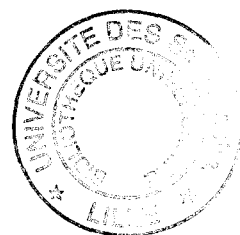


50376  
1994  
95

50376  
1994  
95

N° d'ordre : 1258

THESE DE DOCTORAT  
présentée à  
L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE  
pour obtenir le Grade de  
DOCTEUR EN MECANIQUE  
par  
Annick DANIS - GOBERT



# **Etude du lancement en immersion d'un projectile par une chasse à gaz incondensable et condensable**

Soutenue le 3 février 1994

devant la Commission d'examen

Membres du jury :

Président : M. J.P. BARRAND, Professeur à l'E.N.S.A.M. Lille.

Rapporteurs : M. M. MARTIN, Professeur à l'Université de Nancy.

Mme. C. DUCRUET, Professeur à l'E.N.S.I. de Valenciennes.

Membres : M. P. DUBOIS, Ingénieur en chef de l'Armement, Direction des  
Missiles et de l'Espace.

M. A. DYMENT, Professeur à l'U.S.T.L.

M. J.P. FLODROPS, Ingénieur à l'I.M.F.L.

M. J.B. PAQUET, Ingénieur à l'I.M.F.L.

à Justine et Alain.

## Avant-propos

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé à l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille (I.M.F.L), établissement de l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (O.N.E.R.A.) et entre dans le cadre de contrats financés par la Direction des Missiles et de l'Espace (D.M.E.). Je remercie les responsables de ces organismes d'avoir mis à ma disposition les moyens techniques et financiers qui m'ont permis de réaliser cette étude et en particulier, Monsieur l'I.C.A. Dubois, à la D.M.E., qui a bien voulu faire partie du jury.

Je sais gré à Monsieur Bahurel, directeur de l'I.M.F.L. de m'avoir accueillie dans son établissement.

Je tiens à exprimer ma toute reconnaissance à Monsieur Dymont, professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille pour l'encadrement scientifique qu'il a su me prodiguer tout au long de ces quatre années de recherche sans ménager ni son temps ni sa peine.

Je remercie Monsieur Martin, professeur à l'Université de Nancy d'avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse et d'avoir ainsi témoigné son intérêt pour ce travail.

J'adresse mes remerciements à Madame Ducruet, qui après m'avoir enseigné la Mécanique des Fluides à l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique Energétique de Valenciennes, a consacré une partie de son temps à rédiger un rapport sur le contenu de ce mémoire.

Mes remerciements vont également à Monsieur Barrand, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Lille pour avoir accepté de participer au jury d'examen.

Je remercie particulièrement Messieurs Flodrops et Paquet, ingénieurs à l'I.M.F.L., pour leurs nombreux conseils, l'intérêt qu'ils n'ont jamais cessé de témoigner pour ce travail ainsi que pour leur présence dans le jury.

Qu'il me soit aussi permis de remercier Monsieur Pegneaux, technicien à l'I.M.F.L. pour son importante contribution à la phase expérimentale ainsi que l'ensemble du groupe de Mécanique des Fluides Fondamentale et les membres du groupe informatique.



# Table des matières

Avant-propos . . . . .	3
Notations principales . . . . .	10
Liste des figures . . . . .	15
<b>Introduction . . . . .</b>	<b>18</b>

## Partie I

<b>Modélisation hydrodynamique du lancement du projectile . . . . .</b>	<b>21</b>
---	-----------

### Chapitre 1

<b>Sortie de fosse : chasse par un gaz incondensable . . . . .</b>	<b>22</b>
Notations spécifiques . . . . .	22
1.1. Données du problème . . . . .	22
1.2. Conditions initiales . . . . .	23
1.3. Etude hydrodynamique . . . . .	23
1.3.1 Modélisation du lancement . . . . .	23
1.3.2 Mise en équation du phénomène de chasse . . . . .	23
1.4. Nature de l'injection . . . . .	26
1.5. Cas de l'injection subsonique . . . . .	26
1.5.1 Changement de variables . . . . .	26
1.5.2 Valeurs des paramètres et résultats . . . . .	27
1.6. Cas de l'injection sonique . . . . .	28
1.6.1 Changement de variable . . . . .	28
1.6.2 Valeurs des paramètres . . . . .	29
1.6.3 Résultats . . . . .	30

1.7. Influence des différents paramètres . . . . .	31
1.7.1 Nature du gaz de chasse . . . . .	31
1.7.2 Position initiale du projectile . . . . .	32
1.7.3 Forme du projectile . . . . .	32
1.8. Conclusion . . . . .	33

## **Chapitre 2**

<b>Striction de la bulle gazeuse . . . . .</b>	<b>34</b>
2.1 Modèle de corps élançé . . . . .	34
2.2 Modèle simplifié . . . . .	37
2.2.1 Modifications . . . . .	37
2.2.2 Résolution numérique . . . . .	39
2.2.3 Résultats . . . . .	39

## **Chapitre 3**

<b>Etude expérimentale en hydrodynamique pure . . . . .</b>	<b>40</b>
3.1 Introduction . . . . .	40
3.2 Dispositif expérimental . . . . .	40
3.2.1 Installation . . . . .	40
3.2.2 Visualisations . . . . .	41
3.2.3 Mesure et précision des mesures . . . . .	41
3.3 Essais réalisés . . . . .	42
3.4 Résultats . . . . .	42
3.4.1 Evolution des bulles en fonction de $D$ . . . . .	42
3.4.2 Comparaison entre expériences et calculs . . . . .	43
3.5 Conclusion . . . . .	44

## Partie II

### Modélisation hydro-thermodynamique du lancement du projectile . . . . . 46

#### Chapitre 4

#### Sortie de fosse : chasse par un gaz condensable . . . . . 47

#### Notations spécifiques . . . . . 47

#### 4.1 Introduction . . . . . 48

#### 4.2 Etude bibliographique des phénomènes de condensation . . . . . 48

#### 4.3 Application à la modélisation du départ du projectile dans le cas d'une chasse à vapeur pure . . . . . 54

##### 4.3.1 Aspect thermodynamique de la condensation sur les parois . . . 54

##### 4.3.2 Répercussion sur l'équation de l'énergie. . . . . 55

###### 4.3.2.1 Définition du système . . . . . 55

###### 4.3.2.2 Premier membre de l'équation de l'énergie . . . . . 56

###### 4.3.2.3 Deuxième membre de l'équation de l'énergie . . . . . 57

###### 4.3.2.4 Forme finale de l'équation de l'énergie . . . . . 59

#### 4.4 Condensation sur les parois. Injection sonique . . . . . 60

##### 4.4.1 Débit d'eau condensée . . . . . 60

##### 4.4.2 Cas d'un gradient de température constant dans le film. . . . . 61

###### 4.4.2.1 Calcul de l'épaisseur d'eau condensée . . . . . 61

###### 4.4.2.2 Résolution numérique . . . . . 62

###### 4.4.2.3 Conditions initiales et valeurs des paramètres . . . . . 64

###### 4.4.2.4 Résultats . . . . . 65

##### 4.4.3 Cas d'un gradient de température linéaire dans le film d'eau. . . 66

###### 4.4.3.1 Calcul de l'épaisseur d'eau condensée . . . . . 66

###### 4.4.3.2 Résolution et résultats . . . . . 72

#### 4.5 Condensation sur les parois. Injection partiellement subsonique. . . . . 73

##### 4.5.1 Adaptation du modèle . . . . . 73

4.5.2 Calcul de l'épaisseur d'eau condensée	74
4.5.3 Nouveau système d'équations et résultats	75
4.6 Conclusion	76

## Chapitre 5

<b>Sortie de fosse : chasse par un mélange de gaz condensable et incondensable.</b>	77
---	----

5.1 Nature du gaz de chasse	78
5.2 Calcul du flux de vapeur à l'interface et de la température d'interface	79
5.3 Conditions à l'interface et calcul de l'épaisseur d'eau	81
5.4 Conditions initiales et nouvelles valeurs des paramètres	82
5.5 Résolution numérique et résultats	83
5.6 Conclusion	84

## Chapitre 6

<b>Adaptation des effets thermodynamiques au modèle hydrodynamique de striction de bulle</b>	85
--	----

Notations spécifiques	85
6.1 Introduction	85
6.2 Transfert de chaleur à l'interface entre le mélange de gaz et l'eau	86
6.3 Volume du gaz et surface d'échange	87
6.3.1 Définition	87
6.3.2 Calcul du rayon de la bulle	87
6.4 Condensation en masse	89
6.4.1 Débit d'eau condensée en masse	89
6.4.2 Nouveau système d'équations	90
6.5 Cas de la vapeur pure	90
6.5.1 Arrêt de l'injection	90
6.5.2 Résultats	91



6.6 Cas du mélange vapeur - air	92
6.7 Comparaison et conclusion	93
<b>Conclusion générale</b>	94
<b>Annexe 1</b>	
Temps de rupture et pression de rupture de la bulle dans le modèle hydrodynamique	97
<b>Annexe 2</b>	
Répartition de la quantité de chaleur libérée à l'interface par la condensation.	102
<b>Annexe 3</b>	
Estimation des coefficients $h_c$ et $K$ .	103
<b>Annexe 4</b>	
Calcul de la température d'interface dans le cas de la condensation d'un mélange air-vapeur	105
<b>Annexe 5</b>	
Algorithme de calcul du modèle thermo hydrodynamique de bulle	107
<b>Bibliographie</b>	108
<b>Figures</b>	114

## Notations principales

Les notations dites principales sont celles utilisées dans tout l'ouvrage. D'autres notations, spécifiques, sont indiquées en tête des chapitres où elles sont introduites. Les pressions sont des pressions absolues.

### Caractère romains :

A	surface d'échange
$c_R$	vitesse du son dans le réservoir
C	chaleur spécifique de l'eau
$C_v$	chaleur spécifique de la vapeur d'eau
D	paramètre défini par (2.4)
E	épaisseur du film liquide déposé par condensation
$E_0$	ordre de grandeur de l'épaisseur E
F	nombre de Froude défini par (2.3)
g	accélération de la pesanteur
G	paramètre défini par (2.8)
h	enthalpie massique
$h_1$	enthalpie massique dans la tubulure d'injection
H	profondeur d'immersion du plancher
I	interface
J	flux de mélange vers la paroi
K	coefficient de transfert de masse
k	rapport du volume du projectile à celui du cylindre de même longueur

$Le$	nombre de Lewis défini par $Pr / Sc$
$L_v$	chaleur latente de vaporisation
$L_0$	profondeur de la fosse
$L_0 - X_0$	longueur du projectile
$m_{cm}$	masse d'eau condensée en masse
$m_{cp}$	masse d'eau condensée sur les parois
$m_g$	masse de gaz incondensable
$m_v$	masse de vapeur d'eau
$M_M$	masse du projectile
$\vec{n}$	normale extérieure
$n_x$	composante de $\vec{n}$ sur l'axe $Ox$
$p$	pression du gaz
$p_a$	pression atmosphérique
$p_d$	pression des gaz au débouchage
$p_g$	pression partielle de gaz incondensable
$p_r$	pression des gaz à la rupture
$p_R$	pression des gaz dans le réservoir
$p_{sat}$	pression de vapeur saturante
$p_v$	pression partielle de la vapeur d'eau
$p_0$	pression initiale du gaz dans la fosse
$P$	pression dans l'eau
$Pr$	nombre de Prandlt de l'eau $C \mu / \lambda$
$P_\infty$	pression hydrostatique à la profondeur $H$
$q_{cp}$	débit massique d'eau condensée à la paroi
$q_{cm}$	débit massique d'eau condensée en masse
$q_1$	débit d'injection du gaz dans la fosse
$Q$	quantité de chaleur échangée
$r$	distance à l'axe $Ox$
$R$	rayon de la bulle
$R_a$	constante des gaz parfaits pour l'air 287 J/Kg/K
$R_{mel}$	constante des gaz parfaits pour le mélange air vapeur
$R_v$	constante des gaz parfaits pour la vapeur d'eau 461.51 J/Kg/K

$R_0$	rayon de la fosse et de la partie cylindrique du projectile
$S$	section de la bulle
$Sc$	nombre de Schmidt $v/D_v$
$S_t$	dérivée de la section par rapport au temps
$S_{tt}$	dérivée seconde de la section par rapport au temps
$S_0$	section de la fosse et de la partie cylindrique du projectile
$t$	temps avec origine au départ du projectile (chapitre 1, 4 et 5) et au débouchage (chapitre 2 et 6)
$t_d$	instant du débouchage du projectile (origine au départ du projectile)
$t_r$	instant de rupture de la bulle (origine au débouchage)
$T$	température
$T_i$	température d'interface
$T_p$	température de paroi
$T_r$	température des gaz dans la bulle au moment de la rupture
$T_R$	température des gaz dans le réservoir
$T_{sat}$	température de vapeur saturante
$u_c$	vitesse de condensation
$U$	vitesse du projectile
$U_d$	vitesse du projectile au débouchage
$U_0$	ordre de grandeur de la vitesse $U$
$V$	volume occupé par les gaz
$V_M$	volume du projectile
$V_0$	volume initial de gaz dans la fosse
$x$	abscisse repérée sur l'axe vertical dirigé vers le haut, origine $O$ au niveau du plancher
$x_r$	abscisse de rupture repérée sur l'axe vertical dirigé vers le haut, avec origine $O$ au niveau du plancher
$X$	abscisse du culot du projectile avec origine au fond de la fosse, $X = x + L_0$
$y$	distance aux parois de la fosse ou au culot
$Y$	défini par (1.4)

Z défini par (1.11)

### Caractères grecs :

$$\delta = \rho_a / \rho_e$$

$$\delta_v = \rho_v / \rho$$

$$\delta_g = \rho_g / \rho$$

$$\delta_M = M_M / (S_0 \rho_e (L_0 - X_0))$$

$\varepsilon = E_0 / L_0$  ordre de grandeur de l'épaisseur du film par rapport à la hauteur de la fosse

$\Phi$  flux de chaleur qui traverse l'interface entre le film d'eau condensée et le mélange

$\Phi_e$  potentiel des vitesses de l'eau

$\gamma$  indice adiabatique du gaz parfait

$\eta$  variable muette d'intégration

$\lambda$  conductibilité thermique de l'eau

$\lambda_p$  conductibilité thermique de la paroi

$\lambda_v$  conductibilité thermique de la vapeur

$\mu$  viscosité dynamique de l'eau

$\nu$  viscosité cinématique de l'eau

$\rho$  masse volumique du gaz

$\rho_a$  masse volumique de l'air

$\rho_e$  masse volumique de l'eau

$\rho_g$  masse volumique du gaz incondensable

$\rho_r$	masse volumique du gaz à la rupture
$\rho_R$	masse volumique du gaz dans le réservoir
$\rho_v$	masse volumique de la vapeur
$\sigma$	section de la tubulure d'injection

### Indices inférieurs:

a	relatif à l'air
cm	relatif à la condensation en masse
cp	relatif à la condensation à la paroi
d	conditions au débouchage
e	relatif à l'eau
g	relatif aux gaz incondensables
i	conditions à l'interface
M	relatif au projectile
p	conditions à la paroi
r	conditions à la rupture
R	conditions dans le réservoir
t	dérivée première par rapport au temps
tt	dérivée seconde par rapport au temps
v	relatif à la vapeur
0	conditions initiales
1	conditions d'injection dans la fosse
$\infty$	conditions loin de l'interface

### Indice supérieur:

*	relatif aux grandeurs normalisées définies soit par (1.6) et (1.13) soit par (2.5)
---	--

# Liste des figures

## Chapitre 1

- Figure 1 : Lancement du projectile.
- Figure 2 : Formation du jet rentrant.
- Figure 3 : Schéma de la fosse de lancement.

### Injection sonique air.

- Figure 4 : Position et vitesse en fonction du temps.
- Figure 5 : Accélération et pression des gaz dans la fosse en fonction du temps.
- Figure 6 : Température et masse volumique des gaz dans la fosse.
- Figure 7 : Conséquence de l'arrêt de l'injection avant le débouchage.

### Influence de la nature du gaz.

- Figure 8 : Position et vitesse en fonction du temps.
- Figure 9 : Accélération et pression des gaz dans la fosse en fonction du temps.

### Influence du paramètre $X_0$ .

- Figure 10 : Vitesse et accélération en fonction du temps.
- Figure 11 : Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps.

## Chapitre 3

- Figure 12 : Schéma de l'installation.
- Figure 13 : Evolution des bulles  $G = 6$ ,  $F = 7.60$ ,  $D = -5.23$ .
- Figure 14 : Evolution des bulles  $G = 6$ ,  $F = 7.92$ ,  $D = -2.59$ .
- Figure 15 : Evolution des bulles  $G = 6$ ,  $F = 7.83$ ,  $D = -0.12$ .
- Figure 16 : Evolution des bulles  $G = 6$ ,  $F = 7.67$ ,  $D = 2.5$ .
- Figure 17 : Evolution des bulles  $G = 6$ ,  $F = 7.72$ ,  $D = -10.06$ .
- Figure 18 : Effet de  $G$ .
- Figure 19 : Effet de  $F$ .
- Figure 20 : Effet de  $F$ .

- Figure 21 : Comportement des bulles à la rupture.  
 Figure 22 : Comparaison calcul - essai,  $G = 6.$ ,  $F = 8.15$ ,  $D = -2.17$ .  
 Figure 23 : Comparaison calcul - essai,  $G = 6.$ ,  $F = 7.83$ ,  $D = -0.12$ .  
 Figure 24 : Comparaison calcul - essai,  $G = 6.$ ,  $F = 7.67$ ,  $D = 2.5$ .  
 Figure 25 : Comparaison calcul - essai,  $G = 3.$ ,  $F = 7.96$ ,  $D = -2.51$ .  
 Figure 26 : Comparaison calcul - essais  $G = 9.$ ,  $F = 7.71$ ,  $D = -2.82$ .  
 Figure 27 : Comparaison calculs - essais,  $F = 8$ .  
 Figure 28 : Jet rentrant  $G = 6$ ,  $F = 7.72$ ,  $D = 13$ .

## Chapitre 4

- Figure 29 : Condensation sur une paroi de réservoir et notations.  
 Figure 30 : Discrétisation du débit d'eau condensée sur les parois.

### **Injection sonique de vapeur.**

- Figure 31 : Position et vitesse en fonction du temps.  
 Figure 32 : Accélération et pression des gaz dans la fosse en fonction du temps.  
 Figure 33 : Température et masse volumique des gaz dans la fosse.  
 Figure 34 : Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps.  
 Figure 35 : Profil des vitesses dans le film d'eau condensée.

### **Injection partiellement subsonique de vapeur. Comparaison avec l'injection sonique de vapeur.**

- Figure 36 : Position et vitesse en fonction du temps.  
 Figure 37 : Accélération et pression des gaz dans la fosse en fonction du temps.  
 Figure 38 : Température des gaz dans la fosse et débit de vapeur injectée en fonction du temps.  
 Figure 39 : Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps.

## Chapitre 5

- Figure 40 : Diffusion dans le cas du mélange air-vapeur.



## **Injection partiellement subsonique d'un mélange air-vapeur. Comparaison avec l'injection partiellement subsonique de vapeur.**

- Figure 41 : Position et vitesse en fonction du temps.
- Figure 42 : Accélération et pression des gaz dans la fosse en fonction du temps.
- Figure 43 : Température et masse volumique des gaz dans la fosse.
- Figure 44 : Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps.

## **Chapitre 6**

### **Calcul des deux phases de lancement. Cas de la vapeur.**

- Figure 45 : Position et vitesse en fonction du temps.
- Figure 46 : Pression des gaz et différence de pression dans le cas de la vapeur et celui des gaz incondensables.
- Figure 47 : Température des gaz et débit de vapeur injectée en fonction du temps
- Figure 48 : Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps.
- Figure 49 : Rayon de la bulle à six instants de calcul.

### **Calcul des deux phases de lancement. Cas d'un mélange air - vapeur.**

- Figure 50 : Position et vitesse en fonction du temps.
- Figure 51 : Pression des gaz et différence de pression dans le cas de la vapeur et celui des gaz incondensables.
- Figure 52 : Température des gaz et débit de vapeur injectée en fonction du temps.
- Figure 53 : Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps.
- Figure 54 : Rayon de la bulle à six instants de calcul.

## Introduction

Ce travail s'intègre dans l'étude des phénomènes hydrodynamiques instationnaires liés au lancement sous-marin d'un projectile hydroballistique à l'aide d'une chasse à gaz.

Le lancement comprend deux phases (figure 1) :

- Au cours de la première phase, le projectile est expulsé de la fosse de lancement grâce à la montée en pression consécutive à une injection de gaz provenant d'un réservoir annexe.

- Dans la seconde phase, dès que le culot passe le plancher, le projectile poursuit son mouvement librement dans l'eau. Or, dès le débouchage, les gaz contenus dans la fosse forment une bulle qui reste attachée au culot. Cette bulle s'allonge et finit par se scinder. On a remarqué dans certains cas la formation d'un jet d'eau rentrant à la base de la bulle (figure 2). Parfois le jet peut rattraper le culot du projectile et produire des détériorations ou déstabiliser la trajectoire normalement prévue.

Des études visant à modéliser le comportement de la bulle ont déjà été réalisées à l'Institut de Mécanique des Fluides ([1], [2], [3], [4], [5], [6], [7] et [8]). Ces recherches appréhendent le phénomène sous l'aspect purement hydrodynamique. Or, pour des raisons de commodité les gaz de chasse ont parfois une composition compliquée, dont l'influence sur le comportement de la bulle peut être importante. Par conséquent, en vue d'une prédiction plus précise, on souhaite disposer d'un modèle qui permet de prendre en compte les effets d'origine thermodynamique. Notre but est donc de mettre en évidence les principaux effets des gaz réels sur l'évolution de la bulle.

Dans la réalité, la nature des gaz de chasse n'est pas toujours connue exactement. C'est le cas par exemple lorsque ces gaz résultent de la combustion d'une poudre arrosée d'eau. On a dans cet exemple affaire à des gaz incondensables (air), vapeurs d'eau, gaz solubles et déchets de combustion, mais les deux composants principaux restent la vapeur d'eau et les gaz incondensables

dans des proportions équivalentes. C'est ce que nous examinerons dans notre travail.

L'aspect thermodynamique prépondérant réside dans le comportement de la grande proportion de vapeur d'eau contenue dans les gaz de chasse. Cette vapeur peut se condenser à la fois dans la fosse et dans la bulle, sous forme d'un film liquide sur les parois ou sous forme de brouillard, modifiant ainsi les conditions de pression et de température.

Pour modéliser les phénomènes de condensation nous étudions d'abord le mécanisme de la condensation de la vapeur d'eau pure en film sur une paroi froide ce qui permet de déterminer l'ordre de grandeur du débit d'eau condensée. Ensuite, nous tentons de cerner le rôle des gaz incondensables dans le processus de condensation. Enfin, nous déterminons si la condensation en masse ou en brouillard peut se produire pour établir un modèle plus complet dans lequel interviennent les deux types de condensation.

Dans la première partie de ce mémoire on modélise le lancement du projectile en considérant que celui-ci est expulsé grâce à un apport d'air comprimé, ce qui permet de mettre au point un modèle simple, purement hydrodynamique de sortie de fosse et d'exposer le calcul de striction de bulle réalisé en [5], [6] et [9]. Ceci fait l'objet des chapitres 1 et 2.

Un troisième chapitre est consacré au travail expérimental mis en oeuvre à l'IMFL pour visualiser les bulles gazeuses dans le cas simplifié de la sortie de fosse d'un cylindre à vitesse constante.

Dans la deuxième partie de ce rapport, après une étude bibliographique des phénomènes de condensation, on modélise les effets de gaz réels sur la première phase de lancement en utilisant un gaz condensable, puis un mélange de gaz condensable et incondensable. Cette modélisation a pour but de mettre en place les problèmes thermiques liés aux gaz réels, de pouvoir en vérifier la validité et aussi de connaître les caractéristiques du gaz contenu dans la fosse au moment du débouchage du projectile. Enfin, dans un dernier temps, on transpose le modèle thermodynamique mis en place au calcul de la striction de la bulle.

Le problème pratique qui se trouve à l'origine de cette étude est le lancement sous-marin de missiles hydro-balistiques. Pour des raisons de confidentialité, certaines précisions techniques et données numériques de ce

problème ont été occultées dans le présent document. La plupart des résultats obtenus sont fournis sous forme adimensionnelle.

## **Partie I**

# **Modélisation hydrodynamique du lancement du projectile**

# Chapitre 1

## Sortie de fosse : chasse par un gaz incondensable

### Notations spécifiques

$e$	énergie interne
$c_1$	vitesse du son à l'injection
$C_0$	section du missile au niveau du plancher
$M_1$	nombre de Mach à l'injection
$p_1$	pression d'injection
$q$	vitesse du gaz dans la fosse
$u_1$	vitesse du gaz à l'injection
$V_{Me}$	volume émergé du projectile
$\Sigma$	frontière de la partie émergée du projectile
$\rho_1$	masse volumique du gaz dans la tubulure d'injection

### 1.1 Données du problème

Considérons le déroulement du tir d'un projectile hydrobalistique (figure 1). Soit  $M_M$  la masse du projectile et  $S_0$  la section de sa partie cylindrique. Il est initialement stocké dans une fosse de lancement de hauteur  $L_0$  à une profondeur  $H$  (figure 3). Un réservoir fournit les gaz de chasse qui sont injectés dans le bas de la fosse. On notera  $u_1$  la vitesse d'injection. Dès que la pression  $p$  dans le tube de lancement est suffisante, le projectile se met en mouvement. La vitesse du projectile dans le tube est  $U$  et sa position est repérée par l'abscisse  $X$  de son

culot le long de l'axe Ox, vertical ascendant avec origine au fond du tube.

## 1.2 Conditions initiales

On suppose que le projectile est en appui à l'abscisse  $X = X_0$  et on fixe l'instant initial  $t = 0$  au moment où la pression  $p$  atteint la pression  $p_0$  qui équilibre le poids du projectile. A cet instant, la somme des forces appliquées au projectile est nulle et on peut écrire :

$$(p_0 - P_\infty) S_0 - M_M g = 0 \quad \text{avec} \quad P_\infty = \rho_e H g + p_a$$

d'où 
$$p_0 = g ( M_M / S_0 + \rho_e H ) + p_a$$

## 1.3 Etude hydrodynamique

### 1.3.1 Modélisation du lancement

On modélise le système de chasse du projectile en considérant que l'on injecte de l'air comprimé dans le fond de la fosse avec un débit  $q_1$ , grâce à une tubulure d'injection de section  $\sigma$ . On néglige les frottements entre la fosse et le projectile. On suppose que les vitesses dans la fosse sont du même ordre de grandeur que celle du projectile sauf dans une zone proche de l'injection : elles sont donc petites devant la vitesse du son et on peut considérer que le gaz est homogène.

### 1.3.2 Mise en équation du phénomène de chasse

1.3.2.1 L'équation de conservation de la masse écrite sous forme globale :

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho \vec{U} \cdot \vec{n} dS + \int_\sigma \rho_1 \vec{u}_1 \cdot \vec{n} dS = 0$$

donne :

$$V \frac{d\rho}{dt} + \rho U S_0 - \rho_1 u_1 \sigma = 0$$

En assimilant le projectile à un cylindre de même hauteur, alors  $V = S_0 X$  et il vient :

$$S_0 X \frac{d\rho}{dt} + \rho S_0 \frac{dX}{dt} - \rho_1 u_1 \sigma = 0$$

soit

$$\frac{d}{dt} (\rho X) = \frac{q_1}{S_0} \quad (1.1)$$

avec  $q_1 = \rho_1 u_1 \sigma$ .

1.3.2.2 En supposant qu'il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur et que les frottements ainsi que la pesanteur sont négligés, l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left( e + \frac{q^2}{2} \right) \rho dV + \int_{S_0} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \rho \vec{U} \vec{n} dS + \int_{\sigma} \left( e_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) \rho_1 \vec{u}_1 \vec{n} dS =$$

$$- \int_{S_0} p \vec{n} \vec{U} dS - \int_{\sigma} p_1 \vec{n} \vec{u}_1 dS$$

On néglige l'énergie cinétique du gaz dans la fosse devant son énergie interne ce qui est légitime car le nombre de Mach est petit sauf dans une zone proche de la tubulure d'injection. De là :

$$V \frac{d}{dt} (\rho e) + (\rho e + p) U S_0 - \left( \rho_1 e_1 + p_1 + \rho_1 \frac{u_1^2}{2} \right) u_1 \sigma = 0$$

On introduit l'enthalpie massique  $h = e + \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}$ , et on obtient:

$$X \frac{dp}{dt} + \gamma p \frac{dX}{dt} = \left( \gamma p_1 + \frac{\gamma - 1}{2} \rho_1 u_1^2 \right) u_1 \sigma / S_0,$$

soit

$$X \frac{dp}{dt} + \gamma p \frac{dX}{dt} = \gamma p_1 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) u_1 \sigma / S_0 \quad (1.2)$$

1.3.2.3 Désignons par  $\Sigma$  la partie émergée du projectile (figure 3). En négligeant les frottements entre le projectile et les parois de la fosse, l'équation



de la dynamique s'écrit :

$$M_M \frac{dU}{dt} = - M_M g + \int_{\Sigma} (P - P_{\infty}) n_x dS + S_0 (p - P_{\infty})$$

où  $P$  représente la pression hydrostatique et  $n_x$  la composante de la normale extérieure sur l'axe  $Ox$ .

On transforme le terme intégral comme suit :

$$\int_{\Sigma} (P - P_{\infty}) n_x ds = \int_{\Sigma} (P - P_{\infty} + \rho_e g x) n_x dS - \rho_e g \int_{\Sigma + C_0} x n_x dS$$

où  $C_0$  est la section du projectile par le plan horizontal au plancher de la fosse (figure 3) et  $x$  l'abscisse du sommet de l'ogive avec origine au niveau du plancher.

Comme par ailleurs,  $\int_{\Sigma} x n_x ds = - V_{Me}$  avec  $V_{Me}$  le volume émergé du

projectile, l'équation du mouvement devient :

$$M_M \left( \frac{dU}{dt} + g \right) = \int_{\Sigma} (P - P_{\infty} + \rho_e g x) n_x dS + \rho_e g V_{Me} + S_0 (p - P_{\infty})$$

Or pour un corps élancé :

$$p - P_{\infty} + \rho_e g x \sim \frac{1}{2} \rho_e U^2 \frac{R_0^2}{L_0^2}$$

Cette quantité qui représente la traînée de forme est petite devant  $S_0 (p - P_{\infty})$  qui est la poussée au culot pendant la phase d'expulsion.

On peut donc négliger cette intégrale. On assimile le projectile à un cylindre de même longueur ce qui permet de remplacer  $V_{Me}$  par  $S_0 (X - X_0)$  et en divisant par  $\rho_e S_0$ , on obtient finalement :

$$\frac{M_M}{\rho_e S_0} \left( \frac{dU}{dt} + g \right) - g (X - X_0) - \frac{1}{\rho_e} (p - P_{\infty}) = 0 \quad (1.3)$$

Le départ du projectile est donc régi par le système (1.1) à (1.3), mais on remarque que  $\rho$  n'apparaît pas dans les équations (1.2) et (1.3). Celles ci permettent de calculer la position du culot  $X$  et la pression du gaz dans la fosse  $p$ , la masse volumique  $\rho$  étant obtenue ensuite à l'aide de l'équation (1.1).

## 1.4. Nature de l'injection

Les gaz de chasse sont injectés au fond de la fosse. On suppose que les conditions génératrices de l'injection sont invariables. La nature de l'écoulement à l'injection n'est pas connue et varie avec le rapport de pression entre la fosse et la tubulure d'injection.

## 1.5. Cas de l'injection subsonique

### 1.5.1 Changement de variables

Dans le cas de l'injection subsonique, la pression à l'injection  $p_1$  et la pression dans la fosse sont égales :  $p = p_1$ . On effectue le changement de variable :

$$Y = \left( \frac{p}{p_R} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1.4)$$

où  $p_R$  est la pression du réservoir.

Compte tenu que  $1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 = \frac{1}{Y}$ , l'équation (1.2) se transforme en:

$$\frac{X}{\gamma-1} \frac{dY}{dt} + Y \frac{dX}{dt} = u_1 \frac{\sigma}{S_0}$$

De plus  $u_1 = M_1 \sqrt{Y} c_R$ , où  $c_R$  est la vitesse du son dans le réservoir, ce qui donne :

$$\frac{X}{\gamma-1} \frac{dY}{dt} + Y \frac{dX}{dt} = \sqrt{1-Y} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R \frac{\sigma}{S_0} \quad (1.5)$$

Introduisons les grandeurs sans dimensions :

$$X^* = \frac{X}{L_0} \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_R} \quad c_R^* = \frac{c_R}{\sqrt{g L_0}} \quad t^* = t \sqrt{\frac{g}{L_0}} \quad \sigma^* = \frac{\sigma}{S_0}$$

$$P_\infty^* = \frac{P_\infty}{\rho_c g L_0} \quad P_R^* = \frac{P_R}{\rho_c g L_0}, \quad (1.6)$$

$\rho_R$  étant la masse volumique dans le réservoir.

Les équations (1.5), (1.3) et (1.1) deviennent :

$$\frac{X^*}{\gamma-1} \frac{dY}{dt^*} + Y \frac{dX^*}{dt^*} = \sqrt{1-Y} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R^* \sigma^* \quad (1.7)$$

$$\delta_M \left( \frac{d^2 X^*}{dt^{*2}} + 1 \right) - (X^* - X_0^*) - \left( Y \frac{\gamma}{\gamma-1} P_R^* - P_\infty^* \right) = 0 \quad (1.8)$$

$$\rho^* \frac{dX^*}{dt^*} + X^* \frac{d\rho^*}{dt^*} = q_1^* \quad (1.9)$$

avec

$$q_1^* = Y \frac{1}{\gamma-1} \sqrt{1-Y} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R^* \sigma^* \quad (1.10)$$

### 1.5.2 Valeurs des paramètres et résultats

Le changement introduit a permis d'éliminer les inconnues  $p_1$ ,  $u_1$  et  $c_1$  qui sont difficilement accessibles et de les remplacer par les grandeurs  $p_R$  et  $c_R$ , qui sont supposées constantes.

Le système à résoudre est composé des équations (1.7) et (1.8) qui font intervenir la position du culot du projectile et la pression du gaz dans la fosse, et de l'équation (1.9) assortie du calcul de  $q_1$ . On utilise pour résoudre ce système la méthode des différences finies.

Les valeurs des paramètres étant connues à l'instant initial, l'équation du mouvement fournit la valeur de la position du culot à l'instant suivant et par

conséquent celle de la vitesse et de l'accélération du projectile, l'équation de l'énergie celle de la pression et l'équation de conservation de la masse celle de la masse volumique ; ces valeurs permettent d'initialiser le calcul de l'instant suivant.

On suppose tout d'abord que le projectile est un cylindre de section  $S_0$  et de longueur  $L_0 - X_0$  avec  $X_0^* = 3.6 \cdot 10^{-2}$ . On fixe la section de la tubulure d'injection  $\sigma^* = 6.76 \cdot 10^{-3}$  pour rester homogène avec la section calculée dans le cas de l'injection sonique (cf p29). On utilise  $T_R = T_0 = 400K$  où  $T_R$  et  $T_0$  sont respectivement les températures des gaz dans le réservoir et dans la fosse à l'instant initial,  $\gamma = 1.4$ . Les valeurs réduites sont donc :

$$\delta_M = 1.0745 \quad p_0^* = 4.68 \quad p_\infty^* = 3.61$$

Pour que l'écoulement reste subsonique dans la tubulure d'injection, il faut que  $\frac{p_R}{p}$  soit inférieur à  $\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$  soit environ 1.89 pour l'air.

Or, à  $t = 0$ , la pression dans le fond du tube est  $p_0$ . Il faut donc que la pression de réservoir soit inférieure à  $1.89 p_0$ .

Le calcul numérique nous indique que dès les premiers pas la pression du gaz dans la fosse augmente et devient rapidement égale à la pression du réservoir. Le projectile est alors soumis à une série d'oscillations qui ne correspondent pas au lancement réel. C'est pourquoi nous avons abandonné l'hypothèse du système de chasse à injection subsonique uniquement. Par contre, cette injection sera utile ultérieurement pour certains cas où le col se désamorce en cours de tir.

## 1.6. Cas de l'injection sonique

### 1.6.1 Changement de variable

Le changement qui convient ici est  $Z = p/p_R$ . Compte tenu de  $M_1=1$  et de

$$\frac{p_1}{p_R} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \text{ l'équation (1.2) s'écrit:}$$

$$X \frac{dZ}{dt} + \gamma Z \frac{dX}{dt} = \gamma \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} c_R \frac{\sigma}{S_0} \quad (1.11)$$

ou, sous forme réduite :

$$X^* \frac{dZ}{dt^*} + \gamma Z \frac{dX^*}{dt^*} = \gamma q_1^* \quad (1.12)$$

avec

$$q_1^* = \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} c_R^* \sigma^* \quad (1.13)$$

Le principe de la résolution numérique est le même que dans le cas subsonique. Cette fois la section de la tubulure d'injection est fixée dès que l'on choisit le débit car  $\sigma$  est relié à  $q_1$ ,  $p_R$ , et  $c_R$  par :

$$\sigma = \frac{c_R}{\gamma p_R} q_1 \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

L'équation (1.8) se réécrit :

$$\delta_M \left( \frac{d^2 X^*}{dt^{*2}} + 1 \right) - (X^* - X_0^*) - (Z p_R^* - p_\infty^*) = 0 \quad (1.14)$$

Le système à résoudre est composé des équations (1.9), (1.12), (1.13) et (1.14).

### 1.6.2 Valeurs des paramètres

La valeur réduite du débit utilisée pour les calculs est  $q_1^* = 0.15$  et la température de réservoir  $T_R = 400$  K. On conserve les valeurs réduites:  $\delta_M = 1.0745$ ,  $p_0^* = 4.68$ ,  $p_\infty^* = 3.61$  et  $X_0^* = 3.6 \cdot 10^{-2}$  dans toute la suite de ce mémoire sauf indication contraire.

La pression du réservoir est ajustée de façon à obtenir un bon ordre de grandeur de la section d'injection  $\sigma$  puisque dans le cas d'une injection sonique  $q_1$ ,  $p_R$  et  $\sigma$  sont liés. En prenant  $p_R^* = 45$ , ce qui donne  $\sigma^* = 6.76 \cdot 10^{-3}$ , on

retrouve une pression de sortie  $p_d$  proche de la pression hydrostatique  $P_\infty$ . Les valeurs comparées de  $p_d$  et  $P_\infty$  sont très importantes pour la formation de la bulle (cf chapitre 2).

### 1.6.3 Résultats

Les résultats sont présentés de la façon suivante : position et vitesse en fonction du temps (figure 4), accélération et pression des gaz dans la fosse (figure 5) et température et masse volumique des gaz dans la fosse (figure 6).

Les ordres de grandeur ainsi que l'évolution générale des variables calculées correspondent bien à celle relevée dans la première phase de lancement lors du tir réel étant donné les hypothèses très restrictives mises en place, en particulier concernant l'absence de frottements entre projectile et fosse, l'absence de gaz condensables et l'invariance des conditions de réservoir.

La pression réduite des gaz dans la fosse après une augmentation rapide et linéaire passe par un maximum de l'ordre de 16.2 avant de décroître jusque 4.32. La pression de sortie est environ 20% plus élevée que la pression hydrostatique. Ceci est dû au fait que la pression du réservoir est élevée de façon à maintenir une injection sonique et à l'absence de gaz condensables.

Ce défaut peut être corrigé en stoppant l'injection avant le débouchage du projectile. Le projectile poursuit alors sa course, les gaz contenus dans la fosse se détendent et la pression de sortie est plus faible. L'arrêt de l'injection correspond à la discontinuité de la courbe représentant la pression des gaz dans la fosse en fonction du temps (cf figure 7).

La vitesse de sortie est, elle aussi, utile pour le calcul ultérieur de la striction de la bulle. Celle obtenue donne un nombre de Froude (défini par (2.3)) de 6.2 ce qui correspond bien aux valeurs moyennes utilisées dans le chapitre 2. L'accélération est très faible au moment du débouchage. Cela permet de se rapprocher de l'hypothèse de vitesse constante utilisée pendant la deuxième phase.

## 1.7. Influence des différents paramètres

Afin de mettre en place le modèle, nous avons dû fixer les valeurs numériques d'un certain nombre de paramètres. Nous allons examiner la sensibilité des résultats obtenus lorsqu'on change ces valeurs.

### 1.7.1 Nature du gaz de chasse

Dans la première partie du calcul, on a considéré que le gaz de chasse était de l'air d'indice adiabatique égal à 1.4. Il est intéressant de connaître l'influence de la nature du gaz sur le départ du projectile.

On considère cette fois un gaz à  $\gamma = 1.2$  ce qui représente une moyenne pour les gaz de chasse réels. Utilisons par exemple l'éthane dont la constante est voisine de celle de l'air et vaut 276.7 J/(kg K). Seule l'équation de l'énergie (1.11) doit être modifiée ainsi que la valeur de  $c_R$ .

On a pu constater que les différences étaient très faibles. Avec le nouveau gaz, on obtient :

- un temps de sortie plus faible de 2.8%,
- une pression maximale plus faible de 5%,
- une pression de sortie plus élevée de 7%,
- une vitesse de sortie plus élevée de 6.6%,
- une accélération maximale plus importante de 5%,
- la même accélération de sortie.

L'indice adiabatique du gaz seul semble donc avoir peu d'influence sur le départ du projectile.

Intéressons nous maintenant à un gaz dont les caractéristiques sont totalement différentes de l'air : pour la vapeur d'eau,  $\gamma$  vaut 1.31 ce qui est proche de 1.4 mais  $R_v = 461.51$  J/(Kg K). Conservons le même débit d'injection  $q_1$  et la même pression de réservoir  $p_R$ . Cette fois les résultats sont totalement différents. On a reporté figure 8 la position et la vitesse du culot et figure 9 l'accélération et la pression des gaz dans la fosse. La vitesse de sortie est beaucoup plus importante ( 2.59 au lieu de 1.82 en variables réduites) et le temps de sortie beaucoup plus bref. Cela montre que la nature des gaz est très importante dans notre calcul pour la première phase du lancement.

En effet, lors de l'injection sonique, le débit d'injection réduit  $q_1^*$  (1.13) est proportionnel à la vitesse du son réduite dans le réservoir  $c_R^*$  et à la section d'injection réduite  $\sigma^*$ .  $\sigma^*$  est calculée dès que l'on connaît  $p_R$ ,  $c_R$  et  $q_1$ . A débit  $q_1$  et pression  $p_R$  constants,  $c_R^*$  passe de 38.4 dans le cas de l'air à 47.2 pour la vapeur et  $\sigma^*$  de  $6.76 \cdot 10^{-3}$  à  $8.75 \cdot 10^{-3}$ . La valeur du débit  $q_1^*$  calculée dans le cas de l'injection de vapeur pure (0.24) est supérieure à celle calculée dans le cas de l'air (0.11), ce qui modifie le deuxième membre de l'équation de l'énergie (1.12) et les deux courbes ne sont pas comparables.

### 1.7.2 Position initiale du projectile

Pour évaluer l'importance du paramètre  $X_0$ , les calculs précédents effectués pour  $X_0^* = 3.6 \cdot 10^{-2}$  ont été repris avec  $X_0^* = 5.4 \cdot 10^{-2}$ . Les résultats sont présentés sur les figures 10 et 11. La courbe donnant la position du culot en fonction du temps, ne subit quasiment aucune modification. Par contre, la pression du gaz dans la fosse et l'accélération du culot, présentent un maximum moins important et retardé d'un temps réduit de 0.19. La vitesse de sortie est légèrement plus élevée.

On peut donc en conclure que l'abscisse de départ n'a donc pas beaucoup d'influence sur les conditions de débouchage du projectile.

### 1.7.3 Forme du projectile

Jusqu'à présent on a supposé que le projectile était un cylindre. Une erreur a donc été commise dans le calcul de la poussée d'Archimède; en effet le volume émergé est légèrement différent car le projectile possède une ogive. Cette ogive est définie analytiquement par une fonction polynomiale.

L'équation du mouvement s'écrit :

$$\delta_M L_0 \left( \frac{dU}{dt} + g \right) - g k (X - X_0) - \frac{1}{\rho_e} (p - p_\infty) = 0$$

où  $k$  est un coefficient de remplissage fonction du temps qui représente le rapport du volume du projectile au volume du cylindre de même longueur.

Les résultats obtenus montrent que la modification de la forme de la tête du



projectile n'apporte pas de changements aux résultats précédents. En effet, cette modification influe principalement sur le calcul de la traînée. Or, celle-ci ayant été négligée, on voit ici que la simple différence de volume est trop faible pour fournir un écart significatif.

## 1.8. Conclusion

La modélisation effectuée donne des résultats satisfaisants mais les valeurs de pression des gaz dans la fosse restent cependant trop élevées, et en particulier celle de la pression de sortie de fosse. Ceci est très important car c'est la différence entre cette pression et la pression hydrostatique qui détermine la forme de la bulle (cf chapitre 2). Ce problème peut avoir deux causes : le fait que l'on n'ait pas pris en compte les effets de gaz réels et en particulier la condensation de la vapeur d'eau contenue dans les gaz de chasse, et la pression élevée du réservoir nécessaire pour maintenir une injection sonique.

Dans la suite de ce rapport, on s'attache donc à évaluer la variation de pression due aux effets de gaz réels par rapport à ce premier calcul et on modélise une injection partiellement subsonique (dite "mixte") qui permet de diminuer la pression du réservoir : cela est accompli en modifiant l'algorithme de calcul en fonction du rapport de pression entre le réservoir et la fosse de façon à réaliser une injection tantôt sonique tantôt subsonique. Ce type d'injection n'a pas été considéré dans le cas de l'air car cette première modélisation doit nous permettre d'évaluer les répercussions dues à l'introduction de gaz réels. Or, dans le cas d'une injection "mixte", le débit n'est plus fixé comme pour l'injection sonique mais varie en fonction du rapport de pression entre la fosse et le réservoir. A conditions initiales équivalentes, on ne pourrait donc pas comparer les résultats obtenus successivement avec une injection mixte d'air et une injection mixte avec effets de gaz réels, les débits d'injection n'étant pas les mêmes.

## Chapitre 2

# Striction de la bulle gazeuse

### 2.1 Modèle de corps élané

Le calcul de la striction de la bulle de culot présenté en [6] est réalisé dans le cas purement hydrodynamique. Cette théorie sert de base à la modélisation hydro-thermodynamique effectuée dans la partie suivante et il est utile d'en retracer les grandes lignes.

Dans ce modèle, on considère que pendant la deuxième phase de lancement la vitesse du projectile reste constante et égale à la vitesse  $U_d$  au débouchage.

Le projectile et la poche de gaz sont assimilés à un corps élané axisymétrique qui est représenté par une répartition de sources sur l'axe. On fait l'hypothèse d'un écoulement d'eau à potentiel  $\Phi_e$  qui dans le cas d'un cylindre semi-infini à vitesse constante, s'exprime par [5] :

$$\Phi_e = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{U_d t} \left\{ \left[ (x - \eta)^2 + r^2 \right]^{-1/2} + \left[ (x + \eta)^2 + r^2 \right]^{-1/2} \right\} S_d(\eta, t) d\eta$$

où  $S$  est la section de la bulle,  $\eta$  la variable muette d'intégration et  $x = X - L_0$ . On prend pour nouvelle origine du temps l'instant de débouchage. Pour simplifier l'écriture, on note ici  $S_I$  et  $S_{II}$  les dérivées première et seconde de  $S$  par rapport au temps.

De là :

$$\frac{\partial \Phi_e}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{U_{dt}} \left\{ \left[ (x - \eta)^2 + r^2 \right]^{-1/2} + \left[ (x + \eta)^2 + r^2 \right]^{-1/2} \right\} S_u(\eta, t) d\eta$$

D'après [1], puisque  $\rho / \rho_c F^{4/3}$  est très petit devant 1, alors le gaz dans la bulle peut être considéré comme homogène. La pression est égale à la pression de l'eau à la frontière de la bulle. Elle est obtenue à l'interface à l'aide du théorème de Bernoulli :

$$\frac{p - P_\infty}{\rho_e} = -\frac{\partial \Phi_e}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial R}{\partial t} \right)^2 - g x \quad (2.1)$$

pour  $x$  compris entre 0 et  $U_{dt}$ , la dérivée de  $\Phi_e$  étant évaluée en  $r = R$ .

On considère que l'alimentation en gaz est coupée au débouchage, que le gaz se détend adiabatiquement et que l'eau n'envahit pas la fosse. Sa pression  $p$  satisfait donc à :

$$p \left( S_0 L_0 + \int_0^{U_{dt}} \pi R^2 dx \right)^\gamma = p_d (S_0 L_0)^\gamma$$

soit

$$\frac{p}{p_d} = \left( 1 + \frac{\pi}{S_0 L_0} \int_0^{U_{dt}} R^2 dx \right)^{-\gamma} \quad (2.2)$$

On suppose que la section de la bulle  $S$  est égale à  $S_0$  en  $x = 0$  et  $x = U_{dt}$ . Soit  $L$  l'ordre de grandeur de la bulle et  $F$ , le nombre de Froude du projectile défini par :

$$F = \frac{U_d}{\sqrt{g R_0}} \quad (2.3)$$

Dans le cas général de non dégénérescence, tous les termes de l'équation (2.1) sont du même ordre de grandeur. Or  $\frac{\partial \Phi_e}{\partial t}$  et  $\left( \frac{\partial R}{\partial t} \right)^2$  sont de l'ordre de grandeur

de  $\frac{R_0^2}{L^2} U_d^2$ . De là :

$$\rho_e g L \sim \rho_e \frac{R_0^2}{L^2} U_d^2 \sim |P_\infty - p_d|$$

L'ordre de grandeur  $L$  s'obtient d'après la première relation :

$$g L^3 \sim R_0^2 U_d^2$$

L'autre relation met en évidence le paramètre de similitude :

$$D = \frac{P_\infty - p_d}{\rho_e g R_0 F^{2/3}} \quad (2.4)$$

Les équations (2.1) et (2.2), normalisées avec :

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{R_0 F^{2/3}} & \eta^* &= \frac{\eta}{R_0 F^{2/3}} & t^* &= \frac{U_d t}{R_0 F^{2/3}} & S^* &= \frac{S}{S_0} \\ p^* &= \frac{P_\infty - p}{\rho_e g R_0 F^{2/3}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

donnent :

$$\begin{aligned} x^* - p^* &= -\frac{1}{4} \int_0^{t^*} \left\{ \left[ (x^* - \eta^*)^2 + F^{-4/3} S^* \right]^{-1/2} + \left[ (x^* + \eta^*)^2 + F^{-4/3} S^* \right]^{-1/2} \right\} \\ &\quad S^*_{t^*}(\eta^*, t^*) d\eta^* - \frac{S_t^{*2}}{8 S^*} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Lorsque le volume de la bulle est relativement petit devant le volume de la fosse, on peut linéariser l'équation (2.2); on obtient :

$$p^* - D = G \int_0^{t^*} S^* dx^* \quad (2.7)$$

avec

$$G = \frac{\gamma P_d}{\rho_e g L_0} \quad (2.8)$$

La méthode numérique est analogue à celle développée en [6]. On choisit le même pas de discrétisation en abscisse et en temps. L'expression intégrale de  $\frac{\partial \Phi_e^*}{\partial t^*}$ , en supposant  $S^*_{t^*t^*}$  constant par morceaux, s'écrit :

$$\frac{\partial \Phi_e^*}{\partial t^*}(j,t) = \sum_i S^*_{t^*t^*}(i,t) I_{ij}$$

Les intégrales  $I_{ij}$  sont calculées analytiquement. En approximant  $S^*_{t^*t^*}(j,i)$  par une différence finie centrée, l'équation de Bernoulli se ramène à une équation du second degré par rapport à l'inconnue  $S^*_{t^*}(j,i+1/2)$ . La résolution itérative se fait de même qu'en [6] par sous relaxation.

## 2.2 Modèle simplifié

### 2.2.1 Modifications

La formulation se réduit à une équation linéarisée pour la détente adiabatique du gaz et à une équation intégral-différentielle pour la section  $S(x,t)$  de la bulle ; soit en variables normalisées :

$$\begin{aligned} p^* &= D + G \int_0^{t^*} S^* dx^* \\ &= x^* + \frac{S^{*2}_{t^*}}{8 S^*} - \frac{\partial \Phi_e^*}{\partial t^*} \quad \text{avec } r = R \end{aligned} \tag{2.9}$$

avec :

$$-4 \frac{\partial \Phi_e^*(x^*, R^*, t^*)}{\partial t^*} = \int_0^{t^*} \frac{S^*_{t^*t^*}(\eta, t^*) d\eta}{\sqrt{(x^* - \eta)^2 + F^{-4/3} S^*}} + \frac{S^*_{t^*}(t^*, t^*)}{\sqrt{(x^* - t^*)^2 + F^{-4/3} S^*}} \tag{2.10}$$

et  $S^* = 1$  en  $x^*=0$  et  $x^*=t^*$ .

L'artifice de calcul exposé en [9] en écrivant :

$$\int_0^{t^*} \frac{S^*_{t^*t^*}(\eta, t^*) d\eta}{\sqrt{(x^* - \eta)^2 + F^{-4/3} S^*}} = S^*_{t^*t^*}(x^*, t^*) \int_0^{t^*} \frac{d\eta}{\sqrt{(x^* - \eta)^2 + F^{-4/3} S^*}} + \int_0^{t^*} \frac{S^*_{t^*t^*}(\eta, t^*) - S^*_{t^*t^*}(x^*, t^*)}{\sqrt{(x^* - \eta)^2 + F^{-4/3} S^*}} dt^*$$

permet de calculer analytiquement les deux termes de droite. L'hypothèse de bulle élançée correspond dans l'équation (2.9) au cas limite où  $F^{-4/3} S^*$  tend vers 0. La

valeur principale de  $\frac{\partial \Phi_e^*}{\partial t^*}$  lorsque  $F^{-4/3} S^*$  tend vers 0 est donc :

$$\frac{\partial \Phi_e^*(x^*, R^*, t^*)}{\partial t^*} \approx \frac{S^*_{t^*t^*}(x^*, t^*)}{4} \text{Log } F^{-4/3} S^*$$

pour  $0 \leq x^* < t^*$  et en  $x^* = t^*$  :

$$\frac{\partial \Phi_e^*(t^*, R^*, t^*)}{\partial t^*} \approx \frac{S^*_{t^*t^*}(t^*, t^*)}{8} \text{Log } F^{-4/4} S^* - \frac{S^*_{t^*t^*}(t^*, t^*)}{4 F^{-2/3}} \quad (2.11)$$

Les conditions imposées sont :

$$S^*(x^*, t^*) = 1 \quad \text{pour } x^* = t^*$$

d'où on déduit :

$$S^*_{t^*t^*}(x^*, t^*) + S^*_{x^*x^*}(x^*, t^*) = 0 \quad \text{en } x^* = t^* \quad (2.12)$$

c'est à dire sur le culot du projectile. La section de la bulle en  $x = 0$  n'est pas imposée pour pouvoir permettre une expansion latérale du gaz au niveau du plancher. L'inertie de l'eau par frottement le long du projectile impose une tangente verticale au culot :  $S^*_{x^*x^*}(t^*, t^*) = 0$ , ce qui, grâce à la relation (2.12), permet de déduire :

$$S^*_{t^*t^*}(t^*, t^*) = S^*_{x^*x^*}(t^*, t^*) = 0$$

L'équation résolvante du modèle hydrodynamique simplifié s'écrit alors :

$$D - x^* + G \int_0^{t^*} S^*(x^*, t^*) dx^* = \frac{S_{t^*}^{*2}(x^*, t^*)}{8 S^*(x^*, t^*)} + \frac{S_{t^* t^*}^*(x^*, t^*)}{4} \text{Log}[F^{-4/3} S^*(x^*, t^*)] \quad (2.13)$$

pour  $0 \leq x < t$ , avec  $S^*(t^*, t^*) = 1$  et  $S_{t^*}^*(t^*, t^*) = 0$ . (2.14)

### 2.2.2 Résolution numérique

De la même façon que dans le modèle complet [6], on approxime  $S_{t^* t^*}^*(x^*, t^*)$  par une différence finie centrée et on obtient une équation du second degré en  $S_{t^*}^*(t^* + \Delta t^*/2)$ . La racine de l'équation choisie est telle que  $S_{t^*}^*(t^* + \Delta t^*/2)$  tend vers  $S_{t^*}^*(t^* - \Delta t^*/2)$  quand  $dt$  tend vers 0. Un développement limité permet de choisir la plus petite des racines.

### 2.2.3 Résultats

La solution analytique pour  $G = 0$  sert de test de validation pour le logiciel de résolution numérique de (2.13) et (2.14). Les problèmes de divergence numérique rencontrés dans le modèle complet pour les valeurs de  $D$  inférieures à -2.5 sont éliminés. La suppression de la condition limite en  $x = 0$  permet au modèle d'être représentatif des cas avec expansion de la bulle au plancher.

Pour permettre de comparer les bulles obtenues dans le modèle thermo-hydrodynamique, on a regroupé dans l'annexe 1 les temps, pressions et abscisses de rupture réduites de la bulle pour les cas ci dessous :

- pour  $F = 4.$ ,  $G = 6.$ ,  $D$  variant de -6. à 10.
- pour  $F = 8.$  :
  - $G = 9.$ ,  $D$  variant de -10. à 10.
  - $G = 6.$ ,  $D$  variant de -10. à 10.
  - $G = 3.$ ,  $D$  variant de -10. à 10.
- pour  $F = 10.$ ,  $G = 6.$ ,  $D$  variant de -10. à 10.

