

50376
1994
89

N° d'ordre 1270

ccogen20101002 50376
1994
89

THESE

présentée à

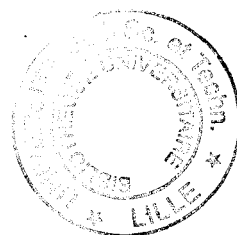
**L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE
LILLE**

pour obtenir le grade de

2

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité Productique,
Automatique et Informatique Industrielle



par

ABDELKADER KAMEL

Ingénieur IDN (E.C. Lille)

**ETUDE DES TRANSFERTS DE PUISSANCE DANS LES
SYSTEMES PHYSIQUES PAR L'APPROCHE BOND-GRAPH
ET LE FORMALISME SCATTERING**

1994

Soutenue le 8 Février devant le jury d'examen

MM	P. BORNE	Président
	G. GISSINGER	Rapporteur
	S. SCAVARDA	Rapporteur
Mme	G. DAUPHIN-TANGUY	Examinateur
MM	P.C. BREEDVELD	Examinateur
	J. BRUNET	Examinateur
	G. SALMER	Examinateur

Thèse dirigée par **Mme G. DAUPHIN TANGUY**, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille

*A mes parents,
à ceux que j'aime...*

REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche a été effectué au Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Lille (L.A.I.L., U.R.A-CNRS) sous la direction de Madame G. DAUPHIN-TANGUY, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille.

Nous sommes très reconnaissant à Mme G. DAUPHIN-TANGUY pour l'accueil chaleureux qu'elle nous a réservé au sein de son équipe et à son soutien tant scientifique que moral tout au long de ces trois années. La liberté de travail dont elle a su nous faire profiter, la bienveillance et la gentillesse qu'elle nous a constamment témoignées ont été une aide précieuse pour la réussite de nos travaux. Qu'elle trouve ici le témoignage de notre amitié profonde.

Nous sommes très redevable à Monsieur P. BORNE, Professeur et Directeur Scientifique de l'Ecole Centrale de Lille, pour la qualité de l'enseignement qu'il a su nous dispenser et sa motivation pour la recherche qu'il a su nous faire partager depuis notre dernière année à l'Ecole en Option Automatique. Nous sommes très honoré qu'il ait accepté de présider notre Jury de thèse et nous l'en remercions.

La compétence de Monsieur G. GISSINGER, Professeur à l'ESSAIM, dans divers domaines de l'automatique et en bond-graphs est reconnue. Nous sommes très honoré qu'il ait accepté d'être rapporteur de cette thèse et nous le remercions pour l'intérêt qu'il a porté à nos travaux et pour les nombreux conseils dont il a su nous faire profiter.

Monsieur S. SCAVARDA, Professeur à l'INSA de Lyon, spécialiste des bond-graphs, a largement contribué à l'introduction de cette approche en France et à sa diffusion dans le monde industriel. Par sa rigueur scientifique et l'intérêt qu'il a porté aux divers sujets abordés, il a contribué à rendre ce rapport plus clair. Nous sommes très honoré qu'il ait accepté d'être rapporteur de cette thèse. Qu'il trouve ici notre profonde reconnaissance.

Monsieur P.C. BREEDVELD, Professeur à l'Université de Twente (Pays-Bas), est une des figures les plus connues de la communauté bond-graph internationale. Ses travaux dans divers domaines ont largement contribué à faire des bond-graphs un langage universel de la physique. Nous sommes très honoré qu'il ait accepté d'examiner nos travaux.

Monsieur J. BRUNET, Directeur de recherche à l'ADERSA, nous a beaucoup apporté pendant notre stage de fin d'études en entreprise. Son intérêt pour nos travaux de recherche et sa très bonne connaissance des bond-graphs ont permis d'établir des relations de collaboration fructueuses. Nous le remercions d'avoir accepté de participer au Jury de thèse.

Monsieur G. SALMER, Professeur à l'IEMN de Lille, est un spécialiste de renom en hyperfréquences. Nous sommes très honoré qu'il ait accepté d'examiner nos travaux malgré ses multiples occupations et nous l'en remercions.

Je voudrais également remercier mes collègues et amis C. SUEUR, F. ROTELLA et A. TOGUYENI, Maîtres de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, pour les nombreuses discussions que nous avons eues en commun.

Qu'il me soit permis aussi de rendre hommage à tous les membres du L.A.I.L. pour l'accueil dont j'ai bénéficié et pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apportée durant mon séjour au laboratoire.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale.....	17
----------------------------	----

CHAPITRE I : MISE EN EVIDENCE DE LA NOTION DE PUISSANCE DANS LES PROBLEMES DE MODELISATION PAR BOND-GRAPH

Introduction.....	21
I. Modélisation par bond-graph	22
I.1. Introduction	22
I.2. Représentation des transferts de puissance : postulat de puissance	23
I.3. Variables d'énergie.....	24
II. Importance de la notion de puissance dans la modélisation et l'analyse des systèmes.....	26
II.1. L'approche "Rosenberg et Zhou".....	26
II.2. L'approche "Scavarda et al."	28
II.3. Commentaires.....	30
III. Conclusion.....	31

ANNEXE

I. Notion de causalité.....	35
II. Notion de signal.....	38
II.1 Source commandée	38
III. Propriétés causales d'un bond-graph	39
III.1 Chemin causal-boucle causale.....	39
III.1.1 Définitions.....	39
III.1.2 Transmittance d'un élément 1-port	40
III.1.2.1 Transmittance de I.....	40
III.1.2.2 Transmittance de C	40
III.1.2.3 Transmittance de R	40
III.2 Gain d'un chemin causal.....	41

CHAPITRE II : MODELE BOND-GRAPH A PARTIR D'UNE MATRICE DE TRANSFERT QUELCONQUE

Introduction.....	45
I. Position du problème.....	46
II. Forme générale de l'équation d'état déduite d'un modèle bond-graph dans le cas linéaire.....	47
II.1. Méthodes de détermination de l'équation d'état à partir d'un modèle bond-graph.....	47
II.2. Mise en évidence de la forme particulière des équations d'état issues d'un bond-graph.....	48
II.3. Exemple.....	50
III. Représentation d'état déduite du développement en alpha-béta d'une fonction de transfert.....	52
IV. Modèle bond-graph.....	54
IV.1. Interprétation des résultats précédents.....	54
IV.2. Proposition de modèles bond-graph.....	55
IV.3. Interprétation physique du modèle bond-graph.....	56
IV.4. Comparaison avec la méthode de synthèse d'impédance.....	59
IV.5. Exemple.....	62
V. Réalisation dans le cas multivariable.....	63
V.1. Position du problème.....	63
V.2. Forme de smith-Mac Millan d'une matrice de transfert.....	64
V.3. Réalisation minimale.....	64
V.4. Construction du modèle bond-graph associé a une matrice de transfert.....	66
V.4.1. Représentation d'état sous forme particulière associée à une matrice de transfert.....	66
V.4.2. Exemple.....	68
V.4.3. Modèle bond-graph en multivariable.....	69
V.5. Discussion autour de la réalisation minimale.....	71
VI. Conclusion.....	74
ANNEXES	
Annexe A	
Développement d'une Fonction de Transfert en Fractions Continues.....	77
Annexe B	
Factorisation des Matrices de Transfert.....	79
B.1 Forme de Smith.....	79
B.2 Factorisation des Matrices de transfert.....	79

CHAPITRE III : PRESENTATION DU SCATTERING BOND-GRAPH

Introduction.....	83
I. Présentation du formalisme scattering	84
I.1. Relations scattering dans un port	84
I.1.1. Définition des variables scattering	84
I.1.2. Interprétation physique des variables scattering.....	86
I.1.3. Génération des ondes incidentes et réfléchies	87
I.2. Relations de transfert de puissance dans un port.....	90
I.3. Représentation scattering pour n-ports.....	93
I.4. Propriétés du formalisme scattering	93
II. Discussion autour de la représentation bond-graph et du formalisme scattering.....	99
III. Procédures de détermination de la matrice scattering	102
III.1. Méthode du bond-graph "réduit"	102
III.2. Autre méthode proposée de calcul de la matrice scattering.....	105
III.3. Exemple.....	107
III.4. Commentaires.....	109
IV. Réalisation du scattering bond-graph.....	112
IV.1. Quadripôle seul	113
IV.2. Système complet.....	117
IV.2.1. Cas où les impédances sont réelles	117
IV.2.2. Cas d'impédances quelconques	119
IV.2.3. Conclusion.....	119
IV.2.4. Exemple.....	120
IV.3. Cas particulier.....	123
V. Résultats de simulation	124
VI. Conclusion.....	126

ANNEXE

Matrice Scattering Associée à Quelques Systèmes Physiques	129
---	-----

CHAPITRE VI : ADAPTATION D'IMPEDANCE PAR IDENTIFICATION SUR LE SCATTERING BOND-GRAPH

Introduction.....	133
I. Position du problème.....	133
II. Système complet avant adaptation.....	136
II.1. Cas où les impédances source et charge sont réelles	138
II.1.1. Détermination du système d'état	138
II.1.2. Exemple.....	142
II.1.3. Etude du gain statique	143
II.1.4. Exemple.....	147
II.2. Impédances quelconques	149
II.2.1. Exemple.....	152
III. Introduction de circuits d'adaptation.....	152
III.1. Démarche classique.....	152
III.2. Démarche proposée.....	154
III.2.1. Mise en évidence des boucles de causalité	156
III.2.1.1. Exemple 1	156
III.2.1.2. Exemple 2	158
III.2.1.3. Conclusion	158
III.3. Système d'état des deux quadripôles en cascades	158
III.4. Adaptation par identification.....	161
III.4.1. Amélioration du gain statique.....	162
III.4.2. Procédure d'identification.....	163
III.4.3. Commentaires	165
III.5. Conclusion	166
IV. Conclusion.....	167

ANNEXES

Annexe A

Gain de Puissance d'un Quadripôle Unilatère	171
---	-----

Annexe B

Système d'Etat dans le Cas Général avec des Impédances Réelles.....	173
---	-----

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale..... 177

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Bibliographie 181

INTRODUCTION GENERALE

Devant une concurrence internationale accrue, avec des parts de marché de plus en plus restreintes, et face à des consommateurs plus exigeants que jamais, les industriels se mobilisent. Face à ce défi, il devient alors habituel d'entendre des slogans, peu connus jusqu'à ces dernières années, tels que "la qualité totale" ou encore le "zéro défaut".

Pour pouvoir répondre à ces prérequis, un schéma directeur doit être établi et respecté tout au long du cycle de fabrication du produit, la première étape étant, après spécification du cahier des charges, la phase de conception. C'est pourquoi les industriels cherchent des techniques d'aide à la conception s'intégrant facilement à la "culture d'entreprise". Par ailleurs, ces techniques doivent permettre un gain de productivité par la prise en compte de problèmes détectés très tôt avant le passage à la phase de fabrication.

La modélisation constitue indéniablement un atout majeur dans cette optique puisqu'elle permet non seulement l'analyse et la compréhension du système physique, mais aussi d'intervenir sur ce système, dès la phase de conception, pour améliorer son comportement en fonction des objectifs souhaités. De plus, l'utilisation courante des outils informatiques actuels constitue, de par leurs performances, un support d'aide à la modélisation et à la conception (BREEDVELD [1993]).

Les résultats présentés dans ce mémoire, concernent la modélisation de systèmes physiques par une utilisation conjointe de l'approche bond-graph et du formalisme scattering.

L'apport de l'approche bond-graph, par rapport aux techniques plus "classiques" de modélisation, n'est plus à démontrer. Nombreuses sont les applications industrielles qui ont utilisé et utilisent encore les bond-graphs. Il s'agit d'un langage graphique de type réseau permettant de représenter graphiquement, par une approche unifiée quelque soit le domaine de la physique concerné, un grand nombre de systèmes. Les deux points clés de ce langage sont les propriétés causales qui caractérisent les relations de cause à effet, et la prise en compte explicite des phénomènes d'échanges de puissance au sein du système.

Le formalisme scattering, permettant de représenter la répartition entre ondes de puissance incidentes et réfléchies, est utilisé classiquement en hyperfréquences (théorie des lignes). C'est un opérateur entrées-sorties fréquentiel, mais non une matrice de transfert, puisque la matrice scattering associée à deux blocs en série n'est pas le produit des deux matrices scattering correspondantes.

Le but du travail présenté dans ce mémoire est de fournir une méthode générale permettant de construire des modèles temporels, modulaires et évolutifs de systèmes complets composés de source de puissance et de charges couplées par l'intermédiaire de sous-systèmes (ici représentés sous forme de quadripôles) intervenant dans la répartition des ondes de puissance (lignes hydrauliques, lignes électriques, actionneurs ...). Les modèles proposés peuvent être utilisés pour déterminer des circuits d'adaptation en vue de minimiser la puissance réfléchie vers la source et maximiser la puissance transmise à la charge.

Le mémoire est articulé autour de quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à une présentation succincte de l'outil bond-graph en mettant l'accent sur la notion de puissance. Deux procédures, basées sur l'utilisation de la puissance dans un modèle bond-graph, sont évoquées. Cela permet de donner un aperçu de la portée de cette notion dans la compréhension et l'analyse des systèmes et sur son efficacité.

Dans le second chapitre, nous présentons une méthodologie nouvelle permettant d'obtenir un modèle bond-graph à partir d'une matrice de transfert obtenue généralement par identification. La justification d'une telle démarche, tout à fait inverse de la démarche classique pour laquelle le modèle bond-graph est la première étape issue de l'étude physique du système avant la construction de modèles mathématiques, se trouve dans l'optique d'une conception intégrée des systèmes automatisés.

Un nouveau point de vue sur la modélisation et l'analyse des systèmes physiques sera présenté au troisième chapitre par l'introduction du "scattering bond-graph". Il s'agit d'un modèle bond-graph d'un genre particulier puisqu'il fait apparaître explicitement les différentes ondes de puissances dans un système physique.

La structure particulière du scattering bond-graph nous permettra de mettre en évidence des propriétés intéressantes sur les matrices d'état du système complet, source et charge comprise. Elle nous permettra, en outre, d'envisager le problème d'adaptation d'impédance par une procédure d'identification paramétrique sur le scattering bond-graph d'adaptation que nous introduirons en cascade avec le précédent. De plus, nous montrerons que le scattering bond-graph reste aussi informatif que le bond-graph classique puisqu'il permet de mettre en évidence des problèmes de boucles de gain égal à un (ou boucles algébriques) lors de la mise en cascade d'un quadripôle d'adaptation avec le quadripôle initial (modélisant le système physique).

CHAPITRE I

**MISE EN EVIDENCE DE LA NOTION DE
PUISSANCE DANS LES PROBLEMES DE
MODELISATION PAR BOND-GRAPH**

INTRODUCTION

La modélisation occupe une place prépondérante dans l'analyse, la compréhension et l'amélioration du comportement statique et dynamique d'un système physique. Les industriels ne se contentent plus aujourd'hui d'un modèle caractérisant le système sous forme de "boîte noire", mais consacrent de plus en plus de temps, dès la phase de conception, à cette première tâche qu'est la modélisation en lui attachant une grande importance du fait qu'elle conditionne, par la suite, les résultats des autres étapes de l'étude telles que l'identification et la commande.

Il existe une large panoplie de techniques de modélisation qui englobe deux classes de modèles : les modèles en temps et état continus, pour simuler, et les modèles en temps discret pour une synthèse de lois de commande par ordinateur numérique. Ces modèles peuvent être linéaires et conduisent à des calculs simples, ou non linéaires et donc plus sophistiqués mais pas toujours faciles à manipuler.

Cependant, la prise en compte de spécifications de plus en plus complexes, couvrant parfois des domaines différents de la physique et nécessitant par conséquent des compétences pluridisciplinaires (mécanique, hydraulique, électrique, ...), a fait naître le besoin d'une approche unifiée pour la représentation des systèmes physiques.

L'outil bond-graph, qui est un langage graphique de représentation des systèmes physiques de type réseau, se situe comme étape intermédiaire entre la description physique d'un système dynamique et la phase de construction d'un modèle mathématique (matrice de transfert dans le cas linéaire, équations d'état linéaire ou non linéaire, système d'équations différentielles d'ordre deux) par la représentation graphique des échanges de puissance entre les différentes parties du système.

Dans une première partie, nous allons présenter succinctement les principes de base de la méthodologie bond-graph en mettant l'accent sur la notion de transfert de puissance qui constitue le fondement de ce langage.

Deux méthodes, basées sur l'utilisation de la puissance à partir d'un modèle bond-graph, attireront en particulier notre attention. Cela nous permettra de comprendre l'apport indéniable de cette notion dans la compréhension et l'analyse d'un système physique et de situer la suite de nos travaux à la lumière de ce qui a déjà été réalisé.

I. MODELISATION PAR BOND-GRAPH

I.1. INTRODUCTION

Le langage bond-graph a été introduit par PAYNTER [1961], formalisé par KARNOPP et ROSENBERG [1975, 1983], THOMA [1975, 1990], BREEDVELD [1984], pour représenter les échanges de puissance entre les différentes parties d'un système physique. Depuis son invention, l'approche bond-graph a connu un grand essor durant les trente dernières années par la multiplication du nombre de publications (voir BREEDVELD [1991] pour une rétrospective bibliographique), l'élargissement de la communauté des "bondgraphistes" et son utilisation de plus en plus fréquente dans le monde de l'industrie. Ce succès peut s'expliquer par plusieurs raisons (BORNE et al. [1992]) :

- le bond-graph est un langage "général" qui couvre plusieurs domaines de la physique et permet le couplage entre sous-systèmes de nature différente,
- la méthodologie bond-graph demande l'analyse des phénomènes physiques qui seront pris en compte dans la modélisation,
- l'approche bond-graph repose sur la caractérisation des phénomènes d'échange de puissance au sein d'un système sans passer par l'écriture de lois générales de conservation,
- le modèle bond-graph est formé par une structure de jonctions qui représente l'architecture du système, et des éléments qui caractérisent les phénomènes physiques retenus dans les hypothèses de modélisation,
- le bond-graph permet de faire apparaître les relations de cause à effet dans le système grâce à la notion de causalité,
- l'écriture des relations mathématiques se fait simplement par l'analyse des chemins et boucles causaux dans le modèle bond-graph,

- les variables d'états ont une interprétation physique,
- en tant que langage graphique, le bond-graph est évolutif très facilement, pour une modélisation plus fine, par le rajout de nouvelles jonctions ou de nouveaux éléments ayant été négligés dans une première phase de modélisation.

Ainsi, le bond-graph apparaît non seulement comme un outil de modélisation mais aussi d'analyse voire d'aide à la conception. En effet, il fournit une idée sur les domaines de variation des dynamiques, permet une analyse structurelle du système et propose des méthodes pour la simplification de modèles.

I.2. REPRESENTATION DES TRANSFERTS DE PUISSANCE : POSTULAT DE PUISSANCE

La modélisation par bond-graph s'articule autour d'une hypothèse de base permettant de séparer les phénomènes en décomposant le système physique en un ensemble de sous-systèmes avec des propriétés élémentaires : c'est l'**hypothèse de réticulation** introduite par PAYNTER [1961] (nous évoquerons plus en détail cette propriété au chapitre III quand nous parlerons de la relation qui existe entre l'approche bond-graph et la formalisme scattering).

Considérons deux sous-systèmes **A** et **B** interconnectés à l'aide d'une liaison physique (barre supposée rigide et sans masse dans le cas de sous-systèmes mécaniques, fil électrique sans pertes dans le domaine électrique, ...) comme indiqué sur la Figure 1.1. Le système fermé (**A-B**) vérifie non seulement la loi de la conservation de l'énergie, mais aussi une propriété plus forte qui est la **continuité de la puissance** (BREEDVELD [1984]). En effet, par analogie avec la conservation de la matière assurée par un flux de matière, on considère que la conservation de l'énergie s'effectue grâce à un flux d'énergie entre les différentes sous-parties du système global.



Fig 1.1 : Interaction entre deux sous-systèmes A et B

Les deux sous-systèmes **A** et **B** interagissent à travers un "port d'énergie" permettant le transfert de puissance. Le flux d'énergie est alors représenté par un lien de puissance qui correspond au "bond" (ou lien) du bond-graph. A chaque lien on associe une grandeur **P** commune aux deux ports des éléments qu'il relie. Le postulat de puissance, valable pour chaque domaine énergétique, décompose la puissance **P** comme le produit de deux variables conjuguées, indépendamment du domaine considéré. On parle alors de variables "généralisées" d'**effort** et de **flux**, notées respectivement **e** et **f** (voir le tableau page suivante) ou encore de variables de puissance. On a alors :

$$P = e f$$

Par convention, le lien porte les variables mises en jeu dans le calcul de la puissance, et le sens de la demi-flèche, choisi a priori, est celui correspondant à un produit positif (Figure 1.2).

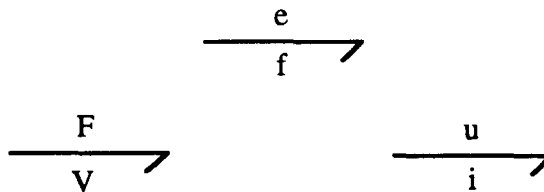


Fig. 1.2 : Transfert de puissance a) cas général b) sys. mécanique c) sys. électrique

L3. VARIABLES D'ENERGIE

L'énergie est calculée par intégration de la puissance par rapport au temps :

$$E(t) = \int_0^t P(\tau) d\tau$$

où $E(0)$ est supposée nulle.

On définit les **variables d'énergie** par les relations intégrales suivantes :

$$p(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad p(0) = 0$$

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \quad q(0) = 0$$

où $p(t)$ est appelé **moment généralisé** et $q(t)$ **déplacement généralisé**.

Le tableau suivant indique la signification de ces variables généralisées pour quelques domaines de la physique.

Domaines	effort e	flux f	moment p	déplacement q
Mécanique :				
translation	force F	vitesse V	moment p	déplacement x
rotation	couple τ	vit. ang. ω	moment ang. H	angle θ
électrique	tension u	courant i	flux magnétique Φ	charge q
hydraulique	pression P	débit vol. Q	impulsion P_p	volume V

Ces variables, ayant une interprétation physique, sont choisies comme variables d'état associées aux éléments dynamiques I et C du modèle bond-graph. Dans le cas linéaire, les relations caractéristiques sont les suivantes, pour une causalité intégrale :

- pour l'élément I : $f = \frac{P}{I}$

- pour l'élément C : $e = \frac{q}{C}$

On trouvera en annexe, de façon assez succincte, les principes et les outils de base de la méthodologie bond-graph qui vont nous servir dans la suite de notre mémoire. Pour une étude approfondie des bond-graphs nous renvoyons aux ouvrages de base déjà cités.

II. IMPORTANCE DE LA NOTION DE PUISSANCE DANS LA MODELISATION ET L'ANALYSE DES SYSTEMES

Le but de ce paragraphe est de présenter deux approches différentes d'analyse de systèmes physiques, basées sur l'exploitation des informations sur la puissance intrinsèquement véhiculées par le modèle bond-graph.

La première de ces deux approches est due à ROSENBERG et ZHOU [1988] qui, dans le logiciel de simulation par bond-graph ENPORT [1987], ont développé une méthode utilisant la notion de puissance pour faire de la réduction de modèles.

La seconde est due à SCAVARDA et al. [1991] qui proposent une démarche pour étudier le transfert de puissance depuis la source jusqu'à la charge.

Nos travaux se situent dans ce même état d'esprit et se trouvent alors dans la continuité des travaux précédents, principalement ceux de Scavarda, mais avec une nouveauté qui consiste à utiliser conjointement et d'une manière systématique l'approche bond-graph et le formalisme scattering.

II.1. L'APPROCHE "ROSENBERG ET ZHOU"

L'intérêt de Rosenberg et Zhou s'est porté sur la réduction de modèles complexes de dimension élevée permettant une meilleure perception du comportement du système et par conséquent de faire de l'analyse conceptuelle, de l'optimisation des paramètres ou encore de la régulation.

Lorsqu'un modèle bond-graph d'un système physique est obtenu, il est naturel de déterminer, par simulation, la puissance au niveau de chaque port tout comme on calcule les variables habituelles d'état et de sorties. Ainsi, en utilisant un support visuel adéquat après une phase de calibrage de cette puissance, il est possible d'avoir un outil de prédiction du comportement dynamique du modèle complexe de dimension élevée. Les deux questions qui peuvent se poser sont : 1) peut-on supprimer certaines parties du modèle sans introduire une erreur excessive ? 2) peut-on partitionner convenablement le modèles en sous-modèles ?

L'article de Rosenberg et Zhou introduit donc une procédure informatisée "orientée-graphique" pour analyser la réponse en puissance d'un système dynamique. Elle est

implantée sous forme de module dans le logiciel de simulation ENPORT-7 qui permet de visualiser directement sur le bond-graph le "poids" en puissance de chaque lien.

Cette approche a bien évidemment été rendue possible grâce à la modélisation par bond-graph qui fait apparaître la puissance sous forme explicite dans chaque sous-partie d'un système physique. De plus, comme les bond-graphs permettent de coupler des domaines différents de la physique sans altérer cette caractéristique, l'analyse de la puissance constitue un atout majeur dans la compréhension du comportement de systèmes mécaniques, hydrauliques, électriques ...

Plusieurs exemples sont traités dans cet article pour illustrer cette approche et mettre en évidence sa faisabilité ainsi que la qualité des résultats obtenus sur des systèmes physiques réels. Les différentes étapes de la procédure sont les suivantes :

- détermination, à chaque instant, de l'effort et du flux par ENPORT-7,
- calcul, à chaque instant, de la puissance au niveau de chaque lien,
- agrégation du vecteur contenant l'historique de la valeur de la puissance en une seule mesure en utilisant l'une des méthodes suivantes pour la détermination de la moyenne :

- RMS (Root Mean Square) : $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}}$

- ABS (moyenne sur la valeur absolue) : $\frac{\sum_{i=1}^N |x_i|}{N}$

- AVG (moyenne arithmétique) : $\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

toutes ces méthodes sont disponibles dans ENPORT-7, la première étant celle suggérée par les auteurs,

- présentation et affichage des résultats. Plusieurs options sont possibles :
 - affichage direct des données dans un ordre décroissant
 - affichage de la moyenne de la puissance comme pourcentage de la valeur maximale
 - affichage couleur en regroupant les moyennes de puissance par niveau ou ordre de grandeur et en affectant une couleur pour chaque groupe

II.2. L'APPROCHE 'SCAVARDA ET AL.'

En robotique, le transfert de puissance depuis la source jusqu'au bras de robot se fait à travers un actionneur. Pour pouvoir dimensionner l'actionneur ou bien choisir la source de puissance à utiliser, la détermination de la puissance à l'entrée de l'actionneur en fonction de la puissance de sortie côté charge s'avère indispensable (Figure 1.3).



Fig. 1.3 : Schéma de principe

En partant d'un bond-graph causal, on doit commencer par déterminer la matrice de transfert et en déduire la matrice de transmission sous la forme :

$$\begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_o \\ f_o \end{bmatrix}$$

où s désigne ici l'opérateur de différentiation et A, B, C, D des opérateurs différentiels linéaires.

l'expression de la puissance est alors :

$$P = e_i f_i = A e_o C e_o + B f_o C e_o + A e_o D f_o + B f_o D f_o$$

l'inconvénient est que les expressions de A, B, C, D ne sont pas obtenues directement, ce qui rend leur interprétation difficile.

Les auteurs proposent donc une méthode basée sur l'utilisation des quatre modèles bond-graph associés aux quatre cas d'affectation de la causalité sur un système deux ports, comme indiqué sur le tableau suivant.

Bond-Graph Causal	Matrice Associée
<p>Adpédance</p>	$\begin{bmatrix} f_i \\ e_o \end{bmatrix} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} C & \Delta \\ 1 & -B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i \\ f_o \end{bmatrix}$ $\Delta = A.D - B.C$
<p>Admittance</p>	$\begin{bmatrix} f_i \\ f_o \end{bmatrix} = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} D & -\Delta \\ 1 & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i \\ e_o \end{bmatrix}$ $\Delta = A.D - B.C$
<p>Impédance</p>	$\begin{bmatrix} e_i \\ e_o \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} A & -\Delta \\ 1 & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i \\ f_o \end{bmatrix}$ $\Delta = A.D - B.C$
<p>Immittance</p>	$\begin{bmatrix} e_i \\ f_o \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} B & \Delta \\ 1 & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i \\ e_o \end{bmatrix}$ $\Delta = A.D - B.C$

L'analyse de ces expressions permet de donner une interprétation aux différents opérateurs différentiels introduits. Par exemple, l'expression de la matrice adpédance montre que l'inverse de l'opérateur A correspond au gain du chemin causal entre l'effort à l'entrée e_i et l'effort en sortie e_o .

Les différentes étapes de la procédure sont alors les suivantes :

- construire le bond-graph acausal du système à deux ports,
- affecter une causalité effort au port d'entrée et une causalité flux au port de sortie puis une causalité dérivée au reste du modèle,
- déduire l'expression de l'inverse de l'opérateur A en appliquant la règle de Mason au chemin causal entre l'effort à l'entrée e_i et l'effort en sortie e_o ,
- réitérer en changeant la causalité à l'entrée et en sortie,
- calculer les opérateurs A, B, C, D ,

- calculer l'expression de la puissance.

Cette approche, destinée à être implantée sur tout logiciel travaillant avec l'outil bond-graph et analysant les gains des chemins causaux, nécessite quelques précautions quant à l'inversibilité des différents opérateurs, la commandabilité et l'observabilité du système, l'existence des quatre matrices impédance, admittance, immédance et adpédance (nous verrons plus loin, quand nous introduirons le scattering formalisme, que cette propriété n'est pas toujours réalisée).

Dans l'article de Scavarda et al., sont présentés des exemples physiques d'application de cette procédure.

II.3. COMMENTAIRES

Quelques remarques peuvent être faites concernant ces deux approches :

- la première des deux méthodes, conçue dans le cadre du développement du logiciel ENPORT, ne peut être exploitable en dehors du domaine de la simulation. Elle fournit des résultats intéressants dans la réduction de modèle. Cependant, toute la démarche est à refaire si on change de modèle bond-graph par simple ajout d'éléments ayant été négligés pendant une première phase sommaire de modélisation.
- un autre inconvénient, lié toujours au fait que cette procédure est exclusivement numérique, est la difficulté de son utilisation si les paramètres du modèle sont inconnus ou mal dimensionnés, ce qui rend son utilisation impossible dans la phase de conception.
- la seconde méthode, même si elle peut être traitée "à la main" pour des systèmes simples, est surtout destinée à une utilisation informatique.
- hormis les restrictions liées aux conditions que doit vérifier le système, cette méthode n'a été présentée que dans le cas de systèmes à deux ports. Le passage à des systèmes à plusieurs ports augmente considérablement le nombre de cas d'affectation de la causalité et rendrait la démarche moins intéressante.

III. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre deux méthodes qui nous ont semblé significatives dans l'utilisation de la notion de puissance sur un modèle bond-graph. La première destinée à la réduction de modèles, la seconde au dimensionnement de tout sous-système à deux ports et en particulier l'actionneur qui relie la source de puissance au bras de robot.

L'utilisation de la puissance a été rendue possible grâce aux propriétés du modèle bond-graph qui inclut explicitement cette notion physique.

Notre objectif, dans la suite de ce travail, est de proposer une méthode basée sur l'utilisation conjointe du formalisme scattering et de l'approche bond-graph et traitant du problème de transfert de puissance dans un système physique. Cette démarche sera formelle et nous servira comme outil d'aide à la conception.

ANNEXE

ANNEXE

Principes et outils de la méthodologie bond-graph

Nous n'utilisons, dans ce mémoire, que les éléments bond-graph simples (éléments dits à un port) permettant de représenter les lois simples des systèmes physiques mono-dimensionnels. Cependant, dans certains cas plus complexes, les lois mises en oeuvre sont vectorielles et les éléments utilisés sont des éléments multiports (KARNOPP [1983], THOMA [1990]). La représentation vectorielle d'un bond-graph sous forme de bloc-diagramme se trouve en Figure 1.4.

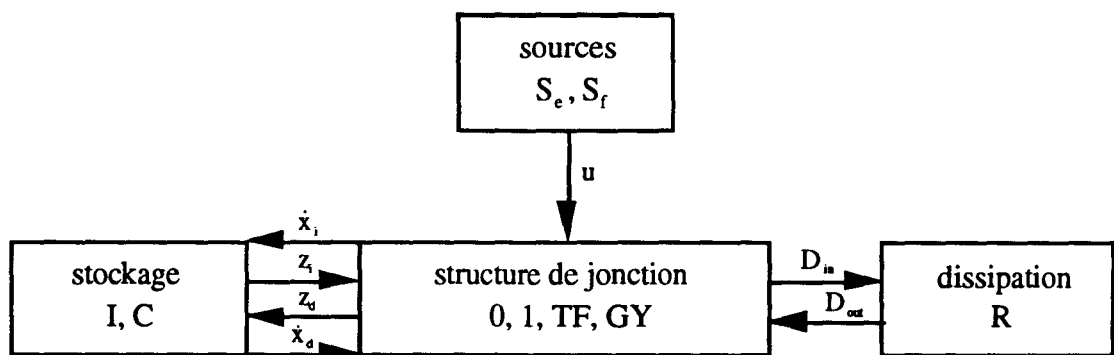


Fig. 1.4 : Bloc-diagramme de la structure de jonction d'un bond-graph

I NOTION DE CAUSALITE

La causalité traduit les relations de cause à effet au sein d'un système. Elle est représentée par "un trait causal placé perpendiculairement au lien de puissance. Par convention, le trait causal est toujours placé près de l'élément pour lequel l'effort est connu, le flux étant toujours considéré comme connu dans le sens opposé au trait causal". La position du trait causal est tout à fait indépendante du sens de la demi-flèche.

Les causalités sont obligatoires sur les sources. L'effort imposé par une source d'effort et le flux imposé par une source de flux, sont toujours des données connues pour le système.

Dans le cas linéaire, la causalité sur R est arbitraire et s'adapte selon la situation de contrainte du contexte. Par contre elle peut apparaître comme causalité obligatoire dans le cas d'un élément R non linéaire (restriction hydraulique par exemple).

Les causalités sur C et I peuvent être soit intégrales soit dérivées. Cependant, la causalité dérivée cause des problèmes de simulation, c'est pourquoi l'apparition d'une telle causalité doit inciter l'utilisateur à vérifier la validité de certaines hypothèses simplificatives prises lors d'une première phase de modélisation.

Les Jonctions 0, 1, TF, GY sont décrites par des relations caractéristiques. Le positionnement des traits causaux sur ces jonctions permet d'obtenir, directement à partir de ces relations, les informations sur l'effort et/ou le flux.

Le Tableau suivant résume les différents types de causalité rencontrées sur les éléments de base du bond-graph. Le tableau de la page suivante donne le sens physique de ces éléments bond-graph.

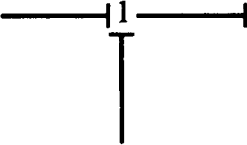
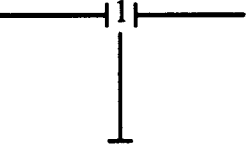
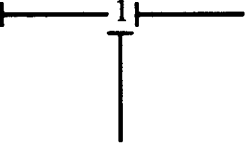
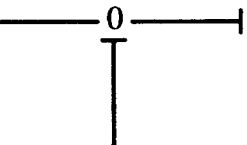
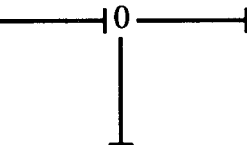
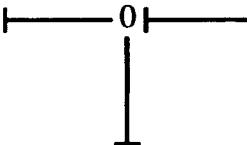
causalité obligatoire	$S_e \longrightarrow \nearrow$	$S_f \longleftarrow \dashv$
causalité intégrale	$\longrightarrow \nearrow I$	$\longleftarrow \dashv C$
causalité dérivée	$\longleftarrow \dashv I$	$\longrightarrow \nearrow C$
causalité arbitraire	$\longrightarrow \nearrow R$	$\longleftarrow \dashv R$
causalité restreinte	$\longrightarrow \nearrow TF \longrightarrow \nearrow$ $\longleftarrow \dashv TF \longleftarrow \dashv$ $\longleftarrow \dashv GY \longrightarrow \nearrow$ $\longrightarrow \nearrow GY \longleftarrow \dashv$      	

TABLEAU 1 : R, C, L							
Système physique	Variable d'effort e	Variable de flux f	Moment généralisé $p = \int e dt$	Déplacement généralisé $q = \int f dt$	Elément Dissipatif $\Phi_R(e, f) = 0, e = Rf$	Eléments de stockage $e = \frac{1}{C} \int f dt = \frac{q}{C}$	Elément de stockage $f = \frac{1}{L} \int e dt = \frac{p}{L}$
Electrique	tension u (V)	intensité i (A)	impulsion de tension (Vs)	charge électrique q (C)	résistance R ($\Omega, V/A$)	capacité C (F, C/V)	inductance L (H, Wb/A)
Hydraulique	pression P (Pa, N/m ²)	débit volumique q (m ³ /s)	impulsion de pression Γ (Pas)	volume V (m ³)	résistance hydraulique $8\pi\mu l/A^2$ (Ns/m)	capacité hydraulique V/P ou $A/\rho g$	inductance hydraulique $\rho l/A$
Pneumatique isotherme	pression P (Pa)	débit volumique q (m ³ /s)	impulsion de pression Γ (Pas)	volume V (m ³)	résistance pneumatique $8\pi\mu l/A^2$ Ns/m	capacité pneumatique V/P ou $V\chi_T$ ou $V^2/(RT)$	inductance pneumatique $\rho l/A$
Pneumatique adiabatique	pression P (Pa)	débit volumique q (m ³ /s)	impulsion de pression Γ (Pa s)	volume V (m ³)	résistance pneumatique $8\pi\mu l/A^2$ Ns/m	capacité pneumatique $V/(\gamma P)$ ou $V\chi_a$	inductance pneumatique $\rho l/A$
Mécanique translation	force F (N)	vitesse v m/s	impulsion p (Ns)	déplacement z (m)	amortisseur frottement visqueux f	ressort $1/k$	masse m (Kg)
Mécanique rotation	couple Γ (Nm/rad)	vitesse angulaire ω (rad/s)	impulsion angulaire h (NMs/rad)	angle θ rad	frottement visqueux f	ressort $1/k$	moment d'inertie J
Thermique	température T, θ (K)	flux thermique ϕ (WK ⁻¹)			résistance thermique conduction : $l/(\lambda A)$ rayonnement : $1/(\alpha A)$ convection : $1/(\rho mc)$	capacité thermique mc	

l : longueur, A : section, V : volume, Tube à section circulaire de rayon R : $A = \pi R^2$, γ : coefficient adiabatique, μ : viscosité, ρ : masse volumique, $\nu = \mu/\rho$: viscosité cinématique, R : constante des gaz parfaits, f : coefficient de frottement, k : raideur du ressort, λ : coefficient de conductibilité thermique, α : coefficient de rayonnement thermique, g : accélérateur de la pesanteur, C : chaleur massique, χ_T : coefficient de compressibilité isotherme, χ_a : coefficient de compressibilité adiabatique.

II. NOTION DE SIGNAL

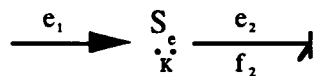
Lorsque la puissance transmise à travers un lien est négligeable ou nulle, ce lien n'est plus un lien de puissance mais un lien d'information. Nous pouvons ainsi faire apparaître dans un modèle bond graph des capteurs et des instruments de mesures (supposés idéaux). Dans la suite de notre étude, des détecteurs d'effort, notés D_e , et de flux, notés D_f , seront utilisés pour construire les variables de sorties.

II.1 Source commandée

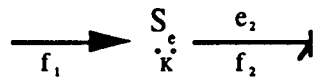
Lorsque la source n'est pas indépendante, mais dépend du contexte, la notion de source commandée peut être utilisée. Ce formalisme nous sera d'une grande utilité pour modéliser les retours de sorties.

On distingue plusieurs types de sources commandées :

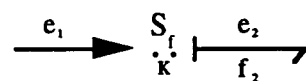
- Source d'effort commandée en effort : $e_2 = K e_1$



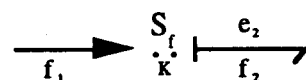
- Source d'effort commandée en flux : $e_2 = K f_1$



- Source de flux commandée en effort : $f_2 = K e_1$



- Source de flux commandée en flux : $f_2 = K f_1$



III. PROPRIETES CAUSALES D'UN BOND-GRAPH

Ces propriétés découlent à la fois de la nature graphique du bond-graph et de sa structure causale. Elles sont obtenues à partir du parcours du bond-graph suivant des chemins privilégiés, appelés chemins causaux, indépendamment de l'orientation de la puissance dans les liens.

III.1 Chemin causal-boucle causale

III.1.1 Définitions

1. Un **chemin causal** dans une structure de jonction bond-graph est une alternance de liens et de noeuds telles que :
 - a) pour le bond-graph acausal, la séquence forme une simple chaîne
 - b) tous les noeuds dans la séquence ont une causalité complète et correcte
 - c) deux liens du chemin causal ont en un même noeud des orientations causales opposées (sauf en présence d'un *GY*)
2. Deux ports P_1 et P_2 sont connectés causalement si la variable d'entrée de P_1 est influencée par la variable de sortie de P_2 (et vice versa).
3. Un chemin causal est simple s'il peut être parcouru en suivant toujours la même variable.
4. Un chemin causal est mixte (présence d'un *GY*) ou indirecte (passage par un élément R, C, I) s'il faut changer de variable lors du parcours du chemin.
5. Une **chaîne d'action** est un chemin causal entre une source et un détecteur.
6. Une **boucle causale** est un chemin causal fermé entre deux éléments de l'ensemble (R, C, I) partant de la sortie d'un port et revenant à l'entrée de ce port sans parcourir le même lien dans la même direction plus d'une fois.
7. Une **boucle de causalité** est une succession de jonctions et de liens formant un cycle, pour lesquels la causalité est orientée dans le même sens sur tous les liens (sauf en présence d'un *GY*).

