

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

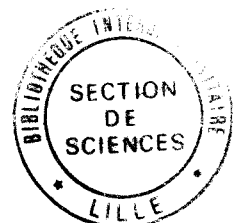
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

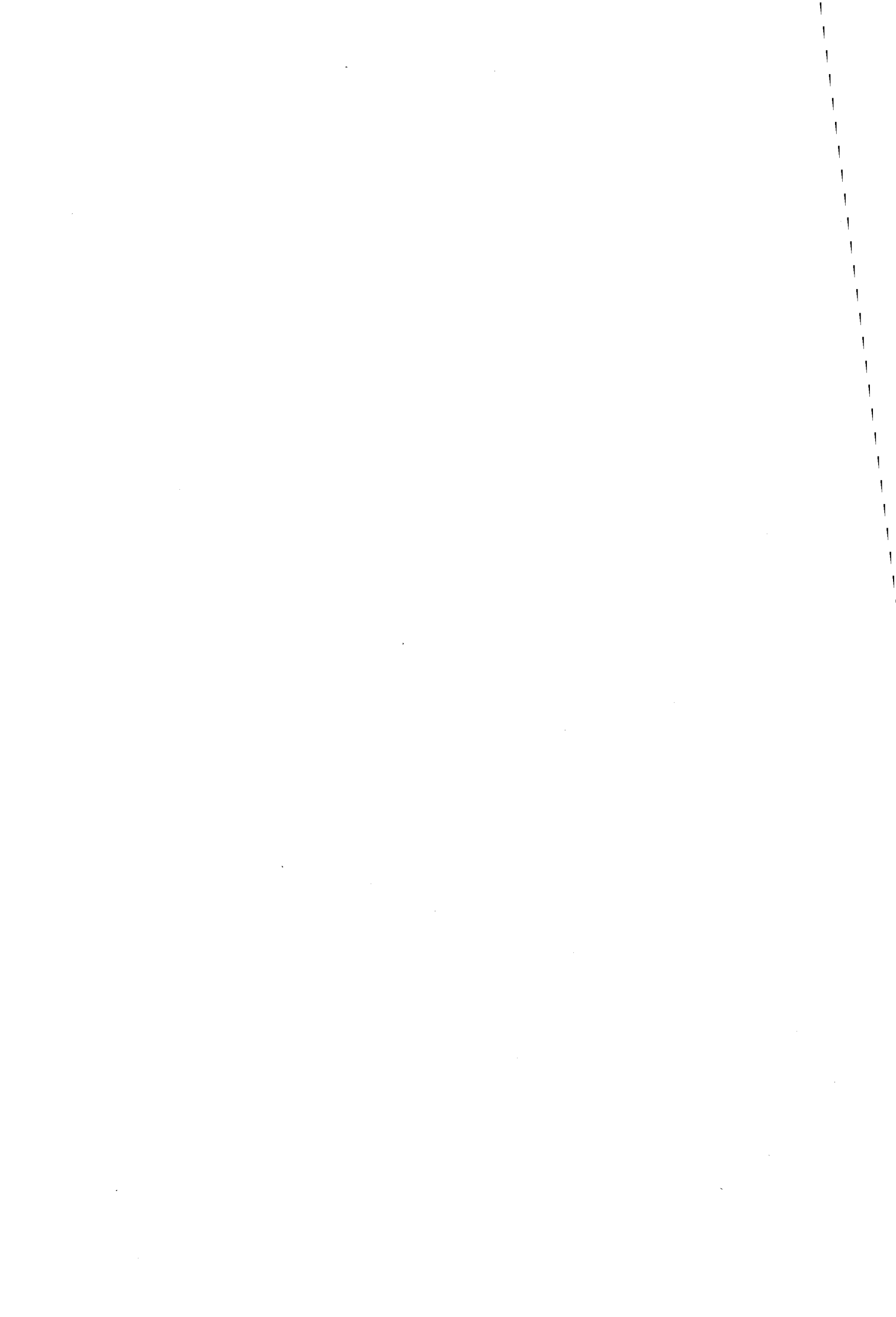
Spécialité : Lasers, Molecules, Rayonnement Atmosphérique

par

Stéphane RANDOUX

ETUDE EXPERIMENTALE ET THEORIQUE
DE LA DYNAMIQUE
DE LASERS BRILLOUIN A FIBRE OPTIQUE





SOMMAIRE

INTRODUCTION	9
CHAPITRE I : GENERALITES ET MODELISATION DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE	13
I-1 GENERALITES SUR LA DIFFUSION DE LA LUMIERE	16
I-1-1 DIFFUSION SPONTANEE	16
I-1-2 SPECTRE DE LA LUMIERE DIFFUSEE EN REGIME SPONTANE	18
I-1-3 DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE	21
I-3-1-a Calcul du décalage Stokes	21
I-3-1-b Amplification Brillouin	23
I-1-4 DIFFUSION DE LA LUMIERE DANS LES FIBRES OPTIQUES MONOMODES	25
I-2 MODELISATION DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE DANS LES FIBRES OPTIQUES	30
I-2-1 APPROXIMATIONS ET ORDRES DE GRANDEUR	30
I-2-2 LES EQUATIONS DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE	34
I-2-2-a Equation d'évolution de l'onde électromagnétique	35
I-2-2-b Equation d'évolution de l'onde matérielle	36
I-2-2-c Les équations du modèle à trois ondes	38
I-2-2-d Normalisation	40
I-2-3 LES MODELES DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE ...	42
I-2-3-a Le modèle d'intensités	43
I-2-3-b Le modèle cohérent	45

CHAPITRE II : ETUDE DE LA STABILITE D'UN LASER BRILLOUIN EMETTANT UNE SEULE COMPOSANTE STOKES	47
II-1 COMPORTEMENTS ANTERIEUREMENT OBSERVES ET EQUATIONS DU LASER BRILLOUIN	50
II-1-1 DYNAMIQUE DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE: ETAT DE L'ART	50
II-1-1-a Dynamique de la DBS dans les fibres et les résonateurs Pérot-Fabry de faible coefficient de qualité	51
II-1-1-b Dynamique des lasers Brillouin	56
II-1-2 LES EQUATIONS DU LASER BRILLOUIN	63
II-1-2-a Conditions de bouclage dans un oscillateur en anneau	64
II-1-2-b Système résonant: solutions stationnaires et calcul du seuil	65
II-1-2-c Système non résonant: miroir Brillouin hors accord de phase	72
II-1-2-d Régimes impulsionnels et solitons supraluminiques ...	75
II-2 COMPORTEMENT D'UN LASER BRILLOUIN EMETTANT UNE UNIQUE COMPOSANTE STOKES	79
II-2-1 PRESENTATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL	80
II-2-2 COMPORTEMENT DU LASER SOUMIS A UN BALAYAGE DE LA PUISSANCE ET DE LA FREQUENCE DE POMPE	85
II-2-2-a Balayage de la puissance de pompe	85
II-2-2-b Balayage de la fréquence de pompe	88
II-2-2-c Discussion	91
II-2-3 INFLUENCE DE LA LONGUEUR SUR LA STABILITE DES LASERS BRILLOUIN	92
II-2-4 CONCLUSION ET PERSPECTIVES	97

CHAPITRE III : DYNAMIQUE D'UN LASER BRILLOUIN EMETTANT DEUX COMPOSANTES STOKES	99
III-1 RESULTATS EXPERIMENTAUX	102
III-2 MODELISATION ET RESULTATS THEORIQUES	107
III-2-1 LE MODELE A CINQ ONDES DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE	108
III-2-2 SOLUTIONS STATIONNAIRES	112
III-2-3 CALCUL DU SEUIL	117
III-3 RESULTATS NUMERIQUES	119
III-3-1 COMPORTEMENTS DYNAMIQUES DU LASER	119
III-3-2 NATURE DES BIFURCATIONS	124
III-3-3 MECANISMES D'INTERACTION ENTRE LES ONDES OPTIQUES	127
III-3-3-a Régime périodique	129
III-3-3-b Régime quasi-périodique	131
III-3 CONCLUSION ET DISCUSSION SUR LE MODELE A CINQ ONDES	135
III-3-1 COMPORTEMENT DU LASER A HAUT NIVEAU DE POMPAGE	136
III-3-1 INFLUENCE DE LA LONGUEUR SUR LE COMPORTEMENT DU LASER	139

CHAPITRE IV : DYNAMIQUE D'UN LASER BRILLOUIN EMETTANT TROIS COMPOSANTES STOKES	141
IV-1 RESULTATS EXPERIMENTAUX	144
IV-2 MODELISATION ET RESULTATS THEORIQUES	149
IV-2-1 LE MODELE A SEPT ONDES DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE	150
IV-2-2 CALCUL DU SEUIL	157
IV-3 RESULTATS NUMERIQUES	162
IV-3-1 DIAGRAMMES DE BIFURCATIONS ET COMPORTEMENTS DYNAMIQUES DU LASER	163
IV-3-2 MECANISMES D'INTERACTION ENTRE LES ONDES OPTIQUES	170
IV-4 SYNTHESE ET DISCUSSION	176
IV-4-1 COMPARAISON ENTRE RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX	177
IV-4-2 DISCUSSION	182
CONCLUSION	183
ANNEXES	189
ANNEXE I : PRESENTATION DU LASER SAPHIR-TITANE	191
ANNEXE II : CALCUL DES SOLUTIONS STATIONNAIRES DU MODELE A CINQ ONDES	195
ANNEXE III : CALCUL DES ECARTS EN FREQUENCE ENTRE LES DIVERSES ONDES ACOUSTIQUES	199
BIBLIOGRAPHIE	203

INTRODUCTION

Le laser est sans aucun doute une invention qui a révolutionné le monde de l'optique moderne. Son avènement, dans les années 1960, a conduit à la découverte de nouveaux processus d'interaction entre le rayonnement et la matière. De nouvelles branches de recherche telles que l'optique non linéaire et la physique du laser se sont alors rapidement développées et ont connu un essor qui n'a cessé de s'affirmer depuis [Haken, 1985 ; Shen, 1984].

D'un point de vue très schématique, c'est toujours sur l'interaction entre un matériau actif et les ondes électromagnétiques se propageant dans une cavité que repose le principe de fonctionnement d'un laser [Siegman, 1986]. Dans la plupart des cas, le milieu actif est constitué d'un système d'atomes ou de molécules en état "d'inversion de population". Son rôle est d'amplifier de manière cohérente un rayonnement de fréquence déterminée, ce qui permet finalement de générer un faisceau présentant des qualités remarquables sur les plans de la directivité, de la pureté spectrale et de l'intensité délivrée.

Même s'ils sont extrêmement répandus, les lasers à inversion de population ne constituent pas la seule classe de générateurs de rayonnement optique cohérent. En fait, ce type de source peut également fonctionner à partir d'autres mécanismes permettant l'amplification de la lumière. Les processus de diffusion stimulée -en particulier Raman et Brillouin- en fournissent une bonne illustration. Avant d'en arriver à un développement important des lasers Raman et Brillouin, il fallut cependant attendre une nouvelle mutation technologique majeure de l'optique moderne. Celle-ci se produisit au début des années 1970 avec l'apparition de fibres optiques présentant une faible atténuation (quelques dB/km). Ceci conduisit non seulement à une révolution dans le domaine des télécommunications mais aussi à l'émergence d'un nouveau champ de recherche: l'optique non linéaire guidée. L'importance des longueurs d'interaction dans les fibres permet, entre autres, d'observer rapidement les processus Raman et Brillouin stimulés [Stolen *et al*, 1972; Ippen *et al*, 1972] puis, par la suite, de réaliser des lasers Raman et Brillouin présentant un seuil relativement bas [Hill *et al*, 1976-a-b].

De façon générale, les lasers présentent une grande variété de comportements dynamiques et sont souvent assez aisément modélisables. En ce qui concerne les lasers à inversion de population, c'est le modèle dit "semi-classique" qui est couramment admis pour rendre compte des comportements observés. Sans entrer dans les détails, rappelons simplement que celui-ci est obtenu en considérant que, dans la cavité, interagissent un champ

électromagnétique décrit par les équations de Maxwell et un milieu matériel décrit de manière quantique. Pour des dispositifs tels que le laser Brillouin, la situation est différente et c'est un traitement purement classique qui conduit aux équations décrivant la dynamique du système. Quoiqu'il en soit, dans de nombreux cas, les modèles élaborés reproduisent de manière globalement correcte les comportements observés expérimentalement. Une interaction étroite entre expérience et théorie s'est ainsi établie et a amené le laser au rang d'outil privilégié pour l'étude des phénomènes irréguliers et instables. Les comportements que l'on observe dans les lasers présentent certaines propriétés universelles que l'on peut également retrouver dans d'autres systèmes dynamiques appartenant à des domaines aussi divers que la chimie, la biologie, la météorologie ou l'économie [Bergé *et al*, 1988]. A l'heure actuelle, les problèmes relatifs au comportement des lasers se situent au foyer d'une activité scientifique importante et c'est dans ce contexte que s'inscrit notre étude de la dynamique d'un laser Brillouin.

Le premier chapitre de cette thèse revêt un caractère introductif. Quelques notions de base concernant la diffusion Brillouin stimulée y sont d'abord rappelées. Les équations fondamentales décrivant l'évolution de l'onde électromagnétique et de l'onde matérielle sont ensuite établies. Enfin, les modèles habituellement rencontrés pour décrire la dynamique de la diffusion Brillouin stimulée sont présentés.

Dans le second chapitre, c'est l'étude de la dynamique du laser Brillouin émettant une unique composante Stokes qui est abordée. Pour cela, nous procédons en deux temps et commençons par présenter une synthèse des comportements antérieurement observés dans ce genre de laser. Nous en arrivons ensuite à la description des résultats que nous avons obtenus lors d'une étude expérimentale du comportement de ce système. L'interprétation des phénomènes observés repose sur une analyse modale qui nous amène finalement à la construction d'un diagramme portant l'accent sur l'influence de la longueur de la fibre sur la stabilité du laser Brillouin.

Le troisième et le quatrième chapitre de cette thèse sont respectivement consacrés à l'étude de la dynamique du laser Brillouin émettant deux et trois composantes Stokes. Suivant un plan commun aux deux chapitres, ce sont d'abord les résultats expérimentaux qui sont présentés. La modélisation du système est ensuite abordée et les résultats analytiques sont présentés. Finalement, la dynamique du laser est étudiée au moyen de simulations numériques.

CHAPITRE I

*Généralités et modélisation de la
diffusion Brillouin stimulée*

L'objet de ce premier chapitre est de rappeler quelques notions de base concernant la diffusion Brillouin stimulée. Dans un premier temps, nous nous contenterons de considérations essentiellement qualitatives. Nous resituerons tout d'abord les caractéristiques de la diffusion Brillouin par rapport à celles des autres processus de diffusion. Puis, nous en viendrons à une description plus précise de l'effet Brillouin. En particulier, nous calculerons la fréquence de l'onde Stokes diffusée et, à l'aide d'un modèle très simple, nous évoquerons les mécanismes de l'amplification Brillouin. Finalement, nous décrirons ce qu'il advient des divers processus de diffusion lorsque ceux-ci se produisent au sein d'une fibre optique monomode.

Ceci étant fait, nous en arriverons à la modélisation de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques. Nous commencerons par rappeler quelques ordres de grandeur qui nous permettront de cerner l'importance des divers effets pouvant venir se conjuguer au phénomène considéré. Les équations générales décrivant l'évolution des ondes électromagnétique et matérielle seront ensuite établies et la description de la diffusion Brillouin stimulée sera rapidement restreinte au cadre habituel d'un modèle prenant en compte l'apparition d'une unique composante Stokes. Finalement, nous terminerons ce chapitre par une discussion portant sur le domaine de validité des deux modèles couramment rencontrés: le modèle d'intensités et le modèle cohérent.

I-1 GENERALITES SUR LA DIFFUSION DE LA LUMIERE

I-1-1 Diffusion spontanée

Lorsqu'il traverse un milieu diélectrique transparent, un rayonnement lumineux de faible intensité est inévitablement diffusé. Toute la lumière ne demeure plus confinée dans la direction du faisceau incident mais une faible part de celle-ci est alors rayonnée dans toutes les directions de l'espace. L'apparition d'un tel phénomène est imputable aux fluctuations d'origine thermique de l'indice de réfraction du milieu. Lorsque ces fluctuations d'indice sont causées par des vibrations moléculaires, on parle de diffusion Raman. La dénomination de "diffusion Rayleigh" englobe quant à elle deux contributions essentielles:

- la diffusion "Rayleigh centrale" ("Rayleigh-center scattering") causée par tous les processus se situant à l'origine des fluctuations d'entropie se produisant localement au sein du milieu (collisions, frictions, transports de chaleur)

- la diffusion "Rayleigh d'aile" ("Rayleigh-wing scattering") liée aux fluctuations d'orientation des molécules.

Enfin, des ondes acoustiques, se propageant dans le milieu à l'équilibre thermique, induisent l'apparition de la diffusion Brillouin.

Si l'intensité des rayonnements optiques est très faible, le régime de diffusion de la lumière est dit spontané. Le traitement de l'interaction rayonnement-matière est alors quantique et le principe de chacun des processus de diffusion peut être schématisé de façon simple (Fig. I-1). Dans le cas de la diffusion Raman spontanée, un photon incident de fréquence V_p est diffusé en un photon de fréquence V_s , la différence d'énergie $h(V_p - V_s) = hV_0$ étant absorbée par le centre diffuseur du matériau (Fig. I-1-a). L'excitation du milieu moléculaire se traduit de manière générale par un changement d'état vibrationnel. La fréquence V_s est appelée fréquence Stokes, elle est inférieure à la fréquence incidente d'une quantité égale à la fréquence d'un phonon optique.

Le principe de la diffusion Brillouin spontanée est analogue à celui de la diffusion Raman. Dans ce cas cependant, l'annihilation d'un photon de pompe est compensée par la création d'un photon Stokes et d'un phonon de fréquence acoustique. Les diffusions Brillouin et Raman spontanées peuvent également se produire lorsque le système diffuseur est initialement

dans un état excité. Celui-ci effectue alors une transition vers un niveau d'énergie inférieure (Fig. I-1-b) et le spectre de la lumière diffusée contient des fréquences anti-Stokes supérieures à la fréquence d'excitation:

$$\nu_{as} = \nu_p + \nu_0.$$

Finalement, la diffusion Rayleigh spontanée est un processus de diffusion élastique de la lumière. Un photon de fréquence ν_p (faible devant les fréquences de résonance du milieu) est diffusé en un photon de fréquence identique, le centre diffuseur demeurant dans le même état d'énergie à l'issue de l'interaction (Fig. I-1-c).

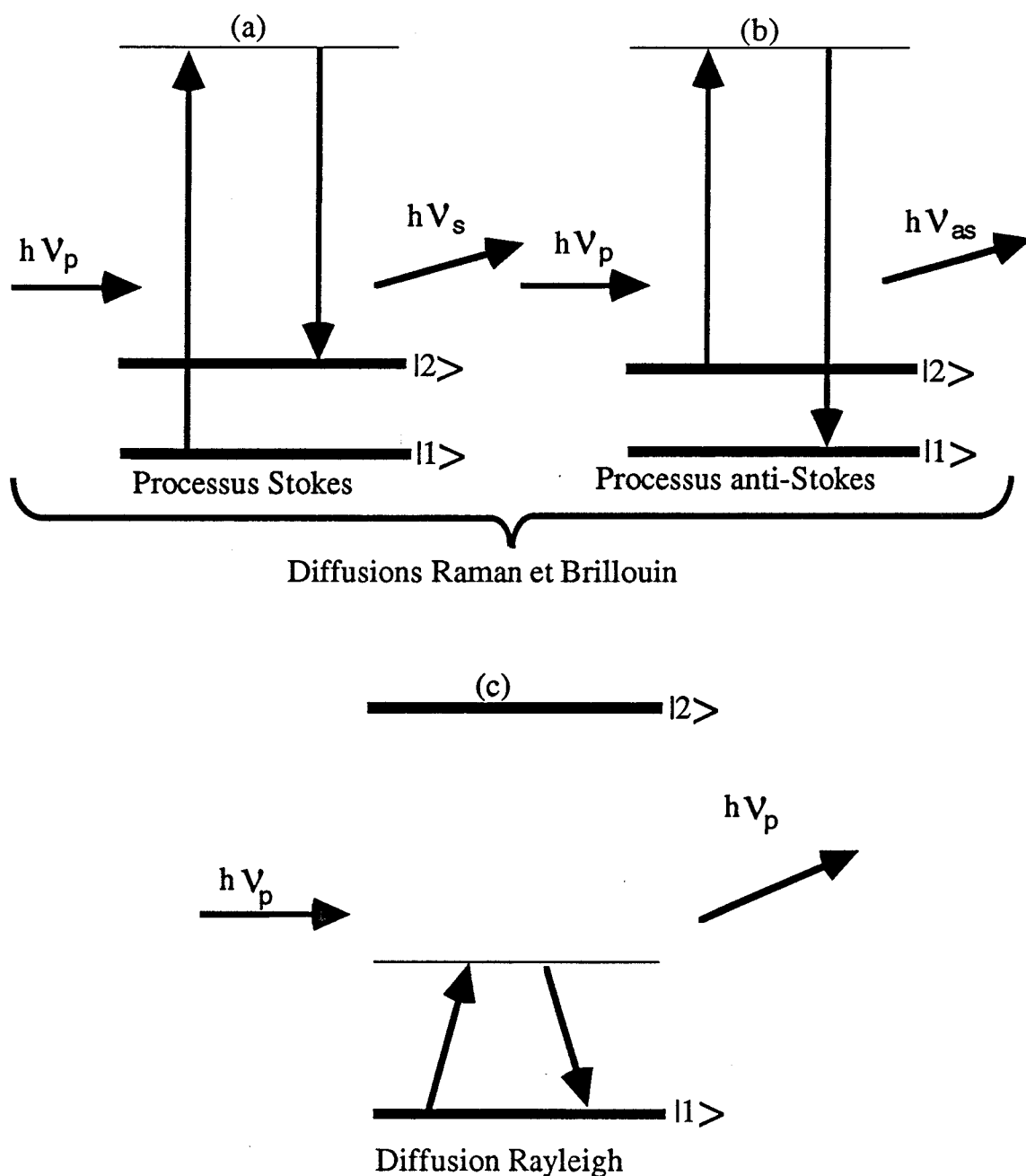


Fig. I-1: Diffusion spontanée d'un photon incident de fréquence ν_p

I-1-2 Spectre de la lumière diffusée en régime spontané

La figure I-2 représente de façon schématique le spectre du rayonnement diffusé dans une direction donnée lorsqu'un faisceau lumineux de faible intensité traverse un milieu moléculaire transparent. De ce spectre peuvent être tirées trois informations caractérisant chacun des mécanismes de diffusion précédemment décrits:

- le décalage V_0 de la fréquence V_s (ou V_{as}) d'un photon diffusé par rapport à la fréquence V_p d'un photon incident,
- la largeur spectrale ΔV du rayonnement diffusé,
- la section efficace différentielle de diffusion $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ par unité d'angle solide d'un photon de fréquence V_p en un photon de fréquence V_s .

Pour chacun des processus de diffusion, les ordres de grandeur caractérisant ces trois quantités sont rassemblés dans le tableau (I-1).

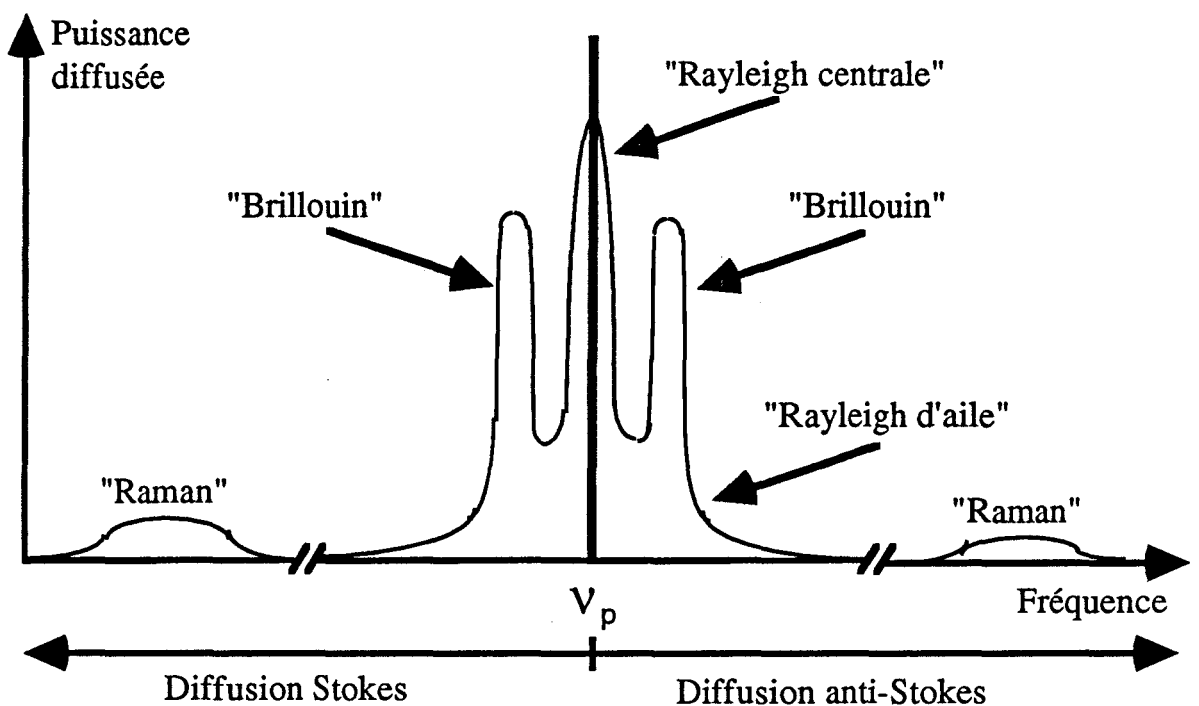


Fig. I-2: Répartition spectrale de la puissance diffusée en régime spontané

Dans les milieux moléculaires, le décalage Raman est fixé par les fréquences des transitions vibrationnelles du milieu; il est de l'ordre de plusieurs centaines de cm^{-1} . Ces transitions vibrationnelles étant nombreuses dans les cristaux ou les molécules polyatomiques, le spectre de diffusion Raman est généralement très riche. Il est en outre à noter que l'intensité de la lumière Raman anti-Stokes est de plusieurs ordres de grandeur inférieure à celle émise à la fréquence Stokes. Ceci s'interprète facilement lorsqu'on sait que l'intensité des raies est proportionnelle à la population du niveau initial du processus de diffusion et qu'à l'équilibre thermique, la population du niveau $|2\rangle$ est plus faible que celle du niveau

$|1\rangle$ d'une quantité égale au facteur de Boltzmann $\exp\left(\frac{-h\nu_0}{kT}\right)$. Comme nous le verrons par la suite, le décalage en fréquence associé à la diffusion Brillouin dépend de la direction d'observation mais il n'excède toutefois jamais le cm^{-1} . Les niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$ sont donc peuplés de façon pratiquement identique à l'équilibre thermique et les raies Brillouin Stokes et anti-Stokes présentent de ce fait des intensités comparables.

Processus de diffusion	Décalage en fréquence ν_0 (cm^{-1})	Largeur de raie $\Delta\nu$ (cm^{-1})	Section efficace (cm^{-1})	Facteur de gain (m/W)
Raman	1000	5	10^{-7}	$5 \cdot 10^{-11}$
Rayleigh-centrale	0	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-7}$	10^{-12}
Rayleigh d'aile	0	1	10^{-6}	10^{-11}
Brillouin	1	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-6}	10^{-10}

Tableau I-1: Ordres de grandeurs typiques caractérisant les divers processus de diffusion apparaissant dans des milieux moléculaires denses [d'après Kaiser et al, 1972]

Chacune des raies de diffusion présente une largeur spectrale $\Delta\nu$ non nulle dont l'existence est liée à un amortissement de l'excitation matérielle mise en jeu (ou d'une durée de vie τ finie du quantum associé). Si cet amortissement est exponentiel, la raie correspondante présente une forme Lorentzienne et sa largeur totale à mi-hauteur vaut:

$$\Delta\nu = \frac{1}{\pi\tau} \quad (\text{I-1})$$

Comme le montre le tableau (I-1), la diffusion Brillouin et la diffusion Rayleigh centrale sont des effets à bande étroite ($\Delta\nu < 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$). Les effets Raman et "Rayleigh-wing" étant caractérisés par des temps de relaxation très courts (suivant les milieux 10^{-10} à 10^{-12} s), leur spectre est en revanche généralement très étalé.

La section efficace différentielle de diffusion $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ traduit l'efficacité du processus de diffusion spontanée. Elle peut être calculée à partir de l'Hamiltonien d'interaction entre rayonnement et centre diffuseur. Sa définition est fournie par la relation:

$$\frac{dP_s}{dz} = P_p \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \Delta\Omega \quad (\text{I-2})$$

où P_p représente la puissance du rayonnement incident. P_s est la puissance diffusée dans l'angle solide $\Delta\Omega$ supposé petit et dz est la longueur élémentaire d'interaction entre la lumière et la matière. Même pour des milieux assez condensés, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ n'excède jamais 10^{-6} cm^{-1} . Autrement dit, après propagation au travers d'un centimètre de milieu diffuseur, seul un millionième de l'énergie incidente aura été diffusée. Cependant, comme nous allons le voir dans le prochain paragraphe, stimulés par un rayonnement laser suffisamment intense, les processus de diffusion peuvent devenir beaucoup plus efficaces.

I-1-3 Diffusion Brillouin stimulée

Lorsque le matériau est éclairé par un faisceau laser de puissance élevée, les variations d'indice sont induites par le rayonnement lumineux lui-même et les processus de diffusion deviennent stimulés. La lumière est alors généralement diffusée (ou rétro-diffusée) en un faisceau de faible divergence angulaire ayant une direction voisine de celle du faisceau de pompe. L'efficacité de conversion de la lumière incidente en lumière diffusée peut être importante et atteindre plusieurs dizaines de pour-cent. Finalement, le spectre de la lumière émise de façon stimulée est composé de raies dont la largeur est moins importante qu'en régime de diffusion spontanée ("line-narrowing").

Si ces caractéristiques sont très générales et représentatives de tous les processus de diffusion stimulée, nous nous limiterons ici à une description détaillée de la seule diffusion Brillouin. Pour cela nous procéderons en deux temps. Tout d'abord, nous calculerons le décalage entre la fréquence Stokes et la fréquence de l'onde de pompe. Puis, nous introduirons de façon phénoménologique un modèle très simple qui nous permettra d'évoquer les mécanismes de l'amplification Brillouin.

I-1-3-a Calcul du décalage Stokes

Dans le cas précis de la diffusion Brillouin stimulée, le décalage V_a entre la fréquence V_s de l'onde Stokes et la fréquence V_p de l'onde de pompe peut être déterminé à partir des bilans énergétiques et impulsionnel régissant l'interaction d'un photon de pompe (V_p, \vec{k}_p), d'un photon diffusé (V_s, \vec{k}_s) et d'un phonon acoustique (V_a, \vec{k}_a). Ceux-ci s'écrivent respectivement:

$$V_p = V_s + V_a \quad (\text{I-3-a})$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_a. \quad (\text{I-3-b})$$

Les relations de dispersion caractérisant la propagation de chacune des ondes s'écrivent:

$$k_a = 2\pi \frac{V_a}{c_s} \quad (\text{I-4-a})$$

$$k_p = 2\pi \frac{n V_p}{c} \quad (\text{I-4-b})$$

$$k_s = 2\pi \frac{n V_s}{c} \quad (\text{I-4-c})$$

où c_s et $\frac{c}{n}$ représentent respectivement les vitesses du son et de la lumière dans le matériau d'indice n .

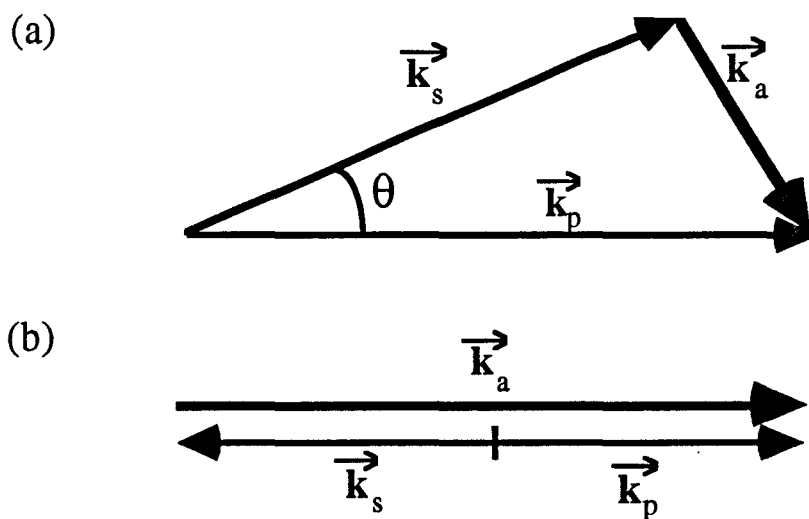


Fig. I-3: Diagrammes de conservation de l'impulsion lors d'un processus de diffusion Stokes:

- (a) angle θ d'observation quelconque
- (b) $\theta = \pi$. Diffusion dans un milieu unidirectionnel.

Si la diffusion Brillouin est observée dans une direction particulière définie par l'angle θ représenté sur la figure I-3-a, alors:

$$k_a^2 = k_p^2 + k_s^2 - 2 k_p k_s \cos \theta \quad (\text{I-5})$$

En éliminant V_s , on aboutit à une équation du second degré en V_a dont la seule solution positive au premier ordre en $\frac{n c_s}{c}$ ($\approx 10^{-5}$) est:

$$V_a = 2 V_p \frac{n c_s}{c} \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{I-6})$$

Le décalage en fréquence de l'onde Stokes étant nul lorsque $\theta=0$, la diffusion Brillouin vers l'avant et dans l'axe du faisceau de pompe n'est généralement pas observable. C'est en revanche vers l'arrière, toujours dans l'axe du faisceau incident ($\theta=\pi$), que le décalage Stokes est maximum et vaut:

$$V_a = 2 V_p \frac{n c_s}{c} \quad (\text{I-7})$$

Dans ce cas, le sens de propagation du photon pompe et du phonon acoustique est opposé à celui du photon Stokes (Fig. I-3-b) et on a:

$$\vec{k}_a \approx 2 \vec{k}_p \quad (\text{I-8})$$

En d'autres termes, la longueur d'onde acoustique λ_a est toujours au moins deux fois plus courte que la longueur d'onde dans le vide λ_p du laser de pompe:

$$\lambda_a \approx \frac{\lambda_p}{2n} \quad (\text{I-9})$$

Ceci peut avoir des conséquences importantes, notamment lorsque la propagation des ondes optiques est guidée. Une fibre optique monomode peut ainsi se comporter comme un guide d'ondes acoustiques multimode.

I-1-3-b Amplification Brillouin

Envisageons la situation dans laquelle le matériau est simultanément éclairé par une onde sonde de fréquence V_L et une onde de fréquence V_p provenant d'un laser de pompe. Pour des raisons de simplicité, nous considérerons uniquement la configuration dans laquelle les deux ondes se propagent suivant une même direction (notée z) et selon des sens opposés (cf. Fig. I-4: configuration de gain maximum). Si la fréquence V_L des photons sonde est voisine de la fréquence Stokes V_s , un photon V_L peut être émis de façon stimulée dans le mode de l'onde sonde, une amplification de la sonde s'effectuant ainsi aux dépens de la pompe.

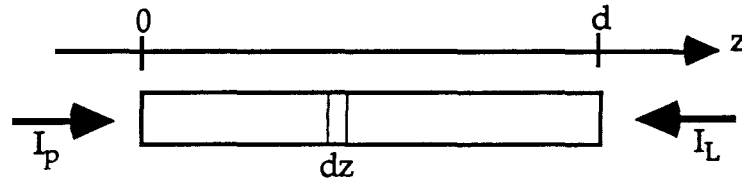


Fig. I-4: Diffusion Brillouin stimulée : configuration d'une expérience de type "pompe-sonde"

Dans l'expérience proposée, un élément de matière de longueur dz (dz étant aussi petite qu'on le souhaite) est simultanément éclairé par les rayonnements pompe et sonde d'intensités respectives $I_p(z)$ et $I_L(z)$. A l'issue de l'interaction le long de l'intervalle dz , l'intensité $I_L(z)$ aura augmenté d'une quantité $dI_L(z)$ proportionnelle à la fois à $I_p(z)$, $I_L(z)$ et dz . En revanche, l'intensité de pompe aura été atténuée d'une quantité $dI_p(z)$ égale en valeur absolue à $dI_L(z)$. Les deux rayonnements se propageant en sens opposés, on peut écrire:

$$\frac{dI_p(z)}{dz} = -g_B I_p(z) I_L(z) \quad (\text{I-10-a})$$

$$\frac{dI_L(z)}{dz} = -g_B I_p(z) I_L(z) \quad (\text{I-10-b})$$

Si l'on considère de plus que l'intensité du faisceau de pompe est suffisamment élevée pour ne pas varier de manière significative lors de l'interaction ($I_p(z) = \text{Cte}$), l'intégration de l'équation (I-10-b) montre que l'intensité I_L de l'onde de sonde croît exponentiellement avec la longueur d'interaction:

$$I_L(z=0) = I_L(z=d) \exp(g_B I_p(z=0) d) \quad (\text{I-11})$$

Le paramètre g_B est appelé coefficient de gain; il caractérise l'efficacité de la diffusion Brillouin stimulée et vaut typiquement 10^{-10} m/W. Dans la plupart des matériaux moléculaires, cette valeur est bien plus élevée que celle caractérisant les autres mécanismes de diffusion (voir tableau I-1), ce qui rend souvent l'effet Brillouin prédominant. Par ailleurs, l'efficacité de conversion de la diffusion Brillouin stimulée est généralement importante, l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un pouvant atteindre plus de 90% de l'intensité laser incidente [Bret *et al*, 1966; Maier *et al*, 1966].

Il faut toutefois remarquer que le domaine de validité de l'analyse précédemment effectuée demeure limité. Tout d'abord, la diffusion Brillouin stimulée a été traitée comme un phénomène indépendant du temps. De plus, on a considéré qu'il s'agissait là du processus de diffusion stimulée présentant le gain le plus important. Ceci n'est vrai que dans la mesure où la largeur spectrale ΔV_p du rayonnement de pompe est faible devant la largeur ΔV_B de la raie Stokes. Si ΔV_p devient comparable à ΔV_B , la valeur effective du gain Brillouin est réduite de façon substantielle. En fait, dans le cas particulier où le spectre du rayonnement de pompe est Lorentzien, on montre que la valeur \tilde{g}_B prise par le gain Brillouin devient [Lichtman *et al*, 1987]:

$$\tilde{g}_B = \frac{\Delta V_B}{\Delta V_B + \Delta V_p} g_B$$

De la même façon, on observe une réduction du gain Brillouin lorsque le laser de pompe émet des impulsions dont la durée est plus courte que le temps de relaxation du processus de diffusion (ou dont la largeur spectrale devient supérieure à la largeur ΔV_B de la raie de diffusion). Dans ces conditions, un autre effet de gain plus important (généralement Raman) devient prépondérant.

Notons finalement que dans la pratique, l'emploi du seul rayonnement de pompe permet d'observer la diffusion Brillouin stimulée. Le processus naît en quelque sorte "de lui même" (sans qu'il y ait besoin d'utiliser une sonde) grâce aux fluctuations d'origine thermique de la densité du matériau. Dans ces conditions, la fréquence du rayonnement rétrodiffusé correspond à la fréquence centrale de la raie Stokes.

I-1-4 Diffusion de la lumière dans les fibres optiques monomodes

Nous nous sommes jusqu'à présent attachés à décrire les divers mécanismes de diffusion apparaissant lorsqu'un faisceau lumineux traverse un milieu diélectrique transparent a priori non optiquement guidant. L'objet du présent paragraphe est de décrire la façon dont sont affectés et caractérisés ces différents processus lorsque la lumière se propage à l'intérieur d'une structure guidante, concrètement une fibre monomode à saut d'indice. Dans ce cas, la propagation des ondes optiques n'est plus

possible que selon une unique direction que nous noterons z . C'est de ce fait par transmission, en sortie de fibre que l'on observera la lumière diffusée dans le sens de l'onde de pompe. Inversement, la lumière rétrodiffusée sera détectée en réflexion, à l'entrée de la fibre.

Dans une fibre à coeur de silice, la diffusion Rayleigh, essentiellement causée par les fluctuations d'orientation des molécules SiO_2 , est un mécanisme responsable de l'atténuation des rayonnements optiques. Les pertes induites par diffusion Rayleigh évoluent en λ_p^{-4} et apportent donc une contribution au spectre d'atténuation de la fibre s'étendant jusqu'aux fenêtres de transmission utilisées en télécommunications. A $1.55 \mu\text{m}$, la diffusion Rayleigh est en effet le facteur se situant à l'origine des pertes ultimes de guidage [Nagel *et al*, 1985]. Le spectre Raman de la lumière diffusée par une fibre est, quant à lui, extrêmement large. La bande Stokes de gain Raman s'étale en effet de façon continue sur un intervalle large de 40 THz ($\approx 1300 \text{ cm}^{-1}$). Ce comportement est très différent de celui que l'on peut observer dans les milieux cristallins qui présentent un spectre Raman constitué de raies de fréquences bien distinctes. Toutefois, il ne faut pas oublier que la silice fondue est un matériau amorphe présentant de nombreuses transitions vibrationnelles se recouvrant mutuellement et créant ainsi le continuum précédemment décrit. Le maximum de la courbe de gain Raman est décalé d'approximativement 13 THz (440 cm^{-1}) par rapport à la fréquence du laser de pompe et le coefficient de gain vaut alors environ 10^{-13} m/W [Stolen, 1980]. Cette valeur est plus de 100 fois plus faible que celle caractérisant la diffusion Brillouin ($g_B \approx 5.10^{-11} \text{ m/W}$) ce qui rend ce dernier effet largement dominant, tout au moins dans la mesure où le laser de pompe émet un rayonnement de largeur spectrale suffisamment étroite (typiquement de l'ordre du MHz). Si le mécanisme de pompage est impulsif et si la durée des impulsions est plus courte que la dizaine de nanosecondes, c'est la diffusion Raman stimulée qui viendra supplanter l'effet Brillouin.

Nous allons maintenant décrire de façon plus précise les caractéristiques spectrales du rayonnement Brillouin rétrodiffusé par une fibre optique. La raie Stokes est décalée par rapport à la fréquence du laser de pompe d'une quantité V_a fixée par la relation (I-7). Sachant que la vitesse c_s du son dans la silice (d'indice $n=1.45$) est de 5960 m/s, V_a vaut 21 GHz si,

comme dans nos expériences, la longueur d'onde de pompage est de 800 nm.

Comme nous l'avons déjà mentionné, une fibre optique monomode s'avère généralement acoustiquement guidante. La propagation des ondes acoustiques selon les modes propres du guide est alors caractérisée par des vecteurs de propagation \vec{q} ayant des directions bien déterminées et voisines de l'axe z de la fibre [Thomas *et al*, 1979]. De façon rigoureuse, la condition (I-3-b) de conservation de l'impulsion, écrite pour un milieu d'extension transverse infinie, doit être revue. On est alors amené à considérer la projection $q_{//}$ de chaque vecteur \vec{q} selon la direction z et la fréquence Stokes n'est de ce fait plus unique. La raie Stokes est en réalité constituée d'un ensemble de composantes Lorentziennes, chacune de ces composantes résultant de la diffusion de la lumière par un mode acoustique particulier du guide. Notons par ailleurs que dans les ailes de cette raie Stokes, on découvre une autre composante (voir Fig. I-5) nettement moins intense et résultant de la diffusion de la lumière incidente au sein de la gaine optique. Toutes ces considérations sont cependant de nature subtile et dans la pratique, on se contente d'admettre que le rayonnement Stokes rétrodiffusé par la fibre est une simple Lorentzienne.

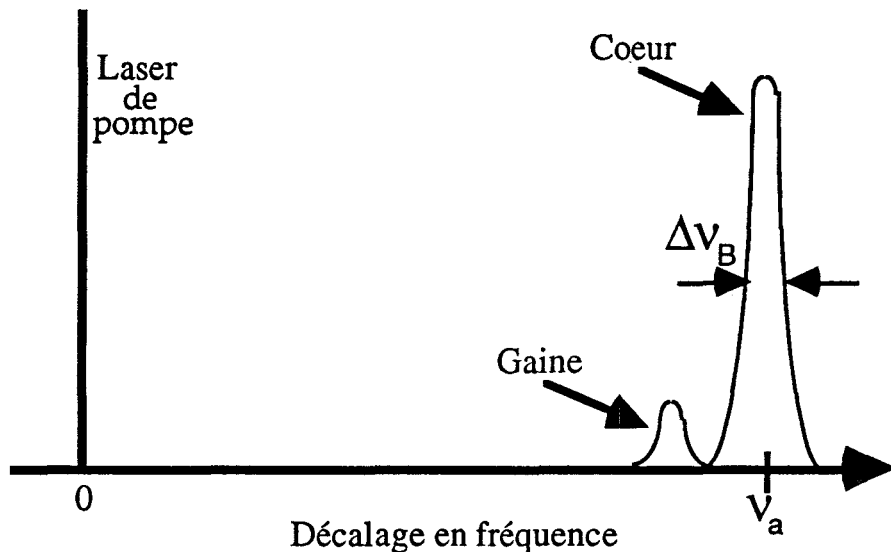


Fig. I-5: Représentation schématique du spectre de la lumière Brillouin rétrodiffusée par une fibre monomode (d'après [Thomas *et al*, 1979])

La source de pompage utilisée pour les mesures spectroscopiques de la largeur de gain Brillouin est généralement le laser à argon ionisé ($\lambda_p=514.5$ nm). Des études réalisées à la fois sur des fibres optiques à coeur de silice pure [Thomas *et al*, 1979] et sur des échantillons massifs de silice [Pelous *et al*, 1975] montrent que la pleine largeur à mi-hauteur ΔV_B de cette courbe vaut alors 150 MHz. Cette valeur n'est toutefois pas indépendante de la longueur d'onde du laser de pompe. Tout comme le décalage Brillouin, elle diminue lorsque λ_p augmente et la relation liant ΔV_B à λ_p dépend évidemment du matériau considéré. Dans le cas de la silice fondue, des mesures effectuées par Heiman *et al* montrent que ΔV_B est proportionnel à $\lambda_p^{-2.7}$ [Heiman *et al*, 1979]. A 800 nm, notre longueur d'onde de travail, la largeur de gain Brillouin est donc d'environ 45 MHz. Cependant, le coeur de la fibre utilisée n'est pas de silice pure. Une faible quantité d'oxyde de Germanium (GeO_2) y est incorporée de façon à réaliser le saut d'indice nécessaire au guidage. Ceci entraîne un élargissement significatif de la courbe de gain et la valeur de ΔV_B peut de ce fait être multipliée par un facteur supérieur à deux [Shibata *et al*, 1987; Tkach *et al*, 1986]. Néanmoins, aucune règle précise ne permet de calculer cet élargissement qui est spécifique à chaque fibre. En réalité, ΔV_B est la grandeur physique que nous connaissons avec le moins de précision. Tout comme de nombreux auteurs [Yu *et al*, 1995; Picholle, 1991-a], nous nous sommes donc autorisés à en adapter la valeur de façon à obtenir la meilleure adéquation entre résultats numériques et expérimentaux. La valeur retenue pour notre fibre et utilisée dans toute la suite de ce mémoire est :

$$\Delta V_B = 60 \text{ MHz.}$$

La durée de vie τ des phonons dans le matériau, évaluée grâce à la relation (I-1), est alors d'environ 6 ns.

Avant de passer à la modélisation de la diffusion Brillouin stimulée, nous terminerons ce paragraphe par deux courtes remarques.

Toutes les considérations précédentes sont relatives au spectre de la lumière rétrodiffusée. Contrairement à un milieu d'extension transverse infinie, il est possible, dans une fibre optique, d'observer un rayonnement

Brillouin se propageant dans le même sens que l'onde de pompe. Cet effet, connu sous le nom de "Guided Acoustic-Wave Brillouin Scattering" (G.A.W.B.S.) [Shelby *et al*, 1985-a ; Poustie, 1993], est encore lié au fait que la fibre constitue un guide d'ondes acoustiques. L'onde de pompe incidente y est diffusée par les modes acoustiques de la fibre. On peut alors observer, en transmission par hétérodynage, une série de raies de fréquences voisines de la fréquence du laser de pompe [Shelby *et al*, 1985-b]. Cet effet est néanmoins d'une efficacité bien moindre que le processus conduisant à la création de l'onde Stokes rétrodiffusée; nous le négligerons complètement par la suite [Agrawal, 1989].

Dans tout le paragraphe, on s'est implicitement placé en régime de diffusion spontanée. Comme nous avons déjà eu l'occasion de l'évoquer, la largeur spectrale des raies est beaucoup plus étroite en régime stimulé. Mesuré pour la diffusion Brillouin dans les fibres à $\lambda_p=514.5$ nm, cet effet se traduit par un rétrécissement de la raie Stokes dont la largeur passe continûment de 150 MHz à une valeur asymptotique de 29 MHz lorsque la puissance de pompe augmente. On montre en fait, dans le cadre du modèle classique de la diffusion Brillouin stimulée et en négligeant tout effet de déplétion de pompe, que la forme de la raie Stokes évolue alors d'une Lorentzienne vers une Gaussienne [Gaeta *et al*, 1991].

I-2 MODELISATION DE LA DIFFUSION BRILLOUIN STIMULEE DANS LES FIBRES MONOMODES

De manière générale, la diffusion Brillouin stimulée est couplée à d'autres effets linéaires et non linéaires. Dans un premier temps, nous entreprendrons une évaluation des ordres de grandeur caractérisant chacun de ces effets dans le cas précis des fibres optiques. Ceci nous permettra de réaliser les approximations nécessaires pour aborder le problème de la modélisation du phénomène. A ce niveau, l'explication de la démarche conduisant aux équations d'évolution des ondes électromagnétique et matérielle sera privilégiée à des calculs détaillés. La description de la diffusion Brillouin stimulée sera ensuite restreinte au cadre usuel d'un modèle mettant en jeu deux ondes optiques et une onde acoustique. Finalement, nous terminerons ce paragraphe par une discussion portant sur le domaine de validité du modèle d'intensités et du modèle cohérent de la diffusion Brillouin stimulée.

I-2-1 Approximations et ordres de grandeur

Si une description quantique de la diffusion Brillouin stimulée (DBS) est toujours formellement possible [Shen *et al*, 1965], le traitement le plus communément rencontré est cependant purement classique. Le moteur de la DBS, c'est à dire le mécanisme couplant ondes optiques et acoustiques, est l'électrostriction. De façon générale, c'est un effet qui tend à faire migrer la matière, électriquement neutre, des régions de champ électrique faible vers les régions de champ intense [Lorrain *et al*, 1979]. Dans les fibres, il est à l'origine des variations de densité de matière induites localement par les champs optiques et donc, de la création des ondes Stokes et acoustique. L'électrostriction est généralement couplée à des effets thermiques [Shen 1984] résultant d'une part de l'absorption des rayonnements optiques et d'autre part, de l'atténuation des ondes acoustiques. La conjugaison des deux processus conduit à des variations de la constante diélectrique ϵ du matériau; nous les supposerons suffisamment faibles pour les écrire sous la forme:

$$d\varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T d\rho + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_\rho dT \quad (\text{I-12})$$

où ρ est la densité du matériau et T sa température. Dans le coeur d'une fibre, l'absorption des rayonnements optiques est négligeable, les pertes de guidage étant principalement dues à la diffusion Rayleigh. L'échauffement de la fibre provient donc essentiellement de l'atténuation des ondes acoustiques. Si l'on suppose que la puissance lumineuse couplée est d'environ 100 mW, la puissance acoustique mise en jeu lui est directement proportionnelle, le rapport de proportionnalité étant fixé par le rapport entre fréquences optique et acoustique. Celles-ci valant respectivement environ 400 THz et 20 GHz, la puissance transportée par l'onde acoustique est approximativement de 5 μ W. Cette valeur est suffisamment faible pour être comparable à l'échauffement causé par les échanges thermiques se produisant entre la fibre et le milieu extérieur. La première hypothèse formulée est donc que l'interaction rayonnement-matière s'accompagne de variations adiabatiques de la densité du coeur de la fibre ($dT=0$). Ainsi, la permittivité ε ne dépend plus que des variations de densité $d\rho$ et l'équation (I-12) peut donc être réécrite sous la forme:

$$d\varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T d\rho. \quad (\text{I-13})$$

La quantité $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T$ dépend évidemment de grandeurs physiques caractéristiques du matériau considéré. Dans les fibres, les ondes acoustiques se déplaçant selon la direction z , $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T$ est proportionnel au coefficient élasto-optique longitudinal p_{12} de la silice. Plus précisément, on montre que $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T$ s'exprime sous la forme [Heiman *et al*, 1979] :

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T = p_{12} \frac{n^4}{\rho} \quad (\text{I-14})$$

Par ailleurs, on supposera que les ondes pompe et Stokes sont couplées entre elles par l'intermédiaire d'une unique onde acoustique longitudinale de coeur. Ceci permet de simplifier de façon appréciable la modélisation de la DBS puisque la description du phénomène en question est ainsi restreinte à un problème à trois ondes seulement. Toutefois, il est à noter que lorsque les puissances optiques mises en jeu sont très faibles, une

compétition entre modes acoustiques peut s'instaurer [Thomas *et al*, 1979] et la supposition effectuée peut alors devenir contestable.

Compte tenu de l'ordre de grandeur des densités de puissance couplées (100 mW dans une fibre de diamètre de coeur approximativement égal à $5 \mu\text{m}$), les variations de densité induites par électrostriction se traduisent par des variations d'indice faibles ($\delta n(\text{Brillouin}) \approx 10^{-6}$) devant la différence Δn entre les indices de coeur et de gaine ($\Delta n \approx 3 \cdot 10^{-3}$). Ceci signifie que, dans les fibres, la DBS s'opère en régime d'interaction faible et n'affecte donc pas le profil transverse des champs électromagnétiques. Pour des puissances couplées très importantes ($\approx 10 \text{ W}$), l'électrostriction peut apporter des modifications d'indice importantes au voisinage du centre du coeur, là où les champs optiques sont très intenses. Ceci peut conduire à des mécanismes d'autofocalisation modifiant de manière sensible la structure transverse des faisceaux optiques [Maier *et al*, 1970]. Dans notre cas, les interactions non linéaires sont cependant suffisamment faibles pour ne modifier que de façon perturbative les caractéristiques linéaires du guide. C'est donc dans le cadre de la théorie modale des fibres optiques que sera traité le problème de la propagation des ondes. La fibre à saut d'indice est alors assimilée à un guides d'ondes cylindrique d'axe z dans lequel se propagent les ondes électromagnétiques. Celles-ci s'écrivent comme des combinaisons linéaires des modes propres de la fibre et on peut découpler les termes d'évolution transverse des champs des termes d'évolution longitudinale. Finalement, si la fibre utilisée est monomode, le problème de la propagation guidée se ramène à un problème unidimensionnel de type "onde plane" dans lequel toute dépendance radiale de l'amplitude des champs est éliminée. Par ailleurs, lorsque la fibre est à maintien de polarisation rectiligne, le traitement de la propagation des ondes optiques peut être effectué sous une approche scalaire.

Comme nous le verrons par la suite lors de l'étude de la dynamique des lasers Brillouin, des impulsions lumineuses peuvent se propager au sein de la fibre. Deux mécanismes essentiels sont alors susceptibles d'en modifier la largeur temporelle: l'effet Kerr et la dispersion chromatique. Nous terminerons donc ce paragraphe par un rapide calcul situant l'importance relative de ces deux contributions.

Une impulsion lumineuse se propageant dans une fibre subit de manière générale des effets d'automodulation de phase. Ceux-ci sont liés au

fait que l'indice de réfraction de la silice dépend de l'intensité des ondes optiques suivant la relation:

$$n(E^2) = n + n_2 \frac{E^2}{2} \quad (\text{I-15})$$

où n_2 est la constante Kerr. Comme nous l'avons déjà fait pour la DBS, on peut estimer l'ordre de grandeur des variations d'indice $\delta n(\text{Kerr})$ induites par un rayonnement d'une puissance de 100 mW se propageant dans une fibre de 5 microns de diamètre de coeur. Le champ électrique correspondant valant alors 2 MV/m et sachant que pour la silice $n_2 = 1.27 \cdot 10^{-22} (\text{V/m})^{-2}$ [Stolen *et al*, 1978], on a:

$$\delta n(\text{Kerr}) \approx 3 \cdot 10^{-10}.$$

Autrement dit, les variations d'indice causées par l'effet Kerr sont approximativement 1000 fois moins importantes que celles créées par la DBS. A ce niveau cependant, la démarche communément adoptée [Agrawal, 1989] consiste, non plus à parler en termes de variations d'indice, mais à introduire une longueur caractéristique donnant une idée de l'échelle d'interaction nécessaire à l'obtention d'effets d'ampleur significative. Pour la DBS comme pour l'effet Kerr, on définit alors:

$$L_{\text{interaction}} = \frac{\lambda_p}{\delta n} \quad (\text{I-16})$$

La longueur d'onde employée étant de 800 nm, on trouve:

$$L_{\text{DBS}} \approx 1 \text{ m} \ll L_{\text{Kerr}} \approx 1 \text{ km}.$$

Contrairement à l'effet Kerr, la dispersion chromatique est un effet linéaire. L'indice de réfraction de la silice dépendant de la fréquence du rayonnement incident, il se manifeste par le fait que chacune des composantes spectrales d'une impulsion se propage à une vitesse $\frac{c}{n(\omega)}$ différente. A 800 nm, le régime de dispersion est normal: les composantes haute fréquence de l'impulsion se propagent moins vite que les composantes basse fréquence. L'élargissement temporel correspondant peut alors être caractérisé par un paramètre β_2 [Agrawal, 1989] positif traduisant la dispersion de vitesse de groupe v_g :

$$\beta_2 = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} \quad (\text{I-17})$$

A 800 nm, celui-ci vaut $35 \text{ ps}^2/\text{km}$ et on définit une longueur caractéristique de la dispersion par la relation :

$$L_{\text{Disp}} = \frac{\Delta t^2}{\beta_2} \quad (\text{I-18})$$

où Δt est la largeur temporelle de l'impulsion considérée. Pour la DBS, la largeur spectrale des impulsions ne sera jamais plus importante que la largeur de la raie de diffusion soit environ 100 MHz. Δt vaut donc typiquement 10 ns, ce qui donne:

$$L_{\text{Disp}} \approx 10^6 \text{ km} \gg L_{\text{KERR}} \gg L_{\text{DBS}}.$$

En résumé, le traitement habituel de la diffusion Brillouin stimulée est classique. C'est par le biais de l'électrostriction que les ondes optiques induisent des variations de densité au sein du coeur de la fibre. Cependant, celles-ci ne s'accompagnent pas d'effets thermiques d'ampleur significative. En outre, les variations d'indice liées à ces modifications de densité sont suffisamment faibles pour qu'un traitement modal de la propagation des ondes puisse être envisagé. Finalement, compte tenu de la largeur temporelle des impulsions pouvant apparaître lors de la DBS, tout effet de dispersion chromatique apparaît négligeable. En revanche, l'effet Kerr peut exercer une influence perturbative sur l'évolution de ces impulsions.

I-2-2 Les équations de la diffusion Brillouin stimulée

Les ordres de grandeur des divers effets pouvant venir se conjuguer à la diffusion Brillouin stimulée étant désormais fixés, nous allons maintenant rappeler les équations générales d'évolution des ondes électromagnétique et matérielle. Ceci étant fait, nous suivrons ensuite la démarche habituelle consistant à supposer qu'une unique onde Stokes est générée lors de l'interaction. Nous aboutirons alors aux équations du modèle à trois ondes dont nous donnerons une forme normalisée.

I-2-2-a Equation d'évolution de l'onde électromagnétique

Une fibre optique est un milieu diélectrique libre de toute charge et de tout courant; les phénomènes électromagnétiques s'y produisant sont régis par les équations de Maxwell. Ce milieu étant par ailleurs non magnétique et caractérisé par une permittivité ϵ , on a :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{I-19-a})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I-19-b})$$

et un calcul simple permet alors d'obtenir l'équation décrivant la propagation des ondes électromagnétiques:

$$\Delta \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (\text{I-20})$$

Compte tenu des hypothèses formulées au paragraphe précédent, on peut écrire:

$$\vec{P} = \vec{P}_{\text{DBS}} + \vec{P}_{\text{KERR}} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \epsilon_0 \chi_{\text{///}}^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} \quad (\text{I-21})$$

où $\chi_{\text{///}}^{(3)}$ est le tenseur de susceptibilité non linéaire. Le milieu étant isotrope, l'écriture de $\chi_{\text{///}}^{(3)}$ se simplifie considérablement; ses seuls éléments non nuls sont alors proportionnels à une constante notée $\chi^{(3)}$. Le rayonnement incident étant supposé rectilignement polarisé, il est possible de montrer [Butcher *et al*, 1990] que la polarisation non linéaire d'ordre 3 s'écrit simplement :

$$\vec{P}_{\text{KERR}} = 3 \epsilon_0 \chi^{(3)} |\vec{E}|^2 \vec{E} \quad (\text{I-22})$$

Les variations de la susceptibilité χ du milieu, induites par les modifications de densité se produisant au sein de la fibre, sont supposées suffisamment faibles pour qu'on puisse écrire:

$$\chi(\rho, T, t) = \chi(\rho_0, T_0) + \left(\frac{\partial \chi}{\partial \rho} \right)_{T_0} (\rho(t) - \rho_0) \quad (\text{I-23})$$

ρ_0 représente la densité du matériau non perturbé et T_0 sa température supposé constante. Comme

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial \rho}\right)_{T_0} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_{T_0} = P_{12} \frac{n^4}{\rho_0}, \quad (\text{I-24})$$

l'équation de propagation devient:

$$\Delta \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\varepsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho' \vec{E}) - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\vec{P}_{\text{KERR}}), \quad (\text{I-25})$$

$\rho'(t) = \rho(t) - \rho_0$ représentant les faibles variations de densité se produisant dans le coeur de la fibre au cours du temps. En séparant maintenant les termes d'évolution transverse des termes dépendant de z et de t , on parvient finalement à une description de type propagation d'onde plane:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{2n^2 \gamma_e}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\varepsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho' \vec{E}) - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\vec{P}_{\text{KERR}}) \quad (\text{I-26})$$

où le champ a été renormalisé de façon à prendre en compte l'extension transverse finie de l'onde électromagnétique. Notons enfin que le terme

d'amortissement $\frac{2n^2 \gamma_e}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ a été introduit phénoménologiquement dans l'équation (I-26) de façon à rendre compte de l'atténuation de la fibre.

I-2-2-b Équation d'évolution de l'onde matérielle

A l'échelle microscopique, les variations de densité causées par l'électrostriction se traduisent par des déplacements de matière d'amplitude très faible. Une bonne approximation consiste à considérer que la réponse du matériau aux contraintes mécaniques imposées est de type élastique. Ceci permet d'assimiler le coeur de silice de la fibre à un fluide visqueux et compressible au sein duquel chaque cellule élémentaire de matière est soumise à une force électrostrictive $\vec{F}(\vec{r}, t)$. L'évolution des déplacements de matière est alors gouvernée par l'équation fondamentale de la dynamique des fluides qui, sous sa forme générale, s'écrit [Landau, 1971]:

$$\rho(\vec{r}, t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) - \text{Grad} \mathcal{P}(\vec{r}, t) + \eta \nabla^2 \vec{v} - \left(\zeta + \frac{\eta}{3}\right) \text{Grad} (\text{div} \vec{v}) \quad (\text{I-27})$$

où \vec{v} est le vecteur caractérisant la vitesse de mouvement d'un élément infinitésimal de matière repéré par le vecteur position \vec{r} . ζ et η sont respectivement les coefficients de viscosité et de cisaillement de Navier; $\mathcal{P}(\vec{r}, t)$ représente la pression locale interne. Considérant par ailleurs que le flux de matière entrant dans un élément de volume quelconque doit être égal au flux de matière sortant, on peut écrire l'équation de conservation de la matière:

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = - \operatorname{div} (\rho \vec{v}) . \quad (\text{I-28})$$

Finalement, à partir de considérations énergétiques, on montre [Lorrain *et al*, 1979] que la force électrostrictive, proportionnelle au gradient de l'intensité du champ électrique, s'écrit sous la forme:

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_{\mathcal{T}} \operatorname{Grad} \left(\vec{E}^2(\vec{r}, t) \right) . \quad (\text{I-29})$$

Tous ces éléments étant pris en compte et en supposant toujours que les variations de densité $\rho'(t) = \rho(t) - \rho_0$ sont faibles, on arrive après calcul à l'équation gouvernant l'évolution spatio-temporelle de $\rho'(\vec{r}, t)$:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{3\zeta + 4\eta}{3\rho_0} \frac{\partial \Delta \rho'}{\partial t} - c_s^2 \Delta \rho' = - \frac{\epsilon_0 \rho_0}{2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_{\mathcal{T}} \Delta \vec{E}^2 , \quad (\text{I-30})$$

le symbole Δ désignant l'opérateur Laplacien. Comme nous l'avons précisé au paragraphe I-2-1, le régime d'interaction est faible: l'électrostriction ne modifie pas de manière conséquente les caractéristiques linéaires du guide. On peut négliger les variations transverses de densité devant celles qui se produisent selon l'axe de propagation $\left(\frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho'}{\partial y^2} \ll \frac{\partial^2 \rho'}{\partial z^2} \right)$ et supposer que le profil transverse des champs électromagnétiques demeure inchangé. Finalement, on aboutit à:

$$\boxed{\frac{\partial^2 \rho'(z, t)}{\partial t^2} - \frac{3\zeta + 4\eta}{3\rho_0} \frac{\partial^3 \rho'(z, t)}{\partial t \partial z^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 \rho'(z, t)}{\partial z^2} = - \frac{\epsilon_0 \rho_0}{2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_{\mathcal{T}} \frac{\partial^2 \vec{E}^2(z, t)}{\partial z^2}} \quad (\text{I-31})$$

I-2-2-c Les équations du modèle à 3 ondes

Les équations (I-26) et (I-31) sont très générales. Sous réserve des approximations évoquées dans le paragraphe I-2-1, elles gouvernent les mécanismes des interactions se produisant entre ondes optiques et acoustiques au cours de leur propagation dans la fibre. Aucune supposition quant à la nature de ces ondes n'a cependant été effectuée jusqu'à présent. La démarche habituellement employée pour décrire la DBS dans les fibres consiste en fait à considérer que l'interaction rayonnement-matière s'accompagne de la génération d'une unique onde Stokes. Ceci restreint la description de la DBS à un processus à trois ondes où pompe et Stokes rétrodiffusée sont couplées entre elles via une seule onde acoustique. Comme nous aurons largement l'occasion d'y revenir par la suite, cette vision du problème demeure correcte dans la mesure où l'onde Stokes est suffisamment peu intense. Lorsque celle-ci véhicule une puissance importante, elle est susceptible de générer une contribution électrostrictive non négligeable conduisant à l'apparition de diffusions Stokes d'ordres supérieurs. La description de ces phénomènes échappe cependant au cadre de ce paragraphe dans lequel nous nous limiterons à l'établissement des équations gouvernant la dynamique de la DBS d'ordre un.

La diffusion Brillouin stimulée est un effet à bande étroite; la largeur spectrale de chacune des ondes mises en jeu n'excédera jamais la largeur de la raie de diffusion spontanée, soit environ la centaine de MHz. Cette valeur est très inférieure à celle des fréquences optique et acoustique caractéristiques du problème:

$$\Delta V_B \approx 100 \text{ MHz} \ll V_a \approx 20 \text{ GHz} \ll V_p \approx 300 \text{ THz} .$$

On peut donc considérer que chaque onde est constituée d'une porteuse de haute fréquence modulée par une enveloppe de spectre étroit. Concrètement, on écrit alors:

$$\rho'(z,t) = \frac{1}{2} (\rho(z,t) \exp-i(\omega_a t - k_a z) + \text{c.c.}) \quad (\text{I-32-a})$$

$$E(z,t) = \frac{1}{2} (E_p(z,t) \exp-i(\omega_p t - k_p z) + E_s(z,t) \exp-i(\omega_s t + k_s z) + \text{c.c.}) \quad (\text{I-32-b})$$

où $\omega_j = 2\pi V_j$ ($j=a,p,s$). $\rho(z,t)$, $E_p(z,t)$, $E_s(z,t)$ sont respectivement les enveloppes complexes des ondes acoustique, pompe et Stokes. Ce sont des fonctions qui sont supposées varier lentement à l'échelle des périodes

spatiale et temporelle caractérisant chacune des ondes. Remarquons au passage que l'écriture adoptée pour les champs est maintenant scalaire. Ceci suppose que la fibre utilisée est à maintien de polarisation et que la direction de polarisation du rayonnement de pompe incident est parallèle à l'une de ses lignes neutres.

On introduit maintenant les expressions (I-32) des ondes dans les équations (I-26) et (I-31). L'approximation usuelle des enveloppes lentement variables permet de remplacer les opérateurs $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ et $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ par :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \approx -2i\omega_j \frac{\partial}{\partial t} - \omega_j^2$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \approx \pm 2ik_j \frac{\partial}{\partial z} - k_j^2$$

N'apparaissent alors dans le membre de gauche de l'équation (I-26) que des termes oscillant à (ω_p, k_p) et à (ω_s, k_s) . Seuls sont donc à prendre en considération, dans le calcul des termes sources $\rho'E$ et EEE du membre de droite, les termes résonant à ces fréquences. De même pour l'équation (I-31) où l'on ne conserve dans le calcul du produit EE traduisant l'effet de l'électrostriction que les termes résonant à (ω_a, k_a) . En tenant compte des relations de dispersion (I-6), on aboutit finalement à :

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_p}{\partial z} + \gamma_e E_p = i V_1 \rho E_s + i K (|E_p|^2 + 2 |E_s|^2) E_p \quad (\text{I-33-a})$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial t} - \frac{c}{n} \frac{\partial E_s}{\partial z} + \gamma_e E_s = i V_2 \rho^* E_p + i K (|E_s|^2 + 2 |E_p|^2) E_s \quad (\text{I-33-b})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + c_s \frac{\partial \rho}{\partial z} + \gamma_a \rho = i V_3 E_p E_s^* \quad (\text{I-33-c})$$

où V_1 et V_2 sont les constantes de couplage de la DBS, respectivement égales à $\frac{\omega_p}{2n^2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T$ et à $\frac{\omega_s}{2n^2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T$. Le rapport $\frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_p}$ étant inférieur à 10^{-4} , on supposera désormais que V_1 et V_2 sont identiques. Par ailleurs, grâce à la relation (I-14), on montre que :

$$V_1 \approx V_2 = \frac{\pi c p_{12} n^2}{\lambda_p \rho_0} \quad (\text{I-34})$$

où λ_p est la longueur d'onde dans le vide du rayonnement de pompe incident. La constante K de couplage Kerr, supposée identique dans les équations (I-33-a) et (I-33-b), s'écrit:

$$K = \frac{9 \omega_p}{2 n^2 c^2} \chi^{(3)} \quad (\text{I-35})$$

En utilisant une approche consistant à écrire que $\vec{P}_{\text{KERR}} = \epsilon_0 \epsilon_{\text{NL}}(E^2) \vec{E}$ avec $\epsilon_{\text{NL}}(E^2) \approx n n_2 E^2$ (voir (I-15)), on en trouve une autre formulation:

$$K = \frac{3 n_2 \omega_p}{2 n} \quad (\text{I-36})$$

Pour l'équation (I-33-c), le calcul montre que γ_a , le taux d'amortissement de l'onde acoustique, s'écrit [Picholle, 1991-a]:

$$\gamma_a = \frac{3\zeta + 4\eta}{6\rho_0} \frac{\omega_a^2}{c_s^2} \quad (\text{I-37})$$

Il est relié à la largeur de la courbe de gain Brillouin par la relation (I-1) qui donne:

$$\gamma_a = \pi \Delta V_B \quad (\text{I-38})$$

V_3 , la dernière constante de couplage à définir, est égale à:

$$V_3 = \frac{\omega_a}{4 c_s^2} \rho_0 \epsilon_0 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \quad (\text{I-39})$$

ou encore, en utilisant les relations (I-7) et (I-14):

$$V_3 = \frac{\pi n^5 p_{12} \epsilon_0}{2 \lambda_p c_s} \quad (\text{I-40})$$

Notons finalement que chacune des deux ondes optiques est soumise à un amortissement dont le taux est γ_e .

I-2-2-d Normalisation

Telles qu'elles sont formulées, les équations (I-33) constituent une écriture en variables physiques du modèle de la diffusion Brillouin stimulée. L'introduction de nouvelles variables permet d'aboutir à une forme sans dimension rendant l'analyse théorique plus facile. On commence donc par normaliser toutes les enveloppes complexes des

champs optiques à une valeur E_0 fixée (E_0 peut par exemple être la valeur maximum du champ de pompe injecté en $z=0$) :

$$\varepsilon_p = \frac{E_p}{E_0} ; \varepsilon_s = \frac{E_s}{E_0} \quad (\text{I-41})$$

puis on définit les nouvelles variables de temps et d'espace :

$$\tau = \frac{ct}{nL} ; \zeta = \frac{z}{L} \quad (\text{I-42})$$

où L est la longueur de la fibre. Ceci étant fait, remarquons tout de suite que l'équation (I-33-c) prend maintenant la forme:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{n c_s}{c} \frac{\partial \rho}{\partial \zeta} + \gamma_a \frac{nL}{c} \rho = i V_3 \frac{nL}{c} |E_0|^2 \varepsilon_p \varepsilon_s^*$$

Le rapport $\frac{n c_s}{c}$ étant environ égal à 10^{-5} dans la silice, une dernière approximation (usuelle dans la description de la DBS dans les fibres) consiste à négliger le terme d'évolution spatiale $\frac{\partial \rho}{\partial \zeta}$ de l'onde acoustique.

