

Jan 20 106920

50 576

1995

N° D'ORDRE : 1613

391

THESE DE DOCTORAT

présentée

à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

par

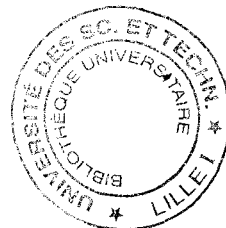
PECQUEUR guillaume

ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DU COMPORTEMENT  
D'UNE CRAIE ET D'UN GRES EN TORSION

soutenu le 03 Novembre 1995

jury :

|     |                |            |
|-----|----------------|------------|
| MM. | HENRY.....     | Président  |
|     | CRISTESCU..... | Rapporteur |
|     | LANIER.....    | Rapporteur |
|     | BOULNOIS.....  | Examineur  |
|     | SHAO.....      | Examineur  |
|     | SIWAK.....     | Examineur  |



*A ma famille  
A Sophie et Juliette*

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Département Génie Civil de l'Ecole des Mines de Douai.

Je tiens à remercier particulièrement Messieurs **DEFRANCE**, **COTTE**, **LANSIAUX** et **BOULNOIS** pour la confiance qu'ils ont montré à mon égard.

Monsieur le Professeur **HENRY** a assuré la direction de ce travail. Sa confiance m'a été aussi précieuse que les conseils et les encouragements qu'il m'a prodigués. Je le remercie de présider le jury de ma thèse.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur **SIWAK** dont les conseils et directives m'ont été précieux durant toutes ces années.

Messieurs les Professeurs **LANIER** et **CRISTESCU** ont acceptés d'être les rapporteurs de ce mémoire. Je leur en suis très reconnaissant.

Je tiens également à remercier vivement Messieurs **SHAO** et **SCHROEDER** qui m'ont fait l'honneur de participer à ce jury.

L'accomplissement de ce travail doit beaucoup à la rigueur expérimentale de Monsieur **PREVOST**. Qu'il trouve ici ma profonde gratitude qui ne pourra remplacer les nuits volées.

J'adresse mes plus chaleureux et sincères remerciements à tous les membres du laboratoire qui m'ont aidé dans ce travail. Je pense notamment à Messieurs **BODDELE**, **CAPPELAERE**, **MIKOLAJCZAK**, **DEGRUGILLIERS** et **KUCHCINSKI**

# SOMMAIRE

## Notations et terminologie

## Introduction générale

|  |      |
|--|------|
| <b><u>Chapitre I : Modélisation du comportement des roches</u></b> | p.1  |
| <b><u>I- Types de modèles en mécanique des roches</u></b>          | p.2  |
| I.1- Elasticité  | p.2  |
| I.2- modèles incrémentaux de type interpolation                    | p.2  |
| I.3- élasto-plasticité   | p.5  |
| I.4- Modèles avec endommagement                                    | p.8  |
| I.5- Modèles à concept d'état limite                               | p.12 |
| I.6-comparaison des lois rhéologiques                              | p.14 |
| <b><u>II-Modèles appliqués à la torsion</u></b>                    | p.14 |

## **Chapitre II : Torsion sur cylindre creux - Principaux résultats**

|   |      |
|---|------|
| <b><u>I- Types de machines</u></b>                                | p.17 |
| <b><u>II- Dimensionnement de l'échantillon</u></b>                | p.17 |
| II.1- Introduction  | p.17 |
| II.2- Etudes des non-uniformités de contraintes                   | p.17 |
| II.2.1- Etudes des non-uniformités de contraintes                 | p.17 |
| II.2.2-influence de $R_e$ et $R_i$                                | p.20 |
| II.2.3-influence de la hauteur                                    | p.20 |
| II.2.4- Conclusion  | p.20 |
| II.3- Influence de divers paramètres en torsion                   | p.21 |
| II.3.1- Etudes des rotations des axes des contraintes principales | p.21 |
| II.3.2- Influence de la pression hydrostatique en torsion         | p.21 |
| II.3.3- Influence de la contrainte principale intermédiaire       | p.23 |
| II.3.4- influence de l'état de contrainte sur le mode de rupture  | p.23 |
| II.3.5-influence de la pression des pores                         | p.23 |
| <b><u>III- Conclusion</u></b>                                     | p.25 |



## **Chapitre III : Présentation des divers appareillages**

|   |      |
|---|------|
| I- <u>Présentation du dispositif expérimental pour l'essai triaxial</u>             | p.27 |
| II- <u>Présentation de l'appareillage de torsion-compression</u>                    | p.29 |
| II.1-Principe   | p.29 |
| II.2- la cellule d'essai  | p.30 |
| II.3- Pilotage et asservissement de l'appareillage                                  | p.33 |
| II.4- préparation de l'essai  | p.33 |
| II.5- chemins de contraintes et algorithme de pilotage                              | p.34 |
| III <u>Analyse du dimensionnement</u>   | p.36 |
| III.1- introduction   | p.36 |
| III.2- calibration  | p.36 |
| III.3-analyse du dimensionnement  | p.38 |
| IV- <u>Comparaison des mesures de déformation angulaire suivant deux techniques</u> | p.41 |

## **Chapitre IV : Essais de torsion-compression sur une craie d'Haubourdin et simulation numérique à l'aide du modèle de Lade**

|  |      |
|--|------|
| I- <u>Résultats expérimentaux sur la craie d'Haubourdin</u>                      | p.45 |
| I.1- Présentation et caractéristiques du matériau testé                          | p.45 |
| I.2- Essais de torsion-compression   | p.48 |
| I.2.1- Essai hydrostatique-Comparaison   | p.49 |
| I.2.2- Essais de torsion compression hydrostatique                               | p.49 |
| I.2.2.1- Courbe couple-déformation angulaire                                     | p.50 |
| I.2.2.2- courbes couple-déformations volumiques                                  | p.52 |
| I.2.2.3- Courbes couple-déformation angulaire avec cycles de déchargement        | p.52 |
| I.2.2.4- Mode de rupture   | p.56 |
| I.2.2.5- Conclusion  | p.57 |
| I.3- Essais de torsion-compression hydrostatique avec application d'un déviateur | p.57 |
| I.3.1- Courbe couple-déformation angulaire                                       | p.57 |
| I.3.2- courbes couple-déformations volumiques                                    | p.61 |
| I.3.3- Courbes couple-déformation angulaire avec cycles de déchargement          | p.63 |
| I.3.4- Mode de rupture   | p.67 |
| I.4- Conclusion  | p.69 |
| II- <u>Simulation numérique de l'essai de torsion à l'aide du modèle de Lade</u> | p.71 |
| II.1- Présentation du modèle   | p.71 |
| II.2- Simulation des essais triaxiaux  | p.75 |

|  |      |
|--|------|
| II.3-Modélisation par la méthode des éléments finis                | p.79 |
| III.3.1- Maillage  | p.79 |
| III.3.2- Construction du système                                   | p.79 |
| III.3.3- Conditions aux limites et résolution                      | p.80 |
| II.4- Simulation des essais de torsion                             | p.81 |
| II.4.1- Simulation des essais de torsion compression hydrostatique | p.81 |
| II.4.1- Simulation des essais de torsion compression déviatorique  | p.84 |
| III- <u>Conclusion</u>   | p.85 |

