

ccogen 2010b0b

50376 U994 85

# THESE

### présentée à

### L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le grade de

### **DOCTEUR DE L'UNIVERSITE**

Spécialité Productique, Automatique et Informatique Industrielle

par



ZEINEB BEN JAMAA Ingénieur IDN (E.C. Lille)

### ETUDE COMPARATIVE DE COMMANDES D'UN INTERCAGE D'UN LAMINOIR A CHAUD

Soutenue le 17 février devant le jury d'examen

M J.P. HAUTIER

- MM P. LOPEZ A. RICHARD M. VERGE
- MM P. BORNE D. MEIZEL MENAHEM M. STAROSWIECKI J.M. SURET B. PETIT

Président

Rapporteur Rapporteur Rapporteur

Examinateur Examinateur Examinateur Examinateur Examinateur

Thèse dirigée par M. P. BORNE, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille

.

A mes parents, A ceux que j'aime... • • •

### AVANT PROPOS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué dans le cadre d'un contrat signé entre la société SOLLAC Dunkerque et le Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Lille, sous la direction de Monsieur le Professeur P.BORNE.

Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour l'intérêt qu'il n'a cessé de porter à cette étude, ainsi que pour la confiance et les nombreux encouragements qu'il m'a toujours prodigués.

Je remercie très vivement Monsieur HAUTIER, Professeur à l'ENSAM de Lille, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être le Président de mon Jury de Thèse.

Je ne saurais dire toute ma gratitude à l'initiateur de ce travail, Monsieur B.PETIT, adjoint technique au département Laminage et Mise en forme de l'IRSID, pour ses nombreux conseils et remarques qui ont largement contribué à la réalisation de ce travail. Je tiens à l'en remercier très chaleureusement.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur le Professeur LOPEZ de l'INSA de Toulouse, Monsieur le Professeur RICHARD de l'IUT de Nancy et Monsieur le Professeur VERGE de l'ENSAM de Paris pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse.

J'exprime mes plus grands remerciements à Monsieur MEIZEL, Professeur à l'UTC de Compiègne et Monsieur STAROSWIECKI, Professeur à l'EUDIL pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de participer au Jury de thèse. Je remercie bien vivement Monsieur MENAHEM du département technique Groupe Applications Avancées de Yogokawa Contrôle Bailey, qui me fait l'honneur de bien vouloir juger cette thèse.

Je tiens à remercier Monsieur GERME, responsable du département Train Continu à Chaud de Sollac Dunkerque et Monsieur SURET, responsable de la section technique, pour m'avoir accueillie dans leur service et donné les moyens de réaliser ce travail.

Je remercie l'ensemble du personnel de la section technique du TCC dont l'accueil sympathique a contribué au bon déroulement de ce travail.

Enfin, mes remerciements les plus chaleureux iront à Madame LE CARLIER et Mademoiselle BOURRE qui ont eu la gentillesse de dactylographier ce mémoire.

INTRODUC	TION	[ G]	ENERALE	19
CHAPITRE	, I	:	Analyse de l'environnement	23
CHAPITRE	, II	•	Modélisation du processus physique de l'intercage finisseur	43
CHAPITRE	l III	:	Optimisation de l'existant	63
CHAPITRE	, IV	:	Commandes multivariables par découplage	113
CHAPITRE	V	:	Commande optimale	155
CHAPITRE	, VI	:	Sensibilité et robustesse Comparée des commandes multivariables	179
CHAPITRE	VII	:	Comparaison des commandes multivariables étudiées	233
CONCLUSI	ON G	EN	ERALE	251
TABLEAU	RECA	ΔPΙ	TULATIF DE COMPARAISON DES COMMANDES	257
NOTATION	[ <b>S</b>		······	261
BIBLIOGRA	<b>APHIE</b>	E		265
ANNEXES				273
Annexe I		:	Modèle d'effort et de glissement en laminage à chaud	273
Annexe II		:	Modèle du comportement de bande en intercage finisseur	279
Annexe II	I	:	Schéma bloc de l'intercage finisseur	283
Annexe IV	7	:	Robustesse des commandes multivariables	293

## **CHAPITRE I**

# ANALYSE DE L'ENVIRONNEMENT

I.1	-	Introduction	23
I.2	-	Description du site industriel	23
		<ul> <li>I.2.1 - Les fours</li> <li>I.2.2 - Le dégrossisseur</li> <li>I.2.3 - La table d'attente</li> <li>I.2.4 - Le train finisseur</li> <li>I.2.5 - La table de sortie et les bobineuses</li> </ul>	25 25 25 25 25 27
I.3	-	Process physique de l'intercage	27
		<ul> <li>I.3.1 - Modèle de fluage</li> <li>I.3.2 - Modèle de glissement</li> <li>I.3.3 - Trajectoire de la bande</li> <li>I.3.4 - Les actionneurs</li> </ul>	29 29 30 30
I.4		Régulations existantes	32
I.5	-	Cahier des charges et enjeux	33
		<ul><li>I.5.1 - Performances actuelles et enjeux</li><li>I.5.2 - Contexte concurrentiel</li></ul>	33 35
I.6	-	Conclusion	38

### **CHAPITRE II**

## MODELISATION DU PROCESSUS PHYSIQUE DE L'INTERCAGE FINISSEUR

II.1	-	Introduction	43
II.2	-	Représentations du système dynamique de l'intercage	43
		<ul> <li>II.2.1 - Schéma bloc du fonctionnement dynamique de l'intercage</li> <li>II.2.2 - Matrice de transfert</li> <li>II.2.3 - Formalisme d'état</li> </ul>	43 45 48
		<ul><li>II.2.3.1 - Equation d'état</li><li>II.2.3.2 - Commandabilité et observabilité</li></ul>	48 49
II.3	-	Caractéristiques essentielles du comportement de l'intercage finisseur	51
		II.3.1 - Perturbations principales	51
		II.3.1.1 - Les faux-ronds II.3.1.2 - Les traces noires	51 52
		II.3.2 - Comportement fréquentiel	52
		II.3.2.1 - Comportements asymptotiques II.3.2.2 - Fréquences de résonance et d'antirésonance	54 55
		II.3.3 - Localisation des pôles	59
II.4	-	Conclusion	60

### CHAPITRE III

# OPTIMISATION DE L'EXISTANT

III.1	-	Introduction	63
III.2	-	Optimisation du régulateur de débit	63
		<ul> <li>III.2.1 - Critère de marge de robustesse en gain</li> <li>III.2.2 - Critère de Naslin généralisé</li> <li>III.2.3 - Critère de marge de stabilité absolue</li> <li>III.2.4 - Critère de Hall et Sartorius</li> <li>III.2.5 - Comparaison des critères</li> </ul>	63 66 70 74 77
III.3	-	Filtrage sur l'angle boucleur et le préréglage dynamique	79
		<ul> <li>III.3.1 - Filtrage sur l'angle boucleur</li> <li>III.3.2 - Filtrage sur le préréglage dynamique</li> <li>III.3.3 - Synthèse du filtrage</li> </ul>	79 84 88
III.4	-	Optimisation du régulateur de traction	89
		<ul> <li>III.4.1 - Critère de marge de robustesse en gain</li> <li>III.4.2 - Critère de marge de stabilité absolue</li> <li>III.4.3 - Critère de Hall et Sartorius</li> <li>III.4.4 - Comparaison des critères</li> </ul>	89 90 97 99
III.5	-	Etude de filtrage sur la traction intercage	101
		III.5.1 - Confirmation de résultats du filtrage en monovariable sur le comportement en régulation bivariable	102
		III.5.2 - Synthèse.des résultats	105
III.6	-	Définition du gabarit du filtre associé à l'angle boucleur	106
		<ul><li>III.6.1 - Préliminaire</li><li>III.6.2 - Synthèse du gabarit</li></ul>	106 106
III.7	-	Conclusion	109

### **CHAPITRE IV**

### COMMANDES MULTIVARIABLES PAR DECOUPLAGE

IV.1	-	Introduction	113
IV.2	-	Découplage statique	114
		IV.2.1 - Principe IV.2.2 - Stabilité et régulation	114 116
		IV.2.2.1 - Régulation de débit IV.2.2.2 - Régulation de traction	$\begin{array}{c}117\\121\end{array}$
		IV.2.3 - Résultats	125
IV.3	-	Découplage par précompensation dynamique	126
		IV.3.1 - Découplage entrées -sorties et régulation	127
		<ul> <li>IV.3.1.1 - Découplage entrées - sorties</li> <li>IV.3.1.2 - Régulation</li> <li>IV.3.1.3 - Effet du choix des temps de réponse sur</li> <li>les systèmes équivalents monovariables en boucle fermée</li> </ul>	127 130 137
		IV.3.2 - Observations	141
IV.4	-	Découplage dynamique par retour d'état	142
		<ul> <li>IV.4.1 - Loi de commande</li> <li>IV.4.2 - Stabilité et placement des pôles</li> <li>IV.4.3 - Application au dernier intercage finisseur</li> </ul>	143 145 148
IV.5	-	Conclusion	150

## **CHAPITRE V**

# **COMMANDE OPTIMALE**

### TABLE DES MATIERES

V.1	-	Introduction	155
V.2	-	Structure de commande	156
V.3	_	Les contraintes physiques liées aux actionneurs	159
V.4	-	Choix des matrices de pondération	160
		V.4.1 - Normalisation des variables	160
		V.4.2 - Critère de sélection des matrices de pondération	162
		V.4.2.1 - Sensibilité de la localisation des pôles	162
		V.4.2.2 - Sensibilité des performances indicielles	168
		V.4.2.3 - Réalisation des contraintes physiques liées aux actionneurs	171
V.5	_	Conclusion	176

.

## CHAPITRE VI

### SENSIBILITE ET ROBUSTESSE COMPAREE DES COMMANDES MULTIVARIABLES

VI.1	-	Introduction	179
VI.2	-	Sensibilité aux paramètres physiques	179
		<ul> <li>VI.2.1 - Influence sur le comportement fréquentiel</li> <li>VI.2.1.a - Sensibilité à une évolution des paramètres</li> <li>du process</li> </ul>	184 185
		VI.2.1.b - Sensibilité à une mauvaise estimation des paramètres du process	187
		<ul> <li>VI.2.2 - Influence sur les performances indicielles</li> <li>VI.2.2.a - Sensibilité à une évolution des paramètres</li> <li>du process</li> </ul>	190 191
		VI.2.2.b - Sensibilité à une mauvaise estimation des paramètres du process	195
		VI.2.3 - Influence de l'évolution des paramètres des processus ou des erreurs de modélisation	197
		VI.2.4 - Récapitulation	201
VI.3	-	Sensibilité comparée des différentes commandes auxvariations des paramètres	202
		<ul> <li>VI.3.1 - Application à la commande P.I. bivariable</li> <li>VI.3.2 - Application aux commandes multivariables par découplage</li> <li>VI.3.2.1 - Découplage par précompensation dynamique</li> <li>VI.2.2.b - Découplage dynamique par retour d'état</li> </ul>	203 205 205 212
		VI.3.3 - Application à la commande optimale	215
		VI.3.4 - Récapitulation	217
VI.4	-	Sensibilité à la réduction du modèle	217
		<ul> <li>VI.4.1 - Méthode de simplication du modèle</li> <li>VI.4.1.1 - Simplification de la boucle d'asservissement</li> <li>de vitesse des moteurs principaux</li> <li>VI.4.1.2 - Simplification de la boucle d'intersité boucle</li> </ul>	218 218
		VI.4.1.2 - Simplification de la boucle d'intensité boucleuse VI.4.2 - Modèle réduit du système global	219
		VI.4.3 - Application à la commande P.I. monovariable	223
		VI.4.4 - Application au découplage par précompensation dynamique	226
VI.5	-	Conclusion	230

### CHAPITRE VII

# COMPARAISON DES COMMANDES MULTIVARIABLES

VII.1	- Introduction	233
VII.2	- Comportement temporel	233
VII.3	- Comportement fréquentiel	239
VII.4	- Sollicitations des actionneurs	243
VII.5	- Localisation des pôles dans le plan complexe	245
VII.6	- Conclusion	246

# **INTRODUCTION GENERALE**



### **INTRODUCTION GENERALE**

Le but de la commande d'un train finisseur est de maîtriser l'opération de laminage et de réaliser la qualité du produit spécifiée par le client.

Dans ce contexte, l'exigence d'une grande précision dimensionnelle sur l'épaisseur et la largeur de bande nécessite alors de développer une commande intercage très performante, dont l'objectif est de maintenir la traction bande et l'angle boucleur à des valeurs de référence précises. Plusieurs commandes ont été testées afin d'en proposer une, capable d'améliorer sensiblement les performances actuelles du site en angle boucleur et traction bande.

Après l'analyse, faite au premier chapitre, de l'environnement du sujet de thèse, nous abordons à travers le chapitre suivant les différentes représentations du processus physique de l'intercage finisseur et ses caractéristiques essentielles.

Le troisème chapitre traite de l'optimisation des régulations existantes en monovariable suivant des critères simplifiés de synthèse des régulateurs continus, ainsi que de l'étude du filtrage des commandes associées.

Le problème majeur de la commande d'un intercage étant de contrôler simultanément la traction bande et l'angle boucleur, nous avons étudié différentes commandes multivariables susceptibles de réduire les interférences mutuelles entre ces deux paramètres physiques. Le quatrième chapitre est, dans ce sens, consacré à la commande du

système par découplage dans les domaines fréquentiel et temporel tendant à minimiser les variations d'angle boucleur et de traction bande en présence de larges perturbations rencontrées au cours du laminage.

19

Nous développons ensuite dans le cinquième chapitre, la commande optimale appliquée à l'intercage conduisant à un régulateur optimal de type LQI. Le but de cette commande est de minimiser les erreurs d'angle et de traction par rapport aux consignes, en désensiblisant ces erreurs par rapport aux perturbations de débit intercage sans saturer les actionneurs.

Nous étudions dans le sixième chapitre, la robustesse comparée de ces commandes, d'une part à travers une étude de sensibilité aux paramètres du modèle et leurs variations simultanées, d'autre part à travers la prise en compte d'une réduction du modèle complet initial.

Enfin, dans le dernier chapitre de ce mémoire, nous effectuons une comparaison globale des différentes commandes au niveau des comportements temporel et fréquentiel et des sollicitations des actionneurs, analysant parallèlement l'effet de la localisation des pôles dans le plan complexe.

# **CHAPITRE I**

# ANALYSE DE L'ENVIRONNEMENT

### ANALYSE DE L'ENVIRONNEMENT

#### I.1 INTRODUCTION

Le laminage à chaud des aciers consiste à écraser entre deux cylindres en rotation inverse une bande de tôle métallique. Le but de cette opération est d'amener les tôles à une épaisseur déterminée et constante en lui conférant un certain nombre de caractéristiques géométriques (profils travers, forme d'extrémités...), métallurgiques et mécaniques, variables selon l'utilisation ultérieure.

Le train à bandes (TAB) de Sollac Dunkerque assure cette opération de laminage afin d'obtenir des bandes de 1,5 à 6 mm d'épaisseur qui sont enroulées en bobines, appelées coïls.

Pour obtenir des produits d'épaisseurs encore plus fines (3 à 0,18 mm), les bobines subissent une réduction d'épaisseur à froid sur des trains tandem.

Pour redonner une structure métallurgique à l'acier conforme aux souhaits du client, on procède à un traitement thermique (recuit base ou recuit continu) suivi d'une opération d'écrouissage en surface (skinpass).

#### **I.2 DESCRIPTION DU SITE INDUSTRIEL**

Le TAB de Sollac Dunkerque se situe dans une halle de 341 m de longueur et assure une production annuelle d'environ 4,5 millions de tonnes. Il est divisé en quatre secteurs ayant chacun sa fonction propre (fig. 0) :

- les fours,
- le dégrossisseur,
- la table d'attente
- le train finisseur,
- la table de sortie et les bobineuses.



#### I.2.1 Les fours

Le premier objectif des fours est de permettre la laminabilité du produit. Outre le niveau de température, les fours doivent aussi réaliser une chauffe la plus homogène possible. Pour certains aciers, le réchauffage permet en plus de remettre certains éléments d'alliage en solution.

#### I.2.2 <u>Le dégrossisseur</u>

Il est constitué d'une cage verticale pouvant réduire l'épaisseur du produit jusqu'à 120 mm par passe et de cinq cages horizontales précédées chacune de deux cylindres verticaux ou "edger", ainsi que d'une rampe de décalaminage dont le but est d'éliminer les oxydes superficiels ou calamines dus au réchauffage, par le moyen de jets d'eau sous pression.

Le dégrossisseur possède deux fonctions essentielles :

- d'une part, assurer une partie de la réduction totale en épaisseur en passant d'une brame de 200 à 250 mm à une échauche de 30 à 50 mm,

- d'autre part, effectuer la mise à largeur du produit à l'aide de la cage verticale et des edgers.

#### I.2.3 La table d'attente

Cette table à rouleaux de 105 m de long, qui sépare le dégrossisseur du finisseur, est équipée d'un système d'éjection des ébauches qui, suite à un incident, ne peuvent pas être laminées dans le train finisseur et d'un système "tunnel" constitué de 6 capots thermiques pouvant s'abaisser sur l'ébauche pour limiter son refroidissement par rayonnement.

#### I.2.4 <u>Le train finisseur</u>

La finition de la brame est réalisée par 7 cages horizontales de type "quarto" en tandem, chaque cage étant composée de deux cylindres de travail en contact avec le produit et de deux cylindres de soutien soutenant les cylindres de travail. Les cages finisseuses permettent d'obtenir l'épaisseur, le bombé, ainsi que l'état de surface final de la tôle. On y contrôle aussi la température de fin de laminage, ce paramètre jouant un rôle très important dans l'obtention des caractéristiques mécaniques finales du produit.



### Le train finisseur

#### I.2.5 La table de sortie et les bobineuses

En sortie du finisseur, la table de refroidissement, longue de 150 m, est composée d'une multitude de rampes d'arrosage, la température moyenne de la tôle évoluant alors de 850 à 600°C (l'acier change de structure cristalline en passant de l'état austénitique à l'état ferritique). La bande, longue de près de 1 km, vient s'enrouler sur le mandrin de l'une des 3 bobineuses, devenant ainsi une bobine de 2 m de diamètre et pesant de 15 à 20 tonnes, appelée "coil". Le coil est alors cerclé et expédié.

#### I.3 PROCESSUS PHYSIQUE DE L'INTERCAGE

Un des objectifs essentiels du train finisseur est de réduire l'épaisseur du produit jusqu'à la valeur de consigne tout en conservant sa largeur constante lors du laminage. La réduction totale de l'épaisseur est la conséquence de la réduction effectuée par chaque cage, celle-ci étant obtenue par le réglage de l'écartement des cylindres de laminage. Toutefois, la configuration en tandem des cages du train finisseur exige la maîtrise des tractions qui peuvent prendre naissance entre les cages, une dispersion non contrôlée des tractions étant préjudiciable pour les points majeurs suivants :

- Interaction avec la réussite épaisseur, en particulier pour les perturbations de fréquences rapides mal contrôlées par la régulation automatique d'épaisseur AGC (Automatic Gauge Control).

- Interaction avec la réussite largeur, à travers l'effet des tractions sur l'élargissement en emprise et le fluage à chaud ; ce phénomène peut être prépondérant puisqu'il n'existe pas actuellement d'actionneur direct de la largeur dans le train finisseur.

- Interaction avec l'efficacité des différentes régulations, épaisseurs sortie cages et comportement bande en intercage puisque le contrôle précis des tractions présente l'avantage important de considérer alors les régulations d'épaisseur et de débit métal comme découplées.

- Interaction avec la maîtrise de la quantité de métal accumulée en intercage et la conduite générale du train finisseur, puisque des niveaux de traction trop faibles de la bande, voire même des états de compression, sont alors directement associés :

- . soit à des instabilités bande,
- . soit à des formations de "boucles libres" préjudiciables au laminage,
- . soit à des pertes de contact de la bande avec la boucleuse,

préjudiciables à l'efficacité de la régulation du débit métal.

Ce phénomène implique le contrôle rigoureux du débit métal en intercage. Pour ce faire, on réalise une boucle avec la bande, dont la hauteur est fixée par la position angulaire d'une boucleuse située dans l'intercage, la correction des vitesses des cages attenantes permettant de positionner la boucleuse dans les limites de son champ d'action (voir figure 1).



Fig. 1 : Schéma d'un intercage d'un train finisseur



Le comportement phénoménologique de la bande en intercage est régi par plusieurs phénomènes physiques élémentaires tels que le fluage, le glissement, le comportement en trajectoire de la bande dans l'intercage en intégrant ses caractéristiques en rigidité.

D'autre part, les actionneurs disponibles : intensité du moteur boucleuse et vitesse des moteurs principaux pour les cylindres de travail, permettent de contrôler la traction et les variations de débit métal.

### I.3.1 Modèle de fluage

Au cours de la traversée de l'intercage, la bande à chaud soumise à une traction donnée, a tendance à s'allonger élastiquement, puis si la traction est suffisamment forte, sa section diminue par fluage et à la limite, il y a striction et rupture de la bande. Cette diminution de section de la bande, à vitesse constante, entraîne une variation de débit métal dans l'intercage et par conséquent un changement des caractéristiques traction-vitesse de l'intercage considéré.

### I.3.2 Modèle de glissement



he : épaisseur d'entrée cage

- h<sub>s</sub> : épaisseur de sortie cage
- V<sub>e</sub> : vitesse d'entrée de la bande (vitesse amont)
- V<sub>s</sub>: vitesse de sortie de la bande (vitesse aval)

Fig. 2 : Schéma d'emprise lors d'un laminaged'une tôle entre deux cylindres de travail

En considérant que la largeur de la bande ne varie pas, la loi de conservation de matière s'écrit :  $V_e h_e = V_s h_s$  (1)

Or, par suite de l'amincissement de la bande lors du passage entre deux cylindres de travail ( $h_s < h_e$ ), les vitesses  $V_e$  et  $V_s$  son t nécessairement différentes entre elles et différentes de la vitesse d'un point périphérique des cylindres de travail ( $V_c$ ). La bande glisse sur la surface des cylindres. On appelle alors glissement la différence entre la vitesse du produit et celle du cylindre, ramenée à celle du cylindre. On définit ainsi un glissement amont si on se réfère à la vitesse du produit entrée de la cage et un glissement aval si on considère la vitesse de sortie du produit.

$$g_{amont} = \frac{V_c - V_e}{V_c}$$
 ,  $g_{aval} = \frac{V_s - V_c}{V_c}$ 

Le glissement amont peut se déduire de la relation (1) et à partir du glissement aval par :  $g_{amont} = 1 - \frac{h_s}{h_s} (1 + g_{aval})$  (cf annexe 1).

#### I.3.3 Trajectoire de la bande

La trajectoire de la bande dans l'intercage permet de définir les tractions qui lui sont appliquées et dont le calcul repose sur le modèle du hauban tendu (théorie des haubans chargés classiquement utilisée en résistance des matériaux) donnant l'expression de la flèche de la bande soumise à une traction constante (cf annexe 2).

Cette dernière peut être décomposée en la somme de trois flèches élémentaires :

- celle due à l'effort vertical exercé par la boucleuse sur la bande,

- celle due au poids de la bande équiréparti le long de sa trajectoire,

- celle due aux moments fléchissants d'encastrement aux extrémités de la bande, au niveau de l'emprise des cages amont et avale.

Ce modèle prend en compte la rigidité de la bande et les effets de pesanteur qui s'appliquent au métal, et peut intégrer si nécessaire les effets d'inertie [Petit,juin 1987].

#### I.3.4 Les actionneurs

Entre deux cages successives (N, N + 1) du finisseur d'un TAB, le tendeur de bande appelé boucleuse est un rouleau fou monté à l'extrémité d'un bras oscillant (figure 3). Ce bras est entraîné vers le haut par un moteur couple électrique de façon à ce que le rouleau exerce une force verticale sur la bande. Le couple ainsi appliqué à la boucleuse, c'est à dire la force verticale appliquée à la bande, détermine, pour une géométrie donnée, la traction appliquée dans la bande. Ce couple peut être régulé de façon à ce que la tension de bande soit la plus constante possible.



Fig. 3 : Principe de fonctionnement d'un intercage finisseur

En particulier, le couple peut être modulé en feed forward en fonction de l'angle de levée de la boucleuse (préréglage dynamique) [Petit,mai 1987].

D'autre part, si la boucleuse est à une hauteur différente de celle de référence, le signal détection de position boucleuse agit sur la régulation de vitesse des moteurs principaux de la cage amont et des cages précédentes (corrections feed-forward en cascade vers l'amont).

Les moteurs principaux entraînant les cylindres de travail sont composés de trois moteurs à courant continu à excitation séparée accouplés mécaniquement en série. Chaque moteur est alimenté à partir d'un pont thyristor commandé par un transformateur à courant alternatif permettant de réguler la vitesse de la cage dont la régulation est représentée par le schéma fonctionnel ci-dessous (fig. 4). Cette boucle de régulation comporte deux régulations internes : une régulation de courant d'induit (P.I) et une régulation de vitesse (P.I). La commande boucleuse est réalisée également par un moteur électrique à courant continu mais à aimant permanent, le flux est alors constant et le couple moteur ne dépend plus que de l'intensité boucleuse.



Fig. 4 : Schéma fonctionnel de régulation de vitesse d'une cage

La régulation de l'intensité boucleuse est effectuée selon le même principe que celle de la vitesse des moteurs principaux, mais en ne considérant que la régulation interne de courant.

#### I.4 REGULATIONS EXISTANTES SUR SITE INDUSTRIEL

L'objectif principal du système de régulation est de maintenir un angle boucleur voisin de l'angle d'équilibre visé, mais il est également important que la tension de la bande varie peu. Actuellement, la régulation de traction sur le site de Sollac Dunkerque est simplement assurée en boucle ouverte par le couple moteur boucleuse.

Le contrôle de débit métal est alors assuré classiquement par l'actionneur vitesse cage à partir des mesures d'angle boucleur en intercage.

Le contrôle de traction bande en cours de laminage peut être effectué par une commande sur l'actionneur intensité boucleuse à partir des mesures directes de traction. Actuellement, il est simplement assuré en boucle ouverte par le couple moteur boucleuse. La régulation de traction peut être améliorée dans un premier temps en introduisant un préréglage dynamique du couple boucleur qui est en cours de test sur le train finisseur et qui consiste à envoyer une consigne de couple fonction de l'angle boucleur mesuré à chaque instant afin de maintenir par anticipation un niveau de traction constant (correction de type feedforward). Il permet ainsi, pendant la phase de laminage, de corriger le couple boucleur afin de tenir compte de l'influence des variations d'angle boucleur sur le niveau de traction réel en intercage.

### I.5 <u>CAHIER DES CHARGES ET ENJEUX</u>

Les exigences de production dans le domaine du laminage à chaud des produits plats imposent la maîtrise accrue des caractéristiques géométriques du produit laminé, et de la conduite générale du train finisseur. Aussi, il est important de savoir maintenir si nécessaire une contrainte de traction aussi constante que possible dans la bande pour un intercage donné pour les raisons suivantes :

- minimiser la dispersion de largeur dans le train finisseur, soit en diminuant les perturbations non contrôlées de la largeur associées aux variations de traction subies, soit en utilisant les tractions maîtrisées comme nouvel actionneur de la largeur.

- assurer une conduite globalement plus stable du laminage en tandem.

- pouvoir atteindre sans risque des niveaux de traction visée plus faibles, favorables en terme de fluage en intercage.

Par ailleurs, il est également indispensable de contrôler le débit intercage pour éviter la formation de "boucle" ou de striction voire même rupture de bande. En phase de laminage, la régulation d'angle boucleur doit agir pour maintenir une position d'équilibre boucleuse constante et surtout éviter tout phénomène de pompage excessif de la boucleuse mal perçu par le lamineur.

### I.5.1 Performances actuelles et enjeux

Afin de suivre au cours du temps les performances du train finisseur, nous avons mis en place des indicateurs de performance élaborés, concernant la traction bande et les angles boucleurs, en utilisant les potentialités d'une centrale d'acquisition HP1000 sur le site industriel ; cette centrale a été utilisée comme un moyen de calcul statistique des dispersions moyennes de traction intercage [6 - 7] (boucleuse [6 - 7] instrumentée) et d'angles boucleurs ainsi que le niveau moyen de ces variables (visées et réalisées) en tête et en corps de bande, le corps de bande correspondant au régime stabilisé du train finisseur quand toutes les régulations sont mises en route.

Deux exemples types de suivi d'indicateurs bobine à bobine sont montrés aux figures 5 et 6 suivantes.



Fig. 5 : Moyenne et écart type par bande de l'angle boucleuse en intercage [6 - 7]



Fig. 6 : Moyenne et écart type par bande de la traction mesurée intercage [6 - 7]

Les variations de traction bande et d'angle boucleur sont encore assez élevées et restent supérieures à l'objectif fixé par le site et la tendance concurrentielle. Un exemple de spécifications pour l'intercage [6 - 7] peut être illustré par les chiffres suivants en corps de bande :

-	écart-type	moyen	actuel de l'angle boucleur	= 2,5°	
-	écart-type	moyen	souhaité de l'angle boucleur	= 1°	
-	écart-type	moyen	actuel de la traction bande	= 0,27	kgf/mm <sup>2</sup>
-	écart-type	moyen	souhaité de la traction bande	= 0,1	kgf/mm <sup>2</sup>

Ces indicateurs permettront, en cas de changement de processus (au niveau installation, technologies ou régulations), d'analyser l'impact correspondant sur les performances du train finisseur. Par exemple, l'analyse des indicateurs lors d'un remplacement envisageable de la boucleuse actuelle par une boucleuse faible inertie devrait permettre de valider et chiffrer la contribution de cette action technologique à l'amélioration de la stabilité boucleuse et de la dispersion de traction.

Actuellement, le suivi au cours du temps de ces indicateurs permet de déclencher "une alarme" s'ils sont très dégradés, d'analyser les causes de non réussite ou de non satisfaction en cas d'anomalies ou de dépassement des seuils, ou bien encore de justifier une action précise effectuée sur le processus.

### I.5.2 Contexte concurrentiel

La maîtrise de l'épaisseur et de la largeur constitue l'un des principaux objectifs du train continu à chaud (TCC), étant donnée l'exigence croissante des clients qui demandent des produits dont la précision dimensionnelle est de plus en plus sévère, dans un contexte concurrentiel très tendu.

Aussi, plusieurs études ont été menées dans le but d'améliorer la régulation traction-vitesse au niveau de l'intercage finisseur, en occurrence le sujet de la présente thèse.

Une comparaison quant aux systèmes de régulation de l'intercage, s'avère nécessaire avec essentiellement les trains à bandes japonais où les axes de recherche ont été orientés vers des régulations multivariables. En effet, la commande actuelle de l'intercage finisseur sur les TAB français est monovariable, reposant sur une régulation analogique de débit métal de type P.I qui reste limitée et ne permet pas d'atteindre correctement et de façon fiable, l'objectif requis de précision et de régularité des performances ; il devient ainsi nécessaire d'étudier précisément des régulations plus sophistiquées, en vue de les proposer et de les mettre en place industriellement si elles s'avèrent répondre au cahier des charges souhaité.

Une étude bibliographique a été effectuée dans ce sens et peut être résumée dans les tableaux 1 et 2 suivants, qui rappellent le type de commande appliqué pour chacun des sites industriels, ainsi que les diverses formes de contrôle de l'intercage avec boucleuse étudiées par différents auteurs dans le but d'améliorer les performances du processus en question.
Site industriel	Pilotage numé-	Pilotage analo-	Régulations intercage	Particularités
	rique	gique		
Hirohata (NSC)	х		<ul> <li>[1 - 4] Découplage statique multivariable</li> <li>[4 - 6] Contrôle optimal multivariable</li> </ul>	<ul> <li>Commande numérique sur moteurs principaux</li> <li>Boucleurs électriques sans réducteur</li> </ul>
Nagoya (NSC)	x		Régulation débit + Régulation traction par couple boucleur	
Yawata (NSC)	x		<ul> <li>[1 - 2] FTC (sans boucleur) *</li> <li>[2 - 6] Découplage statique multivariable</li> </ul>	Boucleurs hydrauliques
OITA (NSC)	x		Régulation débit + Régulation traction par couple boucleur	
Chiba (KSC)	x		<ul> <li>[1 - 3] Régulation débit et préréglage dynamique</li> <li>[3 - 7] Régulation traction par couple boucleur</li> </ul>	Boucleurs électriques sans réducteur
Mizushima (KSC)	x		<ul> <li>[1 - 3] FTC (sans boucleur)</li> <li>[3 - 7] Découplage statique multivariable</li> </ul>	<ul> <li>[1 - 3] Boucleurs</li> <li>hydropneumatiques</li> <li>[3 - 4] Boucleurs</li> <li>électriques</li> <li>[4 - 7] boucleurs</li> <li>électriques sans</li> <li>réducteur</li> </ul>
KASHIMA (SMI)	x		[1 - 7] Découplage statique multivariable	Feedback sur la largeur finisseur par action sur la traction
Fukuyama (NKK)	x		[1 - 7] Régulation débit et préréglage dynamique	- Boucleurs électriques
Dunkerque (SOLLAC)		x	[1 - 7] Régulation débit et préréglage dynamique	<ul> <li>Prototype capteur traction [6 - 7]</li> <li>Boucleurs électriques</li> </ul>
FOS (SOLLAC)		x	[1 - 7] Régulation débit conventionnelle	<ul> <li>Feed-forward sur Force cage 1</li> <li>Feedback sur largeur finisseur par action sur intensité boucleuse</li> <li>Boucleurs électriques</li> </ul>

# Tableau 1 : Bibliographie sur les différentes formes de contrôle appliquées industriellement [Petit, 1991]

\* FTC : Free Tension Control (régulation de la traction bande par les moteurs pricipaux, sans boucleur)

Auteurs	Découplage statique	Contrôle non interactif	Contrôle optimal	Simulateur numérique	Compensation débit métal
[FUKUSHIMA,1988]		х	х	х	
[SEKI,1991]			х	х	
[HAMADA,1985]	x			x	
[KONISHI]	х				
[FUKUSHIMA,1991]	х		х		
[HORI,1986]			х		
[TANIMOTO,1985]			х		
[TSUJI,1987]	E		х		
[KISHIMOTO]					х
[KIMURA,1993]			х		
[ANBE,1993]		х	х		
[NISHIKAWA,1986]			х	х	
[ISMIKAWA,1987]	х				

Tableau 2 : Rappel bibliographique des régulations étudiées par différents auteurs

# I.6 CONCLUSION

L'objectif de cette thèse réside dans l'étude de nouvelles méthodes de commande du processus intercage avec boucleuse pour un train finisseur à chaud, en incluant les évolutions proposées par d'autres sites, notamment japonais. Les résultats de cette étude permettent de contribuer scientifiquement à l'analyse comparative de différentes commandes avancées de l'intercage finisseur, avec comme objectif final de proposer et d'appliquer une commande évoluée sur un site industriel pilote capable de répondre aux performances finales requises en angle boucleur et traction bande.

Dans toute la suite de ce mémoire, les commandes multivariables du dernier intercage finisseur [6-7] ont été étudiées théoriquement à partir du modèle de comportement dynamique de l'intercage, puis testées par simulation.

# **CHAPITRE II**

# MODELISATION DU PROCESSUS PHYSIQUE DE L'INTERCAGE FINISSEUR

# MODELISATION DU PROCESSUS PHYSIQUE DE L'INTERCAGE FINISSEUR

# **II.1** INTRODUCTION

Le processus intercage finisseur peut être modélisé de différentes manières. Les phénomènes étudiés sont décrits d'un ensemble de relations mathématiques qui vont relier dans un domaine d'évolution donné, les différentes variables du processus donnant lieu à la réalisation d'un schéma bloc.

Les relations entrées-sorties peuvent être définies par des matrices de transfert (en p), le processus étant, à état continu, linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

Enfin, le même système peut être également représenté par un modèle d'état caractérisé par un ensemble de variables regroupées dans un vecteur x de  $\Re^n$  appelé vecteur d'état, dont la connaissance à l'instant t<sub>o</sub>, associée à celle de l'évolution des entrées  $u \in \Re^n$  sur l'intervalle I = [t<sub>o</sub>, t] permet à partir du modèle de prévoir l'évolution de x(t) sur I.

#### **II.2 <u>REPRESENTATION DU SYSTEME DYNAMIQUE DE L'INTERCAGE</u>**

# II.2.1 <u>Schéma-bloc du fonctionnement dynamique de</u> <u>l'intercage</u> [Petit,1991]

Le schéma bloc global de la régulation bivariable traction-vitesse est représenté sur la figure 1. Nous pouvons le décomposer en 7 zones définies par les équations physiques correspondantes (fonctions de transfert).

Notations :

$\Delta \Omega_i$ :	Vitesse de	rotation	cage	i	[rad/s]
---------------------	------------	----------	------	---	---------

 $\Delta \Omega_{ic}$  : Consigne vitesse de rotation cage i [rad/s]

$\Delta C_{lam}$	•	Couple de laminage [kgf.mm]
$\Delta \theta_i$	•	Angle de la boucleuse [degré]
$\Delta \sigma_i$	•	Traction bande [kgf /mm <sup>2</sup> ]
$\Delta L_i$	8 9	Longueur de bande dans l'intercage [mm]
$\Delta V_{ei+1}$	:	Vitesse d'entrée cage i + 1 [mm/s]
$\Delta V_{Si}$	•	Vitesse de sortie cage i [mm/s]
ΔI <sub>c</sub>	:	Consigne d'intensité boucleuse [A]
$\Delta I_{cv}$	:	Décalage de l'intensité boucleuse [A]
$\Delta C_{bi}$	:	Couple résistant sur la boucleuse [kgf.mm]
r <sub>m</sub>	:	Coefficient de réduction des moteurs principaux
J <sub>m</sub>	:	Moment d'inertie des cylindres de travail [kgf.mm.s <sup>2</sup> /d°]
rb	:	Coefficient de réduction de la boucleuse
J <sub>b</sub>	:	Moment d'inertie de la boucleuse [kgf.mm.s <sup>2</sup> /d°]
E	:	Module d'Young de la bande [kgf/mm <sup>2</sup> ]
ν	:	Coefficient de poisson

Les autres paramètres intervenant dans la description du processus sont donnés en annexe3.

Zone 1: C'est la régulation des moteurs principaux (boucle de vitesse et comportement mécanique)

L'équation correspondante est :

$$\Delta\Omega_{i} = \frac{1}{r_{m}J_{m}p} \left[ r_{m} \frac{k_{m}k_{Tm}}{F_{Cm} \cdot p} \cdot \frac{1+T_{m}p}{1+A_{m}(p)} \left( \left( \Delta\Omega_{ic} - \Delta\Omega_{i} \right) - \frac{K'_{m} (1+T'_{m}p)}{p} \Delta\theta_{i} \right) - \frac{\frac{1}{r_{m}}}{1+B_{m}(p)} \Delta C_{lam} \right]$$

Zone 2 : Régulation de débit intercage de type P.I. L'équation est :

$$\Delta \Omega_{ic} = \frac{K' (1 + T' p)}{p} \Delta \theta_i$$

Zone 3 : Modèle de fluage et débit intercage

$$\Delta \sigma_i = \frac{E}{2\nu L_i^*} \left[ \frac{1}{p} \left( \Delta V_{ei+1} - \Delta V_{si} \right) + \Delta L_i \right]$$

Zone 4 : Intensité et comportement mécanique de la boucleuse

$$\Delta \sigma_i = \frac{1}{J_b r_b \cdot p^2} \left[ \Delta I_c \frac{K_{Tb}}{F_{Cb}(1 + A_b(p))} - \frac{\Delta C_{bi}}{r_b(1 + B_b(p))} \right]$$

Zone 5 : Zone constituée uniquement des perturbations affectant le débit métal en intercage.

<u>Zone 6</u> : Préréglage dynamique de la boucleuse (lié au paramètre  $\varepsilon_1$ )

- Zone 7 : Régulation de traction de type P.I. L'équation correspondante aux zones 6 et 7 est :

$$\Delta I_{c} = \frac{F_{Cb}}{K_{Tb}} \frac{\varepsilon_{1}}{r_{b}} \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \theta_{i}}\right)^{*} \Delta \theta_{i} - \frac{K''(1+T''p)}{p} \cdot \Delta \sigma_{i} + \Delta I_{cv}$$

#### II.2.2 Matrice de transfert

Le processus intercage avec boucleuse est un système multivariable ayant 2 entrées :  $\Delta\Omega_{ic}$  (consigne de vitesse des moteurs principaux) et  $\Delta I_c$  (consigne intensité boucleuse) et 2 sorties :  $\Delta\theta_i$  (angle boucleur) et  $\Delta\sigma_i$  (traction bande) dont les caractéristiques peuvent être représentées par une matrice de transfert G(p) (fig. 1).





Fi. 1 : Processus intercage sans perturbation

En notant G(p) la matrice d'éléments  $G_{ij}(p)$  et u(t) et y(t) respectivement les vecteurs de commande et de sortie, il vient :

$$\mathbf{u}^{\mathrm{T}}(\mathbf{t}) = [\Delta \Omega_{\mathrm{ic}}(\mathbf{t}), \Delta \mathbf{I}_{\mathrm{c}}(\mathbf{t})]$$

 $y^{T}(t) = [\Delta \theta_{i}(t), \Delta \sigma_{i}(t)]$ 

 $\mathbf{G}(\mathbf{p}) = \{\mathbf{G}_{ij}(\mathbf{p})\}$ 

Y(p) = G(p). U(p)

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_i(p) \\ \Delta \sigma_i(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(p) & G_{12}(p) \\ G_{21}(p) & G_{22}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic}(p) \\ \Delta I_c(p) \end{bmatrix}$$

Le système étant linéaire et "invariant", la représentation est effectuée en utilisant le théorème de superposition, à partir du schéma global de fonctionnement de l'intercage.