Ceci revient à négliger c_s devant la vitesse de la lumière ou encore à considérer que l'évolution spatiale de l'onde acoustique est dominée par celle, beaucoup plus rapide, des champs optiques.

Finalement, on définit les paramètres réduits:

$$g = \frac{V_1 V_3 n L}{\gamma_a c} |E_0|^2 ; \beta = \gamma_e \frac{nL}{c} ; \beta_A = \gamma_a \frac{nL}{c} ; u = \frac{3}{2} \frac{n^2 \omega_p L}{c} |E_0|^2 \quad (\text{I-43})$$

et on introduit une nouvelle variable pour décrire l'évolution de l'onde acoustique :

$$B = \frac{-i \rho \gamma_a}{|E_0|^2 V_3} \quad (\text{I-44})$$

On aboutit alors à:

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \varepsilon_p = -g B \varepsilon_s + i u (|\varepsilon_p|^2 + 2 |\varepsilon_s|^2) \varepsilon_p \quad (\text{I-45-a})$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \tau} - \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \varepsilon_s = g B^* \varepsilon_p + i u (|\varepsilon_s|^2 + 2 |\varepsilon_p|^2) \varepsilon_s \quad (\text{I-45-b})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B}{\partial t} + B = \varepsilon_p \varepsilon_s^* + f(\zeta, \tau) \quad (\text{I-45-c})$$

La fonction $f(\zeta, \tau)$, ajoutée dans le membre de droite de l'équation (I-45-c) est un terme de très faible amplitude destiné à décrire les fluctuations de densité se produisant à l'équilibre thermique au sein de la fibre [Gaeta *et al*, 1991]. Si ce terme n'est pas pris en compte et si les conditions initiales sont telles que le "fond" Stokes est nul ($B(\zeta, \tau=0) = \varepsilon_s(\zeta, \tau=0) = 0$), la diffusion Brillouin ne peut s'amorcer. La fonction $f(\zeta, \tau)$ traduit en quelque sorte l'effet de la diffusion spontanée. Concrètement, on en modélise la forme par un bruit blanc Gaussien de valeur moyenne nulle conduisant à des variations de densité d'amplitude faible ($f(\zeta, \tau) \approx 10^{-6}$). Dans d'autres modèles moins évolués, on considère quelquefois que la DBS naît d'une petite fluctuation localisée en $z=L$ ($\varepsilon_s(\zeta=1, \tau=0) \approx 10^{-6}$) ou d'un fond continu très faible ($\varepsilon_s(\zeta, \tau=0) \approx 10^{-6}$). Boyd *et al* ont réalisé une étude théorique comparative de l'influence de ces diverses conditions initiales sur les caractéristiques de la DBS (gain simple passage, largeur du spectre, réflectivité, amplitude des instabilités) dans un milieu Brillouin quelconque, dépourvu de miroir au niveau des bords [Boyd *et al*, 1990]. Ils ont alors montré que selon la nature de ces conditions initiales, seules de faibles modifications quantitatives affectent les caractéristiques de la DBS. Nous retiendrons pour conclure que le terme $f(\zeta, \tau)$ joue uniquement le rôle d'initiateur de la DBS.

I-2-3 Les modèles de la diffusion Brillouin stimulée

L'ensemble des équations (I-45) constitue un modèle "sophistiqué" de la DBS d'ordre un dans les fibres. Ces équations peuvent maintenant encore être adaptées et modifiées de façon à ce que soient décrites des situations précises. Ainsi, suivant la longueur d'onde de travail, le terme d'amortissement des ondes optiques peut être pris ou non en considération. Lorsque l'amortissement de l'onde acoustique est très important, on peut

considérer que son évolution temporelle suit celle des champs optiques: c'est l'approximation conduisant au modèle d'intensités de la DBS. Finalement, l'influence de l'effet Kerr, qui demeure perturbative, peut éventuellement être négligée. Dans chacune de ces situations, on est amené à travailler avec des expressions tronquées des équations (I-45), ce qui revient en fait à restreindre la description de la DBS à un domaine de validité limité. C'est de l'étendue de ce domaine de validité dont nous allons discuter au cours de ce paragraphe dans le cas du modèle d'intensités et du modèle cohérent de la DBS.

I-2-3-a Le modèle d'intensités

Nous avons vu au paragraphe (I-1-4) que la durée de vie des phonons dans la silice est d'environ 6 ns. Si le temps caractéristique de l'évolution des champs optiques est très supérieur à cette valeur, on peut considérer que l'onde matérielle suit de façon adiabatique l'évolution imposée par les ondes optiques. Autrement dit, si dans l'équation (I-45-c), on a $\beta_A = \pi \Delta v_B \frac{nL}{c} \gg 1$ et si on admet que le temps caractéristique d'évolution des champs reste de l'ordre de grandeur du temps de transit $\frac{nL}{c}$ des photons dans le milieu, alors on peut estimer que:

$$B \approx \epsilon_p \epsilon_s^* \quad (I-46)$$

Ceci fait de l'onde acoustique une variable esclave des champs optiques et revient en fait à considérer que la largeur Δv_B de la bande de gain Brillouin tend vers l'infini. Dans ces conditions, le système (I-45) se réduit simplement à:

$$\frac{\partial \epsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_p = -g \epsilon_p |\epsilon_s|^2 \quad (I-47-a)$$

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial \tau} - \frac{\partial \epsilon_s}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_s = g \epsilon_s |\epsilon_p|^2 \quad (I-47-b)$$

soit, si on introduit les variables d'intensité $I_p(\zeta, \tau) = |\epsilon_p(\zeta, \tau)|^2$ et $I_s(\zeta, \tau) = |\epsilon_s(\zeta, \tau)|^2$:

$$\frac{\partial I_p}{\partial \tau} + \frac{\partial I_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} I_p = -G I_p I_s \quad (\text{I-48-a})$$

$$\frac{\partial I_s}{\partial \tau} - \frac{\partial I_s}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} I_s = G I_p I_s \quad (\text{I-48-b})$$

avec $G = 2g$. A ce niveau, un simple retour aux variables physiques permet de retrouver la valeur du gain Brillouin mentionnée au paragraphe (I-1-4). En effet, si on parle maintenant en termes de puissance lumineuse $\left(P_j = \frac{1}{2} n \varepsilon_0 |E_0|^2 I_j \right)$, on peut montrer que [Botineau *et al*, 1989-a]:

$$\frac{\partial P_p}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial P_p}{\partial t} + \frac{n \gamma_e}{c} P_p = -g_B P_p P_s$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial z} - \frac{n}{c} \frac{\partial P_s}{\partial t} + \frac{n \gamma_e}{c} P_s = g_B P_p P_s$$

avec $g_B = \frac{2 \pi n^7 p_{12}^2}{c \lambda_p^2 \rho_0 c_s \Delta V_B}$ qui, pour $\lambda_p = 800 \text{ nm}$, vaut $4.53 \cdot 10^{-11} \text{ m/W}$.

Le passage à ce modèle d'intensités conduit évidemment à la perte de toute les informations relatives à la phase des champs. La conséquence directe en est que les transferts énergétiques s'effectuent toujours de l'onde de pompe vers l'onde Stokes. En effet, si on ne tient pas compte des termes d'amortissement, les équations (I-48) montrent que l'intensité de pompe a toujours tendance à décroître dans le temps alors que celle de l'onde Stokes tend toujours à augmenter. Par ailleurs, comme il est possible de résoudre analytiquement les équations (I-48) lorsque $\beta=0$ [Chu *et al*, 1977], on peut imaginer diverses configurations permettant de tester la validité du modèle d'intensités. L'idée proposée par Coste *et al* consiste à étudier le comportement d'une impulsion Stokes bornée venant rencontrer une onde de pompe d'extension spatiale semi-infinie [Coste *et al*, 1986]. Dans le cas où la forme du front avant de l'impulsion Stokes varie en ζ^α , les auteurs montrent que l'amplitude de cette impulsion croît exponentiellement au cours du temps tandis que sa largeur diminue également de façon exponentielle. Ceci signifie qu'aux temps longs, le modèle d'intensités n'est plus en mesure de décrire de manière réaliste l'évolution de l'impulsion dont la largeur devient inévitablement comparable au temps de relaxation de l'onde acoustique. De manière générale, le modèle d'intensités n'est donc plus viable dès que le régime de la DBS devient impulsif. De plus,

il ne peut être question d'y incorporer un mécanisme tel que l'effet Kerr qui aurait pu contribuer à modifier la largeur des impulsions mais qui influe uniquement sur la dynamique des phases. Il faut donc recourir à un autre modèle incluant des mécanismes de saturation permettant d'exclure les comportements de type amplification-compression illimités. Concrètement, il est nécessaire de prendre en compte l'amortissement acoustique; on en arrive alors à la description dite cohérente de la diffusion Brillouin stimulée.

I-2-3-b Le modèle cohérent

La seule approximation nécessaire à l'écriture du modèle cohérent consiste à négliger l'influence perturbative apportée par l'effet Kerr dans les équation (I-45). On en arrive alors à:

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \varepsilon_p = -g B \varepsilon_s \quad (\text{I-49-a})$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \tau} - \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \varepsilon_s = g B^* \varepsilon_p \quad (\text{I-49-b})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B}{\partial t} + B = \varepsilon_p \varepsilon_s^* \quad (\text{I-49-c})$$

Les variables réduites ε_j étant complexes, on peut les écrire sous la forme $\varepsilon_j = A_j(\zeta, \tau) e^{i\phi_j(\zeta, \tau)}$ ($j = a, p, s$) et on obtient alors un jeu de 6 équations couplées. Trois d'entre elles gouvernent la dynamique des amplitudes et les trois autres la dynamique des phases :

$$\frac{\partial A_p}{\partial \tau} + \frac{\partial A_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} A_p = -g A_a A_s \cos \theta \quad (\text{I-50-a})$$

$$\frac{\partial A_s}{\partial \tau} - \frac{\partial A_s}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} A_s = g A_a A_p \cos \theta \quad (\text{I-50-b})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial A_a}{\partial t} + A_a = A_p A_s \cos \theta \quad (\text{I-50-c})$$

$$A_p \frac{\partial \phi_p}{\partial \tau} + A_p \frac{\partial \phi_p}{\partial \zeta} = -g A_a A_s \sin \theta \quad (\text{I-50-d})$$

$$A_s \frac{\partial \phi_s}{\partial \tau} - A_s \frac{\partial \phi_s}{\partial \zeta} = -g A_a A_p \sin \theta \quad (\text{I-50-e})$$

$$\frac{1}{\beta_A} A_a \frac{\partial \phi_a}{\partial t} = -A_p A_s \sin \theta \quad (\text{I-50-f})$$

avec $\theta = \phi_s + \phi_a - \phi_p$. Comme le montrent ces équations, des transferts d'énergie peuvent maintenant s'effectuer non seulement de l'onde de pompe vers l'onde Stokes mais aussi dans le sens opposé, de l'onde Stokes vers la pompe (ceci dépendant du signe de $\cos \theta$). Le sens de ces transferts est localement et à chaque instant conditionné par la phase de chacune des trois ondes; c'est d'ailleurs en cela que l'on parle de modèle cohérent de la DBS.

Nous ne décrivons pas ici de façon approfondie les scénarios apparaissant lorsqu'une impulsion bornée vient rencontrer une onde de pompe spatialement uniforme. Ceux-ci ont été largement étudiés par l'équipe de théoriciens Niçois et on en trouvera une description détaillée dans la thèse d'Eric Picholle [Picholle 1991-a]. Nous rappellerons simplement que cette impulsion va avoir tendance à s'étendre spatialement sur toute la longueur de la fibre. Pour cela, elle va se fragmenter en une série de pics d'aire constante et d'amplitude décroissante appelés " π -pulses".

En conclusion, le modèle cohérent (ou à trois ondes) apparaît comme étant un modèle bien adapté à la description de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres monomodes. A l'heure actuelle, la polémique est encore vive en ce qui concerne la pertinence de l'incorporation des termes d'effet Kerr dans les équations. Comme nous le verrons dans le prochain chapitre, le débat se situe toutefois au niveau de la compréhension de la dynamique de systèmes constitués de longues fibres placées dans des résonateurs Pérot-Fabry de bas coefficient de qualité. En ce qui concerne la dynamique des lasers Brillouin en anneau, nous verrons que le modèle à trois ondes décrit de manière correcte le comportement de ce genre de systèmes, tout au moins dans la mesure où le processus de la cascade Stokes n'est pas amorcé.

CHAPITRE II

Etude de la stabilité d'un laser Brillouin émettant une seule composante Stokes

Dans les années 70, des fibres optiques présentant des coefficients d'atténuation très faibles (quelques dB/km) purent être réalisées [Keck *et al*, 1973]. Les processus de diffusion Raman et Brillouin stimulés y furent dès lors rapidement observés [Stolen *et al*, 1972 ; Ippen *et al*, 1972]. Puis, en 1976 furent conçus les premiers lasers Raman et Brillouin à fibre. Autant dire que, depuis cette date, ce genre de système a fait l'objet, non seulement d'améliorations technologiques, mais aussi de nombreuses études expérimentales et théoriques.

Le travail que nous présentons sur le comportement dynamique d'un laser Brillouin vient donc s'inscrire dans un contexte riche de résultats préexistants. Voilà pourquoi, dans la première partie de ce chapitre, nous nous proposons de dresser une synthèse des études antérieurement effectuées sur la dynamique de la diffusion Brillouin dans les fibres et les lasers à fibre. Tout d'abord (paragraphe II-1-1), nous nous bornerons à une présentation qualitative des comportements déjà observés et nous tacherons ainsi de constituer un tableau fixant "l'état de l'art" dans le domaine en question. De façon à bien situer l'originalité des résultats que nous présenterons par la suite, nous insisterons sur la vision habituellement donnée de la dynamique du laser Brillouin. Plus particulièrement, nous rappellerons qu'il est généralement considéré que celui-ci émet une onde Stokes dont l'intensité est instable dès le niveau du seuil.

Puis, dans le paragraphe II-1-2, nous nous intéresserons aux équations du modèle couramment admis pour décrire la dynamique du laser Brillouin. Bon nombre de résultats théoriques alors exposés seront d'ailleurs ensuite repris dans les chapitres III et IV pour expliquer les mécanismes de la cascade Stokes.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous en arriverons à la présentation des résultats que nous avons obtenus lors de notre étude du comportement d'un laser Brillouin émettant une unique composante Stokes. Les caractéristiques du dispositif expérimental utilisé étant d'abord considérées (II-2-1), ce sont des expériences de balayage de la puissance et de la fréquence du laser de pompe qui seront ensuite décrites (II-2-2). Le laser étudié émettant un rayonnement Stokes dont l'intensité est stable quelque soit le niveau de pompage, ces expériences révèlent un comportement contrastant avec celui qui est habituellement rencontré. Néanmoins, une analyse modale classique en physique du laser en permet une interprétation simple. De plus, celle-ci conduit naturellement à l'élaboration d'un diagramme offrant une nouvelle vision de la dynamique du laser Brillouin (II-2-3).

II-1 COMPORTEMENTS ANTERIEUREMENT OBSERVES ET EQUATIONS DU LASER BRILLOUIN

II-1-1 Dynamique de la diffusion Brillouin stimulée : état de l'art

La diffusion Brillouin stimulée n'est pas un effet uniquement étudié dans le domaine de l'optique non linéaire guidée. C'est un phénomène qui est également bien connu en physique des plasmas. Dans chacune des deux branches, les ordres de grandeur caractéristiques de la DBS sont cependant complètement différents. Pour les plasmas, les longueurs d'interaction n'excèdent pas quelques dizaines de longueurs d'onde et les densités de puissance optique rencontrées sont bien plus importantes que celles qui sont susceptibles d'être mises en jeu dans une fibre optique. Les modèles utilisés décrivent alors un régime d'interaction forte [Montes *et al*, 1987-a] et sont donc relativement différents de ceux dont nous avons discuté lors du précédent chapitre. Sur le plan de la dynamique, nous nous contenterons de mentionner que de nombreuses études de la DBS ont été effectuées. Sans entrer dans les détails, nous signalerons simplement que, quelque soit la configuration étudiée (plasma confiné ou non dans une cavité optique), une variété importante de comportements instables a été répertoriée [Sauer *et al*, 1984 ; Randal *et al*, 1984 ; Blaha *et al*, 1988].

Dans les fibres optiques, en régime d'interaction faible, la dynamique de la DBS s'avère là encore d'une grande richesse et la nature des comportements observés dépend des conditions de bords imposées par la configuration de travail choisie. Concrètement, les régimes de la DBS sont différents lorsque la fibre est placée à l'intérieur d'un résonateur optique ou lorsqu'au contraire, aucune rétroaction n'est imposée par la présence de miroirs externes. Actuellement, avec l'engouement pour l'étude des phénomènes non linéaires, le débat portant sur la dynamique de la DBS s'articule autour de deux thèmes principaux:

- l'étude de la DBS dans les résonateurs Pérot-Fabry de faible coefficient de qualité (Dans la limite où ce dernier est nul, on parle de DBS en absence de contre-réaction)

- l'étude de la dynamique des lasers Brillouin qui, eux, fonctionnent généralement dans une configuration de cavité en anneau caractérisée par un meilleur coefficient de qualité que dans le cas précédent.

C'est dans le cadre de chacun de ces deux points que nous proposons maintenant de dresser un bilan situant l'état des idées en cours et la nature des travaux réalisés.

II-1-1-a Dynamique de la DBS dans les fibres et les résonateurs Pérot-Fabry de faible coefficient de qualité

(i) Dynamique de la DBS dans les fibres

Il est en pratique très facile d'observer la diffusion Brillouin stimulée dans une fibre monomode longue d'une centaine de mètres environ. Il suffit pour cela de disposer d'un laser suffisamment puissant émettant un rayonnement continu de faible largeur spectrale (≈ 1 MHz). De manière générale, on admet communément une formule donnant une idée de la puissance de pompe nécessaire à l'apparition d'une onde Stokes d'intensité appréciable [Smith, 1972] :

$$P_{\text{DBS}} = C_0 \frac{\alpha A}{g_B} \quad (\text{II-1})$$

où α est le coefficient d'atténuation de la fibre (en m^{-1}), A l'aire de son coeur et g_B le paramètre de gain Brillouin défini au paragraphe I-3. Dans la silice, la valeur couramment retenue pour C_0 est approximativement de 21 [Agrawal, 1989]. Si l'on considère que le diamètre de coeur de la fibre est de $5 \mu\text{m}$, une puissance injectée de quelques dizaines de mW seulement suffit à déclencher l'apparition de la DBS. Notons cependant que la relation (II-1) ne fournit qu'une indication et qu'elle est, de plus, à manier avec précaution. En effet, elle est valable lorsque la longueur L de la fibre est importante ($L \gg \frac{1}{\alpha}$) et la valeur de C_0 doit être multipliée par un facteur compris entre 1 et 2 si la fibre n'est pas à maintien de polarisation [Stolen, 1979].

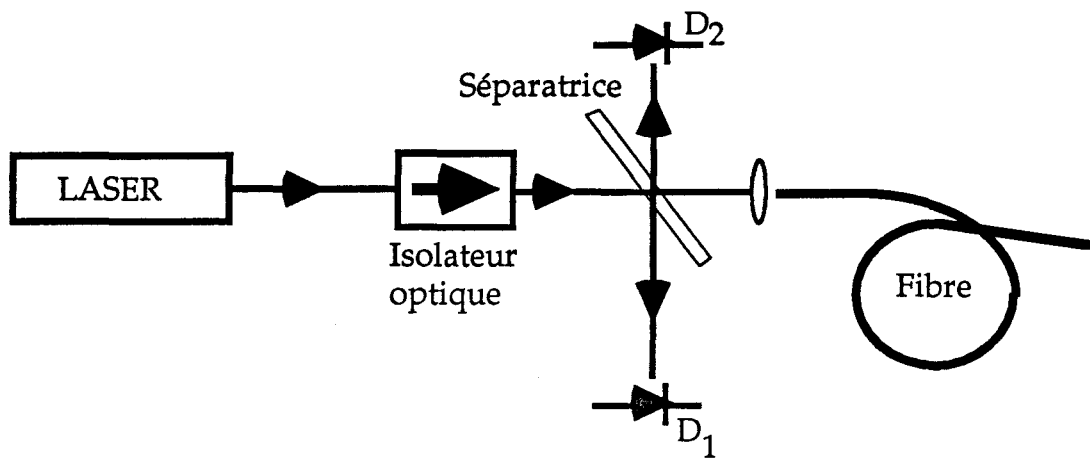


Fig. II-1 : Dispositif expérimental permettant l'observation de la DBS dans les fibres. D_1 et D_2 sont les détecteurs qui enregistrent respectivement l'évolution des puissances des ondes pompe et Stokes.

S'il est aisé d'observer la DBS dans les fibres, un certain nombre de précautions doit toutefois être pris de façon à ce que les conditions expérimentales soient bien maîtrisées. L'onde Stokes rétrodiffusée pouvant venir perturber le fonctionnement du laser, celui-ci doit avant tout être isolé de la fibre (Fig. II-1). Par ailleurs, suivant le type d'expérience choisie, une attention toute particulière doit être portée à la façon dont sont clivées les extrémités de la fibre. En effet, à l'interface silice-air se produisent inévitablement des réflexions de Fresnel qui, même faibles, sont loin d'être négligeables et conduisent à la création d'un résonateur Pérot-Fabry. Ainsi, si au niveau de ses extrémités, la fibre est sectionnée orthogonalement à l'axe de propagation, les faces d'entrée et de sortie se comportent comme des miroirs réfléchissant 4% de la puissance incidente. Lorsqu'on souhaite éviter tout effet de type Pérot-Fabry parasite, on doit simplement cliver la fibre selon un angle oblique. Une autre méthode tout aussi efficace consiste à en plonger la face de sortie dans un liquide réalisant une adaptation d'indice destinée à éliminer toute possibilité de réflexion de Fresnel.

C'est dans ces dernières conditions, pour des fibres longues d'une centaine de mètres, qu'Harrison *et al* ont observé des fluctuations de grande amplitude de l'intensité de l'onde Stokes [Harrison *et al*, 1990]. Ces auteurs ont alors montré que ces instabilités étaient chaotiques et en ont associé l'existence à l'action combinée de la diffusion Brillouin stimulée et de l'effet Kerr [Lu *et al*, 1991]. Cette interprétation fut néanmoins contestée par Gaeta *et al* qui attribuèrent une origine purement stochastique aux fluctuations observées [Gaeta *et al*, 1991]. On peut en effet considérer que la

DBS agit comme un mécanisme amplifiant le bruit optique et acoustique existant dans la fibre en l'absence d'onde de pompe intense. Ceci étant admis, les signaux temporels enregistrés ne reflètent donc que la dynamique de la diffusion Brillouin spontanée qui est, elle, purement stochastique. Ces résultats furent corroborés un peu plus tard par Dämmig *et al* qui reprurent les expériences de manière extrêmement rigoureuse [Dämmig *et al*, 1993]. Ils confirmèrent alors qu'en l'absence de contre-réaction apportée par des réflexions parasites, la dynamique de la DBS n'avait rien de chaotique. Sur le plan théorique, chacun des deux points de vue (chaos déterministe ou dynamique stochastique) se défend à partir des équations (I-45) desquelles il faut ôter soit le terme d'effet Kerr, soit le terme source de bruit.

Notons ici qu'il existe un autre modèle prenant en compte l'existence d'un éventuel désaccord entre la fréquence de l'onde rétrodiffusée et celle correspondant au maximum de la courbe de gain Brillouin [Chow *et al*, 1993]. D'après les simulations numériques, l'inclusion de ce degré de liberté supplémentaire conduit à l'apparition de comportements périodiques, quasi-périodiques et chaotiques. Jusqu'à présent, ces prédictions théoriques sur la dynamique des amplificateurs Brillouin n'ont toutefois pas encore été vérifiées expérimentalement.

Dans toutes les études précédemment décrites, la fibre est pompée par une onde unique. En marge de cette situation, certains auteurs se sont intéressés à des configurations de pompage plus complexes. Ainsi, le milieu est parfois éclairé par deux faisceaux laser se propageant suivant une même direction mais en sens opposé [Gaeta *et al*, 1989]. Dans ce cas, les fluctuations de la puissance Stokes se manifestent à un niveau de pompage plusieurs fois inférieur à celui caractérisant le processus habituel de la DBS. Les instabilités résultent alors de l'action combinée de la DBS et de processus de mélanges à ondes multiples. Les comportements observés expérimentalement consistent en des oscillations périodiques dont la fréquence est égale à celle de l'onde acoustique. Toutefois, les scénarios numériques vont jusqu'à prévoir des oscillations chaotiques se produisant à l'issue d'une cascade sous-harmonique [Narum *et al*, 1988].

Sur le plan théorique, la dynamique de la DBS a également été étudiée lorsque le milieu est pompé par un laser bimode, l'écart entre la fréquence des modes étant égal à deux fois la fréquence acoustique. Ce travail résulte d'une première étude [Montes, 1983] montrant que, par ce moyen, la réflexion de l'énergie incidente aux fréquences Stokes est bien moins importante que lorsque le laser est monomode. Le paramètre de

contrôle étant la longueur du milieu (dépourvu de miroir au niveau des bords), Montes *et al* ont montré numériquement la possibilité d'une déstabilisation du système [Montes *et al*, 1987-b]. Au travers d'une bifurcation de Hopf, l'amplitude de toutes les ondes se met alors à osciller de façon périodique. Lorsque la longueur d'interaction devient suffisamment importante, des régimes chaotiques sont finalement atteints. Tout comme dans le cas précédemment évoqué de l'amplificateur Brillouin, ces prévisions n'ont pas encore reçu de validation expérimentale.

(ii) Dynamique de la DBS dans les résonateurs Pérot-Fabry de faible coefficient de qualité

La dynamique de la DBS est également très étudiée lorsque la fibre est placée à l'intérieur d'une cavité Pérot-Fabry de faible coefficient de qualité. Dans ce cas, on ne cherche plus à éliminer les réflexions parasites se produisant au niveau des bords et, plutôt que de laser Brillouin, on parle souvent de DBS en présence d'une faible contre-réaction extérieure. Actuellement, dans ce domaine, les résultats expérimentaux obtenus par diverses équipes diffèrent encore sur certains points et les interprétations sont soumises à de vives controverses.

La fibre étant maintenant à l'intérieur d'un résonateur optique, l'onde Stokes ne peut osciller que si le gain par passage est supérieur aux pertes de la cavité. Ceci conduit à une condition de seuil qui peut être calculée de façon exacte [Dämmig *et al*, 1993 ; Gaeta *et al*, 1992]. Néanmoins, dans la limite où les coefficients de réflexion sont faibles et la longueur de la fibre importante, on peut considérer que la relation (II-1) fournit toujours une bonne indication de l'ordre de grandeur de la puissance nécessaire à l'apparition de la DBS.

L'introduction de réflexions de Fresnel en bout de fibre modifie de manière radicale la dynamique de la DBS. Dès que le seuil est franchi, des oscillations périodiques de l'intensité de l'onde Stokes apparaissent. Suivant les conditions expérimentales, celles-ci présentent une fréquence égale ou très voisine [Douay *et al*, 1991 ; Dämmig *et al*, 1993] de l'intervalle spectral libre V_{ISL} de la cavité. Elles sont observées sur des durées courtes, c'est à dire de l'ordre de quelques dizaines de fois le temps de transit T_r des photons dans la cavité $\left(V_{ISL} = \frac{1}{T_r} \right)$. Sur des échelles de temps longues

devant T_r , l'amplitude de ces oscillations peut varier de façon irrégulière [Johnstone *et al*, 1991 ; Harrisson *et al*, 1994].

A l'heure actuelle, il apparaît clairement qu'au delà du seuil, la diffusion spontanée exerce un rôle négligeable sur la dynamique de la DBS et que l'émission Stokes perd tout caractère stochastique dans un résonateur [Gaeta *et al*, 1992]. Les comportements observés sont donc purement déterministes. La question maintenant posée est de connaître les mécanismes physiques se situant à l'origine des phénomènes observés et, en particulier, des variations irrégulières de l'amplitude des oscillations. Une réponse unique n'est pas possible car deux thèses s'opposent encore maintenant :

- la première est défendue par l'équipe de R.G. Harrisson qui attribue l'existence des instabilités à la conjugaison de l'effet Kerr et de la diffusion Brillouin stimulée. Des simulations numériques effectuées à partir d'un modèle adapté à la description des interactions se produisant dans un Pérot-Fabry (trois ondes optiques et une onde acoustique interagissant par effet Kerr et par électrostriction) sont en effet révélatrices des comportements périodiques, quasipériodiques et chaotiques que retrouvent les auteurs dans leurs expériences [Lu *et al*, 1992 ; Yu *et al*, 1995 ; Harrisson *et al*, 1990].

- la seconde attribue toutes les variations irrégulières de l'amplitude des instabilités à des problèmes expérimentaux liés à des fluctuations entre la phase du laser de pompe et celle du résonateur Pérot-Fabry. En verrouillant le laser de pompe et le Pérot-Fabry sur un même laser de référence, Dämmig *et al* ont en effet montré que, même sur de longues échelles de temps, les instabilités demeurent périodiques [Dämmig *et al*, 1993]. Notons au passage que ce type de comportement est prédit par le modèle cohérent de la DBS, l'influence de l'effet Kerr étant alors négligée [Gaeta *et al*, 1992].

Finalement, tous les travaux réalisés s'accordent néanmoins à montrer que l'intensité de l'onde Stokes redevient stable lorsque le niveau de pompage est suffisamment élevé.

II-1-1-b Dynamique des lasers Brillouin

(i) Dispositifs expérimentaux et nature des comportements observés

La diffusion Brillouin stimulée est un processus susceptible d'amplifier la puissance d'un rayonnement dont la fréquence est voisine de la fréquence Stokes (cf. chapitre I). Dès lors, si la fibre est insérée à l'intérieur d'un résonateur optique, l'obtention d'un effet laser est envisageable. Ceci fut observé dès 1976 par l'équipe de K.O. Hill qui réalisa la cavité en anneau représentée sur la figure II-2 [Hill *et al*, 1976-a]. Les pertes d'une telle cavité sont évidemment très importantes et les estimations effectuées montrèrent que seuls 2% de la puissance de pompe sortant de la fibre étaient réinjectés au niveau de l'entrée. Le seuil d'apparition de l'onde Stokes était alors atteint pour une puissance couplée d'environ 100 mW. Notons en outre que c'est la même équipe qui réalisa quelques mois plus tard le premier laser Raman à fibre [Hill *et al*, 1976-b].

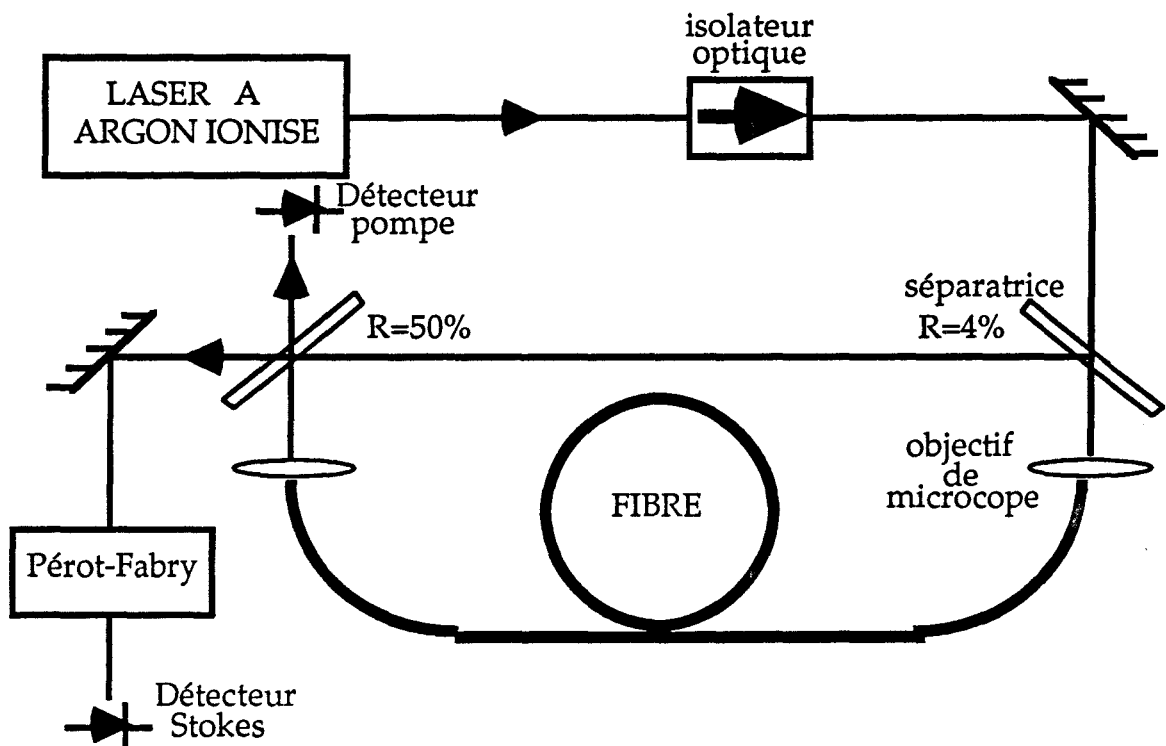


Fig. II-2 : Schéma de principe d'un laser Brillouin dont la cavité comporte un bras aérien.

Avec les rapides progrès réalisés dans la technologies des fibres, et en particulier avec l'apparition des coupleurs, des lasers Brillouin "tout fibre" purent être conçus (Fig. II-3). Les pertes des cavités ainsi constituées sont très faibles (des finesesses de 100 voire 1000 ayant été reportées [Stokes *et al*, 1982-a ; Yue *et al*, 1988]) et la puissance seuil de l'apparition de la DBS peut être inférieure au mW [Stokes *et al*, 1982-b]. Ce type de laser fonctionne généralement en régime de "miroir Brillouin". La majeure partie de la puissance incidente est alors réfléchiée sous la forme d'une onde Stokes monofréquence d'intensité stable. La largeur spectrale de ce rayonnement peut être de plusieurs ordres de grandeur inférieure à celle du rayonnement de pompe. En fait, avec des largeurs d'émission de l'ordre de la dizaine de Hertz [Smith *et al*, 1991], de tels lasers constituent probablement les sources les plus cohérentes actuellement disponibles. Le champ des applications potentielles de ces systèmes est donc important , des dispositifs tels que des capteurs ou des gyroscopes très sensibles pouvant être réalisés [Zarinetchi *et al*, 1991 ; Culverhouse *et al*, 1989-a-b ; Kalli *et al*, 1991].

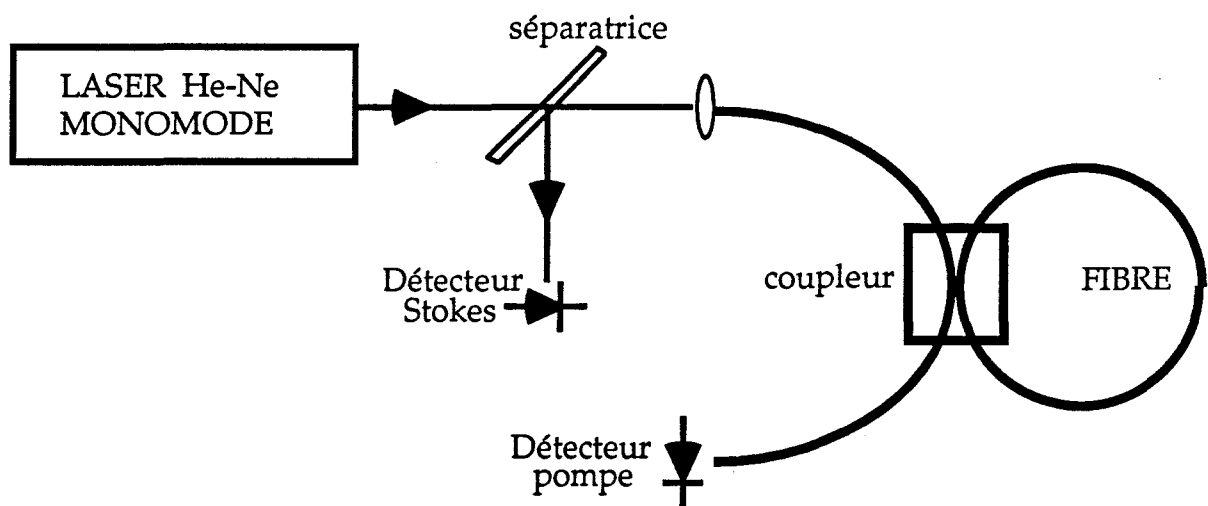


Fig. II-3: Schéma de principe d'un laser Brillouin tout fibre
d'après [Smith *et al*, 1991]

De façon générale, les études de la dynamique de la DBS sont plutôt réalisées dans des résonateurs comportant, en dehors de la fibre, des séparatrices et des objectifs de microscope (Fig. II-2). Outre le régime de miroir Brillouin, ceux-ci présentent également des fenêtres de fonctionnement dans lesquelles l'intensité de l'onde Stokes est instable. Pour un niveau de pompage donné, le laser émet alors spontanément des

impulsions. La durée de celles-ci est de quelques dizaines de nanosecondes et leur fréquence de récurrence est égale* à l'intervalle spectral libre de la cavité. Certains auteurs parlent alors quelquefois de fonctionnement en régime de "modes bloqués" (spontaneous mode locking), ceci signifiant que les modes longitudinaux situés sous la courbe de gain se synchronisent en phase pour donner naissance à des impulsions [Bar-Joseph et al, 1986]. Dans ce type de laser Brillouin, c'est généralement dès le seuil que se manifestent les régimes impulsionnels. Ceux-ci disparaissent cependant dès que le taux de pompage devient suffisamment élevé [Picholle *et al*, 1991-b]. Le mode de fonctionnement du laser est alors le miroir Brillouin c'est à dire que, pour un niveau de pompage donné, l'intensité du rayonnement Stokes rétrodiffusé demeure constante dans le temps.

Comme nous l'avons déjà évoqué, le coefficient de qualité des résonateurs comportant un bras aérien est faible. Le seuil d'oscillation de l'onde Stokes d'ordre un n'est donc accessible à des niveaux de pompage raisonnables que si le gain simple passage est suffisamment élevé. Autrement dit, l'obtention de l'effet laser est d'autant plus aisée que la longueur d'interaction est grande. Les lasers Brillouin couramment rencontrés sont donc généralement constitués de fibres dont la longueur est importante (typiquement, plus de 50 mètres [Bar-Joseph *et al*, 1985 ; Montes *et al*, 1994-b])

La configuration expérimentale représentée sur la figure II-2 présente un avantage important: elle est facilement modulable. Certains éléments optiques comme des unidirecteurs ou des modulateurs peuvent en effet être insérés dans le bras aérien du résonateur. Botineau *et al* ont ainsi étudié la dynamique d'un laser Brillouin comportant un modulateur acousto-optique intracavité. Dans ce cas, le faisceau de pompe est d'abord couplé dans l'oscillateur via le premier ordre de Bragg du modulateur. La cavité est ensuite bouclée en réinjectant le faisceau sortant de la fibre suivant l'ordre zéro [Botineau *et al*, 1989-a]. Si la fréquence de modulation est voisine de l'intervalle spectral libre du résonateur, cette configuration permet d'interrompre de façon périodique le processus de pompage et le laser génère alors une impulsion courte (≈ 10 ns) à chaque tour de cavité [Botineau *et al*, 1989-b]. Imposer un tel forçage au laser Brillouin revient à

* En fait, comme dans le cas des résonateurs Pérot-Fabry, celle-ci peut être non pas égale mais voisine de l'intervalle spectral libre de la cavité. Nous en verrons la raison lors du paragraphe II-1-2-d.

réaliser ce que l'on appelle parfois un verrouillage actif des modes (active mode locking) [Kawasaki *et al*, 1978].

(ii) études théoriques de la stabilité des lasers Brillouin

Sur le plan théorique, la première étude de la dynamique des lasers Brillouin a été réalisée à partir des équations du modèle d'intensités. Dans le cadre de ce modèle, des travaux avaient déjà été effectués pour analyser la dynamique de la DBS dans un milieu de longueur finie, sans miroir au niveau des bords [Johnson *et al*, 1971]. La réponse du système à l'application d'un champ de pompe d'intensité I_0 était alors étudiée et il était montré que l'intensité de l'onde Stokes atteignait une valeur stable après des oscillations de relaxation.

Le comportement d'un laser Brillouin est évidemment plus complexe. La description de sa dynamique requiert, en plus des équations (I-48), l'adjonction de conditions de bouclage qui, dans le cas d'une cavité en anneau, s'écrivent:

$$I_p(\zeta=0, \tau) = I_0 + R^2 I_p(\zeta=1, \tau) \quad (\text{II-2-a})$$

$$I_s(\zeta=1, \tau) = R^2 I_s(\zeta=0, \tau) \quad (\text{II-2-b})$$

R^2 est un paramètre proportionnel au facteur de qualité de la cavité. Il traduit en fait directement l'efficacité du processus de recouplage des ondes pompe et Stokes sortant de la fibre. Une analyse de stabilité linéaire du système constitué des équations (I-48) et (II-2) permet de déterminer les zones de l'espace des paramètres dans lesquelles l'intensité du laser est stable ou instable [Bar-Joseph *et al*, 1985]. Le résultat peut être représenté sous la forme d'un diagramme tracé dans le plan $(G(L) I_0, R^2)$ (voir Fig. II-4). Le paramètre G n'est pas différent de celui que nous avons défini au paragraphe I-2-3-a. Dans toute la suite de ce chapitre, on le notera cependant $G(L)$ de façon à bien rappeler qu'il dépend linéairement de la longueur L de la fibre $\left(G(L) = 2 \frac{V_1 V_3 n L}{\gamma_a c} |E_0|^2 \right)$. Le produit $G(L) I_0$ est ce qu'on appelle un "facteur de gain" proportionnel à la fois à la longueur L de la fibre et au niveau I_0 de pompage considéré. Sa valeur étant fixée, le laser peut présenter les deux types de comportements déjà mentionnés:

- si R^2 est inférieur à une valeur critique R_{crit}^2 (voir Fig. II-4), l'intensité de l'onde Stokes générée est instable. Les oscillations observées

sont alors périodiques et leur fréquence est égale à l'intervalle spectral libre V_{ISL} de la cavité (régime impulsionnel)

- si R^2 est supérieur à R_{crit}^2 , le régime de fonctionnement du laser est le miroir Brillouin. Remarquons néanmoins que si l'intensité de pompe subit une variation brutale, celui-ci peut éventuellement s'établir après une période transitoire d'oscillations de relaxation.

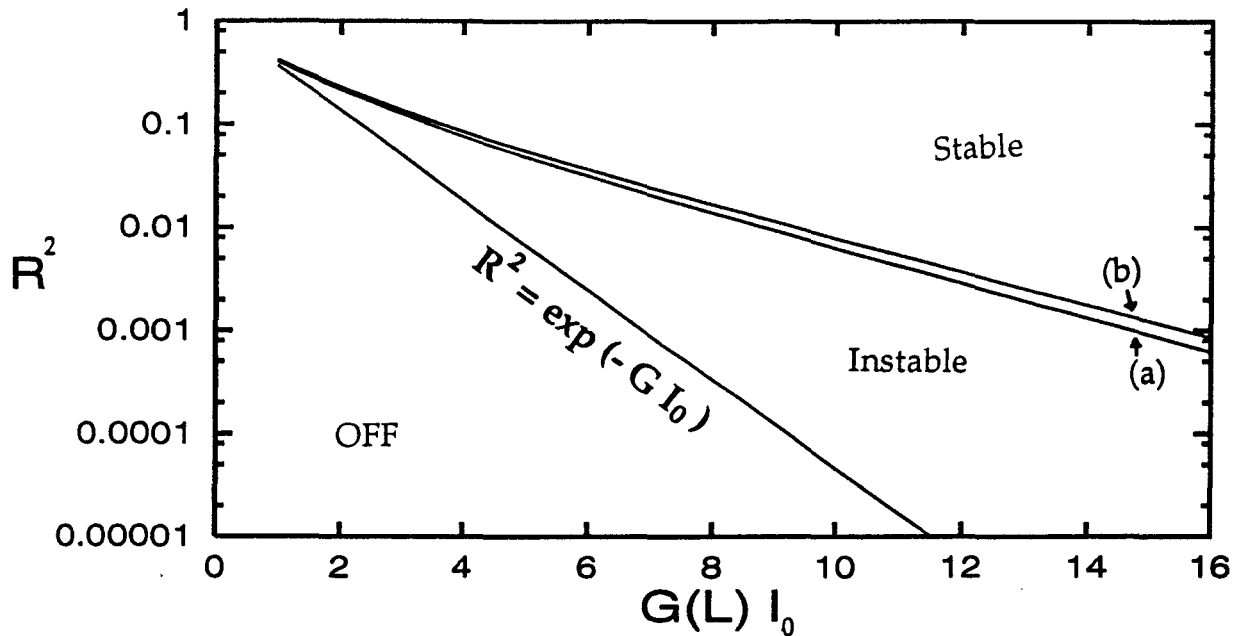


Fig. II-4: Diagramme de stabilité du laser Brillouin: (a) modèle d'intensités, (b) modèle à trois ondes (d'après [Montes et al, 1994-a]).

Il ne faut toutefois pas oublier que le modèle d'intensités est sujet aux réserves énoncées au chapitre I. En particulier, dès que le régime de la DBS devient impulsionnel, il ne prédit plus de manière correcte l'évolution d'une impulsion Stokes qui peut être amplifiée et comprimée de façon illimitée. Au voisinage de la bifurcation ($R \approx R_{crit}$), les comportements prévus par ce modèle peuvent également devenir singuliers. Ceci a été récemment montré par une analyse de stabilité linéaire [Montes et al, 1994-a] qui permet non seulement de délimiter les zones de fonctionnement stable et instable, mais aussi d'estimer les fréquences d'oscillation du système près de la bifurcation. La configuration étudiée par Montes et al se limite au cas où l'onde de pompe n'est pas reprise dans la cavité ($I_p(\zeta=0, \tau) = I_0$ dans l'Eq. II-2-a). Ceci correspond à une situation expérimentale pour laquelle un unidirecteur est placé dans la cavité et interdit tout recouplage du faisceau de pompe sortant de la fibre. Au

voisinage de la bifurcation, l'analyse de stabilité linéaire montre que les fréquences d'oscillation du laser couvrent un spectre discret de largeur théoriquement infinie (ce qui n'a d'ailleurs rien de surprenant si l'on considère que dans le cadre du modèle d'intensités, la largeur de la bande de gain Brillouin tend vers l'infini). Ces fréquences sont bien sûr des multiples entiers de l'intervalle spectral libre de la cavité et le fait qu'un nombre infini d'entre elles apparaisse près de la bifurcation viole l'approximation des enveloppes lentement variables.

Cette singularité disparaît si on se place maintenant dans le cadre du modèle cohérent de la DBS. Dans la situation où l'onde de pompe n'est pas reprise dans la cavité, la dynamique du laser Brillouin est décrite par les équations (I-49) auxquelles il faut ajouter les conditions de bouclage:

$$\varepsilon_p(\zeta=0, \tau) = \mu \quad (\text{II-3-a})$$

$$\varepsilon_s(\zeta=1, \tau) = R \varepsilon_s(\zeta=0, \tau) . \quad (\text{II-3-b})$$

μ joue le rôle de paramètre de pompe ($\mu^2 = I_0$) et R est un paramètre réel caractérisant le taux de réinjection de l'onde Stokes sortant de la fibre. Il est possible, toujours par une analyse de stabilité linéaire, de comparer les comportements prédits par le modèle d'intensités et par le modèle cohérent [Montes *et al*, 1994-a]. Comme l'indique la figure II-4, la première différence est quantitative: la frontière séparant les zones de fonctionnement stable et instable n'est pas exactement la même dans chacun des deux cas. Par ailleurs, dans le cadre du modèle cohérent, toute singularité disparaît au voisinage de la région $R \approx R_{\text{crit}}$, l'échange de stabilité s'effectuant en effet maintenant au travers d'une bifurcation de Hopf.

Le propos de l'analyse de stabilité effectuée par Montes *et al* était essentiellement de souligner les différences apparaissant entre le modèle d'intensités et le modèle cohérent au voisinage de la bifurcation. L'étude théorique ainsi présentée était associée à l'étude expérimentale d'un laser Brillouin comportant une fibre longue de 80 mètres. Le domaine de validité de l'analyse effectuée s'étendait donc uniquement à la classe des lasers Brillouin de grande longueur. Plus précisément, l'intervalle spectral libre $\frac{c}{nL}$ du système expérimental étudié étant petit devant la largeur $\Delta\nu_B$ de la courbe de gain Brillouin, le rapport $\frac{c}{nL \Delta\nu_B}$ était négligé devant l'unité dans

les calculs. Les auteurs en arrivaient ainsi naturellement à tracer le diagramme de stabilité du laser considéré dans le plan $(G(L) I_0, R^2)$.

Dans le cadre de l'analyse présentée, les paramètres longueur L de la fibre et intensité I_0 de pompage affectent donc de manière équivalente la stabilité du laser. En effet, une variation relative d'amplitude donnée de l'un ou de l'autre induit une même conséquence sur le comportement du système. Comme nous aurons largement l'occasion d'y revenir par la suite (cf. II-2-3), ceci est concevable dans un laser Brillouin de grande longueur mais plus dans un système pour lequel $\frac{c}{nL}$ devient comparable à Δv_B .

Remarque:

Dans l'article dont s'inspire la figure II-4 (Montes *et al*, Phys. Rev. A 49, 1344 (1994)), les auteurs tracent le diagramme de stabilité du laser dans le plan $(g L I_{cw}, R)$. Les notations et normalisations employées dans cet article sont différentes de celles que nous avons utilisées. Afin d'éviter toute confusion, nous indiquons ici la correspondance entre les divers paramètres.

	<u>Notations utilisées par Montes et al</u>	<u>Notations utilisées dans la thèse</u>
Coefficient de gain Brillouin	g (m/W)	g_B (m/W) g ou G (sans dimension) cf. Eq.I-43
Longueur de la fibre	L (mètres)	L (mètres)
Champ incident en $z=0$	E_{cw} (V/m)	E_I (V/m) normalisé à E_0 (V/m) ; $\mu = \frac{E_I}{E_0}$
Paramètre de pompe	$I_{cw} = \frac{1}{2} n \epsilon_0 c E_{cw} ^2$ (W/m ²)	$I_0 = \mu^2$ (sans dimension)
Facteur de gain	$g L I_{cw}$ (sans dimension)	$G(L) I_0 = 2 g I_0$ (sans dimension)
Coefficient de réinjection	R	R^2

En résumé, les études de la dynamique des lasers Brillouin sont généralement effectuées dans des résonateurs comportant un bras aérien. La finesse de tels systèmes est faible et la longueur de la fibre employée souvent importante (> 50 m). A notre connaissance, toutes les études (tant expérimentales que théoriques) effectuées jusqu'à présent montrent que l'intensité de l'onde Stokes émise est instable dès le seuil de fonctionnement du laser. Celui-ci génère alors des impulsions dont la fréquence de récurrence est égale à l'intervalle spectral libre de la cavité. Lorsque le niveau de pompage devient suffisamment élevé, l'intensité du rayonnement émis par le laser est stable; on parle alors de régime de miroir Brillouin. Finalement, l'ensemble des comportements ainsi observés peut être synthétisé sous la forme d'un diagramme de stabilité tracé dans le plan $(G(L) I_0, R^2)$ (Fig. II-4).

II-1-2 Les équations du laser Brillouin

Après les considérations qualitatives du paragraphe précédent, c'est maintenant au travers des équations que nous allons nous intéresser aux modes de fonctionnement du laser Brillouin. Dans un premier temps, nous rappellerons les conditions de bouclage caractérisant une cavité en anneau. Le modèle adopté étant le modèle cohérent de la DBS, nous calculerons ensuite les solutions décrivant l'état stationnaire du laser dans le cas où l'onde de pompe et l'onde Stokes sont toutes deux résonantes dans la cavité. Puis nous discuterons de la situation du "miroir hors accord de phase" pour laquelle ces conditions de résonance ne sont plus vérifiées. Finalement, nous terminerons ce paragraphe par une rapide description des régimes impulsionsnels, ce qui nous permettra d'évoquer les mécanismes de propagation des solitons supraluminiques.

II-1-2-a Conditions de bouclage dans un oscillateur en anneau

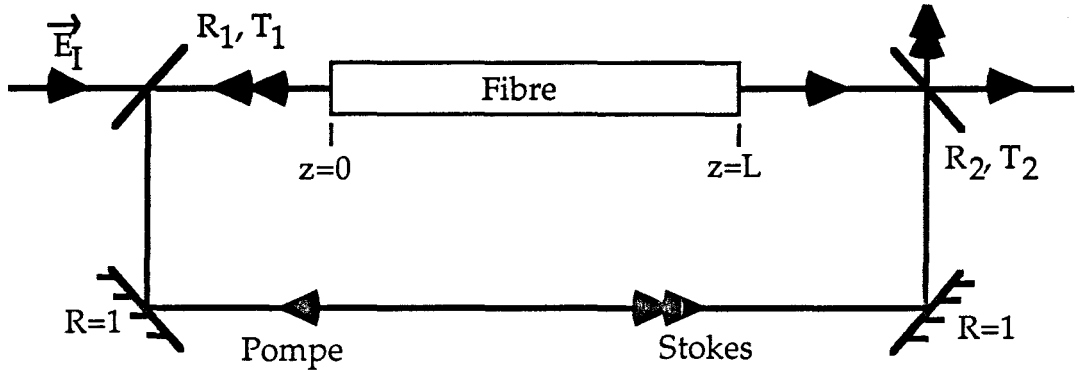


Fig. II-5: Schéma de principe d'un oscillateur en anneau

D'un point de vue théorique, on représente souvent une cavité comportant un bras aérien de la façon schématisée sur la figure II-5 [Lugiato, 1984]. Un champ laser incident \vec{E}_I est injecté via un miroir ayant un coefficient de réflexion en puissance R_1 et une transmission T_1 . Les champs pompe et Stokes peuvent être détectés au travers d'un deuxième miroir (R_2, T_2). La longueur du bras aérien est notée \mathcal{L} et celle de la fibre L . En $z=0$, le champ électrique de pompe est la somme du champ incident et du champ sortant de la fibre si bien que:

$$\vec{E}_p(z=0, t) = \sqrt{T_1} \vec{E}_I(z=0, t) + \sqrt{R_1 R_2} \vec{E}_p(z=L, t - \mathcal{L}/c). \quad (\text{II-4})$$

Pour l'onde Stokes qui circule dans le sens opposé à celui de l'onde de pompe, on a:

$$\vec{E}_s(z=L, t) = \sqrt{R_1 R_2} \vec{E}_s(z=0, t - \mathcal{L}/c). \quad (\text{II-5})$$

En employant le formalisme habituel consistant à écrire que chacune des ondes (supposée rectilignement polarisée) est constituée d'une porteuse modulée par une enveloppe lentement variable, on opère la transformation:

$$E_j \rightarrow E_j(z, t) e^{i(\omega_j t \pm k_j z)} \quad (j = p, s)$$

ce qui conduit à:

$$E_p(z=0,t) = \sqrt{T_1} E_I + \sqrt{R_1 R_2} E_p(z=L, t - \mathcal{L}/c) e^{-i(k_p L + \omega_p \mathcal{L}/c)} \quad (\text{II-6-a})$$

$$E_s(z=L,t) = \sqrt{R_1 R_2} E_s(z=0, t - \mathcal{L}/c) e^{-i(k_s L + \omega_s \mathcal{L}/c)}. \quad (\text{II-6-b})$$

La quantité $\sqrt{T_1} E_I$ représente la valeur du champ injecté dans la fibre en $z=0$. Pour simplifier, nous écrivons:

$$\sqrt{T_1} E_I = E_0 \mu \quad (\text{II-7})$$

où E_0 est la valeur maximum du champ couplé dans la fibre. μ joue alors le rôle d'un paramètre de pompe sans dimension dont la valeur peut varier entre 0 et 1. Par ailleurs si on note $R = \sqrt{R_1 R_2}$, compte tenu de la normalisation du paragraphe I-2-2-d, on aboutit à:

$$\varepsilon_p(\zeta=0, \tau) = \mu + R \varepsilon_p(\zeta=1, \tau - \mathcal{L}/nL) e^{-i \delta_p} \quad (\text{II-8-a})$$

$$\varepsilon_s(\zeta=1, \tau) = R \varepsilon_s(\zeta=0, \tau - \mathcal{L}/nL) e^{-i \delta_s} \quad (\text{II-8-b})$$

avec $\delta_j = k_j L + \omega_j \mathcal{L}/c$ ($j = s, p$). Le facteur $e^{-i \delta_p}$ (resp. $e^{-i \delta_s}$) est un terme de déphasage traduisant le fait que la longueur de la cavité n'est pas nécessairement égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde de pompe (resp. Stokes).

II-1-2-b Système résonant : solutions stationnaires et calcul du seuil

Les équations (II-8) constituent une formulation rigoureuse des conditions de bouclage. Comme nous l'avons déjà évoqué pour le cas de l'unidirecteur intracavité ($\varepsilon_p(\zeta=0, \tau) = \mu$), certains termes peuvent éventuellement en être éliminés. En réalité, dans la description habituellement rencontrée, on élimine les termes de déphasage ($e^{-i \delta_p}$ et $e^{-i \delta_s}$) et de retard (\mathcal{L}/nL). L'onde de pompe et l'onde Stokes sont alors toutes deux parfaitement résonantes dans la cavité. La validité de cette supposition (pouvant à priori paraître très grossière) sera discutée dans le cadre du prochain paragraphe. Finalement, le modèle couramment admis pour décrire la dynamique d'un laser Brillouin [Botineau *et al*, 1989-a] est constitué de l'ensemble suivant d'équations:

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \varepsilon_p = -g B \varepsilon_s \quad (\text{II-9-a})$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \tau} - \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \varepsilon_s = g B^* \varepsilon_p \quad (\text{II-9-b})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B}{\partial \tau} + B = \varepsilon_p \varepsilon_s^* \quad (\text{II-9-c})$$

$$\varepsilon_p (\zeta=0, \tau) = \mu + R \varepsilon_p (\zeta=1, \tau) \quad (\text{II-9-d})$$

$$\varepsilon_s (\zeta=1, \tau) = R \varepsilon_s (\zeta=0, \tau) \quad (\text{II-9-e})$$

La recherche des solutions caractérisant l'état stationnaire du laser passe par une réécriture de l'enveloppe des champs sous la forme:

$$\begin{aligned} \varepsilon_j &= A_j(\zeta, \tau) e^{i\phi_j(\zeta, \tau)} \quad (j = p, s) \\ B &= A_a(\zeta, \tau) e^{i\phi_a(\zeta, \tau)} \end{aligned}$$

ce qui conduit au jeu des 6 équations (I-50). Ensuite, on considère que les amplitudes et les phases des champs n'évoluent plus dans le temps $\left(\frac{\partial}{\partial \tau} = 0\right)$.

L'équation (I-50-f) impose alors $\sin \theta = \sin(\phi_s + \phi_a - \phi_p) = 0$ ce qui donne immédiatement:

$$\frac{d\phi_p}{d\zeta} = \frac{d\phi_s}{d\zeta} = 0. \quad (\text{II-10})$$

A l'état stationnaire, les phases des champs pompe et Stokes sont donc indépendantes de la variable spatiale ζ et les conditions de bouclage (II-9-d) et (II-9-e) se réduisent à:

$$A_p (\zeta=0) = \mu + R A_p (\zeta=1) \quad (\text{II-11-a})$$

$$A_s (\zeta=1) = R A_s (\zeta=0). \quad (\text{II-11-b})$$

Par ailleurs, en régime indépendant du temps, les équations fixant l'état des champs dans la fibre s'écrivent:

$$\frac{dA_p}{d\zeta} + \frac{\beta}{2} A_p = -g A_a A_s \quad (\text{II-12-a})$$

$$\frac{dA_s}{d\zeta} - \frac{\beta}{2} A_s = -g A_a A_p \quad (\text{II-12-b})$$

$$A_a = A_p A_s \quad (\text{II-12-c})$$

ou encore, en passant aux variables d'intensités $I_p(\zeta) = A_p^2(\zeta)$ et $I_s(\zeta) = A_s^2(\zeta)$:

$$\frac{dI_p}{d\zeta} + \beta I_p = -G I_p I_s \quad (\text{II-13-a})$$

$$\frac{dI_s}{d\zeta} - \beta I_s = -G I_p I_s \quad (\text{II-13-b})$$

avec $G = 2g$. Il existe une solution analytique du système (II-13) dans le cas où $\beta \neq 0$ [Enns *et al*, 1969]. Pour simplifier les calculs, les termes d'amortissement des ondes optiques seront néanmoins désormais négligés. L'approximation ainsi réalisée conserve cependant un caractère tout à fait raisonnable tant que l'atténuation de la fibre reste faible, ce qui est le cas dans nos expériences. Ceci étant dit, les équations (II-13) prennent maintenant la forme symétrique suivante:

$$\frac{dI_p}{d\zeta} = -G I_p I_s \quad (\text{II-14-a})$$

$$\frac{dI_s}{d\zeta} = -G I_p I_s \quad (\text{II-14-b})$$

Comme $\frac{dI_p}{d\zeta} = \frac{dI_s}{d\zeta}$, la quantité:

$$\Omega = I_p(\zeta) - I_s(\zeta) = I_p(\zeta=0) - I_s(\zeta=0) \quad (\text{II-15})$$

est une constante indépendante de ζ et le système (II-14) peut être réécrit sous la forme:

$$\frac{dI_s}{d\zeta} = -G (\Omega + I_s) I_s. \quad (\text{II-16})$$

En tenant compte des conditions de bouclage (II-11), la résolution de cette équation conduit à la répartition de l'amplitude des champs dans la fibre dans les cas où $I_s(\zeta) = 0$ (solution laser OFF) et $I_s(\zeta) \neq 0$ (solution laser ON).

$I_s(\zeta) = 0$: solution laser OFF

Dans ce cas, l'amplitude du champ de pompe est indépendante de ζ . Sa valeur, fixée par les conditions de bords, augmente linéairement avec le paramètre de pompe μ :

$$A_p(\zeta) = A_p(\zeta=0) = \frac{\mu}{1-R} \quad (\text{II-17})$$

$I_s(\zeta) \neq 0$: solution laser ON

Lorsque $\Omega \neq 0^*$, la solution générale de l'équation (II-16) s'écrit sous la forme:

$$I_s(\zeta) = \frac{K \Omega e^{-G \Omega \zeta}}{1 - K e^{-G \Omega \zeta}} \quad (\text{II-18})$$

et la constante d'intégration K peut être calculée grâce à la condition de bouclage $I_s(1) = R^2 I_s(0)$. On obtient alors :

$$I_s(\zeta) = A_s^2(\zeta) = \frac{(R^2 - e^{-G \Omega}) \Omega e^{-G \Omega \zeta}}{(R^2 - 1) e^{-G \Omega} - (R^2 - e^{-G \Omega}) e^{-G \Omega \zeta}} \quad (\text{II-19})$$

et $I_p(\zeta)$ peut maintenant être facilement déterminé à l'aide de la relation (II-15):

$$I_p(\zeta) = A_p^2(\zeta) = \frac{(R^2 - 1) \Omega e^{-G \Omega}}{(R^2 - 1) e^{-G \Omega} - (R^2 - e^{-G \Omega}) e^{-G \Omega \zeta}} \quad (\text{II-20})$$

Les équations (II-19) et (II-20) décrivent respectivement la répartition de l'amplitude des champs Stokes et pompe dans la fibre à l'état stationnaire. Si les valeurs de R et de G sont liées aux caractéristiques mêmes du laser, $\Omega = I_p(\zeta=0) - I_s(\zeta=0)$ est une grandeur encore inconnue à cette étape du calcul. Pour la déterminer, on impose $\zeta=0$ dans l'équation (II-19) ce qui conduit à:

$$R^2 I_p(0) = \left(I_p(0) + (R^2 - 1) I_s(0) \right) \exp - G \left(I_p(0) - I_s(0) \right). \quad (\text{II-21})$$

* Le cas $\Omega=0$ est particulier et sera traité en détail lors du paragraphe III-2-3

$I_s(0)$ étant fixée, $I_p(0)$ peut être calculée en résolvant numériquement cette dernière équation. A la valeur de $I_p(0)$ ainsi trouvée correspond une valeur du paramètre de pompe μ donnée par la relation:

$$\mu = A_p(0) - R \sqrt{\frac{\Omega (R^2 - 1)}{e^{-G\Omega} - 1}} \quad (\text{II-22})$$

obtenue en combinant les équations (II-11-a) et (II-20).

Pour résumer, si on fixe l'intensité $I_s(0)$ de l'onde Stokes en $\zeta=0$, on peut déterminer numériquement la valeur correspondante de $I_p(0)$ ce qui permet de calculer le paramètre de pompe μ . Il est dès lors possible de représenter l'amplitude des champs Stokes et pompe en fonction de μ , autrement dit, de tracer les caractéristiques du laser. Comme le montre la figure II-6, celles-ci sont complètement différentes selon que l'on se place en $\zeta=0$ ou en $\zeta=1$. En $\zeta=0$, la pente de la caractéristique du champ de pompe diminue lorsque le laser démarre, ce qui traduit simplement le fait qu'une part de la puissance véhiculée par l'onde de pompe est transférée à l'onde Stokes. En $\zeta=1$, la pente de la caractéristique du champ de pompe change de signe et devient négative. Ceci signifie que, le seuil de fonctionnement du laser étant franchi, l'amplitude du champ de pompe n'est plus indépendante de ζ mais en devient une fonction décroissante décrite par la relation (II-19). En d'autres termes, ce changement de signe de pente pour $\zeta=1$ traduit un effet de déplétion de pompe illustré sur la figure II-7.

Lorsque μ est suffisamment grand, l'amplitude du champ Stokes peut devenir plus importante que celle du champ de pompe et ce, quelque soit ζ (Fig. II-6 et II-7). Dans le cadre du modèle considéré, la puissance transportée par l'onde Stokes d'ordre un peut donc devenir supérieure à la puissance de l'onde de pompe. Comme nous le verrons au chapitre III, ceci n'est en réalité pas possible car à ces niveaux de pompage apparaît une onde Stokes d'ordre deux qui vient limiter le taux de croissance de l'onde Stokes d'ordre un. Dans ce cas, l'amplitude du champ Stokes d'ordre un ne peut plus dépasser celle du champ de pompe et une situation telle que celle présentée sur la figure (II-7-b) ne sera jamais observée.

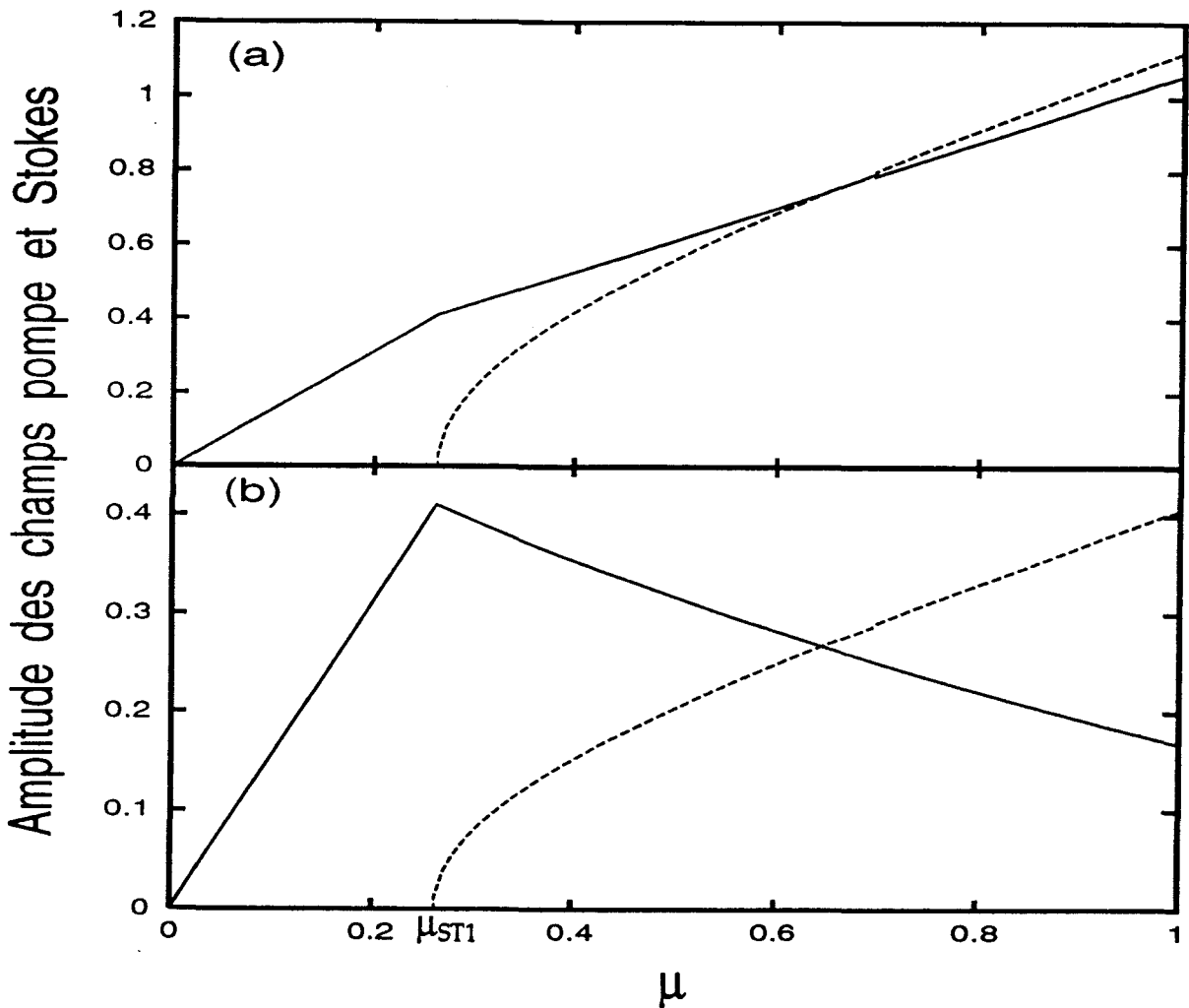


Fig. II-6 : caractéristiques stationnaires des champs pompe (traits pleins) et Stokes (lignes pointillées) en (a) $\zeta=0$, (b) $\zeta=1$
 ($R=0.36$, $g=6.04$, $\mu_{ST1}=0.263$, paramètres caractérisant le dispositif expérimental présenté au paragraphe III-2-1)

Finalement, pour être complète, l'étude des solutions stationnaires doit comporter le calcul du seuil μ_{ST1} de fonctionnement du laser. Pour trouver celui-ci, on impose simplement $A_s(0) = 0$ dans l'équation (I-21). Ceci conduit à une valeur de $A_p(0)$ qu'on injecte dans l'équation (II-22) pour aboutir à:

$$\mu_{ST1} = \sqrt{\frac{-\ln R}{g}} (1 - R). \quad (\text{II-23})$$

Le terme $(1 - R)$ traduit le fait que le seuil d'oscillation de l'onde Stokes est plus faible lorsque l'onde de pompe peut circuler dans la cavité. Si ceci est interdit par un unidirecteur, le seuil s'écrit simplement [Montes *et al*, 1994]:

$$\mu_{ST1} = \sqrt{\frac{-\ln R}{g}}. \quad (\text{II-24})$$

Remarquons que ces expressions peuvent être facilement retrouvées par une analyse de stabilité linéaire de la solution laser OFF.