III.1.2 Transmittance d'un élément 1-port

La causalité sur un élément 1-port (R, C, I) permet d'écrire la relation entre la variable d'entrée et la variable de sortie de cet élément. En linéaire, l'utilisation de l'opérateur symbolique de Laplace s donne le rapport entre la variable de sortie et la variable d'entrée sous forme symbolique qu'on appelle transmittance (ou gain).

III.1.2.1 Transmittance de I

Si I est en causalité intégrale, la relation entre l'effort et le flux, en linéaire, s'écrit $f = \frac{1}{I} \int e dt$, donc $F(s) = \frac{1}{Is} E(s)$.

d'où la Transmittance de l'élément I en causalité intégrale : $g_{(I)} = \frac{F(s)}{E(s)} = \frac{1}{I.s}$

Si I est en causalité dérivée $e = I \frac{df}{dt}$, donc $E(s) = Is F(s)$ et $g_{(I)} = s.I$

III.1.2.2 Transmittance de C

C en causalité intégrale : $g_{(C)} = \frac{1}{C.s}$

C en causalité dérivée : $g_{(C)} = C.s$

III.1.2.3 Transmittance de R

La transmittance de R est une constante, donnée suivant la causalité par $g_{(R)} = \frac{1}{R}$ ou $g_{(R)} = R$

III.2 Gain d'un chemin causal

Le gain d'un chemin causal est donné par :

$$G = (-1)^{n_0+n_1} \cdot \prod_{i=1}^{\alpha} (m_i)^h \cdot \prod_{j=1}^{\beta} (r_j)^K \cdot T_r$$

avec :

n_0 : nombre total de changements d'orientation des liens à la Jonction 0, quand on parcourt le chemin causal en suivant la variable flux.

n_1 : nombre total de changements d'orientation des liens à la Jonction 1, quand on parcourt le chemin causal en suivant la variable effort.

a : nombre de transformateurs intervenant dans le chemin causal.

b : nombre de gyrateurs intervenant dans le chemin causal.

$h = \pm 1$ suivant la causalité affectée au transformateur.

$K = \pm 1$ suivant la causalité affectée au gyrateur.

T_r : Transmittance des éléments 1-port (I , C , ou R) intervenant dans le chemin causal (si aucun élément (I , C , ou R) n'intervient dans le chemin causal : $T_r = 1$).

CHAPITRE II

MODELE BOND-GRAPH A PARTIR D'UNE MATRICE DE TRANSFERT QUELCONQUE

INTRODUCTION

L'étude des systèmes dynamiques passe souvent par la détermination d'un modèle de comportement entrée(s)-sortie(s). Il existe différentes techniques de modélisation permettant d'obtenir des équations mathématiques plus ou moins exploitables; le choix de la méthodologie dépend alors à la fois du type de système et de l'utilisation spécifique future de ce modèle.

Dans le cas linéaire, deux représentations de systèmes dynamiques, liées à un modèle donné ou bien définissant un modèle particulier, existent et se complètent : la représentation d'état (KALMAN [1963]) et la représentation sous forme de fonction ou matrice de transfert (ROSENBROCK [1970]). Privilégier l'une ou l'autre des deux représentations conditionne fortement la simplicité relative avec laquelle on pourra faire l'analyse ou la commande du système.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une méthodologie nouvelle permettant d'obtenir un modèle bond-graph à partir d'une fonction ou une matrice de transfert.

Cette étude, (KAMEL [1993]), a pour but de répondre à un besoin de plus en plus grandissant d'unifier l'approche bond-graph avec les méthodes classiques de recherche de modèles entrées-sorties issus généralement, par identification, de mesures expérimentales.

En effet, après un premier chapitre où a été exposée la technique des bond-graphs en mettant l'accent sur tous les aspects pratiques que fournit cette méthode dans la compréhension et l'analyse des systèmes complexes, nous sommes confrontés à une problématique d'un autre type qui consiste à s'interroger sur la possibilité d'intégrer un modèle sous forme de fonction de transfert comme sous-partie d'un bond-graph global sans pour autant perdre les avantages graphiques déjà évoqués.

Pour ce faire, après avoir posé le problème et exposé les buts de notre travail, nous envisagerons successivement les cas monovarié et multivarié. La difficulté de l'obtention d'une réalisation minimale retiendra en particulier toute notre attention dans ce dernier cas.

I. POSITION DU PROBLEME

Dès l'invention des bond-graphs par PAYNTER [1961], toute l'attention s'est portée sur l'élaboration de règles simples permettant de trouver des relations mathématiques représentant les caractéristiques entrées-sorties des systèmes modélisés par bond-graph (KARNOPP [1990], BREEDVELD [1991]).

C'est ainsi que BROWN [1972], appliquant la règle de MASON [1956] au modèle bond-graph, a proposé une méthode permettant de déterminer la fonction de transfert et matrice de transfert dans le cas multivariable par le biais de la manipulation et de l'analyse des chemins causaux et des boucles causales.

La démarche originale que nous proposons consiste à rechercher un modèle bond-graph associé à une fonction de transfert ou matrice de transfert quelconque. La justification d'une telle démarche, tout à fait inverse de la démarche classique pour laquelle le modèle bond-graph est la première étape issue de l'étude physique du système avant la construction de modèles mathématiques, se trouve dans l'optique d'une conception intégrée des systèmes automatisés. La modélisation ne peut être entreprise sans tenir compte du but recherché par l'utilisateur de ce modèle, donc sans introduire en simultané une analyse des propriétés du modèle. L'équipe dirigée par Mme le Professeur G. Dauphin-Tanguy a développé de nombreux outils permettant l'analyse des propriétés structurelles des systèmes modélisés par bond-graph (DAUPHIN-TANGUY [1983, 1985], SUEUR [1989, 1990, 1991]).

Cependant, une approche bond-graph complète des systèmes physiques peut s'avérer trop détaillée ou trop complexe. Un modèle externe de type opérateur de transfert peut être suffisant, voir indispensable, dans certaines parties du système global. Pour pouvoir utiliser les procédures développées dans l'équipe, nous avons donc été amené à envisager cette transformation de modèle de transfert en modèle bond-graph. Lorsque les hypothèses de modélisation ont été définies, (phénomènes physiques ou composants concernés, linéarité ou non linéarité des relations mises en jeu, entrées, sorties, ...), le modèle fonction ou matrice de transfert est unique quelque soit le type d'approche utilisée : bond-graph, écriture des équations différentielles issues des lois fondamentales de la physique, Par contre, le modèle d'état n'est pas unique et dépend de la méthode utilisée. Ainsi, l'approche bond-graph conduit à la description d'un vecteur d'état x particulier composé des variables d'énergie du système, une autre définition peut être le vecteur de phases (surtout pour les systèmes mécaniques).

De nombreuses méthodes permettent de définir une équation d'état à partir d'une représentation entrée(s)-sortie(s) (BORNE [1992]) :

- formes compagnes, forme modale, *etc...* pour les systèmes monovariante,
- réalisation sous forme de Jordan, réalisations équilibrées, réalisation par factorisation, *etc....* pour les systèmes multivariants.

La méthodologie que nous proposons pour le passage opérateur de transfert-bond graph repose sur la mise en évidence d'une forme particulière de matrice d'état, pouvant être assimilée à celle issue d'un modèle bond-graph. Cette forme ne sert que de justification de nos résultats et n'intervient pas dans les calculs finaux.

II. FORME GENERALE DE L'EQUATION D'ETAT DEDUITE D'UN MODELE BOND-GRAPH DANS LE CAS LINEAIRE

II.1. METHODES DE DETERMINATION DE L'EQUATION D'ETAT A PARTIR D'UN MODELE BOND GRAPH

Dans le cas de la modélisation par bond-graph plusieurs approches ont été proposées pour construire l'équation d'état associée au modèle bond-graph.

La première de ces méthodes, due à ROSENBERG [1971], permet de générer les équations d'état d'une manière systématique partant de l'aspect structurel du bond-graph et des différentes relations liant les éléments. Des transformations algébriques permettent alors d'éliminer les variables intermédiaires et d'aboutir à une équation d'état, fonction des variables d'énergie, sous forme numérique.

Ainsi, cette méthode trouve une large application informatique : des procédures numériques basées sur cette méthode interviennent dans plusieurs logiciels de simulation par bond-graph comme ENPORT (ROSENBERG [1974]) ou encore CAMAS (BROENINK [1992]).

Une deuxième méthode, proposée par DELGADO [1991], fournit des résultats sous forme paramétrique. Cette méthode, connue sous le nom de "méthode des chemins", explore le modèle bond-graph à la recherche des chemins liant un élément de stockage en causalité intégrale aux autres éléments bond-graph et utilise les lois élémentaires associées aux éléments et les règles structurelles liées aux jonction.

La dernière méthode, proposée par AZMANI [1991], est nommée “Méthode des Boucles et Chemins Causaux : MBCC”. Comme son nom l’indique, cette méthode graphique est basée sur la détermination des gains des chemins causaux et des boucles causales et sur une utilisation généralisée de la règle de Mason.

L’exploitation graphique et directe du modèle bond-graph a l’avantage de permettre une utilisation manuellement de cette méthode, avec une bonne compréhension des différents termes intervenant dans le système d’état, ou automatisé après implémentation informatique. Tel est le cas pour le logiciel ARCHER [1992] qui utilise cette procédure pour déterminer un système d’état à partir du modèle bond-graph.

C’est cette méthode qui sera à la base de notre étude dans la suite de ce paragraphe.

II.2. MISE EN EVIDENCE DE LA FORME PARTICULIERE DES EQUATIONS D'ETAT ISSUES D'UN BOND-GRAPH

Rappelons, pour mémoire, qu’un modèle bond-graph est constitué par des éléments de jonction, notés 0 , 1 , TF et GY , servant à coupler les éléments passifs R , C et I ainsi que les éléments actifs Se et Sf . Ces éléments de jonction composent la structure de jonction du modèle, correspondant à l’architecture du système étudié.

Ces caractéristiques vont nous être d’un grand intérêt lors du passage du système d’état à la construction du modèle bond-graph.

La mise en évidence de la forme particulière des matrices d’état déduites d’un modèle bond-graph se fait en tenant compte de plusieurs cas de figure (AZMANI [1991]).

1) Les hypothèses correspondantes à ce premier cas sont les suivantes :

Hypothèse 1 : Tous les éléments I et C sont en causalité intégrale.

Hypothèse 2 : La structure de jonction est solvable c’est à dire que les boucles de causalité, si elles existent, ont un gain différent de un (ROSENBERG [1979]).

Hypothèse 3 : Le bond-graph ne possède pas de liens d’information.

Le vecteur d'état associé au modèle bond-graph contient les variables d'énergie : le moment généralisé p lié aux éléments I et le déplacement généralisé q lié aux éléments C , pris dans cet ordre. Le système d'équations d'état, dans le cas linéaire, s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u \end{cases}$$

et nous avons les propriétés suivantes concernant le quadruplet $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$

Propriété 1 : La diagonale de la matrice \mathbf{A} contient le paramètre constant des gains des boucles causales entre les différents éléments I (respectivement éléments C) et les éléments R .

Propriété 2 : Quand un terme hors-diagonale est non nul (respectivement nul) dans la matrice \mathbf{A} , son symétrique par rapport à la diagonale principale est non nul (respectivement nul). Le produit non nul de ces deux termes représente le paramètre constant du gain des boucles causales entre un élément I et un élément C ou bien entre deux éléments de stockage d'énergie de même type. Ce dernier cas se produit quand le chemin causal passe par un élément de dissipation ou par un gyrateur.

Propriété 3 : La matrice \mathbf{B} contient les gains des chemins causaux directs (ou passant par un élément R) entre les sources et les éléments de stockage d'énergie.

Propriété 4 : La matrice \mathbf{C} contient les gains des chemins causaux directs (ou passant par un R) entre les éléments de stockage d'énergie et les éléments associés aux variables de sortie.

Propriété 5 : La matrice \mathbf{D} contient les gains des chemins causaux directs (ou passant par un R) entre les sources et les éléments associés aux variables de sortie.

- 2) Dans le cas où existent des éléments $I-C$ en causalité dérivée, les propriétés précédentes concernant le quadruplet (A, B, C, D) restent valables sauf que le système d'état s'écrit sous la forme particulière suivante :

$$E \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u$$

où $E = \text{diag}\{I_{n_i}, 0_{n_d}\}$ et $\dot{\mathbf{x}}^t = (\dot{x}_{n_i} \quad \dot{x}_{n_d})$, avec n_i et n_d désignant respectivement le nombre d'éléments en causalité intégrale et dérivée. Après transformation l'équation d'état peut s'écrire :

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_{n_i} = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{x}_{n_i} + \hat{\mathbf{B}} u$$

avec Δ facteur constant composé des gains des boucles causales liant les éléments $I-C$ en causalité dérivée aux éléments $I-C$ en causalité intégrale.

- 3) Dans le cas où existe une (ou plusieurs) boucle(s) algébrique(s) entre des éléments R , alors l'équation d'état s'écrit sous la forme :

$$\Delta' \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u$$

avec Δ' facteur constant composé des gains des boucles causales liant les éléments R entre eux.

- 4) Dans le cas où des liens d'information correspondant à des signaux existent, alors les termes symétriques par rapport à la diagonale principale dans la matrice A ne représentent plus forcément le paramètre constant du gain des boucles causales entre un élément I et un élément C ou bien entre deux éléments de stockage d'énergie de même type.

Seul le premier cas nous sera utile dans la suite pour interpréter le passage d'une fonction ou matrice de transfert à un modèle bond-graph.

II.3. EXEMPLE

Considérons le modèle bond-graph associé à un circuit électrique classique, représenté en Figure 2.1.

Les gains des différentes boucles causales sont :

$$-\frac{R_1}{L_1 s}, -\frac{R_2}{L_2 s}, -\frac{1}{L_1 C_1 s^2}, -\frac{1}{L_2 C_1 s^2}, \text{ (où } s \text{ est l'opérateur de Laplace).}$$

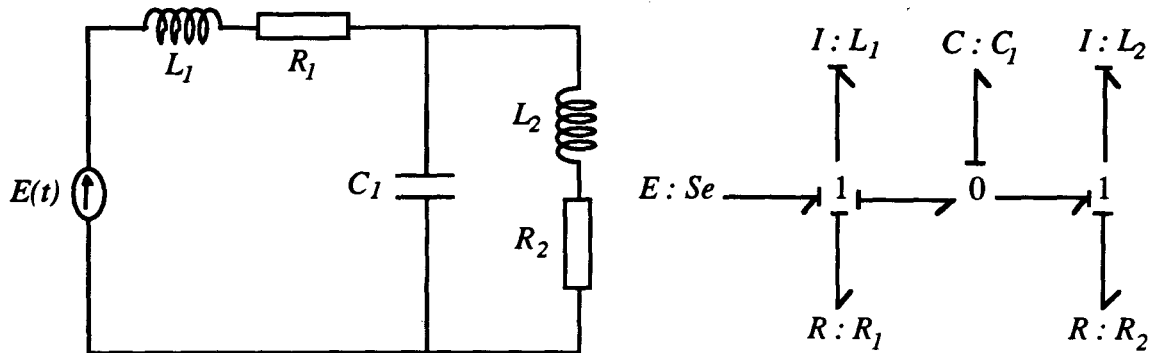


Fig. 2.1 : Circuit Electrique Classique et son Bond-Graph en causalité intégrale

L'équation d'état est alors immédiatement obtenue sous forme :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} E \\ y = U_{C_1} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases}$$

avec $\mathbf{x}' = (p_{L_1} = \Phi_{L_1}, p_{L_2} = \Phi_{L_2}, q_{C_1})$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}' = [1 \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \end{bmatrix}$$

et où la sortie U_{C_1} désigne la tension aux bornes de la capacité.

REMARQUE

Pour affecter le signe des coefficients hors-diagonaux, nous parcourons le chemin causal entre les deux éléments de stockage considérés en suivant la variable de sortie intervenant dans x_i et comptabilisons le nombre de changement de sens des liens connectés à une jonction I quand on suit l'effort et à une jonction O quand on suit le flux.

III. REPRESENTATION D'ETAT DEDUITE DU DEVELOPPEMENT EN ALPHA-BETA D'UNE FONCTION DE TRANSFERT

Considérons un système linéaire, monovarié caractérisé par une fonction de transfert sous la forme suivante, supposée irréductible :

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

Dans le cas le plus général lorsque le degré du numérateur est égal au degré du dénominateur, il suffit d'effectuer une division Euclidienne pour diminuer le degré du numérateur et se ramener à cette forme. La constante supplémentaire qui apparaît, peut être interprétée comme étant une partie directe reliant l'entrée à la sortie que nous incluons dans le modèle bond-graph final.

Une fonction de transfert, asymptotiquement stable, sous la forme précédente admet toujours un développement en fractions continues en $\alpha - \beta$ (HUTTON [1975]) sous la forme canonique suivante :

$$F(s) = \sum_{j=1}^n \beta_j \prod_{i=1}^j F_i(s)$$

avec $\beta_j = \text{cte} \quad \forall j$ et $F_i(s)$ sous forme de fractions continues définies de la façon suivante :

$$F_i(s) = \frac{1}{\alpha_i s + \frac{1}{\alpha_{i+1} s + \frac{1}{\ddots \frac{1}{\alpha_n s}}}}, \quad i = 2, \dots, n$$

Pour $F_1(s)$, le premier terme dans le développement est égal à $1 + \alpha_1 s$ au lieu de $\alpha_1 s$.

Les n coefficients α_i peuvent être calculés en utilisant l'algorithme de construction de la table des alphas de Routh (GANTMACHER [1966]) utilisée en stabilité des systèmes. Les coefficients β_i sont calculés de la même manière à partir d'une table construite en utilisant le dénominateur $D(s)$ et le numérateur $N(s)$ (Annexe A).

Le bloc diagramme suivant (Figure 2.2) peut alors être associé au développement en $\alpha - \beta$ de la fonction de transfert.

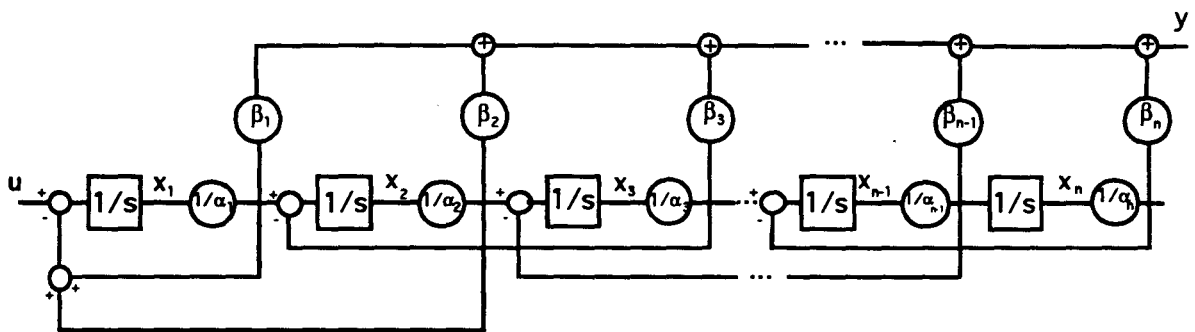


Fig. 2.2 : Bloc Diagramme Associé au Développement en $\alpha - \beta$

A partir de ce bloc diagramme et en choisissant les variables d'état telles qu'elles ont été représentées sur la Figure 2.2, nous obtenons l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u \\ y = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & -\frac{1}{\alpha_4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & 0 \\ \vdots & & \dots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-2}} & 0 & -\frac{1}{\alpha_n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}' = [1 \ 0 \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ 0]$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \beta_n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & & & & & \alpha_n \end{bmatrix}$$

IV. MODELE BOND-GRAPH

IV.1. INTERPRETATION DES RESULTATS PRECEDENTS

Avant de proposer un modèle bond-graph à partir de la réalisation d'état précédente, nous allons commencer par analyser la structure de ces matrices d'état à la lumière des propriétés évoquées au paragraphe II.2.

La dimension de \mathbf{x} est n , il y aura donc n éléments dynamiques I ou C dans le modèle bond-graph envisagé.

La diagonale de la matrice \mathbf{A} est nulle sauf pour le premier élément qui vaut $-\frac{1}{\alpha_1}$. En terme de bond-graph cela signifie qu'il existe uniquement une boucle causale entre un élément résistif et un élément dynamique (I ou C), les autres éléments I et C n'étant pas causalement liés à d'autres éléments R .

En dehors de la diagonale, la propriété 2 est bien vérifiée. Les termes non nuls symétriquement disposés par rapport à la diagonale principale représenteront les gains des boucles causales entre des éléments I et des éléments C .

La simplicité de la matrice \mathbf{A} , due à l'apparition d'un grand nombre de termes nuls, laisse prévoir une structure simple pour le modèle bond-graph mais encore faut-il vérifier le respect des règles d'affectation des causalités (i.e., pas d'éléments de stockage en causalité dérivée conformément à l'hypothèse 1), l'existence d'un chemin causal entre l'entrée et le premier élément dynamique (seul le premier terme, dans la matrice \mathbf{B} est non nul et vaut 1) ainsi que la possibilité de construire la sortie à partir des variables d'état tout en respectant l'expression de la matrice de sortie \mathbf{C} .

IV.2. PROPOSITION DE MODELES BOND GRAPH

Deux modèles bond-graphs, duaux entre eux, répondent à ces critères. Le modèle bond-graph de base est représenté en Figure 2.3. Il est constitué d'une succession de jonctions I et de jonctions O sur lesquelles viennent se rattacher les différents éléments dynamiques. Nous avons choisi de débiter la chaîne par une jonction I à trois liens contenant une source d'effort et un élément dissipatif causalement lié à un élément I . Les autres éléments dynamiques (I et C) sont deux-à-deux causalement liés entre eux. Aucun chemin causal ne relie ces éléments à l'unique élément R .

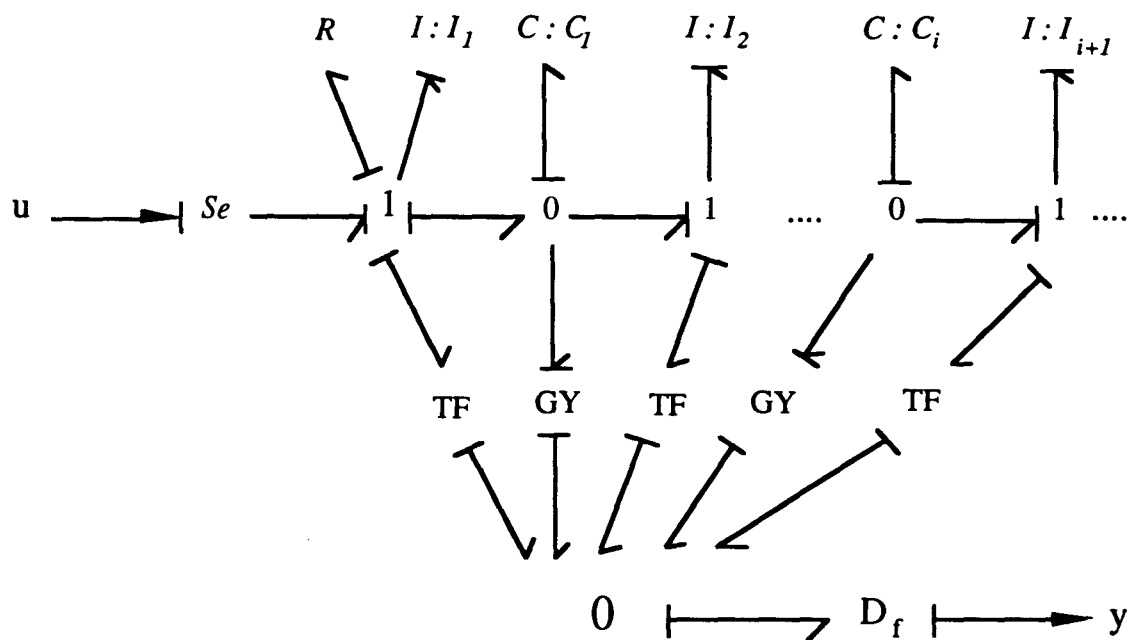


Fig. 2.3 : Première Forme du Modèle Bond-Graph

Le bond-graph a une structure particulière avec une combinaison de liens de puissance et des liens d'information. La source d'effort Se , causalement liée par un chemin direct uniquement au premier élément dynamique I , est une source contrôlée par l'entrée u alors que la sortie y est un signal obtenu à l'aide d'un détecteur supposé idéal et construit grâce à des éléments TF et GY judicieusement placés. Il n'y a alors aucun retour de puissance depuis la sortie jusqu'au reste du bond-graph.

On remarquera à ce niveau, que le choix, dans ce modèle, d'une source d'effort à l'entrée et d'un détecteur de flux à la sortie fut conditionné par le respect des règles de causalités. Cependant, il est possible de considérer la structure duale qui fait apparaître, en revanche, une source de flux et un détecteur d'effort comme indiqué sur la Figure 2.4.

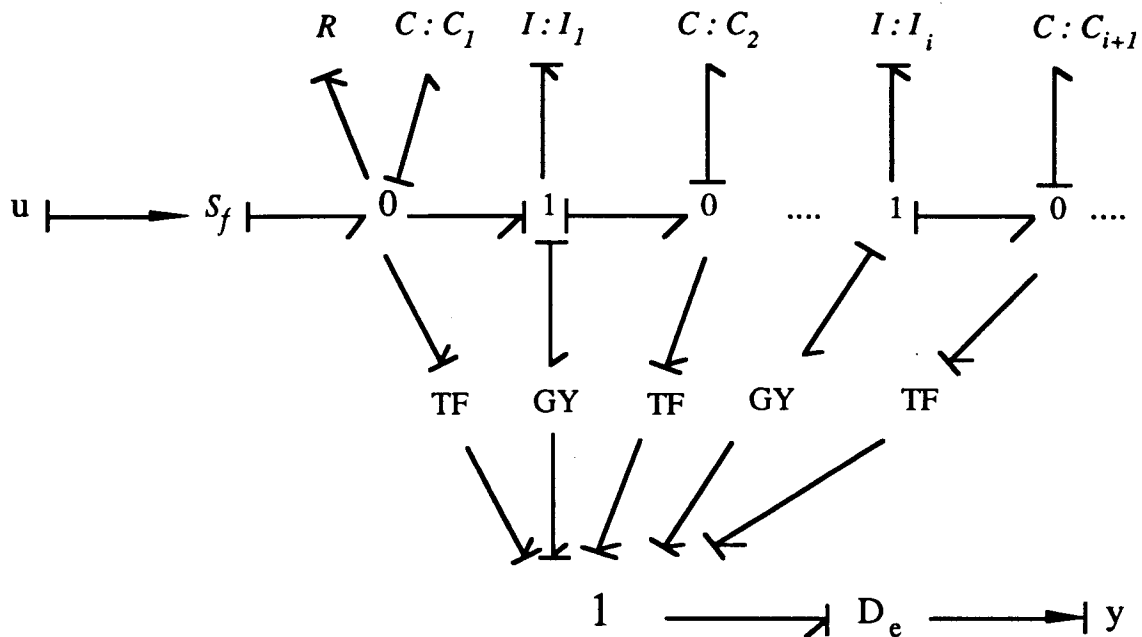


Fig. 2.4 : Structure Duale du Bond-Graph

Les valeurs associées aux éléments R , C , I , TF et GY peuvent être choisies comme suit (dans le cas du 1er modèle) :

$$\begin{aligned} R &= 1 \\ I_i &= \alpha_{2i-1} & TF_i &= \beta_{2i-1} \\ C_i &= \alpha_{2i} & GY_i &= \beta_{2i} \end{aligned}$$

IV.3. INTERPRETATION PHYSIQUE DU MODELE BOND GRAPH

Le modèle bond-graph obtenu n'a pas de réalité physique, de même que les paramètres de la fonction de transfert souvent obtenus par identification. Les éléments I , R , C introduits ne sont pas liés à des composants ou des phénomènes physiques. Cependant, il est possible d'associer à ce modèle bond-graph un circuit électrique (ou un système mécanique équivalent).

Ainsi le circuit électrique, présenté en Figure 2.5, est l'analogue, en représentation réseau, du bond-graph présenté Figure 2.3. Il a la particularité d'être composé d'un générateur de tension auquel nous pouvons associer la résistance R en l'ajoutant à sa propre impédance interne, et d'une cascade de cellules élémentaires formées par les éléments L_i et C_i .

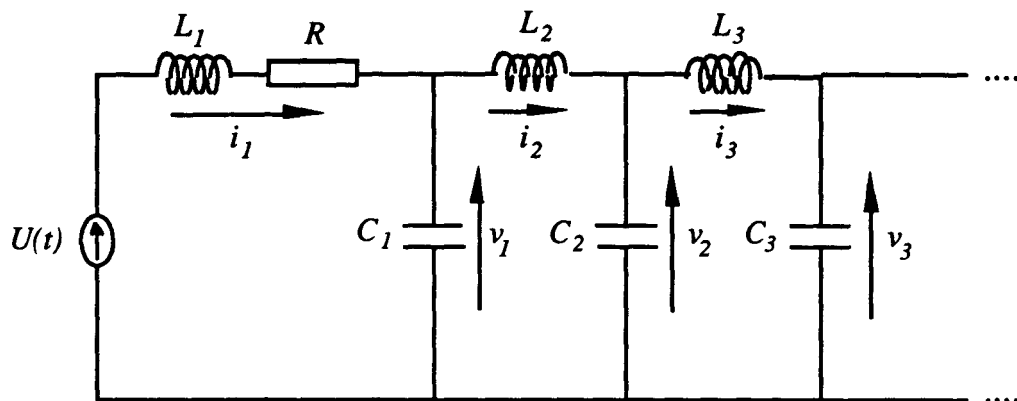


Fig. 2.5 : Circuit Electrique Equivalent

La valeur de la sortie y est donnée par $y = \beta_1 i_1 + \beta_2 v_1 + \beta_3 i_3 + \dots$, avec les β_{2i-1} sans dimension et les β_{2i} homogènes à une conductance.

Dans le cas particulier où les cellules sont identiques, la Figure 2.5 montre l'équivalent basse fréquence d'une ligne électrique sans pertes, sous forme d'une suite infinie de cellules localisées. L'étude classique en propagation d'onde électromagnétique le long d'un fil, permet de calculer l'impédance caractéristique de la ligne grâce à l'impédance itérative et le coefficient de réflexion ainsi que d'envisager le problème d'adaptation de la ligne de transmission sur son impédance caractéristique (SOUTIF [1970]).

On procède alors par étapes : la première consiste à transformer la cellule élémentaire en quadripôle symétrique en T comme indiqué sur la Figure 2.6. La seconde étape consiste alors à mettre en cascade ces différents quadripôles et à déterminer de proche en proche l'impédance du i ème module jusqu'au dernier.

Lorsqu'on a deux cellules différentes qui se répètent, nous avons affaire à une ligne à deux modes. Dans notre cas, les différentes cellules élémentaires sont a priori différentes, la représentation proposée s'identifie à une analyse modale de la fonction de transfert puisque la ligne électrique équivalente est à plusieurs modes d'ondes.

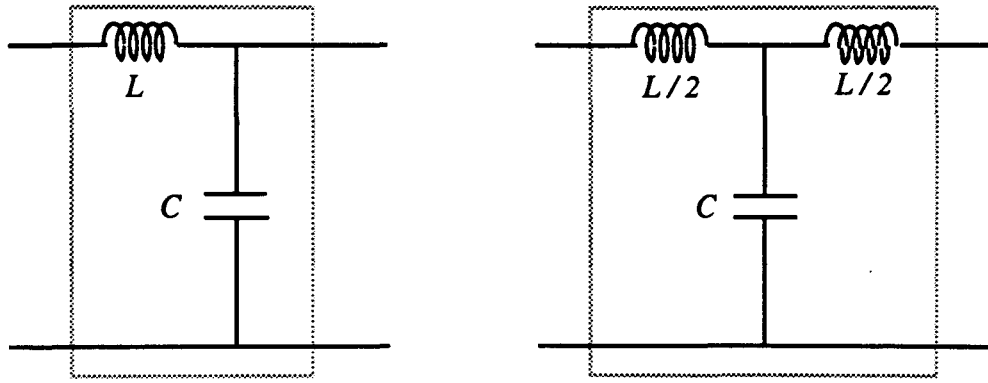


Fig. 2.6 : Transformation d'une cellule élémentaire (a) en un Quadripôle symétrique en T (b)

Le système mécanique équivalent possède aussi une interprétation physique. En effet on retrouve cette structure à cellules élémentaires dans l'étude d'une barre flexible. MARGOLIS [1992], dans son étude des systèmes à paramètres distribués dans le but d'incorporer de tels éléments dans un modèle global, a proposé un modèle bond-graph pour une telle structure mécanique (Figure 2.7) en mettant l'accent sur l'importance de l'approche des modes finis dans l'obtention de modèles précis, d'un ordre faible et incluant à la fois les caractéristiques dynamiques des éléments à paramètres localisés ou distribués.

Nous retrouvons alors la même chaîne directe avec une succession de jonctions 0 et 1 même si l'utilisation ultérieure diffère.

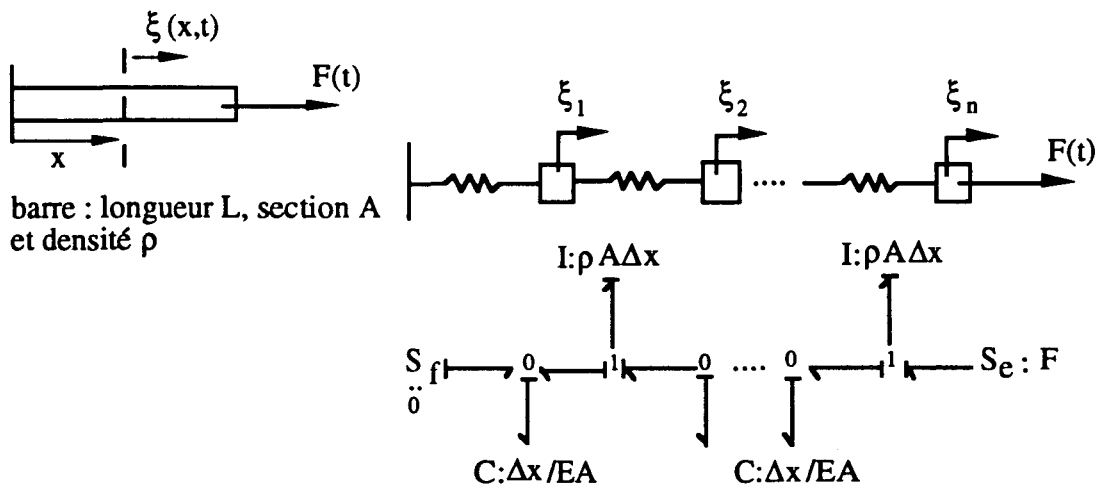


Fig. 2.7 : Barre vibrante et son modèle en éléments finis

IV.4. COMPARAISON AVEC LA METHODE DE SYNTHÈSE D'IMPÉDANCE

Nous retrouvons des structures équivalentes à cette structure particulière dans un article de REDFIELD et KRISHNAN [1993], paru à la même période que nos travaux, qui traite de la synthèse d'impédance par l'approche bond-graph. Dans cet article, les auteurs invoquent les travaux de FOSTER [1924] et ceux de CAUER [1958] pour faire de la synthèse d'impédance de circuits électriques dans le domaine fréquentiel.

En effet, étant données des spécifications dans le domaine fréquentiel, Foster propose de générer des circuits électriques en utilisant la méthode de réticulation qui consiste à décomposer l'impédance globale en plusieurs sous-impédances élémentaires et par conséquent de séparer les phénomènes (nous retrouvons la propriété de réticulation dans la modélisation par bond-graph comme PAYNTER [1961] a montré et que nous évoquerons plus loin). C'est ainsi qu'une impédance avec des pôles uniquement sur l'axe imaginaire est développée selon l'équation suivante

$$Z(s) = \frac{k_0}{s} + \sum_{i=1}^m \frac{2k_i s}{(s^2 - \omega_i^2)} + k_\infty s$$

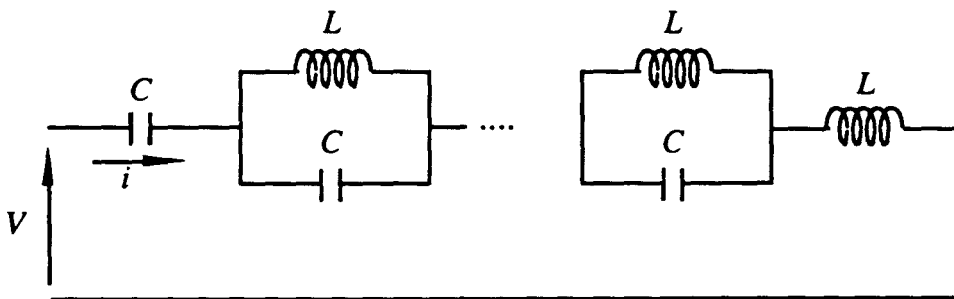


Fig. 2.8 : 1ère forme de Foster

Foster associe à ce développement la réalisation de la Figure 2.8, à laquelle les auteurs proposent le modèle bond-graph de la Figure 2.9.

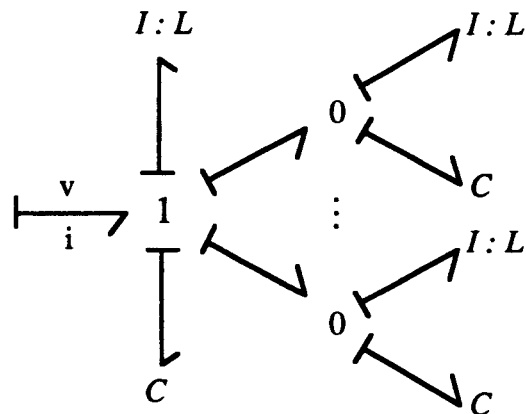


Fig. 2.9 : Bond-Graph associé à la 1ère forme de Foster

La 1ère forme de Cauer provient, quant à elle, d'un développement de l'impédance en fractions continues, comme nous l'avons suggéré précédemment

$$Z(s) = b_1 s + \frac{1}{b_2 s + \frac{1}{b_3 s + \frac{1}{b_4 s + \dots}}}$$

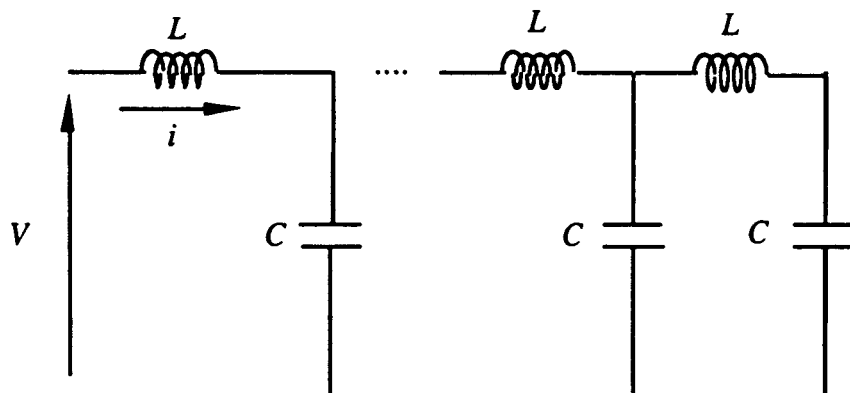


Fig. 2.10 : 1ère forme de Cauer

A ce développement est associé la première forme de Cauer (Figure 2.10), ainsi qu'un modèle bond-graph proposé par ces auteurs (Figure 2.11). Nous remarquons alors que ce modèle est pratiquement identique au notre, sauf qu'il fait apparaître un élément I en causalité dérivée, ce qui entraîne un problème de simulation, et qu'en l'absence d'éléments résistifs la diagonale de la matrice d'état associée est nulle et le système est oscillateur pur. De plus, cette première forme de Cauer est faite au voisinage de $s = \infty$, il existe alors une

deuxième forme de Cauey au voisinage de $s = 0$ et une troisième forme au voisinage de $s = 0$ et $s = \infty$ avec des conditions particulières à respecter.

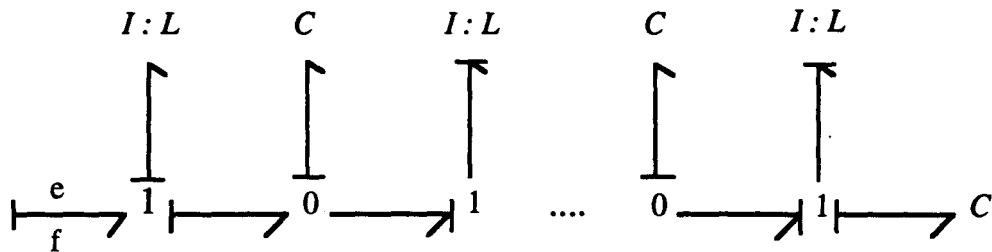


Fig. 2.11 : Bond-Graph associé à la 1ère forme de Cauey

Il est important de noter à ce niveau l'esprit tout à fait différent (par rapport à cet article) qui nous a permis d'arriver à nos résultats en partant d'une constatation quant à la forme particulière de la matrice d'état déduite d'un modèle bond-graph en appliquant la méthode MBCC. Cette forme nous a amené à envisager le problème inverse et à creuser dans ce sens. L'interprétation électrique ou mécanique a suivi tout naturellement par la reconnaissance d'applications classiques de nos résultats dans ces deux domaines.