## **Chapitre V : Essais de torsion compression sur un grès des Vosges et simulation numérique à l'aide du modèle de Dragon**

|  |       |
|--|-------|
| I- <u>Présentation et caractéristiques du matériau testé</u>                             | p.91  |
| II- <u>Résultats expérimentaux</u>   | p.92  |
| II.1- Compression triaxiale hydrostatique  | p.92  |
| II.2- Compression triaxiale monotone   | p.93  |
| II.3 compression triaxiale avec cycles de chargement-déchargement                        | p.96  |
| II.4 essais triaxiaux proportionnels   | p.98  |
| II.5- Essais de torsion compression hydrostatique  | p.100 |
| II.5.1- Courbes couple-déformation angulaire.  | p.100 |
| II.5.2- Courbes couple en fonction des déformations volumiques                           | p.102 |
| II.5.3-Mode de rupture   | p.103 |
| II.5.4- Conclusion   | p.104 |
| II.6- <u>Essais de torsion compression hydrostatique avec application d'un déviateur</u> | p.104 |
| II.6.1- Présentation des courbes déviatoriques sur cylindre creux                        | p.104 |
| II.6.2- Courbes couple-déformation angulaire   | p.106 |
| II.6.3- courbes Couple-déformations volumiques   | p.107 |
| II.6.4- Courbes couple-déformation angulaire avec déchargement                           | p.109 |
| II.6.5- Mode de rupture  | p.112 |
| II.7- Conclusion   | p.114 |
| III- <u>Simulation numérique de l'essai de torsion à l'aide du modèle de Dragon</u>      | p.115 |
| III.1- Présentation du modèle  | p.115 |
| III.2- Détermination des paramètres du modèle de Dragon                                  | p.116 |
| III.3- Simulation des essais triaxiaux   | p.118 |
| III.3.1- Simulation des essais triaxiaux déviatoriques                                   | p.119 |
| III.3.2- Simulation des essais triaxiaux proportionnels                                  | p.124 |
| III.3.3- Influence des paramètres  | p.124 |
| III.3.4- Conclusion  | p.124 |
| III.4- Modélisation par la méthode des éléments finis                                    | p.131 |

|   |       |
|---|-------|
| III.4.1- Introduction   | p.131 |
| III.4.1- Simulation des essais de torsion compression hydrostatique | p.131 |
| III.4.1- Simulation des essais de torsion compression déviatorique  | p.138 |
| III.5- Conclusion   | p.138 |

***Conclusion générale*** p.145

|   |       |
|---|-------|
| Annexe 1 : caractéristiques de différentes craies.                    | p.151 |
| Annexe 2 : essais triaxiaux déviatoriques sur quatre craies           | p.152 |
| Annexe 3 : algorithme de résolution globale                           | p.153 |
| Annexe 4 : essais triaxiaux hydrostatiques et déviatoriques cycliques | p.154 |
| Bibliographie   | p.158 |

## Notations et terminologie

|                        |   |
|------------------------|---|
| $P_c$ (MPa)            | : pression de confinement                                 |
| $s_1$ (MPa)            | : contrainte principale axiale                            |
| $s_2, s_3$ (MPa)       | : contrainte principale radiale                           |
| EPS1                   | : déformation axiale                                      |
| EPS2, EPS3             | : déformations latérales                                  |
| $\epsilon_v, EPS_{vv}$ | : déformation volumique                                   |
| $\epsilon^p$           | : déformation plastique                                   |
| $\epsilon^e$           | : déformation élastique                                   |
| Re (mm)                | : rayon extérieur du cylindre                             |
| Ri (mm)                | : rayon intérieur du cylindre                             |
| E (MPa)                | : module d'Young  |
| $\nu$                  | : coefficient de Poisson                                  |
| $\lambda, \mu$ (MPa)   | : coefficient de Lamé                                     |
| Gc (MPa)               | : module d'élasticité transversal théorique en torsion    |
| Gt (MPa)               | : module d'élasticité transversal expérimental en torsion |
| w (rd/cm)              | : déformation angulaire spécifique                        |
| C (m.N)                | : couple de torsion                                       |
| $\tau$ (MPa)           | : contrainte de cisaillement                              |
| $I_1, I_2, I_3$        | : invariants du tenseur des contraintes                   |
| p (MPa)                | : pression moyenne  |
| q (MPa)                | : déviateur   |



## Introduction générale

La modélisation du comportement des roches ou des sols apparaît satisfaisante lorsqu'on utilise des chemins de sollicitations bidimensionnelles (simulation d'essais triaxiaux de révolution). Dans différents modèles, l'influence de la contrainte principale intermédiaire est souvent négligée. Cependant, il apparaît que l'état de contrainte dans de nombreux ouvrages (cavités souterraines, fondations offshore, forages pétroliers,...) est réellement tridimensionnel. Il devient donc nécessaire d'utiliser des lois de comportement ayant un formalisme tridimensionnel. La validation de ces lois se fait alors généralement suivant des chemins de sollicitations plus complexes :

- des essais triaxiaux d'extension latérale
- des essais triaxiaux proportionnels
- des essais triaxiaux sur cubes (14, 63) ou sur cylindre creux (75), où l'état de contrainte est réellement tridimensionnel.

Nous essayerons donc, dans un premier chapitre, d'énumérer les différents types de lois existantes en mécanique des roches. Nous tenterons, dans une brève synthèse, de dégager les avantages et les inconvénients de celles-ci, afin de choisir les modèles appropriés aux matériaux entrant dans le cadre de notre étude, à savoir, une craie blanche et un grès des Vosges. Ces deux géomatériaux nous permettent de travailler sur deux formalismes de lois de comportement différents : le premier de type élasto-plastique ou écrouissable et le second, de type endommageable. Ce choix est également en rapport avec les soucis de nombreux industriels (pétroliers, stockage souterrain,...).

Nous verrons ensuite une synthèse des différents travaux réalisés dans le domaine de la torsion sur les roches. Nous en dégagerons quelques points essentiels comme le dimensionnement de l'échantillon, l'influence de divers paramètres sur le comportement des roches en torsion (pression hydrostatique, pression des pores).

Il apparaît également, en plus de l'état de contrainte tridimensionnel, que les directions des contraintes principales subissent des rotations, par exemple à la suite du creusement de galeries. On peut alors se poser la question de la validité des lois de comportement sous de tels chemins de sollicitations. Afin d'étudier celle-ci, il a été créé un appareillage de torsion compression sur cylindre creux de roches. Cet appareillage permet de retranscrire des chemins réellement tridimensionnels de contraintes suivis d'une phase de torsion qui permet de prendre en compte la rotation des axes des contraintes principales. Nous verrons, dans le troisième chapitre, l'appareillage de torsion compression dont la cellule d'essai a été modifiée par rapport à une version précédente. Nous essayerons de quantifier les différents paramètres intervenant au niveau de la cellule d'essai afin de faire abstraction de tout effet indésirable (influence des joints, influence de la géométrie de la cellule). Nous présenterons également une validation du dimensionnement de l'échantillon par la méthode des éléments finis.