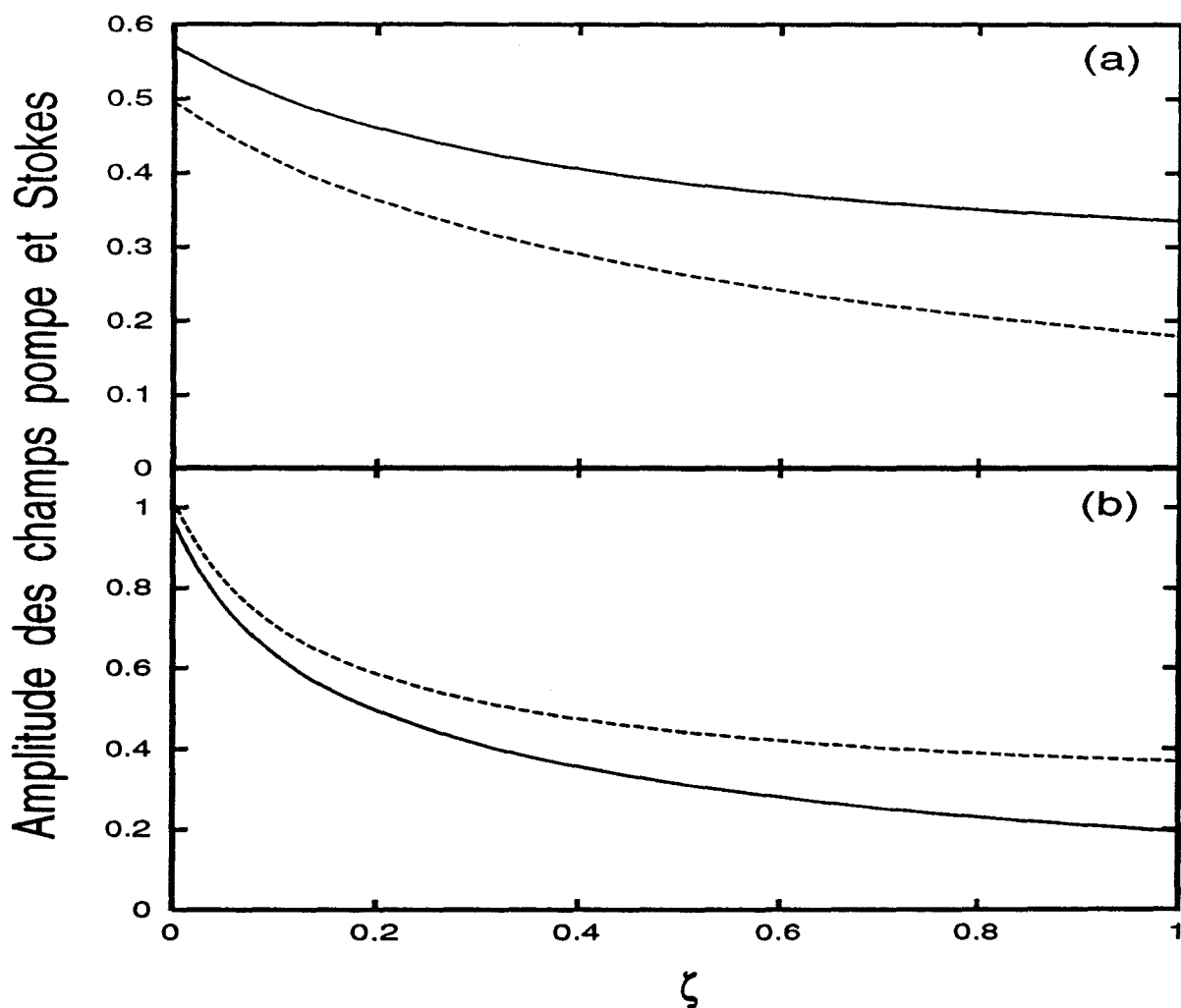


Fig. II-7: Evolution longitudinale de l'amplitude des champs pompe (traits pleins) et Stokes (lignes pointillées) pour
 (a) $\mu=0.45$, (b) $\mu=0.9$ ($g=6.04$, $R=0.36$)

II-1-2-c Système non résonant : "miroir Brillouin hors accord de phase"

A l'exception de quelques systèmes [Ponikvar *et al*, 1981], la longueur de la cavité n'est généralement pas contrôlée dans les lasers Brillouin. De ce fait, dans la majeure partie des dispositifs expérimentaux, les deux paramètres de désaccord en fréquence δ_p et δ_s évoluent librement. Même si la longueur du résonateur est telle que l'un d'entre eux est nul, la probabilité pour que l'autre le soit également est très faible. La supposition effectuée au paragraphe précédent ($\delta_p = \delta_s = 0$) peut donc paraître extrêmement contestable. Là n'est pas le seul problème. En effet, pour décrire l'état stationnaire du laser, nous avons supposé que les amplitudes et les phases n'évoluaient plus dans le temps, ce qui implique, entre autres, que les phases des champs pompe et Stokes deviennent indépendantes de ζ (cf. Eq. II-10). Si δ_p et δ_s sont non nuls, une discontinuité de phase est introduite au niveau des bords. Le fait que la fibre soit placée dans une cavité non résonante pose donc un problème théorique au niveau de la distribution stationnaire des phases des champs.

En résumé, il apparaît *à priori* assez peu réaliste de décrire, au moyen d'un modèle résonant, le comportement d'un système expérimental dont la longueur n'est pas contrôlée. On peut maintenant se demander comment incorporer dans ce modèle des termes de déphasage qui semblent incompatibles avec la notion d'état stationnaire telle qu'elle a été définie au paragraphe précédent. Nous avons alors supposé que l'état stationnaire était atteint lorsque, et les phases, et les amplitudes devenaient indépendantes du temps [Tang, 1966]. Toutefois, on peut aussi considérer que le régime de miroir Brillouin est établi lorsque seules les intensités des champs n'évoluent plus dans le temps. Les phases, elles, peuvent alors très bien varier spatialement et temporellement. Ceci conduit à un nouveau critère de définition de l'état stationnaire qui est atteint lorsque la condition:

$$\frac{\partial A_j}{\partial \tau} = 0 ; \frac{\partial \phi_j}{\partial \tau} = \text{cte} \quad (j=a, p, s) \quad (\text{II-25})$$

est vérifiée [Botineau *et al*, 1994-a ; Randoux *et al*, 1995-a]. Les phases n'étant maintenant plus figées, la cavité peut ne pas être résonante pour l'onde de pompe et l'onde Stokes ($\delta_p \neq 0$ et $\delta_s \neq 0$) sans pour autant que le système n'accède pas à son état stationnaire.

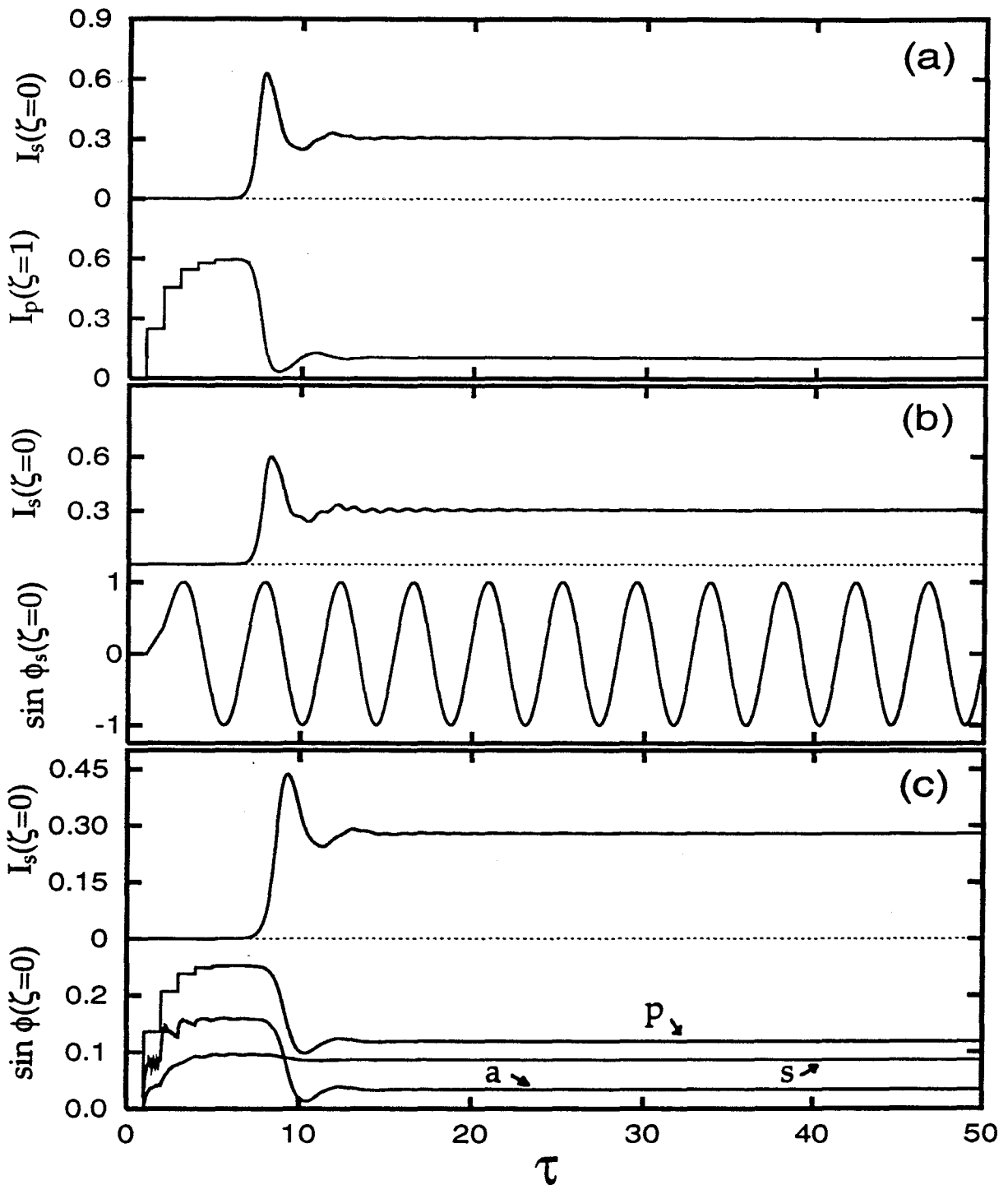


Fig. II-8 : Réponse du laser à une variation brutale du paramètre de pompe:
 (a) Evolution des intensités $I_p(\zeta=1)$ et $I_s(\zeta=0)$ dans le cas résonant ($\delta_p = \delta_s = 0$)
 (b) Evolution de $I_s(\zeta=0)$ et de $\sin \phi_s(\zeta=0)$ dans le cas où $\delta_p = 0$, $\delta_s = \frac{\pi}{2}$
 (c) Evolution de $I_s(\zeta=0)$ et de $\sin \phi_j(\zeta=0)$ ($j=a,p,s$) lorsque $\delta_p = \frac{\pi}{6}$, $\delta_s = 0$
 Dans les trois cas, μ passe brutalement de 0 à 0.5 à $\tau=0$
 ($g=6.04$, $\beta_A=10.93$, $\beta=0.01$)

Ceci étant dit, on peut maintenant se demander quelle est l'influence des paramètres δ_p et δ_s sur la dynamique du laser Brillouin. La question ainsi posée est bien trop vaste pour qu'il soit ici envisagé d'y répondre de façon complète. Nous nous bornerons à présenter le résultat de simulations numériques effectuées dans des conditions suffisamment représentatives pour que quelques idées générales soit dégagées. L'étude de l'influence des termes de désaccord en fréquence sur la stabilité du laser Brillouin fait l'objet d'une partie du travail de thèse de Vincent Lecoeuche et certains résultats sont actuellement soumis à publication [Lecoeuche *et al*, 1995]

La figure II-8-a est une illustration de la réponse du laser à une variation brutale du paramètre de pompe opérée à l'instant $\tau=0$ et dans la situation où $\delta_p = \delta_s = 0$. Après un délai nécessaire à l'établissement du champ de pompe intracavité ($0 < \tau < 7$), le laser démarre brutalement puis, les intensités des ondes pompe et Stokes relaxent rapidement vers leurs valeurs stationnaires. Durant tout ce temps, les phases des champs optiques et de l'onde acoustique demeurent constamment nulles et ne sont par conséquent pas représentées sur la figure.

Il est intéressant de comparer ce résultat à celui obtenu lorsque $\delta_s \neq 0$ (Fig. II-8-b). Dans ce cas, on parle de miroir Brillouin "hors accord de phase"; l'intensité émise par le laser est stable et l'évolution suivie par le système n'est pas très différents de celle qui est présentée sur la figure II-8-a. Cependant, la phase du champ Stokes évolue maintenant linéairement dans le temps (Fig. II-8-b). Ceci signifie que, lorsque la cavité n'est pas résonante, l'émission Stokes ne se produit plus à la fréquence $\omega_p - \omega_a$ correspondant au centre de la courbe de gain Brillouin. De récents résultats théoriques montrent que l'onde Stokes oscille en fait à une fréquence légèrement différente imposée par les caractéristiques de la cavité [Botineau *et al*, 1994-b]. D'après cette étude, la structure modale de la cavité est profondément modifiée au delà du seuil. Ses fréquences de résonance se déduisent de celles des modes de la cavité passive au moyen d'une transformation mettant en jeu un facteur d'échelle dépendant de R , β_A et β . L'émission laser se produit alors à la fréquence du "mode non linéaire" le plus proche du centre de la courbe de gain. Nous n'irons cependant ici pas plus loin dans ces considérations; nous nous contenterons simplement de retenir que, lorsque $\delta_s \neq 0$, l'onde Stokes n'oscille pas à une fréquence correspondant au centre de la courbe de gain. Les phases des champs varient

alors spatialement et temporellement sans pour autant que ceci vienne forcément affecter de manière significative l'évolution de leurs amplitudes.

Quelle est maintenant l'influence du terme $e^{-i \delta_p}$ sur le comportement du laser? En deçà du seuil, la valeur de δ_p va fixer le champ de pompe intracavité. Celui-ci sera minimum lorsque la cavité sera antirésonante ($\delta_p = \pi$) et maximum quand elle sera résonante ($\delta_p = 0$). Au delà du seuil, cet effet se répercute sur l'onde Stokes dont l'intensité est d'autant plus faible que δ_p s'écarte de zéro. Par ailleurs, le paramètre δ_p exerce aussi une influence sur la phase prise par le champ de pompe à l'état stationnaire. Lorsque $\delta_s = 0$, ceci se répercute sur la phase du champ Stokes qui vient se verrouiller sur une valeur dépendant de la phase du champ de pompe. En fait, à l'état stationnaire, les phases des champs optiques et de l'onde acoustique sont liées par la relation d'équilibre $\sin(\phi_s + \phi_a - \phi_p) = 0$ (Fig. II-8-c).

Avant de conclure, une dernière remarque sur le terme de retard $\frac{\mathcal{L}}{nL}$. Dans la majeure partie des dispositifs expérimentaux, la longueur du trajet aérien est très inférieure à celle de la fibre. Le terme de retard est donc généralement très faible et on peut vérifier numériquement qu'il n'influe pas de manière significative sur la dynamique du laser; il sera de ce fait négligé par la suite.

Finalement, au regard de toutes les considérations précédentes, nous retiendrons simplement que, dans la mesure où le paramètre de contrôle est la puissance de pompe, le modèle résonant décrit de façon correcte le comportement du laser Brillouin.

II-1-2-d Régimes impulsionnels et solitons supraluminiques

Après avoir étudié les régimes pour lesquels l'intensité de l'onde Stokes demeurerait constante dans le temps, nous allons maintenant nous intéresser aux fenêtres de fonctionnement impulsionnel du laser Brillouin. Les régimes d'instabilités de ce système ont surtout été étudiés par les chercheurs de l'université de Nice et nous nous contenterons en fait ici de résumer les principaux résultats théoriques auxquels ils sont parvenus. La synthèse ainsi effectuée n'est cependant pas gratuite; elle permettra, par la

suite, de comparer les scénarios déjà connus d'interaction entre les ondes à ceux, nouvellement établis, notamment pour les DBS d'ordre deux et trois.

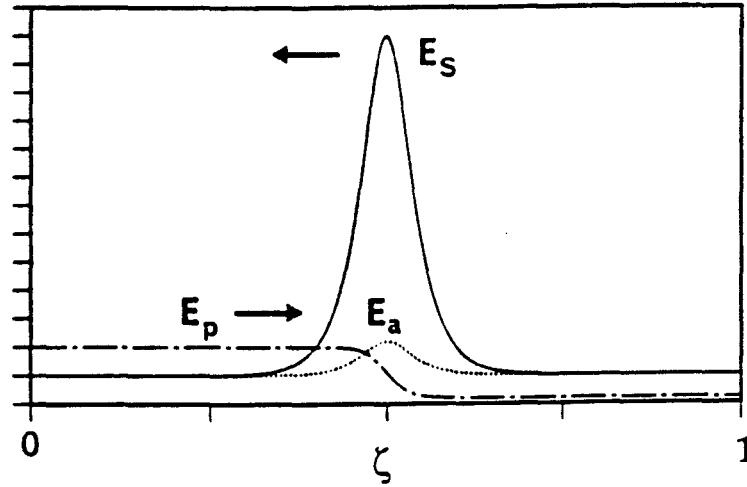


Fig. II-9 : Soliton supraluminique: allure des solutions analytiques (Eq. II-26) du modèle cohérent (d'après [Picholle et al, 1991-b])

Tout d'abord, rappelons que les équations du modèle cohérent admettent une famille particulière de solutions dépendant du temps. En fait, dans une fibre de longueur infinie, une impulsion Stokes présentant la forme d'une sécante hyperbolique peut se propager sans déformation, à la manière d'un soliton. Concrètement, les solutions analytiques des équations (II-9-a-b-c) s'écrivent [Picholle et al, 1991-b]:

$$\varepsilon_p = P_1 - P \operatorname{th} \left(\frac{\zeta + v \tau}{\Delta} \right) \quad (\text{II-26-a})$$

$$\varepsilon_s = S \operatorname{sech} \left(\frac{\zeta + v \tau}{\Delta} \right) \quad (\text{II-26-b})$$

$$B = A \operatorname{sech} \left(\frac{\zeta + v \tau}{\Delta} \right) \quad (\text{II-26-c})$$

dans le cas où l'on néglige le terme d'atténuation de l'onde de pompe. Les constantes P_1 , P , A s'expriment en fonction des paramètres g , β , β_A et la vitesse v du soliton s'écrit sous la forme:

$$v = \frac{1}{1 - \beta/2\beta_A} .$$

Comme le montre cette dernière relation, le soliton Brillouin peut se propager à une vitesse supérieure à celle de la lumière dans la fibre; on parle alors de soliton supraluminique. Un tel phénomène s'explique par le fait que, durant sa propagation, le soliton Brillouin subit un effet connu sous le nom de "déformation auto-similaire". Lors de l'interaction des trois ondes, le front avant de l'onde Stokes est amplifié aux dépens de l'onde de pompe qui subit une déplétion (Fig. II-9). En revanche, l'énergie transportée par le front arrière est rétrocédée à l'onde de pompe. L'impulsion Stokes est en fait amplifiée sur le front avant et "déplétée" sur le front arrière de manière permanente. Sa forme demeure néanmoins invariante et, dans le référentiel de l'expérimentateur, son sommet se déplace à une vitesse v légèrement supérieure à celle de la lumière. Cette déformation auto-similaire des enveloppes est un phénomène local altérant de façon prévisible la forme des ondes mises en jeu. Aucune information ne peut être véhiculée par ce moyen à une vitesse supérieure à celle de la lumière et le fait que la vitesse du soliton y soit supérieure ne viole en rien la théorie de la relativité.

Le soliton supraluminique, qui possède une forme en sécante hyperbolique, présente une extension spatiale infinie. Son existence est liée à un équilibre fragile résultant de transferts énergétiques entre ondes optiques et acoustique. Dans un laser en anneau, diverses raisons s'opposent à sa propagation tout le long de la fibre. Tout d'abord, l'impulsion acoustique accompagnant le soliton Brillouin ne peut se propager dans le bras aérien du résonateur. De ce fait, après la réinjection, le soliton Brillouin rencontre une enveloppe acoustique dont la forme est sans rapport avec celle autorisant une propagation supraluminique. De plus, après cette réinjection, le rapport existant entre l'amplitude et la largeur de l'impulsion est faussé.

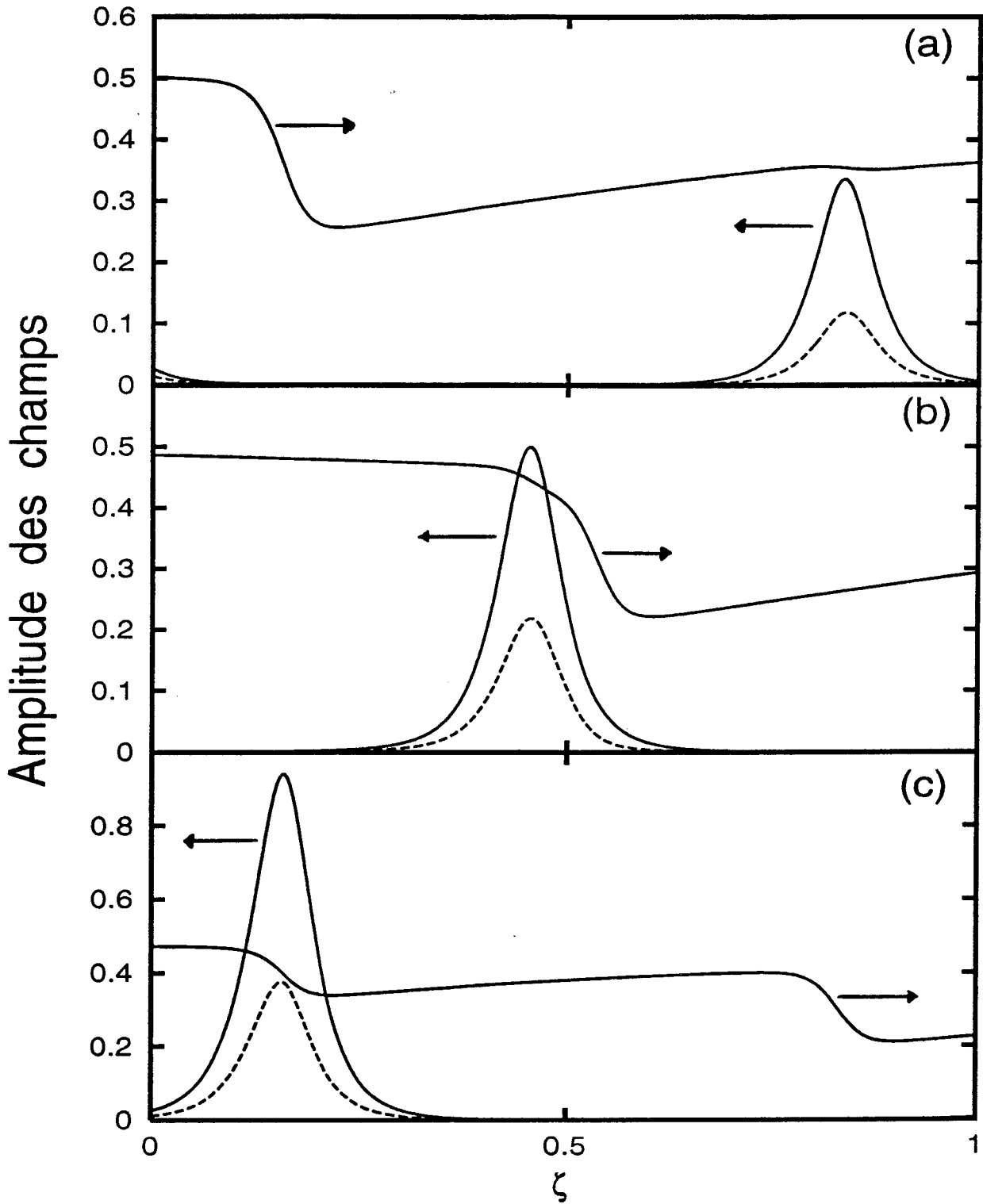


Fig. II-10: Propagation d'une impulsion Stokes dans un laser en anneau:

(a) $\tau=0$, (b) $\tau=0.386$, (c) $\tau=0.679$ ($g=12.87$, $\beta=0.33$, $\beta_A=189.04$)

Les paramètres utilisés sont voisins de ceux employés par Montes et al, Phys. Rev. A 49, 1344 (1994)

L'impulsion est proche du soliton lorsqu'elle se trouve près de $\zeta=0$. La ligne pointillée représente l'impulsion acoustique accompagnant le soliton.

• Suivant la position de l'impulsion dans la fibre, on peut en fait au mieux observer des "quasi-solitons" dont la structure peut éventuellement se rapprocher fortement de la forme analytique. Juste après le recouplage, l'impulsion Stokes se situe au voisinage de l'extrémité de la fibre ($\zeta \approx 1$) et rencontre une onde de pompe peu intense (Fig. II-10-a) dont l'amplitude n'est pas compatible avec l'existence du soliton. Il faut attendre la seconde moitié de la fibre ($0 < \zeta < 0.5$) pour que l'impulsion rencontre une onde de pompe d'amplitude plus importante (Fig. II-10-b). Dès ce moment, le processus d'amplification-déformation devient efficace et, près de la sortie de la fibre, la forme de l'impulsion se rapproche fortement de celle du soliton théorique (Fig. II-10-c). Concrètement, le temps de vol des impulsions dans le laser Brillouin est alors plus court que dans le résonateur passif. Pour l'oscillateur de Nice, les mesures effectuées montrent que la durée séparant deux impulsions supraluminiques est de 414 ns alors que le temps de vol dans le résonateur passif est de 420 ns. En d'autres termes, la fréquence des instabilités observées dans un laser Brillouin peut être légèrement supérieure à l'intervalle spectral libre de la cavité.

II-2 COMPORTEMENT D'UN LASER BRILLOUIN EMETTANT UNE UNIQUE COMPOSANTE STOKES

Après avoir fixé les idées sur l'essentiel des comportements antérieurement observés, nous allons maintenant présenter les résultats d'une étude que nous avons effectuée sur la dynamique d'un laser Brillouin émettant une unique composante Stokes. Dans un premier temps, nous commencerons par décrire le dispositif expérimental utilisé. Puis, nous nous intéresserons au comportement du laser Brillouin soumis à un balayage lent de la puissance et de la fréquence du laser de pompe. Toutes les interprétations proposées reposeront sur une analyse modale qui nous permettra non seulement de comprendre le mode de fonctionnement de notre système mais aussi celui des lasers Brillouin dont la dynamique a déjà été étudiée. Ceci nous conduira finalement à élaborer un diagramme de stabilité fournissant une nouvelle vision de ce que peut être le comportement d'un laser Brillouin.

II-2-1 Présentation du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est représenté sur la figure II-11. Outre le laser Brillouin lui-même, il comporte un système de pompage et un appareillage de modulation et de détection. Le laser Brillouin est constitué d'une cavité comportant un bras aérien; la configuration ainsi élaborée est analogue, dans son principe, à celle qui est couramment employée et qui est représentée sur la figure II-2. Cependant dans notre cas, on peut remarquer que les extrémités d'entrée et de sortie de la fibre se font maintenant face. Le faisceau de pompe est d'abord couplé dans la fibre après une réflexion sous incidence de 45° sur la séparatrice S_1 . La cavité est ensuite bouclée en réinjectant le faisceau sortant de la fibre au travers de la même séparatrice. L'injection du rayonnement de pompe dans la fibre s'effectue au moyen d'un objectif de microscope (de grossissement 10 et d'ouverture numérique 0.25) traité antireflet. Un objectif de microscope identique est également placé en sortie de fibre de façon à refocaliser le faisceau très divergent émergeant de celle-ci. Par ailleurs, une lame de verre S_2 de faible réflectivité (4%) est insérée sous faible incidence ($< 10^\circ$) dans le bras aérien du résonateur. Celle-ci réfléchit, en direction des détecteurs D_1 et D_2 , une faible part de la puissance véhiculée par les ondes circulant dans la cavité.

Le diamètre de coeur de la fibre étant d'environ $3 \mu\text{m}$ et la longueur du bras aérien étant approximativement de 40 cm, l'alignement de tous les éléments optiques se situant sur le trajet doit être extrêmement rigoureux si l'on désire réinjecter, au niveau de l'entrée, une part non négligeable de la puissance lumineuse sortant de la fibre. La configuration choisie, contrairement à celle qui est illustrée sur la figure II-2, se caractérise par un parcours aérien s'effectuant géométriquement selon un axe unique. D'un point de vue pratique, elle est plus facile d'alignement et c'est pourquoi nous l'avons retenue.

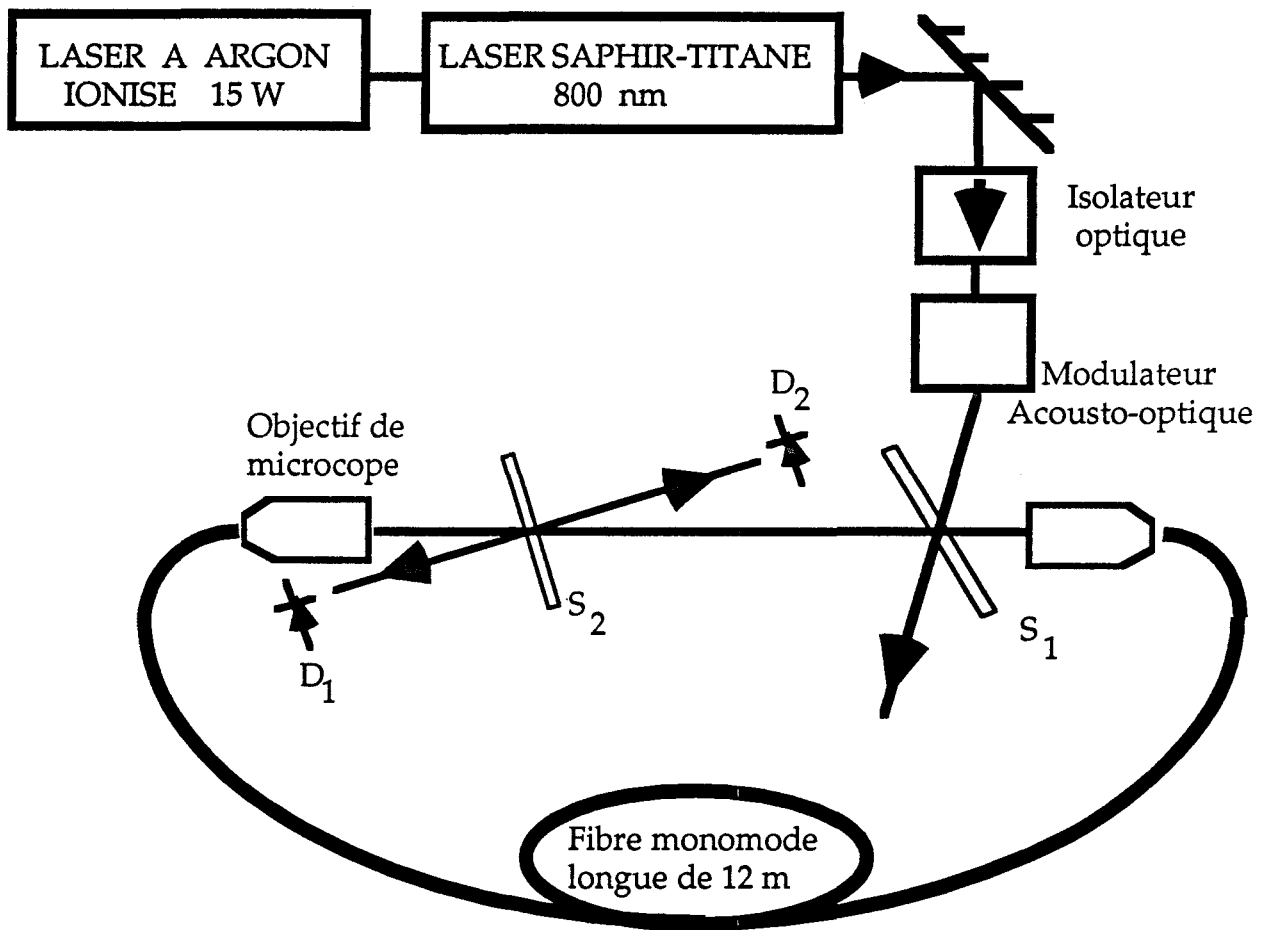


Fig. II-11 : Représentation schématique du dispositif expérimental

Le système de pompage est constitué d'un laser Saphir-Titane (Coherent 899-29) pompé par un laser à argon ionisé (Coherent Innova 400-20). En régime de fonctionnement habituel, aucun élément de sélection en fréquence n'est introduit dans la cavité du laser à argon ionisé. Celui-ci émet alors sur un grand nombre de raies du domaine visible, les plus intenses d'entre elles se situant à $\lambda=488$ nm et $\lambda=514.5$ nm. Un rayonnement continu d'une puissance de 15 W est ainsi délivré et utilisé pour pomper le laser Saphir-Titane. Ce dernier présente la particularité d'être continûment accordable sur une large plage de longueurs d'onde s'étendant du rouge ($\lambda=680$ nm) au proche infrarouge ($\lambda=1.1$ μm). La description détaillée du principe de son fonctionnement est présentée en annexe I de ce mémoire et nous nous contenterons simplement ici de mentionner ses principales caractéristiques. Tout d'abord, un ensemble d'éléments sélectifs en

fréquence est introduit dans la cavité du laser Saphir-Titane de façon à ce que son émission s'effectue sur un unique mode longitudinal. En outre, le rayonnement émis est linéairement polarisé et la structure transverse du faisceau est monomode $TEM_{0,0}$. La longueur de la cavité du laser Saphir-Titane est asservie sur une cavité Pérot-Fabry de référence. La largeur spectrale du rayonnement émis est ainsi extrêmement affinée et en fait réduite à une valeur inférieure à 500 kHz. Par ailleurs, le laser Saphir-Titane présente une caractéristique intéressante: sa fréquence peut être balayée sur un intervalle dont la largeur est ajustable de 10 MHz à 30 GHz. La conception même du système de balayage (cf. annexe I) interdit toutefois des vitesses de modulation excédant la centaine de Hertz. La longueur d'onde de travail, fixée à 800 nm, se situe dans la zone dans laquelle le gain du milieu actif est le plus élevé. La puissance maximum délivrée par le laser est alors de 2.5 W.

Le faisceau provenant du laser Saphir-Titane traverse tout d'abord un isolateur de Faraday (Gsänder DLI1) transmettant 95 % de la puissance de pompe. Toute onde retour, pouvant en particulier provenir du laser Brillouin, subit en revanche une atténuation de 30 dB et ne peut donc venir perturber de manière significative le fonctionnement de laser Saphir-Titane. Un modulateur acousto-optique est inséré entre le dispositif de pompage et le laser Brillouin. La lumière incidente est alors diffractée selon plusieurs ordres, les réglages étant effectués de manière à ce que la puissance émergent de l'ordre un soit maximum. En fait, durant toutes les expériences, le niveau de puissance émis par le laser Saphir-Titane est maintenu constant et c'est la tension appliquée au modulateur acousto-optique qui permet de régler le niveau de pompage auquel est soumis le laser Brillouin. Dans les meilleures conditions, la puissance maximum disponible devant la séparatrice S_1 atteint 1.5 W. Le déflecteur acousto-optique permet également de moduler périodiquement (suivant une forme préétablie) la puissance de pompe. La profondeur de cette modulation atteint les 100 % tant que sa fréquence demeure inférieure au MHz. Au delà, la réponse du modulateur n'est plus linéaire et ses performances se dégradent rapidement. En résumé, on dispose, pour pomper le laser Brillouin, d'un rayonnement infrarouge rectilignement polarisé et de faible largeur spectrale. Il est à la fois possible d'en balayer la fréquence et la puissance.

La fibre utilisée (Photonetics F-SPV) est constituée d'un coeur fait de silice dopée à l'oxyde de germanium. Le diamètre de celui-ci est de $2.75 \mu\text{m}$ et il est entouré d'une gaine optique en silice dont le diamètre est de $125 \mu\text{m}$. Cette gaine optique est elle même cernée d'un revêtement en polymère dont le diamètre est de $250 \mu\text{m}$. La fibre est finalement placée à l'intérieur d'un câble destiné à la protéger des perturbations extérieures (vibrations mécaniques, fluctuations thermiques...). L'ouverture numérique de la fibre est égale à 0.1 et sa longueur d'onde de coupure est de 630 nm . Le rayonnement laser ($\lambda = 800 \text{ nm}$) s'y propage donc selon le mode fondamental LP_{01} et l'atténuation qu'il subit est très faible puisque d'environ 5 dB/km . Dans une fibre à coeur cylindrique, le mode LP_{01} est dégénéré et la propagation peut en fait s'effectuer selon deux modes de polarisations orthogonales. Si aucune précaution n'est prise, ces deux modes peuvent être fortement couplés et le moindre accident de propagation (microcourbure...) peut provoquer des bouleversements de l'état de polarisation de l'onde électromagnétique. La fibre que nous avons utilisée est une fibre de type "Bow-Tie" [Agrawal, 1989] à maintien de polarisation rectiligne. Lors de sa fabrication, on établit, au moyen de contraintes mécaniques, une biréfringence au sein du coeur. En fait, on crée deux lignes neutres orthogonales caractérisées par des indices de propagation différents. Si la direction de polarisation du rayonnement de pompe est alignée selon l'une de ces lignes neutres, celui-ci demeure confiné dans le mode de polarisation suivant lequel a été excitée le guide.

Dans notre expérience, l'onde de pompe tombant sur la séparatrice S_1 est linéairement polarisée selon la direction verticale c'est à dire, plus précisément, la direction orthogonale au plan d'incidence. Au niveau de l'extrémité d'entrée, l'une des lignes neutres est alignée parallèlement à cette direction et le faisceau émerge donc de la fibre linéairement polarisé. L'extrémité de sortie est finalement orientée de façon à ce que la direction de polarisation du rayonnement sortant coïncide avec celle, verticale, du faisceau entrant. On a ainsi réalisé un résonateur en anneau dans lequel circulent des ondes optiques qui demeurent en permanence rectilignement polarisées selon une direction bien fixe.

La longueur de la fibre étant de 12 m et celle du bras aérien de 40 cm environ, l'intervalle spectral libre du résonateur est approximativement de 16.9 MHz. Les faisceaux prélevés dans la cavité par la séparatrice S_2 sont focalisés sur les photodiodes au silicium D_1 et D_2 (Hamamatsu S2839). Sans passer par un système d'amplification, celles-ci sont directement connectées aux entrées basse impédance (50Ω) d'un oscilloscope numérique (Lecroy 9400). Les tensions maximales détectées sont alors d'environ 100 mV. La bande passante des photodiodes étant de 200 MHz, c'est celle de 125 MHz de l'oscilloscope qui limite la gamme de fréquence sur laquelle le système de détection présente une réponse quasiment constante. Le détecteur D_1 enregistre un signal proportionnel à la puissance transportée par les ondes se propageant dans le même sens que l'onde de pompe (pompe + composantes Stokes d'ordre pair). La photodiode D_2 , elle, détecte la puissance véhiculée par les ondes se propageant dans le sens opposé à celui de l'onde de pompe (composantes Stokes d'ordre impair).

Le coefficient de réflexion R_{\perp} caractérisant la séparatrice S_1 est égal à 0.30. La puissance maximum disponible avant l'injection, devant l'objectif de microscope, est donc d'environ 450 mW. En sortie de fibre, on mesure alors une puissance de 130 mW, ce qui correspond à un rendement de couplage d'approximativement 30 % (calculé en négligeant la faible atténuation de la fibre). Reste à estimer le taux R^2 de réinjection du rayonnement de pompe sortant de la fibre. Celui-ci doit d'abord traverser les séparatrices S_1 et S_2 qui possèdent respectivement des transmissions égales à 0.70 et 0.96. Seuls 67 % de la puissance de pompe émergent de la fibre parviennent donc au niveau de l'objectif de microscope situé à l'entrée. Inévitablement, le faisceau provenant de la sortie de la fibre n'est pas strictement colinéaire au faisceau réfléchi par la séparatrice S_1 . Autrement dit, si les conditions d'injection sont optimisées pour le faisceau réfléchi par S_1 , elles ne le sont pas exactement pour le faisceau sortant de la fibre. Ceci étant dit, on estime que le rendement en puissance pour le recouplage de l'onde de pompe n'est que de 20 %. Finalement, le coefficient R^2 caractérisant le résonateur construit est approximativement de 0.13 ($R = 0.36$), ce qui correspond à une finesse de 1.3. La fréquence du laser de pompe étant balayable, une mesure de cette finesse a pu être effectuée et l'estimation précédente a été corroborée. Néanmoins, d'une expérience à l'autre, les conditions peuvent être différentes (clivage de la fibre,

alignement des optiques, température...) et la valeur annoncée n'a rien d'absolu. L'estimation réalisée fait simplement d'elle la valeur choisie pour décrire, dans les simulations numériques, le comportement du laser Brillouin.

II-2-2 Comportement du laser soumis à un balayage de la puissance et de la fréquence de pompe

II-2-2-a Balayage de la puissance de pompe

Le dispositif expérimental étant décrit, le problème maintenant posé consiste à connaître les régimes de fonctionnement du laser Brillouin que nous avons réalisé. L'expérience accumulée par diverses équipes montrant que le comportement de ce système dépend de la puissance de pompe (cf. II-1-1-b), c'est l'influence de ce paramètre qui a tout d'abord été étudiée. La méthode retenue pour ce faire consiste à enregistrer la réponse du laser soumis à un balayage continu de la puissance incidente. Dans la mesure où la vitesse de celui-ci est suffisamment lente, cette méthode fournit des informations très intéressantes sur le comportement du système étudié. En particulier, elle offre un aperçu global de sa dynamique, c'est à dire qu'elle permet de distinguer les régions de fonctionnement instable de celles dans lesquelles l'émission Stokes est stable. Par ailleurs, comme nous le verrons lors du prochain chapitre, elle permet parfois de déterminer la nature des bifurcations assurant la transition entre différents régimes.

Concrètement, dans l'expérience, la puissance de pompe est modulée périodiquement selon une forme triangulaire. Les réglages sont effectués de façon à ce que la puissance disponible en sortie du modulateur acousto-optique varie entre zéro et 700 mW. Dans ces conditions, la puissance maximum injectée dans la fibre est d'approximativement 60 mW. La fréquence de modulation retenue est de 100 Hz. Ce choix résulte d'un compromis visant à minimiser l'influence de deux phénomènes perturbateurs:

- les fluctuations de basses fréquences de la puissance des ondes optiques. Celles-ci sont évidemment essentiellement liées à tous les problèmes de vibrations mécaniques et de fluctuations thermiques auxquels est très sensible le système considéré. Ces instabilités de basses fréquences

sont difficilement atténuables et interdisent tout balayage de vitesse trop faible.

- les effets dynamiques liés à la vitesse de la modulation. Plus cette dernière est faible, plus la caractéristique décrite lors du balayage se rapproche de la caractéristique stationnaire du laser; on parle alors de balayage quasi-adiabatique. En revanche, lorsque la vitesse augmente, des effets dynamiques se font sentir et la caractéristique observée peut présenter une forme très éloignée de celle obtenue lors du balayage quasi-adiabatique (cf. par exemple, le cas de la bistabilité optique [Zemmouri *et al*, 1993 ; Fettouhi, 1995]). Dans le cas de notre laser Brillouin, ces effets deviennent importants pour des fréquences de balayage supérieures au kHz.

Finalement, une fréquence de modulation de 100 Hz constitue un compromis acceptable permettant "d'échapper" aux fluctuations basses fréquences tout en limitant les effets dynamiques.

La figure II-12 constitue une illustration de la réponse typique du laser à un balayage de la puissance de pompe. La partie (a) de cette figure représente l'évolution de la puissance de pompe transmise par la fibre (signal enregistré par le détecteur D_1) et la partie (b), celle de la puissance Stokes (signal enregistré par le détecteur D_2). N'apportant pas d'informations supplémentaires sur la dynamique du laser, la phase du balayage durant laquelle la puissance de pompe décroît linéairement n'est pas présentée. Formulons tout d'abord une remarque sur l'influence des effets dynamiques créés par la modulation. C'est au niveau du seuil du laser que ceux-ci se manifestent de la façon la plus visible. En effet, on observe bien sur les deux signaux que le démarrage du laser s'accompagne d'un "décrochement" brutal d'amplitude relativement faible. Ce décrochement est d'autant plus marqué que la vitesse de balayage est importante. Son existence est simplement liée au fait que l'allumage du laser n'est pas instantané mais soumis à un certain retard. Ce genre de phénomène a déjà été étudié dans d'autres types de lasers [Arecchi *et al*, 1971 ; Wascot *et al*, 1983] et nous nous bornerons simplement ici à mentionner son apparition. L'expérience réalisée révèle en effet un autre aspect beaucoup plus intéressant de la dynamique de ce laser Brillouin. Comme le montre la figure II-12, l'intensité de l'onde Stokes émise est stable quelque soit le niveau de pompage. En particulier, aucune fenêtre de fonctionnement instable n'est mise en évidence juste au delà du seuil. A cette étape de la description des résultats expérimentaux, nous ne chercherons toutefois pas

à expliquer ce comportement contrastant avec celui habituellement rencontré dans les lasers Brillouin (cf. II-1-1-b). Nous relaterons plutôt les résultats d'une autre expérience mettant en jeu un balayage de la fréquence du laser de pompe et apportant d'autres renseignements sur les mécanismes de fonctionnement du système étudié.

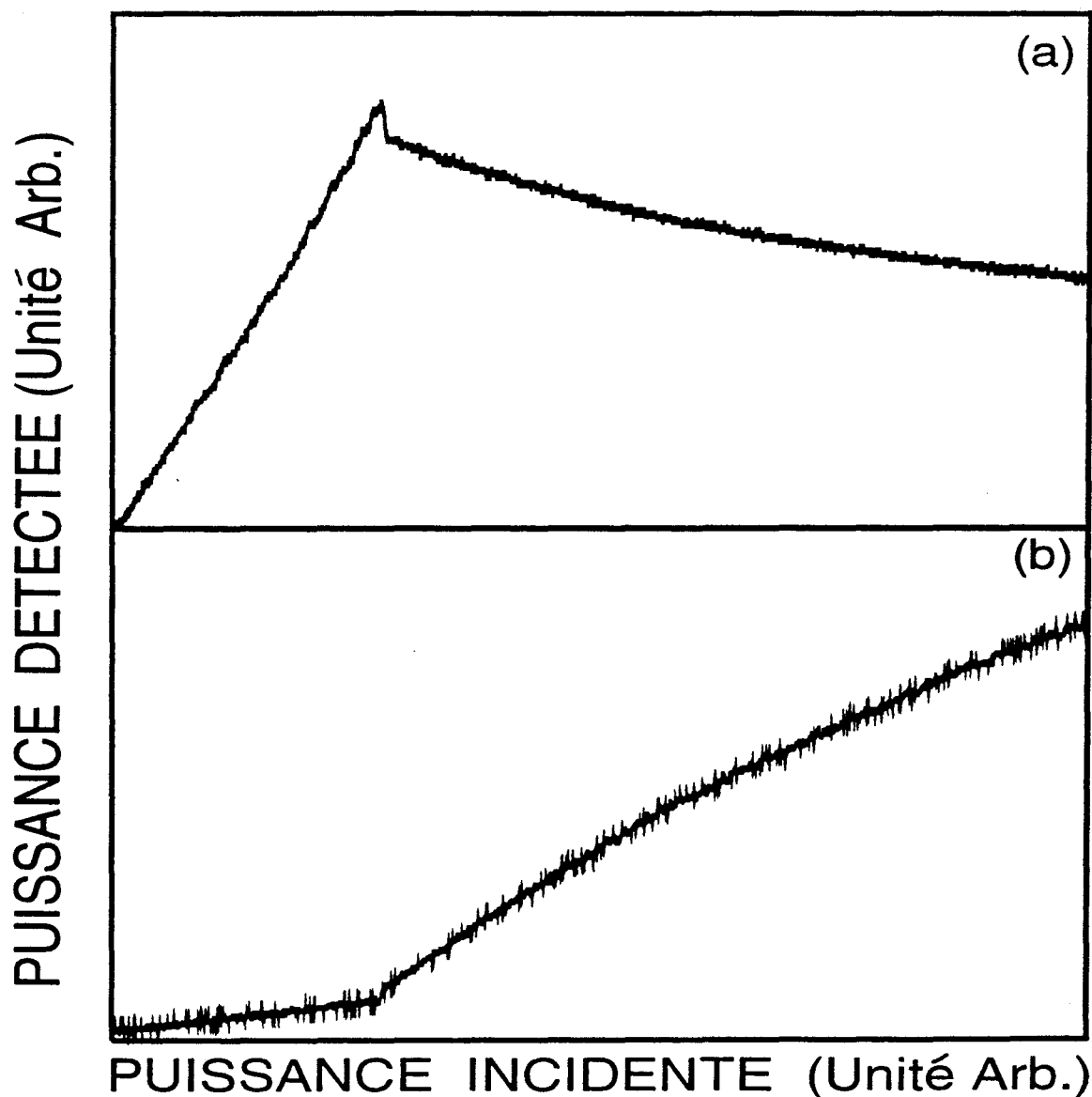


Fig. II-12: Réponse du laser soumis à un balayage lent de la puissance de pompe : (a) puissance de pompe transmise par la fibre (photodiode D_1) (b) puissance Stokes rétrodiffusée (photodiode D_2)

II-2-2-b Balayage de la fréquence de pompe

La figure II-13-a montre l'évolution de la puissance Stokes lorsque la fréquence du rayonnement de pompe est balayée sur un intervalle dont la largeur est approximativement égale au double de l'intervalle spectral libre de la cavité. La puissance sortant du modulateur acousto-optique est alors maintenue à un niveau constant voisin de 600 mW. Le réglage de la vitesse de balayage est effectué de façon à ce que les temps d'acquisition des signaux présentés sur les figures II-12 et II-13 soient tout à fait comparables (≈ 5 ms). Ainsi, lors de toute la durée du balayage, on peut négliger l'influence de toutes les dérives lentes imputables aux effets perturbatifs déjà évoqués. En particulier, on peut raisonnablement considérer que la longueur optique du résonateur demeure constante.

Dans ces conditions, si la puissance de pompe est maintenue à un niveau inférieur au seuil d'apparition de la DBS, un balayage de la fréquence du laser va entraîner une variation périodique de la puissance du champ transmis par la cavité. Autrement dit, on verra alors se profiler les modes du résonateur. Toutefois, si le niveau de pompage est plus important, le champ de pompe intracavité peut devenir suffisamment élevé pour induire l'apparition de la DBS. C'est le phénomène qui est en fait illustré sur la figure II-13-a et qui se produit évidemment lorsque la fréquence du laser de pompe est voisine des fréquences de résonance de la cavité. Dans tout l'intervalle A-B, la fréquence du laser Saphir-Titane se situe loin d'une de ces résonances. Le champ intracavité est alors trop faible pour que s'amorce la diffusion Brillouin stimulée. A partir du point B, le seuil d'apparition de celle-ci est cependant franchi. La puissance Stokes croît alors jusqu'au moment où la fréquence du laser est résonante avec un mode de la cavité (point C). Si le balayage est poursuivi, on s'éloigne de cette condition de résonance et la puissance Stokes diminue jusqu'à devenir nulle (point A). Bien évidemment, l'évolution ainsi décrite se reproduit avec une périodicité égale à l'intervalle spectral libre du résonateur.

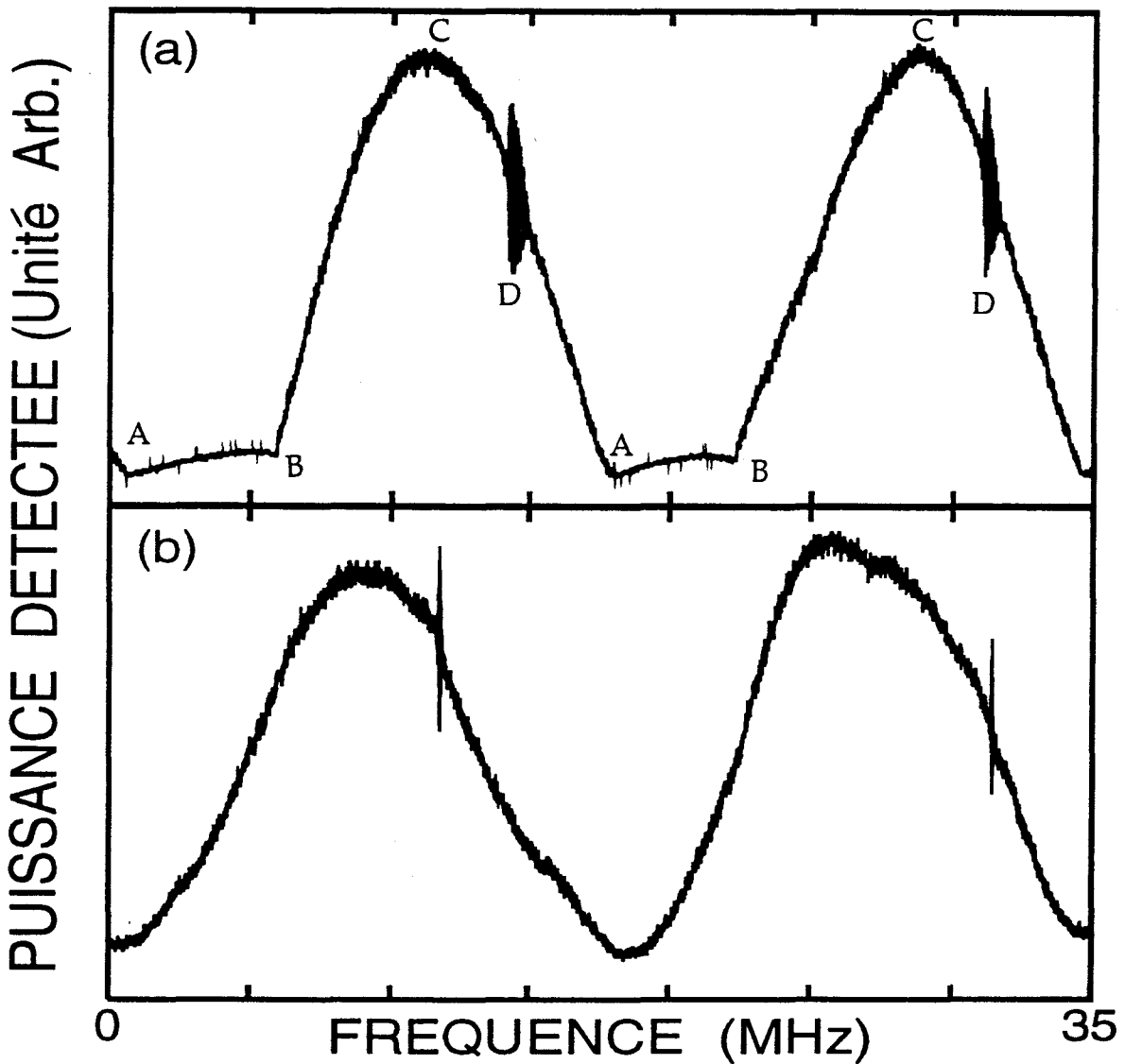


Fig. II-13: Réponse du laser soumis à un balayage lent de la fréquence du laser de pompe à : (a) bas niveau de pompe , (b) haut niveau de pompe

Durant l'expérience, le décalage entre la fréquence du laser et la bande de gain Stokes demeure constant (et égal à 21 GHz à $\lambda=800$ nm). Ainsi, tout déplacement de la fréquence de pompe provoque un déplacement identique de la courbe de gain. Les fréquences de résonance de la cavité demeurant fixes, le balayage de la fréquence du laser se traduit donc par un "mouvement" de la courbe de gain qui se déplace en regard des modes de la cavité (Fig. II-14). Etant données les valeurs relatives de la largeur de la bande de gain Stokes (60 MHz à mi-hauteur) et de l'intervalle spectral libre

(≈ 17 MHz), 3 à 4 modes se situent en permanence dans une zone de gain important. Il ne faut toutefois pas oublier que la raie Stokes doit sa forme à des mécanismes d'élargissement homogène (cf. ch I). Au voisinage du seuil, seul un des modes considérés est donc susceptible d'osciller: c'est celui pour lequel le gain est le plus élevé, autrement dit, celui dont la fréquence est la plus proche du centre de la courbe de gain. Une fois le seuil franchi (point B, Fig. II-13-a), l'émission laser s'effectue selon cet unique mode longitudinal et la puissance Stokes demeure alors stable. Néanmoins, lors du balayage, il arrive inévitablement un moment où la fréquence centrale de la courbe de gain se situe à mi-chemin de deux résonances de la cavité (Fig. II-14-b). Deux modes du résonateur présentent alors des gains exactement identiques et oscillent donc simultanément. A ce moment, le détecteur enregistre le battement des deux fréquences d'oscillation du laser, ce qui correspond à la zone d'instabilités située autour des points D (Fig. II-13-a). En fait, c'est au niveau de ces régions D que se produit un saut révélant le passage d'un mode longitudinal d'oscillation à un autre. La fréquence des oscillations alors enregistrées est bien entendu égale à l'intervalle spectral libre de la cavité.

Durant le balayage, le saut de mode se répète évidemment périodiquement à chaque intervalle spectral libre et on peut remarquer, sur la figure II-13-a, qu'il s'effectue sur le flanc droit du pic B-C-A. Cette position dépend bien sûr des valeurs relatives du décalage Brillouin ($V_A \approx 21$ GHz) et de l'intervalle spectral libre de la cavité. Le nombre de modes se situant entre la fréquence centrale de la bande de gain Stokes et celle du laser de pompe est de l'ordre de mille. Autant dire alors que la moindre variation de l'intervalle spectral libre conduit à un déplacement de la zone dans laquelle les conditions d'observation du saut de mode sont réunies. Ainsi, si la longueur du bras aérien avait été plus courte ne serait ce que d'un millimètre, le saut de mode se serait produit en un tout autre endroit.

A titre d'illustration, la figure II-13-b représente le résultat d'une expérience de balayage de la fréquence effectuée à plus haut niveau de pompage. Dans ce cas, la puissance de pompe est toujours suffisante pour qu'oscille l'onde Stokes, ce qui se traduit par une disparition de l'effet de seuil. En outre, on constate une diminution de la largeur de la zone d'instabilités correspondant au saut de mode. Ceci est tout à fait compréhensible dans la mesure où l'on considère que, la puissance

véhiculée par l'onde Stokes étant maintenant importante, le passage d'un mode à l'autre s'effectue de manière beaucoup plus brutale.

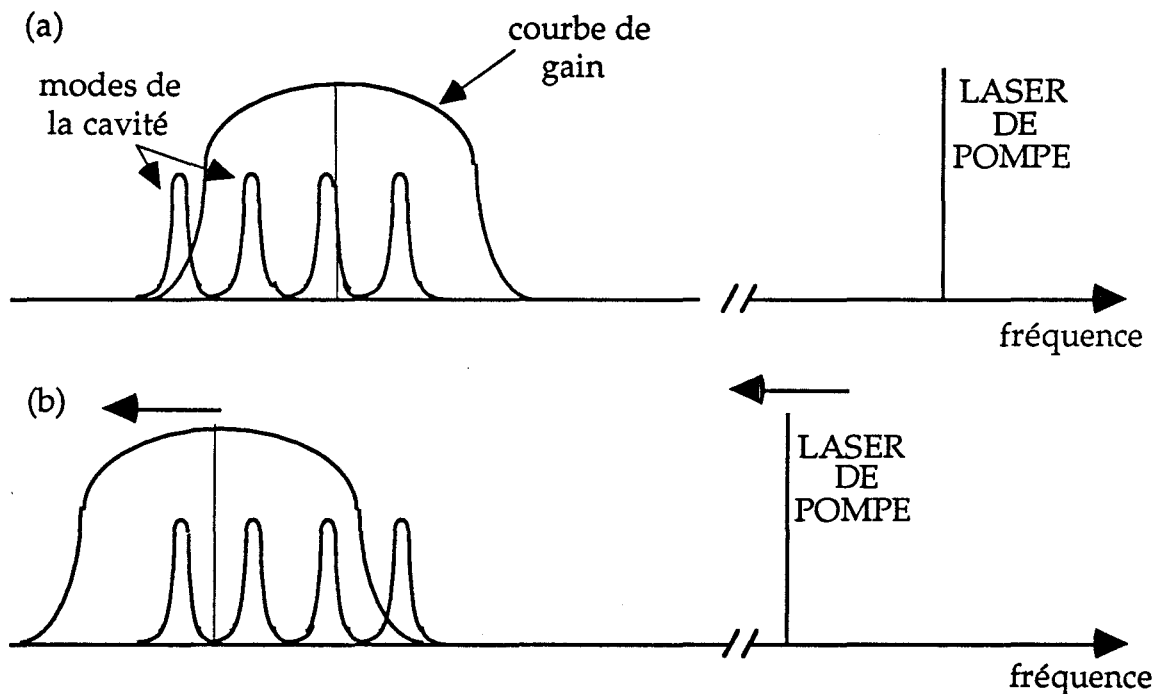


Fig. II-14: balayage de la fréquence du laser et déplacement de la courbe de gain Stokes

II-2-2-c Discussion

Les expériences de balayage de la fréquence montrent clairement que la laser étudié émet un rayonnement monomode longitudinal et que la puissance Stokes délivrée est stable tant que deux modes du résonateur ne présentent pas un gain identique. A la lumière de ce résultat, on comprend mieux le comportement que nous avons observé lors de la toute première expérience réalisée. Dans ce cas, nous avons balayé la puissance incidente durant un temps suffisamment court (≈ 5 ms) pour que la longueur optique du résonateur puisse être supposée constante. Trois modes du résonateur se situent alors dans une zone de gain important (Fig. II-14-a). Lorsque la puissance incidente augmente, le seul d'entre eux qui oscille est celui dont la fréquence est la plus proche de la fréquence centrale de la courbe de gain. Le rayonnement émis est alors monomode longitudinal et sa puissance est stable pour tout niveau de pompage. Pour employer la dénomination usuelle, le régime de fonctionnement du système est le

miroir Brillouin. Si la longueur du résonateur est telle que la fréquence de l'un des modes coïncide avec la fréquence centrale de la courbe de gain, les phases des champs optiques n'évoluent pas dans le temps. Dans le cas contraire, on a affaire au miroir Brillouin "hors accord de phase" (cf. II-1-2-c).

Aucune fenêtre de fonctionnement instable n'étant mise en évidence juste au delà du seuil, le comportement du laser Brillouin considéré contraste avec celui des systèmes habituellement rencontrés (cf. II-1-1-b). Les interprétations données jusqu'ici reposent sur des considérations purement expérimentales et des arguments classiques en physique du laser. Insistons sur le fait que l'analyse modale présentée constitue un outil permettant de comprendre de manière qualitative le mode de fonctionnement du laser étudié. Elle ne permet en aucun cas de statuer sur la stabilité de l'émission Stokes, en particulier lorsque le niveau de pompage devient élevé. Son domaine de validité s'étend uniquement au voisinage du seuil où elle fournit une prédiction sur la nature, monomode ou multimode, de l'émission laser. Comme nous allons maintenant le voir, elle peut être appliquée aux lasers Brillouin autres que celui que nous venons d'étudier.

II-2-3 Influence de la longueur sur la stabilité des lasers Brillouin

Tout comme le dispositif que nous avons réalisé, les lasers Brillouin habituellement rencontrés sont constitués d'une cavité comportant un bras aérien. Le coefficient de qualité du résonateur ainsi réalisé est faible et l'obtention de l'effet laser est d'autant plus aisée que la longueur de la fibre est importante. Les systèmes couramment rencontrés comportent donc généralement des fibres longues de plus de 50 mètres (83 m pour le laser de l'université de Nice). Par ailleurs, le laser de pompe habituellement utilisé pour les études de la dynamique de la DBS est le laser à argon ionisé. Pour les longueurs d'onde d'émission de celui-ci, la bande de gain Stokes est environ trois fois plus large qu'à 800 nm (cf. ch I, $\Delta\nu_B = 150$ MHz à 514.5 nm).

Si l'on se place toujours dans le cadre de la description modale adoptée lors du précédent paragraphe, on s'aperçoit finalement que le laser Brillouin que nous avons réalisé est très différent de ceux dont la dynamique a déjà été étudiée. En effet, ces derniers sont constitués d'un

résonateur dont l'intervalle spectral libre (large de quelques MHz) est petit devant la largeur de la bande de gain. Dans ce cas, nombreux sont les modes rencontrant un gain comparable. Dès le seuil, on observera donc des comportements instables liés à l'oscillation simultanée d'un grand nombre d'entre eux-ci. Cette oscillation multimode peut même se prolonger bien au delà du seuil, une compétition entre modes s'instaurant alors. Ceci est d'ailleurs corroboré par le fait que, sur le diagramme de la figure II-4, la zone d'instabilités est d'autant plus large que R^2 est faible. En effet, on conçoit bien que la compétition entre les modes est favorisée lorsque le résonateur devient faiblement sélectif en fréquence. L'approche modale développée lors du paragraphe précédent permet donc également de comprendre, tout au moins qualitativement, le principe de fonctionnement des lasers Brillouin dont la dynamique a déjà été étudiée.

Les analyses théoriques de stabilité antérieurement réalisées [Montes *et al*, 1994-a] concernent les systèmes constitués de fibres de longueur importante. Dans les calculs, la largeur de l'intervalle spectral libre est légitimement négligée devant celle de la bande de gain Stokes

$\left(\frac{c}{n L \Delta v_B} \ll 1 \right)$. Dans cette description, les variables "naturelles" permettant la caractérisation de la stabilité du laser sont le coefficient R^2 d'une part et le "facteur de gain" $G(L) I_0$ d'autre part (Fig. II-4). La longueur L de la fibre et la puissance de pompe I_0 jouent donc des rôles équivalents, une même variation de l'un ou de l'autre affectant de manière similaire la stabilité du laser Brillouin. Si ceci est concevable dans un système de longueur importante, ça ne l'est évidemment plus dans un laser comme le notre pour lequel les trois paramètres R^2 , L et I_0 ($I_0 = \mu^2$) sont nécessairement indépendants.

De façon à bien montrer l'importance de la longueur du résonateur, un diagramme de stabilité a été tracé dans le plan (L, I_0) , la valeur de R étant fixée à 0.36 (valeur caractérisant notre laser). Ce diagramme est présenté sur la figure II-15 et est obtenu après intégration numérique de l'ensemble des équations (II-9). Tous les paramètres réduits dépendent linéairement de L et, pour la longueur de la fibre utilisée lors des expériences ($L=12$ m), ils valent:

$$g = 6.04 ; \beta_A = 10.93 ; \beta = 0.01 .$$

Toutes les données nécessaires au calcul de ceux-ci ont déjà été mentionnées dans le chapitre I; elles sont ici regroupées dans le tableau (II-1). Remarquons simplement que la valeur choisie pour la normalisation des champs est de 3.37 MV/m, ce qui correspond à une puissance injectée dans la fibre de 130 mW (puissance maximale accessible expérimentalement).

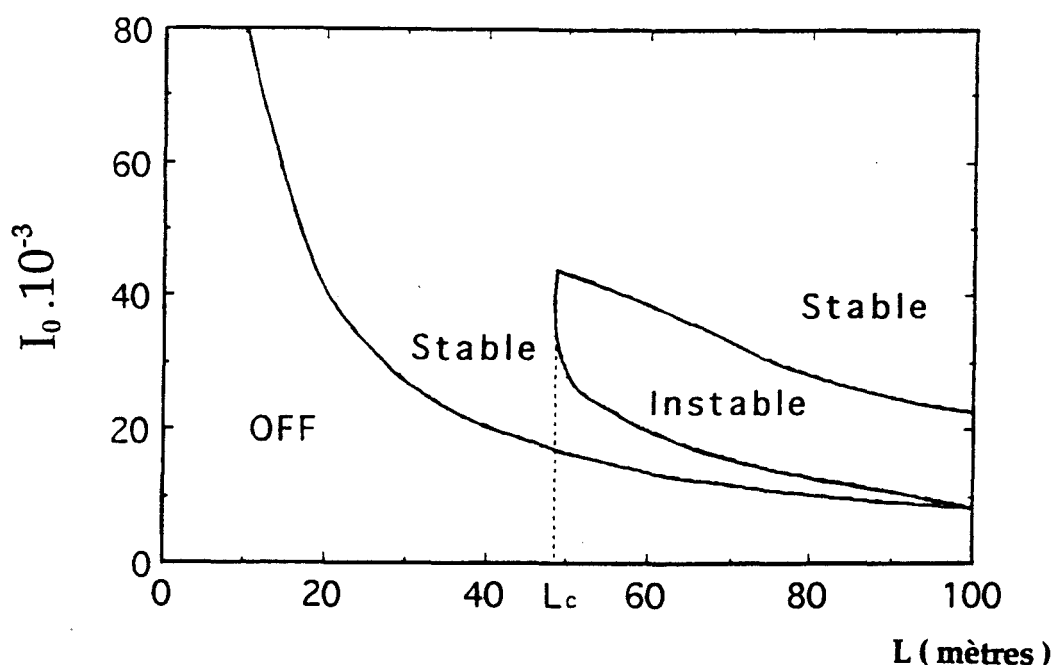


Fig. II-15 : Diagramme de stabilité du laser Brillouin tracé dans le plan (L, I_0)

Pour des longueurs de fibre suffisamment importantes ($L > 90$ m) et conformément aux résultats déjà connus, la figure II-15 montre bien que l'émission Stokes est instable dès le seuil du laser. En revanche, lorsque sa longueur est inférieure à une longueur critique notée L_c , le laser délivre une onde Stokes dont l'intensité est stable quelque soit le niveau de pompage. Par ailleurs, dans tout un domaine de longueurs ($L_c = 44$ m $< L < 90$ m), le système, initialement stable au voisinage du seuil, se déstabilise au travers d'une bifurcation de Hopf lorsque la puissance de pompe devient suffisamment élevée. Le laser émet alors des impulsions mais ce régime disparaît pour céder la place au miroir Brillouin à haut niveau de pompage.

On peut maintenant également chercher à reproduire le comportement expérimental observé lors du balayage de la puissance de pompe. Pour cela, la valeur de μ est lentement balayée entre zéro et une

valeur de 0.6 associée à une puissance maximum injectée dans la fibre de 48 mW. Est représentée sur la figure II-16 l'évolution du carré de l'amplitude des champs optiques en fonction du carré paramètre de contrôle μ . Ces grandeurs sont proportionnelles aux puissances des ondes optiques ce qui rend le résultat présenté directement comparable au résultat expérimental (Fig. II-12). Comme le montre la figure II-16, le modèle utilisé reproduit de manière fidèle le comportement expérimental. Les effets dynamiques liés à la vitesse du balayage sont présents et la puissance Stokes est bien stable à tout niveau de pompage.

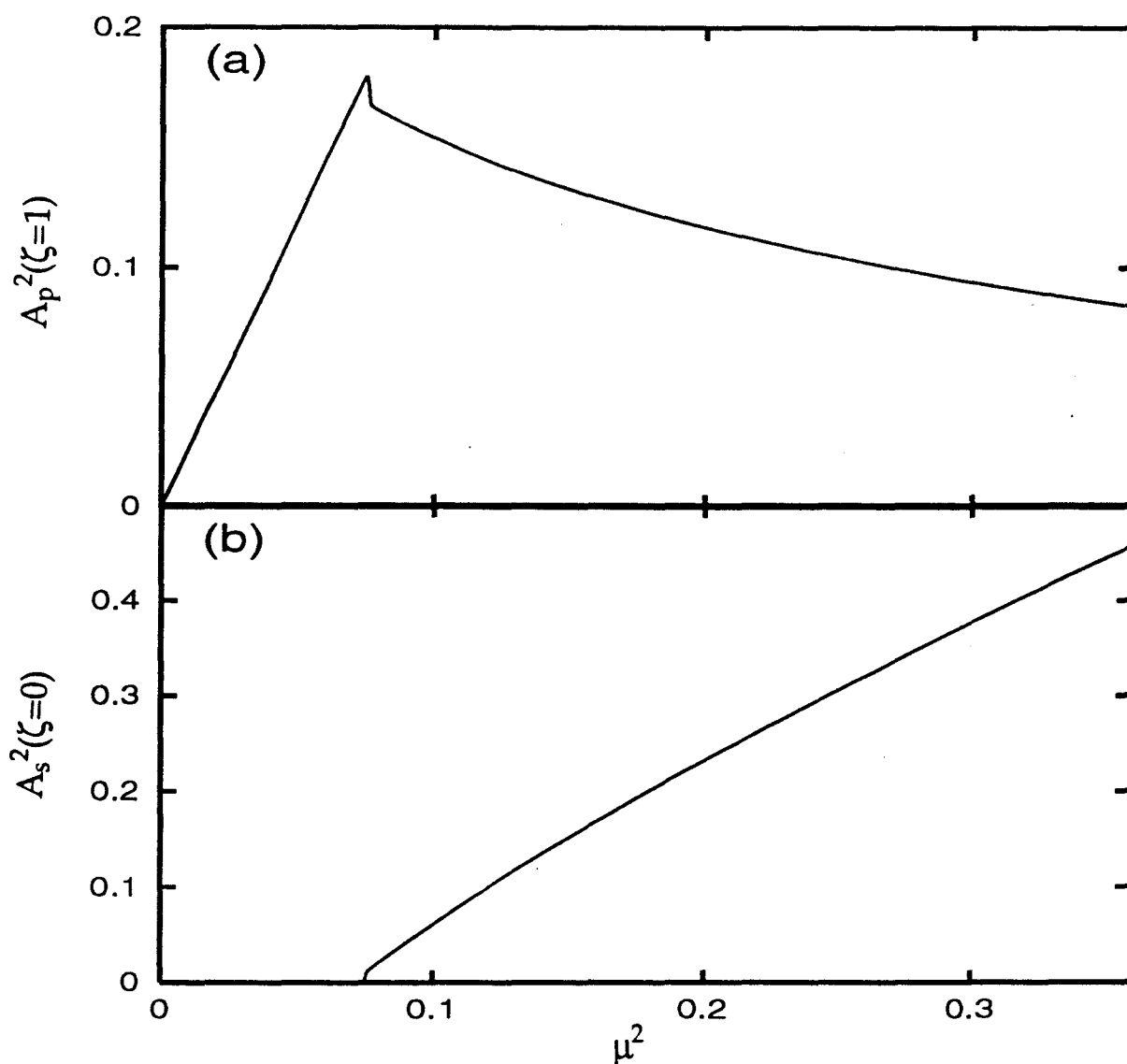


Fig. II-16 : Réponse du laser soumis à un balayage lent du paramètre de pompe ($g=6.04$, $\beta=0.01$, $\beta_A=10.93$). μ varie lentement entre zéro et 0.6

c	Vitesse de la lumière dans le vide	3.10^8 m s^{-1}
c_s	Vitesse de propagation des ondes acoustiques dans la silice	$5.96 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
λ_p	Longueur d'onde dans le vide du rayonnement de pompe	800 nm
ρ_0	Masse volumique de la silice	$2.21 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
p_{12}	Coefficient élasto-optique longitudinal	0.286
ΔV_B	Largeur à mi-hauteur de la courbe de gain Brillouin	60 MHz
L	Longueur de la fibre	12 m
\emptyset	Diamètre de coeur de la fibre	2.75 μm
α	Coefficient d'absorption de la fibre	$1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$
E_0	Valeur du champ électrique utilisée pour la normalisation des champs (associé à une puissance injectée de 130 mW)	3.37 MV/m
V_1	$\frac{\pi c p_{12} n^2}{\lambda_p \rho_0}$	$3.2 \cdot 10^{11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$
V_3	$\frac{\pi n^5 p_{12} \epsilon_0}{2 \lambda_p c_s}$	$5.33 \cdot 10^{-9} \text{ F m}^{-3} \text{ s}$
g	$\frac{V_1 V_3 n L}{\pi \Delta V_B c} E_0 ^2$	6.04
β_A	$\pi \Delta V_B \frac{nL}{c}$	10.93
β	αnL	0.01

Tableau II-1 : Valeurs numériques des grandeurs physiques et des paramètres utilisés

II-2-4 Conclusion et perspectives

Dans la première partie de ce chapitre, nous nous sommes attachés à effectuer une synthèse dont le but était de rappeler la vision habituellement donnée de la dynamique des lasers Brillouin. Nous avons particulièrement insisté sur le fait que ceux-ci comportent généralement des fibres de longueur importante (> 50 m) et nous avons vu que, dans ces conditions, l'intensité de l'onde Stokes émise est instable dès le seuil.