Enfin, signalons que Redfield et Krishnan proposent dans le même article une autre démarche, basée sur l'approche bond-graph, pour faire de la synthèse d'impédance. Cette méthode, développée pour les systèmes à 1-port uniquement, commence par "reconnaître le bond-graph comme étant un bloc-diagramme condensé", puis, en utilisant le principe de réticulation et les propriétés spécifiques du bloc-diagramme et du bond graph, détermine par identifications successives les différents éléments bond-graph (considérés comme des impédances élémentaires) qui répondent aux spécifications de départ. Elle ne fournit pas de solution unique et nécessite parfois de réitérer le procédé plusieurs fois pour éviter de faire apparaître des composants actifs dans le modèle bond-graph ainsi réalisé.

Cette approche, développée en monovariante, semble difficilement généralisable au multivariante puisque cela supposerait de travailler séparément avec chaque terme de la matrice numérateur divisé par le dénominateur commun. On se retrouvera alors dans le cas le plus défavorable de point de vue de l'ordre de la réalisation.

IV.5. EXEMPLE

Considérons l'exemple suivant :

$$F(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^3 + 4s^2 + 5s + 4}$$

le tableau de Routh correspondant est :

$$\begin{array}{lll} a_0^0 = 1 & a_2^0 = 5 & \alpha_1 = \frac{a_0^0}{a_0^1} = \frac{1}{4} \\ a_0^1 = 4 & a_2^1 = 4 & \alpha_2 = \frac{a_0^1}{a_0^2} = 1 \\ a_0^2 = 4 & & \alpha_3 = \frac{a_0^2}{a_0^3} = 1 \\ a_0^3 = 4 & & \end{array}$$

alors que les coefficients β_j sont obtenus comme suit :

$$\begin{array}{lll} b_0^1 = 1 & b_2^1 = 1 & \beta_1 = \frac{b_0^1}{a_0^1} = \frac{1}{4} \\ b_0^2 = 1 & & \beta_2 = \frac{b_0^2}{a_0^2} = \frac{1}{4} \\ b_0^3 = 0 & & \beta_3 = \frac{b_0^3}{a_0^3} = 0 \\ a_0^3 = 4 & & \end{array}$$

Le modèle bond-graph associé à cette fonction de transfert est représenté, en accord avec la topologie du modèle global, en Figure 2.12.

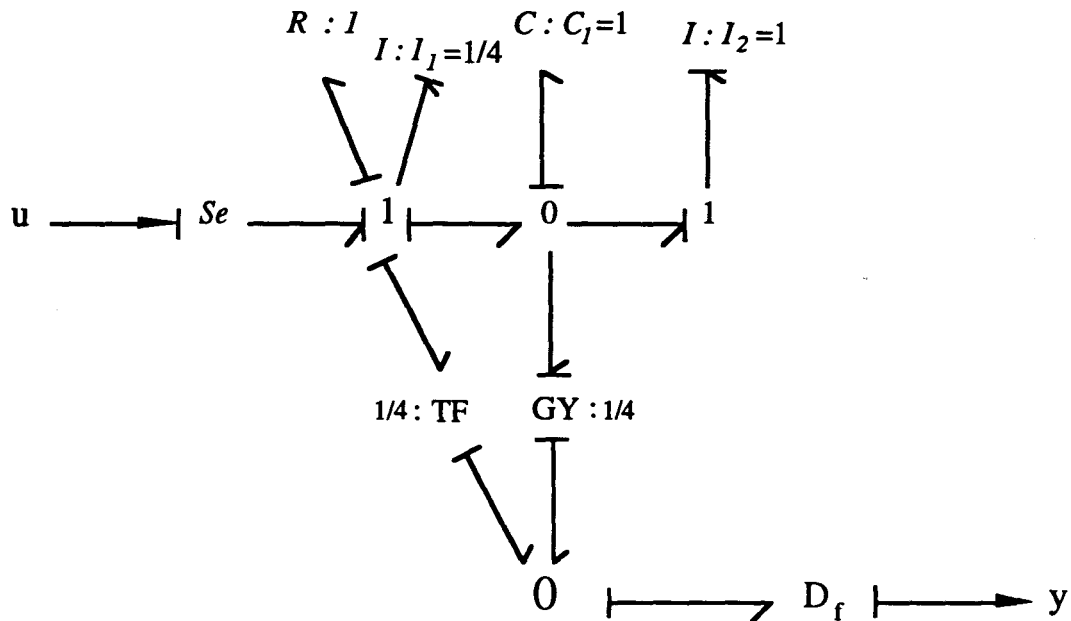


Fig. 2.12 : Modèle BG de l'exemple particulier

V. REALISATION DANS LE CAS MULTIVARIABLE

V.1. POSITION DU PROBLEME

Dans le cas monovarié, le problème de l'ordre de la réalisation conduisant au modèle bond-graph n'a pas été soulevé puisqu'il y a coïncidence entre le degré du dénominateur de la fonction de transfert non dégénérée (pas de pôle et de zéro communs) et la dimension de la représentation d'état.

Dans le cas multivarié, l'étude des différentes techniques de réalisation des matrices de transfert montre que ce problème conduit naturellement aux concepts de commandabilité et d'observabilité.

En effet, et contrairement au cas scalaire, tous les problèmes sont imbriqués. De plus, le rapport avec la forme irréductible d'une fonction de transfert, immédiat dans le cas scalaire (simplification éventuelle d'un numérateur et d'un dénominateur), ne semble pas évident dans ce cas. Pour développer et approfondir ces notions, l'utilisation de la théorie des matrices polynomiales s'avère alors inéluctable (Annexe B).

Dans ce paragraphe, nous contenterons d'un bref rappel des principaux théorèmes et définitions concernant la notion de réalisation minimale. Une étude approfondie peut être consultée dans l'ouvrage de KAILATH [1980].

V.2. FORME DE SMITH-MAC MILLAN D'UNE MATRICE DE TRANSFERT

Soit $M(s)$ une matrice de transfert et $d(s)$ le PGCD des dénominateurs de toutes les fractions rationnelles qui la composent. La matrice $P(s) = d(s)M(s)$ est polynomiale et on note $\Lambda(s)$ sa forme de Smith (Annexe B).

La forme de Smith-Mac Millan de $M(s)$, $H(s)$, est alors obtenue simplement en divisant $\Lambda(s)$ par $d(s)$ et en écrivant les fractions rationnelles sous forme irréductible (BORNE [1992]). Soit pour $i = 1, \dots, r$:

$$\frac{\lambda_i(s)}{d(s)} = \frac{\varepsilon_i(s)}{\psi_i(s)},$$

où $\varepsilon_i(s)$ et $\psi_i(s)$ sont premiers entre eux, alors :

$$H(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}_{i=1}^r \left\{ \frac{\varepsilon_i(s)}{\psi_i(s)} \right\} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir de $H(s)$, on définit :

- Les zéros de $M(s)$, qui sont les racines des numérateurs non nuls de $H(s)$, soit $\varepsilon_i(s)$, $i = 1, \dots, r$;
- Les pôles de $M(s)$, qui sont les racines des dénominateurs de $H(s)$, soit $\psi_i(s)$, $i = 1, \dots, r$.

V.3. REALISATION MINIMALE

Nous commençons par rappeler un certain nombre de définitions, propriétés et théorèmes concernant les réalisations dans le cas multivariable (CALLIER et DESOER [1991]).

Définition 1 : La représentation $R = [A, B, C, D]$ d'un système linéaire est dite réalisation de $M(s)$ ssi la fonction de transfert obtenue à partir de R est $M(s)$, i.e., $M(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$.

Définition 2 : On appelle dimension d'une réalisation $R = [A, B, C, D]$ quelconque, la dimension n de son espace d'état.

Définition 3 : La réalisation $R = [A, B, C, D]$ de $M(s)$, sera dite minimale ssi sa dimension est minimale parmi toutes les réalisations de $M(s)$.

Propriété : La matrice $M(s)$ obtenue à partir de la forme de Smith-Mac Millan admet une factorisation à droite et une factorisation à gauche (Annexe B) :

. factorisation à droite :

$$M(s) = N_d(s)[D_d(s)]^{-1} \quad (1)$$

. factorisation à gauche :

$$M(s) = [D_g(s)]^{-1} N_g(s) \quad (2)$$

Nous pouvons alors énoncer les théorèmes suivants dont les démonstrations se trouvent dans KAILATH [1980].

Théorème 1 : La matrice $M(s)$ factorisée à droite ou à gauche à partir de la forme de Smith-Mac Millan, est irréductible : dans l'équation (1), $N_d(s)$ et $D_d(s)$ sont co-premières à droite et dans l'équation (2), $N_g(s)$ et $D_g(s)$ sont co-premières à gauche.

Théorème 2 : Toute réalisation de $M(s)$ avec un ordre égal au degré du déterminant de la matrice dénominateur sera minimale (et d'une manière équivalente réalisation commandable-observable) ssi $M(s)$ est irréductible.

Lemme : S'il existe une réalisation commandable-observable de $N(s)D^{-1}(s)$, avec $n = \deg.[\det D(s)]$, alors toute réalisation d'ordre n sera également commandable-observable.

Il est alors immédiat de remarquer que la dimension de la réalisation minimale n'est autre que la somme des degrés de $\psi_i(s)$, $i = 1, \dots, r$, dans la forme, $H(s)$, de Smith-Mac Millan.

V.4. CONSTRUCTION DU MODELE BOND-GRAPH ASSOCIE A UNE MATRICE DE TRANSFERT

V.4.1. Représentation d'état sous forme particulière associée à une matrice de transfert

Considérons un système linéaire, multi-entrées, multi-sorties, modélisé par la matrice de transfert suivante :

$$M(s) = \frac{N(s)}{D(s)},$$

où $N(s)$ est une matrice $(p) \times (m)$ (m entrées, p sorties) et $D(s)$ le dénominateur commun à tous les termes de $M(s)$.

La matrice $N(s)$ peut s'écrire $N(s) = [N_{ij}(s)]$, $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, m$ avec $N_{ij}(s) = b_{n-1}^{ij} s^{n-1} + \dots + b_0^{ij} s + b_0^{ij}$ et $D(s) = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0$.

Nous avons vu précédemment que contrairement au cas scalaire où l'ordre du système est directement lié au degré du polynôme $D(s)$, dans le cas multivariable il n'est pas facile de prévoir à l'avance la dimension de la réalisation commandable-observable appelée réalisation minimale, à moins que des manipulations mathématiques soient opérées sur la matrice de transfert (i.e., utilisation de la forme de Smith-Mac Millan de $M(s)$). Cependant, la méthode décrite dans le cas monovariable reste applicable même si elle ne garantit pas l'obtention, dans certains cas, de la réalisation minimale.

Nous procédons comme dans le cas scalaire en calculant séparément, pour chaque terme N_{ij} de $N(s)$, la table des coefficients β . Pour cela, nous utilisons la table des

coefficients α calculés une fois pour toutes à partir du dénominateur commun $D(s)$. La procédure de construction du modèle bond-graph est alors la suivante :

- . La chaîne directe, associée à $D(s)$ et donc à la partie dynamique du système apparaît autant de fois que le nombre d'entrées.
- . Les sorties sont construites en utilisant la table des β et un nombre approprié de liens. Ces liens servent à capter l'information nécessaire au niveau du port adéquat.

La réalisation d'état obtenue est sous forme :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}} u \\ y = \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x} \end{cases}$$

avec $u \in \mathcal{R}^m$, $y \in \mathcal{R}^p$ et $x \in \mathcal{R}^{m \times n}$,

$$\tilde{\mathbf{A}} = \text{diag}(\mathbf{A})$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = [C^{ij}] \quad i = 1, \dots, p; \quad j = 1, \dots, m$$

La matrice d'état $\tilde{\mathbf{A}}$ est bloc diagonale de dimension $(mn) \times (mn)$. Dans la diagonale on retrouve la matrice d'état de la chaîne directe $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ calculée, comme dans le cas scalaire, à partir de $D(s)$.

$\tilde{\mathbf{B}}$ est une matrice $(mn) \times (m)$ avec $\mathbf{B}' = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ définie comme dans le cas scalaire.

La matrice de sortie $\tilde{\mathbf{C}}$ est de dimension $(p) \times (mn)$. Elle est composée des éléments $C^{ij} \in \mathcal{R}^{1 \times mn}$ définies à partir de la fonction de transfert $N_{\psi}^{(s)} / D(s)$.

V.4.2. Exemple

Soit la matrice de transfert :

$$M(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s+a & s \\ s+b & -s-2 \end{bmatrix}$$

Le dénominateur commun $D(s) = (s+1)^2 = s^2 + 2s + 1$ conduit à la table suivante :

1	1	
2		$\alpha_1 = 1/2$
1		$\alpha_2 = 2$

La table des coefficients β est calculée pour chaque polynôme de la matrice numérateur. Nous obtenons alors :

$$\beta_1^{11} = 1/2, \beta_2^{11} = a; \beta_1^{12} = 1/2, \beta_2^{12} = 0; \beta_1^{21} = 1/2, \beta_2^{21} = b \text{ et } \beta_1^{22} = -1/2, \beta_2^{22} = -2, \text{ les}$$

coefficients associés respectivement aux polynômes $(s+a)$, (s) , $(s+b)$ et $(-s-2)$.

Les expressions formelles des matrices $\tilde{\mathbf{A}}$ et $\tilde{\mathbf{C}}$ sont :

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left[\begin{array}{cc|cc} -\frac{1}{\alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -\frac{1}{\alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\alpha_1} & 0 \end{array} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{\beta_1^{11}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{11}}{\alpha_2} & \frac{\beta_1^{12}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{12}}{\alpha_2} \\ \hline \frac{\beta_1^{21}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{21}}{\alpha_2} & \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{22}}{\alpha_2} \end{array} \right]$$

Ce qui nous permet de déterminer, pour cet exemple, l'expression du triplet $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}})$:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left[\begin{array}{cc|cc} -2 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{B}}' = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{a}{2} & 1 & 0 \\ \hline 1 & \frac{b}{2} & -1 & -1 \end{array} \right]$$

V.4.3. Modèle bond graph en multivariable

La structure du bond-graph, dans le cas multivariable à 2 entrées et 2 sorties est donnée en Figure 2.13. Nous constatons, comme prévu, que la chaîne directe a été dédoublée en gardant les mêmes caractéristiques que dans le cas monovarié. En effet, on est amené à choisir la valeur de chacun des éléments R , I et C de la chaîne directe. Par homogénéité, nous conservons les mêmes expressions que dans le cas scalaire. Seule l'expression des sorties est un peu plus compliquée puisqu'il nous faudra, dans cet exemple, deux fois plus d'éléments TF et GY pour reconstruire une variable de sortie.

Cette structure se généralise facilement au cas m entrées - p sorties (Figure 2.14). Nous aurons alors m chaînes identiques associées aux différentes entrées et p sorties à construire à partir des variables d'état en utilisant un nombre approprié d'éléments TF et GY .

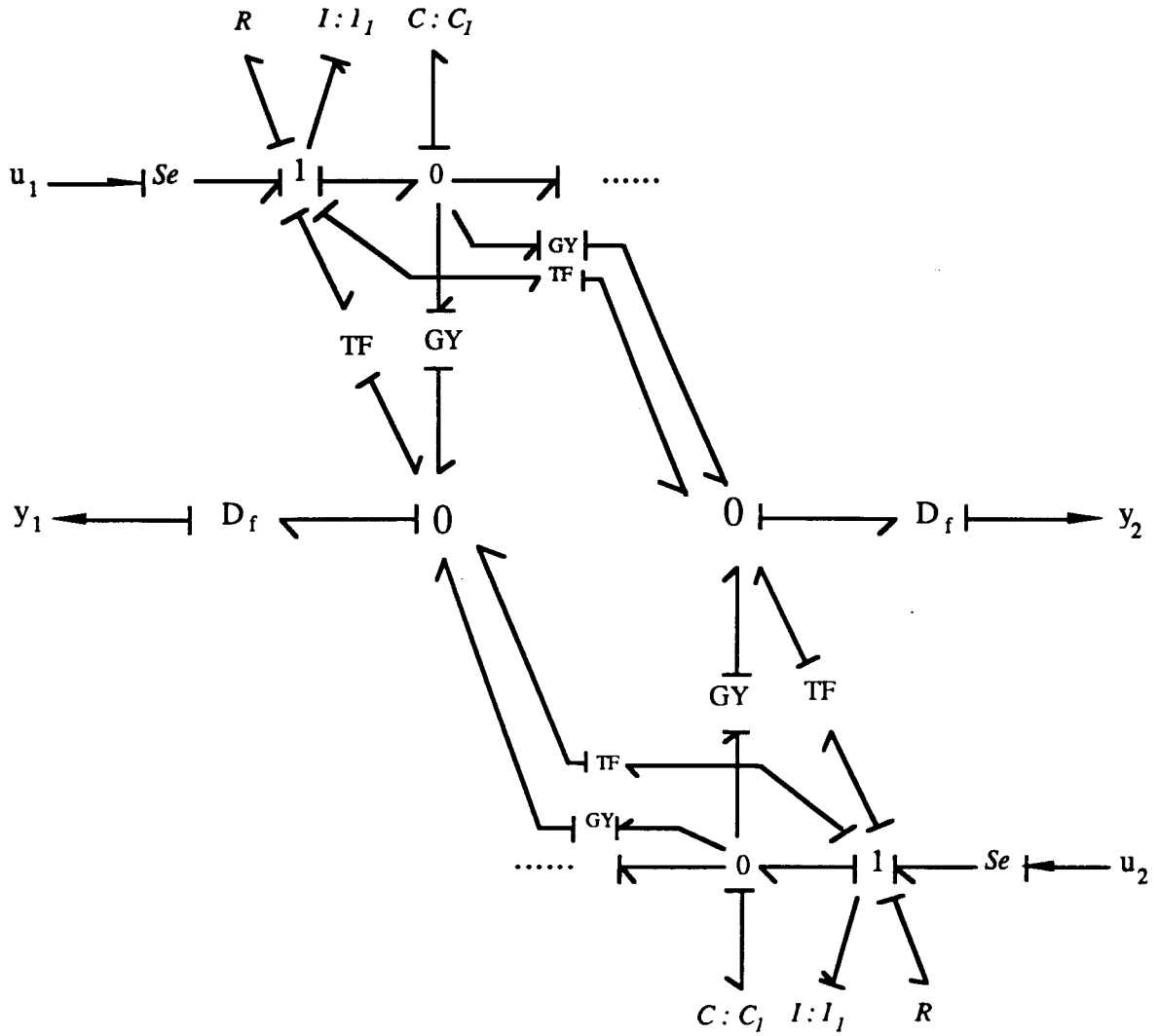


Fig. 2.13 : Modèle BG dans le cas Multivariable à 2-entrées, 2-sorties

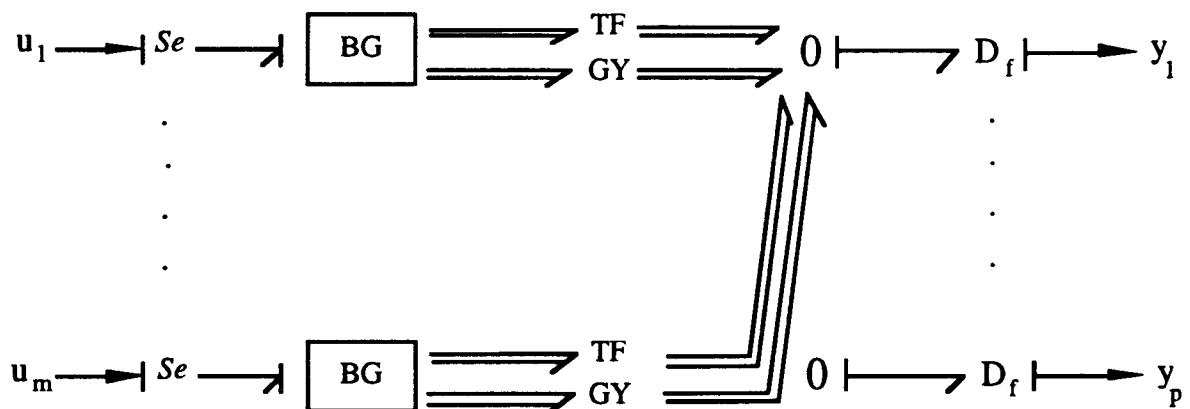


Fig. 2.14 : Modèle BG dans le cas Général

V.5. DISCUSSION AUTOUR DE LA REALISATION MINIMALE

Pour connaître l'ordre de la réalisation minimale associée à cet exemple, le calcul de la forme de Smith, $\Lambda(s)$, de la matrice de transfert $M(s)$ est nécessaire, soit

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{(s+a)(s+2) + s(s+b)}{(s+1)^2} \end{bmatrix}$$

Dans le cas général, quand $a \neq b$, aucune simplification n'est possible dans la matrice $\Lambda(s)$. Cela implique que la réalisation minimale est de rang 4.

Cependant, quelques cas particuliers, liés aux valeurs numériques respectives des deux paramètres a et b , peuvent apparaître. En effet :

• si $a = b \neq 1$, alors $\Lambda(s)$ s'écrit

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{2(s+a)}{(s+1)} \end{bmatrix}$$

et le rang de la réalisation minimale est 3.

• et si $a = b = 1$, alors

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

et la réalisation minimale est de rang 2 seulement.

Nous remarquons que dans le cas général ($a \neq b$), le rang de la réalisation minimale coïncide bien avec celui du modèle bond-graph. Cependant, dans certains cas particuliers, le modèle bond-graph, qui est une représentation structurelle de la matrice de transfert et qui, par conséquent, ne prend pas en compte les simplifications locales dues à des valeurs numériques particulières, est redondant.

On notera, cependant, que dans le cas où une simplification s'opère sur une même colonne (liée à une même entrée), nous pouvons proposer un bond-graph simplifié. En effet, dans le dernier cas de l'exemple précédent, avec $a = b = 1$, la matrice $M(s)$ s'écrit :

$$M(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \begin{bmatrix} s+1 & s \\ s & -s-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)} & \frac{s}{(s+1)^2} \\ \frac{1}{(s+1)} & \frac{-s-2}{(s+1)^2} \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, nous considérons une chaîne directe différente pour cette entrée en prenant en compte la simplification. Les tables $\alpha - \beta$ seront calculées différemment, pour chacune des deux entrées, partant des nouvelles expressions des dénominateurs.

Le modèle bond-graph simplifié est représenté en Figure 2.15. Il est évident qu'avec ce modèle nous n'atteignons pas le rang de la réalisation minimale (rang=2), cependant nous arrivons à diminuer le rang global (3 au lieu de 4).

Il est à noter, enfin, que si la simplification venait à affecter une ligne de $M(s)$ au lieu d'une colonne, nous ne pouvons pas envisager de bond-graph simplifié. Ceci est dû, tout simplement, à un problème qui se pose lors de l'affectation des entrées qui, elles, ne sont pas détectées comme un signal mais liées au bond-graph par de vrais liens de puissance.

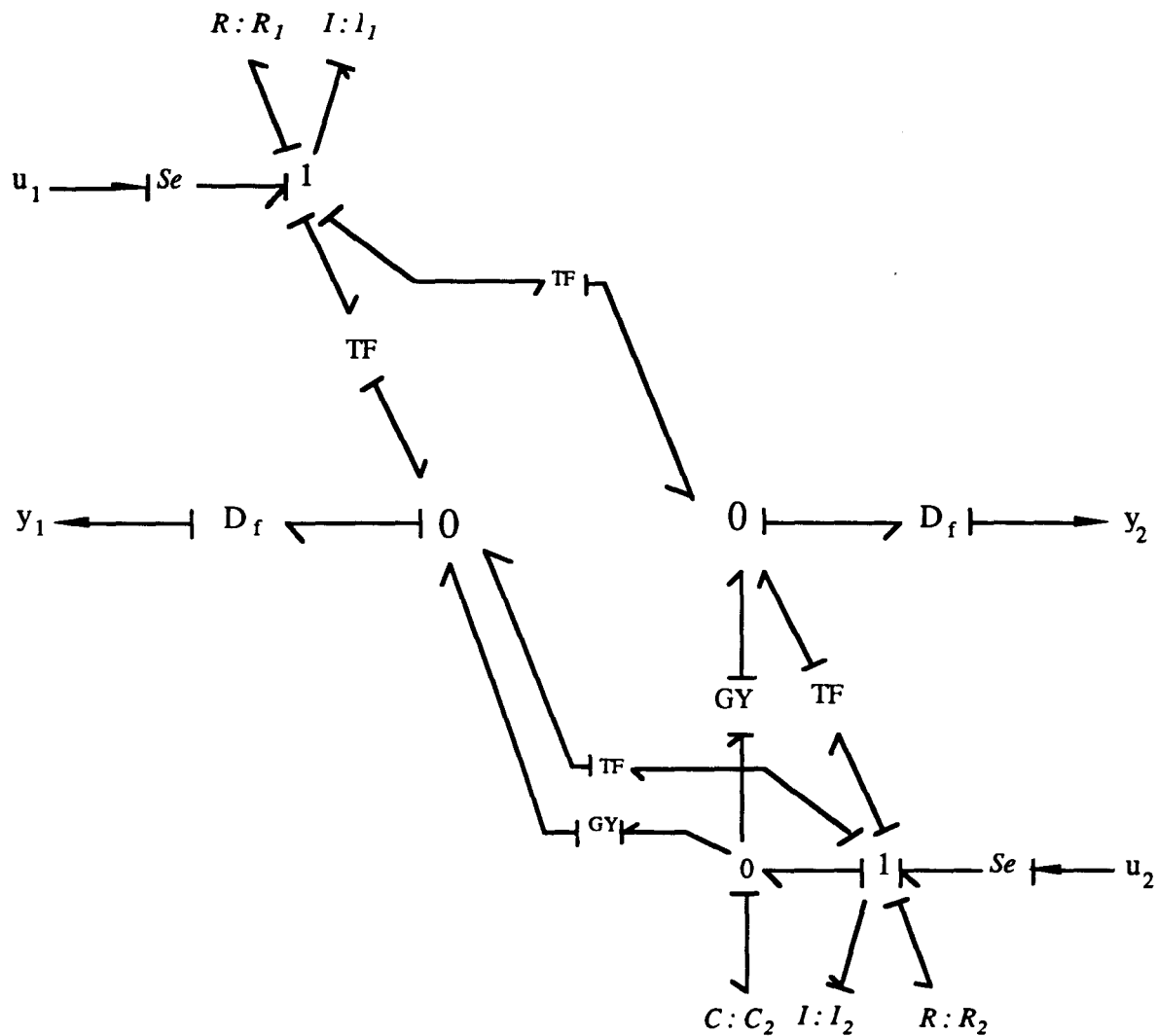


Fig. 2.15 : Modèle BG Simplifié

VI. CONCLUSION

Ce chapitre a fait l'objet d'une présentation de méthodes originales de construction des modèles bond-graphs associés à une fonction ou matrice de transfert à partir du développement en fractions continues en $\alpha - \beta$.

Le modèle bond-graph obtenu ne possède pas de relation physique avec le système modélisé initialement par l'opérateur de transfert. Cependant, une interprétation physique du modèle existe puisqu'on est capable d'associer à la fois un circuit électrique, classique dans la théorie de propagation d'ondes, et un système mécanique équivalent.

Le but de cette étude est d'intégrer un tel bond-graph comme sous-modèle d'un bond-graph global et donc d'utiliser d'une manière unifiée toute la panoplie des techniques bond-graph; ceci est plus pratique et plus cohérent pour l'utilisateur que d'utiliser une représentation entrée(s)-sortie(s) sous forme de boîte noire très opaque en ce qui concerne les propriétés structurelles surtout quand une partie du système physique est mal identifiée.

En effet, dans le chapitre suivant, nous allons focaliser notre attention sur une application spécifique de cette méthodologie concernant l'étude des ondes de puissances dans le formalisme "scattering".

Notons enfin la simplicité de ce bond-graph, qui permettra de l'intégrer facilement dans n'importe quel logiciel informatique utilisant le concept bond-graph et en particulier dans le logiciel ARCHER [1992] développé au laboratoire.

ANNEXES

ANNEXE A

DÉVELOPPEMENT D'UNE FONCTION DE TRANSFERT EN FRACTIONS CONTINUES

Considérons un système linéaire, monovisible caractérisé par une fonction de transfert sous la forme suivante, supposée irréductible :

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

Notons $a_0^0, a_2^0, \dots, a_j^0, \dots$, les coefficients $a_n, a_{n-2}, \dots, a_{n-j}, \dots$, et $a_0^1, a_2^1, \dots, a_j^1, \dots$, les coefficients $a_{n-1}, a_{n-3}, \dots, a_{n-j-1}, \dots$, du dénominateur $D(s)$ de la fonction de transfert. Le tableau de Routh (table des coefficients α) se construit d'une manière itérative de la façon suivante (BORNE [1992]) :

$$\begin{array}{ccccccc} a_0^0 & a_2^0 & a_4^0 & \dots & \dots & a_j^0 & \dots & \dots \\ a_0^1 & a_2^1 & a_4^1 & \dots & \dots & a_j^1 & \dots & \dots \\ a_0^2 & a_2^2 & a_4^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ a_0^i & a_2^i & a_4^i & \dots & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ a_0^n & & & & & & & \end{array}$$

avec :

$$a_j^{i+1} = a_{j+2}^{i-1} - \alpha_i a_{j+2}^i,$$

pour :

$$i = 1 \dots (n-1),$$

$$j = 0, 2, 4, \dots (n-i) \text{ si } (n-i) \text{ pair,}$$

$$= 0, 2, 4, \dots (n-i+1) \text{ si } (n-i) \text{ impair,}$$

et :

$$\alpha_i = \frac{a_0^{i-1}}{a_0^i} \text{ pour } i = 1 \cdots n.$$

Les termes β_j ($j = 1, \dots, n$) sont calculés de la même manière à l'aide d'un tableau construit à partir des coefficients du numérateur $N(s)$, et $D(s)$.

On note $b_0^1, b_2^1, \dots, b_j^1, \dots$, les coefficients $b_{n-1}, b_{n-3}, \dots, b_{n-j-1}, \dots$ et $b_0^2, b_2^2, \dots, b_j^2, \dots$, les coefficients $b_{n-2}, b_{n-4}, \dots, b_{n-2j}, \dots$ de $N(s)$. Le tableau correspondant est alors :

$$\begin{array}{ccccccc} b_0^1 & b_2^1 & b_4^1 & \cdots & \cdots & b_j^1 & \cdots & \cdots \\ b_0^2 & b_2^2 & b_4^2 & \cdots & \cdots & b_j^2 & \cdots & \\ b_0^3 & b_2^3 & b_4^3 & \cdots & \cdots & \cdots & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ b_0^i & b_2^i & b_4^i & \cdots & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ b_0^n & & & & & & & \end{array}$$

avec :

$$b_j^{i+2} = b_{j+2}^i - \beta_i a_{j+2}^i,$$

pour :

$$i = 1 \cdots (n-2),$$

$$j = 0, 2, 4, \dots, (n-i) \text{ si } (n-i) \text{ pair,}$$

$$= 0, 2, 4, \dots, (n-i-1) \text{ si } (n-i) \text{ impair,}$$

et :

$$\beta_i = \frac{b_0^i}{a_0^i} \text{ pour } i = 1 \cdots n.$$

ANNEXE B

FACTORISATION DES MATRICES DE TRANSFERT

B.1 FORME DE SMITH

Théorème : A partir d'opérations élémentaires à gauche et à droite, on peut ramener toute matrice polynomiale $P(s)$ à une forme canonique du type **forme de Smith :**

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} \lambda_1(s) & & & \vdots & & & \\ & \ddots & & \vdots & & & \\ & & \lambda_r(s) & \vdots & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & 0 & \vdots & 0 & & \\ & & & \vdots & & \ddots & \\ \leftarrow & r & \rightarrow & \vdots & \leftarrow & m-r & \rightarrow \end{bmatrix} \begin{array}{l} \uparrow \\ \\ \\ \downarrow \\ \\ \\ p-r \end{array}$$

$$\Lambda(s) = V_g(s)P(s)V_d(s),$$

où : $r = \text{rang } P(s) =$ ordre du plus grand mineur de $P(s)$ non identiquement nul.

$$\lambda_i(s) = \frac{\Delta_i(s)}{\Delta_{i-1}(s)}, \lambda_{i-1}(s) \text{ divise } \lambda_i(s),$$

$$\Delta_0(s) = 1, \text{ et pour tout } i \leq r,$$

$$\Delta_i(s) = \text{le PGCD de tous les mineurs } (i \times i) \text{ de } P(s).$$

Les $\lambda_i(s)$ sont appelés les polynômes invariants de la s-matrice $P(s)$.

$V_g(s)$ et $V_d(s)$ sont deux matrices de transformation unimodulaires (Gantmacher [1966]).

B.2 FACTORISATION DES MATRICES DE TRANSFERT

Nous avons vu que la forme de Smith-Mac Millan d'une matrice de transfert $M(s), H(s)$, s'écrit :

$$H(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}_{i=1}^r \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_i(s) \\ \psi_i(s) \end{array} \right\} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On peut écrire $H(s)$ sous les formes équivalentes :

$$H(s) = \varepsilon(s) \psi_d^{-1}(s) = \psi_g^{-1}(s) \varepsilon(s),$$

où :

$$\varepsilon(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}_{i=1}^r \varepsilon_i(s) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\psi_d(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}_{i=1}^r \psi_i(s) & 0 \\ 0 & I_{m-r} \end{bmatrix},$$

$$\psi_g(s) = \begin{bmatrix} \text{diag}_{i=1}^r \psi_i(s) & 0 \\ 0 & I_{p-r} \end{bmatrix}.$$

A partir de ces factorisations et de l'expression de $\Lambda(s)$, on arrive à :

$$M(s) = V_g^{-1}(s) \varepsilon(s) \psi_d^{-1}(s) V_d^{-1}(s),$$

ou bien :

$$M(s) = V_g^{-1}(s) \psi_g^{-1}(s) \varepsilon(s) V_d^{-1}(s).$$

Comme l'inverse d'une matrice unimodulaire est aussi une matrice unimodulaire, on peut ainsi construire les deux factorisations, factorisation à droite et factorisation à gauche, de $M(s)$ sous la forme numérateur-dénominateur matriciels indiquée au paragraphe V.2. de ce chapitre.

CHAPITRE III
PRESENTATION DU SCATTERING
BOND-GRAPH

INTRODUCTION

La caractérisation des circuits très hautes fréquences, en optique de diffraction par exemple, par la répartition des ondes incidentes et réfléchies aux différents accès d'un système est une technique connue et utilisée depuis le début du siècle; à titre indicatif, citons les travaux de MONTGOMERY [1948], BELEVITCH [1948], CARLIN et GIORDANO [1964], *etc* ... (pour une rétrospective historique, voir RIVIER et SARDOS [1982]). Cette répartition est transcrite par une matrice dite matrice S de répartition ou plus simplement matrice S (nous utiliserons la terminologie anglo-saxonne la plus courante : matrice "scattering").

KUROKAWA [1965, 1969] a montré que le champ d'application du concept de la matrice scattering peut être étendu aux basses et très basses fréquences.

Le formalisme scattering apparaît donc comme une représentation unifiée des moyens d'investigation des circuits et réseaux dans un domaine extrêmement vaste allant des très basses fréquences rencontrées en électrotechnique, jusqu'aux fréquences optiques.

En effet, l'utilisation des variables classiques employées dans l'étude des circuits basses fréquences, telles que tension, courant, impédance ... est limitée à une plage de fréquences donnée et se trouve, par conséquent, mal adaptée dès lors qu'on change de gamme de fréquence du fait que les dimensions des circuits en microondes deviennent comparables aux longueurs d'ondes, que les courants aux extrémités d'une simple impédance changent en amplitude et en phase et qu'il est alors difficile de définir le potentiel scalaire entre deux points.

Du côté des bondgraphistes, PAYNTER [1961] a évoqué les paramètres scattering dès ses premiers travaux sur les bond-graphs. Une discussion autour de ce thème et principalement sur le rapport qui existe entre les bond-graphs et la théorie des multiports est apparue en 1976. De même, BREEDVELD [1984] a fait allusion au formalisme scattering dans sa thèse de doctorat. Cependant, le vrai regain d'intérêt pour ce concept s'est produit suite à un article de PAYNTER et BUSCH-VISHNIAC [1988] qui montre que le formalisme scattering constitue une approche alternative pour la modélisation des systèmes physiques.

Il apparaît alors primordial, lors de l'étude d'un système physique, de choisir le formalisme le mieux adapté permettant d'obtenir les relations mathématiques les plus faciles à comprendre et à interpréter. La diversité des méthodologies mises à notre disposition nous procure alors une flexibilité quant à l'outil à utiliser en fonction de l'objectif à atteindre.

Dans ce chapitre, après un rappel succinct du formalisme scattering en mettant l'accent sur la simplicité des relations qui caractérisent les problèmes énergétiques et de transfert de puissance, nous allons mettre en valeur le lien historique qui relie ce formalisme à l'approche bond-graph et expliquer pourquoi on s'intéresse à ces deux concepts.

Bien que les travaux sur ce formalisme restent limités, du moins en ce qui concerne les bondgraphistes, la présentation de ce qui a été fait dans ce domaine nous permettra de proposer une nouvelle méthode, basée sur un bond-graph acausal, de calcul de la matrice S .

Nous envisageons ensuite d'appliquer les résultats du chapitre II pour construire ce que nous appellerons "le scattering bond-graph". Ce bond-graph a comme particularité de montrer explicitement les différentes ondes de puissance dans un système physique. Nous mettrons alors en évidence ses particularités et donnerons un aperçu sur les domaines de son utilisation.

La validation de nos résultats se fera en simulation grâce à une étude comparative entre le bond-graph classique et le scattering bond-graph.

I. PRESENTATION DU FORMALISME SCATTERING

I.1. RELATIONS SCATTERING DANS UN PORT

I.1.1. Définition des variables scattering

Dans ce paragraphe, nous reprenons en grande partie les définitions de CARLIN et GIORDANO [1964] qui introduisent d'une manière claire les différents concepts du formalisme scattering.

Rappelons que la notion de port, couramment employée pour expliquer les transferts d'énergie dans un système, désigne en anglais un accès et est généralement traduite par le mot "porte".

Alors que les variables conventionnelles en théorie des réseaux linéaires, utilisant le calcul d'impédance ou d'admittance, sont la tension et le courant, les variables employées dans le formalisme scattering sont définies à partir d'une combinaison linéaire des tensions et courants classiques.

Ces grandeurs, dites ondes de répartition (de l'anglais scattering), sont représentées en Figure 3.1. On distinguera alors une **onde incidente** a et une **onde réfléchie** b . Les relations qui relient ces ondes au courant (I) et à la tension (V) au niveau du port sont définies par les équations générales suivantes :

$$a = \alpha_{11} V + \alpha_{12} I \quad (4.1a)$$

$$b = \alpha_{21} V + \alpha_{22} I \quad (4.1b)$$

où les α_{ij} sont des constantes définissant la transformation. Le choix de ces constantes se fait de telle sorte que les nouvelles variables a et b soient les plus commodes dans la résolution des problèmes physiques. En particulier, ces constantes peuvent être choisies de manière à avoir l'expression des équations de transfert de puissance particulièrement simple.

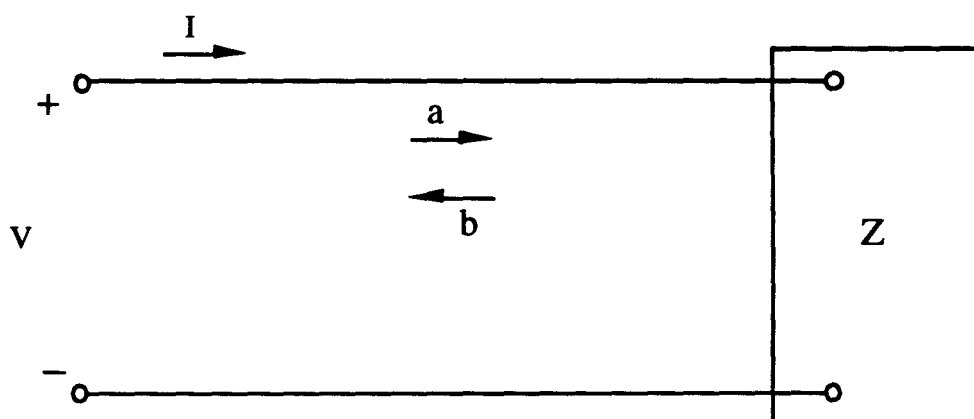


Fig. 3.1 : Définition des Variables Scattering

Généralement, dans le cas où une source réelle alimente le circuit, les termes α_{ij} sont pris comme suit :

$$\alpha_{11} = \alpha_{21} = \frac{1}{2\sqrt{R_0}}, \quad \alpha_{12} = -\alpha_{22} = \frac{\sqrt{R_0}}{2}$$

Dans ces équations, R_0 est un réel constant, strictement positif, nommé **coefficient**

de normalisation et ayant une valeur arbitraire. Cependant, comme nous verrons plus loin, sa valeur est souvent choisie, pour un maximum de simplicité dans les relations de puissance, comme étant égale à l'impédance réelle de la source d'alimentation (habituellement, en hyperfréquences, ce coefficient est pris égal à 50Ω).

Les équations (4.1) s'écrivent alors :

$$a = \frac{V + R_0 I}{2\sqrt{R_0}}, \quad b = \frac{V - R_0 I}{2\sqrt{R_0}}$$

En définissant le courant normalisé et la tension normalisée comme

$$v = \frac{V}{\sqrt{R_0}}, \quad i = I\sqrt{R_0} \quad (4.2)$$

on obtient les relations suivantes valables aussi bien en temporel qu'en fréquentiel

$$a = \frac{v+i}{2}, \quad b = \frac{v-i}{2} \quad (4.3)$$

et d'une manière équivalente

$$v = a + b, \quad i = a - b \quad (4.4)$$

Il est à noter que les variables a et b n'ont ni la dimension d'un courant, ni la dimension d'une tension mais celle de la racine carrée d'une puissance ($Watt$)^{1/2}.