# Chapitre 3

## Etude expérimentale en hydrodynamique pure

### 3.1 Introduction

Le modèle hydrodynamique développé en [5] met en évidence les paramètres de similitude des équations du phénomène principal. Une résolution numérique de ces équations a été effectuée jusqu'à la rupture [6] pour prédire les effets de ces paramètres de similitude dans le cas schématique d'un cylindre semi-infini à vitesse constante. Une installation a été mise en place à l'IMFL pour simuler l'évolution de la bulle de culot (figure 12).

### 3.2 Dispositif expérimental

#### 3.2.1 Installation

L'élément essentiel est un réservoir vertical sur pieds, ou cuve, de diamètre 740 mm, de hauteur totale environ 2.7m, contenant un volume réglable d'eau surmonté d'une atmosphère d'air dont la pression absolue peut être réglée. Ce réservoir est démontable en trois parties, respectivement le fond inférieur fixe, la virole cylindrique et le couvercle cylindrique :

- La virole cylindrique comporte quatre hublots en verre de 1.2 x 0.2m régulièrement espacés pour permettre les visualisations.
- Le couvercle supporte le vérin hydraulique dont la course totale est de



1.5 m qui entraîne la maquette et qui permet d'obtenir pour la série d'essais présentés un nombre de Froude  $F$  maximal de 10.

- Le fond inférieur supporte le plancher horizontal placé au niveau du bas des hublots, sur lequel est fixée la fosse de lancement. Cette fosse est constituée d'une partie cylindrique fixe et d'un autre élément cylindrique de longueur variable afin de pouvoir changer le paramètre  $G$ . Un transmetteur de pression, immergeable, situé à demeure dans la cuve sert à mesurer la différence de pression existant entre le plancher  $P_\infty$  et  $p_0$  avant le lancement.

Deux maquettes ont été construites, différentes par leur diamètre mais les essais présentés ont été effectués avec la plus petite. Elle comporte deux capteurs de pression montés au culot, en membrane affleurante.

### **3.2.2 Visualisations**

Les visualisations sont réalisées à l'aide de deux stroboscopes fonctionnant de manière simultanée. La durée de chaque éclair est voisine de  $18 \mu\text{s}$  et l'énergie émise est environ 0.25 Joule. L'intervalle de temps entre deux éclairs successifs est programmable ( valeur minimale 1ms, pas 0.1ms), de même que le nombre d'éclairs (1 à 999). La lumière émise est diffusée par un écran placé sur le hublot et une caméra à tambour tournant enregistre les images ombroscopiques ainsi formées. Le train d'éclairs est déclenché avec un retard programmable par la traversée d'une barrière optique par la maquette.

### **3.2.3 Mesure et précision des mesures**

Les signaux amplifiés et filtrés à 10 kHz sont numérisés en temps réel sur un enregistreur de transitoires LeCroy 6810 sur lequel sont regroupés les signaux fournis par les capteurs de pression de la maquette, le capteur de fosse, le capteur de pression dans la cuve, la barrière optique, les stroboscopes et le capteur de position du vérin hydraulique. La numérisation des informations sur 12 bits est réalisée simultanément sur toutes les voies et la mise en mémoire est effectuée à partir de la réception du signal de la barrière optique avec une marge suffisante pour enregistrer le déplacement complet du vérin.

La position instantanée de la maquette par rapport au plancher est obtenue à partir du capteur de position du vérin, la vitesse par régression linéaire ou par

valeur moyenne à un instant voisin de celui de la striction. L'erreur absolue sur  $F$  n'excède pas 0.2.

La valeur de  $p_d$  est calculée à partir de la mesure initiale de  $p_0 - P_\infty$  en supposant que le gaz subit une détente isentropique. En admettant que le volume de la fosse soit connu à un pour cent près et que l'erreur sur  $\Delta p_0$  est de 0.5 mb, celle commise sur  $D$  n'excède pas 0.2 en valeur absolue.

### 3.3 Essais réalisés

Les conditions d'essais sont prévues pour couvrir le domaine suivant :  $D$  compris entre -5 et 5 et  $G$  compris entre 2.3 et 9. Des essais ont été réalisés avec  $G = 3$ ,  $G = 6$  et  $G = 9$ . La valeur souhaitée du paramètre  $D$  s'obtient en réglant la pression hydrostatique  $P_\infty$  par pressurisation ou dépressurisation de l'air au dessus de l'eau et la pression  $p_d$  qui résulte de la détente du gaz dans la fosse. Les valeurs d'essais retenues sont 2.5, 1, 0, -1, -2.5 et -5. Les valeurs du paramètre  $F$  utilisées sont 4, 8 et 10.

Les valeurs nominales retenues sont  $D = -2.5$ ,  $G = 6$ ,  $F = 8$ .

### 3.4 Résultats

#### 3.4.1 Evolution des bulles en fonction de $D$

Des exemples typiques de l'évolution de la bulle sont présentés sur les figures 13 à 21. Les premières figures (13 à 17) montrent l'influence de  $D$  pour les valeurs nominales  $G = 6$  et  $F = 8$  dans les cas représentatifs du réel c'est à dire  $D$  compris entre -2.5 et 5. La figure 17 présente un cas extrême de formation de bulle pour lequel  $D = -10$ .

Les valeurs précisées sur ces figures sont celles calculées. Les écarts par rapport aux valeurs souhaitées sont faibles, de l'ordre de 1% pour  $G$  qui dépend de la pression absolue  $p_0$ , de l'ordre de 5% pour  $F$  et plus importants pour  $D$  pour les raisons expliquées en 3.2.3. Les écarts sur  $G$  et  $F$  étant relativement faibles, les différences principales entre les figures sont attribuables au paramètre  $D$ .

La figure 18 retrace différentes évolutions de la bulle avec  $F$  et  $D$  constant pour  $G = 3, 6$  et  $9$  et les figures 19 et 20 celles à  $D$  et  $G$  constant pour  $F = 4$  et  $9$ . Sur la figure 21, on représente le bref phénomène de la rupture pour les configurations des figures 13 à 16 :  $G = 6, F = 8$  pour  $D = 2.5, 0, -2.5, -5$ .

Les évolutions des bulles sont présentées sur une durée suffisante pour visualiser l'ensemble du phénomène de striction. L'intervalle de temps entre les clichés est resserré au voisinage de la rupture quand l'évolution de la bulle est très rapide.

Pour  $D$  négatif, la pression initiale dans la fosse  $p_d$  est supérieure à la pression hydrostatique  $P_\infty$  : la bulle commence par gonfler au voisinage du plancher. La pression dans la bulle diminue ensuite suivant la détente du gaz qui conduit à la striction. Pour  $D = -5$  (figure 13), le diamètre maximum au plancher de la bulle gonflée est proche de deux fois le diamètre du culot. Pour  $D = -2.5$  (figure 14) le gonflement est moins prononcé et le point de rupture de la bulle se rapproche du plancher où la pression hydrostatique est maximale. Les effets d'inertie et de striction se compensent pour  $D = 1$ , de sorte que deux ruptures se produisent en simultanéité et qu'une poche d'air séparée apparaît. Pour les autres valeurs de  $D$ , le volume d'air qui reste emprisonné entre la bulle de culot et celle attachée au plancher après la rupture, est très petit. Pour  $D > -0.5$ , la fermeture de la bulle se fait au voisinage du plancher.

Les figures 13 à 16 montrent que l'abscisse et l'instant de rupture dépendent fortement de  $D$ .

### 3.4.2 Comparaison entre expériences et calculs

Les résultats sont comparés aux calculs effectués avec la méthode développée en [6]. Des comparaisons entre les formes de bulles observées et calculées sont présentées sur les figures 22 à 26. Les calculs réalisés jusqu'à la rupture, sont présentés à ce dernier instant de calcul. Les contours des bulles ont été digitalisés à partir des clichés pris à des instants proches de la rupture. On constate que les temps de rupture calculés sont inférieurs à ceux mesurés. L'écart peut paraître important, mais il faut garder à l'esprit que le paramètre qui doit rester petit devant 1 dans le modèle asymptotique, à savoir  $F^{-2/3}$  vaut 0.25 pour  $F = 8$  et 0.4 pour  $F = 4$  !

Pour  $G = 6, F = 8.15$  et  $D = -2.17$  (figure 22), la valeur mesurée de  $x_r^*$

est de l'ordre de 0.5 tandis que la valeur calculée est nulle; il en résulte des formes de bulles calculées et mesurées très différentes au voisinage de la rupture. Lorsque les bulles observées se ferment au voisinage du plancher, les formes calculées et mesurées sont semblables (figures 23 et 24). Dans ce cas, une différence apparaît au voisinage du culot : les visualisations montrent que le diamètre de la bulle est voisin de celui du culot sur une distance adimensionnée de l'ordre de 0.4 ; par contre, les calculs indiquent une diminution rapide du diamètre. Ce résultat vaut également pour  $G = 3$  (figure 25) et pour  $G = 9$  (figure 26).

Les valeurs calculées de  $t_r^*$  sont comparées à celles mesurées en fonction de  $D$  et pour une seule valeur de  $F$  car les  $t_r^*$  mesurés varient peu avec  $F$  (figure 27). Il s'avère que les influences de  $D$  et  $G$  sont bien celles prévues par la théorie. Ces calculs ont été réalisés avec le modèle de corps élancé ( cf § 2.1) et des instabilités numériques empêchent toute comparaison pour  $D$  inférieur à -2.5.

### 3.5 Conclusion

Ces premières expériences de laboratoire concernant les bulles de culot confirment et précisent les principales prévisions du modèle théorique de l'évolution des bulles jusqu'au voisinage de la rupture. Le modèle hydrodynamique élaboré met en évidence deux paramètres de similitude essentiels  $D$  et  $G$ , représentant la pression réduite initiale dans la fosse et la diminution initiale de la pression dans la bulle par détente du gaz, ainsi qu'un paramètre secondaire  $F$ .

Les visualisations par ombroscopie permettent de suivre l'évolution complète des bulles. La cadence de 1000 clichés par seconde permet d'encadrer le bref phénomène de rupture de la bulle, mais pas toujours avec une précision suffisante. L'instant et l'abscisse de rupture sont déterminés en fonction de  $D$  et de  $G$  ; leur dépendance vis à vis de  $F$  est de l'ordre de grandeur des incertitudes des mesures.

Les comparaisons entre les expériences et les calculs jusqu'à la rupture montrent que les valeurs calculées à la rupture ( $t_r^*, x_r^*$ ) sont plus faibles que celles mesurées à cause probablement de la schématisation des conditions au culot et au plancher. Les influences de  $D$  et  $G$  sur le temps de rupture sont bien prédits

par le calcul.

Des essais ont été réalisés par la suite avec une maquette de plus grand diamètre en cherchant à améliorer les visualisations et les mesures de pression pour, en particulier, déterminer le domaine d'existence et d'impact des jets rentrants au culot. Sur les visualisations présentées, l'existence éventuelle de jets rentrants ne peut-être déduite que de la forme de l'extrémité de la bulle après sa rupture. N'ayant décelé des impacts au niveau des capteurs de pression de la maquette que dans de rares cas pour des valeurs élevées de  $D$ , supérieures à 2, on a procédé à un essai avec  $D = 13$ . Ce résultat est présenté figure 28 : on constate que la bulle semble se détacher du culot qui dévie l'eau provenant du jet bien visible sur les clichés.

## **Partie II**

# **Modélisation hydro-thermodynamique du lancement du projectile**

## Chapitre 4

# Sortie de fosse : chasse par un gaz condensable

### Notations spécifiques

$a$	coefficient dans le polynôme formulé (4.25)
$I$	interface entre vapeur et eau condensée composée de $I_f$ , $I_l$ , $I_c$ respectivement au fond de la fosse, à la paroi latérale de la fosse et au culot .
$Re$	nombre de Reynolds de la vapeur $U_0 L_0 / \nu$
$s_s$	entropie massique du système
$S_f, S_l, S_c$	les surfaces respectivement du fond de la fosse, de la paroi latérale de la fosse et du culot
$S_s$	entropie du système
$u$	composante verticale de la vitesse de l'eau dans le film
$u_i$	vitesse d'interface du film d'eau
$U_e$	énergie interne de l'eau
$U_s$	énergie interne du système
$U_v$	énergie interne de la vapeur
$v$	composante horizontale de la vitesse de l'eau dans le film
$v_s$	volume massique du système
$V_e$	volume d'eau
$V_v$	volume de vapeur
$\alpha$	résistance thermique du film d'eau et de la paroi
$\alpha'$	résistance thermique de la vapeur
$\beta$	ordre de grandeur de l'épaisseur de vapeur

$\phi_e$	potentiel thermodynamique massique de l'eau
$\phi_s$	potentiel thermodynamique massique du système
$\phi_v$	potentiel thermodynamique massique de la vapeur
$\Phi_e$	potentiel thermodynamique de l'eau
$\Phi_s$	potentiel thermodynamique du système
$\Phi_v$	potentiel thermodynamique de la vapeur
$\theta$	défini par l'équation (4.25)

## 4.1 Introduction

La seconde étape de notre étude consiste à remplacer l'injection de gaz comprimé incondensable par une injection de vapeur pure. L'objectif est de schématiser simplement le processus d'évolution de la vapeur au cours du lancement et d'évaluer la répercussion des effets de la condensation dans un cas relativement simple.

## 4.2 Etude bibliographique des phénomènes de condensation

La condition nécessaire à la condensation de la vapeur d'eau est la présence soit d'un domaine, soit d'une paroi à une température inférieure à celle de la vapeur saturée. Trois exemples de la vie courante illustrent les types de condensation [10] :

- la condensation en film ( ou buée ) qui se forme sur une vitre froide,
- la condensation en gouttelettes,
- la condensation en masse qui est à l'origine du brouillard et de la formation des nuages.

Dès la mise en contact de la vapeur avec une surface froide, cette dernière se couvre d'une couche adsorbée monomoléculaire qui, au cours de la



condensation, soit croît et se densifie, soit se rompt en formant un grand nombre de gouttes dès que son épaisseur atteint l'ordre du micron [11] [12] selon la différence des propriétés physico - chimiques de la surface et du condensat. La première forme de condensation s'appelle condensation en film ou pelliculaire; la deuxième, condensation en gouttelettes. Ces deux formes de condensation étant très semblables, on considérera qu'il s'agit du même phénomène. On rencontre généralement des condensations mixtes.

On a affaire à un phénomène de transmission de chaleur et de changement d'état qui crée un mouvement de vapeur vers la paroi. Les vitesses prenant ainsi naissance sont, dans tous les cas que l'on rencontre dans la pratique, si faibles que l'énergie cinétique qu'elles engendrent, peut être négligée dans l'établissement du bilan énergétique.

Cette forme de condensation a été très largement étudiée dans la littérature. En effet, elle se produit dans de nombreuses installations industrielles : évaporateurs, condenseurs, machines à distiller, mais aussi de façon plus gênante dans les échangeurs de chaleurs, turbines, compresseurs, détendeurs, machines d'aide respiratoire, enfin plus généralement dans toutes les installations ou tuyauteries qui sont en contact avec de l'air humide.

C'est un phénomène compliqué qui associe simultanément le transfert de chaleur, de masse (quantité de vapeur condensée) et le changement de phase. Le nombre de facteurs qui interviennent dans le transfert de chaleur en présence de condensation est donc sensiblement plus grand que lorsque la phase ne change pas. La prise en compte de tous les facteurs et leur analyse sont très difficiles, non seulement sur le plan théorique mais aussi expérimental.

Le plus souvent, les travaux entrepris dans ce sens ont un caractère d'évaluation globale et ne révèlent pas toute la complexité de l'échange de chaleur. Ils visent essentiellement la conception et le dimensionnement des installations[13][14][15][16][17] et [18].

Dans le cas de la condensation sur une paroi froide, on peut distinguer plusieurs phénomènes successifs dans l'échange de chaleur dans la transformation de vapeur en liquide :

- amenée de la vapeur à la paroi froide ou à l'interface;
- condensation de cette vapeur;

- transfert de chaleur à la paroi ou à l'interface dû à la condensation.

La première théorie du transfert de chaleur dans la condensation en film d'une vapeur saturée pure sur une plaque plane verticale a été établie par Nüsselt en 1916 [19]. La plaque est suspendue dans de la vapeur pure au repos. Elle est maintenue à température uniforme, inférieure à celle de la vapeur. Un film laminaire d'eau condensée s'écoule, par gravité, le long de la plaque et la condensation ne se produit que sur le film. La résolution ne tient compte de la conductivité que dans le sens perpendiculaire à la paroi (suivant l'épaisseur du film); le transfert par convection est absent, les propriétés physiques de l'eau condensée sont considérées comme constantes et le processus est stationnaire. Les forces d'inertie, très petites par rapport à celles de frottement, ainsi que l'interaction entre la vapeur et la surface du film sont négligées. Ce calcul a été testé sous des conditions satisfaisant aux hypothèses et confirmé par Mc Adams [20] qui recommande d'utiliser des coefficients de transfert 25% plus élevés que ceux prédits.

Pour améliorer l'analyse initiale de Nüsselt, Sparrow et ses collaborateurs traitèrent à partir de 1960, le problème de la condensation en film en tenant compte du mouvement du fluide. Ils introduisirent les termes auparavant négligés et étudièrent leurs influences, d'abord dans le cas d'une convection naturelle ([21], [22], [23] et [24]), puis pour une convection forcée sur une plaque horizontale [25].

L'effet de la présence d'un gaz incondensable dans le processus de condensation a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs. Il avait déjà été abordé dans [22], et de façon expérimentale dans [26] et [27]. En effet, dans de nombreuses applications industrielles la vapeur est mélangée à de l'air ou plus simplement l'air utilisé est humide, ce qui induit une forte diminution du coefficient de transmission de chaleur. Cette diminution s'explique par la résistance thermique et diffusionnelle de la couche limite à la surface du film d'eau condensée. La vapeur en condensation doit diffuser vers l'interface à travers la couche limite comportant du gaz incondensable qui est précisément à l'origine d'une résistance thermique supplémentaire. Dans de nombreux cas, cette résistance thermique est l'élément essentiel qui détermine l'intensité du processus de condensation.

Dans la littérature, on peut distinguer deux analyses de la condensation avec présence de gaz incondensables, concernant toujours des phénomènes

permanents :

- Dans les articles de Sparrow précédemment cités ainsi que dans les études menées par Leontiev [28], Bird [29], Collier [30], Saccadura [31] et plus récemment par Pele [32], les auteurs étudient séparément le film liquide d'eau condensée et la couche limite et écrivent ensuite les conditions à l'interface. Dans cette configuration, deux cas sont à considérer :

- Soit la couche limite est laminaire et la solution présente une propriété de similitude interne. Les équations différentielles qui en résultent peuvent être intégrées numériquement .

- Soit la couche limite est turbulente. Alors il n'y a plus de similitude interne et il faut adopter un modèle pour le processus de transport de la turbulence.

Le point commun de tous ces travaux est de considérer que la vapeur est saturée dans le mélange et à l'interface gaz-film liquide. Aucune hypothèse n'est faite sur l'état thermodynamique de la vapeur dans la couche limite. En particulier, la possibilité de formation de gouttelettes dans la couche limite n'a pas été considérée.

Selon Hijikata et Mori [33], cette méthode est valable lorsque la vapeur est surchauffée, mais elle ne l'est plus quand la vapeur est faiblement surchauffée ou juste saturée. Dans ce cas, en certains points la concentration de la vapeur est plus importante que la concentration de vapeur saturée correspondant à la température locale. D'un point de vue thermodynamique, cet état est instable : donc une partie de la vapeur se condense sous forme de gouttelettes de façon à ce que la concentration de vapeur corresponde aux conditions de saturation à la température considérée.

- Pour éviter une difficulté, Hijikata et Mori supposent que la couche limite de diffusion contient des petites gouttes d'eau de façon à ce que les conditions de l'équilibre thermodynamique soient respectées.

Cette situation entraîne une complication considérable. Les équations de couche limite diphasique sont alors résolues par une méthode intégrale en supposant que la température à l'interface liquide-gaz est la même que celle de la paroi  $T_p$ , ce qui revient à négliger la résistance thermique du film d'eau condensée. La même hypothèse a été retenue par Legay-Desesquelles [34] et Legay-Desesquelles et Prunet-Foch [35] et [36]. Hijikata et Mori ont conclu que

pour des nombres de Lewis inférieurs à 1, ce qui est le cas pour les écoulements vapeur d'eau-air, et de faibles différences de température entre le mélange gazeux et la paroi froide, une vapeur condensante est surchauffée dans toute la couche limite de diffusion, mais ils n'apportent aucun résultat numérique pour asseoir leur affirmation. Aucun renseignement supplémentaire n'est fourni par Legay-Desesquelles et Prunet-Foch qui n'avancent pas de valeurs concernant la proportion de vapeur condensée sous forme de gouttelettes.

Cette analyse a été reprise plus récemment par Matuszkiewicz et Vernier [37] qui ont voulu vérifier l'hypothèse  $T_p = T_i$  et déterminer l'influence de ces gouttelettes sur le transfert de chaleur dans le cas de la condensation de vapeur en présence de gaz soumis à un écoulement forcé. Ils en ont conclu que l'hypothèse  $T_p = T_i$  n'est acceptable que pour de faibles concentrations de vapeur dans le mélange. En ce qui concerne la proportion de vapeur d'eau condensée dans la couche limite de diffusion pour un mélange gaz-vapeur, ce qui correspond à  $Le < 1$ , les résultats dépendent de la valeur de la différence de température entre le mélange gazeux et la paroi froide. Si cette différence est faible, la vapeur reste surchauffée dans toute la couche limite pour une concentration initiale de vapeur supérieure à 10%. Par contre, dans le cas où la différence de température est plus importante, il y a condensation et formation de gouttelettes à l'intérieur de la couche limite.

Les études précédentes font apparaître une complexité supplémentaire, le plus souvent négligée : la condensation de la vapeur peut se produire non seulement à la paroi froide, mais en même temps au sein du mélange. Le choix du type de condensation n'est pas évident et résulte des conditions thermiques imposées au mélange ( surchauffe, fraction molaire des gaz incondensables ...).

De nombreuses recherches sur ce thème ont été menées au Japon [38], mais on doit déplorer que les articles ne soient disponibles qu'en japonais ! La condensation et les problèmes d'interface liquide-gaz sont aussi abordés dans le cas d'écoulements diphasiques dans les tubes des échangeurs [39], [40], [41], mais ces études sont centrées sur la croissance des bulles pour laquelle la tension superficielle joue un rôle très important : cela n'est pas transposable à notre problème.

Pour effectuer les calculs relatifs à la condensation, notre choix s'est porté sur les études de Sparrow et de ses collaborateurs qui négligent la formation de gouttelettes dans la couche limite de diffusion. On tiendra compte de la

condensation en masse au sein du mélange gazeux si les conditions thermodynamiques ad hoc sont réunies. Les effets de surchauffe de la vapeur présents dans notre modèle et la résistance de l'interface liquide-gaz seront négligés suite aux résultats obtenus par Minkowycz et Sparrow [23] et [42].

Une des difficultés qui se présente ici est que le phénomène considéré dépend du temps, alors que tous les travaux se rapportent à des écoulements permanents. De plus, tous les problèmes de condensation en présence de gaz incondensables ont été traités dans le cas de fractions molaires de gaz incondensables faibles, ce qui n'est pas non plus transposable car le mélange avec lequel nous travaillons contient entre 25 et 50% d'air.

La complexité de notre problème réside aussi dans l'écriture de l'équation de l'énergie d'un système diphasique avec changement de phase et transfert de chaleur à la paroi. Il ne s'agit pas ici d'un écoulement dont les caractéristiques au loin restent constantes, mais de l'évolution d'un système ouvert.

Les valeurs numériques des caractéristiques de l'eau, de la vapeur, de l'acier et de l'air utilisées dans les calculs proviennent de [43] et [44].

## 4.3 Application à la modélisation du départ du projectile dans le cas d'une chasse à vapeur pure

Tout d'abord, on remplace l'injection d'air comprimé considérée jusqu'à présent par une injection de vapeur d'eau pure et on effectue les calculs en considérant que cette vapeur condense sur les parois dans les deux cas suivants :

- gradient de température constant dans le film de condensat.
- gradient de température linéaire dans le film de condensat.

Ces calculs seront faits dans le cas d'une injection sonique afin de recalibrer les résultats par rapport à ceux obtenus avec une injection d'air, puis d'une injection "mixte", c'est à dire sonique ou subsonique suivant la valeur du rapport de la pression dans la fosse à celle du réservoir, ce qui permettra si nécessaire de diminuer la pression du réservoir, donc sa température et par voie de conséquence, les niveaux de pression et de température atteints dans la fosse.

### 4.3.1 Aspect thermodynamique de la condensation sur les parois

La fosse de lancement est un système ouvert de volume variable dans lequel on injecte un débit constant de vapeur pure  $q_1$  dont une partie  $q_{cp}$  se condense en libérant une quantité de chaleur  $Q$  et en créant un volume  $V_e$  d'eau. On considère que ce volume est petit par rapport au volume de la fosse et se dépose sur les parois, formant un film liquide dont on néglige le ruissellement.

Avant d'écrire l'équation de l'énergie d'un tel système, on étudie un système fermé contenant de la vapeur qui se condense (figure 29a).

Dans un tel système, seule la valeur du potentiel thermodynamique  $\Phi_s$  de Gibbs reste constante lors du changement de phase avec par définition :

$$\Phi_s = U_s - TS_s + PV$$

où  $U_s$ ,  $T$ ,  $S_s$ ,  $P$  et  $V$  représentent respectivement l'énergie interne, la température, l'entropie, la pression et le volume du système.

Or  $U_s$  et  $S_s$  ne sont définies qu'à des constantes additives près, donc  $\Phi_s$  et

$\phi_s$  sa valeur massique, ne sont connues qu'à une fonction linéaire de la température près. Pour éviter cette difficulté, considérons la même relation écrite par unité de masse :

$$d\phi_s = -s_s dT + v_s dP$$

et retrouvons  $\phi_v$  et  $\phi_e$ , les valeurs des potentiels thermodynamiques massiques de la vapeur et de l'eau par intégration de  $d\phi_v$  et  $d\phi_e$  à partir d'un même état initial. Ainsi, lors des changements de phase, le potentiel thermodynamique massique va varier de façon continue, alors que l'entropie variera par saut. En effet, on définit  $L_v$  de la façon suivante :

$$L_v = T (s_v - s_e)$$

donc

$$\Phi_v - \Phi_e = U_v - U_e - T (S_v - S_e) + P (V_v - V_e) = 0$$

donne

$$U_v - U_e = Q - P (V_v - V_e) \quad \text{avec } Q = T (S_v - S_e)$$

Le passage de l'état vapeur à l'état liquide libère une quantité de chaleur  $Q$  et un travail  $P (V_v - V_e)$ . Lors du changement de phase, l'énergie interne de la vapeur est modifiée de différentes manières :

- Par la libération de la quantité de chaleur  $Q = L_v m_{cp}$  où  $m_{cp}$  est la masse d'eau condensée. On considère que la chaleur  $Q$  est intégralement transmise à la paroi par l'intermédiaire du film d'eau condensée et qu'elle ne réchauffe pas le mélange ( cf Annexe 2 ).

- Par la variation de volume due à la condensation qui apparaît par le terme  $P (V_v - V_e)$  dans l'équation du premier principe de la thermodynamique donnant  $U_v - U_e$ .

- Par la variation de masse puisque le système est uniquement constitué de vapeur, la masse d'eau condensée étant alors exclue.

### 4.3.2 Répercussion sur l'équation de l'énergie.

#### 4.3.2.1 Définition du système

Appliquons ces résultats au système constitué par les fluides contenus dans la fosse (figure 29b).

Le volume occupé par le mélange est  $S_0 X$  : il est délimité par la fosse de parois latérales  $S_l$  et de fond  $S_f$  et par le culot  $S_c$  du projectile. Il est composé du volume  $V_v$  occupé par la vapeur et représenté par les parties grisées du schéma et du volume  $V_e$  occupé par l'eau condensée près des parois, représenté en blanc. L'interface entre vapeur et eau condensée est composée de  $I_f, I_l, I_c$ , parties situées respectivement face à  $S_f, S_l, S_c$ . Considérons le domaine de gaz qui occupe le volume  $V(t)$  représenté en gris foncé tel qu'à l'instant  $t + \Delta t$  la frontière matérielle  $F(t)$  de ce domaine se confond avec l'interface  $I$  : autrement dit, sa position à l'instant  $t + \Delta t$  est  $V_v$ . Au volume  $V_v - V(t)$  indiqué en gris clair sur la figure 29b correspond la quantité de vapeur qui s'est condensée pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

Séparons l'énergie interne du système en deux termes en s'inspirant de l'expression de  $U_v - U_e$  : un premier contenant l'énergie interne de formation  $U_F$ , dont est issue la chaleur latente en cas de condensation, et le second terme  $U_P$  de la forme :

$$\int_V \frac{p}{\gamma - 1} dV$$

qui tient compte des caractéristiques du système.

Pour le volume  $V_v$ , le terme correspondant à  $U_P$  qui intervient dans l'équation de l'énergie est :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_v} \frac{p}{\gamma - 1} dV$$

Décomposons maintenant le système en  $V(t)$  et  $V_v - V(t)$ . Comme la vapeur contenue dans  $V(t)$  ne contribue pas à la condensation le seul terme correspondant à l'énergie interne de formation  $U_F$  provient de  $V_v - V(t)$ . Il est égal à la quantité de chaleur libérée à la condensation. Cette quantité de chaleur étant totalement transmise à la paroi, elle ne modifie pas l'évolution du système et il est donc inutile de la faire apparaître dans le bilan que traduit l'équation de l'énergie.

#### 4.3.2.2 Premier membre de l'équation de l'énergie

Soit le volume  $V_v$  dont la frontière est l'interface  $I$  mobile de vitesse  $\vec{\Omega}$  et la



surface  $\sigma$ ; soit  $\vec{n}$  la normale extérieure sur la frontière. Alors pour toute fonction scalaire  $\psi$  :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_v} \psi dV = \int_{V_v} \frac{\partial \psi}{\partial t} dV + \int_I \psi \vec{\Omega} \vec{n} dS + \int_{\sigma} \psi \vec{u} \vec{n} dS$$

et

- sur  $I_c$ , on a  $\vec{\Omega} = \vec{U} - \vec{u}_c$
- sur  $I_f$  et sur  $I_1$ , on a  $\vec{\Omega} = -\vec{u}_c$

avec  $\vec{u}_c$  vitesse de condensation :

$$u_c = \frac{dE}{dt} \quad (4.1)$$

$E$  étant l'épaisseur d'eau condensée. Donc :

$$\int_I \psi \vec{\Omega} \vec{n} dV = - \int_I \psi \vec{u}_c \vec{n} dS + \vec{U} \int_{I_c} \psi \vec{n} dS$$

Or, sur  $\sigma$  on a  $\vec{u} \vec{n} = -u_1$  d'où :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_v} \psi dV = \int_{V_v} \frac{\partial \psi}{\partial t} dV - \int_I \psi \vec{u}_c \vec{n} dS + U \int_{I_c} \psi dS - \psi_1 u_1 \sigma$$

On peut donc écrire avec  $\psi = p / (\gamma - 1)$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_v} \frac{p}{\gamma - 1} dV &= \frac{1}{\gamma - 1} \int_{V_v} \frac{dp}{dt} dV - \int_I \frac{p}{\gamma - 1} \vec{u}_c \vec{n} dS \\ &+ \frac{1}{\gamma - 1} U \int_{I_c} p dS - \left( \frac{p_1}{\gamma - 1} + \rho_1 \frac{u_1^2}{2} \right) u_1 \sigma \end{aligned}$$

#### 4.3.2.3 Deuxième membre de l'équation de l'énergie

Considérons maintenant les apports extérieurs intervenant dans l'équation de l'énergie. Evaluons d'abord la puissance des forces de pression sur la

frontière du domaine.

- la frontière  $S_c$  a une vitesse  $\vec{U} - \vec{u}_c$ .
- le fluide à la frontière  $\sigma$  a une vitesse  $\vec{u}_1 - \vec{u}_c$ .
- les autres frontières ont une vitesse  $-\vec{u}_c$ .

La puissance est donc :

$$- \int_{S_c} p \vec{U} \vec{n} dS - \int_{\sigma} p \vec{u} \vec{n} dS + \int_I p \vec{u}_c \vec{n} dS$$

Aucun échange de chaleur ne doit être pris en compte dans notre bilan. En effet, par hypothèse la chaleur libérée à la condensation ne réchauffe pas le système ( cf § 2.2.1.1.).

Pour exprimer le terme représentant la perte d'énergie liée à la condensation, intéressons nous au volume  $V(t)$ . Le travail de dilatation à la frontière de  $V(t)$  est :

$$\int_{F(t)} p \vec{w} \vec{n} dS$$

où  $\vec{w}$  est la vitesse de la frontière  $F(t)$ . La vapeur qui va se condenser en provenance du volume  $(V_v - V(t))$  est à la température  $T_{sat}$  et à la pression  $p_{sat}$ . Le travail de dilatation correspond à  $p_{sat} (V_v - V_e)$  dans le potentiel thermodynamique du changement de phase.

De plus, comme on a supposé que dans le film l'eau est immobile et que  $\vec{w}$  et  $\vec{u}_c$  sont colinéaires à la normale  $\vec{n}$ , on a :

$$\rho_e u_c = \rho_v w$$

De là :

$$\int_{F(t)} p \vec{w} \vec{n} dS = \int_{F(t)} p_{sat} \frac{\rho_e}{\rho_v} u_c dS = \rho_e R_v T_{sat} \int_{F(t)} u_c dS$$

avec  $q_{cp} = \rho_e \int_{F(t)} u_c dS$  ; puis

$$\int_{F(t)} p \vec{w} \vec{n} dS = R_v T_{sat} q_{cp} = (\gamma - 1) C_v T_{sat} q_{cp}$$

Au travail de dilatation obtenu ci-dessus, on doit ajouter la variation d'énergie interne par condensation. L'énergie interne massique correspondante est  $C_v T_{sat}$ ; l'eau se dépose à l'interface avec un débit  $q_{cp}$ . De là, l'expression cherchée :

$$C_v T_{sat} q_{cp}.$$

Le bilan des deux termes précédents est donc égal à la variation d'enthalpie :

$$\gamma C_v T_{sat} q_{cp}$$

#### 4.3.2.4 Forme finale de l'équation de l'énergie :

Finalement, l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma-1} \int_{V_v} \frac{\partial p}{\partial t} dV - \int_I \frac{p}{\gamma-1} \vec{u}_c \vec{n} dS + \frac{1}{\gamma-1} U \int_{I_c} p dS \\ & - \left( \frac{p_1}{\gamma-1} + \rho_1 \frac{u_1^2}{2} \right) u_1 \sigma \\ & = \\ & - \int_{S_c} p \vec{U} \vec{n} dS - \int_{\sigma} p \vec{u} \vec{n} dS + \int_I p \vec{u}_c \vec{n} dS - \gamma C_v T_{sat} q_{cp} \end{aligned}$$

Puisque  $u_c$  est très petit devant  $U$ , on peut négliger les termes :

$$\int_I \frac{p}{\gamma-1} \vec{u}_c \vec{n} dS \text{ et } \int_I p \vec{u}_c \vec{n} dS$$

et l'équation devient :

$$\frac{V}{\gamma-1} \frac{dp}{dt} + \frac{\gamma}{\gamma-1} S_0 U p = \frac{\gamma p_1}{\gamma-1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right) u_1 \sigma - \gamma C_v T_{sat} q_{cp}$$

On retrouve donc formellement une équation analogue à (1.2) où

simplement le dernier terme est nouveau :

$$X \frac{dp}{dt} + \gamma p \frac{dX}{dt} = \gamma p_1 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) u_1 \frac{\sigma}{S_0} - \frac{\gamma R_v}{S_0} T_{\text{sat}} q_{\text{cp}} \quad (4.2)$$

La variation de la masse de vapeur contenue dans la fosse est due à la fois à l'injection et au débit de fuite de la vapeur d'eau condensée. Cela se traduit dans l'équation de conservation de la masse par :

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = q_1 - q_{\text{cp}}$$

soit

$$\rho \frac{dX}{dt} + X \frac{d\rho}{dt} = \frac{q_1}{S_0} - \frac{q_{\text{cp}}}{S_0} \quad (4.3)$$

qui remplace l'équation (1.1)

L'équation du mouvement du projectile reste la même que dans le modèle hydrodynamique : c'est l'équation (1.3).

## 4.4 Condensation sur les parois. Injection sonique

### 4.4.1 Débit d'eau condensée

Comme dans le modèle hydrodynamique du chapitre 1, il est intéressant d'effectuer le changement  $Z = p/p_R$ . On conserve les équations (1.3) et (4.3) et l'équation (4.2) devient :

$$X \frac{dZ}{dt} + \gamma Z \frac{dX}{dt} = \gamma \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} c_R \frac{\sigma}{S_0} - \frac{\gamma R_v}{S_0} \frac{T_{\text{sat}}}{p_R} q_{\text{cp}} \quad (4.4)$$

Ce qui nous intéresse plus particulièrement, c'est le débit d'eau condensée à la paroi  $q_{\text{cp}}$ . Ce débit s'exprime par :

$$q_{cp} = \rho_e \int_A u_c (x, t) dS$$

Ici la surface d'échange A représente les parois, le fond de la fosse et le culot et elle dépend du temps par l'intermédiaire de X car son aire à chaque instant est  $2\pi R_0 (R_0 + X)$ . Donc :

$$q_{cp} = 2 \rho_e \pi R_0 \left[ R_0 u_c (0, t) + \int_0^{X(t)} u_c (x, t) dx \right] \quad (4.5)$$

Pour calculer l'épaisseur E du film d'eau condensée en fonction du temps, on va supposer que la conductivité thermique  $\lambda$  de l'eau est indépendante de la température.

#### 4.4.2 Cas d'un gradient de température constant dans le film.

##### 4.4.2.1 Calcul de l'épaisseur d'eau condensée

Reprenons le modèle de Nusselt et étudions le cas de la condensation de la vapeur d'eau pure dans un réservoir dont une surface A horizontale est à une température  $T_p$  inférieure à la température de saturation de la vapeur qu'il contient (figure 30a). La pression est maintenue constante grâce à un apport régulier de vapeur. Soient  $L_v$  la chaleur latente de vaporisation, Q la quantité de chaleur échangée entre le film et la paroi,  $T_p$  la température de la paroi,  $T_{sat}$  la température de saturation de la vapeur et y la distance à la paroi. Dans le cas de la condensation d'une vapeur pure, la température d'interface est la même que celle de saturation du mélange : il n'y a pas de couche limite de diffusion.

Le film d'eau étant très mince, on peut admettre que la distribution de T suivant y est sensiblement linéaire. On a :

$$\frac{T - T_p}{T_{sat} - T_p} = \frac{y}{E}$$

Alors le bilan énergétique s'écrit :

$$\frac{Q}{A} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta y} = \lambda \frac{T_{sat} - T_p}{E}$$

La quantité de chaleur transmise à la paroi  $Q$  étant égale à l'énergie apportée par la condensation  $\rho_e L_v u_c$ , on obtient :

$$\frac{\lambda}{E} (T_{\text{sat}} - T_p) = \rho_e L_v u_c \quad (4.6)$$

D'après la définition de  $u_c$ , on a :

$$u_c = \frac{dE}{dt} = \frac{\lambda (T_{\text{sat}} - T_p)}{E \rho_e L_v}. \quad (4.7)$$

Cette quantité représente la vitesse avec laquelle la chaleur dégagée par la condensation de la vapeur, et qui a réchauffé partiellement le film liquide, est absorbée par la paroi.

En supposant que la température de saturation reste constante et qu'à  $t = 0$  on ait  $E = 0$ , on obtient par intégration de (4.7) :

$$E = \sqrt{\frac{2 \lambda (T_{\text{sat}} - T_p) t}{\rho_e L_v}} \quad (4.8)$$

On remarque que selon (4.7) la vitesse de condensation  $u_c$  dépend de l'épaisseur d'eau déposée. On ne peut donc pas initialiser le calcul avec une valeur nulle de  $E$ . Appelons  $E_{\text{initial}}$  l'épaisseur de fluide qui se dépose sur la surface froide. On peut alors en calculer une valeur approchée à l'instant  $\Delta t$  selon la formule (4.8) :

$$E_{\text{initial}} = \sqrt{\frac{2 \lambda (T_{\text{sat}} - T_p) \Delta t}{\rho_e L_v}} \quad (4.9)$$

Ainsi en résolvant l'équation (4.7), on a déterminé l'épaisseur d'eau condensée en fonction du temps et de la position dans la fosse. Ceci a permis de calculer la vitesse de condensation à la paroi et le débit d'eau condensée.

#### 4.4.2.2 Résolution numérique

En utilisant les grandeurs sans dimensions (1.6), (1.13) et:

$$E^* = \frac{E}{\left(\frac{\lambda}{\rho_e C}\right)^{1/2} \left(\frac{L_0}{g}\right)^{1/4}} \quad q_{cp}^* = \frac{q_{cp}}{\rho_R \sqrt{g L_0} S_0} \quad m_{cp}^* = \frac{m_{cp}}{\rho_R L_0 S_0} \quad (4.10)$$

l'équation (4.4) devient:

$$X^* \frac{dZ}{dt^*} + \gamma Z \frac{dX^*}{dt^*} = \gamma \left( q_1^* - \frac{T_{sat}}{T_R} q_{cp}^* \right) \quad (4.11)$$

ce qui fait apparaître le rapport  $T_{sat} / T_R$ .

On conserve l'équation (1.8), forme adimensionnée de l'équation (1.3):

$$\delta_M \left( \frac{d^2 X^*}{dt^{*2}} + 1 \right) - (X^* - X_0^*) - (p_R^* Z - p_\infty^*) = 0 \quad (4.12)$$

L'équation (4.7) se transforme en:

$$u_c^* = \frac{C (T_{sat} - T_p)}{E^* L_v} \quad (4.13)$$

L'équation (4.5) devient:

$$q_{cp}^* = 2 \rho_e^* \left(\frac{\lambda}{\rho_e C}\right)^{1/2} \left(\frac{L_0}{g}\right)^{1/4} \left[ \frac{u_c^*(0, t^*)}{L_0} + \frac{1}{R_0} \int_0^{X^*(t^*)} u_c^*(x^*, t^*) dx^* \right] \quad (4.14)$$

De même, l'équation (4.9) devient:

$$E_{initial}^* = \sqrt{2 \frac{C}{L_v} (T_{sat} - T_p) \Delta t^*} \quad (4.15)$$

Enfin, l'équation (1.1) s'écrit:

$$\rho^* \frac{dX^*}{dt^*} + X^* \frac{d\rho^*}{dt^*} = q_1^* - q_{cp}^* \quad (4.16)$$

La température  $T$  s'exprime par:

$$T = \frac{P}{\rho R_v} \quad (4.17)$$

On obtient le système adimensionné des équations (4.11) à (4.17). Ce système est résolu par la méthode des différences finies.

Notons  $X_i$  les positions successives discrétisées du culot du projectile en fonction du temps,  $E_{i+1}$  l'épaisseur de fluide déposée sur la couronne délimitée par  $X_{i+1}$  et  $X_i$ , ce qui permet d'écrire le débit instantané sous la forme détaillée figure 30b.

#### 4.4.2.3 Conditions initiales et valeurs des paramètres

La pression du réservoir réduite choisie est égale à 45 (d'où  $T_R = 536.8$  K puisque la vapeur est saturée dans ce réservoir) : c'est la plus faible possible car si l'on descend en dessous de cette pression, l'injection n'est plus toujours sonique. On n'a pas intérêt à choisir une pression plus forte : en effet, avec ces valeurs, la vitesse de sortie et la pression de sortie sont déjà plus élevées que dans le modèle hydrodynamique et on s'éloigne de l'idée directrice de notre calcul qui est d'obtenir une pression de sortie proche de la pression hydrostatique, ainsi qu'une température des gaz dans la fosse proche de la température de saturation.

La température des gaz dans la fosse à  $t = 0$  est égale à 420 K. C'est la température de saturation correspondant à la pression initiale  $p_0$ .

Des différences importantes avec le modèle purement hydrodynamique proviennent du changement des caractéristiques du gaz comme on l'avait déjà rencontré en 1.7.1. Le fait d'utiliser de la vapeur modifie la température du réservoir, la constante  $R_v = 461.51$  et  $\gamma = 1.31$ , d'où une différence non négligeable au niveau de la vitesse du son dans le réservoir ( $c_R^* = 54.7$  au lieu de 38.4 dans le cas de l'air). Cette différence affecte beaucoup le calcul du débit d'injection réduit ( $q_1^* = 0.32$  au lieu de 0.11 dans le cas de l'air). Pour essayer de palier cet inconvénient, on a choisi une valeur de  $q_1$  20% plus faible que celle



utilisée dans le paragraphe 1.6.2, ce qui permet d'obtenir  $q_1^* = 0.24$  avec  $\sigma^* = 7.66 \cdot 10^{-3}$  au lieu de  $6.76 \cdot 10^{-3}$  dans le cas de l'air.

Dans le cas de l'injection d'air comprimé, on avait supposé qu'à  $t = 0$ , la pression dans la fosse avait atteint la pression d'équilibre du projectile. Dans le cas de l'utilisation de vapeur pure, l'étape de mise sous pression du volume initial  $V_0$  s'accompagne inévitablement de condensation sur les parois.

Supposons qu'on ait réalisé le vide dans cet espace avant d'injecter de la vapeur pure. En utilisant le débit d'injection  $q_1^* = 0.24$ , on passe de  $p = 0$  à  $p = p_0$  en  $0.014$  s d'où une épaisseur d'eau condensée  $E$  de  $0.02$  mm, ce qui représente  $0.023$  litres d'eau.

Cette épaisseur d'eau condensée avant le départ du projectile ne modifie pratiquement pas les caractéristiques du gaz dans la suite du calcul. En absolu, elle n'est pas négligeable par rapport à l'épaisseur d'eau condensée totale, mais l'épaisseur d'eau qui se condense entre  $t$  et  $t + \Delta t$  étant inversement proportionnelle à l'épaisseur d'eau déjà déposée, le fait de partir à  $t = 0$  avec une épaisseur  $E$  non nulle ralentit la condensation "à venir". C'est pourquoi dans la suite du calcul, on suppose que  $E = 0$  à  $t = 0$ .

#### 4.4.2.4 Résultats

Les résultats sont présentés de la façon suivante: position et vitesse du culot en fonction du temps (figure 31), accélération du culot en fonction du temps et pression des gaz dans la fosse (figure 32), température et masse volumique des gaz dans la fosse (figure 33), épaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et masse d'eau condensée dans la fosse pendant la sortie du projectile (figure 34).

Pour faciliter la comparaison, il nous a semblé intéressant de faire apparaître sur les graphiques les résultats obtenus dans le cas d'une injection de vapeur pure (type d'injection n°1) et dans le cas d'un gaz fictif incondensable ayant les mêmes caractéristiques que la vapeur ( $\gamma = 1.31$ ,  $R = 461.51$  J/kg K) et pour les mêmes conditions de réservoir ( $p_R, T_R, \rho_R$ ) (type d'injection n°2). Ces résultats ont été obtenus en reprenant le même programme de calcul dans lequel cette fois  $q_{cp} = 0$ .

En augmentant la température de réservoir  $T_R$  de façon non négligeable par rapport au réservoir d'air comprimé, et par voie de conséquence la température des gaz dans la fosse, le temps de sortie est plus faible que dans le modèle précédent même en ayant réduit  $q_1$  de 20 %.

Les figures 31a et 31b montrent que le phénomène de condensation sur les parois pour une vapeur pure modifie de quelques pour cent les valeurs obtenues sans condensation. La masse d'eau condensée correspond à environ 10% de l'eau injectée, ce qui reste cohérent avec les approximations faites.

La répercussion de cette condensation sur la pression des gaz dans la fosse est de peu d'intérêt au niveau du maximum de pression, mais cette correction s'opère bien dans le sens d'une diminution générale des pressions. Elle devient intéressante si l'on observe les variations de la pression de sortie qui diminue de 7%, et surtout du paramètre  $D$  défini en [3] et en (2.4) qui représente la différence  $P_\infty - p_d$ . Celui-ci passe de -3.79 dans le cas de l'injection de type 1 définie ci dessus à -4.96 dans le cas de l'injection de type 2.

La température des gaz dans la fosse reste toujours supérieure à la température de saturation : il n'y a donc pas de condensation en masse. La vitesse de sortie reste relativement importante même en ayant pris soin de diminuer le débit d'injection. On obtient un nombre de Froude  $F = 8.5$ .

Ces calculs sont repris dans ce qui suit dans le cas d'un gradient de température linéaire dans le film.

#### **4.4.3 Cas d'un gradient de température linéaire dans le film d'eau.**

Nous allons essayer de faire un calcul plus précis que ci dessus.

##### **4.4.3.1 Calcul de l'épaisseur d'eau condensée**

Dans le reste du problème, on suppose que:

- Le film d'eau condensée est mince devant l'épaisseur de couche limite dynamique.
- Le mouvement ascendant de la vapeur et la pesanteur ont des effets

antagonistes sur le film, rendant la vitesse  $u_i$  à l'interface négligeable, ainsi que les mouvements de l'eau dans le film. La couche limite sera donc la même que celle qu'il y aurait en absence de dépôt.

Considérons les équations de conservation de la masse, de la dynamique et de l'énergie dans le film sur les parois verticales de la fosse (figure 35). Le rayon de la fosse étant grand devant l'épaisseur du film d'eau, la paroi peut être considérée comme plane. On a, en première approximation,  $u$  et  $v$  étant les composantes de la vitesse de l'eau condensée suivant  $x$  et  $y$  respectivement :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g = \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4.18)$$

$$\rho_e C \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (4.19)$$

Pour simplifier davantage ces équations, examinons les ordres de grandeur des différents termes.

On a pour les longueurs:

$$x \sim L_0$$

$$y \sim E_0 = \varepsilon L_0 \quad \text{avec } \varepsilon \ll 1$$

où  $L_0$  et  $E_0$  représentent les ordres de grandeur de la longueur de la fosse et de l'épaisseur d'eau condensée.

Pour l'échelle des vitesses, on a,  $u \sim u_i$ , où  $u_i$  est une valeur de la vitesse de l'interface et  $v \sim \varepsilon u_i$  en utilisant l'équation de conservation de la masse

De plus:

$$t \sim L_0 / U_0$$

avec  $U_0$  l'ordre de grandeur de la vitesse du projectile.

On remarque que dans l'équation (4.19):

$$\frac{\partial u}{\partial t} \sim u_i \frac{U_0}{L_0}$$

et

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \sim \frac{u_i^2}{L_0}$$

ce qui permet de dire que  $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$  est négligeable devant  $\frac{\partial u}{\partial t}$  car  $u_i \ll U_0$

On a par ailleurs :

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial t}}{g} \sim \frac{u_i U_0}{g L_0} \sim \frac{u_i}{U_0} \frac{U_0^2}{g R_0} \frac{R_0}{L_0} \sim \frac{u_i}{U_0} F^2 F^{-2/3} \sim \frac{u_i}{U_0} F^{4/3}$$

et

$$\frac{\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)}{g} \sim \frac{\mu u_i}{\rho_e g \varepsilon^2 L_0^2} = \frac{v u_i^2}{g L_0 \varepsilon^2} = \frac{U_0^2 L_0 R_0}{g R_0 L_0 \varepsilon^2 \text{Re}} \frac{1}{U_0} \frac{u_i}{U_0}$$

soit :

$$\frac{\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)}{g} \sim \frac{F^{4/3}}{\varepsilon^2 \text{Re}} \frac{u_i}{U_0}$$

Comme l'accélération de l'eau dans le film est très petite par rapport à celle de la pesanteur on a :

$$\frac{u_i}{U_0} F^{4/3} \ll 1 \quad (4.20)$$

Cela étant, on ne peut pas écarter a priori le terme de viscosité et l'équation (4.18) s'écrit:

$$g = \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Si ces deux termes subsistent dans l'équation de la dynamique simplifiée, cela signifie qu'ils sont du même ordre de grandeur, d'où :

$$\frac{u_i}{U_0} F^{4/3} \sim \varepsilon^2 \text{Re}$$

ce qui exige, d'après (4.20) :

$$\varepsilon^2 \text{Re} \ll 1$$

De même, dans l'équation (4.19):

$$\frac{\rho_e C \frac{\partial T}{\partial t}}{\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}} \sim \frac{\rho_e C}{\lambda} \frac{U_0}{L_0} L_0^2 \varepsilon^2 = \text{Pr} \text{Re} \varepsilon^2$$

$$\frac{\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}{\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}} \sim \frac{\mu u_i^2}{\lambda (T_i - T_p)} \sim \text{Pr} \frac{u_i^2}{C (T_i - T_p)},$$

$$\frac{\frac{\partial T}{\partial t}}{u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}} \sim \frac{U_0}{u_i}$$

Les termes convectifs sont donc négligeables. De même, le terme  $\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$  est négligeable car  $C (T_i - T_p)$  représente une vitesse notable, très grande devant  $u_i$  dès que  $T_i - T_p$  est de l'ordre de quelques degrés. On obtient donc l'équation de l'énergie (4.19) sous la forme:

$$\rho_e C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.21)$$

Or, l'épaisseur de couche limite dynamique  $\Delta$  est de l'ordre de grandeur de  $L_0 \text{Re}^{-1/2}$  en laminaire, ce qui permet d'écrire :

$$\text{Re} \varepsilon^2 \sim (E_0 / \Delta)^2$$

Puisque  $\text{Pr}$  est d'ordre 1 et que  $E_0$  est petit devant  $\Delta$ , on peut conclure :

$$\rho_e C \frac{\partial T}{\partial t} \ll \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

et on retrouve l'équation :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

(4.22)

qui fournit la loi linéaire considérée en 4.3.2. Un résultat analogue serait obtenu en turbulent.

Pour réaliser un calcul plus approché, il faut garder dans l'équation de l'énergie le terme le plus important parmi les termes négligés.

Ce terme ne peut être que  $\rho_e C \frac{\partial T}{\partial t}$  ou  $\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$ . Or :

$$\frac{\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}{\rho_e C \frac{\partial T}{\partial t}} \sim \frac{u_i^2}{U_0^2} \frac{U_0^2}{\varepsilon^2 \text{Re} C (T_i - T_p)} = F^{-8/3} \varepsilon^2 \text{Re} \frac{U_0^2}{C (T_i - T_p)}$$

Pour obtenir un ordre de grandeur de ce rapport, nous allons l'évaluer numériquement. Or :

$$\varepsilon^2 \text{Re} \sim 1, \frac{U_0^2}{C (T_i - T_p)} \sim 0.5 \cdot 10^{-3}, F^{-8/3} \sim 10^{-8/3}$$

soit :

$$\frac{\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}{\rho_e C_p \frac{\partial T}{\partial t}} \sim 10^{-6}$$

Le premier terme correctif à prendre en considération est donc le terme instationnaire. Autrement dit, il faut reprendre l'équation (4.21).

On doit satisfaire aux conditions suivantes:

- à la paroi,  $y = 0$ :  $u = 0$  et  $T = T_p$
- à l'interface,  $y = E(x,t)$ :  $T = T_i$

(4.23)

et le bilan thermique se réduit à

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=E} = L_v \rho_e \frac{\partial E}{\partial t} \quad (4.24)$$

Pour obtenir une solution de première approximation, cherchons le profil de température sous forme parabolique:

$$\frac{T - T_p}{T_{sat} - T_p} = a \frac{y}{E} + (1 - a) \left( \frac{y}{E} \right)^2 \quad (4.25)$$

ce qui satisfait bien aux conditions à la paroi  $y = 0$ ,  $T = T_p$  et à l'interface  $y = E$ ,  $T = T_{sat}$ . Pour  $a = 1$ , on retrouve le cas traité précédemment.