Puis, dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons présenté les résultats d'une étude portant sur le comportement d'un laser Brillouin de longueur relativement courte (12 m). Les expériences réalisées ont montré que le système était stable quelque soit le niveau de pompage. Grâce à une expérience de balayage de la fréquence du laser de pompe, nous avons pu aller plus loin dans l'interprétation et nous avons alors montré que le rayonnement émis était de type monomode longitudinal. En fait, une analyse modale nous a permis d'en arriver à une compréhension plus complète du mode général de fonctionnement des lasers Brillouin. Plus particulièrement, un nouveau diagramme de stabilité a pu être élaboré à partir du modèle habituellement utilisé (Eqs. II-9) pour décrire la dynamique du système. Ce diagramme porte l'accent sur l'influence de la longueur sur la stabilité du laser et montre que le régime de miroir Brillouin n'est pas uniquement accessible à haut niveau de pompage. Notons que le domaine de validité de l'analyse présentée ne se restreint pas uniquement aux lasers en anneau. Il s'étend également aux lasers fonctionnant en configuration Pérot-Fabry [Randoux *et al*, 1995-a]. Les résultats correspondants ne sont pas présentés ici mais seront toutefois repris dans la thèse de Vincent Lecoëuche.

A l'issue de l'étude que nous venons de réaliser, les perspectives sont nombreuses. Tout d'abord, les expériences de balayage de la fréquence du laser soulèvent certaines questions importantes. Comme nous l'avons déjà évoqué, la dynamique des lasers Brillouin est généralement décrite au moyen d'un modèle résonant du cadre duquel nous ne sommes pas sorti (à l'exception du paragraphe II-2-2-c). On peut maintenant se demander quelle est l'influence exacte des termes de désaccord en fréquence sur le comportement du système. En particulier, quelle est la fréquence d'émission du laser lorsque la fréquence centrale de la courbe de gain ne coïncide pas avec une des fréquences de résonance de la cavité? En d'autres termes,

qu'en est-il d'éventuels effets de tirage en fréquence dans le laser Brillouin? Par ailleurs, le diagramme présenté sur la figure II-15 a été obtenu par une méthode purement numérique. On pourrait maintenant envisager d'effectuer une analyse de stabilité linéaire pouvant fournir des résultats théoriques intéressants. Quoiqu'il en soit, le cadre de cette thèse ne s'étend pas à l'étude de tous ces problèmes qui sont l'objet de travaux actuellement effectués par Vincent Lecoëuche. Nous allons maintenant plutôt nous intéresser à la dynamique de notre laser Brillouin lorsqu'il émet plus d'une composante Stokes.

CHAPITRE III

*Dynamique d'un laser Brillouin
émettant deux composantes Stokes*



Les résultats présentés au cours du chapitre précédent sont relatifs au comportement d'un laser Brillouin émettant une unique composante Stokes. Ils viennent en fait se poser en complément de la vision habituellement donnée de la dynamique de ce système. On sait cependant qu'une onde Stokes (d'ordre un) suffisamment puissante peut à son tour générer une nouvelle composante Stokes alors dite d'ordre deux. Lorsque la puissance de pompe devient assez élevée, ce processus peut en réalité se répéter de nombreuses fois. On assiste alors à l'apparition d'une cascade de diffusions Stokes pouvant éventuellement se compliquer de la naissance de raies anti-Stokes. Cet effet fut mis en évidence dès 1976 dans un laser Brillouin fonctionnant dans une configuration de type Pérot-Fabry [Hill *et al*, 1976-c]. Plus tard, on en a également mentionné l'apparition dans un laser en anneau [Botineau *et al*, 1989-b]. Cependant, à notre connaissance, aucun travail n'a jusqu'à présent été entrepris pour chercher à comprendre la dynamique d'un laser Brillouin émettant plus d'une composante Stokes.

La seconde moitié de ce mémoire porte sur l'étude expérimentale et théorique du comportement d'un laser Brillouin émettant jusqu'à trois composantes Stokes. Comme nous allons le voir, les résultats obtenus sont d'une grande richesse. Voilà pourquoi ce chapitre est consacré à la seule étude de la phase initiale de la cascade Stokes, c'est à dire celle lors de laquelle apparaît la composante Stokes de second ordre. La description de la dynamique du laser Brillouin émettant l'ensemble des trois composantes Stokes fera, quant à elle, l'objet du quatrième et dernier chapitre de ce mémoire.

Dans un premier temps, nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus puis nous passerons à la modélisation du laser. Nous établirons alors les équations d'un modèle à cinq ondes prenant en compte la possible existence d'une onde Stokes d'ordre deux. Les solutions analytiques caractérisant l'état stationnaire du laser seront ensuite calculées et l'expression analytique du seuil d'oscillation de la seconde composante Stokes sera déterminée. Puis, nous passerons à une étude numérique de la dynamique du système. Dans cette partie, nous tacherons de porter l'accent sur la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques. Nous verrons alors que le comportement observé lors de l'expérience de balayage de la puissance incidente est imputable à la coexistence (sur un domaine étroit de valeurs du paramètre de contrôle) de deux attracteurs du système. Nous nous intéresserons également de manière détaillée aux mécanismes

d'interaction liant les diverses ondes optiques au sein de la fibre. Finalement, nous concluons ce chapitre par un paragraphe portant sur l'étendue des scénarios et comportements prévus par le modèle à cinq ondes.

III-1 RESULTATS EXPERIMENTAUX

L'étude expérimentale présentée dans ce paragraphe est réalisée à l'aide du dispositif déjà décrit au chapitre II et des méthodes analogues à celles déjà employées sont ici reprises. Plus particulièrement, l'aperçu global de la dynamique du système est toujours obtenu au moyen d'un balayage lent de la puissance incidente (cf. II-2-2-a). Toutefois, la diffusion Brillouin stimulée d'ordre deux manifeste son apparition à des niveaux de pompage plus élevés que ceux utilisés jusqu'à présent. Dans l'expérience effectuée, les réglages sont donc poussés de façon à ce que la puissance délivrée par le modulateur acousto-optique varie linéairement entre zéro et 1.3 W. Par ailleurs, le temps d'acquisition des signaux (≈ 5 ms) est toujours choisi de manière à réaliser un compromis visant à limiter à la fois l'influence des effets dynamiques et celle des "perturbations basses fréquences". Le résultat de l'expérience est présenté sur la figure III-1, les parties (a) et (b) représentant respectivement les signaux enregistrés par les détecteurs D_1 et D_2 (cf. II-2-1, Fig. II-11).

Lors de la toute première phase du balayage, le laser Brillouin émet une unique onde Stokes et le comportement observé est analogue à celui décrit au cours du chapitre II. Puis, la naissance de l'onde Stokes d'ordre deux se manifeste clairement au travers de l'apparition d'un nouveau seuil. Enfin, à haut niveau de pompage, l'expérience révèle l'existence de toute une plage dans laquelle le laser Brillouin émet un rayonnement dont la puissance est instable. Il est important de noter que la puissance de pompe est encore ici limitée de façon à ce que seules les deux premières composantes Stokes puissent osciller. L'existence de la zone d'instabilités n'est donc en rien liée à l'éventuelle émergence d'une onde Stokes d'ordre trois. D'ailleurs, comme nous le verrons lors du chapitre IV, l'expérience de balayage de la puissance permet aussi de bien marquer le seuil d'apparition de cette dernière composante.

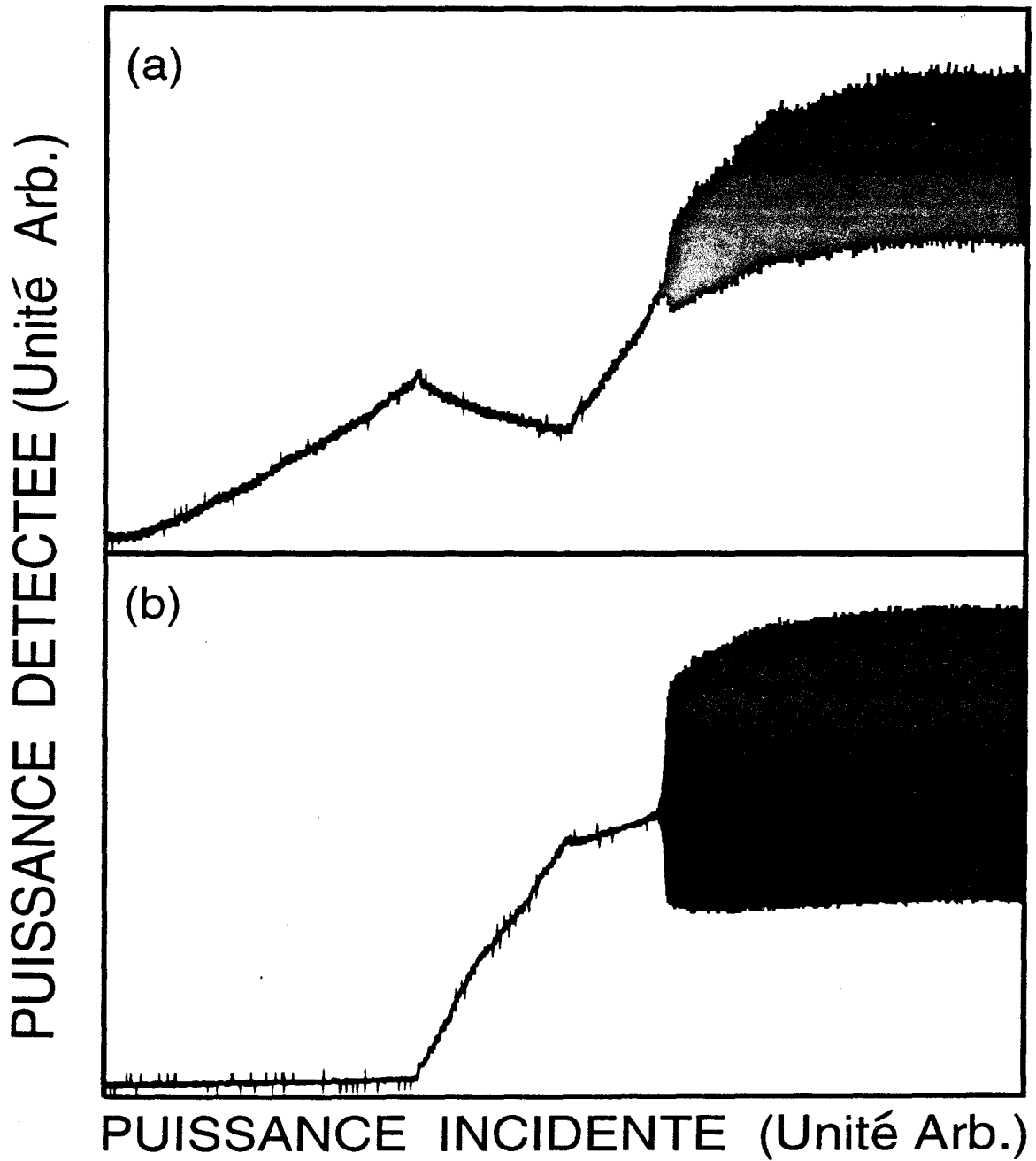


Fig. III-1: Réponse du laser soumis à un balayage lent de la puissance de pompe: (a) puissance transmise par la fibre (photodiode D_1)
(b) puissance Stokes rétrodiffusée (photodiode D_2)

Afin de mieux comprendre le résultat présenté, rappelons que l'onde Stokes d'ordre deux est engendrée par rétrodiffusion de l'onde Stokes d'ordre un. Les deux rayonnements Stokes se propagent donc évidemment en sens opposé ce qui fait que, dans le laser Brillouin, l'onde Stokes d'ordre deux circule dans le même sens que l'onde de pompe. Lorsque le seuil d'oscillation de la seconde composante Stokes est franchi, le niveau de puissance détecté par la photodiode D_1 est nécessairement en constante augmentation (voir Fig. III-1-a). Par ailleurs, il faut noter que les fréquences des deux ondes Stokes sont différentes d'une quantité égale à la fréquence acoustique, soit environ une vingtaine de GHz. La photodiode D_1 est donc éclairée par deux rayonnements décalés en fréquence l'un par rapport à l'autre d'une quarantaine de GHz. La bande passante du système de détection étant de 125 MHz seulement, le battement de ces deux fréquences ne peut être enregistré. Le signal détecté est alors en fait directement proportionnel à la somme des puissances transportées par l'onde de pompe et par l'onde Stokes d'ordre deux.

Le détecteur D_2 , quant à lui, enregistre toujours les variations de la puissance véhiculée par la seule et unique onde se propageant en sens opposé à l'onde de pompe: l'onde Stokes d'ordre un. La composante Stokes d'ordre deux naissant de celle d'ordre un, la puissance transportée par cette dernière ne croît évidemment plus aussi rapidement avec la puissance incidente lorsque le second seuil est franchi (voir Fig. III-1-b).

Après ces quelques remarques d'ordre général sur la nature des signaux détectés, intéressons nous maintenant à la stabilité de l'émission du laser. Tout d'abord, la puissance délivrée par le laser Brillouin demeure stable du seuil d'apparition de l'onde Stokes d'ordre un à celui de la seconde composante Stokes. En fait, l'apparition de cette troisième onde optique n'affecte en rien la stabilité de l'émission du laser Brillouin tant que la puissance incidente n'est pas trop élevée. Un changement radical de comportement s'opère néanmoins lorsque le niveau de pompage devient suffisamment important. Apparaît en effet sur les deux enregistrements présentés toute une région dans laquelle la puissance des rayonnements détectés est instable. Avant de passer à une caractérisation plus précise de la nature de ces instabilités, il faut noter le caractère très brutal de leur apparition. Cet effet, particulièrement bien visible sur la figure III-1-b, est en réalité riche de renseignements sur la nature de la bifurcation séparant les zones de fonctionnement stable et instable. Toutefois, l'analyse détaillée de

ce comportement est réservée pour le paragraphe III-3-2. A cette étape, nous nous contenterons simplement de retenir que l'expérience de balayage de la puissance incidente révèle une "croissance explosive" de l'amplitude des instabilités.

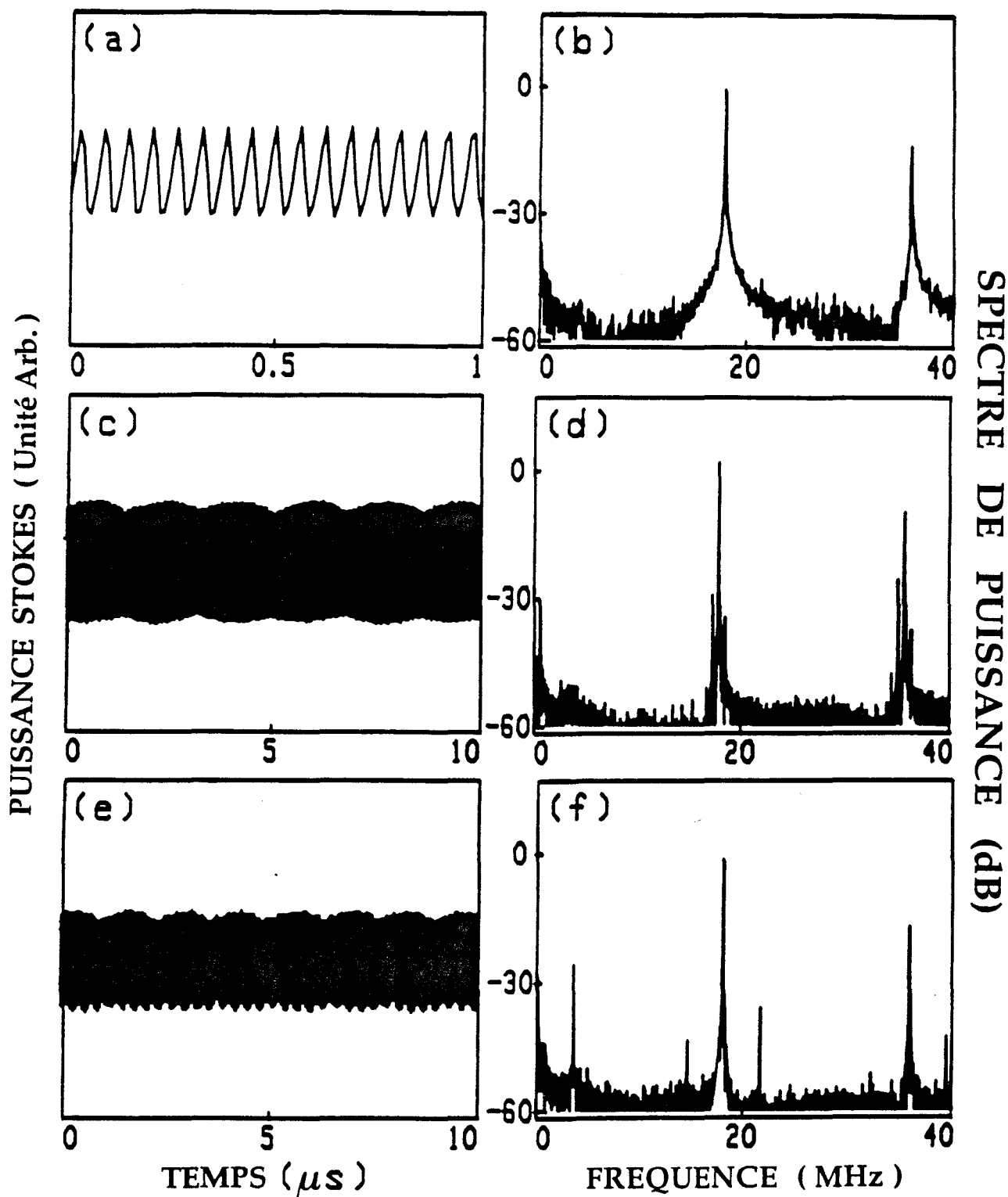


Fig. III-2: Panorama des divers régimes observés: signaux temporels et spectre de puissance associé

(a) (b) Régime périodique; (c) (d), (e) (f) Régime quasipériodique

Sur le plan expérimental, l'étude des comportements instables du laser Brillouin doit avant tout reposer sur l'observation d'une variable dynamique bien caractérisée. Les oscillations présentées sur la figure III-1-a résultent non seulement des fluctuations de puissance de l'onde de pompe mais aussi de celles de l'onde Stokes d'ordre deux. En revanche, les instabilités détectées par la photodiode D₂ sont liées aux seules variations de la puissance de l'onde Stokes d'ordre un. C'est donc au travers des signaux enregistrés par ce détecteur que s'effectuera l'analyse de la dynamique du laser Brillouin. Pour ce faire, la puissance incidente n'est plus modulée mais maintenue à un niveau constant inférieur à 1.3 W. Les régimes instables sont observés sur des durées d'une centaine de microsecondes. Sur des échelles de temps plus longues, les fluctuations de puissance des ondes optiques sont inhérentes aux problèmes d'environnement déjà évoqués (vibrations mécaniques, échanges thermiques...). Par ailleurs, du fait même de l'existence de ces "perturbations basses fréquences", l'expérience ne permet pas de situer de manière précise les conditions dans lesquelles sont effectués les enregistrements. Si on peut légitimement prétendre que tous les paramètres expérimentaux demeurent constants durant le temps d'acquisition des signaux ($\approx 100 \mu\text{s}$), il n'est en revanche pas possible de les quantifier. Expérimentalement, il est donc difficile de distinguer les différences existant entre les conditions séparant un enregistrement d'un autre. En fait, il est au mieux envisageable de dresser un panorama des divers comportements instables observés. Celui-ci est présenté sur la figure III-2 au travers de signaux caractéristiques et de leur spectre de puissance.

La figure III-2-a constitue un exemple typique d'oscillations périodiques enregistrées par le détecteur D₂. La fréquence de ces oscillations est égale à l'intervalle spectral libre de la cavité, soit 17 MHz environ. Ce type de régime peut en fait se prolonger sur des durées bien supérieures à la microseconde présentée. Néanmoins, le fait de visualiser le signal sur un temps aussi court permet de bien montrer que l'on se situe au voisinage de la limite de résolution du système d'acquisition des données. En effet, la fréquence d'échantillonnage de l'oscilloscope numérique est de 100 MHz et seulement cinq points sont donc enregistrés par période. Ceci suffit toutefois à ce que soit respectée la condition de Shannon. Dès lors une analyse spectrale du signal digitalisé peut être effectuée mais seule la première harmonique de la composante fondamentale peut être mise en évidence dans le spectre de puissance (Fig. III-2-b). Le spectre présenté a été obtenu

après une transformation de Fourier rapide (FFT) directement réalisée par l'oscilloscope numérique lui même. Signalons qu'en parallèle, un analyseur de spectre analogique (Advantest TR4131) connecté lui aussi aux photodiodes permettait un contrôle permanent de la validité du résultat obtenu (et en particulier, permettait de vérifier que le spectre était dépourvu de tout repliement).

Outre les régimes périodiques, on observe également l'existence d'instabilités de type quasi-périodique. Dans ce cas, l'amplitude des instabilités n'est plus constante dans le temps mais varie sur une période longue ($\approx 2 \mu\text{s}$) devant celle ($\approx 58 \text{ ns}$) des oscillations périodiques (cf. Fig. III-2-c). Ceci se traduit par l'apparition de composantes spectrales supplémentaires venant se greffer de part et d'autre du pic fondamental et de sa première harmonique (Fig. III-2-d). Cet effet est tout à fait caractéristique d'une modulation d'amplitude dans laquelle la porteuse oscillant à 17 MHz est lentement modulée par une enveloppe oscillant à 600 kHz.

Notons que les signaux présentés sur les figures III-2-a-c ont été enregistrés dans des conditions voisines de celles dans lesquelles le balayage de puissance (Fig. III-1) a été réalisé. Dans de toutes autres conditions de réglage du laser Brillouin (plus haut niveau de puissance couplée mais moins bon coefficient de qualité du résonateur), on a pu observer des régimes quasi-périodiques pour lesquels l'enveloppe évolue non plus à 600 kHz mais à 3.3 MHz (Fig. III-e-f). Si la fréquence correspondant à l'intervalle spectral libre de la cavité apparaît dans toutes les configurations de réglage du laser Brillouin, il n'en est donc pas de même pour la "basse fréquence" dont la valeur dépend visiblement des conditions expérimentales.

III-2 MODELISATION ET RESULTATS THEORIQUES

Après l'approche expérimentale développée lors du précédent paragraphe, nous allons maintenant nous placer sur le plan théorique et chercher à modéliser le laser Brillouin. Pour cela, nous commencerons par rappeler quelques hypothèses de base qui nous conduiront rapidement aux équations d'un "modèle à cinq ondes" généralisant le modèle à trois ondes habituellement utilisé. Les équations obtenues seront complétées de conditions de bouclage adaptées à la description d'un laser en anneau. Les

solutions analytiques caractérisant l'état stationnaire du système seront ensuite calculées. Finalement, nous établirons l'expression analytique du seuil d'oscillation de la seconde composante Stokes.

III-2-1 Le modèle à cinq ondes de la diffusion Brillouin stimulée

Avant tout, rappelons que le modèle classique de la diffusion Brillouin stimulée restreint la description du phénomène en question à un processus à trois ondes. Le seul type de scénario pouvant ainsi ressortir est celui dans lequel le rayonnement de pompe est rétrodiffusé sous forme d'une onde Stokes, une onde acoustique étant parallèlement générée. Les résultats prédits par ce modèle sont donc qualitativement faux lorsque le niveau de pompage est tel que l'onde Stokes d'ordre un est suffisamment intense pour engendrer la naissance d'une composante Stokes d'ordre deux. La prise en compte de cet effet supplémentaire nécessite bien évidemment une extension de la description habituellement rencontrée.

Pour cela, on doit d'abord considérer que les mécanismes élémentaires à l'origine de l'apparition de la première onde Stokes (cf. Ch. I) interviennent à nouveau dans la création de l'onde Stokes d'ordre deux. En particulier, le nouveau processus d'interaction est conditionné par des relations précises de résonance et d'adaptation des vitesses de phase. Celles-ci sont en fait analogues à celles déjà écrites pour la DBS d'ordre un et sont regroupées sur la figure III-3.

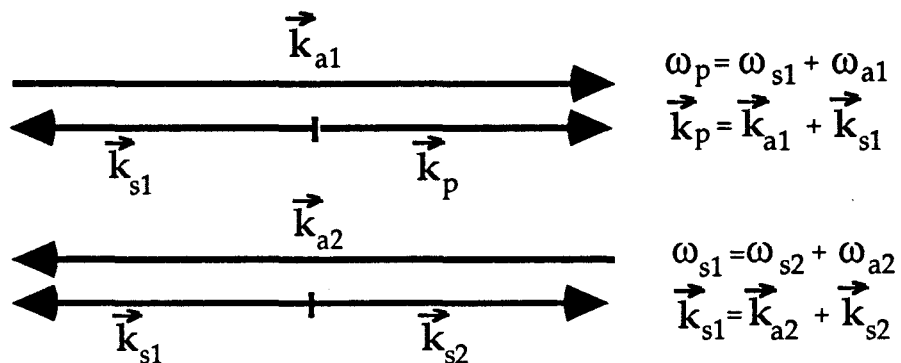


Fig. III-3: DBS d'ordres un et deux: conditions de résonance et d'adaptation des vitesses de phase.

Lorsque la DBS d'ordre deux est amorcée, trois rayonnements optiques et deux ondes acoustiques parcourent la fibre. Le sens de propagation de l'onde Stokes d'ordre un est opposé à celui de la pompe et de l'onde Stokes d'ordre deux. Les deux ondes acoustiques, quant à elles, se déplacent en sens contraires.

La fréquence ω_{s2} de l'onde Stokes d'ordre deux est inférieure d'une quantité ω_{a2} à la fréquence ω_{s1} de la composante Stokes d'ordre un. ω_{a2} représente la fréquence de l'onde acoustique générée lors de la DBS de second ordre. Elle est légèrement inférieure à la fréquence $\omega_{a1} = \omega_p - \omega_{s1}$ de la première onde acoustique simplement en raison du fait que, dans chacun des processus de diffusion, les fréquences des ondes excitatrices sont différentes ($\omega_p \neq \omega_{s1}$) (cf. Annexe III).

Connaissant ainsi toutes les caractéristiques des ondes susceptibles d'apparaître lors de l'interaction, il nous faut maintenant remonter aux équations d'évolution des ondes électromagnétique et matérielle établies au chapitre I (cf. I-2-2, Eqs. I-26 et I-31). La validité de celles-ci n'est en rien remise en question; ce sont plutôt les hypothèses de base concernant l'écriture des ondes qui doivent être reformulées. En effet, il faut à présent considérer que le champ électromagnétique est la somme d'un champ de pompe et de deux champs Stokes. Par ailleurs, deux ondes acoustiques étant en mesure de se propager, on doit désormais écrire:

$$\rho' = \frac{1}{2} \left(\rho_1(z,t) \exp -i(\omega_{a1} t - k_{a1} z) \right. \\ \left. + \rho_2(z,t) \exp -i(\omega_{a2} t + k_{a2} z) + \text{c.c.} \right) \quad (\text{III-1-a})$$

$$E = \frac{1}{2} \left(E_p(z,t) \exp -i(\omega_p t - k_p z) + E_{s1}(z,t) \exp -i(\omega_{s1} t + k_{s1} z) \right. \\ \left. + E_{s2}(z,t) \exp -i(\omega_{s2} t - k_{s2} z) + \text{c.c.} \right) \quad (\text{III-1-b})$$

où E_p , E_{s1} et E_{s2} sont respectivement les enveloppes complexes de l'onde de pompe et des ondes Stokes d'ordre un et deux. ρ_1 et ρ_2 représentent les enveloppes complexes des ondes acoustiques générées lors des DBS d'ordres un et deux. Chacune de ces fonctions est supposée ne varier que lentement devant les périodes spatiale et temporelle de l'onde dont elle décrit l'évolution. Ceci étant dit, la démarche maintenant adoptée est calquée sur celle qui a été employée au paragraphe I-2-2-c. Les expressions (III-1) sont introduites dans les équations (I-26) et (I-31); l'approximation des

enveloppes lentement variables est utilisée et, compte tenu des relations de dispersion :

$$k_{a1} = \frac{\omega_{a1}}{c_s} ; k_{a2} = \frac{\omega_{a2}}{c_s} ; k_p = \frac{n \omega_p}{c} ; k_{s1} = \frac{n \omega_{s1}}{c} ; k_{s2} = \frac{n \omega_{s2}}{c} \quad (\text{III-2})$$

on aboutit finalement à:

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_p}{\partial z} + \gamma_e E_p = i V_1 \rho_1 E_{s1} \quad (\text{III-3-a})$$

$$\frac{\partial E_{s1}}{\partial t} - \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s1}}{\partial z} + \gamma_e E_{s1} = i V_1 (\rho_1^* E_p + \rho_2 E_{s2}) \quad (\text{III-3-b})$$

$$\frac{\partial E_{s2}}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s2}}{\partial z} + \gamma_e E_{s2} = i V_1 \rho_2^* E_{s1} \quad (\text{III-3-c})$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + c_s \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \gamma_a \rho_1 = i V_3 E_p E_{s1}^* \quad (\text{III-3-d})$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} - c_s \frac{\partial \rho_2}{\partial z} + \gamma_a \rho_2 = i V_3 E_{s1} E_{s2}^* \quad (\text{III-3-e})$$

Ce nouveau modèle de la diffusion Brillouin stimulée constitue une généralisation du modèle habituellement rencontré (cf. Eqs I-33). Deux nouvelles équations traduisent désormais la possible apparition d'une onde Stokes d'ordre deux E_{s2} et de l'onde acoustique ρ_2 y étant attachée. Notons que les termes perturbatifs associés à l'existence de l'effet Kerr ont été négligés lors de l'établissement du modèle. La validité de cette approximation sera discutée plus en détail par la suite.

Les équations (III-3) doivent encore être complétées de conditions de bouclage traduisant le fait que la fibre est placée à l'intérieur d'un résonateur en anneau. En réalité, les conditions de bouclage que nous avons déjà écrites (cf. II-1-2) lorsque nous avons considéré que le laser Brillouin émettait une unique composante Stokes doivent simplement être renforcées d'une équation supplémentaire. On a alors:

$$E_p(z=0,t) = E_0 \mu + R E_p(z=L,t) \quad (\text{III-4-a})$$

$$E_{s1}(z=L,t) = R E_{s1}(z=0,t) \quad (\text{III-4-b})$$

$$E_{s2}(z=0,t) = R E_{s2}(z=L,t) \quad (\text{III-4-c})$$

E_0 représente la valeur maximum du champ injecté dans la fibre et μ joue le rôle, déjà mentionné (cf. II-1-2-a), d'un paramètre de pompe. Le coefficient R caractérise l'efficacité de la réinjection d'une onde sortant de la fibre. Sa valeur est considérée comme étant identique dans les trois équations. En outre, R est supposé réel ce qui signifie que, dans la cavité, des conditions de résonance strictes sont imposées aux trois ondes. En particulier, la fréquence d'oscillation de chacune des deux ondes Stokes coïncide avec une fréquence de résonance donnée de la cavité qui, elle même, coïncide avec la fréquence centrale de la courbe de gain. Les conséquences d'une telle supposition ont déjà été discutées au paragraphe II-1-2-c. On a alors montré que l'utilisation de conditions de résonance revenait à figer les phases des champs sans que toutefois ceci influe de manière significative sur la dynamique de leurs amplitudes.

Reste à normaliser les équations (III-3) et (III-4) suivant la procédure déjà employée au paragraphe I-2-2-d. Pour cela, on pose:

$$\epsilon_p = \frac{E_p}{E_0} ; \epsilon_{s1} = \frac{E_{s1}}{E_0} ; \epsilon_{s2} = \frac{E_{s2}}{E_0} ; B_1 = \frac{-i \rho_1 \gamma_a}{|E_0|^2 V_3} ; B_2 = \frac{-i \rho_2 \gamma_a}{|E_0|^2 V_3} \quad (\text{III-5})$$

et, compte tenu des relations (I-42) et (I-43), on aboutit facilement à:

$$\frac{\partial \epsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_p = -g B_1 \epsilon_{s1} \quad (\text{III-6-a})$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s1}}{\partial \tau} - \frac{\partial \epsilon_{s1}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s1} = g (B_1^* \epsilon_p - B_2 \epsilon_{s2}) \quad (\text{III-6-b})$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s2}}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_{s2}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s2} = g B_2^* \epsilon_{s1} \quad (\text{III-6-c})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_1}{\partial \tau} + B_1 = \epsilon_p \epsilon_{s1}^* + f(\zeta, \tau) \quad (\text{III-6-d})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_2}{\partial \tau} + B_2 = \epsilon_{s1} \epsilon_{s2}^* + f(\zeta, \tau) \quad (\text{III-6-e})$$

$$\epsilon_p(\zeta=0, \tau) = \mu + R \epsilon_p(\zeta=1, \tau) \quad (\text{III-6-f})$$

$$\epsilon_{s1}(\zeta=1, \tau) = R \epsilon_{s1}(\zeta=0, \tau) \quad (\text{III-6-g})$$

$$\epsilon_{s2}(\zeta=0, \tau) = R \epsilon_{s2}(\zeta=1, \tau) \quad (\text{III-6-h})$$

Les équations (III-6) régissent la dynamique d'un laser Brillouin pouvant émettre jusqu'à deux composantes Stokes. La simple considération des cinq premières équations (et en particulier du membre de droite des équations (III-6-a-b-c)) permet de suivre l'enchaînement de la cascade Stokes. Ainsi, on constate que l'onde Stokes d'ordre un est liée à la composante Stokes d'ordre deux par le biais d'un mécanisme analogue à celui couplant onde de pompe et Stokes d'ordre un. En d'autres termes, l'onde Stokes d'ordre un joue le rôle d'une onde de pompe pour la composante Stokes d'ordre deux. Il est cependant à noter qu'une onde acoustique bien déterminée (B_1 ou B_2) intervient lors de chacun des deux processus de diffusion.

Avant de terminer ce paragraphe, remarquons que le terme $f(\zeta, \tau)$ a été ajouté au membre de droite des équations décrivant l'évolution des ondes acoustiques. Celui-ci représente un bruit de faible amplitude ($f(\zeta, \tau) \approx 10^{-6}$) destiné à permettre l'amorçage de l'oscillation laser (cf. I-2-2-d). Son influence sur la dynamique du laser est négligeable et il sera omis lors du calcul analytique conduisant aux solutions décrivant l'état stationnaire du laser.

III-2-2 Solutions stationnaires

Les caractéristiques stationnaires du laser Brillouin ont déjà été étudiées dans le cas où l'onde Stokes d'ordre deux est inexistante (cf. II-1-2-b). C'est maintenant le cadre plus général du modèle à cinq ondes qui va être considéré. Pour cela, on réécrit dans un premier temps les enveloppes complexes des champs sous la forme:

$$\begin{aligned} \varepsilon_j(\zeta, \tau) &= A_j(\zeta, \tau) e^{i\phi_j(\zeta, \tau)} \quad j = p, s1, s2 \\ B_j(\zeta, \tau) &= A_j(\zeta, \tau) e^{i\phi_j(\zeta, \tau)} \quad j = a1, a2 \end{aligned}$$

et on injecte ces expressions dans les équations (III-6-a-b-c-d-e). Ceci conduit à deux jeux de cinq équations aux dérivées partielles: l'un pour les amplitudes A_j et l'autre pour les phases ϕ_j . A l'état stationnaire, aucune de ces variables n'évolue dans le temps $\left(\frac{\partial}{\partial \tau} = 0 \right)$. Tout comme au paragraphe (II-1-2-b), ceci implique immédiatement que les phases de tous les champs

sont indépendantes de ζ . Les amplitudes des champs optiques, quant à elles, sont solutions de l'ensemble suivant d'équations différentielles:

$$\frac{dA_p}{d\zeta} = -g A_p A_{s1}^2 \quad (\text{III-7-a})$$

$$\frac{dA_{s1}}{d\zeta} = -g A_{s1} A_p^2 + g A_{s1} A_{s2}^2 \quad (\text{III-7b})$$

$$\frac{dA_{s2}}{d\zeta} = g A_{s2} A_{s1}^2 \quad (\text{III-7-c})$$

où l'on a négligé tous les termes d'amortissement ($\beta \approx 0$). Les amplitudes des ondes acoustiques sont simplement liées à celles des champs optiques par le biais des relations:

$$A_{a1}(\zeta) = A_p(\zeta) A_{s1}(\zeta) \quad (\text{III-8-a})$$

$$A_{a2}(\zeta) = A_{s1}(\zeta) A_{s2}(\zeta) . \quad (\text{III-8-b})$$

Finalement, en régime indépendant du temps, les conditions de bouclage s'écrivent:

$$A_p(\zeta=0) = \mu + R A_p(\zeta=1) \quad (\text{III-9-a})$$

$$A_{s1}(\zeta=1) = R A_{s1}(\zeta=0) \quad (\text{III-9-b})$$

$$A_{s2}(\zeta=0) = R A_{s2}(\zeta=1) . \quad (\text{III-9-c})$$

Si on définit les variables d'intensités $I_p(\zeta) = A_p^2(\zeta)$, $I_{s1}(\zeta) = A_{s1}^2(\zeta)$, $I_{s2}(\zeta) = A_{s2}^2(\zeta)$, les équations (III-7) se mettent sous la forme:

$$\frac{dI_p}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} \quad (\text{III-10-a})$$

$$\frac{dI_{s1}}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} + G I_{s1} I_{s2} \quad (\text{III-10-b})$$

$$\frac{dI_{s2}}{d\zeta} = G I_{s1} I_{s2} \quad (\text{III-10-c})$$

avec $G = 2g$. Avant de passer à la résolution proprement dite de ces équations, nous formulerons tout d'abord quelques simples remarques. On peut d'abord constater que $\frac{dI_p}{d\zeta} - \frac{dI_{s1}}{d\zeta} + \frac{dI_{s2}}{d\zeta} = 0$ et que $\frac{1}{I_p} \frac{dI_p}{d\zeta} = -\frac{1}{I_{s1}} \frac{dI_{s1}}{d\zeta}$. Ceci signifie que les grandeurs:

$$\theta = I_p(\zeta) - I_{s1}(\zeta) + I_{s2}(\zeta) \quad (\text{III-11-a})$$

$$\Gamma = I_p(\zeta) I_{s2}(\zeta) \quad (\text{III-11-b})$$

sont indépendantes de ζ . En utilisant les conditions de bouclage (III-9-a), (III-9-c) et en considérant le fait que $I_p(\zeta=0) I_{s2}(\zeta=0) = I_p(\zeta=1) I_{s2}(\zeta=1)$, on montre facilement que:

$$A_p(\zeta=0) = \frac{\mu}{1 - R^2} \quad (\text{III-12-a})$$

$$A_p(\zeta=1) = \frac{\mu R}{1 - R^2}. \quad (\text{III-12-b})$$

Lorsque l'onde Stokes d'ordre deux est inexistante, nous avons vu que la déplétion du champ de pompe est d'autant plus prononcée que le niveau de pompage est élevé (cf. II-1-2-b). En d'autres termes, plus le paramètre de pompe μ augmente, plus s'affirme l'écart entre la valeur de $A_p(\zeta=1)$ et celle de $A_p(\zeta=0)$ (voir Fig. II-6). La situation est en revanche différente une fois que le seuil d'oscillation de l'onde Stokes d'ordre deux est franchi. En effet, les relations (III-12) montrent bien que le rapport entre les amplitudes du champ de pompe en $\zeta=1$ et en $\zeta=0$ demeure alors constant et égal à R . La déplétion du champ de pompe est donc moins accentuée lorsque naît l'onde Stokes d'ordre deux. Ceci est tout à fait compréhensible lorsque l'on considère que l'onde Stokes d'ordre un est alors elle même affectée par un mécanisme de déplétion.

Les relations (III-12) constituent en fait les équations des caractéristiques du champ de pompe en $\zeta=0$ et en $\zeta=1$. Tout comme lorsque μ est inférieur à μ_{ST1} , celles-ci sont des droites dont la pente est indépendante de G (voir Fig. III-4). Une part de la puissance transportée par l'onde de pompe étant transférée aux ondes Stokes, la pente de ces droites est bien évidemment inférieure à celle qui a été calculée lorsqu'aucune onde Stokes ne pouvait osciller (cf. Eq. II-17).

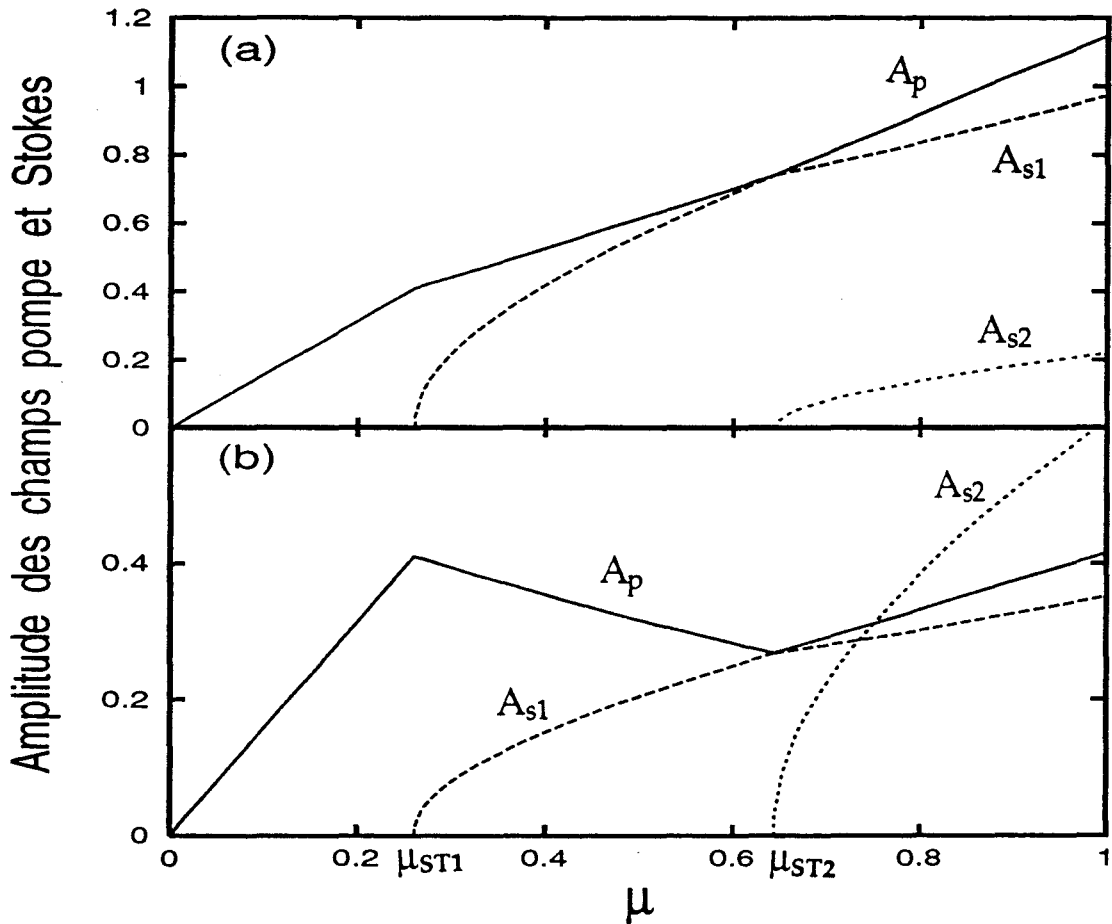


Fig. III-4: Caractéristiques stationnaires des champs pompe (traits pleins) et Stokes (lignes pointillées) en (a) $\zeta=0$ (b) $\zeta=1$ ($R=0.36$, $g=6.04$, $\mu_{ST2}=0.648$)

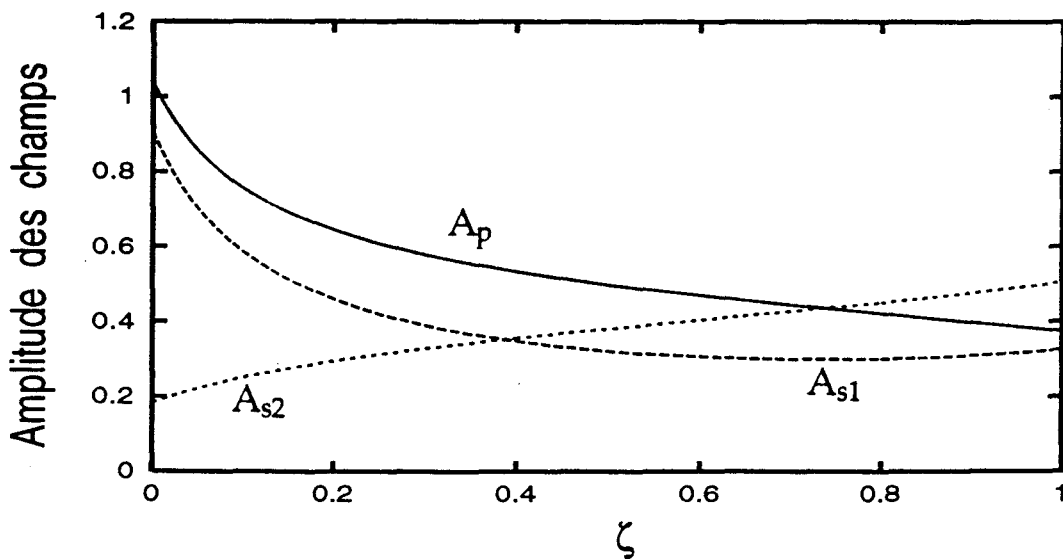


Fig. III-5: Evolution longitudinale de l'amplitude des champs pompe (traits pleins) et Stokes (lignes pointillées) pour $\mu=0.9$ ($g=6.04$, $R=0.36$)

L'intégration des équations (III-10) est entourée de calculs relativement lourds qui sont développés en annexe II de ce mémoire. Nous nous contenterons ici d'en souligner les résultats essentiels. Tout d'abord, l'ensemble des équations (III-10) peut facilement être écrit sous la forme de l'unique équation:

$$\frac{dI_{s2}}{d\zeta} = G (I_{s2}^2 - \theta I_{s2} + \Gamma). \quad (\text{III-13})$$

Ensuite, on exprime les constantes θ et Γ en fonction de μ , $I_{s2}(0)$ et R^2 :

$$\theta = \frac{1 + R^2}{R^2} I_{s2}(0) \quad (\text{III-14-a})$$

$$\Gamma = \frac{I_{s2}(0) \mu^2}{(1 - R^2)^2} \quad (\text{III-14-b})$$

et on montre que l'expression $D = \Gamma - \frac{\theta^2}{4}$ est toujours positive (cf. annexe II). Dès lors, après intégration de l'équation (III-13) et compte tenu de la condition de bouclage (III-9-c), on trouve:

$$I_{s2}(\zeta) = A_{s2}^2(\zeta) = \frac{\theta}{2} + \sqrt{D} \tan \left(G \sqrt{D} (\zeta - 1) + \arctan \left(\frac{\frac{I_{s2}(0)}{R^2} - \frac{\theta}{2}}{\sqrt{D}} \right) \right). \quad (\text{III-15})$$

En régime indépendant du temps, cette dernière équation décrit l'évolution de l'intensité du champ A_{s2} en fonction de ζ . Les fonctions $I_p(\zeta)$ et $I_{s1}(\zeta)$ s'en déduisent facilement grâce aux relations (III-11). Si R et G sont connus, il n'en est pas de même pour θ et Γ . $I_{s2}(0)$ et μ sont en effet deux grandeurs dépendant l'une de l'autre; elles sont encore indéterminées à cette étape du calcul. En fait, le même type de problème avait été rencontré au paragraphe II-2-2-b après l'établissement des équations (II-19) et (II-20). La démarche adoptée pour le résoudre est ici identique: on suppose $I_{s2}(0)$ connu et on impose $\zeta=0$ dans l'équation (III-15). On aboutit alors à une équation dont la résolution numérique conduit à la valeur de μ associée à la valeur choisie de $I_{s2}(0)$.

Finalement, pour résumer, μ étant fixé, on peut calculer $I_{s2}(0)$ par une méthode numérique. θ , Γ et $I_{s2}(\zeta)$ sont alors parfaitement déterminés et, compte tenu des relations (III-9), on trouve facilement $I_p(\zeta)$ et $I_{s1}(\zeta)$. L'état stationnaire est donc maintenant bien défini: il est possible de représenter l'allure des fonctions $I_p(\zeta)$, $I_{s1}(\zeta)$, $I_{s2}(\zeta)$ (voir Fig. III-5) et de tracer les caractéristiques du laser en $\zeta=0$ comme en $\zeta=1$ (voir Fig. III-4). Il est d'ailleurs intéressant de comparer les figures III-4 et II-6. Dans le cadre du modèle à trois ondes, l'amplitude du champ Stokes pouvait devenir plus importante que celle du champ de pompe lorsque μ devenait assez élevé. On constate maintenant que ceci n'est plus vrai. Comme la composante Stokes d'ordre deux vient dépléter l'onde Stokes d'ordre un, l'amplitude $A_p(0)$ (resp. $A_p(1)$) du champ de pompe demeure toujours supérieure à celle du champ $A_{s1}(0)$ (resp. $A_{s1}(1)$). Il est cependant à noter que celles-ci sont égales l'une à l'autre lorsque la valeur de μ correspond au seuil μ_{ST2} d'apparition de l'onde Stokes d'ordre deux (cf. Fig. III-4, $A_p = A_{s1}$ pour $\mu = \mu_{ST2}$). Comme nous allons maintenant le voir, ceci s'explique facilement lorsque l'on cherche à calculer la valeur analytique de μ_{ST2} .

III-2-3 Calcul du seuil

Lorsque le laser Brillouin émet une unique composante Stokes, la distribution des intensités des champs pompe et Stokes est fixée par les relations (II-19) et (II-20). Au delà du seuil μ_{ST2} d'apparition de l'onde Stokes d'ordre deux, ce sont les équations (III-11) et (III-15) qui fixent les expressions de $I_p(\zeta)$, $I_{s1}(\zeta)$ et $I_{s2}(\zeta)$. L'écriture mathématique des solutions stationnaires est donc très différente suivant que la valeur de μ est inférieure ou supérieure à μ_{ST2} . Cependant, comme le montrent les figures III-5 et II-7, l'allure des fonctions $I_p(\zeta)$ et $I_{s1}(\zeta)$ demeure toujours globalement inchangée. Au regard de la figure III-4, on peut même déjà penser qu'un raccordement des deux types de solutions stationnaires s'opère lorsque $\mu = \mu_{ST2}$. En tous cas, juste au delà du seuil d'apparition de l'onde Stokes d'ordre deux, on peut supposer que les expressions (II-19) et (II-20) calculées dans le cadre du modèle à trois ondes décrivent encore de façon relativement correcte les distributions d'intensités des champs pompe et Stokes. Ceci revient en fait à négliger le terme $G I_{s1} I_{s2}$ devant la quantité $-G I_p I_{s1}$ dans l'équation (III-10-b). Ainsi, pour $\mu \approx \mu_{ST2}$, les fonctions I_p , I_{s1} , I_{s2} sont solutions de l'ensemble suivant d'équations différentielles:

$$\frac{dI_p}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} \quad (\text{III-16-a})$$

$$\frac{dI_{s1}}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} \quad (\text{III-16-b})$$

$$\frac{dI_{s2}}{d\zeta} = G I_{s1} I_{s2}. \quad (\text{III-16-c})$$

$I_{s1}(\zeta)$ étant donné par l'équation (II-19), la résolution de l'équation (III-16-c) conduit à:

$$I_{s2}(\zeta) = K \left(1 - \frac{I_{s1}(0)}{I_p(0)} \exp -G (I_p(0) - I_{s1}(0)) \zeta \right) \quad (\text{III-17})$$

où K est une constante d'intégration. Cette dernière expression ne constitue qu'une forme approchée de la véritable fonction $I_{s2}(\zeta)$. Néanmoins, celle-ci est d'autant plus voisine de la solution correcte que $I_{s2}(\zeta)$ est proche de zéro. Comme le montre l'équation (III-17), ceci se produit lorsque $I_{s1}(0)$ tend vers $I_p(0)$. A la limite, le seuil sera exactement atteint lorsque $I_{s1}(0) = I_p(0)$. Etant données les relations de définition des constantes θ et Ω , cette dernière condition peut être généralisée sous la forme de l'expression: $\theta = \Omega = I_p(\zeta) - I_{s1}(\zeta) = 0$. En d'autres termes, la composante Stokes d'ordre deux apparaît lorsque le profil d'intensité du champ Stokes coïncide parfaitement avec celui du champ de pompe. La signification physique de ce résultat sera discutée en détail lors du chapitre IV (paragraphe IV-2-2). Pour l'instant, remarquons simplement que celui-ci est bien illustré sur la figure III-4. En effet, on constate que l'intersection des caractéristiques des champs pompe et Stokes coïncide bien avec l'apparition de la composante Stokes d'ordre deux.

Lorsque la condition de seuil $\Omega = 0$ est vérifiée, les relations (II-19) et (II-20) prennent une forme indéterminée. Ceci est tout à fait normal puisque ces expressions ont été calculées dans le cas général où $\Omega \neq 0$. Pour déterminer la forme prise par les fonctions $I_p(\zeta)$ et $I_{s1}(\zeta)$ lorsque $\mu = \mu_{ST2}$, il faut en fait reprendre l'intégration de l'équation (II-16) dans le cas où $\Omega = 0$. On doit alors simplement résoudre l'équation:

$$\frac{dI_{s1}}{d\zeta} = -G I_{s1}^2 \quad (\text{III-18})$$

Compte tenu de la condition de bouclage (II-11-b), on aboutit à:

$$I_p(\zeta) = I_{s1}(\zeta) = \frac{1}{G \left(\zeta + \frac{R^2}{1-R^2} \right)} \quad (\text{III-19})$$

Finalement, grâce à la relation (III-12-a), on trouve l'expression analytique du seuil d'apparition de l'onde Stokes d'ordre deux:

$$\mu_{ST2} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{(1-R^2)^3}{G}} \quad (\text{III-20})$$

Si on cherche à comparer les deux seuils μ_{ST1} et μ_{ST2} en calculant la rapport $\frac{\mu_{ST2}}{\mu_{ST1}}$, on trouve:

$$\frac{\mu_{ST2}}{\mu_{ST1}} = \frac{1+R}{R} \sqrt{\frac{1-R^2}{-2 \ln R}}$$

Cette dernière expression est une fonction décroissante de R qui tend asymptotiquement vers l'infini quand R tend vers zéro et vers 2 quand R tend vers 1. Lorsque la cavité est de finesse élevée, le seuil μ_{ST2} est donc simplement égal au double de μ_{ST1} . Ceci est tout à fait compréhensible si l'on se souvient que dans une bonne cavité, les champs ne dépendent que faiblement de la variable ζ . Lorsque $\mu_{ST1} < \mu < \mu_{ST2}$, le profil longitudinal du champ Stokes d'ordre un est très voisin de celui du champ de pompe quand $\mu < \mu_{ST1}$. Dans ces conditions, il suffit de doubler la valeur du paramètre de pompe pour passer du seuil d'oscillation de l'onde Stokes d'ordre un à celui de l'onde Stokes d'ordre deux.

III-3 RESULTATS NUMERIQUES

III-3-1 Comportements dynamiques du laser

Les solutions décrivant l'état stationnaire du laser étant maintenant bien connues, une étude théorique de leur stabilité peut être envisagée. Pour cela, il faut d'abord linéariser les équations (III-6) autour des solutions stationnaires précédemment calculées et ensuite, considérer l'évolution temporelle du système auquel on applique une perturbation de faible

amplitude. Concrètement, en suivant cette procédure, on aboutit à un système d'équations différentielles à coefficients non constants difficile à intégrer analytiquement. L'analyse de stabilité présentée ici reposera donc simplement sur une étude basée sur l'intégration numérique des équations (III-6). Les paramètres utilisés pour ce faire sont ceux ayant déjà été employés pour décrire le laser Brillouin étudié expérimentalement (cf. II-2-3). Rappelons qu'ils valent:

$$g = 6.04 , \beta_A = 10.94 , \beta = 0.01 , R = 0.36$$

ce qui donne, pour les valeurs numériques des deux seuils:

$$\mu_{ST1} = 0.263 , \mu_{ST2} = 0.648 .$$

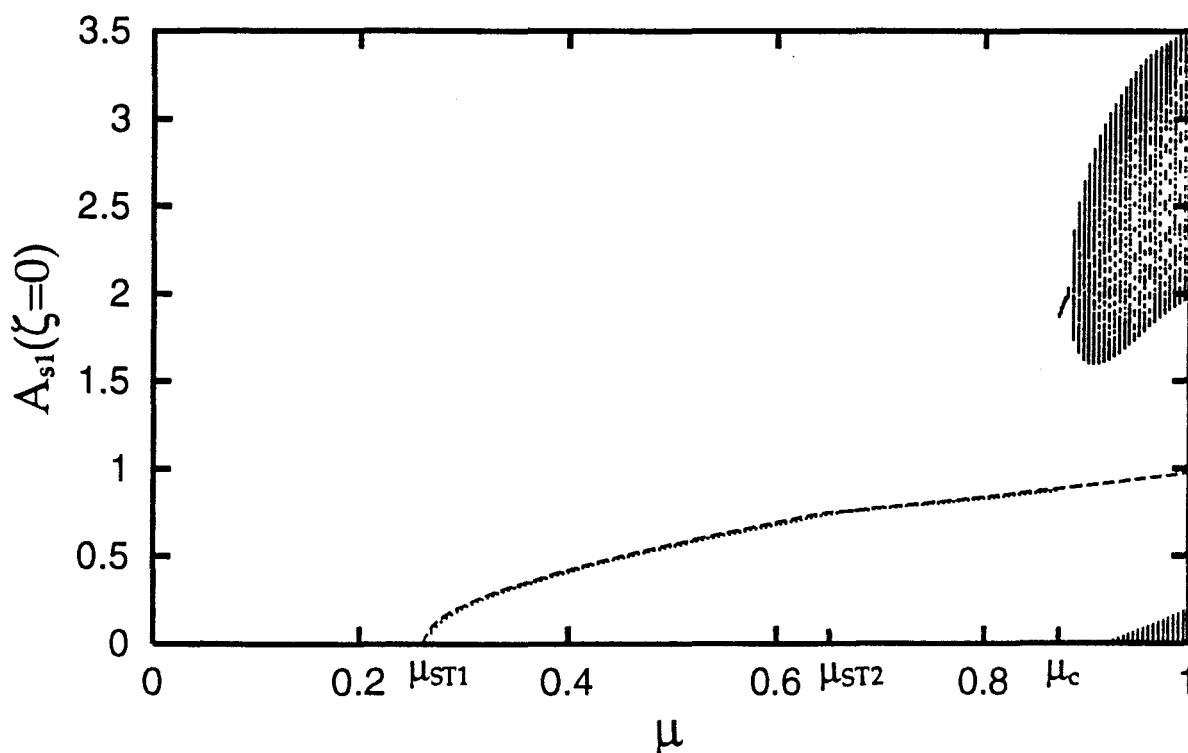
Notons finalement que l'intégration des équations aux dérivées partielles (III-6) est effectuée à l'aide d'une procédure basée sur la méthode dite des caractéristiques [LePourhiet, 1988].

Pour des valeurs du paramètre de pompe allant de zéro à un, tous les régimes de fonctionnement du laser Brillouin apparaissent sur le diagramme de bifurcations de la figure III-6. Avant de décrire la nature des comportements observés, nous commencerons par préciser la méthode utilisée pour aboutir au résultat présenté. La valeur de μ étant fixée, un temps suffisamment long ($\tau = 2000$) est d'abord donné au système pour que celui-ci atteigne son état stationnaire. Toute possibilité d'observation d'une réponse transitoire est ainsi écartée et c'est la variable $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ dont la dynamique est considérée. On en observe donc l'évolution sur une durée $\Delta\tau$ longue devant le temps de transit des photons dans la cavité ($\Delta\tau = 200 \gg 1$). Plus précisément, c'est un échantillonnage de la fonction $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ qui est effectué durant cet intervalle $\Delta\tau$. Les valeurs maximales prises par $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ sont alors retenues et représentées en fonction du paramètre de pompe μ . Dans une dernière étape, les conditions caractérisant le système en fin d'intégration servent de conditions initiales; la valeur de μ est légèrement augmentée et le processus précédemment décrit est répété.

Si le système est stable, un unique point apparaîtra sur le diagramme de bifurcations et sa position sera voisine de la solution stationnaire calculée analytiquement. Si le régime d'oscillation du système est périodique, un unique point apparaîtra encore sur le diagramme mais il sera éloigné de la caractéristique stationnaire. Finalement, si des instabilités

quasipériodiques ou chaotiques se manifestent, les maxima échantillonnés prendront des valeurs irrégulières et c'est un ensemble confus de points qui ressortira.

Le choix de la variable $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ n'est dicté par aucune contrainte précise. La prise en considération d'une toute autre variable dynamique (par exemple $A_p(\zeta=0, \tau)$ ou $A_{s2}(\zeta=0, \tau)$) nous aurait permis d'aboutir aux mêmes conclusions quant au comportement du système étudié. Par convention, nous dirons désormais que "le laser Brillouin est stable" lorsque, en régime permanent, la variable $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ n'évolue pas dans le temps. En outre, nous définirons également un "espace des phases" à trois dimensions. Dans celui-ci, trois directions orthogonales servent de base de repère et chacune des fonctions $A_p(\zeta=0, \tau)$, $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$, $A_{s2}(\zeta=0, \tau)$ est attachée à une direction donnée. Si le laser est stable, toutes les variables demeurent figées dans le temps et c'est un point fixe qui décrit l'état du système dans l'espace des phases. Lorsque les comportements observés deviennent instables, ce point représentatif se déplace au cours du temps.



*Fig. III-6: Diagramme de bifurcations du laser Brillouin
(la valeur numérique de μ_c est de 0.870)*

La ligne pointillée représentée sur la figure III-6 correspond aux caractéristiques stationnaires calculées analytiquement à l'aide des relations tirées des paragraphes II-1-2 et III-1-2. Tant que μ est inférieur à une valeur critique notée μ_c , les points obtenus numériquement sont très voisins de la solution stationnaire. La faible différence entre les deux résultats provient simplement du fait que, dans le calcul numérique, l'atténuation des champs optiques est prise en compte ($\beta = 0.01$).

Pour les mêmes valeurs des paramètres g , β , β_A et R , on a déjà vu, dans le cadre du modèle à trois ondes, que le laser Brillouin est un système stable (cf. II-2-3). On constate sur le diagramme de la figure III-6 que ceci reste vrai du seuil μ_{ST1} d'oscillation de la première composante Stokes au seuil μ_{ST2} d'apparition de la seconde. La puissance de l'onde Stokes d'ordre un étant toujours stable, on peut considérer que celle-ci joue un rôle équivalent à celui d'une onde de pompe. Ainsi, au voisinage du seuil μ_{ST2} , une analyse modale identique à celle déjà effectuée peut à nouveau être envisagée. Il suffit pour cela de considérer que l'onde Stokes d'ordre un engendre à son tour sa propre bande de gain décalée d'une quarantaine de GHz par rapport à la fréquence de pompe. Trois à quatre modes "voient" un gain important dans cette zone. Compte tenu des arguments développés lors du paragraphe II-2-2, seul celui se situant le plus près du centre de la courbe de gain oscille après le seuil. L'émission Stokes d'ordre deux est donc aussi de type monomode longitudinal. Le système est alors stable, tout au moins tant que le paramètre de pompe μ n'est pas trop éloigné du seuil μ_{ST2} .

Lorsque μ devient supérieur à μ_c , le système se déstabilise brutalement. Tant que la valeur de μ n'est pas trop élevée ($\mu_c = 0.870 < \mu < 0.878$), on observe des régimes d'instabilités périodiques. Ceux-ci s'évanouissent cependant rapidement et des régimes d'instabilités quasi-périodiques ($0.878 < \mu < 1$) viennent s'y substituer. Des exemples caractéristiques des deux types de comportements ainsi observés sont présentés sur la figure III-7.

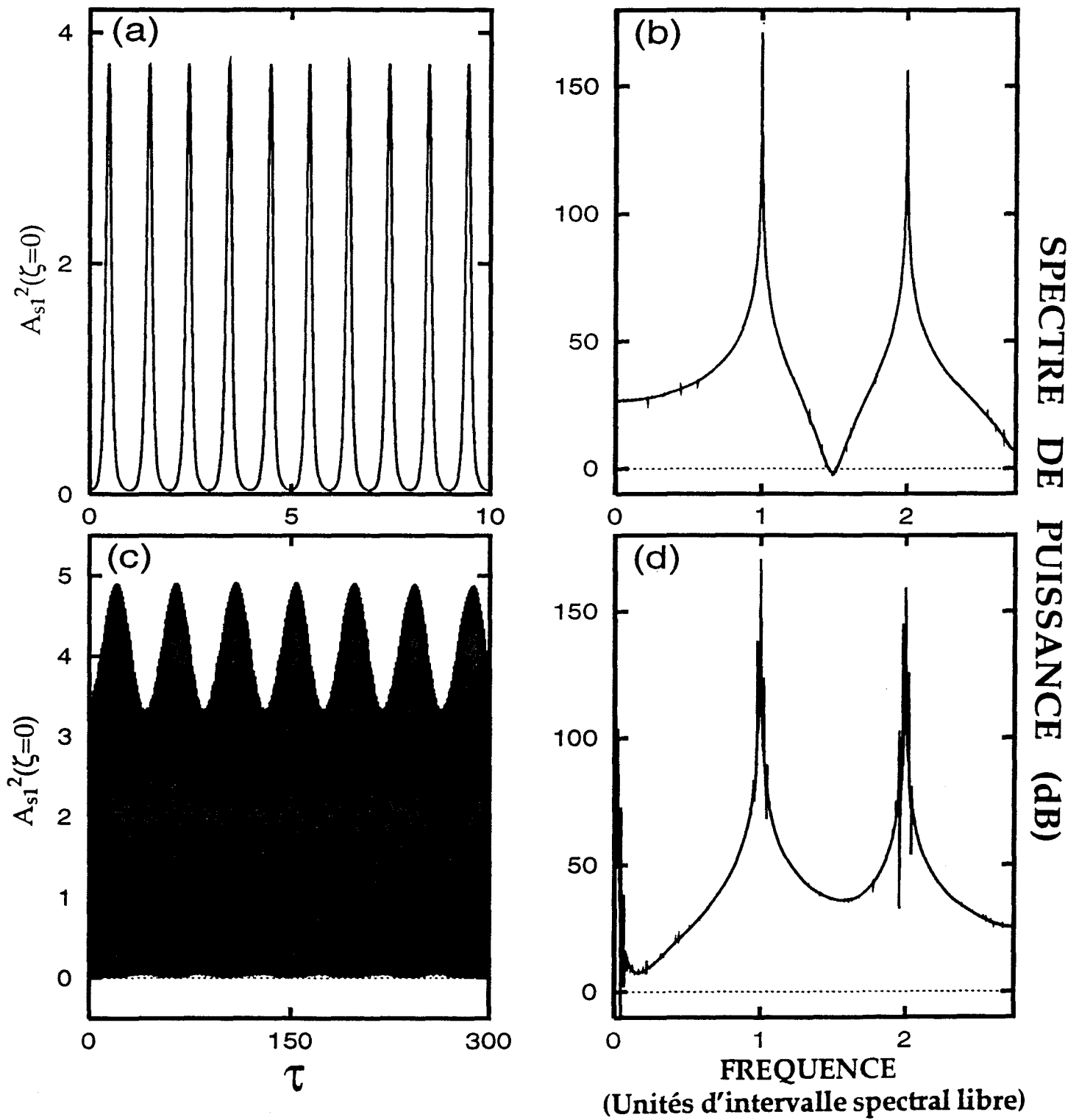


Fig. III-7: Intensité de l'onde Stokes d'ordre un et spectre de puissance associé : (a), (b) Régime périodique ($\mu=0.875$); (c), (d) Régime quasi-périodique ($\mu=0.882$)

Tout d'abord, il faut remarquer que les oscillations périodiques consistent en fait en des impulsions (Fig. III-7-a) dont la fréquence de récurrence ν_c est égale à l'intervalle spectral libre de la cavité. Le spectre du signal périodique (Fig. III-7-b) est donc très riche de composantes harmoniques (plus de vingt de celles-ci peuvent apparaître). Toutefois, seule la première d'entre elles est présentée de façon à rendre le résultat numérique comparable à l'expérience (Fig. III-2-a-b).

Pour les régimes quasi-périodiques, l'amplitude des impulsions n'est plus constante dans le temps (Fig. III-7-c). Elle varie maintenant sur une échelle de temps longue devant la période du signal précédent. En d'autres termes, le signal oscillant à ν_c est en fait maintenant modulé par une enveloppe évoluant à une fréquence ν_m nettement moins élevée ($\nu_m = \frac{\nu_c}{40}$). Sur la représentation spectrale (Fig. III-7-d), ceci se traduit par l'apparition de composantes supplémentaires venant se greffer de part et d'autre du pic fondamental et de sa première harmonique. La valeur de ν_m trouvée dans les simulations numériques est approximativement égale à 400 kHz ($\nu_c = \frac{c}{nL} = 17 \text{ MHz}$). La valeur obtenue lors de l'expérience étant de 600 kHz (cf. Fig. III-2-c-d), les résultats numériques et expérimentaux sont donc en assez bon accord quantitatif.

Remarquons pour conclure que nous avons vérifié numériquement que la valeur de la fréquence ν_m évoluait avec les valeurs des paramètres choisis pour décrire la dynamique du laser. Tout comme dans l'expérience (cf. III-1-1), nous avons constaté que pour des valeurs de μ élevées, ν_m tendait à augmenter lorsque R diminuait. La plus grande valeur que nous ayons trouvée pour ν_m était de 1 MHz ($\mu=1.07$; $R=0.32$) mais en raison de l'importance des temps de calculs, aucune étude systématique plus approfondie de cet effet n'a cependant été entreprise.

III-3-2 Nature des bifurcations

Après avoir décrit la nature des comportements du laser Brillouin, nous allons maintenant nous intéresser aux bifurcations assurant la transition entre les différents modes de fonctionnement du système. Avant tout, remarquons que c'est un échange de stabilité entre solutions stationnaires se produit au niveau des deux seuils. En effet, pour $\mu = \mu_{ST1}$, la solution "laser OFF" perd sa stabilité au profit de la solution "laser ON" (cf.

II-2-2-b). Puis, lorsque $\mu = \mu_{ST2}$, cette dernière solution échange sa stabilité avec la solution stationnaire calculée dans ce chapitre (cf. III-1-2-b). Les bifurcations associées à ce type de comportement sont de type transcritique [Bergé *et al*, 1988].

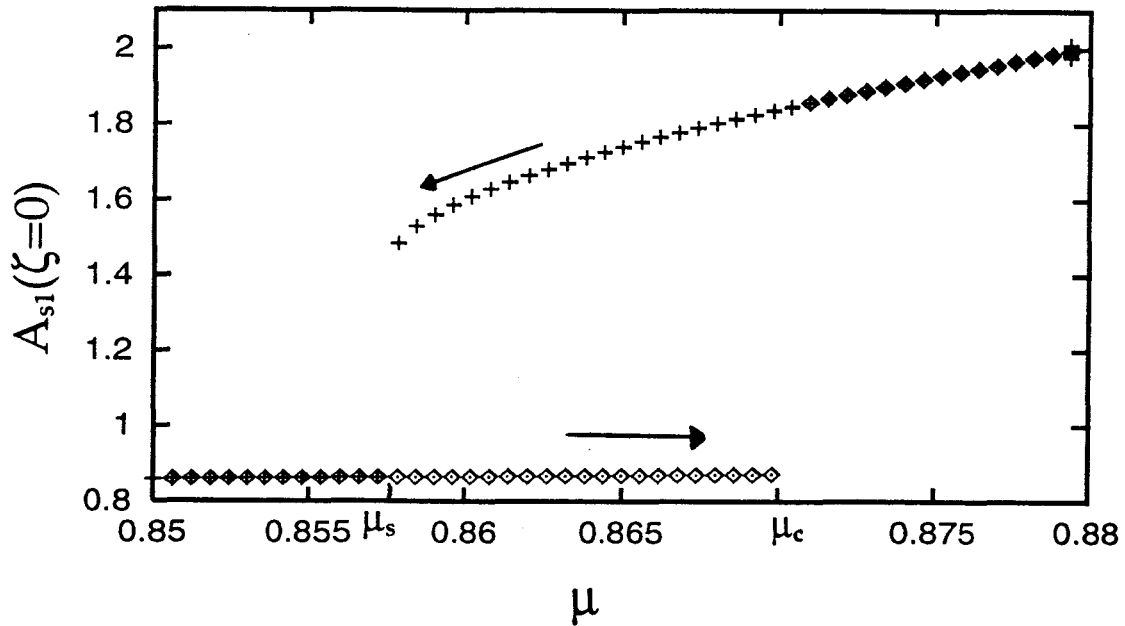


Fig. III-8: Diagramme de bifurcation du laser Brillouin obtenu grâce à un balayage "aller" et un balayage "retour" du paramètre de pompe μ . La valeur numérique de μ_s est de 0.857.

