

50376  
1994  
99

ccogen2doo997

50376  
1994  
99

N° d'ordre : 1269

## THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : GENIE ELECTRIQUE

par

**François MAEGHT**

Maître ès sciences physiques

Sujet de la THESE :

# CONTRIBUTION A L'ETUDE DES CONTRAINTES ENGENDREES AU NIVEAU DES BOBINAGES DES SYSTEMES ELECTROTECHNIQUES SOU MIS A DES SIGNAUX M.L.I.

Soutenu le 10 Février 1994, devant la commission d'Examen composée de

M. JABLONSKI

F. FOREST

J.F. BRUDNY

G. SEGUIER

F. NOTELET

M. MICHAUX

J.P. SWAN



Président

Rapporteur

Rapporteur

Directeur de travail

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

## AVANT PROPOS.

Cette étude a été réalisée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance que dirige Monsieur le Professeur C. ROMBAUT. Nous tenons à lui témoigner notre très profonde reconnaissance pour son accueil et les conseils qu'il nous a donnés tout au long de ces travaux.

La direction de ce travail à été assurée par Monsieur J.F. BRUDNY, Professeur à l'Université de l'Artois. Nous tenons à lui adresser ici nos sincères remerciements.

La présidence du Jury, assurée par Monsieur M. JABLONSKI, professeur Emérite à l'Institut Polytechnique de Lodz nous honore beaucoup. Qu'il trouve ici l'expression de notre gratitude pour l'intérêt qu'il a accordé à nos travaux.

Nous sommes très honorés de la présence dans ce jury de Monsieur G. SEGUIER Professeur Emérite à l'USTL qui a bien voulu examiner notre travail.

Mes plus vifs remerciements s'adressent également à Monsieur F. FOREST, Maître de Conférences habilité au LESIR ENS de Cachan, qui a bien voulu rapporter sur notre travail.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Monsieur F. NOTELET Professeur à l'IUT de Béthune de l'Université de l'Artois qui a bien voulu juger notre travail en faisant partie du jury de notre thèse.

Nous remercions vivement Monsieur MICHAUX Responsable étude et développement au service machines électriques de JEUMONT INDUSTRIE, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Nos remerciements s'adressent également à Monsieur J.P. SWAN Maître de Conférences à l'IUT A de l'USTL pour avoir accepté de participer à ce jury.

Nous remercions également tous les chercheurs et collègues du laboratoire et tout particulièrement Monsieur H. ROISSE.

Nous exprimons notre gratitude à l'ensemble du personnel administratif et technique du service et notamment à Monsieur J.J. FRANCHAUX auprès duquel nous avons toujours trouvé une aide efficace lors de nos expérimentations.

## INTRODUCTION

Dans les dispositifs à vitesse variable, les machines asynchrones triphasées sont, depuis quelques années, de plus en plus utilisées. Il est en effet reconnu que le moteur asynchrone à cage, comparé au moteur à courant continu, offre un rapport puissance / prix très intéressant dans la mesure où il est de construction plus simple, qu'il ne possède pas d'ensemble balais-collecteur, ce qui le rend plus robuste, qu'il nécessite moins d'entretien et qu'il est, à puissance égale, moins volumineux. Si ce moteur a pu s'imposer dans ce domaine, c'est essentiellement grâce aux développements qui ont porté d'une part, sur les semi-conducteurs de puissance et, d'autre part, sur les microprocesseurs et circuits intégrés spécialisés ( D.S.P. ) qui ont permis d'améliorer la commande.

Schématiquement, nous pouvons dresser le parallèle suivant :

\* Pour une machine à courant continu, on agit sur la valeur moyenne de la tension appliquée à l'induit. On utilise pour cela des convertisseurs alternatif-continu qui mettent en oeuvre des composants à fermeture spontanée. Ces composants sont connus depuis longue date. Ils sont robustes et leur mise en oeuvre pour ces équipements ne nécessite pas de dispositifs très particuliers. En outre, la commande des machines à courant continu lorsque celles-ci sont à excitation dérivée s'effectue de façon optimale car il est possible d'agir sur le couple en maintenant le flux constant ( le courant circulant dans les bobines inductrices crée le flux, le courant circulant dans la bobine d'induit, et combiné au flux, crée le couple ). La particularité essentielle qui caractérise cette machine repose sur son angle de couple qui est pratiquement égal à  $\pi / 2$  [1]\*, ce qui fait que le fonctionnement s'effectue toujours à couple moyen maximum.

Pour réduire les couples harmoniques générés par cette machine, il suffit de lisser le courant. Cela constitue un inconvénient majeur dans la mesure où on obtient un effet néfaste sur le dimensionnement de l'équipement. D'où l'utilisation de hacheurs qui permettent d'augmenter la fréquence des ondulations de tension et par conséquent conduisent à un filtrage naturel des harmoniques. Dans ce cas précis, on a recours à des composants commandés à l'ouverture et à la fermeture. Pour des fortes puissances, pour soulager ces composants, on fait appel à la technique des hacheurs entrelacés [2].

\* Les chiffres entre crochets renvoient aux références bibliographiques annexées à la fin de ce rapport.

\* Parallèlement se sont développés des dispositifs permettant de faire varier la vitesse de rotation des moteurs asynchrones mettant également en oeuvre des composants à ouverture spontanée [3]. On distingue la cascade hyposynchrone qui permet de modifier la résistance apparente du secondaire d'un moteur à rotor bobiné, ainsi que le gradateur qui permet d'agir sur la vitesse de rotation des moteurs à cage par l'action sur la valeur efficace des tensions d'alimentation. Notons que, compte tenu de la pollution engendrée par le gradateur, que se soit coté réseau ou coté moteur, le domaine d'emploi de ces dispositifs est limité à des puissances faibles et pour des charges qui présentent une caractéristique couple-vitesse bien particulière.

La solution idéale pour agir sur la vitesse de rotation des machines à courant alternatif consiste à modifier la fréquence des signaux appliqués à leur bornes. D'où l'utilisation de cycloconvertisseurs parfaitement adaptés à des fortes puissances, et d'onduleurs. Les cycloconvertisseurs [4] sont des changeurs directs de fréquence qui utilisent un nombre important de thyristors. La fréquence maximale des tensions de sortie est nettement inférieure à celle du réseau. Par conséquent, en vitesse variable, les cycloconvertisseurs seront utilisés pour des dispositifs nécessitant des vitesses de rotation faibles ( laminoirs ).

Les onduleurs, eux, ne présentent pas cet inconvénient mais en contrepartie les semi-conducteurs qui les composent doivent être commandés à l'ouverture et à la fermeture. Les premiers onduleurs délivraient des ondes constituées d'un créneau par alternance et sont appelés onduleurs M.L.I. ( Modulation de Largeur d'Impulsion ) mono impulsion. Le composant utilisé était le thyristor avec un dispositif auxiliaire d'extinction. Les temps de commutation étaient assez longs. Outre le problème des commutations, se posait également celui des harmoniques de couple engendrés par ce type de signaux [5].

Apparurent ensuite sur le marché les transistors bipolaires de puissance puis les I.G.B.T. ( Insulated Gate Bipolar Transistor ). Les temps de commutation de ces composants sont très réduits ce qui permet de développer la technique de la M.L.I. multi impulsions [6]. Le principe même de la M.L.I. multi impulsions consiste à découper les signaux ( créneaux positifs et négatifs ) de façon à repousser vers des fréquences élevées les premiers harmoniques qui seront filtrés naturellement par la machine. Cette technique permet donc de réduire les couples harmoniques de la machine générés par le système d'alimentation. Le fonctionnement est alors proche de celui d'une machine alimentée par un réseau délivrant des tensions sinusoïdales de fréquence variable avec les différents inconvénients liés à ce type de fonctionnement à savoir :

- pas de réglage distinct du couple et du flux,
- angle de couple nettement inférieur à  $\pi / 2$ .

Quant au problème de la puissance, comme ces composants ont des caractéristiques limitées en courant et tension, celui-ci a pu être résolu en utilisant des stators à plusieurs étoiles [7] [8], ce qui permet de fractionner la puissance au niveau des onduleurs de chaque étoile.

Certaines théories, relativement anciennes, basées sur la transformation de PARK montraient la possibilité d'obtenir un réglage séparé du couple et du flux. Dans ce cas, le contrôle de ces variables, appelé contrôle vectoriel ou méthode du flux orienté, nécessite d'opérer sur des variables obtenues après transformation des grandeurs réelles [9] [10]. Les opérations mathématiques, nécessaires à ces transformations, prenaient beaucoup trop de temps ce qui en interdisait la mise en oeuvre. Ce n'est que très récemment, avec l'utilisation de microprocesseurs rapides ou de D.S.P., que cette technique a pu être implantée. Citons que très récemment des constructeurs de circuits intégrés ont lancé un produit dont la fonction essentielle est la transformation de coordonnées [11].

Le principe de cette commande vectorielle appliquée à des machines alimentées par l'intermédiaire d'onduleurs à M.L.I. multi impulsions donne, en ce qui concerne le moteur asynchrone à cage, des résultats en régime dynamique dignes de ceux obtenus à l'aide des moteurs à courant continu. D'où la tendance actuelle d'utiliser ce type de moteur et non plus la machine à courant continu pour faire de la vitesse variable.

**Malheureusement**, à l'usage, il s'est avéré que les machines, ainsi alimentées, présentent des durées de vie réduites liées essentiellement à la dégradation du diélectrique. En effet, ces machines sont calculées et fabriquées pour une utilisation en régime sinusoïdal de fréquence basse ( aux alentours de 50 Hz ). Or les onduleurs de tension à M.L.I. multi impulsions fonctionnent avec des créneaux de tension dont la fréquence d'apparition est habituellement aux alentours de 3 kHz. De plus, les gradients de tension lors des commutations sont de plus en plus importants ( environ 1 kV/ $\mu$ S pour les IGBT ).

Les études portant sur le comportement des transformateurs soumis à des ondes de choc à l'origine de surtensions externes ( généralement créées par la foudre ) ou à l'origine de surtensions qualifiées d'internes ( créées par les manoeuvres de mise sous tension ou hors tension de systèmes ) ont montré que ces ondes ne se répartissent pas uniformément le long des bobines [12]. Il apparaît alors des oscillations de forte amplitude qui peuvent détruire l'isolation entre deux spires consécutives ou entre une spire et la masse. Le problème doit donc être le même pour ce qui est des moteurs soumis à des créneaux de tension de type M.L.I.

Cependant, si les phénomènes peuvent paraître similaires, deux grandes différences apparaissent entre les ondes de choc ( exemple la foudre ) et les ondes délivrées par des onduleurs à M.L.I. qualifiées, pour les distinguer des précédentes, d'ondes à front raide :

- ces ondes ne présentent pas la même amplitude, elle est élevée pour une onde de choc, elle est de l'ordre des grandeurs nominales pour une onde à front raide,

- l'onde de choc n'apparaît que très peu de fois dans la vie d'un transformateur ou d'une machine reliée au réseau tandis qu'avec un onduleur à M.L.I., ces ondes à front raide sont appliquées de manière répétitive au moteur.

L'analyse de la répartition de l'onde de tension générée par les créneaux de type M.L.I. correspond donc à une nouvelle approche des phénomènes de choc et les travaux effectués jusqu'à présent n'y apportent pas de réponse précise.

Les premières études effectuées sur la pénétration des ondes générées par la foudre dans les enroulements furent réalisées en 1915, en Allemagne par W.K. WAGNER [13]. En France, ce fut M. BUNET qui, en 1924, [14] s'intéressa plus particulièrement aux enroulements des transformateurs soumis à ce type d'onde. Depuis, de nombreuses recherches ont été effectuées afin de localiser les spires qui sont soumises aux plus fortes contraintes. Les premiers résultats conclurent à un renforcement de l'isolation des premières galettes des transformateurs. Cependant, ces résultats furent rapidement mis en doute par M. FALLOU [15] qui, déjà en 1925, montrait à l'aide d'un oscilloscope à tube cathodique que de nombreuses oscillations apparaissaient sur toute la longueur d'un enroulement soumis à un choc. De ce fait, excepté un renforcement général de l'isolation entre spires, une autre solution consiste à placer un écran de protection capacitif connecté à l'enroulement [16].

Plus récemment, avec l'arrivée des calculateurs permettant de simuler le comportement des circuits électriques, des études ont porté sur la détermination numérique du comportement de certains bobinages [17] et d'enroulements de transformateur [18][19] lorsqu'ils sont soumis à une onde de choc. D'autres études ont été réalisées afin de déterminer les éléments d'un schéma équivalent d'un transformateur fonctionnant à haute fréquence [20]. Le principe de ces simulations repose toujours sur l'établissement d'un schéma équivalent de l'enroulement considéré et de son étude par la résolution numérique des équations différentielles.

Pour ce qui est du moteur asynchrone, des travaux ont été entrepris afin de localiser les plus fortes contraintes dans les enroulements statoriques en fonction des paramètres de construction des moteurs lors des chocs externes [21][22], ou internes [23].

De même que pour le transformateur, des schémas équivalents plus ou moins sophistiqués et des méthodes numériques ont été élaborés afin de retrouver les résultats pratiques [24]. Les mêmes investigations ont eu lieu pour ce qui est des moteurs [25] et les génératrices [26] synchrones. D'autres études se sont axées plus particulièrement sur la protection de ces différentes machines contre les ondes de choc d'origine interne [27][28] et d'origine externe [29].

Ces travaux n'apportent donc pas de réponses précises aux problèmes que nous nous proposons d'étudier car tous traitent des ondes de choc et non des ondes à front raide.

Pour ce qui est de la suite de ce mémoire, nous qualifierons "d'ondes de choc" les ondes qui sont d'origine externe ( foudre ) ou interne ( manoeuvres de mise sous ou hors tension de systèmes ) et les "ondes à front raide" celles qui sont générées par les convertisseurs de puissance qui alimentent les machines ( onduleurs ).

Le travail que nous avons effectué et dont nous nous proposons de présenter les principaux résultats dans ce mémoire a été réalisé en collaboration avec JEUMONT INDUSTRIE. L'objectif était d'essayer de mieux définir la répartition des surtensions dans les enroulements des systèmes électrotechniques, et en particulier des moteurs asynchrones, soumis à ces ondes à front raide. Etant donné que les paramètres caractérisant les enroulements de ces machines sont en nombre important, traiter ce problème en ne considérant que ce type de bobinage se révèle être d'une approche relativement délicate. Aussi, pour définir les principaux paramètres qui sont à l'origine des surtensions engendrées dans ces conditions dans les enroulements, il nous a paru intéressant de traiter au préalable le cas du transformateur. L'analyse des phénomènes, sur cet enroulement, mériterait que l'on consacre à elle seule une étude complète. Cette remarque permet de justifier la part consacrée dans ce mémoire à l'étude de ce type de bobinage.

En ce qui concerne la présentation des différents résultats qui, compte tenu de la complexité des phénomènes, ne répondent sans doute pas à toutes les questions qu'il est possible de se poser, nous avons procédé à un découpage en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous définirons essentiellement les différents paramètres qu'il est nécessaire de considérer pour caractériser aussi bien l'onde appliquée que les enroulements. Il sera nécessaire de procéder à une distinction suivant que ces derniers sont du type transformateur ou du type machine. Cela conduira à des schémas différents, suivant le type d'enroulement considéré, que nous présenterons également avant de préciser les relations qui permettent de déterminer les différents éléments qui les composent.

Le deuxième chapitre sera réservé à la présentation de la méthode d'étude que nous avons mis en oeuvre pour pouvoir prédéterminer la loi de répartition des tensions le long des spires d'un enroulement soumis à une onde à front raide. Cette méthode est numérique et peut facilement être implantée sur des calculateurs non spécialisés. Nous développerons également dans ce chapitre les procédures analytiques et numériques que nous avons mis en oeuvre pour justifier de la validité des résultats obtenus.

La part consacrée aux relevés expérimentaux est, dans ce mémoire, relativement importante. Elle fera l'objet du troisième chapitre. Nous insisterons également dans celui-ci sur les précautions qu'il est nécessaire de prendre d'un point de vue expérimental pour obtenir des résultats fiables. Les résultats présentés, relatifs à la répartition des diverses tensions le long des bobinages par rapport à la masse ou des tensions entre spires, concerneront aussi bien le transformateur que la machine asynchrone, bien que pour le premier ils soient plus nombreux.

La comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux prédéterminés numériquement s'effectuera dans le quatrième chapitre. Nous y présenterons également les résultats obtenus par d'autres méthodes ce qui nous permettra d'apprécier les avantages et inconvénients du logiciel proposé pour l'étude de tels phénomènes.

Finalement, dans le cinquième chapitre, nous procéderons à une synthèse des différents résultats obtenus. Les moyens qu'il est possible de mettre en oeuvre pour réduire certains effets négatifs générés au niveau de ces bobinages par les ondes à front raide seront également précisés. Nous procéderons à une étude critique de ces techniques en analysant les effets secondaires ainsi engendrés et qui risquent d'être, à un autre titre, dommageable pour le système électrotechnique constitué du convertisseur et de la machine.

*Chapitre 1*

***CONSIDERATIONS GENERALES***

Nous allons, au niveau de ce chapitre, définir principalement les différents paramètres qui entrent en jeu dans l'étude des surtensions, engendrées par les ondes à front raide, dans les enroulements des transformateurs et des machines. Parmi ces différents paramètres, on distingue tout d'abord ceux qui caractérisent l'onde appliquée à l'enroulement puis, ceux qui permettent de caractériser l'enroulement lui-même.

En ce qui concerne l'onde, nous dresserons un parallèle entre l'onde de choc et l'onde à front raide. Pour ce qui est de l'enroulement il convient, pour le caractériser, de procéder à une distinction suivant que celui-ci est porté par un noyau magnétique ( transformateur ) ou logé dans les encoches d'une armature ( machine tournante ). Nous présenterons, en considérant successivement ces deux cas, les schémas utilisant la méthode des constantes réparties qui permettront d'analyser analytiquement ou numériquement la répartition des surtensions entre les différentes spires d'un enroulement soumis à une onde à front raide.

Nous terminerons ce chapitre en donnant les relations qui permettent de calculer les divers éléments de ces schémas.

## **1) Caractérisation de l'onde**

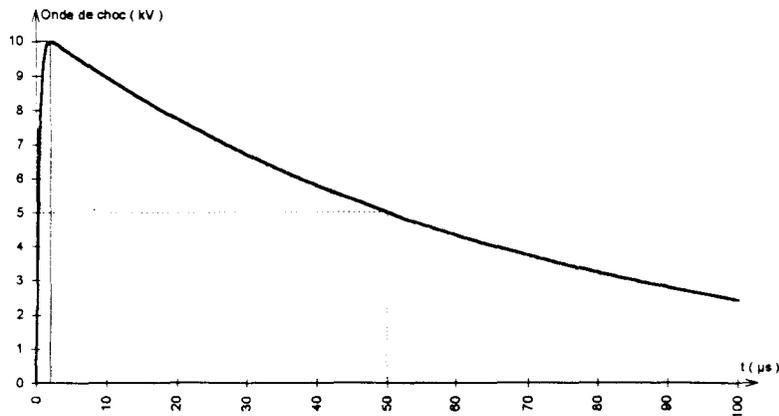
### **1.1 ) Onde de choc**

Habituellement, les ondes de choc d'origine atmosphérique sont caractérisées suivant une norme donnant l'amplitude, le temps de montée et le temps à mi-amplitude lors de la décroissance de celle-ci. Les unités sont le kV pour l'amplitude, et la  $\mu\text{s}$  pour le temps. L'onde présentée à la figure 1.1 peut être caractérisée de la façon suivante : onde 10kV, 1,50.

Une des caractéristiques essentielle de cette onde est que son amplitude est indépendante de la tension appliquée à l'enroulement. D'autre part, pour analyser l'impact de cette onde sur la répartition des surtensions, il convient de distinguer deux cas suivant que l'enroulement est réuni ou non à la terre.

Figure 1.1

Exemple de caractérisation d'onde : 10 kV, 1, 50



## 1.2 ) Ondes à front raide

Les ondes à front raide peuvent, en raison de la nature du circuit qu'elles rencontrent, s'apparenter à des ondes de choc qui sont d'origine interne ou atmosphérique et qui agissent sur un enroulement relié à la terre.

Par opposition aux ondes de choc d'origine atmosphérique, les ondes à front raide, comme celles générées suite à certaines manoeuvres ( mise sous ou hors tension ), ont des amplitudes qui dépendent de la tension d'alimentation.

Précisons que sont là, en fait, les seules similitudes qui apparaissent entre les ondes de choc et les ondes à front raide. En effet, comme nous l'avons d'ailleurs déjà précisé, ces dernières sont répétitives et parfaitement maîtrisées quant à leur évolution. Néanmoins, si les analogies sont peu nombreuses, elles n'en demeurent pas moins très importantes dans la mesure où l'on pourra utiliser certains schémas équivalents établis ainsi que certaines propriétés qui résultent de l'étude des phénomènes de choc pour traiter le problème de la répartition des surtensions dans un bobinage soumis à des ondes à front raide.

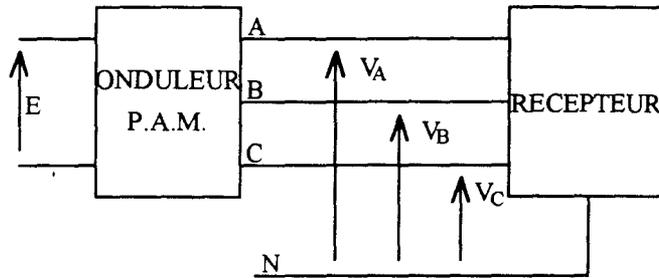
Pour définir une onde à front raide, la caractérisation précédente n'est plus satisfaisante. Nous allons donc présenter les différents paramètres que nous avons pris en compte pour mener notre étude. Pour cela, nous allons tout d'abord considérer le cas de signaux formés d'un créneau par alternance ( M.L.I. mono impulsion ) puis celui de signaux obtenus en mettant en oeuvre la technique M.L.I. multi impulsions.

### I.2.1 ) Signaux M.L.I. mono impulsion

Considérons l'onduleur triphasé de tension à un créneau par alternance de type P.A.M. ( Pulse Width Modulation ) débitant sur un récepteur triphasé supposé couplé en étoile ( figure 1.2 ).

Figure 1.2

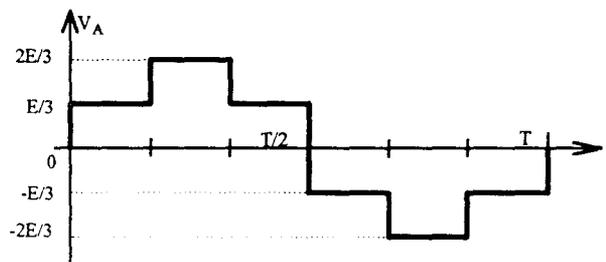
*Onduleur M.L.I. mono impulsion*



Dans ce cas, les éléments du récepteur sont en présence de tensions simples constituées de créneaux [6] dont les amplitudes sont  $+E/3$ ,  $+2E/3$ ,  $-E/3$ ,  $-2E/3$  ( figure 1.3 ). Les fréquences des signaux délivrés par ces onduleurs sont généralement comprises entre quelques hertz et quelques dizaines de hertz. Les périodes  $T$  par conséquent varient entre la fraction de seconde et quelques ms

Figure 1.3

*Tension simple aux bornes d'un élément du récepteur*

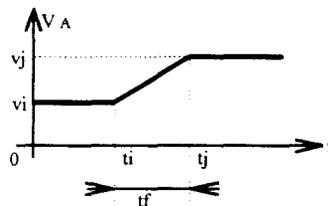


D'autre part, compte tenu du temps de réponse, les commutations des interrupteurs semi-conducteurs ne sont pas instantanées. Il faut donc tenir compte du temps d'établissement  $t_f$  de la tension lors du passage d'un palier à un autre.

L'analyse de ce phénomène nécessite de considérer une autre échelle des temps. La loi d'évolution de la tension aux bornes du récepteur lors d'une commutation obéit à des règles relativement complexes. Nous pouvons, en première approximation, supposer cette évolution linéaire comme indiqué à la figure 1.4. La valeur de  $t_f$  dépend de la nature des interrupteurs constituant l'onduleur mais également de la nature des circuits d'aide à la commutation. Elle varie de quelques dizaines de ns pour les I.G.B.T. à quelques  $\mu$ s pour les thyristors.

Figure 1.4

*Description d'un front raide*



Dans ces conditions, les paramètres qui caractérisent une onde à front raide générée par un tel onduleur sont :

- le seuil de départ de l'onde (  $v_i$  )
- l'amplitude de l'onde (  $v_j - v_i$  )
- le temps d'établissement de cette onde (  $t_f$  )

Ces deux derniers paramètres nous permettent de définir le gradient de tension donné par la relation  $\text{grad}(v) = dv / dt$  ou, en supposant que l'onde à front raide est à évolution linéaire :  $\text{grad}(v) = (v_j - v_i) / t_f$ . Pour une onde, telle que celle donnée à la figure 1.3, ces gradients, pour  $E = 300$  V, sont de l'ordre de 1 kV/ $\mu$ s si on utilise des I.G.B.T. et de l'ordre de 0,01 kV/ $\mu$ s avec des thyristors.

Il est également un autre paramètre qu'il est nécessaire de considérer à savoir le courant traversant les éléments du récepteur. Ce courant diffère suivant le front considéré. En supposant le récepteur monophasé et constituée d'une bobine, montée sur un circuit magnétique, le flux dans ce circuit sera fonction de ce courant. Comme l'inductance du bobinage et par conséquent l'inductance partielle au niveau de chaque spire dépendent de ce flux ( ou du courant ) ces valeurs peuvent varier suivant les fronts.

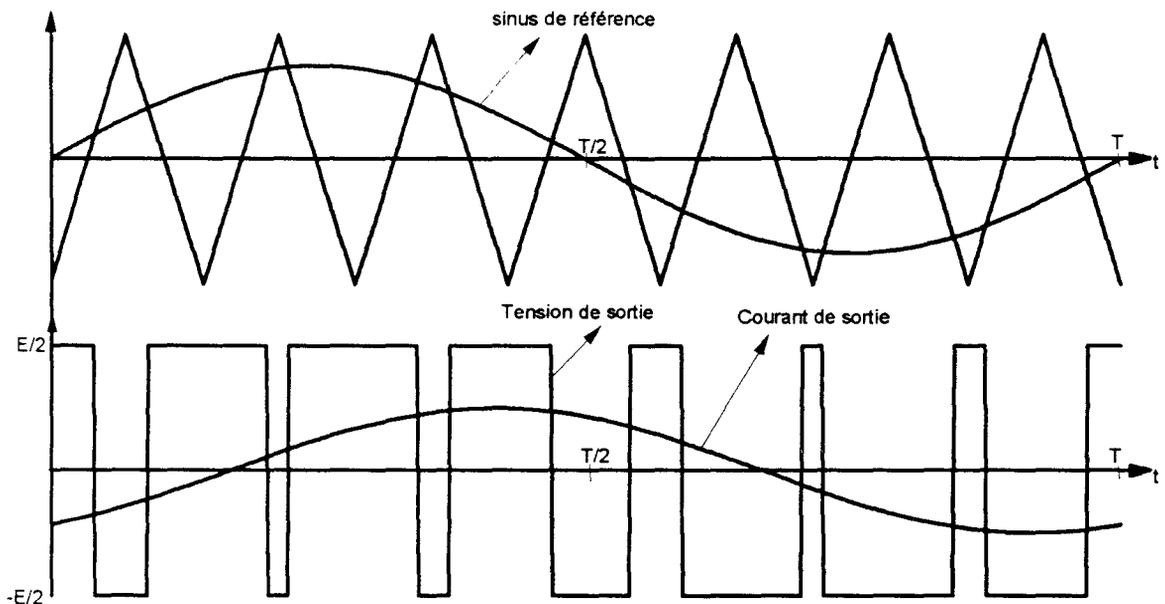
Pour des récepteurs triphasés, les courants dans les autres phases ont également un rôle à jouer sur la définition des différents paramètres. Néanmoins, de par la nature même des circuits que nous allons considérer, il est possible de supposer que le courant reste constant durant une commutation.

### I.2.2 ) Signaux M.L.I. multi impulsions

Dans le cas d'un onduleur à M.L.I. multi impulsions, il est nécessaire de considérer un paramètre supplémentaire, dû au fait que nous sommes en présence d'un grand nombre de créneaux par période. La figure 1.5 donne un exemple de forme d'onde de la tension de sortie d'un onduleur à M.L.I. multi impulsions monophasé utilisant la technique de comparaison sinus-triangle.

*Figure 1.5*

*M.L.I. multi impulsions sinus - triangle en monophasé*

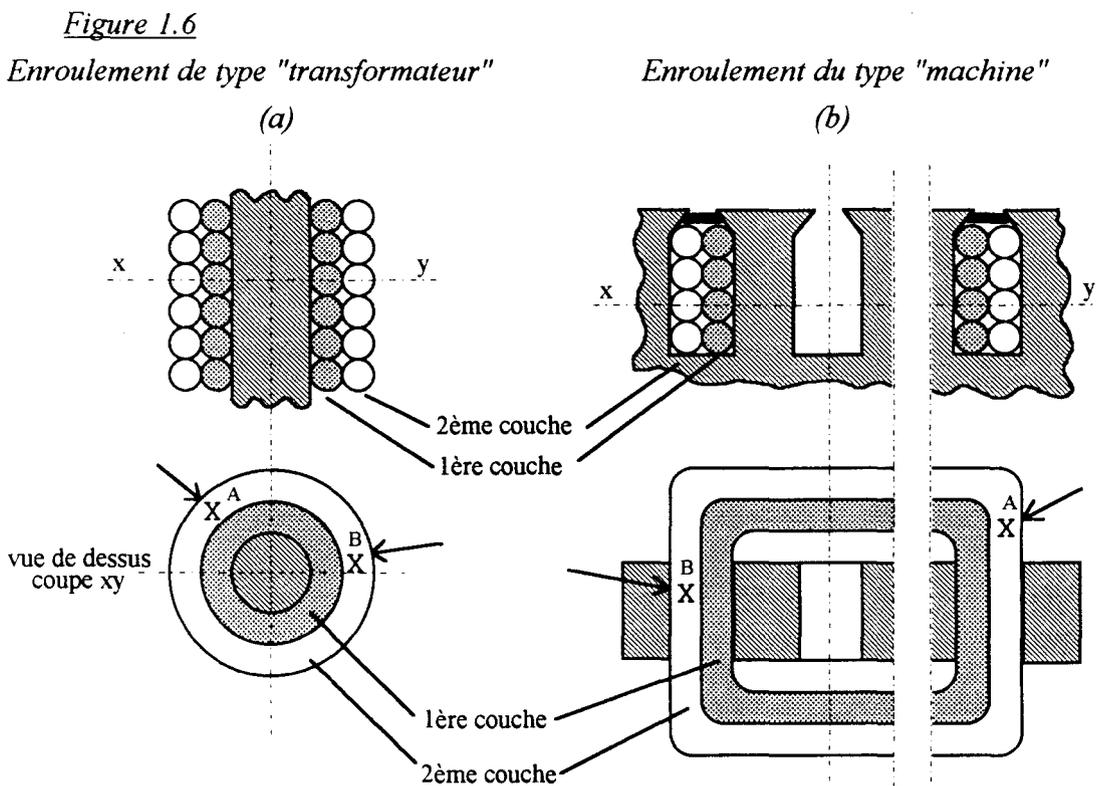


Dans ces conditions, les gradients de tensions sont définis avec des écarts d'amplitude de  $E$  alors que précédemment ceux-ci valaient  $E/3$  ou  $2E/3$ . Il apparaît également que le courant traversant l'enroulement est différent pour chacun des fronts. Mais le nombre de cas à considérer est beaucoup plus important.

Comme ces onduleurs fonctionnent avec une fréquence de découpage généralement élevée, il en résulte que les effets engendrés par un front peuvent encore se manifester alors que le front suivant apparaît. Il convient donc pour ce type d'onduleur de considérer un paramètre supplémentaire à savoir la fréquence d'apparition des ondes à front raide.

## II ) Caractérisation des enroulements

D'une façon générale, un enroulement est constitué d'un conducteur entourant un noyau magnétique. Ce conducteur peut être bobiné sur une ou plusieurs couches. Chaque couche sera donc constituée d'un assemblage de spires. Nous avons représenté à la figure 1.6a un enroulement du type "transformateur" et à la figure 1.6b un enroulement du type "machine" ( dans ce cas, nous avons utilisé une représentation développée de l'armature portant l'enroulement ).



Il apparaît déjà une différence essentielle entre ces deux types d'enroulements. Dans le premier cas ( type transformateur ) quel que soit l'endroit considéré le long d'une spire ( point A ou B ), on a relativement à l'axe du noyau magnétique toujours la même configuration.

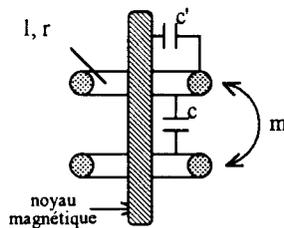
Par contre, au niveau de la spire de type enroulement de machine, certaines parties de la spire sont logées dans le fer ( point B ) et d'autres dans l'air ( point A ). Si dans le premier cas, il n'y a pas d'endroit privilégié au niveau de la spire pour qu'apparaisse une surtension, il n'en sera peut-être pas de même pour une spire de type machine.

Comme pour caractériser l'enroulement nous allons utiliser un schéma à "constantes réparties", il convient de définir les différents éléments qui vont le composer. Si on considère une portion de spire ( figure 1.7 ), on distingue principalement :

- l'inductance propre  $l$  et la résistance  $r$  de cet élément de spire,
- la mutuelle inductance  $m$  entre cet élément et les éléments voisins,
- la capacité  $c$  entre cet élément et l'élément voisin,
- la capacité  $c'$  entre cet élément et le noyau magnétique.

figure 1.7

*Définition des constantes pour caractériser une portion de spire*



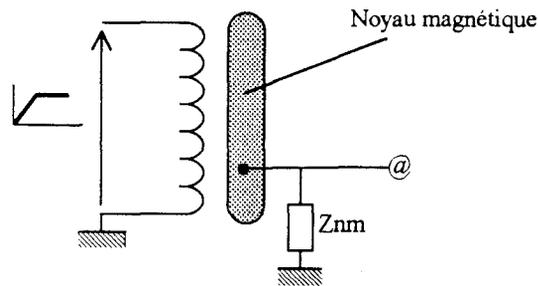
Les valeurs de ces éléments dépendent de la forme du conducteur et du type d'isolant utilisé. Les schémas obtenus seront d'autant plus compliqués et l'étude d'autant plus difficile à mener que l'on souhaite être précis pour caractériser un enroulement.

Notons que, jusqu'à présent, nous avons considéré que toutes les spires appartiennent au même enroulement. Mais en pratique il en est autrement, de sorte qu'il existe des couplages capacitifs et inductifs entre les enroulements qui théoriquement sont isolés galvaniquement. Il conviendra donc d'analyser l'impact de ces couplages sur les résultats obtenus. Précisons que par construction, on cherche parfois à coupler le mieux possible les enroulements primaire et secondaire. Ce qui est notamment le cas pour le transformateur qui est alors constitué d'un empilage de galettes. Pour les enroulements de type machine, le problème est différent. Dans ce cas, l'objectif est de réduire les harmoniques d'espace. On utilise alors des enroulements imbriqués à pas raccourcis [30].

Nous nous limiterons dans ce chapitre à présenter les schémas qui permettent de caractériser un enroulement seul. Il convient néanmoins de distinguer deux cas suivant que le noyau magnétique est relié, ou non, à la masse. Pour la seconde configuration, au niveau de l'onde, il convient de tenir compte de l'impédance  $Z_{nm}$  qui réunit le noyau, dont le potentiel est symbolisé par "@" à la masse ( figure 1.8 ).

*Figure 1.8*

*Représentation de l'impédance  $Z_{nm}$*



Pour la présentation des différents schémas, nous admettrons que le noyau est à la masse (  $Z_{nm} = 0$  ).

## II.1 ) Enroulement de type transformateur

Nous supposons que chaque couche est composée du même nombre de spires. Le nombre de spires d'une couche sera noté  $n_s$  et le nombre de couches  $n_c$ . Le nombre total de spires sera donc égal à  $N = n_s \cdot n_c$

La procédure habituellement retenue pour caractériser cet enroulement consiste à considérer tout d'abord l'enroulement à une seule couche. On extrapole ensuite le schéma ainsi établi pour représenter un enroulement à plusieurs couches. Nous adopterons donc cette même procédure en distinguant à chaque fois deux cas suivant que l'on néglige ou que l'on prend en compte les effets de mutuelles inductances.

## II.1.1 ) Enroulement à une couche

### II.1.1.1 ) Effets des mutuelles négligés

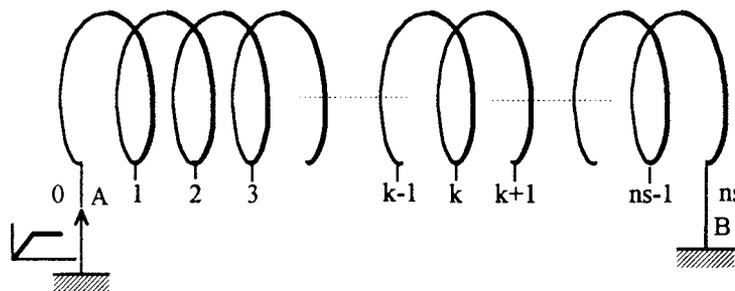
Compte tenu de la symétrie qui apparaît au niveau de chaque spire de cet enroulement il est possible, si on néglige l'effet des inductances mutuelles, de définir les autres éléments par unité de longueur. Néanmoins, il nous a semblé plus judicieux de prendre comme référence la spire. Dans ce cas, pour une configuration telle que celle donnée à la figure 1.9a où l'onde est appliquée entre les points A et B et où les points de mesure sont repérés par 0, 1, ...,  $n_s$ , le schéma équivalent est celui donné à la figure 1.9b. Les différents éléments qui composent ce schéma sont définis comme suit :

- L : inductance propre d'une spire,
- R : résistance d'une spire,
- $C_s$  : capacité entre deux spires juxtaposées,
- $C_g$  : capacité entre une spire et le noyau.

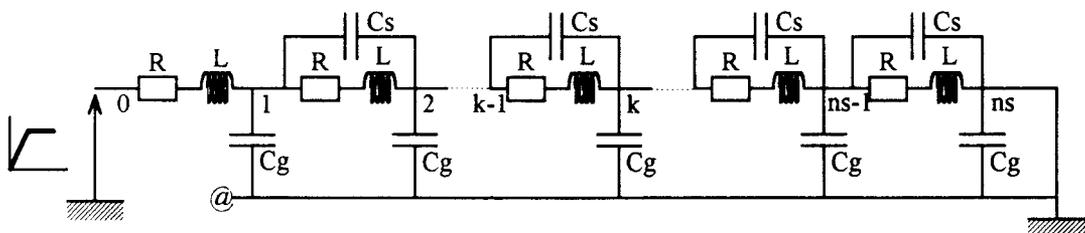
Les effets capacitifs entre deux spires non juxtaposées sont ignorés. Nous repèrerons pour la suite de l'étude par spire  $k$ , la spire qui se trouve entre les points  $k$  et  $k+1$ . Le point  $k$  sera défini comme l'entrée de la spire et le point  $k+1$  comme la sortie. Au niveau d'une couche, nous conviendrons également de définir une entrée et une sortie. La spire 0 correspond à l'entrée et la spire  $n_s-1$  à la sortie.

*Figure 1.9*

*(a) Enroulement à une seule couche*



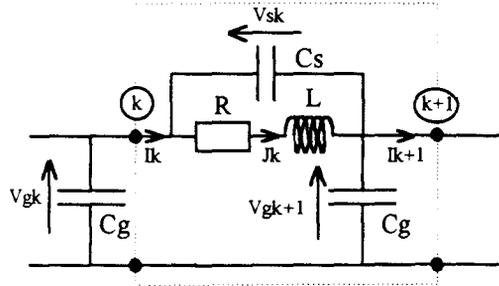
*(b) Schéma équivalent*



Outre la cellule d'entrée, ce schéma est composé de  $(n_s - 1)$  quadripôles tous identiques et montés en échelle. La structure interne d'un quadripôle relatif à la spire  $k$  est représentée à la figure 1.10 où l'on a également précisé les notations utilisées.

*Figure 1.10*

*Schéma du quadripôle relatif à la spire  $k$*



Au niveau de ce quadripôle on a les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} i_k &= i_{k+1} + C_g \frac{dv_{gk+1}}{dt} \\ v_{gk+1} &= v_{gk} - v_{sk} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

qui conduisent à :

$$C_g \frac{dv_{gk}}{dt} - C_g \frac{dv_{sk}}{dt} = i_k - i_{k+1}. \quad (1.2)$$

Le courant  $i_k$  s'exprime par :

$$i_k = j_k + C_s \frac{dv_{sk}}{dt}, \quad (1.3)$$

avec

$$v_{sk} = Rj_k + L \frac{dj_k}{dt}. \quad (1.4)$$

### II.1.1.2 ) Prise en compte des mutuelles

La configuration générale du schéma présenté précédemment ne change pas. La seule différence apparaît au niveau de la relation (1.4) qui nécessite de prendre en compte les couplages inductifs entre spires. Si les flux de fuites au niveau de chaque spire sont négligés, la mutuelle inductance  $m$  entre spires est indépendante des spires considérées. Sa valeur  $M$  est égale à  $L$  [31].

Dans ces conditions, la relation (1.4) devient :

$$v_{sk} = R. j_k + L \frac{dj_k}{dt} + M \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{h=ns-1} \frac{dj_h}{dt} \quad (1.5)$$

Comme  $L = M$ , il vient :

$$v_{sk} = R. j_k + L \sum_{h=0}^{h=ns-1} \frac{dj_h}{dt} \quad (1.6)$$

En fait, à cause des flux de fuites, la mutuelle inductance entre spires est fonction de l'écart entre spires. En notant  $m_h^k$  la mutuelle inductance entre les spires  $k$  et  $h$  la relation (1.5) s'écrit :

$$v_{sk} = R. j_k + L \frac{dj_k}{dt} + \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{h=ns-1} m_h^k \frac{dj_h}{dt} \quad (1.7)$$

En utilisant les relations établies [12] et en les adaptant à notre étude, il vient :

$$m_h^k = L e^{-\lambda|k-h|} \quad (1.8)$$

avec  $k \neq h$  et  $\lambda$  une constante qui dépend de l'enroulement considéré.

Il en résulte que la relation 1.5 peut encore s'écrire :

$$v_{sk} = R. j_k + L \frac{dj_k}{dt} + L \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{h=ns-1} e^{-\lambda|k-h|} \frac{dj_h}{dt} \quad (1.9)$$

### II.1.2 ) Enroulement à plusieurs couches

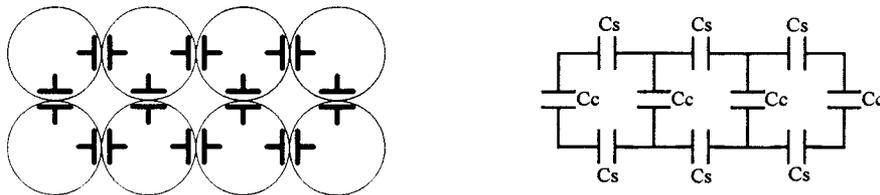
Les hypothèses formulées pour aboutir à ce schéma seront les suivantes.

- Les capacités entre spires et noyau magnétique ne sont prises en compte que pour la première couche ( proche du noyau ). Pour les couches supérieures, compte tenu de la distance qui sépare ces spires du noyau, ces capacités peuvent être négligées.

- Pour tenir compte du couplage capacitif entre deux couches successives, seules les capacités entre deux spires superposées seront considérées.( figure 1.11 ). Ces capacités seront notées  $C_c$ .

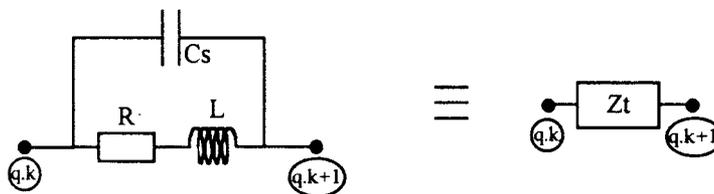
- Bien que les spires appartenant à des couches différentes n'aient pas les mêmes dimensions géométriques, nous supposons qu'elles sont caractérisées par des paramètres identiques.

*Figure 1.11*  
*Capacités entre spires et entre couches*



Il convient à présent de repérer les points de mesure utilisés par deux indices  $q$  et  $k$ . Le premier  $q$  est relatif à la couche ( $1 < q < n_c$ ), le second à la spire ( $0 < k < n_s$ ). Dans ces conditions, en symbolisant la spire d'éléments  $R$ ,  $L$  associée à la capacité  $C_s$  qui traduit le couplage capacitif de deux spires juxtaposées appartenant à la même couche, par le dipôle  $Z_t$ , ( figure 1.12 ), on aboutit au schéma complet d'un enroulement à  $n_c$  couches donné à la figure 1.13.

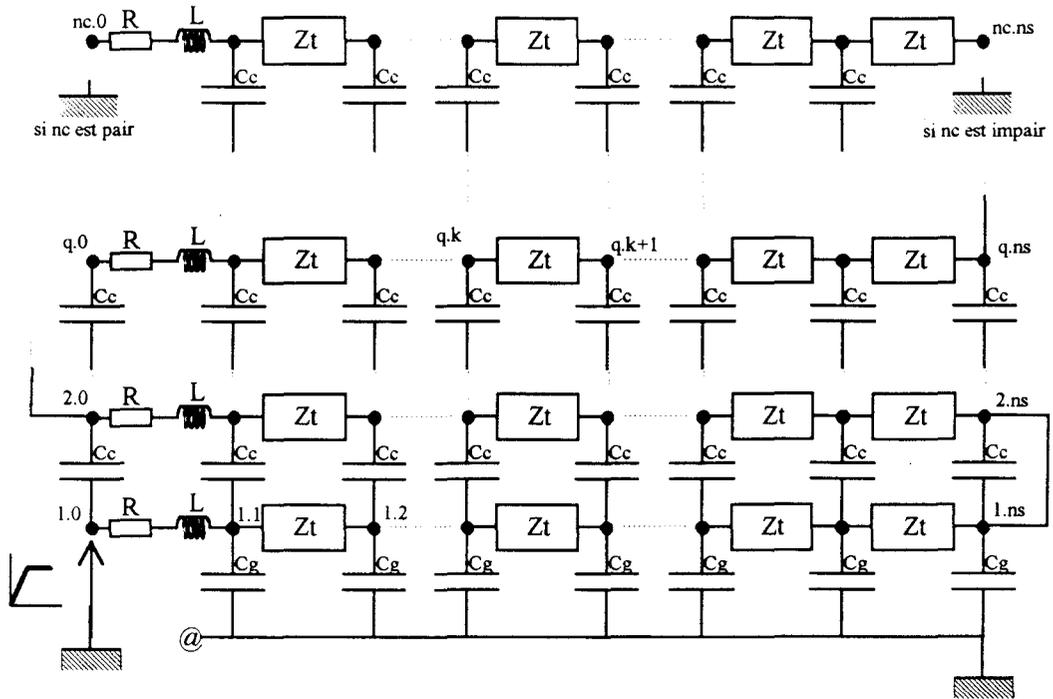
*Figure 1.12*  
*Schéma équivalent de  $Z_t$*



En fait, dans ce cas, comme nous le montrerons ultérieurement, il convient de distinguer le cas de l'enroulement à nombre de couches pair de celui à nombre de couches impair. Dans le premier cas, la sortie s'effectue en  $n_c.0$  dans le second en  $n_c.n_s$ .

Figure 1.13

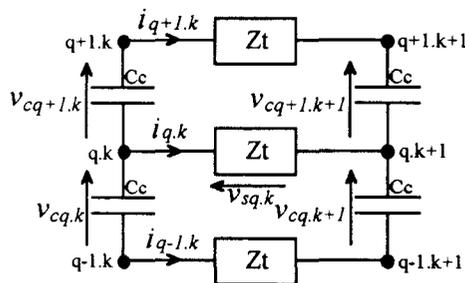
*Schéma équivalent d'un enroulement à  $n_c$  couches.*



Les différentes grandeurs électriques ( tensions et courants ) devront également être repérées par deux indices. Les notations utilisées en considérant la  $k^{\text{ème}}$  spire de la  $q^{\text{ème}}$  couche, avec  $q$  différent de 1 sont données à la figure 1.14.

Figure 1.14

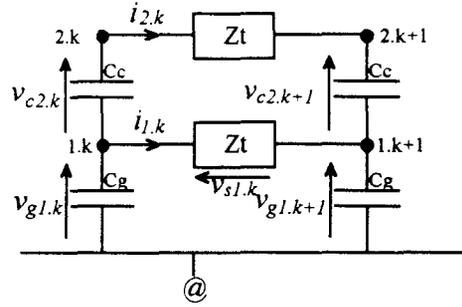
*Notation des grandeurs électriques pour la  $k^{\text{ème}}$  spire de la  $q^{\text{ème}}$  couche*



Pour ce qui est de la première couche les notations adoptées sont celles présentées à la figure 1.15.

Figure 1.15

Notation des grandeurs électriques pour la  $k^{\text{ème}}$  spire de la première couche



Pour  $1 \leq q \leq n_c$ , le courant dans la cellule connectée entre les points  $k.q$  et  $k.q+1$  est, si on néglige les effets des mutuelles inductances, donné par :

$$i_{q,k} = j_{q,k} + C_s \frac{dv_{sq,k}}{dt} \quad (1.10)$$

avec

$$v_{sq,k} = R \cdot j_{q,k} + L \frac{dj_{q,k}}{dt} \quad (1.11)$$

Lorsqu'on veut tenir compte des effets de mutuelle inductance, la relation qui donne  $v_{sq,k}$ , en notant  $m_{p,h}^{q,k}$  la mutuelle inductance entre la spire  $k$  de la couche  $q$  et la spire  $h$  de la couche  $p$ , s'écrit :

$$v_{sq,k} = R j_{q,k} + L \frac{dj_{q,k}}{dt} + \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{ns-1} m_{q,h}^{q,k} \frac{dj_{q,h}}{dt} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq q}}^{nc} \sum_{h=0}^{ns-1} m_{p,h}^{q,k} \frac{dj_{p,h}}{dt} \quad (1.12)$$

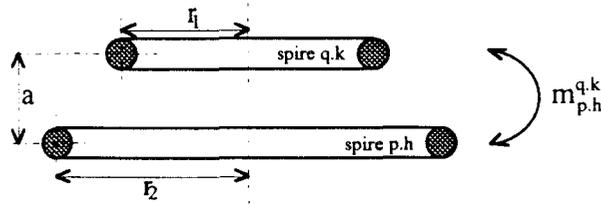
Diverses expressions de  $m_{p,h}^{q,k}$  ont été établies pour le transformateur [12]. On peut en première approximation utiliser la relation :

$$m_{p,h}^{q,k} = M_0 e^{(-1,5a/\sqrt{r_1 r_2})} \quad (1.13)$$

où 'a' représente la distance entre la spire  $q.k$  et la spire  $p.h$ , et  $r_1$  et  $r_2$  les rayons respectifs de ces deux spires ( figure 1.16 ).

Figure 1.16

Evaluation de la mutuelle  $m_{p,h}^{q,k}$



## II.2 ) Enroulement de type machine

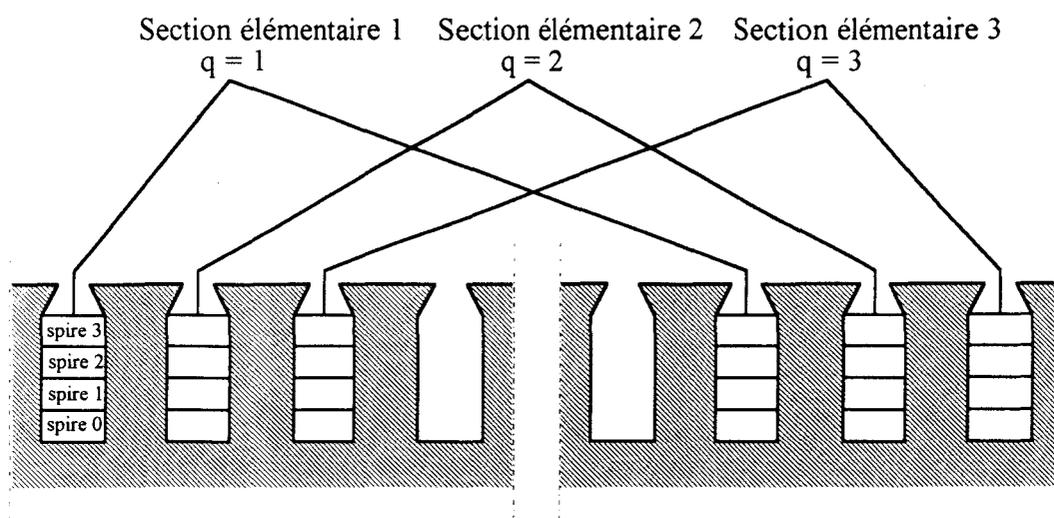
L'étude portera sur les enroulements comportant un seul coté de section par encoche. Nous allons, en considérant une machine bipolaire, utiliser la terminologie suivante.

- *Section* : Un enroulement en sections sera constitué de plusieurs sections élémentaires. Le nombre de sections élémentaires ( noté  $n_{se}$  ) sera égal au nombre d'encoches par pôle et par phase retenue pour réaliser le bobinage.
- *Section élémentaire* : Chaque section élémentaire sera constituée d'un certain nombre  $n_s$  de spires. Chaque spire peut être logée d'une manière différente suivant le type de bobinage. Le plus simple étant de loger les spires les unes sur les autres. Une spire pourra être constituée d'un fil unique ou de plusieurs brins aussi appelés "fils en main".

Suite à ces précisions, l'enroulement du type machine, compte tenu de la caractérisation générale effectuée au paragraphe II concernant les machines d'assez faible puissance, sera défini différemment. La présentation retenue sera celle indiquée à la figure 1.17 où nous avons considéré un bobinage bipolaire à 3 encoches par pôle et par phase. Chaque section sera constituée de 3 sections élémentaires et nous avons supposé qu'une section élémentaire était composée de 4 spires. En ce qui concerne le repérage des spires et des sections élémentaires, nous utiliserons la même terminologie que pour le transformateur. Comme dans ce cas la quantité  $n_{se}$  est analogue au nombre de couches pour un transformateur, une spire sera repérée par deux indices  $q$  et  $k$ . Le premier est relatif à la section (  $1 \leq q \leq n_{se}$  ) et le second à la spire (  $0 \leq k \leq n_s - 1$  ).

Figure 1.17

*Bobinage bipolaire à 3 encoches par pôle et par phase et à 4 spires par section élémentaire*

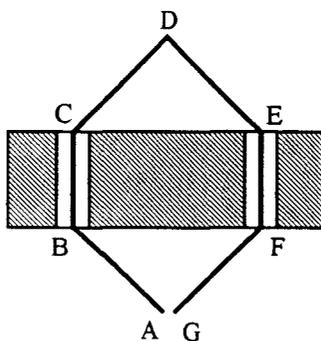


### II.2.1 ) Caractérisation d'une spire

Nous conviendrons, même si cette spire est constituée de plusieurs brins, comme ceux-ci sont mis en court-circuit au niveau des têtes de bobine, de schématiser une spire par un conducteur unique ( figure 1.18 ). Il apparaît qu'au niveau d'une spire il est nécessaire de distinguer la longueur de fil logé dans les encoches de la longueur de fil constituant les têtes de bobines ( ou de sections ), car les inductances propres de ces conducteurs diffèrent de même que les capacités que présentent ces conducteurs par rapport à la terre.

Figure 1.18

*Repérage d'une spire*



En outre, dans ce cas, il convient de prendre en compte la résistance qui traduit les pertes par courants de foucault dans le fer statorique et à la surface du rotor [12].

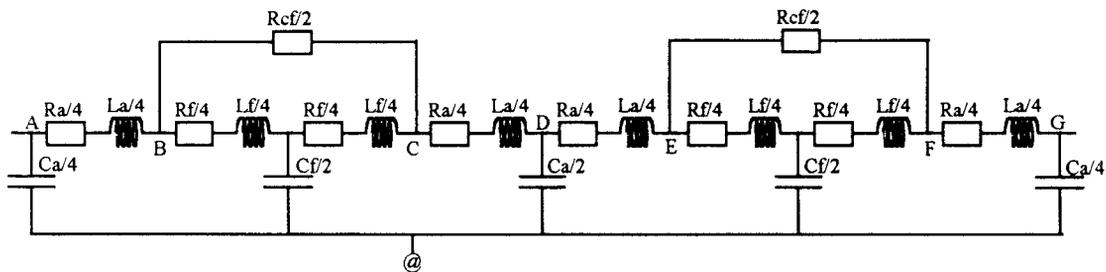
En notant :

- $L_a/4$  et  $R_a/4$ , respectivement l'inductance propre et la résistance des conducteurs AB, CD, DE, FG situés dans l'air,
- $L_f/2$  et  $R_f/2$ , l'inductance propre et la résistance des portions de conducteurs BC et EF situés dans le fer,
- $C_a/2$ , la capacité du conducteur constituant la tête de bobine par rapport à la masse,
- $C_f/2$ , la capacité du conducteur logé dans l'encoche par rapport à la masse,
- $R_{cf}/2$ , la résistance correspondant aux pertes par courants de foucault dans le fer relativement à un conducteur,

on aboutit au schéma de la figure 1.19 ou nous avons également repéré les points particuliers de la spire.

