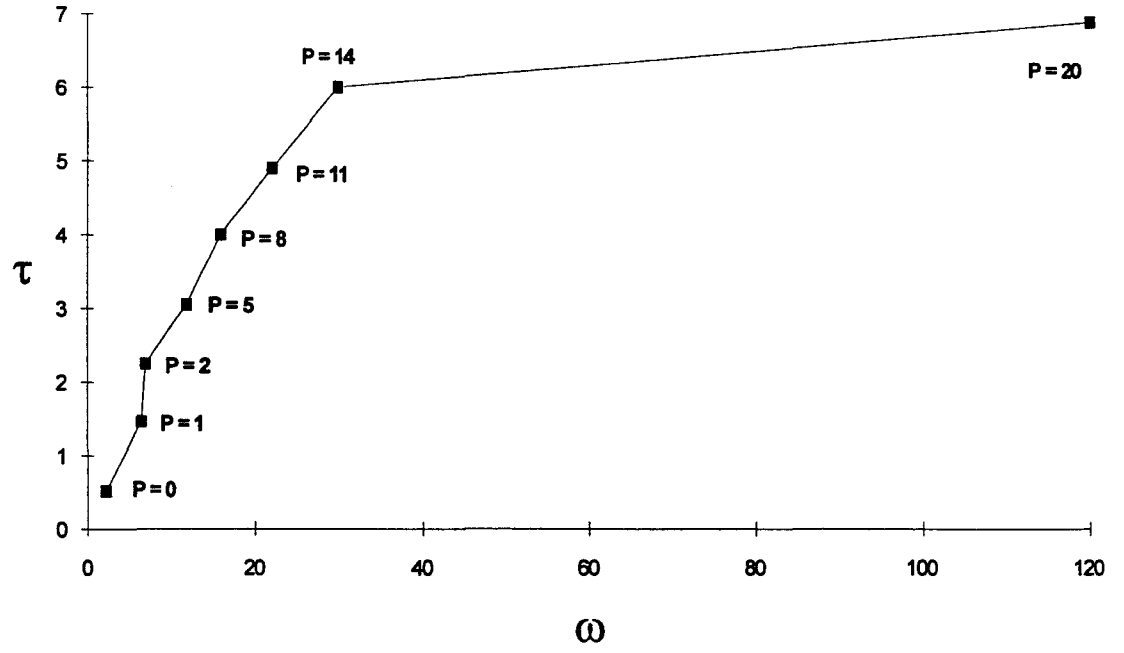


Figure 7-9 - Relation expérimentale τ-ω en fonction de la pression de confinement

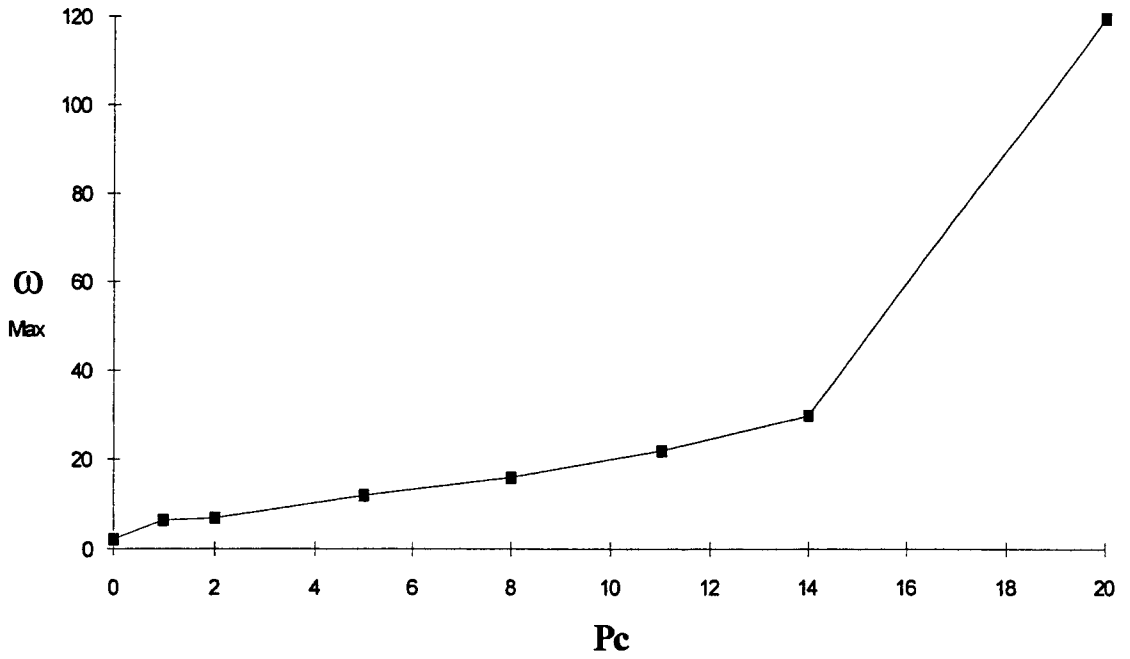


Figure 7-10 - ω_{max} en fonction de la pression de confinement Pc

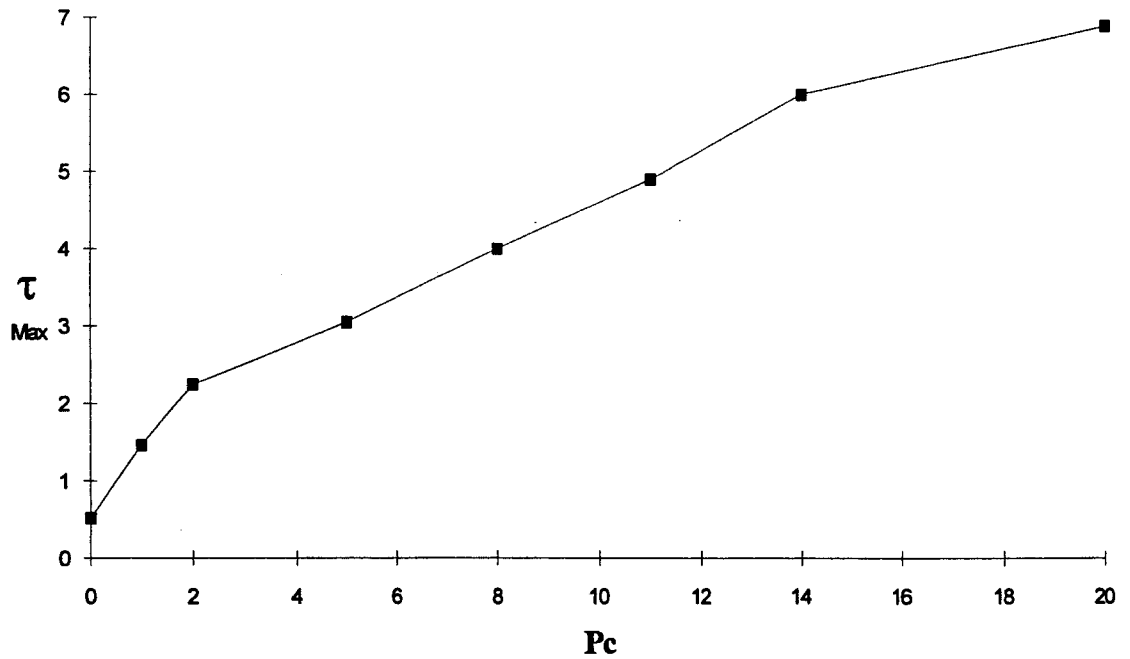


Figure 7-11 - τ_{max} en fonction de la pression de confinement Pc

VII - 4 - 2 - Simulation des courbes de torsion

Sur les figures 7-12 à 7-19 sont représentées les variations τ-ω simulées et expérimentales pour différentes pressions de confinement dans le cas d'un essai de torsion sous confinement hydrostatique.

Les pressions de confinement étudiées sont :

0 - 1 - 2 - 5 - 8 - 11 - 14 - 20 MPa

Seule la dernière valeur correspond à une pression de confinement supérieure à la limite élastique isotrope.

On observe une certaine concordance entre valeurs expérimentale et calculée.

Le modèle permet déjà une première approche de modélisation du comportement en rotation sur la base d'une caractérisation graphique et expérimentale des paramètres.

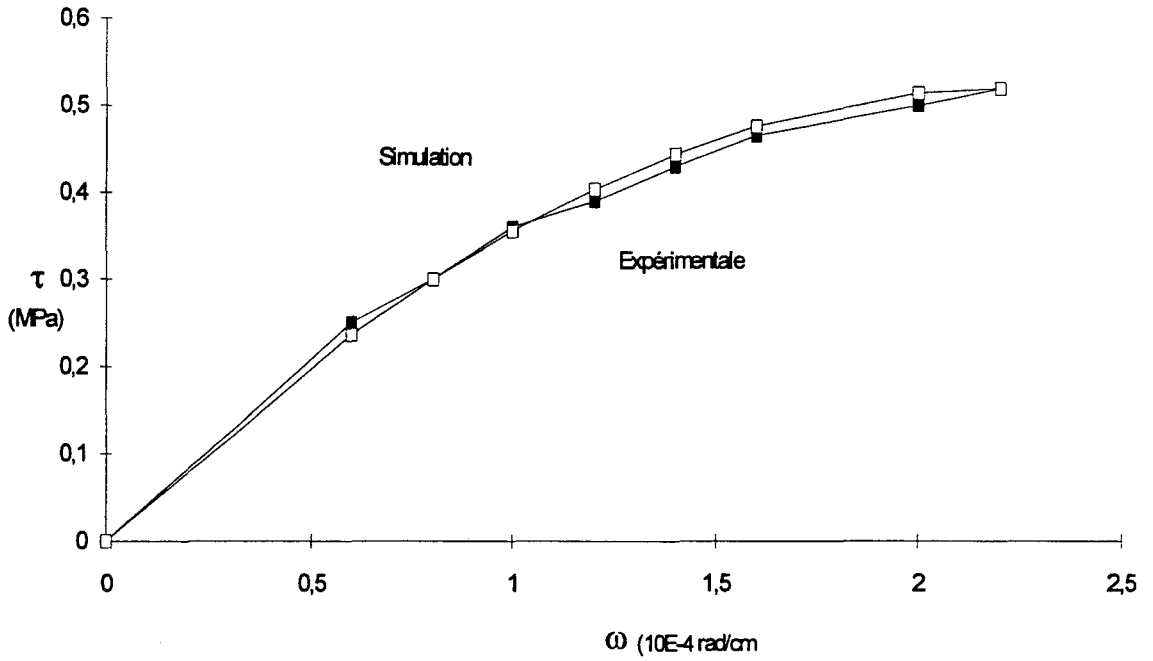


Figure 7-12 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 0 MPa

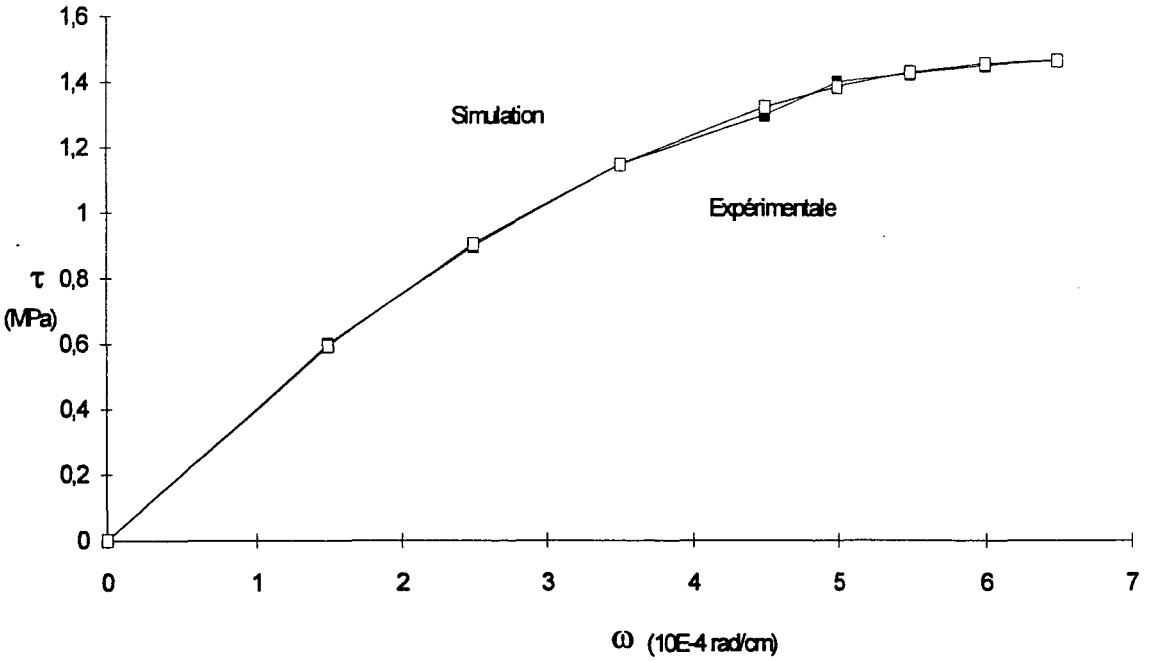


Figure 7-13 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 1 MPa

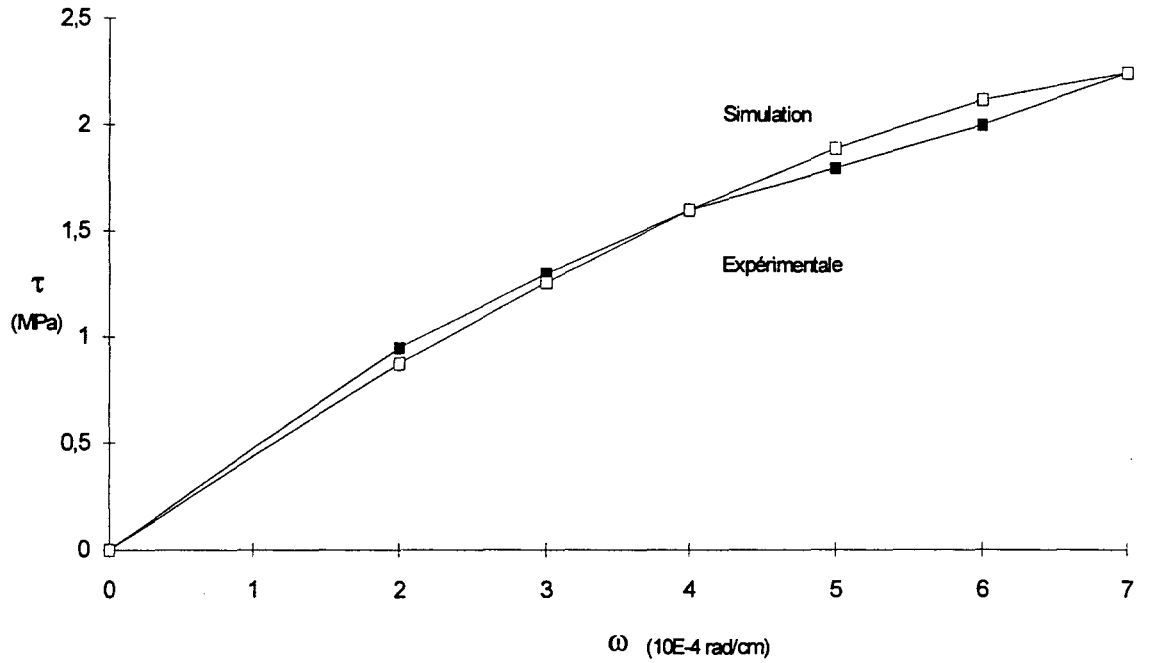


Figure 7-14 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 2 MPa

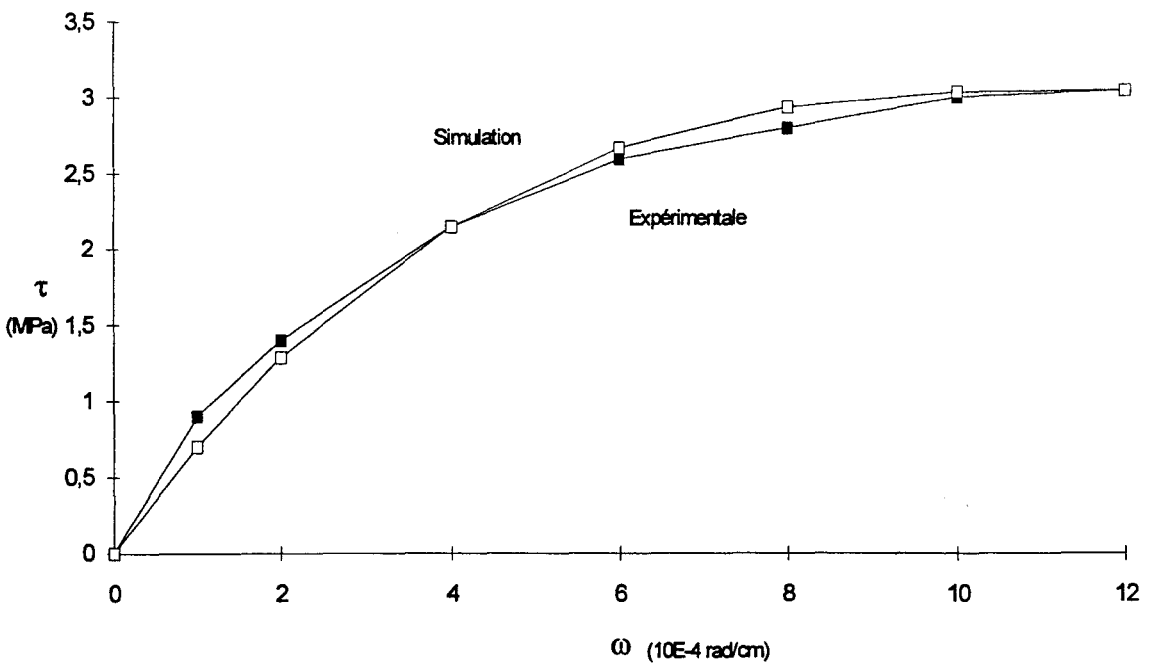


Figure 7-15 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 5 MPa

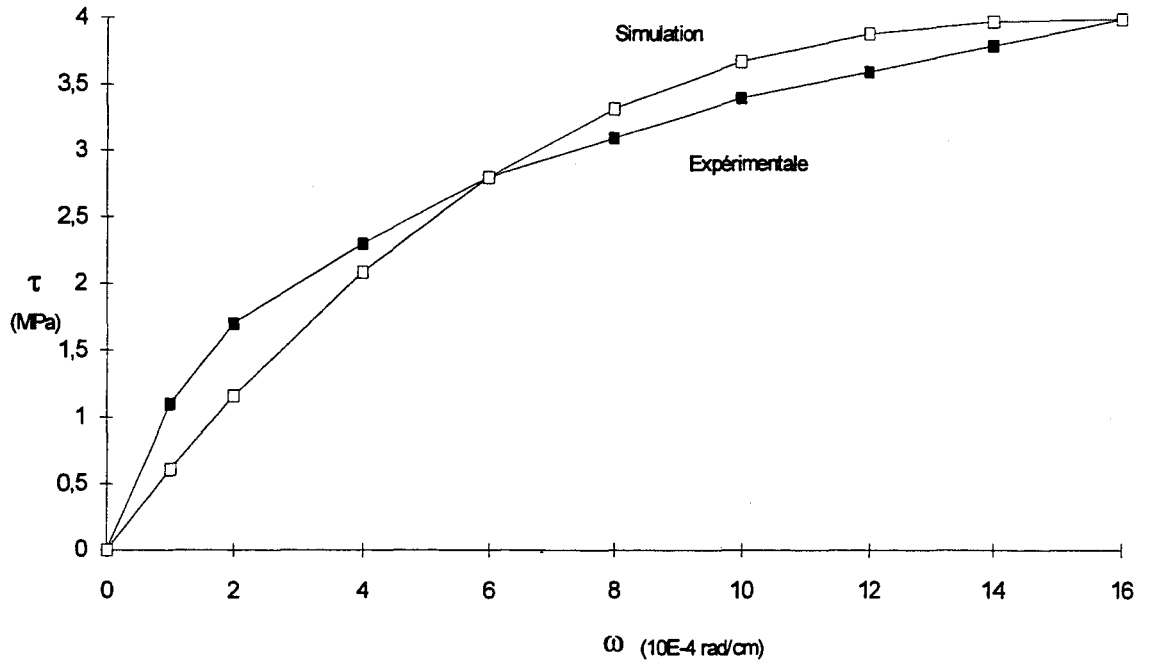


Figure 7-16 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 8 MPa

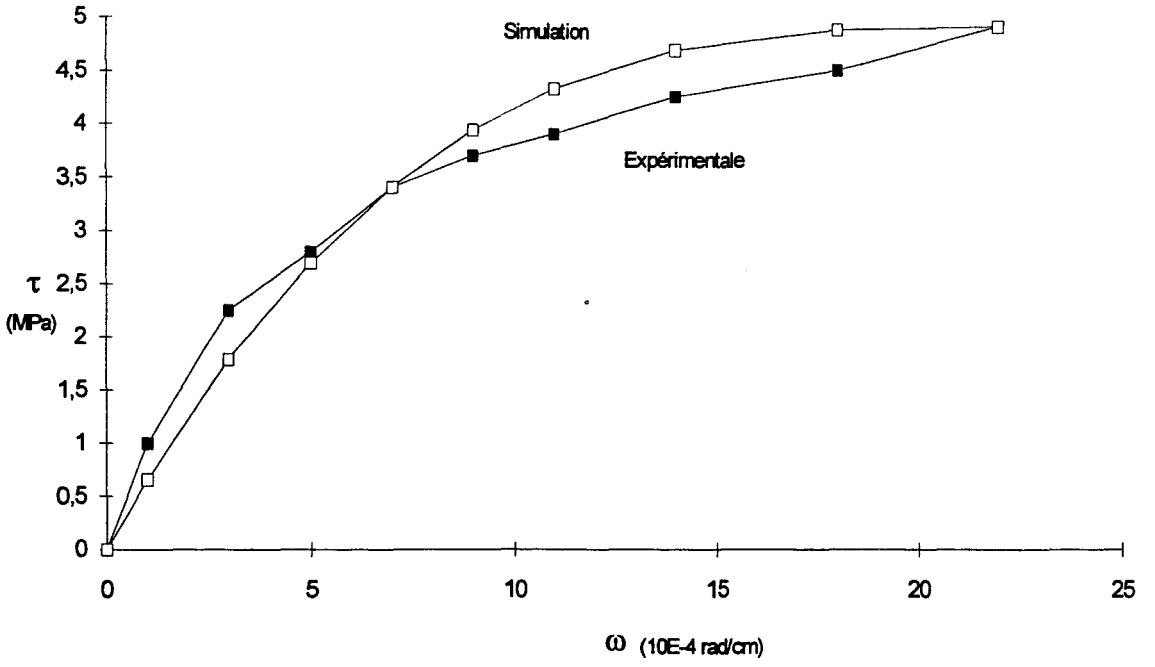


Figure 7-17 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 11 MPa

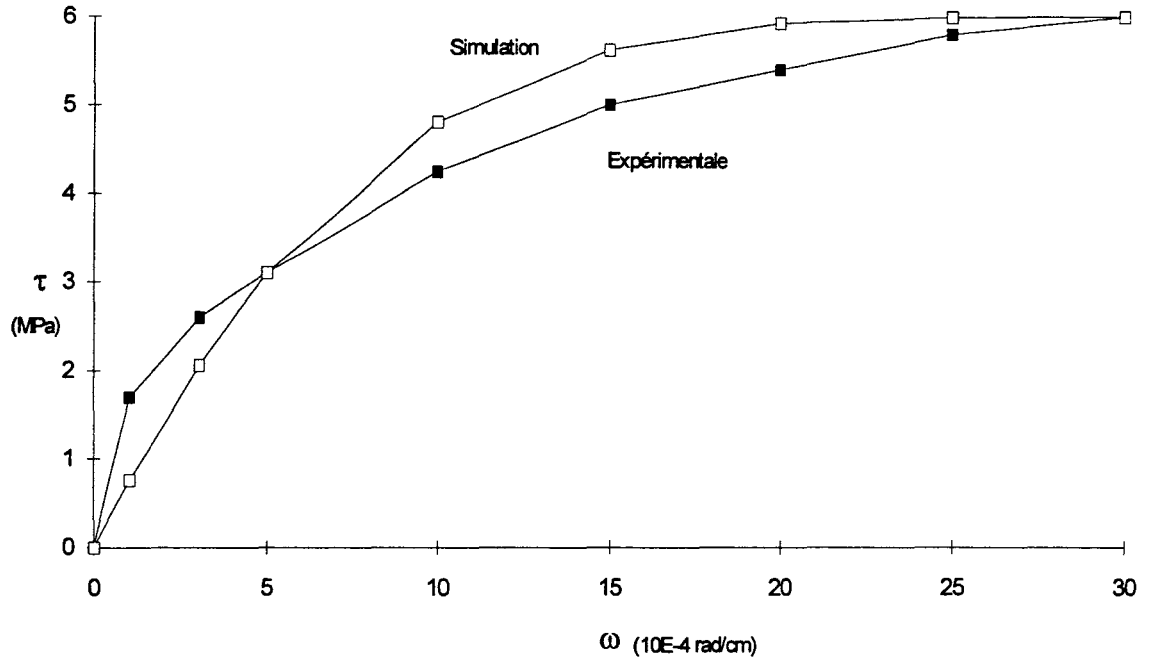


Figure 7-18 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 14 MPa

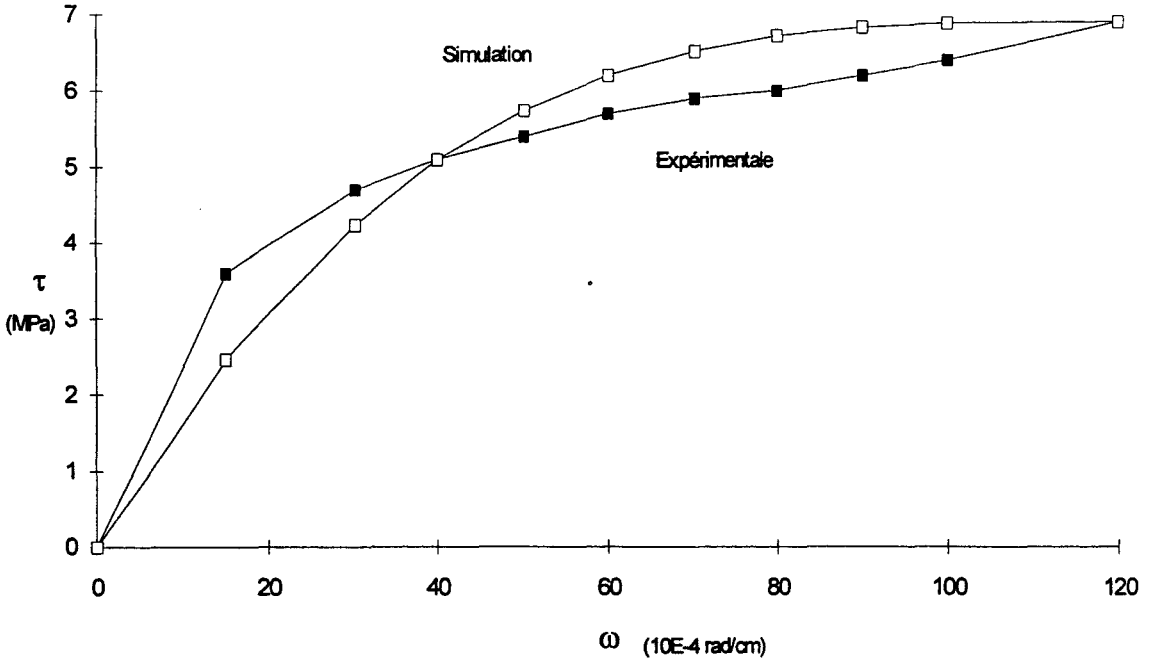


Figure 7-19 - Simulation de l'essai de torsion à Pc = 20 MPa

CONCLUSION GENERALE

La craie est un matériau largement rencontré. Elle présente une grande variété de comportements rhéologiques. Différents paramètres permettent de la caractériser. En premier lieu, la porosité est la caractéristique la plus significative pour décrire le comportement des craies.

Cette porosité semble être en corrélation avec la perméabilité à l'air quelle que soit la forme et la taille des grains. Cette perméabilité décroît fortement si la pression de confinement augmente. L'observation la plus importante est que cette porosité est en corrélation avec les caractéristiques mécaniques de la craie à savoir résistance à la compression, module d'Young, coefficient de Poisson, facteur d'intensité de contrainte. Il est observé des lois exponentielles à décroissance rapide de ces caractéristiques en fonction de la porosité. Il est à noter également que pour l'ensemble des craies blanches le coefficient de Poisson peut être pris égal à une valeur moyenne de 0,18.

On distingue alors les craies :

- à porosité élevée $\eta > 37$ %
- à porosité faible $\eta < 37$ %

Les craies contiennent une certaine teneur en argile. On distingue alors les craies :

- à faible teneur en argile A < 10 %
- à forte teneur en argile A > 10 %

Dans le premier cas, c'est essentiellement la matrice crayeuse qui conditionne le comportement de la craie. La fraction argileuse semble ne pas être prépondérante sur le comportement de la craie et on peut comptabiliser le volume d'argile dans celui des pores.

On peut alors définir une porosité fictive $\overline{\eta}$ par :

$$\overline{\eta} = \frac{V_V + V_A}{V_T} \qquad \text{si A} < 10\ \%$$

$$\overline{\eta} = \frac{V_V}{V_T} \qquad \text{si A} > 10\ \%$$

Les corrélations précédemment évoquées peuvent alors être ajustées en tenant compte de cette porosité fictive.

La silice sous forme S_iO_2 (quartz) est également un matériau constitutif de la craie dont l'augmentation de la teneur joue un rôle équivalent à celui induit par la réduction de la porosité.

Il faut dissocier les craies :

- à faible teneur en silice < 2 %
- à forte teneur en silice > 10 %

La craie est un matériau très sensible à la nature du fluide de saturation et en particulier à l'eau. L'eau interstitielle induit un gonflement du matériau qui est directement proportionnel à la teneur en argile et à la surface spécifique. Elle présente une certaine influence sur les caractéristiques mécaniques de la craie comme le module d'Young, la limite élastique, la résistance à la compression qui décroissent avec le degré de saturation. Cette influence est d'autant plus marquée que la porosité est élevée. Cette eau induit également les phénomènes de dissolution-recristallisation.
Une classification est craies peut être réalisée à partir d'observations basées sur des formes et des arrangements de grains, au microscope électronique à balayage. Un indice de texture peut ainsi être déterminé et être corrélé à la densité sèche, la résistance à la compression par exemple.

La craie, selon qu'elle soit matériau d'ouvrage de surface ou profond, est soumise à des sollicitations diverses et variées tant en nature qu'en intensité.

Sous des sollicitations de type compression monoaxiale, la craie se comporte sous faible confinement comme un matériau élasto-fragile et doit être classée dans les matériaux visco-élastiques.

La nature du fluide de saturation et la vitesse de chargement sont des paramètres influençant le comportement.

En état saturé, le rôle de l'argile peut être très important. En effet, l'argile jouant un rôle de lubrification entre grains, induit la chute des caractéristiques mécaniques.

Le phénomène de compaction est la conséquence de la réduction de la pression de pore qui fait augmenter la contrainte effective. On peut supposer au moins dans un premier temps, que les changements de contraintes effectives sont définis par le principe de Terzaghi.

Sous chargement hydrostatique, le comportement de la craie se décompose en 3 phases :

- une phase quasi réversible jusqu'à une valeur Po ;
- une phase de forte compaction plastique, c'est la phase d'effondrement de la structure ;
- une phase d'écrouissage.

La valeur Po varie en fonction de la porosité de la craie. En condition non drainée, les variations de volume sont quasi linéaires en fonction de la pression interstitielle et ce pour tous les niveaux de pression de confinement.

Sous chargement de type oedométrique, le comportement de la craie se décompose comme suit :

- une phase élastique ;
- un effondrement de structure ;
- une phase plastique avec écrouissage ;
- un écrouissage secondaire uniquement pour des craies à $\eta > 45$, taux silice < 2 %, déformation > 12 %.

A faibles contraintes, la structure cimentée de la craie se déforme élastiquement, le rapport des contraintes effectives Ko est faible mais la relation $Ko = \upsilon/1-\upsilon$ ne semble pas vérifiée.

Dans la seconde phase, la rupture des ponts engendre de grandes déformations et donc, une forte réduction de la porosité, la compressibilité et le rapport des contraintes effectives augmentent. Le matériau tend vers un matériau pulvérulent.

Sous chargement déviatorique faible, la craie se comporte comme un matériau élasto-fragile, contractant-dilatant avec un endommagement pré-rupture relativement faible. Sous déviateur plus élevé, on peut observer la quasi absence de phase élastique et que les craies à faible porosité présentent des contraintes d'écoulement élevées.

La craie étant classée dans les matériaux visco-élastiques, elle présente une certaine sensibilité à des sollicitations de type fluage et sous chargement cyclique ou alterné à fortiori en état saturé à l'eau.

CONCLUSION

Quant aux modèles utilisables pour simuler le comportement de la craie, on peut retenir, en négligeant la partie visqueuse :

- les modèles simples tels que ceux de Reinicke et les modèles elliptiques ;

- les modèles incrémentaux à interpolation moyennant une adaptation des protocoles d'essais habituellement retenus en mécanique des roches ;

- les modèles à concept d'état limite, sachant que ce concept doit être différent de celui utilisé en mécanique des sols. Ces modèles nécessitent une validation toute particulière à très faible confinement ;

- les modèles élastoplastiques qui tiennent compte également du caractère contractant-dilatant de ce type de matériau.

Le comportement mécanique de quatre craies à porosités différentes a été analysé. Ces quatre craies sont celles de :

- Dannes (D) classée Cenomanien ;
- Haubourdin (H) classée Senonien ;
- Bois Bernard (BB) classée Cenomanien ;
- Liège (L) classée Maestrichtien.

Les porosités de ces craies varient de 24 à 44 % respectivement pour Dannes et Liège. Les craies de Haubourdin et Bois Bernard présentent une porosité voisine de 35 %.

On observe que sont en corrélation avec la porosité :

- les densités absolue et apparente ;
- la dureté Brinell ;
- les résistances à la compression et à la traction ;
- la perméabilité à l'eau.

Une analyse au porosimètre à mercure indique que la craie de Dannes présente un diamètre moyen de pores de l'ordre de 0,315 µm alors que le spectre est décalé jusqu'à la valeur 0,51 pour les trois autres craies.

Une analyse en fluorescence X montre que cette même craie de Dannes contient des teneurs plus importantes en silice (7 à 8 %) et en argile.

Une analyse au microscope électronique à balayage permet de compléter la classification comme suit et de définir l'indice de texture IT correspondant :

- Liège :	craie moyennement dure	IT = 41
- Haubourdin :	craie dure	IT = 61
- Bois Bernard :	craie dure	IT = 65
- Dannes :	craie dure à extrêmement dure	IT = 7[illegible]

Cette caractérisation physique a été complétée par une étude du comportement de ces quatre craies sous différente sollicitations en particulier hydrostatiques et déviatoriques.

Sous sollicitation hydrostatique, complétée par des cycles de charge-décharge, on observe que les paramètres :

- Po : seuil de dégradation du matériau ;
- Pc^t : seuil de compactage du matériau ;
- Ko : module de compressibilité initial

sont en corrélation avec l'indice de texture IT.

On remarque que pour de indices IT ou des porosités extrêmes correspondant aux craies de Dannes et de Liège, le comportement observé est bien différent. Cependant, à indice IT équivalent et à valeur intermédiaire, les craies de Bois Bernard et Haubourdin se comportent différemment.

Sous sollicitation de type déviatorique, les quatre craies ont été analysées pour des pressions de confinement inférieures et supérieures à Po.

Le comportement de la craie sous sollicitation déviatorique dépend essentiellement de la pression de confinement σ_3 et en particulier selon qu'elle se situe en dessous ou au dessus du seuil de dégradation Po.

Pour les essais à $\sigma_3 < Po$, on distingue deux types de comportements :

- un comportement élasto-fragile avec pic de rupture ;
- un comportement plastique à écrouissage durcissant.

Pour les essais à $\sigma_3 > Po$, le comportement est toujours plastique avec écrouissage. Le seuil d'écoulement décroît fortement avec σ_3 pour devenir quasi nul.

En ce qui concerne le comportement volumique :

- les craies de Liège et Haubourdin (pour $\sigma_3 < Po$) présentent un comportement contractant-dilatant. Le seuil de changement de phase dépend de σ_3,. Pour des confinements supérieurs à Po, ces craies sont toujours contractantes ;

- les craies de Dannes et Bois Bernard sont toujours contractantes.

Les observations sur le comportement volumique sont à relier à la porosité ou l'indice de texture. Les remarques formulées lors des essais hydrostatiques restent valables.

Bien que des similitudes de comportement existent avec une argile surconsolidée, il est impossible de transposer directement et intégralement le comportement d'une argile surconsolidée à celui d'une craie. On n'observe pas d'état limite pour la craie même pour des déformations axiales extrêmement importantes (40 %) sous des sollicitations déviatoriques bien que les diagrammes p-q présentent certaines analogies à basse pression. De plus, les diagrammes e-LnP sont différents et ne présentent pas d'état limite dans le cas de la craie.

Une modélisation du comportement des quatre craies a été réalisée à partir des modèles de Lade et Desai dans lesquels on a tenu compte de la variation des modules en fonction de J_2 et de la décomposition en zones observée expérimentalement.

Le modèle de Lade est à deux champs plastiques, celui de Desai à un seul champ. Dans le modèle de Lade, l'écrouissage est défini à partir de l'énergie de déformation plastique et de la trajectoire des déformations plastiques pour le modèle de Desai. Ils comportent respectivement 16 et 10 paramètres.

Il est observé que globalement, et pour toutes les craies, le modèle de Lade présente des avantages sur celui de Desai :

- détermination et calage des paramètres plus aisés ;

- meilleure calibration et simulation des courbes expérimentales hydrostatiques et déviatoriques;

- meilleure validation du modèle et des valeurs des paramètres sur l'essai proportionnel.

Une simulation du comportement de la craie sous sollicitation de torsion a été réalisée sur la craie de Haubourdin à partir du modèle de Chang et du modèle de Lade.

CONCLUSION

Le premier modèle permet de retranscrire le comportement de la craie sous torsion sans tenir compte du comportement volumique du matériau.

Le modèle de Lade a été retenu lors de simulations en éléments finis en utilisant des éléments briques à 20 noeuds et en autorisant un rééquilibrage en rotation à partir de la dérivée de Jaumann des contraintes.

Il est observé que pour obtenir une validation de ce modèle de Lade, il est impératif de tenir compte de la loi de variation du module de cisaillement en fonction de la pression moyenne et que l'utilisation de la dérivée de Jaumann permet de mieux simuler le comportement en déplacement. En ce qui concerne le comportement volumique, les allures sont respectées bien que les valeurs diffèrent.

Cependant au delà de Po, il est indéniable que la cinématique de la rotation devient significative dans le comportement simulé.

BIBLIOGRAPHIE

1. ADDIS (1989) - Mechanical behaviour and strain rate dependance of high porosity chalk. *Int. Chalk Symposium. Brighton.*

2. AL-GADMIB - HAUNER S. (1990) - Principal direction paths in tension-torsion test at finite strain. *Journal of Engineering Mechanics*, V. 116, N. 5.

3. BARON G. - HABIB P. - MORLIER P. (1964) - Influence des contraintes et des déformations sur la célérité du son dans les roches. *Documents techniques*, N. 9.

4. BATHURST R-C-G. (1958) - Diagenetic fabrics in some British dianation limestones. *Liverpool and Manchester.* J. 2, p. 11-36.

5. BEREST P. - BERGUES J. - NGUYEN Minh Duc - Comportement des roches au cours de la rupture : applications à l'interprétation d'essais sur tubes épais. *Revue Française de Géotechnique*, N. 9, p. 5-12.

6. BERTRAND - MARGRON - PIRAUD (1989) - Tunnel sous la Manche - Mesure et calcul de la perméabilité des craies cénomaniennes. *Journée craie. Lille.*

7. BIGNOT - AUBRY (1973) - Journées d'étude sur la craie du L.R.P.C. de Rouen. *La craie.* Numéro spécial V Octobre.

8. BONVALLET J. - Une classification géotechnique des craies du Nord utilisées pour l'étude de la stabilité des carrières souterraines. *Revue Française de Géotechnique,* N. 8, p. 5-14.

9. CAMBOU - DOGUI - JAFARI - SIDOROFF (1986) - On the equivalence between triaxial and torsion shear loading path. *GRECO Grandes Déformations et Endommagement. Computer and Geotechnics.* V. 2, p. 207-217.

10. CARRIO - SCHAFFHAUSER E. - GAVIGLIO P. (1990) - Pressure solution and cementation stimulated by faulting in limestones. *Journal of structural Geology.* V. 12, N. 8, p.987-994.

11. CHANG C. - MISRA D. (1989) - Deformation analysis of sands in cubical and hollow sylinder devices. *Int. J. for Num. and Anal. methods in Geomech.* V. 13, p. 493-510.

12. CHARLEZ (1992) - Effets de la température sur les propriétés mécaniques de la craie. *Chalk Symposium. Deauville.*

13. CHARLIEZ R. - RADU J-P. (1988) - On the constitutive equation of the chalk. *Proc. Numerical Methods in Geomechanics. Innsbuck.*

14. CHEHADE R. (1989) - Contribution à l'étude du comportement des géomatériaux pulvérulents sous des sollicitations rotationnelles. *Thèse de Doctorat. Lille I.*

15. CHEN W-F. - BALADI G-Y. (1985) - Soil plasticity : theory and implementation. *Developments in Geotechnical Engineering.* V. 38, Elsevier ed.

16. COHEN J-W. (1975) - Plastic elastic torsion, optimal stopping and free boundaries. *Journal of Engineering Mathematics.* V. 9, N. 3.

17. CORNET F-H. - Etude du comportement élastique et fragile des roches saturées par un liquide. *PH.D de l'Université du Minnesota.* p. 81-100.

18. COUSSY O. (1991) - Mécanique des milieux poreux. *Editions Technips.*

19. DARVE F. (1978) - Une formulation incrémentale des lois rhéologiques. Application aux sols. *Thèse Doctorat es Sciences Grenoble.*

20. DE WAAL J-A. - SMITS R.M.M. (1985) - Prediction of reservoir compaction and surface subsidence : field application of a new model. *SPE 14214.*

21. DESAI C-S. - PHAN H-V. - Three dimensional finite element analysis including material and geometrical non linearities. *Computational Methods in non linear Mechanic.* Chap. 7, Edited by Oden, North Holland.

22. DESAI C-S. - SALAMI M.R. (1987) - A constitutive model and associated testing for soft rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.* V. 24, N. 5.

23. DESAI C-S. - SOMASUNDARAM S. - FRANTZISKONIS G. (1986) - A hierarchical approach for constitutive modelling of geological materials. *Int. J. for numerical and analytical methods in Geomechanics.* V. 10, p. 225-257.

24. DESSENE (1971) - Etude rhéologique de la craie. *Thèse Docteur Ingénieur. Grenoble.*

25. DETRAUX (1985) - Formulations et applications en grandes déformations de solides. *Thèse de Docteur Ingénieur. Compiègne.*

26. DHATT G. - TOUZOT G. - Une présentation de la méthode des éléments finis. *Collection Université de Compiègne* - Maloine éditeur.

27. DI BENEDETTO H. (1987) - Modelisation du comportement des géomatériaux application aux enrobés bitumineux et aux bitumes. *Thèse de Doctorat d'Etat. E.N.T.P.E.*

28. DIENES J-K. - On the analysis of rotation and stress rate in deforming bodies. *Acta Mechanica 32.* p. 217-232.

29. DJEBI (1984) - Phénomène de Dissolution-Recristallisation. *Thèse 3è cycle , Lille I*

30. DOANH T. - DI BENEDETTO H. - KARCHAFI M. (1988) - Non linear incremental constitutive equation : application to sands. *Constitutive equations for granular non cohesive soils.* Saada and Bianchini editors. Balkema.

31. DONANH T - DI BENEDETTO H. - GOLCHEN Y. - KHARCHAFI M. (1988) - Non linear incremental constitutive equation application to sands. *Constitutive equations for granular non cohesive soils.* Saada and Bianchini editors. Balkema.

32. DOREMUS C. (1978) - Les craies du Nord de la France. *Thèse 3è cycle. Lille I*

33. DRAGON A. - MZOZ Z. (1979) - A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete. *Int. J. Eng. Sci. 17,* p. 121-137.

34. DURAND E. (1973) - Comportement des roches à la torsion. *Thèse de Docteur Ingénieur. Nancy I.*

35. ELLIOT G.M. - BROWN E.T. (1985) - Yield of a soft, high porosity rock. *Géotechnique 35*, N. 4, p. 413-423.

36. ENGSTROM (1992) - Rock Mechanical properties of Danish North sea chalk. *Chalk Symposium. Deauville.*

37. FARUQUE M-O. - DESAI C-S. (1985) - Implementation of a general constitutive model for geological materials. *Int. J. for numerical and analytical methods in Geomechanics.* V. 9, p. 415-436.

38. GANDHI M-V. - USMAN M. - WINEMAN A-S. - RAJAGOPAL K-R. (1989) - Combined extension and torsion of a swoller cylinder within the context of mixture theory. *Acto Mechanics.* N. 79, p. 81-95.

39. GANDHI M. - RAJAGOPAL K-R. - WINEMAN A-S. (1985) - A universal relation in torsion for a mixture of solid and fluid. *Journal of elasticity.* N. 15, p. 155-165.

40. GATES D-J. - A microscopic model for stress-strain relations in rocks. Part. I : equilibrum equations. Part II : triaxial compressive stress. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.* V. 25, N. 6, p. 393-410.

41. GAVIGLIO P. et Al (1993) - Modifications de texture dans la craie au contact de failles normales : un exemple de graben dans le bassin de Mons (Belgique). *Bull Soc Geol France.* V. 164, N. 4, p.565-575.

42. GENS A. - NOVA R. (1993) - Conceptual bases for constitutives model for bonded soils and weak rocks. *Proc. I. C. Hard Soils Soft Rocks. Athens.*

43. GERMAIN (1973) - Cours de Mécanique des Milieux continus. Masson éditeurs.

44. GEROGIANNOPOULOS N-G. - BROWN E.T. (1978) - The critical state concept applied to rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.* V. 15, p. 1-10.

45. GHOREYCHI M. (1983) - Stabilité d'exploitations partielles avec piliers en état post-rupture. *Thèse Docteur Ingénieur. I.N.P.L.*

46. GHOSH P-R. (1968) - Torsion of a hollow circular composite cylinder of a cylindrically aelotropic material tangential tractions acted on the inner surface outer surface being fixed. *Indian J. Theor Phys.* V. 16, N. 3, p. 101-110.

47. GIBBS J-W. (1906) - On the equilibrium of heterogeneous substances in collected works of J. Willard Gibbs. *Yale Univ. Press, New Haven conn.*

48. GORANSON R-W. (1930) - Thermodynamics relations in multicomponent systems. *Cornegie Inst. Wash. Pub. 408.* p. 309.

49. GREEN - ZERNA (1968) - Theoretical Elasticity. 2nd edition. Clarendon press.

50. GURTIN M-E. SPEAR K. (1983) - On the relationship between the logarithm strain rate and the stretching tensor. *Int. J. Solids Structures.* V. 19, N. 5, p. 437-444.

51. HANDIN - HEARD - MAGOUIRK (1967) - Effects of the intermediate principal stress on the failure of limestone, dolomite and glass at different temperatures and strain rates. *Journal of Geophysical Research.* V. 72, N. 2.

52. HANDIN J. - DONALD - HIGGS - O'BRIEN - Torsion of yale marble under confining pressure. *Shell Development Company. Houston.* Publication N. 132.

53. HANDIN J. - HEARD H-C. - MAGOVIRK (1967) - Effects of the intermediate principal stress on the failure of limestone, dolomite and glass at different temperatures and strain rates. *Journal of Geophysical Research.* V. 72, N. 2.

54. HART E. (1982) - The effects of material rotations in tension-torsion testing. *Int. J. Solids and structures.* V. 18, N. 11.

55. HASEGAWA M. - IWATA K. - KONDOU K. (1989) - Stress concentration of a finite solid cylinder with the form of a specimen under torsion. *J.S.M.E.* Séries I, V. 32, N. 4.

56. HENRY J-P. (1978) - Mécanique linéaire de la rupture appliquée à l'étude de la fissuration et de la fracturation des roches calcaires. *Thèse de Doctorat es Sciences. Lille I.*

57. HENRY J-P. (1989) - La craie : comportement mécanique, originalité et conséquence. *Journée craie. Lille.*

58. HENRY J-P. - PARSY F. - *Cours d'élasticité* - Dunod Université

59. HIBBITT H-D. - MARCAL P-V. - RICE J-R. (1970) - A finite element formulation for problems of large strain and large displacement. *Int. J. Solids Structures.* V. 6, p. 1069-1086.

60. HICHER P-Y - LADE P-V. - ASCE M. (1987) - Rotation of principal directions in Ko consolidated clay. *J. Geotech. Eng.* V. 113, N. 7, p. 774-788.

61. HILL - Théorie de la Plasticité.

62. HOUPERT R. (1975) - La rupture fragile des roches. La rupture des roches et massifs rocheux. *Revue de la Société Géologique du Nord.*

63. HOUPERT R. (1978) - Rupture fragile en compression et structure des roches cristallines quasi isotropes. *Sciences de la Terre*, Tome XXII, N. 1, Nancy.

64. HUGHES T-J-R. - WINGET J. (1980) - Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis. *Int. J. for numerical methods in engineering.* V. 15, p. 1862-1867.

65. ISHIHARA K. - MOMENZADEM (1986) Influence of ratation of principal stress directions in the cyclic behaviour of sand. *2nd Int. Symposium on Numerical Models in Geomechanics. Ghent.*

66. ISHIHARA K. - TOWHATA - YAMAZAKI (1985) - Sand liquefaction under rotation of principal stress axes. *Int. Conference on Soil Mechanics and Foundation. San Francisco.*

67. ISHIHARA K. - YAMAZAKI A. - HAGA K. (1985) - Liquefaction of Ko consolidated sand under cy ic rotation of principal stress direction with lateral constraint. *Soils and Foundations.* V. 25, N. 4, p. 63-74.

68. JASWN M-A. - PONTER A-R. (1963) - An integral equation solution of the torsion problem. *Proceedings Royal Society London.* 275 A, p. 237-246.

69. JOHN F. (1961) - Rotation and strain. *Communication on pure and applied Mathematics.* V. 14, p. 391-413.

70. JONES M.E. (1985) - Deformation mechanism in chalk. *Chalk Symposium. Stavenger.*

71. JONES M.E. - LEDDRA M.S. (1989) - Compaction and flow characteristics of porous chalk. *Journée craie. Lille.*

72. JONKER (1981) - Dynamic reponse of a clamped/free hollow circular cylinder under traveling torsional impact loads. *Nuclear Engineering and Design.* 67, p. 191-201.

73. KIM M-K. - LADE P-V. (1984) - Modelling rock strength in three dimensions. *Int. J. Rock Sci. and Geomech.* V. 21, N. 1, p. 21-33.

74. KHARCHAFI (1988) - Contribution à l'étude du comportement des matériaux granulaires sous sollicitations rotationnelles. *Thèse Doctorat. Ecole Centrale Paris.*

75. LADE P-V. (1977) - Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *Int. J. Solids Structures.* V. 13, p. 1019-1035.

76. LADE P-V. (1988) - Double hardening constitutive model for soils, parameter determination and predictions for sands. *Constitutive equations for granular non cohesive soils.* Saada and Bianchini editors. Balkema.

77. LADE P-V. - ASCE M. (1982) - Three parameter failure criterior for concrete. *J. Eng. Mech. Diu. Amer. Soc. Civ. Eng.* V. 108, N. 5, p. 850-863.

78. LADE P-V. - Torsion shear tests on cohesionless soil. *Publication of the university of California at Los Angeles.*

79. LADE P.V. (1982) - Three parameter facture criterion for concrete. *J. Eng. Mech. Div. Amer. Soc. Civ. Eng.* V. 108, N. 5.

80. LANNIER - ZITOUNI - SAADA - PUCCINI - BIANCHINI - Comportement tridimensionnel des sables. Comparaison d'essais véritablement triaxiaux et d'essais sur cylindre creux. *Revue Française de Géotechnique.* N. 49.

81. LEDDRA - JONES (1989) - Influence of increased effective stress on permeability of chalk under hydrocarbon reservoir conditions. *Int. Chalk Symposium. Brighton.*

82. LEDDRA - JONES - GOLDSMITH (1990) - Flow of chalk under condition of large shearing stress and excess pore fluide pressure. *Chalk symposium. Copenhagen.*

83. LEDDRA - JONES - GOLDSMITH - Laboratory invistigation of the compaction chalk under conditions of increasing effective stress. *Chalk symposium.*

84. LOKE K-M. - DICKINSON M. - TRELOAR (1972) - Swelling of a rubber cylinder in torsion. Part II. Experimental. *Polymer.* V. 13, p. 203-207.

85. LORET B. - On the effects of plastic rotation on the localisation of anisotropic elastoplastic solids.

86. LUBARDA V-P. (1988) - Simple shear of a strain hardening elastoplastic hollow circular cylinder. *Int. J. of plasticity.* V. 4, p. 61-75.

87. MASSON V. (1973) - Pétrophysique de la craie. *Bull Liaison P et C. Spécial V.*

88. MATSUAKA M. - SAKAKIBARA K. - SUZUKI Y. - A constitutive model for granular materials evaluating principal stress rotation. *Micromechanics of granular materials.* Sataké and Jenkins editors. p. 287-296.

89. MATSUOKA H. - IWATA Y. - SAKAKIBARA (1986) - A constitutive model of sans and clays for evaluating. The influence of rotation on the principal stress axes. *2nd Int. Symposium on numerical Models in Geomechanics. Ghent.*

90. MATSUOKA M. - KOYAMA M. - YAMAZAKI M. (1985) - A constitutive equation for sans and its application to analyses of rotational stress path and liquefaction resistance. *Soil and Foundations.* V. 25, N. 1, p. 27-42.

91. MATSUOKA M. - SUZUKI (1988) - A constitutive model of sands directly expressed in general coordinates for evaluating principal rotation and comparaison of its predicted values with the measured values. *Constitutive Equations for granular non cohesive Soils.* Saada and Bianchini editors.

92. MAYNE P-W. - HOLTZ R-D. (1985) - Effect of principal stress rotation on clay strengh. *Int. Conf. on Soil mechanics and Foundation engineering. San Francisco.* V. 2, p. 579-582.

93. MEEK J-L. - HO P-T-S. (1983) - A simple finite element medel for the warping torsion problem. *Computer methods in applied mechanics and engineering.* V. 37, p. 25-36.

94. MICHELIS P. (1985) - Technical Note - a truc triaxial Cell for low and high pressure experiments. *Int. J. Rock Mech. and Geomech.* V. 22, N. 3, p. 183-188.

95. MICHELIS P. (1986) - A yield equation for rocks. *Can. Geotech. J.* V. 23.

96. MICHELIS P. -ASCE A-M. (1987) - True triaxial yielding and hardening of rock. *Journal of geotechnical Engineering.* V. 113, N. 6.

97. MIURA K. - MIURA S. - TOKI S. (1986) - Deformation behaviour of anisotropic dense sand under principal stress axes rotation. *Soils and Foundations.* V. 26, N. 1, p. 36-52.

98. MIURA K. - TOKI S. - MIURA S. (1981) - Deformation prediction for anisotropic sand during the rotation of principal stress axes. *Soils and Foundations.* V. 16, N. 3, p. 43-56.

99. MOGI K. (1967) - Effect of the intermediate principal stress on rock failure. *Journal of Geophysical Research.* V. 72, N. 20.

100. MOGI K. (1967) - Effect of the intermediate principal stress on rock failure. *Journal of Geophysical research.* V. 72, N. 20.

101. MOLENKAMP F. (1984) - Decomposition of velocity gradient into interparticle slip and rolling. *Soils and Foundations.* V. 24, N. 1, p. 17-33.

102. MOLENKAMP F. (1986) - Limits of the Jaumann stress rate. *Int. J. for nume. and anal. methods in Geomech.* V. 10, p. 151-176.

103. MONJOIE A. - SCHROEDER C. (1985) - Mechanical Behaviour of chalk. *Chalk Symposium. Stavanger.*

104. MONJOIE A. - SCHROEDER C. (1989) - Caractéristiques mécaniques des craies du Crétacé Supérieur. *Journée craie. Lille.*

105. MONJOIE A. - SCHROEDER C. (1991) - Méthode d'essai du comportement de la craie en fluage. *Congrès International de Mécanique des Roches. Aix-la-Chapelle.*

106. MONJOIE A. - SCHROEDER C.(1985) - Characterisation and imbibition of chalks. *Chalk Symposium. Stavenger*

107. MONJOIE A.- SCHROEDER C.(1990) - Establishment of constitutive laws of chalk and long term test. *Chalk Symposium. Copenhagen.*

108. MORTIMORE - FIELDING (1989) - The relationship between texture density and strength of chalk. *Int. Chalk Symposium. Brighton.*

109. MOULD J-C. - STURE S. - KO H-Y. (1985) - Sand deformation tests with rotating principal stress direction. *5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Nagoya.*

110. MROZ Z. - NORRIS V.A. - ZIENKIEWICZ O.C. (1981) - An anisotropic, critical state model for soils subject to cyclic loading. *Géotechnique 31*, N. 4, p. 451-469.

111. NAGHDI P-M. - VONGSARNPIGOON - Small strain accompanied by moderate rotation.

112. NAGTEGAAL J-C. - de JONG J-E. - Some computational aspects of elastic-plastic large strain analysis. *Computational Methods in non linear Mechanics.* Chap. 13, Edited by Oden, North Holland.

113. NATEGAAL J-C. - DE JONG J-E. (1981) - Some computational aspects of elastic-plastic large strain analysis. *Int. J. for numerical methods in engineering.* V. 17, p. 15-41.

114. NAYAK G-C. - ZIENKIEWICZ O-C. (1972) - Elastoplastic stress analysis. A generalisation for various constitutive relations including strain softening. *Int. J. for numerical methods in ingineering.* V. 5, p. 113-135.

115. Norme NF A 03.152 (1980) - Essai de dureté Brinell de l'acier.

116. Norme NF P 18.592 (1990) - Essai au bleu de méthylène.

117. NOVA R. (1992) - Mathematical modelling of natural and engineered geomaterials. *Eur. J. Mech. A/Solids, 11 Special issue,* p. 135-154.

118. OFOEGBU G-I. - CURRAN J-H. (1987) - Rotation of principal stress near a heated fracure in a bituminous sand. *Can Geotech. J.* V. 24, p. 357-365.

119. OWEN D-R-J. - HINTON - *Finite element in Plasticity* - Pineridge Press

120. Part II : application to the torsion of a circular cylinder. *Acta Mechanica 78.* p. 57-71.

121. PIETRASZKIEWICZ W. - BADUR J. (1983) - Finite rotations in the description of continuum deformation. *Int. J. Eng. Sci.* V. 21, p. 1097-1115.

122. PIETRUSZCZAK S. - MROZ Z. - Numerical analysis of elastic-plastic compression of pillars accounting for material hardening and softening. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.,* V. 17, p. 199-207.

123. PINSKY P. - ORTIZ M. - PISTER K. (1970) - Numerical integration of rate constitutive equations in finite deformation analysis. *Computer methods in applied mechanics and engineering.* V. 40, p. 137-158.

124. PREVOST J. (1991) - Développement d'un appareillage de Torsion-compression sur cylindre creux de roche. *Thèse de Doctorat. Lille I.*

125. PRICE - FARMER (1981) - The Huorslev surface in rock deformation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech.* V. 18, p. 229-234.

126. PRICE A-M. - FARMER I-W. (1981) - The Huorslev surface in rock deformation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.* V. 18, p. 229-234.

127. QUIBEL (1989) - Compaction of chalk. *Int. Chalk Symposium. Brighton.*

128. RAAEN - LASSE (1990) - Relations between acoustic and static mechanical properties of chalk. *Chalk Symposium. Copenhagen.*

129. REINICKE K-M. - RALSTON T.D. (1977) - Plastic limit analysis with an anisotropic parabolic yield fonction. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.* V. 14, p. 147-154.

130. ROCCO L. - NOVA R. (1993) - A constitutive model for soft rocks. *Synthèse rappot CNR. et MURST.*

131. RUBINSTEIN R. - ATLURI S-N. (1983) - Objectivity of incremental constitutive relations over finite time stops in computational finite deformation analysis. *Computer methods in applied mechanics and engineering.* V. 36, p. 277-290.

132. SACHS - CELIKKOL - FREED (1989) - Body tensor formalism in finite deformation elasticity - part II. Application to the torsion of a circular cylinder. *Acta Mechanica.* 78, p. 57-81.

133. SACHS A. - CELIKKOL B. - FREED A. (1989) - Body tensor formalism in finite deformation elasticity. Part I : description and constitutive equation. *Acta Mechanica 78.* p. 33-37.

134. SACHS A. - CELIKKOL B. - FREED A. (1989) - Body tensor formalism in finite deformation elasticity.

135. SANRARELLI I-J. - BROWN E-T. (1989) - Failure of three sedimentary rocks in ,triaxial and hollow cylinder compression tests. *Int. J. Rock Mech. Min. Scie. and Geomech.* V.26, N. 5, p. 401-413.

136. SANTARELLI - BROWN - Failure of three sedimentary rocks in triaxial and hollow cylinder compression tests. *Int.J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech.* V. 26, N. 5, p. 401-413.

137. SATO Y. - NAGAI F. (1974) - Influence of hydrostatic Pressure and stress distribution on rupture of marble cylinder in torsion. *Bulletin of the J.S.M.E.* V. 17, N. 107.

138. SCHATZINGER (1985) - Chalk pore systems - quality evaluation and quantitive aspects of pore geometry. *Chalk Symposium. Stavenger.*

139. SHAO J-F. - HENRY J-P. (1985) - Comportement et modelisaion d'une roche poreuse (craie) jusqu'à des pressions de confinement de 50 MPa. *C.R. 20è Colloque du G.F.R. Paris.*

140. SHAO J-F. - HENRY J-P. (1990) - Validation of an elastoplastic model for chalk. *Computers and Geotechnics.* V. 9, p. 257-272.

141. SHAO J-F. - SIBAI M. - HENRY J-P. (1989) - Sur la modélisation du comportement des craies en conditions draînée et non draînée. *Journée craie. Lille.*

142. SHIELD R.T. (1973) - The rotation associated with large strains. *S.I.A.M. J. Appl. MAth.* V. 25, N. 3.

143. SIBAI - Etude de l'interaction fluide-squelette dans les roches méthodes expérimentales et modélisation. *Thèse de Doctorat. Lille I.*

144. SILANO A-P - PAE K-D - SAUER J-P. (1977) - Effects of hydrostatic pressure on shear deformation of polymers. *Journal of applied Physics.* V. 48, N. 10.

145. SIWAK J-M. (1985) - Carrières de craie du Nord de la France - Comportement des piliers et confortation par gunitage. *Thèse 3è cycle.* Lille I.

146. SIWAK J-M. (1985) - Comportement de la craie sous sollicitations cycliques de la craie. *A.U.G.C.* Cachan.

147. SIWAK J-M. (1986) - Comportement cyclique de la craie. *Colloque Franco-Polonais de Mécanique des Roches.* Nancy.

148. SIWAK J-M. (1993) - Comportement de la craie. *Colloque sols durs - roches tendres.* Athènes.

149. SIWAK J-M. - PREVOST J. (1990) - Essais de torsion sur cylindre creux de roche. *Rapport GRECO.*

150. SIWAK J-M. - PREVOST J. (1992) - Torsion compression in chalk. *Chalk Symposium.* Deauville.

151. SIWAK J-M. - PREVOST J. (1993) - Torsion-compression in rocks. *Rock Symposium.* Istambul.

152. TOWHATA I. - ISHIHARA K. (1985) - Modeling soil behaviour under principal stress axes rotation. *5th Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Nagoya.*

153. TOWHATA I. - ISHIMARA K. (1985) - Undrained strength of sand undergoing cyclic rotation of principal stress axes. *Soils and Foundations.* V. 25, N. 2, p. 135-147.

154. TOWHATA I. - PRADEL D-E. - ISHIMARA K. (1988) - Plasticity approach to sand behaviour under principal stress axes rotations.*Micromechanics of granular Materials.* Satake and Jenkins editors.

155. TRELOAR L-R-C. (1972) - Swelling of a rubber cylinder in torsion. Part I. Theory. *Polymer.* V. 13, p. 195-202.

156. TRUESDELL (1974) - Introduction à la mécanique rationnelle des milieux continus. Masson éditeurs.

157. TSUJI T. - SHIBUYA T. - KOIZUMI (1984) - The torsion problem of a cylindrical rock composed of semi-infinite solid and hollow cylinder. *Bulletin J.S.M.E.* V. 27, N. 229.

158. VAN ARSDALE W-E. - HART E-W. - JENKINS J-T. (1980) - Elongation upon torsion in a theory for inelastic behaviour of metals. *J. Appl. Phys.* 51 (2).

159. VERHOOGEN J. (1951) - The chimecal potential of a stressed solid. *Trans Am. Geophys. Union.* p. 251-258.

160. WACK (1982) - Orientation of the mechanical tensors in torsion kinetics - The case of a hereditary type constitutive equation with discrete memory. *Mechanics research Communications.* V. 9 (b), p.257-263.

161. WACK B. (1981) - Second and third order effects in the torsion of circular tubes and rodes. *Journal de Mecanique.* V. 20, N. 4.

162. WACK B. (1989) - The torsion of a tube : general cylindrical kinematics and some axial deformation and ratchet measurements. *Acta Mechanica.* N. 80, p. 39-59.

163. WEYL P-K. (1959) - Pressure solution and force of crystallisation a phenomenological theory. *J. Geophys. Res. 64.* p. 2001-2025.

164. ZHONG H. - DUBEY R-N. (1984) - Spins in a deforming continuum. *SM. archives.* V. 9, p. 53-61.

165. ZIENKIEWICZ O-C. - The finite element method. 3th edition. Mac Graw Hill

166. SIWAK J-M. - PREVOST J. (1989) - Développement d'un appareillage de torsion-compression sur cylindres creux de roches. *A.U.M. Metz.*

167. SIWAK J-M. - BIVERT (1989) - Stabilité des carrières souterraines exploitées en catiche. *Colloque Franco-Polonais de Mécanique des roches. Wroclaw.*

168. MURNAGHAM (1958) - Elasticity. Mac Graw Hill

169. SHARHOUR I. (1988) - Thèse d'habilitation. Lille I.

170. HIGHT D-W - GENS A. - SYMES M-J. (1982) - The developpement of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils. *Geotechnique.* V. 33, N.4.

171. SYMES M-J. (1981) - Developpement of a new hollow cylinder apparatus in soil mechanics. *P.H.D.* University of London.

172. HICHER P-Y. - LADE P-V. - ASCE M. - Rotation of principal directions in consolidated clay.

173. MAYNE P-W. - HOLTZ R-D. - Effect of principal stress rotation on clay strenght.

174. BAZANT Z-P. (1981) - Large triaxial torsional machine with hygrothermal control. *Matériaux et constructions.* V. 19, N. 112.

175. BAZANT Z-P., HESS J-D., NEIRI S. (1981) - High temperature triaxial-torsional testing machine for concrete and rock. *Matériaux et constructions.* V. 8, N.7.

176. BOTTER (1985) - Pore collapse measurements on chalk cones - *Chalk Symposium. Stavinger.*

177. YURITZINN (1981) - Comportement des roches après la rupture : application à la stabilité des ouvrages souterrains par la méthode des éléments finis. Thèse 3è cycle. Paris 6.

178. DRAGON A. et Al (1993) - A model of anisotropic damage by (micro)crack growth. *Assessment and prevention of failure phenomena in Rock Engineering.* Pasamehmetoglu et al Eds. Balkema.

179. CORMERY F. - DESOYER T. - DRAGON A. (1993) - Localized failure analysis using damage models. *3nd international workshop on localization and bifurcation theory for soils and rocks.* Aussoy. Septembre 1993.

180. COSTIN L-S. (1983) - A microcrack model for the deformation and failure of brittle rock. *Journal of Geophysical Research.* Vol. 88, N. B11.

181. COSTIN L-S. - HOLCOMB D-J. (1983) - A continiuum model of inelastically deformed brittle rock based on the mechanics of microcracks. *Proceeding Int. Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials. Tucson.* Desai and Gallagher Eds.

182. ELLIOT G-M. - BROWN E-T. (1985) - Yield of a soft, high porosity rock. *Geotechnique* 35, N. 4, p. 413-423.

183. BOULON M. - CHAMBON R. - DARVE F. (1977) - Loi rhéologique incrémentale pour les sols et application par la méthode des éléments finis. *Annales de l'I.T.B.T.P. Série Sols et Fondations.* N. 142.

184. MURNAGHAM (1951) Finite deformation of an elastic solid *John Wiley*

185. CHARLIER R.(1987) approche unifiée de quelques problèmes non linéaires de mécanique des milieux continus par la méthode des éléments finis *Thèse de doctorat , Université de Liege*

186. ROSCOE and al (1958) - On the yielding of soils. *Geotechnique.* Vol. 8, N.1.

187. ROSCOE and al (1963) - A theorical and experimental study of strains in triaxial compression on normally consolidated clays. *Geotechnique.* Vol. 5, N.1.

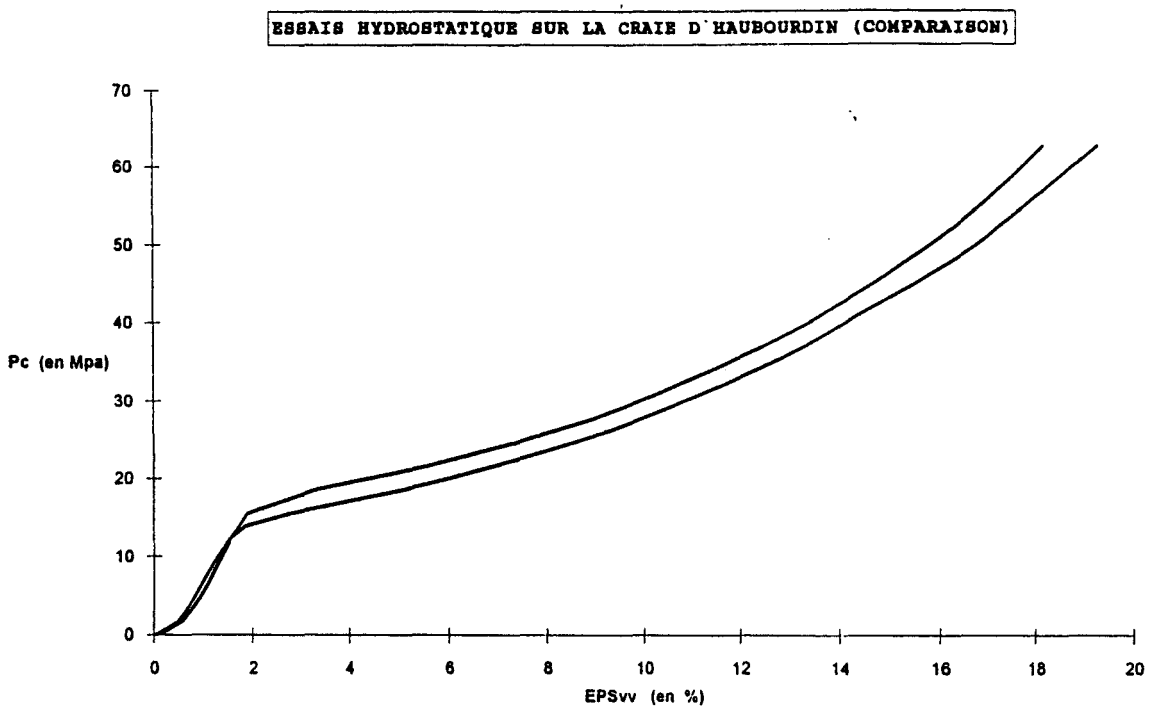
188. MAGNAN J-P. (1977) - Application des modèles élastoplastiques de l'Université de Cambridge au calcul du comportement d'un remblai expérimental sur sols mous. *Rapport Recherche L.P.C.* N. 74.