Les chapitres IV et V sont consacrés à l'étude des deux géomatériaux choisis. Ces chapitres se divisent en une partie de caractérisation expérimentale du comportement de la roche et une partie simulation numérique à l'aide des deux modèles retenus au chapitre I.

Dans ces chapitres, le comportement du matériau sera d'abord caractérisé sous des chemins de sollicitations simples :

- des essais triaxiaux hydrostatiques
- des essais triaxiaux déviatoriques.

Des essais triaxiaux proportionnels seront réalisés afin de valider les deux modèles.

Nous verrons ensuite l'étude du comportement de chacun de ces deux matériaux sous des chemins de sollicitations avec rotation des axes des contraintes principales. Pour cette étude, nous avons choisi deux chemins de sollicitations :

- des essais de torsion compression hydrostatique,
- des essais de torsion compression déviatorique.

Pour chacun de ces essais, nous dégagerons les paramètres importants comme le module d'élasticité transversal en torsion ou le mode de rupture.

Afin de mettre en évidence l'apparition de déformations permanentes durant l'essai de torsion, nous avons réalisé des cycles de charge-décharge. Finalement, nous étudierons l'influence de la pression hydrostatique et d'un déviateur sur le comportement d'une craie et d'un grès.

La seconde partie de ces chapitres concernent la modélisation du comportement de ces deux roches sous des chemins de sollicitations avec rotation des axes des contraintes principales. La première partie de cette modélisation consiste à déterminer les paramètres des modèles à partir des essais triaxiaux réalisés précédemment. Nous verrons ensuite leur influence sur la simulation du comportement des deux matériaux. La validation de ces modèles se fera suivant des chemins de sollicitations proportionnels.

La modélisation du comportement sous des chemins de sollicitation avec rotation d'axes des deux roches se fera par la méthode des éléments finis. En effet, une modélisation en déformation plane (au rayon moyen du cylindre creux) pour la craie de Lezennes (75) n'a pas permis d'obtenir des résultats satisfaisants, surtout au niveau du calcul des variations de volume. L'introduction du modèle de Lade dans un code de calcul par la méthode des éléments finis, ainsi que celle d'une dérivée objective (dérivée de Jaumann) permettant de prendre en compte la rotation des axes des contraintes principales, a permis de retranscrire plus correctement le comportement de cette craie (92). C'est donc dans ce cadre que nous poursuivrons notre travail.

Le but de cette modélisation est de retranscrire le plus fidèlement possible le comportement de la craie et du grès par le biais des modèles de Lade et de Dragon. Pour cela, nous ne tiendrons pas compte des parties quadratiques et non linéaires du tenseur des déformations. On essayera finalement de dégager un domaine de validité de ces deux lois de comportement utilisées dans le cadre de la modélisation telle que nous l'avons choisie.

## CHAPITRE I : MODELISATION DU COMPORTEMENT DES ROCHES

Le problème de la stabilité d'ouvrages comme, dans le cas des roches, celui des tunnels, des forages pétroliers ou des galeries minières, est un problème majeur en géotechnique. Afin d'étudier cette stabilité, de nombreux modèles rhéologiques ont été proposés. Ceux-ci permettent de rendre compte du comportement du matériau (roches ou sols). Ces modèles peuvent se classer en quatre groupes:

- les modèles incrémentaux
- les modèles élastoplastiques
- les modèles à endommagement
- les modèles à concept d'état limite

Dans cet éventail assez large des lois de comportement, il est difficile de choisir un modèle bien précis. Les lois utilisées actuellement permettent de rendre compte du comportement d'une classe de matériaux comme, par exemple, l'argile pour le modèle Cam Clay. Le choix devient même difficile lorsque l'on s'intéresse au comportement de "roches" telles que la craie ou l'argilite où le pourcentage d'impuretés ou de minéraux secondaires va induire un comportement atypique (92).

Dans ce chapitre, afin de bien expliquer nos motivations sur le choix des modèles rhéologiques, nous allons expliciter les grandes lignes de ceux-ci. Ensuite, nous tenterons d'en dégager leurs avantages et inconvénients dans l'optique de les appliquer au cas des deux géomatériaux étudiés, à savoir : une craie blanche et un grès des Vosges.

Nous évoquerons ensuite le cadre général de la modélisation du comportement d'une craie et d'un grès sous chemins de sollicitations avec rotation des axes des contraintes principales. L'objectif de cette modélisation n'est pas de construire un modèle tenant compte des rotations mais d'étudier la validité de modèles existants. Nous verrons donc la philosophie adoptée pour cette modélisation.



## I- Types de modèles en mécanique des roches

La théorie des milieux continus montre que pour déterminer l'état de contrainte et de déformation dans un milieu soumis à des forces extérieures, il est nécessaire d'avoir six relations supplémentaires ( aux équations d'équilibre) entre les contraintes et les déformations. Ces relations traduisent mathématiquement le comportement du matériau.

La rhéologie est la science qui étudie les relations entre les valeurs des contraintes appliquées à un élément et les déformations. Ces relations sont appelées lois de comportement. D'après Mandel(60), elles peuvent s'écrire sous la forme d'une fonctionnelle,

$$y(t) = F(x(\tau), x(t), \dot{x}(t), \dots, t) \quad (1.1)$$

$$-\infty < \tau < t$$

Cette formulation est souvent d'une grande complexité sauf dans le cas simple de l'élasticité.

### I.1- Elasticité

Dans le cas de la craie, cette phase élastique est très importante pour de faibles confinements (79). Celle-ci permet de retranscrire en partie le comportement des roches. L'élasticité linéaire rend compte d'une relation biunivoque entre les contraintes et les déformations, sous la forme:

$$\sigma_{ij} = g_{ij}(\varepsilon_{kl}) \quad (i,j,k,l=1,2,3) \quad (1.2)$$

En élasticité linéaire, nous avons la loi de **Hooke**:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1.3)$$

[C] matrice de rigidité contenant 81 composantes inconnues.

La symétrie du tenseur des contraintes de Cauchy et du tenseur des déformations permet de réduire ce nombre à 36 composantes. Plusieurs hypothèses permettent de réduire ce nombre:

- l'hyperélasticité permet de réduire ce nombre à 21 composantes.
- l'orthotropie (symétrie par rapport à 3 plans orthogonaux) permet de réduire ce nombre à 9.
- l'orthotropie de révolution (symétrie par rapport à un plan et un axe qui lui est perpendiculaire) permet d'arriver à 5.
- l'isotropie (toutes les directions et tous les plans sont équivalents) permet d'arriver à 2 composantes distinctes : E et  $\nu$  (le module d'Young et le coefficient de Poisson) si nous travaillons en déformation ou  $\lambda$  et  $\mu$  (les coefficients de Lamé) si nous travaillons en contraintes.

### I.2- Modèles incrémentaux de type interpolation

Le principe de ce type de loi est de relier les accroissements de déformations et de contraintes durant un incrément de temps par une fonction. Cette fonction dépend de l'histoire du milieu. Elle se met sous la forme:

$$G(d\varepsilon, d\sigma, dt) = 0$$

Les objectifs principaux de ces lois incrémentales(16,17) sont les suivantes:

\*elles doivent être valables sur une très large classe de chemins de sollicitations,

\*elles doivent pouvoir décrire le comportement du matériau, des petites déformations jusqu'à la plasticité,

\*elles doivent être capables de décrire le comportement en charge et en décharge.