De la même façon, nous obtenons la matrice de transfert liée aux perturbations K(p):

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_i(p) \\ \Delta \sigma_i(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}(p) & K_{12}(p) \\ K_{21}(p) & K_{22}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_{lam}(p) \\ (v_1 - v_2)(p) \end{bmatrix}$$

 $(v_1-v_2)$  regroupant les principales perturbations agissant sur le système et traduisant une variation de débit intercage. Dans toute la suite, nous négligerons l'effet d'une variation du couple de laminage, celui-ciétant d'un ordre de grandeur beaucoup plus faible par rapport à l'effet des autres perturbations analysées.

Les expressions des termes  $G_{ij}(p)$  et  $K_{ij}(p)$  sont données en annexe3.

#### II.2.3 Formalisme d'état

#### II.2.3.1 Equation d'état

A partir des différentes boucles constituant le schéma bloc du système, nous reconstituons les équations différentielles à partir desquelles nous construisons le modèle d'état du système sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Hz \\ y = Cx \end{cases}$$
(1)

oùx est le vecteur état,  $x \in \Re^n$ (n=7)A est la matrice d'évolution du système  $A \in \Re^{nxn}$ B est la matrice de commande  $B \in \Re^{nxm}$ (m=2)C est la matrice d'observation  $C \in \Re^{lxn}$ (l=2)H est la matrice de perturbation  $H \in \Re^{nxq}$ (q=2)y est le vecteur sorties  $y \in \Re^l$ z est le vecteur perturbations  $z \in \Re^q$ 

Le choix du vecteur d'état est guidé par la signification des composantes du vecteur d'état qui sont les suivantes :

$$\begin{cases} x_{1} = \Delta \Omega_{i} \\ x_{2} = \dot{x}_{1} + \frac{1}{r_{m}^{2}J_{m}} \Delta C_{lam} \\ x_{3} = \dot{x}_{2} - \frac{T_{m}}{X_{2}} \Delta \Omega_{ic} \\ x_{4} = \Delta \sigma_{i} \\ x_{5} = \Delta \theta_{i} \\ x_{6} = \dot{x}_{5} \\ x_{7} = \dot{x}_{6} + \frac{C_{16}}{J_{b}r_{b}^{2}} \Delta \sigma_{i} \end{cases}$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic}(t) \\ \Delta I_{c}(t) \end{bmatrix} , \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_{i}(t) \\ \Delta \sigma_{i}(t) \end{bmatrix} , \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \Delta C_{lam}(t) \\ (\mathbf{v}_{1} - \mathbf{v}_{2})(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{X_2} & -\frac{T_m}{X_2} & -\frac{X_1}{X_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-C_2C_{13}}{1-C_{13}C_{14}} & 0 & 0 & \frac{C_{13}(C_1-C_7)}{1-C_{13}C_{14}} & 0 & \frac{C_{13}C_{15}}{1-C_{13}C_{14}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-C_{16}}{J_b r_b^2} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-Y_1C_{17}}{Y_2J_b r_b^2} & \frac{-C_{17}}{J_b r_b^2} & \frac{-Y_1}{Y_2} \end{pmatrix}$$

 $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 

# II.2.3.2 Commandabilité et observabilité du modèle linéarisé

# a) <u>Commandabilité</u>

<u>Définition</u> : Le système non perturbé est dit commandable à l'instant  $t_1$  s'il existe une commande u permettant d'amener en temps fini l'état du système d'une valeur initiale  $x(t_1)$  quelconque donnée, à une valeur  $x(t_2)$  quelconque choisie.

<u>Théorème</u> : La paire (A,B) est complètement commandable si et seulement si : le rang de commandabilité du système, c'est à dire le rang  $k_c$  de sa matrice de commandabilité définie par :

 $C_{(A,B)} = [B A B A^2 B \dots A^{n-1} B]$ , (n lignes, nxm colonnes), est maximal (donc égal à n).

<u>Application</u> : considérons la sous-matrice  $M_{(A,B)}$  carrée d'ordre 7 extraite de la matrice de commandabilité  $C_{(A, B)}$  et composée par *B*, *AB*,  $A^2B$  et la 2ème colonne de  $A^3B$ .

On a alors : det 
$$M_{(A,B)} = \alpha \cdot \beta^4 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{X_2 - X_1 T m - 2T_m^3}{X_2^4}\right)$$

avec  $\alpha = \frac{C_{13}(C_7 - C_1)}{1 - C_{13}C_{14}}$ ,  $\beta = \frac{K_{Tb}}{Y_2 J_b r_b}$ ,  $\gamma = \frac{C_{13}C_{15}}{1 - C_{13}C_{14}}$ 

Application numérique pour l'intercage [6-7] :  $\alpha = -21.9 \text{ s}^{-1}$ ;  $\beta = 38.7 \text{ d}^{\circ}/\text{kgf/mm/s}^3$ ;  $\gamma = 4.7 \text{ kgf/mm}^2/\text{d}^{\circ}$ 

Ainsi la commandabilité du système ne dépend que des caractéristiques des moteurs principaux  $(T_m, X_1, X_2)$  qui sont semblables pour tous les intercages. Le déterminant de  $M_{(A,B)}$  étant non nul, la matrice  $C_{(A,B)}$  est de rang plein et le système est alors commandable quel que soit l'intercage étudié.

#### b) <u>Observabilité</u>

L'observabilité concerne la possibilité d'identifier ou de reconstruire l'état du système à partir de la connaissance de ses sorties.

<u>Définition</u> : Un système est complètement observable si quelque soit l'instant initial  $t_1$  et l'état initial  $x_1$  correspondant, il existe un instant fini  $t_2$  différent de  $t_1$ , tel que la seule connaissance de sa sortie y(t) et de son entrée u(t) sur l'intervalle de temps  $[t_1,t_2]$  permet de retrouver l'état initial  $x_1$ .

<u>Théorème</u> : La paire (A,C) est complètement observable si et seulement si le rang  $k_0$  de la matrice d'observabilité (n lignes, nxm colonnes) :

$$O_{(A,C)} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$
 est maximal égal à n ; k<sub>0</sub> est appelé rang d'observabilité

<u>Application</u> : Considérons la sous-matrice  $M_{(A,C)}$  d'ordre 7 extraite de la matrice d'observabilité  $O_{(A,C)}$  et formée par C, CA, CA<sup>2</sup> et la dernière ligne de CA<sup>3</sup>.

Après développement du déterminant, nous obtenons :

det M<sub>(A,C)</sub> = 
$$-\left(\frac{C_2C_{13}}{1-C_{13}C_{14}}\right)^3$$

La valeur numérique pour le dernier intercage [6 - 7] est :

det  $M_{(A,C)} = -6,2 \ 10^8 \ kgf^3/mm^6/rad^3$ 

La matrice  $O_{(A,C)}$  est de rang plein, le système est complètement observable quel que soit l'intercage.

# II.3 <u>CARACTERISTIQUES ESSENTIELLES DU COMPORTEMENT DE</u> <u>L'INTERCAGE FINISSEUR</u>

#### II.3.1 Perturbations principales

Les perturbations principales influençant l'intercage finisseur sont essentiellement de type débit intercage, liées aux causes prépondérantes suivantes :

- Changement de dimensions de certains organes du laminoir comme le "faux-rond" des cylindres de travail ou de soutien.

- Variations de la résistance à la déformation du métal, par exemple associées à des inégalités de température du type "traces noires".

#### II.3.1.1 Les "faux-ronds"

Ils correspondent à une non circularité des cylindres de travail et de soutien issue par exemple de défauts de centrage ou d'ovalisation après rectification. L'écart entre les deux génératrices des cylindres de travail à vide varie alors périodiquement, ce qui entraîne une variation associée de l'épaisseur du produit sortie cage et donc du débit métal en intercage ; ces défauts de fréquence élevée sur l'épaisseur peuvent par ailleurs être amplifiés par la présence de la régulation d'épaisseur type AGC.

Ces perturbations de débit présentent un caractère sinusoïdal dont la fréquence est liée à la vitesse de rotation des cylindres, et donc de la cage considérée.

Si nous tenons compte du "faux -rond" de toutes les cages, la plage de fréquence de ces perturbations sera comprise entre 1,7 et 28 rad/s.

Pour un intercage donné, les "faux-ronds" des cages amont sont prépondérants.

# II.3.1.2 Les "traces noires"

Dans les fours de réchauffage, les brames sont supportées par des glissières ou des longerons espacés régulièrement sur la longueur de la brame. Par conséquent, la température n'est pas uniforme dans la brame, présentant des chutes de température appelées "traces noires" au droit des contacts avec ces longerons. Ainsi, au niveau des parties moins chaudes, la bande est plus dure et moins réduite en épaisseur, ce qui entraîne une variation de débit. Les longerons en glissières étant disposés régulièrement, on retrouve ce défaut de température périodiquement dans la brame. Les perturbations de débit liées aux "traces noires" forment donc un signal périodique. Nous n'évoquerons par la suite que le premier harmonique de cette perturbation dont la pulsation couvre le domaine [0,6 ; 1,3] rad/s.

#### II.3.2 Comportement fréquentiel en boucle fermée

Le critère retenu dans cette étude est de minimiser l'effet des variations de débit intercage  $(v_1 - v_2)$  sur les deux variables angle boucleur et traction bande afin d'en améliorer les performances. C'est pourquoi, nous avons étudié plus particulièrement et dans toute la suite deux fonctions de transfert en boucle fermée :

- la fonction de transfert reliant l'angle boucleur aux différentes perturbations de débit métal :  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  (fig. 2)

- la fonction de transfert reliant la contrainte de traction à ces mêmes perturbations :  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  (fig. 3)



Fig. 2 : Fonction de transfert reliant l'angle boucleur et la perturbation de débit intercage





#### II.3.2.1 Comportements asymptotiques

Nous avons calculé les limites asymptotiques de ces deux fonctions de transfert dans les deux cas K'' = 0 (régulation de débit seule) et  $K'' \neq 0$  (prise en compte de la régulation de débit et de la régulation de traction). Cette première analyse repose sur la prise en compte des régulateurs analogiques de type P.I pour le contrôle du débit et de la traction bande en intercage, tel que présentés par le schéma bloc du paragraphe II.1.1.

#### a) limites asymptotiques quand $p \rightarrow 0$

$$\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} \approx \frac{-1}{p \to 0} \frac{1}{C_2 \cdot K} p. \text{ (avec ou sans régulation de traction)}$$

Cette limite est liée uniquement à K' (gain du régulateur de débit), l'absorption des "traces noires" est alors essentiellement dépendante de ce paramètre.

$$\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} \approx \frac{C_{17}Y_1}{K \cdot C_2 \cdot C_{16}} p \quad (en \ l'absence \ de \ régulation \ de \ traction)$$

$$\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} \approx \frac{C_{17}Y_1}{C_2 \cdot K_{Tb} \cdot r_b \cdot K \cdot K''} p^2 \text{ (avec régulation de traction)}$$

Dans ce cas, l'absorption des "traces noires" en terme d'effet sur la traction bande est essentiellement dépendante des gains proportionnels K' et K" des régulateurs de débit et de traction.

# b) Limites asymptotiques quand $p \rightarrow \infty$

Le comportement asymptotique haute fréquence ne dépend pas du système de régulations mais uniquement du processus physique intercage.

$$\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} \approx \frac{-C_{13}C_{16}}{J_b \cdot r_b^2 (1 - C_{13}C_{14})} p^{-3}$$
$$\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} \approx \frac{C_{13}}{p \to \infty} \frac{1 - C_{13}C_{14}}{1 - C_{13}C_{14}} p^{-1}$$

#### II.3.2.2 Fréquences de résonance et d'antirésonance

a) Fréquence de résonance

Elle correspond au niveau fréquentiel où l'amplitude en gain est maximale. Cette fréquence, indépendante de la commande est déduite des diagrammes de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  (maximum absolu) et de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$ (maximum local) (voir fig. 2 et 3). Nous pouvons la retrouver également sur les diagrammes asymptotiques de Bode de ces mêmes fonctions de transfert en boucle ouverte, K<sub>12</sub>(p) et K<sub>22</sub>(p) (fig. 4 et 5).

Le polynôme caractéristique du système non régulé est :

 $D(p) = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0$ 

$$a_{3} = (1 - C_{13}C_{14})J_{b}r_{b}^{2} = 4 \ 421,5 \ \text{kgf.mm.s}^{2} / d^{\circ}$$

$$a_{2} = C_{13}(C_{1} - C_{7})J_{b}r_{b}^{2} = 96 \ 843,4 \ \text{kgf.mm.s} / d^{\circ}$$

$$a_{1} = C_{17}(1 - C_{13}C_{14}) + C_{13}C_{15}C_{16} = 3 \ 714 \ 058 \ \text{kgf.mm} / d^{\circ}$$

$$a_{0} = C_{13}C_{17} (C_{1} - C_{7}) = 2 \ 028 \ 399 \ \text{kgf.mm} / d^{\circ}/\text{s}$$



Fig. 4 : Diagramme de Bode de  $K_{12}(p)$  (en boucle ouverte)



Fig. 5 : Diagramme de Bode  $K_{22}(p)$  (en boucle ouverte)

Nous avons ainsi calculé les pulsations caractéristiques correspondantes nous indiquant les fréquences où il y a changement de pente.

$$\omega_0 = \frac{a_0}{a_1} = 0,546 \ rad \ / s \ ; \ \omega_1 = \frac{a_1}{a_2} = 38,35 \ rad \ / s \ ; \ \omega_2 = \frac{a_2}{a_3} = 21,91 \ rad \ / s$$

Etant donné que  $\omega_1 > \omega_2$ , une formule approchée de la pulsation de résonance est alors donnée par :  $\omega_r = \sqrt{\frac{a_1}{a_3}}$  (2) correspondant à un changement de pente de -40 db/décade. Cette fréquence est également déduite graphiquement ( $f_r g$ ) sur le tracé du lieu de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  en boucle fermée pour différentes valeurs du moment d'inertie boucleuse J<sub>b</sub> et pour tous les intercages. Les résultats obtenus sont résumés dans les tableaux ci-dessous dans lesquels nous avons comparé les valeurs mesurées aux valeurs théoriques  $f_r th$  obtenues par la formule (2) [Georges, 1991].

Intercage 12

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	11,375	2,844	1,264
f <sub>r th</sub> (Hz)	4,45	8,9	13,35
f <sub>rg(Hz)</sub>	4,2	8,8	13,4

Intercage	23
-----------	----

Intercage 45

14,1

3,47

3,45

3,525

6,95

7,1

1,567

10,42

10.4

 $J_b(kg.m^2)$ 

fr th (Hz)

frg(Hz)

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	11,375	2,844	1,264
fr th (Hz)	3,14	6,29	9,43
f <sub>rg(Hz)</sub>	2,9	6,2	9,4

Intercage 34

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	11,375	2,844	1,264
f <sub>r th</sub> (Hz)	2,75	5,51	8,26
f <sub>rg(Hz)</sub>	2,8	5,5	8,5

Intercage 67

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	21,7	5,425	2,411
f <sub>r th</sub> (Hz)	3,65	7,3	10,96
f <sub>rg(Hz)</sub>	3,7	7,3	10,8

Intercage 56

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	14,1	3,525	1,657
f <sub>r th</sub> (Hz)	3,19	6,38	9,57
f <sub>rg(Hz)</sub>	3,4	6,5	9,56

Il est ainsi utile de déterminer l'expression analytique de la fréquence de résonance en fonction des paramètres physiques du système notamment le moment d'inertie, paramètre sur lequel nous pouvons jouer pour rejeter au mieux les perturbations si on accepte de modifier la technologie boucleuse.

# b) Fréquence d'antirésonance

Elle apparaît dans le lieu de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{\nu_1 - \nu_2}$  (cf fig. 3) et correspond à une chute brutale d'amplitude se traduisant par la présence d'un zéro imaginaire pur dans la fonction de transfert K<sub>22</sub>(p).(cf fig.5, annexe 3). Cette fréquence est également invariante en commandes et a pour expression :

$$\omega_{\rm ar} = \sqrt{\frac{C_{17}}{J_b r_b^2}} \ \text{rad/s} \quad (3).$$

Les tableaux ci-dessous montrent que les valeurs de cette fréquence déduites de la formule (3)  $f_{ar.th}$  sont très voisines de celles obtenues graphiquement  $f_{ar g}$ . [Georges,1991]

Intercage 12

$J_b(kg.m^2)$	11,375	2,844	1,264
f <sub>ar th</sub> (Hz)	0,79	1,59	2,38
f <sub>arg(Hz)</sub>	0,8	1,6	2,5

Intercage 23

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	11,375	2,844	1,264
f <sub>ar th</sub> (Hz)	0,53	1,07	1,6
f <sub>arg(Hz)</sub>	0,53	1,1	1,6

Intercage 34

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	11,375	2,844	1,264	
f <sub>ar th</sub> (Hz)	0,435	0,87	1,31	
f <sub>arg</sub> (Hz)	0,44	0,86	1,3	

Intercage 45

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	14,1	3,525	1,567
f <sub>ar th</sub> (Hz)	0,52	1,05	1,57
f <sub>arg(Hz)</sub>	0,53	1,1	1,6

Intercage 56

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	14,1	3,525	5 1,567	
f <sub>ar th</sub> (Hz)	0,475	0,95	1,42	
f <sub>arg(Hz)</sub>	0,47	0,97	1,5	

Intercage 67

J <sub>b</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	21,7	5,425	2,411	
f <sub>ar th</sub> (Hz)	0,55	1,1	1,66	
f <sub>arg(Hz)</sub>	0,54	1,1	1,7	

La fréquence d'antirésonance est directement liée au produit  $J_b.r_b^2$ . Ainsi, diminuer la quantité  $J_b.r_b^2$  revient à la déplacer vers les fréquences plus élevées en perturbations.

#### **II.3.3 LOCALISATION DES POLES**

Les pôles du système sont déterminés à partir du calcul du polynôme caractéristique obtenu par la règle de Mason [Petit,1991]. L'introduction d'un régulateur P.I. de débit ou de traction augmente l'ordre du système d'une unité comme le montre le tableau ci-dessous.

Système non régulé	Système régulé en débit	Système régulé en débit
(7 pôles) 🔹	seul (8 pôles) 🛛	et traction (9 pôles) 🔺
- 31,2	- 31,2	- 27,36
- 11,36	- 11,55	- 17,25
- 10,69 ± 26,72 i	$-10,83 \pm 26,98$ i	- 11,41
$(\zeta = 0,372)$	$(\zeta = 0,373)$	
- 5,28 10,054 i	- 4,38 ± 8,31 i	- 4,71 ± 25,58 i
$(\zeta = 0,465)$	$(\zeta = 0,466)$	$(\zeta = 0,181)$
- 0,55	- 0,94 ± 4,23 i	- 3,96 ± 8,79 i
	$(\zeta = 0,217)$	$(\zeta = 0,411)$
		- 0,86 ± 4,08 i
		$(\zeta = 0,206)$

Tableau : Localisation des pôles du système

Le comportement dynamique du système est géré par les pôles dominants, dont la partie réelle est plus négative quand le système est régulé mais avec un amortissement plus faible.



#### II.4 CONCLUSION

Ce chapitre a fait l'objet d'une présentation des difféfentes modélisations de l'intercage finisseur en mettant l'accent sur les principales perturbations agissant sur le système réel qui sont les "traces noires" et le "faux-rond" et quelques propriétés telles que commandabilité, observabilité et comportement fréquentiel d'angle boucleur et traction bande face à ces perturbations.

L'objectif, dans le chapitre suivant, est d'étudier la régulation du système en boucle fermée correspondant à l'existant et de proposer d'autres orientations pour améliorer les performances de la commande actuelle sur site industriel.

# **CHAPITRE III**

**OPTIMISATION DE L'EXISTANT** 

# **OPTIMISATION DE L'EXISTANT**

#### III.1 INTRODUCTION

L'objet de ce chapitre consiste à déterminer les points optimaux de fonctionnement des régulateurs d'angle boucleur et de traction bande.

Vue la complexité du système étudié (ordre 8 pour le système en boucle fermée avec régulateur de débit), il n'est pas facile de trouver un critère fiable donnant la meilleure réponse aux perturbations.

L'application de certains critères (marge de robustesse en gain-Naslin généralisé - marge de stabilité absolue - Hall et Sartorius) [Borne et al - 1993] au modèle de connaissance d'un intercage du train finisseur à chaud, a montré qu'en combinant ces critères, il est possible de prévoir le comportement des réponses d'angle boucleur et de traction bande à une perturbation de type échelon.

Nous allons examiner successivement la mise en oeuvre de chacun de ces critères en conservant dans le modèle la structure actuelle des commandes sur site industriel, c'est à dire que nous ne prendrons pas en compte le préréglage dynamique ( $\varepsilon_1=0$ ) et la régulation de traction (K"=0), ce qui revient à optimiser le régulateur d'angle boucleur par rapport à l'existant (commande P.I monovariable).

Dans un deuxième temps, les paramètres du régulateur de débit étant fixés aux valeurs optimales définies auparavant, une étude de la régulation de traction sera effectuée avec une démarche analogue à celle utilisée pour le régulateur de débit, assurant dans le cas où il n'y a pas de mesure de traction bande, au minimum les mêmes performances que celles actuellement réalisées (commande P.I bivariable).

#### **III.2** OPTIMISATION DU REGULATEUR DE DEBIT

#### III.2.1 Critère de la marge de robustesse en gain [Petit, 1991]

L'une des perturbations principales agissant sur le système physique étudié de l'intercage finisseur est la variation périodique de la température de la bande appelée "traces noires", dont la pulsation du premier harmonique correspondante se situe autour de 1 rad/s (cf fig. 2, p39).

Ainsi, pour atténuer l'effet des "traces noires", il faut déterminer un réglage maximisant le gain K' pour les basses fréquences d'excitation comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent.

D'autre part, la courbe de stabilité (fig. 1) obtenue par le critère de Routh présente un maximum précis (dans le cas présenté ci-dessous, correspondant au point de fonctionnement du dernier intercage finisseur du train à bandes de SOLLAC Dunkerque) : T' = 0,1 s, K' limite de stabilité = 0,148 rad/s<sup>2</sup>/degré).



Fig. 1 : Courbe de stabilité obtenue par le critère de Routh

Ce critère consiste donc à choisir une marge de robustesse en gain suffisante (par exemple -6 db) afin d'asssurer d'une part la stabilité et d'autre part une certaine robustesse par rapport aux valeurs des coefficients des fonctions de transfert du système réel.

Le point optimum à choisir correspond alors aux valeurs numériques suivantes

T' = 0,1 s, K' =  $\frac{1}{2}$  K'<sub>lim</sub> = 0,074 rad/s<sup>2</sup>/d<sup>0</sup>

Pour ce réglage, nous avons simulé les réponses temporelles  $\Delta \theta_i(t) et \Delta \sigma_i(t)$  à une entrée échelon en perturbation débit intercage  $(v_1 - v_2)$  (fig. 2).



 $I_{\sigma} = 1,336 \ 10^{-4} \ \text{kg}\text{f}^2 \ \text{mm}^{-4}.\text{s}$ 



Les valeurs de I<sub>0</sub> et I<sub> $\sigma$ </sub> correspondent à l'intégrale du carré de l'erreur pour l'angle boucleur et la traction bande respectivement (critère IE<sup>2</sup>). D'autre part, nous avons tracé les diagrammes de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  et  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  (fig. 3) pour différentes valeurs de K' à T' = 0,1 s confirmant ainsi qu'il faut augmenter le gain K' pour diminuer l'amplitude des diagrammes de Bode en basse fréquence, aussi bien pour l'angle boucleur que pour la traction bande.



Courbe a

Courbe b

Fig. 3 : diagrammes de Bode de 
$$\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$$
 (courbe a) et  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  (courbe b)

#### III.2.2. Critère de Naslin généralisé [Ben jamaa, 1992]

Nous proposons ici une généralisation du critère de Naslin.

Ce critère permet d'avoir une indication sur le degré d'amortissement des régimes transitoires qui présente une grande importance pour mieux connaître les réponses indicielles d'angle boucleur à une entrée de type échelon en perturbation. C'est ce qui explique l'application de cette méthode fondée sur l'analyse harmonique, qui constitue un moyen très efficace, bien que passablement détourné, pour résoudre le problème du réglage des système linéaires.

Considérons donc la transmittance w(p) en boucle fermée reliant l'angle boucleur aux perturbations  $(v_1 - v_2)$ :

$$w(p) = \frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} = \frac{B_1 p + B_2 p^2 + \dots + B_m p^m}{A_0 + A_1 p + \dots + A_n p^n}$$
(m = 5, n = 8),

$$w_1(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$$

Par analogie avec le système du second ordre, on définit les rapports caractéristiques comme suit :

$$\alpha_1 = \frac{A_1^2}{A_0.A_2}, \ \alpha_2 = \frac{A_2^2}{A_1.A_3}, \ \dots, \ \alpha_{n-1} = \frac{A_{n-1}^2}{A_{n-2}.A_n}$$

Pour une même valeur  $\alpha$  des rapports caractéristiques de Naslin et pour un numérateur constant de la transmittance w<sub>1</sub>(p), il existe une relation étroite entre la valeur  $\alpha$  et le dépassement de la réponse indicielle qui est représentée approximativement par l'expression suivante : Log D% = 4,8 - 2 $\alpha$  (1)

Dans le cas du système étudié, les rapports  $\alpha_i$  ne sont pas égaux, certains sont fixés et d'autres dépendent des paramètres libres (K', T') du régulateur. On a :

$$\alpha_5 = 1.8$$
 ,  $\alpha_6 = 1.54$  ,  $\alpha_7 = 1.92$ 

$$\alpha_i = f_i(K', T') \text{ pour } i = 1..4$$

Ceci nous a conduit à définir un facteur d'amortissement moyen  $\alpha_{moy}$  défini par :

$$\alpha_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{7} \alpha_i}{7} = f(K', T')$$

La figure 4 montre les variations de  $\alpha_{mov}$  en fonction de K' et T'.



Fig. 4 : Courbes iso-amortissement T' = f(K')

67

Notations :

 $\omega_0 = \frac{A_0}{A_1}$  = pulsation caractéristique de Naslin du 1er ordre.

tr = temps de montée de  $\int \Delta \theta_i(t) dt$  au 1er dépassement que nous considérons comme le temps de réponse, donné par tr =  $\frac{2,2}{\omega_0}$ 

T = la période des oscillations de  $\int \Delta \theta_i(t) dt$  (obtenue graphiquement)

A = amplitude du 1er dépassement de  $\int \Delta \theta_i(t) dt$  par rapport à sa valeur moyenne (obtenue graphiquement)

 $\omega$  = pulsation du 1er harmonique de  $\int \Delta \theta_i(t) dt$  égale à  $\frac{2\pi}{T}$ 

A' = amplitude du 2ème dépassement de la réponse indicielle  $\Delta \theta_i(t)$ (obtenue graphiquement)

Nous assimilons  $\int \Delta \theta_i(t) dt$  à une sinusoïde translatée d'une valeur moyenne constante  $G_0 = \frac{-1}{C_2 K'}$  qui est le gain statique théorique de la fonction de transfert W<sub>1</sub>(p). Ainsi, la réponse  $\Delta \theta_i(t)$  est également une sinusoïde d'amplitude A' = A $\omega$  et de valeur moyenne nulle.

Pour déterminer un ordre de grandeur théorique de l'amplitude A, nous supposons que le dépassement est donné par la formule (1) mais appliqué au facteur d'amortissement moyen  $\alpha_{moy}$ :  $Log D\% \approx 4.8 - 2\alpha_{moy}$ 

Donc  $A_{th} = G_0 \cdot D$  et  $A_{th} = G_0 \cdot D \cdot \omega$  avec  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  en prenant comme hypothèse de calcul  $T \approx 2 \text{ tr}$ .

Toutes ces hypothèses sont à peu près justifiées par le tableau suivant et restent valables pour  $\alpha_{moy} < 1,67$ , c'est à dire pour un régulateur de débit respectant les conditions K' > 0,05 rad/s<sup>2</sup>/d° et T' < 0,2 s (fig 4).

Au delà de ce domaine, ces différentes appoximations ne donnent plus de résultats satisfaisants.

(K', T') [rad/s <sup>2</sup> /d°, s]	(0,1 ; 0,123)	(0,08 ; 0,1)	(0,1 ; 0,15)	(0,09 ; 0,15)	(0,06 ; 0,14)	(0,08 ; 0,12)
α <sub>moy</sub> [rad/s]	1,61	1,61	1,627	1,63	1,65	1,619
tr [s]	0,78	0,75	0,84	0,85	0,86	0,79
T/2 [s]	0,55	0,69	0,51	0,59	0,87	0,68
erreur sur T (%)	41,8	8,7	64,7	44	1,1	16,2
A [d°/s]	1,19 . 10 <sup>-2</sup>	1,67 .10 <sup>-2</sup>	8,35. 10 <sup>-3</sup>	9,25 . 10 <sup>-3</sup>	1,59 . 10 <sup>-2</sup>	1,36 . 10 <sup>-2</sup>
$A_{th}$ [d°/s]	0,95 . 10 <sup>-2</sup>	1,19 . 10 <sup>-2</sup>	8,81 . 10 <sup>-3</sup>	9,65 . 10 <sup>-3</sup>	1,32 . 10 <sup>-2</sup>	1,14 . 10 <sup>-2</sup>
erreur sur A (%)	20,2	28,7	5,5	4,3	17	16,2
A' [d°]	4,95 . 10 <sup>-2</sup>	6.10 <sup>-2</sup>	4.10 <sup>-2</sup>	3,27 . 10 <sup>-2</sup>	3,95 . 10 <sup>-2</sup>	4,57 . 10 <sup>-2</sup>
A'th [d°]	3,82 . 10-2	4,98 . 10 <sup>-2</sup>	3,29 . 10 <sup>-2</sup>	3,57 . 10-2	4,8 . 10 <sup>-2</sup>	4,51 . 10 <sup>-2</sup>
erreur sur A' (%)	22,8	17	17,8	9,2	21,5	1,3

Pour illustrer ces résultats, nous donnons les deux exemples suivants de simulation réalisés pour deux réglages différents (fig. 5 et 6).



Fig. 5 : Premier exemple de simulation





Fig. 6 : Deuxième exemple de simulation

Il est clair que le critère de Naslin généralisé n'est qu'une approche permettant de prévoir un ordre de grandeur de l'amplitude de la réponse de l'angle boucleur à une entrée échelon de perturbation en débit ; c'est pourquoi, il apparaît nécessaire de compléter cette étude en appliquant d'autres critères pour optimiser le régulateur de débit intercage.

#### III.2.3 Critère de marge de stabilité absolue [Borne,1993]

La connaissance de la transmittance définit complètement les propriétés dynamiques du système considéré et en particulier sa stabilité. Celle-ci est assurée si toutes les racines de l'équation caractéristique, c'est à dire les pôles de la transmittance, ont des parties réelles négatives.

Le critère de Routh Hurwitz permet de vérifier que cette condition est remplie. A cet effet, nous calculons dans un premier temps le tableau de Routh de façon à déterminer à T' donné la valeur limite du gain K' assurant la stabilité.

Notons R(i, j) l'élément du tableau correspondant à la i ème ligne et la j ème colonne.

L'équation caractéristique étant :

 $D(p) = A_0 + A_1 p + \dots + A_8 p^8$ 

on a :  $R(1, j) = A_{10-2j}$ , j = 1..5 éléments de la 1ère ligne

 $R(2, j) = A_{11-2j}$ ; j = 1..5 éléments de la 2ème ligne

Les autres éléments du tableau sont calculés par la relation récursive suivante :

$$R(i,j) = \frac{R(i-1,1) \cdot R(i-2,j+1) - R(i-2,1) \cdot R(i-1,j+1)}{R(i-1,1)}$$

En pratique, la condition nécessaire et suffisante pour que les racines de D(p) soient à parties réelles strictement négatives est que les éléments de la première colonne du tableau de Routh soient tous strictement de même signe. Le nombre de changements de signe dans la première colonne indique le nombre de racines de D(p) à parties réelles positives.

Dans un second temps, le critère de marge de stabilité absolue,que nous appelerons également critère de Routh translaté, consiste à imposer aux parties réelles des racines de l'équation caractéristique d'être toutes inférieures ou égales à une valeur  $\alpha$  strictement négative.

Cette condition permet d'assurer la stabilité du système et aussi une décroissance exponentielle plus ou moins rapide, suivant les valeurs prises pour  $\alpha$ , des réponses indicielles d'angle à un échelon de perturbation. En effet, ces dernières peuvent être délimitées par la courbe  $e^{\alpha t}$  gérant ainsi l'amortissement enveloppe global du système.

Il est clair que plus  $\alpha$  est grand en valeur absolue, plus les réponses sont vite amorties et plus les amplitudes successives seront rapidement décroissantes (fig 7).



Fig. 7 : Réponses temporelles d'angle boucleur à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de  $\alpha$ 

71

Nous avons tracé dans le plan (T', K') la courbe limite de stabilité  $(\alpha = 0)$  et les courbes correspondant à diverses valeur de  $\alpha$  ( $\alpha = -0,05$ ;  $\alpha = -1,2$ ;  $\alpha = -2$ ). Ces courbes sont obtenues de la même façon que la courbe de stabilité de Routh mais en considérant le nouveau polynôme caractéristique translaté de  $\alpha$ :

$$D'(p) = D(p+\alpha) = \sum_{i=0}^{8} A_i (p+\alpha)^i$$

Pour chaque valeur de  $\alpha$ , nous obtenons en fait deux frontières isocritères définissant ainsi un domaine d'autant plus restreint que la valeur absolue de  $\alpha$  est grande (figure 8).



Fig. 8 : Limites de stabilité K' = f(T') obtenues par le critère de Routh translaté

Ce domaine peut à la limite se restreindre à un point correspondant aux valeurs optimales du régulateur de débit au sens de ce critère :

 $T'_{opt} = 0.18 \text{ s}$ ,  $K'_{opt} = 0.08 \text{ rad/s}^2/\text{degré}$  [Ben jamaa,1992]

Nous avons simulé les réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande pour  $(v_1 - v_2) = 1$  mm/s pour ce réglage optimal (fig 9).




Remarquons que ce critère ne dépend pas du type d'entrée sachant que nous ne connaissons pas *a priori* le type de perturbation en débit.

D'autre part, nous constatons qu'avec ce même critère, le temps de réponse et l'amplitude de la traction bande à une entrée échelon de perturbation diminuent également (fig. 10), ce qui est très intéressant dans la mesure où il existe des interactions fortes entre entrées-sorties du sytème physique de l'intercage finisseur.



Fig. 10 : Réponses indicielles de traction à un échelon de perturbations pour différentes valeurs de  $\alpha$ 

Le régulateur de débit n'agit pas seulement sur l'angle boucleur mais aussi sur la traction bande bien qu'il ait essentiellement pour rôle de réguler la variation d'angle boucleur.

# III.2.4 Critère énergétique de Hall et Sartorius [Borne, 1993]

La méthode proposée par Hall et Sartorius consiste pour un système linéaire avec régulateur donné à rechercher un asservissement minimisant l'intégrale temporelle du carré de l'erreur d'un système bouclé pour une entrée en échelon ou optimiser la réponse à une perturbation instantanée. Dans notre application, il s'agit de déterminer les paramètres optimaux du régulateur de débit (K', T') minimisant l'intégrale I suivante :

$$I = \int_0^\infty \Delta \theta_i^2(t) dt \text{ pour } (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) = \text{cte} = 1 \text{ mm/s}$$

Ce critère, nommé IE<sup>2</sup>, appliqué à un échelon, garantit une certaine rapidité du régime transitoire et un certain degré d'amortissement.

Etant donné l'ordre élevé du système étudié, nous avons calculé numériquement la valeur du critère retenu et nous avons tracé sur le même graphe des courbes d'iso-valeur de l'indicateur quadratique afin de limiter le domaine où cette intégrale est de valeur minimale.

Comme dans l'application du critère de Routh translaté, nous obtenons la même allure des courbes, c'est à dire des domaines fermés d'autant plus restreints que I décroît, le minimum de l'intégrale étant situé au centre de ces domaines inclus (fig. 11).





Les valeurs des paramètres (T', K') du régulateur de débit correspondant à ce point optimum sont :

$$T'_{opt} = 0.263 \text{ s}, K'_{opt} = 0.0813 \text{ rad/s}^2/d^{\circ}$$

De même, nous avons simulé, pour ce réglage, les réponses d'angle boucleur et de traction bande pour une entrée échelon de perturbation débit intercage  $(v_1 - v_2)$  (fig. 12).



Fig. 12 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation

Finalement, ce critère permet d'avoir un compromis entre le temps de réponse et le degré d'amortissement. Son application est facile à mettre en oeuvre numériquement mais reste limitée à l'étude pour une perturbation standard de débit de type échelon.

Il faut rappeler par ailleurs que ce critère privilégie la forme de la réponse indicielle aux instants initiaux pour lesquels la valeur de l'erreur  $\varepsilon(t)$  est la plus élevée, c'est à dire au moment du premier extrémum de la réponse temporelle d'angle boucleur.

Nous vérifions bien que le critère énergétique de Hall et Sartorius donne le réglage de régulateur de débit donnant la plus faible valeur de l'intégrale  $IE^2$  sur l'angle boucleur.

Critère	de	marge d	de	robustesse en gain	>	$I_{\theta} = 6,39.10^{-3} d^{\circ 2}.s$
Critère	de	marge o	de	stabilité absolue	>	$I_{\theta} = 3, 2.10^{-3} d^{\circ 2}.s$
Critère	de	Hall et	Sa	rtorius	>	$I_{\theta} = 2,56.10^{-3} d^{\circ 2}.s$

# III.2.5 <u>Comparaison des critères</u> [Ben jamaa,1992]

Le critère graphique de marge de robustesse en gain constitue une première approche d'optimisation du régulateur de débit permettant de privilégier la réponse fréquentielle du système en perturbation pour les faibles pulsations type "traces noires"; en revanche, ce critère donne un réglage moins amorti en réponse indicielle par rapport aux autres critères étudiés.

Cependant cette méthode ne se prête pas bien à une discussion de l'amortissement des transitoires dans l'espace des paramètres libres. C'est pourquoi nous avons étudié le critère de Naslin généralisé qui constitue un lien d'interprétation entre les critères numériques et apporte un moyen simple de discussion graphiques. II sur l'amortissement moyen et le dépassement des réponses indicielles suivant les paramètres du régulateur de débit. La figure suivante précise le degré d'amortissement associé à chaque critère d'optimisation du régulateur de débit retenu.



<sup>1.</sup> Critère de marge de robustesse en gain

2. Critère de marge de stabilité absolue

3. Critère de Hall et Sartorius

Le critère de marge de stabilité absolue (Routh translaté) permet pour un amortissement enveloppe global important (valeur absolue de  $\alpha$ ) de déterminer la rapidité du régime transitoire et de limiter les amplitudes successives de la réponse indicielle. Les réponses temporelles associées restent "typiques" (forme classique d'une réponse d'un système linéaire à une sollicitation indicielle avec amortissement "symétrique"). Le critère énergétique de Hall et Sartorius permet quant à lui d'avoir un compromis entre le temps de réponse et le degré d'amortissement, mais privilégie sensiblement la réponse temporelle au moment initial, ce qui donne un réglage"tendu" du régulateur (fort amortissement, réponse temporelle "atypique").

Les réponses fréquentielles de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  et  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  pour ces réglages optimaux obtenus par les critères ci-dessus sont représentés en fig. 13 et 14.





Nous avons indiqué sur ces mêmes graphiques et dans toute la suite la plage de fréquence des perturbations "traces noires" (identique quelque soit l'intercage) et la plage de fréquence des perturbations "faux-rond" (cette dernière dépendant de l'intercage étudié, en occurence ici le dernier intercage finisseur [6-7] d'un train à bandes), en prenant comme borne inférieure la fréquence "faux-rond" de la cage amont F6 sans accélération et comme borne supérieure la fréquence "faux-rond" de la cage aval F7 avec accélération.

En basse fréquence, les 3 critères étudiés sont voisins puisque les réglages du gain K' sont très semblables. Pour les fréquences intermédiaires, le critère de marge de robustesse en gain donne des résultats meilleurs surtout si nous tenons compte des fréquences "fauxrond" des cages antérieures ("faux-ronds" indirects).



Fig. 14 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$  pour les différents réglages optimaux du régulateur de débit

# III.3 ETUDE DU FILTRAGE SUR L'ANGLE BOUCLEUR ET LE PREREGLAGE DYNAMIOUE

## III.3.1 Filtrage sur l'angle boucleur

Nous avons vu précédemment que le régulateur de débit améliore sensiblement les performances d'angle boucleur pour les fréquences basses d'excitation du système. Cependant, le système physique non régulé en débit absorbe mieux les fréquences intermédiaires (fig. 15), d'où l'intérêt possible d'un filtre fréquentiel passe-bas sur l'entrée du régulateur de débit avec une fréquence de coupure paramétrable suivant les paramètres (T', K') du régulateur.

L'ajout du filtre dans le schéma bloc intercage avec boucleuse influe sur la stabilité du système. Nous avons donc étudié à T' donné (T' = 0,1 s) la variation de la limite de stabilité K' du régulateur en fonction de la fréquence propre d'un filtre du second ordre ayant un amortissement égal à 0,7 et dont la transmittance est de la forme :

$$\frac{1}{1+\frac{2\xi}{\omega_n}p+\frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$



Fig. 15 : Diagramme de Bode de  $\Delta \theta_i / (v_1 - v_2)$  pour différents gains K' à T' = 0,1 s

Notations :

 $f_n = fréquence naturelle du filtre 2nd ordre= \frac{\omega_n}{2\pi}$ . Pour un filtre du premier ordre de constante de temps  $T_n$ , nous noterons  $f_n = \frac{1}{2\pi T_n}$ 

Le gain K' correspondant à la limite de stabilité avec filtre est alors beaucoup plus faible que dans le cas du système régulé sans filtre (fig. 16), le gain limite de stabilité se rapprochant du gain optimal sans filtre pour une fréquence naturelle  $f_n$  élevée (fig. 17).