Comme nous l'avons déjà mentionné, c'est lorsque le paramètre de pompe μ devient supérieur à μ_c que le laser Brillouin devient brutalement instable. De façon à déterminer la nature de la bifurcation se produisant en ce point, un nouveau diagramme a été réalisé pour des valeurs de μ restant confinées dans la zone restreinte où se produit la déstabilisation (cf. Fig. III-8). Partant de la solution stationnaire stable ($\mu = 0.850$), un premier balayage "aller" a tout d'abord été effectué. Suivant la procédure décrite lors du précédent paragraphe, on augmente alors la valeur de μ par pas discrets. Comme le montre la figure III-8, le système reste sur la solution stationnaire qui demeure stable tant que μ est inférieur à μ_c . Au delà ($\mu_c < \mu < 0.878$), les régimes périodiques précédemment décrits sont observés. Pour employer le vocabulaire de la dynamique non linéaire, on peut également dire que le système évolue alors sur un cycle limite stable. Concrètement, ceci signifie que, dans l'espace des phases ($A_p(\zeta=0, \tau)$, $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$, $A_{s2}(\zeta=0, \tau)$), le point représentatif décrit une trajectoire fermée.

Lorsque μ parvient à une valeur maximum de 0.88, c'est un balayage "retour" qui est entrepris: on impose alors à μ une décroissance par pas discrets. Il nous faut rappeler ici que les conditions initiales employées pour le calcul de chacun des points sont celles qui sont obtenues à l'issue de l'intégration numérique ayant donné le point précédent. Le système conserve ainsi une mémoire de son histoire et, comme l'illustre bien la figure III-8, la trajectoire qu'il suit est en fait toute différente lors des phases aller et retour du balayage. En effet, durant le balayage retour, le système ne bifurque pas vers la solution stationnaire stable lorsque $\mu = \mu_c$. Il demeure sur le cycle limite tant que μ n'est pas devenu inférieur à une nouvelle valeur critique notée μ_s ; on observe alors un effet d'hystérésis. Notons finalement que la transition du cycle limite vers la solution stationnaire stable s'effectue elle aussi de manière brutale.

Pour résumer, si la valeur du paramètre de pompe se situe à l'intérieur du domaine $[\mu_s; \mu_c]$, le laser Brillouin peut se comporter de deux manières différentes. Suivant l'histoire du système, on peut en effet observer soit un comportement non oscillant ($A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ ne varie pas dans le temps), soit un régime d'oscillations périodiques. En d'autres termes, lorsque μ est compris entre μ_s et μ_c , il y a coexistence de deux attracteurs: un point fixe et un cycle limite. La bifurcation associée à ce phénomène de bistabilité généralisée est une bifurcation de Hopf sous-critique [Thompson *et al*, 1994 ; Bergé *et al*, 1988].

Nous avons vu que les oscillations périodiques laissent rapidement place à des régimes quasi-périodiques. Ceci signifie que, dans l'espace des phases, la trajectoire du point représentatif s'inscrit sur un tore T^2 . Comme le montre le diagramme de la figure III-6, celui-ci n'apparaît pas brutalement; il naît progressivement du cycle limite avec une amplitude initialement nulle. La bifurcation caractérisant ce genre de transition est encore une bifurcation de Hopf. Cependant, cette fois ci, elle n'est plus sous-critique mais surcritique (ou normale) [Bergé *et al*, 1988].

Toutes les bifurcations étant maintenant bien caractérisées, il apparaît intéressant de considérer la réponse du laser soumis à un balayage continu du paramètre de pompe. Autrement dit, nous allons chercher à reproduire numériquement le comportement observé lors de l'expérience de balayage de la puissance incidente (Fig. III-1). Le résultat est présenté sur la figure III-9 où l'évolution de l'intensité du champ Stokes d'ordre un est tracée en

fonction du carré du paramètre de pompe. Celui-ci est balayé lentement dans le sens croissant et, comme dans l'expérience, les instabilités apparaissent de manière très brutale. En effet, lorsque μ devient supérieur à μ_c , le système passe brusquement sur un cycle limite d'amplitude finie. Sur la représentation choisie, ceci se manifeste par une "croissance explosive" de l'amplitude des instabilités que nous avons également observée lors des expériences.

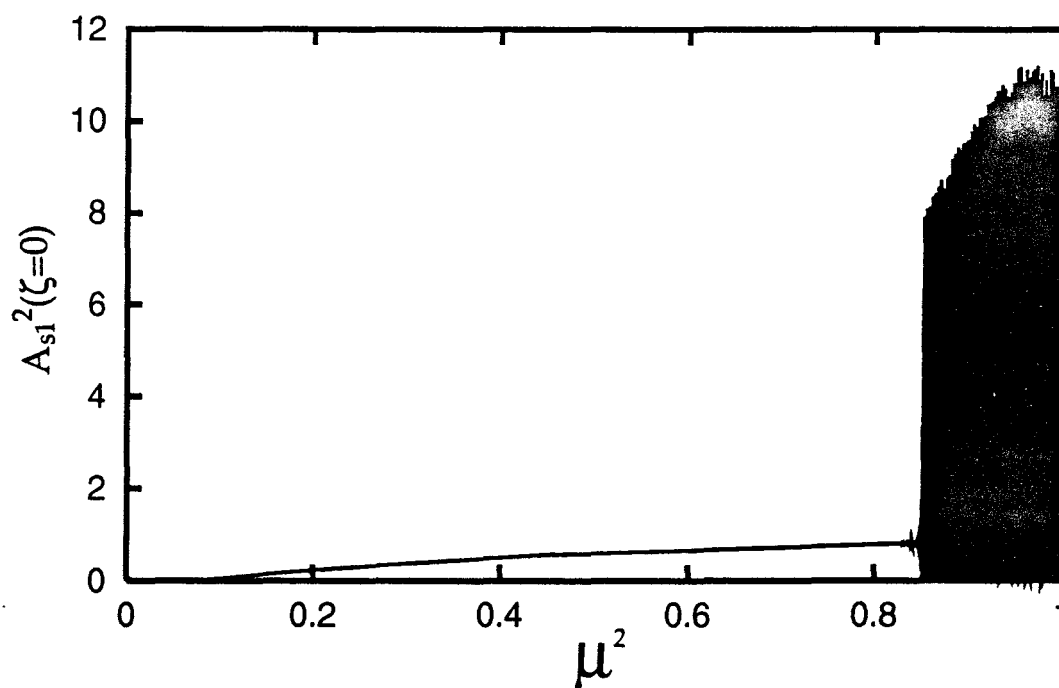


Fig. III-9: Réponse du laser Brillouin soumis à un balayage quasi-adiabatique du paramètre de pompe.

III-3-3 Mécanismes d'interactions entre les trois ondes optiques

En régimes périodique et quasi-périodique, les oscillations générées par le laser présentent la forme d'impulsions (Fig. III-7-a). Plutôt que de considérer leur évolution temporelle, nous allons maintenant nous intéresser à leur structure spatiale. Plus précisément, c'est l'allure de l'amplitude de tous les champs optiques qui va être représentée en fonction de la variable ζ , et ce à différents instants caractéristiques. Le système évoluant sur le cycle limite ($\mu=0.876$), la figure III-10 illustre le résultat de cette stroboscopie de l'état des champs dans la fibre.

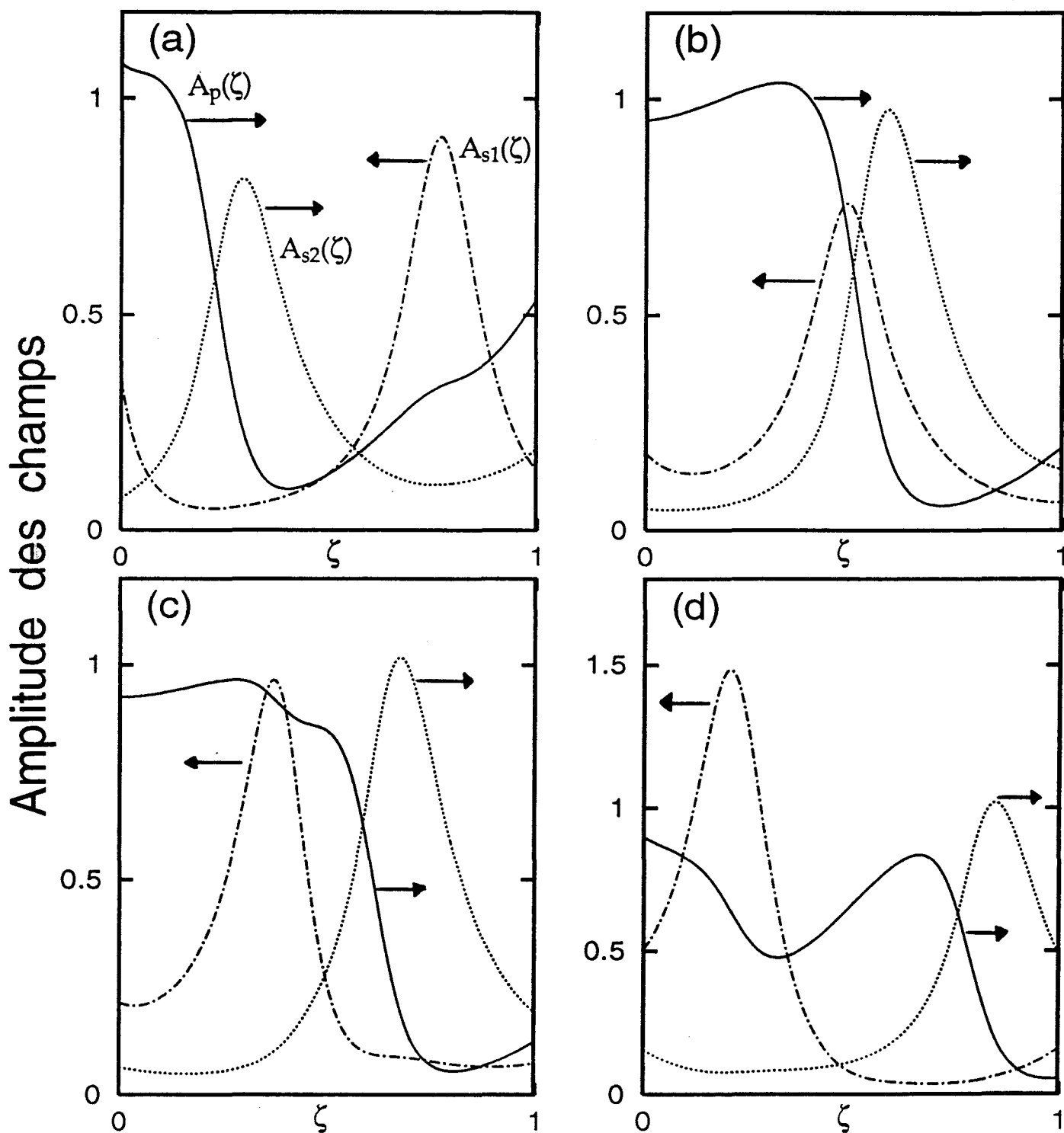


Fig. III-10: Scénario d'interaction entre les différentes ondes optiques en régime périodique. L'évolution longitudinale de l'amplitude des champs pompe (traits pleins) et Stokes (lignes pointillées) est présentée à différents instants caractéristiques (a) $\tau=0$, (b) $\tau=0.27$, (c) $\tau=0.37$ (d) $\tau=0.54$

Indépendamment du fait qu'il existe deux impulsions Stokes, il nous faut remarquer que "le corps" de celles-ci occupe plus du tiers de la longueur de la fibre. La situation étudiée est donc relativement différente de celle qui a été considérée par Montes *et al* et dont nous avons discuté au paragraphe (II-1-2-d). En effet, dans leur laser de 80 mètres, l'unique impulsion Stokes n'occupe environ qu'un dixième de toute la longueur (Fig. II-10) et est en mesure d'interagir efficacement avec l'onde de pompe sur une distance importante (≈ 40 m). En revanche, dans notre cas, la longueur de la fibre n'est que de 12 mètres et une amplification efficace de l'onde Stokes d'ordre un n'intervient donc que sur 6 mètres seulement (Fig. III-10-c-d).

III-3-3-a Régime périodique

Cette remarque étant formulée, décrivons maintenant de manière plus détaillée les mécanismes d'interaction liant les trois ondes optiques lorsque les oscillations du système sont périodiques. Pour cela, considérons d'abord une situation dans laquelle l'impulsion Stokes d'ordre un se situe près de l'extrémité de la fibre, en $\zeta=1$ (Fig. III-10-a). Celle-ci vient en fait de traverser le bras aérien du résonateur et d'être réinjectée dans la fibre. Elle interagit alors avec une onde de pompe peu intense et n'est donc que faiblement amplifiée. Puis, elle rencontre l'impulsion Stokes d'ordre deux; celle-ci est alors amplifiée aux dépens de l'impulsion Stokes d'ordre un dont l'amplitude diminue sensiblement (Fig. III-10-b). N'interagissant plus qu'avec "les pieds" de l'impulsion Stokes d'ordre un, l'impulsion Stokes d'ordre deux va ensuite simplement poursuivre sa propagation vers l'extrémité $\zeta=1$ de la fibre (Fig. III-10-c-d). Pendant ce temps, l'impulsion Stokes d'ordre un vient rencontrer l'onde de pompe (Fig. III-10-b-c). Celle-ci s'étalant avec une amplitude importante sur une bonne moitié de la fibre, l'impulsion Stokes d'ordre un est fortement amplifiée lors de toute la durée de son interaction avec l'onde de pompe (Fig. III-10-c-d). Finalement, les deux impulsions émergent de la fibre en une extrémité ou l'autre. Après réinjection à l'extrémité opposée, leurs amplitudes sont multipliées par R ($R=0.36$). Tout le processus précédemment décrit se réamorçe et on en arrive à un mouvement périodique caractérisé, dans l'espace des phases, par une trajectoire cyclique.

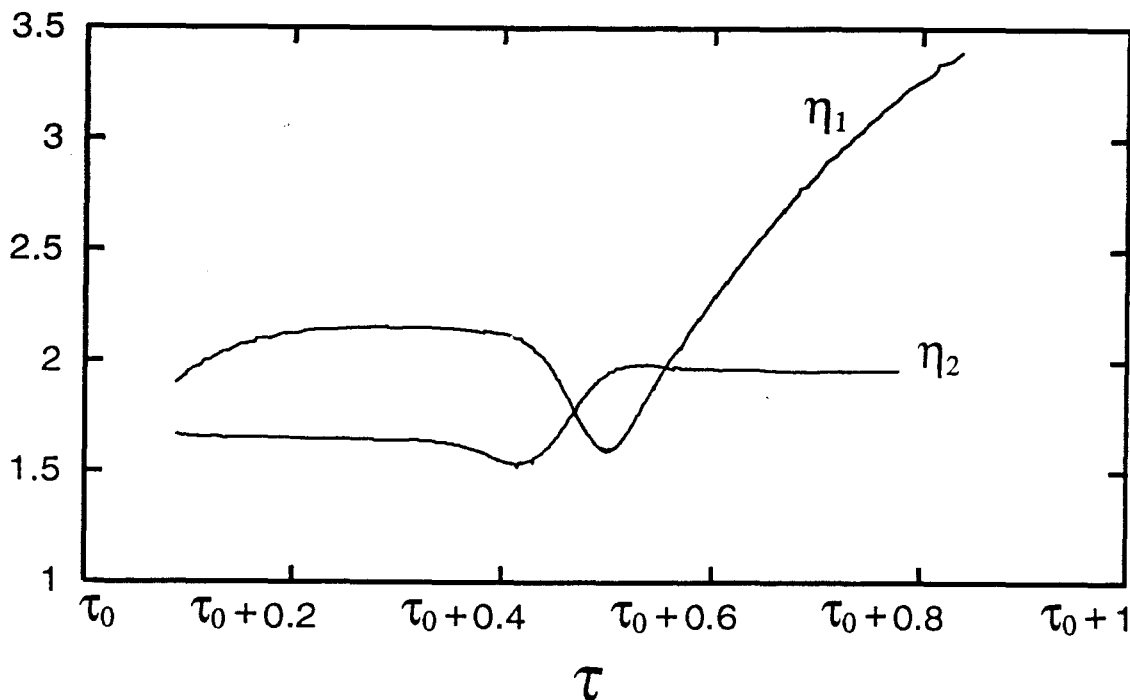


Fig. III-11: Evolution des facteurs η_1 et η_2 d'amplification-compression des impulsions Stokes d'ordre un et deux.

(le régime d'oscillation du système est périodique $\mu=0.875$)

Plutôt que d'offrir une vision stroboscopique de l'état des impulsions, on peut également suivre continûment leur déformation tout au long de leur propagation. Il suffit pour cela d'introduire un facteur η égal au rapport de l'amplitude maximum d'une impulsion à sa largeur à mi-hauteur. Ce coefficient η n'est évidemment défini que tant que le corps de l'impulsion est tout entier présent dans la fibre. Dans une situation telle que celle qui est présentée sur la figure III-10-d, il n'est plus possible de parler de la largeur à mi-hauteur de l'impulsion Stokes d'ordre deux et le facteur η la caractérisant est alors indéterminé.

La figure III-11 montre l'évolution des facteurs η_1 et η_2 caractérisant les effets d'amplification-compression affectant les ondes Stokes d'ordre un et deux durant l'intervalle $[\tau_0, \tau_0 + 1]$. L'instant τ_0 est un instant origine arbitrairement choisi pour repérer la position initiale du système évoluant sur le cycle limite.

Tant que les impulsions ne sont pas suffisamment avancées dans la fibre ($\tau_0 < \tau < \tau_0 + 0.1$), les deux coefficients η_1 et η_2 ne sont pas définis. Pour $\tau > \tau_0 + 0.1$, l'impulsion Stokes d'ordre un est d'abord faiblement amplifiée par une onde de pompe peu intense (cf. Fig. III-10-a), ce qui se caractérise par une augmentation du facteur η_1 ($\tau_0 + 0.1 < \tau < \tau_0 + 0.2$).

Après sa réinjection dans la fibre, l'impulsion Stokes d'ordre deux se propage sans déformation ($\tau_0 + 0.1 < \tau < \tau_0 + 0.35$) jusqu'au moment où "ses pieds" rencontrent l'onde Stokes d'ordre un. Elle aura alors tendance à s'élargir faiblement, ce qui se traduira par une légère diminution du facteur η_2 ($\tau_0 + 0.35 < \tau < \tau_0 + 0.4$). Ensuite, pour $\tau_0 + 0.4 < \tau < \tau_0 + 0.5$, les deux impulsions "entrent en collision", l'une étant alors amplifiée (η_2 augmente) tandis que l'autre est atténuée (η_1 diminue). A l'issue de cette interaction, l'impulsion Stokes d'ordre deux poursuit sa propagation sans se déformer ($\eta_2 = \text{cte}$) alors que l'impulsion Stokes d'ordre un est fortement amplifiée par l'onde de pompe (η_1 augmente). Finalement, pour $\tau > \tau_0 + 0.8$, les deux impulsions "sortent" de la fibre et les deux facteurs η_1 et η_2 n'ont plus de signification lors de cette étape de réinjection.

III-3-3-b Régime quasi-périodique

Les mécanismes d'interaction entre les trois ondes optiques sont maintenant décrits lorsque le système oscille périodiquement. De là à expliquer l'origine de l'apparition des instabilités quasipériodiques, il n'y a qu'un pas à franchir. Pour cela, considérons plus particulièrement la figure III-10-d. On constate que le front avant de l'impulsion Stokes d'ordre un rencontre une onde de pompe d'amplitude importante. Cette dernière étant déplétée lors de l'interaction, la partie arrière de l'impulsion Stokes d'ordre un n'interagit plus qu'avec une onde de pompe d'amplitude relativement faible. Lors de la propagation dans la fibre, le front avant de l'impulsion Stokes est donc plus amplifié que son front arrière.

En fait, une situation comparable avait déjà été considérée lorsque nous avons évoqué les mécanismes de propagation du soliton supraluminique. Interagissant avec une onde de pompe d'extension spatiale infinie, les fronts avant et arrière de cette impulsion étaient respectivement amplifiés et déplétés de manière permanente (cf. II-1-2-d). Ceci induisait une "déformation autosimilaire" des enveloppes et finalement, une propagation supraluminique de la structure impulsionnelle en question.

Dans notre cas, un effet semblable va se faire ressentir: le sommet de l'impulsion Stokes (ou son "centre de masse" si on lui en affecte un) tendra à se propager plus rapidement vers la sortie de la fibre ($\zeta=0$). Cependant, contrairement à une propagation de type soliton, la forme de l'impulsion ne demeure pas invariante. Comme le montre la figure III-11,

celle-ci est en effet amplifiée et comprimée tant qu'elle interagit avec l'onde de pompe.

Des mécanismes analogues à ceux que nous venons de décrire vont évidemment lier les deux ondes Stokes. Comme le montre la figure III-10-a, le front avant de l'impulsion Stokes d'ordre deux rencontre une onde Stokes d'ordre un présentant une amplitude importante. En revanche, son front arrière n'interagit plus qu'avec une enveloppe de faible amplitude (Fig. III-10-b). Indépendamment des effets d'amplification-compression, l'interaction des deux ondes va se solder par un léger déport du sommet de l'impulsion Stokes d'ordre deux vers la sortie de la fibre ($\zeta=1$). Toutefois, l'impulsion Stokes d'ordre un interagissant beaucoup plus longuement avec l'onde de pompe, le déplacement affectant son sommet sera beaucoup plus important que celui qui affecte le sommet de l'impulsion Stokes d'ordre deux. Quoiqu'il en soit, on conçoit bien que les deux impulsions ne vont plus se croiser en une position qui demeurera indépendante du temps. Dès lors, d'un tour de cavité à l'autre, les conditions de l'interaction seront différentes et chacune des deux impulsions sera différemment amplifiée. Apparaîtra alors l'effet de la modulation de l'amplitude des oscillations ou, en d'autres termes, le régime d'instabilités quasi-périodiques (Fig. III-7-d).

A la lumière des explications ainsi données, on comprend mieux pourquoi la fenêtre d'instabilités périodiques est si étroite (Fig. III-6: $\mu_c=0.870 < \mu < 0.878$). L'équilibre du mouvement périodique ne peut en effet être que très précaire. Dès que le paramètre de pompe devient suffisamment élevé, l'impulsion Stokes d'ordre un rencontre un "fond de pompe" suffisant pour que le processus d'amplification du front avant devienne rapidement efficace. On s'achemine alors continûment (au travers d'une bifurcation ne présentant pas un "caractère brutal") vers les régimes quasi-périodiques (Fig. III-6).

L'interprétation formulée jusqu'ici demeure très qualitative. Elle ne fournit en fait qu'une première idée intuitive sur les mécanismes couplant les trois ondes optiques lors des oscillations quasi-périodiques. Il est possible d'aboutir à une description beaucoup plus fine en considérant l'évolution des facteurs η d'amplification-compression déjà employés auparavant.

En régime périodique, tous les phénomènes se déroulent sur une échelle de temps courte (et égale au temps de transit des photons dans la cavité: $\Delta\tau = 1$). A chaque tour de cavité, les facteurs η_1 et η_2 subissent l'évolution présentée sur la figure III-11. Celle-ci est donc non seulement

représentative d'une période d'oscillation mais également de toutes les autres.

En régime quasi-périodique apparaît une deuxième échelle de temps beaucoup plus longue ($\Delta\tau \approx 40$) et caractéristique de la modulation lente affectant l'amplitude des oscillations. Les coefficients η_1 et η_2 vont donc maintenant non seulement évoluer sur des temps courts ($\Delta\tau = 1$), mais aussi sur des durées beaucoup plus longues ($\Delta\tau \approx 40$). Pour différents instants bien choisis, l'allure de cette évolution est présentée sur la figure III-12, la largeur $\Delta\tau$ de l'intervalle d'observation étant toujours égale à l'unité. Ainsi, c'est en quelque sorte une stroboscopie de l'état des coefficients d'amplification-compression η qui maintenant est effectuée.

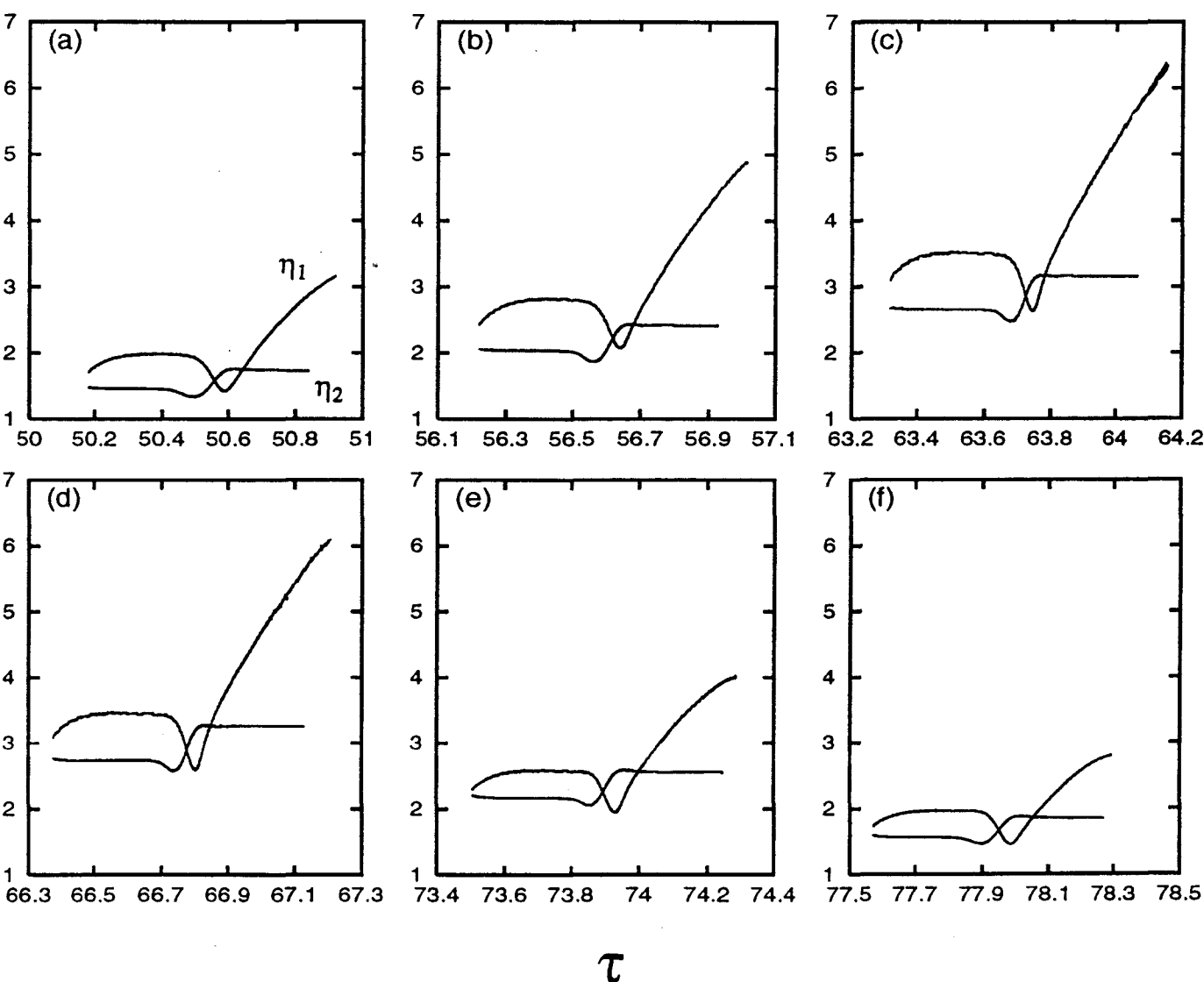


Fig. III-12: Evolution des facteurs η_1 et η_2 d'amplification-compression des impulsions Stokes d'ordre un et deux.

(le régime d'oscillation du système est quasi-périodique $\mu=0.882$)

L'instant initial ($\tau_0 = 50$; Fig. III-12-a) correspond à un moment où l'amplitude des oscillations quasi-périodiques est voisine de sa valeur minimale (zone correspondant au "creux" de la modulation lente: cf. Fig. III-7-c). Sur l'échelle des temps courts, l'évolution des facteurs η_1 et η_2 n'est pas qualitativement différente de celle qui caractérise le régime périodique. Seulement, comme nous l'avons déjà évoqué, l'impulsion Stokes d'ordre un est maintenant amplifiée de façon plus efficace par l'onde de pompe. D'un tour de cavité à l'autre, la valeur prise par le coefficient η_1 va donc tendre à augmenter. L'impulsion Stokes d'ordre deux venant déléter une impulsion Stokes d'ordre un de plus en plus amplifiée, le facteur η_2 va lui aussi tendre à augmenter d'un tour de cavité à l'autre. Cette évolution est évidemment lente et seules trois étapes en sont présentées sur les figures III-12-a-b-c. Entre les instants $\tau_0 \approx 51$ et $\tau_0 \approx 64$, on peut constater que les valeurs prises par les facteurs η_1 et η_2 ont pratiquement doublé.

On conçoit cependant aisément qu'un tel processus ne peut se prolonger indéfiniment. L'amplification de l'impulsion Stokes d'ordre un s'effectue en effet aux dépens de l'onde de pompe et il arrive inévitablement un moment où celle-ci est tellement déléter qu'on en vient à une saturation de l'amplification de l'impulsion Stokes d'ordre un. Cette dernière rencontre cependant toujours une impulsion Stokes d'ordre deux de caractéristiques identiques (facteur η_2 inchangé). Cette impulsion va toujours se montrer aussi "exigeante" lors de l'interaction des deux ondes et va donc déléter plus fortement l'impulsion Stokes d'ordre un. Cet effet est d'ailleurs bien illustré lorsque l'on compare les figures III-12-c et III-12-d. Sur ces deux schémas, la valeur moyenne du coefficient η_2 est voisine de 3 mais on constate bien que les effets de déléter de l'impulsion Stokes d'ordre un sont différents dans chacun des deux cas. Lors du croisement des deux impulsions, la valeur minimale prise par le facteur η_1 chute en effet à un niveau plus bas sur la figure III-7-d que sur la figure III-7-c. Cette chute est d'ailleurs encore plus prononcée sur la représentation III-7-e où le coefficient η_1 devient même inférieur au coefficient η_2 . Finalement, l'amplitude maximale des impulsions Stokes diminue lentement et on en arrive à la situation illustrée sur la figure III-7-f. Celle-ci étant voisine de la configuration de départ (Fig. III-7-a), tout le processus déjà décrit se réamorce et on repasse à une nouvelle période de modulation lente de l'amplitude des impulsions.

III-4 CONCLUSION ET DISCUSSION SUR LE MODELE A CINQ ONDES

Les simulations numériques que nous avons effectuées à partir des équations du modèle à cinq ondes ont fait ressortir des comportements tout à fait analogues à ceux que nous avons observés lors des expériences. En particulier, nous avons constaté, tant expérimentalement que théoriquement, que la déstabilisation du système était extrêmement brutale, ce qui se traduisait par une "croissance explosive" de l'amplitude des instabilités. L'étude numérique nous a permis d'identifier de manière claire la nature de la bifurcation associée à ce type de comportement (cf. III-3-2). Par ailleurs, nous avons observé des régimes demeurant de type périodique ou quasi-périodique. Là encore, l'étude numérique nous a permis d'aller plus loin et de décrire les scénarios d'interaction entre les diverses ondes (cf. III-3-3).

Les résultats expérimentaux et théoriques étant en accord satisfaisant, nous pouvons maintenant nous intéresser, grâce aux simulations numériques, aux comportements prédits par le modèle dans des situations autres que celles que nous venons d'étudier. Il n'est toutefois pas ici question de chercher à utiliser la méthode employée dans le cadre de l'étude du modèle à trois ondes (cf. I-2-3). La richesse des comportements prédits par le modèle à cinq ondes est en effet telle qu'il est difficilement concevable de tracer un unique diagramme offrant une vision globale de la dynamique du système. Notre propos consistera simplement à montrer de manière qualitative la variété des régimes et des scénarios qu'il est possible d'observer dans les simulations numériques. Pour cela, nous procéderons en deux temps. Tout d'abord, pour les mêmes valeurs de paramètres que celles employées jusqu'à présent, nous nous intéresserons à la dynamique du laser lorsque le paramètre de pompe prend des valeurs très élevées ($\mu > 1$). Puis, c'est au travers de deux exemples caractéristiques que nous considérerons l'influence de la longueur sur le comportement du système.

III-4-1 Comportement du laser à haut niveau de pompage

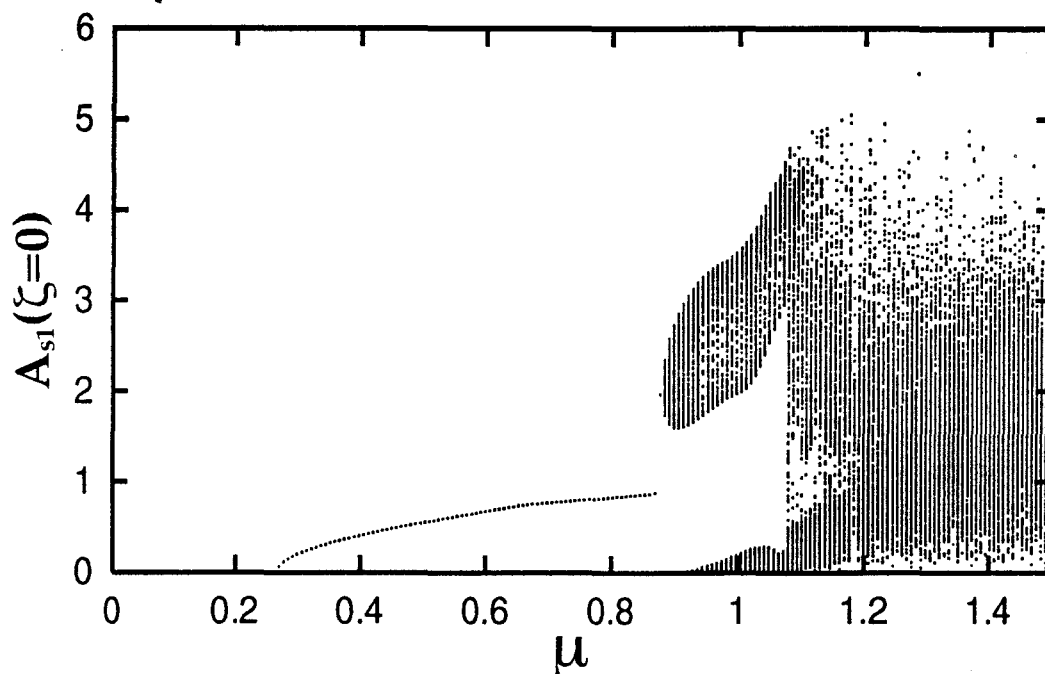


Fig. III-13: Diagramme de bifurcations du laser Brillouin
 ($g=6.04$, $\beta=0.01$, $\beta_A=10.94$, $R=0.36$)

La figure III-13 constitue une extension du diagramme de bifurcations présenté sur la figure III-6. On constate qu'une transition vers le chaos s'opère à partir du tore T^2 lorsque le paramètre de pompe devient supérieur à 1.08. Pour des niveaux de pompage plus élevés, le comportement du système demeure de nature constamment chaotique. A titre d'illustration, la figure III-14-a représente l'évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un dans ces conditions. Le temps $\Delta\tau$ d'observation est identique à celui que nous avons utilisé lorsque nous avons considéré les régimes quasi-périodiques ($\Delta\tau=300$, cf. Fig. III-7-c). On peut maintenant constater que, sur cette échelle de temps, l'intensité de l'onde Stokes varie de manière très irrégulière. Sur le spectre de puissance (Fig. III-14-b), on distingue encore les fréquences caractéristiques du système (c'est à dire les fréquences correspondant à des multiples entiers de l'intervalle spectral libre) mais celles-ci sont maintenant noyées dans un fond continu important. La section de Poincaré présentée sur la figure III-14-c révèle quant à elle une structure très confuse suggérant que la dimension de l'attracteur est supérieure à trois. Une caractérisation plus quantitative du régime chaotique nécessite la détermination, à partir du signal lui même (Fig. III-14-a), du plus grand exposant de Lyapunov. Ceci n'a pas été entrepris ici et

la figure III-14-c est plutôt destinée à être comparée à d'autres sections de Poincaré que nous rencontrerons lors du prochain chapitre (cf. IV-3-1).

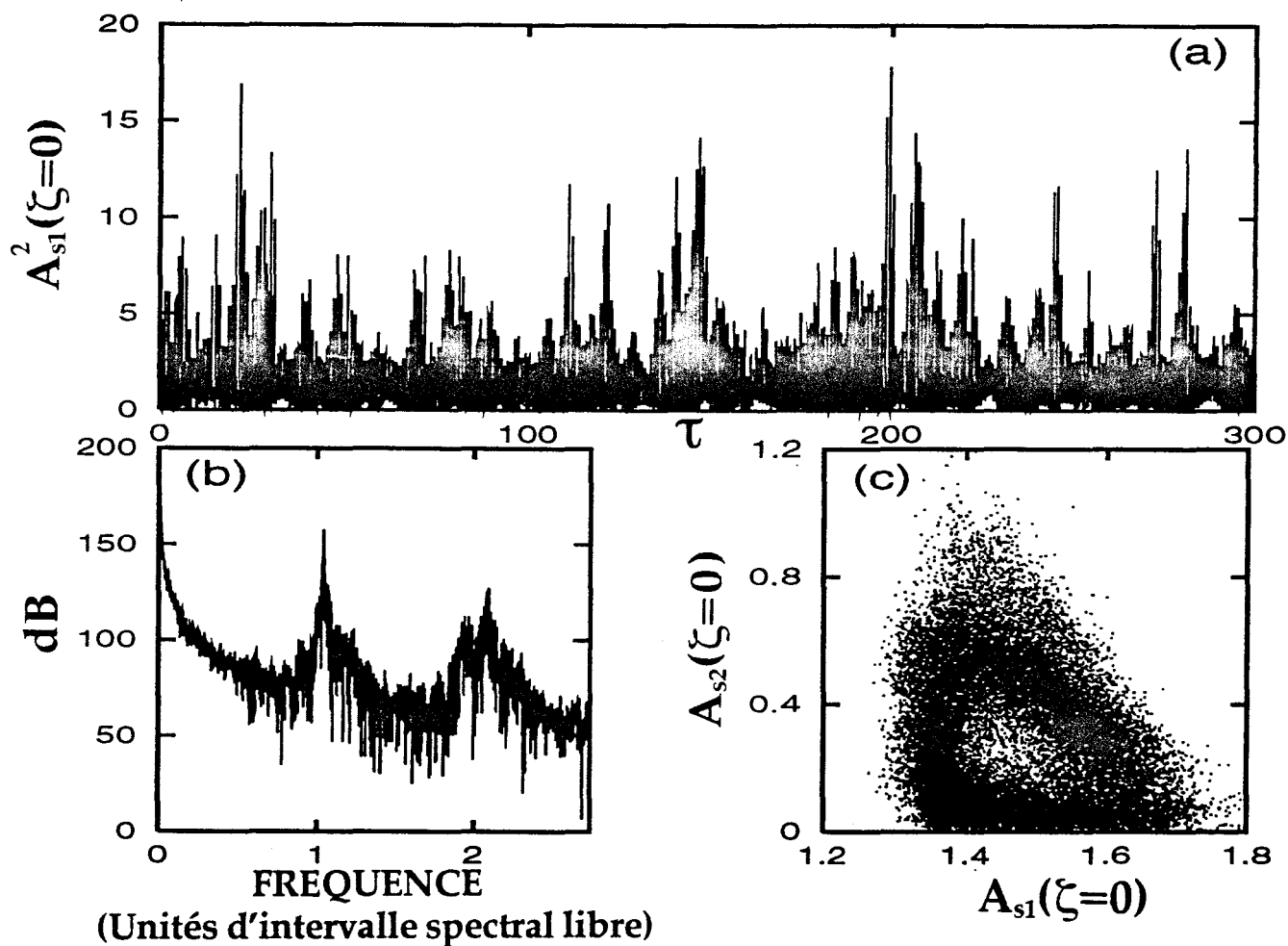


Fig. III-14: Régime chaotique ($\mu=1.3$, $g=6.04$, $\beta=0.01$, $\beta_A=10.94$, $R=0.36$):

- (a) signal temporel retraçant l'évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un, (b) spectre de puissance associé, (c) section de Poincaré de l'attracteur

Après avoir ainsi brièvement décrit les comportements du laser pour $\mu > 1$, nous allons nous intéresser à ce qu'il advient du scénario d'interaction entre les diverses ondes en régime chaotique. Pour cela, nous adopterons bien évidemment la méthode qui a déjà été employée au paragraphe III-3-3, c'est à dire que nous allons réaliser une stroboscopie de l'état des champs dans la fibre. Comme le montre la figure III-15, le profil longitudinal des différents champs a profondément changé d'aspect et on est en fait très loin des structures impulsionnelles bien découpées qui apparaissaient en régimes périodique et quasi-périodique (cf. Fig. III-10). Les variations des fonctions $A_j(\zeta)$ ($j=p, s1, s2$) sont maintenant beaucoup plus irrégulières. Ainsi par exemple, l'impulsion Stokes d'ordre un est maintenant entourée

de "rebonds" aux formes complexes. Grâce à une amplification efficace apportée par l'onde de pompe, cette impulsion Stokes peut même être précédée d'un front dont l'amplitude est tout à fait comparable à celle de l'impulsion elle-même (Fig. III-15-d). Par ailleurs, si l'on se réfère toujours au régime périodique (Fig. III-10), on peut remarquer que l'impulsion Stokes d'ordre deux est devenue plus large tandis que celle d'ordre un s'est nettement affinée. Quoiqu'il en soit, rappelons que ce genre de scénario ne constitue qu'une prédiction numérique. Comme nous le verrons dans du prochain chapitre, il ne peut en réalité se produire car, pour le laser considéré, une onde Stokes d'ordre trois apparaît à ces niveaux de pompage très élevés. Celle-ci influe de manière importante sur la dynamique du système et de nouveaux scénarios d'interaction émergent de cette situation (cf. IV-3-2).

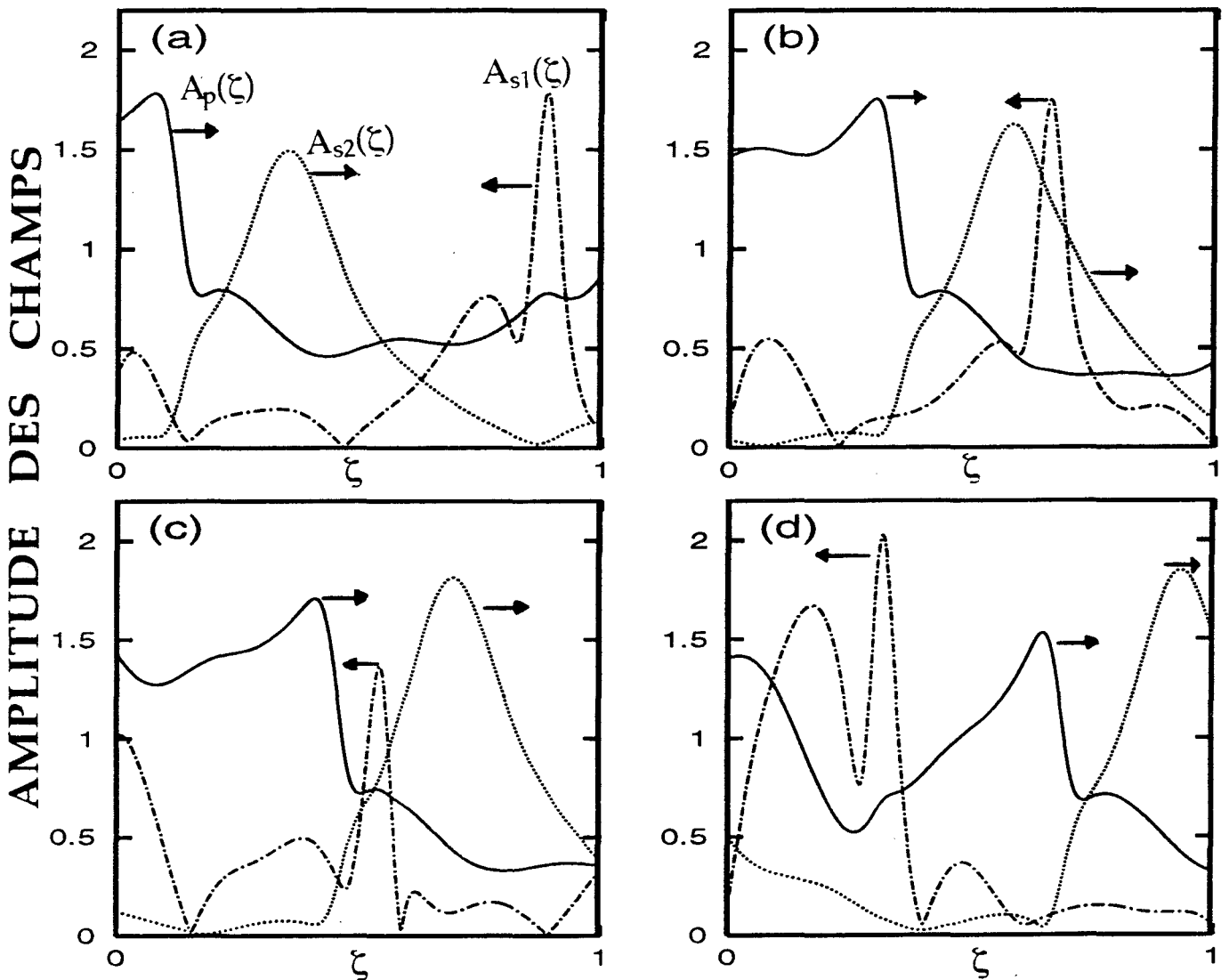


Fig. III-15: Scénario d'interaction entre les diverses ondes optiques en régime chaotique : (a) $\tau=0$, (b) $\tau=0.224$, (c) $\tau=0.336$, (d) $\tau=0.558$

III-4-1 Influence de la longueur sur le comportement du laser

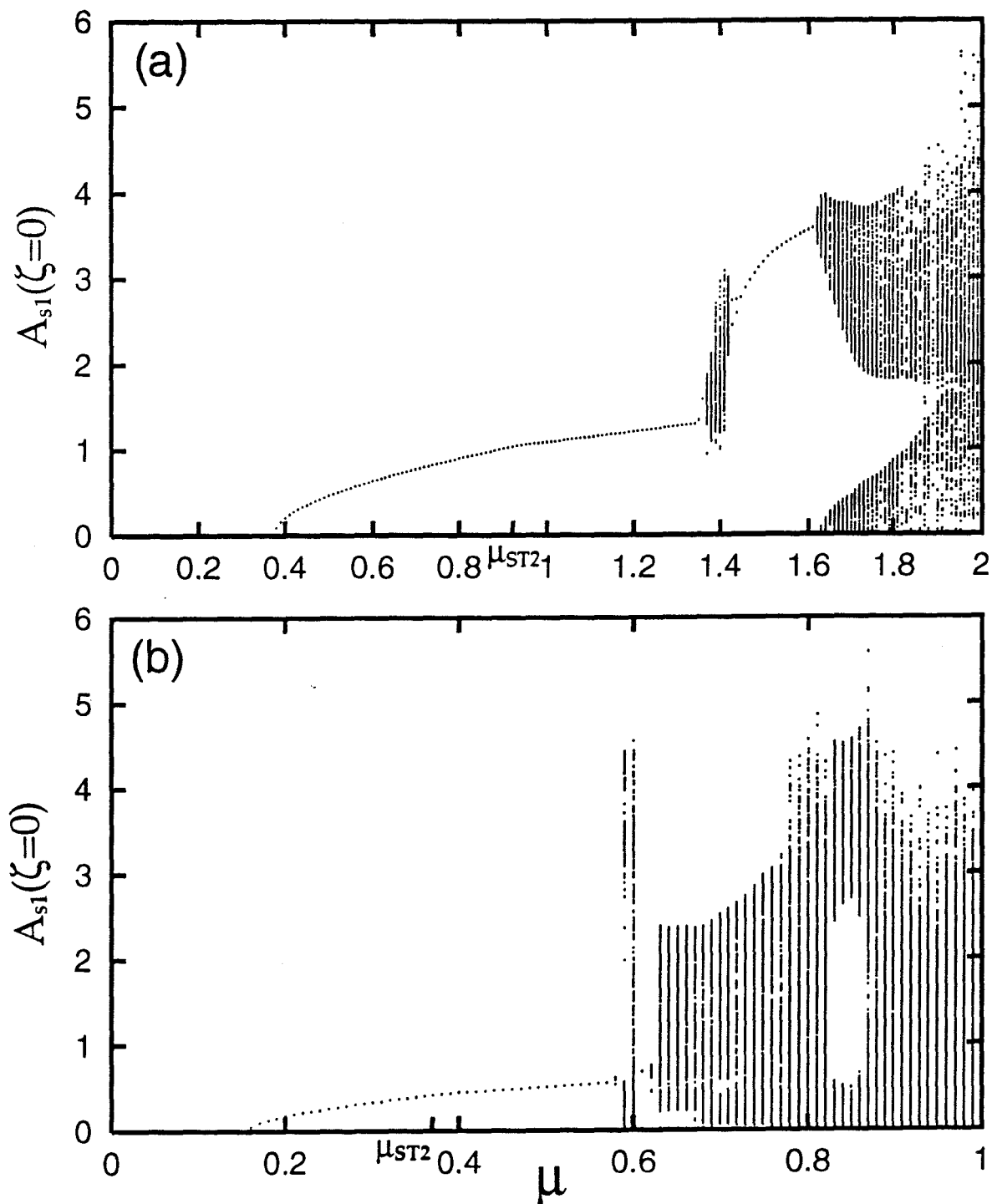


Fig. III-16: Modèle à cinq ondes:

Diagrammes de bifurcations du laser Brillouin

(a): $L=6\text{ m}$ ($g=3.02, \beta=0.005, \beta_A=5.47, R=0.36$)

(b): $L=36\text{ m}$ ($g=18.12, \beta=0.03, \beta_A=32.82, R=0.36$)

Maintenant que nous avons décrit ce qu'il advenait de la dynamique de notre laser à haut niveau de pompage, nous allons nous intéresser aux

comportements prédits par le modèle lorsque les valeurs des paramètres réduits sont différentes de celles que nous avons employées jusqu'ici. Pour cela, nous allons faire varier une grandeur dont nous avons vu toute l'importance lors du second chapitre: la longueur L de la fibre. Les figures III-16-a et III-16-b représentent les diagrammes de bifurcations obtenus pour des lasers constitués de fibres de longueurs respectivement égales à 6 mètres et 36 mètres. Insistons sur le fait que toutes les autres grandeurs (en particulier, la largeur de la courbe de gain et le coefficient de réinjection R) n'ont pas été modifiées et demeurent celles qui caractérisent notre laser. Les figures III-16-a-b montrent que la dynamique du système est maintenant profondément modifiée. Que la longueur soit de 6 mètres ou de 36 mètres, le scénario de déstabilisation du laser n'a plus rien à voir avec celui que nous avons étudié en détail (cf. III-3, Fig. III-6). Bien évidemment, il n'est pas question d'entrer ici dans les détails et de chercher à caractériser tous les régimes et les nouvelles bifurcations qui apparaissent sur les diagrammes. Pour chacun des deux cas, nous nous contenterons simplement de remarquer que, lorsqu'il émet deux composantes Stokes ($\mu > \mu_{ST2}$), le laser demeure stable sur un large intervalle de valeurs du paramètre de pompe. Lorsque la barrière de fonctionnement instable est franchie, les deux systèmes se comportent très différemment. Le laser de courte longueur présente des fenêtres d'oscillations périodiques, quasi-périodiques et chaotiques alors que les instabilités du laser de grande longueur sont essentiellement de nature chaotique.

A l'issue de cette étude, nous retiendrons que le modèle à cinq ondes prédit toute une série de comportements autres que ceux que nous avons étudiés de manière détaillée. En particulier, des simulations numériques effectuées à partir données réalistes (puisque seule change la longueur de la fibre) révèlent de nouveaux scénarios qu'il serait raisonnablement possible d'observer expérimentalement.

CHAPITRE IV

*Dynamique d'un laser Brillouin
émettant trois composantes Stokes*

Lorsque la puissance de pompe devient suffisamment élevée, la composante Stokes d'ordre deux peut devenir assez intense pour générer à son tour une composante Stokes d'ordre trois. Ce pas supplémentaire dans la "cascade Stokes" entraîne l'apparition de nouveaux comportements que nous allons maintenant étudier. Suivant le plan déjà retenu lors du précédent chapitre, nous commencerons par exposer les résultats expérimentaux. Puis, nous généraliserons à nouveau la description de la diffusion Brillouin stimulée en établissant un modèle prenant en compte l'existence d'une troisième composante Stokes. Le seuil d'oscillation de cette nouvelle onde étant calculé, nous passerons aux simulations numériques et à l'étude des comportements du laser Brillouin. Comme lors du précédent chapitre, nous nous intéresserons plus particulièrement aux scénarios d'interaction entre les différentes ondes optiques. Ceci nous permettra de comprendre d'une "manière globale" le comportement du laser et l'enchaînement des divers régimes observables. Finalement, la présentation d'une dernière expérience nous permettra de conclure et de discuter des perspectives se dégageant à la fin de notre étude.

IV-1 RESULTATS EXPERIMENTAUX

La démarche adoptée pour l'étude expérimentale de la dynamique du laser Brillouin est analogue à celle qui a été présentée au paragraphe III-1. En particulier, c'est toujours un balayage lent de la puissance incidente qui fournit une idée du comportement global du système. Bien entendu, la diffusion Brillouin stimulée d'ordre trois apparaît à des niveaux de pompage encore plus élevés que ceux qui ont été nécessaires à l'observation de la DBS d'ordre deux. Par conséquent, les réglages du modulateur acousto-optique sont à nouveau réajustés et poussés de telle sorte que la puissance qu'il délivre varie entre zéro et une valeur ultime de 1.5 W. Cette modification des réglages s'accompagne malheureusement d'une perte de la linéarité du balayage à basse et haute puissances. Temporellement, la puissance sortant du modulateur n'évolue plus suivant une forme triangulaire mais plutôt selon une forme se rapprochant de celle de la sinusoïde. Cet effet est d'ailleurs bien visible sur la figure IV-1-a qui montre que, tant que le premier seuil n'est pas atteint, la puissance transmise par la cavité ne varie pas linéairement (et ce, contrairement à la figure III-1-a).

Les parties (a) et (b) de la figure IV-1 représentent respectivement les signaux enregistrés par les détecteurs D_1 et D_2 lors de la phase aller du balayage de la puissance de pompe (cf. II-2-1, Fig. II-11). Tant que la puissance incidente est modérément élevée, seules oscillent deux composantes Stokes et le comportement observé est analogue à celui qui a été présenté lors du chapitre précédent (cf. III-1, Fig. III-1). A plus haut niveau de pompage apparaît clairement un nouvel effet de seuil. Le laser Brillouin présente toujours un comportement instable mais la valeur moyenne du signal détecté par la photodiode D_1 sature à un niveau constant (Fig. IV-1-a) tandis que celle du signal simultanément enregistré par la photodiode D_2 tend à augmenter (Fig. IV-1-b). La composante Stokes d'ordre trois étant créée par celle d'ordre deux, ces deux ondes se propagent en sens opposés. L'onde Stokes d'ordre trois circule donc dans le même sens que l'onde Stokes d'ordre un, ce qui explique l'augmentation (resp. la saturation) du niveau détecté par la photodiode D_2 (resp. D_1).

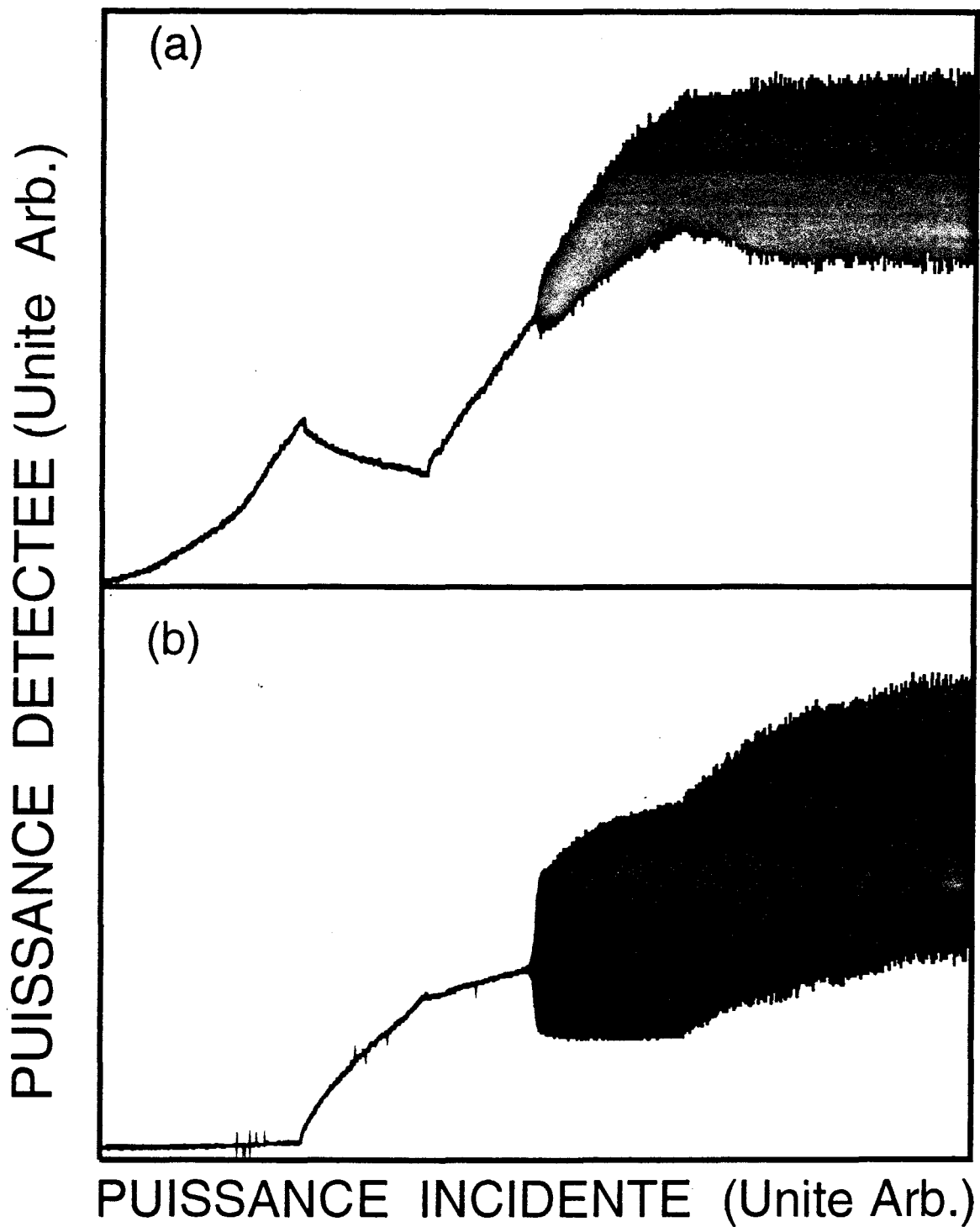


Fig. IV-1: Réponse du laser à un balayage lent de la puissance de pompe:
 (a) : photodiode D_1 : onde de pompe + composante Stokes d'ordre deux
 (b) : photodiode D_2 : ondes Stokes d'ordre un et trois

Dans l'expérience réalisée, quatre ondes optiques circulent dans la cavité lorsque le seuil d'apparition de la composante Stokes d'ordre trois est dépassé:

- l'onde de pompe et l'onde Stokes d'ordre deux décalées en fréquence l'une par rapport à l'autre d'une quarantaine de GHz se propagent dans un sens donné,
- les ondes Stokes d'ordre un et trois toujours décalées en fréquence l'une par rapport à l'autre d'une quarantaine de GHz se propagent dans le sens opposé.

La bande passante du système de détection n'étant que de 125 MHz, celui-ci est insensible au battement de deux ondes présentant un écart en fréquence de 40 GHz. La photodiode D_2 fournit donc simplement un signal proportionnel à la somme de la puissance des ondes Stokes d'ordre un et trois. La photodiode D_1 , quant à elle, enregistre toujours un signal proportionnel à la somme des puissances des ondes pompe et Stokes d'ordre deux. Le laser étant instable au delà du seuil d'apparition de la troisième composante Stokes, chacun des deux détecteurs "voit" les fluctuations de puissance de deux ondes optiques.

Lors du précédent chapitre, l'étude expérimentale avait été effectuée au travers d'un signal retraçant les variations de puissance de la seule onde Stokes d'ordre un. Ceci n'est maintenant plus possible et c'est désormais par l'intermédiaire d'une combinaison linéaire de deux signaux instables (ou de deux variables dynamiques) que sera étudié le comportement du laser Brillouin. Ce signal caractérise toujours de manière aussi correcte la dynamique du système et il est toujours possible de dresser un panorama des régimes d'instabilités typiquement observés. Celui-ci est réalisé dans des conditions analogues à celles déjà mentionnées: la puissance incidente est maintenue à un niveau constant voisin de 1.5 W et les signaux expérimentaux bien représentatifs sont enregistrés sur des durées de 50 μ s. Pendant le temps de leur acquisition, tous les paramètres expérimentaux demeurent inchangés sans pour autant qu'il soit possible de quantifier ceux-ci de manière précise.

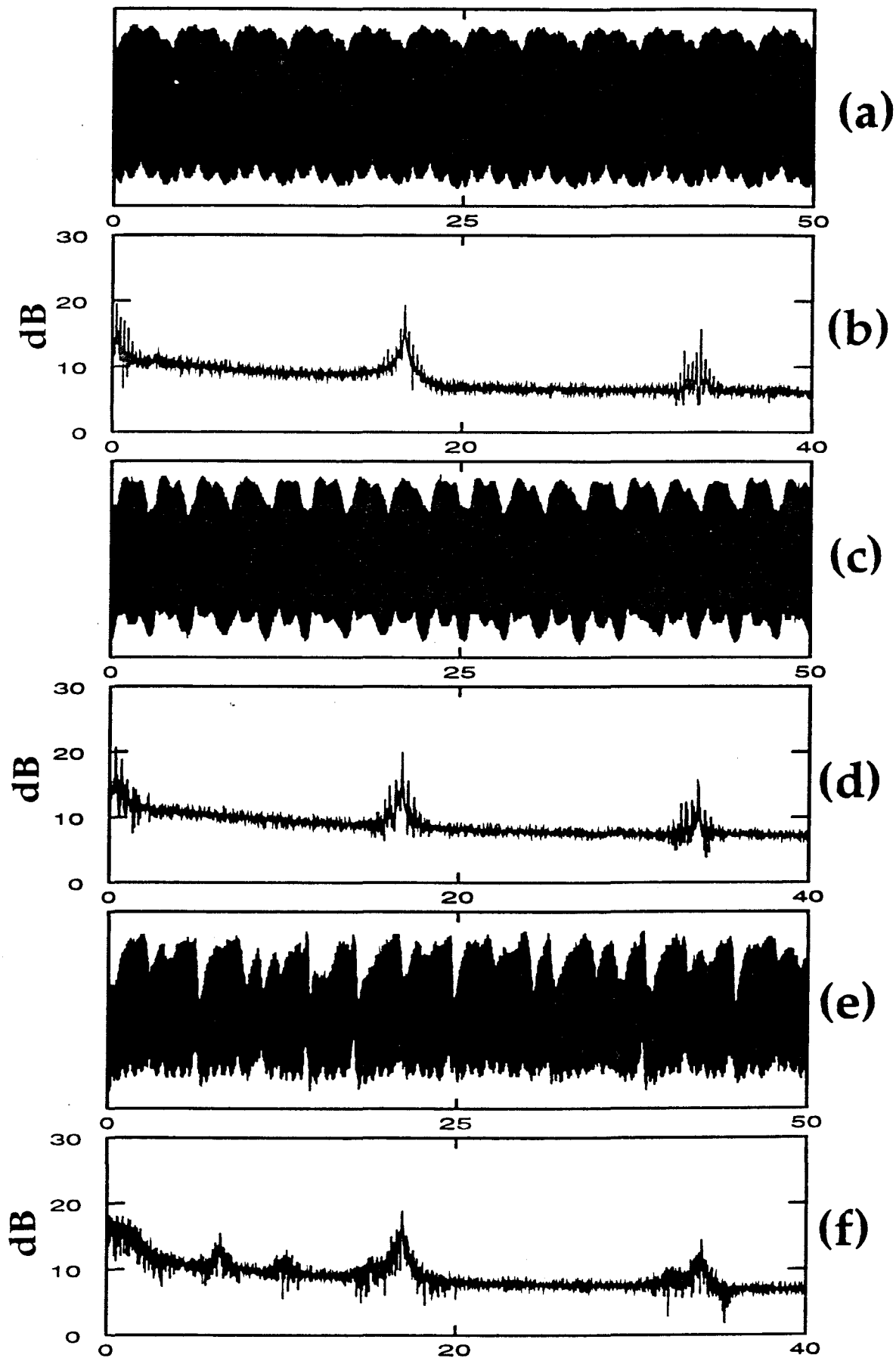
La figure IV-2 représente les signaux typiquement enregistrés par le détecteur D_2 dans les conditions précédemment décrites. Les signaux simultanément enregistrés par la photodiode D_1 apportent des informations identiques à celles qui sont fournies par le détecteur D_2 et ne sont donc pas présentés. En revanche, chaque signal est accompagné de son spectre de

puissance, celui-ci étant obtenu en deux temps. Tout d'abord, on réalise un filtrage numérique des signaux destiné à "couper" toutes les fréquences supérieures à 50 MHz (les signaux numériques sont obtenus par un échantillonnage à 100 MHz). Ensuite calculé à l'aide d'une procédure classique de transformation de Fourier rapide, le spectre présenté est dénué de tout repliement.

Comme le montrent les figures IV-2-a-b, les instabilités observées consistent toujours en des oscillations dont la période T_r est égale au temps de transit des photons dans la cavité ($T_r \approx 58 \text{ ns}$). Leur amplitude est lentement modulée par une enveloppe évoluant périodiquement sur une durée de $4 \mu\text{s}$ environ. Le spectre de puissance de ces signaux révèle une composante fondamentale à 17 MHz accompagnée de sa première harmonique à 34 MHz. Chacune d'entre celles-ci est entourée de pics latéraux caractéristiques de la modulation d'amplitude. Contrairement aux signaux présentés lors de la partie précédente (cf. Fig. III-2), la forme de l'enveloppe modulante est plus complexe qu'un simple lobe (cf Fig. IV-2-a) ce qui explique le fait que plusieurs de ces pics viennent maintenant se placer autour des fréquences $0, \nu_c, 2\nu_c$. L'écart en fréquence entre deux de ces pics secondaires est bien évidemment égal à la fréquence de la modulation, soit 250 kHz.

Dans d'autres conditions (Fig. IV-2-c-d), la forme de l'enveloppe devient plus irrégulière et la profondeur de la modulation s'accroît. La représentation spectrale des signaux demeure globalement inchangée. Toutefois, la fréquence de l'enveloppe modulante a maintenant évolué et est devenue approximativement égale à 370 kHz.

Finalement, on observe des régimes dans lesquels l'amplitude des oscillations varie de façon extrêmement irrégulière (Fig. IV-2-e-f). Cependant, c'est toujours sur des échelles de temps longues devant le temps de transit des photons dans la cavité que s'opèrent ces changements d'amplitude. En ce qui concerne le spectre de ces signaux, on n'observe plus de pics clairement définis, toutes les fréquences caractéristiques ($0, \nu_c, 2\nu_c$) étant maintenant entourées d'un fond continu important. De plus, deux larges pics sont désormais observables aux alentours de 6.5 MHz et 10.4 MHz.



*Fig. IV-2: Panorama des divers régimes observés:
 (a,b); (c,d); (e,f) signaux temporels et spectre de puissance associé.
 Les échelles de temps sont graduées en μ s et celles des fréquences en MHz*

En résumé, lorsqu'il émet trois composantes Stokes, le laser Brillouin étudié présente toujours un comportement instable. La fréquence des oscillations alors observées est égale à l'intervalle spectral libre ν_c de la cavité. Leur amplitude peut varier régulièrement ou irrégulièrement sur des temps longs (quelques μs) devant le temps de transit T_r des photons dans la cavité ($T_r = \frac{1}{\nu_c} \approx 58 \text{ ns}$). En raison de problèmes liés à l'échantillonnage des signaux, nous ne chercherons toutefois pas ici à mieux caractériser la nature de ces instabilités. En effet, comme nous l'avons déjà évoqué, la fréquence d'échantillonnage de l'oscilloscope numérique est de 100 MHz et de ce fait, seulement cinq points sont enregistrés par période d'oscillation. Cette résolution insuffisante interdit l'emploi des techniques usuelles d'analyse de signaux (portrait de phase, section de Poincaré...) [Bielawski, 1993; Lefranc, 1992]. Sur le plan expérimental, l'analyse spectrale demeure donc notre seul outil de caractérisation des instabilités observées. Cet outil apporte bien évidemment des informations précieuses sur la nature des divers régimes mais est insuffisant pour en permettre une caractérisation précise. Ainsi, le fait qu'un fond continu important apparaisse sur certains spectres constitue une bonne signature du chaos mais, en toute rigueur, cet élément n'est pas suffisant pour qu'on puisse affirmer de façon certaine que le signal en question est de nature chaotique.

IV-2 MODELISATION ET RESULTATS THEORIQUES

Les résultats expérimentaux étant maintenant présentés, nous allons maintenant passer à la modélisation du laser Brillouin. Pour cela, nous suivrons une approche analogue à celle qui a été développée lors du précédent chapitre (cf. III-2). Nous commencerons par rappeler les conditions de résonance et d'adaptation des vitesses de phase caractérisant chacune des étapes du processus de la cascade de diffusions. Puis, nous en arriverons aux équations d'un modèle à sept ondes que nous compléterons de conditions de bouclage traduisant le fait que la fibre est placée dans un résonateur en anneau. Finalement, c'est à l'aide de considérations énergétiques que nous calculerons le seuil d'oscillation de la troisième composante Stokes.

IV-2-1 Le modèle à sept ondes de la diffusion Brillouin stimulée

Sur le plan théorique, la prise en compte de l'apparition d'une composante Stokes d'ordre trois nécessite une nouvelle extension de la description adoptée au paragraphe III-2-1. Suivant un schéma désormais bien connu, on doit considérer que l'onde Stokes d'ordre deux génère à son tour une composante d'ordre trois, une onde acoustique supplémentaire étant alors créée. Ce nouveau processus est toujours soumis à des conditions de résonance et d'adaptation des vitesses de phase précises. Celles-ci sont dans le principe analogues à celles que nous avons déjà pu écrire pour les DBS d'ordre un et deux. Une synthèse en est réalisée sur la figure IV-3.

