

50376

1994

75

ccogem 70101040

N° d'ordre : 1236

50376

1994

75

THESE DE DOCTORAT

présentée à

l'Université des Sciences et Techniques de Lille

Spécialité

GENIE CIVIL

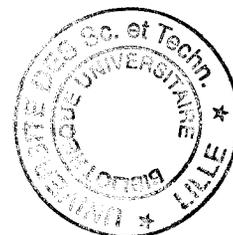
TITRE

**CONTRIBUTION A LA DETERMINATION
DES CONTRAINTES IN SITU
DANS LES MILIEUX ROCHEUX ANISOTROPES**

par

MISBAHI Abderrahim

Ingénieur E.U.D.I.L.



Soutenu le 7 Janvier 1994

Membres du Jury :

Président	J.P. HENRY	Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille I (U.S.T.L.)
Rapporteurs	B. AMADEI G. VALENTIN	Professeur à l'Université du Colorado (U.S.A.) Professeur à l'Université de Bordeaux
Examineurs	F. HOMAND P. LEBON E. MOREL	Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine (I.N.P.L.) Ingénieur à l'Agence Nationale des Déchets Radioactifs (ANDRA) Maître de Conférences à l'Université des Sciences et Technologies de Lille (U.S.T.L.)

*A mes parents,
A ma femme,
A mes enfants,*

A la mémoire de mon frère

REMERCIEMENTS

* * * * *

Je voudrais exprimer ici mes remerciements à tous ceux qui m'ont aidé dans ce travail.

Tout d'abord, je remercie très chaleureusement Monsieur le Professeur HENRY qui a dirigé ce travail. La valeur de ses conseils, sa collaboration compétente et ses encouragements bienveillants ont été un guide précieux pour l'établissement de ce travail. Je tiens à lui exprimer tout particulièrement ma reconnaissance.

Que Messieurs les Professeurs AMADEI et VALENTIN veuillent bien trouver l'expression de ma gratitude pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Je suis très reconnaissant pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail. Je tiens à leur exprimer mes sincères remerciements.

Je remercie Madame le Professeur HOMAND, Monsieur LEBON, Ingénieur à l'ANDRA et Monsieur MOREL, Maître de Conférences à l'Ecole Universitaire D'Ingénieurs de Lille (E.U.D.I.L.) d'avoir bien voulu examiner mon travail. Leur présence dans le jury m'honore énormément et je les en remercie vivement.

Ma reconnaissance s'adresse aussi à Messieurs KONDO et SHAO, Maîtres de Conférences à l'E.U.D.I.L., auprès desquels j'ai toujours trouvé aide et sollicitude.

Je tiens également à remercier les membres du Laboratoire de Mécanique de Lille et plus particulièrement Messieurs SIBAI et HAUBREUX, pour avoir mis à ma disposition, à tout moment, le matériel technique.

Je remercie chaleureusement Madame HENRY qui a dactylographié cette thèse avec soin et compétence au cours des innombrables heures qu'elle m'a consacrées.

RESUME

La connaissance des contraintes naturelles du site est l'une des données primordiales. Dans l'objectif de déterminer ces contraintes in-situ dans les milieux rocheux anisotropes comme le schiste, une approche probabiliste utilisant la théorie des problèmes inverses et la technique de surcarottage (cellule U.S.B.M.) est développée. Le problème direct qui consiste à modéliser le surcarottage est résolu par la méthode des Discontinuités de Déplacements (code DISDEPAN). La connexion entre la méthode d'inversion et DISDEPAN est alors établie (code SINVERS). La validation de ce code est réalisée par des essais de compression simple sur des cubes de schiste. L'étude de sensibilité des résultats aux modules du matériau a montré leur importance dans la détermination des contraintes in-situ. Le code SINVERS est ensuite utilisé dans une galerie expérimentale à 430 m de profondeur, on obtient :

- * La contrainte verticale (10,5 - 11 MPa) est proche du poids des terrains,
- * Les contraintes horizontales sont égales respectivement à 15,2 MPa perpendiculairement au plan de schistosité et à 12,4 MPa parallèlement au plan de schistosité.

Pour déterminer les contraintes en place par la méthode de fracturation hydraulique, il est nécessaire de modéliser la propagation de fracture dans les roches anisotropes loin du forage. Un critère anisotrope de propagation est proposé à partir des essais de flexion trois points, et introduit dans DISDEPAN. Ce critère est validé, d'une part, en ressimulant le chemin de fracture des essais de flexion 3 points, et d'autre part, en modélisant des essais biaxiaux ($\sigma_1 / \sigma_2 = K$), réalisés sur blocs de schiste : Le modèle numérique prédit très correctement les formes de rupture expérimentales. Enfin, une étude de sensibilité des chemins de propagation de fissure aux modules (E_1, E_2) a montré leur importance dans la détermination de la direction de la fracture loin du trou dans les essais de fracturation hydraulique.

Mots clés : Contraintes in-situ - Surcarottage - Cellule U.S.B.M. - Fracturation hydraulique - Anisotropie - Schistosité - Modélisation - Méthode d'inversion - Méthode de Discontinuités de Déplacements - Critère de propagation - Pression de confinement - Energie de propagation - Chemin de propagation - Essais biaxiaux.

ABSTRACT

Knowledge of the in situ stresses is one of the primordial data. In order to determine stresses in the anisotropic mediums like a schistose rocks, a probabilistic approach using the inverse problems theory and the overcoring technique (U.S.B.M. cell) was developed. The direct problem consisting in modelling the overcoring tests is solved by the Displacements Discontinuity Method (DISDEPAN code). The connection between the inverse problems theory and DISDEPAN is then established (SINVERS code). The validation of this code is realized by the simple compression tests on the cubic samples of schistose rocks. The sensibility study of the results to the material parameters showed their importance in the determination of the in situ stresses. The SINVERS code is then used in an experimental gallery at 430 m of depth, we obtained :

- * The vertical stress (10.5 - 11 MPa) is closely related to the ground weight,
- * The horizontal stresses are equal respectively to 15,2 MPa perpendicularly at the plane of schistosity and to 12,4 MPa parallel to the plane of schistosity.

In order to determine the in situ stresses by hydraulic fracturation method, it's necessary to modelling the fracture propagation in the anisotropic rocks far from borehole. Anisotropic criteria of propagation has proposed from tree points flexion tests and introduced in DISDEPAN. This criteria has validated on the one hand by resimulation of fracture way from tree points flexion tests, on the orther hand by modelling the experimental biaxial tests ($\sigma_1 / \sigma_2 = K$) on the cubic samples of schistos rock : The numerical model simulates correctly the experimental lines of fracture. Finaly, a sensibility study of the propagation ways to the modulus (E_1, E_2) showed their importance in the determination of fracture direction far from the hole in the hydraulic fracturation tests.

Key words : In situ stresses - Overcoring - U.S.B.M. cell - Hydraulic fracturation - Anisotropy - Modelling - Inversion method - Displacements discontinuity method - Criteria of propagation - Confining pressure - Propagation energy - Ways of propagation - Biaxial tests

LEGENDE DES FIGURES

- Figure 1.1 : La procédure de la technique du vérin plat
- Figure 1.2 : La procédure de la technique du Doorstopper
- Figure 1.3 : La procédure de surcarottage
- Figure 1.4 : Repérage des directions de mesure radiale de la cellule U.S.B.M.
- Figure 1.5 : Schéma de la cellule U.S.B.M.
- Figure 1.6 : Cellule C.S.I.R.O.
- Figure 1.7 : Géométrie de la cellule C.S.I.R.O.
a) Position des rosettes
b) Section de la cellule
c) Répartition des jauges
- Figure 1.8 : Schéma du matériel de fracturation hydraulique
- Figure 1.9 : Courbe d'enregistrement : pression = f (temps)
- Figure 2.1 : Domaine physique des paramètres
- Figure 2.2 : Organigramme du logiciel SINVERS
- Figure 2.3 : Repérage structural du schiste
- Figure 2.4 : Disposition des jauges d'extensométrie sur le cube
- Figure 2.5 : Disposition de la cellule U.S.B.M.
(a) essais 1 et 3 - (b) essais 2 et 4
- Figure 2.6 : Essai de compression
(a) la contrainte axiale s'exerce perpendiculairement au plan de schistosité
(b) la contrainte axiale s'exerce parallèlement au plan de schistosité
- Figure 2.7 : Schéma de l'essai de compression du bloc en problème plan
- Figure 2.8 : Fixation des conditions de déplacement à la frontière
- Figure 2.9 : Valeurs de U_r / r en bord de trou pour différents jeux de paramètres
- Figure 2.10 : Comparaison des résultats expérimentaux U_r / r entre 5 et 10 MPa avec les simulations numériques pour différents jeux de paramètres.
- Figure 2.11 : Pourcentage d'erreur sur la valeur de la contrainte s_1 par rapport aux variations de G_{12} pour différentes orientations de la schistosité.
- Figure 2.12 : Schéma de la disposition géométrique du site d'essai

- Figure 2.13 : Forage n° 1 avec la position de la cellule U.S.B.M.
- Figure 2.14 : Déplacements radiaux en fonction de la profondeur de surcarottage pour le forage n° 1 - Essai n° 1
- Figure 2.15 : Déplacements radiaux en fonction de la profondeur de surcarottage pour le forage n° 1 - Essai n° 2
- Figure 2.16 : Forage n° 2 avec la position de la cellule U.S.B.M.
- Figure 2.17 : Déplacements radiaux en fonction de la profondeur de surcarottage pour le forage n° 2
- Figure 2.18 : Courbe contrainte-déformation perpendiculairement à la schistosité (Essai sur cube 40 x 40 x 40 cm³)
- Figure 2.19 : Courbes corrigées pour les déplacements radiaux (Forage 1)
- Figure 2.20 : Etat de contrainte sur le site
- Figure 3.1 : Définition des modes de sollicitation en mécanique de la rupture
- Figure 3.2 : Définition des variables r et θ en tête de fissure
- Figure 3.3 : Définition du branchement
- Figure 3.4 : Définition de l'angle de branchement α_b
- Figure 3.5 : Définition de la stabilité ou de l'instabilité de la propagation en fonction de l'allure des courbes $G(P, A)$
- Figure 3.6 : Exemple de l'allure de la fonction de $G(P, A)$ conduisant tout d'abord à une propagation instable suivie d'une propagation stable
- Figure 3.7 : Exemple de l'allure de la fonction de $G(P, A)$ conduisant tout d'abord à une propagation stable suivie d'une propagation instable
- Figure 3.8 : Structure du logiciel DISDEPAN
- Figure 3.9 : Discrétisation du domaine et de la fissure pour le calcul de G
- Figure 3.10 : Organigramme des tests pour le frottement
- Figure 3.11 : Présentation schématique de l'essai de validation numérique
- Figure 3.12 : Valeurs de G calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique
- Figure 3.13 : Evolution de G en fonction de la longueur propagée A/r
- Figure 3.14 : Configuration de test pour montrer l'influence de l'anisotropie des modules sur le chemin de propagation
- Figure 3.15 : Valeurs de G calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique
- Figure 3.16 : Evolution de G en fonction de la longueur propagée A/r . La schistosité est inclinée de 30°

- Figure 3.17 : Chemin de propagation calculé avec un critère isotrope et une schistosité inclinée par rapport aux contraintes principales
- Figure 3.18 : Essai de flexion 3 points sur éprouvette préentaillée
- Figure 3.19 : Gainage de l'éprouvette de flexion trois points
- Figure 3.20 : Montage expérimental des essais de flexion trois points sous pression
- Figure 3.21 : Chemins de fissuration en fonction de l'orientation θ et de la pression de confinement
- Figure 3.22 : Variation moyenne de l'énergie γ_i de propagation de fissure dans le plan de schistosité
- Figure 3.23 : Variation de l'énergie γ_i de propagation en matrice et dans la schistosité en fonction de la pression de confinement
- Figure 3.24 : Interaction entre fissure principale et microfissures naturelles
- Figure 3.25 : Interaction en mode 1 entre fissure principale et microfissures naturelles
(a) Interaction forte
(b) Interaction quasi nulle
- Figure 3.26 : Evolution d'une fissure dans un champ de contrainte variable : Influence de la contrainte de serrage σ_{nn} des microfissures dans la future direction de propagation
- Figure 3.27 : Comparaison simulation-expérience des formes de rupture en essai de flexion trois points sur éprouvette préentaillée ($\theta = 30^\circ$)
(a) $P_c = 10$ MPa
(b) $P_c = 40$ MPa
- Figure 3.28 : Chemin de propagation calculé pour le modèle proposé
- Figure 4.1 : Description de l'essai biaxial pour des blocs de $50 \times 50 \times 25$ cm³ ou $40 \times 40 \times 25$ cm³ avec un trou de 50 mm de diamètre
- Figure 4.2 : Schéma de principe du dispositif expérimental
- Figure 4.3 : Cellule triaxiale vraie
- Figure 5.1 : Principe de calcul de l'énergie G ainsi que l'angle de branchement α
- Figure 5.2 : Schéma du principe de l'essai biaxial en problème plan
- Figure 5.3 : Essai biaxial pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,2$ MPa et $p_i = 13,2$ MPa
- Figure 5.4 : Valeurs de $G - G_c$ calculée pour différentes valeurs de A / r et régression parabolique
- Figure 5.5 : Evolution de $G - G_c$ en fonction de la longueur propagée A / r
- Figure 5.6 : Chemin de propagation calculé pour $\theta = 75^\circ$ avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,2$ MPa et $p_i = 13,2$ MPa

- Figure 5.7 : Essai biaxial pour une schistosité de 90° avec $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa et $p_i = 18$ MPa
- Figure 5.8 : Distribution de la contrainte σ_{nn} autour du trou pour $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa et $p_i = 0$
- Figure 5.9 : Valeurs de $G - G_c$ calculées pour différentes valeurs de A / r et régression parabolique
- Figure 5.10 : Evolution de $G - G_c$ maxi en fonction de la longueur propagée A / r
- Figure 5.11 : Chemin de propagation calculé pour $\theta = 90^\circ$ avec $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa et $p_i = 18$ MPa
- Figure 5.12 : Essai de fracturation hydraulique sur site parallèle à la schistosité
- Figure 5.13 : Principe de la superposition pour le calcul de σ_{nn}
- Figure 5.14 : Valeurs de $G - G_c$ calculées pour différentes valeurs de A / r et régression parabolique
- Figure 5.15 : Evolution de $G - G_c$ maxi en fonction de la longueur propagée A / r
- Figure 5.16 : Scénario de propagation lors des essais de fracturation hydraulique
- Figure 5.17 : Chemins de propagation obtenus par simulation numérique
- Figure 5.18 : Simulation numérique de l'essai biaxial ($\theta = 75^\circ$, $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,2$ MPa, $p_i = 13,2$ MPa) avec un premier pas de propagation dans la schistosité
- Figure 5.19 : Evolution de $G - G_c$ maxi en fonction de la longueur propagée A / r pour différents rapports E_2 / E_1
- Figure 5.20 : Simulation numérique de l'essai biaxial ($\theta = 75^\circ$, $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,2$ MPa, $p_i = 13,2$ MPa) avec un premier pas de propagation à 75° par rapport à la schistosité
- Figure 5.21 : Chemins de propagation pour différents rapports de E_2 / E_1

LEGENDE DES PHOTOS

- Photo 1.1 : La cellule U.S.B.M. avec les plots de mesure à l'avant et les stabilisateurs à l'arrière
- Photo 1.2 : Bâti de calibration de la cellule U.S.B.M. avec les deux micromètres par orientation
- Photo 2.1 : Détail de la cellule à l'intérieur du forage
- Photo 2.2 : Dispositif expérimental d'essai
- Photo 3.1 : Eprouvette moulée avec ses appuis
- Photo 3.2 : Chapeau supérieur de la cellule avec l'anneau dynamométrique sur la face inférieure du piston
- Photo 4.1 : Schéma de la mise en place du bloc dans la cellule triaxiale vraie
- Photo 4.2 : Sonde de fracturation hydraulique "sonde à jaquette"
- Photo 4.3 : Installation de la sonde à l'intérieur du trou
- Photo 4.4 : Injection d'huile par la pompe Gilson à l'intérieur de la sonde
- Photo 4.5 : Rupture de la jaquette pour des pressions élevées ≥ 30 MPa
- Photo 4.6 : Sonde de fracturation hydraulique "sonde à packer"
- Photo 4.7 : Faciès de rupture pour une schistosité de 30° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 10$ MPa et $p_i = 3$ MPa
- Photo 4.8 : Faciès de rupture pour une schistosité de 30° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa et $p_i = 5$ MPa
- Photo 4.9 : Faciès de rupture pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa et $p_i = 13,2$ MPa
- Photo 4.10 : Faciès de rupture pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa et $p_i = 13,2$ MPa
- Photo 4.11 : Faciès de rupture pour une schistosité de 60° avec $\sigma_1 = 20$ MPa, $\sigma_2 = 14,28$ MPa et $p_i = 6,5$ MPa
- Photo 4.12 : Rupture inclinée pour une schistosité de 90° avec $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa et $p_i = 20$ MPa
- Photo 4.13 : Rupture dans les plans de schistosité ($\theta = 90^\circ$) $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa et $p_i = 18$ MPa
- Photo 4.14 : Rupture du bloc pour des chargements élevés $\sigma_1 \geq 30$ MPa

LEGENDE DES TABLEAUX

- Tableau 2.1 : Valeur du module E_1 au cours des différents essais
- Tableau 2.2 : Valeurs du coefficient de Poisson ν_{12}
- Tableau 2.3 : Comparaison des résultats sur petits échantillons ($\phi = 37$ mm), et cube de 400 mm d'arête
- Tableau 2.4 : Comparaison de différentes valeurs de G_{12}
- Tableau 2.5 : Valeurs des modules utilisés pour l'étude de l'influence des paramètres
- Tableau 2.6 : Valeur de la contrainte obtenue par SINVERS au cours des différentes séries
- Tableau 2.7 : Influence de la valeur de démarrage sur la contrainte obtenue par SINVERS
- Tableau 2.8 : Etude de l'influence de E_1 sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS
- Tableau 2.9 : Etude de l'influence de ν_{12} sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS
- Tableau 2.10 : Etude de l'influence de E_2 sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS
- Tableau 2.11 : Etude de l'influence de G_{12} sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS
- Tableau 2.12 : Etude de l'influence de G_{12} sur la valeur de la contrainte σ obtenue par SINVERS pour différentes orientations de la schistosité
- Tableau 2.13 : Récapitulatif des essais de surcarottage avec la cellule U.S.B.M.
- Tableau 2.14 : Comparaison de l'état des contraintes pour différentes techniques de mesures
- Tableau 2.15 : Comparaison de l'état des contraintes obtenues par deux modes de dépouillement : méthode d'inversion et méthode des moindres carrés
- Tableau 3.1 : Valeur des angles de branchement pour chaque pas de calcul
(a) en prenant la valeur maximale de G dans le calcul numérique avec des variations angulaires de 2° ou $2,5^\circ$
(b) par régression parabolique
- Tableau 3.2 : Valeur des angles de branchement pour chaque pas de calcul
(a) en prenant la valeur maximale de G dans le calcul numérique avec des variations angulaires de 2° ou $2,5^\circ$
(b) par régression parabolique

- Tableau 4.1 : Tableau récapitulatif des divers essais réalisés
- Tableau 4.2 : Tableau récapitulatif des résultats des différents essais
- Tableau 5.1 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul
- Tableau 5.2 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul
- Tableau 5.3 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul
- Tableau 5.4 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul
- Tableau 5.5 : Valeurs des angles de branchement par rapport à la schistosité pour chaque pas de calcul pour différents rapports de E_2 / E_1

NOTATION

E_1, E_2, E_3	:	Modules d'Young
G	:	Taux de restitution d'énergie
G_c	:	Taux de restitution d'énergie critique
G_{12}, G_{13}, G_{23}	:	Modules de cisaillement
K_I	:	Facteur d'intensité de contrainte en mode 1
K_{II}	:	Facteur d'intensité de contrainte en mode 2
U_n	:	Déplacement normal
U_t	:	Déplacement tangentiel
$\{\varepsilon\}$:	Vecteur des taux de déformation
$\{\sigma\}$:	Vecteur des contraintes
$[A]$:	Matrice élastique
$[C]$:	Matrice de flexibilité ou compliance
σ_v	:	Contrainte verticale principale
σ_H	:	Contrainte horizontale majeure
σ_h	:	Contrainte horizontale mineure
σ_{mn}	:	Contrainte normale sur une facette de normale \vec{n}
σ_{tt}	:	Contrainte tangentielle
\hat{U}_t	:	Discontinuité de déplacement tangentielle
\hat{U}_t	:	Discontinuité de déplacement tangentielle
α°	:	Angle de propagation de la fissure
θ°	:	Orientation de la schistosité
ν_{12}, ν_{23}	:	Coefficients de Poisson

γ_i	:	Energie d'initialisation de la fissure
Q	:	Quantité de chaleur
K	:	Energie cinétique
U	:	Energie interne
V	:	Energie potentielle
ϕ	:	Travail des forces extérieures
P	:	Pression de confinement
μ	:	Coefficient de frottement sur les lèvres de fissures
D_c	:	Vecteur des déplacements radiaux calculés
D_m	:	Vecteur des déplacements radiaux mesurés par U.S.B.M.
C_d	:	Matrice de covariance relative aux déplacements
C_p	:	Matrice de covariance relative aux contraintes

SOMMAIRE

	pages
Introduction	1
Chapitre I. Etude bibliographique sur les techniques de mesures des contraintes in-situ et modes de dépouillement	4
1.1 Etudes antérieures sur la mesure des contraintes in-situ	5
1.2 Techniques de mesures par surcarottage	7
1.2.1 Méthode en fond de forage "Doorstopper"	7
1.2.1.1 Principe	7
1.2.1.2 Conclusion	7
1.2.2 Méthode en paroi de forage	9
1.2.2.1 Principe	9
1.2.2.2 Présentation des cellules de mesure	9
a - La cellule U.S.B.M.	9
b - La cellule C.S.I.R.O.	13
1.2.2.3 Conclusion et recommandations	13
1.3 Méthode de fracturation hydraulique	16
1.3.1 Introduction	16
1.3.2 Principe	16
1.3.3 Conclusion et remarques	18
1.4 Méthodes d'interprétation des mesures	18
1.4.1 Position du problème et formulation	18
1.4.2 Méthode combinatoire	18
1.4.3 Méthode des moindres carrés	19
1.4.4 Conclusion	20
1.5 Conclusion	20

Chapitre II. Théorie des problèmes inverses appliquée à la détermination des contraintes in-situ par les méthodes de surcarottage	21
2.1 Introduction	22
2.2 Théorie des problèmes inverses - Applications	22
2.2.1 Définition du problème	22
2.2.2 Approche statistique	23
2.2.3 Méthode de résolution	25
2.2.3.1 La méthode d'exploration systématique	25
2.2.3.2 La méthode de relaxation	25
2.2.3.3 La méthode de Gauss Newton	25
2.2.4 Structure générale du logiciel SINVERS	26
2.3 Validation de la méthode d'inversion par des essais de compression simple en laboratoire sur cube de schiste avec la cellule U.S.B.M.	28
2.3.1 Introduction	28
2.3.2 Description de la roche utilisée "le schiste"	29
2.3.3 Instrumentation du cube de schiste	29
2.3.4 Dispositif expérimental	30
2.3.5 Définition des différents essais effectués	31
2.4 Dépouillement des modules du bloc	32
2.4.1 Module d'Young E_1	32
2.4.2 Coefficient de Poisson ν_{12}	33
2.4.3 Comparaison des résultats avec les essais de compression simple sur petit échantillon	33
2.5 Mesures avec la cellule U.S.B.M.	34
2.5.1 Essais 1 et 3 (série a)	34
2.5.2 Essais 2 et 4 (série b)	34
2.6 Validation du logiciel SINVERS à partir d'essais en laboratoire	35
2.6.1 Résolution du problème direct : Utilisation du code DISDEPAN	35
2.6.2 Prise en compte des translations parasites induites dans le code DISDEPAN	35
2.6.3 Modélisation des essais - Influence des paramètres mécaniques du schiste	36

2.6.3.1	Influence des paramètres	36
2.6.3.2	Comparaison avec les résultats expérimentaux	37
2.6.4	Application de la méthode inverse : Logiciel SINVERS	38
2.6.5	Etude de l'influence des coefficients élastiques sur la valeur optimale	39
2.7	Application de la méthode d'inversion à la détermination des contraintes in-situ en mine	44
2.7.1	Présentation du site	44
2.7.2	Présentation des essais à la cellule U.S.B.M. et résultats bruts	45
2.7.3	Détermination des contraintes in-situ par SINVERS	49
2.7.3.1	Dépouillement des courbes de déplacements radiaux	49
2.7.3.2	Propriétés géomécaniques de la roche	52
2.7.3.3	Détermination des contraintes	51
2.7.4	Etude comparative de l'état des contraintes in-situ	53
2.7.4.1	Comparaison des résultats pour différentes techniques de mesures	53
2.7.4.2	Comparaison des résultats pour différentes méthodes numériques	53
a.	La méthode combinatoire	54
b.	La méthode des moindres carrés "classiques ou pondérés"	54
2.8	Conclusion	54
Chapitre III. Modélisation de la propagation de fracture par la mécanique linéaire de la rupture en milieu anisotrope		56
3.1	Introduction	57
3.2	Mécanique linéaire de la rupture en milieu anisotrope	57
3.2.1	Facteur d'intensité de contraintes	58
3.2.2	Critère énergétique de Griffith	59
3.2.3	Description des chemins de propagation de fissure : Branchement et condition de stabilité	60
3.2.3.1	Branchement	60
3.2.3.2	Stabilité - Instabilité	61
3.3	Méthode numérique	62

3.3.1	Logiciel DISDEPAN (DIScontinuité de DEplacement en milieu ANisotrope)	63
3.3.2	Calcul de G	63
3.3.3	Calcul de α_p	65
3.3.4	Prise en compte du frottement sur les lèvres des fissures	66
3.3.4.1	Conditions de contact	66
3.3.4.2	Conditions de frottement - glissement	66
3.3.4.3	Algorithme de calcul	67
3.3.5	Validation de la méthode numérique proposée	68
3.3.6	Effet de l'anisotropie des modules sur la propagation	71
3.4	Critère anisotrope - Influence de la pression de confinement	73
3.4.1	Mesure de G_c ou γ_i	74
3.4.1.1	Observations sur le chemin de rupture	76
3.4.1.2	Paramètres de propagation. Influence de la pression de confinement	81
3.4.2	Critère de propagation anisotrope	82
3.5	Proposition de critère de propagation en champ de contrainte variable. Premières applications numériques	83
3.5.1	Critère de propagation en champ de contrainte variable	83
3.5.2	Validation du critère sur les essais de flexion trois points	85
3.5.3	Application : rupture en mode 1 à partir d'un puits	85
3.6	Conclusion	86
Chapitre IV. Etude expérimentale sur le comportement des fissures en milieu anisotrope "Le Schiste"		87
4.1	Introduction	88
4.2	Découpage et préparation des blocs	88
4.3	Repérage des essais	88
4.4	Dispositif expérimental	89
4.4.1	Le triaxial vrai	90
4.4.2	Sondes d'essai	91
4.4.3	Les pompes	94
4.4.4	Emission acoustique	94

4.5	Résultats des essais et faciès de rupture	94
4.5.1	Propagation de la fissure	95
4.5.1.1	Propagation suivant les plans de schistosité	95
4.5.1.2	Propagation inclinée	95
4.5.1.3	Rupture du bloc	99
4.6	Conclusion	101
Chapitre V. Etude numérique de la propagation des fissures en fracturation hydraulique		102
5.1	Introduction	103
5.2	Validation du critère anisotrope sur des essais biaxiaux réalisés en Laboratoire	103
5.2.1	Méthode des Discontinuités de Déplacements "Logiciel DISDEPAN"	103
5.2.2	Modélisation des essais biaxiaux	104
5.2.2.1	Validation de l'essai biaxial à $\theta = 75^\circ$	104
5.2.2.2	Validation de l'essai biaxial à $\theta = 90^\circ$	108
5.3	Application du critère anisotrope sur des essais de fracturation hydraulique sur site	112
5.4	Etude de l'influence des modules E_1, E_2 sur les chemins de propagation de fissure	116
5.5	Conclusion	118
Conclusion générale - Perspectives		120
Bibliographie		123
Annexes		128
Annexe A		129
Annexe B		138
Annexe C		143
Annexe D		146
Annexe E		149
Annexe F		151
Annexe G		157
Annexe H		166
Annexe I		171

Annexe L	172
Annexe M	175
Annexe N	177

INTRODUCTION

Dans l'étude d'un ouvrage souterrain en génie minier, génie civil, génie pétrolier, ou pour le stockage des déchets nucléaires, la connaissance des contraintes naturelles du site est une des données primordiales pour les études de stabilité. La réalisation des mesures de ces contraintes in-situ dans un matériau anisotrope, comme le schiste, pose des problèmes au niveau de la technologie de la mesure et au niveau de l'interprétation.

Ainsi, dans le cadre des études méthodologiques sur les massifs anisotropes, un procédé d'évaluation des contraintes naturelles sur le terrain pour les roches anisotropes s'impose, surtout que l'un des sites de stockage des déchets radioactifs projeté se situe dans un massif schisteux.

Dans ce contexte, la première partie du présent travail constitue une contribution au développement d'une méthodologie de mesure de ces contraintes in-situ.

Pour estimer les contraintes sur site par fracturation hydraulique, il est nécessaire de connaître l'orientation de la fracture. En milieu isotrope, cette orientation est directement liée à l'état de contraintes en place. Dans les milieux anisotropes à discontinuités planaires, il semble intuitif qu'aux faibles états de contraintes, la fracture sera orientée dans le plan de discontinuité. On peut penser également que lorsque l'état de contraintes est suffisamment élevé, la fracture sera entièrement guidée par celui-ci.

La deuxième partie de ce travail vise à proposer une modélisation de la propagation de fracture en milieu anisotrope, ceci, par l'introduction d'un critère de propagation pour le schiste, selon la théorie de Griffith [32], dans un code de calcul "DISDEPAN" utilisant la méthode des discontinuités de déplacements en milieu anisotrope [25], [26], [52].

Autre que l'intérêt scientifique, le sujet présente un intérêt économique considérable, car le marché de la mesure des contraintes in-situ, en forage, fait actuellement l'objet d'une compétition sévère : U.S.A. avec Halliburton, Australie avec C.S.I.R.O., et le Japon qui apparaît de plus en plus agressif.

Ce travail s'inscrit dans l'effort conjugué des industriels et des organismes de recherche pour améliorer et adapter certaines techniques de mesures comme le surcarottage et la fracturation hydraulique au milieu anisotrope. Il fait l'objet d'une collaboration étroite entre le Laboratoire de Mécanique des Matériaux Fragiles de l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille (E.U.D.I.L. - L.M.L. - URA CNRS 1441), le Laboratoire de Mécanique des Terrains de l'Institut National de l'Environnement de la Recherche Industrielle et Scientifique (I.N.E.R.I.S. - Ecole des Mines de Nancy), et l'Agence Nationale des Déchets RADioactifs (A.N.D.R.A.).

Le contenu global du présent mémoire est présenté en cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, une étude bibliographique sur l'historique des contraintes in-situ sera abordée avec une présentation du principe de diverses techniques de mesure : vérin plat, Doorstopper, surcarottage, fracturation hydraulique, ainsi que leur mode de dépouillement. On présentera les deux cellules de mesure les plus utilisées au monde actuellement dans les essais de surcarottage "mesure en paroi de forage" :

- * La cellule américaine U.S.B.M. de l'United States Bureau of Mines,
- * La cellule australienne C.S.I.R.O. du Commonwealth Scientific And Industriel Research Organization.

Une discussion sur notre choix, d'une part, de la cellule U.S.B.M. plutôt que la cellule C.S.I.R.O., d'autre part, des deux techniques de mesure (surcarottage - fracturation hydraulique) que nous avons retenues pour notre étude, et qui nous paraissent les mieux adaptées à la mesure en profondeur sera faite. A la fin du chapitre, une formulation globale, qui relie les mesures par surcarottage ou par fracturation hydraulique au tenseur des contraintes, sera présentée.

Le deuxième chapitre présentera la méthode de calcul des contraintes mise au point sous la forme d'un logiciel de calcul, appelé SINVERS, qui regroupe deux codes de calcul :

- * Le code DISDEPAN, basé sur la méthode numérique des discontinuités de déplacements, qui nous permettra de modéliser les essais de surcarottage, ainsi que la fracturation hydraulique en 2D [47], [48].
- * Le code INVERS, basé sur la méthode d'Inversion de Tarantola [66]. Son rôle consistera à traiter les paramètres, que ce soient des données du problème ou des résultats d'une manière statistique, en faisant intervenir des fonctions de densités, des écarts types, des moyennes, ... dans un processus d'optimisation.

La validation de notre méthode de calcul par des essais de compression simple en laboratoire, avec la cellule U.S.B.M., sur cube de schiste de 40 cm d'arête, percé d'un trou en son centre, sera traitée. Cette étude expérimentale nous a permis aussi d'aborder l'influence des coefficients élastiques (E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12}) sur le tenseur des contraintes recherché, et de donner des directives pour les essais in-situ. Une application du logiciel de calcul à la détermination des contraintes in-situ, en mine, à 450 m de profondeur, dans le schiste, sera présentée. Une confrontation de notre méthode de calcul par rapport à d'autres sera donnée en fin de chapitre.

Le troisième chapitre constituera une modélisation de la propagation de fracture par la mécanique linéaire de la rupture en milieu anisotrope. Un critère anisotrope de propagation des fissures, dépendant de la pression de confinement, sera présenté dans le cas d'un schiste [2], [3]. Dans un premier temps, le critère sera validé en ressimulant numériquement les chemins de fractures en essais de flexion trois points, en fonction de la pression de confinement [50]. Dans une deuxième phase, des essais de fracturation hydraulique seront simulés numériquement. Les chemins de fracturation seront présentés en fonction de l'orientation des plans de schistosité et des contraintes appliquées.

Le quatrième chapitre sera consacré à une étude expérimentale sur le comportement des fissures en milieu anisotrope "Le schiste" lors des essais de fracturation hydraulique, et ceci, par la réalisation des essais biaxiaux ($\sigma_1 / \sigma_2 = K$) sur cube de schiste de dimension 50 x 50 x 25 cm³ ou 40 x 40 x 25 cm³, percé de part en part d'un trou de 50 mm en son centre. Au cours de ces essais biaxiaux, une sonde génératrice, d'une pression uniforme p à l'intérieur du trou, a été utilisée pour divers rapports de K et pour différentes orientations de la schistosité.

Le cinquième chapitre constituera une étude numérique de la propagation des fissures en fracturation hydraulique. En première partie, on simulera les essais biaxiaux réussis, en utilisant notre critère de propagation anisotrope introduit dans le code DISDEPAN. En deuxième temps, on simulera un essai de fracturation hydraulique, réalisé in-situ, à 430 m de profondeur dans le schiste. Une discussion sur les scénarios possibles des chemins de propagation, lors de certains essais de fracturation hydraulique, sera faite. En fin de chapitre, une étude de l'influence des modules de la roche (E_1 , E_2) sur les chemins de propagation sera présentée.

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES TECHNIQUES DE MESURES DES CONTRAINTES IN-SITU ET MODES DE DEPOUILLEMENT

Dans le cadre des études méthodologiques sur les massifs anisotropes, plusieurs organismes scientifiques souhaitent établir un procédé d'évaluation des contraintes in-situ.

En effet, les problèmes de stabilité et de dimensionnement des ouvrages souterrains sont étroitement liés au comportement des terrains encaissants. L'étude, et surtout la prévision du comportement des massifs rocheux autour des cavités souterraines, se heurtent en général à la détermination de nombreux paramètres difficiles à saisir, et ceci est d'autant plus complexe lorsqu'il s'agit d'un milieu anisotrope. Parmi ces paramètres, dont la connaissance est primordiale, on trouve celui de l'état initial des contraintes naturelles qui régnaient dans le massif non perturbé, d'où la nécessité de déterminer ces contraintes avant de démarrer les travaux. Ceci n'est accessible que par des mesures in-situ. On conçoit alors toute l'importance que les scientifiques ont accordé au développement des techniques de mesures, ainsi que leurs adaptations aux milieux anisotropes.

Avant de présenter ces techniques de mesures actuellement utilisées, on a jugé important de rappeler la théorie classique du calcul du tenseur des contraintes naturelles in-situ, afin d'apprécier tout l'intérêt qu'a apporté l'utilisation de ces techniques.

1.1 ETUDES ANTERIEURES SUR LA MESURE DES CONTRAINTES IN-SITU

Toutes les théories classiques, où on ne dispose pas de mesures quantitatives pour la détermination des contraintes à la paroi d'un ouvrage souterrain pour évaluer sa résistance, reposent sur des hypothèses très simplificatrices dont les principales sont :

- * La contrainte verticale σ_v , constante dans un plan horizontal, est égale au poids par unité de surface des terrains susjacentes,
- * La contrainte horizontale σ_h , isotrope, est proportionnelle à la contrainte verticale σ_v :

$$\sigma_h = K \sigma_v$$

K étant le coefficient de la poussée

v étant le coefficient de Poisson ; on a, si l'on suppose une condition oedométrique :

$$\frac{v}{1-v} < K < 1$$

Alors que la théorie laisse prévoir que $\sigma_h < \sigma_v$, c'est le contraire qui a été observé sur de nombreux sites de mesures. En effet, sur un site donné, il est très difficile de prévoir le module et l'orientation des contraintes horizontales qui sont davantage guidée par la structure du massif rocheux et les contraintes tectoniques qui lui sont liées que par le comportement rhéologique du matériau (Brown E.T et Hoek E [12]).

Pour remédier à ces hypothèses trop simplificatrices, voir fausses dans certains cas tels que les milieux anisotropes, un grand nombre de techniques pour mesurer les contraintes en place dans les roches surtout isotropes ont été développées, et sont actuellement appliquées sur de nombreux sites.

L'une de ces techniques consiste à mesurer la pression nécessaire, injectée dans un vérin, pour ramener une roche à l'état initial de déformation qu'elle avait avant l'ouverture de la saignée où est placé le vérin : C'est la technique du vérin plat (Tincelin M.E [67], Bertrand L et al [11], Revalor et al [55] (fig. 1.1)).

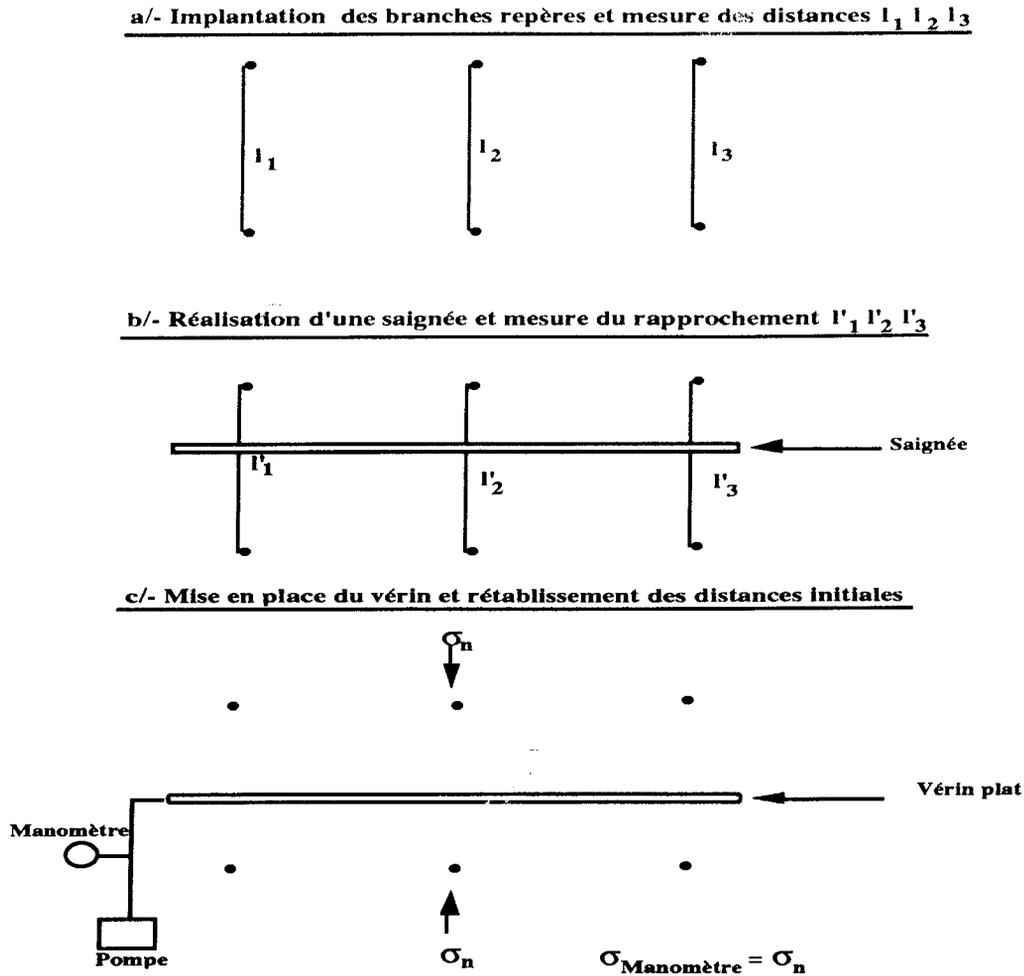


Figure 1.1 : La procédure de la technique du vérin plat

L'inconvénient majeur est que cette technique est superficielle, ce qui est très gênant pour les mesures en cavités souterraines où elles se situent dans une roche décomprimée, et que les valeurs des contraintes résiduelles jouent un rôle important et rendent l'interprétation des résultats délicate. De plus, le comportement d'une roche fraîchement déchargée est fonction du temps (Swolfs H. [64]), et le développement d'une microfissuration complique l'étude.

Une autre technique profite des discontinuités naturelles ou artificielles du milieu pour mesurer les pressions d'ouverture ou de réouverture des fissures lors d'une injection de fluide. Les contraintes dans des volumes de plusieurs mètres cubes sont ainsi déterminées : C'est la technique de fracturation hydraulique (Haimson B.C[35], Cornet F.H. [23]).

On trouve aussi d'autres techniques de mesure basées sur l'observation des déformations induites dans la roche par un relâchement local des contraintes, provoqué artificiellement dans la zone de mesure. Ces techniques de libération totale des contraintes se divisent en deux méthodes : On trouve celle utilisant des cellules de mesure de types U.S.B.M., C.S.I.R.O., cellule de Liège (Bonnehère F. [15], Buyle Bodin F. [19]) installées à l'intérieur d'un forage, et qui nous permettent de suivre les déformations induites par un surcarottage autour de ces appareils : c'est la technique de surcarottage sur parois. L'autre méthode est basée sur des mesures extensométriques effectuées sur la face frontale d'un forage carotté : C'est la technique du Doorstopper.

Il faut bien préciser que la plupart des études réalisées avec ces techniques ont été faites sur des milieux considérés le plus souvent comme isotropes (Charlez Ph. [21], Cornet F.H. [23], Fairhust C. [30], Bonnehère F. [16], Rochet L. [58]), sauf certaines qui ont traité le problème de l'anisotropie des roches (Amadei B. [4], Rahn W. [54], Ribacchi R. [57], Baroudi H. [7]).

La suite de ce chapitre vise à présenter les adaptations de ces différentes techniques de mesure aux milieux anisotropes, sauf le vérin plat qui ne présente pas d'intérêt pour des mesures en grandes profondeurs.

Le principe de chacune de ces techniques (Surcarottage - Doorstopper - Fracturation hydraulique) sera donné en détail. Les formulations mathématiques qui relient les informations mesurées in-situ au tenseur des contraintes du massif anisotrope seront données en annexes.

1.2 TECHNIQUES DE MESURES PAR SURCAROTTAGE

1.2.1 METHODE EN FOND DE FORAGE "DOORSTOPPER" (Rahn W. [54], Ribacchi R. [57], Leeman E.R [43], Rochet L. [58])

1.2.1.1 Principe

Pour déterminer les contraintes in-situ par la méthode de Doorstopper, la technique consiste à forer tout d'abord un premier trou jusqu'à la profondeur souhaitée de mesure (fig. 1.2.a). Un second forage concentrique au premier est ensuite réalisé avec un diamètre plus petit (fig. 1.2.b). Une rosette formée de trois jauges d'extensométrie est installée sur le fond plat de ce dernier forage (fig. 1.2.c). Dans la pratique, les principales difficultés sont liées à la préparation de l'emplacement de mesure. Le fond du carottage doit être exempt de fissures et de venues d'eau qui perturberaient les mesures ou nuiraient à la qualité du collage. La rectification du fond du forage est indispensable et nécessite l'utilisation d'une surfaceuse spéciale.

Le principe de la technique de Doorstopper est basée sur l'observation des déformations induites dans la roche par un relâchement local des contraintes, provoqué artificiellement dans la zone de mesure autour de la rosette (fig. 1.2.d). Le passage de ces déformations mesurées par des jauges d'extensométrie aux contraintes préexistantes nécessite la connaissance de la loi de comportement du matériau. Généralement, on admet l'hypothèse d'élasticité linéaire, et les caractéristiques mécaniques sont déterminées le plus souvent par des essais de laboratoire sur petit échantillon. La connaissance des caractéristiques de la déformabilité de la roche (Module d'Young E_i et coefficients de Poisson ν_{ij}) permet de passer des déformations mesurées notées $\{\epsilon^\circ\}$ au tenseur des contraintes locales préexistant sur le fond du forage noté $\{\sigma^\circ\}$. Les équations qui relient le tenseur $\{\epsilon^\circ\}$ au tenseur $\{\sigma^\circ\}$ sont données dans l'annexe A pour trois types de matériaux : isotrope - isotrope transverse - orthotrope.

Le passage ensuite des contraintes locales $\{\sigma^\circ\}$ aux contraintes réelles régionales $\{\sigma_\infty\}$ préexistantes dans le massif à l'emplacement du point de mesure est effectué en tenant compte des facteurs de concentration des contraintes provoqués par la présence du forage lui-même.

Il n'existe pas de solution analytique à ce problème de concentration de contrainte. Néanmoins, les travaux de divers auteurs ont permis de déterminer, par voies expérimentales et par des études sur modèles numériques, la forme des relations qui existent entre les composantes de ces deux tenseurs de contraintes $\{\sigma^\circ\}$ et $\{\sigma_\infty\}$, que ce soit en milieu isotrope (Rochet L.[58], Leeman E.R.[43]) ou en milieu anisotrope (Rahn W. [54], Ribacchi R. [56]).

Tous les calculs reliant le tenseur de déformations mesurées $\{\epsilon^\circ\}$ au tenseur des contraintes régionales $\{\sigma_\infty\}$, en passant par le tenseur $\{\sigma^\circ\}$ pour un milieu anisotrope sont donnés en annexe A.

1.2.1.2 Conclusion

Si la méthode de Doorstopper paraît simple dans son principe, elle nécessite certaines précautions d'exécution en particulier pour le collage des jauges extensométriques. La mise en

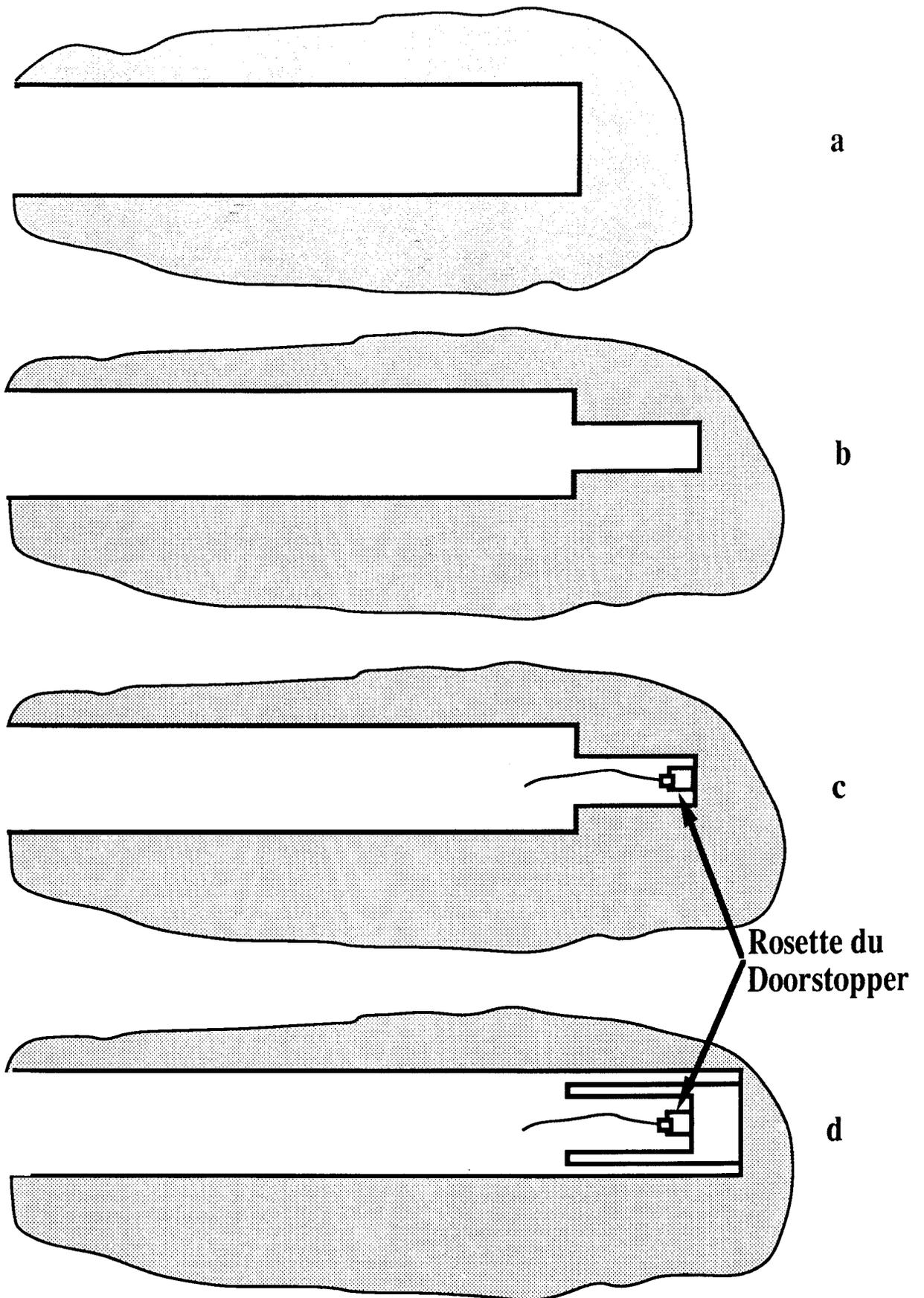


Figure 1.2 : La procédure de la technique du Doorstopper

oeuvre de la technique est d'autant plus délicate que la profondeur d'investigation est plus grande. Dans la pratique, la profondeur d'investigation de la méthode dépasse rarement quelques mètres, la méthode étant généralement mise en oeuvre à partir d'une galerie.

1.2.2 METHODE EN PAROI DE FORAGE (Amadei B.[6], Berry D.S.[9])

1.2.2.1 Principe

Dans son principe, cette méthode est analogue à la précédente. En effet, les informations enregistrées par la technique sous forme de déformations ou de déplacements ne sont plus mesurées en un seul point du forage (au centre de sa face frontale dans le cas du "Doorstopper"), mais généralement en trois points différents, disposés sur trois génératrices à 120° sur la paroi du forage. Les informations enregistrées s'effectuent en général par un appareil conçu spécialement comme la cellule U.S.B.M. mesurant des déplacements ou la cellule C.S.I.R.O. mesurant des déformations placée dans un forage dans le lieu où on veut connaître les contraintes (fig. 1.3.c). On relâche alors complètement les contraintes autour de l'appareil par un surcarottage en gros diamètre avec un carottier à parois minces (fig. 1.3.d). Les informations enregistrées en continu (déplacements pour la cellule U.S.B.M. ou déformations pour la cellule C.S.I.R.O.), suivant plusieurs directions n du forage, permettent, d'une part, d'analyser l'évolution de ces paramètres au cours de la foration pour interpréter correctement la validité de chaque essai, d'autre part, par inversion et en appliquant les lois de l'élasticité linéaire, de remonter au tenseur des contraintes naturelles.

Tous les calculs directs reliant le tenseur $\{\epsilon^o\}$ mesuré in-situ par l'une des cellules (USBM ou CSIRO) au tenseur des contraintes régionales $\{\sigma_{\infty}\}$ sont donnés en annexe B.

L'avantage majeur de l'utilisation de cette technique par rapport à celle de Doorstopper, c'est qu'elle nous permet parfois, et selon la cellule utilisée, de remonter au tenseur des contraintes naturelles par la réalisation d'un seul essai. Cette méthode atteint des profondeurs inaccessibles pour la technique de Doorstopper.

1.2.2.2 Présentation des cellules de mesure

Le nombre de sondage à réaliser lors d'une campagne de mesure par la technique de surcarottage, ainsi que leurs dispositions géométriques, dépendent de la nature de la roche, et surtout de la cellule de mesure associée à l'opération (Amadéi B. [5]). En effet, les signaux récupérés après un essai de surcarottage diffèrent d'une cellule à l'autre. Par conséquent, une étude bibliographique sur les cellules de mesure susceptibles d'être utilisées en milieu anisotrope a été réalisée (Misbahi A. [46], Revalor R. [56]).

Le choix entre différents appareils : la cellule U.S.B.M., la cellule C.S.I.R.O., la cellule de Liège ou la cellule de CERCHAR, était fort embarrassant. Mais la recherche d'un appareil robuste et simple d'utilisation en grande profondeur dans des déformations anisotropes ont guidé notre choix vers les deux cellules U.S.B.M. et C.S.I.R.O. que nous présenterons. Les autres cellules sont données sous forme d'un tableau récapitulatif en Annexe I.

a) La cellule U.S.B.M. (fig. 1.5, photo 1.1)

Cette cellule a été développée par l'United States Bureau of Mines. Le diamètre de son corps est de 38 mm, et elle comporte trois paires de bras palpeurs mesurant les déplacements radiaux suivant trois directions à 120°, notées A, B, C, et ceci, dans le même plan (fig. 1.4). Les déplacements radiaux sont mesurés par l'intermédiaire de poutres cantilever, instrumentées de jauges de déformation.

Malgré sa simplicité, la cellule a une très bonne précision (0,75 μm), étanche, insensible à la température, et l'extrémité de chacun de ces bras est muni d'un piston très résistant à l'abrasion.

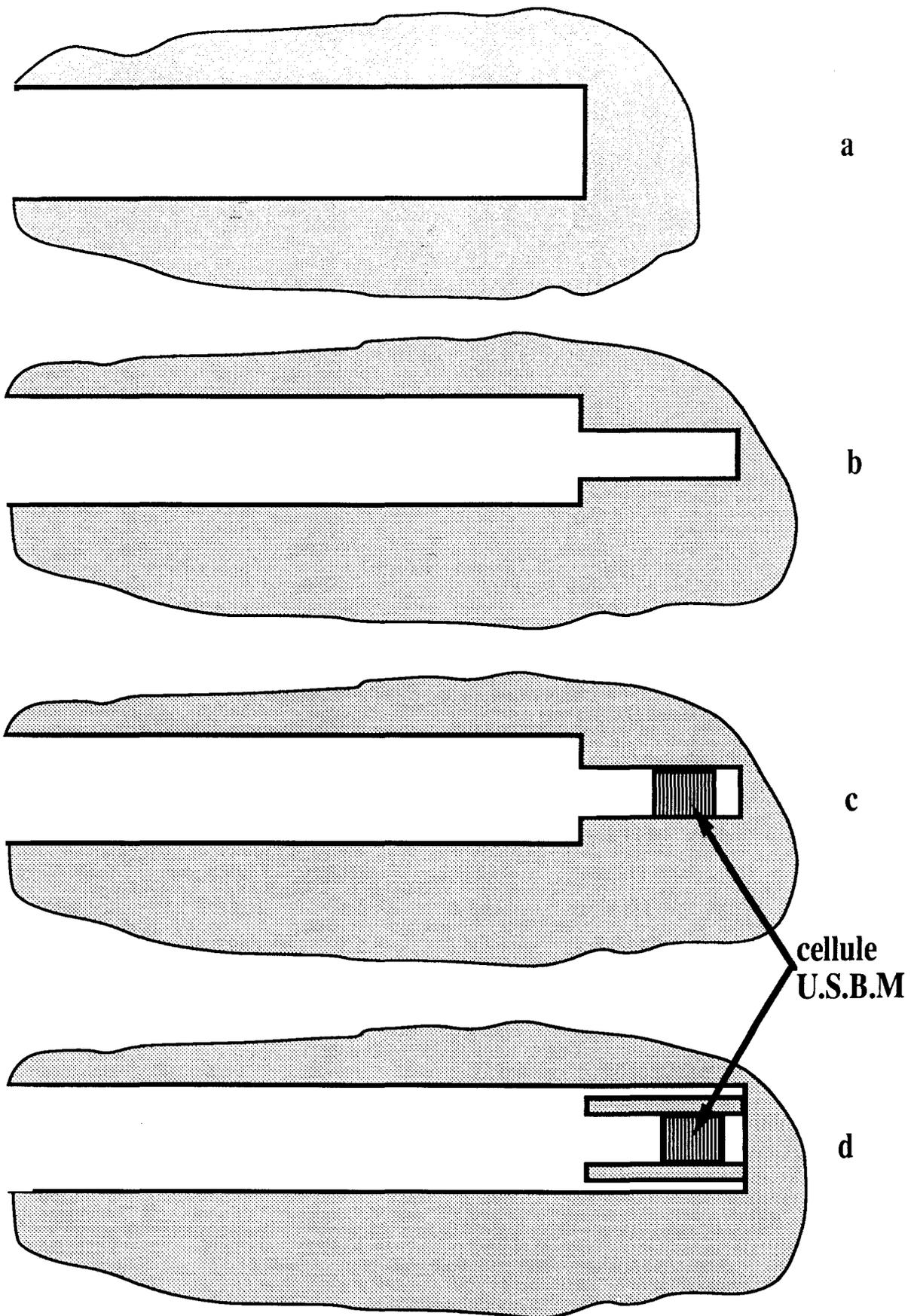


Figure 1.3 : La procédure de surcarottage

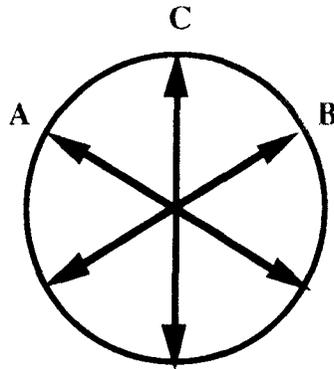


Figure 1.4 : Repérage des directions de mesure radiale de la cellule U.S.B.M.

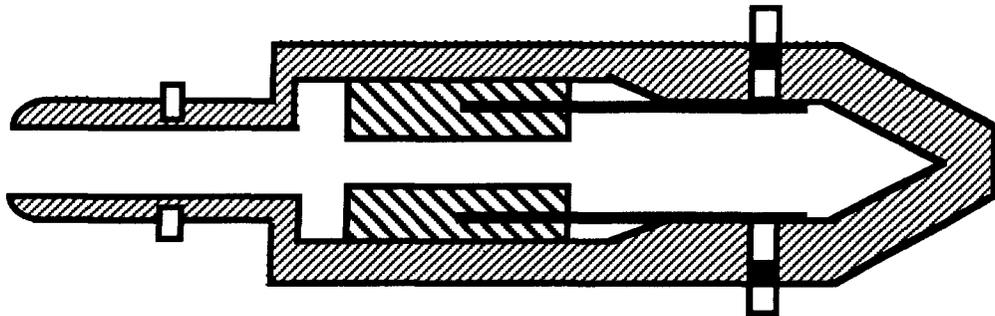


Figure 1.5 : Schéma de la cellule U.S.B.M.

Avant chaque série de mesure, il est nécessaire de procéder au calibrage de la cellule grâce à un bâti de calibration (photo 1.2), fourni avec la cellule.

L'étalonnage consiste donc à connaître avec précision la correspondance entre les microdéformations lues par la cellule et la valeur des déplacements. Un exemple d'étalonnage de la cellule est donné par l'Annexe C.

Il est obtenu en moyenne, les valeurs suivantes :

- Direction A $2 U_r (\mu\text{m}) = 0.103 (E-06)$
- Direction B $2 U_r (\mu\text{m}) = 0.105 (E-06)$
- Direction C $2 U_r (\mu\text{m}) = 0.109 (E-06)$

Le facteur de jauge utilisé lors de la calibration étant de 1,5.

Chaque essai de surcarottage avec la cellule U.S.B.M. fournit trois mesures de variations de diamètre ($AD = 2\Delta U_r$). Sans imposer de condition préalable, il faut au moins deux essais orientés différemment (six mesures) pour remonter au tenseur des contraintes naturelles.

Pour pouvoir déterminer avec précision l'orientation de la cellule U.S.B.M. dans le trou, nous avons utilisé un inclinomètre de type "PAJARI", fixé au train de tige, côté fond du trou.

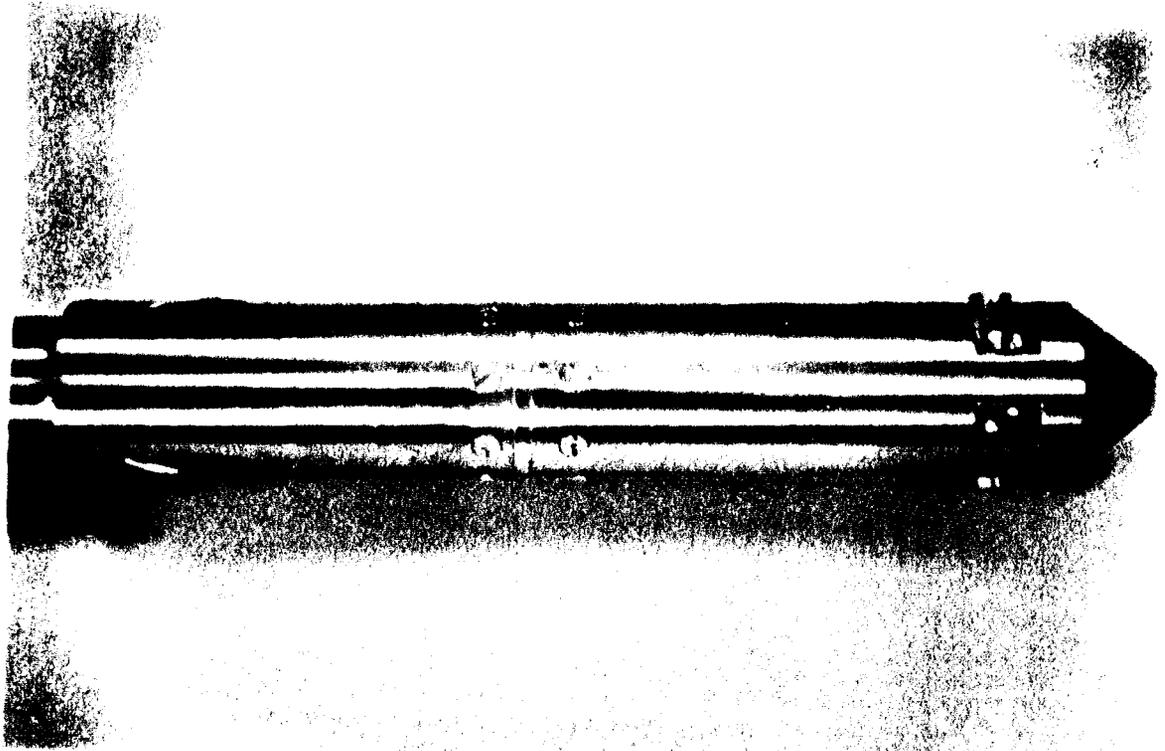


Photo 1.1 : La cellule U.S.B.M. avec les plots de mesure à l'avant et les stabilisateurs à l'arrière

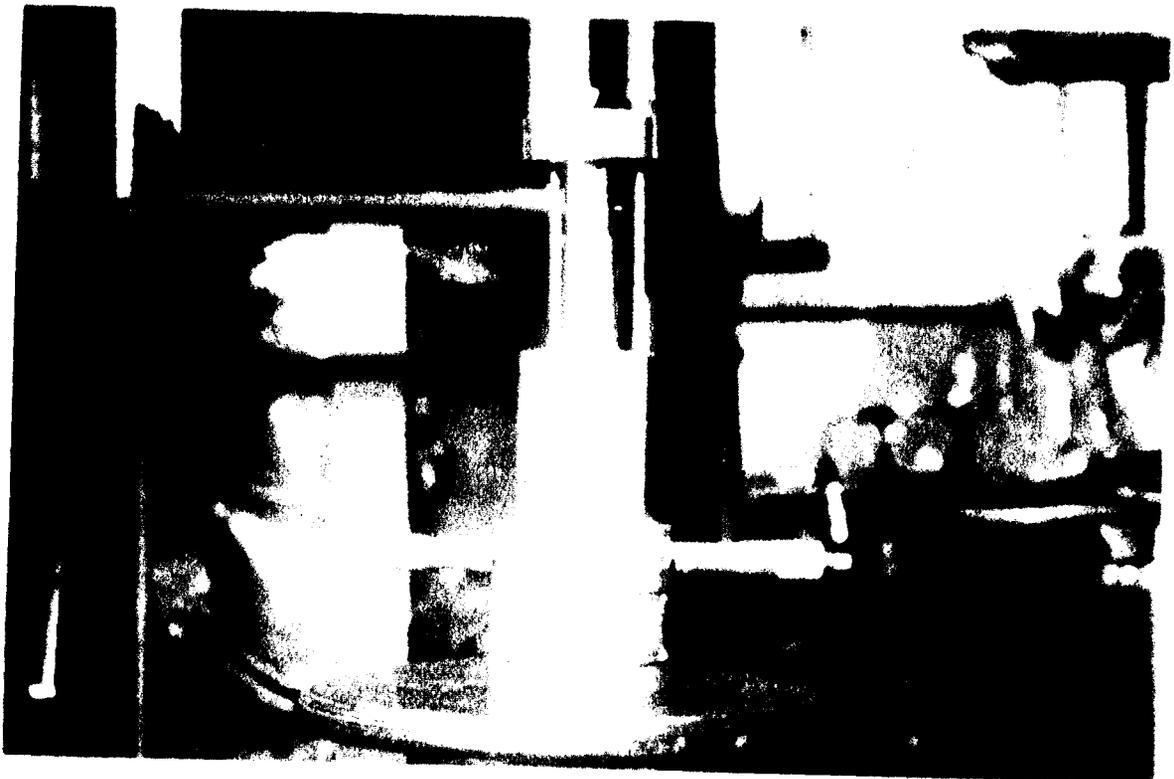


Photo 1.2 : Bâti de calibration de la cellule U.S.B.M. avec les deux micromètres par orientation

Afin d'assurer une bonne fixation de la cellule dans le forage lors des essais sur site, on a utilisé le système "Reverse case" qui nous a permis de fixer la cellule des deux côtés. Cette double fixation est d'autant plus conseillée quand les sondages sont inclinés, car dans ce cas, le poids du câble a tendance à faire bouger la cellule.

b) La cellule C.S.I.R.O.

Cette cellule a été développée par le C.S.I.R.O. (Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization) en Australie, autour des années 1972-1975. Elle est de type inclusion creuse et déformable.

Son piston creux en résine acrylique glisse directement dans un cylindre (corps de la cellule) en résine époxy, dont les diamètres extérieur et intérieur valent respectivement 36 et 32 mm (fig. 1.6). La cellule C.S.I.R.O. est qualifiée de déformable dans la mesure où son module de déformation est très petit par rapport à celui de la roche.

La cellule C.S.I.R.O. possède 12 jauges (9 jauges sous forme de 3 rosettes) fixées sur le corps cylindrique de la cellule (fig. 1.7).

- 5 jauges à 45° par rapport à l'axe de forage,
- 5 jauges tangentielles,
- 2 jauges axiales.

La longueur des jauges (10 mm), ainsi que leur largeur (2,5 mm) permettent d'effectuer des mesures correctes jusqu'à une dimension de grains de la roche de 4 mm.

Afin d'assurer un enregistrement en continu pendant toute la durée de l'essai, un câble électrique reliant toutes les jauges de la cellule à une centrale d'acquisition traverse carottier et tiges de sondage au moment du surcarottage.

La C.S.I.R.O. est mise en oeuvre dans un sondage de 38 mm, après avoir pris soin de nettoyer ce dernier au trichloréthylène. Le cylindre creux de la cellule est rempli de colle avant introduction dans le sondage. Cette colle est expulsée lors de la mise en place par le piston, poussé par les tiges de réglage en profondeur (fig. 1.6) lorsqu'elles arrivent en butée sur le fond du sondage. Ainsi les jauges, qui sont à une distance moyenne de 1,5 mm de la surface rocheuse, se trouvent solidaires en déformation avec le massif. Un fil tendu sur la partie arrière de la cellule permet de contrôler l'extension complète de la colle. Le surcarottage est effectué par un sondage d'au moins 86 mm de diamètre. Pendant l'essai, les déformations ainsi que la température sont mesurées en continu.