ANNEXE 1

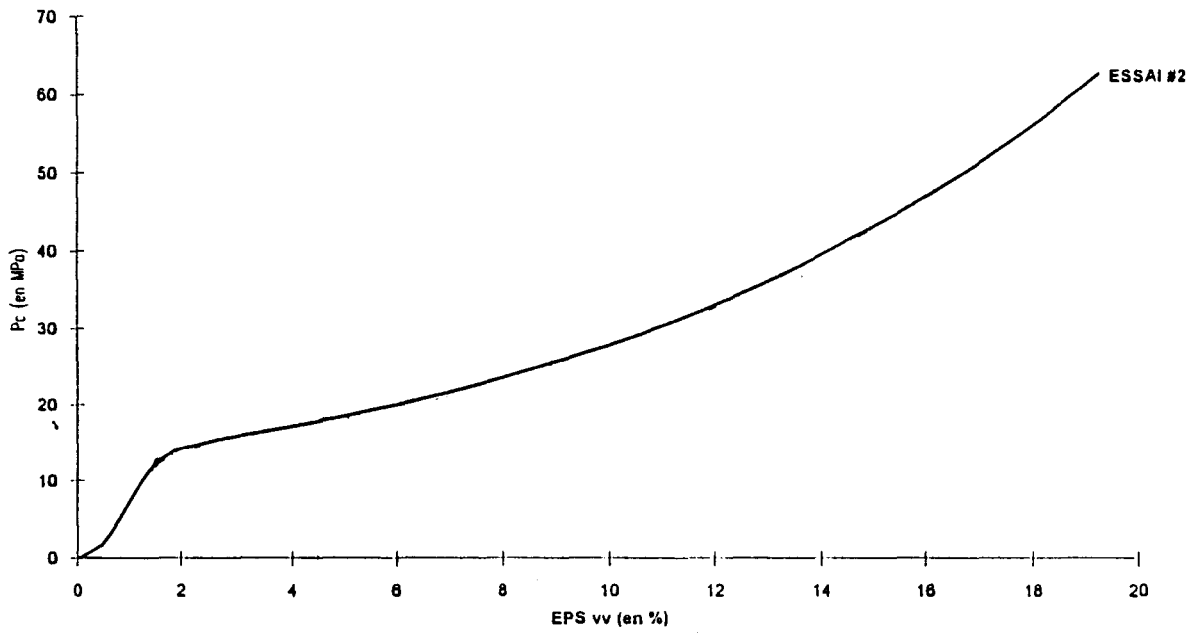
RESULTATS EXPERIMENTAUX

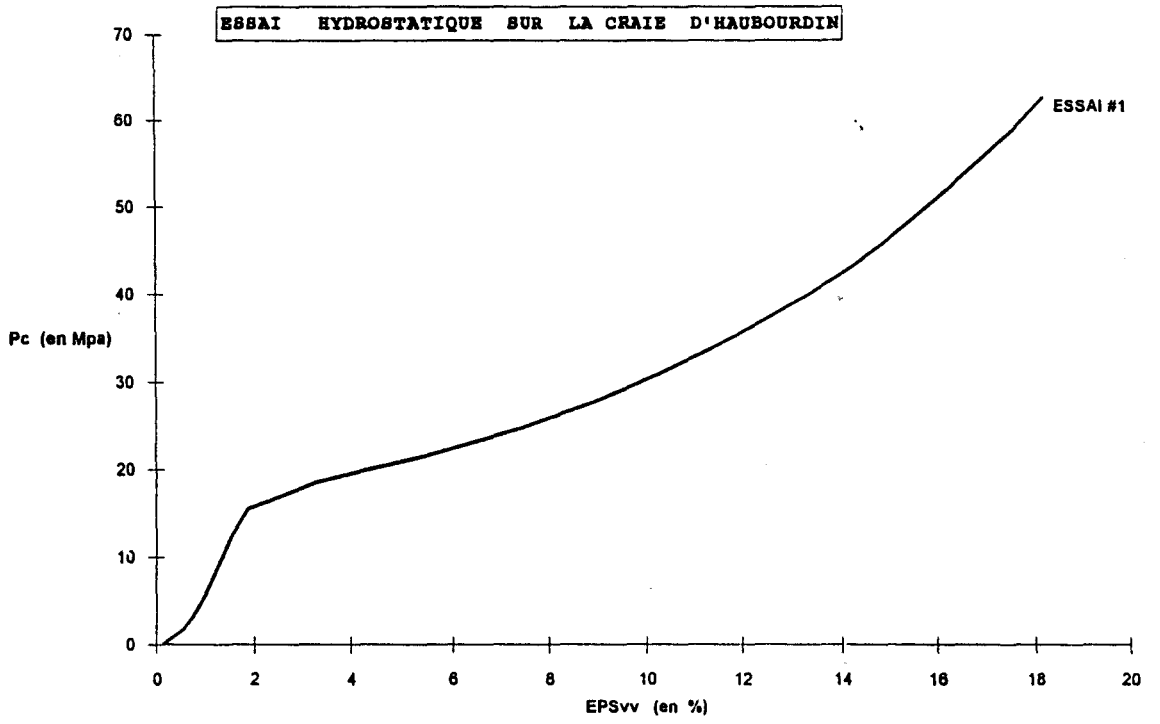
CRAIE D'HAUBOURDIN

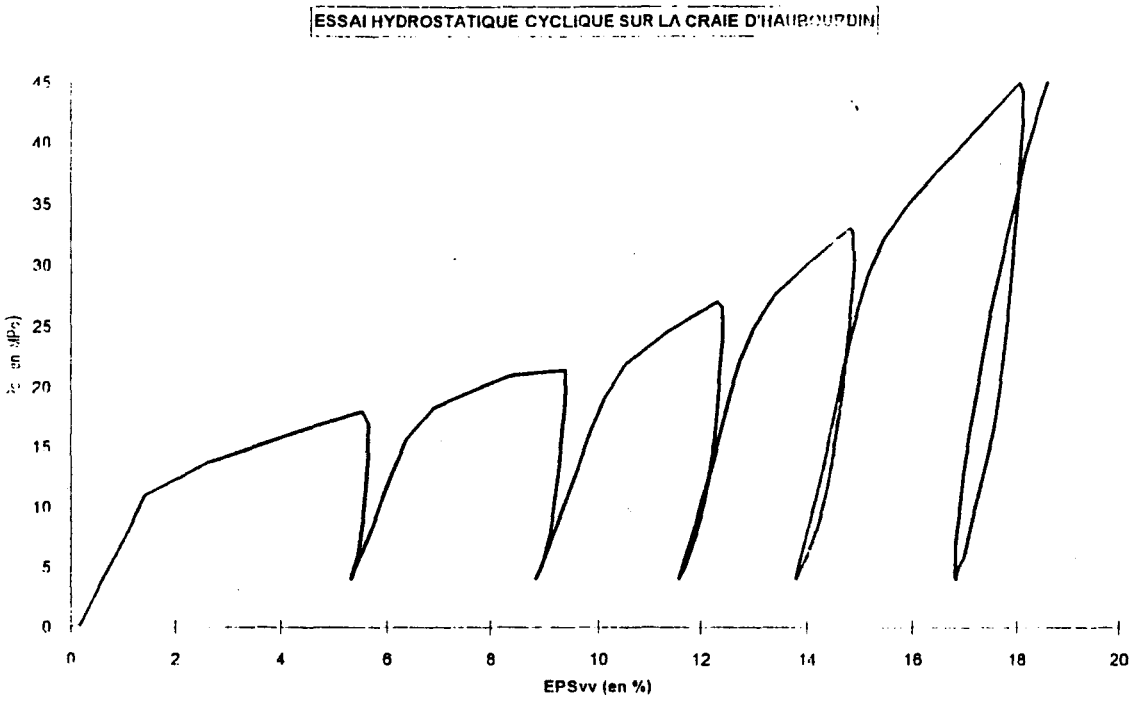
BU LILLE

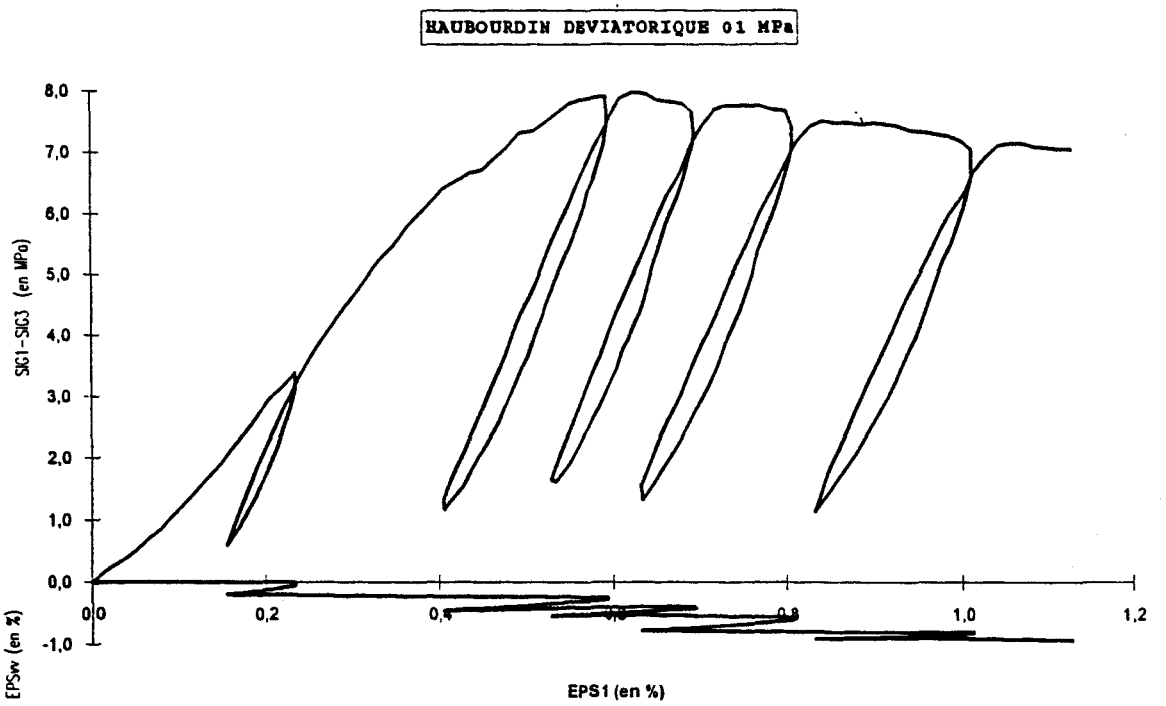

ESSAIS HYDROSTATIQUE SUR LA CRAIE D'HAUBOURDIN (COMPARAISON)
Pc (en Mpa)
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
EPSvv (en %)

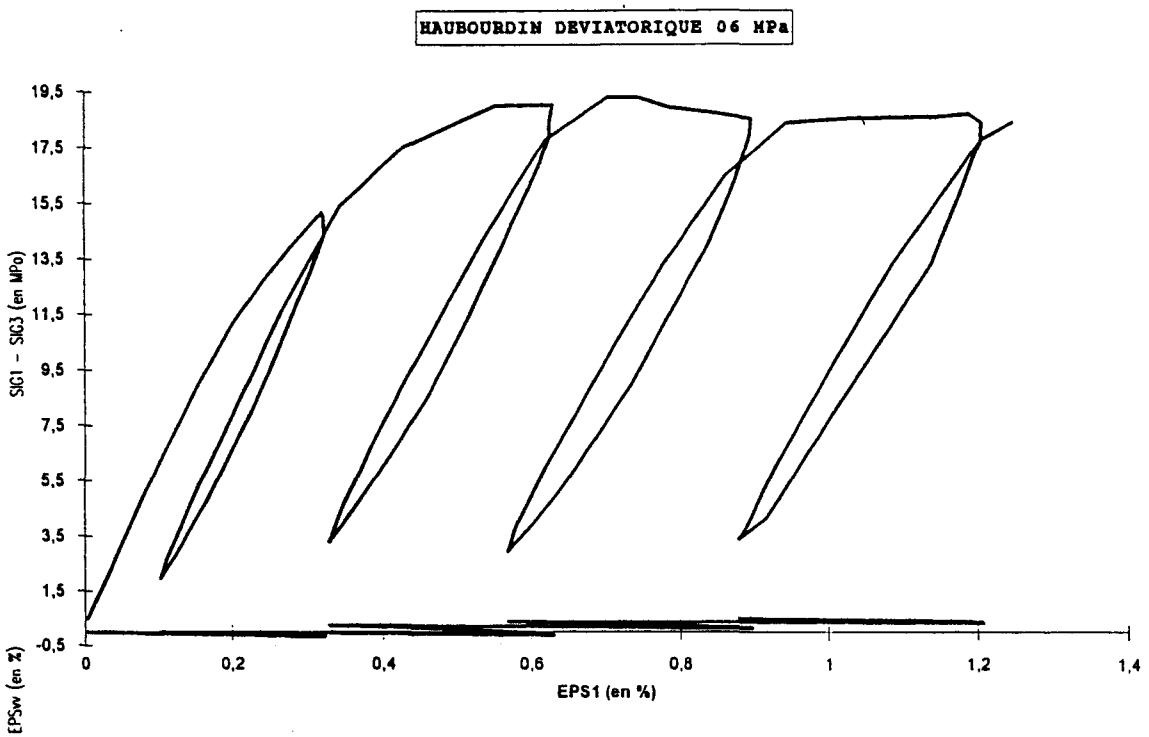
ESSAI HYDROSTATIQUE SUR LA CRAIE D'HAUBOURDIN

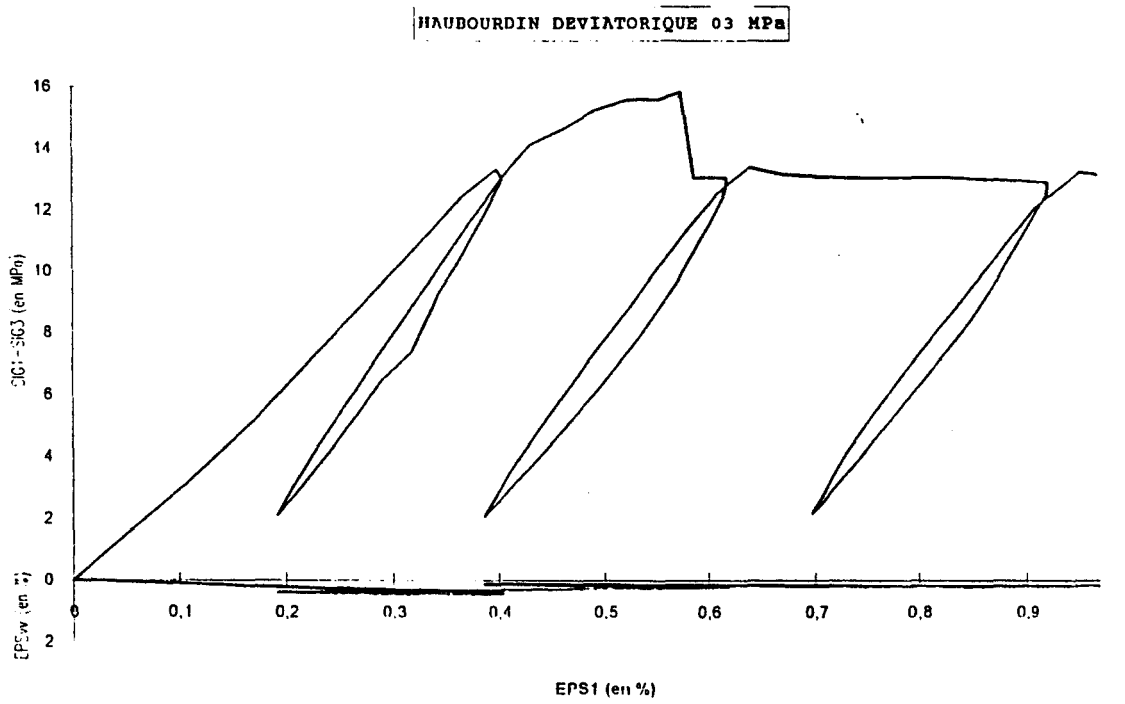


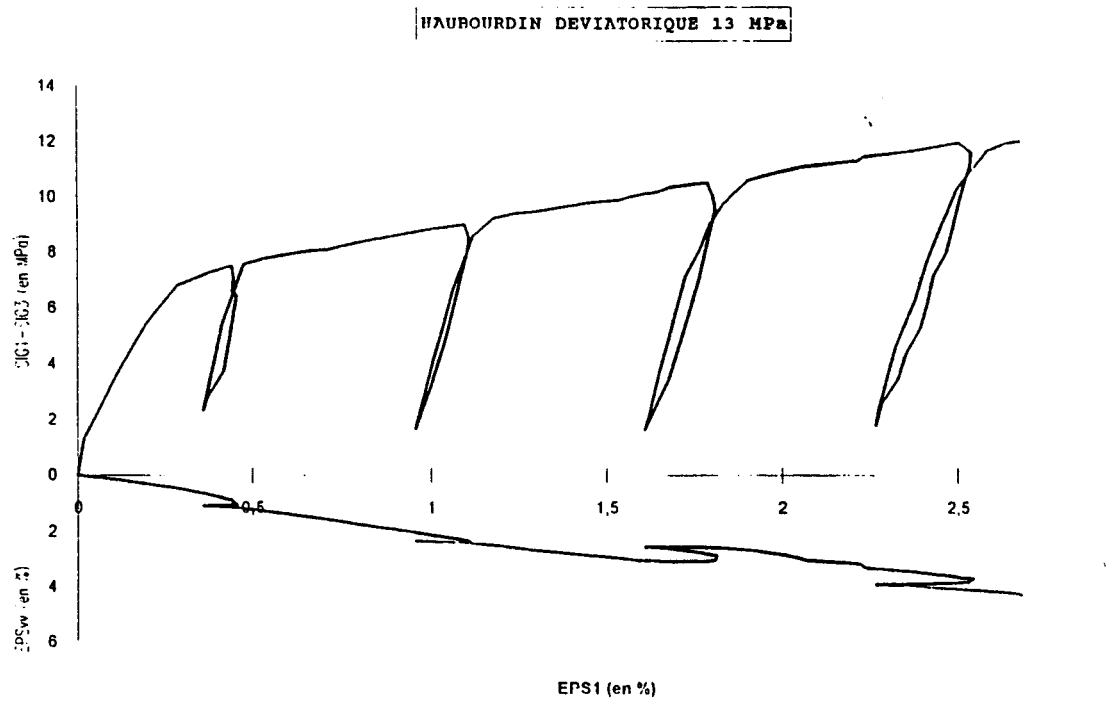

ESSAI HYDROSTATIQUE SUR LA CRAIE D'HAUBOURDIN
ESSAI #1
Pc (en Mpa)
EPSvv (en %)
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20


ESSAI HYDROSTATIQUE CYCLIQUE SUR LA CRAIE D'HAUBOURDIN
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
EPSvv (en %)

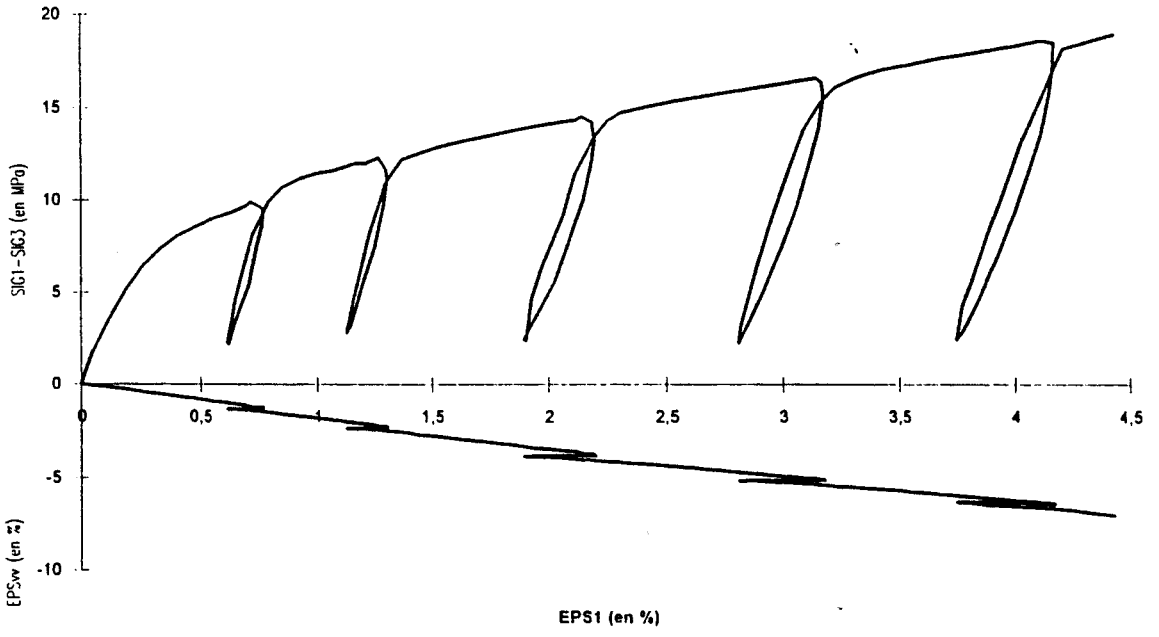

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 01 MPa
8,0
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
0,0
-1,0
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
0,0
0,2
0,4
0,8
1,0
1,2
EPS1 (en %)


HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 06 MPa
SIG1 - SIG3 (en MPa)
19,5
17,5
15,5
13,5
11,5
9,5
7,5
5,5
3,5
1,5
-0,5
EPSvv (en %)
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
EPS1 (en %)

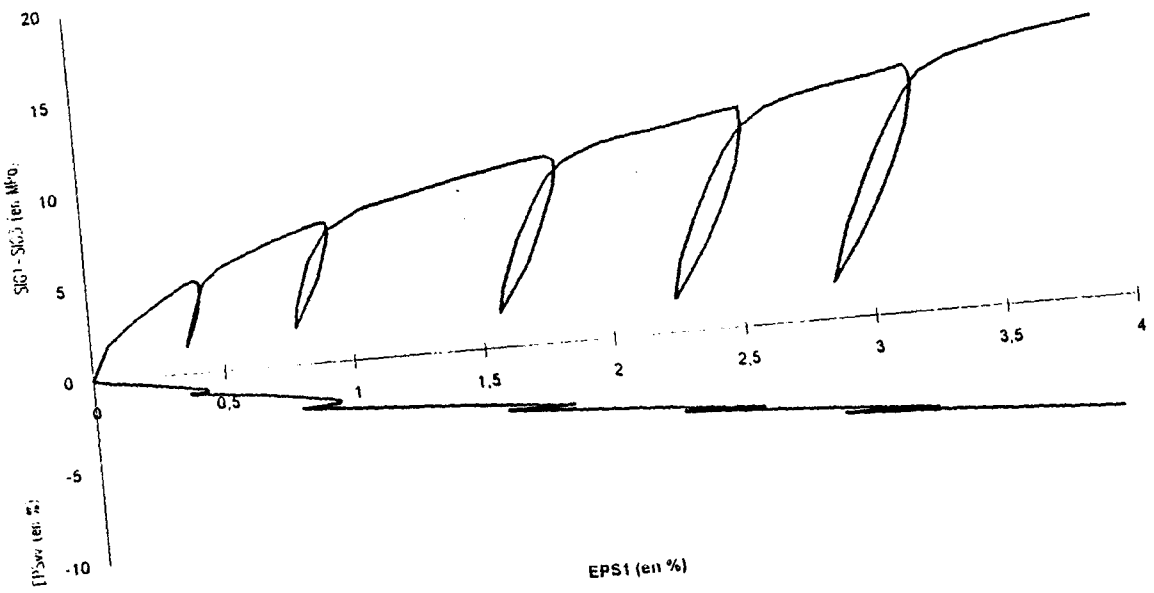

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 03 MPa
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
EPS1 (en %)

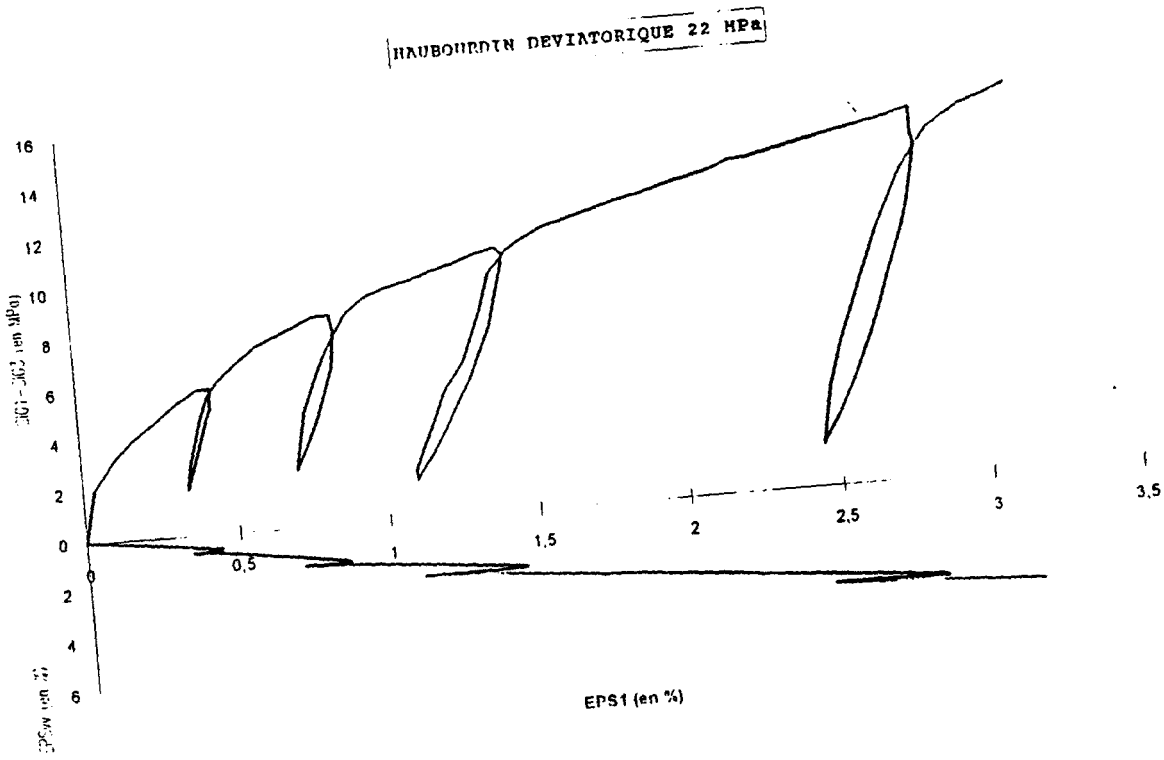

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 13 MPa
14
12
10
8
6
4
2
0
2
4
6
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
EPS1 (en %)

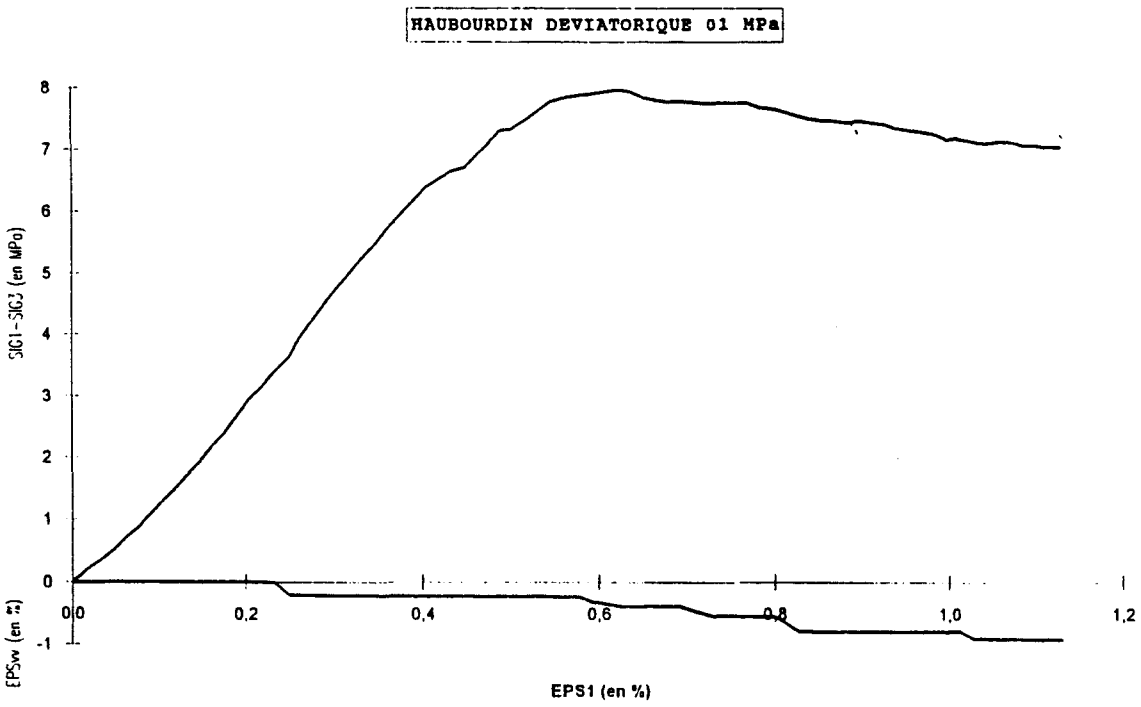
HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 17 MPa

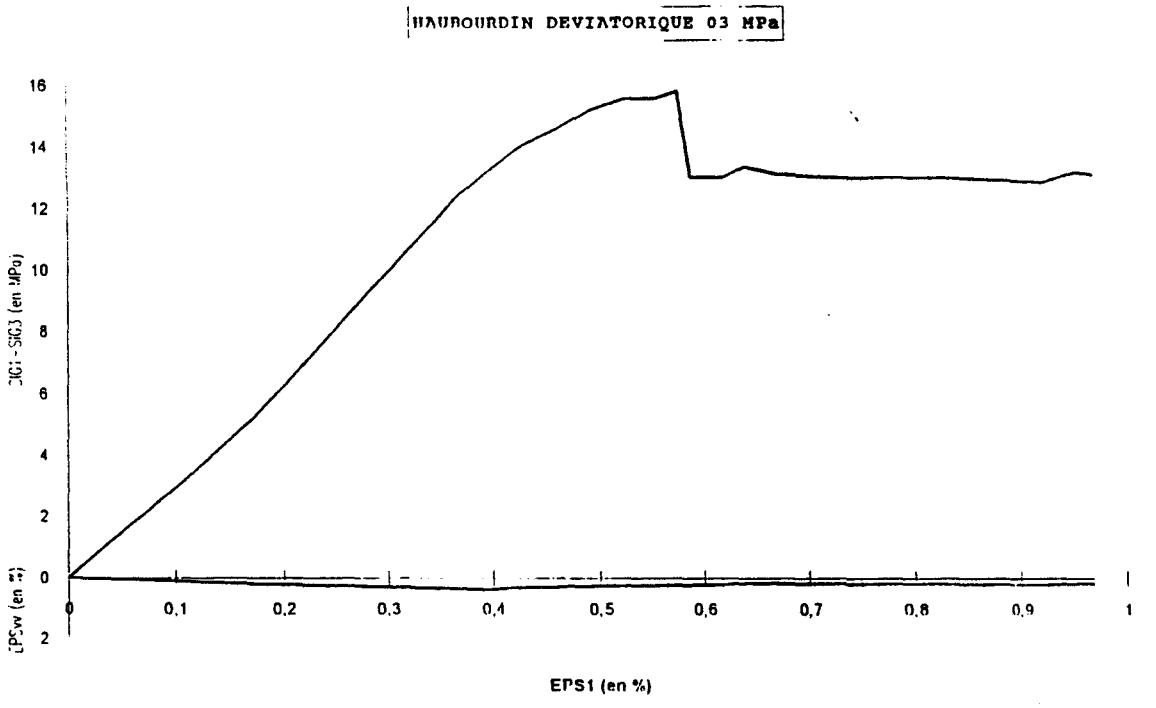


HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 19.5 MPa

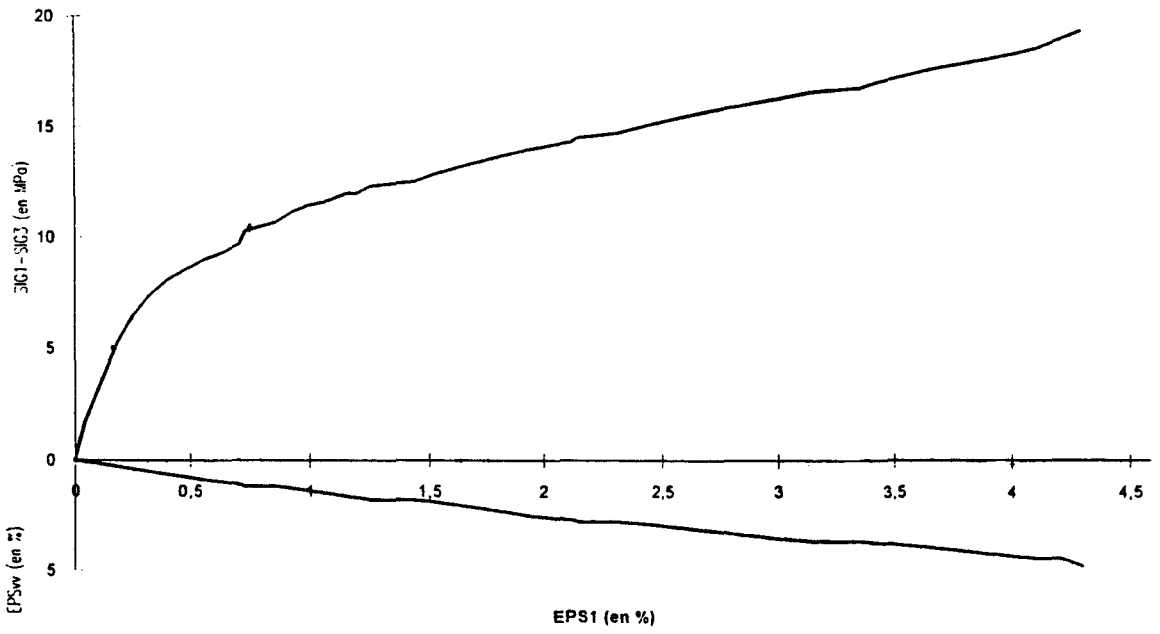



HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 22 MPa
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
4
6
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
EPS1 (en %)

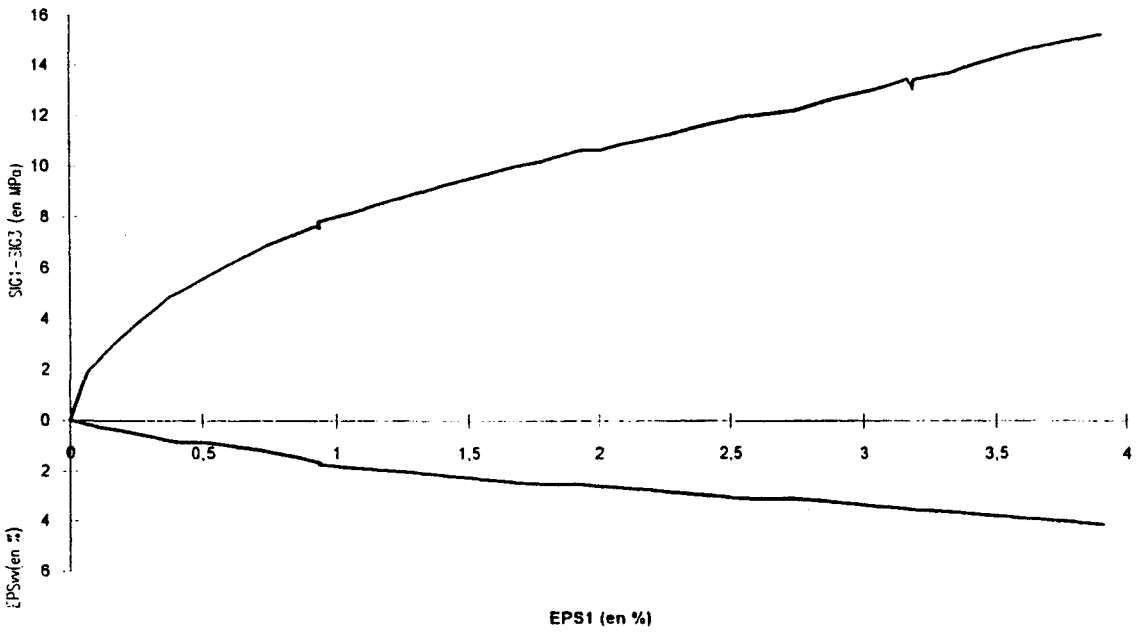

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 01 MPa
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
0,0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
EPS1 (en %)

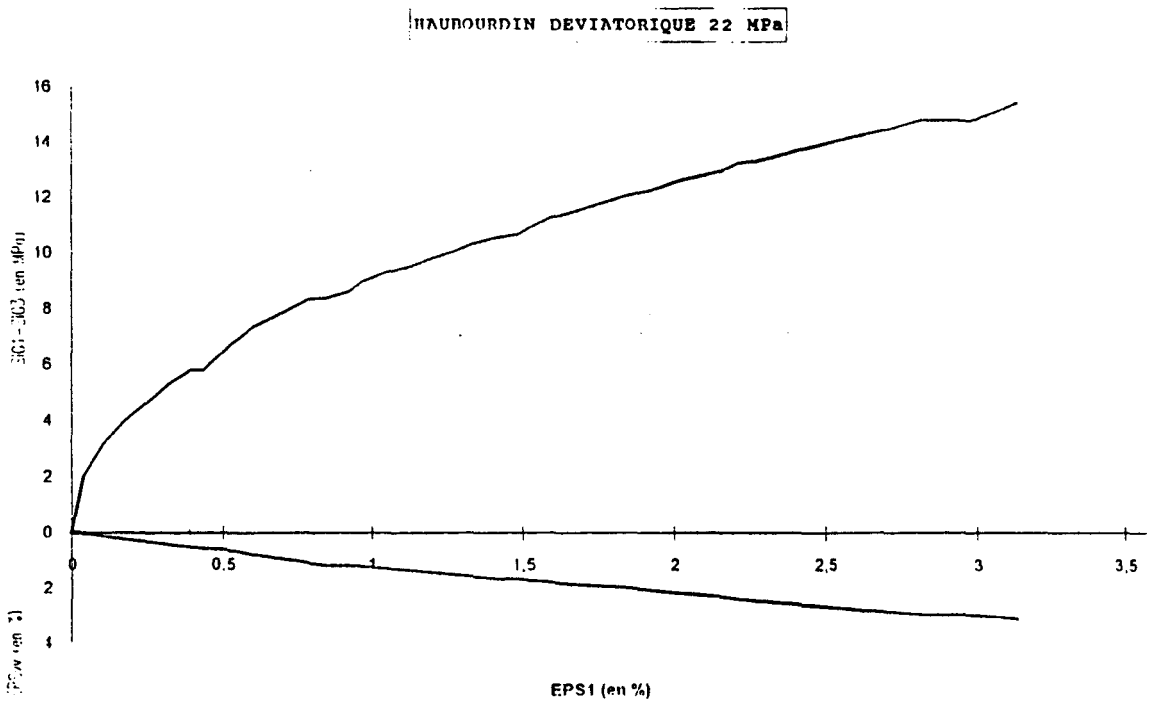

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 03 MPa
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
EPS1 (en %)

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 17 MPa

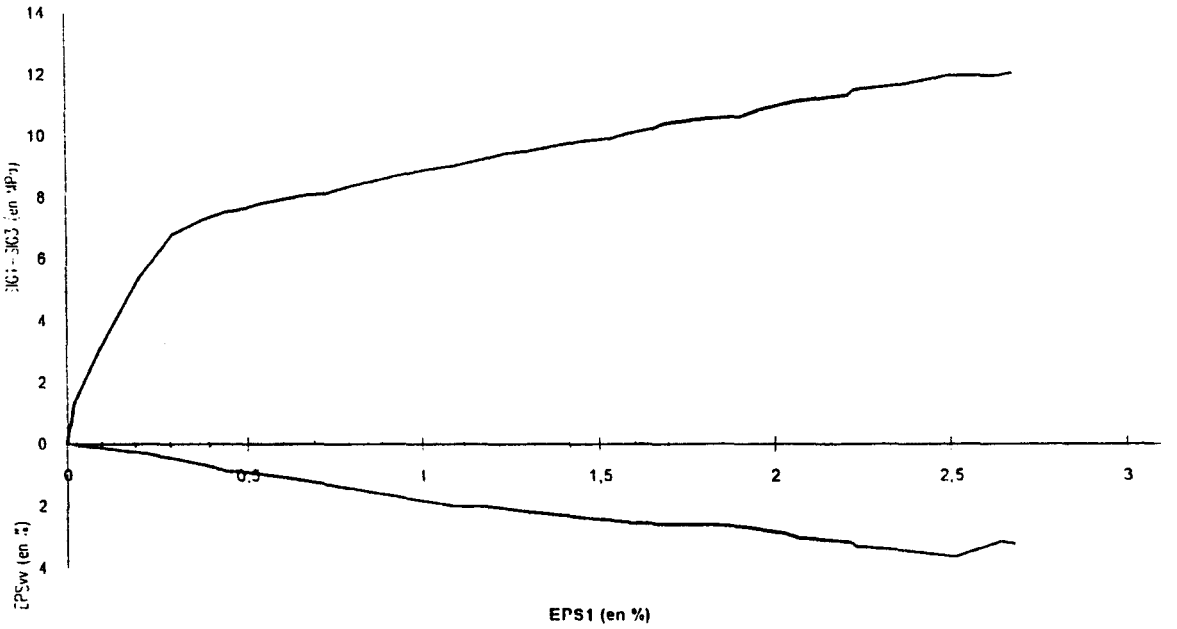


HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 19.5 MPa




HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 22 MPa
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
4
0
0.5
1
1.5
2
2,5
3
3,5
EPS1 (en %)

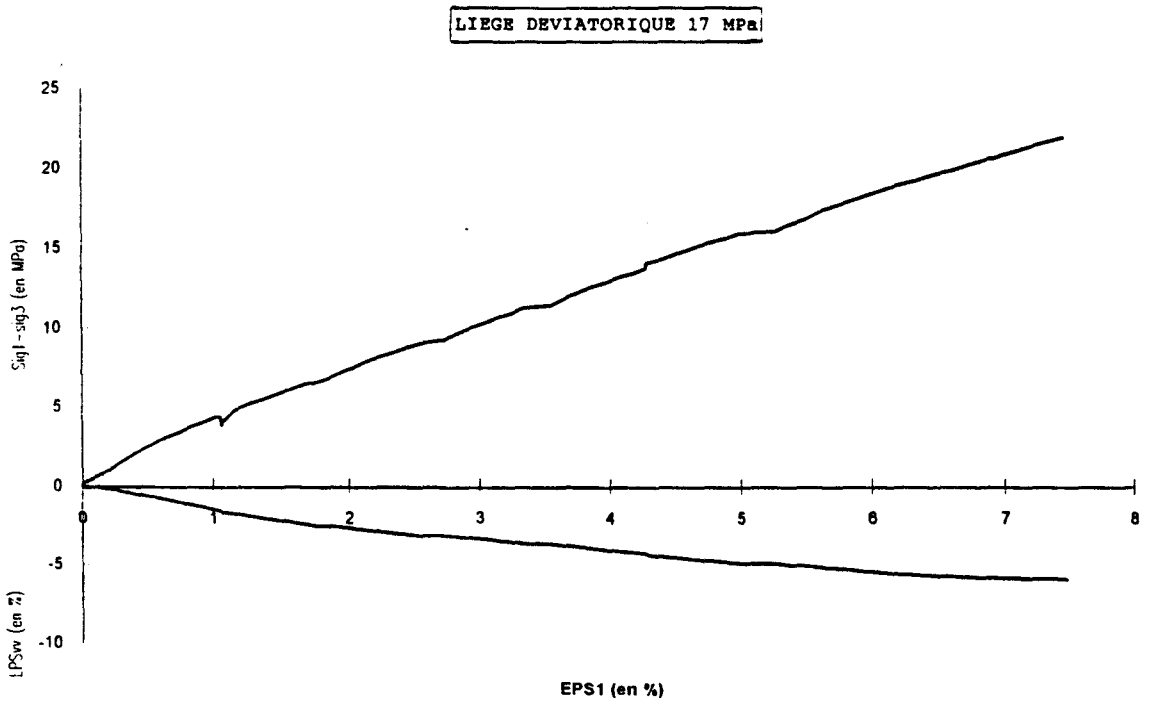
HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 13 MPa

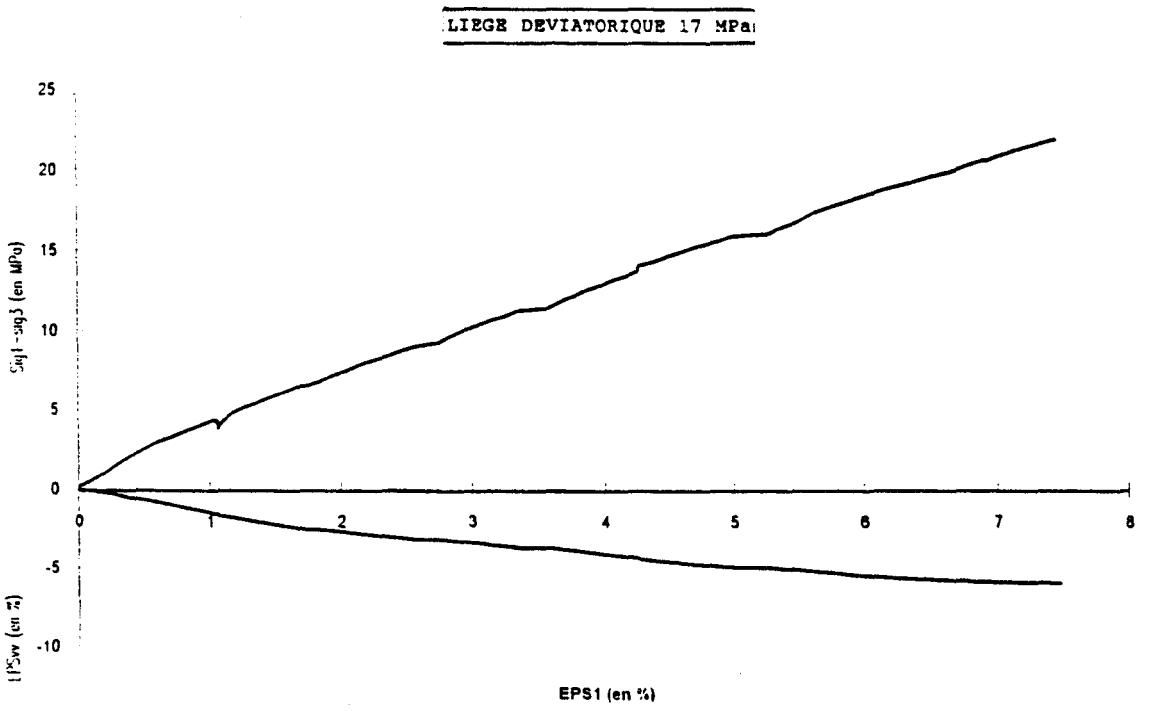


ANNEXE 2

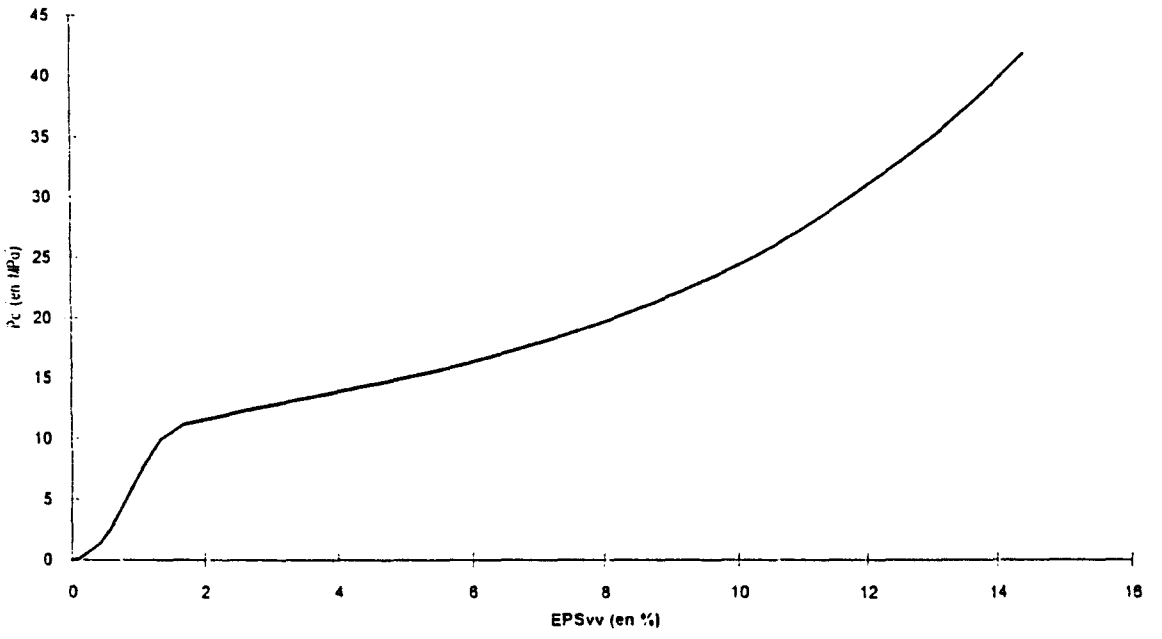
RESULTATS EXPERIMENTAUX

CRAIE DE LIEGE

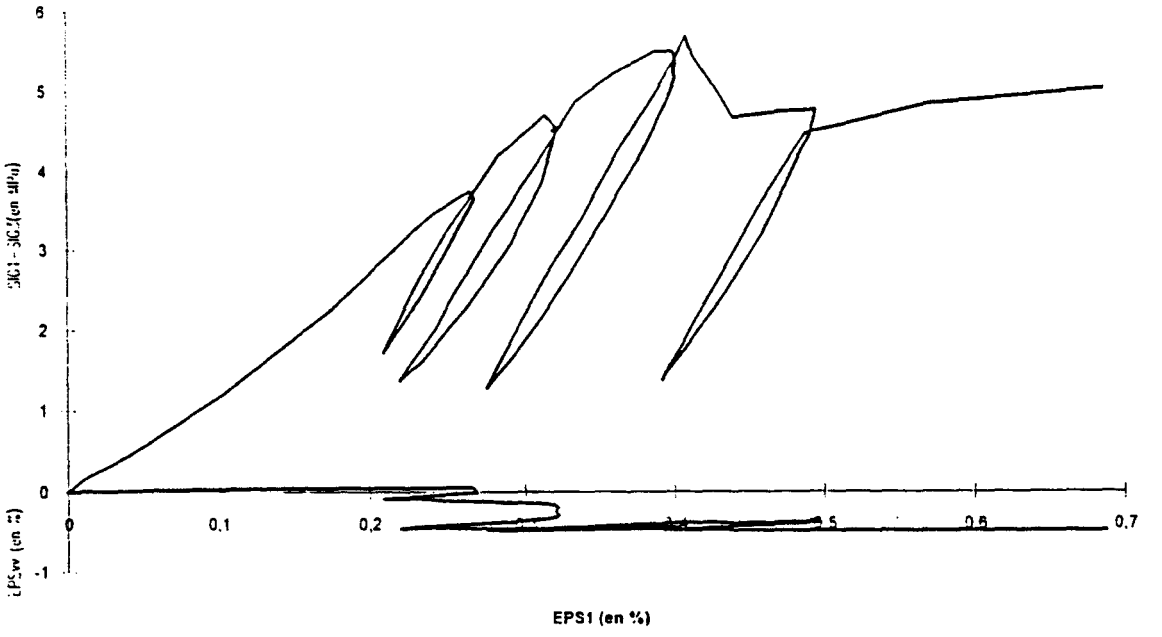

LIEGE DEVIATORIQUE 17 MPa
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Sig1-sig3 (en MPa)
EPV (en %)
EPS1 (en %)


LIEGE DEVIATORIQUE 17 MPa
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
EPS1 (en %)

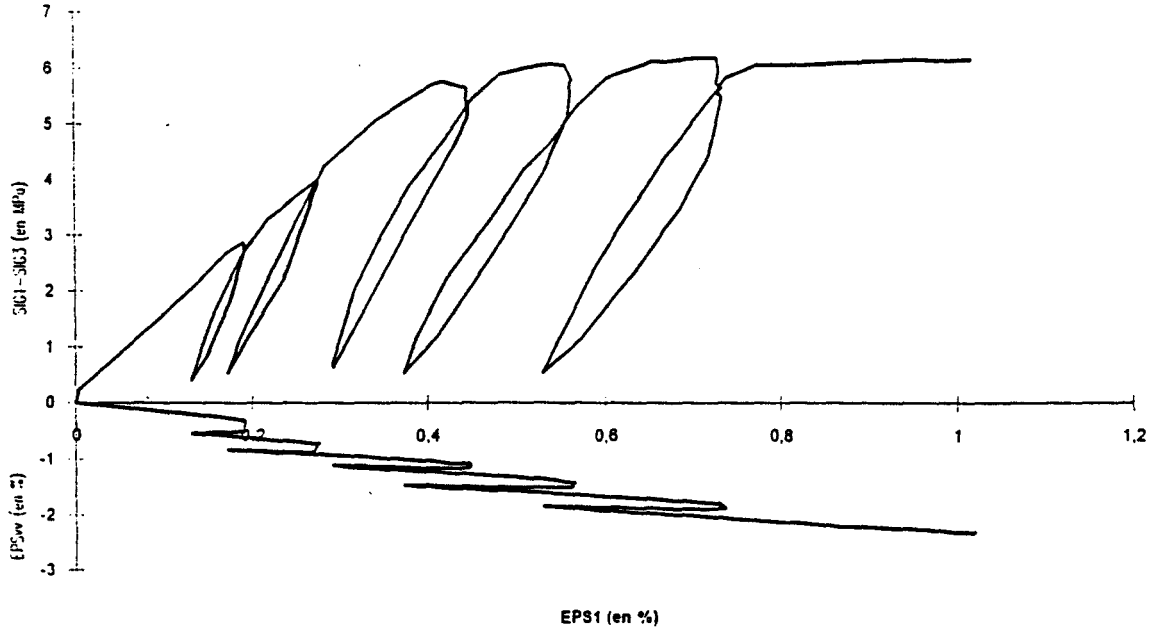
ESSAI HYDROSTATIQUE MONOTONE SUR LA CRAIE DE LIEGE



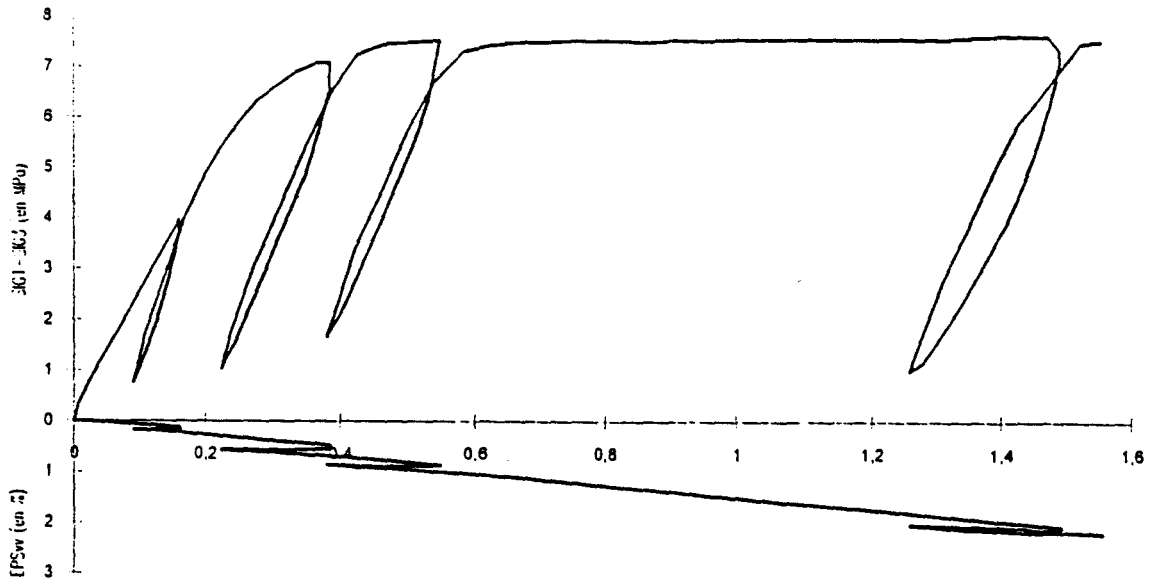
LIEGE DEVIATORIQUE 01 MPa



LIEGE DEVIATORIQUE 03 MPa

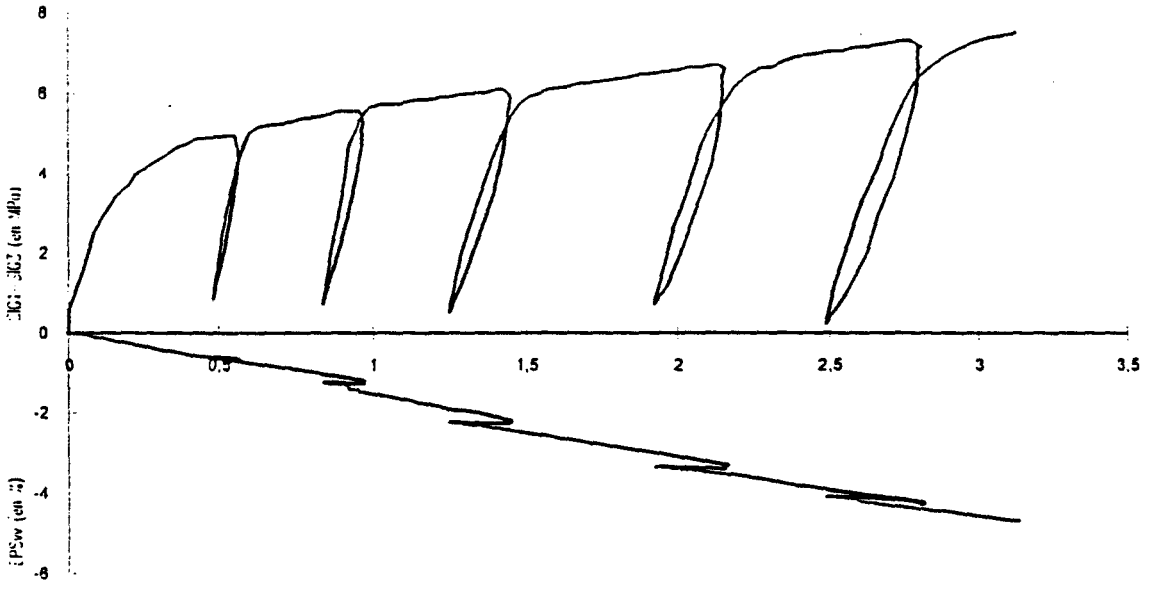


LIEGE DEVIATORIQUE 06 MPa



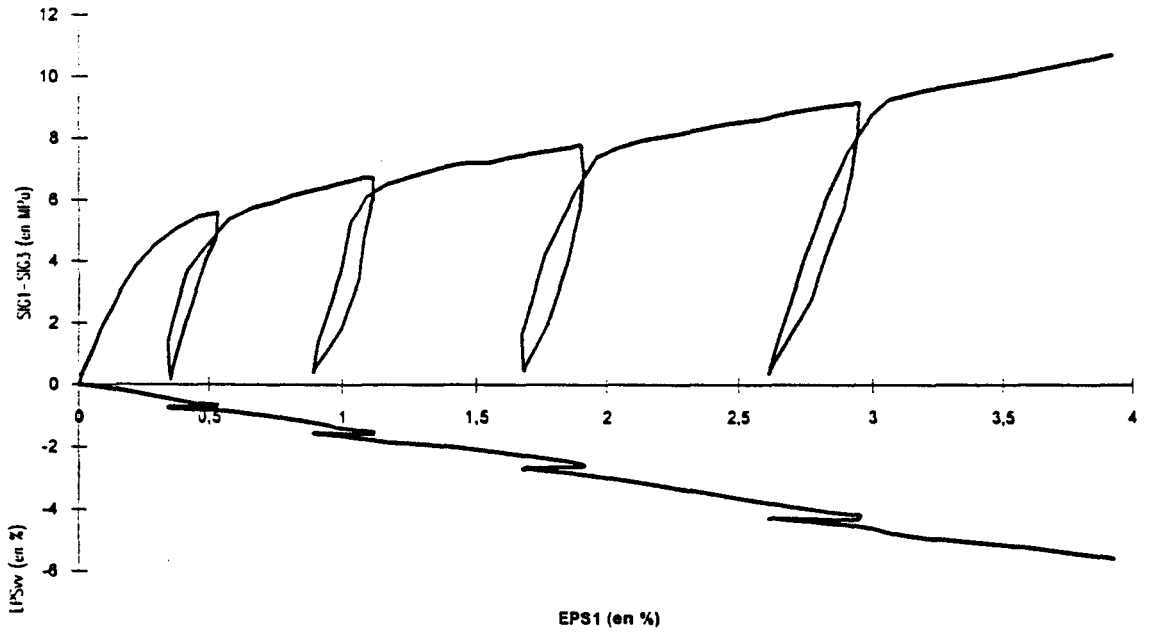
EPS1 (en %)

LIEGE DEVIATORIQUE 08 MPa

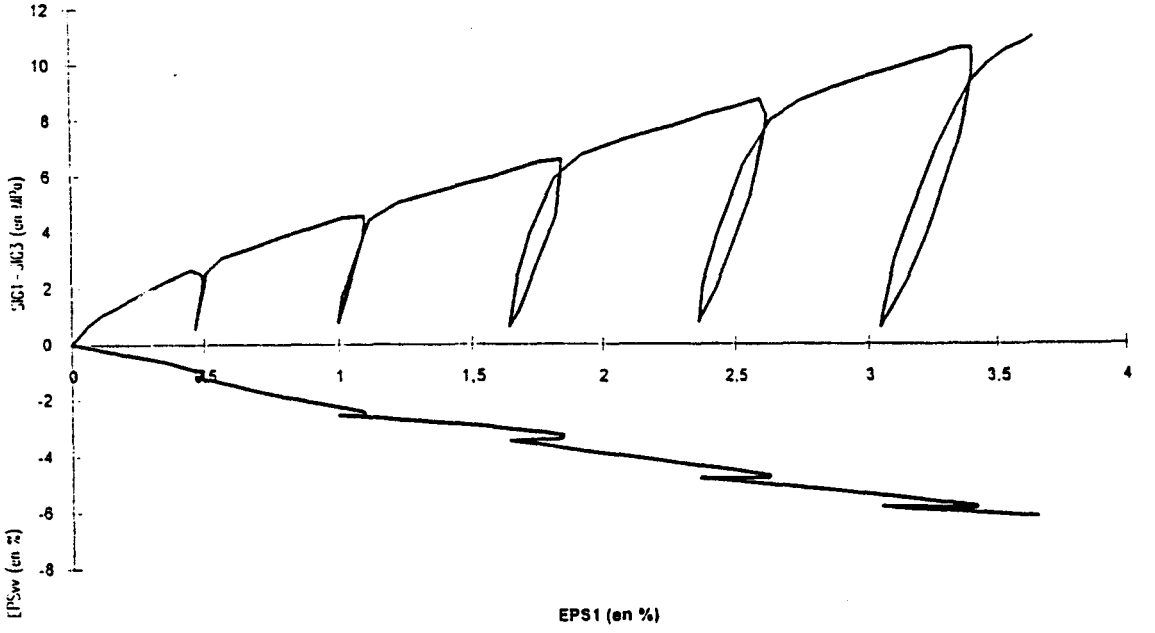


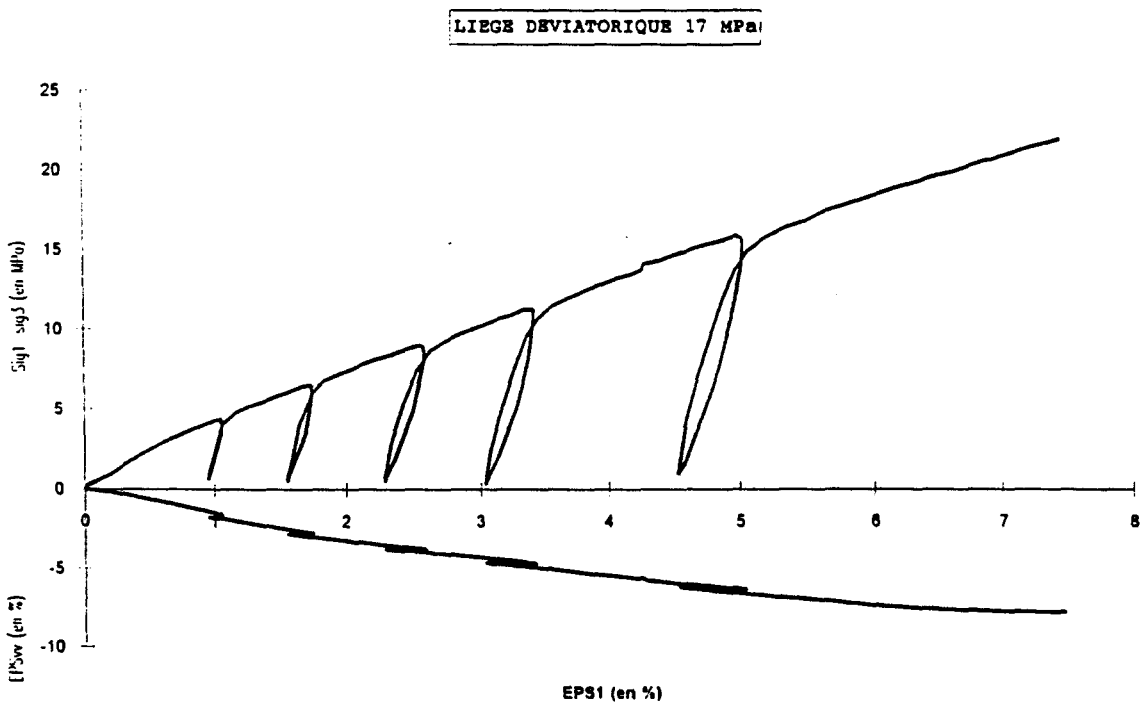
EPS1 (en %)

LIEGE DEVIATORIQUE 13 MPa

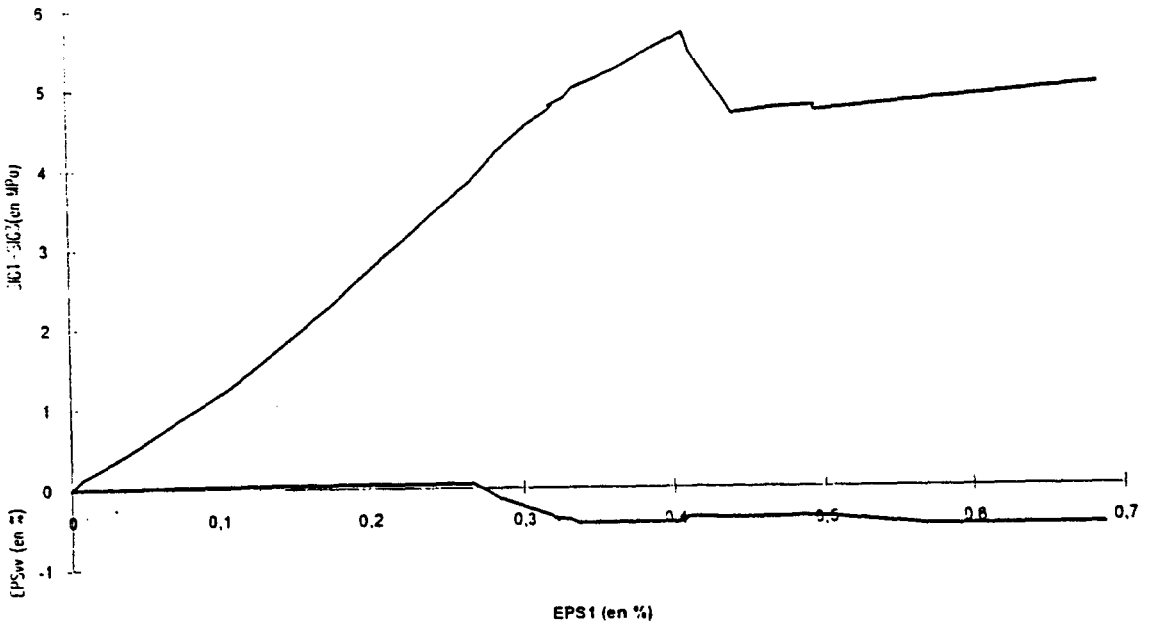


LIEGE DEVIATORIQUE 15 MPa

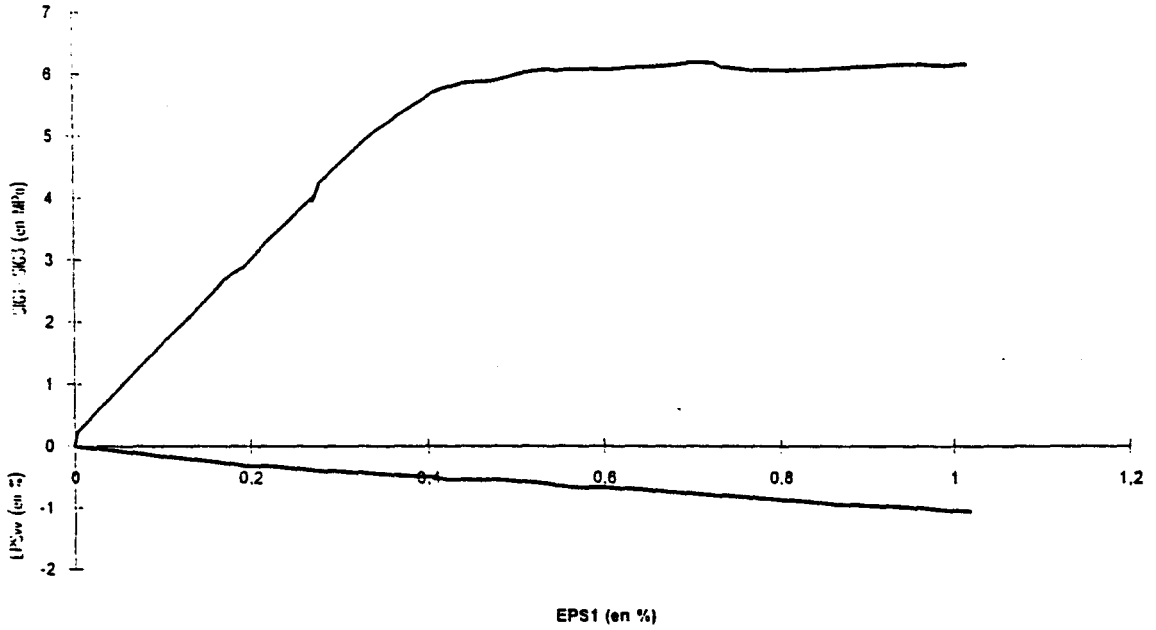



LIEGE DEVIATORIQUE 17 MPa
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
EPS1 (en %)