*Figure 1.19*

*Schéma équivalent d'une spire*



En ce qui concerne les différents éléments nous avons les relations suivantes :

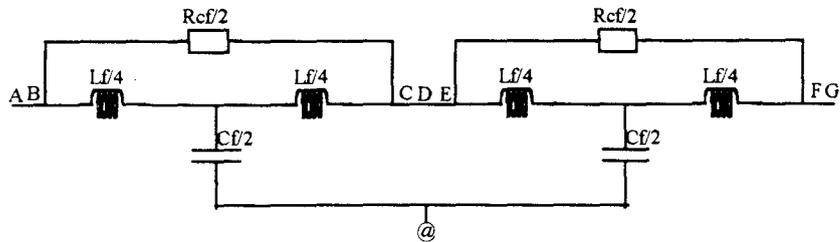
$$\left. \begin{array}{l} C_a \ll C_f \\ L_a \ll L_f \\ R_a \ll R_f \\ R_f \ll R_{cf} \end{array} \right\} \quad (1.14)$$

### II.2.2 ) Caractérisation d'une section élémentaire

Si le schéma de la figure 1.18 est intéressant pour étudier la répartition de la tension le long d'une spire soumise à une onde de choc ou une onde à front raide, il est beaucoup trop complexe pour analyser la répartition des surtensions dans une section élémentaire soumise à ces ondes.

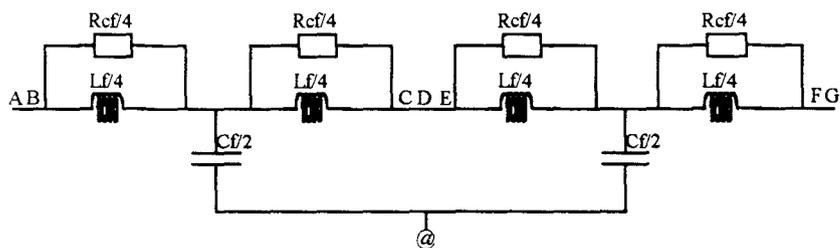
Compte tenu des inégalités données à la relation 1.14 , il est possible de simplifier le schéma précédent en confondant les points A et B, C et D, D et E, F et G. Ce qui conduit au schéma de la figure 1.20.

Figure 1.20  
*Première modification*



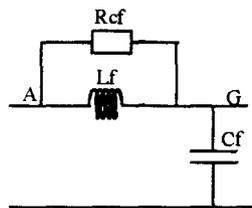
En définissant une résistance apparente  $R_{cf} / 4$  par demi-conducteur logé dans le fer, on peut présenter différemment le schéma de la figure 1.20. Celui-ci est donné à la figure 1.21.

Figure 1.21  
*Deuxième modification*



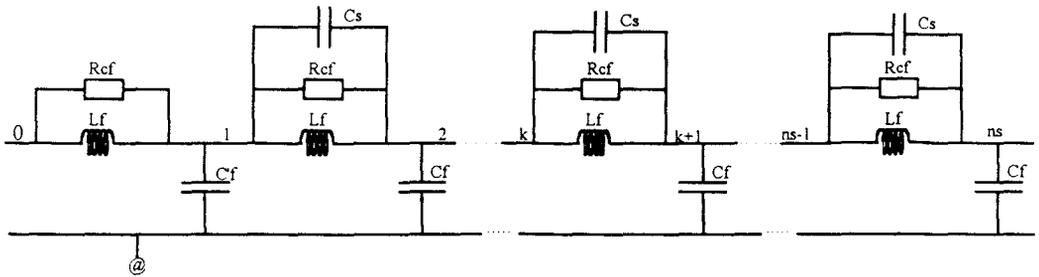
En fait, les éléments  $L_f$  et  $R_{cf}$  dépendent beaucoup de la fréquence ce qui rend très complexe l'étude du phénomène. Il est par conséquent inutile de prendre en compte un schéma relativement sophistiqué et définir les différents éléments de façon très approchée. Aussi nous pourrons pour caractériser la spire, lorsque celle-ci fait partie d'une section élémentaire, utiliser le schéma de la figure 1.22.

Figure 1.22  
*Schéma équivalent simplifié d'une spire*

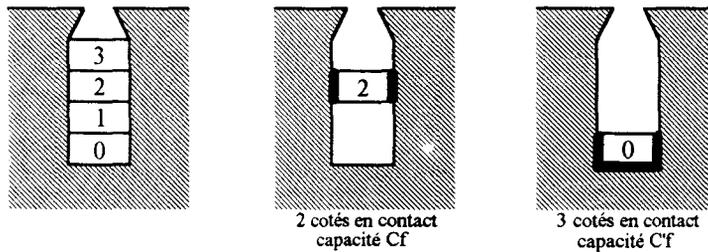


Il en résulte, si cette section est composée de  $n_s$  spires en série, que le schéma qui servira à l'étude de la section considérée sera celui donné à la figure 1.23, où la capacité  $C_s$  traduit le couplage capacitif entre deux spires superposées, et les capacités  $C_f$  et  $C'_f$  le couplage capacitif entre une spire et le fer. Il est en effet nécessaire dans ce cas de considérer des capacités différentes fonction du nombre de côtés de conducteurs qui sont en contact avec le fer ( figure 1.24 ).

*Figure 1.23*  
Schéma équivalent d'une section élémentaire à  $n_s$  spires



*Figure 1.24*  
Détermination de la capacité spire - masse



Pour simplifier l'étude d'un enroulement constitué d'un nombre  $n_{se}$  de sections élémentaires, nous utiliserons la procédure développée par B HELLER et V. VEVERKA [12], qui consiste à déterminer au préalable la tension qui apparaît aux bornes de chacune des sections. On en déduit ensuite, compte tenu des résultats trouvés, les tensions aux bornes de chaque spire au sein de chacune des sections élémentaires en considérant le schéma de la figure 1.23. Nous allons donc, avant de présenter le schéma relatif à une section, donner les équations qui permettent de prédéterminer la loi de répartition de la tension le long d'une section élémentaire soumise à un signal perturbateur.

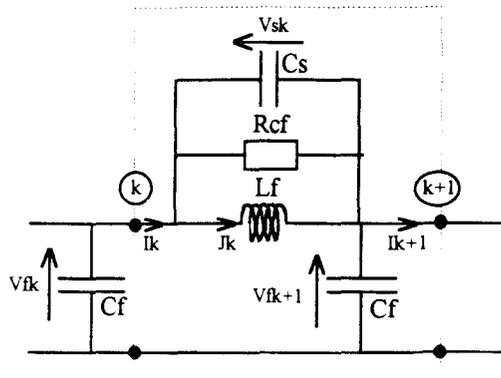
### II.2.2.1 ) Effets des mutuelles négligés

A l'exception de la cellule d'entrée, le schéma équivalent d'une section élémentaire ( figure 1.23 ) est composé d'une mise en cascade de  $(n_s - 1)$  quadripôles élémentaires.

La structure interne d'un de ces quadripôles est donnée à la figure 1.25 où nous avons précisé les notations utilisées.

Figure 1.25

*Quadripôle relatif à la spire k*



Pour ce quadripôle, nous avons les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} i_k &= i_{k+1} + C_f \frac{dv_{fk+1}}{dt} \\ v_{fk+1} &= v_{fk} - v_{sk} \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

Le courant  $i_k$  s'exprime par :

$$i_k = j_k + C_s \frac{dv_{sk}}{dt} + \frac{1}{R_{cf}} v_{sk}, \quad (1.16)$$

avec

$$v_{sk} = L_f \frac{dj_k}{dt}. \quad (1.17)$$

### II.2.2.2 ) Prise en compte des mutuelles

Le fait de prendre en compte les couplages inductifs entre les spires ne modifie que la relation 1.17. Il est nécessaire dans ce cas de considérer deux effets différents :

- le premier lié au couplage inductif entre spires d'une même section élémentaire,
- le second qui traduit le couplage inductif entre spires appartenant à des sections élémentaires différentes.

Nous allons, à ce stade de l'étude, supposer qu'une section est constituée d'une seule section élémentaire. En notant  $m_h^k$  la mutuelle inductance entre les spires  $k$  et  $h$ , la relation 1.17 s'écrit :

$$v_{sk} = L_f \frac{dj_k}{dt} + \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{h=ns-1} m_h^k \frac{dj_h}{dt} \quad (1.18)$$

$m_h^k$  ne diffère de  $L_f$  que par les flux de fuites. Si ceux-ci sont négligés, la relation (1.18) devient :

$$v_{sk} = L_f \sum_{h=0}^{h=ns-1} \frac{dj_h}{dt} \quad (1.19)$$

### II.2.3 ) Caractérisation d'une section

Afin de pouvoir mettre en oeuvre la procédure proposée, il est nécessaire de déterminer au préalable le schéma équivalent "condensé" relatif à une section élémentaire. Celui-ci, en négligeant les effets résistifs du cuivre face à la résistance apparente qui traduit les effets engendrés par les courants de Foucault, est donné à la figure 1.26. Dans ces conditions, le schéma équivalent de l'enroulement est présenté à la figure 1.27 où les différents éléments ont les significations physiques suivantes :

- $R_{fs}$  : résistance correspondant aux pertes par courants de foucault dans le fer relativement à une section élémentaire,
- $L_{fs}$  : inductance équivalente d'une section élémentaire,
- $C_{fs}$  : capacité entre une section élémentaire et la masse,
- $C_{ss}$  : capacité équivalente entre deux sections élémentaires consécutives.

Précisons que pour aboutir au schéma de la figure 1.27, les effets capacitifs entre deux sections non juxtaposées sont négligés.

Figure 1.26  
Schéma équivalent de la section élémentaire  $q$

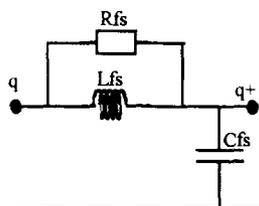
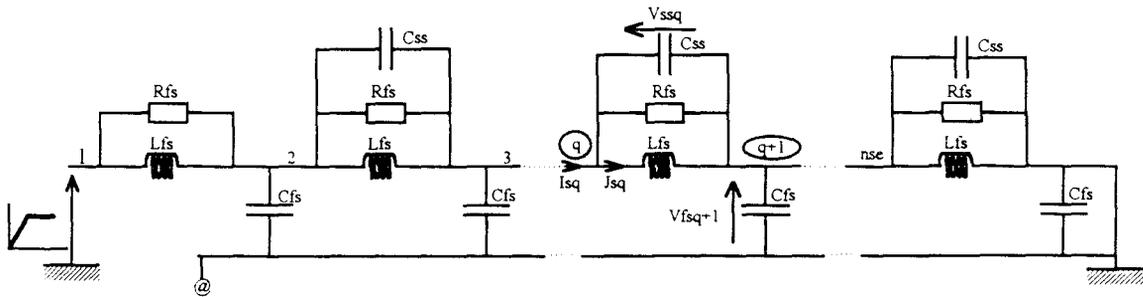


Figure 1.27

*Schéma équivalent d'un enroulement à  $n_{se}$  sections élémentaires.*



On constate que le schéma équivalent d'une section élémentaire donné à la figure 1.23 et celui d'une section ( figure 1.27 ) ont une structure identique. Par conséquent l'étude de la répartition de la tension le long des sections élémentaires utilisera les relations qui, dans leurs structures, seront identiques à celles utilisées pour l'étude de la répartition des tensions le long des spires ( relations 1.15 à 1.17 ).

### II.2.3.1 ) Effets des mutuelles négligés

Pour la section élémentaire q, compte tenu des notations qui apparaissent sur la figure 1.27, il vient :

$$\left. \begin{aligned} i_{sq} &= i_{sq+1} + C_{fs} \frac{dv_{fsq+1}}{dt} \\ v_{fsq+1} &= v_{fsq} - v_{ssq} \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

$$i_{sq} = j_{sq} + C_{ss} \frac{dv_{ssq}}{dt} + \frac{1}{R_{fs}} v_{ssq}, \quad (1.21)$$

$$v_{ssq} = L_{fs} \frac{dj_{sq}}{dt}. \quad (1.22)$$

### II.2.3.2 ) Prise en compte des mutuelles

Le fait de prendre en considération les couplages inductifs entre les différentes sections modifie non seulement la relation (1.22) mais également l'expression de  $v_{sk}$  donné par (1.17). Pour exprimer ces couplages le courant  $j_k$  dans la spire k ( figure 1.25 ) doit à présent être défini par deux indices. Le premier q sera relatif à la section élémentaire, le second k à la spire. Cette remarque s'applique également aux autres variables électriques.

En notant comme pour le transformateur  $m_{qh}^{qk}$  la mutuelle inductance entre spires de la même section élémentaire et  $m_{ph}^{qk}$  la mutuelle inductance entre la spire h de la section élémentaire p et la spire k de la section élémentaire q, la relation 1.17 s'écrit :

$$v_{sqk} = L_f \frac{dj_{qk}}{dt} + \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{ns-1} m_{qh}^{qk} \frac{dj_{qh}}{dt} + \sum_{p=1}^{nse} \sum_{h=0}^{ns-1} m_{ph}^{qk} \frac{dj_{ph}}{dt} \quad (1.23)$$

Pour ce qui est de la quantité  $v_{ssq}$ , comme nous avons regroupé les effets des différentes spires au niveau d'une section élémentaire, en notant  $m_{sp}^q$  la mutuelle inductance entre les sections élémentaires q et p, il vient :

$$v_{ssq} = L_{fs} \frac{dj_{sq}}{dt} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq q}}^{nse} m_{sp}^q \frac{dj_{sp}}{dt} \quad (1.24)$$

Il est également possible de définir la quantité  $v_{sqk}$  en fonction de  $m_{sp}^q$ . Dans ces conditions, la relation (1.23) devient

$$v_{sqk} = L_f \frac{dj_{qk}}{dt} + \sum_{\substack{h=0 \\ h \neq k}}^{ns-1} m_{qh}^{qk} \frac{dj_{qh}}{dt} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq q}}^{nse} m_{sp}^q \frac{dj_{sp}}{dt} \quad (1.25)$$

#### II.2.4 ) Caractérisation d'une armature polyphasée

Si l'on tient compte des couplages inductifs il peut sembler logique de considérer les effets des autres phases. Cependant si l'on suppose, dans le cas par exemple d'une alimentation par onduleur M.L.I. multi impulsions, que les commutations ne se produisent pas en même temps au niveau des différentes phases, les effets de mutuelle inductance entre ces différentes phases peuvent, suite aux échelles de temps ( courant constant dans les autres phases durant la commutation), être négligés.

### II.3 ) Comparaison entre les deux types d'enroulements

Il peut sembler, outre les schémas équivalents qui diffèrent, que l'approche pour l'étude du phénomène considéré varie suivant le type d'enroulement ( transformateur ou machine ). En fait, ces différences semblent essentiellement liées à la disposition des "couches". En effet pour le transformateur ces couches sont imbriquées tandis que pour la machine ces couches, qui constituent en fait les sections élémentaires, ont une localisation spatiale bien précise liée à la disposition des encoches

Il en résulte que les deux procédures développées :

- la première qui prend en compte une à une toutes les spires,
- la seconde qui considère tout d'abord comme élément de bobinage la couche puis les spires au sein de la couche,

s'appliquent toutes deux à l'étude d'un enroulement quel qu'il soit. D'ailleurs au niveau du transformateur nous avons procédé à ce que l'on peut qualifier de regroupement et appliqué implicitement la deuxième méthode. En effet au départ les différents éléments qui constituent l'enroulement sont, de façon générale, définis par unité de longueur ( constantes linéiques ) et nous avons convenu de prendre comme référence la spire. Ce qui revient à "regrouper" plusieurs schémas élémentaires.

### III ) Calcul des éléments

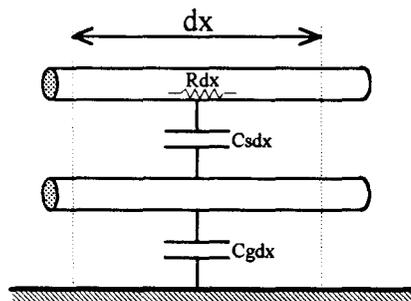
Il convient avant de continuer l'étude de préciser les expressions qui permettent d'estimer les valeurs des éléments constituant les schémas équivalents des enroulements étudiés. Comme le principe utilisé est celui des circuits à constantes réparties, on définit les constantes linéiques relatives à la résistance d'une spire, la capacité entre spires et la capacité entre une spire et la masse, pour une portion de spire  $dx$  telle que celle donnée à la figure 1.28.

- résistance linéique  $R = \frac{dr}{dx}$ ,
- capacité linéique entre spire  $C_s = \frac{dc_s}{dx}$ ,
- capacité linéique entre spire et masse  $C_g = \frac{dc_g}{dx}$ ,

En ce qui concerne l'inductance d'une spire, celle-ci ne peut être définie que pour une spire en fonction des caractéristiques du circuit magnétique utilisé.

*Figure 1.28*

*Définition des constantes linéiques pour une portion de spire  $dx$*



Pour déterminer ces éléments, il est possible d'utiliser des méthodes classiques [32] ou la méthode des éléments finis [33]. Cependant, comme l'objet de notre étude, n'est pas directement axé sur le calcul de ces quantités, nous allons nous limiter à donner les expressions analytiques, issues en grande partie de l'article de M. BONNEFILLE [34], qui conduisent à leur détermination.

Dans ces expressions, les différentes constantes ont les significations suivantes :

- $\epsilon_0$  : permittivité du vide, ou approximativement celle de l'air ( $\epsilon_0 \approx 10^{-9}/36\pi$  F/m),
- $\epsilon_r$ , permittivité relative du diélectrique,
- $\mu_0$ , perméabilité magnétique du vide, ou approximativement celle de l'air ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ ),
- $\mu_r$ , perméabilité magnétique relative du matériau considéré,
- $\rho$ , résistivité d'un conducteur. ( $\Omega\text{m}$ ).

En ce qui concerne les applications numériques, compte tenu du choix que nous avons fait ( cf. II.1.1 ) pour caractériser les éléments du bobinage, il suffira de donner à dx la valeur correspondant à la longueur moyenne d'une spire. Ce choix peut d'ailleurs se justifier dans la mesure où l'inductance, comme nous l'avons précisé, ne peut être définie que pour une spire.

### **III.1 ) Enroulement de type transformateur**

#### **III.1.1 ) Conducteur cylindrique**

##### **Résistance linéique**

La résistance linéique est donnée par la relation :

$$R = \frac{\rho}{S}, \quad (\Omega / \text{m}) \quad (1.26)$$

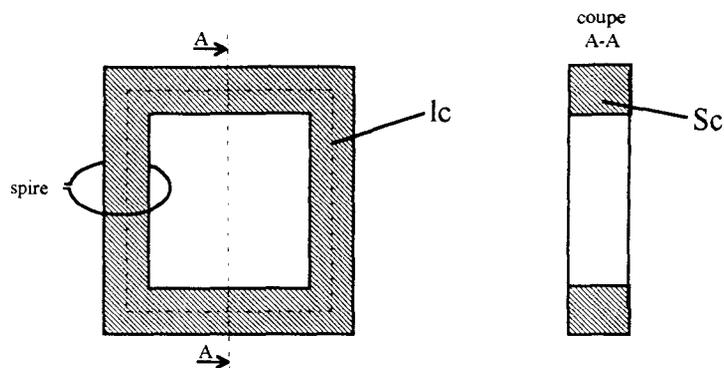
où S représente la section du conducteur utilisé.

## Inductance propre

La détermination de l'inductance propre d'une spire se fait pour une spire montée sur un circuit magnétique fermé et supposé sans entrefer. Elle ne se calcule donc pas, comme nous l'avons d'ailleurs déjà précisé, pour une unité de longueur déterminée mais pour une configuration donnée ( figure 1.29 ).

*Figure 1.29*

*Détermination de l'inductance propre d'une spire*



En notant :

- $l_c$  la longueur moyenne du circuit magnétique,
  - $S_c$  la section du circuit magnétique,
  - $L$  l'inductance propre d'une spire,
- nous avons la relation suivante :

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{S_c}{l_c} \quad (\text{H}) \quad (1.27)$$

## Mutuelles inductances

Ces mutuelles inductances, comme les inductances propres, se déterminent pour une configuration donnée. Leurs expressions ont déjà été définies mais nous allons néanmoins les rappeler.

- mutuelle inductance entre deux spires  $k$  et  $h$  d'une même couche (relation 1.8) :

$$m_h^k = L e^{-\lambda|k-h|}$$

- mutuelle inductance entre la spire k de la couche q et la spire h de la couche p ( relation 1.13, figure 1.16 ) :

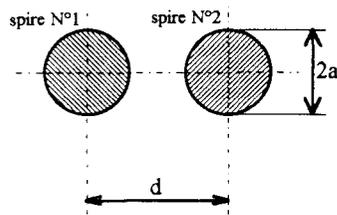
$$m_{p h}^{q k} = M_0 e^{(-1,5a \sqrt{r_1 r_2})}, \text{ avec } M_0 \approx L$$

### Capacité linéique entre deux spires

La figure 1.30 représente en coupe deux spires juxtaposées. Nous y avons indiqué les notations utilisées.

*Figure 1.30*

*Calcul de la capacité entre deux spires cylindriques juxtaposées*



La valeur de la capacité  $C_s$  est alors donnée par la relation :

$$C_s = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\log_e [(d - a)/a]} \quad (\text{F / m}) \quad (1.28)$$

$d$  en principe ne diffère de  $2a$  que par  $2e_i$  où  $e_i$  représente l'épaisseur de l'isolant d'un conducteur. Dans ces conditions,  $C_s$  a pour expression :

$$C_s = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\log_e [1 + 2e_i/a]} \quad (1.29)$$

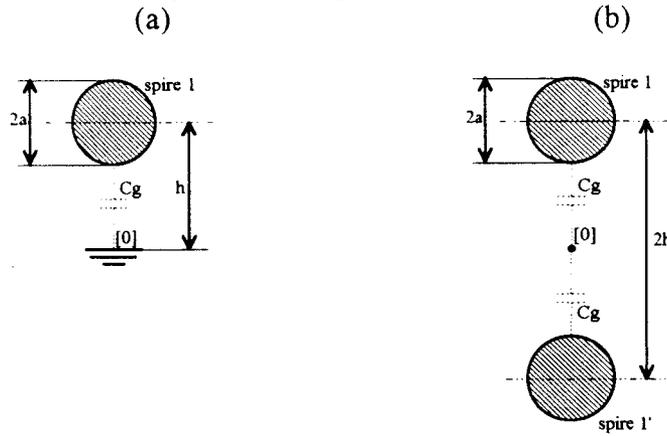
D'autre part, compte tenu de la remarque effectuée au paragraphe II.1.2 portant sur les couplages capacitifs entre couches ( figure 1.11 ), il s'avère que  $C_s = C_c$ .

### Capacité linéique spire - masse

Ces capacités ne concernent que les spires de la première couche ( proche du noyau ) ( figure 1.31.a ). En fait, il est possible de considérer pour les calculs le schéma de la figure 1.31.b ( méthode des images ).

Figure 1.31

*Capacité entre une spire cylindrique et la masse*



La valeur de la capacité entre une spire et la masse peut donc être ramenée au cas précédent avec  $C_g = 2C_s$  et  $d = 2h$ . On en déduit compte tenu de (1.28) la valeur de cette capacité :

$$C_g = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\log_e[(2h - a)/a]} \quad (\text{F / m}) \quad (1.30)$$

En notant  $e_m$  l'épaisseur de l'isolant qui sépare le cuivre de la masse, comme  $h = a + e_m$ , l'expression de  $C_g$  s'écrit :

$$C_g = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\log_e[1 + e_m/a]} \quad (1.31)$$

Relation capacité linéique entre deux spires, capacité linéique spire - masse :

En supposant les épaisseurs des isolants faibles devant le diamètre du conducteur, ( $e_i < a$ ,  $e_m < a$ ) les relations 1.29 et 1.31 qui donnent  $C_s$  ( ou  $C_c$  ) et  $C_g$  peuvent encore s'écrire :

$$C_s = C_c \approx \pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{a}{2e_i} \quad (1.32)$$

$$C_g \approx 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{a}{e_m} \quad (1.33)$$

Si les spires sont directement en contact avec le noyau magnétique, on a  $e_m = e_i$  de sorte que  $C_g = 4C_s$ . Par contre si l'on dispose d'un cadre cartonné entre la première couche et le noyau, en supposant  $\epsilon_r \text{ isolant} \approx \epsilon_r \text{ carton}$  comme  $e_m > e_i$  on a  $C_g < C_s$ .

### III.1.2 ) Conducteur rectangulaire

#### Résistance linéique

La résistance linéique est encore obtenue par la relation 1.26 donnée pour le conducteur cylindrique. En effet, seule la valeur de la section du conducteur est déterminée différemment.

#### Inductance d'une spire et mutuelles inductances entre spires

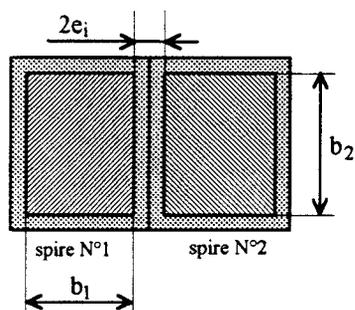
La forme du conducteur ne change pas les valeurs de l'inductance propre d'une spire et des mutuelles inductances entre spires qui dépendent essentiellement de la forme du circuit magnétique. Ce qui fait que ces valeurs peuvent encore être calculées en utilisant les relations 1.27 pour l'inductance propre et 1.8 et 1.13 pour les mutuelles inductances.

#### Capacité linéique entre deux spires

La figure 1.32 représente en coupe deux spires rectangulaires juxtaposées. Nous y avons représenté les notations utilisées.

*Figure 1.32*

*Calcul de la capacité entre deux spires rectangulaires*



La valeur de la capacité  $C_s$  est alors celle d'un condensateur plan, à savoir :

$$C_s = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{b_2}{2e_i} \quad (\text{F / m}) \quad (1.34)$$

Pour la capacité entre deux spires superposées, il vient :

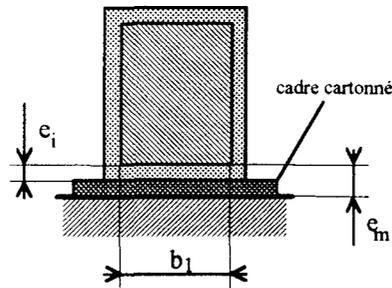
$$C_c = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{b_1}{2e_i} \quad (1.35)$$

### Capacité linéique spire - masse

Pour ce qui est de la capacité linéique entre une spire et la masse ( figure 1.33 ), nous avons une configuration identique au cas précédent.

*Figure 1.33*

*Capacité entre une spire rectangulaire et la masse*



On en déduit donc immédiatement

$$C_g = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{b_1}{e_m} \quad (F / m) \quad (1.36)$$

Si l'on ne dispose pas de cadre cartonné entre le noyau et les conducteurs alors  $e_m = e_i$  et  $C_c = C_g / 2$ .

### III.1.3 ) Remarque concernant la capacité spire - masse

Lors de la caractérisation d'une section élémentaire pour un enroulement de type machine, nous avons précisé ( cf II.2.2 ) que la valeur de la capacité spire - masse variait en fonction du nombre de cotés de conducteurs qui sont en contact avec le fer. Dans ce cas, si l'on considère les conducteurs situés dans les "coins" des fenêtres, le problème est identique.

Pour un conducteur cylindrique ( figure 1.34.a ) on peut prendre en compte deux capacités  $C_g$  telles qu'elles sont définies par la relation 1.30. Dans ce cas, la capacité équivalente est donnée par  $C'_g = 2C_g$ .

Pour un conducteur rectangulaire ( figure 1.34.b ), on définit une capacité  $C'_g$  dont la valeur est basée elle aussi sur le nombre de conducteur en contact avec le fer. Dans ces conditions d'après les relations (1.34) et (1.35) en supposant  $e_m = e_i$ , la valeur de  $C'_g$  est donnée par la relation :

$$C'_g = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{b_1 + b_2}{e_i} \quad (1.37)$$

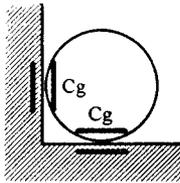
ou d'une manière plus générale :

$$C'_g = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{e_i} \sum b_j \quad (1.38)$$

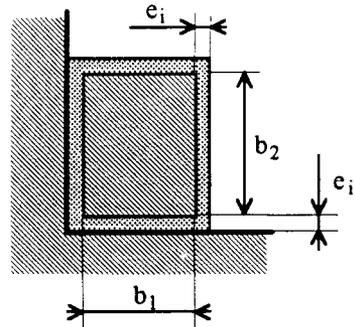
*Figure 1.34*

*Cas avec deux côtés en contact*

(a) conducteur cylindrique



(b) conducteur rectangulaire



### III.1.4 ) Remarques concernant la résistance et l'inductance propre

○ La résistance linéique donnée par (1.26) correspond à une quantité définie pour des fréquences très faibles ( continu ). Or, d'après B. HELLER et A. VEVERKA [12], il se formerait, lorsqu'on est en présence de phénomènes rapidement variables, de minuscules boucles de courant de Foucault à la surface du circuit magnétique. Cela se traduit comme un "blindage" qui s'oppose à la propagation du flux. On peut également assimiler ce phénomène à un "effet de peau magnétique". Pour concrétiser ce phénomène [35] il suffit, lors de l'apparition du front, de réduire artificiellement le flux, donc le courant, en insérant en série avec la résistance définie en continu une résistance  $R'$  ( la valeur de  $R'$  est en fait très grande devant  $R$  ). Nous supposons pour la suite que  $R$  est définie en prenant en compte ces deux phénomènes.

○ Ces problèmes liés à l'installation du flux font que l'inductance  $L$  qu'il convient de considérer diffère également de celle qu'il est possible d'estimer par (1.27).

## III.2 ) Enroulement du type machine

### III.2.1 ) Eléments caractérisant une spire

Les relations précédemment établies peuvent, en adaptant les notations, être encore utilisées pour déterminer les éléments  $L_f$  et  $C_f$  du schéma équivalent simplifié d'une spire ( figure 1.22 ) (  $L_f$  s'identifie à  $L$  et  $C_f$  à  $C_g$  ). Le seul problème concerne la détermination de  $R_{cf}$  dont nous donnerons l'expression ultérieurement.

### III.2.2 ) Eléments caractérisant une section élémentaire

Le schéma équivalent d'une section élémentaire est donné à la figure 1.26. La détermination des différents éléments qui le compose n'est pas aisée aussi nous allons utiliser les expressions issues d'un document interne à JEUMONT INDUSTRIE [35] qui porte sur la détermination de la surtension aux bornes de la première section soumise à une onde de choc. Les paramètres à prendre en compte sont, comme nous l'avons précisé initialement, beaucoup plus nombreux, et font intervenir d'une part, des données de construction ( comme les canaux de ventilation dont nous n'avons pas tenu compte dans notre présentation initiale ) et d'autre part, les différents problèmes liés à l'installation du flux dans le circuit dont nous avons précédemment fait mention. Nous allons néanmoins présenter ces expressions telles qu'elles apparaissent dans le document.

En notant :

$D_a$ :	diamètre d'alésage,
$k$ :	pas de bobinage,
$Z_s$ :	nombre d'encoches au stator,
$r$ :	largeur d'encoche,
$H_n$ :	hauteur d'agglomérat,
$N_f$ :	nombre de conducteurs élémentaires en largeur,
$l_f$ :	largeur d'un fil non isolé,
$N'$ :	nombre de conducteurs par encoche,
$E_c$ :	épaisseur double d'isolation du conducteur élémentaire,
$E_s$ :	épaisseur double d'isolation par spire,
$H_s$ :	hauteur de la spire isolée,
$L_{ut}$ :	longueur utile du fer au stator,
$L_{em}$ :	longueur d'empilage y compris les vides de ventilation,
$N_v$ :	nombre de canaux de ventilation,
$L_v$ :	largeur des canaux de ventilation,

en exprimant les différentes dimensions en millimètres et en définissant la longueur utile du fer au stator par :

$$L_{ut} = 0,94(L_{em} - N_v L_v), \quad (1.39)$$

il vient :

- capacité section élémentaire - masse :

$$C_{fs} = \left( 0,5 + \frac{r + 2H_n}{r - N_f L_{em}} \right) \frac{L_{ut}}{10}, \quad (\text{pF}) \quad (1.40)$$

- capacité entre deux sections élémentaires consécutives :

$$C_{ss} = \frac{N_f L_{em}}{N' + E_c + E_s} \left( \frac{L_u}{10} + 12 + 2,82\lambda \right), \quad (\text{pF}) \quad (1.41)$$

- inductance d'une section élémentaire :

$$L_{fs} = \frac{13,8 \cdot 10^{-3} N^2 \lambda A}{0,26N(H_s - E_s) + \sqrt{\lambda A}}, \quad (\mu\text{H}) \quad (1.42)$$

$$\text{avec : } \lambda = 1,57D_a \frac{k+1}{10Z_s} \quad \text{et} \quad A = 12 + 2,82\lambda + \frac{L_{ut}}{10},$$

- résistance apparente d'une section élémentaire:

$$R_{fs} = \frac{t_f}{\pi \sqrt{L_s C_{ss}}} \times 10^3, \quad (\Omega) \quad (1.43)$$

avec  $t_f$ , temps de montée du signal, donné en  $\mu\text{s}$ .

Pour déterminer les mutuelles inductances  $m_{qh}^{qk}$  entre les spires d'une section élémentaire, il faut tenir compte des fuites d'encoche. Les études portant sur cette détermination [36][37] montrent que pour ce calcul plusieurs phénomènes sont à considérer. Néanmoins, pour cette étude, nous allons admettre que ces fuites sont indépendantes de la spire considérée de sorte que la quantité  $m_{qh}^{qk}$  est une constante. D'autre part il est également possible avec une bonne approximation, comme la profondeur d'encoche est petite devant la hauteur du noyau pour des dispositifs présentant des puissances équivalentes, de négliger ces fuites. Dans ce cas, on a  $m_{qh}^{qk} = L_{fs}$ .

Remarque, comme nous l'avons précisé, le calcul qui conduit à  $R_{fs}$  et  $R_{cf}$  n'est pas évident. Aussi allons nous, en première approximation, considérer que  $R_{cf} = R_{fs} / n_s$ .

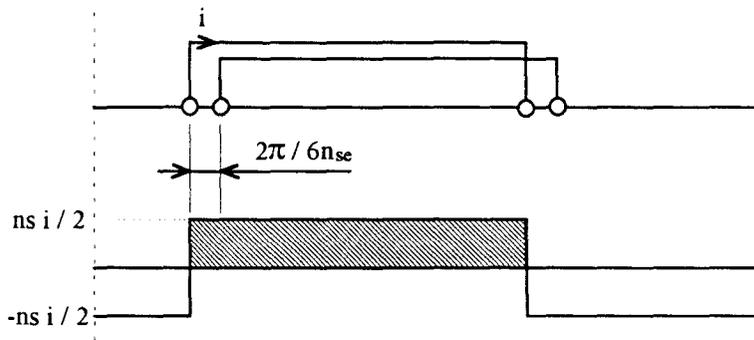
### III.2.3 ) Enroulement

Les relations (1.39) à (1.43) permettent de calculer les valeurs des différents éléments qui constituent le schéma équivalent donné à la figure 1.27. La seule grandeur qu'il reste à déterminer est celle qui caractérise les effets des mutuelles inductances entre les sections élémentaires  $q$  et  $p$ , notée  $m_{s_p^q}$ .

Pour estimer cette quantité, nous allons utiliser une approche simplifiée [38][39]. Nous allons pour cela considérer un enroulement constitué de sections élémentaires à ouverture diamétrale ( figure 1.35 ) et supposer qu'une section parcourue par un courant  $i$  crée une force magnétomotrice égale à  $n_s i / 2$  à l'intérieur de celle-ci et  $-n_s i / 2$  à l'extérieur.

*Figure 1.35*

*Sections élémentaires à ouverture diamétrale*



La section accolée à celle considérée en est distante de  $2\pi/6n_{sc}$ . Comme l'inductance propre d'une section est, en considérant l'entrefer d'épaisseur constante, proportionnelle à la surface hachurée, on en déduit que la mutuelle inductance entre ces deux sections est égale à :

$$m_{s_2^1} = L_{fs} \left( 1 - \frac{2}{3n_{sc}} \right) \quad (1.43)$$

De façon générale, il vient :

$$m_{s_k^q} = L_{fs} \left( 1 - \frac{2 \times |q - k|}{3n_{sc}} \right) \quad (1.44)$$

Pour aboutir à cette expression nous avons négligé les flux de fuites. Précisons que, contrairement aux autres coefficients de mutuelle inductance qui ont été calculés, la quantité  $m_{s_p^q}$  n'est pas uniquement liée aux fuites mais qu'elle résulte de la localisation spatiale différente entre les diverses sections élémentaires.

## *Chapitre 2*

# ***METHODES D'ANALYSE***

Dans ce deuxième chapitre, nous allons présenter les méthodes d'investigation que nous avons mis en oeuvre pour pouvoir prédéterminer la loi de répartition de la tension entre les différentes spires d'un enroulement soumis à une onde à front raide. Ces méthodes sont essentiellement numériques et pour nous assurer de la validité des résultats, la procédure développée sera mise en oeuvre sur des structures simples de façon à pouvoir comparer les résultats ainsi obtenus à ceux déterminés par voie analytique. Pour des circuits à structure plus complexe, la validation s'effectuera, au niveau de certains d'entre eux, en comparant les réponses obtenues utilisant, d'une part la méthode numérique proposée et d'autre part, un logiciel spécialisé. Ce chapitre sera donc divisé en trois paragraphes.

Dans le premier, nous procéderons à l'étude analytique d'enroulement à configuration simple du type transformateur.

Nous présenterons ensuite le logiciel E.M.T.P ( Electromagnetic Transient Program ) qui est un programme général de calcul de phénomènes transitoires fondé sur la résolution numérique d'équations différentielles.

La méthode numérique que nous avons développée, et qui permet d'implanter plus facilement sur calculateur les schémas équivalents des enroulements retenus lorsque ceux-ci sont soumis à des perturbations présentant des gradients de tension élevés, sera présenté dans le troisième paragraphe. Dans notre cas, cette méthode a été programmée en langage TURBO PASCAL, ce qui permet de modifier automatiquement les paramètres de simulation sans agir sur la structure du programme.

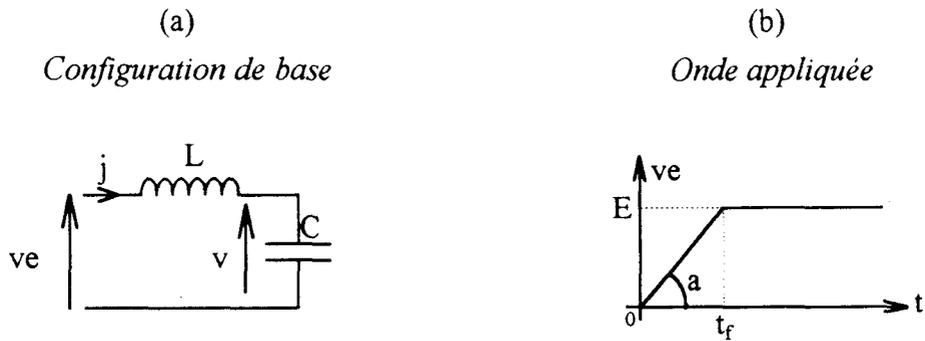
## **1 ) Etude analytique**

Ces développements porteront sur des structures simples d'enroulements du type transformateur. Cette étude sera réalisée en négligeant les effets résistifs. Avant d'aborder l'étude d'enroulements, nous présenterons les différentes étapes de calcul sur un circuit LC. L'importance de ce circuit est essentiellement liée au fait que les équations qui régissent son fonctionnement sont, comme nous le montrerons, en raison de leurs structures, dans certaines conditions, identiques à celles qu'il est possible d'établir pour un enroulement à une et à plusieurs spires. Précisons que pour cette étude nous aurions pu également recourir aux équations de Lagrange [40].

### **1.1 ) Configuration de base**

Cette configuration de base est donnée par le circuit LC de la figure 2.1a. L'onde à front raide  $v_e(t)$  appliquée à ce circuit, décrite à la figure 1.4, est caractérisée par les valeurs suivantes  $v_i = 0$ ,  $v_j = E$  ( figure 2.1b ).

Figure 2.1



Nous pouvons introduire pour cette étude les paramètres suivants :

$$a = \frac{E}{t_f} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Le système d'équations différentielles qui régit le fonctionnement de ce circuit s'écrit

$$\left. \begin{aligned} v_e &= L \frac{dj}{dt} + v \\ j &= C \frac{dv}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Il conduit, en adoptant pour variable  $v$ , à l'équation différentielle du second ordre :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2v}{dt^2} + v = v_e \quad (2.2)$$

qui admet pour solution de l'équation sans second membre :

$$v = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad (2.3)$$

En utilisant la méthode de variation de la constante, il apparaît que  $A$  et  $B$  doivent vérifier les relations :

$$\left. \begin{aligned} A' \cos(\omega_0 t) + B' \sin(\omega_0 t) &= 0 \\ -A' \sin(\omega_0 t) + B' \cos(\omega_0 t) &= \omega_0 v_e \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

où  $A'$  et  $B'$  représentent les dérivées premières par rapport au temps des fonctions  $A$  et  $B$ . Il en résulte que :

$$\left. \begin{aligned} A' &= -\omega_0 v_e \sin(\omega_0 t) \\ B' &= \omega_0 v_e \cos(\omega_0 t) \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Pour déterminer A et B, il convient de considérer deux intervalles suivant que t est compris entre 0 et  $t_f$  ou que t est supérieur à  $t_f$ .

- Pour  $0 \leq t \leq t_f$ ,  $v_e = at$ . On en déduit que :

$$\left. \begin{aligned} A &= a \left[ t \cos(\omega_0 t) - \frac{1}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + C_1 \right] \\ B &= a \left[ t \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{\omega_0} \cos(\omega_0 t) + C_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes d'intégration qu'il faut expliciter. En remplaçant A et B par leur expression dans (2.3), il vient :

$$v = a \left[ t + C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) \right]$$

Compte tenu de (2.1), la relation qui donne j s'écrit :

$$j = aC \left[ 1 - \omega_0 C_1 \sin(\omega_0 t) + C_2 \omega_0 \cos(\omega_0 t) \right]$$

Si à  $t = 0$  on a :  $v = 0$  et  $j = 0$ , on en déduit que :

$$C_1 = 0, \text{ et } C_2 = -\frac{1}{\omega_0}$$

Il en résulte que les relations qui donnent v et j pour cet intervalle ont pour expressions :

$\left. \begin{aligned} v &= a \left[ t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right] \\ j &= aC \left[ 1 - \cos(\omega_0 t) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$
--

Pour  $t > t_f$ ,  $v_e = E$ . Les relations (2.5), conduisent à :

$$\left. \begin{aligned} A &= E \cos[\omega_0(t - t_f)] + C_3 \\ B &= E \sin[\omega_0(t - t_f)] + C_4 \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

D'où les expressions qui donnent  $v$  et  $i$  :

$$\left. \begin{aligned} v &= E + C_3 \cos[\omega_0(t - t_f)] + C_4 \sin[\omega_0(t - t_f)] \\ j &= C\omega_0 [-C_3 \sin[\omega_0(t - t_f)] + C_4 \cos[\omega_0(t - t_f)]] \end{aligned} \right\}$$

En notant  $V_f$  et  $J_f$  les valeurs de  $v$  et  $i$  déduites de (2.7) à  $t = t_f$ , il vient :

$$\left\{ \begin{aligned} C_3 &= V_f - E \\ C_4 &= J_f \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned} \right.$$

Par conséquent, les relations qui donnent  $v$  et  $j$  pour  $t > t_f$  s'écrivent :

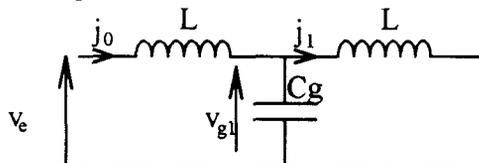
$$\left. \begin{aligned} v &= E + [V_f - E] \cos(\omega_0(t - t_f)) + J_f \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega_0(t - t_f)) \\ j &= -[V_f - E] \sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\omega_0(t - t_f)) + J_f \cos(\omega_0(t - t_f)) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

## 1.2 ) Enroulement à 2 spires

Le schéma équivalent d'un enroulement à deux spires est, compte tenu de nos hypothèses, celui donné à la figure 2.2 où, pour simplifier les calculs, nous avons supposé que l'effet de la capacité  $C_s$  est négligeable. Ne pas négliger  $C_s$  revient au niveau de ce schéma à substituer à  $C_g$  une capacité  $C'_g$  égale à  $C_g + C_s$ .

Figure 2.2

*Enroulement à deux spires :*



Les équations différentielles qui régissent le fonctionnement de ce circuit sont les suivantes :

$$\left. \begin{aligned} v_e &= L \frac{dj_0}{dt} + v_{g1} \\ j_0 - j_1 &= C_g \frac{dv_{g1}}{dt} \\ v_{g1} &= L \frac{dj_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

D'où l'équation différentielle qui lie  $v_e$  à  $v_{g1}$  :

$$\frac{LC_g}{2} \frac{d^2 v_{g1}}{dt^2} + v_{g1} = \frac{v_e}{2} \quad (2.11)$$

En posant :  $\omega_{0g} = \sqrt{\frac{1}{LC_g}}$  et  $v'_e(t) = \frac{v_e(t)}{2}$ , il vient :

$$\frac{1}{2\omega_{0g}^2} \frac{d^2 v_{g1}}{dt^2} + v_{g1} = v'_e \quad (2.12)$$

En introduisant la variable  $\Delta_{01} = j_0 - j_1$ , les équations de tension et de courant qu'il convient de résoudre ont exactement la même structure que celles de  $v$  et  $i$  déterminées au paragraphe précédent. En supposant qu'à  $t = 0$  on ait  $j_0 = j_1 = 0$  et  $v_{g1} = 0$  on en déduit que, sur l'intervalle  $[0, t_f]$ ,  $v_{g1}$  et  $\Delta_{01}$  ont pour expressions :

$$\left. \begin{aligned} v_{g1} &= a' \left[ t - \frac{\sin(\omega'_{0g} t)}{\omega'_{0g}} \right] \\ \Delta_{01} &= 2a' C'_g [1 - \cos(\omega'_{0g} t)] \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

avec  $a' = \frac{a}{2}$ ,  $C'_g = \frac{C_g}{2}$  et  $\omega'_{0g} = \omega_{0g} \sqrt{2}$

Pour dissocier  $j_0$  et  $j_1$  il suffit de considérer la relation qui lie  $j_1$  à  $v_{g1}$ . On en déduit alors, compte tenu des conditions initiales, que :

$$\left. \begin{aligned} j_0 &= a' C'_g \left[ \frac{(\omega'_{0g} t)^2}{2} - \cos(\omega'_{0g} t) + 1 \right] \\ j_1 &= a' C'_g \left[ \frac{(\omega'_{0g} t)^2}{2} + \cos(\omega'_{0g} t) - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Pour  $t > t_f$ ,  $v_e = E$ . En posant  $E' = E/2$  et en notant  $V_{g1f}$  et  $\Delta_{01f}$  les valeurs de  $v_{g1}$  et  $\Delta_{01}$  déduites de (2.13) à  $t = t_f$ , il vient :

$$\left. \begin{aligned} v_{g1} &= E' + [V_{g1f} - E'] \cos(\omega'_{og}(t - t_f)) + \Delta_{01f} \sqrt{\frac{L}{C'_g}} \sin(\omega'_{og}(t - t_f)) \\ \Delta_{01} &= -[V_{g1f} - E'] \sqrt{\frac{C'_g}{L}} \sin(\omega'_{og}(t - t_f)) + \Delta_{01f} \cos(\omega'_{og}(t - t_f)) \end{aligned} \right\} (2.15)$$

Comme précédemment, il convient de dissocier  $j_0$  et  $j_1$ . En notant  $J_{0f}$  et  $J_{1f}$  les valeurs de  $j_0$  et  $j_1$  déduites de (2.14) à  $t = t_f$ , on obtient :

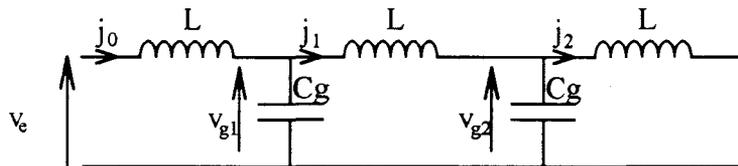
$$\left. \begin{aligned} j_0 &= \frac{E'}{L}(t - t_f) - [V_{g1f} - E'] \sqrt{\frac{C'_g}{L}} \sin(\omega'_{og}(t - t_f)) + \frac{\Delta_{01f}}{2} \cos(\omega'_{og}(t - t_f)) + \frac{J_{0f} + J_{1f}}{2} \\ j_1 &= \frac{E'}{L}(t - t_f) - [V_{g1f} - E'] \sqrt{\frac{C'_g}{L}} \sin(\omega'_{og}(t - t_f)) + \frac{\Delta_{01f}}{2} \cos(\omega'_{og}(t - t_f)) + \frac{J_{0f} + J_{1f}}{2} \end{aligned} \right\} (2.16)$$

### 1.3 ) Enroulement à 3 spires

Les hypothèses sont les mêmes que celles formulées pour l'enroulement étudié au paragraphe précédent, à savoir que l'effet des capacités  $C_g$  est négligé. Cela conduit au schéma de la figure 2.3.

*Figure 2.3*

*Enroulement à trois spires*



Le fonctionnement de ce circuit est régi par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} C_g \frac{dv_{g1}}{dt} &= j_0 - j_1 \quad (a) \\ C_g \frac{dv_{g2}}{dt} &= j_1 - j_2 \quad (b) \\ L \frac{dj_0}{dt} &= v_e - v_{g1} \quad (c) \\ L \frac{dj_1}{dt} &= v_{g1} - v_{g2} \quad (d) \\ L \frac{dj_2}{dt} &= v_{g2} \quad (e) \end{aligned} \right\} (2.17)$$

En posant

$$\Sigma v_g = v_{g1} + v_{g2}, \quad (2.18)$$

Les relations (2.17) conduisent à l'équation différentielle :

$$LC_g \frac{d^2 \Sigma v_g}{dt^2} + \Sigma v_g = v_e \quad (2.19)$$

En notant  $\Delta_{02} = j_0 - j_2$ , il est possible d'exprimer  $\Delta_{02}$  en fonction de  $\Sigma v_g$ . Il vient :

$$\Delta_{02} = C_g \frac{d \Sigma v_g}{dt} \quad (2.20)$$

Ces équations ont la même structure que celles définies pour le circuit LC (équations 2.1). Par analogie, on en déduit les expressions analytiques de  $\Sigma v_g$  et  $\Delta_{02}$  :

pour  $t \in [0, t_f]$  :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma v_g &= a \left[ t - \frac{\sin(\omega_{0g} t)}{\omega_{0g}} \right] \\ \Delta_{02} &= a C_g [1 - \cos(\omega_{0g} t)] \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Pour  $t > t_f$  :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma v_g &= E + [\Sigma v_{gf} - E] \cos(\omega_{0g}(t - t_f)) + \Delta_{02f} \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega_{0g}(t - t_f)) \\ \Delta_{02} &= -[\Sigma v_{gf} - E] \sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\omega_{0g}(t - t_f)) + \Delta_{02f} \cos(\omega_{0g}(t - t_f)) \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

avec  $\Sigma v_{gf}$  et  $\Delta_{02f}$ , les valeurs de  $\Sigma v_g$  et  $\Delta_{02}$  qui sont déduites de (2.21) à  $t = t_f$ .

Pour déterminer les variables intermédiaires  $v_{g1}$  et  $v_{g2}$ , nous allons écrire  $\Sigma v_g$  sous une forme générale valable quel que soit l'instant  $t$  considéré :

$$\Sigma v_g = v_e + X \cos(\omega_{ogt}) + Y \sin(\omega_{ogt}) \quad (2.23)$$

avec  $v_e = at$ ,  $X = 0$ ,  $Y = -\frac{a}{\omega_{og}}$  pour  $t \in [0, t_f]$ ,

et  $v_e = E$ ,  $X = -\frac{\Sigma v_f - E}{\cos(\omega_{ogt_f})}$ ,  $Y = \frac{\Delta_{02}}{\sin(\omega_{ogt_f})} \sqrt{\frac{L}{C_g}}$  pour  $t > t_f$ .

Les équations (2.17a), (2.17b), (2.17c) et (2.18), en adoptant l'expression de  $\Sigma v_g$  donnée par (2.23), conduisent, fonction de  $v_{g1}$ , à l'équation différentielle :

$$\frac{LC_g}{3} \frac{d^2 v_{g1}}{dt^2} + v_{g1} = \frac{1}{3} (\Sigma v_g - v_e) \quad (2.24)$$

Celle-ci permet alors de définir deux équations, l'une fonction de  $v_{g1}$ , l'autre de  $v_{g2}$  :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3\omega_{og}^2} \frac{d^2 v_{g1}}{dt^2} + v_{g1} &= \frac{2}{3} v_e + \frac{X}{3} \cos(\omega_{ogt}) + \frac{Y}{3} \sin(\omega_{ogt}) \\ \frac{1}{3\omega_{og}^2} \frac{d^2 v_{g2}}{dt^2} + v_{g2} &= \frac{1}{3} v_e + \frac{X}{3} \cos(\omega_{ogt}) + \frac{Y}{3} \sin(\omega_{ogt}) \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

En notant  $\omega''_{og} = \omega_{og}\sqrt{3}$ , ces équations peuvent encore s'écrire :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\omega_{og}''^2} \frac{d^2 v_{g1}}{dt^2} + v_{g1} &= K_1 v_e + \left\{ \frac{X}{3} \cos(\omega_{ogt}) + \frac{Y}{3} \sin(\omega_{ogt}) \right\} \\ \frac{1}{\omega_{og}''^2} \frac{d^2 v_{g2}}{dt^2} + v_{g2} &= K_2 v_e + \left\{ \frac{X}{3} \cos(\omega_{ogt}) + \frac{Y}{3} \sin(\omega_{ogt}) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

On note une similitude avec l'équation (2.2). En effet, la pulsation  $\omega_o$  est remplacée par  $\omega''_{og}$ , et au second membre  $v_e$  est multipliée par une constante  $K_i$ . La seule différence apparaît au niveau de ce second membre qui comporte en plus un terme oscillatoire. On remarque que cette constante  $K_i$  ( $K_1$  ou  $K_2$ ) exprime la répartition uniforme des tensions  $v_{g1}$  et  $v_{g2}$  le long de l'enroulement. Il apparaît également que ces équations ont une structure relativement complexe bien que le circuit considéré soit simple (3 spires et les capacités  $C_g$  négligées). L'utilisation de méthodes numériques pour l'analyse du comportement de ces enroulements est par conséquent amplement justifiée.

## **II ) Logiciel E.M.T.P.**

Le logiciel de simulation utilisé s'appelle A.T.P. ( Alternative Transient Program ) version publique de E.M.T.P. ( Electromagnetic Transient Program ) [41]. C'est un programme général de calculs des phénomènes transitoires, fondé sur la résolution numérique d'équations différentielles.

Ce programme est très puissant. Il permet la simulation et l'étude de la stabilité de réseaux complexes. Toutefois, à cause de sa puissance, et de sa quasi-universalité, son utilisation est réservée à des personnes averties. Il ne sera utilisé qu'une partie des possibilités de ce logiciel ( réseaux passifs et sources spéciales ). Les résultats ( en temporel ou en fréquentiel ) seront sortis sur traceur.

Chaque simulation implique l'élaboration d'un fichier de données complexe nécessitant une grande rigueur et une certaine expérience, les schémas servant à la simulation étant transcrits sous forme littérale. La programmation de cette simulation a été réalisée à la société JEUMONT-INDUSTRIE [35], où est implanté le logiciel.

## **III ) Méthode des polynômes**

### **III.1 ) Principe**

La méthode proposée est applicable à tous problèmes en physique puisqu'il s'agit de résoudre les équations différentielles d'une manière numérique. La seule limitation est la capacité mémoire qu'offre l'ordinateur utilisé.

Cette méthode est basée sur la méthode d'Euler étendue à un degré supérieur. Elle consiste à déterminer pas à pas l'évolution en fonction du temps des variables d'état ( courants dans les inductances et tensions aux bornes des condensateurs ).