1.2.2.3 Conclusion et recommandations

Avant de démarrer un essai de surcarottage, il est indispensable de s'assurer que les cellules (U.S.B.M. ou C.S.I.R.O.) sont bien fixées dans le forage, et que tous les capteurs sont en contact avec la roche. La stabilité des enregistrements nous renseigne sur la qualité de mise en oeuvre de l'essai.

Une expérimentation en Laboratoire de la cellule C.S.I.R.O. s'est avérée très délicate et surtout très coûteuse : Une seule utilisation de la cellule C.S.I.R.O. par essai (Dodane P. [29]).

Lors des essais de surcarottage sur site en collaboration avec le Laboratoire de mécanique de terrains d'INERIS de Nancy, l'inspection des carottes après découpage a montré, pour certains essais, que la répartition de la colle autour de la cellule C.S.I.R.O. présente des intrusions d'air par endroits (Baroudi H. [7]).

Afin d'éviter ce genre de problème qui fausse la lecture des enregistrements, et qui provoque des complications au niveau du dépouillement des mesures, seule la cellule U.S.B.M. sera utilisée dans la suite de notre étude. Néanmoins, une utilisation sur le terrain en mine de C.S.I.R.O. à titre comparatif avec la cellule U.S.B.M. sera présentée en deuxième chapitre.

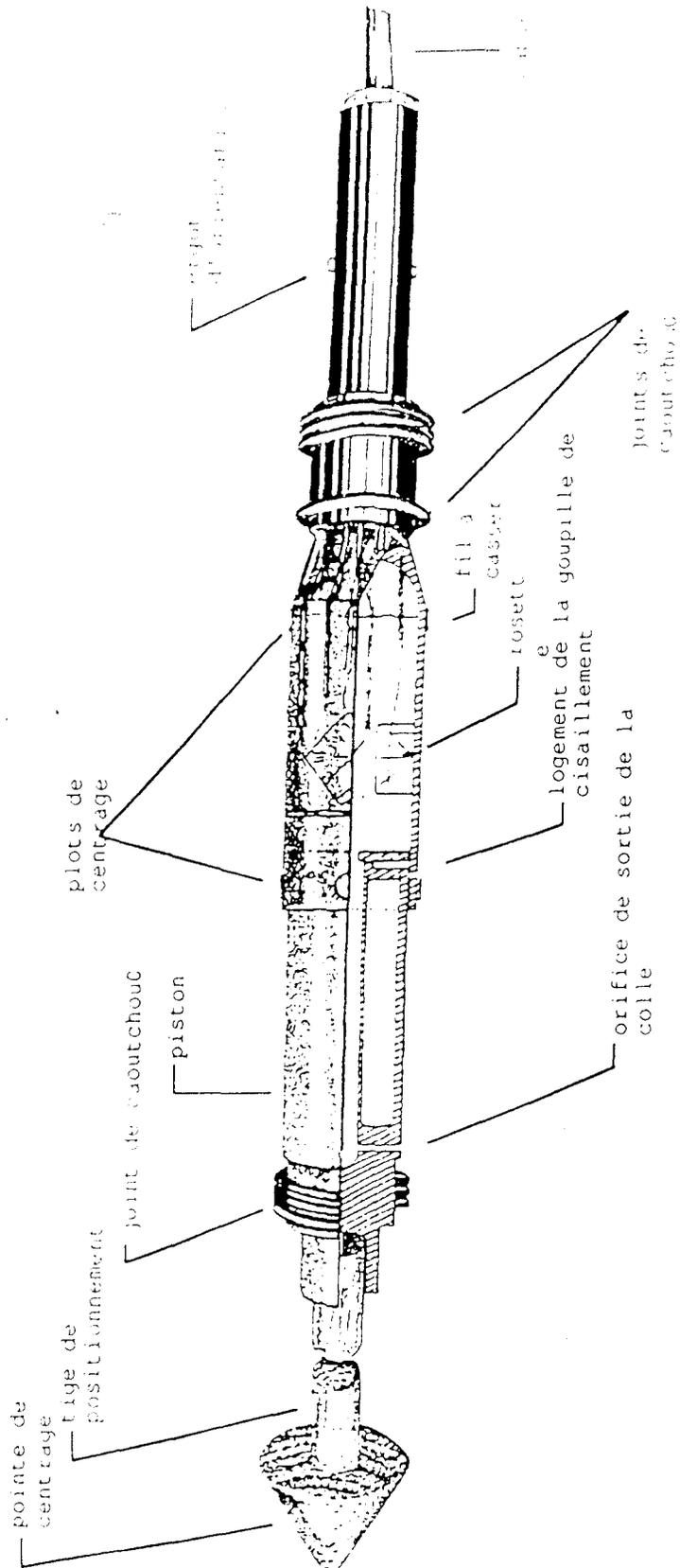


Figure 1.6 : Cellule C.S.I.R.O.

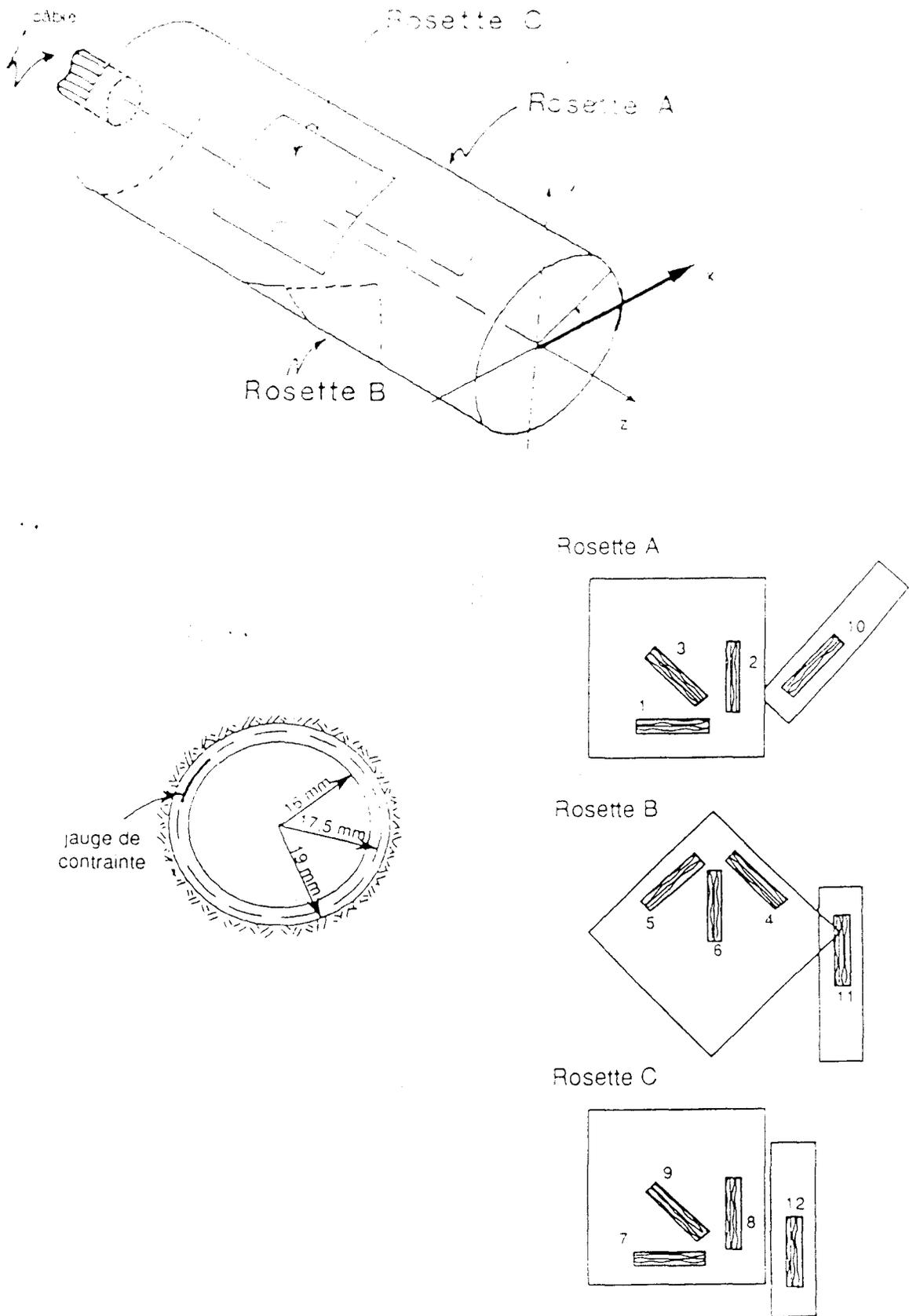


Figure 1.7 : Géométrie de la cellule C.S.I.R.O.

- a) Position des rosettes
- b) Section de la cellule
- c) Répartition des jauges

1.3 METHODE DE FRACTURATION HYDRAULIQUE

1.3.1 Introduction

Le procédé de la fracturation hydraulique a été développé par l'industrie pétrolière grâce aux observations des puits d'injection. En effet, on a constaté que la pression d'injection d'eau, d'acide ou d'hydrocarbure lors des travaux d'acidification des puits pouvait augmenter tout d'abord, puis diminuer ensuite, d'où l'idée d'une rupture de la formation géologique.

La première opération de fracturation hydraulique qui avait pour but de casser la formation par injection de fluide a été réalisée en 1947 aux Etats-Unis d'Amérique (U.S.A.).

Cette technique, qui a eu pour but au départ de stimuler les réservoirs pétroliers, s'est développée depuis pour s'adapter à la mesure des contraintes in-situ.

1.3.2 Principe

La détermination des contraintes par fracturation consiste à tester le comportement d'une fracture, créée artificiellement ou naturellement, par injection de fluide sous pression dans une portion de sondage isolée par un système étanche de deux obturateurs (packers) (fig. 1.8).

L'essai est conduit jusqu'à provoquer l'ouverture et l'extension de la fracture loin du sondage. On enregistre durant l'essai les variations de pression, ainsi que de débit dans la chambre de fracturation. L'examen de la courbe de pression (fig. 1.9) nous permet de distinguer plusieurs phases successives :

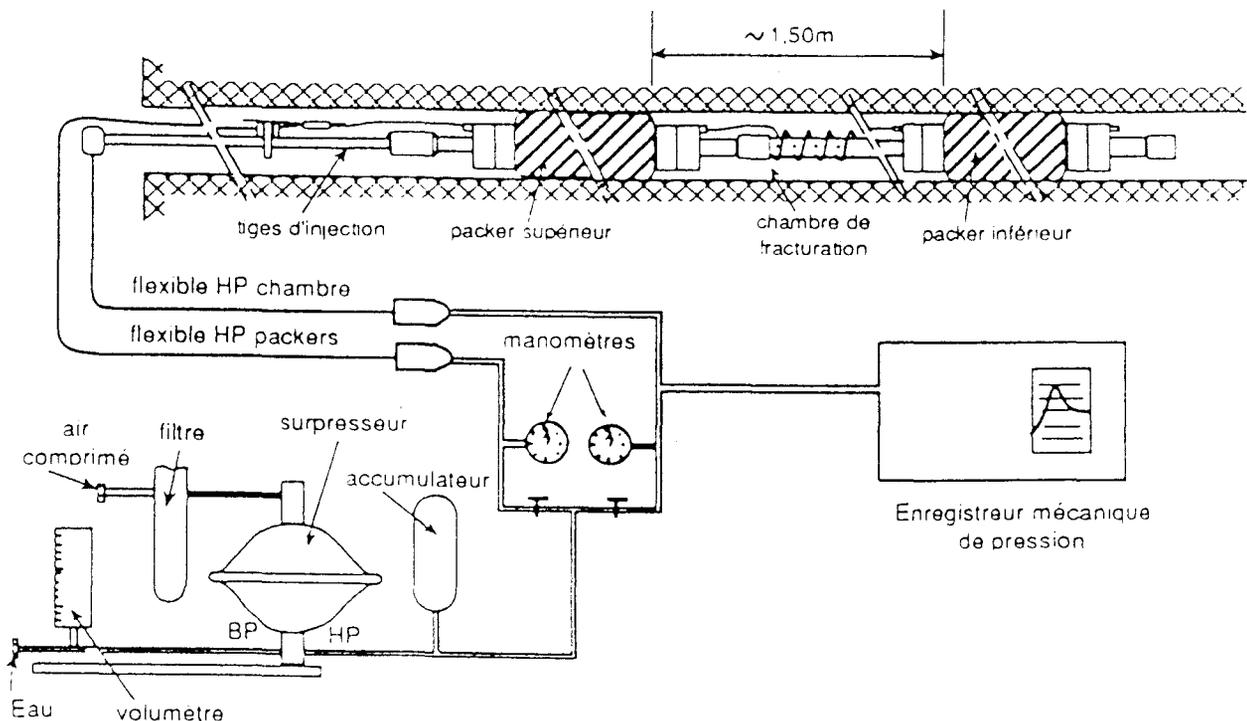


Figure 1.8 : Schéma du matériel de fracturation hydraulique

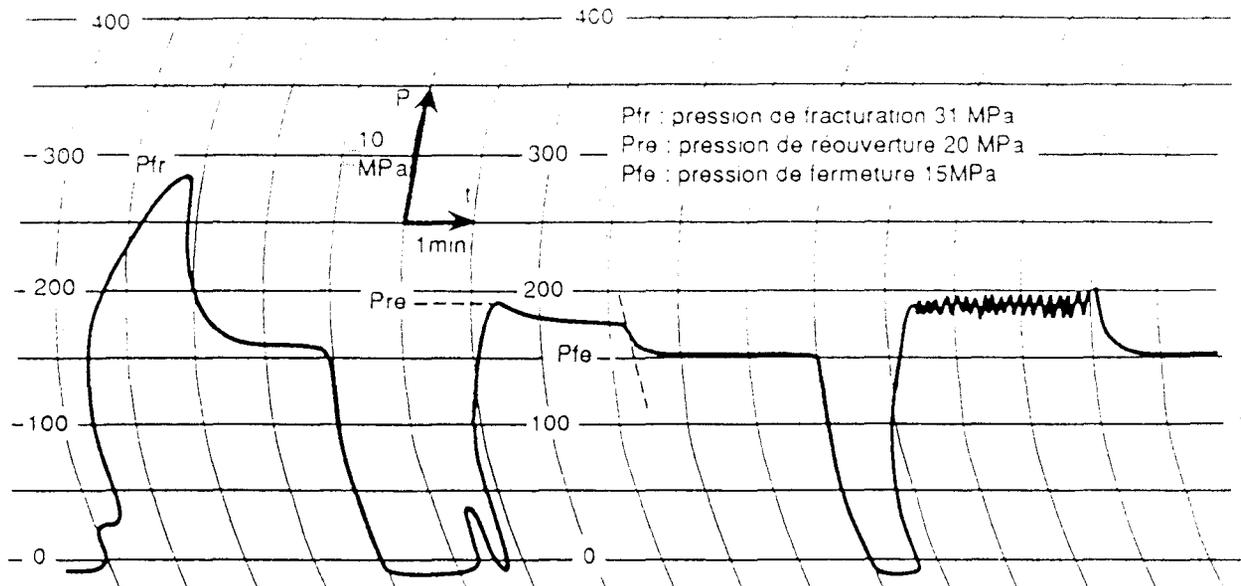


Figure 1.9 : Courbe d'enregistrement : pression = f (temps)

- Phase de montée en pression dans le forage jusqu'à la rupture :
C'est ce qu'on appelle la pression de fracturation de la roche :
"Frac Breakdown Pressure FBP = P_{fr} "
- Phase de chute, puis stabilisation de la pression de propagation de fracture.
- Phase de fermeture de circuit et arrêt d'injection. La pression passe par une chute, puis se stabilise. La fracture se referme petit à petit :
C'est ce qu'on appelle la pression de fermeture P_{fe} :
"Frac Closure Pressure FCP"
- Phase de remontée en pression jusqu'à réouverture de la fracture :
C'est ce qu'on appelle la pression de réouverture P_{re}
"Frac Reopening Pressure FRP".

1.3.3 Conclusion et remarques

L'orientation du tenseur des contraintes est caractérisée par la direction de la fracture dans l'espace. Celle-ci est repérée après essai par une prise d'empreintes à l'aide d'un packer d'impressions orienté.

L'allure de la courbe des pressions en cours de l'essai nous renseigne sur la perméabilité du terrain. Si la pression chute rapidement, le milieu est soit très perméable, soit très fracturé. Il est alors préférable de changer de zone, car les pertes de charge induites rendent l'essai de fracturation hydraulique difficile (Cornet F.H. [23]).

L'enregistrement en continu de la pression au cours de l'essai nous permet, soit de relier les valeurs de P_{fr} , P_{fe} , P_{re} aux contraintes naturelles d'une manière directe, soit par une modélisation de l'essai de fracturation hydraulique, et en tenant compte de la valeur de la pression de fracturation P_{fr} de déterminer le chemin de propagation des fissures loin de la paroi du forage.

Le calcul, dit direct permettant de remonter au tenseur des contraintes à partir des données des essais de fracturation hydraulique pour un milieu anisotrope, est présenté dans l'Annexe D.

1.4 METHODES D'INTERPRETATION DES MESURES

1.4.1 POSITION DU PROBLEME ET FORMULATION

Pour toutes les techniques de mesure citées au-dessus, il s'agit en effet d'exprimer les quantités mesurées (pressions, déplacements, déformations), en fonction des contraintes naturelles. Cette expression peut se formaliser dans un repère fixe (X, Y, Z) par :

$$Y_i = a_{1i} \sigma_{XX} + a_{2i} \sigma_{YY} + a_{3i} \sigma_{ZZ} + a_{4i} \sigma_{YZ} + a_{5i} \sigma_{XZ} + a_{6i} \sigma_{XY} \quad (1.1)$$

ou sous forme matricielle par :

$$Y = A \sigma \quad (1.2)$$

Où :

Y : Vecteur (n,1) correspondant aux n mesures (n déplacements pour la technique de surcarottage avec la cellule U.S.B.M., par exemple),

A : Matrice (n,6) des coefficients, dépendant de la géométrie (orientation du sondage, schistosité ...), et des propriétés de la roche,

σ : Vecteur des contraintes (6,1) exprimé dans un repère fixe (X, Y, Z).

La détermination du tenseur des contraintes naturelles consiste donc à résoudre le système des équations (1.2). Dans ce chapitre, on présentera les deux modes de résolution de ce système qu'on trouve dans la littérature des mesures des contraintes in-situ : La méthode combinatoire et la méthode des moindres carrés.

1.4.2 METHODE COMBINATOIRE

Pour le cas où l'on a autant de contraintes à déterminer ($p = 6$) que des données (Y) et où A est une matrice inversible, la solution du problème se résume à inverser A. Ce cas peut être étendu pour n données de Y ($n > p$) en combinant les données, par exemple, de p ($p = 6$).

En effet, d'une manière générale, le principe de la méthode combinatoire consiste à résoudre des combinaisons de p équations à p inconnues, prises dans les n équations formant le système principal (1.2). Le nombre total de ces combinaisons est donné par :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (1.3)$$

Cette méthode ne fournit pas une solution optimale, toutefois une estimation de la moyenne des C_n^p solutions à titre indicatif, est donnée par le maximum de l'histogramme des solutions trouvées (plusieurs maximums peuvent apparaître). Par contre, l'écart type n'a pas de signification puisque les C_n^p solutions ne sont pas indépendantes entre elles.

La méthode combinatoire est rarement utilisée dans les problèmes d'interprétation de mesures des contraintes. Elle se limite le plus souvent à l'identification de mesures suspectes : en effet, une mesure induisant dans l'ensemble des combinaisons des solutions non acceptables physiquement peut être considérée comme suspecte, voire fausse.

Afin de pallier le manque de fiabilité de la méthode combinatoire et le temps de calcul (plusieurs heures pour résoudre les C_n^p systèmes d'équations), d'autres techniques d'interprétation ont été développées, telle la méthode classique des moindres carrés.

1.4.3 METHODE DES MOINDRES CARRÉS

Le principe de la méthode consiste à introduire une erreur ε_i dans l'équation (1.1) sous la forme suivante :

$$Y_i = a_{1i} \sigma_{XX} + a_{2i} \sigma_{YY} + a_{3i} \sigma_{ZZ} + a_{4i} \sigma_{YZ} + a_{5i} \sigma_{XZ} + a_{6i} \sigma_{XY} + \varepsilon_i \quad (1.4)$$

ou sous la forme matricielle :

$$Y = A \sigma + \varepsilon \quad (1.5)$$

En général, les erreurs ε_i sont indépendantes et suivent une distribution selon une loi normale de moyenne nulle. La méthode des moindres carrés se résume à donner une estimation σ_0 du tenseur des contraintes σ , ainsi qu'une estimation e_i (appelée résidu) de ε_i telles que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$Y = A \sigma_0 + e \quad (1.6)$$

$$\|e\|^2 = \|Y - A \sigma_0\|^2 = \text{minimal}$$

tA étant le transposé de A . La résolution est possible si tAA est inversible. Dans ce cas, on a :

$$\sigma_0 = ({}^tA A)^{-1} {}^tA Y \quad (1.7)$$

L'interprétation finale du tenseur estimé σ_0 qui satisfait les équations (1.6) passe par le calcul des indicateurs statistiques tels l'écart type résiduel, le coefficient de corrélation, ainsi que l'écart type de σ_0 . Tous ces calculs sont donnés dans l'Annexe E.

La donnée du tenseur moyen des contraintes σ_0 dans un repère fixe permet de calculer les contraintes principales moyennes. Par contre, leurs écarts types ne peuvent être calculés aisément puisque les relations qui relient le tenseur des contraintes principales et le tenseur des contraintes dans le repère fixe sont non linéaires.

Pour estimer ces écarts types, il est nécessaire de générer, par simulations, les distributions des paramètres des contraintes principales en tenant compte des co-variations entre les contraintes dans le repère fixe.

1.4.4 CONCLUSION

Les deux méthodes de résolution (combinatoire et moindres carrés) présentées dans ce chapitre, et qui constituent des approches déterministes, posent quelques problèmes, notamment la stabilité de la solution par rapport, par exemple, aux erreurs expérimentales et à la qualité des valeurs des modules de la roche.

Dans le chapitre suivant, nous proposons une méthode de calcul de type probabiliste, utilisant la théorie des problèmes inverses de Tarantola A [66] pour remonter au tenseur des contraintes naturelles par inversion globale des données.

1.5 CONCLUSION

Devant la complexité des milieux rocheux (microfractures, hétérogénéité, anisotropie), il est primordial de conserver présent à l'esprit le volume de la zone où la contrainte est définie, quelque soit la technique de mesure utilisée.

En effet, la contrainte dans les roches est une notion qui ne se comprend qu'avec la définition du volume dont elle est censée représenter l'état mécanique.

Ainsi, nous définissons comme contrainte ponctuelle celle qui peut être directement obtenue par un seul essai in-situ (un seul essai de surcarottage par exemple), et qui est associée à un volume de roche comparable à celui de la cellule utilisée (cellule U.S.B.M. par exemple). Pour le cas d'un seul surcarottage (en fond de forage par exemple), la connaissance de la loi de comportement, ainsi que les caractéristiques mécaniques de la roche, nous permettent de relier les informations mesurées sur le terrain $\{\epsilon^o\}$ aux contraintes ponctuelles $\{\sigma^o\}$:

$\{\epsilon^o\}$ loi de comportement $\{\sigma^o\}$
→

A une échelle un peu plus grande (quelques dm^3), la contrainte est qualifiée de locale. En général, c'est la contrainte moyenne obtenue à partir de plusieurs essais réalisés sur le même forage en divers endroits.

Pour un volume de quelques mètres cubes, la contrainte est qualifiée, cette fois ci, de régionale, et elle est le résultat d'un calcul portant sur plusieurs essais réalisés sur plusieurs forages.

Le passage des contraintes d'une échelle à une autre plus grande ne peut être fait sans précaution. En effet, à une échelle supérieure, le milieu n'est pas tout à fait continu, et il est de plus très hétérogène de par la genèse des roches. Par conséquent, la notion des contraintes régionales ou contraintes à grande échelle reste toujours, quelque soit la nature de la roche, le produit d'un maximum de mesures effectuées suivant plusieurs forages dans un volume donné (Cornet F.H [23]).

CHAPITRE II

THEORIE DES PROBLEMES INVERSEES APPLIQUEE A LA DETERMINATION DES CONTRAINTES IN-SITU PAR LES METHODES DE SURCAROTTAGE

2.1 INTRODUCTION

La détermination des contraintes in-situ revient le plus souvent à inverser un jeu de valeurs qui sont en relation plus ou moins complexes avec les contraintes in-situ. En théorie, et dans le cas de la cellule U.S.B.M. par exemple, Bonnechère [16] a montré que la détermination complète du tenseur nécessitait l'utilisation de trois forages d'orientations différentes, et qu'il suffisait de prendre six valeurs de déplacement indépendantes pour avoir un problème parfaitement déterminé.

Cette approche déterministe ne tient pas compte de certains paramètres déterminants dans la recherche d'une solution optimale stable telles que les erreurs expérimentales ou la dispersion des caractéristiques mécaniques de la roche.

Pour minimiser ces erreurs expérimentales, on peut augmenter le nombre de mesures. Il se pose alors le problème d'inversion avec des données surabondantes. Une méthode simple de type déterministe consiste à résoudre le système en injectant, successivement des ensembles de données, et à optimiser les résultats obtenus par la méthode de moindres carrés. Cette méthode ne prend malheureusement pas en compte l'aspect positif des données surabondantes et des dispersions expérimentales.

Nous proposons dans ce chapitre, une approche probabiliste utilisant les techniques d'inversion utilisées en diagraphies (Tarantola [66], Shao et al [59]) pour inverser d'une manière globale les données dans leur champ d'application.

Dans la première partie, nous présenterons la méthode d'inversion dans le champ d'application de la détermination des contraintes in-situ par la technique de surcarottage avec la cellule U.S.B.M. Dans la deuxième partie, nous validons cette méthode par des essais de compression simple sur cube de schiste (40 cm x 40 cm x 40 cm), percé, de part en part, d'un trou de 40 mm en son centre où est installée la cellule U.S.B.M. La troisième partie sera consacrée à l'application de la méthode sur le terrain en mine pour la détermination des contraintes naturelles in-situ à 450 m de profondeur dans les schistes.

2.2 THEORIE DES PROBLEMES INVERSES [66]. APPLICATION [47], [48]

La méthode de calcul des contraintes développée dans notre étude se compose en effet d'une méthode numérique de calcul en élasticité plane anisotrope et de la méthode d'inversion. Le rôle principal de la méthode numérique associée à la méthode d'inversion est de modéliser les essais de surcarottage par la détermination des déplacements radiaux autour du forage où est installée la cellule U.S.B.M. Le choix de la méthode numérique pour modéliser la technique de surcarottage d'une manière directe, que se soit par exemple la méthode des éléments finis, la méthode des discontinuités de déplacements, ou autre, n'a pas une grande importance à condition qu'il tienne compte de l'anisotropie de la roche.

Comme nous cherchons, autre que la mise au point d'une méthodologie de mesure des contraintes in-situ, à étudier les chemins de propagations de fissures en milieu anisotrope tel le schiste. La méthode numérique que nous avons utilisée ici, et qui nous paraît la mieux adaptée à cette étude, est la méthode des discontinuités de déplacements, proposée, initialement par Crouch S.L.[25], et étendue aux milieux anisotropes élastiques par Morel E.[52], en utilisant la représentation complexe de Lekhnitskii S.G.[44]. Un rappel de cette méthode est donné en annexe F.

2.2.1 DEFINITION DU PROBLEME

Selon le principe de la cellule U.S.B.M., le calcul des déplacements radiaux en fonction des contraintes, du comportement du matériau et de la géométrie du problème constitue un problème direct qui peut être décrit par la relation suivante :

$$D = F(P, C) \quad (2.1)$$

où F , la fonctionnelle, représente la relation entre les déplacements D et les contraintes in-situ σ_{ij}

qui sont en fait les paramètres du problème que l'on désigne par le vecteur P . Le vecteur C représente l'ensemble des constantes du problème telles que la loi de comportement de la roche, la dimension de la cellule U.S.B.M.

La détermination des contraintes in-situ consiste à trouver P à partir des mesures in-situ des déplacements radiaux, fournies par la cellule U.S.B.M., notées D_m . Ceci revient à définir un problème inverse, tel que :

$$P = F^{-1} (D_m, C) \quad (2.2)$$

La résolution explicite de ce problème inverse est, en général, impossible. Il est nécessaire d'utiliser un processus d'optimisation. Le problème consiste donc à déterminer un vecteur P tel que :

$$D_c = F (P, C) \quad (2.3)$$

et

$$|D_m - D_c| \leq \varepsilon \quad (2.4)$$

où D_c reste le vecteur des déplacements radiaux calculés, et ε le seuil de tolérance.

2.2.2 APPROCHE STATISTIQUE

Afin de résoudre le problème inverse par un processus d'optimisation, nous allons utiliser une approche statistique.

Les mesures de déplacement in-situ avec la cellule U.S.B.M. sont effectuées avec un certain degré d'incertitudes. Nous considérons donc les valeurs expérimentales utilisées dans la relation (2.2) qui représentent en fait la moyenne, et l'on peut lui associer un vecteur d'écart type S_1 . Ainsi, le vecteur des déplacements calculés est considéré comme une variable aléatoire.

Nous faisons l'hypothèse que la variable aléatoire vérifie la distribution de Gauss. Nous définissons en conséquence la fonction de densité de probabilité suivante :

$$f_1 (P) = P_1 = \text{constante} \exp \left(-\frac{1}{2} [{}^t (D_c - D_m) C_d^{-1} (D_c - D_m)] \right) \quad (2.5)$$

Dans cette relation, C_d est la matrice de covariance calculée à partir des écarts types par :

$$C_d = \begin{bmatrix} S_1^2 (1) & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & S_1^2 (2) & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & S_1^2 (n) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

où n est le nombre de mesures expérimentales.

Etant donné que D_c est la fonction de P , le problème est donc de trouver P tel que D_c donne le maximum de P_1 . Ceci revient alors à minimiser la quantité S_d :

$$S_d = {}^t (D_c - D_m) C_d^{-1} (D_c - D_m) \quad (2.7)$$

La résolution de ce problème de minimisation donne parfois plusieurs solutions possibles comme ce qui est indiqué par la figure 2.1. Comme les contraintes in-situ varient dans une marge de valeurs physiquement acceptables, il est nécessaire d'éliminer des solutions qui sont purement mathématiques.

Ceci nous amène à définir un domaine physique de paramètres à partir des connaissances a priori sur les valeurs de ces paramètres, par exemple les contraintes normales in-situ en profondeur sont en général en compression.

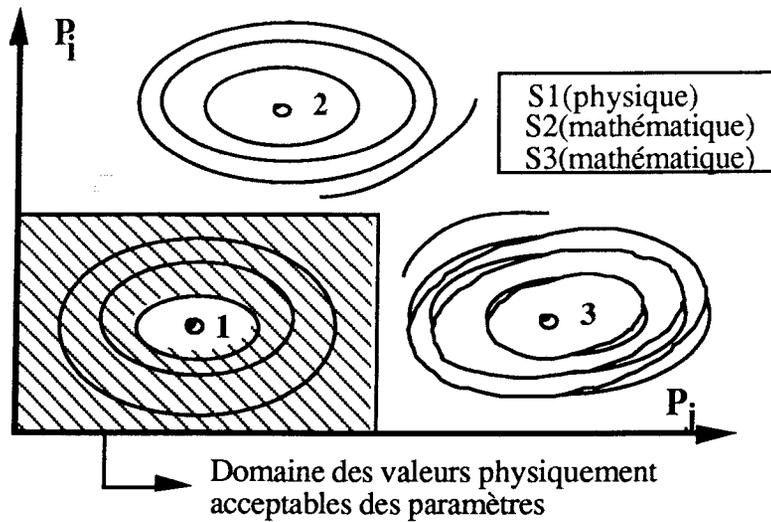


Figure 2.1 : Domaine physique des paramètres

Pour ce fait, nous utilisons comme les valeurs de référence des paramètres la moyenne du domaine physique des paramètres en lui associant les écarts types S_2 . En utilisant de nouveau la distribution de Gauss, on obtient la fonction de densité de probabilité suivante :

$$f_2(P) = P_2 = \text{constante} \exp \left(-\frac{1}{2} [{}^t (P - P_o) C_p^{-1} (P - P_o)] \right) \quad (2.8)$$

Dans cette relation, C_p est la matrice de covariances pour les paramètres définie par :

$$C_p = \begin{bmatrix} S_2^2(1) & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & S_2^2(2) & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & S_2^2(r) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

où r est le nombre de paramètres (donc de contraintes in-situ).

La résolution du problème inverse (2.2) consiste alors à trouver P dans le domaine physique satisfaisant aux conditions (2.3) et (2.4). Ceci correspond à définir l'intersection de P_1 et P_2 donc une fonction globale de densité de probabilité.

$$f(P) = P_1 P_2 = \text{constante} \exp (-S) \quad (2.10)$$

Avec :

$$S = 1/2 [{}^t (D_c - D_m) C_d^{-1} (D_c - D_m) + {}^t (P - P_o) C_p^{-1} (P - P_o)] \quad (2.11)$$

Ainsi la résolution du problème inverse est transformée en la maximisation de $f(P)$, donc en la minimisation de la quantité S . Le vecteur des paramètres à déterminer est celui qui minimise S .

2.2.3 METHODE DE RESOLUTION

Il existe différentes méthodes de résolution d'un problème de minimisation, (Fletcher R.[31], Tarantola A. [66], citons les plus utilisées :

2.2.3.1 La méthode d'exploration systématique

Elle consiste à définir une grille assez fine dans l'espace des paramètres du modèle, et donc de trouver le point où S est minimal. Cette méthode est simple, mais n'est utilisable que pour les cas d'un petit nombre de paramètres.

2.2.3.2 La méthode de relaxation

Elle consiste à trouver le minimum de S par rapport à un paramètre (en fixant les autres), puis l'on investigate tous les paramètres jusqu'à ce que la différence des paramètres entre deux itérations successives soit négligeable. Cette méthode est très facile à programmer, mais la convergence est en général très lente.

2.2.3.3 La méthode de Gauss-Newton

C'est la méthode la plus puissante et la plus utilisée pour les problèmes où la fonction $D_c(P)$ est dérivable. Cette méthode est retenue pour notre étude.

La relation entre les déplacements de la cellule U.S.B.M. et les contraintes in-situ définit une fonction dérivable des paramètres $D_c(P)$. Dérivons maintenant cette fonction ; on obtient :

$$DF_k^{ij} = \left[\frac{\partial D_c^i}{\partial P^j} \right]_{P_k} \quad (2.12)$$

où P_k est le vecteur de paramètres à l'itération k . DF peut être calculé par la méthode des différences finies. Avec cette matrice DF , on obtient, après quelques opérations mathématiques, la relation suivante (Tarantola []) :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_k = DF_k^t C_d^{-1} (D_c(P_k) - D_m) + C_p^{-1} (P_k - P_o) \quad (2.13)$$

Le vecteur, défini dans cette relation (2.13), est appelé le gradient de $S(P)$ à $P = P_k$. Il est évident que théoriquement le gradient s'annule lorsque S atteint son minimum :

$$S(P) \text{ minimum pour } P = P_m \rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_{P_m} = 0$$

Mais la réciprocité n'est pas forcément vraie. Ceci soulève à nouveau le problème très délicat de la résolution des problèmes de minimisation qui consiste à trouver le minimum absolu. Il n'existe pas de test local pour répondre à cette question. La seule possibilité numérique est de démarrer le processus itératif pour différentes valeurs initiales P_o afin de tester la stabilité de la solution numérique.

La procédure classique pour trouver le minimum d'une fonction est d'utiliser la procédure de Newton, (Tarantola A. [66]) :

$$P_{k+1} = P_k - \left(\frac{\partial^2 S}{\partial P^2} \right)_{P_k}^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_{P_k} \quad (2.14)$$

où l'opérateur $\frac{\partial^2 S}{\partial P^2}$ est appelé "Matrice Hessienne" de S et définie par :

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial P^2}\right)^{\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial P^\beta} \frac{\partial S}{\partial P^\alpha} = \frac{\partial^2 S}{\partial P^\alpha \partial P^\beta} \quad (2.15)$$

D'après la relation (2.13), on obtient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial P^2}\right)_{P_k}^{\alpha\beta} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n DF_k^{i\alpha} (C_D^{-1})^{ij} DF_k^{j\beta} + (C_P^{-1})^{\alpha\beta} \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial DF_k^{i\alpha}}{\partial P^\beta}\right) (C_D^{-1})^{ij} (D_c^j(P_k) - D_m^j) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dans la méthode de Newton, l'expérience montre qu'il n'est pas nécessaire en général d'avoir une très grande précision sur le Hessein de S, ce qui conduit à négliger le deuxième terme de (2.16). Nous obtenons ainsi une approximation de $\partial^2 S / \partial P^2$:

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial P^2}\right)_k \cong DF_k^t C_d^{-1} DF_k + C_p^{-1} \quad (2.17)$$

En regroupant (2.13), (2.14), et (2.17), nous avons la relation suivante qui définit le processus itératif de Newton :

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= P_k - (DF_k^t C_d^{-1} DF_k + C_p^{-1})^{-1} x \\ &(DF_k^t C_d^{-1} (D_c(P_k) - D_m) + C_p^{-1} (P_k - P_0)) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Ce système peut être résolu par la méthode de Cholesky, (Tarantola [66]).

Pour une fonction non linéaire $D_c(P)$, l'algorithme de Newton ne garantit pas la convergence. A chaque itération, on teste si la condition suivante est vérifiée :

$$S_{k+1}(P_{k+1}) \leq S_k(P_k) \quad (2.19)$$

sinon, on introduit un coefficient ϵ_k ($\epsilon_k \in (0, 1)$) modifiant la relation (2.18) :

$$P_{k+1} = P_k - \epsilon_k (DF_k^t C_d^{-1} DF_k + C_p^{-1})^{-1} x$$

2.2.4 STRUCTURE GENERALE DU LOGICIEL SINVERS

Le logiciel de calcul par la méthode inverse est composé de deux modules principaux : le module concernant la partie d'optimisation, et l'autre, la résolution du problème direct par la méthode des discontinuités de déplacements. La structure générale du logiciel peut être résumée de la manière suivante :

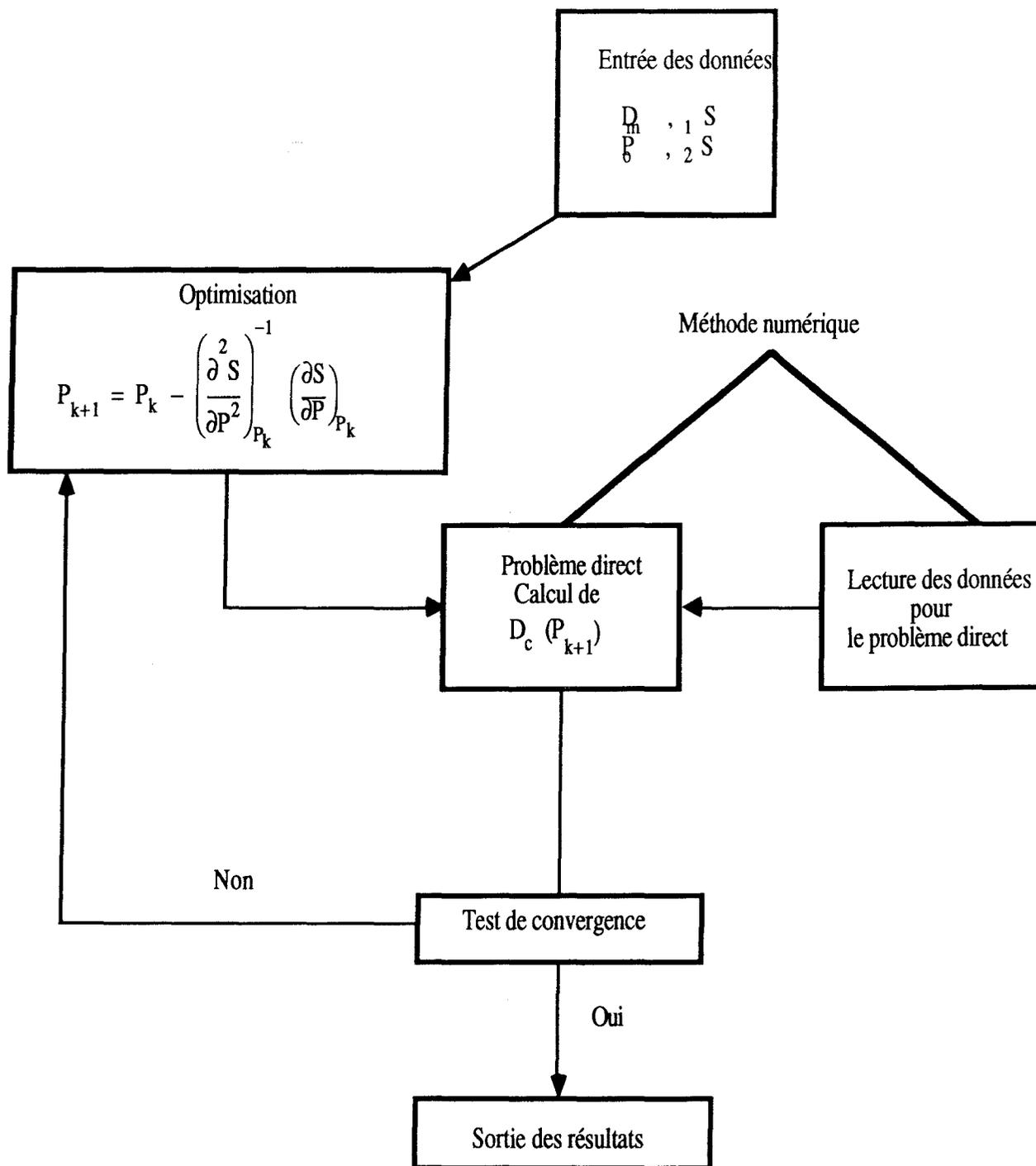


Figure 2.2 : Organigramme du logiciel SINVERS

2.3 VALIDATION DE LA METHODE D'INVERSION PAR DES ESSAIS DE COMPRESSION SIMPLE EN LABORATOIRE SUR CUBE DE SCHISTE AVEC LA CELLULE U.S.B.M.

2.3.1 INTRODUCTION

Après avoir établi la méthode de calcul, il est important de la valider sur des jeux de données parfaitement définies. Nous présenterons tout d'abord la modélisation des essais de compression simple réalisés au Laboratoire avec la cellule U.S.B.M. par la méthode directe des discontinuités de déplacements, puis nous utiliserons les résultats donnés par la cellule pour trouver les contraintes parfaitement connues.

Autre que la validation de notre méthode, la réalisation des essais en Laboratoire avec la cellule U.S.B.M. nous a permis de connaître les difficultés de l'utilisation de la cellule dans le cas de matériau très anisotrope et d'en tirer un maximum de recommandations pour les essais in-situ.

Le compromis entre les moyens d'essais disponibles et le souci de s'affranchir des conditions aux limites nous a conduit à utiliser un cube de schiste de 40 cm d'arête. Afin de ne pas fissurer le bloc par glissement, selon les plans de faiblesses de la roche, le chargement a été effectué perpendiculairement au plan de schistosité.

Le bloc a été percé de part en part d'un trou de 40 mm en son centre. Malheureusement, le non guidage du carottier a conduit à obtenir un trou de l'ordre de 42 mm de diamètre (Dodane P. [29]). Afin de combler le jeu non rattrapable par des rondelles qu'on peut empiler sur les pistons palpeurs, un carton a été placé circulairement dans le trou. La cellule U.S.B.M. a été positionnée dans le bloc de telle façon que les palpeurs soient au centre du bloc et en contact avec la roche (photo 2.1).

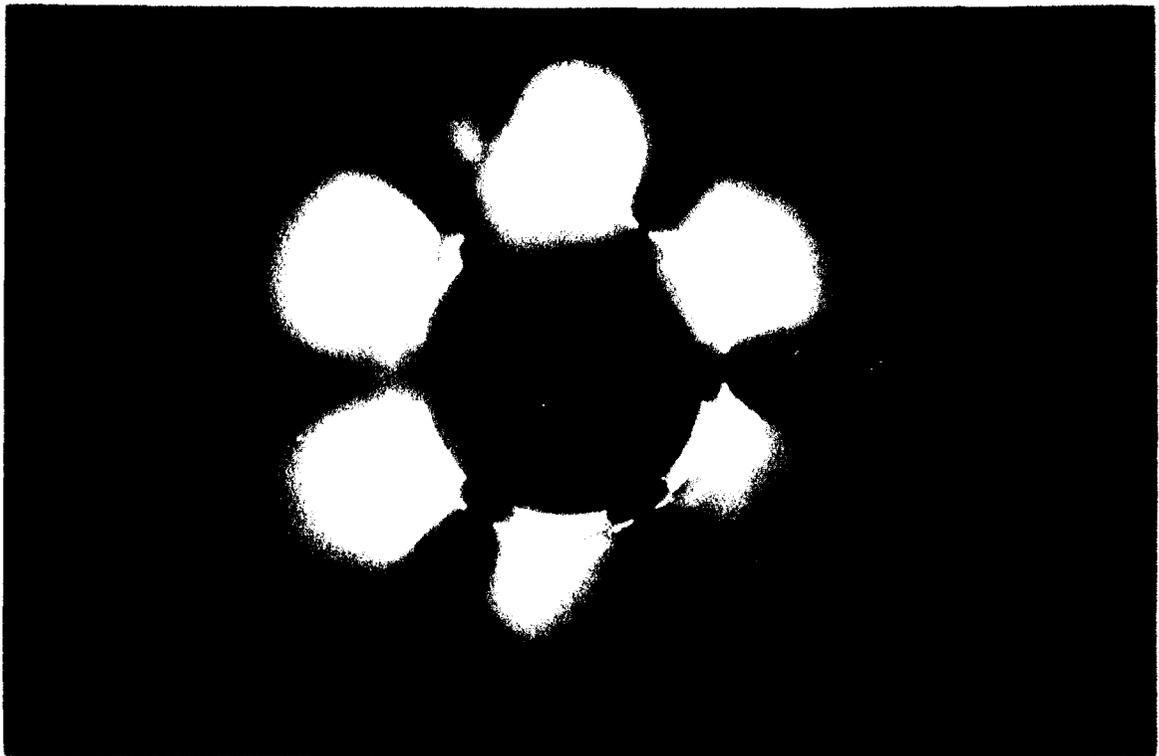


Photo 2.1 : Détail de la cellule à l'intérieur du forage

2.3.2 DESCRIPTION DE LA ROCHE UTILISEE "LE SCHISTE"

La roche ayant servi au calage est un schiste ardoisier qui a fait l'objet de nombreuses caractérisations mécaniques (Hammade A. [33], Cuxac P. [28]). Il se caractérise par son anisotropie structurale due essentiellement à la schistosité (Boehler J.P.[13], [14], Afassi F. [1]). Il provient des carrières de Trélazé (Maine et Loire (France)), et date de l'Ordovicien moyen. Le schiste appartient à la catégorie des roches à anisotropie planaire dans une direction. Le développement de la schistosité ardoisière constitue un phénomène complexe dans lequel plusieurs mécanismes peuvent concourir (Laqueche H.[41]) : un raccourcissement des minéraux perpendiculairement au plan de clivage, et une recristallisation des minéraux qui tendent à

disposer à plat dans le plan \vec{S}_2, \vec{S}_3 (figure 2.3). Signalons que stratification et schistosité se confondent, ne formant qu'un seul plan. Des études utilisant, soit, la méthode des ondes ultrasonores (Homand F., Cuxac P.[36], Laqueche J.P.[41]), soit, la méthode des jauges d'extensométrie (Hammade A., Morel E., Henry J.P. [34]) ont montré que le matériau était isotrope dans le

plan \vec{S}_2, \vec{S}_3 .

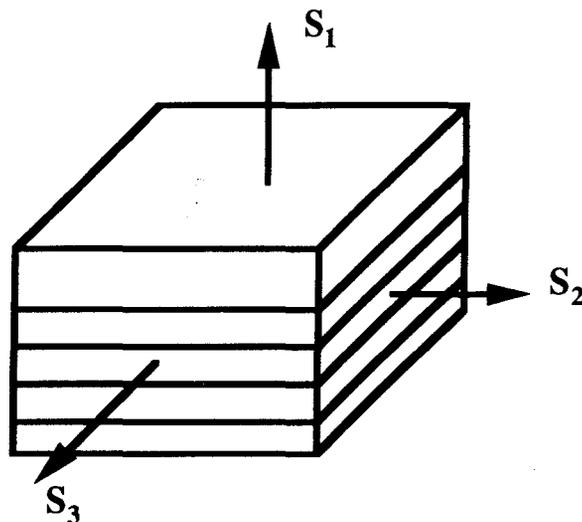


Figure 2.3 : Repérage structural du schiste

2.3.3 INSTRUMENTATION DU CUBE DE SCHISTE

La caractérisation du champ de déformation du cube a été réalisée par jauges d'extensométrie de 20 mm de longueur, ceci garantit des mesures correctes jusqu'à une dimension de grain de la roche de l'ordre de 4 mm.

La position des jauges sur le bloc est décrite par la figure 2.4.

- * Deux jauges notées ϵ_1 et ϵ_2 sont placées parallèlement à l'axe de chargement, et au milieu des faces non percées du cube, loin de toute perturbation que peut engendrer le trou. Grâce à l'enregistrement en continu des signaux, les jauges ϵ_1 et ϵ_2 suivent les déformations axiales du bloc au cours de l'essai,
- * Deux jauges notées ϵ_3 et ϵ_4 , placées perpendiculairement à l'axe de chargement et au milieu des faces non percées du bloc, enregistrent en continu les déformations transversales du bloc en cours de l'essai.

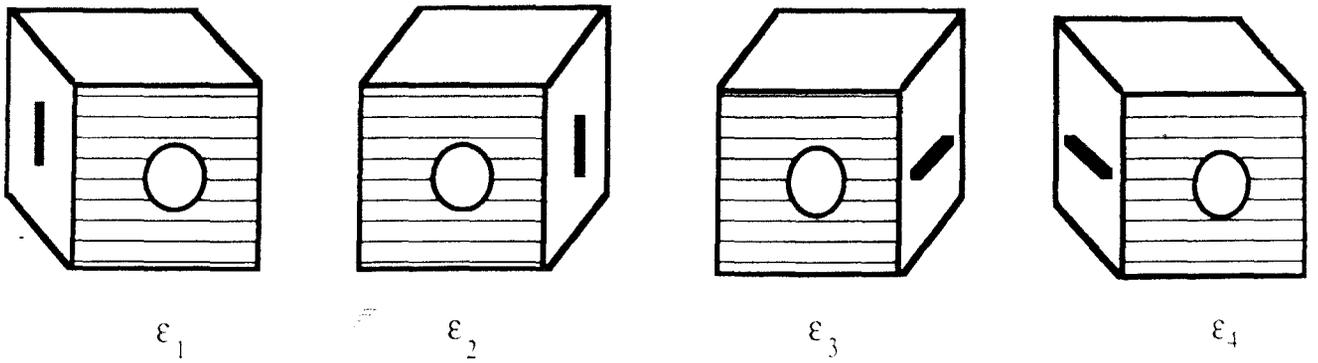


Figure 2.4 : Disposition des jauges d'extensométrie sur le cube

Deux capteurs de déplacement sont également placés autour du cube. Ces capteurs ne seront pas utilisés dans le dépouillement ultérieur car les faibles contraintes appliquées au bloc et les défauts de parallélisme induisent des déplacements parasites importants par rapport aux déplacements locaux réels.

2.3.4 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

La cellule U.S.B.M. est branchée avec les mêmes paramètres que lors de la calibration à la centrale d'acquisition de données (Vishay 4 000). Les signaux des jauges d'extensométrie, ainsi que ceux des deux capteurs L.V.D.T. et la force exercée par la presse sont également enregistrés par cette acquisition.

La photo 2.2 montre le bloc sous la presse avec la cellule U.S.B.M. à l'intérieur du forage.

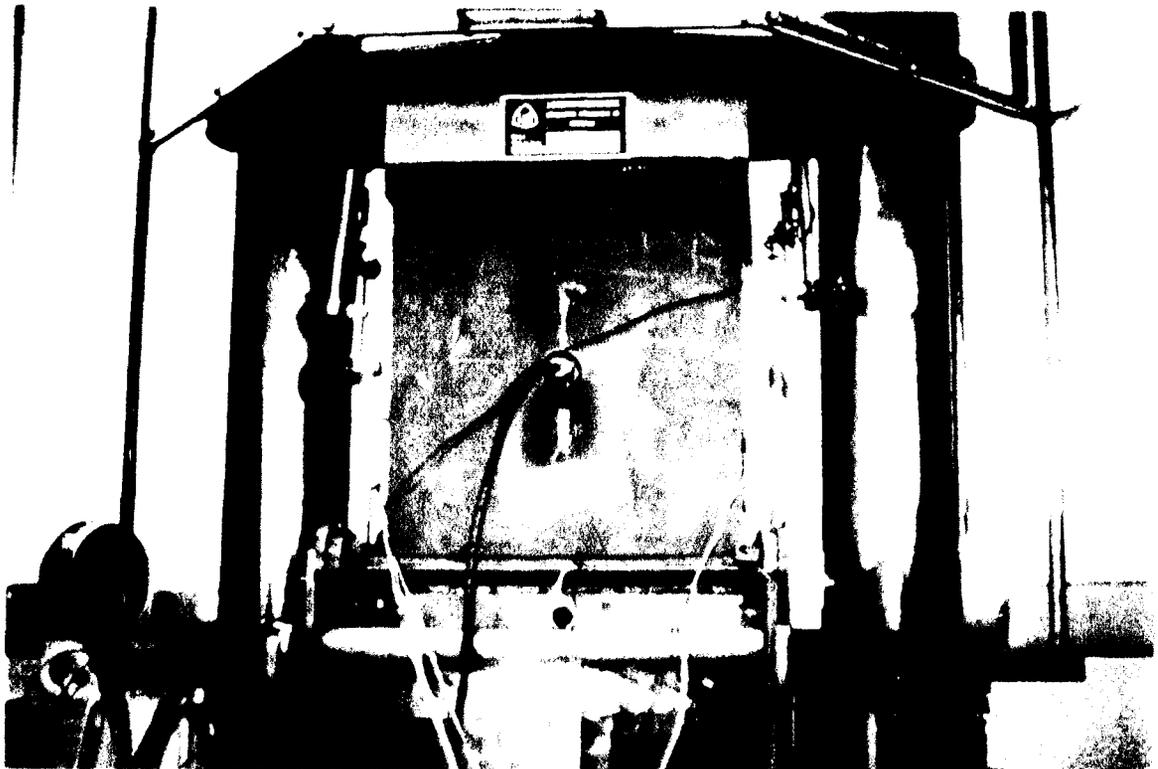


Photo 2.2 : Dispositif expérimental d'essai

2.3.5 DEFINITION DES DIFFERENTS ESSAIS EFFECTUES

Un test préliminaire a eu pour but de déterminer la charge admissible par le bloc. Notons que celui-ci possédait des grandes fissures transverses. Les capteurs L.V.D.T. ont enregistré un décrochement pour une contrainte de l'ordre de 12 MPa, alors que les jauges d'extensométrie (mesure locale) ont ignoré le phénomène. Le déplacement correspond d'ailleurs à une émission importante de bruit. Par la suite, il a été décidé de limiter la contrainte appliquée à 10 MPa, ce qui est faible par rapport à la résistance déterminée sur petit échantillon (Hammade A. [33]). Cet essai a permis de montrer que le fluage de l'échantillon était négligeable. Deux séries d'essais ont alors été réalisées.

Les tests 1 et 3 formant la série (a) ont été effectués avec la mesure de la convergence (c) dans l'axe d'application des charges, alors que dans les tests 2 et 4, formant la série (b), les rayons C et A de mesure de la cellule U.S.B.M. ont été placés symétriquement par rapport à l'axe de chargement (figure 2.5).

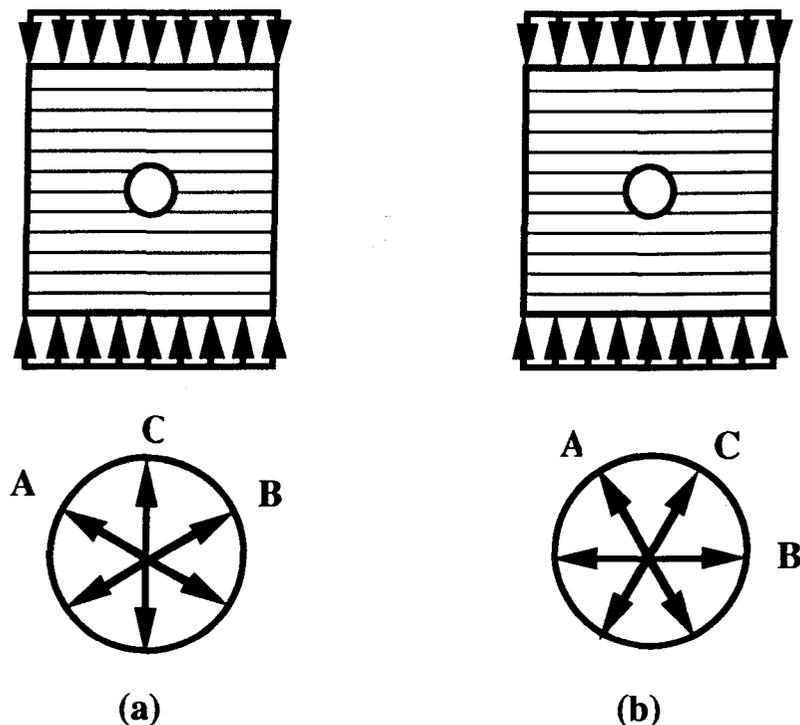


Figure 2.5 : Disposition de la cellule U.S.B.M.

(a) essais 1 et 3 - (b) essais 2 et 4

- * La série (a) composée des deux tests 1 et 3, nous a permis d'effectuer des mesures de U_r suivant les orientations 30° , 90° et 150° par rapport à la schistosité (fig. 2.5.a)
- * La série (b) composée des deux tests 2 et 4, nous a permis d'effectuer des mesures de U_r suivant les orientations 0° , 60° et 120° par rapport à la schistosité (fig. 2.5.b).

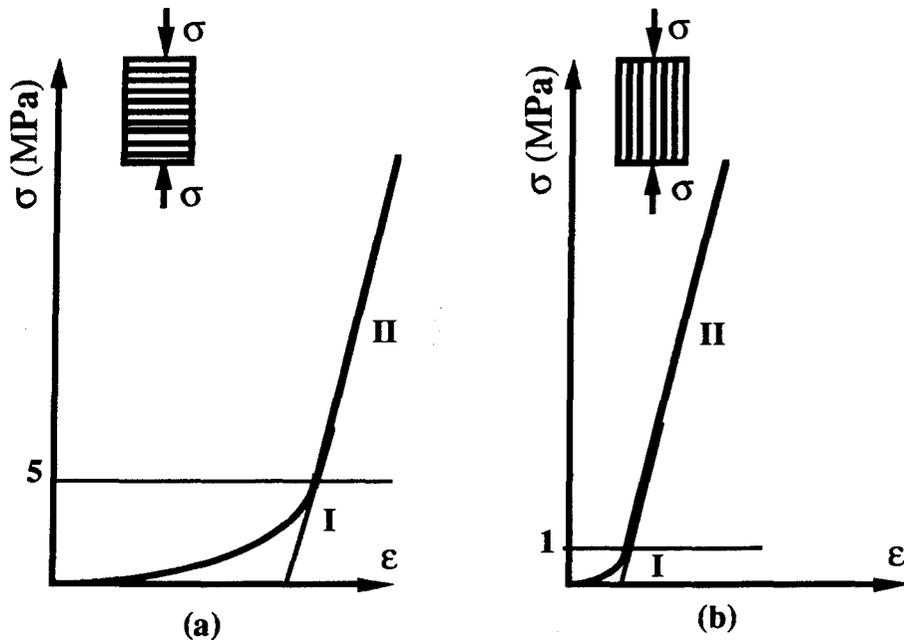
Entre les essais 1 et 3 de la série (a) (respectivement les essais 2 et 4 de la série (b)), le premier carton qui entoure la cellule U.S.B.M. à l'intérieur du forage a été remplacé par un autre plus rigide.

Dans les essais 3 et 4, les signaux ont également été enregistrés au cours du déchargement.

2.4 DEPOUILLEMENT DES MODULES DU BLOC (Annexe G)

Bien que cela ne soit pas l'objet principal de l'étude, nous proposons brièvement de déterminer les modules obtenus à partir des essais sur grand échantillon (cube de 40 cm d'arête percé d'un trou de 4 cm de diamètre), ce qui nous permettra de les comparer à ceux obtenus en Laboratoire sur des petites éprouvettes, et d'apprécier par la suite l'effet d'échelle, lors des mesures in-situ. Rappelons que la longueur des jauges utilisées est de 20 mm.

On a constaté tout d'abord, que tous les essais de compression simple qu'on a réalisés présentent une phase de serrage au début des courbes (contraintes - déformations axiales : Annexe G) correspondant à la fermeture de la microfissuration engendrée par le déconfinement de la roche lors de son prélèvement. Cette phase de serrage est beaucoup plus marquée dans les essais de compression simple perpendiculairement au plan de schistosité (Wang Z. [68], figure 2.6).



- I. Phase de serrage
- II. Phase de comportement quasi élastique

Figure 2.6 : Essai de compression

- (a) la contrainte axiale s'exerce perpendiculairement au plan de schistosité
- (b) la contrainte axiale s'exerce parallèlement au plan de schistosité.

2.4.1 MODULE D'YOUNG E_1

Le chargement appliqué au bloc de schiste n'a pas dépassé 10 MPa. Il est cependant possible de calculer un module d'Young dans la zone quasi linéaire entre 5 et 10 MPa des courbes : contraintes - déformations axiales présentées en Annexe G.

Le tableau 2.1 présente, pour chaque essai, le module E_1 obtenu à partir des jauges axiales ϵ_1 et ϵ_2 du bloc et de leur moyenne $(\epsilon_1 + \epsilon_2) / 2$.

Pour les essais 3 et 4, essais de chargement - déchargement (Annexe G), le module d'Young E_1 est calculé toujours dans la zone quasi linéaire entre 5 et 10 MPa et à partir de la phase de déchargement qui correspond à la réalité de l'essai de surcarottage : décompression totale du terrain autour de la cellule.

	Jauge 1	Jauge 2	Moyenne 1 + 2
Essai 1	29 000	48 000	38 500 ± 9500
Essai 2	30 000	49 000	39 500 ± 9500
Essai 3	35 000	40 000	37 500 ± 2500
Essai 4	32 000	49 000	40 500 ± 8500

Tableau 2.1 : Valeur du module E_1 (MPa) au cours des différents essais

2.4.2 COEFFICIENT DE POISSON ν_{12}

Pour déterminer le coefficient de Poisson ν_{12} , nous avons pris la moyenne des signaux des jauges ϵ_3 et ϵ_4 des courbes (contraintes - déformations transversales : Annexe G), et la moyenne des signaux des jauges ϵ_1 et ϵ_2 des courbes (contraintes - déformations axiales : Annexe G).

Seule la partie quasi-linéaire des courbes entre 5 et 10 MPa est prise en considération dans le dépouillement.

Les résultats obtenus sont présentés par le tableau 2.2.

	ν_{12}
Essai 1	0.30
Essai 2	0.35
Essai 3	0.39
Essai 4	0.29

Tableau 2.2 : Valeurs du coefficient de Poisson ν_{12}

2.4.3 COMPARAISON DES RESULTATS AVEC LES ESSAIS DE COMPRESSION SIMPLE SUR PETIT ECHANTILLON [28] [33]

Remarquons tout d'abord que la dispersion sur E_1 et ν_{12} est assez importante. Cette dispersion est liée au défaut de parallélisme du bloc, ainsi qu'à l'inexistence de système antifretage.

Le tableau 2.3 présente dans sa première ligne les valeurs moyennes de E_1 et ν_{12} obtenues sur des petites éprouvettes cylindriques dont l'élancement est égal à deux fois le diamètre ($\phi = 37$ mm). Dans la deuxième ligne, il présente les valeurs moyennes de E_1 et ν_{12} obtenues cette fois-ci sur cube de schiste de 40 cm d'arête.

	E_1 (MPa)	ν_{12}
Résultats triaxiaux $5 < \sigma$ (MPa) < 80	35 000	0.17 / 0.22
Résultats sur cube $5 < \sigma$ (MPa) < 10	38 000	0.30

Tableau 2.3 : Comparaison des résultats sur petits échantillons (ϕ 37 mm) et cube de 400 mm d'arête

La valeur moyenne de E_1 obtenue sur les cubes est de 38 000 MPa, alors que sur petit échantillon, la moyenne est de l'ordre de 35 000 MPa. Remarquons que les essais effectués à Nancy (Homand F., Cuxac P. [36]) donnent des valeurs légèrement supérieures à 40 000 MPa. Compte tenu du dépouillement sur des faibles plages de contrainte pour le cube, nous pouvons considérer que les modules obtenus sont équivalents.

Il n'en est pas de même pour le coefficient de Poisson qui est, dans le cas du cube, nettement supérieur aux valeurs moyennes obtenues sur petits échantillons [28], [33], [37].

2.5 MESURES AVEC LA CELLULE USBM

* Allure des courbes (Annexe H)

2.5.1 ESSAIS 1 ET 3 (série (a))

Dans les essais 1 et 3, le capteur C de la cellule U.S.B.M. est dans l'axe de chargement. Les figures H1 et H7 de l'Annexe H montrent clairement une non linéarité initiale des courbes U_r/r en fonction du chargement. Cette non linéarité déjà détectée par nos jauges axiales ϵ_1 et ϵ_2 (Annexe G) apparaissait également dans les essais de compression uniforme sur les petits échantillons (Hammade A. [33]).

Cette non linéarité à basse contrainte (de l'ordre des contraintes pour une profondeur de 400 mètres) perpendiculairement à la schistosité sera prise en compte lors des dépouillements in-situ en mine dans le paragraphe suivant.

Les capteurs A et B devraient, de par leur position, donner les mêmes indications, ce qui n'est pas tout à fait le cas (fig. H2 et H8). On retrouve encore ici le défaut de chargement uniforme du bloc. Il est à remarquer que cette position de sonde, ces capteurs n'enregistrent que des déformations très faibles, de l'ordre de $3 \cdot 10^{-6}$, et qu'une petite erreur sur ces valeurs rendra le problème d'inversion difficile. En effet, la courbe de déchargement (fig. H8) conduit à des résultats assez aberrants, ceci peut être expliqué par la présence du carton dans le trou.

2.5.2 ESSAIS 2 ET 4 (série (b))

Dans ces essais, le capteur B enregistre les déformations perpendiculaires à l'axe de chargement. Les figures H4 et H10 montrent que les déformations pour 10 MPa sont significatives. La courbe de déchargement (fig. H10) est classique et montre un hystérésis.

Les capteurs A et C devraient donner dans ces tests les mêmes résultats (fig. H5 et H.11). On trouve encore ici l'effet du défaut d'uniformité de chargement. Cependant, sur le côté du bloc le plus chargé initialement, le capteur C ne fait plus apparaître trop fortement le serrage des plans de schistosité.

2.6 VALIDATION DU LOGICIEL SINVERS A PARTIR D'ESSAIS EN LABORATOIRE

2.6.1 RESOLUTION DU PROBLEME DIRECT : UTILISATION DU CODE DISDEPAN

Pour modéliser les quatre essais effectués, nous avons utilisé la méthode des discontinuités de déplacements (code DISDEPAN).

Le cube de schiste est modélisé en problème plan par une plaque carrée de côté $2a$ ($a = 20$ cm), percée en son milieu d'un trou circulaire de diamètre 4 cm. Prenons le repère (O / X, Y) de la figure 2.7. La charge est appliquée sur les côtés $y = +a$, $y = -a$.

2.6.2 PRISE EN COMPTE DES TRANSLATIONS PARASITES INDUITES DANS LE CODE DISDEPAN.

La première partie de l'étude représente le problème direct qui consiste à modéliser les essais de compression en problème plan d'un cube de schiste percé d'un trou à l'intérieur duquel est installé la cellule U.S.B.M.

Le problème à modéliser directement est le suivant (figure 2.7)

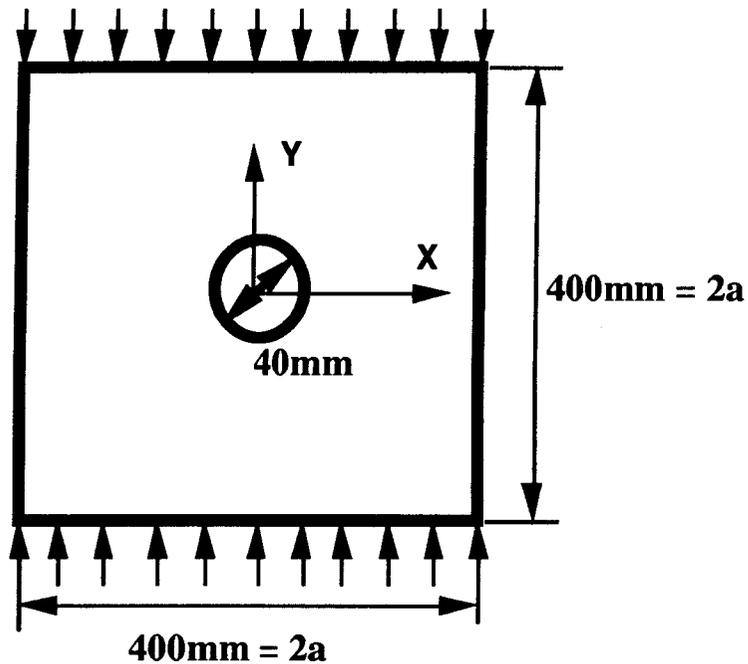


Figure 2.7 : Schéma de l'essai de compression du bloc en problème plan

Pour éviter de générer des déplacements et rotations rigides de la plaque, nous avons imposé les conditions supplémentaires suivantes sur la face $y = -a$.

en $x = +a$ $u_N = U_T = 0$ (translation bloquée)

en $x = -a$ $u_N = 0$ (rotation bloquée)

Ces conditions risquent de perturber les calculs. Pour diminuer leur influence, la longueur des segments sur lesquels elles sont imposées a été choisie égale à $0.025 a$. Malgré le blocage utilisé, la plaque carrée en milieu orthotrope va se déformer grossièrement en un parallélogramme (fig. 2.8).