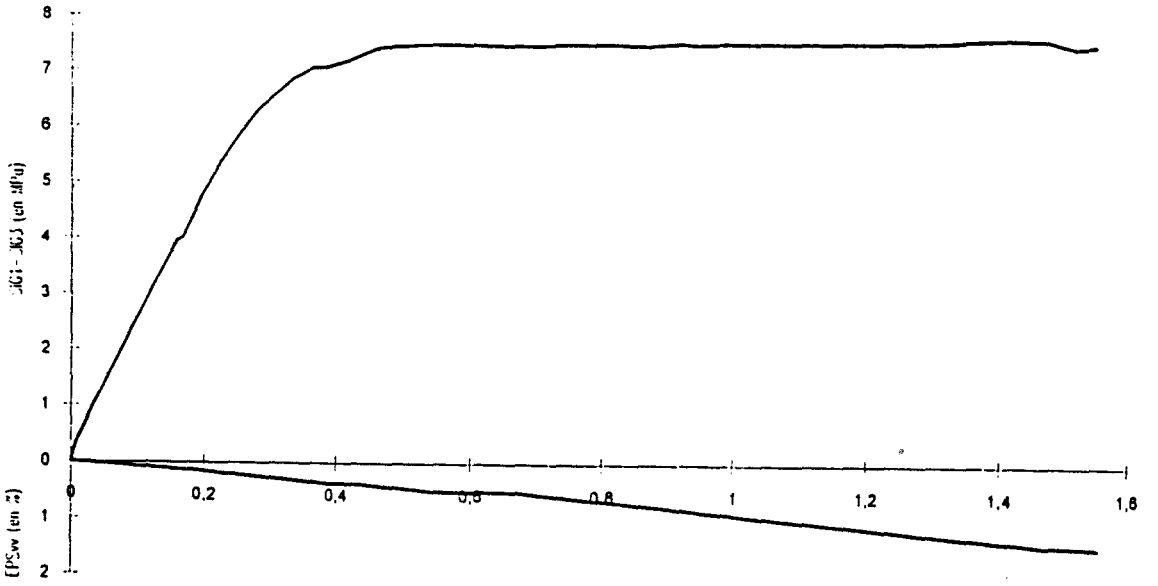
LIEGE DEVIATORIQUE 01 MPa



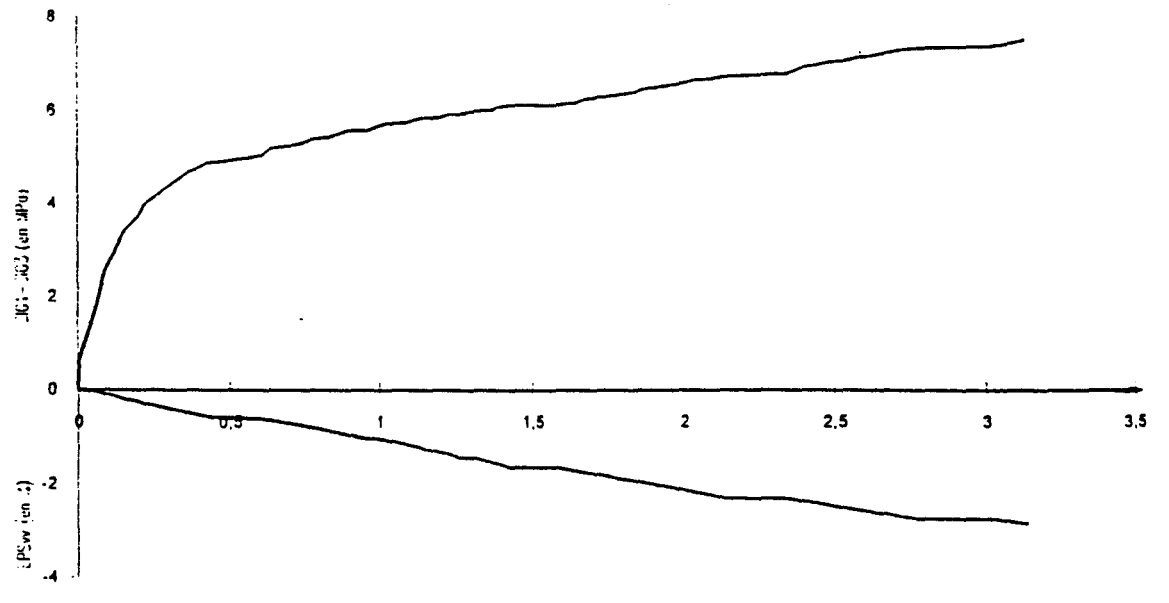
LIEGE DEVIATORIQUE 03 MPa



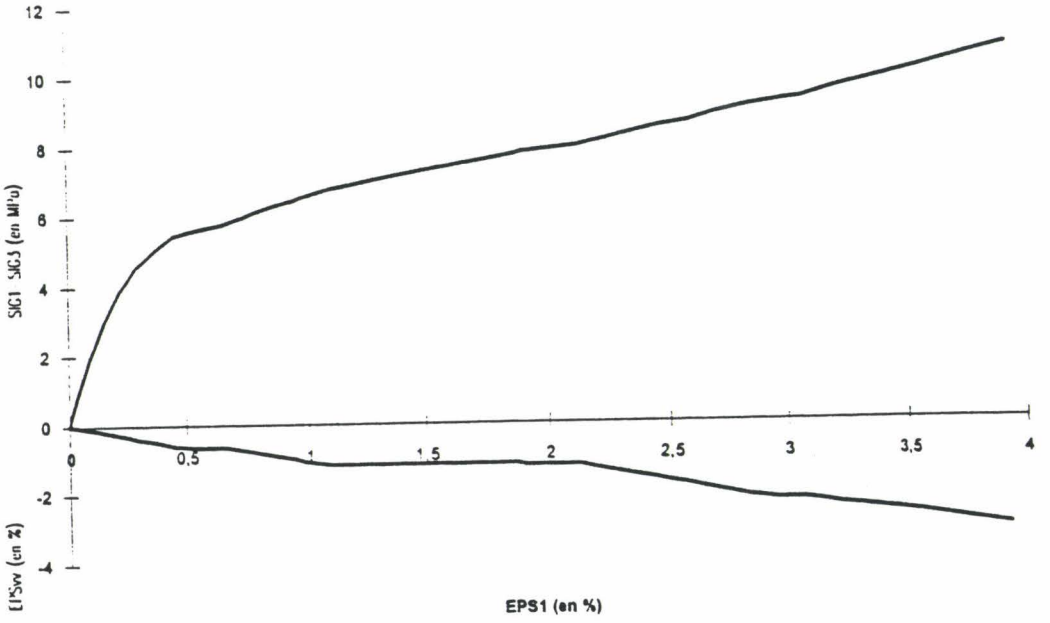
LIEGE DEVIATORIQUE 06 MPa



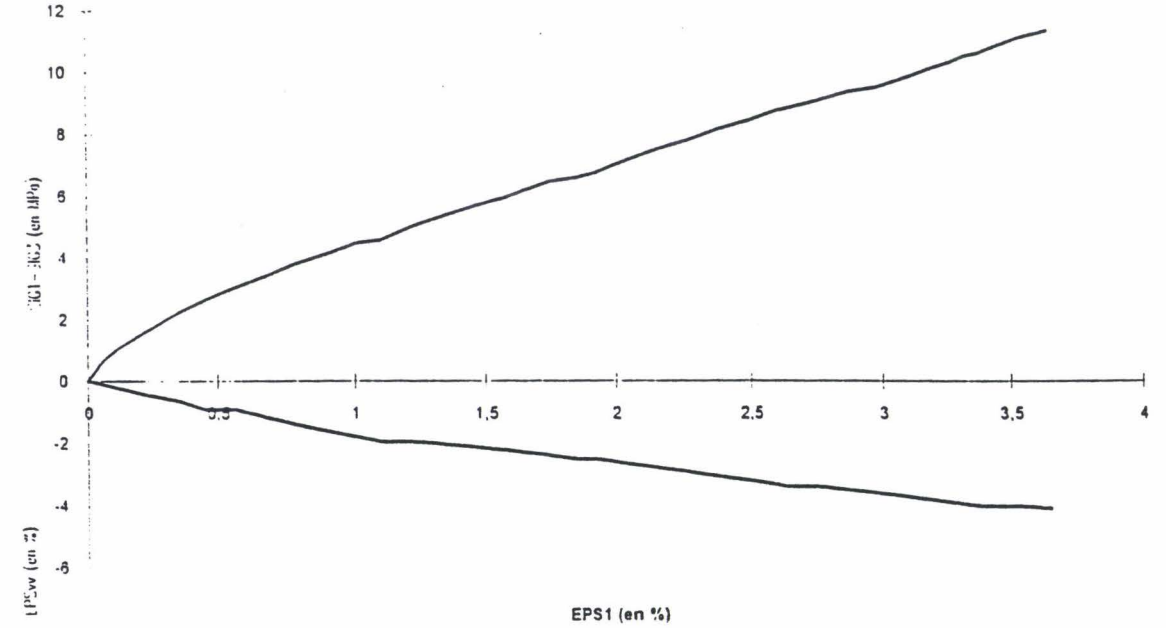
LIEGE DEVIATORIQUE 08 MPa



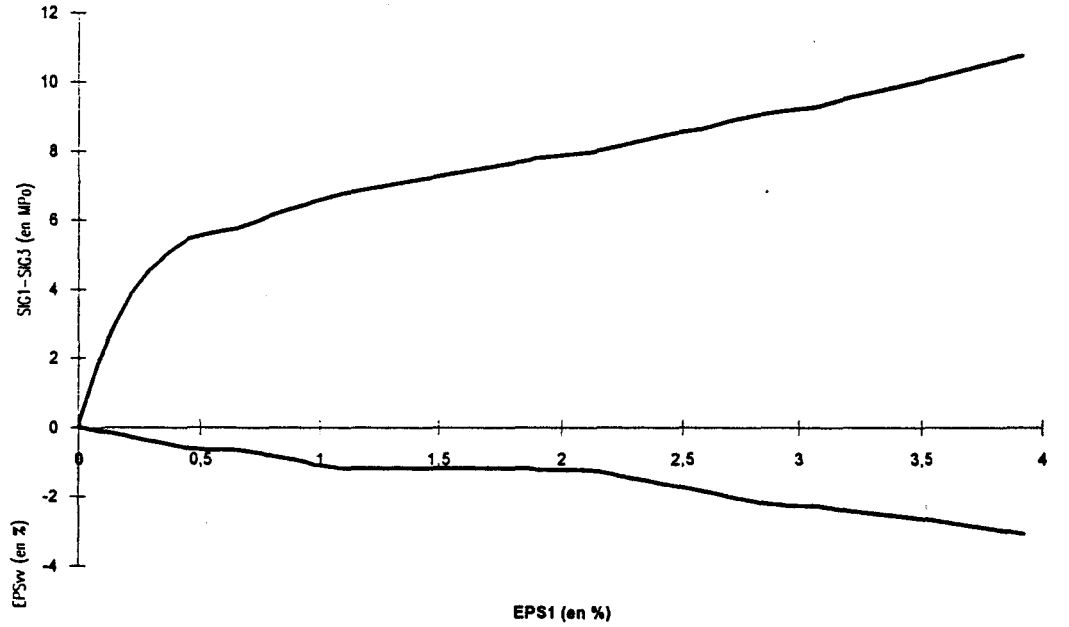
LIEGE DEVIATORIQUE 13 MPa



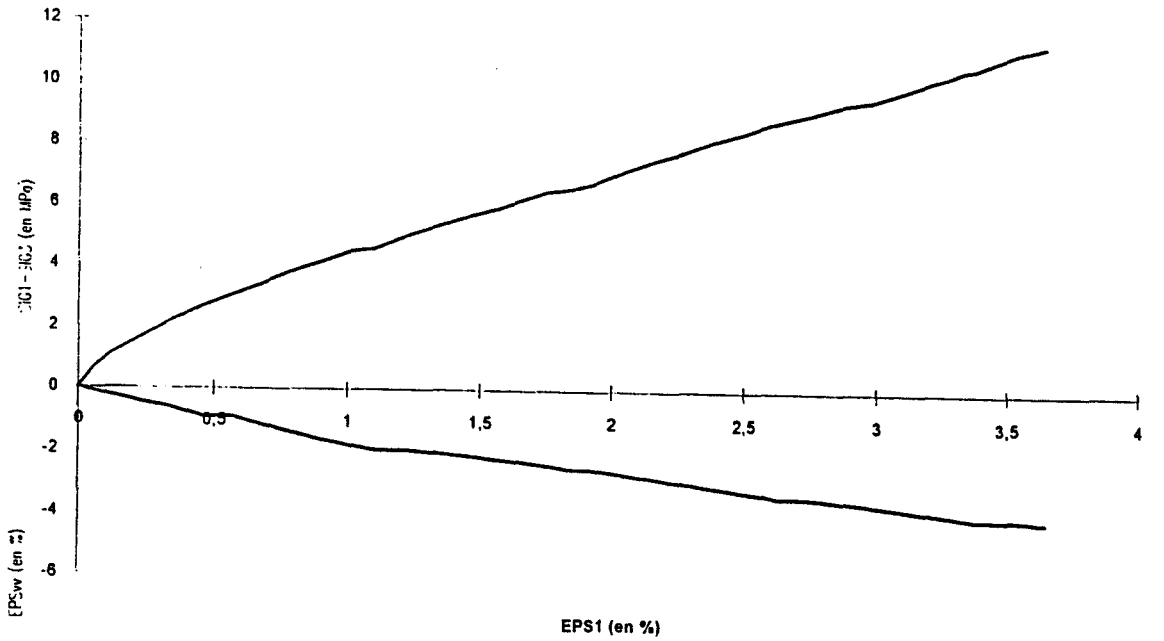
LIEGE DEVIATORIQUE 15 MPa



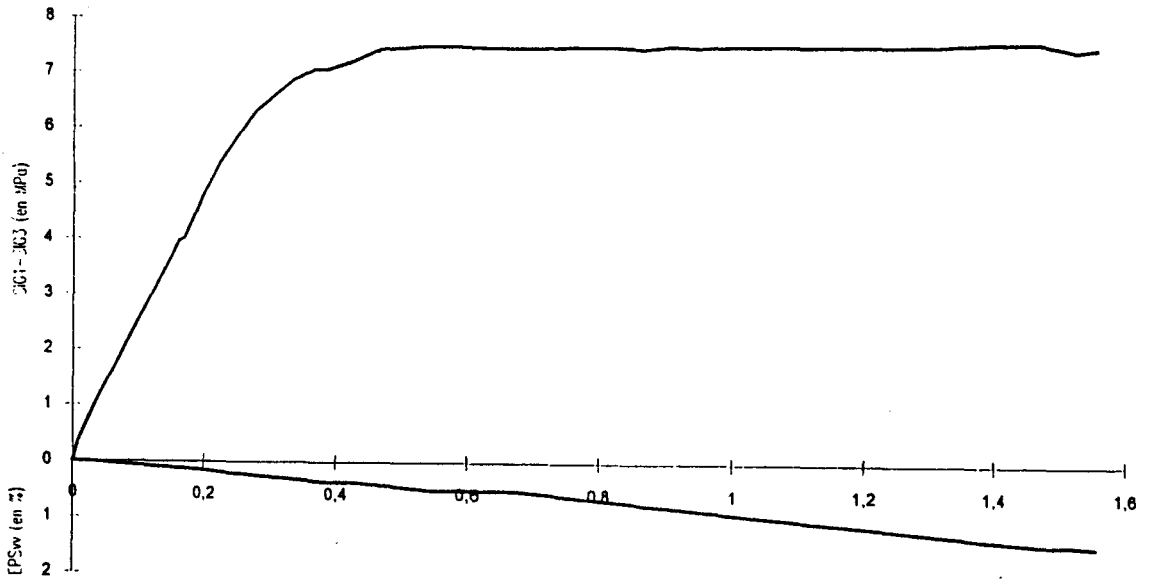
LIEGE DEVIATORIQUE 13 MPa



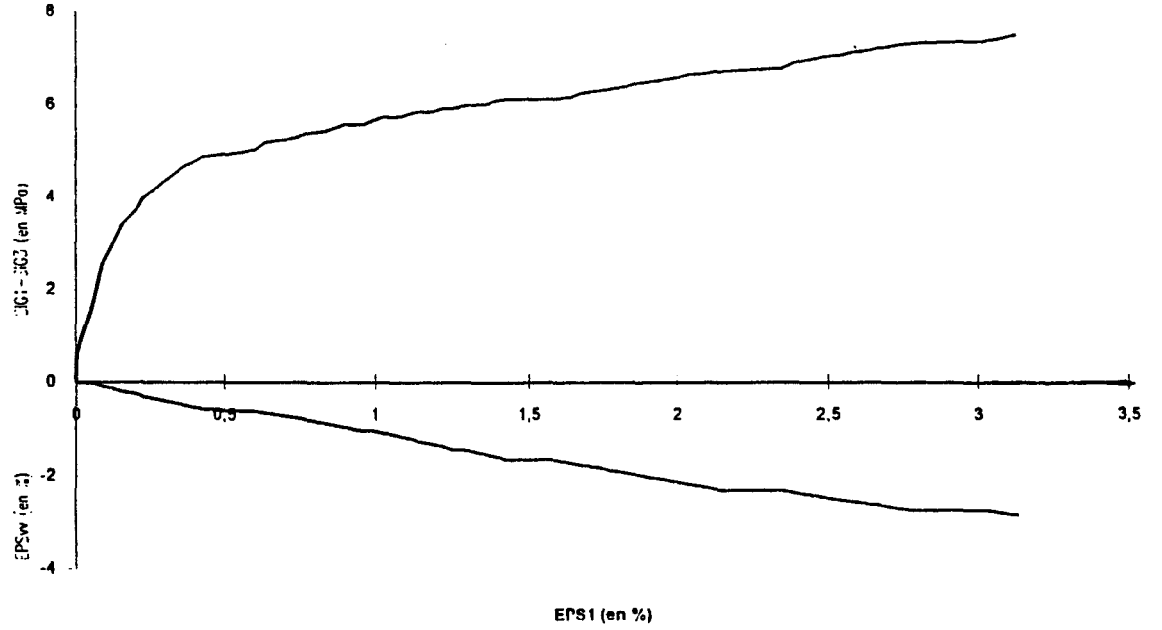
LIEGE DEVIATORIQUE 15 MPa



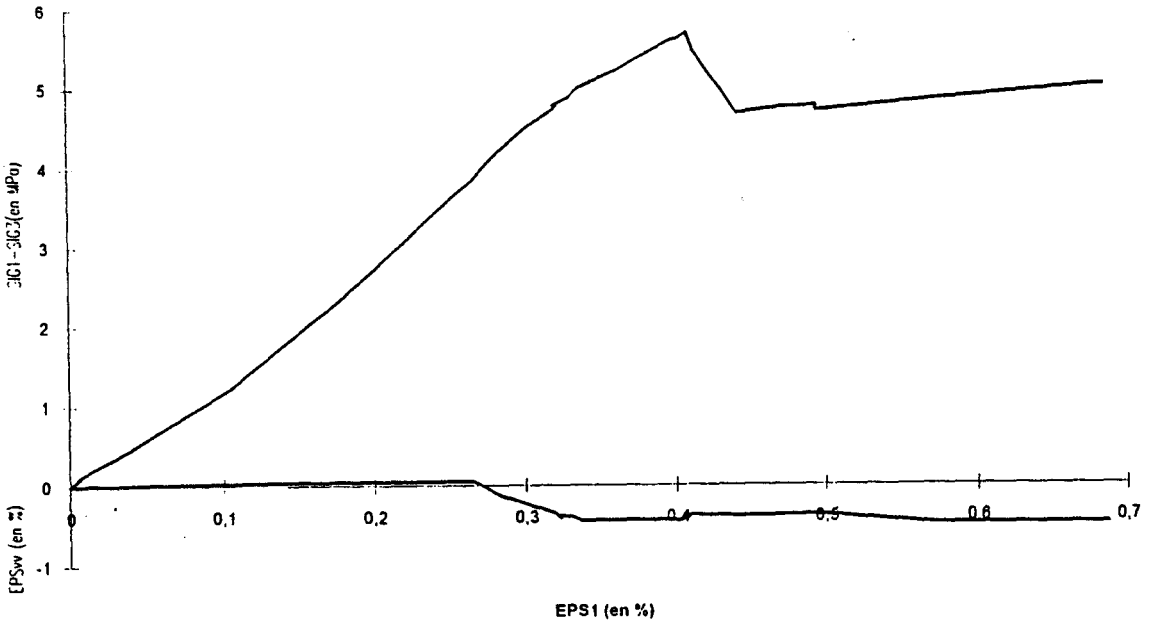
LIEGE DEVIATORIQUE 06 MPa



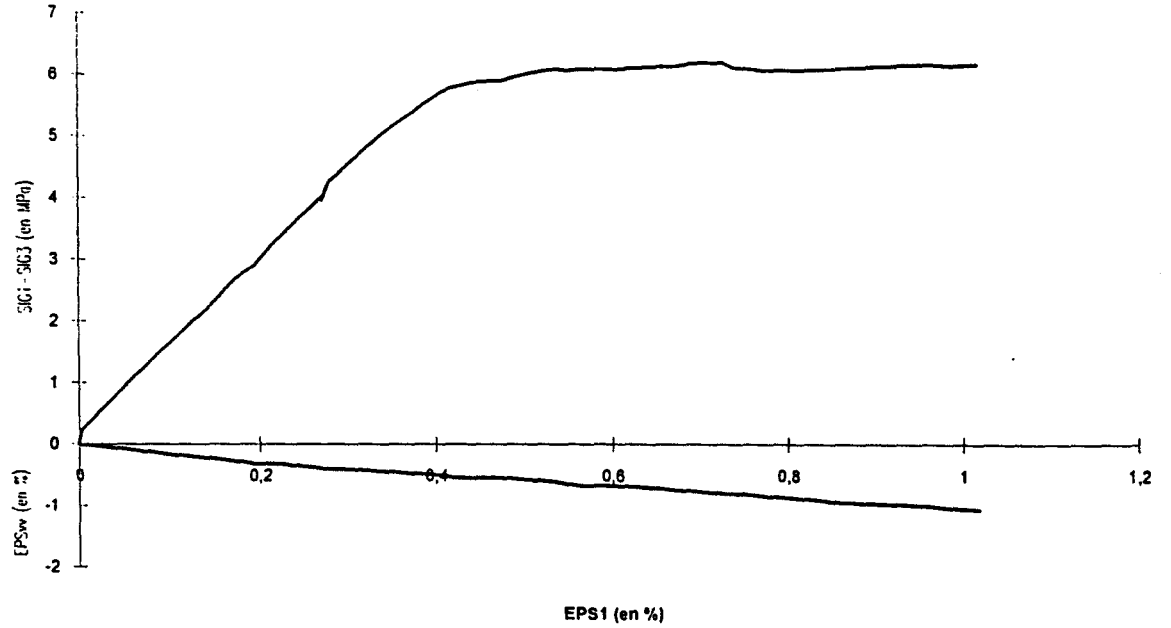
LIEGE DEVIATORIQUE 08 MPa



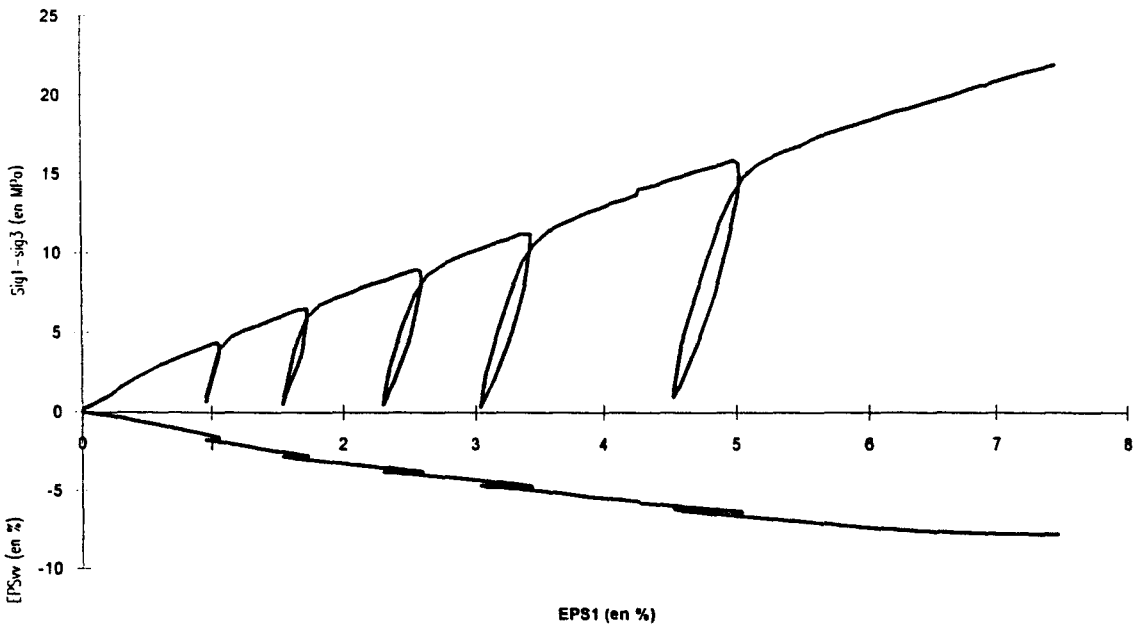
LIEGE DEVIATORIQUE 01 MPa



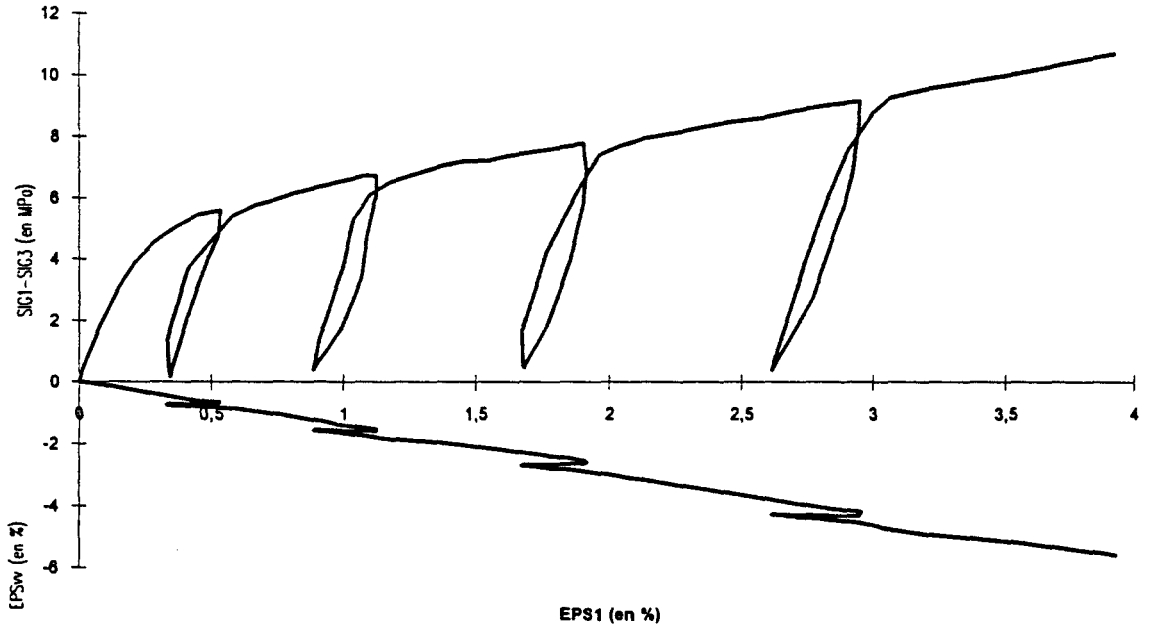
LIEGE DEVIATORIQUE 03 MPa



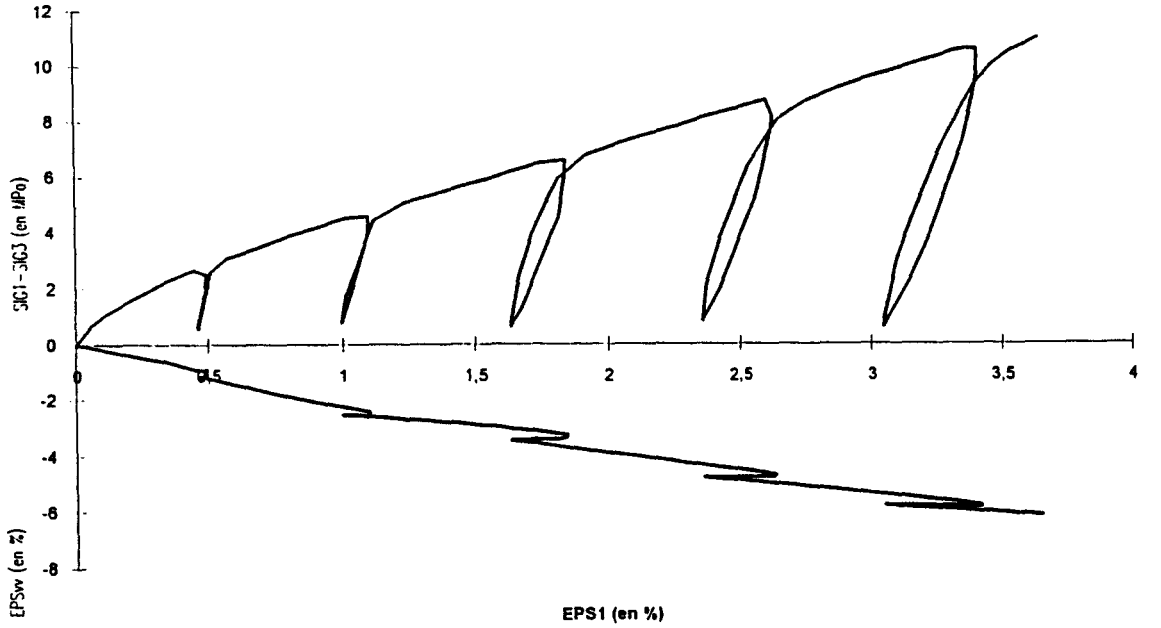
LIEGE DEVIATORIQUE 17 MPa



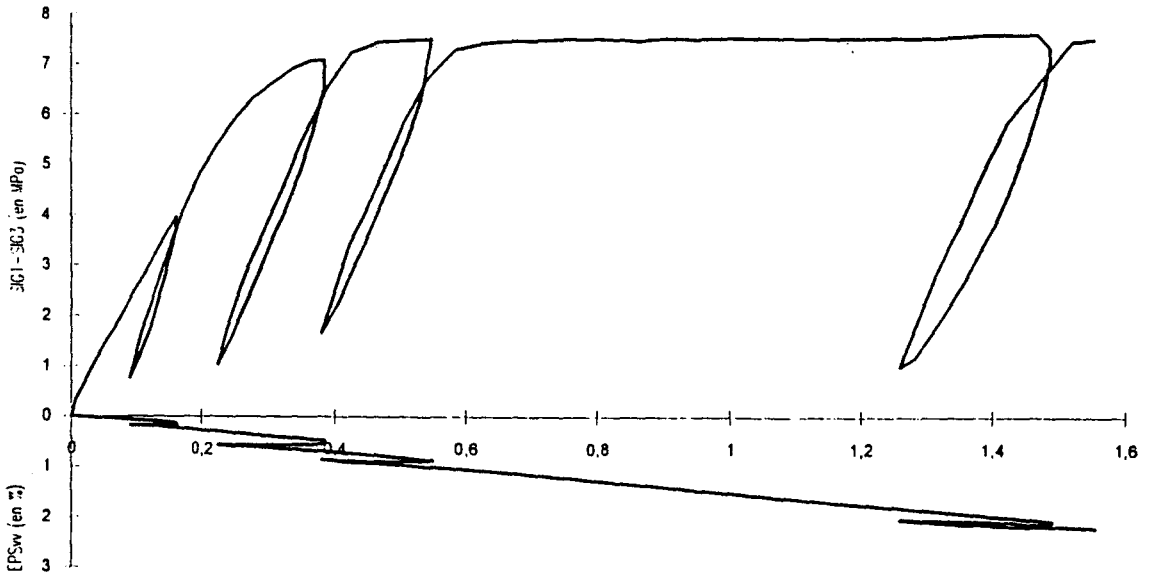
LIEGE DEVIATORIQUE 13 MPa



LIEGE DEVIATORIQUE 15 MPa

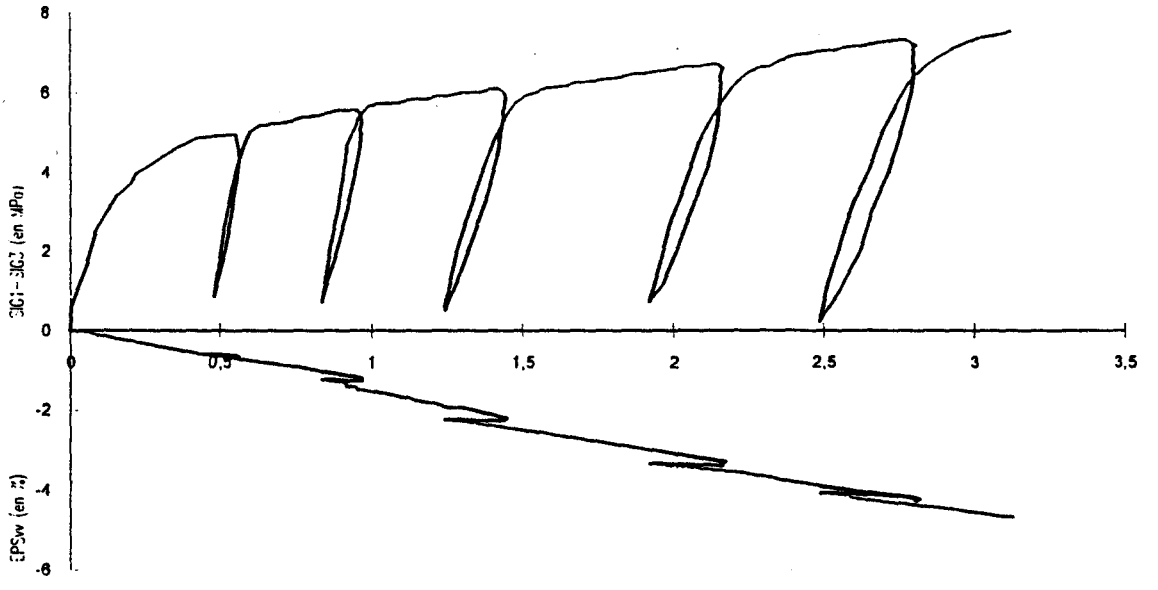


LIEGE DEVIATORIQUE 06 MPa



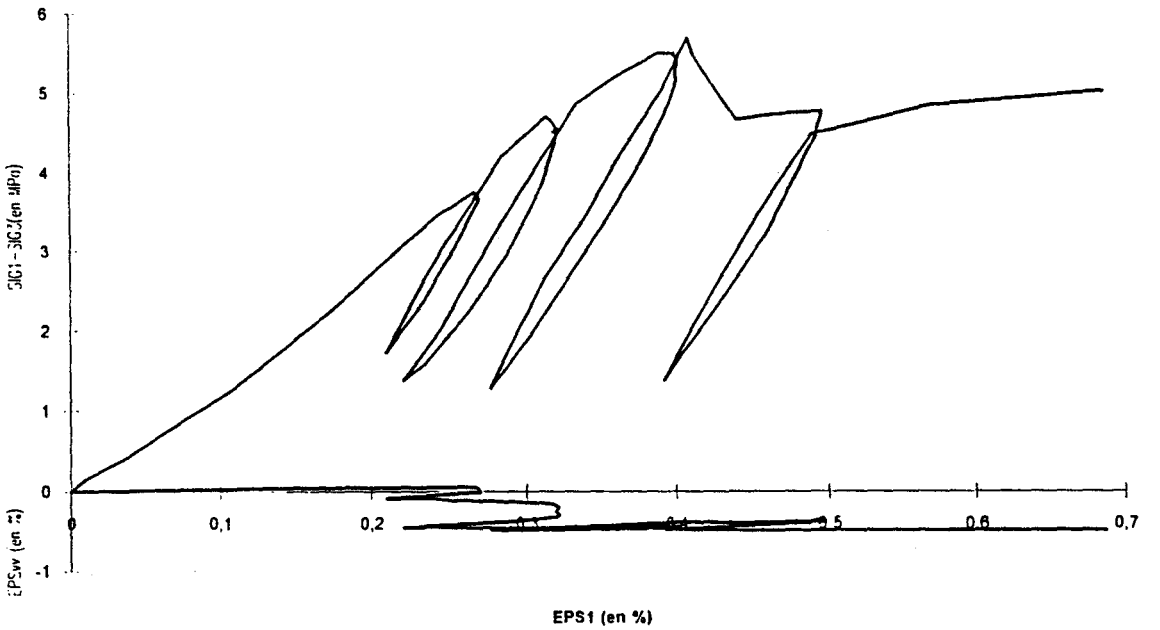
EPS1 (en %)

LIEGE DEVIATORIQUE 08 MPa



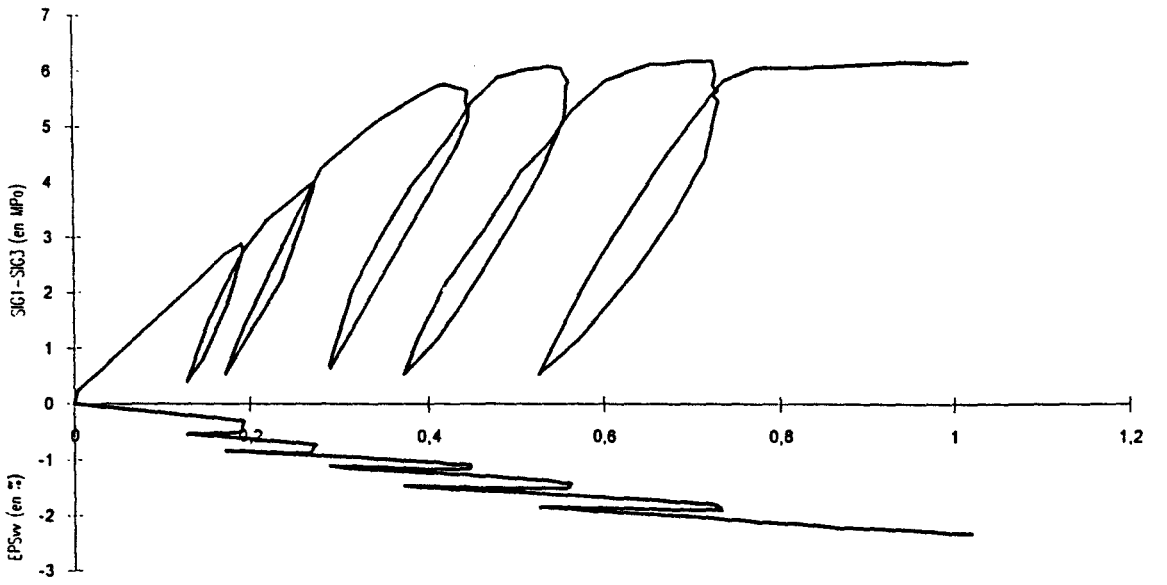
EPS1 (en %)

LIEGE DEVIATORIQUE 01 MPa



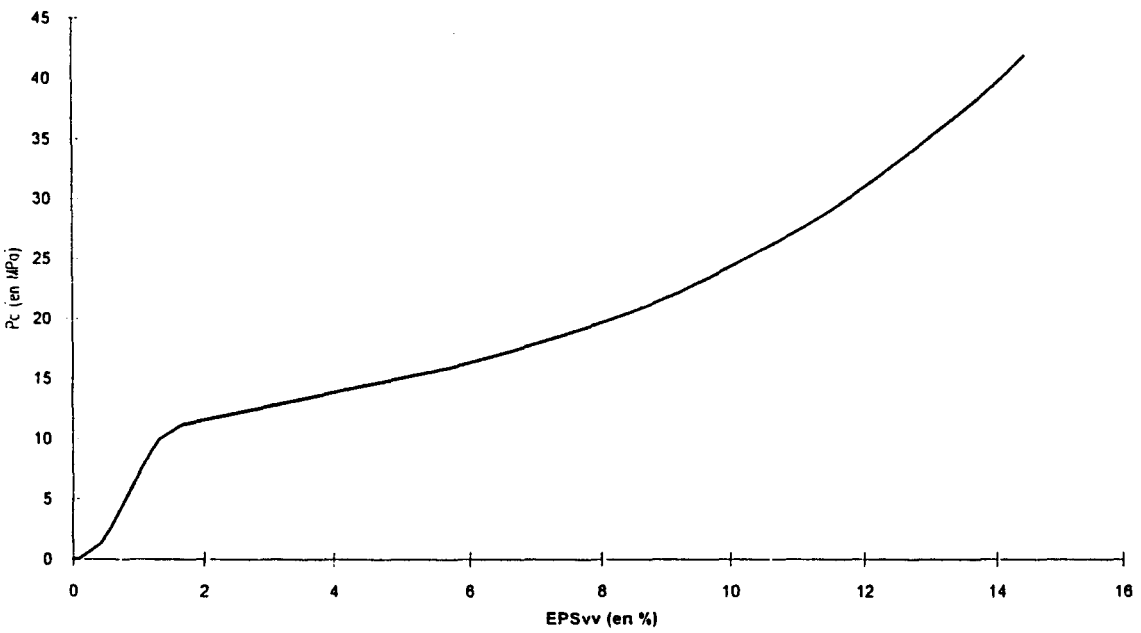
EPS1 (en %)

LIEGE DEVIATORIQUE 03 MPa



EPS1 (en %)

ESSAI HYDROSTATIQUE MONOTONE SUR LA CRAIE DE LIEGE

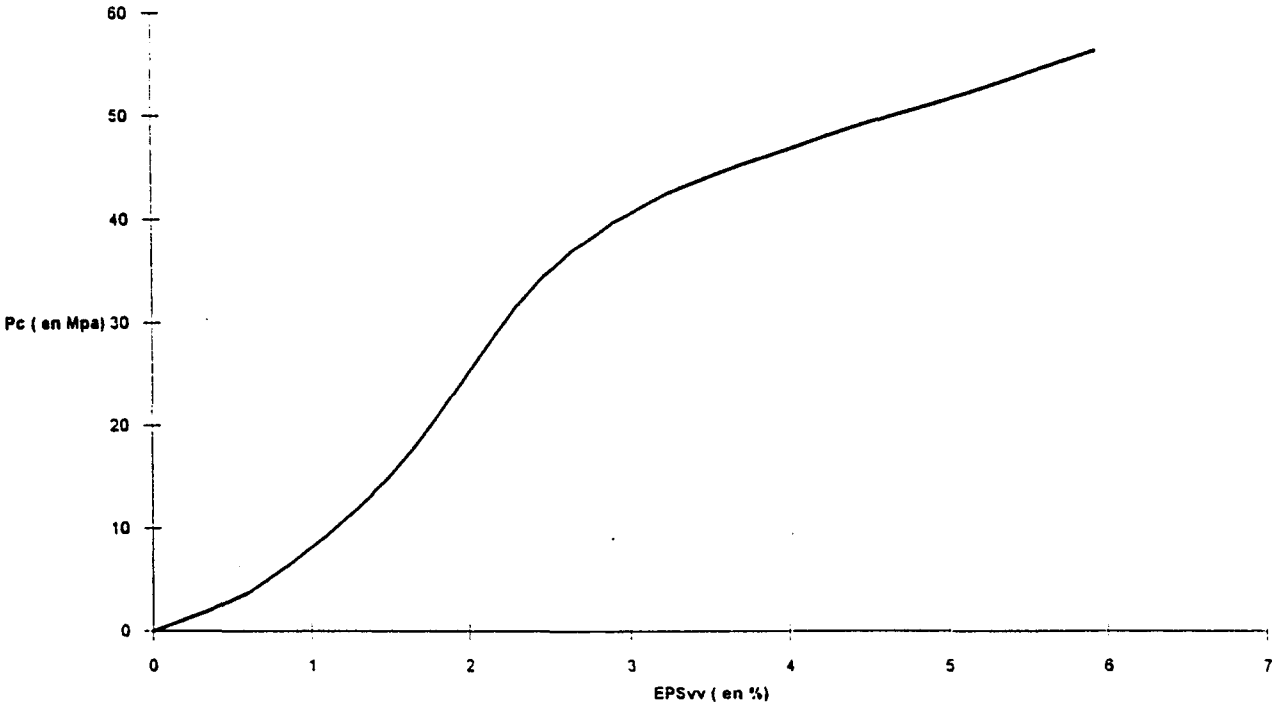


ANNEXE 3

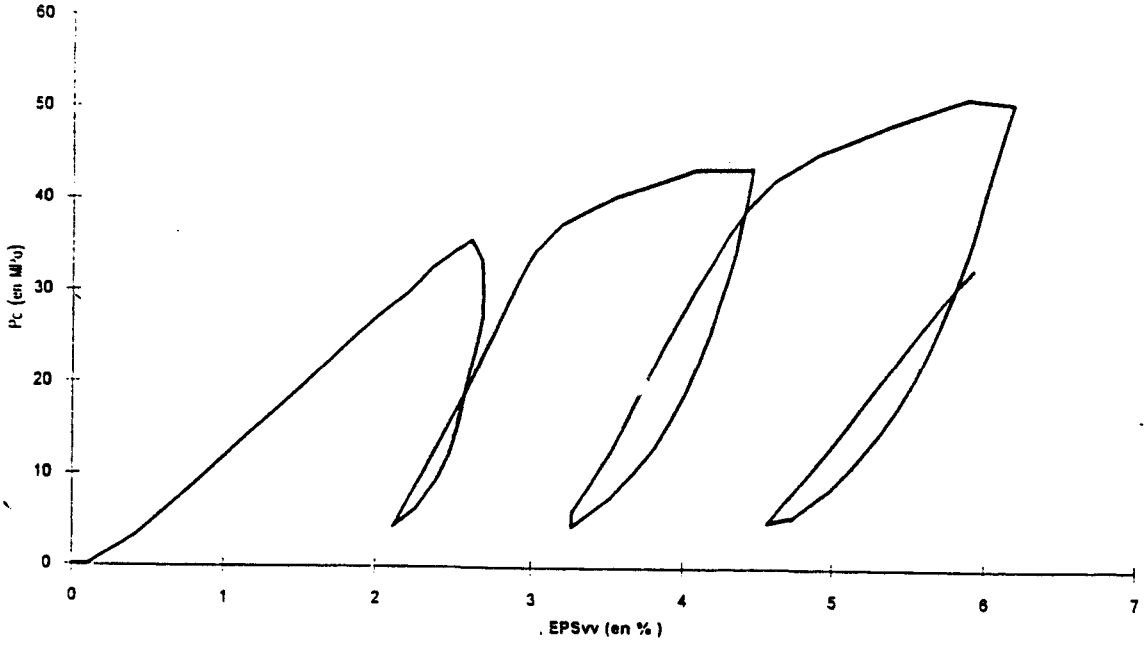
RESULTATS EXPERIMENTAUX

CRAIE DE DANNES

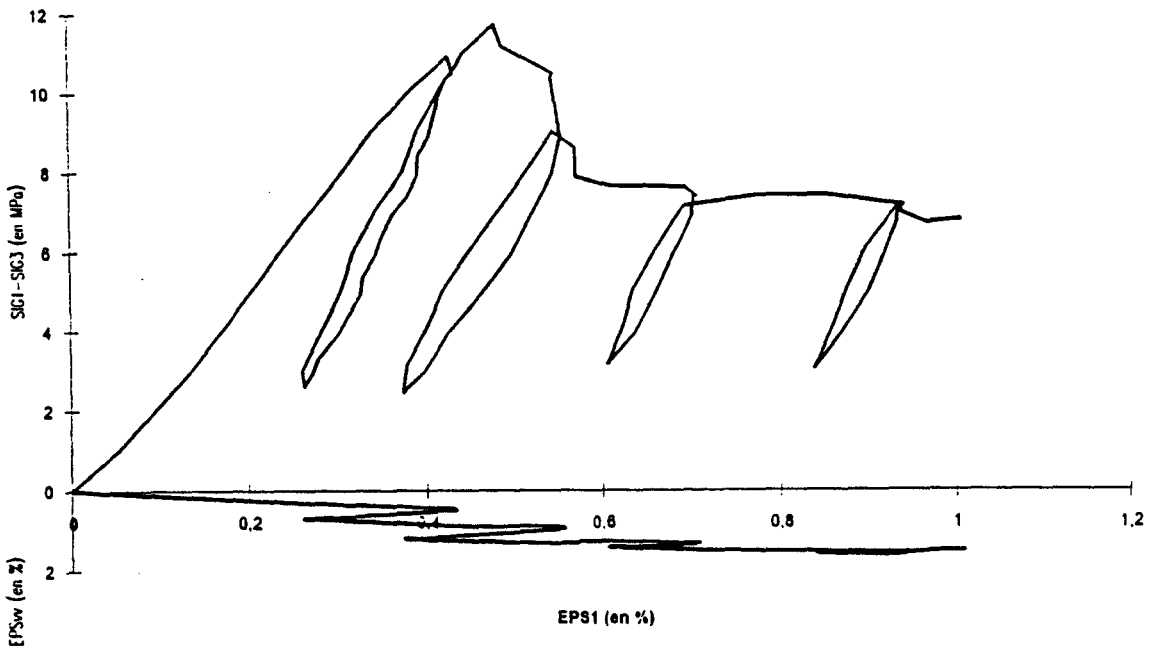
ESSAI HYDROSTATIQUE MONOTONE SUR DANNES



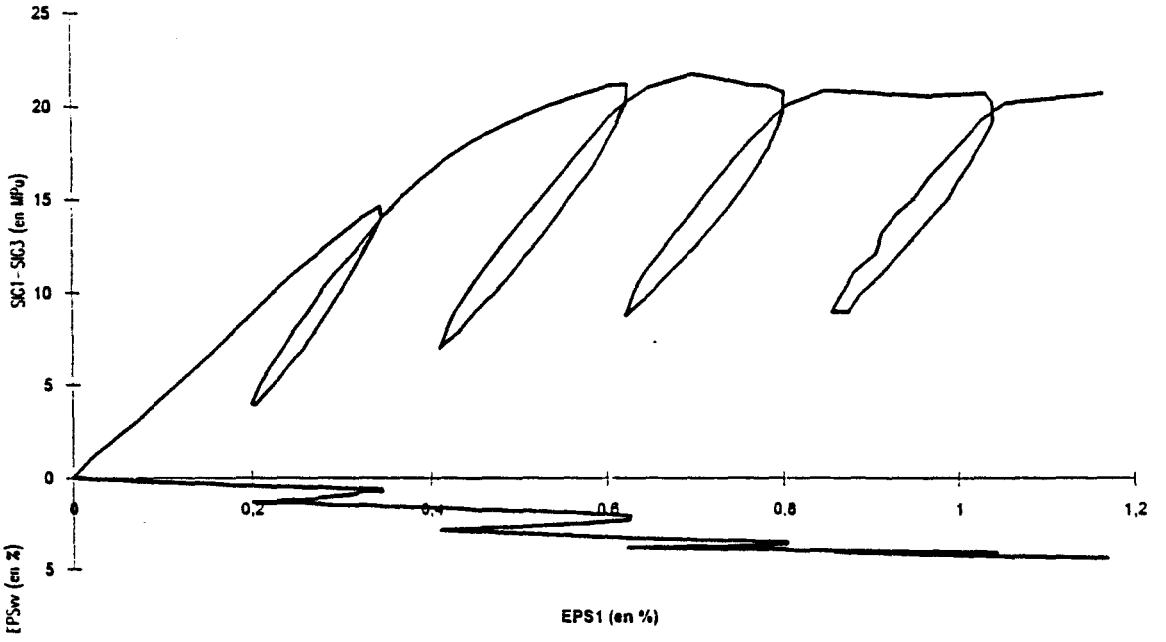
ESSAI HYDROSTATIQUE CYCLIQUE SUR DANNES

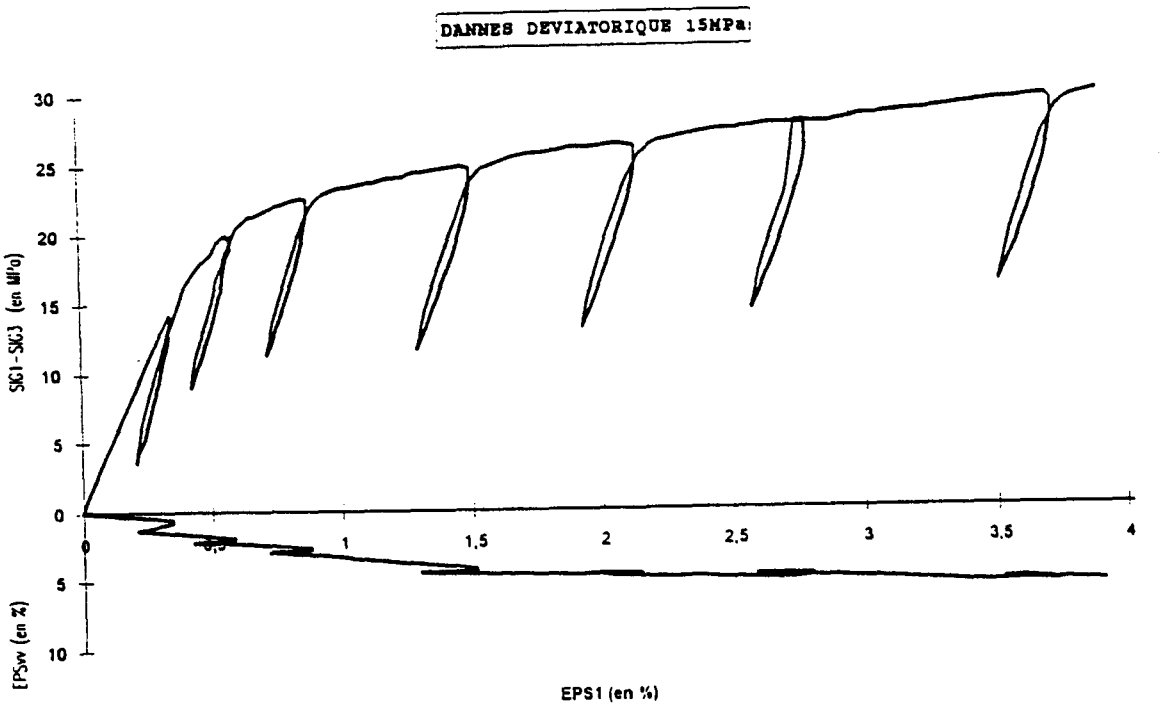


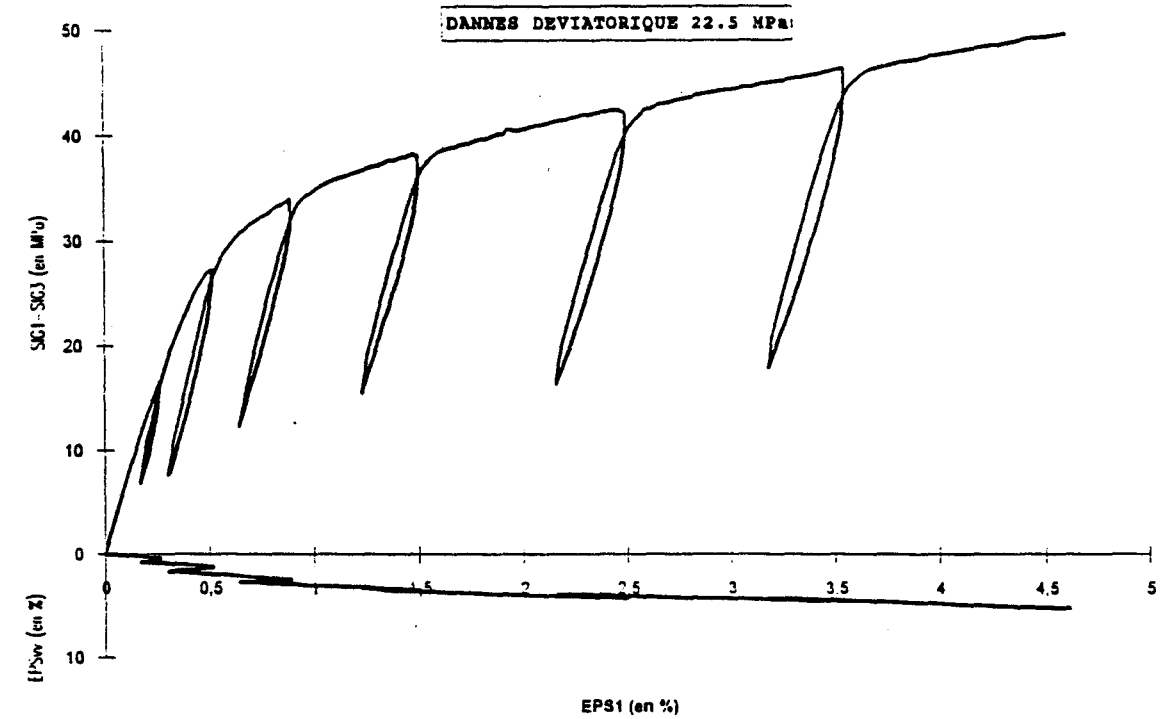
DAMNES DEVIATORIQUE 01MPa



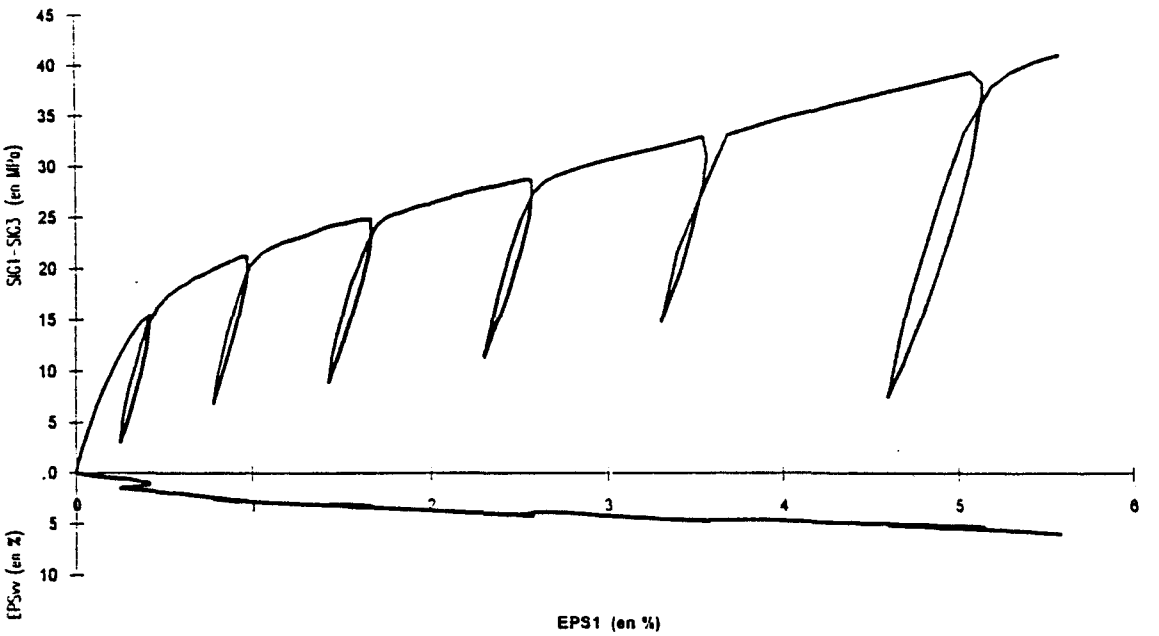
DAMNES DEVIATORIQUE 06MPa



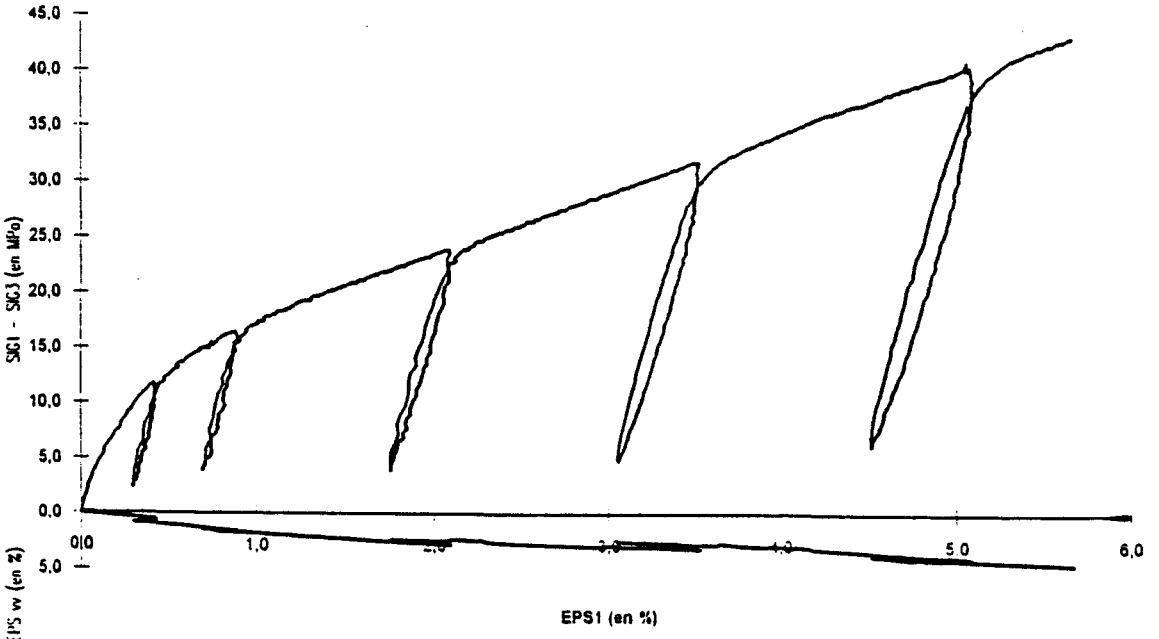

DANNES DEVIATORIQUE 15MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
30
25
20
15
10
5
0
5
10
0
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4


DANNES DEVIATORIQUE 22.5 MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
50
40
30
20
10
0
10
0
0,5
3
3,5
4
4,5
5