Nous obtenons aussi pour les composants passifs les nouvelles variables réduites suivantes qui nous serviront plus tard dans la caractérisation du modèle bond-graph :

$$\tau_l = \frac{L}{R_0}, \quad \tau_c = R_0 C, \quad r = \frac{R}{R_0}$$

I.1.2. Interprétation physique des variables scattering

On définit le **coefficient de réflexion**, noté généralement s , comme étant le rapport entre l'onde réfléchie et l'onde incidente dans le domaine fréquentiel

$$s = \frac{b}{a} \quad (4.5)$$

Dans le cas de systèmes à n-ports, que nous introduirons dans la suite, ce coefficient de réflexion caractérisant 1-port sera noté ρ pour éviter toute confusion d'une part avec les coefficients intervenant dans la matrice scattering et d'autre part avec l'opérateur symbolique de Laplace que nous aurons à manipuler fréquemment.

En substituant ce coefficient dans les équations (4.3), nous obtenons :

$$s = \frac{v-i}{v+i} = \frac{z-1}{z+1} \quad (4.6)$$

où $z = \frac{v}{i} = \frac{1}{R_0} \frac{V}{I} = \frac{Z}{R_0}$ est l'impédance d'entrée normalisée et Z est l'impédance réelle,

$$Z = R_0 z = R_0 \frac{1+s}{1-s}$$

On remarque alors que dans le cas d'un circuit passif avec $\text{Re}(z) \geq 0$, l'amplitude du coefficient de réflexion est bornée par l'unité. Ainsi, en prenant $z = r + jx$ dans l'expression de s , nous avons :

$$|s|^2 = \frac{(r-1)^2 + x^2}{(r+1)^2 + x^2} \leq 1, \quad r \geq 0$$

et, si $r=0$, $|s|=1$; si $z=1$ (i.e., $Z=R_0$), $s=0$. Par conséquent, la déviation de s par rapport à zéro mesure l'éloignement de l'impédance du circuit du coefficient de normalisation R_0 .

Quand $z=1$ ($Z=R_0$), le circuit à 1-port est dit **adapté**; ce qui implique que le coefficient de réflexion mesure par ailleurs la déviation du circuit par rapport aux conditions d'adaptation. Nous verrons plus tard l'intérêt de ce coefficient dans les problèmes de transfert de puissance.

I.1.3. Génération des ondes incidentes et réfléchies

Les ondes incidentes et réfléchies délivrées par un générateur, ayant une impédance interne quelconque, à une charge comprenant éventuellement une source peuvent être évoquées à ce stade. Un générateur de Thévenin, avec une impédance équivalente à ses bornes, est représenté en Figure 3.2.

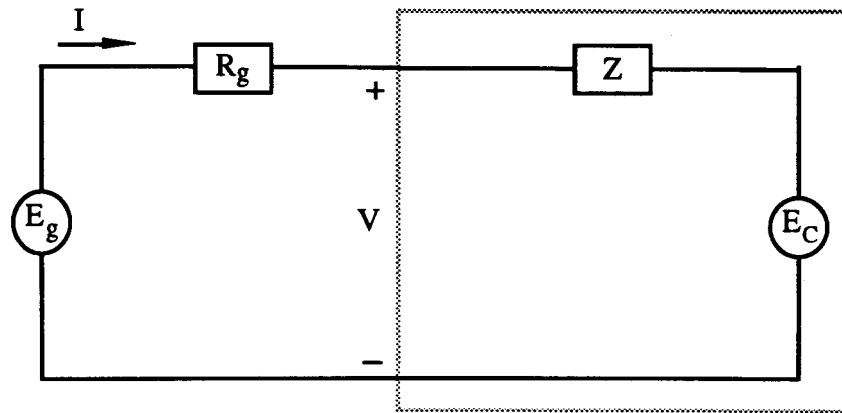


Fig. 3.2 : Circuit Equivalent d'un Générateur Linéaire

Un parcours rapide de la Figure 3.2 permet d'écrire

$$I = \frac{E_g - E_c}{R_g + Z}$$

$$V = \frac{Z(E_g - E_c)}{R_g + Z} + E_c$$

En appliquant les Eqs. (4.2) et (4.3), on arrive à :

$$a = \frac{1}{2} \left[\frac{e_g(z+1) + e_c(r_g - 1)}{r_g + z} \right]$$

$$b = \frac{1}{2} \left[\frac{e_g(z-1) + e_c(r_g + 1)}{r_g + z} \right]$$

Les deux variables a et b sont fonction de l'impédance générateur, de l'impédance de la charge ainsi que des tensions générateur et de la charge (toutes en variables réduites après normalisation).

Si la charge ne contient aucune source (c'est le cas qui nous intéresse dans la suite de l'étude), $e_c = 0$, le rapport b/a est fonction uniquement de l'impédance de la charge normalisée par rapport à R_0 (cf. Eq. (4.6)).

De plus, si le coefficient de normalisation R_0 est pris égal à R_g (l'impédance réelle

du générateur), alors $r_g = 1$ et l'onde incidente a une expression particulièrement simple :

$$a = \frac{e_g}{2} \quad (r_g = 1) \quad (4.7)$$

Elle n'est fonction que de la tension d'alimentation, et dans ces conditions, le générateur sera dit **adapté** (on l'appelle aussi **source idéale de puissance**). Quant à l'onde réfléchie, son expression n'a pas, dans ce cas, de signification particulière puisqu'elle dépend de l'impédance de la charge.

En effet, on appelle source idéale de puissance, une source qui a la propriété de maintenir constante l'onde incidente, quelle que soit la charge, c'est à dire quel que soit le facteur de réflexion de la charge et l'onde réfléchie (BADOUAL [1984]). Certaines sources lumineuses (lampes fluorescentes) se rapprochent de cet idéal.

Par contre, si la charge est également adaptée $Z = Z_g = R_0$, alors l'onde réfléchie b est nulle (pas de réflexion depuis la charge sur le générateur) et la tension aux bornes de la charge n'est autre que $v = a + b = a = \frac{e_g}{2}$.

Réciproquement, considérons une charge passive comme étant génératrice d'une onde incidente (Figure 3.3).

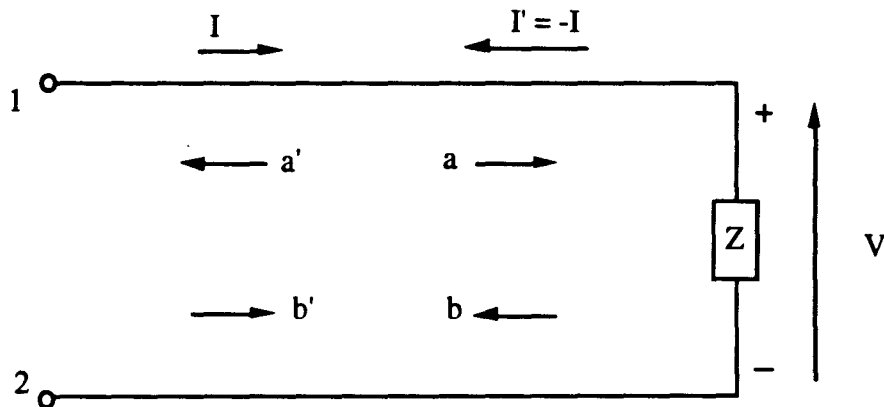


Fig. 3.3 : Charge agissant comme un générateur équivalent

Nous avons alors, en respectant les conventions de signes et en appliquant l'Eq. (4.3),

$$a' = \frac{1}{2}(v + i') = \frac{1}{2}(v - i) = \frac{v}{2}\left(1 - \frac{1}{z}\right)$$

et d'une manière similaire

$$b' = \frac{v}{2}\left(1 + \frac{1}{z}\right)$$

où a' et b' sont les ondes incidente et réfléchie arrivant par la droite vers les bornes 1-2.

Ainsi, l'onde incidente par la droite vers les bornes 1-2 (et donc générée par la charge) est $a' = 0$, si $z = 1$ ($Z = R_0$). Si $z \neq 1$, alors

$$\frac{b'}{a'} = \frac{z+1}{z-1} = \frac{1}{s} = \frac{a}{b}$$

où s est le coefficient de réflexion défini précédemment et a et b sont les ondes incidente et réfléchie polarisées vers la charge.

I.2. RELATIONS DE TRANSFERT DE PUISSANCE DANS UN PORT

Le formalisme scattering est particulièrement adapté à la description des processus de transfert de puissance dans les circuits linéaires. Considérons alors l'expression des relations de flux de puissance dans le simple 1-port de la Figure 3.1 en terme des variables scattering. La puissance complexe délivrée par le générateur à la charge est :

$$W = VI^* = P + jU$$

où P est la puissance active moyenne, U est la puissance réactive moyenne (en volt-ampères) et l'astérisque ($*$) désigne le complexe conjugué.

Il est à noter que, comme les tensions et courants de normalisation sont $v = \frac{V}{\sqrt{R_0}}$, $i = I\sqrt{R_0}$, la relation de puissance est invariante à la normalisation (R_0 étant un réel strictement positif) :

$$W = VI^* = v\sqrt{R_0} \left(\frac{i}{\sqrt{R_0}} \right)^* = vi^*$$

En substituant l'équation (4.4) dans la relation précédente, nous obtenons :

$$W = P + jU = (a+b)(a^* - b^*) = |a|^2 - |b|^2 + a^*b - b^*a$$

or pour tout nombre complexe p ,

$$j\text{Im}(p) = \frac{1}{2}(p - p^*)$$

nous avons alors :

$$W = |a|^2 - |b|^2 + j2\text{Im}(a^*b) \quad (4.8)$$

ainsi,

$$P = \text{Re}(W) = |a|^2 - |b|^2 \quad (4.9)$$

et comme $b = sa$, (Eq. (4.5)),

$$P = |a|^2 (1 - |s|^2) \quad (4.10)$$

La puissance transmise est la différence entre la puissance transmise par l'onde directe (ou incidente) : $|a|^2$ et la puissance transmise par l'onde inverse (ou réfléchie) : $|b|^2$. D'où le nom d'onde de puissance utilisé pour a et b (BADOUAL [1984], KUROKAWA [1965]).

En se référant à l'équation (4.9), on définit la puissance incidente P_i , et la puissance réfléchie P_r comme suit :

$$P_i = |a|^2, \quad P_r = |b|^2 \quad (4.11)$$

de telle sorte que

$$P = P_i - P_r \quad (4.12)$$

Cette définition a un sens particulier dans le cas d'un générateur adapté, c'est à dire quand $R_g = R_0$. En se reportant à la Figure 3.2, avec $E_c = 0$, on définit la **puissance disponible par le générateur** (i.e., le maximum de puissance que peut délivrer le générateur à la charge) par

$$P_0 = \frac{|E_g|^2}{4R_g} = \frac{|E_g|^2}{4R_0} = \frac{|e_g|^2}{4} \quad (4.13a)$$

ce qui implique, en prenant en compte les conditions d'adaptation du générateur (Eq. (4.7)),

$$P_0 = |a|^2 = P_i \quad (R_g = R_0) \quad (4.13b)$$

Etant données les équations (4.2) et (4.3), nous remarquerons que la puissance incidente $|a|^2$ est égale à la puissance disponible uniquement lorsque l'impédance du générateur est réelle et positive et que la normalisation s'est effectuée par rapport à $R_0 = R_g$. De plus, les relations de puissance données par les équations (4.10) et (4.12) ne sont valables que si R_0 est réel et positif.

Si on substitue l'Eq. (4.13b) dans l'Eq. (4.10), on arrive à :

$$\frac{P}{P_0} = 1 - |s|^2 \quad (4.14)$$

Ainsi, le terme $(1 - |s|^2)$ mesure la fraction de puissance disponible réellement délivrée par le générateur à la charge.

En effet, quand $s = 0$, un maximum de puissance est transféré depuis le générateur jusqu'à la charge; dans ce cas $P = P_i = P_0$, $P_r = 0$. Par contre quand $s = 1$ la charge n'absorbe aucune partie de la puissance disponible par le générateur (autrement dit, toute la puissance est retournée vers le générateur). Dans ce cas on dira que toute la puissance est réfléchiée par la charge, i.e., $P = 0$, $P_i = P_r = P_0$. Dans l'intervalle $0 \leq |s| \leq 1$, P_i reste égale à P_0 , mais $P_r = |s|^2 P_0$ varie de 0 à P_0 .

Rappelons finalement la proposition classique suivante : un générateur d'impédance interne constante, débite le maximum de puissance dans un dipôle, lorsque l'impédance du dipôle est conjuguée de celle de la source. Ceci n'est valable que pour les dipôles dont l'impédance est à partie réelle positive (les dipôles passifs par exemple).

I.3. REPRESENTATION SCATTERING POUR N-PORTS

Toutes les définitions et relations établies dans le cas d'1-port peuvent être étendues au cas n-ports en utilisant une représentation matricielle au lieu des scalaires.

En effet, si on considère un circuit à n-ports, à chacun de ces ports nous pouvons représenter la tension et le courant en fonction d'une onde incidente et d'une onde réfléchie à l'aide des relations (4.2) et (4.3); la normalisation s'effectuant par rapport aux coefficients R_{0k} , un coefficient pour chacun des k ports.

La forme la plus générale de l'équation (4.5) pour un circuit à n-ports s'écrit alors :

$$[b] = S[a] \quad (4.15)$$

où $[a]$ et $[b]$ désignent respectivement les vecteurs d'ondes incidentes et réfléchies et $S = [s_{ij}]$ pour $i = 1, \dots, n$ et $j = 1, \dots, n$ est la matrice scattering (ou matrice de répartition) qui transforme les ondes incidentes en ondes réfléchies.

Les coefficients de répartition s_{ij} associés aux accès i et j sont des grandeurs sans dimension, dépendant de la fréquence par le biais du régime harmonique en $\exp(j\omega t)$. Les éléments s_{ii} sont appelés **coefficients de réflexion** alors que les éléments s_{ij} ($i \neq j$) les **coefficients de transmission**.

Il en résulte que la matrice S est une matrice carrée, fonction polynomiale de l'opérateur s de Laplace (ou bien de l'opérateur différentiel). De plus l'équation (4.15) caractérise un système à n ports, basse fréquence, haute fréquence, hyperfréquence, optique *etc...*, dépendant sinusoidalement du temps. Ce qui représente un grand avantage (parmi d'autres que nous verrons plus loin) de la matrice S vis à vis des autres matrices, impédance ou admittance, susceptibles de caractériser un circuit (RIVIER et SARDOS [1982]).

I.4. PROPRIETES DU FORMALISME SCATTERING

Nous allons rappeler un certain nombre de propriétés de la matrice S évoquées par PAYNTER et BUSCH-VISHNIAC [1989] et leur permettant de qualifier cette matrice (et le formalisme scattering d'une façon plus générale) d'approche alternative pour la modélisation des systèmes physiques.

AMARA [1991], reprenant cet article ainsi que les travaux de MONTGOMERY [1948], a développé les principales de ces propriétés. Nous nous contenterons de présenter, dans ce travail, succinctement l'essentiel de ces propriétés.

Propriété 1 : Contrairement aux matrices d'impédance et d'admittance qui peuvent ne pas être définies pour un certain nombre de systèmes, telle que le transformateur ou le gyrateur idéal, la matrice S existe pour tout système linéaire. Ceci explique le caractère universel de la représentation scattering par rapport à des représentations plus conventionnelles utilisant les variables tension et courant ainsi que les matrices d'impédance et d'admittance (BELEVITCH [1948]).

Propriété 2 : Dans le cas d'un système idéal, non énergétique (i.e., aucune énergie n'est créée, stockée ou dissipée) la matrice S est unitaire. En effet, considérons une jonction à n accès, passive et sans pertes, la conservation de l'énergie entraîne la relation :

$$P = \sum_{j=1}^n (|a_j|^2 - |b_j|^2) = 0$$

qui se traduit, sous forme matricielle, par :

$$([a]^*)^T [a] = ([b]^*)^T [b]$$

avec $[b] = S[a]$,

$$([a]^*)^T [a] = ([a]^*)^T (S^*)^T S [a]$$

d'où le résultat :

$$(S^*)^T S = I$$

Propriété 3 : La matrice S d'un multiport réciproque est symétrique par rapport à sa diagonale principale : $S = S^T$.

Ces propriétés peuvent être utilisées avantageusement dans l'étude de toute une gamme de systèmes classiques.

Cependant, la matrice S ne relie pas des variables d'entrées et des variables de sorties comme une vraie matrice de transfert. On définit alors une nouvelle matrice, dite matrice d'onde W , déduite à partir de transformations des paramètres scattering et possédant cette propriété.

Nous nous restreignons, dans la suite du chapitre et pour une meilleure clarté de l'exposé, à l'étude des quadripôles qui représentent une gamme très large de circuits.

Pour un quadripôle, la matrice S est définie par :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

On peut résoudre ce système par rapport aux ondes d'entrée b_1 et a_1 (dans cet ordre). On obtiendra alors,

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

avec

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}}{s_{21}} & \frac{s_{11}}{s_{21}} \\ -\frac{s_{22}}{s_{21}} & \frac{1}{s_{21}} \end{bmatrix}$$

et inversement :

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{W_{11}}{W_{22}} & \frac{W_{11}W_{22} - W_{12}W_{21}}{W_{22}} \\ \frac{1}{W_{22}} & -\frac{W_{21}}{W_{22}} \end{bmatrix}$$

Propriété : Si W_a et W_b sont les matrices de deux quadripôles en cascade, la matrice W de l'ensemble est : $W = W_a W_b$ (dans cet ordre).

Pratiquement, pour la mise en cascade de quadripôles, on passera des matrices S aux matrices W , on fera le produit, puis on reviendra à la matrice S de l'ensemble par les formules de transformation évoquées ci-dessus.

Cette procédure est relativement simple surtout quand la matrice scattering présente des symétries ce qui réduit le nombre de paramètres à calculer. On trouvera dans AMARA [1991] un tableau récapitulatif de la matrice S calculée pour les éléments bond-graph à 1 et 2-ports ainsi que pour les jonctions O et I .

A partir de ce tableau et en appliquant la procédure précédente, nous sommes en mesure, avec plus ou moins de facilité, de déterminer la matrice scattering de n'importe quel système linéaire. Nous verrons plus loin que pour un certain nombre de circuits classiques nous proposons une méthode rapide nécessitant moins de calcul.

Remarquons enfin que la théorie des graphes et en particulier les graphes de fluence sont bien adaptés à la représentation des paramètres S , spécialement quand on s'intéresse à des dispositifs à multiples accès faisant apparaître plusieurs ondes. Le tracé des graphes permet souvent d'éviter des calculs laborieux en négligeant certaines variables intermédiaires.

En effet, l'avantage de toute représentation graphique réside dans une visualisation synthétique du problème grâce à une perception des différentes interconnexions. Elle permet en outre de déduire à l'aide de règles simples, des formules mathématiques complexes.

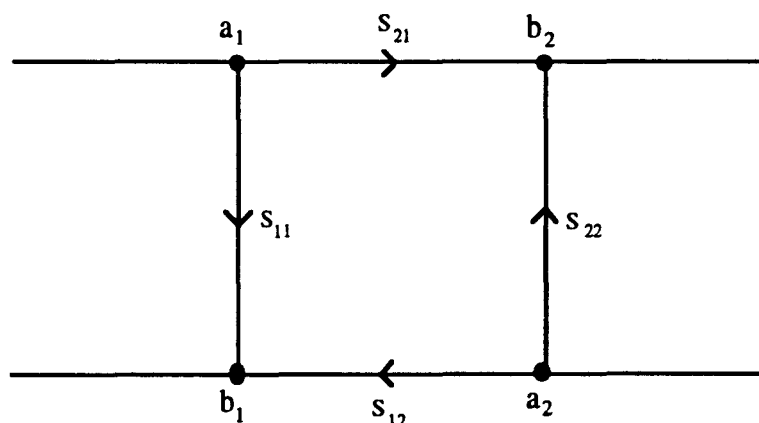


Fig. 3.4 : Représentation graphique d'un quadripôle

C'est ainsi que la Figure 3.4 représente le graphe des paramètres de la matrice scattering d'un quadripôle ainsi que des différentes ondes de puissance.

La Figure 3.5 montre comment passer d'une représentation générateur de Thévenin quelconque (en variables normalisées) à une représentation générateur de puissance idéal avec onde incidente constante $a_g = \frac{e_g}{2}$ (cf. Eq.(4.7)) en introduisant un coefficient de transmission direct t_g et un coefficient de réflexion ρ_g .

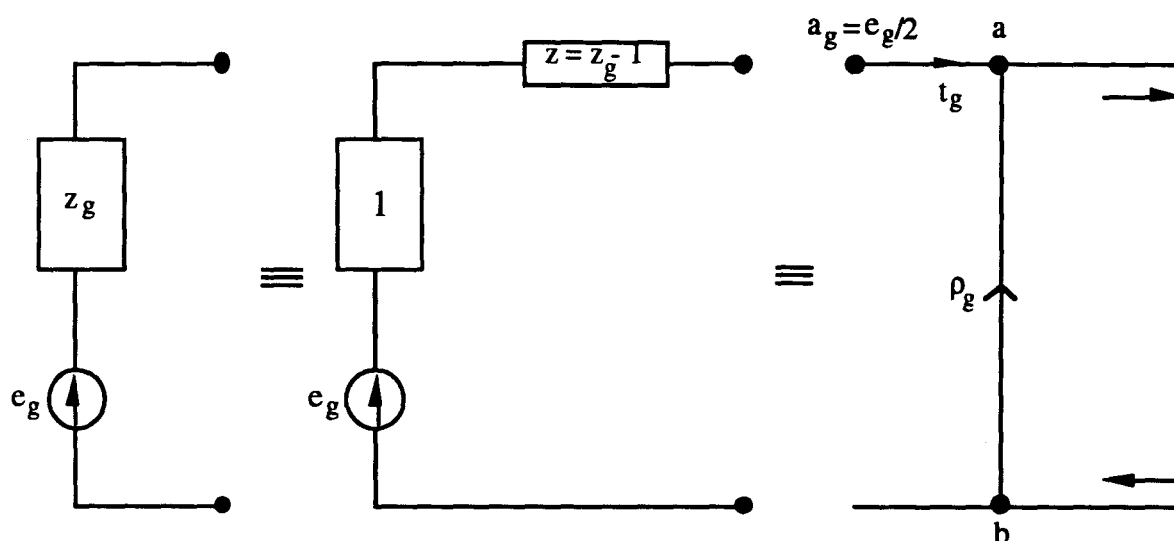


Fig. 3.5 : Construction des ondes de puissance d'un générateur de Thévenin

avec :

$$\rho_g = \frac{z}{z+2} = \frac{z_g - 1}{z_g + 1}, \quad t_g = \frac{2}{z+2} = \frac{2}{z_g + 1} \Rightarrow t_g = 1 - \rho_g$$

ρ_g et t_g sont complexes si l'impédance générateur n'est pas résistive. On peut alors exprimer l'onde incidente a :

$$a = t_g a_g + \rho_g b$$

Enfin un graphe récapitulatif d'un circuit électrique quelconque avec un générateur de tension, l'équivalent d'un quadripôle et une charge est représenté en Figure 3.6.

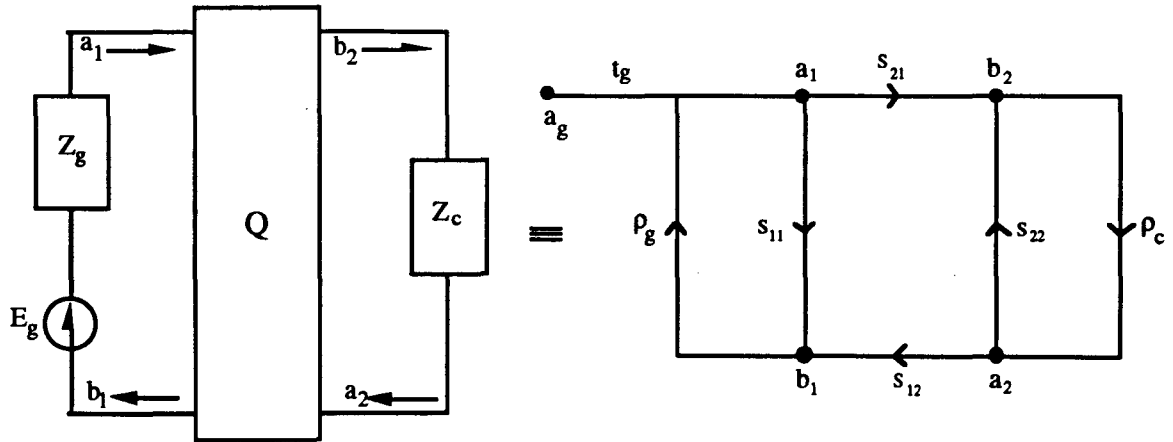


Fig. 3.6 : Représentation graphique d'un circuit électrique quelconque

où ρ_c désigne le coefficient de réflexion de la charge (a priori complexe si la charge est non résistive).

Il est alors intéressant de déterminer la nouvelle expression de la puissance maximale délivrée par le générateur avec ces nouvelles paramètres. La puissance active transmise à la charge est :

$$P = |a|^2 (1 - |\rho_c|)$$

mais

$$\begin{aligned}
 a &= t_g a_g + \rho_g b = t_g a_g + \rho_g \rho_c a \\
 \Downarrow \\
 a &= \frac{t_g a_g}{1 - \rho_g \rho_c}
 \end{aligned}$$

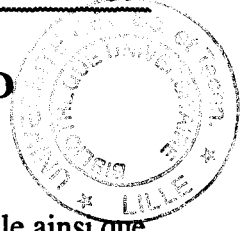
et

$$P = \frac{|t_g a_g|^2 (1 - |\rho_c|^2)}{|1 - \rho_g \rho_c|^2}$$

La puissance transmise est maximale pour $\rho_c = \rho_g^*$

$$P_{\max} = \frac{|t_g a_g|^2}{1 - |\rho_g|^2}$$

II. DISCUSSION AUTOUR DE LA REPRESENTATION BOND GRAPH ET DU FORMALISME SCATTERING



Dans un récent article PAYNTER [1992] relate son expérience personnelle ainsi que la base de connaissance qui lui ont permis de développer le langage bond-graph; le formalisme scattering y apparaît comme étant un précurseur au bond-graph. Plus encore, "*bond graphs were born in wave-scattering clothing*" : les bond-graphs sont nés à partir des variables scattering nous a écrit Prof. Paynter.

Nous allons essayer d'expliquer le lien naturel qui existe entre les bond-graphs et le formalisme scattering, ce qui nous conduira, par la suite, à évoquer les travaux d'AMARA [1991] qui propose "une procédure algébro-graphique pour lier le formalisme bond-graph au formalisme scattering". Nos travaux de construction du scattering bond-graph viendront clore ce chapitre.

Pour ce faire, rappelons comment le développement de la technique bond-graph s'est articulé autour de deux concepts de base : l'hypothèse de réticulation et le principe de continuité de la puissance.

Le bond graph est un langage graphique, d'une autre forme que les blocs-diagrammes (MAC FARLANE [1967], KARNOPP et ROSENBERG [1968]), avec des liens sous forme de demi-flèches portant le couple de variables effort et flux ou encore variables de puissance, des éléments de jonctions simples caractérisant les noeuds à effort ou à flux commun, des éléments de jonctions pondérés constituées par les transformateurs et les gyrateurs et permettant le couplage entre les différentes sous-parties d'un système physique avec un transfert de puissance sans pertes, des éléments passifs transformant la puissance qui leur est fournie en énergie dissipée ou stockée, et des éléments actifs.

Un système physique sera donc complètement représenté en bond-graph par la donnée de la structure du modèle, qui caractérise la topologie du système et l'interconnexion entre ses différents éléments, ainsi que des éléments bond-graph qui décrivent les caractéristiques physiques du système. D'où la propriété de séparation des phénomènes ou encore de réticulation qui permet de décomposer le système physique en un ensemble de sous-systèmes ayant des propriétés élémentaires.

De plus, à chaque étape de la modélisation il y a respect du postulat de base concernant la conservation de l'énergie et surtout la continuité de la puissance (BREEDVELD [1985, 1988]).

Ajoutons, enfin, l'importance de la notion de causalité, qui fait apparaître les relations de cause à effet entre les différents éléments et/ou modules du système et rend le modèle bond-graph plus riche en informations qu'un simple graphe (KARNOPP [1988]). Les gains des chemins et boucles causaux permettent, entre autre, de faire de l'analyse structurelle, d'avoir une estimation sur le comportement dynamique du système, de déterminer les relations entrées-sorties.

De son côté le formalisme scattering, à travers ses différentes propriétés évoquées précédemment, inclut explicitement les lois de conservation et respecte d'une manière intrinsèque les relations causales (BELEVITCH [1968]).

En particulier, en écrivant la condition d'orthogonalité de la matrice S , on peut établir directement l'existence uniquement de deux types de jonctions idéales et symétriques de Kirchhoff, à savoir la jonction série et la jonction parallèle, auxquelles sont associées deux matrices scattering mais pas de matrice d'impédance ni d'admittance, ainsi que de deux types de composants idéaux non énergétiques qui sont les transformateurs et les gyrateurs (PAYNTER et BUSCH-VISHNIAC [1988]).

Ces deux derniers systèmes, auxquels il n'est pas non plus possible d'associer une matrice d'impédance ou d'admittance, sont caractérisés, dans le formalisme scattering, par une vraie matrice entrées-sorties qu'est la matrice S (non pas au sens des matrices de transfert) alors qu'un élément TF (ou GY) n'est déterminé que par son module de transformation dans le langage bond-graph. On a :

$$S_{GY} = \begin{bmatrix} \frac{k^2-1}{k^2+1} & -\frac{2k}{k^2+1} \\ \frac{2k}{k^2+1} & \frac{k^2-1}{k^2+1} \end{bmatrix}, \quad S_{TF} = \begin{bmatrix} \frac{n^2-1}{n^2+1} & \frac{2n}{n^2+1} \\ \frac{2n}{n^2+1} & -\frac{n^2-1}{n^2+1} \end{bmatrix}$$

où k et n désignent respectivement le module du gyrateur et le module du transformateur.

De ces relations découlent deux résultats fondamentaux, relatifs aux propriétés de réciprocity et de symétrie d'un quadripôle, pour les éléments TF et GY à savoir qu'un gyrateur est un élément symétrique mais non réciproque ($s_{11} = s_{22}$ mais $s_{12} \neq s_{21}$) alors qu'un transformateur est un élément non symétrique mais réciproque ($s_{11} \neq s_{22}$ et $s_{12} = s_{21}$).

Rappelons qu'un quadripôle est dit réciproque si un générateur idéal de tension placé à son entrée produit à sa sortie un courant de court circuit I alors le même générateur placé à

la sortie produit le même courant de court circuit I à l'entrée (BADOUAL [1984]).

Bond-Graph	Matrice Scattering
Langage Graphique de représentation a) structurelle b) dynamique des systèmes physiques.	Modèle Mathématique plus général que les matrices d'impédance et d'admittance et caractérisant la réalité physique.
Exprime le postulat de conservation de l'énergie et de la continuité de la puissance.	Inclut explicitement les Lois de conservation.
Intermédiaire entre le système physique et le modèle mathématique.	Intermédiaire entre le modèle réel et le modèle identifié.
Langage unique pour un grand nombre de domaines de la physique.	Présentation unifiée des moyens d'investigation des circuits et réseaux : BF jusqu'aux Hyperfréquences.
La notion de causalité fait apparaître les relations de cause à effet dans le système.	Traite d'une manière intrinsèque les relations causales.
Simplicité d'utilisation (évolutif) : ajout ou retrait d'éléments.	Matrice d'onde pour le calcul des quadripôles en cascades.
Modèle d'état a une réalité physique ↓ Outil d'Analyse graphique et structurelle Simplification de modèles Simulation	Bond-Graphs sont nés à partir des ondes de puissance.

Tableau comparative entre les propriétés de base du bond-graph et du formalisme scattering

De même il est possible de montrer, en utilisant la procédure de mise en cascades de quadripôles, que deux gyrateurs en cascade sont équivalents à un transformateur simple. Le gyrateur est ainsi un élément irréductible admis, en théorie des circuits, comme l'élément de base remplaçant le transformateur qui peut alors être éliminé.

Nous devinons alors mieux le rôle joué par le formalisme scattering dans le développement des bond-graphs et l'intérêt que lui accorde Paynter qui le considère comme une approche alternative pour la modélisation des systèmes physiques.

Pour conclure, le Tableau récapitulatif précédent contient une liste comparative mais non exhaustive des principales propriétés des deux formalismes à savoir les bond-graphs et le scattering formalisme.

III. PROCEDURES DE DETERMINATION DE LA MATRICE SCATTERING

III.1. METHODE DU BOND-GRAPH "REDUIT"

Nous avons vu précédemment la démarche à suivre pour déterminer la matrice S à partir de la mise en cascade de quadripôles élémentaires dont la matrice scattering est connue ou a été prédéterminée. Cette méthode nécessite un calcul matriciel relativement facile (produit de matrices) et des transformations faisant intervenir les coefficients de réflexion et de transmission. Cette procédure peut alors être automatisé en utilisant un algorithme à structure arborescente à une seule branche.

Cependant une telle démarche, transparente pour l'utilisateur, occulte l'apport complémentaire que représentent les variables scattering par rapport aux variables classiques.

C'est ainsi qu'AMARA [1991] a imaginé une méthode qui favorise le passage immédiat entre ces deux types de variables. Cette procédure a comme point de départ le modèle bond-graph conventionnel et pour objectif de calculer les paramètres scattering à partir d'une procédure "algèbro-graphique" qui utilise les notions des chemins causaux et la règle de Mason appliquée à un bond-graph causal transformé appelé "bond-graph réduit".

Ce bond-graph réduit est l'aboutissement d'un certain nombre de transformations qui consistent à normaliser par rapport à une résistance de normalisation choisie, comme dans le

cas de la normalisation d'impédance déjà présentée, les éléments de structure de jonction simple (O et I), les éléments de jonction pondérée (TF et GY) et enfin les éléments de stockage d'énergie (I et C) et de dissipation (R) de telle sorte que les variables effort et flux (e, f) soient remplacées par des variables réduites notées (ε, ϕ) (Figure : 3.7).

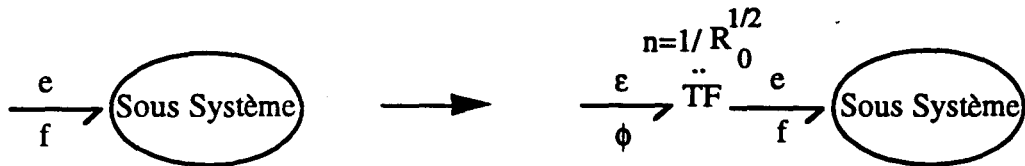


Fig. 3.7 : Système à 2-Ports avec les Deux Types de Variables

Cette transformation s'effectue à l'aide d'un transformateur idéal de module approprié fonction de la résistance de normalisation. Nous passerons outre le détail de mise en forme pour présenter, Figure : 3.8, le nouveau tétraèdre obtenu après transformation du tétraèdre de Paynter (AMARA et SCAVARDA [1991]).

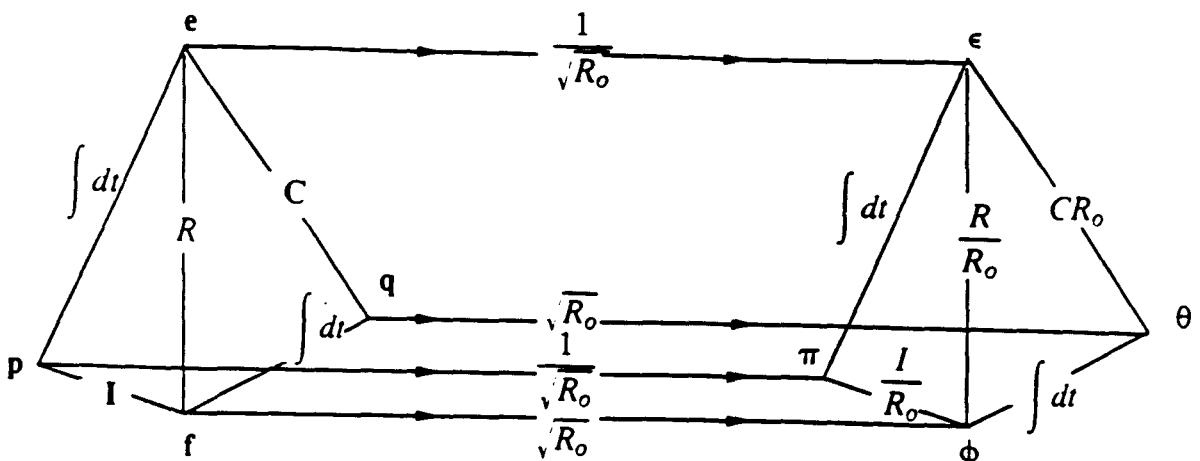


Fig. 3.8 : Passage du Tétraèdre de Paynter au Tétraèdre "Réduit"

La deuxième étape consiste à exprimer, pour chacun des quatre cas correspondant aux différentes possibilités de causalité en entrée-sortie dans un 2-ports, les variables effort ou flux "réduits" en fonction des autres variables connues et des opérateurs intégrodifférentiels $H(s) = [H_{ij}(s)]$ pour $i, j = 1, 2$ associés aux chemins causaux et déterminés en utilisant la règle de Mason.

La dernière étape consiste à exprimer les relations qui relient les variables effort et flux réduits aux variables scattering et de remplacer dans les équations précédentes. Amara obtient alors le Tableau des matrices scattering associées aux quatre cas d'assignation de la causalité.





Mot Bond-Graph Réduit	Matrice Scattering
causalité flux-flux 	$S = \frac{1}{1 + H_{11} - H_{22} - \Delta H} \begin{bmatrix} -1 + H_{11} + H_{22} - \Delta H & -2H_{12} \\ 2H_{21} & -1 - H_{11} - H_{22} - \Delta H \end{bmatrix}$ $\Delta H = H_{11} H_{22} - H_{12} H_{21}$
causalité effort-effort 	$S = \frac{1}{1 + H_{11} - H_{22} - \Delta H} \begin{bmatrix} 1 - H_{11} - H_{22} + \Delta H & -2H_{12} \\ 2H_{21} & 1 + H_{11} + H_{22} + \Delta H \end{bmatrix}$
causalité flux-effort 	$S = \frac{1}{1 + H_{11} - H_{22} - \Delta H} \begin{bmatrix} -1 + H_{11} + H_{22} - \Delta H & 2H_{12} \\ 2H_{21} & 1 + H_{11} + H_{22} + \Delta H \end{bmatrix}$
causalité effort-flux 	$S = \frac{1}{1 + H_{11} - H_{22} - \Delta H} \begin{bmatrix} 1 - H_{11} - H_{22} + \Delta H & 2H_{12} \\ 2H_{21} & -1 - H_{11} - H_{22} - \Delta H \end{bmatrix}$

Tableau des matrices scattering associées aux différents cas d'assignation de la causalité

L'inconvénient majeur de cette méthode est que l'expression de la matrice scattering dépend du type de causalité dans le bond-graph réduit. De plus, la transformation faisant intervenir les éléments de l'opérateur H et permettant de déterminer la matrice S n'est pas linéaire. Ce qui signifie que ces expressions restent formelles sans aucun lien immédiat avec les gain de boucles et de chemins causaux. Cependant ces équations constituent un outil supplémentaire voire plus commode dans certains cas que le passage par la matrice d'ondes pour déterminer la matrice S .

Nous présentons, dans la suite, une méthode qui nous semble rapide dans bien des cas de systèmes physiques basée sur un bond-graph acausal.

III.2. AUTRE METHODE PROPOSEE DE CALCUL DE LA MATRICE SCATTERING

Cette méthode nous servira uniquement à déterminer la matrice S , quand le calcul s'y prête bien, sans aucune ambition d'explication des phénomènes physiques ou bien de rapprochement du formalisme bond-graph. Toutefois, le point de départ de la méthode est un bond-graph acausal d'un système physique, mécanique, électrique ou autre, que nous essayons de ramener sous une forme élémentaire à deux branches comprenant uniquement une jonction 0 et une jonction 1 associées à une impédance et une admittance équivalentes en cascades (KAMEL [1993]).

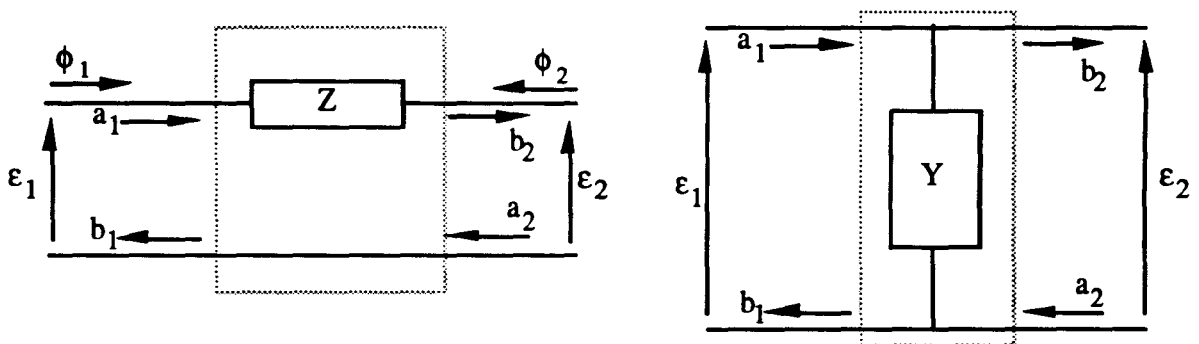


Fig. 3.9a) : Impédance série et admittance parallèle avec des variables classiques et scattering

En effet, considérons l'impédance série et l'admittance parallèle (en variables réduite) de la Figure 3.9a) ainsi que les bond-graphs associés de la Figure 3.9b). Bien que nous privilégions, pour la clarté des figures, la représentation type circuits électriques, cette approche reste valable, entre autre, pour les systèmes mécaniques puisque sa seule

spécification reste la notion d'impédance (éléments à flux commun) et d'admittance (éléments à effort commun) liées aux jonctions 0 et 1. Cette notion a été unifiée par l'approche bond-graph à plusieurs domaines de la physique.