Effectuons le changement de variables:

$$\theta = \int_0^E \frac{T - T_p}{T_{sat} - T_p} dy$$

L'équation (4.21) donne:

$$\frac{\rho_e C}{\lambda} \int_0^E \frac{\partial T}{\partial t} dy = \int_0^E \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy$$

Or

$$\frac{d}{dt} \int_0^E (T - T_p) dy = \int_0^E \frac{\partial(T - T_p)}{\partial t} dy + \frac{\partial E}{\partial t} (T_{sat} - T_p)$$

et

$$\int_0^E \frac{\partial(T - T_p)}{\partial t} dy = \theta \frac{\partial T_{sat}}{\partial t} + (T_{sat} - T_p) \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

d'où

$$\frac{\rho_e C}{\lambda} \left( \theta \frac{\partial T_{sat}}{\partial t} + (T_{sat} - T_p) \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial E}{\partial t} \right) \right) = \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=E} - \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (4.26)$$

Grâce au profil de température (4.25), l'équation (4.26) devient :

$$\frac{E}{T_{\text{sat}} - T_p} (a + 2) \frac{\partial T_{\text{sat}}}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial t} a - 4 \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{12}{E} (1 - a) \frac{\lambda}{\rho_e C} = 0 \quad (4.27)$$

Le bilan thermique à l'interface donne la valeur de a :

$$a = \frac{\rho_e L_v}{\lambda (T_{\text{sat}} - T_p)} E \frac{\partial E}{\partial t}$$

En substituant dans l'équation (4.27), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{4E}{T_{\text{sat}} - T_p} \frac{\partial T_{\text{sat}}}{\partial t} - 2 \frac{\partial E}{\partial t} \left( 1 + \frac{6L_v}{C(T_{\text{sat}} - T_p)} \right) + \frac{12}{E} \frac{\lambda}{\rho_e C} - \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \left( \frac{\rho_e L_v}{\lambda} \frac{E^2}{T_{\text{sat}} - T_p} \right) \\ - 2 \left( \frac{\partial E}{\partial t} \right)^2 \frac{\rho_e L_v}{\lambda} \frac{E}{T_{\text{sat}} - T_p} = 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

De même qu'en 4.4.2, en utilisant les termes sans dimensions (1.6) et (4.10), l'équation (4.28) qui remplace l'équation (4.8) se transforme en :

$$\begin{aligned} \frac{4E^*}{T_{\text{sat}} - T_p} \frac{\partial T_{\text{sat}}}{\partial t^*} - 2 \frac{\partial E^*}{\partial t^*} \left( 1 + \frac{6L_v}{C(T_{\text{sat}} - T_p)} \right) + \frac{12}{E^*} - \frac{\partial^2 E^*}{\partial t^{*2}} \left( \frac{L_v}{C} \frac{E^{*2}}{T_{\text{sat}} - T_p} \right) \\ - 2 \left( \frac{\partial E^*}{\partial t^*} \right)^2 \frac{L_v}{C} \frac{E^*}{T_{\text{sat}} - T_p} = 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

dans laquelle intervient le paramètre sans dimensions  $L_v / C (T_{\text{sat}} - T_p)$  qui représente le rapport entre l'énergie apportée par la condensation et l'énergie évacuée dans le film.

#### 4.4.3.2 Résolution et résultats

On intègre numériquement le système adimensionné des équations (4.11), (4.12), (4.14) à (4.16) et (4.29) avec la condition aux limites (4.23) . Les résultats obtenus montrent que les différences entre les deux lois de transfert sont



pratiquement nulles et n'apparaissent pas sur les tracés de résultats. Cela signifie que  $a$  est voisin de 1 et qu'on peut admettre que  $Pr Re \varepsilon^2$  est petit devant 1. Les résultats obtenus confirment bien l'approximation réalisée dans 4.4.2. et permettent d'adopter dans la suite de l'étude un gradient de température constant dans le film d'eau condensée.

## 4.5 Condensation sur les parois. Injection partiellement subsonique.

La pression de sortie obtenue avec le modèle précédent est encore trop importante par rapport à la pression hydrostatique. Le calcul de  $D$  défini en (2.5) donne des cas limites de formation de bulle. La température des gaz dans la fosse est elle aussi très élevée par rapport à la température de saturation. La température du réservoir étant directement liée à la pression par la courbe de saturation, il n'est donc pas possible de diminuer la température des gaz dans le réservoir sans diminuer la pression. Or cette pression doit rester suffisamment élevée: en effet la valeur de  $\gamma$  de la vapeur étant égale à 1.31 à 200 °C le rapport critique:

$$\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

vaut 1.838 et  $p_R$  doit donc toujours être au moins 1.838 fois plus grande que la pression de la fosse pour réaliser une injection sonique.

Pour résoudre ce problème, il faut effectuer le calcul avec une pression de réservoir plus faible, mais en considérant que l'injection sera sonique ou subsonique suivant que le rapport  $1.838 * p / p_R$  sera inférieur ou supérieur à un.

### 4.5.1 Adaptation du modèle

L'injection sera sonique au départ, puis vraisemblablement subsonique quand la pression des gaz dans la fosse sera maximale, pour redevenir sonique avant le débouchage. Dans le cas de l'injection sonique, le système à résoudre est celui exposé en 4.4. Dans celui de l'injection subsonique, seule l'équation de l'énergie sera modifiée quand  $p / p_R$  sera supérieur à un. On reprend le même raisonnement que dans 1.5 mais en conservant le changement  $Z = p / p_R$  pour rester homogène avec les équations modélisant l'injection sonique. L'équation de

l'énergie (1.2) doit être réécrite:

$$X \frac{dZ}{dt} + \gamma Z \frac{dX}{dt} = \gamma Z \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right) u_1 \frac{\sigma}{S_0} - \frac{\gamma}{S_0} \frac{T_{\text{sat}}}{T_R} q_{\text{cp}}$$

et puisque

$$\frac{1-\gamma}{Z} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2$$

et

$$u_1 = \sqrt{1 - Z \frac{\gamma-1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R \quad (4.30)$$

(cf § 1.5.), on obtient cette fois:

$$X \frac{dZ}{dt} + \gamma Z \frac{dX}{dt} = \gamma Z^{1/\gamma} \sqrt{1 - Z \frac{\gamma-1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R \frac{\sigma}{S_0} - \gamma \frac{T_{\text{sat}}}{T_R} \frac{q_{\text{cp}}}{S_0 \rho_R} \quad (4.31)$$

soit sous forme adimensionnée:

$$X^* \frac{dZ}{dt^*} + \gamma Z \frac{dX^*}{dt^*} = \gamma Z^{1/\gamma} \sqrt{1 - Z \frac{\gamma-1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R^* \sigma^* - \gamma \frac{T_{\text{sat}}}{T_R} q_{\text{cp}}^* \quad (4.32)$$

On garde la même section de tubulure d'injection que dans le cas sonique. Il faut donc recalculer le débit  $q_1$ . On sait que  $q_1 = \rho_1 u_1 \sigma$ ,  $u_1$  est donné par l'équation (4.29), et

$$\rho_1 = Z^{1/\gamma} \rho_R$$

d'où

$$q_1 = Z^{1/\gamma} \rho_R \sqrt{1 - Z \frac{\gamma-1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_R \sigma \quad (4.33)$$

#### 4.5.2 Calcul de l'épaisseur d'eau condensée

Le calcul de l'épaisseur d'eau condensée se fait de la même façon que dans le cas de l'injection sonique grâce aux équations (4.8) et (4.9). On reprend le cas

d'un gradient de température constant.

### 4.5.3 Nouveau système d'équations et résultats

Le système à résoudre est donc composé des équations (4.12) à (4.17) avec :

- dans le cas sonique (4.11) et  $q_1^*$  défini en (1.13)
- dans le cas subsonique (4.32) avec  $q_1$  calculé grâce à (4.33).

La pression réduite du réservoir utilisée est cette fois égale à 17. En dessous de cette limite le projectile ne décolle pas étant données les valeurs utilisées (cf § 1.5.2). La température du réservoir passe donc de 538. K dans le cas d'une injection purement sonique à 483. K, ce qui permet, en conservant le même débit d'injection, d'obtenir  $\sigma^* = 1.9 \cdot 10^{-2}$ ,  $c_R^* = 51.88$  et  $q_1^* = 0.58$ . La valeur du débit réduit est beaucoup plus importante que dans le cas de l'injection sonique. Ceci est dû au changement de la pression du réservoir ( $q_1^*$  est inversement proportionnel à  $p_R$ ).

Les résultats sont présentés figures 36 à 39: position et vitesse du projectile, figure 36; accélération et pression des gaz dans la fosse, figure 37; température des gaz et débit d'injection, figure 38 et masse d'eau condensée sur les parois et épaisseur d'eau condensée au fond de la fosse figure 39.

Pour faciliter les comparaisons, on a reporté sur ces courbes les résultats obtenus avec une injection sonique de vapeur pure (cf § 4.3). Il faut noter que ni les conditions de réservoir, ni le débit d'injection ne sont les mêmes mais cette comparaison permet de visualiser les différences entre les conditions de sortie obtenues en diminuant la pression du réservoir.

Ce n'est que parce que le modèle d'injection "mixte" permet de diminuer la pression et la température du réservoir qu'il peut aussi réduire considérablement les maxima de pression, de vitesse et d'accélération et d'obtenir une température dans la fosse inférieure de 10%, ce qui est très intéressant car cela permet de rapprocher les courbes de température et de température de saturation. L'écart entre la pression hydrostatique et la pression de sortie diminue légèrement. La pression réduite de sortie est cette fois de 4.98 au lieu de 5.02 pour l'injection uniquement sonique, mais la vitesse réduite de sortie est plus faible 2.5 au lieu de 2.7 pour l'injection sonique, ce qui ramène le nombre de Froude de 8.5 à 7.85.

La masse d'eau réduite condensée sur les parois est beaucoup plus importante que celle calculée dans le cas sonique (figure 38) alors que l'épaisseur d'eau condensée au fond de la fosse est du même ordre de grandeur dans les deux cas. Ceci est dû au fait que  $m_{cp}^*$  est inversement proportionnel à la masse volumique du réservoir qui n'est pas la même dans les deux cas. Par contre, l'épaisseur d'eau condensée est adimensionnée par la même valeur, ce qui nous permet de conclure que le débit d'eau condensée reste du même ordre de grandeur que dans le cas de l'injection sonique, ce qui est cohérent puisque la température de saturation est elle aussi du même ordre de grandeur.

## 4.6 Conclusion

La modélisation de la condensation de la vapeur pure nous a fourni de bons ordres de grandeur de la masse d'eau condensée pendant la sortie du projectile et de la correction causée par les effets thermiques qui se produit dans le sens souhaité. La température des gaz dans la fosse reste toujours supérieure à la température de saturation et il n'y a pas apparition de condensation en masse .

La modification des paramètres due à l'injection de vapeur pure, et en particulier de la température du réservoir, semble nous éloigner des critères retenus dans le calcul de la striction de la bulle (différence faible entre la pression de débouchage et la pression hydrostatique). Ces différences sont dues aux caractéristiques de la vapeur, mais certainement aussi au fait que le gaz injecté est habituellement un mélange de vapeur et de l'air. La vapeur n'intervient alors qu'en pression partielle. Le modèle à élaborer doit permettre de diminuer la température de saturation et de corriger les écarts. Par contre, il y a un risque d'apparition de brouillards.

# Chapitre 5

## Sortie de fosse: chasse par un mélange de gaz condensable et incondensable.

### Notations spécifiques

$c_a$	concentration en air du mélange: rapport $n_a / n$
$c_v$	concentration de vapeur dans le mélange: rapport $n_v / n$
$c_{vi}$	concentration de vapeur à l'interface
$c_{v\infty}$	concentration de vapeur du mélange loin de l'interface
$D_v$	coefficient de diffusion de la vapeur dans le mélange
$h_c$	coefficient de transfert de chaleur par convection
$j_v$	flux massique de condensation
$J$	flux de mélange vers la paroi
$J_a$	flux d'air vers la paroi
$J_v$	flux de vapeur vers la paroi
$n$	nombre de moles du mélange, $n = n_a + n_v$
$n_a$	nombre de moles d'air du mélange par unité de volume
$n_v$	nombre de moles de vapeur du mélange par unité de volume
$n_{vi}$	nombre de moles de vapeur du mélange à l'interface
$Nu_m$	nombre de Nusselt moyen du transfert de chaleur à l'interface par convection
$p_{a0}$	pression partielle d'air à $t = 0$ dans $V_0$
$p_{vi}$	pression partielle de la vapeur d'eau à l'interface
$p_{v\infty}$	pression partielle de la vapeur d'eau loin de l'interface
$p_{v0}$	pression partielle de la vapeur d'eau à $t = 0$ dans $V_0$

$Re_m$	nombre de Reynolds moyen
$\delta_m$	épaisseur de couche limite de diffusion
$\gamma_a$	indice adiabatique de l'air
$\gamma_v$	indice adiabatique de la vapeur
$\sigma_v$	flux de diffusion de la vapeur dans le mélange
$\sigma_a$	flux de diffusion de l'air dans le mélange

## 5.1 Nature du gaz de chasse

Dans ce qui suit, le mélange injecté est formé de vapeur d'eau et d'air (indice a) dans des proportions de même ordre, ce qui correspond approximativement à la composition des gaz réels de chasse. On reprend le cas de l'injection "mixte". Le débit de vapeur qui condense est toujours assimilé à un débit de fuite  $q_{cp}$  pour la condensation sur les parois.

Les conditions aux limites sont plus délicates à écrire. A la paroi, en  $y = 0$ , on a  $u = 0$  et  $T = T_p$ . A l'interface, en  $y = E$ , on garde les mêmes hypothèses que dans le modèle précédent c'est à dire,  $u = u_i = 0$  mais cette fois, la vapeur absorbée à l'interface laisse la place à l'air; l'accumulation de ce dernier près de l'interface gêne l'arrivée de vapeur puisque celle-ci doit diffuser au travers du gaz avant l'interface. Au voisinage de l'interface, le nombre de molécules de gaz inertes est plus grand et par suite, la pression partielle de ces gaz est plus élevée. Comme la pression globale reste constante, la pression partielle de la vapeur diminue ce qui entraîne une diminution de la température de saturation. Cela signifie qu'on ne peut plus considérer que la température d'interface est égale à la température de saturation comme dans le modèle d'injection de vapeur pure.

On définit la masse volumique partielle de la vapeur  $\rho_v$  et de l'air  $\rho_a$  de la façon suivante :

$$\rho_v = m_v / V$$

$$\rho_a = m_a / V$$

où  $m_v$  et  $m_a$  représentent les masses de vapeur et d'air contenus dans la fosse et  $V$  le volume du gaz. Les pressions partielles de vapeur et d'air seront calculées

grâce aux relations:

$$p_v = \rho_v R_v T, \quad p_a = \rho_a R_a T$$

La pression totale  $p = p_v + p_a$  permet de définir le nombre  $R_{\text{mel}}$  du mélange :

$$R_{\text{mel}} = ( \delta_v R_v + \delta_a R_a )$$

où  $\delta_v$  et  $\delta_a$  représentent les rapports  $\rho_v/\rho$  et  $\rho_a/\rho$ .

La fraction molaire de vapeur  $\chi_v$  n'est pas définie par  $\delta_v$  puisque  $R_v$  est différent de  $R_a$  mais par:

$$\chi_v = \frac{\delta_v}{\frac{R_a}{R_v} \delta_a + \delta_v}$$

On a une relation analogue pour  $\chi_a$  avec  $\chi_v + \chi_a = 1$

## 5.2 Calcul du flux de vapeur à l'interface et de la température d'interface

Pour étudier la condensation d'un tel mélange, il faut donc faire intervenir le phénomène de diffusion de la vapeur au travers du mélange. Comme l'indique la figure 40, on peut décomposer les mouvements existants à l'interface en trois flux. Le phénomène de diffusion s'établit suivant la loi de Fick. On néglige l'effet Soret-Dufour de diffusion thermique. Le flux de diffusion d'une espèce représente la quantité de moles de cette espèce traversant, par unité de temps, une surface d'aire unité normale au gradient de concentration [9]. Soient  $\sigma_a$  le flux de diffusion de l'air dans le mélange,  $\sigma_v$  le flux de diffusion de la vapeur dans le mélange,  $n_a$  le nombre de moles de l'air,  $n_v$  celui de la vapeur,  $c_a$  la concentration du mélange en air et  $c_v$  celle en vapeur. On peut écrire:

$$c_v = \frac{n_v}{n}, \quad c_a = \frac{n_a}{n}, \quad c_a + c_v = 1 \quad (5.1)$$

$$\sigma_v = -D_v n \frac{dc_v}{dy}, \quad \sigma_a = -D_v n \frac{dc_a}{dy} \quad (5.2)$$

où  $n$  est le nombre total de moles et  $D_v$  le coefficient de diffusion de la vapeur au travers du mélange.

Soit  $J$  le flux du mélange vers la paroi,  $J_a$  le flux d'air vers l'interface et  $J_v$  celui de vapeur.  $J_v$  représente la quantité de molécules de vapeur traversant par unité de temps la couche de diffusion. Selon Collier et Pele ([29] et [30]), le transport de masse à l'interface va donc s'écrire:

- pour la vapeur:

$$J_v = J c_v + D_v n \frac{dc_v}{dy} \quad (5.3)$$

- pour l'air:

$$J_a = J c_a + D_v n \frac{dc_a}{dy} \quad (5.4)$$

On suppose qu'il se crée un équilibre entre l'apport d'air par l'arrivée du mélange et le flux de diffusion dû au gradient de concentration qui s'oppose à ce mouvement, d'où:

$$J_a = 0, \quad J = - \frac{D_v n}{c_a} \frac{dc_a}{dy} \quad (5.5)$$

En remplaçant  $J$  dans (5.3), on obtient:

$$J_v = - D_v n \left( \frac{c_v}{c_a} + 1 \right) \frac{dc_a}{dy} \quad (5.6)$$

Appelons  $\delta_m$ , l'épaisseur de la couche limite de diffusion. On intègre l'équation (5.6) entre 0 et  $\delta_m$  en supposant  $D_v$  constant. On obtient:

$$J_v = \frac{D_v n}{\delta_m} \text{Log} \left[ \frac{1 - c_{vi}}{1 - c_{v\infty}} \right] = \frac{D_v n}{\delta_m} \text{Log} \left[ \frac{p - p_{vi}}{p - p_{v\infty}} \right] \quad (5.7)$$

où les indices  $i$  et  $\infty$  se rapportent à l'interface et loin de l'interface.

On pose  $K = D_v / \delta_m$ , coefficient de transfert de masse. Soit  $j_v$  le flux massique de condensation :

$$j_v = J_v \frac{\rho_v}{n}$$



On obtient:

$$j_v = K \rho_v \text{Log} \left[ \frac{p - p_{vi}}{p - p_{v\infty}} \right] \quad (5.8)$$

On peut alors calculer le flux de chaleur qui traverse l'interface:

$$\Phi = K L_v \rho_v \text{Log} \left[ \frac{p - p_{vi}}{p - p_{v\infty}} \right] + h_c (T_\infty - T_i) \quad (5.9)$$

ce qui représente la somme de l'énergie libérée par la condensation de la vapeur à l'interface et de la chaleur apportée par convection. Le coefficient de transfert de chaleur par convection,  $h_c$ , est évalué empiriquement à partir d'une corrélation appropriée entre le régime de l'écoulement du mélange gazeux et de la géométrie de la surface froide. Les valeurs numériques de  $K$  et  $h_c$  sont calculées dans l'annexe 4.

### 5.3 Conditions à l'interface et calcul de l'épaisseur d'eau

Pour calculer  $\Phi$  on doit connaître les conditions à l'interface  $p_{vi}$  et  $T_i$ . Or ces conditions ne sont pas accessibles directement. Considérons l'écoulement du mélange gazeux sur une plaque plane verticale: on connaît la température  $T$  du mélange, la masse d'air et la température de la paroi  $T_p$ . On suppose que:

- $T_p < T_i < T_{sat} < T$ ;
- l'interface réunit les conditions de saturation de la vapeur ce qui signifie que le choix de  $T_i$  permet d'évaluer la pression partielle  $p_{vi}$ .

Si on suppose que la température varie linéairement dans le film, on peut écrire le flux de chaleur qui traverse le film sous la forme (comme en 4.4.2.1):

$$\Phi' = \frac{\lambda}{E} (T_i - T_p) \quad (5.10)$$

Le flux de chaleur à l'interface  $\Phi$  est donné par l'équation (5.9). Les conditions à l'interface sont obtenues dès que  $\Phi' = \Phi$ , ce qui permet ( cf annexe

4) de déterminer la température  $T_i$  (à l'intersection des courbes  $\Phi(T_i)$  et  $\Phi'(T_i)$ ) et par conséquent  $p_{vi}$ . Les conditions de température et de pression partielle de vapeur peuvent donc être calculées à chaque instant à l'interface. Le calcul de l'épaisseur d'eau déposée par condensation peut être fait à partir de l'équation:

$$j_v = \rho_v \frac{dE}{dt} \quad (5.11)$$

où  $\frac{dE}{dt}$  est donné par l'équation (4.7) en prenant  $T_i$  à la place de  $T_{sat}$ . Puis on calcule  $q_{cp}$  par l'équation (4.5).

## 5.4 Conditions initiales et nouvelles valeurs des paramètres

A  $t = 0$ , on considère que le mélange est composé de vapeur et d'air dans les mêmes proportions, soit  $\delta_v = \delta_a = 0.5$ , ce qui permet d'obtenir :

$$R_{mel} = 374.25, \gamma = 1.355, \chi_v = 0.62 \text{ et } \chi_a = 0.38,$$

d'où  $p_{a0} = 0.3 p_0$  et  $p_{v0} = 0.62 p_0$ . On suppose que le mélange est à la température de saturation donc 409.K et que  $E = 0$  comme dans le cas de la vapeur pure.

Les conditions du réservoir sont différentes de celles considérées dans le cas de la vapeur pure. La température de saturation dépend ici de la pression partielle de vapeur. On reprend la même pression de réservoir que dans le modèle précédent soit  $p_R^* = 17$  donc  $T_R = 460.K$ , d'où  $c_R^* = 46.37$ ,  $\sigma^* = 1.65 \cdot 10^{-2}$  et  $q_1^* = 0.45$  en conservant le même débit d'injection  $q_1$  que dans le paragraphe 4.3.

La valeur de  $\gamma$  pour le mélange est 1.355 : la pression limite de l'injection sonique sera donc égale à  $1.87.p_R$ .

## 5.5 Résolution numérique et résultats

Le système à résoudre est donc composé des équations (1.1), (1.3), (4.5), (4.7) avec (4.4) et (1.10) pour le cas sonique et (4.31) et (4.33) pour le cas subsonique. Pour la suite des calculs, on effectue le changement de variable  $Z = p / p_R$  et on utilise les variables sans dimensions (1.6), (1.13) et (4.10).

Les résultats sont présentés de la même façon que dans le paragraphe 4.4.3. aux figures 41 à 44. La figure 43a donne aussi la température d'interface minimale le long de l'axe  $Ox$  pour chaque pas de calcul.

Sur les courbes, on a fait apparaître les résultats de l'injection "mixte" de vapeur pure afin de mieux apprécier les écarts. On ne doit pas porter de jugement hâtif sur les différences obtenues : le débit d'injection et les conditions dans le réservoir ne sont pas les mêmes dans les deux cas. Ces deux exemples de calculs ont été choisis de façon à obtenir de bonnes conditions de formation de la bulle.

Les différences entre les deux courbes sont importantes. La pression réduite de sortie est 4.37, ce qui est proche de la pression hydrostatique réduite 3.6. La vitesse de sortie réduite est 1.93 d'où  $F = 6.55$ . Cette valeur correspond bien aux valeurs moyennes utilisées pour le calcul de bulle. Le paramètre  $D = -2.51$  est encore un peu élevé en valeur absolu et le paramètre  $G = 5.65$ .

La masse d'eau condensée est plus faible que dans le cas de la condensation de vapeur pure, ce qui était prévisible compte tenu de la présence d'air et de la diminution de la quantité de vapeur injectée. Cependant l'effet de l'air est réduit par l'important brassage des gaz dans la fosse qui diminue la couche limite de diffusion et explique que la température d'interface ne soit pas très éloignée de la température de saturation ( la différence est en moyenne d'une dizaine de degrés).

Cette température de saturation n'est quant à elle pas très différente de la température de saturation obtenue dans le cas d'injection "mixte" de vapeur pure. L'importante diminution de  $p_R$  (environ 30%) ne se répercute pratiquement pas sur la température de saturation (diminution de 23 K, soit moins de 5 %). C'est pourquoi le débit d'eau condensée, proportionnel à la différence  $T_p - T_i$ , reste du même ordre de grandeur que pour la condensation de la vapeur pure. Pour comparer les deux courbes, il faut garder à l'esprit que la masse d'eau n'est pas

adimensionnée par la même valeur pour les deux calculs. En effet  $m_{cp}^*$  est inversement proportionnelle à  $\rho_R$  et la masse volumique du réservoir de mélange air - vapeur est supérieure à celle du réservoir de vapeur. La différence entre les valeurs réduites est donc plus importante que celle qui existe entre les grandeurs réelles.

## 5.6 Conclusion

Les conditions de réservoir utilisées sont fixées par la pression nécessaire à la mise en mouvement du projectile soit 17.1 en valeur réduite et les conditions de saturation. Dans le cas de l'injection de vapeur pure, les conditions de saturation imposent une valeur de la température de réservoir élevée d'où un débit réduit très important et des conditions de sortie relativement lointaines des conditions nominales de formation de bulle.

Comme prévu, l'introduction d'air dans le réservoir a permis de diminuer la pression partielle de vapeur, donc la température de saturation d'où une vitesse du son et un débit d'injection réduits plus faibles. De plus, le débit d'eau condensée est resté du même ordre de grandeur que dans le cas de la vapeur pure. Cela a donc permis d'obtenir les conditions nominales de formation de la bulle exploitées dans le chapitre 3.

Aucune formation de brouillard n'est apparue au cours du lancement.

# Chapitre 6

## Adaptation des effets thermodynamiques au modèle hydrodynamique de striction de bulle

### Notations spécifiques

$m_{cm}$	masse d'eau condensée en masse
$T_{\infty}$	température de l'eau au loin

### 6.1 Introduction

On va appliquer les résultats de la modélisation du comportement du mélange air - vapeur de la première phase de lancement à la striction de la bulle. Rappelons que, dès le passage du culot du projectile au niveau du plancher, les gaz contenus dans la fosse forment une bulle reliant le culot à la fosse. On suppose que l'injection de gaz de chasse dans la fosse cesse au plus tard au moment où le culot débouche.

Le projectile poursuivant sa course avec la vitesse constante  $U_d$ , le mélange d'air et de vapeur présent dans la fosse va donc subir une détente.

Le but de ce chapitre sera donc d'évaluer l'influence de la condensation de la vapeur contenue dans le mélange sur les caractéristiques de la bulle en intégrant un sous programme au calcul purement hydrodynamique exposé sommairement au chapitre 2. Les données initiales telles que la vitesse du projectile et les caractéristiques du mélange (proportions, température, pression...) sont connues

grâce à l'étude de la première phase.

La nature du mélange injecté n'influe pas sur la façon de calculer la striction de la bulle. La modélisation sera donc faite sans distinction entre le cas d'injection de vapeur et d'injection de mélange air-vapeur. On fera seulement apparaître cette différence au niveau des résultats.

Pour apprécier l'effet de la condensation sur la forme et la fermeture de la bulle, on a comparé deux strictions de bulle avec les mêmes paramètres  $D$ ,  $F$ ,  $G$  et les mêmes caractéristiques du gaz au débouchage ( $T_d$ ,  $\rho_d$ ,  $p_p$ ,  $\gamma$ ,  $R_v$  ou  $R_{mel}$ ) avec, pour le premier calcul, de la vapeur ou un mélange vapeur - air, et pour le deuxième calcul un gaz fictif de même nature que la vapeur ou le mélange, mais incondensable. Dans ce chapitre, on reprendra le vocabulaire mis en place dans le paragraphe 4.3.2.4 et on repèrera par 1 le cas de la bulle formée avec la vapeur ou le mélange, et par 2 celui correspondant au gaz fictif incondensable.

## 6.2 Transfert de chaleur à l'interface entre le mélange de gaz et l'eau

Pendant une brève durée  $\Delta t$  après débouchage, on peut considérer que la bulle est cylindrique de section  $S_0$  et de hauteur  $U_d \Delta t$ . La vapeur continue à se condenser sur les parois de la fosse et commence à se condenser sur la frontière de la bulle.

A  $t = t_d + \Delta t$ , le mélange est en contact avec une couronne d'eau à la température  $T = T_\infty$ . Il y a donc condensation d'une masse de vapeur qui peut être calculée par

$$m_{\text{initial}} = \Delta A \sqrt{\frac{2\lambda (T_{\text{sat}} - T_{\text{eau}}) \rho_e}{L_v \Delta t}}$$

avec  $\Delta A$  la surface d'échange comprise entre  $L_0$  et  $L_0 + U_d \Delta t$

Cette eau condensée libère une quantité de chaleur  $m_{\text{initial}} L_v$  et le débit d'eau condensée est :

$$q_{cp} = \frac{m_{initial}}{\Delta t}$$

Cette quantité de chaleur est absorbée par l'eau environnante et élève la température de l'interface. Pour effectuer le calcul de la quantité d'eau condensée au pas de calcul suivant, on adopte le même schéma de condensation que celui établi aux chapitres 4 et 5 en supposant que l'interface est parfaitement conductrice et que la température de paroi reste constante.

## 6.3 Volume du gaz et surface d'échange

### 6.3.1 Définition

Le volume de gaz  $V$  n'est plus égal à  $S_0 X$  mais à  $S_0 L_0 + \int_0^{U_{dt}} S dx$ ,  $t$

étant désormais le temps compté à partir du débouchage. Le volume doit être calculé à chaque pas de programme.

De même la surface d'échange n'est plus égale à  $2 \pi R_0 X$  mais à

$$2 \pi ( R_0 L_0 + \int_0^{U_{dt}} R dx ).$$

Considérons que la forme de la bulle est connue à un instant  $t$  et intéressons nous au calcul des différentes sections à l'instant  $t + \Delta t$ .

### 6.3.2 Calcul du rayon de la bulle

Pour obtenir le rayon de la bulle, on reprend le schéma numérique exposé en 2.2. Le terme en  $S^*_{t^*}$  de l'équation (2.13) est approximé par une différence finie, d'où l'équation du second degré à résoudre :

$$\begin{aligned} S^{*2}_{t^*}(t^*+\Delta t^*) + S^*_{t^*}(t^*+\Delta t^*) \left( S^*_{t^*}(t^*) + \frac{4}{\Delta t^*} S(t^*) \text{Log} \left[ \frac{S^*(t^*)}{F^{4/3}} \right] \right) \\ - 8 \frac{S^*_{t^*}(t^*)}{\Delta t^*} S^*(t^*) \text{Log} \left[ \frac{S^*(t^*)}{F^{4/3}} \right] + S^{*2}_{t^*}(t^*) + \frac{C}{2} S^*(t^*) = 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

avec

$$C = p^* - x^* \quad (6.2)$$

La modification principale concerne le calcul de la pression dans la bulle. Dans le modèle hydrodynamique, la pression est calculée en supposant que le gaz subit une détente adiabatique, ce qui n'est plus le cas à cause de la condensation. La pression figure en variables normalisées dans C qui représente en fait :

$$\frac{P_\infty - p}{\rho_e g R_0 F^{2/3}} - \frac{x}{R_0 F^{2/3}}$$

avec  $x = X - L_0$ . Grâce à l'équation de l'énergie (6.4) présentée plus loin, qui comprend le cas de la condensation en masse, on calcule la valeur de la pression réduite Z dans la bulle, puis le terme (6.2) qui représente la différence adimensionnée entre la pression hydrostatique à la profondeur H - x et la pression dans la bulle.

On peut alors calculer  $S^*_{t^*}$  toutes les sections comprises entre  $x^* = 0$  et  $x^* = t^*$  grâce à l'équation (6.1). Il subsiste une difficulté d'initialisation. La valeur de  $S^*_{t^*}$  en  $x^* = t^*$  est théoriquement nulle mais le calcul de  $S^*_{t^*}$  à l'instant  $t^*$  dépend de sa valeur à l'instant  $t^* - \Delta t^*$  et on ne peut pas initialiser le calcul avec une valeur nulle. Pour fixer la valeur de  $S^*_{t^*}$  en  $x^* = 0$  et en  $x^* = t^*$ , on reprend l'équation (2.9) :

$$-p^* - x^* = \frac{1}{4} S^*_{t^*t^*} \text{Log} ( S^* F^{-4/3} ) + \frac{S^{*2}_{t^*}}{8 S^*}$$

Pour  $x^* = t^*$ ,  $S^* = 1$  et  $S^*_{t^*}(t^* - \Delta t^*) = 0$  ce qui permet d'écrire :

$$S^*_{t^*t^*}(t^*) = \frac{S^*_{t^*}(t^* + \Delta t^*)}{\Delta t^*}$$

d'où :

$$S^*_{t^*}(t^* + \Delta t^*) = -3 \frac{p^*(t^*)}{\text{Log } F} \Delta t^*$$

Le calcul est initialisé à  $x^* = t^* = 0$  par  $S^* = 1$  et :

$$S^*_{t^*}(0,0) = -3 \frac{D}{\text{Log } F} \Delta t^*$$



et, à chaque pas de calcul, on utilise la condition au culot :  $x^* = t^*$  et  $S^* = 1$  et :

$$S^*_{t^*}(t^*, t^*) = -3 \frac{p^*(t^*)}{\text{Log } F} \Delta t^*$$

## 6.4 Condensation en masse

### 6.4.1 Débit d'eau condensée en masse

Un test sur la température avec les données introduites en 4.5 nous apprend que celle ci descend en-dessous de la température de saturation entre le débouchage et la striction de la bulle pour la vapeur pure et le mélange. Il est donc nécessaire de tenir compte de la condensation en masse

La vapeur qui se condense en brouillard est à la température de saturation et un raisonnement identique à celui fait en 4.3.1. nous amène à modifier les équations (4.3) et (4.4) en remplaçant  $q_{cp}$  par  $q_{cp} + q_{cm}$ , où  $q_{cm}$  est le débit d'eau condensée en masse. De même que dans la fosse avant débouchage, on suppose que la chaleur latente de condensation à la paroi est totalement évacuée vers l'extérieur.

Contrairement à la condensation sur la paroi, la chaleur libérée par la condensation en masse est transmise au mélange gazeux et le réchauffe, ce qui tend à stabiliser le système. Par conséquent, la masse  $m_{cm}$  de vapeur qui se condense fournit une quantité de chaleur par unité de temps  $L_v q_{cm}$  qui cette fois, doit apparaître dans l'équation de l'énergie. Les équations de conservation de la masse et de l'énergie valables après débouchage sont donc :

$$\rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = -q_{cp} - q_{cm} \quad (6.3)$$

$$V \frac{dZ}{dt} + \gamma S_0 Z \frac{dX}{dt} = - \frac{\gamma R_v T_{sat}}{PR} (q_{cp} + q_{cm}) + \frac{(\gamma - 1)}{PR} q_{cm} L_v \quad (6.4)$$

Le calcul de  $m_{cm}$  ne peut se faire que par itération. Pour effectuer le calcul de la position, de la pression et de la température, on commence par prendre

$m_{cm} = 0$  et  $q_{cm} = 0$ . Si la température des gaz que l'on trouve est supérieure à la température de saturation, le calcul effectué est exact et on peut poursuivre.

Si la température des gaz  $T$  est inférieure à la température de saturation  $T_{sat}$ , on revient un pas de calcul en arrière et on suppose qu'il se condense une masse  $m_{cm}$  arbitraire qui libère une quantité de chaleur  $Q$ . On peut donc recalculer le second terme de l'équation de l'énergie (6.4) et la nouvelle pression réduite  $Z$ . Cette pression donne directement dans le cas de la vapeur, ou indirectement dans le cas du mélange, la nouvelle température de saturation  $T_{sat}$  et la nouvelle température des gaz  $T$ . On procède ensuite par dichotomie. Si  $T$  est toujours inférieure à  $T_{sat}$ , on augmente  $m_{cm}$  (dans le cas contraire, on la diminue), on repart un pas de calcul en arrière et on calcule à nouveau  $Q, Z...$  Si on obtient  $T = T_{sat}$ , la valeur de la masse d'eau condensée en brouillard à l'instant  $t$  est  $m_{cm}$  et la pression réduite  $Z$ , et on peut passer au pas de calcul suivant.

L'algorithme de calcul est exposé dans l'annexe 5.

#### 6.4.2 Nouveau système d'équations

L'équation de la dynamique disparaît du système à résoudre puisque le projectile a une vitesse constante égale à  $U_d$ . Le système à résoudre est donc composé des équations (6.1) et (6.2) auxquelles s'ajoutent (4.7), (4.5) et (4.17). Elles sont adimensionnées par (1.6), (4.10) et par :

$$q_{cm}^* = \frac{q_{cm}}{\rho_R \sqrt{g} L_0 S_0} \quad m_{cm}^* = \frac{m_{cm}}{\rho_R L_0 S_0}$$

### 6.5 Cas de la vapeur pure

On a repris les mêmes valeurs que dans le paragraphe 4.5.3 pour le déroulement de la première phase.

#### 6.5.1 Arrêt de l'injection

Les valeurs des paramètres  $D, G, F$  issues des calculs faits en 4.5 correspondent à un cas extrême en ce qui concerne la valeur de  $D$  et sont différentes de celles obtenues en 5.6 pour le mélange. Pour pouvoir comparer les

différents résultats, on a voulu maintenir dans les deux cas une valeur constante et réaliste du paramètre  $D$  voisine de zéro. Pour cela, on a choisi de couper l'injection de vapeur pure à  $t^* = 0.532$  en temps réduit après la mise en mouvement du projectile, ce qui donne :

$$D = -0.55, \quad F = 7.56, \quad G = 4.97$$

La valeur de  $t^*$  de coupure est un résultat de test numérique.

### 6.5.2 Résultats

Les résultats sont présentés figures 45 à 49 : figure 45, position et vitesse du culot; figure 46, pression dans la bulle dans le cas de la vapeur et différence de pression des gaz dans la bulle après le débouchage entre le cas vapeur et celui gaz incondensables; figure 47, température des gaz dans la fosse et débit d'injection; figure 48, masse d'eau condensée sur les parois et épaisseur d'eau condensée au fond de la fosse et figure 49, formes de la bulle à six instants différents pour les deux cas d'injection.

La vitesse du projectile étant constante par hypothèse après le débouchage, une discontinuité apparaît sur la courbe au moment du débouchage. On n'a pas représenté l'accélération puisque celle-ci est nulle après le débouchage. La position du projectile étant pratiquement déjà une fonction linéaire du temps, on ne parvient pas à identifier l'instant du débouchage sur la courbe. Par contre, on retrouve sur la courbe de pression le point d'inflexion dû à l'arrêt de l'injection et qui avait été analysé en 1.6.3.

Dans le cas 1, la température des gaz après le débouchage est égale à la température de saturation puisqu'il y a condensation en masse, ce qui n'est plus vrai dans le cas 2.

La quantité d'eau condensée en masse est beaucoup plus faible que celle condensée sur les parois :  $m_{cm}^* \approx 3.10^{-3}$  alors que  $m_{cp}^* \approx 60.10^{-3}$ . La masse d'eau condensée sur les parois continue à augmenter après débouchage puisque la surface d'échange augmente elle aussi.

Le temps de rupture obtenu est  $t_r^* = 1.163$  et la pression de rupture  $p_r^* = 2.55$  dans le cas 1 et  $t_r^* = 1.176$ ,  $p_r^* = 2.14$  dans le cas 2. La différence de pression des gaz entre les conditions 1 et 2 est très faible. Le temps de rupture

étant relativement court par rapport au temps de débouchage, l'effet de la condensation sur les parois est moins sensible que dans la première phase du lancement. De plus, la chaleur libérée par la condensation en masse vient compenser la perte d'énergie due aux deux débits de condensation en s'ajoutant au deuxième membre de l'équation de l'énergie.

Dans les deux calculs, la bulle se ferme au niveau du plancher de la fosse ( $x_r^* = 0$ ).

## 6.6 Cas du mélange vapeur - air

Cette fois, on a choisi de couper l'injection de gaz en temps réduit à  $t^* = 0.631$  après la mise en mouvement du projectile ce qui fournit les valeurs suivantes des paramètres :

$$D = -0.50, F = 6.46, G = 5.1.$$

qui sont voisines de celles examinées ci-dessus pour la vapeur.

Les résultats sont présentés figures 50 à 54 : figure 50, position et vitesse du culot; figure 51, pression dans la bulle dans le cas de la vapeur et différence de pression des gaz dans la bulle après le débouchage entre le cas vapeur et celui gaz incondensables; figure 52, température des gaz dans la fosse et débit d'injection; figure 53, masse d'eau condensée sur les parois et épaisseur d'eau condensée au fond de la fosse; figure 54, formes de la bulle à six instants différents pour les deux cas d'injection.

On retrouve certaines conclusions observées dans les comparaisons des premières phases dans le cas de la vapeur et du mélange. Les maxima de pression et de température sont légèrement plus faibles que dans le cas de l'injection de vapeur, ce qui est logique étant donné que la température des gaz dans le réservoir est plus faible. La quantité d'eau condensée sur les parois est aussi plus faible.

On obtient  $t_r^* = 1.08$ ,  $p_r^* = 2.54$  dans le cas 1 et  $t_r^* = 1.14$ ,  $p_r^* = 2.15$  dans le cas 2. Ces valeurs sont proches de celles obtenues pour la vapeur pure. La pression de sortie est légèrement plus élevée que celle obtenue pour la vapeur puisque l'effet de la condensation sur les parois est ralenti par la présence de gaz

incondensables.

## 6.7 Comparaison et conclusion

Toutes les valeurs obtenues à la rupture avec la chasse à vapeur ou à mélange sont bien du même ordre de grandeur que celles obtenues dans le cas purement hydrodynamique. Des légères différences sont à noter entre les valeurs affichées dans l'annexe 1 et celles calculées dans ce chapitre dans le cas du gaz incondensable fictif. Il faut rappeler que le gaz incondensable fictif employé n'a pas le même  $\gamma$  que l'air. Or  $\gamma$  intervient dans le calcul de la détente adiabatique, dans le calcul de la pression pour l'air et dans l'équation de l'énergie pour le gaz fictif.

Les valeurs de D et de G retenues pour le calcul numérique sont pratiquement égales. De plus, la valeur de D vaut environ -0.5 ce qui revient à dire que la pression hydrostatique est quasiment égale à la pression des gaz au débouchage. Les formes de bulles obtenues dans les trois cas sont donc très voisines. Pratiquement cylindriques au débouchage, elles se ferment au plancher, là où la pression hydrostatique est la plus forte et où la bulle est formée depuis le plus longtemps. La bulle formée par le mélange est plus courte que celle formée avec de la vapeur : ceci peut être dû au nombre de Froude qui est plus faible dans le cas du mélange.

La condensation en masse est faible et, bien que le débit d'eau condensée sur les parois soit plus important qu'avant le débouchage, le temps de rupture  $t_r$  ne représente qu'à peine 20% de  $t_d$  ce qui explique les différences très faibles observées.

# Conclusion générale

L'étude réalisée dans un cas purement hydrodynamique à l'IMFL a été complétée par la prise en compte d'effets thermodynamiques dans le cas de la chasse par un gaz condensable ou un mélange de gaz condensable et incondensable. En effet, la vapeur contenue dans les gaz de chasse se condense à la fois sur les parois de la fosse et de la bulle et en masse pendant la deuxième phase du lancement. Cette condensation modifie le bilan énergétique et influe sur les conditions d'injection des gaz dans la fosse et sur la pression des gaz dans la fosse et dans la bulle.

Dans les chapitres 4 et 5, on a conclu que la condensation au cours de la première phase du lancement correspond dans les cas qui nous intéressent à environ 10% de la vapeur injectée. Cette condensation se produit sur les parois et elle se répercute directement sur la pression des gaz dans la fosse et en particulier sur la pression des gaz au débouchage. L'effet sur la pression est faible en absolu, mais il n'est pas négligeable sur les valeurs de  $D$  et de  $G$  qui régissent les équations de striction de la bulle.

L'effet de la condensation sur la bulle elle-même est difficile à estimer. Il y a deux façons d'aborder le problème. L'évolution de la bulle ne peut pas être découplée du déroulement de la première phase puisque les paramètres au débouchage dépendent de celui-ci, mais des valeurs voisines des paramètres peuvent provenir de déroulement différents.

La première optique consiste à comparer le déroulement du lancement, depuis le départ du projectile jusqu'à la rupture de la bulle, lancement réalisé successivement avec de la vapeur (ou du mélange vapeur - air), puis avec de l'air, en gardant constantes les conditions de réservoir ou celles d'injection. On peut ainsi juger de l'effet de la condensation sur toute la durée du lancement. Les paramètres au débouchage sont très différents dans les deux lancements. En effet, une étude comparative entre les chapitres 1 et 4 ou 5 montre que les caractéristiques du gaz influent beaucoup sur le lancement.

La deuxième optique est de comparer cette fois l'évolution de bulles formées avec les mêmes paramètres au débouchage mais contenant soit de la vapeur ou le mélange vapeur - air, soit de l'air. Cette dernière méthode a été retenue dans le chapitre 6. On a réalisé la première phase du lancement, grâce à

une injection partiellement subsonique de vapeur ou de mélange air - vapeur, en coupant le débit d'injection avant le débouchage de façon à obtenir des paramètres de débouchage voisins pour les deux lancements. Les conditions du mélange au débouchage (pression, température et proportions de vapeur et d'air dans le cas du lancement avec le mélange air - vapeur) et les valeurs de  $D$ ,  $G$  et  $F$  ont permis d'initialiser le calcul de la deuxième phase pour deux couples de bulles: bulle formée avec de la vapeur (respectivement le mélange air - vapeur) et de celle formée avec un gaz incondensable fictif ayant les mêmes caractéristiques que la vapeur (respectivement le mélange air - vapeur).

La durée de "vie" de la bulle depuis le débouchage à la striction est très brève. Avec les données considérées, elle correspond à environ 20% de la première phase. Ce laps de temps étant très court, l'effet de la condensation ne peut être que faible par rapport à celui obtenu pendant la première phase de lancement. Cela se traduit par des conditions de rupture obtenues avec de la vapeur ou le mélange air - vapeur très proches de celles obtenues avec les gaz incondensables fictifs ou avec l'air.

Une toute autre approche du problème est l'aspect pratique des différentes injections. Les conditions de rupture des bulles formées avec le mélange air - vapeur ou avec de l'air seul sont voisines. Or, il est plus aisé d'utiliser de l'air comprimé que de la vapeur, en particulier au niveau du transport et des températures d'utilisation. De plus, il paraît logique de penser que, lors du lancement réalisé avec la vapeur, la condensation sur les parois prélevant une partie de la vapeur injectée, le fait d'utiliser de l'air permettrait d'injecter une quantité de gaz plus faible.

Intéressons nous donc à deux lancements, l'un réalisé avec un mélange air - vapeur, l'autre avec de l'air pur. On évalue deux valeurs du débit injecté de façon à obtenir des paramètres  $D$  voisins au débouchage et on s'intéresse à la quantité de gaz injecté. On fixe la même pression dans le réservoir d'air et dans celui de mélange, et on considère  $T_R = 293$  K dans le réservoir d'air et que le mélange est à la température de saturation correspondante à la pression choisie. On trouve que la masse de mélange injectée est 97 kg: elle est beaucoup plus faible que la masse d'air injecté, qui est égale à 161 kg.

Ainsi, en dépit de la partie de vapeur qui condense, on doit injecter moins de mélange que d'air. Ceci est dû au fait que la vapeur est à une température plus élevée mais aussi que  $R_v$  est supérieur à  $R_a$ . Pour une même pression de

réservoir, le débit réduit  $q_1^*$  est donc beaucoup plus grand dans le cas du mélange et, malgré la perte d'énergie liée à la condensation, le deuxième membre de l'équation de l'énergie est supérieur dans le cas de la vapeur à celui de l'air.

En conclusion, on peut considérer que l'effet de la condensation de la vapeur sur les paramètres de rupture et la forme de la bulle est faible. Le choix du gaz de chasse peut donc être effectué suivant des critères d'intendance tels que facilité de transport, température d'utilisation, facilité de stockage ...



# Annexe 1

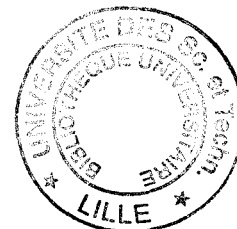
## Temps de rupture et pression de rupture de la bulle dans le modèle hydrodynamique

$G = 6, F = 4$

D	$t_r^*$	$P_r^*$	$x_r^*$
-6	0,877	3,704	0
-5,5	1,374	0,601	0,616
-5	1,395	0,729	0,592
-4,5	1,412	0,774	0,568
-4	1,421	0,808	0,536
-3,5	1,419	0,871	0,488
-3	1,398	0,99	0,432
-2,5	1,354	1,173	0,368
-2	1,286	1,422	0,288
-1,5	1,197	1,724	0,2
-1	1,092	2,067	0,096
-0,5	0,979	2,434	0
0	0,875	2,788	0
0,5	0,79	3,124	0
1	0,72	3,462	0
1,5	0,663	3,811	0
2	0,615	4,176	0
2,5	0,575	4,556	0
3	0,541	4,95	0
3,5	0,518	5,352	0,008
4	0,487	5,772	0
4,5	0,465	6,198	0
5	0,445	6,631	0
5,5	0,428	7,07	0
6	0,412	7,515	0
6,5	0,397	7,966	0
7	0,385	8,42	0
7,5	0,373	8,878	0
8	0,362	9,339	0
8,5	0,352	9,803	0
9	0,342	10,27	0
9,5	0,334	10,739	0
10	0,326	11,209	0

$G = 9, F = 8$

D	$t_r^*$	$P_r^*$	$x_r^*$
-10	1,303	4,057	0,65
-9,5	1,314	3,676	0,65
-9	1,325	3,311	0,64
-8,5	1,336	2,964	0,63
-8	1,345	2,64	0,62
-7,5	1,354	2,344	0,6
-7	1,363	2,064	0,56
-6,5	1,366	1,868	0,56
-6	1,367	1,699	0,54
-5,5	1,364	1,582	0,51
-5	1,355	1,529	0,48
-4,5	1,339	1,54	0,44
-4	1,314	1,615	0,4
-3,5	1,28	1,762	0,36
-3	1,236	1,965	0,3
-2,5	1,183	2,229	0,25
-2	1,123	2,539	0,19
-1,5	1,057	2,888	0,13
-1	0,988	3,261	0,07
-0,5	0,917	3,649	0,01
0	0,849	4,031	0
0,5	0,793	4,379	0,01
1	0,739	4,738	0
1,5	0,695	5,086	0
2	0,656	5,442	0
2,5	0,622	5,804	0
3	0,592	6,176	0
3,5	0,565	6,558	0
4	0,541	6,948	0
4,5	0,519	7,348	0
5	0,5	7,754	0
5,5	0,483	8,167	0
6	0,467	8,587	0
6,5	0,452	9,013	0
7	0,438	9,444	0
7,5	0,426	9,879	0
8	0,414	10,319	0
8,5	0,404	10,763	0
9	0,394	11,21	0
9,5	0,384	11,66	0
10	0,376	12,114	0



$G = 6, F = 8$

D	$t_r^*$	$P_r^*$	$x_r^*$
-10	1,438	4,775	0,78
-9,5	1,455	4,402	0,78
-9	1,472	4,011	0,78
-8,5	1,49	3,619	0,77
-8	1,508	3,228	0,76
-7,5	1,526	2,845	0,75
-7	1,545	2,48	0,745
-6,5	1,563	2,141	0,735
-6	1,579	1,84	0,705
-5,5	1,593	1,576	0,685
-5	1,603	1,369	0,66
-4,5	1,606	1,23	0,62
-4	1,599	1,169	0,57
-3,5	1,578	1,191	0,51
-3	1,537	1,303	0,445
-2,5	1,477	1,494	0,37
-2	1,396	1,756	0,285
-1,5	1,299	2,078	0,175
-1	1,192	2,434	0,095
-0,5	1,079	2,81	0,005
0	0,979	3,172	0
0,5	0,893	3,512	0
1	0,823	3,849	0
1,5	0,763	4,195	0
2	0,714	4,554	0
2,5	0,671	4,928	0
3	0,634	5,314	0
3,5	0,602	5,711	0
4	0,574	6,119	0
4,5	0,55	6,536	0
5	0,528	6,961	0
5,5	0,508	7,393	0
6	0,49	7,831	0
6,5	0,474	8,274	0
7	0,459	8,722	0
7,5	0,446	9,174	0
8	0,433	9,629	0
8,5	0,422	10,088	0
9	0,411	10,549	0
9,5	0,401	11,013	0
10	0,392	11,479	0

**G = 3, F = 8**

D	$t_r^*$	$p_r^*$	$x_r^*$
-8	1,73	3,49	1,01
-7,5	1,76	3,54	1,01
-7	1,79	3,36	1,01
-6,5	1,83	3,06	1
-6	1,87	2,7	1
-5,5	1,91	2,29	0,96
-5	1,96	1,91	0,97
-4,5	2	1,54	0,95
-4	2,05	1,21	0,93
-3,5	2,1	0,97	0,87
-3	2,13	0,83	0,8
-2,5	2,13	0,85	0,65
-2	2,06	1,01	0,52
-1,5	1,91	1,26	0,31
-1	1,69	1,57	0,07
-0,5	1,43	1,88	0,01
0	1,22	2,14	0
0,5	1,06	2,42	0
1	0,94	2,73	0
1,5	0,85	3,07	0
2	0,78	3,45	0
2,5	0,72	3,84	0
3	0,67	4,26	0
3,5	0,63	4,68	0
4	0,59	5,12	0
4,5	0,56	5,57	0
5	0,54	6,02	0
5,5	0,52	6,48	0
6	0,5	6,94	0
6,5	0,48	7,4	0
7	0,46	7,87	0
7,5	0,45	8,35	0
8	0,43	8,82	0
8,5	0,42	9,3	0
9	0,41	9,78	0
9,5	0,4	10,26	0
10	0,39	10,74	0

**G = 6, F = 10**

D	$t_r^*$	$p_r^*$	$x_r^*$
-10	1,498	5,232	0,81
-9,5	1,514	4,769	0,81
-9	1,529	4,323	0,8
-8,5	1,546	3,876	0,79
-8	1,563	3,445	0,79
-7,5	1,579	3,04	0,77
-7	1,596	2,648	0,76
-6,5	1,612	2,284	0,73
-6	1,626	1,969	0,72
-5,5	1,638	1,696	0,69
-5	1,646	1,48	0,67
-4,5	1,645	1,336	0,62
-4	1,635	1,27	0,57
-3,5	1,609	1,293	0,52
-3	1,566	1,401	0,44
-2,5	1,503	1,59	0,37
-2	1,423	1,845	0,24
-1,5	1,323	2,173	0,18
-1	1,215	2,529	0,09
-0,5	1,103	2,904	0
0	1,002	3,255	0,01
0,5	0,915	3,595	0
1	0,843	3,929	0
1,5	0,782	4,272	0
2	0,737	4,62	0,01
2,5	0,687	4,996	0
3	0,649	5,378	0
3,5	0,616	5,772	0
4	0,587	6,177	0
4,5	0,562	6,59	0
5	0,539	7,013	0
5,5	0,518	7,442	0
6	0,5	7,877	0
6,5	0,484	8,317	0
7	0,468	8,763	0
7,5	0,454	9,212	0
8	0,441	9,666	0
8,5	0,429	10,122	0
9	0,418	10,582	0
9,5	0,408	11,044	0
10	0,398	11,509	0

## Annexe 2

### Répartition de la quantité de chaleur libérée à l'interface par la condensation.

La vapeur qui se condense à l'interface libère une quantité de chaleur égale à  $L_v q_{cp}$ , si  $L_v$  représente la chaleur latente de condensation de la vapeur d'eau et  $q_{cp}$  le débit d'eau condensée (figure 51a).

On peut écrire que la résistance  $\alpha$  du film d'eau d'épaisseur  $E$  et de la paroi d'épaisseur  $B$  s'écrit:

$$\alpha = \frac{B}{\lambda_p} + \frac{E}{\lambda_e}$$

avec :

$\frac{\lambda_p}{B}$  : résistance de la paroi

$\lambda_p$  : conductibilité thermique de la paroi

$\frac{\lambda}{E}$  : résistance du film d'eau

$\lambda$  : conductibilité thermique de l'eau

et celle de la vapeur  $\alpha' = \beta / \lambda_v$  avec  $\beta$  un ordre de grandeur de l'épaisseur de vapeur et  $\lambda_v$  la conductibilité thermique de la vapeur.

Si on considère  $B \sim 2 \cdot 10^{-2}$  m,  $E \sim 2 \cdot 10^{-4}$  m,  $\beta = 1$  m,  $\lambda_p \sim 40$  W/m/°C,  $\lambda \sim 0.5$  W/m/°C,  $\lambda_v \sim 0.01$  W/m/°C, on obtient  $\alpha \sim 9 \cdot 10^{-4}$  et  $\alpha' \sim 100$ . La résistance de la vapeur est donc beaucoup plus importante et on peut considérer que toute la chaleur est absorbée par la paroi.

## Annexe 3

### Estimation des coefficients $h_c$ et $K$ .

#### A3.1 Calcul de $h_c$

Le calcul du coefficient de transfert par convection  $h_c$  est réalisé à partir d'une formule semi-empirique. Selon "Techniques de l'ingénieur"[45], il dépend de la géométrie et de la vitesse de l'écoulement de vapeur.

Considérons un nombre de Reynolds moyen  $Re_m$  de l'écoulement du gaz dans la fosse entre la sortie de la tubulure d'injection et le culot. On a une estimation de  $Re_m$  en prenant pour longueur  $L_0/2$  et pour vitesse  $U_0/2$ . Avec  $\nu = 1.53 \cdot 10^{-5}$  pour la vapeur à  $200^\circ\text{C}$ , on obtient :

$$Re_m \sim 3.3 \cdot 10^6$$

Cette valeur correspond à un écoulement turbulent. Le nombre de Prandtl de l'écoulement de vapeur est  $Pr_v = 1.3$ . On considère que l'écoulement dans la fosse a lieu sur une plaque de faible courbure. Cela étant, les formules semi-empiriques donnent pour le nombre de Nusselt moyen  $Nu_m$  :

$$Nu_m = 0.035 Re_m^{4/5} Pr_v^{1/3}$$

Or :

$$Nu_m = h_c L_0 / (2 \lambda_v)$$

avec  $\lambda_v = 0.01 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$  d'où la valeur moyenne de  $h_c = 34.8$ .

#### A3.2 Calcul de $K$

Selon [30], le coefficient  $K$  est donné par :

$$K = D / \delta_m = h / (\rho_v C_v) (Pr_v / Sc)^{2/3}$$

où  $S_c = v / D = 0.6$ , d'où  $K = 1.17 \cdot 10^{-2}$ . Ces valeurs ont été utilisées dans le calcul.