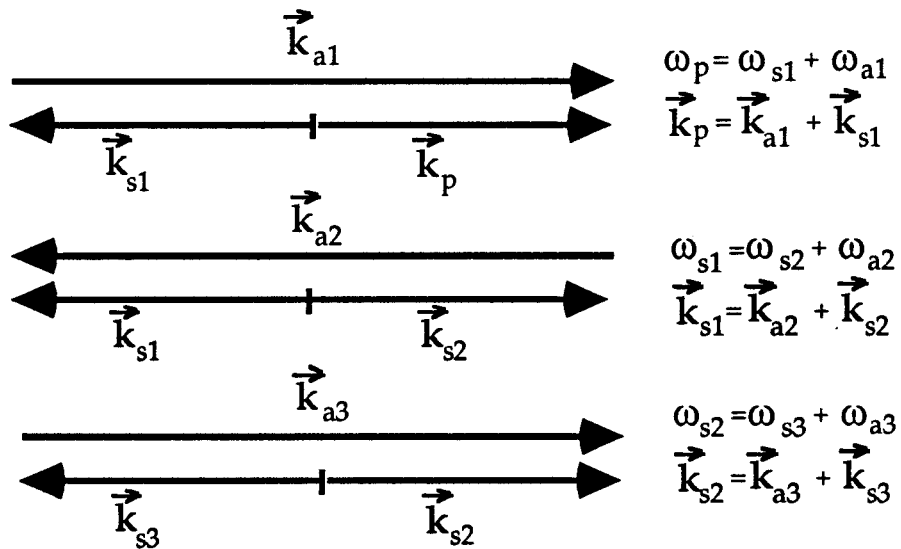


Fig. IV-3 : DBS d'ordres un, deux et trois: conditions de résonance et d'adaptation des vitesses de phase

Quatre ondes optiques sont donc maintenant susceptibles d'évoluer dans la fibre:

- l'onde de pompe (ω_p, \vec{k}_p) et l'onde Stokes d'ordre deux ($\omega_{s2}, \vec{k}_{s2}$) qui se propagent suivant la direction z, dans le sens positif
- les ondes Stokes d'ordres un ($\omega_{s1}, \vec{k}_{s1}$) et trois ($\omega_{s3}, \vec{k}_{s3}$) qui se propagent dans le sens inverse

Par ailleurs, trois ondes acoustiques $\rho_1(\omega_{a1}, \vec{k}_{a1})$, $\rho_2(\omega_{a2}, \vec{k}_{a2})$, $\rho_3(\omega_{a3}, \vec{k}_{a3})$ sont respectivement créées lors des DBS d'ordre un, deux et trois. La propagation de chacune de ces ondes est caractérisée par une relation de dispersion donnée:

$$k_{a1} = \frac{\omega_{a1}}{c_s} ; k_{a2} = \frac{\omega_{a2}}{c_s} ; k_{a3} = \frac{\omega_{a3}}{c_s} ;$$

$$k_p = \frac{n \omega_p}{c} ; k_{s1} = \frac{n \omega_{s1}}{c} ; k_{s2} = \frac{n \omega_{s2}}{c} ; k_{s3} = \frac{n \omega_{s3}}{c} \quad (\text{IV-1})$$

Comme nous avons déjà eu l'occasion de le souligner, ω_{a2} est très légèrement inférieure à ω_{a1} et ce, en raison du fait que les fréquences des ondes optiques générant ρ_2 et ρ_1 sont légèrement différentes ($\omega_{s1} \neq \omega_p$). Il en est de même pour ρ_3 dont la fréquence ω_{a3} est légèrement inférieure à ω_{a2} ($\omega_{s2} \neq \omega_{s1}$). ρ_1 et ρ_3 présentent donc finalement des caractéristiques très voisines. Tout d'abord, elles se propagent dans le même sens (opposé au sens de propagation de ρ_2). De plus, leurs fréquences d'oscillation ω_{a1} et ω_{a3} sont très proches et la différence relative entre les normes de leurs vecteurs de propagation est donc très faible. En effet, on montre que (cf. Annexe III):

$$\Delta\omega = \omega_{a1} - \omega_{a3} = 8 k_p \frac{n c_s^2}{c} \quad (\text{IV-2-a})$$

$$\Delta k = k_{a1} - k_{a3} = 8 k_p \frac{n c_s}{c} \quad (\text{IV-2-b})$$

ce qui donne, après une simple application numérique:

$$\Delta\omega \approx 10^7 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{a1}} = \frac{\Delta k}{k_{a1}} \approx 8 \cdot 10^{-5}$$

Néanmoins, pour décrire les champs, on utilise toujours le formalisme habituel: on considère que chaque onde est constituée d'une porteuse de haute fréquence modulée par une enveloppe lentement variable si bien que:

$$\rho' = \frac{1}{2} \left(\rho_1(z,t) \exp -i(\omega_{a1} t - k_{a1} z) + \rho_2(z,t) \exp -i(\omega_{a2} t + k_{a2} z) \right. \\ \left. + \rho_3(z,t) \exp -i(\omega_{a3} t - k_{a3} z) + \text{c.c.} \right) \quad (\text{IV-3-a})$$

$$E = \frac{1}{2} \left(E_p(z,t) \exp -i(\omega_p t - k_p z) + E_{s1}(z,t) \exp -i(\omega_{s1} t + k_{s1} z) \right. \\ \left. + E_{s2}(z,t) \exp -i(\omega_{s2} t - k_{s2} z) + E_{s3}(z,t) \exp -i(\omega_{s3} t + k_{s3} z) + \text{c.c.} \right) \quad (\text{IV-3-b})$$

L'introduction des expressions (IV-3) dans l'équation générale d'évolution de l'onde matérielle (I-31) conduit sans problème à trois équations portant sur chacune des enveloppes complexes ρ_1 , ρ_2 et ρ_3 (Eqs. IV-4-e-f-g).

En revanche, il faut se montrer prudent lorsqu'on injecte ces expressions (I-21) dans l'équation (I-26) d'évolution de l'onde électromagnétique. Le membre de gauche de celle-ci "se découpe" alors en une somme de quatre termes, chacun d'entre eux constituant l'opérateur de propagation d'une onde optique donnée. Après élimination des dérivées secondes (cf. I-2-2-c), on arrive à:

$$\sum_{j=p, s1, s2, s3} -2 i \omega_j n^2 \left(\frac{\partial E_j}{\partial t} \pm \frac{c}{n} \frac{\partial E_j}{\partial z} + \gamma_e E_j \right) \exp -i(\omega_j t \pm k_j z) = -\epsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_{\rho} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho' E)$$

Puis, il faut calculer le terme relatif à la contribution électrostrictive, c'est à dire le produit $\rho' E$. Des termes oscillant exactement en $\exp \pm i(\omega_j t \pm k_j z)$ ($j = p, s1, s2, s3$) apparaissent alors dans le membre de droite de l'équation précédente. Par ailleurs, du fait de la faible différence entre les fréquences et les vecteurs des ondes ρ_1 et ρ_3 , apparaissent également des termes oscillant au voisinage des fréquences (ω_j, k_j).

Pour être plus clair, considérons un exemple précis et calculons le produit $\rho_1 \exp -i(\omega_{a1} t - k_{a1} z) E_{s1} \exp -i(\omega_{s1} t + k_{s1} z)$ qui est exactement égal à $\rho_1 E_{s1} \exp -i(\omega_p t - k_p z)$. Puis, considérons maintenant le produit $\rho_3 \exp -i(\omega_{a3} t - k_{a3} z) E_{s1} \exp -i(\omega_{s1} t + k_{s1} z)$ qui s'écrit sous la forme: $\rho_3 E_{s1} \exp -i(\omega_p t - k_p z) \exp i(\Delta \omega t - \Delta k z)$. Compte tenu des remarques antérieurement formulées sur les valeurs de $\Delta \omega$ et de Δk , on doit considérer, *à priori*, que le terme $\exp i(\Delta \omega t - \Delta k z)$ ne fait qu'apporter une modulation lente au produit $\rho_3(z,t) E_{s1}(z,t)$. Ceci revient à dire que les termes $\rho_1 E_{s1}$ et $\rho_3 E_{s1} \exp i(\Delta \omega t - \Delta k z)$ sont tous deux portés par une onde évoluant rapidement à (ω_p, k_p) . Finalement, ces deux quantités

apparaîtront toutes deux en tant que termes sources dans le membre de droite de l'équation décrivant l'évolution de l'onde de pompe. La même situation se présentera à chaque fois que l'on considérera l'interaction d'un champ optique donné et de l'onde acoustique ρ_1 . Ce champ sera inévitablement couplé à l'onde acoustique ρ_3 par l'intermédiaire d'un terme en $\exp \pm i (\Delta\omega t - \Delta k z)$. Ceci traduit simplement le fait que deux ondes acoustiques qui se propagent dans le même sens avec des fréquences voisines ne peuvent être indépendantes l'une de l'autre.

Finalement, après calculs, on aboutit à un jeu de 7 équations décrivant l'interaction de 4 ondes optiques et de 3 ondes acoustiques:

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_p}{\partial z} + \gamma_e E_p = i V_1 \left(\rho_1 E_{s1} + \rho_3 E_{s1} \exp i \Delta\omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right) \right) \quad (\text{IV-4-a})$$

$$\frac{\partial E_{s1}}{\partial t} - \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s1}}{\partial z} + \gamma_e E_{s1} = i V_1 \left(\rho_1^* E_p + \rho_3^* E_p \exp -i \Delta\omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right) + \rho_2 E_{s2} \right) \quad (\text{IV-4-b})$$

$$\frac{\partial E_{s2}}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s2}}{\partial z} + \gamma_e E_{s2} = i V_1 \left(\rho_2^* E_{s1} + \rho_1 E_{s3} \exp -i \Delta\omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right) + \rho_3 E_{s3} \right) \quad (\text{IV-4-c})$$

$$\frac{\partial E_{s3}}{\partial t} - \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s3}}{\partial z} + \gamma_e E_{s3} = i V_1 \left(\rho_1^* E_{s2} \exp i \Delta\omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right) + \rho_3^* E_{s2} \right) \quad (\text{IV-4-d})$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + c_s \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \gamma_a \rho_1 = i V_3 E_p E_{s1}^* \quad (\text{IV-4-e})$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} - c_s \frac{\partial \rho_2}{\partial z} + \gamma_a \rho_2 = i V_3 E_{s1} E_{s2}^* \quad (\text{IV-4-f})$$

$$\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + c_s \frac{\partial \rho_3}{\partial z} + \gamma_a \rho_3 = i V_3 E_{s2} E_{s3}^* \quad (\text{IV-4-g})$$

A cette étape, il nous faut mentionner qu'un modèle analogue a déjà été élaboré par C. Montes. Toutefois, dans ce cas, il était considéré que la fibre était éclairée par deux rayonnements de pompe, chacun d'entre eux créant sa propre onde Stokes. Comme le décalage entre les fréquences des deux ondes de pompe était égal au double de la fréquence acoustique, la seconde onde de pompe jouait un rôle analogue à notre composante Stokes d'ordre deux. Quoiqu'il en soit, les études réalisées à partir de ce modèle se sont toujours limitées à des situations dans lesquelles le milieu actif (fibre

ou plasma) n'était pas placé à l'intérieur d'un résonateur optique. En régime stationnaire, il était alors montré que le milieu, ainsi pompé par un laser bimode, réfléchissait une puissance Stokes moins importante que lorsque le rayonnement de pompe était monomode [Montes, 1983 ; Montes, 1985].

Cette remarque étant effectuée, revenons maintenant au modèle présenté (Eqs. IV-4) et en particulier à l'influence du terme en $\exp \pm i \Delta \omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right)$. Nous avons vu que la valeur de $\Delta \omega$ était d'environ $7.5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$; la quantité $\exp \pm i \Delta \omega t$ apporte donc une modulation dont la fréquence est tout à fait comparable à la fréquence d'oscillation des enveloppes complexes des ondes optiques et acoustiques évoluant dans le laser Brillouin. La valeur numérique de $\Delta k = \frac{\Delta \omega}{c_s}$ est, quant à elle, d'environ 1250 m^{-1} . Autrement dit, à raison de plus de 1000 périodes par mètre, le facteur $\exp \pm i \Delta k z$ vient moduler très rapidement le produit $\rho_3(z,t) E_{s1}(z,t)$. Pour une fibre longue de plusieurs mètres, l'influence du terme $\rho_3 E_{s1} \exp i \Delta \omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right)$ est donc en moyenne négligeable devant celle de l'autre terme source $\rho_1 E_{s1}$.

Il faut ici remarquer qu'il en aurait été tout autrement si le milieu considéré avait été un plasma. Dans ce cas, la longueur d'interaction n'est plus que de quelques microns. Il n'est donc là plus possible de négliger l'influence du terme $\rho_3 E_{s1} \exp i \Delta \omega \left(t - \frac{z}{c_s} \right)$ devant celle de $\rho_1 E_{s1}$. Cependant, notre propos reste de décrire la dynamique d'un laser Brillouin constitué d'une fibre longue de 12 mètres. Les seuls termes sources que nous prendrons donc en compte sont ceux du type ρE et les équations (IV-4) deviennent alors simplement:

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_p}{\partial z} + \gamma_e E_p = i V_1 \rho_1 E_{s1} \quad (\text{IV-5-a})$$

$$\frac{\partial E_{s1}}{\partial t} - \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s1}}{\partial z} + \gamma_e E_{s1} = i V_1 (\rho_1^* E_p + \rho_2 E_{s2}) \quad (\text{IV-5-b})$$

$$\frac{\partial E_{s2}}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s2}}{\partial z} + \gamma_e E_{s2} = i V_1 (\rho_2^* E_{s1} + \rho_3 E_{s3}) \quad (\text{IV-5-c})$$

$$\frac{\partial E_{s3}}{\partial t} - \frac{c}{n} \frac{\partial E_{s3}}{\partial z} + \gamma_e E_{s3} = i V_1 \rho_3^* E_{s2} \quad (\text{IV-5-d})$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + c_s \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \gamma_a \rho_1 = i V_3 E_p E_{s1}^* \quad (\text{IV-5-e})$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} - c_s \frac{\partial \rho_2}{\partial z} + \gamma_a \rho_2 = i V_3 E_{s1} E_{s2}^* \quad (\text{IV-5-f})$$

$$\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + c_s \frac{\partial \rho_3}{\partial z} + \gamma_a \rho_3 = i V_3 E_{s2} E_{s3}^* \quad (\text{IV-5-g})$$

Dans le modèle présenté, la cascade Stokes s'enchaîne selon la répétition d'un même processus élémentaire:

- l'onde Stokes d'ordre un est couplée à l'onde de pompe l'ayant générée par une première onde acoustique

- suivant un mécanisme analogue, l'onde Stokes d'ordre deux interagit avec la première composante Stokes via une seconde onde acoustique

- finalement, c'est toujours suivant le même schéma qu'apparaissent l'onde Stokes d'ordre trois et une troisième onde acoustique.

Si l'on cherche à généraliser, on peut dire qu'une onde Stokes d'ordre donné est uniquement liée à l'onde qui lui a donné naissance et à l'onde Stokes d'ordre supérieur au travers de deux ondes acoustiques distinctes.

Les équations (IV-5) sont normalisées suivant la procédure habituelle. Aux équations (III-5), on ajoute simplement les relations:

$$\epsilon_{s3} = \frac{E_{s3}}{E_0} ; B_3 = \frac{-i \rho_3 \gamma_a}{|E_0|^2 V_3} ; \quad (\text{IV-6})$$

et on arrive facilement à:

$$\frac{\partial \epsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_p = -g B_1 \epsilon_{s1} \quad (\text{IV-7-a})$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s1}}{\partial \tau} - \frac{\partial \epsilon_{s1}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s1} = g (B_1^* \epsilon_p - B_2 \epsilon_{s2}) \quad (\text{IV-7-b})$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s2}}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_{s2}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s2} = g (B_2^* \epsilon_{s1} - B_3 \epsilon_{s3}) \quad (\text{IV-7-c})$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s3}}{\partial \tau} - \frac{\partial \epsilon_{s3}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s3} = g B_3^* \epsilon_{s2} \quad (\text{IV-7-d})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_1}{\partial \tau} + B_1 = \epsilon_p \epsilon_{s1}^* + f(\zeta, \tau) \quad (\text{IV-7-e})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_2}{\partial \tau} + B_2 = \epsilon_{s1} \epsilon_{s2}^* + f(\zeta, \tau) \quad (\text{IV-7-f})$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_3}{\partial \tau} + B_3 = \epsilon_{s2} \epsilon_{s3}^* + f(\zeta, \tau) \quad (\text{IV-7-g})$$

$$\epsilon_p(\zeta=0, \tau) = \mu + R \epsilon_p(\zeta=1, \tau) \quad (\text{IV-7-h})$$

$$\epsilon_{s1}(\zeta=1, \tau) = R \epsilon_{s1}(\zeta=0, \tau) \quad (\text{IV-7-i})$$

$$\epsilon_{s2}(\zeta=0, \tau) = R \epsilon_{s2}(\zeta=1, \tau) \quad (\text{IV-7-j})$$

$$\epsilon_{s3}(\zeta=1, \tau) = R \epsilon_{s3}(\zeta=0, \tau) \quad (\text{IV-7-k})$$

Conformément à la démarche déjà employée lors de l'établissement du modèle décrivant la dynamique du laser Brillouin émettant deux composantes Stokes, les équations du modèle à sept ondes sont complétées de conditions de bouclage traduisant le fait que la fibre est placée dans un résonateur en anneau (Eqs. IV-7-h-i-j-k). Le coefficient de réinjection R est toujours supposé réel pour chacun des quatre champs, ce qui revient à verrouiller la phase de ceux-ci sur la valeur nulle. Finalement, remarquons que le terme source de bruit $f(\zeta, \tau)$ apparaît dans chacune des équations d'évolution des ondes acoustiques. L'ensemble des équations (IV-7) que nous venons de constituer régit la dynamique d'un laser Brillouin émettant

trois composantes Stokes. Le modèle étant établi, c'est maintenant le seuil d'apparition de la troisième composante Stokes que nous allons déterminer.

IV-2-2 Calcul du seuil

La recherche des solutions caractérisant l'état stationnaire du laser Brillouin passe par une décomposition des enveloppes complexes sous la forme: $A_j(\zeta, \tau) e^{i\phi_j(\zeta, \tau)}$ ($j = p, s1, s2, s3, a1, a2, a3$), ce qui permet facilement d'aboutir aux équations d'intensités:

$$\frac{dI_p}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} \quad (\text{IV-8-a})$$

$$\frac{dI_{s1}}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} + G I_{s1} I_{s2} \quad (\text{IV-8-b})$$

$$\frac{dI_{s2}}{d\zeta} = G I_{s1} I_{s2} - G I_{s2} I_{s3} \quad (\text{IV-8-c})$$

$$\frac{dI_{s3}}{d\zeta} = -G I_{s2} I_{s3} \quad (\text{IV-8-d})$$

dans le cas où l'atténuation des ondes optiques est négligée ($\beta \approx 0$). Une solution analytique de l'ensemble des équations (IV-8) a été proposée par C. Montes [Montes, 1985]. Dans la situation qu'il a étudiée, les intensités I_p et I_{s2} étaient celles de deux rayonnements de pompe décalés l'un par rapport à l'autre du double de la fréquence acoustique (cf. I-1-1-a). Le rapport $a = \frac{I_{s2}(0)}{I_p(0)}$ jouait donc le rôle d'un paramètre fixant les valeurs relatives de l'intensité de ces deux ondes de pompe. On pouvait alors considérer l'évolution, en fonction de a , d'un coefficient de réflexion caractérisant l'intensité Stokes réfléchi par le milieu.

Dans un laser Brillouin, il en est tout autrement. Le paramètre a n'est pas libre et, au niveau des bords, les amplitudes des différents champs sont fixées par les relations de bouclage:

$$A_p(\zeta=0) = \mu + R A_p(\zeta=1) \quad (\text{IV-9-a})$$

$$A_{s1}(\zeta=1) = R A_{s1}(\zeta=0) \quad (\text{IV-9-b})$$

$$A_{s2}(\zeta=0) = R A_{s2}(\zeta=1) \quad (\text{IV-9-c})$$

$$A_{s3}(\zeta=1) = R A_{s3}(\zeta=0) . \quad (\text{IV-9-d})$$

Des calculs analytiques, actuellement encore en cours de développement, sont effectués de façon à vérifier si la validité de la solution trouvée par C. Montes s'étend encore à ces conditions.

Néanmoins, sans même les formes analytiques de ces solutions stationnaires, on peut, à partir de considérations énergétiques, trouver l'expression du seuil d'apparition de la composante Stokes d'ordre trois. Pour cela, rappelons les grandes lignes du scénario d'enchaînement de la cascade Stokes. Avant le seuil d'oscillation de l'onde Stokes d'ordre un ($\mu < \mu_{ST1}$), le champ de pompe est indépendant de ζ (Fig. IV-4-a) et sa valeur augmente linéairement avec le paramètre de contrôle suivant la relation (II-17). Puis, apparaît la première composante Stokes qui vient déléter le champ de pompe (Fig. IV-4-b). Les répartitions de l'amplitude de ces deux champs sont alors fixées par les relations (II-19) et (II-20). Finalement, c'est lorsque les profils des champs pompe et Stokes viennent parfaitement se superposer (Fig. IV-4-c) que naît la composante Stokes d'ordre deux. Dans ce cas ($\mu = \mu_{ST2}$), les fonctions $I_p(\zeta)$ et $I_{s1}(\zeta)$ sont données par la relation (III-19).

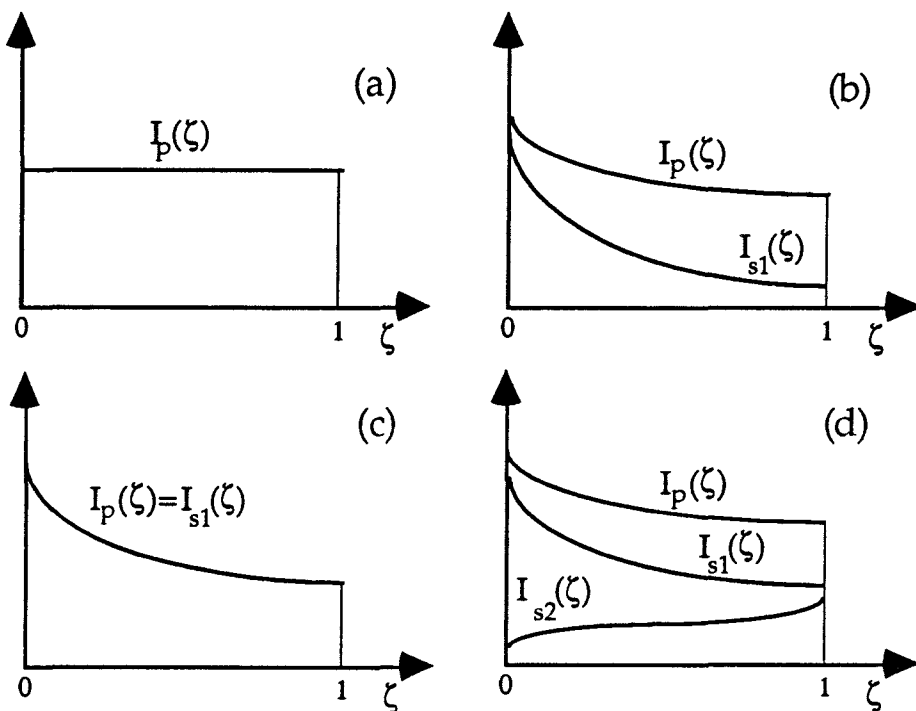


Fig. IV-4 : Scénario d'enchaînement de la cascade Stokes:
 (a) $\mu < \mu_{ST1}$, (b) $\mu_{ST1} < \mu < \mu_{ST2}$, (c) $\mu = \mu_{ST2}$, (d) $\mu > \mu_{ST2}$

Toutes ces considérations suggèrent de calculer la valeur moyenne de l'intensité du champ de pompe (resp. Stokes un) intracavité lorsque $\mu = \mu_{ST1}$ (resp. $\mu = \mu_{ST2}$). Mathématiquement, c'est la quantité:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L I(z) dz = \int_0^1 I(\zeta) d\zeta$$

que l'on va évaluer dans ces deux cas précis.

Lorsque $\mu = \mu_{ST1}$, la simple combinaison des relations (II-17) et (II-23) conduit à:

$$\langle I_p \rangle = \int_0^1 I_p(\zeta) d\zeta = I_p(0) = \frac{-\ln R}{g} \quad (IV-10)$$

La valeur moyenne de l'intensité de pompe intracavité $\langle I_p \rangle$ nécessaire à l'apparition de l'onde Stokes d'ordre un est donc simplement égale à $\frac{-\ln R}{g}$.

Lorsque $\mu = \mu_{ST2}$, on est amené à calculer (voir Eq. III-19):

$$\langle I_{ST1} \rangle = \int_0^1 I_{s1}(\zeta) d\zeta = \frac{1}{G} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\zeta + \frac{R^2}{1-R^2}} = \frac{-\ln R}{g} \quad (IV-11)$$

La valeur moyenne de l'intensité Stokes intracavité $\langle I_{ST1} \rangle$ nécessaire à l'apparition de la seconde composante Stokes est donc, elle aussi, égale à $\frac{-\ln R}{g}$. Ceci n'a rien de surprenant dans la mesure où l'on considère que les deux ondes Stokes "voient" deux bandes de gain distinctes mais de caractéristiques identiques. De plus, elles oscillent toutes deux dans un résonateur de même coefficient de qualité. Ceci est d'ailleurs bien illustré par les équations du modèle à cinq ondes (Eqs. III-6) qui montrent que les mécanismes liant les composantes Stokes d'ordre un et deux sont exactement identiques à ceux couplant l'onde de pompe et l'onde Stokes d'ordre un.

Le passage du modèle à cinq ondes au modèle à sept ondes s'effectue par une extension équivalente à celle qui conduit du modèle à trois ondes à celui à cinq ondes. Le seuil d'apparition μ_{ST3} de l'onde Stokes d'ordre trois

peut donc être déterminé grâce à un critère du même type que celui fourni par les relations (IV-10) et (IV-11). Plus précisément, μ sera égal à μ_{ST3} lorsque la condition (cf. Fig. IV-4-d) :

$$\langle I_{ST2} \rangle = \int_0^1 I_{s2}(\zeta) d\zeta = \frac{-\ln R}{g} \quad (IV-12)$$

sera vérifiée. $I_{s2}(\zeta)$ est bien sûr la fonction fixant la répartition stationnaire de l'intensité du champ Stokes d'ordre deux; elle est donnée par la relation (III-15). Après calcul, la condition (IV-12) se transforme en:

$$\frac{\ln R}{g} + \frac{\theta}{2} + \sqrt{D} \ln \left(\cos(G\sqrt{D}) + \frac{\frac{I_{s2}(0)}{R^2} - \frac{\theta}{2}}{\sqrt{D}} \sin(G\sqrt{D}) \right) = 0. \quad (IV-13)$$

Les constantes θ et D ont été définies au paragraphe III-2-2; elles dépendent à la fois de μ et de $I_{s2}(0)$. La seule relation (IV-13) est donc insuffisante pour déterminer le seuil μ_{ST3} . Il est nécessaire de lui adjoindre une équation liant μ à $I_{s2}(0)$; celle-ci s'obtient à partir de l'équation (III-15) dans laquelle on impose $\zeta=0$. En plus de l'équation (IV-33), on doit alors vérifier:

$$\frac{\theta}{2} - I_{s2}(0) + \sqrt{D} \tan \left(-G\sqrt{D} + \arctan \left(\frac{\frac{I_{s2}(0)}{R^2} - \frac{\theta}{2}}{\sqrt{D}} \right) \right) = 0. \quad (IV-14)$$

Une résolution analytique de l'ensemble des équations (IV-13) et (IV-14) n'est pas possible et il faut alors recourir à une méthode numérique. Comme on l'avait déjà fait au paragraphe (III-2-2) (cf. Fig. III-4), la valeur de $I_{s2}(0)$ est balayée, μ étant simultanément calculé à l'aide de la relation (IV-14). Finalement, les valeurs numériques de μ et $I_{s2}(0)$ sont injectées dans le membre de gauche de l'équation (IV-13) jusqu'au moment où celui-ci devient nul. Pour les paramètres $g=6.04$ et $R=0.36$ caractérisant notre laser Brillouin, on trouve finalement:

$$\mu_{ST3} = 0.937 .$$

Comme le montre le diagramme de bifurcations de la figure IV-6, cette valeur est en bon accord avec celle que l'on peut obtenir par l'intégration numérique des équations (IV-7). L'atténuation des champs optiques étant

prise en compte dans le calcul numérique, on note toutefois une faible différence entre les positions numérique et "analytique" des deux seuils.

A cette étape, il nous faut mentionner que certaines études de la cascade Stokes ont été menées dans des résonateurs de finesse élevée. Les auteurs se sont alors intéressés au seuil d'apparition des nombreuses composantes Stokes pouvant osciller dans de tels systèmes. En supposant que le gain par passage était faible, ils ont montré que l'amplitude de tous les champs Stokes devenait une fonction exponentielle de la longueur d'interaction. Dès lors, il est possible de déterminer le seuil d'oscillation d'un nombre arbitraire de composantes Stokes. Dans la normalisation que nous avons adoptée, les seuils d'apparition $\mu_{ST(2n-1)}$ et $\mu_{ST(2n)}$ des composantes Stokes d'ordre $(2n-1)$ et $(2n)$ s'écrivent respectivement [Garus *et al*, 1992; Toyama *et al*, 1993]:

$$\mu_{ST(2n-1)} = \sqrt{n^3} \mu_{ST1} = \sqrt{n^3} \sqrt{\frac{-\ln R}{g}} (1 - R) \quad (\text{IV-15-a})$$

$$\mu_{ST(2n)} = \sqrt{n(n+1)^2} \mu_{ST1} . \quad (\text{IV-15-b})$$

Dans l'étude que nous avons réalisée, nous avons montré que, dès qu'oscille l'onde Stokes d'ordre deux, la dépendance longitudinale de l'amplitude des champs est beaucoup plus complexe qu'une simple exponentielle (cf. Eq. III-15). L'expression du seuil d'oscillation de l'onde Stokes d'ordre trois découlant de la solution que nous avons établie est donc différente de celle qui est connue pour les cavités de finesse élevée.

De façon à clarifier la situation, nous avons testé la validité de notre solution dans de nombreuses configurations. Pour cela, nous avons réalisé divers diagrammes de bifurcations et comparé la valeur de μ_{ST3} donnée par les simulations numériques à celle qui est obtenue par la résolution des équations (IV-13) et (IV-14). Dans tous les cas, l'accord entre les deux valeurs s'est toujours montré excellent. Le diagramme de bifurcations de la figure IV-5 illustre la situation particulière d'une cavité de finesse élevée ($R=0.9$, $g=0.387$, $\beta=0$, $\beta_A=0.911$). Dans ce cas, la résolution des équations (IV-13) et (IV-14) fournit une valeur de μ_{ST3} égale à 0.1477 alors que la simple relation (IV-15-a) donne une valeur de 0.1475. Ces deux valeurs numériques se situent bien toutes deux dans la fourchette d'incertitude correspondant au pas $\Delta\mu$ utilisé pour obtenir le diagramme de bifurcations de la figure IV-5.

En revanche, si l'on reprend les valeurs des paramètres décrivant notre laser Brillouin, la relation (IV-15-a) donne une valeur de μ_{ST3} égale à 0.744. Celle-ci est très différente de la valeur numérique de 0.937 que nous avons précédemment trouvée. En fait, on voit bien là que les relations (IV-15) sont à manier avec précaution. Elles fournissent un résultat correct pour les cavités de bonne finesse mais des écarts importants peuvent être observés dans les lasers Brillouin tels que celui que nous avons réalisé.

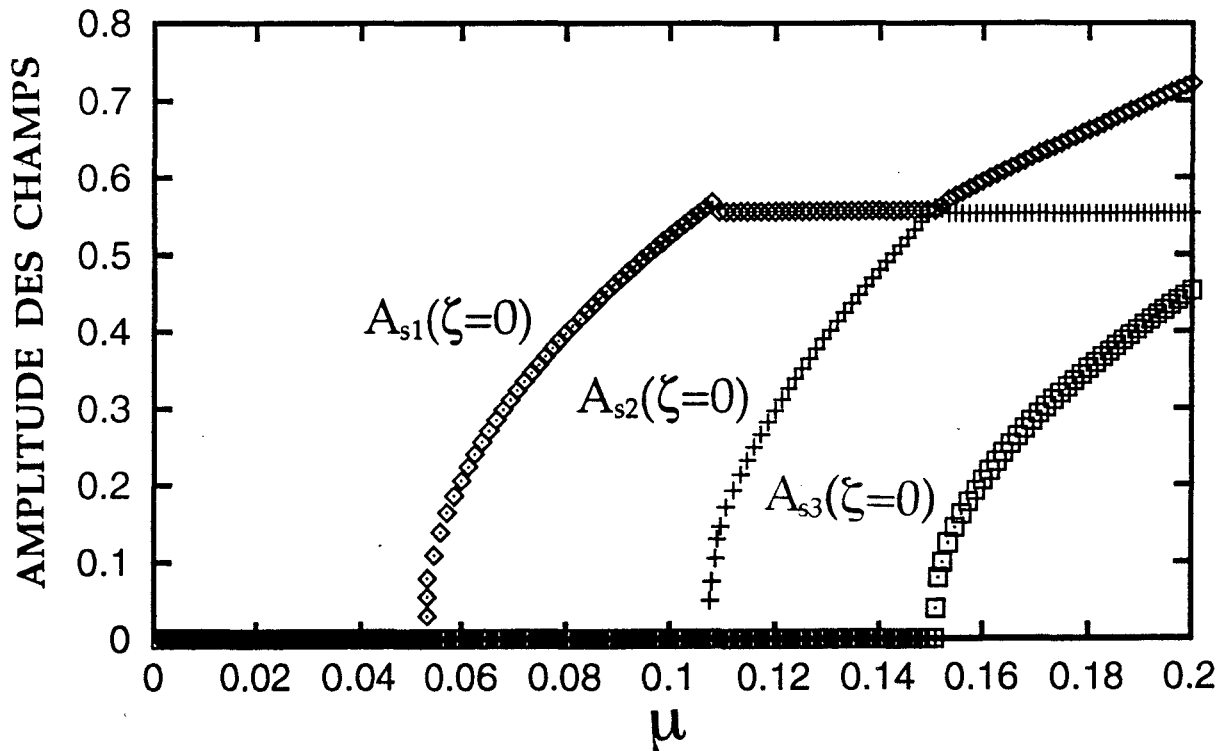


Fig. IV-5: Diagramme de bifurcations d'un laser Brillouin dans le cas où la cavité est de bonne finesse: $g=0.387$, $\beta=0$, $\beta_A=0.911$, $R=0.9$.
 $\mu_{ST1}=5.21 \cdot 10^{-2}$, $\mu_{ST2}=0.1045$, $\mu_{ST3}=0.1477$

IV-3 RESULTATS NUMERIQUES

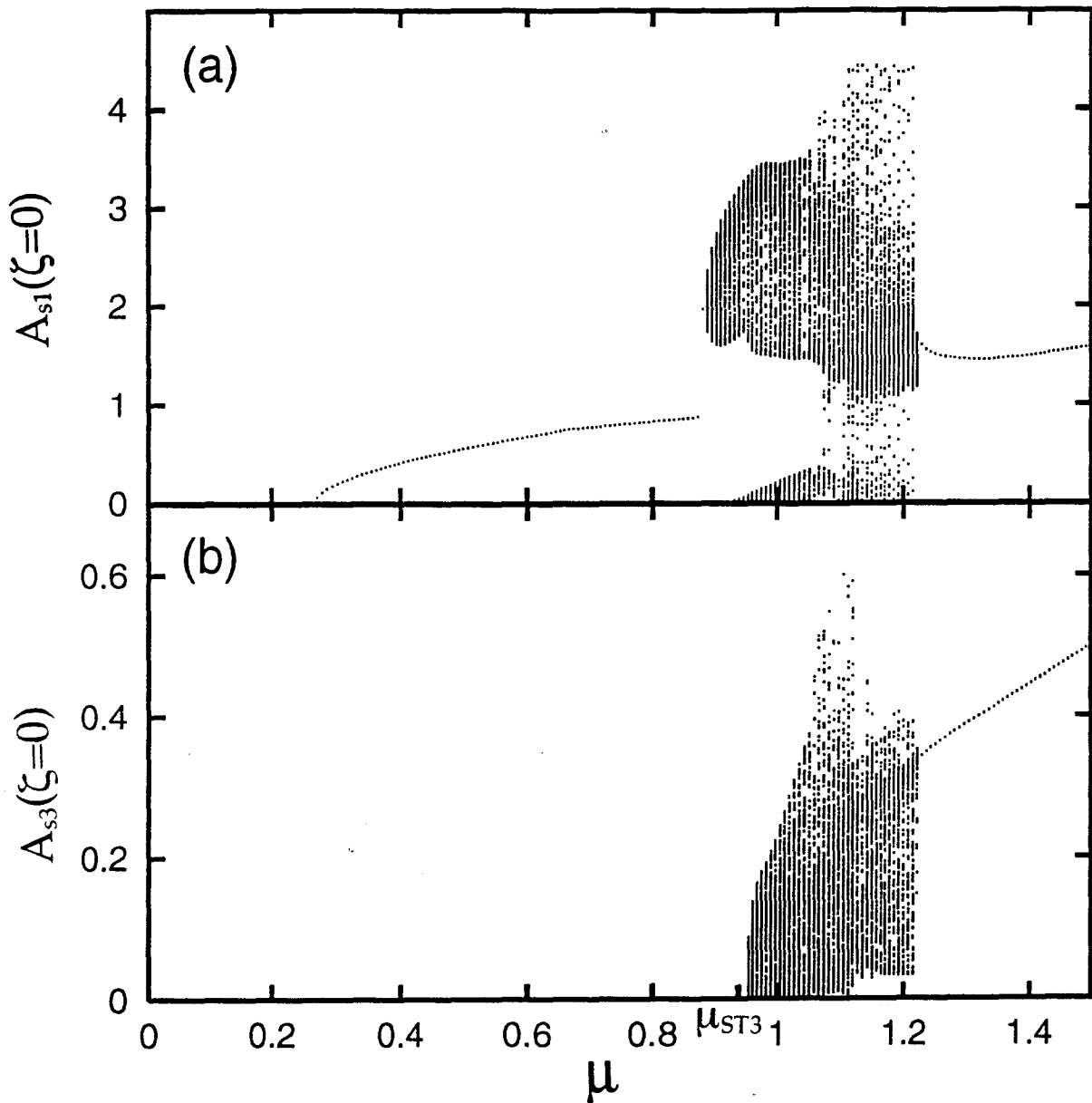
Après avoir établi le modèle destiné à décrire le comportement du laser Brillouin émettant trois composantes Stokes, nous allons maintenant nous intéresser, au travers des simulations numériques, à la dynamique de ce système. Comme nous allons le voir, celle-ci est extrêmement riche, les régimes d'instabilités observés étant périodiques, quasi-périodiques et même chaotiques. La démarche que nous adopterons lors de ce paragraphe ne consistera pas en une étude complète des comportements du système. En particulier, nous ne nous enfermerons pas dans une étude numérique dont

le but serait une caractérisation précise du chaos et de la nature des diverses bifurcations.

Nos considérations demeureront de nature essentiellement qualitative. Nous chercherons d'abord à resituer les résultats numériques obtenus par rapport aux résultats expérimentaux déjà décrits (IV-3-1). Plus précisément, nous porterons l'accent sur les points communs et les éventuelles différences existant entre les comportements prédits par le modèle et ceux qui ont été observés lors des expériences. Par la suite, nous en viendrons à considérer la structure spatiale des différentes ondes ce qui nous permettra d'en arriver à une compréhension globale de la dynamique du système (IV-3-2).

IV-3-1 Diagrammes de bifurcations et comportements dynamiques du laser

Pour des valeurs du paramètre de pompe allant de zéro à 1.5, tous les régimes de fonctionnement du laser apparaissent sur les diagrammes de bifurcations de la figure IV-6. Ceux-ci sont obtenus suivant une méthode analogue à celle qui a déjà été décrite au paragraphe III-3-1 et tous les paramètres utilisés dans les calculs sont bien sûr ceux qui caractérisent notre laser Brillouin ($g = 6.04$, $\beta_A = 10.94$, $\beta = 0.01$, $R = 0.36$). Lorsque le seuil μ_{ST3} d'apparition de la troisième composante Stokes est franchi, les instabilités du système demeurent d'abord de nature quasi-périodique. Toutefois, si l'on compare les figures IV-6-a et III-13, on constate que la trajectoire du système va maintenant s'inscrire sur un tore dont la forme est différente de celle que l'on connaissait lorsque seules deux composantes Stokes oscillaient. Puis, une transition de la quasipériodicité vers le chaos s'opère lorsque le paramètre de pompe μ devient supérieur à 1.06. Finalement, à très haut niveau de pompage ($\mu > 1.226$), les oscillations du système redeviennent simplement périodiques.



*Fig. IV-6: Modèle à sept ondes:
diagrammes de bifurcations du laser Brillouin*

Maintenant que nous possédons un aperçu global de la dynamique du laser, nous allons nous intéresser de manière plus détaillée aux divers régimes observables. Juste au delà du seuil μ_{ST3} se manifestent les oscillations quasi-périodiques de la figure IV-7-a. Celles-ci présentent un aspect tout à fait analogue à celui des instabilités quasi-périodiques observées lors de l'étude du comportement du laser Brillouin émettant deux composantes Stokes (cf. Fig. III-7). Toutefois, on peut maintenant remarquer que la profondeur de la modulation apportée par l'enveloppe lentement variable est devenue nettement plus importante. En outre, la fréquence ν_m de cette modulation a légèrement changé et est passée de

400 kHz (cf. III-3-1) à 420 kHz. Cet effet est d'ailleurs d'autant plus prononcé que le paramètre de pompe μ augmente. Ainsi, lorsque celui-ci passe de 0.96 à 1.0, V_m évolue de 420 kHz à 550 kHz (cf. Fig. IV-8-a-b). Rappelons que des variations comparables de la fréquence de l'enveloppe modulante avaient été observées dans les expériences (cf. III-1). Cependant, les conditions expérimentales étaient telles que rien ne nous permettait d'attribuer une origine précise à l'évolution en question.

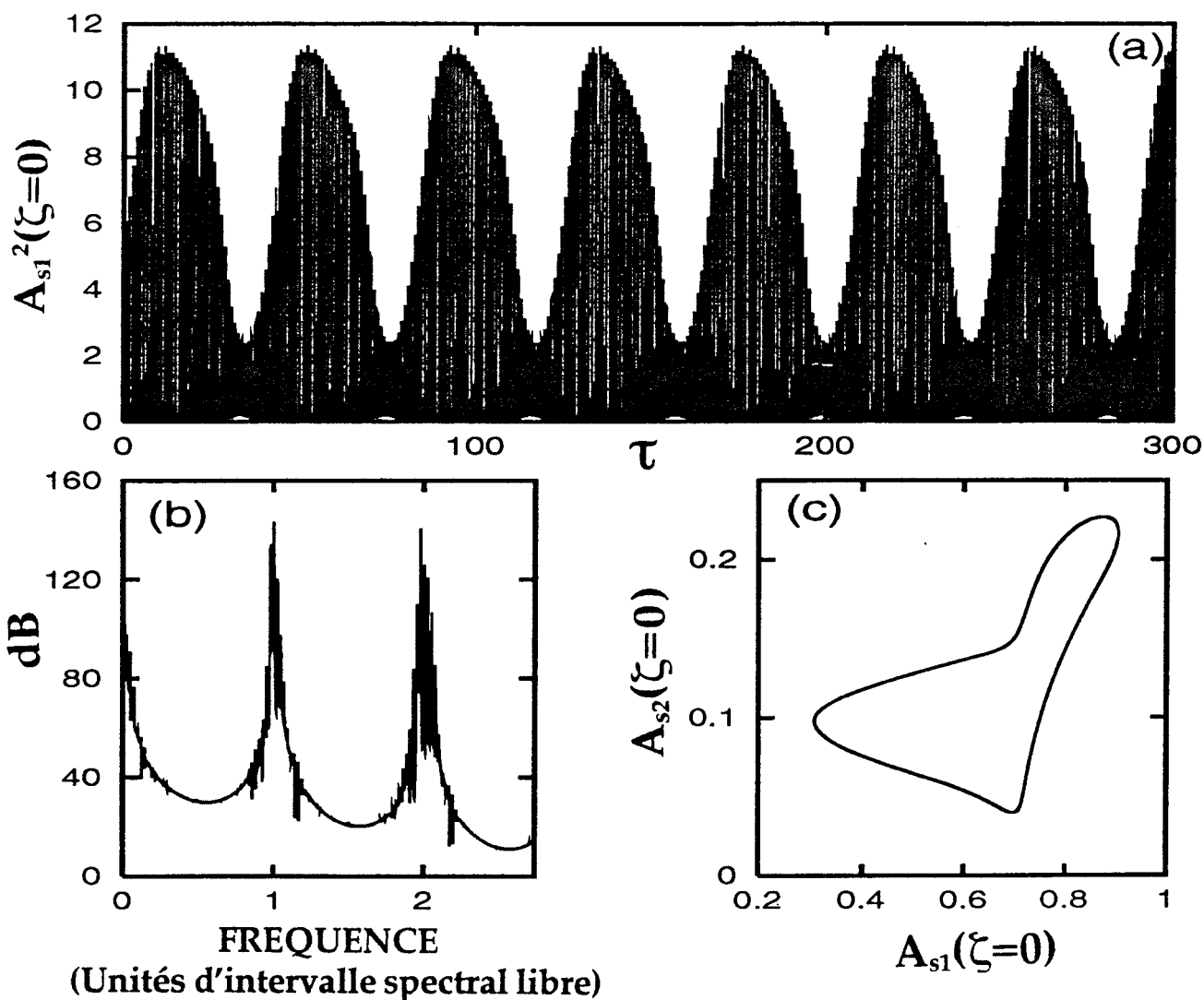


Fig. IV-7: Régime quasi-périodique ($\mu=0.96$)

- (a) évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un
 (b) spectre de puissance du signal
 (c) section de Poincaré de l'attracteur

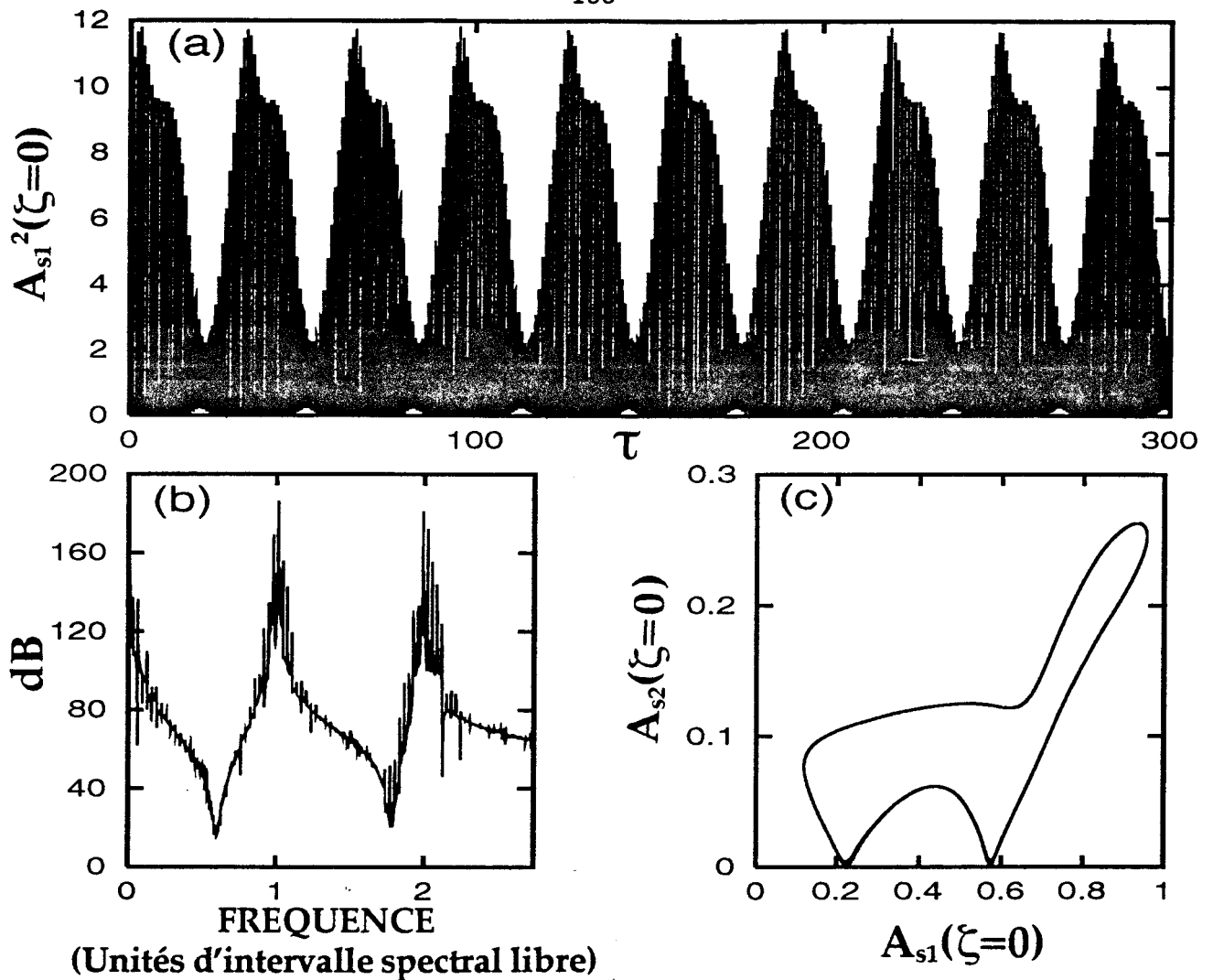


Fig. IV-8: Régime quasi-périodique ($\mu=1.0$)

- (a) évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un
 (b) spectre de puissance du signal
 (c) section de Poincaré de l'attracteur

En régime chaotique, l'amplitude des oscillations est modulée par une enveloppe dont la forme varie de façon irrégulière (Fig. IV-9-a). L'analyse spectrale (Fig. IV-9-b) montre que les fréquences caractéristiques du système ne sont plus entourées de pics bien définis. Tout comme dans les expériences, celles-ci sont maintenant "noyées" dans un large fond continu. La section de Poincaré de l'attracteur (Fig. IV-9-c) révèle un enchevêtrement dont la forme est nettement plus complexe que celle des simples courbes fermées qui avaient été trouvées pour les régimes quasi-périodiques (cf. Fig. IV-7-c et IV-8-c). Quoiqu'il en soit, cette structure est quand même nettement moins "floue" que celle qui avait été obtenue lorsque nous avons considéré les régimes chaotiques du modèle à cinq ondes (cf. Fig. III-14-c). Au regard de la figure IV-9-c, on peut même être tenté de s'avancer et suggérer que la dimension de l'attracteur est assez

voisine de deux. Cette considération est cependant purement intuitive et seul le calcul (effectué à partir du signal lui même) du plus grand exposant de Lyapunov permettrait une caractérisation plus quantitative de ce régime chaotique.

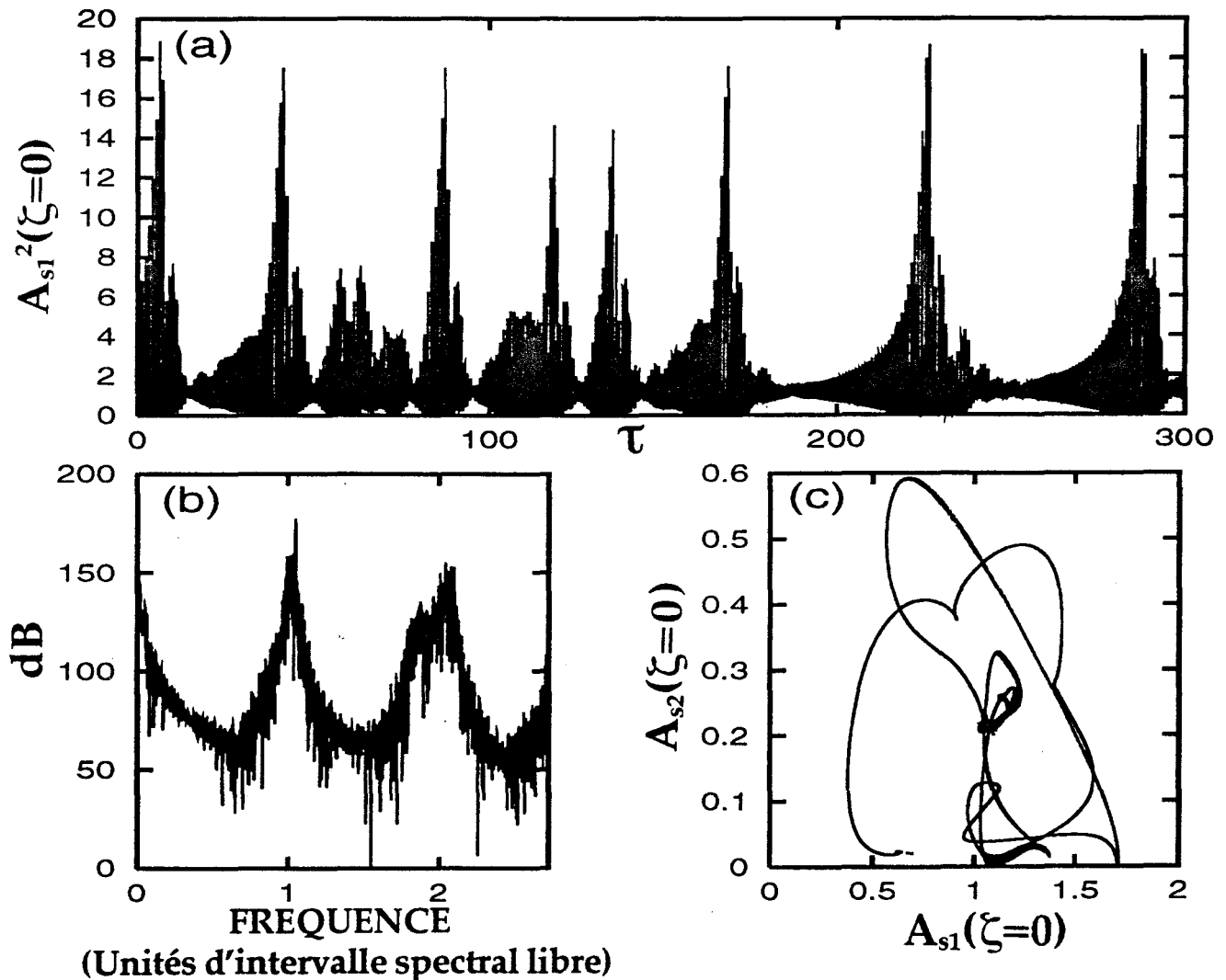


Fig. IV-9: Régime chaotique ($\mu=1.14$)

(a) évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un

(b) spectre de puissance du signal

(c) section de Poincaré de l'attracteur

Pour des valeurs de μ élevées, on observe les oscillations périodiques de la figure IV-10-a. En fait, celles-ci sont pratiquement sinusoïdales car le spectre de puissance (Fig. IV-10-b) ne révèle que la présence d'une seule harmonique de poids significatif. La fréquence de ces oscillations est légèrement supérieure à l'intervalle spectral libre du résonateur, la différence relative entre les deux valeurs étant d'environ 5%. Il est à noter que ce genre de régime périodique n'a pas été observé dans les expériences qui ont été présentées jusqu'à présent.

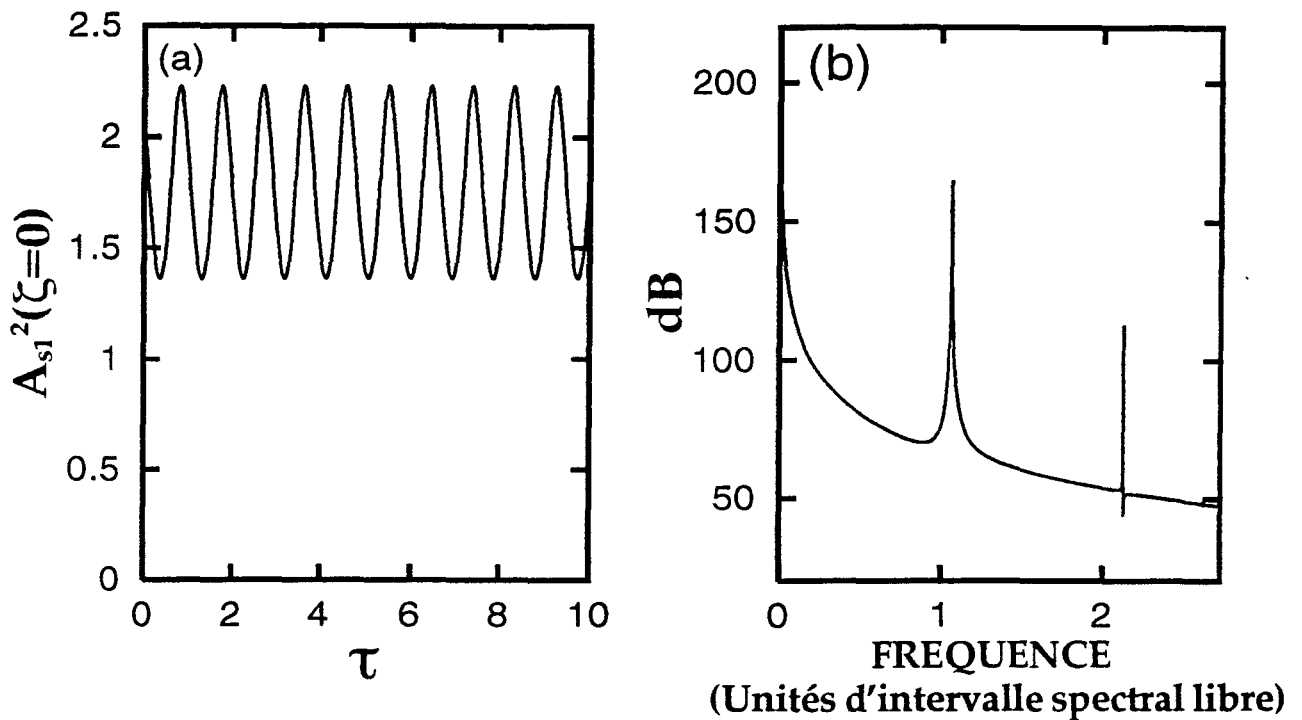


Fig. IV-10: Régime périodique ($\mu=1.4$) : (a) évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un et, (b) spectre de puissance associé.

Avant d'en arriver à la description des mécanismes d'interaction entre les ondes optiques, nous allons rapidement considérer le comportement du système au voisinage de la bifurcation séparant la zone de fonctionnement périodique de la fenêtre d'oscillations chaotiques. Comme le montre le diagramme de la figure IV-11-a, la transition entre les deux régimes s'effectue de manière brutale. Un balayage "aller et retour" du paramètre de pompe μ révèle à cet endroit un léger hystérésis dont la largeur $\Delta\mu$ est égale au pas employé pour réaliser le diagramme de bifurcations.

Les figures IV-11-b-c-d représentent l'évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un lorsque les valeurs de μ sont voisines de la zone de bifurcation. Comme le montre la figure IV-11-b, les oscillations du système sont la majeure partie du temps d'amplitude relativement faible. Toutefois, on assiste également à l'apparition de bouffées d'oscillations de grande amplitude. Celles-ci se font néanmoins d'autant plus rares que la valeur du paramètre de pompe se rapproche du point de bifurcation (cf. Fig. IV-11-c-d). A ce niveau, le comportement du système n'est pas encore bien compris et deux possibilités sont encore actuellement étudiées:

tout d'abord, les instabilités des figures IV-11-b-c-d pourraient être de nature chaotique. Dès ce moment, le faible hystérésis observé serait lié à un

effet dynamique et la transition entre les régimes chaotique et périodique s'effectuerait par des intermittences [Bergé *et al*, 1988].

- selon une seconde éventualité, les instabilités du voisinage de la bifurcation pourraient être quasi-périodiques. Dès lors, l'effet d'hystérésis serait associé à une bifurcation de Hopf sous critique.

La difficulté de l'étude à réaliser consiste essentiellement à trouver un plan de coupe permettant d'obtenir une section de Poincaré fournissant une idée claire sur la nature de l'attracteur. En outre, les temps caractéristiques d'évolution du système étant d'autant plus longs qu'on se rapproche de la bifurcation (cf. Fig. IV-11-b-c-d), les temps de calculs deviennent eux aussi très longs et les études menées pour déterminer la nature de cette bifurcation sont encore en cours.

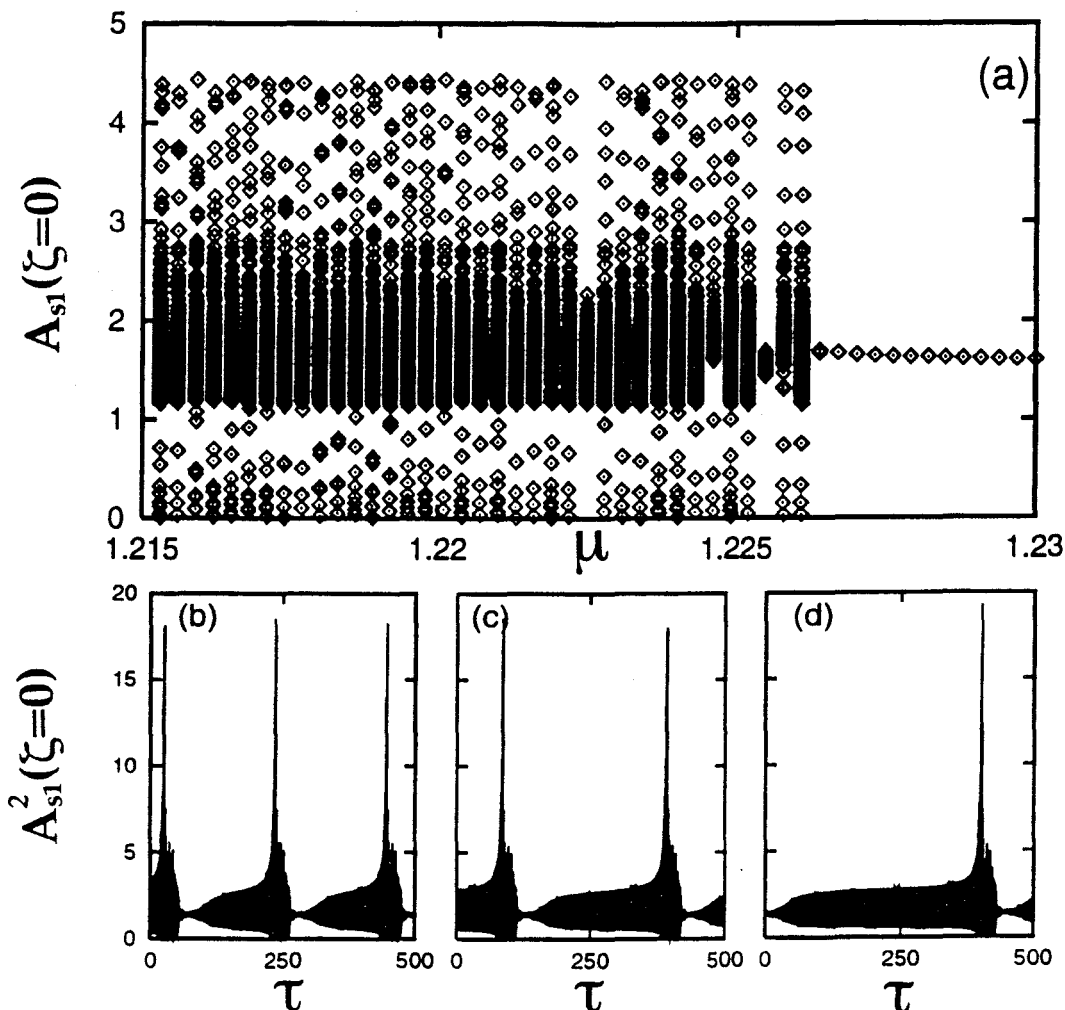


Fig. IV-11: (a) Diagramme de bifurcations du laser au voisinage de la transition séparant la fenêtre périodique de la zone chaotique; (b)(c)(d) évolution de l'intensité de l'onde Stokes d'ordre un lorsque les valeurs de μ sont respectivement égales à 1.222, 1.225, 1.226

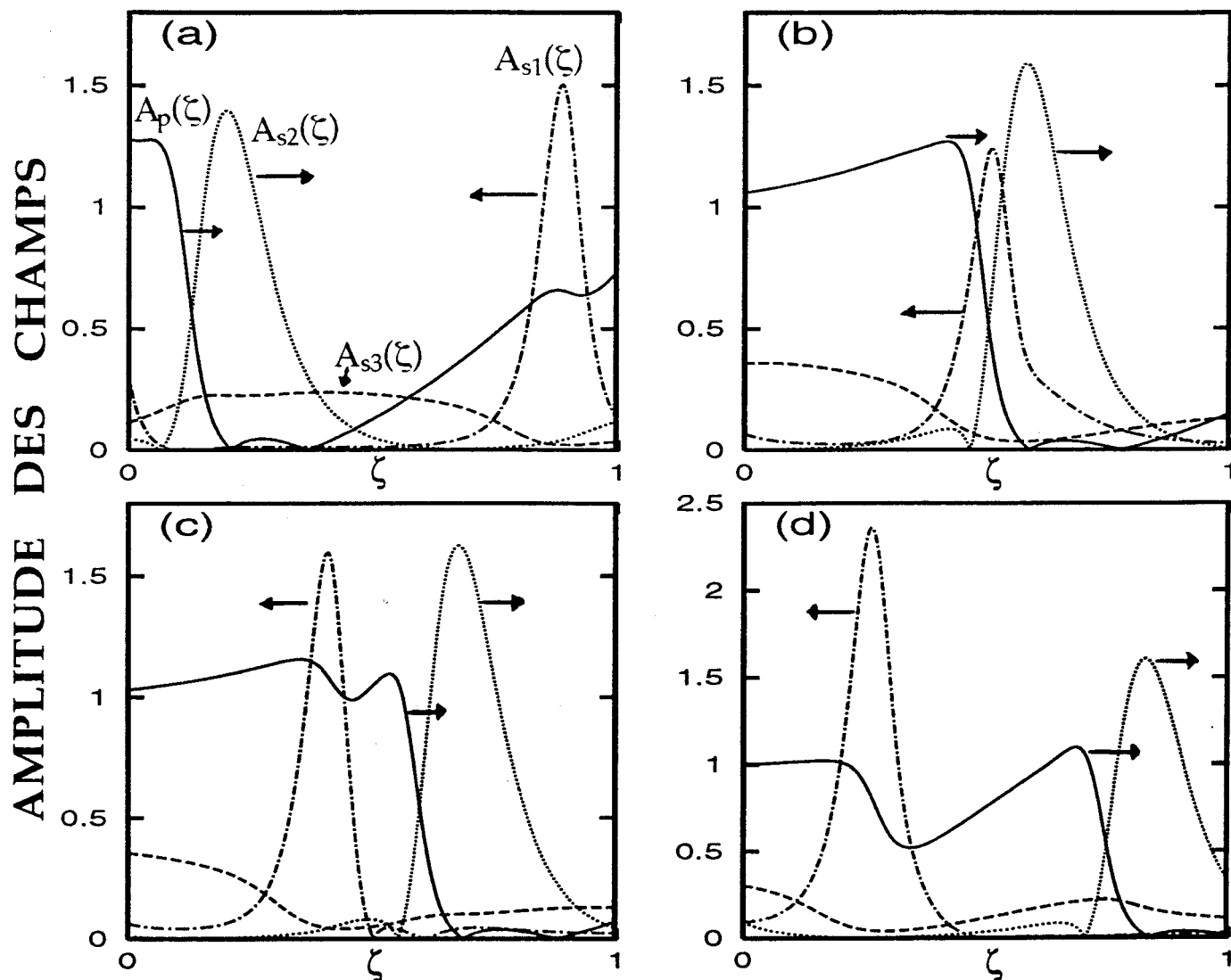
IV-3-2 Mécanismes d'interaction entre ondes optiques

Après avoir présenté les comportements du laser, nous allons nous intéresser aux mécanismes d'interaction entre les diverses ondes optiques mais, avant tout, revenons brièvement sur les situations étudiées au cours du paragraphe III-3-3. Seules deux impulsions Stokes étaient alors en présence dans la fibre et les régimes d'oscillation du système étaient uniquement de type périodique et quasi-périodique. En régime quasi périodique, nous avons vu qu'une modulation lente venait affecter l'amplitude des impulsions. La profondeur de cette modulation demeurait toutefois relativement peu importante (Fig. III-7-c). Que l'instant d'observation coïncide avec un "creux" ou une "bosse" de l'enveloppe modulante, une stroboscopie de l'état des champs dans la fibre révélait toujours un résultat qualitativement comparable à celui présenté sur la figure III-10. En d'autres termes, les études que nous avons menées sur le comportement du laser Brillouin émettant deux composantes Stokes ont fait ressortir un unique scénario d'interaction entre les diverses ondes. Maintenant que se propagent trois ondes Stokes, la situation est nettement plus complexe. Les scénarios rencontrés sont nouveaux et variés; ils dépendent bien sûr de la nature du régime considéré: quasi-périodique, chaotique ou périodique.

En régime quasi-périodique, la profondeur de la modulation apportée par l'enveloppe lentement variable devient importante (Fig. IV-7-a et IV-8-a). L'allure de la répartition des champs dans la fibre est donc très différente selon que l'instant d'observation coïncide avec un minimum ou un maximum de cette enveloppe.

Pour commencer, considérons un instant pour lequel l'amplitude des instabilités quasi-périodiques est importante ($\tau=100$; Fig. IV-8-a) et effectuons alors une stroboscopie de l'état des champs dans la fibre. Comme le montre la figure IV-12, la situation est qualitativement analogue à celle que nous avons déjà considéré au paragraphe III-3-3. L'onde de pompe et les impulsions Stokes d'ordre un et deux interagissent entre elles selon un scénario globalement identique à celui qui est illustré sur la figure III-10. La structure de l'onde Stokes d'ordre trois, quant à elle, n'est pas celle d'une impulsion. Sa forme ne fait en quelque sorte qu'onduler autour d'un fond continu d'amplitude relativement faible. Finalement, si l'on compare de

façon détaillée les figures III-10 et IV-12, on constate qu'à présent les deux impulsions Stokes sont plus affinées. En outre, l'onde Stokes d'ordre deux (resp. l'onde de pompe) est maintenant suivie (resp. précédée) d'un léger rebond.



*Fig. IV-12: Régime quasi-périodique, oscillations de grande amplitude
Scénario d'interaction entre les différentes ondes optiques:
(a) $\tau=100$, (b) $\tau=100.372$, (c) $\tau=100.472$, (d) $\tau=100.620$.*

Toujours en régime quasi périodique, considérons maintenant un instant où l'amplitude des instabilités est plus faible que dans le cas précédent ($\tau=112$; Fig. IV-8-a). Comme l'illustre la figure IV-12, les ondes Stokes d'ordres un et deux ne présentent plus à proprement parler la forme d'impulsions. On doit plutôt parler de "vagues" qui se propagent dans la fibre et interagissent entre elles suivant des mécanismes analogues à ceux que nous avons déjà décrits pour les impulsions (cf. III-3-3). Notons au

passage que l'amplitude du "fond Stokes" d'ordre trois est maintenant devenue très faible.

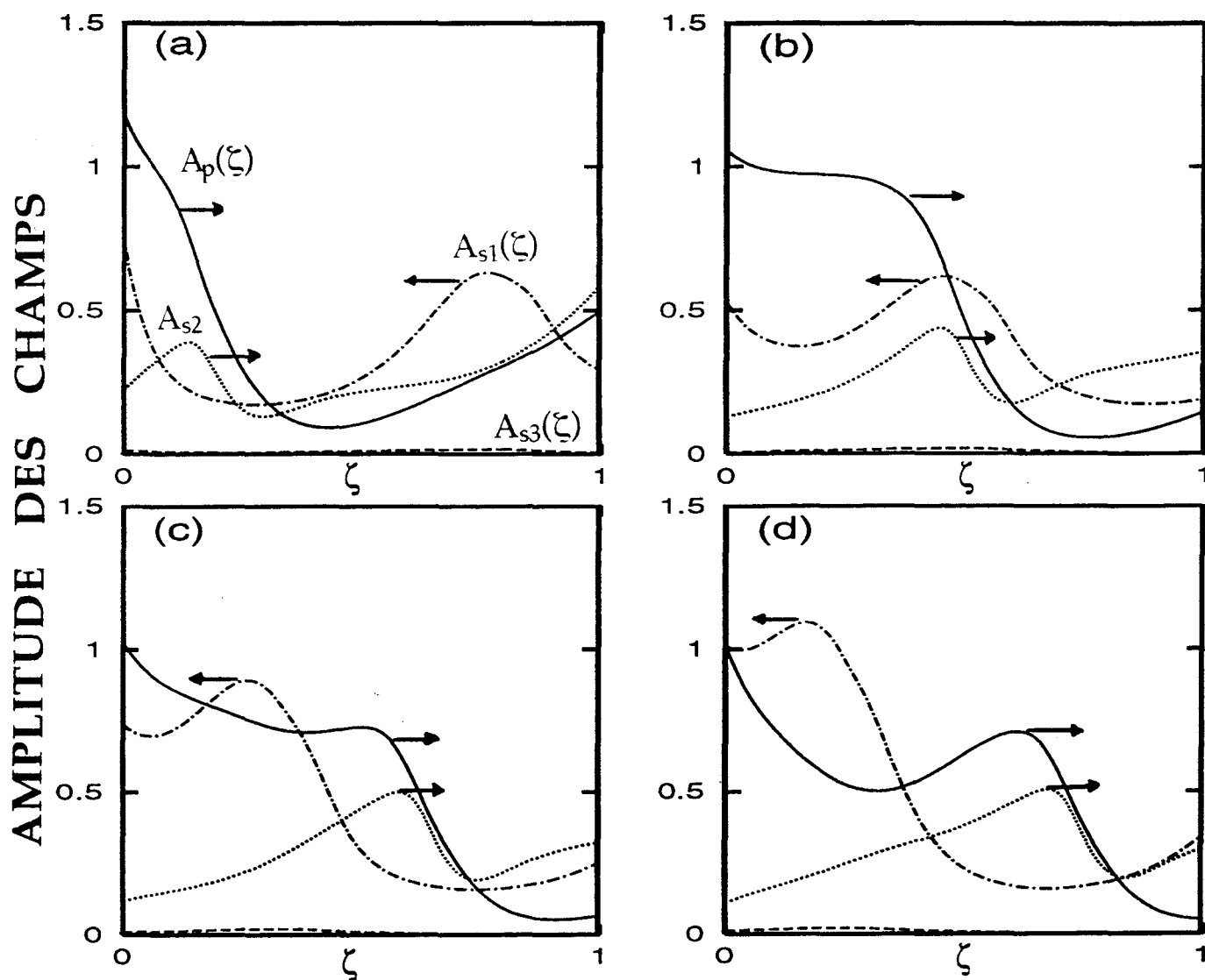


Fig. IV-13: Régime quasi-périodique, oscillations de petite amplitude
 Scénario d'interaction entre les différentes ondes optiques:
 (a) $\tau=112.0$, (b) $\tau=112.303$, (c) $\tau=112.45$, (d) $\tau=112.54$.

Plaçons nous maintenant dans une situation dans laquelle les oscillations du système sont de nature chaotique et observons l'état des champs dans la fibre lorsque l'amplitude de celles-ci est maximale ($\tau=289$; Fig. IV-9-a). Comme le montre la figure IV-14, la forme des impulsions devient plus compliquée qu'auparavant. Tout d'abord, celles-ci tendent à s'affiner de manière encore plus prononcée que dans le cas quasi-périodique. De plus, l'impulsion Stokes d'ordre un (resp. d'ordre deux) est maintenant précédée (resp. suivie) d'un "rebond" dont l'amplitude est non négligeable (Fig. IV-14-a-b). Dans le cas de l'onde Stokes d'ordre un, ce

"rebond" va d'abord interagir avec l'onde de pompe et ainsi rendre moins efficace l'amplification de l'impulsion qui le suit (Fig. IV-14-c-d).