On peut étudier cette fonction sous la forme proposée par Darve en prenant:

$$[d\varepsilon_\alpha]^T = [d\varepsilon_{11}, d\varepsilon_{22}, d\varepsilon_{33}, \sqrt{2}d\varepsilon_{23}, \sqrt{2}d\varepsilon_{31}, \sqrt{2}d\varepsilon_{12}] \quad (1.4)$$

$$[d\sigma_\alpha]^T = [d\sigma_{11}, d\sigma_{22}, d\sigma_{33}, \sqrt{2}d\sigma_{23}, \sqrt{2}d\sigma_{31}, \sqrt{2}d\sigma_{12}] \quad (1.5)$$

et en prenant la restriction de G à un domaine contenant l'origine et en négligeant les termes du second ordre. On obtient alors la forme générale de G:

$$d\varepsilon_\alpha = M_{\alpha\beta} d\sigma_\beta + C_\alpha dt \quad (\alpha, \beta=1, \dots, 6) \quad (1.6)$$

Le tenseur M caractérise la partie non visqueuse du modèle (élasto-plastique) et C la partie visqueuse.

Parmi les modèles rhéologiques incrémentaux, on trouve le modèle rhéologique incrémental octo-linéaire(17) et non linéaire(16) de Darve. Dans le modèle non linéaire, la matrice M varie d'une façon continue avec la direction de sollicitations  $d\varepsilon$ . Pour un matériau considéré non visqueux, l'incrément de temps n'aura aucune influence sur la loi rhéologique. On peut donc étudier la fonction G sous la relation:

$$d\varepsilon_\alpha = F_\alpha(d\sigma_\beta) \quad (1.7)$$

En considérant l'identité d'Euler pour la fonction homogène F, on arrive à la formulation (d'après l'équation 1.6):

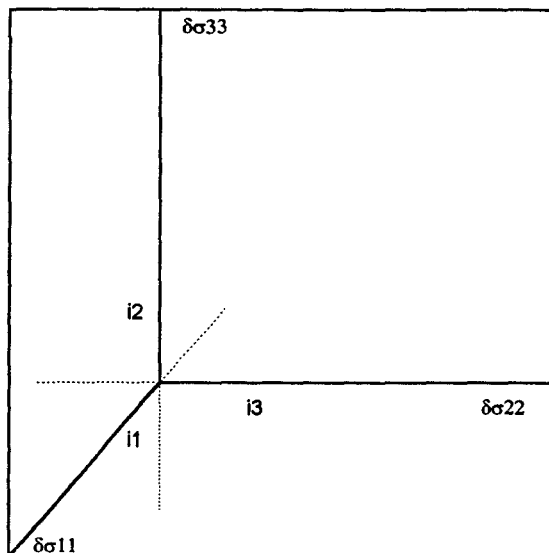
$$d\varepsilon_\alpha = M_{\alpha\beta}(u_\delta) d\sigma_\beta \quad \text{avec} \quad u_\delta = \frac{d\sigma_\delta}{d\sigma} \quad (1.8)$$

Cette relation traduit la propriété de non-linéarité incrémentale de la fonction F. Elle traduit en fait une dépendance directionnelle de F par rapport à u.

Cette dépendance peut être traduite de deux manières différentes:

\* **une approche discrète** : nous trouvons ici toutes les lois dites "multilinéaires" pour lesquelles on détermine un nombre fini de matrice M. Chaque matrice M est en fait la restriction de F suivant une direction de l'incrément de contraintes. Nous avons, par exemple la loi octo-linéaire de Darve(17).

Cette loi repose sur deux hypothèses fondamentales : la loi incrémentale est supposée orthotrope et les huit zones tensorielles sont supposées être constituées par les huit huitièmes d'espace séparés par les trois plans de coordonnées.(voir figure 1.1)

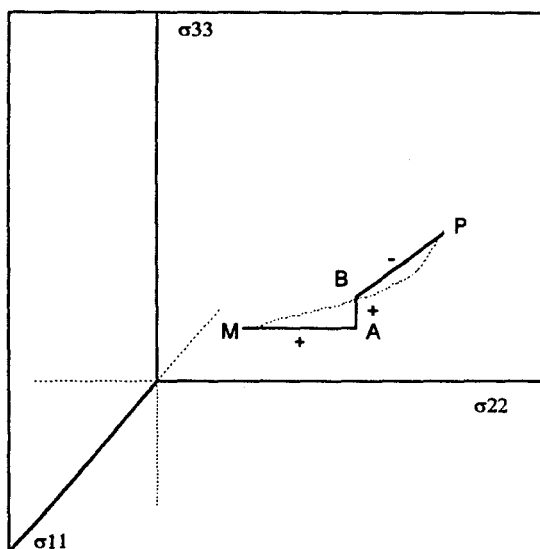


**Figure 1.1** : définition des huit zones tensorielles (d'après Darve)

Grâce à l'hypothèse d'orthotropie, on arrive à la relation:

$$[d\varepsilon] = [N(u)][d\sigma] \quad (1.9)$$

Il s'agit donc de déterminer les matrices N en décomposant le chemin élémentaire de sollicitation. (voir figure 1.2)



**Figure 1.2** : décomposition d'un chemin de sollicitation élémentaire dans l'espace des contraintes

Les éléments de la matrice N sont fonction des états de contrainte et de déformation actuels, de l'histoire du chargement et du sens de la sollicitation actuelle. A la transition des zones tensorielles, il faut que les réponses incrémentales vérifient la condition de continuité. Dans certains cas, une discontinuité, non acceptable, peut être produite. Darve(16) a alors généralisé cette loi en utilisant la seconde approche.

\* **une approche continue**: le chemin de sollicitation ,où une seule des trois contraintes principales varie, n'est plus décomposé en chemins élémentaires. La matrice N varie donc continûment avec u.

$$[N(u)] = [A] + [B] \left[ \delta_{ij} u_j \right] \quad (I.10)$$

Nous avons donc l'expression de la loi non-linéaire du second ordre en reportant l'équation (I.10) dans l'équation (I.9):

$$[d\varepsilon] = [A]d\sigma + \frac{1}{d\sigma} [B] [d\sigma] \quad (I.11)$$

### I.3- élasto-plasticité

Les modèles élastoplastiques ont souvent été utilisés pour retranscrire le comportement des roches. **Lade** (54,56) et **Nova** (71) ont étendu leur modèles, initialement prévus pour les sols, aux cas des roches. **Shao** (81) a adapté le modèle de Lade au cas de la craie avec une précision très satisfaisante.

D'autres auteurs ont obtenu de bons résultats dans le cadre de l'étude du comportement des roches, comme **Desai** (18,19) et **Ishihara**(46,47).

D'après **Salençon et Halphen** (78), la définition du comportement plastique se compose de la réponse à deux questions:

- ❶ Quand les déformations plastiques se produisent-elles? C'est la notion de surface de charge.
- ❷ Comment ces déformations s'effectuent-elles? C'est la notion de potentiel plastique et de règle d'écoulement.