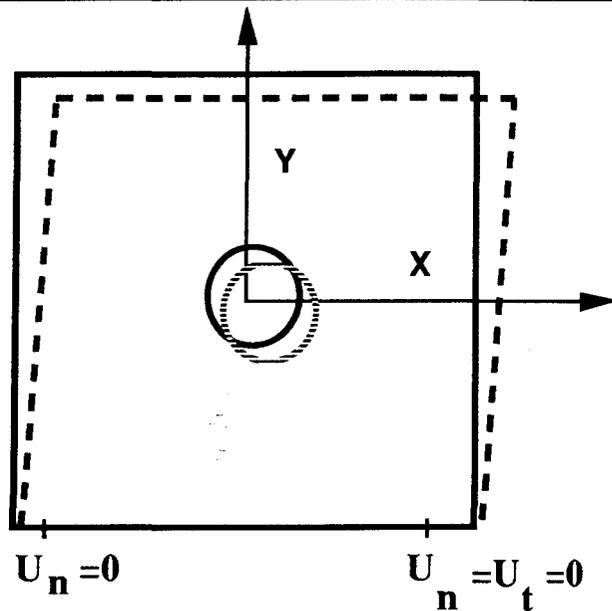


Figure 2.8 : Fixation des conditions de déplacement à la frontière

Par conséquent, le trou a subi une double translation : une translation suivant l'axe X et une translation suivant l'axe Y. Ceci nous a conduit à tenir compte de ces translations dans nos calculs des déplacements numériques autour du trou.

2.6.3 MODELISATION DES ESSAIS - INFLUENCE DES PARAMETRES MECANQUES DU SCHISTE

2.6.3.1 Influence des paramètres

Nous avons vu qu'une incertitude importante régnait sur les valeurs de ν_{12} , et plus faiblement sur E_1 . Par contre, les mesures acoustiques [28], [36] et mécaniques [34] diffèrent fortement sur les valeurs de G_{12} (tableau 2.4). Ainsi, nous avons choisi cinq jeux de paramètres décrits par le tableau 2.5 pour connaître leur influence sur les valeurs de U_r / r calculées numériquement par le code DISDEPAN en modélisant l'essai de compression simple sur cube de 40cm d'arête percée d'un trou de 4cm de diamètre avec une schistosité perpendiculaire au chargement.

Les résultats obtenus sont donnés par la figure 2.9.

	Homand F. [36]	Laqueche H. [41]	Morel et al [34]
G_{12} (MPa)	14 846	17 200	2 000

Tableau 2.4 : Comparaison de différentes valeurs de G_{12}

Les principales conclusions qu'on peut en déduire sont :

- * La différence entre les cas 1 et 2 est très importante montrant ainsi l'influence particulière de G_{12} ,
- * Les cas 3, 4 et 5 conduisent à des résultats voisins, ce qui semble logique en égard à la bonne précision de la détermination expérimentale des paramètres E_1 et E_2 et leur faible écart type,
- * Les cas 3, 4 et 5 conduisent à des résultats plus proches du cas 2 que le cas 1. Ceci montre que ν_{12} joue un rôle mineur et que le rôle principal est joué par G_{12} .

Cas	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)
1	36 000	107 000	0,3	10 000
2	36 000	107 000	0,3	2 000
3	42 000	107 000	0,3	2 000
4	42 000	117 000	0,3	2 000
5	42 000	107 000	0,19	2 000

Tableau 2.5 : Valeurs des modules utilisés pour l'étude de l'influence des paramètres

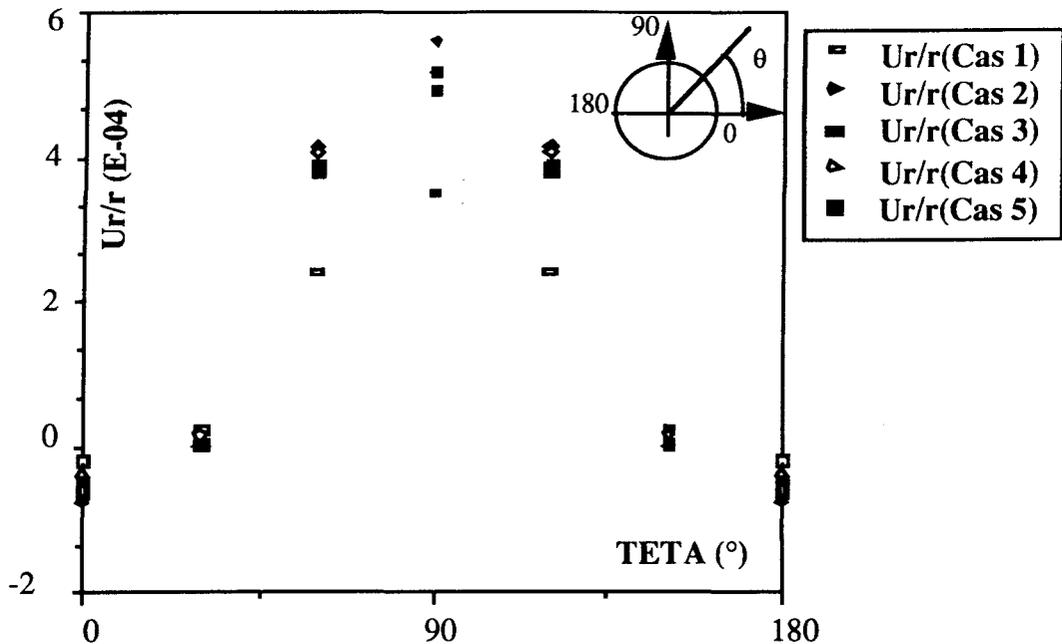


Figure 2.9 : Valeurs de U_r/r en bord de trou pour différents jeux de paramètres (pression à l'intérieur du trou est égale à 0)

2.6.3.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Toutes les pentes des courbes reliant U_r/r enregistrées par les capteurs de la cellule U.S.B.M. et le chargement ont été calculées dans la plage (5 MPa - 10 MPa). La figure 2.10 présente les résultats comparés de U_r/r dans cette plage de contrainte avec les simulations numériques pour différents jeux de paramètres du tableau 2.5.

Bien que les conditions aux limites expérimentales soient très mauvaises, il en ressort que les résultats sont assez bien corrélés dans la dispersion observée et que les valeurs optimales de G_{12} pour s'approcher de la solution numérique sont plus proches de 10 000 MPa que de 2 000 MPa.

Pour rechercher les contraintes in-situ (inversion du problème), il semble important de prendre en compte les dispersions sur les valeurs des paramètres, et notamment sur G_{12} , et de traiter le problème non comme un problème biunivoque, mais comme un problème d'optimisation avec une prise en compte d'une dispersion statistique, d'où l'application du logiciel SINVERS.

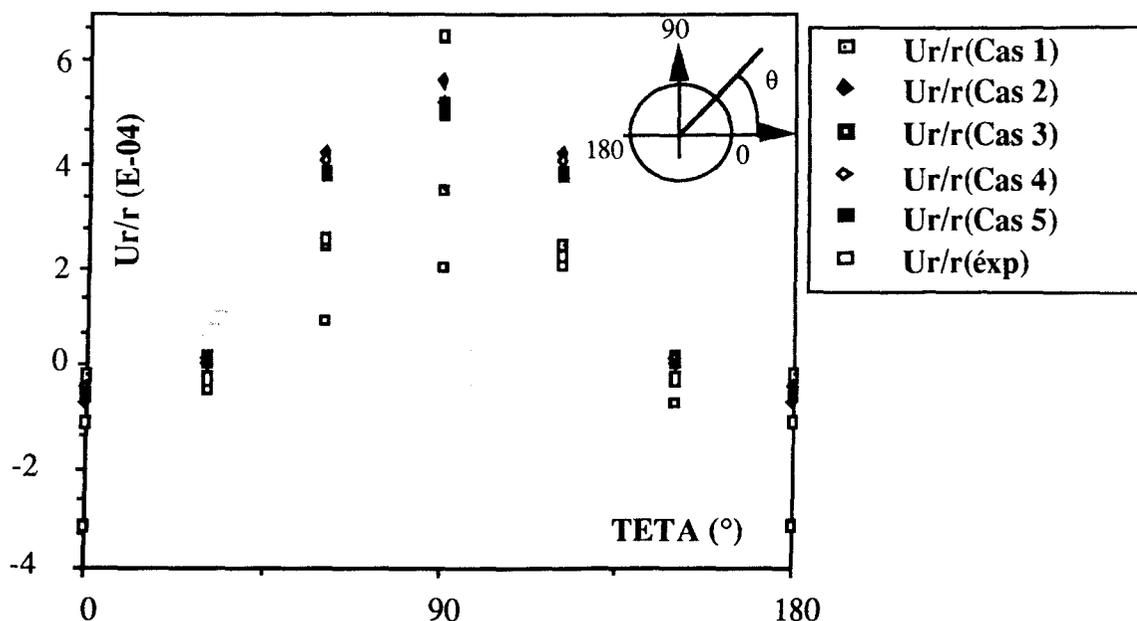


Figure 2.10 : Comparaison des résultats expérimentaux U_r/r entre 5 et 10 MPa avec les simulations numériques pour les différents jeux de paramètres

2.6.4 APPLICATION DE LA METHODE INVERSE : LOGICIEL SINVERS

Résultats

Les résultats présentés ici tiennent compte des deux séries de mesures expérimentales (série 1 = essai 1 + essai 2, série 2 = essai 3 + essai 4) qui sont, notons le, chacune surabondantes dans l'approche déterministe.

A ces deux séries, on a ajouté une autre série, notée n° 3 qui tient compte de toutes les mesures (série 3 = série 1 + série 2). Notons que dans ce cas, nous avons deux valeurs de convergence par orientation et que, par conséquent, nous pouvons en déduire une valeur moyenne et une première approche de l'écart type.

	Série n° 1	Série n° 2	Série n° 3
Nombre de paramètres à déterminer	1	1	1
Paramètre à déterminer	σ (MPa)	σ (MPa)	σ (MPa)
Valeur exacte	5	5	5
Valeur par SINVERS	4,93	5,8	5,42
Nombre d'itérations	12	9	8
Pourcentage d'erreur	1,4 %	16 %	8 %

Tableau 2.6 : Valeur de la contrainte obtenue par SINVERS au cours des différentes séries

Les différents résultats obtenus par SINVERS sont présentés dans le tableau 2.6. Les valeurs des caractéristiques élastiques prises en compte dans les calculs sont : $E_1 = 35\ 000$ MPa, $E_2 = 107\ 000$ MPa, $\nu_{12} = 0.3$ et $G_{12} = 10\ 000$ MPa. Ces valeurs sauf ν_{12} représentent des moyennes obtenues à partir des essais triaxiaux (Homand F. [36] [37]), par contre ν_{12} représente la moyenne des essais de compression simples sur cube de schiste. La valeur initiale de contrainte injectée dans les calculs est de 5 MPa.

En analysant le tableau 2.6, on constate que la contrainte optimale obtenue par SINVERS est acceptable. Le nombre d'itérations quelque soit la série utilisée reste petit avec un pourcentage d'erreur faible.

Influence de la valeur de démarrage

Le tableau 2.7 présente la série 3 pour laquelle le démarrage du calcul est fait à $\sigma = 3$ MPa au lieu de $\sigma = 5$ MPa, ceci a été fait dans le souci de vérifier si on trouve la même valeur inversée

	Série n° 3	
Nombre de paramètres à déterminer	1	1
Paramètre à déterminer	σ (MPa)	σ (MPa)
Valeur exacte	5	5
Valeur de démarrage	5	3
Valeur inversée	5,42	5,45
Nombre d'itérations	8	12

Tableau 2.7 : Influence de la valeur de démarrage sur la contrainte obtenue par SINVERS

(non existence d'autre minima : fig. 2.1) et de déterminer le nombre d'itérations supplémentaires si l'on injecte une valeur initiale éloignée de la valeur optimale.

Les résultats indiquent que la valeur optimale est stable et que le nombre d'itérations supplémentaires n'est pas important comparé à l'écart entre la valeur de démarrage et la valeur exacte de la contrainte.

2.6.5 ETUDE DE L'INFLUENCE DES COEFFICIENTS ELASTIQUES SUR LA VALEUR OPTIMALE

Module d'Young " E_1 "

Dans le souci de connaître la perturbation que peut engendrer l'utilisation du module d'Young obtenu à partir de différents essais (essais triaxiaux sur petits échantillons, essais à grande échelle sur cube (40 x 40 x 40 cm), ou in-situ, essais ultra soniques sur petites éprouvettes), plusieurs passages ont été effectués avec des valeurs différentes de E_1 .

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.8, en utilisant seulement la série n° 1 qui représentait initialement le pourcentage d'erreur le plus faible (1,4 %), par rapport à la valeur réelle. Les autres modules sont gardés constants et égaux à $E_2 = 107\ 000$ MPa, $\nu_{12} = 0.3$ et $G_{12} = 10\ 000$ MPa.

E_1 (MPa)	30 000	35 000	40 000	45 000
σ (MPa) exacte	5	5	5	5
σ (MPa) inversée	4,62	4,93	5,95	6,5

Tableau 2.8 : Etude de l'influence de E_1 sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS

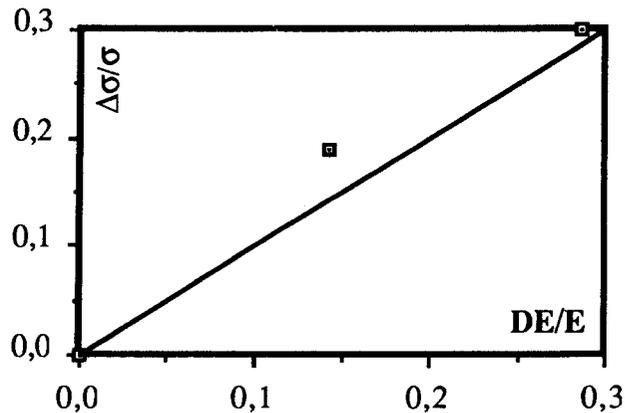
Il apparaît clairement que le module d'Young influence nettement les résultats.

Rappelons qu'en milieu isotrope uniformément chargé à l'infini ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$), nous avons :

$$\frac{U_r}{r} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma$$

soit :

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta E}{E}$$



ce qui est à peu près le cas ici. Notons que nous venons d'étudier l'influence de l'incertitude sur E_1 , alors que la contrainte est également appliquée dans la direction 1, ce qui représente, à notre sens, le cas le plus défavorable.

Coefficient de Poisson " ν_{12} "

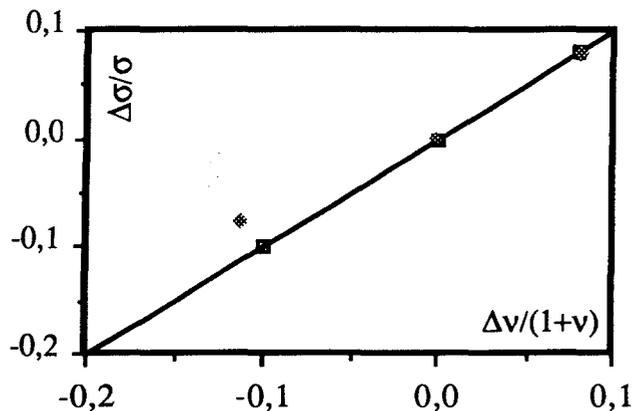
Dans ce cas, nous avons gardé constant les modules suivants : $E_1 = 35\ 000$ MPa, $E_2 = 107\ 000$ MPa, $G_{12} = 10\ 000$ MPa, et nous avons fait varier ν_{12} . Les résultats sont alors donnés sur le tableau 2.9 :

ν_{12}	0,2	0,3	0,4
σ (MPa) exacte	5	5	5
σ (MPa) inversée	4,44	4,93	5,41

Tableau 2.9 : Etude de l'influence de ν_{12} sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS

Nous retrouvons ici à peu près la même influence du coefficient de Poisson qu'en milieu isotrope, à savoir :

$$\frac{\Delta \nu}{1 + \nu} = \frac{\Delta \sigma}{\sigma}$$



Module d'Young "E₂"

Nous allons étudier maintenant l'influence du module E_2 . Module principal perpendiculaire à l'axe de chargement. Nous avons pris $E_1 = 35\ 000$ MPa, $\nu_{12} = 0,3$, $G_{12} = 10\ 000$ MPa. Les résultats sont donnés dans le tableau 2.10.

E_2	90 000	100 000	107 000	115 000	130 000
σ (MPa) exacte	5	5	5	5	5
σ (MPa) inversée	5,61	5,28	4,93	4,91	4,90

Tableau 2.10 : Etude de l'influence de E_2 sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS

Il semble que l'erreur sur les contraintes ne soit pas symétrique par rapport à l'erreur sur E_2 : une augmentation de E_2 influe moins qu'une diminution.

Module de cisaillement G_{12}

Le module G_{12} est particulièrement délicat à déterminer dans les milieux anisotropes. Dans le cas du schiste, les valeurs obtenues par essais mécaniques (Hammade A. [33]) et essais soniques (Cuxac P. [28]) sont particulièrement divergentes (tableau 2.4) : Quelle est l'influence de G_{12} sur la détermination des contraintes in-situ ? Nous avons utilisé une fois encore SINVERS avec $E_1 = 35\ 000$ MPa, $E_2 = 107\ 000$ MPa, $\nu_{12} = 0.3$, et nous avons fait varier G_{12} . Les résultats sont donnés par le tableau 2.11.

G_{12} (MPa)	4 000	6 000	8 000	10 000	12 000
σ (MPa) exacte	5	5	5	5	5
σ (MPa) inversée	4,50	4,68	4,79	4,93	4,94

Tableau 2.11 : Etude de l'influence de G_{12} sur la valeur de la contrainte obtenue par SINVERS

Paradoxalement, il semble que la variation de G_{12} influe moins sur les résultats, ceci peut être expliqué par le fait que l'essai de compression a été mené perpendiculairement à la schistosité, et donc mobilise peu de cisaillement.

En effet, une étude numérique utilisant la théorie d'inversion a été réalisée afin de connaître l'influence de G_{12} sur la détermination des contraintes in-situ pour différentes orientations de la schistosité (0° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90°).

Cette étude consiste en premier lieu à modéliser une plaque carrée en compression simple ($\sigma_1 = 5$ MPa, $\sigma_2 = 0$ MPa) percée d'un trou au milieu. Les caractéristiques mécaniques initiales sont : $E_1 = 35\ 000$ MPa, $E_2 = 107\ 000$ MPa, $\nu_{12} = 0,3$ et $G_{12} = 10\ 000$ MPa. Nous calculons alors d'une manière directe les valeurs de U_r / r pour différentes orientations autour du trou (0° , 30° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180°). Ces valeurs sont ensuite considérées comme étant des valeurs expérimentales et sont injectées à ce titre dans le logiciel SINVERS. Celui-ci nous permet par conséquent de calculer pour chaque nouvelle valeur de G_{12} introduite ($G_{12} = 4\ 000$ MPa, $6\ 000$ MPa, $8\ 000$ MPa, $10\ 000$ MPa, $12\ 000$ MPa et $14\ 000$ MPa), la valeur de la contrainte de compression σ_1 dont les déformations radiales U_r / r autour du trou s'approchent le plus possible de celles injectées par le premier passage.

Le tableau 2.12 ainsi que la figure 2.11 résument cette étude paramétrique sur G_{12} . Ils mettent en évidence l'influence de G_{12} sur les calculs des contraintes in-situ pour les milieux anisotropes.

G_{12} (MPa) \ Schistosité en (°)	4 000	6 000	8 000	10 000	12 000	14 000
σ exacte injectée dans le calcul direct (1er passage) σ (MPa)	5	5	5	5	5	5
σ (MPa) inversée pour une schistosité de 0°	4,97	5,01	5,02	5,03	5,25	5,28
Nombre d'itérations	6	8	8	6	7	6
σ (MPa) inversée pour une schistosité de 30°	2,38	3,59	4,58	5,02	5,68	5,93
Nombre d'itérations	10	6	9	7	10	11
σ (MPa) inversée pour une schistosité de 45°	2,35	3,46	4,43	5,02	5,69	5,97
Nombre d'itérations	7	10	8	6	8	6
σ (MPa) inversée pour une schistosité de 60°	2,84	3,83	4,58	5,02	5,56	5,87
Nombre d'itérations	7	8	13	7	8	10
σ (MPa) inversée pour une schistosité de 75°	2,49	3,67	4,68	5,02	5,66	5,94
Nombre d'itérations	6	9	12	7	10	11
σ (MPa) inversée pour une schistosité de 90°	5,02	5,03	5,04	5,05	5,15	5,40
Nombre d'itérations	10	8	6	6	8	9

Tableau 2.12 : Etude de l'influence de G_{12} sur la valeur de la contrainte σ obtenue par SINVERS pour différentes orientations de la schistosité

La figure 2.11 représente le pourcentage d'erreur commis sur la valeur exacte de σ_1 par rapport au choix de G_{12} , et ceci pour multiples orientations de la schistosité. On constate que pour les orientations 30°, 45°, 60°, 75°, le cisaillement joue un rôle primordial, ce qui se traduit par un pourcentage d'erreur élevé, alors que pour les orientations 0° et 90°, l'influence de G_{12} reste faible. Pour ces deux dernières orientations de la schistosité, seuls les modules d'Young E_1 et E_2 ont des rôles importants.

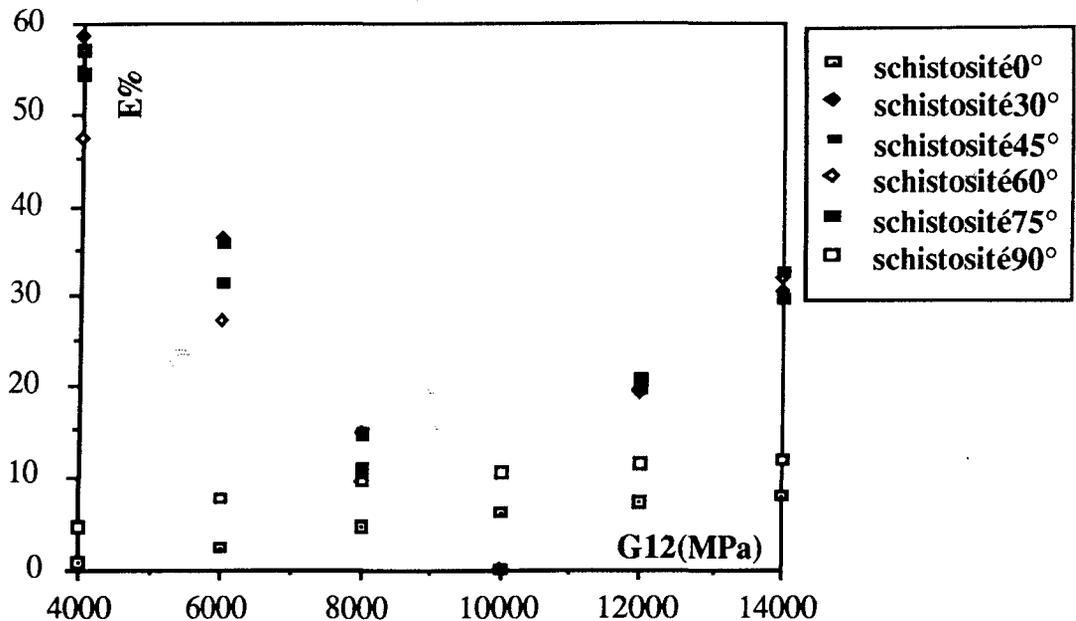


Figure 2.11 : Pourcentage d'erreur sur la valeur de la contrainte σ_1 par rapport aux variations de G_{12} pour différentes orientations de la schistosité.

La présente étude expérimentale nous a permis de nous familiariser avec la cellule U.S.B.M. dans le cas des milieux anisotropes, de valider notre logiciel de calcul, et d'étudier l'influence des caractéristiques élastiques de la roche qui sont difficiles à connaître avec précision sur le terrain. Reste maintenant à appliquer SINVERS sur des essais de surcarottage avec la cellule U.S.B.M. sur site.

2.7 APPLICATION DE LA METHODE D'INVERSION A LA DETERMINATION DES CONTRAINTES IN-SITU EN MINE (Misbahi A. et al [46])

2.7.1 PRESENTATION DU SITE

Le site d'essai, à une profondeur d'environ 430 m dans le schiste, est décrit dans le détail par une étude structurale réalisée par (Macaudiere J. et al [45]) (Annexe L). Rappelons brièvement les dispositions géométriques de ce site (figure 2.12) :

- * La schistosité est légèrement inclinée par rapport à la verticale,
- * Une galerie principale en forme de L subhorizontale a été exécutée avec une première partie de longueur : 44 m, perpendiculaire à la schistosité, et une seconde de longueur 18 m, parallèle au plan de schistosité,
- * 3 forages sont réalisés, lesquels serviront de support aux essais de mesure de contraintes in-situ avec la cellule U.S.B.M. :
 - **Forage 1**
horizontal et parallèle au plan de schistosité, avec une profondeur voisine de 11 m de la paroi de la galerie.
 - **Forage 2**
horizontal et perpendiculaire au plan de schistosité, avec une profondeur voisine de 10 m de la paroi de la galerie.
 - **Forage 3**
horizontal et à 45° des deux premiers forages, avec une profondeur voisine de 11 m de la paroi de la galerie.

- * Le site présente certaines anomalies de types fractures (avec remplissage en quartz ou pyrite), des failles et des plissements (Kink-folds) (voir Annexe L).

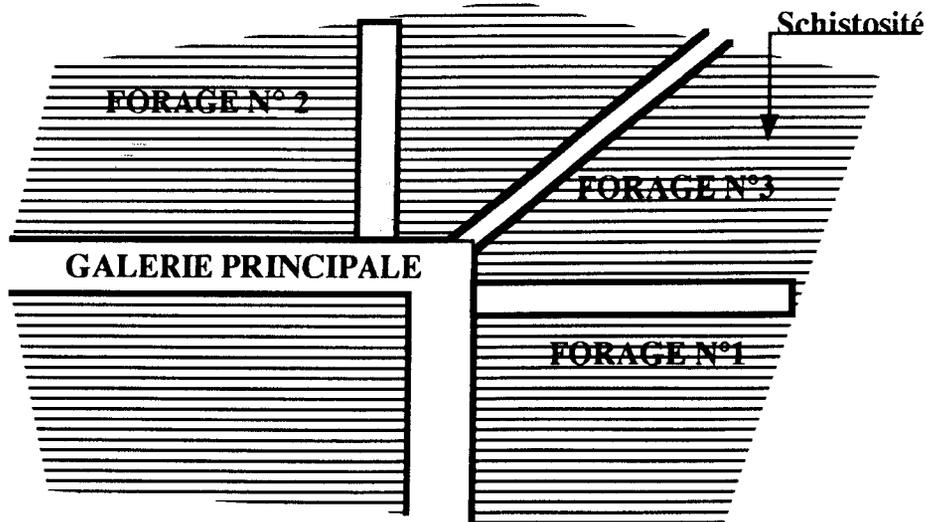


Figure 2.12 : Schéma de la disposition géométrique du site d'essai

2.7.2 PRESENTATION DES ESSAIS A LA CELLULE U.S.B.M. ET RESULTATS BRUTS

Le code DISDEPAN a été mis au point pour des problèmes plans ; aussi, nous dépouillerons les essais avec cette hypothèse. Par conséquent, nous ne pourrions tenir compte des résultats obtenus sur le forage n° 3, ces derniers ne seront donc pas présentés.

De façon générale, le surcarottage dans le schiste s'est avéré une opération très délicate, et malheureusement peu de résultats ont été obtenus.

Le tableau 2.13 récapitule les essais réalisés par la cellule U.S.B.M. dans les forages 1 et 2 lors de notre campagne de mesure in-situ. Sur 6 essais réalisés, 3 donnent des résultats interprétables, soit une réussite de 50 %.

Etant donné le coût de revient d'un essai de surcarottage sur le terrain, on s'est contenté de dépouiller les 3 essais réussis pour remonter au tenseur de contraintes.

Forage n° 1

Le forage 1 est réalisé parallèlement à la schistosité. La position de la cellule à l'intérieur du trou pour les deux essais réussis, ainsi que les contraintes à déterminer (hypothèse d'élasticité plane) sont représentées par la figure 2.13.

Les déplacements radiaux U_1 , U_2 , U_3 en fonction de la profondeur de surcarottage sont représentés par les figures 2.14 et 2.15 (Deux essais valables pour une série de 3 essais). La non interprétation de l'essai raté est due à la rupture de la carotte pendant le surcarottage. Cette rupture s'est produite selon la schistosité perpendiculairement au sondage. La vibration, due à cette rupture, a faussé les lectures données par les capteurs de la cellule U.S.B.M.

	N° de l'essai	Profondeur de l'essai (m)	Orientation du sondage (°)	Pendage du sondage (°)	Dépouillement de l'essai
Forage n° 1 Parallèle à la schistosité	1	11	300	6	Rupture de la carotte Essai non interprétable
	2	11,32	300	6	Essai interprétable
	3	11,87	300	6	Essai interprétable
Forage n° 2 Perpendiculaire à la schistosité	1	10,2	214	6	Rupture de la carotte Essai non interprétable
	2	10,4	214	6	Essai interprétable
	3	10,9	214	6	Rupture de la carotte Essai non interprétable

Tableau 2.13 : Récapitulatif des essais de surcarottage avec la cellule U.S.B.M.

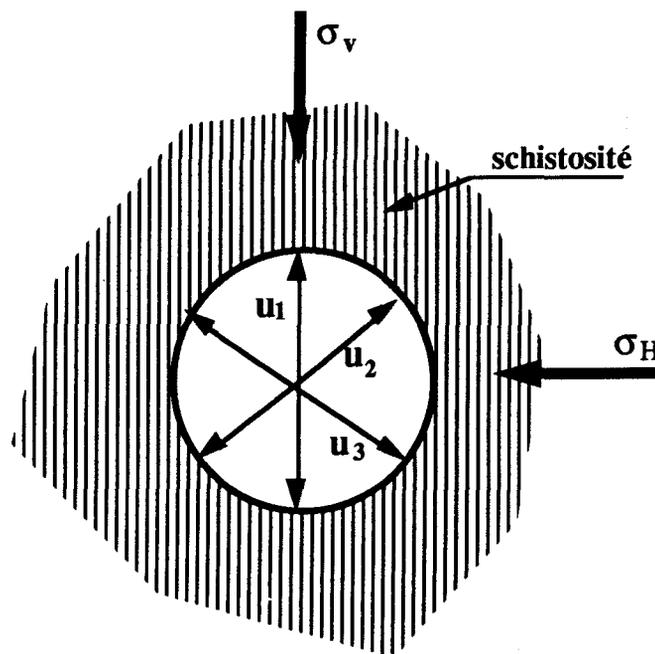


Figure 2.13 : Forage n° 1 avec la position de la cellule U.S.B.M.

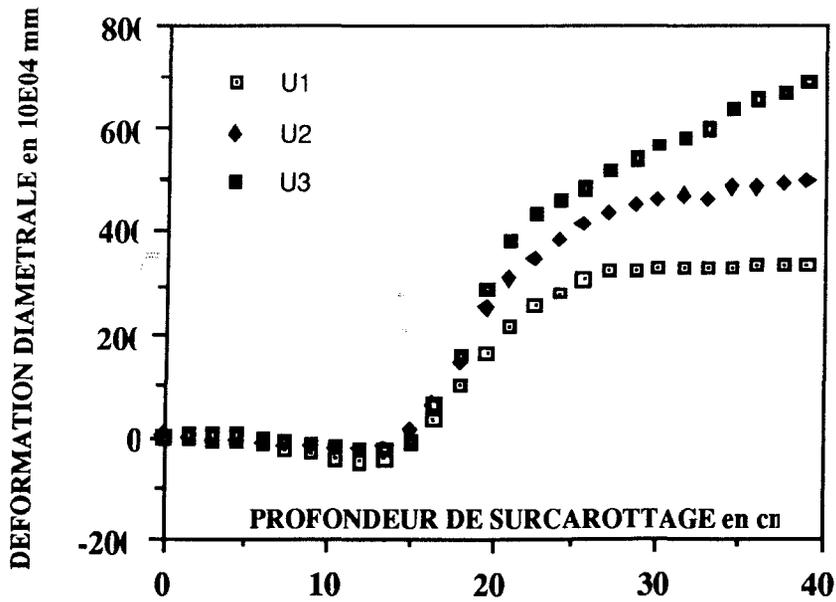


Figure 2.14 : Déplacements radiaux en fonction de la profondeur de surcarottage pour le forage n° 1 - Essai n° 1

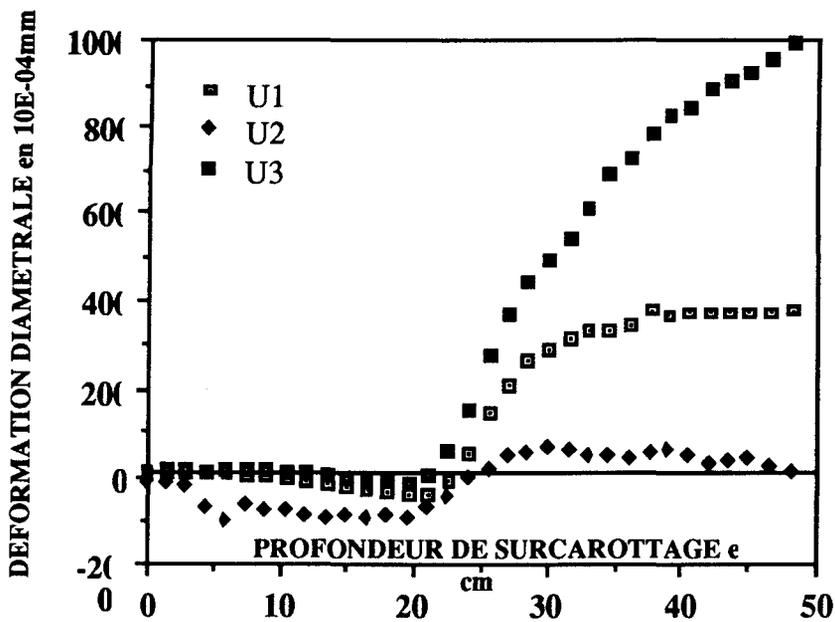


Figure 2.15 : Déplacements radiaux en fonction de la profondeur de surcarottage pour le forage n° 1 - Essai n° 2

Forage n° 2

Le forage 2 est réalisé perpendiculairement à la schistosité. L'axe du palpeur 1 de la cellule U.S.B.M. est positionné verticalement (fig. 2.16).

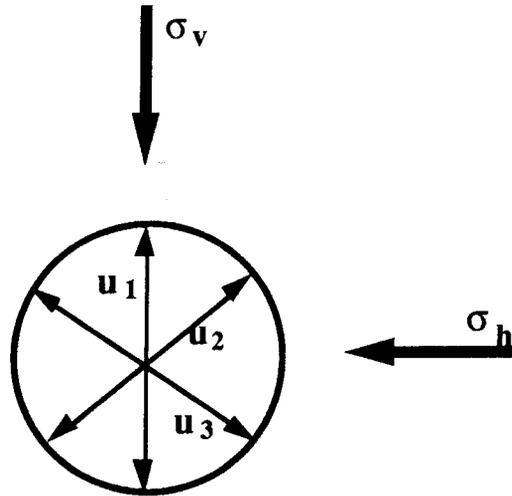


Figure 2.16 : Forage n° 2 avec la position de la cellule U.S.B.M.

Les résultats du seul essai réussi sont donnés par la figure 2.17.

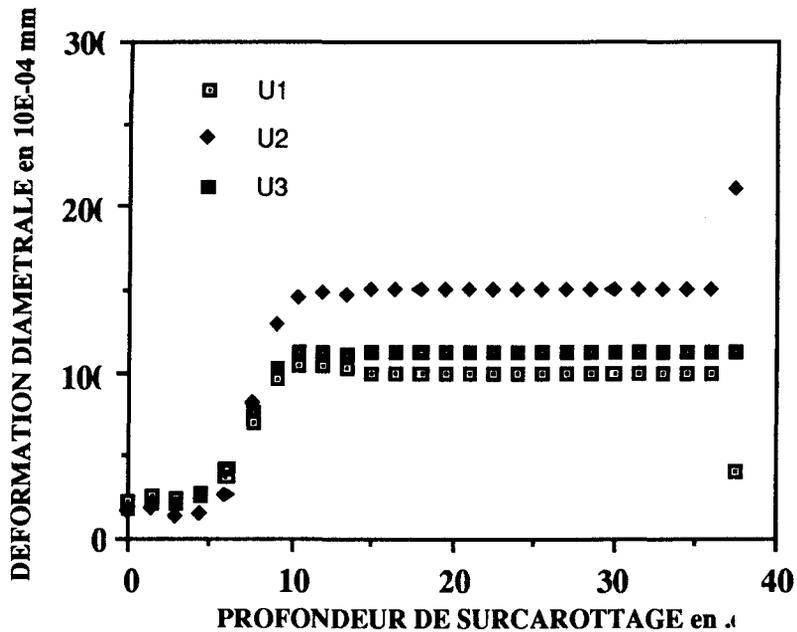


Figure 2.17 : Déplacements radiaux en fonction de la profondeur de surcarottage pour le forage n° 2

2.7.3 DETERMINATION DES CONTRAINTES IN SITU PAR SINVERS

2.7.3.1 Dépouillement des courbes de déplacements radiaux

Le forage n° 2 est perpendiculaire au plan de schistosité ; par conséquent, nous effectuons des mesures dans le plan \vec{S}_2, \vec{S}_3 (Morel E. [52], Hammade A. [33]) (fig. 2.3) qui est supposé être isotrope. En conséquence, si l'on suppose que la contrainte principale σ_v est verticale, les indications de U_2 et U_3 devraient être identiques, ce qui n'est pas le cas. De la même façon, pour le forage n° 1, puisque la schistosité est verticale, les indications de U_2 et U_3 devraient être identiques si σ_v est verticale, ce qui n'est pas non plus vérifié. Néanmoins, nous supposons σ_v verticale dans une première approche, et nous chercherons, au travers de la méthode d'inversion présentée dans le paragraphe 2.2, d'optimiser le problème par rapport aux mesures effectuées. Puisque nous n'avons résolu que des problèmes plan, nous aurons donc à déterminer σ_v , contrainte verticale, σ_H , contrainte supposée principale, perpendiculaire au plan de schistosité et, σ_h la troisième contrainte principale, horizontale et dans le plan de schistosité (fig. 2.13 et 2.16).

Une remarque importante concerne l'allure des courbes. Pour le forage n° 2 (fig. 2.17), toutes les courbes présentent un plateau en même temps, c'est-à-dire qu'il y a rapidement une stabilisation des déplacements radiaux. On ne retrouve pas ce phénomène normal pour le forage n° 1 (fig. 2.14 et 2.15), excepté pour U_1 . Deux effets peuvent alors se produire :

- (a) les déplacements U_2 et U_3 lisent partiellement le comportement du plan de schistosité. Or, nous avons montré (paragraphe 2.4 et Annexe G) que pour des contraintes faibles, la courbe contrainte - déformation était non linéaire (fig. 2.18). Donc, lorsque l'on décharge par surcarottage, il faut s'attendre à obtenir des déformations plus importantes que si l'on suppose un comportement linéaire.
- (b) lors du déchargement par surcarottage, il peut y avoir fissuration lente dans le plan de schistosité, donc ouverture de ce plan, qui est "lue" par U_2 et U_3 , mais non par U_1 . En effet, sur 3 essais parallèles à la schistosité, 2 essais ont été réussis ; pour le troisième, on a eu une rupture prématurée de la carotte. Cette rupture s'est produite après 25 cm environ de surcarottage, ce qui correspond à la position des capteurs. L'examen de la carotte sortie montre la présence de lamelles de schistosité d'une épaisseur de 1 à 2 cm, sur 20 à 25 cm de long.

Les deux effets vont dans le même sens, et sont lus par U_2 et U_3 et non par U_1 . Cette instabilité des capteurs (U_2, U_3) peut aussi être due à la longueur non suffisante du surcarottage. Il nous faut donc apporter une correction sur les valeurs de U_2 et U_3 . Nous supposons que lorsque U_1 est stabilisé, U_2 et U_3 devraient l'être également comme pour le forage n° 2, ce qui nous donne les courbes corrigées de la figure 2.19.

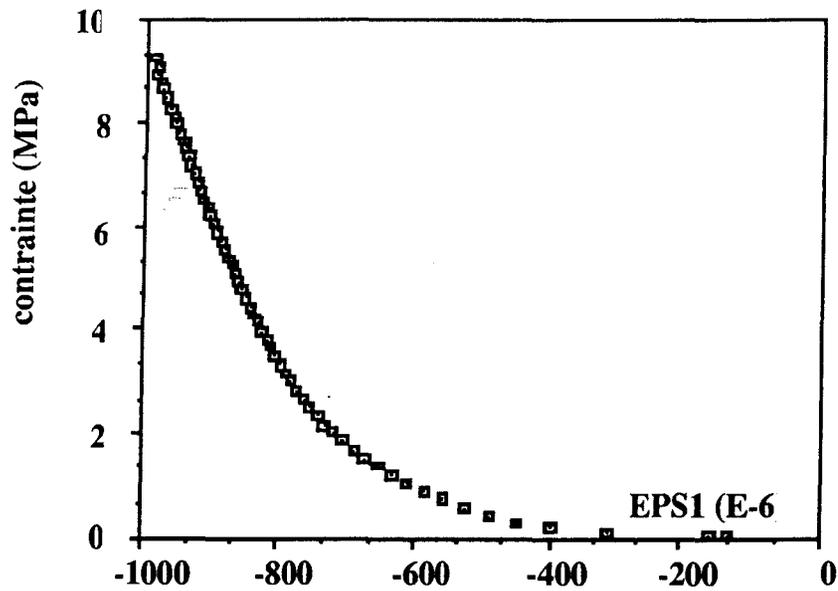


Figure 2.18 : Courbe contrainte déformation perpendiculairement à la schistosité (Essai sur cube 40 x 40 x 40 cm³)

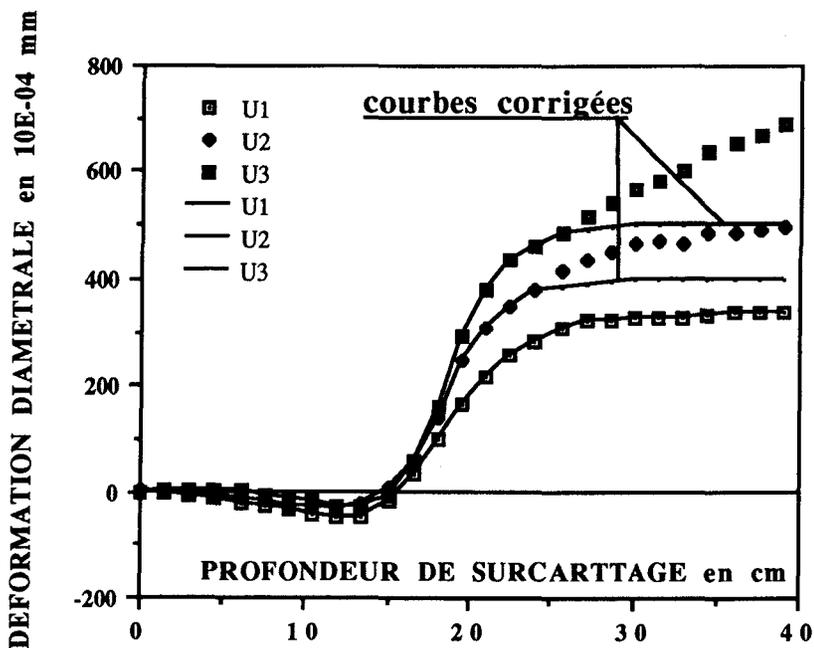


Figure 2.19 : Courbes corrigées pour les déplacements radiaux (Forage 1)

2.7.3.2 Propriétés géomécaniques de la roche

En admettant que le schiste est isotrope transverse, et que le plan (\vec{S}_2, \vec{S}_3) de la figure 2.3 est isotrope, autrement dit, les deux directions \vec{S}_2 et \vec{S}_3 jouent le même rôle, la matrice d'élasticité [A] s'écrit alors dans le repère $(\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3)$ comme suit :

$$[A]_{(\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{1}{G_{23}} & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec $\frac{1}{G_{23}} = \frac{2(1 + \nu_{23})}{E_2}$

La description du schiste comme étant un milieu isotrope transverse est donc faite à l'aide des coefficients $E_1, E_2, \nu_{12}, \nu_{23}$ et G_{12} , soit au total 5 coefficients indépendants car :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$$

Si on ne s'intéresse qu'au problème plan du schiste (\vec{S}_1, \vec{S}_2) , alors la matrice d'élasticité se réduit à :

$$[A]_{(\vec{S}_1, \vec{S}_2)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$

En tenant compte de : $\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$, le nombre de coefficients à connaître est réduit à 4.

Nous présenterons alors les 4 caractéristiques mécaniques du schiste qui ont été utilisées dans les dépouillements des mesures in-situ :

- $E_1 = 38\ 000\ \text{MPa}$: présentant la moyenne des valeurs obtenues lors des essais de compression simple en Laboratoire sur cube de schiste de 40 cm d'arête.
- $E_2 = 117\ 000\ \text{MPa}$: présentant la moyenne des valeurs obtenues par le Laboratoire de Mécanique de Lille (Hammade A. [33]). Cette valeur n'a pas pu être déterminée par les essais de compression simple qu'on a réalisés.
- $\nu_{12} = 0,22$: présentant la valeur maximale obtenue sur petite éprouvette cylindrique ($\phi = 37\ \text{mm}$) sur des essais triaxiaux. Cette valeur est la plus proche de celle obtenue sur cube de 40 cm d'arête ($\nu_{12} = 0,3$). Ce choix est fait dans le but de comparer par la suite notre tenseur de contraintes avec celui du laboratoire d'INERIS.
- $G_{12} = 10\ 000\ \text{MPa}$: présentant la valeur la plus probable entre les valeurs données par le Laboratoire de Mécanique de Lille ($G_{12} = 2\ 000\ \text{MPa}$: Hammade A. [33]) et le Laboratoire de Géomécanique de Nancy ($G_{12} = 14\ 000\ \text{MPa}$: Homand F. et al [36]).

Il faut bien signaler que des essais biaxiaux sur des carottes de schiste ont été réalisés pendant la campagne de mesure par le laboratoire d'INERIS. Malheureusement, les données étaient insuffisantes pour déterminer les propriétés mécaniques du schiste sur le terrain (Baroudi H. et al [7]).

2.7.3.3 Détermination des contraintes

Nous avons donc à déterminer σ_v , σ_H , σ_h selon les hypothèses émises précédemment, sans supposer que σ_v soit égal au poids des terrains. Le forage n° 1 va nous permettre de déterminer un couple (σ_v, σ_H) , et le forage n° 2, un couple (σ_v, σ_h) . Si les différentes hypothèses émises ne sont pas trop inexactes, on devrait alors trouver des valeurs identiques pour σ_v et sensiblement égales au poids des terrains.

L'utilisation du logiciel SINVERS, avec les valeurs de déplacements radiaux corrigées, donne :

Forage n° 1 : $\sigma_v = 10,5\ \text{MPa}$, $\sigma_H = 15,2\ \text{MPa}$

Forage n° 2 : $\sigma_v = 11\ \text{MPa}$, $\sigma_h = 12,4\ \text{MPa}$

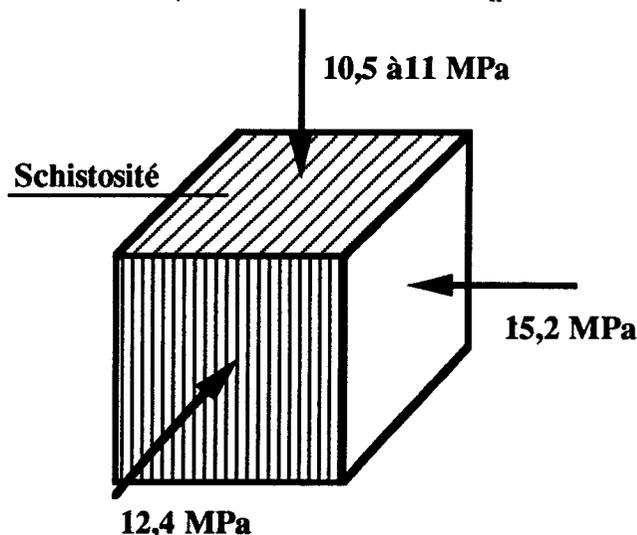


Figure 2.20 : Etat de contrainte sur le site

On remarque donc que les valeurs de σ_v sont sensiblement identiques et proches du poids des terrains (10,7 MPa), estimé pour une profondeur de 430 m. Les hypothèses émises ne sont donc pas trop fausses, et l'on peut en première approximation représenter l'état de contrainte in situ par la figure 2.20.

Afin d'apprécier les performances de la méthode des problèmes inverses que nous venons d'appliquer à la détermination des contraintes, une confrontation avec une autre technique de calcul s'impose. En effet, une étude utilisant la méthode des moindres carrés a été réalisée par l'INERIS pour la même campagne de mesure d'où la comparaison suivante .

2.7.4 ETUDE COMPARATIVE DE L'ETAT DES CONTRAINTES IN SITU

Lors de la campagne de mesures des contraintes naturelles dans le schiste, il a été décidé en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique de terrain de l'INERIS, de mettre en oeuvre deux méthodes de mesures :

- * La méthode de surcarottage avec les cellules U.S.B.M. et C.S.I.R.O.
- * La méthode de fracturation hydraulique

On cherche, d'une part, à confronter les résultats obtenus pour différentes techniques de mesures quelque soit le mode de dépouillement utilisé, d'autre part, à commenter les différentes méthodes de dépouillement pour des essais de surcarottage avec la cellule U.S.B.M. Les caractéristiques mécaniques de la roche sont les mêmes (paragraphe 2.7.3.2) que celles de Baroudi (Laboratoire d'INERIS [7]).

2.7.4.1 Comparaison des résultats pour différentes techniques de mesures

Le tableau 2.14 présente les tenseurs de contraintes obtenus sur le même site par différentes méthodes. Globalement, on peut dire que les résultats obtenus par surcarottage avec la cellule U.S.B.M. sont plus proches de ceux obtenus par fracturation hydraulique (Baroudi H. et al [7]). Par contre, les valeurs des contraintes obtenues par surcarottage avec la cellule C.S.I.R.O. ressortent comme singulières par rapport aux autres résultats. Ces valeurs sont supérieures aux autres et sont très dispersées, ceci peut être expliqué, soit par la complexité de la cellule, ce qui entraîne une mauvaise utilisation sur le terrain, par conséquent une mauvaise qualité d'enregistrement des données, soit par une influence de la localisation des mesures, ou soit par la méthode numérique de traitement des données.

Nature de l'essai	Contraintes principales		
	σ_v (MPa)	σ_H (MPa)	σ_h (MPa)
Fracturation hydraulique	13	13,6	12,3
Surcarottage "U.S.B.M."	10,5	15,2	12,4
Surcarottage "C.S.I.R.O." parallèle à la schistosité	7,3 ± 1	23 ± 2	10 ± 2
Surcarottage "C.S.I.R.O." perpendiculaire à la schistosité	10 ± 1	21 ± 3	18,5 ± 4

Tableau 2.14 : Comparaison de l'état des contraintes pour différentes techniques de mesures

2.7.4.2 Comparaison des résultats pour différentes méthodes numériques

Pour les deux techniques de mesures les plus utilisées actuellement, surcarottage et fracturation hydraulique, déterminer le tenseur de contraintes σ revient le plus souvent à résoudre un système d'équations linéaires ($Y = A \sigma$, chapitre I). Pour cela, plusieurs méthodes de dépouillement existent :

(a) **La méthode combinatoire**

Cette méthode est utilisée surtout lorsque le nombre d'équations n est supérieur au nombre d'inconnus (dans notre cas 6 inconnus pour le tenseur des contraintes). Son principe consiste à combiner les données par ensembles de 6, afin de résoudre pour chaque combinaison choisie un système de 6 équations à 6 inconnues (système de Cramer). Cette méthode ne fournit pas une solution optimale, seule la moyenne des solutions pourrait être considérée proche de l'optimum, d'où l'intérêt de l'utiliser comme étant une méthode de détection de mesures suspectes, et non pas comme une méthode de résolution efficace.

(b) **La méthode des moindres carrés "classiques ou pondérés"**
(Chambon C. et al [20])

Cette méthode consiste à optimiser un ensemble de solutions fourni en général par la méthode combinatoire.

Le tableau 2.15 fournit une comparaison entre un dépouillement de type probabiliste "Logiciel SINVERS" et un dépouillement de type déterministe "Moindres carrés" pour des essais de surcarottage avec la cellule U.S.B.M. sur le même site à 430 m de profondeur dans les schistes.

	σ_v (MPa)	σ_H (MPa)	σ_h (MPa)
Surcarottage avec "U.S.B.M." "Logiciel SINVERS"	10,5 ± 0,5	15,2 ± 0,5	12,4 ± 0,5
Surcarottage avec "U.S.B.M." "Méthode des moindres carrés"	11 ± 2	33 ± 5	11 ± 2

Tableau 2.15 : Comparaison de l'état des contraintes obtenu par deux modes de dépouillement : Méthode d'inversion et méthode des moindres carrés

Globalement, les valeurs obtenues par les deux modes de dépouillement ne sont pas trop éloignées les unes des autres, sauf pour σ_H où on a une grande différence. La seule remarque qu'on peut dire, c'est que la valeur de σ_H obtenue par notre logiciel SINVERS est proche de celle obtenue par fracturation hydraulique (Tableau 2.14).

2.8 CONCLUSION

La méthode de problèmes inverses, que nous venons d'utiliser à la détermination des contraintes in-situ par l'utilisation de SINVERS, vient de montrer ses performances avec des temps de calculs très courts. Pour résoudre le problème direct, nous avons utilisé la méthode des discontinuités de déplacements étendue aux milieux anisotropes, méthode qui ne peut s'appliquer actuellement que pour résoudre des problèmes plans. Pour généraliser SINVERS, il suffit de remplacer DISDEPAN par une méthode directe de résolution du problème 3D.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous aurions pu déterminer l'orientation de σ_v ; cependant, le nombre d'essais (1 par forage) est insuffisant pour appliquer une méthode statistique car le problème est alors parfaitement déterminé (3 inconnues : 2 contraintes et une orientation, 3 valeurs de déplacements radiaux).

Cette approche probabiliste, de détermination des contraintes in-situ dans le cas des milieux anisotropes, possède un avantage important : celui d'étudier très rapidement la sensibilité des résultats obtenus aux valeurs des modules qui, en milieux anisotropes, sont très délicats à déterminer sur site.

La mesure des contraintes in-situ dans les massifs anisotropes, dont la pratique est toute récente en France, reste de toute façon une technique à la fois lourde et délicate. Elle exige main d'oeuvre qualifiée, temps et argent, pour des résultats souvent maigres, et qui peuvent laisser parfois perplexes. Dans notre campagne de mesure, on a essayé de limiter les déchets et de tirer le meilleur parti de résultats chèrement acquis.

Nous conseillons le mécanicien des roches de disposer à la fois de la cellule U.S.B.M., dont la fiabilité n'est plus à démontrer, et d'une cellule de fracturation hydraulique pour laquelle l'étude des chemins de propagation lors de la fissuration de la roche est indispensable à la connaissance de l'orientation du tenseur des contraintes dans le massif. Le chapitre suivant sera entièrement consacré à ce problème.

CHAPITRE III

MODELISATION DE LA PROPAGATION DE FRACTURE PAR LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE EN MILIEU ANISOTROPE

3.1 INTRODUCTION

Pour déterminer les contraintes en place par la méthode de fracturation hydraulique, il est nécessaire de modéliser la propagation de fracture. Dans les milieux isotropes, le plan de cette dernière est perpendiculaire à la contrainte mineure. Dans le cas de milieux anisotropes à structure discontinue, le problème reste ouvert.

Pour tenter de le résoudre, il est nécessaire :

- de se donner un outil numérique de modélisation de propagation de fracture en milieu anisotrope,
- de quantifier complètement la résistance à la propagation, et notamment en fonction de la pression de confinement,
- de se donner une condition d'équivalence de pression de confinement pour le champ variable autour du forage.

Après un rappel de la mécanique linéaire de la rupture en milieu anisotrope, le présent chapitre abordera ces trois points.

En effet, les deux principaux problèmes qui peuvent faire intervenir la mécanique linéaire de la rupture en mécanique des roches appliquée sont :

- la stabilité des parois d'ouvrages souterrains (puits, forages, cavités, tunnels ...) dans la mesure où le phénomène de rupture fait intervenir la fissuration, puis le développement d'une fissure principale. Une telle approche, qui permet également de traduire au moins qualitativement le phénomène de bifurcation, a été utilisée récemment (Kondo D.[39],[40]).
- la fracturation hydraulique laquelle permet, soit la stimulation des réservoirs pétroliers, soit une estimation des contraintes en place. Ce problème est un des rares problèmes incontestés de mécanique de la rupture en mécanique des roches, et de plus, il relève souvent d'un mécanisme de propagation par ouverture qui est assez simple à modéliser.

Dans le cas des milieux isotropes, les outils de modélisation et de simulation existent ; c'est loin d'être le cas pour les milieux anisotropes à structure discontinue.

Nous rappellerons tout d'abord les concepts de la mécanique linéaire de la rupture en introduisant les notions de branchement et de stabilité. Puis, nous établirons une méthode numérique (logiciel DISDEPAN) basée sur la méthode des discontinuités de déplacements permettant de réaliser numériquement les concepts précédents. Une validation de ce code sera effectuée dans des configurations simples où l'on connaît les chemins de propagation. Il sera ensuite montré l'influence de l'anisotropie sur le chemin de propagation pour un milieu isotrope du point de vue critère de propagation.

La partie essentielle de ce chapitre concerne la description des milieux anisotropes à structure discontinue. Un critère anisotrope de propagation est proposé à partir des essais de flexion trois points (Afassi F.[1], [3]), et ce critère est exprimé en fonction de la pression de confinement. Ce critère sera introduit dans DISDEPAN. Sa qualité sera vérifiée en resimulant les chemins de propagation observés lors des essais de flexion trois points.

3.2 MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE EN MILIEU ANISOTROPE

L'objet de la mécanique de la rupture est l'étude des conditions de propagation des discontinuités dans un matériau donné. On distingue généralement trois modes de sollicitations (figure 3.1) :

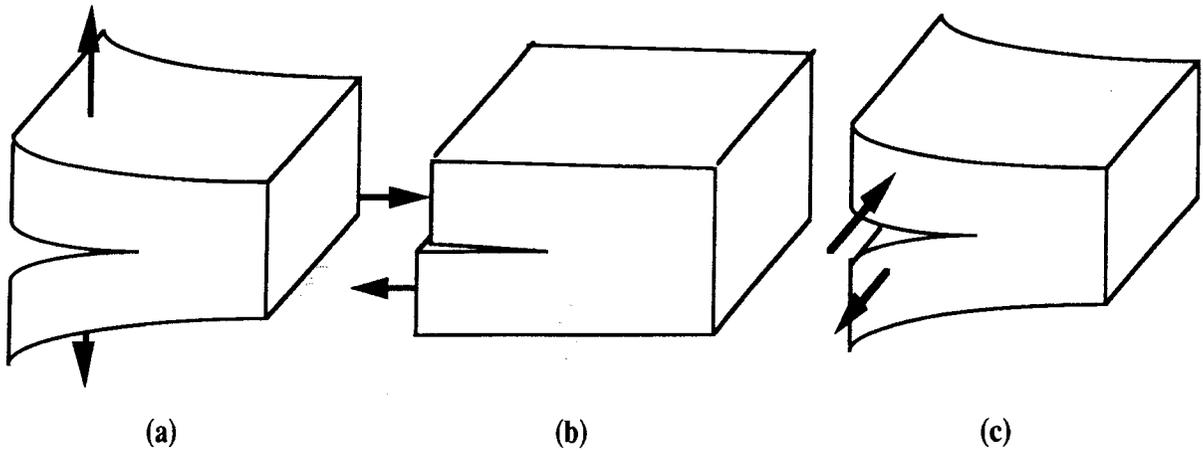


Figure 3.1 : Définition des modes de sollicitation en mécanique de la rupture

- le mode 1 ou d'extension dans lequel les sollicitations sont perpendiculaires au plan de la propagation de la discontinuité.
- le mode 2 ou de cisaillement ; les efforts sont dans le plan de propagation de la fissure.
- le mode 3 ou de torsion.

Les modes 1 et 2 peuvent apparaître seuls ou combinés (mode mixte). Ce mode mixte est encore très mal appréhendé, et fait intervenir divers phénomènes dissipatifs tels le frottement. Pour l'étude de la propagation des fissures, il existe essentiellement deux approches : une approche "contrainte" à l'aide des facteurs d'intensité de contrainte, et une approche "énergétique" en utilisant l'énergie de propagation de fissure.

3.2.1 FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTES (Sih G.C. [60], [61], [62], [63], Irwin G.R. [38])

Cette approche locale permet de définir le champ de contraintes et de déplacements en un point voisin de la tête de fissure (figure 3.2) par l'intermédiaire des facteurs d'intensité de contraintes.

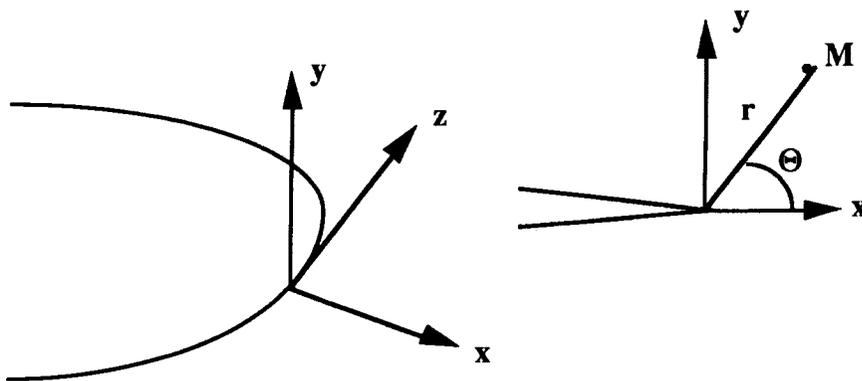


Figure 3.2 : Définition des variables r et θ en tête de fissure

Ces champs s'écrivent (Annexe M) :

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \theta(r) \\ u_i &= \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} g_{i-}^m(\theta) + \theta(r)\end{aligned}\tag{3.1}$$

avec $\theta(r)$ tendant vers une constante lorsque r tend vers l'infini.

K_m est le facteur d'intensité en mode m . Ces facteurs peuvent être également reliés à l'ouverture et au glissement sur les lèvres de la discontinuité. On constate l'existence de fortes singularités en tête de fissure.

Les formules donnant les contraintes et déplacements dans le cas d'un milieu anisotrope peuvent être trouvées dans l'ouvrage de Sih G.C. et Liebowitz H. [60]. Un résumé est donné en Annexe N.

3.2.2 CRITERE ENERGETIQUE DE GRIFFITH

Il s'agit d'une approche non locale qui permet de faire le bilan énergétique à partir du premier principe de la thermodynamique sur toute la structure. Griffith A. [32] a émis l'hypothèse que la rupture est consommatrice d'une énergie $2\gamma \delta A$. δA est l'aire propagée et γ est une caractéristique du matériau, appelée énergie spécifique de rupture, équivalente à une tension de surface dans le cas isotrope.

En supposant une propagation virtuelle δA , le premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\delta U + \delta K = \delta\phi - G\delta A + \delta Q\tag{3.2}$$

avec :

- U : énergie interne
- K : énergie cinétique
- Q : quantité de chaleur
- G : énergie nécessaire pour faire propager la fissure.

Si l'on suppose, par exemple, la transformation adiabatique, et que le champ soit cinématiquement admissible, la relation précédente devient :

$$\delta U - \delta\phi + \delta K = -G\delta A$$

ou encore :

$$-\delta V + \delta K = +G\delta A$$

avec V énergie potentielle du système. En début de propagation $\delta K = 0$, donc :

$$G = -\frac{\delta V}{\delta A}\tag{3.3}$$

Pour qu'il y ait propagation ($\delta K > 0$), il faut donc que G soit supérieure à une valeur caractéristique du matériau $G_c = 2\gamma$:

$$G \geq G_c = 2\gamma \quad (3.4)$$

G_c est appelé énergie d'avancement de fissure ou taux de restitution d'énergie.

G_c est considéré comme un paramètre intrinsèque du matériau. C'est ce critère qui est retenu pour notre étude au détriment de celui du facteur d'intensité de contraintes, trop complexe d'utilisation dans le cas général où la fissure ne se propage pas dans son plan.

Remarque :

L'énergie de propagation G et les facteurs d'intensité de contraintes sont reliés par les relations d'Irwin G.R. [38]. Par exemple, en mode I, et dans le cas de la contrainte plane

$$G = \frac{K_1^2}{E} ; E \text{ est le module d'élasticité pour un matériau isotrope.}$$

3.2.3 DESCRIPTION DES CHEMINS DE PROPAGATION DE FISSURE : BRANCHEMENT ET CONDITION DE STABILITE

Un aspect important dans l'étude de la tenue des ouvrages est le suivi du chemin de propagation ainsi que de la variation des énergies G (stabilité de la propagation).