On remarque que si au lieu de  $L_0/2$  et  $U_0/2$  on prend  $L_0$  et  $U_0$ , on obtient  $h_c = 52.3$  et  $K = 1.76 \cdot 10^{-2}$  ce qui correspond à un écoulement très rapide ( $Re = 1.3 \cdot 10^7$ ). Ces valeurs varient donc beaucoup en fonction des vitesses dans la fosse. Cependant, plus l'écoulement est rapide, plus l'effet des gaz incondensables est faible. L'étude de la condensation de la vapeur pure nous a fourni un majorant de la quantité d'eau condensée, c'est pourquoi nous avons préféré travailler ici dans un cas défavorable pour la condensation afin de pouvoir mieux juger de l'effet des gaz incondensables.



## Annexe 4

### Calcul de la température d'interface dans le cas de la condensation d'un mélange air-vapeur

Le produit du flux de vapeur diffusant vers la paroi par la chaleur latente de vaporisation est égal à la quantité de chaleur évacuée au travers du film d'eau condensée:

$$\begin{array}{ccc}
 j_v L_v & + & h_c (T_\infty - T_i) = \lambda \frac{T_i - T_p}{E} \\
 \text{Diffusion} & & \text{conduction} & & \text{Chaleur} \\
 & & \text{ou} & & \text{transmise} \\
 & & \text{convection turbulente} & & \text{dans} \\
 & & \text{dans la couche limite} & & \text{le film}
 \end{array}
 \tag{A4.1}$$

soit:

$$\frac{D_v}{\delta_m} L_v \rho_v \text{Log} \left[ \frac{p - p_{vi}}{p - p_{v\infty}} \right] + h_c (T_\infty - T_i) = \lambda \frac{T_i - T_p}{E}
 \tag{A4.2}$$

A l'interface, la pression  $p_{vi}$  est la pression de vapeur saturante à la température  $T_i$ . Les valeurs de  $p_{vi}$  et  $T_i$  sont celles à l'intersection de la courbe d'équilibre thermique et de la courbe  $p_{sat}(T_i)$ .

Si la pression de vapeur à l'interface  $p_{vi}$  était égale à la pression du mélange au loin  $p_{v\infty}$ , l'interdiffusion des gaz serait négligeable et l'équilibre thermique entre la couche limite et la conduction dans le film d'eau donnerait:

$$T_i = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{h_c E}} \left[ T_p + \frac{\lambda}{h_c E} T_\infty \right]$$

c'est à dire que  $T_i$  appartient à l'intervalle  $[T_p, T_\infty]$ .

Pour  $p_{vi} = p_v (T_p)$ , l'équation (A4.2) donne:

$$T_i = \frac{1}{1 + \frac{h_c E}{\lambda}} \left[ T_p + \frac{h_c E}{\lambda} T_\infty + \frac{E}{\lambda} \frac{D L_v \rho_v}{\delta_m} \text{Log} \left[ \frac{p - p_{vi} (T_p)}{p - p_{v\infty}} \right] \right] > T_i (p_{v\infty})$$

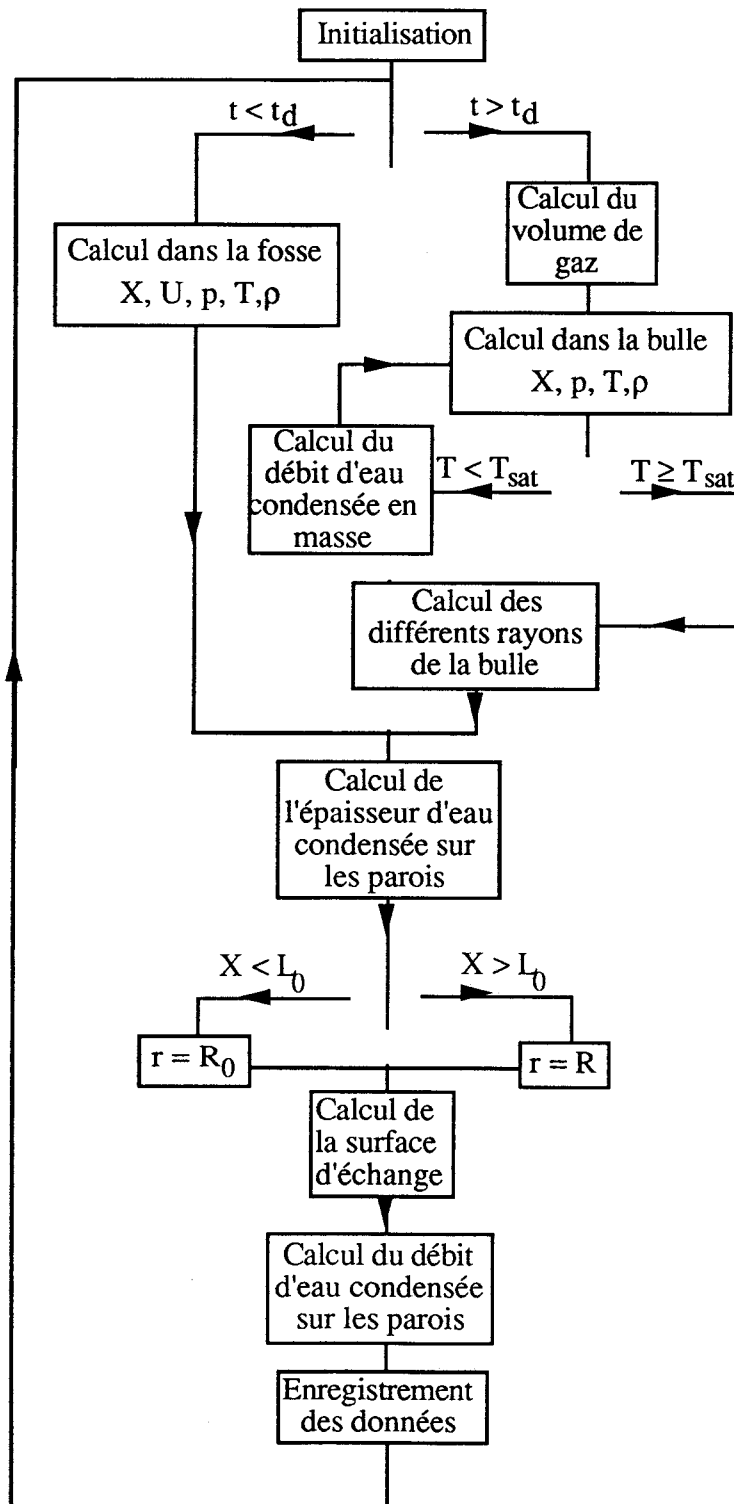
L'intersection des deux courbes se calcule comme la racine de la fonction  $F(p_{vi})$ :

$$F(p_{vi}) = 0 = T_{\text{sat}}(p_{vi}) - \frac{1}{1 + \frac{h_c E}{\lambda}} \left[ T_p + \frac{h_c E}{\lambda} T_\infty + \frac{E}{\lambda} \frac{D L_v \rho_v}{\delta_m} \text{Log} \left[ \frac{p - p_{vi}}{p - p_{v\infty}} \right] \right]$$

L'algorithme du calcul itératif consiste à trouver deux abscisses  $p_{v1}$  et  $p_{v2}$  telles que  $F(p_{v1}) \cdot F(p_{v2}) < 0$ . On calcule l'abscisse d'intersection de la corde  $(p_{v1}, F(p_{v1}))$ ,  $(p_{v2}, F(p_{v2}))$  avec l'axe  $F = 0$  et l'abscisse d'intersection de la tangente à  $F$  au point  $p_{v1}$  ou  $p_{v2}$  avec  $F = 0$ . Ces deux nouvelles abscisses qui sont telles que  $F(p_{v1}^{(n)}) \cdot F(p_{v2}^{(n)}) < 0$  remplacent les valeurs  $p_{v1}$  et  $p_{v2}$  dans le processus de calcul itératif. Le calcul est initialisé avec  $p_v (T_p)$  et  $p_v (T_\infty)$ .

# Annexe 5

## Algorithme de calcul du modèle thermo-hydrodynamique de bulle



# Bibliographie

- [1]. A. DYMENT  
Modèle de l'écoulement consécutif à l'impact violent d'un projectile dans une nappe d'eau au repos.  
Rapport IMFL n° 89/12.
- [2]. A. DYMENT  
Première validation expérimentale du modèle d'impact vertical.  
Rapport IMFL n° 89/24.
- [3]. A. DYMENT  
Modèle asymptotique de l'écoulement produit par l'impact d'un projectile dans un liquide.  
Compte-rendus Ac. Sc. t. 310 II p. 1589-1594.
- [4]. J.B. PAQUET  
Cavité formée par un cylindre semi-infini pénétrant dans une nappe d'eau.  
Rapport IMFL n° 90/22.
- [5]. A. DYMENT  
Modèle simplifié de la bulle de culot d'un missile hydrobalistique.  
Rapport IMFL n° 90/23.
- [6]. J.B. PAQUET  
Calcul de la striction de la bulle de culot d'un missile hydrobalistique.  
Rapport IMFL n° 91/27.
- [7]. A. DYMENT  
Jet rentrant de bulle de culot d'un missile hydrobalistique.  
Rapport IMFL n° 91/06.
- [8]. A. DYMENT, J.B. PAQUET  
Compléments sur le modèle hydrodynamique de jet rentrant de bulle de culot.  
Rapport IMFL n° 92/21.

- [9]. J.B. PAQUET, J.P. FLODROPS, A. DYMENT, A. GOBERT  
 "Simulation sur modèle réduit et éléments de modélisation de la bulle de culot au lancement d'un missile hydrobalistique.  
 Rapport IMFL n° 93/46.
- [10]. D. SIVOUKINE  
Cours de physique générale.  
 Editions de Moscou.
- [11]. ROHSEHOW HARTNETT  
Hand book of heat transfer.  
 Mc GRAW HILL.
- [12]. GREGORIG  
Echangeurs de chaleur.  
 Librairie polytechnique Béranger.
- [13]. P.D. LEBEDEV, A.M. BAKLASTOV et Z.F. SERGAZIN  
 Aerodynamics, heat and mass transfer in vapour condensation.  
 I.J.M.H.T., 12, 8, 1969, 833-842.
- [14]. V.T. BUGLAYEV et V.S. KASAKOV  
 Heat transfer from saturated air flowing across tube banks.  
 Heat Transfer Soviet Research, 4, 3, 1972, 1-5.
- [15]. M.T. SOLDATKIN et V.F. KRAVETS  
 Heat transfer during condensation of steam from a steam-gas mixture.  
 Heat Transfer Soviet Research, 4, 4, 1972, 39-42.
- [16]. V.T. BUGLAYEV et V.S. KASAKOV  
 Experimental study of heat and mass transfer in a condensing steam-air mixture flowing transversely to a vertical tubular surface.  
 Heat Transfer Soviet Research, 7, 2, 1975, 135-139.
- [17]. R.G. KREBS et E.U. SCHLUNDER  
 Condensation with non condensing gases inside vertical tubes with turbulent gas and film flow.  
 Chem. Eng. Process 18, 1984, 341-356.

- [18]. V.E. DENNY et V.J. JUSIONIS  
Effects of non condensable gas and forced flow on laminar film condensation.  
I.J.H.M.T., **15**, 1971, 315-326.
- [19]. W. NUSSELT  
The surface condensation of Water vapor.  
Z. Ver. Dt. Ing. 60, 541-546, 596-675.
- [20]. Mc ADAMS  
Heat Transmission.  
Third edition, 335, 1954, Mc Graw - Hill.
- [21]. E.M. SPARROW et J.L. GREGG  
A boundary-layer treatment of laminar film condensation.  
A.S.M.E. trans, Jour of heat transfer, c, **81**, 1, 1959, 13-18.
- [22]. J.C.Y. KOH, E.M. SPARROW et J.P. HARTNETT  
The two phase boundary layer in laminar film condensation.  
I.J.H.M.T., **2**, 1-2, 1961, 69-82.
- [23]. E.M. SPARROW et S.H. LIN  
Condensation heat transfer in the presence of non condensable gaz.  
A.S.M.E. Trans., J.H.M.T., c, **86**, 3, 1964, 430-446.
- [24]. W.J. MINKOWYCZ et E.M.SPARROW  
Condensation heat transfer in presence of non condensable, interfacial resistance, super heating, variable properties and diffusion.  
I.J.H.M.T., **9**, 10, 1966, 1125-1144.
- [25]. E.M. SPARROW, W.J. MINKOWYCZ et M. SADDY  
Forced convection condensation in presence of non condensable and interfacial resistance.  
I.J.H.M.T., **10**, 12, 1967, 1829-1845.
- [26]. E. CITAKOGLU et J.W. ROSE  
Dropwise condensation, some factors influencing the validity of heat transfer measurement.

I.J.H.M.T., 2, 1968, 523-537.

- [27]. T. POINSOT et J. HUETZ  
Brouillard dans les mélanges vapeur-gaz incondensables.  
Revue Phys. Appl., **20**, 1985, 163-172.
- [28]. LEONTIEV  
Théorie des échanges de chaleur et de masse.  
Editions de Moscou.
- [29]. R. BYRON BIRD, WARREN E. STEWART, EDWIN N. LIGHTFOOT  
Transport Phenomena.  
Wiley International Edition.
- [30]. J.G. COLLIER  
Convective boiling and condensation.  
Mc Graw Hill
- [31]. J.F. SACCADURA  
Initiation aux transferts thermiques.  
C.A.S.T., I.N.S.A. de Lyon.  
Technique et documentation.
- [32]. C. PELE  
Influence du sens d'écoulement de l'air humide sur la condensation en film dans un condenseur monotubulaire vertical.  
Mémoire de thèse de l'U.S.T.L.F.A., 1990.
- [33]. K. HIJIKATA et Y. MORI  
Forced convective heat transfer of a gaz with condensing vapor around a flat plat.  
Heat Transfer, Japanese research, 1973, vol 2.
- [34]. F. LEGAY-DESEQUELLES  
Etude théorique et expérimentale du transfert de chaleur et de masse dans une couche limite incompressible avec condensation sur une plaque plane.  
Mémoire de thèse de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1984.

- [35]. F. LEGAY-DESEQUELLES ET B. PRUNET-FOCH  
Dynamic behaviour of a boundary layer with condensation along a flat plate: comparison with suction.  
I.J.H.M.T., **28**, 2363-2370, 1985.
- [36]. F. LEGAY-DESEQUELLES ET B. PRUNET-FOCH  
Heat and mass transfer with condensation in laminar and turbulent boundary layer along a flat plane.  
I.J.H.M.T., **29**, 95-105, 1986.
- [37]. A. MATUSZKIEWICZ et Ph. VERNIER  
Two-phase structure of the condensation boundary layer with a non-condensing gas and liquid droplets.  
I.J. Multiphase Flow, vol 17, n°2, 213-225, 1991
- [38]. I. TANASAWA  
Recent progress of Japanese research on condensation heat transfer.  
Appl. Mech. Rev. vol 43, n°1, 1990.
- [39]. S.L.SOO  
Particulates and continuum multiphase fluid dynamics.  
Hemisphere Publishing Corporation, 1989
- [40]. R.G. OWEN et W.C. LEE  
Some recent developments in condensation theory.  
Chem. Eng. Res. Des., vol 61, 1983, 335-361.
- [41]. W.H. EMERSON  
Echanges de chaleur en condensation  
Institut français des combustibles et de l'énergie.  
Journée internationales des échangeurs de chaleur, 17-32.
- [42]. W.J. MINKOWYCZ et E.M. SPARROW  
The effect of superheating on condensation heat transfer in forced convection boundary layer flow.  
I.J.H.M.T., vol 12, 147-154, 1968.
- [43]. C.P. KOTHANDARAMAN et S. SUBRAMANYAN



Heat and mass transfer data book.  
Wiley Eastern Limited, 1978.

- [44]. Techniques de l'Ingénieur  
Transmission de la chaleur  
Données numériques Form. A 1550
- [45]. J. HUETZ et J.P. PETIT  
Techniques de l'ingénieur  
Notions de transfert thermique par convection, A 1541

## Figures

$p_a$   
H

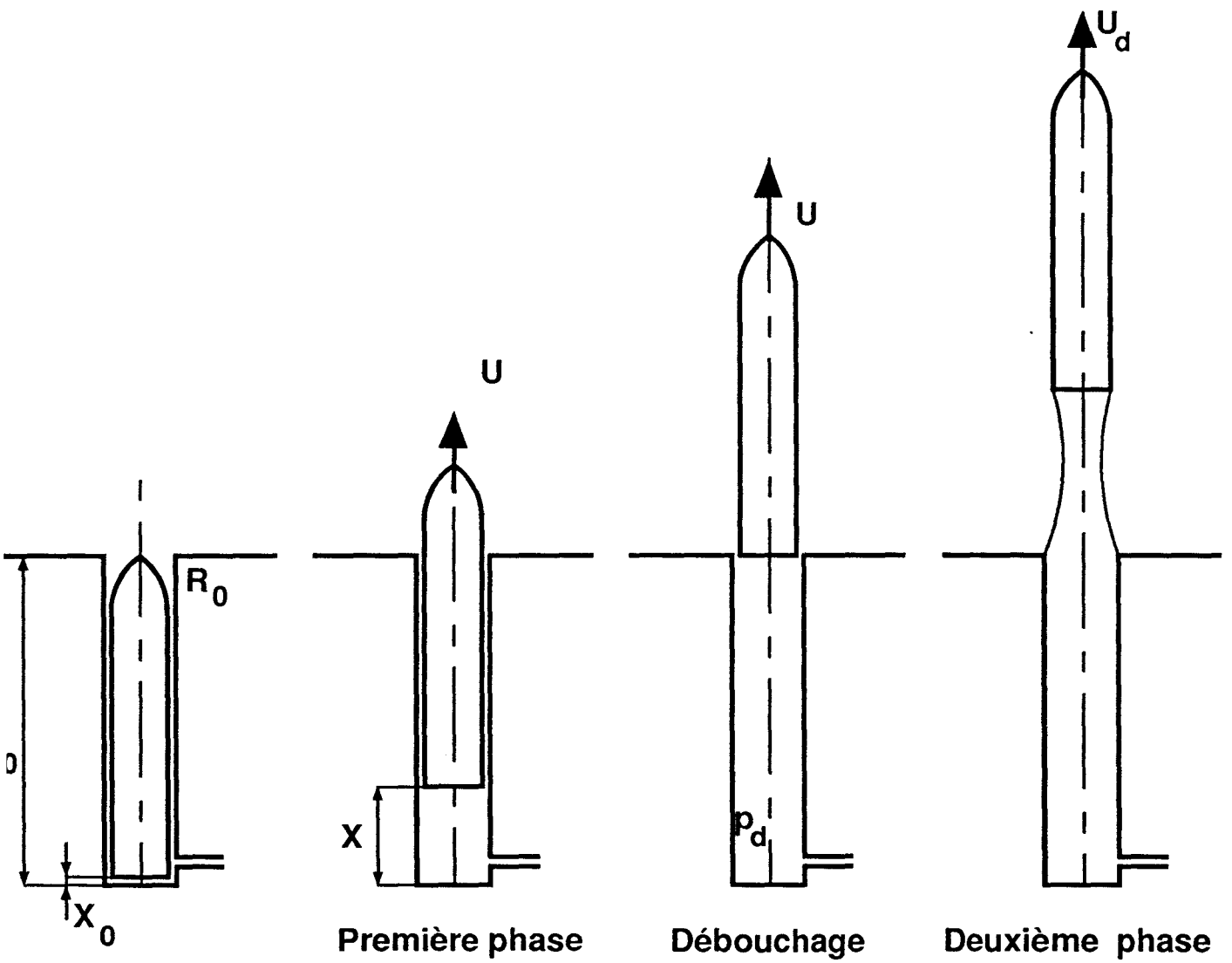
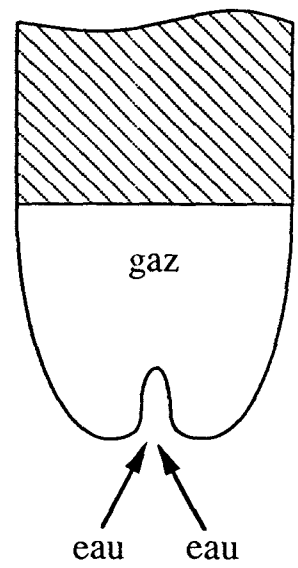
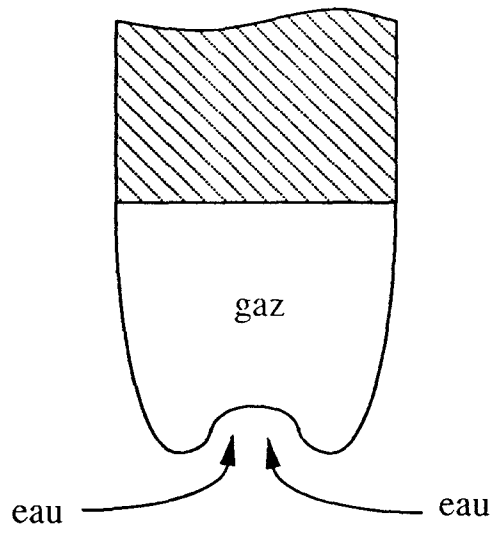
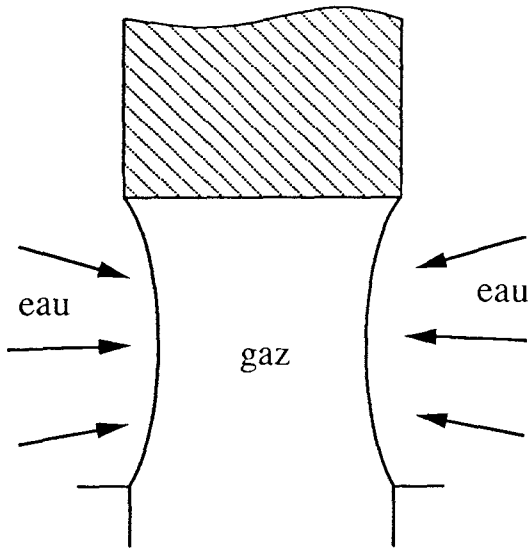


Figure 1 : Lancement du projectile



**Figure 2 : Apparition d'un jet rentrant**

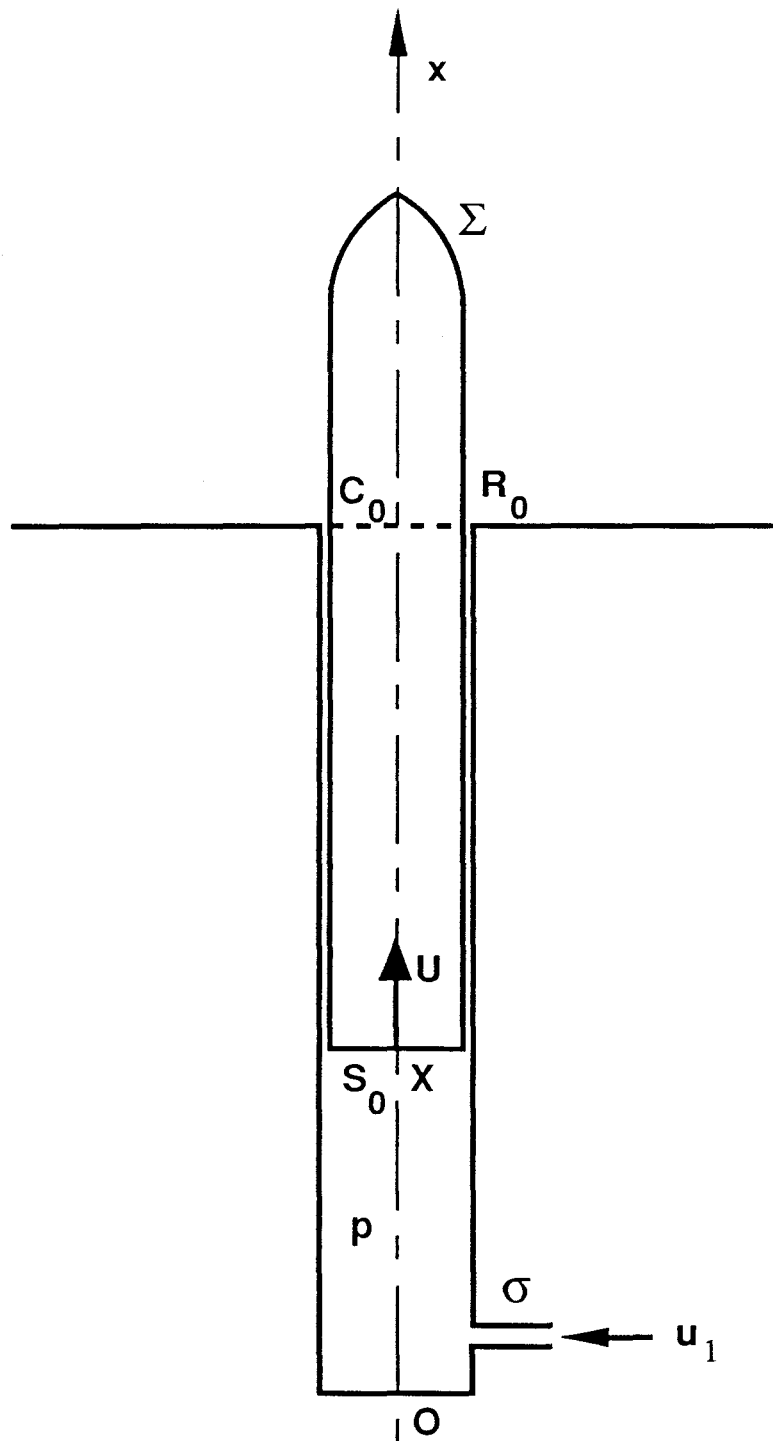
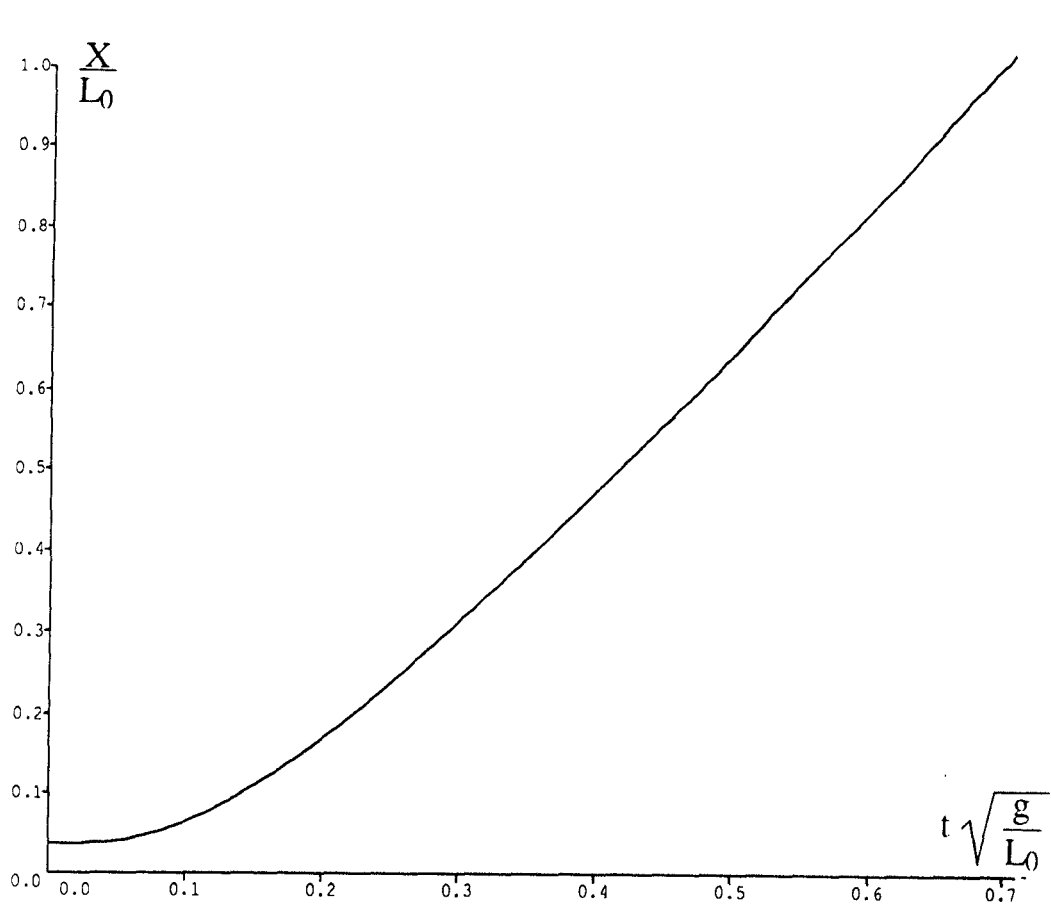
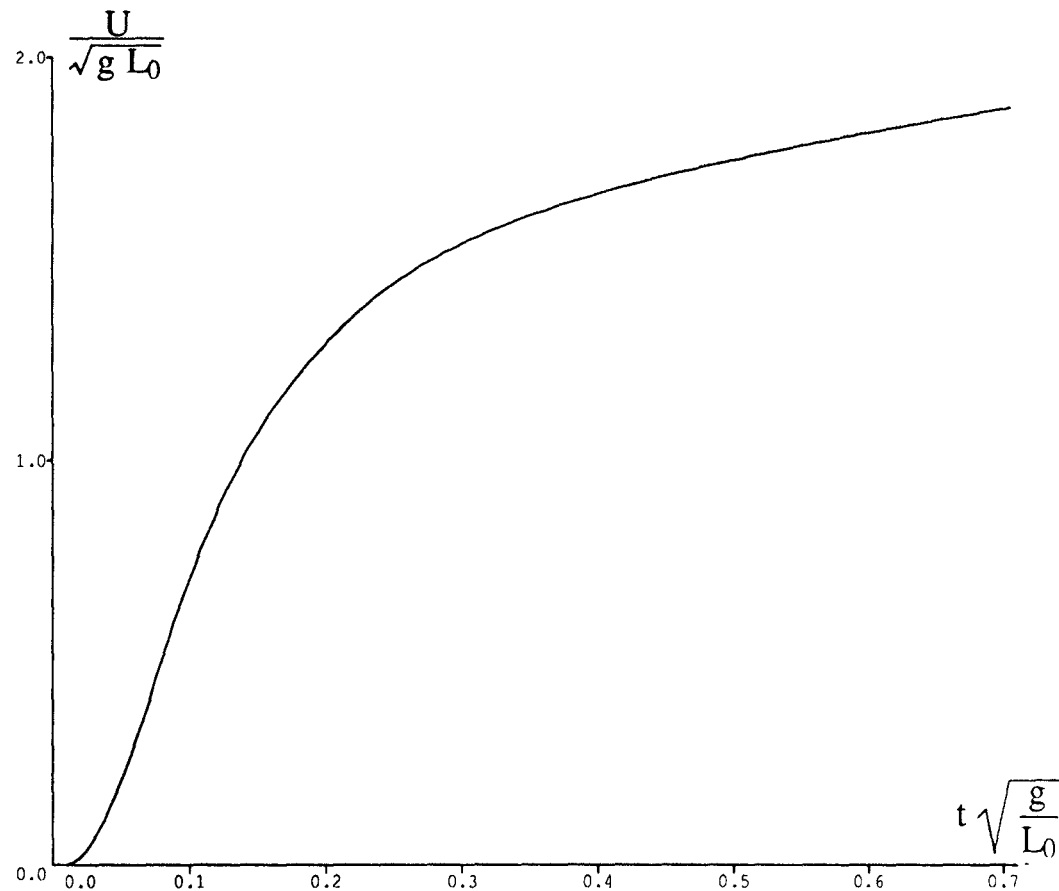


Figure 3 : Notations pour la première phase

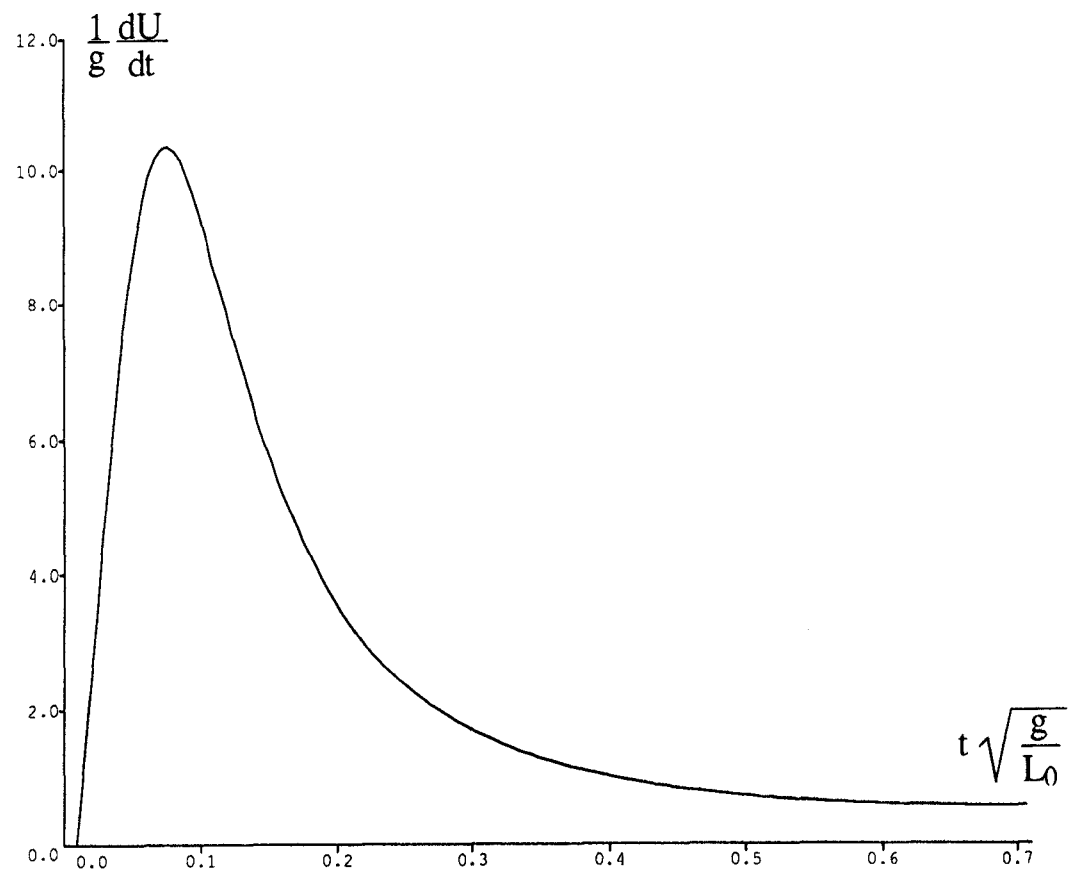


a) Position en fonction du temps

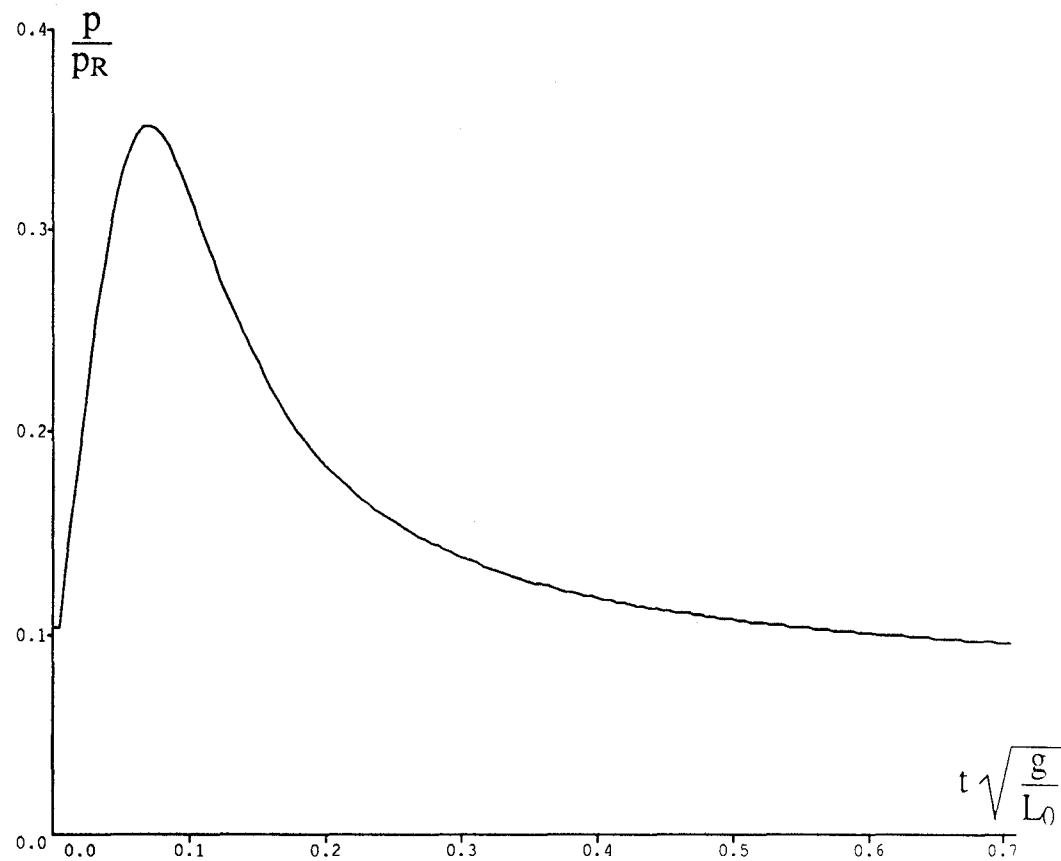


b) Vitesse en fonction du temps

Figure 4 : Injection sonique d'air

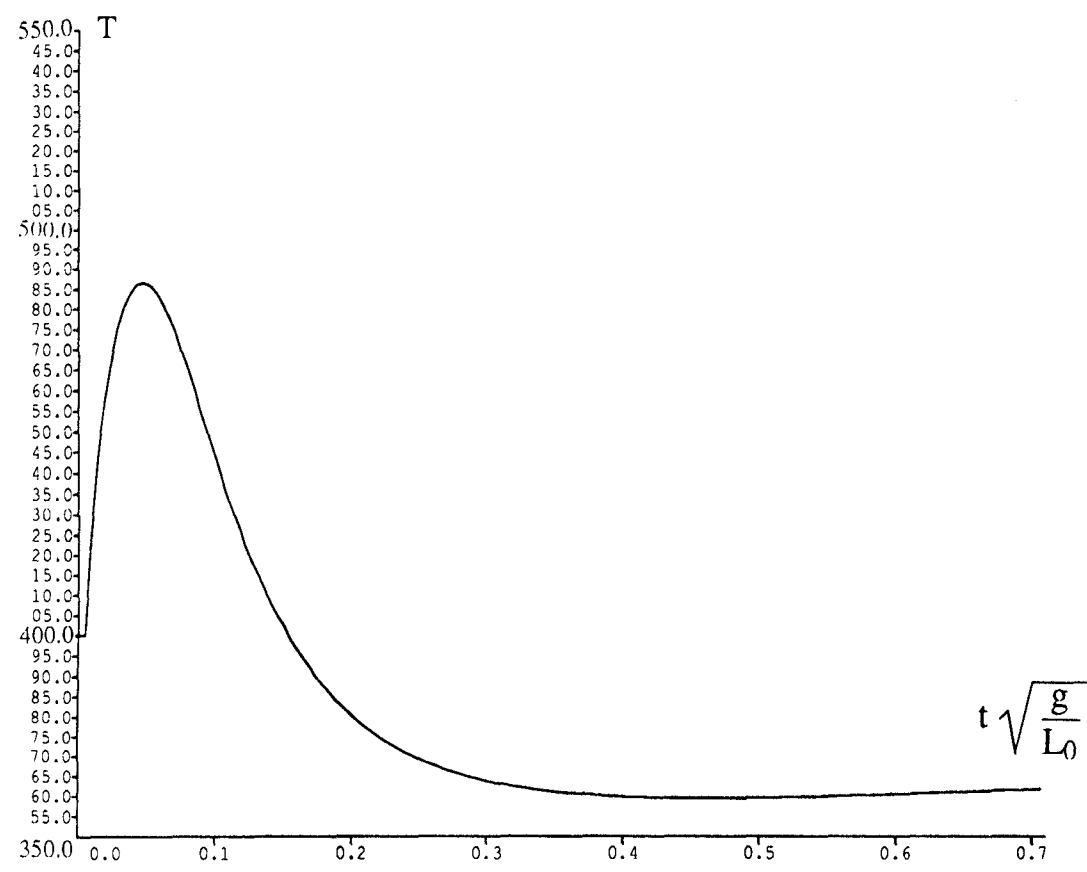


a) Accélération en fonction du temps

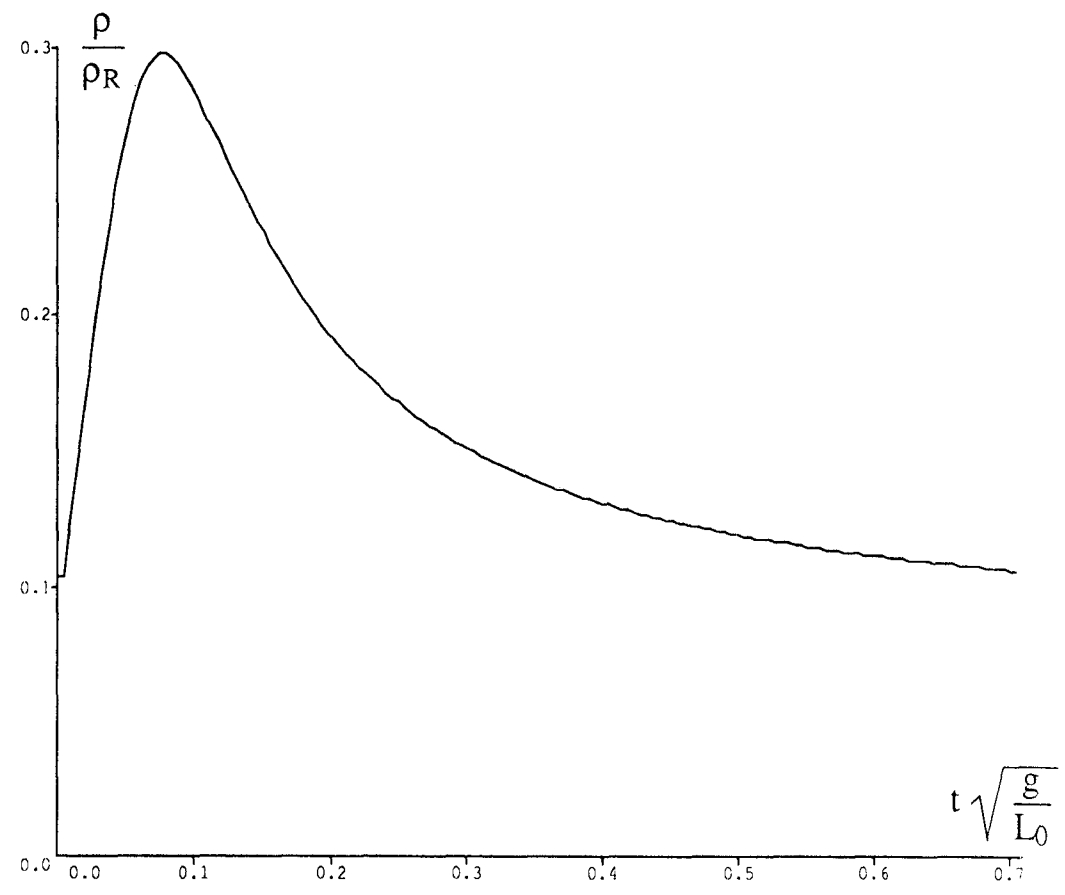


b) Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps

Figure 5 : Injection sonore d'air



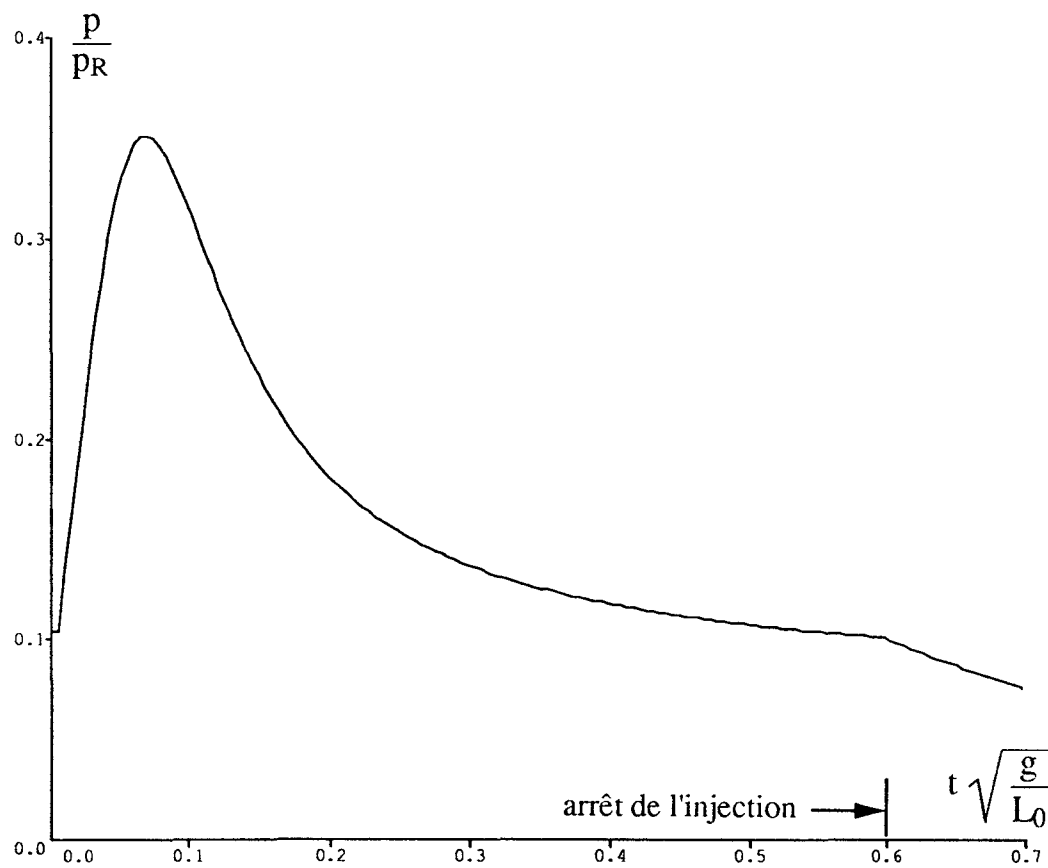
a) Température des gaz dans la fosse en fonction du temps



b) Masse volumique des gaz dans la fosse en fonction du temps

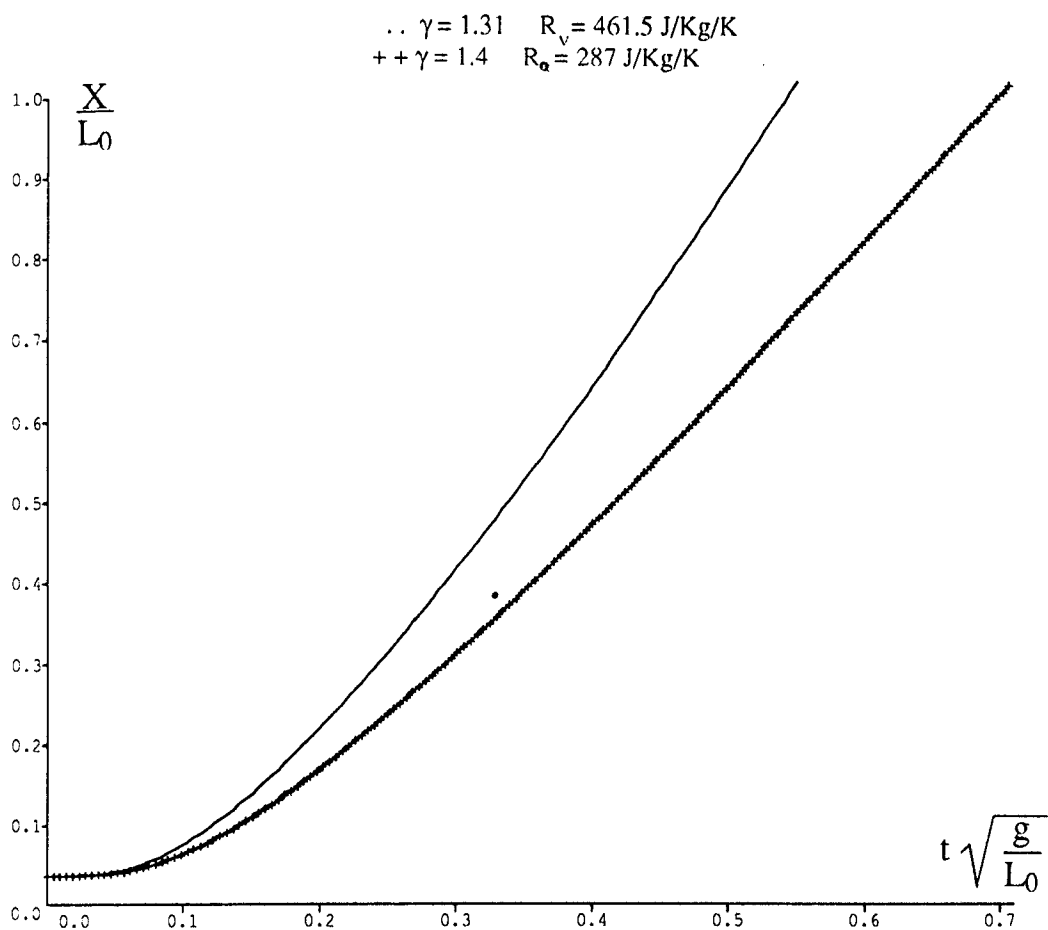
Figure 6 : Injection sonique d'air



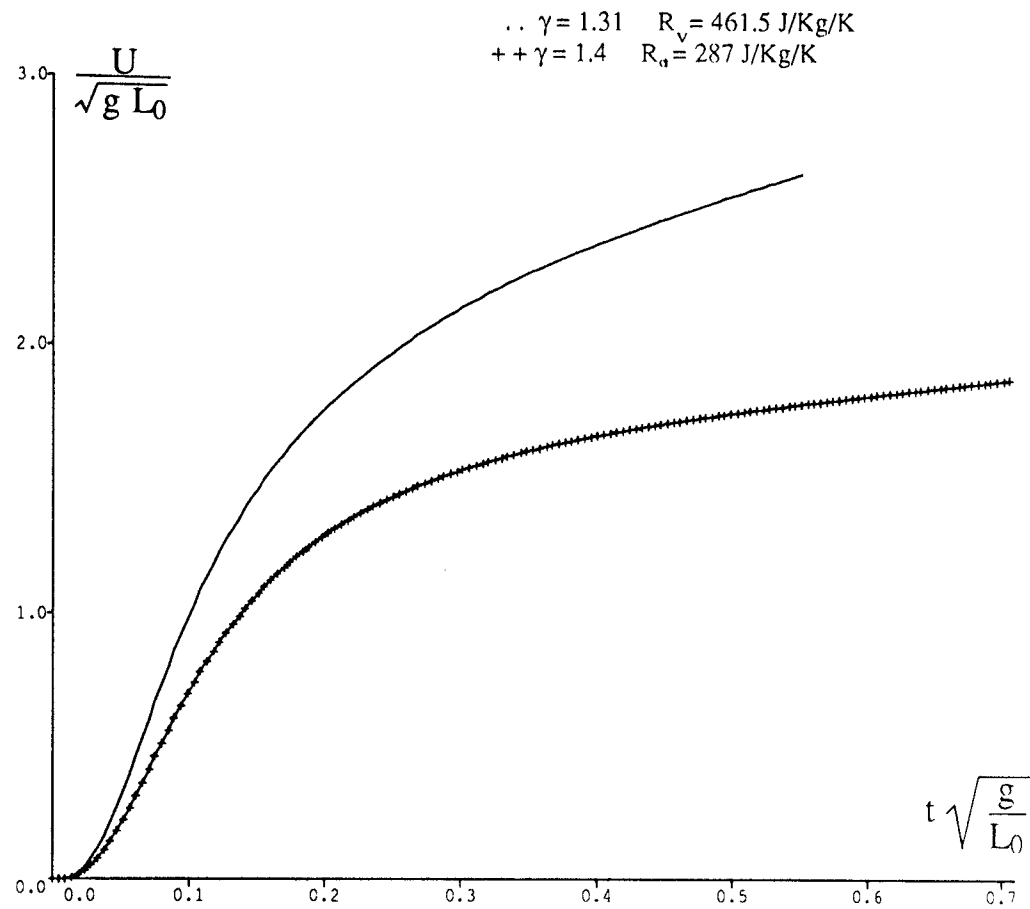


**Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps**

**Figure 7 : Injection sonique d'air.  
Conséquence de l'arrêt de l'injection**

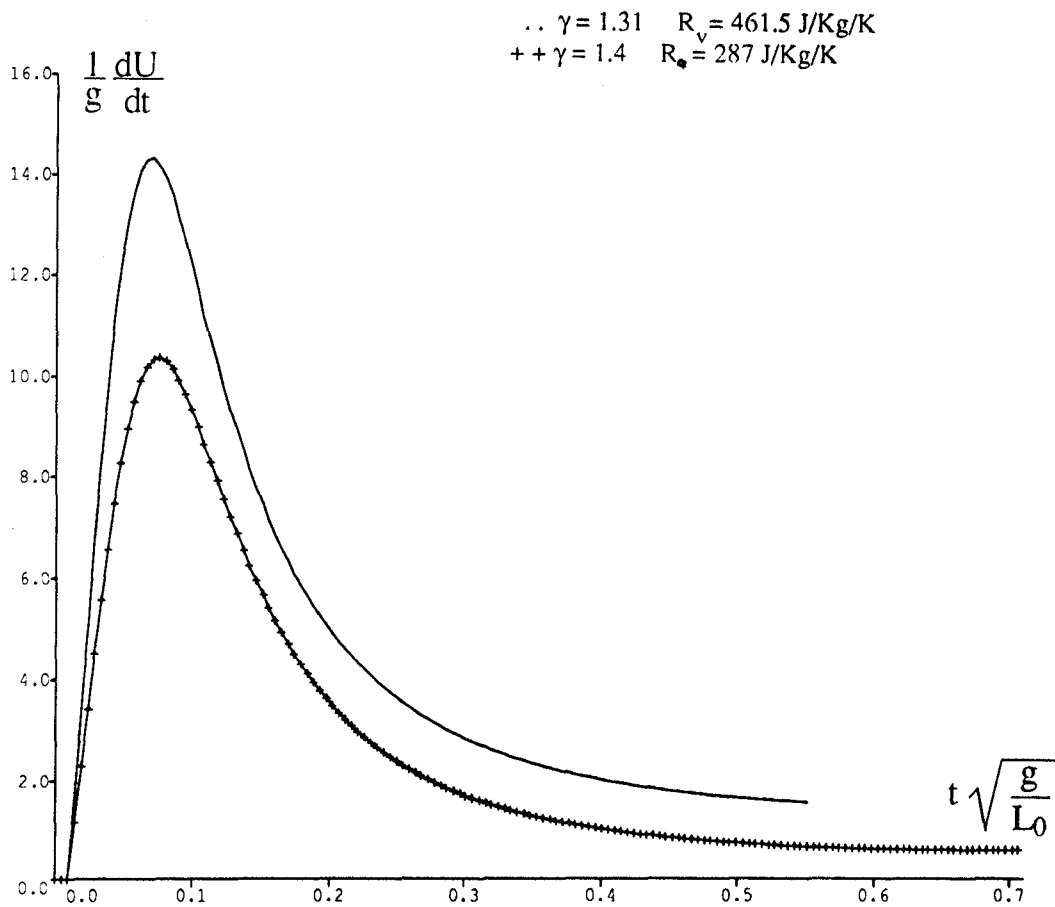


a) Position en fonction du temps

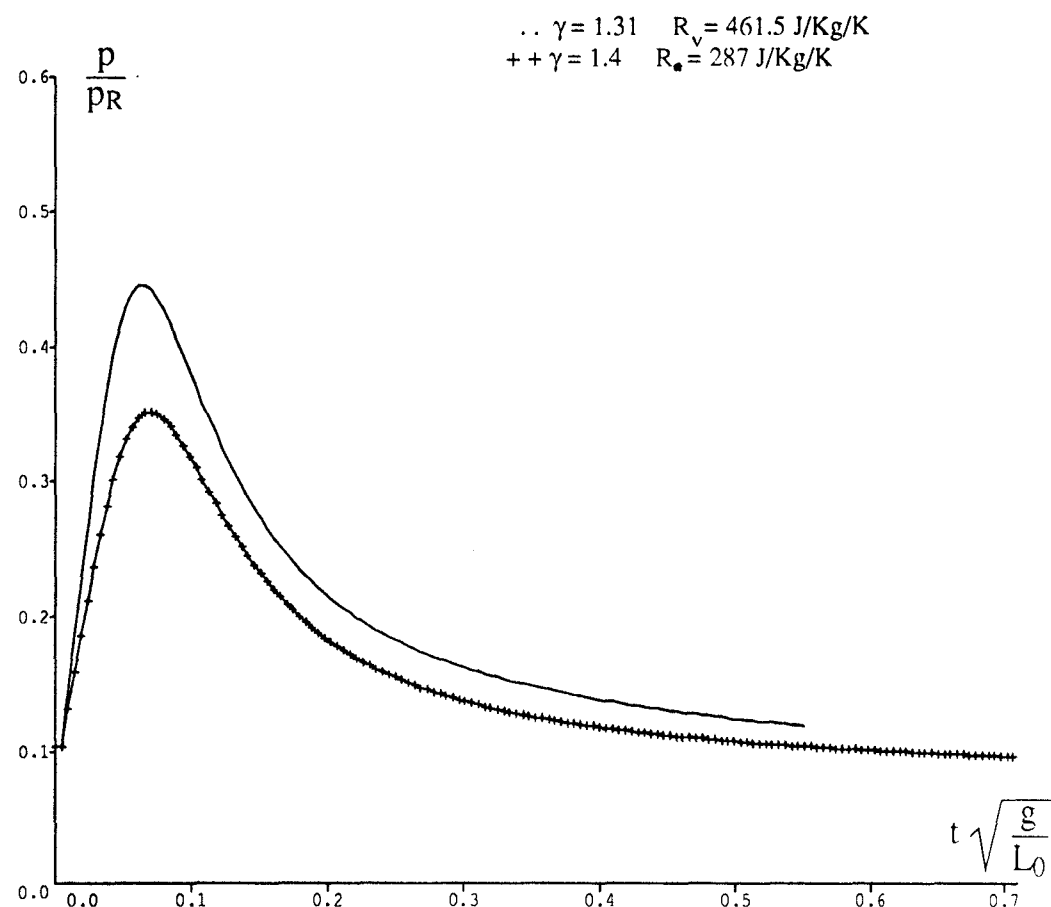


b) Vitesse en fonction du temps

Figure 8 : Influence de la nature du gaz.