Si  $f_n$  est important, nous retrouvons la limite de stabilité K' du système sans ajout de filtre à T' = 0,1 s.

#### Remarque

L'utilisation d'un filtre revient en fait à augmenter la constante de temps "équivalente" de la boucle de vitesse des moteurs principaux, l'effet sera donc une sensibilité moins importante de la régulation de débit aux perturbations haute fréquence, mais parallèlement une diminution des performances du système en basse fréquence.

En effet, en utilisant un filtre premier ou second ordre devant le régulateur de débit, les Bodes d'amplitude de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} et \frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  (fig. 4 et 5) montrent qu'ils sont effectivement améliorés pour les fréquences intermédiaires. En revanche, ils sont sensiblement détériorés pour les faibles fréquences et en particulier celles correspondant au premier

harmonique "trace noire" ; à chaque test, le réglage du régulateur de débit correspondant est optimisé suivant le critère de marge de robustesse en gain (marge de robustesse de -6 db sur le gain K').







Fig. 19 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ (filtre devant le régulateur de débit)

Les réponses indicielles à un échelon de perturbation montrent alors l'inutilité du filtre à l'entrée du régulateur de débit (fig. 20) puisqu'elles s'avèrent moins bonnes que dans le cas de non filtrage : temps de réponse plus long, période d'oscillation trop grande et amplitudes successives beaucoup plus importantes (cf fig.2).







 $I_{\sigma} = 2,81 \ 10^{-3} \ kgf^2.mm^{-4}.s$ 



Fig. 6 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de  $f_n$ 

83

# III.3.2 Filtre sur le préréglage dynamique

Dans un deuxième temps, nous avons étudié l'influence du filtre passe-bas placé à l'entrée du préréglage dynamique sur les réponses fréquentielles d'angle boucleur et de traction bande aux perturbations de débit intercage.

Notons au préalable qu'introduire un préréglage dynamique de la boucleuse (cf II.2.1 zone 6, p45) améliore sensiblement les résultats en traction pour les faibles fréquences de perturbation mais diminue légèrement les performances d'angle boucleur et de traction bande pour les fréquences intermédiaires (fig. 21).





L'ajout du filtre ne change quasiment pas la stabilité du système. Pour un filtre du premier ou second ordre, nous avons tracé les variations de la limite de stabilité K' du régulateur en fonction de la fréquence  $f_n$  du filtre étudié (fig. 22).



Fig. 22 : Limite de stabilité  $K' = f(f_n)$ (filtre devant le préréglage dynamique avec  $\varepsilon_1 = 0.6$ )

La courbe de limite de stabilité K' tracée en fonction de  $f_n$  (pour T' = 0,1 s), présente une valeur maximale, ce qui permet de choisir la fréquence correspondant à ce maximum comme optimum de réglage du filtre. Pour optimiser les performances en basses fréquences en angle boucleur et traction bande, on aura donc interêt à prendre une fréquence naturelle  $f_n = 1,15$  hz pour un filtre second ordre ou  $f_n = 0,53$  hz pour un filtre premier ordre.

Le diagramme de Bode en traction (fig. 23) montre qu'en plaçant un filtre sur l'entrée du préréglage dynamique, la réponse fréquentielle en  $\sigma$  est légèrement détériorée pour les faibles fréquences mais améliorée pour les fréquences intermédiaires, lissant ainsi les fréquences de résonance et d'antirésonance constatées sur les diagrammes de Bode du processus sans filtrage ; cet effet lissage est d'ailleurs plus prononcé avec le filtre premier ordre.

Les performances d'angle boucleur sont légèrement améliorées également en résonance quand on place un filtre passe-bas adéquat à l'entrée du préréglage dynamique (fig. 24).



Fig. 23 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ (filtre avant le préréglage dynamique avec  $\varepsilon_1 = 0,6$ )



Fig. 24 : Diagramme de Bode de  $\Delta \theta_i / (v_1 - v_2)$ (filtre devant le préréglage dynamique avec  $\varepsilon_1 = 0,6$ )

Nous avons également simulé les réponses temporelles d'angle boucleur et de traction bande à une entrée échelon de perturbation de débit intercage pour différentes valeurs de fréquence du filtre montrant que les performances indicielles sont légèrement améliorées par la présence d'un filtre à l'entrée du préréglage dynamique (fig. 25 et 26).

#### <u>Remarque</u> :

Le filtre devant le préréglage dynamique agit directement sur la boucle de régulation d'intensité boucleuse tendant à ramener la bande passante de celle-ci (31,6 rad/s) au même ordre de grandeur que celle de la boucle de régulation de vitesse des moteurs principaux (15,8 rad/s). En effet, la constante de temps du moteur boucleur étant beaucoup plus faible par rapport à la constante de temps "équivalente" de l'actionneur moteurs principaux, ajouter un filtre sur le préréglage dynamique, permet d'augmenter la constante de temps de l'actionneur boucleuse et par conséquent, d'homogénéiser les deux blocs de régulation, moteurs principaux et intensité boucleuse.



 $I_{\theta} = 6,63 \ 10^{-3} \ d^{\circ 2}$  . s



Fig. 25 : Réponses indicielles d'angle boucleur à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de  $f_n$ .

87

12: 12: 42

8-FEB-92

6-FEB-92 12:12:42

19.0





## III.3.3 Synthèse du filtrage

Il n'est pas intéressant de placer un filtre devant le régulateur de débit puisqu'il influe de façon très préjudiciable sur la limite de stabilité du régulateur ayant pour conséquence une détérioration sensible des performances d'angle boucleur et de traction bande en basse fréquence. Cependant, on peut améliorer très nettement les réponses fréquentielles en traction bande et en introduisant un préréglage dynamique de la boucleuse avec filtrage associé. Ainsi, les performances en angle boucleur et traction bande pour les faibles fréquences sont très sensiblement améliorées, le filtrage permettant de limiter en amplitude les transitoires de résonance et d'antirésonance sur les réponses fréquentielles.

#### **III. 4 OPTIMISATION DU REGULATEUR DE TRACTION**

La façon de procéder pour optimiser le régulateur de traction sera réalisée de la même façon que précédemment, après avoir fixé préalablement les paramètres (T', K') du régulateur de débit. Nous prendrons comme réglage initial du régulateur de débit les valeurs suivantes : T'= 0,263 s, K' = 0,0813 rad/s<sup>2</sup>/d°, correspondant au critère énergétique de Hall et Sartorius développé au paragraphe III.2.4. Le régulateur de traction de type P.I (T", K") sert essentiellement à réguler le niveau de traction dans la bande mais agit également de façon plus ou moins importante sur la position de la boucleuse du fait des couplages qui existent entre les deux chaînes de régulation. Il s'agit donc de trouver un réglage (T", K") minimisant l'effet des perturbations en débit intercage (v<sub>1</sub> - v<sub>2</sub>) sur la traction tout en conservant ou mieux encore, améliorant la réponse d'angle boucleur à une entrée perturbate du type échelon de débit (v<sub>1</sub> - v<sub>2</sub>) = cte.

#### III.4.1 Critère de marge de robustesse en gain

Ce critère consiste à chercher le point de fonctionnement du régulateur de traction où l'amplitude de la transmittance  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  à la pulsation  $\omega = 1$  rad/s est minimale tout en ayant une robustesse suffisante donnée en gain (marge de gain choisie à 6 db). En effet, l'analyse du diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  (fig. 27) montre qu'à T" donné, il faut augmenter K" pour assurer un gain en db très faible en basse fréquence (< 2 hz) ; cependant la réponse fréquentielle est légèrement détériorée à la fréquence de résonance, la marge de gain diminuant quand K" augmente à T" constant.



Fig. 27 : diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$  pour différents gains K"

89

D'autre part, nous avons tracé dans l'espace des paramètres libres (T", K") les courbes iso-amplitude montrant que le module  $Am = \left| \frac{\Delta \sigma_i}{\nu_1 - \nu_2} \right| (\omega = 1 rad / s) \right|$  dépend très peu de T" (fig. 28).



Fig. 28 : Courbes K'' = f(T'') pour Am = cte

#### III.4.2 Critère de marge de stabilité absolue

En tenant compte du régulateur de traction dans le schéma bloc global du fonctionnement d'un intercage du train finisseur, l'ordre du système étudié est augmenté d'une unité.

La nouvelle équation caractéristique s'écrit :

$$D(p) = \sum_{i=0}^{9} A_i p^i$$

où les coefficients  $A_i$  dépendent des paramètres (T", K") du régulateur de traction. Soient  $p_i$  (i=1..9) les racines de l'équation caractéristique D(p) = 0.

Nous voulons avoir :  $Re(p_i) < \alpha < 0$ 

Cette condition se traduit dans le plan (T", K") pour une valeur  $\alpha$  donnée, par deux courbes iso-critère (supérieure et inférieure) qui délimitent un domaine n'ayant plus la même allure que dans le cas de la régulation de débit seule (fig. 29).



# Fig. 29 : Limite de stabilité K'' = f(T'') pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement $\alpha$ (critère de Routh Translaté)

Il est ainsi difficile de cerner le point optimum au sens de ce critère. Notons en plus que les valeurs d'amortissement  $\alpha$  sont très voisines pour les domaines tracés alors que les paramètres (T", K") varient dans un large intervalle.

Pour montrer que  $\alpha$  gère bien la valeur d'un amortissement, nous avons simulé pour différentes valeurs de ce paramètre, les réponses indicielles de traction bande (fig. 30) pour une entrée constante  $(v_1 - v_2)$ , en prenant les valeurs (T", K") correspondant à la limite supérieure du domaine de Routh translaté.

Le temps de réponse ainsi que les amplitudes successives de la traction bande diminuent d'autant plus que  $\alpha$  croît en valeur absolue.

D'autre part, nous avons vu que pour un même amortissement enveloppe global  $\alpha < 0$ , il existe deux frontières. Nous avons donc simulé les réponses indicielles  $\Delta \sigma_i$  (t) pour les réglages correspondant aux limites inférieures du domaine de Routh translaté (fig. 31), montrant que le système est beaucoup moins oscillant et atteint plus vite le régime permanent par rapport aux limites supérieures du domaine. En effet, pour avoir une réponse pas trop oscillante, il faut choisir à T" donné, un gain K" assez éloigné de la limite de stabilité ( $\alpha =0$ ), ce qui revient à imposer une certaine marge de gain par rapport à cette limite.





Fig. 30 : Réponses indicielles de traction à traction à un échelon de perturbation pour les limites supérieures du domaine Routh translatéde



Si nous choisissons un réglage dans le domaine où K" est faible, nous remarquons que le comportement temporel est différent : les amplitudes successives de  $\Delta\sigma_i(t)$  sont faibles, en revanche les fréquences d'oscillations sont beaucoup plus importantes (fig. 32).



Fig. 32 : Réponses indicielles de traction à un échelon de perturbation pour les faibles gains K" du régulateur de traction

Pour bien comparer ces deux comportements différents, nous avons simulé les réponses d'angle boucleur et de traction pour les quatre réglages suivants : (fig. 33 et 34).

\*) Gains K" élevés (courbes inférieures de Routh translaté) T" = 0,02 s , K" = 1972 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s ( $\alpha$  = -0,5) T" = 0,065 s , K" = 1833 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s ( $\alpha$  = -0,7)

\*) Faibles valeurs du gain K".

 $T'' = 1 s , K'' = 75 A.mm^2/kgf/s \qquad (\alpha = -0,5)$  $T'' = 0,5 s , K'' = 165 A.mm^2/kgf/s \qquad (\alpha = -0,7)$  Parallèlement aux remarques précédentes, les réponses indicielles de traction à un échelon de perturbation de type débit intercage (fig. 34) montrent que dans les deux cas, le temps de réponse pour atteindre le régime permanent est du même ordre de grandeur. Pour les faibles valeurs du gain K" du régulateur de traction, les réponses temporelles de traction ne présentent pas de différence, les réglages dans ce domaine sont alors équivalents.

> Valeurs élevées du gain K" (Courbes inférieures de Routh Translaté)



 $I_{\theta} = 2,098 \ 10^{-3} \ d^{\circ_2}$  . s



Valeurs faibles du gain K"



Fig. 33 : Réponses indicielles d'angle à un échelon de perturbation de débit pour les valeurs élevées et faibles du gain K"

Valeurs élevées du gain K" (Courbes inférieures de Routh Translaté)



 $I_{\sigma} = 3,187 \ 10^{-4} \ kgf^2.mm^{-4}.s$ 



 $I_{\sigma} = 3,402 \ 10^{-4} \ kgf^2.mm^{-4}.s$ 

Valeurs faibles du gain K"



 $I_{\sigma} = 1,585 \ 10^{-4} \ kgf^2.mm^{-4}.s$ 



Fig. 34 : Réponses indicielles de traction à un échelon de perturbation pour les valeurs élevées et faibles du gain K"

Il est également important d'analyser le comportement fréquentiel d'angle boucleur et de traction bande en présence de perturbations de débit intercage  $(v_1 - v_2)$  lorsque ces dernières sont essentielle-ment périodiques (fig. 35 et 36).

Un réglage correspondant à un gain K" faible (et T" élevé) du régulateur de traction améliore les réponses fréquentielles en  $\sigma$  et  $\theta$  pour les hautes fréquences ("faux-rond"), mais il y a une diminution très

sensible des performances de traction en basse fréquence ("traces noires") et fréquences intermédiaires.

Les performances d'angle boucleur ne dépendant principalement que du paramètre K' du régulateur de débit, ne sont pas modifiées en basse fréquence.

Il conviendra donc de choisir un régulateur de traction avec des valeurs de réglage (K", T") ajustées à un gain K" suffisant pour, à la fois rejeter correctement les perturbations périodiques de faible fréquence type "traces noires" et ne pas amplifier la résonance autour de la plage fréquentielle "faux-rond" sur les variations de traction bande et d'angle boucleur.



Fig. 35 : Diagramme de Bode  $\Delta \theta_i / (v_1 - v_2)$  pour différents réglages du régulateur de traction





## III.4.3 Critère de Hall et Sartorius

Ce critère consiste à optimiser la réponse de traction à un échelon de perturbation, ce qui revient à minimiser l'intégrale :

 $I = \int_0^\infty \Delta \sigma_i^2(t) dt \quad \text{pour } (v_1 - v_2) = 1 \text{ mm/s}$ 

Le réglage sera d'autant meilleur que la valeur de cette intégrale est faible.

Nous avons tracé dans le plan (T", K") les courbes d'iso-valeur du critère quadratique (fig. 37). Nous n'obtenons plus des domaines fermés inclus les uns dans les autres comme dans le cas de la régulation de débit optimisée par ce même critère. Le réglage optimum à choisir n'est pas aussi clair, d'autant plus que dans un large domaine, la valeur de l'intégrale reste peu sensible au choix des paramètres du régulateur. En effet, dans le domaine où  $2.10^{-4} < I < 3.10^{-4} kgf^2.mm^{-4}$ .s, la valeur de l'intégrale étant très faible, est de ce fait très sensible aux erreurs numériques. Quand on s'approche du minimum de l'intégrale, les variations de I en fonction de K" et T" sont très faibles, c'est pourquoi dans ce domaine, l'intégrale I dépend assez peu des paramètres de réglage.





A T" donné (par exemple T" = 0,05 s), nous avons simulé la réponse  $\Delta \sigma_i$  (t) à une entrée échelon en perturbation de débit pour différentes valeurs du gain K" : K" = 500, 1000, 1500 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s (fig. 38).

différentes valeurs du gain K" : K" = 500, 1000, 1500 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s (fig. 38).



Fig. 38 : Réponses indicielles de traction à un échelon de perturbation à T" = 0,05 s et pour différents gains K"

La lecture graphique des régimes transitoires appelle les remarques suivantes :

L'amplitude des premières oscillations est d'autant plus grande que K" est élevé et le temps de stabilisation de la réponse temporelle diminue quand K" augmente (amortissement plus élevé). En effet, l'aire des premières oscillations étant prédominante dans l'évaluation de I, le calcul conduit à négliger les petites erreurs (en fait tardives) au profil des plus importantes. Aussi, ce critère consiste essentiellement à rechercher une bonne rapidité de la réponse temporelle, au détriment de l'amortissement.

En rapprochant les deux critères : Hall et Sartorius et marge de robustesse en gain, le réglage optimal à choisir est alors le couple (K", T") correspondant à une faible valeur de l'intégrale I et maximisant en T" le rapport  $\frac{K"}{K_{lim}}$ , soit  $T_{opt}^{"} = 0.04s, K_{opt}^{"} = 1869 \text{ A.mm}^2/\text{kgf/s pour I}_{\sigma} = 3.10^{-4}.\text{kgf}^2.\text{mm}^{-4}.\text{s}$ 

# III.4.4 Comparaison des critères

Cette comparaison est effectuée essentiellement sur les diagrammes de Bode des fonctions de transfert reliant l'angle boucleur  $\Delta \theta_i$  et la traction bande  $\Delta \sigma_i$  aux perturbations de débit intercage (v<sub>1</sub> - v<sub>2</sub>) (fig. 39 et 40).





La limite asymptotique de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  quand la pulsation  $\omega$  tend vers 0 rad/s reste inchangée puisque le réglage du régulateur de débit est fixé par ailleurs.

Donc en basse fréquence, le diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  ne varie pas quelque soit le réglage du régulateur de traction adopté.

99





D'autre part, la limite asymptotique de  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  quand la pulsation  $\omega$  tend vers 0 rad/s est inversement proportionnelle au produit K'.K".

Les valeurs des gains K" obtenues par les différents critères étant assez voisines, les performances de traction sont donc quasiment inchangées sur la plage de fréquence des perturbations "traces noires".

Le choix du critère repose ainsi sur les meilleures réponses fréquentielles en  $\sigma$  et  $\theta$  en haute fréquence (plage de fréquence des perturbations "faux-rond").

Le réglage par le critère de marge de stabilité absolue correspondant aux paramètres T" = 0,065 s, K" = 1833 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s permet d'abaisser le niveau d'amplitude de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} et \frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  sur une majeure partie de la plage de fréquence "faux-rond", cependant l'amplitude à la fréquence de résonance, liée à la marge de gain du régulateur de traction (T", K") reste plus importante dans ce cas.

# **III.5 ETUDE DU FILTRAGE SUR LA TRACTION INTERCAGE**

Comme dans le cas de la régulation de débit, le système physique non régulé en traction absorbe mieux les fréquences intermédiaires ; on peut donc proposer a priori un filtre fréquentiel passe-bas sur l'entrée du régulateur de traction ; néanmoins les courbes (fig. 41 et 42) montrent une augmentation de l'amplitude d'angle et de traction face aux perturbations à la première fréquence de résonance. Cette amplitude de résonance, plus importante pour un filtre du second ordre, peut être nuisible au système et créer des oscillations à faible amortissement (fig. 43).

Il est à rappeler que les paramètes (T", K") du régulateur de traction sont choisis pour chaque filtre testé tels que T" maximise  $K_{\text{lim}}$  et K" assez grand pour assurer une marge de robustesse suffisante (-6 db).



Fig. 41 : Diagramme de Bode de  $\Delta \theta_i / (v_1 - v_2)$ avec filtre (f<sub>n</sub> = 2 hz) devant le régulateur de traction



Fig. 42 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ avec filtre (fn = 2 hz) devant le régulateur de traction



 $I_{\sigma} = 3,024 \ 10^{-4} \ kgf^2.mm^{-4}$ .s





 $I_{\sigma} = 1,372 \ 10^{-4} \ kgf^2.mm^{-4}$  .s

 $I_{\sigma} = 7,47 \ 10^{-4} \ \text{kgf}^2.\text{mm}^{-4}$ .s

Fig. 43 : Réponses indicielles de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de  $f_n$ 

# III.5.1 <u>Confirmation des résultats du filtrage en monovariable</u> <u>sur le comportement en régulation bivariable</u>

Une autre approche consiste à ajouter le régulateur de traction après avoir optimisé le régulateur de débit à l'entrée duquel on a mis un filtre (cf paragraphe III.3.1) et voir son influence sur les réponses fréquentielles d'angle et de traction face aux perturbations de débit intercage.

Nous remarquons que la régulation de traction amplifie l'effet négatif du filtre en entrée du régulateur de débit, aussi bien pour l'angle boucleur que pour la traction bande (fig. 44 et 45).

Nous obtenons ainsi une diminution des performances d'angle et de traction pour les basses fréquences, plus importante encore si on utilise un filtre du second ordre.

En effet, il y a dans ce cas un déplacement de la fréquence de résonance vers la zone des fréquences "traces noires", pour laquelle l'amplitude des réponses aux perturbations d'angle boucleur et de traction bande augmente sensiblement.

Pour chacun des cas présentés, les régulateurs de débit puis de traction sont ajustés suivant le critère de marge de robustesse en gain.



Fig. 44 : Diagramme de Bode de  $\Delta \theta_i / (v_1 - v_2)$ Filtre devant le régulateur de débit + régulation de traction



Fig. 45 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ Filtre devant le régulateur de débit + régulation de traction

Par ailleurs, nous avons étudié l'influence de l'ajout d'un filtre à l'entrée du préréglage dynamique (cf paragraphe III.3.2) sur les réponses fréquentielles d'angle boucleur et de traction bande aux perturbations, quand le système est régulé à la fois en débit et traction (optimisation des régulateurs par le critère de marge de robustesse en gain).

Mettre un filtre passe- bas optimal sur le préréglage dynamique permet donc d'avoir une réponse fréquentielle de traction aux perturbations lissée au niveau des transitoires fréquentiels de résonance et d'antirésonance (fig. 46) ; l'effet est cependant moins évident que pour les courbes correspondantes obtenues avec régulateur de débit seul.



Fig. 46 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ Filtre devant le préréglage dynamique ( $\varepsilon_1 = 0,6$ ) + régulation de débit + régulation de traction

Les performances d'angle boucleur restent quasiment inchangées avec et sans filtre sur le préréglage dynamique.

L'influence du filtre du premier ou du second ordre sur les réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande à un échelon de perturbation est minime (les valeurs de l'intégrale du critère quadratique en  $\theta$  et  $\sigma$  évoluent très peu).



104





 $I_{\theta} = 5,389 \ 10^{-3} \ d^{\circ 2}.s$ 

 $I_{\sigma}= 1,337 \ 10^{-4} \ kgf^2.mm^{-4}$ .s

# III.5.2 Synthèse des résultats

Une étude comparative des différentes structures est effectuée sur les réponses fréquentielles d'angle boucleur et de traction bande aux perturbations dans les deux cas suivants :

- Système sans préréglage dynamique

. Il est déconseillé d'utiliser un filtre passe-bas à l'entrée du régulateur de débit puisqu'il détériore sensiblement les performances d'angle et de traction en basse fréquence ("traces noires"), même s'il apporte une amélioration sur les fréquences "faux-rond".

. Il est également déconseillé de placer un filtre passe-bas devant le régulateur de traction car il génère une amplitude assez importante des réponses d'angle et de traction aux perturbations à la première fréquence de résonance. Elle se traduit par des réponses indicielles très oscillantes et peu amorties.

- Système avec préréglage dynamique (cf II.2.1, p 46)

Il est toujours intéressant de mettre un filtre passe-bas à l'entrée du préréglage dynamique, avec ou sans régulation de traction, permettant alors de lisser le Bode d'amplitude des variations de traction bande par rapport aux fréquences basses et intermédiaires en perturbation de débit intercage.

Avec le système régulé en débit et en traction, le filtre optimal à choisir est soit un filtre premier ordre (de fréquence de coupure voisine de 0,53 hz pour le processus physique étudié), pour conserver les qualités de réjection des perturbations type "traces noires" tout en lissant les amplitudes sur les fréquences intermédiaires, soit un filtre second ordre (de fréquence naturelle voisine de 1,15 hz pour le processus étudié) pour améliorer les qualités de réjection des perturbations type "faux-rond" sur l'angle boucleur et la traction bande en acceptant alors de diminuer les performances en traction bande sur les perturbations de faible fréquence.

Avec le système uniquement régulé en débit, un filtre premier ordre de fréquence de coupure voisine de 0,53 hz sera préféré, permettant de lisser le comportement fréquentiel en traction bande sur les fréquences intermédiaires.

# III.6 <u>DEFINITION DU GABARIT DU FILTRE ASSOCIE A L'ANGLE</u> <u>BOUCLEUR</u> [Walton et Marschall,1987]

# III.6.1 Préliminaire

Le garabarit du filtre est déterminé par la définition de ses caractéristiques, à savoir son gain linéaire K et son déphasage  $\varphi$  en fonction de la fréquence, ou encore par une courbe paramétrée en  $\omega$ donnant le gain en fonction de  $\tau$  ("temps de retard de groupe") défini par  $\underline{\varphi(\omega)}$ 

ω

Dans cette partie, on se propose de modéliser le filtre par un gain multiplié par un retard pur à chaque fréquence et de déterminer dès lors la limite de stabilité du processus en ayant placé ce filtre devant le régulateur de débit. Cette étude de stabilité est alors ramenée à celle d'un système retardé permettant de définir une condition sur le gabarit du filtre pour que le processus régulé en débit avec filtre soit stable.

Nous proposons ici une méthode heuristique pour une prévision du gabarit du filtre permettant de conserver la stabilité du système.

# III.6.2 Synthèse du gabarit

Un filtre passe-bas placé devant le régulateur de débit change la courbe de stabilité du système en boucle fermée comme nous l'avons vu précédemment, en diminuant fortement le gain maximal K', détériorant ainsi les performances d'angle boucleur au niveau des perturbations "traces noires".

Pour garder les mêmes performances en basse fréquence, on impose les mêmes caractéristiques du régulateur de débit que dans le cas "sans filtre", et nous déterminons le gabarit passe-bas du filtre qui satisfait la stabilité du système.

Le filtre est caractérisé par un gain linéaire  $K(\omega)$  et un déphasage  $\varphi(\omega)$ , liés au caractère de grandeur complexe qui est attaché à la fonction de tranfert du filtre.
Le déphasage étant équivalent à un retard pur pour chaque fréquence donnée, le filtre est alors modélisé par  $K(\omega)e^{-\tau(\omega)p}$  $\left(où \tau(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{\omega}\right)$ . Il s'agit dès lors d'étudier la stabilité, pour chaque fréquence, d'un système linéaire avec retard pur équivalent.

La transmittance du "régulateur + filtre" devient alors  $\frac{K. K'(1 + T'p)}{p} e^{-\tau p}$  où T' et K' sont fixés par le critère de marge de robustesse en gain (T' = 0,1 s, K' = 0,074 rad/s<sup>2</sup>/d°)

En notant  $K_r = K.K'$ , nous pouvons développer l'équation caractéristique du système bouclé, paramétrée en  $K_r$ , sous la forme :

$$F(p,\tau) = D(p) + K_r \cdot N(p) e^{-\tau p} = 0$$

où N et D sont deux polynômes réels.

Pour analyser la stabilité, l'idée consiste alors à chercher s'il existe des valeurs du retard  $\tau_j$  pour lesquelles l'équation caractéristique admet des racines imaginaires pures, car c'est en ces points particuliers qu'un changement dans le comportement asymptotique peut se produire.

Plusieurs méthodes permettant d'étudier la stabilité des systèmes à retard ont été proposées dont nous trouverons une synthèse dans [Dambrine,1992], [Borne et al,1993] ; la méthode utilisée ici et d'application simple est due à [Walton et Marschall,1987].

La procédure est la suivante :

1 - Déterminer la situation des racines du système non retardé (F(p,0) = 0);

2 - Calculer le polynôme  $q(\omega^2) = D(j\omega) \cdot D(-j\omega) - K_r^2 N(j\omega) \cdot N(-j\omega)$ , obtenu à partir de l'équation  $F(p,\tau) = 0 = F(\overline{p},\tau)$  pour les racines imaginaires pures  $p = j\omega$ ;

3 - Rechercher les éventuelles racines  $\omega_j$  réelles positives de  $q(\omega^2) = 0$ , qui correspondent aussi à des racines imaginaires pures pour  $F(p, \tau) = 0$ ;

4 - Etudier le comportement du lieu des racines en ces points  $\omega_j$ : Si  $q(\omega_j^2)$  traverse l'abscisse (axe des  $\omega^2$ ) de bas en haut, F (p,  $\tau_j$ ) traverse l'axe imaginaire de la gauche vers la droite, et on a donc stabilité jusqu'à  $\tau < \tau_j$  (ou du moins  $\tau_{j-1} < \tau < \tau_j$ ) pour plusieurs solutions de  $q(\omega^2) = 0$ ). A une valeur de  $K_r$  donnée, le polynôme  $q(\omega^2)$  admet une seule racine réelle positive  $\omega_0$  à laquelle correspond une valeur limite  $\tau_0$  du retard ( $\tau < \tau_0, \tau_0$  étant défini par :  $e^{-\tau_o j \omega_o} = -\frac{D(j\omega_0)}{K_r \cdot N(j\omega_o)}$ ).

La courbe ci-dessous est obtenue en faisant varier  $K_r$  (par incrémentation) jusqu'à la valeur limite de stabilité quand le système est non retardé ( $K_r = 0,148 \text{ rad/s}^2/\text{degré}$ ) et en déterminant la valeur du retard  $\tau_0$  limite correspondant. On se définit une marge de gain moitié par rapport à  $K_r$ , ce qui revient à prendre  $K(\omega) = \frac{K_r}{2.K'}$ .

Le gabarit du filtre (paramétré en  $\omega$ ) doit donc être inclus dans le domaine délimité par la courbe  $K(\omega) = f(\tau(\omega))$  ainsi obtenue.

Sur le même graphe, nous avons tracé les gabarits des filtres premier et second ordre testés précédemment, montrant alors que le système devient instable en imposant les paramètres des régulateurs de débit aux valeurs T' = 0,1 s, K' = 0,074 rad/s<sup>2</sup>/d°.



Fig. 47 : Courbe  $K(\omega) = f(\tau(\omega))$ limite de stabilité du système avec filtre devant le régulateur de débit

Il est alors difficile de trouver un filtre classique satisfaisant la contrainte ci-dessus : il conviendrait en conséquence d'étudier d'autres filtres plus sophistiqués (filtres numériques passe-bas, filtre FIR à déphasage linéaire, ...). En résumé, l'utilité potentielle du filtre passe-bas à l'entrée du régulateur de débit serait d'améliorer les performances d'angle et de traction sur les fréquences intermédiaires des perturbations. Cependant, en gardant le même réglage du régulateur de débit afin d'assurer une meilleure réjection des perturbations "traces noires", un filtre premier ou second ordre

$$\left(\frac{1}{1+\tau p}, \frac{1}{1+\frac{2\xi}{\omega_n}p+\frac{1}{\omega_n^2}p^2}, \text{ avec } \tau = 0,354 \text{ s}, \xi = 0,7, \omega_n = 2,83 \text{ rad / s}\right)$$

introduit une instabilité du système global ; il faudrait dès lors choisir un filtre beaucoup plus sophistiqué dont les caractéristiques permettent de satisfaire aux spécifications demandées.

Pour préciser ces caractéristiques, une méthode heuristique conservant la stabilité du système a été proposée, permettant de prédire le gabarit nécessaire du filtre, en terme de gain fonction du temps de retard de groupe.

#### III.7 <u>CONCLUSION</u>

Ce chapitre a fait l'objet d'une application de différents critères de régulation continue pour l'optimisation des régulateurs de débit et de traction bande associés au processus intercage finisseur.

D'une part, une comparaison de ces critères a été établie dans le but d'évaluer les qualités de rejet des perturbations indicielles "traces noires et "faux-ronds" sur l'angle boucleur et la traction bande.

D'autre part, une étude de filtrage associé à l'angle boucleur a été menée afin d'améliorer les performances de ce dernier pour les fréquences intermédiaires des perturbations. En ce sens, une définition du gabarit du filtre permet de prédire ses caractéristiques pour ne pas dégrader la stabilité du système. Pour améliorer les performances de cette commande, un préréglage dynamique de la boucleuse a été proposé sur lequel un filtrage permet

dynamique de la boucleuse a été proposé sur lequel un filtrage permet compléméntairement de lisser le comportement fréquentiel de traction bande par rapport aux fréquences basses et intermédiaires des perturbations de débit intercage.

Enfin, le problème majeur de la commande d'un intercage est le contrôle simultané de l'angle boucleur et de la traction bande qui forment un système fortement interactif Il est alors difficile d'améliorer les performances en angle boucleur sans considérer des commandes permettant de réduire ou éliminer le couplage entre ces deux variables.

Dans le chapitre suivant, une attention particulière a été portée sur la commande de l'intercage par découplage. Plusieurs méthodes de découplage seront alors proposées afin d'atténuer les interactions entre l'angle boucleur et la traction bande.

# **CHAPITRE IV**

# COMMANDES MULTIVARIABLES PAR DECOUPLAGE

# COMMANDES MULTIVARIABLES PAR DECOUPLAGE

### IV.1 INTRODUCTION

Dans un processus multivariable, l'ensemble des entrées est en général susceptible d'influer sur l'évolution de l'ensemble des sorties. Le but du découplage est de permettre, dans la mesure du possible, de limiter l'effet d'une entrée à une seule sortie permettant alors de modéliser le processus sous la forme d'un ensemble de systèmes monovariables évoluant en parallèle, les commandes étant alors non interactives. La mise en oeuvre de méthodes de découplage nécessite l'existence d'un nombre d'entrées au moins égal au nombre de sorties et de préférence égal.

La théorie de la commande non interactive peut être développée, soit en utilisant une représentation du type matrices de transfert qui ne décrit valablement que les parties commandables et observables, soit en utilisant une représentation dans l'espace d'état qui conserve une description complète du processus.

Nous avons donc choisi de faire l'étude du découplage de plusieurs manières différentes :

- Découplage statique
- Découplage dynamique par précompensateur
- Découplage dynamique par retour d'état.

D'une manière générale, l'élaboration du système de commande se fait en deux étapes de la façon suivante :

- Dans une première étape, on découple le processus à l'aide d'une première loi de commande, dont la détermination est exposée dans chacune des parties qui suit.

- Dans une seconde étape, on détermine pour chaque partie, le régulateur ou la loi de commande qu'il faut appliquer à chaque soussystème découplé pour que celui-ci ait, en boucle fermée, des performances choisies, données par exemple sous forme d'un temps de réponse et d'un dépassement maximum autorisé.

#### **IV.2 DECOUPLAGE STATIQUE**

Dans un intercage du train finisseur, l'angle de la boucleuse  $\Delta \theta_i$  et la traction bande  $\Delta \sigma_i$  sont liés fortement et forment un système interactif ; Ce système est commandé par la consigne vitesse de rotation des moteurs principaux  $\Delta \Omega_{ic}$  et la consigne intensité boucleuse  $\Delta I_c$ . Pour éliminer ces interactions, nous introduisons de nouvelles variables de commande notées  $\Delta \Omega_{ic}^*$  et  $\Delta I_c^*$  permettant dans un premiers temps, de découpler le système en statique, c'est à dire en régime permanent à consigne constante. Cependant, on ne peut pas garantir que le découplage a lieu en d'autres domaines de fréquence. Ainsi, la mise en oeuvre pratique du système découplé statiquement pose certains problèmes tels que celui de la stabilité de ce dernier, qu'il convient de vérifier a posteriori en étudiant l'ensemble process-commande.

Dans les paragraphes suivants, nous exposons la méthode d'élaboration de la loi de commande qui découple le système en statique, l'étude de la stabilité du système en boucle fermée après avoir ajouté des régulateurs à action proportionnelle et intégrale (P.I.) dans les chaînes de régulation d'angle boucleur  $\Delta \theta_i$  et de traction bande  $\Delta \sigma_i$ , ainsi que l'optimisation de ces derniers par les critères déjà vus dans le chapitre précédent.

#### IV.2.1 Principe

Le comportement en intercage finisseur est représenté par la matrice de transfert suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta \Omega_i \\ \Delta \sigma_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(p) & G_{12}(p) \\ G_{21}(p) & G_{22}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic} \\ \Delta I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}(p) & K_{12}(p) \\ K_{21}(p) & K_{22}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_{lam} \\ (v_1 - v_2) \end{bmatrix}$$

Dans le processus actuel, étant donné que  $G_{12}(p)$  et  $G_{21}(p)$  sont non nuls, un système d'interférence mutuelle est formé qui peut être éliminé en régime statique en introduisant de nouvelles variables de commande  $\Delta \Omega_{ic}^* et \Delta I_c^*$  telles que :

$$\begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic} \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic}^* \\ \Delta I_c^* \end{bmatrix}$$

La matrice constante C est choisie de telle façon que la matrice de transfert du nouveau système découplé F(p) = G(p).C soit diagonale à fréquence nulle.

En transformant F(p) en matrice unité à  $\omega = 0$  rad/s, G(0) C = I avec ici G<sub>22</sub>(0) = 0, les coefficients de la matrice C sont alors les suivants :

$$C_{11} = 0$$
;  $C_{12} = \frac{1}{G_{21}(0)}$ ;  $C_{21} = \frac{1}{G_{12}(0)}$ ;  $C_{22} = \frac{-G_{11}(0)}{G_{12}(0)G_{21}(0)}$ 

$$posons F(p) = \begin{bmatrix} F_1(p) & F_2(p) \\ F_3(p) & F_4(p) \end{bmatrix} \xrightarrow{matrice de transfert entre}{sorties \Delta \theta_i, \Delta \sigma_i et nouvelles} \\ commandes \Delta \Omega_{ic}^*, \Delta I_c^*$$

On a :

$$F_1(p) = \frac{\Delta \theta_i}{\Delta \Omega_{ic}^*} = \frac{G_{12}(p)}{G_{12}(0)}$$

$$F_2(p) = \frac{\Delta \theta_i}{\Delta I_c^*} = \frac{1}{G_{21}(0)} \left[ G_{11}(p) - \frac{G_{11}(0)}{G_{12}(0)} G_{12}(p) \right]$$

$$F_{3}(p) = \frac{\Delta \sigma_{i}}{\Delta \Omega_{ic}^{*}} = \frac{G_{22}(p)}{G_{12}(0)}$$

$$F_4(p) = \frac{\Delta \sigma_i}{\Delta I_c^*} = \frac{1}{G_{21}(0)} \left[ G_{21}(p) - \frac{G_{11}(0)}{G_{12}(0)} G_{22}(p) \right]$$

Le système découplé et compensé avec des réseaux correcteurs qui sont en général des P.I, est alors schématisé suivant le diagramme de la figure 1.



Fig. 1 : schéma bloc du comportement d'un intercage finisseur (commande multivariable)

Pour qu'il y ait poursuite de consigne, des régulateurs feedback  $R_1(p)$  et  $R_2(p)$  sont ajoutés dans chaque sous-système monovariable. La nouvelle loi de commande est représentée sous la forme générale suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic} \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C_{12}R_2(p) \\ C_{21}R_1(p) & C_{22}R_2(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \sigma \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{pmatrix} \Delta \theta = \theta_i - \theta_{vis\acute{e}e} \\ \Delta \sigma = \sigma_i - \sigma_{vis\acute{e}e} \end{pmatrix}$$

Pour effectuer le découplage statique, il n'est donc pas possible de commander la variation d'angle  $\Delta \theta$  par la vitesse de rotation des cylindres, ce qui conduit alors à un changement de la structure actuelle de commande utilisée industriellement.

### IV.2.2 Stabilité et régulation

Le système obtenu en boucle fermée se comporte en statique comme deux sous-systèmes monovariables dont l'affichage des réglages peut s'effectuer l'un indépendamment de l'autre. Cependant, le découplage n'a pas lieu sur toutes les gammes de fréquence, ou du moins sur la plage de fréquence d'excitation du système ; il ne faut donc pas négliger au niveau des transitoires les couplages plus ou moins importants qui existent entre les chaînes. Parallèlement, nous ne pouvons pas affirmer que la commande obtenue assure la stabilité du système.

La méthode choisie pour étudier la stabilité consiste à considérer dans un premier temps la boucle de régulation d'angle boucleur sans tenir compte des termes de couplage, de déterminer le domaine de stabilité dans le plan des paramètres  $(T_1, K_1)$  du régulateur P.I de débit intercage et d'optimiser ces paramètres selon les critères du chapitre précédent. Dans un deuxième temps, le régulateur de traction est optimisé en considérant le second sous-système dont l'étude de stabilité dans le plan  $(T_2, K_2)$  des paramètres du régulateur P.I de traction nécessite, cette fois-ci, la prise en compte de toutes les interactions.

En ce sens, le découplage statique ne constitue pas un moyen satisfaisant de simplifier le système de commande.

### IV.2.2.1 Régulation de débit

La régulation de débit s'effectue en ajoutant un correcteur proportionnel intégral dans la chaîne directe reliant l'angle boucleur à la nouvelle commande  $\Delta \Omega_{ic}^{*}$  et en supposant que toutes les interactions entrées-sorties soient éliminées.

La courbe de stabilité de cette boucle de régulation présente, dans le plan (T<sub>1</sub>, K<sub>1</sub>) des paramètres du régulateur de débit dont la transmittance est de la forme  $\frac{K_1(1+T_1p)}{p}$ , un maximum K<sub>11im</sub>max correspondant à la constante de temps du régulateur T<sub>1</sub> = 0,04 s (fig. 2).