Dans le cas d'un circuit qui ne comporte qu'une seule variable d'état, l'équation différentielle du premier degré qui régit son fonctionnement se présente sous la forme générale suivante :

$$A\dot{x} + Bx = u, \quad (2.27)$$

dans laquelle  $x$  est une variable d'état fonction du temps dont on désire connaître l'évolution,  $\dot{x}$  sa dérivée première par rapport au temps,  $A$  et  $B$  sont des constantes et  $u$  l'excitation du circuit.

Soit à déterminer la valeur de  $x$  à l'instant  $t_{i+1}$ , qui suit l'instant  $t_i$ . Supposons connue la valeur de  $x$  à  $t_i$ . Définissons la variable et l'excitation à l'instant  $t$  ( $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ ) sous formes de polynômes de degré  $n$  :

$$\left. \begin{aligned} x &= a_0 + a_1(t - t_i) + a_2(t - t_i)^2 + \dots + a_n(t - t_i)^n \\ u &= b_0 + b_1(t - t_i) + b_2(t - t_i)^2 + \dots + b_n(t - t_i)^n \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

En remplaçant dans (2.27)  $x$  et  $u$  par leurs expressions polynomiales, il vient :

$$Aa_1 + \dots + hAa_h(t - t_i)^{h-1} + \dots + nAa_n(t - t_i)^{n-1} + Ba_0 + \dots + Ba_h(t - t_i)^h + \dots + Ba_n(t - t_i)^n = b_0 + \dots + b_h(t - t_i)^h + \dots + b_n(t - t_i)^n \quad (2.29)$$

Dans cette expression tous les coefficients  $b_h$  sont connus. En identifiant terme à terme cette expression, il vient :

$$\left. \begin{aligned} Aa_1 + Ba_0 &= b_0 \\ &\vdots \\ hAa_h + Ba_{h-1} &= b_{h-1} \\ &\vdots \\ nAa_n + Ba_{n-1} &= b_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

D'où l'expression générale qui, pour tout  $1 \leq h \leq n$ , lie  $a_h$  à  $a_{h-1}$  :

$$a_h = \frac{A^{-1}}{h} (b_{h-1} - Ba_{h-1}) \quad (2.31)$$

Connaissant l'état du circuit à l'instant  $t_i$ , donc le coefficient  $a_0$ , il est possible de déterminer la valeur de  $a_1$ . Cette valeur étant connue, on peut calculer  $a_2$ , puis  $a_3$  et ainsi de suite jusque  $a_n$ . Il suffit ensuite, d'une part, de remplacer chaque coefficient  $a_h$  dans l'équation (2.28), et d'autre part de donner à  $t$  la valeur  $t_{i+1}$  pour obtenir la valeur de  $x$  à l'instant  $t_{i+1}$ . On recommence ensuite ces opérations pour déterminer la valeur de  $x$  à l'instant  $t_{i+2}$  en prenant comme point de référence celui obtenu à  $t_{i+1}$ .

Dans le cas où le circuit possède plusieurs variables d'état, l'équation qui en régit le fonctionnement a une structure analogue à (2.27) à condition de la présenter sous forme matricielle :

$$|A| \dot{x} + |B| x = |u| \quad (2.32)$$

$|x|$  représente la matrice des variables d'état fonction du temps et  $|\dot{x}|$  la matrice des dérivées premières par rapport au temps. Les matrices  $|A|$  et  $|B|$  sont des constantes et  $|u|$  représente la matrice des excitations du circuit. Dans le cas où le nombre de ces variables est  $m$ ,  $|x|$  s'écrit :

$$|x| = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

avec sur l'intervalle  $[t_i, t_{i+1}]$  :

$$x_j = a_j^0 + a_j^1(t-t_i) + \dots + a_j^h(t-t_i)^h + \dots + a_j^n(t-t_i)^n \quad (2.34)$$

En définissant  $|a^h|$  par :

$$|a^h| = \begin{pmatrix} a_1^h \\ \vdots \\ a_j^h \\ \vdots \\ a_m^h \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

l'équation qui lie pour  $1 \leq h \leq n$ ,  $|a^h|$  à  $|a^{h-1}|$  s'écrit :

$$|a^h| = \frac{|A|^{-1}}{h} \{ |b^{h-1}| - |B| |a^{h-1}| \} \quad (2.36)$$

La procédure de détermination du point de fonctionnement à  $t_{i+1}$  est identique à la précédente. Il suffit dans ce cas de déterminer successivement les matrices  $|a^1|$ ,  $|a^2|$ , ...,  $|a^h|$ , ... et  $|a^n|$ .

### III.2 ) Structures simples : expressions des matrices

Ces structures simples concernent un enroulement de type transformateur à une couche où les effets résistifs, les couplages capacitifs entre spires et les couplages inductifs sont négligés. Après avoir traité le cas des trois circuits présentés au paragraphe I de ce chapitre nous présenterons les matrices correspondant au cas général d'un enroulement à  $n_s$  spires.

#### III.2.1 ) Enroulements retenus pour l'étude analytique

##### - Configuration de base

Ce circuit est présenté à la figure 2.1a. Le système d'équations qui en régit le fonctionnement, donné par (2.1), en posant :

$$|A| = \begin{vmatrix} C & 0 \\ 0 & L \end{vmatrix}, \quad |B| = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad |x| = \begin{vmatrix} v \\ j \end{vmatrix}, \quad |u| = \begin{vmatrix} 0 \\ v_c \end{vmatrix},$$

conduit à l'équation (2.32)

##### - Enroulement à deux spires

Pour l'enroulement à deux spires ( figure 2.2 ) dont le fonctionnement est régi par le système d'équations différentielles (2.10) on aboutit également en utilisant l'écriture matricielle à l'équation (2.32). En outre les matrices  $|A|$ ,  $|B|$ ,  $|x|$  et  $|u|$  ont, en introduisant les sous-matrices, données par :

$$|L| = \begin{vmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{vmatrix} = L|I|, \quad |B_1| = \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}, \quad |j| = \begin{vmatrix} j_0 \\ j_1 \end{vmatrix}, \quad |v| = \begin{vmatrix} v_c \\ 0 \end{vmatrix}$$

où  $|I|$  représente la matrice unité, exactement la même structure que celle définie par la configuration de base :

$$|A| = \begin{vmatrix} C_s & |0| \\ |0| & |L| \end{vmatrix}, \quad |B| = \begin{vmatrix} 0 & -|B_1|_t \\ |B_1| & |0| \end{vmatrix}, \quad |x| = \begin{vmatrix} v_{g1} \\ |j| \end{vmatrix}, \quad |u| = \begin{vmatrix} 0 \\ |v_c| \end{vmatrix}$$

avec  $|B_1|_t$  la matrice transposée de  $|B_1|$

### - Enroulement à trois spires

La même procédure peut être utilisée pour l'enroulement à trois spires ( figure 2.3 ) à condition d'introduire deux nouvelles sous matrices  $| v_g |$  et  $| C |$  définies comme suit :

$$| v_g | = \begin{vmatrix} v_{g1} \\ v_{g2} \end{vmatrix}, \quad | C | = \begin{vmatrix} C_g & 0 \\ 0 & C_g \end{vmatrix} = C_g | I |$$

ce qui conduit à :

$$| A | = \begin{vmatrix} | C | & | 0 | \\ | 0 | & | L | \end{vmatrix}, \quad | B | = \begin{vmatrix} | 0 | & -| B_1 | \\ | B_1 | & | 0 | \end{vmatrix}, \quad | x | = \begin{vmatrix} | v_g | \\ | j | \end{vmatrix}, \quad | u | = \begin{vmatrix} | 0 | \\ | v_e | \end{vmatrix} \quad (2.37)$$

avec dans ce cas :

$$| B_1 | = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad | j | = \begin{vmatrix} j_0 \\ j_1 \\ j_2 \end{vmatrix}, \quad | v_e | = \begin{vmatrix} v_e \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$| L |$  étant une matrice carrée d'ordre 3.

### III.2.2 ) Généralisation à $n_s$ spires

En remarquant que les matrices  $| L |$  et  $| C |$  sont des matrices carrées respectivement d'ordre  $n_s$  et  $n_s - 1$ , en notant :  $| I |_{n_s}$  et  $| I |_{n_s - 1}$  les matrices unités d'ordre  $n_s$  et  $n_s - 1$  qui permettent de définir les quantités  $| L |$  et  $| C |$  :

$$| L | = L | I |_{n_s} \quad \text{et} \quad | C | = C_g | I |_{n_s - 1},$$

et en posant :

$$| v_g | = \begin{vmatrix} v_{g1} \\ v_{g2} \\ \vdots \\ v_{g n_s - 1} \end{vmatrix}, \quad | j | = \begin{vmatrix} j_0 \\ j_1 \\ \vdots \\ j_{n_s - 1} \end{vmatrix}, \quad | v_e | = \begin{vmatrix} v_e \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix},$$

les matrices  $| A |$ ,  $| B |$ ,  $| x |$  et  $| u |$  qui conduisent à l'équation (2.32) sont toujours données par (2.37),  $| B_1 |$  étant une matrice  $n_s \times n_s - 1$  définie par :

$$| B_1 | = \underbrace{\left[ \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]}_{n_s - 1 \text{ colonnes}} \left. \vphantom{\left[ \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right]} \right\} n_s \text{ lignes}$$

### III.2.3 ) Formulation différentielle du système d'équations

Si l'on développe l'équation (2.32), compte tenu de (2.37), il vient :

$$\left. \begin{array}{l} | C || \dot{v}_g | - | B_1 | | j | = | 0 | \\ | L || j | + | B_1 || v_g | = | v_e | \end{array} \right\} \quad (2.38)$$

En définissant sur l'intervalle  $[t_i, t_{i+1}]$  les variables  $j_k$ ,  $v_{gk}$  et  $v_e$  par :

$$\left. \begin{array}{l} j_k = a_k^0 + a_k^1(t-t_i) + a_k^2(t-t_i)^2 + \dots + a_k^h(t-t_i)^h + \dots + a_k^n(t-t_i)^n \\ v_{gk} = b_k^0 + b_k^1(t-t_i) + b_k^2(t-t_i)^2 + \dots + b_k^h(t-t_i)^h + \dots + b_k^n(t-t_i)^n \\ v_e = c_k^0 + c_k^1(t-t_i) + c_k^2(t-t_i)^2 + \dots + c_k^h(t-t_i)^h + \dots + c_k^n(t-t_i)^n \end{array} \right\}, \quad (2.39)$$

la procédure proposée consiste à déterminer les coefficients d'ordre  $h$  des variables  $j_k$  et  $v_{gk}$  en fonction de ceux d'ordre  $h-1$ . Par conséquent en notant :

$$| a_k^h | = \begin{vmatrix} a_0^h \\ a_1^h \\ \vdots \\ a_{n_s-1}^h \end{vmatrix}, \quad | b_k^h | = \begin{vmatrix} b_0^h \\ b_1^h \\ \vdots \\ b_{n_s-1}^h \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad | c^h | = \begin{vmatrix} c^h \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix},$$

le système matriciel (2.38) s'écrit :

$$\left. \begin{array}{l} h | C || b_k^h | - | B_1 | | a_k^{h-1} | = | 0 | \\ h | L || a_k^h | + | B_1 || b_k^{h-1} | = | c^{h-1} | \end{array} \right\} \quad (2.40)$$

Comme les coefficients  $a_k^{h-1}$  et  $b_k^{h-1}$  sont supposés connus de même que  $c^{h-1}$  on aboutit donc à deux équations totalement indépendantes, la première qui permet de déterminer les coefficients des variables  $v_{gk}$ , la seconde ceux des variables  $j_k$ .

En remarquant que les produits  $|B_1| |b_k^{h-1}|$  et  $|B_1|_t |a_k^{h-1}|$  conduisent à des matrices colonnes comportant respectivement  $n_s$  et  $n_s-1$  éléments, le système (2.40) peut s'écrire :

$$\left. \begin{aligned} h|C| |b_k^h| &= |J_k^{h-1}| \\ h|L| |a_k^h| &= |V_k^{h-1}| \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

Pour obtenir une certaine homogénéité dans la définition des éléments qui composent  $|J_k^{h-1}|$  et  $|V_k^{h-1}|$  nous conviendrons de poser :

$$V_e = V_{g0} \quad (2.42)$$

ce qui, sur l'intervalle  $[t, t_{i+1}]$ , conduit à :

$$v_{g0} = b_0^0 + b_0^1(t-t_i) + b_0^2(t-t_i)^2 + \dots + b_0^h(t-t_i)^h + \dots + b_0^n(t-t_i)^n \quad (2.43)$$

avec

$$b_0^h \equiv c^h \quad (2.44)$$

D'autre part nous définirons la tension  $v_{gns}$  aux bornes du court-circuit (point  $n_s$  et la masse) par :

$$v_{gns} = b_{ns}^0 + b_{ns}^1(t-t_i) + b_{ns}^2(t-t_i)^2 + \dots + b_{ns}^h(t-t_i)^h + \dots + b_{ns}^n(t-t_i)^n \quad (2.45)$$

tous les coefficients de ce polynôme étant identiquement nuls. Dans ces conditions les matrices  $|J_k^{h-1}|$  et  $|V_k^{h-1}|$  s'écrivent :

$$|J_k^{h-1}| = \begin{vmatrix} a_0^{h-1} - a_1^{h-1} \\ a_1^{h-1} - a_2^{h-1} \\ \vdots \\ a_{ns-2}^{h-1} - a_{ns-1}^{h-1} \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad |V_k^{h-1}| = \begin{vmatrix} b_0^{h-1} - b_1^{h-1} \\ b_1^{h-1} - b_2^{h-1} \\ \vdots \\ b_{ns-2}^{h-1} - b_{ns-1}^{h-1} \end{vmatrix} \quad (2.46)$$

Nous conviendrons pour la suite de l'étude de noter  $\Delta a_{k,k+1}^{h-1}$  et  $\Delta b_{k,k+1}^{h-1}$  les  $k$ ème éléments de ces matrices colonnes :

$$\Delta a_{k,k+1}^{h-1} = a_k^{h-1} - a_{k+1}^{h-1} \quad (2.47)$$

$$\Delta b_{k,k+1}^{h-1} = b_k^{h-1} - b_{k+1}^{h-1} \quad (2.48)$$

k évoluant de 0 à  $n_s - 1$  pour la matrice  $| J_k^{h-1} |$  et de 0 à  $n_s$  pour la matrice  $| V_k^{h-1} |$ .

remarque

Si au niveau de ces circuits on souhaite prendre en compte la résistance R de la spire, celle-ci n'apparaîtrait que dans la matrice  $| V_k^{h-1} |$ . Dans ces conditions, le k<sup>ème</sup> élément de cette matrice aurait pour expression :

$$\Delta b_{k,k+1}^{h-1} = b_k^{h-1} - b_{k+1}^{h-1} - Ra_k^{h-1} \quad (2.49)$$

### III.3 ) Enroulements de type transformateur

Cette étude sera réalisée en supposant le noyau magnétique réuni à la masse.

#### III.3.1 ) Enroulement simple couche

Cet enroulement simple couche se distingue du précédent par la présence des capacités  $C_s$ . Au niveau d'une spire ( figure 1.10 ) on distingue 3 variables d'états qui sont  $j_k$ ,  $v_{sk}$  et  $v_{gk+1}$ .

Si l'enroulement comporte  $n_s$  spires, il y aurait donc en théorie  $3n_s$  variables d'états.

Comme la capacité  $C_g$  au niveau de la dernière spire est court-circuitée et qu'il n'y a pas de capacité  $C_s$  entre les points 0 et 1, ce nombre de variables est égal à  $3n_s - 2$ . Celles-ci concernent :

- les  $n_s$  courants  $j$  (  $j_0, j_1, \dots, j_{n_s-1}$  ),
- les  $n_s - 1$  tensions  $v_s$  (  $v_{s1}, v_{s2}, \dots, v_{s_{n_s-1}}$  ),
- les  $n_s - 1$  tensions  $v_g$  (  $v_{g1}, v_{g2}, \dots, v_{g_{n_s-1}}$  ),

Cependant ces variables ne sont pas linéairement indépendantes. En effet au niveau des tensions on a la relation :

$$v_{gk} - v_{sk} - v_{gk+1} = 0 \quad (2.50)$$

Par conséquent, en exprimant  $v_{sk}$  en fonction de  $v_{gk}$  et  $v_{gk+1}$  on réduit ce nombre de variables à  $2n_s - 1$ .

### III.3.1.1 ) Couplages inductifs négligés

De façon générale, en négligeant les couplages inductifs, on peut écrire les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} C_g \frac{dv_{gk+1}}{dt} - C_s \frac{dv_{sk}}{dt} + C_s \frac{dv_{sk+1}}{dt} &= j_k - j_{k+1} \\ L \frac{dj_k}{dt} &= v_{sk} - Rj_k \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

Compte tenu de (2.50), les relations (2.51) s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} (2C_s + C_g) \frac{dv_{gk+1}}{dt} - C_s \frac{dv_{gk}}{dt} - C_s \frac{dv_{gk+2}}{dt} &= j_k - j_{k+1} \\ L \frac{dj_k}{dt} &= v_{gk} - v_{gk+1} - Rj_k \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Pour la première spire (  $k = 0$  ), comme  $i_0 = j_0$  ( figure 1.9b ) il vient :

$$\left. \begin{aligned} (C_s + C_g) \frac{dv_{g1}}{dt} - C_s \frac{dv_{g2}}{dt} &= j_0 - j_1 \\ L \frac{dj_0}{dt} &= v_e - v_{g1} - Rj_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

En ce qui concerne l'avant dernière spire (  $k = n_s - 2$  ) les équations qui traduisent le comportement du quadripôle correspondant sont données par (2.52) à condition de poser  $v_{gns} = 0$ .

Pour la dernière spire (  $k = n_s - 1$  ), seule la deuxième relation de (2.52) est à prendre en compte :

$$L \frac{dj_{ns-1}}{dt} = v_{gns-1} - v_{gns} - Rj_{ns-1} \quad (2.54)$$

Les relations qui traduisent le comportement de cet enroulement simple couche vérifient la relation (2.32) et les différentes matrices sont encore données par (2.37) avec  $|L| = L |I|_{ns}$  et  $|C|$  une matrice carrée d'ordre  $n_s - 1$  qui, dans ces conditions, en posant :

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{C_g}{C_s} \\ \lambda &= 2 + K \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

s'écrit :

$$| C | = C_s \begin{vmatrix} \lambda - 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & \lambda & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \lambda & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & \lambda & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & \lambda \end{vmatrix}$$

En utilisant la procédure proposée les équations qui permettent de définir les coefficients des polynômes qui caractérisent les différentes variables sont, en adoptant le formalisme précédent ( $v_e = 0$  et  $v_{gns} = 0$ ), données par (2.41) le  $k^{\text{ème}}$  élément des matrices  $| J_k^{h-1} |$  et  $| V_k^{h-1} |$  étant défini par les relations (2.47) et (2.49).

Il apparaît donc que la seule différence entre cet enroulement du type transformateur et l'enroulement précédent ( où les capacités  $C_s$  sont négligées ) porte sur la définition de la matrice  $| C |$ . Précisons qu'à nombre de spires égal, les dimensions des matrices n'ont pas changées.

### III.3.1.2 ) Prise en compte des couplages inductifs

Comparativement à l'étude précédente, la seule modification apparaît au niveau de la matrice  $| L |$  qui s'écrit :

$$| L | = \begin{vmatrix} L & m_1^0 & \dots & m_k^0 & \dots & m_{ns-2}^0 & m_{ns-1}^0 \\ m_0^1 & L & \dots & m_k^1 & \dots & m_{ns-2}^1 & m_{ns-1}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & \vdots & \vdots \\ m_0^k & m_1^k & & L & & m_{ns-2}^k & m_{ns-1}^k \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_0^{ns-2} & m_1^{ns-2} & \dots & m_k^{ns-2} & \dots & L & m_{ns-1}^{ns-2} \\ m_0^{ns-1} & m_1^{ns-1} & \dots & m_k^{ns-1} & \dots & m_{ns-2}^{ns-1} & L \end{vmatrix}$$

Comme  $m_k^h = m_h^k$ , cette matrice  $| L |$  peut encore s'écrire :

$$| L | = L | I |_{ns} + | M | + | M |_t$$

avec :

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & m_1^0 & \dots & m_k^0 & \dots & m_{ns-2}^0 & m_{ns-1}^0 \\ 0 & 0 & \dots & m_k^1 & \dots & m_{ns-2}^1 & m_{ns-1}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & 0 & & m_{ns-2}^k & m_{ns-1}^k \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & m_{ns-1}^{ns-2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

### III.3.2 ) Enroulement à deux couches

Le schéma est cette fois celui donné à la figure 1.13. En l'adaptant à l'enroulement à deux couches ( $n_c = 2$ ), on trouve :

- $2(n_s - 1)$  capacités  $C_s$  ( tensions  $v_{sq.k}$  avec  $k \in [1, n_s - 1]$  et  $q \in [1, 2]$  ),
- $n_s$  capacités  $C_g$  ( tensions  $v_{g1.k}$  avec  $k \in [1, n_s]$  ),
- $n_s$  capacités  $C_c$  ( tensions  $v_{c2.k}$  avec  $k \in [0, n_s - 1]$  )
- $2n_s$  inductances  $L$  ( courants  $j_{q.k}$  avec  $k \in [1, n_s]$  et  $q \in [1, 2]$  ).

Il faut donc résoudre un système comportant  $6n_s - 2$  équations à  $6n_s - 2$  inconnues. Comme le condensateur  $C_c$  situé entre les points 1.0 et 2.0 est relié entre les points d'application de  $v_e$  ( point N°1.0 ) et la masse ( point N° 2.0 ) son potentiel est fixé et égal à  $-v_e$ . De ce fait, il ne faut pas considérer sa tension comme une variable d'état. Par contre, il y circulera un courant  $i_c = C_c \frac{dv_e}{dt}$  qu'il faudra additionner au courant  $j_{10}$  pour avoir le courant total absorbé par l'enroulement au moment de l'application du front raide.

Comme pour l'enroulement à une couche, le nombre de variables peut être réduit en exprimant les tensions  $v_{sq.k}$  en fonction des tensions  $v_{g1.k}$  et  $v_{c2.k}$ . Dans ces conditions, il ne reste plus que  $4n_s - 1$  variables. Il faut, pour déterminer  $v_{sq.k}$  en fonction des autres tensions, écrire les lois des mailles correspondant aux cellules données aux figures 1.14 et 1.15. Cela conduit de façon générale aux relations suivantes :

$$V_{s1.k} = V_{g1.k} - V_{g1.k+1}, \quad \text{avec } 1 \leq k \leq n_s - 1 \quad (2.56)$$

$$V_{s2.k} = V_{g1.k} - V_{g1.k+1} + V_{c2.k} - V_{c2.k+1}, \quad \text{avec } 1 \leq k \leq n_s - 2 \quad (2.57)$$

Cette dernière relation, en convenant de donner à  $v_{c2.ns}$  la valeur 0 est également valable pour  $1 \leq k \leq n_s - 1$ .

### III.3.2.1 ) Couplages inductifs négligés

#### • Equations générales

L'application de la loi des noeuds aux points 1.k et 2.k pour  $2 \leq k \leq n_s - 1$  conduit successivement à :

$$j_{1.k-1} + C_s \frac{dv_{s1.k-1}}{dt} - C_g \frac{dv_{g1.k}}{dt} + C_c \frac{dv_{c2.k}}{dt} = j_{1.k} + C_s \frac{dv_{s1.k}}{dt}, \quad (2.58)$$

$$j_{2.k-1} + C_s \frac{dv_{s2.k-1}}{dt} - C_c \frac{dv_{c2.k}}{dt} = j_{2.k} + C_s \frac{dv_{s2.k}}{dt}, \quad (2.59)$$

Ces relations, compte tenu de (2.56) et (2.57) peuvent encore s'écrire :

$$(2C_s + C_g) \frac{dv_{g1.k}}{dt} - C_s \left[ \frac{dv_{g1.k-1}}{dt} + \frac{dv_{g1.k+1}}{dt} \right] - C_c \frac{dv_{c2.k}}{dt} = j_{1.k-1} - j_{1.k}, \quad (2.60)$$

$$(2C_s + C_c) \frac{dv_{c2.k}}{dt} - C_s \left[ \frac{dv_{c2.k-1}}{dt} + \frac{dv_{c2.k+1}}{dt} \right] + 2C_s \frac{dv_{g1.k}}{dt} - C_s \left[ \frac{dv_{g1.k-1}}{dt} + \frac{dv_{g1.k+1}}{dt} \right] = j_{2.k-1} - j_{2.k} \quad (2.61)$$

Comme le domaine d'évolution de k relatif aux équations (2.56) et (2.57) est plus étendu que celui correspondant aux équations (2.58) et (2.59), les relations (2.60) et (2.61) sont valables pour  $2 \leq k \leq n_s - 1$ . Pour définir les relations qui conduisent aux courants  $j_k$  il suffit d'appliquer la loi des mailles donc d'utiliser la relation (1.11) valable pour  $0 \leq k \leq n_s - 1$ . Etant donnés (2.56) et (2.57), il vient :

$$L \frac{dj_{1.k}}{dt} = v_{g1.k} - v_{g1.k+1} - Rj_{1.k}, \quad (2.62)$$

$$L \frac{dj_{2.k}}{dt} = v_{g1.k} - v_{g1.k+1} + v_{c2.k} - v_{c2.k+1} - Rj_{2.k} \quad (2.63)$$

mais dans ce cas on réduit le domaine d'évolution de k :  $1 \leq k \leq n_s - 1$ . Le nombre d'équations qu'il est possible d'écrire à partir des relations (2.60) à (2.63), en introduisant la variable  $v_{c2n_s} = 0$ , est :

relation (2.60)	$2 \leq k \leq n_s - 1$	( $n_s - 2$ relations ),
relation (2.61)	$2 \leq k \leq n_s - 1$	( $n_s - 2$ relations ),
relation (2.62)	$1 \leq k \leq n_s - 1$	( $n_s - 1$ relations ),
relation (2.63)	$1 \leq k \leq n_s - 1$	( $n_s - 1$ relations ).

• **Equations particulières**

Il manque donc 5 équations qu'il est possible d'établir en examinant les conditions particulières liées à cette mise en série. Celles-ci concernent :

- les relations (2.60) et (2.61) aux noeuds 1.1 et 2.1,
- les relations (2.62) et (2.63) pour  $k = 0$ ,
- la relation qui traduit la mise en série ( combinaison des relations (2.60) et (2.61) aux noeuds 1.n<sub>s</sub> et 2.n<sub>s</sub> )

\* La loi des noeuds appliquée au point 1.1 conduit à :

$$j_{1.0} - C_g \frac{dv_{g1.1}}{dt} + C_c \frac{dv_{c2.1}}{dt} = j_{1.1} + C_s \frac{dv_{s1.1}}{dt}$$

de sorte que (2.63) s'écrit :

$$(C_s + C_g) \frac{dv_{g1.1}}{dt} - C_s \frac{dv_{g1.2}}{dt} - C_c \frac{dv_{c2.1}}{dt} = j_{1.0} - j_{1.1}, \quad (2.64)$$

pour le noeud 2.1 il vient :

$$j_{2.0} - C_c \frac{dv_{c2.1}}{dt} = j_{2.1} + C_s \frac{dv_{s2.1}}{dt},$$

soit :

$$(C_s + C_c) \frac{dv_{c2.1}}{dt} - C_s \frac{dv_{c2.2}}{dt} + C_s \frac{dv_{g1.1}}{dt} - C_s \frac{dv_{g1.2}}{dt} = j_{2.0} - j_{2.1}. \quad (2.65)$$

\* En posant :

$$\left. \begin{array}{l} v_{g1.0} = v_e \\ v_{c2.0} = -v_e \end{array} \right\} \quad (2.66)$$

les relations (2.56) et (2.57) sont valables pour  $0 \leq k \leq n_s - 1$  il en est par conséquent de même pour les relations (2.62) et (2.63).

\* La dernière relation traduit le fait que les deux enroulements sont mis en série. La loi des noeuds au point 1.n<sub>s</sub> s'écrit :

$$j_{1 \text{ ns} - 1} + C_s \frac{dv_{s1 \text{ ns} - 1}}{dt} - C_g \frac{dv_{g1 \text{ ns}}}{dt} = -j_{2 \text{ ns} - 1} - C_s \frac{dv_{s2 \text{ ns} - 1}}{dt},$$

soit :

$$(2C_s + C_g) \frac{dv_{g1 \text{ ns}}}{dt} - 2C_s \frac{dv_{g1 \text{ ns} - 1}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} (v_{c2 \text{ ns} - 1} - v_{c2 \text{ ns}}) = j_{1 \text{ ns} - 1} + j_{2 \text{ ns} - 1} \quad (2.67)$$

On a donc :

- 2n<sub>s</sub> - 2 relations qui lient les dérivées des quantités v<sub>g1.k</sub> v<sub>c2.k</sub> aux variables j<sub>q.k</sub>,
- 2n<sub>s</sub> relations qui lient les dérivées des courants j<sub>q.k</sub> aux variables v<sub>g1.k</sub> v<sub>c2.k</sub>,
- 1 relation qui traduit la mise en série des deux couches.

#### • Présentation des équations sous forme matricielle

Pour cette présentation nous utiliserons le formalisme suivant : si | x | représente un vecteur colonne on définira par | ẋ | le vecteur colonne de même dimension que | x | dont les différents éléments seront les dérivées premières par rapport au temps des éléments de | x |.

\* Si l'on considère les équations indépendantes du couplage des deux couches qui lient les dérivées des quantités v<sub>g1.k</sub> et v<sub>c2.k</sub> aux variables j<sub>k</sub> ( celles-ci sont au nombre de 2n<sub>s</sub> - 4 ), en posant :

$$| v | = \begin{vmatrix} | v_{g1 \text{ k}} | \\ | v_{c2 \text{ k}} | \end{vmatrix},$$

$$\text{où } | v_{g1 \text{ k}} | = \begin{vmatrix} v_{g1 \text{ 1}} \\ \vdots \\ v_{g1 \text{ k}} \\ \vdots \\ v_{g1 \text{ ns}} \end{vmatrix} \left. \vphantom{\begin{vmatrix} v_{g1 \text{ 1}} \\ \vdots \\ v_{g1 \text{ k}} \\ \vdots \\ v_{g1 \text{ ns}} \end{vmatrix}} \right\} n_s \text{ éléments, et } | v_{c2 \text{ k}} | = \begin{vmatrix} v_{c2 \text{ 1}} \\ \vdots \\ v_{c2 \text{ k}} \\ \vdots \\ v_{c2 \text{ ns}} \end{vmatrix} \left. \vphantom{\begin{vmatrix} v_{c2 \text{ 1}} \\ \vdots \\ v_{c2 \text{ k}} \\ \vdots \\ v_{c2 \text{ ns}} \end{vmatrix}} \right\} n_s \text{ éléments.}$$

il vient :

\* pour la première couche ( relations 2.60 ) :

$$| C_1 || \dot{v} | = | \Delta j_{1 \text{ k}} | \quad (2.68)$$

avec  $|C_1| = |C_s, C_g| |C_c|$  et  $|\Delta j_{1,k}|$  une matrice colonne à  $n_s - 2$  éléments dont le  $k^{\text{ème}}$  élément à pour expression  $\Delta j_{1,k} = j_{1,k} - j_{1,k+1}$  avec  $1 \leq k \leq n_s - 2$ ,

\* pour la seconde couche ( relation 2.61 ) :

$$|C_2| |\dot{v}| = |\Delta j_{2,k}| \quad (2.69)$$

où  $|C_2| = |C_s| |C_s, C_c|$  et  $|\Delta j_{2,k}|$  une matrice colonne à  $n_s - 2$  éléments dont le  $k^{\text{ème}}$  élément à pour expression  $\Delta j_{2,k} = j_{2,k} - j_{2,k+1}$  avec  $1 \leq k \leq n_s - 2$

Dans ces différentes relations les sous matrices qui composent  $|C_1|$  et  $|C_2|$  sont données par :

$$\begin{aligned} |C_s, C_g| &= C_s | \lambda_2 |, \\ |C_c| &= -C_c | I |_{n_s-2} = C_s | K'2 |, \\ |C_s| &= C_s | 2_2 |, \\ |C_s, C_c| &= C_s | \delta_2 |, \end{aligned}$$

avec :

$$|\lambda_2| = \begin{vmatrix} -1 & \lambda & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \lambda & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda & -1 & \lambda & -1 \end{vmatrix}$$

$$|2_2| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda & -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$|\delta_2|$  étant obtenue en substituant dans  $|\lambda_2|$ ,  $\delta$  à  $\lambda$  avec :

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 2 - K' \\ K' &= -\frac{C_c}{C_s} \end{aligned} \right\} \quad (2.70)$$

$\lambda$  étant donné par (2.55).

Les matrices  $|\lambda_2|$ ,  $|2_2|$  et  $|\delta_2|$  sont des matrices de dimension  $(n_s-2)(n_s)$  quant à  $|K'_2|$  c'est une matrice carrée d'ordre  $n_s-2$  égale à :

$$|K'_2| = K' |I|_{n_s-2},$$

\* Si l'on ne prend pas en compte les équations particulières qui permettent d'étendre le domaine de validité des relations (2.62) et (2.63) qui donnent les quantités  $\dot{j}_{1,k}$ , on est en présence de  $2n_s - 2$  relations. En posant :

$$|j| = \begin{vmatrix} |j_{1,k}| \\ |j_{2,k}| \end{vmatrix}$$

avec :

$$|j_{1,k}| = \begin{vmatrix} j_{1,1} \\ \vdots \\ j_{1,k} \\ \vdots \\ j_{1,n_s-1} \end{vmatrix} \left. \vphantom{\begin{vmatrix} j_{1,1} \\ \vdots \\ j_{1,k} \\ \vdots \\ j_{1,n_s-1} \end{vmatrix}} \right\} n_s - 1 \text{ éléments, et } |j_{2,k}| = \begin{vmatrix} j_{2,1} \\ \vdots \\ j_{2,k} \\ \vdots \\ j_{1,n_s-2} \end{vmatrix} \left. \vphantom{\begin{vmatrix} j_{2,1} \\ \vdots \\ j_{2,k} \\ \vdots \\ j_{1,n_s-2} \end{vmatrix}} \right\} n_s - 1 \text{ éléments,}$$

les expressions relatives à la première couche ( relation 2.62 ) conduisent à :

$$|L_1| |\dot{j}_{1,k}| = |\Delta v_{g1,k} - R| j_{1,k}|, \quad (2.71)$$

avec  $|L_1| = |L'_1| |0|_{n_s-1}$  où  $|L'_1| = L |I|_{n_s-1}$

et  $|\Delta v_{g1,k}|$  une matrice colonne à  $n_s - 1$  éléments dont le  $k^{\text{ème}}$  est donné par:

$$\Delta v_{g1,k} = v_{g1,k} - v_{g1,k+1} \quad (1 \leq k \leq n_s - 2) \quad (2.72)$$

Pour la seconde couche, ( relation 2.63 ) il vient :

$$|L_2| |\dot{j}_{2,k}| = |\Delta v_{g1,k} + \Delta v_{c2,k} - R| j_{2,k}|, \quad (2.73)$$



avec

$$K = \frac{C_g}{C_s}, \quad \lambda = 2 + K, \quad \lambda' = 1 + K,$$

$$K' = -\frac{C_c}{C_s}, \quad \delta = 2 - K', \quad \delta' = 1 - K',$$

$$v_{c2 \text{ ns}} = 0$$

$$v_{g1 \text{ o}} = ve$$

$$v_{c2 \text{ o}} = -ve$$

Les expressions (2.75) et (2.76) sont identiques à (2.38) par conséquent, le passage aux relations (2.41) qui permettent de calculer les coefficients des polynômes qui caractérisent les lois d'évolution des différentes variables ne soulève aucune difficulté.

Remarque :

De façon générale, les matrices  $|C|$  et  $|L|$  ( relation 2.38 ) auraient pu dans ce cas être présentées différemment (  $|L|$ , par exemple, est tout simplement égale à :  $|L| = L|I|_{2ns}$  ). Nous avons volontairement adopté cette présentation pour mettre en évidence les équations particulières notamment celles qui résultent de la mise en série des deux couches. D'ailleurs il aurait également pu être possible de regrouper les trois équations particulières de (2.75) et les deux de (2.76).

### III.3.2.2 ) Prise en compte des couplages inductifs

Le fait de prendre en compte les mutuelles inductances ne modifie que la matrice  $|L|$  de l'équation (2.76) Celle-ci, en insérant les lignes qui traduisent les conditions particulières, aura pour expression :

$$|L| = \left| \begin{array}{cc} |L''_1| & |m_{2h}^{1k}| \\ |m_{1h}^{2k}| & |L''_2| \end{array} \right| \quad (2.77)$$

Les différentes sous matrices s'expriment de la façon suivante :

$$\left. \begin{array}{l} |L''_1| = L|I|_{ns} + |m_{1k}^{1k}| + |m_{1k}^{1k}|_t \\ |L''_2| = L|I|_{ns} + |m_{2k}^{2k}| + |m_{2k}^{2k}|_t \end{array} \right\} \quad (2.78)$$

avec :

$$| m_{1,h}^{2,k} | = \begin{vmatrix} m_{1,0}^{2,0} & m_{1,1}^{2,0} & \dots & m_{1,k}^{2,0} & \dots & m_{1,n_s-1}^{2,0} \\ m_{1,0}^{2,1} & m_{1,1}^{2,1} & \dots & m_{1,k}^{2,1} & \dots & m_{1,n_s-1}^{2,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ m_{1,0}^{2,k} & m_{1,1}^{2,k} & \dots & m_{1,k}^{2,k} & \dots & m_{1,n_s-1}^{2,k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{1,0}^{2,n_s-1} & m_{1,1}^{2,n_s-1} & \dots & m_{1,k}^{2,n_s-1} & \dots & m_{1,n_s-1}^{2,n_s-1} \end{vmatrix}$$

$$| m_{2,h}^{1,k} | = \begin{vmatrix} m_{2,0}^{1,0} & m_{2,1}^{1,0} & \dots & m_{2,k}^{1,0} & \dots & m_{2,n_s-1}^{1,0} \\ m_{2,0}^{1,1} & m_{2,1}^{1,1} & \dots & m_{2,k}^{1,1} & \dots & m_{2,n_s-1}^{1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ m_{2,0}^{1,k} & m_{2,1}^{1,k} & \dots & m_{2,k}^{1,k} & \dots & m_{2,n_s-1}^{1,k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{2,0}^{1,n_s-1} & m_{2,1}^{1,n_s-1} & \dots & m_{2,k}^{1,n_s-1} & \dots & m_{2,n_s-1}^{1,n_s-1} \end{vmatrix}$$

$$| m_{1,h}^{1,k} | = \begin{vmatrix} 0 & m_{1,1}^{1,0} & \dots & m_{1,k}^{1,0} & \dots & m_{1,n_s-1}^{1,0} \\ 0 & 0 & \dots & m_{1,k}^{1,1} & \dots & m_{1,n_s-1}^{1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & m_{1,n_s-1}^{1,k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

$$| m_{2,h}^{2,k} | = \begin{vmatrix} 0 & m_{2,1}^{2,0} & \dots & m_{2,k}^{2,0} & \dots & m_{2,n_s-1}^{2,0} \\ 0 & 0 & \dots & m_{2,k}^{2,1} & \dots & m_{2,n_s-1}^{2,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & m_{2,n_s-1}^{2,k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

### III.3.3 ) Généralisation à un enroulement à $n_c$ couches

Si l'on considère le schéma de la figure 1.13, en convenant d'exprimer les quantités  $v_{sq,k}$  en fonction de  $v_{g1,k}$  et de  $v_{cq,k}$  on fait apparaître suite à la mise en série des différentes couches  $2n_c n_s$  variables d'état qui se décomposent comme suit :

- les  $n_s$  tensions aux bornes des capacités  $C_g$ ,
- les  $(n_c - 1) n_s$  tensions aux bornes des capacités  $C_c$ ,
- les  $n_c n_s$  courants dans les inductances  $L$ .

Suivant le point d'application de  $v_e$  on impose une condition supplémentaire ce qui réduit le nombre de variables à  $2 n_c n_s - 1$ . Les lois des mailles qui permettent d'explicitier  $v_{sq.k}$  en fonction des autres variables tension du circuit conduisent, compte tenu de (2.56) et (2.57), à :

$$v_{sq.k} = \Delta v_{g1.k} + \Delta v_{c2.k} + \dots + \Delta v_{cp.k} + \dots + \Delta v_{cq.k} \quad (2.79)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_{g1.k} &= v_{g1.k} - v_{g1.k+1} \\ \Delta v_{cp.k} &= v_{cp.k} - v_{cp.k+1} \end{aligned} \right\} \quad (2.80)$$

$p$  prenant toutes les valeurs comprises entre 2 et  $q$  inclus, quant au domaine d'évolution de  $k$ , en posant  $v_{c2 ns} = 0$ ,  $v_{c3 0} = 0$ , etc., il est limité à :  $1 \leq k \leq n_s - 1$ .

### • Equations générales

◆ Si l'on néglige les couplages inductifs la loi des noeuds appliquée aux points  $1.k$ ,  $q.k$  ( $2 \leq q \leq n_c - 1$ ) et  $n_c.k$  avec  $2 \leq k \leq n_s - 1$ , permet d'écrire :

$$j_{1.k-1} + C_s \frac{dv_{s1.k-1}}{dt} - C_g \frac{dv_{g1.k}}{dt} + C_c \frac{dv_{c2.k}}{dt} = j_{1.k} + C_s \frac{dv_{s1.k}}{dt} \quad (2.81)$$

$$j_{q.k-1} + C_s \frac{dv_{sq.k-1}}{dt} - C_c \frac{dv_{cq.k}}{dt} + C_c \frac{dv_{cq+1.k}}{dt} = j_{q.k} + C_s \frac{dv_{sq.k}}{dt} \quad (2.82)$$

$$j_{nc.k-1} + C_s \frac{dv_{snc.k-1}}{dt} - C_c \frac{dv_{cnc.k}}{dt} = j_{nc.k} + C_s \frac{dv_{snc.k}}{dt} \quad (2.83)$$

Dans ces relations on fait apparaître la quantité  $v_{sq.k} - v_{sq.k-1}$  qui, en posant :

$$\left. \begin{aligned} \Delta' v_{g1.k} &= -v_{g1.k-1} + 2v_{g1.k} - v_{g1.k+1} \\ \Delta' v_{cp.k} &= -v_{cp.k-1} + 2v_{cp.k} - v_{cp.k+1} \end{aligned} \right\} \quad (2.84)$$

conduisent à :

$$v_{sq.k} - v_{sq.k-1} = \Delta' v_{g1.k} + \Delta' v_{c2.k} + \dots + \Delta' v_{cp.k} + \dots + \Delta' v_{cq.k} \quad (2.85)$$

de sorte que les relations (2.81) à (2.83) s'écrivent :

$$(2C_s + C_g) \frac{dv_{gl\ k}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} [v_{gl\ k-1} + v_{gl\ k+1}] - C_c \frac{dv_{c2\ k}}{dt} = j_{l\ k-1} - j_{l\ k} \quad (2.86)$$

$$(2C_s + C_c) \frac{dv_{cq\ k}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} [v_{cq\ k-1} + v_{cq\ k+1}] + C_s \frac{d}{dt} [\Delta'v_{gl\ k}] + C_s \sum_{p=2}^{p=q-1} \frac{d}{dt} [\Delta'v_{cp\ k}] - C_c \frac{dv_{cq+1\ k}}{dt} = j_{q\ k-1} - j_{q\ k} \quad (2.87)$$

$$(2C_s + C_c) \frac{dv_{cnc\ k}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} [v_{cnc\ k-1} + v_{cnc\ k+1}] + C_s \frac{d}{dt} [\Delta'v_{gl\ k}] + C_s \sum_{p=2}^{p=n_c-1} \frac{d}{dt} [\Delta'v_{cp\ k}] = j_{nc\ k-1} - j_{nc\ k} \quad (2.88)$$

(2.86), (2.87) et (2.88) définissent  $n_c$  relations, chacune d'entre elles, en faisant évoluer  $k$ , induit à son tour  $n_s - 2$  relations.

◆ La loi des mailles, compte tenu de (2.79), conduit à :

$$L \frac{dj_{q\ k}}{dt} = \Delta v_{gl\ k} + \sum_{p=2}^{p=q} \Delta v_{cp\ k} - Rj_{q\ k} \quad (2.89)$$

Cette relation étant valable pour  $q$  compris entre 1 et  $n_c$  à condition d'attribuer pour  $q = 1$  à  $\Delta v_{cp\ k}$  la valeur 0 quel que soit  $p$ . On est encore dans ce cas en présence de  $n_c$  relations qui induisent chacune, lorsque  $k$  évolue de 1 à  $n_s - 1$  inclus,  $n_s - 1$  relations.

Si l'on effectue le bilan des équations qu'il a été possible d'établir, on s'aperçoit qu'il en manque  $3 n_c - 1$ . Celles-ci s'obtiennent :

- en appliquant la loi des noeuds aux points  $q.1$  ( $n_c$  relations),
- en appliquant la loi des mailles aux points  $q.0$  ( $n_c$  relations),
- en prenant en compte les conditions de mise en série des couches ( $n_c - 1$  relations).

• Equations particulières

◆ La loi des noeuds appliquée au point q.1 conduit à :

$$j_{q.0} - C_c \frac{dv_{cq.1}}{dt} + C_c \frac{dv_{cq+1.1}}{dt} = j_{q.1} + C_s \frac{dv_{sq.1}}{dt} \quad (2.90)$$

Cette relation, compte tenu de (2.79), s'écrit :

$$\begin{aligned} (C_s + C_c) \frac{dv_{cq.1}}{dt} - C_s \frac{dv_{cq.2}}{dt} + C_s \sum_{p=2}^{p=q-1} \frac{d}{dt} [\Delta v_{cp.1}] \\ + C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{g1.1}] - C_c \frac{dv_{cq+1.1}}{dt} = j_{q.0} - j_{q.1} \end{aligned} \quad (2.91)$$

○ pour le noeud 1.1 on considère la relation (2.64) :

$$(C_s + C_g) \frac{dv_{g1.1}}{dt} - C_s \frac{dv_{g1.2}}{dt} - C_c \frac{dv_{c2.1}}{dt} = j_{1.0} - j_{1.1} \quad (2.92)$$

○ pour le noeud n<sub>c</sub>.1 la relation (2.90) devient :

$$j_{nc.0} - C_s \frac{dv_{cq.1}}{dt} = j_{nc.1} + C_s \frac{dv_{snc.1}}{dt}$$

de sorte qu'elle conduit à :

$$\begin{aligned} (C_s + C_c) \frac{dv_{cnc.1}}{dt} - C_s \frac{dv_{cnc.2}}{dt} + C_s \sum_{p=2}^{p=nc-1} \frac{d}{dt} [\Delta v_{cp.1}] \\ + C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{g1.1}] = j_{nc.0} - j_{nc.1} \end{aligned} \quad (2.93)$$

◆ Les conditions particulières telles que  $v_{c2.ns} = 0$ ,  $v_{c3.0} = 0$ , etc. ..., font , qu'en les introduisant, on étend le domaine d'évolution de k dans (2.89) de 0 à n<sub>s</sub> - 1 inclus.

◆ Les dernières relations résultent des mises en série des couches. Si l'on considère une mise en série telle que celle présentée à la figure 1.13, il faut distinguer 2 cas suivant que l'on réunit les points q.n<sub>s</sub> et q+1.n<sub>s</sub> ( pour q impair ) ou les points q.0 et q+1.0 ( pour q pair ).

○ Réunion des points q.n<sub>s</sub> et q+1.n<sub>s</sub>.

La loi des noeuds appliquée à ces points se traduit par :

$$j_{q \text{ ns } - 1} + C_s \frac{dv_{sq \text{ ns } - 1}}{dt} - C_c \frac{dv_{cq \text{ ns}}}{dt} = -j_{q-1 \text{ ns } - 1} - C_s \frac{dv_{sq+1 \text{ ns } - 1}}{dt} - C_c \frac{dv_{cq+2 \text{ ns}}}{dt} \quad (2.94)$$

Comme ( relation 2.79 ) :

$$V_{sq+1 \text{ ns } - 1} + V_{sq \text{ ns } - 1} = 2 \left( \Delta v_{g1 \text{ ns } - 1} + \sum_{p=2}^{p=q} \Delta v_{cp \text{ ns } - 1} \right) + \Delta v_{cq+1 \text{ ns } - 1},$$

la relation (2.94) s'écrit :

$$(2C_s + C_c) \frac{dv_{cq \text{ ns}}}{dt} - 2C_s \frac{dv_{cq \text{ ns } - 1}}{dt} - 2C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{g1 \text{ ns } - 1}] - C_c \frac{dv_{cq+2 \text{ ns}}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{cq+1 \text{ ns } - 1}] - 2C_s \sum_{p=2}^{q-1} \frac{d}{dt} [\Delta v_{cp \text{ ns } - 1}] = j_{q \text{ ns } - 1} + j_{q+1 \text{ ns } - 1} \quad (2.95)$$

avec dans ce cas la condition particulière :

$$v_{cq+1 \text{ ns}} = 0 \quad (2.96)$$

○ Réunion des points q.0 et q+1.0.

Cette mise en série se traduit par la condition particulière

$$v_{cq+1 \text{ 0}} = 0$$

En appliquant la loi des noeuds on obtient :

$$C_c \frac{d}{dt} (v_{cq+2 \text{ 0}} - v_{cq \text{ 0}}) = j_{q \text{ 0}} + j_{q+1 \text{ 0}} \quad (2.97)$$

Il ne reste plus à présent qu'à examiner les points particuliers correspondant à la première et dernière couche :

○ Réunion des points 1.n<sub>s</sub> et 2.n<sub>s</sub>.

La relation (2.67) comporte dans ce cas un terme supplémentaire puisque la loi des noeuds donne :

$$j_{1 \text{ ns } - 1} + C_s \frac{dv_{s1 \text{ ns } - 1}}{dt} - C_g \frac{dv_{g1 \text{ ns}}}{dt} = -j_{2 \text{ ns } - 1} - C_s \frac{dv_{s2 \text{ ns } - 1}}{dt} - C_c \frac{dv_{c3 \text{ ns}}}{dt}$$

Comme :  $V_{s1 \text{ ns } - 1} + V_{s2 \text{ ns } - 1} = 2 \Delta v_{g1 \text{ ns } - 1} + \Delta v_{c2 \text{ ns } - 1}$ ,

la relation précédente s'écrit :

$$(2C_s + C_g) \frac{dv_{g1 \ ns}}{dt} - 2C_s \frac{dv_{g1 \ ns-1}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{c2 \ ns-1}] - C_c \frac{dv_{c3 \ ns}}{dt} = j_{1 \ ns-1} + j_{2 \ ns-1} \quad (2.98)$$

avec  $v_{c2 \ ns} = 0$ .

○ Réunion des couches  $n_c - 1$  et  $n_c$ .

Dans ce cas, il convient d'examiner le cas où le nombre de couches est pair ou impair.

- Si  $n_c$  est pair cette liaison s'effectue entre les points  $n_c - 1.n_s$  et  $n_c.n_s$ . On utilise alors la relation (2.94) en donnant à  $q$  la valeur  $n_c - 1$ . Dans ces conditions il vient :

$$j_{nc-1 \ ns-1} + C_s \frac{dv_{snc-1 \ ns-1}}{dt} - C_c \frac{dv_{cnc-1 \ ns}}{dt} = -j_{nc \ ns-1} - C_s \frac{dv_{snc \ ns-1}}{dt} \quad (2.99)$$

cette relation conduit à :

$$\begin{aligned} (2C_s + C_c) \frac{dv_{cnc-1 \ ns}}{dt} - 2C_s \frac{dv_{cnc-1 \ ns-1}}{dt} - 2C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{g1 \ ns-1}] \\ - C_s \frac{d}{dt} [\Delta v_{cnc \ ns-1}] - 2C_s \sum_{p=2}^{nc-2} \frac{d}{dt} [\Delta v_{cp \ ns-1}] = j_{nc-1 \ ns-1} + j_{nc \ ns-1} \end{aligned} \quad (2.100)$$

La condition supplémentaire imposée par le point d'application de  $v_e$  ( figure 1.13 ) s'écrit dans ce cas :

$$v_e = - \sum_{p=2}^{nc} v_{cp \ 0} \quad (2.101)$$

- Si  $n_c$  est impair la liaison entre les deux dernières couches s'effectue entre les points  $n_c-1.0$  et  $n_c.0$ .

On en déduit, compte tenu de (2.97), la relation suivante qui traduit cette mise en série :

$$-C_c \frac{dv_{cnc-1 \ 0}}{dt} = j_{nc-1 \ 0} + j_{nc \ 0} \quad (2.102)$$

Comme précédemment on peut donner la condition supplémentaire imposée par le point d'application de  $v_e$ . Celle-ci s'écrit :

$$v_{g1 \ ns} + \sum_{p=2}^{nc} v_{cp \ ns} = 0 \quad (2.103)$$

• **Présentation des équations sous forme matricielle**

Pour aboutir à la forme matricielle il suffit d'extrapoler à  $n_c$  couches la procédure développée pour l'enroulement à deux couches. Celle-ci consiste à traduire tout d'abord les diverses relations indépendantes du couplage entre couches puis finalement à introduire les équations particulières qui résultent des mises en série.

◆ Equations  $\dot{v}_{g1,k}(j_{q,k})$  et  $\dot{v}_{c2,k}(j_{q,k})$ .

On a donc ce cas  $n_c(n_s - 2)$  relations. En introduisant les matrices colonnes à  $n_s + 1$  éléments définies par :

$$|v_{g1,k}| = \begin{vmatrix} v_{g1,0} \\ \vdots \\ v_{g1,k} \\ \vdots \\ v_{g1,n_s} \end{vmatrix}, \quad |v_{cp,k}| = \begin{vmatrix} v_{cp,0} \\ \vdots \\ v_{cp,k} \\ \vdots \\ v_{cp,n_s} \end{vmatrix} \quad 2 \leq p \leq n_c,$$

et la matrice colonne  $|\Delta j_{q,k}|$  à  $n_s - 1$  éléments :

$$|\Delta j_{q,k}| = \begin{vmatrix} j_{q,1} - j_{q,2} \\ \vdots \\ j_{q,k} - j_{q,k+1} \\ \vdots \\ j_{q,n_s-2} - j_{q,n_s-1} \end{vmatrix}$$

les expressions (2.86) à (2.88), en considérant les matrices  $|\lambda|$ ,  $|K'|$ ,  $|2|$  et  $|\delta|$  données par :

$$|\lambda| = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ \lambda_2 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad |K'| = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ K'_2 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad |2| = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 2_2 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad |\delta| = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ \delta_2 \\ 0 \end{vmatrix},$$

où  $|\lambda_2|$ ,  $|K'_2|$ ,  $|2_2|$  et  $|\delta_2|$  sont les matrices définies précédemment pour l'enroulement à deux couches, s'écrivent :

○ pour la première couche ( relation 2.86 ) :

$$C_s(|\lambda| \parallel \dot{v}_{g1,k}| + |K'| \parallel \dot{v}_{c2,k}|) = |\Delta j_{1,k}|$$

o pour la couche q (  $2 \leq q \leq n_c - 1$  ) ( relation 2.87 ) :

$$C_s \left( \left| 2 \right| \left| \dot{v}_{g1, k} \right| + \left| 2 \right| \left| \sum_{p=2}^{q-1} \dot{v}_{cp, k} \right| + \left| \delta \right| \left| \dot{v}_{cq, k} \right| + \left| K' \right| \left| \dot{v}_{cq+1, k} \right| \right) = \left| \Delta j_{q, k} \right|$$

o pour la couche  $n_c$  ( relation 2.88 ) :

$$C_s \left( \left| 2 \right| \left| \dot{v}_{g1, k} \right| + \left| 2 \right| \left| \sum_{p=2}^{n_c-1} \dot{v}_{cp, k} \right| + \left| \delta \right| \left| \dot{v}_{enc, k} \right| \right) = \left| \Delta j_{nc, k} \right|$$

Elles conduisent à l'équation matricielle (2.104) où  $\left| \lambda \right|$ ,  $\left| 2 \right|$ ,  $\left| \delta \right|$  et  $\left| K'' \right|$  sont des matrices de dimension  $(n_s - 2)(n_s + 1)$  avec :

$$\left| K'' \right| = \begin{vmatrix} 0 & & 0 \\ \vdots & K' & \vdots \\ 0 & & 0 \end{vmatrix}$$

◆ Equations  $\dot{j}_{q, k}(v_{g1, k}, v_{cq, k})$ .