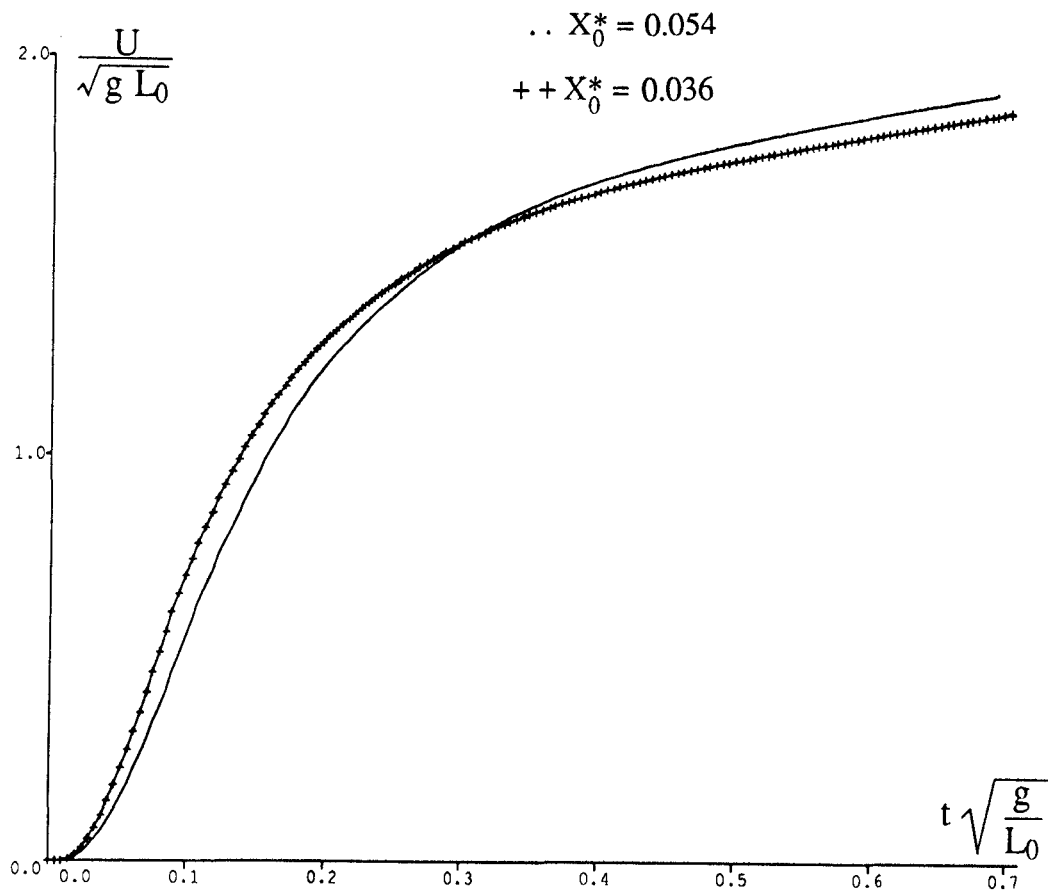


a) Accélération en fonction du temps

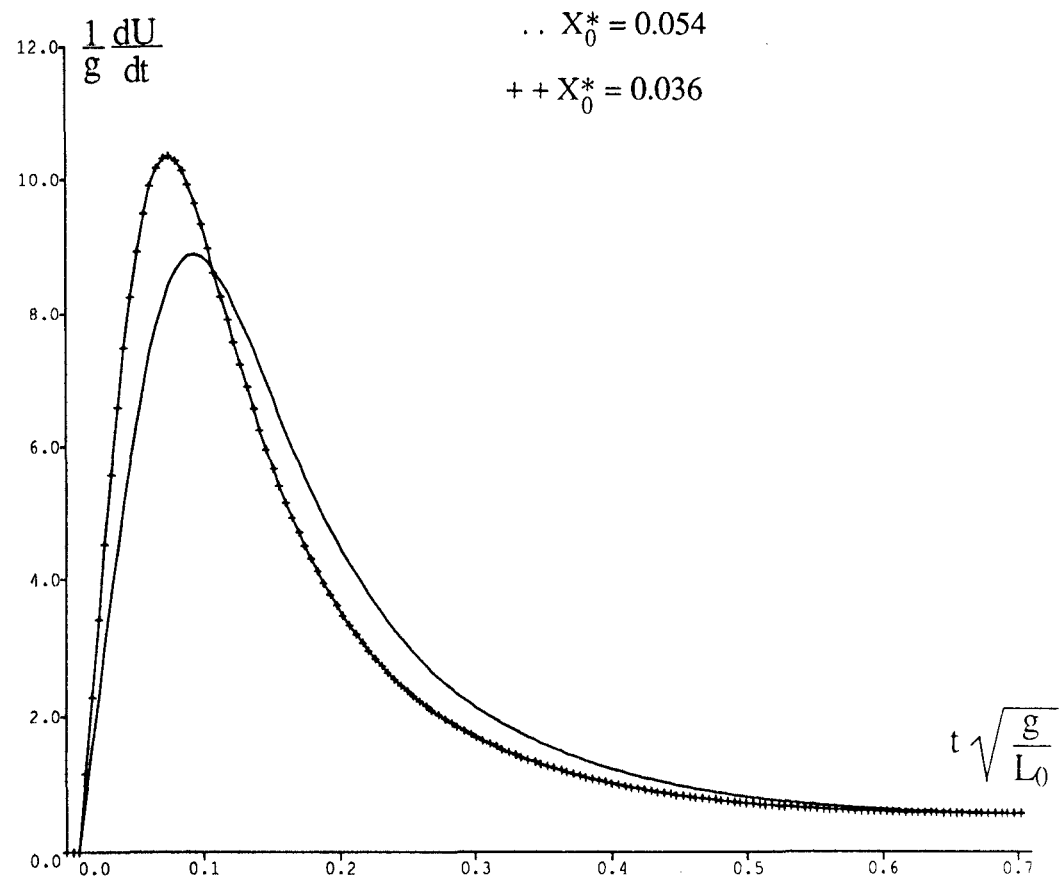


b) Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps

Figure 9 : Influence de la nature du gaz

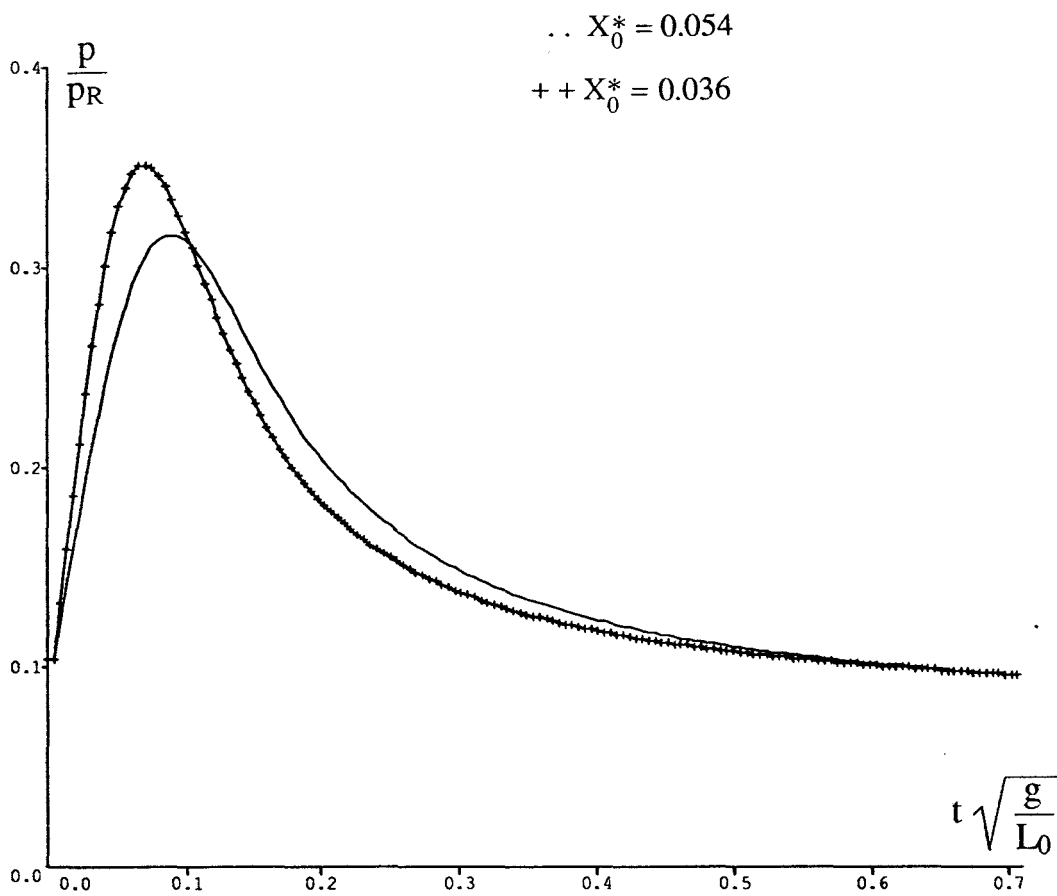


a) Vitesse en fonction du temps



b) Accélération en fonction du temps

Figure 10 : Influence du paramètre  $X_0$



**Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps**

**Figure 11 : Influence du paramètre  $X_0$**

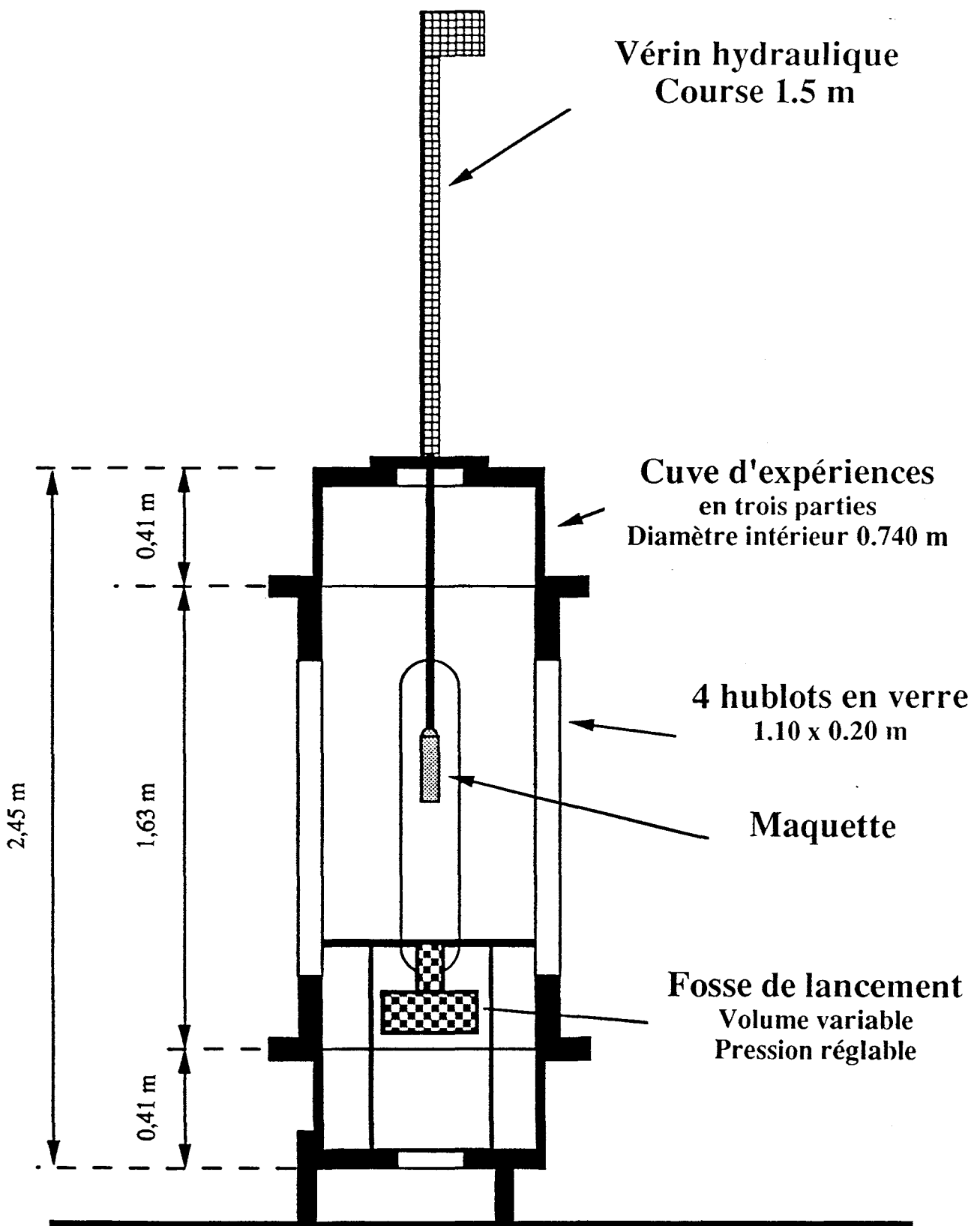


Figure 12 : Schéma de l'installation

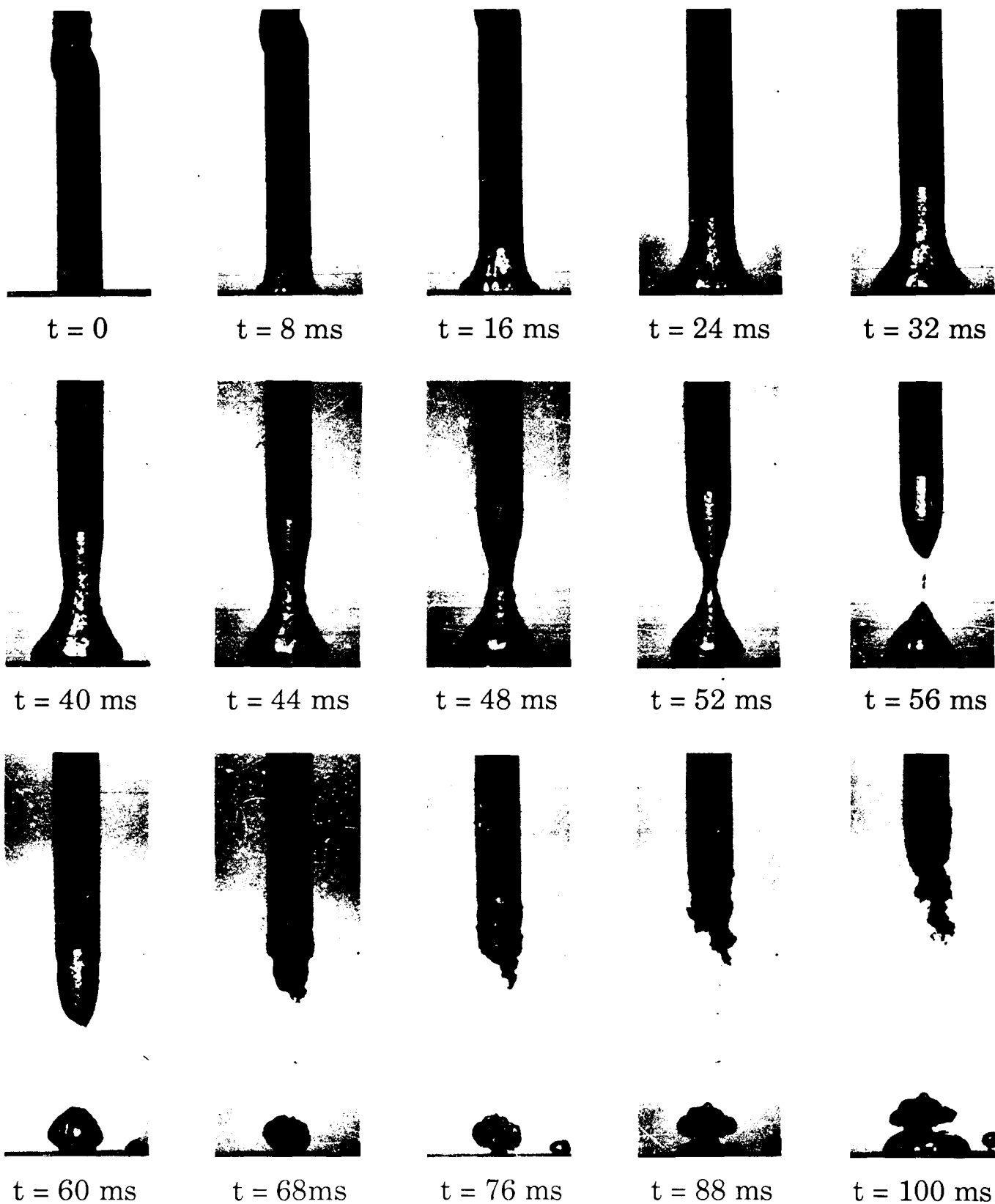
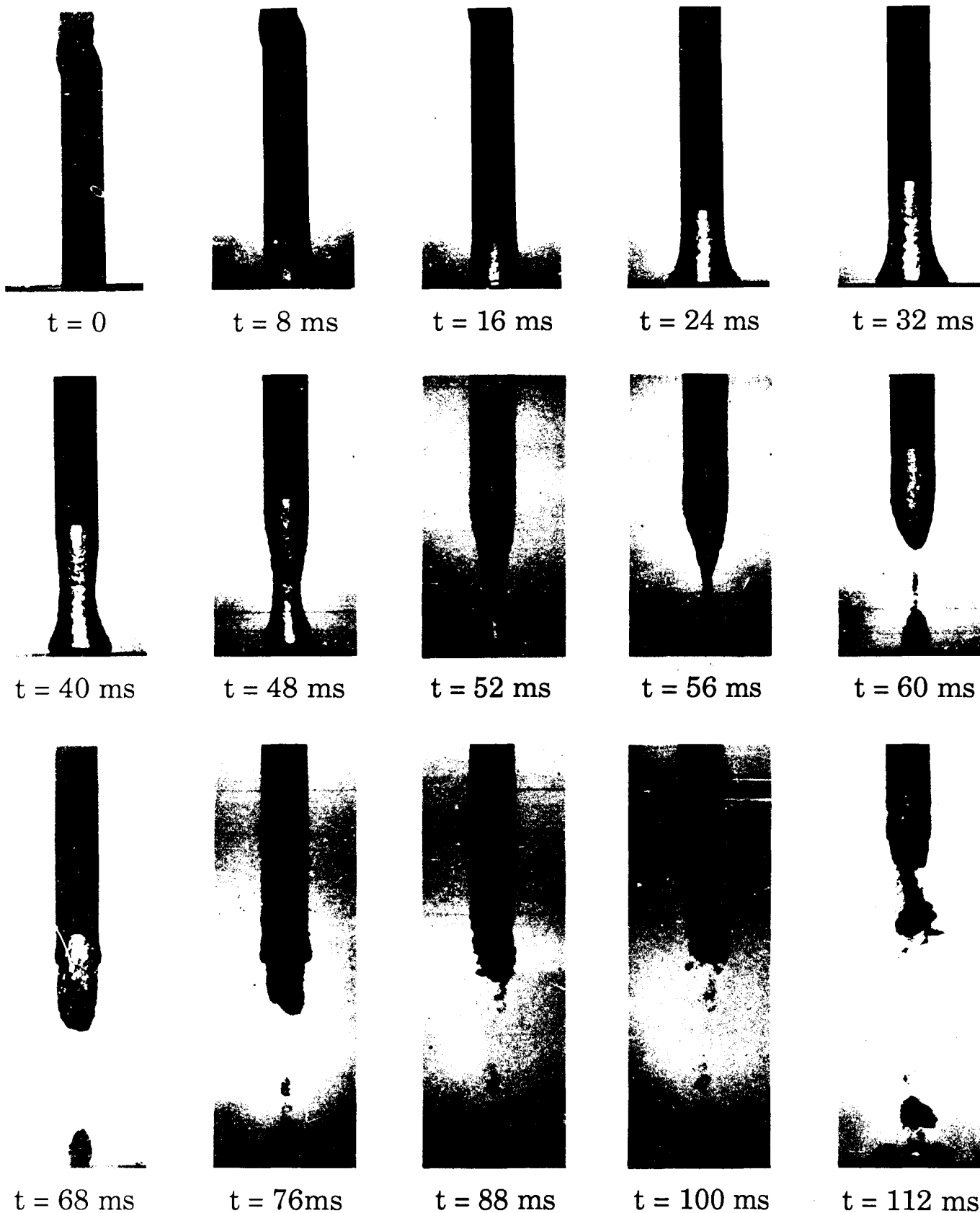


Figure 13 : Evolution des bulles

$G = 6$

$F = 7.60$

$D = - 5.23$



**Figure 14 : Evolution des bulles**

**$G = 6$**

**$F = 7.92$**

**$D = - 2.59$**



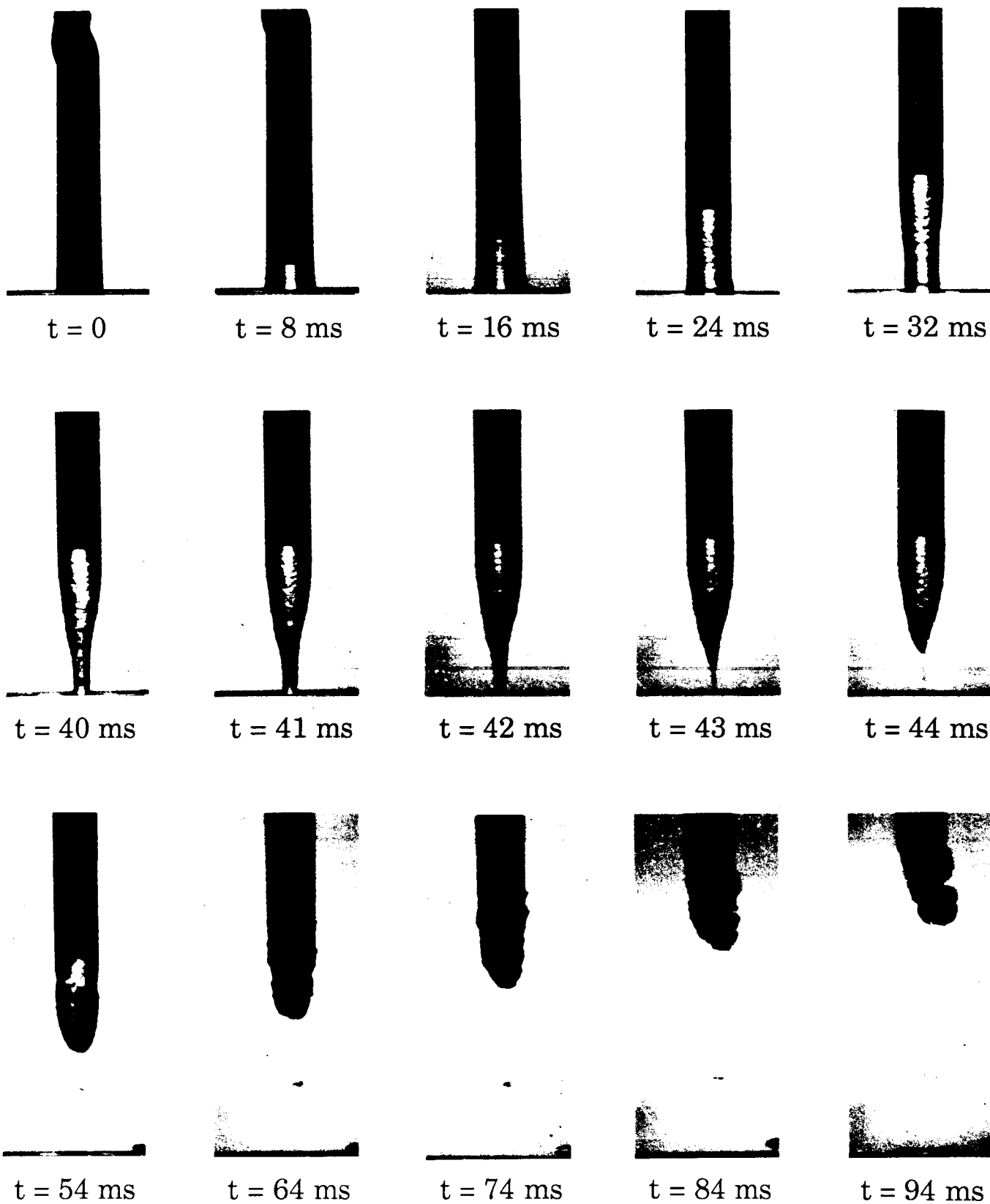
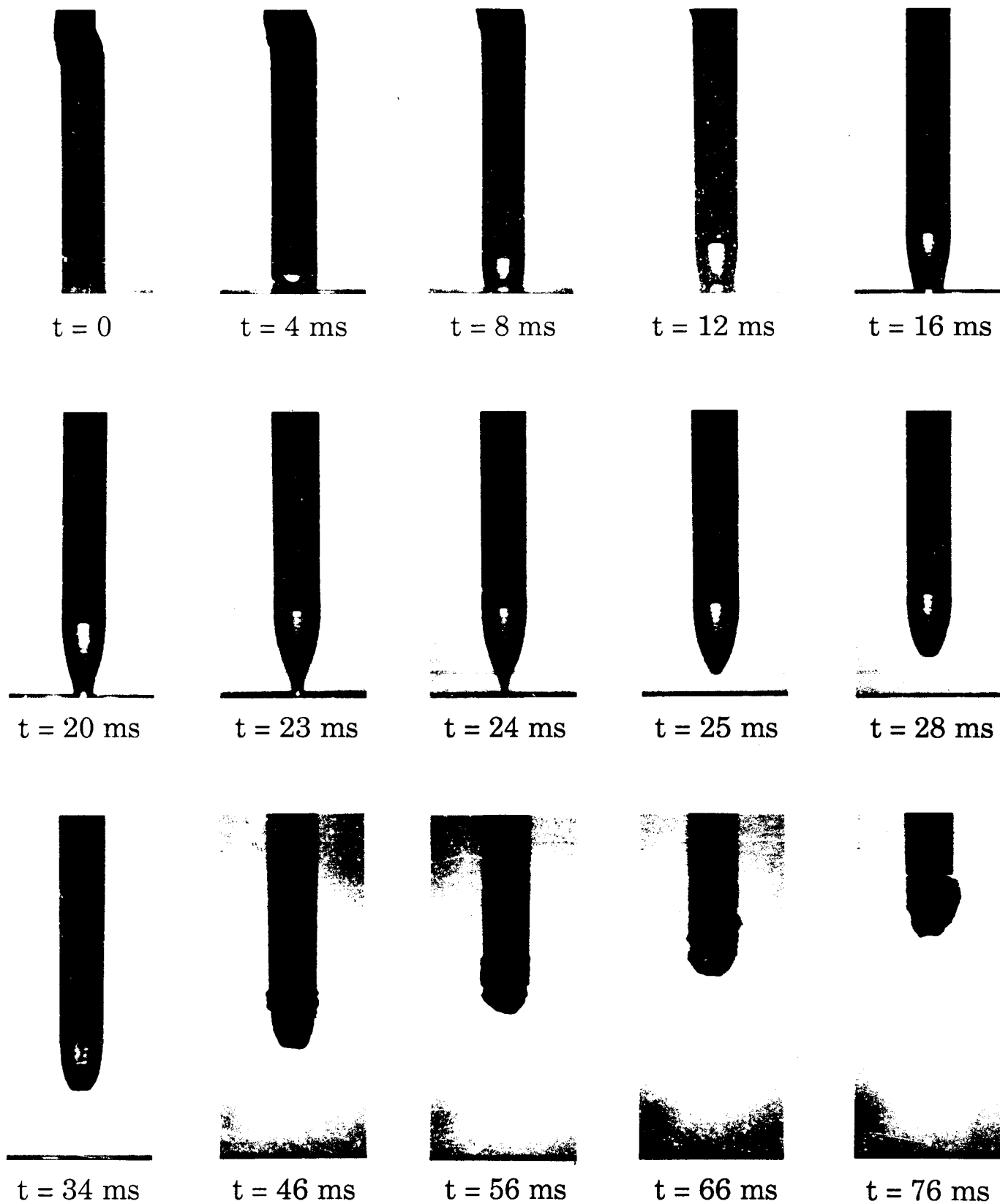


Figure 15 : Evolution des bulles

$G = 6$

$F = 7.83$

$D = - 0.12$



**Figure 16 : Evolution des bulles**

**$G = 6$**

**$F = 7.67$**

**$D = 2.5$**

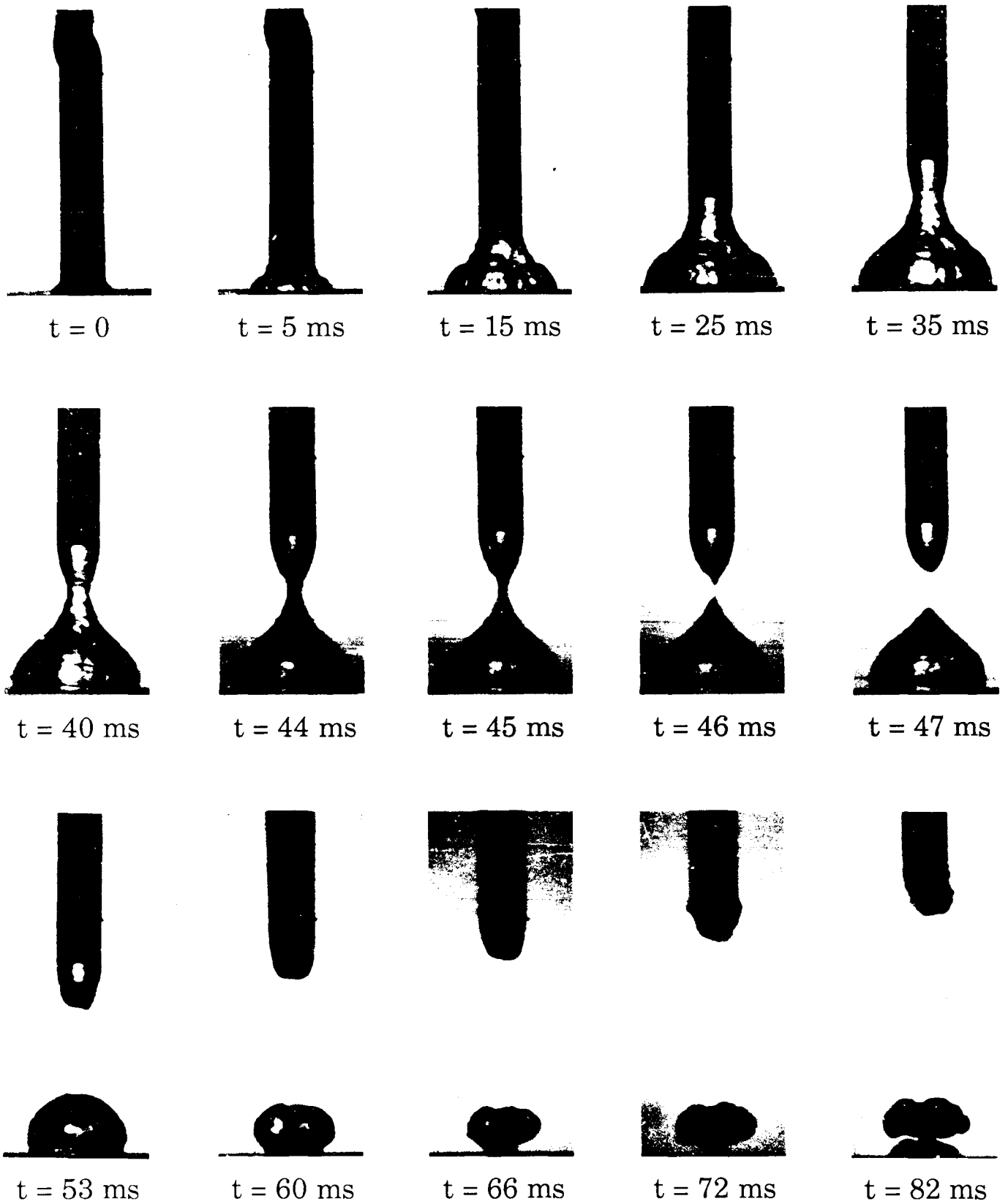
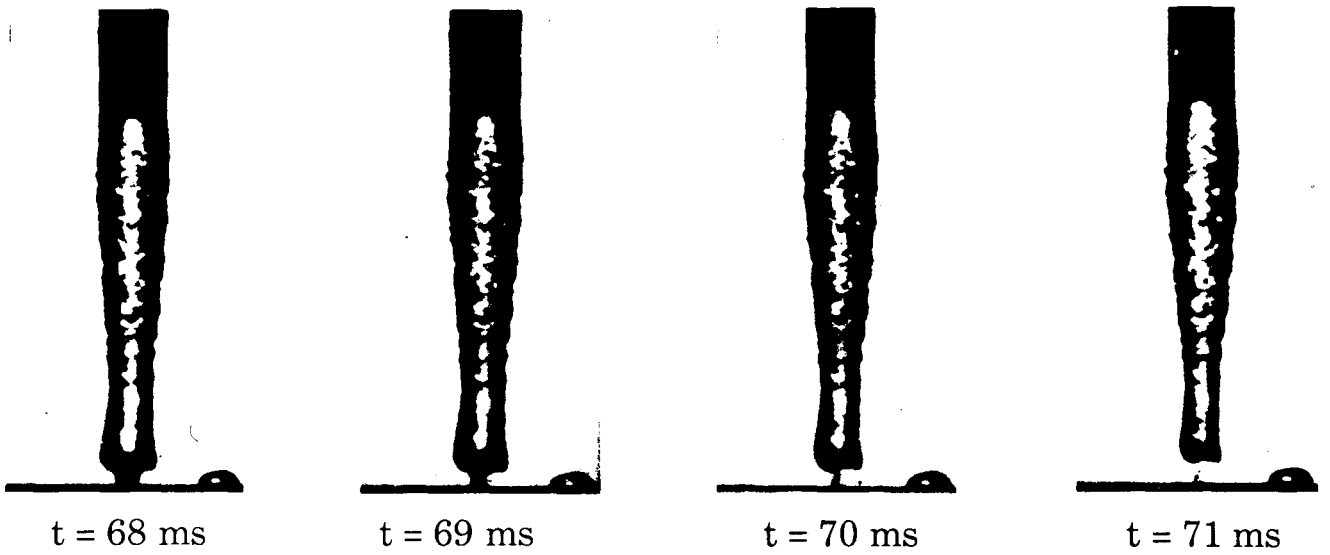


Figure 17 : Evolution des bulles

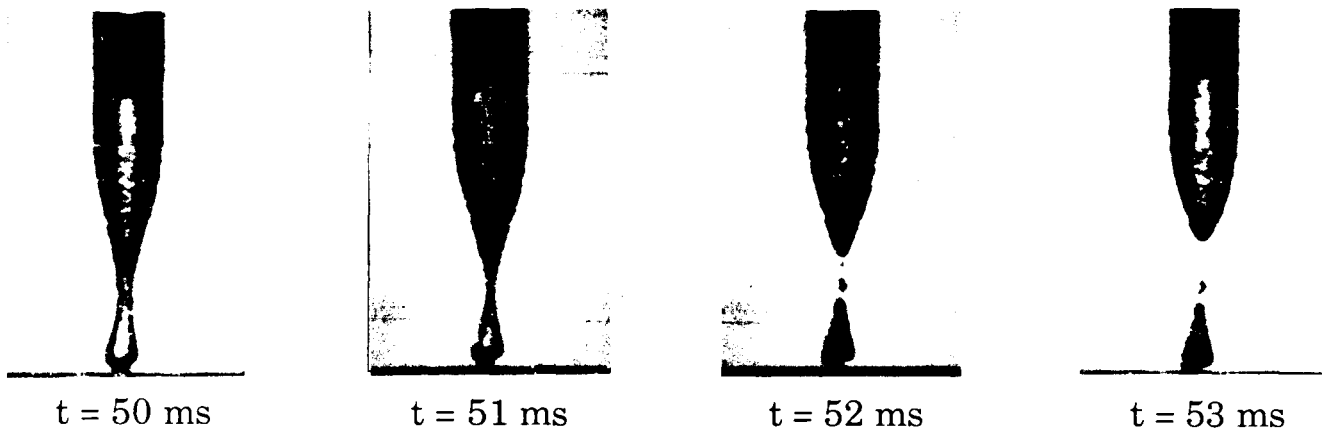
$G = 6$

$F = 7.72$

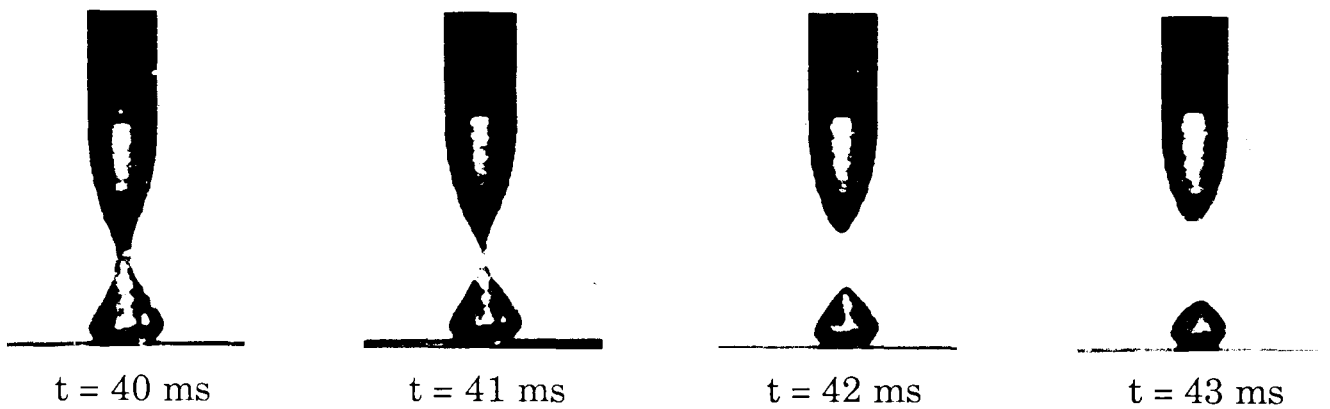
$D = - 10.06$



**G = 3      F = 7.96      D = - 2.51**



**G = 6      F = 7.95      D = - 2.60**



**G = 9      F = 7.71      D = - 2.82**

**Figure 18 : Effet de G**

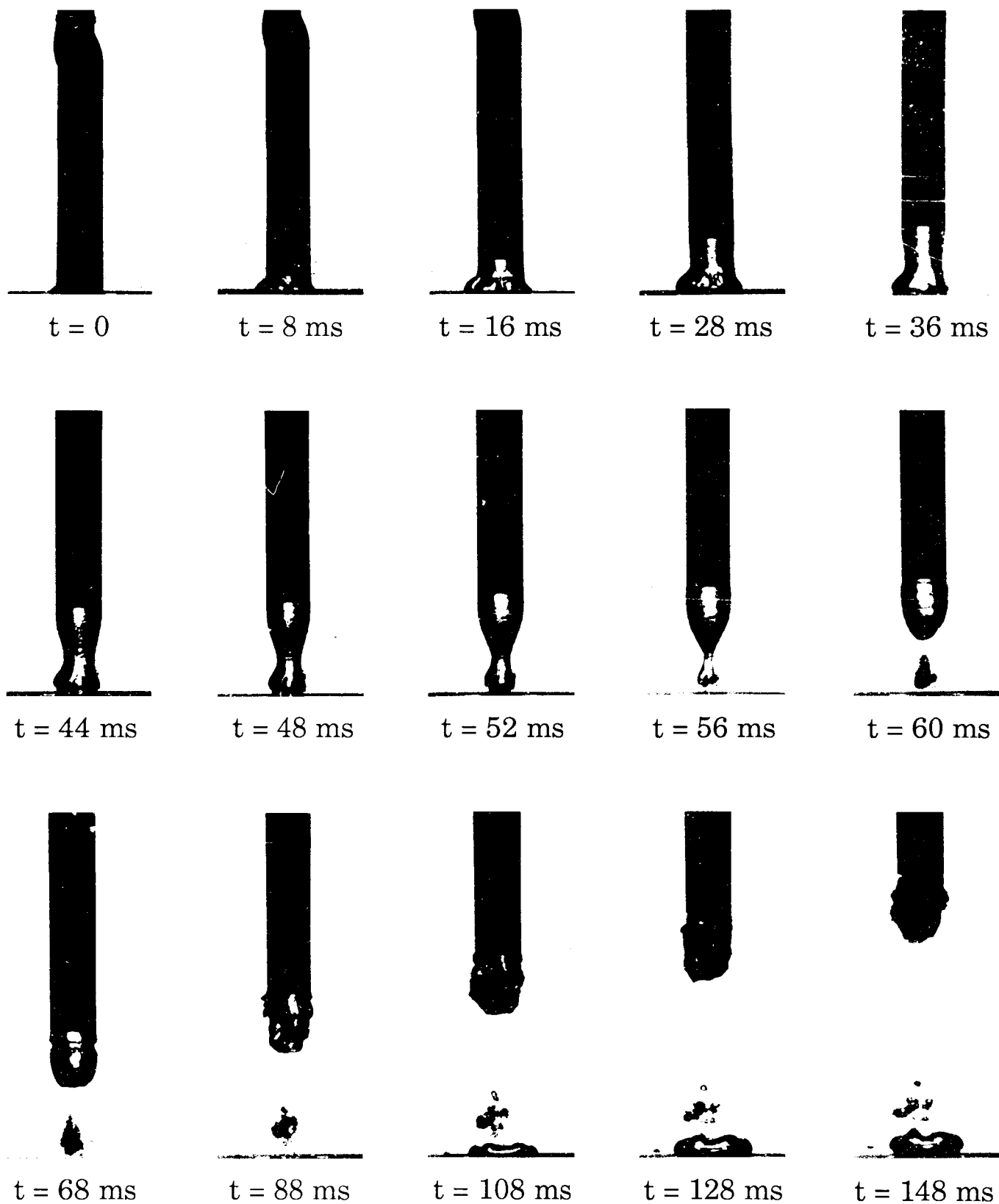


Figure 19 : Effet de F

$G = 6$

$F = 4.07$

$D = - 0.25$

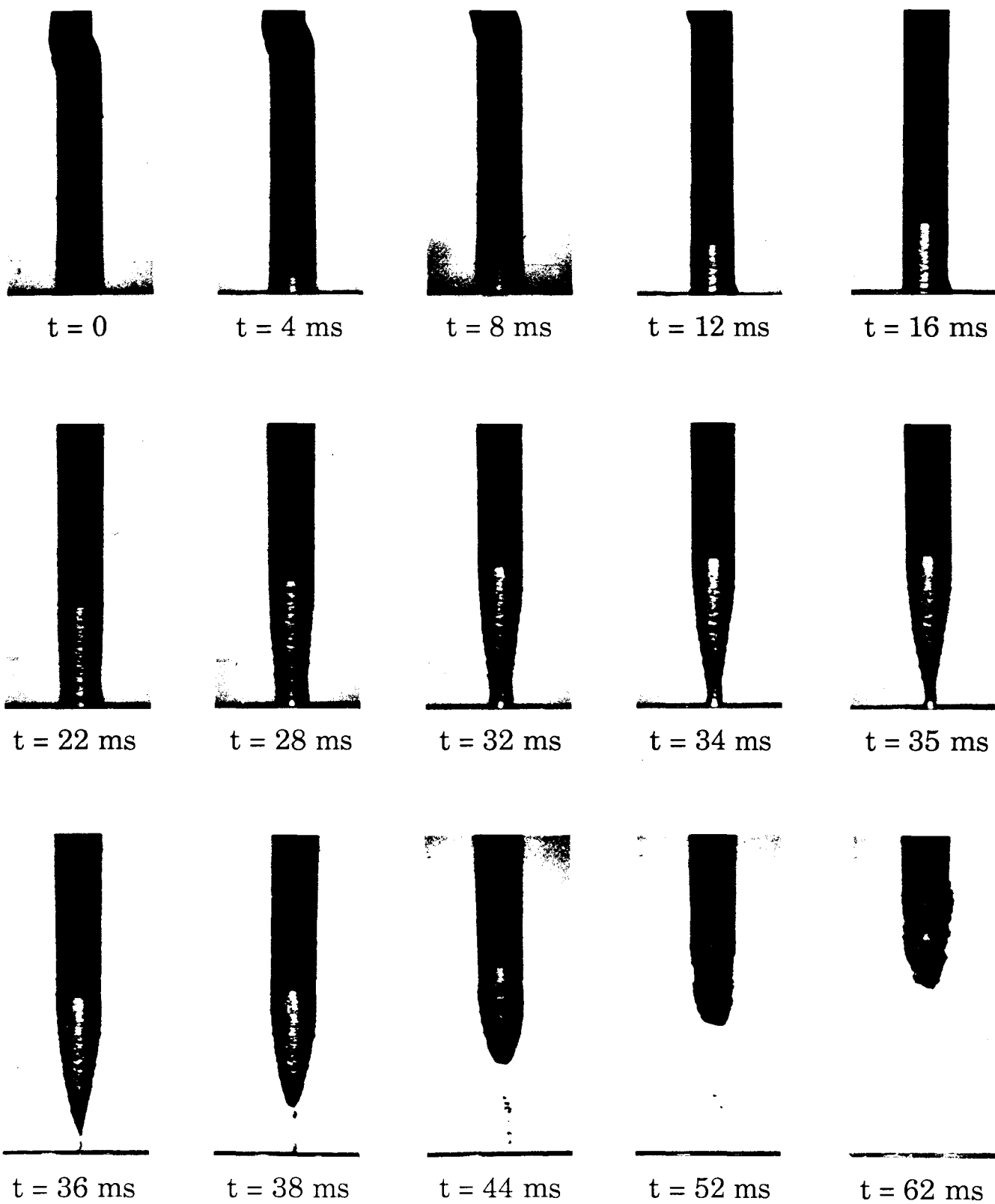


Figure 20 : Effet de F

$G = 6$

$F = 9.30$

$D = - 0.42$

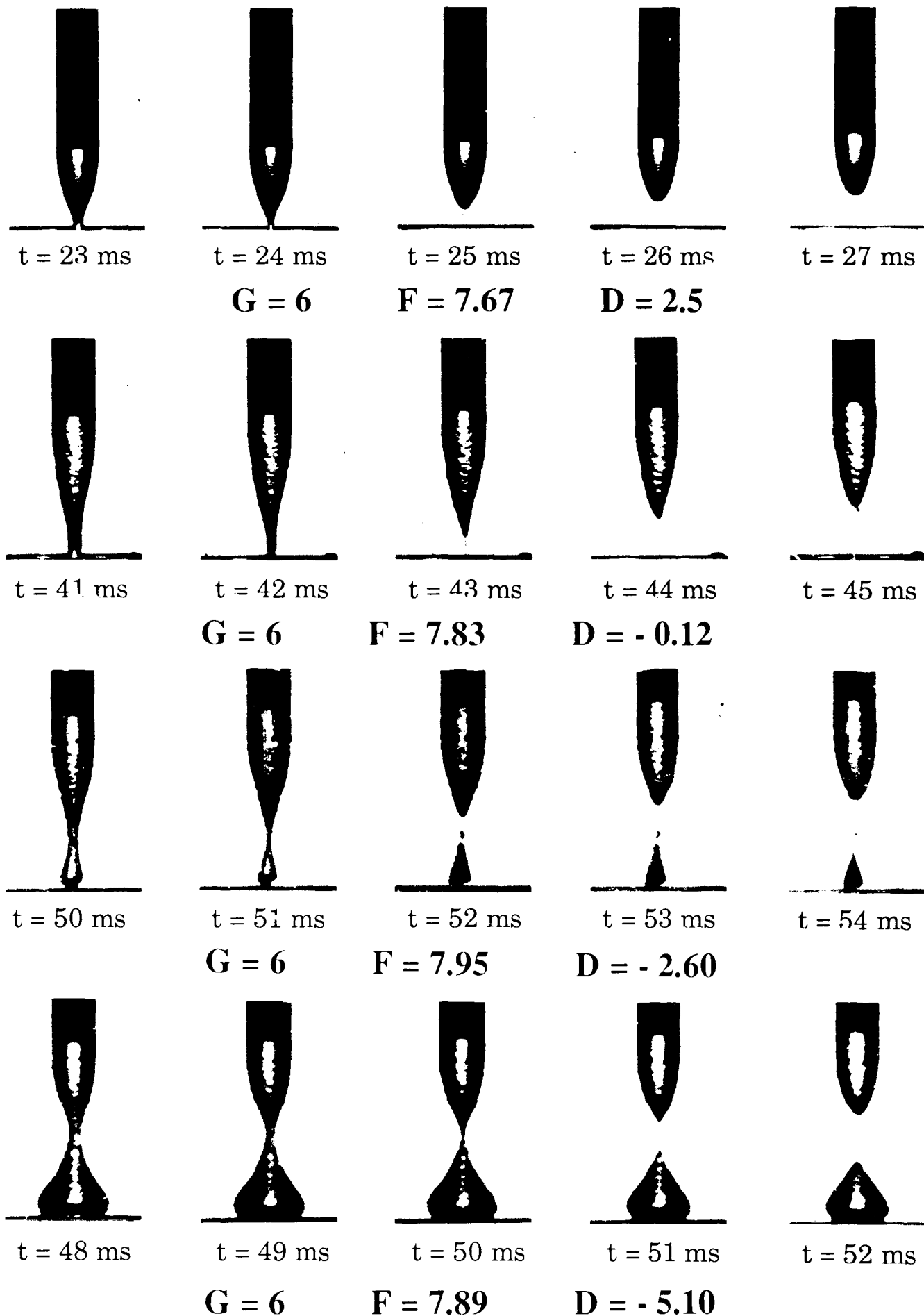
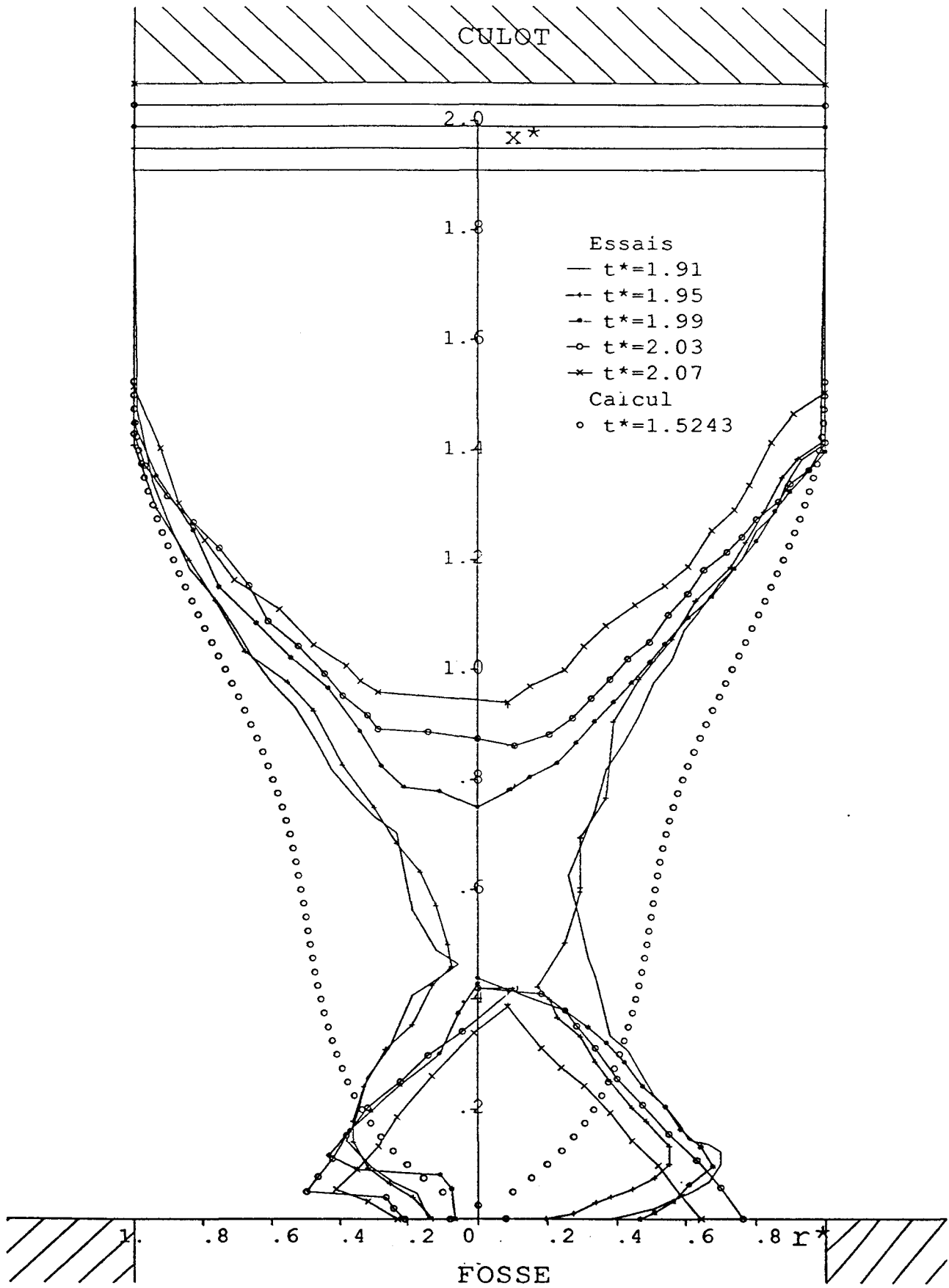


Figure 21 : Comportement des bulles à la rupture



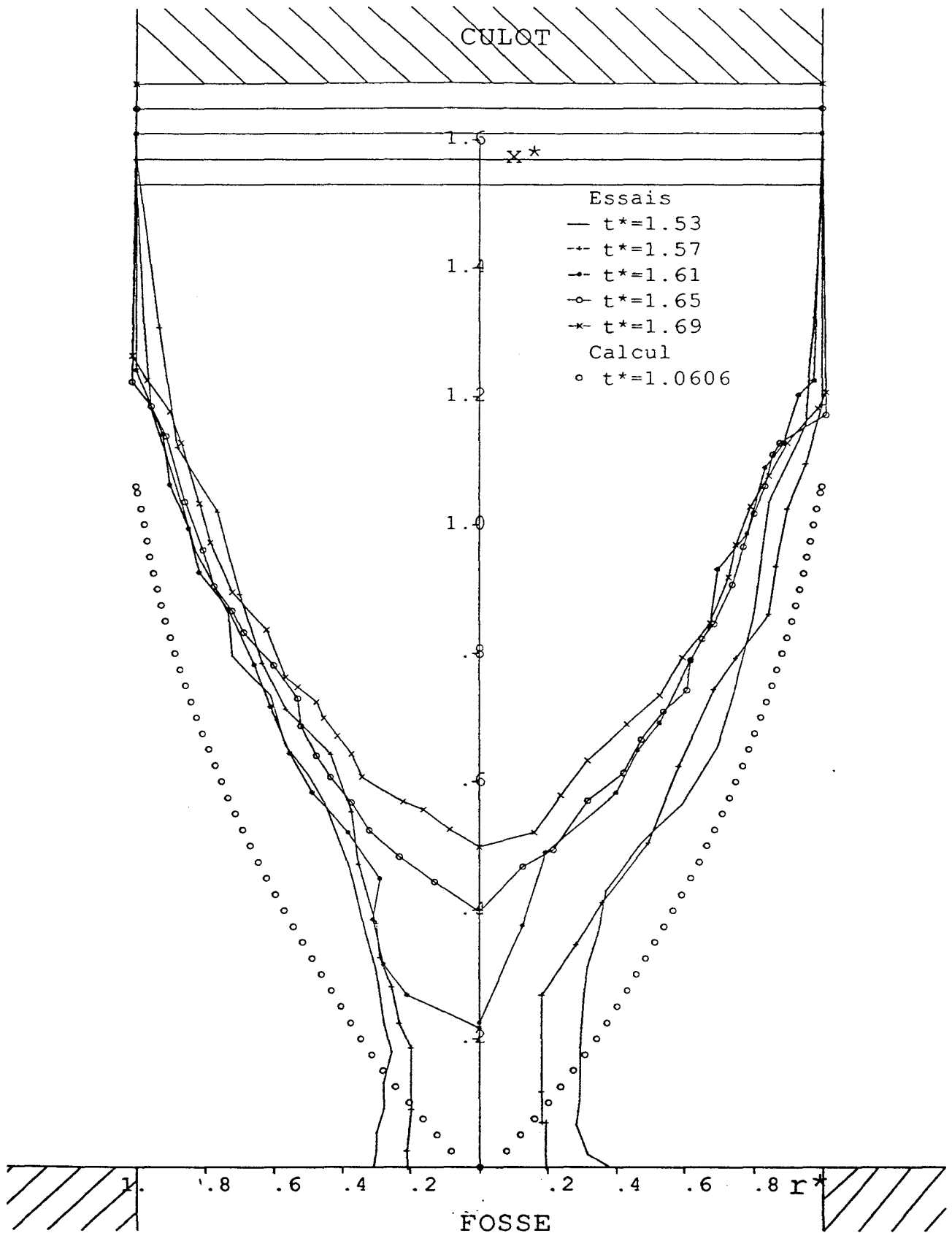
**Figure 22 : Comparaison calcul - essai**