3.2.3.1 Branchement

Au critère précédent, on peut associer une condition de branchement qui impose que la fissure se développe suivant l'orientation où le taux de restitution d'énergie est maximal (Energie potentielle minimale par rapport à A). Ainsi, en supposant que la fissure occupe à un instant t la position A (figure 3.3 a), effectuons une propagation virtuelle ΔA , à chargement imposé constant dans une orientation α par rapport à l'orientation actuelle (figure 3.3 b). En utilisant la relation (3.3),

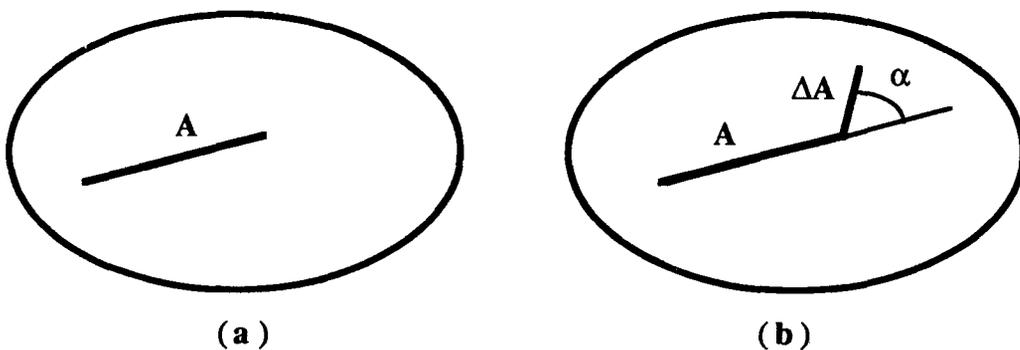


Figure 3.3 : Définition du branchement

on peut ainsi répéter le calcul pour différente orientation α et l'on obtient alors un graphe $G(\alpha)$ du type de la figure 3.4. Le branchement s'effectuera pour l'orientation α_b définissant G maximum, c'est-à-dire :

$$\left. \frac{\partial G}{\partial \alpha} \right|_{\alpha = \alpha_b} = 0 \quad (3.5)$$

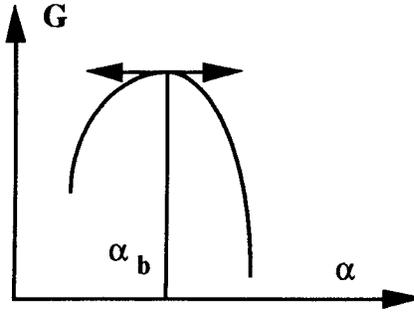


Figure 3.4 : Définition de l'angle de branchement α_b

3.2.3.2 Stabilité - Instabilité

Cette notion est très importante dans le calcul des ouvrages. Pour comprendre cette notion supposant qu'à un instant t la structure possède une discontinuité caractérisée par A_0 . Pour qu'il y ait propagation, il est nécessaire que l'énergie $G(P, A_0)$ soit égale à G_c . Si tel n'est pas le cas, il faut augmenter les charges P , pour vérifier la condition nécessaire de propagation. Supposons maintenant cette condition satisfaite, et considérons deux cas :

- (a) la fonction $G(P, A)$ est croissante par rapport à A (fig. 3.5.a). Si l'on effectue à partir de A_0 un accroissement virtuel δA de cette discontinuité à charge imposée, nous avons alors toujours $G(P, A) > G_c$ et la discontinuité continue à se propager sous le chargement imposé : le système est instable. Cette relation se traduit donc par :

$$\frac{\partial G}{\partial A} = - \frac{\partial^2 V}{\partial A^2} > 0 \quad \text{instabilité} \quad (3.6)$$

- (b) la fonction $G(P, A)$ est décroissante par rapport à A (fig. 3.5.b). Si l'on effectue maintenant à partir de A_0 un accroissement virtuel δA de cette discontinuité à charge imposée, nous avons alors toujours $G(P, A) < G_c$ et la discontinuité ne peut se propager que si l'on procède à une augmentation du chargement P : le système est alors stable. Cette relation se traduit donc par :

$$\frac{\partial G}{\partial A} = - \frac{\partial^2 V}{\partial A^2} < 0 \quad (3.7)$$

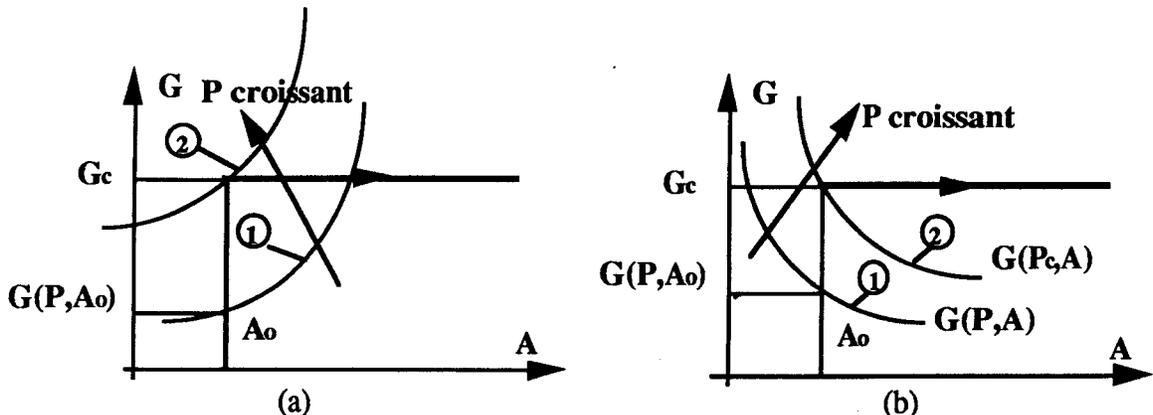


Figure 3.5 : Définition de la stabilité ou de l'instabilité de la propagation en fonction de l'allure des courbes $G(P, A)$

La courbe $G(P, A)$ peut avoir des formes plus complexes. Considérons deux cas :

- la courbe $G(P, A)$ a une concavité tournée vers le bas (fig. 3.6). Lorsque la charge atteint la valeur P_c , telle que $G(P_c, A_0) = G_c$, en appliquant le raisonnement précédent, l'on voit que la discontinuité se propagera à charge imposée jusqu'à la valeur A_1 (propagation non contrôlée). Au-delà, il sera nécessaire d'augmenter le chargement pour propager la discontinuité (propagation contrôlée).

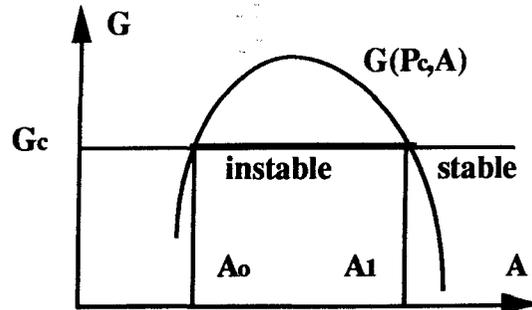


Figure 3.6 : Exemple de l'allure de la fonction de $G(P, A)$ conduisant tout d'abord à une propagation instable suivie d'une propagation stable

- la courbe $G(P, A)$ a une concavité tournée vers le haut (fig. 3.7). Lorsque la charge atteint la valeur de P_c , telle que $G(P_c, A_0) = G_c$, en appliquant le raisonnement précédent, l'on voit que la discontinuité ne peut se propager que si l'on augmente le chargement (propagation stable). Cette propagation sera contrôlée en fonction du chargement jusqu'à ce que l'on obtienne la configuration conduisant à A_1 ;

Arrivé à ce stade de chargement, la propagation devient instable.

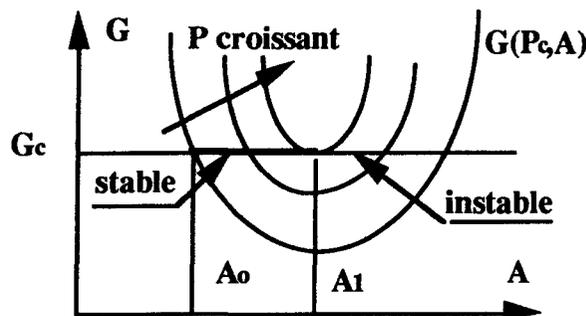


Figure 3.7 : Exemple de l'allure de la fonction de $G(P, A)$ conduisant tout d'abord à une propagation stable suivie d'une propagation instable

3.3 METHODE NUMERIQUE

Les calculs dans les configurations complexes ne peuvent être effectuées de façon analytique. La méthode des éléments finis est inadaptée, d'une part, par la simplicité du modèle de comportement (élasticité isotrope), d'autre part, par le fait qu'elle nécessite une rediscrétisation complète du domaine à chaque pas de progression de la discontinuité. La méthode la plus adaptée est celle des discontinuités de déplacements, étendue aux milieux anisotropes.

3.3.1 LOGICIEL DISDEPAN (DIScontinuité de DEPlacement en milieu ANisotrope).

La méthode de discontinuités de déplacements a été introduite par Crouch S.L.[25], [26] pour résoudre les problèmes élastiques plans avec fissures. C'est initialement une méthode de collocation. De nombreuses extensions ont eu lieu ; notons les principales dans l'objectif de notre étude : utilisation d'éléments d'ordre élevé (Crawford-Curran [24]), passage en 3D (Curran J.H.[27]), passage en champ complexe (Bouhaddane A. [17]), passage en champ complexe avec des éléments évolués (Belkacem Y.[10]), utilisation d'une approche variationnelle, et enfin, passage en champ complexe pour les milieux anisotropes (Morel E.[52]).

Dans ce dernier cas qui nous intéresse, Morel E. [52] a établi les fonctions fondamentales qui sont la base du logiciel DISDEPAN. Un aperçu de la méthode est donné en Annexe F. Ce logiciel écrit en FORTRAN a été remis en forme avec les options décrites ci-dessous. La structure générale du programme est donnée par la figure 3.8.

3.3.2 CALCUL DE G

Rappelons que G est défini par :

$$G = - \frac{\partial V}{\partial A} \quad (3.8)$$

dans un champ cinématiquement admissible (charge imposée).

Si nous supposons un accroissement virtuel ΔA suffisamment petit, alors :

$$G \cong - \frac{\Delta V}{\Delta A}$$

avec $\Delta V = \Delta U - \Delta \phi$. Appliquons le théorème de CLAPEYRON pour un milieu élastique linéaire :

$$\Delta U = \frac{1}{2} \Delta \phi \quad (3.9)$$

donc :

$$G = \frac{1}{2} \frac{\Delta \phi}{\Delta A} \quad (3.10)$$

avec ϕ travail des forces extérieures.

Numériquement, nous allons donc discrétiser la structure initiale (fig.3.9 a) (introduction de points nodaux). Puis, nous allons propager d'un petit incrément ΔA (fig. 3.9 b). Ce petit incrément doit être suffisamment petit pour que la relation (3.10) soit valable. Des tests numériques ont montré que si l'on choisit ΔA de l'ordre de $A/100$, on obtient une erreur acceptable (de l'ordre du %).

Sous l'effet de l'accroissement virtuel ΔA , on obtient une variation du champ cinématiquement admissible Δu^* . $\Delta \phi$ est obtenu théoriquement en intégrant les produits scalaires $P \cdot \Delta u^*$ à la frontière du domaine. Malheureusement, Δu^* n'est connu qu'aux points nodaux ; il est donc nécessaire en général de procéder à une intégration numérique en utilisant par exemple la méthode des trapèzes. Le calcul de G s'en déduit alors par la relation (3.10).

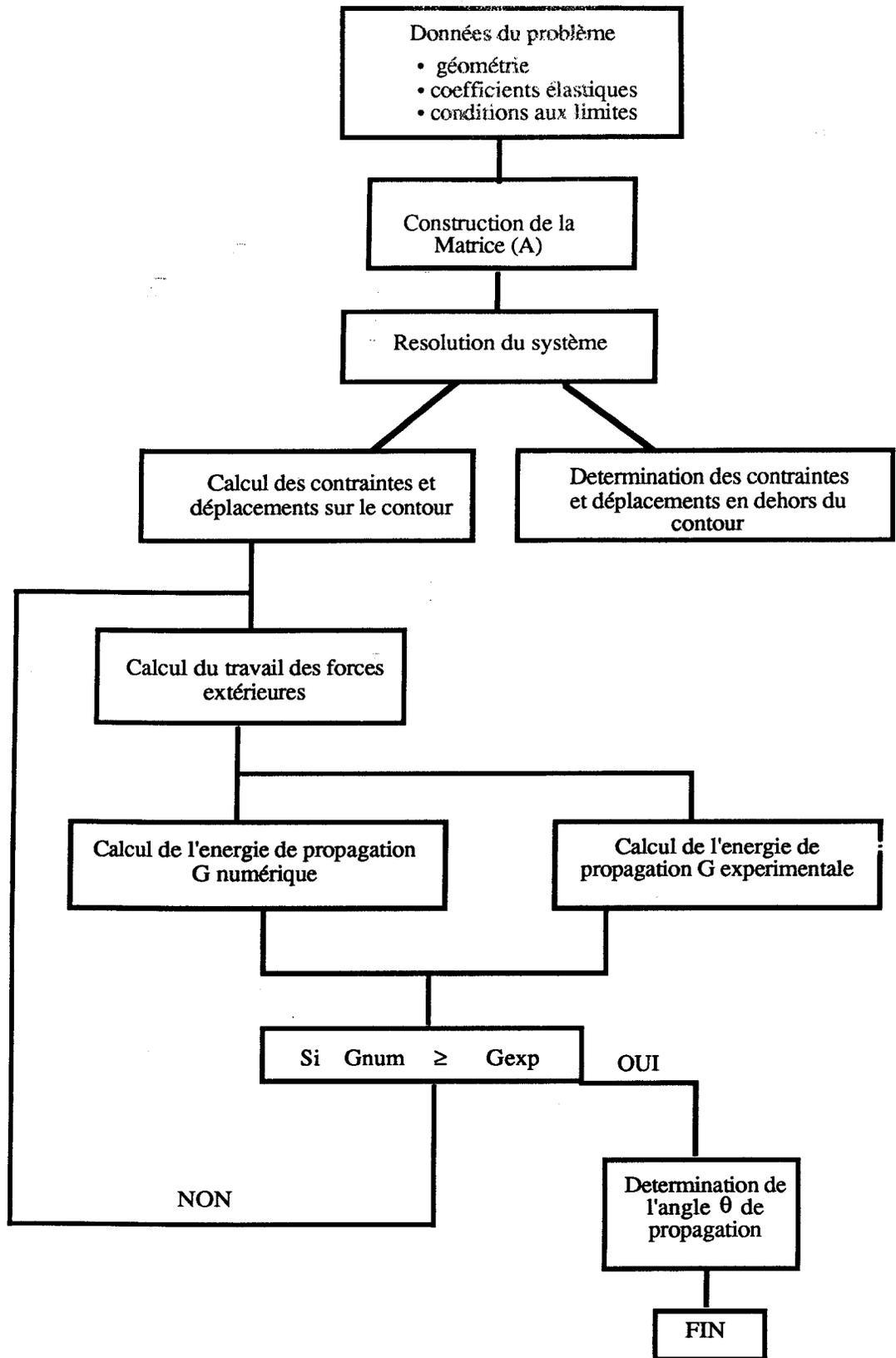


Figure 3.8 : Structure du logiciel DISDEPAN

On voit tout de suite l'intérêt de la méthode qui ne change absolument pas le maillage entre les figures 3.9 a et 3.9 b, si ce n'est rajouté un noeud supplémentaire pour l'élément propagé. Cela revient donc à rajouter en général deux lignes et deux colonnes à la matrice d'influence.

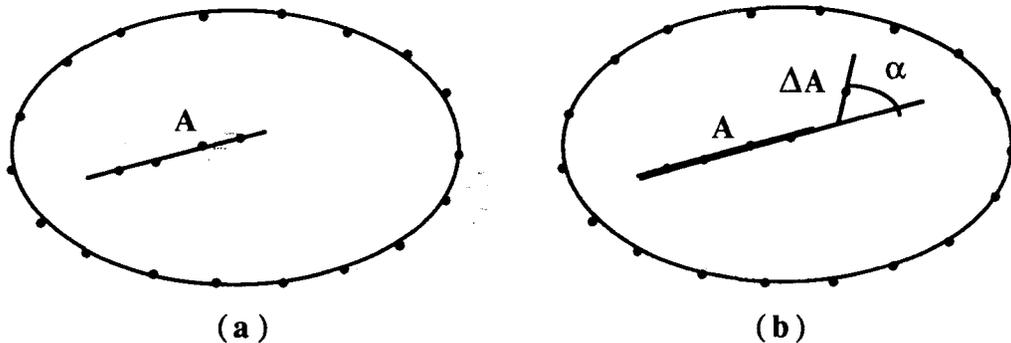


Figure 3.9 : Discretisation du domaine et de la fissure pour le calcul de G

3.3.3 CALCUL DE α_b

Deux méthodes ont été envisagées pour calculer l'angle de branchement α_b . Il s'agit de trouver numériquement un maximum à une fonction qui n'est définie qu'en un nombre fini de points.

La première consiste à effectuer des calculs de G pour des valeurs de α_i très rapprochées. α_b peut être alors déterminé par la valeur de α_i donnant la valeur maximale de G .

La deuxième méthode utilisée consiste à n'effectuer le calcul que pour un nombre de valeurs de α faible (5 à 6). On cherche alors une approximation parabolique par la méthode des moindres carrés.

$$G = a_2 \alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 \quad (3.11)$$

α_b est alors égal à :

$$\alpha_b = - \frac{a_1}{2a_2} \quad (3.12)$$

Bien que plus rapide au niveau calcul, cette méthode impose un choix arbitraire de valeurs de α , donc une intuition sur les résultats ; deux erreurs peuvent être commises :

- a) Si la fonction G a une dérivée qui change de signe, l'approximation parabolique n'a plus aucune signification,
- b) Le choix de mauvaises valeurs de α peut entraîner des erreurs importantes soit sur la valeur de α_b , soit sur la valeur de G .

Après de nombreux passages de calcul numérique et une certaine expérience, il est apparu que l'approximation parabolique était la meilleure approche pour une qualité de résultats donnée et ceci par rapport au temps de calcul.

3.3.4 PRISE EN COMPTE DU FROTTEMENT SUR LES LEVRES DES FISSURES.

Dans les différentes applications que nous envisageons, les fissures peuvent, sous l'effet de contraintes de compression, se fermer. Les conditions aux limites sont mal connues dans ce cas à cause du frottement. Le programme de calcul développé permet de prendre en compte ce phénomène. Un certain nombre de conditions doivent être satisfaites.

3.3.4.1 Conditions de contact

Dans le cas de la fissure fermée, on postule qu'il ne peut avoir d'interpénétration de la matière.

Cette hypothèse impose que la discontinuité normale soit négative, ou tout au plus nulle en fonction des conventions de signes utilisées. Ceci introduit une non-linéarité dans la résolution du système d'équations, laquelle impose l'utilisation de méthodes itératives.

3.3.4.2 Conditions de frottement - glissement

Nous avons fait l'hypothèse d'un frottement de type Coulomb. On doit donc avoir :

$$\sigma_{nt} \leq \mu \sigma_{nn} \quad (3.13)$$

σ_{nt} et σ_{nn} sont respectivement les contraintes tangentielle et normale sur les lèvres de la discontinuité ; $\mu = \tan \phi$; ϕ est l'angle de frottement du matériau.

Les conditions qui régissent le comportement de l'interface s'écrivent alors :

Non glissement

Supposons que lors d'une itération dans le calcul numérique, on trouve en un point de la fissure :

$$\begin{cases} \sigma_{nn} > 0 \\ |\sigma_{nt}| < \mu \sigma_{nn} \end{cases} \quad (3.14)$$

alors les discontinuités de déplacement normales \hat{u}_n et tangentielles \hat{u}_t sont nulles sur la fissure au point considéré.

Glissement

Si au cours d'une itération dans le calcul numérique, on trouve en un point de la fissure :

$$\begin{cases} \sigma_{nn} > 0 \\ |\sigma_{nt}| > \mu \sigma_{nn} \end{cases} \quad (3.15)$$

ceci signifie qu'il y a glissement. Dans le cas suivant de calcul, on devra donc imposer :

$$\begin{aligned} |\sigma_{nt}| &= \mu \sigma_{nn} \\ \hat{u}_n &= 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\hat{u}_t \cdot \sigma_{nt} > 0$$

La dernière condition indique avec les conventions de signes adoptées que le cisaillement s'oppose au glissement sur les lèvres de la fissure.

3.3.4.3 Algorithme de calcul

Nous avons développé dans le programme DISDEPAN un algorithme itératif qui permet d'y intégrer toutes les conditions précédentes. Les tests figurant dans ce module sont résumés dans l'organigramme ci-dessous (figure 3.10).

Test sur tous les éléments de discrétisation

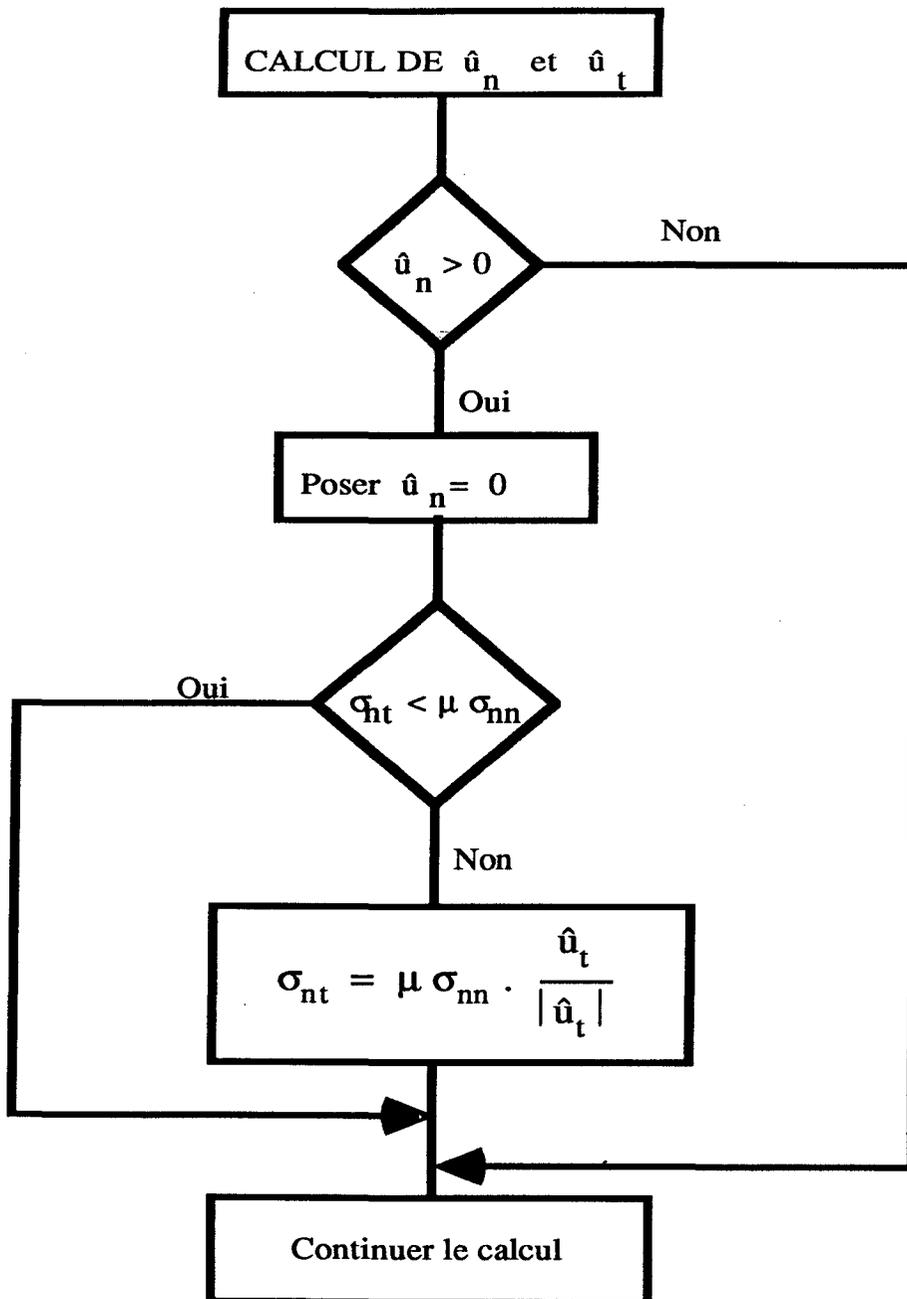


Figure 3.10 : Organigramme des tests pour le frottement

3.3.5 "VALIDATION" DE LA METHODE NUMERIQUE PROPOSEE

Nous allons prendre un exemple simple de milieu orthotrope sans discontinuités de structure (anisotropie de module élastique seule) pour lequel le chemin de propagation est évident.

Supposons une plaque percée d'un trou et soumise à l'infini aux contraintes σ_1, σ_2 , respectivement dans les directions X_1 et X_2 . Supposons que les axes principaux d'orthotropie (S_1, S_2) soient confondus avec le repère (X_1, X_2) (figure 3.11). Désignons par S_1 l'axe ou le module d'Young (E_1) est le plus faible ($E_2 > E_1$).

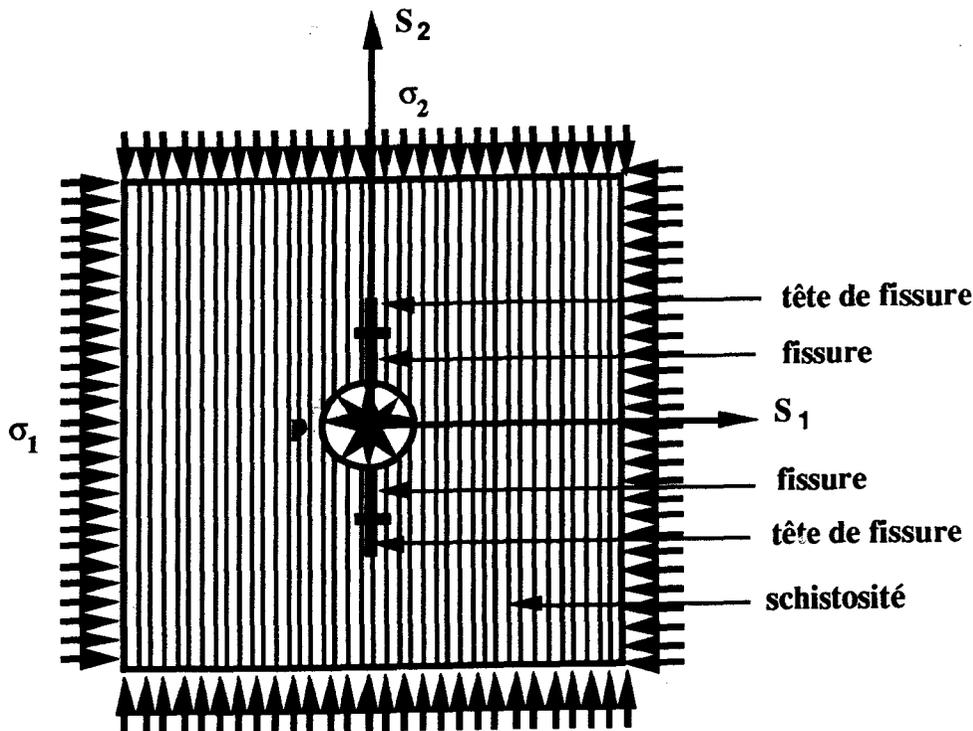


Figure 3.11 : Présentation schématique de l'essai de validation numérique

Pour créer une fissure qui se propage à partir du trou et dans la direction S_2 , nous allons créer le chargement suivant :

- le trou est soumis à une pression p ,
- le chargement à l'infini doit être tel que $\sigma_1 < \sigma_2$, ceci en regard de la condition des modules et par conséquent de la déformabilité de la structure.

Dans l'application numérique présentée ci-après, nous avons choisi $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 20$ MPa, $p = 5$ MPa, $E_1 = 35\ 000$ MPa, $E_2 = 117\ 000$ MPa, $G_{12} = 10\ 000$ MPa, $\nu_{12} = 0,3$, et la fissure au cours de sa propagation sera non chargée, donc non soumise à la pression. Le blocage en translation et rotation de la plaque a été obtenu en imposant sur un élément de la partie inférieure le déplacement normal égal à 0 et sur un autre élément les déplacements normaux u_n et tangentiels u_t nuls. Les éléments utilisés sont des éléments à 2 noeuds.

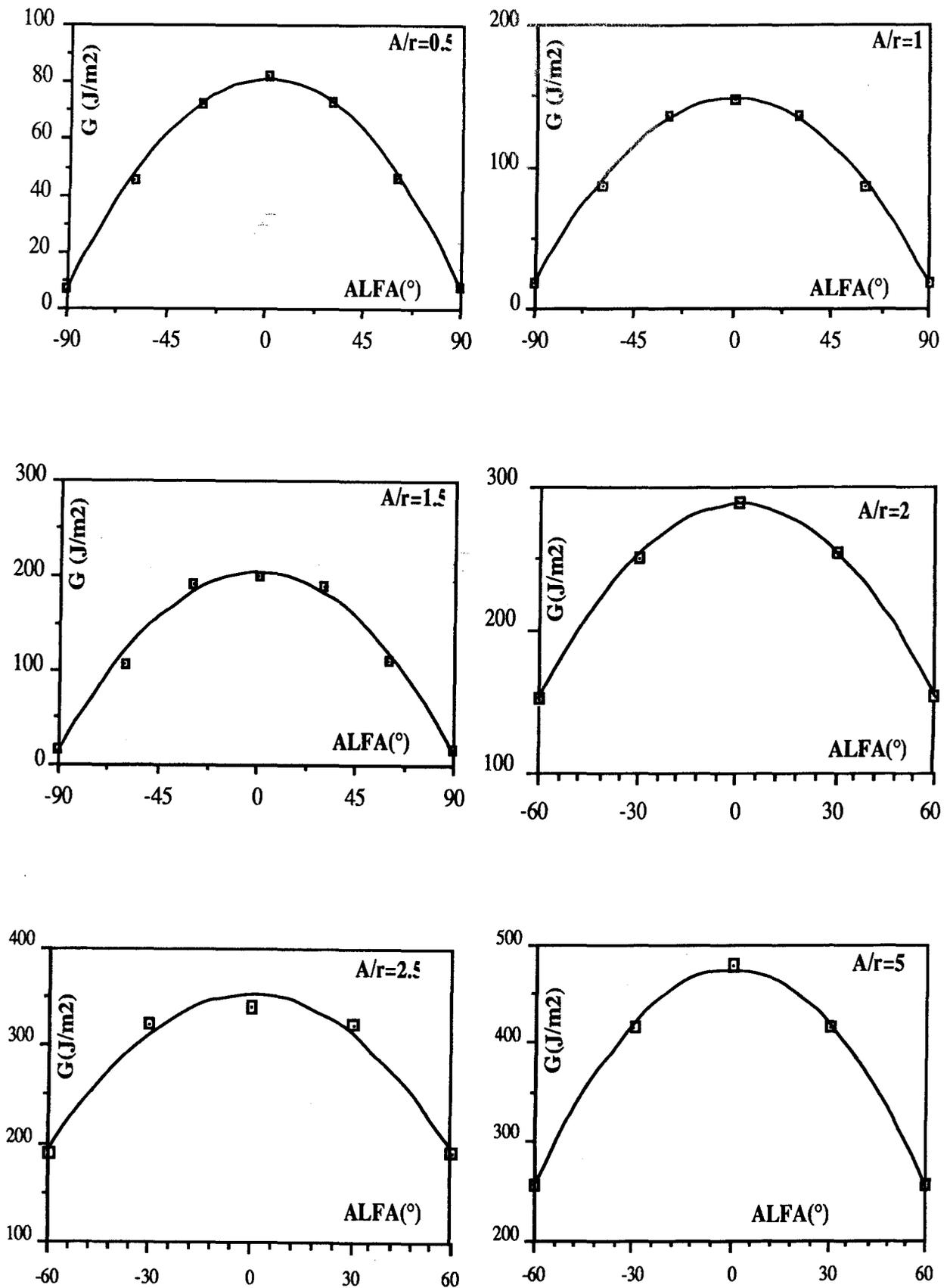


Figure 3.12 : Valeurs de G calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique

Les calculs de G ont été effectués en utilisant ΔA de l'ordre de $A/100$. La figure 3.12 présente pour chaque étape de la propagation ($A/r = 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5, 5$) la valeur de l'énergie G en fonction de l'angle α , ainsi que les régressions paraboliques. Le tableau 3.1 donne la valeur des angles de branchement α_b par rapport à la schistosité.

A/r	0,5	1	1,5	2	2,5	5
(a)	2,5	2	2	0	2	0
(b)	0,389	0	0,1903	0,293	0,294	0

Tableau 3.1 : Valeur des angles de branchement en degré pour chaque pas de calcul
(a) en prenant la valeur maximale de G dans le calcul numérique avec des variations angulaires de 2° ou $2^\circ 5$
(b) par régression parabolique

La figure 3.13 montre l'évolution de G en fonction de la longueur propagée A/r . On remarquera, à l'allure de la courbe que la propagation est toujours instable. Cependant, le gradient de G diminue avec A/r pour les faibles valeurs de celles-ci pour quasiment s'annuler (propagation se stabilisant) pour $A/r = 2$, ce qui est connu en fracturation hydraulique. Lorsque A/r dépasse 2,0 le gradient de G croît brutalement. Cet effet est purement lié au fait que la plaque est de taille finie.

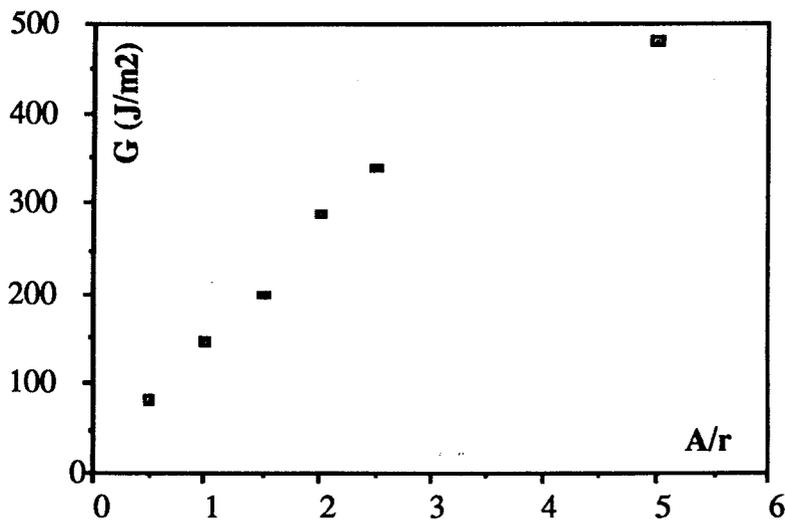


Figure 3.13 : Evolution de G en fonction de la longueur propagée A/r

Les résultats exprimés par le tableau 3.1 montrent que la fracture se propage bien perpendiculairement à la plus petite contrainte principale (comme il était attendu), avec des déviations très faibles si l'on utilise l'approximation parabolique.

3.3.6 EFFET DE L'ANISOTROPIE DES MODULES SUR LA PROPAGATION

Le deuxième exemple a pour but de montrer l'influence de l'anisotropie de module sur le chemin de propagation de la fracture. L'exemple est le même que celui de la figure 3.13, mais la schistosité a tourné de 30° (figure 3.14). Les pas A/R de calcul de G sont 0,5 - 1 - 1,5 - 2 - 2,5 - 3 - 3,5 et 4. Les valeurs des angles de branchement calculés par les deux méthodes sont données par le tableau 3.2. Les résultats sont proches l'un de l'autre confirmant ainsi l'intérêt de la régression parabolique. Dans ce tableau 3.2, ainsi que dans les figures 3.15, l'angle de branchement est exprimé par rapport à la schistosité.

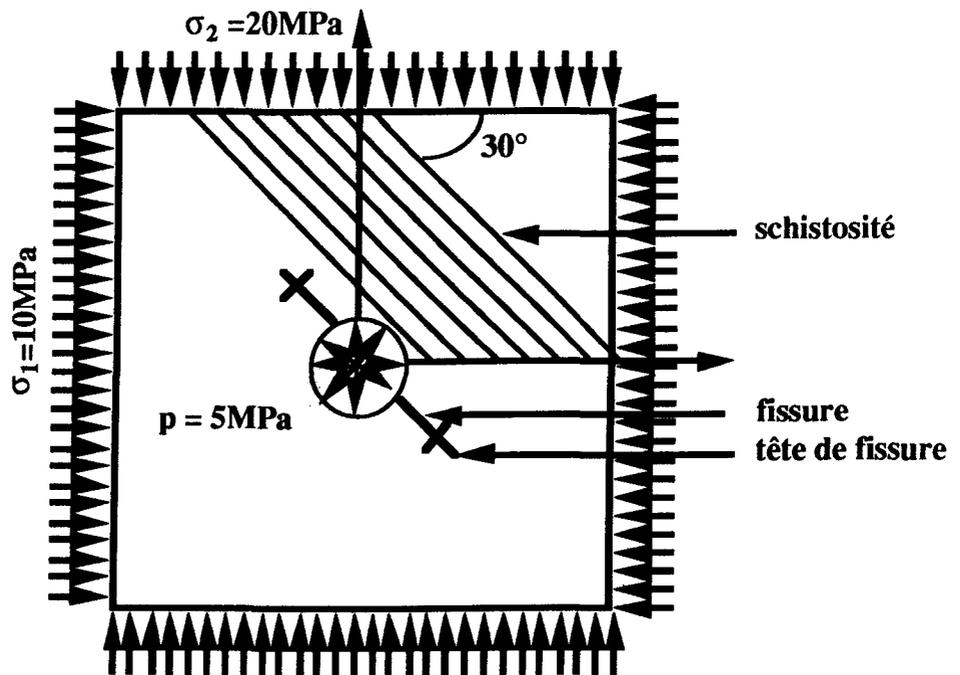


Figure 3.14 : Configuration de test pour montrer l'influence de l'anisotropie des modules sur le chemin de propagation

A/r	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
(a)	30	25	25	35	35	35	20	20
(b)	31,9	25,37	25,04	35,16	33	34,22	20,46	20

Tableau 3.2 : Valeur des angles de branchement pour chaque pas de calcul

(a) en prenant la valeur maximale de G dans le calcul numérique avec des variations angulaires de 2° ou $2^\circ 5'$
(b) par régression parabolique

La figure 3.15 présente pour chaque étape de propagation la valeur de G dans le cas de la méthode (b). Cette méthode s'avère performante avec peu de temps calcul. La figure 3.16 donne l'évolution de G avec A/r et montre que la propagation est également toujours instable. La figure 3.17 montre le chemin de propagation calculé. On s'aperçoit alors que ce chemin semble être

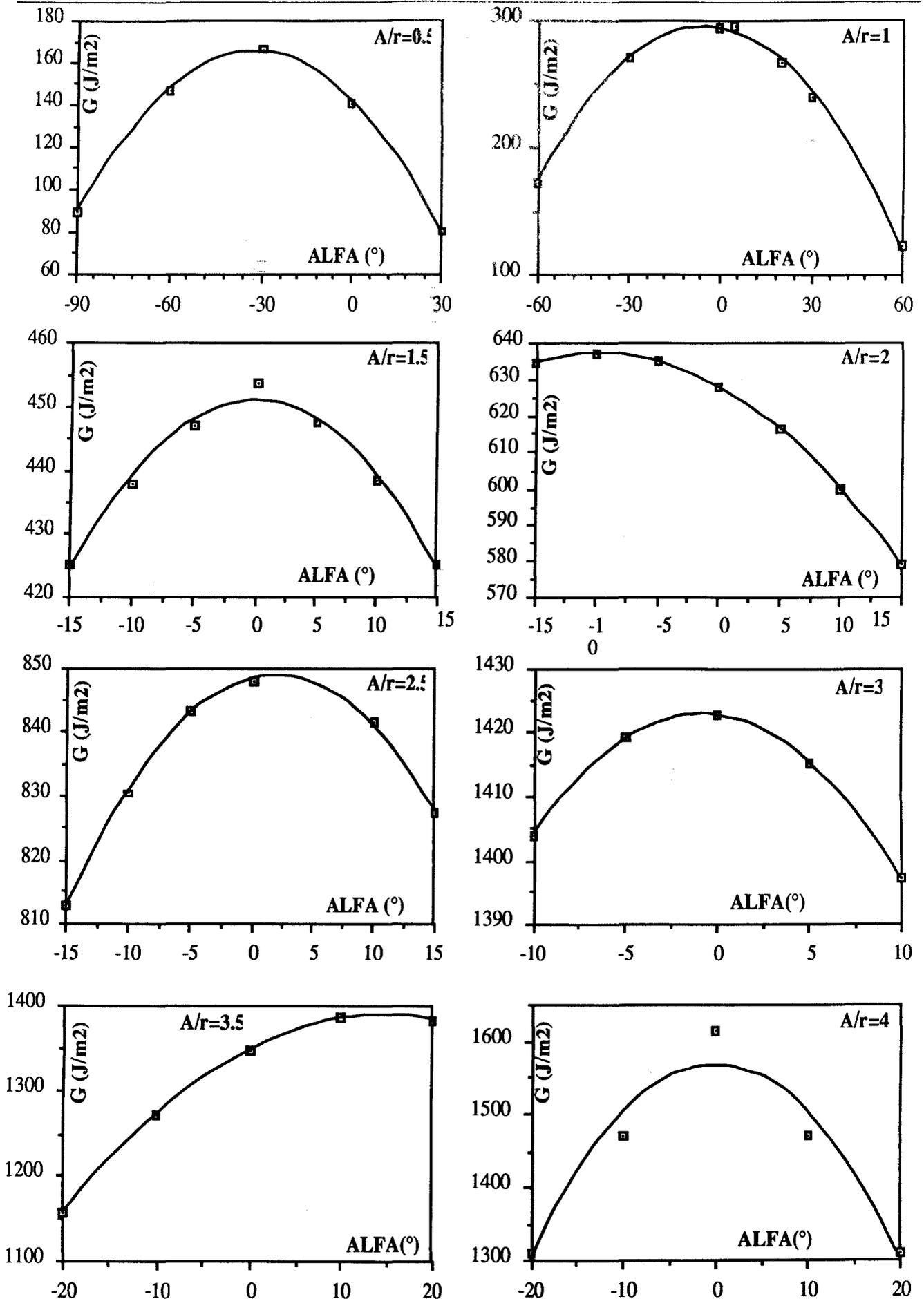


Figure 3.15 : Valeurs de G calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique

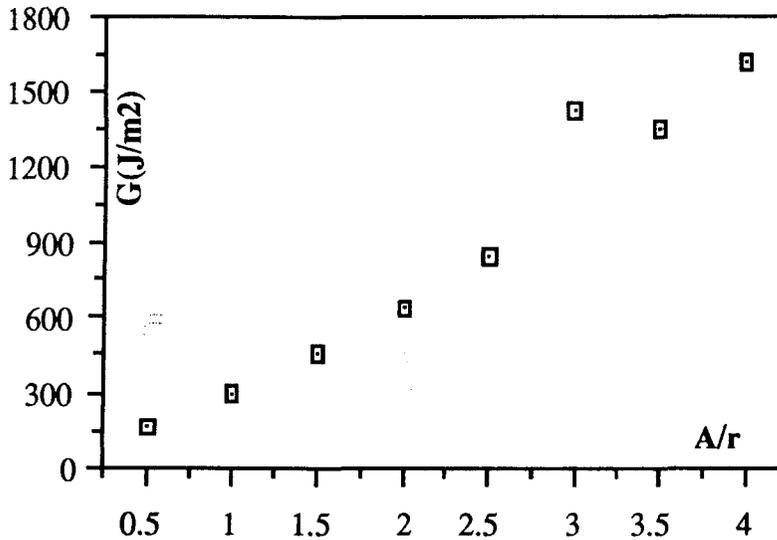


Figure 3.16 : Evolution de G en fonction de la longueur propagée A/r .
 La schistosité est inclinée de 30°

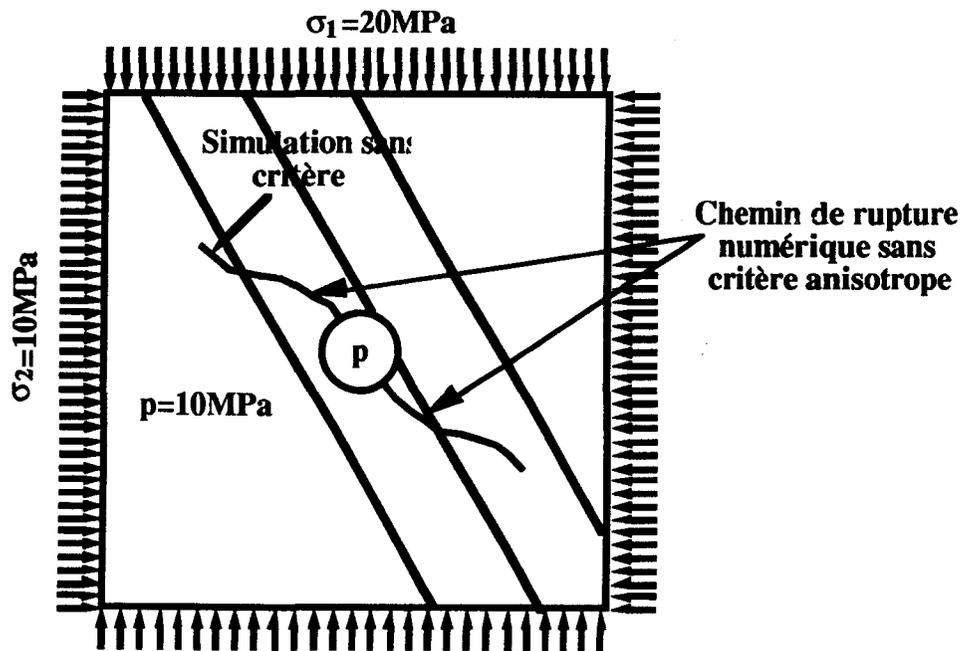


Figure 3.17 : Chemin de propagation calculé avec un critère isotrope et une schistosité inclinée par rapport aux contraintes principales

indépendant du champ de contrainte appliqué, mais semble être influencé par le champ de contrainte autour du trou et les modules de la roche. Loin du trou, et bien que le critère soit isotrope, la fracture s'aligne dans la schistosité ce qui traduit l'effet de module.

3.4. CRITERE ANISOTROPE - INFLUENCE DE LA PRESSION DE CONFINEMENT

Le matériau étudié présente une discontinuité de structure. Il apparaît intuitif, et le fait est utilisé industriellement, qu'il est beaucoup plus facile de faire propager une fissure dans ce plan de discontinuité que partout ailleurs.

On peut également penser que si le matériau ou la structure est soumise à une contrainte de confinement suffisamment élevée, l'effet de discontinuité de structure s'effacera et la fissure se propagera dans un milieu où seule l'anisotropie de module subsistera.

L'objet de ce chapitre est de présenter les résultats expérimentaux mettant en lumière les deux points évoqués et d'en proposer une modélisation. On trouvera dans les travaux d'Afassi [1], [2], [3] les détails complémentaires.

3.4.1 MESURE DE G_c OU γ_I

Pour déterminer les paramètres de résistance à la propagation de fissure, l'essai de flexion trois points a été retenu (figure 3.18). Le choix de ce type d'essai réside dans sa facilité de mise en oeuvre devant le nombre important d'essais à réaliser.

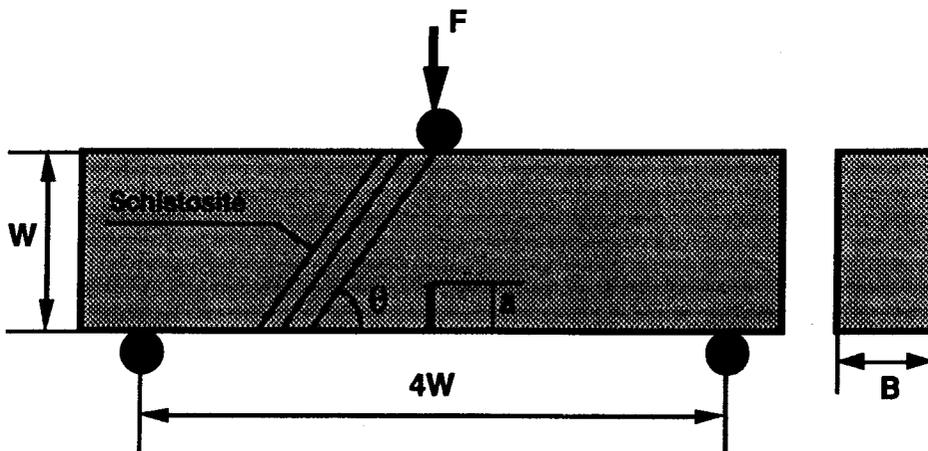


Figure 3.18 : Essai de flexion 3 points sur éprouvette préentallée

Afin d'effectuer les essais en contrainte totale, il est nécessaire que l'huile ne pénètre pas dans l'échantillon. Celui-ci est alors protégé par une gaine de silastène qui moule l'échantillon, ainsi que les trois appuis (figure 3.19, photo 3.1, figure 3.20).

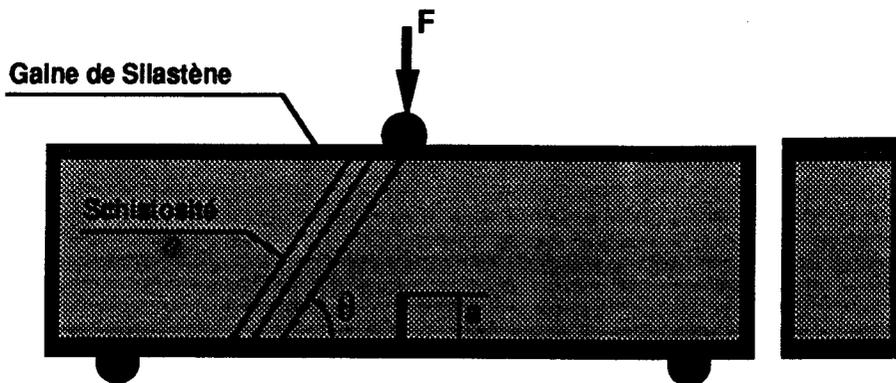


Figure 3.19 : Gainage de l'éprouvette de flexion 3 points

Pour appliquer le confinement, une cellule triaxiale conventionnelle de capacité 200 MPa, et de diamètre inférieur 120 mm, a été utilisée. Cette cellule, conçue au Laboratoire de Mécanique de Lille, se compose principalement (figure 3.20) :

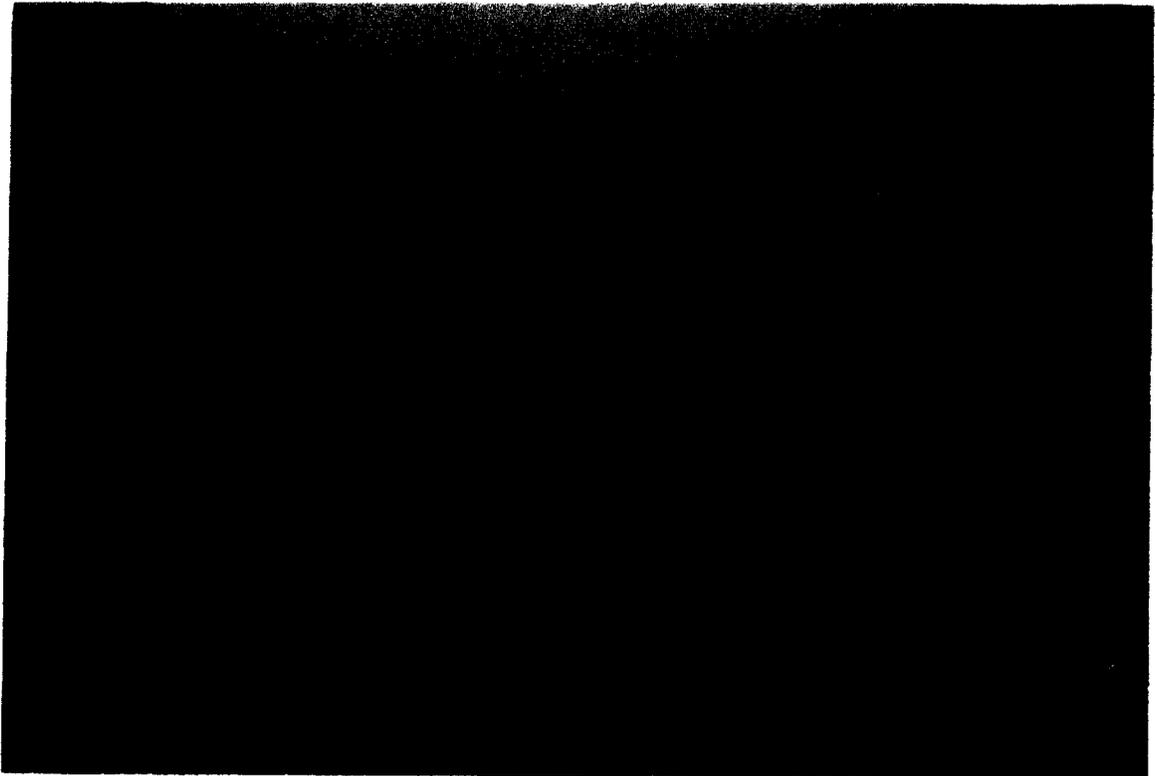


Photo 3.1 : Eprouvette moulée avec ses appuis

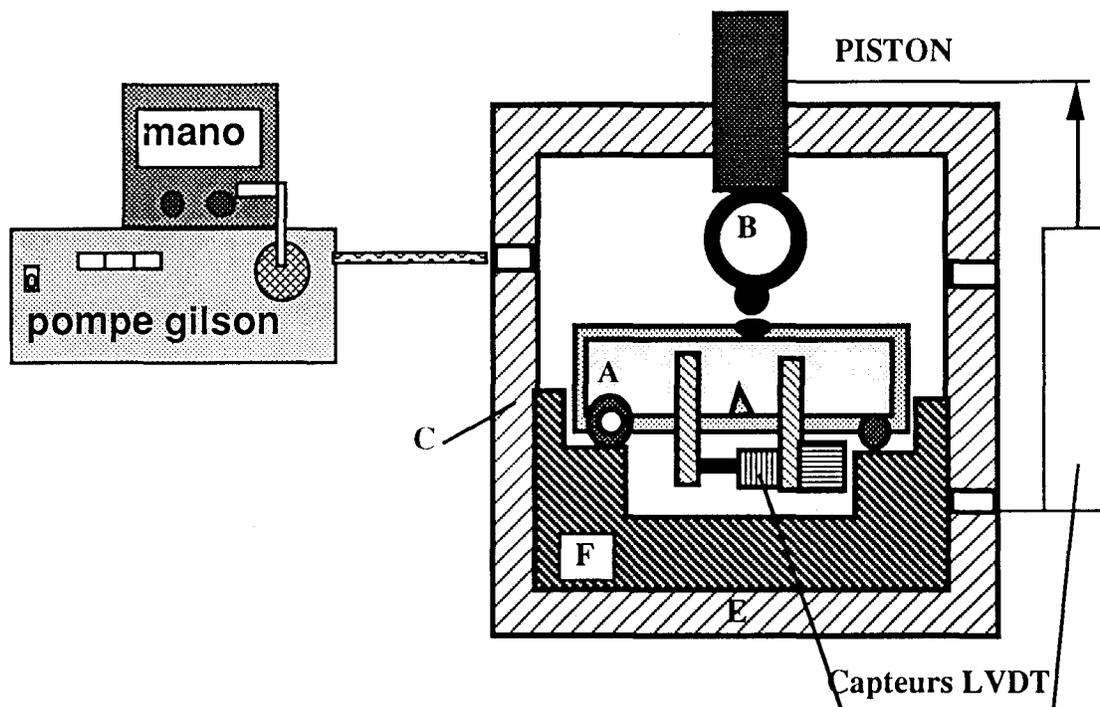


Figure 3.20 : Montage expérimental des essais de flexion trois points sous pression

- d'un plateau inférieur muni d'une embase (E) sur laquelle se place le dispositif de flexion trois points (F),
- d'un corps de cellule cylindrique (C),
- d'un plateau supérieur muni d'un piston permettant d'appliquer la charge axiale à l'échantillon,
- de six tirants solidarissant les plateaux inférieurs et supérieurs,
- d'un passage de fils étanche sur l'embase inférieure permettant d'assurer la liaison électrique entre l'anneau dynamométrique et l'enregistreur.

Pour générer la pression et sa régulation, un groupe Gilson est utilisé avec son manomètre intégré.

L'échantillon gainé est muni de roulements à billes (A), placés sur l'un de ses appuis afin de diminuer les frottements. L'autre appui est fixé dans le montage. Un capteur dynamométrique à anneau (B) (photo 3.2), avec mesure par jauges d'extensométrie (pont complet), placé sur la face inférieure du piston, permet de déterminer avec une bonne précision la force transmise à l'échantillon. Un capteur de déplacement de type L.V.D.T. permet de mesurer le déplacement entre les plateaux de la presse. La machine d'essai est une Instron électro-asservie, de type 8 033, de capacité 50 tonnes.

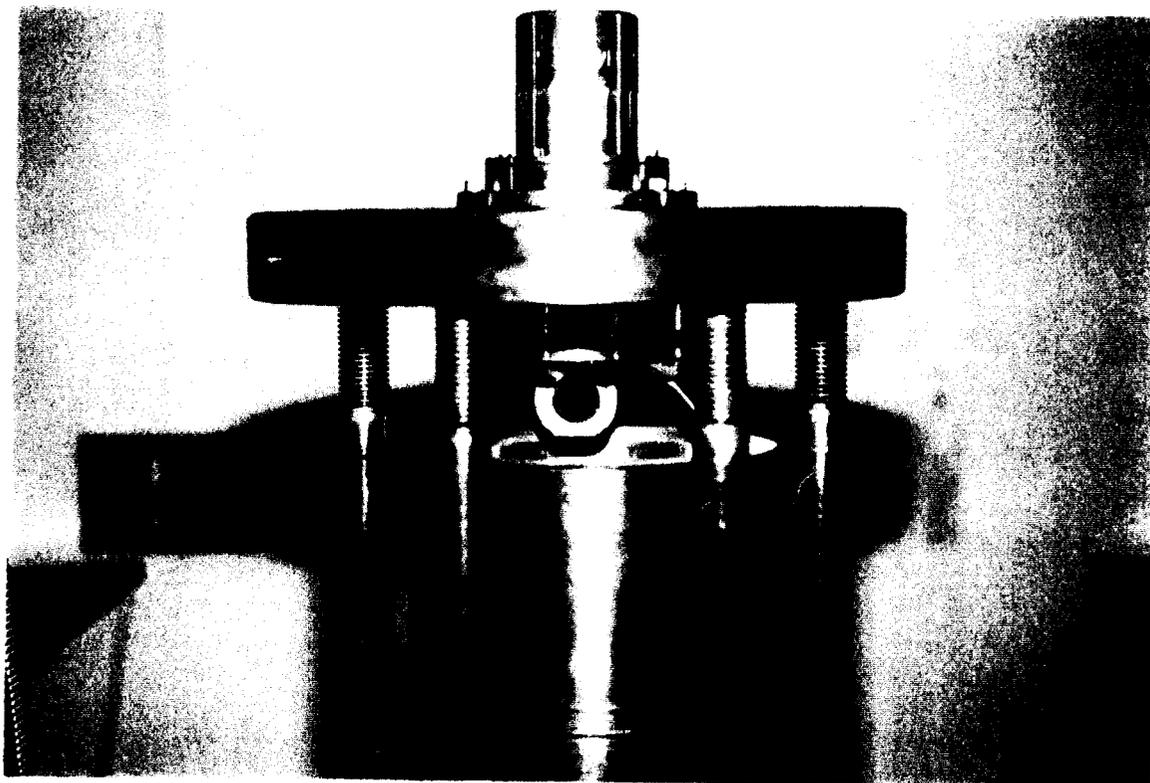
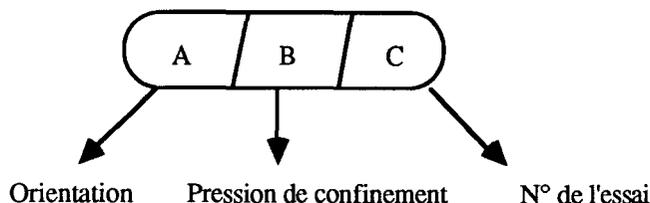
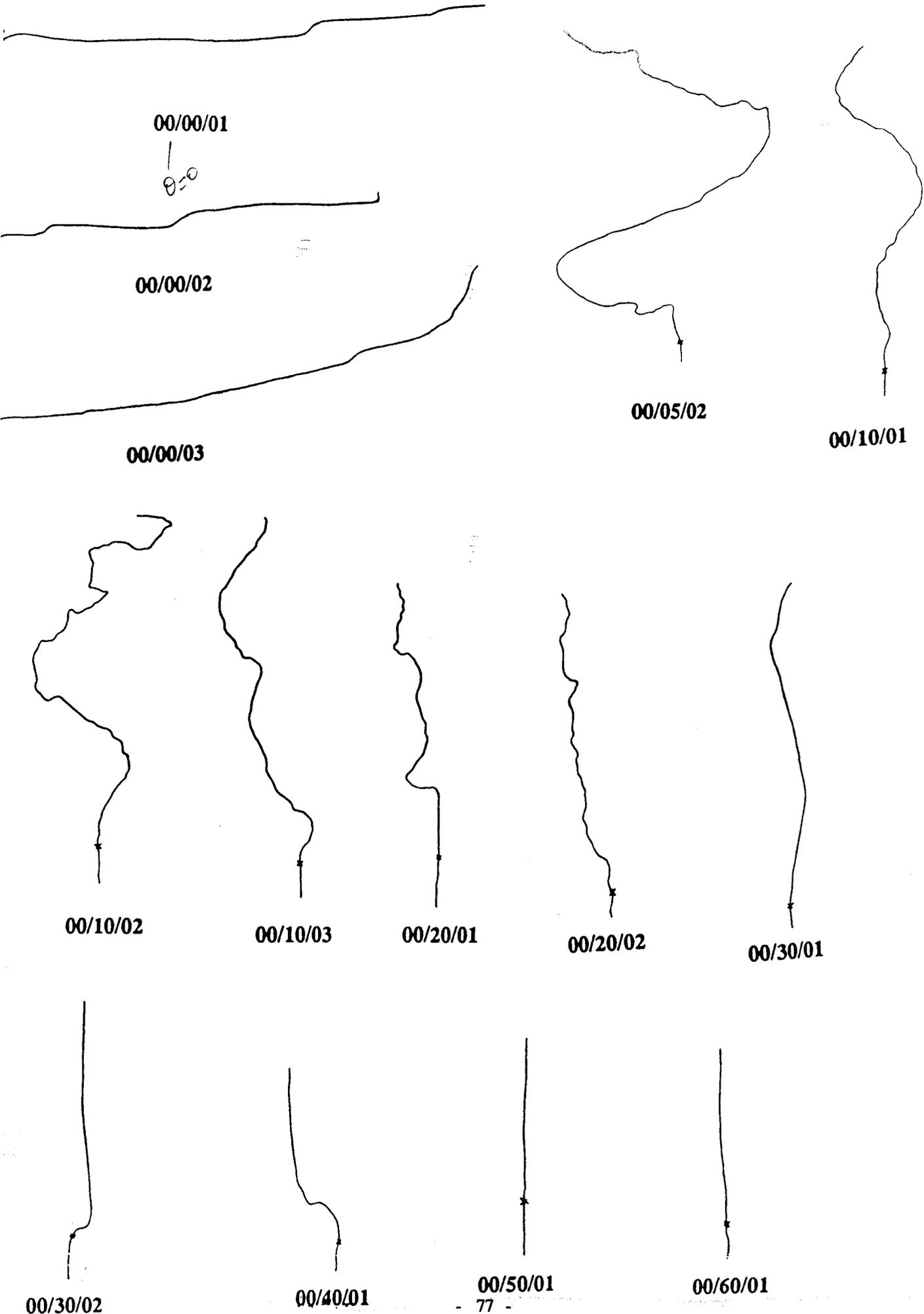


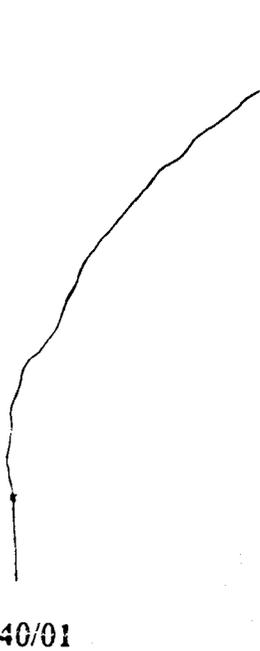
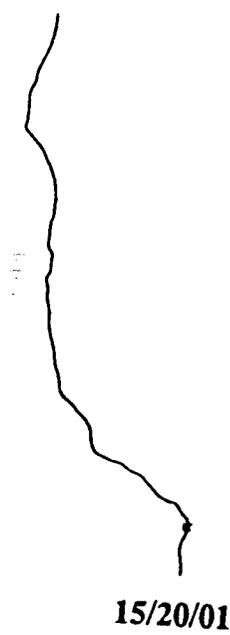
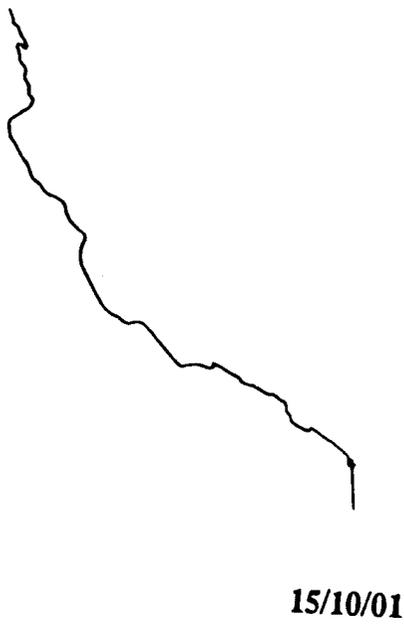
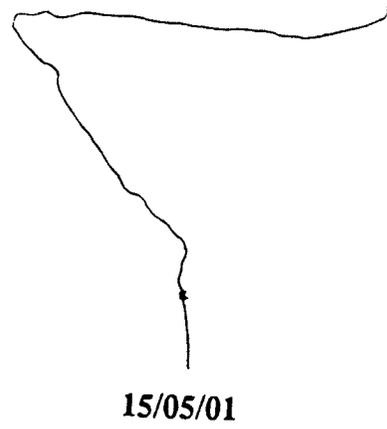
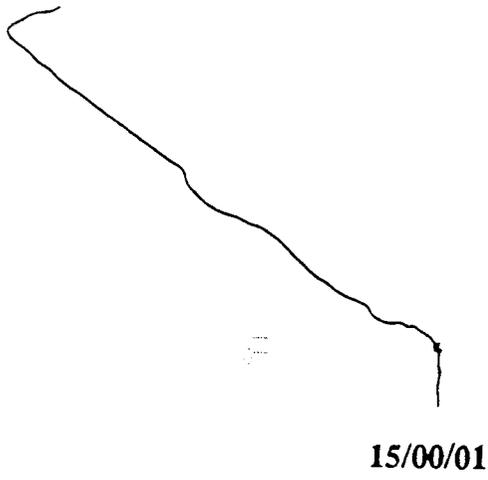
Photo 3.2 : Chapeau supérieur de la cellule avec l'anneau dynamométrique sur la face inférieure du piston

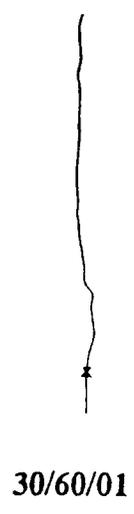
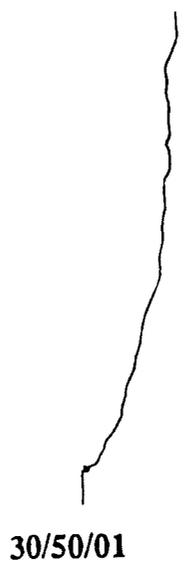
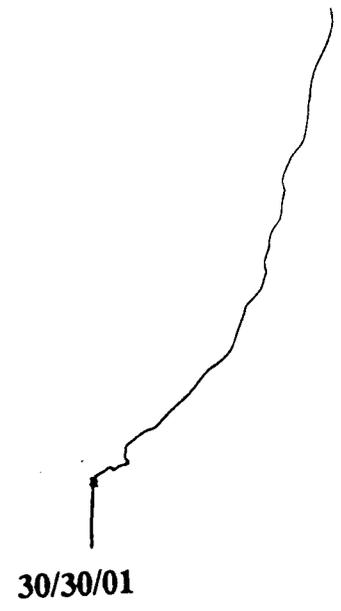
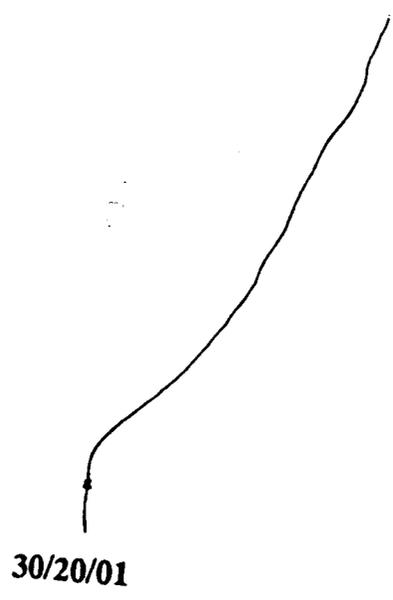
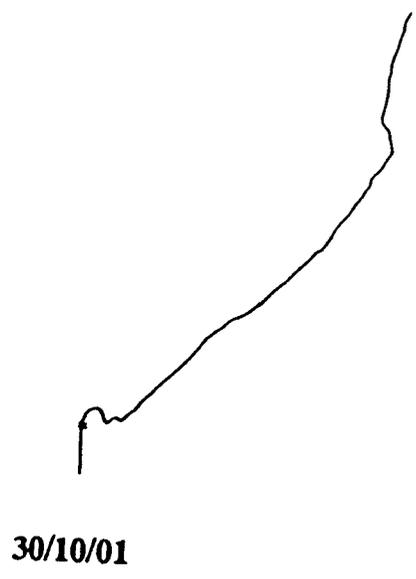
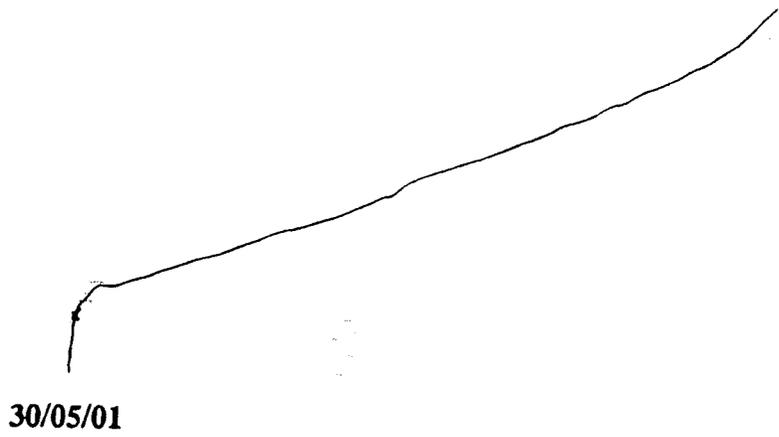
3.4.1.1 Observations sur le chemin de rupture (figure 3.21)

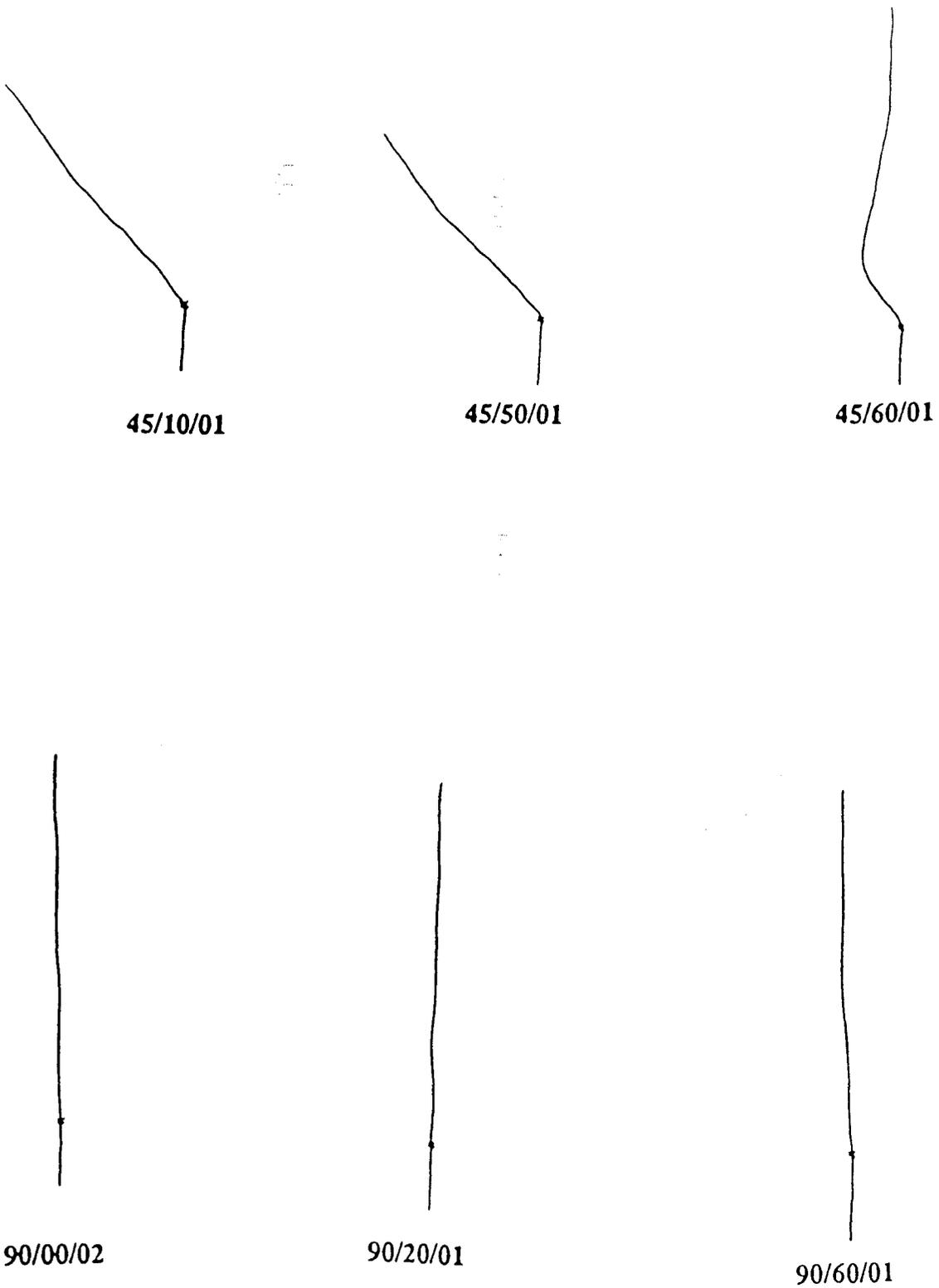
Les résultats peuvent être répartis en quatre groupes suivant les comportements de la fissure propagée.