Si au niveau de ces équations on introduit les conditions particulières qui permettent d'étendre la loi d'évolution de k (  $0 \leq k \leq n_s - 1$  ), en posant :

$$\left| j_{q, k} \right| = \begin{vmatrix} j_{q, 0} \\ \vdots \\ j_{q, k} \\ \vdots \\ j_{q, n_s - 1} \end{vmatrix}, \quad \left| \Delta v_{g1, k} \right| = \begin{vmatrix} \Delta v_{g1, 0} \\ \vdots \\ \Delta v_{g1, k} \\ \vdots \\ \Delta v_{g1, n_s - 1} \end{vmatrix}, \quad \left| \Delta v_{cp, k} \right| = \begin{vmatrix} \Delta v_{cp, 0} \\ \vdots \\ \Delta v_{cp, k} \\ \vdots \\ \Delta v_{cp, n_s - 1} \end{vmatrix}$$

$\left| j_{q, k} \right|$ ,  $\left| \Delta v_{g1, k} \right|$ ,  $\left| \Delta v_{cp, k} \right|$  étant des matrices à  $n_s$  éléments, l'équation (2.89) s'écrit :

$$L \left| I \right| \left| \dot{j}_{q, k} \right| = \left| \Delta v_{g1, k} \right| + \sum_{p=2}^{p=q} \left| \Delta v_{cp, k} \right| - R \left| j_{q, k} \right|,$$

$\left| I \right|$  étant une matrice unité de dimension  $(n_s)(n_s)$ .

On aboutit alors à l'équation matricielle (2.105).

1 <sup>ère</sup> couche (1)	$ \lambda $	$ K'' $	$ 0 $	$ 0 $	$ 0 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{V}_{g1.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{1.k} $
2 <sup>ème</sup> couche (2)	$ 2 $	$ \delta $	$ K'' $	$ 0 $	$ 0 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{V}_{c2.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{2.k} $
3 <sup>ème</sup> couche (3)	$ 2 $	$ 2 $	$ \delta $	$ K'' $	$ 0 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{V}_{c3.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{3.k} $
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\ddots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\times$	$\vdots$	$= \frac{1}{C_s}$	$\vdots$
q <sup>ème</sup> couche (q)	$ 2 $	$ 2 $	$\dots$	$ 2 $	$ \delta $	$ K'' $	$ 0 $	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{V}_{cq.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{q.k} $
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\ddots$	$\ddots$	$\ddots$	$\vdots$	$\times$	$\vdots$	$= \frac{1}{C_s}$	$\vdots$
$\vdots$	$ 2 $	$ 2 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 2 $	$ \delta $	$ K'' $	$ 0 $	$\times$	$ \dot{V}_{cnc-2.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{nc-2.k} $
$\vdots$	$ 2 $	$ 2 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 2 $	$ 2 $	$ \delta $	$ K'' $	$\times$	$ \dot{V}_{cnc-1.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{nc-1.k} $
nc <sup>ème</sup> couche (nc)	$ 2 $	$ 2 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 2 $	$ 2 $	$ 2 $	$ \delta $	$\times$	$ \dot{V}_{cnc.k} $	$= \frac{1}{C_s}$	$ \Delta j_{nc.k} $

(2.104)

1 <sup>ère</sup> couche	$ I $	$ 0 $	$ 0 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{j}_{1.k} $	$= \frac{1}{L}$	$ \Delta V_{g1.k}  - R  j_{1.k} $
2 <sup>ème</sup> couche	$ 0 $	$ I $	$ 0 $	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{j}_{2.k} $	$= \frac{1}{L}$	$ \Delta V_{g1.k}  +  \Delta V_{c2.k}  - R  j_{2.k} $
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$\vdots$	$= \frac{1}{L}$	$\vdots$
q <sup>ème</sup> couche	$ 0 $	$\dots$	$ 0 $	$ I $	$ 0 $	$\dots$	$ 0 $	$\times$	$ \dot{j}_{q.k} $	$= \frac{1}{L}$	$ \Delta V_{g1.k}  + \sum_{p=2}^q  \Delta V_{cp.k}  - R  j_{q.k} $
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\vdots$	$\times$	$\vdots$	$= \frac{1}{L}$	$\vdots$
$\vdots$	$ 0 $	$ 0 $	$ 0 $	$\dots$	$ 0 $	$ I $	$ 0 $	$\times$	$ \dot{j}_{nc-1.k} $	$= \frac{1}{L}$	$ \Delta V_{g1.k}  + \sum_{p=2}^{nc-1}  \Delta V_{cp.k}  - R  j_{nc-1.k} $
nc <sup>ème</sup> couche	$ 0 $	$ 0 $	$ 0 $	$\dots$	$ 0 $	$ 0 $	$ I $	$\times$	$ \dot{j}_{nc.k} $	$= \frac{1}{L}$	$ \Delta V_{g1.k}  + \sum_{p=2}^{nc}  \Delta V_{cp.k}  - R  j_{nc.k} $

(2.105)

Les équations matricielles (2.104) et (2.105) définissent  $2n_c(n_s - 1)$  relations. Les  $2n_c - 1$  équations manquantes sont à introduire au niveau de la relation (2.104).

- $n_c$  relations déduites de l'application de la loi des noeuds aux points q.1.
- $n_c - 1$  relations prenant en compte les conditions de mise en série.

Compte tenu de (2.75) on a la répartition suivante :

- point (1) : équation relative à la loi des noeuds appliquée au point 1.1
- point (2) :  $\begin{cases} \text{équation relative à la mise en série des couches 1 et 2} \\ \text{équation relative à la loi des noeuds appliquée au point 2.1} \end{cases}$
- point (3) :  $\begin{cases} \text{équation relative à la mise en série des couches 2 et 3} \\ \text{équation relative à la loi des noeuds appliquée au point 3.1} \end{cases}$
- ⋮
- point (q) :  $\begin{cases} \text{équation relative à la mise en série des couches q - 1 et q} \\ \text{équation relative à la loi des noeuds appliquée au point q.1} \end{cases}$
- ⋮
- point ( $n_c$ ) :  $\begin{cases} \text{équation relative à la mise en série des couches } n_c - 1 \text{ et } n_c \\ \text{équation relative à la loi des noeuds appliquée au point } n_c.1 \end{cases}$

Quant aux couplages inductifs ceux-ci ne modifient que la matrice  $|L|$  de l'équation (2.105).

Pour exploiter les équations particulières définies précédemment nous allons, en négligeant les couplages inductifs, traiter les cas d'un enroulement à trois et quatre couches, les mises en série étant celles définies à la figure 1.13. Au préalable nous rappellerons, en utilisant le formalisme adopté dans ce cas général, les équations qui régissent le fonctionnement d'un enroulement à deux couches.

### III.3.4 ) Applications aux enroulements à 2, 3 et 4 couches

◆ Cas du deux couches ( $n_c = 2$ ).

○ Noeud 1.1.

La relation (2.92) conduit à :

$$C_s(\lambda' \dot{v}_{g1.1} - \dot{v}_{g1.2} + K' \dot{v}_{c1.2}) = \Delta j_{1.0} \quad (2.106)$$

o Noeud 2.1.

On doit dans ce cas considérer la relation (2.93) qui s'écrit :

$$C_s(\dot{v}_{g1.1} - \dot{v}_{g1.2} + \delta \dot{v}_{c2.1} - \dot{v}_{c2.2}) = \Delta j_{2.0} \quad (2.107)$$

o Mise en série

L'équation qui traduit cette mise en série est donnée par 2.98 avec  $v_{c3.ns} = 0$  ( il est également possible d'utiliser la relation (2.100) mais dans ce cas il est nécessaire d'adapter les notations ). D'où la relation :

$$C_s(\lambda \dot{v}_{g1.ns} - 2 \dot{v}_{g1.ns-1} - \dot{v}_{c2.ns-1} + \dot{v}_{c2.ns}) = j_{1.ns-1} + j_{2.ns-1} \quad (2.108)$$

Par conséquent pour cet enroulement à deux couches les équations (2.104) et (2.105) s'écrivent :

$$\begin{vmatrix} 0 & \lambda' & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & K' & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ | & & & \lambda & & & & & K'' & & & & & | \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -2 & \lambda & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \delta' & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ | & & & 2 & & & & & \delta & & & & & | \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \dot{v}_{g1.k} \\ \dot{v}_{c2.k} \end{vmatrix} = \frac{1}{C_s} \begin{vmatrix} \Delta j_{1.0} \\ |\Delta j_{1.k}| \\ j_{1.ns-1} + j_{2.ns-1} \\ \Delta j_{2.0} \\ |\Delta j_{2.k}| \end{vmatrix} \quad (2.109)$$

$$\begin{vmatrix} |I| & |0| \\ |0| & |I| \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} |\dot{j}_{1.k}| \\ |\dot{j}_{2.k}| \end{vmatrix} = \frac{1}{L} \begin{vmatrix} |\Delta v_{g1.k}| - R |j_{1.k}| \\ |\Delta v_{g1.k}| + |\Delta v_{c2.k}| - R |j_{2.k}| \end{vmatrix} \quad (2.110)$$

Ces équations, comme  $v_{c2.ns} = 0$ , sont identiques à celles données par (2.75) et (2.76) avec  $v_{g1.0} = v_e$  et  $v_{g2.0} = -v_e$ .

◆ Cas du trois couches (  $n_c = 3$  ).

o Noeud 1.1

Cette relation est encore donnée par (2.106).

o Noeud 2.1.

Pour traduire cette loi des noeuds il faut considérer la relation (2.91) :

$$C_s(\dot{v}_{g1.1} - \dot{v}_{g1.2} + \delta' \dot{v}_{c2.1} - \dot{v}_{c2.2} + K' \dot{v}_{c3.1}) = \Delta j_{2.0} \quad (2.111)$$

o Noeud 3.1 ( relation 2.93 ).

$$C_s(\dot{v}_{g1.1} - \dot{v}_{g1.2} + \dot{v}_{c2.1} - \dot{v}_{c2.2} + \delta' \dot{v}_{c3.1} - \dot{v}_{c3.2}) = \Delta j_{3.0} \quad (2.112)$$

o Réunion des couches 1 et 2 ( relation 2.98 ).

$$C_s(-2\dot{v}_{g1.ns-1} + \lambda \dot{v}_{g1.ns} - \dot{v}_{c2.ns-1} + \dot{v}_{c2.ns} + K' \dot{v}_{c3.ns}) = j_{1.ns-1} - j_{2.ns-1} \quad (2.113)$$

o Réunion des couches 2 et 3 ( relation 2.102 ).

$$C_s K' \dot{v}_{c2.0} = j_{2.0} + j_{3.0} \quad (2.114)$$

Les conditions supplémentaires imposées pour ce type d'enroulement sont :

$$\left. \begin{array}{l} \text{relation (2.103) : } v_{g1.ns} + v_{c2.ns} + v_{c3.ns} = 0 \\ v_{c2.ns} = 0 \\ v_{c3.0} = 0 \\ v_{g1.0} = v_c \end{array} \right\} \quad (2.115)$$

D'où les équations matricielles qui traduisent le fonctionnement de cet enroulement :

$$\left| \begin{array}{cccccccccccc} 0 & \lambda' & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & K' & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ | & & \lambda & & | & | & & & K'' & & | & | & & 0 & & & & & | \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -2 & \lambda & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & K' \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \delta' & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & K' & 0 & \dots & \dots & 0 \\ | & & 2 & & | & | & & & \delta & & | & | & & K'' & & & & & & & | \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & \delta' & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ | & & 2 & & | & | & & & 2 & & | & | & & \delta & & & & & & & | \end{array} \right| \times \left\| \begin{array}{l} \dot{v}_{g1.k} \\ \dot{v}_{c2.k} \\ \dot{v}_{c3.k} \end{array} \right\| = \frac{1}{C_s} \left\| \begin{array}{l} \Delta j_{1.0} \\ |\Delta j_{1.k}| \\ j_{1.ns-1} + j_{2.ns-1} \\ \Delta j_{2.0} \\ |\Delta j_{2.k}| \\ j_{2.0} + j_{3.0} \\ \Delta j_{3.0} \\ |\Delta j_{3.k}| \end{array} \right\| \quad (2.116)$$

$$\begin{pmatrix} | I | & | 0 | & | 0 | \\ | 0 | & | I | & | 0 | \\ | 0 | & | 0 | & | I | \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} | \dot{j}_{1,k} | \\ | \dot{j}_{2,k} | \\ | \dot{j}_{3,k} | \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} | \Delta v_{g1,k} | - R | j_{1,k} | \\ | \Delta v_{g1,k} | + | \Delta v_{c2,k} | - R | j_{2,k} | \\ | \Delta v_{g1,k} | + \sum_{p=2}^3 | \Delta v_{cp,k} | - R | j_{3,k} | \end{pmatrix} \quad (2.117)$$

◆ Cas du quatre couches (  $n_c = 3$  ).

- Noeud 1.1.

Relation (2.106).

- Noeud 2.1.

Relation (2.111).

- Noeud 3.1.

La relation (2.91) conduit à :

$$C_s(\dot{v}_{g1,1} - \dot{v}_{g1,2} + \dot{v}_{c2,1} - \dot{v}_{c2,2} + \delta' \dot{v}_{c3,1} - \dot{v}_{c3,2} + K' \dot{v}_{c4,1}) = \Delta j_{3,0} \quad (2.118)$$

- Noeud 4.1 ( relation 2.93 ).

$$C_s(\dot{v}_{g1,1} - \dot{v}_{g1,2} + \dot{v}_{c2,1} - \dot{v}_{c2,2} + \dot{v}_{c3,1} - \dot{v}_{c3,2} + \delta' \dot{v}_{c4,1} - \dot{v}_{c4,2}) = \Delta j_{4,0} \quad (2.119)$$

- Réunion des couches 1 et 2 : relation (2.113).

- Réunion des couches 2 et 3.

On utilise la relation (2.97) avec  $q = 2$  :

$$-C_g K'(\dot{v}_{c4,0} - \dot{v}_{c2,0}) = j_{2,0} + j_{3,0} \quad (2.120)$$



$$\begin{vmatrix} |I| & |0| & |0| & |0| \\ |0| & |I| & |0| & |0| \\ |0| & |0| & |I| & |0| \\ |0| & |0| & |0| & |I| \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} |j_{1k}| \\ |j_{2k}| \\ |j_{3k}| \\ |j_{4k}| \end{vmatrix} = \frac{1}{L} \begin{vmatrix} |\Delta v_{g1k}| - R|j_{1k}| \\ |\Delta v_{g1k}| + |\Delta v_{c2k}| - R|j_{2k}| \\ |\Delta v_{g1k}| + \sum_{p=2}^3 |\Delta v_{cpk}| - R|j_{3k}| \\ |\Delta v_{g1k}| + \sum_{p=2}^4 |\Delta v_{cpk}| - R|j_{4k}| \end{vmatrix} \quad (2.124)$$

### III.4 ) Enroulements de type moteur

Dans ce cas la procédure diffère dans la mesure où l'on considère la section puis la section élémentaire. Cela conduit à des équations moins lourdes mais en nombre plus important.

#### III.4.1 ) Section élémentaire

Le schéma équivalent d'une section élémentaire décomposée en  $n_s$  spires est, en supposant la carcasse du moteur réunie à la masse, donné à la figure 1.23. Pour ce schéma, en supposant  $C_f \approx C'_f$ , on relève :

- $n_s - 1$  condensateurs  $C_s$  ( tensions  $v_{sk}$  avec  $k \in [1, n_s - 1]$  ),
- $n_s$  condensateurs  $C_f$  ( tensions  $v_{fk}$  avec  $k \in [1, n_s]$  ),
- $n_s$  inductances  $L$  ( courant  $j_k$  avec  $k \in [0, n_s - 1]$  ).

Cela conduit à  $3n_s - 1$  inconnues. Comme pour l'enroulement de type transformateur à une couche, il est possible de réduire à  $2n_s - 1$  le nombre d'inconnues, ceci en déterminant d'une part, les tensions  $v_{sk}$  en fonction des tensions  $v_{fk}$  et en prenant en compte d'autre part, le fait que le point  $n_s$  est réuni à la masse.

Le schéma équivalent d'une section élémentaire est très voisin de celui de l'enroulement de type transformateur à une couche. Il se distingue de ce dernier par la disposition de la résistance  $R_{cf}$  ( au lieu de  $R$  ) qui est cette fois en parallèle avec la cellule relative à la section considérée ( figure 1.22 ) et par le remplacement de la capacité  $C_g$  par  $C_f$ . Nous aurons donc également dans ce cas deux équations distinctes, la première permettant de déterminer les quantités  $v_{fk}$  la seconde les courants  $j_k$ .

#### ○ Détermination des variables $v_{fk}$

En considérant les relations (1.15) et (1.16) et en notant  $G_{cf}$  la quantité  $1 / R_{cf}$  on aboutit, dans le cas général, à l'équation suivante :

$$C_s(\lambda_f \dot{v}_{tk+1} - \dot{v}_{tk} - \dot{v}_{tk-2}) = j_k - j_{k-1} + G_{cf}(v_{tk} - 2v_{tk-1} + v_{tk-2}) \quad (2.125)$$

valable pour  $1 \leq k \leq n_s - 2$  (  $n_s - 2$  relations )

avec :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_f &= 2 + K_f \\ K_f &= \frac{C_f}{C_s} \end{aligned} \right\} \quad (2.126)$$

Cette équation pour  $k = 0$  s'écrit :

$$C_s(\lambda'_f \dot{v}_{f1} - \dot{v}_{f2}) = j_0 - j_1 + G_{cf}(v_{f0} - 2v_{f1} + v_{f2}) \quad (2.127)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \lambda'_f &= 1 + K_f \\ v_{f0} &= v_c \end{aligned} \right\} \quad (2.128)$$

Ces relations au nombre de  $n_s - 1$  conduisent, en posant :

$$v_{fns} = 0, \quad (2.129)$$

et en utilisant le formalisme adopté pour l'enroulement de type transformateur à  $n_c$  couches, à l'équation matricielle suivante :

$$|\lambda_f| |\dot{v}_{tk}| = \frac{1}{C_s} (|\Delta j_k| + G_{cf} |\Delta' v_{tk}|) \quad (2.130)$$

avec :

$$|\lambda_f| = \begin{vmatrix} \lambda'_f & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \lambda_f & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \lambda_f & -1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -1 & \lambda_f & -1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & \lambda_f \end{vmatrix},$$

$$|V_{tk}| = \begin{vmatrix} V_{t1} \\ \vdots \\ V_{tk} \\ \vdots \\ V_{t(n_s-1)} \end{vmatrix}, \quad |\Delta j_k| = \begin{vmatrix} j_0 - j_1 \\ \vdots \\ j_{k-1} - j_k \\ \vdots \\ j_{n_s-2} - j_{n_s-1} \end{vmatrix}, \quad |\Delta'v_{tk}| = \begin{vmatrix} v_{t0} - 2v_{t1} + v_{t2} \\ \vdots \\ v_{tk-1} - 2v_{tk} + v_{tk+1} \\ \vdots \\ v_{t(n_s-2)} - 2v_{t(n_s-1)} + v_{t(n_s)} \end{vmatrix}$$

### ○ Détermination des variables $j_k$

Pour ce qui est des courants, on obtient en négligeant les couplages inductifs, compte tenu de (1.17) valable pour  $0 \leq k \leq n_s - 1$ , l'équation matricielle suivante :

$$|L_f| | \dot{j}_k | = | \Delta v_{tk} | \quad (2.131)$$

qui permet de définir  $n_s$  relations. Dans cette expression les différentes matrices s'écrivent :

$$|j_k| = \begin{vmatrix} j_0 \\ \vdots \\ j_k \\ \vdots \\ j_{n_s-1} \end{vmatrix}, \quad |\Delta v_{tk}| = \begin{vmatrix} v_{t0} - v_{t1} \\ \vdots \\ v_{tk} - v_{tk+1} \\ \vdots \\ v_{t(n_s-1)} - v_{t(n_s)} \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad |L_f| = |L_f| I |_{n_s}$$

On s'aperçoit donc que les équations (2.130) et (2.131) ont effectivement même structure que celles qui caractérisaient l'enroulement de type transformateur à une couche, ce qui d'ailleurs était prévisible.

### III.4.2 ) Section

Le schéma relatif à la section est donné à la figure 1.27. Comme ce schéma et celui d'une section élémentaire sont identiques, on utilisera, en adaptant les notations, les relations établies au paragraphe précédent. Comme il y a :

- $n_{se} - 1$  condensateurs  $C_{sq}$  ( tensions  $v_{ssq}$  avec  $q \in [2, n_{se}]$  ),
- $n_{se}$  condensateurs  $C_{fs}$  ( tensions  $v_{fsq}$  avec  $q \in [2, n_{se} + 1]$  ),
- $n_{se}$  inductances  $L_{fs}$  ( courant  $j_{sq}$  avec  $q \in [1, n_{se}]$  ).

Cela aboutit, en exprimant les grandeurs  $v_{ssq}$  en fonction de  $v_{fsq}$  et en attribuant la valeur 0 à la quantité  $v_{t(n_{se}+1)}$ , à un système comportant  $2n_{se} - 1$  inconnues donné, en utilisant la forme matricielle et en négligeant les couplages inductifs, par les équations (2.130) et (2.131) où il suffit de substituer

- aux capacités  $C_s$  de la section élémentaire des capacités  $C_{ss}$ ,
- aux capacités  $C_f$  de la section élémentaire des capacités  $C_{fs}$ ,
- aux inductances  $L_{fs}$  de la section élémentaire des inductances  $L_{fs}$ .

Ces équations s'écrivent donc :

- pour les tensions  $v_{fsq}$  :

$$\lambda_{fs} | \dot{v}_{fsq} | = \frac{1}{C_{fs}} ( | \Delta j_{sk} | + G_{cfs} | \Delta' v_{fsq} | ), \quad (2.132)$$

- pour les courants :

$$| L_{fs} | | \dot{j}_{sk} | = | \Delta v_{fsk} | \quad (2.133)$$

avec, en posant

$$K_{fs} = \frac{C_{fs}}{C_{ss}} \quad (2.134)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{fs} &= 2 + K_{fs} \\ \lambda'_{fs} &= 1 + K_f \end{aligned} \right\} \quad (2.135)$$

$\lambda_{fs}$  et  $\lambda'_{fs}$  jouant le même rôle que  $\lambda_f$  et  $\lambda'_f$ .

Pour prendre en compte les couplages inductifs il suffit de considérer ceux entre les sections élémentaires, ce qui revient à regrouper les effets des différentes spires d'une même section élémentaire. De ce fait, seule la matrice  $| L_{fs} |$  est modifiée. Comme la mutuelle inductance entre deux sections élémentaires  $k$  et  $h$  est notée  $m_{sh}^k$ , cette matrice s'écrit :

$$| L_{fs} | = L_{fs} | I |_{ns} + | m_{sh}^k | + | m_{sh}^k |_t \quad (2.136)$$

### III.4.3 ) Remarque sur les couplages inductifs

On s'aperçoit qu'avec cette procédure on simplifie notablement les équations qui traduisent le comportement d'une section d'un enroulement de type moteur.

Par contre la difficulté est reportée au niveau des couplages inductifs notamment lorsqu'on considère une section élémentaire puisqu'il faut introduire des vecteurs courants relatifs aux autres sections ( cf. § III.2.3 chapitre 1 ). En fait nous ne développerons pas dans cette étude les matrices qui traduisent ces couplages inductifs puisque la procédure proposée pour l'enroulement de type transformateur à  $n_c$  couches est également applicable dans ce cas. En outre cette façon de procéder qui consiste à travailler en deux temps :

- étude de la section,
- étude de la section élémentaire,

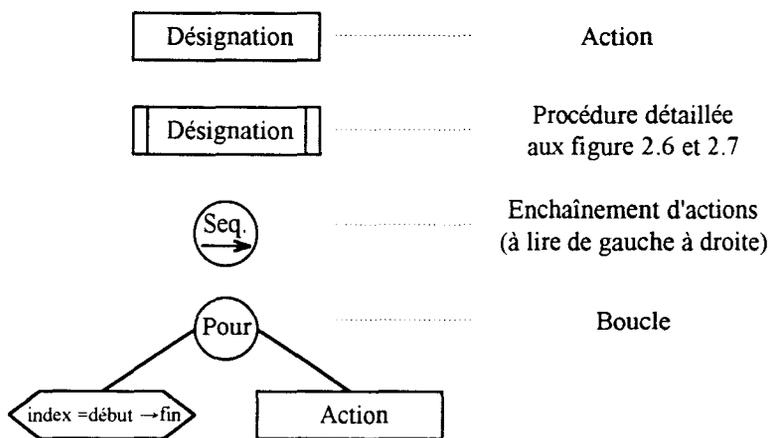
est assez lourde et nous ne l'utiliserons que dans certains cas particuliers.

### III.5 ) Arbre informatique du programme

La structure du programme que nous avons mis au point est présentée dans ce paragraphe sous la forme d'arbre. Les différents symboles utilisés et leur signification sont présentés à la figure 2.4.

*Figure 2.4*

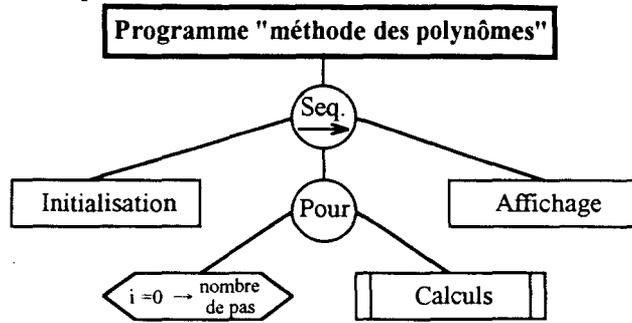
*Symboles utilisés pour les arbres informatiques*



En adoptant cette représentation, l'arbre correspondant au programme est donné à la figure 2.5

Figure 2.5

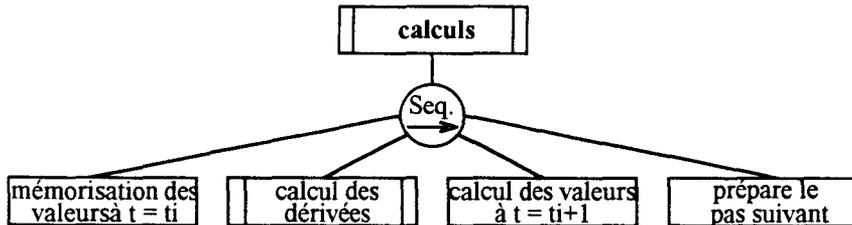
Arbre informatique



La figure 2.6 donne l'arbre correspondant à la procédure de "calculs" qui est le moteur du programme. Dans cette procédure, on détermine pour le pas actuel les dérivées des variables d'état, puis on calcule les valeurs de ces variables pour le pas suivant.

Figure 2.6

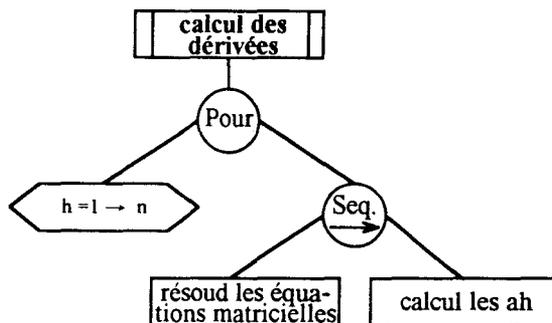
Procédure "calculs"



La procédure "calcul des dérivées" est détaillée à la figure 2.7. Elle consiste à donner les valeurs de chaque terme  $a_h$  en fonction du terme  $a_{h-1}$ .

Figure 2.7

Procédure "calcul des dérivées"



La programmation peut se faire en différents langages. Nous avons choisi le TURBO PASCAL qui est un des langages de programmation les plus répandus et les plus polyvalents.

## *Chapitre 3*

# ***RELEVES EXPERIMENTAUX***

Ce chapitre est consacré à la présentation des différents résultats des essais que nous avons effectués sur les enroulements soumis à des ondes à front raide.

Nous détaillerons tout d'abord le procédé de fabrication que nous avons retenu pour réaliser ces enroulements et sortir les différents points de mesure. Nous présenterons ensuite la configuration de base du circuit générateur d'ondes à front raide. Les précautions à prendre au niveau du montage et au niveau des mesures pour obtenir des résultats fiables nous amèneront à modifier la configuration initiale. Les évolutions apportées au niveau du circuit seront justifiées par des relevés expérimentaux.

Dans une deuxième partie, les relevés des formes d'ondes donnant la répartition d'une part des tensions spire - masse, et d'autre part, des tensions entre spires en fonction de la position des points de mesure le long de l'enroulement seront présentés. Ces mesures ont été effectuées sur cinq enroulements différents, le premier comportant une couche, le deuxième deux couches, etc... Chacune de ces couches est constituée de 23 spires. Dans certains cas, les tensions mesurées présenteront des oscillations. Nous analyserons alors les variations des surtensions engendrées par ces oscillations en fonction du gradient puis de l'amplitude du signal d'entrée. Nous présenterons ensuite l'allure du courant absorbé par chacun des enroulements étudiés.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous exposerons les mesures effectuées sur un enroulement de type machine. On considérera d'une part, une section élémentaire constituée de une puis de deux spires et, d'autre part, une section réalisée à partir de 20 sections élémentaires

## **1) Réalisation du système.**

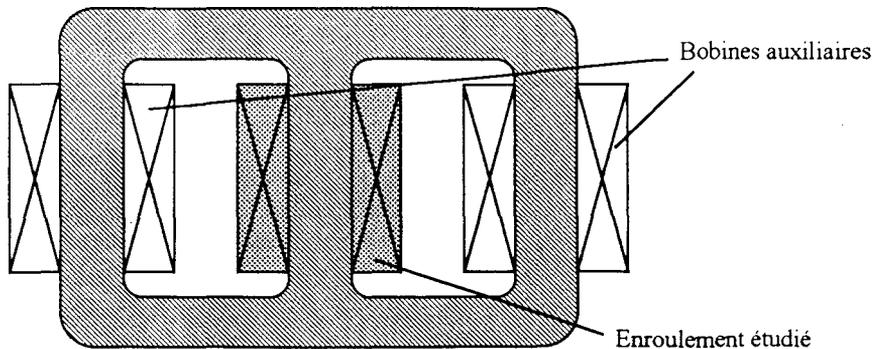
### **I.1 ) Fabrication des enroulements**

#### **I.1.1 ) Enroulements de type transformateur**

Le circuit magnétique utilisé est formé de trois noyaux. Les enroulements de type transformateur qui serviront à l'étude, seront montés sur le noyau central ( figure 3.1 ). Sur chacun des noyaux latéraux, nous placerons une bobine. Celles-ci pourront servir à changer l'état magnétique ( saturation ), il suffira pour cela, d'y faire circuler un courant continu ( il faudra veiller à ce que les deux flux créés par ces enroulements viennent s'additionner dans le noyau central ). Ces bobines serviront également à simuler le rotor d'un moteur asynchrone. Elles seront dans ce cas mises en court-circuit.

*Figure 3.1*

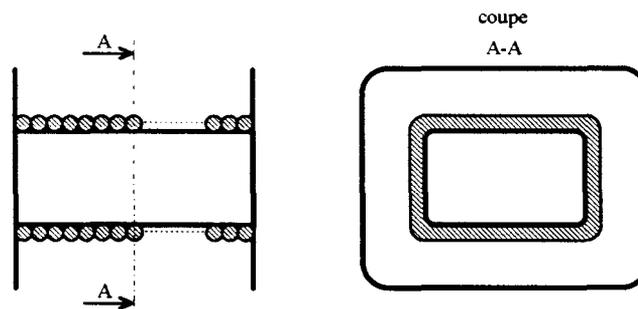
*Description du circuit magnétique*



Chaque enroulement sera bobiné sur un cadre cartonné ( figure 3.2 ) puis, ces cadres seront montés sur l'armature.

*Figure 3.2*

*Exemple du bobinage d'une couche sur un cadre cartonné*



Une fois une couche posée, les points de mesure seront placés avant de bobiner la couche suivante. Afin de réduire le plus possible les effets parasites ( mutuelle induction, résistance de contact, ... ) chaque point de mesure se fabrique en trois étapes :

- 1) la spire est meulée à l'endroit où l'on veut faire le relevé afin d'ôter le vernis protecteur,
- 2) à cet endroit, la spire est pointée puis, on y perce un trou borgne dans lequel sera implanté le fil servant aux relevés,
- 3) ce fil est alors soudé dans ce trou en prenant soin de bien préchauffer la spire ce qui est nécessaire pour avoir des soudures solides et un bon contact.

Lorsque tous les points de mesures sont réalisés, la couche suivante est bobinée spire par spire en prenant soin de sortir chacun des fils de mesure des couches précédentes entre les spires.

Pour la dernière couche, seules les opérations 1 et 2 sont réalisées, de sorte que pour les mesures, la sonde de l'oscilloscope sera amenée directement sur la spire au point voulu. Il en sera par ailleurs de même pour un enroulement à une couche.

### **I.1.2 ) Enroulement de type machine**

Pour réaliser les essais destinés à relever les tensions qui apparaissent le long des spires, nous avons utilisé un moteur asynchrone de faible puissance ( 4 kW ). Une fois le moteur démonté, nous avons retiré un des enroulements statoriques afin de libérer des encoches. Les enroulements statoriques restant pourront être utilisés, le cas échéant, pour changer l'état magnétique de la machine. Lors des essais, pour approcher les conditions normales de fonctionnement, le rotor est mis en place et la machine complètement remontée. Pour pouvoir relever les formes d'ondes des tensions le long des spires, les fils servant aux mesures doivent être sortis de la carcasse du moteur. La première solution était de placer ces fils dans les encoches et de les sortir de la machine par un trou fait sur le coté du moteur. Cependant, avec cette solution, les mesures effectuées étaient fortement perturbées. Pour réduire les effets d'influence nous avons alors percé radialement des trous dans l'armature statorique du moteur et ce, en direction des encoches où seront logées les spires servant aux essais. L'étude des surtensions qui apparaissent aux bornes des différentes sections a été réalisée sur une machine de puissance beaucoup plus importante sur le site de JEUMONT.

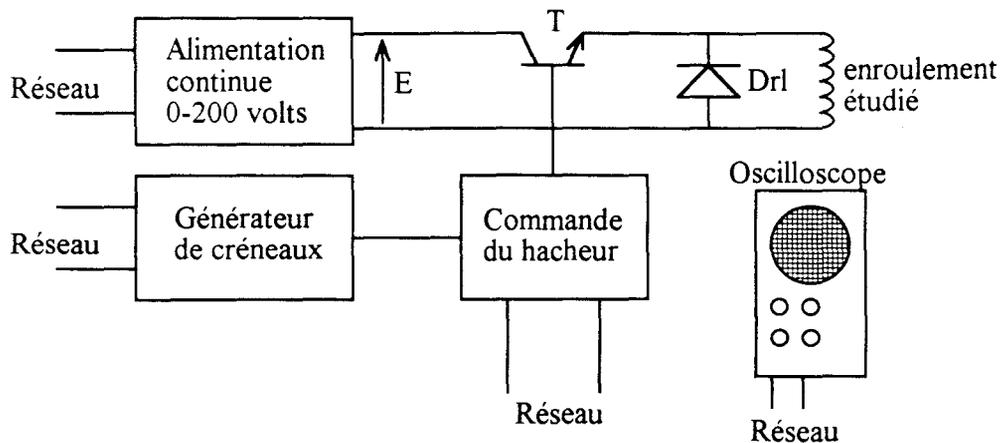
## **I.2 ) Présentation du générateur**

### **I.2.1 ) Structure initiale**

L'objectif est de créer un générateur d'ondes à front raide qui nous permettra d'analyser leurs effets sur les enroulements des systèmes électrotechniques. En fait nous étudierons la répartition d'une onde dont le point de départ sera au potentiel de référence (  $v_i = 0V$  ) et qui atteindra un niveau continu E avec un gradient de tension variable pouvant atteindre la valeur de  $1 \text{ kV}/\mu\text{s}$ . Nous utiliserons pour cela un montage de type hacheur utilisant un I.G.B.T. La structure initiale que nous avons retenue pour réaliser ce générateur est donnée à la figure 3.3

Figure 3.3

*Structure initiale du générateur d'ondes à front raide*



La valeur de la résistance présentée par l'enroulement étudié est, par définition, très faible de sorte que le courant qui le traverse risque d'être très important. Cependant, l'établissement de ce courant n'est pas instantané. Afin de limiter l'amplitude de ce courant l'impulsion appliquée sur la grille du transistor sera de durée très brève ( environ  $3 \mu\text{s}$  ). Le montage ainsi réalisé permet d'obtenir des gradients de tension allant jusqu'à  $5 \text{ kV}/\mu\text{s}$ . Pour en limiter la valeur, nous avons ajouté une résistance variable comprise entre 0 et  $100 \Omega$  en série avec la grille du transistor. Dans ces conditions, nous pouvons faire évoluer le gradient de tension entre  $5 \text{ kV}/\mu\text{s}$  et  $0.8 \text{ kV}/\mu\text{s}$ .

### **I.2.2 ) Influence des organes de mesure**

Nous avons utilisé pour les relevés un oscilloscope Philips échantillonnant à  $500 \text{ MHz}$  ce qui donne un point de mesure toutes les  $2 \text{ ns}$ . Pour un front d'une durée  $t_f$  de  $100 \text{ ns}$ , on prélève 50 points de mesure, ce qui est suffisant pour effectuer des relevés fiables. Afin de vérifier que les impédances d'entrée des sondes de l'oscilloscope n'influent pas sur les formes d'ondes, nous avons relevé une tension entre deux spires d'un enroulement de type transformateur comportant une couche avec une sonde puis avec deux sondes en parallèle. Les résultats obtenus n'ont pas été modifiés par la mise en place de la deuxième sonde. Nous pouvons donc en conclure que l'impédance d'entrée de l'oscilloscope est suffisamment grande pour négliger son impact sur le résultat des mesures. Etant donné que les sondes présentent chacune une impédance d'entrée composée d'une résistance de  $10 \text{ M}\Omega$  avec parallèle une capacité de  $12 \text{ pF}$ , il est possible d'en déduire que les valeurs des condensateurs entre spires  $C_s$  sont plus grandes ( $C_s \gg 24 \text{ pF}$ ).

### I.2.3 ) Validation des mesures

Les premiers essais ont été réalisés avec le montage de la figure 3.3, l'enroulement étudié étant celui de type transformateur comportant une seule couche. La figure 3.4 donne deux relevés de la tension qui apparaît aux bornes de la spire 10 ( points 10 et 11 ) ( cf. figure 1.9 ) pour un gradient de la tension appliquée à l'enroulement égal à  $1,1 \text{ kV}/\mu\text{s}$  :

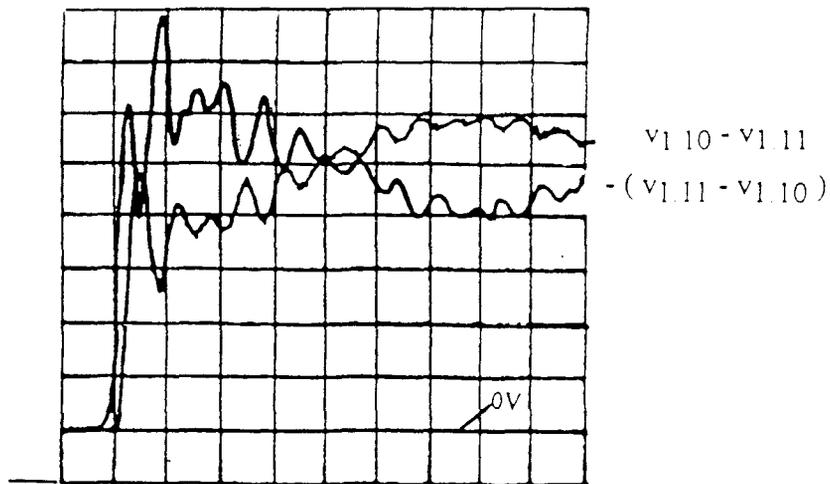
- le premier est effectué en plaçant la sonde sur le point de mesure N°10 et la masse de l'oscilloscope sur le point de mesure N°11,
- le second est réalisé en inversant la position de la sonde et de la masse et en inversant la voie de l'oscilloscope.

*Figure 3.4*

*Relevé des tensions ( $v_{10} - v_{11}$ ) et  $-(v_{11} - v_{10})$*

*y : 2 V / div*

*x : 200 ns / div*



Théoriquement ces deux mesures devraient donner le même résultat, ce qui n'est pas le cas si l'on observe les relevés de la figure 3.4. On en déduit par conséquent que les mesures réalisées dans ces conditions sont sujettes à des problèmes. Il faut donc prendre un certain nombre de précautions pour valider les relevés effectués avec des ondes à front raide. De ce fait, chaque partie du montage a été remise en cause afin de pouvoir mettre au point une technique de mesure fiable permettant de relever les signaux engendrés par ces fronts de tension. Nos différentes manipulations nous ont amené à isoler chaque partie du montage du réseau EDF afin de s'affranchir de ses capacités parasites. Pour que chaque appareil soit galvaniquement indépendant des autres, nous avons procédé comme suit.

- **Partie puissance** : l'isolation de la source continue du hacheur a été réalisée en branchant en parallèle sur celle-ci un condensateur de forte capacité (  $C_a$  ) par l'intermédiaire d'un interrupteur bipolaire (  $K$  ). Il suffit alors de déconnecter à l'aide de cet interrupteur le condensateur de la source pendant les relevés. Cela revient en fait à substituer, lors de l'application des fronts sur l'enroulement, une capacité préalablement chargée à l'alimentation continue.

- **Partie commande** : l'alimentation de la partie commande du hacheur, s'effectue à partir d'une batterie. Un oscillateur à base de NE555, alimenté par cette même batterie, a été réalisé pour remplacer le générateur de créneaux.

- **Oscilloscope** : du fait que toutes les différentes parties du montage sont déconnectées du réseau, il n'est pas nécessaire d'isoler l'oscilloscope. Ce dernier peut donc être relié directement au réseau, ce qui est de toute façon préférable puisque celui-ci possède alors un potentiel de référence qui est la terre.

La figure 3.5a donne les relevés de la tension entre les points 10 et 11 une fois les modifications précédentes effectuées. Le premier signal donne (  $v_{1.10} - v_{1.11}$  ) et le second donne - (  $v_{1.11} - v_{1.10}$  ). On remarque que les oscillations ont disparu et que les deux signaux sont pratiquement confondus. Pour améliorer la précision des relevés, il est possible d'effectuer un traitement numérique ( moyenne arithmétique des deux signaux point par point ). Cependant, suite à la lourdeur de sa mise en oeuvre, comparativement aux améliorations apportées ( figure 3.5b ), cette méthode ne se justifie pas.

Figure 3.5

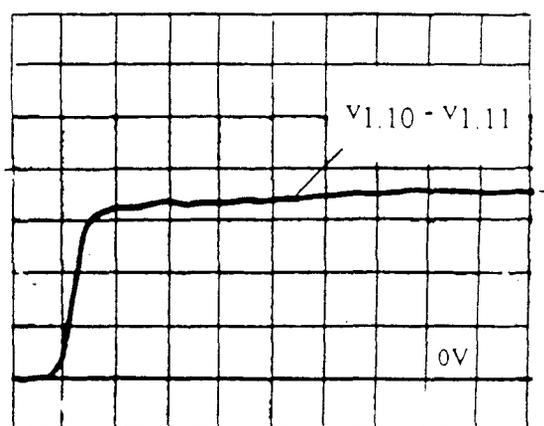
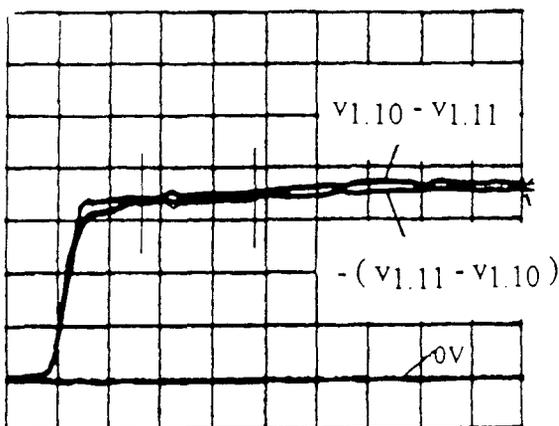
*Tensions (  $v_{1.10} - v_{1.11}$  ) et - (  $v_{1.11} - v_{1.10}$  ) avec le montage définitif.*

y : 2 V / div

x : 200 ns / div

(a)

(b)

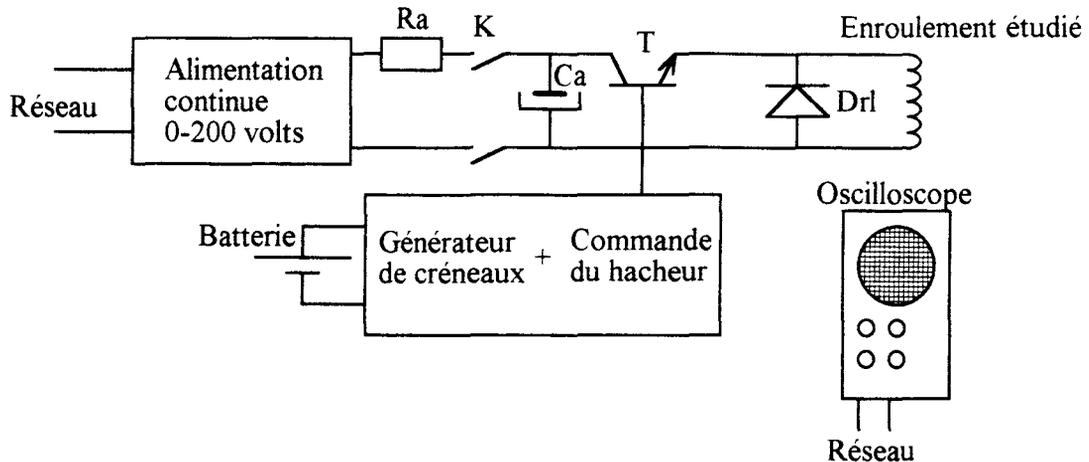


### I.2.4 ) Structure définitive

Compte tenu des modifications apportées, la structure qui servira aux mesures est donnée à la figure 3.6. La résistance  $R_a$  qui apparaît au niveau de ce circuit a pour rôle de limiter le courant de charge du condensateur  $C_a$ .

*Figure 3.6*

*Structure définitive*



### I.2.5 ) Conclusion sur la méthode de mesure

Suite à ces premières expérimentations, nous pouvons affirmer :

- qu'il est nécessaire de relier la terre de l'oscilloscope de manière à ce que celui-ci possède un potentiel de référence,
- qu'il ne doit y avoir aucun autre appareil électrique branché sur le réseau pendant les relevés,
- qu'il faut relier la masse de la sonde à la terre de façon à éliminer les phénomènes captés,
- qu'il faut également diminuer au maximum la longueur des fils non blindés au bout de la sonde, ainsi qu'en sortie du bobinage.

### I.2.6 ) Influence du circuit extérieur

Les relevés du front appliqué à l'entrée de l'enroulement de type transformateur comportant une couche, et ce pour différents gradients, sont donnés à la figure 3.7. Les valeurs des gradients de tension ont respectivement pour valeur 1,4 2,9 et 5 kV/ $\mu$ s.

*Figure 3.7*

*Relevé des tensions appliquées aux bornes de l'enroulement .*

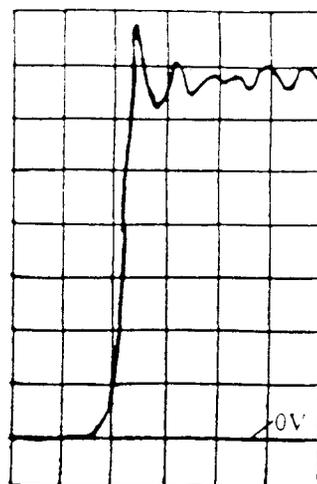
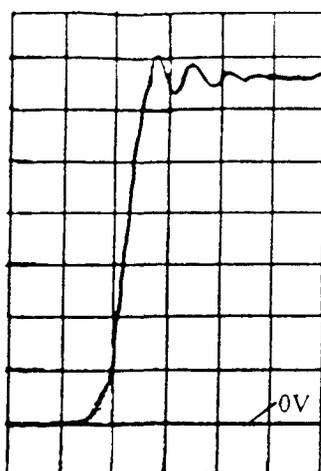
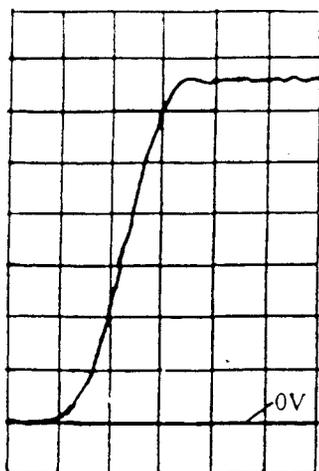
y : 20 V / div

x : 50 ns / div

*gradient de 1,4 kV/μs*

*gradient de 2,9 kV/μs*

*gradient de 5 kV/μs*



Nous pouvons remarquer, lorsque le front appliqué sur le bobinage a un gradient supérieur à 1.4 kV/μs, que le signal d'entrée oscille autour de la valeur finale. Ces oscillations s'amortissent en quelques centaines de nano secondes. Ces oscillations sont créées par les impédances propres des conducteurs qui relient les différents éléments du montage de la figure 3.6. Pour s'affranchir de ces phénomènes, les essais seront effectués, sauf indications contraires avec un front de 1.1 kV/μs. Cela permet d'obtenir l'onde souhaitée afin de pouvoir comparer les résultats à ceux obtenus par simulation. Précisons que, en ce qui concerne le cahier des charges, il était imposé un gradient de 1 kV/μs.

## **II ) Enroulements de type transformateur, tensions spire - masse, tensions entre spires**

Les résultats de ces essais concerneront les tensions spire - masse et les tensions entre spires générées par une onde dont le gradient est de 1,1 kV/μs. La valeur finale de la tension est de 100 V. On s'intéressera successivement à l'enroulement à une couche puis deux couches, ... et ceci jusqu'à cinq couches. Les conditions d'expérimentation sont les suivantes :

- fer connecté à la masse,
- bobines auxiliaires en circuit ouvert,
- courant dans la bobine nul lors de l'apparition du front ( circuit magnétique non saturé ).



Pour la suite de ce rapport, en ce qui concerne les tensions entre les spires et la masse, nous adopterons les notations suivantes :

- $v_{q,k}$  : la tension entre le point  $q.k$  ( couche  $q$ , spire  $k$  ) et la masse,
- $v_{q,k\infty}$  : la tension entre le point  $q.k$  et la masse après l'amortissement des éventuelles oscillations de cette tension.

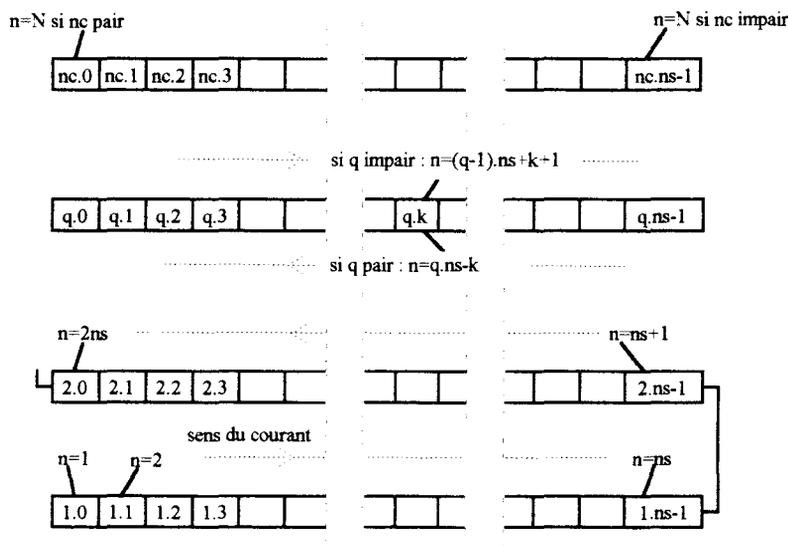
Dans certains relevés, les tensions spire - masse ne présentent pas d'oscillations. Dans ce cas,  $v_{q,k}$  est égal à  $v_{q,k\infty}$ . Toutes les valeurs finales des tensions spire - masse que nous avons mesurées ont une répartition régulière le long de l'enroulement. La loi de cette répartition suit une simple règle de trois en fonction de la position de la spire considérée :

$$v_{q,k\infty} = (N - n) \times \frac{E}{(N - 1)}, \quad (3.1)$$

La valeur de  $n$  qui figure dans cette expression dépend de la spire considérée. Elle est également fonction de la couche concernée. La figure 3.8 donne la relation qui lie  $n$  aux indices  $q$  et  $k$ .

**Figure 3.8**

*Numérotation de  $n$  en fonction de la spire  $q.k$*



Pour ce qui est de la mesure des tensions interspires, nous ne nous intéresserons en fait qu'aux signaux qui apparaissent aux bornes d'une spire. Nous appellerons cette tension " tension entre spires". Pour éviter d'introduire de nouvelles notations, la tension entre les points  $k$  et  $k+1$  de la couche  $q$  sera repérée par  $v_{q,k} - v_{q,k+1}$ .

## II.1 ) Enroulement à une couche

### II.1.1 ) Tensions spire - masse

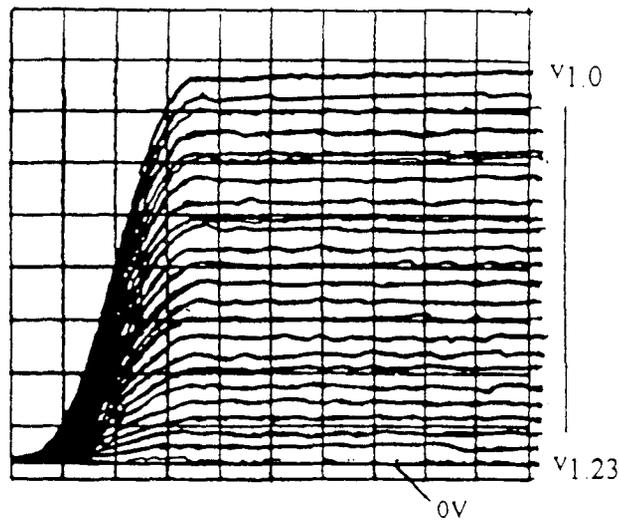
Ces relevés sont réalisés en prenant la tension de la sortie de la dernière spire ( point 1.23 ) de l'enroulement comme tension de référence ( cf. figure 1.9 ). La figure 3.9 donne le relevé des tensions  $v_{1,k}$  pour  $k \in [0,23]$ . Cette figure montre que nous obtenons pour ce type d'enroulement une répartition régulière des différentes tensions.

*Figure 3.9*

*Tensions spires - masse*

y : 20 V / div

x : 50 ns / div



**Remarque :** La répartition régulière des potentiels  $v_{1,k}$  était prévisible puisque chaque spire présente la même impédance.

### II.1.2 ) Tensions entre spires

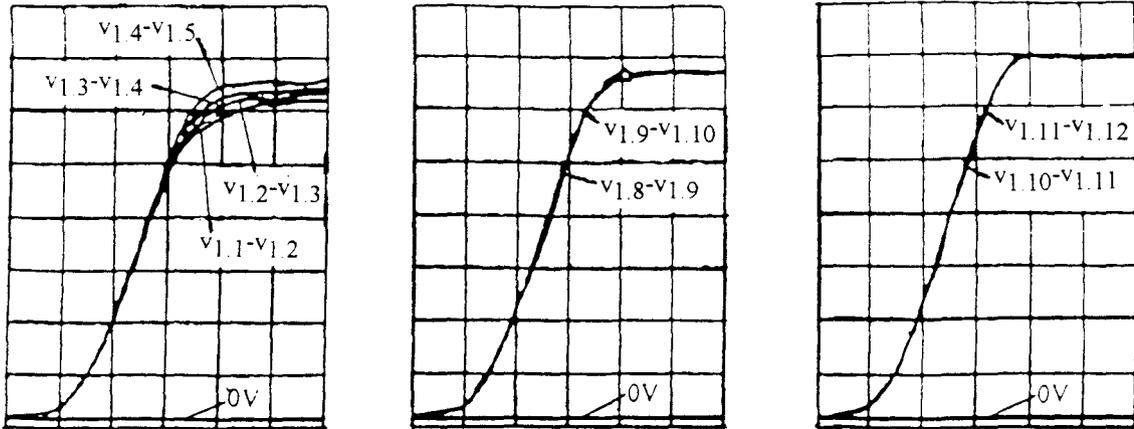
La figure 3.10 donne quelques relevés des tensions entre spires. Nous pouvons remarquer qu'il apparaît des oscillations de faible amplitude pour les tensions mesurées près des bords de l'enroulement.