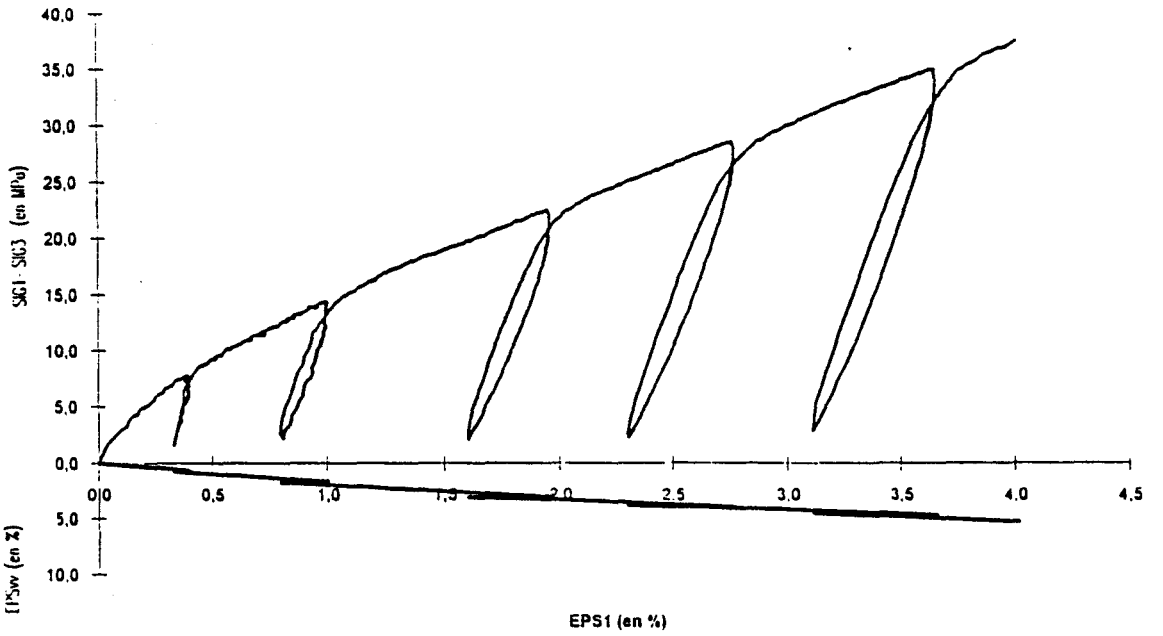
DANNES DEVIATORIQUE 30 MPa



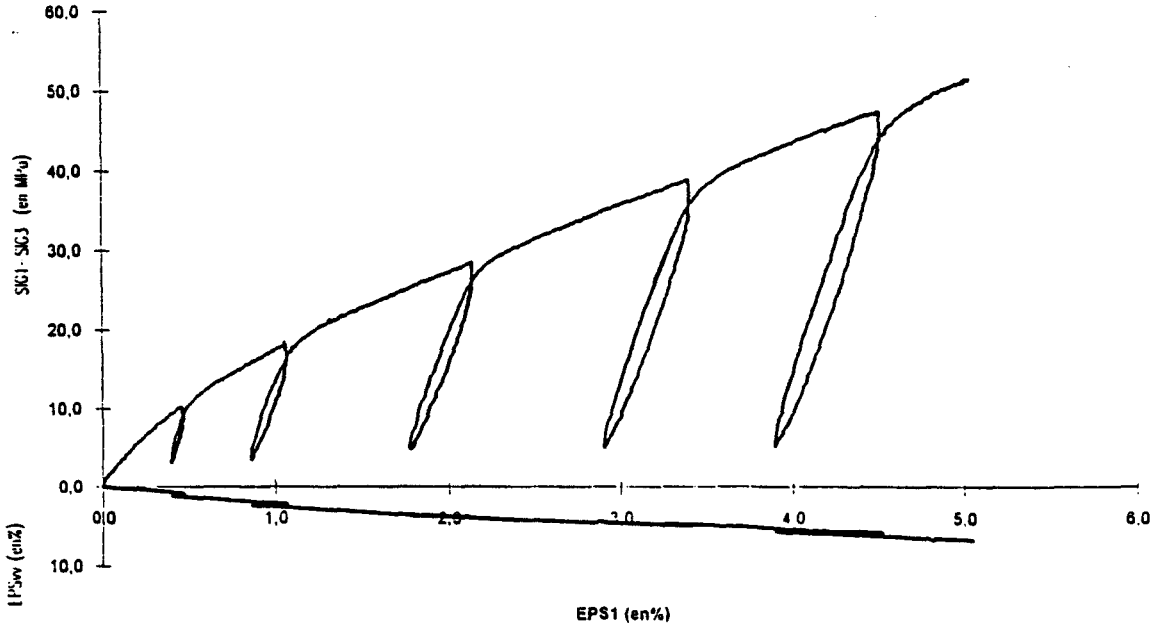
DANNES DEVIATORIQUE 36 MPa



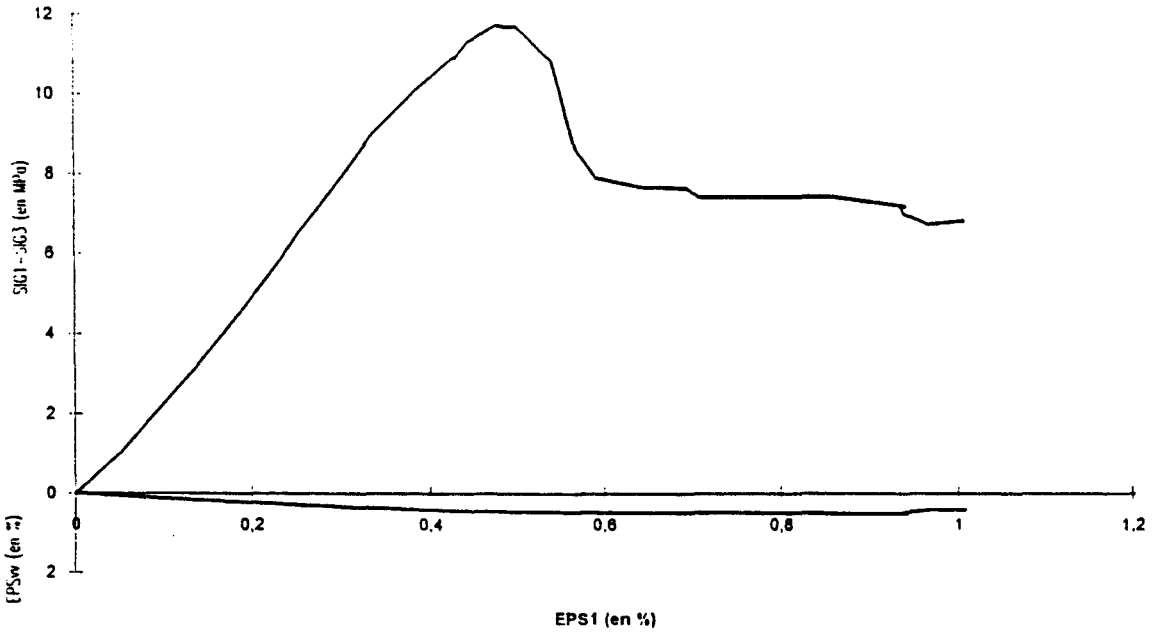
DANNES DEVIATORIQUE 45MPa



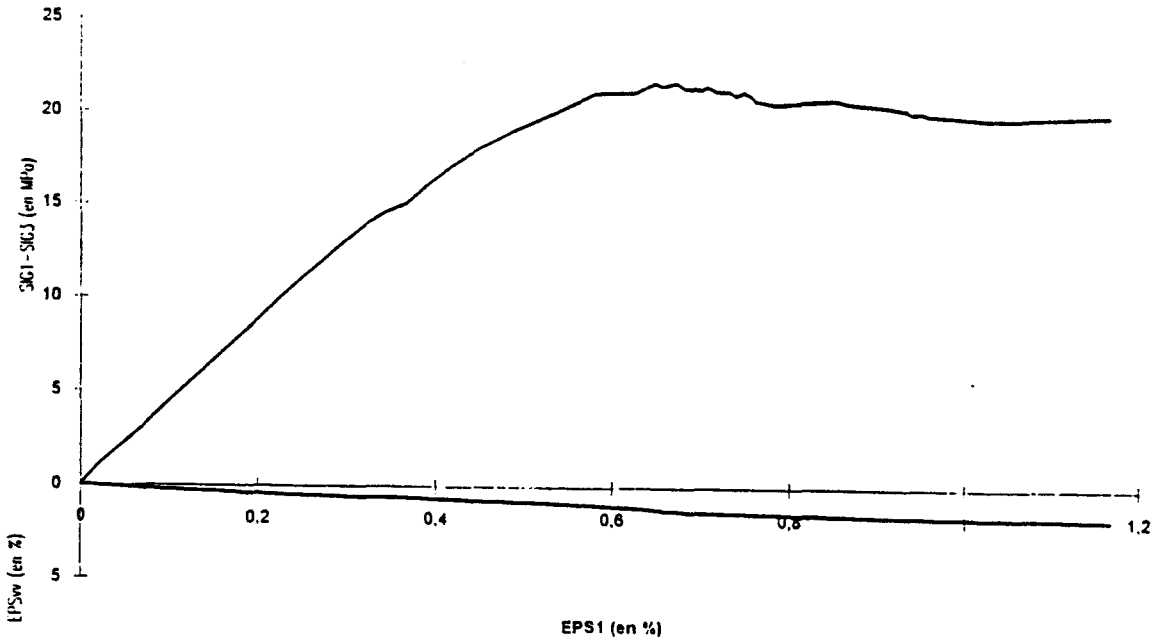
DANNES DEVIATORIQUE 52.5 MPa



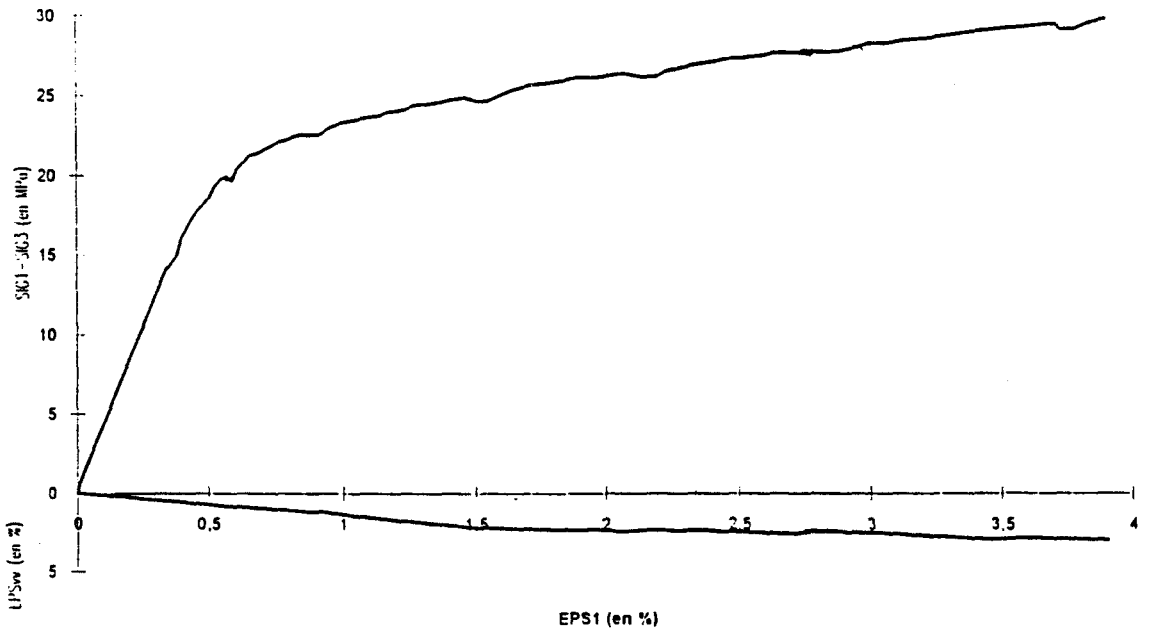
DANNES DEVIATORIQUE 01MPa



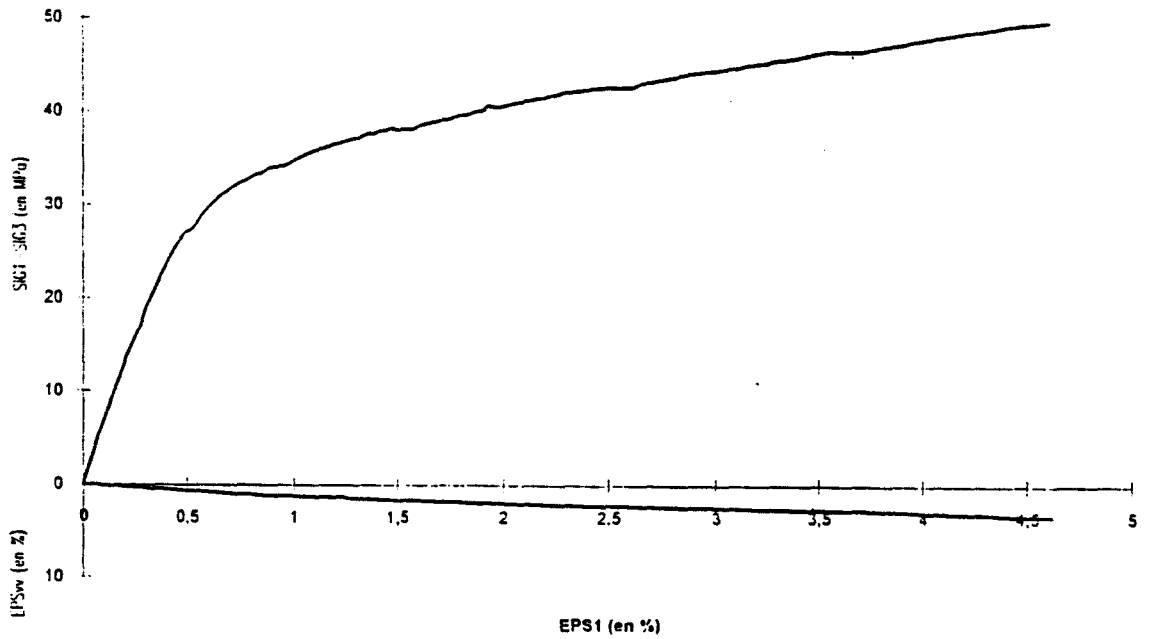
DANNES DEVIATORIQUE 06 MPa



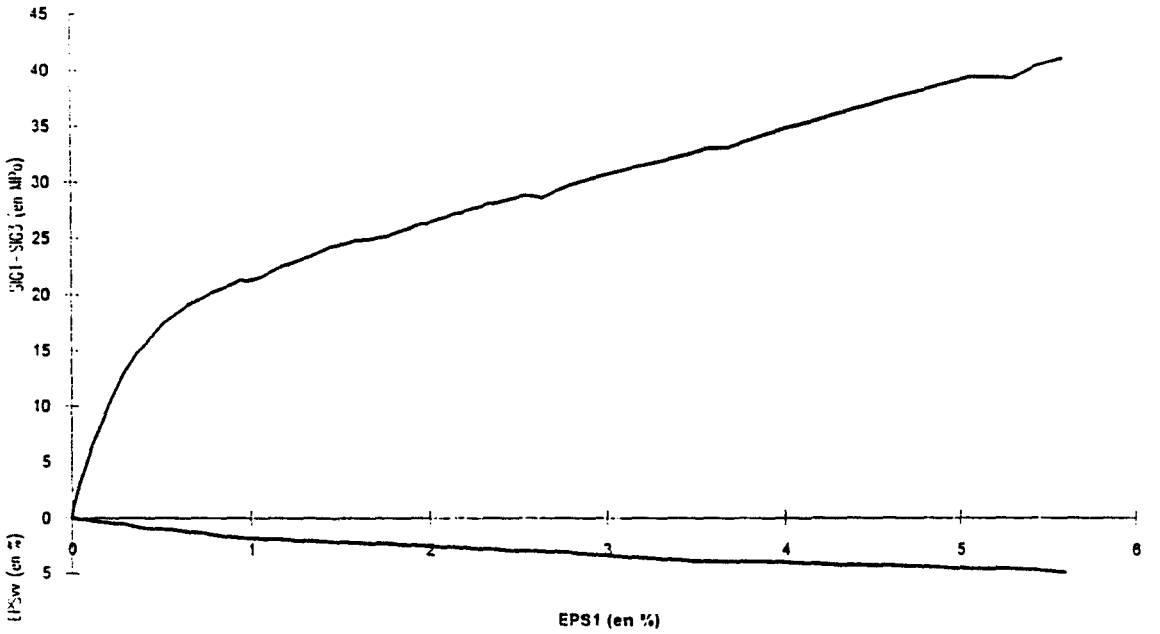
DANNES DEVIATORIQUE 15 MPa



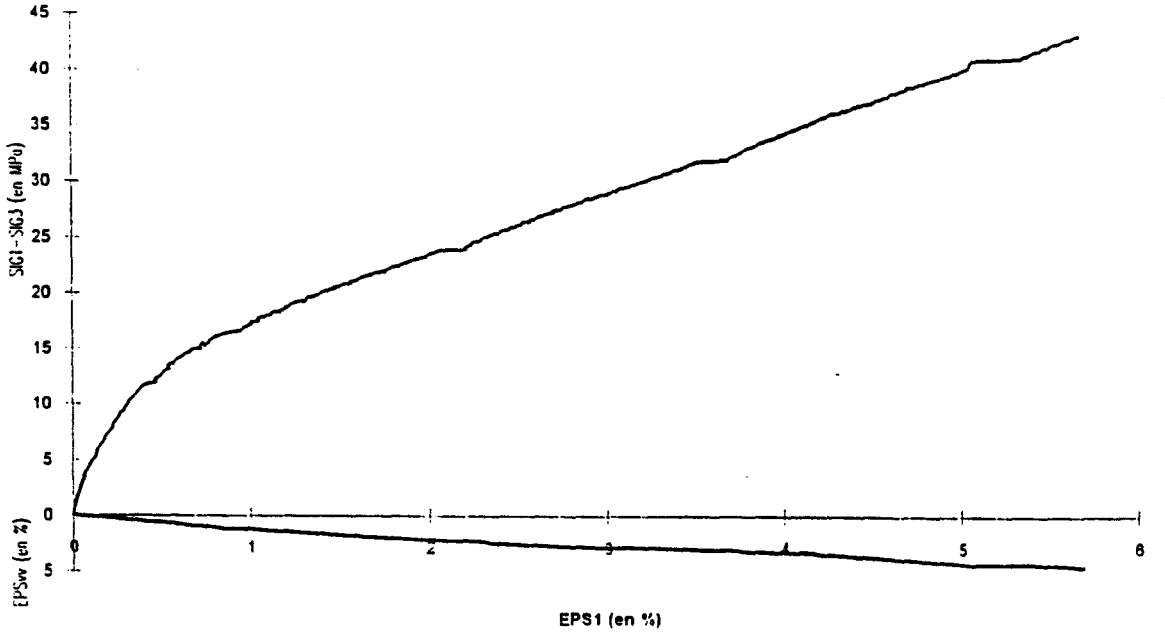
DANNES DEVIATORIQUE 22.5 MPa



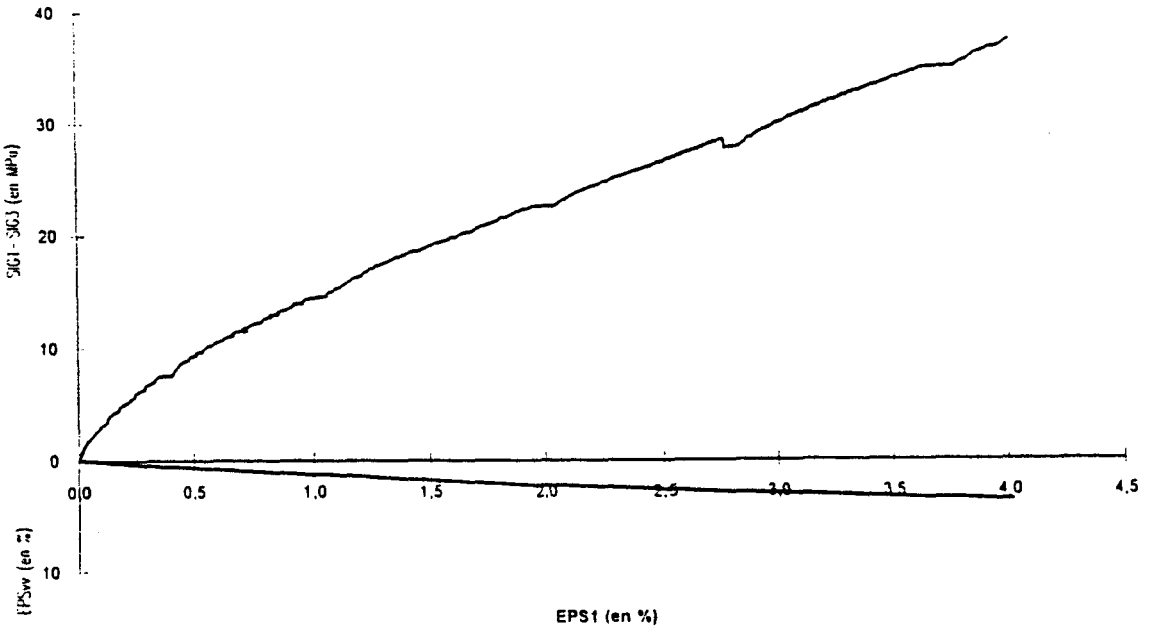
DANNES DEVIATORIQUE 30 MPa



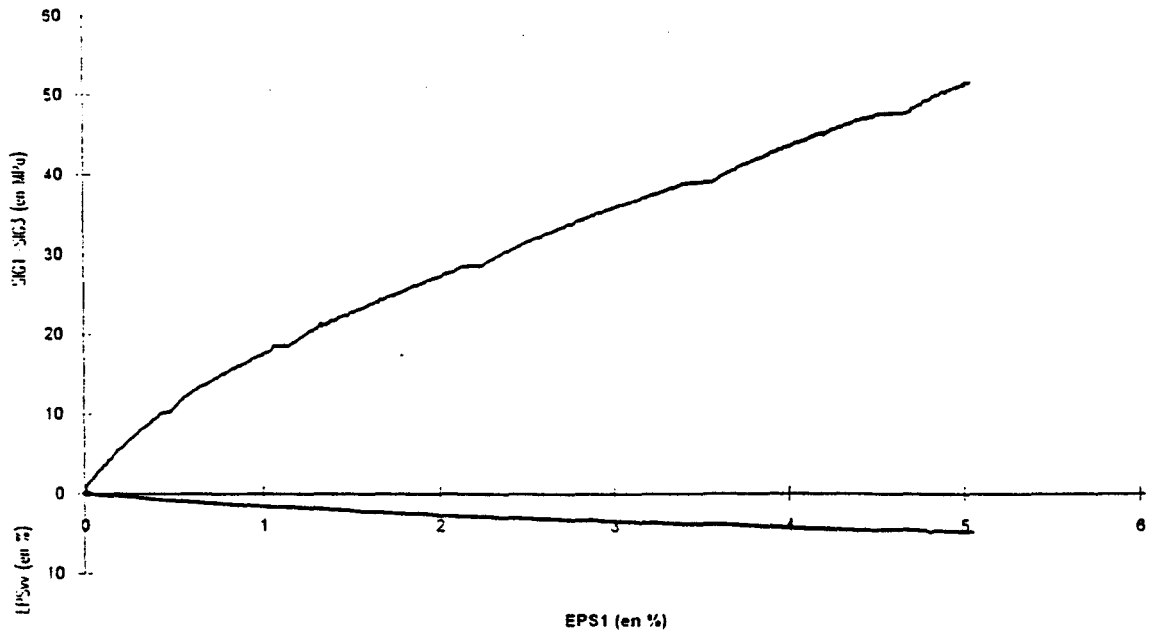
DANNES DEVIATORIQUE 36 MPa



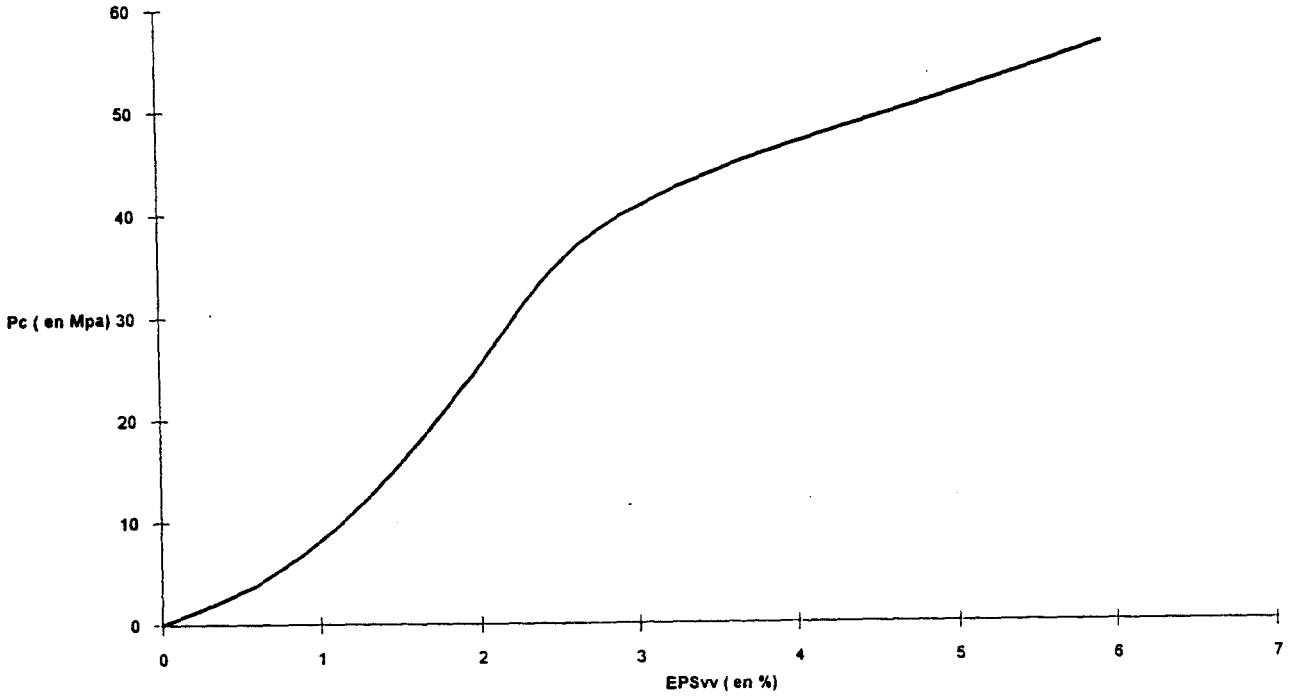
DANNES DEVIATORIQUE 45 MPa



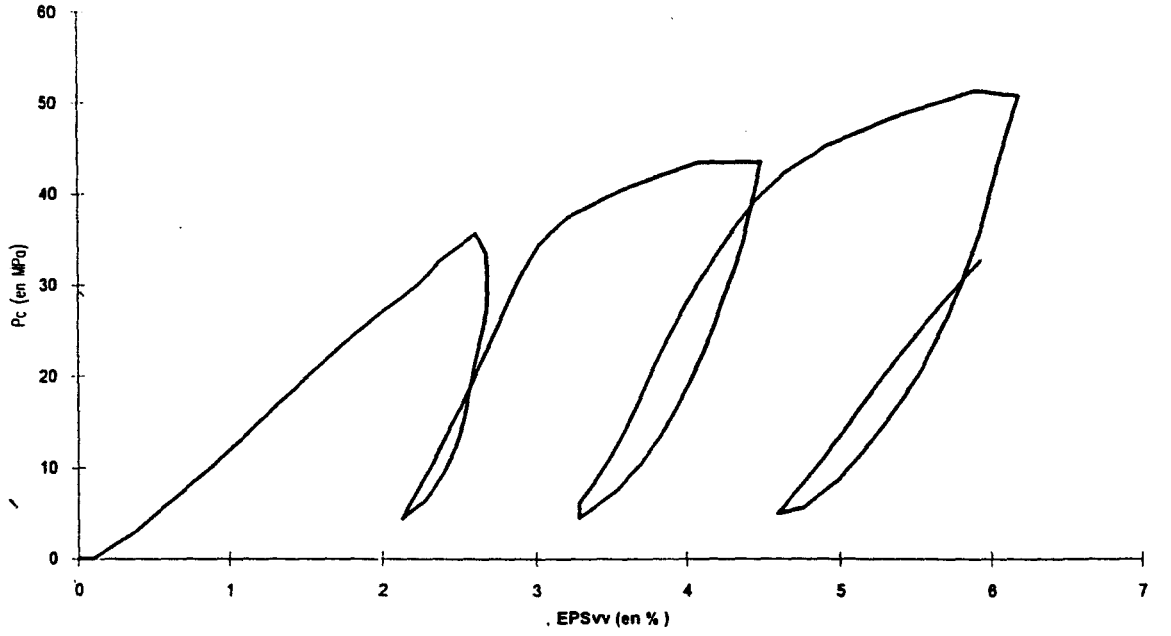
DANNES DEVIATORIQUE 52.5 MPa



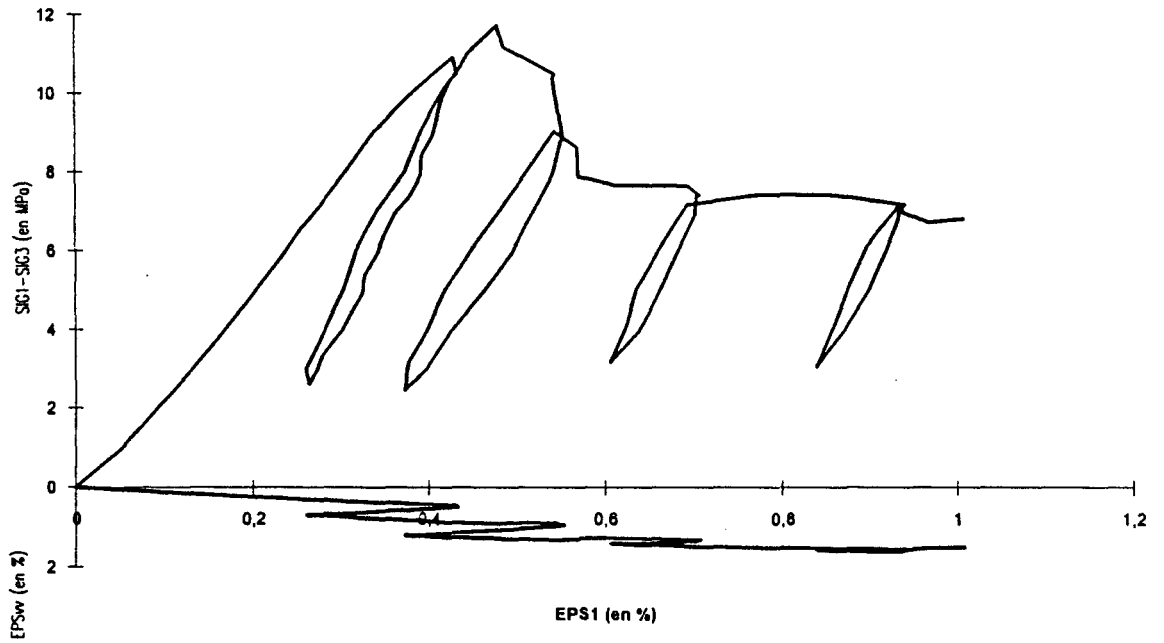
ESSAI HYDROSTATIQUE MONOTONE SUR DANNES



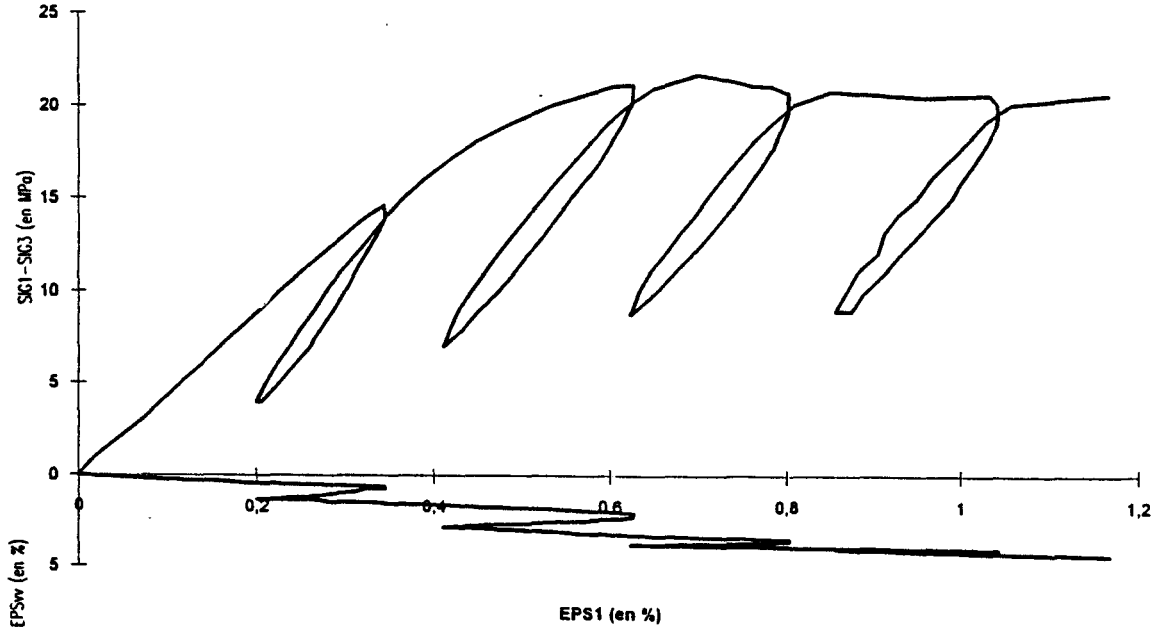
ESSAI HYDROSTATIQUE CYCLIQUE SUR DANNES

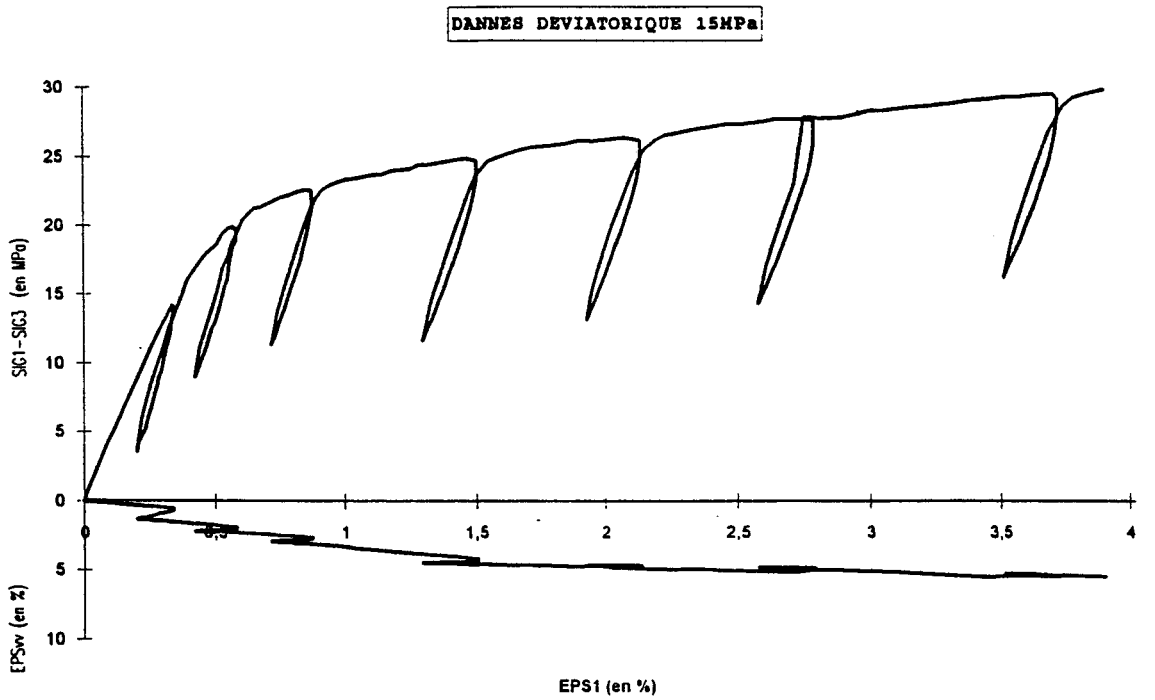


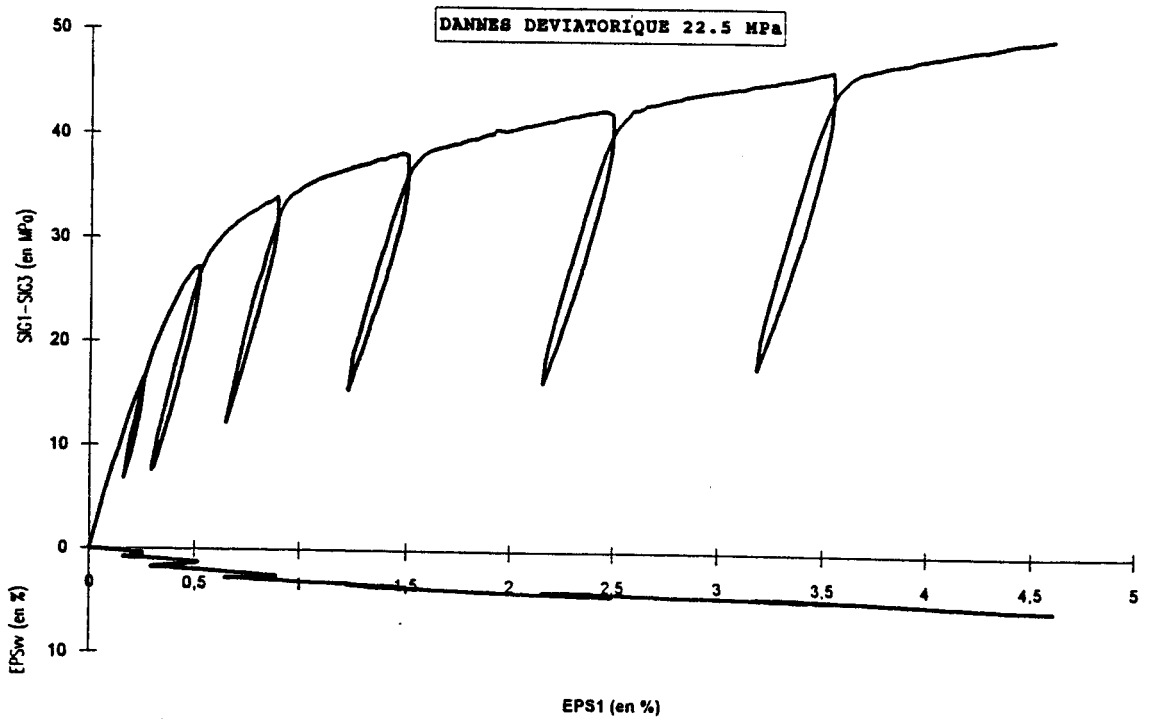
DANNES DEVIATORIQUE 01MPa



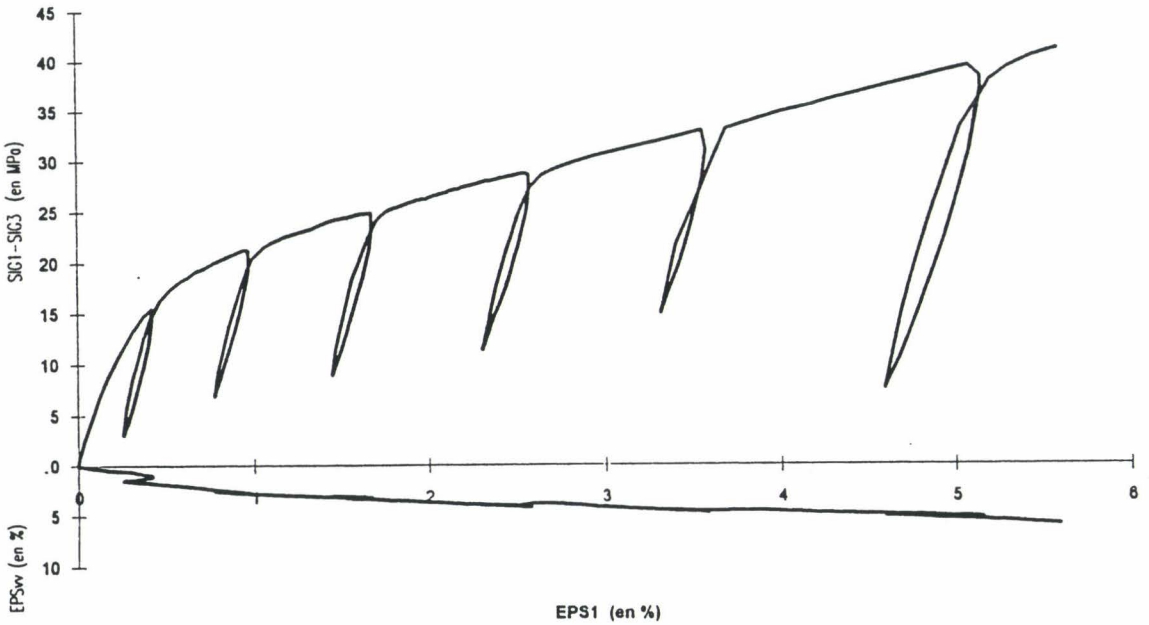
DANNES DEVIATORIQUE 06MPa



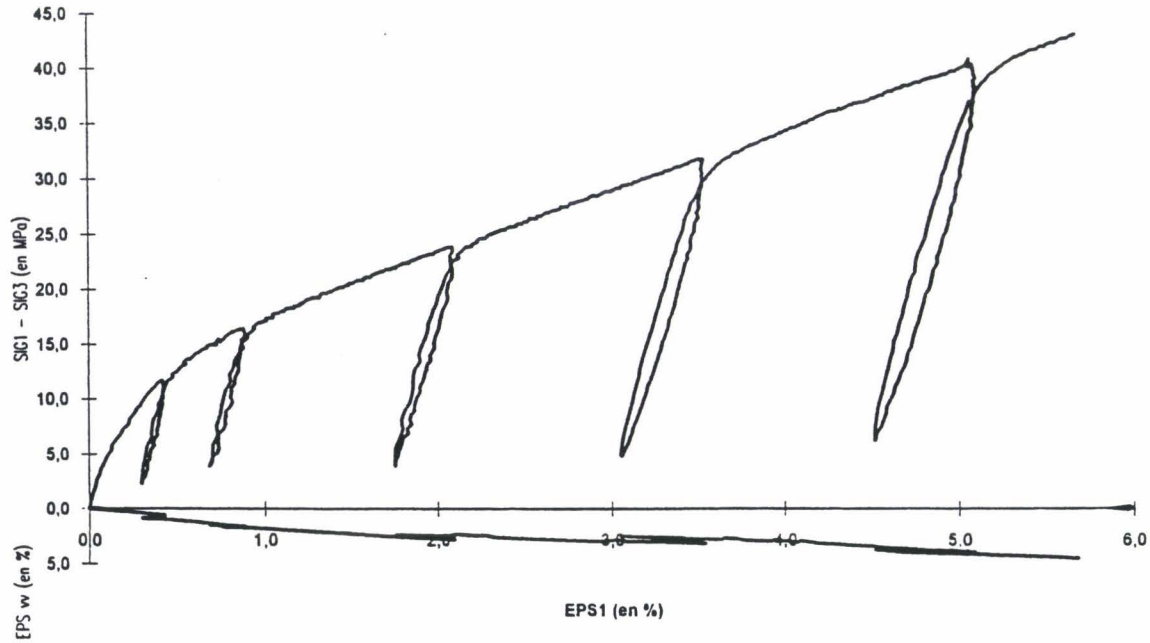

DANNES DEVIATORIQUE 15MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
30
25
20
15
10
5
0
5
10
0
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4


DANNES DEVIATORIQUE 22.5 MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
50
40
30
20
10
0
10
0
0,5
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5

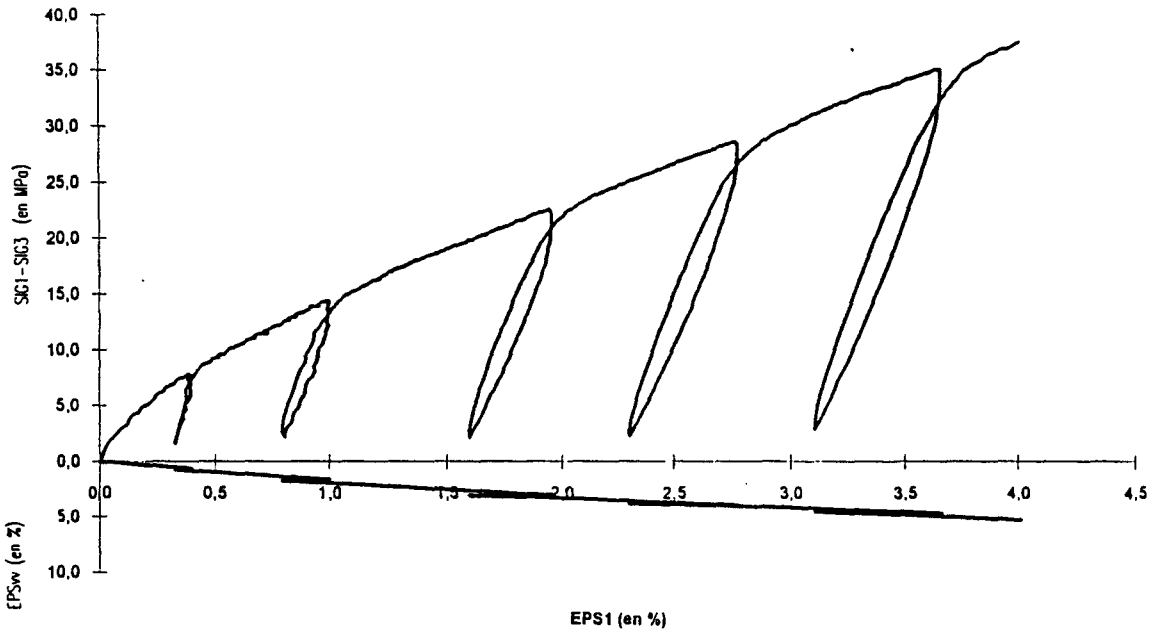
DANNES DEVIATORIQUE 30 MPa



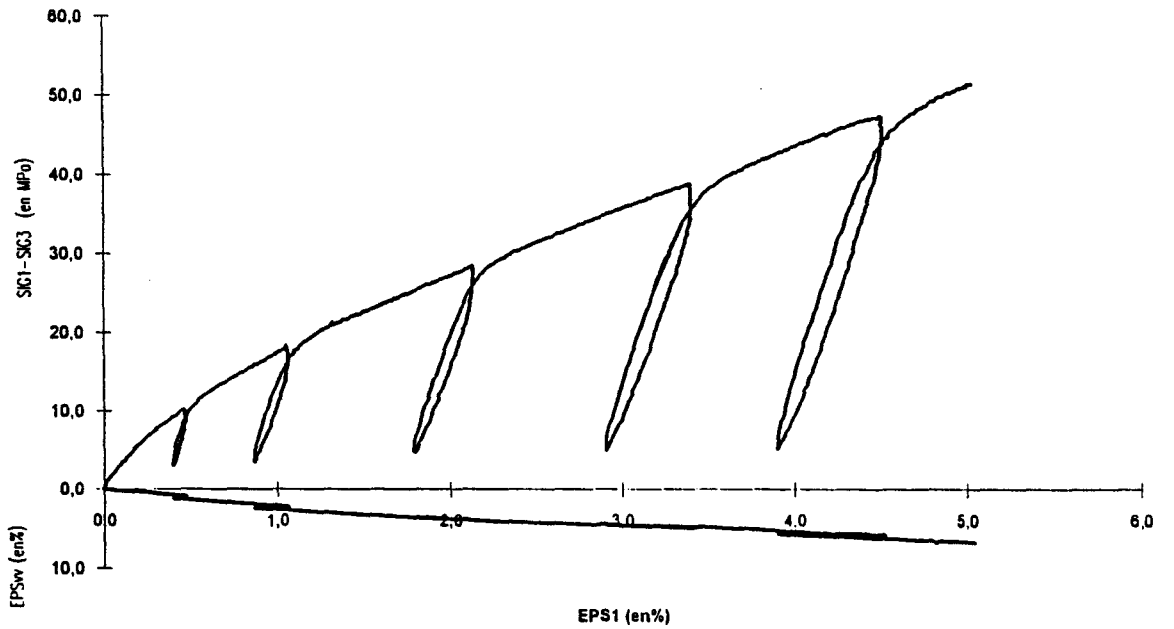
DANNES DEVIATORIQUE 36 MPa



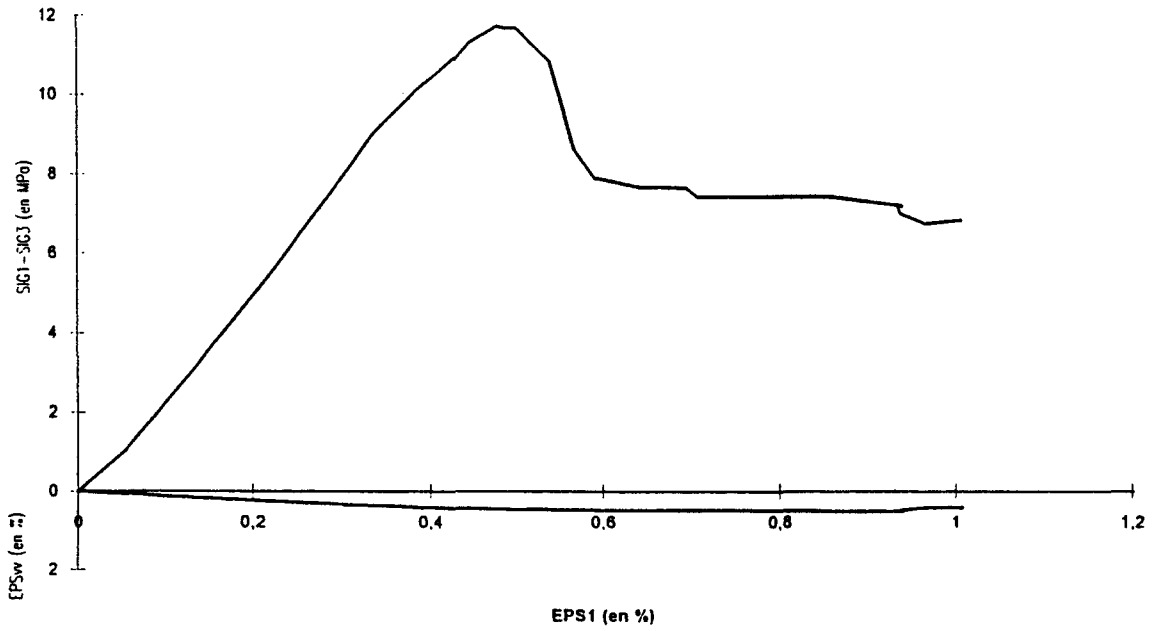
DANNES DEVIATORIQUE 45MPa



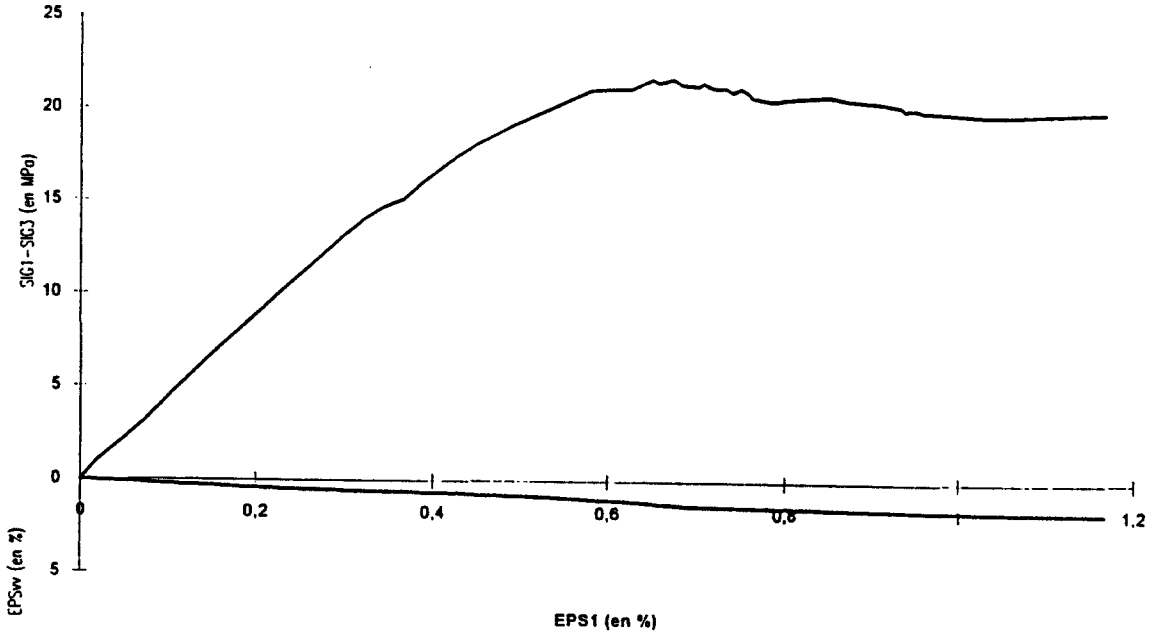
DANNES DEVIATORIQUE 52.5 MPa



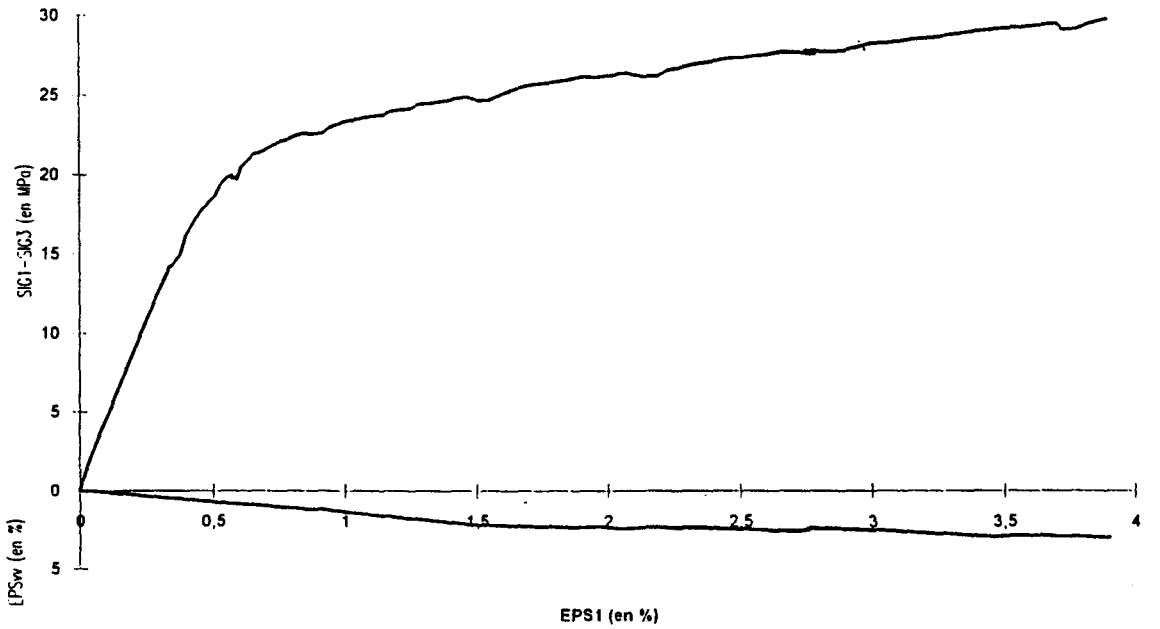
DANNES DEVIATORIQUE 01MPa



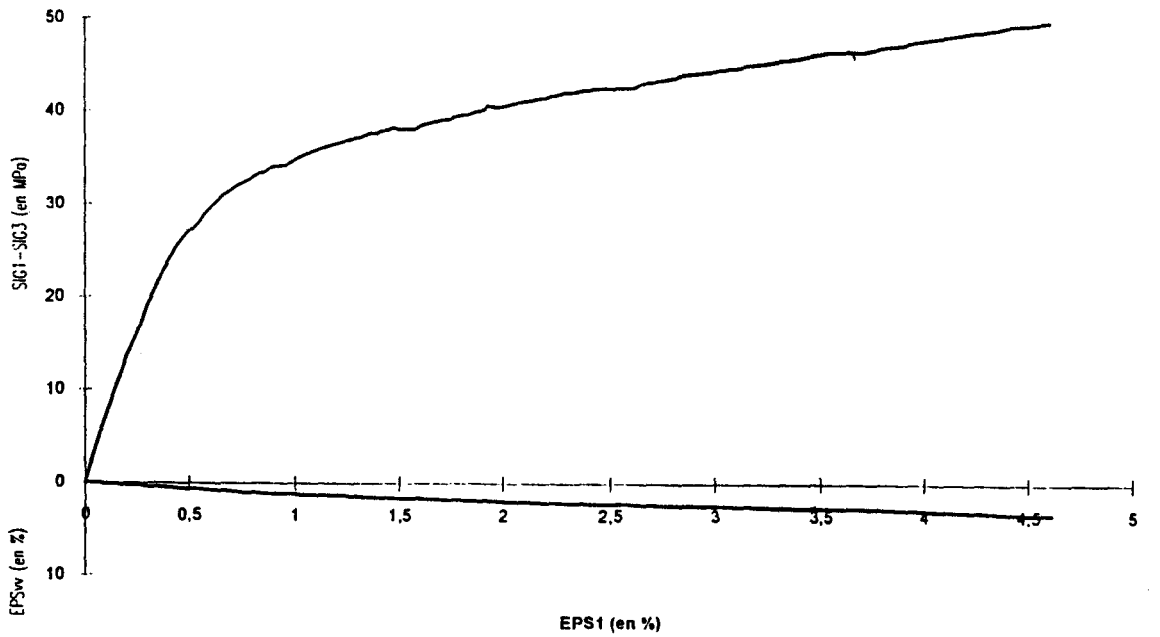
DANNES DEVIATORIQUE 06 MPa



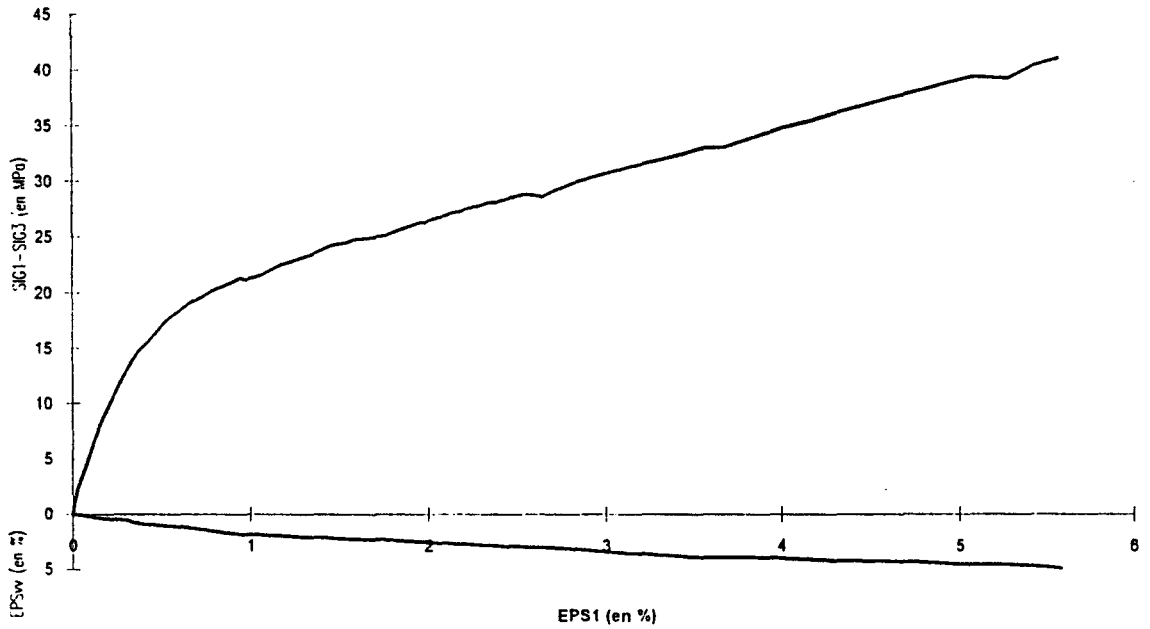
DANNES DEVIATORIQUE 15 MPa



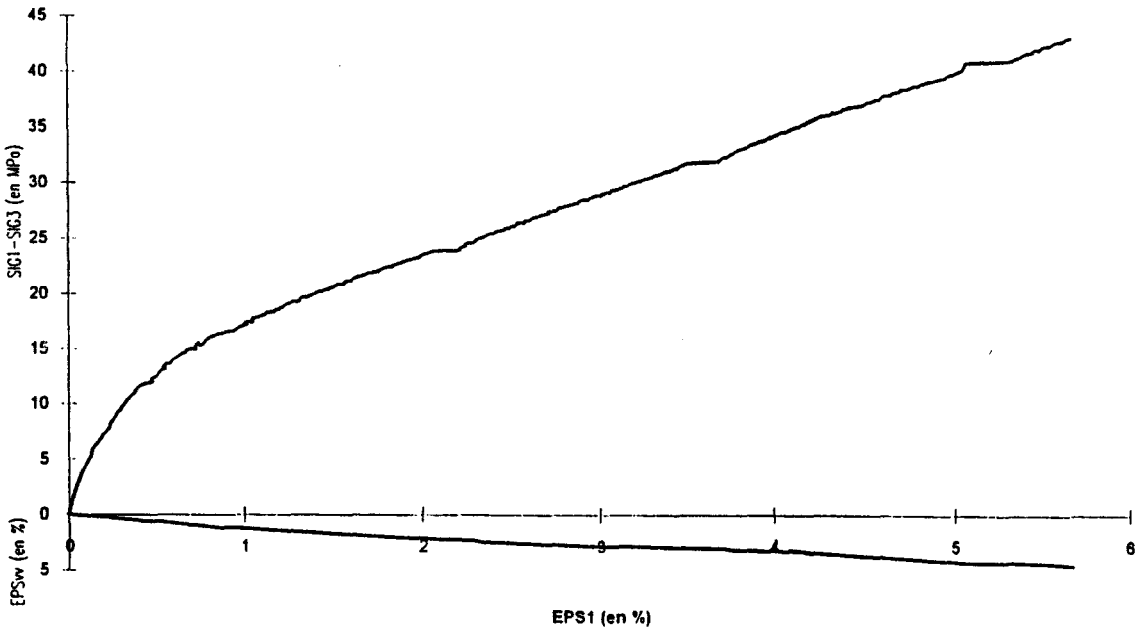
DANNES DEVIATORIQUE 22.5 MPa



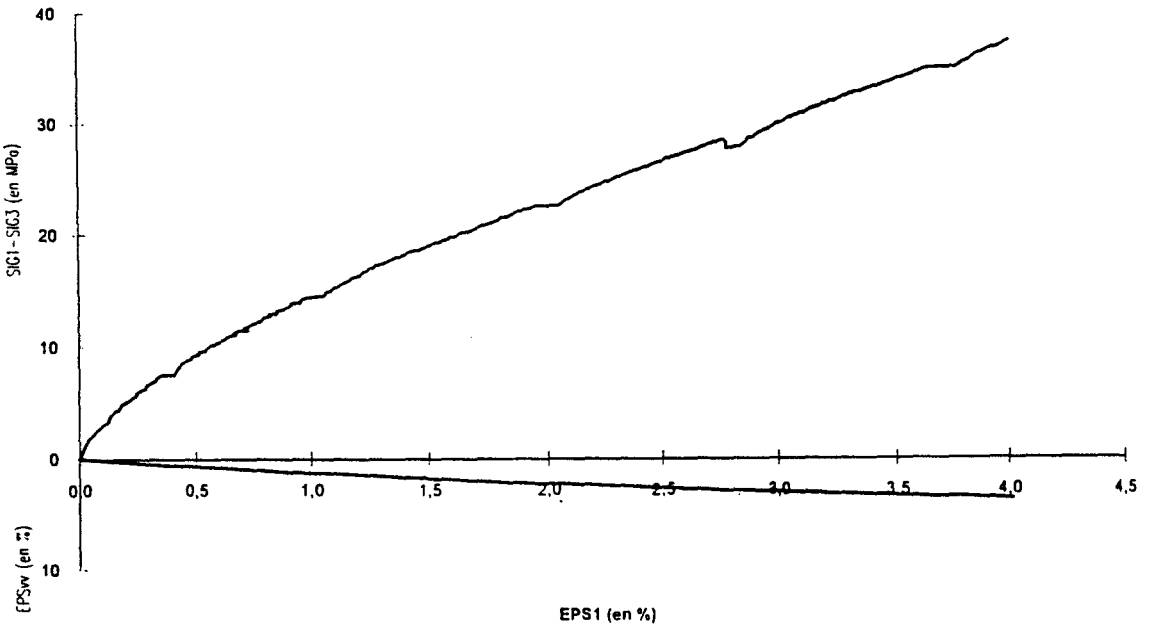
DANNES DEVIATORIQUE 30 MPa



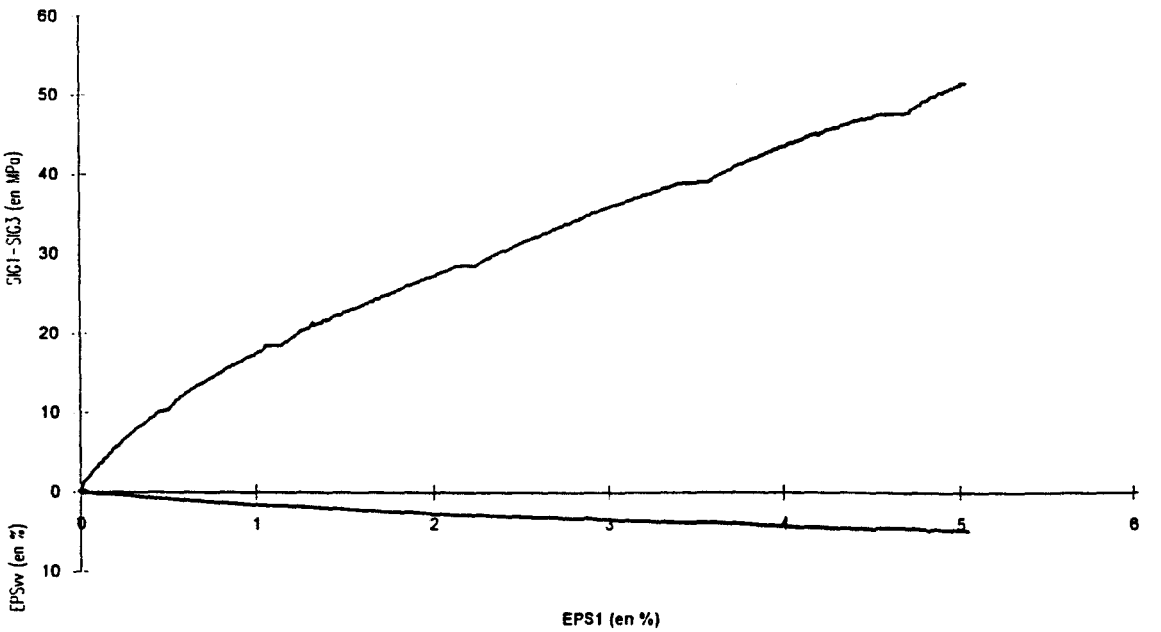
DANNES DEVIATORIQUE 36 MPa



DANNES DEVIATORIQUE 45 MPa



DANNES DEVIATORIQUE 52.5 MPa

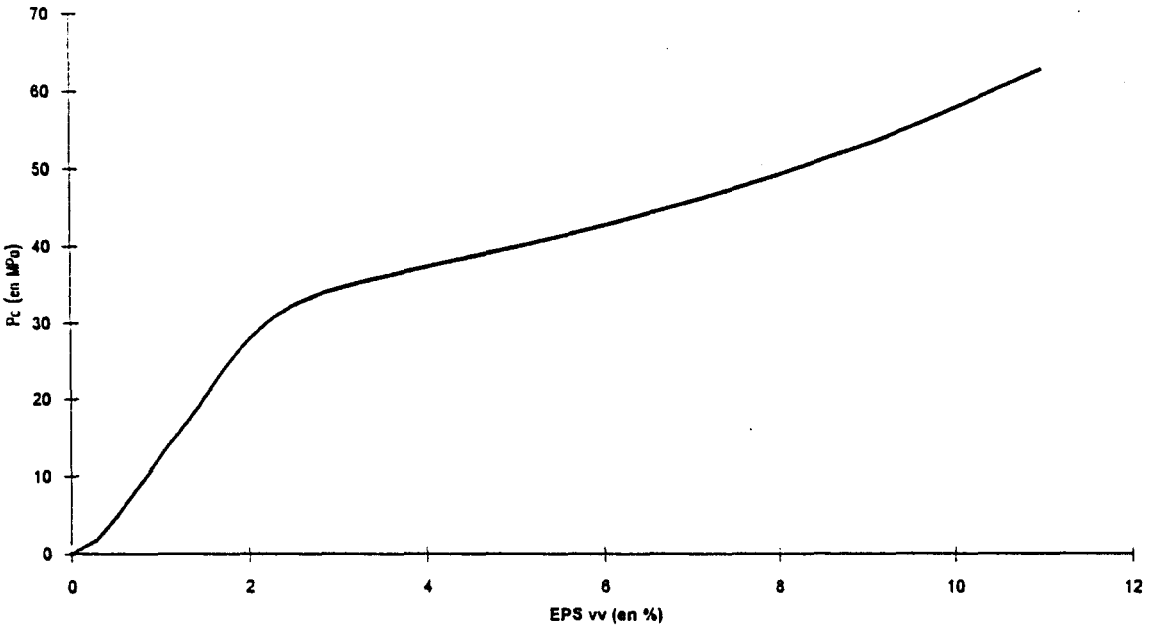


ANNEXE 4

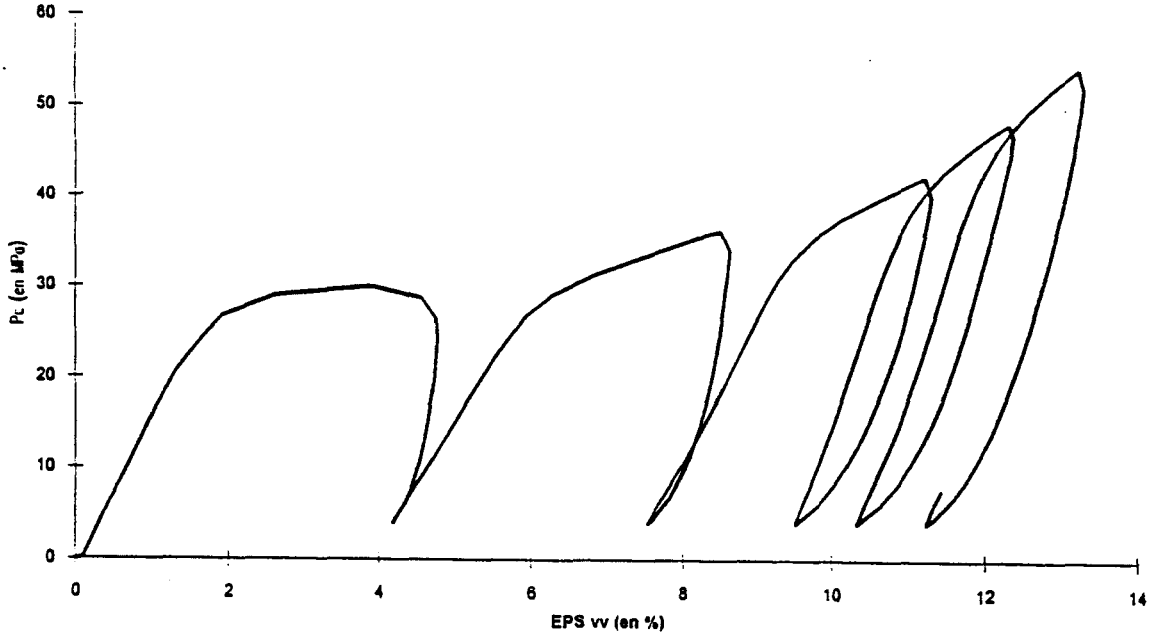
RESULTATS EXPERIMENTAUX

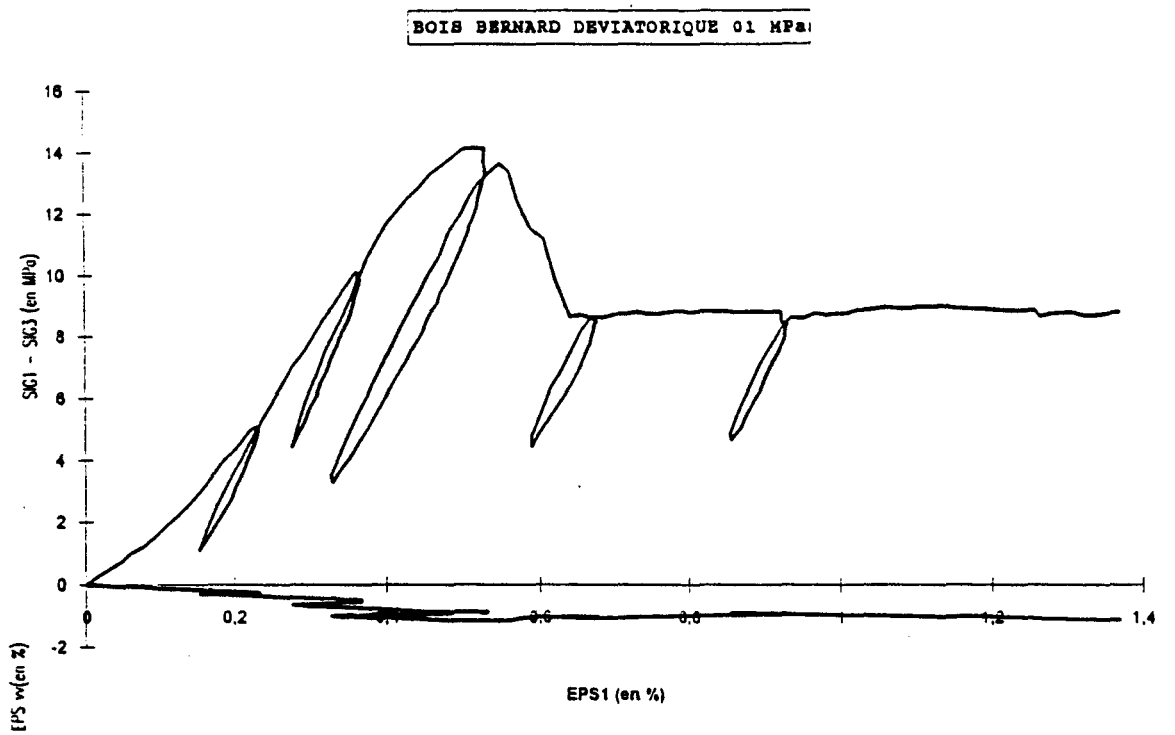
CRAIE DE BOIS BERNARD

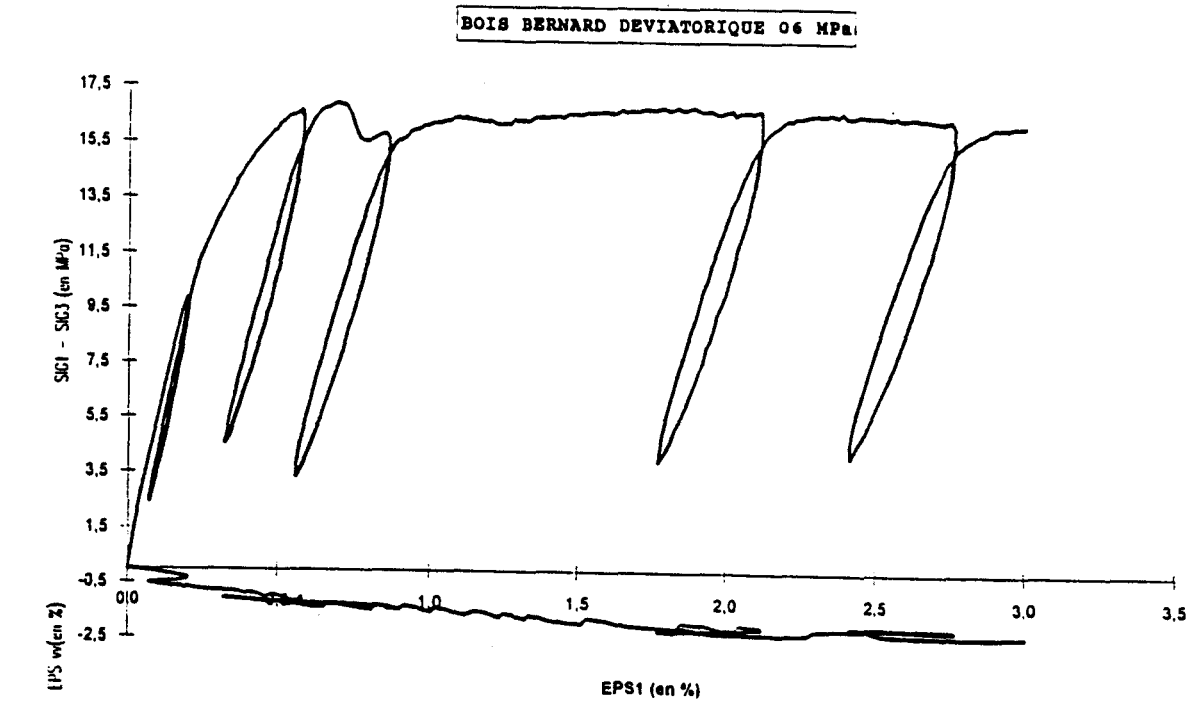
ESSAI HYDROSTATIQUE SUR LA CRAIE DE BOIS BERNARD



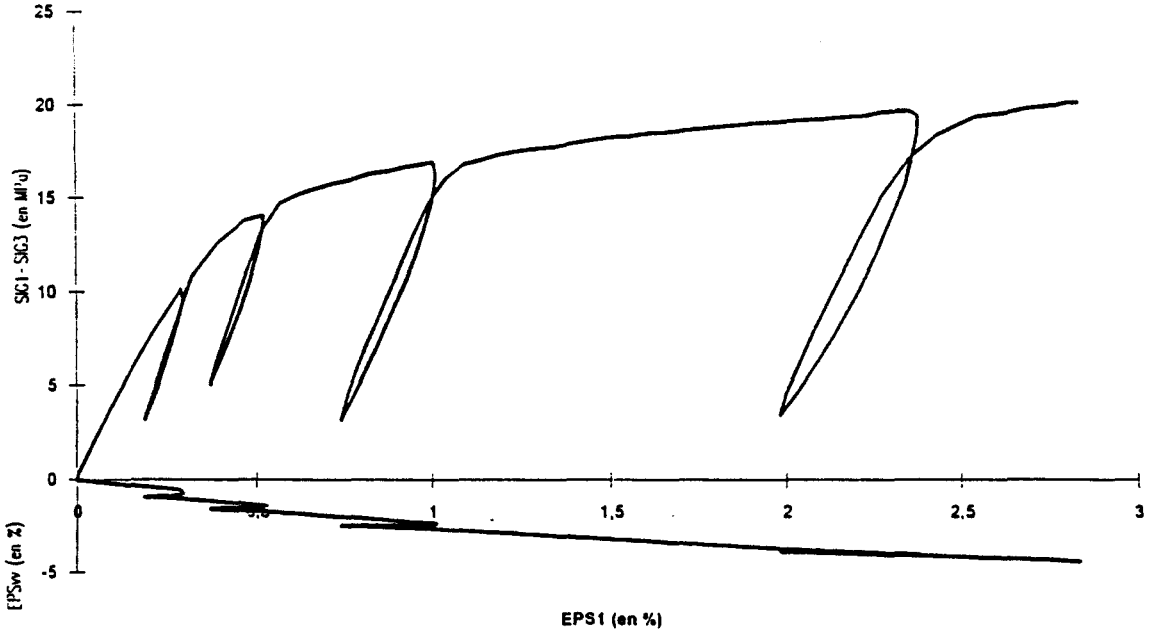
ESSAI HYDROSTATIQUE CYCLIQUE SUR LA CRAIE DE BOIS BERNARD



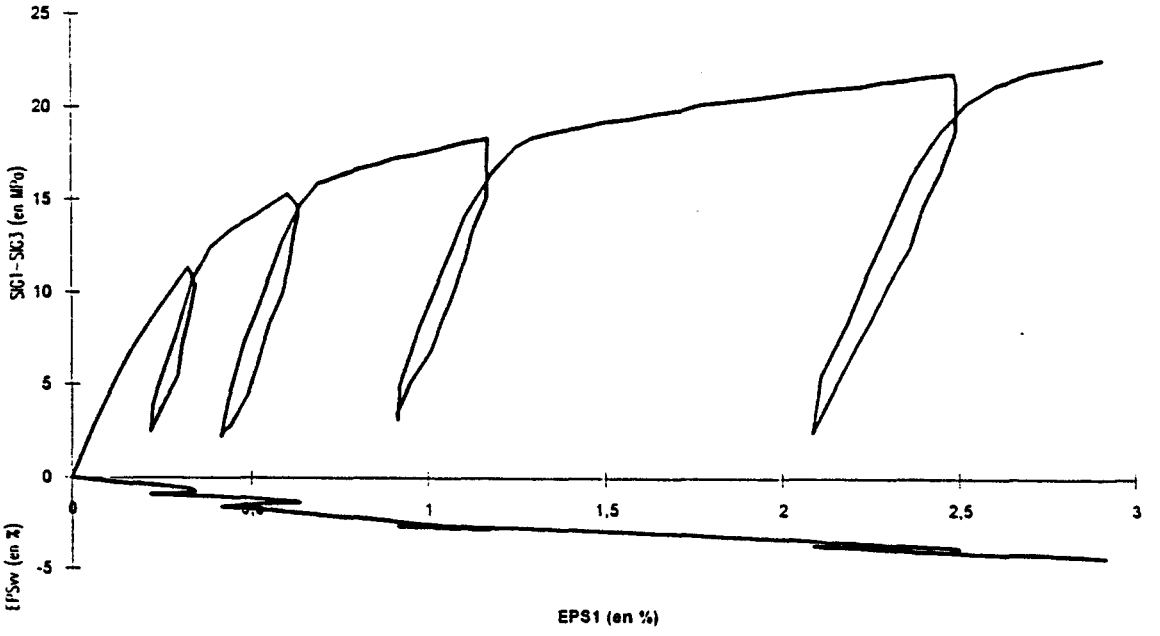

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 01 MPa
SIG1 - SIG3 (en MPa)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
0
0,2
1,4
EPS1 (en %)
EPS vv(en %)


BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 06 MPa
SIG1 - SIG3 (en MPa)
17,5
15,5
13,5
11,5
9,5
7,5
5,5
3,5
1,5
-0,5
-2,5
0,0
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
EPS1 (en %)
EPS vv(en %)

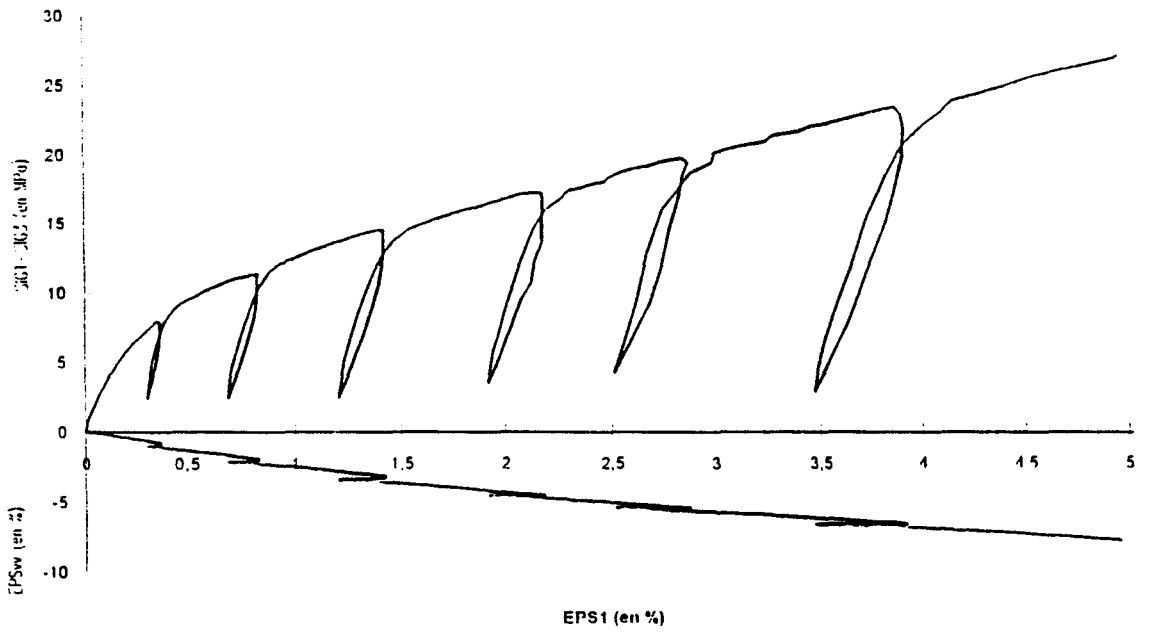
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 15 MPa



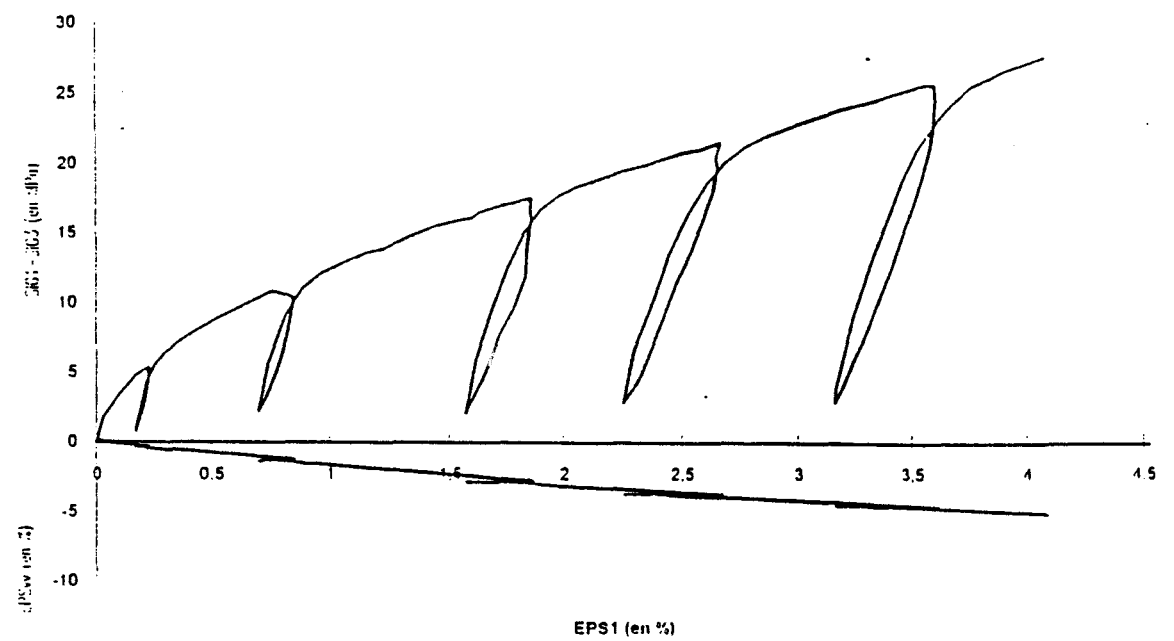
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 22.5 MPa

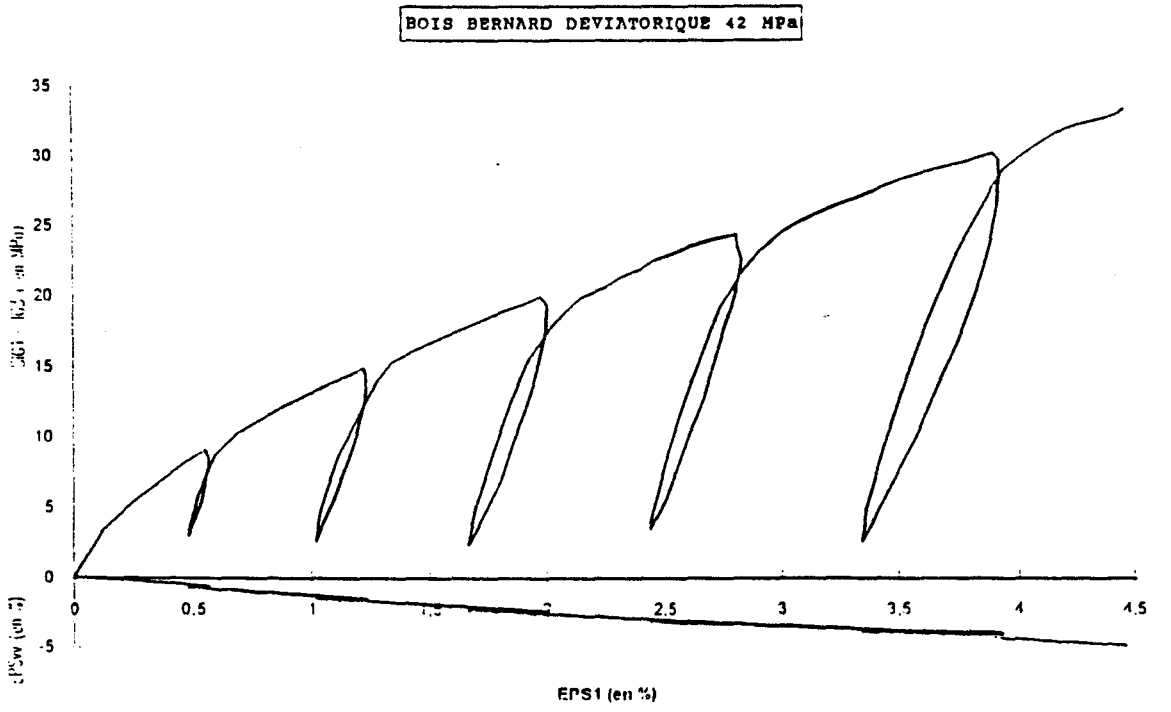


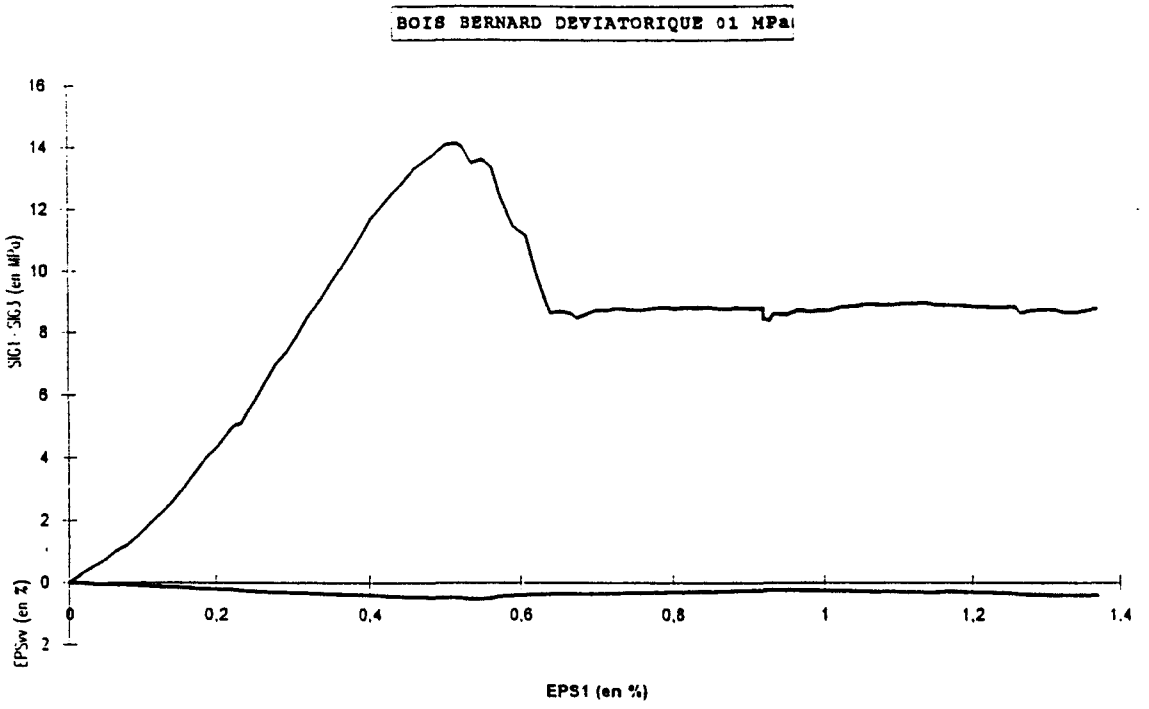
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 30 MPa

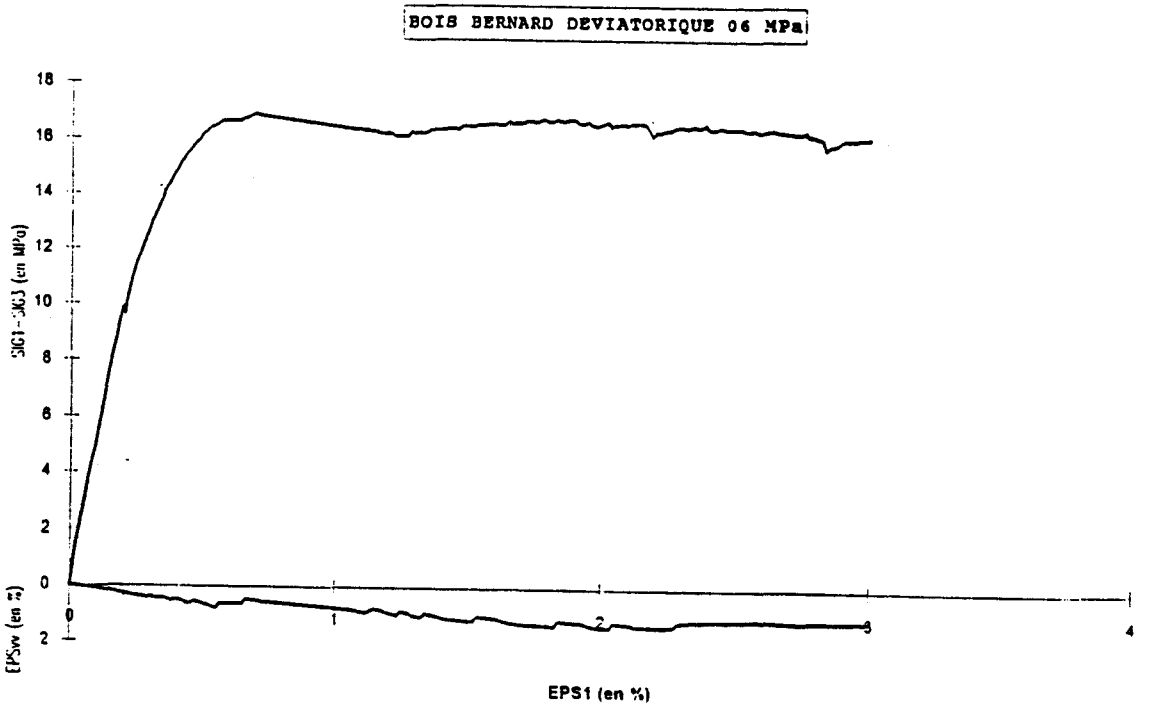


BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 36 MPa

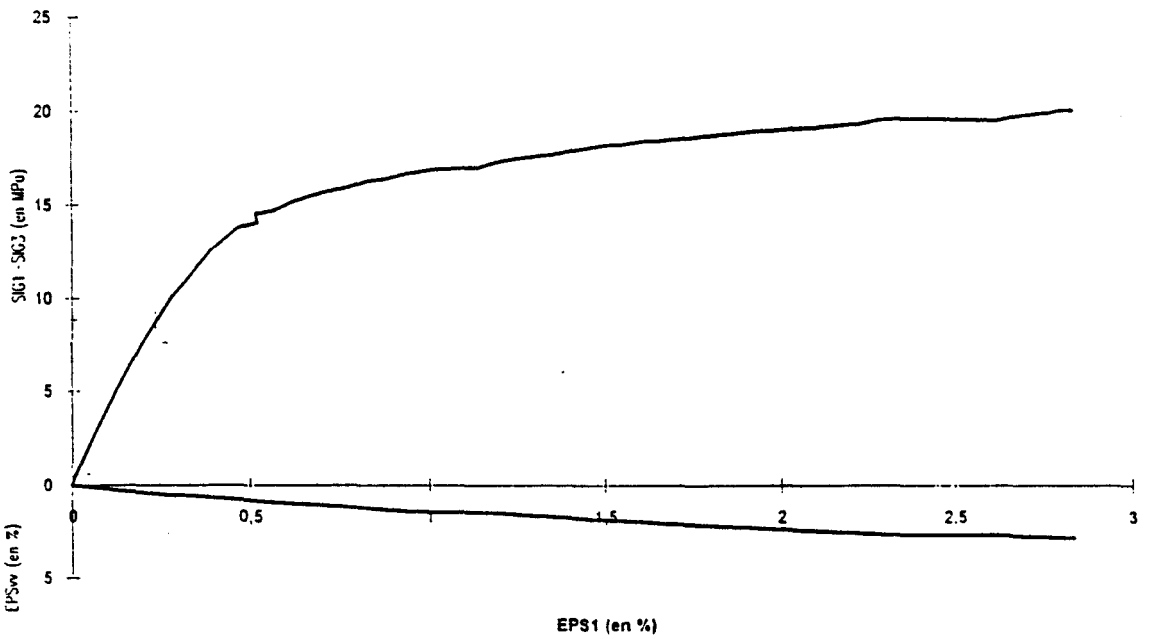



BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 42 MPa
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
0.5
1
2
2.5
3
3.5
4
4.5
EPS1 (en %)