Un matériau élasto-plastique ou plastique est caractérisé par l'apparition de déformations irréversibles et de déformations élastiques.

Les irréversibilités sont définies par la notion de surfaces de charge qui dépendent de la position des contraintes dans l'espace des contraintes principales et de la direction de l'incrément  $d\sigma$ .

D'après la théorie classique de **Hill** (37), la règle d'écoulement donne la direction de la déformation plastique. Les règles d'évolution des paramètres d'écrouissage donnent son amplitude.

#### I.3.1- surfaces de charge

Pour définir le domaine d'élasticité, on introduit une fonction scalaire  $f$  dépendant du tenseur des contraintes  $\sigma$ , appelée fonction de charge.

$$. f(\sigma, \alpha) < 0 \quad \text{à l'intérieur du domaine} \quad (I.12.a)$$

$$. f(\sigma, \alpha) = 0 \quad \text{sur la frontière} \quad (I.12.b)$$

$$. f(\sigma, \alpha) > 0 \quad \text{à l'extérieur du domaine} \quad (I.12.c)$$

Le critère de plasticité est déterminé par la relation  $f(\sigma)=0$ .

Pour les matériaux parfaitement plastiques isotropes,  $f$  n'est fonction que des invariants du tenseur des contraintes ( $I_1, I_2, I_3$ ). Dans le cas des matériaux écrouissables, on a une évolution de la surface de charge avec la sollicitation. Pour prendre en compte cette évolution, on introduit des paramètres variables caractéristiques dits variables internes.

Soit  $V$  l'ensemble des variables internes ; dans un cas général,  $V$  s'écrit:

$$V = \left\{ \sigma, (\alpha_k, k = 1, N_t), (\beta_k, k = 1, N_v), (\zeta_k, k = 1, N_s) \right\} \quad (1.13)$$

où  $\alpha$  est un tenseur symétrique d'ordre 2

$\beta$  est un vecteur

$\zeta$  est un scalaire.

Par exemple, dans le cas de l'écroutissage isotrope,  $V$  s'écrit:(59)

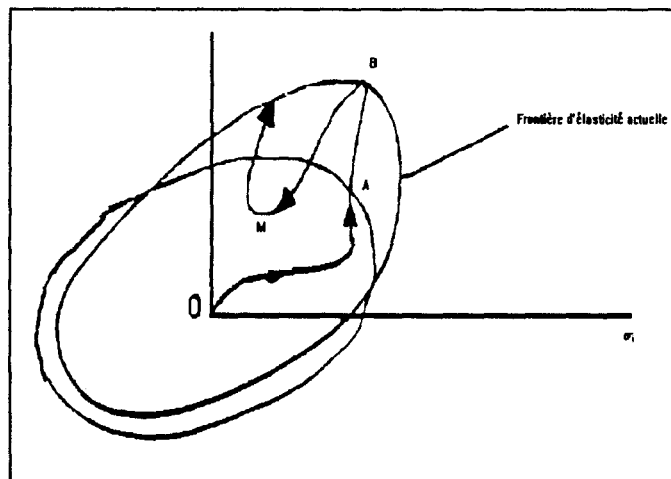
$$V = \left\{ \sigma, (\zeta_k, k = 1, N_s) \right\} \quad (1.14)$$

L'écroutissage isotrope ne dépend que d'un paramètre scalaire. Le domaine d'élasticité se transforme par homothétie de centre  $O$  au fur et à mesure de l'écroutissage (figure 1.3).

Le critère de plasticité est alors déterminé par la relation:

$$f(\sigma, \alpha) = 0 \quad (1.15)$$

où  $\alpha$  est l'ensemble des paramètres d'écroutissage  $\alpha = V - \{\sigma\}$



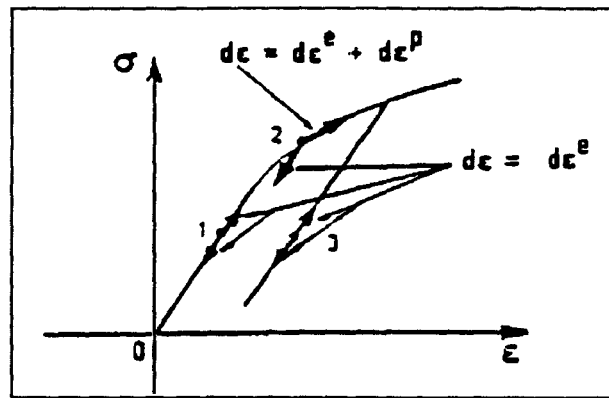
**Figure 1.3:** domaine d'élasticité initial et actuel pour le matériau écroutissable.

### 1.3.2- potentiel plastique et règle d'écoulement

Après avoir répondu à la première question, nous allons donc nous intéresser à la seconde. On décompose la déformation plastique en une partie élastique et une partie plastique (figure 1.4).

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (1.16)$$

La déformation plastique apparaît lorsque la contrainte se trouve sur la surface de charge et à tendance à en sortir.



**Figure 1.4:** expérience en sollicitation uni-axiale pour le matériau écrouissable : irréversibilité du comportement.

1/ charge plastique:  $d\varepsilon^p$  différent de zéro (figure 1.5)

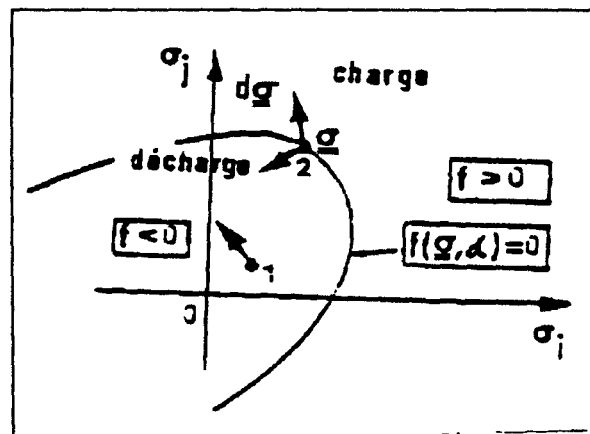
$$f(\sigma, \alpha) = 0 \quad (1.17.a)$$

$$df_\alpha = \frac{\partial f(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma} \cdot d\sigma > 0 \quad (1.17.b)$$

2/ décharge:  $d\varepsilon^p = 0$

$$f(\sigma, \alpha) = 0 \quad (1.18.a)$$

$$df_\alpha = \frac{\partial f(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma} \cdot d\sigma \leq 0 \quad \text{ou } f(\sigma, \alpha) < 0 \quad (1.18.b)$$



**Figure 1.5:** sollicitation multiaxiale: notion de "charge" et "décharge" pour le matériau écrouissable.

Faisons maintenant l'hypothèse de variables internes en prenant l'expression la plus générale reliant  $d\sigma$  à  $d\varepsilon^p$ , c'est-à-dire :

$$d\varepsilon^p = M_p(\sigma, \alpha, d\sigma) \quad (1.20)$$

ainsi qu'en faisant l'hypothèse d'une homogénéité de degré 1 :

$$M_p(\sigma, \alpha, \mu d\sigma) = \mu \cdot M_p(\sigma, \alpha, d\sigma) \quad \mu \in \mathbb{R}^+ \quad (1.21)$$