Figures 3.21 : Chemins de fissuration en fonction de l'orientation θ
et de la pression de confinement

Orientation $\theta = 0^\circ$

Pour des pressions de confinement allant de 0 à 20 MPa, la fissuration a lieu suivant une courbe brisée qui est grossièrement orientée selon l'axe de chargement. Le branchement s'effectue dans le plan de schistosité créant donc un glissement le long de ce plan. Cependant, au-delà de 20 MPa, le branchement devient nettement moins important et disparaît quasiment pour un confinement de 40 MPa.

Orientations $\theta = 15^\circ$ et 30°

Pour des pressions allant de 0 à 20 MPa, la fissure semble toujours s'amorcer dans le plan de schistosité, mais les branchements diffèrent par les inclinaisons obtenues. Au-delà de 20 MPa, la courbe brisée diminue fortement pour l'orientation $\theta = 15^\circ$ et $\theta = 30^\circ$ en fonction de la pression de confinement au fur et à mesure que la pression augmente pour disparaître totalement pour une pression de confinement de 50 MPa.

Orientation $\theta = 45^\circ$

C'est la schistosité qui domine exclusivement la rupture pour des pressions de confinement allant jusqu'à 50 MPa. A partir de 60 MPa, la fissure se branche et commence à revenir vers l'axe de chargement.

Orientation $\theta = 90^\circ$

La rupture est toujours suivant l'axe du chargement, c'est-à-dire suivant le plan de schistosité quelque soit la pression de confinement appliquée, ce qui est tout à fait logique.

3.4.1.2 Paramètres de propagation. Influence de la pression de confinement

Les observations précédentes mettent clairement en évidence l'influence de la pression de confinement sur le chemin de propagation : à basses valeurs de confinement, la rupture a lieu toujours dans le plan de schistosité. Au fur et à mesure que le confinement augmente, l'effet de discontinuité de structure s'estompe.

En conséquence, il semble que, quelque soit l'orientation, l'initialisation de la propagation pour des pressions de confinement inférieures à 20 MPa, a toujours lieu dans le plan de schistosité. Il en ressort en moyenne une loi de variation de γ_i ($G_c = 2 \gamma_i$) en fonction de la pression de confinement P_c du type (en unité SI) (figure 3.22).

$$\sqrt{\gamma_i} = 1,641 + 0,794 P_c \quad (P_c \text{ en MPa})$$

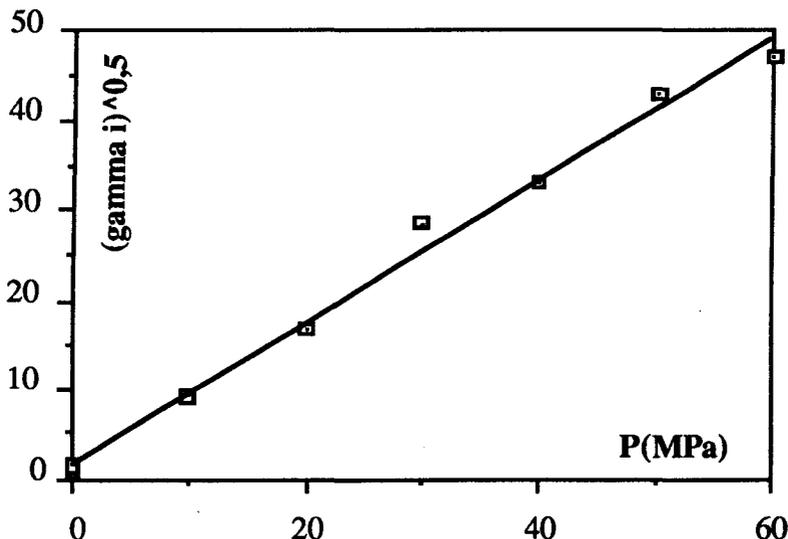


Figure 3.22 : Variation moyenne de l'énergie γ_i de propagation de fissure dans le plan de schistosité (quelque soit l'orientation de la schistosité)

3.4.2 CRITERE DE PROPAGATION ANISOTROPE

Les essais précédents ont montré que :

- pour une pression de confinement inférieure à 20 MPa, la propagation a toujours lieu selon le plan de schistosité ;
- pour une pression supérieure à 20 MPa, les chemins de propagation étaient relativement indépendants de l'anisotropie de structure.

En conséquence, nous pouvons donner un critère de propagation dépendant de la pression de confinement (figure 3.23).

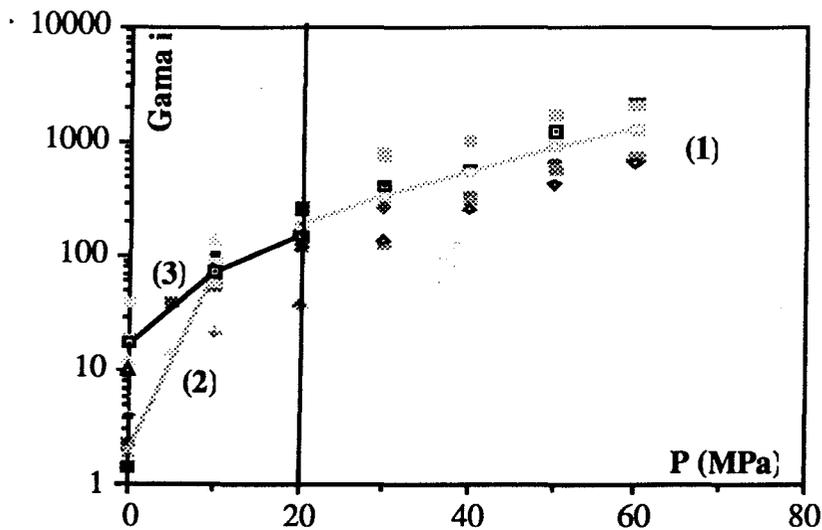


Figure 3.23 : Variation de l'énergie γ_i de propagation en matrice et dans la schistosité en fonction de la pression de confinement

Si $P_c < 20$ MPa, les conditions de propagation sont :

$$\gamma_i = 2.0 + 6,578 P_c + 0,0356 (P_c)^2 \quad (P_c \text{ en MPa}) \quad (3.17)$$

(courbe 2) pour la rupture le long de la schistosité et

$$\gamma_i = 17,5 + 4,731 P_c + 0,0837 (P_c)^2 \quad (P_c \text{ en MPa}) \quad (3.18)$$

(courbe 3) pour la rupture en matrice.

Si $P_c > 20$, les conditions de propagation sont :

$$\gamma_i = 106,79 - 4,068 P_c + 0,39 (P_c)^2 \quad (P_c \text{ en MPa}) \quad (3.19)$$

(courbe 1) et la rupture est liée au champ de contrainte.

3.5 PROPOSITION DE CRITERE DE PROPAGATION EN CHAMP DE CONTRAINTE VARIABLE. PREMIERES APPLICATIONS NUMERIQUES

Lors des essais de flexion 3 points sur éprouvette gainée et soumise à pression hydrostatique, on suppose que toute la fissure au cours de sa propagation est soumise à la même pression. Le champ de contrainte locale est donc la superposition d'un tenseur sphérique uniforme égal à la pression et d'un champ de contrainte dû à la géométrie, au chargement et à la présence de la fissure.

Lorsqu'on effectue une fracture à partir d'un puits, le problème est totalement différent. Le champ de contrainte est très variable autour du puits pour atteindre à "l'infini" (c'est-à-dire à environ dix fois le rayon du puits) le tenseur de contrainte in-situ qui est en général non sphérique. On ne peut donc appliquer directement les résultats du paragraphe 3.4 car l'on ne connaît pas, pour une position donnée de la fissure, l'équivalent de la pression de confinement.

L'objet de ce paragraphe est de donner un équivalent à la pression de confinement, d'intégrer cette équivalence dans le code de calcul DISDEPAN, de vérifier les essais de flexion 3 points afin de valider le critère anisotrope utilisé et d'effectuer les premières simulations de fracturation hydraulique.

3.5.1 CRITERE DE PROPAGATION EN CHAMP DE CONTRAINTE VARIABLE

Les paramètres de ténacité dépendent de la pression de confinement, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. Bien qu'il n'y ait jusqu'alors pas d'explication à ce phénomène, nous pouvons tenter une interprétation qualitative. Soit une fissure principale se propageant dans un matériau, lequel contient des microfissures naturelles (figure 3.24). Le paramètre "ténacité" n'est qu'une interprétation globale de l'interaction de la fissure avec les

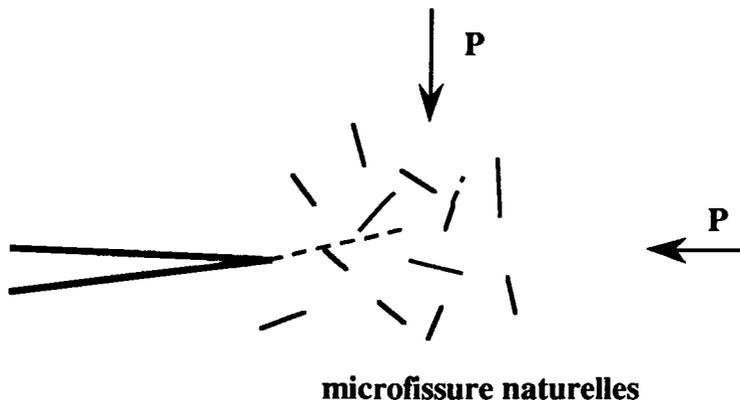


Figure 3.24 : Interaction entre fissure principale et microfissures naturelles

défauts naturels. Cette interaction existe par le fait de l'ouverture des fissures (champ de contrainte de traction) ; si toutes les microfissures étaient réellement fermées, il y aurait continuité de la matière, donc pas d'interaction, donc pas de variation des paramètres de ténacité avec la pression de confinement si l'on néglige les mécanismes de plasticité (mouvement de dislocations).

Dans un milieu microfissuré, la pression de confinement a pour effet de fermer progressivement les microfissures donc de diminuer les interactions, et par conséquent de rendre plus difficile la propagation de la fissure principale. Les paramètres de ténacité augmentent donc avec la pression de confinement.

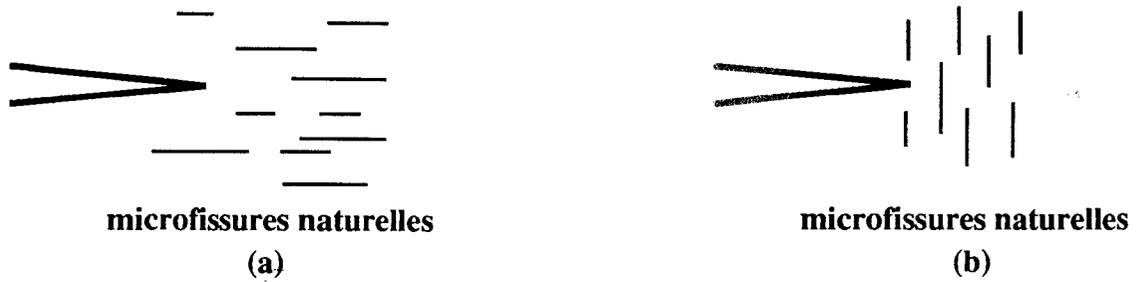


Figure 3.25 : Interaction en mode I entre fissure principale et microfissures naturelles
(a) Interaction forte
(b) Interaction quasi-nulle

Supposons maintenant que les microfissures soient parfaitement orientées (figure 3.25). Dans le cas où ces microfissures sont alignées **dans le sens de propagation** (figure 3.25 a), l'interaction des champs de contraintes de traction est grande. Si les microfissures sont perpendiculaires, l'interaction est faible donc l'effet de pression de confinement serait ici très faible.

Prenons maintenant le cas général d'une fissure évoluant dans un champ de contrainte

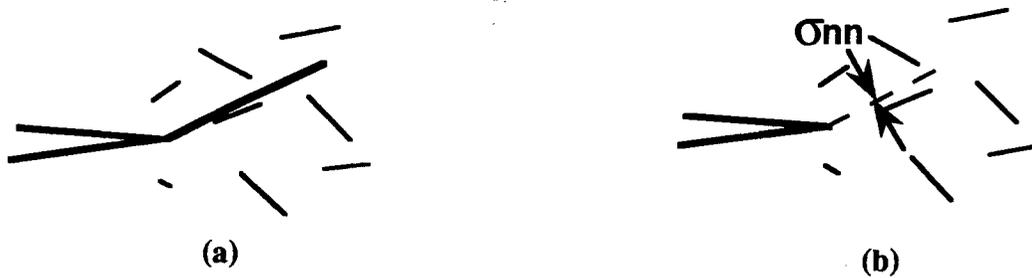


Figure 3.26 : Evolution d'une fissure dans un champ de contrainte variable : Influence de la contrainte de serrage σ_{nn} des microfissures dans la future direction de propagation

variable (figure 3.26). L'interaction sera maximale pour les microfissures alignées dans le chemin de propagation. Or, ces microfissures particulières sont plus ou moins fermées sous l'action de la contrainte normale σ_{nn} avant présence de la macrofissure. On peut donc dire que l'équivalent de la pression de confinement est la contrainte σ_{nn} , sur le futur chemin de propagation ; σ_{nn} est calculé en l'absence de fissure principale et dépend de l'angle de branchement α (figure 3.26 b).

Le critère de propagation proposé s'écrit donc pour l'incrément ΔA de fissure :

$$G(\alpha) \geq G_c(\alpha) = G_c(p)$$

avec $\sigma_{nn}(\alpha) = p$

Ce critère est donc introduit dans DISDEPAN en complément du critère de propagation anisotrope lié aux modules élastiques du matériau.

3.5.2 VALIDATION DU CRITERE SUR LES ESSAIS DE FLEXION TROIS POINTS

Pour tester la qualité de la modélisation proposée, il suffit de reprendre l'allure des ruptures obtenues en essai de flexion 3 points (figure 3.21), et de les comparer avec celles calculées. La figure 3.27 reprend l'orientation $\theta = 30^\circ$, et compare simulation et expériences pour les pressions de confinement de 10 et 40 MPa : la prédiction semble de bonne qualité.

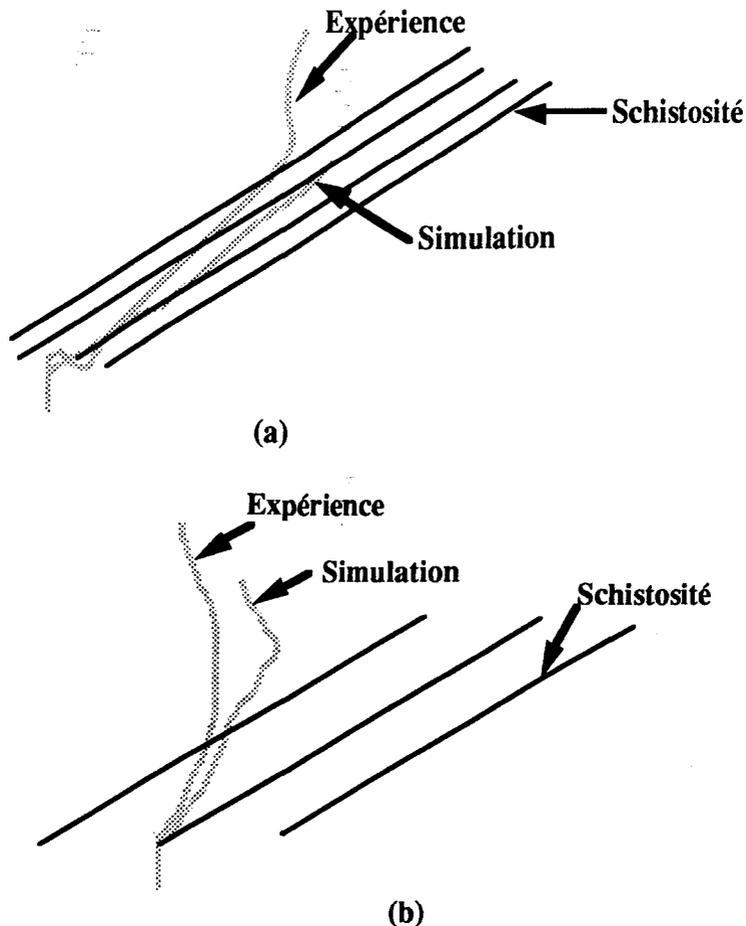


Figure 3.27 : Comparaison simulation - expérience des formes de rupture en essai de flexion trois points sur éprouvette préentallée ($\theta = 30^\circ$)
a) $P_c = 10$ MPa
b) $P_c = 40$ MPa

3.5.3 APPLICATION : RUPTURE EN MODE 1 A PARTIR D'UN PUIT

Reprenons l'exemple de la figure 3.14 en tenant compte des résultats du paragraphe 3.4 (critère anisotrope lié aux modules élastiques), paragraphe 5.1 (critère de propagation anisotrope proposé). La figure 3.28 donne le chemin calculé. En comparant avec la figure 3.17, on remarquera cette fois que la propagation a toujours lieu dans le plan de schistosité. Il faut souligner que cette configuration de calcul correspond à une pression de confinement inférieure à 20 MPa, configuration où le critère de propagation est anisotrope. Il s'ensuit que le cas de la figure 3.17 coïnciderait au cas où la pression de confinement serait supérieure à 20 MPa (critère isotrope). Malgré tout, les différences ne sont pas énormes : dans les deux cas, le chemin de propagation n'est pas perpendiculaire à la plus petite contrainte principale. Ce chemin est particulièrement lié d'une part à l'anisotropie des modules principaux, et d'autre part, au critère de propagation anisotrope, les deux conditions semblant jouer dans le même sens, à savoir propager la rupture dans le plan de schistosité.

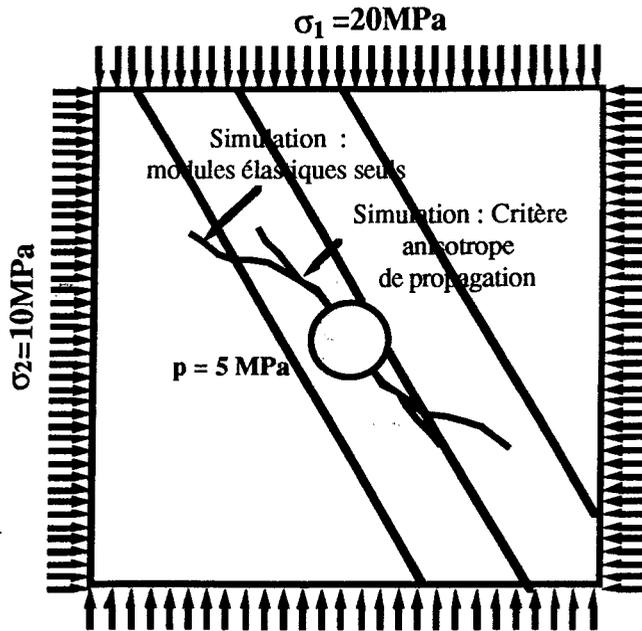


Figure 3.28 : Chemin de propagation calculé par le modèle proposé

3.6 CONCLUSION

Cette étude a permis de mettre au point un outil numérique qui prend en compte un critère de propagation anisotrope (propagation plus aisée dans le plan de discontinuité de structure que pour tout autre orientation) jusqu'à une certaine valeur de pression de confinement. Le code permet également de calculer automatiquement l'équivalent de la pression de confinement pour des champs de contrainte initialement non hydrostatiques.

Les premières simulations numériques montrent que la rupture initialisée par pression dans un forage semble guidée par la schistosité, c'est-à-dire par deux effets simultanés : l'anisotropie de module et l'anisotropie de critère. Ces remarques qui devront bien entendu être vérifiées expérimentalement, sont très importantes pour déterminer l'état de contrainte in-situ par fracturation hydraulique.

CHAPITRE IV

**ETUDE EXPERIMENTALE SUR LE COMPORTEMENT
DES FISSURES EN MILIEU ANISOTROPE
"LE SCHISTE"**

4.1 INTRODUCTION

Lors des essais de fracturation hydraulique, toutes les études supposent qu'une fracture naturelle stimulée se propage selon la direction mesurée au bord du forage, et qu'elle garde cette direction loin dans le massif. Or, la schistosité est un plan de faiblesse (plan de rupture potentiel), la fracture pourrait se réorienter parallèlement à la schistosité. Par conséquent, les résultats d'interprétation des essais dans un tel cas seront complètement entâchés d'erreurs.

Afin d'améliorer la méthodologie de mesures des contraintes par stimulation hydraulique, une étude expérimentale sur le comportement mécanique d'une fissure en milieu anisotrope, tel le schiste s'impose. C'est ainsi que des essais biaxiaux ($\sigma_1 / \sigma_2 = K$) sur cube de schiste de dimension 50 cm x 50 cm x 25 cm ou 40 cm x 40 cm x 25 cm, percé de part en part d'un trou de 50 mm en son centre, ont été réalisés pour diverses orientations de la schistosité, et pour différents rapports K ($1 \leq K \leq 2$).

Au cours de ces essais biaxiaux, une sonde génératrice d'une pression uniforme p_i à l'intérieur du trou a été utilisée afin de simuler l'essai de fracturation hydraulique.

Ces essais, dont la conception, ainsi que la réalisation présentent beaucoup de difficultés autant techniques que financières, nous ont permis d'analyser le comportement de la fracture lorsqu'on fait varier, d'une part, l'orientation de la schistosité, et d'autre part, le chargement appliqué au cube (σ_1, σ_2, p_i).

4.2 DECOUPAGE ET PREPARATION DES BLOCS

Lors du prélèvement des blocs de schiste dans la mine, nous avons essayé d'obtenir un matériau se rapprochant le plus possible d'un milieu homogène, continu et orthotrope de révolution. Afin d'éviter une grande dispersion des résultats, tous les blocs utilisés ont été prélevés dans un même endroit de la carrière.

Les blocs utilisés pour la réalisation de nos essais biaxiaux sont découpés à l'aide d'une scie diamantée sur des grands échantillons non fissurés. Ils ont été découpés dans différentes directions θ par rapport à l'axe privilégié du matériau. Tous les blocs étaient de 50 cm x 50 cm x 25 cm³, ou de 40 cm x 40 cm x 25 cm³, percés de part en part d'un trou de 50 mm en leur centre (fig. 4.1).

4.3 REPERAGE DES ESSAIS

L'objectif de nos essais en Laboratoire est de suivre le chemin de fissuration en fonction de la direction du plan de schistosité θ (fig. 4.1), et du rapport des contraintes appliquées $\sigma_1 / \sigma_2 = K$ ($K \geq 1$), et ceci pour différents niveaux de contraintes σ_1 ($\sigma_1 \geq \sigma_2$). Dans ces tests, nous avons introduit dans le trou une sonde générant une pression uniforme p_c pour provoquer la rupture du bloc.

Le tableau 4.1 résume les divers essais réalisés pour différentes valeurs de σ_1 ($\sigma_1 = 10, 20, 30, 40$ MPa).

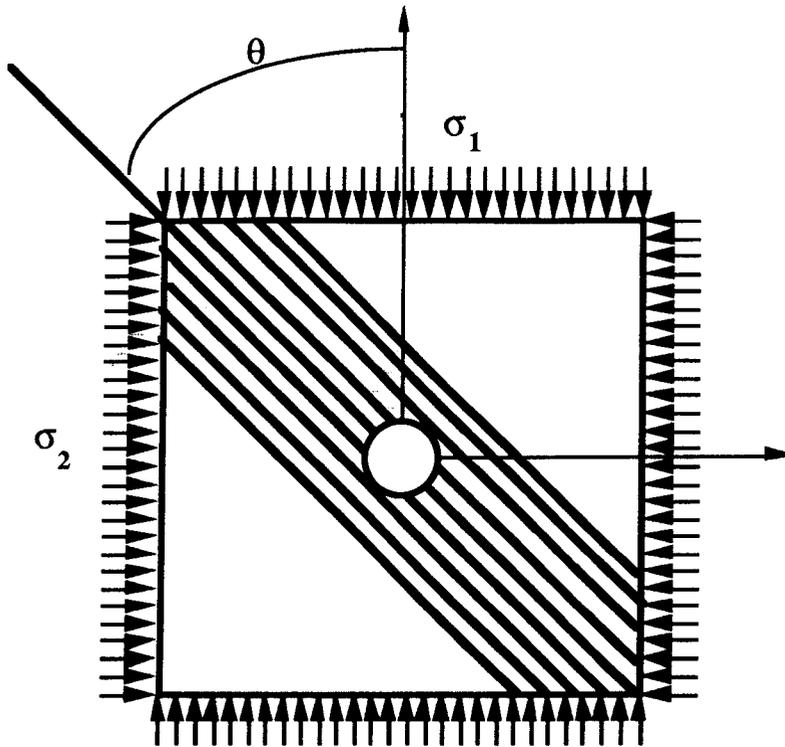


Figure 4.1 : Description de l'essai biaxial pour des blocs de $50 \times 50 \times 25 \text{ cm}^3$ ou $40 \times 40 \times 25 \text{ cm}^3$ avec un trou de 50 mm de diamètre

	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	blocs $50 \times 50 \times 25 \text{ cm}^3$		blocs $40 \times 40 \times 25 \text{ cm}^3$	
			90°	30°	60°	75°
K = 1	10	10		1		
K = 1,4	10	7,14		1	1	1
	20	14,28			1	1
	40	28,57	2		1	1
K = 2	20	10	1			
	30	15	2			
	40	20	2			

Tableau 4.1 : Tableau récapitulatif des divers essais réalisés

4.4 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

La réalisation de nos essais nécessitaient un cadre biaxial plan de grandes capacités. Malheureusement, des contraintes de fabrication ne nous ont pas permis d'avoir ce cadre dans les délais, d'où l'utilisation de la cellule triaxiale vraie (Boumadhi M. [18], Leblanc A. [42]). Une fois le bloc installé dans la cellule, la contrainte σ_1 ainsi que σ_2 sont appliquées par l'intermédiaire des vérins du triaxial vrai. La pression à l'intérieur du trou est assurée par une sonde conçue à l'occasion.

La figure 4.2 montre le schéma de principe de l'essai :

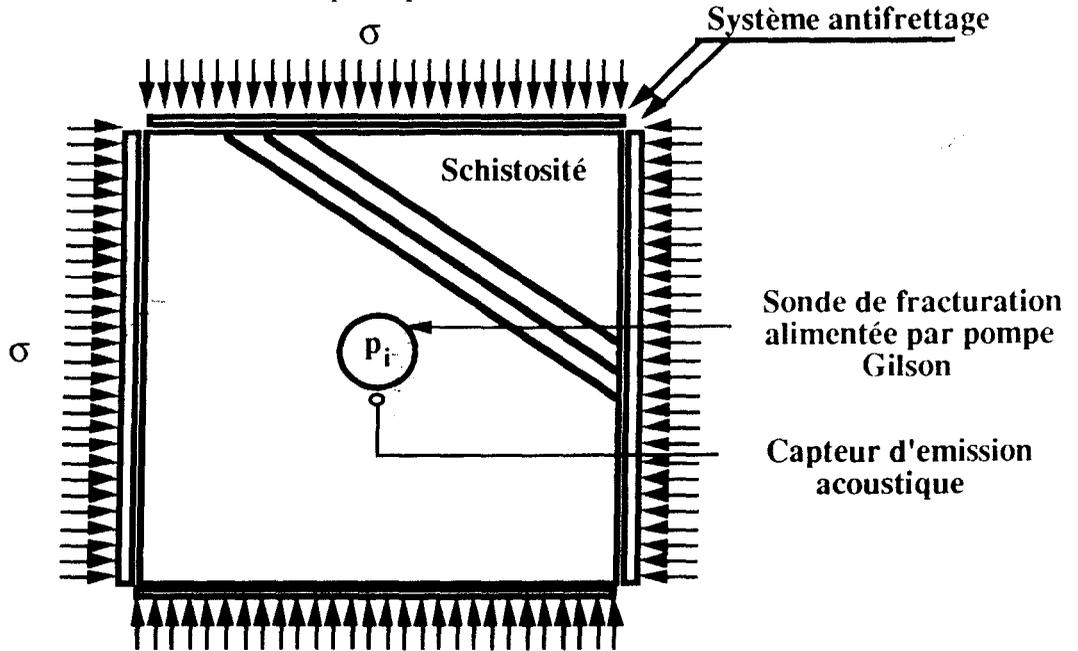


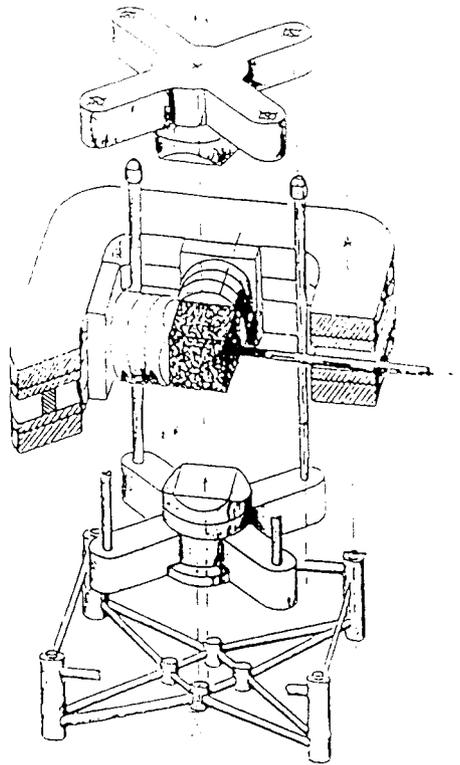
Figure 4.2 : Schéma de principe du dispositif expérimental

4.4.1 LE TRIAXIAL VRAI (Boumahdi M. [18])

La presse dite triaxiale vraie, dont les caractéristiques principales sont présentées sur la figure 4.3, a été utilisée comme une presse biaxiale en exerçant sur le bloc deux contraintes perpendiculaires σ_1 et σ_2 . Un système d'antifretage a été mis en place pour assurer une distribution uniforme des contraintes. Des cales métalliques ont été placées entre le système d'antifretage et les pièces d'appui de la presse, afin d'augmenter la course des vérins et d'éviter l'interpénétration des pièces d'appui (photo 4.1).



Photo 4.1 : Schéma de la mise en place du bloc dans la cellule triaxiale vraie



Principales caractéristiques de l'installation

- Taille maxi de l'échantillon : $50 \times 50 \times 50 \text{ cm}^3$.
- Charges appliquées : 1 750 tonnes, soit 70 MPa pour la taille max du bloc.
- Asservissement en contraintes, déformations, mixte par HP 9000.
- Possibilité de forage sous contraintes dans les directions principales ou non.
- Adaptabilité pour toute étude spécifique.
- Détection de l'émission acoustique.
- Mesure de la vitesse de propagation d'onde ultra sonore en cours d'essai.

Figure 4.3 : Cellule triaxiale vraie

4.4.2 SONDES D'ESSAI

Lors de la réalisation de nos essais, nous avons eu le choix entre deux sondes de fracturation toutes les deux conçues au Laboratoire :

- * L'une formée essentiellement d'une jaquette en viton serrée de chaque côté par deux pièces coniques emboîtées l'une sur l'autre (photo 4.2). Un arbre, traversant le trou du bloc à l'intérieur de la jaquette, assure le contact entre les pièces et le bloc par serrage (photo 4.3). La pression uniforme à l'intérieur du trou est réalisée par injection d'huile dans la jaquette par une pompe Gilson (photo 4.4). La conception, ainsi que la réalisation de cette sonde, sont simples. Seule, son utilisation pour des pressions supérieures à 10 MPa pose problème par rupture de la jaquette au niveau du bord du trou (photo 4.5).
- * Afin de remédier à ce problème dû peut être à un défaut de fabrication des cônes, une deuxième sonde, formée essentiellement d'un packer haute pression (90 MPa), de longueur 60 cm et de diamètre 40 mm, a été utilisée (photo 4.6). L'injection d'eau, dans le packer à l'aide d'une pompe Gilson, permet de générer une pression uniforme à l'intérieur du trou.

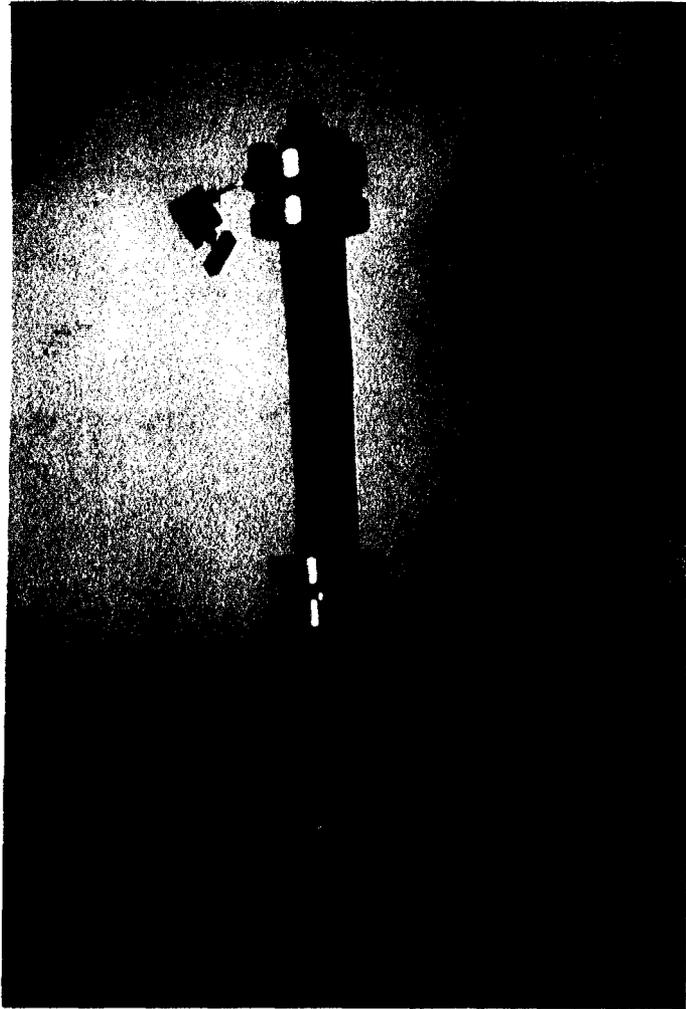


Photo 4.2 : Sonde de fracturation hydraulique
"Sonde à jaquette"

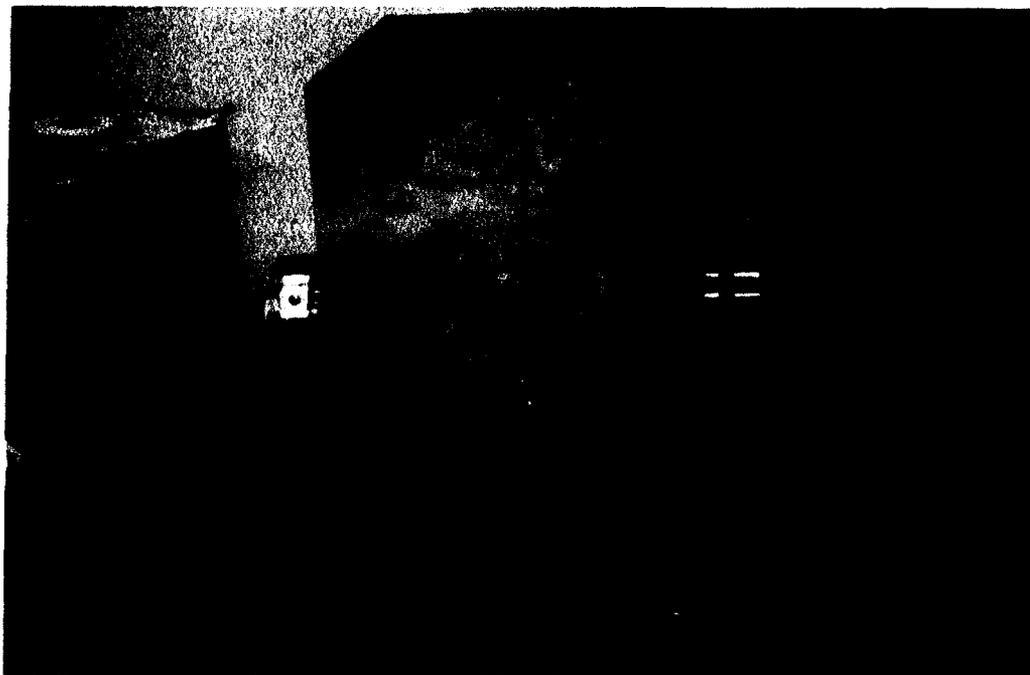


Photo 4.3 : Installation de la sonde à l'intérieur du trou



Photo 4.4 : Injection d'huile par la pompe Gilson à l'intérieur de la sonde



Photo 4.5 : Rupture de la jaquette pour des pressions élevées ≥ 30 MPa

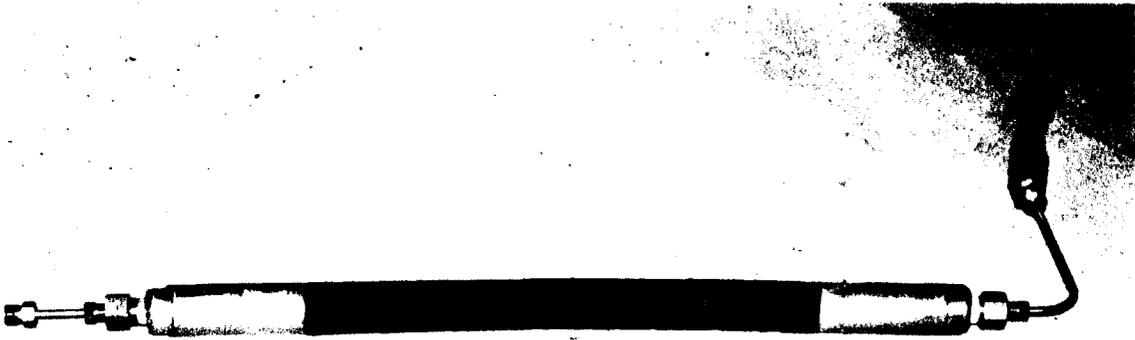


Photo 4.6 : Sonde de fracturation hydraulique
"Sonde à packer"

4.4.3 LES POMPES

La montée en pression que ce soit dans la presse triaxiale ou dans la sonde s'effectue à l'aide des pompes Gilson dont la capacité maximale est de 60 MPa. Elles assurent la régulation de la pression avec une précision de 0,1 MPa. La pression à l'intérieur du trou est contrôlée par un capteur.

4.4.4 EMISSION ACOUSTIQUE

Il faut bien signaler que tous les essais ont été instrumentés avec détection acoustique, afin de caractériser le début de la rupture par le bruit émis par la propagation des fissures, et enregistré sous forme d'évènements. La contrainte de fracturation est déterminée à l'aide d'un enregistreur relié à la pompe de la sonde.

4.5 RESULTATS DES ESSAIS ET FACIES DE RUPTURE

Dans ce paragraphe, nous présenterons les différents faciès de rupture obtenus en fonction de l'orientation du plan de schistosité, et en fonction du chargement (σ_1 , σ_2 et p). Etant donné la délicatesse et les difficultés expérimentales, le taux des essais menés à terme est de 20 %. Notons que la durée d'un essai de la phase préparatoire à la phase finale est d'environ une journée.

Les caractéristiques géométriques de tous les blocs, les orientations θ des plans de schistosité, ainsi que le chargement (σ_1 , σ_2) sont donnés par le tableau 4.2. Nous nous sommes limités aux orientations $\theta = 90^\circ$, 30° , 60° , 75° , d'une part, à cause du manque de grands échantillons, et d'autre part, de la difficulté de découpage.

4.5.1 PROPAGATION DE LA FISSURE

Les résultats obtenus peuvent être répartis en trois groupes suivant les comportements de la fissure propagée :

4.5.1.1 Propagation suivant les plans de schistosité

D'après le tableau 4.2, on a eu six ruptures selon les plans de schistosité : 2 ruptures pour une schistosité de 30°, 2 ruptures pour 60° et 2 ruptures pour 75° (photo 4.7 à 4.11). Dans ce groupe d'essais, deux constatations s'imposent :

- * Le caractère brutal de la rupture pour des pressions de fracturation faibles $3 \text{ MPa} \leq P_i \leq 6 \text{ MPa}$.
- * Les chemins de propagations sont exclusivement guidés par la schistosité.

K	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	blocs 50 x 50 x 25 cm ³	blocs 40 x 40 x 25 cm ³		
			90°	30°	60°	75°
K = 1	10	10		rupture dans la schistosité à 3 MPa		
K = 1,4	10	7,14		rupture dans la schistosité à 5 MPa	rupture dans la schistosité à 5,5 MPa	rupture dans la schistosité P_i :13,5 MPa
	20	14,28			rupture dans la schistosité à 6,5 MPa	rupture dans la schistosité à 3 MPa
	40	28,57	rupture de la jaquette		rupture de la jaquette	rupture de la jaquette
K = 2	20	10	rupture de la jaquette			
	30	15	rupture schistosité et inclinée à 18MPa			
	40	20	rupture du bloc			

Tableau 4.2 : Tableau récapitulatif des résultats des différents essais

Un seul essai à 75° pour lequel la rupture s'est produite à $p_i = 13,5 \text{ MPa}$ avec $\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 7,14 \text{ MPa}$ (photo 4.9).

4.5.1.2 Propagation inclinée

C'était très difficile d'obtenir des chemins de propagation inclinés par rapport aux plans de schistosité. Afin de diminuer l'influence de la schistosité, il fallait serrer les plans en exerçant des contraintes σ_1 élevées ($\sigma_1 \geq 30 \text{ MPa}$). Malheureusement, dans un tel cas, le bloc se casse en général (photo 4.14). Avec beaucoup de précautions, et pour une schistosité de 90°, le bloc s'est fracturé d'une manière inclinée pour $p_i = 20 \text{ MPa}$ avec $\sigma_1 = 15 \text{ MPa}$ et $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$ (photo 4.12).

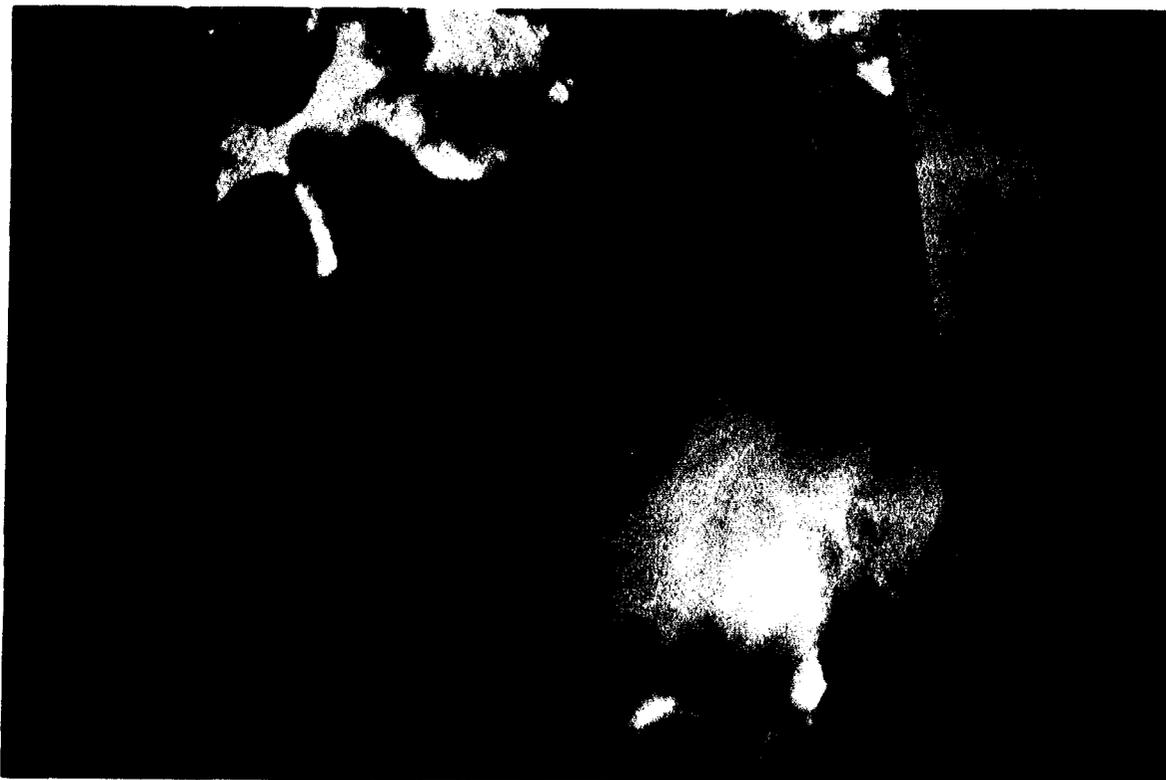


Photo 4.7 : Faciès de rupture pour une schistosité de 30° avec
 $\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 10 \text{ MPa}$, et $P_1 = 3 \text{ MPa}$



Photo 4.8 : Faciès de rupture pour une schistosité de 30° avec
 $\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 7,14 \text{ MPa}$, et $P_1 = 5 \text{ MPa}$



Photo 4.9 : Faciès de rupture pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa, et $P_1 = 13,2$ MPa



Photo 4.10 : Faciès de rupture pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa, et $P_1 = 13,2$ MPa



Photo 4.9 : Faciès de rupture pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa, et $P_1 = 13,2$ MPa



Photo 4.10 : Faciès de rupture pour une schistosité de 75° avec $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,14$ MPa, et $P_1 = 13,2$ MPa



Photo 4.11 : Faciès de rupture pour une schistosité de 60° avec
 $\sigma_1 = 20$ MPa, $\sigma_2 = 14,28$ MPa, et $P_1 = 6,5$ MPa

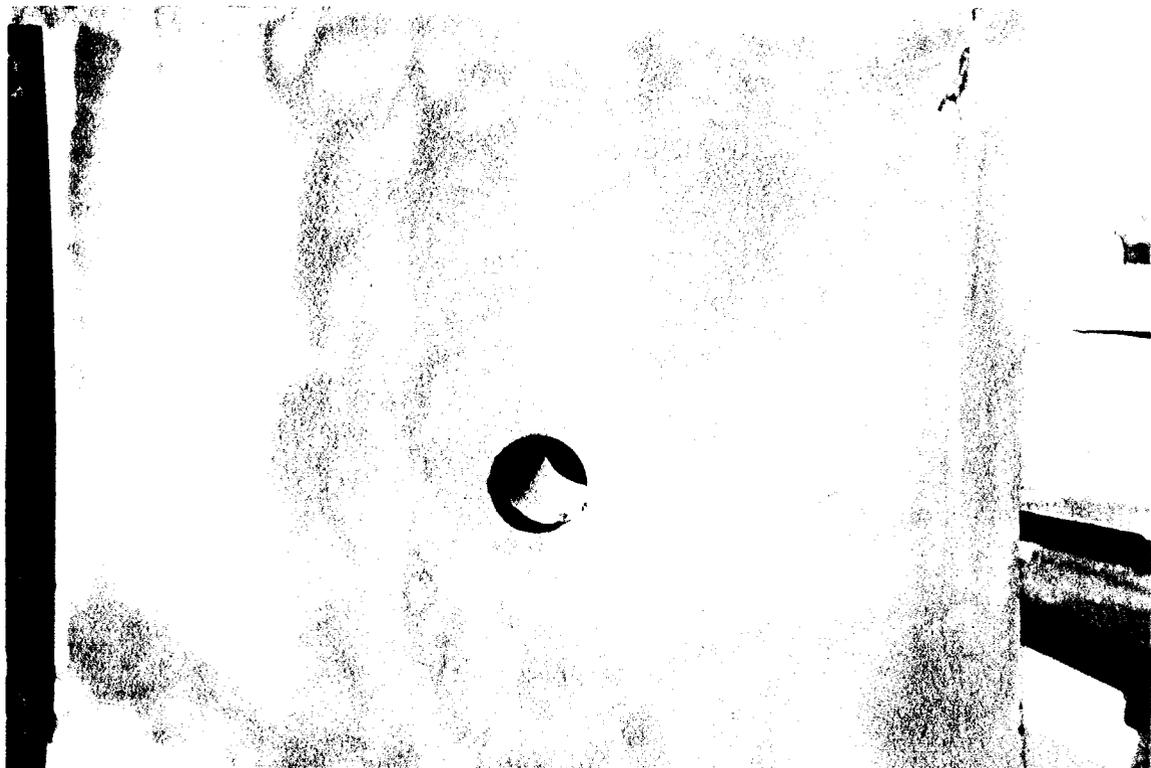


Photo 4.12 : Rupture inclinée pour une schistosité de 90° avec
 $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa

En étudiant de plus près le chemin de propagation obtenu à $\theta = 90^\circ$, on a remarqué que, plus la fissure s'éloigne du trou, plus elle a tendance à s'orienter selon la schistosité. On a constaté aussi la présence de deux fissures parallèles à la schistosité (voir photo 4.12). Ceci nous a poussé à refaire l'essai dans les mêmes conditions. La rupture obtenue cette fois-ci est dans la schistosité, au même endroit constaté dans le premier essai (photo 4.13).



Photo 4.13 : Rupture dans les plans de schistosité ($\theta = 90^\circ$)
 $\sigma_1 = 15 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 30 \text{ MPa}$, $P_i = 18 \text{ MPa}$

4.5.1.3 Rupture du bloc

Lors de cette étude expérimentale, beaucoup d'essais n'ont pas donné de résultats satisfaisants, dûs surtout :

- * soit à un chargement élevé ($\sigma_1 \geq 30 \text{ MPa}$) qui produit une rupture du bloc, selon des plans non désirés (photo 4.14). Ce comportement pourrait être lié à une mauvaise distribution des contraintes sur les faces du bloc, malgré l'utilisation des plaques antifretage.
- * soit à la rupture de la jaquette
- * soit par rupture du bloc à l'air libre pour une pression p_i de 1,8 MPa dans les plans de schistosité. Ceci se produit au moment de vérification de l'étanchéité de la sonde avant de démarrer l'essai. On remarque que cette pression (1,8 MPa) correspond à la résistance en traction du matériau.



Photos 4.14 : Rupture du bloc pour des chargements élevés
 $\sigma_1 \geq 30$ MPa

4.6 CONCLUSION

A travers cette étude expérimentale, nous avons essayé de comprendre les mécanismes de propagation de fractures dans le schiste. Les essais ont mis en lumière le caractère dominant de la schistosité sur les chemins de propagation des fissures. On a constaté que les fractures qui naissent dans les plans de schistosité, gardent la même direction de propagation dans ces plans. Pour l'essai où la fissure s'est propagée d'une manière inclinée par rapport à la schistosité, on a observé là encore une tendance de la fissure à se réorienter loin du trou vers les plans de faiblesse du matériau.

CHAPITRE V

**ETUDE NUMERIQUE DE LA PROPAGATION
DES FISSURES EN FRACTURATION HYDRAULIQUE**

5.1 INTRODUCTION

Le problème majeur qui se pose lors de la réalisation des essais de fracturation hydraulique pour la détermination du tenseur des contraintes in-situ est la connaissance de la direction de la fracture loin dans le massif. En effet, seule, la direction en paroi du forage est déterminée à l'aide d'un packer d'impressions. Or, le chemin de la fracture peut se réorienter loin du trou.

Le présent chapitre sera consacré à l'étude des mécanismes de propagation des fractures dans le schiste par simulation numérique.

La première partie présente une modélisation de deux essais biaxiaux réalisés en Laboratoire. Ceci constitue une validation de notre critère anisotrope injecté dans la méthode numérique des discontinuités de déplacements utilisée (chapitre 3).

La deuxième partie simule des essais de fracturation hydraulique réalisés in-situ parallèlement à la schistosité. On évoquera quelques scénarios possibles de propagation.

La troisième partie sera consacrée à l'étude de l'influence des modules (E_1 , E_2) sur les chemins de propagations ainsi que sur les énergies de propagation.

5.2 VALIDATION DU CRITERE ANISOTROPE SUR DES ESSAIS BIAXIAUX REALISES EN LABORATOIRE

5.2.1 METHODE DES DISCONTINUITES DE DEPLACEMENTS "Logiciel DISDEPAN"

La méthode numérique utilisée ici pour modéliser nos essais biaxiaux est la méthode des discontinuités de déplacements, étendue aux milieux anisotropes (Annexe F, chapitre 2). Cette technique numérique nous permet, en tenant compte des conditions de chargement, de la géométrie de l'échantillon et des caractéristiques mécaniques de la roche, de déterminer le taux de restitution d'énergie G pour différentes orientations α de la tête de fissure (figure 5.1).

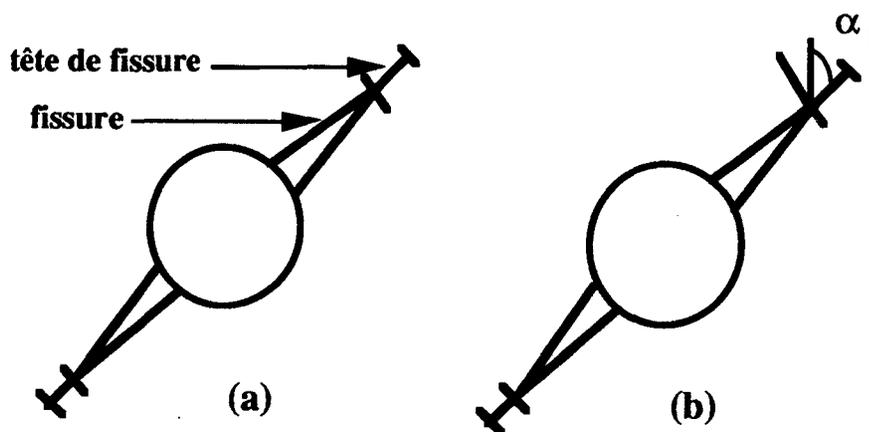


Figure 5.1 : Principe de calcul de l'énergie G ainsi que l'angle de branchement α

En effet, plusieurs étapes sont nécessaires pour déterminer l'énergie de propagation de la fissure, ainsi que sa direction :

- * La première étape consiste à calculer le travail des forces extérieures Φ_0 dans la configuration de départ (fig. 5.1.a).

- * On met ensuite en place les éléments de propagation des fissures de longueur Δa ($\Delta a \equiv \frac{a}{100}$) qui sont des extrémités de fissures (fig. 5.1.b). Les extrémités de la configuration de départ deviennent des éléments courants (discontinuités linéaires).
- * On calcule le travail des forces extérieures Φ_i pour différentes orientations α_i des éléments de propagation autour de la fissure (fig. 5.1.b). L'énergie de propagation dans la direction α_i s'écrit alors :

$$G_i = \frac{\Delta \Phi_i}{2 \Delta a}$$

$\Delta \Phi_i = \Phi_i - \Phi_0$: variation du travail des forces extérieures pour l'orientation α_i

- * Pour les mêmes angles de branchement α_i , on calcule $\sigma_{mn}(i)$ (contrainte normale dans la direction α_i , l'équivalent de la pression de confinement) en l'absence de la fissure principale. Cette contrainte $\sigma_{mn}(i)$ nous permet de déterminer l'énergie critique $G_c(i)$ pour l'orientation α_i (chapitre 3).
- * L'angle de branchement de la fissure est obtenu par le maxi de la courbe $G(i) - G_c(i)$ (chapitre 3).

5.2.2 MODELISATION DES ESSAIS BIAXIAUX

Lors de notre étude expérimentale au Laboratoire, on n'a pu obtenir que des chemins de propagation dans la schistosité ; d'où la présentation de deux essais biaxiaux, l'un avec une schistosité de 75° , l'autre de 90° , pour lesquels on a eu des ruptures selon les plans de schistosité.

Les cubes de schiste sont modélisés en problèmes plan par une plaque carrée de côté $2a$ ($a = 25$ cm ou $a = 20$ cm), percé en son milieu d'un trou circulaire de diamètre 5 cm ($2r = 5$ cm). Les charges σ_1 , σ_2 , ainsi que p_i sont appliquées comme l'indique la figure 5.2. Le blocage en translation et rotation de la plaque a été obtenu, comme il a été déjà expliqué au chapitre 2, en imposant sur un élément de la partie inférieure les déplacements normaux $U_N = 0$, et sur un autre élément, les déplacements normaux U_N et tangentiels U_T nuls. Les éléments utilisés sont des éléments à 2 noeuds.

5.2.2.1 VALIDATION DE L'ESSAI BIAXIAL A $\theta = 75^\circ$

L'essai modélisé est celui présenté par la figure 5.3 (photo 4.9, chapitre 4).

La fissure au cours de sa propagation sera non chargée, donc non soumise à la pression comme à l'essai biaxial réalisé en Laboratoire pour lequel l'huile injectée par la pompe Gilson reste dans la jaquette de la cellule de fracturation (chapitre 4).

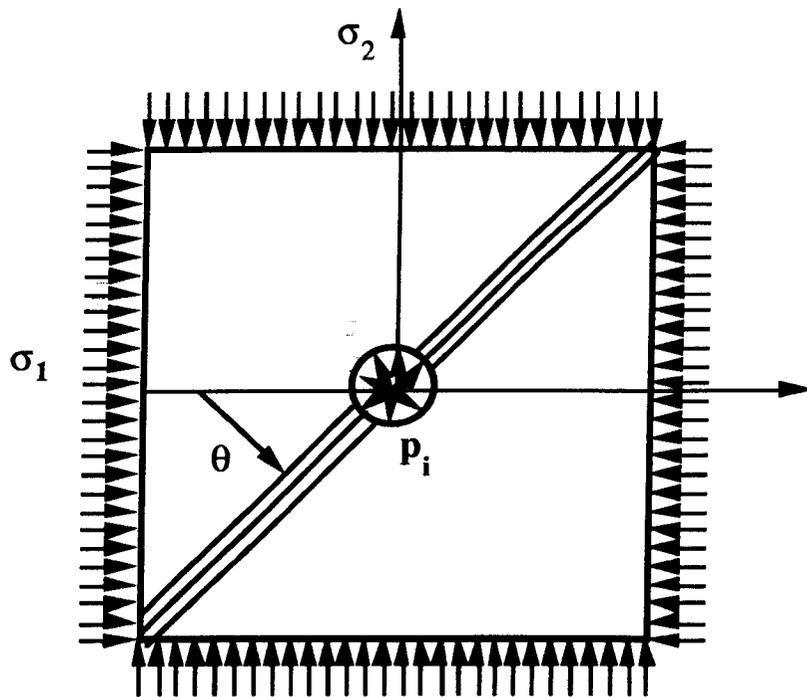


Figure 5.2 : Schéma du principe de l'essai biaxial en problème plan

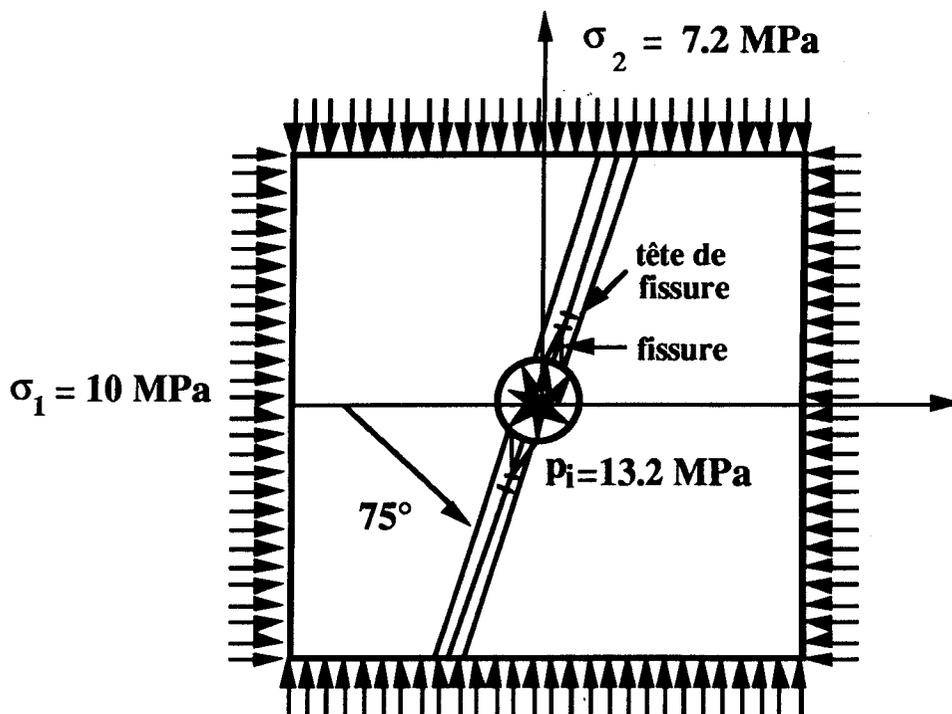
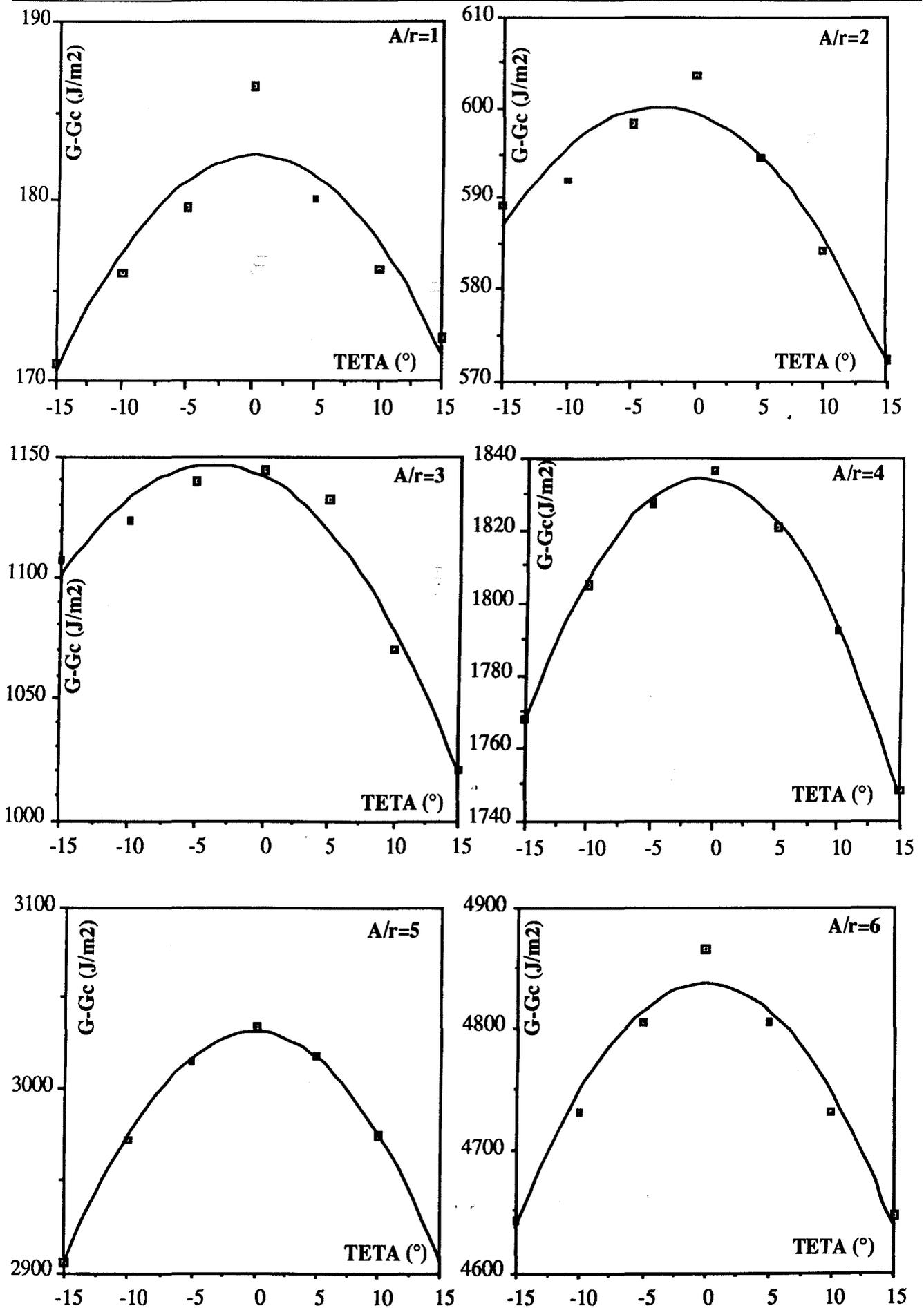


Figure 5.3 : Essai biaxial pour une schistosité de 75° avec
 $\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 7,2 \text{ MPa}$ et $p_i = 13,2 \text{ MPa}$



Figures 5.4 : Valeurs de $G - G_c$ calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique

Les caractéristiques mécaniques prises en considération lors de cette étude numérique sont :

$$E_1 = 35\ 000\ \text{MPa}, E_2 = 117\ 000\ \text{MPa}, \nu_{12} = 0,3 \text{ et } G_{12} = 10\ 000\ \text{MPa}$$

La figure 5.4 présente pour chaque étape de la propagation ($A/r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) la valeur de l'énergie $G - G_c$ en fonction de l'angle α . Le tableau 5.1 donne la valeur des angles de branchement obtenue par régression parabolique par rapport à la schistosité.

A / r	1	2	3	4	5	6
Angle de branchement α	0,3°	0°	3,5°	1°	0°	0°

Tableau 5.1 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul

La figure 5.5 montre l'évolution de l'énergie maxi $G - G_c$ en fonction de la longueur propagée A/r . On remarquera à l'allure de la courbe que la propagation est instable.

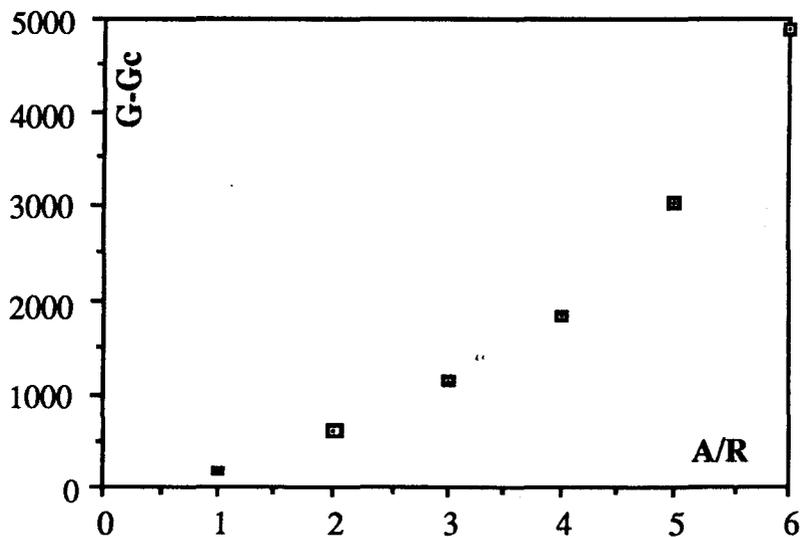


Figure 5.5 : Evolution de $G - G_c$
en fonction de la longueur propagée A/r

La figure 5.6 présente le chemin de propagation calculé. On s'aperçoit que la fracture se propage dans la schistosité, de la même manière que lors de l'essai expérimental (photo 4.9, chapitre 4).