Figure 3.10

*Tensions entre spires*

y : 1 V / div

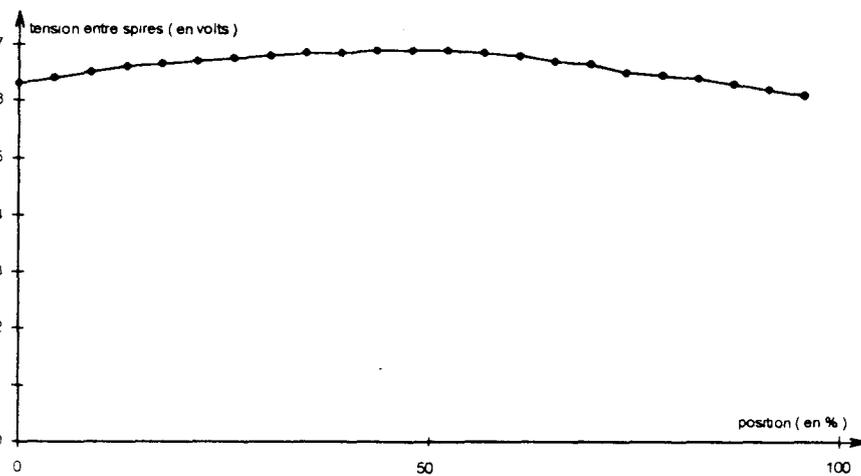
x : 50 ns / div



D'après les relevés effectués sur la totalité de l'enroulement, il ressort une certaine similitude entre deux tensions prises symétriquement par rapport au milieu de celui-ci. Nous avons représenté à la figure 3.11 la répartition de la tension entre spires en fonction de la position le long de l'enroulement, cette position étant exprimée en pourcentage de la longueur totale de l'enroulement. Cette courbe expérimentale reflète assez correctement les constatations faites précédemment sur la symétrie.

Figure 3.11

*Répartition de la tension entre spires*



## II.2 ) Enroulement à deux couches

### II.2.1 ) Tensions spire - masse

La tension de référence est maintenant prise sur l'entrée de la spire 2.0. Pour avoir des relevés plus lisibles, nous avons tracé les tensions prises sur les spires paires à la figure 3.12a et celles prises sur les spires impaires à la figure 3.12b.

*Figure 3.12*

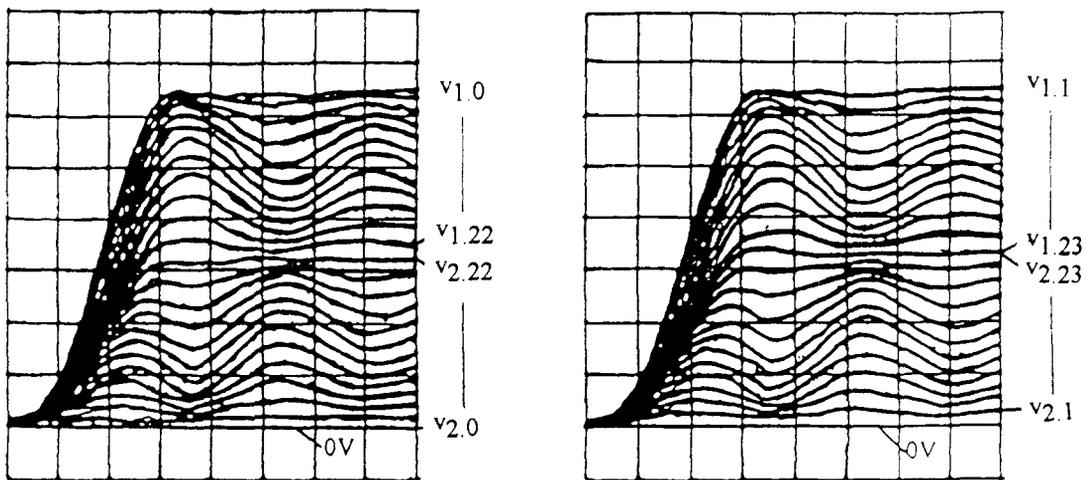
*Tensions spire - masse*

y : 20 V / div

x : 50 ns / div

(a)

(b)



Il apparaît nettement dans ce cas des oscillations au niveau de ces signaux. Leur fréquence est de 5.7 MHz. Ces oscillations s'amortissent au bout de 5 à 6 périodes, soit environ 1  $\mu$ s. Les valeurs finales  $v_{q, \infty}$  des tensions obtenues à la fin des oscillations vérifient la relation 3.1.

Pour cet enroulement, on note au niveau des oscillations une certaine symétrie par rapport à son milieu ( point de jonction entre les deux couches ). Il y a une opposition de phase entre les tensions prises sur la première moitié de l'enroulement ( 1<sup>ère</sup> couche ) et celles prises sur la seconde moitié ( couche supérieure ).

Sur ces relevés, comme les potentiels  $v_{1.23}$  et  $v_{2.23}$ , suite à la mise en série des deux couches, sont identiques, nous pouvons également remarquer que la tension aux bornes d'une couche (  $v_{1.0} - v_{1.23}$  ) ou (  $v_{2.0} - v_{2.23}$  ) n'oscille pas et que les oscillations les plus importantes apparaissent au milieu de chaque couche ( tensions  $v_{2.11}$  et  $v_{1.11}$  ).

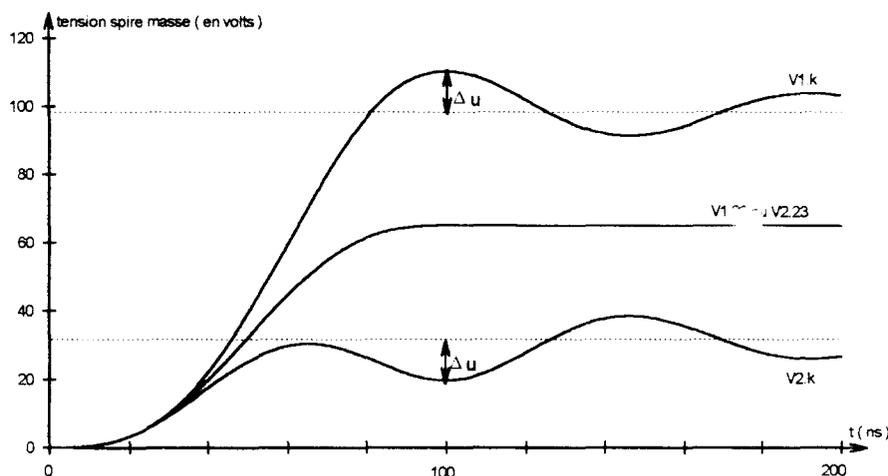
Il nous a semblé intéressant d'analyser la répartition de ces oscillations en fonction de la position le long de l'enroulement. Cette répartition sera mesurée en prenant le plus grand écart de la tension considérée par rapport à la valeur obtenue en régime établi ( $V_{q,k\infty}$ ). Lorsque l'on est sur la première couche, cet écart (noté  $\Delta u$ ) est calculé en prenant le maximum de la première oscillation correspondant au premier dépassement de la tension  $v_{1,k}$ . Par contre, en ce qui concerne la seconde couche,  $\Delta u$  est calculé en prenant le minimum de la première oscillation de la tension  $v_{2,k}$  (figure 3.13). On a alors la relation donnant la valeur de  $\Delta u$  :

$$\Delta u = \max(v_{q,k}) - V_{q,k\infty} \quad \text{pour } q = 1 \quad (3.2)$$

$$\Delta u = \min(v_{q,k}) - V_{q,k\infty} \quad \text{pour } q = 2 \quad (3.3)$$

L'évolution de  $\Delta u$  en fonction de la position du point considéré le long de l'enroulement est alors donnée à la figure 3.14. On constate que l'allure de cette courbe expérimentale est très voisine d'une sinusoïde.

**Figure 3.13**  
Calcul de  $\Delta u$

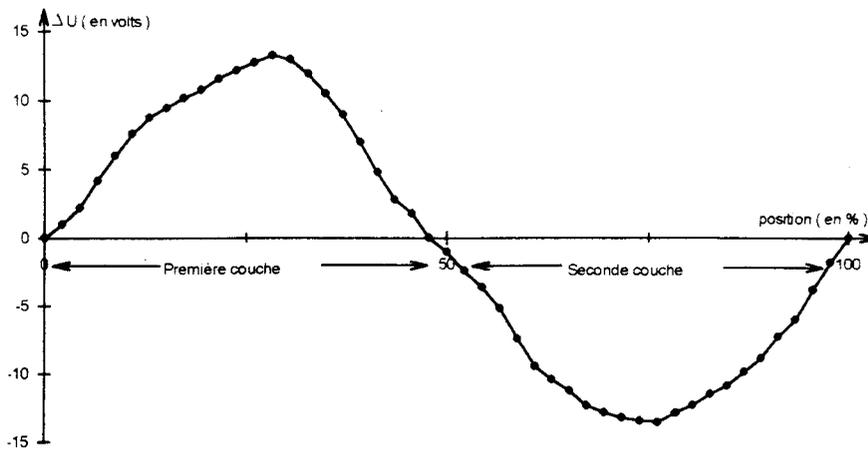


**Remarque 1 :**  $\Delta u$  correspond à un écart de tension et ne doit pas donc être confondu avec une surtension. En effet, si pour la première couche  $\Delta u$  qui est positif représente bien une surtension, il n'en est pas de même pour la seconde couche où  $\Delta u$  est négatif.

**Remarque 2 :** Précisons que pour cet enroulement les valeurs de  $\Delta u$  sont, quel que soit la position du point considéré, synchrones. C'est à dire que ces écarts maximums se produisent au même instant.

*Figure 3.14*

*Répartition de  $\Delta u$  en fonction de la position le long de l'enroulement*



### II.2.3 ) Tensions entre spires

Les relevés les plus significatifs sont donnés à la figure 3.15. La fréquence des oscillations de ces signaux est la même que celle des oscillations des tensions spire - masse. Ce qui est logique puisque qu'une tension entre spires est égale à la différence de deux tensions spire - masse. En fait cette simple constatation valide nos résultats. En effet, si les précautions initiales n'avaient pas été prises au niveau du montage, nous n'aurions pu vérifier cette simple loi.

Ces relevés suscitent deux remarques :

- il y a symétrie au niveau des formes d'ondes. ( entrées de la 1<sup>ère</sup> et 2<sup>nd</sup> couche ( figure 3.15a et f ), milieux de couche ( figure 3.15b et e )),
- ces oscillations présentent des effets d'autant plus significatifs que l'on se rapproche des extrémités des couches.

Dans ce cas, nous allons nous intéresser essentiellement à la surtension qui apparaît entre spires. C'est en effet cette surtension qui met à l'épreuve l'isolant qui se trouve entre les spires. Nous allons donc tracer l'évolution de cette surtension, notée  $\Delta'u$ , en fonction de la position du point considéré le long de l'enroulement, ceci afin de localiser les spires qui sont soumises aux plus fortes contraintes.  $\Delta'u$  est défini en prenant la valeur maximale atteinte par la tension entre spires par rapport à la valeur de la même tension obtenue en régime établi. Dans ces conditions, la relation qui donne  $\Delta'u$  est la suivante :

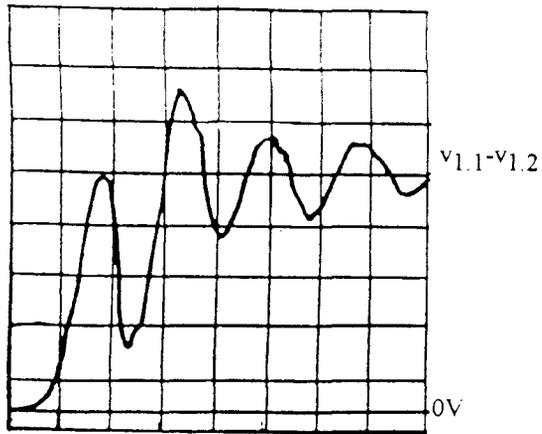
$$\Delta'u_{(q,k - q, k+1)} = \max(v_{q,k} - v_{q,k+1}) - (v_{q,k\infty} - v_{q,k+1\infty}) \quad (3.4)$$

Figure 3.15

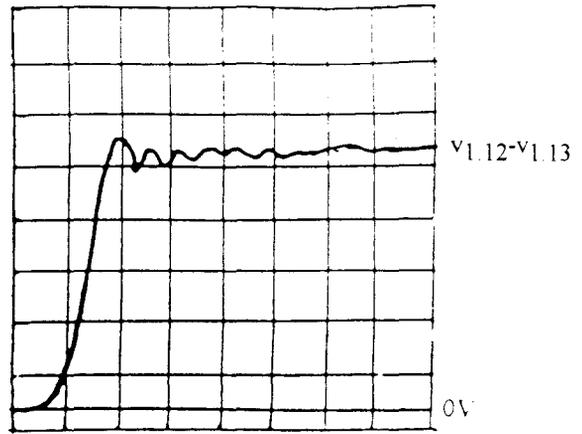
Tensions entre spires

y : 0,5 V / div

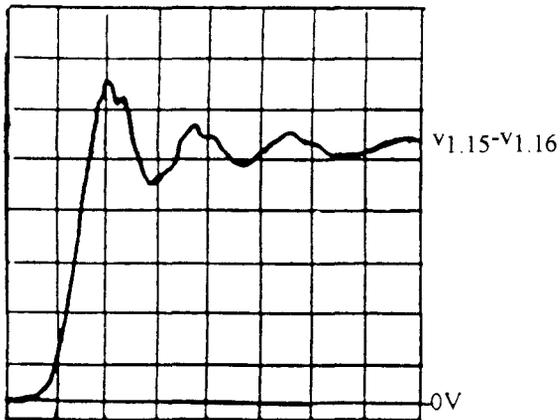
x : 100 ns / div



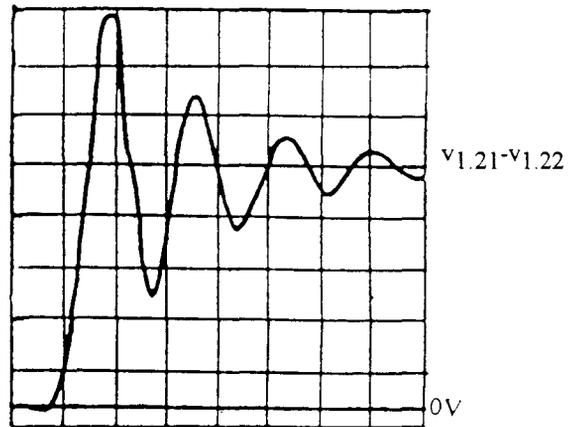
(a) entrée de la 1<sup>ère</sup> couche



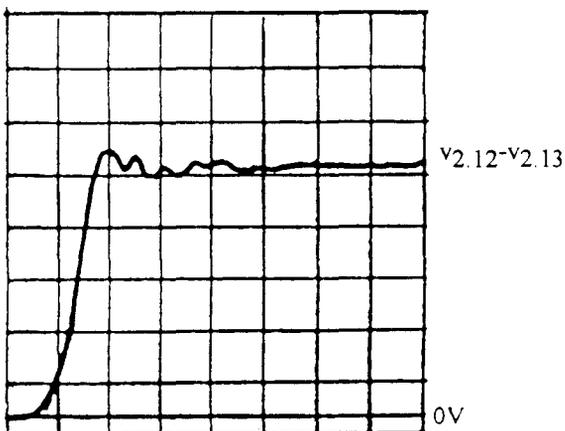
(b) milieu 1<sup>ère</sup> couche



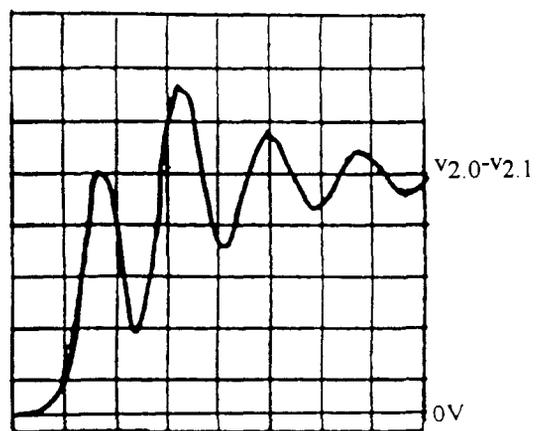
(c) au 3/4 de la 1<sup>ère</sup> couche



(d) sortie de la 1<sup>ère</sup> couche



(e) milieu 2<sup>nd</sup> couche



(f) entrée de la 2<sup>nd</sup> couche

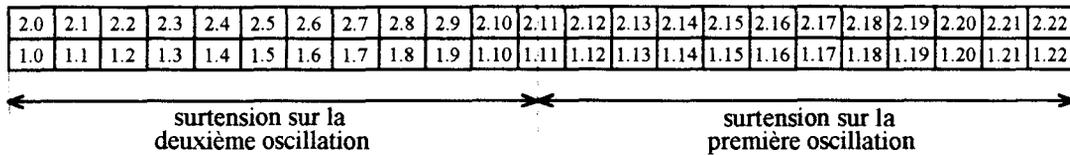
**Remarque :**

- Pour les tensions entre spires situées dans la *première moitié de chaque couche*, la plus forte surtension apparaît sur la *deuxième oscillation*. ( figure 3.16 ). Cela correspond aux spires dont l'indice  $k \in [0, n_s \text{ div } 2]$ . On appelle l'opération "  $x \text{ div } y$  ", l'opération qui renvoie la partie entière de la division de  $x$  par  $y$ . Pour ce qui est de l'enroulement étudié ici, cela correspond à  $k \in [0, 11]$ .

- Pour les tensions entre spires situées dans la *seconde moitié de chaque couche*, la plus forte surtension apparaît sur la *première oscillation* ( figure 3.16 ). Cela concerne les spires dont l'indice  $k \in [n_s \text{ div } 2, n_s]$ , soit  $k \in [11, 23]$ .

Figure 3.16

*Position de la surtension*



Sur la figure 3.17 nous indiquons la méthode utilisée pour calculer la valeur de la surtension ( relation 3.4 ). La figure 3.18 indique alors la répartition de cette surtension en fonction de la position le long de l'enroulement.

Figure 3.17

*Mesure des surtensions des tensions entre spires*

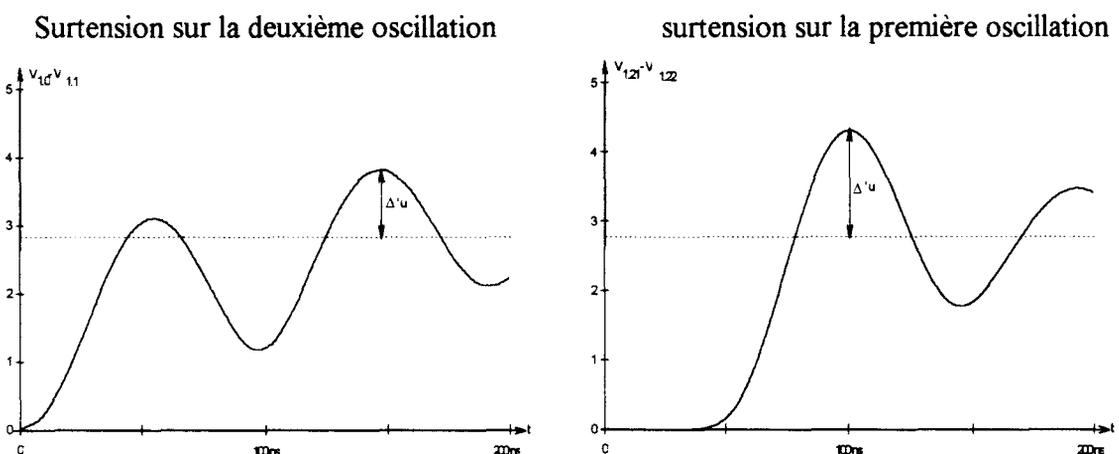
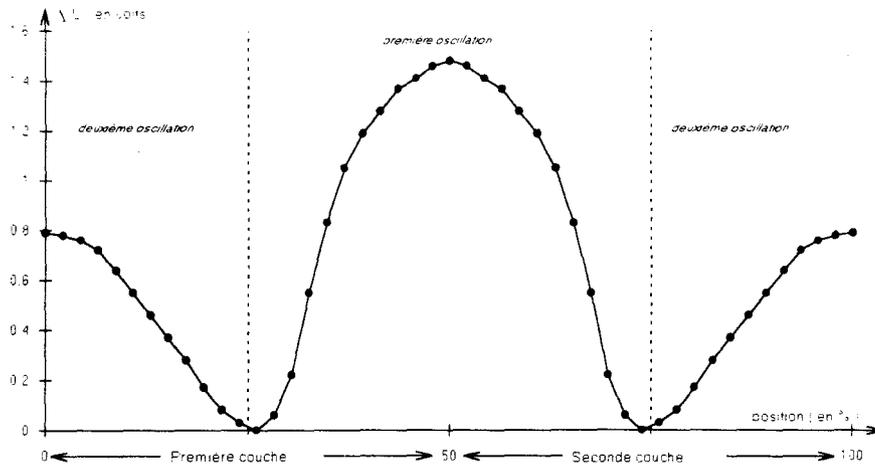


Figure 3.18

Répartition de la surtension en fonction de la position le long du bobinage



Sur ce graphique, il apparaît que la plus forte surtension se situe au milieu de l'enroulement, ce qui correspond au point de jonction des deux couches, et qu'il existe une symétrie par rapport à ce point.

## II.3 ) Enroulement à trois couches

### II.3.1 ) Tensions spire - masse

La tension de référence est maintenant prise sur la sortie de la 22<sup>ème</sup> spire de la 3<sup>ème</sup> couche ( point 3.23 ). Pour des raisons pratiques de mesures, le tracé des tensions spire - masse se fera sur deux graphes. Le premier donnant les tensions spire - masse pour la première moitié de l'enroulement ( figure 3.19a ), le second donnant les tensions spire - masse pour la seconde moitié de l'enroulement ( figure 3.19b ).

Nous retrouvons dans ce cas une similitude avec l'enroulement simple couche. En effet, la répartition des tensions est uniforme et il n'apparaît pas d'oscillations. La valeur de la tension spire - masse  $v_{q,k}$  est obtenue, dans ce cas, par la relation 3.1 qui donne  $v_{q,k\infty}$ .

*Figure 3.19*

*Relevé des tensions spires masse*

y : 20 V / div

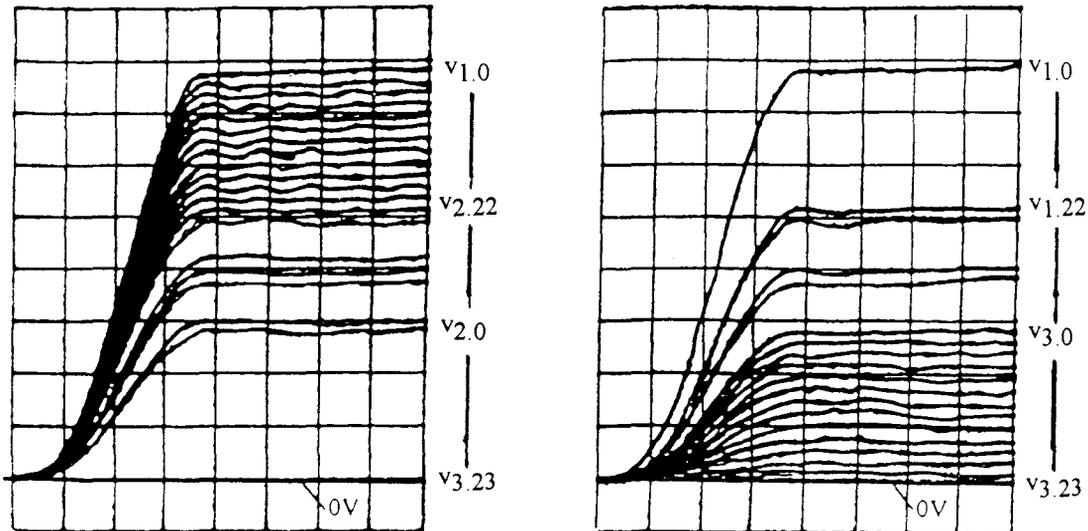
x : 50 ns / div

(a)

première moitié

(b)

seconde moitié



### II.3.2 ) Tensions entre spires

Les lois d'évolution des tensions entre spires sont données, pour certaines d'entre elles, à la figure 3.21. La figure 3.21a représente celles de la couche extérieure ( $q = 3$ ), la figure 3.21b, celles de la couche intermédiaire ( $q = 2$ ), et la figure 3.21c celles de la couche intérieure ( $q = 1$ ).

Il apparaît sur certaines courbes de légères oscillations. Cependant, en les comparant à celles obtenues avec l'enroulement à deux couches, nous pouvons considérer celles-ci comme négligeables. En effet, la mesure des oscillations les plus importantes conduisent à un dépassement de 5 à 10 % de la tension finale, alors que celui-ci est de 40 % avec l'enroulement à deux couches.

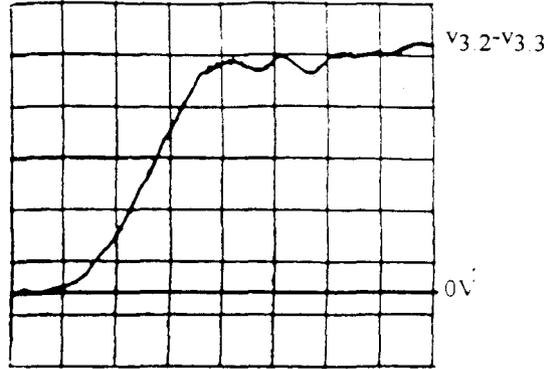
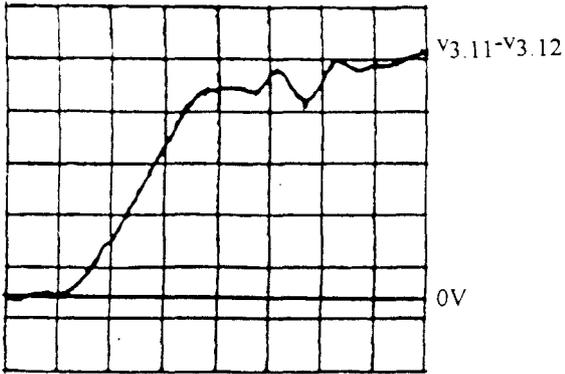
Nous pouvons constater qu'après l'amortissement des oscillations, toutes ces tensions atteignent la même valeur finale. Celle-ci est égale à l'amplitude du front ( $E$ ) divisé par le nombre total de spires  $N$ . Ce qui nous donne avec  $E = 160$  V et  $N = 69$ , une tension finale théorique de 2,32V.

Figure 3.21

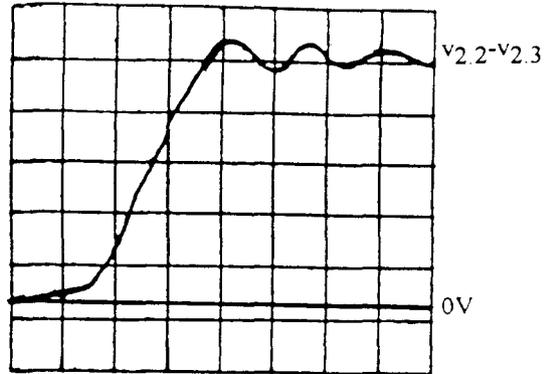
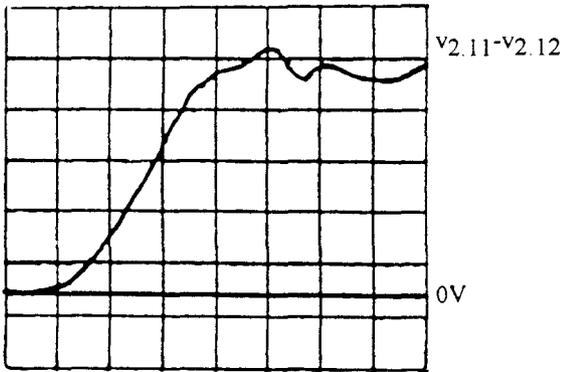
y : 0,5 V / div

x : 50 ns / div

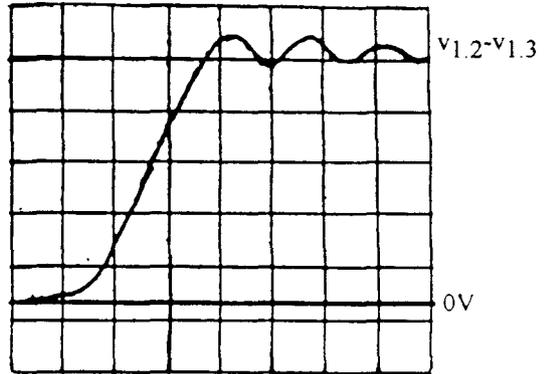
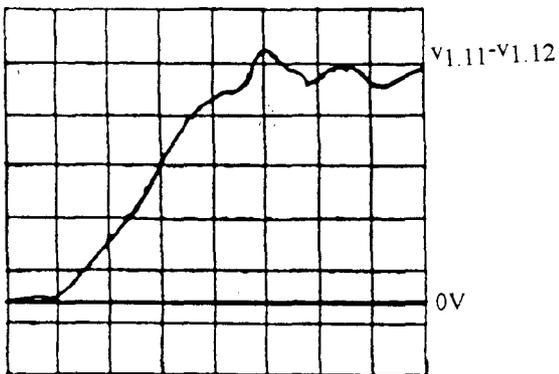
(a) couche extérieure (  $q = 3$  )



(b) couche intermédiaire (  $q = 2$  )



(c) couche intérieure (  $q = 1$  )



## II.4 ) Enroulement à quatre couches

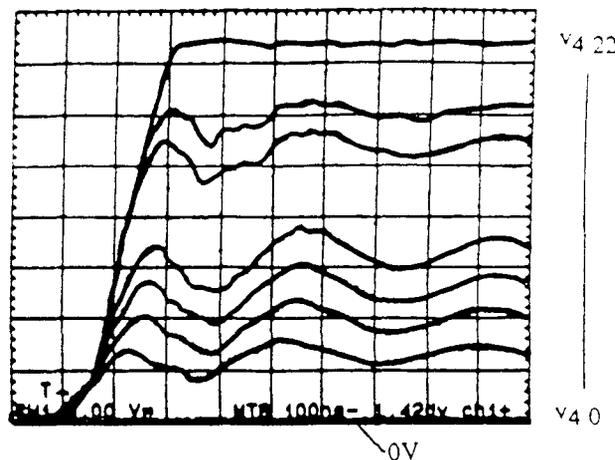
### II.4.1 ) Tensions spires - masse

La tension de référence est prise sur l'entrée de la quatrième couche ( point 4.0 ). Nous ne représenterons à la figure 3.22 que certaines des tensions spire - masse dont l'indice k est pair et qui appartiennent à la quatrième couche.

*Figure 3.22*

y : 5 V / div

x : 50 ns / div



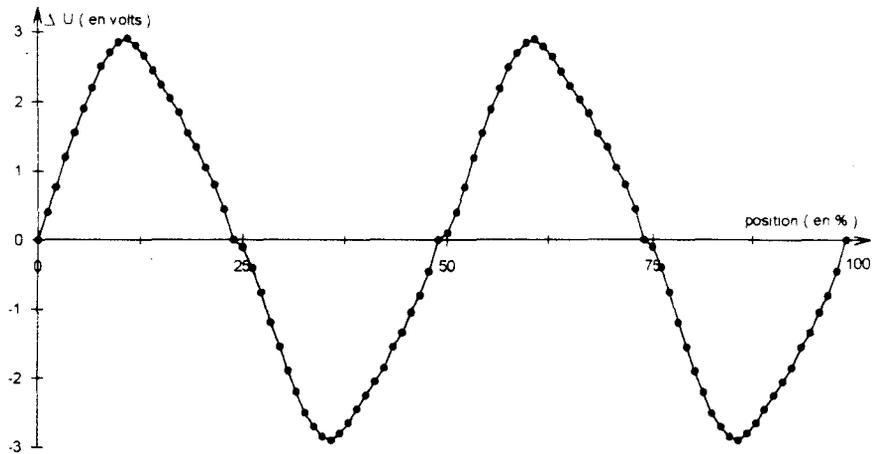
Tout comme pour l'enroulement à deux couches, nous pouvons remarquer qu'il apparaît des oscillations, avec une atténuation de celles-ci aux extrémités de la couche, la valeur finale  $v_{q, \infty}$  de ces tensions étant donnée par la formule 3.1. La fréquence de ces oscillations est de 5.4 MHz et elles s'amortissent après quelques périodes ( environ 1  $\mu$ s ). On remarque que cette fréquence est proche de celle trouvée avec l'enroulement à deux couches.

La loi de répartition de  $\Delta u$  en fonction de la position le long de la spire est donnée à la figure 3.23. Le calcul de  $\Delta u$  se fait de la même façon que pour l'enroulement à deux couches avec la formule 3.2 lorsque q est impair et la formule 3.3 lorsque q est pair.

Le tracé de cette courbe expérimentale donne un résultat similaire à celui que nous avons obtenu avec l'enroulement à deux couches ( figure 3.14 ), à savoir que la répartition de  $\Delta u$  à une allure sinusoïdale avec cette fois deux périodes, la première relative aux couches 1 et 2, et la seconde aux couches 3 et 4. On note également une nette diminution au niveau de l'amplitude de  $\Delta u$ .

Figure 3.23

Répartition de  $\Delta U$  en fonction de la position le long du bobinage



### II.4.2 ) Tensions entre spires

Il apparaît toujours une similitude flagrante avec l'enroulement à deux couches. Cette similitude concerne deux points. Premièrement, les spires qui sont soumises aux plus fortes surtensions sont celles qui sont situées sur les extrémités d'une couche ( $k \approx 0$  ou  $k \approx n_s$ ). Deuxièmement, la position de la plus forte surtension a lieu sur la deuxième oscillation pour les tensions entre spires situées dans la première moitié d'une couche, et elle a lieu sur la première oscillation pour les spires situées sur la seconde moitié d'une couche.

La figure 3.24 donne trois relevés de tensions entre spires pour la couche extérieure.

Figure 3.24

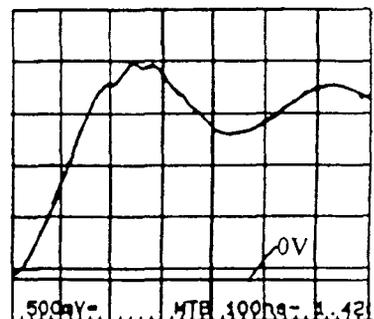
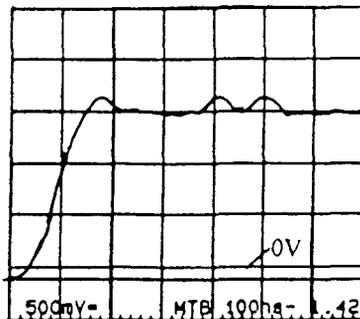
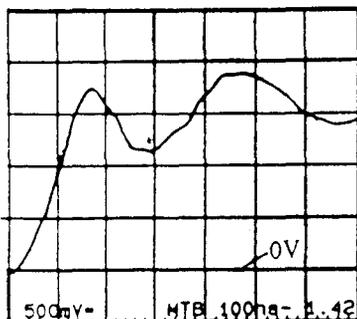
$y : 0,5 V / div$

$x : 100 ns / div$

V4.7-V4.8

V4.10-V4.11

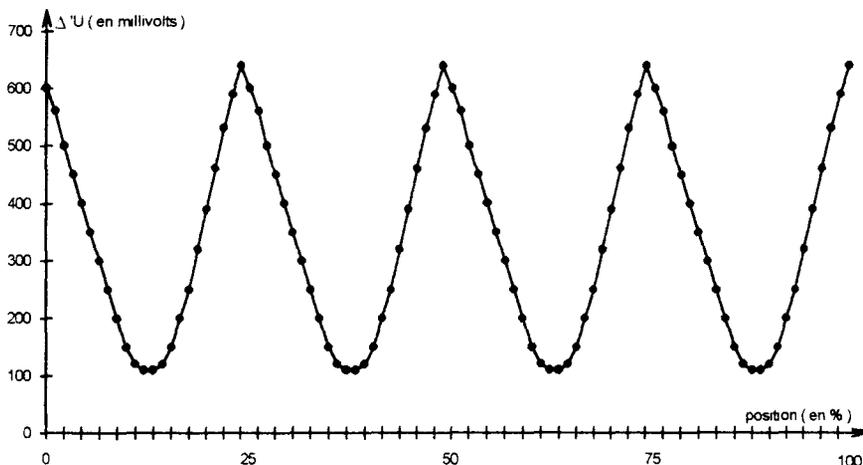
V4.16-V4.17



Suite à ces mesures, nous pouvons déterminer la loi de répartition de la surtension créée par les oscillations en fonction de la position le long du bobinage. Le calcul de la surtension se fait de la même manière que pour l'enroulement à deux couches ( formule 3.4 ). La répartition de cette surtension en fonction de la position le long du bobinage donne, en ce qui concerne la localisation, des résultats similaires à ceux obtenus avec l'enroulement à deux couches ( figure 3.25 ) cependant, dans ce cas, les courbes semblent plus régulières.

**Figure 3.25**

*Répartition de  $\Delta'u$  en fonction de la position le long de l'enroulement*



## II.5 ) Enroulement à cinq couches

### II.5.1 ) Tensions spire - masse

Les relevés des tensions spires - masse donnent un résultat similaire à celui obtenu avec les enroulements à une et à trois couches. Il n'apparaît aucune oscillation de ces tensions et la répartition de la tension d'entrée se fait progressivement le long de la bobine.

### II.5.2 ) Tensions entre spires

Comme pour l'enroulement à trois couches, les tensions entre spires ont toutes la même allure. Il apparaît une légère oscillation qui peut être négligée, la plus importante d'entre elles atteignant à peine 5 % de la valeur finale ( figure 3.26 ).

Par ailleurs, cette plus forte surtension, comme pour les enroulements à nombre de couches impair que nous avons étudiés jusqu'à présent, se situe sur le milieu de chaque couche.

Figure 3.26

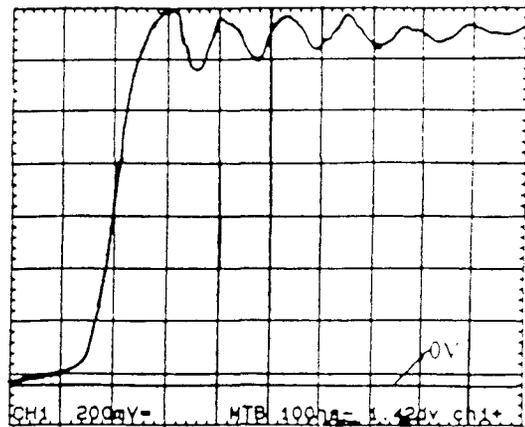
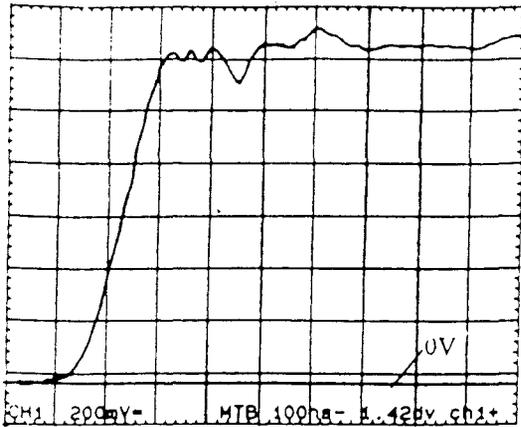
*Tensions entre spires*

y : 0,2 V / div

x : 100 ns / div

V5.2 - V5.3

V5.14 - V5.15



## II.6 ) Généralisation des résultats

Il apparaît, suite à ces essais et relativement aux phénomènes étudiés, une différence significative entre les enroulements suivant que ceux-ci comportent un nombre de couches pair ou impair. Nous pouvons résumer ces disparités de la façon suivante :

*n<sub>c</sub> impair :*

- pas d'oscillation au niveau des tensions spire - masse,
- répartition progressive de la tension le long de la bobine,

*n<sub>c</sub> pair :*

- oscillations importantes au niveau des tensions spire - masse et des tensions entre spires. On localise les plus significatives de ces tensions entre spires au niveau des extrémités des différentes couches. La fréquence des oscillations est à peu près constante quelque soit l'enroulement considéré ( 2 ou 4 couches ). Elle vaut en moyenne 5,55 Mhz. Par ailleurs, ces oscillations s'amortissent en moins de 1  $\mu$ s.

### III ) Enroulement de type transformateur, Influence des paramètres caractérisant le signal d'entrée

Les paramètres caractérisant le signal d'entrée sont :

- son amplitude E,
- sa vitesse d'établissement ( gradient ).

Nous avons analysé séparément les effets de chacun d'entre eux en agissant sur l'un des paramètres et en maintenant l'autre constant. L'étude portera essentiellement sur les grandeurs qui caractérisent les oscillations des tensions entre spires ( amplitude et fréquence ). Nous avons pu remarquer que ces paramètres ne modifient pas sensiblement les principaux résultats obtenus sur un enroulement comportant un nombre impair de couches ( absence d'oscillations ) de sorte que les résultats présentés ne concerneront que des enroulements à nombre de couches pair.

#### III.1 ) Influence du gradient de la tension d'entrée

Pour effectuer cette étude l'amplitude E du signal d'entrée sera maintenue constante et égale à 100 volts tandis que l'on fera évoluer le gradient de 0,8 kV/ $\mu$ s à 2,4 kV/ $\mu$ s. Nous avons limité ce gradient à 2,4 kV/ $\mu$ s car au-delà de cette valeur, l'onde appliquée à l'enroulement était trop déformée pour obtenir des résultats exploitables ( cf. § I.2.6 ). Les résultats, en ce qui concerne la surtension, seront présentés en valeurs relatives c'est à dire que la quantité  $\Delta'u_{(q, k - q, k + 1)}$  donnée par la formule 3.4 sera ramenée à la valeur finale  $V_{q, k\infty} - V_{q, k + 1\infty}$  obtenue après l'amortissement des oscillations. En notant  $\Delta'u(g)\%$  la grandeur ainsi définie, en convenant de l'exprimer en pourcent, il vient :

$$\Delta'u(g)\% = 100 \times \frac{\Delta'u_{(q, k - q, k + 1)}}{V_{q, k\infty} - V_{q, k + 1\infty}} \quad (3.5)$$

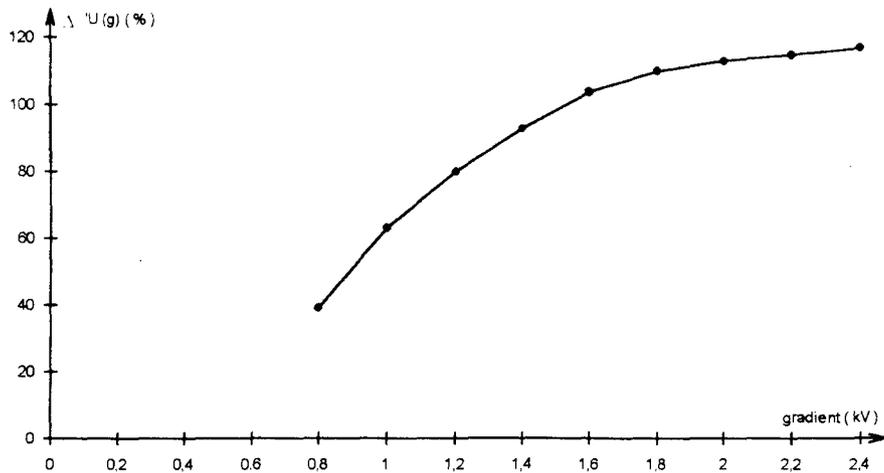
##### III.1.1 ) Enroulement à deux couches

Les relevés ont été effectués au milieu de l'enroulement ( v<sub>1.21</sub> - v<sub>1.22</sub> ), là où les oscillations sont les plus importantes. Dans ces conditions on obtient la courbe de la figure 3.28 qui donne la variation de l'amplitude relative des oscillations en fonction du gradient de la tension appliquée à l'enroulement.

Pour ce qui est de la fréquence des oscillations, il n'apparaît pas de différences significatives lorsque le gradient évolue.

Figure 3.28

*Enroulement à 2 couches, loi d'évolution de  $\Delta'u(g)\%$*

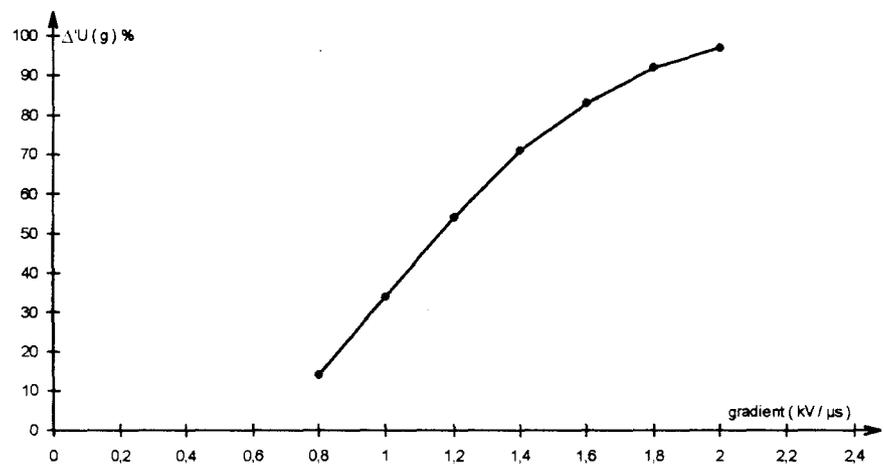


### III.1.2 ) Enroulement à quatre couches

Les mêmes essais ont été effectués avec un enroulement à quatre couches. Les relevés ont été réalisés à l'extrémité de la couche extérieure, là les plus fortes oscillations apparaissent. La loi d'évolution de cette surtension relative en fonction du gradient de la tension d'entrée est donnée à la figure 3.29. Une extrapolation de la courbe montre que celle-ci tend asymptotiquement vers la valeur 110 % de la tension finale.

Figure 3.29

*Enroulement à 4 couches, loi d'évolution de  $\Delta'u(g)\%$*



Dans ce cas encore le paramètre gradient ne semble pas avoir d'effets significatifs sur la fréquence des oscillations.

### III.1.3 ) Propriétés du gradient

Suite à cette étude, on s'aperçoit :

- que le gradient affecte peu la fréquence des oscillations,
- que la valeur relative de la surtension obéit à des lois sensiblement identiques que l'enroulement soit à deux ou quatre couches,
- que pour un gradient inférieur à 0,7 kV/μs ces surtensions peuvent être négligées,
- qu'il y a une croissance sensiblement linéaire de  $\Delta'u(g)\%$  pour des gradients compris entre 0,7 et 1,2 kV/μs,
- qu'il apparaît un phénomène de saturation au delà de 1,6 kV/μs,
- que pour des gradients élevés ( > 1,6 kV/μs ) la surtension est supérieure au double de la tension entre spires en régime établi.

### III.2 ) Effet de l'amplitude du front d'entrée

Pour cette étude, nous maintiendrons constant le gradient de la tension d'entrée à une valeur égale à 1,1 kV/μs tandis que son amplitude variera de 0 à 250 V. Pendant ces relevés, nous avons remarqué, lorsque E augmentait, que l'amplitude des oscillations commençait par augmenter, puis se stabilisait. Cela nous permet pour la présentation des résultats de travailler encore en valeurs relatives. L'amplitude de la surtension sera dans ce cas ramenée à sa valeur maximale  $\Delta'u_{\max}$  obtenue pour des valeurs élevées de E. Cette quantité exprimée en % sera notée  $\Delta'u(E)\%$ .

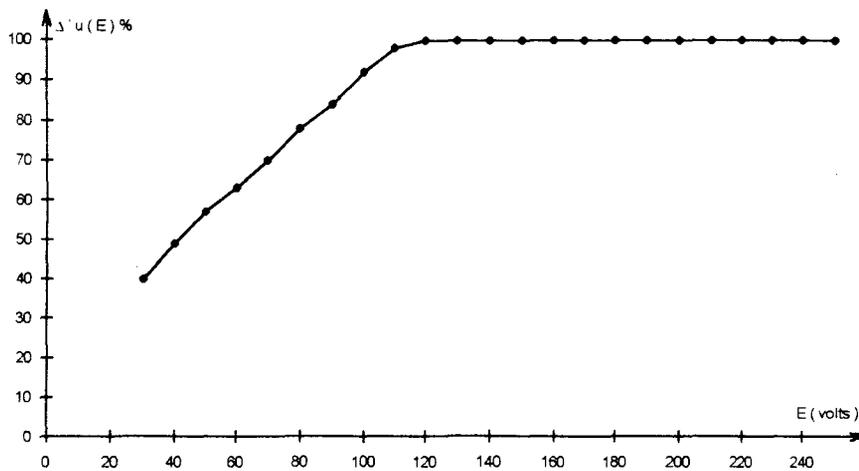
$$\Delta'u(E)\% = 100 \times \frac{\Delta'u_{(q.k - q, k + 1)}}{\Delta'u_{\max}} \quad (3.6)$$

#### III.2.1 ) Enroulement à deux couches

Dans ce cas  $\Delta'u_{\max}$  est obtenue pour  $E > 120V$ . La courbe de la figure 3.30 donne la loi d'évolution de  $\Delta'u(E)$  en fonction de E. Les relevés, comme précédemment, ont été effectués au point de jonction des deux couches. Si l'amplitude des oscillations varie avec E, il n'en est pas de même de leurs fréquences qui restent constantes quel que soit E.

Figure 3.30

*Enroulement à 2 couches, loi d'évolution de  $\Delta'u(E)\%$*



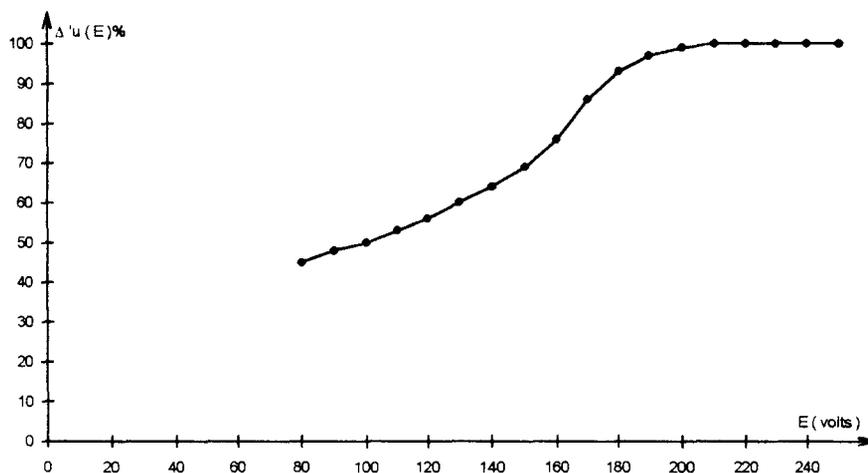
### III.2.2 ) Enroulement à quatre couches

La courbe de la figure 3.31 donne la loi d'évolution de  $\Delta'u(E)$  en fonction de  $E$  pour cet enroulement à quatre couches. Les relevés ont été effectués au niveau des spires situées à l'extrémité de la quatrième couche ( comme pour le gradient ).

Dans ce cas, la valeur de  $\Delta'u_{\max}$  est obtenue pour  $E > 240V$ . Là encore,  $E$  ne semble pas avoir d'influence sur la fréquence des oscillations.

Figure 3.31

*Enroulement à 4 couches, loi d'évolution de  $\Delta'u(E)\%$*



### III.2.3 ) Propriétés de l'amplitude du front d'entrée

Puisque la quantité  $\Delta'u(E)$  n'est pas une grandeur directement mesurable mais qu'elle résulte d'une exploitation de résultats qui portent sur les tensions spire - masse, il est possible de considérer que ces surtensions ont une amplitude qui évolue linéairement en fonction de  $E$  tant que cette quantité est inférieure à une certaine valeur. Il apparaît ensuite un effet "de saturation".

La valeur de  $E$  qui conduit au niveau de ces caractéristiques à un coude semble proportionnelle au nombre de couches. (  $\Delta'u_{\max}$  obtenu pour  $E > 120V$  avec l'enroulement à deux couches et pour  $E > 220V$  pour l'enroulement à quatre couches ).

Nous avons également pu noter que la fréquence des oscillations était indépendante de  $E$ .

### IV ) Enroulement de type transformateur, influence des paramètres du circuit extérieur

Parmi les différents paramètres extérieurs au circuit ( montage de la figure 3.6 ) on distingue :

- **L'état magnétique du circuit** : Les relevés effectués en saturant le circuit magnétique ( procédure qui simule également la présence d'un courant dans la bobine lors de l'apparition du front ) ont montré une légère modification des formes d'ondes. La période des oscillations augmente d'environ 15 % lorsqu'on sature le circuit magnétique. En ce qui concerne l'amplitude on note également une très légère augmentation ( environ 2 % ).

- **La connexion noyau - masse de l'alimentation** : Le fait de supprimer cette connexion ne modifie pas sensiblement les résultats. Ceci peut se justifier par la présence du cadre cartonné entre la première couche et le noyau qui conduit à des capacités  $C_g$  de très faibles valeurs et par conséquent les courants de fuite sont négligeables.

- **La présence éventuelle d'enroulements en court-circuit** : Les mesures réalisées avec les bobines auxiliaires en court-circuit n'ont pas conduit à des variations significatives des formes d'ondes.

- **La fréquence d'apparition des fronts** : Pour analyser l'influence de ce dernier paramètre, il suffit d'exploiter les résultats précédents. En effet nous avons noté avec les enroulements à deux et quatre couches ( cf. § II.2.1 et II.4.1 ) que les oscillations engendrées par un front s'atténaient au bout d'une  $\mu s$ . Cela correspond donc au temps minimal, que nous noterons  $t_{\min}$ , qui doit séparer deux fronts consécutifs pour qu'il n'y ait point d'effets cumulatifs.

Ce temps conduit à une fréquence de découpage maximale 1 MHz, ce qui n'est pas actuellement réalisable avec les systèmes industriels à base d'I.G.B.T. les plus courants. Ce paramètre n'est donc pas à considérer dans le cadre de notre étude. Cependant, la valeur de  $t_{\min}$  peut être plus importante avec d'autres configurations de sorte que ce paramètre ne doit pas systématiquement être ignoré.

## **V ) Enroulement de type transformateur, courant d'entrée**

Dans ce paragraphe nous allons nous intéresser plus particulièrement au courant absorbé  $j_{1,0}$  par chacun des enroulements étudiés.

### **V.1 ) Enroulement simple couche**

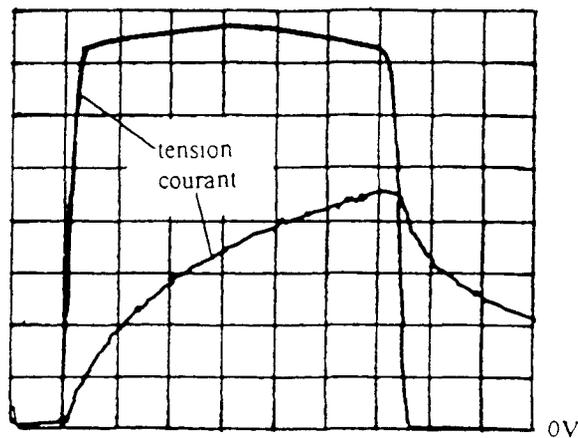
Les formes d'onde du courant absorbé par cet enroulement et de la tension appliquée à ses bornes sont données à la figure 3.32.

***Figure 3.32***

courant : 0,5 A / div

x : 500 ns / div

tension : 20 V / div



○ Nous constatons que le courant d'entrée, dans sa forme générale, évolue suivant une équation classique du type

$$j_{1,0} = \frac{E}{R_e} \left( 1 - e^{-\frac{R_e t}{L_e}} \right) \quad (3.7)$$

qui est celle de l'établissement du courant dans un récepteur inductif d'éléments  $L_e$  et  $R_e$ . Cette loi d'évolution, notamment lors de l'application du front, est en accord avec le schéma équivalent que nous avons proposé pour cet enroulement simple couche ( spire d'entrée équivalente à un récepteur inductif ). Les relevés expérimentaux donnés aux figures 3.9 et 3.10 montrent que lors de l'apparition du front la tension aux points 1.0 et 1.1 évolue de façon sensiblement linéaire. Cette tension, qui est en fait celle appliquée aux bornes des éléments R et L de la première spire ( figure 1.9b ) atteint 5 V en 100 ns, ce qui correspond à un gradient, noté g, égal à  $50 \cdot 10^6$  V/s. Dans ces conditions nous pouvons écrire les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} v_{g1.0} - v_{g1.1} &= gt \\ v_{g1.0} - v_{g1.1} &= Rj_{1.0} + L \frac{dj_{1.0}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Comme à  $t = 0$ ,  $j_{1.0} = 0$  on en déduit l'expression de  $j_{1.0}$  :

$$j_{1.0} = \frac{g}{R} \left[ t + \frac{L}{R} \left( e^{-\frac{R}{L}t} - 1 \right) \right] \quad (3.9)$$

En utilisant le développement limité au second ordre de la fonction exponentielle il vient :

$$j_{1.0} \approx \frac{gt^2}{2L} \quad (3.10)$$

Pour  $t = 500$  ns  $j_{1.0} \approx 1$ A, on en déduit donc l'ordre de grandeur de L :

$$L \approx 6 \mu\text{H}$$

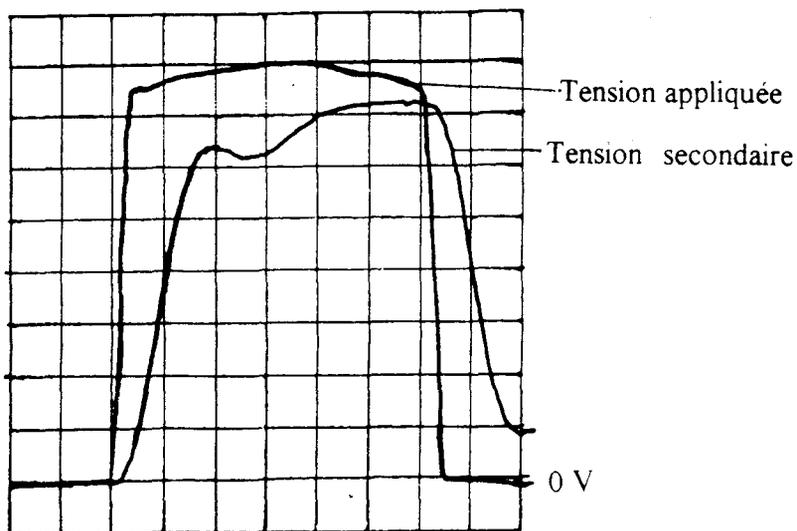
○ L'absence d'oscillation permet de supposer que les capacités  $C_g$  jouent un rôle négligeable. On a d'ailleurs aboutit à la même conclusion suite aux résultats obtenus après avoir déconnecté le noyau de la masse de l'alimentation.