Sachant que l'erreur statique dépend du gain K<sub>1</sub> du correcteur  $\left(\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} \underset{p \to 0}{\approx} \frac{-C_{16}}{K_1 C_{17} (C_1 - C_7)} p\right), \text{ le critère choisi serait de prendre}$ pour K<sub>1</sub> la valeur qui maximise la fonction K<sub>11im</sub> = f (T<sub>1</sub>), la valeur de T<sub>1</sub> correspondante étant alors appelée T<sub>10pt</sub>, et de diviser K<sub>1</sub> par 2 pour obtenir une marge de robustesse en gain de l'ordre de - 6 db. Ce réglage optimal  $\left(T_{1opt} = 0.04 \text{ s}, K_{1opt} = \frac{K_{11immax}}{2} = 196.225 \text{ rad}/\text{s}^2/\text{degr}\acute{e}\right)$  permet d'assurer une certaine marge de robustesse face aux variations des paramètres physiques du système lors du laminage successif des bandes et pour différents points de fonctionnement.

La figure 3 confirme bien que plus  $K_1$  augmente, plus le gain statique devient faible et meilleure sera l'absorption des perturbations traces noires dont la fréquence se situe autour de 1 rad/s ; en revanche on observe une légère détérioration de la réponse d'angle boucleur au niveau des perturbations faux-rond.





Une autre manière d'optimiser le régulateur d'angle boucleur est de choisir un réglage permettant d'imposer les modes du sous-système en boucle fermée dont la partie réelle est suffisamment élevée en valeur absolue. Si  $p_i$   $(1 \le i \le 5)$  désignent les pôles de la boucle de régulation d'angle boucleur, le critère consiste à imposer  $\text{Re}(p_i) < \alpha < 0$ , permettant d'assurer une bonne marge de stabilité absolue et un régime transitoire bien amorti, puisqu'il est délimité par une courbe enveloppe  $e^{\alpha(t - t_0)}$ , d'autant plus décroissante que  $\alpha$  est grand en valeur absolue.

La figure 4 montre les domaines de stabilité pour différentes valeurs de  $\alpha$  imposées au système, qui convergent vers un point optimum :

 $T_{1opt} = 0.045$  s,  $K_{1opt} = 275.6$  rad/s<sup>2</sup>/degré correspondant à la plus petite valeur de  $\alpha$  satisfaisant la condition  $\text{Re}(p_i) < \alpha < 0$  et appelée marge de stabilité absolue ( $\alpha \approx -5$ ).



Fig. 4 : Régulation d'angle par le critère de Routh translaté (en supposant le découplage parfait)

Ce critère présente un double intérêt : d'une part de garantir le comportement qualitatif du système même si le modèle utilisé est imparfait, et d'autre part de permettre l'estimation du temps de réponse à  $\beta$  % pour une sollicitation donnée.

Il permet aussi d'estimer la capacité du système à absorber les erreurs de réglage dues à d'éventuels défauts d'identification et de non concordance entre le processus et le modèle. Enfin, le dernier critère utilisé est celui de Hall et Sartorius qui consiste à minimiser l'intégrale du carré de la réponse d'angle boucleur à une perturbation en échelon. Le calcul de cette intégrale I en fonction des paramètres du système et du correcteur permet de définir le minimum de cette fonction en traçant sur le même graphe dans le plan  $(T_1, K_1)$  (fig. 5) les courbes iso-valeurs de l'indicateur quadratique qui forment des domaines fermés convergeant vers un point optimum :  $T_{1opt} = 0.124$  s,  $K_{1opt} = 188.3$  rad/s<sup>2</sup>/degré.



<u>Fig. 5</u> : Régulation d'angle par le critère de Hall et Sartorius (en supposant le découplage parfait)

La simulation de la réponse d'angle boucleur à un échelon de perturbation en débit pour ces différents points optimaux du régulateur de débit est donnée par la figure 6. Le critère de Hall et Sartorius permet de limiter les amplitudes successives notamment des premières oscillations pour une entrée échelon.

Le temps de réponse est beaucoup plus faible pour un réglage obtenu par le critère de Routh translaté lié directement à la marge de stabilité imposée. Le critère de marge de robustesse en gain est une première approche d'optimisation facile à mettre en oeuvre, permettant essentiellement de se garder une marge d'erreur par rapport à une variation des paramètres physiques du système.





IV.2.2.2 Régulation de traction

Pour étudier la stabilité du système dans le plan des paramètres  $(T_2, K_2)$  du régulateur de traction, il a fallu tenir compte de tous les

couplages qui existent entre les deux chaînes de régulation. En effet le découplage statique permet de découpler le système uniquement en basse fréquence, les deux sous-systèmes restant interconnectés sur les autres fréquences.

Nous allons traiter successivement l'application des critères décrits au chapitre 3 pour l'optimisation du régulateur de traction.

La figure 6 montre le domaine pour lequel le système reste stable, délimité par une courbe ne présentant pas de maximum local pour le réglage choisi par le critère de marge de robustesse en gain du régulateur d'angle boucleur. Cela revient, en considérant le même critère, à ajouter dans la chaîne directe de régulation de traction un intégrateur pur. Le réglage est alors le suivant :  $T_2 = 0$  s,  $K_2 = 1.862$  A.mm<sup>2</sup>/kgf/s.



Fig. 7 : Limite de stabilité  $K_2 = f(T_2)$ en tenant compte des termes de couplage  $(T_1 = 0.4; K_1 = 196.225)$ 

Le fait de prendre une petite constante de temps  $T_2$  du régulateur de traction, permettant ainsi de garder la même structure du régulateur, ne change quasiment pas la stabilité du système, ni le comportement d'angle boucleur et de traction bande face aux perturbations en débit ( $v_1$ -  $v_2$ ).

L'application du critère de "Routh translaté" (fig. 8) montre que sur un large domaine de variation des paramètres du régulateur de traction, la marge de stabilité varie peu, c'est à dire que le réglage du régulateur reste assez peu sensible à la valeur d'amortissement  $\alpha$  choisie au voisinage de 0,5 en valeur absolue, sachant que le système est rapidement déstabilisé pour des valeurs d'amortissement supérieures. Donc, contrairement aux résultats précédents (cf chapitre 3), nous n'avons pas de point optimum du fonctionnement du régulateur de traction au sens de ce critère ; pour obtenir un réglage optimal, il faudrait alors adjoindre un second critère complémentaire.



<u>Fig. 8</u>: Régulation de traction par le critère de Routh translaté prise en compte des termes de couplage  $(T_1 = 0.045 \text{ s}; K_1 = 275.6 \text{ rad/s}^2/\text{degré})$ 

Avec le critère de Hall et Sartorius, nous obtenons le même type de jeu de courbes d'iso-valeur du critère quadratique  $I_{\sigma}$  que précédemment (fig. 9) convergeant vers un point optimum :  $T_2 = 0.08 \text{ s}$ ;  $K_2 = 2.032 \text{ A.mm}^2/\text{kgf/s}$ .

En calculant la valeur de l'intégrale  $I_{\theta}$  du carré de la réponse d'angle boucleur aux perturbations avec prise en compte des interactions (fig. 10), le minimum de cette intégrale se situe plutôt dans le domaine où le gain  $K_2$  est petit, ce qui est logique puisque le réglage du régulateur de débit a été optimisé au départ sans prise en compte des interactions (hypothèse de découplage parfait), la présence du régulateur de traction pouvant alors renforcer ce couplage. Ainsi le réglage au point optimum du régulateur de traction permet d'améliorer la réponse indicielle de traction à un échelon de perturbation en débit, un et degré assurant compromis entre temps de réponse en d'amortissement, mais d'un autre côté, ces mêmes performances sont légèrement détériorées par rapport à l'absence de régulation de traction pour la réponse d'angle boucleur à ces mêmes perturbations.



<u>Fig. 9</u>: Régulation de traction par le critère de Hall et Sartorius prise en compte des termes de couplage  $(T_1 = 0,124 \text{ s}; K_1 = 188,3 \text{ rad/s}^2/\text{degré})$ 



<u>Fig. 10</u> : Courbes iso-valeurs d'intégrale  $I_{\theta}$ indicateur quadratique appliqué à l'angle boucleur en tenant compte de tous les termes de couplage.

Les réponses d'angle boucleur et de traction bande pour les deux critères étudiés sont données à la figure 11 : le critère de Hall et Sartorius tolère plus d'oscillations de petites périodes, au détriment de la rapidité du régime transitoire, tandis que le critère de marge de robustesse en gain engendre des réponses dont les oscillations sont plus amorties avec des fréquences plus élevées.



 $I_{\theta} = 3.858 \ 10^{-4} \ d^{\circ}2$ 

 $I_{\sigma} = 5.156 \ 10^{-3} \ kgf^{2}.mm^{-4}.s$ 

Fig. 11 : Réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande aux perturbations débit intercage pour les points optimaux des régulateurs suivant différents critères

# IV.2.3 <u>Résultats</u>

L'observation des résultats obtenus montre qu'il n'est pas intéressant d'appliquer une loi de découplage statique au système. En effet, même si celle-ci conduit à une amélioration des performances d'angle boucleur au niveau absorption des perturbations, elle présente néanmoins des résultats très négatifs concernant la réponse fréquentielle de traction bande à ces mêmes perturbations. Or, il est nécessaire dans un intercage du train finisseur, de maîtriser la traction dans la bande, afin de stabiliser le laminage et d'avoir de bonnes qualités dimensionnelles finales de la bande d'acier.

D'autre part, du fait du caractère non dynamique du découplage statique, il a fallu tenir compte de toutes les interactions entrées-sorties pour l'étude de la stabilité du système global et l'optimisation de la régulation de traction, ce qui a amené à augmenter l'ordre des fonctions de transfert du système en boucle fermée et à créer ainsi des calculs plus complexes que dans le cas du système initial.

Enfin, la comparaison de la loi de commande de découplage statique, avec l'approche P.I bivariable confirme, comme nous le verrons au chapitre 7, le non intérêt de cette commande essentiellement vis à vis des performances de traction qui sont très atténuées dans ce cas.

## IV.3 DECOUPLAGE PAR PRECOMPENSATION DYNAMIQUE

Dans le cadre général de la théorie de la commande multivariable, une attention considérable a été accordée aux concepts de non interaction. Dans cette optique, on cherche le plus souvent à compenser le processus de telle sorte que chaque entrée (c'est à dire généralement une consigne) affecte seulement une sortie. Bien que pour certaines applications, le découplage constitue en lui-même la performance désirée, il est considéré le plus souvent comme un moyen de simplifier le système de commande.

En effet, pour un système découplé, le critère de performance peut lui même être découplé, ce qui permet sur le plan pratique, de se ramener au réglage de sous-systèmes mono-entrée mono-sortie au lieu de devoir ajuster globalement les performances d'un système multientrées multi-sorties, généralement fortement couplé. Nous pouvons ainsi réduire le problème initial d'optimisation globale à plusieurs problèmes d'optimisation indépendants les uns des autres et relatifs à des systèmes monovariables de dimensions réduites.

Une approche simplifiée du système consiste à dire que si G(p) représente la matrice de transfert du processus, il suffit de placer un régulateur C(p) en amont de façon à ce que la matrice de transfert F(p) = G(p) C(p) du nouveau système soit diagonale.

Une telle approche implique divers commentaires :

- La méthode est susceptible de faire apparaître des modes non observables ou non commandables, ce qui est particulièrement dangereux, si ces modes sont instables. On doit donc éviter de faire des simplifications des pôles et zéros instables entre G(p) et C(p). Dans le cas du système étudié, tous les zéros et pôles sont stables, cette méthode ne présente alors a priori aucun danger.

- Le réseau correcteur ne doit pas être un prédicteur, c'est à dire que le degré de son numérateur doit être inférieur ou égal au degré de son dénominateur.

Dans cette partie, nous étudions la faisabilité du découplage dynamique et la régulation du système non interactif associé.

#### IV.3.1 Découplage entrée - sortie et régulation

#### IV.3.1.1 Découplage entrée - sortie

Le problème du découplage est généralement posé comme suit :

"Etant donné le processus S dont le nombre m des entrée  $u_i$  est égal au nombre m des sorties  $y_i$ , il s'agit de déterminer le régulateur R (fig. 12) de telle sorte que chaque sortie  $y_i$  ne soit influencée, d'une manière donnée  $h_i(p)$ , que par une seule (nouvelle) entrée  $y_i^c$ ,

m systèmes tels que :



#### <u>Fig. 12</u>

Soit G(p) la matrice de transfert du processus S.

On obtient le découplage en plaçant, en amont de S, comme indiqué sur la figure 13, un régulateur de transmittance  $G^{-1}(p)$  piloté par une nouvelle grandeur indépendante <u>v</u>.



Fig. 13

En réalité, chaque terme de  $G^{-1}$  doit être divisé par un polynôme en p dont le degré assure "la réalisabilité" du régulateur.

Examinons ce point sur le système continu étudié, d'ordre 7, à deux entrées  $\Delta\Omega_{ic}$ ,  $\Delta I_c$  et deux sorties  $\Delta\theta_i$  et  $\Delta\sigma_i$ .

On a :  

$$G(p) = \begin{bmatrix} G_{11}(p) & G_{12}(p) \\ G_{21}(p) & G_{22}(p) \end{bmatrix} et$$

$$G^{-1}(p) = \frac{1}{G_{11}(p)G_{22}(p) - G_{21}(p)G_{12}(p)} \begin{bmatrix} G_{22}(p) & -G_{12}(p) \\ -G_{21}(p) & G_{11}(p) \end{bmatrix}$$

qui peut être rendue réalisable en introduisant une nouvelle matrice diagonale  $F(p) = \begin{bmatrix} F_1(p) & 0 \\ 0 & F_4(p) \end{bmatrix}$  telle que le régulateur C(p) = G<sup>-1</sup>(p) F(p) ne soit pas un prédicteur.

Les équations du régulateur sont alors :

$$U_1(p) = \frac{G_{22}(p)F_1(p)}{G_{11}(p)G_{22}(p) - G_{12}(p)G_{21}(p)}V_1(p) - \frac{G_{12}(p)F_4(p)}{G_{11}(p)G_{22}(p) - G_{12}(p)G_{21}(p)}V_2(p)$$

$$U_2(p) = \frac{-G_{21}(p)F_1(p)}{G_{11}(p)G_{22}(p) - G_{12}(p)G_{21}(p)}V_1(p) + \frac{G_{11}(p)F_4(p)}{G_{11}(p)G_{22}(p) - G_{12}(p)G_{21}(p)}V_2(p)$$

avec 
$$U = \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic} \\ \Delta I_c \end{bmatrix}$$
 ancien vecteur de commande

$$V = \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic}^{*} \\ \Delta I_{c}^{*} \end{bmatrix}$$
 nouveau vecteur de commande

Le système ainsi compensé se réduit, après simplifications, à :

$$\begin{array}{l} Y_1(p) \ = \ F_1(p).V_1(p) \\ Y_2(p) \ = \ F_4(p).V_2(p) \end{array}, \quad Y \ = \ \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \sigma_i \end{bmatrix} \text{vecteur de sorties} \end{array}$$

et chacun de ces deux systèmes mono-entrée mono-sortie peut être piloté par un régulateur en boucle fermée monovariable (fig. 14), après y avoir ajouté les perturbations de débit intercage  $(v_1 - v_2)$ .



Fig. 14 : Schémas-blocs des sous-systèmes découplés

Rappelons toutefois que lorsque G possède des pôles ou des zéros à partie réelle positive, il est nécessaire d'effectuer un bouclage compensateur sur la base de leur modèle d'état avant découplage.

Pour le processus étudié, tous les zéros et pôles de G(p) sont stables, c'est à dire à partie réelle négative.

Les fonctions de transfert  $F_1(p)$  et  $F_4(p)$  des deux sous-systèmes monovariables sont choisies de telle sorte que leurs dynamiques répondent à des performances requises a priori ; leur ordre 4 étant imposé par la réalisation physique de la matrice de découplage C(p).

Soient :  

$$F_{1}(p) = \frac{1}{p(1+a_{1}p+a_{2}p^{2}+a_{3}p^{3})}$$

$$F_{4}(p) = \frac{1}{p(1+a_{1}p+a_{2}p^{2}+a_{3}p^{3})} ou F_{4}(p) = \frac{1}{1+a_{1}p+a_{2}p^{2}+a_{3}p^{3}+a_{4}p^{4}}$$

La présence d'un intégrateur dans l'expression de  $F_1(p)$  est nécessaire afin de compenser le terme dérivée dans la fonction de transfert  $G_{22}(p)$ , alors qu'elle ne l'est pas dans  $F_4(p)$ , d'où le choix de ces deux expressions de  $F_4(p)$ .

Les coefficients  $a_i$  et a'i sont déterminés en imposant des temps de réponse compatibles avec la structure actuelle de commande, et des rapports caractéristiques de Naslin tous égaux à 2. On a alors :

$$a_1 = \frac{tr}{2.2}, a_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{tr}{2.2}\right)^2, a_3 = \left(\frac{tr}{4.4}\right)^3$$
 (1)

Les coefficients a'i ont les mêmes expressions que (1), en remplaçant tr par tr'. Dans le cas de la 2ème formulation de  $F_4(p)$  on a de plus  $d_4 = \frac{1}{64} \left(\frac{tr'}{2.2}\right)^4$ , tr et tr' étant des temps de réponse dont les ordres de grandeur sont choisis en correspondance avec ceux des boucles de régulation de premier niveau des moteurs principaux et d'intensité boucleuse respectivement (sans régulation amont). Pour tr et tr', on choisira donc les valeurs suivantes :

tr = 0.25 s (temps de réponse au ler dépassement des moteurs principaux)

tr' = 0.1 s =  $\frac{\pi}{\omega'_{c}}$ ,  $\omega'_{c}$  étant la pulsation de coupure à -6 db de la boucle d'intensité boucleuse (cf annexe 3).

### IV.3.1.2 <u>Régulation</u>

L'étude de la régulation en boucle fermée des deux systèmes de la figure 3 est effectuée en considérant les deux critères : marge de robustesse en gain et critère de Naslin dont l'application est facile à mettre en oeuvre.

On se propose avant tout d'étudier la stabilité du processus en fonction des paramètres des régulateurs type P.I de transmittances respectives  $K_1\left(\frac{1+T_1p}{p}\right)$  et  $K_2\left(\frac{1+T_2p}{p}\right)$ .

Le système asservi est asymptotiquement stable si et seulement si le dénominateur de la fonction de transfert du système bouclé satisfait le critère de Routh. Il vient pour les deux systèmes bouclés les polynômes caractéristiques suivants :

$$D_{1}(p) = K_{1} + K_{1}T_{1}p + p^{2} + a_{1}p^{3} + a_{2}p^{4} + a_{3}p^{5}$$
  

$$D_{2}^{1}(p) = K_{2} + K_{2}T_{2}p + p^{2} + a_{1}p^{3} + a_{2}p^{4} + a_{3}p^{5} (1ere formulation de F_{4}(p))$$
  

$$D_{2}^{2}(p) = K_{2} + (1 + K_{2}T_{2})p + a_{1}p^{2} + a_{2}p^{3} + a_{3}p^{4} + a_{4}p^{5} (2eme formulation de F_{4}(p))$$

Λ

Il y aura stabilité asymptotique si le point de fonctionnement du régulateur appartient au domaine inférieur limité par la courbe  $K_i = f(T_i)$  (i = 1,2) déterminée en appliquant le critère de Routh (fig. 15).

Les limites asymptotiques du Bode d'amplitude reliant les sorties  $\Delta \sigma_i$  et  $\Delta \theta_i$  aux perturbations de débit ( $v_1 - v_2$ ) montrent qu'il faut maximiser les gains Ki afin de mieux rejeter les perturbations en basse fréquence (traces noires). Celles-ci sont mieux absorbées quand on choisit la première formulation de  $F_4(p)$  puisqu'il il y a une augmentation de la pente asymptotique à l'origine de 20 db/décade, permettant ainsi de minimiser la dispersion de traction, facteur essentiel pour la réussite dimensionnelle des bandes d'acier.

$$\begin{cases} \frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2} & \approx \\ \frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} & p \to 0 \end{cases} - \frac{C_{16}}{C_{17}(C_1 - C_7)K_1} p^2 \\ \frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} & p \to 0 \\ \frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} & p \to 0 \end{cases} - \frac{1}{K_2(C_1 - C_7)} p^2 \quad (1\ ensuremath{\mbox{$\stackrel{\circ}{$1$}}}\ formulation) \\ \frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2} & p \to 0 \end{cases} - \frac{1}{K_2(C_1 - C_7)} p \quad (2\ ensuremath{\mbox{$\stackrel{\circ}{$1$}}}\ formulation) \end{cases}$$





(Critère de Routh)

Le critère de marge de robustesse en gain permet de placer le point de fonctionnement du régulateur afin que le paramètre  $K_i$  soit maximum ce qui correspond à des constantes de temps  $T_1 = 0.2$  s pour le régulateur d'angle boucleur  $R_1(p)$ , et  $T_2 = 0.08$  s (pour la 1ère formulation), ou  $T_2 = 0.02$  s (2ème formulation) pour le régulateur de traction bande  $R_2(p)$ ; il permet également d'assurer une marge d'erreur suffisante par rapport aux variations des paramètres physiques du système ( $K_i = 1/2$   $K_i$  limite max), soit  $K_1 = 19,36$  rad/s<sup>2</sup>/d° et  $K_2 = 121$  A.mm<sup>2</sup>/kgf/s (1ère formulation) ou  $K_2 = 21,85$  A.mm<sup>2</sup>/kgf/s (2ème formulation).

D'autre part, l'application du critère de Naslin sur les soussystèmes découplés et régulés permet d'assurer un amortissement correct des régimes transitoires. Les transmittances en boucle fermée, en suivi de consigne, s'écrivent sous la forme :

$$W(p) = \frac{b_0 + b_1 p}{b'_0 + b'_1 p + b'_2 p^2 + \dots + b'_5 p^5} \quad avec \quad \omega_0 = \frac{b_0}{b_1}, \quad \omega'_0 = \frac{b'_0}{b'_1}$$

et (b0, b1, b'0, b'1) fonction des réglages du régulateur correspondant.

En effet, le régulateur de type P.I introduisant dans la transmittance en boucle fermée un numérateur de degré 1, il faut remplacer la valeur  $\alpha_0$ (de l'ordre de 2) obtenue en supposant le numérateur constant, par une nouvelle valeur  $\alpha_1$  dont l'expression est donnée par :  $\alpha_1 = 1,5 + 4 \frac{\omega'_0}{\omega_0} (\alpha_0 - 1,5)$ ; un nouveau calcul des paramètres de régulation est alors effectué, sachant que le calcul des coefficients (b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, b'<sub>0</sub>, b'<sub>1</sub>) intervenant dans le rapport  $\frac{\omega'_0}{\omega_0}$  est effectué en imposant aux deux premiers rapports caractéristiques du dénominateur de W(p) d'être égaux à  $\alpha_0$  pour obtenir un premier réglage du régulateur.

Ce réglage permet en imposant aux deux premiers rapports caractéristiques d'être égaux à  $\alpha_1$  (les autres rapports caractéristiques du dénominateur étant égaux à  $\alpha_0 = 2$  par construction des coefficients  $a_i$  et a'<sub>i</sub>), d'obtenir un comportement de la réponse indicielle semblable au cas du numérateur constant. Les paramètres des régulateurs optimisés par le critère de Naslin ont alors les valeurs suivantes :

 $T_1 = 1,392 \text{ s}; K_1 = 1,806 \text{ rad/s}^2/d^\circ \qquad (\alpha_0 = 2, \alpha_1 = 3,5)$   $T_2 = 0,557 \text{ s}; K_2 = 11,29 \text{ A.mm}^2/\text{kgf/s} \text{ (lère formulation : } \alpha_0 = 2, \alpha_1 = 3,5)$  $T_2 = 0,0113 \text{ s}; K_2 = 20,7 \text{ A.mm}^2/\text{kgf/s} \text{ (lème formulation : } \alpha_0 = 1.8, \alpha_1 = 1,62)$ 

sachant que pour la deuxième formulation de  $F_4(p)$ ,  $\alpha_0$  est pris égal à 1,8 pour les deux premiers rapports caractéristiques afin d'obtenir une solution réaliste du réglage du régulateur correspondant (K<sub>2</sub>, T<sub>2</sub>) (les autres rapports caractéristiques étant égaux à 2) puis corrigés par la valeur  $\alpha_1$  ( $\alpha_1 = 1,62$ ).

Le critère de Naslin appliqué à la deuxième formulation donne donc des résultats très semblables pour le régulateur de traction bande par rapport à ceux obtenus en utilisant le critère de marge de robustesse en gain.

L'analyse de la réponse fréquentielle de traction bande aux perturbations de débit (fig. 16) montre que pour minimiser l'influence des perturbations de faible fréquence sur le processus (essentiellement les traces noires), il est préférable de considérer la première formulation de  $F_4(p)$  où la présence d'un intégrateur dans la transmittance permet de diminuer le gain d'amplitude.

Les perturbations traces noires sont alors mieux absorbées pour le point de fonctionnement du régulateur de traction optimisé par le critère de marge de robustesse, toutefois l'amplitude à la fréquence de résonance est dans ce cas beaucoup plus importante.



Fig. 16 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ (Go = gain statique de F<sub>4</sub> (p))

L'examen de la courbe ci-dessous (fig. 17) montre que le réglage des paramètres du régulateur d'angle boucleur par le critère de Naslin affaiblit l'amplitude correspondant à la fréquence de résonnance, permettant d'améliorer les performances d'angle boucleur au niveau des perturbations faux-rond, mais en revanche on observe une dégradation de l'allure du diagramme de Bode au niveau des perturbations "traces noires", due à la faible valeur du gain  $K_1$  du régulateur correspondant.

Ce même critère permet d'avoir un temps de réponse satisfaisant et un dépassement faible (fig. 18) de la réponse d'angle boucleur à une consigne échelon, cependant il favoriserait moins le rejet des perturbations de type échelon (fig. 19)







En considérant la première formulation de  $F_4(p)$ , le critère de Naslin donne des réponses indicielles de traction bande meilleures, aussi bien en terme de suivi de consigne, qu'en rejet de perturbations de type échelon (fig. 20 et 21).





Т

Fig. 21 : Réponses indicielles de traction bande à un échelon de perturbation

En prenant la deuxième formulation de la fonction de transfert  $F_4(p)$ , l'application de ces deux critères au sous-système monovariable de régulation de traction, conduit à deux réglages du régulateur P.I de traction voisins, donc à des réponses indicielles très voisines (fig. 22 et 23).

Il est à noter que dans ce cas, les performances indicielles de nettement traction sont meilleures par rapport la première à formulation, surtout au niveau de la rapidité du suivi de la consigne (temps de réponse 5 fois plus faible), et les dépassements de la réponse indicielle de la traction sont sensiblement plus faibles avec le critère de marge de robustesse.





Fig. 22 : Réponses indicielles de traction bande à un échelon de consigne en traction



Fig. 23 : Réponses indicielles de traction bande à un échelon de perturbations

## IV.3.1.3 Effet du choix des temps de réponse sur les systèmes monovariables en boucle fermée

Les dynamiques des deux sous-systèmes monovariables étant imposées en boucle ouverte par les temps de réponse respectifs et les coefficients de Naslin optimaux, il est donc possible d'agir sur le choix arbitraire des temps de réponse tr et tr' pour améliorer sensiblement les performances du système découplé en diminuant leurs valeurs. En effet, en prenant tr = 0,064 s et tr' = 0,032 s (ce qui revient à diviser les temps de réponse par 3 environ par rapport au cas précédent), les gains des régulateurs d'angle boucleur et de traction bande ont fortement augmenté (cf. tableau ci-dessous), ce qui permet de mieux rejeter les perturbations basses fréquences comme le montre les figures 13 et 14 suivantes. Par ailleurs, les performances d'angle boucleur sont également améliorées pour les fréquences intermédiaires.

Réglage régulateur	K1	T1	$K_2$	T <sub>2</sub>	
tr = 0,25 s	19,36	0,2	21,85	0,02	marge de robustesse
tr' = 0,1 s	1,806	1,39	20,17	0,011	Naslin
tr = 0,064	333,4	0,048	68,08	0,0055	marge de robustesse
tr' = 0,032	31,11	0,335	64,66	0,0036	Naslin

Les réglages des paramètres  $T_2$ ,  $K_2$  du tableau correspondent à la deuxième formulation de  $F_4(p)$ 



Fig. 24 : Diagramme de Bode de  $\Delta \theta_i/(v_1 - v_2)$ (tr = 0,064 s, tr' = 0,032 s)



Fig. 25 : Diagramme de Bode de  $\Delta \sigma_i / (v_1 - v_2)$ (tr = 0,064 s, tr' = 0,032 s)

D'autre part, le choix de temps de réponse plus faibles garantit une meilleure rapidité des régimes transitoires (les rapports des temps de réponse en boucle fermée sont également conservés de l'ordre de 3 à 4). Les dépassements et l'armortissement des réponses indicielles d'angle et de traction sont inchangés puisqu'ils sont gérés par les rapports caractéristiques optimaux de Naslin dans les deux cas (fig. 26 et 27).



Fig. 26 : Réponses indicielles d'angle boucleur à une consigne échelon



Fig. 27 : Réponses indicielles de traction à une consigne échelon (2ème formulation de  $F_4(p)$ 

En outre, le rejet des perturbations indicielles est sensiblement amélioré quand les temps de réponse sont diminués, traduisant un temps de stabilisation plus court (3 à 4 fois plus faible) et des amplitudes maximales de dépassement beaucoup plus faibles, au moins diminuées dans un rapport de 2 (fig 28 et 29.)



Fig. 28 : Réponses indicielles d'angle boucleur à un échelon de perturbation



Fig. 29 : Réponses indicielles de traction bande à un échelon de perturbation

#### IV.3.2 Observations

Le choix d'un réglage des régulateurs d'angle et de traction repose sur la connaissance de l'amplitude des perturbations et des fréquences auxquelles elles ont lieu.

Nous avons vu dans le deuxième chapitre que les perturbations prépondérantes pour le système sont essentiellement les traces noires et le faux-rond.

Pour mieux absorber les perturbations traces noires, il serait préférable de retenir la première expression de la fonction de transfert  $F_4(p)$  avec intégrateur en boucle ouverte, reliant la traction bande à la nouvelle commande d'une part, et les points de fonctionnement optimaux des régulateurs d'angle et de traction obtenus par le critère de marge de robustesse d'autre part (cf fig. 5).

Cependant, pour ne pas amplifier l'effet sur la traction des perturbations type faux-rond ou échelons (à travers les dépassements et le temps de réponse indiciel), le choix portera plutôt sur la deuxième formulation sans intégrateur de  $F_4(p)$ , le réglage des régulateurs étant obtenu soit par le critère de marge de robustesse en gain, soit par le critère de Naslin suivant les spécifications sur l'angle boucleur en rejet de perturbations ou en suivi de consigne ; complémentairement, le meilleur rejet de perturbations sur l'angle boucleur sera alors obtenu par le choix du critère de marge de robustesse en gain.

D'autre part, le choix de la dynamique du système découplé en imposant des temps de réponse plus faibles en boucle ouverte des deux sous-systèmes monovariables, permet de mieux rejeter les perturbations et mieux suivre les consignes ; cependant ce choix nécessite une solicitation beaucoup plus importante des actionneurs (cf. chapitre 7).

# IV - DECOUPLAGE DYNAMIQUE PAR RETOUR D'ETAT

Dans un système multivariable, chaque entrée affecte en général plusieurs sorties (fig 30-a). Ici, le système non perturbé est représenté par un modèle linéaire stationnaire tel que :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$
(1)

où,  $x \in \Re^n$ ,  $y \in \Re^m$ ,  $u \in \Re^m$ , les matrices B et C sont de rang maximum et la sortie y est commandable, ce qui traduit une condition nécessaire d'existence d'un découplage par retour d'état donnée par l'expression : rang  $[CB, CAB, ..., CA^{n-1}B] = m$  (2), l'objectif est de déterminer un retour d'état :

$$u = K x + L v$$

v désignant le nouveau vecteur d'entrée, qui découple le système de façon à ce que la sortie y<sub>i</sub> ne dépende que de l'entrée v<sub>i</sub>. Le système résultant est alors schématisé par la figure 30-b.



Fig. 30

Il suffit pour cela de déterminer L et K de façon à ce que la matrice de transfert  $M_B(p)$  caractérisant le système en boucle fermée soit diagonale :

(3)
$$M_B(p) = C [p I - (A + B K)]^{-1} . B L$$

En pratique, la résolution d'une telle équation en L et K n'est pas simple et nécessite une manipulation des expressions mises en oeuvre. Dans cette partie, nous exposons la méthode de synthèse d'un système découplé par retour d'état, et nous traitons certains problèmes que pose la mise en oeuvre pratique d'un tel système (stabilité, placement arbitraire des pôles) puis nous étudions la régulation du système ainsi obtenu en ajoutant à chaque chaîne directe (ou sous-système monovariable) une action intégrale pour éliminer les erreurs de statisme.

#### IV.4.1 Loi de commande

Notons  $C_i$  la ième ligne de la matrice C, la commandabilité de la sortie scalaire  $y_i$  s'exprime sous la forme :

rang 
$$(C_i B, C_i A B, ..., C_i A^{n-1} B) = 1$$

La sortie y du système étant commandable, il en est de même de y<sub>i</sub>, c'est à dire que si la condition (2) est vérifiée, alors pour tout i dans [1, ..., m], il existe nécessairement une valeur de d<sub>i</sub>  $\in \{0, 1, ..., n-1\}$  tel que :

$$C_i A^{d_i} B \neq 0$$
, et  $\forall \alpha \in N$ ,  $\alpha < d_i$ ,  $C_i A^{\alpha} B = 0$  (5)  
pour  $d_i \neq 0$ 

Dans ce cas, une solution au problème posé peut être obtenue simplement de la façon suivante. Par dérivations successives des relations (1) et (3), on obtient pour la ième sortie :

$$\begin{cases} \dot{y}_{i} = C_{i}(A + BK)x + C_{i}BLv = C_{i}Ax \\ \ddot{y}_{i} = C_{i}A(A + BK)x + C_{i}ABLv = C_{i}A^{2}x \\ \vdots & \vdots \\ y_{i}^{(d_{i})} = C_{i}A^{d_{i}-1}(A + BK)x + C_{i}A^{d_{i}-1}BLv = C_{i}A^{d_{i}}x \\ y_{i}^{(d_{i}+1)} = C_{i}A^{d_{i}}(A + BK)x + C_{i}A^{d_{i}}BLv \end{cases}$$

Soit en écrivant cette dernière relation pour chacune des sorties :

(4)

$$\begin{bmatrix} y_1^{(d_1+1)} \\ \vdots \\ y_i^{(d_i+1)} \\ \vdots \\ y_m^{(d_n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1+1} \\ \vdots \\ C_i A^{d_i+1} \\ \vdots \\ C_m A^{d_n+1} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 A^{d_1} \\ \vdots \\ C_i A^{d_i} \\ \vdots \\ C_m A^{d_n} \end{bmatrix} BK \\ BK \\ \vdots \\ C_m A^{d_i} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1} \\ \vdots \\ C_i A^{d_i} \\ \vdots \\ C_m A^{d_m} \end{bmatrix} BLv$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$y^* = (A^* + B^*K) x + B^*Lv$$
 (6)

Si B<sup>\*</sup> est inversible, le choix

$$L = (B^*)^{-1}, K = -(B^*)^{-1} A^*$$
(7)

conduit à  $y^* = v$ , soit la relation entrées-sorties découplées :

$$\forall i \in \{1, ..., m\}, Y_i(p) = \frac{1}{p^{d_i+1}} V_i(p)$$
(8)

La condition B<sup>\*</sup> inversible constitue ici une condition nécessaire et suffisante de découplage. Il convient également de regarder la structure du système bouclé obtenu, pour vérifier s'il n'y a pas eu de simplification entre pôles et zéros instables.

#### Remarques :

- Le retour d'état conduisant au découplage est calculé à partir d'un modèle et le découplage ne sera rigoureux que dans la mesure où ce modèle est parfait, ce qui est difficile à affirmer en pratique.

- La mise en oeuvre de cette méthode doit être effectuée avec précaution, car la simplicité des transmittances découplées, auxquelles on parvient, s'effectue quelquefois au prix de l'inobservabilité d'une partie des états du sytème.

Dans certains cas, il arrive que ces états soient instables et impossibles à compenser sans supprimer le découplage.

- Lorsque la totalité de l'état n'est pas mesurable, il convient d'utiliser un reconstructeur d'état.

Cette étape de découplage étant réalisée, il convient ultérieurement de terminer la définition du système de régulation afin d'assurer au processus un comportement dynamique satisfaisant.

#### IV.4.2 Stabilité - Placement des pôles

Pour imposer la dynamique du système découplé en boucle ouverte, on propose une nouvelle loi de commande de la forme :

$$u = K x + L (D v - w)$$
(9)  
où D est une matrice diagonale : D = diag (µ<sub>i</sub>) i = 1,..., m  
et w est un vecteur colonne : w = {w<sub>i</sub>}<sub>i = 1,..., m</sub>

Par définition, on pose :

$$w_i = \sum_{j=0}^{d_i} a_j^i y_i^{(j)} = \sum_{j=0}^{d_i} a_j^i C_i A^j x = M_i x$$

Les équations différentielles du nouveau système découplé deviennent alors :

$$y_{i}^{(d_{i}+1)} = \mu_{i}v_{i} - \sum_{j=0}^{d_{i}} a_{j}^{i} y_{i}^{(j)}$$
  
$$d^{*}ou \frac{y_{i}}{v_{i}} = \frac{\mu_{i}}{p^{d_{i}+1} + \sum_{j=0}^{d_{i}} a_{j}^{i} p^{j}} = \frac{N_{i}(p)}{D_{i}(p)}$$

Les coefficients  $a_j^i$  sont choisis en compatibilité avec les dynamiques naturelles de chaque sous-système envisagé en boucle ouverte.

#### Détermination de la loi de commande

L'objet de l'étude est d'imposer à chaque sous-système découplé une dynamique donnée par un choix des matrices M et D définies par :

$$M = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{d_{1}} a_{j}^{1} C_{1} A^{j} \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{d_{i}} a_{j}^{i} C_{i} A^{j} \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{d_{n}} a_{j}^{m} C_{m} A^{j} \end{bmatrix} , \quad D = \begin{bmatrix} \mu_{1} & 0 \\ \ddots & \\ \mu_{i} & \\ 0 & \mu_{m} \end{bmatrix}$$

D et M sont des matrices constantes dont les coefficients sont à déterminer en fonction des dynamiques souhaitées.

La loi de commande (9) prend la forme (fig. 31) :

 $\mathbf{u} = (\mathbf{K} - \mathbf{L}\mathbf{M}) \mathbf{x} + \mathbf{L}\mathbf{D} \mathbf{v}$ 

Les matrices K et L permettent le découplage dynamique en deux sous-systèmes monovariables et les matrices M et D assurent une dynamique donnée pour ces derniers.



Fig. 31 : Découplage par retour d'état

Pour rejeter les perturbations en sortie, il est indispensable de mettre un intégrateur dans la chaîne directe de chaque sous-système découplé (fig. 32) ; il vient pour la fonction de transfert en boucle fermée :

$$\frac{y_i}{y_i^c} = \frac{N_i(p)}{N_i(p) + p.D_i(p)}$$

146





$$C \left[ pI - (A + B(K - LM)) \right]^{-1} H = \begin{bmatrix} H_1(p) & H'_1(p) \\ H_2(p) & H'_2(p) \end{bmatrix}$$

Par un choix convenable des coefficients du dénominateur du système bouclé, réglables par l'intermédiaire du retour d'état initial (ajustement de  $D_i$  et  $M_i$ ), il est possible d'imposer les pôles du système découplé régulé avec intégrateur dans la chaîne d'action.

Afin de déterminer les valeurs à choisir pour ces pôles, nous imposons pour chaque sous-système un temps de réponse compatible avec sa dynamique et un amortissement satisfaisant défini par un choix des coefficients de Naslin du système en boucle fermée égaux à 2.

La démarche est donc la suivante :

- Estimation du temps de réponse

- Détermination des coefficients du système découplé bouclé avec retour unitaire et intégrateur.

- Détermination des coefficients du système découplé par retour d'état envisagé en boucle ouverte.

Chaque sous-système découplé admettant un polynôme caractéristique de la forme :

$$P_i(\lambda) = \mu_i + a_0^i \lambda + a_1^i \lambda^2 + \dots + a_d^i \lambda^{d_i+1} + \lambda^{d_i+2}$$

imposer les modes du système découplé, revient à imposer les coefficients  $\mu_i$ ,  $a_j^i$   $(j = 0,...,d_i)$  de ce polynôme.

Le choix de :

$$\alpha_j^i = \frac{a_j^{i\,2}}{a_{j-1}^i \cdot a_{j+1}^i} = \alpha \quad , \quad \forall j \in [0,d_i] \quad avec \quad a_{-1}^i \equiv \mu_i \quad (\alpha \quad voi \sin \ de \ 2)$$

permet par exemple d'assurer un amortissement correct des régimes transitoires. En imposant également le temps de réponse  $tr_i$  comme dans le paragraphe précédent (soit  $tr_2$  boucleuse = 0,1 s et  $tr_1$  moteurs principaux = 0,25 s), il vient alors après résolution d'un système de  $(d_i+2)$  équations à  $(d_i+2)$  inconnues, les coefficients du polynôme caractéristique :

$$\mu_i = \frac{1499,2}{tr_i^4}$$
,  $a_0^i = \frac{681,472}{tr_i^3}$ ,  $a_1^i = \frac{154,88}{tr_i^2}$ ,  $a_2^i = \frac{17,6}{tr_i}$ 

 $(d_i = 2, i = 1,2 \text{ pour le système étudié})$ 

#### Remarque

Notons  $A_{BF} = C [pI-A-B(K-LM)]^{-1}BLD$  la matrice de transfert reliant le vecteur sortie y au nouveau vecteur de commande v, il vient pour le système en boucle fermée l'équation suivante :

$$y = [pI+A_{BF}]^{-1}A_{BF} y^{c} + p [pI+A_{BF}]^{-1}A_{BF} H z$$

Nous vérifions bien qu'en régime permanent, les sorties tendent vers les consignes et les perturbations constantes sont rejetées même si le découplage n'est pas parfait, grâce aux termes intégrateurs ajoutés dans chaque chaîne d'action.