**G = 6**

**F = 8.15**

**D = - 2.17**



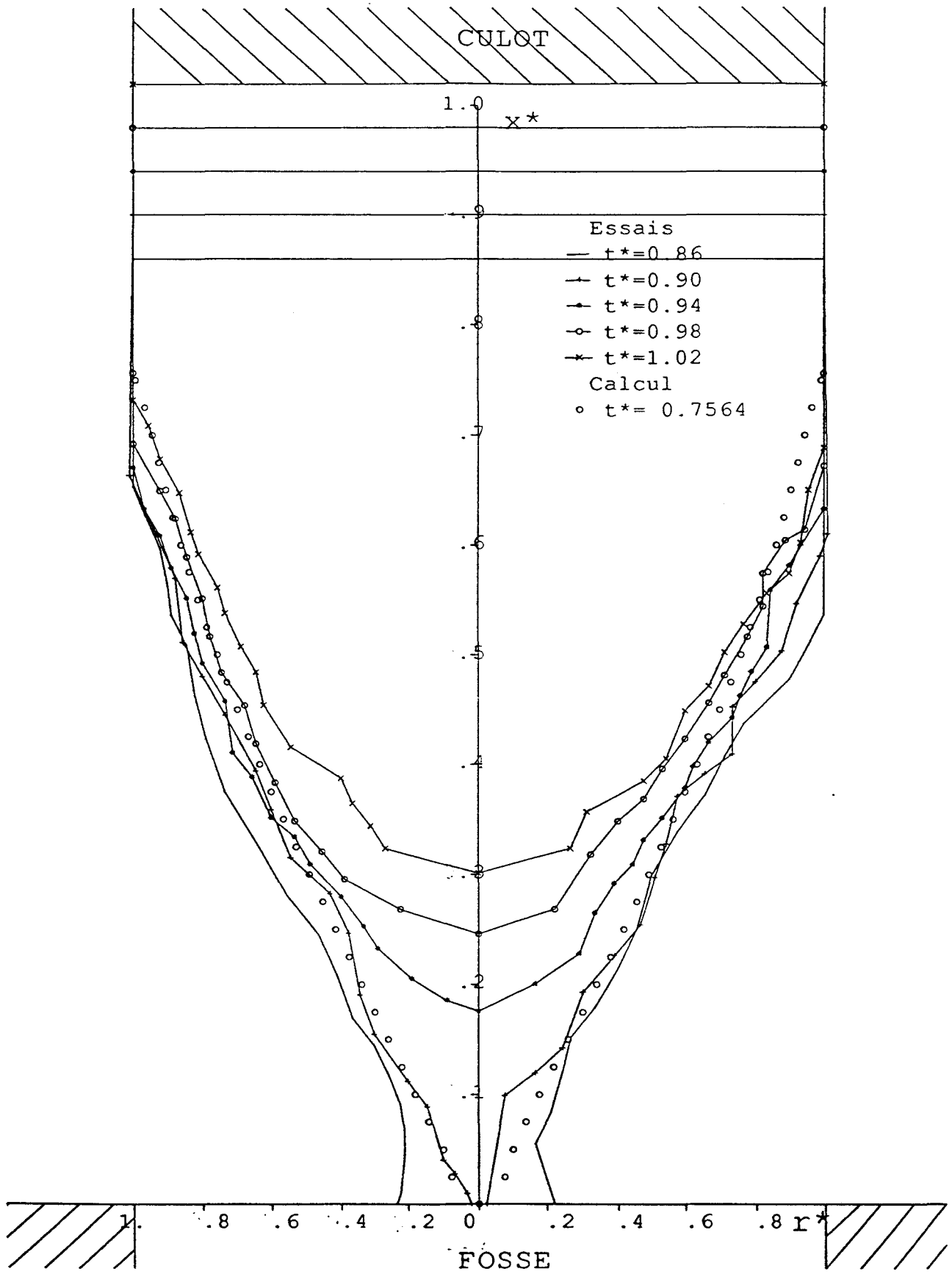


**Figure 23 : Comparaison calcul - essai**

**G = 6**

**F = 7.83**

**D = - 0.12**

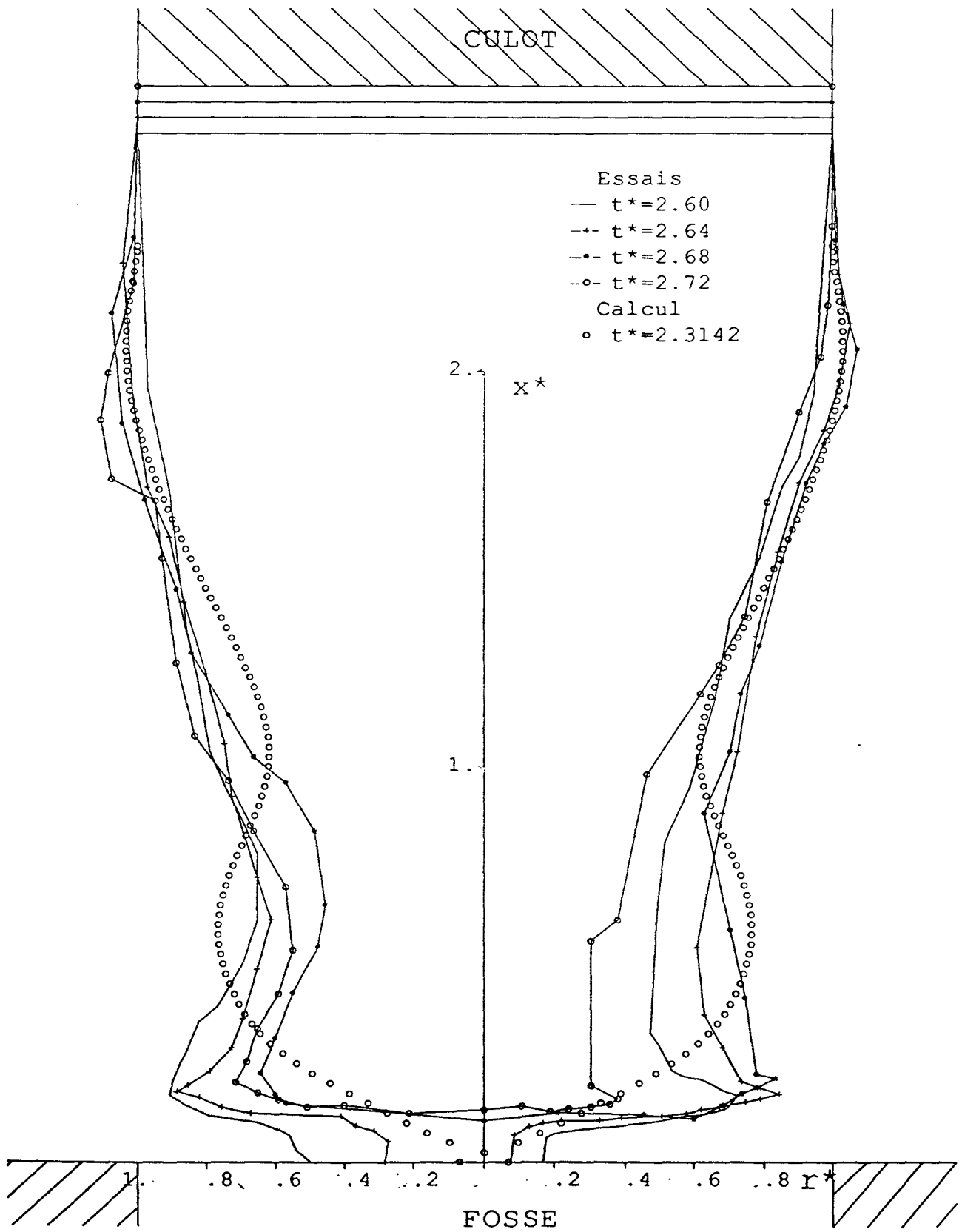


**Figure 24 : Comparaison calcul - essai**

**G = 6**

**F = 7.67**

**D = 2.5**

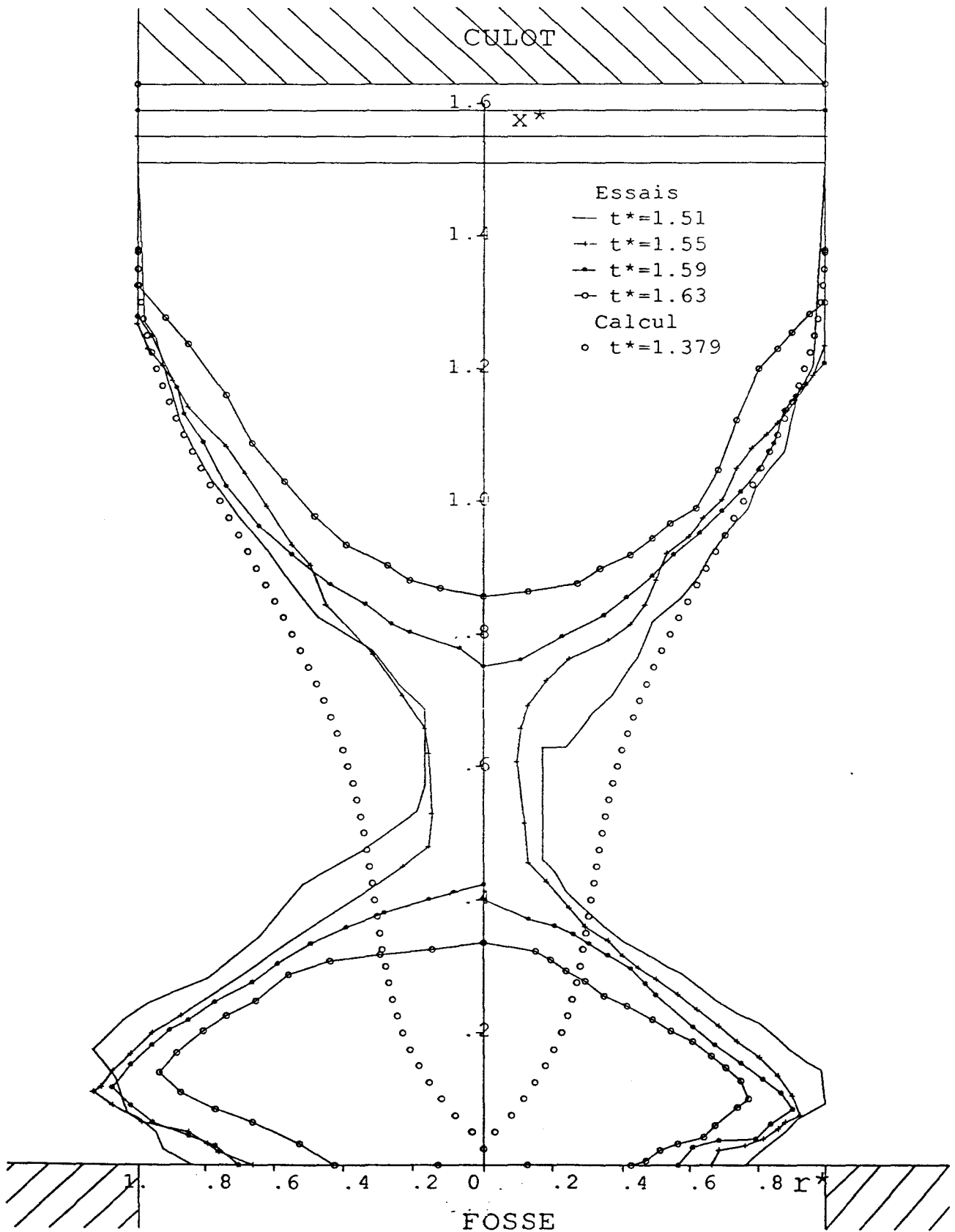


**Figure 25 : Comparaison calcul - essai**

**G = 3**

**F = 7.96**

**D = - 2.51**



**Figure 26 : Comparaison calcul - essai**

**G = 9**

**F = 7.71**

**D = - 2.82**

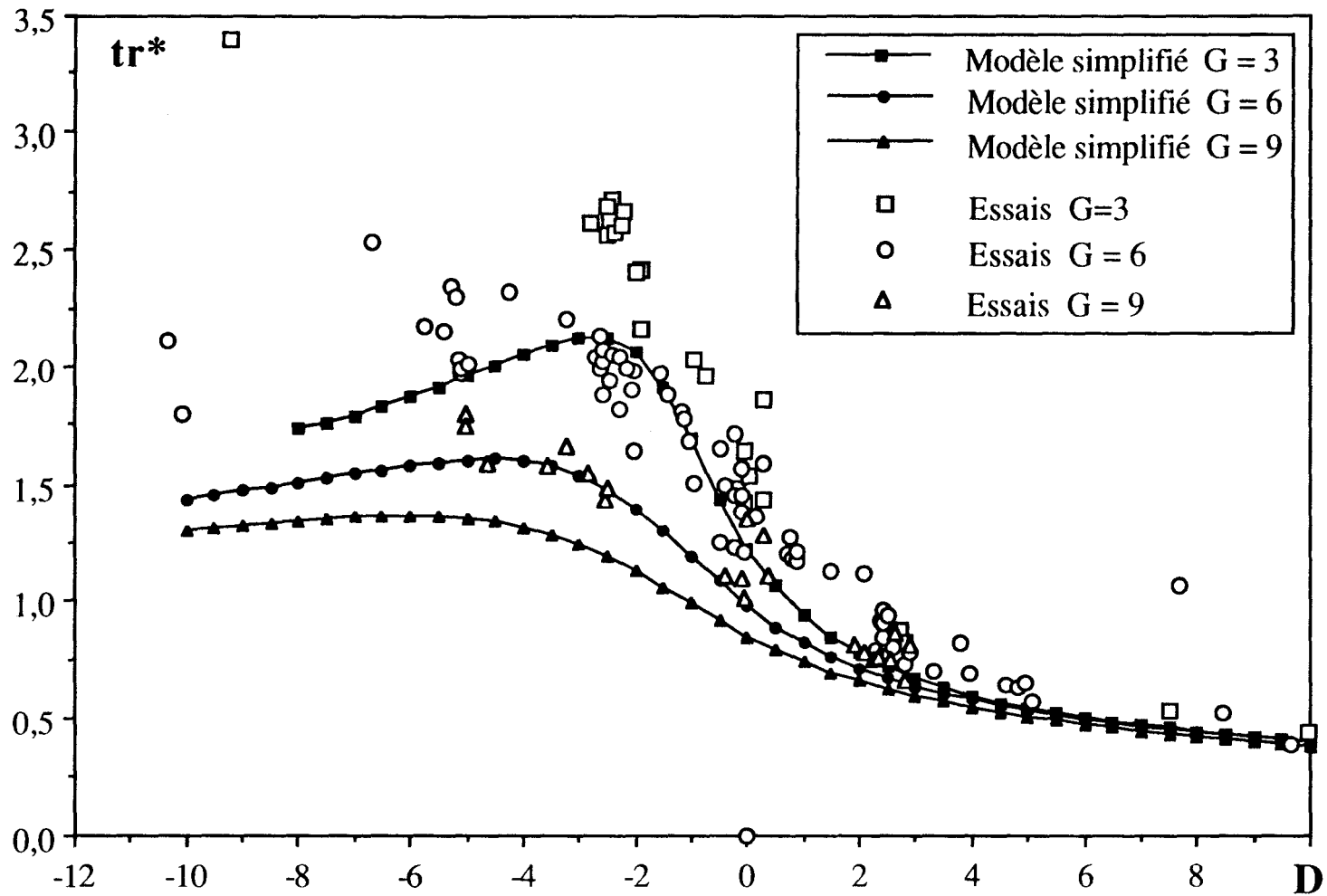
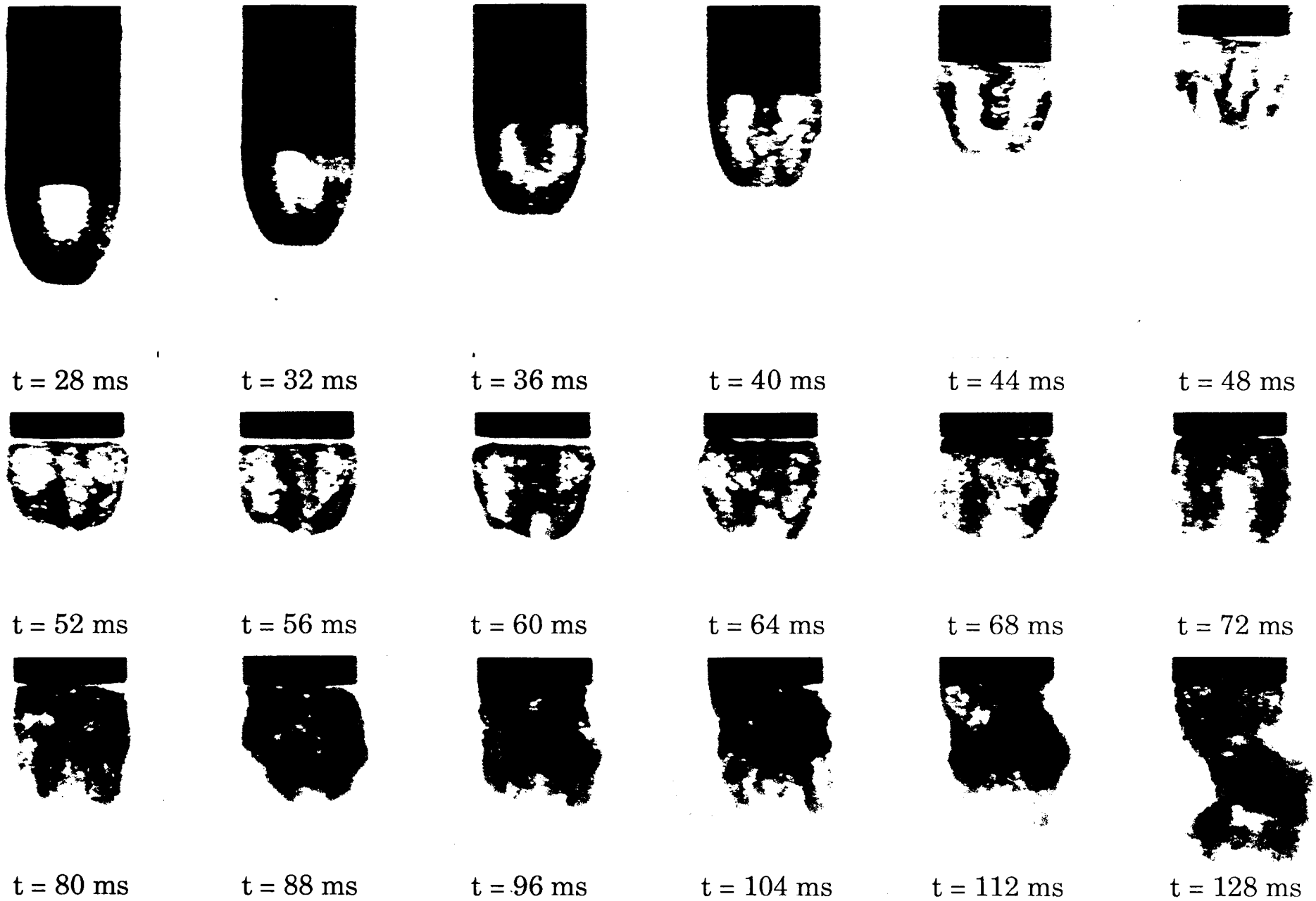
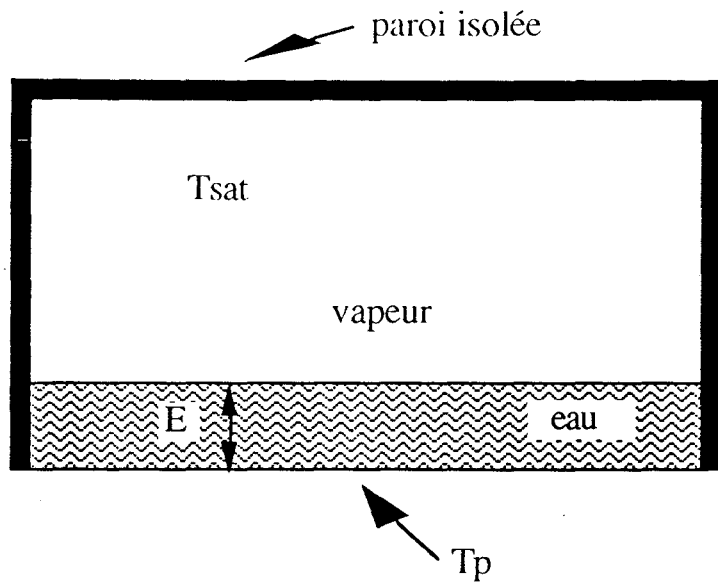


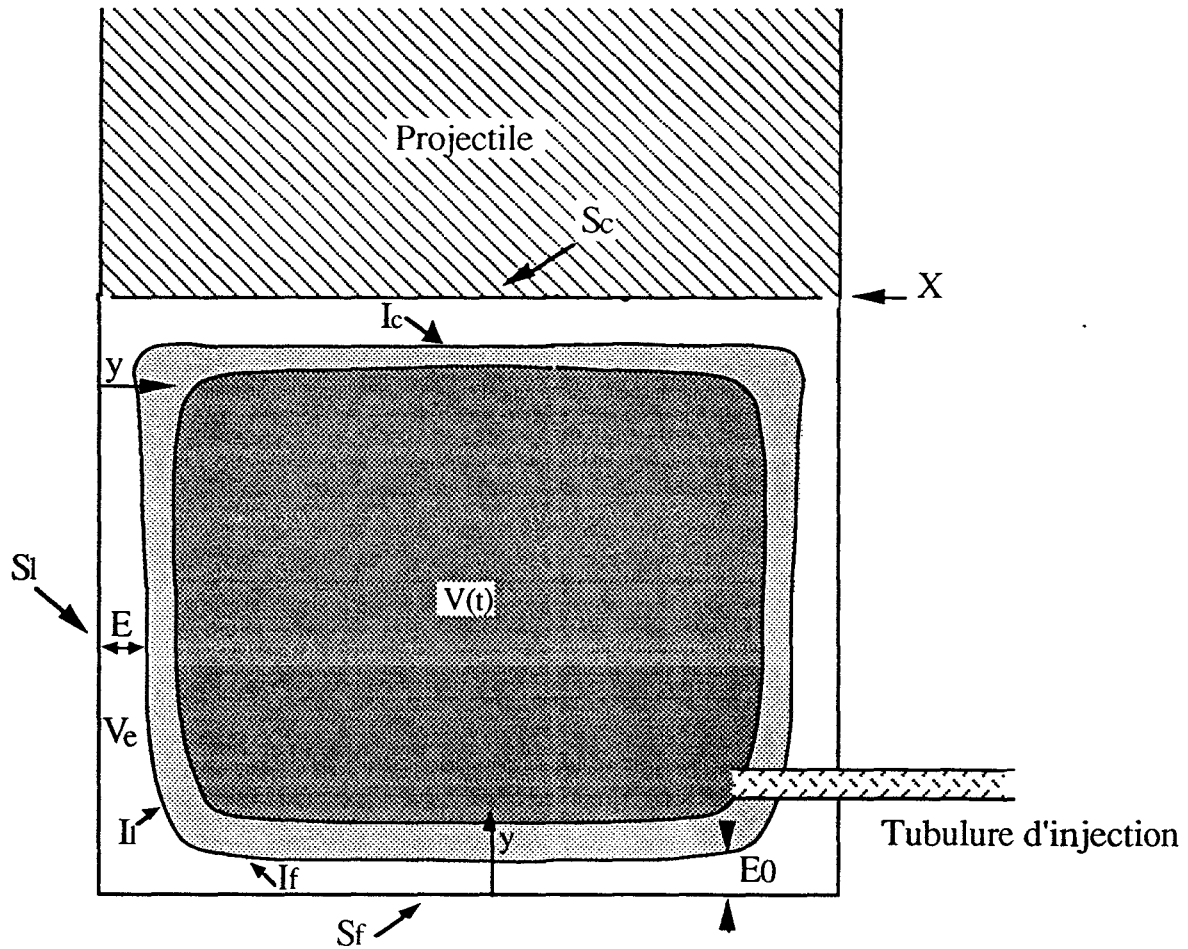
Figure 27 : Comparaison calcul - essais,  $F = 8$



**Figure 28 : Jet reentrant       $G = 6$        $F = 7.72$        $D = 13$**

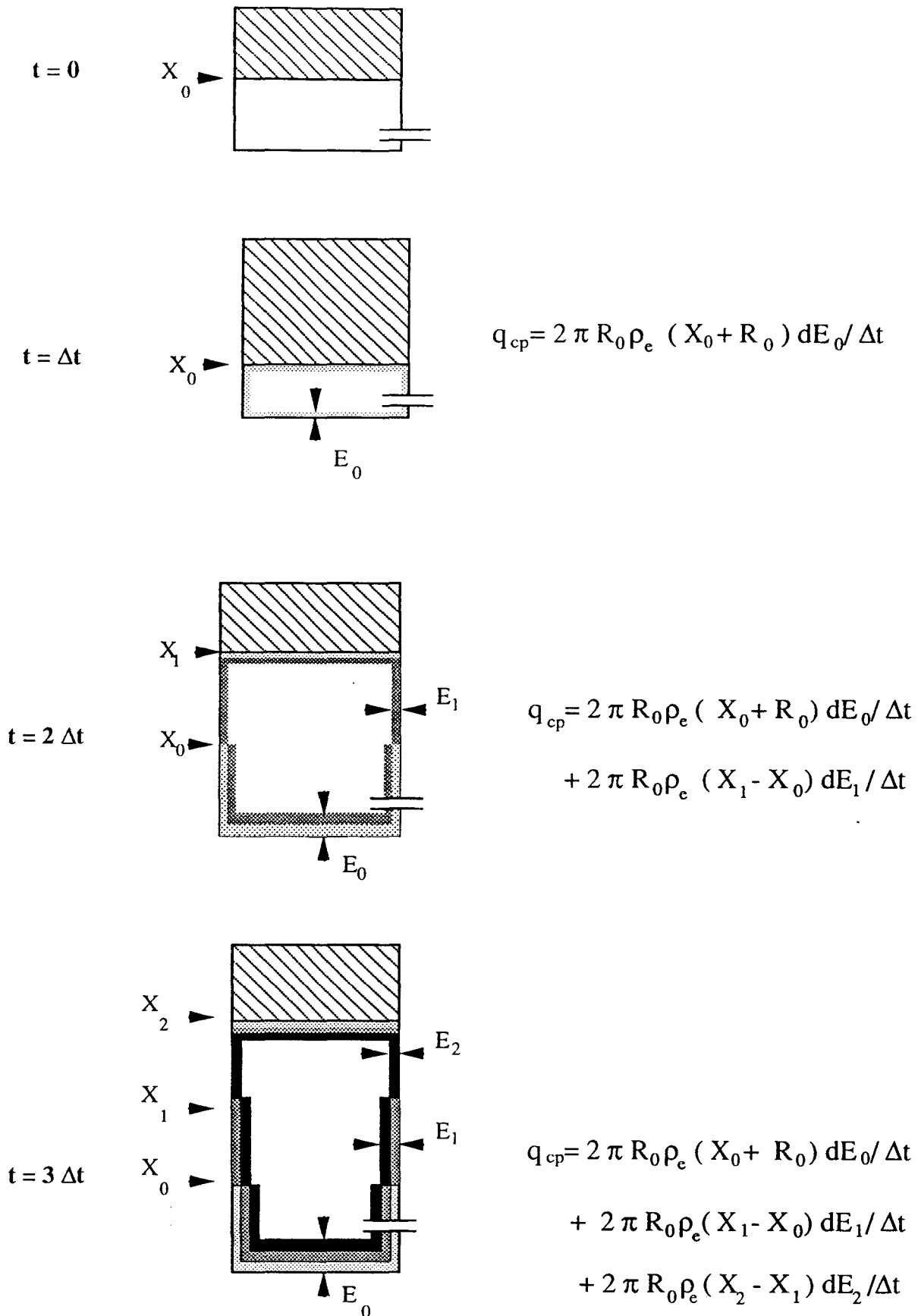


a) Condensation sur une paroi de réservoir



b) Notations

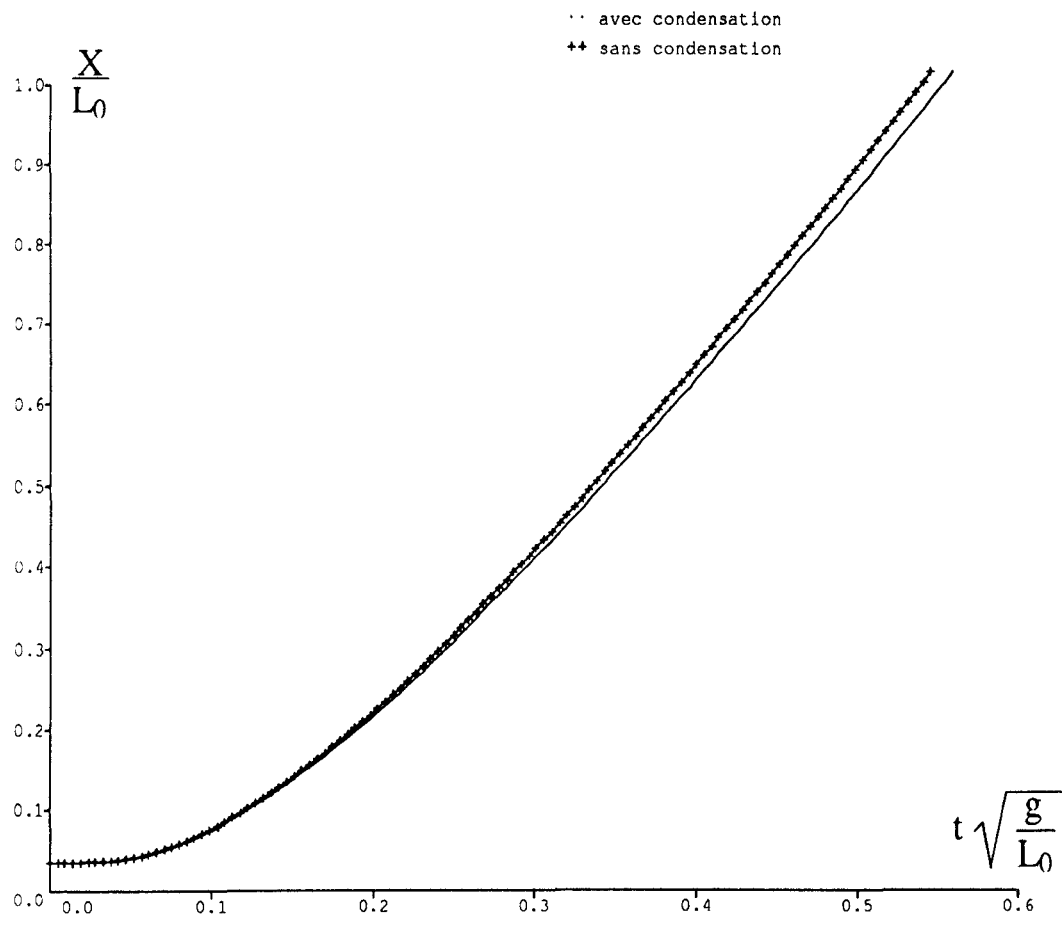
Figure 29



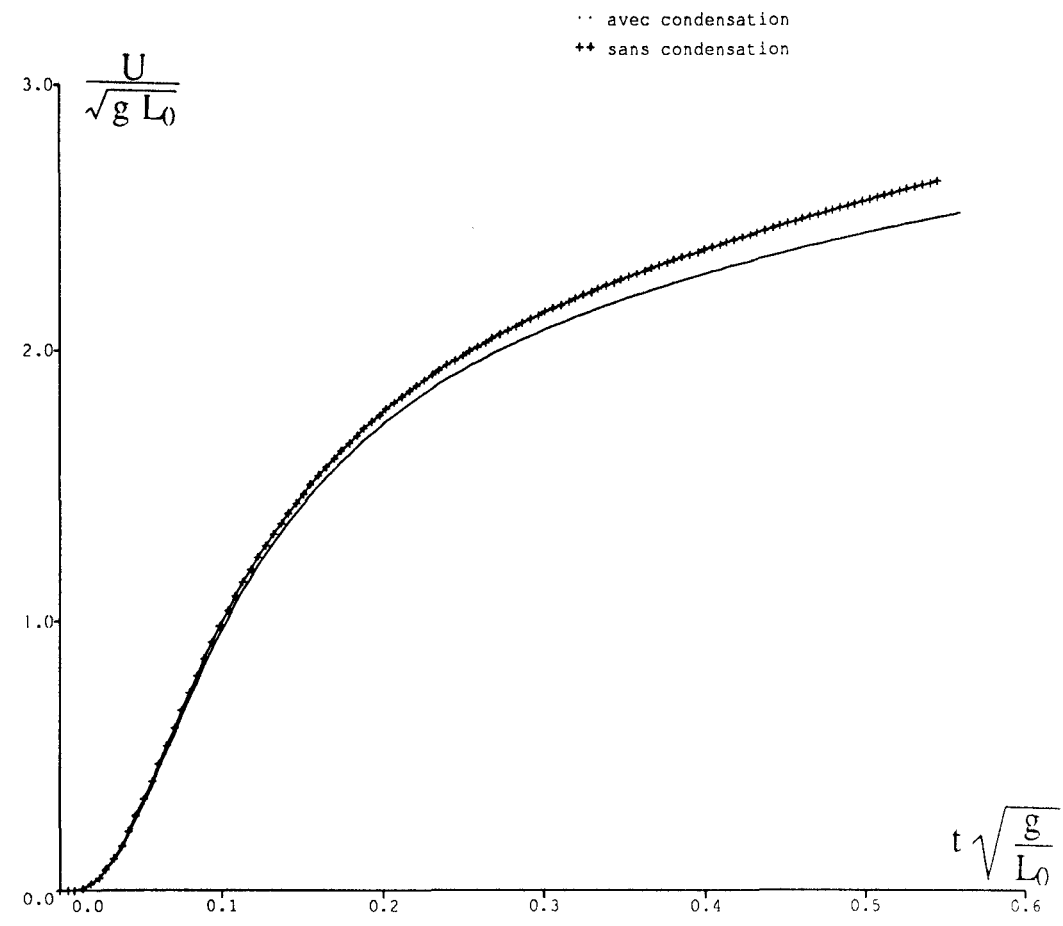
$$q_{cp} = \rho_e 2 \pi R_0 \left( (X_0 + R_0) \frac{dE_0}{dt} + \sum_i (X_{i+1} - X_i) \frac{dE_{i+1}}{dt} \right)$$

Figure 30: Discrétisation du débit  $q_{cp}$



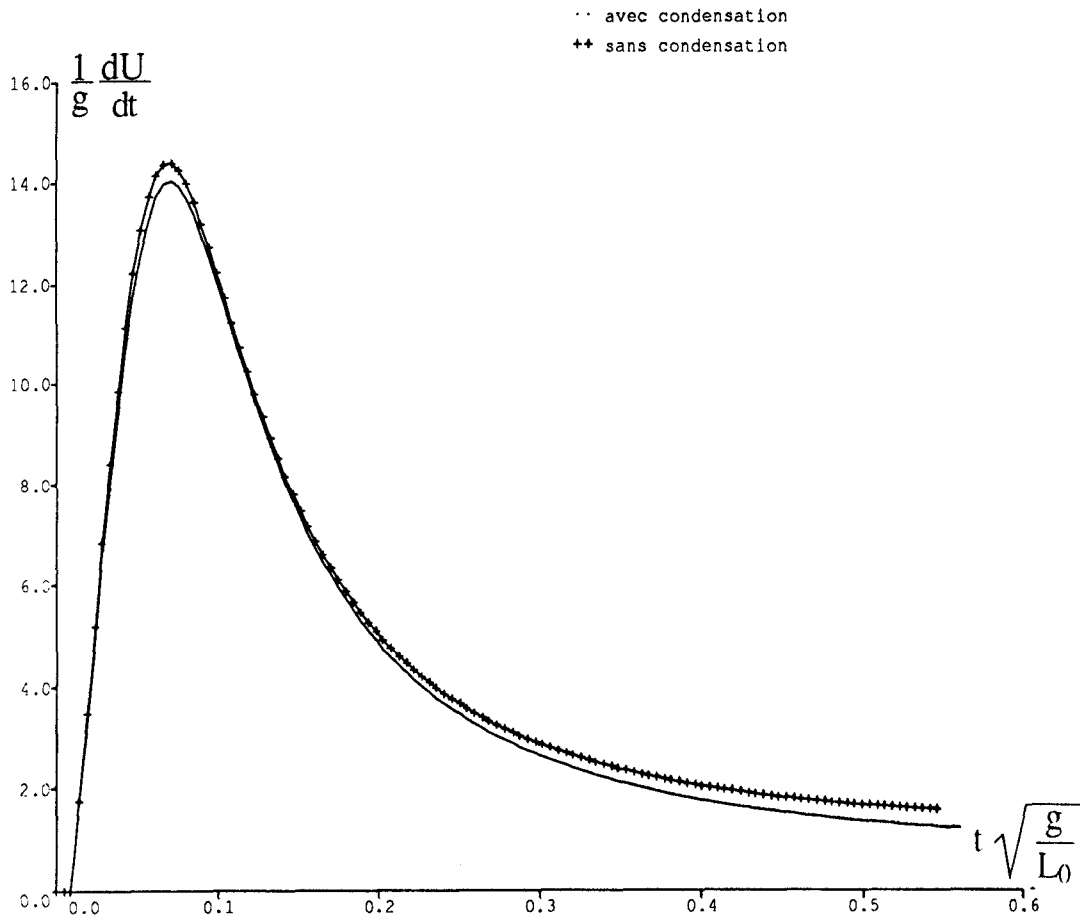


a) Position en fonction du temps

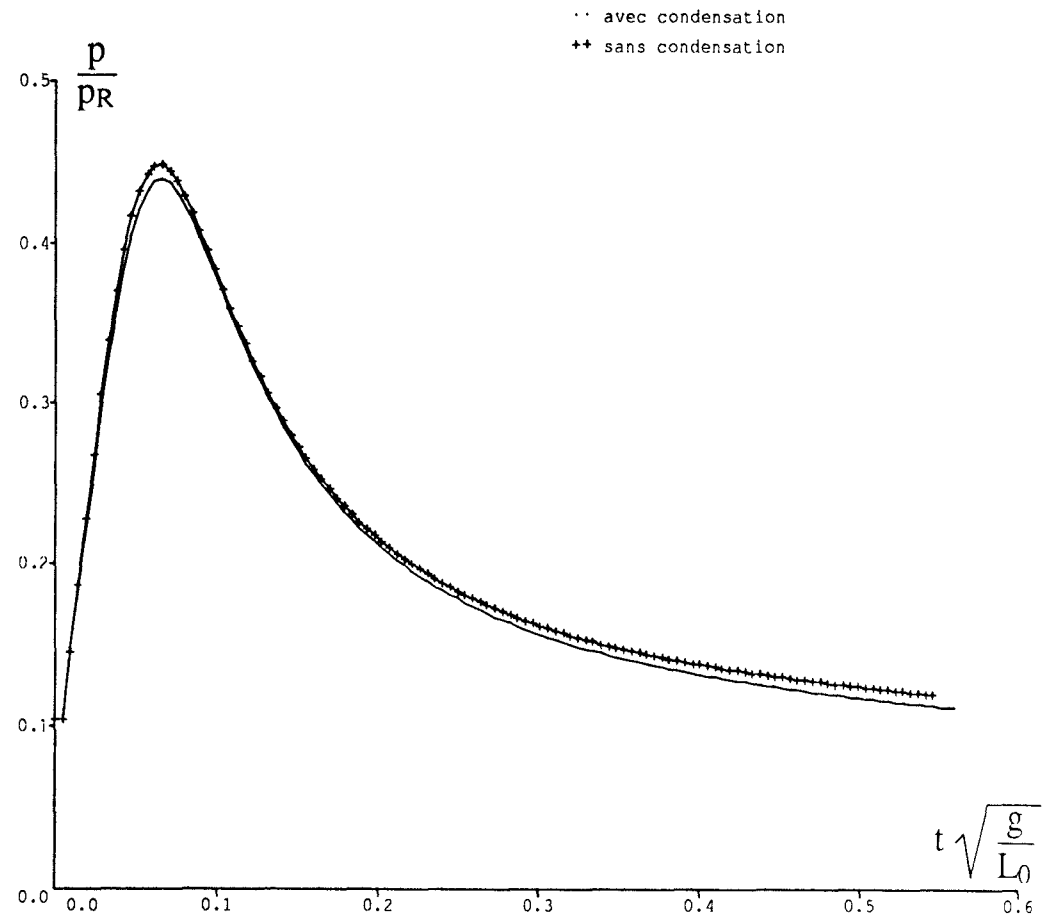


b) Vitesse en fonction du temps

Figure 31 : Injection sonore de vapeur.