○ Pour mettre en évidence le retard qui apparaît au niveau de l'installation du flux ( cf. § III.1.4 du chapitre 1 ) nous avons relevé la tension qui apparaît aux bornes de l'un des secondaires. Celle-ci est donnée à la figure 3.33. On s'aperçoit que la tension secondaire s'établit avec un retard de 200 ns.

Figure 3.33

tension : 20 V / div

x : 500 ns / div



## V.2 ) Enroulement à deux couches

Les formes d'ondes du courant et de la tension pour cet enroulement sont données à la figure 3.34a.

Dans ce cas, on s'aperçoit qu'une oscillation, très vite amortie, se superpose au signal à croissance exponentielle définie précédemment.

Par ailleurs on note que la fréquence de ces oscillations est la même ( 5.7 Mhz ) que celle qui caractérise les oscillations des tensions spire - masse et entre spires. La figure 3.34b présente les formes d'ondes précédentes ( figure 3.34a ) en dilatant l'échelle des temps.

L'apparition de ces oscillations ( en comparant ce résultat avec celui obtenu pour l'enroulement à une couche ) valide le schéma équivalent que nous avons présenté à la figure 1.13 dans lequel une capacité entre couches (  $C_c$  ) se trouve connectée entre les points 1.0 et 2.0. La pointe de courant au moment du choc provient donc bien de la charge de cette capacité.

Comme la tension appliquée aux bornes de cette capacité est, compte tenu de nos hypothèses, au signe près égale à  $v_e$  on peut estimer la valeur de la capacité  $C_c$  en utilisant la relation :

$$i_{\text{pointe}} = aC_c \quad (3.11)$$

avec  $a$  le gradient du front d'entrée. Si au courant absorbé on enlève, lorsque le courant présente un pic, la composante exponentielle de  $j_{1.0}$  il vient :

$$i_{\text{pointe}} = 0,15 \text{ A}$$

Comme  $a = 1 \text{ kV}/\mu\text{s}$  on en déduit que :

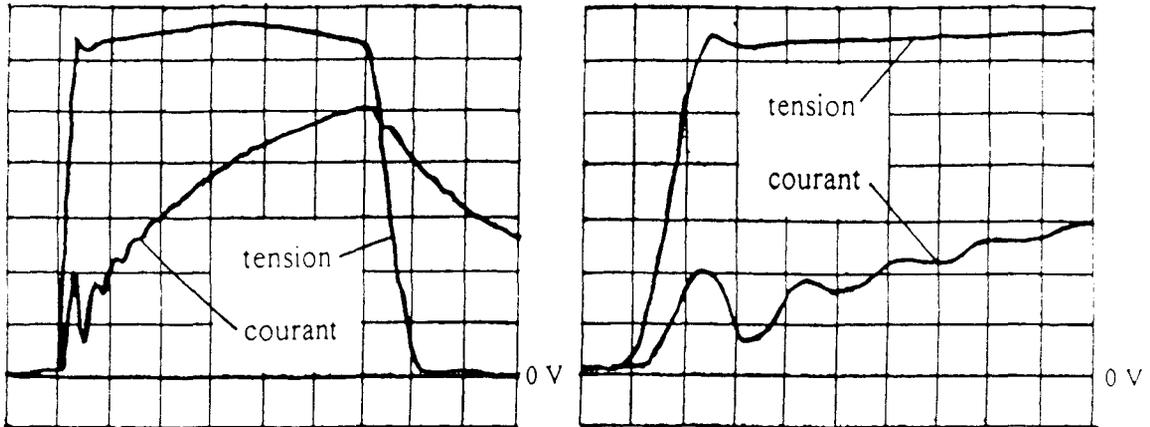
$$C_c \approx 0,15 \text{ nF}$$

*Figure 3.34*

courant :  $0,1 \text{ A} / \text{div}$       tension :  $20 \text{ V} / \text{div}$

(a)  $x : 500 \text{ ns} / \text{div}$

(b)  $x : 100 \text{ ns} / \text{div}$

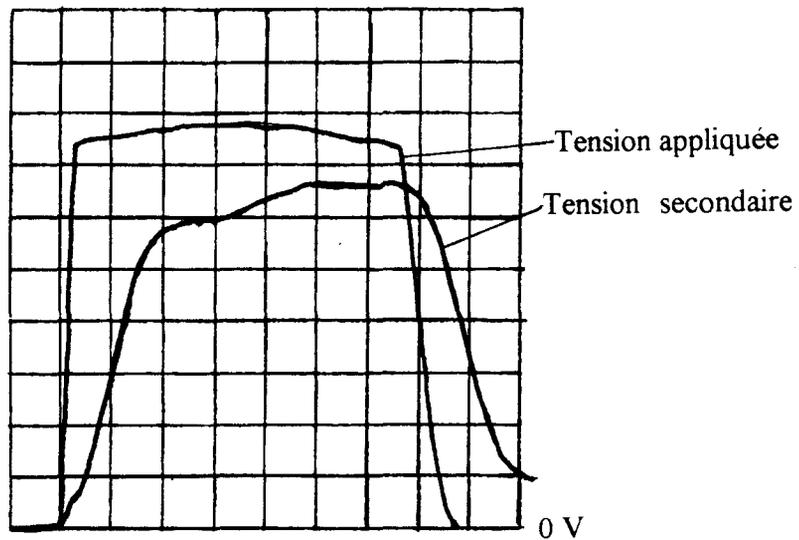


Nous avons également dans ce cas relevé la tension qui apparaît aux bornes de l'un des secondaires ( figure 3.35 ). On note un retard de l'onde de  $200 \text{ ns}$  au niveau de l'établissement de cette variable et par conséquent au niveau du flux dans le circuit magnétique.

*Figure 3.35*

tension :  $20 \text{ V} / \text{div}$

$x : 500 \text{ ns} / \text{div}$



### V.3 ) Enroulements à trois et quatre couches

Les relevés sont donnés aux figures 3.36 et 3.37 respectivement pour l'enroulement à trois et quatre couches. Tout comme pour l'enroulement à deux couches il apparaît une pointe de courant au moment de l'application du front qui se superpose à la montée exponentielle ( équation 3.7 ). On peut comme précédemment expliquer cette pointe de courant par la charge des capacités au moment de l'application de l'onde à front raide. Cependant, dans ce cas la configuration du circuit est trop complexe pour que l'on puisse estimer certaines valeurs des éléments qui composent le schéma de la figure 1.13.

Figure 3.36

courant : 0,1 A / div      tension : 20 V / div

(a) x : 500 ns / div

(b) x : 50 ns / div

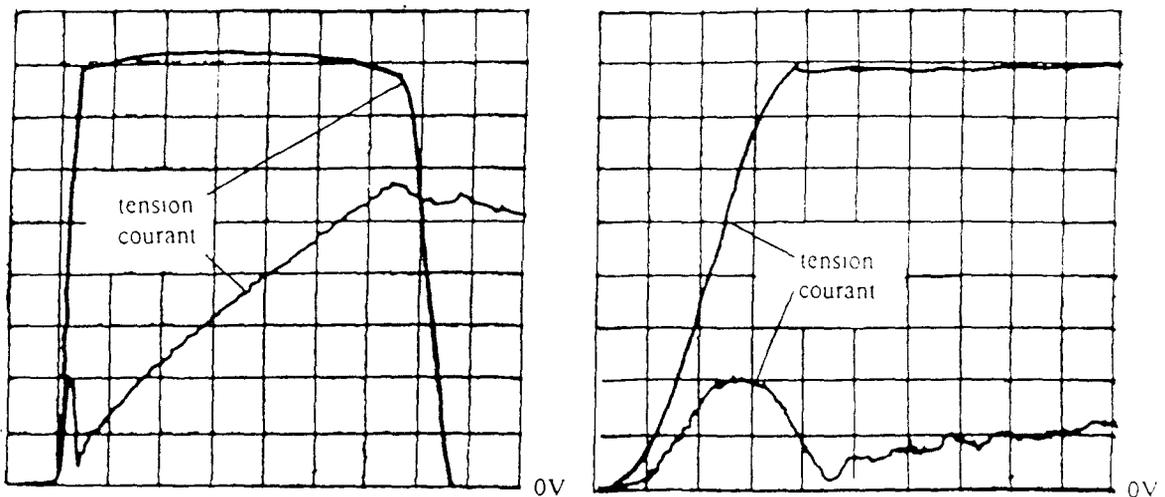
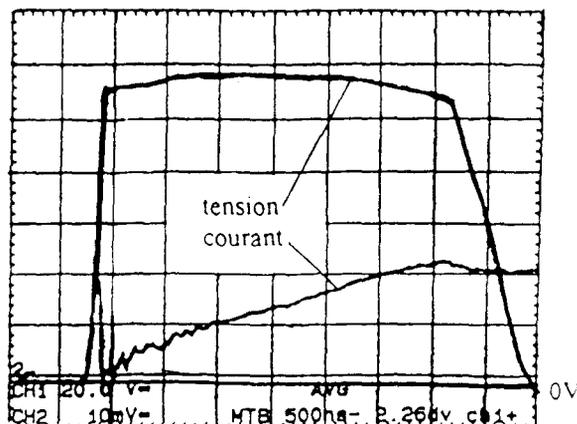


Figure 3.37

courant : 0,1 A / div      tension : 20 V / div

x : 500 ns / div



## **V.4 ) Conclusion**

Suite à l'étude du courant absorbé par chacun des enroulements, on s'aperçoit qu'il est possible de faire une distinction suivant que l'enroulement possède une ou plusieurs couches :

- pour un enroulement à une couche, le courant a une croissance exponentielle "classique" qui correspond au courant absorbé par un récepteur inductif,
- pour un enroulement à plusieurs couches, il vient se superposer à cette croissance exponentielle une pointe d'intensité dont la fréquence semble être fonction du nombre de couches que possède l'enroulement.

Ces résultats valident en partie les schémas équivalents proposés. Ils montrent également que, lors de l'alimentation d'enroulements par des signaux M.L.I., il faudra veiller à ce que cette pointe de courant répétitive ne vienne pas détruire les composants de puissance.

Le retard qui apparaît au niveau de l'installation du flux justifie le fait que les résultats obtenus ne soient pas, à l'échelle des grandeurs mesurées, dépendantes de la présence éventuelle d'enroulements en court-circuit.

## **VI ) Enroulement de type moteur.**

Les essais que nous présentons dans ce paragraphe portent tout d'abord sur la détermination de la répartition de la tension le long de spires de type machine soumis à une onde à front raide [42]. Cette étude concernera une puis deux spires constituées chacune d'un seul et unique conducteur.

En considérant une section élémentaire constituée de 2 spires nous analyserons la tension qui apparaît entre celles-ci en prenant différents points de mesure régulièrement répartis le long de ces spires, situés aussi bien dans les encoches qu'au niveau des têtes de bobines.

Finalement nous analyserons la répartition d'une onde de choc au niveau des différentes sections ainsi qu'au sein d'une section élémentaire d'une machine asynchrone portant un enroulement simple couche constitué de plusieurs sections élémentaires.

### **VI.1 ) Etude au niveau d'une section élémentaire**

Cette section élémentaire sera constituée, compte tenu de la difficulté rencontrée lors de leur réalisation, d'une ou de deux spires. Chaque point de mesure sera repéré par un chiffre et une lettre.

Le chiffre sera relatif à la spire ( figure 1.17 ) et la lettre à la localisation au niveau de la spire ( figure 1.18 ). Durant ces essais, le front appliqué sera caractérisé par un gradient de 750 V/ $\mu$ s.

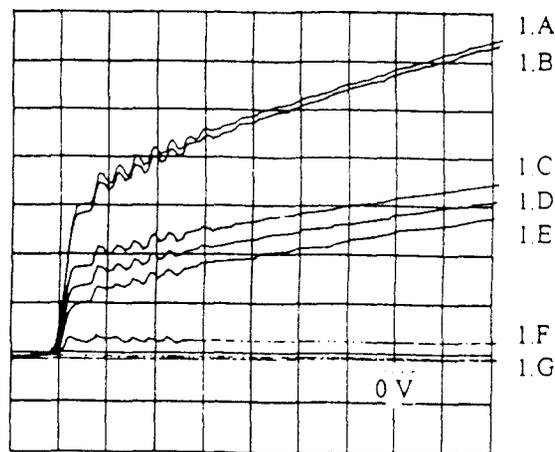
### VI.1.1 ) Essais sur une spire

La figure 3.38 donne les tensions qui apparaissent entre chaque point d'une spire et la référence. L'onde est appliquée sur le point 1.A, la référence est le point 1.G. Ces relevés montrent que la répartition de la tension le long d'une spire n'est pas uniforme. On remarque que 90 % de la tension appliquée à la spire se situe aux bornes des portions de spire logées dans les encoches ( entre les points 1.B et 1.C, et 1.E et 1.F ). Cela signifie que les points situés sur une tête de bobine sont pratiquement au même potentiel et par conséquent les simplifications apportées au niveau du schéma d'une spire ( figures 1.19 et 1.20 ) sont justifiées.

Figure 3.38

y : 5 V / div

x : 100 ns / div



Les points de mesure régulièrement répartis entre 1.B et 1.C conduisent à une répartition régulière de la tension.

### VI.1.2 ) Essais sur deux spires

Les résultats des essais portant sur une section élémentaire constituée de deux spires sont donnés à la figure 3.39a. Sur la figure 3.39b, les mêmes relevés sont présentés avec une saturation du circuit magnétique obtenue en injectant un courant continu voisin du courant nominal dans l'un des enroulements statoriques restés en place.

Pour ces relevés, l'onde est appliquée sur le point 1.A et la référence est prise sur le point 2.G.

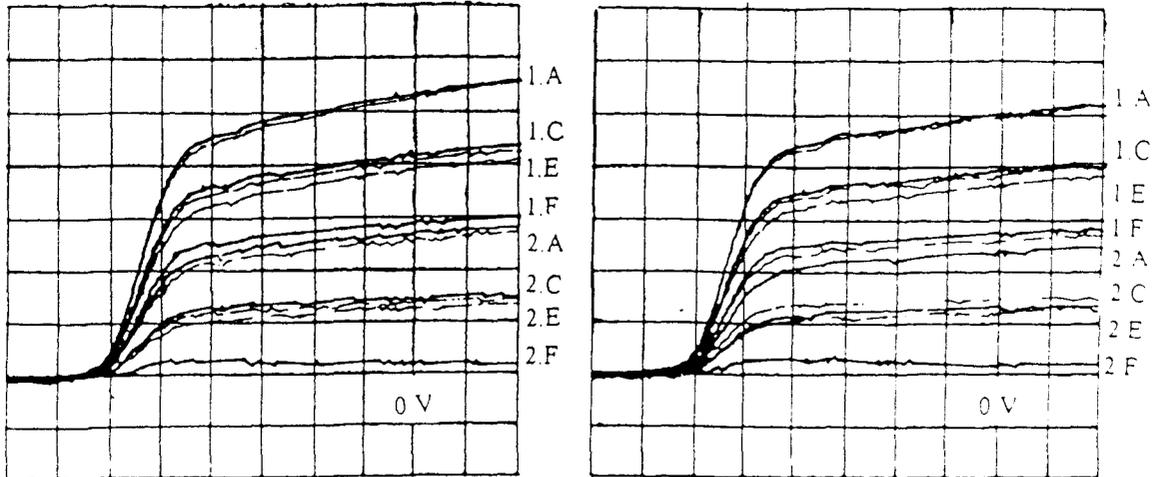
Figure 3.39

y : 10 V / div

x : 50 ns / div

(a) moteur non saturé

(b) moteur saturé



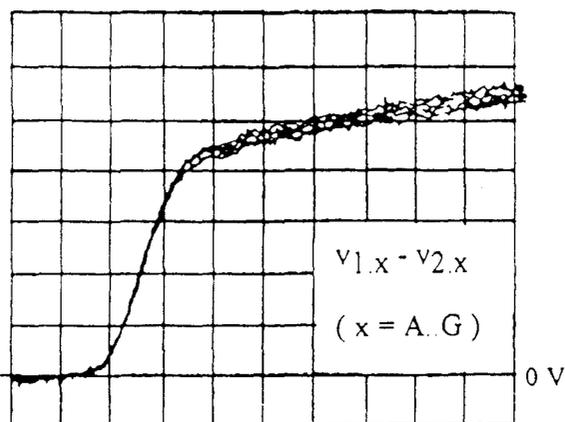
Nous pouvons noter que la saturation n'affecte pas de façon sensible les résultats obtenus.

Nous avons représenté à la figure 3.40 la différence de potentiel qui apparaît entre les deux spires. Cette tension est prise sur deux points superposés ( portant la même lettre ). Les différences de potentiels sont donc notées :  $V_{1.A} - V_{2.A}$ ,  $V_{1.B} - V_{2.B}$ , etc....

Figure 3.40

y : 5V / div

x : 50 ns / div



Suite à ces essais il est possible d'affirmer que :

- la répartition de la tension le long d'une spire n'est pas uniforme ( 90 % de celle-ci apparaît aux bornes des portions de spire logées dans les encoches ),
- bien que cette répartition ne soit pas uniforme, la tension entre les deux spires est la même quel que soit le point considéré,
- la saturation du circuit magnétique ne modifie pas significativement les résultats,
- l'absence d'oscillations conforte l'analogie que nous avons faite entre l'enroulement de type transformateur et l'enroulement de type moteur à savoir qu'une couche d'un enroulement de type transformateur correspond à une section élémentaire d'un enroulement de type moteur.

## VI.2 ) Répartition entre les sections élémentaires

Le moteur étudié appartient à la société JEUMONT INDUSTRIE. Les mesures ont été réalisées sur un banc d'essai implanté à JEUMONT permettant de soumettre des enroulements à une onde de choc normalisée. Ce moteur est un moteur asynchrone PNCC450. Comme nous l'avons déjà précisé, chaque section est constituée de 20 sections élémentaires.

Dans le premier chapitre, nous avons donné les valeurs correspondant aux éléments du schéma équivalent d'un enroulement de type moteur. Ces valeurs permettent de définir en pourcentage de la valeur maximale de l'onde de choc la tension maximale qui apparaît aux bornes de la première section [43]. Celle-ci est donnée par la relation :

$$U_{1 \max} \% = \frac{tr. 10^3}{\pi \sqrt{L_{fs} C_{ss}}} \quad (3.12)$$

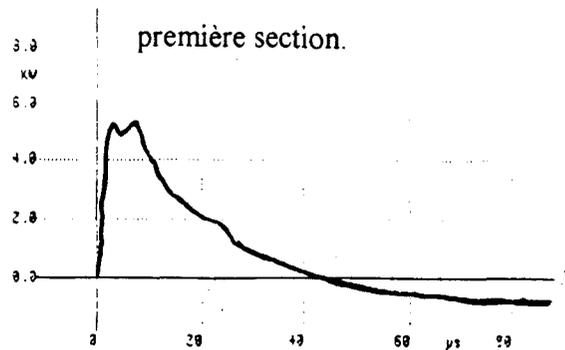
Les calculs des différents éléments qui interviennent dans cette équation conduisent, en considérant une onde de choc 5 kV, 1, 50  $\mu$ s, à une valeur théorique de  $U_{1 \max} \% :$

$U_{1 \max} \% = 37,5\%$
--------------------------

Le relevé de la tension première section masse effectuée sur ce moteur avec une onde du type de celle indiquée précédemment, est donné à la figure 3.41.

Figure 3.41

*tension entre la première section et la masse.*



Les mesures effectuées d'après ce relevé conduisent à une tension maximale aux bornes de la première section élémentaire égale à 1900 volts.

Ce résultat ramené en pourcentage de la valeur maximale de l'onde appliquée, donne 38 %. Précisons que suite à ces essais il est apparu que la plus forte surtension est localisée aux bornes de la première section.

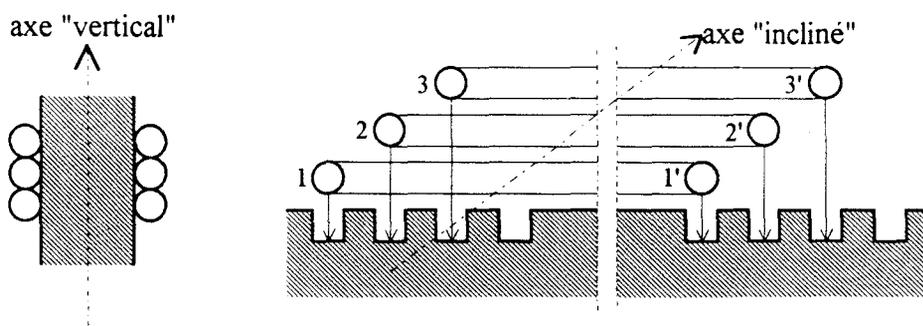
### **VI.3 ) Répartition au sein d'une section élémentaire**

Cette étude a été réalisée sur le moteur de faible puissance de 4 kW en considérant un enroulement constitué de plusieurs sections élémentaires possédant chacune 10 spires. Les tensions spire - masse ne présentaient pas, quel que soit le nombre de sections constituant l'enroulement, d'oscillation. Par conséquent les analogies portant sur le nombre de sections élémentaires et le nombre de couches d'un transformateur ( cf. § II.2, premier chapitre ), si on peut les admettre au niveau de la constitution de l'enroulement, ne conduisent pas aux mêmes phénomènes.

En fait, dans ce cas, comme l'enroulement est réalisé en sections celui-ci est du type simple couche avec axe "incliné" et non vertical comme pour le transformateur. La figure 3.42 illustre cette remarque en considérant qu'une section élémentaire est constituée d'une seule spire.

Figure 3.42

*Enroulement en sections*

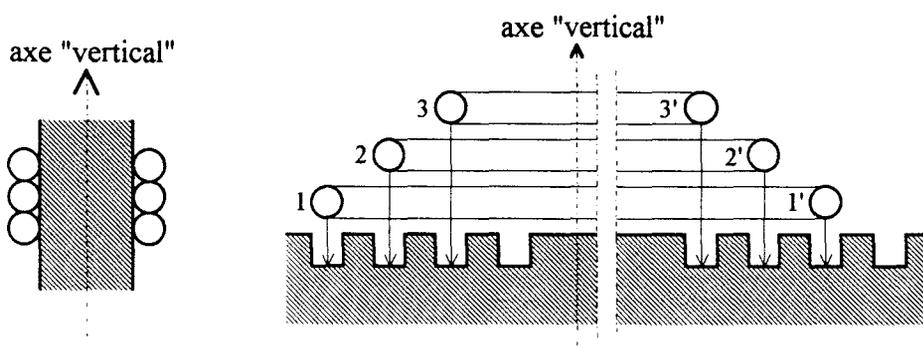


Par conséquent, ces résultats expérimentaux conduisent, suite aux conclusions formulées pour le transformateur, à un résultat logique.

Néanmoins, il serait intéressant d'analyser le comportement d'un enroulement réalisé en bobines car dans ce cas l'analogie avec un enroulement de type transformateur à plusieurs couches est nettement plus prononcée ( figure 3.43 ).

Figure 3.43

*Enroulement en bobines*



## *Chapitre 4*

# *ETUDE NUMERIQUE*

Nous allons présenter dans ce chapitre les résultats prédéterminés à partir des schémas équivalents précédemment établis en utilisant la méthode numérique proposée.

L'étude portera tout d'abord sur la configuration de base où certains résultats seront comparés avec ceux déduits de l'étude analytique.

Nous procéderons ensuite à l'analyse du comportement d'un enroulement de type transformateur. Après avoir précisé les valeurs numériques des différents éléments qui composent le schéma équivalent nous donnerons, en considérant successivement les enroulements à 1, 2 et 3 couches, les résultats de la simulation. Ceux-ci seront comparés à ceux obtenus, d'une part, par l'expérimentation et d'autre part, en utilisant le logiciel E.M.T.P.

Finalement nous présenterons les résultats prédéterminés en considérant un enroulement de type machine. Nous montrerons également, dans ce cas, qu'il est nécessaire de modifier la configuration de base du schéma équivalent initialement proposé en introduisant une résistance série destinée à traduire l'effet de "peau magnétique" afin d'obtenir une réponse proche de celle déduite de l'expérimentation.

## **I ) Validation du programme**

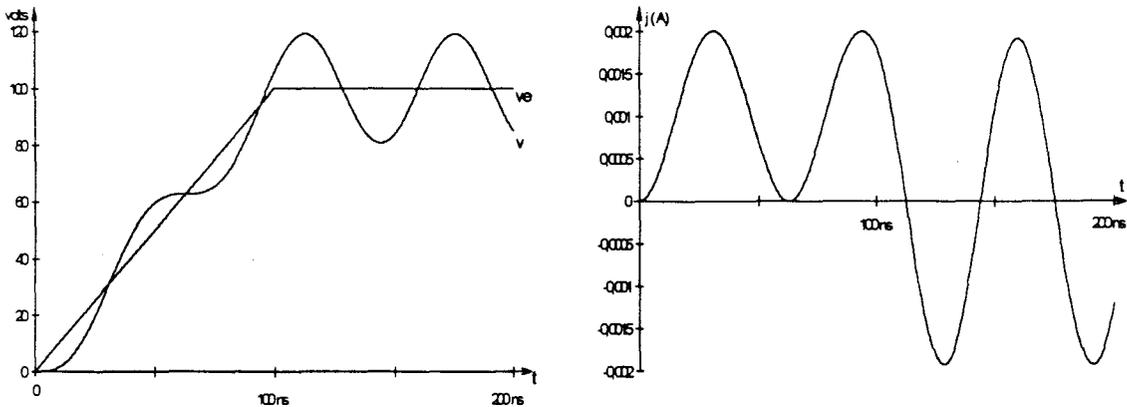
Les circuits étudiés seront ceux qui ont fait l'objet de l'étude analytique du chapitre II. Les hypothèses alors formulées seront reprises pour cette exploitation numérique. Nous adopterons pour  $E$  et  $t_f$  les valeurs 100V et 100 ns, ce qui correspond à un gradient de tension de 1 kV/ $\mu$ s. Etant donné que cette étude préliminaire ne sert simplement qu'à mettre au point le programme, nous avons donné à  $L$  et  $C$  des valeurs arbitraires qui sont 0,1 mH et 1 pF.

### **I.1 ) Configuration de base**

Ce circuit est celui donné à la figure 2.1a. Les deux méthodes, numérique et analytique ( relations (2.7) et (2.8) ), conduisent exactement aux mêmes résultats. Ceux-ci sont présentés à la figure 4.1.

Figure 4.1

*Configuration de base*



Il apparaît sur ces courbes que la tension  $v$  aux bornes du condensateur suit en oscillant la tension d'entrée  $v_e$ . La fréquence de ces oscillations est 15,9 MHz, ce qui coïncide avec la valeur théorique qui est  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 15,9 \text{ MHz}$ .

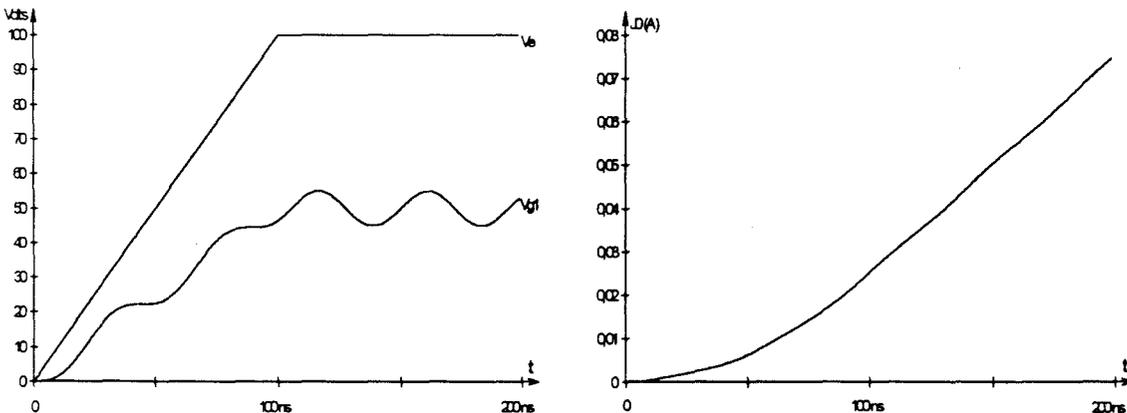
**1.2 ) Enroulement à deux spires**

La configuration du circuit est donnée à la figure 2.2. Les expressions analytiques qui régissent les lois d'évolution des différentes variables sont données par les équations (2.13) à (2.16).

Les réponses de ce circuit, données à la figure 4.2, sont dans ce cas encore identiques que l'on utilise la méthode numérique ou analytique

Figure 4.2

*Enroulement à deux spires*



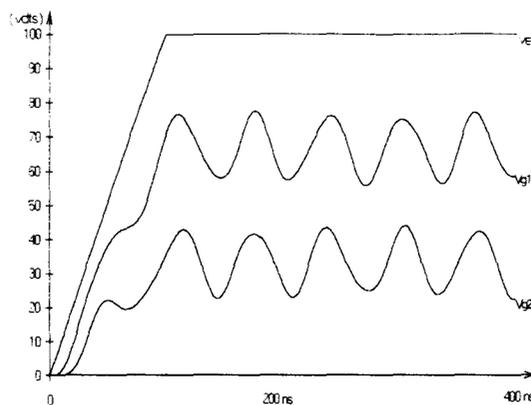
Nous pouvons remarquer que la tension  $v_{g1}$  oscille autour de  $v_e/2$ . La fréquence de ces oscillations est de 22,5 MHz. En notant  $f'_0$  la fréquence du signal, on retrouve bien la relation qui lie  $f'_0$  à  $f_0$  à savoir :  $f'_0 = f_0\sqrt{2}$ .

### 1.3 ) Enroulement à 3 spires

La configuration du circuit étudié est celle de la figure 2.3. Les résultats obtenus identiques quel que soit la méthode utilisée sont donnés à la figure 4.3.

Figure 4.3

*Enroulement à 3 spires*

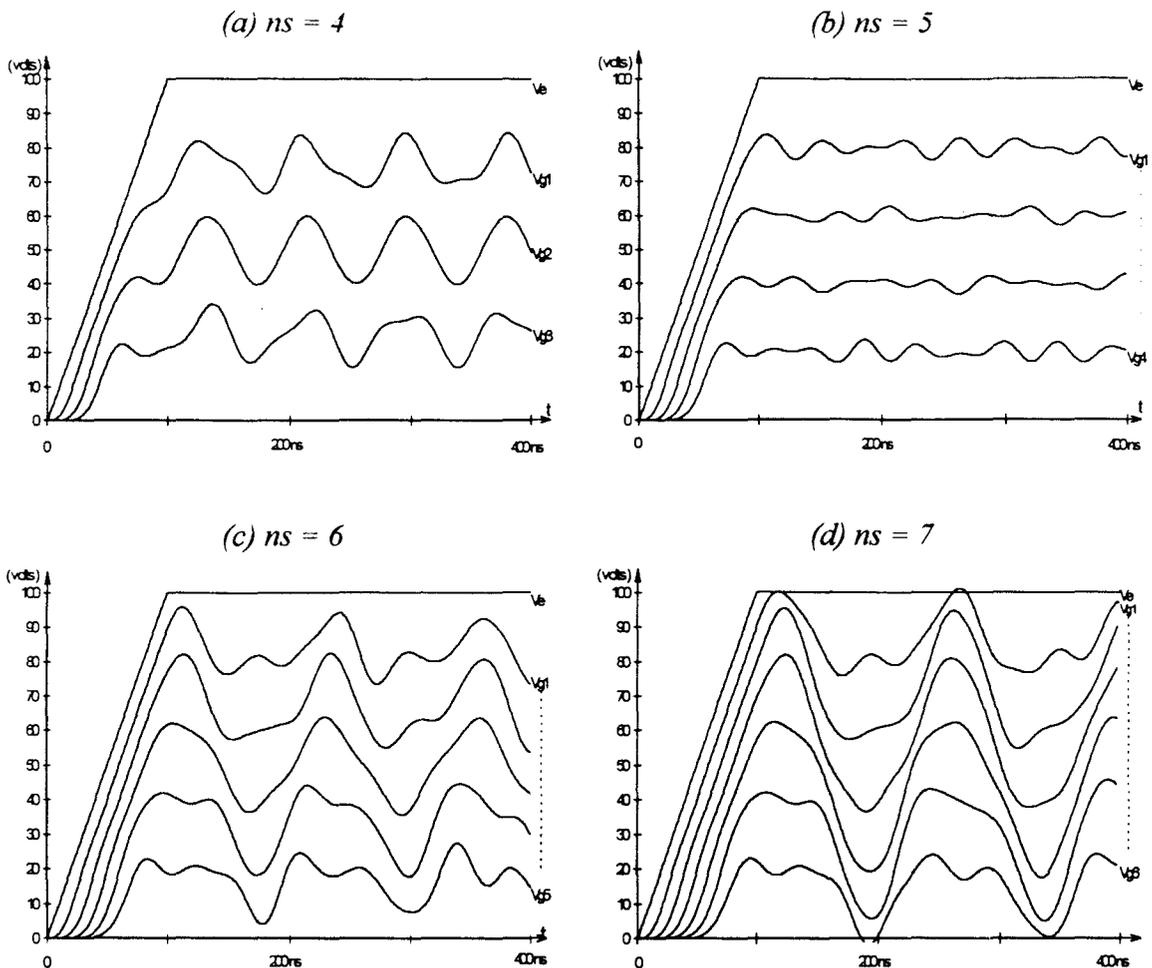


Comme il est apparu lors de l'étude analytique, la tension  $v_{g1}$  oscille autour de  $2v_e/3$  quant à  $v_{g2}$  ces oscillations sont centrées autour de  $v_e/3$ . Si ces fluctuations ne sont plus cette fois sinusoïdales, on remarque quand même une fréquence qui domine et qui a pour valeur 15,9 MHz, ce qui correspond à  $f_0$ . En effet, lors de l'étude analytique, nous avons fait apparaître 2 fréquences, l'une effectivement égale à  $f_0$  et l'autre égale à  $f_0\sqrt{3}$ , c'est le signal qui évolue à cette dernière fréquence, qui vient 'déformer' les formes d'ondes.

### 1.4 ) Enroulement à $n_s$ spires

Les résultats de simulation relatifs à des circuits identiques à celui étudié précédemment, mais étendu à un nombre  $n_s$  de spires, sont présentés à la figure 4.4. On a envisagé successivement le cas de 4, 5, 6 et 7 spires.

figure 4.4



Nous pouvons nous rendre compte que, pour  $n_s > 3$ , les formes d'ondes ont une allure relativement complexe. Ce qui permet de justifier de nouveau l'utilisation des méthodes numériques par rapport à l'étude analytique.

On s'aperçoit que, de façon générale,  $v_{gk}$  oscille autour de  $v_{gk0}$  égal à :

$$v_{gk0} = \frac{V_c}{n_s} (n_s - k) \quad (4.1)$$

Pour certaines valeurs de  $n_s$ , comme par exemple pour  $n_s = 5$ , ces oscillations disparaissent. Elles peuvent ensuite, pour des valeurs supérieures de  $n_s$  ( $n_s = 7$ ) présenter des amplitudes importantes. Il semblerait donc que la présence ou l'absence d'oscillations n'est pas uniquement liée au nombre de couches mais également au nombre de spires. L'examen des courbes de la figure 4.4 fait apparaître, lors de l'application du front, un décalage temporel régulier entre l'établissement des signaux représentés, à savoir les quantités  $v_{gk}$ .

On note par ailleurs, qu'au delà de  $t = 100$  ns, comme il n'y a pas de résistance d'amortissement, ces oscillations s'auto entretiennent en vérifiant certaines règles. En notant  $T$  la période des signaux correspondant à la fréquence fondamentale, il apparaît, si l'on considère les cas relatifs à  $n_s = 4, 6$  et  $7$  que :

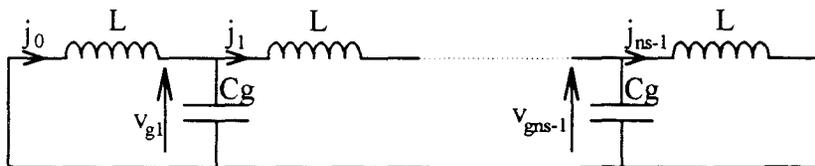
$$\left. \begin{aligned} v_{gns-1}(t) &= -v_{g1}(t + T/2) \\ v_{gns-2}(t) &= -v_{g2}(t + T/2) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Les signaux, pour des valeurs élevées de  $n_s$  ( $n_s > 5$ ), présentent des formes relativement complexes. Ceci peut se justifier dans la mesure où ils résultent de la superposition de plusieurs ondes. Pour déterminer les pulsations de chacune d'entre-elles il est possible de considérer que le front raide a uniquement pour rôle d'exciter le circuit et que ce dernier évolue fonction de ses fréquences naturelles quand la perturbation a disparue.

Dans ces conditions le schéma équivalent pour  $t > t_f$  est celui donné à la figure 4.5 où, au niveau des quantités  $v_{gk}$  il convient de supprimer la composante continue donnée par 4.1.

Figure 4.5

*Schéma équivalent de l'enroulement pour  $t > t_f$*



Si l'on considère les équations (2.38), en les adaptant au schéma précédent, on obtient :

$$\left. \begin{aligned} | C || \dot{v}_g | - | B_1 | | j | = 0 \\ | L || j | - | B_1 || v | = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

On en déduit, en posant :

$$| \ddot{x} | = | \dot{v}_g |$$

l'équation différentielle suivante :

$$| C || \ddot{x} | + | B_1 | | L |^{-1} | B_1 || x | = 0 \quad (4.4)$$

Si l'on effectue le produit  $|B_1|_t |B_1|$  il vient :

$$|B_1|_t |B_1| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

On peut donc, en utilisant les équations de Lagrange [40] définir un opérateur  $|\mathcal{L}|$  donné par :

$$|\mathcal{L}| = \frac{1}{LC} |B_1|_t |B_1| \quad (4.5)$$

Les fréquences propres de ce système sont alors obtenues en annulant le déterminant de la quantité  $|\mathcal{L} - \omega^2 |I|$ . En introduisant la quantité  $\mathcal{Z}$  égale à :

$$\mathcal{Z} = \frac{\omega^2 - 2/LC}{1/LC}$$

la quantité précédente s'écrit :

$$\begin{vmatrix} 2\mathcal{Z} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2\mathcal{Z} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2\mathcal{Z} & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2\mathcal{Z} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2\mathcal{Z} \end{vmatrix} = 0 \quad (4.7)$$

En développant cette expression on aboutit au polynôme de GEGENBAUER [40] dont les racines conduisent compte tenu de (4.6), aux pulsations propres qui sont alors données par :

$$\omega_p = 2\omega_0 \sin\left(\frac{\rho\pi}{2n_s}\right) \quad (4.8)$$

avec  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  et  $n_s$  prenant toutes les valeurs entières comprises entre 1 et  $n_s-1$ . ((4.8) n'est donc valable que pour  $n_s > 2$ ).

On peut donc en déduire les pulsations des différents termes qui composent les formes d'ondes données aux figure 4.2 et 4.4.

- $n_s = 2$        $\omega_p = \omega_0\sqrt{2}$
- $n_s = 3$        $\omega_{p1} = \omega_0, \omega_{p2} = \omega_0\sqrt{3}$
- $n_s = 4$        $\omega_{p1} = 2\omega_0 \sin\left(\frac{\pi}{8}\right), \omega_{p2} = \omega_0\sqrt{2}, \omega_{p3} = 2\omega_0 \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$
- $n_s = 5$        $\omega_{p1} = 2\omega_0 \sin\left(\frac{\pi}{10}\right), \omega_{p2} = 2\omega_0 \sin\left(\frac{\pi}{5}\right), \omega_{p3} = 2\omega_0 \sin\left(\frac{3\pi}{10}\right), \omega_{p4} = 2\omega_0 \sin\left(\frac{4\pi}{10}\right)$

On s'aperçoit effectivement que pour  $n_s = 2$  et 3 on retrouve bien les pulsations définies dans le paragraphe 1 du chapitre 2. L'examen des conditions limites permet également de retrouver les différentes expressions établies dans ce chapitre.

## II ) Enroulements de type transformateur.

### II.1 ) Valeurs des éléments

Les valeurs des éléments qui composent le schéma équivalent de la figure 1.13 ont tout d'abord été estimés en adoptant un compromis entre les valeurs déduites :

- des équations établies au paragraphe III du chapitre 1 prenant en compte les dimensions géométriques du circuit magnétique qui a servi aux essais,
- d'essais fréquentiels.

Dans ces conditions il vient :

$$\left. \begin{array}{l} R = 3 \text{ m}\Omega \\ L = 2,8 \text{ mH} \\ C_s = 2,8 \text{ pF} \\ C_c = 2,8 \text{ pF} \\ C_g \approx 0 \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

Comme nous l'avons précisé, la capacité  $C_g$  est petite devant  $C_s$  et  $C_c$ .

Etant donné que la valeur "zéro" nous est interdite par le calcul numérique, nous donnerons à  $C_g$  une valeur 100 fois plus faible que celles trouvées pour  $C_c$  et  $C_s$ .

En ce qui concerne les mutuelles, compte tenu du retard présenté à l'établissement du flux dans le circuit magnétique, nous avons négligé leurs effets.

○ On remarque que  $L$  présente une valeur proche de celle qu'il a été possible d'estimer à partir de l'analyse du courant absorbé par l'enroulement ( cf. paragraphe V.1 du chapitre 3 ). Par contre la valeur de  $C_c$  diffère notablement de celle déterminée dans les mêmes conditions (  $C_c \approx 150 \text{ pF}$  ). Cette dernière valeur est d'ailleurs en conformité avec la première estimation faite suite à l'étude portant sur l'influence des organes de mesures ( cf § I.2.2, chapitre 3 ) où il a été stipulé que la valeur de  $C_s$  devait être grande devant les valeurs des capacités d'entrée des sondes de l'oscilloscope (  $C_s \gg 24 \text{ pF}$  ).

○ Les prédéterminations des ondes de tension sur un enroulement double couches en utilisant les valeurs données en (4.9) ne font pas apparaître d'amortissement au niveau des oscillations. Pour retrouver les valeurs expérimentales il a fallu donner à  $R$  une valeur beaucoup plus importante (  $25 \Omega$  ). Cette résistance, qui d'un point de vue ordre de grandeur n'a aucune corrélation avec la quantité définie en continu, traduit l'effet de "peau magnétique" dont nous avons fait mention au paragraphe III.1.4 du chapitre 1. Suite à ces premières investigations nous avons adopté pour caractériser les différents éléments les valeurs suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} R = 25 \Omega \\ L = 2,8 \text{ mH} \\ C_s = 2,8 \text{ pF} \\ C_c = 2,8 \text{ pF} \\ C_g = 0,028 \text{ pF} \end{array} \right\} \quad (4.10)$$

L'étude numérique portera sur les enroulements à plusieurs couches (  $n_c = 1, 2, 3$  ) comportant chacun 23 spires. Les résultats présentés concerneront les tensions spire - masse, les tensions entre spires et le courant absorbé.

La comparaison s'effectuera à un instant donné (  $t = 500 \text{ ns}$  ) entre les valeurs prédéterminées ( en utilisant la méthode proposée ou le logiciel E.M.T.P. ) et celles déduites de l'expérimentation.

Les conditions de l'étude numérique seront celles de l'expérimentation à savoir  $E \approx 150 \text{ V}$  et gradient  $\approx 1 \text{ kV} / \mu\text{s}$ .

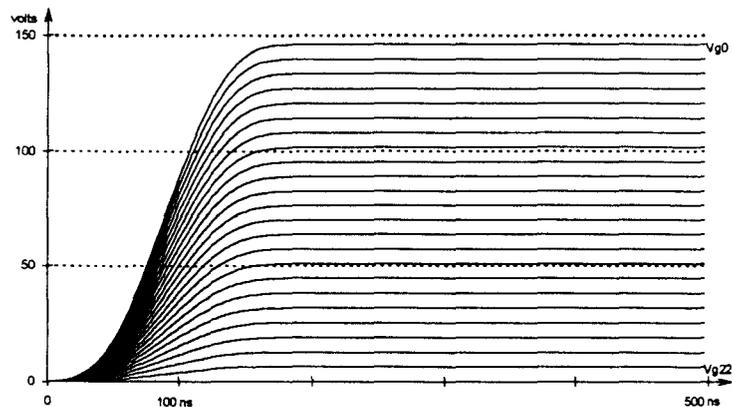
## II.2 ) Enroulement à une couche

### II.2.1 ) Tensions spire - masse

Le tracé des tensions spire - masse pour ce type d'enroulement est donné à la figure 4.6. Nous remarquons que la répartition des tensions spire - masse est régulière, résultat que nous avons obtenu lors des essais ( figure 3.9 ).

Figure 4.6

*Enroulement à une couche, tensions spire - masse*

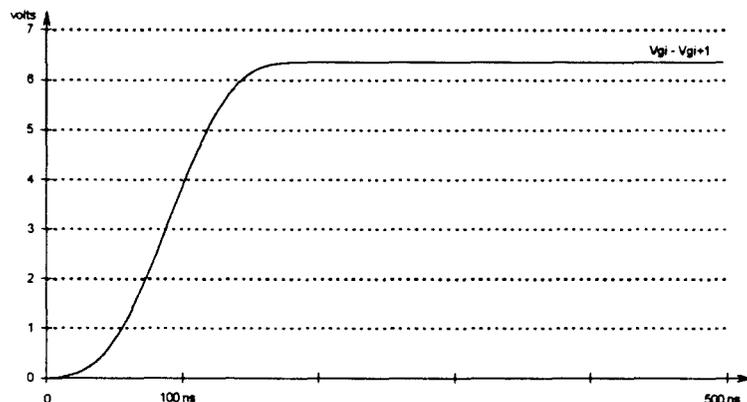


### II.2.2 ) Tensions entre spires

Les tensions entre spires sont obtenues en effectuant numériquement la différence entre deux tensions spire - masse consécutives ( $v_{1,k} - v_{1,k+1}$ ). La figure 4.7 donne ces tensions entre spires. Nous pouvons remarquer que toutes les courbes sont confondues. Ce résultat était prévisible vu la régularité de la répartition des tensions spire - masse.

Figure 4.7

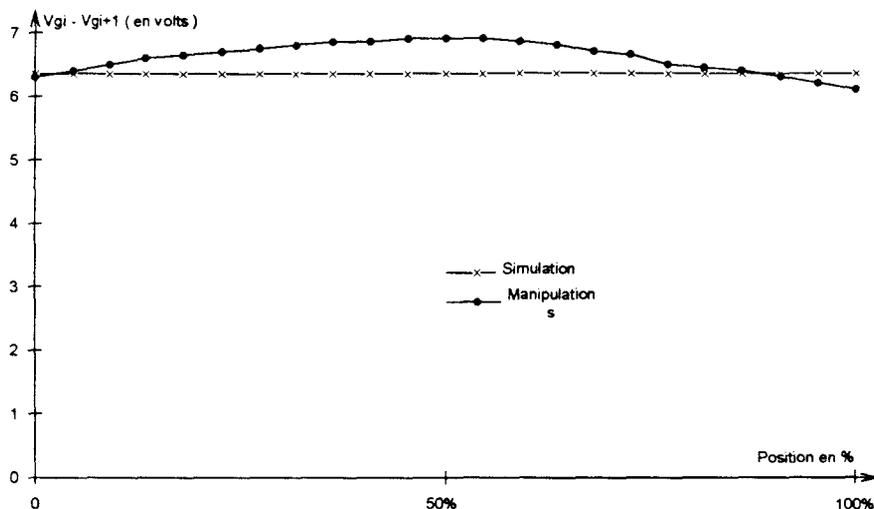
*Tensions entre spires*



La valeur finale atteinte par ces tensions est de 6,35 V, ce qui correspond exactement à la valeur de la tension d'entrée ( E ) divisée par le nombre de spires ( N ). Comme lors de l'exploitation des relevés expérimentaux ( figure 3.11 ) nous allons calculer la loi d'évolution de l'amplitude des tensions entre spires en fonction de la position du point considéré le long de l'enroulement. Cela conduit à la courbe de la figure 4.8, sur laquelle nous avons rappelé le résultat obtenu à la figure 3.11.

*Figure 4.8*

*Répartition de la tension entre spires*



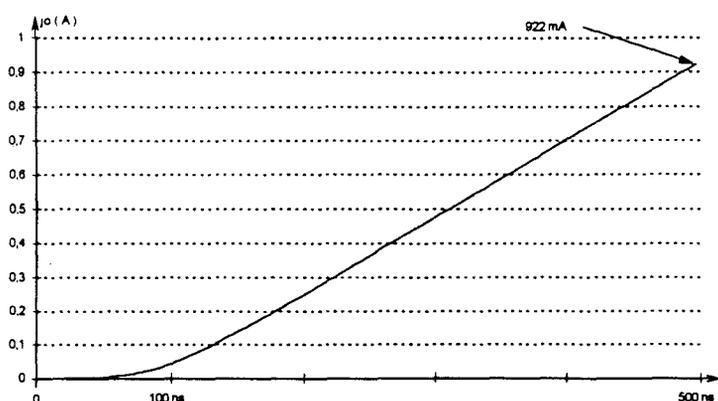
Sur ce graphe, la position du point considéré est donnée en pourcentage de la longueur totale de l'enroulement. On remarque que la simulation donne une distribution parfaitement régulière de la tension d'entrée entre les spires, ce qui n'est pas tout à fait le cas lorsqu'on exploite les valeurs expérimentales qui conduisent à une légère évolution de cette distribution. Le plus grand écart entre ces deux courbes est de 7,12 %.

### II.2.3 ) Courant absorbé

La loi d'évolution simulée du courant  $j_0$  absorbé par l'enroulement est donnée à la figure 4.9 où nous avons repéré la valeur du courant à l'instant  $t = 500$  ns. Précisons que le relevé pratique, donné à la figure 3.32, conduit pour cette même valeur de  $t$  à un courant voisin de 1 A. On s'aperçoit que le courant est sensiblement constant et voisin de zéro lors de l'application du front. Ce retard traduit également celui observé dans l'apparition de la tension secondaire ( figure 3.33 ) et par conséquent dans l'installation du flux.

Figure 4.9

Courant absorbé



### II.2.4 ) Comparaison des résultats

Afin de comparer les résultats nous avons regroupé dans le tableau 4.1 les valeurs :

- du courant  $j_0$  à  $t = 500$  ns,
- de la valeur finale de la tension entre spires,

déduites de l'expérimentation et obtenues par simulation en utilisant le logiciel proposé ainsi que le logiciel E.M.T.P.

Les résultats obtenus par la simulation donnent des écarts avec la pratique qui sont au maximum de 7,2 % pour les tensions entre spires, ce qui est satisfaisant étant donné que la mesure des tensions entre spires est assez délicate.

Tableau 4.1

*Enroulement à une couche, tableau récapitulatif*

	courant à $t = 500$ ns	valeur finale des tensions entre spires
Résultats pratiques	0,9 A	de 6,2 V à 6,8 V
Logiciel E.M.T.P.	0,92 A	6,28 V
Programme proposé	0,922 A	6,348 V

	écart	écart
programme - E.M.T.P.	+ 0,21 %	+ 1,07 %
programme - pratique	+ 2,2 %	de + 2,33 % à - 7,12%

## II.2.5 ) Etablissement du courant dans les différentes spires

Si expérimentalement il est possible de déterminer les tensions  $v_{gk}$  il est par contre impossible de relever les courants qui circulent dans les différentes spires dans la mesure où :

- il serait nécessaire de présenter différemment l'enroulement,
- il serait difficile de dissocier le courant qui traverse les éléments RL de celui qui est dévié dans les capacités  $C_S$ .

Nous avons procédé à une détermination numérique de cette répartition. Cette étude montre que les différents courants  $j_{1,k}$  ont tous la même évolution en fonction du temps et que celle-ci est identique à  $j_{1,0}$ . Il semblerait donc que les capacités  $C_S$  ne jouent pas un rôle très important dans les phénomènes mis en jeu.

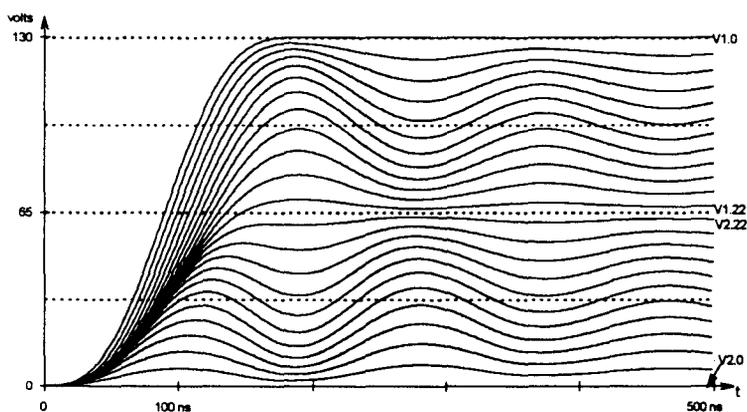
## II.3 ) Enroulement à deux couches

### II.3.1 ) Tensions spire - masse

La figure 4.10 donne les tensions spire - masse pour  $k$  pair. Les résultats pratiques sont eux présentés à la figure 3.12. Il apparaît, pour ce type d'enroulement comme c'était le cas en pratique, des oscillations de tensions. La fréquence de celles-ci est de 5,5 MHz alors qu'expérimentalement elle était de 5,7 MHz ce qui conduit à un écart relatif de 3,5 %.

*Figure 4.10*

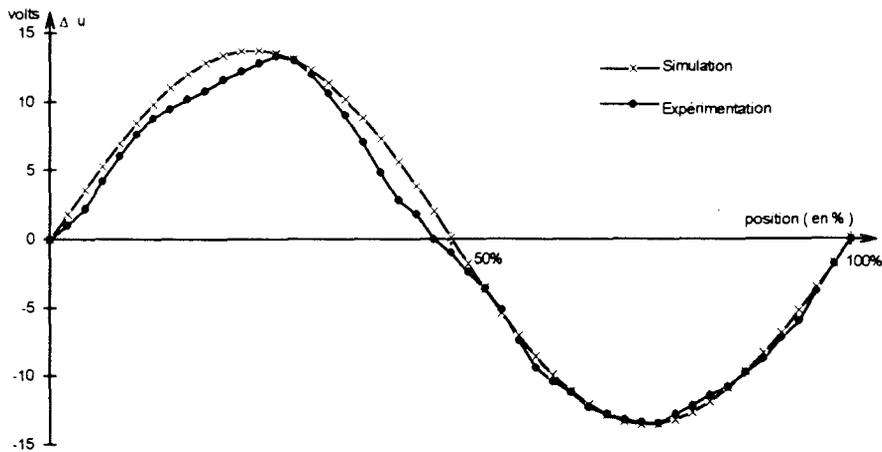
*Tensions spires - masse,  $k$  pair.*



Lors de la présentation des résultats pratiques, nous avons tracé l'évolution du plus grand écart noté  $\Delta u$  de la tension spire - masse par rapport à la valeur finale de cette même tension. Le tracé de  $\Delta u$ , obtenu par simulation, en fonction de la position de la spire considérée le long de l'enroulement est donné à la figure 4.11 où nous avons également rappelé la courbe déduite de l'expérimentation ( figure 3.14 ).

*Figure 4.11*

*Répartition de  $\Delta u$  en fonction de la position le long de l'enroulement*



L'allure quasi-sinusoïdale de la courbe pratique est ici justifiée par la courbe obtenue par simulation.