#### IV.4.3 Application au dernier intercage finisseur du TAB

Cette loi de commande appliquée au dernier intercage finisseur améliore nettement les réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande, aussi bien en suivi de consignes qu'en rejet de perturbations (fig 33, 34)



Fig. 33: Réponse d'angle et de traction à une consigne échelon



Fig. 34: Réponse d'angle et de traction à un échelon de perturbation

En effet, à l'examen de ces courbes, on peut faire les remarques suivantes :

- Le choix des valeurs des rapports caractéristiques égales à 2 diminue le dépassement indiciel (fig. 33) et assure la stabilité du système.

- Le choix du temps de réponse  $tr_i$  faible permet d'augmenter la rapidité du régime transitoire.

- L'introduction d'un intégrateur dans la chaîne d'action du soussystème bouclé permet d'augmenter la précision statique du système et de rejeter les perturbations (fig. 34) dont l'effet sur l'angle boucleur et la traction bande est fortement atténué. En effet, le gain statique sortiesperturbations est fortement diminué en basse fréquence (fig. 35), ce qui favoriserait une meilleure absorption des perturbations traces noires.

D'autre part, la fréquence de résonnance est déplacée vers les hautes fréquences, notamment au delà du 2ième harmonique faux-rond, favorisant une meilleure absorption des perturbations faux-rond.



<u>Fig. 35</u> : Diagrammes de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{(v_1 - v_2)}$  et  $\frac{\Delta \sigma_i}{(v_1 - v_2)}$ 

En conclusion, l'application du découplage dynamique par retour d'état au dernier intercage finisseur améliore sensiblement le temps de réponse et la capacité du système régulé à rejeter les principales perturbations de l'intercage. La maîtrise de l'angle boucleur et de la traction bande est alors plus précise, favorisant une moindre fluctuation de ces paramètres et par conséquent une conduite plus stable de l'opération de laminage et une meilleure qualité finale du produit.

#### **IV.5** CONCLUSION

Dans ce chapitre, les commandes multivariables par découplage ont été élaborées pour pallier les interactions mutuelles entre l'angle boucleur et la traction bande.

Il est montré que le découplage statique défavorise l'élimination des perturbations sur la traction bande, paramètre essentiel pour la réussite dimensionnelle du produit final. Le découplage par précompensation dynamique et le découplage dynamique par retour d'état, quant à eux, permettent d'améliorer les performances globales d'angle boucleur et de traction bande par rapport à la commande P.I bivariable.

Par ailleurs, il est intéressant d'appliquer la commande optimale au processus étudié qui offre une méthode directe de synthèse d'un régulateur multivariable, qui fera l'objet du chapitre suivant.

# **CHAPITRE V**

## **COMMANDE OPTIMALE**

### **COMMANDE OPTIMALE**

#### V.1 INTRODUCTION

La commande multivariable de processus interconnectés peut s'avérer difficile lorsque les interconnections sont fortes, c'est à dire lorsque les gains des éléments non diagonaux de la matrice de transfert sont importants.

Des méthodes de découplage ont été suggérées pour surmonter ces difficultés et qui ont été étudiées dans le chapitre précédent.

La théorie de la commande optimale offre des procédures directes pour la synthèse de régulateurs multivariables dont le but est de déterminer un compromis entre les amplitudes des actions u et les amplitudes des écarts entre consignes et mesures.

Cette structure de commande permet à la fois de vérifier des conditions initiales et finales données, de satisfaire diverses contraintes imposées et d'optimiser un critère choisi.

Dans ce chapitre, nous élaborons d'un point de vue théorique la loi de commande optimale, avec incorporation d'intégrateurs pour éliminer l'erreur statique entre les sorties et les références d'une part et les perturbations de type échelon d'autre part. Le critère quadratique fait intervenir les matrices de pondération Q et R dont le rôle est déterminant pour l'obtention des performances souhaitées pour ce type de commande.

Une discussion sur le choix de Q et R est effectuée en fonction du lieu des pôles du système en boucle fermée, du temps de réponse et du dépassement des réponses indicielles, permettant ainsi de définir une méthodologie du choix des coefficients de pondération appropriés qui répondent aux exigences requises.

#### V.2 STRUCTURE DE COMMANDE [SEKI - 1991]

La loi de commande optimale pour un système stationnaire :

(I) 
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Hz \\ y = Cx \end{cases}$$

minimisant le critère de performance :

$$J = \int_0^{\infty} \left( \left( y_r - y \right)^T Q \left( y_r - y \right) + u^T R u \right) dt$$

est bien connue :  $u = Kx + Ly_r$  où K et L sont des matrices constantes [Borne - 1990].

Afin de faciliter l'élimination des perturbations et de garantir une faible sensibilité aux erreurs de modélisation de la réponse permanente du processus, on insère une action intégrale dans la boucle de commande entre les consignes et les mesures correspondantes permettant d'assurer l'ajustement des sorties à leurs valeurs de consigne et le rejet de perturbations constantes. Chaque entrée est ainsi munie d'un intégrateur définissant une variable supplémentaire du processus.

Le vecteur commande u du système est obtenu en ajoutant au vecteur retour d'état un vecteur principal de commande des sorties :

$$u = K_{I} \int_{t_{0}}^{t} (y_{r} - y) dt + F x + u (t_{0})$$

 $K_I$  est le gain matriciel de la commande intégrale. F est le gain matriciel du retour d'état  $y_r$  est le vecteur référence  $u(t_0)$  est le vecteur commande à  $t = t_0$  instant initial (t étant le temps)

Le système élargi a un nouveau vecteur état  $x_d$  composé de l'erreur en sortie  $(y_r - y)$  et de la dérivée par rapport au temps de l'ancien vecteur état :

$$\mathbf{x}_{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{r} - \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

156

Le nouveau vecteur de commande u<sub>d</sub> est constitué de la dérivée par rapport au temps de l'ancien vecteur de commande :

$$u_{d} = \frac{du}{dt}$$

Pour la compréhension, les éléments du nouveau système élargi seront indexés par la lettre d. On obtient ainsi l'équation d'état suivante :

$$\dot{\mathbf{x}}_{d} = \mathbf{A}_{d}\mathbf{x}_{d} + \mathbf{B}_{d}\mathbf{u}_{d}$$

où les nouvelles matrices  $A_d$ ,  $B_d$  sont obtenues à partir des matrices A, B, C initiales du système, compte tenu de l'équation que doit respecter chaque variable d'intégrateur :

$$\mathbf{A}_{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B}_{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

en faisant l'hypothèse d'une trajectoire de référence  $y_r$  constante dans le temps ( $y_r$  = cte).

La loi de commande  $u_d^*$  qui minimise le critère de performance

$$J = \int_0^\infty \left( x_d^T Q x_d + u_d^T R u_d \right) dt$$
 (1)

est donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{u}_{d}^{*} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_{d}^{T} \mathbf{K} \mathbf{x}_{d}$$
 (2)

Q et R sont des matrices de pondération : Q est symétrique définie non négative, R est symétrique définie positive. K est la solution de l'équation de Riccati :

$$K A_{d} + A_{d}^{T} K - K B_{d} R^{-1} B_{d}^{T} K + Q = 0$$
(3)

Si la matrice K est partitionnée comme suit :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} ; \quad \begin{array}{c} \mathbf{K}_{11} \text{ matrice } m \ge m, \mathbf{K}_{21} = \mathbf{K}_{12}^T \\ \mathbf{K}_{12} \text{ matrice } m \ge n, \mathbf{K}_{22} \text{ matrice } n \ge n \\ \end{array}$$

insérée dans (2), et résolue par le vecteur de commande u, l'équation suivante est obtenue :

$$u^{*} = -R^{-1} B^{T} K_{21} \int_{t_{0}}^{t} (y_{r} - y) dt - R^{-1} B^{T} K_{22} x + u (t_{0})$$
 (5)

Les gains matriciels  $K_I$  du régulateur principal et F du retour d'état ont donc les expressions suivantes :

$$K_{I} = -R^{-1} B^{T} K_{21}$$
  
F = -R<sup>-1</sup> B<sup>T</sup> K\_{22} (6)

La loi de commande (5) peut être interprétée suivant le schéma analogique de la figure 1.



Fig. 1 : Structure de la loi de commande (5)

Il a été montré [Gustafsson - 1976] que le régulateur (5) permet de maintenir la régulation de sortie, pour le système d'origine (I), pour toutes les constantes de pertubations indépendamment du choix de u(0).

La configuration du système de commande est montrée à la figure 2.

Ce schéma a été fait dans le cas où on suppose que toutes les variables d'état sont mesurables, sinon il faut y inclure un estimateur dans la boucle du procédé.



Fig. 2 : Schéma bloc de la commande optimale multivariable

Cette structure présente des caractéristiques de réglage suivantes :

- La commande par retour d'état du système élargi réalisée par la matrice de gain de retour d'état F et la matrice du gain du régulateur principal  $K_I$  est conçue de façon à obtenir une bonne stabilité et une réponse indicielle satisfaisant aux performances désirées en régime transitoire.

- Le régulateur intégrateur d'état (gain matriciel  $K_I$ ) permet d'éliminer les erreurs statiques, dues aux erreurs de modèle et aux perturbations.

#### V.3 LES CONTRAINTES PHYSIQUES LIEES AUX ACTIONNEURS

La commande optimale par retour d'état a pour objectifs le respect des consignes, la minimisation des variations de traction bande et d'angle boucleur et un bon rejet des perturbations de débit intercage tout en respectant les seuils de saturation des commandes et la limitation de certaines variables d'état.

Les contraintes physiques à respecter sont les suivantes :

- L'intensité boucleuse est limitée à 500A

Comme le modèle est linéarisé autour d'un point de fonctionnement, nous considérerons dans la suite une variation de toutes les variables par rapport au point de fonctionnement ( $\Delta x = x - x^*$ ). - La variation d'intensité boucleuse ne doit pas ainsi dépasser 160A.

- La variation du couple moteur boucleuse ne doit pas excéder 155000 kgf.mm.

- La variation de vitesse de consigne des moteurs principaux est limitée à 16,7 rad/s.

- L'accélération des moteurs principaux ne doit pas excéder environ 1,8 rad/s<sup>2</sup>.

- La variation maximale dans le temps du courant boucleur  $\frac{dI}{dt}$  est

également limitée mais la valeur n'a pu être estimée par le site. Il est donc nécessaire de vérifier par simulations s'il n'y a pas dépassement du seuil admissible pour les actionneurs d'une part et pour l'accélération et décélération des moteurs principaux d'autre part.

Etant donné ce cahier des charges des actionneurs, un compromis doit être défini entre rapidité et précision pour satisfaire au critère quadratique avec contraintes physiques, ce qui revient à faire un bon choix des matrices de pondération Q et R dont la détermination nécessite une méthodologie adaptée comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

#### V.4 <u>CHOIX DES MATRICES DE PONDERATION</u> [Foulard,1987]

Ces matrices sont à la disposition de l'utilisateur pour ajuster les performances du système bouclé. En effet, les valeurs des matrices  $K_I$  et F dépendent du choix des matrices Q et R qui doit être fait a priori.

Tout d'abord, ces deux matrices doivent être définies positives. Pour simplifier le test de positivité, on se limite ici au choix de deux matrices diagonales.

D'autre part, la forme (1) du critère quadratique J indique que plus le poids des éléments de la matrice R sera faible par rapport à ceux de la matrice Q, plus grandes seront les amplitudes des actions  $u_d^*$  en l'occurrence les amplitudes des actions u\* également, et plus faibles seront les erreurs entre les sorties et leurs consignes : plus rapide sera donc la réponse du système. Il est donc important de définir au départ les objectifs souhaités concernant les actionneurs à solliciter et les grandeurs à minimiser, avant d'affecter correctement une pondération à la variable correspondante.

#### V.4.1 Normalisation des variables

Le critère J à minimiser fait intervenir des variables dimensionnées dont il est intéressant de connaître une estimation afin de déduire le poids à affecter à chaque variable du système. Considérons les 2 matrices diagonales Q et R définies par :

$$Q = Diag \left( q_{11}, \dots, q_{1n}, \dots, q_{1n} \right) ; \quad R = Diag \left( r_{11}, \dots, r_{1n}, \dots, r_{1n} \right)$$
  
avec  $n = dimension du vecteur état  $x_d$   $(n = m = dimension du vecteur de commande u_d (m = m = dimension du vecteur du vecteur de commande u_d (m = m = dimension du vecteur du vec$$ 

$$\mathbf{J} = \int_0^\infty \left[ \left( \mathbf{q}_{11} \Delta \theta^2 + \mathbf{q}_{22} \Delta \sigma^2 + \mathbf{q}_{33} \gamma_i^2 + \ldots \right) + \left( \mathbf{r}_{11} \left( \frac{d \Delta \Omega_{ic}}{dt} \right)^2 + \mathbf{r}_{22} \left( \frac{d \Delta \mathbf{I}_c}{dt} \right)^2 \right) \right] dt$$

оù

$$\Delta \theta = \Delta \theta_{i} - \Delta \theta_{r} = \theta_{i} - \theta_{c}$$
$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_{i} - \Delta \sigma_{r} = \sigma_{i} - \sigma_{c}$$

 $\gamma_i$  = accélération cage i

Etant donné que le modèle est linéarisé autour d'un point de fonctionnement, nous considérons les variables réduites suivantes en prenant comme référence le point de fonctionnement :

$$\frac{\Delta\theta}{\theta^*}, \frac{\Delta\sigma}{\sigma^*}, \frac{\frac{d\Delta\Omega_{ic}}{dt}}{\gamma_{i\max}}, \frac{\frac{d\Delta I_c}{dt}}{\left(\frac{dI}{dt}\right)_{ref}}$$

avec  $\theta^* = 15$  degrés,  $\sigma^* = 2$  kgf/mm<sup>2</sup>  $\gamma_{imax} = 1.8$  rad/s<sup>2</sup>,  $\left(\frac{dI}{dt}\right)_{ref} = 5000$  A/s

Ainsi, si nous voulons par exemple pénaliser de la même façon l'erreur sur l'angle et sur la traction, il conviendra alors d'ajuster les poids  $q_{ii}$  en respectant les facteurs d'échelle par l'égalité suivante :

$$q'_{11}\left(\frac{\Delta\theta}{\theta^*}\right)^2 = q'_{22}\left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma^*}\right)^2 \text{ avec } q_{11} = \frac{q'_{11}}{\theta^{*2}} \text{ et } q_{22} = \frac{q'_{22}}{\sigma^{*2}}$$

Le critère J, après normalisation par rapport à l'accélération maximale des moteurs principaux, peut donc s'écrire en formulation adimensionnelle :

9) 2)

$$J = \alpha \int_0^\infty \left( \left( \frac{\Delta \theta}{\theta^*} \right)^2 + \beta_1 \left( \frac{\Delta \sigma}{\sigma^*} \right)^2 + \beta_2 \left( \frac{\gamma_i}{\gamma_i \max} \right)^2 \right) dt + \int_0^\infty \left( \frac{d\Delta \Omega_{ic}}{\frac{dt}{\gamma_i \max}} \right)^2 + \delta \left( \frac{\frac{d\Delta I_c}{dt}}{\left( \frac{dI}{dt} \right)_{ref}} \right)^2 \right) dt$$

Les poids sur les autres variables du vecteur état sont mis égaux à 0 afin d'avoir une interprétation physique des poids à affecter pour vérifier notamment les contraintes physiques.

Ces calculs permettent de donner des valeurs relatives des éléments de la matrice Q et des poids entre les éléments de R.

Toutefois, ces différentes valeurs sont ajustées à l'aide de simulations, jusqu'à obtenir les performances désirées.

#### V.4.2 Critère de sélection des matrices de pondération

Pour fixer la dynamique générale du système muni de sa commande en réaction, il faut jouer de manière globale sur les quatre paramètres suivants  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\delta$  et  $\alpha$ .

Dans un premier temps, nous regardons l'influence de chacun de ces paramètres sur le lieu des pôles du système en boucle fermée donnant un premier aperçu sur la rapidité des régimes transitoires.

D'autre part, la variation d'un paramètre à la fois permet de quantifier son impact sur les performances indicielles telles que temps de réponse et dépassement.

Enfin, les simulations donnent l'ordre de grandeur des contraintes à respecter dont le seuil est ajusté en fonction de ces mêmes paramètres.

#### V.4.2.1 Sensibilité de la localisation des pôles

Rappelons tout d'abord que pour une oscillation provoquée par des pôles complexes conjugués, l'amortissement  $\xi$  est d'autant plus élevé que ceux-ci sont situés sur des droites joignant l'origine des axes se rapprochant de l'axe réel et la fréquence naturelle  $f_n$  du système d'autant plus importante que la distance des pôles par rapport à l'origine des axes est grande.



Fig.3 : Localisation des pôles dans le plan complexe

Le temps de réponse associé à la partie exponentielle de la réponse temporelle est quant à lui directement lié à la valeur de la partie réelle des pôles : plus cette dernière est faible en valeur absolue, plus la réponse temporelle est lente, définissant alors les modes dominants du système.

#### Interprétation des graphiques

Afin de mieux interpréter les graphiques qui vont suivre, les deux exemples ci-dessous illustrent l'évolution du lieu des pôles en fonction de la variation d'un paramètre.



Exemple 1 : Localisation des pôles d'un système du 3ème ordre en fonction de la variation d'un paramètre

\* Les chiffres 1, 2, 3 indiquent le numéro du pôle du système étudié. \* Les symboles et permettent de différencier les pôles du système, sachant que nous gardons le même symbole pour deux pôles complexes conjugués. \* Le sens de la flèche indique le sens de déplacement du pôle quand le paramètre varie vers le signe indiqué.

\* Les signes "+" et "-" désignent le sens de variation du paramètre (augmentation ou diminution du paramètre).

\* Une flèche verticale 1 indique que le pôle ne bouge pas et reste invariant quelque soit la variation du paramètre.



Exemple 2 : Localisation des pôles d'un système du second ordre

L'exemple 2 montre une configuration ou les deux pôles qui, pour une valeur initiale du paramètre sont réels, évoluent en sens contraire lorsque le paramètre augmente pour devenir un pôle double, puis éclater en deux pôles complexes conjugués.

Nous proposons dans cette partie une méthodologie précise d'ajustement des coefficients de pondération du critère quadratique, notamment en fonction de l'évolution de la localisation des pôles du système bouclé, afin d'obtenir les performances requises.

#### Discussion sur les coefficients de pondération

. Le coefficient  $\alpha$  (poids de la matrice Q relatif à celui de la matrice R) agit notablement sur les pôles du système en boucle fermée comme le montre la figure 4 ci-dessous : plus  $\alpha$  augmente, plus les fréquences naturelles d'oscillation sont élevées et plus le système est globalement rapide avec une marge croissante de stabilité limitée néanmoins à l'invariance du mode dominant 3.

On remarque en revanche que l'amortissement n'est quasiment pas modifié quand  $\alpha$  varie, quel que soit le mode analysé, conférant donc à cette commande multivariable une robustesse intrinsèque en stabilité par rapport au choix de la pondération erreur d'état/sollicitation des actionneurs ; ce résultat pourra d'ailleurs être étendu aux autres paramètres de pondération testés ( $\beta_1$ ,  $\delta$  et  $\beta_2$ ), tous les modes correspondant aux pôles complexes conjugués ayant un amortissement supérieur à 0,37, quelle que soit la configuration testée. Augmenter  $\alpha$  revient à donner une importance plus grande à la minimisation des erreurs de sortie et conduit donc à des boucles de réaction plus rapides en particulier pour corriger les perturbations de débit intercage. Le fait de contraindre les actionneurs (cas correspondant à  $\alpha$  faible) conduit à limiter les performances du système et sa marge de stabilité.



 $\alpha$  variant de 69,4 à 6,94.10<sup>9</sup> pour  $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0$  et  $\delta = 4,44$ 

# Fig. 4 : Effet de $\alpha$ sur la localisation des pôles en boucle fermée (le sens de la flèche indique $\alpha$ croissant)

. La localisation des pôles dans le plan complexe en faisant varier  $\beta_1$  (poids sur l'erreur de traction bande relative à celle de l'angle boucleur) est représentée figure 5 et montre qu'augmenter  $\beta_1$  dans la matrice de pondération Q garantit un moindre gain en marge de stabilité du processus puisque les deux modes dominants réels 3 et 4 deviennent invariants ; la bande passante ou le temps de réponse du système seront

donc légèrement améliorés pour  $\beta_1$  croissant. L'effet le plus important à constater est l'augmentation des fréquences naturelles d'oscillations de tous les modes complexes. Il n'est donc pas nécessaire de tester une valeur de  $\beta_1$  supérieure à 1 puisque les pôles dominants (1 à 5) tendent alors aussi vers des pôles invariants.



 $\beta_1$  variant de 10<sup>-3</sup> à 10<sup>3</sup> pour  $\alpha = 6,94.10^4$ ,  $\beta_2 = 0$  et  $\delta = 4,44$ 

Fig. 5 : Effet de  $\beta_1$  sur la localisation des pôles en boucle fermée (le sens de la flèche indique  $\beta_1$  croissant)

. Les pôles non dominants (6, 7, 8 et 9), c'est à dire dont les parties réelles sont suffisamment négatives ne sont pas affectés par une variation du coefficient  $\delta$  (poids relatif de la variation d'intensité boucleuse par rapport à celle des vitesses des moteurs principaux au cours du temps).

La figure 6 montre que ces pôles restent toujours invariants par rapport à  $\delta$ .

On constate qu'une pénalisation plus importante sur la commande boucleuse en vue de limiter le courant boucleur (valeur plus élevée de  $\delta$ ) ralentit sensiblement le système en déplaçant les pôles dominants vers l'origine des axes, les pôles 1 et 2 gardant le même amortissement.

Cette pénalisation sur la commande boucleuse s'accompagne d'une perte sensible de marge de robustesse en stabilité. La rapidité est donc liée principalement à la commande intensité boucleuse, à travers la forte sensibilité des pôles dominants 1,2 et 4 au poids relatif  $\delta$ correspondant.



δ variant de 0,222 à 4,44.10<sup>3</sup> pour  $\alpha = 6,94.10^4$ ,  $\beta_1 = 1$  et  $\beta_2 = 0$ 

\* [ 6

Fig. 6 : Effet de  $\delta$  sur la localisation des pôles en boucle fermée (le sens de la flèche indique  $\delta$  croissant)

-40 -60

-80 1

. Etant donné qu'on voudrait limiter l'accélération de la cage i ( $\gamma_i$ ), il convient de mettre un poids  $\beta_2$  sur la variable d'état  $\gamma_i$  dont l'influence sur les pôles est représentée à la figure 7.



 $\beta_2$  variant de 0,288 à 14,4 pour  $\alpha = 6,94.10^4$ ,  $\beta_1 = 1$  et  $\delta = 4,44$ 

Fig. 7 : Effet de  $\beta_2$  sur la localisation des pôles en boucle fermée (le sens de la flèche indique  $\beta_2$  croissant)

Un poids  $\beta_2$  croissant diminue la marge de stabilité du système tendant à détériorer sa dynamique comme nous le verrons au paragraphe suivant à partir des simulations du système en boucle fermée.

La valeur minimale de  $\beta_2$  testée ici montre déjà une nette détérioration des performances par rapport à une absence totale de contrainte sur l'accélération des moteurs principaux.

#### V.4.2.2 Sensibilité des performances indicielles

L'étude en simulation a un rôle propre très important à jouer dans la synthèse d'une structure de commande basée sur l'optimisation quadratique. Le critère à minimiser n'est le plus souvent qu'un simple intermédiaire de calcul mathématique, dont les coefficients ne peuvent être ajustés convenablement qu'au moyen d'une étude de performances en simulation. Nous avons établi en fonction de chacun des paramètres à tester dans le vecteur des paramètres libres ( $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\delta$ ,  $\beta_2$ ), des tableaux récapitulatifs des temps de réponse à 5 %, du dépassement, du temps de stabilisation à 0,1 % ainsi que des amplitudes successives d'angle boucleur et de traction bande à une perturbation échelon de débit en intercage de 1 mm/s.

. Ainsi en affectant une pondération plus importante à la matrice Q par rapport à R ( $\alpha$  croissant), le système tend à répondre plus rapidement en limitant les amplitudes successives des réponses d'angle et de traction aux perturbation ; néanmoins le dépassement indiciel en suivi de consigne augmente sans atteindre des valeurs importantes (D % < 11%).

Le tableau 2.1 conduit à conclure que la rapidité du régime transitoire est régie par le coefficient  $\alpha$ .

	Rép	onse en sui	vi de c	onsigne	Réponse aux perturbations			
α [d°.rad <sup>-1</sup> .s <sup>2</sup> ] <sup>2</sup>	Temps de réponse à 5 % (s)		Dépassement (%)		Valeur lère oscillation [degré] [kgf/mm <sup>2</sup> ]		Temps de stabilisation (s)	
	angle	traction	angle	traction	angle	traction	angle	traction
6,94 10 <sup>2</sup>	1,3	0,638	3,26	0,98	-3,877 10 <sup>-2</sup>	3,82 10-2	2,4	1,39
6,94 10 <sup>4</sup>	0,417	0,126	9,13	2,68	-1,227 10 <sup>-2</sup>	2,71 10-2	1,2	0,22
6,94 10 <sup>6</sup>	0,323	0,045	9,44	10,28	-2,469	1,7 10-2	0,6	0,1

Tableau 2.1	:	Variation	de	$\alpha$ ( $\beta_1 =$	1,	δ =	= 4,44,	$\beta_2 =$	0)
-------------	---	-----------	----	------------------------	----	-----	---------	-------------	----

. Un poids relatif plus important sur l'erreur de traction ( $\beta_1$  croissant) privilégie une meilleure rapidité de la réponse de traction à une consigne ou à une perturbation échelon tout en diminuant l'amplitude de la 1ère oscillation mais d'un autre côté en tolérant un dépassement indiciel plus important qui reste toujours acceptable (cf. tableau 2.2)

	Réponse en suivi de consigne				Réponse aux perturbations			
ßı	Temps de réponse à 5 % (s)		Dépassement (%)		Valeur. 1ère oscillation [degré] [kgf/mm <sup>2</sup> ]		Temps de stabilisation (s)	
	angle	traction	angle	traction	angle	traction	angle	traction
10-2	0,366	0,732	5,45	0	-1,548 10 <sup>-2</sup>	3,509 10 <sup>-2</sup>	0,6	1,4
1	0,417	0,126	9,13	2,68	-1,227 10 <sup>-2</sup>	2,708 10 <sup>-2</sup>	1,2	0,22
102	0,63	0,046	9,71	10,8	-4,963 10 <sup>-3</sup>	1,7 10-2	1,4	0,1

Tableau 2.2 variation de  $\beta_1$  ( $\delta = 4,44$ ,  $\alpha = 6,94$  10<sup>4</sup>,  $\beta_2 = 0$ )

Cependant le temps de réponse d'angle boucleur en suivi de consigne et le temps de stabilisation par rapport à une perturbation échelon sont d'autant plus importants que la valeur du paramètre  $\beta_1$  est élevé.

. Si la variation au cours du temps de l'intensité boucleuse est plus pénalisée que celle de la vitesse des moteurs principaux ( $\delta$ <sup>↑</sup>) de façon à diminer l'amplitude de l'actionneur boucleuse, le système est ralenti. En effet, les temps de réponse d'angle et de traction ont augmenté, néanmoins la boucle de traction est toujours plus rapide que la boucle d'angle boucleur, imposée par la physique du processus. Le dépassement indiciel est fortement atténué notamment pour la réponse de traction bande à une consigne échelon, alors que les amplitudes maximales en réponse aux perturbations restent assez peu variables, aussi bien pour l'angle boucleur que pour la traction bande (*cf tableau 2,3*).

	Rép	Réponse en suivi de consigne				ponse aux	perturba	tions
δ	Temps à	de réponse 5 % (s)	Dépassement (%)		Valeur 1ère oscillation [degré] [kgf/mm <sup>2</sup> ]		Temps de stabilisation (s)	
	angle	traction	angle	traction	angle	traction	angle	traction
4,44 10-2	0,323	0,079	9,49	10,83	-6,849 10 <sup>-3</sup>	2,714 10 <sup>-2</sup>	0,8	0,19
4,44	0,417	0,126	9,13	2,68	-1,227 10 <sup>-2</sup>	2,708 10 <sup>-2</sup>	1,2	0,22
4,44 10 <sup>2</sup>	1,3075	0,622	2,61	0,59	-1,577 10 <sup>-2</sup>	2,671 10 <sup>-2</sup>	2,1	1,2

Tableau 2.3 : Variation de  $\delta$  ( $\beta_1 = 1, \alpha = 6,940.10^4, \beta_2 = 0$ )

Un poids trop important sur  $\frac{d\Delta I_c}{dt}$  ne favoriserait donc pas le rejet des perturbations sur l'angle boucleur ou la traction bande.

. Un poids  $\beta_2$  non nul sur l'accélération cage i détériore les performances indicielles d'angle et de traction en rejet de perturbations (valeur lère oscillation plus grande, temps plus important pour atteindre le régime permanent). De plus la dynamique globale du système devient plus lente avec un temps de réponse de traction bande équivalent en suivi de consigne.

Le poids  $\beta_2$  affecte essentiellement la boucle de régulation d'angle boucleur commandée par l'actionneur vitesse moteurs principaux, correspondant donc à la limitation imposée sur l'accélération de la cage (cf tableau 2.4).

	Réponse en suivi de consigne				Réponse aux perturbations				
ß 2	Temps de 5 (	e réponse à 5 % (s)	Dépassement (%)		Valeur 1ère oscillation [degré] [kgf/mm2]		Temps de stabilisation (s)		
	angle	traction	angle	traction	angle	traction	angle	traction	
0	0,417	0,126	9,13	2,68	-1,227 10 <sup>-2</sup>	2,708 10 <sup>-2</sup>	1,2	0,22	
0,2	0,508	0,118	4,44	0,59	-2,316 10 <sup>-2</sup>	3,126 10 <sup>-2</sup>	1,3	0,47	
1	0,709	0,128	4,19	0,36	-3,81 10 <sup>-2</sup>	3,641 10 <sup>-2</sup>	2	0,8	
3	0,912	0,133	4,1	1,65	-5,361 10 <sup>-2</sup>	3,937 10 <sup>-2</sup>	2,42	1,2	

Tableau 2.4 : Variation de  $\beta_2$  ( $\beta_1 = 1, \delta = 4,44, \alpha = 6,94,10^4$ )

#### V.4.2.3 <u>Réalisation des contraintes physiques liées aux</u> actionneurs

Pour vérifier les contraintes physiques, à chaque simulation le niveau des variables concernées est relevé pour une sollicitation donnée qui est essentiellement du type perturbation de débit intercage. En effet, les réponses indicielles d'angle et de traction sont simulées pour une perturbation échelon dont la valeur est estimée à 214 mm/s correspondant à la variation maximale sur site industriel entre vitesse d'entrée cage i+1 et vitesse de sortie cage i. Il est à noter que cette valeur obtenue additionnant absolue en en valeur toutes les perturbations intrabande alimentant le débit intercage (épaisseurs, température, vitesse, tractions,...) est donc en réalité surestimée, les seuils de saturation seraient alors plus vite atteints étant donnée la linéarité du système.

De même que précédemment nous étudions l'influence de chaque poids à affecter dans le critère de minimisation quadratique sur les seuils des variables d'état ou de commande dont on voudrait limiter l'amplitude, à savoir  $\Delta\Omega_{ic}$ ,  $\Delta I_c$ ,  $\Delta\Omega_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\Delta C_{bmes}$ .

Variables α [d°.rad <sup>-1</sup> .s <sup>2</sup> ] <sup>2</sup>	ΔΩ <sub>ic</sub> (rad/s)	ΔΩ <sub>i</sub> (rad/s)	γ <sub>i</sub> (rad/s <sup>2</sup> )	ΔΙ <sub>c</sub> (A)	ΔC <sub>bmes</sub> (kgf.mm)
6,9.10 <sup>2</sup>	1,81	0,68	8,87	34	14320,1
6,94.104	8,15	0,61	24,61	152,07	59572
6,94.10 <sup>5</sup>	15,96	0,69	37,02	167,17	61855,7
6,94.10 <sup>6</sup>	30,29	0,75	53,6	162,24	55283,6
6,94.107	56,4	0,79	75,52	157,68	46136,7
6,94.10 <sup>8</sup>	103,42	0,82	104,58	168,82	37144

Tableau 3.1 : Variation de  $\alpha$  ( $\beta_1 = 1$ ,  $\delta = 4,44$ ,  $\beta_2 = 0$ )

Tableau 3.2 : Variation de  $\beta_1$  ( $\alpha = 6,94 \ 10^4, \delta = 4,44, \beta_2 = 0$ )

Variables B1 adimensionnel	ΔΩ <sub>ic</sub> (rad/s)	ΔΩ <sub>i</sub> (rad/s)	γ <sub>i</sub> (rad/s <sup>2</sup> )	ΔI <sub>c</sub> (A)	$\Delta C_{bmes}$ (kgf.mm)
10-2	3,1	0,67	15,14	46,66	17516,5
10-1	4,54	0,62	17,57	135,68	52660,1
1	8,15	0,61	24,61	152,07	59572
10 <sup>2</sup>	30,15	0,75	53,44	61,2	23972,1
5.10 <sup>2</sup>	46,7	0,78	68,17	42,54	16542,9
103	56,37	10,07	126,95	17149,9	6,86 10 <sup>6</sup>

Tableau 3.3 : Variation de  $\delta$  ( $\alpha = 6,94 \ 10^4, \beta_1 = 1, \beta_2 = 0$ )

Variables S	ΔΩ <sub>ic</sub>	$\Delta \Omega_{i}$	γ <sub>i</sub>	ΔI <sub>c</sub>	$\Delta C_{bmes}$
adimensionnel	(rad/s)	(rad/s)	(rad/s <sup>2</sup> )	(A)	(kgf.mm)
4,4.10-2	7,88	0,61	23,93	703,96	176474
4,44	8,15	0,61	24,61	152,07	59572
4,4.10 <sup>2</sup>	8,54	0,63	25,69	14,13	5951,66

Variables B2 adimensionnel	ΔΩ <sub>ic</sub> (rad/s)	ΔΩ <sub>i</sub> (rad/s)	γ <sub>i</sub> (rad/s <sup>2</sup> )	ΔI <sub>c</sub> (A)	ΔC <sub>bmes</sub> (kgf.mm)
0	8,15	0,61	24,61	152,07	59572
0,2	5,13	0,62	12,2	304,37	109658
1	3,3	0,62	5,95	406,75	142823
3	2,45	0,62	3,53	444,84	154855
10	1,91	0,62	2,11	483,73	169172

Tableau 3.4 : Variation de  $\beta_2$  ( $\alpha = 6,94.10^4, \delta = 4,44, \beta_1 = 0$ )

. Si le poids relatif de Q par rapport à R est trop grand (valeur de  $\alpha$  importante), la dynamique des actionneurs peut devenir très importante et ne respecte pas les contraintes imposées concernant surtout l'accélération ou la vitesse de consigne des moteurs principaux (cf. tableau 3.1).

. Pour miniminer les variations de traction, le coefficient de Q relatif à l'erreur de traction doit être élevé ( $\beta_1$  très grand). Cependant l'actionneur vitesse moteurs principaux est dans ce cas très sollicité, son amplitude dépassant alors le seuil admissible ainsi que celle de l'accélération cage i (*cf. tableau 3.2*).

. Le choix de  $\delta$  important dans la matrice R permet d'agir presque exclusivement sur l'actionneur intensité boucleuse en limitant son amplitude (cf. tableau 3.3). En effet, le coefficient  $\delta$  agit directement sur le niveau d'intensité boucleuse et donc parallèlement sur celui du couple boucleuse qui est fortement atténué pour  $\delta$  élevé, et d'un autre côté ne change quasiment pas la dynamique de l'actionneur vitesse et donc parallèlement l'accélération cage  $\gamma_i$ .

. La limitation de l'accélération de la cage i constitue une contrainte physique difficile à réaliser si le poids correspondant n'est pas suffisamment élevé  $(B_2)$ . Mais une limitation de cette variable s'accompagne d'une augmentation importante de l'amplitude de l'intensité de consigne boucleuse qui dépasse la valeur maximale imposée par la technologie boucleuse actuelle (tableau 3.4).

Les contraintes imposées actuellement à l'actionneur moteurs principaux se révèlent donc être les plus difficiles à satisfaire ; il n'est pas possible de limiter l'amplitude de ses actions sans détériorer sensiblement la dynamique du système.

Un poids important sur l'accélération de la cage permet en effet de limiter simultanément la vitesse et l'accélération de la cage mais sollicite une action plus importante de l'intensité boucleuse. Cependant une pondération plus forte sur cet actionneur limite également la dynamique du système. Il est donc possible en jouant sur les deux paramètres  $\beta_2$  et  $\delta$  du critère quadratique de satisfaire toutes les contraintes physiques, toutefois les performances dynamiques d'angle et de traction sont dans ce cas très dégradées comme le montrent les figures 8 et 9 suivantes :



 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0,72, \delta = 4,44.10^2, \alpha = 6,94.10^4$ 





 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0,72, \delta = 4,44.10^2, \alpha = 6,94.10^4$ 

Fig. 9 : Réponses indicielles d'angle et de traction à une perturbation échelon de débit de 1 mm/s. choix de Q et R vérifiant les contraintes physiques actuelles sur site industriel.

Les figures 10 et 11 montrent que si la variable accélération cage i n'est pas affectée d'une pondération ( $\beta_2 = 0$ ), la dynamique du système est très améliorée en temps de réponse et rejet de perturbations. Pour ce jeu de matrice (Q, R) retenu comme optimal, toutes les contraintes physiques sont satisfaites, sauf celle correspondant à l'accélération dont la valeur maximale peut atteindre 24 rad/s<sup>2</sup> pour une perturbation indicielle en débit prise égale à 214 mm/s.



 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0, \delta = 4, 4, \alpha = 6,94.10^4$ 

Fig. 10 : Réponses indicielles d'angle et de traction à une consigne échelon (poids nul sur la variable accélération cage)



 $\beta_1 = 1, \ \beta_2 = 0, \ \delta = 4,4, \ \alpha = 6,94.10^4$ 

Fig.11 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation débit de 1 mm/s (poids nul sur la variable accélération cage).

Ainsi, la commande optimale est intéressante à appliquer si on libère la contrainte sur l'accélération des moteurs principaux, tout en limitant les variations intrabande de débit par des commandes type feed-forward adaptées et des variations mieux maîtrisées des paramètres explicatifs (épaisseurs, tractions, vitesse, température).

#### V.5 <u>CONCLUSION</u>

La mise en oeuvre d'une commande optimale quadratique comporte plusieurs difficultés parmi lesquelles les plus importantes nous paraissent être la suppression de statisme et la détermination des matrices de pondération Q et R. Le premier problème est résolu en incluant un terme intégral additif entre chaque sortie et sa référence, le régulateur multivariable optimal résultant est alors de type P.I permettant d'absorber également les perturbations de type échelon.

La détermination des coefficients de pondération du critère de performance reste la difficulté majeure dans ce type de commande, pour permettre d'obtenir les performances souhaitées du système bouclé. La démarche, pour calculer ces coefficients, est de définir dans le critère à optimiser des variables adimensionnées afin d'y adjoindre les pondérations correspondantes, privilégiant en relatif telle grandeur.par rapport à telle autre Ces pondérations ont été testées dans le but de trouver une interprétation méthodologique avec le lieu des pôles, les performances indicielles (temps de réponse, dépassement) ainsi que l'amplitude des actionneurs en sollicitation indicielle en perturbation de débit.

Ainsi pour augmenter la dynamique du système et avoir de bonnes performances indicielles, il faudrait augmenter le poids de Q par rapport à R, et minimiser l'erreur de traction en affectant une valeur plus ou moins importante au poids correspondant.

Cependant, il faut prêter attention à ce que les grandeurs de commande ne dépassent pas leurs limites fixées par le cahier des charges : il faut dans ce cas augmenter les poids correspondants à ces actionneurs qui ont alors tendance à ralentir la dynamique du système et détériorer les performances d'angle boucleur et de traction bande en terme de rejet de perturbations. Pour avoir une dynamique plus rapide, il faudra essentiellement porter son attention sur une capacité d'accélération suffisante des moteurs principaux par rapport aux possibilités industrielles actuelles.

### **CHAPITRE VI**

### SENSIBILITE ET ROBUSTESSE COMPAREE DES COMMANDES MULTIVARIABLES
# SENSIBILITE ET ROBUSTESSE COMPAREE DES DIFFERENTES COMMANDES MULTIVARIABLES

### VI.1 INTRODUCTION

L'analyse de la robustesse des différentes commandes étudiées permet de conclure sur leur sensibilité vis à vis des erreurs de modélisation :

- D'une part en faisant varier chaque paramètre physique dans un intervalle d'incertitude a priori inconnu et d'en déduire l'influence sur la localisation des pôles et les réponses fréquentielle et temporelle.

- D'autre part, en étudiant la robustesse liée à une incertitude sur l'ensemble des paramètres du régulateur ou du processus physique. Nous prendrons comme mesure de performance l'erreur admissible tout en conservant la stabilité du système en boucle fermée.

Enfin, une étude de sensibilité à la réduction de modèle permet la validation du modèle simplifié pour l'application de la commande.

#### **VI.2 SENSIBILITE AUX PARAMETRES PHYSIQUES**

Cette étude consiste à examiner l'influence de chaque paramètre physique pris isolément sur la stabilité du système en boucle fermée, afin de déterminer les paramètres auxquels chaque commande est la plus sensible. Cette variation des paramètres est effectuée aussi bien dans le sens positif que dans le sens négatif.