On suppose  $M_p$  linéaire en  $d\sigma$ :

$$d\varepsilon^P = M_p(\sigma, \alpha) : d\sigma \quad (1.22.a)$$

$$\text{donc } d\varepsilon_{ij}^P = N_{ij}(\sigma, \alpha) \langle df_\alpha \rangle \quad i,j=1,2,3 \quad (1.22.b)$$

Soit  $u$  une fonction quelconque, on définit  $\langle u \rangle$  comme la partie positive de  $u$ :

$$\langle u \rangle = \begin{cases} u & \text{si } u > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.23)$$

On peut maintenant faire l'hypothèse du potentiel plastique:

$$N(\sigma, \alpha) = \frac{1}{h(\sigma, \alpha)} \cdot \frac{\partial g(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma} \quad (1.24)$$

On obtient donc, d'après les équations (1.22.b) et (1.24), la déformation plastique:

$$d\varepsilon^P = \frac{1}{h(\sigma, \alpha)} \cdot \langle df_\alpha \rangle \cdot \frac{\partial g(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma} = \mu \cdot \frac{\partial g(\sigma, \alpha)}{\partial \sigma} \quad (1.25)$$

. $\mu$ : multiplicateur plastique  
.g: potentiel plastique  
.h: module élastique

On arrive donc à la conclusion que les directions principales de  $d\varepsilon^P$  sont indépendantes de celles de  $d\sigma$  mais dépendent de  $V$  et de  $S$  (ensemble des symétries). Dans le cas où le potentiel plastique  $g$  et la fonction de charge  $f$  sont égales, on dit que la loi est associée.

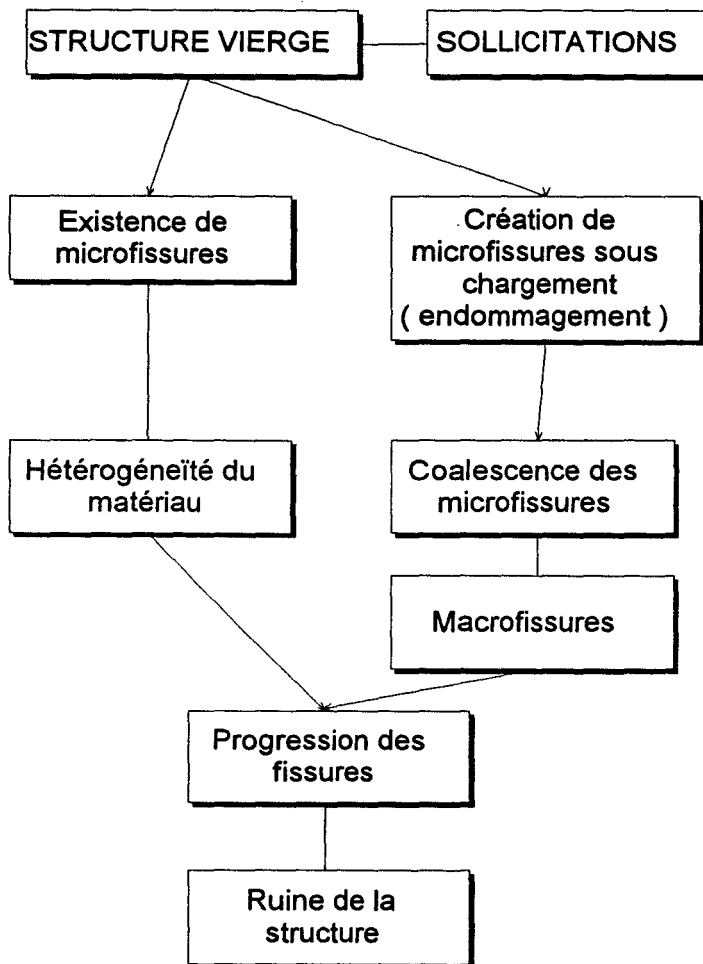
#### Evolution des paramètres d'érouissage

Pour un matériau élasto-plastique, la connaissance des valeurs actuelles des paramètres permet de définir l'état d'érouissage. Il n'y a évolution des paramètres d'érouissage que s'il y a "plastification".

#### 1.4- Modèles avec endommagement

L'endommagement décrit la dégradation d'un matériau par l'apparition de fissures microscopiques. Cette approche consiste à représenter les phénomènes locaux par une variable interne caractérisant l'évolution structurelle du matériau. Les modèles rhéologiques avec endommagement consistent à prendre en compte l'influence des microfissures sur les propriétés macroscopiques des matériaux.

Cette phase de micro fissuration précède une phase macroscopique correspondant à l'apparition de fissures visibles. Pour illustrer ces deux étapes, nous représentons le schéma suivant proposé par Lemaitre et Chaboche (58):



### Présentation des deux modes de fissuration

Le caractère endommageable des matériaux est actuellement modélisé de trois façons:

- de façon *incrémentale* (27,42,43)

Ce modèle est basé sur une approche empirique. Il utilise le formalisme des modèles rhéologiques incrémentaux pour décrire l'endommagement anisotrope induit.

Dans le cadre de la mécanique des roches, ces lois ont été utilisées avec succès pour rendre compte du comportement de matériaux élasto-endommageables à anisotropie induite comme le grès des Vosges ou de Fontainebleau (43,44,45), à anisotropie initiale comme le schiste ardoisier (28,29) ou celui du béton (56).

Dans le repère principal des contraintes, la relation contraintes-déformations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$



Le comportement de la roche est supposé isotrope transverse et élastique linéaire dans le plan d'isotropie.

A partir de ces hypothèses, la matrice M peut être déterminée :

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= M_{22} = \frac{1}{E} \\
 M_{21} &= M_{12} = -\frac{\nu}{E} \\
 M_{3i} &= \frac{-1}{K_{c3i}} \quad \text{si } d(\sigma_i - \sigma_3) > 0 \\
 M_{3i} &= \frac{-1}{K_{d3i}} \quad \text{si } d(\sigma_i - \sigma_3) < 0 \\
 K_{c3i} &= \frac{E}{\nu} \left( \frac{Q_t}{\sigma_i - \sigma_3} \right)^\beta \quad (\sigma_i - \sigma_3) > Q_t \\
 i &= 1, 2 \\
 M_{33} &= \frac{1}{E_t} \\
 M_{13} &= -\frac{\nu'_{13}}{E_t} \\
 M_{23} &= -\frac{\nu'_{23}}{E_t} \\
 E_t &= E \left( \frac{Q_t}{\sigma_1 - \sigma_3} \right)^\alpha \quad (\sigma_1 - \sigma_3) > Q_t
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

Les expressions  $M_{32}$  et  $M_{13}$  dépendent de la direction de sollicitation (ouverture ou fermeture des microfissures).  $K_{c3i}$  est le module tangent de la courbe contrainte  $(\sigma_i - \sigma_3)$  - déformation transversale.  $Q_t$  représente le seuil d'endommagement qui dépend de la pression isotrope :

$$Q_t = a_1 + b_1 \sigma_3 \tag{1.28}$$

L'exposant  $\beta$  représente le taux d'évolution de l'endommagement qui dépend de la pression isotrope :

$$\beta = a_2 + b_2 \sigma_3 \tag{1.29}$$

$K_{d3i}$  sont les modules sécants de déchargement.  $E_t$  est le module tangent dans la direction perpendiculaire aux microfissures. Ce modèle contient finalement 9 paramètres aisément calculables grâce à quelques essais triaxiaux de révolution (compression et extension latérale).