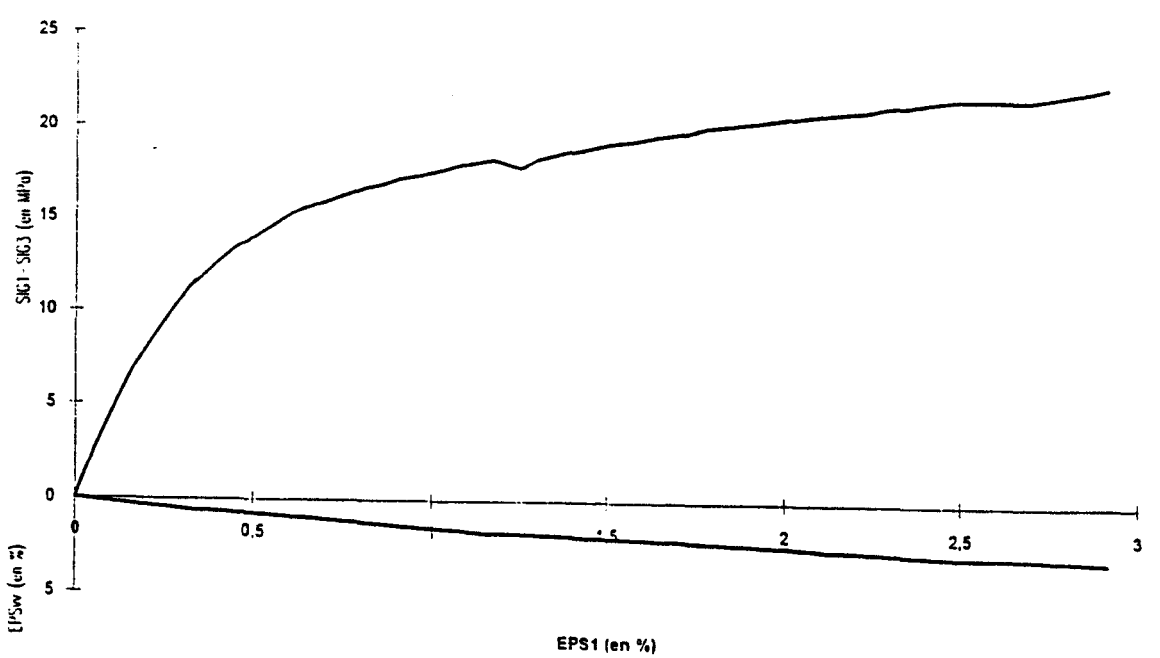

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 01 MPa
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1.4
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)


BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 06 MPa
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
0
1
2
3
4
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)

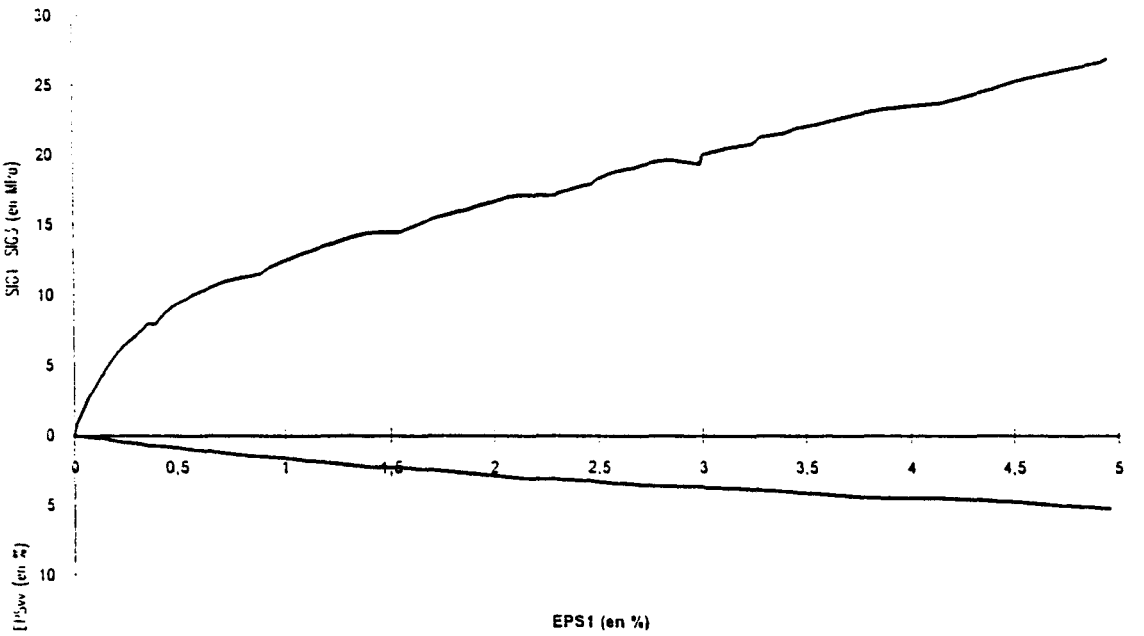
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 15 MPa



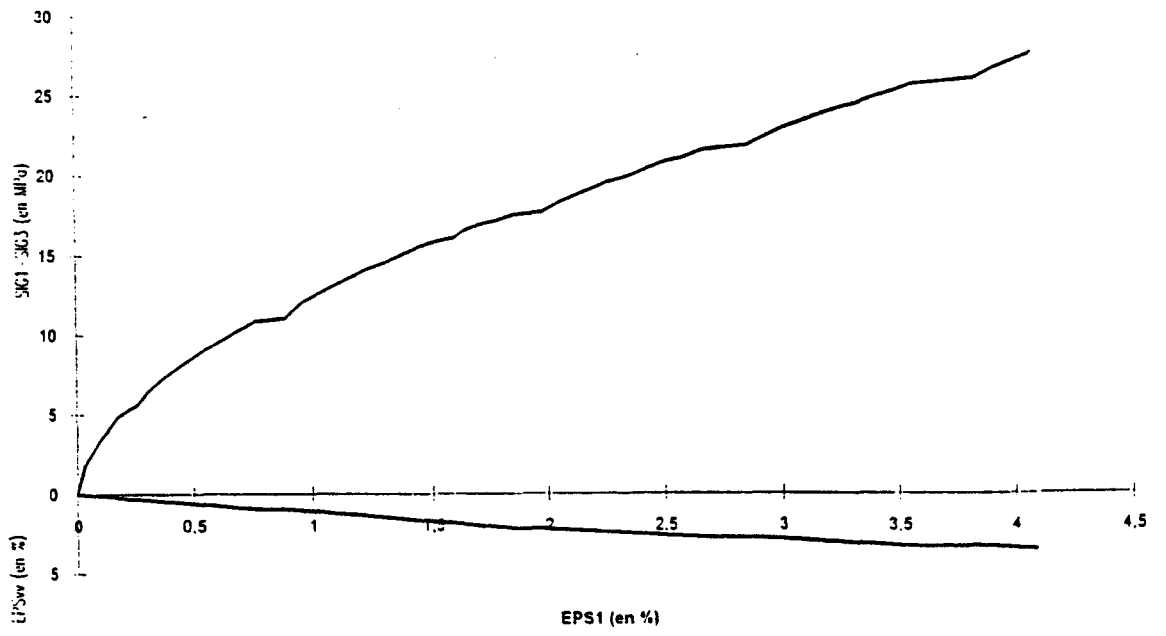
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 22,5 MPa

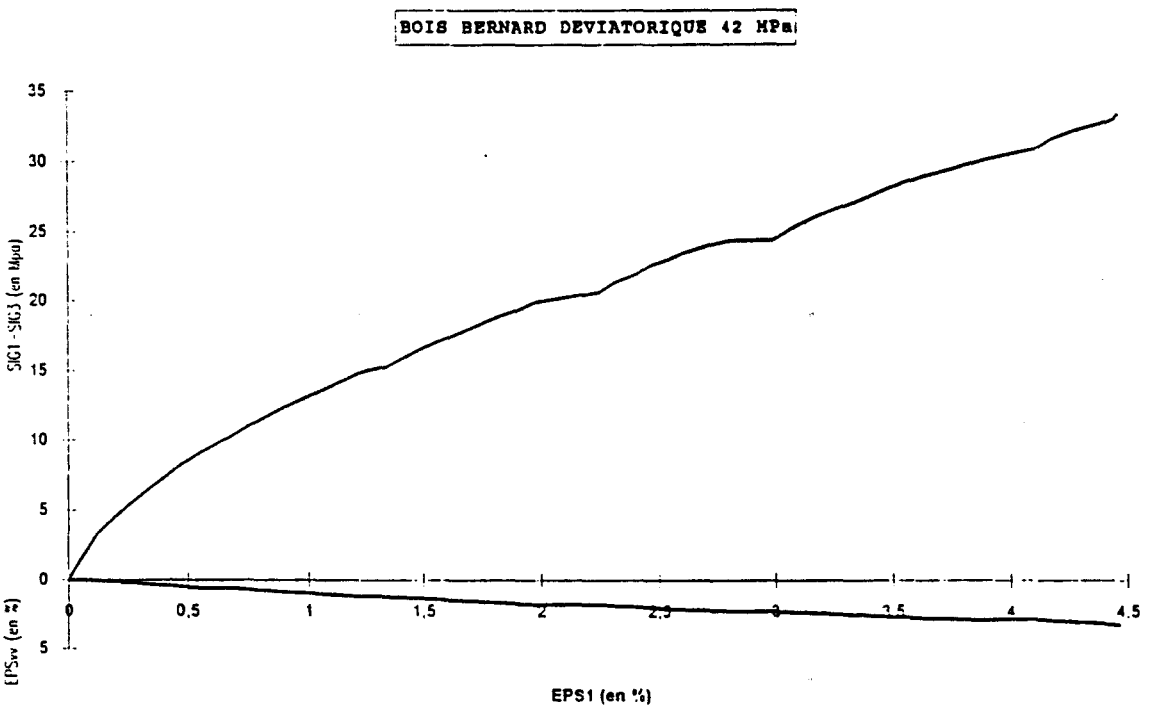


BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 30MPa

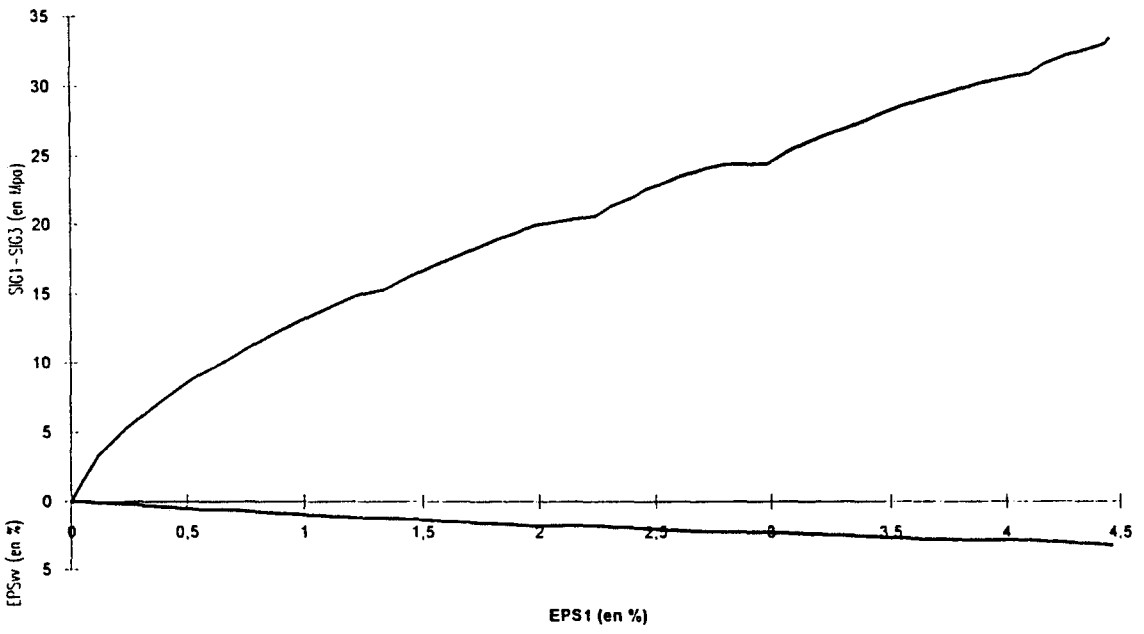


BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 36 MPa

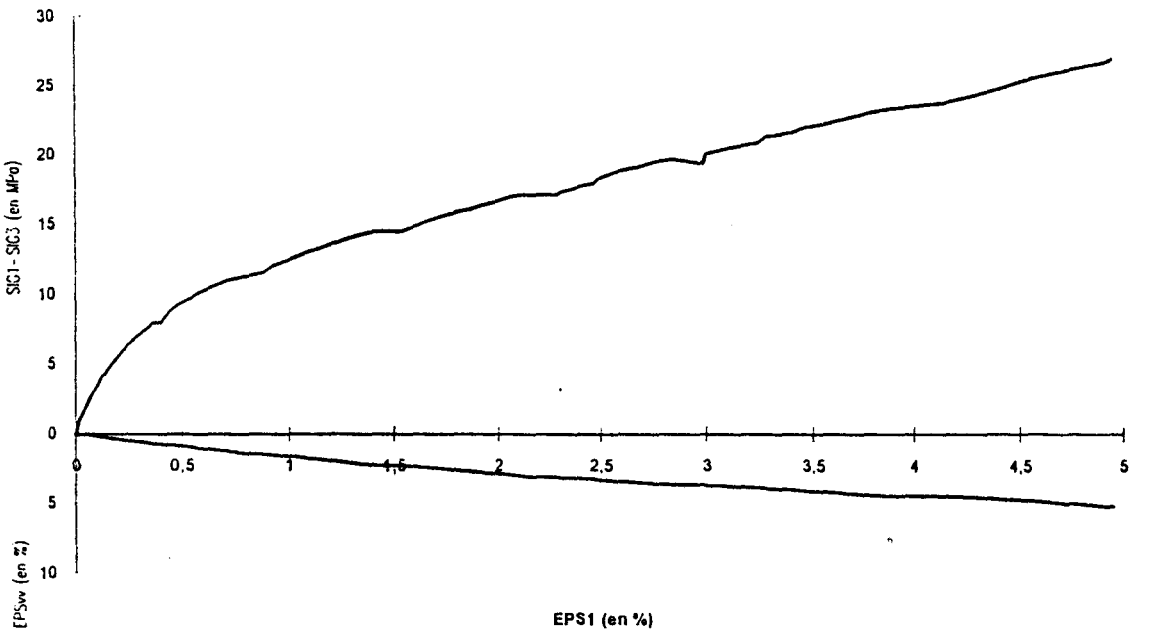



BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 42 MPa
35
30
25
20
15
10
5
0
5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
SIG1 - SIG3 (en Mpa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)

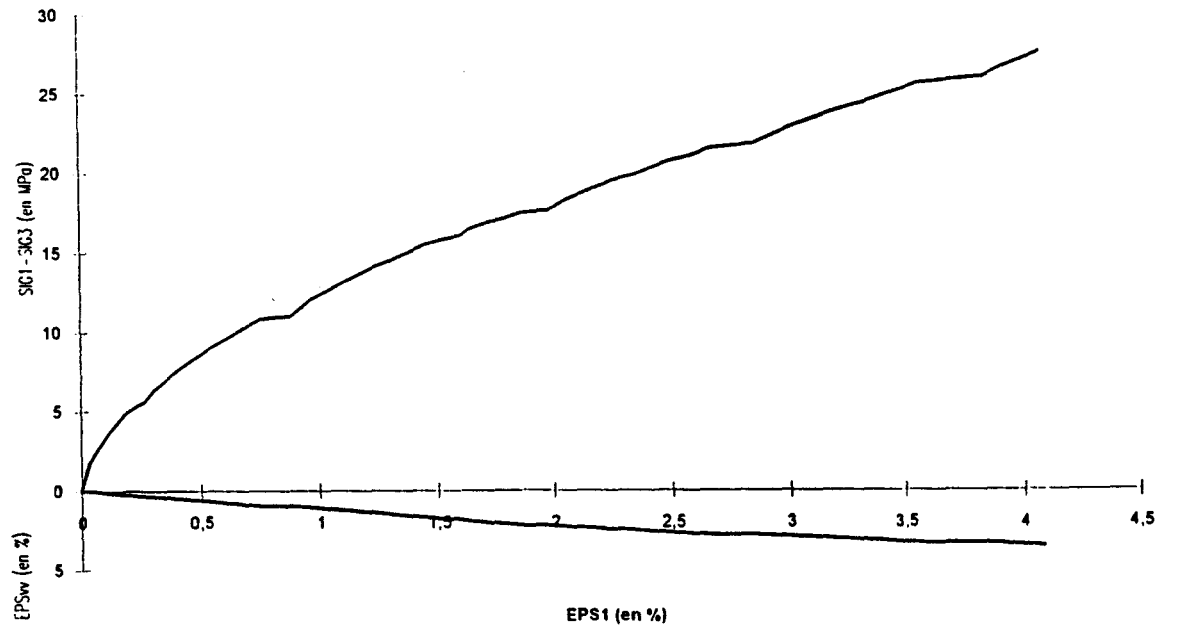
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 42 MPa



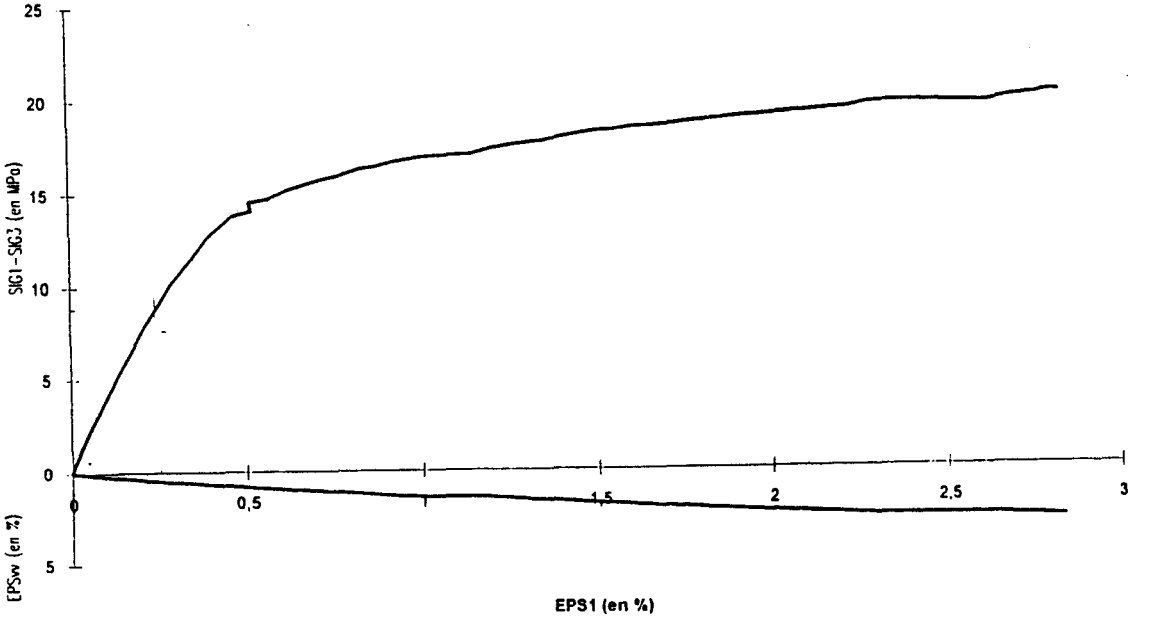
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 30MPa



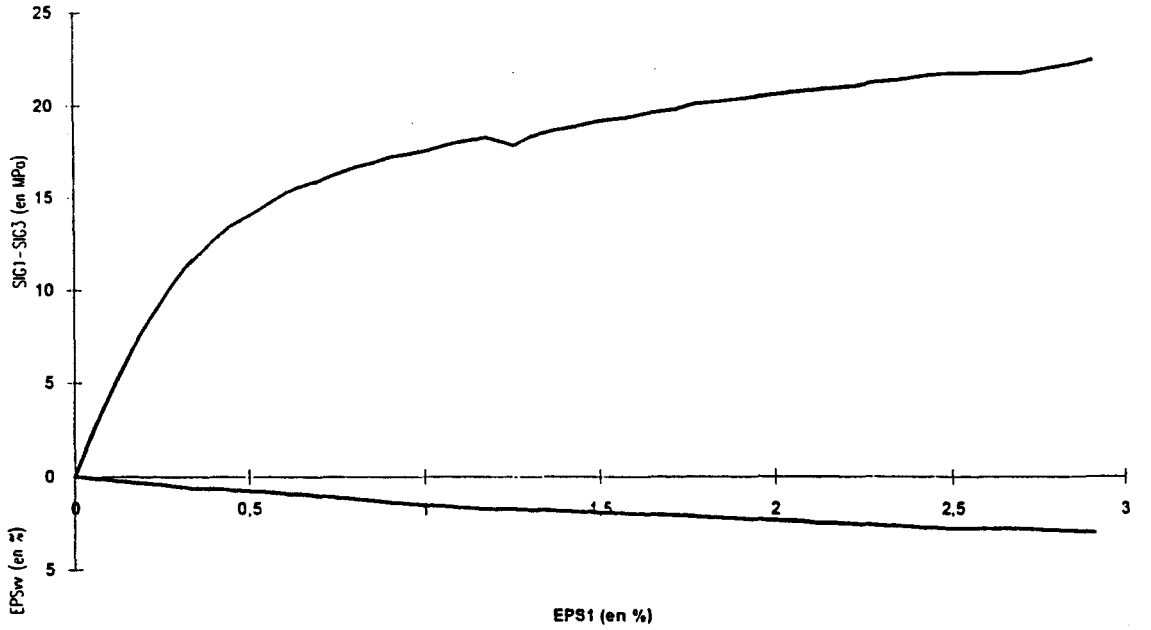
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 36 MPa



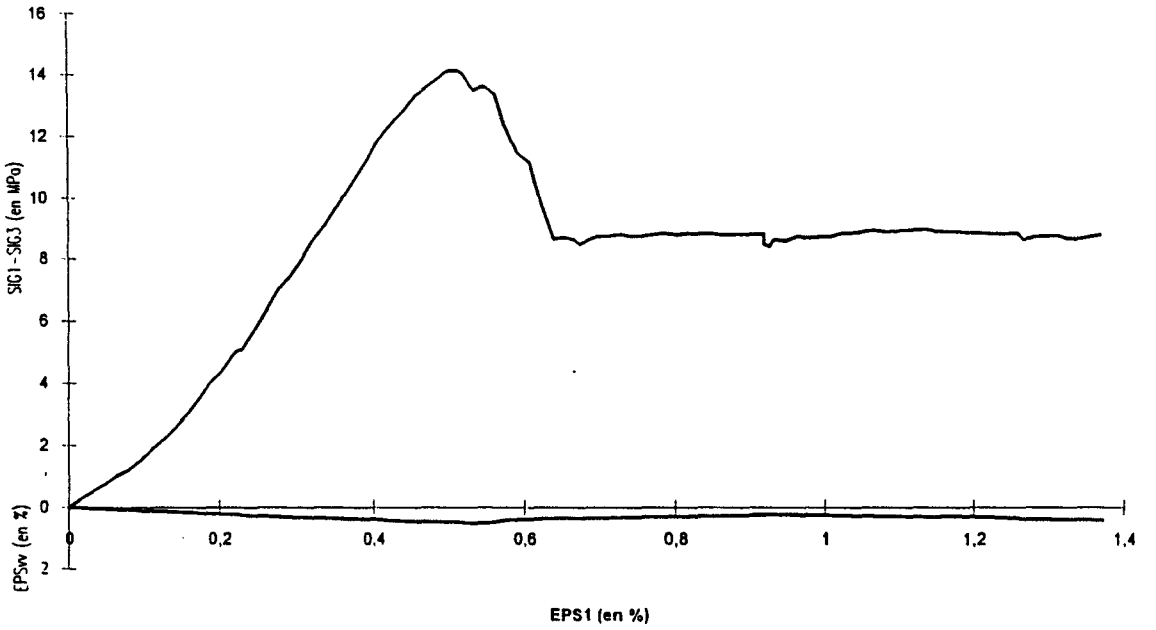
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 15 MPa



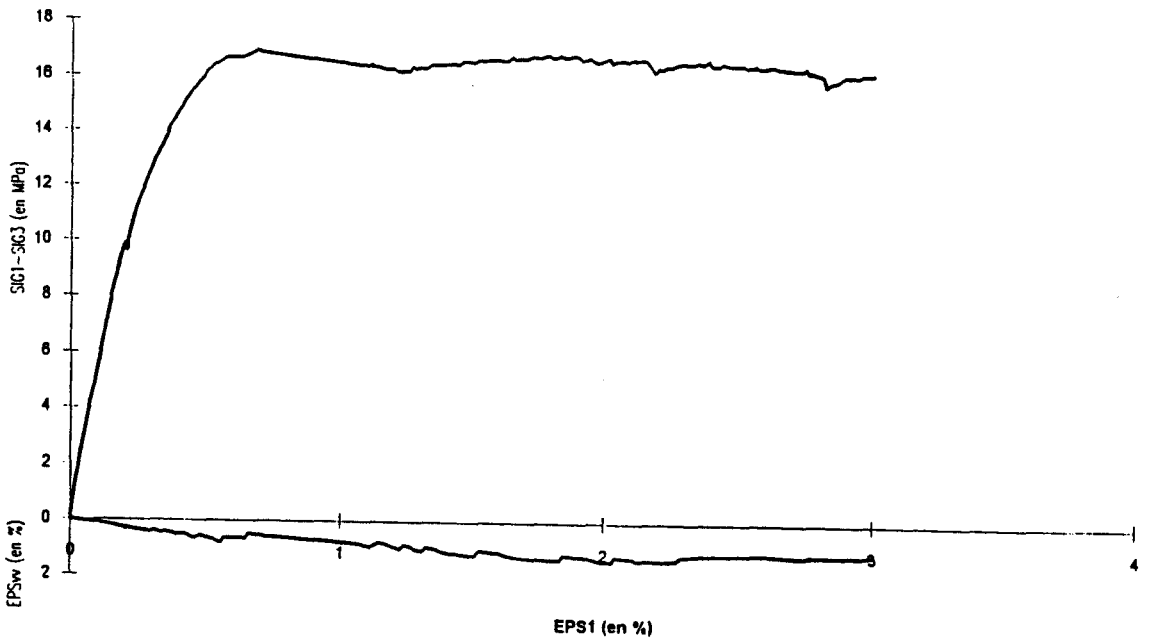
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 22,5 MPa



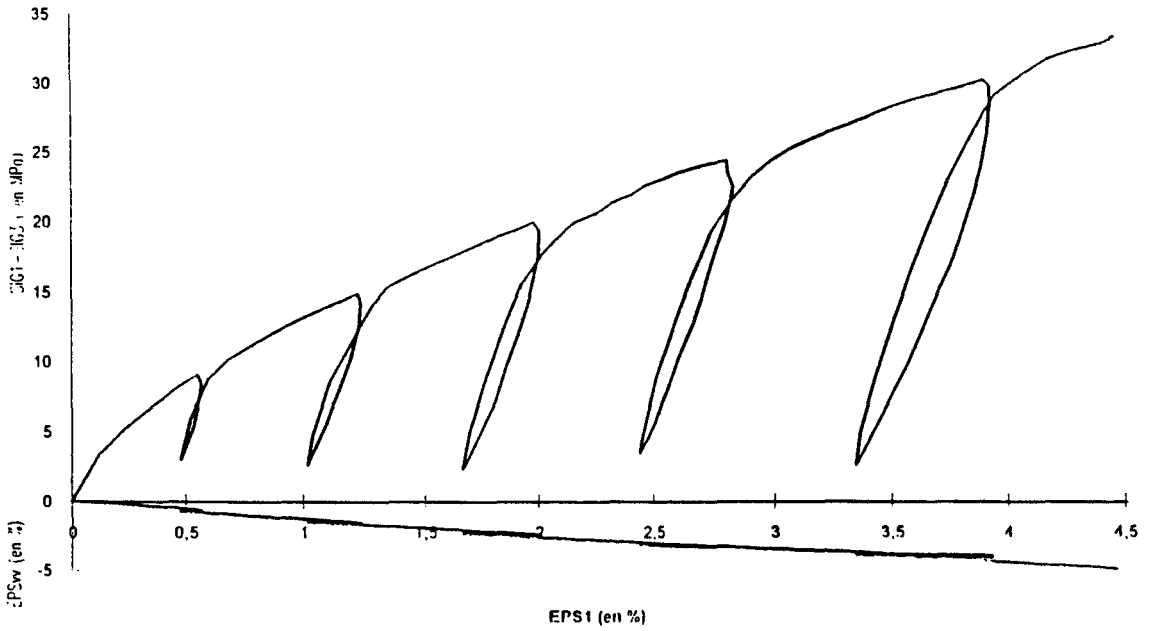
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 01 MPa



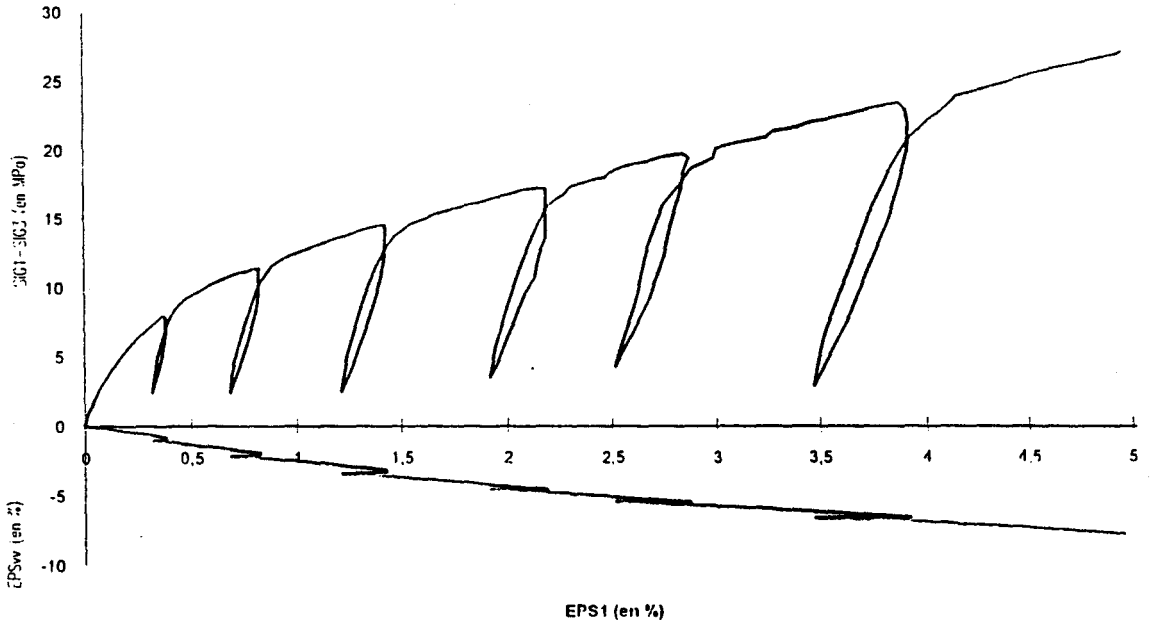
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 06 MPa



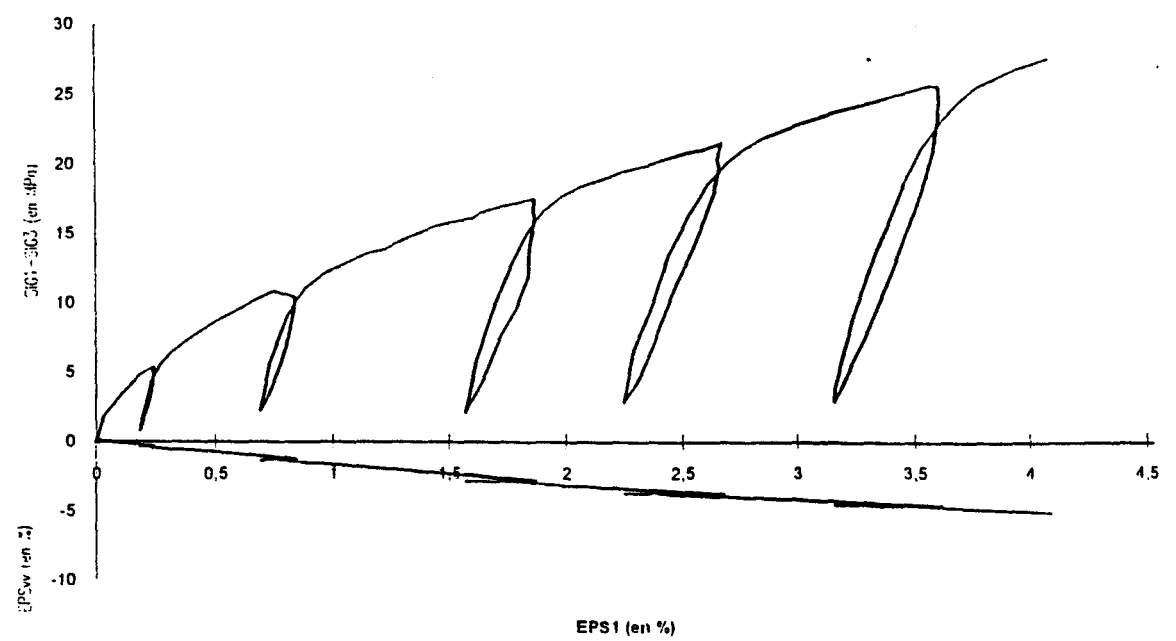
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 42 MPa



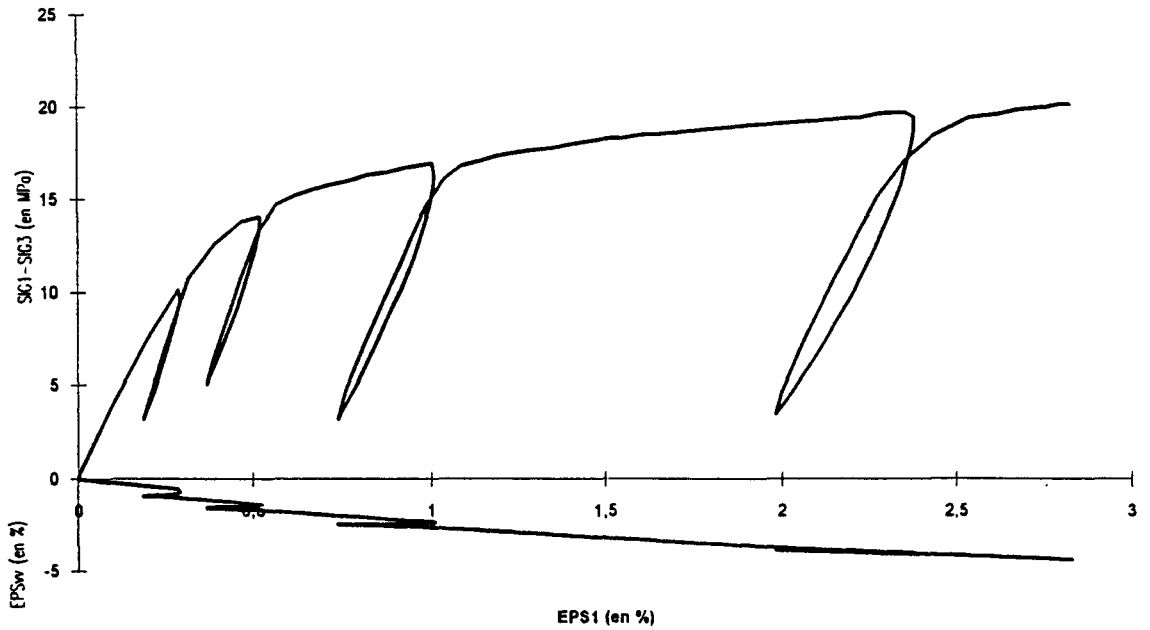
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 30 MPa



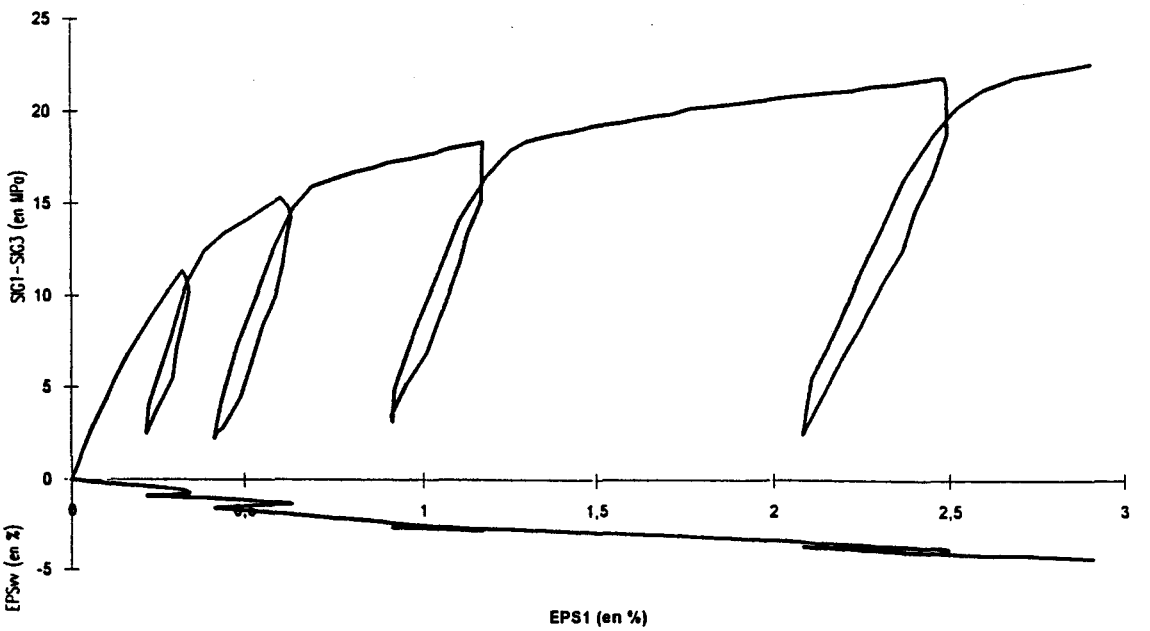
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 36 MPa



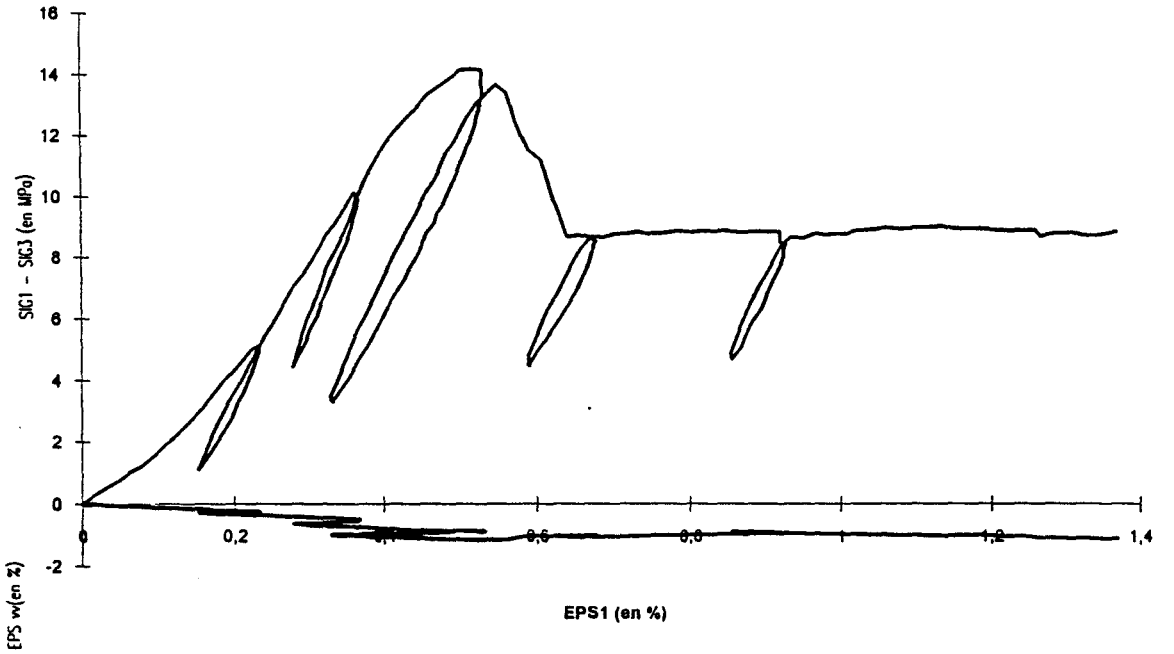
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 15 MPa



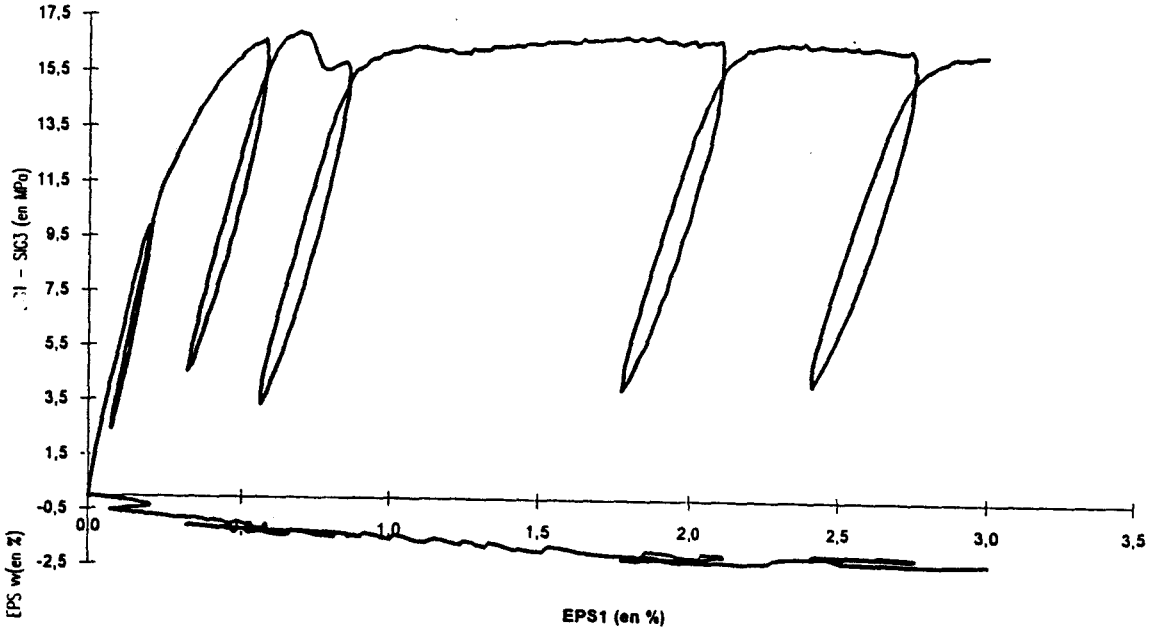
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 22.5 MPa



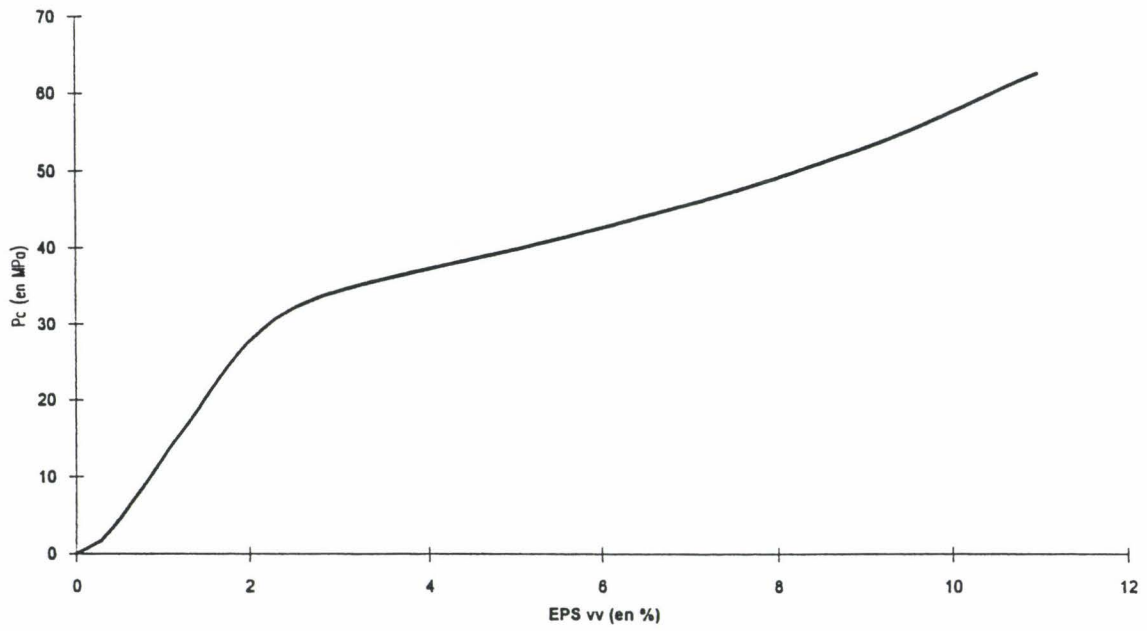
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 01 MPa



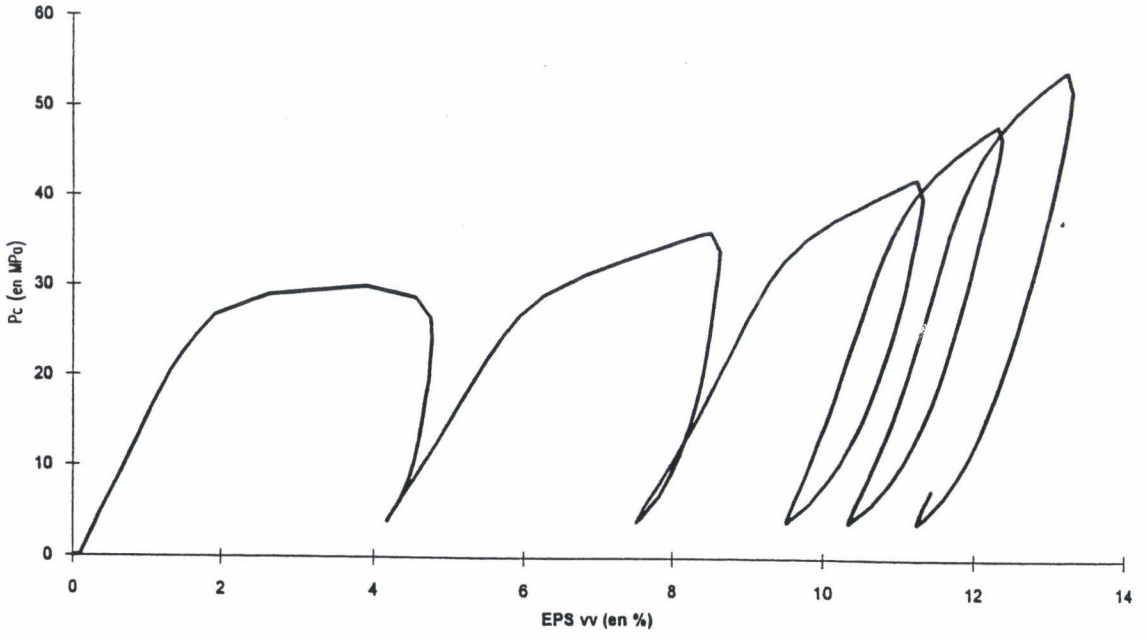
BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 06 MPa



ESSAI HYDROSTATIQUE SUR LA CRAIE DE BOIS BERNARD



ESSAI HYDROSTATIQUE CYCLIQUE SUR LA CRAIE DE BOIS BERNARD



ANNEXE 5

MODELE DE LADE

Annexe 5

Modèle de Lade

Partie contractante

Le module de compressibilité K est défini par

$$K = Ko\left(\frac{I_1}{3Pa}\right)^{Nc}$$

où Ko et Nc sont des constantes matérielles avec Ko = Cc Pa

La fonction de charge Fc est définie par :

$$Fc = \bar{I}_1 + 2\bar{I}_2 - Yc$$

où $Yc = Yc° + CPa^2 (Wc/Pa)^{\rho}$

Wc est l'énergie de déformation plastique

C et ρ constantes matérielles

$Yc° = 3 (Pa + Co Pa)$

$\bar{I}_1$ et $\bar{I}_2$: 1er et 2è invariants du tenseur des contraintes décalé.

On considère que le potentiel plastique est identique à la fonction de charge.

Partie déviatorique

Le critère de rupture est défini par :

$$\left(\bar{I}_1^3 / \bar{I}_3 - 27\right)\left(\bar{I}_1 / Pa\right)^m - Y_d^r = 0$$

La fonction d'écoulement s'écrit :

$$F_d = \left(\bar{I}_1^3 / \bar{I}_3 - 27\right)\left(\bar{I}_1 / Pa\right)^m - Y_d = 0$$

où, $\bar{I}_1$ et $\bar{I}_3$: 1er et 3è invariant du tenseur des contraintes décalé

$$Y_d = Y_d^o + \left(Y_d^r - Y_d^o\right)\left(Wd / Wd^r\right)^q$$

$$Y_d^o = \lambda_1 \exp\left(\lambda_2 (\sigma_3 - Pa) / Pa\right)$$

Y_d^o peut s'écrire de manière plus simplifiée :

$$Y_d^o = \lambda_1 \left[(\sigma_3 - Pa) / Pa\right] + \lambda_2$$

Wd est l'énergie de déformation plastique déviatoire

W_d^r est la valeur de Wd à la rupture

$$W_d^r = P1\ Pa \left[(\sigma_3 + Pa) / Pa\right]^l$$

$$q = \alpha\left[(\sigma_3 + Pa)/Pa\right]^{\beta}$$

$Y_d^o, Y_d^r, \lambda_1, \lambda_2, q, l, \alpha, \beta, m, P1$ sont donc des constantes matérielles qu'il faut déterminer.

Calcul des paramètres du modèle

Dans le cas du modèle de Lade qui nous intéresse, les incréments de déformation élastique $\Delta\varepsilon_{ij}^c$ sont déterminés à partir de la loi de Hooke. Les incréments de déformations plastiques contractantes et déviatoires sont donnés respectivement par les relations :

$$\Delta\varepsilon_{ij}^c = \Delta\lambda c \frac{\partial Fc}{\partial\sigma_{ij}}$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^d = \Delta\lambda d \frac{\partial Qd}{\partial\sigma_{ij}}$$

Fc et Qd étant définis précédemment.

$$\Delta\varepsilon_{ij}^t = \Delta\varepsilon_{ij}^e + \Delta\varepsilon_{ij}^c + \Delta\varepsilon_{ij}^d$$

La théorie de la plasticité nous précise que pour un :

* critère de plasticité F (σ, K) avec K = K (η)

$$\eta = \left(\varepsilon_x^p\, \varepsilon_y^p\, \varepsilon_z^p\, \varepsilon_{xz}^p\, \varepsilon_{xy}^p\, \varepsilon_{yz}^p\right)$$

* et un potentiel plastique Q (σ)

le paramètre λ s'écrit :

$$\lambda = \frac{F_\sigma^T\, D\, d\,\varepsilon}{F_\sigma^T\, D\, Q_\sigma + A}$$

avec $A = \frac{\partial F}{\partial K}\frac{\partial K}{\partial \eta}\left[\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon^p}\right]^T G\sigma$

où $F_\sigma = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right]$ $\quad Q_\sigma = \left[\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right]$

D : matrice de Hooke.

La relation entre incréments de contraintes et de déformation s'écrit alors :

$$d\sigma = \left(D - \alpha D^P\right)\ d\varepsilon$$

$$D^P = \frac{D\, G_\sigma\, F_\sigma^T\, D}{F_\sigma^T\, D\, Q_\sigma + A}$$

. Si la fonction de charge F (σ, K) s'exprime sous la forme F = f(σ) - Y(K) = 0

Le potentiel plastique défini par la fonction Q(σ, K) et la règle d'écrouissage définie par la fonction Y(K)

avec $K = \int \sigma_{ij} \quad d\varepsilon_{ij}^{P}$

alors s'il y a écoulement plastique

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial K} dY = 0$$

en posant $A = -\frac{1}{dx} \frac{\partial F}{\partial Y} dY$

alors $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{T} d\sigma - d\lambda A = 0$

donc $d\lambda = \frac{F_{\sigma}^{T} D \, d\varepsilon}{A + F_{\sigma}^{T} D \, Q_{\sigma}}$

Si l'écrouissage est isotrope :

$$A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial K} dK$$

$$= \frac{1}{d\lambda} \frac{\partial Y}{\partial K} \{\sigma_{ij}\} \{d\varepsilon_{ij}^{P}\}$$

où $d\varepsilon_{ij}^{P} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}$

$$\Rightarrow A = \frac{\partial Y}{\partial K} \{\sigma\}^{T} Q_{\sigma}$$

* <u>Détermination de Δλc et de Ac</u>

$$Fc = \bar{I}_1^2 + 2\bar{I}_2 - Yc$$

$$Qc = Fc$$

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 \qquad \bar{I}_2 = -(\bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_3 + \bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_3)$$

$$Wc = \int \sigma_{ij} \, d\varepsilon_{ij}^{c} \rightarrow dW_c = \sigma_{ij} \, d\varepsilon_{ij}^{c}$$

$$\Rightarrow \frac{dWc}{\sigma_{ij}} = d\lambda_c \frac{\partial Qc}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\Rightarrow d\lambda_c = \frac{dWc}{\frac{\partial Qc}{\partial \sigma_{ij}}\sigma_{ij}}$$

où $$Y_c = Y_c^o + CPa^2\left(\frac{Wc}{Pa}\right)^P$$

$$Wc = \left(\frac{Y_c Y_c^o}{CPa^2}\right)^{1/P} Pa$$

$$dWc = \frac{Pa}{P}\left(\frac{Y_c - Y_c^o}{CPa^2}\right)^{1/P-1} \quad d\left(\frac{Y_c - Y_c^o}{CPa^2}\right)$$

$$= \frac{dY_c}{CP\,Pa}\left(\frac{Y_c - Y_c^o}{CPa^2}\right)^{1/P-1}$$

Ac s'écrit : $Ac = \frac{dY}{dK}\{\sigma\}^T Q_\sigma$

avec Y = Yc
K = Wc
$Q_\sigma = F_\sigma$

$$= (2\sigma_{11}, 2\sigma_{22}, 2\sigma_{33}, 4\sigma_{23}, 4\sigma_{31}, 4\sigma_{12})$$

$$\Rightarrow Ac = \frac{dY_c}{dW_c}\{\sigma\}^T Q_\sigma$$

avec $$\frac{dY_c}{dW_c} = CPa\,P\left(\frac{W_c}{Pa}\right)^{P-1}$$

La dérivée de Qc s'écrit :

$$\left[\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma}\right]^T = \left[\frac{\partial F_c}{\partial \sigma}\right] = 2\bar{I}_1\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T - 2\left(\frac{\partial \bar{I}_2}{\partial \sigma}\right)^T$$

avec $$\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right) = (1,1,1,0,0,0)$$

$$\left(\frac{\partial I_2}{\partial \sigma}\right)^T = -(\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3, \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_3, \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2)$$

* Détermination de $\Delta\lambda d$ et Ad

La fonction de charge déviatorique s'écrit :

$$Fd = \left(\bar{I}_1^3 / \bar{I}_3 - 27\right)\left(\bar{I}_1 / Pa\right)^m - Yd = 0$$

$$\bar{I}_3 = \bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_3$$

La règle d'écrouissage est définie par :

$$Yd = Yd^\circ + (Yd^r - Yd^\circ)\left(\frac{Wd}{Wd^r}\right)^q$$

avec $Wd = \int(\sigma_1 - \sigma_3)d\varepsilon_{ij}^d$ énergie de déformation plastique déviatorique

$$\rightarrow dWd = (\sigma_1 - \sigma_3)d\varepsilon_{ij}^d$$

Le potentiel plastique s'écrit :

$$Qd = \bar{I}_1^3 - 27\,\bar{I}_3 = 0$$

Tout incrément de déformation plastique est défini par :

$$d\varepsilon_{ij}^d = d\lambda d \quad \frac{\partial Qd}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\Rightarrow d\lambda d = \frac{dWd}{\sigma_{ij}\dfrac{\partial Qd}{\partial \sigma_{ij}}}$$

$$dWd = \frac{Pa}{q}\left(\frac{Yd - Yd^\circ}{Cw}\right)^{1/q-1} \quad d\left(\frac{Yd - Yd^\circ}{Cw}\right)$$

$$= \frac{Pa}{q}\frac{dYd}{Cw}\left(\frac{Yd - Yd^\circ}{Cw}\right)^{1/9-1}$$

$$Ad = \frac{dY}{dK}\{\sigma\}^T Q_\sigma$$

$$= \frac{dYd}{dWd}\{\sigma\}^T Q_\sigma$$

avec : $\dfrac{dYd}{dWd} = Cw \quad q\left(\dfrac{Wd}{Pa}\right)^{q-1}$

La dérivée de Qd s'écrit :

$$\left[\frac{\partial Qd}{\partial \sigma}\right] = 3\bar{I}_1^2\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T - 27\left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma}\right)^T$$

avec $$\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T = (1,1,1,0,0,0)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma}\right)^T = (\bar{\sigma}_{22}\bar{\sigma}_{33} - \sigma_{23}, \bar{\sigma}_{11}\bar{\sigma}_{33} - \sigma_{31}, \bar{\sigma}_{11}\bar{\sigma}_{22} - \sigma_{12}^2,$$

$$2(\sigma_{12}\sigma_{31} - \bar{\sigma}_{11}\sigma_{23}), 2(\sigma_{12}\sigma_{23} - \bar{\sigma}_{22}\sigma_{31})$$

$$2(\sigma_{23}\sigma_{31} - \bar{\sigma}_{33}\sigma_{12}))$$

Annexe 5

Modèle de Lade

Dans le cas du modèle de Lade qui nous intéresse, les incréments de déformation élastique $\Delta\varepsilon_{ij}^{c}$ sont déterminés à partir de la loi de Hooke. Les incréments de déformations plastiques contractantes et déviatoires sont donnés respectivement par les relations :

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{c} = \Delta\lambda c \frac{\partial Fc}{\partial\sigma_{ij}}$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{d} = \Delta\lambda d \frac{\partial Qd}{\partial\sigma_{ij}}$$

Fc et Qd étant définis précédemment.

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{t} = \Delta\varepsilon_{ij}^{e} + \Delta\varepsilon_{ij}^{c} + \Delta\varepsilon_{ij}^{d}$$

La théorie de la plasticité nous précise que pour un :

* critère de plasticité F (σ, K) avec K = K (η)

$$\eta = \left(\varepsilon_x^p\, \varepsilon_y^p\, \varepsilon_z^p\, \varepsilon_{xz}^p\, \varepsilon_{xy}^p\, \varepsilon_{yz}^p\right)$$

* et un potentiel plastique Q (σ)

le paramètre λ s'écrit :

$$\lambda = \frac{F_\sigma^T D\, d\varepsilon}{F_\sigma^T D\, Q_\sigma + A}$$

avec $$A = \frac{\partial F}{\partial K}\frac{\partial K}{\partial \eta}\left[\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon^p}\right]^T G\sigma$$

où $$F_\sigma = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right] \qquad Q_\sigma = \left[\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right]$$

D : matrice de Hooke.

La relation entre incréments de contraintes et de déformation s'écrit alors :

$$d\sigma = \left(D - \alpha D^P\right)\ d\varepsilon$$

$$D^P = \frac{D\, G_\sigma\, F_\sigma^T\, D}{F_\sigma^T D\, Q_\sigma + A}$$

. Si la fonction de charge F (σ, K) s'exprime sous la forme F = f(σ) - Y(K) = 0

Le potentiel plastique défini par la fonction Q(σ, K) et la règle d'écrouissage définie par la fonction Y(K)

avec $K = \int \sigma_{ij} \quad d\varepsilon_{ij}^{P}$

alors s'il y a écoulement plastique

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial K} dY = 0$$

en posant $A = -\frac{1}{dx} \frac{\partial F}{\partial Y} dY$

alors $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{T} d\sigma - d\lambda A = 0$

donc $d\lambda = \frac{F_{\sigma}^{T} D \, d\varepsilon}{A + F_{\sigma}^{T} D \, Q_{\sigma}}$

Si l'écrouissage est isotrope :

$$A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial K} dK$$

$$= \frac{1}{d\lambda} \frac{\partial Y}{\partial K} \{\sigma_{ij}\} \{d\varepsilon_{ij}^{P}\}$$

où $d\varepsilon_{ij}^{P} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}$

$$\Rightarrow A = \frac{\partial Y}{\partial K} \{\sigma\}^{T} Q_{\sigma}$$

* <u>Détermination de $\Delta\lambda c$ et de Ac</u>

$$Fc = \bar{I}_1^2 + 2\bar{I}_2 - Yc$$

$$Qc = Fc$$

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 \qquad \bar{I}_2 = -(\bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_3 + \bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_3)$$

$$Wc = \int \sigma_{ij} \, d\varepsilon_{ij}^{c} \rightarrow dW_c = \sigma_{ij} \, d\varepsilon_{ij}^{c}$$

$$\Rightarrow \frac{dWc}{\sigma_{ij}} = d\lambda_c \frac{\partial Qc}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\Rightarrow d\lambda_c = \frac{dWc}{\frac{\partial Qc}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}}$$

où $Y_c = Y_c^\circ + CPa^2\left(\frac{Wc}{Pa}\right)^P$

$$Wc = \left(\frac{Y_c Y_c^\circ}{CPa^2}\right)^{1/P} Pa$$

$$dWc = \frac{Pa}{P}\left(\frac{Y_c - Y_c^\circ}{CPa^2}\right)^{1/P-1} \quad d\left(\frac{Y_c - Y_c^\circ}{CPa^2}\right)$$

$$= \frac{dY_c}{CP\,Pa}\left(\frac{Y_c - Y_c^\circ}{CPa^2}\right)^{1/P-1}$$

Ac s'écrit : $Ac = \frac{dY}{dK}\{\sigma\}^T Q_\sigma$

avec $Y = Yc$
$K = Wc$
$Q_\sigma = F_\sigma$

$$= (2\sigma_{11}, 2\sigma_{22}, 2\sigma_{33}, 4\sigma_{23}, 4\sigma_{31}, 4\sigma_{12})$$

$$\Rightarrow Ac = \frac{dY_c}{dW_c}\{\sigma\}^T Q_\sigma$$

avec $\frac{dY_c}{dW_c} = CPa\,P\left(\frac{W_c}{Pa}\right)^{P-1}$

La dérivée de Qc s'écrit :

$$\left[\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma}\right]^T = \left[\frac{\partial F_c}{\partial \sigma}\right] = 2\bar{I}_1\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T - 2\left(\frac{\partial \bar{I}_2}{\partial \sigma}\right)^T$$

avec $\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right) = (1,1,1,0,0,0)$

$$\left(\frac{\partial I_2}{\partial \sigma}\right)^T = -(\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3, \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_3, \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2)$$

* Détermination de $\Delta\lambda d$ et Ad

La fonction de charge déviatorique s'écrit :

$$Fd = \left(\bar{I}_1^3 / \bar{I}_3 - 27\right)\left(\bar{I}_1 / Pa\right)^m - Yd = 0$$

$$\bar{I}_3 = \bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_3$$

La règle d'écrouissage est définie par :

$$Yd = Yd^\circ + (Yd^r - Yd^\circ)\left(\frac{Wd}{Wd^r}\right)^q$$

avec $Wd = \int(\sigma_1 - \sigma_3)d\varepsilon_{ij}^d$ énergie de déformation plastique déviatorique

$$\rightarrow dWd = (\sigma_1 - \sigma_3)d\varepsilon_{ij}^d$$

Le potentiel plastique s'écrit :

$$Qd = \bar{I}_1^3 - 27\,\bar{I}_3 = 0$$

Tout incrément de déformation plastique est défini par :

$$d\varepsilon_{ij}^d = d\lambda d \quad \frac{\partial Qd}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\Rightarrow d\lambda d = \frac{dWd}{\sigma_{ij}\dfrac{\partial Qd}{\partial \sigma_{ij}}}$$

$$dWd \quad = \frac{Pa}{q}\left(\frac{Yd - Yd^\circ}{Cw}\right)^{1/q-1} \qquad d\left(\frac{Yd - Yd^\circ}{Cw}\right)$$

$$= \frac{Pa\ dYd}{q\ \ Cw}\ \left(\frac{Yd - Yd^\circ}{Cw}\right)^{1/9-1}$$

$$Ad \quad = \frac{dY}{dK}\{\sigma\}^T Q_\sigma$$

$$= \frac{dYd}{dWd}\{\sigma\}^T Q_\sigma$$

avec : $\dfrac{dYd}{dWd} = Cw \qquad q\left(\dfrac{Wd}{Pa}\right)^{q-1}$

La dérivée de Qd s'écrit :

$$\left[\frac{\partial Qd}{\partial \sigma}\right] = 3\bar{I}_1^2\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T - 27\left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma}\right)^T$$

avec $$\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T = (1,1,1,0,0,0)$$

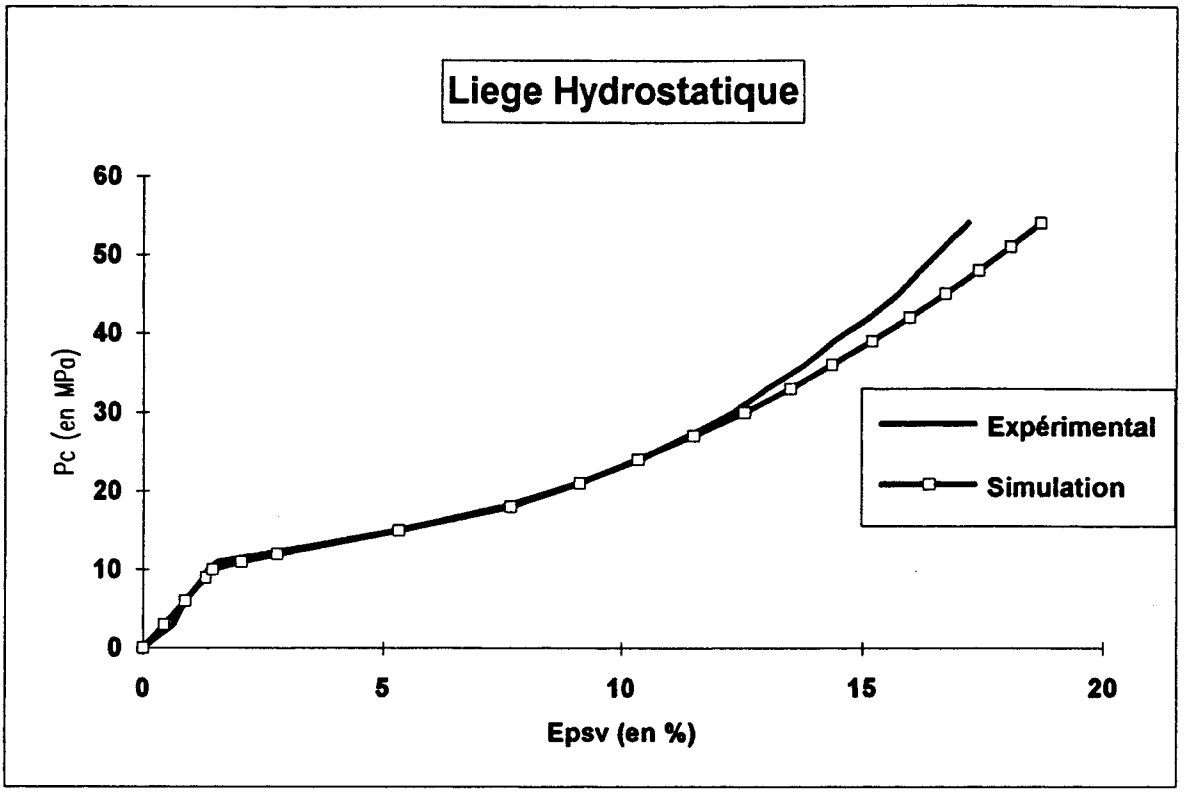
$$\left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma}\right)^T = (\bar{\sigma}_{22}\bar{\sigma}_{33} - \sigma_{23}, \bar{\sigma}_{11}\bar{\sigma}_{33} - \sigma_{31}, \bar{\sigma}_{11}\bar{\sigma}_{22} - \sigma_{12}^2,$$

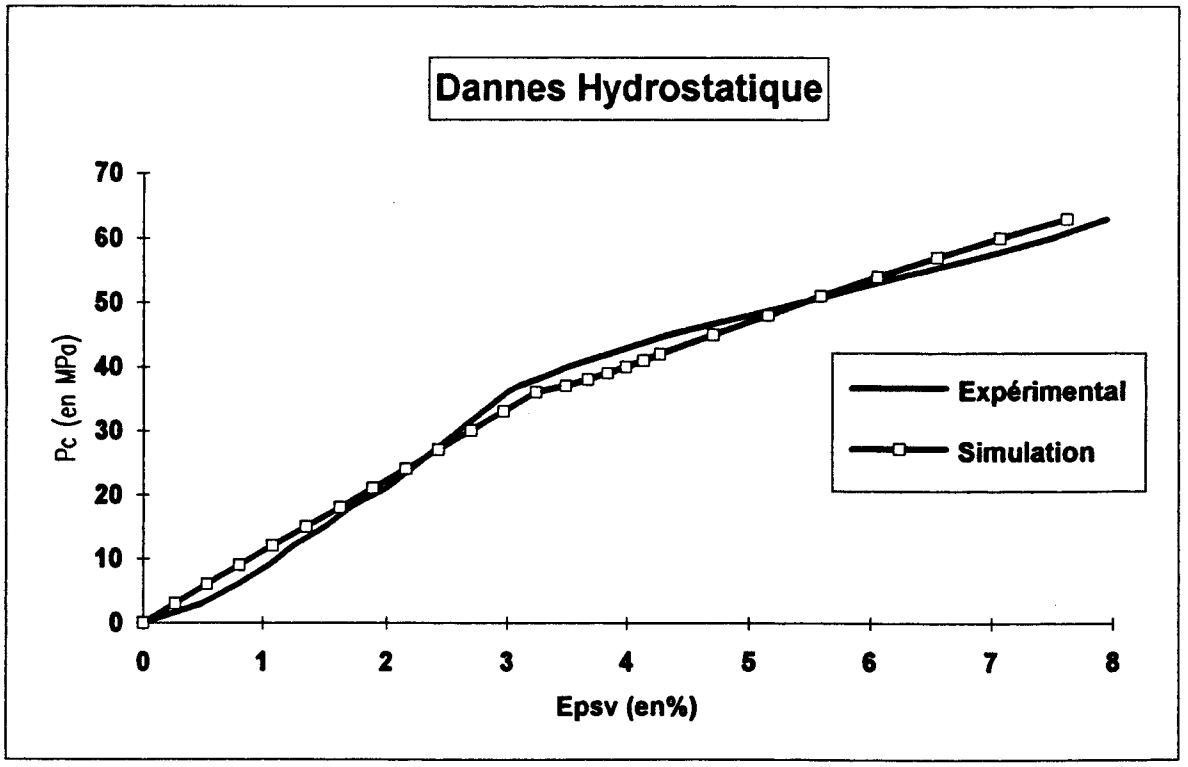
$$2(\sigma_{12}\sigma_{31} - \bar{\sigma}_{11}\sigma_{23}), 2(\sigma_{12}\sigma_{23} - \bar{\sigma}_{22}\sigma_{31})$$

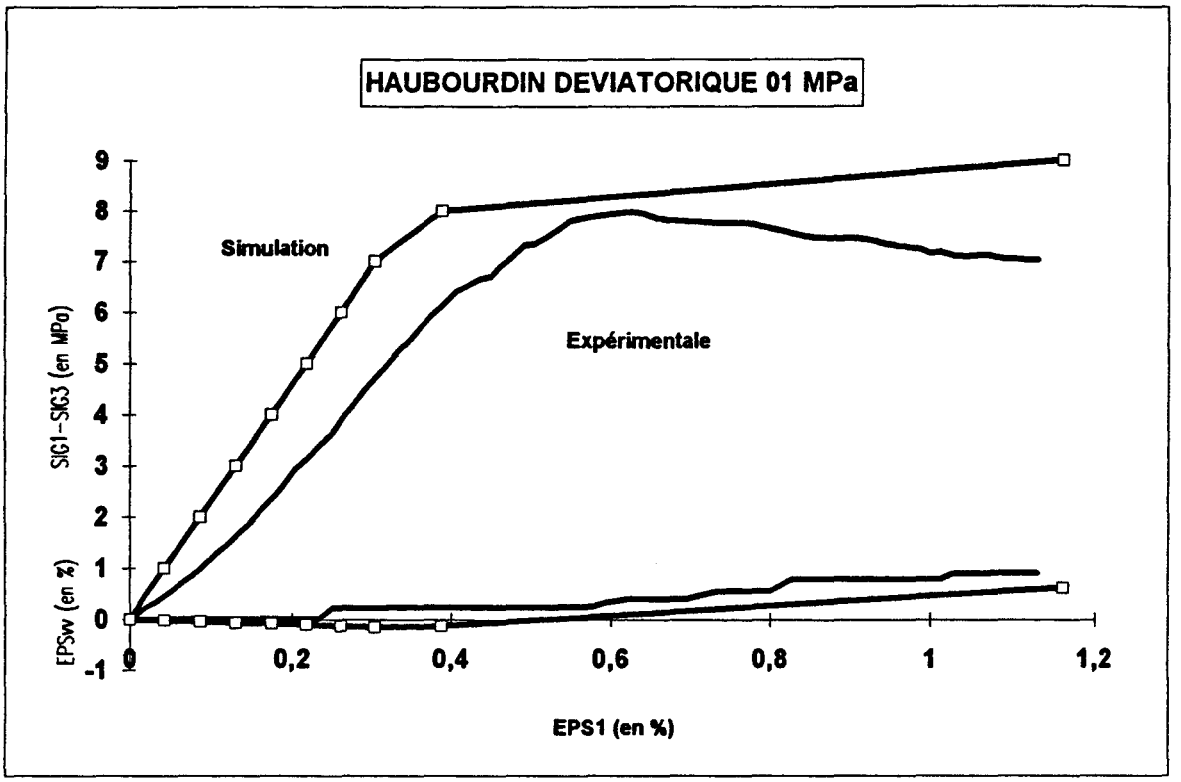
$$2(\sigma_{23}\sigma_{31} - \bar{\sigma}_{33}\sigma_{12}))$$