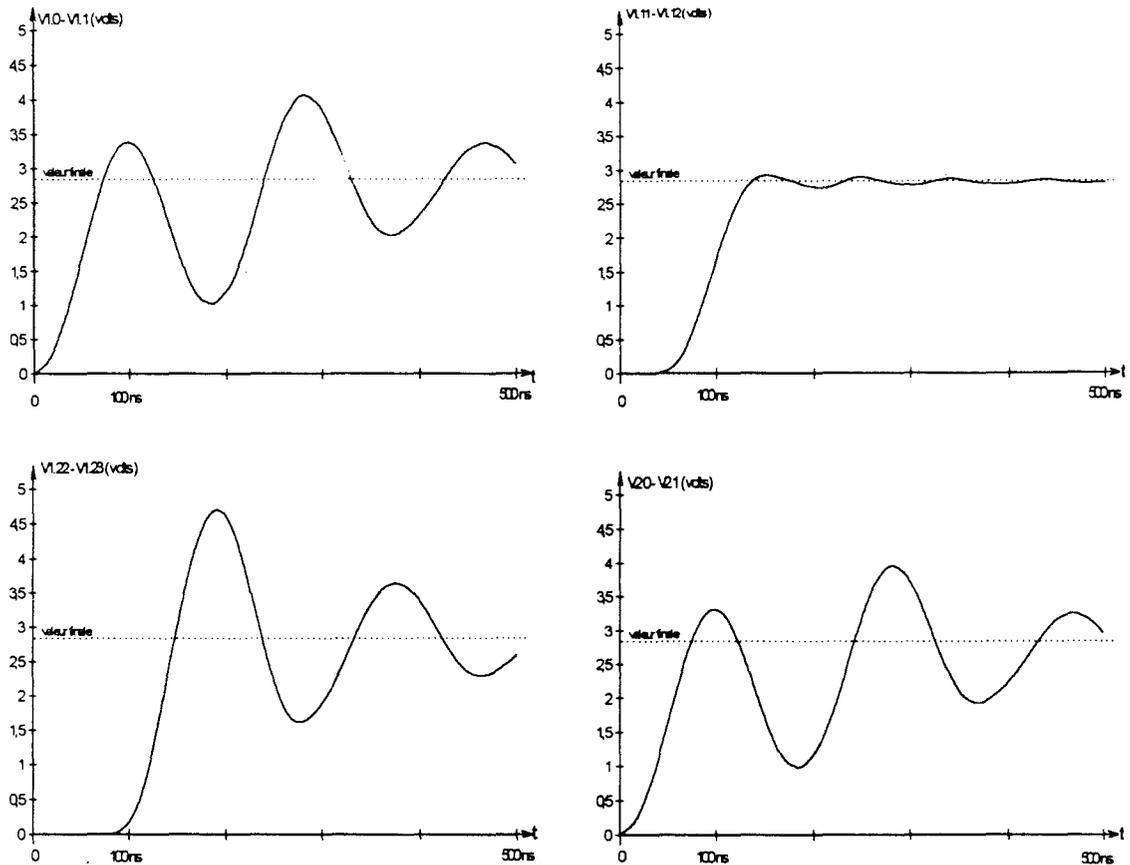
La plus grande erreur entre les deux courbes est de 15 %. Elle est prise sur la tension  $v_{1.10} - v_{1.11}$ . Cette valeur, qui n'est pas négligeable, est à relativiser car elle ne concerne que peu de points. Il faut aussi prendre en compte la précision de la mesure qui n'est pas négligeable.

### **II.3.2 ) Tensions entre spires**

Les tensions entre spires les plus significatives sont présentées à la figure 4.12.

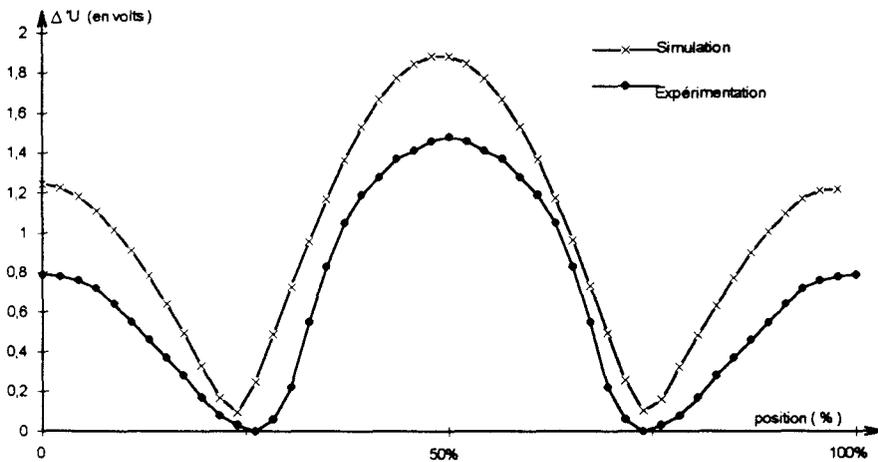
Si l'on compare ces formes d'ondes avec les relevés expérimentaux donnés à la figure 3.15 on s'aperçoit qu'il y a une bonne concordance. On retrouve en effet que la plus forte surtension se trouve sur la deuxième oscillation pour la première moitié d'une couche et qu'elle se situe sur la première oscillation pour la seconde moitié d'une couche. Quant aux plus fortes contraintes, elles se localisent aux extrémités de chaque couche.

Figure 4.12  
Tensions entre spires



Nous avons présenté à la figure 4.13 la surtension  $\Delta u$  ( relation 3.4 ) engendrée par les oscillations en fonction de la position du point considéré le long de l'enroulement. Sur cette figure nous avons également rappelé le résultat déduit de l'expérimentation.

Figure 4.13  
*Répartition de  $\Delta u$  en fonction de la position le long du bobinage*



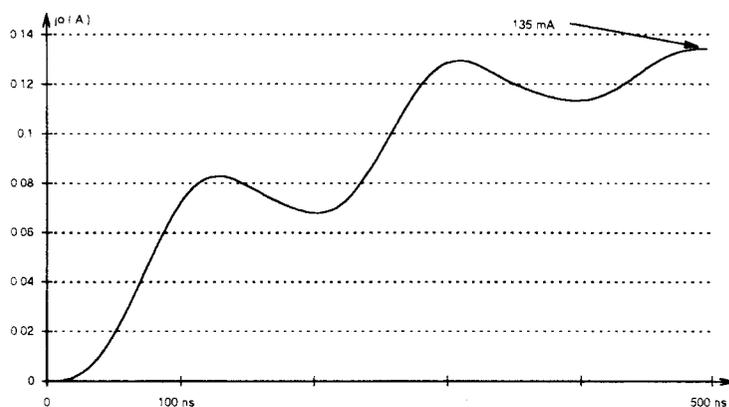
On remarque sur ce graphe une différence plus importante entre la courbe théorique et la courbe pratique, le plus grand écart étant de 21,3 %. Cependant l'allure de ces courbes est identique.

### II.3.3 ) Courant absorbé

Le courant d'entrée de cet enroulement est donné à la figure 4.14. Le calcul de ce courant a été effectué en supprimant la capacité  $C_c$  qui apparaît entre les points 1.0 et 2.0 de la figure 1.13 ( cf. paragraphe III.3.2 du chapitre 2 ). La prise en compte de cette capacité, qui théoriquement appelle un courant très important, conduirait à des problèmes de divergence lors de la simulation. De ce fait, il n'apparaît pas sur ce graphe la pointe d'intensité observée pendant les essais, bien que le courant d'entrée oscille légèrement autour de sa montée exponentielle. Nous comparerons la valeur de ce courant à un instant donné situé bien après la disparition de la pointe d'intensité ( à  $t = 500$  ns ).

Figure 4.14

*Courant absorbé*



### II.3.4 ) Comparaison des résultats

Nous avons regroupé dans le tableau 4.2 les valeurs prédéterminées ainsi que celles déduites de l'expérimentation relatives

- au courant  $j_{1,0}$  à  $t = 500$  ns,
- à la  $v_{gk + 1\infty} - v_{gk\infty}$ ,
- à la fréquence des oscillations.

tableau 4.2

*Enroulement à deux couches, tableau récapitulatif*

	courant à t = 500 ns	valeur finale des tensions entre spires	Fréquence
Résultats pratiques	0,160 A	2,7 V	5,7 Mhz
Logiciel E.M.T.P.	0,110 A	2,83 V	5,56 MHz
Programme proposé	0,135 A	2,83 V	5,5 MHz
	écart	écart	écart
programme - E.M.T.P.	+ 18,5 %	0 %	- 1,1 %
programme - pratique	-18,5 %	+ 4,6 %	- 2 %

La simulation conduit cette fois encore à des résultats satisfaisants. En effet le plus grand écart entre les valeurs déduites du programme proposé et la pratique est de 21,3 % pour ce qui est des tensions entre spires, grandeur qui est la plus délicate à mesurer. Cependant, si cet écart est relativement important, les autres mesures et notamment celle de la fréquence donne des résultats très proches de la pratique.

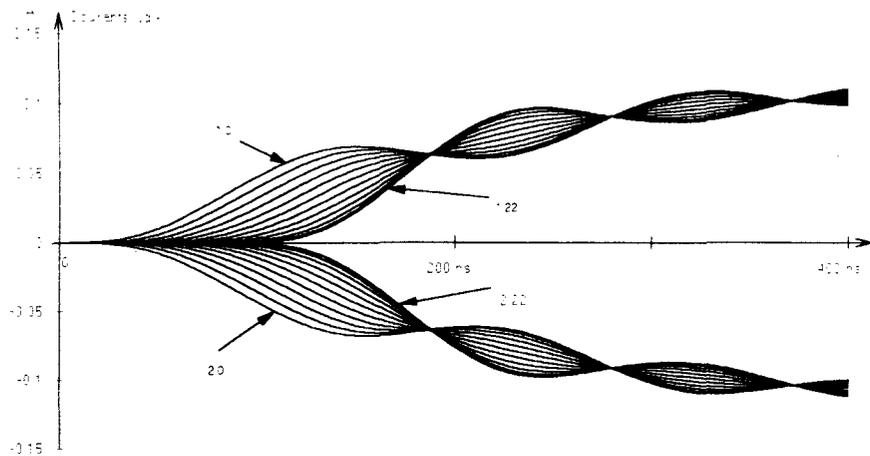
### **II.3.5 ) Etablissement du courant dans les différentes spires**

Comme il a été précisé pour l'enroulement à une couche il est impossible d'analyser expérimentalement l'influence des capacités  $C_C$  et  $C_S$  sur la loi de répartition du courant au niveau des différentes spires. Par contre cette estimation est possible numériquement.

La figure 4.15 donne la loi d'évolution des courants en fonction du temps dans chaque spire ( inductance  $L$  ) du schéma équivalent. Pour plus de clarté dans le tracé nous n'avons considéré que les spires dont l'indice  $k$  est pair. La différence entre les courbes traduit les fuites dans les capacités  $C_C$  et  $C_S$  et plus particulièrement  $C_C$  puisque précédemment nous avons pu remarquer que les capacités  $C_C$  intervenaient peu.

Figure 4.15

*Courants dans les différentes spires*



## **II.4 ) Enroulement à trois couches**

La simulation du comportement d'un enroulement à trois couches n'a pas été réalisée avec le logiciel E.M.T.P.

### **II.4.1 ) Tensions spire - masse**

Le tracé des tensions spire - masse, dont l'indice  $k$  est pair, pour l'enroulement à trois couches est donné à la figure 4.16.

On constate que la répartition de ces tensions est régulière, bien qu'elles présentent une très légère oscillation, résultat identique à celui obtenu au cours des essais ( figure 3.19 ).

Figure 4.16

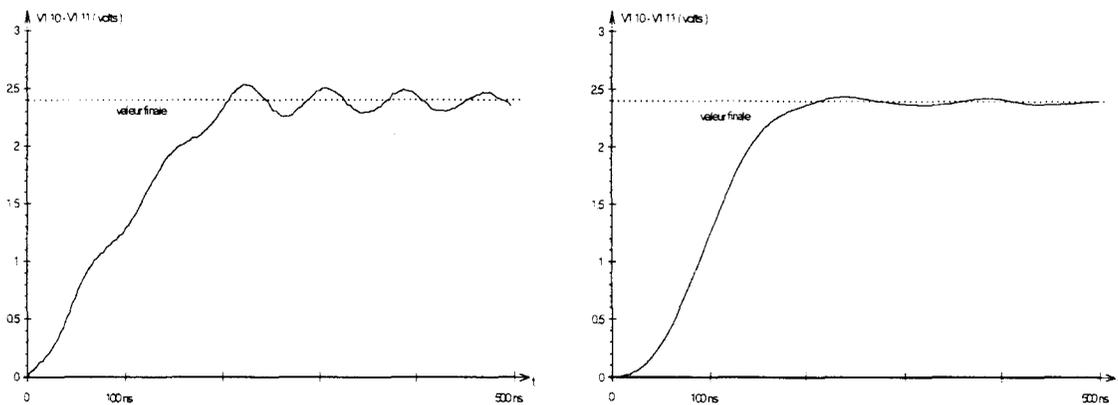
*Enroulement à trois couches, tensions spire - masse*

## II.4.2 ) Tensions entre spires

Les tensions entre spires s'obtiennent en effectuant la différence numérique entre chaque tension spire - masse. Nous avons présenté à la figure 4.17 les tensions entre spires à l'entrée et au milieu de la première couche. On constate, après observation de toutes les tensions spire - masse, que certaines d'entre-elles ( à l'image de la tension  $v_{1,0} - v_{1,1}$  ) présentent une légère oscillation qui est cependant beaucoup plus faible que celle obtenue avec l'enroulement à deux couches. Nous pouvons donc considérer les oscillations de ces tensions comme négligeables étant donné que les plus importantes d'entre-elles ne dépassent pas 10 % de la tension finale. Cette conclusion est analogue à celle formulée lors de l'analyse des résultats expérimentaux qui sont très proches de ceux simulés.

Figure 4.17

*Tensions entre - spires*

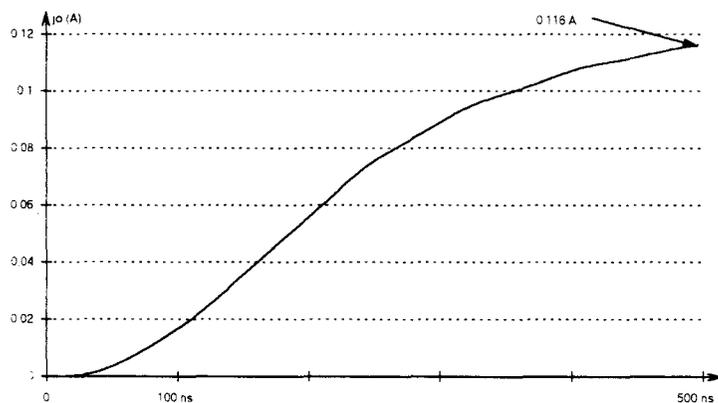


## II.4.3 ) Courant absorbé

Le courant d'entrée  $j_{1,0}$  de cet enroulement est présenté à la figure 4.18.

Figure 4.18

*Courant absorbé*



## II.4.4 ) Comparaison des résultats

Dans le tableau 4.3, nous avons comparé les principaux résultats obtenus par la simulation avec ceux obtenus par l'expérimentation.

Pour cet enroulement, les résultats donnent un écart maximal entre la simulation et l'expérimentation de 9,1 %. On retrouve aussi dans les formes d'ondes une correspondance entre les deux méthodes très satisfaisante.

*Tableau 4.3*

*Enroulement à trois couches, tableau récapitulatif*

	courant à t = 500 ns	valeur finale des tensions entre spires
Résultats pratiques	0,12 A	2,3 V
Notre programme	0,132 A	2,39 V

	écart	écart
programme - pratique	+ 9,1 %	+ 3,7 %

## III ) Simulation d'un enroulement de type moteur

Cette étude porte sur le moteur asynchrone dont chaque phase comporte 20 sections élémentaires ( cf. paragraphe VI.3, chapitre 3 ). Pour analyser son comportement suite à l'application d'une onde à front raide, nous utiliserons le schéma équivalent donné à la figure 1.27 avec  $n_{se}=20$ .

Les caractéristiques de construction du moteur conduisent, fonction des relations données dans le paragraphe III.2.2 du premier chapitre, aux valeurs des différents éléments composant le schéma équivalent d'une section :

$$\left. \begin{array}{l} L_{fs} = 100 \text{ mH} \\ C_{ss} = 190 \text{ pF} \\ C_{fs} = 1 \text{ nF} \\ R_{fs} = 75 \Omega \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

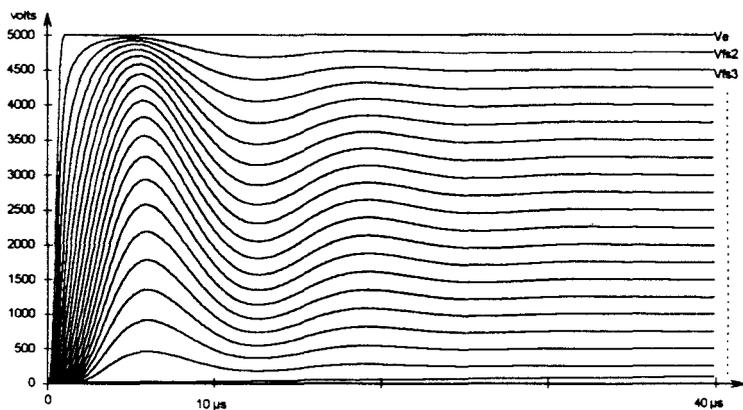
Les essais ont été effectués en soumettant une phase d'un enroulement à une onde de choc normalisée 5kV, 1, 50  $\mu$ s. Pour ce qui est de notre problème, il ne s'agit plus d'une onde de choc mais d'une onde à front raide. Cependant, étant donné que les effets les plus significatifs apparaissent dans les premières  $\mu$ s nous pouvons faire l'analogie entre les deux signaux pendant ce laps de temps.

### III.1 ) Tensions section élémentaire - masse.

La figure 4.16 donne les tensions qui apparaissent entre les différentes sections élémentaires et la masse d'un enroulement soumis à une onde à front raide dont l'amplitude E est égale à 5 kV et dont le temps de montée  $t_f$  est de 1  $\mu$ s.

*Figure 4.16*

*Tensions section - masse*



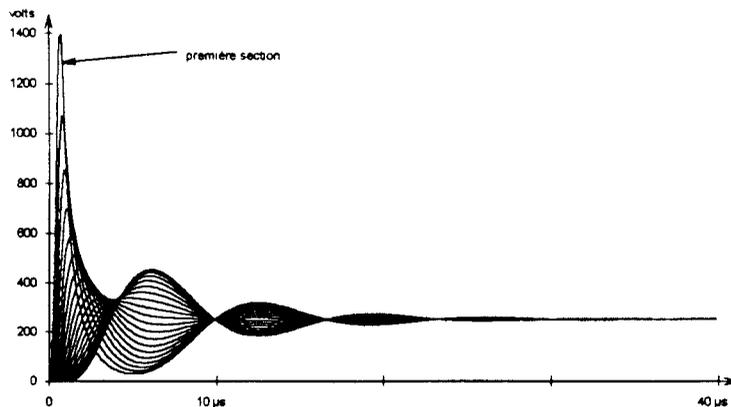
On constate sur ce graphe que les tensions oscillent légèrement, ce qui n'était pas le cas lors de l'expérimentation. Il apparaît aussi que la distribution ne se fait pas régulièrement et que les principaux phénomènes se produisent pendant les 20 premières  $\mu$ s.

### III.2 ) Tensions aux bornes des sections

On calcule la tension qui apparaît aux bornes de chaque section en effectuant la différence entre deux tensions section - masse consécutives. Le résultat de cette opération est présenté à la figure 4.17

Figure 4.17

*Tensions aux bornes des sections*



On peut constater que la première section est celle qui est soumise à la plus forte contrainte. Le maximum atteint par cette tension est égal à 1400 V, ce qui correspond à 28 % de la tension d'entrée. Or, d'après les relevés et la formule théorique ( 3.8 ) elle devrait être de 37,5 %. Il y a donc une erreur de 25,3%.

### III.3 ) Prise en compte de la résistance série

Ces premiers résultats nous ont amenés, pour tenter d'approcher les résultats théoriques, à modifier d'une part la résistance parallèle  $R_{fs}$  et d'autre part à introduire en série avec L une résistance R pour traduire l'effet de peau magnétique qui s'oppose à l'installation du flux. Nous avons donc modifié le programme afin de pouvoir tenir compte de R. Les différentes simulations effectuées en modifiant ces deux paramètres nous ont montré que :

- augmenter la résistance série revient à diminuer les oscillations tout en maintenant constant l'amplitude maximale des tensions aux bornes des sections,
- augmenter  $R_{fs}$  revient à augmenter l'amplitude maximale des tensions aux bornes des sections.

Les meilleurs résultats sont obtenus en leur donnant respectivement les valeurs 75  $\Omega$  et 150  $\Omega$ .

Les tensions section - masse obtenues avec ces nouvelles valeurs sont présentées à la figure 4.18, et la tension aux bornes de la première section est donnée à la figure 4.19

Figure 4.18

*Tensions section - masse*

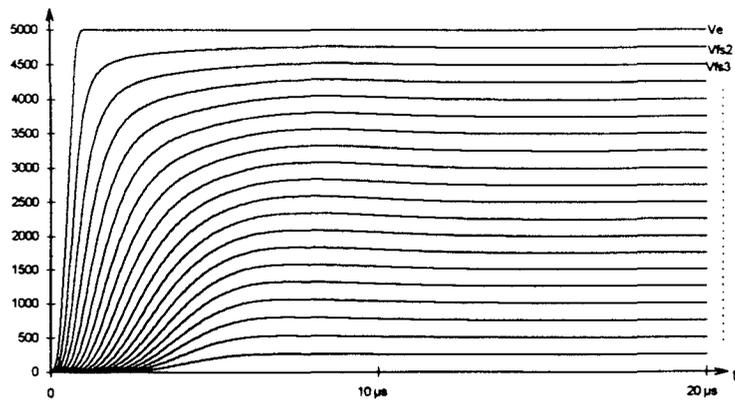
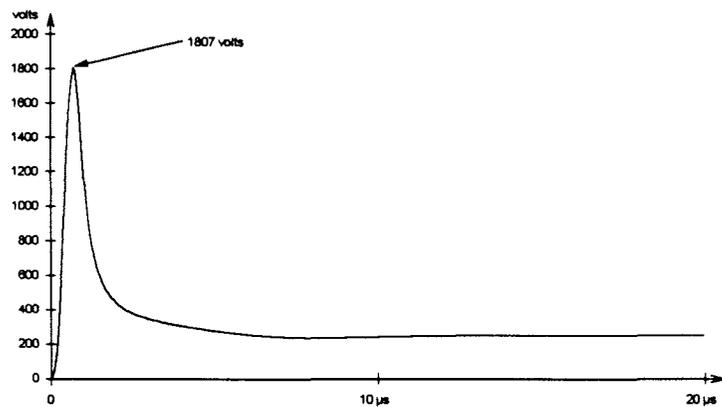


Figure 4.19

*Tension aux bornes de la première section*



La valeur maximale de la tension aux bornes de la première section est égale 36,1% ( contre 37,5% en théorie ) de l'amplitude de l'onde d'entrée. Cela correspond à une erreur de 3,7 %.

On obtient par cette simulation une concordance très intéressante avec l'expérimentation. Cette simulation permet en outre de montrer l'importance des effets de la résistance série et de la résistance équivalente aux pertes par courants de foucault d'une section élémentaire.

## *Chapitre 5*

# ***REDUCTION DES SURTENSIONS MOYENS D'ACTION***

Pour pouvoir proposer éventuellement des méthodes permettant de réduire les surtensions, nous avons, au préalable, procédé à une étude numérique destinée à analyser les effets engendrés par les différents éléments qui entrent dans la constitution des schémas équivalents des bobinages.

Pour l'enroulement du type transformateur les éléments concernés seront la mutuelle inductance entre spires, la capacité entre spires et masse, la capacité entre couches et la façon de réaliser le bobinage. Certains résultats obtenus par simulation seront validés expérimentalement.

Nous analyserons également, de façon numérique, les effets des paramètres qui caractérisent l'onde elle même, à savoir l'amplitude et le gradient.

Finalement, en considérant un enroulement de type moteur, nous étudierons l'impact des résistances qui traduisent les effets des courants de Foucault sur les surtensions qui apparaissent aux bornes de la première section.

## **1) Enroulement de type transformateur, influence des paramètres**

Pour étudier l'influence des différents éléments qui entrent dans la composition du schéma équivalent de la figure 1.13 relatif à un enroulement de type transformateur, nous prendrons comme valeurs de référence les valeurs déterminées et adoptées lors de la simulation. Ces valeurs affectées d'un indice 0 sont rappelées ci-dessous :

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| - $L_0 = 2,8 \mu\text{H}$ ,                 | $R_0 = 25 \Omega$ ,                |
| - $C_{s0} = 2,8 \text{ pF}$ ,               | $E_0 = 100 \text{ V}$ ,            |
| - $C_{c0} = 2,8 \text{ pF}$ ,               | $g_0 = 1 \text{ kV}/\mu\text{s}$ , |
| - $C_{g0} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ pF}$ , | mutuelles négligées.               |

Pour cette analyse à l'exception du paramètre étudié, nous garderons sauf indications contraires les autres paramètres constants et égaux à leurs valeurs définies précédemment.

### **1.1 ) Effet des couplages inductifs**

Ces couplages inductifs sont généralement négligés. Nous allons néanmoins analyser leur impact sur les réponses obtenues en supposant que la mutuelle inductance est indépendante de la position des spires considérées.

Dans ces conditions il est possible de la caractériser en fonction de l'inductance propre d'une spire en introduisant un coefficient de proportionnalité  $K_m$  tel que :

$$m_{p,h}^{q,k} = M = K_m \times L_0, \quad (5.1)$$

avec  $K_m \in [0, 1]$ .

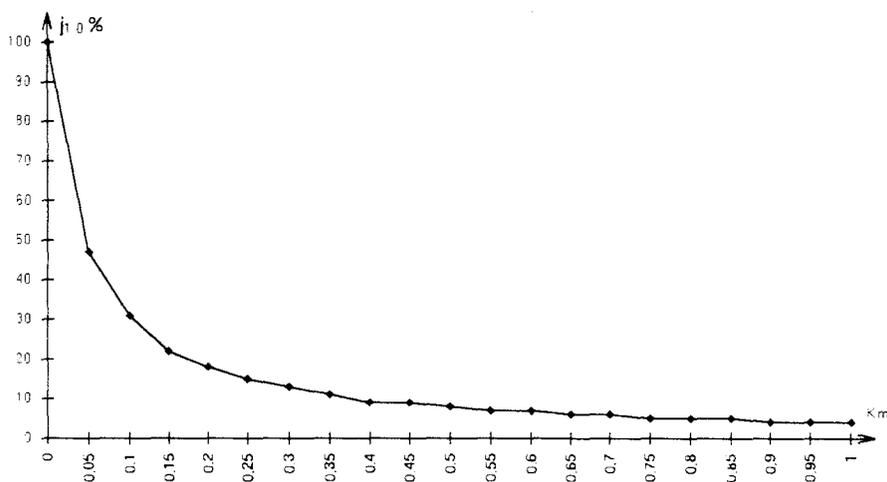
### I.1.1 ) Enroulement à une couche

La prise en compte de la mutuelle inductance ne modifie pas les principaux résultats obtenus avec cet enroulement ( cf. figure 4.5 ) à savoir que la répartition des tensions spire - masse reste régulière et que ces tensions ne présentent pas d'oscillations. Cependant, on observe une variation du courant absorbé (  $j_{1,0}$  ). La figure 5.1 donne l'évolution en fonction de  $K_m$  de  $j_{1,0}\%$  qui représente la valeur de  $j_{1,0}$  ramenée à celle obtenue pour  $K_m = 0$  :

$$j_{1,0}\% = 100 \times \frac{j_{1,0}(K_m)}{j_{1,0}(K_m = 0)} \quad (5.2)$$

Figure 5.1

$j_{1,0}\%$  en fonction de  $K_m$



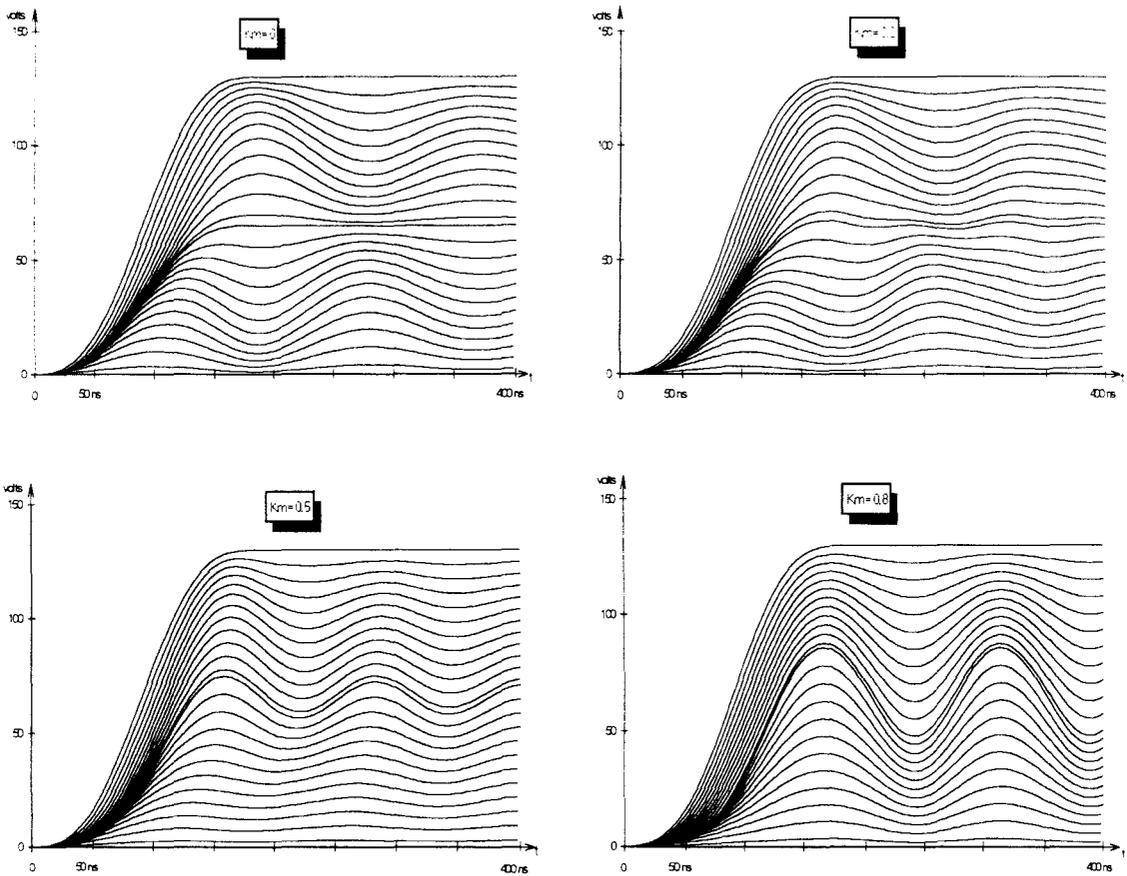
On remarque sur ce graphe que le courant diminue considérablement lorsque  $K_m$  croît et tend ensuite asymptotiquement vers la valeur 0,4%.

### I.1.2 ) Enroulement à deux couches

La figure 5.2 présente les formes d'ondes des tensions spire - masse pour différentes valeurs de  $K_m$ .

*Figure 5.2*

*Enroulement à deux couches, tensions spire - masse en fonction de  $K_m$*



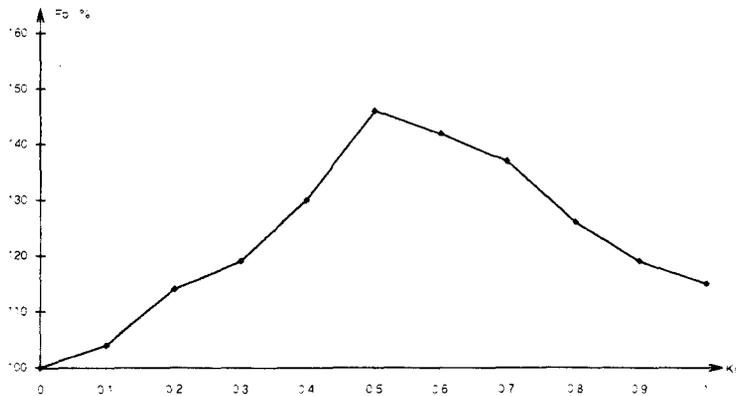
On constate que le fait de prendre en considération les effets des mutuelles inductances modifie notablement dans ce cas les formes d'onde. Il apparaît aussi que la symétrie entre les deux couches disparaît dès que  $K_m > 0,3$ . Sur ces courbes, on voit que la fréquence des oscillations évolue aussi avec  $K_m$ . A la figure 5.3, nous avons donné la loi d'évolution de la fréquence relative en fonction de  $K_m$  en prenant comme fréquence de référence celle obtenue avec  $K_m = 0$  :

$$f_0\% = 100 \times \frac{f_0(K_m)}{f_0(K_m = 0)} \quad (5.3)$$

Le graphe de la figure 5.3 montre que  $f_0\%$  augmente avec  $K_m$  pour atteindre sa valeur maximale égale à 150% pour  $K_m = 0.5$  ensuite lorsque  $K_m$  croît, la fréquence diminue jusqu'à la valeur 115 %.

Figure 5.3

*Evolution de  $f_0\%$  en fonction de  $K_m$*



### **I.1.3 ) Impact des mutuelles sur les surtensions**

Les résultats obtenus peuvent se généraliser :

- nombre de couches impair : effet des mutuelles inductances négligeable,
- nombre de couches pair : modification importante au niveau des oscillations des tensions spire - masse pour  $K_m > 0,3$ .

Les effets, lors de l'apparition du front, sont peu affectés quel que soit la valeur attribuée à  $K_m$ . Par contre ce sont les effets secondaires engendrés ( oscillations ) au-delà de  $t_f$  qui sont fortement tributaires, pour l'enroulement à nombre de couches pair, de  $K_m$ .

Que  $K_m$  n'ait pas une influence directe lors de l'application du front se justifie assez simplement puisque nous avons montré expérimentalement et par simulation que le flux n'avait pas le temps de s'établir durant ce laps de temps.

Globalement il apparaît que les couplages inductifs ont un effet négatif au niveau des surtensions qui apparaissent entre spires de l'enroulement de type transformateur.

### **I.2 ) Effets de la capacité $C_g$**

Nous allons analyser l'impact de la capacité  $C_g$  ( capacité entre les spires de la première couche et la masse ) sur les résultats obtenus en supposant le noyau magnétique réuni à la masse de l'alimentation.

Lors de la simulation,  $C_g$  avait été négligée. Nous ferons donc évoluer sa valeur de  $C_{g0}$  ( spires fortement isolées du fer ) à  $400 C_S$  ( première couche bobinée très près du fer ). De ce fait, nous introduisons un nouveau coefficient de proportionnalité  $K_g$  défini par :

$$C_g(K_g) = K_g \times C_{g0} \tag{5.4}$$

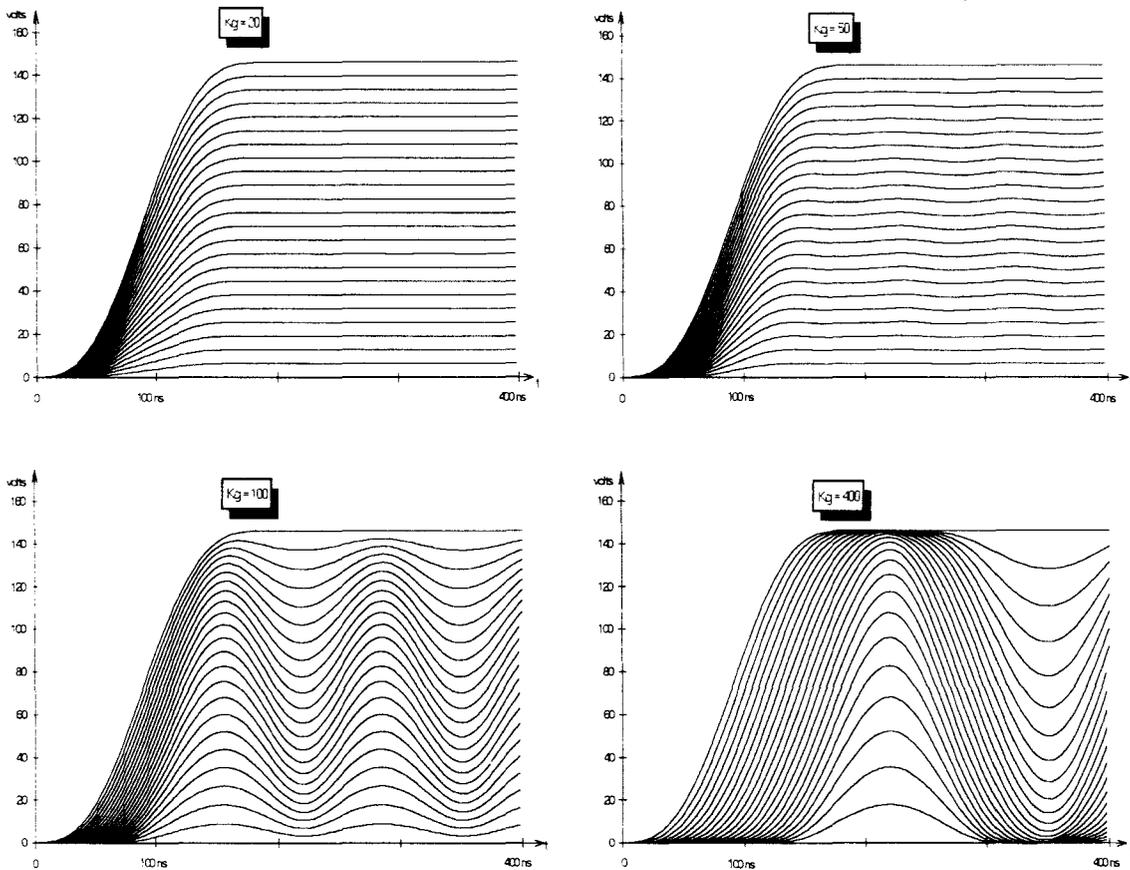
Lorsque  $C_g = C_S$ ,  $K_g = 100$ . Le fait de donner à  $K_g$  la valeur 400 suppose qu'il n'y a aucun isolant sur le fer.

### I.2.1 ) Enroulement à une couche

A la figure 5.4 nous avons représenté quatre tracés de tensions spire - masse pour différentes valeurs de  $K_g$ .

*Figure 5.4*

*Enroulement à une couche, tensions spire - masse en fonction de  $K_g$*



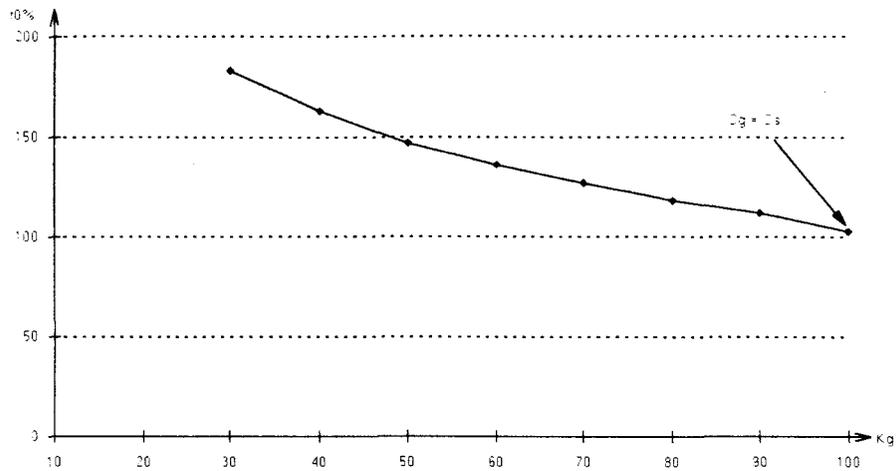
On constate que les tensions spire - masse se mettent à osciller lors que la capacité  $C_g$  augmente.

Nous avons présenté à la figure 5.5 l'évolution de la fréquence relative de ces oscillations en fonction du coefficient  $K_g$  en prenant pour grandeur de référence 5,5 MHz ( ce qui correspond à la fréquence obtenue avec l'enroulement à deux couches ).

$$f_0\% = 100 \times \frac{f_0(K_g)}{5,5\text{MHz}} \quad (5.5)$$

Figure 5.5

*Evolution de  $f_0\%$  en fonction de  $K_g$*



Remarque : pour  $K_g = 400$ , on trouve  $f_0\% = 50 \%$

### **I.2.2 ) Enroulement à deux couches**

La figure 5.6 donne quatre tracés des tensions spires - masse pour cet enroulement en fonction de  $K_g$ .

On constate, quand la capacité  $C_g$  augmente, que les tensions spire - masse ont leur amplitude et leur fréquence qui augmentent. On remarque aussi que pour  $K_g > 10$ , la symétrie entre les deux couches n'a plus lieu et que les formes d'ondes sont de plus en plus déformées. La figure 5.7, donne la loi d'évolution de la fréquence relative des oscillations ( relation 5.5 ) en fonction de  $K_g$ .

Pour  $K_g > 100$ , les formes d'ondes deviennent trop déformées pour pouvoir mesurer avec précision la fréquence des signaux.

Figure 5.6

Enroulement à deux couches, tensions spire - masse en fonction de  $K_g$

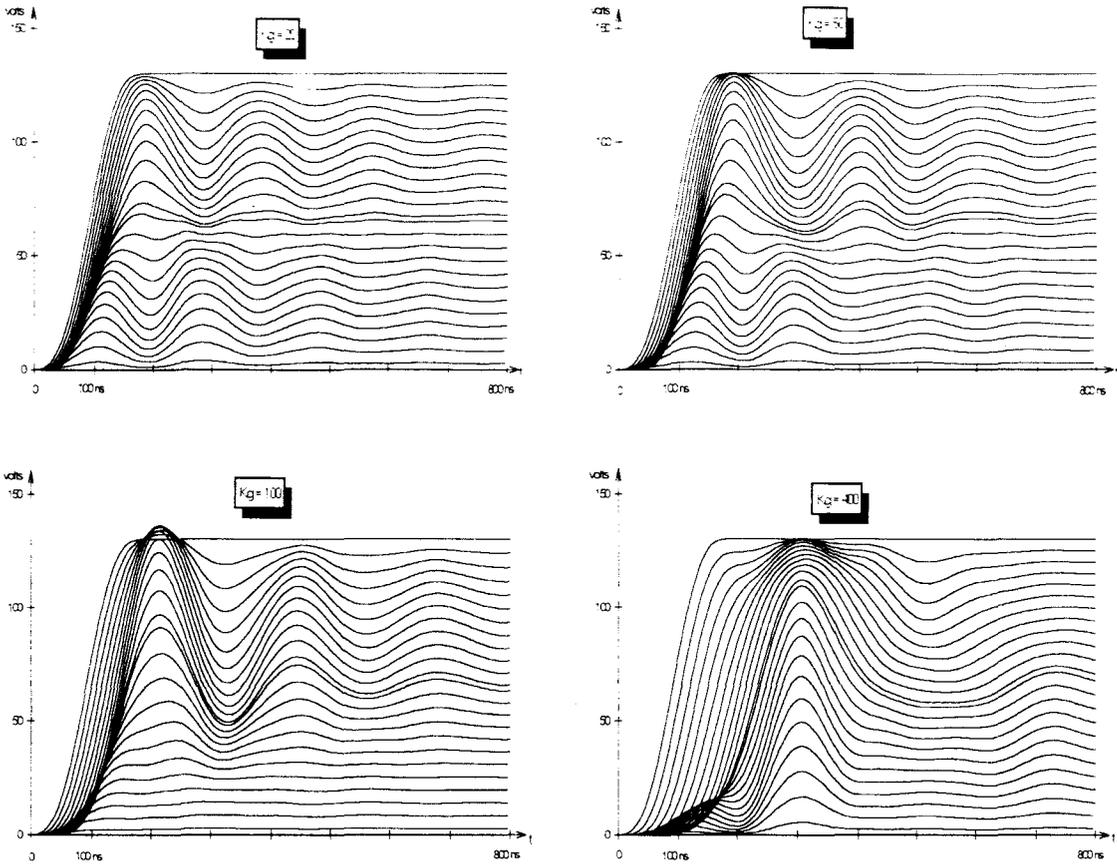
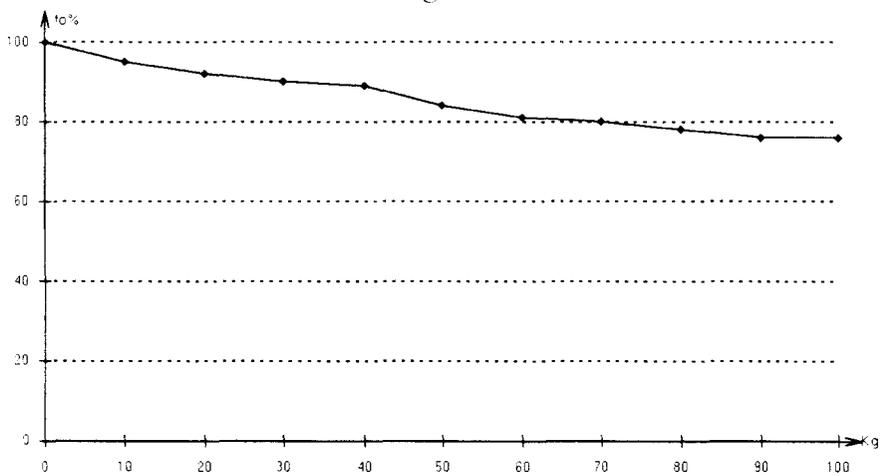


Figure 5.7

Evolution de  $f_0\%$  en fonction de  $K_g$



### 1.2.3 ) Commentaires sur les résultats obtenus

La capacité spire - masse a un effet négatif au niveau des surtensions engendrées dans cet enroulement :

- apparition d'oscillations pour les enroulements à nombre de couches impair.
- augmentation de l'amplitude et de la fréquence des oscillations pour un enroulement à nombre de couches pair.

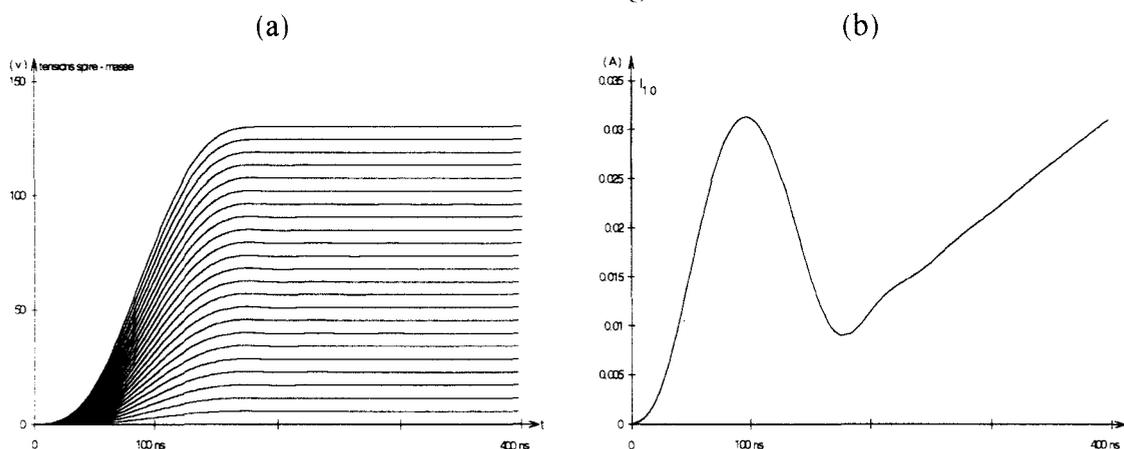
Il faut donc éviter que cette capacité ne présente une valeur trop importante. Par conséquent disposer un cadre cartonné entre l'enroulement et le noyau s'avère justifié pour ne pas amplifier ou créer des phénomènes gênants.

### 1.3 ) Effets combinés des mutuelles et de $C_g$

Il nous a semblé intéressant d'analyser le comportement du système en prenant en compte les effets combinés de  $C_g$  et des mutuelles. Nous avons pour cela considéré un enroulement à une couche en donnant à  $K_m$  et  $K_g$  respectivement les valeurs 0,8 et 100. Les résultats de cette étude sont présentés à la figure 5.8a pour les tensions spire - masse et à la figure 5.8b pour le courant absorbé  $j_{1,0}$ .

Figure 5.8

*Enroulement à une couche,  $K_m = 0,8$ ,  $K_g = 100$ .*



Nous avons montré aux paragraphes précédents que l'augmentation de la capacité  $C_g$  seule ou de la mutuelle inductance seule conduisait à des oscillations des tensions spires - masse. Cependant il apparaît que la prise en compte simultanée de ces deux paramètres ne se concrétise pas par une cumulation des effets, il semblerait plutôt qu'il y a compensation. En contre partie, il apparaît une très légère pointe de courant qui, avant, n'existait pas et qui serait difficile de discerner expérimentalement.

## 1.4 ) Effets de la capacité $C_C$

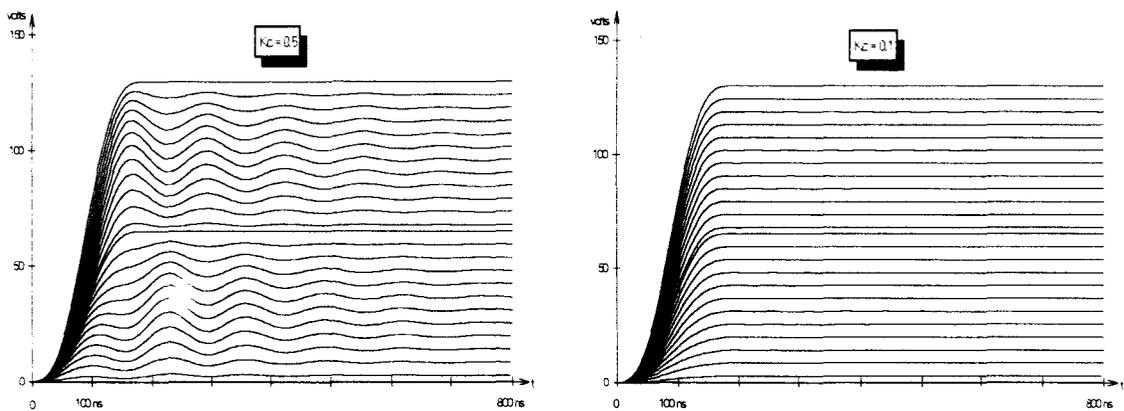
Cette analyse ne portera que sur l'enroulement à deux couches.

### 1.4.1 ) Etude numérique

Les différentes valeurs de  $C_C$  seront obtenues en multipliant la valeur de la capacité de référence  $C_{C0}$  par un coefficient noté  $K_C$ . Nous donnerons à ce coefficient des valeurs inférieures à 1. Diminuer  $C_C$  revient à renforcer l'isolation entre les deux couches. La figure 5.9 donne les tensions spire-masse pour deux valeurs différentes de  $K_C$ .

*Figure 5.9*

*Enroulement à deux couches, tensions spire - masse en fonction de  $K_C$*



On remarque que les amplitudes des oscillations des tensions spire - masse diminuent alors que leur fréquence augmente quand la capacité  $C_C$  diminue.

Ce résultat est intéressant car il en est alors de même pour les tensions entre spires. Pour ces dernières, nous avons tracé en fonction de  $K_C$  l'évolution :

- du dépassement  $\Delta'u$  ( relation 3.4 ) généré par les oscillations ( figure 5.10 ),
- de la valeur ( relation 5.3 ) de la fréquence  $f_0\%$  ( figure 5.11 ).

On s'aperçoit que la fréquence des oscillations augmente considérablement ( rapport supérieur à 3 ) lorsque  $K_C$  diminue ( voisin de 0,1 ) mais les oscillations, et par conséquent les surtensions engendrées, ont alors une amplitude négligeable.

Figure 5.10

$\Delta u$  en fonction de  $K_c$

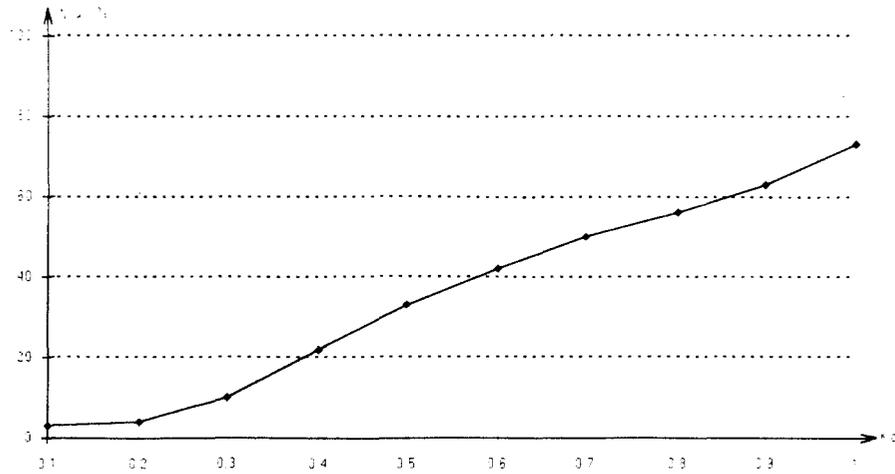
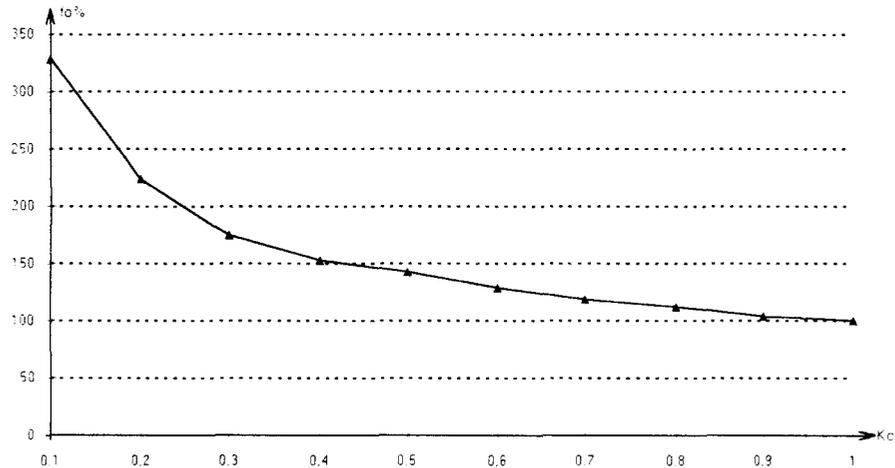


Figure 5.11

$f_0\%$  en fonction de  $K_c$



#### **I.4.2 ) Etude expérimentale**

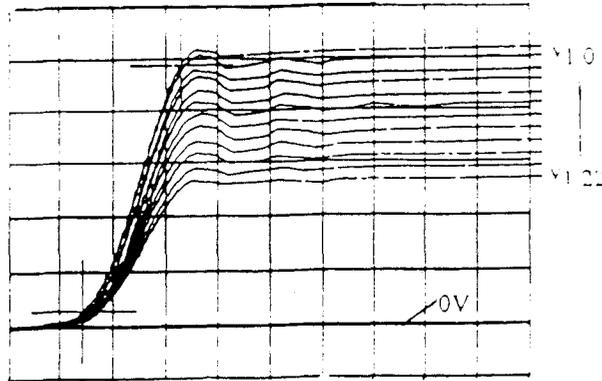
On a pu observer au paragraphe précédent que le fait de diminuer la valeur de la capacité entre couches diminuait la valeur de la surtension engendrée au niveau des tensions entre spires. Cependant, ce résultat n'est que théorique. Nous avons donc réalisé un nouvel enroulement à deux couches en renforçant l'isolation entre les couches. La figure 5.12 donne les tensions spire - masse obtenues dans ces conditions.

*Figure 5.12*

*Tensions spire - masse, enroulement à deux couches, avec une isolation renforcée des deux couches*

y : 20 V / div

x : 50 ns / div



Nous obtenons pour cet enroulement à deux couches "sur-isolées" une répartition régulière des tensions et une disparition des oscillations. Ce qui n'était pas le cas avec un enroulement à deux couches "normal" ( figure 3.12 ). Ce résultat concorde bien avec celui obtenu par simulation avec une valeur faible de  $C_C$ .

La disparition des oscillations pour un enroulement à couches "sur-isolées" était prévisible. En effet, considérons le schéma de la figure 1.13 adapté à deux couches. Nous avons montré que la capacité  $C_g$  pouvait être négligée. Si on augmente l'isolation entre les couches, il est également possible de négliger les effets de la capacité  $C_C$ , ce qui revient à déconnecter ces capacités de ce schéma. On obtient alors un schéma équivalent du type de celui d'un enroulement à une couche comportant  $2 n_s$  spires.

La figure 5.13 donne la loi d'évolution en fonction du temps du courant absorbé  $j_{1,0}$  par cet enroulement à deux couches sur-isolées.