- en se basant sur *la mécanique de la rupture* des microfissures

Par exemple, Costin (12,13) utilise la condition de propagation donnée par le critère de Griffith:

$$K_I = K_{Ic}$$

où  $K_I$  est le facteur d'intensité de contraintes qui, ici, comprend la géométrie du problème, les sollicitations extérieures et la dimension de la micro fissure. Il suppose également qu'il existe trois ensembles de fissures, chacun parallèle à une direction principale du tenseur des contraintes déviatoriques  $S_{ij}$ .  $K_I$  est obtenu en moyennant la taille des microfissures de chaque ensemble. Le critère d'endommagement s'écrit de la façon suivante :

$$Y_i = S_i + \frac{1}{3 F(\gamma)} \sigma_{kk} - \left( \frac{\pi K_{lc}}{2F(\gamma)(\pi a_i)^2} + \frac{S_0}{d_0} a_i \right) = 0 \quad (I.30)$$

où  $F(\gamma)$  et  $S_0/d_0$  sont des paramètres  
 $a_i$  représente la taille de la microfissure dans la  $i^{\text{ème}}$  direction principale

On obtient donc dans le repère principal les trois relations :

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \frac{\sigma_i}{E_0 \left(1 - \frac{D^3}{C_i}\right)} - \frac{\nu_0}{E_0} (\sigma_{kk} - \sigma_i) + \frac{T_i}{K_i} D^3 \\ K_i &= K_{i0} \left(1 - \frac{D^3}{C_n}\right) \\ T &= \frac{\sigma_{kk}}{3} + \left(S_i - \frac{S_0}{d_0} (a_i - a_0)\right) F(\gamma) \end{aligned} \quad (I.31)$$

où  $C_i$ ,  $K_{i0}$ ,  $C_n$  et  $a_0$  sont des paramètres du modèle.

$D$  est défini par :  $D = \text{MAX} \left( \frac{a_i - a_0}{a_c - a_0} \right)$

Ce modèle contient 13 paramètres déterminés à partir d'essais triaxiaux

#### - de façon *thermodynamique*

La thermodynamique de l'endommagement considère l'endommagement comme variable interne. De nombreux modèles utilisent maintenant cette approche thermodynamique comme **Dragon** (10,24,74) pour le grès, **Mazars** (61,62) et **Legendre** (57) pour le béton.

Nous présentons ci dessous les bases de l'approche thermodynamique de l'endommagement. On se limitera au cas de matériaux endommageables présentant un comportement élastique ou élastoplastique dans le cadre de transformations isothermes. La variable d'endommagement est le scalaire  $D$ .

Le potentiel thermodynamique énergie libre s'écrit en fonction des variables d'état :

$$\psi = \psi(\varepsilon, D, V_k) \quad (I.32)$$

$V_k$  représentant les autres variables internes .

Les lois d'état qui découlent de l'équation (I.32) sont :

$$\begin{aligned} \sigma &= \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \\ Y &= \rho \frac{\partial \psi}{\partial D} \end{aligned} \quad ((I.33))$$

L'inégalité de Clausius-Duhem issue du second principe de la thermodynamique impose :

$$-Y\dot{D} \geq 0 \quad (I.34)$$

On postule l'existence d'un potentiel de dissipation :  $\varphi(\varepsilon, \dot{D}, Y, V_k)$ . On peut construire un autre potentiel dual équivalent  $\varphi^*$  permettant d'exprimer  $\dot{D}$  en fonction de  $Y$  :  $\varphi^*(\sigma, Y, V_k, \varepsilon, D)$ . La loi de normalité qui en découle s'exprime par :

$$\dot{D} = -\frac{\partial \varphi^*}{\partial Y} \quad (I.35)$$

Dans le cadre des matériaux standards généralisés, on peut poser :

$$\varphi^*(\sigma, Y, V_k, \varepsilon, D) = \dot{\lambda}_D f(\sigma, Y, V_k, \varepsilon, D) \quad (I.36)$$

$\dot{\lambda}_D$  est le multiplicateur d'endommagement  
 $f$  détermine le seuil d'endommagement  
 La loi qui en découle s'exprime alors :

$$\dot{D} = -\dot{\lambda}_D \frac{\partial f}{\partial Y} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_D = 0 & \text{si } f < 0 \\ & \text{ou } f = 0 \text{ et } \dot{f} < 0 \\ \dot{\lambda}_D > 0 & \text{si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \end{cases} \quad (I.37)$$

## I.5- modèles à concept d'état limite

### I.5.1- Etat critique

La théorie de l'état critique, développé à Cambridge par **Roscoe et Schofield** (1958-1968), consiste à traduire le comportement des sols dans le domaine des grandes déformations. La définition de l'état critique est: si un élément de sol est soumis à une déformation déviatorique croissante, il tend vers un état idéal asymptotique appelé état critique, caractérisé par une variation de volume  $d\varepsilon_v$  nulle et un rapport  $M$  de contrainte déviatorique  $q$  sur contrainte moyenne  $p$  constant.

$$d\varepsilon_q \gg 0, \quad d\varepsilon_v = 0 \quad q = Mp$$

$$e = e_0 - \mu \ln p \quad \text{où } e \text{ est l'indice des vides}$$

$$\xi \text{ est l'indice des vides initial}$$

$$M, \mu \text{ sont des constantes indépendantes de l'indice des vides initial}$$

### 5.1.2- Modèles de l'état critique

Les modèles Cam-Clay (CC) et Cam-Clay modifié (CCM) sont constitués de différentes hypothèses que nous allons énumérer.

1- hypothèse de l'état critique

2- en compression hydrostatique ( $q=0$ ), nous avons les relations:

$$v = k \ln\left(\frac{P}{P_a}\right) = v_k \quad \text{si } \dot{p} < 0 \quad \text{d'où } \dot{\varepsilon}_v^e = \dot{\varepsilon}_v = \frac{\dot{v}}{v_0} = k \frac{\dot{p}}{v_0 p} \quad (I.38.a)$$

$$v = \mu \ln\left(\frac{P}{P_a}\right) = v_\mu \quad \text{si } \dot{p} > 0 \quad \text{d'où } \dot{\varepsilon}_v^p = \dot{\varepsilon}_v - \dot{\varepsilon}_v^e = (\mu - k) \frac{\dot{p}_p}{v_0 p_p} \quad (I.38.b)$$

où  $p_p = \sup\{p\}$ ,  $P_a, v_k, v_\mu$  grandeurs de référence  
 $\dot{\varepsilon}_v^e$ : vitesse de déformation volumique élastique.