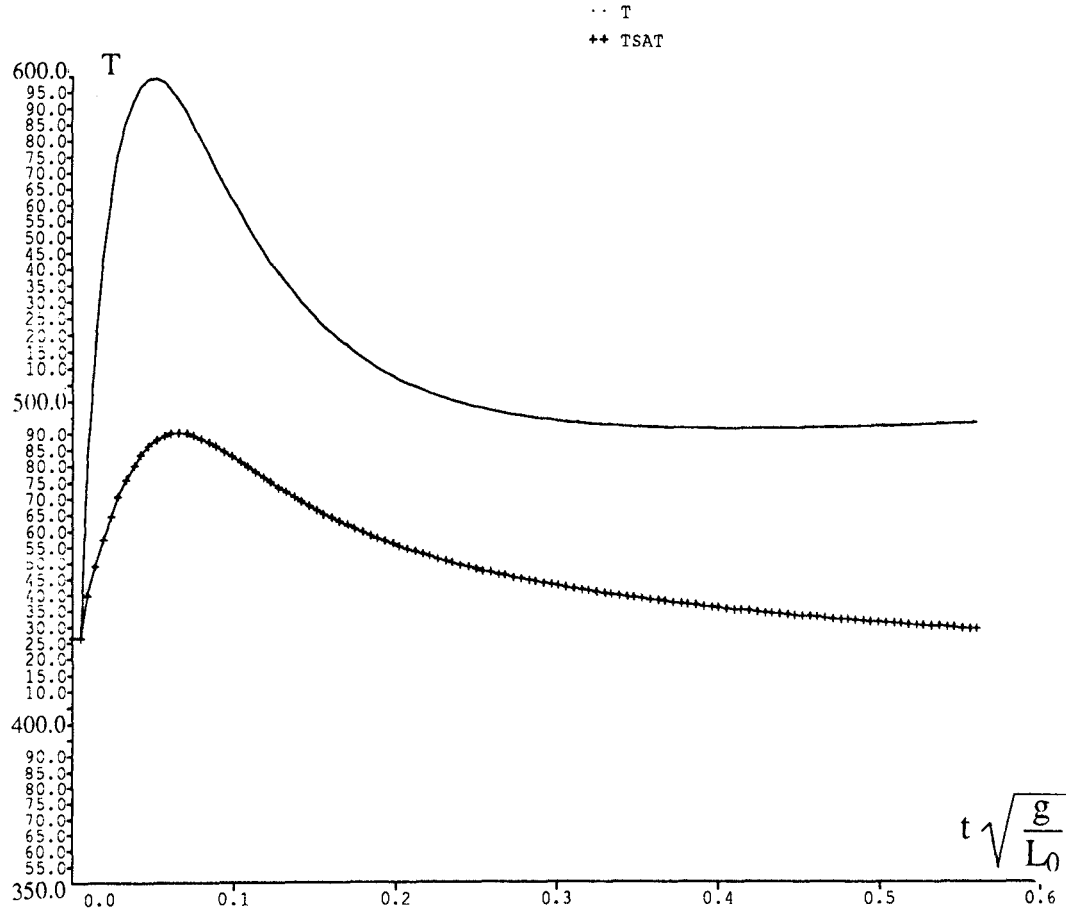


a) Accélération en fonction du temps

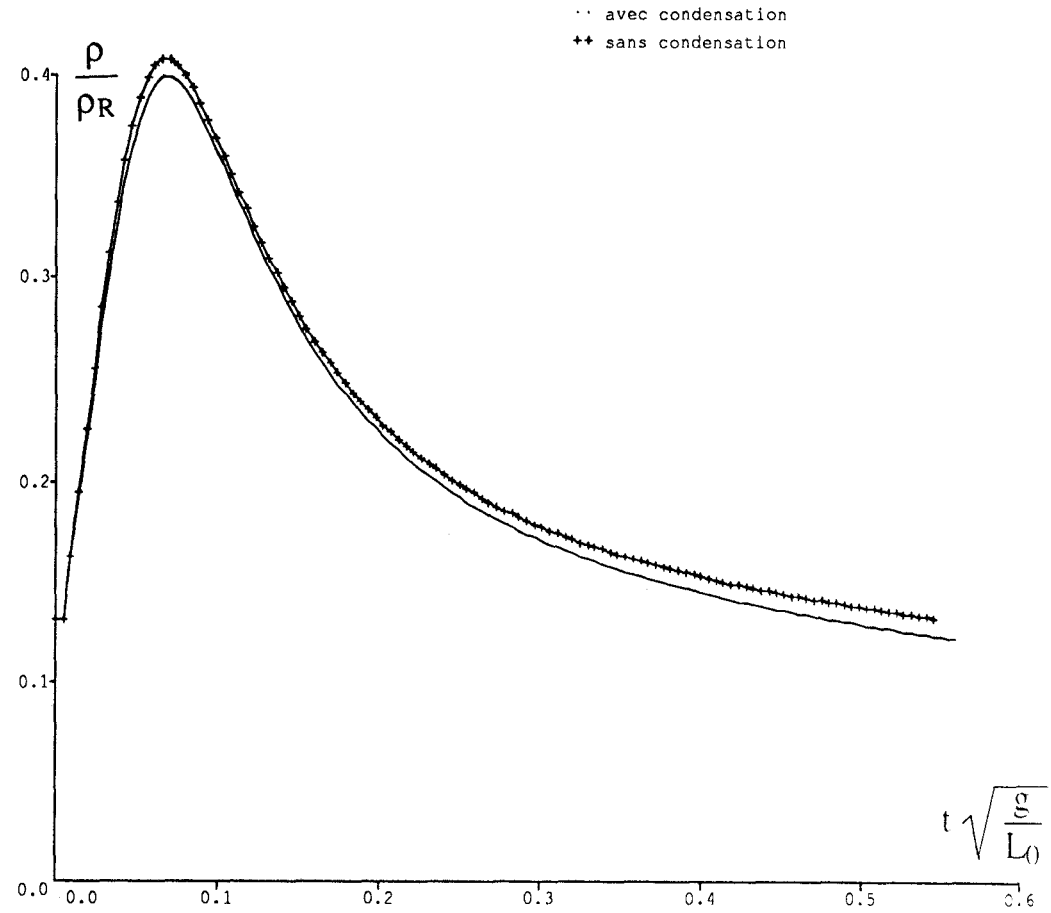


b) Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps

Figure 32 : Injection sonique de vapeur

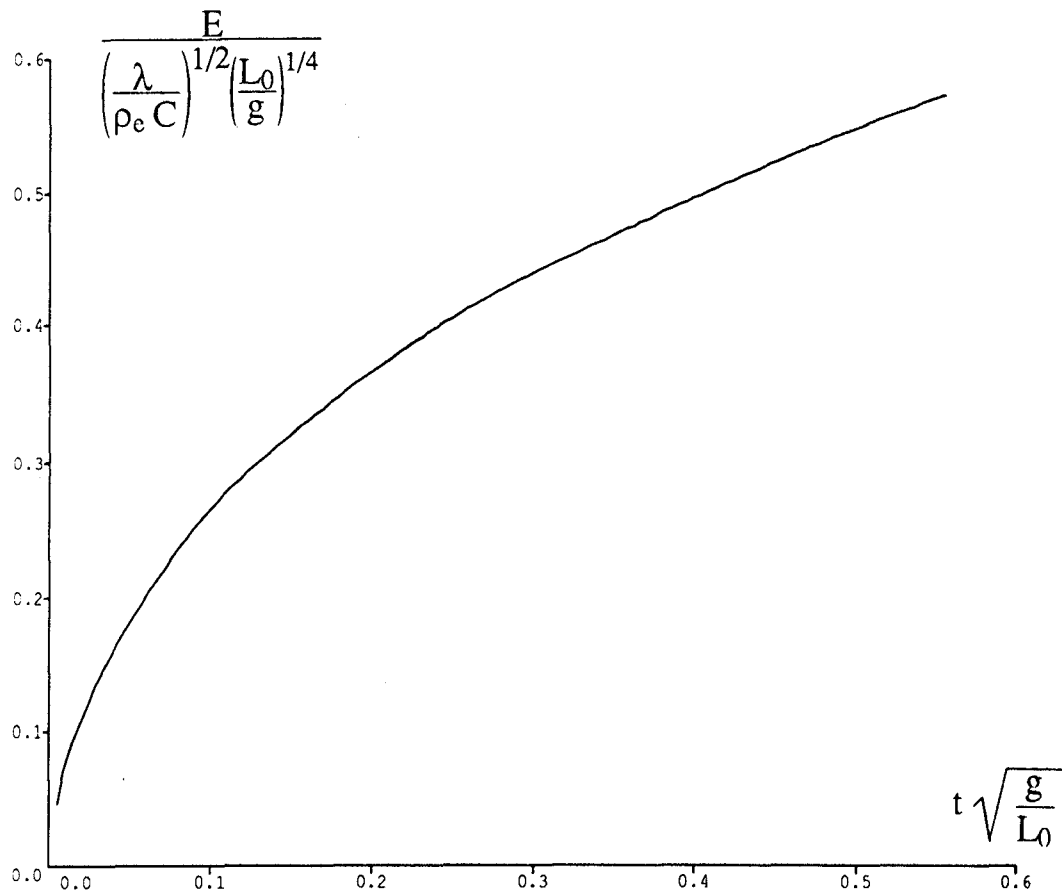


a) Température des gaz dans la fosse en fonction du temps

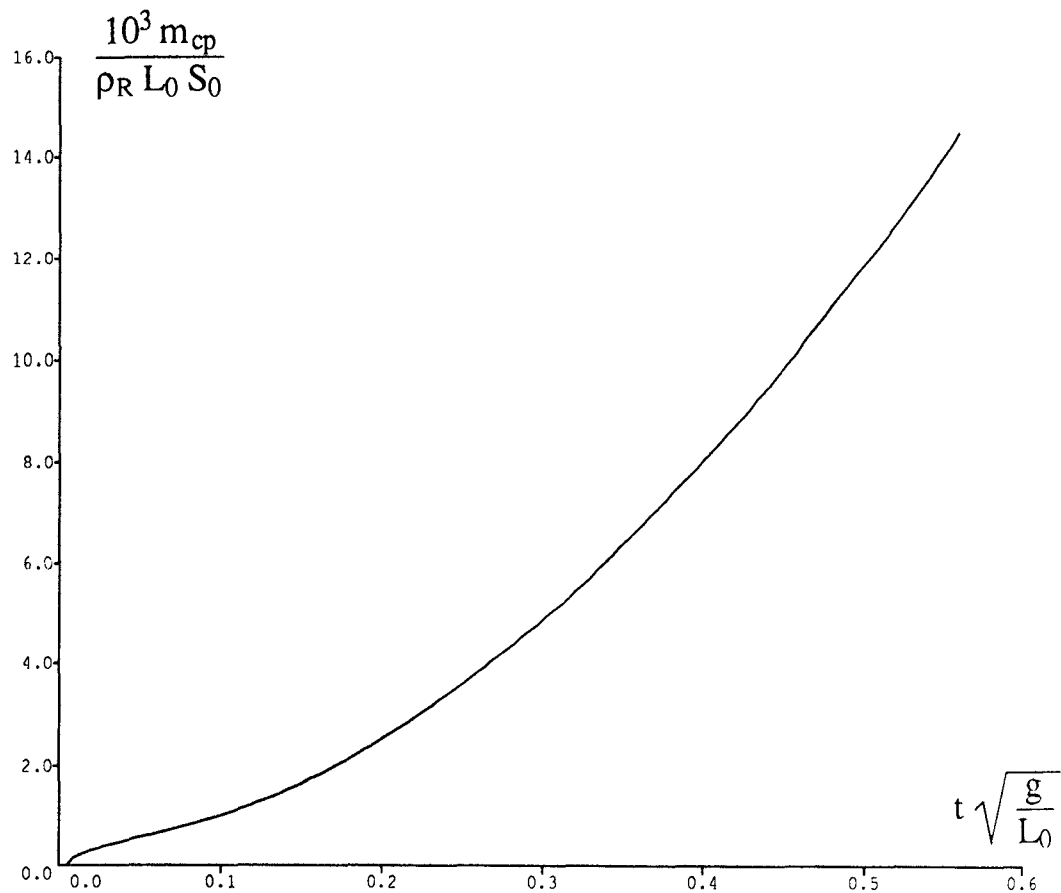


b) Masse volumique des gaz dans la fosse en fonction du temps

Figure 33 : Injection sonique de vapeur

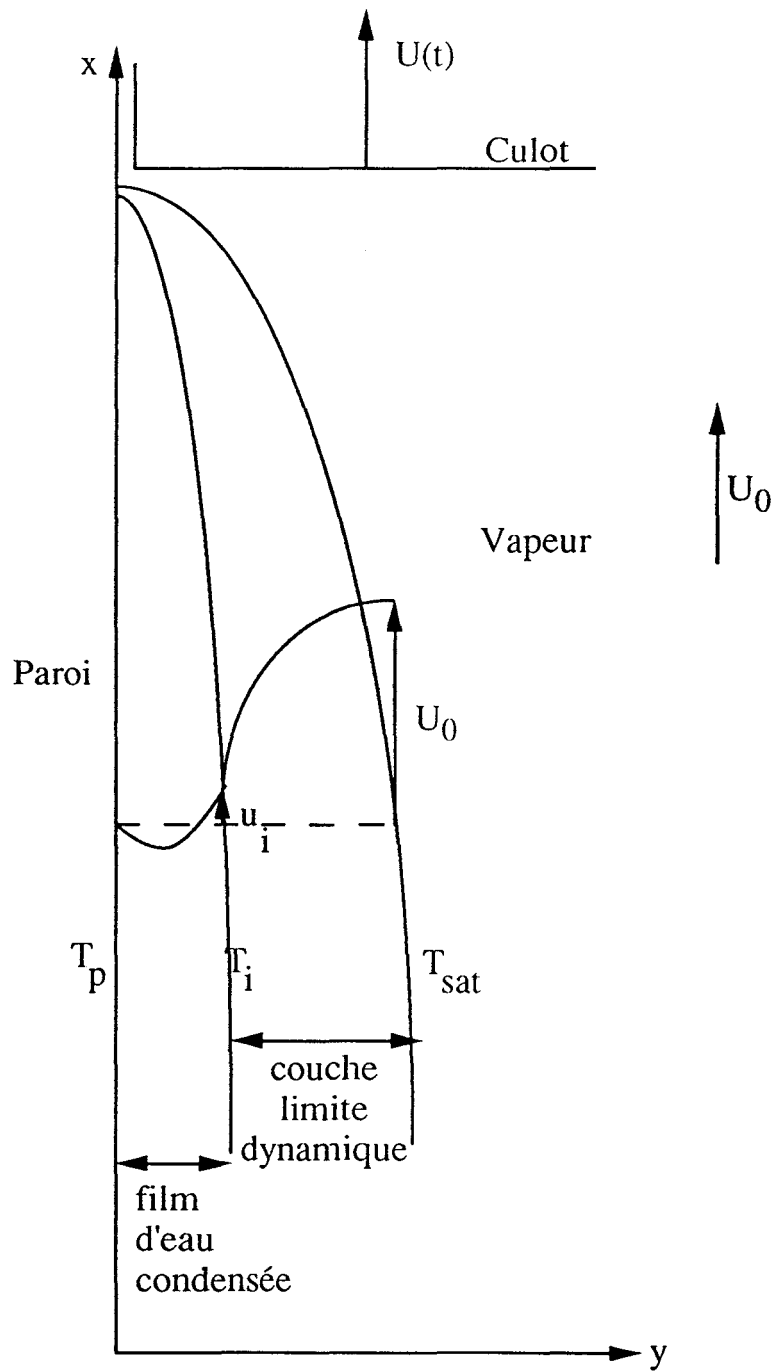


a) Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse en fonction du temps

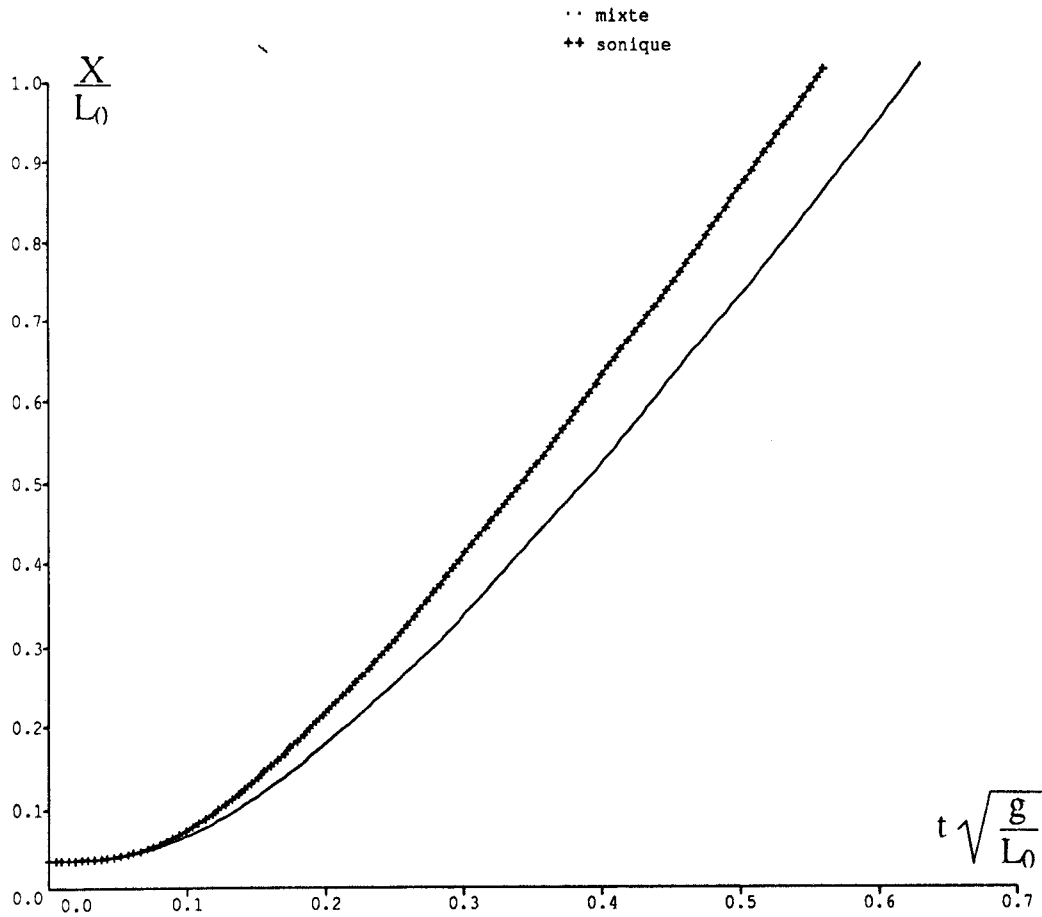


b) Masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps

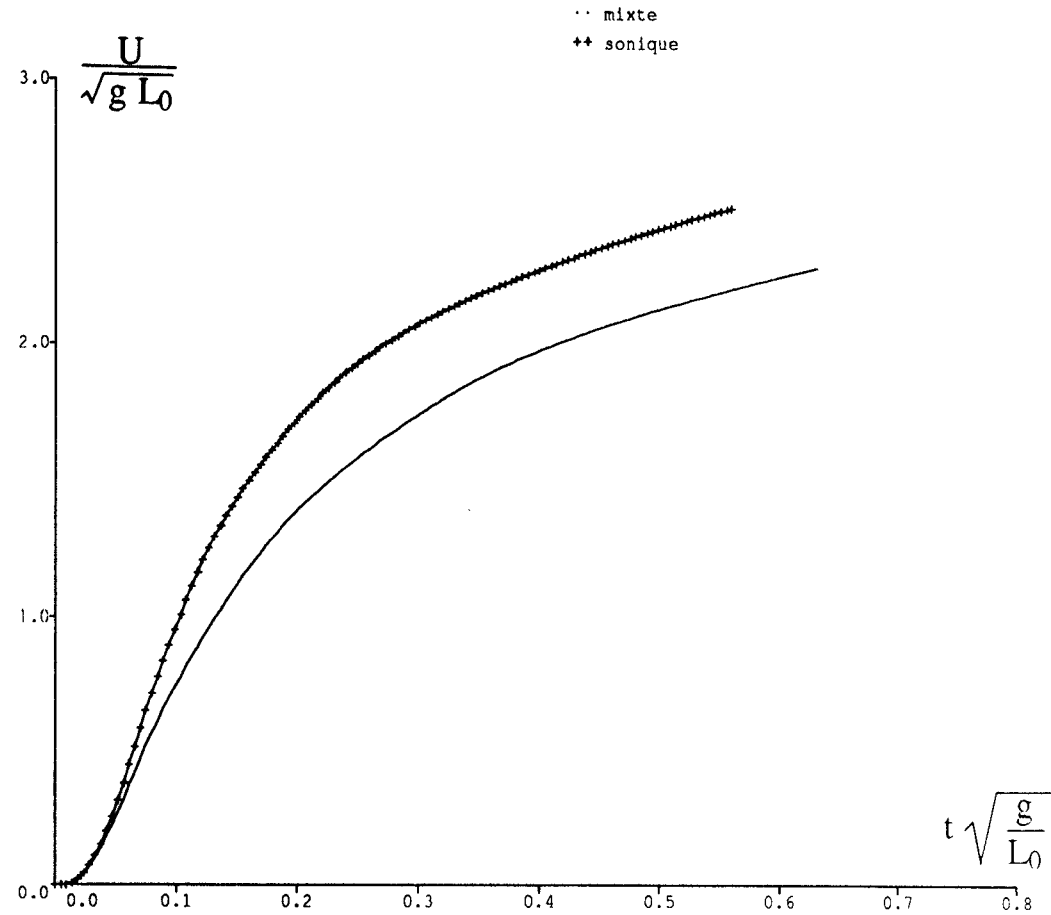
Figure 34 : Injection sonique de vapeur



**Figure 35: Profil des vitesses dans le film d'eau condensée**

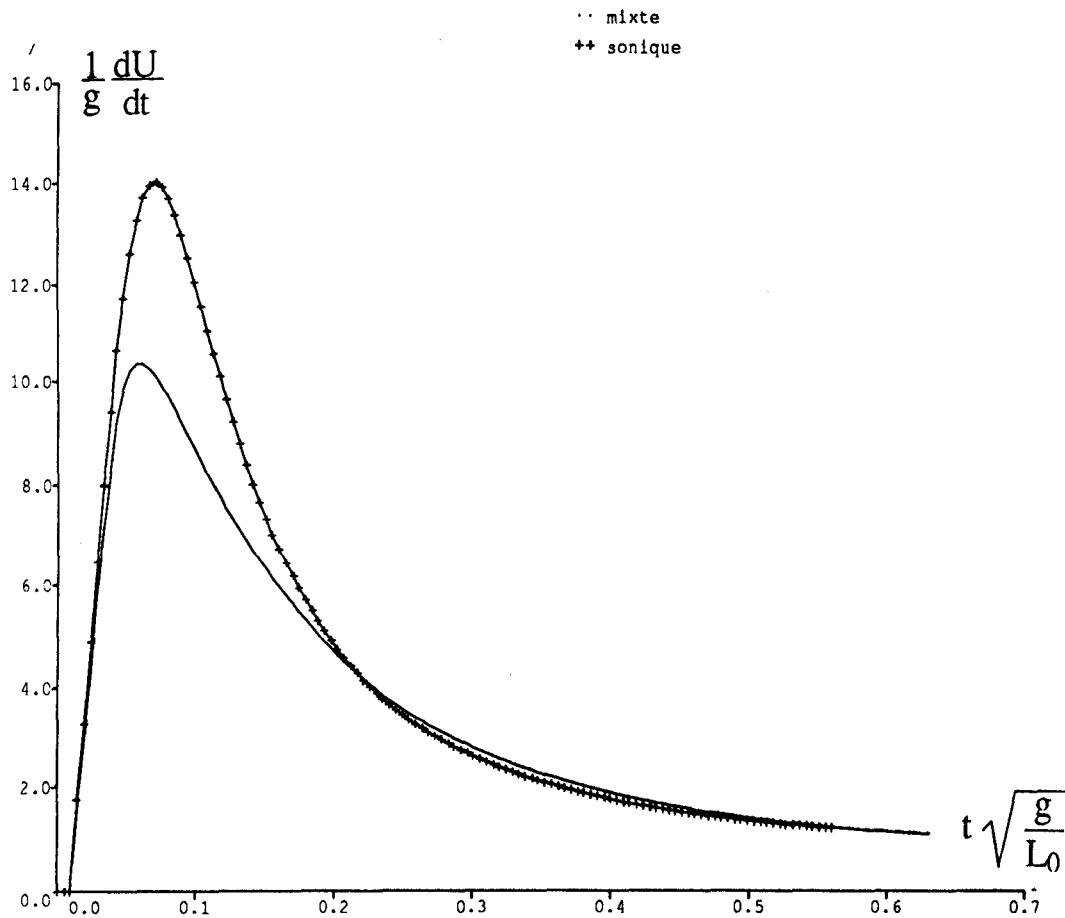


a) Position en fonction du temps

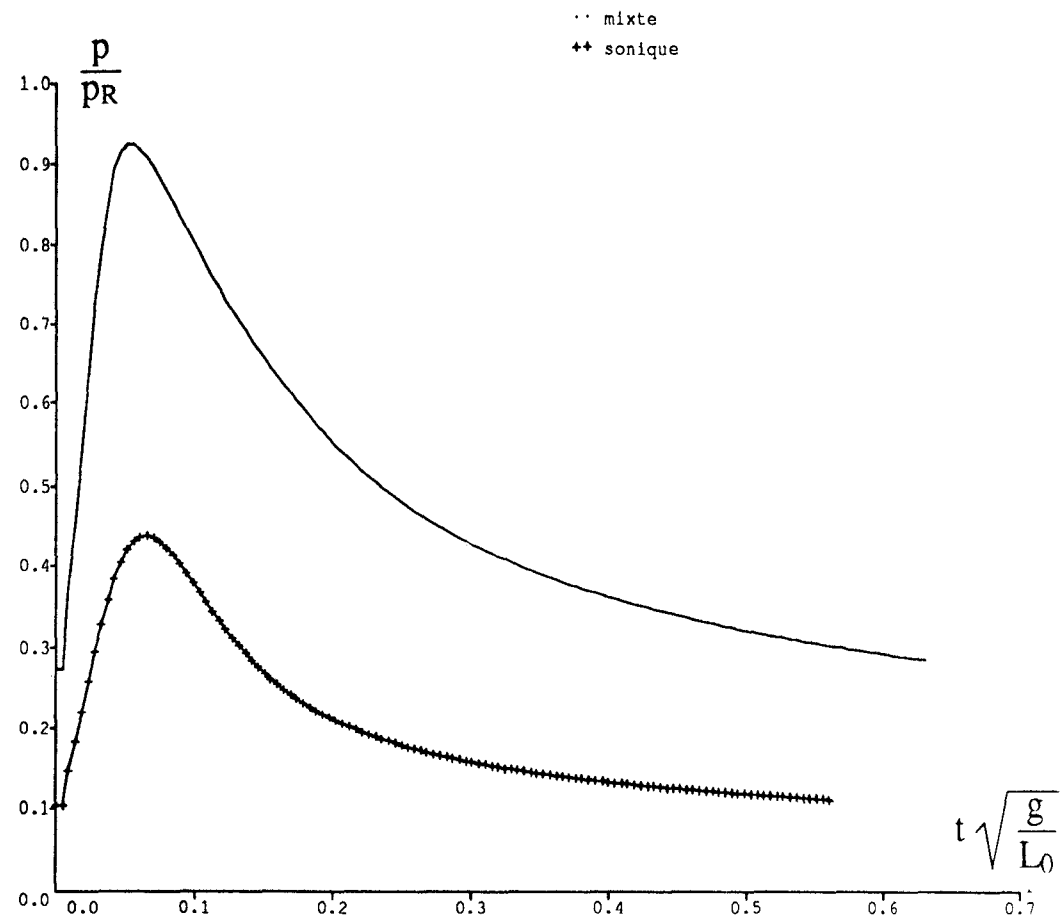


b) Vitesse en fonction du temps

**Figure 36 : Injection partiellement subsonique de vapeur.  
Comparaison avec l'injection sonique de vapeur**

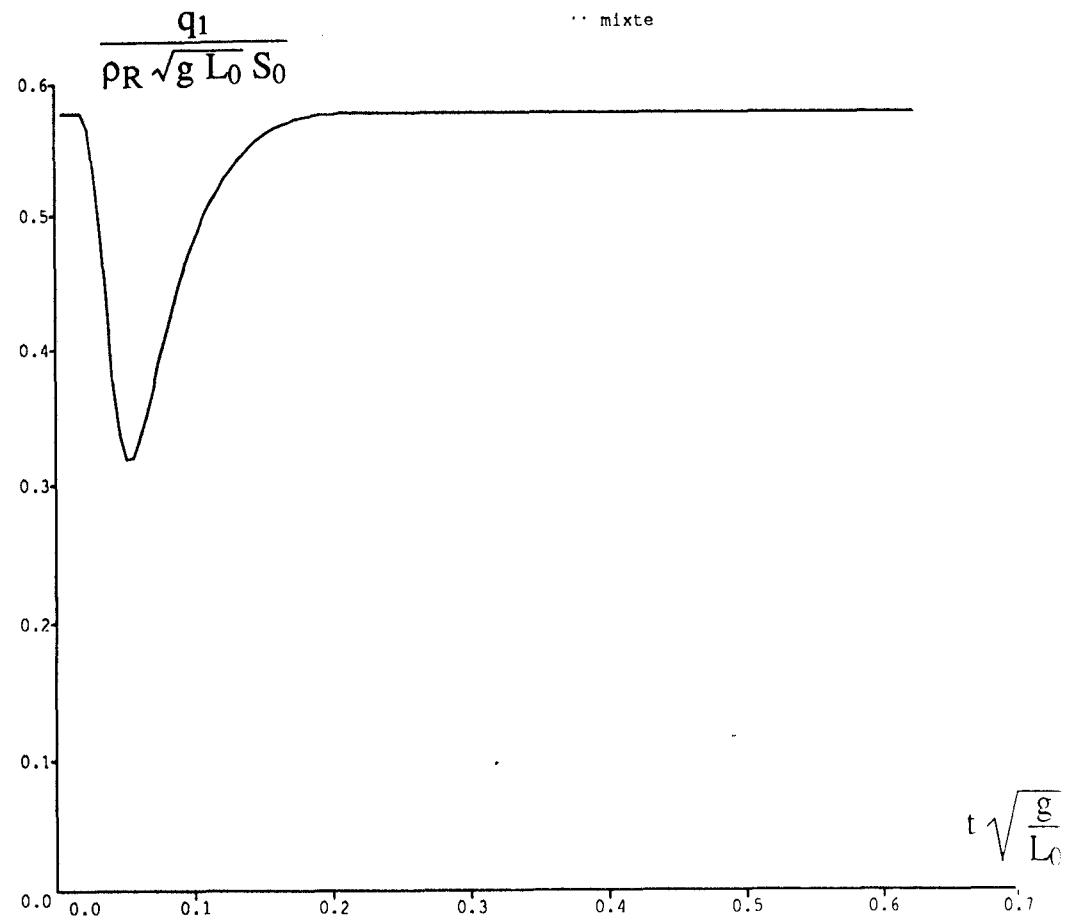
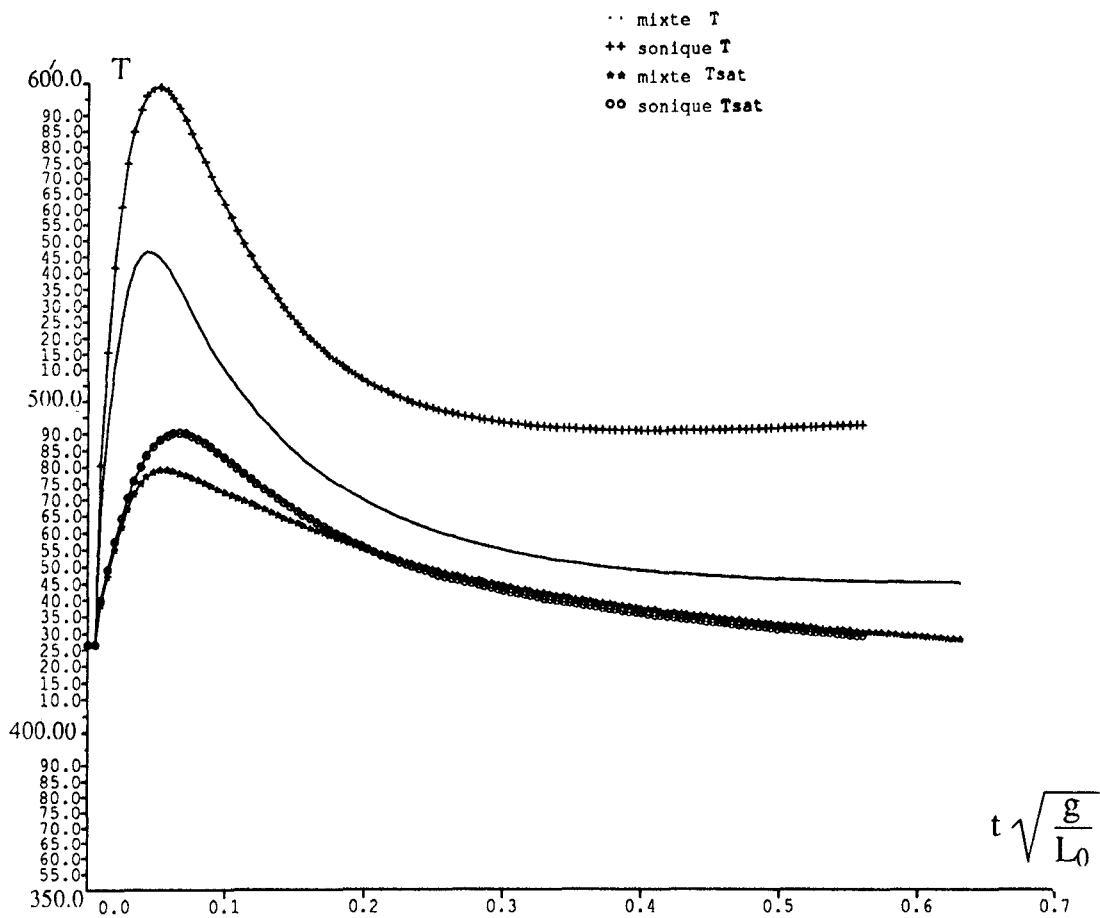


a) Accélération en fonction du temps



b) Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps

**Figure 37 : Injection partiellement subsonique de vapeur.  
 Comparaison avec l'injection sonique de vapeur**

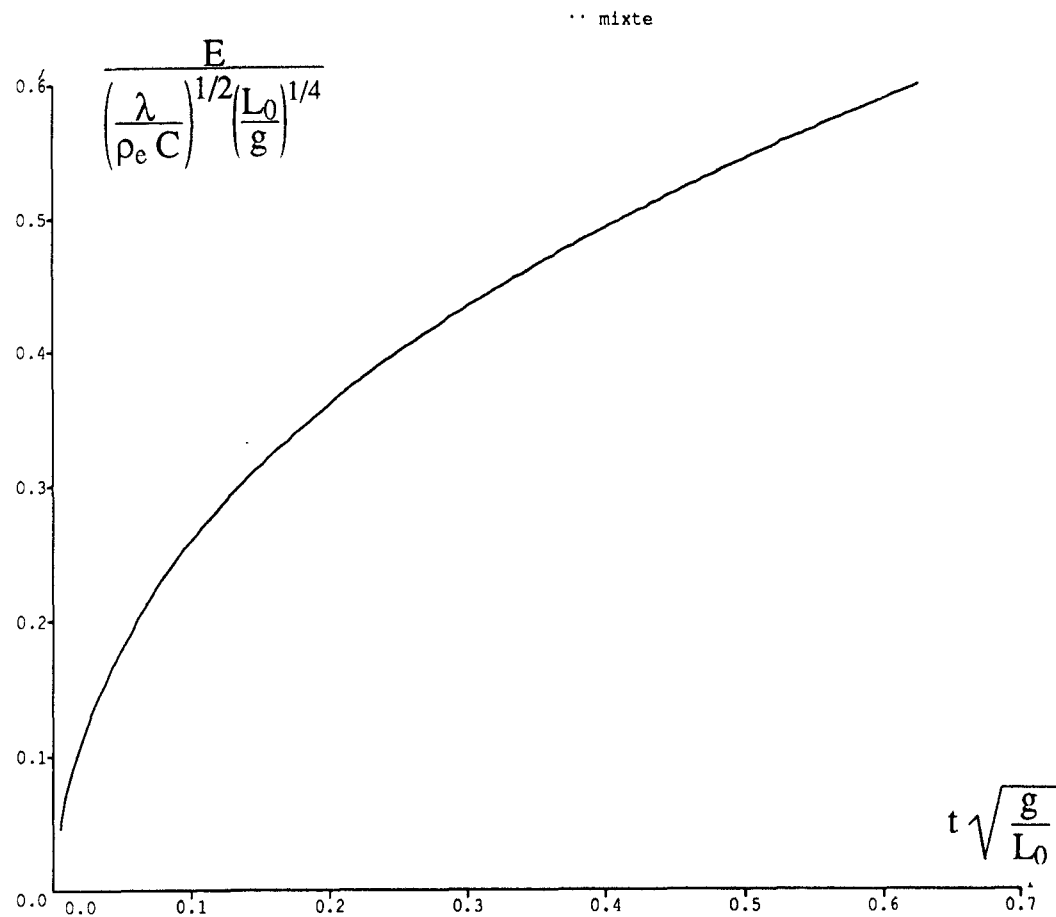


a) Température des gaz dans la fosse en fonction du temps

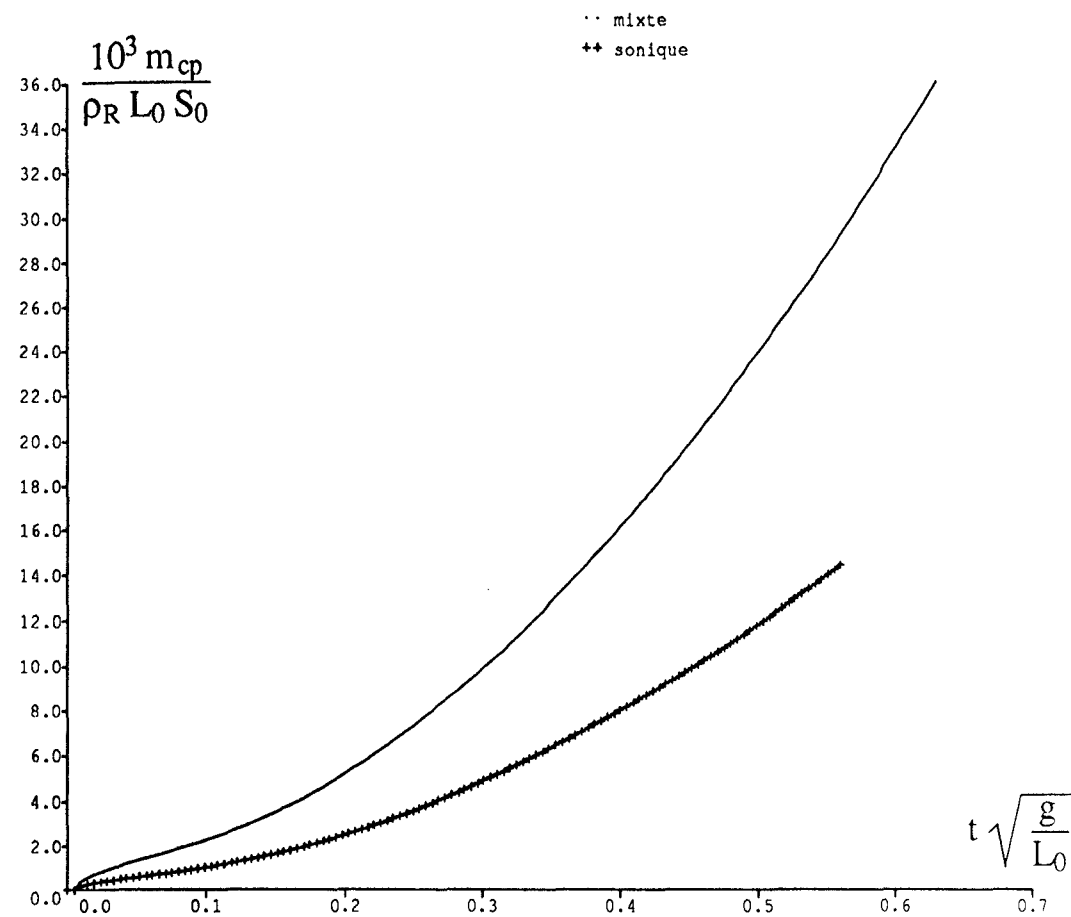
b) Débit de vapeur injectée en fonction du temps

**Figure 38 : Injection partiellement subsonique de vapeur. Comparaison avec l'injection sonique de vapeur.**



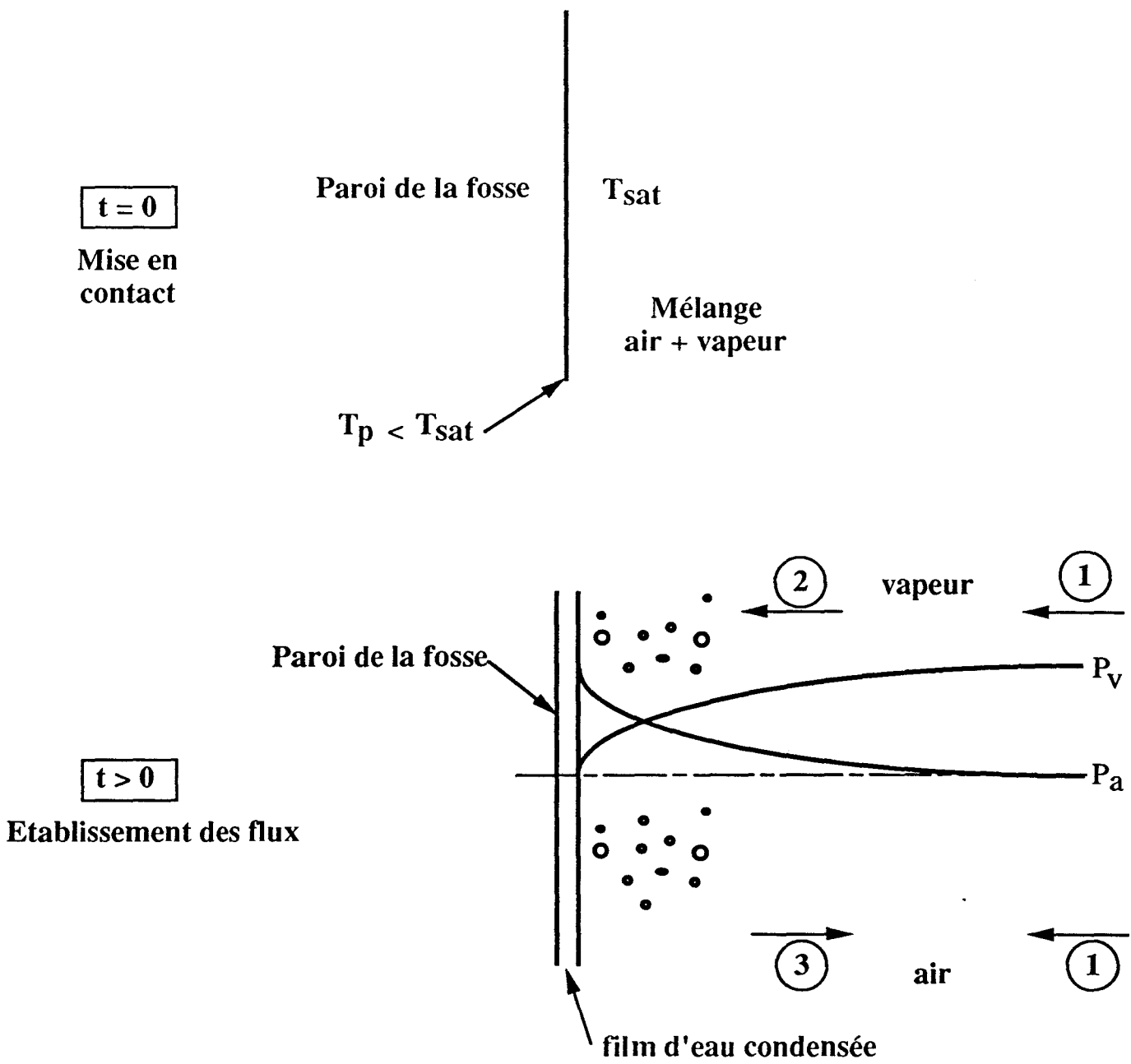


a) Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse en fonction du temps



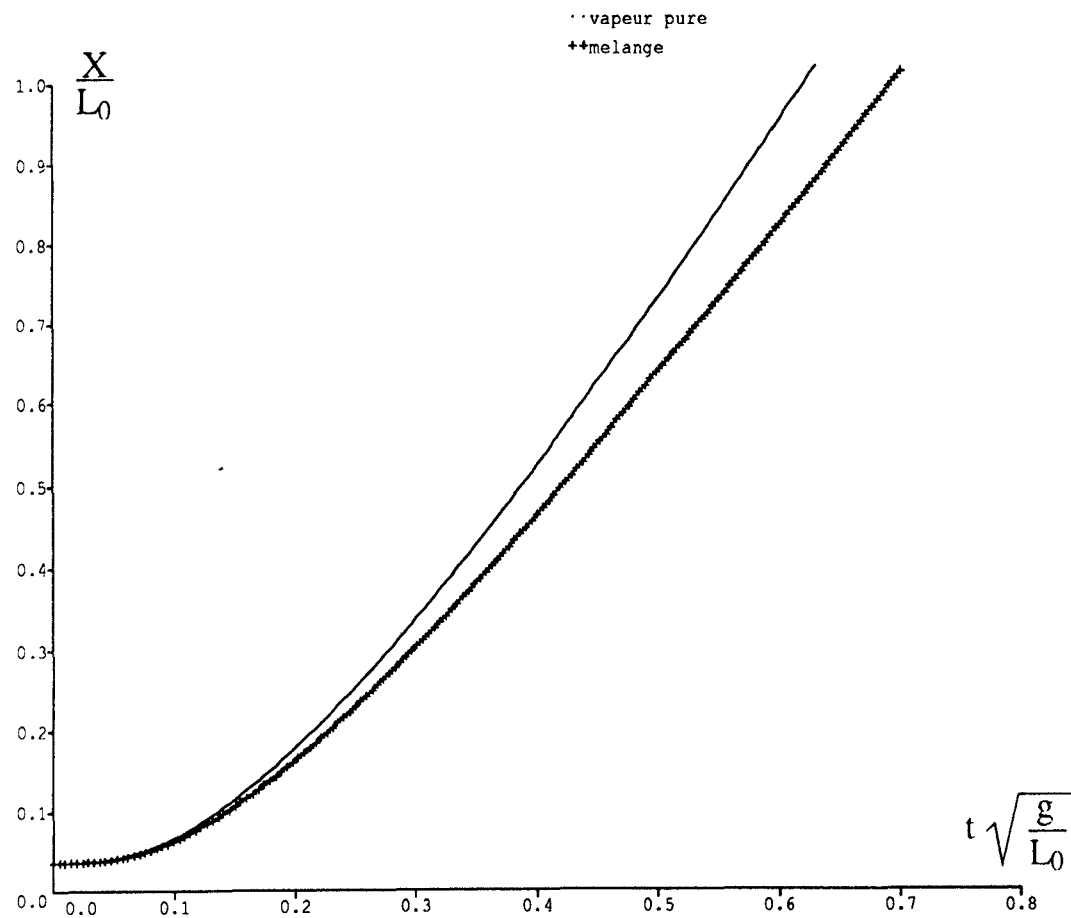
b) Masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps

**Figure 39 : Injection partiellement subsonique de vapeur.  
Comparaison avec l'injection sonique de vapeur**

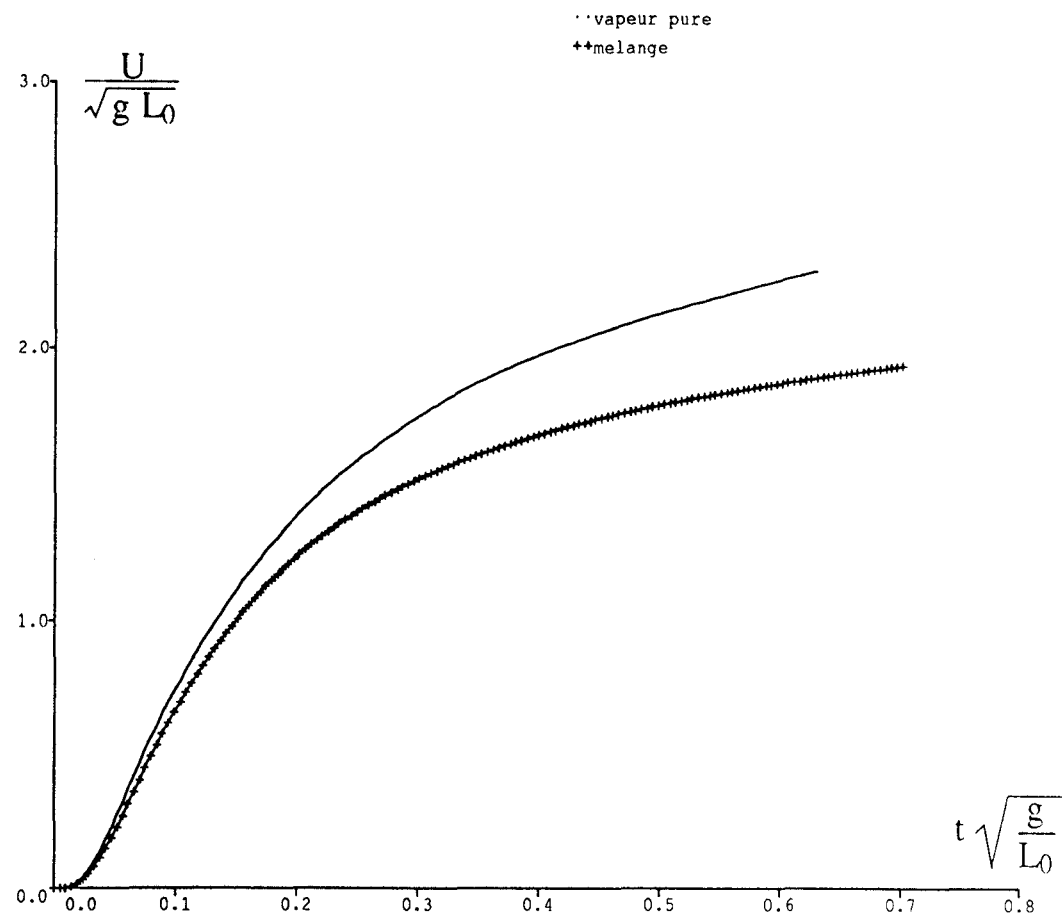


- ① Flux de mélange (air + vapeur) vers la paroi
- ② Diffusion de la vapeur dans le mélange (air + vapeur) due au gradient de masse volumique
- ③ Diffusion d'air due au gradient de masse volumique dans le mélange (air + vapeur)

**Figure 40 : Diffusion dans le cas de la condensation d'un mélange air-vapeur**

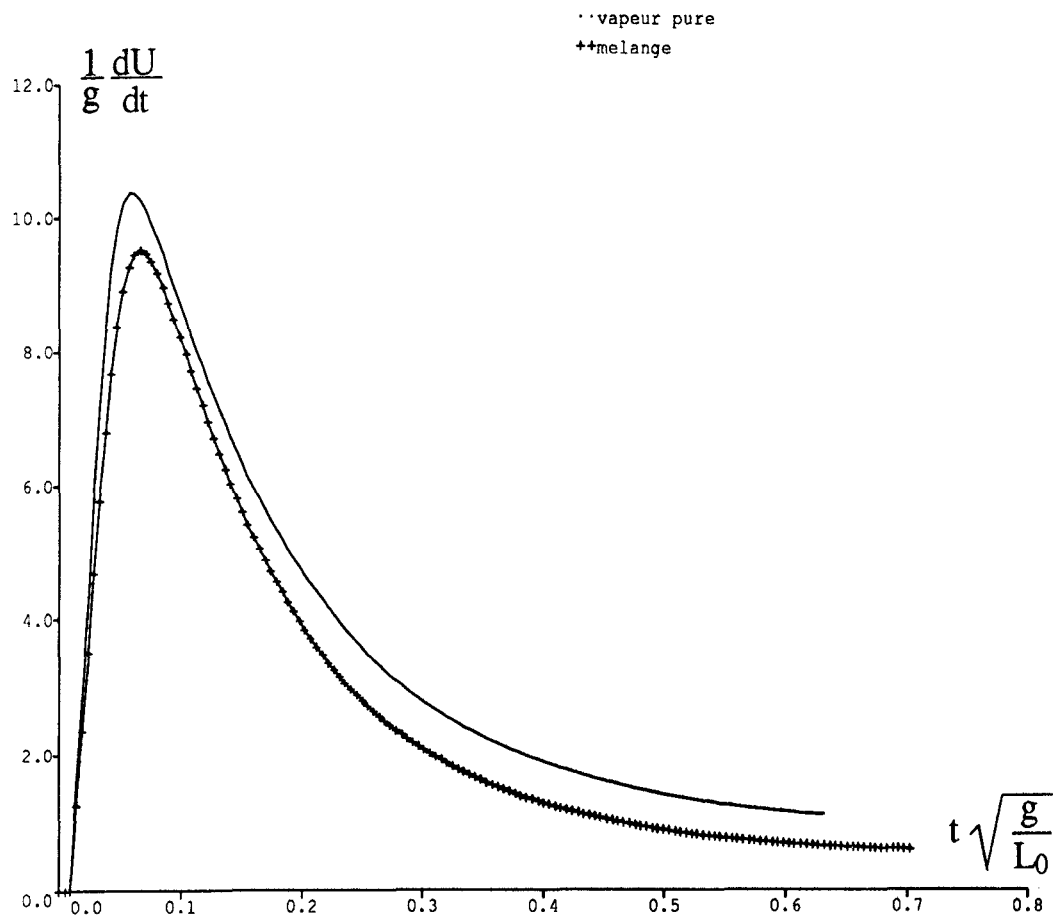


a) Position en fonction du temps

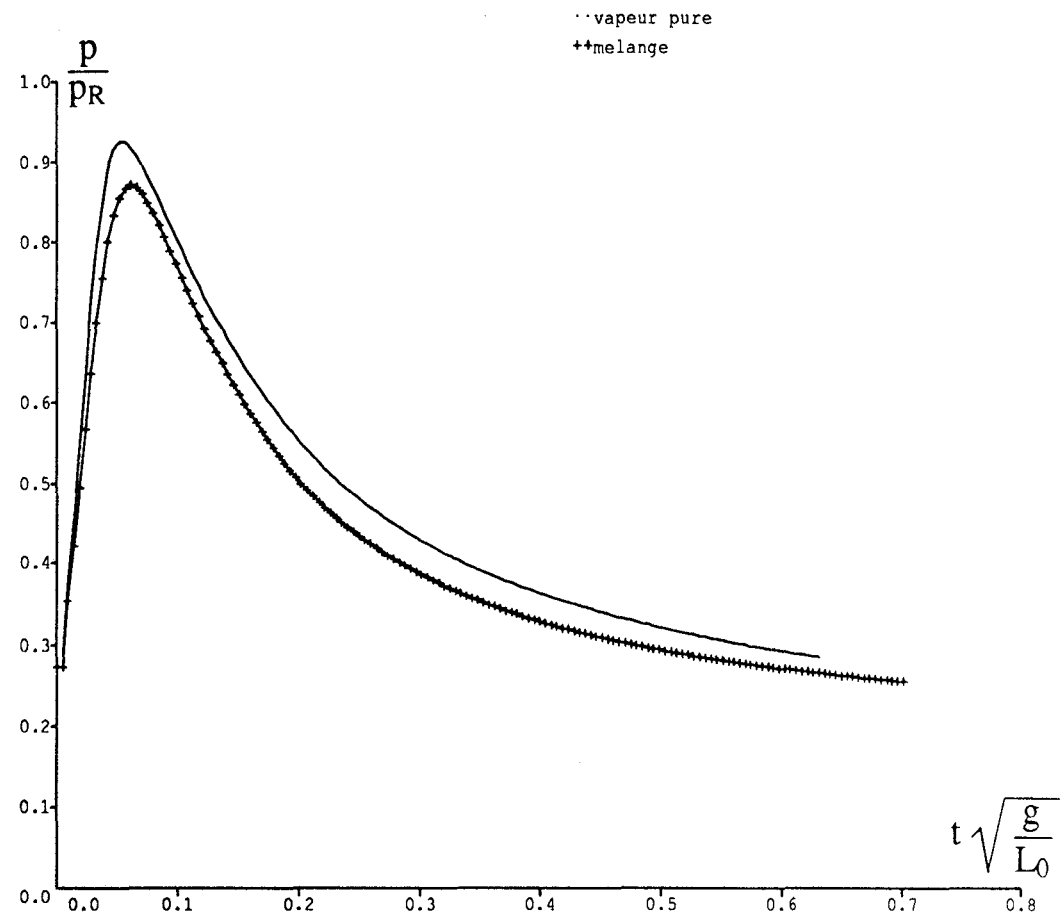


b) Vitesse en fonction du temps

**Figure 41 : Injection partiellement subsonique d'un mélange air - vapeur.  
Comparaison avec l'injection partiellement subsonique de vapeur**

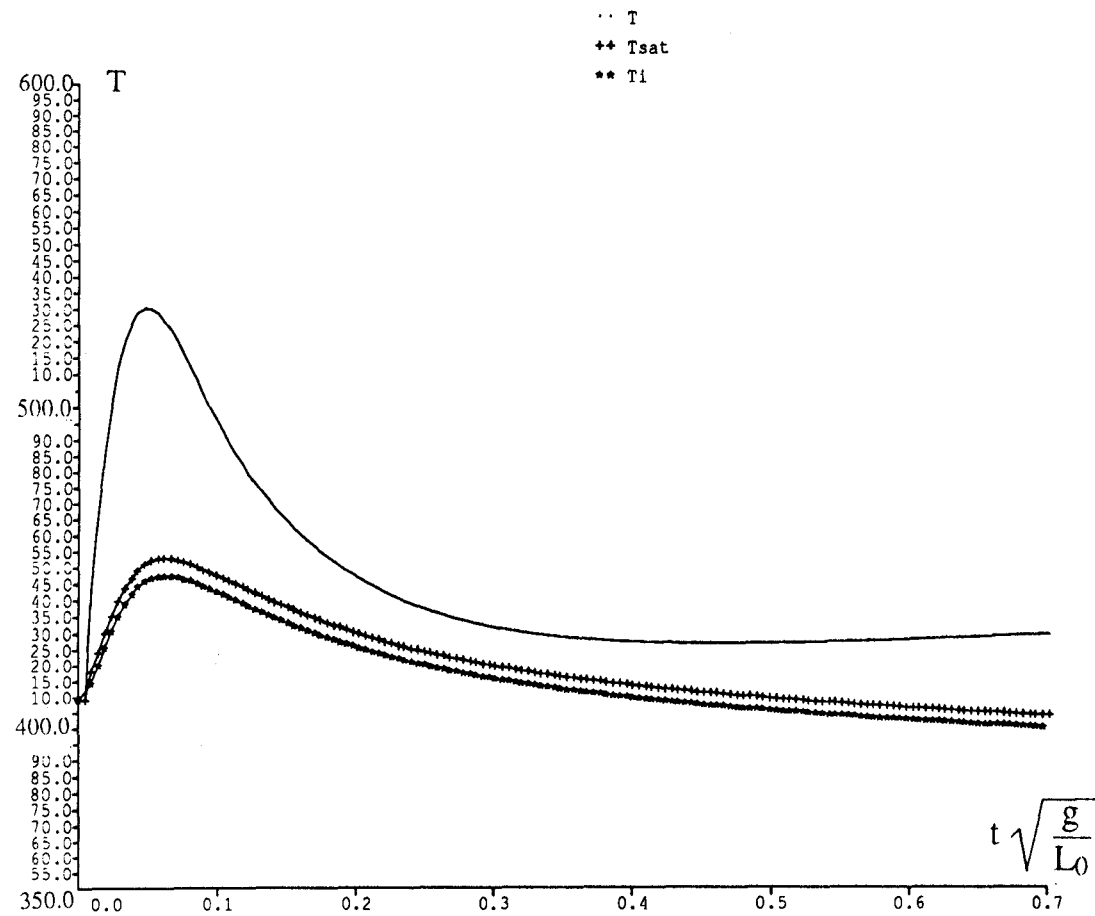


a) Accélération en fonction du temps

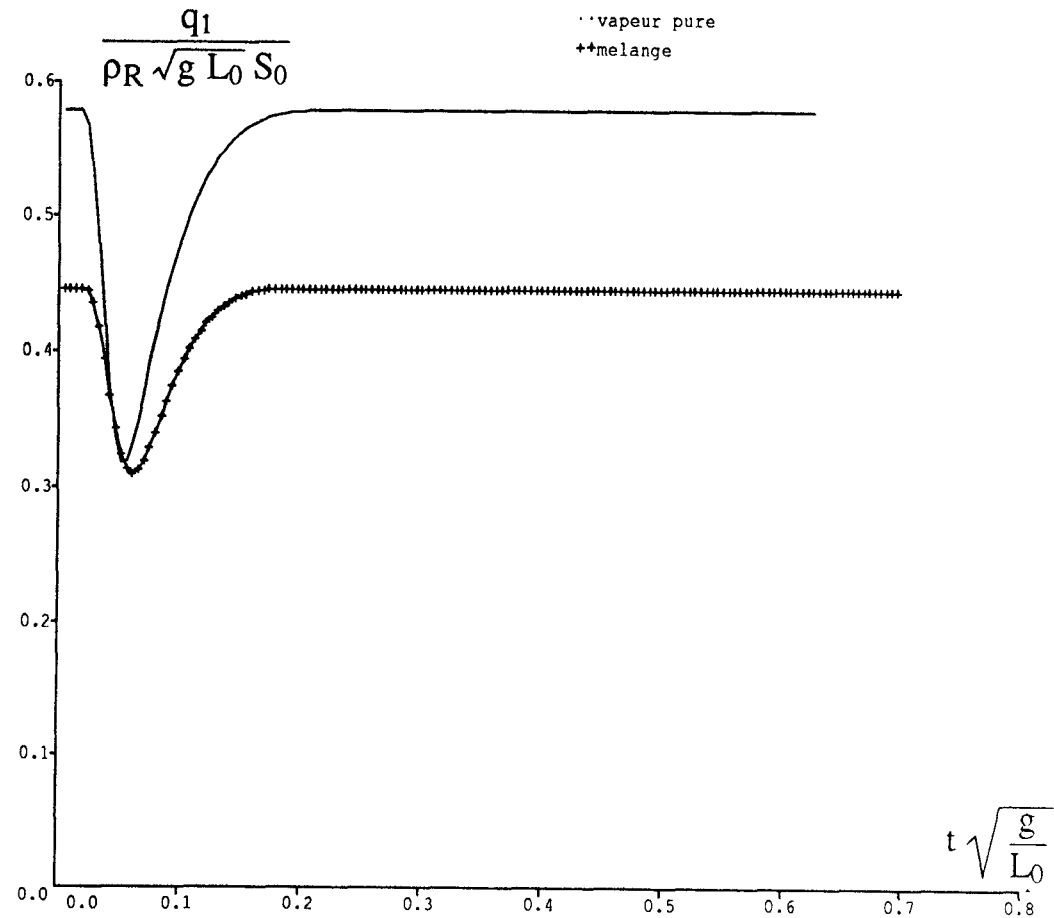


b) Pression des gaz dans la fosse en fonction du temps

**Figure 42 : Injection partiellement subsonique d'un mélange air - vapeur.  
 Comparaison avec l'injection partiellement subsonique de vapeur**

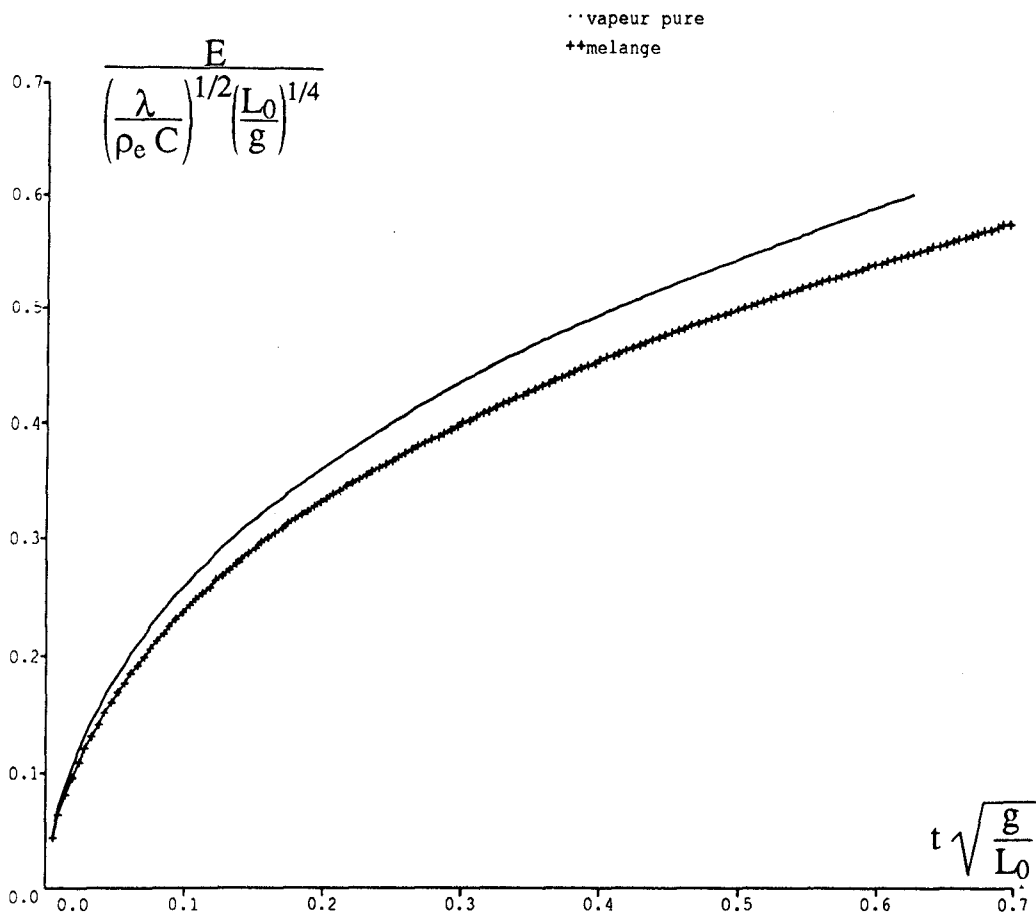


a) Température des gaz dans la fosse en fonction du temps

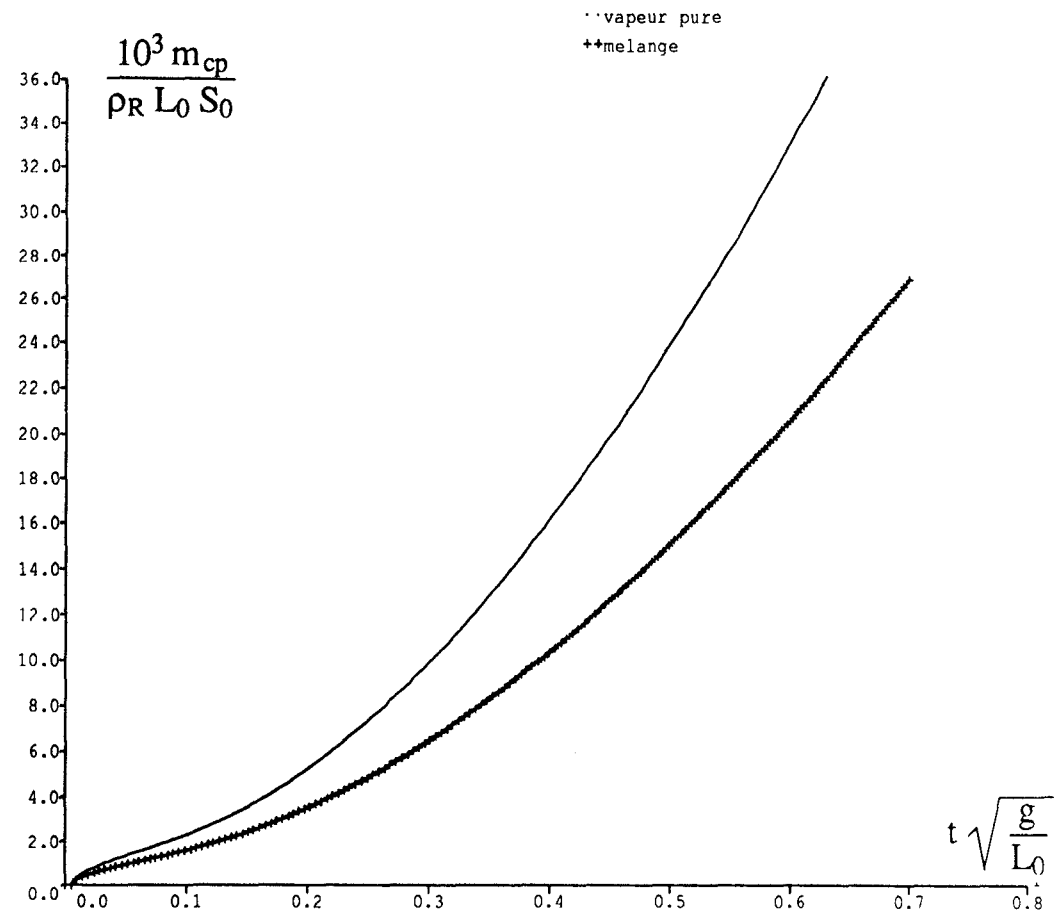


b) Débit de vapeur injectée en fonction du temps

**Figure 43 : Injection partiellement subsonique d'un mélange air - vapeur. Comparaison avec l'injection partiellement subsonique de vapeur.**