Ces relevés permettent de faire deux remarques :

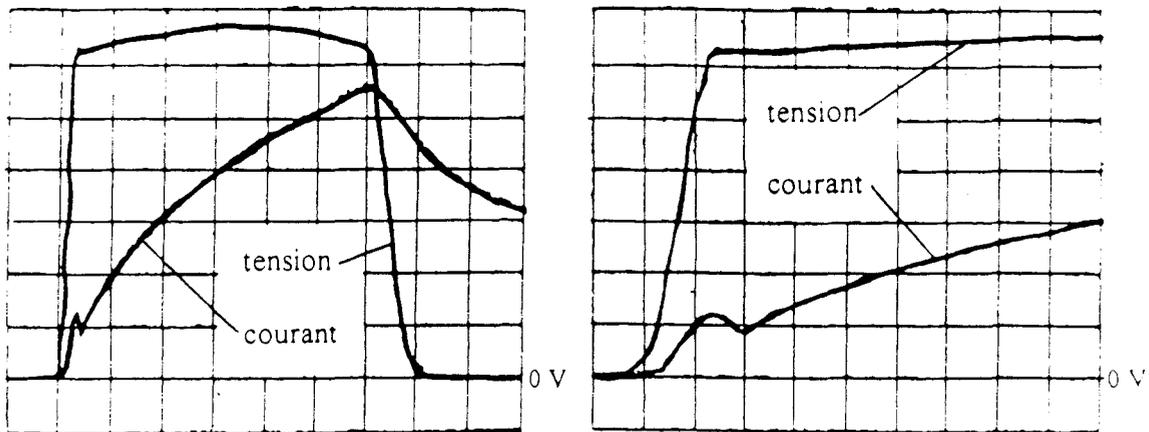
- la première est que les oscillations qui se superposaient à la montée exponentielle ( figure 3.33 ) ont complètement disparu,
- la seconde porte sur la légère pointe de courant au moment du choc qui est due à la capacité  $C_C$  située entre les points 1.0 et 2.0. L'amplitude de la pointe est maintenant très faible ce qui est logique puisque cette capacité est réduite par le renforcement de l'isolation. Ce résultat valide de nouveau le schéma équivalent que nous avons établi. Nous pouvons estimer à partir de cette pointe de courant la valeur de  $K_C$  correspondante :  $K_C = 0,29$ .

*Figure 5.13 : isolation entre couches renforcée*

courant : 0,1 A / div      tension : 20 V / div

(a) x : 500 ns / div

(b) x : 100 ns / div



### **1.5 ) Influence des paramètres caractérisant le signal d'entrée**

Cette simulation ne porte que sur l'enroulement à deux couches. Les deux paramètres qui caractérisent le signal d'entrée sont le gradient et l'amplitude.

#### **1.5.1 ) Influence de l'amplitude**

Les résultats de cette simulation, en faisant varier  $E$  de 0,1 à  $10 E_0$ , nous montrent que les amplitudes des oscillations des tensions sont proportionnelles à  $E$  et que leur fréquence est indépendante de ce paramètre. Ce résultat est légèrement différent de celui obtenu expérimentalement ( figure 3.30 ) où, après une croissance linéaire des amplitudes des oscillations avec  $E$ , il apparaissait un phénomène de saturation pour  $E > 120$  volts.

#### **1.5.2 ) Influence du gradient**

Nous avons fait varier, pour cette simulation, le gradient entre les valeurs 0,4 et 2,6 kV/ $\mu$ s. La mesure de la surtension entre spires  $\Delta u$  ( équation 3.5 ) donne, cette fois encore, une évolution proportionnelle au gradient et une fréquence constante quel que soit celui-ci. Or, lors de l'expérimentation, nous obtenions un effet de saturation pour un gradient  $> 1,4$  kV/ $\mu$ s.

## **II ) Enroulement de type transformateur, moyens d'action**

Les résultats que nous avons obtenus par la simulation du comportement des différents bobinages soumis à une onde à front raide nous permettent déjà de faire quelques remarques sur les moyens qu'il est possible de mettre en oeuvre afin de limiter les surtensions engendrées dans un bobinage de type transformateur.

- **Action sur la capacité  $C_g$  ( spire - masse )**

Nous avons montré que la capacité  $C_g$  a un effet négatif. Diminuer sa valeur s'avère donc être intéressant. Cela est possible en montant les enroulements sur un cadre cartonné ( ou autre ).

- **Action sur la capacité  $C_c$  ( entre couches )**

Cette capacité a elle aussi un effet négatif pour les enroulements à nombre de couches pair. Nous avons montré que si sa valeur était diminuée les oscillations engendrées par un front raide disparaissaient, résultat pouvant être obtenu en renforçant l'isolation entre les différentes couches de cet enroulement. Mais là encore augmenter l'isolation fait augmenter le poids et le volume du bobinage. Il y a donc là un compromis à trouver.

Pour ce qui est des enroulements à nombre de couches impair, il n'est pas nécessaire de renforcer l'isolation entre les couches puisqu'il n'apparaît pas d'oscillation des différentes tensions pour ce type d'enroulement.

- **Action sur le gradient de l'onde ( a )**

Il est possible de diminuer artificiellement le gradient de la tension d'entrée en insérant une résistance en série avec la grille des I.G.B.T. Dans ces conditions on observe bien une diminution des oscillations mais en contre partie on augmente les temps de commutation et donc les pertes dans les semi- conducteurs, ce qui oblige à sur dimensionner les composants et à limiter la fréquence de découpage. Ces modifications entraînent aussi une diminution du rendement global du convertisseur.

### • Action sur l'amplitude de l'onde ( E )

Les résultats expérimentaux et de simulation ont montré que diminuer E faisait diminuer les oscillations. Cependant, E est une grandeur qui dépend des caractéristiques générales de l'ensemble convertisseur-machine généralement imposées par le cahier des charges. Un moyen de réduire E consiste à utiliser un onduleur multi-niveaux.

## **III ) Enroulement du type transformateur, modification du bobinage**

Nous avons mis en évidence que les enroulements à nombre de couches pair, en opposition à ceux dont le nombre de couches est impair, sont siège d'oscillations des différentes tensions suite à l'application d'un front raide. La différence essentielle qu'il y a entre ces deux types d'enroulements, est la position de leur sortie.

Celle-ci est à l'opposée de l'entrée pour les enroulements à nombre de couches pair et elle est du même côté que l'entrée pour les enroulements à nombre de couches impair. La propagation de l'onde s'effectue donc de gauche à droite pour les couches de rang impair bobinées dans un certain sens. Cette onde se propage de droite à gauche pour les couches de rang pair bobinées dans l'autre sens. Si la façon dont se propage l'onde apparaît clairement sur le schéma il n'en est pas de même pour le sens de bobinage.

Cette remarque nous a néanmoins conduit à bobiner différemment les couches en les réalisant toutes dans le même sens à savoir du point  $k = 0$  vers le point  $k = n_s$  et nous avons réuni les points  $q.n_s$  et  $q+1.0$ . L'onde est appliquée entre les points 1.0 et  $q.n_s$ .

### **III.1 ) Etude expérimentale**

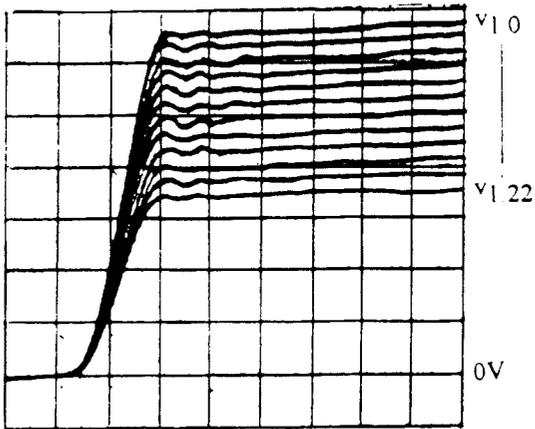
Cette étude porte sur des enroulements à 2, 3 et 4 couches bobinées de la façon décrite précédemment.

La figure 5.14 donne les tensions spire - masse de la première couche et le courant absorbé pour l'enroulement à deux couches.

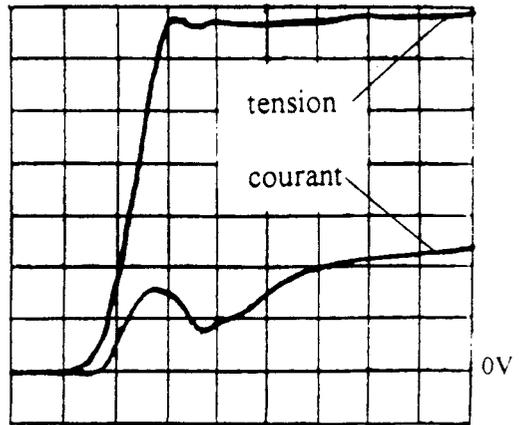
*Figure 5.14*

x : 100 ns . div

(a) tension : 20 V . div



(b) courant : 0.1 A . div

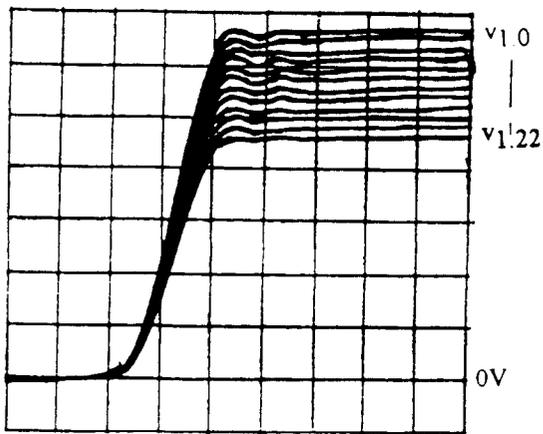


Les mêmes relevés pour un enroulement de ce type à trois couches sont donnés à la figure 5.15.

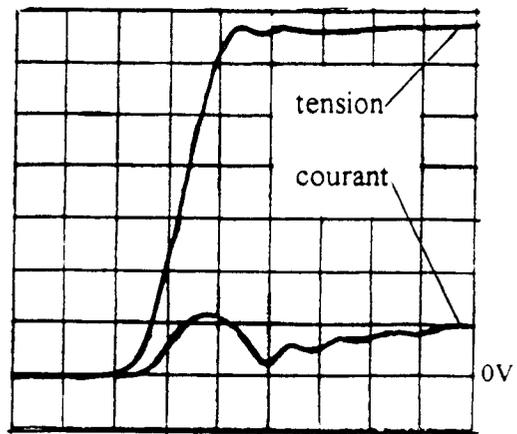
*Figure 5.15*

x : 100 ns / div

(a) tension : 20 V / div



(b) courant : 0,1 A / div



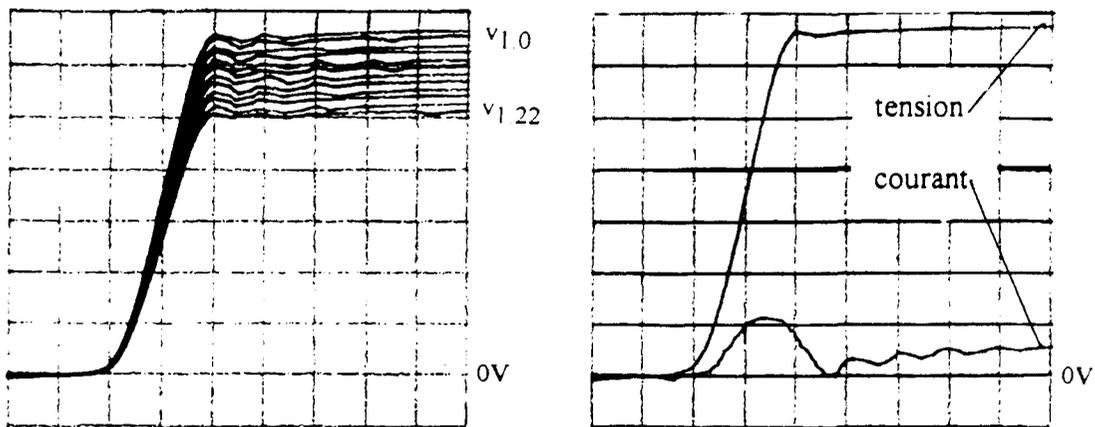
On constate que les oscillations des tensions spire - masse pour l'enroulement à deux couches ont complètement disparu. Cependant, il reste toujours une pointe d'intensité au moment du choc qui est générée par la charge des capacités parasites. Celle-ci est cependant plus faible comparativement à celle relevée avec l'enroulement initial. Pour ce qui est de l'enroulement à trois couches, il n'y a pas de changements avec ce nouveau bobinage. Nous avons également réalisé un enroulement de ce type à quatre couches. Les relevés ( tensions spire - masse, courant ) sont présentés à la figure 5.16. Là encore, les oscillations des tensions spire - masse ont disparu.

*Figure 5.16*

x : 100 ns / div

(a) tension : 20 V / div

(b) courant : 0,1 A / div



Ces résultats montrent qu'en bobinant les enroulements de type transformateur de cette façon fait disparaître les oscillations des tensions et ce quel que soit la parité du nombre de couches. Il nous a semblé intéressant d'analyser numériquement le comportement de ce type d'enroulement bien que le sens de bobinage n'apparaisse pas au niveau de la figure 1.13.

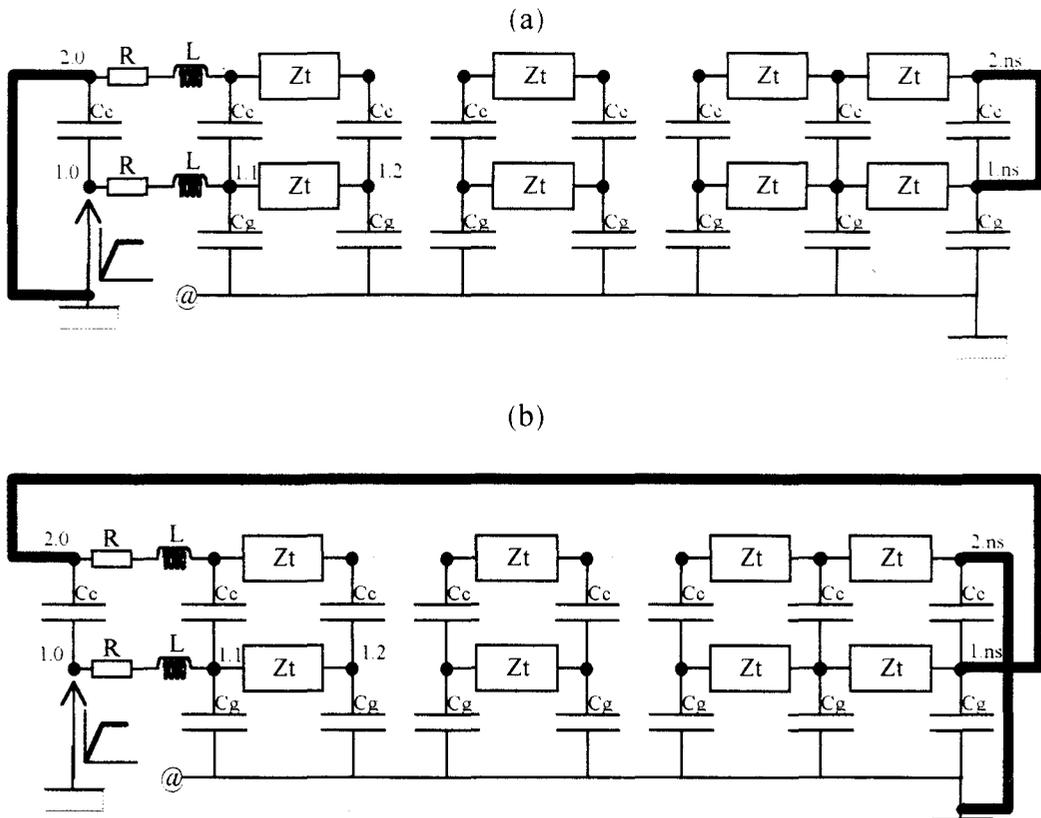
### III.2 ) Etude numérique

Le programme qui simule l'enroulement à deux couches a été modifié afin de retrouver par la simulation les résultats obtenus expérimentalement sur ce nouveau type d'enroulement. Ces modifications ne portent que sur les équations qui traitent du couplage entre les deux couches. Elles ne concernent donc pas les sous matrices  $|C_s, C_g|$ ,  $|C_s, C_c|$ ,  $|C_s|$  et  $|C_c|$  de l'équation (2.74) et par conséquent les matrices  $|\lambda_2|$ ,  $|K'_2|$ ,  $|2_2|$  et  $|\delta_2|$ .

Nous avons représenté à la figure 5.17 les connexions réalisées pour un enroulement à deux couches traditionnel ( fig. 5.17a ) et celles pour un deux couches avec modification du bobinage ( fig. 5.17b ).

*Figure 5.17*

*Schémas des connexions*



D'un point de vue numérique, seule l'équation qui traduit la mise en série change.

- Pour l'enroulement "traditionnel" nous avons :

$$j_{1.ns-1} + C_s \frac{dv_{s1.ns-1}}{dt} - C_g \frac{dv_{g1.ns}}{dt} = -j_{2.ns-1} - C_s \frac{dv_{s2.ns-1}}{dt}$$

soit ( relation 2.67 ) :

$$(2C_s + C_g) \frac{dv_{g1.ns}}{dt} - 2C_s \frac{dv_{g1.ns-1}}{dt} - C_s \frac{d}{dt} (v_{c2.ns-1} - v_{c2.ns}) = j_{1.ns-1} + j_{2.ns-1} \quad (5.6)$$

- Pour l'enroulement avec modification de bobinage il vient :

$$j_{1.ns-1} + C_s \frac{dv_{s1.ns-1}}{dt} - C_g \frac{dv_{g1.ns}}{dt} + C_c \frac{dv_{c2.ns}}{dt} = j_{2.0} + C_c \frac{dv_{c2.0}}{dt}$$

la relation (2.56) conduit à :

$$(C_s + C_g) \frac{dv_{g1, ns}}{dt} - C_s \frac{dv_{g1, ns-1}}{dt} + C_c \frac{dv_{c2, 0}}{dt} - C_c \frac{dv_{c2, ns}}{dt} = j_{1, ns-1} - j_{2, 0} \quad (5.7)$$

En utilisant les notations du chapitre 2 les relations (5.6) et (5.7) s'écrivent respectivement :

$$\left. \begin{aligned} C_s(\lambda \dot{v}_{g1, ns} - 2\dot{v}_{g1, ns-1} - 1.\dot{v}_{c2, ns-1} + 1.\dot{v}_{c2, ns}) &= j_{1, ns-1} + j_{2, ns-1} \\ C_s(\lambda' \dot{v}_{g1, ns} - 1.\dot{v}_{g1, ns-1} - K' \dot{v}_{c2, 0} + K' \dot{v}_{c2, ns}) &= j_{1, ns-1} - j_{2, 0} \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Par conséquent, la ligne qui traduit la mise en série dans l'équation matricielle (2.109) :

$$| 0 \quad \dots \quad 0 \quad -2 \quad \lambda \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -1 \quad 1 | \times | \quad | = \frac{1}{C_s} | j_{1, ns-1} + j_{2, ns-1} | \quad (5.9)$$

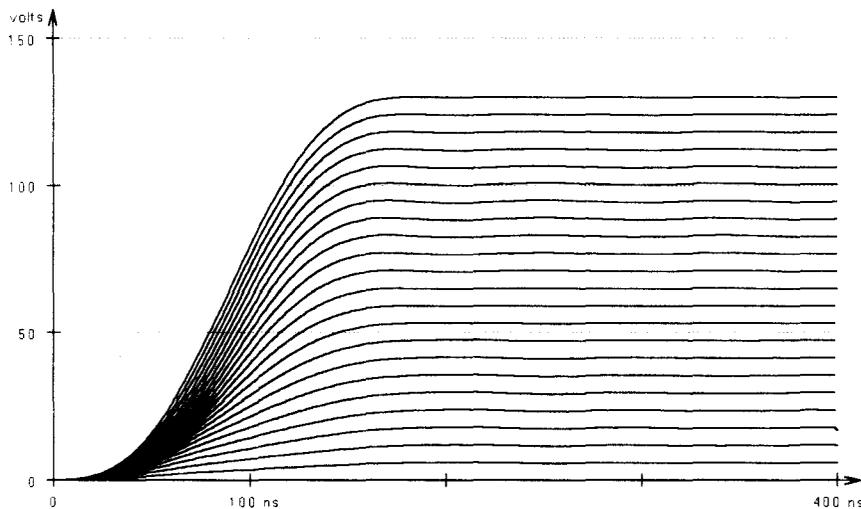
devient pour ce type de bobinage :

$$| 0 \quad \dots \quad 0 \quad -1 \quad \lambda' \quad -K' \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad K' | \times | \quad | = \frac{1}{C_s} | j_{1, ns-1} - j_{2, 0} | \quad (5.10)$$

Les résultats de cette simulation sont donnés à la figure 5.18. Sur cette figure nous n'avons représenté que les tensions spire - masse dont l'indice k est pair.

*Figure 5.18*

*Enroulement à deux couches, inversion des connexions*

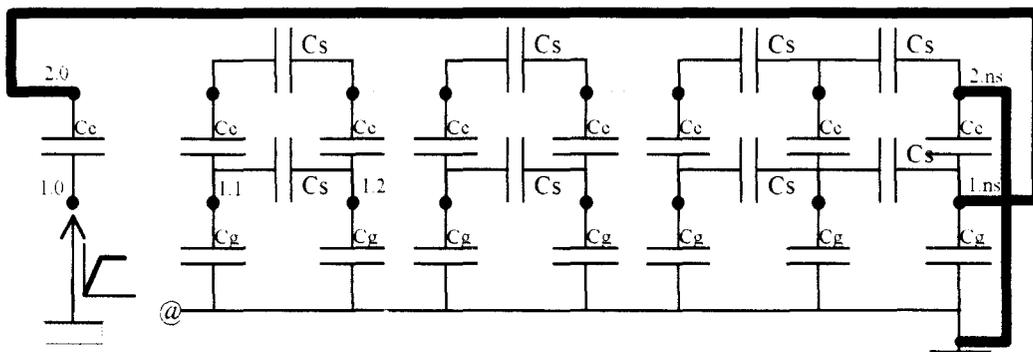


Comme c'était le cas lors des relevés pratiques, on constate que les oscillations ont pratiquement disparu.

**Remarque :** Le schéma de la figure 5.17b fait apparaître que la tension  $v_e$  est à présent appliquée aux bornes des capacités  $C_c$  connectées aux points 0 et  $n_s$ . Il en résulte, ces capacités étant montées en série ( $C_{c\text{équi}} = C_c \cdot 2$ ), que le courant de pointe donné par la relation 3.11 devrait être deux fois plus faible. Ce courant est effectivement plus faible mais pas dans le rapport 2 théorique. En fait, dans ce cas, la configuration du schéma est un peu plus complexe. Celle-ci, donnée à la figure 5.19, montre que la relation qui lie  $i_{\text{pointe}}$  à  $a$  ( relation 3.11 ) fait intervenir les capacités  $C_c$ ,  $C_g$ , et  $C_s$ .

*Figure 5.19*

*Connexion des capacités au moment du front*



### III.3 ) Condition d'apparition des oscillations

Comme l'étude numérique, qui ne prend pas en compte le sens de bobinage, conduit à une conclusion analogue à celle qu'il est possible de formuler suite à l'expérimentation, à savoir que la modification des connexions fait disparaître les oscillations, nous avons essayé de traduire par une relation la condition d'existence de ces oscillations.

- L'étude générale effectuée au chapitre 2 qui concerne des enroulements "traditionnels" nous a amené à définir les conditions supplémentaires imposées par le point d'application de  $v_e$ . Nous avons :

- nombre de couches pair ( relation 2.101 ) :

$$v_e = - \sum_{p=2}^{nc} v_{cp0} \quad ( \text{présence d'oscillations} ) \quad (5.11)$$

- nombre de couches impair ( relation 2.103 )

$$V_{g1.ns} + \sum_{p=2}^{nc} V_{cpns} = 0 \quad (\text{absence d'oscillation}) \quad (5.11)$$

• Si l'on considère le schéma de la figure 5.17b, ( modification du bobinage ) il est également possible d'écrire la relation suivante :

$$V_{g1.ns} + V_{c2.ns} = 0 \quad (5.13)$$

Cette relation est identique à (5.12) qui traduit l'absence d'oscillation.

• Il convient à présent d'examiner le cas plus général correspondant à un nombre de couches pair ou impair plus élevé avec modification du bobinage. En fait, Compte tenu des connexions effectuées, le point  $n_s.n_c$  sera, quelle que soit la parité de  $n_c$ , réuni à la masse. Nous pourrons donc toujours écrire la relation (5.12).

Il semblerait donc que la condition nécessaire, qui n'est sans doute pas suffisante, pour qu'il n'apparaisse pas d'oscillation s'écrive :

$$\boxed{V_{g1.ns} + \sum_{p=2}^{nc} V_{cp.ns} = 0} \quad (5.14)$$

La loi des noeuds aux points  $p.n_s$  (  $1 \leq p \leq n_c$  ), en négligeant le courant dérivé dans la capacité  $C_g$  connectée entre le point  $n_s$  et la masse, conduit, en considérant (5.14), à :

$$\sum_{p=1}^{nc} j_{p.ns-1} + C_s \sum_{p=1}^{nc} \frac{dv_{sp.ns-1}}{dt} = 0 \quad (5.15)$$

cette dernière relation traduisant plutôt le comportement d'un enroulement constitué de plusieurs couches connectées en parallèle.

#### **IV ) Enroulement de type moteur**

Ce paragraphe est consacré à l'étude des paramètres qui composent le schéma équivalent d'un enroulement de type moteur.

Etant donné la similitude qu'il y a entre ce schéma et celui de l'enroulement de type transformateur à une couche, nous ne nous intéresserons qu'aux paramètres qui n'ont pas encore été étudiés jusqu'à présent à savoir la résistance série  $R$  que nous avons introduit au paragraphe III.1.3 du chapitre 2 ) et la résistance équivalente aux courants de Foucault (  $R_{fs}$  ).

Les valeurs qui servent de référence sont celles dont nous nous sommes servi pour la simulation et que nous rappelons ici :

$$C_{fs0} = 1 \text{ nf},$$

$$C_{ss0} = 190 \text{ pF},$$

$$L_{s0} = 100 \text{ } \mu\text{H}$$

$$R_0 = 75 \text{ } \Omega,$$

$$R_{fs0} = 150 \text{ } \Omega.$$

Pour chaque paramètre étudié, nous donnerons la loi d'évolution en fonction de ce paramètre de la surtension  $U_{1\text{max}}$  qui apparaît aux bornes de la première section.

Le tracé de  $U_{1\text{max}}$  se fait en pourcentage de la valeur obtenue pour le point de référence ( 1807 V ). Nous noterons cette valeur  $U_{1\text{max}}\%$ .

#### IV.1 ) Influence de la résistance série d'une section élémentaire

Le paramètre étudié ici est la résistance série  $R$ . Comme précédemment, les différentes valeurs de  $R$  sont obtenues en multipliant la valeur de référence  $R_0$  par un coefficient que nous noterons  $K_r$  (  $0 \leq K_r \leq 100$  ). La figure 5.20, donne  $U_{1\text{max}}\%$  en fonction de  $K_r$  pour  $K_r < 1$ .  $U_{1\text{max}}\%$  en fonction de  $K_r$  pour  $K_r > 1$  est donnée la figure 5.21.

Figure 5.20

$U_{1\text{max}}\%$  en fonction de  $K_r < 1$

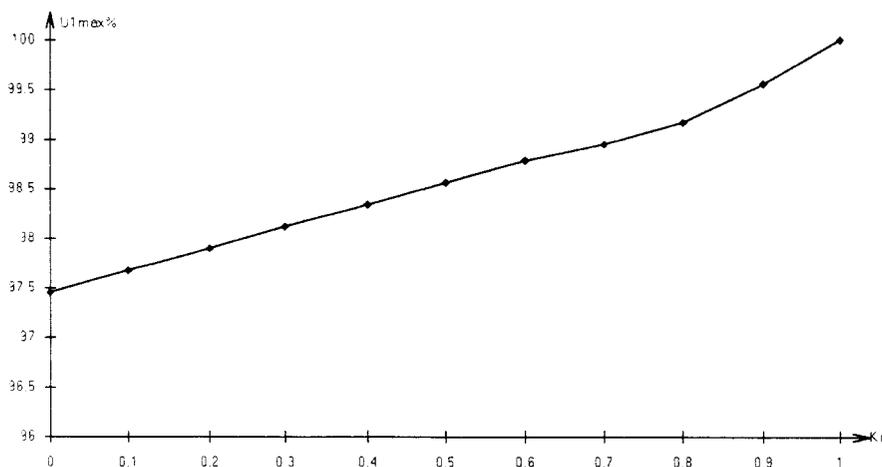
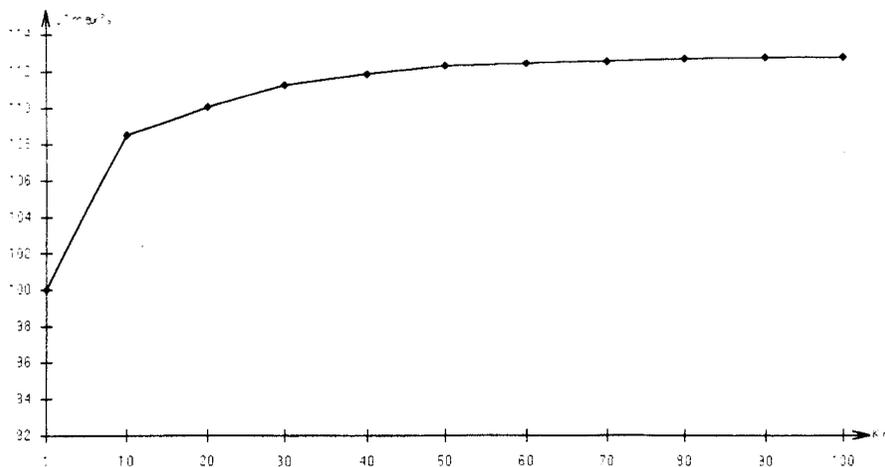


Figure 5.21

$U_{1max}\%$  en fonction de  $K_r$  - 1



D'après ces résultats on constate que  $U_{1max}\%$  est comprise entre les valeurs 97,5% et 112%,  $U_{1max}\%$  augmentant avec  $K_r$ . Pendant cette simulation, on a pu constater que l'augmentation de  $K_r$  tend à faire diminuer les oscillations des tensions section - masse. Ces oscillations disparaissent complètement dès que  $K_r > 0,5$ .

Ces résultats montrent que la résistance série n'a que très peu d'effets sur l'amplitude maximale de la surtension aux bornes de la première section mais par contre qu'elle permet d'amortir les oscillations des tensions section élémentaire - masse.

#### IV.2 ) Influence de la résistance $R_{fs}$ d'une section élémentaire

On étudie dans ce paragraphe l'influence de la résistance équivalente aux pertes par courants de Foucault  $R_{fs}$ . On introduit pour cette étude un coefficient supplémentaire  $K_{fs}$  qui permet d'obtenir les différentes valeurs de  $R_{fs}$  en le multipliant la valeur de référence  $R_{fs0}$ . Nous ferons évoluer ce paramètre entre les valeurs 0,005 et 100.

La loi d'évolution de  $U_{1max}\%$  en fonction de  $K_{fs}$  pour  $K_{fs} < 1$  est donnée à la figure 5.22, et pour  $K_{fs} > 1$  à la figure 5.23.

Figure 5.22

$U_{lmax}\%$  en fonction de  $K_{fs} \quad l$

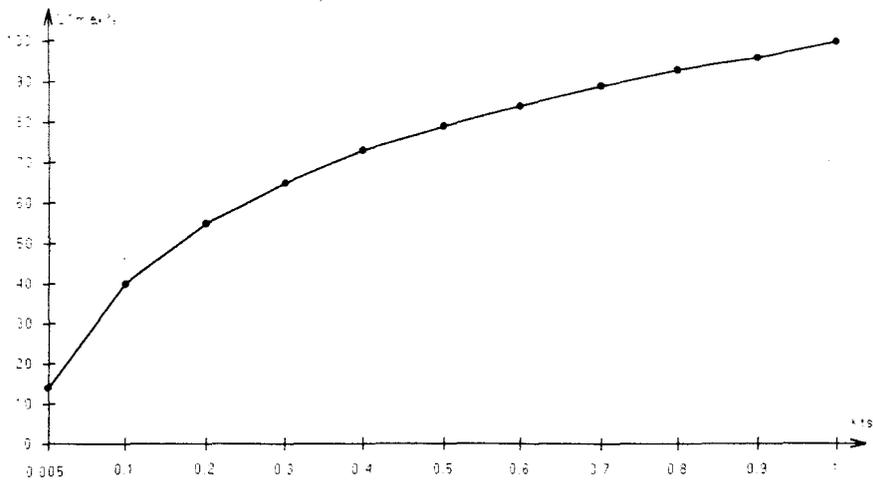
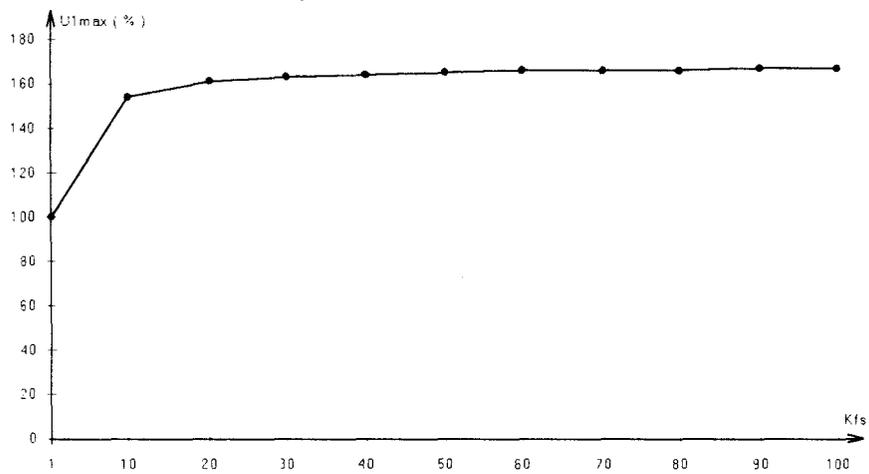


Figure 5.23

$U_{lmax}\%$  en fonction de  $K_{fs} \quad l$



Ces courbes montrent bien que la résistance  $R_{fs}$  joue un rôle important sur l'amplitude de la surtension puisque cette dernière évolue de 13 % à 162 %.

## CONCLUSION

Le travail présenté porte sur l'analyse des contraintes engendrées au sein d'enroulements de transformateurs et de machines soumis à des signaux M.L.I. caractérisés d'ondes à front raide.

Dans le premier chapitre nous avons défini les paramètres permettant de caractériser d'une part l'onde appliquée et, d'autre part, les enroulements étudiés. Pour ces derniers, il est nécessaire de distinguer ceux qui sont du type moteur de ceux qui sont du type transformateur. Nous y avons aussi proposé des schémas équivalents pour chaque type d'enroulement destinés à servir de support pour une prédétermination des effets engendrés dans ceux-ci lorsqu'ils sont soumis à ce type d'excitation. Les différentes relations qui permettent d'estimer les valeurs des éléments qui composent ces schémas sont présentées à la fin de ce chapitre.

Le deuxième chapitre est essentiellement consacré à la méthode numérique, basée sur la méthode d'Euler étendue à un degré supérieur, que nous avons développée pour analyser le comportement des bobinages ainsi alimentés. Après en avoir rappelé le principe, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à définir un formalisme permettant une écriture simple et rapide du système d'équations valable quel que soit le type d'enroulement. Cette présentation synthétique permet aisément de prendre en compte des phénomènes physiques relativement complexes tels que les couplages inductifs.

Les résultats expérimentaux sont présentés dans le troisième chapitre. Les précautions qu'il est nécessaire de prendre pour que les relevés, qui concernent essentiellement les surtensions qui apparaissent entre spires, ne soient pas perturbés par des effets parasites secondaires qui, suite aux conditions d'expérimentation, peuvent être prépondérants, y sont également précisées. L'analyse de certaines formes d'ondes nous a permis, non seulement de valider en partie les schémas initialement proposés, mais aussi d'estimer les valeurs de certains de leurs éléments. Nos investigations, relatives aux enroulements de type transformateur, nous ont conduit à effectuer une distinction suivant que le nombre de couches que comporte l'enroulement est pair ou impair. Celle-ci est essentiellement liée à la présence d'oscillations au niveau des tensions entre spires pour les enroulements à nombre de couches pair tandis que, pour ceux à nombre de couches impair, ces oscillations, comparativement aux précédentes, peuvent être négligées. En outre il est

apparu que les oscillations de plus forte amplitude se localisaient aux extrémités de chaque couche. En ce qui concerne l'enroulement en sections du type machine les résultats obtenus nous ont permis de dresser un parallèle entre celui-ci et l'enroulement à une couche du type transformateur. D'autre part il s'est révélé que la plus forte surtension était localisée sur la première section.

La comparaison pour différents types d'enroulements entre les résultats expérimentaux et ceux déduits de l'étude numérique a fait l'objet du quatrième chapitre. Nous avons pu retrouver les principales propriétés déduites de l'expérimentation qui caractérisaient les différents bobinages. La concordance satisfaisante qui est apparue au niveau des divers résultats valide les schémas proposés. Elle met également en évidence, relativement aux phénomènes mis en jeu, l'importance des courants de Foucault qui conduisent à un "effet de peau magnétique".

Dans le cinquième et dernier chapitre nous avons analysé les moyens qu'il est possible de mettre en oeuvre pour atténuer les effets engendrés par les ondes à front raide dans les enroulements. Ceux-ci concernent aussi bien la réalisation des bobinages que les paramètres qui caractérisent l'onde. Ces propositions sont formulées suite à une étude numérique qui porte sur l'analyse de l'influence de chacun des éléments intervenant au niveau des schémas quant aux phénomènes concernés. Cette phase exploratoire a permis de mettre en évidence le rôle joué par les couplages inductifs. Si leurs effets peuvent être négligés lors de l'apparition du front, il n'en est pas de même lorsque la tension d'entrée s'est "stabilisée". Il en résulte donc que ce paramètre joue un rôle significatif dans la définition des surtensions, ce qui ne fait qu'accroître la complexité du problème d'autant plus que nous avons pu constater que d'autres paramètres pouvaient conduire à des effets opposés. Pour ce qui est de la réalisation des enroulements nous avons mis en évidence, aussi bien numériquement qu'expérimentalement, que le fait de bobiner les différentes couches dans le même sens conduisait à faire disparaître les oscillations

Suite à cette étude, nombreuses sont les questions qui sont restées en suspens, d'autant plus que leur nombre s'est accru suite à certains résultats que nous avons obtenus. Nous n'avions pas, lorsque nous avons été confrontés à ce sujet, compte tenu de l'ampleur du problème posé, l'ambition d'en faire le tour. Néanmoins nous avons pu développer un outil numérique essentiellement dévolu à ce type d'investigations. Il est par conséquent envisageable de poursuivre l'étude en insistant davantage sur l'aspect enroulements de type machine en supposant que ceux-ci sont réalisés en sections ou en bobines. Il est un point que nous n'avons fait qu'effleurer mais qui mérite d'être approfondi, il concerne l'aspect analytique du problème. Son approche en pourra être facilitée puisque nous avons montré que le front

raide a uniquement pour rôle d'exciter le circuit et que ce dernier évolue ensuite en fonction de ses fréquences naturelles lorsque le signal à l'entrée s'est "stabilisé". Précisons finalement que les oscillations de tension sont de fréquence très élevée ( supérieure au MHz ) et que, dans ces conditions, l'aspect perturbations électromagnétiques mériterait également que l'on s'y attarde.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **HINDMARSCH** "ELECTRICAL MACHINES AND THEIR APPLICATIONS (2ème édition). *Pergamon Press, 1970.*
- [2] **R. BAUSIERE, F.LABRIQUE, G. SEGUIER.** "LES CONVERTISSEURS DE L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE, TOME 3, LA CONVERSION D.C. → D.C.". *Technique et Documentation, Lavoisier 1987.*
- [3] **G. SEGUIER.** "L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE". *Dunod, 1990.*
- [4] **L. GYUGYI, B.R. PELLY.** "STATIC POWER FREQUENCY CHANGER". *John wileys & sons edit. New York, 1976.*
- [5] **J.M.D. MURPHY, F.G. TURNBULL.** "POWER ELECTRONIC CONTROL OF A.C. MOTORS". *Pergamon Press, New York, 1988.*
- [6] **G. SEGUIER, F. LABRIQUE.** "LES CONVERTISSEURS DE L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE, TOME 4, LA CONVERSION DC / AC". *Technique et Documentation, Lavoisier 1989.*
- [7] **J.L. KOTNY.** "Contribution à la modélisation des machines synchrones à simple et double étoile". *Thèse de 3ème cycle, Lille, sept. 84. Numéro d'ordre 1149.*
- [8] **D. ROGER.** "La machine asynchrone double étoile, régimes transitoires, alimentation à fréquence variable". *Doctorat d'université, Lille, janv 93. Numéro d'ordre 1 055.*
- [9] **P. VAS.** " VECTOR CONTROL OF A.C. MACHINE". *Monographs in electrical and electronic. Engineering 22, Oxford Science Publication, 1990.*
- [10] **F. BLASCHE.** "The principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control systems for rotating field machines". *Revue Siemens, vol. 34, p.p. 217 - 220, Mai 1972.*
- [11] **ANALOG DEVICE,** A.C. vector processor AD25100, *notice technique.*
- [12] **B.HELLER, A. VEVERKA.** "ETUDE DES PHENOMENES DE CHOCS". *Dunod 1968.*
- [13] **W.K. WAGNER.** "Pénétration des ondes dans les enroulements". *E.u.M, 1915, p.89, 105 & E.T.Z. 1916, p. 425, 440, 456 & Arch.f.El.1916, p.159.*
- [14] **M. BUNET.** "Ondes à front raide, essais des appareils électriques et notamment des transformateurs avec des ondes de haute fréquence ou des ondes à front raides". *Bulletin S.F.E., 1924, tome IV, p.p. 877 - 904.*
- [15] **M. FALLOU.** "Contribution expérimentale à l'étude des surtensions dans les transformateurs". *Bulletin S.F.E., 1925, tome V, p.p. 237 - 264.*
- [16] **J. CHATELAIN.** "MACHINES ELECTRIQUES, TOME 1". *Dunod, 1984.*

- [17] **P.P. CAMPOSTINI, G. CHITARIN, A. STELLA, G. ZOLLINO.** "Internal behaviour of large coils subject to transient voltage". *ISIEF '91*, p.p. 343 - 347.
- [18] **N. BURAI, M. AVONDO, Ph. AURIOL.** "Etude des phénomènes de choc dans les transformateurs secs moyenne tension". *R.G.E. - tome 49 - N°6 - Juin 1980*, p.p. 472 - 477.
- [19] **Q. SU, R.E. JAMES.** "Analysis of partial discharge pulse distribution along transformer windings using digital filtering techniques". *I.E.E. Proceedings-c, Vol. 139, N°5, September 1992*, p.p. 402 - 410.
- [20] **J.P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE.** "Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs haute fréquence". *R.G.E. - N° 5 92 - Mai 1992*, p.p. 36 - 46.
- [21] **J.L. GUARDADO, K.J. KORNICK.** "Effect of coil parameters on the distribution of a step-fronted surges in machine windings". *I.E.E.E., Vol 7, N° 3, September 1992*, p.p. 552 - 559.
- [22] **M.T.WRIGHT, S.J. YANG, K. Mc LEAY.** "The influence of coil and surge parameters on transient interturn voltage distribution in stator windings". *I.E.E. Proceedings, vol 130, Pt B, N°4, July 1983*, p.p. 257 - 264.
- [23] **M.T.WRIGHT, K. Mc LEAY.** "Interturn Stator Voltage Distribution Due to Fast Transient Switching of Induction Motors". *I.E.E.E. Transactions on industries applications, vol 1A-18, N°4, July August 1982*, p.p. 363 - 367.
- [24] **M.T.WRIGHT, S.J. YANG, K. Mc LEAY.** "General theory of fast fronted interturn voltage distribution in electrical machine windings". *I.E.E. Proceedings, vol 130, Pt B, N°4, July 1983*, p.p. 245 - 256.
- [25] **H. MAYER, F.J. POLLMEIER.** "Transient stresses on the interturn coil insulation of electrical machines with power rating above 1 MW". *Siemens Power Engeneering, vol IV, N°3, May June 1982*, p.p. 1 - 5.
- [26] **G.L. MOSES, R.J. ALKE.** "Studies of impulse strength and impulse testing problems on high voltage generators" *A.I.E.E., Minneapolis, june 25, 1952*, p.p. 1 - 15.
- [27] **L. KANO, T. HAKAMADA, Y. KUROSAWA, H. SUGAWARA.** "Switching surge phenomena in induction motor windings and their endurance". *Hitachi Review, vol 4, 1973, N°5*, p.p. 225 - 232.
- [28] **B.K. GUPTA, N.E. NILSON, D.K. SHARMA.** "Protection of motors against high voltage switching surge". *I.E.E.E. transaction on energy conversion, vol. 7, March 1992*, p.p. 139 - 147.
- [29] **W.J. RUDGE, R.M. WIESERT, W.W. LEWIS.** "Protection of rotative A.C. machines against travelling wave voltages due to lightning". *A.I.E.E. transactions, vol. 52, p.p. 111 - 117.*

- [30] **G. SEGUIER, F. NOTELET.** "ELECTROTECHNIQUE INDUSTRIELLE". *Technique et Documentation, Lavoisier 1977.*
- [31] **J. LESENNE, F. NOTELET, G. SEGUIER.** "INTRODUCTION A L'ELECTROTECHNIQUE APPROFONDIE". *Technique et Documentation, Lavoisier, 1981.*
- [32] **K.J. BINNS, J.P. LAURENSEN.** "ANALYSIS AND COMPUTATION OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELD PROBLEMS". *Pergamon Press, seconde édition, 1973.*
- [33] **Z. AZZOUZ, L. PIERRAT, A. FOGGIA, G. MEUNIER.** "Détermination des paramètres du schéma équivalent discrétisé des enroulements d'un transformateur". *J. Phys. III France 3 ( 1993 ) p.p. 455 - 467..*
- [34] **R. BONNEFILLE** "Réseaux électriques linéaires à constantes réparties". *Techniques de l'Ingénieur, Réseaux électriques linéaires, précis D1, N° D69, p.p. 2 - 9.*
- [35] **H. ROISSE.** "Simulation des effets des ondes de choc sur les machines électrotechniques". *Mémoire de D.E.A., Lille, 1993.*
- [36] **J. CHATELAIN.** "MACHINES ELECTRIQUES". *Traité d'électricité, éditions GEORGI, presses polytechniques romandes 1983.*
- [37] **P.L. ALGER.** "INDUCTION MACHINES". Their behavior and uses. *seconde édition, Gordon and Breach science publishers, 1970.*
- [38] **J. PICHOR.** "MACHINES ELECTRIQUES". *Tome 3, fascicule 1 : Enroulement. Masson et Cie, Editions Paris, 1965.*
- [39] **J.F. BRUDNY.** "Etude quantitative des harmoniques du couple du moteur asynchrone triphasé d'induction". *Mémoire joint au dossier de demande d'habilitation à diriger des recherches en sciences, Lille le 30 Octobre 1991, N° d'ordre H29.*
- [40] **R. GABILLARD.** "VIBRATIONS ET PHENOMENES DE PROPAGATION". *Dunod, Université Paris, 1972.*
- [41] **H. LAMBOT, D. VAN DOMMELEN.** "Le programme E.M.T.P.". *EMTP B Write Now Boston, 21-08-88.*
- [42] **F. MAEGHT, J.F. BRUDNY, L. FOSTIER.** "Study of constraints generated in induction motor windings by P.W.M. source voltage inverters ( fast front waves )". *Power Quality '92 International Conference, October 14-15, 1992 Munich Germany, Proceedings, p.p. 283 - 290.*
- [43] Documentation interne JEUMONT INDUSTRIE.

## TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS .....	2
--------------------	---

INTRODUCTION .....	3
--------------------	---

### CHAPITRE 1 CONSIDERATIONS GENERALES

I ) Caractérisation de l'onde .....	10
I.1 ) Onde de choc .....	10
I.2 ) Ondes à front raide .....	11
I.2.1 ) Signaux M.L.I. mono impulsion .....	12
I.2.2 ) Signaux M.L.I. multi impulsions .....	14
II ) Caractérisation des enroulements .....	15
II.1 ) Enroulement de type transformateur .....	17
II.1.1 ) Enroulement à une couche .....	18
II.1.1.1 ) Effets des mutuelles négligés .....	18
II.1.1.2 ) Prise en compte des mutuelles .....	19
II.1.2 ) Enroulement à plusieurs couches .....	20
II.2 ) Enroulement de type machine .....	24
II.2.1 ) Caractérisation d'une spire .....	25
II.2.2 ) Caractérisation d'une section élémentaire .....	26
II.2.2.1 ) Effets des mutuelles négligés .....	29
II.2.2.2 ) Prise en compte des mutuelles .....	29
II.2.3 ) Caractérisation d'une section .....	30
II.2.3.1 ) Effets des mutuelles négligés .....	31
II.2.3.2 ) Prise en compte des mutuelles .....	31
II.2.4 ) Caractérisation d'une armature polyphasée .....	32
II.3 ) Comparaison entre les deux types d'enroulements .....	32
III ) Calcul des éléments .....	33
III.1 ) Enroulement de type transformateur .....	34
III.1.1 ) Conducteur cylindrique .....	34
III.1.2 ) Conducteur rectangulaire .....	38
III.1.3 ) Remarque concernant la capacité spire - masse .....	39

III.1.4 ) Remarques concernant la résistance et l'inductance propre .....	40
III.2 ) Enroulement du type machine.....	41
III.2.1 ) Eléments caractérisant une spire .....	41
III.2.2 ) Eléments caractérisant une section élémentaire.....	41
III.2.3 ) Enroulement .....	43

## CHAPITRE 2

### METHODES D'ANALYSE

I ) Etude analytique .....	45
I.1 ) Configuration de base .....	45
I.2 ) Enroulement à 2 spires .....	48
I.3 ) Enroulement à 3 spires .....	50
II ) Logiciel E.M.T.P. ....	53
III ) Méthode des polynômes.....	53
III.1 ) Principe .....	53
III.2 ) Structures simples : expressions des matrices.....	56
III.2.1 ) Enroulements retenus pour l'étude analytique.....	56
III.2.2 ) Généralisation à ns spires .....	57
III.2.3 ) Formulation différente du système d'équations.....	58
III.3 ) Enroulements de type transformateur .....	60
III.3.1 ) Enroulement simple couche .....	60
III.3.1.1 ) Couplages inductifs négligés .....	61
III.3.1.2 ) Prise en compte des couplages inductifs .....	62
III.3.2 ) Enroulement de type transformateur à deux couches.....	63
III.3.2.1 ) Couplages inductifs négligés .....	64
III.3.2.2 ) Prise en compte des couplages inductifs .....	70
III.3.3 ) Généralisation à un enroulement à $n_c$ couches .....	71
III.3.4 ) Application aux enroulements à 2, 3 et 4 couches .....	80
III.4 ) Enroulements de type moteur.....	85
III.4.1 ) Section élémentaire .....	85
III.4.2 ) Section .....	87
III.4.3 ) Remarque sur les couplages inductifs .....	88
III.5 ) Arbre informatique du programme .....	89

## CHAPITRE 3

### RELEVES EXPERIMENTAUX

I ) Réalisation du système.....	92
I.1 ) Fabrication des enroulements.....	92
I.1.1 ) Enroulements de type transformateur.....	92
I.1.2 ) Enroulement de type machine.....	94
I.2 ) Présentation du générateur.....	94
I.2.1 ) Structure initiale.....	94
I.2.2 ) Influence des organes de mesure.....	95
I.2.3 ) Validation des mesures.....	96
I.2.4 ) Structure définitive.....	98
I.2.5 ) Conclusion sur la méthode de mesure.....	98
I.2.6 ) Influence du circuit extérieur.....	98
II ) Enroulements de type transformateur, tensions spire - masse, tensions entre spires.....	99
II.1 ) Enroulement à une couche.....	101
II.1.1 ) Tensions spire - masse.....	101
II.1.2 ) Tensions entre spires.....	101
II.2 ) Enroulement à deux couches.....	103
II.2.1 ) Tensions spire - masse.....	103
II.2.3 ) Tensions entre spires.....	105
II.3 ) Enroulement à trois couches.....	108
II.3.1 ) Tensions spire - masse.....	108
II.3.2 ) Tensions entre spires.....	109
II.4 ) Enroulement à quatre couches.....	111
II.4.1 ) Tensions spires - masse.....	111
II.4.2 ) Tensions entre spires.....	112
II.5 ) Enroulement à cinq couches.....	113
II.5.1 ) Tensions spire - masse.....	113
II.5.2 ) Tensions entre spires.....	113
II.6 ) Généralisation des résultats.....	114
III ) Enroulement de type transformateur, Influence des paramètres caractérisant le signal d'entrée.....	115
III.1 ) Influence du gradient de la tension d'entrée.....	115
III.1.1 ) Enroulement à deux couches.....	115
III.1.2 ) Enroulement à quatre couches.....	116
III.1.3 ) Propriétés du gradient.....	117

III.2 ) Effet de l'amplitude du front d'entrée.....	117
III.2.1 ) Enroulement à deux couches.....	117
III.2.2 ) Enroulement à quatre couches.....	118
III.2.3 ) Propriétés de l'amplitude du front d'entrée.....	119
IV ) Enroulement de type transformateur, influence des paramètres du circuit extérieur.....	119
V ) Enroulement de type transformateur, courant d'entrée.....	120
V.1 ) Enroulement simple couche.....	120
V.2 ) Enroulement à deux couches.....	122
V.3 ) Enroulements à trois et quatre couches.....	124
V.4 ) Conclusion.....	125
VI ) Enroulement de type moteur.....	125
VI.1 ) Etude au niveau d'une section élémentaire.....	125
VI.1.1 ) Essais sur une spire.....	126
VI.1.2 ) Essais sur deux spires.....	126
VI.2 ) Répartition entre les sections élémentaires.....	128
VI.3 ) Répartition au sein d'une section élémentaire.....	129

## **CHAPITRE 4**

### **ETUDE NUMERIQUE**

I ) Validation du programme.....	132
I.1 ) Configuration de base.....	132
I.2 ) Enroulement à deux spires.....	133
I.3 ) Enroulement à 3 spires.....	134
I.4 ) Enroulement à ns spires.....	134
II ) Enroulements de type transformateur.....	138
II.1 ) Valeurs des éléments.....	138
II.2 ) Enroulement à une couche.....	140
II.2.1 ) Tensions spire - masse.....	140
II.2.2 ) Tensions entre spires.....	140
II.2.3 ) Courant absorbé.....	141
II.2.4 ) Comparaison des résultats.....	142
II.2.5 ) Etablissement du courant dans les différentes spires.....	143

II.3 ) Enroulement à deux couches.....	143
II.3.1 ) Tensions spire - masse.....	143
II.3.2 ) Tensions entre spires.....	144
II.3.3 ) Courant absorbé.....	146
II.3.4 ) Comparaison des résultats.....	146
II.3.5 ) Etablissement du courant dans les différentes spires.....	147
II.4 ) Enroulement à trois couches.....	148
II.4.1 ) Tensions spire - masse.....	148
II.4.2 ) Tensions entre spires.....	149
II.4.3 ) Courant absorbé.....	149
II.4.4 ) Comparaison des résultats.....	150
III ) Simulation d'un enroulement de type moteur.....	150
III.1 ) Tensions section élémentaire - masse.....	151
III.2 ) Tensions aux bornes des sections.....	151
III.3 ) Prise en compte de la résistance série.....	152

**CHAPITRE 5**  
**REDUCTION DES SURTENSIONS**  
**MOYENS D'ACTION**

I ) Enroulement de type transformateur, influence des paramètres.....	155
I.1 ) Effet des couplages inductifs.....	155
I.1.1 ) Enroulement à une couche.....	156
I.1.2 ) Enroulement à deux couches.....	157
I.1.3 ) Impact des mutuelles sur les surtensions.....	158
I.2 ) Effets de la capacité $C_g$ .....	158
I.2.1 ) Enroulement à une couche.....	159
I.2.2 ) Enroulement à deux couches.....	160
I.2.3 ) Commentaires sur les résultats obtenus.....	162
I.3 ) Effets combinés des mutuelles et de $C_g$ .....	162
I.4 ) Effets de la capacité $C_c$ .....	163
I.4.1 ) Etude numérique.....	163
I.4.2 ) Etude expérimentale.....	164
I.5 ) Influence des paramètres caractérisant le signal d'entrée.....	166
I.5.1 ) Influence de l'amplitude.....	166
I.5.2 ) Influence du gradient.....	166

II ) Enroulement de type transformateur, moyens d'action .....	167
III ) Enroulement du type transformateur, modification du bobinage .....	168
III.1 ) Etude expérimentale.....	168
III.2 ) Etude numérique .....	170
III.3 ) Condition d'apparition des oscillations .....	173
IV ) Enroulement de type moteur.....	174
IV.1 ) Influence de la résistance série d'une section élémentaire.....	175
IV.2 ) Influence de la résistance $R_{fs}$ d'une section élémentaire.....	176
<b>CONCLUSION</b> .....	178
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	181
<b>TABLE DES MATIERES</b> .....	184