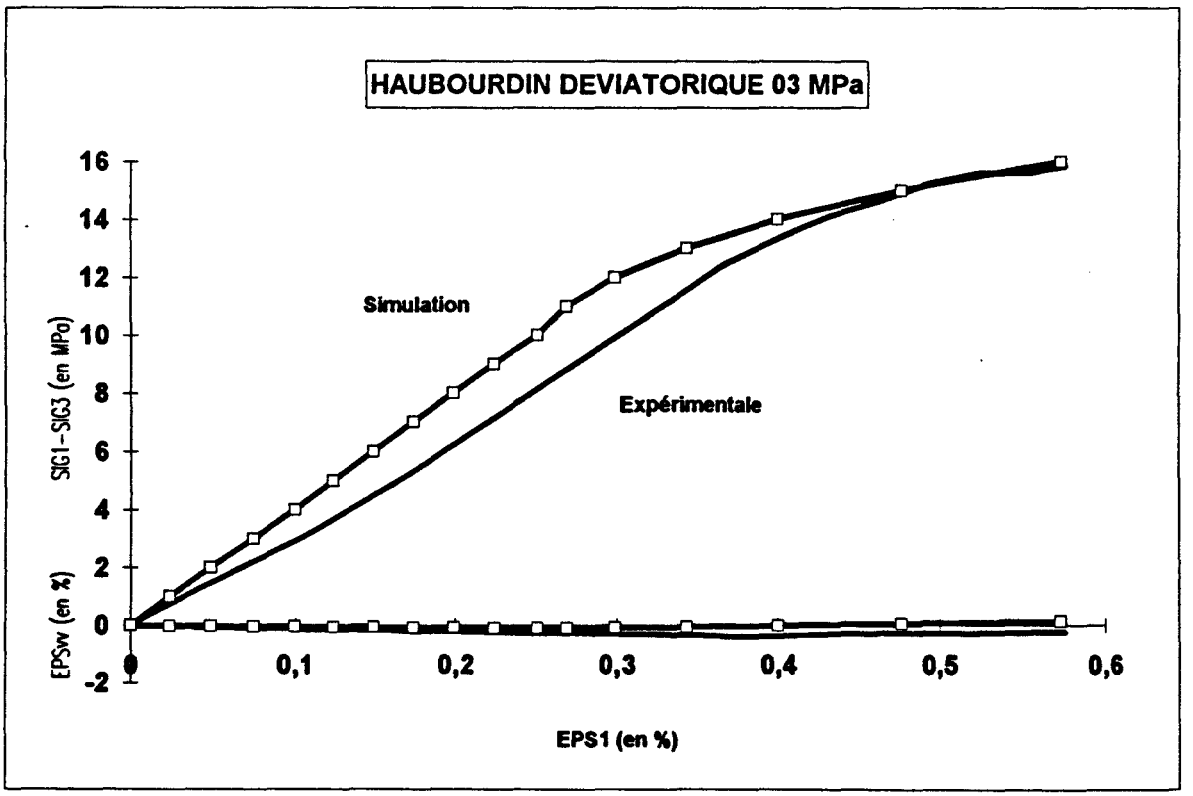
ANNEXE 6

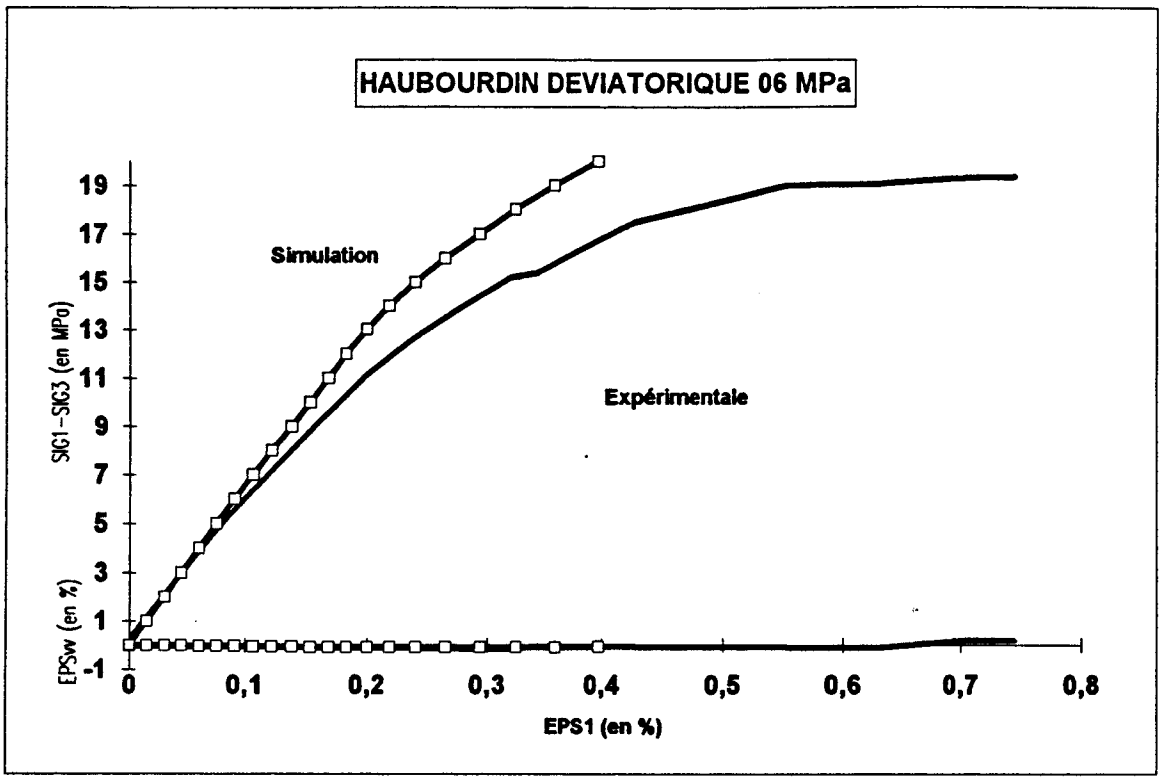
SIMULATION LADE

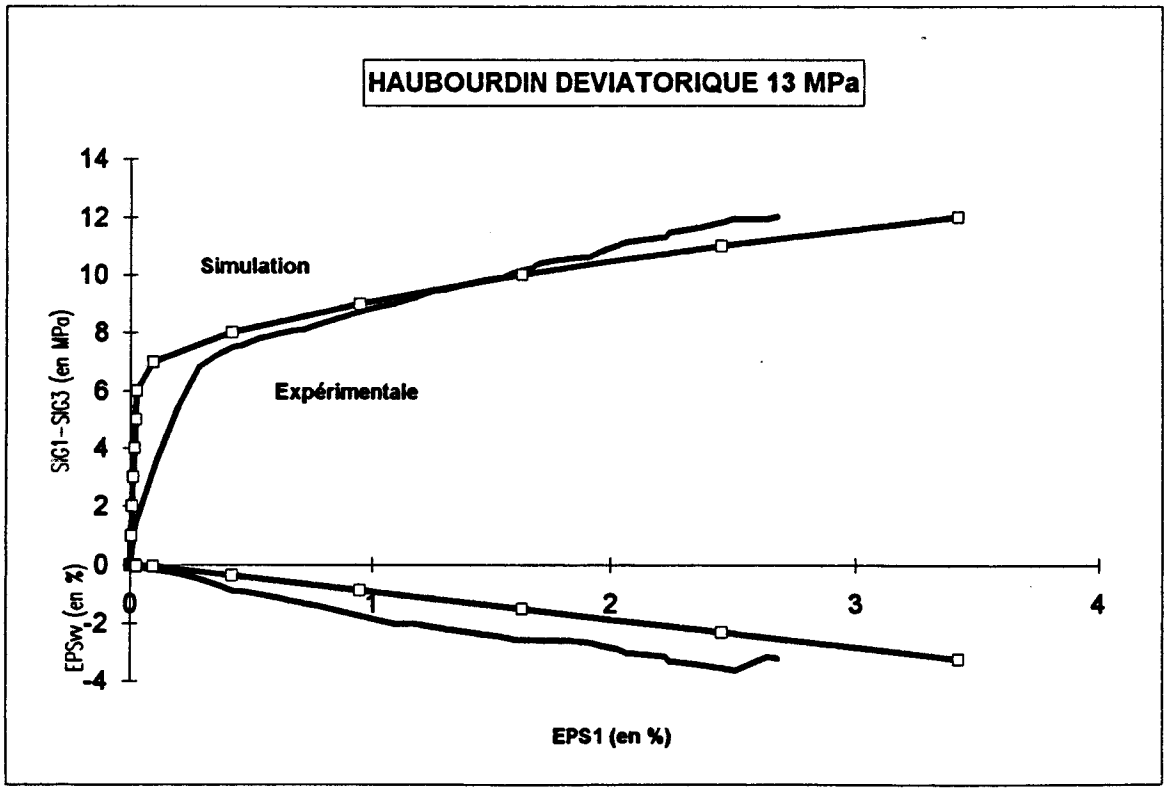

Liege Hydrostatique
Pc (en MPa)
60
50
40
30
20
10
0
0
5
10
15
20
Epsv (en %)
Expérimental
Simulation

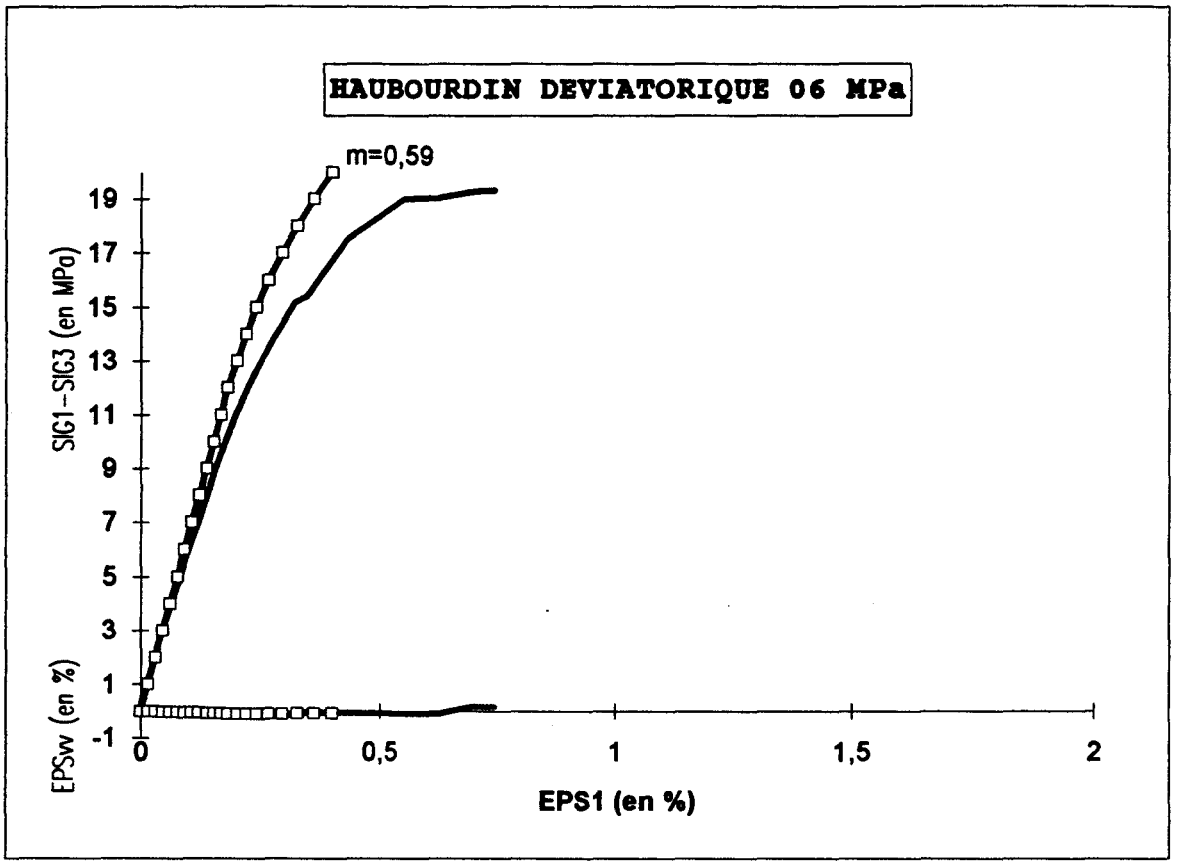

Dannes Hydrostatique
Pc (en MPa)
70
60
50
40
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Epsv (en%)
Expérimental
Simulation

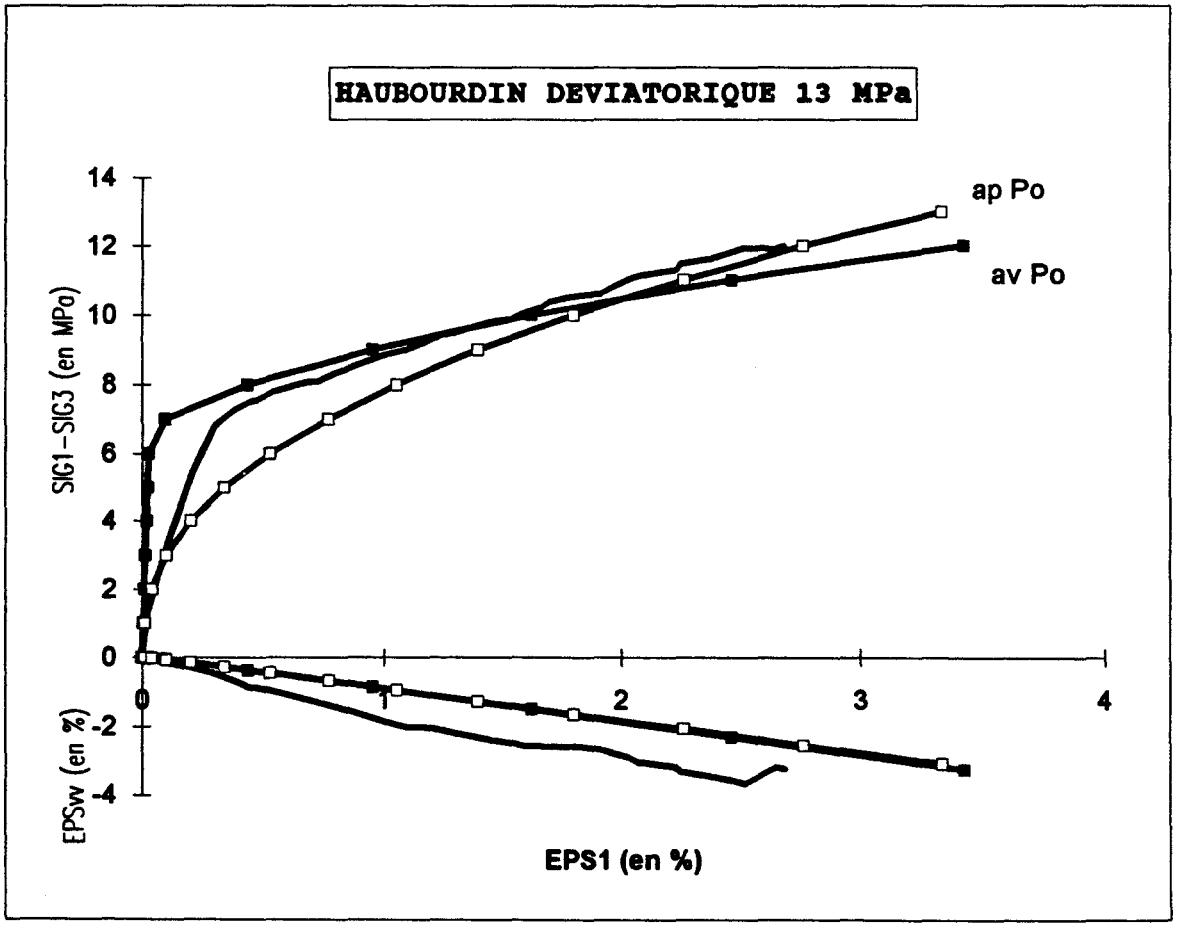

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 01 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

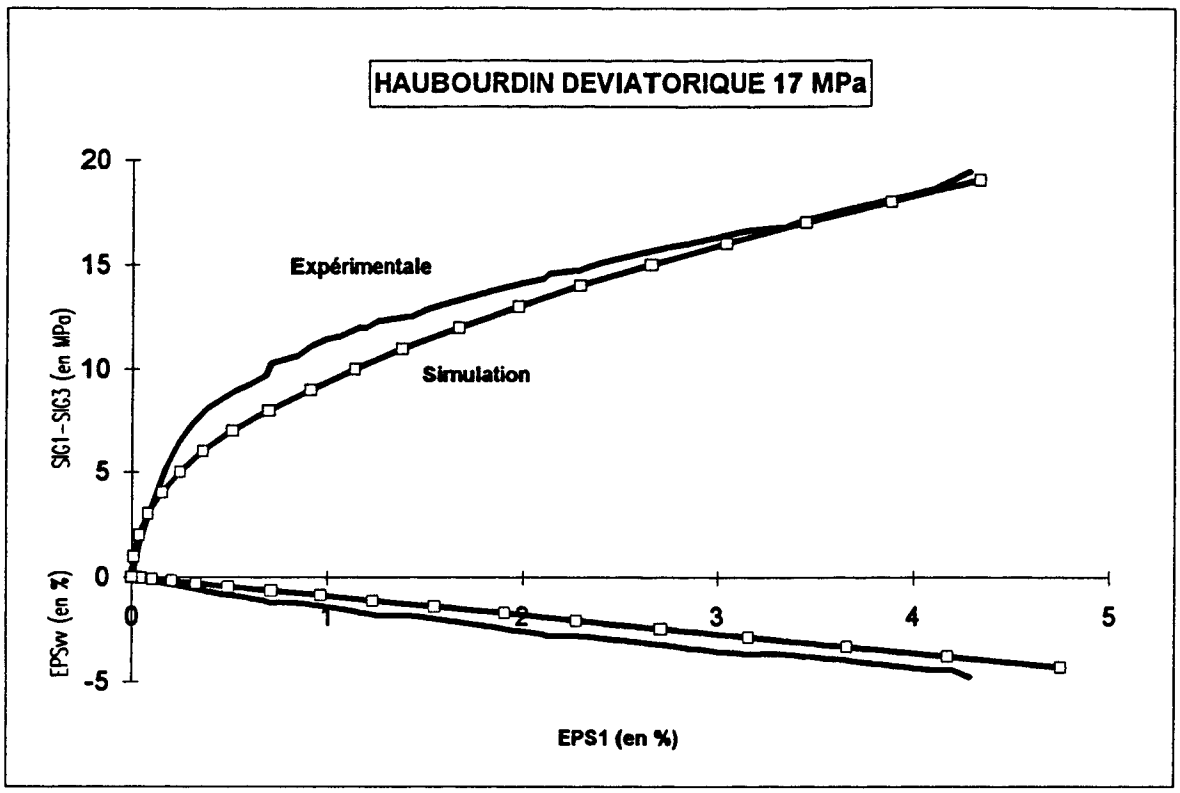

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 03 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6

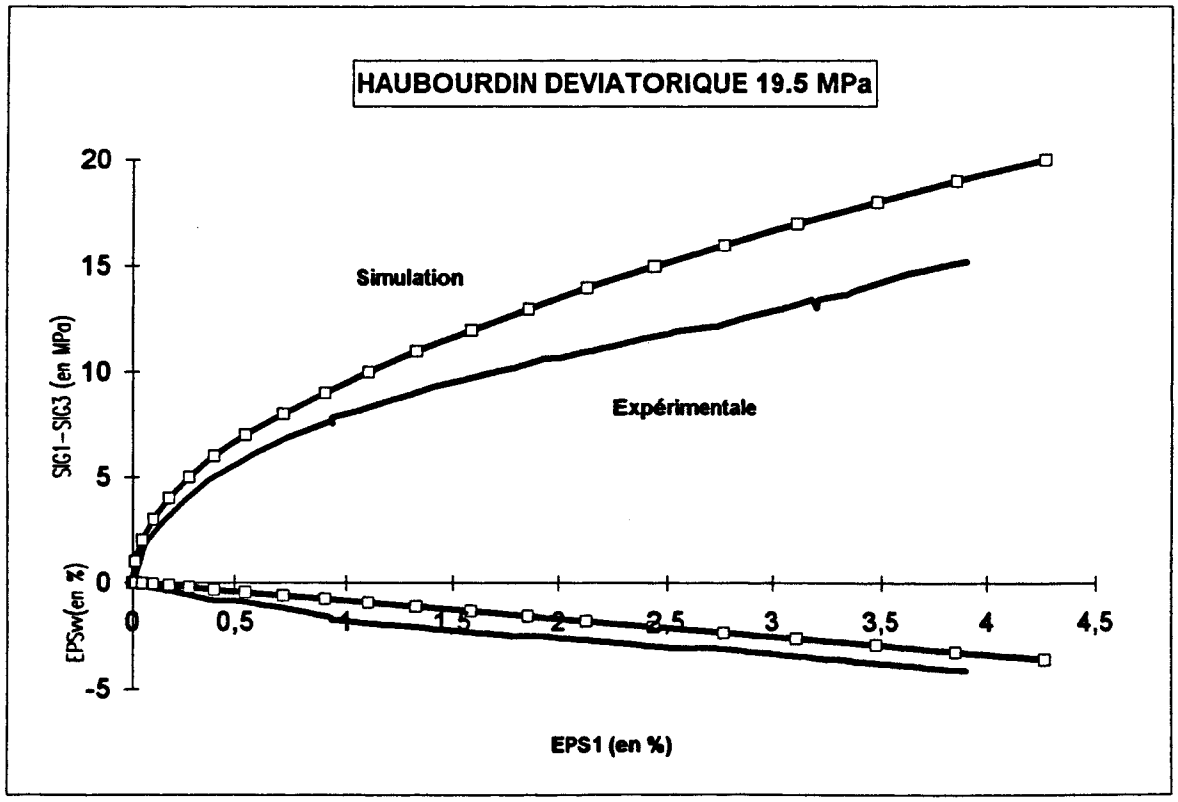

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 06 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
19
17
15
13
11
9
7
5
3
1
-1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8

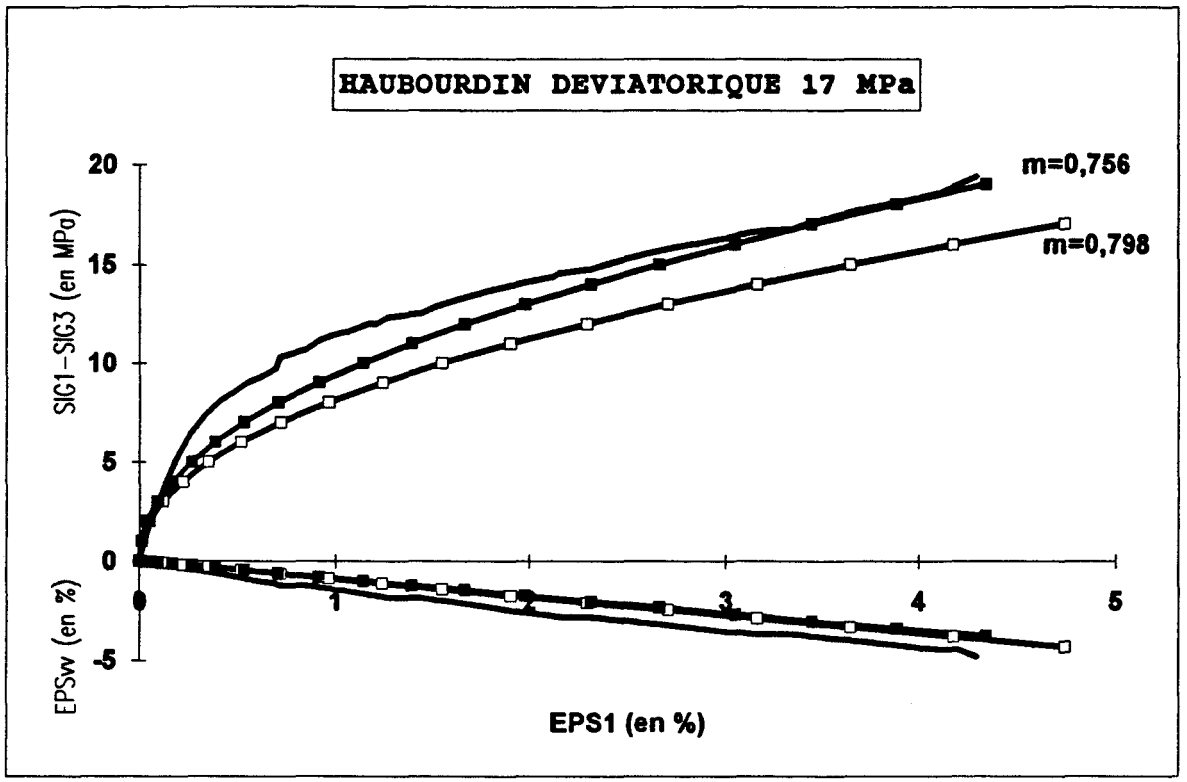

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 13 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
0
1
2
3
4

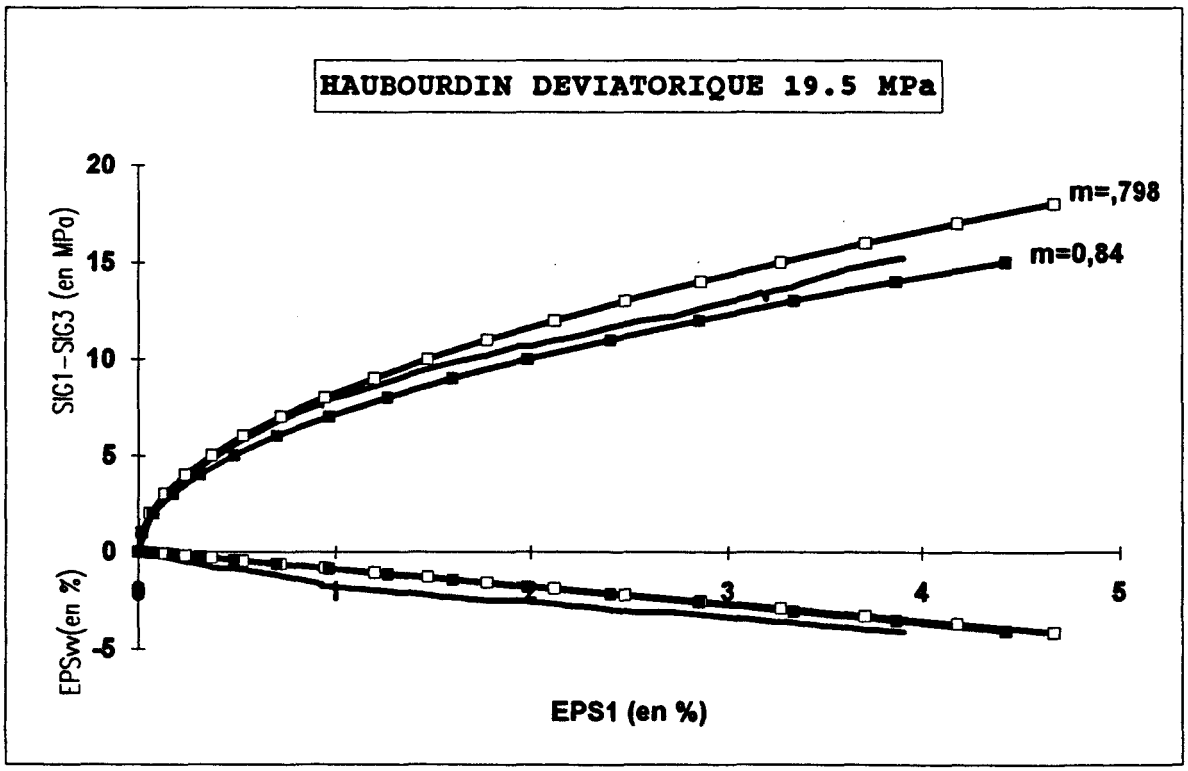

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 06 MPa
m=0,59
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
19
17
15
13
11
9
7
5
3
1
-1
0
0,5
1
1,5
2

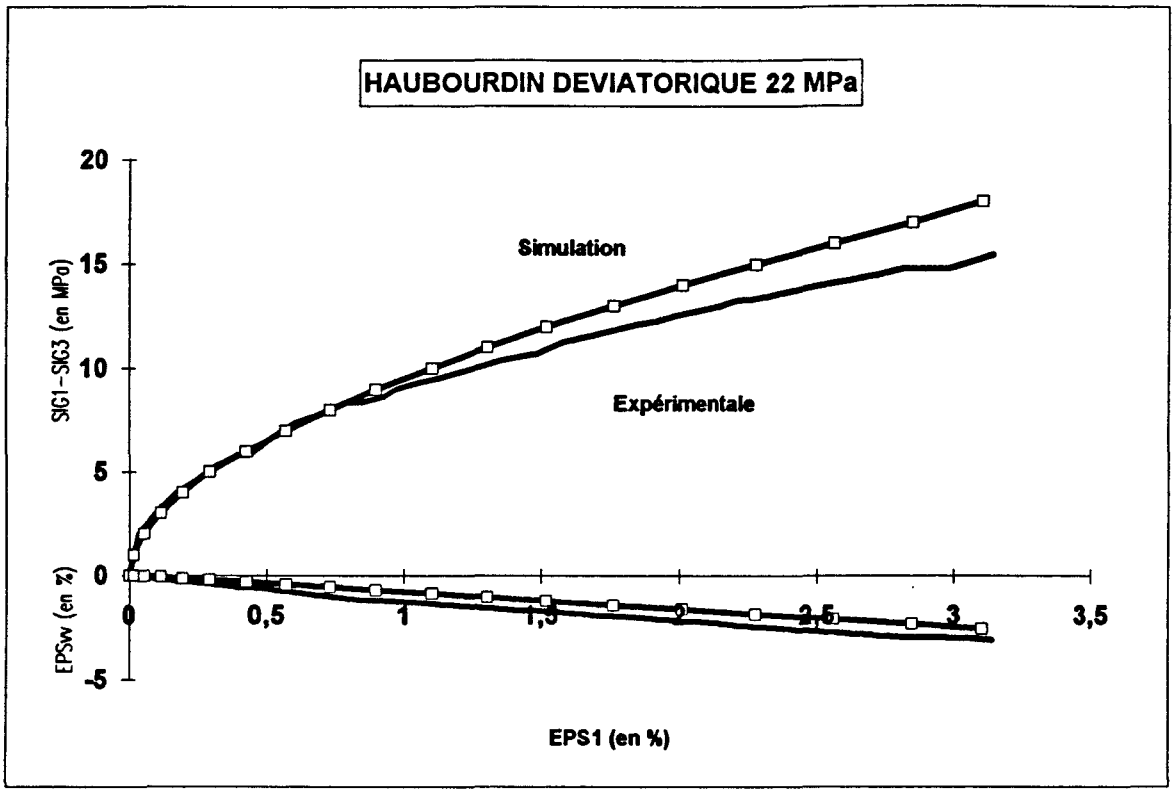

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 13 MPa
ap Po
av Po
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
0
1
2
3
4

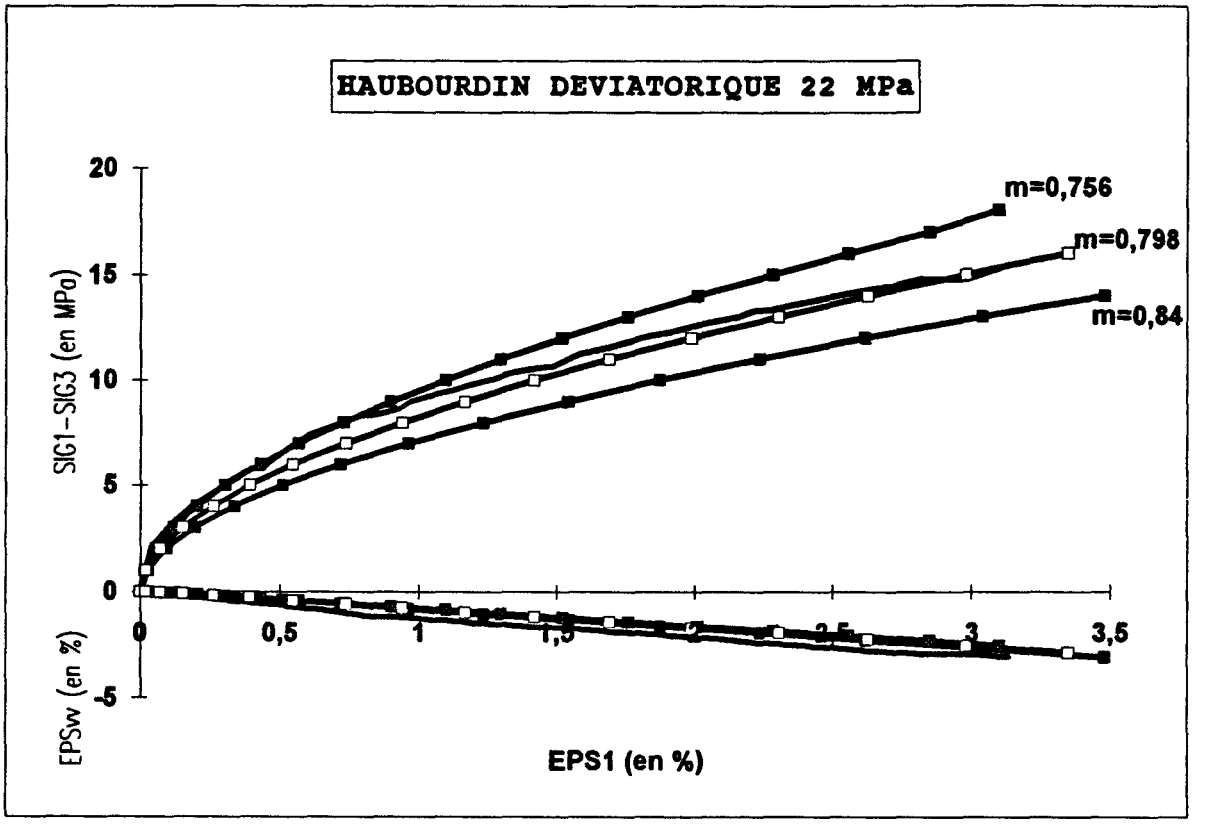

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 17 MPa
20
15
10
5
0
-5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSw (en %)
Expérimentale
Simulation
0
1
2
3
4
5
EPS1 (en %)

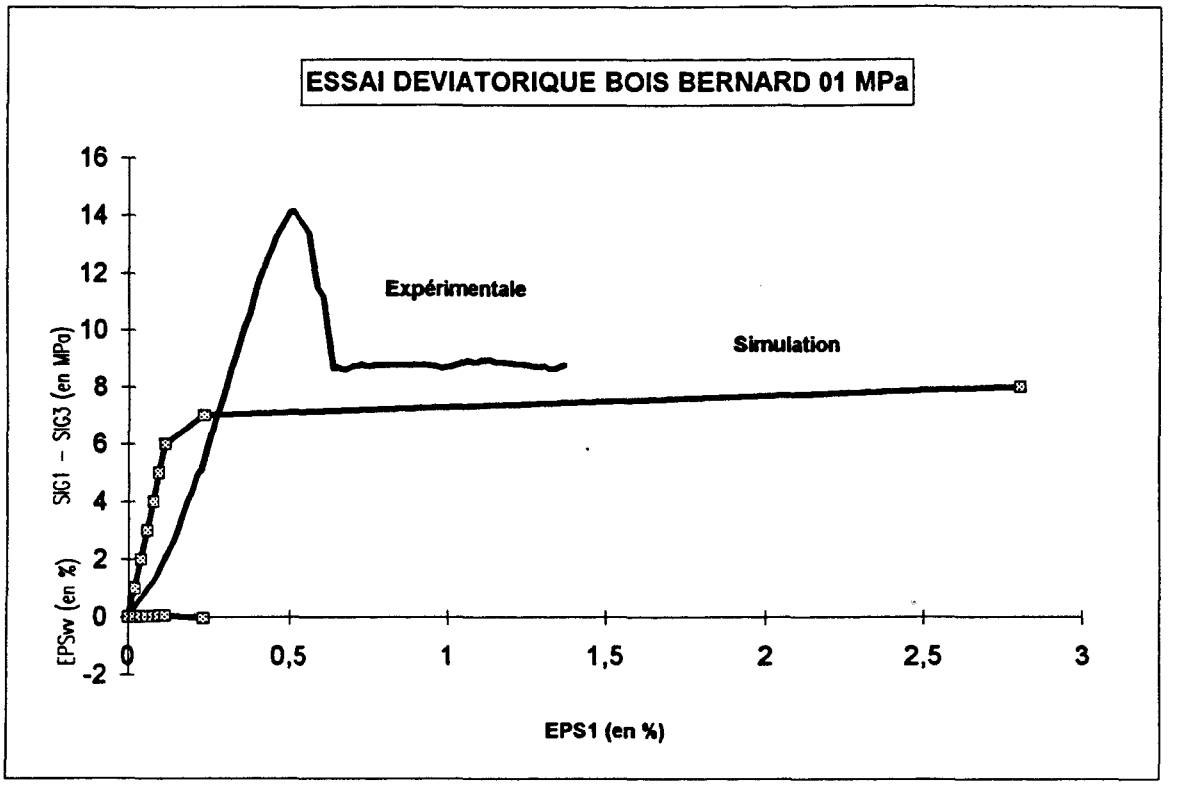

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 19.5 MPa
20
15
10
5
0
-5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSw(en %)
Simulation
Expérimentale
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
EPS1 (en %)

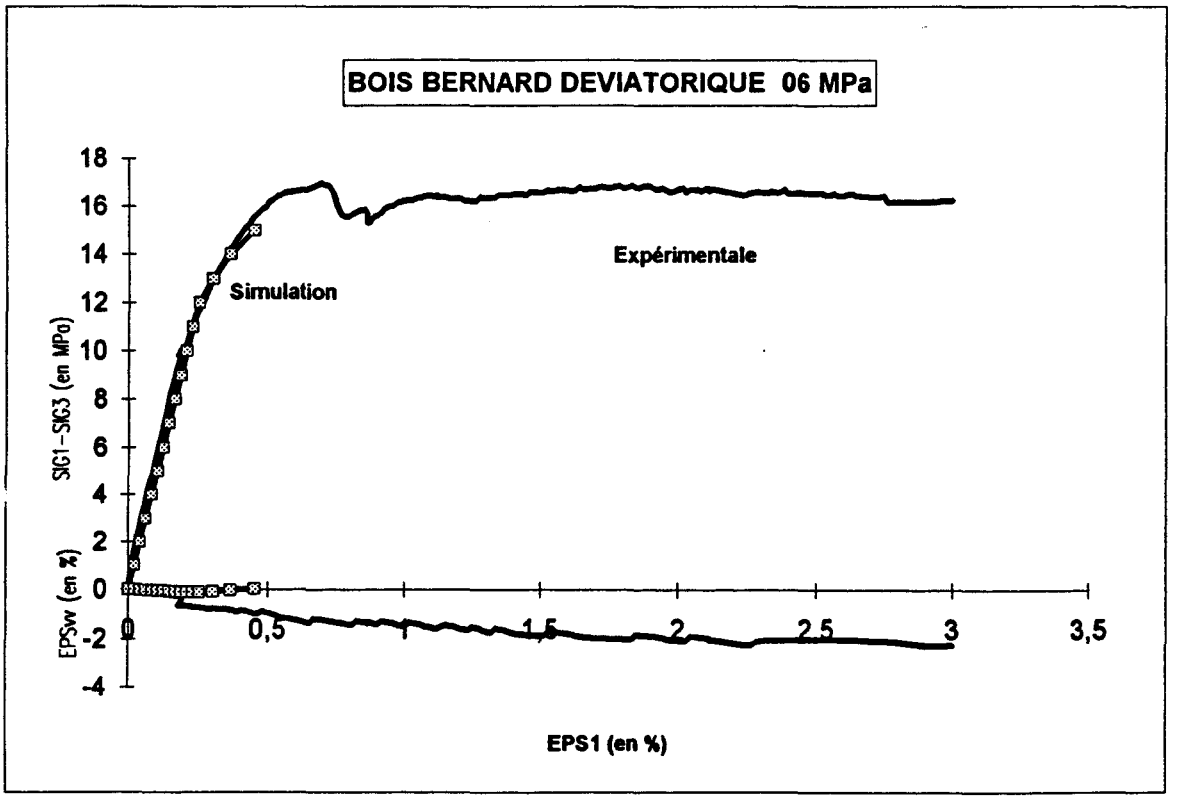

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 17 MPa
m=0,756
m=0,798
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5

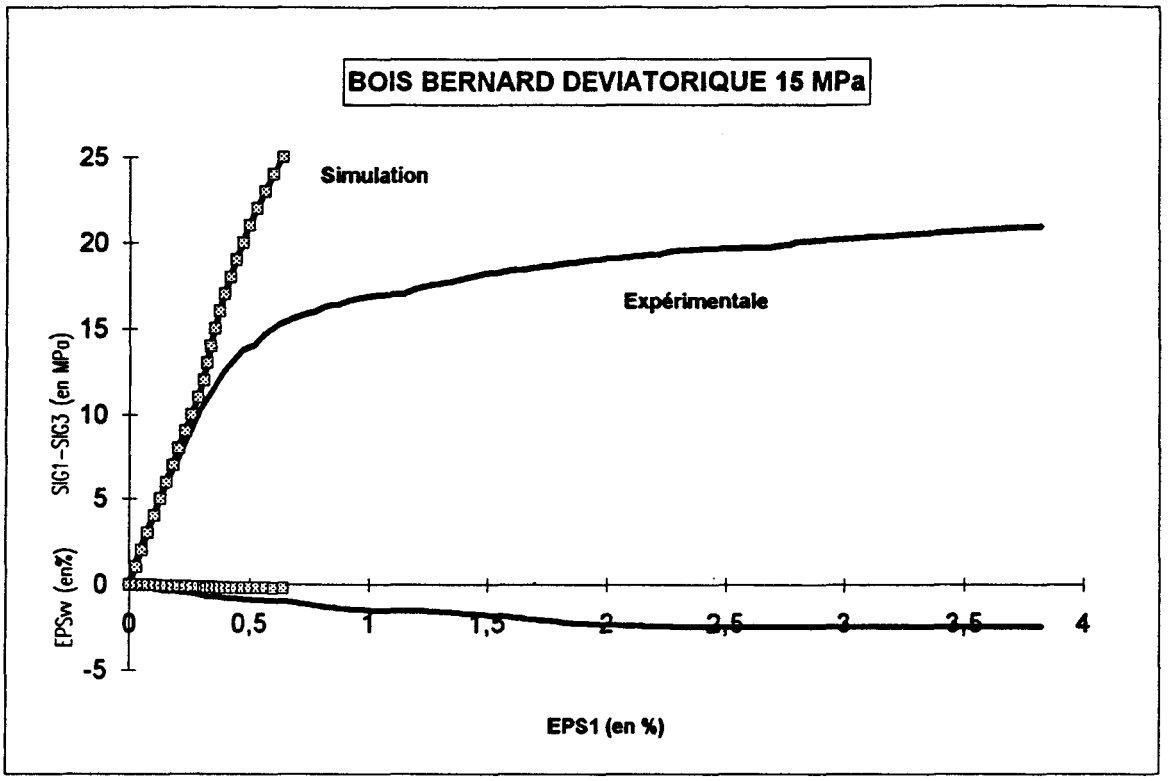

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 19.5 MPa
m=,798
m=0,84
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv(en %)
EPS1 (en %)
20
15
10
5
0
-5
0
1
3
4
5

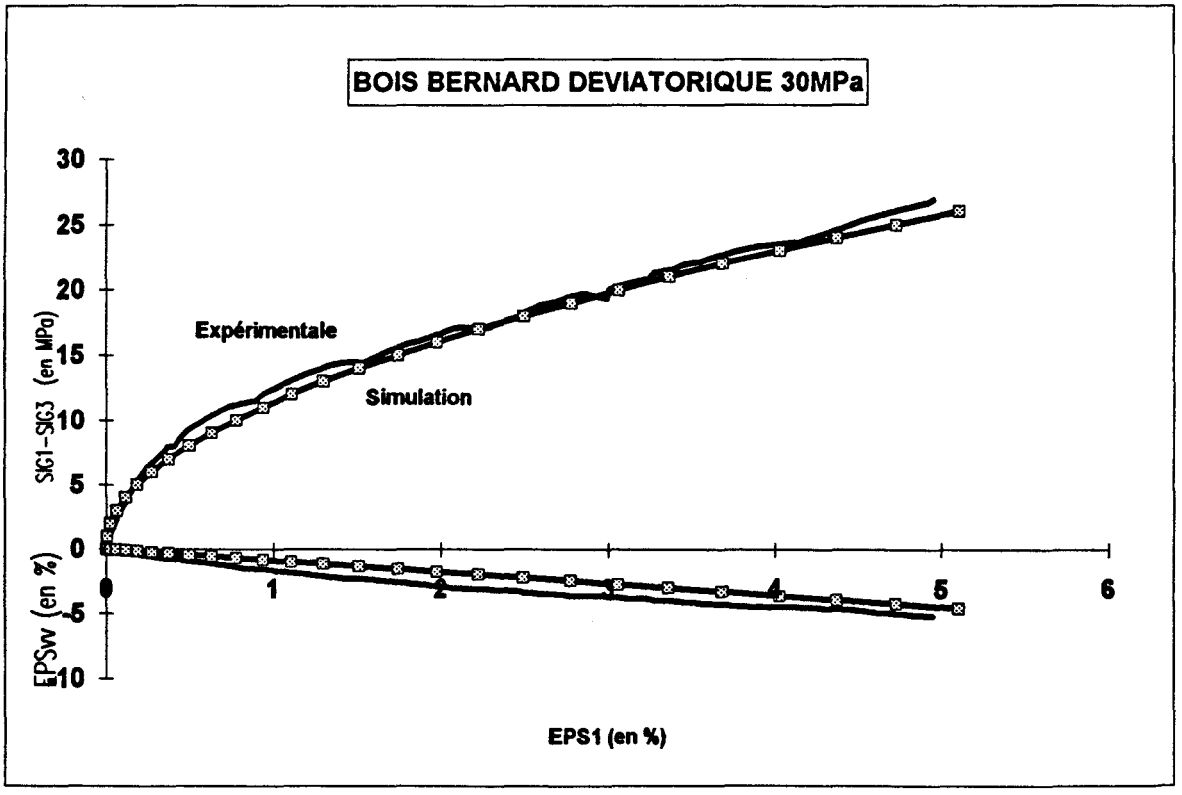

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 22 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5

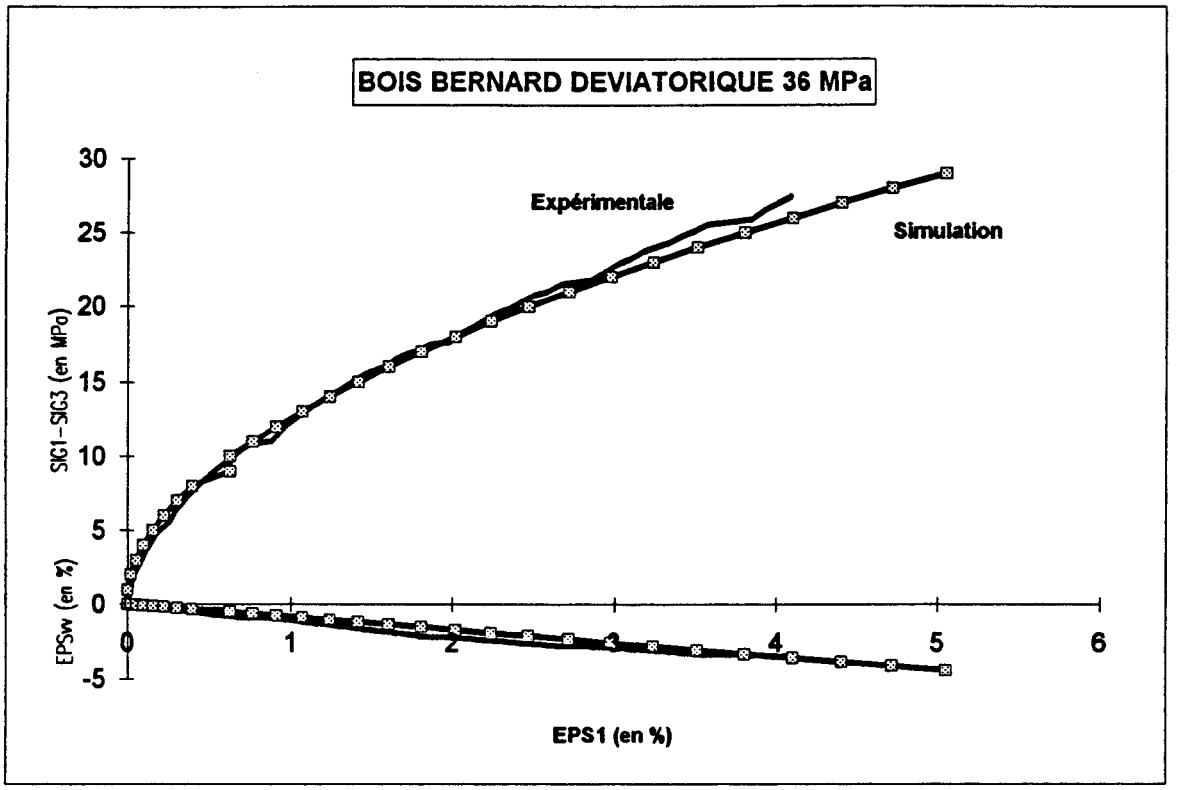

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 22 MPa
20
15
10
5
0
-5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
0
0,5
1
3
3,5
EPS1 (en %)
m=0,756
m=0,798
m=0,84

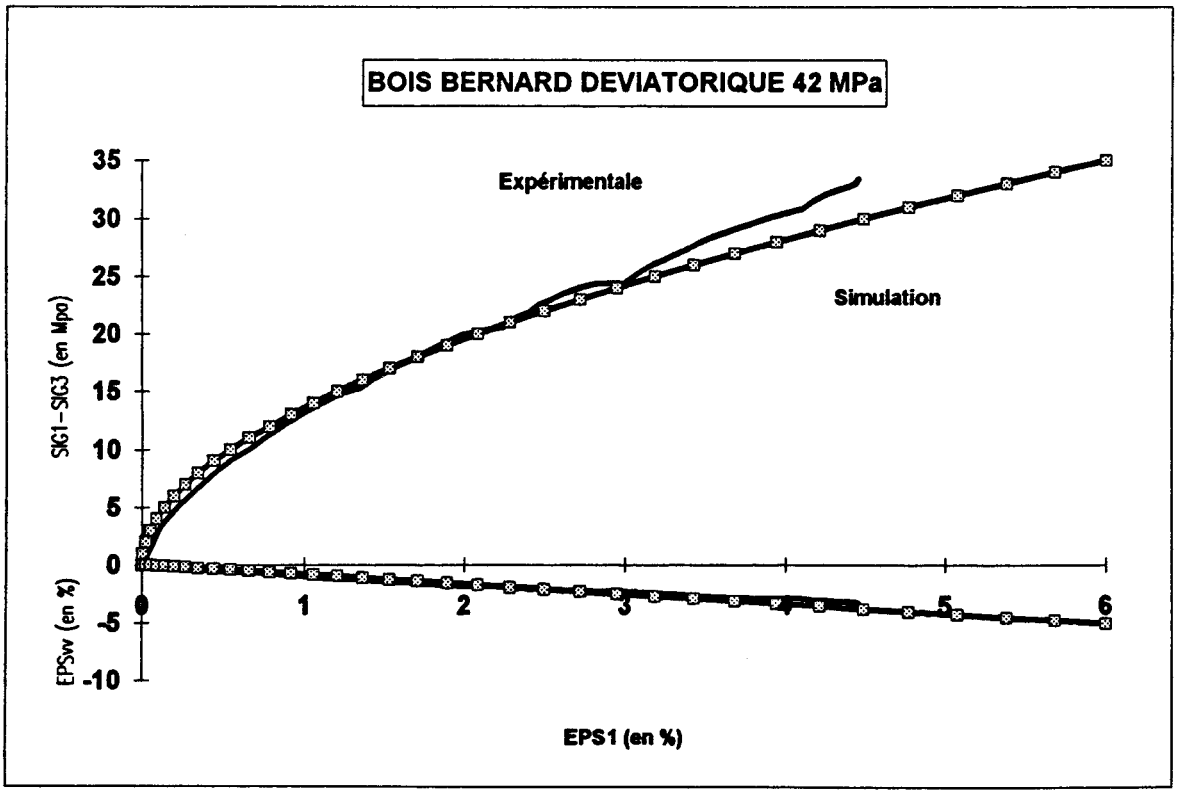

ESSAI DEVIATORIQUE BOIS BERNARD 01 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1 - SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3

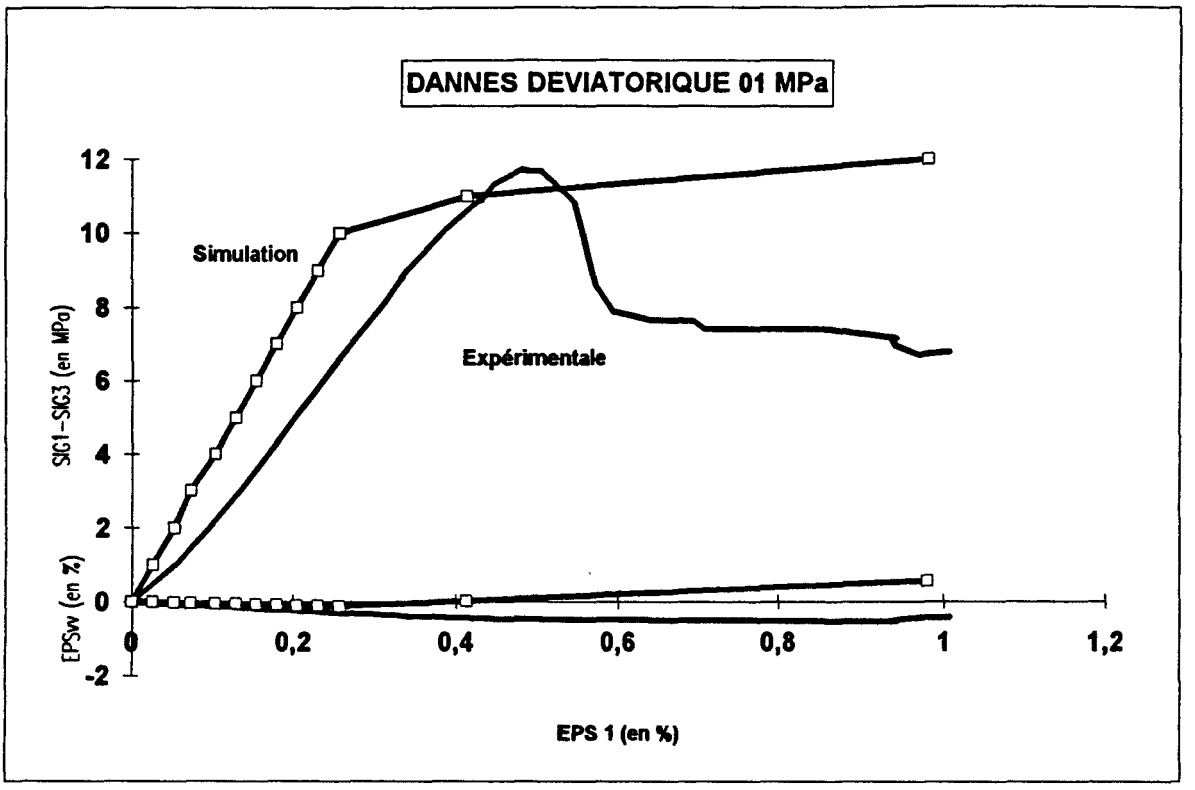

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 06 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
0
0,5
1,5
2
2,5
3
3,5

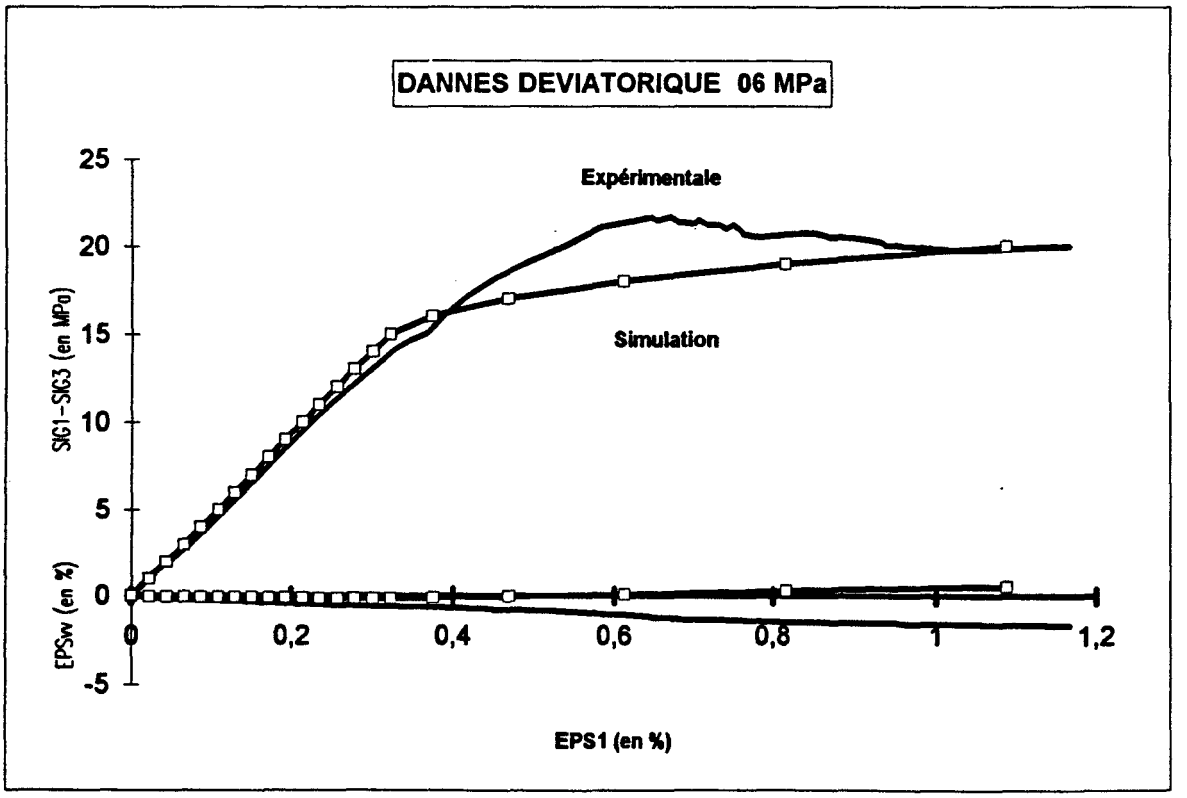

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 15 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en%)
EPS1 (en %)
25
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4

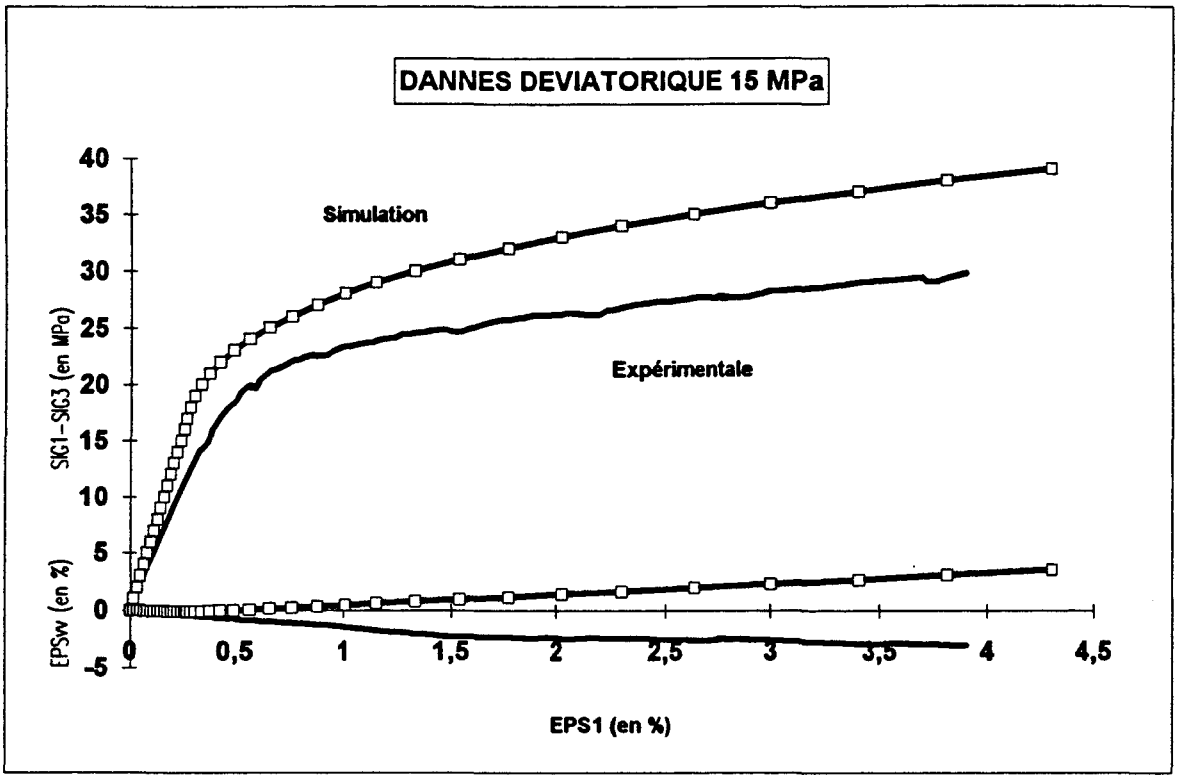

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 30MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
1
2
4
5
6

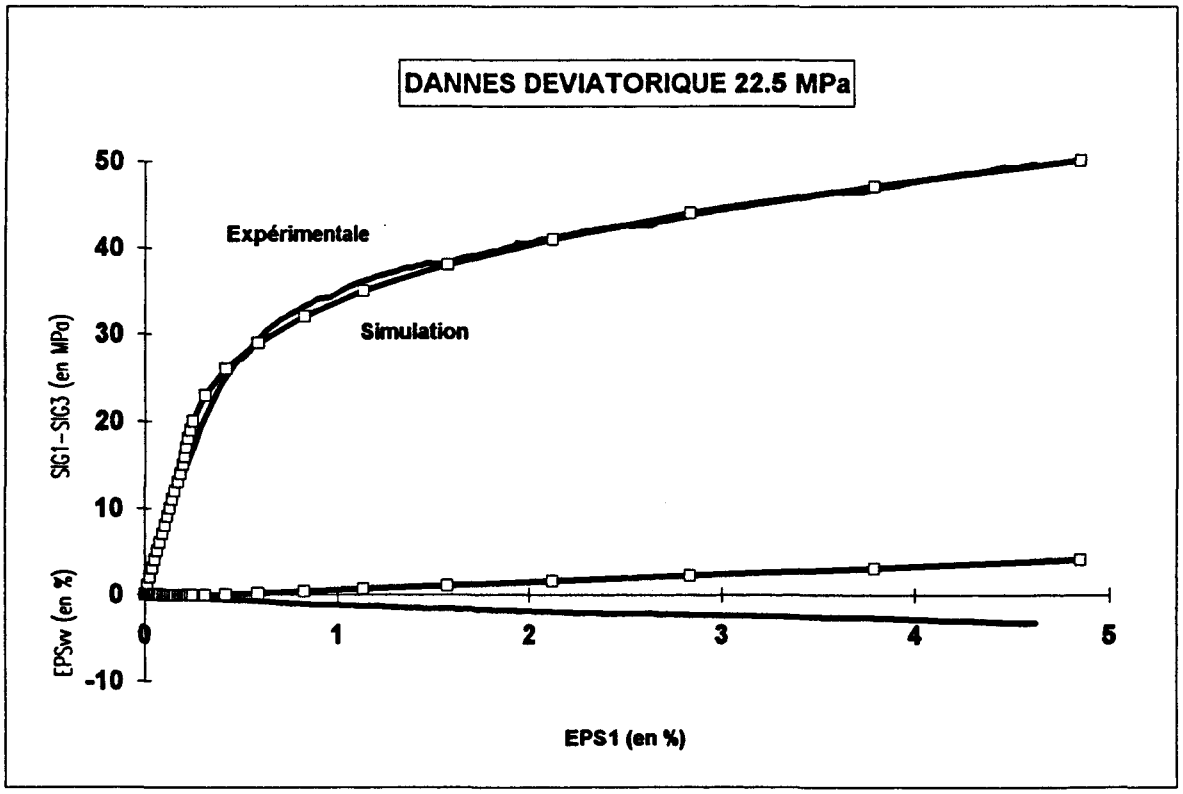

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 36 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5
6

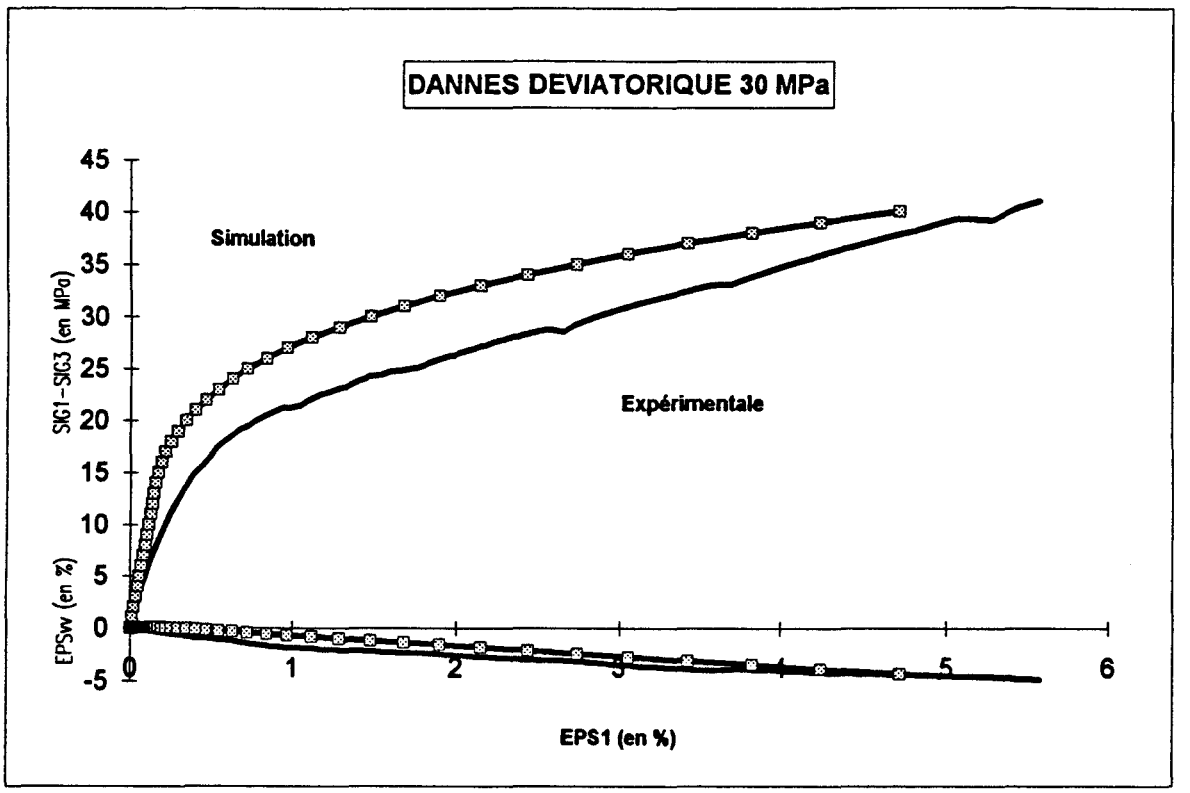

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 42 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en Mpa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6

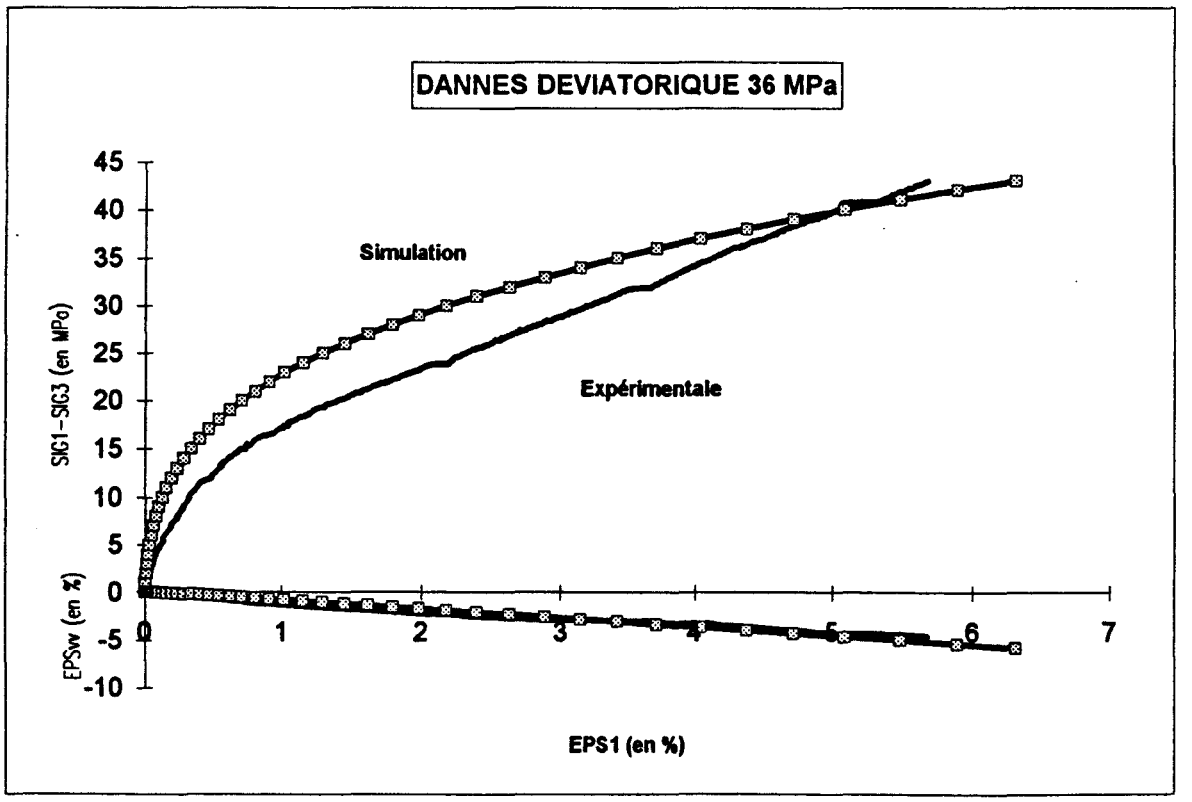

DANNES DEVIATORIQUE 01 MPa
12
10
8
6
4
2
0
-2
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
Simulation
Expérimentale
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
EPS 1 (en %)

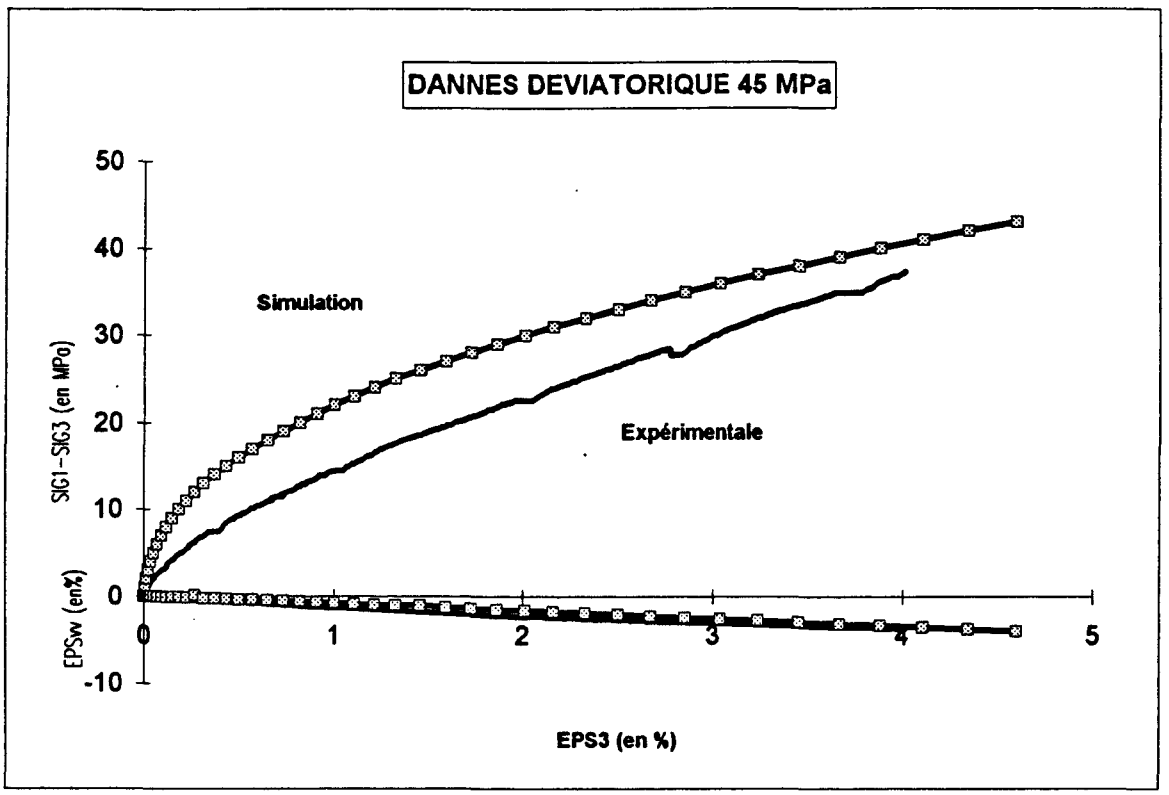

DANNES DEVIATORIQUE 06 MPa
25
20
15
10
5
0
-5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
Expérimentale
Simulation
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
EPS1 (en %)