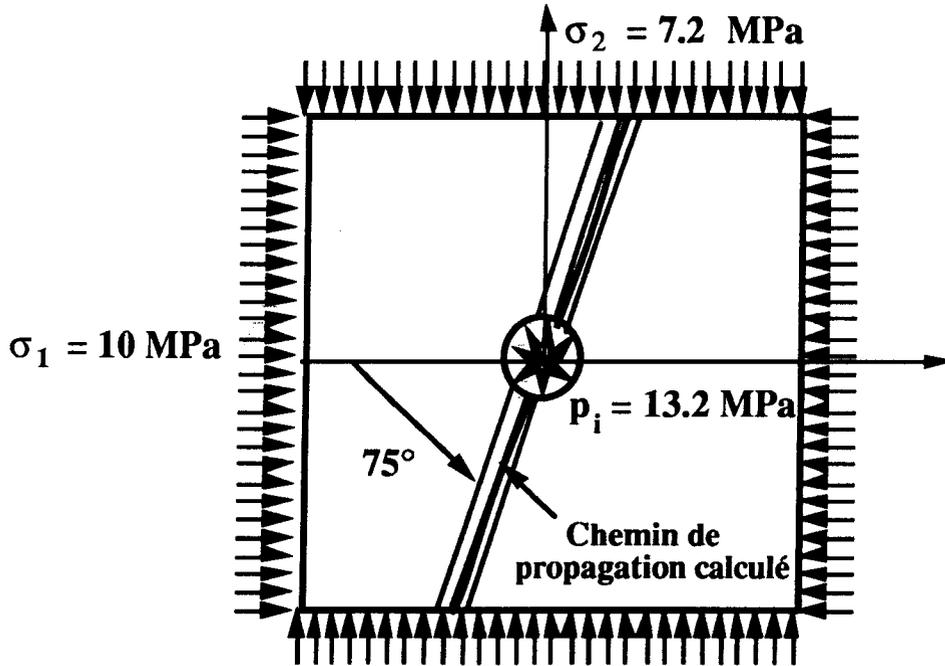


Figure 5.6 : Chemin de propagation calculé pour $\theta = 75^\circ$
avec $\sigma_1 = 10 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 7,2 \text{ MPa}$ et $p_i = 13,2$

5.2.2.2 VALIDATION DE L'ESSAI BIAXIAL A $\theta = 90^\circ$

Le deuxième essai à modéliser est le suivant (fig. 5.7) :

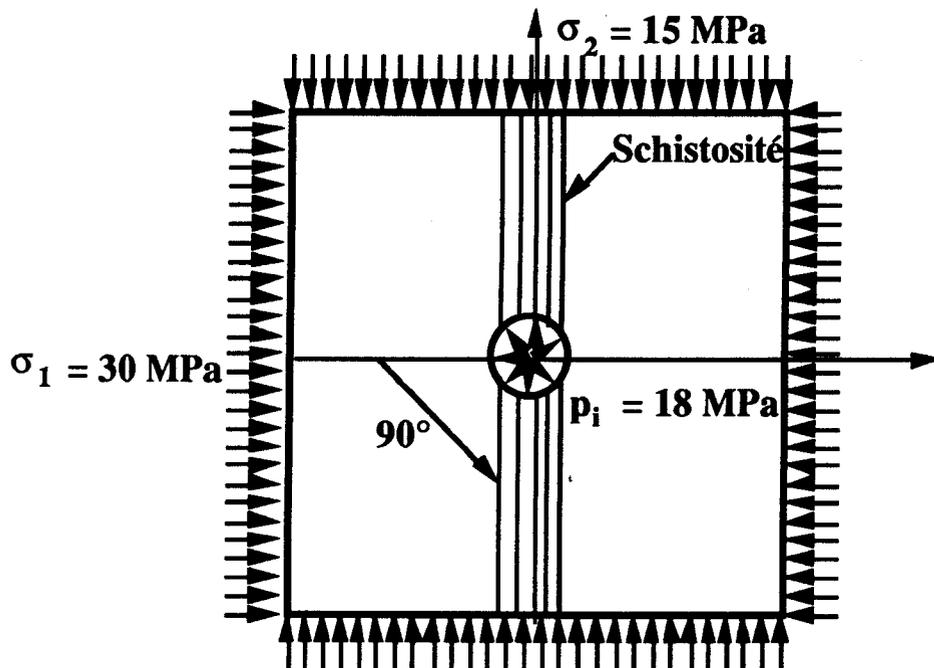


Figure 5.7 : Essai biaxial pour une schistosité de 90°
avec $\sigma_1 = 30 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 15 \text{ MPa}$ et $p_i = 18 \text{ MPa}$

Lors de l'étude expérimentale, on a constaté que la fissure s'est propagée dans la schistosité d'une manière tangente au trou. Afin de connaître le point d'initiation de la propagation de la fissure au voisinage du trou, une simulation de la distribution de la contrainte normale σ_{nn} autour de celui-ci, dans les mêmes conditions de chargement que l'essai, a montré que la valeur de $\sigma_{nn} = 18$ MPa, équivalente à la valeur de fracturation de l'essai biaxial, est obtenue pour une orientation d'environ 75° par rapport à la schistosité (fig. 5.8). Par conséquent, le premier pas de calcul a été orienté de 75° par rapport à la schistosité.

La figure 5.9 présente pour chaque étape de propagation la valeur de l'énergie $G - G_c$. Les angles de branchement calculés par approximation parabolique par rapport à la schistosité sont donnés par le tableau 5.2.

A/r	1	2	3	4	5
Angle de branchement par rapport à la schistosité	0.5°	0°	0.3°	1.5°	0.4°

Tableau 5.2 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul

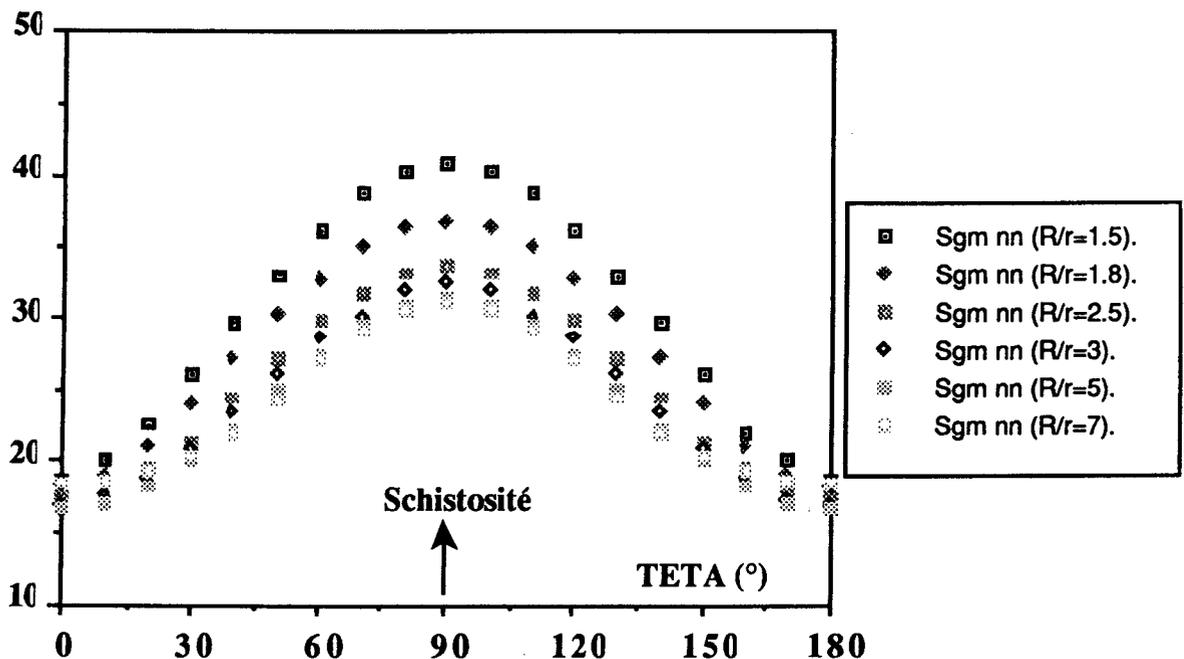
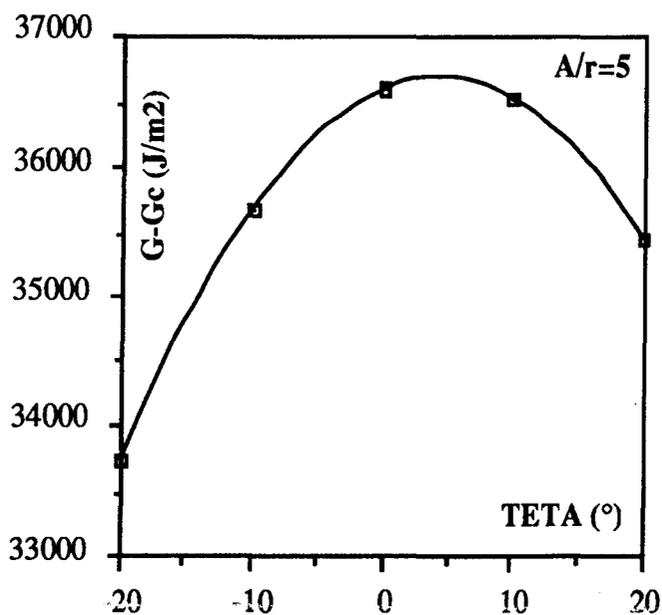
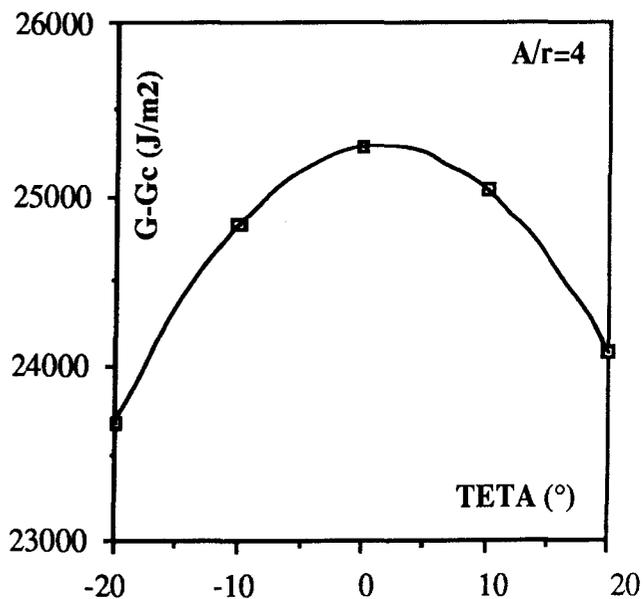
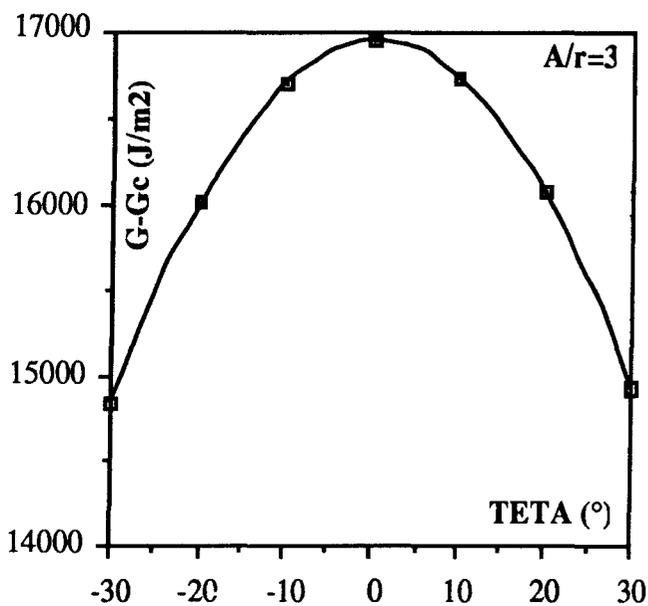
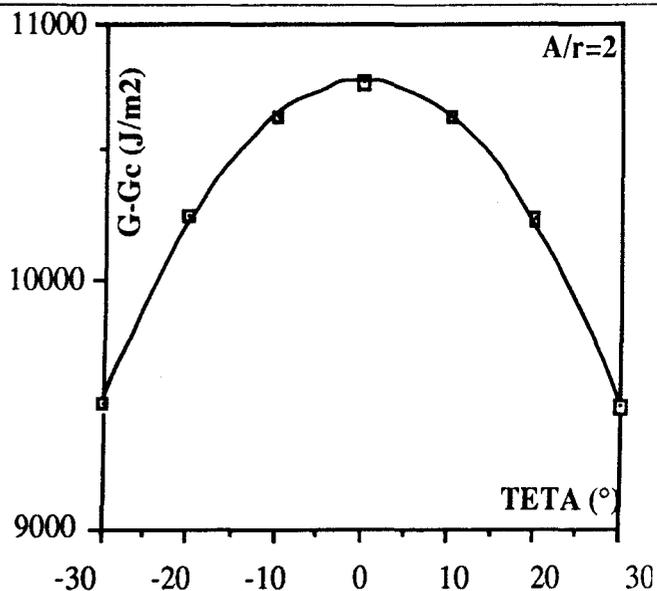
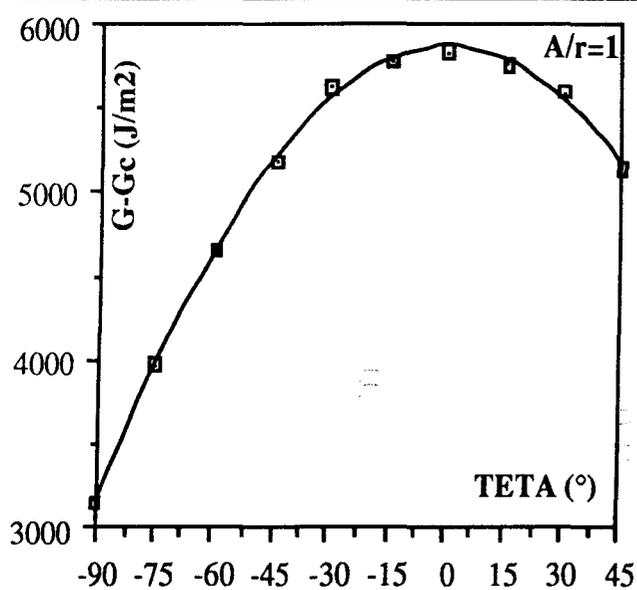


Figure 5.8 : Distribution de la contrainte σ_{nn} autour du trou pour $\sigma_1 = 30$ MPa, $\sigma_2 = 15$ MPa et $p_i = 0$



Figures 5.9 : Valeurs de $G - G_c$ calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique

La figure 5.10 présente l'évolution de l'énergie maxi $G - G_c$ en fonction de la longueur propagée A/r . On constate que la propagation se fait toujours d'une manière instable.

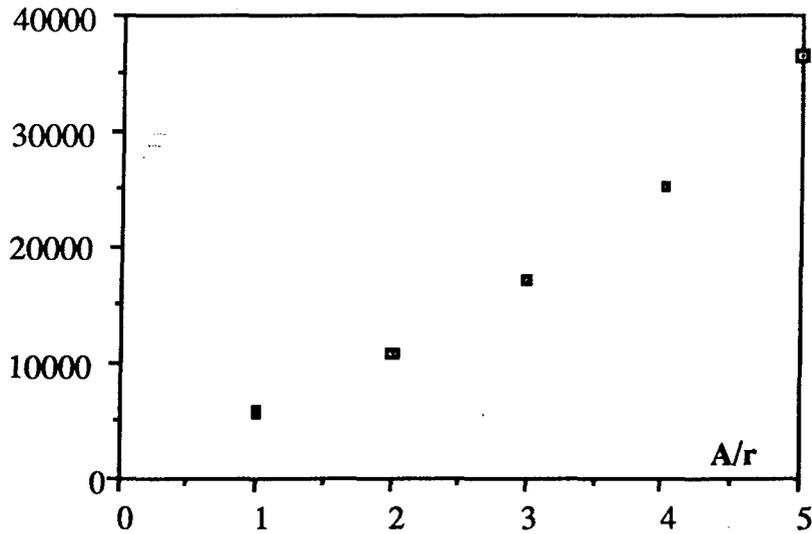


Figure 5.10 : Evolution de $G - G_c$ maxi en fonction de la longueur propagée A/r

La figure 5.11 montre le chemin de propagation calculé. Il est identique à celui obtenu lors de l'essai expérimental (photo 4.13, chapitre 4). Il est indépendant du champ des contraintes appliqué, mais influencé par contre par les modules de la roches, et peut être du champ de contrainte p_i à l'intérieur du trou.

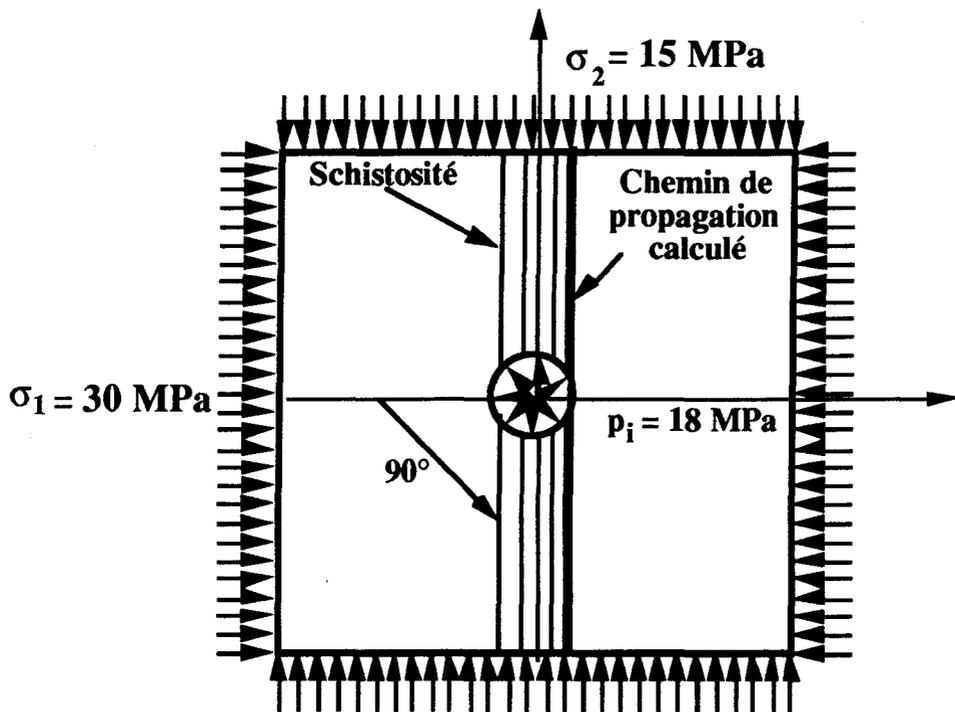


Figure 5.11 : Chemin de propagation calculé pour $\theta = 90^\circ$
avec $\sigma_1 = 30 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 15 \text{ MPa}$ et $p_i = 18 \text{ MPa}$

5.3 APPLICATION DU CRITERE ANISOTROPE SUR DES ESSAIS DE FRACTURATION HYDRAULIQUE SUR SITE

Lors de la campagne de mesure des contraintes in-situ, réalisée en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique de terrain de l'INERIS de Nancy [7], des essais de fracturation hydraulique ont été effectués dans quatre sondages : trois sondages horizontaux et un sondage vertical.

Pendant ces essais, on a constaté dans la plupart des cas l'ouverture de la schistosité. En effet, pour obtenir des ouvertures autres que les plans de faiblesse du matériau, il fallait positionner les essais sur des zones non saines : présence de chauves ou des fractures ouvertes avec remplissage de pyrite. Ces anomalies repérées sur les sondages, grâce à l'auscultation des carottes, ne peuvent être prises en considération dans notre méthode numérique ; d'où la modélisation de l'essai vertical réalisé sur une zone saine avec une schistosité verticale et parallèle au sondage (fig. 5.12).

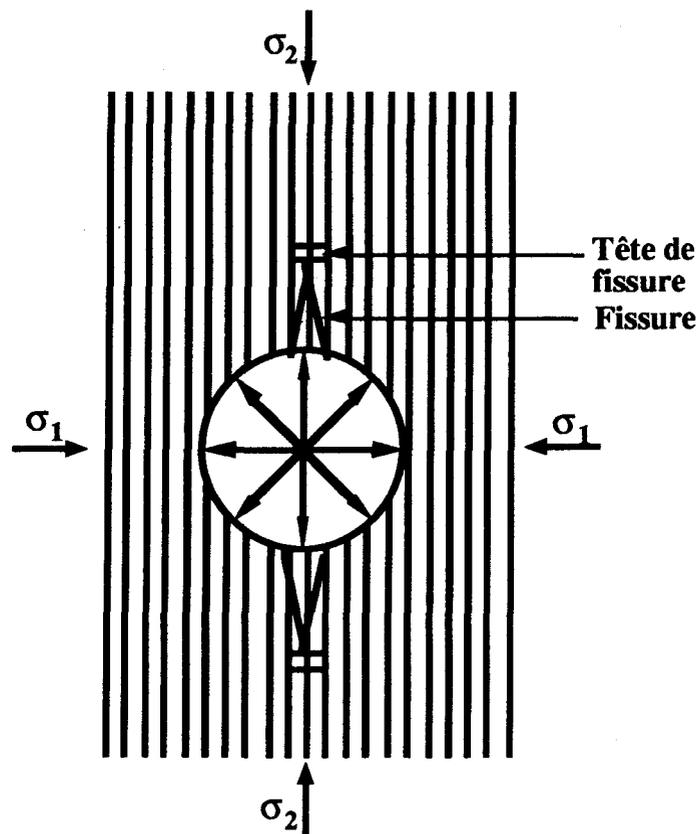


Figure 5.12 : Essai de fracturation hydraulique sur site parallèle à la schistosité

Lors de notre modélisation, les valeurs de σ_1 et σ_2 ont été prises égales aux valeurs obtenues par notre méthode d'inversion "SINVERS" (chapitre 2). La valeur de p_i est prise égale à la valeur de la pression de fracturation " P_{fra} " obtenue sur le terrain. On a :

$$\sigma_1 = 15,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 12,4 \text{ MPa}$$

$$P_{fra} = 15 \text{ MPa}$$

$$E_1 = 35\,000 \text{ MPa}, E_2 = 117\,000 \text{ MPa}, \nu_{12} = 0,3, G_{12} = 10\,000 \text{ MPa}$$

Les étapes de calcul sont les mêmes que pour une plaque finie percée d'un trou en son milieu. Seule, la fissure est cette fois-ci chargée de p_i (pression du fluide dans la fracture). Le calcul de σ_{nn} à injecter dans le calcul de G_c (critère anisotrope), s'est effectué alors par superposition (fig. 5.13).

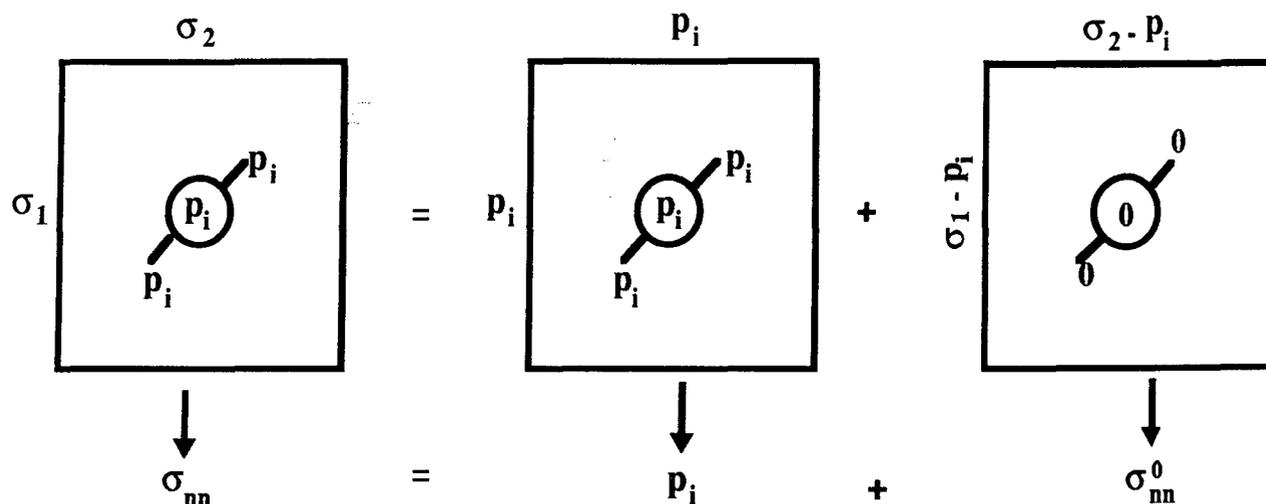


Figure 5.13 : Principe de la superposition pour le calcul de σ_{nn}

La figure 5.14 présente pour chaque étape de la propagation ($A/r = 1, 2, 3, 4, 5$), la valeur de l'énergie $G - G_c$ en fonction de l'angle α . Le tableau 5.3 donne les valeurs des angles de branchement α obtenues par approximation parabolique par rapport à la schistosité.

A / r	1	2	3	5	6
Angle de branchement par rapport à la schistosité	1,5	2	0	2	2

Tableau 5.3 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul

L'évolution de l'énergie maxi $G - G_c$ en fonction de la longueur propagée A/r est présentée par la figure 5.15. On peut remarquer, à l'allure de la courbe que la propagation est toujours instable. En principe, dans le cas où la propagation instable est effective ($G > G_c$, et G croissant avec A/r) comme l'indique la figure 5.15, l'excès d'énergie est transformé en énergie cinétique qui contrôle la dynamique de l'évolution de la fissure. Cette transformation d'énergie aura surtout tendance à accélérer la fracturation. Il existe des modèles (notamment la théorie de Mott [53] où l'on suppose la vitesse de propagation constante) pour intégrer dans des cas simples l'énergie cinétique dans le bilan d'énergie.

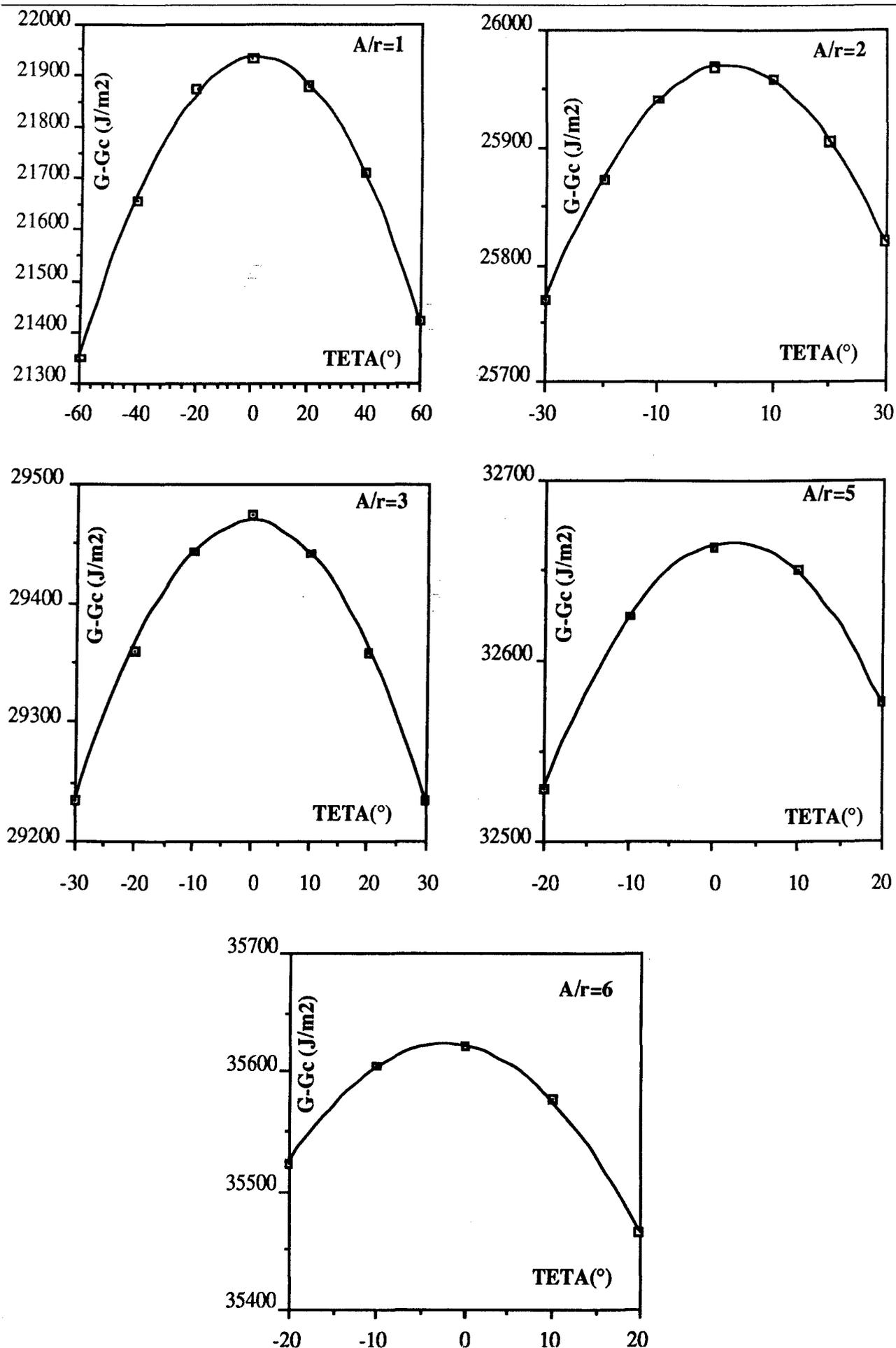


Figure 5.14 : Valeurs de $G - G_c$ calculées pour différentes valeurs de A/r et régression parabolique

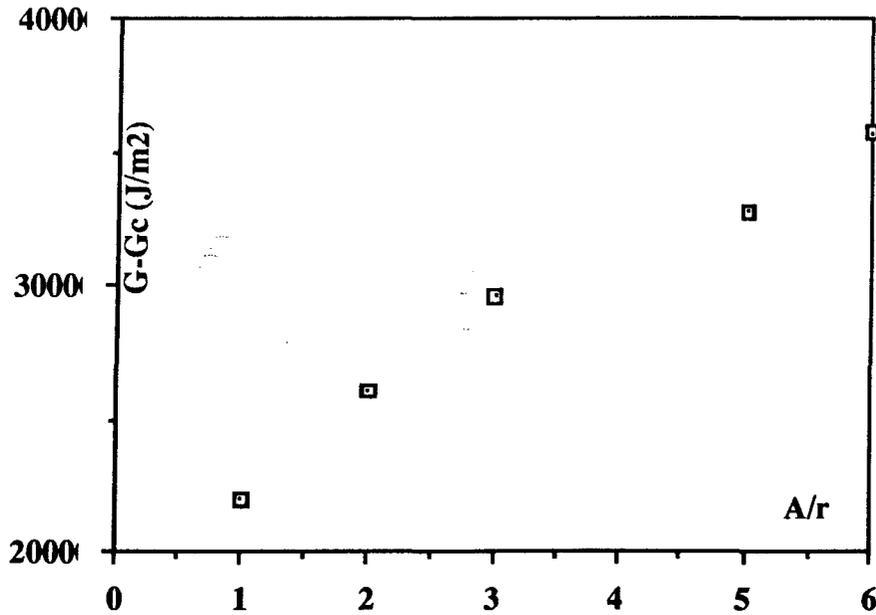


Figure 5.15 : Evolution de $G - G_c$ maxi en fonction de la longueur propagée A / r

Lors de ces essais de fracturation hydraulique, on a pu sentir l'énorme difficulté de connaître la direction de propagation des fissures loin dans le massif. La question qui s'impose : n'y-a-t-il pas de propagation en échelon ? Ceci nous a poussé à vérifier les deux scénarios de propagation les plus probables (fig. 5.16) dans le cas d'une schistosité verticale et parallèle à l'axe du sondage.

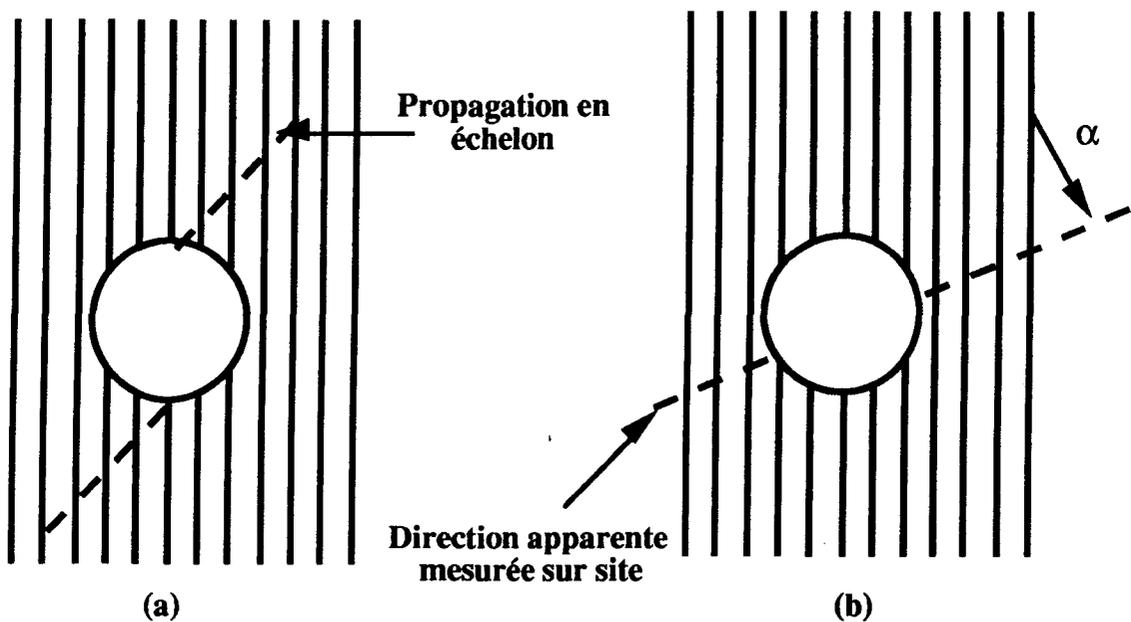


Figure 5.16 : Scénarios de propagation lors des essais de fracturation hydraulique

- * Le cas (a) correspondant à l'essai modélisé dans la figure 5.12, on peut dire donc que le chemin de propagation est dans la schistosité et non en échelon (figure 5.17.a),
- * Pour le cas (b), on a modélisé une fracture inclinée d'un angle $\alpha = 50^\circ$ par rapport à la schistosité dans les mêmes conditions que l'essai de la figure 5.12 ($\sigma_1 = 15,2$ MPa, $\sigma_2 = 12,4$ MPa, $P_i = 15$ MPa). Le tableau 5.4 présente les valeurs des angles de branchement par rapport à la schistosité pour différentes valeurs de A/r . On constate que la fissure branche d'environ 30° , ce qui revient à dire que lors des dépouillements des mesures des contraintes in-situ, une erreur de 30° sur la direction apparente mesurée en paroi du forage est possible (fig. 5.17.b).

A / r	A / R = 1	1,5	2	2,5	3,5	5,5	7
TETA / schistosité	45°	31°	28°	24°	22°	21°	21°

Tableau 5.4 : Valeurs des angles de branchement pour chaque pas de calcul

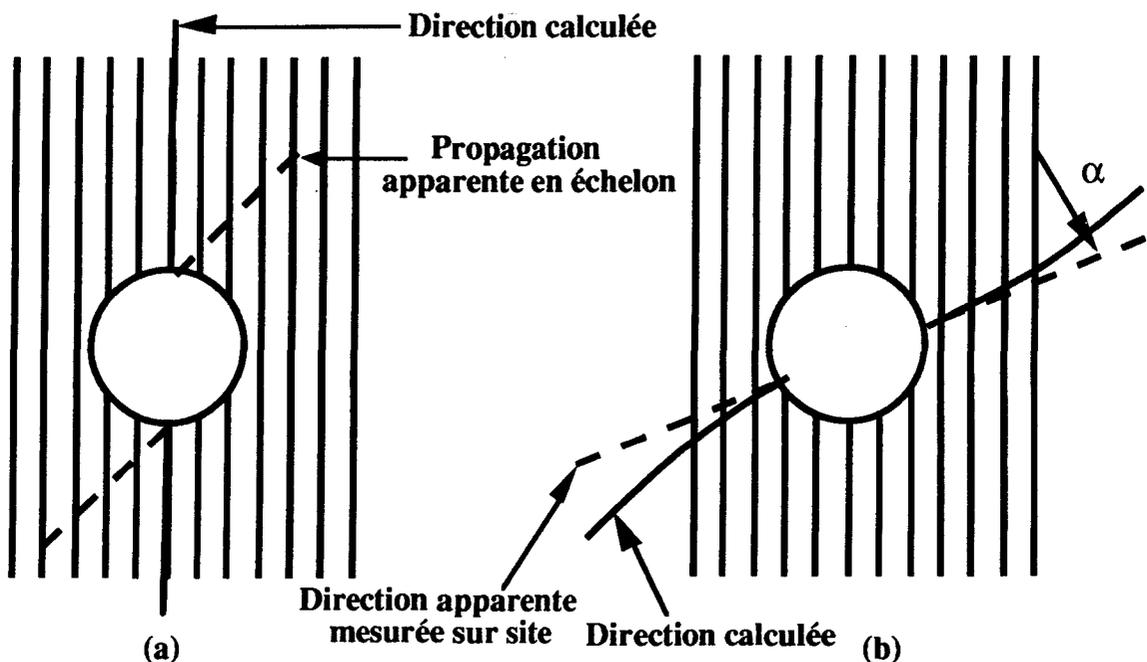


Figure 5.17 : Chemins de propagation obtenus par simulation numérique

5.4 ETUDE DE L'INFLUENCE DES MODULES E_1, E_2 SUR LES CHEMINS DE PROPAGATION DE FISSURE (Cho S.B. et al [22], Tan C.L. et al [65])

Afin de connaître la perturbation que peut engendrer l'utilisation des modules d'Young, obtenus à partir des différents essais (essais triaxiaux sur petites éprouvettes, essais à grande échelle sur cube (40 x 40 x 40 cm) ou in-situ, essais ultra-soniques sur petites éprouvettes), quatre passages ont été effectués avec différents rapports de E_2/E_1 ($E_1 = \text{constant} = 35\,000$ MPa), en simulant numériquement l'essai biaxial de la figure 5.3 pour lequel on a : $\theta = 75^\circ$, $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,2$ MPa, $P_i = 13,2$ MPa.

Il faut signaler que le critère anisotrope introduit dans le code DISDEPAN est pris en considération dans cette étude, et que le premier pas de calcul de la propagation est prise dans la schistosité (fig. 5.18).

Le tableau 5.5 présente les valeurs des angles de branchement par rapport à la schistosité pour différents rapports de E_2 / E_1 ($E_2 / E_1 = 1,5 - 2 - 2,5 - 3$). On constate qu'une variation du rapport E_2 / E_1 n'engendre pas une grande variation du chemin de propagation (caractère dominant de la schistosité). Par contre, on a constaté que plus le rapport E_2 / E_1 est faible, plus l'énergie $G - G_c$ maxi est grande (fig. 5.18), ce qui revient à dire, que plus le module d'Young E_2 est petit (raideur dans les plans de faiblesses faibles), plus la propagation de la fissure est facile à obtenir. Autrement dit, pour avoir la même énergie de propagation pour deux rapports différents de E_2 / E_1 , il faut augmenter le chargement pour le rapport le plus grand.

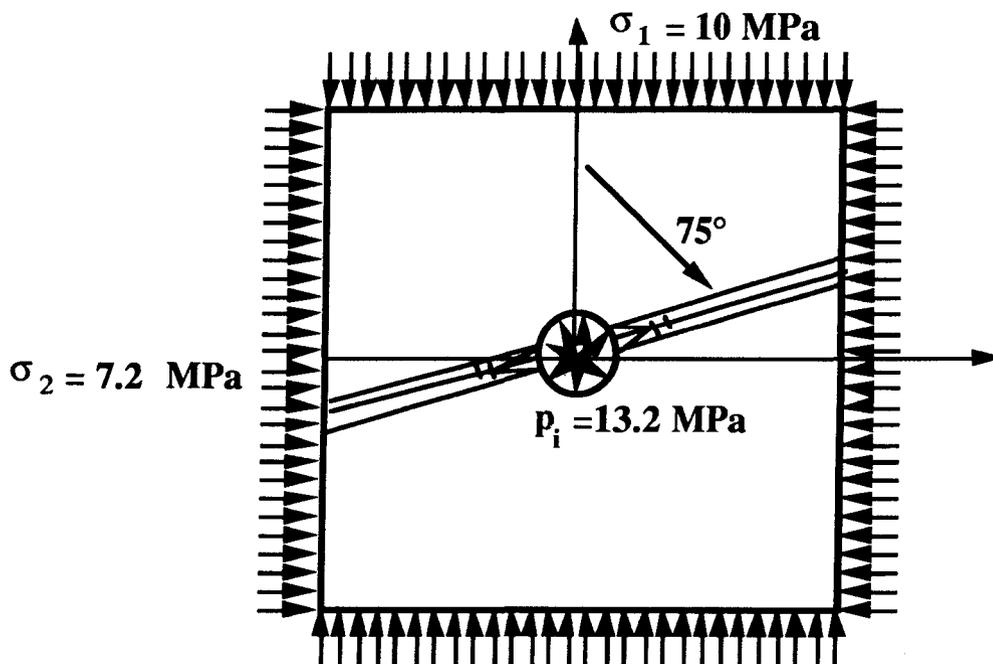


Figure 5.19 : Simulation numérique de l'essai biaxial ($\theta = 75^\circ$, $\sigma_1 = 10$ MPa, $\sigma_2 = 7,2$ MPa, $P_i = 13,2$ MPa) avec un premier pas de propagation dans la schistosité

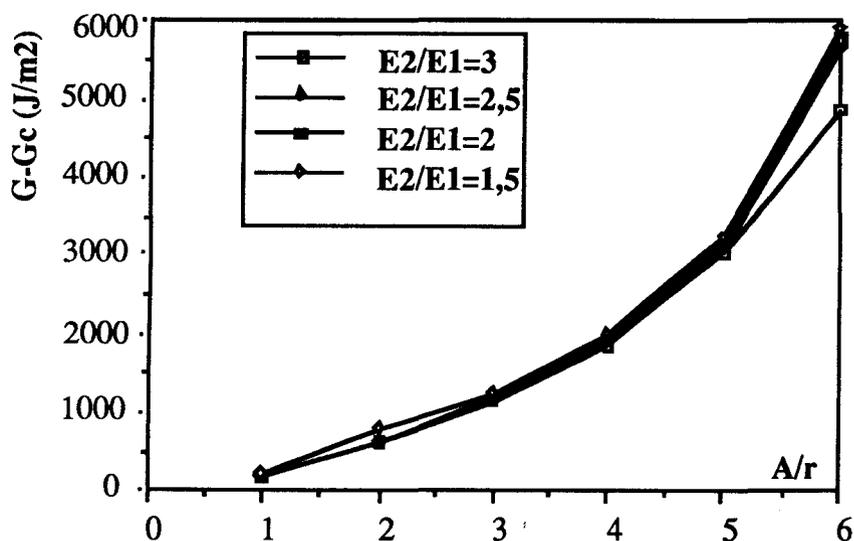


Figure 5.19 : Evolution de $G - G_c$ maxi en fonction de la longueur propagée A/r pour différents rapports E_2/E_1

E_2/E_1 \ A/r	1	2	3	4	5	6
1,5	2,5°	2,5°	2,5°	2°	1,5°	0,5°
2	0,7°	2,5°	1,9°	1,7°	0,5°	1,5°
2,5	0°	3,8°	1,6°	1,25°	0°	2°
3	0,3°	0°	3,5°	1°	0°	0°

Tableau 5.5 : Valeurs des angles de branchement par rapport à la schistosité pour un pas de calcul pour différents rapports de E_2/E_1

Cette étude a été réalisée en prenant le premier pas de propagation dans la schistosité. Afin de mettre en évidence l'effet des modules élastiques (E_2, E_1), seul sur les chemins de propagation des fissures, une deuxième simulation numérique de l'essai précédent ($\theta = 75^\circ, \sigma_1 = 10 \text{ MPa}, \sigma_2 = 7,2 \text{ MPa}, P_i = 13,2 \text{ MPa}$) a été réalisée avec un premier pas de propagation situé cette fois ci à 75° de la schistosité (fig. 5.19), et sans tenir compte du critère anisotrope introduit dans la méthode numérique utilisée.

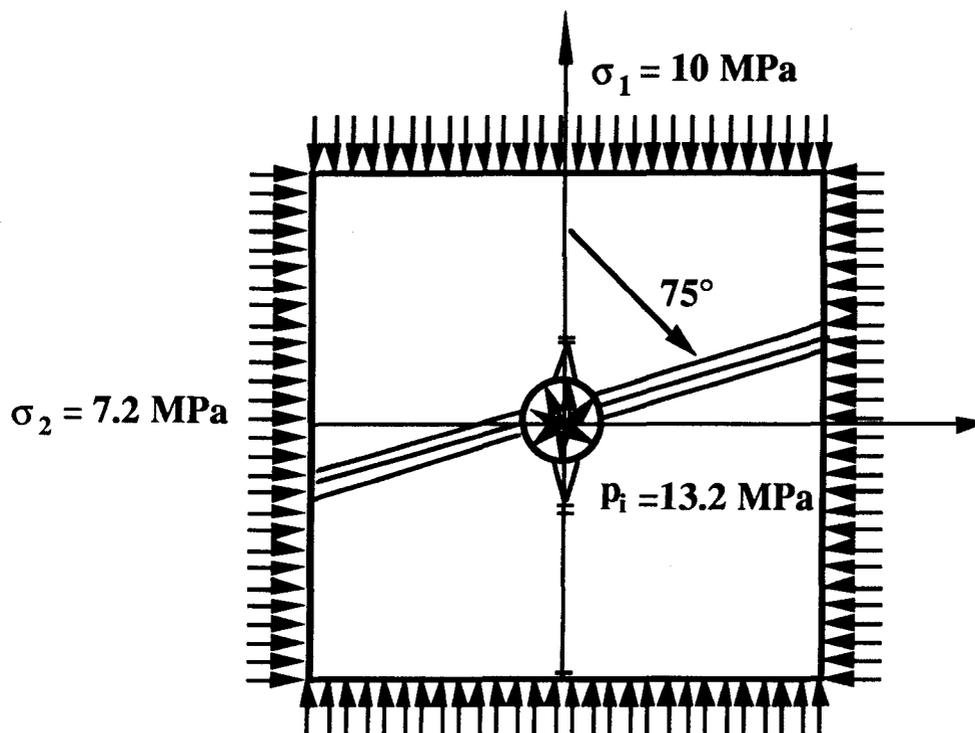


Figure 5.20 : Simulation numérique de l'essai biaxial ($\theta = 75^\circ, \sigma_1 = 10 \text{ MPa}, \sigma_2 = 7,2 \text{ MPa}, P_i = 13,2 \text{ MPa}$) avec un premier pas de propagation à 75° par rapport à la schistosité

Le tableau 5.6 présente les valeurs des angles de branchement par rapport à la schistosité pour différents rapports E_2/E_1 ($E_2/E_1 = 1,2, 1,5, 3$) ($E_1 = \text{constante} = 35\ 000\ \text{MPa}$).

La figure 5.20 montre le chemin de propagation de la fissure pour chaque rapport de E_2/E_1 . On constate que plus le rapport de E_2/E_1 tend vers 1 (milieu isotrope), plus le chemin de propagation a tendance à se propager perpendiculairement à la plus petite contrainte appliquée (Kondo D. [39]). Par contre, plus le rapport E_2/E_1 est grand, plus le chemin de propagation s'oriente vers la schistosité.

$E_2/E_1 \backslash A/r$	1	2	3	4	5	6
1,2	68°	63°	58°	55°	50°	50°
1,5	60°	45°	35°	30°	30°	25°
3	45°	20°	15°	5°	5°	5°

Tableau 5.6 : Valeurs des angles de branchement par rapport à la schistosité pour différents rapports de E_2/E_1

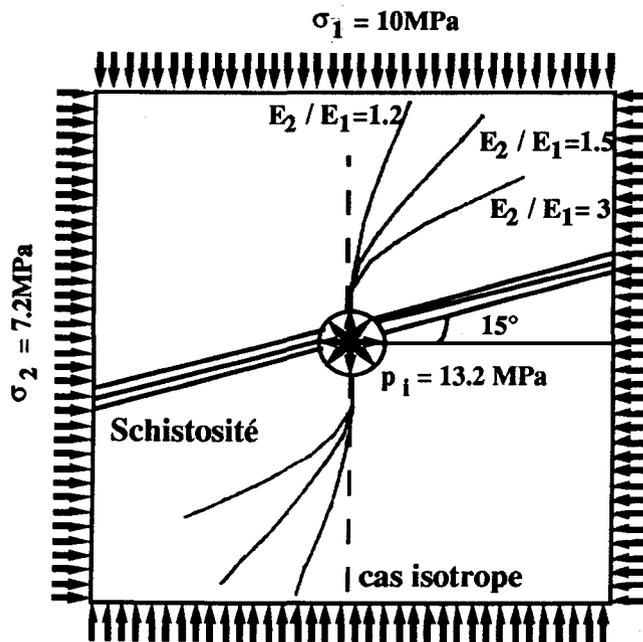


Figure 5.21 : Chemins de propagation pour différents rapports de E_2/E_1

5.5 CONCLUSION

Cette étude consacrée à des simulations numériques de la propagation de fissures dans les essais de fracturation hydraulique a montré la concordance entre les chemins de propagation obtenus expérimentalement (au Laboratoire et in-situ), et numériquement en utilisant le critère de propagation anisotrope que nous avons introduit dans le code de calcul DISDEPAN. Elle nous a permis par la suite de vérifier certains scénarios de propagation, susceptibles de se réaliser loin dans le massif. Enfin, elle nous a permis d'étudier l'influence des modules (E_2/E_1) sur les chemins de propagation avec ou sans critère anisotrope.

**CONCLUSION GENERALE
ET PERSPECTIVES**

L'objet de ce mémoire a été, d'une part, la mise au point d'une méthodologie de mesure des contraintes in-situ dans les massifs anisotropes, d'autre part, l'analyse des chemins de propagation des fissures lors des essais de fracturation hydraulique.

Dans la première partie, une étude bibliographique nous a permis de choisir, parmi les diverses techniques de mesure déjà utilisées en milieu isotrope, celles qui nous paraissent les mieux adaptées à la mesure en profondeur dans les roches anisotropes. En conséquence, nous avons retenu les deux techniques les plus utilisées actuellement : technique de surcarottage avec la cellule U.S.B.M., et la technique de fracturation hydraulique.

Une méthode de calcul des contraintes in-situ, se composant d'une méthode numérique de calcul en élasticité plane anisotrope, particulièrement adaptée aux milieux fissurés, et d'une méthode d'inversion de Tarantola, a été mise au point sous la forme d'un logiciel de calcul, appelé SINVERS.

Cette méthode de calcul des contraintes a montré ses performances avec des temps de calcul très courts, que ce soit lors des essais en laboratoire (essai de compression simple sur cube de schiste de 40 cm d'arête, percé d'un trou de 40 mm en son centre où est installée la cellule U.S.B.M.), ou des essais in-situ en mine à 430 m de profondeur (essais de surcarottage avec la cellule U.S.B.M.).

Cette approche de dépouillement des contraintes, de type probabiliste, possédant un avantage important par rapport à celle de type déterministe, est celle d'étudier très rapidement la sensibilité des résultats obtenus aux valeurs des modules (E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12}), qui, en milieux anisotropes, sont très délicats à déterminer sur site, et sont très influents sur le tenseur des contraintes recherché, comme on l'a montré.

La deuxième partie de ce travail, basée sur la mécanique linéaire de la rupture en milieu anisotrope, a été consacrée à la détermination des chemins de propagation pour le schiste. Un critère de propagation des fissures en milieu anisotrope, établi à parti des essais de flexion trois points, selon la théorie de Griffith, a été proposé. Ce critère, exprimé en fonction de la pression de confinement, est introduit ensuite dans la méthode numérique des discontinuités de déplacements "code DISDEPAN". La comparaison des chemins de propagation, obtenus par simulation numérique, et ceux, observés lors des essais de flexion trois points ou lors des essais biaxiaux réalisés au laboratoire, montre un bon accord entre simulations et expériences.

Une étude expérimentale, sur des grands blocs de schiste, avec des essais biaxiaux ($\sigma_1 / \sigma_2 = K$), pour diverses orientations de la schistosité et différents rapports K , nous a permis de mettre en évidence le caractère dominant de la schistosité. En effet, la rupture obtenue, lors des différents essais réalisés, a été dans les plans de faiblesses du matériau. Ce mode de rupture a été observé aussi dans les essais de fracturation hydraulique sur site, sauf pour le cas où l'essai a été effectué dans une zone non saine (présence de fissures avec remplissage) où on a pu observer cette fois ci des fissures inclinées par rapport à la schistosité (Baroudi H. [7]). Une étude des scénarios de propagation des fissures, afin de connaître la direction de la fracture loin dans le massif, et par conséquent, l'orientation du tenseur des contraintes, a été réalisée en simulant le cas d'un essai de fracturation hydraulique vertical et parallèle à la schistosité. Le résultat obtenu montre un branchement de la fissure par rapport à la direction du départ d'environ 30° .

Une étude numérique sur l'influence du rapport E_2 / E_1 ($E_1 = \text{constante} = 35\ 000\ \text{MPa}$) sur le chemin de propagation a été menée. Deux résultats essentiels peuvent être dégagés :

- * Le chemin de propagation est indépendant du rapport E_2 / E_1 dans le cas où le critère anisotrope de propagation est utilisé. Seules, les énergies de propagation $G - G_c$ varient selon le rapport E_2 / E_1 .

- * Le chemin de propagation dépend du rapport E_2/E_1 dans le cas où on ne tient compte que de l'anisotropie de modules élastiques seule (pas de critère de propagation anisotrope). On a constaté que plus le rapport E_2/E_1 tend vers 1, plus le matériau a tendance à se comporter comme un milieu isotrope : la rupture se propage alors presque perpendiculairement à la petite contrainte appliquée. Par contre, plus le rapport E_2/E_1 est grand, plus l'effet de la schistosité est dominant, et la fissure a tendance à suivre les plans de faiblesses du matériau.

Enfin, si nous nous rappelons qu'au départ la mesure des contraintes in-situ, en milieu anisotrope, que ce soit avec la technique de surcarottage "Cellule U.S.B.M." ou avec la technique de fracturation hydraulique, n'a jamais été utilisée en France, nous pouvons apprécier les développements que notre travail a apporté sur le plan de la technique de mesure, ainsi que sur les modes de dépouillement et d'interprétation des mesures de contraintes in-situ. Toutefois, l'extension en 3 D de la méthode numérique utilisée apportera de sérieuses améliorations, même si le calcul risque d'être plus lent, et la précision dépendra alors de la finesse de la discrétisation de la frontière en 3D. Au-delà de l'aspect numérique présenté dans ce mémoire, une bonne modélisation des mécanismes de la rupture loin du trou, lors des essais de fracturation hydraulique, nécessite encore plus d'observations. Le grand biaxial de grandes capacités (bloc de 1 mètre de côté) du laboratoire va ouvrir des perspectives intéressantes à ce sujet.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] AFASSI F. (1992) - "Caractérisation de la résistance à la propagation des fissures dans une roche anisotrope : Le schiste - Influence de la pression de confinement" - Thèse de Doctorat à l'Université de Lille I
- [2] AFASSI F., MOREL E., HENRY J.P. (1991) - "Etude méthodologique des milieux anisotropes. Influence de la pression sur les conditions de propagation de fissure" - Rapport LML (Laboratoire de Mécanique de Lille), Réf 623 RP L.M.L. 91 00 1
- [3] AFASSI F. (1991) - "Conditions de propagation de fissure dans un milieu anisotrope. Influence de la pression de confinement" - 9ème rencontres AUGC, REIMS 18 et 19 avril.
- [4] AMADEI B. (1983) - "Rock anisotropy and the theory of stress measurements" - Lecture Notes in Engineering, Brebbia and Orszag - Springer Verlag (477 p.)
- [5] AMADEI B. (1983) - "Number of boreholes to measure the state of stress in situ" - Proc. 24 th U.S. Rock Symp., Texas A I M Univ., pp. 87-98
- [6] AMADEI B. (1984) - "In situ stress measurement in anisotropic rock". Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 24, n° 1, pp. 5-14.
- [7] BAROUDI H., LIZEUR A., PIGNON C. (1991) - "Schiste - Etude Méthodologique en milieu anisotrope. Adaptation des méthodes de mesures des contraintes naturelles : Réalisation d'une campagne de mesures" - Rapport INERIS - Réf. 623 RP CER 91303
- [8] BARLA G., WANE M.T. (1970) - "Stressrelief method in anisotropic rocks by means of gauges applied to the end of a borehole". Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. ,Vol.7 , pp.171-182.
- [9] BERRY D.S. (1970) - "The theory of determination of stress changes in a transversely isotropic medium using an instrumented cylindrical inclusion". Tech. Rept N° MRD 1-70, Missouri River Division, corps of Engineers, Omaha, Nebraska.
- [10] BELKACEMI Y. (1991) - "Méthode des discontinuités de déplacements en champ complexe : développements analytiques et numériques - Application aux milieux fissurés" - Thèse de Doctorat à l'Université de Lille I
- [11] BERTRAND L., DURAND E. (1983) - "Mesures des contraintes in-situ. Comparaison de différentes méthodes". C.R. Symp. Int. "Essais en place" - Paris, 2 : 449-470
- [12] BROWN E.T., HOEK E. (1978) - "Tremots in relationships between measured in situ stresses and depth" - Technical note Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech., Vol. 15, pp. 211-215
- [13] BOEHLER J.P. (1975) - "Contributions théoriques et expérimentales à l'étude des milieux plastiques anisotropes" - Thèse de Docteur ès Sciences, Université Scientifique et Médicale de Grenoble
- [14] BOEHLER J.P. (1978) - "Lois de comportement anisotrope des milieux continus" - Journal de Mécanique, Vol. 17, n° 2, pp. 153-190
- [15] BONNECHERE F., FAIRHURST C. (1971) - "Détermination of regional stress field from Doorstopper measurements". Proc. Int. Symp. on the determination of stresses in rock masses, Lisbon, pp. 307-333
- [16] BONNECHERE F. (1971) - "Contribution à la détermination de l'état de contrainte des massifs rocheux" - Thèse, Faculté des Sciences appliquées. Liège
- [17] BOUHADDANE A. (1987) - "Application de l'intégrale de Cauchy à la méthode des discontinuités de déplacement et autres méthodes de collocation" - Thèse de Doctorat, Université de Lille I
- [18] BOUMAHDHI M. (1990) - "Conception et réalisation d'un triaxial vrai de grande capacité simulateur d'ouvrages souterrains" - Thèse de Doctorat à l'Université de Lille I
- [19] BUYLE BODIN F. (1980) - "Mesures des contraintes in-situ dans les massifs rocheux" - Thèse de 3ème cycle à l'Université Pierre et Marie Curie, Paris VI

- [20] CHAMBON C., REVALOR R. (1986) - "Statistic analysis applied to rock stress measurements" - Int. Symp. of Rock stress and Rock stress measurements. Ed. SENTEK, Stockholm
- [21] CHARLEZ Ph., HERAIL R., DESPAX D. (1989) - "Détermination de paramètres de fracturation hydraulique par inversion des courbes de pression" - Revue de l'Institut Français du Pétrole, vol. 44, n° 1, Janvier-Février 1989
- [22] CHO S.B., LEE K.R., CHOY Y.S. (1992) - "A further study of two dimensionnal boundary element crack analysis in anisotropic or orthotropic materials". Engineering fracture mechanics, Vol. 43, n° 4, pp. 589-601
- [23] CORNET F.H. (1981) - "La mesure in-situ des contraintes dans un massif rocheux" - Revue bimestrielle n° 48 Tunnels et ouvrages souterrains - Novembre-Décembre 1981.
- [24] CRAWFORD-CURRAN (1982) - "Higher order functional variation displacement discontinuity elements" - Int. J. rock Mech. Min. Sci. Abstr., Vol. 19, pp. 143-148.
- [25] CROUCH S.L. (1976) - "Solution of plane elastic problems by the displacement discontinuity method" - Int. J. Num. Math. in Eng., Vol. 10, pp. 301-343
- [26] CROUCH S.L., STARFIELD A.M. (1983) - "Boundary Element Method in Solid Mechanics with applications in rock mechanics and geological engineering" - University of Minnesota
- [27] CURRAN J.H. (1984) - "A general 3D Displacement Discontinuity Method" - Proceeding of the 4 int. Conf. Num. Methods in Geomech. - CANADA - Vol. 1, pp. 103-111
- [28] CUXAC P. (1991) - "Propagation et atténuation des ondes ultrasoniques dans des roches fissurées et anisotropes" - Thèse de Doctorat à l'Institut National Polytechnique de Lorraine (I.N.P.L.)
- [29] DODANE P. (1990) - "Mesure des contraintes en milieu anisotrope" - Rapport de stage de fin d'études - Ecole des Mines de Nancy - INERIS
- [30] FAIRHURST C. (1968) - "Methods of determining in situ rock stresses at great depths". Technical report n° 1-68. Missouri river, Division Omaha.
- [31] FLETCHER R. (1980) - "Practical methods of optimization" - John Wiley and sons.
- [32] GRIFFITH A. (1924) - "Theory of rupture" - Proc. 1rst int. Cong. Appl. Mech. Delft, pp. 55-63.
- [33] HAMMADE A. (1992) - "Etude expérimentale du comportement d'un matériau anisotrope (schiste ardoisier): Caractérisation de la rupture et détermination des paramètres élastiques". Thèse de Doctorat à l'Université de Lille I
- [34] HAMMADE A., HENRY J.P., MOREL E. (1991) - "Etude méthodologique en milieux anisotropes" - Rapport du dépouillement des essais triaxiaux par capteur L.V.D.T. comportement post-rupture. Rapport LML (Laboratoire de Mécanique de Lille), Réf RS 91/04
- [35] HAIMSON B.C. (1980) - "Near surface and hydrofracturing stress measurement in the waterlo quartzite". Int. J. of rock mech. Vol. 17, n° 2, pp. 81-88
- [36] HOMAND F., CUXAC P. (1989) - "Etude méthodologique sur roches anisotropes" - Rapport sur comportement mécanique. Rapport ENSG (Ecole Nationale Supérieure de Géologie)-Nancy- Réf 623. RPENS 89/004
- [37] HOMAND F., MOREL E., HENRY J.P., CUXAC P., HAMMADE A. (1993) - "Characterization of the moduli of elasticity of an anisotropic rock using dynamic and static methods" - Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. Vol. 30, n° 5, pp. 527-535.
- [38] IRWIN G.R. (1957) - "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plane" - J. Appl. Mech., Vol. 24, pp. 361-364

- [39] KONDO D. (1989) - "Modélisation du comportement des roches par la mécanique linéaire de la rupture : Application à la stabilité des ouvrages souterrains" - Thèse de Doctorat à l'Université de Lille I
- [40] KONDO D. et al (1993) - "Numerical Modeling of failure in cracked materials by linear elastic fracture mechanics" - Int. Symposium on Assessment and Prevention of failure Phenomena in Rock Engineering - Turquie
- [41] LAQUECHE H. (1985) - "Détermination de l'énergie de fracturation des roches anisotropes et sismogénèse - Thèse de Doctorat à l'Université de Bordeaux I
- [42] LEBLANC A., BOUMADHI M., HENRY J.P. (1987) - "Etude et réalisation d'un triaxial vrai de grande capacité" - Colloque Géotechnique St Nazaire
- [43] LEEMAN E.R. (1971) - "The C.S.I.R. "Doorstopper" and triaxial rock stress measuring instruments". Rock Mech. Vol. 3, pp. 23-30.
- [44] LEKHNITSKII S.G. (1963) - "Theory of elasticity of an anisotropic elastic body" - Hoden Day Inc. San Francisco
- [45] MACAUDIERE J., GASQUET D. (1990) - "Etude méthodologique sur roches anisotropes. Etude structurale d'une galerie expérimentale" - Rapport Rapport ENSG (Ecole Nationale Supérieure de Géologie)-Nancy- Réf 623 RP ENS 90.005
- [46] MISBAHI A. (1989) - "Méthodes de mesure des contraintes in situ pour les roches anisotropes" - Mémoire de D.E.A - L.M.L
- [47] MISBAHI A., SHAO J.F., HENRY J.P. (1993) - "Application of the inverse method for in situ stresses determination with U.S.B.M. cell". First Canadian Symp. on Numerical Modelling Applications in Mining and Geomechanics, pp. 287-296, March 27-30, Montreal, Quebec
- [48] MISBAHI A. (1992) - "Mesure des contraintes in-situ dans les massifs anisotropes" - 10èmes rencontres A.U.G.C., CACHAN 14 et 15 mai.
- [49] MISBAHI A., SHAO J.F., HENRY J.P. (1991) - "Méthodologie d'étude en milieux anisotropes - Théorie des problèmes inverses appliquée à la détermination des contraintes in situ en utilisant la cellule USBM - Rapport LML (Laboratoire de Mécanique de Lille), Réf RS 623 RP LML 91.004
- [50] MISBAHI A., HENRY J.P., BAROUDI H. (1991) - "Etude méthodologie des milieux anisotropes - Mesure de contraintes in-situ - Utilisation et étalonnage de la cellule U.S.B.M. en Laboratoire" - Rapport LML (Laboratoire de Mécanique de Lille), Réf RS 623 RP CER 91 302
- [51] MISBAHI A., KONDO D., HENRY J.P. (1993) - "Méthodologie d'étude des massifs anisotropes - Elaboration d'une méthode de calcul par la mécanique linéaire de la rupture" - Rapport ANDRA 623 RP LML 93/01.
- [52] MOREL E. (1987) - "Contribution à l'étude de la propagation des discontinuités dans les roches anisotropes. Mise au point d'une technique de calcul utilisant l'intégrale de Cauchy et étude expérimentale d'un schiste ardoisier" - Thèse de Doctorat à l'Université de Lille I
- [53] MOTT N.F. (1974) - "Fracture of brittle solids", B.R. Lawn and T.R. WILSHAW. Cambridge University Press "London - New York - Melbourne".
- [54] RAHN W. (1984) - "Stress concentration factors for the interpretation of "Doorstopper" stress measurements in anisotropic rocks". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. Vol. 21, n° 6, pp. 313-326
- [55] REVALOR et al (1985) - "In situ rock stress measurements in French coal mines : Relation between virgin stress and rockbursts" - Proc. 26th U.S. Rock Mechanics Symp., Rapid city, pp. 1103-1112
- [56] REVALOR R. (1989) - "Etudes méthodologiques en milieu anisotrope. Adaptation des méthodes de mesures de contraintes naturelles : Préparation d'une campagne de mesures" - Rapport INERIS- Réf. 623 RP CER 89-301

- [57] RIBACCHI R. (1977) - "Rock stress measurements in anisotropic masses" - Proc. Int. Symp. on Field Measurements in Rock Mechanics, Zurich, vol. 1, pp. 183-196
- [58] ROCHET L. (1974) - "Auscultation des ouvrages en service" - C.R. Journées A.F.T.E.S., Nice, Sepaly Ed., Decines
- [59] SHAO J.F., DAHOU A., HENRY J.P. (1991) - "Application de la théorie des problèmes inverses à l'estimation des paramètres des modèles rhéologiques" - Revue Française de Géotechnique.
- [60] SIH G.C., LIEBOWITZ H. (1968) - "Fracture an advanced treatise" - Vol. 2 - Mathematical Fundamental Academic Press New York - London
- [61] SIH G.C. (1973) - "Mechanics of fracture" - Vol. 1, Noord hold Int. Publ. Leyden.
- [62] SIH G.C. (1974) - "Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems" - Int. Journ. of fracture, vol. 10, pp. 305-321
- [63] SIH G.C. (1983) - "The state of affairs near the crack tip. Modelling problems in crack tip mechanics" - CFC 10, Waterloo, Ontario, Canada, pp. 24-26
- [64] SWOLFS H.S. et al (1974) - "Field measurements of residual strain in granitic rock masses" - Advances in Rock Mech. 3rd cong. I.S.R.M. II, pp. 563-568
- [65] TAN C.L., GAO Y.L. (1992) - "Boundary integral equation fracture mechanics analysis of plane orthotropic bodies" - Int. Journ. of fracture, Vol. 53, pp. 343-365
- [66] TARANTOLA A. (1987) - "Inverse problem theory". Elsevier (New York)
- [67] TINCELIN M.E. (1952) - "Mesures des pressions de terrain dans les mines de fer de l'Est ". Ann . Inst .Tech. Batin. Trav . Publics 58,972-980.
- [68] WANG Z. (1992) - "Stabilité des ouvrages souterrains creusés à grande profondeur dans les schistes". Thèse de Doctorat à l'Ecole Centrale de Paris.