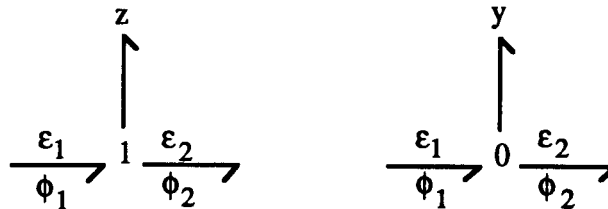


Fig. 3.9b) : Bond-Graph acausal associé

En se référant aux équations (4.3) et (4.15) ainsi qu'aux règles de Kirchhoff, nous obtenons immédiatement les matrices scattering S_s et S_p qui lui sont associées. Nous avons alors :

$$S_s = \begin{bmatrix} \frac{z}{z+2} & \frac{2}{z+2} \\ \frac{2}{z+2} & \frac{z}{z+2} \end{bmatrix}, \quad S_p = \begin{bmatrix} \frac{-y}{y+2} & \frac{2}{y+2} \\ \frac{2}{y+2} & \frac{-y}{y+2} \end{bmatrix}$$

ce qui donne pour les matrices d'ondes respectives :

$$W_s = \begin{bmatrix} \frac{z+2}{2} & \frac{-z}{2} \\ \frac{z}{2} & \frac{2-z}{2} \end{bmatrix}, \quad W_p = \begin{bmatrix} \frac{y+2}{2} & \frac{y}{2} \\ \frac{-y}{2} & \frac{2-y}{2} \end{bmatrix}$$

d'où

$$W_{sp} = W_s W_p = \begin{bmatrix} \frac{zy+z+y+2}{2} & \frac{zy-z+y}{2} \\ \frac{zy+z-y}{2} & \frac{zy-z-y+2}{2} \end{bmatrix}$$

La matrice globale du système en cascade S_{sp} est obtenue en appliquant les transformations entre matrice d'onde et matrice scattering,

$$S_{sp} = \frac{1}{zy + z + y + 2} \begin{bmatrix} zy + z - y & 2 \\ 2 & -zy + z - y \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Il est à noter que la matrice S_{ps} s'obtient immédiatement à partir de la matrice S_{sp} juste par permutation de la diagonale.

Pour déterminer la matrice S d'un système physique, il suffit d'organiser le système sous forme d'arborescence hiérarchique permettant de retrouver la structure élémentaire d'une impédance et d'une admittance équivalentes en cascade et puis d'appliquer les résultats de l'équation (4.16).

REMARQUE

Si en reprend les expressions des matrices d'ondes d'un élément série, d'un élément parallèle ou bien de la combinaison des deux (qui s'obtient, comme nous l'avons vu, en faisant le produit des deux premières), on constate que la matrice d'onde présente souvent, au moins en dehors de la diagonale, un degré numérateur supérieur à celui du dénominateur (cf. l'exemple suivant). Cela veut dire que l'on a des dérivateurs qui supposent, en temporelle, de prédire le future, chose qu'on essaie d'éviter dans la modélisation des systèmes dynamiques pour faire de la commande. C'est pourquoi on travaille avec la matrice scattering au lieu de la matrice d'onde même si celle-ci possède la propriété d'être une "vraie" matrice de transfert.

III.3. EXEMPLE

Pour illustrer notre démarche, considérons l'exemple de la Figure 3.10 traité par PAYNTER et BUSCH-VISHNIAC [1988] et traitons le par la méthode précédente ainsi que par la méthode AMARA [1991]. Cela nous permettra de comparer, dans ce cas, les deux méthodes.

Soit $\tau_c = CR_0$ et $\tau_i = 1/R_0$, où R_0 désigne la résistance de normalisation. Alors $y = \tau_c s$ et $z = \tau_i s$ (s est l'opérateur symbolique de Laplace).

En appliquant l'équation (4.16), nous avons directement l'expression de la matrice S , soit :

$$S = \frac{1}{\tau_i \tau_c s^2 + (\tau_i + \tau_c)s + 2} \begin{bmatrix} -\tau_i \tau_c s^2 + (\tau_i - \tau_c)s & 2 \\ 2 & \tau_i \tau_c s^2 + (\tau_i - \tau_c)s \end{bmatrix}$$

La matrice d'onde est immédiatement obtenue aussi :

$$W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tau_i \tau_c s^2 - (\tau_i + \tau_c)s + 2 & \tau_i \tau_c s^2 - (\tau_i - \tau_c)s \\ \tau_i \tau_c s^2 + (\tau_i - \tau_c)s & \tau_i \tau_c s^2 + (\tau_i + \tau_c)s + 2 \end{bmatrix}$$

ce qui illustre bien la remarque précédente.

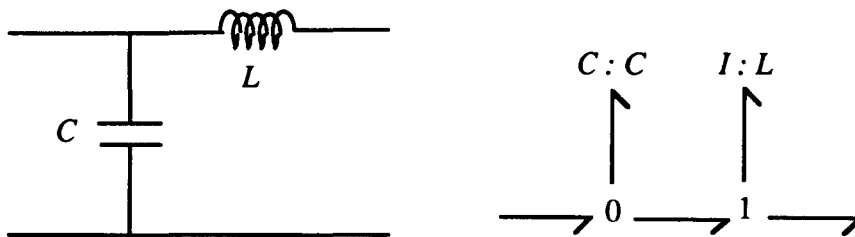


Fig. 3.10 : Exemple d'illustration

Pour appliquer la méthode Amara, nous commençons par assigner une causalité intégrale sur le bond-graph ce qui se traduit, dans ce cas, par une causalité flux-effort vue par le système comme indiqué sur la Figure 3.11. Les relations analytiques entrée-sortie sont :

$$\begin{cases} \varepsilon_1(s) = H_{11}(s)\phi_1(s) + H_{12}(s)\varepsilon_2(s) \\ \phi_2(s) = H_{21}(s)\phi_1(s) + H_{22}(s)\varepsilon_2(s) \end{cases}$$

De ces relations et en appliquant la règle de Mason, nous obtenons les fonctions de transfert analytiques suivantes :

$$H_{11}(s) = \frac{1}{\tau_c \Delta s}, \quad H_{12}(s) = \frac{1}{\tau_c \tau_i \Delta s^2}, \quad H_{21}(s) = \frac{1}{\tau_c \tau_i \Delta s^2}, \quad H_{22}(s) = -\frac{1}{\tau_i \Delta s}$$

où \$\Delta\$ représente le "déterminant" du bond-graph : $\Delta = 1 + \frac{1}{\tau_c \tau_i s^2}$.

La matrice scattering est alors obtenue en utilisant la formule correspondante du tableau précédent. Nous remarquons que dans ce cas simple, la méthode que nous proposons est nettement plus rapide puisqu'elle demande moins d'étapes de calcul.

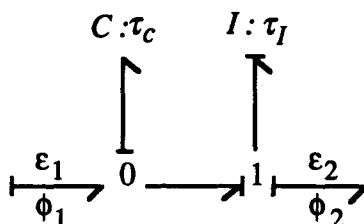


Fig. 3.11 : Bond-Graph réduit en Causalité Intégrale

III.4. COMMENTAIRES

Dans la méthode que nous présentons, le modèle de départ est un bond-graph acausal qui permet, après une réorganisation hiérarchique, d'obtenir une impédance série et une admittance parallèle en cascades (c'est la démarche inverse à celle proposée par REDFIELD et KRISHNAN [1993] pour faire de la synthèse d'impédance, cf. Fig. 3.12). Cependant, si on regarde de plus près la Loi d'Ohm que nous appliquons à chaque étape, pour le calcul d'impédance :

$$U = ZI \Rightarrow \begin{cases} U = RI \\ U = Lj\omega I \\ U = \frac{1}{Cj\omega} I \end{cases}$$

nous constatons qu'une causalité flux entrant (ou encore effort sortant) a été implicitement prise en compte se traduisant par une causalité dérivée pour les éléments I et une causalité intégrale pour les éléments C .

Réciproquement, dans le calcul d'admittance ce sont les éléments I qui se trouvent en causalité intégrale alors que les éléments C sont en causalité dérivée. Ceci étant, bien évidemment, indépendant de la causalité effective qu'aurait le modèle bond-graph en causalité intégrale.

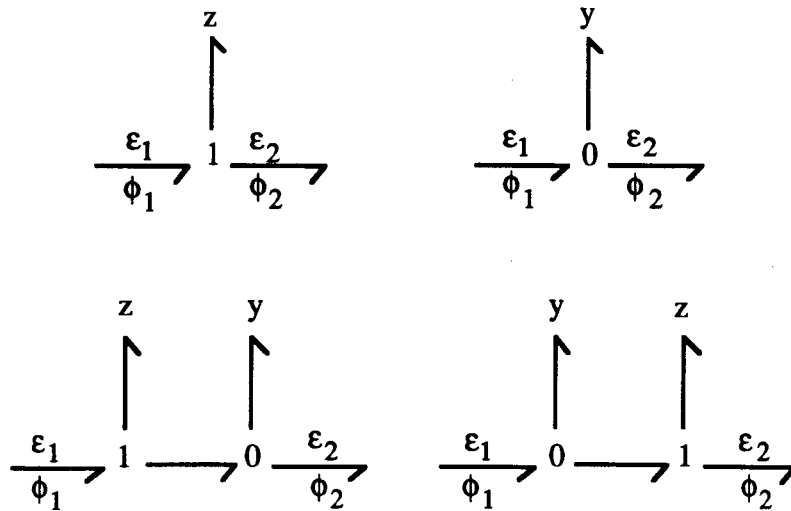


Fig. 3.12 : Différents types d'organisation hiérarchique du bond graph acausal

En effet, l'affectation de la causalité sur un modèle bond-graph ne dépend pas uniquement du type d'éléments mais aussi de la structure globale de jonction. La causalité est, de ce fait, plus informative que la notion d'impédance et d'admittance (KARNOPP [1988]) qui perd de son intérêt sur un modèle bond-graph remplacée par la notion de transmittance élémentaire obtenue à partir des gains des chemins et des boucles causaux (HOGAN [1985, 1987] a introduit la notion d'impédance généralisée; nous parlerons plus en détail de ce concept plus loin quand nous évoquerons le principe de la commande d'impédance ou "impedance control").

Le deuxième commentaire que nous pouvons faire à ce niveau concerne la méthode Amara. En effet, nous avons déjà présenté les quatre relations, liées aux différents types de causalité, permettant de déterminer la matrice S . Le problème se pose lorsqu'on a affaire à une situation où la causalité sur le lien d'entrée, sur le lien de sortie ou bien même sur les deux liens n'est pas unique. Dans ce cas, le choix du type de causalité détermine laquelle des relations à utiliser.

Cependant, il serait plus judicieux, pour faciliter et alléger les calculs, de choisir une causalité faisant apparaître un nombre minimum de chemins et de boucles causaux comme indiqué dans l'exemple suivant (Figure 3.13). La matrice S , qui est une matrice entrées-sorties transparente à ce type de considérations causales, est de toute façon la même quelle que soit la formule utilisée.

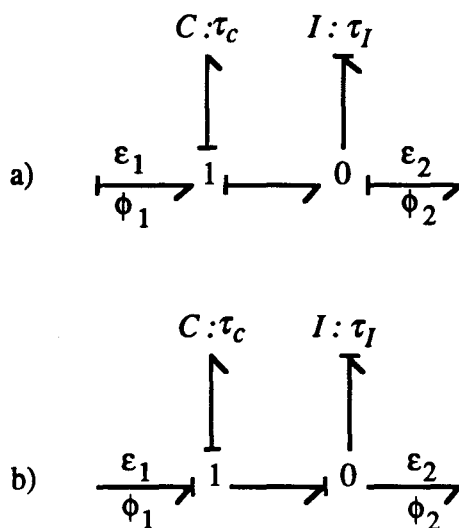


Fig. 3.13 : Bond-Graph avec Deux Types de Causalité
 a) Causalité Flux-Effort b) Causalité Effort-Flux

Dans le cas de la causalité flux-effort, les relations analytiques entrées-sorties sont :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = H_{11} \phi_1 + H_{12} \varepsilon_2 \\ \phi_2 = H_{21} \phi_1 + H_{22} \varepsilon_2 \end{cases}$$

et les gains des boucles causales sont immédiatement donnés par :

$$H_{11} = \frac{1}{\tau_c s}, \quad H_{12} = H_{21} = 1, \quad H_{22} = -\frac{1}{\tau_l s}$$

alors que dans le second cas, les relations analytiques deviennent :

$$\begin{cases} \phi_1 = H_{11} \varepsilon_1 + H_{12} \phi_2 \\ \varepsilon_2 = H_{21} \varepsilon_1 + H_{22} \phi_2 \end{cases}$$

et on a :

$$\Delta = 1 + \frac{1}{\tau_l \tau_c s^2}, \quad H_{11} = \frac{1}{\tau_l s \Delta}, \quad H_{12} = H_{21} = \frac{1}{\Delta}, \quad H_{22} = -\frac{1}{\tau_c s \Delta}$$

En observant que les différentes relations permettant de calculer la matrice scattering sont identiques à quelques signes près, nous nous rendons compte, d'après cet exemple simple, que le choix d'un type de causalité faisant apparaître un déterminant de bond-graph le plus simple possible (ce qui signifie un nombre minimal de boucles causales) simplifie énormément les calculs. Nous obtenons dans les deux cas :

$$S = \frac{1}{2 \tau_I \tau_C s^2 + (\tau_I + \tau_C)s + 1} \begin{bmatrix} 1 + (\tau_I - \tau_C)s & 2 \tau_I \tau_C s^2 \\ 2 \tau_I \tau_C s^2 & -1 + (\tau_I - \tau_C)s \end{bmatrix}$$

IV. REALISATION DU SCATTERING BOND-GRAPH

Nous avons déjà montré le lien étroit qui relie les bond-graphs au formalisme scattering ainsi que les différentes tentatives d'exploitation de ces formalismes soit dans un but de démontrer certains résultats classiques telle que l'existence de deux jonctions idéales de Kirchhoff (jonctions 0 et 1) ou bien pour présenter une méthode de détermination de la matrice caractéristique de l'un des formalismes en appliquant une démarche basée sur le second.

Dans cette étude, (KAMEL [1993]), nous nous proposons de considérer un nouveau type de relation entre ces deux formalismes. En effet, jusqu'à présent, les bond-graphs représentent les relations de puissance entre les variables effort et flux alors que le formalisme scattering relie, grâce à un modèle mathématique, les ondes de puissance. Or nous avons vu précédemment la simplicité avec laquelle les relations de puissance s'expriment en fonction des différentes ondes incidentes et réfléchies (appelées de ce fait ondes de puissance) ainsi que le lien naturel entre le formalisme scattering et l'approche bond-graph.

L'idée originale que nous allons présenter consiste alors à représenter les variables scattering à l'aide d'un modèle bond-graph, dit "scattering bond-graph", qui fait apparaître explicitement les différentes ondes de puissance. Tout revient alors à changer de domaine d'étude en passant du domaine fréquentiel au domaine temporel. En effet, le but de notre démarche est de tirer profit conjointement des propriétés et du savoir-faire de l'approche bond-graph ainsi que ceux du formalisme scattering. Cela suppose un modèle unifié, ici le modèle bond-graph, qui prend en compte les particularités du formalisme scattering.

Un autre avantage de cette approche est que, contrairement au formalisme scattering souvent utilisé dans des problèmes de propagation d'ondes (optique, hyperfréquence, acoustique...), un modèle bond-graph est une représentation unifiée de nombreux domaines de la physique (mécanique, électrique, thermodynamique...). Comme le scattering bond-graph est associé à un bond-graph classique qui représente le système physique avec les variables généralisées, nos résultats sont par conséquent valables quel que soit le domaine physique, même si nous avons choisi de prendre souvent des exemples de circuits électriques, pour une raison de simplicité.

IV.1. QUADRIPÔLE SEUL

Considérons la matrice scattering d'un quadripôle donnée par l'équation (4.16), S est une matrice deux-deux ayant une forme particulière quelle que soit la complexité des expressions de l'impédance série ou de l'admittance parallèle équivalentes. En effet, si le système ne possède aucune source active, alors le quadripôle est réciproque; de plus si le système est supposé sans perte la matrice S est orthogonale.

La forme la plus générale de la matrice S d'un quadripôle est :

$$S = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \begin{bmatrix} b_n^{11} s^n + \dots + b_0^{11} & b_n^{12} s^n + \dots + b_0^{12} \\ b_n^{21} s^n + \dots + b_0^{21} & b_n^{22} s^n + \dots + b_0^{22} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Il est important de signaler que le degré n de $d(s)$ correspond au nombre d'éléments dynamiques dans le système. En effet, si on partait d'un modèle bond-graph, n désignera le nombre d'éléments I et C en causalité intégrale, les éléments en causalité dérivée n'intervenant pas dans la dynamique du système.

Considérons l'exemple de la Figure 3.14 dans lequel deux éléments C sont en conflit de causalité : si l'un est en causalité intégrale l'autre est obligatoirement en causalité dérivée. Nous savons pertinemment que dans un tel circuit les deux capacités en parallèle peuvent être remplacées par une capacité équivalente sans pour autant modifier le comportement dynamique du système. Nous retrouvons ce même résultat en passant par la matrice scattering.

En appliquant l'équation (4.16) nous obtenons :

$$y_1 = \tau_{C_1} s, \quad y_2 = \tau_{C_2} s \quad \Rightarrow \quad y = y_1 + y_2 = (\tau_{C_1} + \tau_{C_2})s \quad \text{et} \quad z = \tau_L s$$

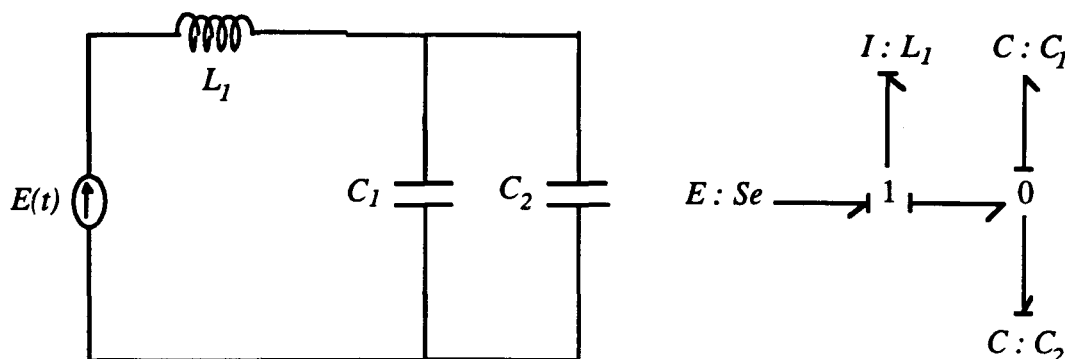


Fig. 3.14 : BG avec un Elément en Causalité Dérivée

d'où

$$S = \frac{1}{d(s)} \begin{bmatrix} \tau_L (\tau_{C_1} + \tau_{C_2}) s^2 + [\tau_L - (\tau_{C_1} + \tau_{C_2})] s & 2 \\ 2 & -\tau_L (\tau_{C_1} + \tau_{C_2}) s^2 + [\tau_L - (\tau_{C_1} + \tau_{C_2})] s \end{bmatrix}$$

$$d(s) = \tau_L (\tau_{C_1} + \tau_{C_2}) s^2 + [\tau_L + (\tau_{C_1} + \tau_{C_2})] s + 2$$

Bien que la matrice S ne soit pas une vraie matrice de transfert (contrairement à la matrice d'onde), nous allons procéder comme si elle l'était, du moins d'un point de vue entrée-sortie, reliant sous une forme symbolique les ondes incidentes et réfléchies. Pour ce faire, nous appliquerons les résultats du chapitre II qui permettent de construire un modèle bond-graph à partir d'une fonction ou matrice de transfert.

Cependant, la matrice S , telle quelle, n'est pas sous une forme adéquate puisque le degré du numérateur est égal à celui du dénominateur. Nous commençons alors par effectuer une division Euclidienne de chaque terme de la matrice numérateur par le dénominateur commun $d(s)$ ce qui donne une nouvelle matrice S' ayant un degré au numérateur égal à celui de $d(s)$ diminué de un.

La matrice S peut alors s'écrire :

$$S = S' + D$$

où D désigne la matrice de transmission directe.

Les termes de cette matrice constante sont fonction des coefficients respectifs des numérateurs et du dénominateur commun et donc à priori quelconques. Cependant, il apparaît dans plusieurs des exemples étudiés que D est souvent diagonale, parfois anti-diagonale (voir Annexe). Il n'existe cependant pas de règle établie pour affirmer, avant tout calcul, que l'on sera dans l'un ou l'autre des cas.

La deuxième étape consiste à chercher pour la nouvelle matrice S' le développement en alpha-béta et à construire le modèle bond-graph correspondant en utilisant la procédure du cas multivariable décrite au chapitre II.

La partie directe vient se greffer sur ce bond-graph à l'aide d'un nombre approprié de liens d'information reliant les entrées aux différentes sorties.

Le scattering bond-graph, dans le cas d'une matrice directe diagonale, est représenté sur la Figure 3.15. Ce bond-graph d'un type particulier est constitué de deux chaînes directes identiques (la matrice S de tout quadripôle est carrée de dimension deux) modélisant la partie dynamique liée au dénominateur commun $d(s)$ et ayant pour entrées deux sources d'efforts représentant les ondes incidentes a_1 et a_2 .

La structure globale du modèle bond-graph reste la même quel que soit le degré du dénominateur commun. Seul le nombre d'éléments I et C , lié au nombre de α_i et donc au degré de $d(s)$, change. Ceci étant, bien évidemment, en accord avec la remarque précédente sur le degré n de $d(s)$.

Les variables de sortie, représentant les ondes réfléchies b_1 et b_2 , sont obtenues à l'aide de détecteurs judicieusement placés pour capter l'information au niveau du port adéquat.

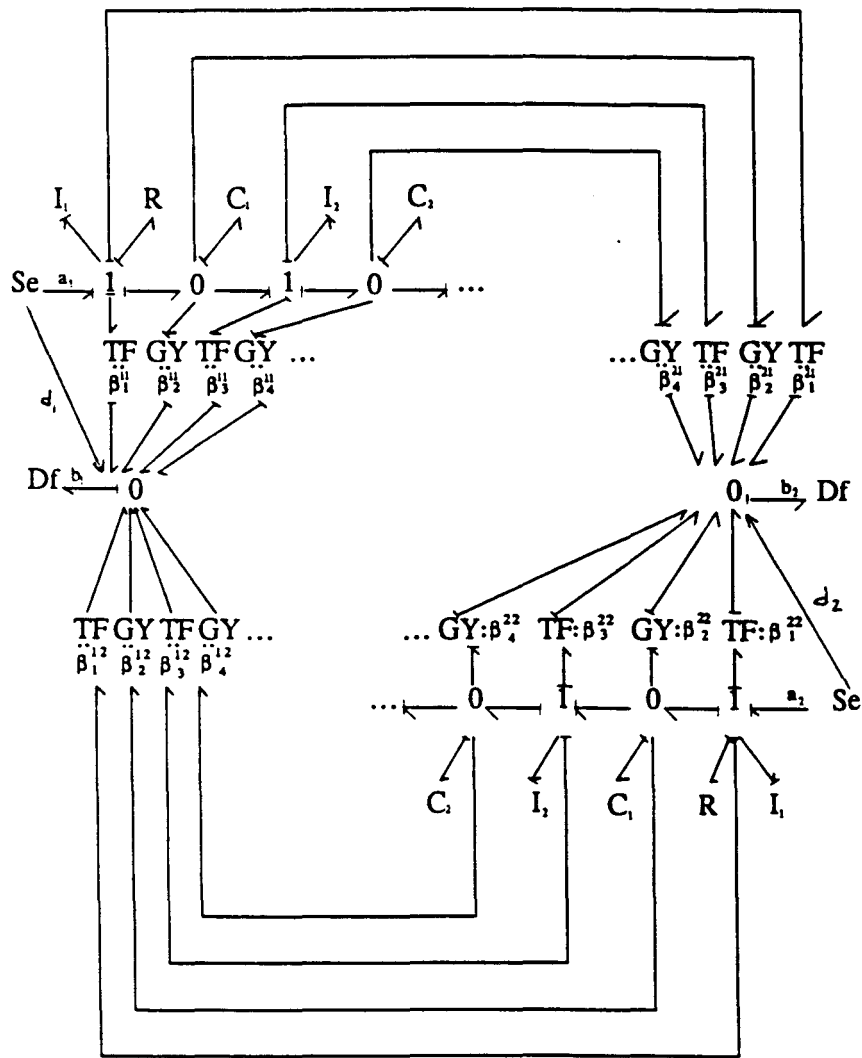


Fig. 3.15 : Scattering Bond-Graph du quadripôle seul

IV.2. SYSTEME COMPLET

Pour associer au quadripôle, ainsi modélisé, la source et la charge et obtenir, par conséquent, le modèle global du système complet, il faut tenir compte des coefficients de réflexion de la source (ρ_g et $t_g = 1 - \rho_g$) ainsi que du coefficient de réflexion de la charge (ρ_c). Ceci se fait en prenant quelques précautions de modélisation puisque l'on travaille maintenant dans le domaine temporel et que ces coefficients ne sont pas toujours réels mais peuvent être complexes si les impédances générateur et/ou charge sont inductifs, capacitifs ou bien les deux à la fois.

IV.2.1. Cas où les impédances sont réelles

Dans le cas où ces coefficients sont réels, leur intégration dans le modèle scattering bond-graph est immédiate : il suffit de les rajouter tels quels aux emplacements adéquats c'est à dire pour relier l'onde réfléchie b_1 et l'onde incidente a_1 à l'entrée, ainsi que l'onde réfléchie b_2 et l'onde incidente a_2 (vues par le quadripôle).

La sortie b_2 contrôle, grâce à un retour de sortie de poids ρ_c correspondant au coefficient de réflexion de la charge, l'entrée a_2 alors que l'entrée a_1 est contrôlée directement par "l'onde du générateur" a_g avec un coefficient de transmission t_g et indirectement par un retour de la sortie b_1 de poids ρ_g correspondant au coefficient de réflexion du générateur. Dans les deux cas, la partie directe vient en sus comme indiqué sur la Figure 3.16 avec une matrice directe diagonale.

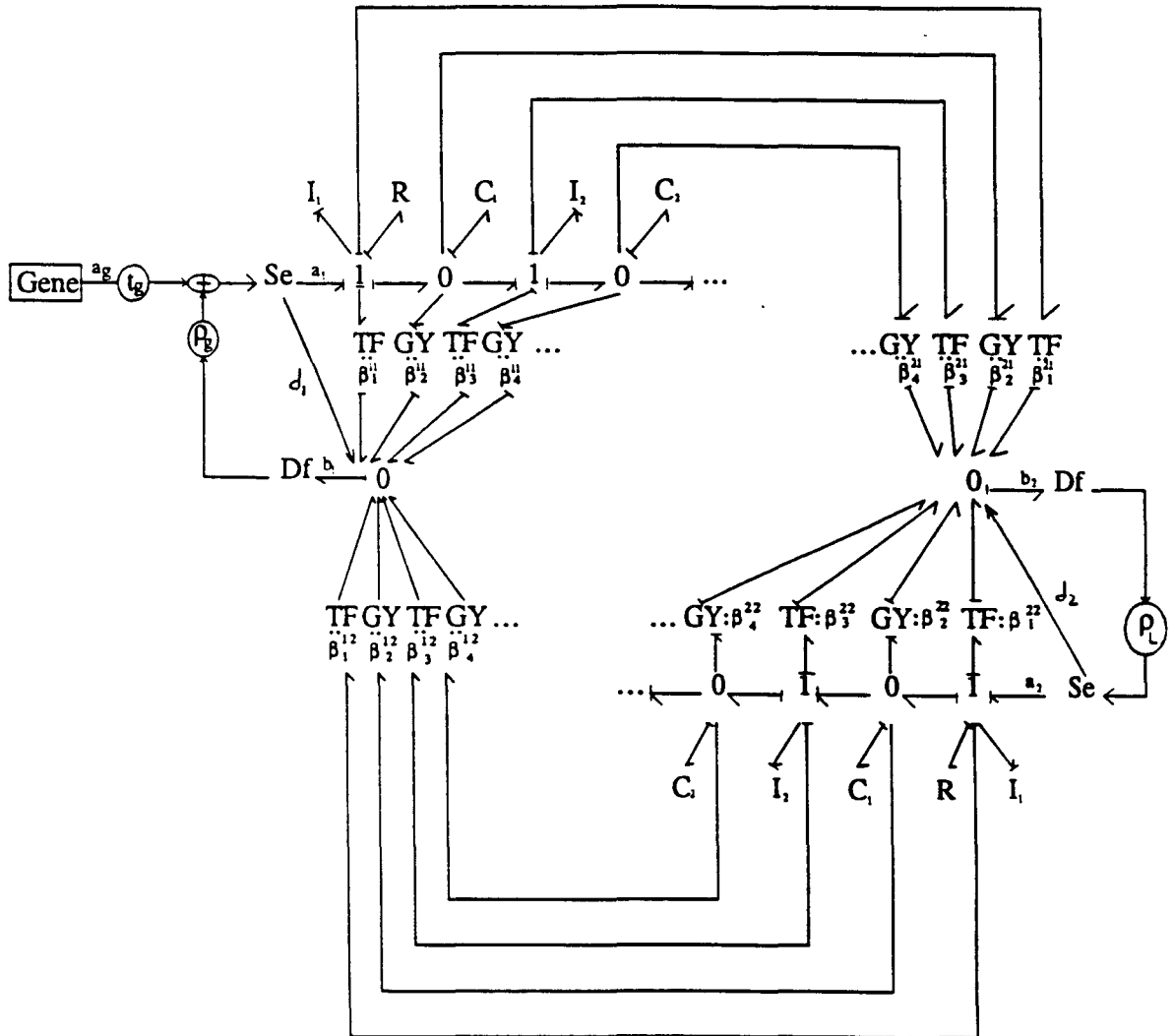


Fig. 3.16 : Scattering bond-graph du système complet dans le cas d'impédances réelles

IV.2.2. Cas d'impédances quelconques

Les coefficients de réflexion font intervenir l'opérateur symbolique de Laplace, lorsque le système contient des éléments dynamiques. Dans ce cas, nous construisons à partir de ces coefficients de réflexion un scattering bond-graph particulier à une entrée-sortie. Supposons, par exemple dans un système mécanique, que la charge soit une masse qui frotte soumise à la même vitesse que le reste. Ceci équivaut, en termes de bond-graph, à des éléments I et R en séries. Le coefficient de réflexion de la charge est alors :

$$\rho_c = \frac{\tau_r s + (r-1)}{\tau_r s + (r+1)} = 1 - \frac{2}{\tau_r s + (r+1)}$$

Son modèle qui va remplacer le ρ_c de la Figure 3.16, pour ne représenter que lui, est le suivant :

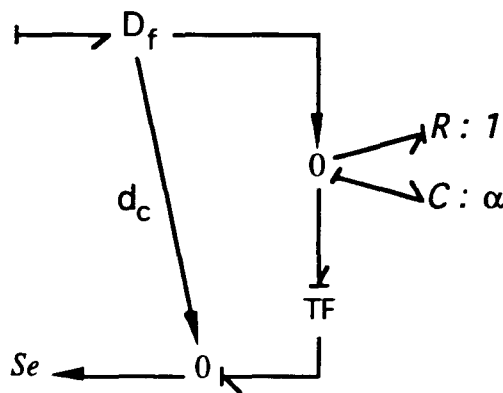


Fig. 3.17 : Scattering bond-graph d'une charge inductive

IV.2.3. Conclusion

Dans tous les cas, le modèle bond-graph obtenu reprend la démarche de la représentation graphique classique (graphe de fluence de la Figure 3.6) en construisant un modèle dynamique du quadripôle à partir de sa représentation symbolique sous forme d'opérateurs de transfert s_{ij} .

Nous avons alors une représentation temporelle avec des éléments dynamiques qui peuvent avoir, comme nous l'avons déjà démontré dans le chapitre II, une interprétation physique.

Ainsi ces deux représentations graphiques sont équivalentes d'un point de vue mathématique. Cependant, le modèle bond-graph est non seulement plus riche en information à cause de la notion de causalité mais en plus a l'avantage d'être une représentation temporelle, sous forme de modèle dynamique, permettant une meilleure analyse des phénomènes énergétiques.

Il est à noter que l'utilisation des graphes de fluence dans le domaine du scattering s'est cantonnée dans la littérature (BADOUAL [1984]) à exploiter les règles élémentaires de la théorie des graphes et en particulier la règle de Mason pour faciliter l'obtention de la matrice S sans se préoccuper des aspects de l'automatique des systèmes continus comme nous l'évoquons ici.

La structure du modèle bond-graph ainsi réalisé rappelle les systèmes bouclés par des retours pondérés utilisés pour faire de la commande de processus. Nous analyserons plus en détail cet aspect dans le prochain chapitre, nous verrons alors comment on peut ajouter des sous-modèles bond-graph au modèle global pour faire de l'adaptation d'impédance.

Le modèle bond-graph obtenu a une réalité physique puisqu'il donne accès d'une manière graphique aux différentes ondes de puissance, contrairement à la matrice scattering qui reste un modèle formel difficile à interpréter.

Un autre avantage de cette représentation est la possibilité de modéliser un retour de sortie. En effet, le système bouclé caractérise l'influence des ondes réfléchies sur le pourcentage de puissance délivrée par le générateur à la charge. Le scattering bond-graph met en valeur les différents paramètres, leurs interconnexion et les chemins suivis par la puissance depuis le générateur jusqu'à la charge.

IV.2.4. Exemple

L'exemple électrique de la Figure 3.18 illustre cette démarche. Les variables réduites par rapport à une résistance de normalisation R_0 sont :

$$r = \frac{R}{R_0}, \quad \tau_1 = \frac{L_1}{R_0}, \quad \tau_2 = \frac{L_2}{R_0}, \quad \tau_c = R_0 C$$

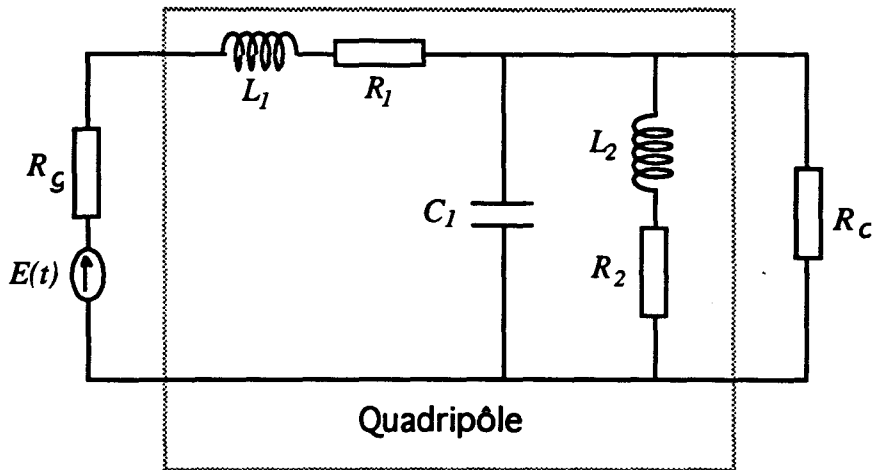


Fig. 3.18 : Exemple d'illustration

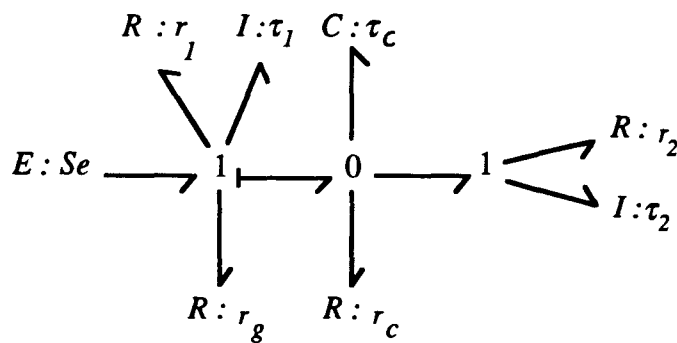


Fig. 3.19 : Bond-Graph Acausal Associé en Variables Réduites

Le bond-graph acausal en variables réduites est représenté en Figure 3.19. En appliquant sur ce bond-graph la méthode du paragraphe III.2. précédent, ainsi qu'une division Euclidienne, nous obtenons :

$$z = r_1 + \tau_1 s, \quad y = \frac{1}{r_2 + \tau_2 s} + \tau_c s = \frac{1 + r_2 \tau_c s + \tau_2 \tau_c s^2}{r_2 + \tau_2 s}$$

d'où

$$s_{11} = \frac{1}{d(s)} \left[\tau_1 \tau_2 \tau_c s^3 + (\tau_1 \tau_2 + r_2 \tau_1 \tau_c + (r_1 - 1) \tau_2 \tau_c) s^2 + ((r_2 + 1) \tau_1 + r_2 (r_1 - 1) \tau_c + r_1 \tau_2) s \right. \\ \left. + (r_1 r_2 + r_1 - 1) \right]$$

$$s_{12} = s_{21} = \frac{2}{d(s)} [r_2 + \tau_2 s]$$

$$s_{22} = -\frac{1}{d(s)} \left[\tau_1 \tau_2 \tau_c s^3 + (-\tau_1 \tau_2 + r_2 \tau_1 \tau_c + (r_1 + 1) \tau_2 \tau_c) s^2 + ((-r_2 + 1) \tau_1 + r_2 (r_1 + 1) \tau_c - r_1 \tau_2) s \right. \\ \left. + (-r_1 r_2 + r_1 + 1) \right]$$

avec

$$d(s) = \left[\tau_1 \tau_2 \tau_c s^3 + (\tau_1 \tau_2 + r_2 \tau_1 \tau_c + (r_1 + 1) \tau_2 \tau_c) s^2 + ((r_2 + 1) \tau_1 + r_2 (r_1 + 1) \tau_c + (r_1 + 2) \tau_2) s \right. \\ \left. + (r_1 r_2 + 2r_2 + r_1 + 1) \right]$$

et prenant les valeurs numériques suivantes

$$\tau_{1_1} = \tau_{1_2} = \tau = \frac{1}{R_0} = 10^{-3}$$

$$\tau_c = R_0 C = 10^{-3} \quad (R_0 = 50\Omega)$$

$$r_1 = r_2 = r = \frac{R}{R_0} = 10$$

on obtient

$$S = \frac{2}{d(s)} \begin{bmatrix} -10^{-6} s^2 - 11 \cdot 10^{-3} s - 22 & 10^{-3} s + 10 \\ 10^{-3} s + 10 & 10^{-6} s^2 + 21 \cdot 10^{-3} s + 110 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Les coefficients alpha-béta, calculés à partir de la matrice S' , sont alors :

- Pour $d(s)$:

$$\alpha_1 = 4.5 \cdot 10^{-3}, \quad \alpha_2 = 1.7 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha_3 = 10^{-3}$$

- Pour s'_{11} :

$$\beta_1'' = -\frac{1}{11}, \quad \beta_2'' = -0.173, \quad \beta_3'' = -0.08$$

- Pour $s'_{12} = s'_{21}$:

$$\beta_1^{12} = \beta_1^{21} = 0, \beta_2^{12} = \beta_2^{21} = 0.157, \beta_3^{12} = \beta_3^{21} = 0.153$$

• Pour s'_{22} :

$$\beta_1^{22} = \frac{1}{11}, \beta_2^{22} = 0.33, \beta_3^{22} = 1.59$$

Le scattering bond-graph associé à cet exemple d'illustration est équivalent à celui dessiné, dans le cas général, en Figure 3.16.

IV.3. CAS PARTICULIER

Nous avons évoqué dans le chapitre II le problème de réalisation minimale qui se pose lors du passage d'une matrice de transfert à une représentation d'état (et donc au modèle bond-graph) en multivariable. Nous avons alors vu que pour connaître le degré de cette réalisation on était contraint de passer par la forme de Smith-Mac Millan.

Dans le cas du scattering bond-graph, ce problème survient lorsque le système est passif et sans pertes. La matrice S est alors orthogonale et son déterminant est égal à un. Ceci a des conséquences sur la forme de Smith-Mac Millan. En effet, le second terme dans la forme de Smith Λ' liée à la matrice numérateur est précisément égal au déterminant de celle-ci (à un coefficient multiplicatif près, pour rendre le polynôme unitaire) divisé par le premier terme (théorème des polynômes invariants) :

$$\Lambda' = \begin{bmatrix} \lambda(s) & 0 \\ 0 & \frac{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}}{\lambda(s)} \end{bmatrix}$$

où $\lambda(s) = \text{PGCD}(s_{11}, s_{22}, s_{12}, s_{21})$ est généralement égal à un. Il est à rappeler que le terme $\frac{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}}{\lambda(s)}$ est un polynôme puisque $s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}$ est divisible sans reste par $\lambda(s)$.

Comme $\det(S) = 1 = \frac{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}}{d(s)^2}$, nous avons alors $s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21} = d(s)^2$, ce qui implique que $d(s)$ est divisible aussi sans reste par $\lambda(s)$. La forme de Smith de la matrice S est alors :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{\lambda(s)}{d(s)} & 0 \\ 0 & \frac{s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}}{\lambda(s)d(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda(s)}{d(s)} & 0 \\ 0 & \frac{d(s)}{\lambda(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d'(s)} & \\ & d'(s) \end{bmatrix}$$

avec $d(s) = \lambda(s) d'(s)$.