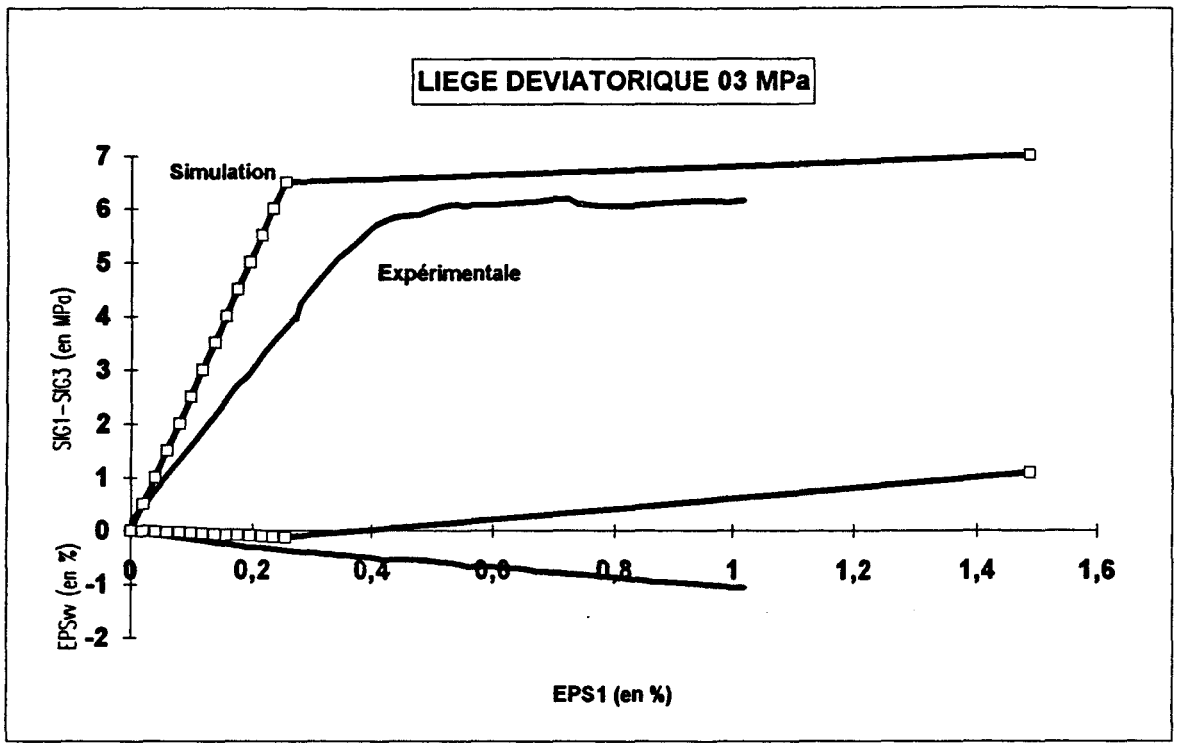

DANNES DEVIATORIQUE 15 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSv (en %)
EPS1 (en %)
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5

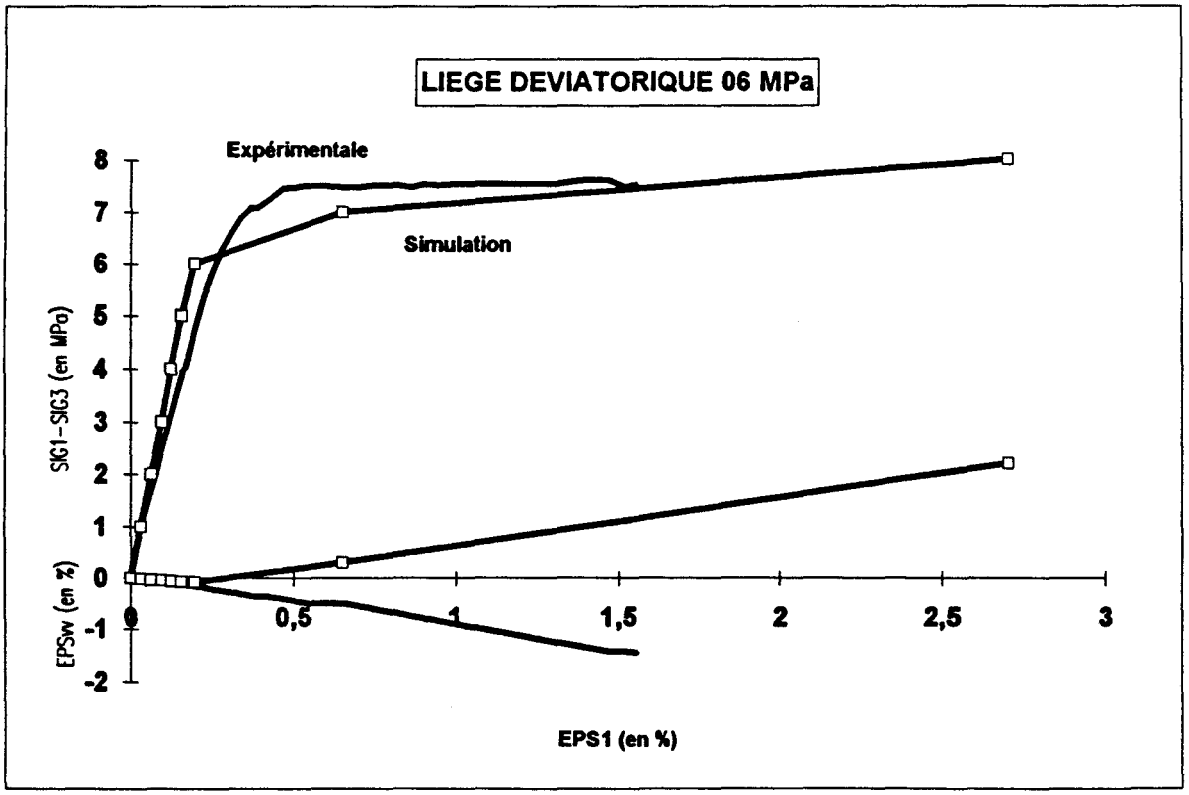

DANNES DEVIATORIQUE 22.5 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSv (en %)
EPS1 (en %)
50
40
30
20
10
0
-10
0
1
2
3
4
5

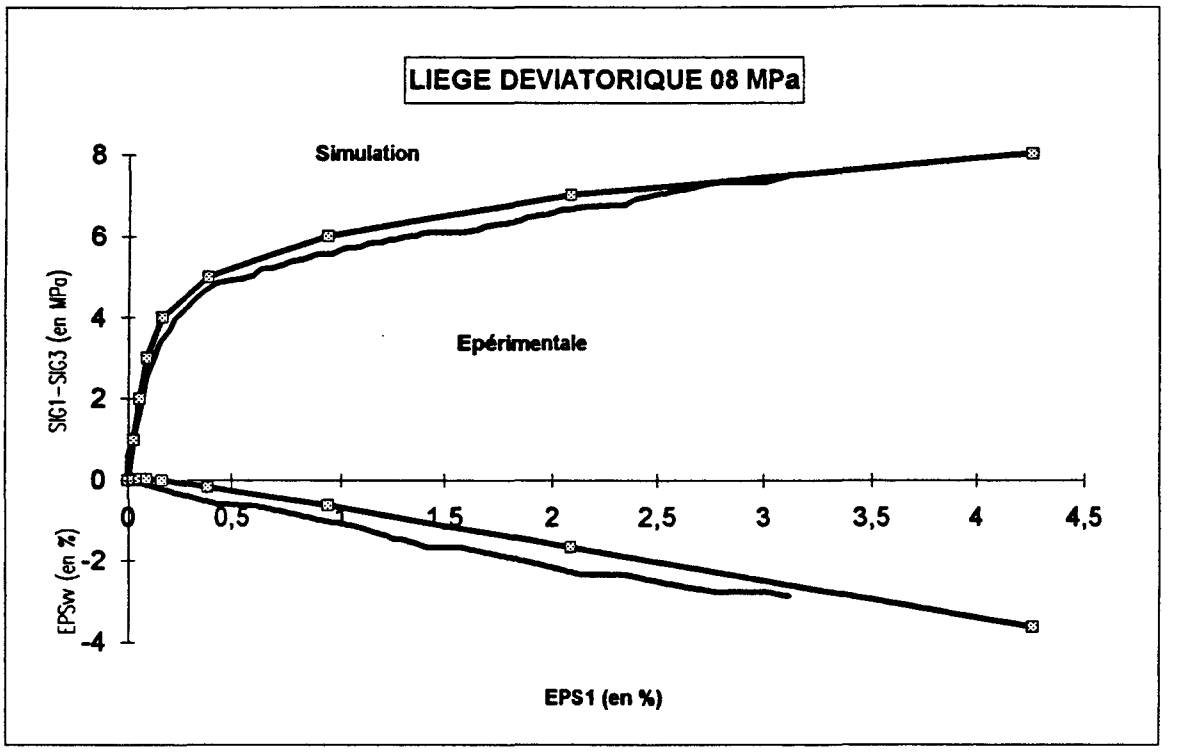

DANNES DEVIATORIQUE 30 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5
6

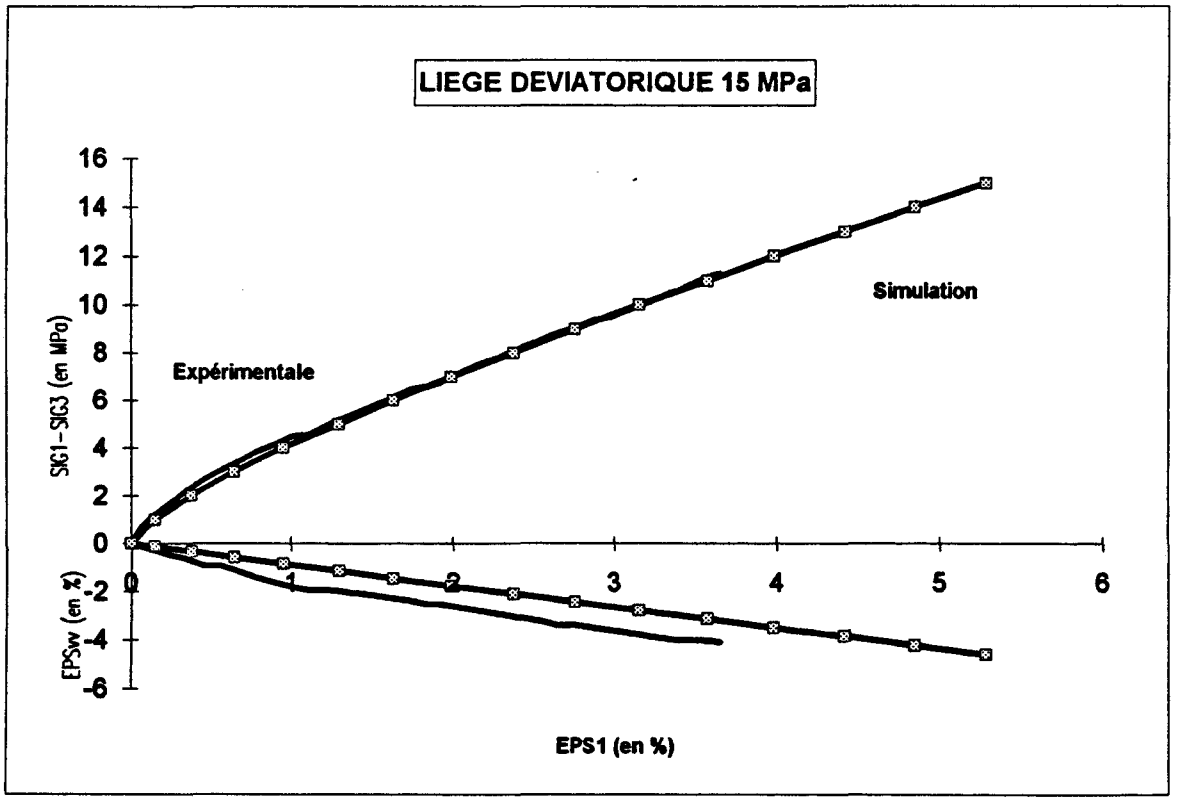

DANNES DEVIATORIQUE 36 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6
7

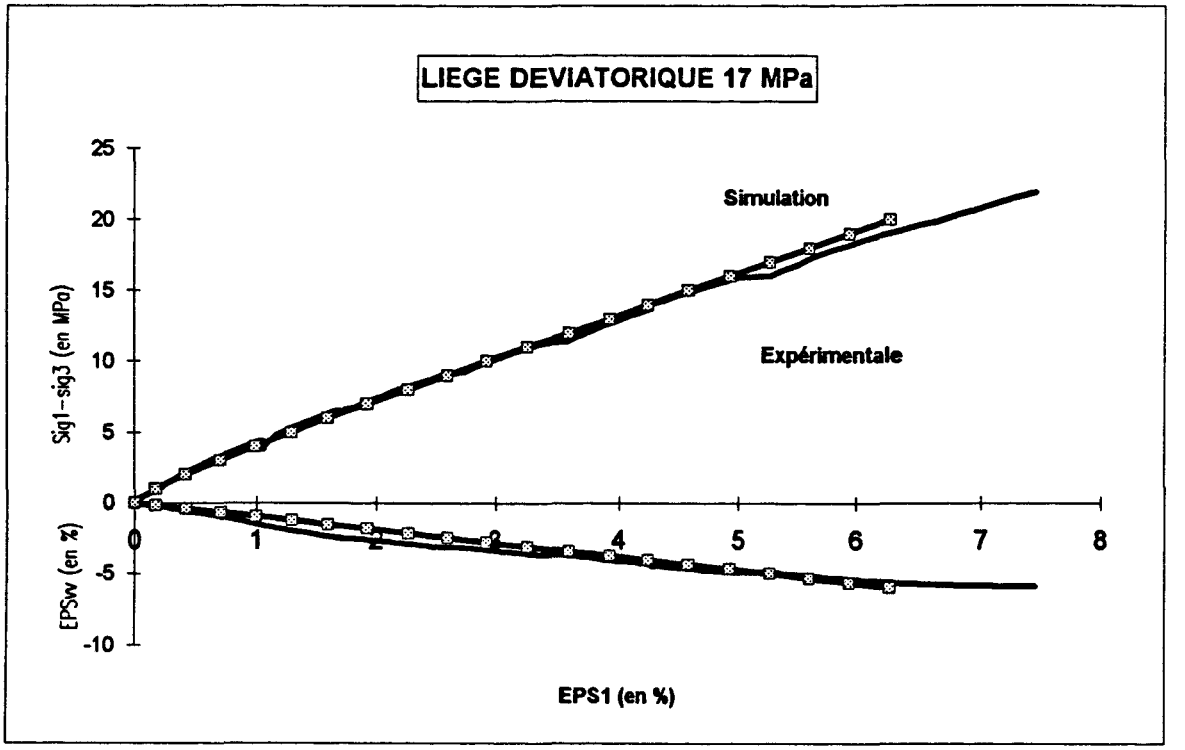

DANNES DEVIATORIQUE 45 MPa
50
40
30
20
10
0
-10
0
1
2
3
4
5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSw (en%)
EPS3 (en %)
Simulation
Expérimentale

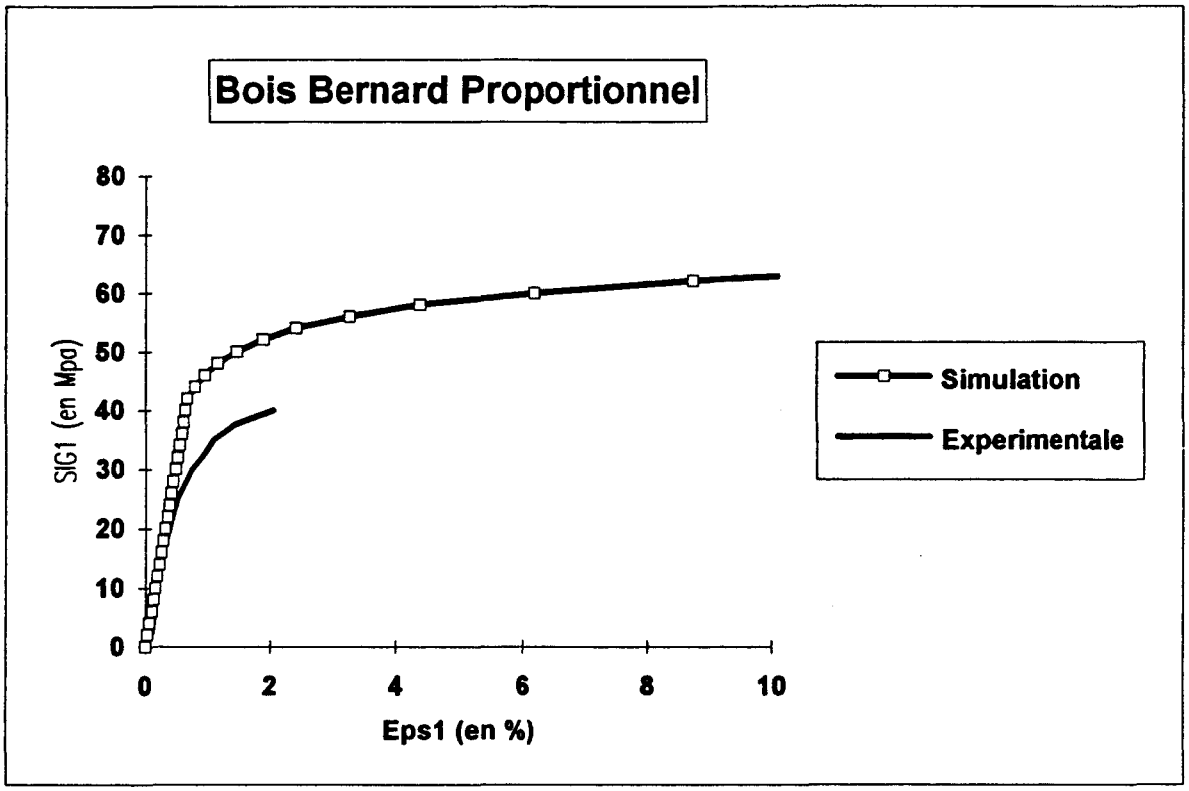

LIEGE DEVIATORIQUE 03 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6

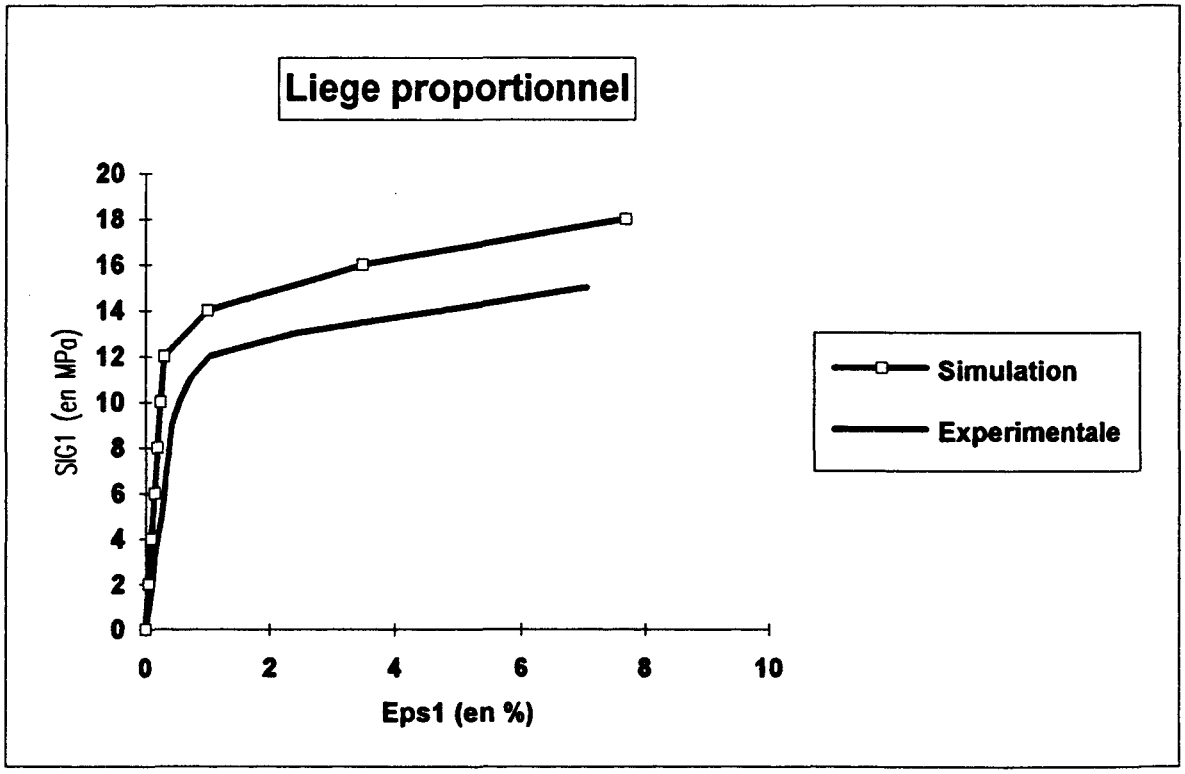

LIEGE DEVIATORIQUE 06 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3

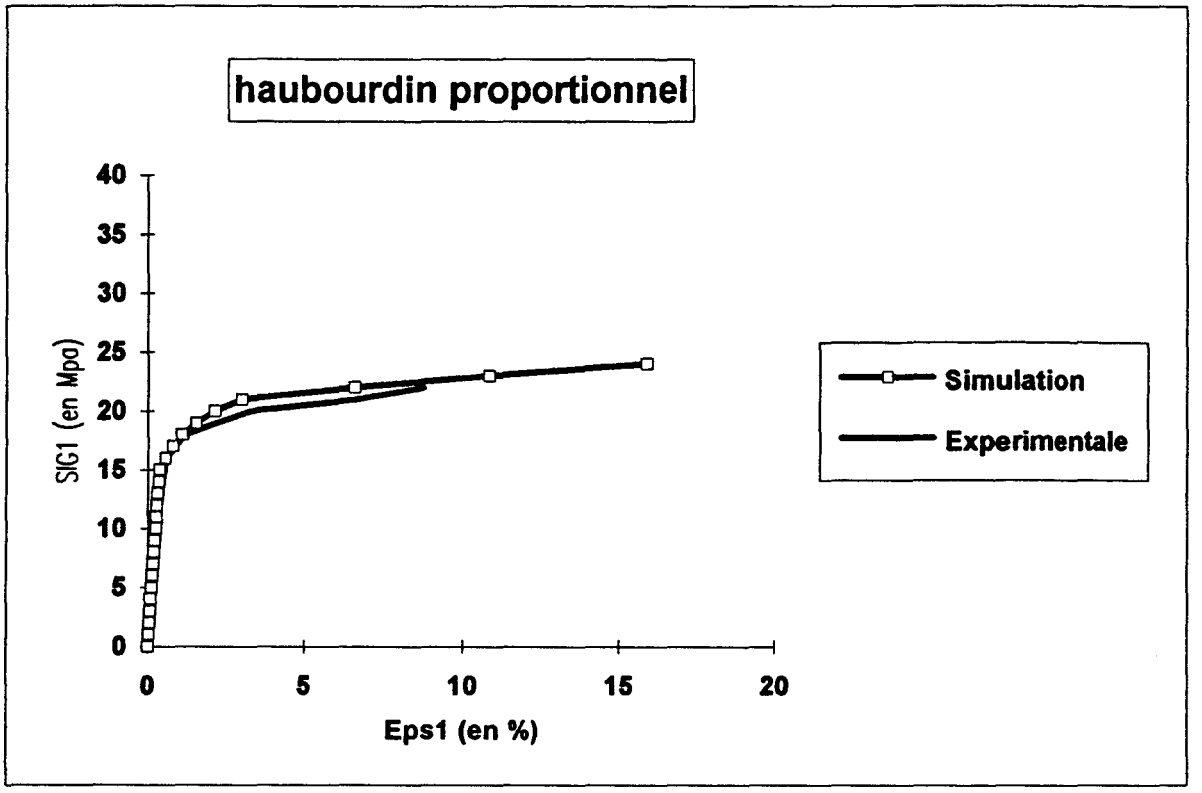

LIEGE DEVIATORIQUE 08 MPa
Simulation
Epérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
8
6
4
2
0
-2
-4
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5

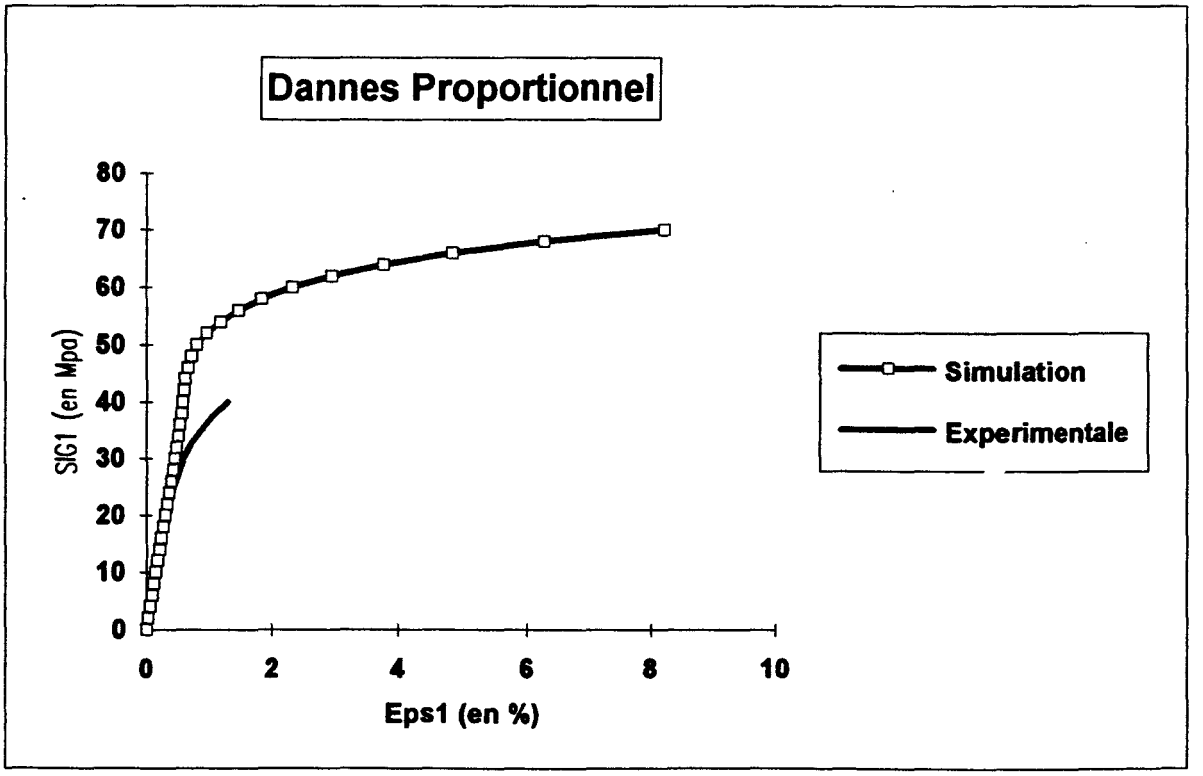

LIEGE DEVIATORIQUE 15 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
0
1
2
3
4
5
6

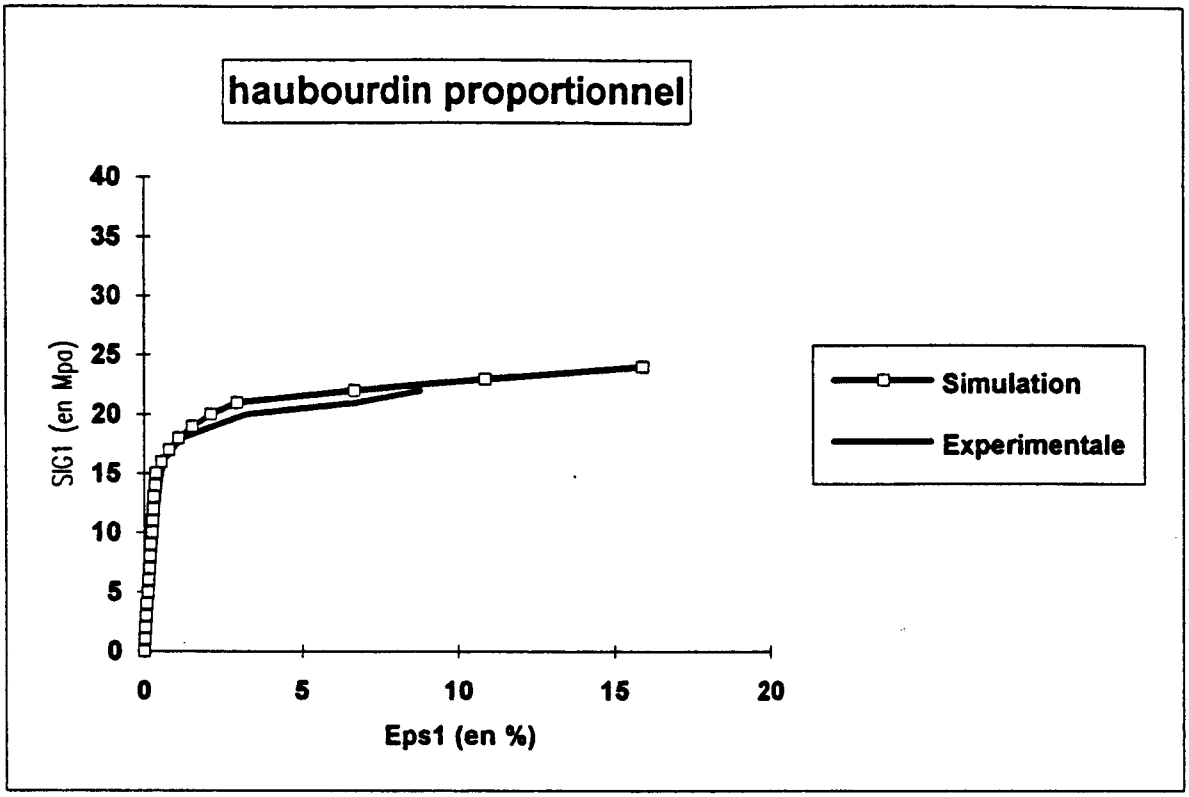

LIEGE DEVIATORIQUE 17 MPa
Simulation
Expérimentale
Sig1-sig3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
4
5
6
7
8

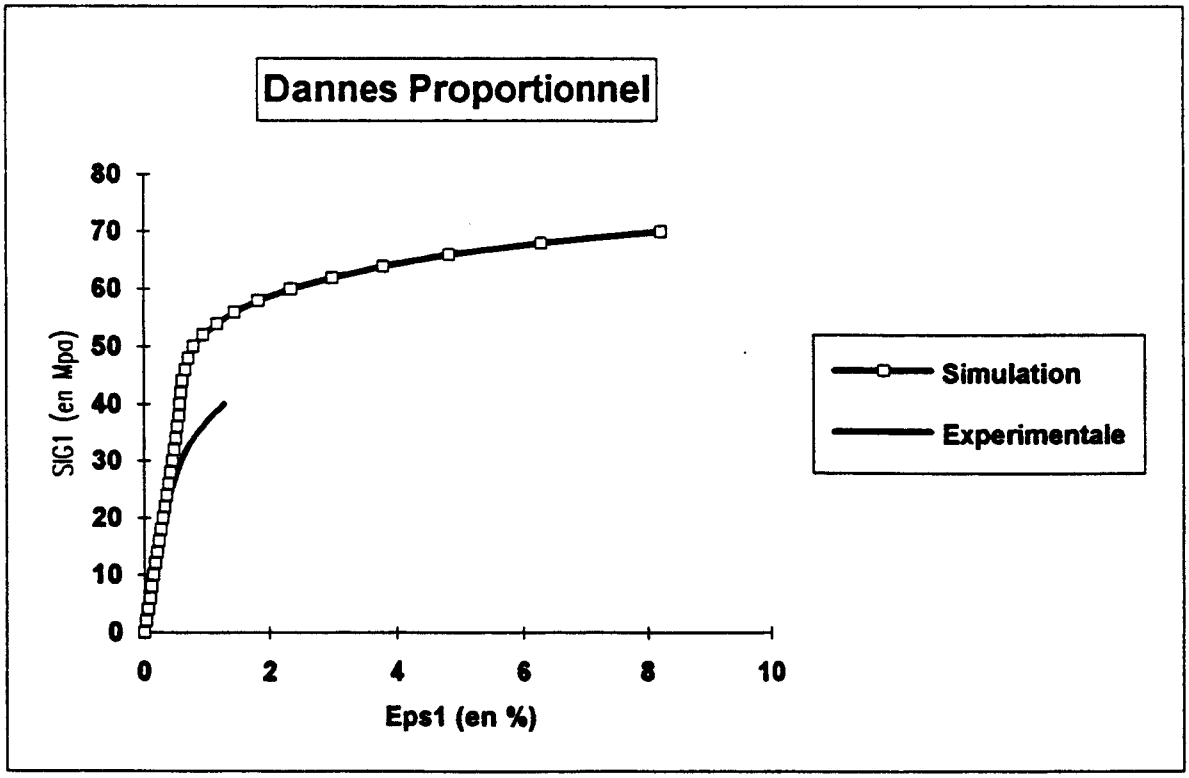

Bois Bernard Proportionnel
SIG1 (en Mpa)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
Eps1 (en %)
Simulation
Experimentale


Liege proportionnel
SIG1 (en MPa)
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0
2
4
6
8
10
Eps1 (en %)
Simulation
Experimentale


haubourdin proportionnel
SIG1 (en Mpa)
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
Eps1 (en %)
Simulation
Experimentale


Dannes Proportionnel
SIG1 (en Mpa)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
Eps1 (en %)
Simulation
Experimentale


haubourdin proportionnel
SIG1 (en Mpa)
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
Eps1 (en %)
Simulation
Experimentale


Dannes Proportionnel
SIG1 (en Mpa)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
Eps1 (en %)
Simulation
Experimentale

ANNEXE 7

MODELE DE DESAI

Annexe 7

MODELE DE DESAI

On considère que m vaut - 1/2 comme pour la plupart des géomatériaux et α est la fonction d'écrouissage.

Comme pour le modèle de Lade, on tient compte de la résistance à la traction du géomatériau et on réalise un changement de repère des contraintes principales.

$\sigma_i^* = \sigma_i + R$ avec $R = a\,Pa$ $i = 1, 2, 3$

où,

- a représente dans le système d'unités, la résistance à la traction définie par l'essai brésilien par exemple,

- Pa : la pression atmosphérique.

Les 3 invariants s'écrivent alors :

$$J_1^* = \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^*$$

$$J_{2D}^* = 1/6\left[(\sigma_1^* - \sigma_2^*)^2 + (\sigma_1^* - \sigma_3^*)^2 + (\sigma_2^* - \sigma_3^*)^2\right]$$

$$J_3^* = 1/3\left(\sigma_1^{*3} + \sigma_2^{*3} + \sigma_3^{*3}\right)$$

$$J_{3D} = J_3^* = \frac{2}{3} J_1^* J_{2D}^* - \frac{1}{27} J_1^{*3}$$

On considère que β est une fonction de J_1 définie par :

$$\beta = \beta_o \, e^{-\beta_1 J_1}$$

où β_o et β_1 sont des constantes matérielles avec :

$$\begin{cases} \beta \to \beta_0 \text{ si } J_1 \to 0 \\ \beta \to 0 \quad \text{si } J_1 \to \infty \end{cases}$$

Le paramètre n est relatif au changement de phase volumique.

La fonction α est la fonction d'écrouissage définie par un seul paramètre ζ qui est la trajectoire des déformations plastiques $d\varepsilon_{ij}^P$

$$\zeta = \int \left(d\varepsilon_{ij}^P \, d\varepsilon_{ij}^P \right)^{1/2}$$

Ce paramètre ζ se décompose en 2 parties déviatorique ζ_D et volumétrique ζ_V

$$\zeta_D = \int \left(d\varepsilon_{ij}^P \, d\varepsilon_{ij}^P \right)^{1/2}$$

$$\zeta_V = \frac{1}{\sqrt{3}} \int d\varepsilon_{kk}^P$$

de_{ij}^P est l'incrément de déformation plastique déviatorique.

2 expressions de α sont proposées :

. $\alpha = b_1 \, e^{-b_2 \zeta (1-A)}$

avec $A = \zeta_D / (b_3 + b_4 \, \zeta_D)$

. $\alpha = \dfrac{a_1}{\zeta \eta_1}$ expression simplifiée que l'on peut utiliser si la composante hydrostatique du chargement a peu d'influence sur l'écrouissage et le comportement du matériau.

Annexe 7

MODELE DE DESAI

On considère que m vaut - 1/2 comme pour la plupart des géomatériaux et α est la fonction d'écrouissage.

Comme pour le modèle de Lade, on tient compte de la résistance à la traction du géomatériau et on réalise un changement de repère des contraintes principales.

$\sigma_i^* = \sigma_i + R$ avec $R = a\,Pa$ $i = 1, 2, 3$

où,

- a représente dans le système d'unités, la résistance à la traction définie par l'essai brésilien par exemple,

- Pa : la pression atmosphérique.

Les 3 invariants s'écrivent alors :

$$J_1^* = \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^*$$

$$J_{2D}^* = 1/6\left[(\sigma_1^* - \sigma_2^*)^2 + (\sigma_1^* - \sigma_3^*)^2 + (\sigma_2^* - \sigma_3^*)^2\right]$$

$$J_3^* = 1/3\left(\sigma_1^{*3} + \sigma_2^{*3} + \sigma_3^{*3}\right)$$

$$J_{3D} = J_3^* = \frac{2}{3} J_1^* J_{2D}^* - \frac{1}{27} J_1^{*3}$$

On considère que β est une fonction de J_1 définie par :

$$\beta = \beta_0 \, e^{-\beta_1 J_1}$$

où β_0 et β_1 sont des constantes matérielles avec :

$$\begin{cases} \beta \to \beta_0 \text{ si } J_1 \to 0 \\ \beta \to 0 \text{ si } J_1 \to \infty \end{cases}$$

Le paramètre n est relatif au changement de phase volumique.

La fonction α est la fonction d'écrouissage définie par un seul paramètre ζ qui est la trajectoire des déformations plastiques $d\varepsilon_{ij}^P$

$$\zeta = \int \left(d\varepsilon_{ij}^P \, d\varepsilon_{ij}^P \right)^{1/2}$$

Ce paramètre ζ se décompose en 2 parties déviatorique ζ_D et volumétrique ζ_V

$$\zeta_D = \int \left(d\varepsilon_{ij}^P \, d\varepsilon_{ij}^P \right)^{1/2}$$

$$\zeta_V = \frac{1}{\sqrt{3}} \int d\varepsilon_{kk}^P$$

de_{ij}^P est l'incrément de déformation plastique déviatorique.

2 expressions de α sont proposées :

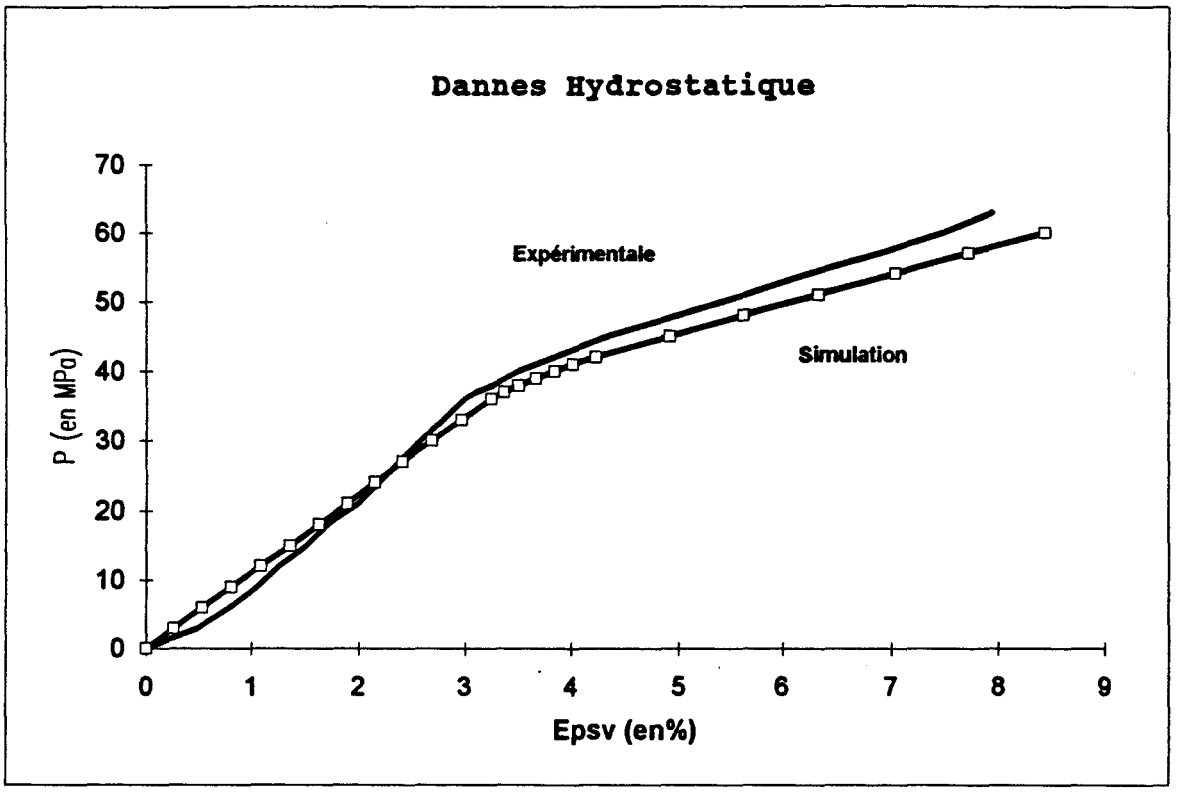
. $\alpha = b_1 \, e^{-b_2 \zeta (1-A)}$

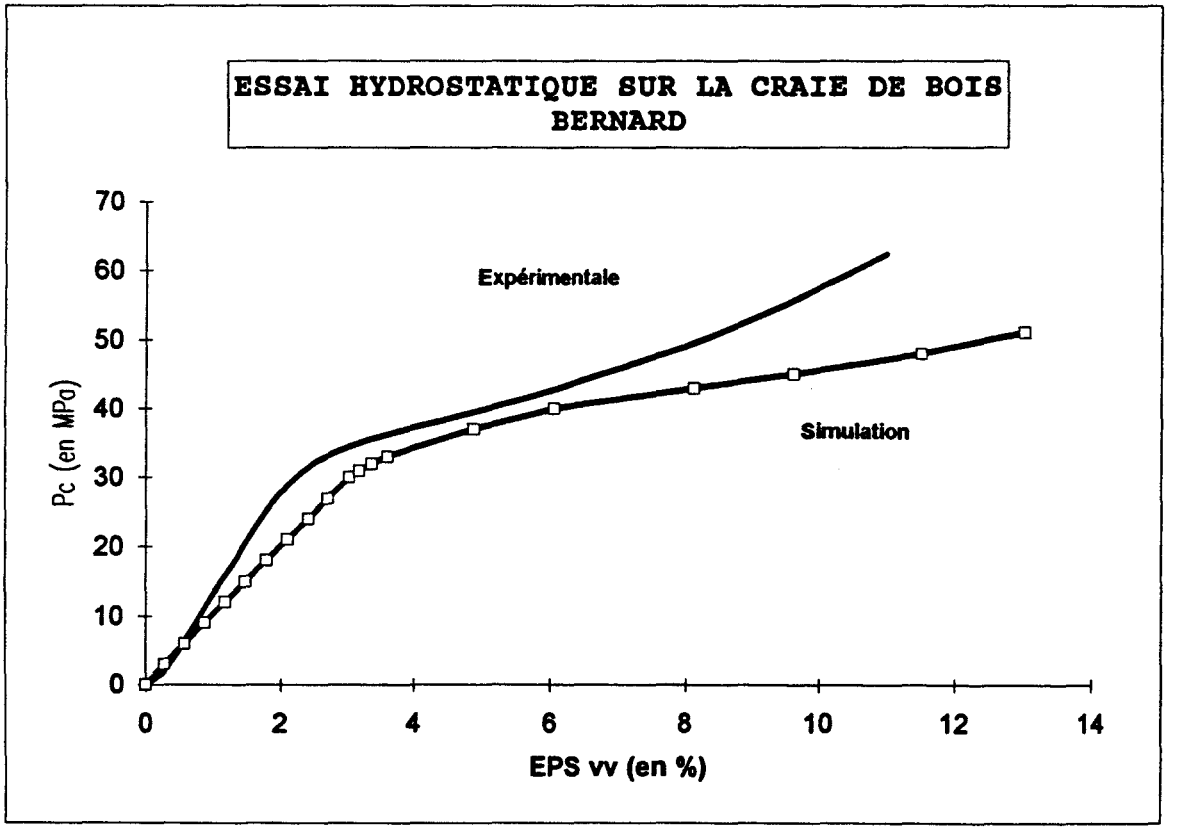
avec $A = \zeta_D / (b_3 + b_4 \, \zeta_D)$

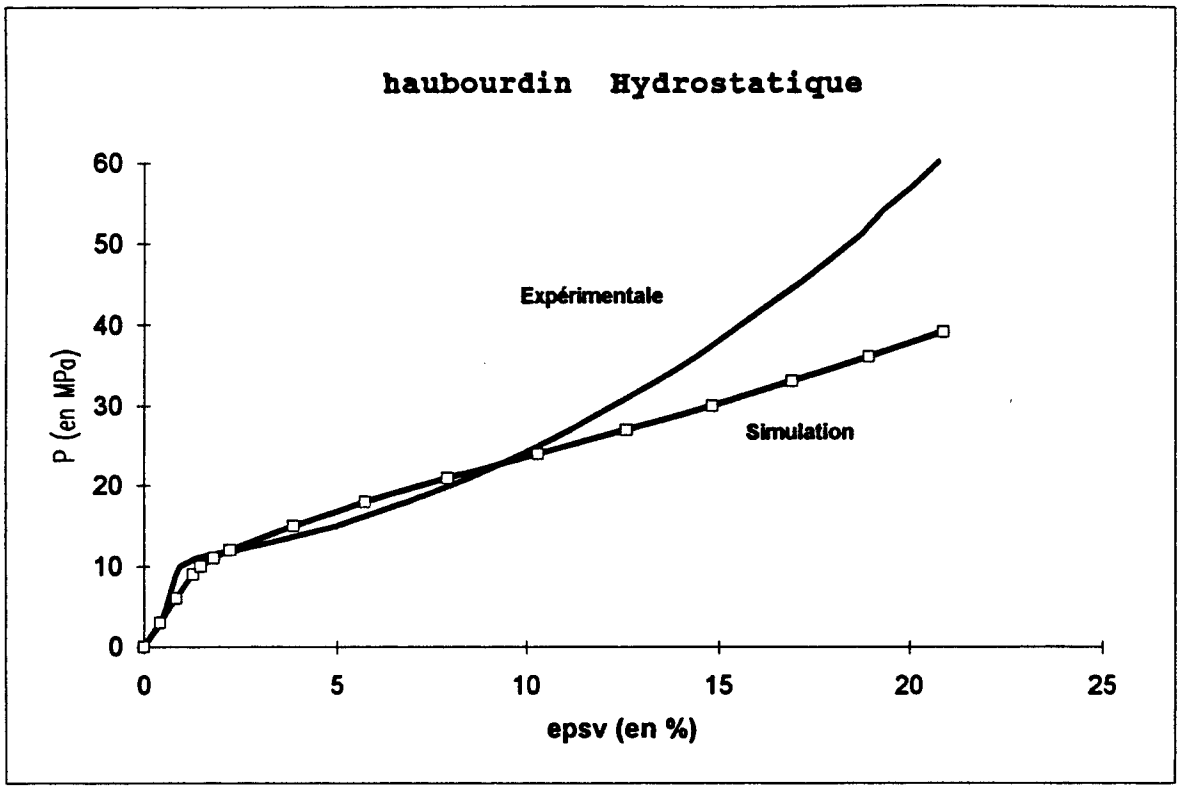
. $\alpha = \dfrac{a_1}{\zeta \eta_1}$ expression simplifiée que l'on peut utiliser si la composante hydrostatique du chargement a peu d'influence sur l'écrouissage et le comportement du matériau.

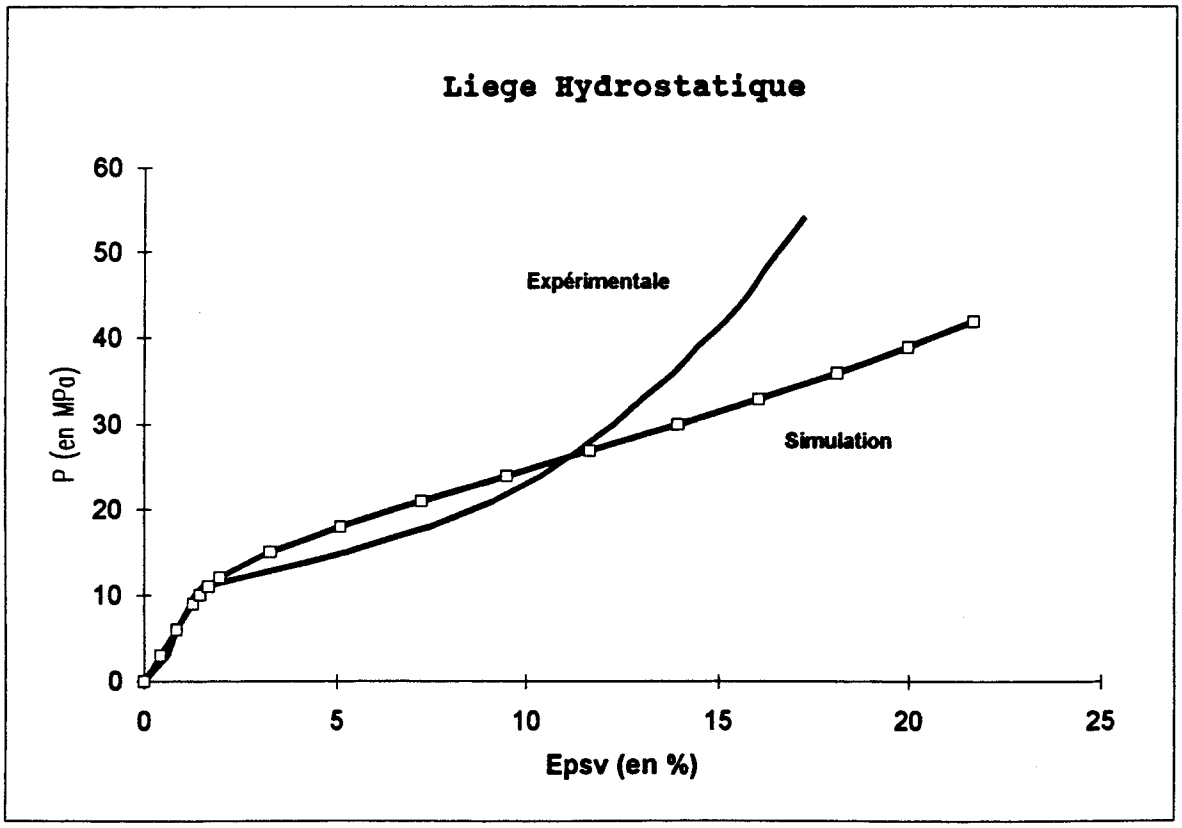
ANNEXE 8

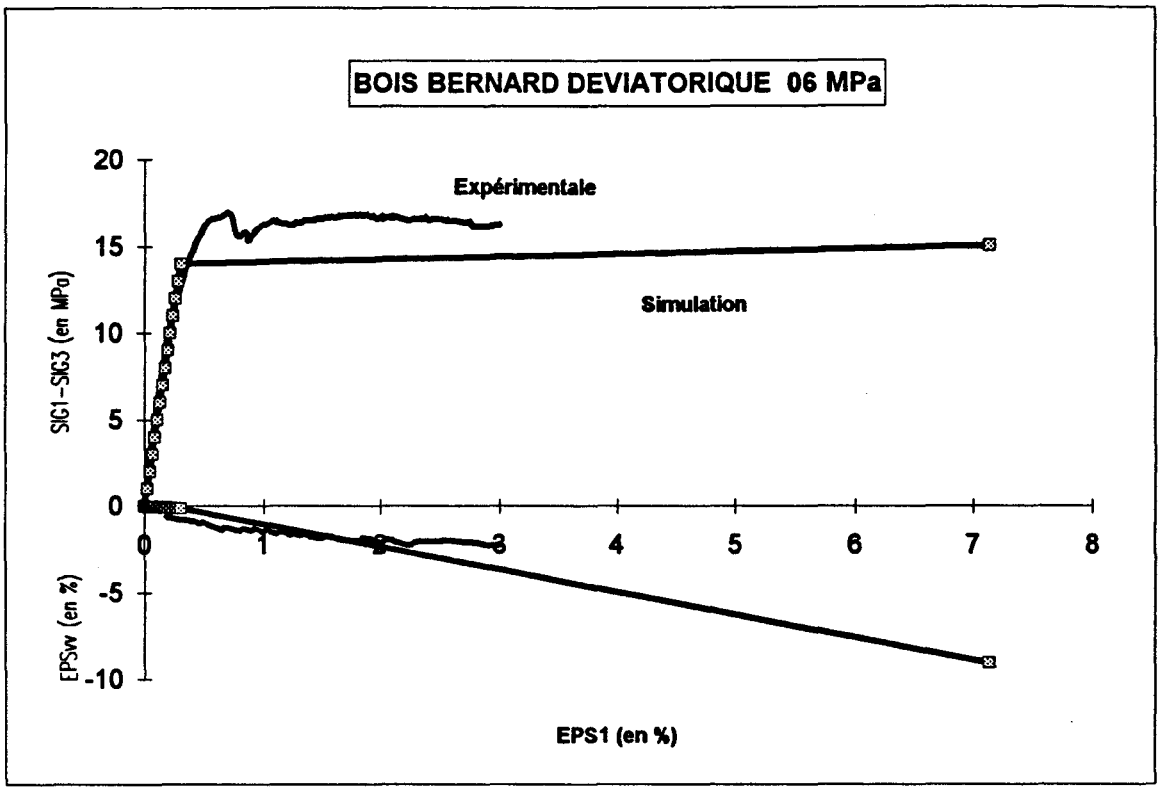
SIMULATION DESAI

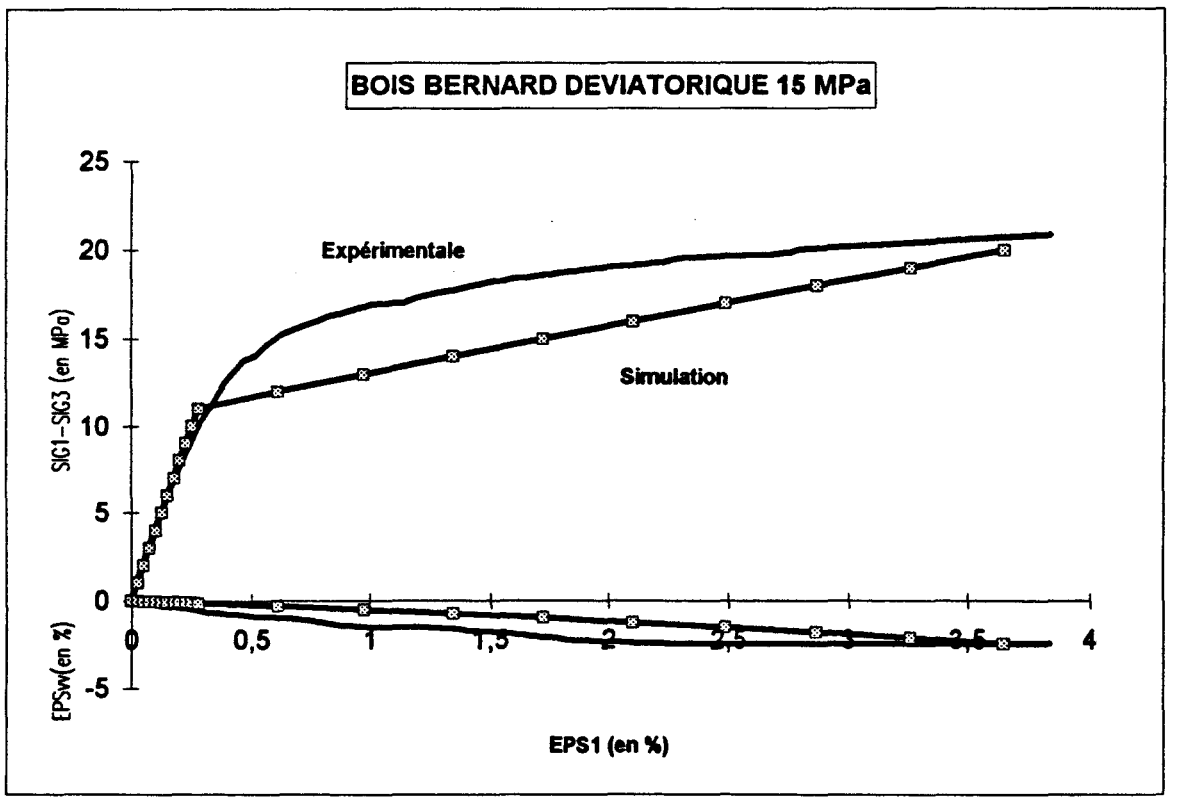

Dannes Hydrostatique
70
60
50
40
30
20
10
0
P (en MPa)
Expérimentale
Simulation
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Epsv (en%)

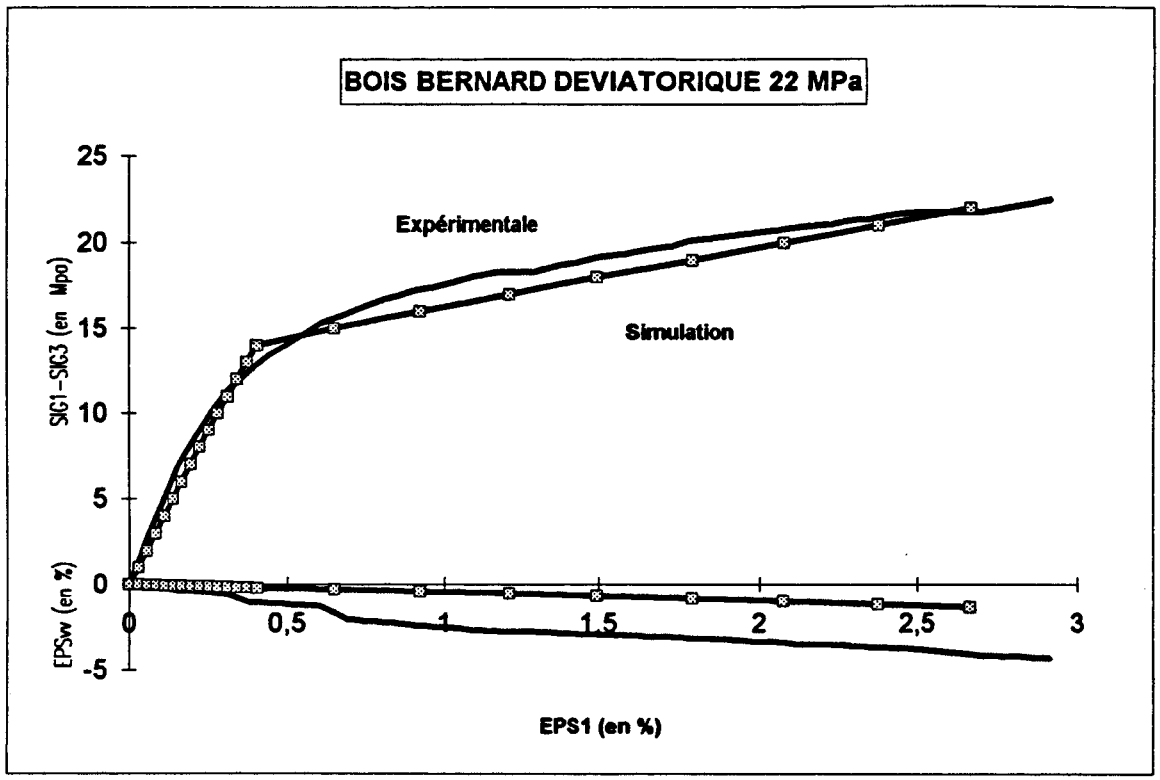

ESSAI HYDROSTATIQUE SUR LA CRAIE DE BOIS BERNARD
70
60
50
40
30
20
10
0
Pc (en MPa)
Expérimentale
Simulation
0
2
4
6
8
10
12
14
EPS vv (en %)

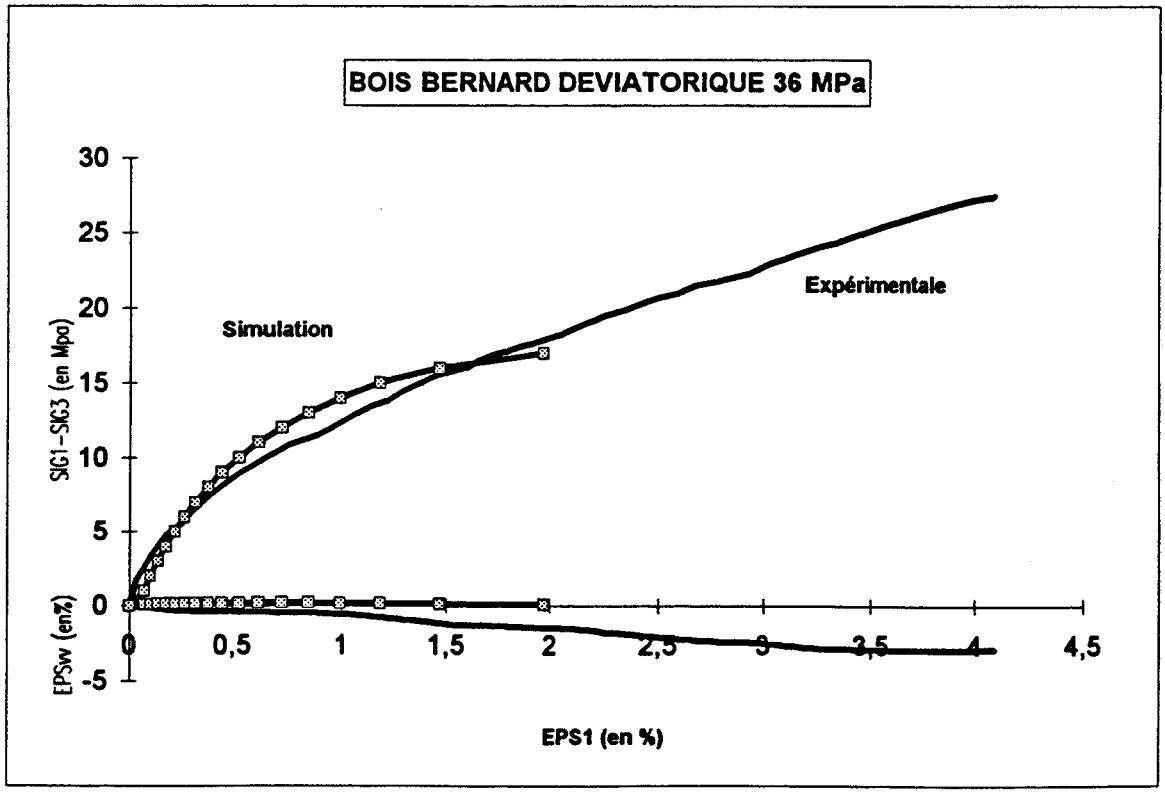

haubourdin Hydrostatique
60
50
40
30
20
10
0
P (en MPa)
Expérimentale
Simulation
0
5
10
15
20
25
epsv (en %)

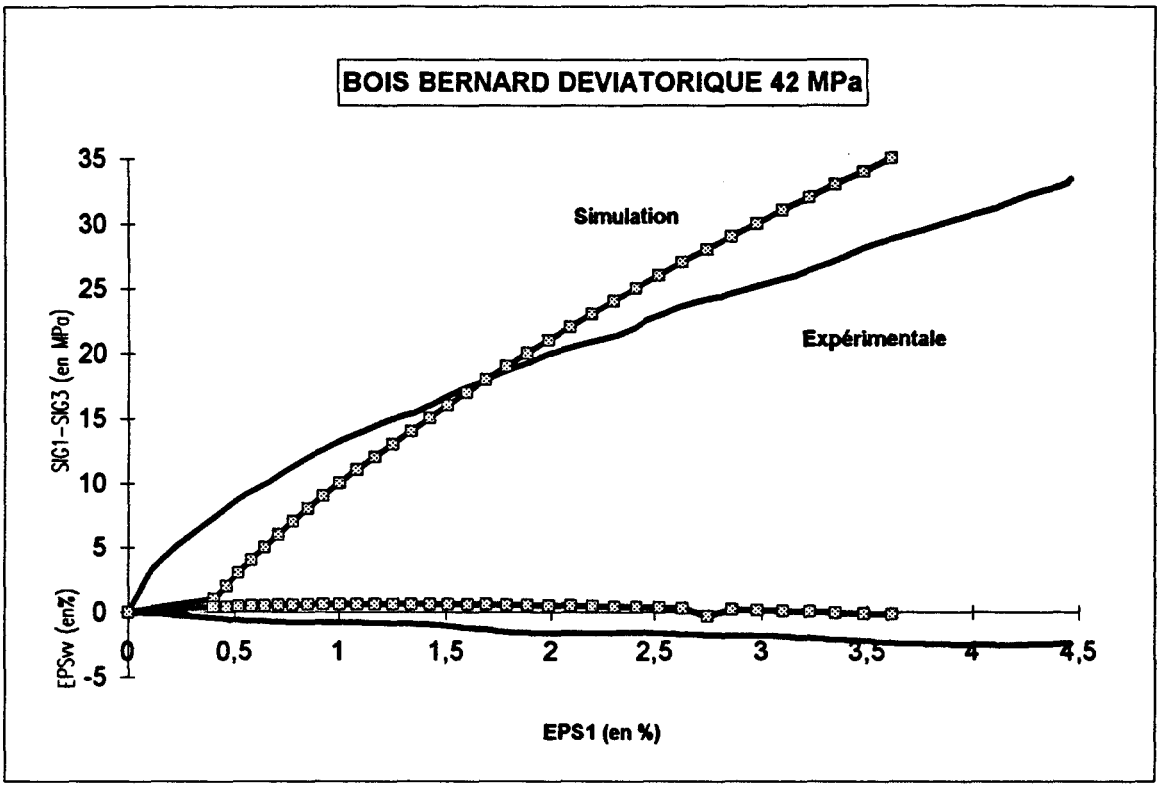

Liege Hydrostatique
60
50
40
30
20
10
0
P (en MPa)
Expérimentale
Simulation
0
5
10
15
20
25
Epsv (en %)

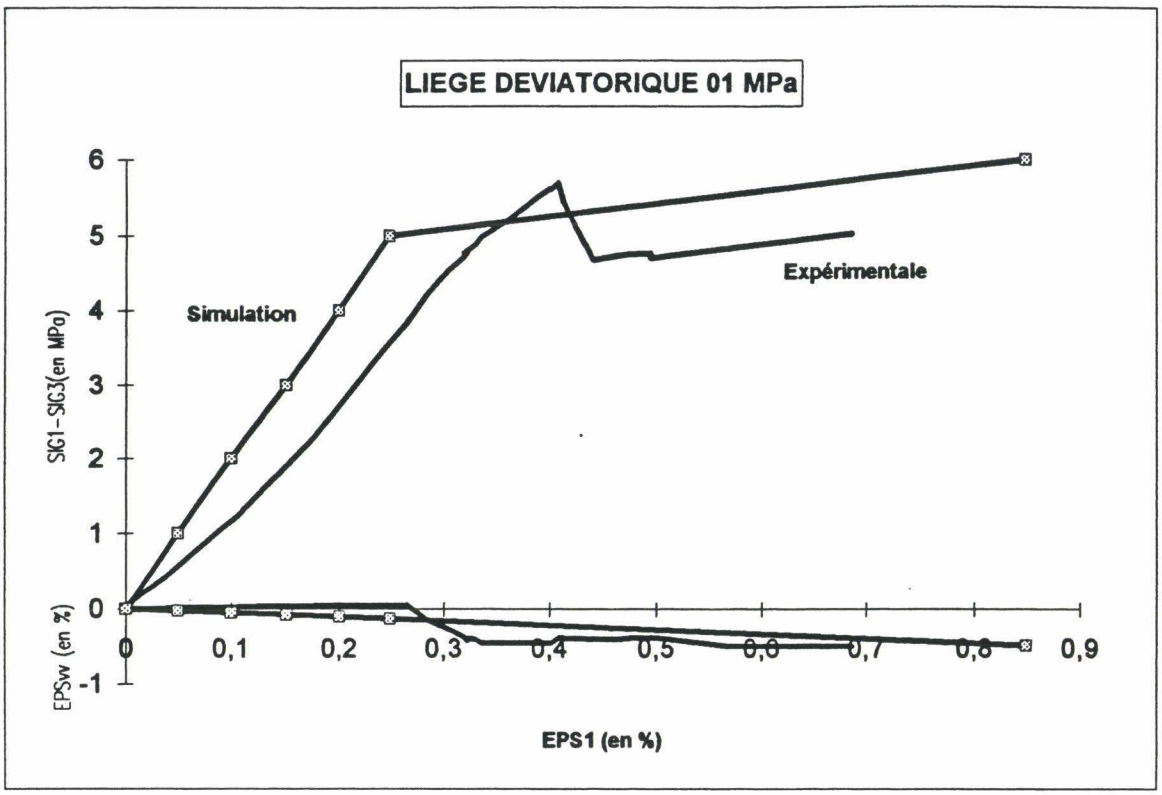

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 06 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6
7
8

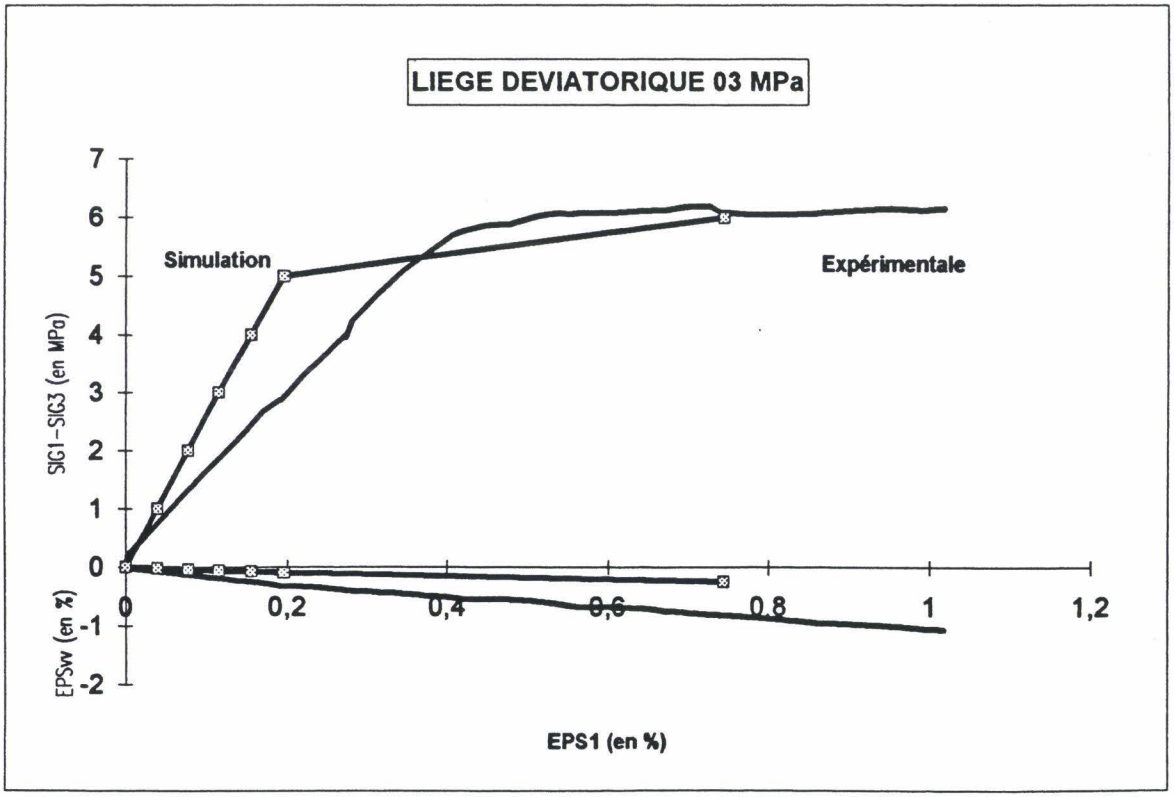

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 15 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv(en %)
EPS1 (en %)
25
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4

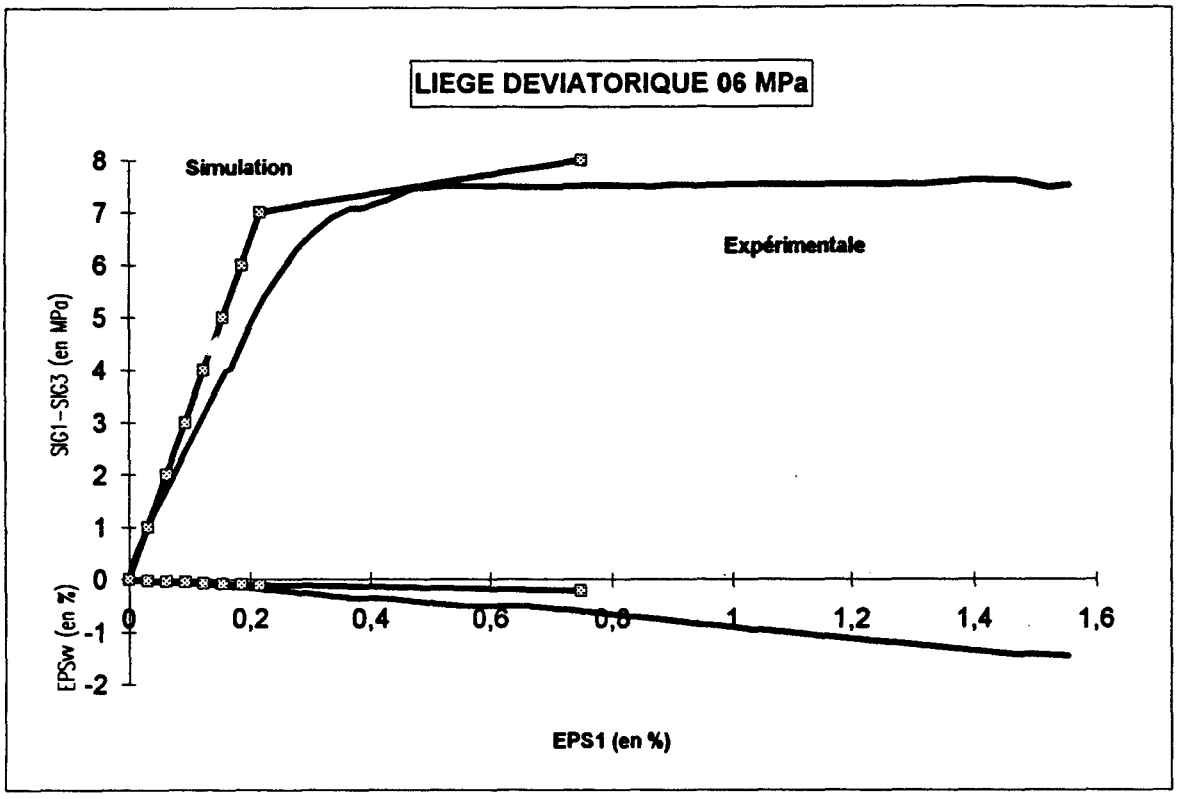

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 22 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en Mpa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
25
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3