La sensibilité aux paramètres physiques peut s'effectuer de deux manières :

- En considérant un modèle perturbé dont un paramètre varie au cours du temps, les régulateurs étant définis auparavant à partir du modèle non perturbé (sans variation de ses paramètres). Il s'agit alors d'une étude de sensibilité à un processus évoluant dans le temps (tableau 1). - En considérant une mauvaise connaissance initiale des paramètres du processus et en recalculant la commande associée, le processus réel étant constant, nous étudions ainsi la robustesse à une erreur d'estimation des paramètres du modèle (tableau 2).

Les tableaux 1 et 2 montrent, pour chacune des commandes testées, le pourcentage d'erreur maximal admissible sur chacun des paramètres testés  $q_i$  (i =1..l) dans les deux sens de variation pour lesquels le système reste toujours stable.

Définition des paramètres q<sub>i</sub> :

 $(T_m, \gamma, T_c)$ : paramètres issus de l'identification de la boucle de régulation de vitesse des moteurs principaux (cf annexe 3).  $T_m$  est directement relié au temps de réponse du ler dépassement de la réponse indicielle des moteurs principaux, alors que  $\gamma$  est directement relié à l'amortissement de cette réponse.

 $(K_{Tb}, Y_1, Y_2)$ : paramètres issus de l'identification de la boucle de régulation de l'intensité moteur boucleur avec :  $K_{Tb}/Y_1$  = gain statique,  $Y_2/Y_1$  = constante de temps

J<sub>b</sub> : Moment d'inertie boucleuse

$$C_{1} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \sigma_{i}}\right)^{*} = f\left(R_{i}, \Omega_{i}, \sigma_{i-1}, \sigma_{i}, h_{i-1}, h_{i}, T_{i}, \overline{m}_{i}\right)$$

$$C_2 = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \Omega_i}\right)^* = f(R_i, \Omega_i, \sigma_{i-1}, \sigma_i, h_{i-1}, h_i, T_i, \overline{m}_i)$$

$$C_7 = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \sigma_i}\right)^* = f\left(R_{i+1}, \Omega_{i+1}, \sigma_{i+1}, \sigma_i, h_{i+1}, h_i, T_{i+1}, \overline{m}_{i+1}\right)$$

$$C_{13} = \frac{E}{2\nu L_i^*} = f(T_i, \theta_i, \sigma_i, h_i)$$

$$C_{14} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i}\right)^* = f(T_i, \theta_i, \sigma_i, h_i)$$

$$C_{15} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial \theta_i}\right)^* = f(T_i, \theta_i, \sigma_i, h_i)$$

$$C_{16} = \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \sigma_i}\right)^* = f(T_i, \theta_i, \sigma_i, h_i, L\arg_i)$$

$$C_{17} = \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \theta_i}\right)^* = f(T_i, \theta_i, \sigma_i, h_i, L\arg_i)$$

Rappelons les réglages des régulateurs d'angle boucleur et de traction bande pour chaque critère d'optimisation et par type de commande analysée dans ce chapitre.

- Commande P.I. bivariable

- . Critère de marge de robustesse en gain (m.g) : T' = 0,1 s, K' = 0,074 rad/s<sup>2</sup>/d°, T'' = 0,024 s, K'' = 1626,71 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s
- . Critère de Hall et Sartorius (H.S) : T' = 0,263 s, K' = 0,0813 rad/s<sup>2</sup>/d°, T'' = 0,04 s, K'' = 1869 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s
  - Découplage par précompensation dynamique (lère formulation de  $F_4(p)$  avec intégrateur)
  - . Critère de marge de robustesse en gain (m.g) : T<sub>1</sub> = 0,2 s, K<sub>1</sub> = 19,36 rad/s<sup>2</sup>/d°, T<sub>2</sub> = 0,08 s, K<sub>2</sub> = 121 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s
  - . Critère de Naslin (Nas) : T<sub>1</sub> = 1,392 s, K<sub>1</sub> = 1,806 rad/s<sup>2</sup>/d°, T<sub>2</sub> = 0,557 s, K<sub>2</sub> = 11,29 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s

La notation "p.p" désigne placement de pôles.

Les seuils donnés dans ces tableaux par paramètre et critère donnés correspondent à :

- Une variation du paramètre dans le sens positif (ex.  $T_m + 32 \% \rightarrow 1,32 T_m$ )
- Une variation du paramètre dans le sens négatif (ex.  $T_m 29 \% \rightarrow 0,71 T_m$ )

- L'intervalle maximal de variation du paramètre (ex.  $T_m \pm 29$  %), pris symétrique et d'amplitude égale à la valeur la plus contraignante en stabilité, puisque nous ne savons pas a priori le sens de variation de celui-ci.

radical i a denoionne a ano oronanon pobbiono da processa	Tableau	1	:	Sensibilité	à	une	évolution	possible	du	processus
---	---------	---	---	-------------	---	-----	-----------	----------	----	-----------

	Approche PI bivariable			Découplage par précompensation dynamique				Découplage par retour d'état		Commande optimale		
Critère	m	.g	Н	[.S	m.g	ujnui	Nas				LOI	
T <sub>m</sub>	>200	±49	>200	±19	+24	±24	+160	±99	>200	±72	>200	±65
	-49		-19		-26		-99		-72		-65	
γ	+85	±61	+83	±34	+41	±39	>200	±83	>200	±97	>200	±99
	-61		-34		-39		-83		-97		-99	
T <sub>c</sub>	+130	±100	+35	±35	+100	±84	+190	±99	>200	±87	>188	±90
	-100		-100		-84		-99		-87		-90	
Y <sub>1</sub>	>200	±65	>200	±55	>20	±29	>200	±68	>200	±100	>200	±100
	-65		-55		-29		-68		-100		-100	
Y <sub>2</sub>	>200	±100	>200	±100	+78	±78	>200	±99	>200	±99	>200	±100
	-100		<u>-100</u>		-99		-99		-99		-100	
K <sub>Tb</sub>	+100	±100	+74	±74	+32	±32	+150	±100	>200	±79	>200	±99
	-100		-100		-99		-100		-79		-99	
J <sub>b</sub>	>200	±100	+100	±100	+130	±99	+200	±99	>200	±99	>200	±99
	-100		-100		-99		-99		-99		-99	
C <sub>1</sub>	>200	±74	>200	±57	+103	±89	>200	±100	>200	±100	>200	±100
· ·	-74		-57		-89		-100		-100		-100	
C <sub>2</sub>	110	±100	>200	±100	+60	±50	+200	±90	>200	±100	>200	±100
-	-100		-100		-50		-90		-100		-100	
C <sub>7</sub>	>200	±100	>200	±100	>200	±100	>200	±100	>200	±100	>200	±100
, ,	-100		-100		-100		-100		-100		-100	
C13	>200	±100	>200	±100	>200	±52	>200	±79	>200	±99	>200	±100
	-100		-100		-52		-79		-99		-100	
C14	>200	±100	>200	±100	>200	±100	>200	$\pm 100$	>200	$\pm 100$	>200	$\pm 100$
- 14	-100		100		-100		-100		-100		-100	
C15	>200	±46	>200	±20	>200	±38	>200	±71	>200	+100	>200	+100
- 15	-46		-20		-38		-71		-100		-100	
C16	>200	±49	+200	±51	>200	±31	>200	±63	>200	±100	>200	±100
- 10	-49		-51		-31		-63		-100		-100	
C17	>200	±100	>200	±100	>200	±99	+200	±99	>200	±100	>200	$\pm 100$
-1,	-100		-100		-99		-99		-100		-100	

				Dáca	1000			
	l T	) á a a u m la		-	duna	uprage	Commondo	
		Jecoupia	age pa	.1	dyna	mique	Commande	
	p p	recomp	ensatio	on	par	retour	optimale	
0.112		dynar	nique		d'état			01
Critére	m	1.g	Nas		<b>p.p</b>		LQI	
T <sub>m</sub>	+32	±29	+130	±99	>200	±99	+183	±100
	-29		-99		-99		-100	
γ	+62	±36	>200	±100	>200	±79	>200	±100
	-36		-100		-79		-100	
T <sub>c</sub>	+65	±65	>200	±100	>200	±79	>200	±66
	-86		-100		-79		-66	
Y <sub>1</sub>	+24	±24	+160	±99	+150	±100	>200	±100
-	-99		-99		-100		-100	
Y <sub>2</sub>	+120	±57	>200	±100	>200	±67	>200	±100
-	-57		-100		-67		-100	
K <sub>Tb</sub>	>200	±24	>200	±62	>200	±99	+200	±100
	-24		-62		-99		-100	
J <sub>b</sub>	>200	±100	>200	±100	>200	±70	+200	±100
	-100		-100		-70		-100	
C <sub>1</sub>	>200	±84	>200	±100	>200	±100	>200	±100
	-84		100		-100		-100	
C <sub>2</sub>	+103	±37	>200	±78	>200	±77	>200	±100
-	-37		-78		-77		-100	
C <sub>7</sub>	>200	±100	>200	±100	>200	±100	>200	±100
-1	-100		-100		-100		-100	
C13	>200	±79	>200	±89	>200	±81	>200	±100
	-79		-89		-81		-100	
C14	>200	±100	>200	±100	>200	±100	>200	$\pm 100$
- 14	-100		100		-100		-100	
C15	+73	±65	>200	±91	+150	±100	>200	±100
	-65		-91		-100		-100	
C <sub>16</sub>	+32	±32	+170	±87	>200	±100	>200	±100
	-86		-87		-100		-100	
C <sub>17</sub>	+190	±99	>200	±99	>200	±100	+200	±100
	-99		-99		-100		-100	

Tableau 2 : Sensibilité à une erreur de connaissance du modèle

La détermination du seuil admissible de variation de chaque paramètre se fait par une étude de stabilité :

- Pour la commande P.I. bivariable, le critère de Routh a été appliqué au polynôme caractéristique en boucle fermée.

- Pour la commande par précompensation dynamique, la stabilité a été obtenue par des tests de simulation du système en boucle fermée à l'aide du logiciel ACSL (Advanced Continuous Simulation Language). En effet, dans ce cas le calcul du polynôme caractéristique est très complexe et d'ordre très élevé si nous tenons compte de tous les termes de couplage (hypothèse d'un découplage non parfait). - Pour les commandes par retour d'état, les valeurs propres de la matrice d'état du système en boucle fermée ont été relevées en utilisant le logiciel MATLAB.

Les tableaux 1 et 2 montrent que :

. En appliquant les commandes par retour d'état (découplage dynamique, commande optimale), le système est alors robuste en stabilité face à une grande variation d'un paramètre du processus. Ces commandes sont "tolérantes" vis à vis des erreurs d'identification et de linéarisation des variables autour d'un point de fonctionnement.

. Les paramètres influençant la robustesse de la commande sont liés essentiellement à l'identification des actionneurs moteurs principaux et boucleuse  $(T_m, \gamma, T_c, Y_1, K_{Tb})$  et à la linéarisation de certaines variables autour du point de fonctionnement :

$$C_2 = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \Omega_i}\right) , \quad C_{13} = \frac{E}{2 v L_i^*} , \quad C_{15} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial \theta_i}\right)^* \quad et \quad C_{16} = \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \sigma_i}\right)^* .$$

. Pour les commandes par retour d'état et concernant les paramètres hors identification actionneurs, seuls  $C_2$  et  $C_{13}$  peuvent être critiques, acceptant néanmoins des variations importantes.

. La robustesse en stabilité dépend essentiellement des paramètres de réglage choisis pour les régulateurs. Pour avoir une meilleure robustesse, il convient de choisir comme critère d'optimisation des régulateurs, celui de la marge de robustesse en gain pour la commande P.I. bivariable et celui de Naslin dans le cas du découplage par précompensation dynamique. Les gains des régulateurs d'angle boucleur et de traction bande ont dans ce dernier cas des valeurs plus faibles  $\left(\frac{K_i}{K_{i \text{lim}}} = 0,2\right)$  assurant alors une marge de robustesse en stabilité plus importante.

#### VI.2.1 Influence sur le comportement fréquentiel

Pour chacune des commandes, nous avons retenu les paramètres les plus contraignants en stabilité dans les deux cas d'étude de sensibilité : évolution possible du processus ou erreur de modélisation, et pour les deux séries de paramètres : ceux liés à la définition des actionneurs et ceux liés à la physique de l'intercage régulé autour du point de fonctionnement initial ; nous avons tracé pour chacun de ces cas, les réponses fréquentielles d'angle boucleur et de traction bande aux perturbations de débit intercage pour une variation de  $\pm 20$  % du paramètre en question (cf annexe 4).

#### a) Sensiblité à une évolution des paramètres du processus

Pour cette approche, les tests ont donc porté sur les paramètres les plus critiques inscrits dans le tableau 3 suivant :

	Approc bivar	he P.I. iable	Découpl précom tion dy	age par ipensa- namique	Découplage dynamique par retour d'état	Commande optimale					
	m.g	H.S	m.g	Nas	p.p	LQI					
Paramètres prépondérants liés à la définition des actionneurs	T <sub>m</sub> ± 49%	T <sub>m</sub> ± 19%	T <sub>m</sub> ± 24%	Y <sub>1</sub> ± 68%	Τ <sub>m</sub> ± 72%	Τ <sub>m</sub> ± 65%					
Paramètres prépondérants liés à la physique de l'intercage régulé autour du point de fonctionnement	$C_{15} \pm 46\%$	$\begin{array}{c} C_{15} \\ \pm 20\% \end{array}$	C <sub>16</sub> ± 31%	$C_{16} \pm 63\%$	-	-					

Tableau 3 : Liste des paramètres critiques étudiés pour chaque commande

Les valeurs dans ce tableau correspondent à l'intervalle maximal de variation du paramètre en question, pris symétrique et au-delà duquel le système devient instable (cf tableau 1).

#### \*) <u>Discussion sur les paramètres critiques liés à la définition des</u> <u>actionneurs</u>

. Les caractéristiques fréquentielles d'angle et de traction sont très peu sensibles à une évolution possible du paramètre  $T_m$  de l'actionneur moteurs principaux pour l'ensemble des commandes multivariables excepté le découplage par précompensation dynamique. En effet, dans ce cas, une variation du paramètre  $T_m$  modifie le comportement de l'angle boucleur et de la traction bande sur les fréquences intermédiaires des perturbations de débit, lorsque les régulateurs sont optimisés par le critère de marge de robustesse en gain.

En revanche, pour cette même commande optimisée par le critère de Naslin, une variation de  $T_m$  ou du paramètre  $Y_1$  de l'actionneur boucleuse n'influe pratiquement pas sur les caractéristiques d'angle et de traction en rejet de perturbation.

. Il est à noter que pour la commande P.I bivariable, le critère de Hall et Sartorius d'optimisation des régulateurs de débit et de traction diminue la marge de stabilité du système pour une évolution possible dans le temps du paramètre  $T_m$  comme le montre la figure 1 ci-dessous.



- Fig. 1 : Sensibilité de la commande PI bivariable à une évolution du paramètre T<sub>m</sub> (± 15 %)
   (Régulateurs optimisés par le critère de Hall et Sartorius)
  - \*) <u>Discussion sur les paramètres critiques liés à la physique du</u> système régulé autour du point de fonctionnement

Les commandes P.I bivariable et découplage par précompensation dynamique, en comparaison des commandes par retour d'état, sont beaucoup plus sensibles à ces paramètres comme l'illustre l'exemple cidessous (fig. 2).



Diagramme de Bode de dSigmai / (v1 - v2)





(régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

#### b) <u>Sensibilité à une erreur d'estimation des paramètres du</u> processus

Pour cette approche, les tests ont donc porté sur les paramètres les plus critiques inscrits dans le tableau 4 suivant, sachant que cette étude de sensibilité n'a pas été menée pour la commande P.I bivariable à cause des fortes interactions entre l'angle boucleur et la traction bande.

	Découplage par précompensa- tion dynamique m.g Nas		Découplage dynamique par retour d'état	Commande optimale	
Paramètres prépondérants liés à la définition des actionneurs	T <sub>m</sub> ±29% Y <sub>1</sub> ± 24% K <sub>Tb</sub> ± 24%	К <sub>Ть</sub> ± 62%	Y2 ± 67%	— T <sub>c</sub> ± 66%	
Paramètres prépondérants liés à la physique de l'intercage régulé autour du point de fonctionnement	C <sub>16</sub> ± 32%	C <sub>2</sub> ± 78%	C2 ± 77%	-	

# Tableau 4 : Liste des paramètres critiques étudiés pour chaque commande

Les valeurs dans ce tableau correpondent à l'intervalle maximal de variation du paramètre en question, pris symétrique et au-delà duquel le système devient instable (cf tableau 2).

# \*) Discussion sur les paramètres critiques liés à la définition des <u>actionneurs</u>.

. Une mauvaise connaissance de ces paramètres modifie sensiblement les performances fréquentielles d'angle et de traction en rejet de perturbation sur la plage de fréquence faux-rond pour la commande par précompensation dynamique optimisée par le critère de marge de robustesse en gain, comme le montre l'exemple ci-dessous (fig. 3) pour une erreur de  $\pm 20$  % sur le paramètre K<sub>Tb</sub> lié à la boucleuse. En revanche, ces mêmes performances sont beaucoup plus robustes lorsque les régulateurs sont optimisés par le critère de Naslin ; en effet, le réglage par le critère de Naslin tolère par exemple un intervalle d'incertitude sur le paramètre K<sub>Tb</sub> 2,5 fois plus grand que pour le critère de marge de robustesse en gain.

. Par ailleurs, pour les commandes par retour d'état, les comportements fréquentiels d'angle et de traction sont globalement très peu sensibles à une erreur de connaissance de ces paramètres.



Fig. 3 : Sensibilité du découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre K<sub>Tb</sub> (± 20 %) (régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

# \*) <u>Discussion sur les paramètres critiques liés à la physique du</u> système régulé autour du point de fonctionnement

Les commandes multivariables de l'intercage finisseur, excepté le découplage par précompensation dynamique optimisé par le critère de marge de robustesse en gain, sont peu sensibles à ces paramètres ; par exemple, une mauvaise estimation du paramètre  $C_2$  pour la commande par découplage dynamique par précompensateur optimisée par le critère de Naslin, modifie légèrement le gain asymptotique en basse

fréquence d'angle boucleur et de traction bande et par conséquent la qualité d'élimination des perturbations traces noires (fig. 4).



Fig. 4 : Sensibilité du découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre  $C_2$  ( $\pm 20 \%$ ) (régulateurs optimisés par le critère de Naslin)

# VI.2.2 Influence sur les performances indicielles

Les différents cas significatifs de variation des paramètres du processus étudiés précédemment ont été également testés à travers la simulation des réponses temporelles d'angle boucleur et de traction bande pour une perturbation de débit type échelon égale à 1 mm/s.

#### a) Sensibilité à une évolution des paramètres du processus

- Ces réponses temporelles montrent que, dans le cas de l'approche P.I bivariable, une évolution du paramètre  $T_m$  dans les deux sens ne modifie quasiment pas les caractéristiques indicielles d'angle et de traction en réponse à un échelon de perturbation, les régulateurs étant optimisés par le critère de marge de robustesse en gain (fig. 5). Cependant, l'effet de ce paramètre est beaucoup plus préjudiciable aux performances indicielles d'angle boucleur et de traction bande lorsque les régulateurs sont optimisés par le critère de Hall et Sartorius (fig. 6).



Fig. 5 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de T<sub>m</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



 Fig. 6 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de T<sub>m</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de marge de Hall et Sartorius)

De même, la sensibilité des performances indicielles d'angle et de traction au paramètre  $C_{15}$  est plus importante quand les régulateurs sont optimisés par le critére de Hall et Sartorius (fig. 7).

En effet, pour une diminution de  $C_{15}$ , les réponses à un échelon de perturbation sont plus oscillantes et ont un amortissement très faible, à la limite de l'instabilité.



Fig. 7 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de  $C_{15}$ (Régulateurs optimisés par le critère de Hall et Sartorius)

La figure 8 suivante montre que, pour une même variation du paramètre  $C_{15}$ , le temps de stabilisation et l'amortissement sont inchangés dans le cas où les régulateurs sont optimisés par le critère de marge de robustesse en gain, seule la fréquence d'oscillation est légèrement modifiée.



Fig. 8 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de C15 (Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

Nous déduisons de ces résultats que pour la commande P.I bivariable, les performances indicielles sont sensiblement plus robustes lorsque les régulateurs sont optimisés par le critère de marge de robustesse en gain.

- Dans le cas du découplage par précompensation dynamique avec application du critère de marge de robustesse en gain, une variation du paramètre  $T_m$  affecte essentiellement la réponse indicielle de traction à un échelon de perturbation où les amplitudes successives sont plus importantes, mais en conservant néanmoins le même temps de stabilisation (fig. 9).



 Fig. 9 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de T<sub>m</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

Les performances indicielles de traction sont beaucoup plus sensibles à une évolution du paramètre  $C_{16}$  en utilisant le critère de marge de robustesse en gain, les performances d'angle boucleur restant globalement identiques (fig.10).; lorsque cette commande est optimisée par le critère de Naslin, le comportement indiciel d'angle et de traction est alors très robuste vis à vis d'une variation équivalente de ce paramètre (fig. 11).



Fig. 10 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de C<sub>16</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Fig. 11 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de C<sub>16</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de Naslin)

- Les commandes par retour d'état, quant à elles, restent très robustes vis à vis d'une évolution des paramètres du processus et ne changent quasiment pas les performances indicielles d'angle boucleur et de traction bande (fig. 12 et 13).





Fig. 12 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de T<sub>m</sub> (Découplage dynamique par retour d'état)



Fig. 13 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour différentes valeurs de T<sub>m</sub> (Commande optimale)

#### b) <u>Sensibilité à une mauvaise estimation des paramètres</u> <u>du processus</u>

- Pour la commande par découplage par précompensation dynamique avec application du critère de marge de robustesse en gain, nous avons regardé, par simulation, l'effet des trois paramètres liés à la définition des actionneurs les plus contraignants en stabilité d'une part, et du paramètre critique  $C_{16}$  lié à la physique du système régulé autour du point de fonctionnement, sur les performances indicielles d'angle boucleur et de traction bande d'autre part.

Si la réponse indicielle d'angle boucleur à un échelon de perturbation est peu sensible à une erreur de connaissance de ces paramètres, en revanche, la traction est la variable la plus touchée par une erreur d'estimation des paramètres, se traduisant alors par une réponse très oscillatoire et un temps de stabilisation très important (fig. 14 et 15).



Fig. 14 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour une mauvaise estimation des paramètres K<sub>Tb</sub> et Y<sub>1</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Fig. 15 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour une mauvaise estimation des paramètres T<sub>m</sub> et C<sub>16</sub> (Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

- Pour la commande par découplage dynamique par retour d'état, les performances indicielles d'angle boucleur et de traction sont insensibles à une erreur d'estimation des paramètres pour la plage de variation de 20 % retenue ici (fig. 16).



Fig. 16 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour une mauvaise estimation du paramètre  $Y_2$ 

- Pour la commande optimale, une mauvaise estimation de  $T_c$  entraîne une très légère modification de la valeur d'angle boucleur à la première oscillation, l'amortissement et le temps de stabilisation restant identiques. Les caractéristiques indicielles de traction bande sont quant à elles inchangées (fig. 17).



Fig. 17 : Réponses indicielles d'angle et de traction à un échelon de perturbation pour une mauvaise estimation du paramètre  $T_c$ 

# VI.2.3 <u>Influence de l'évolution des paramètres du</u> processus ou des erreurs de modélisation sur le lieu des pôles

Nous avons étudié dans cette partie l'influence d'une variation des paramètres critiques sur l'évolution du lieu des pôles du système en boucle fermée, pour toutes les commandes testées sauf le découplage par précompensation dynamique où le calcul des racines du polynôme caractéristique est très complexe.

Les commentaires suivants peuvent être apportés :

- Pour l'approche P.I bivariable :

. Avec le critère de marge de robustesse en gain, une diminution du paramètre  $T_m$  en terme d'évolution du processus engendre un déplacement des pôles dominants 3, 4, 5 et 6 vers l'axe imaginaire et tend à déstabiliser le processus (fig. 18). D'autre part, les pôles dominants 1 et 2 se déplacent très lentement vers l'axe imaginaire lorsque  $T_m$  croît. L'examen du tableau 1 confirme effectivement que c'est une variation dans le sens négatif du paramètre  $T_m$  qui s'avère la plus contraignante en stabilité, alors qu'une forte augmentation de ce même paramètre ne déstabilise pas le système.



#### $T_m$ varie de -30 à +30 %

Fig. 18 : Sensibilité du lieu des pôles à une évolution de T<sub>m</sub> pour la commande P.I bivariable

(Régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

La sensibilité du lieu des pôles pour cette commande optimisée par le critère de Hall et Sartorius est plus importante pour une variation du paramètre  $C_{15}$ . En effet, une diminution de ce paramètre tend à déstabiliser facilement le système : le pôle dominant 1 traverse l'axe imaginaire pour une variation de 20 % de  $C_{15}$  (fig. 19).



 $C_{15}$  varie de -15 à +15 %

Fig. 19 : Sensibilité du lieu des pôles à une évolution de C<sub>15</sub> pour la commande P.I bivariable (Régulateurs optimisés par le critère de Hall et Sartorius)

198

#### - Pour le découplage dynamique par retour d'état :

. Le pôle dominant 1 est invariant pour une mauvaise estimation initiale du paramètre  $Y_2$  (donc de la constante de temps boucleuse) dans les deux sens, néanmoins les autres pôles complexes dominants (2 à 5) se rapprochent de l'axe imaginaire quand  $Y_2$  diminue et engendrent l'instabilité du système si ce paramètre est trop sous-estimé (fig. 20).



Y<sub>2</sub> varie de -30 à +30 %

Fig. 20 : Sensibilité du lieu des pôles à une mauvais estimation de Y<sub>2</sub> pour le découplage dynamique par retour d'état

. La sensibilité du lieu de pôles au paramètre  $T_m$  (fig. 21), en terme d'évolution du processus, montre que si ce dernier est majoré, les pôles dominants 1,6 et 7 deviennent instables alors que les pôles 2 à 5 sont invariants.





 $T_m$  varie de -30 à +30 %

Fig. 21 : Sensibilité du lieu des pôles à une évolution de T<sub>m</sub> pour le découplage dynamique par retour d'état

- Pour la commande optimale :

. Une sous-estimation du paramètre  $T_c$  déstabilise le système alors qu'une majoration de ce même paramètre renforce davantage la stabilité du système tout en augmentant l'amortissement. Nous remarquons que ce paramètre joue essentiellement sur les pôles les plus éloignés de l'axe imaginaire, les pôles dominants restant inchangés. Le tableau 2 montre qu'il faudrait une sous-estimation importante du paramètre  $T_c$  (- 66 %) pour rendre les pôles sensibles instables (fig. 5).



 $T_c$  varie de -30 à +30 %

Fig. 22: Sensibilité du lieu des pôles à une mauvaise estimation de  $T_c$  pour la commande optimale

. Une augmentation du paramètre  $T_m$  dans la modélisation d'état du processus sans modifier le régulateur, éloigne davantage les pôles lents (6 à 8) vers les valeurs réelles négatives. Cependant, cette même variation de ce paramètre déplace le pôle dominant réel 3 vers l'axe imaginaire et entraîne alors l'instabilité du processus, les autres pôles dominants (2 à 4) restant invariants quelque soit la variation du paramètre  $T_m$  considérée ici (fig.23).



 $T_m$  varie de -30 à +30 %

Fig. 23: Sensibilité du lieu des pôles à une évolution de T<sub>m</sub> pour la commande optimale

# VI.2.4 <u>Récapitulation</u>

Cette première étude de robustesse des commandes face à une variation d'un paramètre du processus amène aux conclusions suivantes :

- Les commandes par retour d'état (découplage dynamique et commande optimale) sont beaucoup plus tolérantes vis à vis d'une évolution dans le temps d'un paramètre du processus ou d'une mauvaise estimation initiale de ce paramètre ; elles assurent donc une meilleure marge de robustesse comparativement aux autres commandes et les performances indicielles et fréquentielles d'angle et de traction ne sont pratiquement pas affectées par une variation de 20 % d'un des paramètres du processus.

- Le processus découplé dynamiquement dans le domaine fréquentiel est robuste en stabilité (il faudrait une variation au moins supérieure à 20 % pour déstabiliser le processus) ; en revanche, la qualité globale de la régulation par découplage peut être détériorée, les caractéristiques fréquentielles et temporelles de la sensibilité de la traction bande aux perturbations de débit étant alors les plus touchées. Remarquons néanmoins que l'optimisation des régulateurs par le critère de Naslin donne globalement une meilleure marge de robustesse en stabilité, l'instabilité du système étant alors provoquée pour une variation des paramètres supérieure à 60 %.

- L'approche P.I bivariable est étudiée en terme de robustesse uniquement en fonction d'une évolution possible d'un paramètre quelconque du processus dont la variation peut atteindre 45 % de sa valeur initiale avant de déstabiliser le sytème en appliquant le critère de marge de robustesse en gain ; les performances temporelles et fréquentielles d'angle boucleur sont alors les plus sensibles aux variations des paramètres critiques, et particulièrement ceux liés au point de fonctionnement initial.

#### VI.3 <u>SENSIBILITE COMPAREE DES DIFFERENTES COMMANDES</u> <u>AUX VARIATIONS DES PARAMETRES</u>

Dans cette partie, nous avons choisi comme critère de comparaison de la robustesse des commandes, la méthode de Kharitonov.

Celle-ci constitue en réalité une condition très dure de stabilité. Toutefois, elle a été utilisée dans le but d'avoir un critère commun pour comparer les commandes entres elles en terme de robustesse et non un moyen fiable pour définir la robustesse globale de l'une d'entre elle. A ce titre nous constaterons ultérieurement que pour assurer la stabilité du processus, ce critère, reposant sur des variations des paramètres, dans des intervalles connus ou non, n'autorise qu' un pourcentage d'erreur très faible sur ces derniers.

Dans un premier temps, nous avons considéré une fluctuation de tous les paramètres intervenant dans le schéma bloc, liés aussi bien à la caractérisation des actionneurs boucleuse et moteurs principaux, qu'à la physique du processus régulé au point de fonctionnement initial. Dans un second temps, seuls les paramètres incertains, liés à une variation intrabande des paramètres physiques ont été considérés, à savoir les tractions, les épaisseurs, la température, la largeur bande et les vitesses cages.

### VI.3.1 <u>Application à la Commande P.I bivariable</u> [P. de Larminat, 1992]

Cette étude se fait à partir de l'expression du polynôme caractéristique du système en boucle fermée.

soit D(p) = 
$$\sum_{i=0}^{n} a_i (q) p^i$$
 (n = 9)

où q est un vecteur des paramètres physiques incertains  $(\underline{q_i} < q_i < \overline{q_i}, i \in [1, l])$  et  $a_i$   $(i \in [1, n])$  les coefficients du polynôme caractéristique, fonction des paramètres incertains  $q_i$ .

Se donnant a priori un intervalle de variation de type aléatoire des paramètres physiques (en considérant un même taux de variation dans les deux sens pour tous ces paramètres), nous déterminons alors les bornes inférieure et supérieure des coefficients  $a_i (\underline{a_i} \le a_i \le \overline{a_i})$  sans tenir compte a priori des corrélations entre eux, un paramètre  $q_i$ pouvant intervenir dans différents coefficients  $a_i$ .

Etant donné les quatres polynômes de Kharitonov définis comme suit :

 $D_{1}(p) = \overline{a}_{0} + \overline{a}_{1}p + \underline{a}_{2}p^{2} + \underline{a}_{3}p^{3} + \overline{a}_{4}p^{4} + \dots$   $D_{2}(p) = \overline{a}_{0} + \underline{a}_{1}p + \underline{a}_{2}p^{2} + \overline{a}_{3}p^{3} + \overline{a}_{4}p^{4} + \dots$   $D_{3}(p) = \underline{a}_{0} + \underline{a}_{1}p + \overline{a}_{2}p^{2} + \overline{a}_{3}p^{3} + \underline{a}_{4}p^{4} + \dots$   $D_{4}(p) = \underline{a}_{0} + \overline{a}_{1}p + \overline{a}_{2}p^{2} + \underline{a}_{3}p^{3} + \underline{a}_{4}p^{4} + \dots$ 

Nous étudions alors la stabilité pour ces 4 polynômes (partie réelle des racines des polynômes strictement négative). Il s'agit d'une condition suffisante mais non nécessaire de robustesse en stabilité. En effet, ne connaissant pas l'intervalle exact d'incertitude des paramètres  $q_i$  d'une part et sachant qu'il existe un lien de dépendance physique entre les coefficients  $a_i$ , les théorèmes existants sont réduits à une condition suffisante, en général très exigente pour vérifier la stabilité du système puisque nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable correspondant à une variation supposée indépendante de ces coefficients.

Le tableau 5 ci-dessous exprime le pourcentage d'erreur maximal admissible sur les paramètres q<sub>i</sub>, pour des réglages des régulateurs de débit et de traction invariants, optimisés par les critères de marge de robustesse en gain et de Hall et Sartorius avec les paramètres physiques initiaux non perturbés.

Critère	Marge de robustesse en gain	Hall et Sartorius
D <sub>i</sub> (p)	Tobustosso on gam	Sartorius
D1(p)	1,15	0,97
D2(p)	1,72	1,84
D3(p)	1,91	0,98
D4(p)	2,1	0,74

Tableau 5 : erreur maximale (en %) sur les paramètres qi

Le critère de marge de robustesse en gain permet d'assurer une meilleure robustesse de la commande vis à vis d'une variation de l'ensemble des paramètres physiques  $q_i$ , le taux maximal de variation étant alors de 1,15 %. En ne considérant comme paramètres physiques incertains que ceux liés aux variations intrabande des caractéristiques suivantes : tractions amont et aval de l'intercage, épaisseurs bande sortie cages (i - 1), (i), (i + 1), largeur et température bande, vitesse des moteurs principaux cage i, le taux maximal admissible des variations simultanées de ces paramètres pour la commande P.I bivariable optimisée par le critère de marge de robustesse en gain est alors de 2,7 %, correspondant au jeu de contraintes suivant (cf tableau 6) sur les caractéristiques intrabande listées précédemment.

Tableau 6 :	Niveau d	e contrôle	sur les	caractéristi	ques intra	bande
nécessaire au	maintien	de la sta	bilité du	processus	intercage	régulé
		en P.I	bivariabl	le		

	Tractions	Epaisseurs bande	Largeur bande	Température bande	Vitesse moteurs principaux
Niveau de contrôle requis	± 50 %	± 0,5 %	± 0,5 %	± 0,5 %	± 0,1 %
Niveau de contrôle effectif sur site industriel, en variabilité maximale	± 50 %	±4%	± 0,5 %	± 5 %	± 0,1 %

Ce tableau montre donc que les épaisseurs bande et la température sont les caractéristiques dont la maîtrise intrabande est la plus critique par rapport à la capabilité effective sur site industriel.

Concernant l'erreur globale admissible sur les coefficients  $a_i$  du polynôme caractéristique, imputable par exemple à une erreur de précision numérique, celle-ci ne doit pas dépasser 2,5 % en moyenne.

# VI.3.2 <u>Application aux Commandes multivariables par</u> <u>découplage</u>

#### VI.3.2.1 <u>Découplage par précompensation dynamique</u> [B.R.BARMISH,1992], [B.R.BARMISH,1993]

La matrice de découplage C(p) dépend des paramètres physiques du système dont l'incertitude peut être limitée par des bornes inférieure et supérieure, comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent. Dans cette plage de variation des paramètres physiques q<sub>i</sub> ( $i \in [1,l]$ ), nous avons simulé le nouveau système découplé bouclé avec les régulateurs définis auparavant (avec les paramètres physiques initiaux non perturbés), dans le cas où F4(p) a un terme intégrateur (lère formulation).

Une étude plus rigoureuse consisterait à prendre en compte une petite variation de la matrice de découplage  $\partial C(j\omega)$  par rapport aux paramètres incertains et de voir son influence, d'une part sur la stabilité du système en boucle fermée, d'autre part sur la qualité du découplage entrées-sorties. Or cette étude conduit à des calculs très importants, d'autant plus complexes que le système est multivariable. De façon simplifiée, nous avons effectué plusieurs tests en simulation en faisant varier les paramètres intervenant dans C(p) tout en s'inspirant de la méthode de Kharitonov, fournissant ainsi une indication sur la robustesse du découplage mais ne constituant en aucun cas une garantie des performances telles que stabilité, temps de réponse, qualité du découplage...

Soient  $C_{ij}(p)$  les fonctions de transfert élémentaires de la matrice  $C(p): C_{ij}(p) = \frac{N_{ij}(p,q)}{D_{ii}(p,q)}$ 

 $N_{ij}(p,q)$  et  $D_{ij}(p,q)$  sont des polynômes incertains puisque leurs coefficients sont fonction du vecteur des paramètres physiques incertains q.

Pour décrire un polynôme incertain P, il convient d'écrire :

$$P(p,q) = \sum_{i=0}^{n} a_i(q) p^i$$

On dit que le polynôme incertain P(p,q) a une structure d'incertitude affine si  $a_i(q)$  est une fonction affine  $\forall i \in [1,n]$ , c'est à dire si, tous les composants du vecteur q étant fixés sauf  $q_k$ , alors  $a_i(q)$  est une fonction affine en  $q_k$ .

Un exemple de fonction affine est donné par :

$$a_i(q) = 5q_1 q_2 q_3 + 2q_2 - 6q_3 + 4q_2 q_3 + 5$$

Posons 
$$N_{ij}(p,q) = \sum_{k=0}^{m} b_k(q) p^k$$
,  $D_{ij}(p,q) = \sum_{k=0}^{n} a_k(q) p^k$   $(m < n)$ 

 $N_{ij}$  et  $D_{ij}$  sont des polynômes ayant une structure d'incertitude affine. Soient  $\underline{b}_k, \overline{b}_k (\underline{a}_k, \overline{a}_k)$  respectivement les bornes inférieure et supérieure de  $b_k (a_k)$ .

$$\underline{b}_{k} = Min \ b_{k} , \qquad \overline{b}_{k} = Max \ b_{k}$$

$$q_{i} \in [\underline{q_{i}}, \overline{q_{i}}] \qquad q_{i} \in [\underline{q_{i}}, \overline{q_{i}}]$$

$$i = 1..1 \qquad i = 1..1$$

Le système sera dit robuste au sens de Kharitonov si, pour les 16 cas suivants concernant chacune des fonctions de transfert  $C_{ij}(p,q)$ , le système reste toujours stable. Les 16 cas sont obtenus en élaborant les 4 polynômes de Kharitonov pour le numérateur de  $C_{ij}(p)$  :

$$\begin{split} N_{ij}^{1}(p) &= \overline{\mathbf{b}}_{0} + \overline{\mathbf{b}}_{1}p + \underline{\mathbf{b}}_{2}p^{2} + \underline{\mathbf{b}}_{3}p^{3} + \overline{\mathbf{b}}_{4}p^{4} + \overline{\mathbf{b}}_{5}p^{5} + \dots \\ N_{ij}^{2}(p) &= \underline{\mathbf{b}}_{0} + \underline{\mathbf{b}}_{1}p + \overline{\mathbf{b}}_{2}p^{2} + \overline{\mathbf{b}}_{3}p^{3} + \underline{\mathbf{b}}_{4}p^{4} + \underline{\mathbf{b}}_{5}p^{5} + \dots \\ N_{ij}^{3}(p) &= \underline{\mathbf{b}}_{0} + \overline{\mathbf{b}}_{1}p + \overline{\mathbf{b}}_{2}p^{2} + \underline{\mathbf{b}}_{3}p^{3} + \underline{\mathbf{b}}_{4}p^{4} + \overline{\mathbf{b}}_{5}p^{5} + \dots \\ N_{ij}^{4}(p) &= \overline{\mathbf{b}}_{0} + \underline{\mathbf{b}}_{1}p + \underline{\mathbf{b}}_{2}p^{2} + \overline{\mathbf{b}}_{3}p^{3} + \overline{\mathbf{b}}_{4}p^{4} + \underline{\mathbf{b}}_{5}p^{5} + \dots \end{split}$$

et les 4 polynômes de Kharitonov pour le dénominateur de Cii(p) :

$$D_{ij}^{1}(p) = \overline{a}_{0} + \overline{a}_{1}p + \underline{a}_{2}p^{2} + \underline{a}_{3}p^{3} + \overline{a}_{4}p^{4} + \overline{a}_{5}p^{5} + \dots$$

$$D_{ij}^{2}(p) = \underline{a}_{0} + \underline{a}_{1}p + \overline{a}_{2}p^{2} + \overline{a}_{3}p^{3} + \underline{a}_{4}p^{4} + \underline{a}_{5}p^{5} + \dots$$

$$D_{ij}^{3}(p) = \underline{a}_{0} + \overline{a}_{1}p + \overline{a}_{2}p^{2} + \underline{a}_{3}p^{3} + \underline{a}_{4}p^{4} + \overline{a}_{5}p^{5} + \dots$$

$$D_{ij}^{4}(p) = \overline{a}_{0} + \underline{a}_{1}p + \underline{a}_{2}p^{2} + \overline{a}_{3}p^{3} + \overline{a}_{4}p^{4} + \underline{a}_{5}p^{5} + \dots$$

En principe, il faudrait tester  $16^4$  cas possibles ; on se limitera dans la suite au même sens de variation pour tous les  $C_{ii}(p,q)$ .

Considérons une même erreur relative sur tous les paramètres physiques  $q_i$ , le tableau 7 exprime le pourcentage d'erreur global acceptable appliqué identiquement à chacun des paramètres  $q_i$  afin que le système reste toujours stable dans les 16 cas de figure étudiés, en gardant inchangées les valeurs des paramètres des régulateurs optimisés.