Le degré de la réalisation minimale est alors au plus égal à n (le degré de $d(s)$), tout dépend réellement du degré de $d'(s)$ c'est à dire du polynôme obtenu après simplification entre $d(s)$ et $\lambda(s)$.

Dans l'exemple précédent en faisant $r = 0$, $\lambda(s) = \text{PGCD}(s_{11}, s_{22}, s_{12}, s_{21}) = 1$ et la réalisation minimale est exactement de degré n .

La question qui se pose alors : existe t-il vraiment des systèmes physiques sans pertes ? En effet, il est toujours possible d'ajouter des éléments résistifs, même de très faibles valeurs, ayant été négligés au préalable dans la phase de modélisation.

Cette démarche, qui relève de l'analyse conceptuelle, est souvent utilisée lors de la modélisation par bond-graph surtout quand des conflits de causalités apparaissent mettant en doute l'omission de certains phénomènes qu'on croyait négligeables. Cela permet d'affiner le modèle en le rendant plus proche de la réalité physique.

V. RESULTATS DE SIMULATION

Le but de ces simulations est de valider, sur l'exemple d'illustration précédent, le modèle scattering bond-graph à travers une reconstruction des variables classiques (par exemple la tension U_C aux bornes de la capacité) en utilisant les ondes de puissance a et b ainsi que les relations (4.2) et (4.4) :

$$\begin{aligned} u_c &= a_2 + b_2 \quad (\text{variable réduite}) \\ U_C &= u_c \sqrt{R_0} \end{aligned}$$

Pour cet exemple, nous choisissons l'entrée comme suit :

$$E_g = 12 \sin(100 \pi t)$$

Toutes les simulations ont été réalisées sur le Logiciel TUTSIM qui permet de simuler simultanément les deux bond-graphs (le classique et le "scattering bond-graph") et donc de déterminer, en temps réel, l'écart entre les deux sorties.

Le scattering bond-graph et le bond-graph classique sont entrés dans un même fichier en utilisant les variables réduites pour le premier et les variables habituelles pour le second. La simulation s'effectue alors avec la même entrée sinusoïdale. A chaque instant nous avons accès aux différentes variables scattering données par le premier modèle, nous permettant ainsi de retrouver la variable classique en appliquant les formules précédentes. La comparaison et le tracé de l'écart entre les deux modèles s'effectue alors en temps réel.

Pour ce faire, nous avons eu recours à une astuce informatique qui consiste à introduire un retard égal à un pas de calcul, choisi suffisamment petit pour assurer la convergence du modèle, de telle sorte qu'une variable calculée et utilisée en même temps par le modèle soit injectée dans l'algorithme de simulation avec sa dernière valeur au pas d'échantillonnage près.

Nous remarquons alors que les deux représentations sont équivalentes même si un écart infinitésimal, dû aux erreurs numériques, subsiste. En effet, la Figure 3.18 montre que l'écart entre les deux réponses est de l'ordre de 2%.

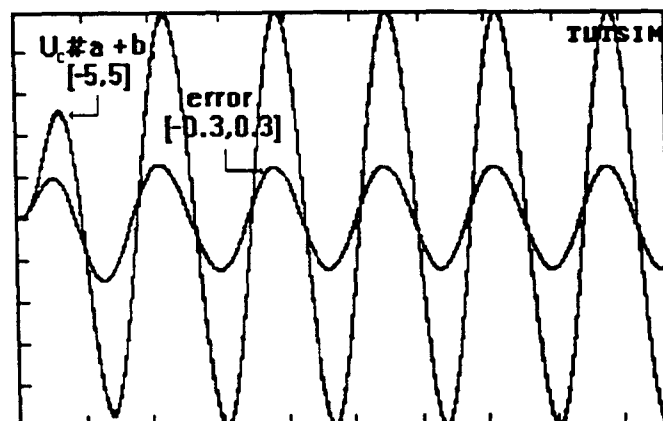


Fig. 3.18 : Résultats de Simulation du Circuit Electrique

VI. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons développé une procédure qui relie d'une manière explicite les bond-graphs au formalisme scattering. En effet, bien que les bond-graphs soient nés du formalisme scattering comme l'explique Paynter, ce lien n'était pas toujours perceptible aux non-spécialistes. C'est pourquoi nous avons cherché à mettre en évidence les ondes de puissance et leur propagation sur un bond-graph appelé scattering bond-graph.




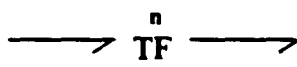
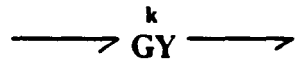
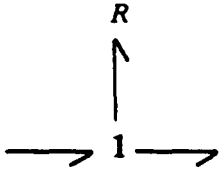
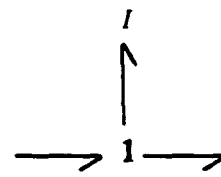
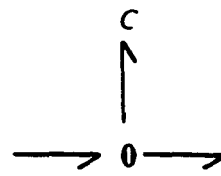
L'intérêt de ce bond-graph, outre la simplicité de sa structure qui reste inchangée quelle que soit la complexité du système, est qu'il possède une interprétation physique, est plus facile à manipuler qu'un modèle mathématique abstrait, et qu'il propose une approche temporelle de phénomènes modélisés habituellement avec les outils fréquentiels.

De plus, toute la panoplie des techniques et propriétés d'un bond-graph peut être utilisée d'une manière unifiée au service d'un formalisme dont l'utilisation s'étend des plus basses fréquences aux plus hautes.

Nous avons alors une nouvelle méthode de modélisation qui combine à la fois le langage bond-graph et le formalisme scattering.

ANNEXE

ANNEXE
(tiré de AMARA [1991])

ELEMENT		REPRESENTATION SCATTERING
E L E M E N T S 1 - P O R T	Résistance	$s_R = \frac{r-1}{r+1} \quad r = \frac{R}{R_0}$
		
	Inductance	
I N D U C T A N C E		$s_{\tau l} = \frac{\tau l d - 1}{\tau l d + 1} \quad \tau l = \frac{l}{R_0}$
	Capacité	
		
E L E M E N T S 2 - P O R T S	Transformateur	$S_{TF} = \begin{vmatrix} a & \beta \\ \beta & -a \end{vmatrix} \quad \beta = \sqrt{1-a^2}$
		
	Gyrateur	
		
S Y S T E M E S A 3 P O R T S	Eléments associés à une jonction	$S_{LR} = \frac{1}{2+r} \begin{vmatrix} r & 2 \\ 2 & r \end{vmatrix}$
		
		
		
		$S_{II} = \frac{1}{2+\tau l d} \begin{vmatrix} \tau l d & 2 \\ 2 & \tau l d \end{vmatrix}$
		$S_{\infty} = \frac{1}{2+\tau_c d} \begin{vmatrix} -\tau_c d & 2 \\ 2 & -\tau_c d \end{vmatrix}$

CHAPITRE IV

ADAPTATION D'IMPEDANCES PAR IDENTIFICATION SUR LE SCATTERING BOND-GRAPH



INTRODUCTION

Après deux premiers chapitres où ont été élaborés les fondements théoriques de notre démarche, nous abordons un nouvel aspect dans notre étude qui consiste à exploiter ces résultats à des fins plus pragmatiques.

En effet, nous avons mentionné précédemment l'originalité du scattering bond-graph par rapport à la matrice S , liée à la fois à la simplicité de cette réalisation qui a l'avantage d'être plus facile à manipuler qu'un modèle mathématique abstrait, ainsi qu'à la richesse de la gamme d'outils bond-graph permettant une analyse conceptuelle des phénomènes physiques.

Nous allons donc, dans un premier temps, déterminer la représentation d'état du système complet déduite à partir du modèle bond-graph. Nous commençons par le cas simple d'impédances source et charge réelles, puis quelconque, pour arriver enfin aux équations d'état dans le cas de la mise en cascade d'un quadripôle d'adaptation.

La seconde étape consiste à faire de l'adaptation d'impédance en identifiant les paramètres du quadripôle à rajouter pour améliorer le comportement statique et/ou dynamique du système.

I POSITION DU PROBLEME

Nous avons expliqué dans le chapitre précédent la structure originale du scattering bond-graph qui fait apparaître explicitement les différentes ondes de puissance incidentes et réfléchies. Nous avons alors vu qu'en l'absence de source d'alimentation, le quadripôle, avec des ondes déconnectées entre elles de part et d'autre de ses deux côtés, pouvait être considéré, d'un point de vue de la théorie des systèmes en automatique, comme étant en "boucle ouverte". Nous avons également montré qu'en ajoutant un générateur de tension pour alimenter le système à l'entrée et une charge à la sortie, nous obtenons, après passage en variables scattering, un modèle bond-graph avec un retour de sortie (de l'onde réfléchie appropriée) sur chacune des deux entrées du quadripôle (ondes incidentes). Le système complet sera alors dit en "boucle fermée".

Ces retours de sorties, qui ont l'avantage d'être découplés les uns par rapport aux autres, s'effectuent par l'intermédiaire de coefficients de réflexion caractérisant d'une part la charge (ρ_c) et d'autre part l'impédance interne du générateur (ρ_g) et par conséquent la fraction de puissance retournée vers la source. Dans le cas particulier d'une source idéale, qui a la propriété de maintenir constante l'onde incidente du générateur, quelle que soit la charge c'est à dire quel que soit le facteur de réflexion de la charge et l'onde réfléchie vers la source, nous avons : ($\rho_g = 0 \Rightarrow \tau_g = 1 - \rho_g = 1$).

La partie directe liée aux différents termes de la matrice **D** vient s'ajouter grâce à des liens d'information reliant les variables d'entrées aux variables de sorties.

Il est à noter à ce niveau que les retours de sorties décrits précédemment caractérisent la réalité physique du circuit fermé (circuit global générateur et charge inclus) et ne représentent en rien, pour le moment, des retours de sorties classiques en automatique pour faire de l'asservissement. De plus, insistons sur le fait que si on parle souvent, tout au long de notre travail, de circuits électriques (basses fréquences), notre démarche n'est certes pas limitée à ce domaine, et s'applique aussi à d'autres domaines (mécanique...).

La matrice scattering est employée dans l'étude de certains problèmes énergétiques concernant les systèmes physiques tels que l'adaptation d'impédance pour minimiser la puissance retournée vers la source et maximiser la puissance délivrée à la charge. L'adaptation d'impédance peut alors se faire séparément sur le port d'entrée (adaptation d'entrée), sur le port de sortie (adaptation de sortie) ou bien sur les deux ports simultanément. Il est alors immédiat de constater que ce dernier cas fournit le meilleur des résultats (voir exemple en Annexe A).

Cette adaptation se fait classiquement pour une fréquence ou une plage de fréquences donnée après avoir mesuré les différents coefficients de réflexion et de transmission de la matrice scattering du quadripôle étudié à l'aide d'un coupleur directif (le module de ces coefficients est donc obtenu pour une phase donnée). L'utilisation des abaques dits de Smith permet alors de déterminer le circuit d'adaptation (GENTILI [1984], RIVIER et SARDOS [1982]).

L'idée que nous nous proposons de développer dans ce chapitre consiste à traiter ce problème de transfert de puissance en interprétant les paramètres de retours de sorties comme étant des paramètres de régulation, et en cherchant le régulateur statique ou dynamique à ajouter en cascade pour faire de l'adaptation. En effet, toute la démarche repose sur un concept de base qui consiste à passer du domaine fréquentiel au domaine temporel sans se

limiter à une ou des fréquences fixées. Les méthodologies de l'automatique et principalement les résultats de l'approche bond-graph peuvent alors être appliquées sur le modèle complet obtenu.

En effet, tout système physique peut être décomposé en trois parties : "source de puissance", processus et charge (par exemple en mécanique : pompe, verin et masse). Ces trois sous-systèmes sont interconnectés et communiquent entre-eux par le biais d'un transfert de puissance qui se fait d'une manière continue depuis la source jusqu'à la charge (Figure. 4.1).

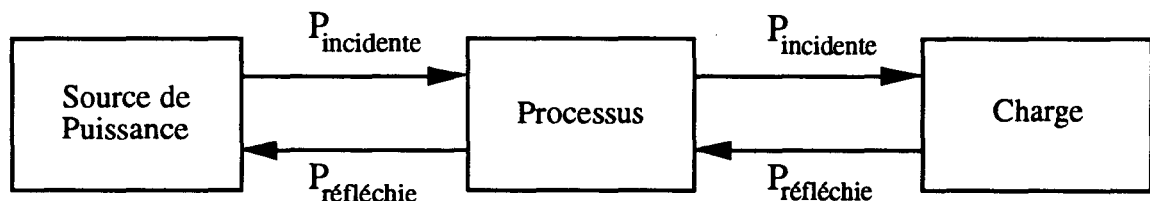


Fig. 4.1 : Schéma d'un système physique : Source de Puissance-Processus-Charge

L'adaptation du système suppose d'intercaler à l'entrée et à la sortie deux "adaptateurs" statiques ou dynamiques, comme indiqué sur la Figure 4.2, pour satisfaire au mieux l'objectif recherché. Ceci est rendu relativement aisé à réaliser grâce à la souplesse que procure la manipulation du modèle scattering bond-graph qui évite de recalculer la matrice scattering du système global et par conséquent la perte des variables de puissance intermédiaires.

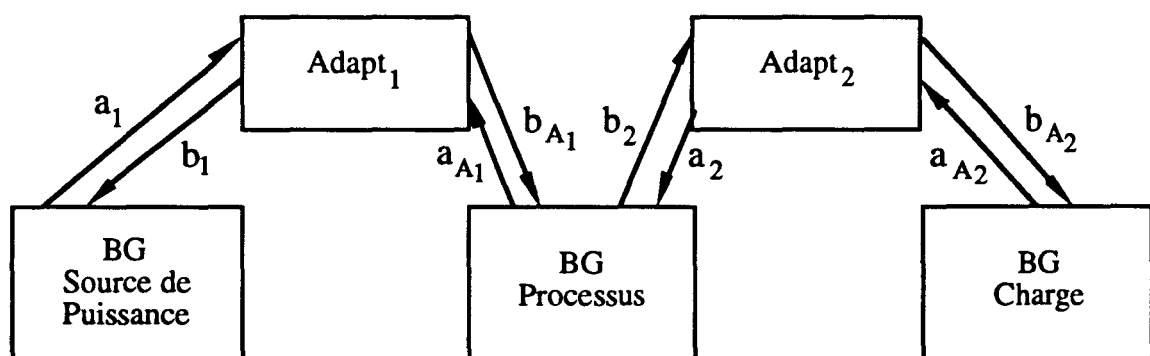


Fig 4.2 : Schéma de principe de l'adaptation

Le modèle bond-graph peut alors être représenté comme indiqué sur la figure 4.3. Nous retrouvons alors le modèle scattering du quadripôle avec les quadripôles d'adaptation, le modèle de référence qui caractérise le comportement idéal souhaité ainsi que l'algorithme d'ajustement des paramètres du modèle. Le réglage s'effectue "off line" et en boucle ouverte. L'inconvénient de ce type de réglage est qu'il n'est pas robuste puisqu'on travaille à partir du modèle. Une analyse de sensibilité par rapport aux paramètres du modèle peut alors être envisagée. De plus, si le processus est suffisamment lent, il est possible, grâce à un ordinateur, de prévoir une réadaptation des paramètres trouvés initialement.

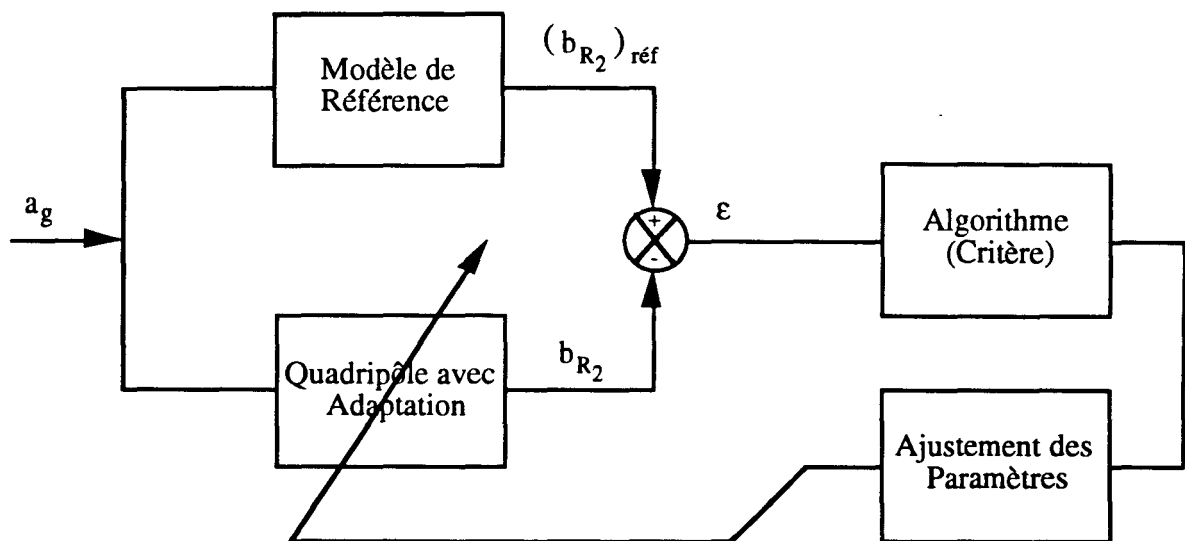


Fig. 4.3 : Schéma-bloc du système complet

II. SYSTEME COMPLET AVANT ADAPTATION

Nous avons évoqué précédemment la notion de systèmes bouclés à travers des retours de sortie effectués directement sur le modèle bond-graph (chapitre III, paragraphe IV.2.). Nous avons alors obtenu une représentation graphique en boucle fermée incluant à la fois des liens de puissance et des liens d'information. Le modèle bond-graph ainsi conçu n'est plus simplement un outil de modélisation et d'analyse comme on a souvent l'habitude de rencontrer mais aussi un outil pour faire de la commande. En effet, le langage bond-graph permet une approche structurale de problèmes de l'automatique tels que le placement de pôles ou le découplage entrées-sorties (SUEUR [1993], RAHAMANI [1993]).

Mais au delà de l'aspect graphique, avec tous les avantages que cela inclut, il est possible de proposer un système d'équations d'état déduites d'un tel modèle bond-graph. Ces équations ont l'avantage d'être simples, d'avoir un sens physique et s'obtiennent, comme dans le cas d'un bond-graph simple, à partir de l'analyse des différents chemins et boucles causaux.

L'équation d'état en boucle ouverte du quadripôle seul est directement donnée par les relations d'état du chapitre II, sous la forme

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u \\ y = \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} u \end{cases}$$

avec :

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cccccc|cccccc} -\frac{1}{\alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} & 0 & 0 & \dots & 0 & & & & & & \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \dots & 0 & & & & & & \\ 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & -\frac{1}{\alpha_4} & & 0 & & & & & & \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & & & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & 0 & & & & & & \\ \vdots & & \dots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-2}} & 0 & -\frac{1}{\alpha_n} & & & & & \\ 0 & 0 & & \dots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 & & & & & \\ \hline & & & & & & & -\frac{1}{\alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & & \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & & 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & -\frac{1}{\alpha_4} & & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & & & & \vdots & \vdots & & & & 0 \\ & & & & & & & \vdots & & \dots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-2}} & 0 & -\frac{1}{\alpha_n} \\ & & & & & & & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 & \end{array} \right]$$

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccccc|cccccc} \frac{\beta_1^{11}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{11}}{\alpha_2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\beta_n^{11}}{\alpha_n} & \frac{\beta_1^{12}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{12}}{\alpha_2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\beta_n^{12}}{\alpha_n} \\ \frac{\beta_1^{21}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{21}}{\alpha_2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\beta_n^{21}}{\alpha_n} & \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{22}}{\alpha_2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\beta_n^{22}}{\alpha_n} \end{array} \right]$$

et où (Figure 3.15 du chapitre précédent)

$$u' = (a_1 \ a_2) \quad y' = (b_1 \ b_2).$$

Quant à la matrice directe \mathbf{D} , elle provient de la division Euclidienne comme a été indiqué dans le chapitre III. Bien que, dans plusieurs des cas physiques étudiés, \mathbf{D} est souvent diagonale, on pose dans le cas le plus général

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{pmatrix}$$

II.1. CAS OU LES IMPEDANCES SOURCE ET CHARGE SONT REELLES

Nous abordons en premier lieu ce cas simple dans le but de mettre en évidence certaines relations caractérisant les équations d'état du système global, que nous nous proposons de généraliser dans la suite. De plus, nous envisageons, pour ce cas, un autre point de vue qui consiste, non pas à faire de l'adaptation, mais à étudier le transfert de puissance en fonction de la source et de la charge à mettre, le quadripôle étant figé. Cette approche permet dès la phase de conception de dimensionner les systèmes physiques (source et charge) à mettre de part et d'autre du quadripôle.

II.1.1. Détermination du système d'état

Nous allons, dans un premier temps, déterminer le système d'équations d'état du système global, source et charge incluses. Les coefficients (ρ_s) et (ρ_c) sont des constantes réelles données par l'architecture du circuit et la valeur de ses composants (Figure 3.16). Dans le cas général, ces coefficients ne sont pas exclusivement réels, ce qui correspond à une impédance générateur et une charge résistives, mais peuvent être complexes si celles-ci comportent des éléments dynamiques (I ou C en bond-graph). Ce dernier cas sera traité séparément par la suite.

Les relations en boucle fermée, dans le cas où les coefficients sont des constantes réelles, sont les suivantes :

$$\begin{cases} a_1 = t_s a_s + \rho_s b_1 \\ a_2 = \rho_c b_2 \end{cases} \Leftrightarrow u = \begin{pmatrix} \rho_s & 0 \\ 0 & \rho_c \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} t_s \\ 0 \end{pmatrix} a_s \Leftrightarrow u = \mathbf{K} y + \mathbf{T} a_s$$

où

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \rho_s & 0 \\ 0 & \rho_c \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_s \\ 0 \end{pmatrix}$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation d'état nous obtenons :

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}[\mathbf{K}y + \mathbf{T}a_s] \Leftrightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})y = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{T}a_s$$

Si \mathbf{D} est diagonale, $(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})$ est diagonale aussi et peut être supposée inversible puisque nous pouvons intervenir pour modifier la valeur du coefficient de réflexion ρ_s , du coefficient de réflexion ρ_c ou bien mêmes des deux de telle sorte qu'elle le soit (nous verrons plus loin comment procéder en introduisant des paramètres de réglage pour ajuster le comportement du système). Par contre si \mathbf{D} est anti-diagonale, ou quelconque $(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})$ est quelconque, mais peut être, de la même manière, rendu inversible. Dans tous les cas nous pouvons écrire :

$$y = (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}\mathbf{x} + (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{D}\mathbf{T}a_s$$

or

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \text{ et } u = \mathbf{K}y + \mathbf{T}a_s = \mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}\mathbf{x} + (\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{I})\mathbf{T}a_s$$

d'où

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}] \mathbf{x} + \mathbf{B}[\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{I}]\mathbf{T}a_s \\ y = (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}\mathbf{x} + (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{D}\mathbf{T}a_s \end{cases}$$

Ainsi le nouveau quadruplet correspondant au système d'état en boucle fermée est :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}, \\ \tilde{\mathbf{B}} &= \mathbf{B}[\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{I}]\mathbf{T}, & (F) \\ \tilde{\mathbf{C}} &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{C}, \\ \tilde{\mathbf{D}} &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{D}\mathbf{T}. \end{aligned}$$

Les expressions du quadruplet $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{D}})$ précédent conduisent aux équations d'état du système complet. Cela nous permettra de mettre en relief une nouvelle forme générale de ces matrices, et de se poser la question sur la possibilité d'associer directement au système d'état en boucle fermée un nouveau modèle bond-graph s'il venait à remplir les propriétés évoquées au chapitre II et qui nous ont permis de construire le scattering bond-graph (en boucle ouverte).

- Dans le cas où la matrice directe est de type $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_4 \end{pmatrix}$,

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left[\begin{array}{cccc|cccc} -\frac{1}{\alpha_1} + \gamma_1^{11} & -\frac{1}{\alpha_2} + \gamma_2^{11} & \gamma_3^{11} & \cdots & \gamma_n^{11} & \gamma_1^{12} & \cdots & \cdots & \gamma_n^{12} \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & \ddots & & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -\frac{1}{\alpha_n} & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \hline \gamma_1^{21} & \cdots & \cdots & \gamma_n^{21} & -\frac{1}{\alpha_1} + \gamma_1^{22} & -\frac{1}{\alpha_2} + \gamma_2^{22} & \gamma_3^{22} & \cdots & \gamma_n^{22} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \cdots \\ \vdots & & & \vdots & 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & \ddots & \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -\frac{1}{\alpha_n} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 \end{array} \right]$$

avec

$$\gamma_k^{1j} = \frac{\rho_s}{1-d_1\rho_s} \frac{\beta_k^{1j}}{\alpha_k} \quad \begin{cases} j=1,2 \\ k=1 \cdots n \end{cases}$$

$$\gamma_k^{2j} = \frac{\rho_c}{1-d_4\rho_c} \frac{\beta_k^{2j}}{\alpha_k} \quad \begin{cases} j=1,2 \\ k=1 \cdots n \end{cases} \quad (G)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}' = \left[\frac{1-\rho_s}{1-d_1\rho_s} \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0 \right]$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{C}} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1 \rho_s} \frac{\beta_1^{11}}{\alpha_1} & \dots & \frac{1}{1-d_1 \rho_s} \frac{\beta_n^{11}}{\alpha_n} & \vdots & \frac{1}{1-d_1 \rho_s} \frac{\beta_1^{12}}{\alpha_1} & \dots & \frac{1}{1-d_1 \rho_s} \frac{\beta_n^{12}}{\alpha_n} \\ \frac{1}{1-d_4 \rho_c} \frac{\beta_1^{21}}{\alpha_1} & \dots & \frac{1}{1-d_4 \rho_c} \frac{\beta_n^{21}}{\alpha_n} & \vdots & \frac{1}{1-d_4 \rho_c} \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} & \dots & \frac{1}{1-d_4 \rho_c} \frac{\beta_n^{22}}{\alpha_n} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \gamma_{\rho_s} & 0 \\ 0 & \gamma_{\rho_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1^{11} & \dots & \gamma_n^{11} & \vdots & \gamma_1^{12} & \dots & \gamma_n^{12} \\ \gamma_1^{21} & \dots & \gamma_n^{21} & \vdots & \gamma_1^{22} & \dots & \gamma_n^{22} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1 \rho_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_4 \rho_c} \end{bmatrix} \mathbf{C}
\end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \frac{d_1(1-\rho_s)}{1-d_1 \rho_s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

De point de vue structure, seule la matrice d'état change et nous voyons apparaître des termes non nuls sur la première ligne (respectivement sur la $(n+1)$ ème ligne, où n désigne le degré du dénominateur commun de la matrice scattering : ces deux lignes allant toujours de pair du fait du dédoublement de la chaîne des dynamiques) qui viennent s'ajouter aux termes déjà existant dans la matrice \mathbf{A} . Généralement, quand les termes de la matrice de sortie initiale sont tous non nuls, ce sont tous les termes nuls de la première ligne et de la $(n+1)$ ème ligne qui disparaissent.

Nous constatons alors la perte de la forme initiale de la matrice d'état qui nous avait permis de lui associer un modèle bond-graph.

La matrice de commande et la matrice directe sont réduites à des vecteurs du fait que seule une source alimente le circuit. La matrice de sortie garde la même structure avec l'apparition de termes correctifs sur chaque ligne.

- Dans le cas général, $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{pmatrix}$, la structure de la matrice $\tilde{\mathbf{A}}$ est la même, les

nouveaux termes intervenant étant cependant plus complexes. Nous notons tout particulièrement un changement de structure qui survient sur la matrice de commande et de la matrice directe (apparition de termes non nuls).

Les détails du calcul, dans ce cas, sont donnés en Annexe B. Il est alors immédiat de constater que l'on retrouve les mêmes expressions que dans le cas où la matrice directe est diagonale lorsqu'on fait $d_2 = d_3 = 0$.

II.1.2. Exemple

Reprenons l'exemple d'illustration du paragraphe IV du chapitre III (Figure 4.4). La matrice S est de degré trois et nous avons

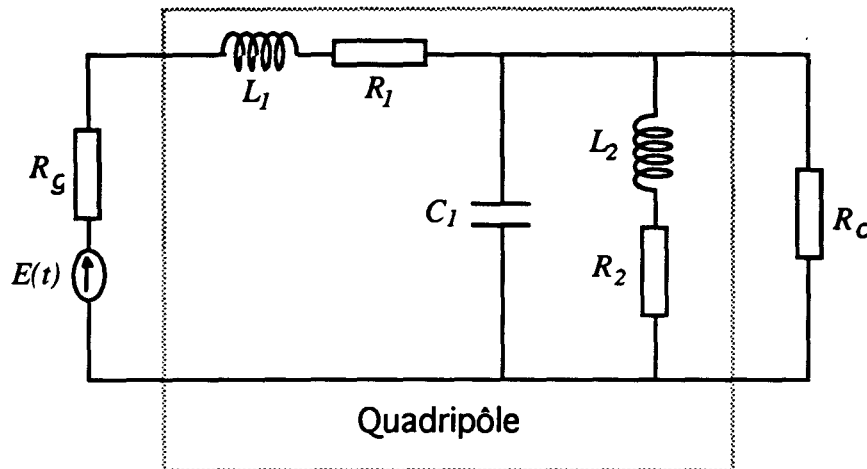


Fig. 4.4 : Exemple d'illustration

$$\mathbf{C} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & \frac{\beta_2^{11}}{\alpha_2} & \frac{\beta_3^{11}}{\alpha_3} & 0 & \frac{\beta_2^{12}}{\alpha_2} & \frac{\beta_3^{12}}{\alpha_3} \\ 0 & \frac{\beta_2^{21}}{\alpha_2} & \frac{\beta_3^{21}}{\alpha_3} & \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} & \frac{\beta_2^{22}}{\alpha_2} & \frac{\beta_3^{22}}{\alpha_3} \end{array} \right], \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

et par conséquent,

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -\frac{1}{\alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\rho_f \beta_2^{11}}{1-\rho_f \alpha_2} & \frac{\rho_f \beta_3^{11}}{1-\rho_f \alpha_3} & 0 & \frac{\rho_f \beta_2^{12}}{1-\rho_f \alpha_2} & \frac{\rho_f \beta_3^{12}}{1-\rho_f \alpha_3} \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{\rho_c \beta_2^{21}}{1+\rho_c \alpha_2} & \frac{\rho_c \beta_3^{21}}{1+\rho_c \alpha_3} & -\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\rho_c \beta_1^{22}}{1+\rho_c \alpha_1} & -\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\rho_c \beta_2^{22}}{1+\rho_c \alpha_2} & \frac{\rho_c \beta_3^{22}}{1+\rho_c \alpha_3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 \end{array} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{B}}' = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & \frac{1}{1-\rho_s} \frac{\beta_2^{11}}{\alpha_2} & \frac{1}{1-\rho_s} \frac{\beta_3^{11}}{\alpha_3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+\rho_c} \frac{\beta_2^{21}}{\alpha_2} & \frac{1}{1+\rho_c} \frac{\beta_3^{21}}{\alpha_3} & \frac{1}{1+\rho_c} \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} \end{array} \right] \quad \tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

II.1.3. Etude du gain statique

Pour étudier l'influence des coefficients de réflexion (ρ_s) et (ρ_c) sur le transfert de puissance, nous allons introduire des gains de réglage k_1 et k_2 . Cette manipulation n'est pas du domaine de l'abstrait, bien au contraire il faut s'assurer que les nouveaux coefficients de réflexion $k_1 \rho_s$ et $k_2 \rho_c$ ont toujours une interprétation physique. Cela revient à considérer la charge et la résistance interne du générateur comme étant variables (rhéostat) et à suivre l'évolution des ondes incidente et réfléchie, ce qui permet dès lors de dimensionner la source à utiliser et le type de charge dès la phase de conception.

Les coefficients $k_1 \rho_s$ et $k_2 \rho_c$ doivent appartenir à l'intervalle $[-1, 1[$. On vérifiera a posteriori si des valeurs dans ce domaine sont à exclure du fait qu'elles introduisent une division par zéro dans le système d'état (par exemple la valeur -1 pour le coefficient $k_2 \rho_c$ correspondrait à une charge nulle). En effet, si on reprend l'expression d'un coefficient de réflexion pour un élément résistif, nous avons $\rho = \frac{r-1}{r+1}$, où r désigne la valeur réduite de la résistance par rapport à une résistance de normalisation, nous voyons alors que pour $r \in [0, \infty[$, $\rho \in [-1, 1[$.

Seules les matrices \mathbf{K} et \mathbf{T} changent. Nous avons :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_1 \rho_s & 0 \\ 0 & k_2 \rho_c \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} t'_s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - k_1 \rho_s \\ 0 \end{pmatrix}$$

il suffit alors de changer, dans les différentes matrices précédentes du système bouclé, ρ_s par $k_1 \rho_s$ et ρ_c par $k_2 \rho_c$.

Reprenons maintenant le système d'état en boucle fermée et intéressons nous au régime permanent. Nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}x + \tilde{B}a_s \\ y = \tilde{C}x + \tilde{D}a_s \end{cases}$$

et en régime établi :

$$\dot{x} = 0 \Rightarrow x(\infty) = -\tilde{A}^{-1} \tilde{B}a_s \Rightarrow y(\infty) = [-\tilde{C}\tilde{A}^{-1} \tilde{B} + \tilde{D}]a_s$$

L'inversibilité de \tilde{A} est vérifiée en utilisant la procédure proposée par SUEUR [1990] consistant à mettre le bond-graph en causalité dérivée et à s'assurer qu'aucun élément dynamique ne reste en causalité intégrale (Figure 4.5), ce qui permet de conclure que le système ne possède aucun pôle nul.

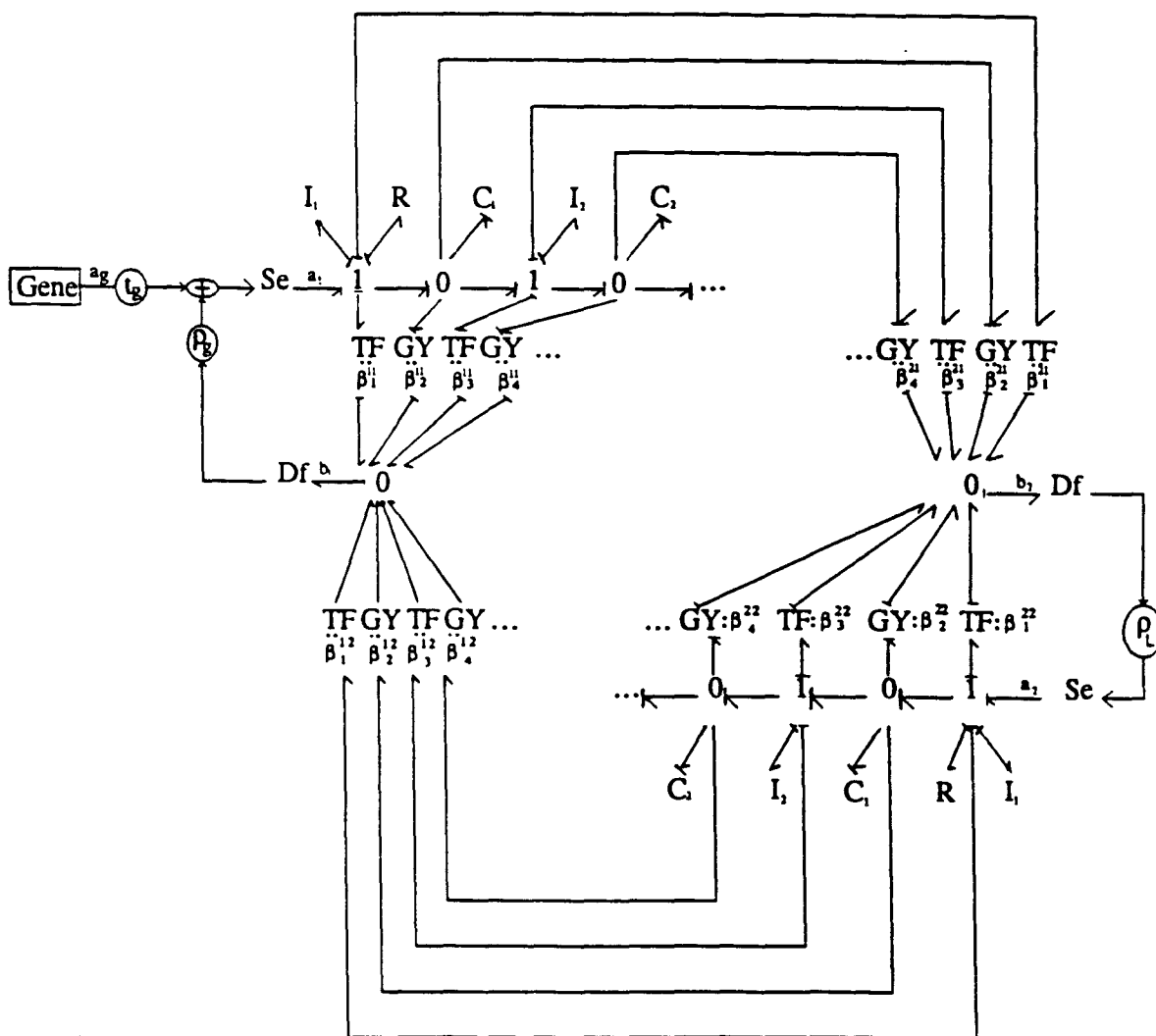


Fig. 4.5 : Modèle bond-graph du système complet en causalité dérivée

Posons $k_1 \rho_g = z_1$ et $k_2 \rho_c = z_2$, on a alors

$$\begin{cases} y_1(\infty) = b_1(\infty) = f(z_1, z_2) \rightarrow \text{à minimiser} \\ y_2(\infty) = b_2(\infty) = g(z_1, z_2) \rightarrow \text{à maximiser} \end{cases}$$

Le calcul formel de ces expressions, telles qu'elles, s'avère laborieux bien que pour le premier type de matrice directe la matrice de commande $\tilde{\mathbf{B}}$ possède une forme particulière, et que la matrice $\tilde{\mathbf{A}}$ possède, dans tous les cas, un grand nombre de termes nuls. Nous nous proposons ici de travailler sur le modèle scattering comme si on avait affaire à une matrice de transfert (comme nous l'avons expliqué auparavant). Ceci est rendu possible par le fait que les éléments de réglage sont résistifs. On a alors :

$$\begin{pmatrix} b_1(s) \\ b_2(s) \end{pmatrix} = S(s) \begin{pmatrix} a_1(s) \\ a_2(s) \end{pmatrix}$$

où s désigne l'opérateur de Laplace (domaine fréquentiel). Dans le cas le plus général

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{1}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \begin{bmatrix} b_n^{11} s^n + \dots + b_0^{11} & b_n^{12} s^n + \dots + b_0^{12} \\ b_n^{21} s^n + \dots + b_0^{21} & b_n^{22} s^n + \dots + b_0^{22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{d(s)} \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

et sachant que

$$\begin{cases} a_1(s) = (1 - z_1) a_g(s) + z_1 b_1(s) \\ a_2(s) = z_2 b_2(s) \end{cases} \quad (z_1, z_2 = \text{ctes})$$

nous avons alors

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} - S(s) \begin{pmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} b_1(s) \\ b_2(s) \end{pmatrix} = S(s) \begin{pmatrix} 1 - z_1 \\ 0 \end{pmatrix} a_g(s)$$

soit

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} b_1(s) \\ b_2(s) \end{pmatrix} &= \left[\mathbf{I} - S(s) \begin{pmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{pmatrix} \right]^{-1} S(s) \begin{pmatrix} 1-z_1 \\ 0 \end{pmatrix} a_g(s) \\ &= \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} N_1(s) \\ N_2(s) \end{bmatrix} a_g(s) \end{aligned}$$

$$\text{où } D(s) = (d(s))^2 [(d(s) - z_1 N_{11})(d(s) - z_2 N_{22}) - z_1 z_2 N_{12} N_{21}]$$

Deux paramètres de réglage k_1 et k_2 sont disponibles. Nous avons choisi de privilégier le régime établi, et de ne pas intervenir sur le régime transitoire. Les critères retenus pour la détermination de k_1 et k_2 sont donc :

- la stabilité asymptotique, ce qui implique des conditions sur $D(s)$ puisque les termes z_1 et z_2 peuvent introduire des instabilités (initialement le système est supposé l'être),
- les gains statiques $K_1(0) = \frac{N_1(0)}{D(0)}$ et $K_2(0) = \frac{N_2(0)}{D(0)}$

Nous obtenons alors

$$\begin{bmatrix} K_1(0) \\ K_2(0) \end{bmatrix} = \frac{(1-z_1)}{(a_0)^2 - a_0 b_0^{22} z_2 - a_0 b_0^{11} z_1 + (b_0^{11} b_0^{22} - b_0^{12} b_0^{21}) z_1 z_2} \begin{pmatrix} a_0 b_0^{11} + (b_0^{12} b_0^{21} - b_0^{11} b_0^{22}) z_2 \\ a_0 b_0^{21} \end{pmatrix}$$

nous remarquons alors que le rapport entre $K_1(0)$ et $K_2(0)$ a une expression particulièrement simple et intéressante puisqu'elle ne dépend que de la variable z_2 quels que soient la structure, l'expression et l'ordre de la matrice scattering de départ. En effet, nous avons :

$$\frac{K_1(0)}{K_2(0)} = \frac{b_0^{11}}{b_0^{21}} + \frac{(b_0^{12} b_0^{21} - b_0^{11} b_0^{22})}{a_0 b_0^{21}} z_2 \quad (R)$$

en supposant, évidemment, que $a_0 b_0^{21} \neq 0$.