ANNEXES

ANNEXE A

Technique de Doorstopper

Si les diverses opérations de la technique de Doorstopper, présentée dans le chapitre I, ne soulèvent dans leur principe aucune difficulté particulière, les différentes expressions des facteurs d'influence dues à la concentration des contraintes autour du forage, calculées expérimentalement ou numériquement, proposées par divers auteurs, présentent entre elles une certaine dispersion. Toutefois, il semble que des valeurs moyennes de ces facteurs, données par Rochet L. [58], pour un milieu isotrope ou par Rahn W. [54], pour un milieu anisotrope, sont largement utilisées.

** Loi de Hooke généralisée*

Les relations qui relient le tenseur des contraintes au tenseur des déformations peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\varepsilon_{ij} = D_{ijkl} \sigma_{kl}$$

loi de Hooke généralisée (A.1)

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

σ_{ij} et ε_{kl} étant deux tenseurs d'ordre 2

D_{ijkl} et C_{ijkl} étant deux tenseurs d'ordre 4

Sous la forme matricielle, on a :

$$\{\varepsilon\} = [C] \{\sigma\}$$

(A.2)

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$$

$$[C] = [D]^{-1}$$

[D] : étant la matrice d'élasticité

[C] : étant la matrice de flexibilité ou compliance

Les 81 coefficients du tenseur C_{ijkl} , dans le cas général, peuvent se réduire à 21 coefficients indépendants pour un milieu anisotrope triclinique ; le nombre de 21 se réduit à son tour à 9 dans le cas d'un milieu orthotrope, ou à 5 coefficients indépendants pour un milieu isotrope-transverse. Pour un milieu isotrope, on n'a que 2 coefficients indépendants E et ν .

La loi de Hooke sous forme matricielle, pour un milieu orthotrope, est donnée par l'équation (A.3). Celle-ci se transforme en l'équation (A.4) pour un milieu isotrope transverse pour lequel les paramètres élastiques E_{ij} , G_{ij} et ν_{ij} sont donnés dans le repère structural de la roche (S_1, S_2, S_3) (fig. A.1) où on a pris :

$$E_1 = E_{22} = E_{33}$$

$$E_2 = E_{11}$$

$$\nu_1 = \nu_{23} = \nu_{32}$$

$$\nu_2 = \nu_{12} = \nu_{13}$$

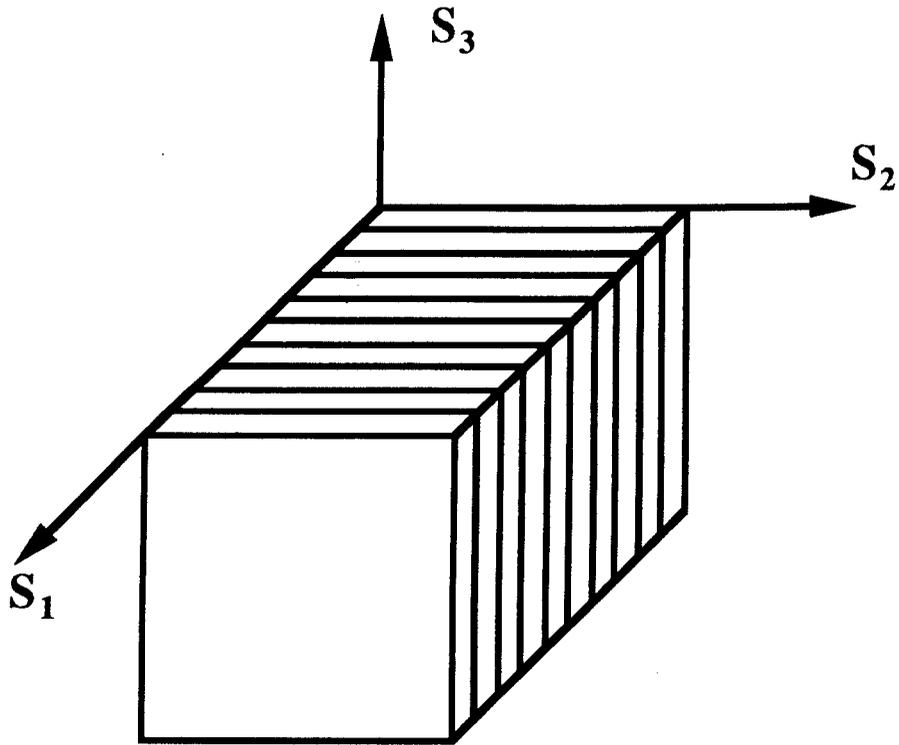


Figure A.1 : Définition des axes principaux pour un milieu isotrope transverse

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{\nu_{12}}{E_{22}} & \frac{\nu_{13}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{21}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{\nu_{23}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{31}}{E_{11}} & \frac{\nu_{32}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Pour le cas d'un milieu isotrope transverse, on a :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_2}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_2}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_2}{E_1} & -\frac{\nu_1}{E_1} & \frac{1}{E_1} & \frac{1}{2G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_1}{E_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

*** Valeurs de facteurs de concentration des contraintes**

Le fond de forage dans la technique de Doorstopper étant une surface libre, le tenseur des contraintes locales $\{\sigma^o\}$ calculé à partir des déformations $\{\epsilon^o\}$ données par le Doorstopper en utilisant la loi de Hooke, se réduit à ses trois composantes σ^o_{yy} , σ^o_{zz} et σ^o_{yz} pour un forage parallèle à l'axe x.

Les relations entre les composantes du tenseur des contraintes locales $\{\sigma^o\}$, et celles du tenseur des contraintes rétionales $\{\sigma^\infty\}$ (σ^∞_{xx} , σ^∞_{yy} , σ^∞_{zz} , σ^∞_{yz}) peuvent s'écrire de la manière suivante :

- Milieu isotrope (Leeman E.R. [43], Bonnechère F. [15])

$$\begin{cases} \sigma^o_{yy} = C \sigma^\infty_{xx} + a \sigma^\infty_{yy} + b \sigma^\infty_{zz} \\ \sigma^o_{zz} = c \sigma^\infty_{xx} + b \sigma^\infty_{yy} + a \sigma^\infty_{zz} \\ \sigma^o_{yz} = (a - b) \sigma^\infty_{yz} = d \sigma^\infty_{yz} \end{cases} \quad (A.5)$$

Sous une forme matricielle, on a :

$$\{\sigma^o\} = [K] \{\sigma^\infty\}$$

Les facteurs de concentration appelés aussi coefficients d'influence a, b, c sont fonction du coefficient de Poisson ν . En général, on prend (Rochet L.[58]) :

$$\begin{cases} a(\nu) = 1,32 + 0,08 \nu (1 + \nu) \\ b(\nu) = 0,12 + 0,18 \nu (1 + 2,55 \nu) \\ c(\nu) = 1,09 (0,33 + \nu) \end{cases} \quad (A.6)$$

En utilisant les équations (A.5), il faut réaliser trois sondages avec des orientations différentes pour remonter au tenseur des contraintes.

- Milieu anisotrope (Rahn W. [54], Ribacchi R. [57])

Une formulation générale des équations (A.5) a été donnée par Ribacchi R. [57] pour un milieu anisotrope en s'appuyant sur les travaux de Barla G. et Wane M.T. [8]. Il montre que le nombre des facteurs de concentration des contraintes de la matrice [K] s'élève à 18 lorsque le Doorstopper est appliqué pour un milieu anisotrope quelconque. Ce nombre se réduit à 7 pour un milieu isotrope-transverse pour lequel le sondage a été réalisé parallèlement au plan isotrope de la structure. On a alors :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yy}^{\circ} \\ \sigma_{zz}^{\circ} \\ \sigma_{yz}^{\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_y & a_y & b_y & 0 & 0 & 0 \\ C_z & b_z & a_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \infty \\ \sigma_{xx} \\ \infty \\ \sigma_{yy} \\ \infty \\ \sigma_{zz} \\ \infty \\ \sigma_{xy} \\ \infty \\ \sigma_{yz} \\ \infty \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

Ou encore :

$$\{\sigma^{\circ}\} = [K]_{//} \{\sigma^{\infty}\}$$

Si le sondage est orienté perpendiculairement au plan isotrope d'une roche isotrope-transverse, alors le nombre des coefficients indépendants de la matrice [K] se réduit à 3 :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yy}^{\circ} \\ \sigma_{zz}^{\circ} \\ \sigma_{yz}^{\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & a & b & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \infty \\ \sigma_{xx} \\ \infty \\ \sigma_{yy} \\ \infty \\ \sigma_{zz} \\ \infty \\ \sigma_{xy} \\ \infty \\ \sigma_{yz} \\ \infty \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

Ou encore :

$$\{\sigma^{\circ}\} = [K]_{\perp} \{\sigma^{\infty}\}$$

Les valeurs de a, b, c sont fonction du coefficient de Poisson ν_{ij} du plan isotrope (i, j) de la structure. Ces valeurs sont alors calculées par les équations (A.6).

Pour un milieu isotrope transverse, il faut donc au moins 10 coefficients indépendants pour remonter au tenseur des contraintes, et ceci, par la réalisation d'au moins deux sondages (6 équations pour 6 inconnues).

- * un sondage parallèle au plan isotrope de la structure,
- * un sondage perpendiculaire au plan isotrope de la structure.

Afin de déterminer les 10 facteurs d'influence pour un milieu isotrope-transverse pour lequel on a réalisé deux sondages (l'un perpendiculaire au plan isotrope, l'autre parallèle à ce plan), Rahn W. [54] a donné le tableau (A.1) qui relie les 10 facteurs aux coefficients élastiques du matériau ($E_1 / E_2, \nu$) ν prend soit la valeur de $\nu_{32} = \nu_{23}$ pour un sondage perpendiculaire au plan isotrope (2,3) (fig. A.1), soit la valeur de $\nu_{12} = \nu_{13}$ pour un sondage parallèle au plan isotrope (1,3).

* *Evaluation du tenseur des contraintes* $\{\sigma^\infty\}$

En tenant compte de l'anisotropie de la roche et de l'anisotropie des facteurs de concentration des contraintes, la détermination du tenseur des contraintes régionales $\{\sigma^\infty\}$ passe par la transformation des déformations (e_A, e_B, e_C) données par le Doorstopper dans le repère (x, y, z) au repère principal de la structure (fig. A.2).

$$\begin{cases} \epsilon_{yy} = e_A \\ \epsilon_{zz} = e_B \\ \epsilon_{yz} = e_C - \frac{1}{2} (e_A + e_B) \end{cases} \quad (A.9)$$

Une remarque importante à signaler pour la suite des calculs, surtout pour la détermination des directions des contraintes, est que la position de la jauge A de la rosette doit être toujours orientée horizontalement (fig. A.2).

Pour un forage parallèle au plan isotrope de la structure, le passage au repère structural (x^0, y^0, z^0) (fig. A.2) est donné par :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{yy}^0 \\ \epsilon_{zz}^0 \\ \epsilon_{yz}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \omega & \sin^2 \omega & 2 \sin \omega \cos \omega \\ \sin^2 \omega & \cos^2 \omega & -2 \sin \omega \cos \omega \\ \sin \omega \cos \omega & \sin \omega \cos \omega & \cos^2 \omega - \sin^2 \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \end{bmatrix} \quad (A.10)$$

Ou encore :

$$\{\epsilon^0\} = [T_1] \{\epsilon\}$$

Le tenseur des contraintes locales $\{\sigma^o\}$ est relié au tenseur $\{\varepsilon^o\}$ par la loi de Hooke généralisée. Les équations (A.11) et (A.12) décrivent cette relation respectivement pour un forage parallèle au plan isotrope et pour un forage perpendiculaire au plan isotrope.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yy}^o \\ \sigma_{zz}^o \\ \sigma_{yz}^o \end{bmatrix} = \frac{E_1^2 E_2}{E_1 - E_2 v_2^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{E_2} & \frac{v_2}{E_1} & 0 \\ \frac{v_2}{E_1} & \frac{1}{E_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2 G_{12} (E_1 - E_2 v_2^2)}{E_1^2 E_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yy}^o \\ \varepsilon_{zz}^o \\ \varepsilon_{yz}^o \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yy}^o \\ \sigma_{zz}^o \\ \sigma_{yz}^o \end{bmatrix} = \frac{E_1}{1 - v_1^2} \begin{bmatrix} 1 & v_1 & 0 \\ v_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - v_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yy}^o \\ \varepsilon_{zz}^o \\ \varepsilon_{yz}^o \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Dans le repère (x^o, y^o, z^o) , on a donc :

$$\{\sigma^o\}_k = [K] \{S^o\}_k = [K] [T_2]_k \{\sigma^\infty\}$$

Où :

k = le numéro du forage où on a réalisé la mesure

$$[T_2]_k = [T_{21}]_k \times [T_{22}]_k$$

$\{S^o\}_k$ = tenseur des contraintes régionales dans le repère structural (x^o, y^o, z^o) (fig. A.2.a)

$\{\sigma^\infty\}$ = tenseur des contraintes régionales dans le repère (X, Y, Z) (fig. A.2.b)

$[K]$ = matrice des facteurs de concentration des contraintes.

$[T_{21}]_k$ = matrice de transformation équivalente à la rotation ω autour de l'axe z (fig. A.2). On a :

$$\{S^o\}_k = [T_{21}]_k \{S\}_k = {}^t[a]_{21} \{S\}_k [a]_{21}$$

Avec :

$$[a]_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix}$$

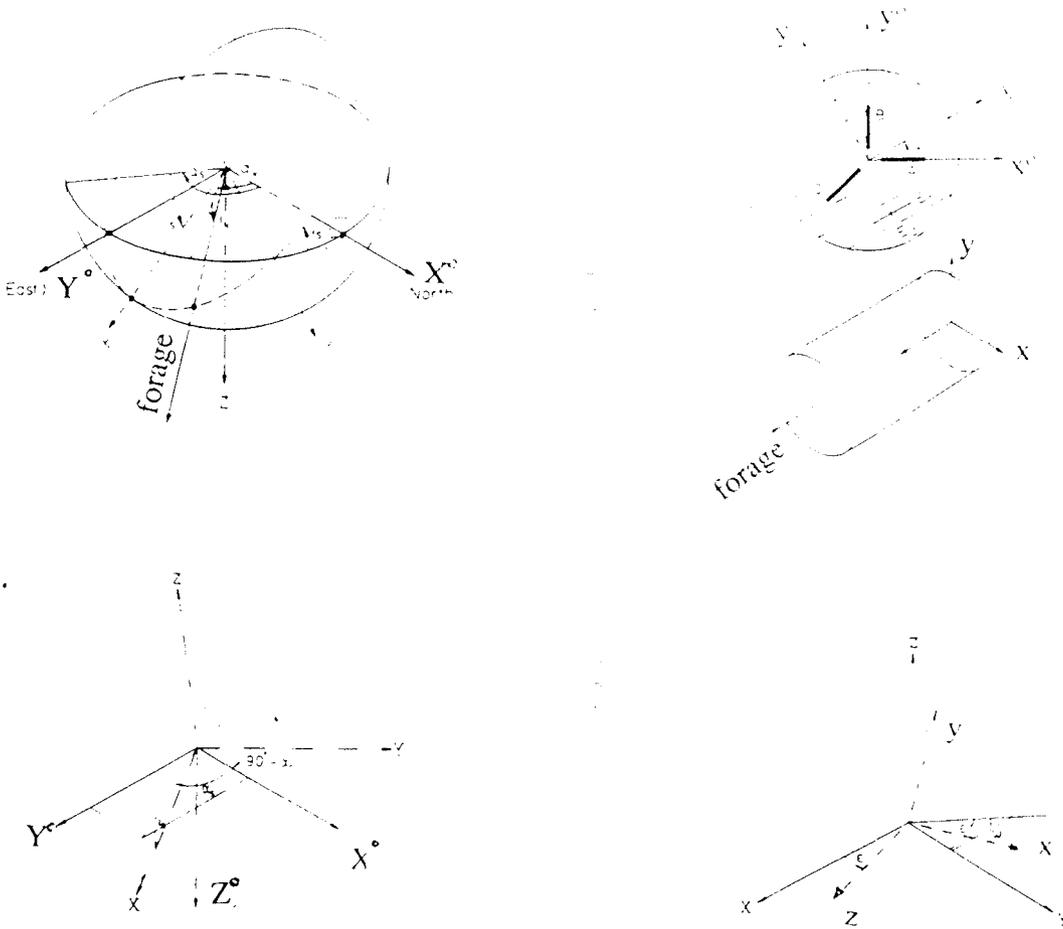


Figure A.2 : Schéma des différents repères

$[T_{22}]_k$ = matrice de transformation équivalente à la rotation α_k autour de Z suivi de la rotation i_k autour de Y (fig. A.2). On a alors :

$$\{S\}_k = [T_{22}]_k \{\sigma^\infty\} = {}^t[a]_{22} \{\sigma^\infty\} [a]_{22}$$

Avec :

$$[a]_{22} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_k \cos i_k & \sin \alpha_k & \cos \alpha_k \sin i_k \\ \sin \alpha_k \cos i_k & -\cos \alpha_k & \sin \alpha_k \sin i_k \\ \sin i_k & 0 & -\cos i_k \end{bmatrix}$$

		Forage perpendiculaire au plan isotrope			Forage parallèle au plan isotrope						
E_2 / E_1	ν	a	b	c	a_y	a_z	b_y	b_z	c_y	c_z	d
1.0	0.0	1.316	-0.125	-0.366	1.299	1.299	-0.113	-0.113	-0.352	-0.352	1.511
	0.1	1.325	-0.101	-0.466	1.307	1.307	-0.091	-0.091	-0.444	-0.444	1.484
	0.2	1.335	-0.070	-0.571	1.317	1.317	-0.061	-0.061	-0.537	-0.537	1.449
	0.25	1.340	-0.053	-0.625	1.323	1.323	-0.043	-0.043	-0.584	-0.584	1.429
	0.3	1.346	-0.033	-0.681	1.329	1.329	-0.022	-0.022	-0.631	-0.631	1.406
	0.4	1.358	+0.016	-0.796	1.342	1.342	+0.025	+0.025	-0.727	-0.727	1.355
1.5	0.0	1.323	-0.128	-0.441	1.333	1.291	-0.133	-0.093	-0.392	-0.278	1.460
	0.1	1.332	-0.104	-0.549	1.346	1.300	-0.117	-0.077	-0.470	-0.346	1.439
	0.2	1.343	-0.072	-0.665	1.359	1.310	-0.087	-0.055	-0.547	-0.415	1.412
	0.25	1.350	-0.054	-0.726	1.366	1.316	-0.069	-0.042	-0.586	-0.449	1.396
	0.3	1.358	-0.034	-0.789	1.373	1.322	-0.047	-0.027	-0.625	-0.484	1.378
	0.4	1.375	+0.012	-0.922	1.386	1.335	-0.010	+0.008	-0.702	-0.553	1.339
2.0	0.0	1.328	-0.130	-0.503	1.365	1.285	-0.152	-0.076	-0.427	-0.216	1.418
	0.1	1.336	-0.104	-0.616	1.383	1.295	-0.139	-0.065	-0.493	-0.265	1.400
	0.2	1.348	-0.072	-0.740	1.399	1.305	-0.111	-0.049	-0.558	-0.314	1.379
	0.25	1.356	-0.054	-0.806	1.407	1.311	-0.092	-0.040	-0.590	-0.338	1.367
	0.3	1.365	-0.034	-0.874	1.414	1.317	-0.070	-0.030	-0.622	-0.362	1.354
	0.4	1.386	+0.011	-1.019	1.427	1.329	-0.041	-0.006	-0.684	-0.409	1.325
3.0	0.0	1.337	-0.133	-0.600	1.420	1.275	-0.183	-0.052	-0.481	-0.130	1.357
	0.1	1.344	-0.105	-0.722	1.449	1.289	-0.174	-0.047	-0.533	-0.153	1.342
	0.2	1.357	-0.072	-0.858	1.472	1.300	-0.149	-0.039	-0.581	-0.175	1.328
	0.25	1.366	-0.053	-0.930	1.481	1.306	-0.131	-0.036	-0.604	-0.185	1.321
	0.3	1.376	-0.033	-1.006	1.488	1.311	-0.110	-0.032	-0.626	-0.195	1.315
	0.4	1.400	+0.011	-1.167	1.499	1.320	-0.090	-0.022	-0.666	-0.214	1.302
5.0	0.0	1.350	-0.138	-0.740	1.495	1.270	-0.222	-0.041	-0.527	-0.109	1.334
	0.1	1.357	-0.107	-0.875	1.553	1.297	-0.208	-0.034	-0.586	-0.129	1.304
	0.2	1.370	-0.072	-1.025	1.590	1.313	-0.189	-0.027	-0.635	-0.149	1.284
	0.25	1.379	-0.052	-1.105	1.601	1.318	-0.178	-0.023	-0.656	-0.159	1.278
	0.3	1.390	-0.031	-1.189	1.606	1.319	-0.165	-0.019	-0.674	-0.170	1.276
	0.4	1.416	+0.014	-1.369	-1.602	1.316	-0.136	-0.010	-0.704	-0.192	1.278

Tableau A.1 : Facteurs de concentration des contraintes pour un milieu isotrope transverse

$\{S\}_k$ = tenseur des contraintes régionales dans le repère (x, y, z) (fig. A.2).

En général, on réalise trois sondages (3 mesures par sondage) qui nous permettent d'avoir neuf équations à six inconnues.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yy}^o(1) \\ \sigma_{zz}^o(1) \\ \sigma_{yz}^o(1) \\ \dots \\ \sigma_{yy}^o(2) \\ \sigma_{zz}^o(2) \\ \sigma_{yz}^o(2) \\ \dots \\ \sigma_{yy}^o(3) \\ \sigma_{zz}^o(3) \\ \sigma_{yz}^o(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K]_1 & [T_2]_1 \\ \dots \\ [K]_2 & [T_2]_2 \\ \dots \\ [K]_3 & [T_2]_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^\infty \\ \sigma_{yy}^\infty \\ \sigma_{zz}^\infty \\ \sigma_{xy}^\infty \\ \sigma_{yz}^\infty \\ \sigma_{zx}^\infty \end{bmatrix} \tag{A.13}$$

L'élimination des trois équations supplémentaires se fait en général par la méthode de condensation de la matrice. Le système final de six équations linéaires indépendantes est résolu le plus souvent par la méthode de Gauss.

ANNEXE B

Technique de Mesure en paroi de forage
1. Introduction

La technique de surcarottage, considérée comme étant une technique de relief, consiste comme il a été expliqué dans le chapitre I à obtenir des informations mesurées sur le terrain sous forme de déplacements (cellule U.S.B.M.) ou sous forme des déformations (cellule C.S.I.R.O.).

Une fois ces informations obtenues, on peut les relier au tenseur des contraintes qui règne dans le massif en utilisant les lois d'élasticité linéaire dans un repère (x, y, z) , lié au sondage :

$$\{\varepsilon\}_{xyz} = [A] \{\sigma\}_{xyz} \quad (B.1)$$

Où :

$\{\varepsilon\}$ et $\{\sigma\}$ sont des matrices (6×1) représentant respectivement le tenseur de déformations et le tenseur des contraintes dans le repère (x, y, z) .

$[A]$ est une matrice (6×6) , dite matrice de compliance.

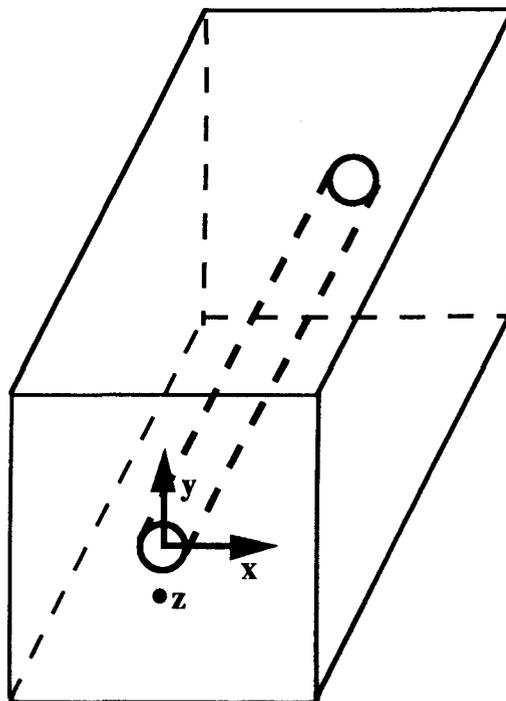


Figure B.1 : Repère (x, y, z) lié au sondage

2. Formulation générale de la technique de surcarottage pour un milieu anisotrope (Amadei B. [6])

Amadei a montré que l'équation (B.1) peut se transformer dans un repère cylindrique r, θ, z , par :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{r\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_1} (Q_\varepsilon) (\sigma) \quad (B.2)$$

Ou encore par :

$$\begin{bmatrix} \frac{U_r}{a} \\ \frac{V_\theta}{a} \\ \frac{W}{a} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_1} (Q_u) (\sigma) \quad (B.3)$$

Où :

- (Q_ε) : étant une matrice (6 x 6) utilisée dans le cas où les informations obtenues par la technique de surcarottage sont des déformations (cellule C.S.I.R.O.)
- (Q_u) : étant une matrice (3 x 6) utilisée dans le cas où les informations obtenues par la technique de surcarottage sont des déplacements (cellule U.S.B.M.)

(Q_ε) et (Q_u) dépendent des coefficients élastiques de l'inclusion utilisée, de sa géométrie, ainsi que les caractéristiques mécaniques de la roche. Les expressions générales de (Q_ε) et (Q_u) ne sont pas données par Amadei d'une manière explicite. Elles sont fournies sous forme de programmes écrits en Fortran, appelés Berni 1 et Berni 3 qu'on trouve dans "Rock anisotropy and the theory of stress measurements" d'Amadei B. [4].

E_1, E_2, E_3 étant les modules d'Young dans le repère structural (x', y', z') (fig. B.2).

Le surcarottage est en général réalisé dans plusieurs forages, d'orientations différentes. Il est donc intéressant de calculer le tenseur des contraintes dans un repère global (X, Y, Z) . On a alors :

$$(\sigma)_{xyz} = [T_\sigma] (\sigma)_{XYZ} \quad (B.4)$$

$[T_\sigma]$: représente la matrice de changement de repère.

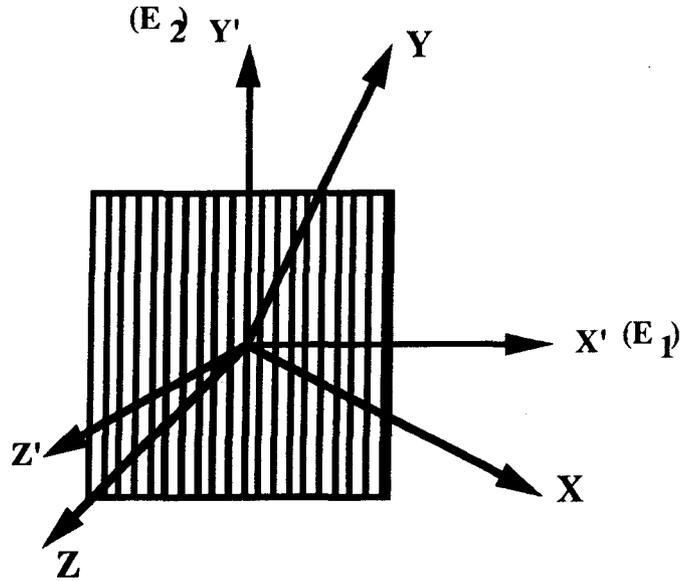


Figure B.2 : L'orientation du repère structural (x', y', z') par rapport au repère global (X, Y, Z)

3. Détermination du tenseur des contraintes par la cellule C.S.I.R.O.

La position de chaque jauge i ($i = 1,9$) de la cellule étant bien définie par deux angles θ_i et ψ_i dans le repère (x, y, z) , lié au sondage d'axe z (fig. B.3).

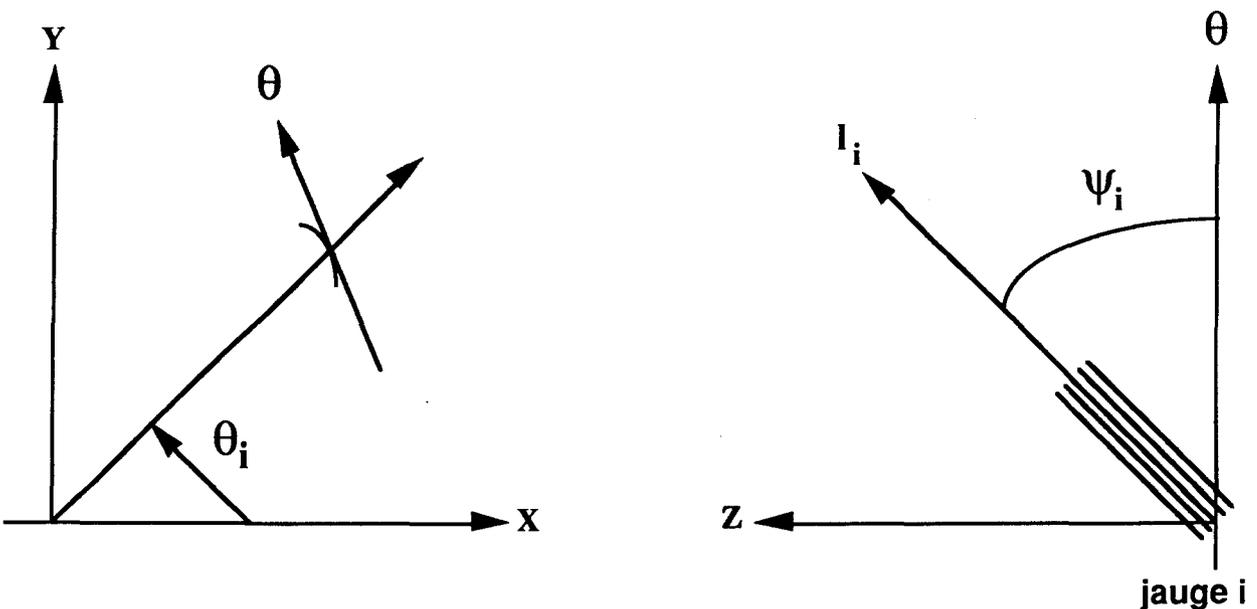


Figure B.3 : Orientation de la jauge i de la cellule C.S.I.R.O. dans le repère (x, y, z)

- θ_i : angle entre l'axe x et le centre de la jauge i dans le plan (x, y)
- ψ_i : angle entre l'axe tangentiel θ de la jauge i et de son axe longitudinal l_i passant par son centre.

En tenant compte des équations (B.2) et (B.4), on peut relier la déformation ε_i de la jauge i au tenseur des contraintes $(\sigma^o)_{XYZ}$ par :

$$\varepsilon_i = \frac{1}{E_1} (\cos^2 \psi_i \sin^2 \psi_i \sin \psi_i \cos \psi_i) (T_5) (\sigma^o)_{XYZ} \quad (B.5)$$

(T_5) : est une matrice (3 x 6) calculée à partir de la matrice $(T\sigma)$ de l'équation (B.4) et des 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} lignes de (Q_ε) de l'équation (B.2).

Les calculs sont effectués au point $\left(\frac{r}{a} = \frac{17,5}{19}, \theta_i \right)$.

L'équation (B.5) peut s'écrire alors pour les 9 jauges. On obtient alors, pour N forages, $9N$ équations à 6 inconnues qu'on peut résoudre par exemple par la méthode des moindres carrés en utilisant une distribution de Student (Droper et al []).

4. Détermination du tenseur des contraintes par la cellule U.S.B.M.

La cellule U.S.B.M. nous permet de mesurer une variation diamétrale ΔD suivant une orientation θ par rapport à l'axe X du repère global (X, Y, Z) .

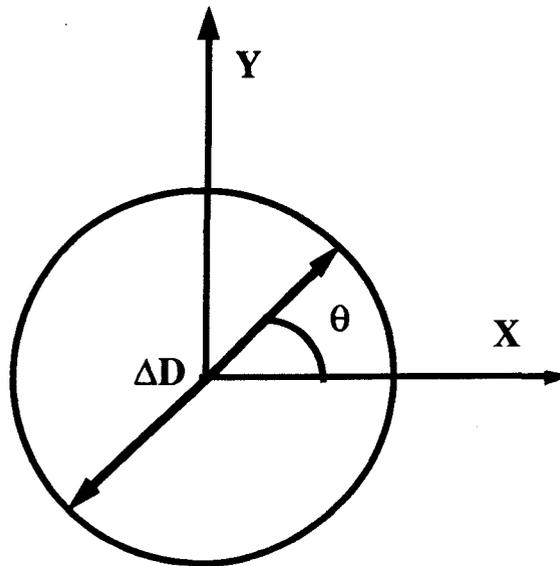


Figure B.4 : Repérage des bras de la cellule U.S.B.M. dans le repère global (X, Y, Z)

La relation entre le tenseur $(\sigma^o)_{XYZ}$ et cette variation diamétrale ΔD peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{1}{E_1} (t_1 \sigma_{XX}^o + t_2 \sigma_{YY}^o + t_3 \sigma_{ZZ}^o + t_4 \sigma_{YZ}^o + t_5 \sigma_{ZX}^o + t_6 \sigma_{XY}^o) \quad (B.6)$$

Où :

t_i ($i = 1,6$) : dépend de la matrice (T_σ) de l'équation (B.4) et de la première ligne de la matrice (Q_U) de l'équation (B.3).

L'équation (B.6) peut prendre l'expression générale suivante :

$$(\Delta D) = \frac{1}{E_1} (T) (\sigma^o)_{XYZ} \quad (B.7)$$

(ΔD) : est une matrice (6 x 1) des déplacements mesurés

(T) : est une matrice (6 x 6) formée à partir des coefficients t_i ($i = 1,6$) de l'équation (B.6).

Amadei a montré qu'il faut au moins deux forages non parallèles afin de remonter au tenseur des contraintes $(\sigma^o)_{XYZ}$. Il arrive que la matrice (T) soit singulière (non inversible). Cette singularité dépend en général de trois paramètres :

- * L'angle entre les deux forages,
- * Le degré d'anisotropie de la roche,
- * L'orientation des deux forages par rapport aux axes de symétries de la roche.

Afin d'éviter cette singularité, Amadei préconise la réalisation de plusieurs forages N ($N \geq 3$), ce qui permet d'obtenir un système de $3 N$ équations à 6 inconnues qu'on peut résoudre par différentes méthodes (moindres carrés - combinatoire - inversion de Tarantola).

ANNEXE C

Calibration de la cellule U.S.B.M.

Le processus de calcul du facteur de calibration revient à déterminer le rapport entre un déplacement connu et le nombre d'unités de déformations correspondant. Le déplacement imposé à la cellule est fait à l'aide de deux micromètres du bâti, alors que la déformation correspondante est lue sur le système d'acquisition sur lequel la cellule U.S.B.M. est branchée en pont complet.

La calibration de la cellule U.S.B.M. doit être réalisée avant chaque série de mesure, et pour chaque bras palpeur. On commence toujours par une montée en déplacement jusqu'au maximum des micromètres, suivi d'une descente au point de départ. On relève pour chaque déplacement la valeur de la déformation correspondante ; ainsi, on détermine le facteur de calibration comme étant la pente des courbes (déplacements - déformations) données dans cette annexe.

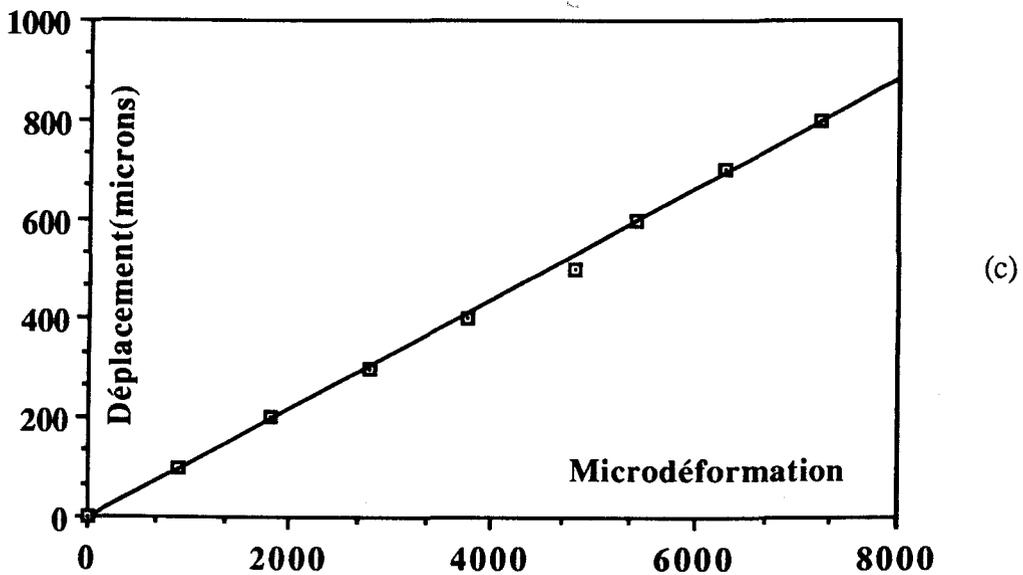
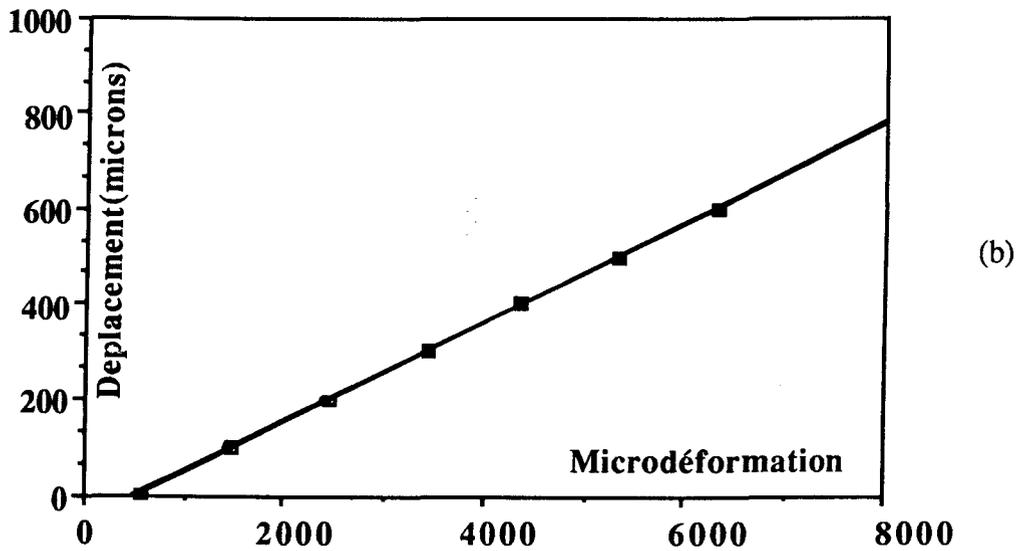
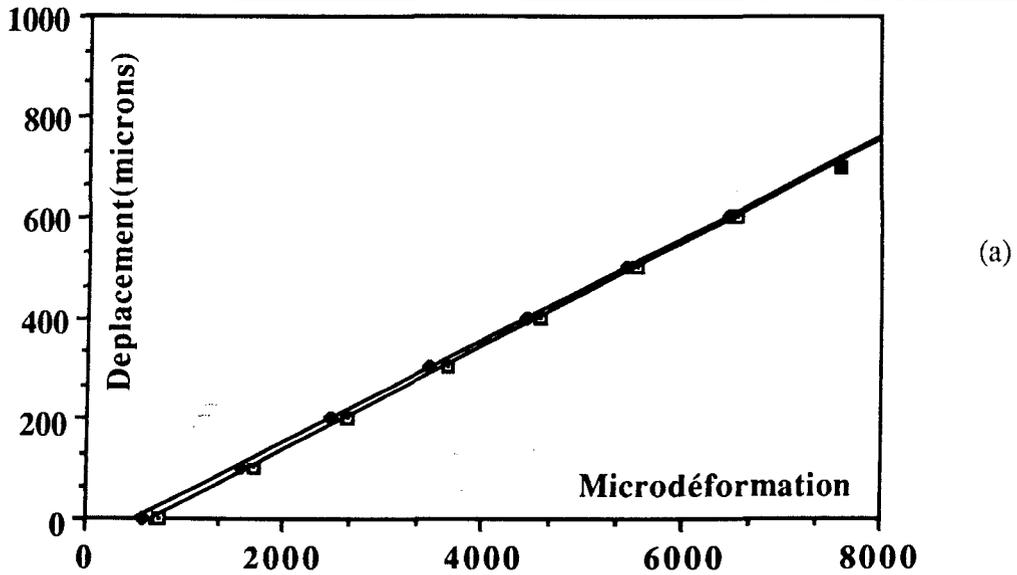


Figure C1 : Première série d'étalonnage de la cellule USBM (coefficient de jauge égal à 1,5)

- | | | | | | |
|-----------------|----------------------|---------|---|------------------------|---------|
| (a) Capteur A : | pente montée = 0,101 | (R = 1) | - | pente descente = 0.03 | (R = 1) |
| (b) Capteur B : | pente montée = 0,104 | (R = 1) | - | pente descente = 0.105 | (R = 1) |
| (c) Capteur C : | pente montée = 0,11 | (R = 1) | - | pente descente = 0.11 | (R = 1) |

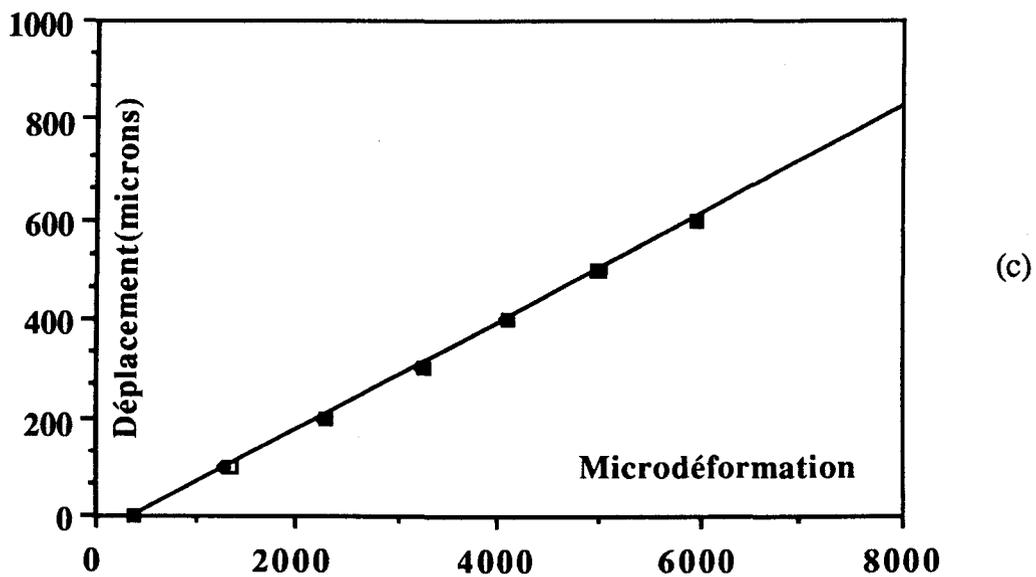
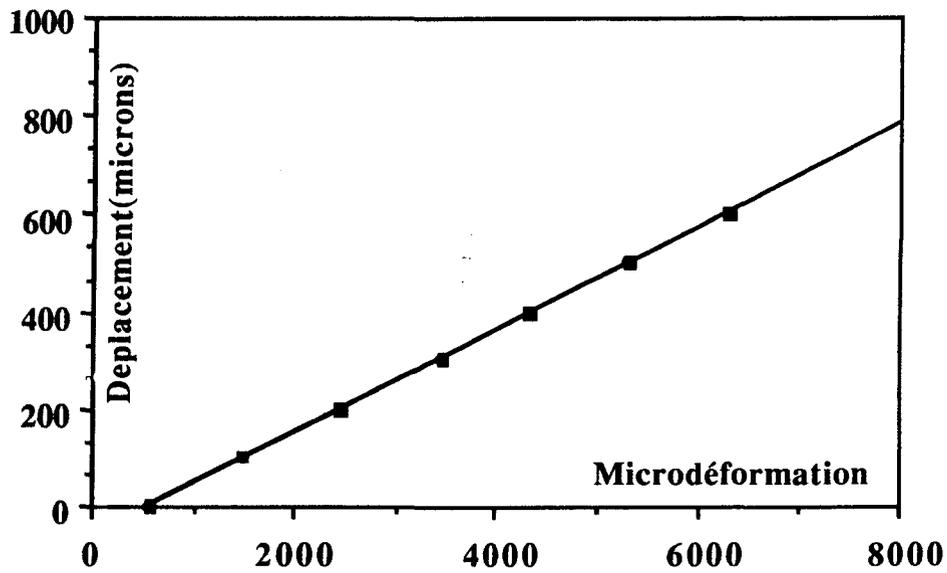
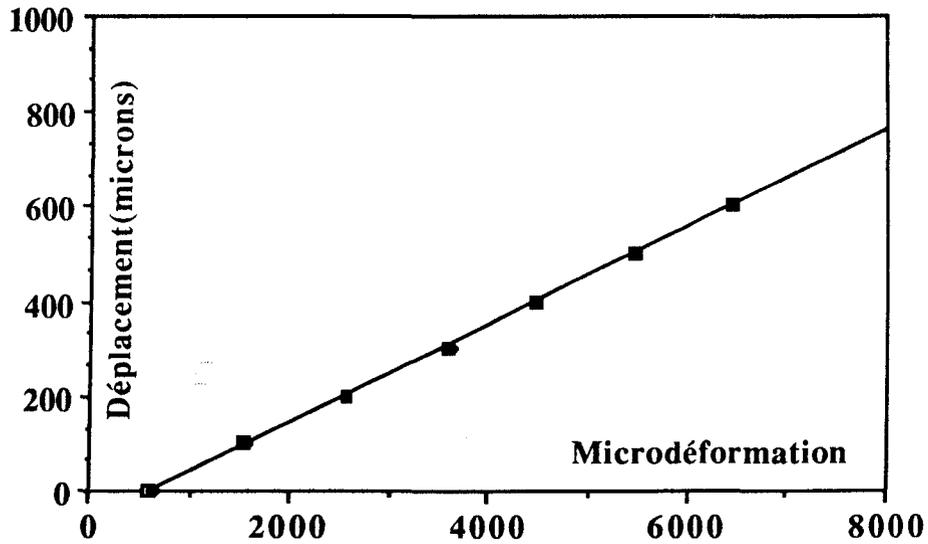


Figure C2 : Deuxième série d'étalonnage de la cellule USBM (coefficient de jauge égal à 1,5)

(a) Capteur A :	pente montée = 0,102	(R = 1)	-	pente descente = 0.103	(R = 1)
(b) Capteur B :	pente montée = 0,105	(R = 1)	-	pente descente = 0.105	(R = 1)
(c) Capteur C :	pente montée = 0,108	(R = 1)	-	pente descente = 0.108	(R = 1)

ANNEXE D

Technique de fracturation hydraulique

Afin de remonter au tenseur des contraintes naturelles à partir des essais de fracturation hydraulique, Revalor R.[56] en se basant sur les travaux de Cornet F.H.[23] propose deux méthodes de dépouillement pour les milieux homogènes élastiques anisotropes moyennant certaines hypothèses.

a - Méthode ISIP (Instantaneous Shut In Pressure)

Cette méthode proposée au départ par Cornet sous le nom de la théorie classique ne s'applique que pour un sondage parallèle à l'une des contraintes principales (verticale par exemple), et pour une fracture dont l'ouverture se fait parallèlement au sondage (fig. D.1). Dans ce cas, la contrainte horizontale mineure σ_h est perpendiculaire à la fracture et vaut la pression de fermeture "P_{fe}".

$$\sigma_h = P_{fe} \quad (D.1)$$

La contrainte horizontale majeure σ_H est ensuite donnée par l'équation suivante :

$$\sigma_H = f(\sigma_h, P_{re Q}, E) \quad (D.2)$$

Avec :

$P_{re Q}$: pression de réouverture de la fissure à fort débit

E : matrice des propriétés de la roche.

Un choix judicieux de l'axe du sondage par rapport au repère structural de la roche conduit à des simplifications importantes dans l'équation (D.2). Dans le cas, d'une schistosité verticale, parallèle à l'axe du sondage, l'équation (D.2), indépendamment des propriétés de la roche prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_H &= 3 \sigma_h - P_{re Q} \\ &= 3 P_{fe} - P_{re Q} \end{aligned} \quad (D.3)$$

Reste à calculer la contrainte verticale σ_v que l'on estime en général au poids des terrains.

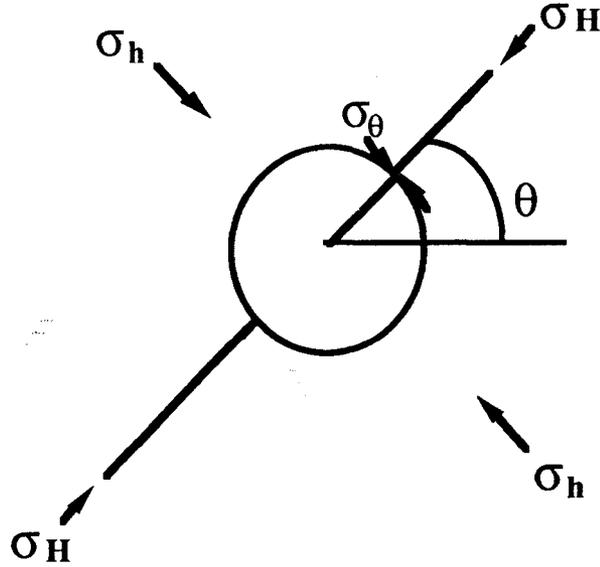


Figure D.1 : Fracture parallèle à l'axe du sondage "Méthode I.S.I.P."

b - Méthode HTPF (Hydraulic Test on Preexisting Fractures)

Cette méthode qui constitue une généralisation de la première est utilisable quelque soit la nature de la fracture (naturelle ou artificielle). Elle consiste à exprimer que la contrainte normale (σ_n) s'exerçant sur le plan de la fracture (fig. D.2) n'est autre que la pression de fermeture P_{fe} ou la pression de réouverture à faible débit (P_{req}). On a alors :

$$\sigma_n = [\sigma] \vec{n} \vec{n} \quad (D.5)$$

$$\sigma_n = P_{fe} \quad \text{ou} \quad \sigma_n = P_{req}$$

On a alors :

$$P_{fe_i} = l_i^2 \sigma_{XX} + m_i^2 \sigma_{YY} + n_i^2 \sigma_{ZZ} + 2 l_i m_i \sigma_{XY} + 2 m_i n_i \sigma_{YZ} + 2 n_i l_i \sigma_{ZX} \quad (D.6)$$

$$P_{req_i} = l_i^2 \sigma_{XX} + m_i^2 \sigma_{YY} + n_i^2 \sigma_{ZZ} + 2 l_i m_i \sigma_{XY} + 2 m_i n_i \sigma_{YZ} + 2 n_i l_i \sigma_{ZX}$$

Avec :

\vec{n} : vecteur normal de la fracture ($\vec{n} = (l_i, m_i, n_i)$)

$[\sigma]$: tenseur des contraintes naturelles, exprimé dans un repère fixe

$[\sigma]$ et \vec{n} doivent être donnés dans le même repère. La résolution de l'équation (D.5) pour N essais de fracturation hydraulique se fait en général par la méthode des moindres carrés, et plus rarement par la méthode combinatoire.

c - Conclusion

Quelque soit le mode d'interprétation utilisé dans le dépouillement des essais de fracturation hydraulique, le résultat se ramène à l'évaluation, à partir des pressions mesurées sur le terrain de la contrainte normale sur le plan de la fracture créée.

Toutefois, cette évaluation peut être conduite différemment suivant qu'il s'agisse d'une fracture artificielle parallèle à l'axe du sondage où l'utilisation de la méthode I.S.I.P. est conseillée, ou d'une fracture naturelle où la méthode H.T.P.F. est plus adaptée. L'utilisation des deux modes d'interprétation (I.S.I.P. et H.T.P.F.) est souvent réalisée lors d'une campagne de mesure (Baroudi H. [7]).

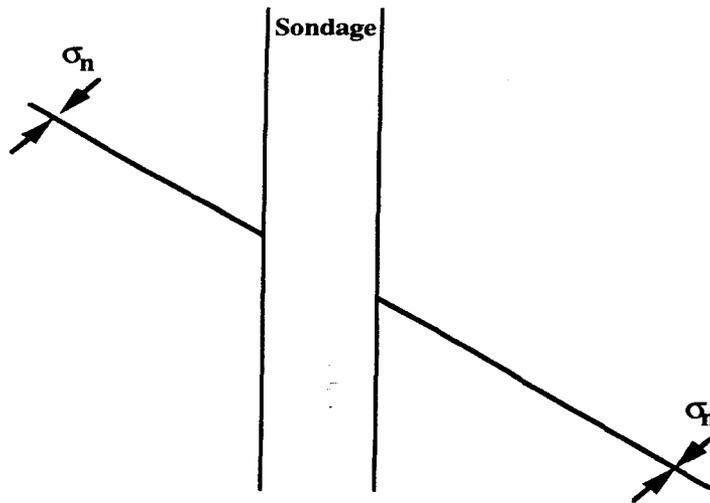


Figure D.2 : Fracture naturelle "Méthode H.T.P.F."

ANNEXE E

Méthode de moindres carrés

D'après le chapitre 1, la méthode des moindres carrés consiste à résoudre le système suivant :

$$Y = A \sigma + e \quad (\text{E.1})$$

La solution optimale à cette équation est celle qui minimise la somme des résidus e_i ce qui revient à satisfaire l'équation suivante :

$$\|e\|^2 = \|Y - A \sigma\|^2 = \min \quad (\text{E.2})$$

On a alors :

$$\sigma = ({}^t A A)^{-1} {}^t A Y \quad (\text{E.3})$$

Cette solution optimale passe par le calcul de l'écart type de chacune des composantes σ_i ($i = 1,6$), noté $ET(\sigma_i)$, afin de quantifier la qualité de l'estimation de chaque contrainte :

$$ET(\sigma_i) = ETR \times \sqrt{a_{ii}} \quad (\text{E.4})$$

a_{ii} : étant le terme diagonal de la matrice $({}^t A A)^{-1}$

ETR : étant l'écart type résiduel entre les valeurs mesurées et estimées, il est donné par :

$$ETR = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n - p}} \quad (\text{E.5})$$

e_i : étant le résidu associé à l'erreur ϵ_i de la mesure Y_i (voir chapitre 1)

n : étant le nombre de mesures (Y_i)

p : étant le nombre d'inconnus (σ_i)

Une fois l'écart type calculé, le test de nullité $H(\sigma_i)$ doit être vérifié par le calcul de T_i tel que :

$$T_i = \frac{\sigma_i}{ET(\sigma_i)} \quad (E.6)$$

Si $||T_i|| > T_{\alpha\%}$, alors l'estimation de σ_i est correcte avec un risque d'erreur de $\alpha\%$.

$T_{\alpha\%}$ est lu dans la table de Student pour $n - p$ degrés de liberté et pour le seuil $\alpha\%$.

A ces indicateurs statistiques relatifs au tenseur des contraintes σ , il existe des indicateurs relatifs au tenseur Y des mesures tel le D de COOK donné par :

$$D_j = \frac{r_j^2 \times h_{jj}}{p(1 - h_{jj})} \quad (E.7)$$

Avec :

$$r_j = \frac{e_j}{ETR \sqrt{1 - h_{jj}}} \quad (E.8)$$

h_{jj} : étant le terme diagonal de la matrice H

$$H = A ({}^t A A)^{-1} {}^t A \quad (E.9)$$

Les trois valeurs r_j , h_{jj} , D_j permettent de détecter les mesures Y_j influentes ou suspectes. En effet, une valeur de h_{jj} proche de 1 est un signe d'un essai influent. Dans ce cas, si son résidu réduit r_j et son D_j de COOK ont des valeurs très élevées, la mesure est alors suspecte, voire fautive. Son élimination diminue la valeur de l'écart, type résiduel ETR.

ANNEXE F

Méthode des discontinuités de déplacements**1. Méthode des discontinuités de déplacements en élasticité plane anisotrope****1.1 Introduction**

La méthode des discontinuités de déplacements, que nous allons rappeler ici, a été initialement proposée par Crouch S.L.[25], et étendue aux milieux anisotropes élastiques par Morel E. [52], en utilisant la formulation complexe de Lekhnitskii S.G. [44]. Cette méthode se distingue par la facilité de son application dans la théorie des intégrales de frontière ou équations intégrales. Elle présente un avantage très net pour les structures contenant des fissures, car elle permet par l'introduction de discontinuités de déplacements de vérifier le comportement d'une fissure : ouverture, glissement ou frottement sans glissement des deux lèvres de la fissure.

1.2 Généralités sur l'élasticité anisotrope

Supposons un milieu élastique linéaire anisotrope rapporté à un repère orthonormé (0 / X, Y, Z).

Les relations entre les contraintes et les taux de déformations s'écrivent :

$$\{\varepsilon\} = [C E] \{\sigma\}$$

Avec :

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad \{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (F.1)$$

$\{\varepsilon\}$ est le vecteur des taux de déformations. Si l'on appelle \vec{U} (U_x, U_y, U_z), le vecteur déplacement en un point $M(x, y, z)$ quelconque, nous avons :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U_x}{\partial x} \quad , \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial U_y}{\partial y} \quad , \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \right] \quad (F.2)$$

Les quatre autres relations s'obtiennent par permutation circulaire sur les indices.

$\{\sigma\}$ est le vecteur des contraintes [C E] est la matrice d'élasticité, symétrique de dimension 6 x 6. La relation (F.1) constitue la loi de Hooke généralisée.

1.3 Problèmes plans

Plaçons-nous dans le plan (0 / x, y). La loi de Hooke est écrite sous la forme réduite :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = b_{11} \sigma_{xx} + b_{12} \sigma_{yy} + b_{16} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{yy} = b_{12} \sigma_{xx} + b_{22} \sigma_{yy} + b_{26} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{xy} = b_{16} \sigma_{xx} + b_{26} \sigma_{yy} + b_{66} \sigma_{xy} \end{cases} \quad (F.3)$$

En contraintes planes $b_{ij} = a_{ij}$ et σ_{zz} est indéterminée.

En déformations planes $b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3} - a_{3j}}{a_{33}}$ $i, j = 1 \text{ à } 6$ et

$$\sigma_{zz} = \frac{-1}{a_{33}} (a_{13} \sigma_{xx} + a_{23} \sigma_{yy} + a_{36} \sigma_{xy}) \quad (a_{33} \neq 0)$$

Les a_{ij} sont les coefficients de la matrice d'élasticité [C E].

A la loi de Hooke et aux équations d'équilibre, il faut ajouter la seule équation de compatibilité non triviale pour que le problème soit entièrement défini :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (F.4)$$

Introduisons maintenant la fonction d'Airy A (x, y) telle que :

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \quad \sigma_{xy} = - \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \quad (F.5)$$

Les équations d'équilibre sont alors vérifiées.

En reportant l'expression des contraintes (F.5) dans la loi de Hooke (F.3), puis dans l'équation de compatibilité (F.4), nous obtenons une équation aux dérivées partielles d'ordre 4.

$$b_{22} \frac{\partial^4 A}{\partial x^4} - 2 b_{26} \frac{\partial^4 A}{\partial x^3 \partial y} + (2 b_{12} + b_{66}) \frac{\partial^4 A}{\partial x^2 \partial y^2} - 2 b_{16} \frac{\partial^4 A}{\partial x \partial y^3} + b_{11} \frac{\partial^4 A}{\partial y^4} = 0 \quad (F.6)$$

1.3 Passage en champ complexe

En cherchant des solutions élémentaires sous la forme $A = f(x + \delta y)$, nous obtenons l'équation caractéristique suivante :

$$b_{22} S^4 - 2 b_{26} S^3 + (2 b_{12} + b_{66}) S^2 - 2 b_{16} S + b_{11} = 0 \quad (F.7)$$

Celle-ci n'a pas de racines réelles. Les 4 racines complexes sont conjuguées 2 à 2. Appelons les alors S_1 et S_2 les racines respectives telles que $\text{Im}(S_1) > 0$ et $\text{Im}(S_2) > 0$. La fonction d'Airy peut s'exprimer sous la forme :

$$A(x, y) = 2 \text{Re} [A_1(Z_1) + A_2(Z_2)]$$

avec $Z_1 = x + S_1 y$ et $Z_2 = x + S_2 y$

A_1 et A_2 étant deux fonctions de variable complexe holomorphes dans le plan.

Posons :

$$\Phi_1(Z_1) = \frac{\partial A_1}{\partial Z_1} \quad \text{et} \quad \Phi_2(Z_2) = \frac{\partial A_2}{\partial Z_2}$$

Nous obtenons l'expression des contraintes :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2 \text{Re} [S_1^2 \Phi_1'(Z_1) + S_2^2 \Phi_2'(Z_2)] \\ \sigma_{yy} &= 2 \text{Re} [\Phi_1'(Z_1) + \Phi_2'(Z_2)] \\ \sigma_{xy} &= -2 \text{Re} [S_1 \Phi_1'(Z_1) + S_2 \Phi_2'(Z_2)] \end{aligned} \quad (\text{F.8})$$

Les déplacements sont obtenus par intégration :

$$\begin{aligned} U_x &= 2 \text{Re} [p_1 \Phi_1(Z_1) + p_2 \Phi_2(Z_2)] - \omega_y + U_{x_0} \\ U_y &= 2 \text{Re} [q_1 \Phi_1(Z_1) + q_2 \Phi_2(Z_2)] + \omega_x + U_{y_0} \end{aligned}$$

Avec :

$$p_j = b_{11} S_j^2 + b_{12} - b_{16} S_j \quad j = 1, 2$$

$$q_j = \frac{1}{S_j} [b_{12} S_j^2 + b_{22} - b_{26} S_j]$$

ω est une rotation rigide et $\vec{U}_0 (U_{x_0}, U_{y_0})$ une translation rigide.

La solution d'un problème plan se réduit à la recherche de deux fonctions potentielles Φ_1 et Φ_2 holomorphes dans le plan, de telle façon que les conditions aux limites soient satisfaites.

1.4 Recherche de solutions fondamentales

Pour construire la méthode, il est nécessaire de rechercher les solutions fondamentales. Dans le cas de la méthode des discontinuités de déplacement, cette recherche de solution fondamentale s'obtient en imposant une discontinuité de déplacement $D(t)$ normale ou tangentielle sur une fissure de longueur $2a$.

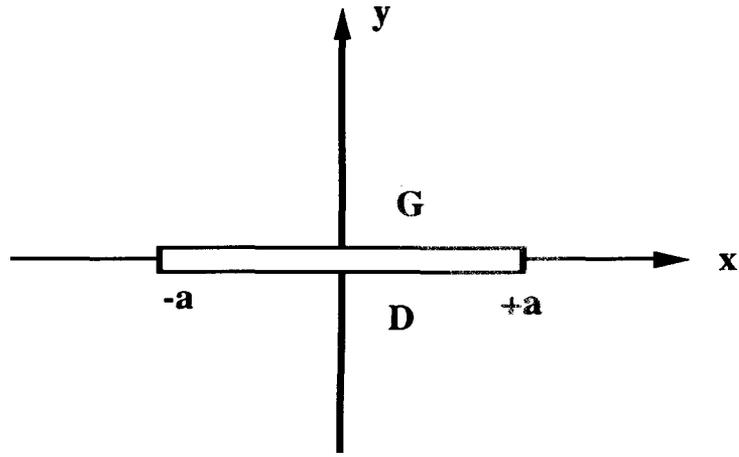


Figure F.1 : Définition de la géométrie pour la recherche des solutions fondamentales

Pour trouver ces solutions, Morel E. [52] décompose la discontinuité en deux modes :

$$\text{mode 1} \quad : \quad U_y^G - U_y^D = \hat{D}_I(t) \quad t \in [-a, +a]$$

$$\text{mode 2} \quad : \quad U_x^G - U_x^D = \hat{D}_{II}(t) \quad t \in [-a, +a]$$

Dans les deux cas, la recherche des solutions fondamentales suppose vérifier les conditions aux limites suivantes :

$$\text{mode 1} \quad : \quad \sigma_{yy} \text{ est continue et } \sigma_{xy} = 0 \text{ sur } y = 0$$

$$\text{mode 2} \quad : \quad \sigma_{xy} \text{ est continue et } \sigma_{yy} = 0 \text{ sur } y = 0$$

Selon les conditions aux limites imposées, les fonctions potentielles Φ_1 et Φ_2 s'écrivent en fonction de l'intégrale de Cauchy comme suivant :

mode 1 :

$$\Phi_1(Z_1) = \frac{-1}{4 \pi b_{22} \frac{S_2 - S_1}{S_2} I_m \left(\frac{S_1 + S_2}{S_1 S_2} \right)} \int_{-a}^{+a} \frac{\hat{D}_I(t)}{t - Z_1} dt$$

$$\Phi_2(Z_2) = \frac{-1}{4 \pi b_{22} \frac{S_1 - S_2}{S_1} I_m \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 S_2} \right)} \int_{-a}^{+a} \frac{\hat{D}_I(t)}{t - Z_2} dt$$

mode 2 :

$$\Phi_1(Z_1) = \frac{-1}{4 \pi b_{11} (S_1 - S_2) I_m (S_1 + S_2)} \int_{-a}^{+a} \frac{\hat{D}_{II}(t)}{t - Z_1} dt$$

$$\Phi_2(Z_2) = \frac{-1}{4 \pi b_{11} (S_1 - S_2) I_m (S_1 + S_2)} \int_{-a}^{+a} \frac{\hat{D}_{II}(t)}{t - Z_2} dt$$

L'intégration est aisée si l'on choisit des discontinuités polynomiales. Crouch S.L. [25] a utilisé des discontinuités constantes. Bouhaddane A.[17] et Morel E.[52] proposent des polynômes du 1er degré ($\hat{D}(t) = \alpha t + \beta$), que nous reprenons ici.

2. Résolution d'un problème par la méthode des discontinuités de déplacements

Supposons un domaine D borné par un contour \hat{C} (figure F.2), ce contour sera discrétisé en K éléments linéaires. Chaque élément i sera considéré comme étant une fissure sur laquelle on applique la discontinuité de déplacement $\alpha_i t + \beta_i$ de telle manière à faire apparaître les solutions élémentaires sur chaque segment i. Cependant, on peut calculer l'état de contraintes et de déplacement, en tout point du domaine, par superposition de toutes les solutions élémentaires relatives à chaque segment. Ceci revient en premier lieu à déterminer à partir des conditions aux limites du problème, et suivant les deux modes I et II, les coefficients de linéarisation $\alpha_j^I, \beta_j^I, \alpha_j^{II}, \beta_j^{II}$.

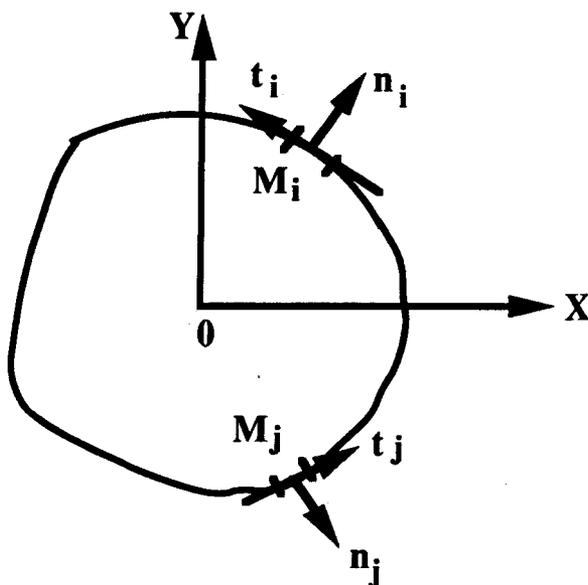


Figure F.2 : Discrétisation du contour

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ C_{N_j}^- \\ C_{N_j}^+ \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_{T_j}^- \\ C_{T_j}^+ \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{nn} & A_{nt} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ A_{tn} & A_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \alpha_j^I \\ \beta_j^I \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_j^{II} \\ \beta_j^{II} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

Ou encore :

$$\begin{Bmatrix} C_N \\ C_T \end{Bmatrix} = (A) \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}$$

C_N^- , C_N^+ désignent les conditions aux limites normales aux points nodaux - et + du segment j.

C_T^- , C_T^+ désignent les conditions aux limites tangentielles aux points nodaux - et + du segment j.

Bouhaddane [2] a montré que les points de calcul (points nodaux) donnant la meilleure approximation entre la courbe numérique des discontinuités normales et la courbe réelle du déplacement normal sont situés symétriquement par rapport au centre de chaque segment j et

correspondent aux points de Tchebitcher $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} l$ (l : longueur du segment j).