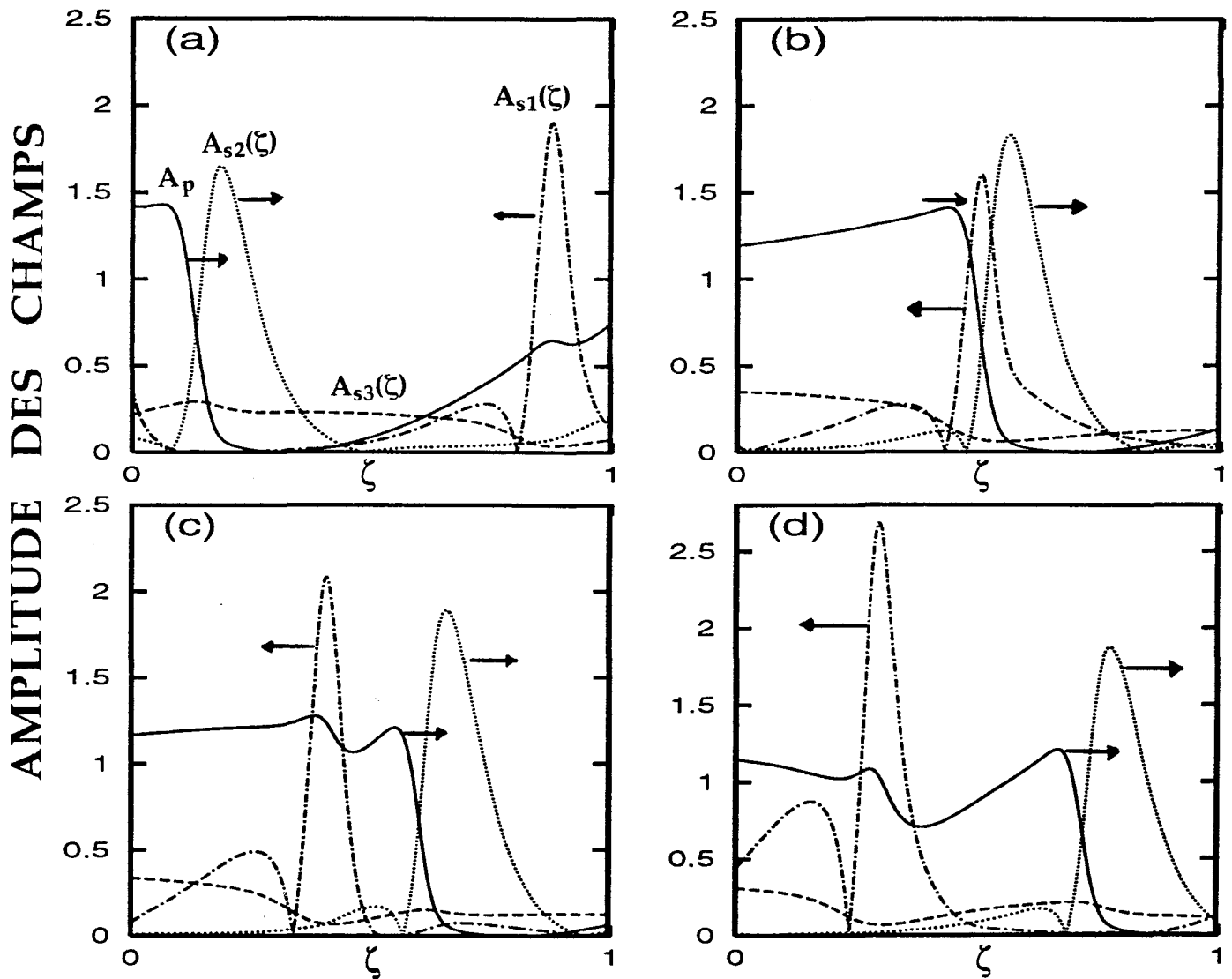


Fig. IV-14: Régime chaotique, oscillations de grande amplitude

Scénario d'interaction entre les différentes ondes optiques:

(a) $\tau=289.0$, (b) $\tau=289.37$, (c) $\tau=289.464$, (d) $\tau=289.587$.

Lorsque l'amplitude des oscillations chaotiques est faible ($\tau=298$; Fig. IV-9-a), le scénario d'interaction entre les quatre ondes optiques est très différent. La figure IV-15 montre en effet que ce sont maintenant des "vagues" qui se propagent dans la fibre et interagissent entre elles suivant les mécanismes habituels. Qualitativement, en ce qui concerne l'onde de pompe et les deux premières composantes Stokes, la situation paraît assez semblable à celle que nous avons considéré pour le régime quasi-périodique (Fig. IV-12). Toutefois, contrairement à ce cas, il faut remarquer que le "fond" Stokes d'ordre trois prend maintenant une ampleur significative.

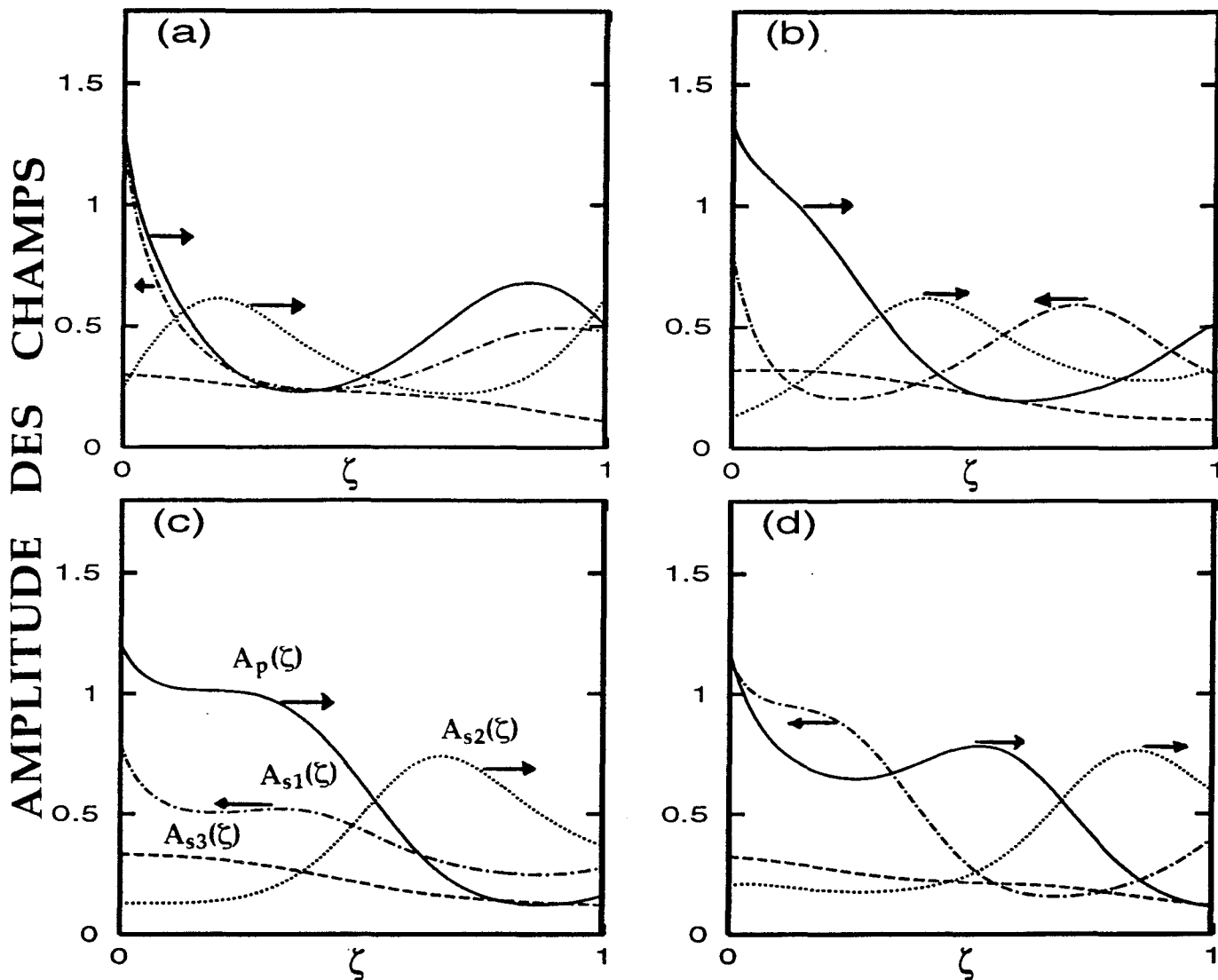


Fig. IV-15: Régime chaotique, oscillations de petite amplitude
 Scénario d'interaction entre les différentes ondes optiques:
 (a) $\tau=298.0$, (b) $\tau=298.2$, (c) $\tau=298.45$, (d) $\tau=298.62$.

La toute dernière configuration à envisager reste celle qui est atteinte lorsque le paramètre de pompe prend des valeurs élevées. Dans ce cas, les oscillations du système sont de faible amplitude et demeurent périodiques (Fig. IV-10). Dans la fibre ce ne sont plus des impulsions qui se propagent mais des vagues de faible amplitude qui viennent onduler la forme des divers champs en présence (Fig. IV-16). En outre, contrairement à toutes les situations antérieurement présentées, l'amplitude prise par le "fond" Stokes d'ordre trois devient réellement comparable à celle de toutes les autres ondes en présence dans la fibre.

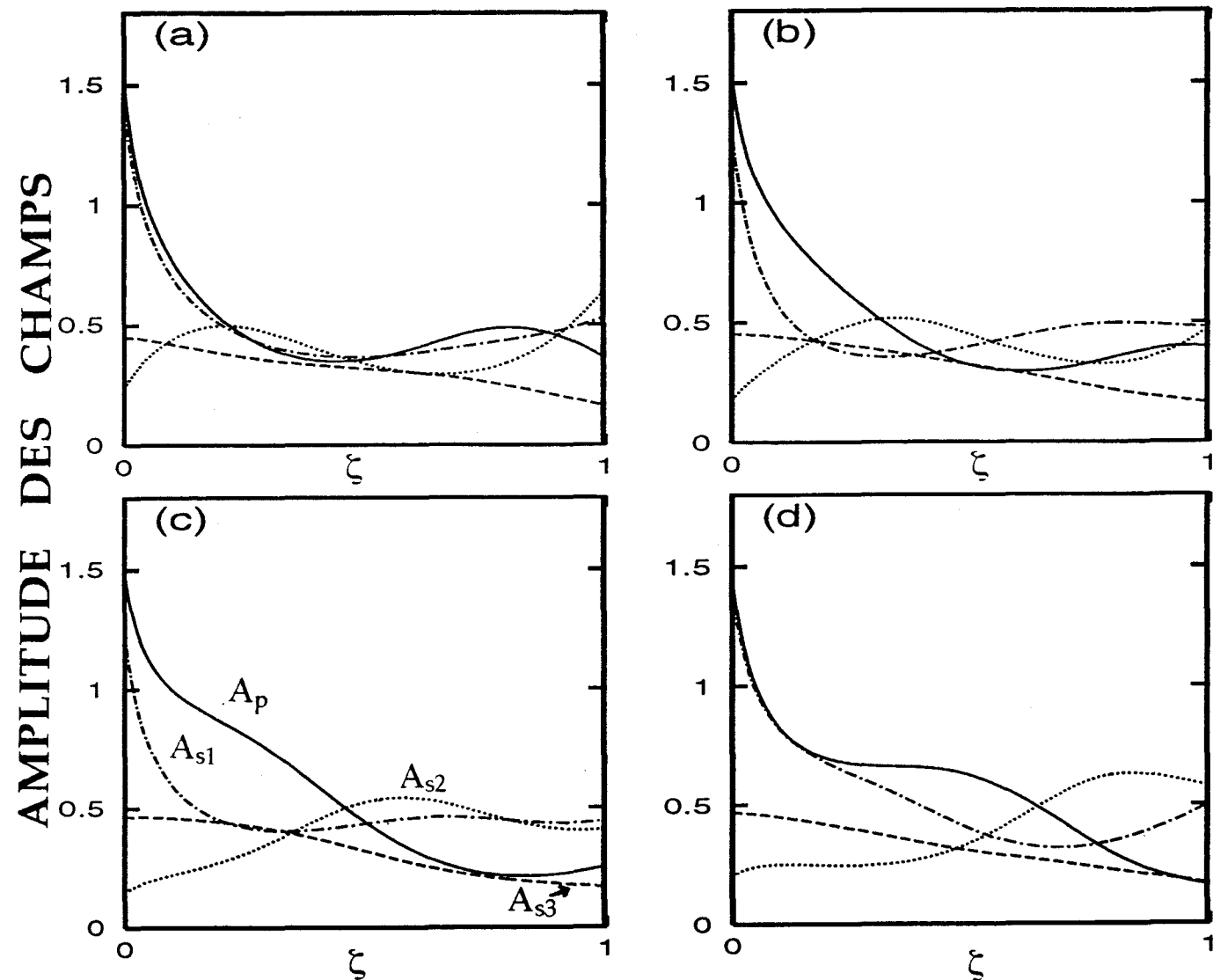


Fig. IV-16: Régime périodique, scénario d'interaction entre les différentes ondes optiques: (a) $\tau=0$, (b) $\tau=0.15$, (c) $\tau=0.353$, (d) $\tau=0.591$.

Le panorama des divers scénarios observables étant maintenant dressé, nous allons chercher à prendre du recul et tacher d'en arriver à une description globale de la dynamique du système. Lorsque l'on considère les régimes quasipériodiques (Fig. IV-7-a et Fig. IV-8-a), on constate que la majeure partie du temps, l'amplitude des oscillations est importante. En revanche, en ce qui concerne les régimes chaotiques, les oscillations de grande amplitude n'apparaissent plus que par brèves bouffées (Fig. IV-9). Finalement, lorsque le paramètre de pompe devient suffisamment élevé, les oscillations périodiques ne sont plus que de faible amplitude (Fig. IV-10). Si l'on se raccroche aux schémas d'interaction précédemment décrits, on en déduit que les situations dans lesquelles des impulsions se propagent dans la fibre tendent à disparaître lorsque le paramètre de pompe augmente. Autrement dit, les régimes pour lesquels la forme des impulsions est très

marquée tendent à céder la place à ceux pour lesquels des structures très étalées évoluent de manière "douce" tout le long de la fibre.

La tendance ainsi décrite est liée à l'importance croissante prise par la composante Stokes d'ordre trois lorsque le niveau de pompage augmente. En effet, nous avons vu que le fond Stokes d'ordre trois, négligeable en régime quasi-périodique, prend une ampleur significative en régime chaotique. Finalement, à haut niveau de pompage, son amplitude est comparable à celle de toutes les autres ondes optiques et dans ces conditions, aucune bouffée impulsionnelle n'est observable. L'intervention de la composante Stokes d'ordre trois peut être vue comme celle d'un mécanisme tendant à homogénéiser la répartition des champs et ainsi à étouffer l'apparition des régimes impulsionnels. Dès lors, de simples arguments de continuité permettent de comprendre la nature des comportements observés au niveau de la transition séparant la fenêtre chaotique de la fenêtre périodique. En effet, le fond Stokes d'ordre trois devenant de plus en plus important lorsque μ augmente, on conçoit bien les fluctuations de grande amplitude apparaîtront d'autant moins souvent qu'on se rapproche du voisinage de la bifurcation (cf. Fig. IV-11-b-c-d).

IV-4 SYNTHÈSE ET DISCUSSION

Après avoir présenté les résultats expérimentaux concernant le comportement du laser Brillouin émettant trois composantes Stokes (cf. IV-1), nous sommes rapidement passés à l'étude théorique et nous avons alors établi les équations du modèle à sept ondes (cf. IV-2). Puis, les simulations numériques ont révélé toute une série de comportements qui ont été étudiés sous deux aspects. Tout d'abord, nous avons considéré les différents régimes de fonctionnement du laser. Ensuite, pour chacun d'entre eux-ci, nous nous sommes intéressés aux divers scénarios d'interaction entre les ondes optiques.

Nous allons maintenant rapidement résumer la situation et comparer les résultats théoriques et expérimentaux. Ceci nous entrainera à effectuer une nouvelle expérience apportant des résultats venant valider de manière claire le modèle élaboré. Finalement, nous terminerons ce chapitre par une revue des perspectives apparaissant à la fin de l'étude que nous venons de réaliser.

IV-4-1 Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

Les expériences que nous avons effectuées sur le comportement du laser Brillouin émettant trois composantes Stokes montrent que le système étudié est instable. Les signaux observés sont faits d'oscillations rapides (de fréquence V_c égale à l'intervalle spectral libre de la cavité) dont l'amplitude est modulée régulièrement ou irrégulièrement par une enveloppe lentement variable. En raison de problèmes d'échantillonnage, le seul outil expérimental de caractérisation de ces signaux est l'analyse spectrale. Celle-ci révèle bien sûr toujours l'existence de la fréquence caractéristique V_c et de ses harmoniques. Cependant, suivant les conditions expérimentales, le pic correspondant peut soit être entouré de pics secondaires, soit être noyé dans un fond continu important.

L'étude numérique effectuée au paragraphe IV-3-1 rend compte de comportements qualitativement analogues aux comportements expérimentaux. Bien évidemment, des outils autres que l'analyse spectrale ont alors été utilisés et nous ont permis d'en arriver à une caractérisation nette de la nature des divers régimes. Ainsi, lorsque l'enveloppe lentement variable évolue de manière régulière, les instabilités sont de type quasi-périodique. Lorsque le paramètre de pompe augmente, la fréquence de la modulation apportée par l'enveloppe augmente elle aussi. Lors de l'expérience, nous avons également observé ce genre de variation sans toutefois l'imputer à une cause bien précise. Finalement, toujours comme dans l'expérience, il existe des situations dans lesquelles les signaux présentent un spectre caractérisé par une fréquence V_c noyée dans un fond continu important. L'étude numérique nous a permis de caractériser ces signaux et nous avons vu qu'ils étaient de nature chaotique.

Toutefois, expérimentalement, nous n'avons jamais constaté l'apparition de régimes périodiques pour lesquels les oscillations du système étaient de faible amplitude. Bien évidemment, la mise en évidence de telles situations apporterait un élément exerçant un poids déterminant en ce qui concerne la validation du modèle que nous avons élaboré.

Comme l'indiquent les diagrammes de bifurcations de la figure IV-6, ces régimes périodiques n'apparaissent qu'à très haut niveau de pompage. On peut donc penser que, lors des expériences, la puissance de pompe

disponible était simplement insuffisante pour que soient observées ces oscillations périodiques. Un moyen simple de parvenir à augmenter ce niveau de pompage consiste simplement à ôter le modulateur acousto-optique (cf. II-2-1, Fig. II-11) inséré entre l'isolateur optique et le laser Brillouin. Dès lors, la puissance maximum disponible passe de 1.5 W à plus de 2 W. Dans ces conditions, la puissance injectée dans la fibre est environ de 200 mW et on peut ainsi raisonnablement espérer observer l'apparition des régimes d'oscillations périodiques.

Le protocole retenu pour ce faire est analogue à celui qui a été développé au paragraphe II-2-2-b. La puissance de pompe étant désormais fixée, la fréquence du laser Saphir-Titane est balayée sur un intervalle dont la largeur est égale à l'intervalle spectral libre de la cavité. Comme nous avons déjà eu l'occasion de l'expliquer, ce balayage de la fréquence du laser induit des modifications de la puissance de pompe qui induisent elles mêmes des modifications de la puissance véhiculée par la première composante Stokes. Le niveau de pompage étant maintenant élevé, cette première composante Stokes peut à son tour générer l'apparition d'une seconde composante Stokes. Ce phénomène est illustré sur les figures IV-17-a et IV-17-b qui montrent respectivement l'évolution de la puissance détectée par les photodiodes D_1 et D_2^* lors du balayage de la fréquence du laser de pompe. A l'exception de la présence du saut de mode et de la disparition du seuil caractérisant l'apparition de l'onde Stokes d'ordre un, cette évolution n'est pas qualitativement différente de celle qui a été obtenue lors du balayage de la puissance de pompe (Fig. III-1). En particulier, on observe à nouveau une "croissance explosive" de l'amplitude des instabilités lorsque la puissance véhiculée par l'onde Stokes d'ordre deux devient suffisamment importante.

* D_1 enregistre l'évolution de la puissance de l'onde de pompe et de l'onde Stokes d'ordre deux
 D_2 enregistre l'évolution de la puissance des ondes Stokes d'ordre un et trois

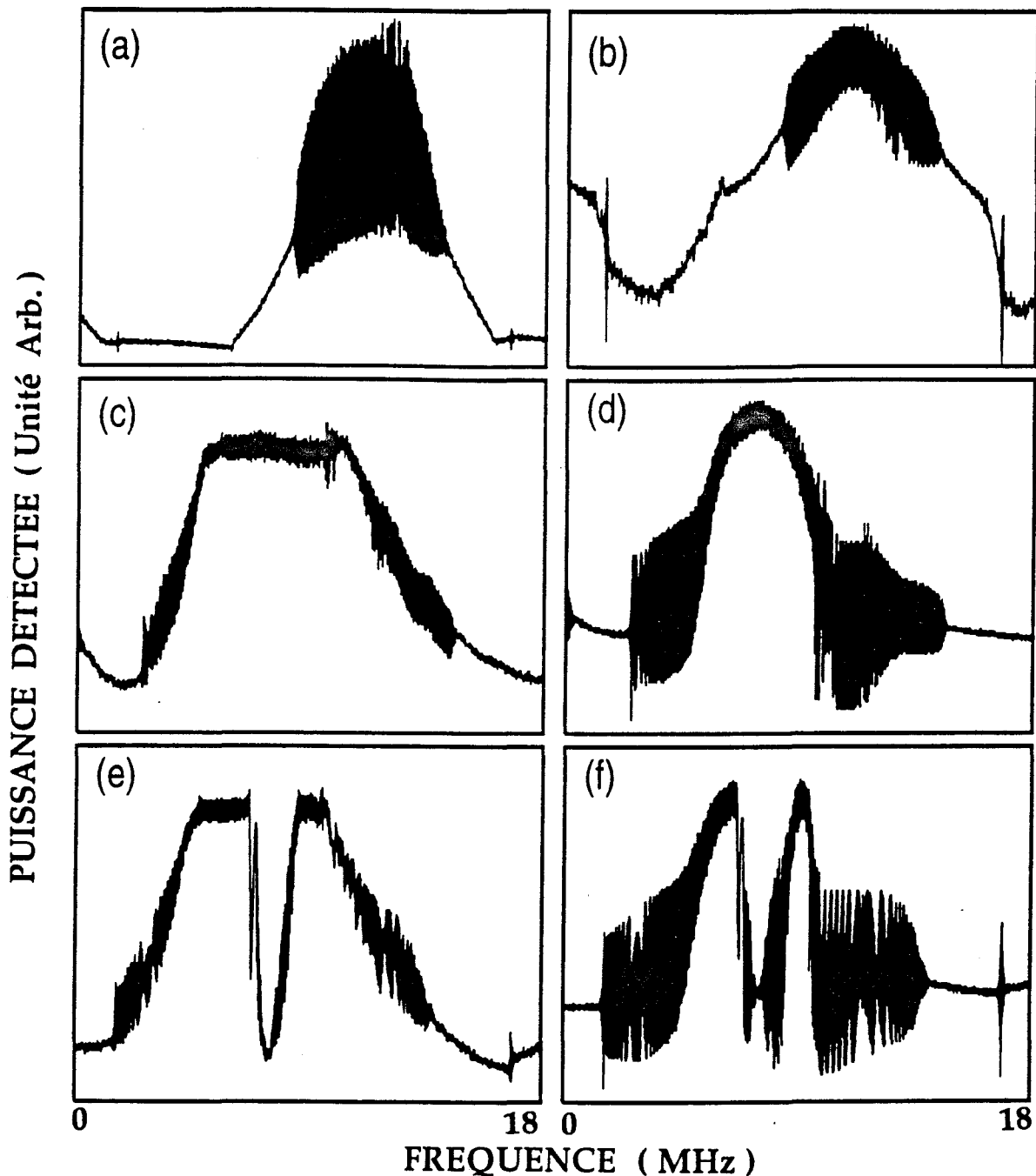


Fig. IV-17: Réponse du laser soumis à un balayage lent de la fréquence du laser de pompe, la puissance incidente étant maintenue à un niveau constant élevé (≈ 2 W)

(a), (b): Signaux respectivement enregistrés par les photodiodes D_1 et D_2 lorsque les réglages de réinjection du faisceau sortant de la fibre ne sont pas optimisés. Seules oscillent alors deux composantes Stokes.

(c), (d): Signaux simultanément enregistrés par les photodiodes D_1 et D_2 après amélioration de ces réglages: apparition de la composante Stokes d'ordre trois.

(e), (f): Signaux respectivement enregistrés par les photodiodes D_1 et D_2 lorsque les réglages de réinjection sont à leur optimum. On observe une chute simultanée du niveau détecté traduisant le changement de comportement du système et l'apparition des régimes périodiques.

Le protocole demeurant inchangé, la seconde étape consiste à réajuster les réglages au niveau de la réinjection du faisceau sortant de la fibre. On parvient ainsi à légèrement augmenter la puissance recouplée au niveau de l'extrémité d'entrée et comme l'indiquent les figures IV-17-c et IV-17-d, la composante Stokes d'ordre trois manifeste alors son apparition. L'évolution obtenue n'est pas qualitativement différente de celle qui a été observée lors de l'expérience de balayage de la puissance de pompe (Fig. III-13). En particulier, le signal détecté par la photodiode D_1 sature à un niveau constant tandis le détecteur D_2 enregistre une augmentation de puissance. Le niveau de pompage étant important, les seuils d'apparition des composantes Stokes d'ordre un et deux sont maintenant occultés mais on constate bien que lorsqu'il émet trois composantes Stokes, le laser Brillouin est toujours instable.

Finalement, on modifie une dernière fois les réglages de façon à encore augmenter la puissance réinjectée à l'extrémité d'entrée de la fibre. Comme le montrent les figures IV-17-e et IV-17-f, le niveau détecté par les photodiodes D_1 et D_2 chute de manière simultanée lorsque la composante Stokes d'ordre trois devient suffisamment intense. Etant donné l'importance du niveau de pompage auquel on travaille, on pourrait penser que ce changement de comportement est lié à l'émergence d'une quatrième composante Stokes. Si toutefois c'était le cas, la photodiode D_1 enregistrerait non pas une chute mais une augmentation de puissance. Le phénomène observé est simplement lié au changement de comportement du laser Brillouin. Les instabilités du système ne sont plus de nature chaotique mais deviennent simplement périodiques. En d'autres termes, les régimes impulsionsnels cèdent la place à ceux pour lesquels des structures très étalées se propagent dans la fibre. Comme le laissent déjà présumer les diagrammes de bifurcations des figures IV-6-b et IV-6-c, ceci s'accompagne d'une chute de la valeur moyenne du signal enregistré. Pour en être complètement convaincu, il suffit simplement d'effectuer numériquement une expérience de balayage lent du paramètre de pompe μ . Pour que le résultat numérique soit comparable à celui qui nous est fourni par l'expérience, on représente bien sûr l'évolution du carré des champs en fonction du carré du paramètre de pompe. Comme le montrent les figures IV-18-a et IV-18-b, le passage de l'attracteur chaotique au cycle limite se traduit bien par une diminution globale de la puissance moyenne détectée au niveau des extrémités de la fibre.

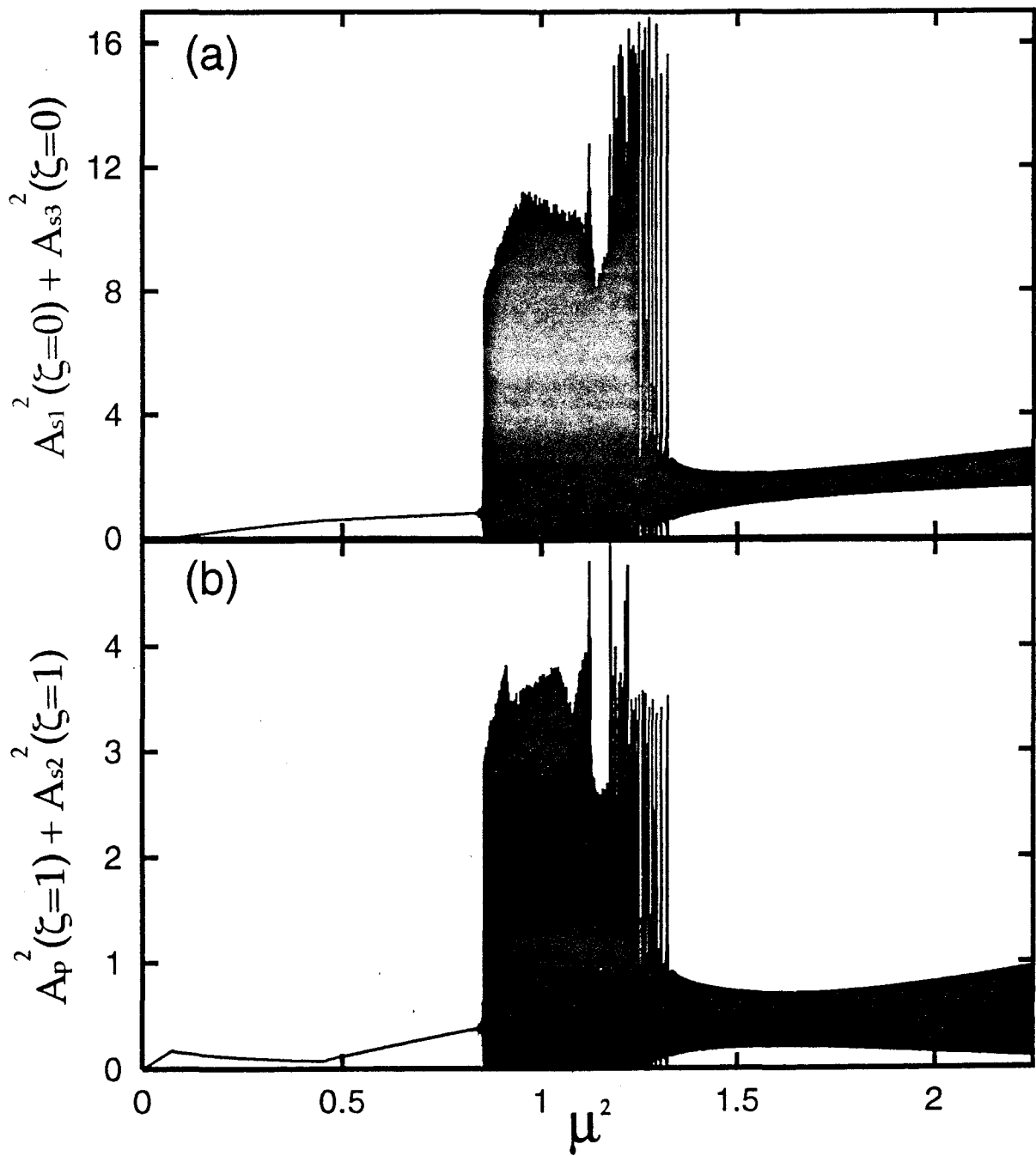


Fig. IV-18: Réponse du laser soumis à un balayage lent du paramètre de pompe

IV-4-1 Discussion

Les résultats que nous avons obtenus sur le comportement du laser Brillouin émettant trois composantes Stokes sont très prometteurs. Cependant, tant sur le plan de l'expérience que celui de la théorie, certains points restent à clarifier et des études sont encore actuellement menées à cette fin.

D'un point de vue expérimental, les recherches s'orientent vers la mise au point d'un protocole permettant une observation plus précise des régimes d'oscillations périodiques. En particulier, on essaie avant tout de mesurer la fréquence de ces instabilités de façon à vérifier si elle est bien légèrement supérieure à l'intervalle spectral libre de la cavité. Par ailleurs, on cherche toujours à améliorer la rapidité de la chaîne de détection afin d'obtenir une meilleure caractérisation des autres régimes.

Sur le plan de la théorie, nous avons déjà eu l'occasion de préciser que des calculs étaient encore en cours pour déterminer les solutions stationnaires du modèle à sept ondes (Eqs. IV-8 et IV-9). Si ceci pouvait être réalisé, on aboutirait à une nouvelle condition de seuil -valable même en limite de mauvaise cavité- pour l'onde Stokes d'ordre quatre (cf. IV-2-2). Enfin, les simulations numériques sont poursuivies en vue de parvenir à une caractérisation plus précise du chaos et de la nature des bifurcations (cf. IV-3-1).

CONCLUSION

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur une étude expérimentale et théorique de la dynamique d'un laser Brillouin.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la dynamique de ce système lorsque la puissance de pompe est suffisamment faible pour que soit générée une unique composante Stokes. Le comportement alors observé contraste avec celui qui est habituellement rencontré dans les lasers Brillouin. En effet, quelque soit le niveau de pompage, le laser étudié ne présente aucune fenêtre de fonctionnement instable. Des expériences de balayage de la fréquence du laser de pompe nous ont permis de montrer que ce laser Brillouin émettait un rayonnement de type monomode longitudinal. A partir de là, une analyse modale nous a conduit à une compréhension plus complète du mode général de fonctionnement des lasers Brillouin. En particulier, nous avons montré, grâce à un diagramme de stabilité, que la longueur de la fibre utilisée exerçait une influence déterminante sur le comportement de ce système.

A plus haut niveau de pompage, la composante Stokes d'ordre un peut devenir suffisamment intense pour qu'apparaisse une composante Stokes d'ordre deux qui peut à son tour engendrer l'apparition d'une composante Stokes d'ordre trois. Le comportement dynamique du laser Brillouin a été étudié au cours de ces deux phases de la cascade Stokes.

Lorsque seules sont émises deux composantes Stokes et lorsque la puissance de pompe est assez élevée, l'expérience a montré que le laser Brillouin était instable et les régimes alors observés étaient de type périodique et quasi-périodique. La prise en compte de l'existence de la seconde composante Stokes a nécessité une extension du modèle à trois ondes couramment utilisé. Nous avons ainsi abouti aux équations d'un modèle à cinq ondes et nous avons déterminé analytiquement les solutions caractérisant l'état stationnaire du laser. Après le calcul de l'expression analytique du seuil d'oscillation de la seconde composante Stokes, c'est une étude numérique de la dynamique du laser qui a été abordée. Le comportement observé lors de l'expérience de balayage de la puissance de pompe a ainsi pu être interprété et nous avons vu que la "croissance explosive" de l'amplitude des instabilités était imputable à la coexistence de deux attracteurs sur un domaine étroit de valeurs du paramètre de pompe. Finalement, pour les régimes périodiques et quasi-périodiques, nous nous sommes intéressés à l'évolution spatiale de l'amplitude des champs en présence et nous avons ainsi dégagé un scénario décrivant l'interaction des diverses ondes se propageant dans la fibre.

Dans le dernier chapitre de ce mémoire, nous avons étudié le comportement du laser Brillouin lorsque le niveau de pompage est tel que

celui-ci émet trois composantes Stokes. Les expériences ont révélé l'apparition de nouveaux comportements et l'existence d'une dynamique plus riche que celle qui avait été observée lorsque seules oscillaient deux composantes Stokes. Sur le plan théorique, un modèle généralisant à nouveau la description de la diffusion Brillouin stimulée a été établi. Le seuil d'apparition de la composante Stokes d'ordre trois a été calculé et des simulations numériques nous ont permis d'étudier la dynamique du système. Lorsque le paramètre de pompe augmente, nous avons vu que les régimes quasi-périodiques laissent place à des régimes chaotiques qui eux mêmes disparaissent à très haut niveau de pompage où se manifestent de simples oscillations périodiques. Ce comportement a été interprété grâce à la considération des divers scénarios d'interaction entre les ondes optiques. Nous avons en effet constaté que les régimes impulsionsnels se faisaient d'autant plus rares que le "fond" Stokes d'ordre trois prenait de l'importance. Finalement, une dernière expérience a été menée et a conduit à une première mise en évidence des régimes périodiques prédits par le modèle.

Nous avons déjà eu l'occasion d'évoquer les perspectives se dégageant à l'issue de l'étude que nous avons menée sur le comportement du laser Brillouin émettant une unique composante Stokes (cf. II-2-4). Rappelons simplement qu'une question importante avait été soulevée: il s'agissait de déterminer l'influence exacte des termes de désaccord en fréquence sur le comportement du système. L'étude expérimentale et théorique de ce problème fait actuellement l'objet d'une partie du travail de thèse de Vincent Lecoecue et certains résultats sont actuellement soumis à publication [Lecoecue *et al*, 1995]. Sur un plan moins fondamental, les lasers Brillouin font l'objet d'un regain d'intérêt. Les recherches actuellement menées par notre équipe s'orientent vers la réalisation et la caractérisation de lasers Brillouin "tout fibre". Ceux ci sont réalisés dans des cavités Pérot-Fabry fermées par des éléments réflecteurs très sélectifs en fréquence [Douay *et al*, 1992] (miroirs de Bragg photoinscrits au Laboratoire de Dynamique Moléculaire et Photonique de l'université de Lille). On espère ainsi réaliser des sources émettant un rayonnement d'une pureté spectrale très supérieure à celle du laser de pompe. En outre, comme la sélectivité et la réflectivité de ces miroirs de Bragg peut être modifiée, il est également possible de réaliser des lasers Brillouin émettant plus d'une composante Stokes. Ceci pourrait permettre d'observer de manière relativement aisée de nouveaux scénarios d'enchaînement de la cascade Stokes.

Sur le plan théorique, nous avons négligé toute influence de l'effet Kerr. Sa prise en compte dans chacun des deux modèles élaborés (modèles à 5 et à 7

ondes) aurait pour effet de modifier les couplages entre les diverses ondes optiques. Ainsi par exemple, dans le modèle à cinq ondes, l'onde de pompe ne serait plus uniquement couplée à l'onde Stokes d'ordre un et à une onde acoustique. Elle serait également liée à l'onde Stokes d'ordre deux par le biais d'un terme d'importance perturbative. On peut s'attendre à ce que l'effet Kerr vienne affecter l'évolution des impulsions se propageant dans la fibre et en particulier qu'il en limite la compression [Botineau *et al*, 1989-b]. Toutefois, sa prise en compte augmente de manière considérable les temps de calculs numériques et son influence n'a pour l'instant pas encore été étudiée de manière détaillée. Quoiqu'il en soit, l'effet Kerr étant négligé, chacun des deux modèles reproduit de manière qualitativement correcte les comportements observés expérimentalement. Ce résultat apporte en lui même un élément supplémentaire dans la discussion actuelle portant sur l'importance de l'effet Kerr sur la dynamique de la diffusion Brillouin stimulée.

ANNEXES

ANNEXE I

PRESENTATION DU LASER SAPHIR-TITANE

Le laser Saphir-Titane est un laser continûment accordable sur une plage de longueurs d'onde s'étendant du rouge ($\lambda \approx 680 \text{ nm}$) au proche infra-rouge ($\lambda \approx 1.1 \mu\text{m}$). Il émet un rayonnement de largeur spectrale très étroite ($< 500 \text{ kHz}$) et de puissance élevée ($\approx 1 \text{ à } 2 \text{ Watt}$). Dans la version disponible au laboratoire (Coherent 899-29), il est associé à un lambdamètre externe (système Autoscan) permettant de mesurer la fréquence du rayonnement émis avec une précision absolue de 200 MHz et une reproductibilité de 50 MHz . Par ailleurs, ce système permet d'effectuer électroniquement des balayages de fréquence avec acquisition de données sur des intervalles larges de plusieurs centaines de GHz. Nous ne le décrivons toutefois pas plus en détail et nous nous limiterons à la seule présentation des principes de fonctionnement du laser Saphir-Titane.

(i) La cavité

Le schéma de principe de la cavité est présenté sur la figure A1-1. C'est une cavité en anneau comportant deux miroirs sphériques (M_1 et M_5) et deux miroirs plans (M_3 et M_4). Le faisceau de pompe, d'une puissance de 15 W , provient d'un laser à argon ionisé (Coherent Innova 400-20). Il est injecté dans la cavité au travers du miroir M_1 et ne traverse qu'une fois la cristal (Al_2O_3) contenant l'élément actif (Ti^{3+}). Ce cristal est taillé de telle sorte que le faisceau circulant dans la cavité tombe sous incidence de Brewster sur ses faces d'entrée et de sortie.

Dans un laser en anneau, deux ondes progressives indépendantes se propagent normalement en sens inverse, ce qui conduit à l'apparition d'une onde stationnaire. L'intensité du champ électrique étant nulle au niveau des noeuds de cette onde stationnaire, le milieu amplificateur n'est pas utilisé à son optimum. Pour remédier à ce problème, on insère une diode optique à l'intérieur de la cavité. Celle-ci est composée d'une lame optiquement active qui provoque une rotation de la polarisation du rayonnement de plus ou moins 2° , ceci dépendant du sens de propagation de la lumière. Cette lame est associée à un rotateur de Faraday qui impose, quant à lui, un sens de rotation de la polarisation (2°) indépendant du sens de propagation. Ainsi, pour un sens de propagation donné, l'état de polarisation du faisceau demeure inchangé après traversée de la diode optique. En revanche, pour l'autre sens, la rotation de la

polarisation d'un angle de 4° induit des pertes au niveau des diverses incidences de Brewster. Celles-ci sont suffisamment importantes pour défavoriser une onde progressive et imposer un unique sens de rotation à la lumière.

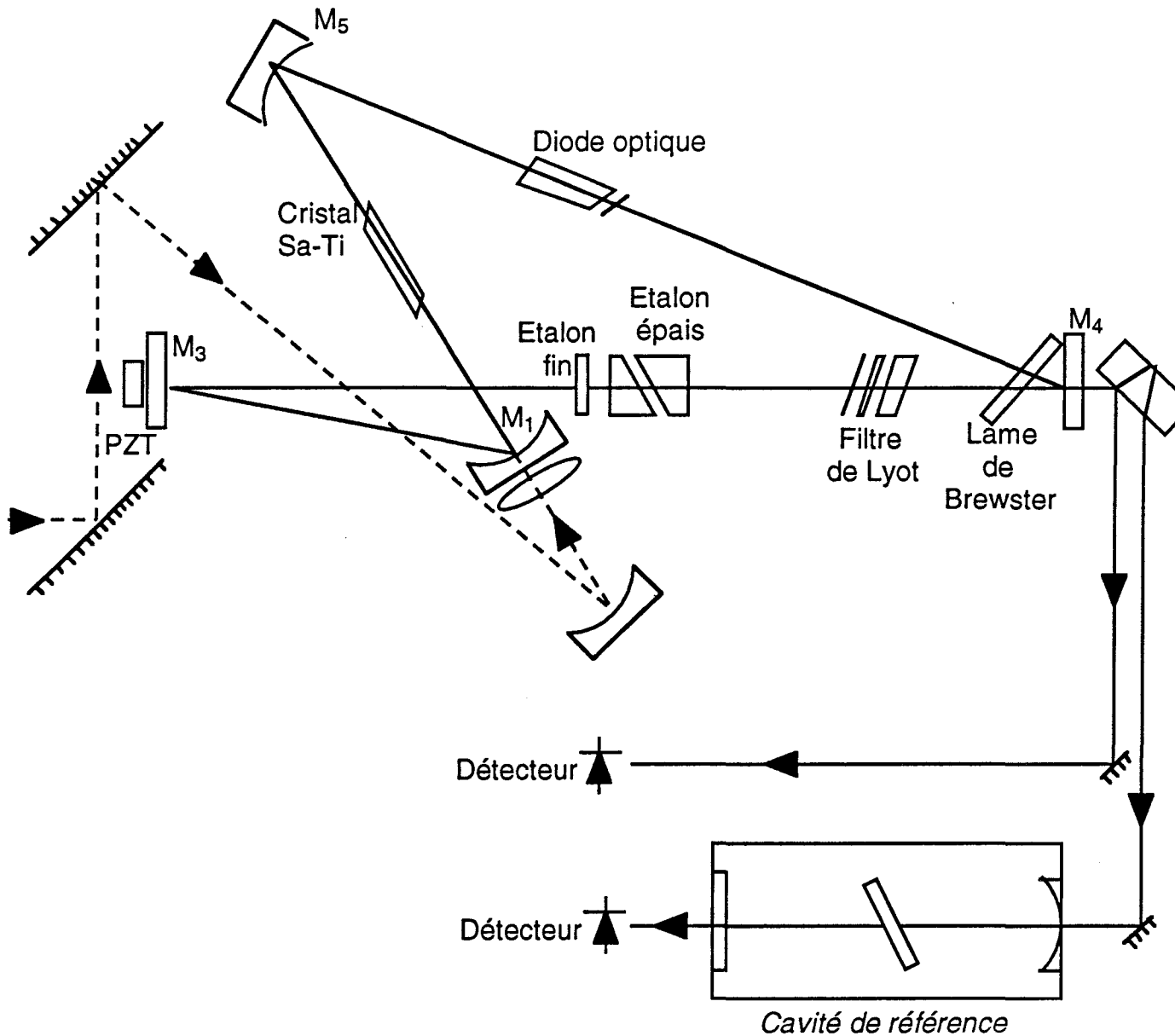


Fig. A1-1: Le laser Saphir-titane: schéma de principe

(ii) Éléments sélectifs en fréquence

L'obtention d'un fonctionnement de type monomode longitudinal s'effectue par l'insertion dans la cavité de trois éléments de sélectivité croissante:

- un filtre de Lyot
- un étalon Pérot-Fabry dit "fin"
- un étalon Pérot-Fabry dit "épais"

Le filtre de Lyot est composé de trois lames biréfringentes montées sur un même support tournant. Suivant la longueur d'onde, ce dispositif modifie différemment l'état de polarisation de rayonnement qui le traverse. Ainsi, pour certaines bandes de longueurs d'onde régulièrement espacées, la polarisation demeure rectiligne tandis que sur les autres plages, elle devient elliptique ce qui entraîne des pertes au niveau des diverses incidences de Brewster. Muni de ce seul élément sélectif, le laser émet un rayonnement dont la largeur spectrale varie de 2 à 15 GHz selon la longueur d'onde choisie. Dans ces conditions, une modification de la fréquence d'émission peut être obtenue par une simple rotation du filtre.

L'étalon fin est constitué d'une simple lame de verre montée sur un galvanomètre. L'épaisseur de cette lame est de 0.5 mm (intervalle spectral libre 225 GHz). Elle est associée à un Pérot-Fabry épais constitué lui d'une épaisseur d'air de 10 mm (intervalle spectral libre 1.5 GHz). L'utilisation de ces deux filtres assure un fonctionnement monomode longitudinal du laser. Néanmoins, la largeur spectrale de l'émission est encore de 10 MHz et ne peut être réduite que par un asservissement sur une cavité externe.

(iii) Asservissements et balayage de la fréquence du laser

A la sortie de la cavité, une faible part de la puissance lumineuse est prélevée au moyen d'une lame séparatrice. Le faisceau est alors divisé en deux bras, l'un d'entre ceux-ci traversant une cavité de référence (cf. Fig. A1-1). Cette dernière est thermalisée et possède un intervalle spectral libre de 10 GHz et une finesse voisine de 10. La fréquence du laser est asservie par un système de contrôle électronique sur le flanc d'un des modes de cette cavité de référence. Plus précisément, si la fréquence du laser dérive, on détecte une variation du signal sortant de la cavité de référence. Dès lors, un signal d'erreur est appliqué à deux éléments compensant les variations de longueur de la cavité du laser Saphir-Titane. Toutes les fluctuations rapides (jusqu'à 10 kHz) sont corrigées par le miroir M_3 qui est monté sur un dispositif de translation piézo-électrique. Les variations lentes (< 100 Hz) sont compensées par de faibles rotations d'une lame de Brewster

montée sur un galvanomètre et placée près du miroir M_4 . Cet asservissement étant mis en place, la largeur spectrale du laser est inférieure à 500 kHz.

La fréquence du laser peut être balayée sur un intervalle dont la largeur est ajustable de 10 MHz à 30 GHz. Pour cela, il suffit de modifier la longueur optique de la cavité en faisant tourner la lame de Brewster. Bien évidemment, tout le système d'asservissement doit suivre cette modification et une lame de verre est donc placée à l'intérieur de la cavité de référence de façon à ce que la longueur optique de celle-ci varie également durant le balayage. En outre, de façon à éviter tout saut de mode, l'épaisseur optique de l'étalon épais est également modifiée durant cette opération. La vitesse de balayage de la fréquence ne peut excéder la centaine de Hertz. Cette limitation est bien évidemment liée à l'inertie de l'ensemble constitué du galvanomètre et de la lame de Brewster.

ANNEXE II

**CALCUL DES SOLUTIONS STATIONNAIRES
DU MODELE A CINQ ONDES**

Sont ici détaillés les calculs conduisant à la résolution du système d'équations (III-10) qui, rappelons le, s'écrit:

$$\frac{dI_p}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} \quad (\text{A2-1-a})$$

$$\frac{dI_{s1}}{d\zeta} = -G I_p I_{s1} + G I_{s1} I_{s2} \quad (\text{A2-1-b})$$

$$\frac{dI_{s2}}{d\zeta} = G I_{s1} I_{s2} \quad (\text{A2-1-c})$$

Avant tout, commençons par exprimer les constantes Γ et θ (Eqs. III-11) en fonction de μ et de $I_{s2}(0)$. Pour calculer $\Gamma = I_p(0) I_{s2}(0)$, on utilise simplement la relation (III-12-a) qui conduit immédiatement à :

$$\Gamma = \frac{I_{s2}(0) \mu^2}{(1 - R^2)^2} \quad (\text{A2-2})$$

Pour calculer θ , on utilise le fait que $I_p(0) - I_{s1}(0) + I_{s2}(0) = I_p(1) - I_{s1}(1) + I_{s2}(1)$. Grâce aux relations (III-9-b-c) et (III-12), on peut alors exprimer $I_{s1}(0)$ en fonction de μ , R et $I_{s2}(0)$:

$$I_{s1}(0) = \frac{\mu^2}{(1 - R^2)^2} - \frac{I_{s2}(0)}{R^2} \quad (\text{A2-3})$$

et, compte tenu du fait que $\theta = I_p(0) - I_{s1}(0) + I_{s2}(0)$, on arrive à:

$$\theta = \frac{1 + R^2}{R^2} I_{s2}(0) \quad (\text{A2-4})$$

Les constantes θ et Γ étant maintenant connues, passons à la résolution proprement dite des équations (A2-1). Tout d'abord, on utilise les relations (III-11) pour exprimer $I_{s1}(\zeta)$ sous la forme:

$$I_{s1}(\zeta) = \frac{\Gamma}{I_{s2}(\zeta)} + I_{s2}(\zeta) - \theta \quad (\text{A2-5})$$

Ceci étant fait, le problème se simplifie et se ramène à la résolution de la seule équation:

$$\frac{dI_{s2}}{d\zeta} = G (I_{s2}^2 - \theta I_{s2} + \Gamma). \quad (\text{A2-6})$$

En d'autres termes, on doit calculer l'intégrale $\int \frac{dI_{s2}}{I_{s2}^2 - \theta I_{s2} + \Gamma}$ et trois solutions sont en fait possibles suivant le signe de $D = \Gamma - \frac{\theta^2}{4}$. En effet, on a [Gröbner *et al*, 1949]:

$$\int \frac{dx}{ax^2 + 2bx + c} = \frac{1}{2\sqrt{b^2 - ac}} \ln C_1 \frac{ax + b - \sqrt{b^2 - ac}}{ax + b + \sqrt{b^2 - ac}} \quad \text{si } b^2 - ac > 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{ac - b^2}} \arctan \left(\frac{ax + b}{\sqrt{ac - b^2}} \right) + C_2 \quad \text{si } b^2 - ac < 0$$

$$\frac{-1}{ax + b} + C_3 \quad \text{si } b^2 - ac = 0.$$

Si la valeur de D est positive, la solution stationnaire recherchée est du type "arctangente" et si au contraire elle est négative, la solution de l'intégrale est une fonction logarithmique. Plutôt que de nous intéresser directement au signe de D , nous allons introduire l'expression $D' = 2\sqrt{\Gamma} - \theta$ et la calculer grâce aux relations (A2-2) et (A2-4):

$$D' = A_{s2}(0) \left(\frac{2\mu}{1 - R^2} - \frac{1 + R^2}{R^2} A_{s2}(0) \right) \quad (\text{A2-7})$$

Tout dépend donc du signe du terme entre parenthèses mais on conçoit aisément qu'au voisinage du seuil, on a toujours:

$$\frac{2 \mu R^2}{(1 - R^2)^2} > A_{s2}(0) . \quad (\text{A2-8})$$

Autrement dit, lorsque la valeur de $A_{s2}(0)$ n'est pas trop élevée, D est positif. Dans ces conditions, la solution de l'intégrale à calculer est celle en arctangente et on a donc:

$$G \zeta + K = \frac{1}{\sqrt{D}} \arctan \left(\frac{I_{s2}(\zeta) - \frac{\theta}{2}}{\sqrt{D}} \right) \quad (\text{A2-9})$$

où K est simplement une constante d'intégration. En imposant $\zeta=1$ dans l'équation (A2-9) et en utilisant la condition de bouclage $I_{s2}(0) = R^2 I_{s2}(1)$, on trouve facilement l'expression de K et finalement la fonction $I_{s2}(\zeta)$ recherchée:

$$I_{s2}(\zeta) = A_{s2}^2(\zeta) = \frac{\theta}{2} + \sqrt{D} \tan \left(G \sqrt{D} (\zeta-1) + \arctan \left(\frac{\frac{I_{s2}(0)}{R^2} - \frac{\theta}{2}}{\sqrt{D}} \right) \right). \quad (\text{A2-10})$$

A cette étape du raisonnement, cette dernière solution apparaît comme étant uniquement valable au voisinage du seuil, c'est à dire tant que la condition (A2-8) est vérifiée. On peut maintenant se demander si $A_{s2}(0)$ ne peut pas devenir supérieur à $\frac{2 \mu R^2}{(1 - R^2)^2}$ pour des valeurs de μ suffisamment importantes. En d'autres termes, l'inégalité:

$$\frac{2 \mu R^2}{(1 - R^2)^2} > \sqrt{\frac{\theta}{2} + \sqrt{D} \tan \left(-G \sqrt{D} + \arctan \left(\frac{\frac{I_{s2}(0)}{R^2} - \frac{\theta}{2}}{\sqrt{D}} \right) \right)} = A_{s2}(0)$$

est elle toujours vérifiée? D et θ dépendant tous deux de μ , le problème rencontré est très compliqué et, pour différentes valeurs des paramètres R et G , nous nous contenterons de montrer numériquement que D demeure positif* quelque soit la valeur de μ . Comme le montre la figure A1, que la

* On aurait tout aussi bien pu tracer l'évolution de la quantité $X = \frac{2\mu R^2}{(1 - R^2)^2} - A_{s2}(0)$ en fonction de μ

cavité soit de bonne ou de médiocre finesse , la solution (A2-10) est toujours correcte.

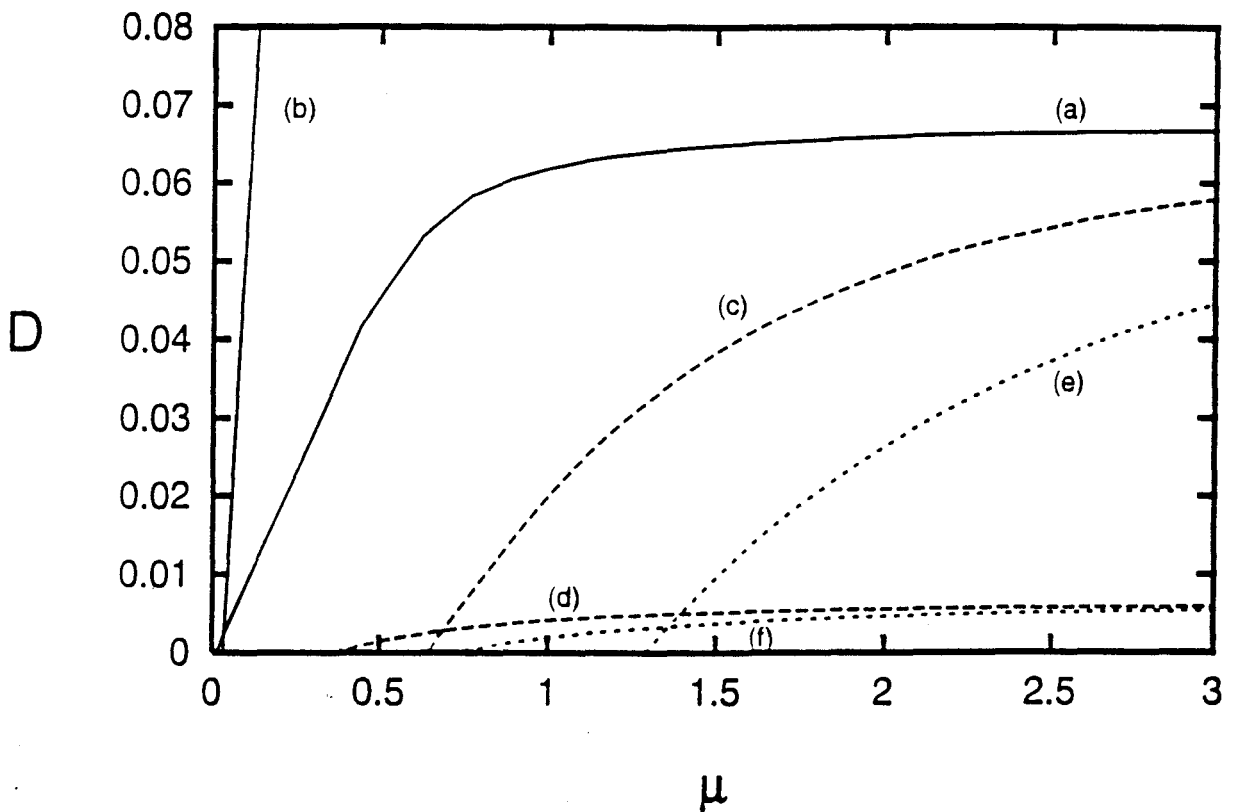
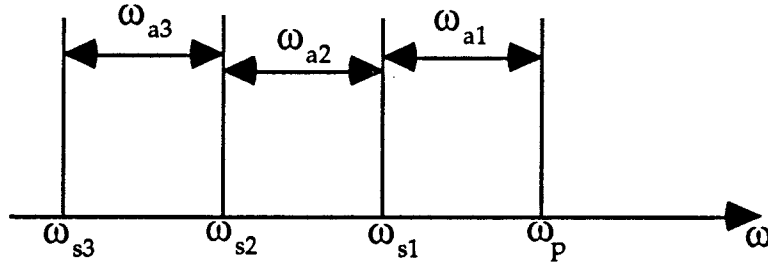


Fig. A1: Evolution de D en fonction de μ pour différentes valeurs de R et G

- cavité de bonne finesse $R^2=0.9$ (a) $g=6.04$, (b) $g=1.0$
- cavité de finesse médiocre $R^2=0.13$ (c) $g=6.04$, (d) $g=20.0$
- cavité de mauvaise finesse $R^2=0.04$ (e) $g=6.04$, (f) $g=20.0$

ANNEXE III

**CALCUL DES ECARTS EN FREQUENCE
ENTRE LES DIVERSES ONDES ACOUSTIQUES**



La fréquence ω_{s1} de l'onde Stokes d'ordre un étant légèrement inférieure à la fréquence ω_p de l'onde de pompe, les fréquences ω_{a1} et ω_{a2} des ondes acoustiques créées lors des diffusions Stokes d'ordres un et deux sont légèrement différentes l'une de l'autre. Il en est bien évidemment de même pour la fréquence ω_{a3} de l'onde acoustique générée lors de la DBS d'ordre trois: celle-ci est légèrement inférieure à ω_{a2} . C'est la différence entre toutes les fréquences acoustiques que nous allons maintenant déterminer. Pour cela, commençons par rappeler les conditions de résonance et les relations d'adaptation des vitesses de phase caractérisant chacun des processus de diffusion:

$$\omega_p = \omega_{s1} + \omega_{a1} \quad (\text{A3-1-a})$$

$$\omega_{s1} = \omega_{s2} + \omega_{a2} \quad (\text{A3-1-b})$$

$$\omega_{s2} = \omega_{s3} + \omega_{a3} \quad (\text{A3-1-c})$$

$$k_{a1} = k_p + k_{s1} \quad (\text{A3-2-a})$$

$$k_{a2} = k_{s1} + k_{s2} \quad (\text{A3-2-b})$$

$$k_{a3} = k_{s2} + k_{s3} \quad (\text{A3-2-c})$$

Les k_j ($j=a1,a2,a3,p,s1,s2,s3$) désignent les normes de chacun des vecteurs de propagation. En outre, les ondes optiques et acoustiques vérifient les relations de dispersion:



$$k_j = \frac{\omega_j}{c_s} \quad (j=a1,a2,a3) \quad (\text{A3-3-a})$$

$$k_j = \frac{\omega_j}{v} \quad (j=p,s1,s2,s3) \quad (\text{A3-3-b})$$

où $v = \frac{c}{n}$. En utilisant les relations (A3-2-a), (A3-1-a) et (A3-3), on montre d'abord que:

$$\frac{\omega_{a1}}{2 \omega_p} = \frac{c_s}{v} \frac{1}{1 + \frac{c_s}{v}}$$

Comme $\frac{c_s}{v} \approx 2.10^{-5}$, un simple développement limité conduit à:

$$\frac{\omega_{a1}}{2 \omega_p} = \frac{c_s}{v} \left(1 - \frac{c_s}{v} \right) \quad (\text{A3-4})$$

Ensuite, toujours grâce aux relations (A3-2-a) et (A3-1-a), on peut écrire k_{a1} sous la forme :

$$k_{a1} = 2 k_p \left(1 - \frac{\omega_{a1}}{2 \omega_p} \right) \quad (\text{A3-5})$$

ce qui donne, au premier ordre en $\frac{c_s}{v}$:

$$\boxed{k_{a1} = 2 k_p \left(1 - \frac{c_s}{v} \right)} \quad (\text{A3-6})$$

Par ailleurs, en utilisant les relations (A3-1-a-b), (A3-2-a-b) et (A3-4), il est possible de montrer que:

$$\frac{\omega_{a2}}{2 \omega_p} = \frac{c_s}{v} \left(1 - \frac{2 c_s}{v} \right) \quad (\text{A3-7})$$

Comme k_{a2} peut se mettre sous la forme:

$$k_{a2} = 2 k_p \left(1 - \frac{\omega_{a1}}{\omega_p} - \frac{\omega_{a2}}{2 \omega_p} \right) \quad (\text{A3-8})$$

on obtient, au premier ordre en $\frac{c_s}{v}$:

$$\boxed{k_{a2} = 2 k_p \left(1 - \frac{3 c_s}{v} \right)} \quad (\text{A3-9})$$

Enfin, toujours en suivant la même démarche, on montre que:

$$k_{a3} = 2 k_p \left(1 - \frac{\omega_{a1}}{\omega_p} - \frac{\omega_{a2}}{\omega_p} - \frac{\omega_{a3}}{2 \omega_p} \right) \quad (\text{A3-10})$$

ce qui conduit à:

$$\boxed{k_{a3} = 2 k_p \left(1 - \frac{5 c_s}{v} \right)} \quad (\text{A3-11})$$

Si finalement, on calcule la différence Δk_1 entre les expressions (A3-6) et (A3-9), on trouve:

$$\Delta k_1 = k_{a1} - k_{a2} = 4 k_p \frac{c_s}{v} \quad (\text{A3-12-a})$$

$$\Delta \omega_1 = \omega_{a1} - \omega_{a2} = 4 k_p \frac{c_s^2}{v} \quad (\text{A3-12-b})$$

La différence $\Delta \omega_2$ entre les fréquences ω_{a1} et ω_{a3} des ondes acoustiques créées lors des DBS d'ordres un et trois s'évalue en soustrayant les expressions (A3-6) et (A3-11):

$$\Delta k_2 = k_{a1} - k_{a3} = 8 k_p \frac{c_s}{v} \quad (\text{A3-13-a})$$

$$\Delta \omega_2 = \omega_{a1} - \omega_{a3} = 8 k_p \frac{c_s^2}{v} \quad (\text{A3-13-b})$$

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [Agrawal, 1989] Agrawal G. P., *Nonlinear Fiber Optics*, Academic press, New York, 1989
- [Arecchi, 1971] Arecchi F. T. and Degiorgio V., *Phys. Rev. A* **3**, 1108 (1971)
- [Bar-Joseph, 1985] Bar-Joseph I., Friesem A. A., Lichtman E., and Waarts A. A., *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1606 (1985)
- [Bar-Joseph, 1986] Bar-Joseph I., Dienes A., Friesem A.A., Lichtman E., Waarts R.G. and Yaffe H.H., *Opt. Comm.* **59**, 296 (1986)
- [Bergé, 1988] Bergé P., Pomeau Y., Vidal Ch. *L'ordre dans le chaos* (Hermann, Paris 1988)
- [Bielawski, 1993] Bielawski S., *Instabilités et chaos dans un laser à fibre dopée Nd³⁺*, Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille (1993)
- [Blaha, 1988] Blaha R., Laedke E. W., Rubenchik A. M. and Spatschek K. H., *Europhys. Lett.* **7**, 237 (1988)
- [Botineau, 1989-a] Botineau J., Leycuras C., Montes C. and Picholle E., *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 300 (1989)
- [Botineau, 1989-b] Botineau J., Leycuras C., Montes C. and Picholle E., *Ann. Télécommun.* **44**, 173 (1989)
- [Botineau, 1994-a] Botineau J., Leycuras C., Montes C. and Picholle E., *Ann. Télécommun.* **49**, 479 (1994)
- [Botineau, 1994-b] Botineau J., Leycuras C., Montes C. and Picholle E., *Opt. Comm.* **109**, 126 (1994)
- [Boyd, 1990] Boyd R. W. and Rzazewski K., *Phys. Rev. A* **42**, 5514, (1990)

- [Bret, 1966] Bret G. and M. Demariez, *Appl. Phys. Lett.* **8**, 151 (1966)
- [Butcher, 1990] Butcher P. N. and Cotter D. *The elements of nonlinear optics*, Cambridge University Press, 1990
- [Chow, 1993] Chow C. C. and Bers A., *Phys. Rev. A* **47**, 5144 (1993)
- [Chu, 1977] Chu F. and Karney C., *Phys. Fluids* **20**, 1728 (1977)
- [Coste, 1986] Coste J. and Montes C., *Phys. Rev. A* **34**, 3940 (1986)
- [Culverhouse, 1989-a] Culverhouse D., Farahi F., Pannell C. N., and D. A. Jackson, *Elect. Lett.* **25**, 913 (1989)
- [Culverhouse, 1989-b] Culverhouse D., Farahi F., Pannell C. N., and D. A. Jackson, *Elect. Lett.* **25**, 915 (1989)
- [Dämmig, 1993] Dämmig M., Zinner G., Mitschke F., and Weilling H., *Phys. Rev. A* **48**, 3301 (1993)
- [Douay, 1991] Douay M., Bernage P. and Niay P., *Opt. Comm.* **81**, 231 (1991)
- [Douay, 1992] Douay M., Feng T., Bernage P., Niay P., Delevaque E. and Georges T., *IEEE Photon. Technol. Lett.* **4**, 844 (1992)
- [Enns, 1969] Enns R. H. and Batra I. P., *Phys. Lett.*, Vol 28A, No. 8, p. 591 (1969)
- [Fettouhi, 1995] Fettouhi N. E., *Dynamique des cycles d'hystérésis en bistabilité optique*, Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille (1995)
- [Gaeta, 1989] Gaeta A. L., Skeldom M. D., Boyd R. W. and Narum P., *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 1709 (1989)
- [Gaeta, 1991] Gaeta A. L. and Boyd R. W., *Phys. Rev. A* **44**, 3205 (1991)
- [Gaeta, 1992] Gaeta A. L. and Boyd R.W., *International Journal of Nonlinear Science*, Vol 1, No 3, p581-594 (1982)

- [Garus, 1992] Garus D. and Hereth R., "cascaded stimulated Brillouin scattering in high finesse all-fibre ring resonators" in Nonlinear dynamics in optical systems, June 22-26, 1992, Alpbach (Austria). Technical Digest Series, vol. 16, p. TuB2-1/129
- [Gröbner, 1949] Gröbner W. und Hopfreiter N., Integraltafel, Springer-Verlag (1949)
- [Haken, 1985] Haken H., Light, Volume 2, Laser Light Dynamics, North-Holland Physics Publishing, Amsterdam, (1985)
- [Harrison, 1990] Harrison R. G., Uppal J. S., Johnstone A., and Moloney J. V., Phys. Rev. Lett. **65**, 167 (1990)
- [Harrison, 1994] Harrison R. G., Ripley P. M., and Lu W., Phys. Rev. A **49**, R24 (1994)
- [Heiman, 1979] Heiman D., Hamilton D.S., and Hellwarth R. W., Phys. Rev. B **19**, 6583 (1979)
- [Hill, 1976-a] Hill K. O., Kawasaki B. S., and Johnson D. C., Appl. Phys. Lett. **28**, 608 (1976)
- [Hill, 1976-b] Hill K. O., Kawasaki B. S., and Johnson D. C., Appl. Phys. Lett. **29**, 181 (1976)
- [Hill, 1976-c] Hill K. O., Johnson D. C., and Kawasaki B. S., Appl. Phys. Lett. **29**, 185 (1976)
- [Ippen, 1972] Ippen E. P. and Stolen R. H., Appl. Phys. Lett. **21**, 11 (1972)
- [Johnson, 1971] Johnson R. V. and Marburger J. H., Phys. Rev. A **4**, 1175 (1971)
- [Johnstone, 1991] Johnstone A., Lu W., Uppal J. S. and Harrison R. G., Opt. Comm. **81**, 222 (1991)

- [Kaiser, 1972] W. Kaiser and M. Maier dans Laser Handbook, édité par F.T. Arecchi et E.O. Schultz-Dubois, North-Holland Publ. Co., 1972, p.1079-1150
- [Kalli, 1991] Kalli K., Culverhouse D.O., and Jackson D. A., Opt. Lett. **16**, 1538 (1991)
- [Kawasaki, 1978] Kawasaki B. S., Johnson D. C., Fujii Y. and Hill K. O., Appl. Phys. Lett. **32**, 429 (1978)
- [Keck, 1973] Keck D. B., Maurer R. D. and Schultz P. C., Appl. Phys. Lett. **22**, 307 (1973)
- [Landau, 1971] Landau L. et Lifchitz E., Mécanique des fluides, Editions Mir, Moscou, 1971
- [Lecoeuche, 1995] Lecoeuche V., Randoux S., Ségard B. and Zemmouri J., "Dynamics of Brillouin fiber ring lasers: off-resonant case", soumis à Phys. Rev. A
- [Lefranc, 1992] Lefranc M., Caractérisation du chaos dans les lasers CO₂, Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille (1992)
- [LePourhiet, 1988] LePourhiet A., Résolution numérique des équations aux dérivées partielles, Cépadues Editions, Toulouse (1988)
- [Lichtman, 1987] Lichtman E. and Friesem A. A., Opt. Comm. **64**, 544 (1987)
- [Lorrain, 1979] Lorrain P. et Corson D.R., Champs et ondes électromagnétiques, Librairie Armand Collin, Paris, 1979
- [Lu, 1991] Lu W. and Harrison R. G., Europhys. Lett. **16**, 665 (1991)
- [Lu, 1992] Lu W., Johnstone A., and Harrison R. G., Phys. Rev. A **46**, 4114 (1992)
- [Lugiato, 1984] Lugiato L. A., Progress in Optics, Ed. E. Wolf, Vol. 21 (1984)

- [Maier, 1966] Maier M., Rother W. and Kaiser W., Phys. Lett. **23**, 83 (1966)
- [Maier, 1970] Maier M., Wendl G., and Kaiser W.,
Phys. Rev. Lett. **24**, 352 (1970)
- [Montes, 1983] Montes C., Phys. Rev. Lett. **50**, 1129 (1983)
- [Montes, 1985] Montes C., Phys. Rev. A **31**, 2366 (1985)
- [Montes, 1987-a] Montes C. and Pellat R., Phys. Rev. A **36**, 2976 (1987)
- [Montes, 1987-b] Montes C. and Coste J., Laser and Particle beams,
Vol 5, part 2, p. 405-411
- [Montes, 1994-a] Montes C., Mamhoud A. and Picholle E.,
Phys. Rev. A **49**, 1344 (1994)
- [Montes, 1994-b] Montes C., Mamhoud A. and Picholle E. "Hopf bifurcation
in cw-pumped fiber resonators: generation of stimulated Brillouin
soliton" in Nonlinear Coherent Structures in Physics and Biology,
p357-363, Edited by K.H. Spatschek and F.G. Mertens, Plenum Press,
New York, 1994
- [Nagel, 1985] Nagel S. R., MacChesney J. B., and K.L. Walker, in Optical
Fiber Communications, vol. 1, ed. by T. Li (Academic, Orlando, 1985)
Chap. 1.
- [Narum, 1988] Narum P., Gaeta A. L., Skeldom M. D., and Boyd R. W.,
J. Opt. Soc. Am. B **5**, 623 (1988)
- [Pelous, 1975] Pelous J. and Vacher R., Solid State Comm. **16**, 279 (1975)
- [Picholle, 1991-a] Picholle E., Dynamique de la diffusion Brillouin stimulée
dans les fibres optiques, Thèse de Doctorat, Université de Nice
Sophia-Antipolis (1991)
- [Picholle, 1991-b] Picholle E., Montes C., Leycuras C., Legrand O. and
Botineau J., Phys. Rev. Lett. **66**, 1454 (1991)

- [Ponikvar, 1981] Ponikvar D. R. and Ezekiel S., *Opt. Lett.* **6**, 398 (1981)
- [Poustie, 1993] Poustie A. J., *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 691 (1993)
- [Randall, 1984] Randall C. J. and Albritton J. R.,
Phys. Rev. Lett. **52**, 1887 (1984)
- [Randoux, 1995-a] Randoux S., Lecoecue V., Ségard B. and Zemmouri J.,
Phys. Rev. A **51**, R4345 (1995)
- [Randoux, 1995-b] Randoux S., lecoecue V., Ségard B. and Zemmouri J.,
"Dynamical behavior of a Brillouin fiber ring laser emitting two
Stokes components", à paraître dans *Phys. Rev. A* **52**, Sept. 95
- [Sauer, 1984] Sauer K. and Baumgärtel K., *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1001 (1984)
- [Shelby, 1985-a] Shelby R. M., Levenson M. D., and Bayer P.W.,
Phys. Rev. Lett. **54**, 939 (1985)
- [Shelby, 1985-b] Shelby R. M., Levenson M. D., and Bayer P.W.,
Phys. Rev. B **31**, 5244 (1985)
- [Shen, 1965] Shen Y. R. and Bloembergen, *Phys. Rev. A* **137**, 1787 (1965)
- [Shen, 1984] Shen Y. R., *The principles of nonlinear optics*,
ed. by John Willey, 1984
- [Shibata, 1987] Shibata N., Waarts R. G. and Braun R. P.,
Opt. Lett. **12**, 269 (1987)
- [Siegman, 1986] Siegman A.E., *Lasers*, University Science Book,
Mill Valley CA (1986)
- [Smith, 1972] Smith R. G., *Appl. Opt.* **11**, 2489 (1972)
- [Smith, 1991] Smith S. P., Zarinetchi F., and Ezekiel S.,
Opt. Lett. **16**, 393 (1991)

- [Stokes, 1982-a] Stokes L. F., Chodorow M. and Shaw H. J.,
Opt. Lett. 7, 288 (1982)
- [Stokes, 1982-b] Stokes L. F., Chodorow M. and Shaw H. J.,
Opt. Lett. 7, 509 (1982)
- [Stolen, 1972] Stolen R. H., Ippen E. P. and Tynes A. R.,
Appl. Phys. Lett 20, 62 (1972)
- [Stolen, 1978] Stolen R. H. and Lin C., Phys. Rev. A 17, 1448 (1978)
- [Stolen, 1979] Stolen R. H., IEEE J. Quant. Elec.,
Vol QE-15, No. 10, 1157 (1979)
- [Stolen, 1980] Stolen R. H., Proc. IEEE 68, 1232 (1980)
- [Tang, 1966] Tang C. L., J. Appl. Phys. 37, 2945 (1966)
- [Toyama, 1993] Toyama K., Huang S., Nicatti P.A., Kim B.Y. and Shaw H.J.,
"Generation of multiple Stokes waves in a Brillouin fiber ring laser"
in Optical Fiber Sensors Conference 1993, Firenze, Italia, p. Tu1.3/11
- [Thomas, 1979] Thomas P. J., Rowell N. L., van Driel H. M., and,
Stegeman G.I., Phys. Rev. B 19, 4986 (1979)
- [Thompson, 1994] Thompson J.M.T., Stewart H.B. and Ueda Y.,
Phys. Rev. E 49, 1019 (1994)
- [Tkach, 1986] Tkach R. W., Chraplyvy A. R., Derosier R. M.,
Elec. Lett. 22, 1011 (1986)
- [Wascot, 1983] Wascot J., Dangoisse D., Glorieux P. and Lefebvre M.,
IEEE J. Quant. Elec., Vol. QE-19, No. 1, 92 (1983)
- [Yu, 1995] Yu D., Lu W., and Harrison R.G., Phys. Rev. A 51, 669 (1995)
- [Yue, 1988] Yue C. Y., Peng J. D., Liao Y. B. and Zhou B. K., Elec. Lett. 24, 622
(1988)

[Zarinetchi, 1991] Zarinetchi F., Smith S.P. and Ezekiel S.,
Opt. Lett. **16**, 229 (1991)

[Zemmouri, 1993] Zemmouri J., Ségard B., Sergent W. and Macke B.,
Phys. Rev. Lett. **70**, 1135 (1993)

**Dynamical analysis of Brillouin fiber lasers:
An experimental approach**

Phys. Rev. A 51, R4345 (1995)

Dynamical analysis of Brillouin fiber lasers: An experimental approach

S. Randoux, V. Lecoecuche, B. Ségard, and J. Zemmouri

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, Université de Lille 1, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

(Received 4 August 1994; revised manuscript received 7 December 1994)

We study experimentally and numerically the influence of the fiber length on the stability of Brillouin lasers in both ring cavity and Fabry-Pérot configurations. For short enough fibers, experiments and numerical simulations show that the Brillouin emission is stable for any input pump power. This behavior, in contrast with that previously observed on long fibers, is interpreted within the framework of a modal analysis. Further experiments, involving a sweeping of pump frequency, emphasize the role of the frequency detunings, which was generally overlooked.