Critère	Naslin	Marge de
$C_{ij}$ (p,q)	(%)	robustesse (%)
$N_{ij}^2 / D_{ij}^4$	8,7	5,1
N <sup>4</sup> <sub>ij</sub> / D <sup>1</sup> <sub>ij</sub>	9	3,2
$N_{ij}^1 / D_{ij}^1$	9,3	4,4
$N_{ij}^2$ / $D_{ij}^1$	9,5	9,1
$N_{ij}^3 / D_{ij}^1$	9,9	9,4
$N_{ij}^1 / D_{ij}^3$	9,9	9,6
$N_{ij}^4 / D_{ij}^4$	10,3	6,4
$N_{ij}^3 / D_{ij}^4$	10,6	6,2
$N_{ij}^4 / D_{ij}^3$	10,6	6,2
$N_{ij}^1 / D_{ij}^4$	15,3	7,4
$N_{ij}^1$ / $D_{ij}^2$	19,6	3,6
$N_{ij}^4 / D_{ij}^2$	20	3,9
$N_{ij}^3 / D_{ij}^2$	24	5,2
$N_{ij}^2 / D_{ij}^3$	24	5,2
$N_{ij}^2 / D_{ij}^2$	4 5	9,1
$N_{ij}^3 / D_{ij}^3$	99	11,4

Tableau 27 : taux maximal de variation des paramètres q<sub>i</sub> dans C(p)

Ce tableau montre que pour assurer une meilleure robustesse en stabilité, le critère à retenir pour optimiser les régulateurs serait le critère de Naslin autorisant alors un taux maximal d'erreur sur l'ensemble des paramètres physiques de 9 %. Ce résultat est d'ailleurs prévisible puisque dans ce cas, la marge de gain du régulateur est plus importante  $\left(\frac{K_i}{K_{i \text{ lim}}} = 0.2\right)$ , d'où une tolérance plus grande vis à vis des erreurs sur les coefficients des fonctions de transfert.

En ne considérant comme paramètres physiques incertains que ceux liés aux variations intrabande des caractéristiques suivantes : tractions amont et aval de l'intercage, épaisseurs bande sortie cages (i -1), (i), (i + 1), largeur et température bande, vitesse des moteurs principaux cage i, le taux maximal admissible des variations simultanées de ces paramètres pour la commande par découplage par précompensation dynamique est alors de 4,5 % et de 13 % pour le critère de marge de robustesse en gain et le critère de Naslin respectivement ; Le jeu de contraintes associé sur les caractéristiques intrabande listées précédemment est indiqué dans le tableau 8 suivant :

Tableau 8 : niveau de contrôle sur les caractéristiques intrabande nécessaire au maintien de la stabilité du processus régulé en découplage par précompensation dynamique.

	Tractions		Epaisseurs bande		Largeur bande		Température bande		Vitesse moteurs	
	Nas	m.g	Nas	m.g	Nas	m.g	Nas	m.g	Nas	m.g
Niveau de contrôle requis	±50%	±50%	±2,5%	±1%	±0,5%	±0,5%	±2,5%	±1%	±0,1%	±0,1%
Niveau de contrôle effectif sur site industriel, en variabilité maximale	±5	0%	±4	1%	±0,	,5%	±	5%	±0,	1%

Ce tableau montre donc que le découplage par précompensation dynamique est sensiblement plus robuste aux variations intrabande des caractéristiques liées au point de fonctionnement intercage, comparativement à l'approche P.I bivariable ; la commande par découplage optimisée par le critère de Naslin répond aux conditions les plus sévères actuelles du laminage industriel, en terme de variabilité intrabande.

Par ailleurs, en considérant une erreur globale de type aléatoire sur tous les coefficients  $(a_k, b_k)$  de la matrice de précompensation (imputable par exemple à une erreur de précision numérique), celle-ci ne doit pas alors dépasser 9 % en moyenne.

Pour analyser plus finement l'effet du caractère incertain sur les fonctions de transfert  $C_{ii}(p,q)$ , nous avons retenu les trois cas les plus contraignants pour le réglage de Naslin correspondant aux 3 premières lignes du tableau 2 précédent, pour lesquels sont tracés les diagrammes de Bode ainsi que les réponses indicielles d'angle et de traction aux perturbations de débit en intercage. Le caractère incertain des fonctions de transfert C<sub>ii</sub>(p) de la matrice de découplage engendre un changement de comportement fréquentiel notamment dans la plage de fréquence faux-rond, se caractérisant par des performances d'angle boucleur et de traction bande globalement améliorées ou détériorées suivant le cas de variation de  $C_{ii}(p,q)$  testé (fig. 24 et 25). Au niveau des fréquences noires, les performances d'angle et traces de traction restent sensiblement identiques.



Fig. 24 : Diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$ (5 % d'erreur sur tous les paramètres physiques)



Fig. 25 : Diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{\nu_1 - \nu_2}$ (5 % d'erreur sur tous les paramètres physiques)

Les réponses temporelles d'angle boucleur et de traction bande à un échelon de perturbation (Fig. 26) montrent que le système reste stable en dépit des variations de la matrice de découplage sachant que le réglage des deux régulateurs P.I du système découplé n'a pas été modifié. Le système est alors robuste par rapport à des variations globales simultanées et de type aléatoire des paramètres physiques de  $\pm 5\%$ , cependant les régimes transitoires ont changé : la réponse indicielle de traction pour le premier cas de variation de C<sub>ij</sub> présente plusieurs oscillations avant d'atteindre le régime permanent, le temps de stabilisation étant à peu près équivalent ; quant aux réponses indicielles d'angle boucleur, elles gardent la même allure avec un même ordre de grandeur du temps de réponse et de l'amortissement.



Fig. 26 : Sensibilité des performances indicielles d'angle et de tractionà une variation globale des paramètres de  $\pm$  5 % dans C(p)

#### VI.3.2.2 Découplage dynamique par retour d'état

Les coefficients des matrices K, L et M, fonction des paramètres physiques du processus, peuvent être soumis à un certain degré d'imprécision. Nous nous proposons de faire varier chacune de ces matrices séparément dans un intervalle d'incertitude, et d'analyser l'influence sur le découplage et les propriétés dynamiques du système étudié.

Le tableau 9 ci-dessous montre les imprécisions maximales sur les coefficients de ces matrices qui déstabilisent le système en envisageant une variation des coefficients par paires de façon à retrouver la méthode de Kharitonov. Quatre cas seront également envisagés selon le sens de variation des coefficients donnés ci-après, pour la ième ligne des matrices K, L ou M :

$$-1er \ cas: \left(k_{ij}^{1}\right) = \begin{bmatrix} (1+\alpha)k_{i1} & (1+\alpha)k_{i2} & (1-\alpha)k_{i3} & (1-\alpha)k_{i4} & \dots \end{bmatrix}$$

$$-2 \dot{e}me\ cas: \left(k_{ij}^2\right) = \begin{bmatrix} (1+\alpha)k_{i1} & (1-\alpha)k_{i2} & (1-\alpha)k_{i3} & (1+\alpha)k_{i4} & \dots \end{bmatrix}$$

$$-3\grave{e}me\ cas: \left(k_{ij}^{3}\right) = \begin{bmatrix} (1-\alpha)k_{i1} & (1-\alpha)k_{i2} & (1+\alpha)k_{i3} & (1+\alpha)k_{i4} & \dots \end{bmatrix}$$

$$-4 \grave{e}me\ cas: \left(k_{ij}^{4}\right) = \begin{bmatrix} (1-\alpha)k_{i1} & (1+\alpha)k_{i2} & (1+\alpha)k_{i3} & (1-\alpha)k_{i4} & \dots \end{bmatrix}$$

*avec*  $0 \% \le \alpha \le 100 \%$ 

	Matrices			
		K	L	М
Cas de varia	tion	(%)	(%)	(%)
$k_{1j}^1$ , $k_{2j}^1$	(1)	100	100	75
$k_{1j}^1$ , $k_{2j}^2$	(2)	100	100	73
$k_{1j}^1$ , $k_{2j}^3$	(3)	100	66	40
$k_{1j}^1$ , $k_{2j}^4$	(4)	67	66	58
$k_{1j}^2$ , $k_{2j}^1$	(5)	100	66	28
$k_{1j}^2$ , $k_{2j}^2$	(6)	100	66	28
$k_{1j}^2$ , $k_{2j}^3$	(7)	100	66	36
$k_{1j}^2$ , $k_{2j}^4$	(8)	64	66	29
$k_{1j}^3$ , $k_{2j}^1$	(9)	100	66	35
$k_{1j}^3$ , $k_{2j}^2$	(10)	100	66	35
$k_{1j}^3$ , $k_{2j}^3$	(11)	100	66	3 5
$k_{1j}^3$ , $k_{2j}^4$	(12)	65	66	35
$k_{1j}^4$ , $k_{2j}^1$	(13)	100	100	72
$k_{1j}^4$ , $k_{2j}^2$	(14)	100	100	64
$k_{1j}^4$ , $k_{2j}^3$	(15)	100	66	43
$k_{1j}^4$ , $k_{2j}^4$	(16)	67	66	61

Tableau 9 : taux maximal de variation des coefficients de matrices K, L et M

Une imprécision sur la matrice M, qui permet de placer les pôles du système en boucle fermée, est prépondérante dans la déstabilisation globale du système.

Nous avons simulé, dans les cas les plus défavorables de variation de la matrice M (cas 5, 6 et 8 avec  $\alpha = 10$  %), les réponses d'angle boucleur et de traction bande consécutives à une perturbation échelon de débit (fig. 27).



Fig. 27 : Sensibilité des performances indicielles d'angle et de traction à une imprécision sur la matrice M ( $\alpha = 10$  %)

Une erreur de 10 % sur les coefficients de la matrice M n'affecte ni le temps de stabilisation ni la fréquence d'oscillation des réponses indicielles d'angle et de traction. D'autre part, ces cas d'imprécision sur la matrice M ne changent pas globalement le comportement fréquentiel de ces deux variables face aux perturbations (fig. 28).




#### VI.3.3 Application à la commande optimale

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 5, les matrices  $K_I$  et F proviennent de la résolution numérique d'une équation de Riccati qui donne lieu à une solution numérique approchée K dont la précision peut être plus ou moins importante.

Nous avons alors introduit des imprécisions sur les coefficients de la matrice de retour d'état  $K_d = -R^{-1} B^T K = [K_I F]$  pour en examiner l'influence sur les performances d'angle boucleur et de traction bande et sur la stabilité du système en bouclé fermée.

Comme dans le paragraphe IV3.2.2 précédent, nous avons considéré les 16 cas équivalents de variation des coefficents de la matrice  $K_d$ .

Le tableau 10 résume la limite admissible (en %) de variation des coefficients de  $K_d$  pour laquelle le processus ainsi régulé reste stable.

Cas de variation	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Taux de variation maximal (%)	30	30	30	30	28	68	59	38
Cas de variation (%)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
Taux de variation maximal (%)	83	99	99	71	50	69	77	77

## Tableau 10 : Sensibilité de la commande optimale à une variation de K<sub>d</sub>

Nous avons simulé pour le 5ème cas de variation de  $K_d$  (avec  $\alpha = 10\%$ ) les réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande à un échelon de perturbation de débit, montrant que le régime permanent est

plus lent à se stabiliser et que les amplitudes d'angle boucleur sont plus élevées avec un amortissement moindre (fig. 29).





L'analyse des diagrammes de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{\nu_1 - \nu_2}$  et  $\frac{\Delta \sigma_i}{\nu_1 - \nu_2}$  montrent que dans ce cas d'imprécision, les performances d'angle boucleur et de traction bande restent identiques (fig. 30).



Fig. 30 : Sensibilité des réponses fréquentielles d'angle et de traction à une imprécision sur la matrice  $K_d$  ( $\alpha = 10$  %)

#### VI.3.4 <u>Récapitulation</u>

Les remarques suivantes découlent de la comparaison en robustesse des différentes commandes vis à vis des imprécisions sur les coefficients des régulateurs ou des variations simultanées de type aléatoire des paramètres physiques.

- La commande P.I bivariable exige une bonne maîtrise des paramètres incertains du processus dont la variation globale doit être inférieure à 2,7 % pour le critère de marge de robustesse en gain.

- Concernant la commande par découplage dynamique dans le domaine fréquentiel, le choix du critère de Naslin accepte une variabilité maximale globale des paramètres incertains du processus de 13 %, alors que le choix du critère de marge de robustesse en gain, plus restrictif, accepte une variabilité maximale de 4,5 %. Par ailleurs, cette commande, optimisée par le critère de Naslin, nécessite une précision globale des coefficients de la matrice de précompensation inférieure à 9 %.

- Les commandes par retour d'état sont très robustes quant aux imprécisions sur le calcul des matrices de retour d'état. Elles nécessitent une précision globale des coefficients des matrices de retour inférieure à 30 %.

Ces valeurs représentent une indication sur la robustesse des commandes testées et constituent une condition suffisante mais non nécessaire de stabilité, par rapport aux structures incertaines ou imprécises étudiées.

#### VI 4 <u>SENSIBILITE A LA REDUCTION DE MODELE</u>

La modélisation du processus global de l'intercage conduit à une représentation de grande dimension (ordre 7) assez complexe pour la synthèse d'une loi de commande. D'où le désir de simplifier la représentation obtenue afin d'avoir un sous-modèle d'ordre réduit.

Le but de cette réduction est de remplacer le modèle d'ordre n (n=7) représentant le système  $(\Sigma)$  par un modèle réduit  $(\Sigma_R)$  d'ordre m<n conservant les propriétés dominantes du système initial.

Pour mesurer la qualité de l'approximation, on considère d'une part, la superposition des diagrammes de Bode des 2 modèles  $\Sigma$  et  $\Sigma_R$ ainsi que les réponses indicielles pour une même entrée standard en commande (échelon) et d'autre part l'effet de la réduction sur la commande classique avec régulation de débit et sur le découplage bivariable par précompensation dynamique.

#### V.I.4.1 Méthode de simplification du modèle

Le modèle du processus intercage est obtenu par linéarisation autour d'un point de fonctionnement en utilisant un développement limité. Il s'agit alors d'un modèle linéaire stationnaire multivariable qui est représenté par une matrice de transfert G(p) de dimension 2x2 tel que :

Y(p) = G(p) . U(p)

où Y est le vecteur des sorties

 $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \sigma_i \end{bmatrix}$ 

U est le vecteur de commande

 $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta \Omega_{ic} \\ \Delta I_c \end{bmatrix}$ 

avec  $G(p) = \begin{bmatrix} G_{11}(p) & G_{12}(p) \\ G_{21}(p) & G_{22}(p) \end{bmatrix}$ 

 $\forall i, j, G_{ij}(p)$  est une fraction rationnelle dépendant de la variable de Laplace p telle que le degré du numérateur soit inférieur ou égal à celui du dénominateur.

Il existe plusieurs méthodes de réduction dans le domaine fréquentiel (Routh, Padé / Modale, Fractions Continues, Padé / Routh ...) pour les systèmes multivariables, mais elles ont l'inconvénient d'être mal adaptées aux problèmes de commande, et de poser dans certains cas, des problèmes de stabilité du modèle réduit.

La méthode utilisée consiste à simplifier les deux sous-systèmes d'actionneurs moteurs principaux et boucleuse (deux boucles internes de régulation) et à coordonner l'ensemble pour avoir une commande globale réduite.

#### V.I.4.1.1 <u>Simplification de la boucle d'asservissement vitesse</u> moteurs principaux (sans régulation de débit)

En étudiant le schéma bloc de la boucle physique de régulation de vitesse des moteurs principaux (fig. 31), nous aboutissons à la fonction de transfert en boucle fermée suivante :

$$W_{1}(p) = \frac{\Delta \Omega_{i}}{\Delta \Omega_{ic}} = \frac{1 + T_{m}p}{X_{2}p^{3} + X_{1}p^{2} + T_{m}p + 1}$$



Fig. 31 : Schéma bloc de la boucle de régulation vitesse moteurs principaux

Par identification effectuée sur le train à bandes de Sollac Dunkerque, on peut obtenir une fonction de transfert du second ordre à numérateur constant. Nous avons alors simplifié la transmittance  $W_1(p)$ à l'ordre 2 en prenant :

$$W_{1r}(p) = \frac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}$$

Le coefficent d'amortissement  $\xi$  et la pulsation propre  $\omega_n$  ont été ajustés de façon à s'approcher "au mieux" du modèle complet réel.

#### V.I.4.1.2 <u>Simplification de la boucle d'intensité boucleuse</u> (sans régulation de traction)

Le schéma bloc de cette boucle est représentée à la figure 32.



Fig. 32 : Schéma bloc simplifié de la boucle d'intensité boucleuse (cf annexe 3)

La fonction de transfert  $W_2(p)$  reliant le couple moteur boucleuse et l'intensité boucleuse est un premier ordre dont la constante de temps est très faible par rapport aux autres constantes du système global (0,032 s correspondant au pôle - 31,2 rad/s).

En effet, le système réel possède les 7 pôles suivants :

-0.55;  $-5.28 \pm 10.05i$ ;  $-10.69 \pm 26.72 j$ ; -11.36; -31.2

Il est donc possible de négliger le mode le plus rapide correspondant à la plus petite constante de temps, et de simplifier  $W_2(p)$  en un gain constant  $W_{2r}(p) = \frac{K_{Tb}}{F_{Tab}}$ .

#### V.I.4.2 Modèle réduit du système global

En tenant compte de ces simplifications, on aboutit à un modèle d'ordre réduit (m=5) valable dans la gamme de fréquences d'excitation du système (0 - 5 hertz) comme le montrent les diagrammes de Bode des différentes fonctions de transfert composant la matrice de transfert G(p) du système réduit (fig. 33).

Le modèle réduit garde le même comportement fréquentiel que le modèle réel sauf pour les hautes fréquences où l'écart entre les deux modèles s'accroît.











Fig. 33 : Lieu de Bode des fonctions de transfert  $G_{ij}(p)$ (boucle de vitesse réduite à un second ordre et boucle d'intensité boucleuse réduite à un gain statique pour le système simplifié)

Les réponses indicielles des fonctions de transfert élémentaires  $G_{ij}(p)$  (fig. 34) pour une même entrée standard échelon montrent que le modèle réduit garde le même comportement que le modèle global.



222



Fig. 34 : Réponses indicielles des fonctions de transfert G<sub>ij</sub> pour une entrée standard échelon en commande

Le modèle réduit ainsi obtenu reproduit des caractéristiques indicielles très semblables pour une entrée échelon en commande, mais ce résultat n'est pas nécessairement généralisable à des entrées quelconques.

Nous mesurons la qualité du modèle réduit par son application aux problèmes de commande tels que la commande P.I monovariable et le découplage dynamique dans le domaine fréquentiel.

#### IV.3 Application à la commande P.I monovariable

On adjoint au modèle réduit précédent un régulateur P.I de débit, sans régulation de traction, de telle façon que les deux modèles (réel et simplifié) aient la même structure. Une étude de la stabilité du système d'ordre réduit a été effectuée dans le but d'analyser la robustesse.

Le domaine de stabilité (fig. 35) obtenu est plus important que dans le cas du modèle réel. Un réglage des paramètres du régulateur optimisé par le critère de marge de robustesse en gain est ainsi obtenu  $(T_r = 0.12s, K_r = 0.103 \text{ rad/s}^2/\text{d}^\circ)$ , puis appliqué au système initial. Ce réglage réduit assure également la stabilité du système réel et conduit pour les modèles réel et réduit à un comportement fréquentiel très voisin (fig. 36 et 37).



Fig. 35 : Limite de stabilité K' = f(T') (modèle simplifié : boucle vitesse 2nd ordre + gain statique pour la boucle intensité)



modèle réel, réglage réel modèle réel, réglage réduit modèle réduit, réglage réduit

Fig. 36 : Diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$ 

-----

...........





Nous avons également simulé les réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande à une entrée échelon de perturbation débit pour le réglage réduit  $(T'_r, K'_r)$  ou le réglage réel (T', K') en considérant les deux modèles réel et simplifié (fig. 38 et 39).



Fig. 38 : Réponse indicielle d'angle à un échelon de perturbation



En résumé, la simplification du modèle physique non régulé est bien adaptée à la commande actuelle puisque d'une part, le réglage obtenu par le modèle simplifié n'est pas très éloigné de celui du modèle réel (la constante de temps du régulateur T' est lvoisine, le gain K' est un peu plus important dans le cas simplifié) et d'autre part tout en assurant la stabilité dans les deux cas, ce réglage permet d'avoir un comportement fréquentiel voisin ainsi qu'un comportement indiciel proche en rejet de perturbation en débit

#### V.I.4.4 <u>Application au découplage par précompensation</u> <u>dynamique</u>

Etant donné l'ordre élevé du système, la matrice de découplage C(p) est également d'ordre important (ordre 5). La simplification du modèle permet de réduire l'ordre de C(p) dont la réalisation devient plus aisée.

On construit alors, à partir du modèle réduit, la nouvelle matrice de découplage  $C_r(p)$  telle que  $G_r(p) \ge C_r(p) = F(p)$ . ( $C_r(p)$  est d'ordre 4 au lieu d'ordre 5), qui est alors appliquée au système réel. Le système ainsi découplé est régulé en angle et traction par une matrice diagonale R(p)formée de deux régulateurs proportionnels intégrals.

La simulation du système en boucle fermée donne des réponses divergentes correspondant à un système instable. Cette instabilité est engendrée par la non conservation de l'ordre relatif des fractions rationnelles  $G_{ij}(p)$  (différence de degré entre le numérateur et le dénominateur).

En effet, en simplifiant les transmittances  $W_1(p)$  et  $W_2(p)$ caractérisant respectivement le comportement des moteurs principaux et de la boucleuse, le degré de la fraction polynômiale  $W_{2r}(p)$  n'est pas conservé aux fréquences élevées (degré 0 au lieu de -1) dû au fait d'avoir négligé la constante de temps rapide de la boucle d'intensité boucleuse, d'où un degré différent pour  $C_{21r}(p)$  et  $C_{22r}(p)$  (fig 40 et 41), tandis que  $W_{1r}(p)$  conserve le même ordre relatif à fréquence élevée ; comme  $C_{11r}(p)$  et  $C_{12r}(p)$  sont calculés à partir de  $W_{1r}(p)$ , leur ordre relatif est alors inchangé (fig. 142 et 43).



Fig. 42 : Diagramme de Bode de  $C_{11}(p)$  pour les modèles réel et simplifié ( tr = 0,25 s , tr' = 0,1 s )



Fig. 43 : Diagramme de Bode de  $C_{12}(p)$  pour les modèles réel et simplifié ( tr = 0,25 s , tr' = 0,1 s )

En revanche, en considérant comme nouvelle matrice de découplage  $C'_r(p) = \begin{bmatrix} C_{11r}(p) & C_{12r}(p) \\ C_{21}(p) & C_{22}(p) \end{bmatrix}$  celle qui tient compte du mode rapide de la boucle d'intensité boucleuse tout en gardant la simplification de la boucle de vitesse des moteurs principaux, le système découplé reste stable en boucle fermée, en conservant le même réglage des régulateurs P.I d'angle et de traction dont les paramètres sont calculés en supposant un découplage parfait. Dans ce cas, les diagrammes de Bode de C<sub>21</sub> et C<sub>22</sub> seront identiques à ceux du système réel.

Dans ce cas, le nouveau modèle simplifié ne change en rien à la stabilité du système et conserve à peu pès la même dynamique, comme le montrent les courbes suivantes (fig. 44 et 47).



Fig. 44 : Réponse indicielle d'angle boucleur à un échelon de perturbation



Fig. 45 : Réponse indicielle de traction bande à un échelon de perturbation





Fig. 47 : Diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$ 

Finalement, dans le cas du processus étudié, le découplage dynamique dans le domaine fréquentiel est très sensible à l'ordre relatif des fonctions élémentaires constituant la matrice de transfert du système. En effet, pour assurer la stabilité du processus auquel est appliquée cette commande, la réduction du modèle doit conserver les ordres relatifs des fonctions de transfert  $C_{ij}(p)$  de la matrice de découplage déduits du système physique réel, même s'il s'agit de faibles constantes de temps, a priori négligeables par rapport aux autres constantes de temps dominantes du processus physique.

#### VI.5 CONCLUSION

Nous avons étudié dans ce chapitre la robustesse comparée des commandes multivariables appliquées au dernier intercage finisseur.

Les commandes par retour d'état sont globalement plus robustes face à une variation d'un paramètre du processus d'une part et à une incertitude sur les coefficients du régulateur d'autre part.

Pour améliorer la robustesse de la commande P.I bivariable, il est plus intéressant de retenir le critère de marge de robustesse en gain pour l'optimisation des régulateurs. De même, concernant la commande de découplage par précompensation dynamique, le choix du critère de Naslin assure une marge de robustesse plus importante.

Enfin, un modèle réduit du processus physique de l'intercage a été proposé, montrant qu'il est bien adapté à la commande actuelle (P.I. monovariable). Cependant, son application à la commande de découplage par précompensation dynamique s'avère inadéquate due à la non conservation des ordres relatifs des fonctions de transfert simplifiées.

## **CHAPITRE VII**

COMPARAISON DES COMMANDES MULTIVARIABLES ETUDIEES



### COMPARAISON DES COMMANDES MULTIVARIABLES

#### VII.1 - INTRODUCTION

Après l'analyse et l'optimisation des diverses commandes de l'intercage finisseur en terme de réjection des perturbations et robustesse, nous allons présenter ici une étude comparative de leurs performances en ce qui concerne les points suivants :

- Qualité indicielle de rejet des perturbations et suivi de consigne.
- Qualité fréquentielle d'élimination des perturbations basse et haute fréquence
- Sollication des actionneurs
- Lieu des pôles

afin de proposer une commande compatible avec le cahiers des charges permettant d'assurer une bonne stabilité boucleuse tout en minimisant la dispersion de traction bande, le but final étant d'obtenir une bonne réussite dimensionnelle du produit en terme d'épaisseur et de largeur.

#### VII.2 - COMPORTEMENT TEMPOREL

Afin de bien comparer le comportement temporel pour les différentes commandes étudiées précédemment, nous avons tracé sur le même graphe, les réponses indicielles d'angle boucleur et de traction bande, d'une part pour une perturbation de débit de type échelon et d'autre part pour une consigne échelon.

Dans un premier temps, nous comparons les performances indicielles pour les deux commandes : P.I bivariable et découplage statique que nous résumons dans le tableau 1.

Le réglage de la commande P.I bivariable est donné par les valeurs suivantes pour le critère de marge de robustesse en gain : T' = 0,1 s, K' = 0,074 rad/s<sup>2</sup>/d°, T'' = 0,024 s, K'' = 1626,71 A.mm<sup>2</sup>/kgf/s Le réglage du découplage statique est donné par les valeurs suivantes pour le critère de marge de robustesse en gain :  $T_1 = 0.04$  s,  $K_1 = 196.225$  rad/s<sup>2</sup>/d°,  $T_2 = 0$  s,  $K_2 = 1.862$  A.mm<sup>2</sup>/kgf/s

m		1	1				1
1	2	n		e	2	11	
	u	U		~	-	u	

	Re	éponse ( con	en suivi signe	i de	Réponse aux perturbations				
Type de commande	Ten répons	nps de e à 5 % (s)	de Dépassemen 5 % maxi (%)		Valeur 1ère oscillation (degré) (kgf/mm <sup>2</sup> )		Temps de stabilisation (s)		
	θ	σ	θ	σ	θ	σ	θ	σ	
Commande P.I. bivariable	3,89	0,545	81	14,26	-0,117	4,41 10-2	5,86	1,19	
Découplage statique	1,83	1,83	75,38	1,45	-4,84 10-2	0,173	3	3,9	

La commande par découplage statique présente l'intérêt d'être facile à mettre en application puisque la réalisation de la commande se fait par l'ajout d'un bloc constitué uniquement de gains proportionnels.

Cependant, l'analyse des performances indicielles par application de cette commande montre que :

- la réponse temporelle de traction à un échelon de perturbation atteint lentement le régime permanent (temps de stabilisation 3 fois plus grand) et présente des amplitudes successives et une fréquence d'oscillation plus importantes (fig. 1).

Bien que la réponse de traction à une consigne échelon ait un faible dépassement, le temps de réponse à 5 % est beaucoup plus important (fig. 2).

- Cette commande est néanmoins bénéfique pour mieux rejeter les perturbations sur l'angle boucleur (fig. 3). Le temps de réponse à 5 % de l'angle boucleur à une consigne échelon est 2 fois plus faible, le dépassement maximal restant équivalent (fig. 4).



Fig. 1 : Réponses indicielles de traction bande à un échelon de perturbation en débit











Fig. 4 : Réponses indicielles d'angle à une consigne échelon

Vue la détérioration des performances de traction bande, la commande par découplage statique n'est pas retenue même si elle apporte un gain au niveau stabilité boucleuse, car la maîtrise de la traction bande reste prépondérante pour la réussite dimensionnelle du produit.

Dans toute la suite, nous considérerons la comparaison des commandes, autres que celle par découplage statique, dont les résultats sont donnés dans le tableau 2 suivant :

	Réponse en suivi de consigne Réponse aux						perturbations	
Type de	Temps de		Dépassement		Valeur 1ère		Temps de	
commande	répons	e à 5 %	maxi (%)		oscillation		stabilisation	
					(degré)		(\$)	
					$(kgf/mm^2)$			
	angle	traction	angle	traction	angle	traction	angle	traction
Commande P.I	3,89	0,545	81	14,26	-0,117	4,44	5,86	1,19
bivariable			:			10-2		
Découplage par								
précompen-	4,25	0,22	94,36	24,62	-8,94	4,2	6,87	1,71
sation					10-2	10-2		
dynamique								
Découplage	0,289	0,116	6,24	6,24	-8,07	3,47	0,23	0,14
dynamique par					10-3	10-2		
retour d'état								
Commande	0,606	0,13	9,14	2,68	-1,23	2,71	0,41	0,09
optimale					10-2	10-2		

Tableau 2

Le réglage du découplage par précompensation dynamique est donné par :  $T_1 = 0.2$  s,  $K_1 = 19.36$  rad/s<sup>2</sup>/d°,  $T_2 = 0.02$  s,  $K_2 = 21.85$ A.mm<sup>2</sup>/kgf/s sachant que nous avons retenu la deuxième formulation de F<sub>4</sub>(p) sans intégrateur (avec tr = 0.25 s, tr' = 0.1 s) et le critère de marge de robustesse en gain pour l'optimisation des régulateurs.

Le réglage du découplage dynamique par retour d'état est effectué en imposant des temps de réponse tr = 0,25 s, tr' = 0,1 s et des rapports caractéristiques de Naslin égaux à 2 pour les sous-systèmes découplés.

Le réglage de la commande optimale est obtenu par le choix optimal des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\delta$  du critère de performance (cf chapitre 5), à savoir  $\alpha = 6,94$  10<sup>4</sup>,  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 0$ ,  $\delta = 4,44$ .

L'examen des courbes 5 à 8 montre que les commandes dans l'espace d'état permettent de mieux atteindre les objectifs précité:

- Les réponses d'angle et de traction sont très amorties et peu oscillantes, ayant les dépassements les plus faibles (inférieurs à 10 %) et des temps de réponse plus courts par rapport aux commandes "nalogiques" (en p).

- L'effet des perturbations sur les deux variables est moindre, voir très faible ; le rapport des amplitudes de la lère oscillation, ainsi que du temps de stabilisation, est d'environ 10 comparativement aux commandes "analogiques".



Fig. 5 : Réponses indicielles d'angle boucleur à un échelon de perturbation







Fig. 7 : Réponses indicielles d'angle boucleur à une consigne échelon



Fig. 8 : Réponses indicielles de traction bande à une consigne échelon

Afin d'avoir une meilleure maîtrise des deux paramètres à la fois, angle boucleur et traction bande, il est judicieux de commander le processus intercage avec boucleuse dans l'espace d'état par retour d'état, soit en utilisant la méthode de découplage dynamique, soit la théorie de la commande optimale.

Rappelons néanmoins que cette dernière intègre dans le critère, d'optimisation la limitation des actions de commande et des variables d'état. Notons également que l'application de la commande optimale donne les meilleurs résultats en traction. En revanche, le découplage dynamique par retour d'état favorise de bonnes performances en angle boucleur par rapport aux autres commandes tout en assurant des résultats très satisfaisants en traction.

La commande découplage par précompensation dynamique n'apporte pas vraiment d'amélioration substancielles des performances indicielles d'angle boucleur et de traction bande par rapport à la commande P.I bivariable classique, d'autant plus qu'elle nécessite la mise en place d'un compensateur dynamique multivariable.

#### VII.3 - <u>COMPORTEMENT FREQUENTIEL</u>

Le tracé des diagrammes de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  et  $\frac{\Delta \sigma_i}{v_1 - v_2}$  permet de quantifier le rejet des perturbations sur toutes les gammes de fréquence et ce indépendamment du type de variation des perturbations susceptibles d'exciter le système. L'intérêt d'une telle comparaison est d'orienter le choix d'une commande de l'intercage visant à minimiser essentiellement l'effet des perturbations "traces noires" et "faux-rond" sur l'angle boucleur et la traction bande.

L'examen de la figure 9 permet de remarquer les points suivants :

- La commande par découplage statique défavorise le rejet des perturbations en traction sur toutes les gammes de fréquence. La fréquence de résonnance se déplace vers des valeurs moins élevées pour lesquelles l'amplitude est plus importante, ce qui peut être néfaste pour le système. Le gain en basse fréquence est fortement amplifié par rapport aux autres commandes, ce qui va dans le sens de la détérioration des performances traction pour les perturbations faible fréquence type traces noires.

- La commande par découplage par précompensation dynamique améliore les résultats en traction pour les fréquences intermédiaires de perturbation type faux-rond. En revanche, les performances de traction en basse fréquence sont très atténuées. - Les commandes par retour d'état absorbent la fréquence d'antirésonnance et déplacent la fréquence de résonnance au delà de la plage des fréquences faux-rond surtout en appliquant la commande optimale, l'amplitude à la résonance étant beaucoup plus faible (atténuation d'environ 10 db). La commande optimale, en comparaison des autres commandes étudiées, améliore les performances de traction sur une plage de fréquence étendue. Néanmoins, la commande P.I. bivariable classique est celle qui favorise le mieux l'élimination des perturbations traces noires.



 1. commande P.I. bivariable
 2. Découplage par précompensation dynamique
 3. Découplage dynamique par retour d'état
 4. Commande optimale
 5 Découplage statique

5. Découp

Fig. 9 : Diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \sigma_i}{\nu_1 - \nu_2}$  pour différentes commandes appliquées à l'intercage finisseur

La figure 10 ci-dessous, illustre le gain important obtenu sur le comportement de l'angle boucleur en appliquant les commandes par retour d'état, ces dernières permettant par ailleurs d'avoir une robustesse importante en stabilité.



Fig. 10 : Diagramme de Bode de  $\frac{\Delta \theta_i}{v_1 - v_2}$  pour différentes commandes appliquées à l'intercage finisseur

Le diagramme de Bode d'angle boucleur est amélioré au niveau des perturbations traces noires d'environ 30 db pour le découplage dynamique par retour d'état et de 20 db pour la commande optimale, par comparaison avec la commande P.I bivariable classique.

Les autres commandes améliorent également les performances d'angle boucleur en basse fréquence, mais le gain est moins important sur les fréquences faux-rond. Rappelons toutefois que le découplage par précompensation dynamique peut donner des résultats encore meilleurs en rejet des perturbations en agissant sur la dynamique des soussystèmes découplés (temps de réponse plus faibles).

L'application de la commande optimale à l'intercage finisseur s'avère la mieux adaptée pour améliorer globalement les performances en angle boucleur et traction bande sur toute la plage fréquentielle et principalement pour les perturbations type faux-rond en traction.

La commande par découplage dynamique dans l'espace d'état donne également de bons résultats en rejet de perturbation, mais cette loi de commande sollicite beaucoup les actionneurs comme nous le verrons dans le paragraphe suivant ; cette caractéristique doit donc être prise en compte pour une application industrielle, pour laquelle nous désirons généralement la non saturation des commandes.

#### VII.4 - SOLLICITATIONS DES ACTIONNEURS

Après avoir analysé les lois de commandes multivariables testées sur le dernier intercage finisseur en terme de capacité de rejet des perturbations et comparé les performances de ces différentes régulations, il est nécessaire de compléter cette étude par une analyse des sollicitations des actionneurs, les contraintes physiques actuelles du processus intercage étant décrites au paragraphe V.3.

Le tableau 3 ci-dessous résume les valeurs maximales que peuvent atteindre les variables ayant un seuil de saturation (pour des raisons d'ordre technologique ou de sécurité). Elles sont calculées, pour chaque type de commande, par un test de perturbation en débit intercage de type échelon dont l'amplitude est estimée à 214 mm/s.

Type de commande	Variables	ΔΩ <sub>ic</sub> (rad/s)	ΔΩ <sub>i</sub> (rad/s)	γi (rad/s)	ΔI <sub>C</sub> (A)	ΔCbmes (kgf.mm)
Cde P.I. bi	variable	0,87	0,99	2,77	1062,4	382116
Découplage	statique	0,54	0,55	2,03	4946,4	2 106
Découplage dynamique par pré- compensateur	tr = 0,25 s tr' = 0,1 s	1,57	1,05	10,8	1834,3	601604
	tr = 0,06 s tr' = 0,032 s	12,97	1,17	33,32	2697,8	840631
Découplage o par retour	lynamique d'état	3,62	0,63	14,05	1064	262736
Commande	optimale	8,15	0,61	24,61	152,1	59573
Seuil sat	turant	16,7	16,7	1,8	160	155000

Tableau 3 : Solliciations des variables à seuil saturant

Ce tableau permet de constater les points suivants :

- La commande optimale permet de satisfaire la plupart des contraintes physiques sauf pour l'accélération cage i. En effet, ce type de commande sait prendre en compte les contraintes, en plus des dynamiques et des couplages.

- Toutes les autres commandes saturent l'intensité et le couple du moteur boucleuse qui constituent deux contraintes très dures à réaliser si on n'augmente pas la puissance du moteur boucleuse.

- Augmenter la dynamique des sous-systèmes découplés (en diminuant les temps de réponse respectifs) pour le découplage par précompensation dynamique, engendre une augmentation importante de l'amplitude des variables à seuil.

- La limitation de l'accélération cage est une contrainte difficile à satisfaire pour l'ensemble des commandes testées, hormis les commandes P.I bivariable et découplage statique. Libérer cette variable est indispensable pour une application industrielle des commandes multivariables.

Cette contrainte peut être satisfaite avec une loi de commande optimale (car elle intervient dans le critère d'optimisation), mais en revanche limite beaucoup les performances d'angle boucleur et de traction bande.

#### **VII.5 - LOCALISATION DES POLES DANS LE PLAN COMPLEXE**

La localisation des pôles du système en boucle fermée permet de définir "le degré de stabilité" pour chacune des commandes, donc la sensibilité aux erreurs d'identification et par la même retrouver quelques résultats concernant la robustesse de ces commandes (cf. chapitre 6).

La figure 11 ci-dessous montre que les commandes par retour d'état ont une marge de stabilité plus importante que les autres commandes (les pôles dominants ont une partie réelle plus négative), et seraient donc moins sensibles aux erreurs d'identification. Le chapitre précédent confirme que, de façon générale, ces commandes sont plus robustes.



Fig. 11 : Localisation des pôles dans le plan complexe du système en boucle fermée

Notons que sur la figure 11, les pôles dont la partie réelle est inférieure à - 25 n'ont pas été pris en considération puisque la dynamique du système est imposée par le lieu des pôles dominants, les autres modes étant très vite amortis même si la fréquence d'oscillation est importante. Le système commandé par une loi de commande optimale a en outre des pôles dont l'amortissement  $\zeta$  est supérieur à 0,4 contrairement aux autres commandes où les pôles du système en boucle fermée ont un amortissement supérieur à 0,2. L'amortissement permet de gérer le dépassement des réponses indicielles qui est d'autant plus grand que  $\zeta$  est faible.

Le tableau 4 ci-dessous résume les valeurs des pôles dominants du système régulé par ces différentes lois de commande.

Commande P.I. bivariable	Découplage statique	Découplage par précompensation dynamique	Découplage dynamique par retour d'état	Commande optimale
$-0,86 \pm 4,08i$ ( $\zeta = 0,206$ )	- 0,55	$-0,76 \pm 5,31i$ ( $\zeta = 0,141$ )	- 5,88	$-4,54 \pm 9,17i$ ( $\zeta = 0,444$ )
$-3,95 \pm 8,78i$ ( $\zeta = 0,41$ )	$-1,22 \pm 8,66i$ ( $\zeta = 0,14$ )	$-9,93 \pm 12,9i$ ( $\zeta = 0,61$ )	- 17,6 ± 17,6i ( $\zeta = 0,7$ )	- 5,88
$-4,82 \pm 25,57i$ ( $\zeta = 0,185$ )	- 1,9	- 13,81	- 17,6 $\pm$ 17,6i ( $\zeta = 0,7$ )	- 9,27
- 11,42	$-6,53 \pm 20,35i$ ( $\zeta = 0,306$ )	- $10,92 \pm 38,98i$ ( $\zeta = 0,27$ )		
- 16,78	$-7,85 \pm 16,17i$ ( $\zeta = 0,437$ )			

Tableau 4 : Valeurs des pôles dominants

#### VII.6 - CONCLUSION

Les commandes par retour d'état améliorent très sensiblement la stabilité et le temps de réponse du processus de l'intercage finisseur en régulation bivariable, et sont, plus robustes vis à vis d'une erreur de modélisation ou de variations simultanées des paramètres du processus.

Leurs pôles dominants ont une partie réelle plus négative que dans le cas des autres commandes assurant un degré de stabilité plus important. De même, ils ont un amortissement plus grand favorisant un dépassement plus faible en comportement indiciel.