Posons alors $\frac{K_1(0)}{K_2(0)} = \lambda + \mu z_2$. Une discussion autour du signe, de la valeur de chacun des deux paramètres λ et μ ainsi que de leur rapport peut être faite pour minimiser le rapport des gains statiques des deux ondes réfléchies (voir exemple illustratif). En effet, sachant que ces gains sont dépendants, vouloir minimiser l'onde réfléchie vers le générateur passe par une minimisation de ce rapport en jouant sur le paramètre z_2 et par conséquent sur le gain de réglage k_2 ($z_2 = k_2 \rho_c$). Pour maximiser l'onde incidente vers la charge, on cherchera, d'après l'expression de $K_2(0)$, la valeur de z_2 permettant de le faire à z_1 fixé.

Il est indéniable qu'il ne nous est pas possible de minimiser $K_1(0)$ et maximiser $K_2(0)$ séparément comme on aurait souhaité, cependant nous allons essayer d'obtenir le meilleur compromis entre **ces deux critères antagonistes** compte tenu de la relation (R), des expressions de $K_1(0)$ et $K_2(0)$, ainsi que de l'intervalle de définition des paramètres z_1 et z_2 .

II.1.4. Exemple

Si on reprend l'exemple d'illustration de la Figure. 4.4, avec une entrée en échelon unitaire et les valeurs numériques suivantes :

$$\tau = \tau_h = \tau_{i_2} = \frac{l}{k_0} = 10, \quad \tau_c = R_0 C = 10^{-3}, \quad r = 2$$

nous obtenons :

$$h(z_2) = \frac{b_1(\infty)}{b_2(\infty)} = \lambda + \mu z_2 = 1.25 + 0.25 z_2$$

car le rapport entre les gains statiques correspond ici au rapport entre les amplitudes des deux sorties en régime établi.

le paramètre μ étant positif, la fonction $h(z_2)$ est alors monotone, strictement croissante dans le domaine de définition de z_2 : $] -1, 1[$. La valeur de z_2 minimisant $h(z_2)$ est -1, mais cette valeur est exclue du fait qu'elle introduit une division par zéro dans la matrice d'état en boucle fermée. Ceci a une interprétation physique puisque cette valeur correspond à une charge nulle et donc à un circuit ouvert inadmissible dans ce cas. Nous prenons par exemple $z_2 = -0.95$ (c'est à dire physiquement, une charge très faible).

z_1	0	-0.5	0.5	-0.5	-0.5	0.5	-1
z_2	0	0	0	-0.5	-0.95	-0.95	-0.95
$b_1(\infty)$	0.46	0.56	0.3	0.5	0.44	0.21	0.51
$b_2(\infty)$	0.36	0.44	0.23	0.43	0.42	0.2	0.5
$\frac{b_1(\infty)}{b_2(\infty)}$ en simul.	1.28	1.28	1.28	1.15	1.05	1.05	1.05
$\frac{b_1(\infty)}{b_2(\infty)}$ théorique	1.25	1.25	1.25	1.13	1.046	1.046	1.046

Tableau des valeurs de simulation

$$l(z_1, z_2) = b_2(z_1, z_2)_\infty = \frac{(1 - z_1)(5 + z_2)}{11 - 5z_1 - z_2 - z_1 z_2}$$

à z_2 fixé, la fonction $l(z_1, z_2)$ est strictement décroissante pour $z_1 \in [-1, 1[$. Le maximum de cette fonction est donné pour $z_1 = -1$ c'est à dire pour un générateur idéal, cette condition n'étant pas réalisable dans la pratique, simplement par le rajout d'un élément résistif en série ou en parallèle, on prendra alors par exemple $z_1 = -0.95$.

Par ailleurs, le système d'état en boucle fermée nous permet de simuler le système global (en utilisant le logiciel MATLAB [1990] ou le logiciel PROUESSE [1991]). Une analyse de sensibilité par rapport aux deux paramètres de réglages choisis k_1 et k_2 peut alors être effectuée pour étudier, en simulation, leur influence respective sur b_2 et b_1 . Ces simulations ont été effectuées dans le but de valider nos résultats théoriques en cherchant, grâce au modèle d'état en boucle fermée, la solution "optimale".

Les résultats de simulations sont présentés dans le tableau précédent. Nous remarquons alors une concordance entre les deux résultats théoriques et numériques.

Ces mêmes simulations peuvent être obtenues avec le Logiciel TUTSIM en utilisant directement le modèle scattering bond-graph en boucle fermée. Nous verrons plus loin, quand nous envisagerons des retours dynamiques, l'intérêt pratique de son utilisation liée à la facilité de rajouter des éléments dynamiques dans un modèle bond-graph.

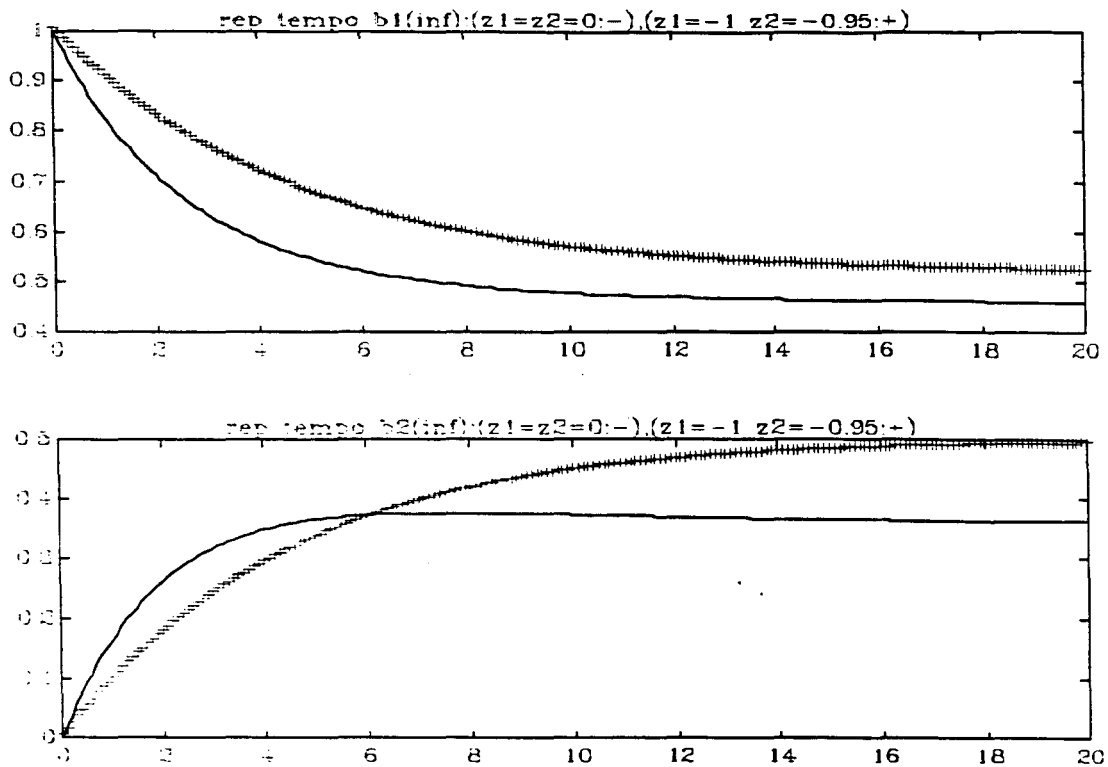


Fig. 4.6 : Réponse à un Echelon de b_1 , b_2 pour différentes valeurs de réglage

II.2. IMPEDANCES QUELCONQUES

Dans le cas où les coefficients de réflexion sont complexes, il nous faut prendre en compte dans le vecteur état les dynamiques nouvelles introduites par ces coefficients. Comme nous l'avons déjà évoqué dans le chapitre précédent, ces coefficients de réflexion sont modélisés par un scattering bond-graph à une entrée et une sortie (Figure 4.7). Pour simplifier les écritures, nous n'envisagerons dans la suite que le cas où la matrice directe est diagonale. De plus, seule l'impédance de la charge sera considérée comme étant complexe sachant que la démarche est la même côté générateur.

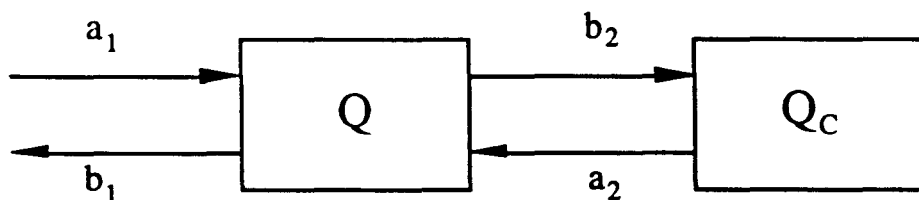


Fig. 4.7 : Quadripôle avec son quadripôle de charge

Le quadripôle seul est caractérisé par son système d'état :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + [\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2] \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{y} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Nous ne traitons ici que le cas d'une matrice directe diagonale, le cas général pouvant être déduit des équations obtenues lors de la mise en cascade de deux quadripôles comme nous verrons plus loin.

Le système d'état lié à la charge, s'écrit sous la forme

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_c \mathbf{z} + \mathbf{B}_c b_2 \\ \mathbf{y} = a_2 = \mathbf{C}_c \mathbf{z} + d_2 b_2 \end{cases}$$

côté source, nous avons toujours $a_1 = t, a_1 + \rho, b_1$. Après élimination, on obtient le système d'état en boucle fermée suivant, en gardant le même vecteur de sortie composé de l'onde incidente vers la charge et l'onde réfléchie vers la source.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{B}} a_1 \\ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{C}} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} + \tilde{\mathbf{D}} a_1 \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A} + \frac{\rho_2}{1-d_1\rho_2} \mathbf{B}_1 \mathbf{C}_1 + \frac{d_c}{1-d_2d_c} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_2 & \frac{1}{1-d_2d_c} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_c \\ \frac{1}{1-d_1d_c} \mathbf{B}_c \mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_c + \frac{d_2}{1-d_2d_c} \mathbf{B}_c \mathbf{C}_c \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{11} & \tilde{\mathbf{A}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{A}}_{21} & \tilde{\mathbf{A}}_{22} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Remarquons alors le parallélisme qui existe entre cette matrice en bloc et les formules d'état trouvées dans le cas d'impédances réelles (Eq. (F)). En effet, la 1ère matrice de bloc

s'écrit sous forme $\tilde{\mathbf{A}}_{11} = \mathbf{A} + \mathbf{BK}(\mathbf{I} - \mathbf{DK})^{-1}\mathbf{C}$ avec ici $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \rho_s & 0 \\ 0 & d_c \end{pmatrix}$.

De même $\tilde{\mathbf{A}}_{22} = \mathbf{A}_c + \mathbf{B}_c d_c (1 - d_2 d_c)^{-1} \mathbf{C}_c$ avec dans ce cas une matrice \mathbf{K} réduite à un scalaire du fait que, côté charge, nous avons simplement un coefficient de réflexion.

Globalement, la structure de la matrice d'état du système couplé n'est pas changée, du moins en ce qui concerne les blocs diagonaux, il apparaît seulement des matrices de couplage en dehors de la diagonale.

La matrice de commande est :

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \frac{1 - \rho_s}{1 - d_1 \rho_s} \mathbf{B}_1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$$

nous avons, là encore, une formule équivalente à celle de l'Eq. (F) du cas réel, sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B}[\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{DK})^{-1} + \mathbf{I}]\mathbf{T}$$

avec $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \rho_s & 0 \\ 0 & d_c \end{pmatrix}$.

La matrice de sortie se met sous la forme

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - d_1 \rho_s} \mathbf{C}_1 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{1 - d_2 d_c} \mathbf{C}_2 & \vdots & \frac{1}{1 - d_2 d_c} \mathbf{C}_c \end{pmatrix} = (\tilde{\mathbf{C}}_{11} \vdots \tilde{\mathbf{C}}_{22})$$

où $\tilde{\mathbf{C}}_{11} = (\mathbf{I} - \mathbf{DK})^{-1} \mathbf{C}$, toujours en concordance avec l'Eq. (F) et avec la même matrice \mathbf{K} . La composante de $\tilde{\mathbf{C}}_{22}$ sur \mathbf{x} est évidemment nulle, l'autre composante sur \mathbf{z} répond à la même équation.

Enfin, l'expression de la nouvelle matrice directe

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \frac{d_1(1 - \rho_s)}{1 - d_1 \rho_s} \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec $\tilde{\mathbf{D}} = (\mathbf{I} - \mathbf{DK})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{T}$.

Une remarque importante qu'on peut faire à ce stade et que nous allons détailler plus loin, est que la matrice $(\mathbf{I} - \mathbf{DK})$ caractérise les boucles causales sur le modèle bond-graph. Elle est inversible si les gains de ces boucles sont différents de un. Dans le cas réel la condition est que $d_1 \rho_s \neq 1$ et $d_2 \rho_c \neq 1$ (cf. Eq. (G)), ce qui représente les gains entre la partie directe du quadripôle et les coefficients de réflexion. Par contre, dans le cas complexe, il faut que $d_1 \rho_s \neq 1$ et $d_2 d_c \neq 1$, ce qui revient à remplacer ρ_c par la partie directe, d_c , liée au modèle scattering de la charge : ceci étant tout à fait prévisible sur le modèle scattering bond-graph global.

II.2.1. Exemple

Considérons l'exemple d'un système mécanique composé d'une source de puissance, d'un processus (ou quadripôle) et d'une masse, avec un frottement, prise comme charge. Nous avons alors évoqué dans le chapitre précédent le modèle scattering bond-graph associé à une telle charge (chapitre III, Figure 3.17), le système d'état se réduit alors à

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = -\frac{1}{\alpha} \mathbf{z} + b_2 = -\frac{\tau_1 + 1}{\tau_1} \mathbf{z} + b_2 \\ y = a_2 = \frac{\beta}{\alpha} \mathbf{z} + b_2 = \frac{-2}{\tau_1} \mathbf{z} + b_2 \end{cases}$$

et le système d'état global s'obtient directement en utilisant les équations précédentes, avec $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ le quadruplet qui caractérise le processus. On a alors

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{A} + \frac{\rho_s}{1-d_1 \rho_s} \mathbf{B}_1 \mathbf{C}_1 + \frac{1}{1-d_2 d_c} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_2 & & \frac{1}{1-d_2} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_c \\ \hline & \frac{1}{1-d_2} \mathbf{C}_2 & -\frac{1}{\tau_1} \frac{1-3d_2}{1-d_2} \end{array} \right)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-d_1 \rho_s} \mathbf{B}_1 \\ \hline 0 \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-d_1 \rho_s} \mathbf{C}_1 & \vdots & 0 \\ \hline \frac{1}{1-d_2} \mathbf{C}_2 & \vdots & \frac{-2}{\tau_1} \frac{1}{1-d_2} \end{pmatrix} \quad \tilde{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \frac{d_1(1-d_1 \rho_s)}{1-d_1 \rho_s} \\ \hline 0 \end{pmatrix}$$

III. INTRODUCTION DE CIRCUITS D'ADAPTATION

III.1. DEMARCHE CLASSIQUE

La notion d'adaptation d'impédance est classique en électronique. Elle consiste à rechercher l'impédance du dipôle qui permet au générateur de délivrer sa puissance

maximale.

Rappelons la proposition classique suivante : un générateur d'impédance interne constante, débite le maximum de puissance dans un dipôle, lorsque l'impédance du dipôle est conjuguée de celle de la source. Ceci n'est valable que pour les dipôles dont l'impédance est à partie réelle positive (les dipôles passifs par exemple).

La méthode que nous proposons dans la suite de cette étude est inspirée de la technique classique d'adaptation d'impédance qui consiste à déterminer l'impédance équivalente vue par l'entrée, l'impédance équivalente vue par la sortie et puis de rajouter le conjugué à l'entrée, à la sortie ou bien dans les deux ports pour faire respectivement de l'adaptation d'entrée, de l'adaptation de sortie ou bien les deux simultanément.

L'inconvénient de cette démarche, outre la nécessité de calculer les impédances équivalentes, est de supposer que l'on travaille à une fréquence ou une plage de fréquences bien déterminée. Cette limitation implique une redétermination du circuit d'adaptation chaque fois qu'on change de fréquence ou de gamme de fréquences. Même si cette restriction ne semble pas être très gênante en hyperfréquence puisqu'on travaille souvent à des fréquences déterminées, elle l'est beaucoup plus si on désire étendre les méthodologies de l'hyperfréquence aux circuits basses fréquences couramment rencontrés.

Considérons par exemple l'impédance équivalente en sortie de l'exemple d'illustration (Figure 4.8), nous avons alors :

$$Z_{eq} = \frac{((r_1 + r_g) + \tau_1 s)(r_2 + \tau_2 s)}{\tau_C s (r_2(r_1 + r_g) + (r_2 \tau_1 + (r_1 + r_g) \tau_2) s + \tau_1 \tau_2 s^2)}$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{eq}^* = \frac{((r_1 + r_g) - \tau_1 s)(r_2 - \tau_2 s)}{-\tau_C s (-r_2(r_1 + r_g) + (r_2 \tau_1 + (r_1 + r_g) \tau_2) s + \tau_1 \tau_2 s^2)}$$

le passage au conjugué s'effectue, lorsqu'on travaille à une fréquence quelconque, en remplaçant l'opérateur de Laplace s par $-s$.

Nous remarquons alors que le dénominateur de Z_{eq}^* , qui sera le même que celui de la matrice scattering associée à une impédance en série, est instable du fait de l'apparition de signes opposés dans les coefficients de ce dénominateur et en appliquant le critère de stabilité de Routh (GANTMACHER [1966]).

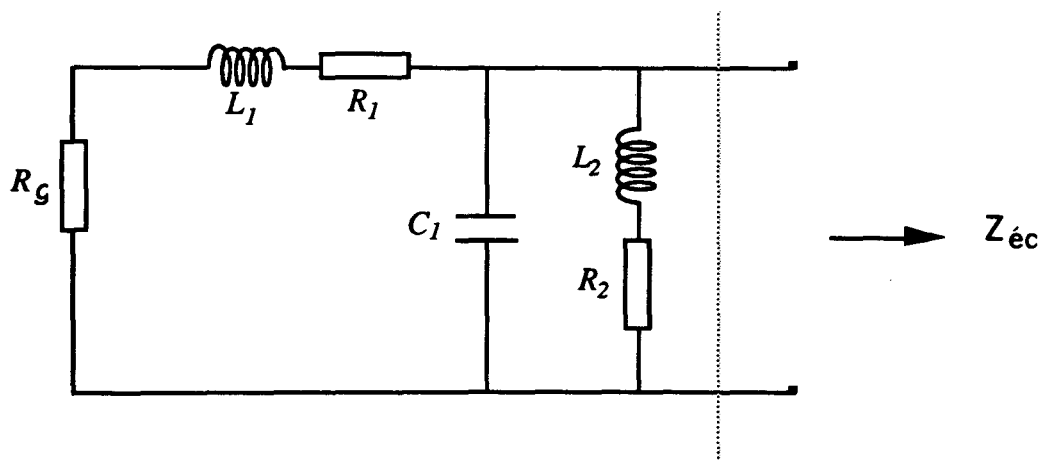


Fig. 4.8 : Détermination de l'impédance équivalente en sortie

Ceci nous permet de conclure qu'il n'est pas possible de mettre en cascade le conjugué pour une fréquence quelconque. Il faudra alors essayer de tendre au mieux possible vers cette solution théorique par d'autres techniques. En effet, les circuits d'adaptation obtenus en hyperfréquence sont instables en dehors d'une certaine gamme de fréquences de travail. La démarche à suivre, dans ce cas, consiste à stabiliser le circuit d'adaptation à la plus large gamme de fréquences possible autour du point de fonctionnement.

III.2. DEMARCHE PROPOSEE

Nous nous limiterons, pour la clarté de la mise en oeuvre, à une adaptation en sortie, l'adaptation à l'entrée s'effectuant de la même manière. Le but de notre étude est de déterminer le quadripôle (Q_A) placé entre le quadripôle initial (Q) et la charge pour obtenir un comportement de l'ensemble satisfaisant.

Le quadripôle (Q_A), ainsi mis en cascade avec le premier quadripôle (Q), constitue alors le circuit d'adaptation.

La nouveauté dans notre démarche est liée au fait qu'une redétermination de la nouvelle matrice scattering de l'association est évitée. Cette recherche nécessite non seulement des calculs assez lourds puisqu'on est obligé de passer par la matrice d'onde (la matrice scattering n'est pas une vraie matrice de transfert : cf. chapitre III) mais encore la perte d'informations concernant les variables d'onde intermédiaires et donc du sens physique les reliant.

En effet, le quadripôle d'adaptation (Q_A) est entré sous forme de modèle scattering bond-graph, avec une structure équivalente à celle utilisée initialement comme indiqué sur la Figure 4.9 récapitulative.

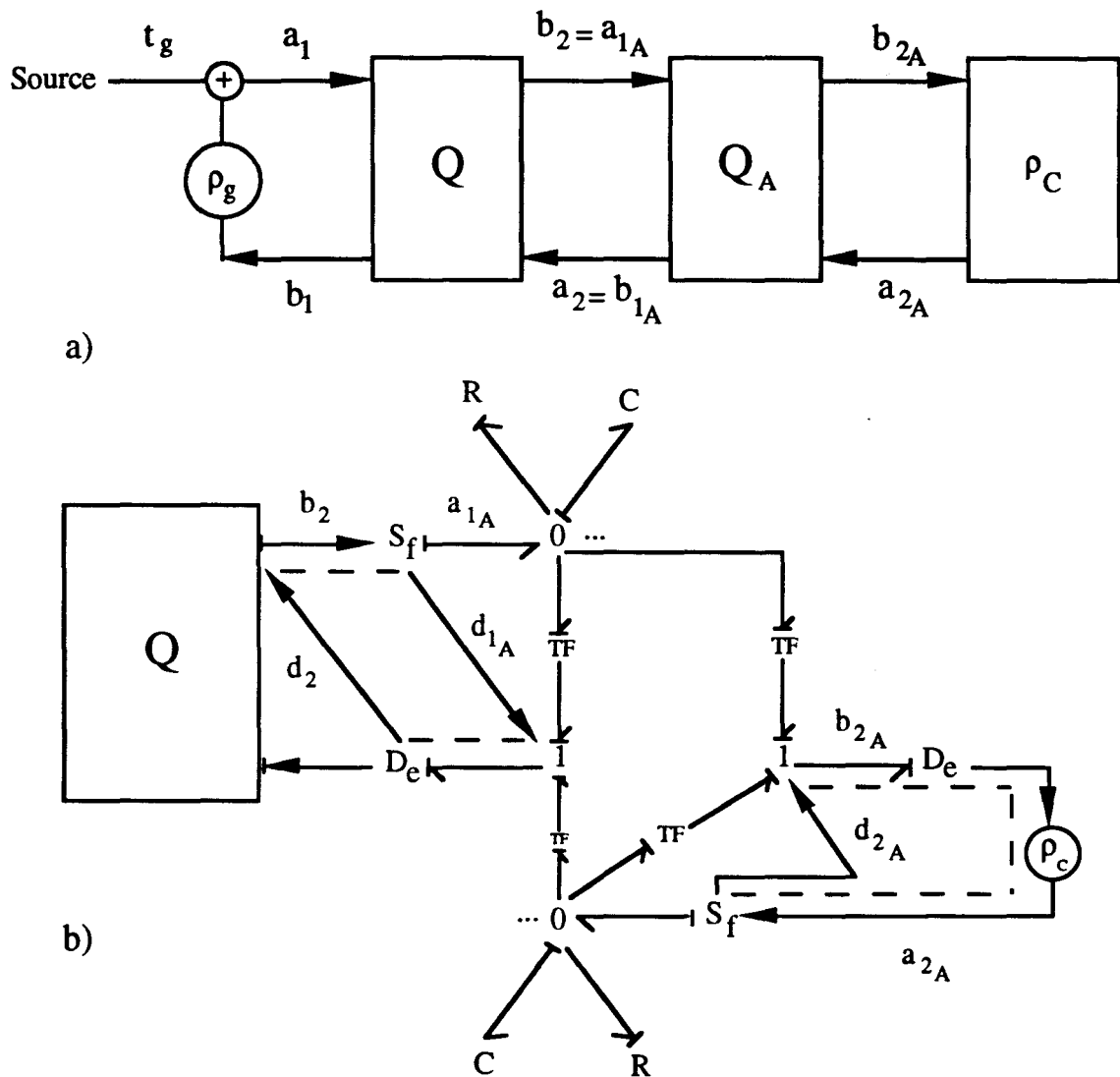


Fig. 4.9 : a) Quadripôles en cascade avec les variables d'onde intermédiaires,
b) Représentation du modèle bond-graph associé au quadripôle d'adaptation

Nous voyons alors apparaître de nouvelles variables d'onde comme suit :

- a_{1A} correspond à l'onde incidente dans (Q_A). Par continuité elle est identiquement égale à l'onde b_2 sortant de (Q). De même, l'onde b_{1A} réfléchi par (Q_A) est égale à l'onde a_2 .

- Coté sortie de (Q_A) , nous avons les ondes b_{2_A} et a_{2_A} reliées entre elles à travers le coefficient de réflexion de la charge. C'est précisément la variable b_{2_A} qui nous intéressera dans la suite puisque c'est elle qui représente la nouvelle onde transmise à la charge.

La partie directe liée à la matrice scattering de (Q_A) , côté entrée reliant la paire (b_{1_A}, a_{1_A}) , vient s'ajouter à la partie directe provenant de la matrice scattering de (Q) , côté sortie et reliant la paire (b_2, a_2) .

Il est alors à noter l'intérêt pratique de l'approche bond-graph qui s'adapte bien à ce type de problème dans lequel le modèle est évolutif. Ceci a l'avantage de contourner le problème lié au fait que la matrice scattering ne soit pas une matrice de transfert.

III.2.1. Mise en évidence des boucles de causalité

Après avoir présenté la démarche à suivre pour construire un système complet avec adaptation, nous allons montrer sur le scattering bond-graph global que nous ne pouvons pas rajouter en cascade n'importe quel type de système. En effet, comme dans le cas d'un bond-graph classique où l'apparition d'une causalité dérivée indique l'existence d'un problème de simulation, nous allons voir, sur des exemples simples, comment mettre en évidence un tel problème au niveau de la boucle de liens directs reliant d'un côté la paire (b_2, a_2) et de l'autre côté la paire (b_{1_A}, a_{1_A}) . Ceci sera confirmé lors du calcul du système d'état global, comme cela a été le cas précédemment lors de l'introduction des impédances quelconques.

III.2.1.1. Exemple 1

Supposons que l'on désire rajouter, en parallèle dans notre exemple d'illustration, une capacité et une résistance. Après passage en variables réduites, la matrice scattering associée à ce quadripôle est la suivante :

$$S_A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} 2r & 2r \\ 2r & 2r \end{bmatrix}}{r \tau_c s + (1 + 2r)}$$

Lorsqu'on simule le système global avec un tel adaptateur et en utilisant le Logiciel TUTSIM , nous constatons un problème de divergence lié non au pas de calcul mais à la structure même du système. En effet, en écrivant les équations d'état en boucle fermée, nous remarquons l'apparition d'une équation implicite liée au premier terme (-1) de la partie directe de S_A .

Un tel problème est en fait détectable sur le modèle scattering bond-graph global. En effet, nous avons dans ce cas une boucle de liens directs reliant d'un coté la paire (b_2, a_2) et de l'autre coté la paire (b_{1_A}, a_{1_A}) de poids égal à un. Cette boucle est connue en théorie des bond-graphs comme étant une boucle de causalité de gain un (ou encore boucle algébrique non-solvable ROSENBERG [1979]). Pour lever l'indétermination, des modifications structurelles, par le rajout de composants physiques négligés dans la première phase de modélisation par exemple, doivent être opérées.

Si nous regardons le modèle bond-graph classique associé au système global (Figure 4.10), nous constatons que l'élément C rajouté se met en causalité dérivée et conduit à une incompatibilité physique puisque les deux éléments C ne peuvent imposer simultanément la même tension. Une solution pour résoudre ce problème consisterait à remplacer les deux capacités par une seule capacité équivalente.

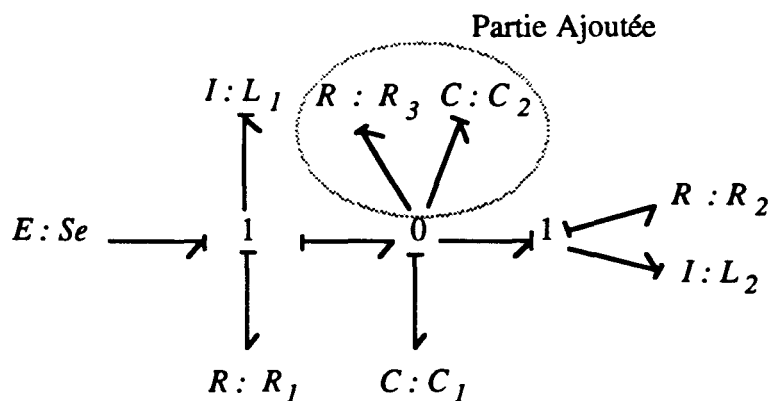


Fig. 4.10 : Bond-Graph avec un élément en causalité dérivée

III.2.1.2. Exemple 2

Si on ajoute les éléments *RC* en série, la matrice scattering devient :

$$S_A = \frac{1}{r+2} \begin{bmatrix} r & 2 \\ 2 & r \end{bmatrix} - \frac{2}{(r+2)\tau_c s + 1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour des éléments *RI* en série, nous avons :

$$S_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}}{\tau_r s + (r+2)}$$

Dans ces deux cas, par exemple, le premier terme de la partie directe de la matrice S_A est tel que le gain de boucle est différent de un (il est égal à $\frac{-r}{r+2}$ dans le premier cas et à -1 dans le second) et par conséquent il n'y a pas de problème de boucle de causalité. De même, si on considère les modèles bond-graphs associés, nous constaterons que tous les éléments dynamiques sont en causalité intégrale.

III.2.1.3. Conclusion

En résumé, nous pouvons dire que le scattering bond-graph reste aussi informatif que le modèle bond-graph classique puisque les gains de boucles et de chemins causaux nous permettent encore de détecter d'éventuels problèmes, telles que les boucles algébriques.

III.3. SYSTEME D'ETAT DES DEUX QUADRIPÔLES EN CASCADES

Reprenons le schéma du quadripôle auquel nous rajoutons en sortie un quadripôle d'adaptation (Figure 4.11). Nous pouvons alors déterminer le système d'état correspondant en tenant compte des nouvelles variables de sorties b_2 et b_{2_A} à étudier.

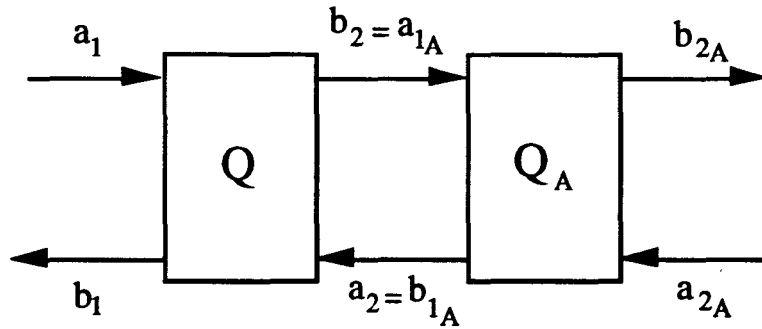


Fig. 4.11 : Quadripôle avec en cascade le quadripôle d'adaptation

Dans le cas le plus général, le quadripôle seul est caractérisé par son système d'état :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2] \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{y} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Le système d'état lié au quadripôle d'adaptation, s'écrit sous la forme

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_A \mathbf{z} + [\mathbf{B}_{1A} \quad \mathbf{B}_{2A}] \begin{pmatrix} a_{1A} \\ a_{2A} \end{pmatrix} \\ \mathbf{y} = \begin{pmatrix} b_{1A} \\ b_{2A} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1A} \\ \mathbf{C}_{2A} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{pmatrix} d_{1A} & d_{2A} \\ d_{3A} & d_{4A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1A} \\ a_{2A} \end{pmatrix} \end{cases}$$

avec, par continuité, $a_{1A} = b_2$, $b_{1A} = a_2$. Après élimination, on obtient le système d'état global en boucle ouverte suivant :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_c \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} + \mathbf{B}_c \begin{pmatrix} a_1 \\ a_{2A} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_{2A} \end{pmatrix} = \mathbf{C}_c \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} + \mathbf{D}_c \begin{pmatrix} a_1 \\ a_{2A} \end{pmatrix} \end{cases}$$

avec

$$\mathbf{A}_G = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{A} + \frac{d_{1A}}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_2 & \frac{1}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_2 \mathbf{C}_{1A} \\ \hline \frac{1}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_{1A} \mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_A + \frac{d_4}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_{1A} \mathbf{C}_{1A} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{B}_G = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{B}_1 + \frac{d_{1A}d_3}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_2 & \frac{d_{2A}}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_2 \\ \hline \frac{d_3}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_{1A} & \frac{d_4d_{2A}}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{B}_{1A} + \mathbf{B}_{2A} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{C}_G = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{C}_1 + \frac{d_{1A}d_2}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{C}_2 & \frac{d_2}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{C}_{1A} \\ \hline \frac{d_{3A}}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{C}_2 & \frac{d_4d_{3A}}{1-d_{1A}d_4} \mathbf{C}_{1A} + \mathbf{C}_{2A} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{D}_G = \left(\begin{array}{c|c} d_1 + \frac{d_{1A}d_2d_3}{1-d_{1A}d_4} & \frac{d_2d_{2A}}{1-d_{1A}d_4} \\ \hline \frac{d_{3A}d_4}{1-d_{1A}d_4} & \frac{d_4d_{3A}d_{2A}}{1-d_{1A}d_4} + d_{4A} \end{array} \right)$$

on retrouve ainsi des structure de matrices particulièrement comparables à celles déjà exposées dans le cas d'impédance réelles. Cette spécification, liée à la structure particulière du scattering bond-graph, a l'avantage de permettre le passage d'un contexte à un autre, en prenant en compte, par exemple, des phénomènes précis ayant été négligés dans une première phase sommaire de modélisation, d'une manière quasi systématique sans avoir besoin de repasser par la matrice scattering de l'ensemble.

Il est à remarquer, en particulier, le terme $1 - d_{1A}d_4 \neq 0$ qui représente la condition à remplir pour que la boucle de causalité soit de gain différent de un.

En particulier, lorsque les matrices directes des deux quadripôles sont diagonales, ($d_2 = d_3 = 0$) et ($d_{2A} = d_{3A} = 0$), l'expression précédente de la matrice \mathbf{A}_G est inchangée, par contre, le triplet ($\mathbf{B}_G, \mathbf{C}_G, \mathbf{D}_G$) se simplifie et on obtient des matrices par blocs diagonaux.

Pour déterminer les équations d'état du système bouclé, il suffit d'appliquer au nouveau quadruplet ($\mathbf{A}_G, \mathbf{B}_G, \mathbf{C}_G, \mathbf{D}_G$) les formules de l'Eq. (F) qui s'appliquent, comme nous avons montré, aussi bien aux impédances (de la source et de la charge) réelles que complexes.

Il est à noter enfin, qu'en faisant $a_{2_A} = b_{2_A} = 0$ pour le quadripôle d'adaptation, ce qui signifie par conséquent $B_{2_A} = 0$, $C_{2_A} = 0$, $d_{2_A} = d_{3_A} = d_{4_A} = 0$, on se ramène au cas d'une charge avec une impédance quelconque modélisée par un simple coefficient de réflexion. Nous pouvons, de cette manière, trouver les équations d'état dans le cas d'une matrice directe quelconque que nous n'avons pas traité au paragraphe II.2. précédent.

III.4. ADAPTATION PAR IDENTIFICATION

Nous n'avons évoqué jusqu'à présent que la structure du quadripôle d'adaptation à rajouter en cascade avec le quadripôle de base. Nous avons alors montré que cette structure est toujours la même quel que soit le quadripôle étudié, seuls le nombre d'éléments dynamiques pris en compte ainsi que les expressions, formelles ou numériques, des paramètres $\alpha - \beta$ liées à la nature physique du système d'adaptation restent à déterminer. Nous nous sommes alors doté de deux outils permettant d'envisager le problème de la recherche des paramètres "optimaux" : le scattering bond-graph et le système d'état associé en boucle fermée.

Le degré du dénominateur commun de la matrice scattering associée au quadripôle initial (Q) étant de n , nous avons alors un modèle bond-graph avec $2n$ éléments dynamiques. L'ordre du scattering bond-graph du quadripôle d'adaptation (Q_A) est par conséquent inférieur ou égal à $2n$ du fait que l'on désire approcher la solution optimale qui consiste à rajouter le conjugué de l'impédance à l'entrée ou à la sortie.

Dans la pratique, si nous remarquons que le modèle du quadripôle (Q) possède deux régimes un lent et l'autre rapide, et comme nous ne nous intéressons qu'aux basses fréquences, c'est le comportement lent que nous devons privilégier. Nous pouvons alors envisager de faire de la réduction de modèle en utilisant la méthode des perturbations singulières appliquée au bond-graph (premiers travaux dans SUEUR [1990]). Cette analyse dynamique peut nous donner une indication quant à l'ordre "suffisant" à considérer pour le quadripôle (Q_A) ce qui réduit considérablement la complexité de cette recherche (moins de paramètres à identifier).

La démarche comporte deux phases : la première consiste à améliorer le gain statique, ce qui nous donnera une indication sur le comportement optimal admissible en régime permanent, la seconde utilise un algorithme d'identification basé sur le modèle bond-graph complet.

III.4.1. Amélioration du gain statique

Nous proposons une méthode de détermination du gain statique, basée exclusivement sur le calcul des gains des chemins et boucles causaux d'un modèle bond-graph. Nous allons montrer sur un exemple comment procéder, l'objectif étant, dans un travail ultérieur, d'intégrer une telle procédure dans le logiciel ARCHER qui, comme nous l'avons déjà évoqué quand nous avons parlé de la détermination des équations d'état à partir d'un modèle bond-graph, a été conçu dans un objectif de faire de l'analyse causale et structurelle sur un bond-graph et par conséquent, s'adapte bien à nos besoins.

La procédure de détermination du gain statique d'une fonction de transfert $N(s)/D(s)$ à partir d'un modèle bond-graph se fait en quatre étapes en appliquant la règle de Mason :

- mettre le bond-graph en causalité dérivée,
- calculer le gain des chemins causaux entrée-sortie en posant s , l'opérateur de Laplace, égal à zéro,
- calculer le "déterminant" réduit Δ_R du bond-graph dans lequel on a enlevé les I et C et les éléments, liens et jonctions, apparaissant dans la chaîne d'action.
- calculer le "déterminant" du bond-graph sans les éléments dynamiques.

Dans ces conditions, le gain statique est obtenu en appliquant la formule suivante :

$$\frac{N(0)}{D(0)} = \frac{\sum_i (\text{gain chemin entrée - sortie})_{s=0} \Delta_{R_i}}{\Delta_{(\text{sur bond-graph sans les I et les C})}}$$

Considérons l'exemple Figure 4.12, avec comme sortie la tension aux bornes de la capacité. Nous avons alors :

$$\frac{N(0)}{D(0)} = \frac{1}{1 + R_2/R_1}$$

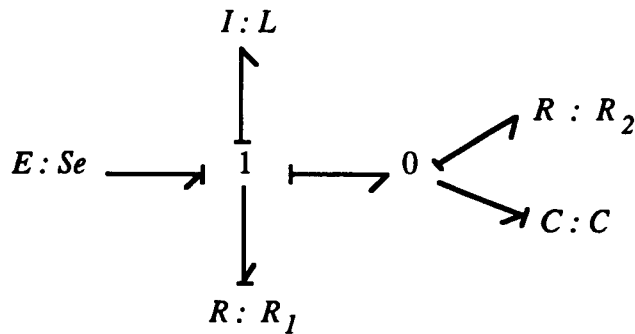


Fig. 4.12 : Détermination du gain statique d'un bond-graph en causalité dérivée

Il est à noter que le réglage du gain statique ne fournit pas la valeur de tous les paramètres du quadripôle d'adaptation; de plus, privilégier le régime permanent se fait au détriment du régime transitoire et donc de la dynamique du système. Modifier le comportement dynamique du quadripôle devient alors notre objectif dans la suite de cette étude.

III.4.2. Procédure d'identification

Le but de cette identification est d'estimer les paramètres du modèle scattering bond-graph de l'adaptateur connaissant sa structure et en se fixant a priori l'ordre du système d'adaptation. L'initialisation s'effectue avec des systèmes simples en choisissant un ordre pas trop élevé; la complexification du modèle, par le rajout de nouveaux éléments dynamiques, se fait en fonction des résultats d'estimation, de l'interprétation physique des résultats ainsi que du critère de satisfaction. Il est à noter que nous pouvons, dès le départ choisir un scattering bond-graph "symétrique" (autrement dit associé à une matrice scattering symétrique) correspondant à un quadripôle d'adaptation réciproque (cf. propriétés de la matrice scattering au chapitre précédent). Ceci permet de réduire le nombre de paramètres à identifier.

Nous allons simplement décrire les étapes de cet algorithme dans notre application, sa réalisation informatique constituera un module en cours de développement pour le logiciel ARCHER. Le but est de coupler ARCHER au logiciel de simulation MATLAB pour pouvoir utiliser sa boîte à outil d'identification SITB (System Identification Toolbox, LJUNG [1987]). Un travail dans ce sens a été réalisé par NAGY [1991] qui propose un système d'identification utilisant les bond-graphs, MaMiC, ainsi que par DELGADO [1993] qui a développé, pour son logiciel de modélisation et de simulation par bond-graph DESIS [1991], une interface avec MATLAB, permettant, à partir de la description graphique d'un

modèle bond-graph, de générer les équations d'état qui seront utilisés, d'une manière transparente pour l'utilisateur, dans le module d'identification.