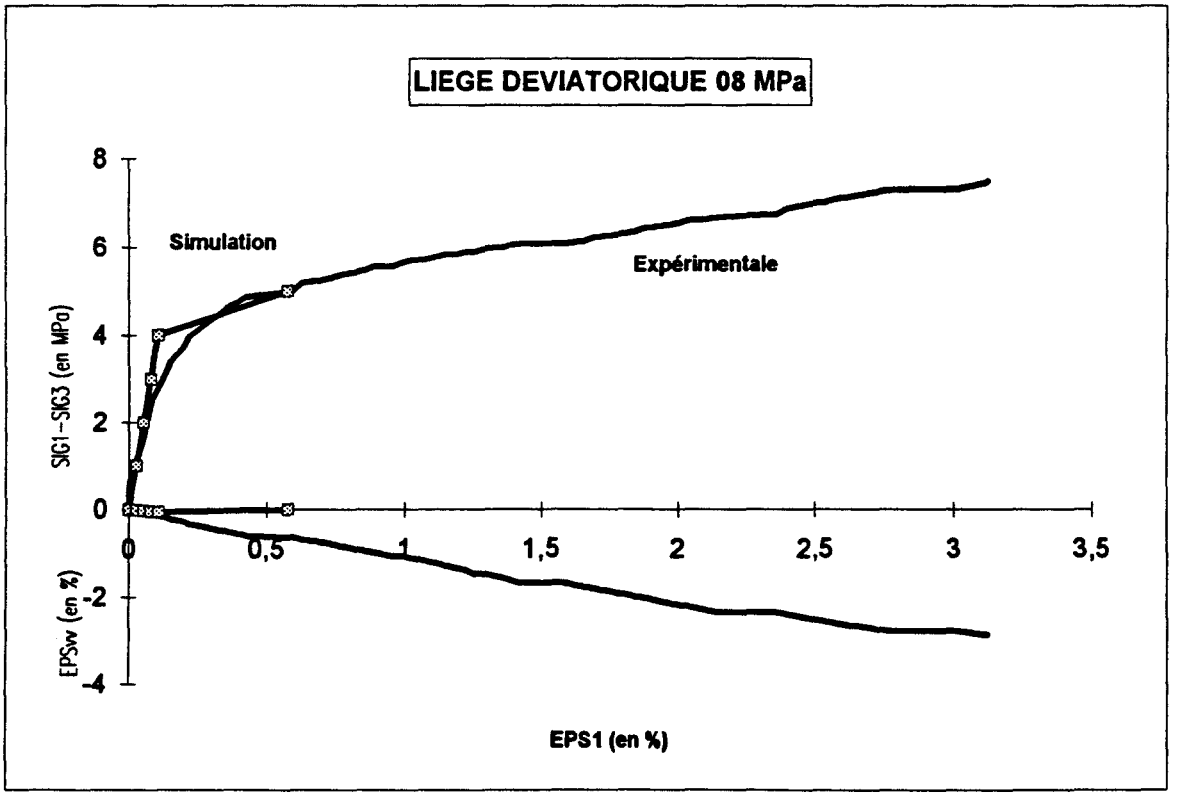

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 36 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en Mpa)
EPSvv (en%)
EPS1 (en %)
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5

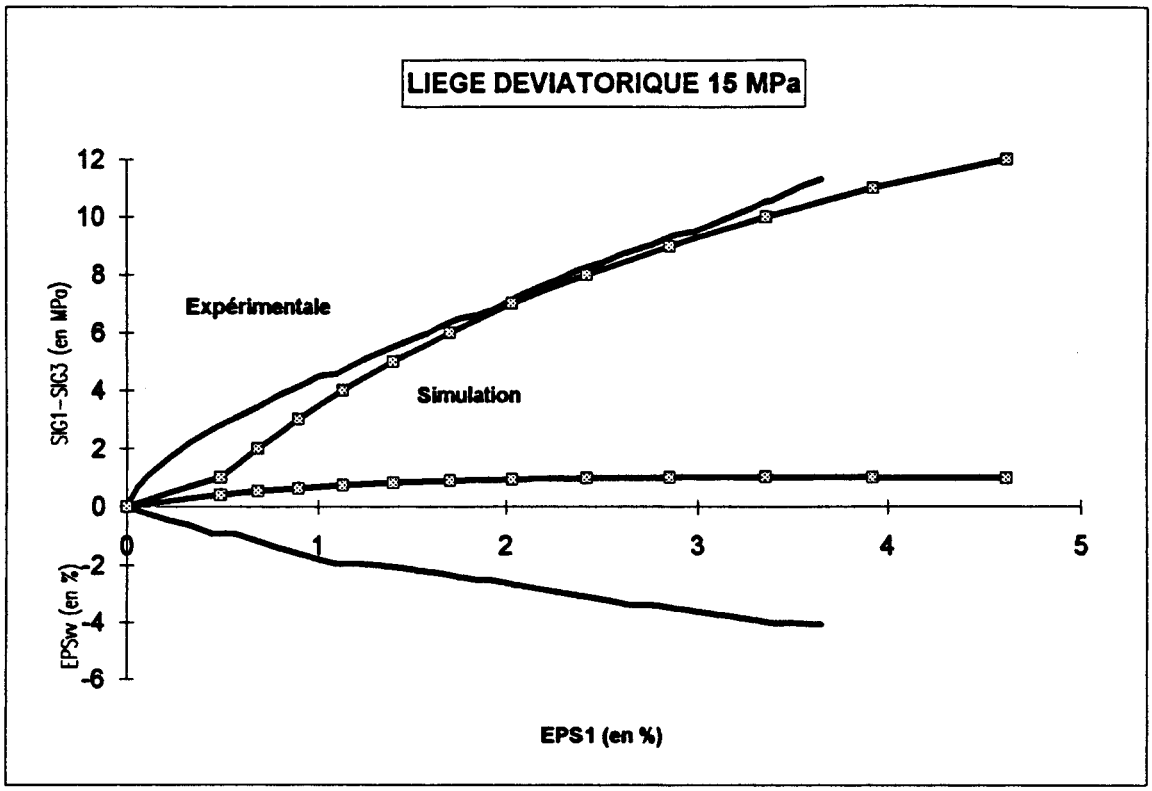

BOIS BERNARD DEVIATORIQUE 42 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSv (en%)
EPS1 (en %)
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5

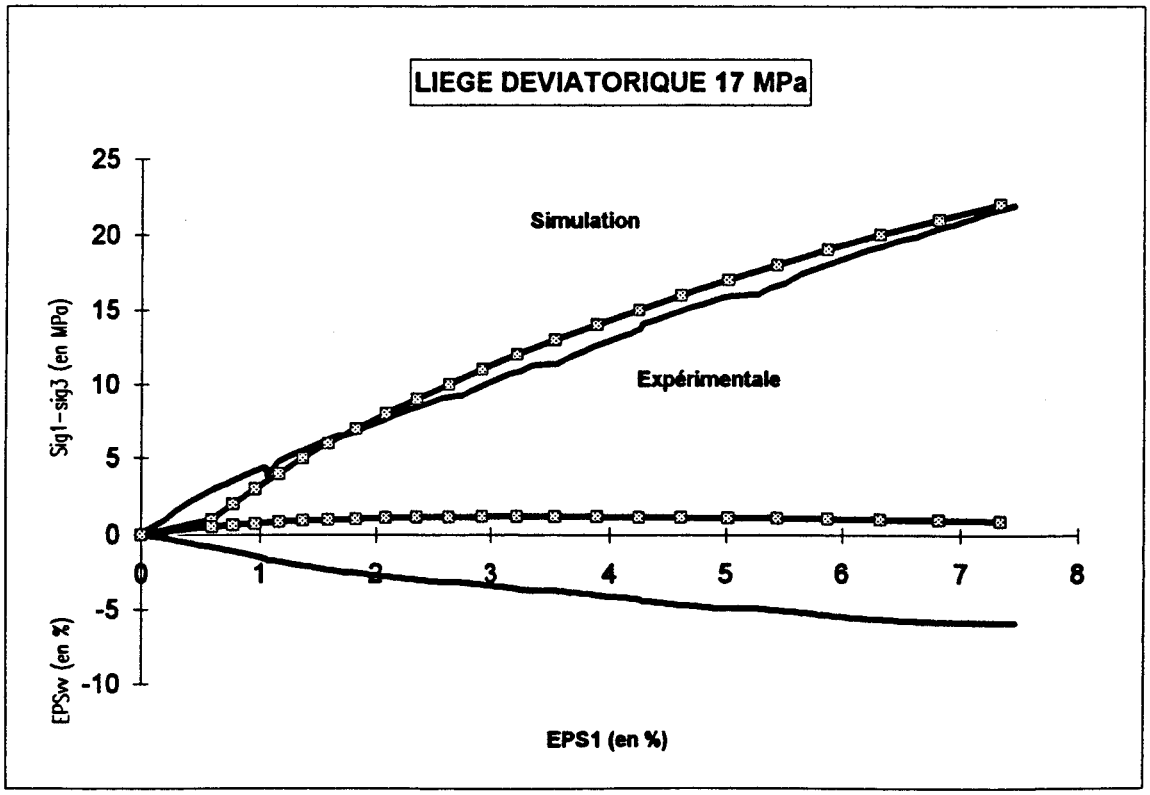

LIEGE DEVIATORIQUE 01 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3(en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
6
5
4
3
2
1
0
-1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9

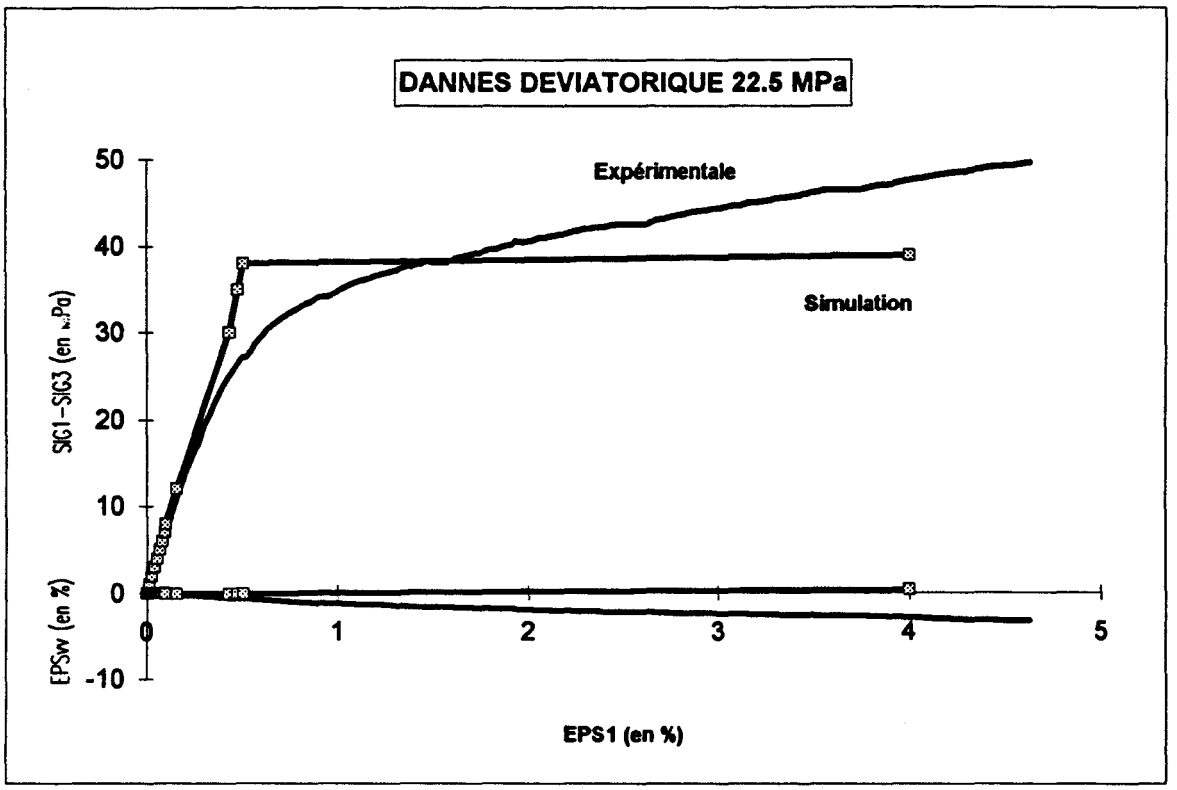

LIEGE DEVIATORIQUE 03 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2

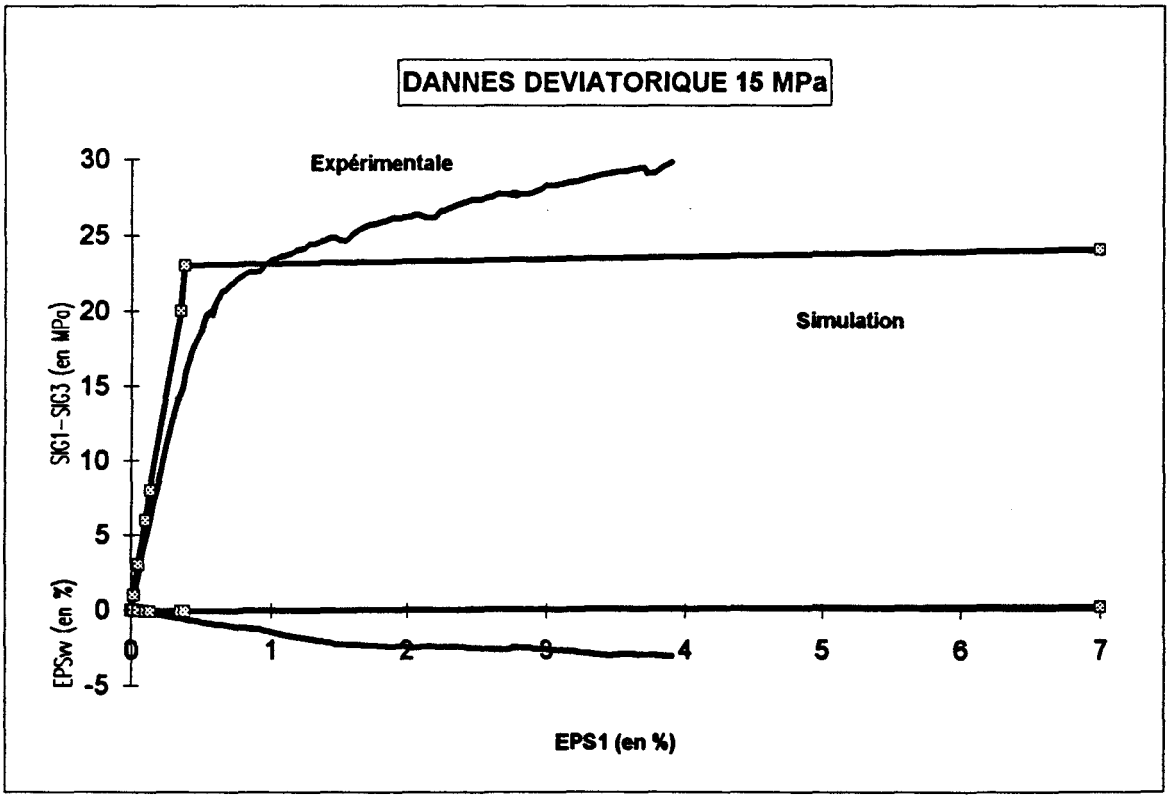

LIEGE DEVIATORIQUE 06 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6

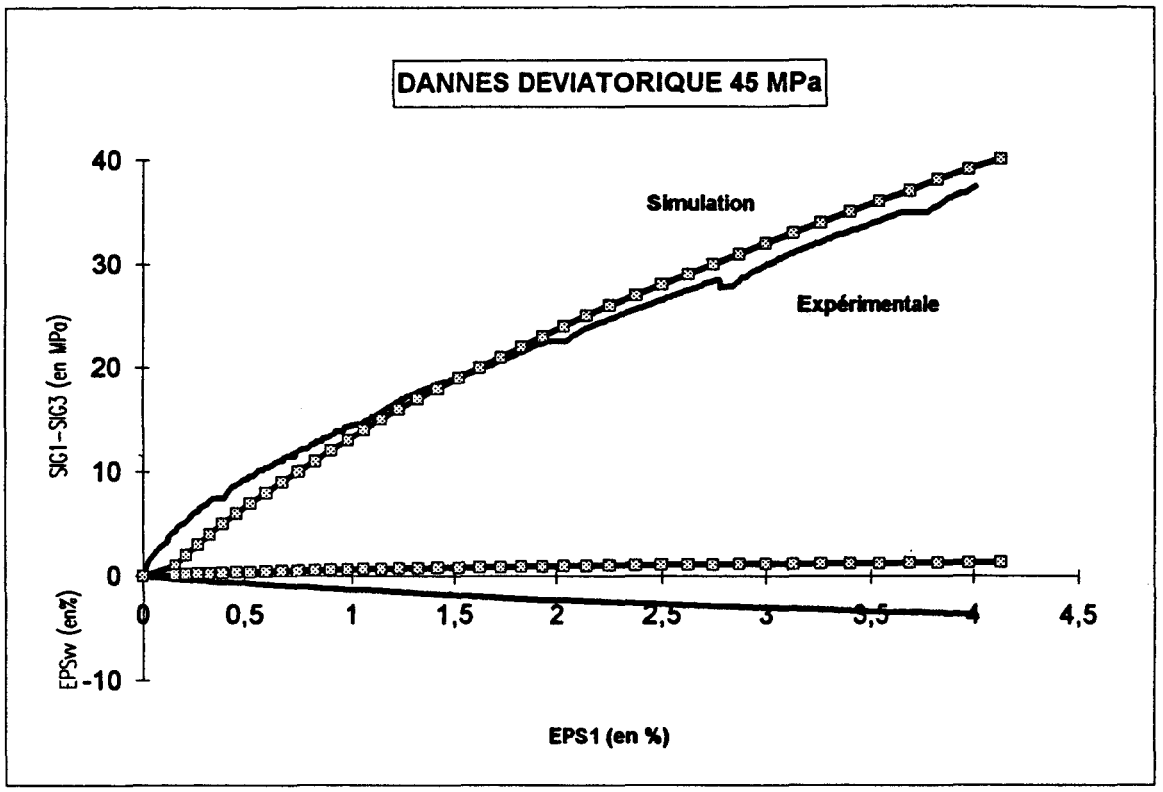

LIEGE DEVIATORIQUE 08 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
8
6
4
2
0
-2
-4
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5

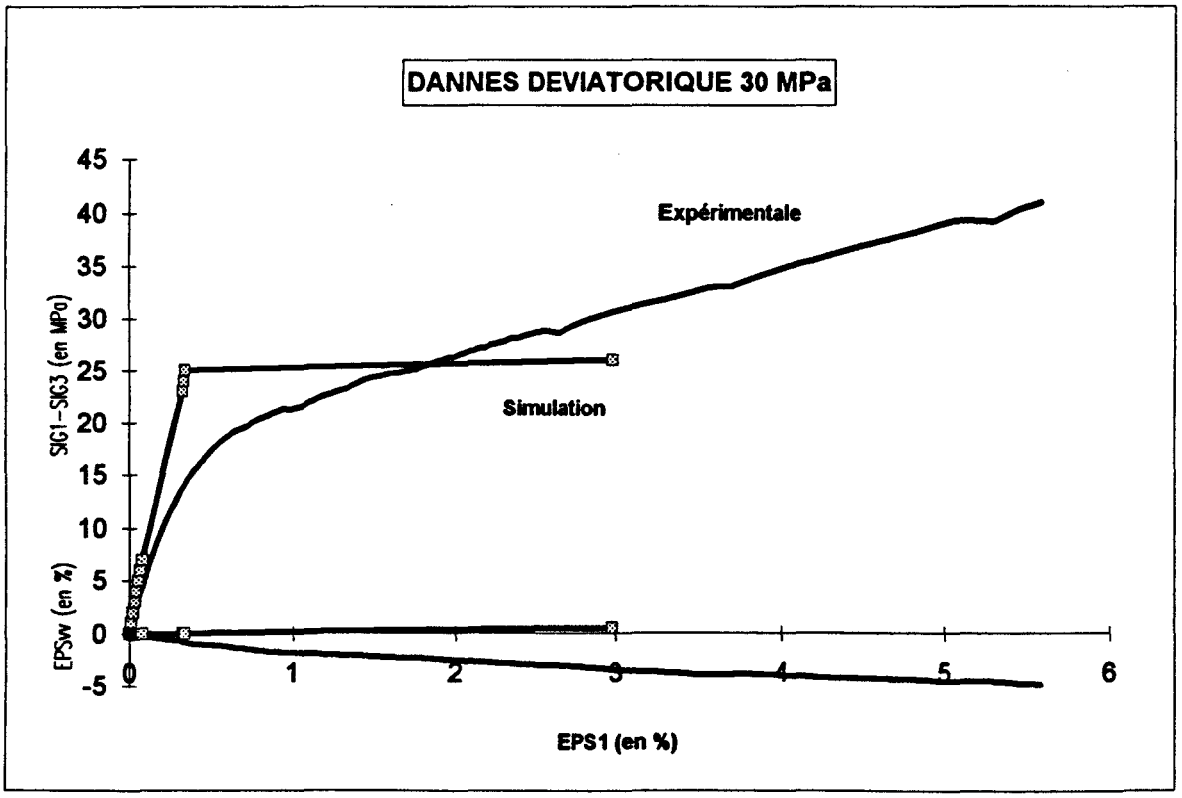

LIEGE DEVIATORIQUE 15 MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
Expérimentale
Simulation
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
0
1
2
3
4
5

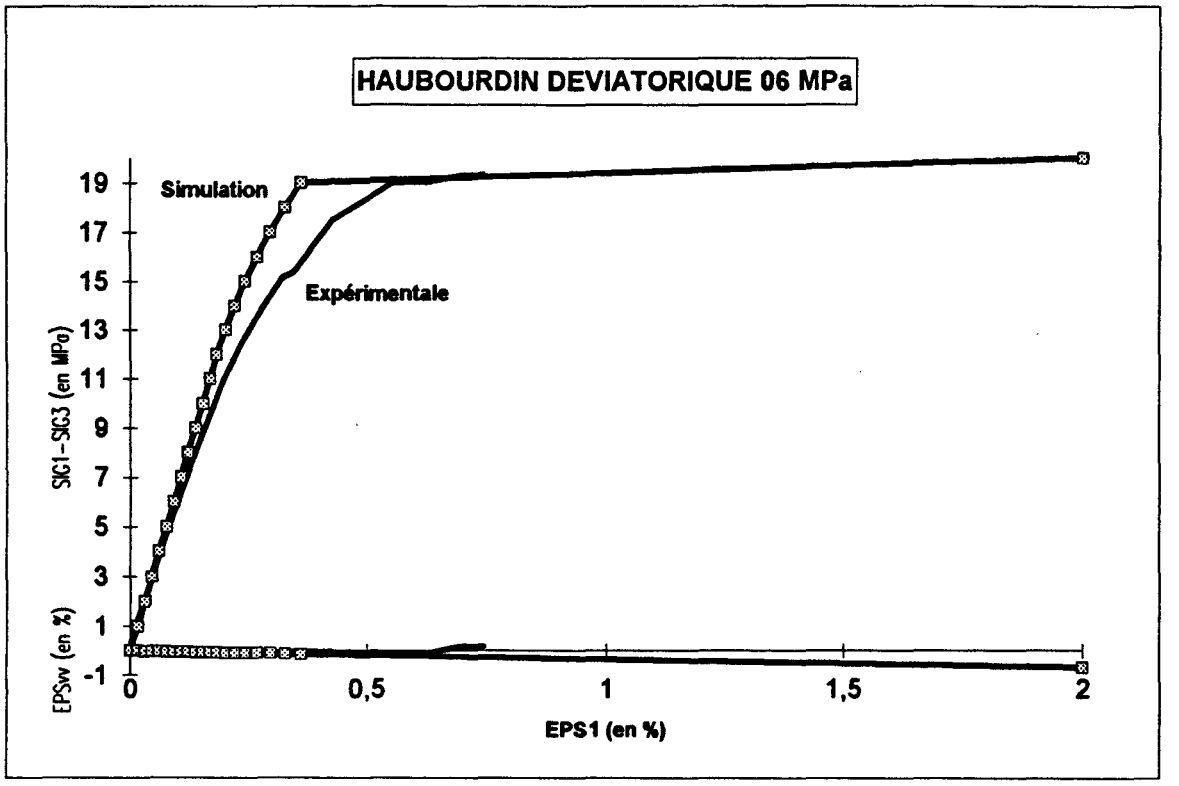

LIEGE DEVIATORIQUE 17 MPa
Sig1-sig3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
Simulation
Expérimentale
25
20
15
10
5
0
-5
-10
0
1
2
3
4
5
6
7
8

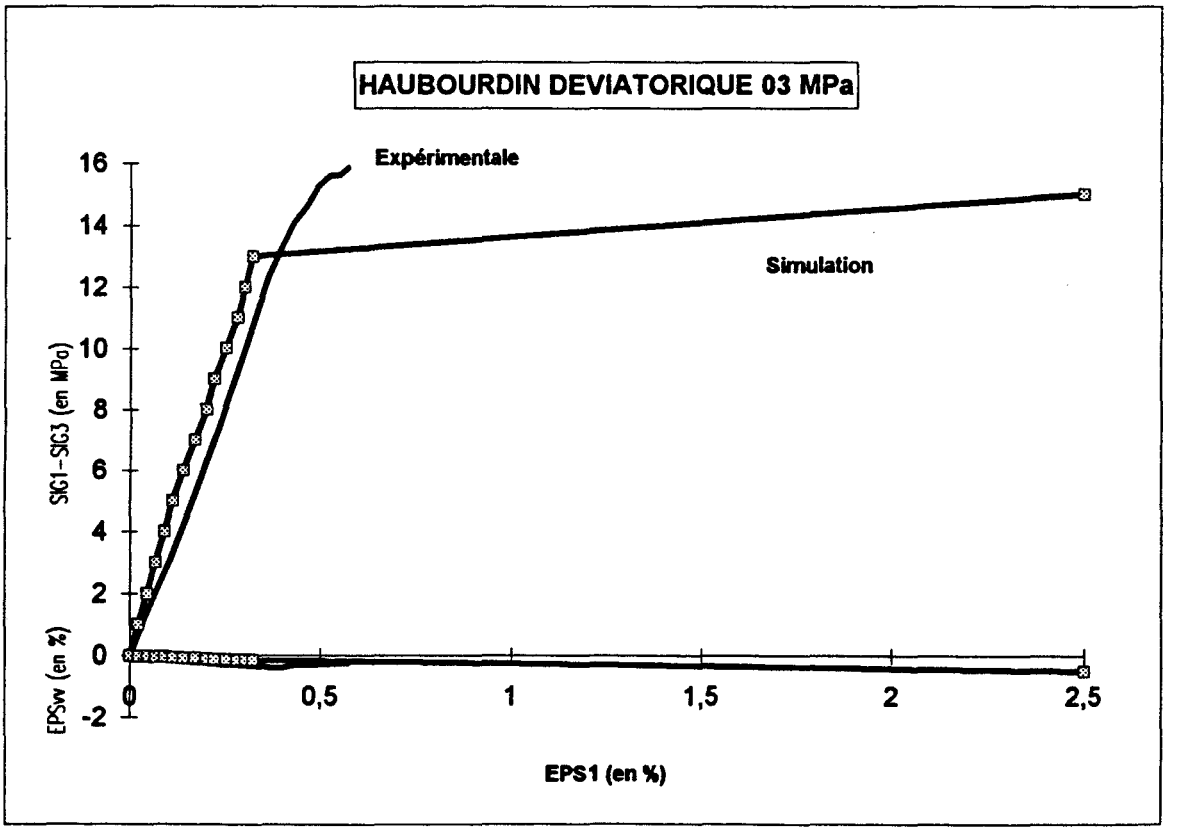

DANNES DEVIATORIQUE 22.5 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
50
40
30
20
10
0
-10
0
1
2
3
4
5

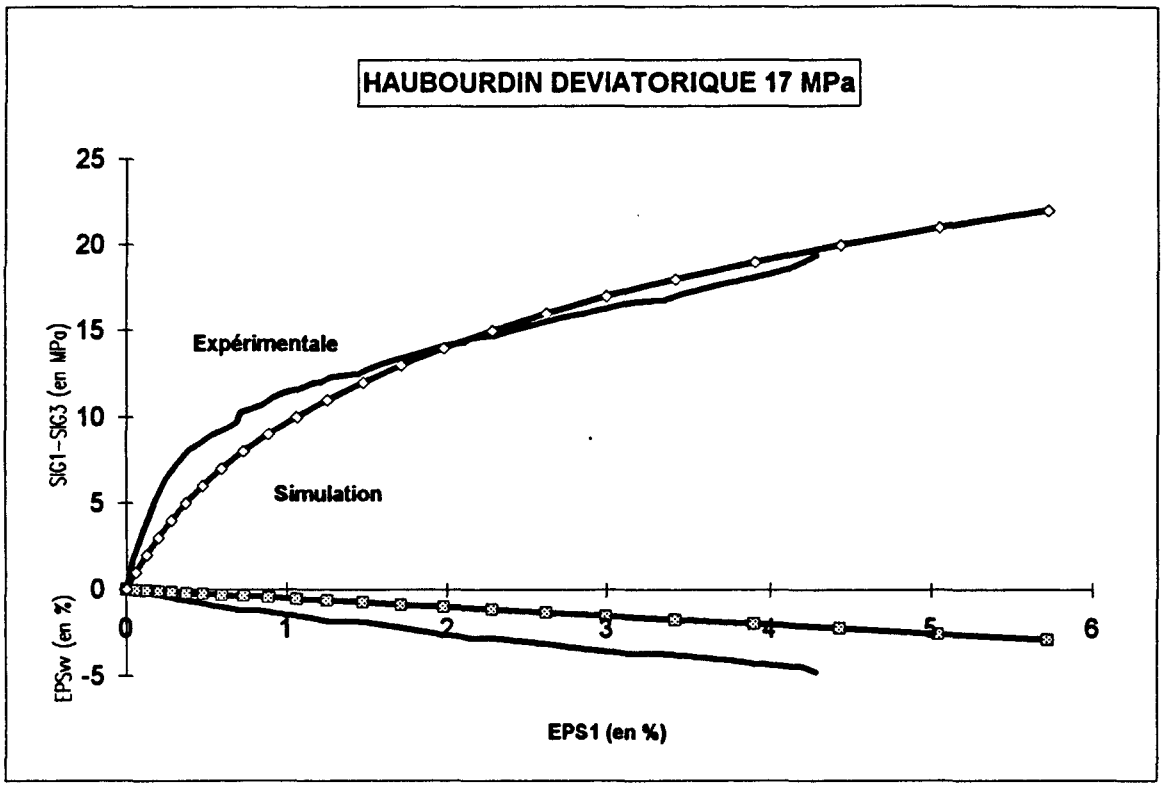

DANNES DEVIATORIQUE 15 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5
6
7

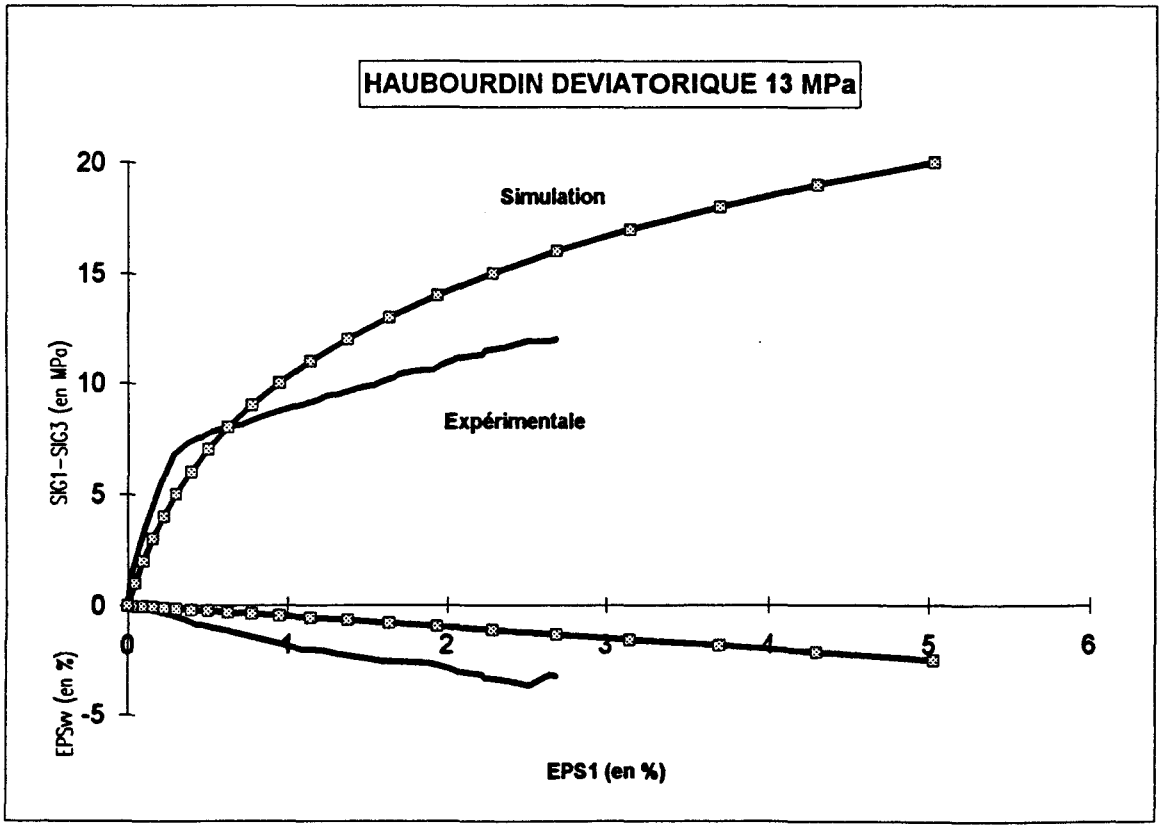

DANNES DEVIATORIQUE 45 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSw (en%)
EPS1 (en %)
40
30
20
10
0
-10
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5

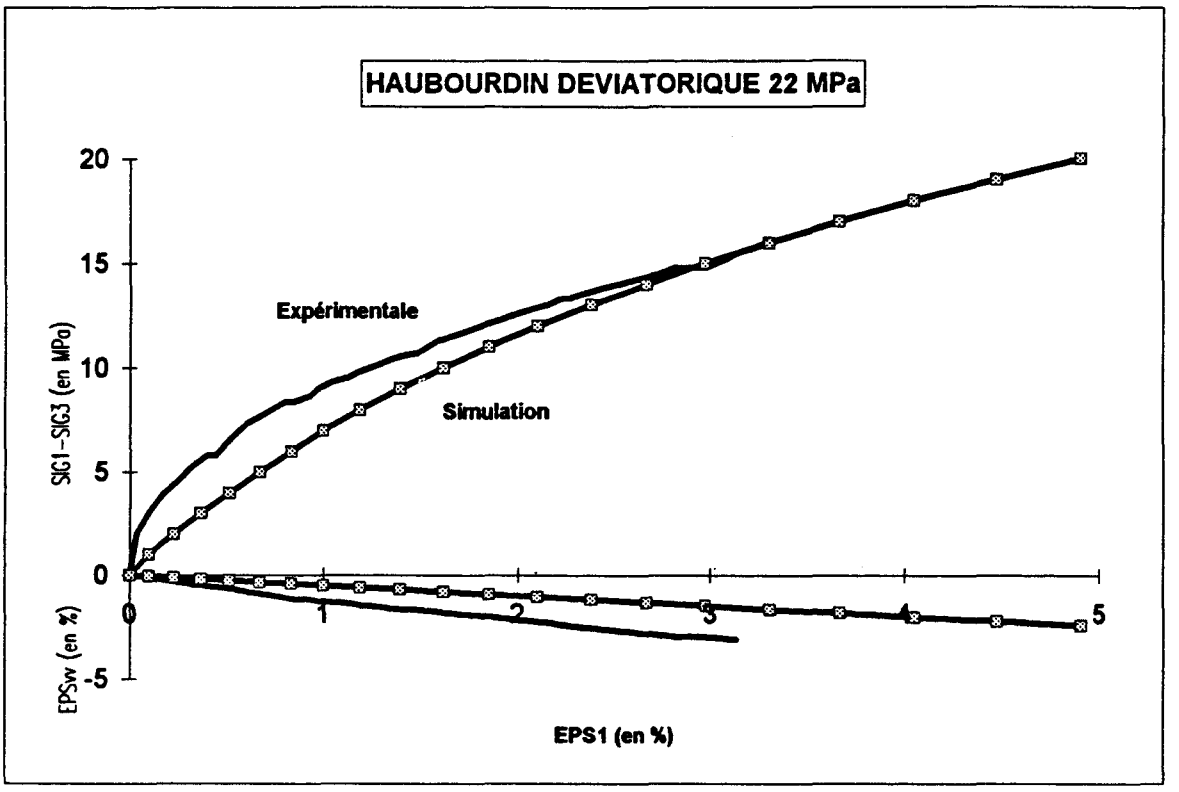

DANNES DEVIATORIQUE 30 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSw (en %)
EPS1 (en %)
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5
6

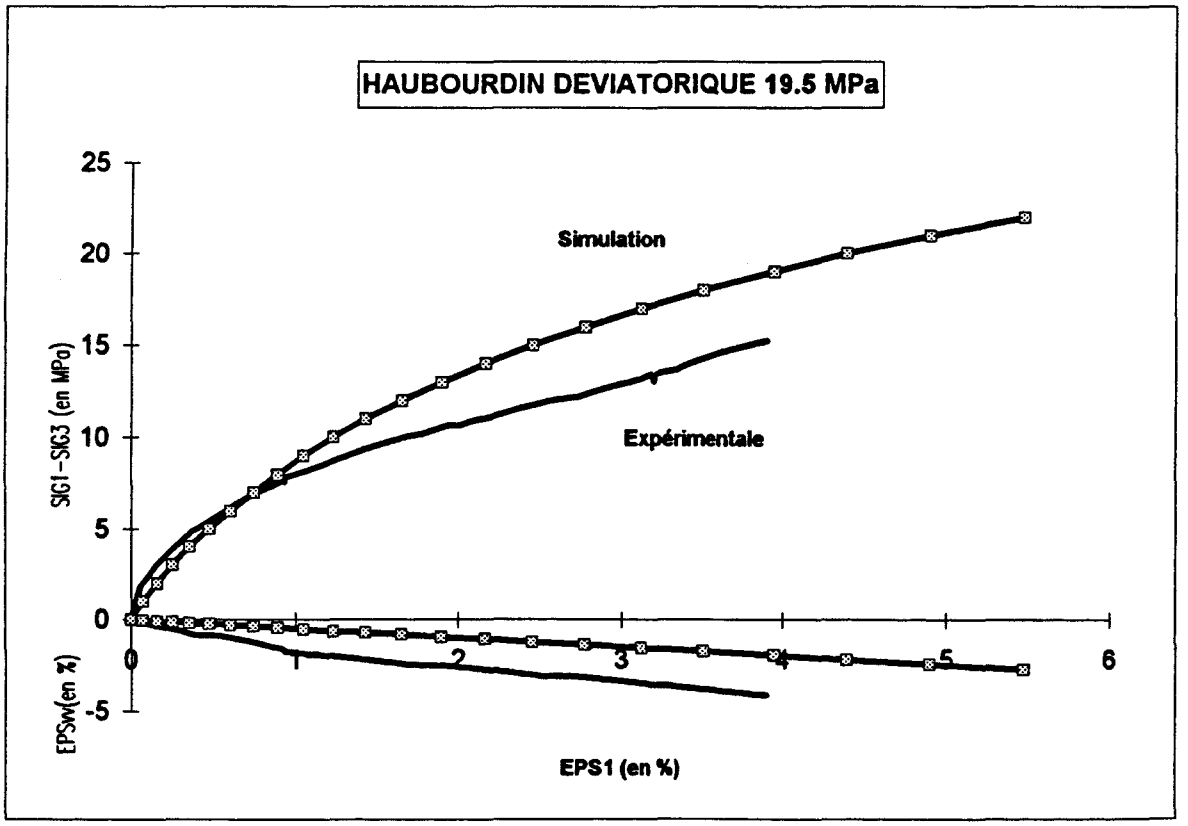

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 06 MPa
Simulation
Expérimentale
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
19
17
15
13
11
9
7
5
3
1
-1
0
0,5
1
1,5
2

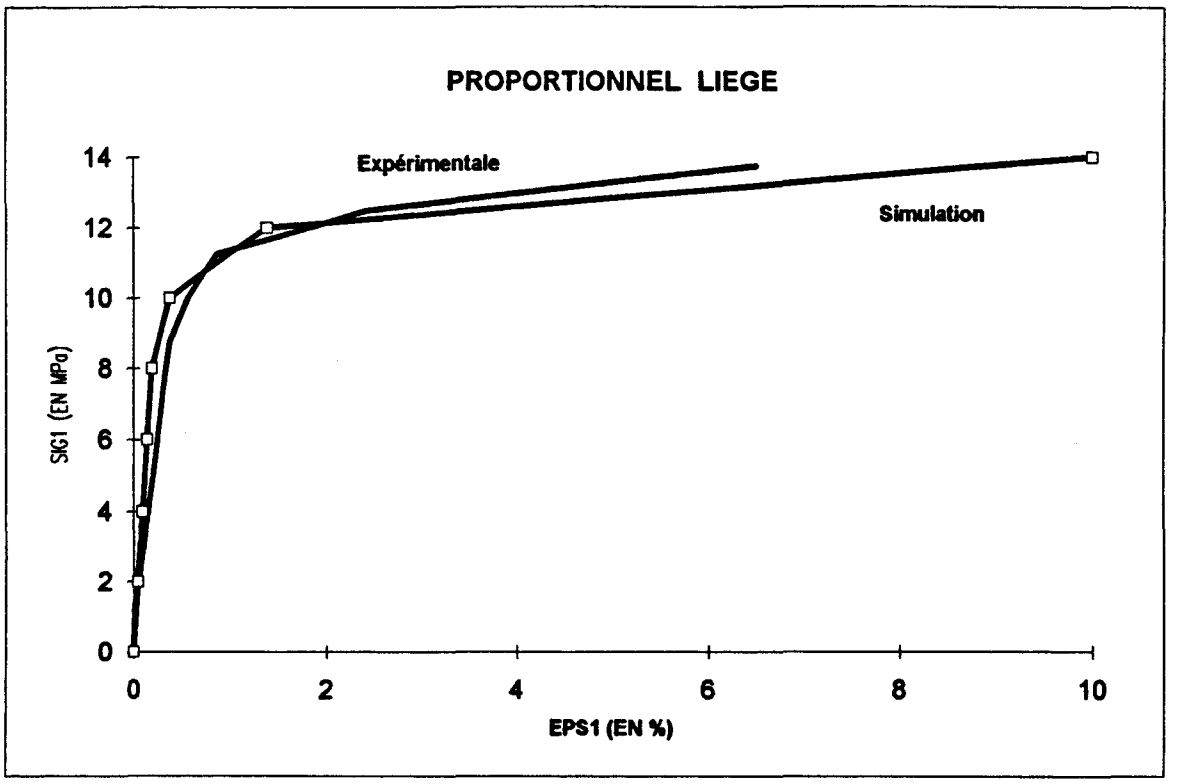

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 03 MPa
Expérimentale
Simulation
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
0
0,5
1
1,5
2
2,5

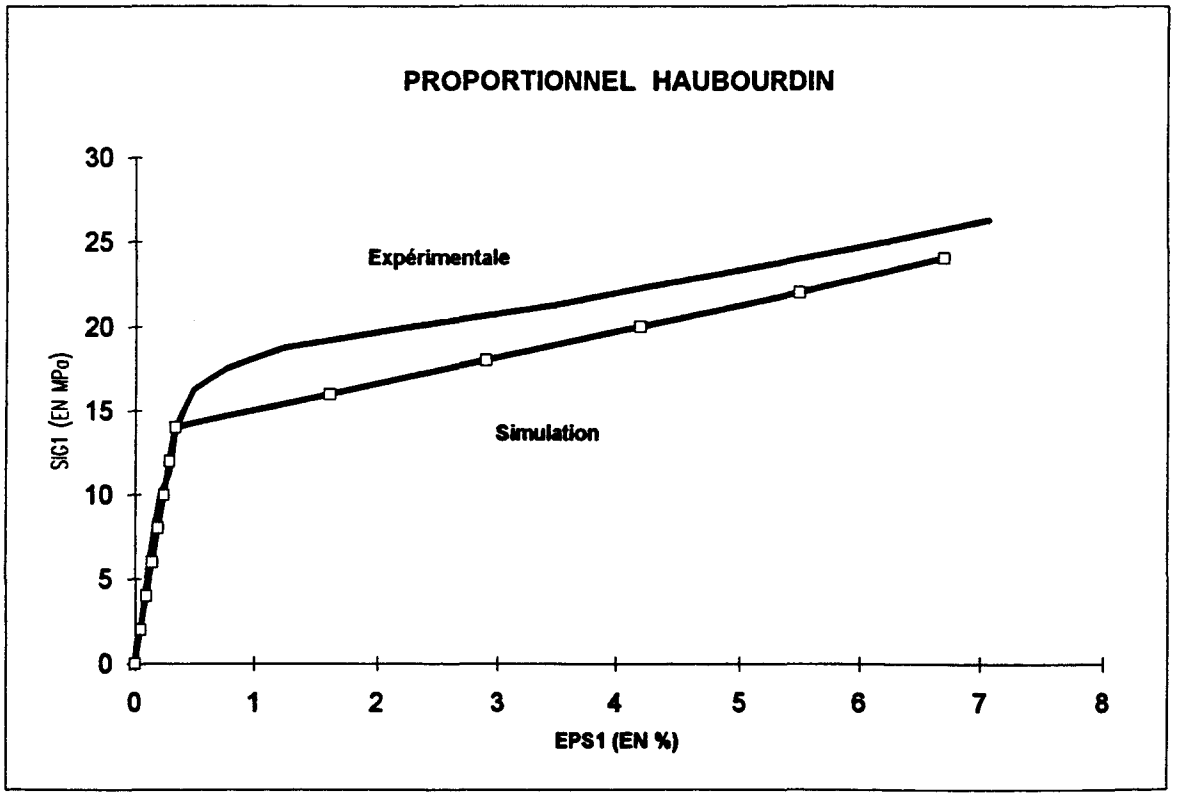

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 17 MPa
25
20
15
10
5
0
-5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
Expérimentale
Simulation
0
1
2
3
4
5
6
EPS1 (en %)

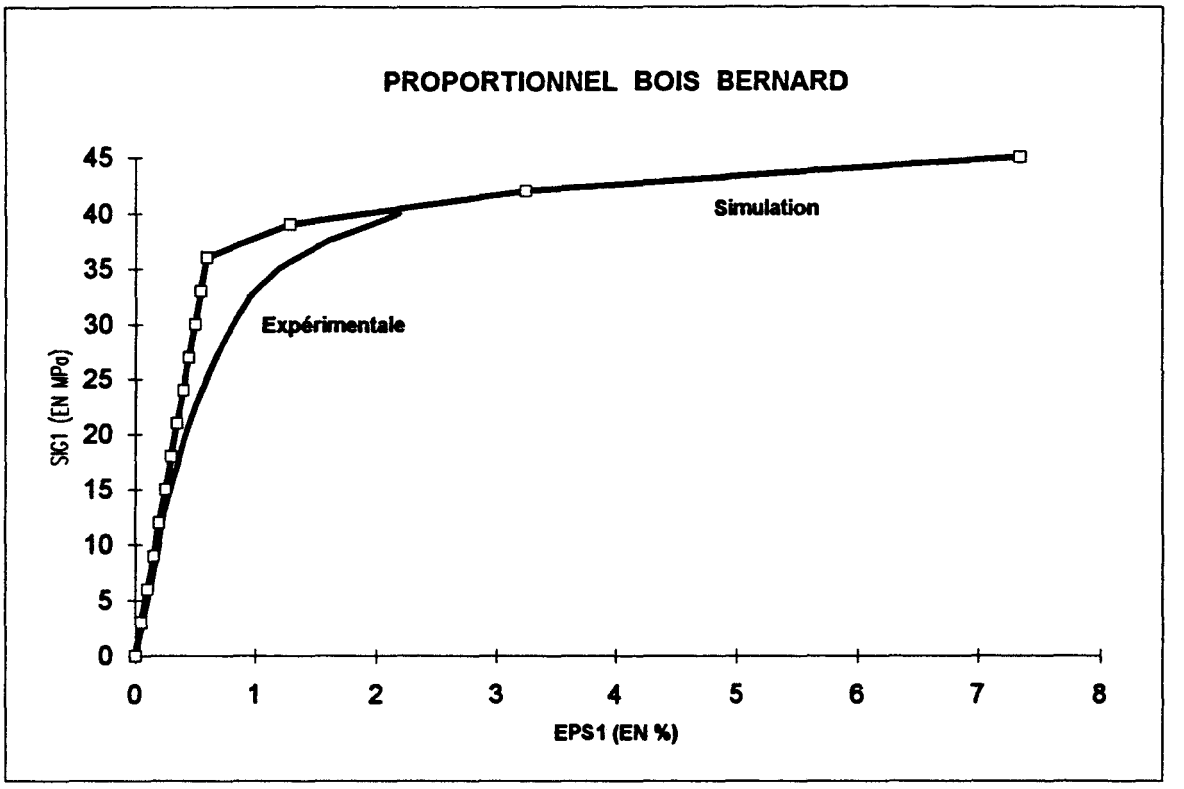

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 13 MPa
20
15
10
5
0
-5
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
Simulation
Expérimentale
0
1
2
3
4
5
6
EPS1 (en %)

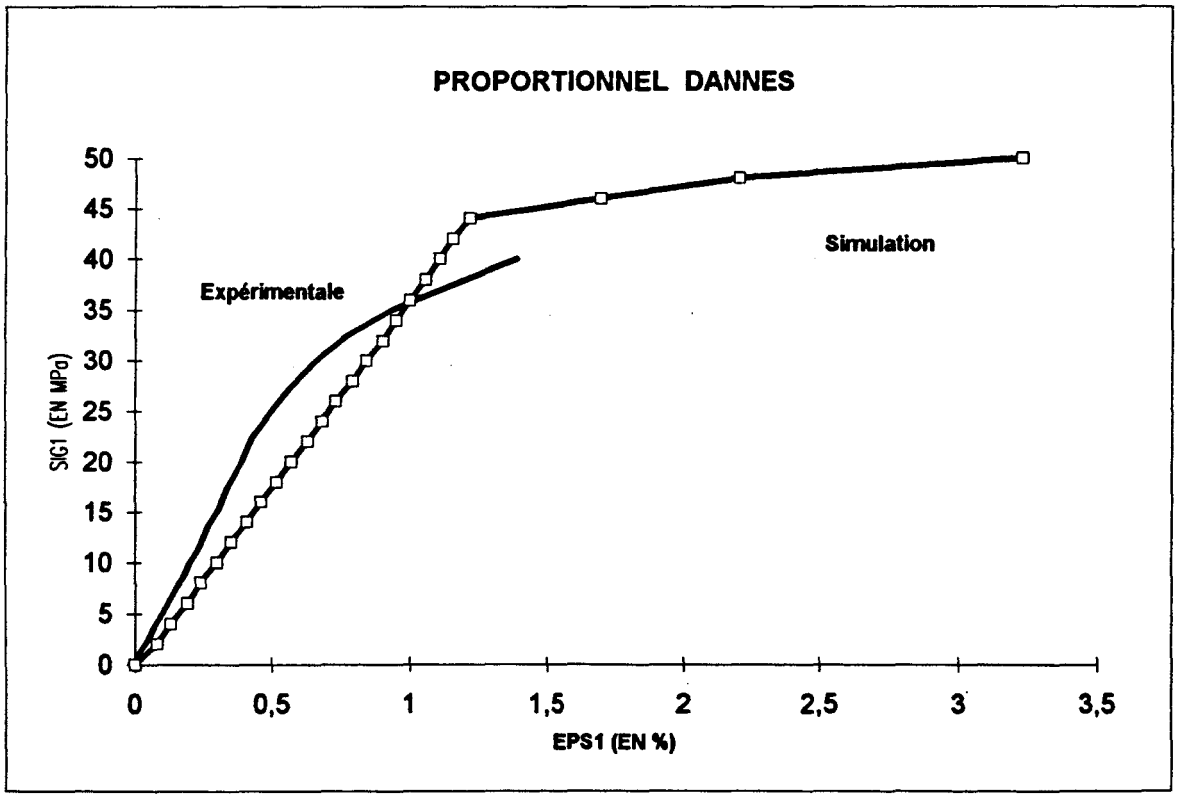

HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 22 MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv (en %)
EPS1 (en %)
Expérimentale
Simulation
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5


HAUBOURDIN DEVIATORIQUE 19.5 MPa
SIG1-SIG3 (en MPa)
EPSvv(en %)
EPS1 (en %)
Simulation
Expérimentale
25
20
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5
6


PROPORTIONNEL LIEGE
Expérimentale
Simulation
SIG1 (EN MPa)
EPS1 (EN %)
0
2
4
6
8
10
12
14


PROPORTIONNEL HAUBOURDIN
Expérimentale
Simulation
SIG1 (EN MPa)
EPS1 (EN %)
0
5
10
15
20
25
30
1
2
3
4
6
7
8


PROPORTIONNEL BOIS BERNARD
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
SIG1 (EN MPa)
Simulation
Expérimentale
0
1
2
3
4
5
6
7
8
EPS1 (EN %)


PROPORTIONNEL DANNES
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
SIG1 (EN MPa)
Simulation
Expérimentale
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
EPS1 (EN %)

ANNEXE 9

MODELE DE CHANG

Annexe 9

MODELE DE CHANG

On considère que les petits éléments de sol laminés représentent des plans de glissements.

Soient :

- u_j^m le glissement relatif entre deux plans donnés et séparés par le $m^{ième}$ plan mobile,

- N le nombre de plans mobiles coupés par le vecteur rejoignant n'importe quels points A et B de l'échantillon,

- dl_j représentant les déplacements relatifs des points A et B,

alors : $dl_j = \sum_{m=1}^{N} u_j^m = N.u_j$

et $u_j = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} u_j^m$

Si on pose :

- r le nombre de plans interceptés par le vecteur n_j,
- n_j étant le vecteur unitaire normal d'un ensemble de plans mobiles,
- i représentant la base (xyz) dans le système de coordonnées relatives de N plans,
- l_j représentant le vecteur défini par A et B,
- $n_j.l_j$ la longueur projetée de l_j dans la direction n_j,

on obtient alors le nombre de plans mobiles N coupés par l_j :

$N = r.n_j.l_j$,

d'où ::

$dl_j = r.n_j.l_j.u_j$

Si le gradient du tenseur de déplacement est noté dg_{ij}, alors par définition, le déplacement relatif vaut :

$dl_j = dg_{ij}.l_j$

Pour un grand nombre K de plans on obtient :

$$dg_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \rho^k . n_i^k . u_j^k$$

où :

- r^k représente l'aire totale du $k^{ième}$ ensemble de plans mobiles par unité de volume,

- u_j^k représente, dans le $k^{ième}$ ensemble de plans mobiles, le déplacement relatif moyen dans la base i,

- n_i^k représente le vecteur normal au $k^{ième}$ ensemble de plans mobiles,

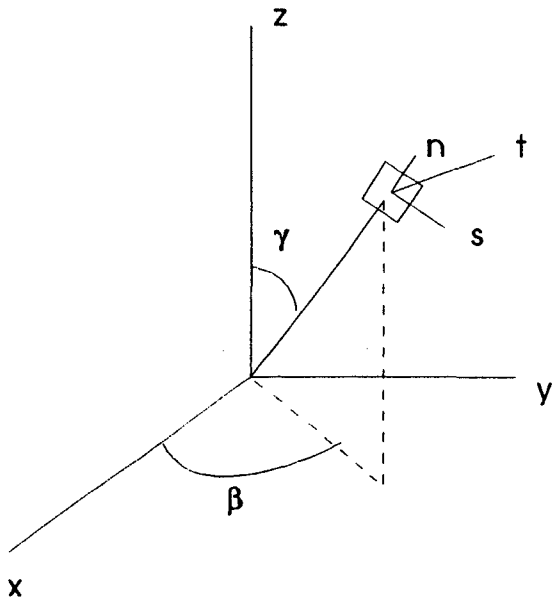
- K est le nombre total d'orientations considérées.

Par un changement de repère, on obtient :

$$u_i^k = L_{iI}^k . u_I^k \qquad (i = x,y,z ; I = n,s,t)$$

L_{iI}^k est le tenseur de passage pour le $k^{ième}$ ensemble de plans.

(n,s,t) est une base orthonormée (voir figure suivante).



Alors :

$$\begin{Bmatrix} n \\ s \\ t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\gamma.\sin\beta & \sin\gamma.\cos\beta & \cos\gamma \\ \cos\gamma.\sin\beta & \cos\gamma.\cos\beta & -\sin\gamma \\ \cos\beta & -\sin\beta & 0 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

Lors d'un chargement, les mouvements entre plans qui apparaissent dans plusieurs directions sont dus aux tractions induites dans ces directions. u_I^k représente la résultante de ces mouvements. Le mouvement δ_{mk}, le long de n'importe quelle $m^{ième}$ direction du $k^{ième}$ plan mobile, est défini par ces deux composantes : le déplacement dans le plan suivant la $m^{ième}$ direction, δ_m, dû au cisaillement et le déplacement normal au même plan, δ_n.

En additionnant les mouvements dans les diverses directions du $k^{ième}$ plan, le mouvement résultant du plan s'écrit :

$$u_I^k = \sum_{m=1}^{M} A_{IJ}^{mk} . \delta_J^{mk}$$

où :

- J est le plan (n,m),

$$- A_{IJ}^{mk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos\theta \\ 0 & \sin\theta \end{bmatrix}$$

- θ l'angle entre l'axe s et la $m^{ième}$ direction

Le gradient du tenseur de déplacement total vaut alors :

$$dg_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{M} \rho^k . n_i^k . L_{jI}^k . A_{IJ}^{mk} . \delta_J^{mk}$$

Le tenseur des déformations vaut :

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left[dg_{ij} + dg_{ji}\right]$$

et le tenseur des rotations s'écrit :

$$dR_{ij} = \frac{1}{2}\left[dg_{ij} - dg_{ji}\right]$$

On définit $de_I^k = \rho^k . \delta_I^k$ comme la mesure des déformations constituée de deux composantes (de_n, de_m), correspondant à (δ_n, δ_m).

CHANG propose alors la relation suivante :

$$\begin{Bmatrix} de_n \\ de_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{nn}} & \frac{1}{K_{nm}} \\ \frac{1}{K_{mn}} & \frac{1}{K_{mm}} \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} d\sigma_n \\ d\sigma_m \end{Bmatrix}$$

où :

$$K_{mm} = k_0 . \left(\frac{Pc}{Pa} \right)^n . \left[1 - \frac{|\tau_{z\theta}|}{|\tau_{max}|} \right]^\lambda$$

$$K_{nn} = B . \left[\frac{1}{B} + \frac{\sigma_n}{\upsilon_m} \right]^2$$

$$K_{nm} = K_{mn} = \frac{K_{mm}}{D}$$

$$D = \frac{\tan\phi_u - \frac{\tau_m}{\sigma_n}}{1 + \frac{\tau_m}{\sigma_n} . \tan\phi_u}$$

B = pente initiale de la courbe contrainte-déformation considérée,

ϕ_u angle de frottement interne du matériau.

Dans le cadre de la simulation des essais de torsion sous confinement hydrostatique, l'équation matricielle précédente s'écrit :

$$d\omega = \frac{1}{K_{nm}} \times d\tau_{z\theta}$$

où ω est la rotation angulaire.

En intégrant et en tenant compte des conditions aux limites relatives à l'essai, on obtient :

$$\omega = \frac{\tau_{max}}{(1-\lambda) . k_0 . \left(\frac{Pc}{Pa} \right)^n} . \left[1 - \left(1 - \frac{|\tau_{z\theta}|}{|\tau_{max}|} \right)^{1-\lambda} \right]$$

ANNEXE 10

TORSION - ELEMENTS FINIS

Annexe 10

SIMULATION DES ESSAIS DE TORSION

PAR LE MODELE DE LADE EN ELEMENTS FINIS

INTRODUCTION

Soient F (σ, K) la fonction de charge, σ le champ de contrainte, K (η) une fonction de l'ensemble des paramètres d'écrouissage η.

En théorie élastoplastique, si F (σ, K) = 0 et qu'il y a charge, alors la variation de déformation se décompose en partie irréversible ε^P et partie réversible ou élastique ε^e.

$d\varepsilon = d\varepsilon^{e+}d\varepsilon^P$

La généralisation du principe du travail maximal de Hill, valable pour les matériaux non standards s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^P = \dot{\lambda} G_\sigma$$

où $G_\sigma = \left[\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right]$ G : potentiel plastique

ce qui s'écrit sous l'hypothèse des petites perturbations :

$$d\varepsilon^P = \lambda G_\sigma$$

l'incrément de contrainte s'écrit alors :

$$d\sigma = D d\varepsilon - D d\varepsilon^P$$

où D est la matrice d'élasticité.

Lorsque l'écoulement I intervient et si on est en charge, on a dF = 0, ce qui s'écrit :

$$0 = dF = F_\sigma^T d\sigma + \frac{\partial F}{\partial K} dK$$

soit encore :

$$F_\sigma^T d\sigma = F_\sigma^T D d\varepsilon - F_\sigma^T D d\varepsilon^P = -\frac{\partial F}{\partial \sigma} dK$$

ou K = K (η) et $\eta = \eta(\varepsilon^P)$

$$dK = \frac{\partial K}{\partial \eta} d\eta = \frac{\partial K}{\partial \eta}\left[\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon^P}\right]^T d\varepsilon^P$$

$$\text{d'où } F_\sigma^T D d\varepsilon = F_\sigma^T D G_\sigma \lambda - \frac{\partial F}{\partial K}\frac{\partial K}{\partial \eta}\left[\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon^P}\right]^T G_\sigma \lambda$$

Si on pose $A\lambda = -\frac{\partial F}{\partial K}\frac{\partial K}{\partial \eta}\left[\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon^P}\right] G_\sigma \lambda$

alors $\lambda = \frac{F_\sigma^T D d\varepsilon}{F_\sigma^T D G_\sigma + A}$

l'incrément de contrainte d_σ est donc défini par :

$$d\sigma = \left(D - \alpha D^P\right) d\varepsilon \qquad \alpha = 0 \text{ ou } 1$$

avec $D^P = \frac{D G_\sigma F_\sigma^T D}{F_\sigma^T D G_\sigma + A}$

α n'existe que si $d\varepsilon^P$ existe.

TRAITEMENT NUMERIQUE

Sans revenir sur les préliminaires de la méthode des éléments finis, nous avons à résoudre un système d'équation qui comporte d'une part l'équation suivante qui provient de l'application du principe des travaux virtuels et d'autre part la loi de comportement du matériau.

Le principe des travaux virtuels conduit à :

$$\int_v \delta u^T B^T \sigma \, du = \int \delta u \, \bar{f} du \quad \forall \delta u$$

où δu est l'incrément de déplacement virtuel
$\bar{f}$ est l'ensemble des efforts imposés
B la matrice d'interpolation pour l'élément fini considéré.

Le comportement plastique étant influencé par l'histoire du chargement, son traitement va s'effectuer de manière incrémentale.

Si on réalise un incrément de sollicitation ΔF, il lui correspond un incrément de contrainte $d\sigma$ tel que :

$$d\sigma = \left(D - \alpha D^P\right) d\varepsilon = D^* d\varepsilon = D^* B du$$

on a donc $d\sigma = D^* \quad d\varepsilon$
$\tilde{\sigma} + d\sigma$

$\tilde{\sigma}$ étant l'état de contrainte avant application de $\Delta\sigma$

L'incrément de contrainte doit donc vérifier l'équation non linéaire :

$$\int_v \delta u^T B^T d\sigma \, dv = \int \delta u^T \Delta F \, du$$

soit encore en posant :

$$dV = \int_V \delta u^T B^T D^* B \, du - \int_V \delta u^T \Delta F \, dV$$

L'équation à résoudre se résume à : $dV = 0 \quad \forall \delta u$ et on recherchera du par une technique itérative. La solution retenue sera la méthode de Newton.

Dans le cas du module de Lade considéré et analysé précédemment, dans la matrice D^* nous avons les comportements plastiques contractant et déviatorique qu'il faut traiter séparément. Pour ces 2 comportements, nous avons à préciser le paramètre λ ou plutôt l'incrément $\Delta\lambda$ qui définira l'incrément de déformation plastique correspondant.

Détermination de $\Delta\lambda$

L'état de contraintes et le champ de déplacement sont tels que :

$$\begin{cases}\sigma_1 = \tilde{\sigma}_0 + d\sigma_0 \\ u_1 = \tilde{u} + du_0\end{cases}$$

ou $d\sigma_0$ et du_0 sont les incréments de contraintes et de déplacement pour un incrément de sollicitation ΔF.

Si $F(\sigma_1, \tilde{K}) > 0$, c'est-à-dire que l'on se trouve en plasticité, on réalise une correction de contraintes de type plastique.

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon^P = DG_\sigma\Delta\lambda$$

où $\Delta\lambda$ est déterminé de manière à ce que :

$$F(\sigma_1 - \Delta\sigma, \tilde{K} + \Delta K) = 0$$

On réalise un développement de Taylor au voisinage de $(\sigma_1, \tilde{K})$

$$0 = F(\sigma_1 - \Delta\sigma, \tilde{K} + \Delta K) = F(\sigma_1, \tilde{K}) - F_\sigma^T(\sigma_1)\Delta\sigma + \frac{\partial F}{\partial K}\Delta K + 0^2(\sigma_1, \tilde{K})$$

où $\frac{\partial F}{\partial K}\Delta K = \frac{\partial F}{\partial K}\left[\frac{\partial K}{\partial \varepsilon^P}\right]^T \Delta\varepsilon^P = \frac{\partial F}{\partial K}\left[\frac{\partial K}{\partial \varepsilon^P}\right]^T G\sigma\,\Delta\lambda = A\Delta\lambda$

où A a été défini précédemment, ce qui permet d'écrire :

$$F(\sigma_1, \tilde{K}) - F_\sigma^T\, D\, G_\sigma\, \Delta\lambda - A\Delta\lambda = 0$$

d'où : $\Delta\lambda = \dfrac{F(\sigma_1, \tilde{K})}{F_\sigma^T\, D\, G_\sigma + A}$

Cette correction de contrainte nous ramène donc sur le critère mais l'équation du principe des travaux virtuels n'est plus vérifiée avec $d\sigma = d\sigma_0 - \Delta\sigma$

On cherche donc $d\sigma$ sous la forme :

$$d\sigma = d\sigma_0 - \Delta\sigma + \delta\sigma$$

tel que soit vérifié :

$$\int_V \delta u^T\, B^T\, \delta\sigma\, dV = \int_V \delta u^T\, B^T\, \Delta\sigma\, dV$$

Le second membre est appelé force de rééquilibrage.

Dans la pratique on calculera $\Delta\lambda_c$ et $\Delta\lambda_d$ et donc les corrections en contraintes correspondantes à chaque champ plastique, puis ensuite en rééquilibrera à partir de la somme des contraintes de correction.

Consistance des équations

Dans le problème présent de simulation d'essais de torsion sur cylindre creux de craie effectués par ailleurs [ ], il se trouve que l'on peut admettre l'état de petites déformations mais selon le confinement retenu l'état de rotation peut influencer l'état de contrainte réel.

Expression des différentes relations utilisées

Pour la partie contractante, la fonction de charge s'écrit :

$$FC = \bar{I}_1^2 + 2I_2 - YC$$

$$QC = FC$$

$$\Delta\lambda C = FC_\sigma^T / AC + FC_\sigma^T \, DQC_\sigma$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = 2\bar{I}_1 \frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} + 2\frac{\partial \bar{I}_2}{\partial \sigma}$$

$$\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} = (111000)$$

$$\frac{\partial \bar{I}_2}{\partial \sigma} = \left[-(\bar{\sigma}_{22} + \bar{\sigma}_{33}), -(\bar{\sigma}_{11} + \bar{\sigma}_{33}), -(\bar{\sigma}_{11} + \bar{\sigma}_{22}), 2\bar{\sigma}_{12}, 2\bar{\sigma}_{13}, 2\bar{\sigma}_{23}\right]$$

$$F_\sigma^T \, D \, G_\sigma \equiv XJ1 \equiv \text{Scalaire}$$

$$AC = \frac{\partial YC}{\partial K}\{\sigma\} G_\sigma = DENOM\ 1$$

$$= CPa\ P*\left[(Wc/Pa)**(P.1)\right]\{\sigma\}\, G_\sigma$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda C = FC/(XJ1 + DENOM\ 1)$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{CP} = \Delta\lambda C \frac{\partial FC}{\partial \sigma}$$

Pour la partie déviatoire,

$$F_\sigma^d = \begin{cases} \left(\frac{I_1^{2+m}}{I_3 Pa^m}\right)(3+m) - \frac{27m}{Pa^m} I_1^{m-1} - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2}(\sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{23}^2) \\ \frac{I_1^{2+m}}{I_3 Pa^m}(3+m) - \frac{27m}{Pa^m} I_1^{m-1} - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2}(\sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{31}^2) \\ \frac{I_1^{2+m}}{I_3 Pa^m}(3+m) - \frac{27m}{Pa^m} I_1^{m-1} - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2}(\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2) \\ 0 \qquad - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2} 2(\sigma_{12}\sigma_{31} - \sigma_{11}\sigma_{23}) \\ 0 \qquad - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2} 2(\sigma_{12}\sigma_{23} - \sigma_{22}\sigma_{31}) \\ 0 \qquad - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2} 2(\sigma_{23}\sigma_{31} - \sigma_{33}\sigma_{12}) \end{cases}$$

$$\frac{\partial Qd}{\partial \sigma} = \begin{cases} 3I_1^2 - 27(\sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{23}^2) \\ 3I_1^2 - 27(\sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{31}^2) \\ 3I_1^2 - 27(\sigma_{21}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2) \\ 0 - 27x2x(\sigma_{12}\sigma_{31} - \sigma_{11}\sigma_{23}) \\ 0 - 27x2x(\sigma_{12}\sigma_{23} - \sigma_{22}\sigma_{31}) \\ 0 - 27x2x(\sigma_{23}\sigma_{31} - \sigma_{33}\sigma_{12}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_\sigma^T D G_\sigma = XJ2 \quad \text{(scalaire)}$$

$$A_1 = C_w * Q * (WD/Pa) ** (Q-1)\{\sigma\} * \left\{\frac{\partial Qd}{\partial \sigma}\right\}$$

= DENOM 2

$$\Delta\lambda D + FD / (XJ2 + DENOM2)$$

$$\Delta\varepsilon_c^P = \Delta\lambda d \frac{\partial G}{\partial \sigma}$$

$$Ad = \frac{dY_d}{dK}\{\sigma\}^+ Q_\sigma = \frac{dY_d}{dW_d}\{\sigma\}\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma}$$

$$= C_W q\left(\frac{W_d}{Pa}\right)^{q-1}\{\sigma\}\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma}$$

$$\Delta\lambda_d = \frac{F_\sigma^d}{\Delta d + F_\sigma^{dT} D Q_\sigma^d} \qquad Q_d = I_1^3 - 27 I_3$$

$$\frac{\partial F^d}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1}\frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial I_3}\frac{\partial I_3}{\partial \sigma}$$

$$= \left\{\left(\frac{I_1^{2+m}}{I_3 Pa^m}\right)3 + m - \frac{27m}{Pa^m} I_1^{m-1}\right\}\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma}\right)^T - \frac{I_1^{3+m}}{Pa^m I_3^2}\left\{\frac{\partial I_3}{\partial \sigma}\right\}^T$$

$$\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} = (111000)$$

$$\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma} = \left(\bar{\sigma}_{22}\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{23}^2, \bar{\sigma}_{11}\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{31}^2, \bar{\sigma}_{11}\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{12}^2\, 2(\sigma_{12}\sigma_{31} - \bar{\sigma}_{11}\sigma_{23}), 2(\sigma_{12}\sigma_{23} - \bar{\sigma}_{22}\sigma_{31}), 2(\sigma_{23}\sigma_{31} - \bar{\sigma}_{33}\sigma_{22})\right)$$

$$\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma} = 3I_1^2\left(\frac{\partial I_1}{\partial \sigma}\right)^T - 27\left(\frac{\partial I_3}{\partial \sigma}\right)^T$$

Pour prévenir de cet effet, on introduit la dérivée de Jauman du tenseur des contraintes défini par :

$$d\sigma_{ij}^J = d\sigma_{ij} - \sigma_{ij} W_{Pj} - \sigma_{Pj} W_{Pi}$$

où $d\sigma_{ij}^d$ est l'incrément de contrainte de Jauman

$W_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} - u_{j,i}\right)$ le tenseur rotation.

Ce qui conduit à :

$$d\sigma_{ij} = C_{ijrs} d\varepsilon_{rs} + \sigma_{ip} W_{pj} + \sigma_{jp} W_{pi}$$

$$d\sigma_{ij} = C_{ijrs} d\varepsilon_{rs} + \Delta_W \sigma$$

Le 1er terme du 2è membre étant déterminé précédemment par l'approche élastoplastique.

Le tenseur rotation s'écrit pour un élément donné :

$W(u) = [B_w]\{u\}$

avec {U} le vecteur déplacement considéré et

$B_w = L\,N$

L opérateur rotation,
N la matrice d'approximation.

$$N = \left[\begin{array}{ccc:ccc:c} N_1 & & & N_i & & & \\ & N_1 & & & N_i & & \\ & & N_1 & & & N_i & \end{array}\right]$$

$$L = \begin{bmatrix} \partial/\partial_y & -\partial/\partial_x & 0 \\ 0 & \partial/\partial_z & -\partial/\partial_y \\ \partial/\partial_z & 0 & -\partial/\partial_x \end{bmatrix}$$

$$\text{d'où } B_W = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & -\frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \end{array}\right]$$

dim B_w = dim N : 3 x 60
dim L : 3 x 3

ALGORITHME

Maillage
Assemblage
Résolution KU = F

700 Incrément de charge ΔF

IDP = 1

Résolution KΔU = ΔF

u = u + Δu
σ = σ + Δσ

iter = 1

900

II = 1

800

$\Delta\sigma_c = 0$ $\Delta\sigma_d = 0$

ical 1 = 0
ical 2 = 0

Fc (σ,K) ≤ 0 Fd (σ,K) ≤ 0

NON OUI

$$\Delta\lambda = \frac{F_c}{\Delta_c + F_\sigma^c DG_\sigma^c} \qquad \Delta\lambda d = \frac{Fd}{\Delta_d + F_\sigma^d DG_\sigma^d}$$

Calcul de Q_σ Calcul de Q_σ^d

$$\Delta\varepsilon^c = \Delta\lambda_c Q_\sigma \qquad \Delta\varepsilon^d = \Delta\lambda d\, Q_\sigma^d$$

$$\Delta W_c = \Delta\lambda_c \sigma_{ij} Q_\sigma \qquad \Delta W_d = \Delta W_d \sigma_{ij} Q_\sigma^d$$

$$W_c = W_c + \Delta W_c \qquad W_d = W_d + \Delta W_d$$

$$\Delta\sigma_c = \Delta\sigma_c + \Delta\varepsilon^c \qquad \Delta\sigma_d = \Delta\sigma_d + \Delta\varepsilon^d$$

$$\sigma = \sigma - D\Delta\varepsilon^c \qquad \sigma = \sigma - D\Delta\varepsilon^d$$

$\|\Delta\varepsilon^c\| < \varepsilon$

ical 1 = ical 1 + 1

ical 1 > limic 1

$\|\Delta\varepsilon^d\| < \varepsilon$

ical 2 = ical 2 + 1

ical 2 > limic 2

$\varepsilon^c = \varepsilon^c + \Delta\varepsilon^c$
$\varepsilon^d = \varepsilon^d + \Delta\varepsilon^d$

II = II + 1

OUI II > NBEL NON GOTO 800

indic = 0

iter = iter + 1

OUI iter NON

IDP + IDP + 1

rééquilibrage
$\Delta F = B^T \Delta\sigma$

idp > Ninev OUI

NON

équilibrage
rotation
$\Delta_w\sigma = R_w\Delta_w$
$\sigma = \sigma + \Delta_w\sigma$

GOTO 700

STOP

$\Delta F > \varepsilon$

Résolution
$K\delta u = \Delta F$
$u = u + \delta u$
$\delta\sigma = O\beta\ \delta u$
$\sigma = \sigma + \delta\sigma$

GOTO 900

SECTION DE SCIENCES LILLE