PACS number(s): 42.65.Es, 42.50.Ne, 42.81.-i

In the field of nonlinear dynamics, the study of stimulated Brillouin scattering (SBS) in optical fibers has recently attracted a great deal of interest [1-4]. Feedback from the fiber ends is known to introduce instabilities leading to periodic and quasiperiodic behaviors [1,4,5]. In the ring cavity configuration, the SBS emission may exhibit solitonic regimes [6]. One important result, common to the previous works, is the absence of stable laser emission beyond the threshold [7-9]. This behavior can be understood if one considers that these studies are performed with fiber lengths on the order of a few hundred meters. Such lengths lead to an important single-pass gain and then obviously contribute to a decrease of the lasing threshold when the fiber is enclosed in a resonator. The free spectral range (FSR) of this cavity (a few megahertz) is then much narrower than the width of the Brillouin gain curve which is about 100 MHz at 514 nm, the pumping wavelength commonly used. Thus numerous cavity modes lying near the center of the gain curve have almost identical gains. A strong mode competition then manifests itself just above the threshold, leading to the observed unstable regimes.

The aim of this paper is to analyze the influence of the fiber length on the SBS laser dynamics and to quantify the role of the cavity modes in the establishment of the instabilities. In accordance with a modal analysis, numerical simulations show evidence that the instabilities only occur for long enough fibers and, contrary to the previous works, not necessarily just above the lasing threshold. The results are successfully compared with experiments involving a sweeping of the pump power. Further experiments, performed by sweeping the pump frequency, point out the effect of the frequency detuning of the Stokes wave upon the laser behavior.

Our numerical study enters into the framework of the local coherent three-wave SBS model [7,9] characterized by dimensionless equations

$$\begin{aligned} \partial_t E(z,t) + \partial_z E(z,t) &= -gB(z,t)E_s(z,t) - \beta E(z,t), \\ \partial_t E_s(z,t) - \partial_z E_s(z,t) &= gB^*(z,t)E(z,t) - \beta E_s(z,t), \quad (1) \\ (1/\beta_a)\partial_t B(z,t) + B(z,t) &= E(z,t)E_s^*(z,t), \end{aligned}$$

where $E(z,t)$, $E_s(z,t)$ are, respectively, the pump and Stokes complex field amplitudes, normalized to the maximum amplitude of the input pump field E_0 . $B(z,t)$ is proportional to the acoustic wave amplitude. g is the SBS gain parameter, β is the attenuation coefficient of the optical fields, $\beta_a = \pi\Delta\nu_B nL/c$ is the acoustic wave damping coefficient, L the fiber length, c the velocity of light, and n the fiber refractive index. $\Delta\nu_B$ is the Brillouin gain bandwidth, estimated to 60 MHz (full width at half maximum) at a working wavelength of 800 nm [10]. This model is completed by boundary conditions, which in the case of a ring cavity are

$$E_s(L,t) = \rho E_s(0,t) \exp(i\psi_s), \quad (2)$$

$$E(0,t) = \rho E(L,t) \exp(i\psi_p) + \mu.$$

ψ_s , (ψ_p) is the accumulated phase difference per round trip due to a possible mismatch between a cavity resonance and the Stokes (pump) wave frequency. ρ is the reinjection rate and μ is a dimensionless pumping parameter.

The stationary solutions of Eqs. (1) and (2) can be obtained by canceling the time derivative of the moduli and assuming the time derivative of the phases to be constant in order to take into account possible frequency shifts [11], but usually all the time derivatives are set to zero. This restrictive assumption leads to a set of coupled equations for the moduli, all phases being independent of the spatial variable z [12]. This imposes a phase continuity at $z=0$ and L , and the model then implicitly includes the resonance condition $\psi_p = \psi_s = 0$ usually assumed in previous works [4-9]; in particular, those evidencing instabilities just beyond the lasing threshold. A direct comparison with those results requires us to perform our simulations in this fully resonant condition. In spite of this limiting assumption, our simulations allow us to analyze the role of the fiber length on the laser dynamics, which was overlooked in most of the previous studies, where the system behavior is described by a "gain factor" proportional to LE_0^2 [8,9].

The numerical phase diagrams corresponding to the ring and to the Fabry-Pérot lasers are respectively shown in Figs. 1(a) and 1(b). In the first case, the value of the feedback parameter is estimated from our experiments ($\rho=0.36$). In the case of the Fabry-Pérot laser (i.e., a finite-length medium

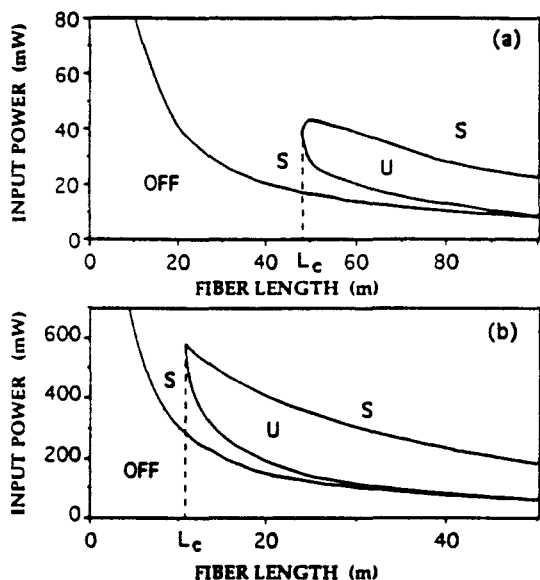


FIG. 1. Numerical phase diagram in the case of: (a) ring cavity; (b) Fabry-Pérot cavity. *S* and *U* respectively indicate the stable and the unstable domains.

with reflective boundaries), the set of equations (1) is completed by a similar one (with $\partial_z \rightarrow -\partial_z$) for the reflected waves; the system dynamics is then described by two independent sets of three equations. The backward and forward propagating pump (SBS) waves are coupled by boundary conditions corresponding to Fresnel glass-air reflections.

As shown in the two numerical diagrams, the Fabry-Pérot laser and the ring laser globally exhibit the same dynamics. Depending on the fiber length, three distinct dynamical behaviors can be distinguished:

(i) For fiber lengths lower than a critical value L_c , the SBS emission remains stable for any input pump power. This can be interpreted within the framework of a modal analysis. In this case, the cavity FSR is comparable with the width of the Brillouin gain curve, and only a few modes can experience gain. Near the threshold, only the mode that coincides with the center of the gain curve has sufficient gain to overcome the resonator losses and can oscillate. Since the Brillouin curve is homogeneously broadened, the laser always remains monomode as the input power increases [13].

(ii) For long enough fibers, the SBS emission is unstable just beyond the threshold. In this case, the resonator FSR is so small that many of the modes close to the center of the gain curve nearly experience the same gain and can oscillate simultaneously near the threshold. This leads to the unstable behaviors observed in previous works [4–9].

(iii) The transition between the dynamical behaviors observed in the two previous cases (short and long fibers) occurs inside a range of intermediate lengths. The SBS emission, stable and therefore monomode near the threshold, becomes unstable for sufficiently high pumping levels.

Note that, for any fiber length, the “Brillouin mirror” regime may be reached by sufficiently increasing the pumping level. The modal analysis, previously introduced in order to describe the laser’s behavior near the threshold, also allows us to explain the difference between the values of the

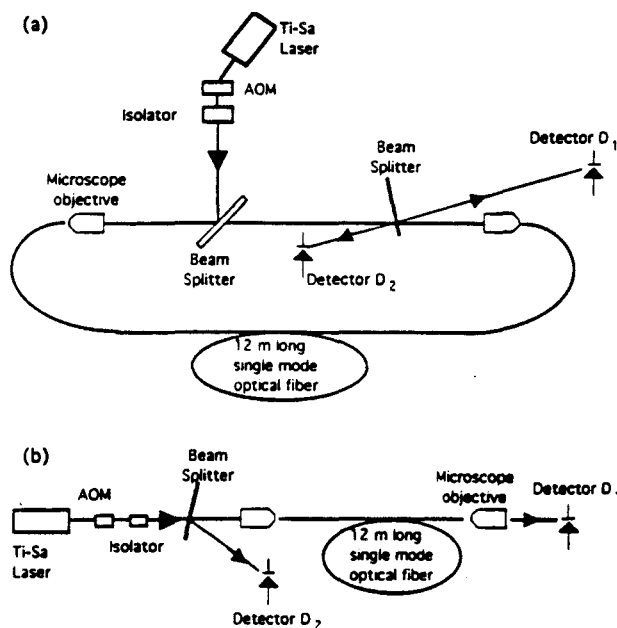


FIG. 2. Schematic setup of the experimental arrangement: (a) ring cavity; (b) Fabry-Pérot cavity.

Fabry-Pérot laser (11 m). For a given fiber length, the Fabry-Pérot FSR is half that of the ring cavity. Thus, if the two resonators had the same quality factor, the critical length characterizing the Fabry-Pérot would be half that of the ring laser (i.e., 24 m). However, in our numerical simulations, the Fabry-Pérot quality factor is much lower than that of the ring cavity. The strong overlapping between modes then favors their competition and the critical length is reduced (< 24 m).

In our experiments, we have chosen a 12-m-long mono-mode fiber (polarization maintaining) in order to investigate the experimentally unexplored phase diagram region and to check our numerical predictions. This length is indeed smaller than L_c in the ring cavity case and slightly larger than L_c in the Fabry-Pérot configuration (Fig. 1). The experimental setup of the ring cavity is schematically shown in Fig. 2(a). The cw emission of a single-mode titanium:sapphire laser operating at 800 nm is used as a pump source. This laser is characterized by a 500-kHz linewidth, and its frequency can be linearly swept over a range adjustable from 10 MHz to 30 GHz. It is optically isolated from the ring cavity by a Faraday isolator, and the incident pump power is controlled by an acousto-optic modulator (AOM). Input and output fiber coupling are achieved through 20 \times microscope objectives: the maximum power injected into the fiber is then about 100 mW. A low reflectivity beam splitter, inserted inside the cavity, respectively reflects the pump copropagating and counterpropagating beams towards two silicon photodiodes D_1 and D_2 , which have a 200-MHz frequency bandwidth. Finally, these are connected to a 125-MHz oscilloscope. The Fabry-Pérot experiments, which require a much higher coupled power, are performed with the experimental setup displayed in Fig. 2(b). The first-order Stokes emission appears for an injected power of about 270 mW. An external interferometer has been used to check that higher-order Stokes components do not appear.

Figure 3 shows the Stokes (detector D_2) and transmitted pump (detector D_1) signals typically observed in the case of

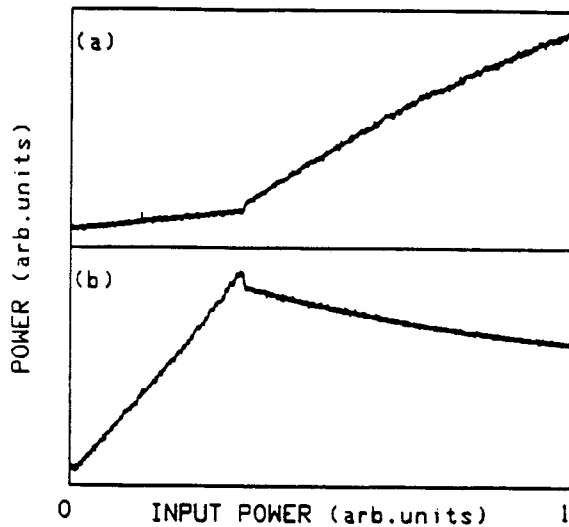


FIG. 3. Ring cavity. Experimental signals recorded while slowly sweeping the input pump power. (a) Stokes power; (b) transmitted pump power.

The sweeping rate is sufficiently slow (100 Hz) to avoid dynamical effects on the location of the bifurcation points. The optical length of the cavity is not externally stabilized. Thus the resonance conditions, imposed in the numerical simulations, are not fulfilled in the experiments. In particular, the peak of the Brillouin gain curve does not necessarily coincide with one cavity mode. However, the SBS emission is stable beyond the lasing threshold. This remains compatible with our modal analysis; the homogeneously broadened Brillouin line indeed restricts the oscillation to the mode nearest the center of the gain curve.

In the case of the 12-m-long Fabry-Pérot laser, Fig. 4 shows a typical result obtained by slowly sweeping the input pump power. Stable SBS emission occurs just beyond the lasing threshold, and periodic instabilities appear, via a Hopf bifurcation, for higher input powers. The frequency of these instabilities is equal to the Fabry-Pérot FSR (8.6 MHz) and is characteristic of a mode beating.

In order to quantify the role of the frequency detuning between the center of the gain curve (ν_s) and the nearest

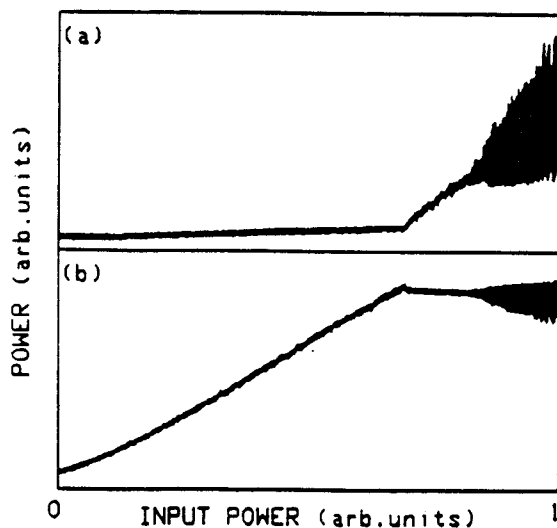


FIG. 4. Fabry-Pérot cavity. Same as Fig. 3: (a) Stokes power; (b) transmitted pump power.

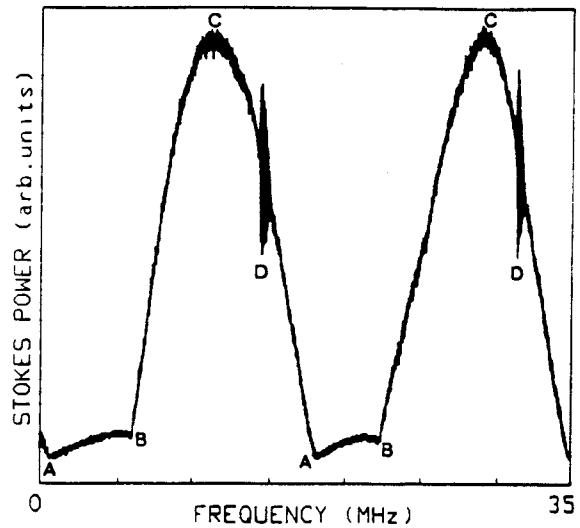


FIG. 5. Ring cavity. Experimental Stokes signal recorded while slowly sweeping the pump laser frequency. The swept range corresponds to about twice the cavity FSR.

cavity mode (ν_c), we have performed a sweeping of the frequency of the pump laser at constant power. Let us emphasize that this frequency sweeping entails two main effects: (i) a displacement of the Brillouin gain curve and then a modification of the frequency detuning $\nu_s - \nu_c$; (ii) a periodic change in the intracavity pump field, which leads to a change in the intracavity Stokes field. This latter effect is responsible for the periodic modulation of the Stokes power evidenced in Fig. 5. This recording was obtained for the ring laser by slowly sweeping the frequency of the pump laser over two cavity FSR's. Within the interval A-B, the pump laser frequency is halfway between two resonances of the passive cavity (antiresonant configuration), and the intracavity pump field is too low to initiate the SBS emission. Sweeping the laser frequency from point B to point C leads to an increase in the intracavity pump field, which becomes sufficiently high to give rise to the Stokes wave. From the

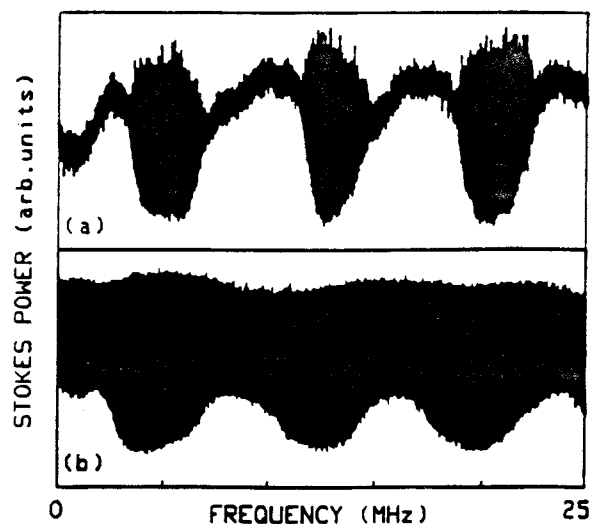


FIG. 6. Fabry-Pérot cavity. Experimental Stokes signal recorded while slowly sweeping the pump laser frequency at (a) low input power and (b) high input power. The swept range corresponds to about three cavity FSR's.

lasing threshold (point *B*), the SBS emission is stable and then involves the cavity mode nearest the peak of the Brillouin gain curve. The power of the Stokes field reaches its maximum (point *C*) when the intracavity pump field is maximum; the pump wave is then resonant with one cavity mode ($\psi_p = 0$). A further increase in the frequency of the pump leads to a deviation from this resonance condition, and both the pump and Stokes powers decrease (interval *C-A*). Apart from this modulation of the field powers, the sweeping of the pump frequency entails a sweep of the frequency detuning $\nu_s - \nu_c$. Each time this latter is equal to half the cavity FSR, the center of the Brillouin gain curve is in antiresonant configuration and two modes then experience the same gain. Thus they can oscillate simultaneously, then giving rise to the mode beating observed around the points *D*. In fact, the SBS emission is always stable and single-mode, except in regions *D* where a mode hop occurs. Due to the Brillouin shift (20 GHz), the cavity antiresonant configuration observed at the Stokes frequency departs from that observed at the pump frequency. The position of the mode hops then depends on the relative values of the cavity FSR and the Brillouin shift, and they can be located at any point inside an

interval *A-A*. For higher pump powers, the SBS laser always operates above the lasing threshold and the region *A-B* is not observed.

In the case of the Fabry-Pérot laser, Fig. 6(a) shows the evolution of the SBS output when the frequency of the pump laser is slowly swept over about three FSR. Because of the low-quality factor of the cavity, the modulation depth of the pump and Stokes powers is much lower than for the ring laser. On the recording, Fig. 6(a), the pump power is adjusted above threshold in the stable domain of Fig. 1(b). As the mode competition is favored, the ranges of instabilities associated with the mode hops are enlarged, but the laser remains stable in wide domains around the resonance between one cavity mode and the peak of Brillouin line. For higher pumping levels, inside the instability domain of Fig. 1(b), the laser is unstable for any pump frequency [Fig. 6(b)].

In summary, we have evidenced the existence of a critical length under which SBS lasers remain stable for any input pump power. Near the lasing threshold, the SBS laser behavior is interpreted within the framework of a simple modal analysis. The effect of a cavity-Stokes frequency mismatch does not affect significantly the stability of the emission.

-
- [1] R. G. Harrison, J. S. Uppal, A. Johnstone, and J. V. Moloney, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 167 (1990).
 - [2] C. C. Chow and A. Bers, *Phys. Rev. A* **47**, 5144 (1993).
 - [3] A. L. Gaeta and R. W. Boyd, *Phys. Rev. A* **44**, 3205 (1991).
 - [4] M. Dämring, G. Zinner, F. Mitschke, and H. Welling, *Phys. Rev. A* **48**, 3301 (1993).
 - [5] R. G. Harrison, P. M. Ripley, and W. Lu, *Phys. Rev. A* **49**, R24 (1994).
 - [6] E. Picholle, C. Montes, C. Leycuras, O. Legrand, and J. Botineau, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1454 (1991).
 - [7] J. Botineau, C. Leycuras, C. Montes, and E. Picholle, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 300 (1989).
 - [8] I. Bar-Joseph, A. A. Friesem, E. Lichtman, and R. G. Waarts, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1606 (1985).
 - [9] C. Montes, A. Mamhoud, and E. Picholle, *Phys. Rev. A* **49**, 1344 (1994).
 - [10] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic, Boston, 1989).
 - [11] J. Botineau, C. Leycuras, C. Montes, and E. Picholle, *Ann. Télécommun.* **49**, 479 (1994).
 - [12] J. Botineau, C. Leycuras, C. Montes, and E. Picholle, *Opt. Commun.* **109**, 126 (1994).
 - [13] See, for example, O. Svelto, *Principles of Lasers*, 3rd ed. (Plenum, New York, 1989).

**Dynamical behavior of a Brillouin fiber ring laser
emitting two Stokes components**

à paraître dans Phys. Rev. A 52 (sept 1995)

Dynamical behavior of a Brillouin fiber ring laser emitting two Stokes components

S. Randoux, V. Lecoecuche, B. Ségard, and J. Zemmouri

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, Université des Sciences et Technologies de Lille, F-59655 Villeneuve d'Ascq CEDEX, France

(Received 16 November 1994)

The dynamics of a Brillouin fiber ring laser operating on the two first Stokes components is studied both theoretically and experimentally. The emergence of the second order Stokes wave is described within the framework of a coherent five-wave model that generalizes the usual three-wave model. The laser steady states are analytically characterized and the dynamics is numerically studied. The laser emission is stable except at high pumping rates for which the system exhibits periodic and quasiperiodic instabilities. Experimental results are in good agreement with the theoretical predictions.

PACS number(s): 42.65.Es, 42.50.Ne, 42.81.-i

I. INTRODUCTION

The dynamics of stimulated Brillouin scattering (SBS), which is one of the most dominant nonlinear effects in cw-pumped optical fibers, has recently captured considerable interest [1–3]. Resonantly coupling two electromagnetic waves and an acoustic wave through electrostriction, SBS can be a very low threshold phenomenon when the fiber is placed inside an optical resonator. Such a system is then called a SBS fiber laser [4] and it can exhibit various types of behaviors. Very stable single-mode cw regimes with linewidths as narrow as 30 Hz [5] have been obtained in high-finesse resonators [6] or in externally stabilized systems [7]. Mode-locked operation has been demonstrated with the aid of an intracavity acousto-optic modulator [8]. Finally, the observation of solitonic regimes has recently been achieved [9].

The first theoretical description of the Brillouin fiber ring laser dynamics was formulated by Bar-Joseph *et al.* [10]. In this model, the inertial response of the acoustic wave is neglected, the system dynamics being then described by equations for the pump and the SBS beam intensities. Such an instantaneous response model obviously fails when the characteristic evolution times of the system become comparable to the acoustic-wave relaxation rate. A more realistic description of the SBS ring laser dynamics is then given by the now well established three-wave SBS model [11]. This one takes into account the acoustic damping and correctly describes most of the experimentally observed regimes. Recently, for example, a Hopf bifurcation between steady and pulsed regimes has been evidenced in a Brillouin fiber ring laser [12].

However, at high enough pump power level, the first Stokes component, downshifted by \mathcal{V} , (the acoustic frequency) from the pump frequency, may generate a second Stokes component downshifted by $2\mathcal{V}$, from the pump frequency. Such a process can easily recur so that the second Stokes component may induce the appearance of a third-order Stokes line and so on. First evidenced in a Fabry-Pérot configuration [13], this "Stokes cascade" has also been pointed out in a Brillouin ring laser [11]. The description of this effect requires a generalization of the three-wave SBS model that only deals with two optical waves.

In Sec. II A of this paper, we develop a five-wave model that takes into account the appearance of the second-order Stokes wave. The resulting equations, completed by appropriate boundary conditions, then describe the dynamics of the first two Stokes components emitted by a SBS fiber ring laser. Section II B is devoted to a characterization of the system steady states; in particular, a threshold condition for the growth of the second-order Stokes wave is derived. The stability of the steady-state solutions is numerically investigated in Sec. III. Finally, in Sec. IV, experimental results are compared with the theoretical predictions. For the SBS laser studied, experiments and numerical simulations show that the steady "Brillouin mirror" regime is reached just above the first-order Stokes lasing threshold. The intensity of the first-order Stokes wave is then stable and increases with the input pump power up to the second-order Stokes lasing threshold. First of all, the appearance of this third optical wave does not destabilize the system but, at higher pumping levels, the interplay between the three optical waves results in the emergence of instabilities. Periodic oscillations at the frequency of the cavity free spectral range (FSR) are then observed. For higher input pump powers, new frequencies appear, giving rise to quasiperiodic regimes.

II. THEORETICAL DESCRIPTION

A. The five-wave model

In order to describe the time-dependent behavior of multiple SBS, let us first consider the propagation of a linearly polarized optical pump wave $\mathcal{G}_p(\omega_p, \mathbf{k}_p)$ in a single-mode fiber. \mathbf{k}_p and ω_p are, respectively, the wave vector and the frequency of this forward-propagating wave, which can parametrically decay into a forward-propagating acoustic wave $\mathcal{M}_1(\omega_{a1}, \mathbf{k}_{a1})$ and a backscattered Stokes wave $\mathcal{G}_{s1}(\omega_{s1}, \mathbf{k}_{s1})$. The frequencies and the wave vectors of these waves are assumed to fulfill the resonance condition $\omega_{s1} = \omega_p - \omega_{a1}$ and the phase-matching relation $\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_{a1} + \mathbf{k}_{s1}$. We now allow the first Stokes wave \mathcal{G}_{s1} to be reduced to a backward-propagating acoustic wave $\mathcal{M}_2(\omega_{a2}, \mathbf{k}_{a2})$ and a forward-propagating second-order Stokes component $\mathcal{G}_{s2}(\omega_{s2}, \mathbf{k}_{s2})$. The resonance and

phase-matching conditions corresponding to this last interaction are then written, respectively, as $\omega_{s2} = \omega_{s1} - \omega_a$ and $\mathbf{k}_{s1} = \mathbf{k}_{s2} + \mathbf{k}_a$. Using the well justified plane-wave approximation and assuming a propagation along the z axis, the optical and acoustic waves can be written, respectively, as

$$\mathcal{G}_j = E_j(z, t) \exp\{i\omega_j t \pm k_j z\} + \text{c.c.}, \quad j = p, s1, s2,$$

$$\mathcal{M}_j = \rho_j(z, t) \exp\{i\omega_{aj} t \pm k_{aj} z\} + \text{c.c.}, \quad j = 1, 2.$$

Substituting these expressions for $\mathcal{G}_p, \mathcal{G}_{s1}, \mathcal{G}_{s2}, \mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ into the propagation equations of the optical and material waves [14] and using the slowly varying envelope approximation, we obtain the set of equations describing the five-wave interaction:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_p}{\partial t} + v \frac{\partial E_p}{\partial z} + \frac{\gamma}{2} E_p &= iV_1 \rho_1 E_{s1}, \\ \frac{\partial E_{s1}}{\partial t} - v \frac{\partial E_{s1}}{\partial z} + \frac{\gamma}{2} E_{s1} &= iV_1 (\rho_1^* E_p + \rho_2 E_{s2}), \\ \frac{\partial E_{s2}}{\partial t} + v \frac{\partial E_{s2}}{\partial z} + \frac{\gamma}{2} E_{s2} &= iV_1 \rho_2^* E_{s1}, \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + v_A \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \alpha_A \rho_1 &= iV_3 E_p E_{s1}^*, \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t} - v_A \frac{\partial \rho_2}{\partial z} + \alpha_A \rho_2 &= iV_3 E_{s1} E_{s2}^*, \end{aligned} \quad (1)$$

where v_A is the sound velocity and $v = c/n$ the light velocity in the fiber (refractive index: n). γ is the damping rate of the optical fields; it is linked to the absorption coefficient of the fiber α by the relation $\gamma = \alpha v$. $\alpha_A = \pi \Delta v_B$ is the damping coefficient of the acoustic waves, Δv_B being the full width at half maximum of the spontaneous Brillouin gain curve. The optomaterial coupling constants are $V_1 = (\pi n^2 p_{12} c) / (\lambda_p \rho_0)$ and $V_3 = (\pi n^2 p_{12} \epsilon_0) / (2 \lambda_p v_A)$ where λ_p is the pump wavelength and ϵ_0 the free-space permittivity. Finally, p_{12} is the longitudinal elasto-optic coefficient in fused silica and ρ_0 the average fiber density.

The set of Eqs. (1) generalizes the usual three-wave SBS model by including a possible decay of the first-order Stokes wave into a second Stokes component and a backward-propagating acoustic wave. In order to describe Brillouin fiber ring lasers, these wave propagation equations have to be completed by the boundary conditions

$$\begin{aligned} E_p(z=0, t) &= E_0 \mu + R E_p(z=L, t), \\ E_{s1}(z=L, t) &= R E_{s1}(z=0, t), \\ E_{s2}(z=0, t) &= R E_{s2}(z=L, t), \end{aligned} \quad (2)$$

where L is the fiber length. E_0 is the maximum pump-field amplitude coupled in the fiber and μ then plays the role of a dimensionless pump parameter. R is the amplitude feedback parameter. For the sake of simplicity, we will assume that it has the same value for the three optical waves and that it is real. Since it means that each optical wave is in exact resonance with one cavity mode,

this last assumption is indeed very rough. However, it is commonly used [11,12] and supported by the good agreement between our theoretical and experimental results.

Following Ref. [15], the wave amplitudes can be rescaled with the new dimensionless variables:

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= \frac{E_p}{E_0}, \quad \epsilon_{s1} = \frac{E_{s1}}{E_0}, \quad \epsilon_{s2} = \frac{E_{s2}}{E_0}, \\ B_1 &= \frac{-i \rho_1 \alpha_A}{|E_0|^2 V_3}, \quad B_2 = \frac{-i \rho_2 \alpha_A}{|E_0|^2 V_3}. \end{aligned}$$

The time can be written in units of cavity round-trip time and the spatial variable z in units of cavity length so that

$$\tau = \frac{vt}{L}, \quad \zeta = \frac{z}{L}.$$

Since v_A/v is approximately equal to 10^{-3} in silica, the propagation of the acoustic wave can be neglected, and Eqs. (1) then become

$$\frac{\partial \epsilon_p}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_p = -g B_1 \epsilon_{s1}, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s1}}{\partial \tau} - \frac{\partial \epsilon_{s1}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s1} = g (B_1^* \epsilon_p - B_2 \epsilon_{s2}), \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{s2}}{\partial \tau} + \frac{\partial \epsilon_{s2}}{\partial \zeta} + \frac{\beta}{2} \epsilon_{s2} = g B_2^* \epsilon_{s1}, \quad (3c)$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_1}{\partial \tau} + B_1 = \epsilon_p \epsilon_{s1}^* + f(\zeta, \tau), \quad (3d)$$

$$\frac{1}{\beta_A} \frac{\partial B_2}{\partial \tau} + B_2 = \epsilon_{s1} \epsilon_{s2}^* + f(\zeta, \tau), \quad (3e)$$

where

$$\beta = \frac{\alpha L}{v}, \quad \beta_A = \frac{\alpha_A L}{L}, \quad g = \frac{V_1 V_3 L |E_0|^2}{\alpha_A v}.$$

The boundary conditions, rephrased in a dimensionless form, are written as

$$\epsilon_p(\zeta=0, \tau) = \mu + R \epsilon_p(\zeta=1, \tau), \quad (4a)$$

$$\epsilon_{s1}(\zeta=1, \tau) = R \epsilon_{s1}(\zeta=0, \tau), \quad (4b)$$

$$\epsilon_{s2}(\zeta=0, \tau) = R \epsilon_{s2}(\zeta=1, \tau). \quad (4c)$$

Equations (3) and (4), which are now our working equations, govern the dynamics of a Brillouin fiber ring laser able to operate on the first two Stokes components. Since the laser emission is initiated from noise, a Langevin noise source $f(\zeta, \tau)$ [16,17], which describes the thermal fluctuations of the medium, has been added to the right-hand side of Eqs. (3d) and (3e). Above the lasing threshold, this term is obviously much weaker than all the others and will therefore be neglected in the analytical calculation.

B. The laser steady states

The steady-state solutions without optical attenuation ($\beta=0$) are obtained by transforming the field complex

amplitudes to modulus-phase form and by dropping the time derivatives in Eqs. (4). All the field phases are then independent of ζ and the equations for the moduli are written as

$$\frac{dA_p}{d\zeta} = -gA_pA_{s1}^2, \quad (5a)$$

$$\frac{dA_{s1}}{d\zeta} = -gA_{s1}A_p^2 + gA_{s1}A_{s2}^2, \quad (5b)$$

$$\frac{dA_{s2}}{d\zeta} = gA_{s2}A_{s1}^2, \quad (5c)$$

$$|B_1| = A_pA_{s1}, \quad (5d)$$

$$|B_2| = A_{s1}A_{s2}, \quad (5e)$$

where $A_p = |\varepsilon_p|$, $A_{s1} = |\varepsilon_{s1}|$, and $A_{s2} = |\varepsilon_{s2}|$. The stationary boundary conditions are written as

$$A_p(\zeta=0) = \mu + RA_p(\zeta=1), \quad (6a)$$

$$A_{s1}(\zeta=1) = RA_{s1}(\zeta=0), \quad (6b)$$

$$A_{s2}(\zeta=0) = RA_{s2}(\zeta=1). \quad (6c)$$

Below the first-order Stokes lasing threshold, the amplitudes of the two Stokes waves are equal to zero and the pump-field amplitude then linearly increases with the control parameter: $A_p(\zeta) = A_p(0) = \mu/(1-R)$ (see Fig. 1).

Between the first- and second-order Stokes lasing thresholds, $A_{s2}(\zeta) = 0$ and Eqs. (5a) and (5b) can be integrated [10,11] yielding the fixed-state longitudinal profiles of the pump and of the first-order Stokes wave [see Fig. 2(a)]:

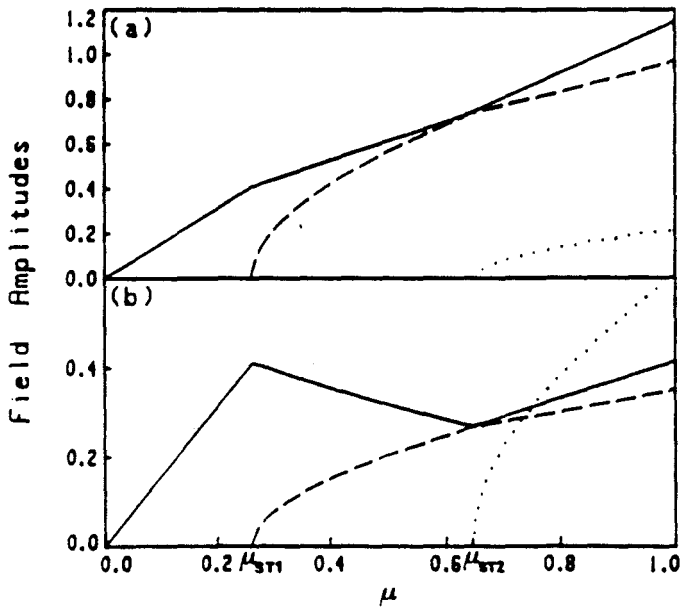


FIG. 1. Steady characteristics of the pump (solid line), first-order Stokes (dashed line), and second-order Stokes (dotted line) fields for $R=0.36$ and $g=6.04$. (a) At $\zeta=0$, (b) at $\zeta=1$. The numerical values of μ_{ST1} and μ_{ST2} are, respectively, 0.263 and 0.648.

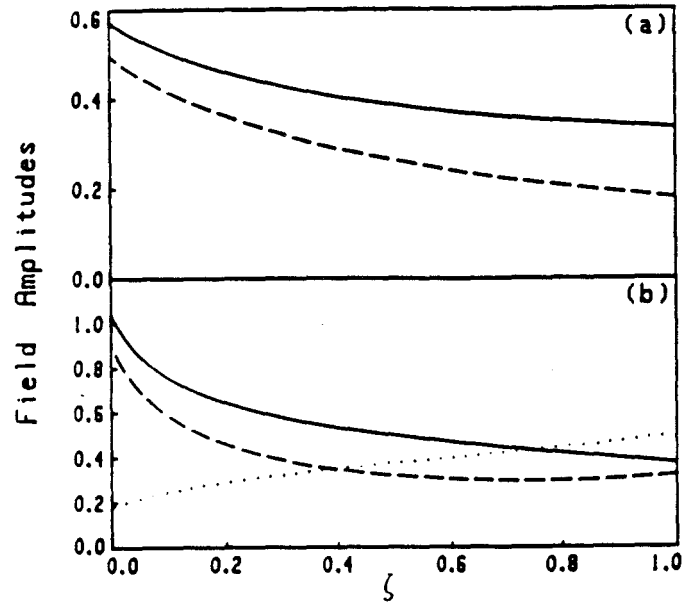


FIG. 2. Fixed-state longitudinal profiles of the pump (solid line), first-order Stokes (dashed line), and second-order Stokes (dotted line) fields for $R=0.36$, $g=6.04$ and (a) $\mu=0.45$, (b) $\mu=0.90$.

$$A_p^2(\zeta) = \frac{\Omega(R^2-1)e^{-G\zeta}}{(R^2-1)e^{-G\zeta} - (R^2-e^{-G\zeta})e^{-G\zeta}}, \quad (7a)$$

$$A_{s1}^2(\zeta) = \frac{(R^2-e^{-G\zeta})\Omega e^{-G\zeta}}{(R^2-1)e^{-G\zeta} - (R^2-e^{-G\zeta})e^{-G\zeta}}, \quad (7b)$$

where $\Omega = A_p^2(0) - A_{s1}^2(0) = A_p^2(\zeta) - A_{s1}^2(\zeta)$ and $G = 2g$. For a given value of $A_{s1}^2(0)$, $A_p^2(0)$ can be calculated by numerically solving the equation

$$R^2 A_p^2(0) = [A_p^2(0) + (R^2-1)A_{s1}^2(0)] \times \exp[-G\{A_p^2(0) - A_{s1}^2(0)\}].$$

The corresponding value of the control parameter μ , calculated by combining Eqs. (6a) and (7a), is

$$\mu = A_p(0) - R \left[\frac{\Omega(R^2-1)}{\exp(-G\Omega) - 1} \right]^{1/2}.$$

It is then possible to plot the steady characteristics of the laser operating on the first-order Stokes line. As shown in Figs. 1(a) and 1(b), the increase in the first-order Stokes field amplitude does not have the same repercussion on the pump field characteristic at $\zeta=0$ and at $\zeta=1$. The pump depletion effect manifests through a diminution of the slope of this characteristic at $\zeta=0$ and through a slope sign change at $\zeta=1$. Putting $A_{s1}(0)=0$ in the two last equations simply leads to the analytical expression of the first-order Stokes lasing threshold:

$$\mu_{ST1} = \left[\frac{-\ln R}{g} \right]^{1/2} (1-R).$$

The term $(1-R)$ expresses a diminution of the threshold value linked to the cavity effect on the pump field. If the recoupling of the pump wave is avoided, one then simply retrieves the result of Ref. [12]. Note, however, that expressions (7a) and (7b) remain valid if and only if $\Omega \neq 0$.

If $\Omega=0$, the resolution of Eq. (5b), associated with the limit condition of Eq. (6b), leads to

$$A_p^2(\zeta) = A_{s1}^2(\zeta) = \frac{1}{G \left[\zeta + \frac{R^2}{1-R^2} \right]} \quad (8)$$

Nevertheless, this equalization of the two fixed-state longitudinal profiles can only be reached for a sufficiently high value of μ .

Above the second-order Stokes lasing threshold μ_{ST2} , the steady-state equations (5) have two invariants:

$$\theta = A_p^2(\zeta) - A_{s1}^2(\zeta) + A_{s2}^2(\zeta), \quad (9a)$$

$$\Gamma = A_p^2(\zeta) A_{s2}^2(\zeta). \quad (9b)$$

By combining Eqs. (6a), (6c), and (9b), we obtain

$$A_p(0) = \frac{\mu}{1-R^2}, \quad (10a)$$

$$A_p(1) = \frac{\mu R}{1-R^2}. \quad (10b)$$

This surprising result means that for $\mu > \mu_{ST2}$, the characteristic of the pump field no longer depends on the medium and is only determined by the cavity feedback parameter R . This characteristic is then a straight line and its slope is obviously lower than the one obtained in the passive regime for $\mu < \mu_{ST1}$ (Fig. 1). Appropriate combinations of Eqs. (6a), (6c), (9a), and (10a) allow one to express the constants θ and Γ as functions of μ and $A_{s2}^2(0)$:

$$\theta = \frac{1+R^2}{R^2} A_{s2}^2(0),$$

$$\Gamma = \frac{A_{s2}^2(0)\mu^2}{(1-R^2)^2},$$

and to establish that $\Gamma - \theta^2/4 > 0$ whatever the values of $A_{s2}^2(0)$, μ , and R may be. Taking into account the boundary condition (6c), Eqs. (5) can be analytically integrated, yielding

$$A_{s2}^2(\zeta) = \frac{\theta}{2} + \sqrt{D} \tan \left[G\sqrt{D}(\zeta-1) + \arctan \left(\frac{[A_{s2}^2(0)]/R^2 - (\theta/2)}{\sqrt{D}} \right) \right], \quad (11)$$

where $D = \Gamma - \theta^2/4$. The stationary longitudinal profiles $A_{s1}^2(\zeta)$ and $A_p^2(\zeta)$ are then easily deduced from Eqs. (9a), (9b), and (11) [see Fig. 2(b)]. The steady characteristics of the two Stokes fields are obtained numerically: for a given value of $A_{s2}^2(0)$, μ is computed by solving Eq. (11) in which one imposes $\zeta=0$. Figure 1(a) shows that the appearance of the second-order Stokes wave entails a diminution of the slope of the first-order Stokes field characteristic at $\zeta=0$. By considering $A_{s2}^2(\zeta)$ as a first-order perturbative term in Eqs. (5), it is possible to establish that $A_p^2(\zeta) = A_{s1}^2(\zeta)$ for $\mu = \mu_{ST2}$. This result is illustrated in Figs. 1(a) and 1(b), which show that the intersec-

tion of the pump and of the first-order Stokes field characteristics coincides with the second-order Stokes lasing threshold. At this point, the longitudinal field profiles are given by Eq. (8). Furthermore, this equation, associated with Eq. (10), yields the analytical expression of μ_{ST2} :

$$\mu_{ST2} = \frac{1}{R} \left[\frac{(1-R^2)^3}{G} \right]^{1/2}.$$

The laser steady states being now well characterized, their stability can be theoretically studied by linearizing Eqs. (4) around the stationary solution. However, this procedure leads to differential equations that are complicated and difficult to solve analytically; we will then restrict ourselves to the numerical study presented in the next section.

III. FIVE-WAVE DYNAMICS: NUMERICAL STUDY

In order to solve numerically Eqs. (3) in the presence of boundary conditions (4), we used an algorithm based on the method of characteristics. In the results that we illustrate in this section, the physical data used to compute the reduced parameters are chosen in order to describe the experimental system depicted in Sec. IV. At the working wavelength of 800 nm, $\Delta\nu_B$ is estimated to be 60 MHz [18]. p_{12} , v_A , and ρ_0 are, respectively, equal to 0.286, 5.96×10^3 m s⁻¹, 2.21×10^3 kg m⁻³ [11]. The active medium is a single-mode fiber of length $L=12$ m with a 2.75- μ m core diameter ($n=1.45$); its absorption coefficient α is 1.2×10^{-3} m⁻¹. The maximum power launched in the fiber is 130 mw and E_0 is then equal to 3.37 MV/m. The parameter values deduced from these physical data and used for numerical simulations are then $g=6.04$, $\beta_A=10.93$, $\beta=0.01$. Finally, the feedback parameter that we used to describe our Brillouin fiber ring laser is $R=0.36$.

The laser dynamics can be synthesized in the single numerical bifurcation diagram presented in Fig. 3. It is obtained by numerically solving Eqs. (3) and (4) for a given μ and for long enough time to ensure that the system evolution is well after the transient process. Then we plot the maximum values reached by $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ inside a final time interval that is much greater than the system characteristic time (that is, the cavity round-trip time T_r). Finally, starting from initial conditions characterizing the system state at the end of the integration, the process is repeated for a greater value of μ . The dashed line in Fig. 3 represents the analytically calculated stationary state for $\beta=0$. Above the first-order Stokes lasing threshold, the computed points of the bifurcation diagram nearly coincide with the steady characteristic, the difference coming from the optical attenuation. The stability of the system, already discussed in Ref. [19], is then related to the monomode character of the first-order Stokes laser emission in short enough cavities. As shown in Fig. 3, this stability persists up to and well above the second-order Stokes lasing threshold. However, when μ becomes greater than μ_c , the system abruptly destabilizes and periodic instability regimes are then reached. Further in-

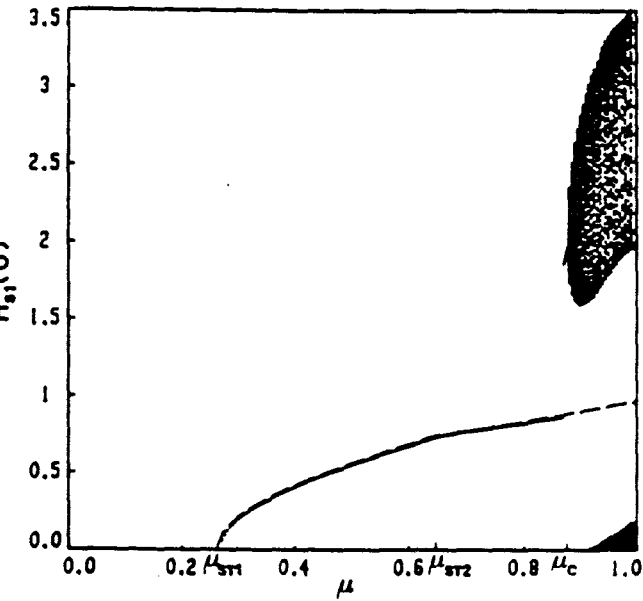


FIG. 3. Numerically computed bifurcation diagram of the Brillouin fiber ring laser. The dashed line represents the analytically calculated system steady state and the numerical value of μ_c is 0.870.

As the value of μ increases, the system undergoes a subcritical Hopf bifurcation, leading to the emergence of quasi-periodic instability regimes. Let us point out here that the destabilization scenario thus described for $A_{s1}(\zeta=0, \tau)$ is identical for the dynamical variables $A_p(\zeta=0, \tau)$ and $A_{s2}(\zeta=0, \tau)$. As illustrated in Figs. 4(a) and 4(b), the periodic instabilities are characterized by a frequency

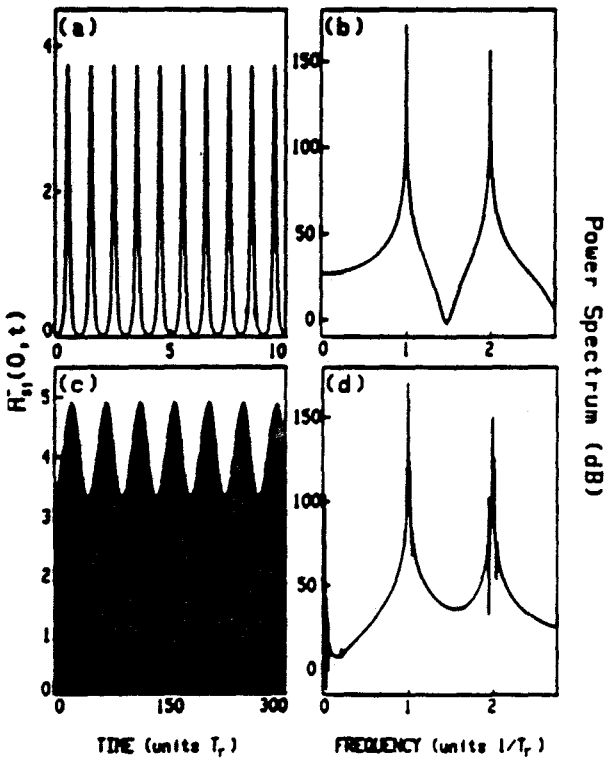


FIG. 4. Temporal evolution of the first-order Stokes wave intensity and associated power spectrum for (a),(b) periodic state ($\mu=0.875$); (c),(d) quasi-periodic state ($\mu=0.882$).

equal to the cavity FSR. Quasiperiodicity is manifested through the appearance of a low-frequency envelope that modulates the signal oscillating at the cavity FSR frequency [Fig. 4(c)]. The spectral analysis reveals a multiplex structure that superimposes itself on the spectrum of the periodic signal [Fig. 4(d)].

Let us now describe more precisely the nature of the bifurcation occurring between the stationary and the periodic state at $\mu=\mu_c$. As already mentioned, the system destabilization is abrupt; this suggests that one should sweep μ back and forth around μ_c . This sweeping was performed with the method used to compute the bifurcation diagram of Fig. 3 and the result is presented in Fig. 5. By increasing μ , the stationary solution becomes unstable for $\mu > \mu_c$ and the system precipitates towards another attractor, that is, a limit cycle. The backward sweep shows that the switch from the limit cycle to the steady state occurs for $\mu=\mu_s$. Since $\mu_s < \mu_c$, a range of values of μ for which generalized bistability between a limit cycle and the stationary solution exists. The bifurcation associated with the coexistence of these two attractors is then a subcritical Hopf bifurcation [20]. Note that the width of the hysteresis is small and the generalized bistability effect could then be difficult to evidence experimentally. Another way to characterize the nature of the bifurcation consists of continuously sweeping the control parameter at a very slow rate. As shown in Fig. 6, the discontinuous jump from the steady state to the limit cycle is then expressed through an explosive growth of the oscillation amplitude. Even if it generates dynamical effects on the position of the bifurcation points, this last sweeping method provides a global description of the laser dynamics. Moreover, as it is easy to implement experimentally, we will use it in Sec. IV.

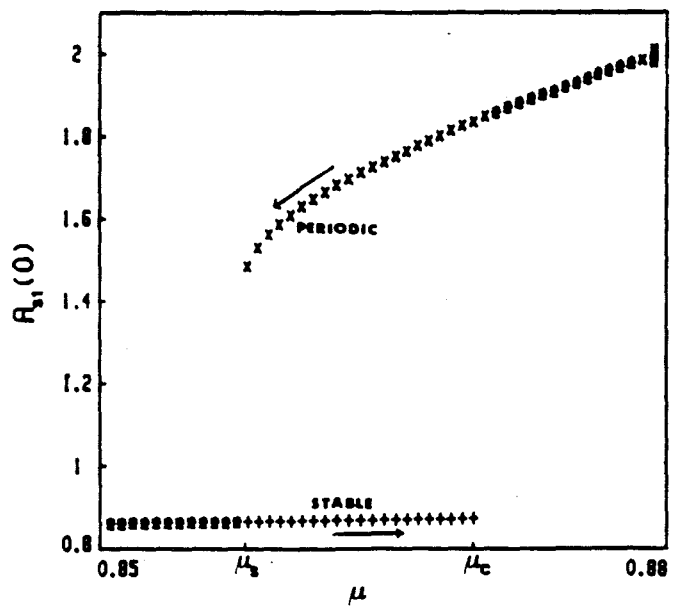


FIG. 5. Numerical bifurcation diagram illustrating the coexistence between the stationary solution and a limit cycle. + indicates the system state as the control parameter increases. x corresponds to the system state as μ decreases. The numerical value of μ_s is 0.857.

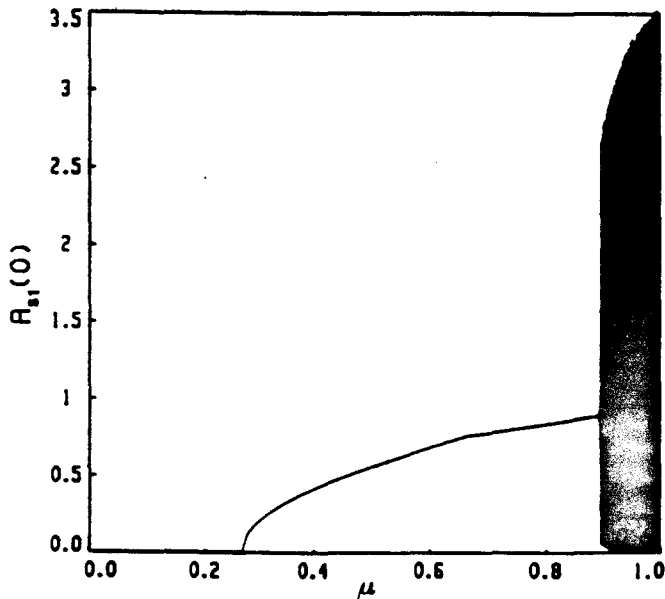


FIG. 6. Evolution of the amplitude of the first-order Stokes field as the control parameter μ is slowly increased.

With the system evolving in the limit cycle, interesting information concerning the energy exchanges between optical waves can be obtained by considering the field longitudinal profiles inside the fiber at different times. As shown in Fig. 7, the instability regimes are characterized by the propagation and by the interactions of Stokes

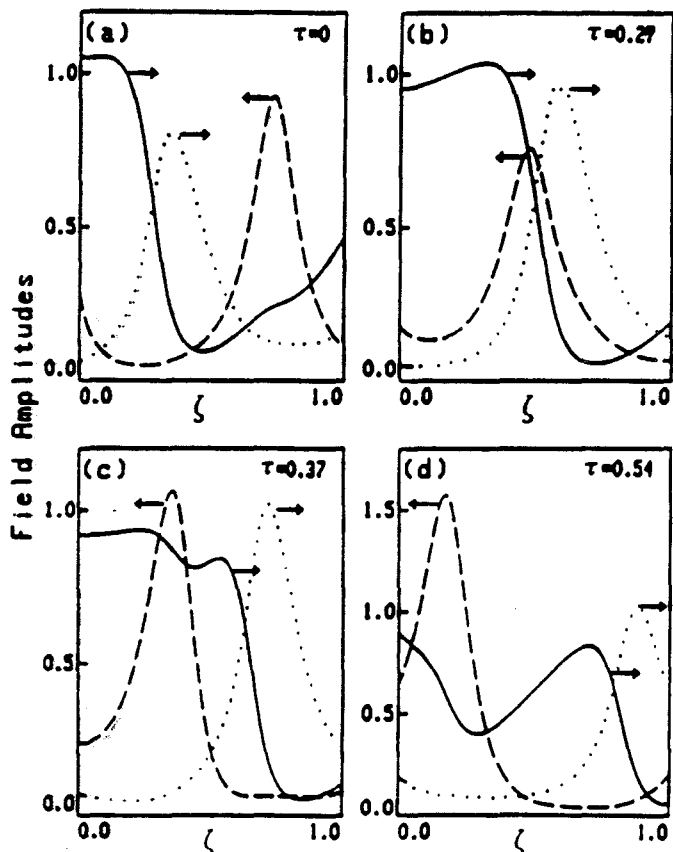


FIG. 7. Longitudinal profiles of the fields along the fiber axis at different times: pump (solid line), first-order Stokes (dashed line), and second-order Stokes (dotted line). The system evolves on the limit cycle ($\mu = 0.876$).

pulses along the optical fiber. In order to understand the nature of these interactions, let us consider initial conditions such that a first-order Stokes pulse is localized near $\zeta = 1$ [Fig. 7(a)]. This backward-propagating pulse encounters a forward-propagating second-order Stokes pulse and is depleted [Fig. 7(b)]. The forward-propagating pulse then exhibits noticeable gain and pursues its propagation toward the output end of the fiber. During this time, the first-order Stokes pulse encounters a fresh pump envelope which is then strongly depleted while the pulse amplitude grows [Figs. 7(c) and 7(d)]. Finally, because of the cavity effect, the amplitudes of the two Stokes pulses are multiplied by R and the process starts again. However, the periodic motion thus described rapidly disappears if μ increases (Fig. 3). During the interaction between the two Stokes waves, the first-order Stokes pulse is depleted and the trailing edge of the second-order Stokes pulse is then less amplified than the leading edge [Figs. 7(a) and 7(b)]. For high enough pumping rates, the depletion can be so important that the "center of mass" of the second-order Stokes pulse is slightly shifted in the forward direction. A similar process occurs during the interaction between the pump and the first-order Stokes waves [9]: the leading edge of the first-order Stokes pulse is more amplified than the trailing edge, which interacts with an already depleted pump wave [Fig. 7(d)]. The center of mass of the first-order Stokes pulse is then shifted in the backward direction. So, from one cavity round trip to the other, the two Stokes pulses collide at different positions in the optical fiber and then experience a slightly different gain. This effect is thus responsible for the emergence of the quasi-periodic instability regimes.

IV. EXPERIMENTS

The experimental setup used for the generation of multiple SBS in a ring cavity is schematically shown in Fig. 8. The pump source consists of a single-mode titanium-sapphire laser (Coherent 899-29), pumped by an argon ion laser (Coherent Innova 400), and operating at 800 nm. The titanium-sapphire laser, characterized by a 500-kHz linewidth, is optically isolated from the Brillouin ring laser by a Faraday isolator. An acousto-optic

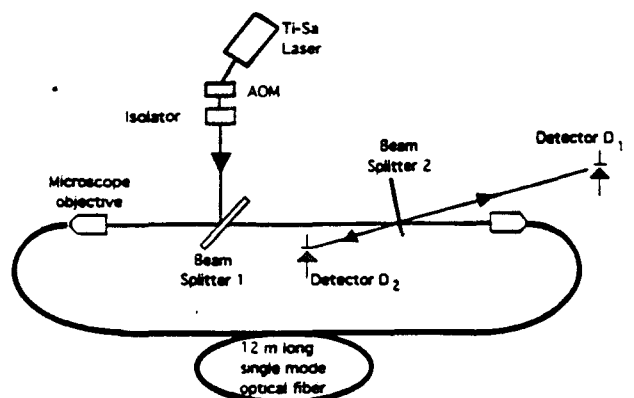


FIG. 8. Experimental setup. The reflectivity of beamsplitters 1 and 2 are, respectively, equal to 0.3 and 0.04.

modulator (AOM) allows one to control the incident pump power. The polarization-preserving fiber is cabled in order to limit external perturbations and has a cutoff wavelength of 630 nm for monomode propagation. Two 20 \times microscope objectives are used to couple the light into and out of the optical fiber. The feedback is simply achieved by reinjecting the output beam at the entrance end of the fiber. In this ring configuration, each optical wave propagates in a single direction and the counter-propagative beams can be spatially separated by inserting a low reflectivity beam splitter into the cavity. The forward-propagating (pump+even Stokes components) and backward-propagating (odd Stokes components) beam powers are then respectively detected by the silicon photodiodes D_1 and D_2 . These have a rise time of 5 ns and are connected to a digital oscilloscope (Lecroy 9400), which has a data sampling rate of 10 ns. Finally, an external Fabry-Pérot interferometer (not displayed in Fig. 8) was used to monitor the emergence of the different Stokes components.

In Sec. III, we have mentioned that the feedback parameter used to describe our SBS fiber ring laser is equal to 0.36. In fact, this value is approximate and results from an estimation of the resonator round-trip losses. Moreover, it drifts slightly because of unavoidable environmental fluctuations and any quantitative experimental verification of the theoretical results (e.g., the threshold values) is then delicate. Nevertheless, a qualitative comparison between the theoretical and experimental results shows that our model incorporates all the essential ingredients characterizing the laser dynamics.

An overview of the system dynamics can be obtained by slowly sweeping the input pump power with the aid of the AOM. The signal recorded by the photodiode D_1 during this sweeping is presented in Fig. 9(a). Since the

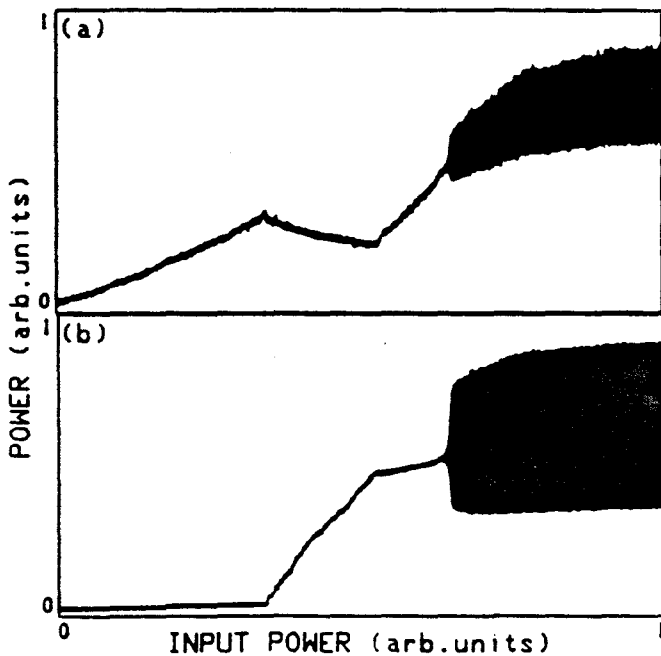


FIG. 9. (a) Power detected (photodiode D_1) in the forward direction, (b) power detected (photodiode D_2) in the backward direction, while slowly sweeping the input pump power.

frequency shift between the pump and the second-order Stokes waves are several tens of GHz [18], this signal is directly proportional to the sum of the two field powers, that is, $A_p^2(\zeta=1) + A_{22}^2(\zeta=1)$. The signal recorded at the same time by photodiode D_2 is shown in Fig. 9(b). It is proportional to the power of the first-order Stokes wave, that is, $A_{11}^2(\zeta=0)$. A direct comparison between Figs. 6 and 9(b) is then possible and one can note a good qualitative agreement between the experimental and the numerically predicted behaviors. In particular, the explosive growth of the instability amplitude that we observe experimentally confirms the existence of a subcritical Hopf bifurcation between the stationary and the time-dependent states. For input pump powers lower than the second-order Stokes lasing threshold, the signal presented in Fig. 9(a) can be directly compared to the pump-field characteristic of Fig. 1(b). Above this threshold, the two forward-propagating waves are detected and the observed instabilities are then linked to the oscillation of the two associated dynamical variables.

The temporal analysis of the instabilities observed in the first-order Stokes emission (photodiode D_2) was performed at constant input pump powers. Some examples of periodic and quasiperiodic signals and of their associated power spectrum are presented in Fig. 10. As evidenced in Figs. 10(a) and 10(b), the periodic instabilities are characterized by a frequency equal to the cavity FSR: 16.9 MHz. By increasing the input pump power, quasiperiodic instability regimes of Fig. 10(c) are observed. As

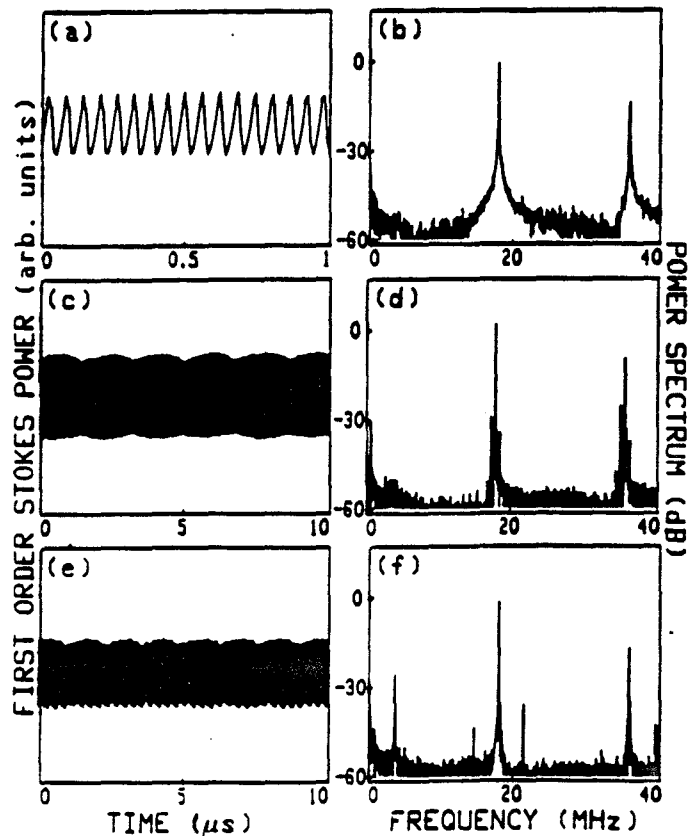


FIG. 10. Temporal evolution of the first-order Stokes power and associated power spectrum: (a),(b) periodic instabilities at the FSR frequency; (c),(d) and (e),(f) quasiperiodic instabilities.

shown in Fig. 10(d) the corresponding power spectrum becomes richer with a low frequency of about 600 kHz. In other experimental conditions characterized by a higher coupled power and by a lower feedback efficiency, this low frequency value drastically changes and becomes about 3.3 MHz [Figs. 10(e) and 10(f)]. This result, not mentioned in Sec. III, is, however, well confirmed by numerical computations performed with other sets of parameters.

CONCLUSION

The dynamics of a Brillouin fiber ring laser emitting two Stokes components was studied both experimentally and theoretically. At first, a theoretical model involving three optical and two acoustic waves was elaborated on in order to include a possible decay of the first Stokes component into a second-order Stokes wave. Taking into account the boundary conditions characterizing the ring laser, the system steady states were studied, yielding analytical expressions for the two Stokes lasing thresholds. A numerical study of the stability of these steady states was performed with parameters characterizing the experimental conditions. It was then demonstrated that the system destabilizes, via a subcritical Hopf bifurcation, towards periodic and quasiperiodic instability regimes. All these predictions are in good agreement with our experimental results.

Although no chaotic behavior was observed in experiments, numerical simulations evidence a transition from quasiperiodicity to chaos for values of the pump parameter larger than those actually available in the experiments. However, one can conjecture that such pumping rates would be sufficiently high to induce the emergence

of a third Stokes component, which should noticeably influence the system dynamics. This last effect is obviously not taken into account in our model. Let us emphasize that, for parameters different from those describing our experiments, the simulations show other destabilization scenarios such as sequences of period doubling which always appear at high pumping levels. Obviously, these numerical predictions require an experimental corroboration. Improvement of the experimental setup is in progress to provide access to these possible domains of chaos. Moreover, a theoretical model, involving a third Stokes component, is equally studied in order to check its effect on the laser dynamics.

Another nonlinear effect prone to influencing the system dynamics is the optical Kerr effect. By taking it into account, the phase dynamics then plays a nontrivial role and the nonlinear refraction can be responsible for self-phase and self-amplitude modulation [11]. However, it remains a perturbative effect and its study, although numerically possible, is difficult to realize from an experimental point of view. Finally, an important parameter is the length of the optical fiber. By increasing it, one decreases the cavity FSR and then favors longitudinal mode competition [19]. The first-order Stokes emission can then become unstable for a given range of input pump power values. Thus, the previously described scenario of the Stokes cascade could be altered.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to thank J. C. Garreau for a careful reading of the manuscript. The Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne is Unite associé au CNRS.

-
- [1] M. Dämmig, G. Zinner, F. Mitschke, and H. Welling, *Phys. Rev. A* **48**, 3301 (1993).
- [2] R. G. Harrison, J. S. Uppal, A. Johnstone, and J. V. Moloney, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 167 (1990).
- [3] C. C. Chow and A. Bers, *Phys. Rev. A* **47**, 5144 (1993).
- [4] K. O. Hill, B. S. Kawasaki, and D. C. Johnson, *Appl. Phys. Lett.* **28**, 608 (1976).
- [5] S. P. Smith, F. Zarinetchi, and S. Ezekiel, *Opt. Lett.* **16**, 393 (1991).
- [6] L. F. Stokes, M. Chodorow, and H. J. Shaw, *Opt. Lett.* **7**, 509 (1982).
- [7] D. R. Ponikvar, and S. Ezekiel, *Opt. Lett.* **6**, 398 (1981).
- [8] B. S. Kawasaki, D. C. Johnson, Y. Fujii, and K. O. Hill, *Appl. Phys. Lett.* **32**, 429 (1978).
- [9] E. Picholle, C. Montes, C. Leycuras, O. Legrand, and J. Botineau, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1454 (1991).
- [10] I. Bar-Joseph, A. A. Friesem, E. Lichtman, and R. G. Waarts, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1606 (1985).
- [11] J. Botineau, C. Leycuras, C. Montes, and E. Picholle, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 300 (1989).
- [12] C. Montes, A. Mamhoud, and E. Picholle, *Phys. Rev. A* **49**, 1344 (1994).
- [13] K. O. Hill, D. C. Johnson, and B. S. Kawasaki, *Appl. Phys. Lett.* **29**, 185 (1976).
- [14] Y. R. Shen and N. Bloembergen, *Phys. Rev.* **6**, A1787 (1965).
- [15] W. Lu, A. Johnstone, and R. G. Harrison, *Phys. Rev. A* **46**, 4114 (1992).
- [16] R. W. Boyd, K. Rzazewski, and P. Narum, *Phys. Rev. A* **42**, 5514 (1990).
- [17] A. L. Gaeta and R. W. Boyd, *Phys. Rev. A* **44**, 3205 (1991).
- [18] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic, New York, 1989).
- [19] S. Randoux, V. Lecoecuche, B. Ségard, and J. Zemmouri, *Phys. Rev. A* **51**, 4345 (1995).
- [20] J. M. T. Thompson, H. B. Stewart, and Y. Ueda, *Phys. Rev. E* **49**, 1019 (1994).