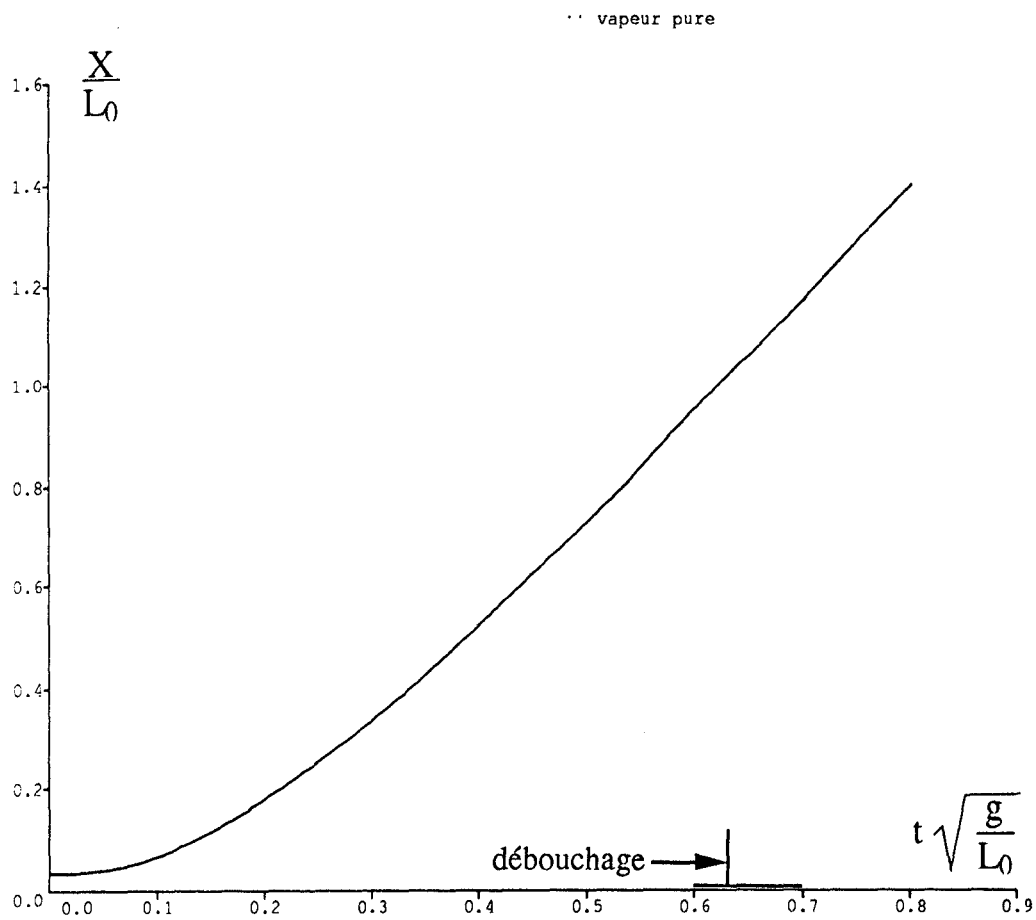


a) Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse en fonction du temps

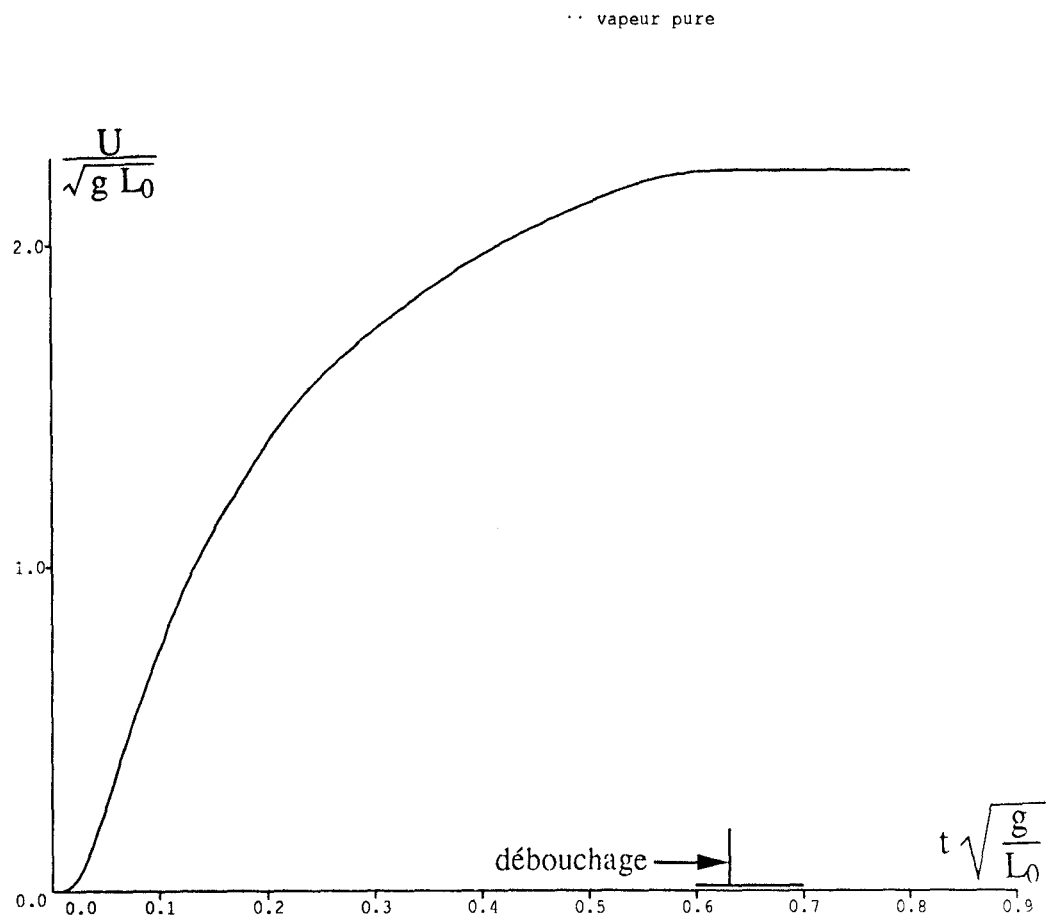


b) Masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps

**Figure 44 : Injection partiellement subsonique d'un mélange air - vapeur. Comparaison avec l'injection partiellement subsonique de vapeur.**

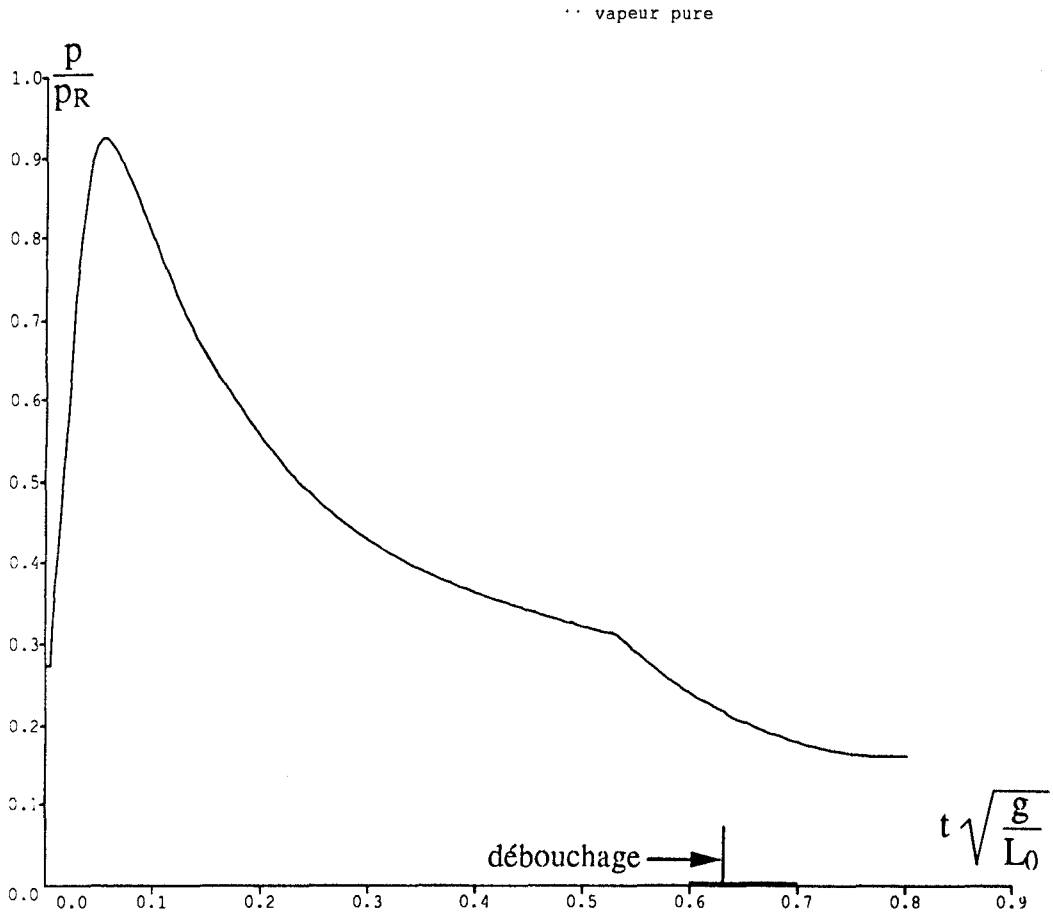


a) Position en fonction du temps

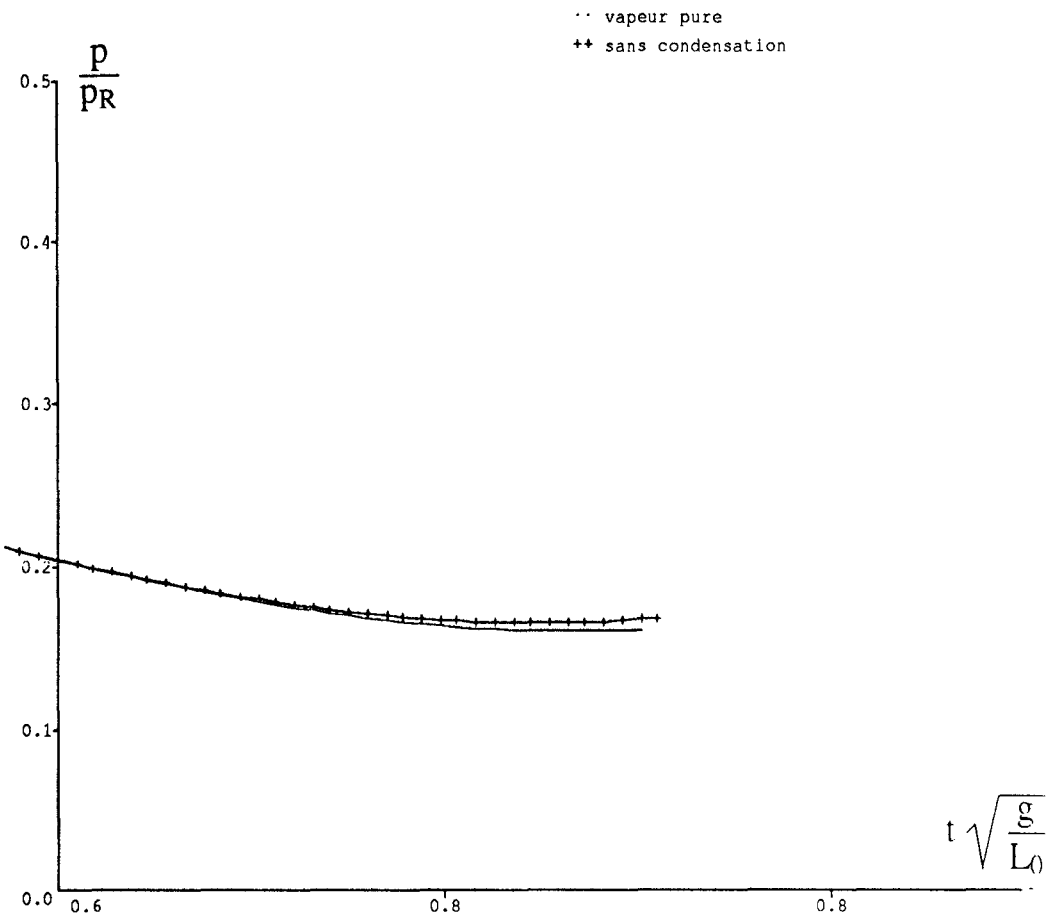


b) Vitesse en fonction du temps

**Figure 45 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas de la vapeur.**



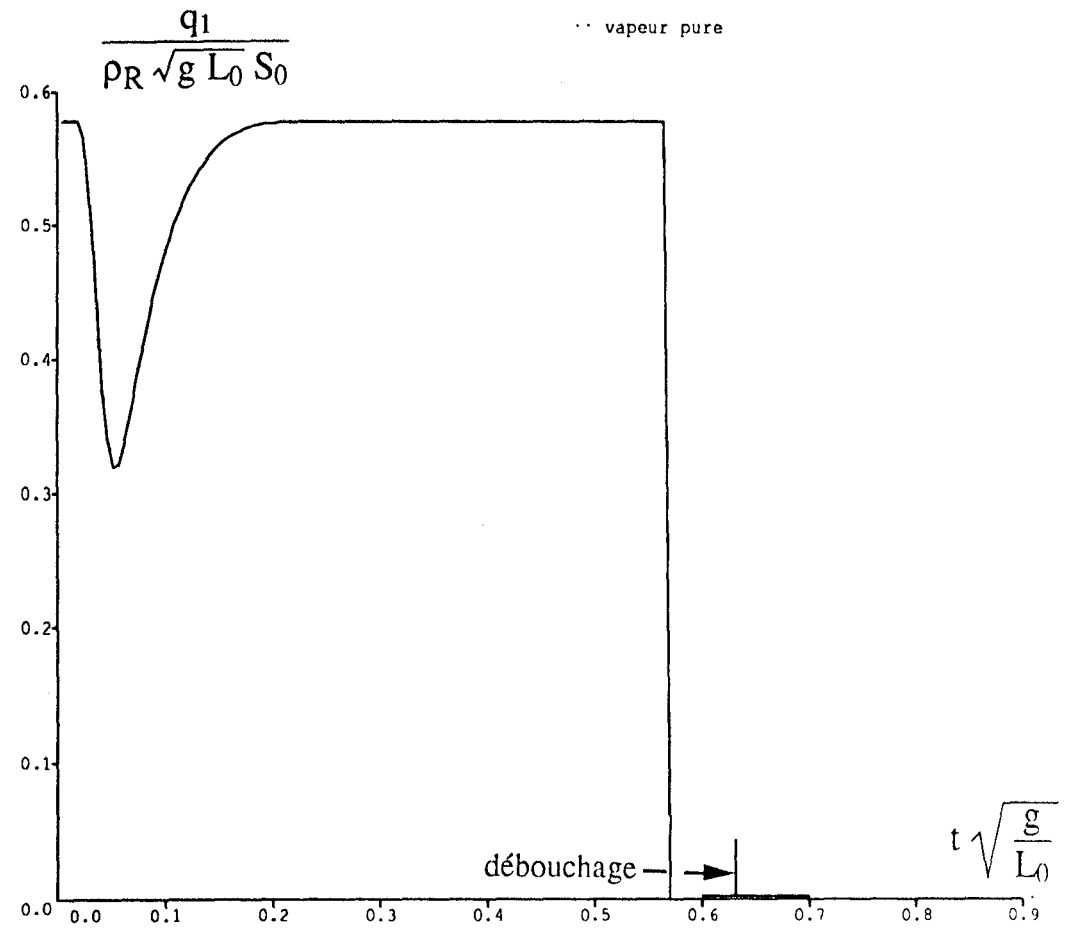
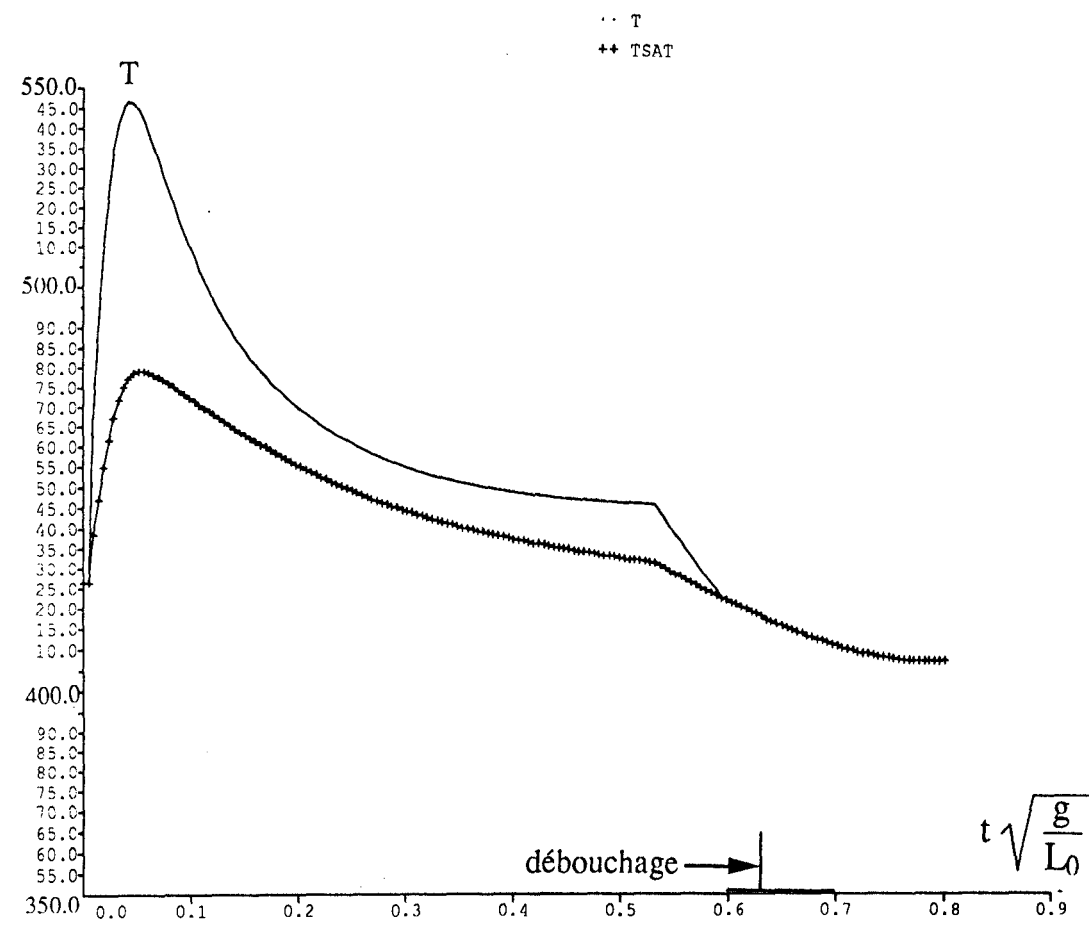
a) Pression des gaz en fonction du temps



b) Différence de pression des gaz en fonction du temps dans le cas de la vapeur et du gaz fictif

**Figure 46 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas de la vapeur.**



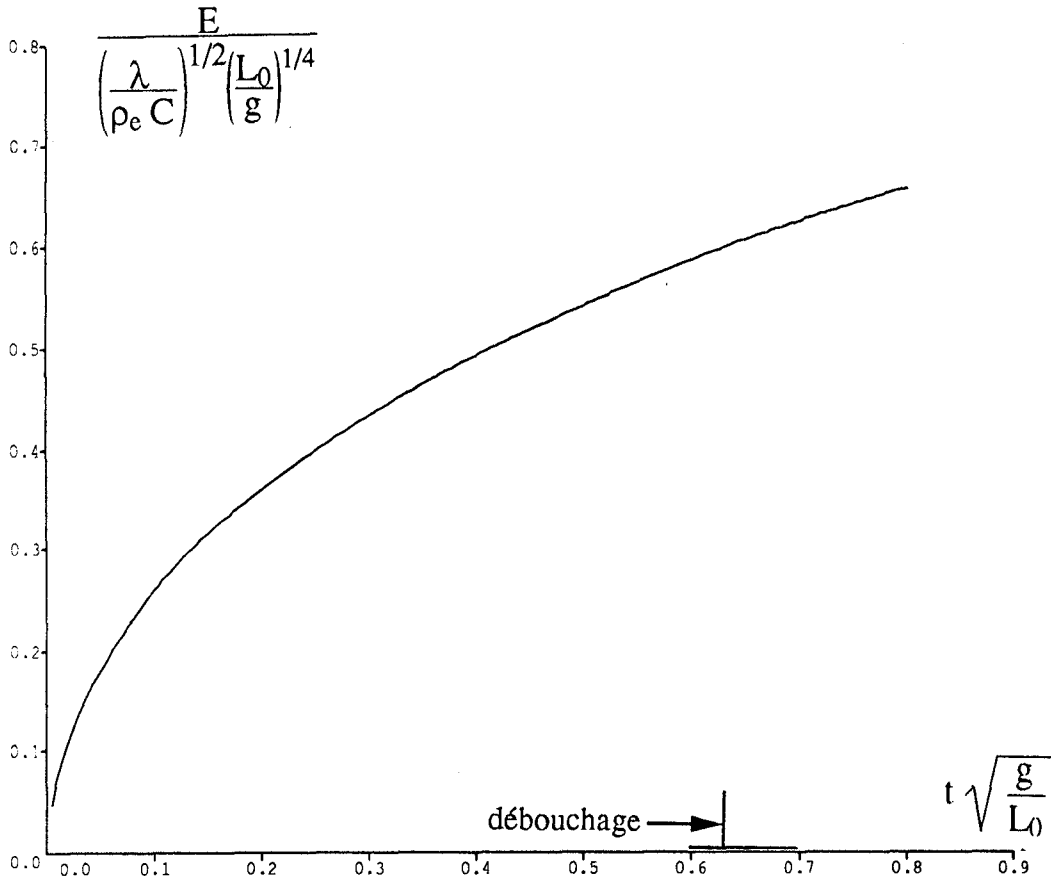


a) Température des gaz dans la fosse en fonction du temps

b) Débit de vapeur injectée en fonction du temps

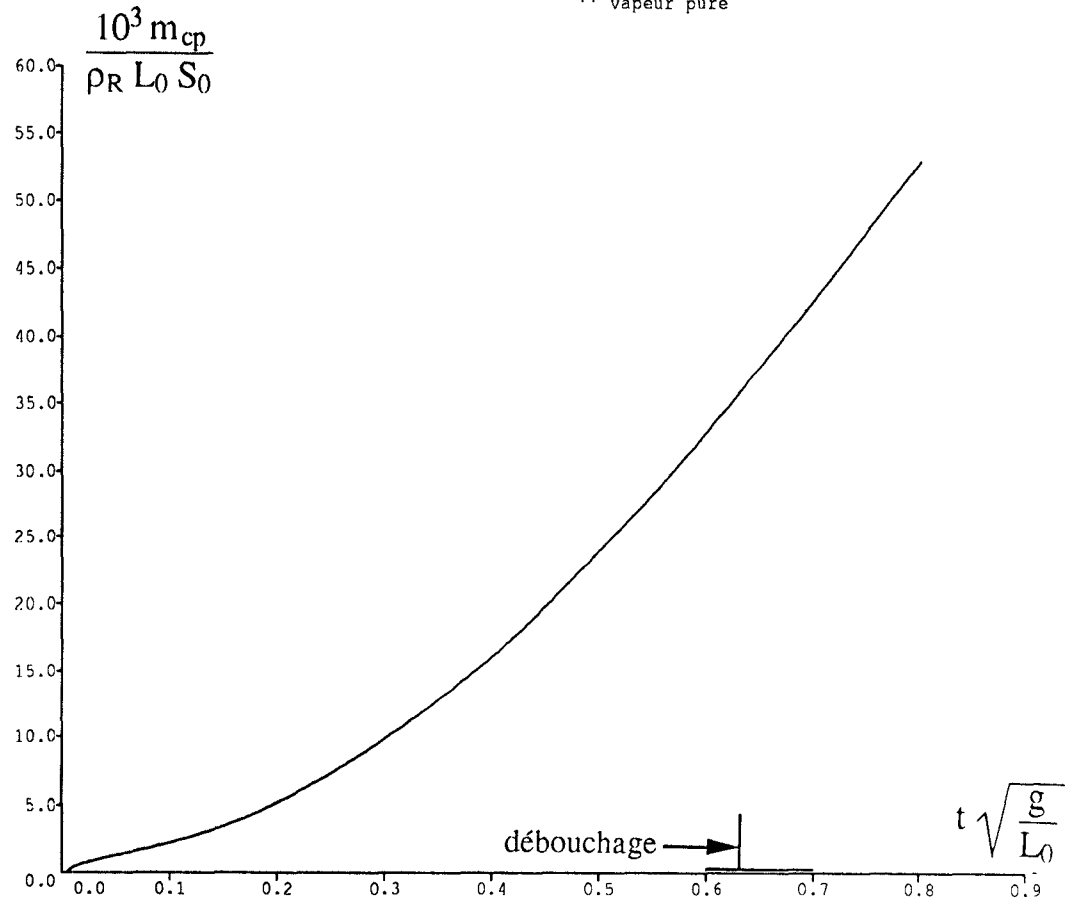
Figure 47 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas de la vapeur.

.. vapeur pure



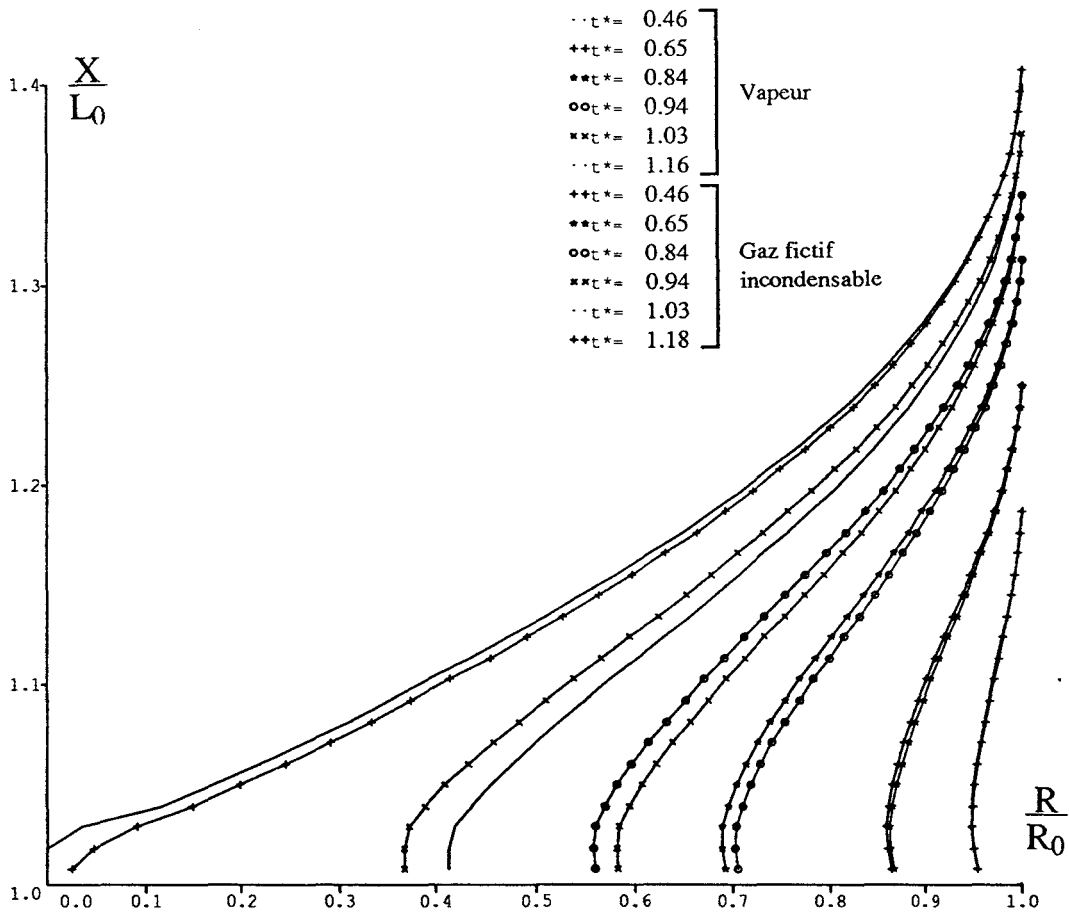
a) Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse en fonction du temps

.. vapeur pure



b) Masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps

**Figure 48 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas de la vapeur.**



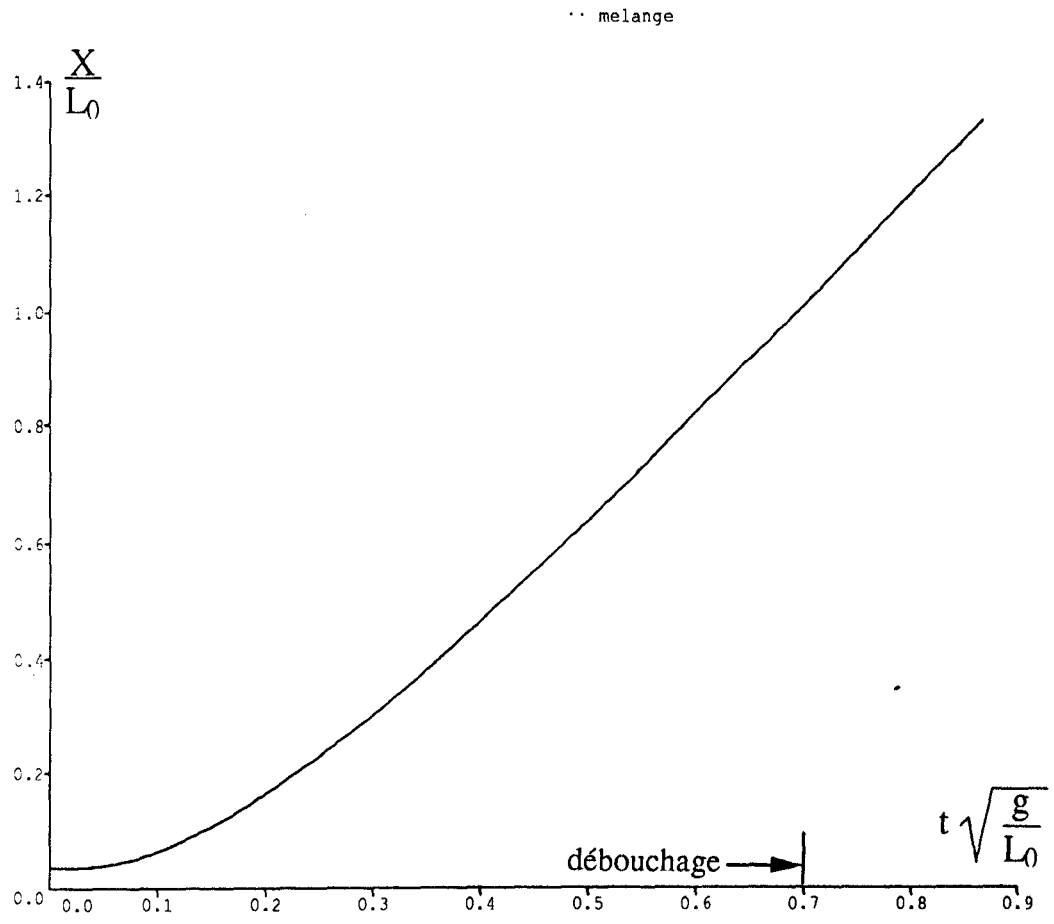
Rayons de la bulle à six instants de calcul  
dans le cas de la vapeur et du gaz incondensable

$$D = - 0.55$$

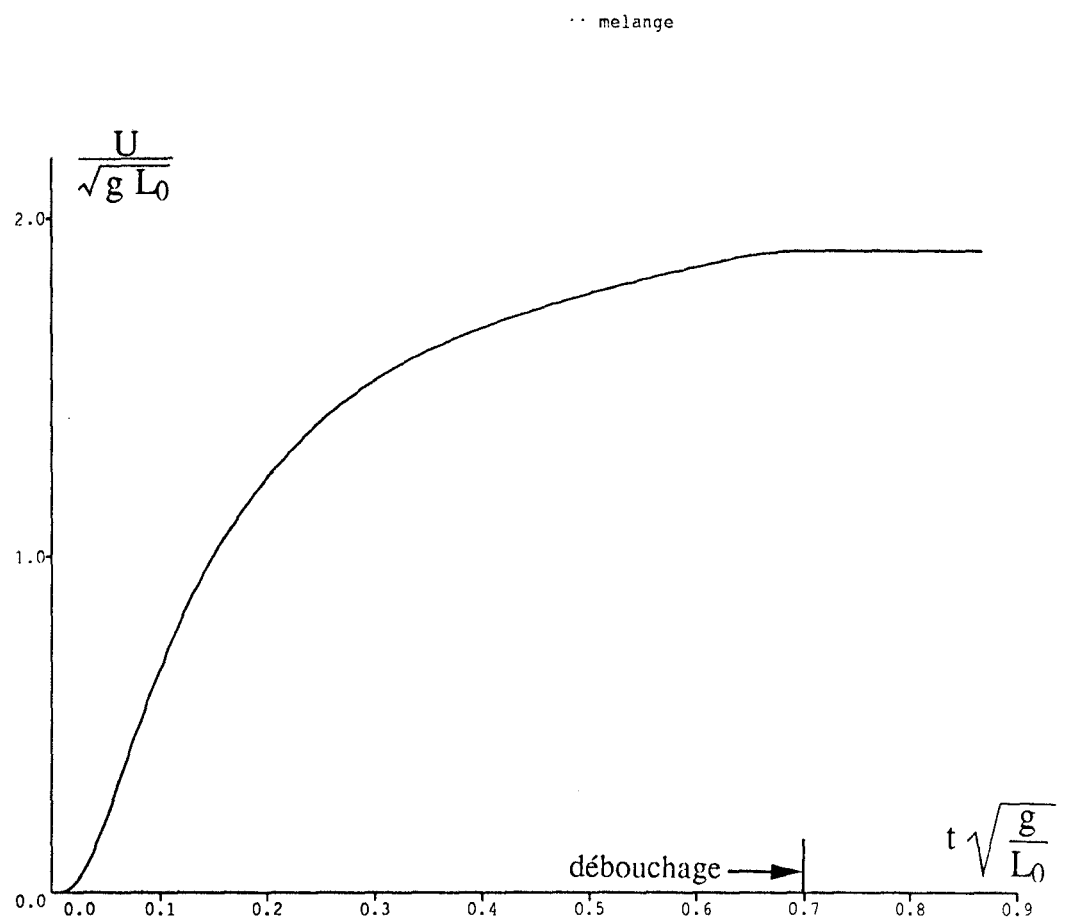
$$F = 7.56$$

$$G = 4.97$$

Figure 49 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas de la vapeur.

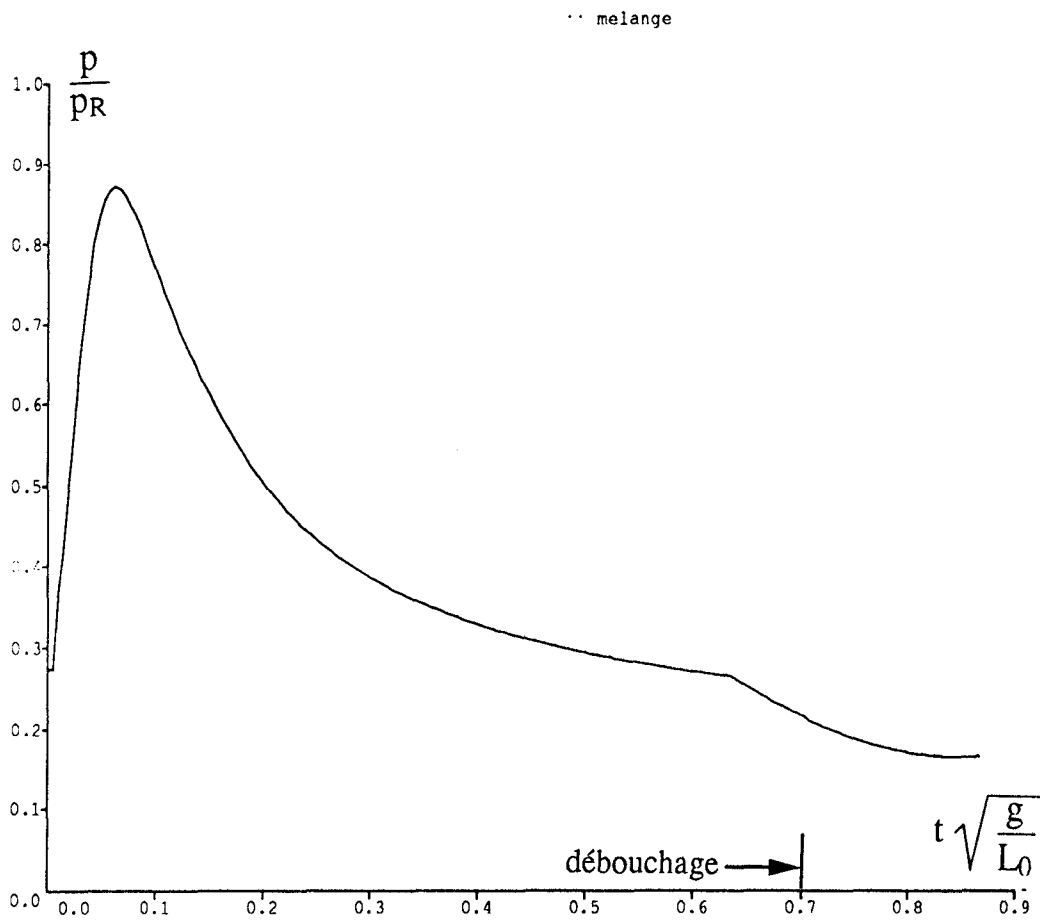


a) Position en fonction du temps

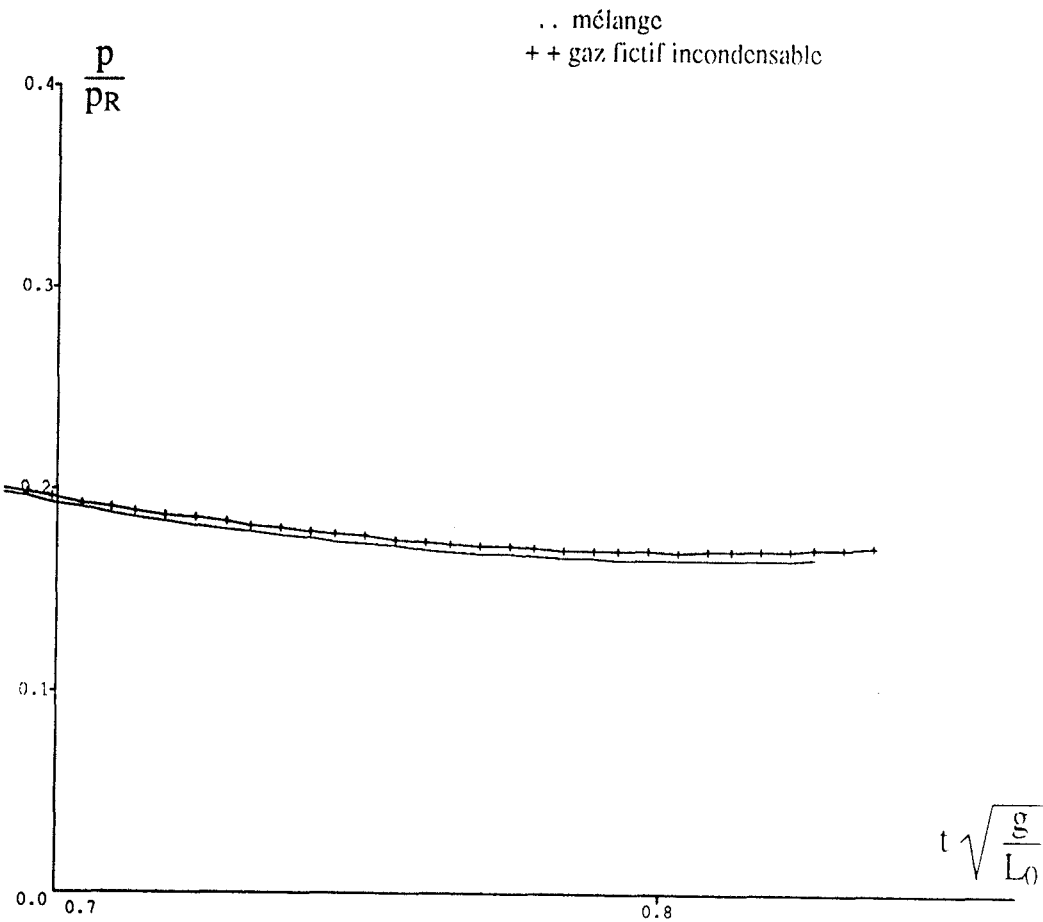


b) Vitesse en fonction du temps

**Figure 50 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas du mélange air - vapeur**

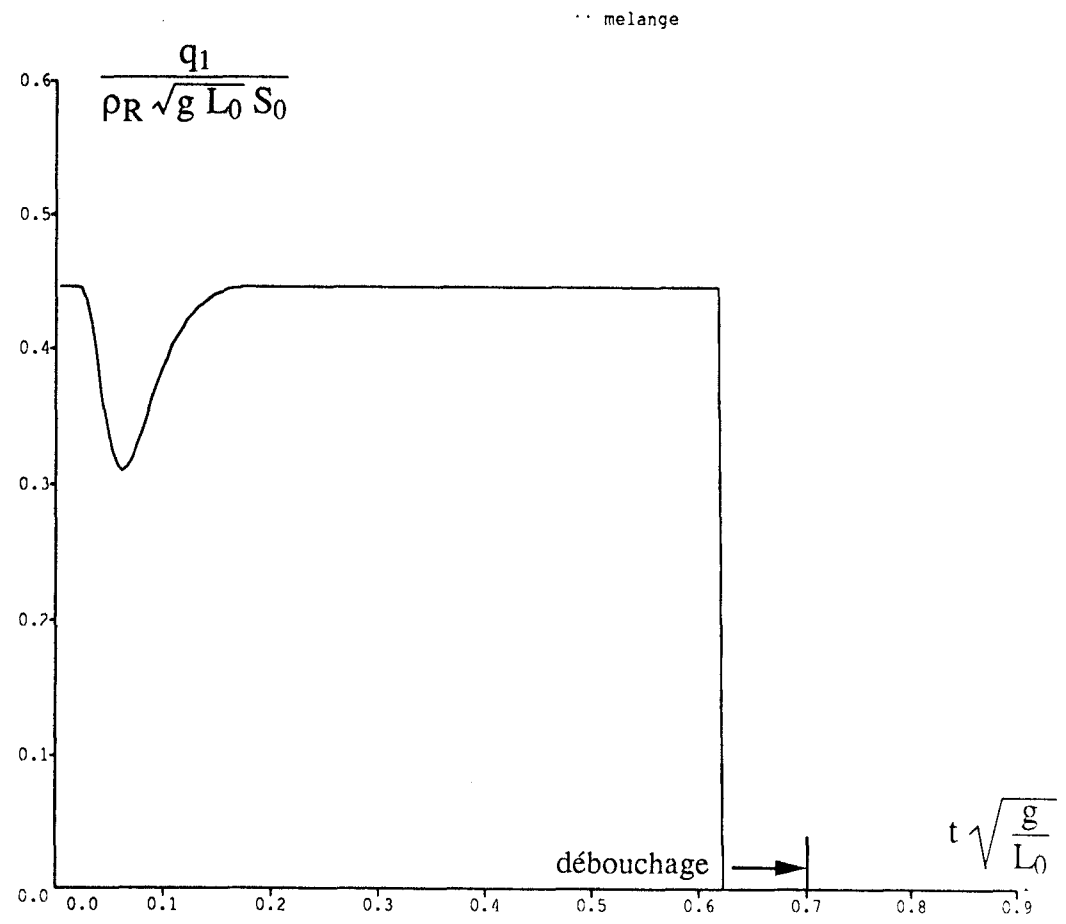
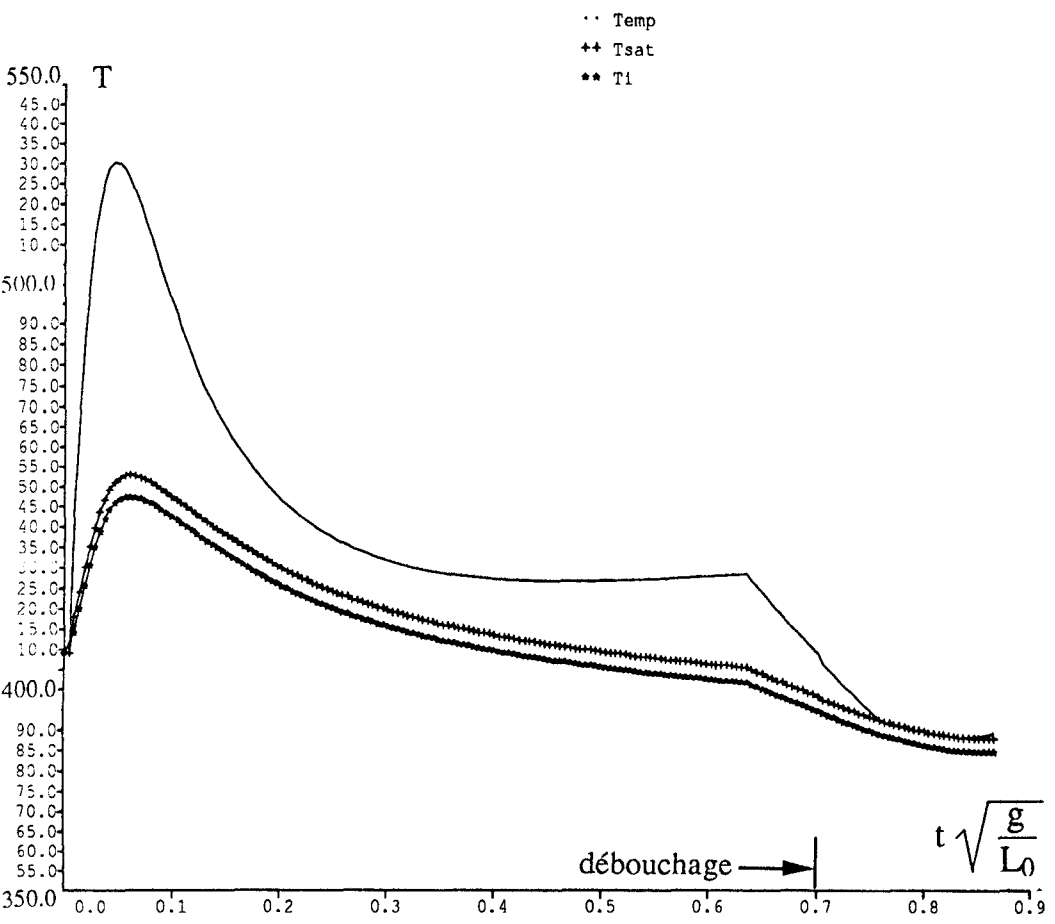


a) Pression des gaz en fonction du temps



b) Différence de pression des gaz en fonction du temps dans le cas de la vapeur et du gaz fictif

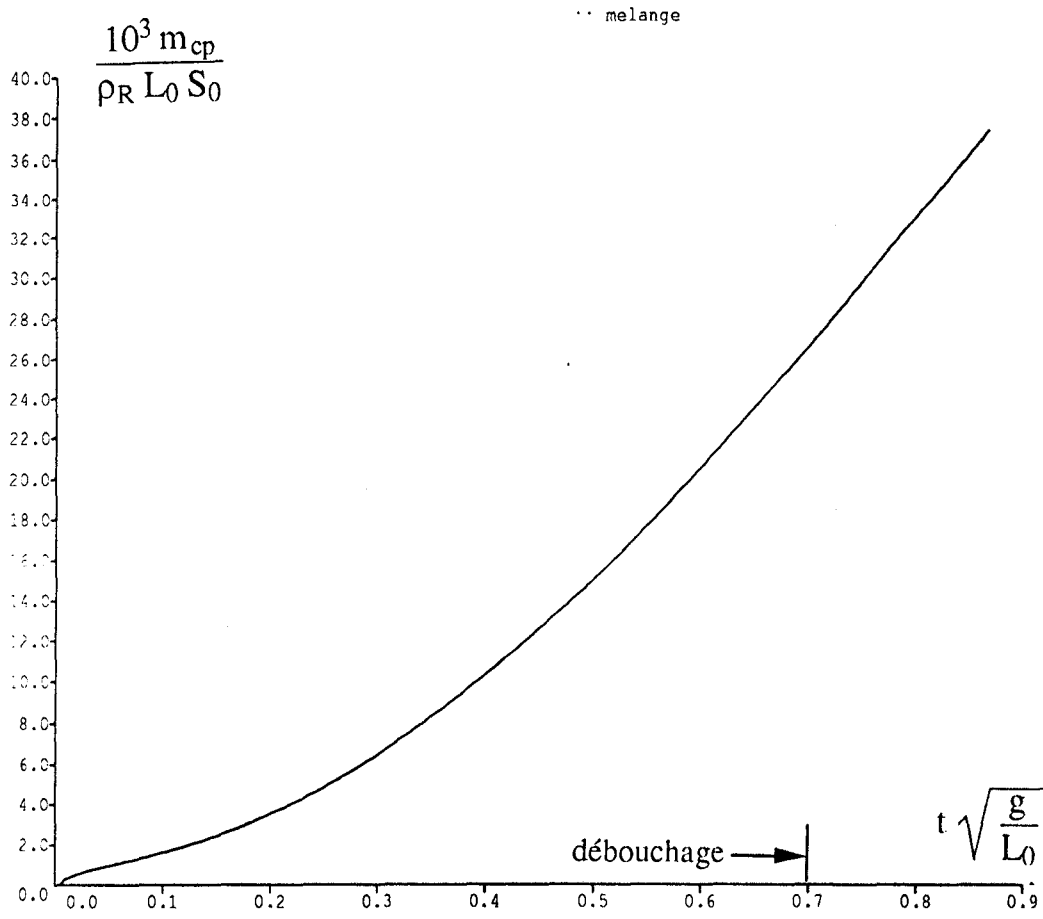
**Figure 51 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas du mélange air - vapeur**



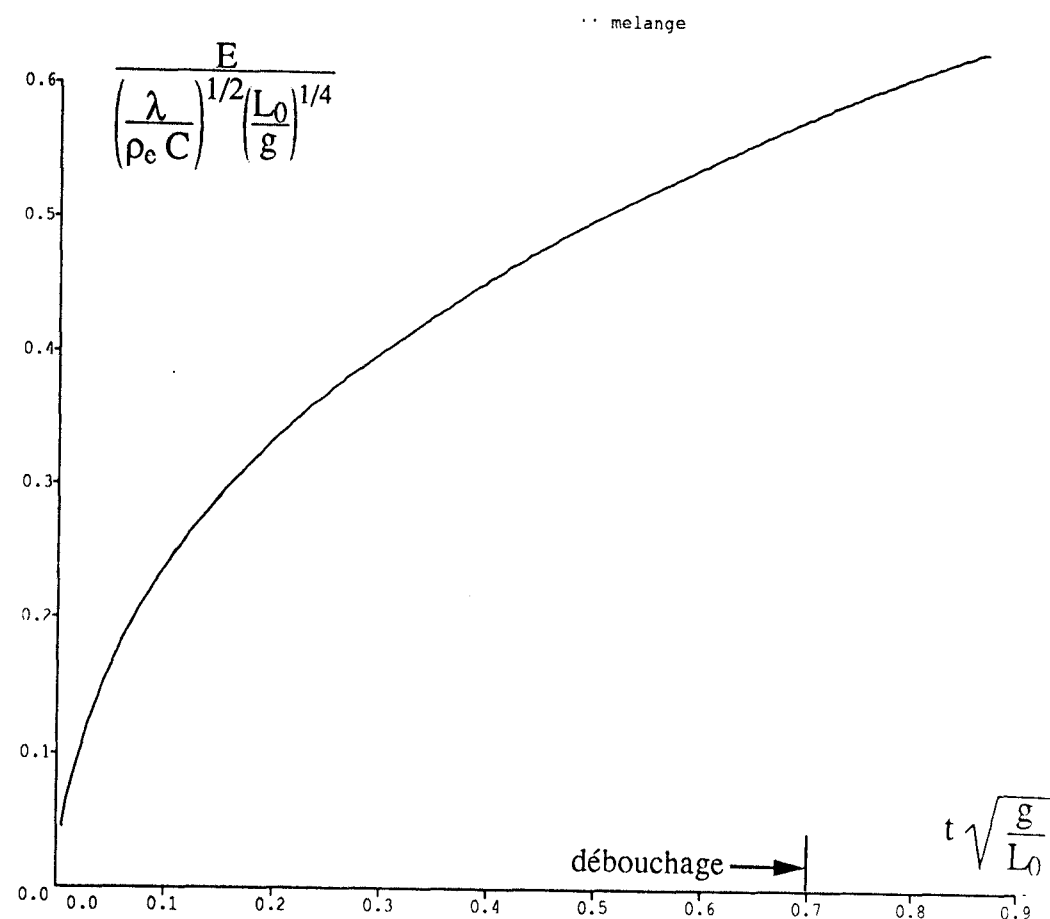
a) Température des gaz dans la fosse en fonction du temps

b) Débit de vapeur injectée en fonction du temps

**Figure 52 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas du mélange air - vapeur**

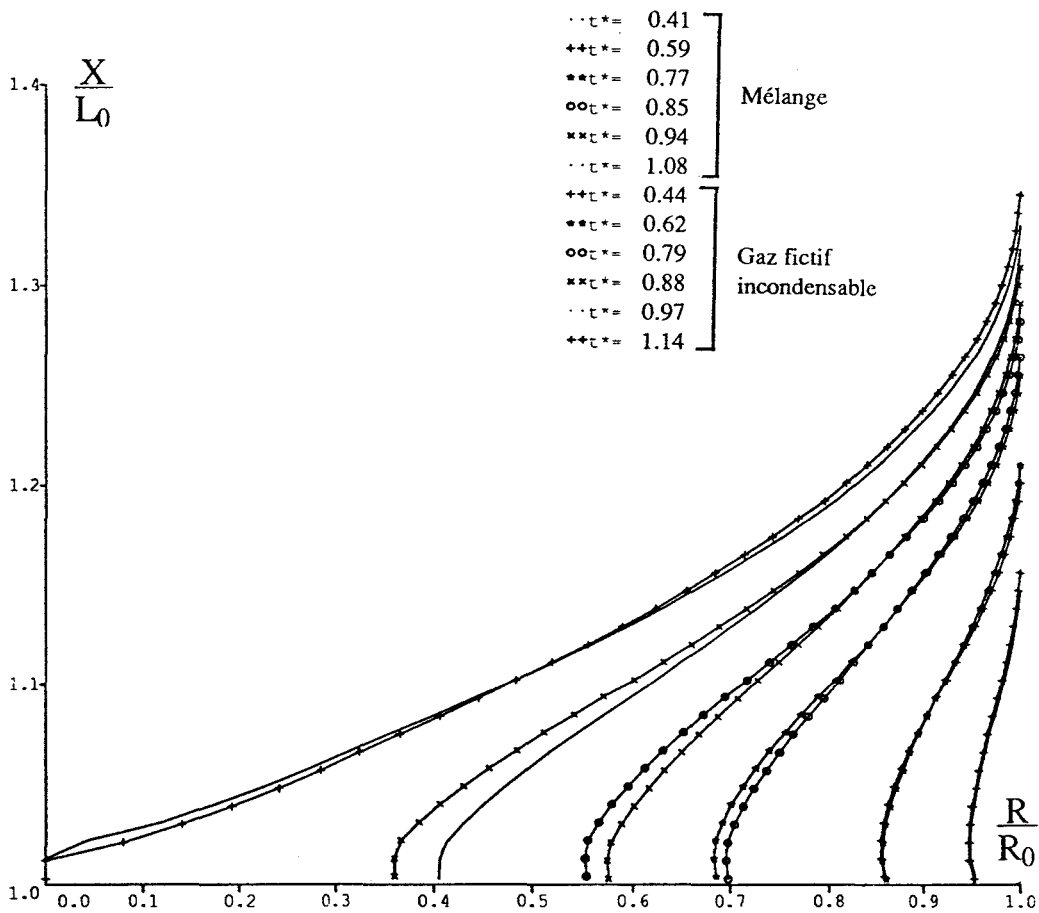


a) Epaisseur d'eau condensée au fond de la fosse en fonction du temps



b) Masse d'eau condensée sur les parois en fonction du temps

**Figure 53 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas du mélange air - vapeur**



Rayons de la bulle à six instants de calcul  
dans le cas de la vapeur et du gaz incondensable

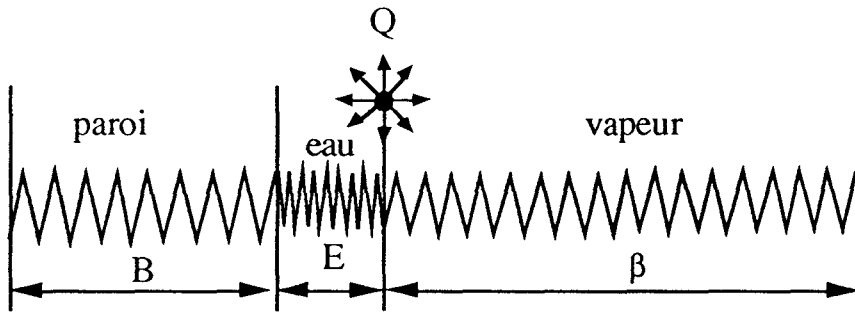
$D = -0.50$

$F = 6.46$

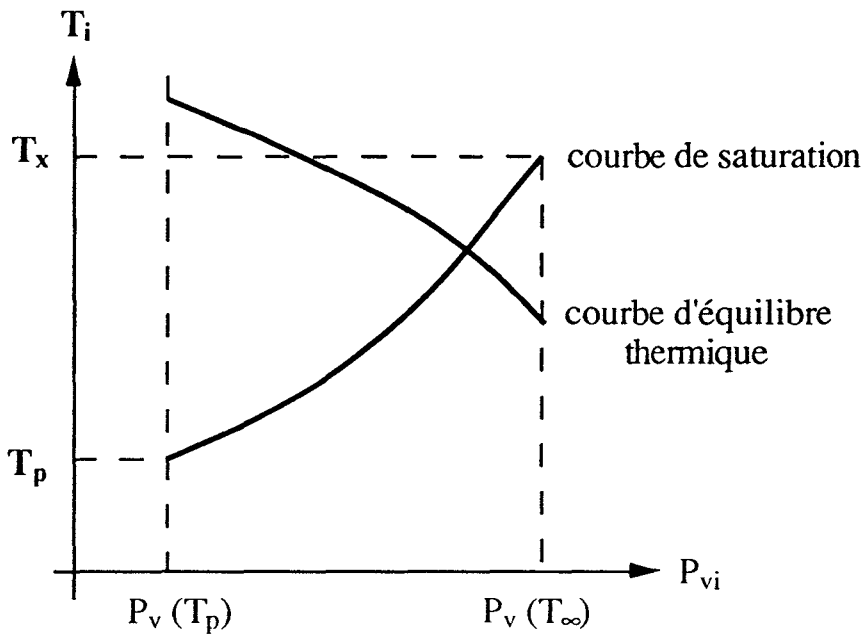
$G = 5.1$

Figure 54 : Calcul des deux phases de lancement.  
Cas du mélange air - vapeur

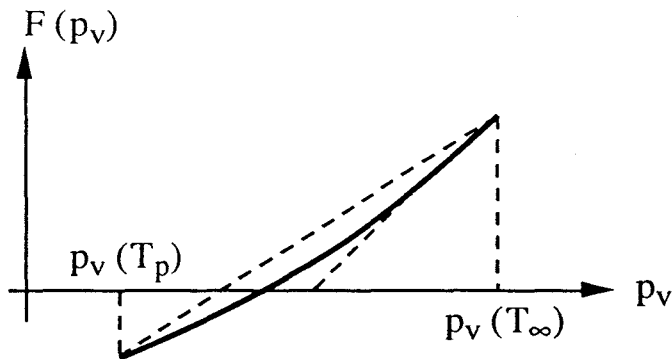




a) Répartition de la quantité de chaleur libérée à l'interface par condensation.



b) Température et pression partielle de vapeur à l'interface.



c) Principe de dichotomie.

Figure 55