L'utilisation de ce qui existe sur le marché à ce jour pose deux problèmes majeurs : le premier est qu'aucun des deux logiciels précités ne prend en compte les liens d'information introduits dans le scattering bond-graph, le second est que, comme dans le cas de la détermination de la matrice d'état à partir des bond-graphs, il nous faut un logiciel qui travaille sur les boucles et les chemins causaux, tel que ARCHER, pour le calcul du gain statique.

L'importance de l'utilisation d'un éditeur graphique réside dans la simplicité avec laquelle on peut créer et modifier le modèle bond-graph ainsi que générer les équations mathématiques. C'est précisément notre objectif puisque nous sommes amené à ajouter, selon le besoin, des éléments dynamiques pour satisfaire les critères fixés. Nous essayerons alors de privilégier, autant que possible, les solutions avec un minimum de perte par effet Joule, c'est à dire les quadripôles d'adaptation avec un nombre d'éléments dissipatifs réduit.

Les différentes étapes de l'algorithme sont les suivantes :

- choisir un ordre pour le quadripôle d'adaptation en commençant par un ordre "faible"
- construire la chaîne dynamique avec un nombre d'éléments I et C égal à l'ordre choisi
- construire le scattering bond-graph associé contenant les deux chaînes dynamiques
- déduire les équations d'état du système complet
- les mettre sous un format approprié, défini par SITB, en précisant le vecteur paramètres à identifier
- stocker le vecteur sortie désiré
- lancer la procédure d'identification
- valider les résultats obtenus. Deux cas sont possibles :
 - solution satisfaisant le critère imposé, alors on s'arrête
 - solution insatisfaisante, alors on réitère le procédé à la première étape en augmentant l'ordre du système.

La dernière étape qui consiste à valider les résultats, en interprétant physiquement les paramètres obtenus, constitue la phase majeure de cette procédure. En effet, la question qui se pose à ce niveau est : comment utiliser ces résultats pour construire les systèmes d'adaptation correspondants ?

La réponse vient des techniques habituellement utilisées en hyperfréquences. Une fois les paramètres identifiés, nous pouvons tout naturellement associer au scattering bond-graph une matrice scattering que nous pouvons interpréter de deux façons : soit en vérifiant les propriétés, déjà citées, de cette matrice et en particulier la condition d'orthogonalité, soit en passant de la représentation scattering à la représentation sous forme de matrice d'impédance associée. Ceci peut se faire d'une manière systématique en programmant les formules de passage de l'une à l'autre des deux représentations (GENTILLI [1984]).

La solution en terme de système physique n'étant pas unique, nous pouvons nous servir du modèle bond-graph comme outil d'expertise et d'aide à la conception en éliminant toutes les solutions qui peuvent causer des problèmes de simulation : pas de boucles de gain un, pas de boucles algébriques entre deux éléments résistifs...

III.4.3. Commentaires

Remarquons que la technique de commande prédictive aurait pu être envisagée. Cette technique est une stratégie de commande fondée sur l'utilisation explicite d'un modèle pour prédire la sortie du processus sur un horizon futur de longue durée.

Il existe alors plusieurs méthodes conduisant à des algorithmes différents mais toutes développées autour de certains principes de base communs. Parmi elles citons l'approche commande prédictive à base de modèle (Model based Predictive Control) proposée par RICHALET et al. depuis 1978 et qui se trouve à la base du Logiciel PFC (Predictive Functional Control) développée depuis quelques années à l'ADERSA (RICHALET [1987,1990]).

Ce type de commande peut être applicable dans notre cas du fait que nous travaillons déjà sur un modèle (qui peut être pris comme modèle interne), que nous connaissons les sorties réelles et par conséquent nous pouvons imposer des trajectoires de références permettant d'obtenir des sorties désirées sur un horizon futur de longue durée. Le but ne sera plus alors d'identifier les paramètres d'un quadripôle d'adaptation mais de chercher un régulateur permettant au système de suivre une trajectoire désirée. Sans même évoquer les problèmes de coût, l'inconvénient de cette méthode est que les paramètres obtenus varient dans le temps, ce qui est impensable dans notre étude.

Une autre remarque concerne les travaux de HOGAN [1985] qui, dans l'étude de l'interaction dynamique et fondamentalement non linéaire entre deux systèmes (un

manipulateur et son environnement), a introduit la notion d'impédance et d'admittance généralisées, par analogie avec la définition classique connue dans la théorie des systèmes linéaires, en mettant l'accent sur la nécessité de les distinguer. De plus, il a montré que pour une large classe de manipulateurs non linéaires le théorème de superposition reste valable et que, par conséquent, un tel système peut être représenté par une forme généralisée du circuit équivalent de Norton. Le but alors consiste à proposer une nouvelle approche de commande basée non plus sur la commande de la position ou de la vitesse mais de la relation qui les relie c'est à dire commander directement l'impédance (impedance control). Cette approche alternative consiste à changer la structure et/ou les paramètres du régulateur chaque fois que les conditions imposées par l'environnement changent.

Dans notre étude, nous nous sommes intéressé exclusivement au cas linéaire, l'approche de Hogan constitue alors une alternative dans la perspective d'évolution de nos travaux futurs. En effet, c'est à ce titre que HOGAN [1992], utilisant une analyse géométrique, a montré que l'hypothèse de linéarité, supposée par PAYNTER et BUSCH-VISHNIAC [1988] pour mettre en évidence l'existence de deux structures de jonctions idéales sans stockage ni dissipation de puissance (jonction O et jonction I) ainsi que de deux éléments de couplage sans pertes (le transformateur et le gyrateur), était restrictive et pouvant être supprimée. En partant de la relation scattering liant le vecteur d'ondes réfléchies au vecteur d'ondes incidentes avec une matrice S dépendant du vecteur entrées $y = S(u)u$, Hogan est parvenu aux mêmes résultats quant à l'orthogonalité de la matrice scattering et par conséquent à la propriété concernant les structures de jonction idéales ("isenergetic or power-continuous junction structures").

III.5. CONCLUSION

Un algorithme d'adaptation par identification a été présenté dans ce paragraphe. Basé sur un modèle scattering bond-graph, cette adaptation a été rendue possible par la combinaison de plusieurs facteurs :

- le choix de travailler dans le domaine temporel,
- la structure du scattering bond-graph est toujours la même quels que soient la complexité et l'ordre du système à introduire,
- la possibilité de se fixer un premier critère lié au réglage du gain statique,

- l'utilisation d'un éditeur graphique pour modifier facilement le squelette du scattering bond-graph d'adaptation.

Bien que la réalisation informatique ne soit pas encore achevée, elle ne pose pas a priori de problème théorique. Le logiciel ARCHER contient déjà un module graphique, une interface avec Matlab, et une méthode, MBCC, basée sur l'analyse structurelle du modèle bond-graph et sur le calcul des différents gains et chemins causaux, pouvant ainsi intégrer la procédure d'identification et en particulier la démarche d'amélioration du gain statique.

IV. CONCLUSION

Ce chapitre a fait l'objet d'une présentation de méthodes analytiques permettant de construire des modèles pour faire de l'adaptation d'impédance d'un système physique quelconque.

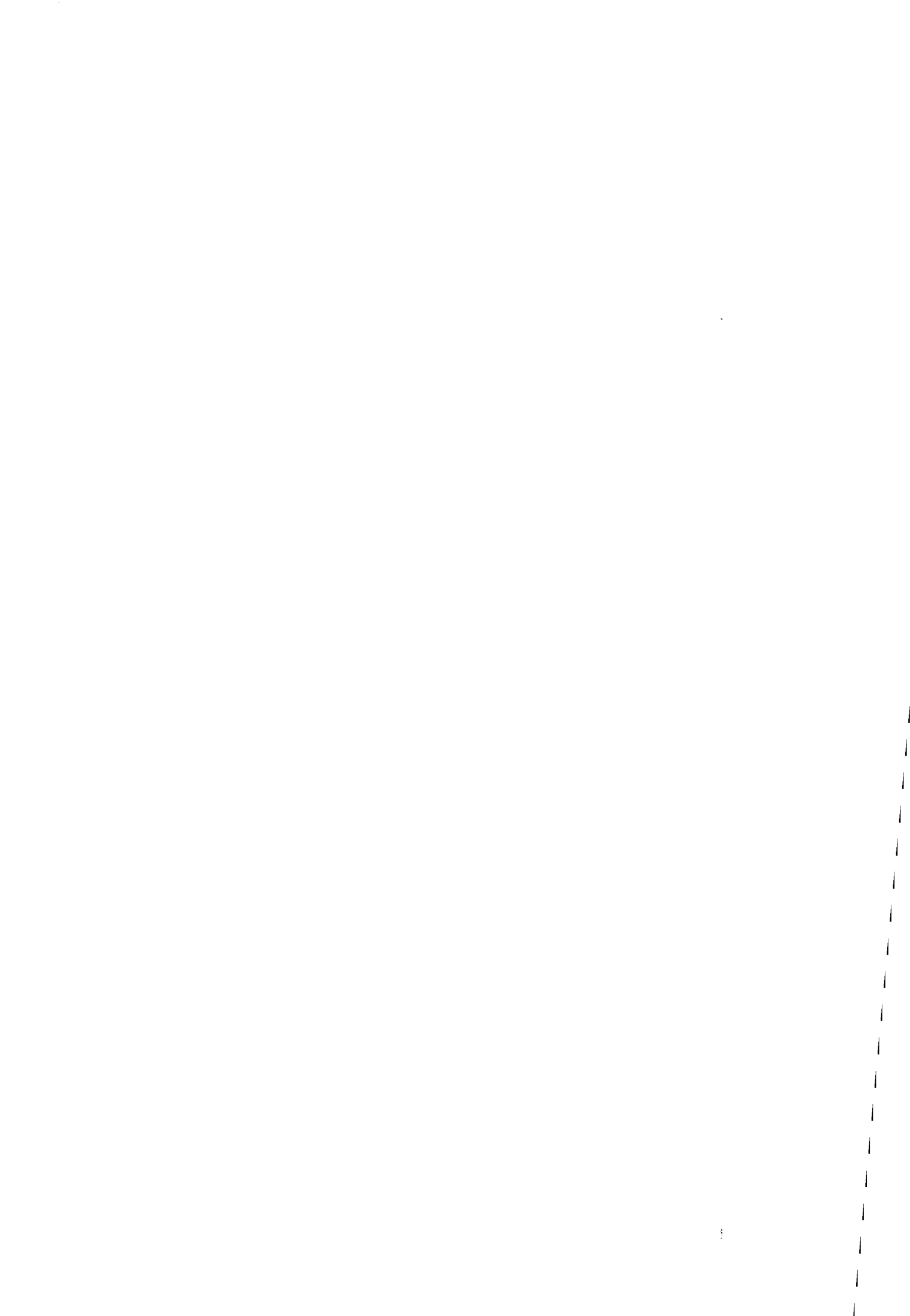
Nous avons commencé par mettre en évidence les formes particulières des matrices d'état du système complet dans des cas particuliers, puis nous avons généralisé ces résultats au cas de la mise en cascade d'un deuxième quadripôle quelconque et en particulier d'un quadripôle d'adaptation. Ceci a été rendu possible du fait de la structure particulière du système d'état déduit du scattering bond-graph.

Nous avons par ailleurs mis en évidence des problèmes de boucles algébriques directement sur le scattering bond-graph et puis validé ces résultats lors de la détermination du système d'état complet. Le scattering bond-graph est de ce fait non seulement un outil de modélisation mais aussi d'analyse structurelle.

En effet, la dernière partie de ce chapitre a été consacrée à la discussion autour du problème d'adaptation, ce qui nous a conduit à proposer un algorithme basé sur l'utilisation conjointe de nos résultats et du logiciel ARCHER en cours de développement au laboratoire.

De plus, nous pouvons envisager d'appliquer ces résultats aux systèmes de production manufacturière, en considérant le flux de produits sous forme d'ondes incidentes à maximiser comme a été suggéré par DEMBELE [1993].

ANNEXES



ANNEXE A

GAIN DE PUISSANCE D'UN QUADRIPOLE UNILATAIRE

Considérons à titre indicatif l'exemple de la Figure. 4.13 (BADOUAL [1984]), on reprendra la représentation graphique du chapitre III (Fig. 3.6), dans laquelle le quadripôle, a priori quelconque donc pouvant être passif ou actif, est ici un transistor bipolaire supposé unilatéral (c'est à dire que $s_{12} \cong 0$), auquel on a intégré la source et la charge.

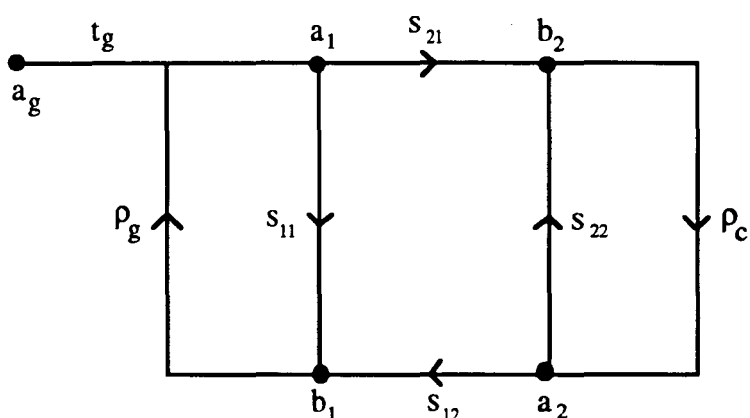


Fig. 4.13 : Représentation graphique d'un système complet

La puissance utile transmise à la charge est $P = |b_2|^2 - |a_2|^2 = |b_2|^2 (1 - |\rho_c|^2)$ et nous avons les relations suivantes aux nœuds du graphe précédent :

$$\begin{cases} a_1 = t_g a_g + b_1 \rho_g \\ b_1 = s_{11} a_1 \\ b_2 = s_{21} a_1 + s_{22} a_2 \\ a_2 = \rho_c b_2 \end{cases} \quad (s_{12} \neq 0)$$

d'où

$$P = |s_{21}|^2 \frac{|t_g a_g|^2 (1 - |\rho_c|^2)}{|1 - s_{11} \rho_g|^2 |1 - s_{22} \rho_c|^2}$$

On appelle gain en puissance composite le gain en puissance de l'amplificateur, référencé à la puissance maximale de la source.

$$G = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance maximale délivrée par la source}}$$

or

$$P_{\max} = \frac{|t_s a_s|^2}{1 - |\rho_s|^2}$$

L'expression de G est alors :

$$G = |s_{21}|^2 \frac{(1 - |\rho_s|^2)(1 - |\rho_c|^2)}{|1 - s_{11}\rho_s|^2 |1 - s_{22}\rho_c|^2}$$

On distingue dans cette expression, trois termes :

- le terme $|s_{21}|^2$, gain interne, qui traduit le transfert d'énergie à l'intérieur,
- le terme $G_1 = \frac{1 - |\rho_s|^2}{|1 - s_{11}\rho_s|^2}$, qui traduit l'adaptation à l'entrée, G_1 prend sa valeur maximale pour $\rho_s = s_{11}^*$, alors $G_{1\max} = \frac{1}{1 - |s_{11}|^2}$,
- le terme $G_2 = \frac{1 - |\rho_c|^2}{|1 - s_{22}\rho_c|^2}$, qui traduit l'adaptation en sortie, G_2 prend sa valeur maximale pour $\rho_c = s_{22}^*$, alors $G_{2\max} = \frac{1}{1 - |s_{22}|^2}$.

Pour obtenir ces conditions, on intercale entre le quadripôle et la source d'une part, entre le quadripôle et la charge d'autre part, des circuits sans pertes réalisant les conditions indiquées, sachant que les paramètres s_{ij} sont mesurés pour une fréquence donnée.

ANNEXE B

SYSTÈME D'ÉTAT DANS LE CAS GÉNÉRAL AVEC DES IMPÉDANCES RÉELLES

Dans le cas où la matrice directe est quelconque, nous commençons par déterminer la nouvelle matrice de sortie, que nous pouvons toujours écrire sous la forme suivante :

$$\tilde{C} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} (1-d_s \rho_c) \frac{\beta_1^{11}}{\alpha_1} + d_s \rho_c \frac{\beta_1^{21}}{\alpha_1} \cdots (1-d_s \rho_c) \frac{\beta_n^{11}}{\alpha_n} + d_s \rho_c \frac{\beta_n^{21}}{\alpha_n} & \cdots & (1-d_s \rho_c) \frac{\beta_1^{12}}{\alpha_1} + d_s \rho_c \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} \cdots (1-d_s \rho_c) \frac{\beta_n^{12}}{\alpha_n} + d_s \rho_c \frac{\beta_n^{22}}{\alpha_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (1-d_s \rho_s) \frac{\beta_1^{21}}{\alpha_1} + d_s \rho_s \frac{\beta_1^{11}}{\alpha_1} \cdots (1-d_s \rho_s) \frac{\beta_n^{21}}{\alpha_n} + d_s \rho_s \frac{\beta_n^{11}}{\alpha_n} & \cdots & (1-d_s \rho_s) \frac{\beta_1^{22}}{\alpha_1} + d_s \rho_s \frac{\beta_1^{12}}{\alpha_1} \cdots (1-d_s \rho_s) \frac{\beta_n^{22}}{\alpha_n} + d_s \rho_s \frac{\beta_n^{12}}{\alpha_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma_{\rho_s} & 0 \\ 0 & \gamma_{\rho_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1^{11} \cdots \gamma_n^{11} & \gamma_1^{12} \cdots \gamma_n^{12} \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_1^{21} \cdots \gamma_n^{21} & \gamma_1^{22} \cdots \gamma_n^{22} \end{bmatrix}$$

avec $\det = 1 - d_s \rho_s - d_s \rho_c + (d_s d_s - d_s d_s) \rho_s \rho_c$.

Comme $\tilde{A} = A + BK\tilde{C}$, avec K diagonale et B très simple, nous obtenons :

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\alpha_1} + \gamma_1^{11} & -\frac{1}{\alpha_2} + \gamma_2^{11} & \gamma_3^{11} & \cdots & \gamma_n^{11} & \vdots & \cdots & \cdots & \gamma_n^{12} \\ \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & \ddots & & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -\frac{1}{\alpha_n} & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \hline \gamma_1^{21} & \cdots & \cdots & \gamma_n^{21} & -\frac{1}{\alpha_1} + \gamma_1^{22} & -\frac{1}{\alpha_2} + \gamma_2^{22} & \gamma_3^{22} & \cdots & \gamma_n^{22} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{1}{\alpha_1} & 0 & -\frac{1}{\alpha_3} & 0 & \cdots \\ \vdots & & & \vdots & 0 & \frac{1}{\alpha_2} & 0 & \ddots & \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -\frac{1}{\alpha_n} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{\alpha_{n-1}} & 0 \end{bmatrix}$$

Nous remarquons alors la similitude entre cette expression et celle déjà trouvée dans le cas d'une matrice directe diagonale, seule les paramètres γ_k^{ij} changent d'expression.

$$\gamma_k^{1j} = \frac{\rho_g}{\det} \left[(1-d_4 \rho_c) \frac{\beta_k^{1j}}{\alpha_k} + d_2 \rho_c \frac{\beta_k^{2j}}{\alpha_k} \right] \quad \begin{matrix} (j=1,2 \\ k=1 \dots n) \end{matrix}$$

$$\gamma_k^{2j} = \frac{\rho_c}{\det} \left[(1-d_1 \rho_g) \frac{\beta_k^{1j}}{\alpha_k} + d_3 \rho_g \frac{\beta_k^{2j}}{\alpha_k} \right] \quad \begin{matrix} (j=1,2 \\ k=1 \dots n) \end{matrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}^t = \left[\frac{(1-\rho_g)(1-d_4 \rho_c)}{\det} \quad 0 \quad \dots \quad \frac{d_3 \rho_c (1-\rho_g)}{\det} \quad 0 \quad \dots \right]$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \frac{(1-\rho_g)(d_1 - d_1 d_4 \rho_c + d_2 d_3 \rho_c)}{\det} \\ \frac{(1-\rho_g)(d_3 - d_1 d_3 \rho_g + d_1 d_3 \rho_g)}{\det} \end{bmatrix}$$

CONCLUSION GENERALE

BILAN CRITIQUE ET PROSPECTIVE

Loin de proposer des solutions définitives pour une conception intégrée par la prise en compte des aspects énergétiques dans un système physique, ce travail de recherche a permis de mettre en évidence l'apport indéniable de l'approche bond-graph ainsi que la "maniabilité" avec laquelle il s'accomode avec d'autres techniques de représentation des systèmes.

En effet, nous avons commencé par proposer une méthodologie de passage d'une matrice de transfert à un modèle bond-graph dans le but d'intégrer ce modèle comme sous-modèle d'un bond-graph global permettant d'utiliser d'une manière unifiée toute la panoplie des techniques bond-graph dans l'optique d'une conception intégrée des systèmes automatisés.

La mise en évidence des ondes de puissance et de leur propagation sur un modèle bond-graph de type particulier appelé scattering bond-graph, constitue le deuxième résultat de notre étude. L'intérêt de ce bond-graph, outre la simplicité de sa structure qui reste inchangée quelle que soit la complexité du système, est qu'il possède une interprétation physique, est plus facile à manipuler qu'un modèle mathématique abstrait, et qu'il propose une approche temporelle de phénomènes modélisés habituellement avec des outils fréquentiels.

Le scattering bond-graph nous a alors permis de proposer une approche originale pour faire de l'adaptation par l'ajout en cascade, avec le quadripôle initial, d'un quadripôle d'adaptation sous forme de scattering-bond-graph. Ceci a le double avantage d'éviter de travailler à une fréquence ou une gamme de fréquences donnée comme le font les spécialistes de l'hyperfréquence, et de redéterminer, à chaque modification, la nouvelle matrice scattering de l'ensemble. La structure du quadripôle d'adaptation étant connue, la détermination de ses paramètres se fait par une procédure d'identification que nous avons explicitée. De plus, le scattering bond-graph permet de détecter des problèmes de simulation éventuels lors de cette mise en cascade de quadripôles.

Les travaux présentés dans ce mémoire, permettent de dégager plusieurs axes prospectifs :

- prendre en compte des non linéarités dans le système physique du type matrice scattering dépendant du vecteur entrées, par l'application de la notion d'impédance généralisée introduite par Hogan,
- introduire des composants actives classiques dans l'étude des systèmes en hyperfréquences,
- proposer un modèle scattering bond-graph réduit en tenant compte des liens d'information,
- intégrer tous ces résultat au logiciel d'analyse et de simulation ARCHER, couplé à MATLAB, ce qui permettra d'utiliser les outils d'identification développés dans ce dernier.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES



BIBLIOGRAPHIE

- [AMARA, 91] M. AMARA
"Contribution à l'Etude des Aspects Energétiques en Robotique Mobile"
Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, 1991.
- [AMARA, 91] M. AMARA ET S. SCAVARDA
"A Procedure to Match Bond Graph and the Scattering Formalism"
J. of the Franklin Inst., Vol. 328, N° 516, pp. 887-899, 1991.
- [AZMANI, 91] A. AZMANI
"Analyse Quantitative d'un Bond-Graph par les Techniques de l'Intelligence Artificielle. Contribution à la Conception et à la Réalisation du Logiciel d'Aide à la Modélisation ARCHER"
Thèse de Doctorat, N° 836, Université de Lille I, 1991.
- [AZMANI, 92] A. AZMANI ET G. DAUPHIN-TANGUY
"ARCHER : a Program for Computer Aided Modeling and Analysis"
Bond Graphs for Engineers, Elsevier Science Publisher B.V., pp. 263-277, IMACS 1992.
- [BADOUAL, 84] R. BADOUAL
"Les Micro-Ondes"
Masson, 1984.
- [BELEVITCH, 48] V. BELEVITCH
"Transmission Losses in 2n-Terminal Network"
J. Appl. Physics, Vol 19, pp. 636-638, July 1948.
- [BELEVITCH, 68] V. BELEVITCH
"Classical Network Theory"
Holden-Day, San Francisco, 1968.

- [BORNE, 90] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTELLA ET I. ZAMBETTAKIS
"Commande et Optimisation des Processus"
Méthodes et Techniques de l'Ingénieur, Ed. TECHNIP, 1990.
- [BORNE, 92] P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTELLA ET I. ZAMBETTAKIS
"Modélisation et Identification des Processus", Tome 1 et 2
Méthodes et Techniques de l'Ingénieur, Ed. TECHNIP, 1990.
- [BOS, 85] A.M. BOS ET P.C. BREEDVELD
"1985 Update of the Bond Graph Bibliography"
J. of the Franklin Inst., Vol. 319, N° 1/2, pp. 269-286, 1985.
- [BREEDVELD, 84] P.C. BREEDVELD
"Physical Systems Theory in Terms of Bond Graphs"
Ph. D. Thesis, Univ. of Twente, Enschede, Netherlands, 1984.
- [BREEDVELD, 85] P.C. BREEDVELD
"Multibond Graph elements"
J. of the Franklin Inst., Vol. 319, pp. 269-286, Jan./Feb. 1985.
- [BREEDVELD, 88] P.C. BREEDVELD
"Fundamental of the Bond Graphs"
12th IMACS World Congress, Paris 1988.
- [BREEDVELD, 93] P.C. BREEDVELD
"Computer-aids for Modelling and Conceptual Design"
IEEE-SMC'93, Int. Conf. on Systems Man and Cybernetics, Le Touquet, Vol. 2, pp. 209-215, Oct. 1993.
- [BREEDVELD, 91] P.C. BREEDVELD, R.C. ROSENBERG, T. ZHOU
"Bond Graph Bibliography"
J. of the Franklin Inst., Vol. 328, N° 5/6, pp. 1067-1109, 1991.

- [BROENINK, 92] J.F. BROENINK
"Computer-Aided Physical-Systems Modeling and Simulation : a Bond Graph Approach"
Ph. D. Thesis, Univ. of Twente, Enschede, Netherlands, 1990.
- [BROWN, 72] F.T. BROWN
"Direct Application of the Loop Rule to Bond Graphs"
J. of Dynamic Syst., Meas. and cont., pp. 253-261, 1972.
- [CALLIER, 91] F.M. CALLIER ET C.A. DESOER
"Linear System Theory"
Springer Texts in Electrical Engineering, Springer-Verlag, NY, 1991.
- [CARLIN, 56] H.J. CARLIN
"The Scattering Matrix in Network Theory"
Trans. IRE Circuit Theory, Vol. CT-3, 1956.
- [CARLIN, 64] H.J. CARLIN ET A.B. GIORDANO
"Networks Theory : An Introduction to Reciprocal and non Reciprocal Circuits"
Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1964.
- [CAUER, 58] W. CAUER
"Synthesis of Linear Communication Networks"
McGraw Hill, New York, 1958.
- [DAUPHIN, 83] G. DAUPHIN-TANGUY
"Sur la Représentation Multi-Modèle des Systèmes Singulièrement Perturbés"
Thèse de Docteur de l'Université de Lille I, Oct. 1983.
- [DAUPHIN, 85] G. DAUPHIN-TANGUY
"Order Reduction of Multi-Time Scale Systems Using Bond-Graphs, Reciprocal System and Singular Perturbation Method"
J. of the Franklin Inst., Vol. 319, N° 1/2, pp. 157-171, 1985.

- [DELGADO, 91] M. DELGADO DE NITRO
"Description et Simulation des Systèmes Linéaires Représentés par Bond-Graph"
Thèse de Docteur de l'Université de Rennes, 1991.
- [DELGADO, 93] M. DELGADO ET J. GARCIA
"Parametric Identification on Bond Graph Models"
IEEE-SMC'93, Int. Conf. on Systems Man and Cybernetics, Le Touquet, Vol. 1, pp. 583-588, Oct. 1993.
- [DEMBELE, 93] S. DEMBELE
"Contribution à la Modélisation Qualitative des Flux dans l'Usine Manufacturière"
Thèse de Docteur de l'Université de France-Comté, Sept. 1993.
- [FOSTER, 24] R. FOSTER
"Theorems on the Driving Point Impedance of Two-mesh Circuits"
Bell Syst. Techn. J., Vol. 3, p. 651.
- [GANTMACHER, 66] F.R. GANTMACHER
"Théorie des Matrices"
Dunod, Vol. 1, Paris, 1966.
- [GENTILI, 84] CH. GENTILI
"Amplificateurs et Oscillateurs Micro-Ondes"
Masson, Paris 1984.
- [GOUDET, 55] G. GOUDET ET P. CHAVANCE
"Ondes Centimétriques"
Chiron, Paris 1955.
- [HOGAN, 85] N. HOGAN
"Impedance Control : An Approach to Manipulation -Part I- Theory"
Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. and Control, Vol. 107, pp. 1-7, Mars 1985.

- [HOGAN, 85] N. HOGAN
"Impedance Control : An Approach to Manipulation -Part II-
Implementation"
Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. and Control, Vol. 107, pp. 8-16,
Mars 1985.
- [HOGAN, 85] N. HOGAN
"Impedance Control : An Approach to Manipulation -Part III-
Applications"
Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. and Control, Vol. 107, pp. 17-24,
Mars 1985.
- [HOGAN, 87] N. HOGAN
"Modularity and Causality in Physical System Modeling"
Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. and Control, Vol. 109, pp. 384-
391, Déc 1987.
- [HOGAN, 92] N. HOGAN
"Geometrical Analysis of Isenergetic Junction Structures"
Bond Graphs for Engineers, Elsevier Science Publisher B.V., pp. 57-
65, IMACS 1992.
- [HUTTON, 75] M.F. HUTTON ET B. FRIEDLAND
"Routh Approximations for Reducing Order of Linear, Time-Invariant
Systems"
IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-20, N° 3, pp. 329-337, 1975.
- [KAILATH, 80] T. KAILATH
"Linear Systems"
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1980.
- [KALMAN, 63] R.F. KALMAN
"Mathematical Description of Linear Dynamical Systems"
J. SIAM Control, Ser. A, Vol. 1, N° 2, pp. 153-192, 1963.

- [KAMEL, 93] A. KAMEL ET G. DAUPHIN-TANGUY
"Bond-Graph Modeling of Power Waves in the Scattering Formalism"
Int. Conf. on Bond-Graph Modeling and Simulation, ICBGM'93,
Vol. 25, N° 2, pp. 41-46, San Diego, California, Janv. 1993.
- [KAMEL, 93] A. KAMEL, C. SUEUR ET G. DAUPHIN-TANGUY
"How to Derive a Bond-Graph Model from a Transfer Matrix"
J. of the Franklin Inst., Vol. 330, N° 5, pp. 787-798, 1993.
- [KARNOPP, 69] D. KARNOPP
"Power-conserving Transformations : Physical Interpretations and
Applications Using Bond Graphs"
J. of the Franklin Inst., Vol. 288, N° 3, pp. 175-201, 1969.
- [KARNOPP, 88] D. KARNOPP
"Structure in Dynamic System Models. Why a Bond-Graph is more
Informative than its Equations ?"
IMACS, 12th World Congress, July 18-22, pp. 1-4, Paris 1988.
- [KARNOPP, 68] D. KARNOPP ET R.C. ROSENBERG
"Analysis and Simulation of Multiport Systems - The Bond Graph
Approach to Physical System Dynamics"
The MIT Press, 1968.
- [KARNOPP, 75] D. KARNOPP ET R.C. ROSENBERG
"Systems Dynamics : A Unified Approach"
Wiley and Sons, New York, 1975.
- [KARNOPP, 83] D. KARNOPP ET R.C. ROSENBERG
"Introduction to Physical System Dynamics"
Mac Graw Hill, 1983.
- [KARNOPP, 90] D. KARNOPP, D. MARGOLIS ET R.C. ROSENBERG
"Systems Dynamics : A Unified Approach"
Wiley, New York, 1990.

- [KUROKAWA, 65] K. KUROKAWA
"Power Waves and Scattering Matrix"
IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., pp. 194-202, Mars 1965.
- [KUROKAWA, 69] K. KUROKAWA
"An Introduction to the Theory of Microwave Circuits"
Academic Press, London, 1969.
- [LYUNG, 87] L. LYUNG
"System Identification Toolbox"
The Math Works, Inc. Sherborn, New Jersey, 1987.
- [MACFARLANE, 67] A.G.J. MACFARLANE
"Generalized Block Diagrams"
Int. J. Control, Vol. 5, N° 3, pp. 245-267, 1967.
- [MARGOLIS, 92] D. MARGOLIS
"Application of Bond Graphs to Distributed Parameter Systems"
Bond Graphs for Engineers, Elsevier Science Publisher B.V.,
pp. 153-175, IMACS 1992.
- [MASON, 56] S.J. MASON
"Feedback Theory, Further Properties of Signal"
Proc. IRE, Vol. 44, N° 7, pp. 920-926, 1956.
- [MATLAB, 90] MATLAB
"User's Guide"
The Math Works, Inc. Sherborn, New Jersey, 1990.
- [MONTGOMERY, 48] C. MONTGOMERY, R.H. DICKE ET E.M. PURCELL
"Principles of Microwaves circuits"
Mc Graw Hill, New York, 1948.
- [NAGY, 91] P.A.J. NAGY AND L. LJUNG
"System Identification Using Bond-Graph"
ECC, Grenoble July 2-5, France 1991.

- [PAYNTER, 61] H.M. PAYNTER
"Analysis and Design of Engineering Systems"
MIT Press, 1961.
- [PAYNTER, 76] H.M. PAYNTER
"Discussion"
J. of Dynamic Syst. Meas. and Control, Tran. ASME, pp. 209-211,
June 1976.
- [PAYNTER, 88] H.M. PAYNTER ET I. BUSCH-VISHNIAC
"Wave-scattering Approches to Conservation and Causality"
J. of the Franklin Inst., Vol. 325, N° 3, pp. 295-313, 1988.
- [PAYNTER, 92] H.M. PAYNTER
"An Epistemic Prehistory of Bond Graphs"
Bond Graphs for Engineers, Elsevier Science Publisher B.V., pp. 3-
17, IMACS 1992.
- [PROUESSE, 91] PROUESSE
"A Software Tool for Simulation and Analysis of Physical Systems
Specially Designed for Automatic Applications"
M. Hassenforder, D. Lienhardt et G.L. Gissinger
Proc. IMACS World Cong. on Comp. and Appl. Math., Dublin, 1991.
- [RAHMANI, 93] A. RAHMANI
"Etude Structurelle des Systèmes Linéaires par l'Approche Bond
Graph"
Thèse de Docteur de l'Université de Lille I, Oct. 1993.
- [REDFIELD, 93] R.C. REDFIELD ET S. KRISHNAN
"Dynamic System Synthesis with a Bond Graph Approach : Part I
Synthesis of One-Port Impedances"
J. of Dynamic Syst. Meas. and Control, Vol. 115, pp. 357-363,
Septembre 1993.

- [REDFIELD, 93] R.C. REDFIELD
"Dynamic System Synthesis with a Bond Graph Approach : Part II
Conceptual Design of an Inertial Velocity Indicator"
J. of Dynamic Syst. Meas. and Control, Vol. 115, pp. 364-369,
Septembre 1993.
- [RICHALET, 87] J. RICHALET, S. ABU-EL-ATA, C. ARBER, H.B. KUNTZE, A.
JACUBASCH ET W. SCHILL
"Predictive Functional Control : Application to Fast and Accurate
Robots"
10th IFAC World Congress, Munich, 1987.
- [RICHALET, 90] J. RICHALET
"Model Based Predictive Control in the Context of Integrated Design"
ESPRIT CIM, CIM-Europe Workshop on Comp. Integ. Design of
Controlled Indus. Syst., pp. 3-34, Paris 26-27 Avril, 1990.
- [RIVIER, 82] E. RIVIER ET R. SARDOS
"La Matrice S"
Masson, Paris 1982.
- [ROSENBERG, 71] R.C. ROSENBERG
"State Space Formulation for Bond-Graphs Models of Multiport
Systems"
J. of Dynamic Syst. Meas. and Control, pp. 35-40, Mars 1971.
- [ROSENBERG, 74] R.C. ROSENBERG
"User's Guide to ENPORT-4"
Wiley, New York, 1974.
- [ROSENBERG, 87] R.C. ROSENBERG
"The ENPORT Reference Manual"
Rosencode Associates Inc., Lansing, MI 48933, 1987.

- [ROSENBERG, 79] R.C. ROSENBERG ET A.N. ANDRY
"Solvability of Bond Graph Junction Structures with Loopes"
IEEE Trans. on Circuits and Syst., Vol. CAS-26, N° 2, pp. 130-137,
1979.
- [ROSENBERG, 88] R.C. ROSENBERG ET T. ZHOU
"Power-based Model Insight"
J. of Dynamic Syst. Meas. and Control, Trans. ASME, WAM, 1988.
- [ROSENBBROCK, 70] H.H. ROSENBROCK
"State-Space and Multivariable Theory"
Study in Dyn. Syst., Welson, R.W. Brocket et H.H. Rosenbrock,
1970.
- [SCAVARDA, 91] S. SCAVARDA, M. AMARA ET E. RICHARD
"Determination of the Input Power in Terms of Output Variables Using
Bond Graph"
Congrès IMACS, Lille 1991.
- [SOUTIF, 70] M. SOUTIF
"Vibrations, Propagation, Diffusion"
Dunod, Paris 1970.
- [SUEUR, 90] C. SUEUR
"Contribution à la Modélisation et à l'Analyse des Systèmes
Dynamiques par une Approche Bond-Graph"
Thèse de Docteur de l'Université de Lille I, Oct. 1990.
- [SUEUR, 89] C. SUEUR ET G. DAUPHIN-TANGUY
"Structural Controllability-Observability of Linear Systems Represented
by Bond Graphs"
J. of the Franklin Inst., Vol. 326, N° 6, pp. 869-883, 1989.

- [SUEUR, 91] C. SUEUR ET G. DAUPHIN-TANGUY
"Bond Graph Approach for Structural Analysis of MIMO Linear Systems"
J. of the Franklin Inst., Vol. 328, N° 1, pp. 55-70, 1991.
- [SUEUR, 93] C. SUEUR ET G. DAUPHIN-TANGUY
"Bond Graph Determination of Controllability Subspaces for Pole Assignment"
IEEE-SMC'93, Int. Conf. on Systems Man and Cybernetics, Le Touquet, Vol. 1, pp. 14-19, Oct. 1993.
- [THOMA, 75] J. THOMA
"Introduction to Bond-Graphs and their Applications"
Pergamon Press, Oxford 1975.
- [THOMA, 90] J. THOMA
"Simulation by Bond-Graphs"
Springer Verlag, 1990.
- [THOMA, 92] J. THOMA
"My Vision of Bond Graph History and Culture in the World"
Bond Graphs for Engineers, Elsevier Science Publisher B.V., pp. 19-38, IMACS 1992.
- [TUTSIM, 92] TUTSIM
A Program Developed by V. Meerman, from Meerman Automation,
POB 154, NL 7160 AC Neede, 1992.

TITRE

ETUDE DES TRANSFERTS DE PUISSANCE DANS LES SYSTEMES PHYSIQUES PAR L'APPROCHE BOND-GRAPH ET LE FORMALISME SCATTERING.

MOTS CLES

Transfert de Puissance

Bond-Graph

Scattering

Ondes de Puissance

Adaptation d'Impédance

RESUME

L'étude du transfert de puissance entre les différentes sous-parties d'un système complexe constitue une préoccupation majeure dès la phase de conception. Les résultats présentés dans ce mémoire concernent la modélisation de systèmes physiques par une utilisation conjointe de l'approche bond-graph et du formalisme scattering dans le but d'améliorer l'analyse et la compréhension du système.

Après un premier chapitre consacré à une présentation succincte de l'outil bond-graph en mettant l'accent sur la notion de puissance, nous présentons, dans un second chapitre, une méthodologie nouvelle permettant d'obtenir un modèle bond-graph à partir d'une matrice de transfert obtenue généralement par identification.

Un nouveau point de vue sur la modélisation et l'analyse des systèmes physiques est présenté au troisième chapitre par l'introduction du "scattering bond-graph". Il s'agit d'un modèle bond-graph d'un genre particulier puisqu'il fait apparaître explicitement les différentes ondes de puissances dans un système physique.

La structure particulière du scattering bond-graph permet de mettre en évidence des propriétés intéressantes sur la matrice d'état du système complet. Elle permet, en outre, d'envisager le problème d'adaptation d'impédance, en vue de minimiser la puissance réfléchi vers la source et maximiser la puissance transmise à la charge, par une procédure d'identification paramétrique sur le scattering bond-graph associé au système d'adaptation que nous introduisons en cascade avec le précédent.

TITLE

POWER TRANSFER IN PHYSICAL SYSTEMS USING BOND-GRAPH AND THE SCATTERING FORMALISM.

KEY WORDS

Power Transfer
Bond-Graph
Scattering
Power Waves
Impedance Matching Problem

ABSTRACT

The study of power transfer through different parts of a complex system constitutes a major concern in the design field. The results presented in this thesis deal with the modelling of physical systems with a jointly use of bond-graph and the scattering formalism, to improve the system knowledge and analysis.

Firstly, we present concisely the bond-graph tool and stress on the power concept. Then, we propose a new methodology to derive a bond-graph model directly from a transfer matrix obtained by identification. In the third chapter, we introduce the scattering bond-graph. It is a bond-graph model under a special form which shows explicitly the different power waves in a physical system.

The particular structure of the scattering bond-graph permits to show some interesting properties concerning the state matrix. It allows to consider the matching problem with the introduction of a parametric identification procedure for the matching scattering bond-graph of the system added in cascade with the original one.