Le calcul des coefficients α, β se fait par inversion du système. La matrice A est pleine et est non symétrique, sa taille est $4 K \times 4 K$.

On peut remarquer l'intérêt de cette méthode numérique qui consiste à discrétiser uniquement le contour, et non le domaine tout entier et, de plus, donne des solutions rapidement convergentes.

Globalement, le code DISDEPAN est structuré selon l'organigramme de la figure F.3.

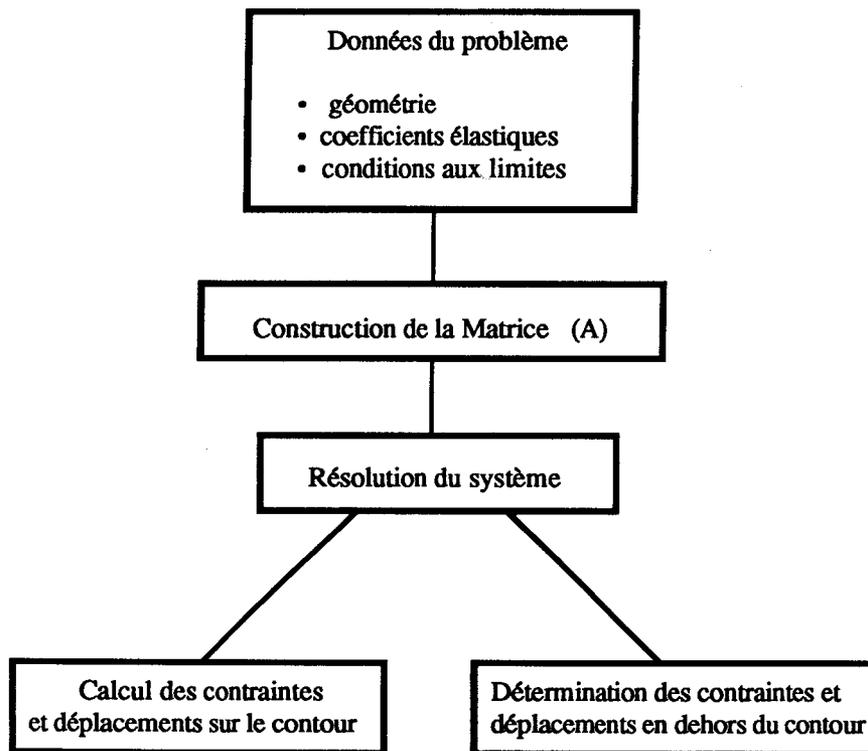


Figure F.3 : Organigramme du code DISDEPAN

ANNEXE G

Courbes contrainte déformation
durant les différents essais

Essai 1 : Courbes contrainte-déformations axiales

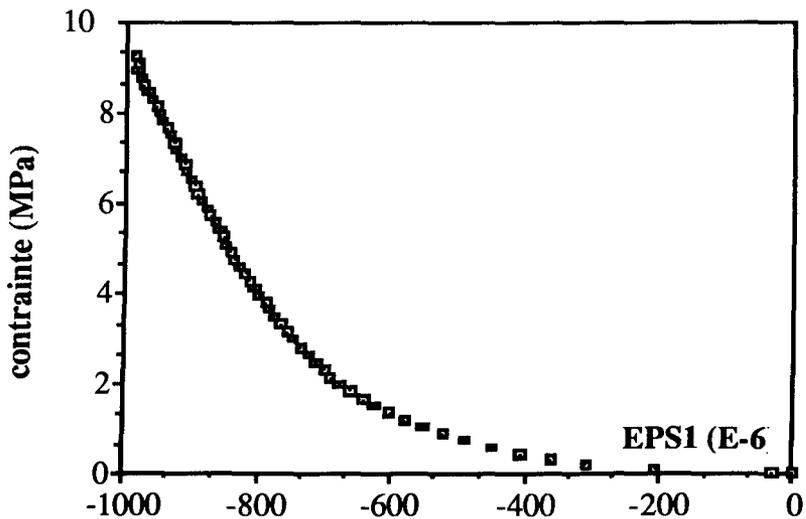


Figure G1 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 1 (jauge 1)

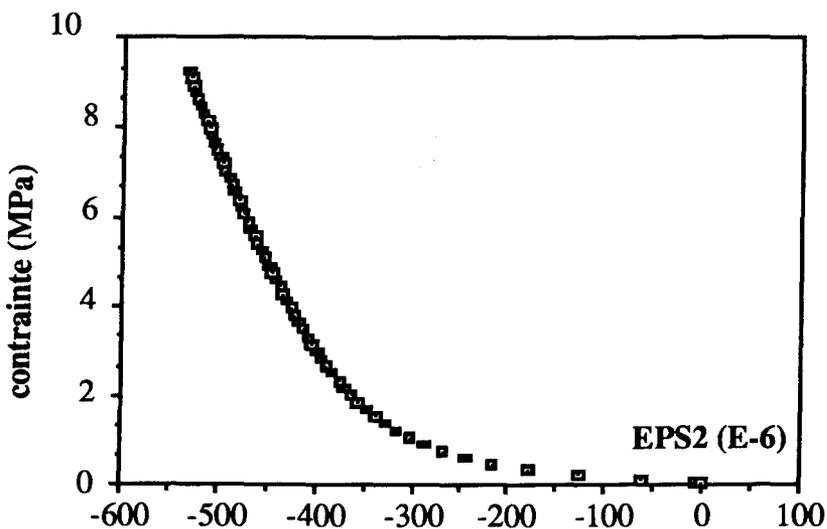


Figure G2 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 1 (jauge 2)

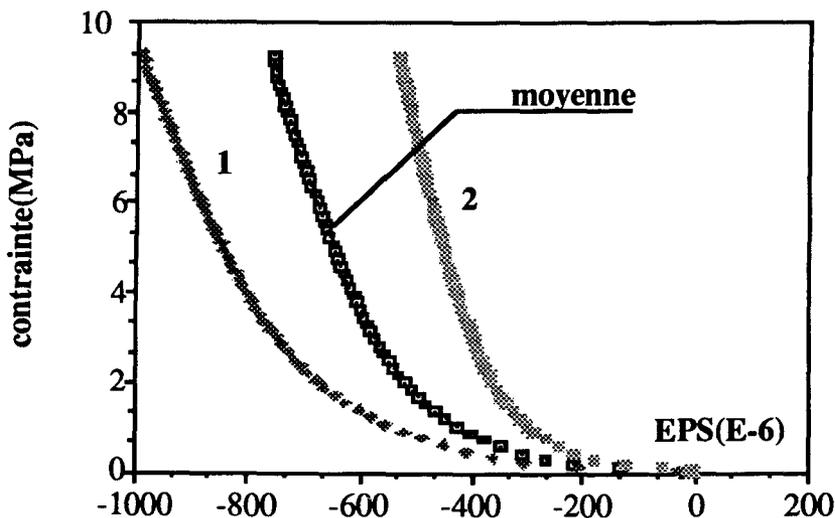


Figure G3 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 1
Résultats comparatifs et moyenne

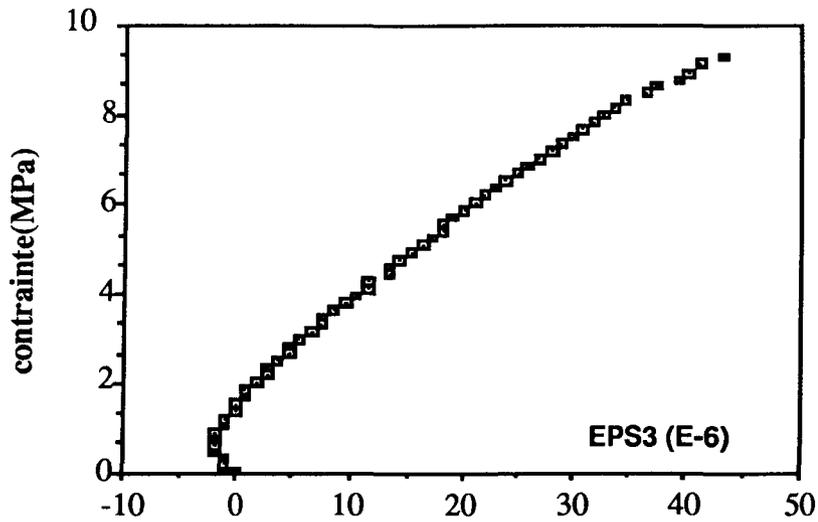


Figure G4 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 1 (jauge 3)

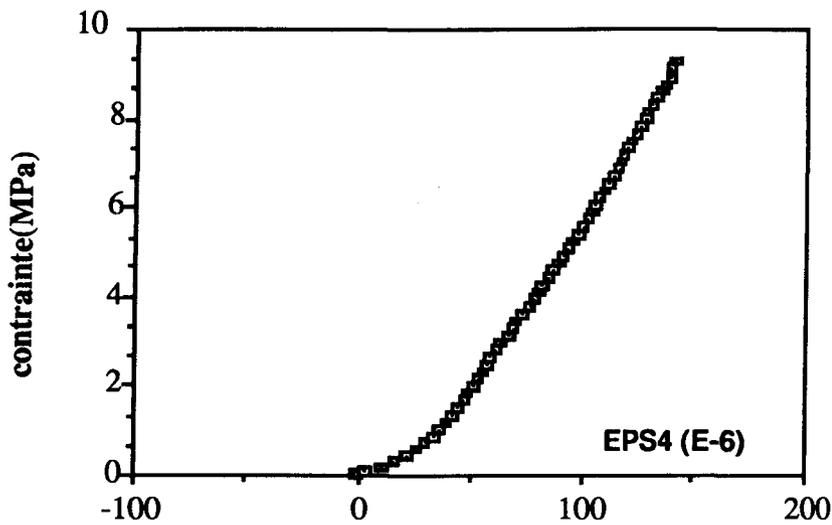


Figure G5 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 1 (jauge 4)

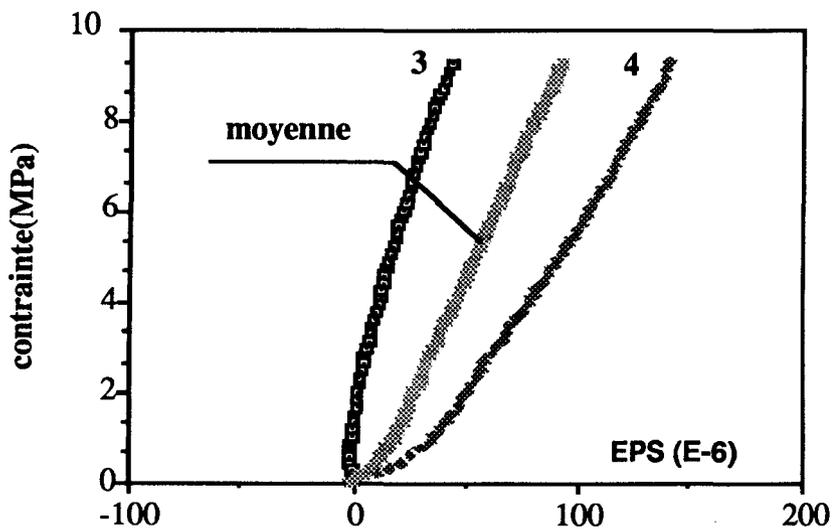


Figure G6 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 1
Résultats comparatifs et moyenne

Essai 2 : Courbes contrainte-déformations axiales

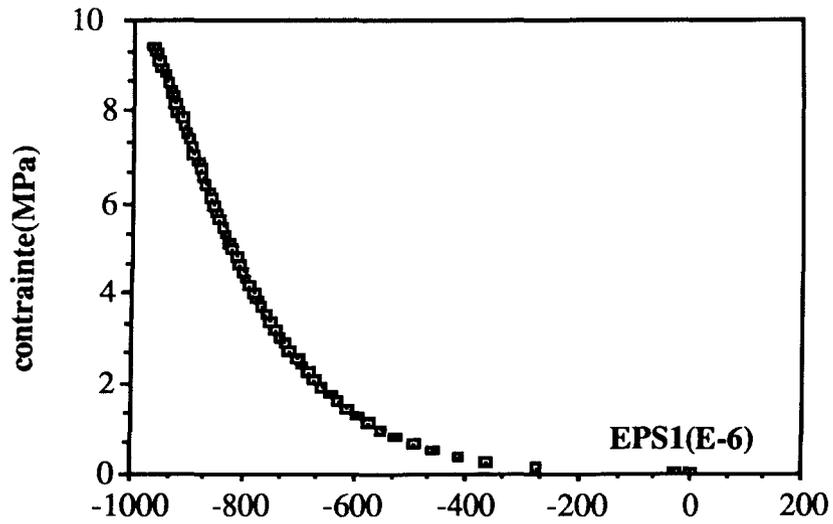


Figure G7 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 2 (jauge 1)

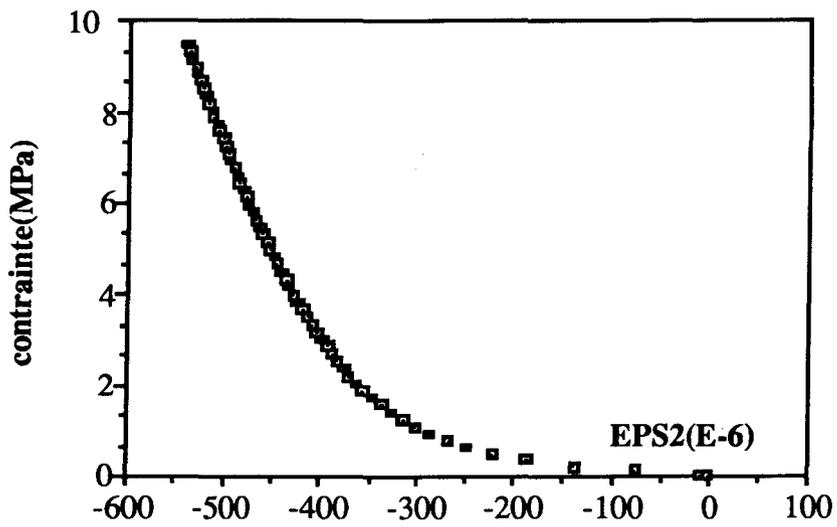


Figure G8 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 2 (jauge 2)

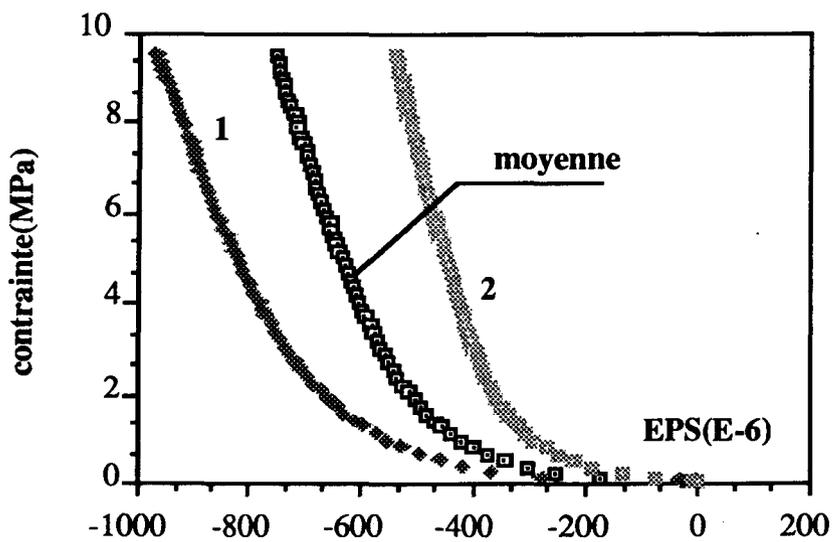


Figure G9 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 2
Résultats comparatifs et moyenne

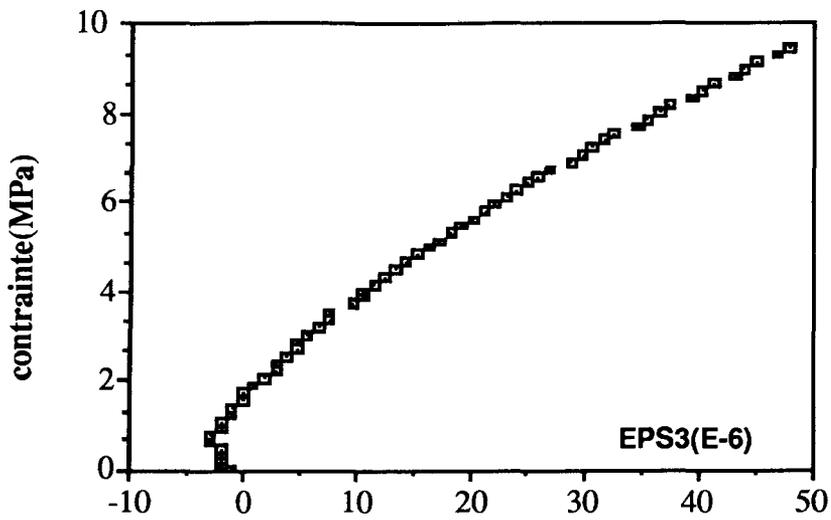


Figure G10 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 2 (jauge 3)

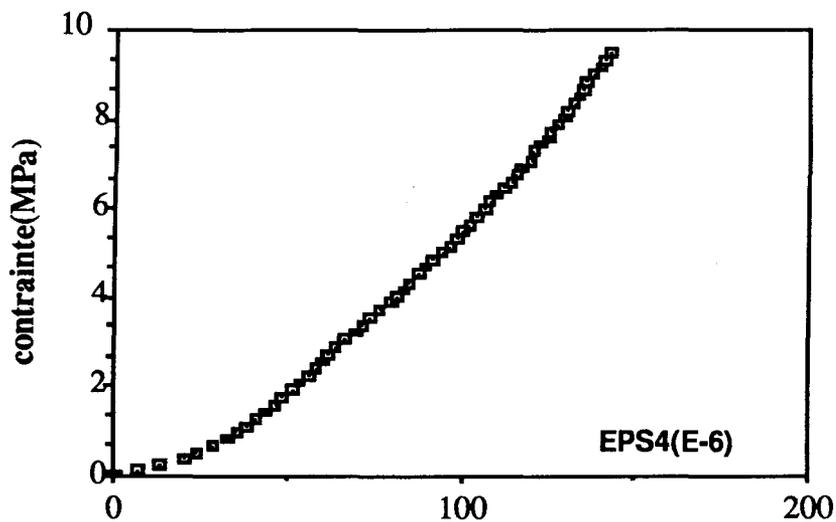


Figure G11 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 2 (jauge 4)

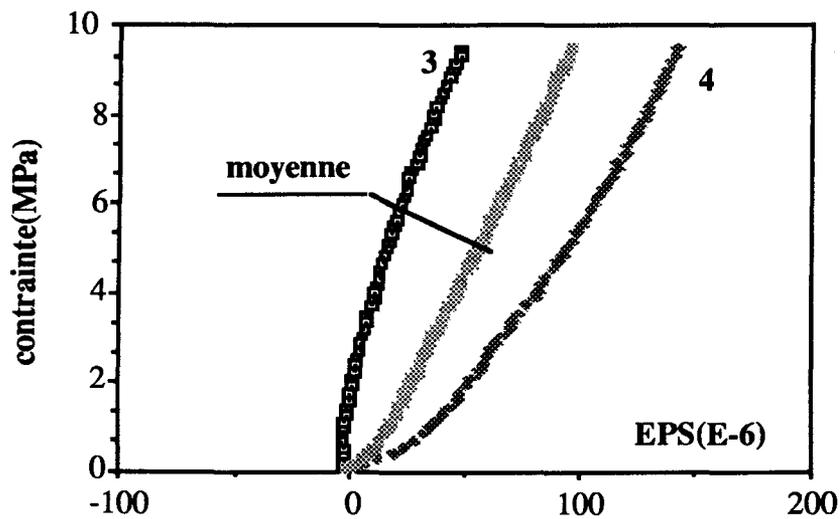


Figure G12 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 2
Résultats comparatifs et moyenne

Essai 3 : Courbes contrainte-déformations axiales

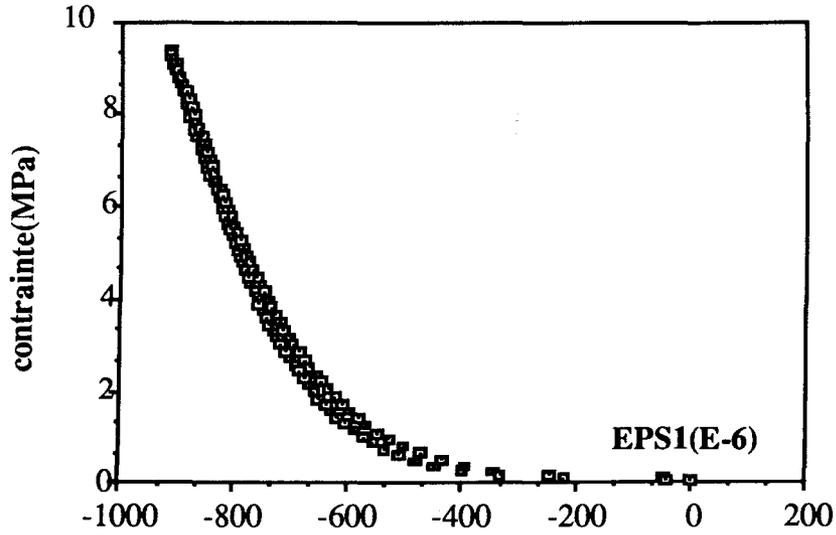


Figure G13 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 3 (jauge 1)

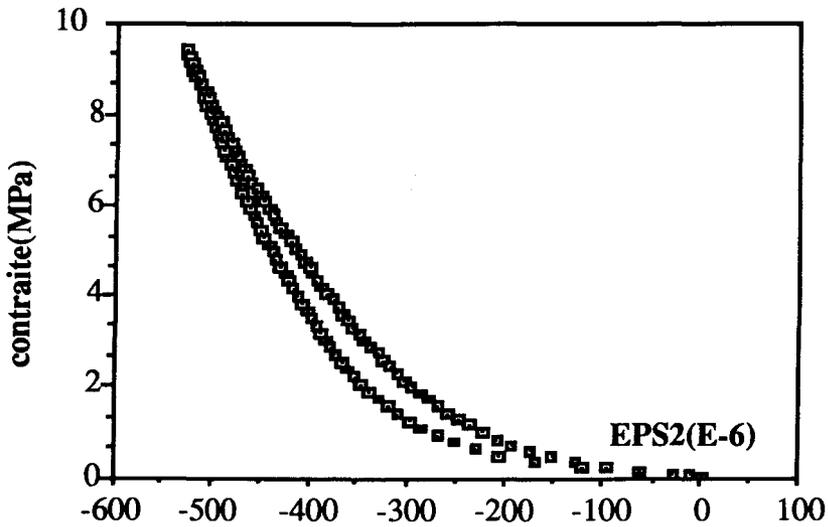


Figure G14 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 3 (jauge 2)

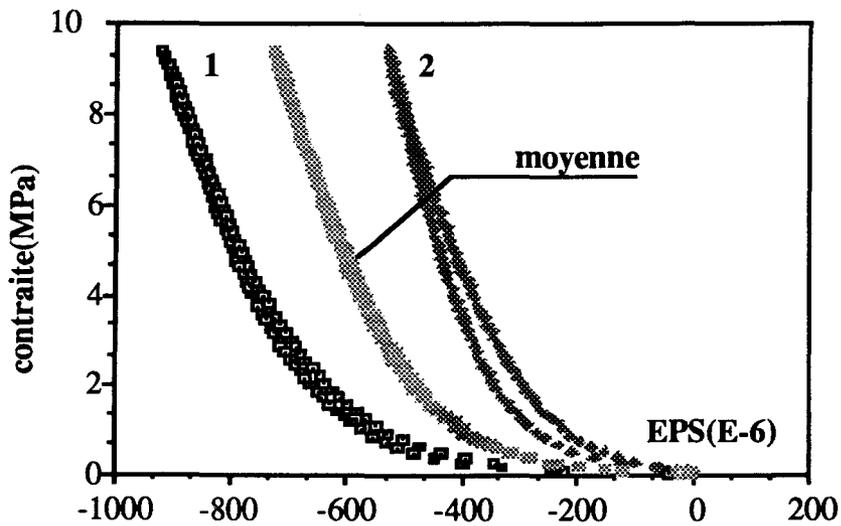


Figure G15 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 3
Résultats comparatifs et moyenne

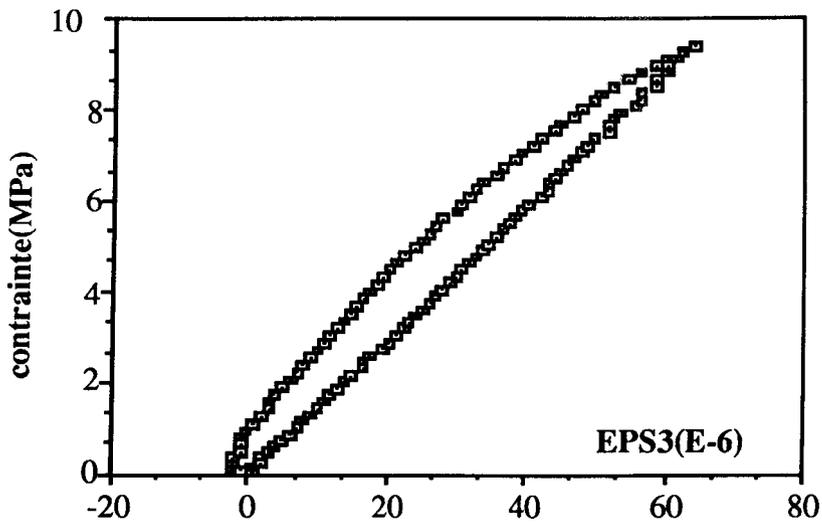


Figure G16 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 3 (jauge 3)

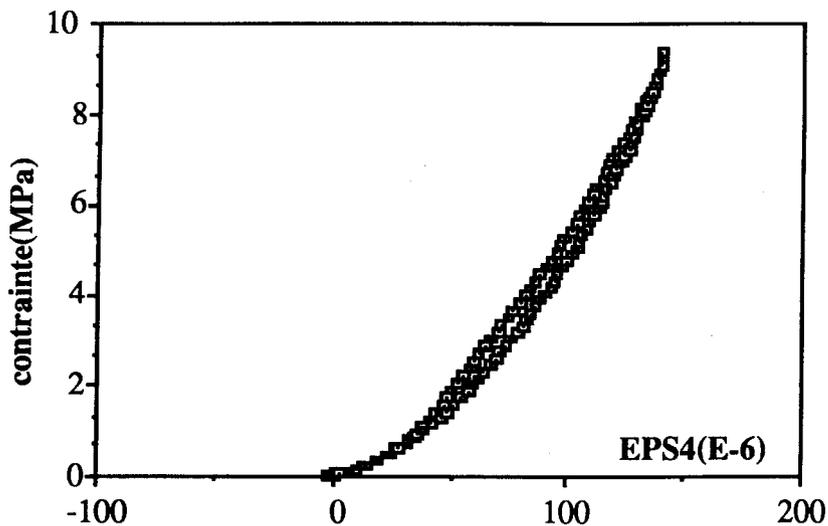


Figure G17 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 3 (jauge 4)

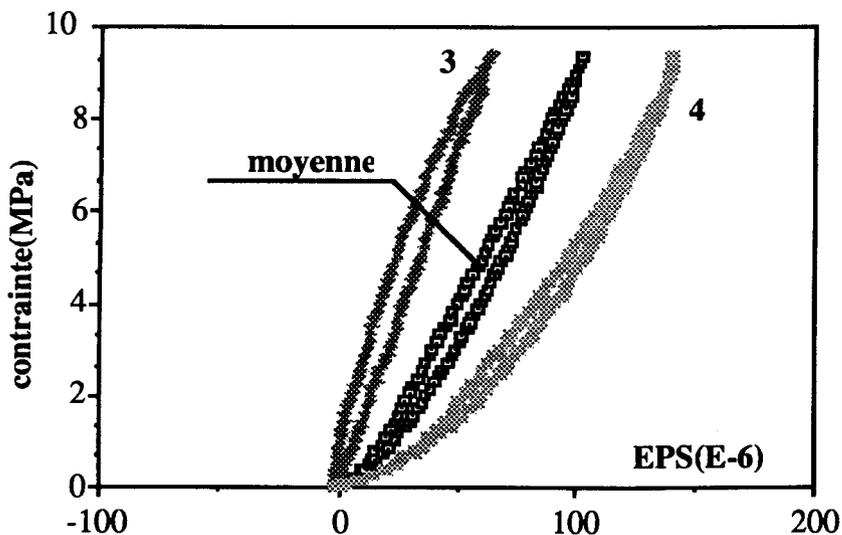


Figure G18 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 3
Résultats comparatifs et moyenne

Essai 4 : Courbes contraintes-déformations axiales

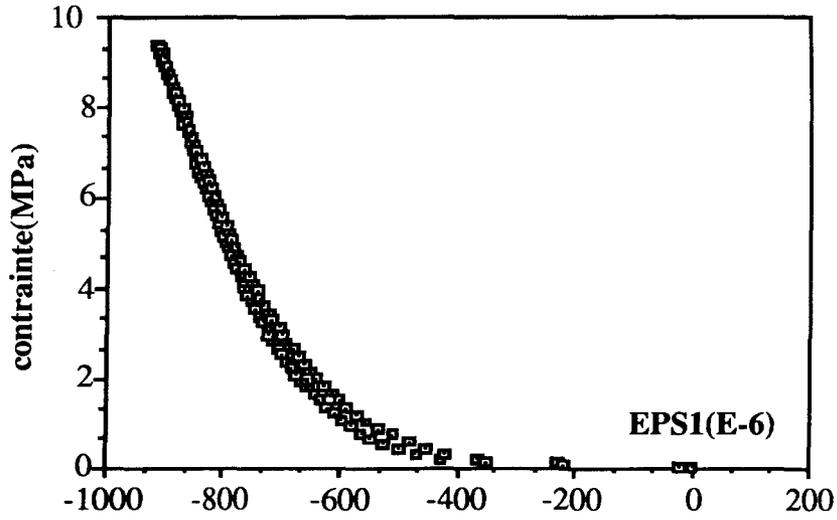


Figure G19 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 4 (jauge 1)

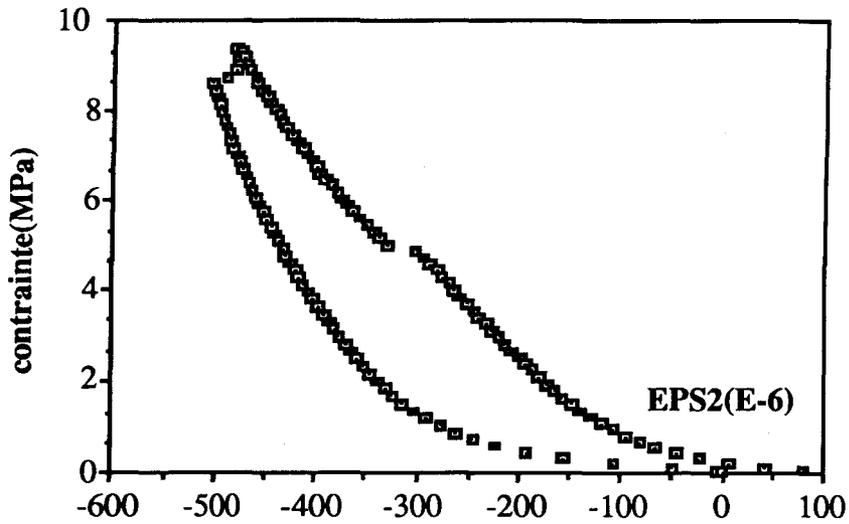


Figure G20 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 4 (jauge 2)

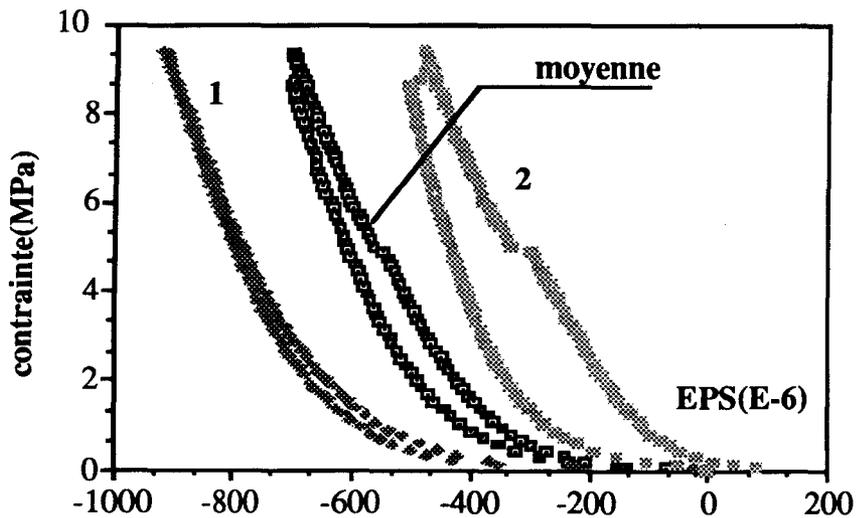


Figure G21 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 4
Résultats comparatifs et moyenne

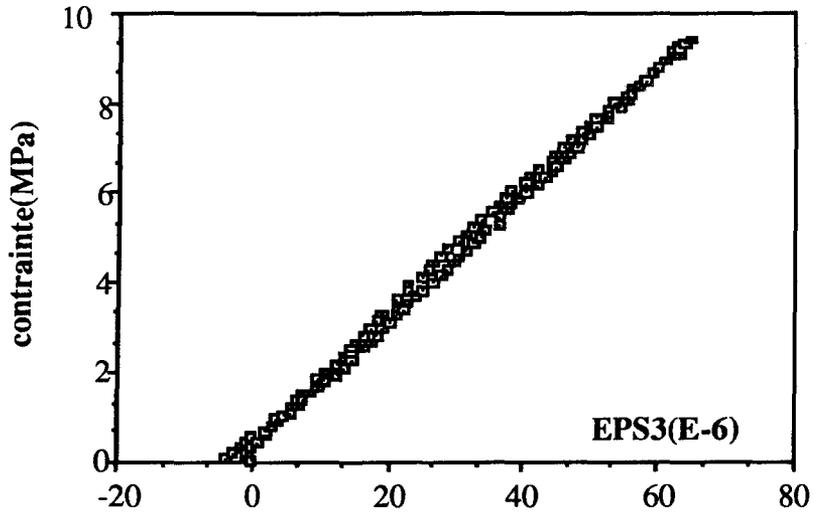


Figure G22 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 4 (jauge 3)

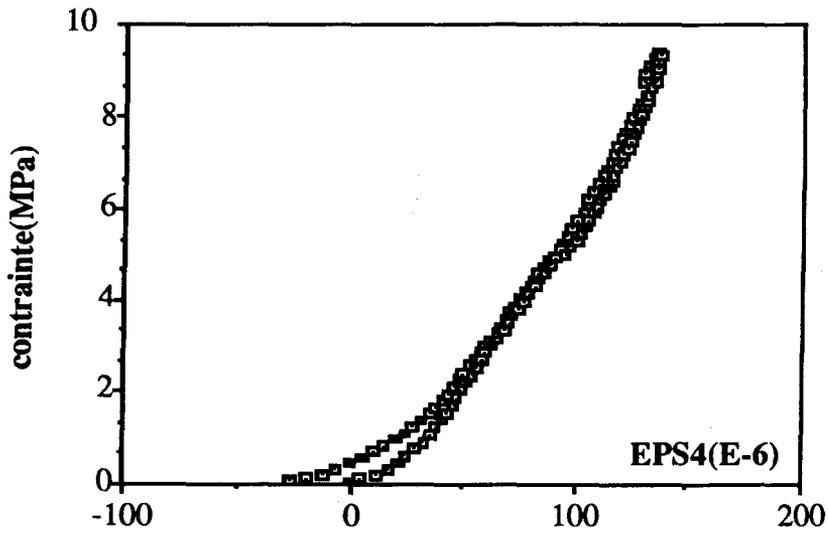


Figure G23 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 4 (jauge 4)

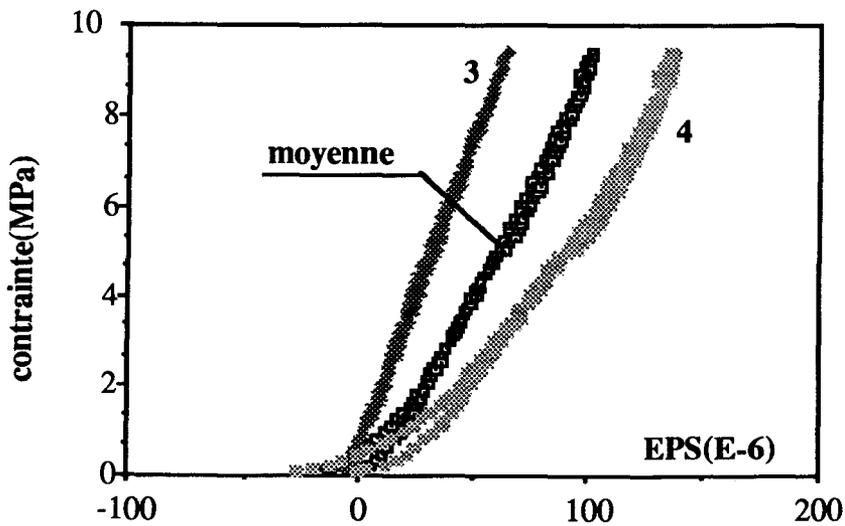


Figure G24 : Relation contrainte-déformation pour l'essai 4
Résultats comparatifs et moyenne

ANNEXE H

Déplacement radial enregistré par
la cellule U.S.B.M.

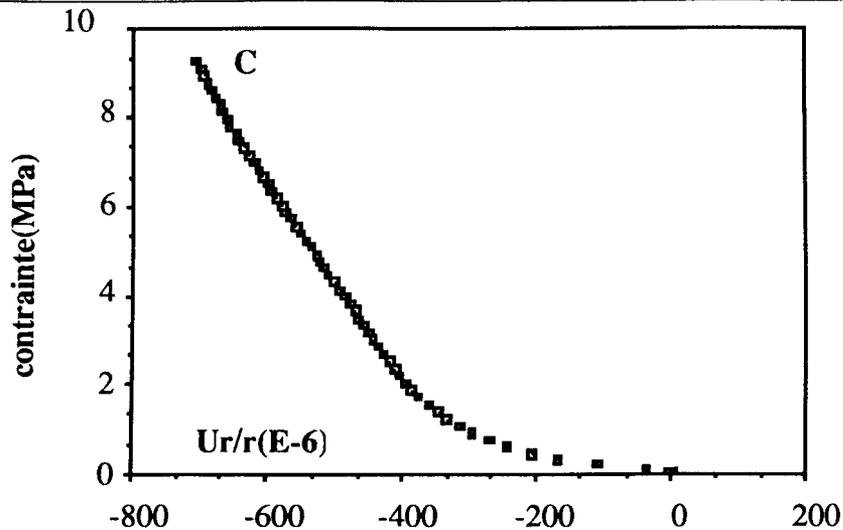


Figure H1 : Valeurs de u_r / r en fonction du chargement pour le capteur C (essai 1)

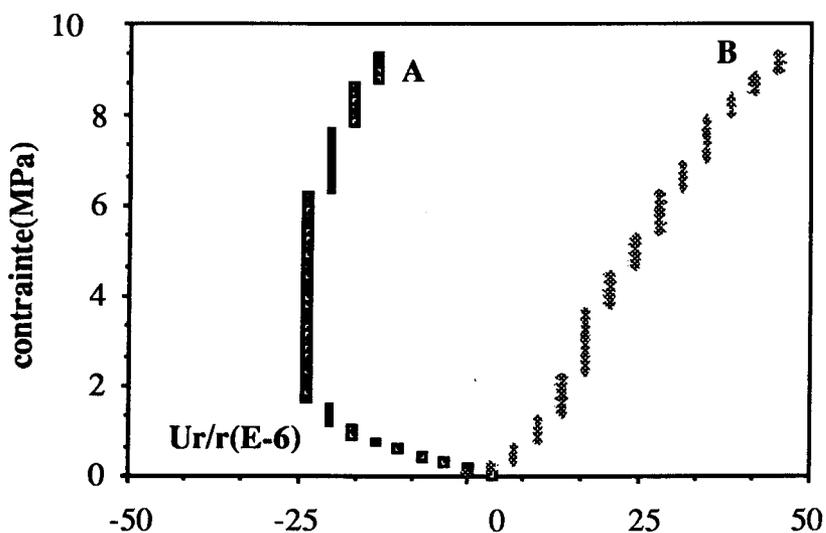


Figure H2 : Valeurs de u_r / r en fonction du chargement pour les capteurs A et B (essai 1)

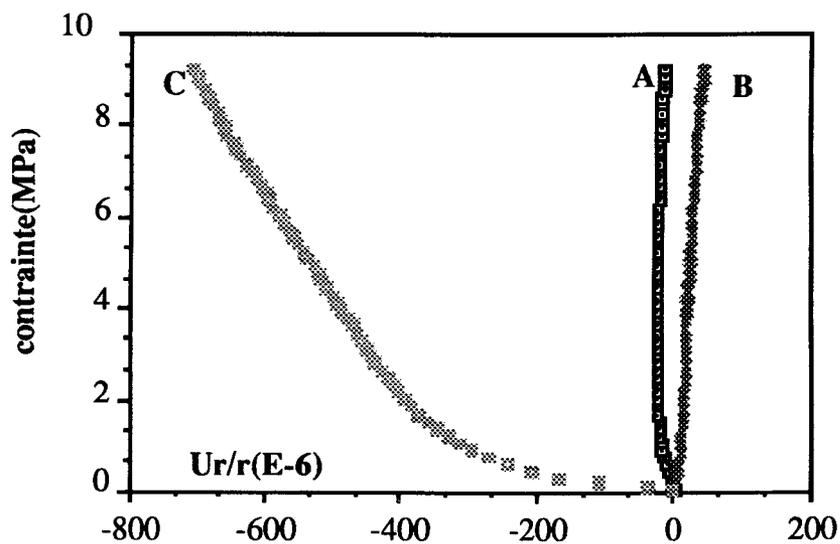


Figure H3 : Valeurs de u_r / r en fonction du chargement pour l'essai 1

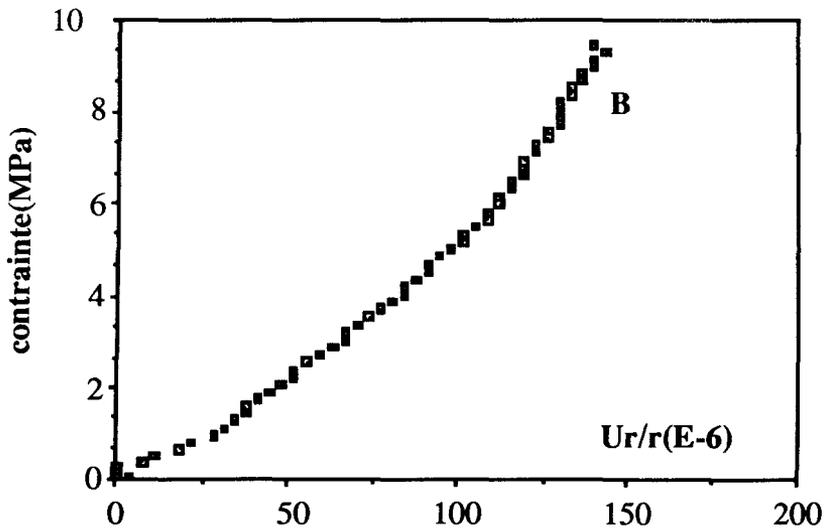


Figure H4 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour le capteur B (essai 2)

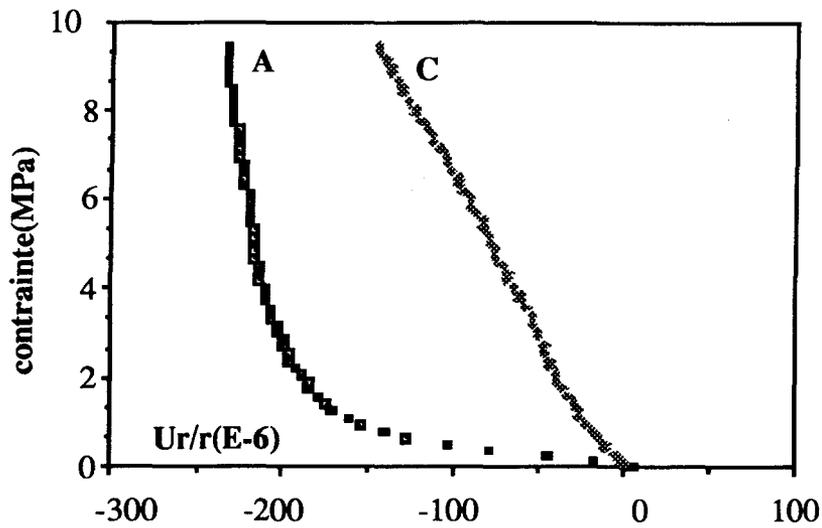


Figure H5 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour les capteurs A et C (essai 2)

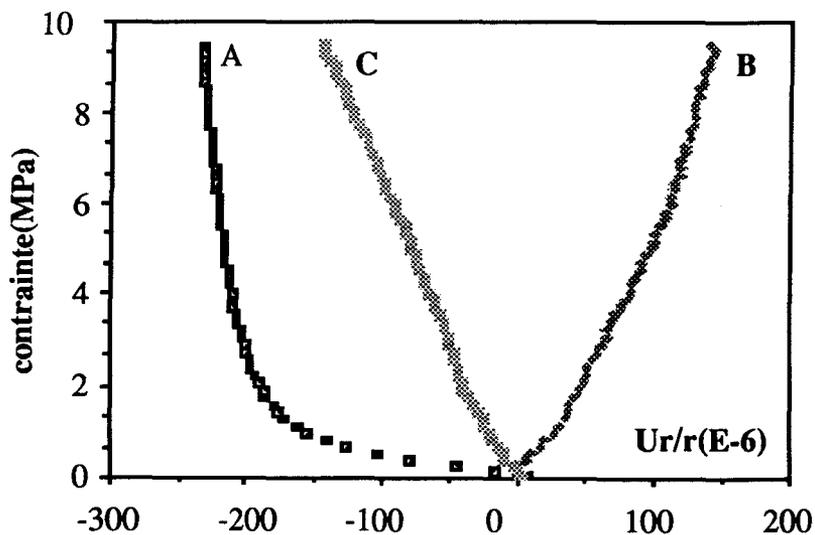


Figure H6 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour l'essai 2

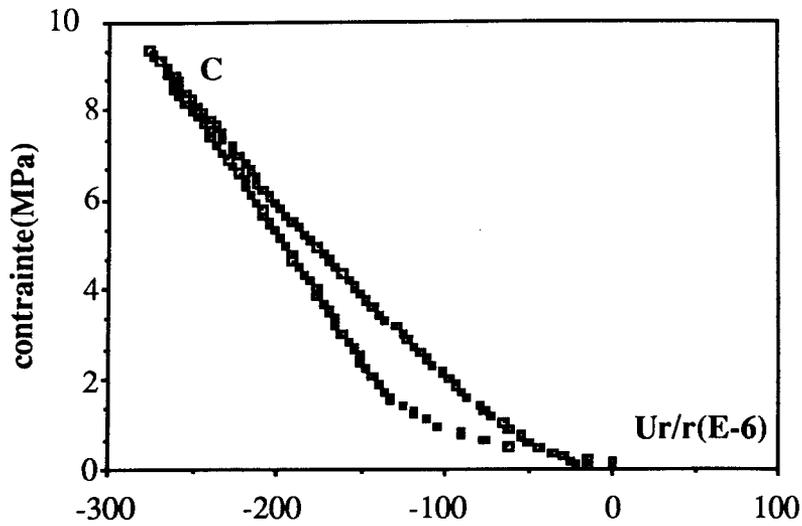


Figure H7 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour le capteur C (essai 3)

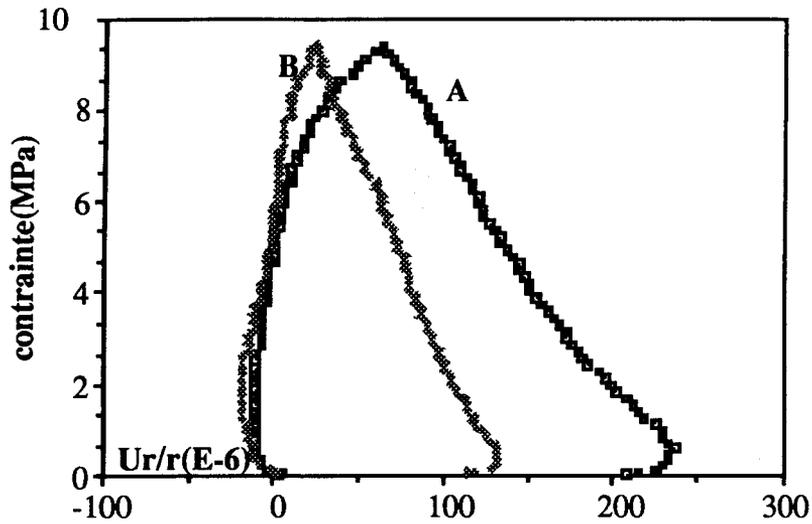


Figure H8 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour les capteurs A et B (essai 3)

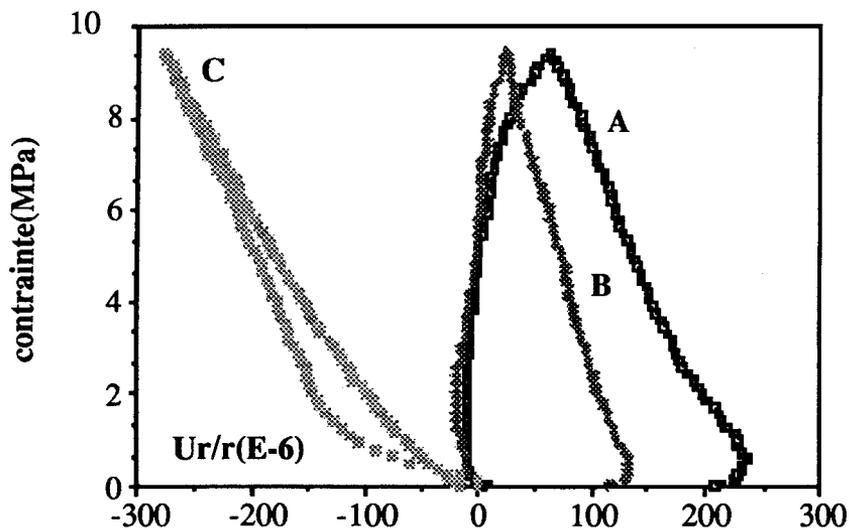


Figure H9 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour l'essai 3

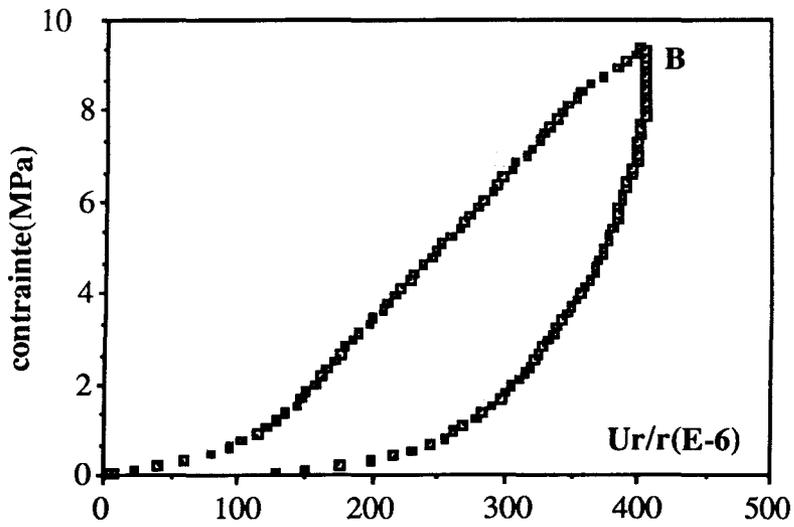


Figure H10 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour le capteur B (essai 4)

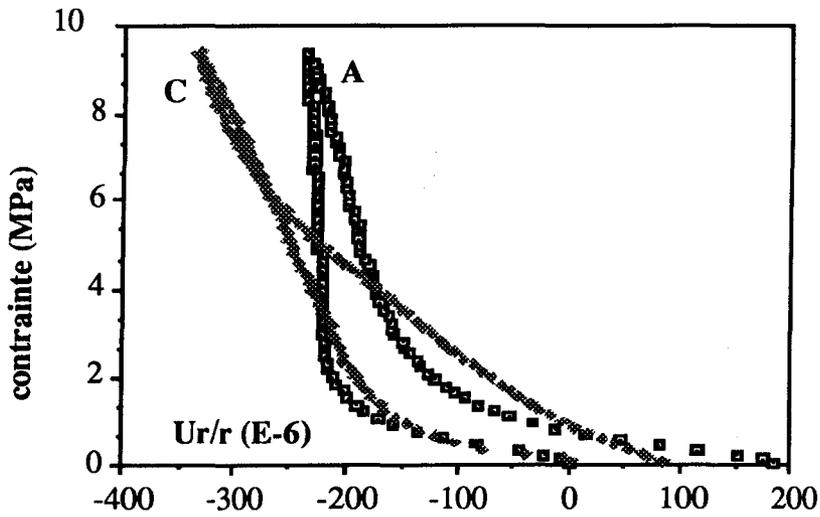


Figure H11 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour les capteurs A et C (essai 4)

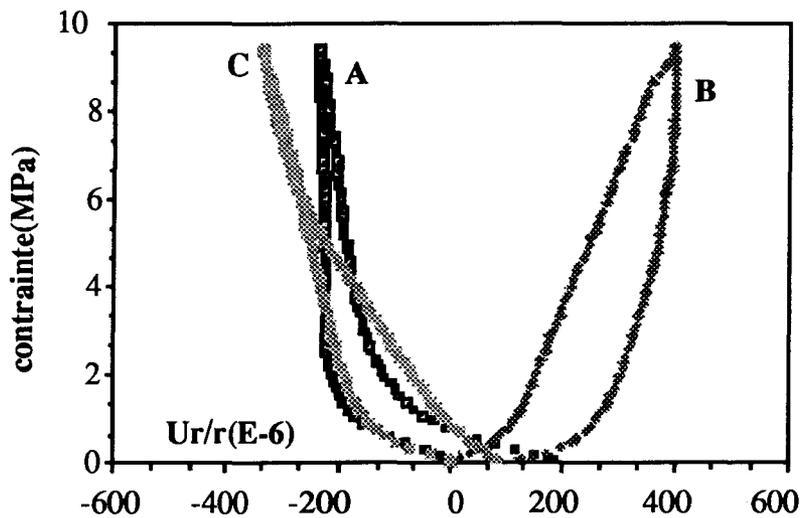


Figure H12 : Valeurs de u_r/r en fonction du chargement pour l'essai 4

ANNEXE I

Quelques exemples des appareils des mesures des contraintes

Appareils	Type de mesures effectuées	Principe de l'instrument de mesure	Méthode de détermination des contraintes
Cellule de l'Université de Liège	Déformations diamétrales et déformations longitudinales	Lames encastrées avec jauges de déformation chimiques	Détente totale d'un forage libre
Cellule de l'Université du Minnesota	Déformations diamétrales	Lames encastrées avec jauges de déformation chimiques	Détente totale d'un forage libre
Cellule du CERCHAR	Déplacements radiaux	Bobine d'induction	Détente totale d'un forage libre
D.C.O.T..	Déformation linéaire	Bobine d'induction	Détente totale d'une surface libre plane
Disque photoélastique	Contraintes	Photoélasticité	Détente totale d'une surface libre plane ou bien du fonds plat d'un forage
Appareillage Tatobre	3 déformations linéaires	Comparateurs	Détente partielle pour forage d'une surface libre plane

ANNEXE L

**Présentation du site de la campagne de mesure des
contraintes in-situ**

Le site de travail, dont l'étude structurale a été réalisée par (Macaudière J. et al, 1990 [45]), se présente sous la forme d'une galerie en L tracée à partir d'une galerie de roulage de direction WNW-SSE (fig. L.1). Ce site, dont la profondeur est d'environ 430 m, possède deux branches :

- La première branche, de direction SSW, a une longueur voisine de 44 m,
- La seconde branche, sous forme d'un coude de direction ESE, a une longueur de 18 m.

La schistosité est subverticale avec une orientation moyenne (S) de N123-S85. La présence des plissements (Kink-folds) a donné à cette orientation une dispersion de N85 à N140. Le plan axial de ces kink-folds qui est le plan de pliure du système est peu dispersé, et a comme valeur moyenne (K) N25-90.

Les fractures directionnelles se présentent sous forme de deux pôles croisés par rapport à la schistosité, dont l'un (C_1) a comme valeur N136-W87, et l'autre (C_2), plus diffus, s'étale aux environs de N110-W85-90.

Il existe une famille de failles principales présentant un pôle (F_1) d'orientation N58-E88. Les diaclases s'affichent avec un pôle majoré (D_k) N28-90, on trouve d'autres pôles avec un pendage autour de 90° et 20° - 45°.

Le site présente des fractures bien marquées avec des remplissages en quartz ou en pyrite. On trouve les pôles suivant : (O_1) N48-90, (O_s) N120-90, (O_k) N25-90 et (O_3) N35.

Un schéma récapitulatif des pôles de fracturation est présenté à la figure L.2

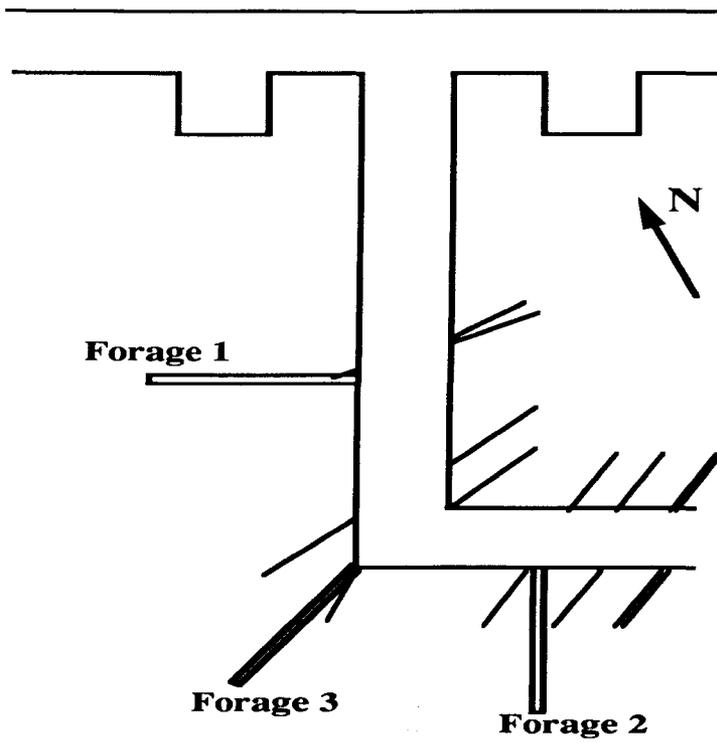


Figure L1 : Schéma de la disposition géométrique du site d'essai, ainsi que la répartition des failles dans la galerie expérimentale (Baroudi H [7])

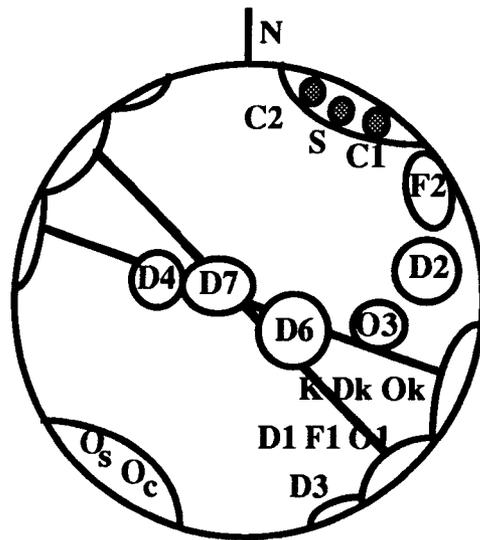


Figure L.2 : Schéma récapitulatif des pôles des principales surfaces rencontrées dans la galerie (Baroudi H [7])

ANNEXE M

Facteurs d'intensité de contraintes
en milieu isotrope

Cette approche est essentiellement due à Irwin G.R. [38]. Soit un point M de la tête de fissure. Après avoir défini un repère orthonormé (M, X, Y, Z), on se propose d'étudier le champ de contraintes et déplacements au voisinage du front de fissure. Tout point quelconque est repéré par ses coordonnées polaires r, θ. Les champs des contraintes σ et de déplacements u dans le plan sont donnés par :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \theta(r)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \theta(r)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \theta(r)$$

avec θ(r) une fonction tendant vers une valeur finie lorsque r tend vers l'infini.

$$u_x = \frac{K_1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} (\chi - \cos \theta) \right] + \frac{K_2}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\sin \frac{\theta}{2} (\chi + \cos \theta + 2) \right]$$

$$u_y = \frac{K_1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\sin \frac{\theta}{2} (\chi - \cos \theta) \right] - \frac{K_2}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} (\chi + \cos \theta - 2) \right]$$

avec $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$; $\chi = 3 - 4\nu$ en contrainte plane

$\chi = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$ en déformation plane

Dans ces relations, K₁ et K₂ représentent respectivement les facteurs d'intensité de contraintes pour les modes 1 et 2. La connaissance de ces facteurs permet de caractériser complètement le champ de contraintes en fond de fissure.

Enfin, ces facteurs sont reliés à l'énergie de propagation par les formules :

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_1^2 + K_2^2) \quad \text{en déformation plane}$$

$$G = \frac{1}{E} (K_1^2 + K_2^2) \quad \text{en contrainte plane}$$

ANNEXE N

Mécanique de la rupture
en milieu anisotrope

N1. Généralités sur l'élasticité anisotrope

Soit un milieu élastique linéaire anisotrope rapporté à un repère orthonormé (0/X, Y, Z). La loi de Hooke généralisée permet de relier le vecteur de taux de déformation $\{\varepsilon\}$ au vecteur des contraintes $\{\sigma\}$

$$\{\varepsilon\} = [C] \{\sigma\} \quad (\text{N.1})$$

[C] est la matrice d'élasticité symétrique de dimension 6 x 6

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad \{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

N2. Cas des problèmes plans

Plaçons-nous dans le plan (0/X, Y), la loi de Hooke s'écrit sous la forme réduite :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = b_{11} \sigma_{xx} + b_{12} \sigma_{yy} + b_{16} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{yy} = b_{12} \sigma_{xx} + b_{22} \sigma_{yy} + b_{26} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{xy} = b_{16} \sigma_{xx} + b_{26} \sigma_{yy} + b_{36} \sigma_{xy} \end{cases} \quad (\text{N.2})$$

En contraintes planes $b_{ij} = a_{ij}$ et σ_{zz} est indéterminée

En déformations planes $b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3} - a_{3j}}{a_{33}} \quad i, j = 1, 3 \quad \text{et}$

$$\sigma_{zz} = \frac{-1}{a_{33}} (a_{13} \sigma_{xx} + a_{23} \sigma_{yy} + a_{36} \sigma_{xy}) \quad (a_{33} \neq 0)$$

Les a_{ij} sont les coefficients de la matrice d'élasticité [C]. Ils sont définis par :

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = \frac{1}{2\mu (1 + \nu)}$$

$$a_{23} = a_{31} = a_{12} = -\frac{\nu}{2\mu (1 + \nu)}$$

A la loi de Hooke et aux équations d'équilibre, il faut ajouter la seule équation de compatibilité non triviale pour que le problème soit entièrement défini :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (\text{N.3})$$

Introduisons maintenant la fonction d'Airy $A(x, y)$ telle que :

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \quad \sigma_{xy} = - \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \quad (\text{N.4})$$

Les équations d'équilibre sont alors automatiquement vérifiées.

En reportant l'expression des contraintes (N.4) dans la loi de Hooke (N.2), puis dans l'équation de compatibilité (N.3), on obtient une équation aux dérivées partielles d'ordre 4.

$$b_{22} \frac{\partial^4 A}{\partial x^4} - 2 b_{26} \frac{\partial^4 A}{\partial x^3 \partial y} + (2 b_{12} + b_{66}) \frac{\partial^4 A}{\partial x^2 \partial y^2} - 2 b_{16} \frac{\partial^4 A}{\partial x \partial y^3} + b_{11} \frac{\partial^4 A}{\partial y^4} = 0 \quad (\text{N.5})$$

N3. Passage en champ complexe

On recherche les solutions de l'équation N.5 sous la forme $A = f(x + S Y)$ où S est un complexe.

L'équation s'écrit alors :

$$b_{22} S^4 - 2 b_{26} S^3 + (2 b_{12} + b_{66}) S^2 - 2 b_{16} S + b_{11} = 0$$

Cette équation n'a pas de racines réelles. Les 4 racines complexes sont conjuguées 2 à 2. Appelons-les alors S_1 et S_2 les racines respectives telles que $\text{Im}(S_1) > 0$ et $\text{Im}(S_2) < 0$. La fonction d'Airy peut s'exprimer sous la forme (Sih G.C. et Liebowitz H.[60]).

$$A(x, y) = 2 \text{Re} [A_1(Z_1) + A_2(Z_2)] \quad (\text{N.6})$$

avec $Z_1 = X + S_1 Y$ et $Z_2 = X + S_2 Y$

A_1 et A_2 étant deux fonctions de variable complexe holomorphes dans le plan.

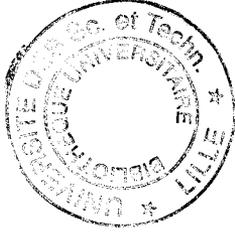
$$\text{Posons } \Phi_1(Z_1) = \frac{\partial A_1}{\partial Z_1} \quad \text{et} \quad \Phi_2(Z_2) = \frac{\partial A_2}{\partial Z_2}$$

Nous obtenons l'expression des contraintes :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2 \text{Re} [S_1^2 \Phi_1(Z_1) + S_2^2 \Phi_2(Z_2)] \\ \sigma_{yy} &= 2 \text{Re} [\Phi_1'(Z_1) + \Phi_2'(Z_2)] \\ \sigma_{xy} &= -2 \text{Re} [S_1 \Phi_1'(Z_1) + S_2 \Phi_2'(Z_2)] \end{aligned} \quad (\text{N.7})$$

Les déplacements sont obtenus par intégration :

$$\begin{aligned} U_x &= 2 \text{Re} [p_1 \Phi_1(Z_1) + p_2 \Phi_2(Z_2)] \\ U_y &= 2 \text{Re} [q_1 \Phi_1(Z_1) + q_2 \Phi_2(Z_2)] \end{aligned} \quad (\text{N.8})$$



Avec :

$$p_j = b_{11} S_j^2 + b_{12} - b_{16} S_j \quad j = 1, 2$$

$$q_j = \frac{1}{S_j} [b_{12} S_j^2 + b_{22} - b_{26} S_j]$$

N4. Champ de contraintes et déplacements en tête de fissure. Relations entre G et K_I

Grâce à l'analyse en champ complexe, les résultats de la distribution des contraintes et déplacements obtenus dans le cas isotrope peuvent être étendus aux milieux anisotropes. Les expressions définissant les σ_{ij} et les u_i dans le cas plan sont les suivantes :

$$\sigma_x = \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_2}{(\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2}} - \frac{s_1}{(\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}} \right) \right]$$

$$\frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_2^2}{(\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2}} - \frac{s_1^2}{(\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}} \right) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_1}{(\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2}} - \frac{s_2}{(\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}} \right) \right]$$

$$\frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{(\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2}} - \frac{1}{(\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}} \right) \right]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{k_1}{(2r)^{1/2}} \operatorname{Re} \left[\frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{(\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}} - \frac{1}{(\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2}} \right) \right]$$

$$\frac{k_2}{(2r)^{1/2}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_1}{(\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}} - \frac{s_2}{(\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2}} \right) \right]$$

$$u_x = k_1 (2r)^{1/2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{s_1 - s_2} [s_1 p_2 (\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2} - s_2 p_1 (\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}] \right\}$$

$$+ K_2 (2r)^{1/2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{s_1 - s_2} [p_2 (\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2} - p_1 (\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}] \right\}$$

$$u_y = k_1 (2r)^{1/2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{s_1 - s_2} [s_1 q_2 (\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2} - s_2 q_1 (\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}] \right\}$$

$$+ K_2 (2r)^{1/2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{s_1 - s_2} [q_2 (\cos \theta + s_2 \sin \theta)^{1/2} - q_1 (\cos \theta + s_1 \sin \theta)^{1/2}] \right\}$$

s_1, s_2, q_1 et q_2 sont définis dans le paragraphe N.3 de cette annexe.

De la même manière que dans le cas isotrope, G peut être reliée aux facteurs d'intensité de contraintes K_i , en s'appuyant sur les expressions précédentes de σ_{ij} et u_i .

$$G = \pi \left(\sqrt{\frac{a_{11} a_{22}}{2}} K_1^2 + \frac{a_{11}}{\sqrt{2}} K_2^2 \right) \left[\left(\frac{a_{22}}{a_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2 a_{12} + a_{66}}{2 a_{11}} \right]^{1/2} K_1^2$$