Dans le domaine des sollicitations fréquentielles de type traces noires ou faux-ronds, les commandes par retour d'état ou par précompensateur diminuent globalement la sensibilité de l'angle boucleur à ces perturbations ; en comparaison des autres commandes dynamiques et vis à vis de la sensibilité de la traction bande, la commande P.I bivariable privilégie la réjection des perturbations traces noires au détriment de celle des faux-ronds. Globalement, la loi de commande optimale appliquée au processus est très efficace pour contrôler l'angle boucleur et la traction bande en présence de larges perturbations rencontrées au cours du laminage, tout en respectant les seuils actuels de saturation de la plupart des actionneurs.

L'accélération de la cage et le niveau de commande de la boucleuse restent néanmoins les contraintes les plus difficiles à satisfaire pour la plupart des structures de régulations étudiées dans ce mémoire. Il faudrait donc des possibilités technologiques ou régulatives des moteurs principaux et des boucleuses industriellement plus étendues, pour pouvoir exploiter toutes les potentialités de ces commandes avancées.

On notera enfin que les commandes autres que par retour d'état ou P.I bivariable présentent l'inconvénient de solliciter notablement la boucleuse en intercage.

I i. 1 ī. I. I. ı. I.

# **CONCLUSION GENERALE**
## **CONCLUSION GENERALE**

La commande conventionnelle d'un intercage d'un train finisseur comprend les contrôles de deux variables : la traction bande et l'angle boucleur. Le premier s'effectue indirectement en boucle ouverte par l'intensité boucleuse. Le second est réalisé en régulant la vitesse de rotation des moteurs principaux de la cage amont afin de maintenir l'angle boucleur à sa valeur de référence. Une grande partie du travail présentée dans ce mémoire a été consacrée à l'optimisation du régulateur d'angle boucleur à l'aide de plusieurs critères de synthèse des régulateurs continus orientant le choix d'un réglage optimal pour minimiser l'effet des perturbations de débit sur ces deux variables.

Le critère de "marge de robustesse en gain" permet de rejeter les perturbations sur une plage étendue des fréquences de perturbation, et assure en outre une meilleure robustesse vis à vis des erreurs de modélisation ou de variations des paramètres.

Pour améliorer les performances en traction de cette commande, plusieurs propositions ont été suggérées :

- Diminuer le moment d'inertie boucleuse [Belouchat, 1992].

- Ajouter un régulateur de traction feedback qui commande en boucle fermée le couple moteur boucleur, nécessitant alors une mesure de traction par boucleur instrumenté. Cette régulation permet de bien absorber les perturbations faibles fréquences type "traces noires".

- Introduire un préréglage dynamique feed-forward de la boucleuse, tenant compte des variations d'angle boucleur sur le niveau de traction réel en intercage. Un filtrage sur le préréglage dynamique, avec ou sans régulation de traction, permet de plus de lisser le comportement fréquentiel de traction bande par rapport aux fréquences basses et intermédiaires en perturbation de débit intercage.

Puisqu'une interaction mutuelle entre l'angle boucleur et la traction bande forme un système de résonance, il est difficile d'améliorer les performances en angle boucleur sans considérer des commandes avancées permettant de réduire ou éliminer le couplage entre ces deux variables. La loi de commande par découplage statique a d'abord été étudiée. Bien que celle-ci améliore les performances d'angle boucleur, son application est préjudiciable au contrôle de la traction.

Dans un second temps, l'angle boucleur et la traction bande sont découplés en utilisant une matrice de précompensation dynamique. Cette méthode de découplage élimine mieux l'effet des perturbations sur l'angle boucleur. Elle permet également de rejeter les perturbations faux-rond vis à vis de la traction bande ; cependant les perturbations traces noires sont moins absorbées.

Les performances d'angle boucleur et de traction bande peuvent être améliorées en agissant sur les temps de réponse des sous-systèmes découplés. Toutefois, la sollicitation des actionneurs présente dans ce cas des facteurs d'échelle très importants.

Une autre façon d'éliminer les interférences est de découpler le système dans l'espace d'état. Ce type de commande est très efficace aussi bien pour le rejet des perturbations que pour le suivi des consignes variables d'angle et de traction. Elle assure, en plus d'une meilleure stabilité boucleuse des temps de réponse très courts. En revanche, elle présente également des sollicitations en intensité boucleuse et en accélération cage plus importantes.

Enfin, nous avons étudié la loi de commande optimale appliquée à l'intercage, qui intègre dans le critère de performance la possibilité de limiter les actions de commande. Celle-ci se caractérise globalement par une amélioration sensible des performances indicielles et fréquentielles d'angle et de traction à condition de libérer également la contrainte sur l'accélération cage, les autres contraintes industrielles étant globalement satisfaites.

Ces commandes par retour d'état sont peu sensibles à une évolution ou mauvaise estimation des paramètres physiques et ont une marge de stabilité importante. Elles sont également peu sensibles à une imprécision, par exemple numérique, sur les matrices de retour d'état.

Il existe d'autres commandes susceptibles d'être appliquées à l'intercage finisseur notamment la commande  $H_{\infty}$  qui pourra être abordée à la suite de cette thèse puisqu'elle permet de réaliser une commande robuste.

Il est utile, pour simplifier le calcul des lois de commande, de fournir à l'utilisateur un modèle du système physique d'ordre réduit. Le modèle utilisé pour représenter le système global n'étant pas modifié, le modèle simplifié obtenu, appliqué à la commande actuelle de l'intercage sans régulation de traction, donne de bons résultats. Cependant, la commande de découplage par précompensation dynamique, est très sensible à l'ordre relatif des fonctions de transfert du modèle réduit dans le cas du processus étudié.

Une application de ce modèle réduit aux commandes par retour d'état pourra être envisagée par la suite afin de tester sa validation et résoudre, avec une minimisation des calculs, la détermination des retours d'état et de l'observateur associé.



## TABLEAU RECAPITULATIF DE

## **COMPARAISON**

### **DES COMMANDES MULTIVARIABLES**

### **DE L'INTERCAGE FINISSEUR**

## **REFERENCE A LA COMMANDE P.I.**

## **BIVARIABLE**

#### Légende :

- :	moins	+: plus
:	beaucoup moins	++: beaucoup plus
:	nettement moins	+ + + : nettement plus
≈ :	à peu près équivalent	

		Type de commande -	Découplage statique	Découplage par précompensation	Découplage dynamique	Commande optimale
	•	Critère de comparaison		dynamique	par retour d'état	
Rejet de perturbations	Angle	Perturbations indicielles	+	+	+ +	+ +
		Traces noires	+	+ +	+ + +	+ +
		Faux-rond	+	+	++	+++
	Traction	Perturbations indicielles	_	~	+	+
		Traces noires				_
		Faux-ronds	+	+	++	+++
Suivi de		Angle boucleur	+	æ	++	+ +
consigne		Traction bande	-	+	+	+
Robustesse		Paramètres liés à la définition des actionneurs		~	+	+
		Paramètres liés à la physique de l'intercage régulé autour du point de fonctionnement	Non étudiée	+	+ +	++
		Variations de l'ensemble des paramètres du processus physique ou du régulateur		+	+ +	+ +
Sollicitations des		Boucleuse	++	+	*	
actionneurs		Moteurs principaux	*	+	+	+ +
		Degré de complexité de mise en oeuvre	~	+	++	++

. .

· ·

# **NOTATIONS**

## NOTATIONS

C <sub>bi</sub> :	Couple résistant sur la boucleuse
C <sub>bmes</sub> :	Couple moteur boucleuse
Ci (i = 117) :	Coefficients du schéma bloc global de l'intercage
C <sub>lam</sub> :	Couple de laminage
E:	Module d'Young de la bande
gamont :	Glissement amont
gaval :	Glissement aval
h <sub>i</sub> :	Epaisseur de la bande sortie cage i
I <sub>c</sub> :	Courant commande boucleuse
J <sub>b</sub> :	Moment d'inertie de la boucleuse ramené au moteur
J <sub>m</sub> :	Moment d'inertie des cylindres de travail ramené aux moteurs
K', K" :	Coefficients de proportionnalité respectivement des régulateurs de débit et de traction pour la commande P.I bivariable
K <sub>1</sub> , K <sub>2</sub> :	Coefficients de proportionnalité respectivement des régulateurs de débit et de traction pour les commandes par découplage
K <sub>Tb</sub> :	Constante de couple moteur boucleur
Larg <sub>i</sub> :	Largeur de bande sortie cage i
L <sub>i</sub> :	Longueur de la bande en intercage [i, i + 1]

m: Coefficient de frottement en emprise

- R<sub>i</sub>: Rayon des cylindres de travail non déformés cage i
- rb: Coefficient de réduction de la boucleuse
- r<sub>m</sub>: Coefficent de réduction des moteurs principaux
- T', T": Constantes de temps respectivement des régulateurs de débit et de traction pour la commande P.I bivariable
- T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>: Constantes de temps respectivement des régulateurs de débit et de traction pour les commandes par découplage
- T<sub>b</sub>: Constante de temps boucleuse
- T<sub>i</sub>: Température de la bande sortie cage i
- T<sub>m</sub>: Constante de temps du régulateur moteurs principaux
- $(v_1 v_2)$ : Perturbations agissant sur le système et traduisant une variation de débit
- V<sub>ei</sub>: Vitesse d'entrée de la cage i
- V<sub>si</sub>: Vitesse de sortie de la cage i
- $X_1, X_2, \gamma, T_c$ : Paramètres intervenant dans la fonction de transfert de la boucle de régulation des moteurs principaux
- Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub>: Paramètres intervenant dans la fonction de transfert de la boucle de régulation du moteur boucleuse
- ε<sub>1</sub>: Coefficient modérateur du préréglage dynamique
- $\gamma_i$ : Accélération cage i
- v: Coefficient de poisson
- $\theta_i$ : Angle boucleur intercage [i, i + 1]
- ρ: Masse volumique du métal
- $\Omega_i$ : Vitesse cage i
- $\sigma_i$ : Contrainte de traction intercage [i, i + 1]

# **BIBLIOGRAPHIE**



## BIBLIOGRAPHIE

[ANBE,1993] "Measurement and control technology for strip dimension accuracy upgrade" ANBE Y., FUKASAWA C., TETSUE-TO-HAGANE, Iron and Steel Institue of Japan, vol 79, N°3, 1993, p 62-69

[BARMISH,1992]

"Extreme Point Results for Robust Stability of Interval Plants : Beyond first order compensators" BARMISH B.R., KANG H.I., Automatica, vol. 28, No 6, 1992, p 1169-1180

[BARMISH,1993]

"A survey of Extreme Point Result for Robustness of control systems" BARMISH B.R., KANG H.I., Automatica, Vol. 29, N°1, 1993, p13-35

[BEN JAMAA,1992]

"Optimisation methodology of the flow regulator, controlling a hot strip mill interstand".

BEN JAMAA Z., BORNE P., PETIT B.,

Mathematics of the Analysis and Design of Process Control, P.Borne, S.G. Tzafestas and N.E. Radhy (Editors), Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), IMACS, 1992, p 127-143

[BELHOUCHAT,1992] "Exploitation des schémas blocs de caractérisation des boucles de régulation interdépendantes traction-vitesse" BELHOUCHAT F., PETIT B., Rapport IRSID, juin 1992 [BORNE et al,1990] "Commande et optimisation des processus" BORNE P., DAUPHIN-TANGUY G., RICHARD J.P., ROTELLA F., ZAMBETTAKIS I., Technip, 1990

#### [BORNE et al,1993]

"Analyse et régulation des processus industriels : tome1 : régulation continue, tome2 : régulation numérique" BORNE P., DAUPHIN-TANGUY G., RICHARD J.P., ROTELLA F., ZAMBETTAKIS I., TECHNIP, 1993

[BOUAYED,1990]

"Etude comparative de méthodes d'analyses de systèmes à échelles de temps multiples". BOUAYED A.,

Thèse de Doctorat es Sciences, Lille, 1990

[DAMBRINE,1990] "Sur un bilan comparatif de méthodes d'étude de la stabilité pour les systèmes linéaires à retard." DAMBRINE M., RICHARD J.P, Note interne Ecole Centrale de Lille, LAIL-URA CNRS 1440, 1990

[FOULARD,1987] "Commande et Régulation par Calculateur Numérique" FOULARD C., GENTIL S., SANDRAZ J.P., Cinquième édition, Paris : Éyrolles, 1987

[FUKISHIMA,1988] "Looper optimal multivariable control for hot strip finishing mill" FUKUSHIMA K., TSUJI Y.,. UENO S., ANBE Y., SEKIGUCHI K., SEKI Y., Transactions ISIJ, Vol.28, 1988, p 463-469

[FUKISHIMA,1991]

"Multivariable control for the AGC and looper control system at a hot strip mill"

FUKUSHIMA S., OKAMURA Y., NAKAGAWA S., OKAMURA K., KASE T., Technical Report of Sumitomo Metal Industries, vol. 43-2, 1991, p 25-34

#### [GEORGES, 1991]

"Application d'un simulateur IRSID sur le train finisseur de Sollac Dunkerque"

GEORGES B., PETIT B., Rapport IRSID, octobre 1991

#### [GUSTAFSSON,1975]

"A theory for optimal PI control of multivariable linear systems" GUSTAFSSON S.E,

JA (journal Article), Acta politechnica Scandinavica N<sup>o</sup>. Ma 27, 1975, p 1-31

#### [HAMADA,1985]

"Finishing mill tension control system in the Mizushima hot strip mill" HAMADA K., UEKI S., SHITOMI M., DOI K., ISHIKAWA K., OKUDA T., Kawasaki steel technical report N°11 march 1985, p 35-43

#### [HORI,1986]

"Optimal control of looperless tandem hot strip rolling mills" HORI Y., NAKATSUKA Y., KAYA Y., IFAC Automation in Mining, Mineral and Metal Processing, Tokyo, Japan, 1986, p 265-270

#### [ISHIKAWA,1987]

"Application of tension control system to rolling plant" ISHIKAWA K., DOI K., TSUKUDA H., IWAMOTO, S., Kawasaki Sei Tetsu Jiho, vol. 19, N°1, 1987, p 1-42

#### [KIMURA,1993]

"Advanced gauge control technology for hot strip mill" KIMURA K., NAKAGAWA S., HARAGUCHI A., MIURA H., TETSU-TO-HAGANE, Iron and Steel Institute of Japan, vol. 79, N°3, 1993 p120-127

#### [KISHIMOTO, 1981]

"Hot strip mill looper - Direct digital control system" KHISHIMOTO Y., Rapport Kakogawa Works, Kobe Steel, Ldt, August 24-28, 1981, p1-14

#### [KONISHI]

"Decoupling control for looper system of tandem hot rolling mill" KONISHI M., NOSE K., KITAMURA A., NAKADA T., NAKASHIMA S., Kobe Steel Engineering Reports, vol. 36, N°3, p 39-42 [de LARMINAT, 1992] "A survey on robust control" de LARMINAT P., Mathematic of the analysis and design of processus control P.BORNE, S.G. TZAFESTAS and N.E Radhy (éditiors) Elsevier Science Publishers B.V (North-Holland), IMACS, 1992, p 3-23

[NISHIKAWA,1986] "Advanced control in hot strip finishing mill" NISHIKAWA Y., ARAKI M., FUJINAKA T., AMANO M., YAMASAKI J., URANO A., YOSHIDA H., IFAC Automation in Mining, Mineral and Metal Processing, Tokyo, Japan, 1986, p 259-264

[PETIT,mai 1987]

"Application de la mesure de traction au préréglage et à la régulation au TAB de Sollac Dunkerque"

PETIT B., Rappor IRSID, mai 1987

[PETIT, juin 1987]

"Comportement d'une tôle dans l'intercage d'un train finisseur" PETIT B., 4th International Steel Rolling Conference, juin 1987

[PETIT, 1991]

"Maîtrise de l'intercage finisseur - Application à la régulation multivariable de débit et de traction bande" PETIT B., Rapport IRSID, mai 1991

[PETIT, 1993]

"Etude théorique des variations de glissement au TAB - Perspectives d'application"

PETIT B., Rapport IRSID, octobre 1993

[SEKI,1991]

"Optimal multivariable looper control for hot strip finishing mill" SEKI Y., SEKIGUCHI K., ANBE Y., FUKISHIMA K., TSUJI Y., UENO S., IEEE Transactions on industry applications, vol. 27, N°1, 1991, p 124-129

#### [TANIMOTO ,1987]

"New tension measurement and control system in hot strip finishing mill" TANIMOTO S., HAYASHI Y., SAITO M., YABUUCHI K., 5th Process Technology Conference, vol. 5, 1985, p 147-154

[TSUJI,1987] "Development of optimum multivariable looper control" TSUJI Y., FUKISHIMA K. et al Proc. 1987 National Convention Record IEE of Japan, 1987

[WALTON,1987] "Direct method for TDS stability analysis" WALTON K., MARSCHALL J.E,. I.E.E Proceeding, vol 134, part D, N°2, 1987, p 101-107



# ANNEXES

## ANNEXE I

## MODELE D'EFFORT ET DE GLISSEMENT EN LAMINAGE A CHAUD

Pour le calcul de la force et du glissement en laminage à chaud, les modèles de base se plaçaient dans l'hypothèse du frottement collant, c'est à dire que la contrainte tangentielle  $\tau$  à l'interface tôle-cylindre prend la valeur :  $\tau = \frac{K}{2}$  avec  $K = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}}$  résistance à la déformation du métal.

Ceci correspond à la valeur maximale admissible pour la contrainte de cisaillement du matériau utilisé, mais ne représente pas les conditions réelles du laminage à chaud de produits plats.

Pour mieux approcher ces dernières, nous avons choisi de nous placer dans l'hypothèse d'un frottement de TRESCA pour lequel la contrainte de cisaillement  $\tau$  s'écrit :  $\tau = \overline{m} \frac{K}{2}$  où  $\overline{m}$  est un coefficient compris entre 0 et 1.

Le modèle de SIMS avec frottement de Tresca, reposant sur une résolution de la déformation du matériau en emprise par la méthode des tranches (cf figure ci-dessous), est alors constitué par les expressions suivantes issues du modèle de SIMS.

<u>Glissement aval</u>:

$$g_{aval} = Tan^2 \left[ \frac{1}{2\overline{m}} \sqrt{\frac{h_{i+1}}{R}} \left( \frac{\pi}{4} \log \left( \frac{h_{i+1}}{h_i} \right) - \frac{\sigma_i - \sigma_{i+1}}{K} \right) + \frac{1}{2} A \tan \sqrt{\frac{h_i - h_{i+1}}{h_{i+1}}} \right]$$

Force de laminage par unité de largeur : [kgf/mm]

$$F_{lam} = KR' \left[ \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{h_{i+1}}{R'}} A \tan \sqrt{\frac{h_i - h_{i+1}}{h_i}} - \frac{\overline{m}}{2} \log \left( \frac{h_{i+1}}{h_i} (1 + g_{aval})^2 \right) - \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\sigma_i}{K} \right) \sqrt{\frac{h_i - h_{i+1}}{R'}} \right]$$



<u>Résistance à la déformation</u> : (avec seuil d'écrouissage) [kgf/mm<sup>2</sup>)

$$r < r_{max} \quad K = d' \cdot r^{m'} \cdot \dot{r}^{n'} \exp\left(\frac{a' - b' r}{T_i}\right) , \quad r = \frac{h_i - h_{i+1}}{h_i}$$

$$r > r_{max} \quad K = d' \cdot r^{m'}_{max} \cdot \dot{r}^{n'} \exp\left(\frac{a' - b' r_{max}}{T_i}\right) , \quad r_{max} = \frac{m' + n'}{b'} T_i$$

<u>Rayon déformé des cylindres de travail</u> : [mm] (formule de Hitchcock]

$$R' = R \left[ 1 + c' \frac{F_{lam}}{h_i - h_{i+1}} \right]$$

Vitesse de déformation : [s<sup>-1</sup>]

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{h_i - h_{i+1}}{R'}} \frac{R\omega_{i+1}}{h_i}$$

avec :

$\sigma_i$ :	Contrainte de traction amont [kgf/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_{i+1}$ :	Contrainte de traction aval [kgf/mm <sup>2</sup> ]
h <sub>i</sub> :	Epaisseur de la bande en entrée de cage [mm]
h <sub>i+1</sub> :	Epaisseur de la bande en sortie de cage [mm]
$\overline{m}$ :	Coefficient de frottement de Tresca ( $0 < \overline{m} < 1$ )
R:	Rayon des cylindres non déformés [mm]
R' :	Rayon déformé des cylindres [mm]
T <sub>i</sub> :	Température de la bande en sortie de cage [°K]
r	Taux de réduction
r <sub>max</sub> :	Taux de réduction maximal
$\dot{r}$ :	Vitesse de déformation [s <sup>-1</sup> ]
ω:	Vitesse de rotation des cylindres de travail [rad/s]

#### <u>Remarque</u> :

Les lois de variation du glissement permettent de linéariser ce dernier autour d'une position d'équilibre définie par des contraintes visées de traction amont et aval, des épaisseurs visées d'entrée et de sortie cage et une résistance à la déformation donnée.

Ces expressions linéarisées donnent une bonne approximation du modèle de SIMS, tant pour le calcul du glissement que pour celui de ses dérivées partielles.

Les figures 1 à 3 suivantes donnent des ordres de grandeur de sensibilité du glissement aval aux paramètres : contrainte de traction amont, contrainte de traction aval, réduction en emprise [Petit, 1993].



Fig. 1 : Glissement aval = f(contrainte de traction amont)  $g_{aval} = f(\sigma_i)$ 

Gaval=f(T aval)

Gaval=f(T amont)



Fig. 2 : Glissement aval = f(contrainte de traction aval)  $g_{aval} = f(\sigma_{i+1})$ 



Fig. 3 : Glissement aval = f(taux de réduction) $g_{aval} = f(r)$ 



## ANNEXE II

## MODELE DE COMPORTEMENT DE LA BANDE EN INTERCAGE

Schéma d'un intercage



On considère que la force F appliquée par la boucleuse sur la bande s'exerce en milieu d'intercage. Ceci impose donc que par symétrie, les moments fléchissants d'encastrement appliqués par les cylindres de travail à chaque extrémité de la bande sont égaux en module.

Par suite de cette symétrie, la flèche de la bande n'est calculée que pour x compris entre 0 et  $x_m = L_5/2$ .

Celle-ci peut être décomposée en la somme de trois flèches distinctes (principe de superposition) :

- celle due à la force verticale ascendante  $F : y_1(x)$ 

- celle due au poids propre de la bande :  $y_2(x)$
- celle due au moment d'encastrement M appliqué en x = 0 :  $y_3(x)$

avec :

F: Force par unité de largeur de bande [kgf/mm]

M: Moment d'encastrement par unité de largeur de bande [kgf.mm/mm]

 $\sigma_i$ : Contrainte de traction [kgf/mm<sup>2</sup>]

h<sub>i</sub>: Epaisseur de la bande [mm]

ρ: Masse volumique du métal laminé [kg/mm<sup>3</sup>]

E: Module d'Young du métal laminé [kgf/mm<sup>2</sup>]

La valeur maximale de la flèche  $y_{max}$  est donc obtenue par la méthode de superposition et pour  $x = x_m = L_5/2$ .

En outre, la géométrie de la boucleuse permet d'écrire :

 $y_{max} = L_4 \sin \theta_i + L_1 - L_3$ 

avec  $\theta_i$ : angle que forme le bras de la boucleuse avec la ligne de passe reliant les deux cages adjacentes.

On peut donc, connaissant l'angle de la boucleuse et la contrainte de traction, calculer la flèche maximale de la bande en utilisant la théorie du hauban tendu dans le domaine du comportement élastique de la bande.

La longueur de bande se calcule par l'intégrale suivante :

$$L = 2 \int_0^{x_m} \sqrt{1 + (y_1(x) + y_2(x) + y_3(x))^2} dx$$

Elle est fonction des paramètres physiques  $\theta_i$ ,  $\sigma_i$ , E,  $\rho$  et h<sub>i</sub>.

Les figures 1 et 2 suivantes expriment la sensibilité de la longueur de bande dans l'intercage, en fonction des paramètres angle boucleur et traction bande, tandis que la figure 3 illustre des exemples de déformées de la bande dans les différents intercage d'un train finisseur à chaud [Petit, 1987].



Fig. 1 : Longueur de bande intercage = f(angle boucleur)  $L_i = f(\theta_i)$ 



contrainte de traction (kgf/mm2)

Fig. 2 : Longueur de bande intercage = f(contrainte de traction)  $L_i = f(\sigma_i)$ 





Fig. 3 : Trajectoires de bande dans les différents intercages d'un train finisseur à chaud

## ANNEXE III

## SCHEMA BLOC INTERCAGE [Petit, 1991]

#### 1 - Régulation de vitesse des moteurs pincipaux

Cette régulation est de deux types :

- régulation de courant,
- régulation de tension.

Le schéma bloc correspondant est le suivant :



#### Signification des paramètres

K<sub>m</sub>: Gain du régulateur de vitesse [A/rad]

- $K_{Cm}$ : Gain du régulateur de courant [ $\Omega$ ]
- T<sub>m</sub>, T<sub>m1</sub>, T<sub>m2</sub>: Constantes de temps des régulateurs [s]
- $\tau_m$ : Retard pur du pont thyristorique [s]
- $R_m$ : Résistance d'induit des moteurs principaux [ $\Omega$ ]

 $L_m$ : Inductance d'induit des moteurs principaux [H]  $K_{Tm}$ : Constante de couple des moteurs principaux [kgf.mm/A]  $C_{1am}$ : Couple de laminage ramené au moteur [kgf.mm]  $F_{Cm}$ : Constante de la boucle de courant  $K_{em}$ : Constante de force contre électromotrice [v.s/rad]  $\Omega_i$ (moteur) : Vitesse cylindre cage i ramenée au moteur [rad/s]  $J_m$ : Moment d'inertie (ramené au moteur) [kgf.mm.s<sup>2</sup>/rad]

Le schéma équivalent donné dans le schéma bloc global intercage est une simplification du schéma physique ci-dessus, la fonction de tansfert en boucle ouverte étant caractérisée par :

$$W_0(p) = \frac{1+T_m p}{\gamma p^2 (1+A_m(p))} \quad avec \quad A_m(p) = \frac{T_c p (1+T_{em}p) + \alpha}{e^{-\tau_m p} (1+T_{m1}p)}$$

En posant :

$$\alpha = \frac{K_{em} K_{Tm} T_{m2}}{F_{Cm} K_{Cm} J_m} , \quad T_c = \frac{R_m T_{m2}}{F_{Cm} K_{Cm}} , \quad T_{em} = \frac{L_m}{R_m} , \quad \gamma = \frac{F_{Cm} J_m}{K_m K_{Tm}}$$

En ne retenant que les facteurs en p indispensables à la caractérisation du comportement des moteurs principaux dans la bande fréquentielle utile, on obtient pour le modèle simplifié :

$$W_0(p) = \frac{1 + T_m p}{P^2 (X_1 + X_2 p)}$$

avec :

 $X_1 = \gamma(1+\alpha)$ ,  $X_2 = \gamma T_c$ 

La figure 1 suivante montre la réponse indicielle de la boucle de régulation de vitesse des moteurs principaux pour une consigne de vitesse échelon en boucle fermée.



Fig. 1 : Réponse indicielle de vitesse cage à une consigne échelon

### 2 - <u>Régulation de la boucleuse</u>

Le principe de la régulation de l'intensité boucleuse est le même que celui des moteurs principaux, sauf qu'il n'y a qu'une seule régulation de courant comme le montre le schéma ci-dessous.



Ce schéma peut être également simplifié par la même méthode que dans le cas de la régulation de vitesse des moteurs principaux.

posons :

$$\alpha_b = \frac{K_{Tb} K_{Eb} T_{b2}}{J_b F_{Cb} K_{Cb}} , \quad T_{Cb} = \frac{R_b T_{b2}}{F_{Cb} K_{Cb}} , \quad T_{eb} = \frac{L_b}{R_b}$$
$$K_b = \frac{1}{F_{Cb} (1 + \alpha_b)} , \quad T_b = \frac{T_{Cb}}{1 + \alpha_b}$$

La transmittance en boucle ouverte simplifiée reliant le couple moteur boucleuse  $\Delta C_{bmes}$  (=  $K_{Tb} I_b$ ) et l'intensité boucleuse  $\Delta I_c$  est donnée par :

$$\frac{\Delta C_{bmes}}{\Delta I_c} = \frac{K_{Tb}}{F_{Cb} (1 + A_b(p))} \text{ avec } A_b(p) = \frac{T_{Cb} p (1 + T_{eb}p) + \alpha_b}{e^{-\tau_b p} (1 + T_{b1}p)}$$

En ne retenant que les facteurs en p indispensables à la caractérisation du comportement boucleuse dans la bande fréquentielle utile, on obtient pour le modèle simplifié :

$$\frac{\Delta C_{bmes}}{\Delta I_c} = \frac{K_{Tb}}{Y_1 + Y_2 p} , \quad avec \quad Y_1 = \frac{1}{K_b} \quad et \quad Y_2 = \frac{T_b}{K_b}$$

La réponse indicielle de cette boucle de régulation premier ordre est donnée à la figure 2.



Fig. 2 : Réponse indicielle du couple moteur boucleur à une consigne échelon de courant boucleur
### 3 - Equations linéarisées du schéma bloc de l'intercage finisseur

$$\Delta C_{bi} = \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \sigma_i}\right)^* (\sigma_i - \sigma_i^*) + \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \theta_i}\right)^* (\theta_i - \theta_i^*)$$

avec  $\Delta C_{bi}$  = couple résistant boucleuse

$$\Delta L_i = \left(\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i}\right)^* (\sigma_i - \sigma_i^*) + \left(\frac{\partial L_i}{\partial \theta_i}\right)^* (\theta_i - \theta_i^*)$$

avec  $L_i$  = longueur de bande en intercage

$$\Delta V_{si} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \sigma_i}\right)^* (\sigma_i - \sigma_i^*) + \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \sigma_{i-1}}\right)^* (\sigma_{i-1} - \sigma_{i-1}^*) + \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \Omega_i}\right)^* (\Omega_i - \Omega_i^*) + \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial h_{i-1}}\right)^* (h_{i-1} - h_{i-1}^*) + \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial h_i}\right)^* (h_i - h_i^*) + \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial T_i}\right)^* (T_i - T_i^*)$$

avec  $V_{si}$  = vitesse de la bande sortie cage i

$$\Delta V_{ei+1} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \sigma_i}\right)^* (\sigma_i - \sigma_i^*) + \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \sigma_{i+1}}\right)^* (\sigma_{i+1} - \sigma_{i+1}^*) + \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \Omega_{i+1}}\right)^* (\Omega_{i+1} - \Omega_{i+1}^*) + \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial h_i}\right)^* (h_i - h_i^*) + \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial h_{i+1}}\right)^* (h_{i+1} - h_{i+1}^*) + \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial T_{i+1}}\right)^* (T_{i+1} - T_{i+1}^*)$$

avec  $V_{ei+1}$  = vitesse de la bande en entrée cage (i + 1)

Dans toutes ces expressions, la notation \* signifie que la valeur est calculée pour un point de fonctionnement donné.

Nous optons alors les notations suivantes pous les constantes  $C_1$  à  $C_{17}$  du schéma-bloc :

$$C_{1} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \sigma_{i}}\right)^{*}, C_{2} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \Omega_{i}}\right)^{*}, C_{3} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial \sigma_{i-1}}\right)^{*}, C_{4} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial h_{i-1}}\right)^{*}$$

$$C_{5} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial h_{i}}\right)^{*}, C_{6} = \left(\frac{\partial V_{si}}{\partial T_{i}}\right)^{*}, C_{7} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \sigma_{i}}\right)^{*}, C_{8} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \sigma_{i+1}}\right)^{*}$$

$$C_{9} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial h_{i+1}}\right)^{*}, C_{10} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial h_{i}}\right)^{*}, C_{11} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial \Omega_{i+1}}\right)^{*}, C_{12} = \left(\frac{\partial V_{ei+1}}{\partial T_{i+1}}\right)^{*}$$

$$C_{13} = \frac{E}{2\nu L_{i}^{*}}, C_{14} = \left(\frac{\partial L_{i}}{\partial \sigma_{i}}\right)^{*}, C_{15} = \left(\frac{\partial L_{i}}{\partial \theta_{i}}\right)^{*}, C_{16} = \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \sigma_{i}}\right)^{*}, C_{17} = \left(\frac{\partial C_{bi}}{\partial \theta_{i}}\right)^{*}$$

## 4 - Matrices de transfert du processus

Le processus physique non régulé est régi par la représentation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \sigma_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11}(p) & G_{12}(p) \\ G_{21}(p) & G_{22}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \Omega_{ic} \\ \Delta I_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{11}(p) & K_{12}(p) \\ K_{21}(p) & K_{22}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta C_{lam} \\ (v_1 - v_2) \end{pmatrix}$$

où les expressions des fonctions de transfert  $G_{ij}(p)$  et  $K_{ij}(p)$  sont données par :

$$G_{11}(p) = \frac{\Delta \theta_i}{\Delta \Omega_{ic}} = \frac{C_2 C_{13} C_{16} (1 + T_m p)}{G_2 (G_1 G_3 + p C_{13} C_{15} C_{16})}$$

$$G_{12}(p) = \frac{\Delta \theta_i}{\Delta I_c} = \frac{K_{Tb}r_b G_1}{(G_1G_3 + p C_{13}C_{15}C_{16}) (Y_1 + Y_2p)}$$

$$G_{21}(p) = \frac{\Delta \sigma_i}{\Delta \Omega_{ic}} = \frac{-C_2 C_{13} G_3 (1 + T_m p)}{G_2 (G_1 G_3 + p C_{13} C_{15} C_{16})}$$

$$G_{22}(p) = \frac{\Delta \sigma_i}{\Delta I_c} = \frac{C_{13}C_{15}K_{Tb}r_b p}{(G_1G_3 + p C_{13}C_{15}C_{16}) (Y_1 + Y_2p)}$$

$$G_1(p) = (1 - C_{13}C_{14})p + C_{13}(C_1 - C_7)$$

où  $G_2(p) = X_2 p^3 + X_1 p^2 + T_m p + 1$ 

$$G_3(p) = J_b r_b p^2 + C_{17}$$

$$K_{11}(p) = \frac{\Delta \theta_i}{\Delta C_{lam}} = \frac{-C_2 C_{13} C_{16} p (X_1 + X_2 p)}{r_m^2 J_m G_2 (G_1 G_3 + p C_{13} C_{15} C_{16})}$$

$$K_{12}(p) = \frac{\Delta \theta_i}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{-C_{13}C_{16}}{G_1G_3 + p C_{13}C_{15}C_{16}}$$

$$K_{21}(p) = \frac{\Delta \sigma_i}{\Delta C_{lam}} = \frac{p C_2 C_{13} G_3 (X_1 + X_2 p)}{r_m^2 J_m G_2 (G_1 G_3 + p C_{13} C_{15} C_{16})}$$

$$K_{22}(p) = \frac{\Delta \sigma_i}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{C_{13} G_3}{G_1 G_3 + p C_{13} C_{15} C_{16}}$$

Les diagrammes de Bode de chacune de ces fonctions de transfert sont donnés ci-dessous (fig. 3 à 8). Les axes des ordonnées sont gradués en DB.



Fig. 3 : Diagramme de Bode de  $G_{11}(P)$ 







Fig. 5 : Diagramme de Bode de  $G_{21}(P)$ 



Fig. 6 : Diagramme de Bode de  $G_{22}(P)$ 



Fig. 7 : Diagramme de Bode de  $K_{12}(P)$ 



Fig. 68 : Diagramme de Bode de  $K_{22}(P)$ 

# ANNEXE IV

# SENSIBILITE ET ROBUSTESSE DES COMMANDES

# I. <u>Sensibilité des réponses fréquentielles d'angle et de traction</u> à une évolution des paramètres



Fig. 1 : sensibilité de la Commande P.I bivariable à une évolution du paramètre  $T_m$  (régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Fig. 2 : sensibilité de la Commande P.I bivariable à une évolution du paramètre T<sub>m</sub> (régulateurs optimisés par le critère de Hall et Sartorius)



I

Fig. 3 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une évolution du paramètre  $T_m$ 

(régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Diagramme de bode de dSigmai / (v1 - v2)



Fig. 4 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une évolution du paramètre Y<sub>1</sub> (régulateurs optimisés par le critère de Naslin)



Fig. 5 : sensibilité de la Commande découplage dynamique par retour d'état à une évolution du paramètre  $T_m$ 



Fig. 6 : sensibilité de la Commande optimale à une évolution du paramètre  $T_m$ 

## I.2 paramères critiques liés à la physique de l'intercage régulé autour du point de fonctionnement



Fig. 7 : sensibilité de la Commande P.I bivariable à une évolution du paramètre  $C_{15}$  (régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)

299



Diagramme de bode de dThetai / ( v1 - v2 )



Fig. 8 : sensibilité de la Commande P.I bivariable à une évolution du paramètre C<sub>15</sub> (régulateurs optimisés par le critère de Hall et Sartorius)



Diagramme de Bode de dSigmai / ( v1 - v2 )



Fig. 9 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une évolution du paramètre  $C_{16}$ 

(régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Diagramme de bode de dThetai / ( v1 - v2 )

Diagramme de bode de dSigmai / ( v1 - v2 )



Fig. 10 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une évolution du paramètre C<sub>16</sub> (régulateurs optimisés par le critère de Naslin)

# I. <u>Sensibilité des réponses fréquentielles d'angle et de traction</u> à une mauvaise estimation des paramètres

I.1 paramètres critiques liés à la définition des actionneurs



Diagramme de bode de dThetai / (v1 - v2)













Fig. 12 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre Y<sub>1</sub> (régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)





Diagramme de Bode de dSigmai / ( v1 - v2 )



Fig. 13 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre K<sub>Tb</sub>

(régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Fig. 14 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre K<sub>T b</sub> (régulateurs optimisés par le critère de de Naslin)



Fig. 15 : sensibilité de la Commande découplage dynamique par retour d'état à une mauvaise estimation du paramètreY<sub>2</sub>



Fig. 16 : sensibilité de la Commande optimale à une mauvaise estimation du paramètre

# II.2 <u>paramères critiques liés à la physique de l'intercage régulé</u> <u>autour du point de fonctionnement</u>



Diagramme de bode de dSigmai / ( v1 - v2 )



Fig. 17 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre  $C_{16}$  (régulateurs optimisés par le critère de marge de robustesse en gain)



Fig. 18 : sensibilité de la Commande découplage par précompensation dynamique à une mauvaise estimation du paramètre C<sub>2</sub> (régulateurs optimisés par le critère de Naslin)

310



Fig. 19 : sensibilité de la Commande découplage dynamique par retour d'état à une mauvaise estimation du paramètre C<sub>2</sub>

. ł 1 | | | |

#### TITLE

### A COMPARATIVE STUDY OF INTERSTAND CONTROLS SYSTEM FOR A HOT STRIP FINISHING MILL

#### **KEY WORDS**

Hot Strip Mill Régulation Optimisation Decoupling Robustness

#### ABSTRACT

In order to run properly the rolling operation in a hot strip finishing mill, it is necessary to control tension strip and looper angle within their reference values in each interstand. So, the first part concerns the optimisation of the interstand material flow and strip tension regulators by different synthesis criteria of continuous controllers, so as to minimize the effects of perturbations on these two variables.

However, sufficient precision has not been achieved with the conventional control due to the difficulty of reducing mutual interaction between looper angle and strip tension. To overcome this difficulty, we have studied the application of decoupling multivariable controls : first by using a constant matrix, then an inverse matrix of a transfer function as a precompensator, and finally a state feedback controller.

A looper optimal multivariable control system has been also developed to improve tension and looper angle control accuracy.

Robustness comparison of these controls is established, giving an indication of their sensibilities to modelisation errors, parameters simultaneous variations and model reduction.

Finally, the controls performances comparison permits to provide information about the regulation structure choice to privilege in the future.

### TITRE

### ETUDE COMPARATIVE DE COMMANDES D'UN INTERCAGE D'UN LAMINOIR A CHAUD

#### **MOTS CLES**

Laminoir à chaud Régulation Optimisation Découplage Robustesse

#### RESUME

Pour mener correctement le laminage d'une bande d'acier quelconque sur un train à bandes à chaud, il est nécessaire de maintenir l'angle boucleur et la traction bande à leurs valeurs de référence pour chaque intercage. Une première partie de ce mémoire est alors consacrée à l'optimisation du régulateur de débit suivant différents critères de synthèse des régulateurs continus. Le choix d'un réglage optimal porte sur la minimisation de l'effet des perturbations de débit intercage sur ces deux variables.

Cependant, la précision réalisée par cette commande reste limitée par la difficulté intrinsèque de réduire les interactions mutuelles entre l'angle boucleur et la traction bande.

Pour surmonter cette difficulté, nous avons étudié l'application des commandes multivariables par découplage : le découplage statique, le découplage par précompensation dynamique et le découplage dynamique par retour d'état.

La minimisation d'un critère quadratique constitue l'un des moyens privilégié envisageable pour parvenir à la détermination d'une structure de commande par retour d'état qui tient compte de la limitation des amplitudes des actions. La commande optimale multivariable est efficace pour diminuer les fluctuations d'angle boucleur et de traction bande face aux perturbations.

Par ailleurs, une comparaison de la robustesse de ces commandes est effectuée donnant une indication précise sur leurs sensibilités vis à vis des erreurs de modélisation ou de la variation simultanée des paramètres.

Un modèle réduit du système global est également proposé afin de simplifier le calcul des lois de commande.

Enfin, une comparaison globale des performances de chacune des commandes testées sur l'intercage finisseur permet de fournir des renseignements essentiels au choix de la structure de régulation à privilégier dans l'avenir.