$\dot{\varepsilon}_v^p$ : vitesse de déformation volumique plastique.

Ces relations traduisent une non-linéarité des déformations volumiques élastiques.

### 3- hypothèse du travail plastique

Le travail plastique effectué par l'incrément de déformation plastique ( $d\varepsilon_p^p, d\varepsilon_q^p$ ) dans un état de contrainte ( $p, q$ ) est égal au travail effectué par l'incrément ( $0, d\varepsilon_q^p$ ) à l'état critique correspondant ( $p, q = Mp$ )

$$\begin{aligned} dW^p &= \sigma : d\varepsilon^p = pd\varepsilon_v^p + qd\varepsilon_q^p = Mp d\varepsilon_q^p \quad \text{pour le Cam Clay} \\ &= p \left[ (d\varepsilon_q^p)^2 + (Md\varepsilon_q^p)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{pour le Cam Clay modifié} \end{aligned} \quad (I.39)$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} &= M - \frac{q}{p} \quad \text{pour le Cam Clay} \\ &= \frac{\left[ M^2 - \left( \frac{q}{p} \right)^2 \right]}{\left( \frac{2q}{p} \right)} \quad \text{pour le Cam Clay modifié} \end{aligned} \quad (I.40)$$

### 4- paramètres d'écoulement

La loi est dite associée (donc  $f=g$ ) et on suppose que la taille de la surface de charge est contrôlée par la variation de volume plastique  $d\varepsilon_v^p$ .

On obtient:

$$\begin{aligned} f(p, q, \varepsilon_q^p) &= \frac{q}{Mp} + \ln \left( \frac{p}{p_p} \right) \quad \text{pour le Cam Clay} \\ f(p, q, \varepsilon_v^p) &= \frac{q^2}{M^2 p} + p - p_p \quad \text{pour le Cam Clay modifié} \\ &\text{avec } p_p = p_p(\varepsilon_v^p) \end{aligned} \quad (I.41)$$

En mécanique des roches, ce concept a été adapté par des auteurs tels que Michelis (64,65), Jones (41). Ils définissent l'état critique par les contraintes de cisaillement maximum que la roche puisse supporter. Les critères d'écoulement s'écrivent :

$$\begin{aligned} \ln(p) + \frac{k}{k-1} \ln \left( M^* + \left( \frac{(k-1)p}{q} \right) \right) &\quad \text{pour Gerogiannopoulos (31)} \\ &\quad (I.42) \\ \frac{p}{q} &= M - k \frac{\varepsilon_v^p}{\varepsilon_q^p} \quad \text{pour Michelis (64,65)} \end{aligned}$$

## I.6- comparaison des lois rhéologiques

D'une façon générale, les modèles élastiques ne correspondent qu'imparfaitement au comportement des sols et des roches (sauf dans le domaine des petites déformations). En particulier, ils ne permettent pas de tenir compte de la contrainte intermédiaire ou des déformations irréversibles.

Par contre, le modèle élasto-plastique permet une meilleure concordance avec l'expérience. Il prend en compte des irréversibilités en introduisant la notion de surface de charge. Par exemple le modèle de **Lade**, permet de retranscrire correctement le comportement de géomatériaux comme la craie (92,93,94) ou d'argile (7).

Les modèles à concept d'état limite sont adaptés aux géomatériaux à faible cohésion (argile tendre ou sable non consolidé) mais ne retranscrivent pas correctement le comportement de roches tendres comme la craie ou des argilites consolidés (7).

Les modèles incrémentaux dont celui de **Darve**, permettent de mieux décrire la non-linéarité du comportement du matériau. L'hypothèse d'orthotropie qui prend en compte une certaine anisotropie du matériau (surtout dans le cas des sols) est considérée suffisante. Cependant, ils ne sont pas commodes à expliciter lorsque le trajet de chargement est complexe.

En ce qui concerne les matériaux endommageables, les modèles incrémentaux (44,45) permettent de décrire l'endommagement anisotrope de roches telles que le grès des Vosges, celui de Fontainebleau ou de schistes ardoisiers (29). Numériquement, la mise en oeuvre de tels modèles devient ardue et peut générer des problèmes de résolution comme le suivi de la direction de fissuration (87).

Les modèles s'appuyant sur la mécanique de la rupture, tel que le modèle de **Costin**(12,13), permettent de simuler correctement le comportement de géomatériaux endommageables mais certains paramètres comme, par exemple, la largeur des microfissures, restent difficiles à déterminer. L'approche thermodynamique permet d'obtenir une loi dans un repère global, ce qui facilite son exploitation. Le modèle de **Dragon**(23,24,25) a permis d'obtenir des résultats très cohérents.

## II- Modèles appliqués à la torsion

La modélisation que nous avons adopté consiste à utiliser les lois de comportement existantes et les adapter. Cette approche nécessite le choix d'une dérivée objective qui privilégiera un calcul par rapport à un autre ( par exemple, celui des déformations). Les dérivées objectives les plus couramment utilisées sont celles de **Jaumann**, **Jaumann modifiée** et **Truesdell**. Ces dérivées s'écrivent :

$$\text{Dérivée de Jaumann : } D_J = \dot{\sigma} - W\sigma + \sigma W$$

$$\text{Dérivée de Jaumann modifiée : } \hat{D}_J \sigma = \dot{\sigma} - W\sigma + \sigma W + \sigma \text{tr}(L)$$

$$\text{Dérivée de Truesdell : } D^T = \dot{\sigma} - L\sigma - \sigma L^T + \sigma \text{tr}(L)$$

où  $W$  représente le tenseur rotation de composantes  $W_{ij} = 1/2(u_{i,j} - u_{j,i})$

En utilisant la dérivée de **Jaumann**, **Wack** (100, 101, 102) retranscrit les effets du second ordre de torsion qu'il a pu observer sur les métaux et les alliages.

Le choix de celle-ci est souvent déterminé par des observations expérimentales et par le fait que l'utilisateur privilégie un mécanisme plutôt qu'un autre. La dérivée de **Jaumann** privilégiera le calcul des contraintes par rapport aux déformations, tandis que celle de **Truesdell** privilégiera le calcul en déformations. **Dienes** (18) a étudié la dérivée définie par **Green** (27) et **Naghdi** (60) :

$$D\sigma = \dot{\sigma} + \sigma\Omega - \Omega\sigma$$

où  $\Omega = \dot{R}R^T$  et  $R$  sont issus de la décomposition polaire du gradient de la transformation  $F$ .

Dienes montre que cette dérivée matérielle est plus adaptée à l'étude des grandes déformations que celle de **Jaumann**. Il est établi que la dérivée de **Jaumann** est adaptée aux problèmes en petites déformations (67,68).

On est souvent amené à admettre qu'il existe peu de modèles applicables au cas des roches. Le plus souvent, ces modèles sont issus d'une extrapolation de modèles appliqués aux sols (46, 61). La validité de tels modèles sous chemins de sollicitations sans rotation des axes principaux est une chose reconnue mais quant est-il sous chemins de sollicitations avec rotation des axes des contraintes principales ?

Comme nous l'avons vu précédemment, il existe plusieurs modèles concernant la classe de géomatériaux considérés : la craie et le grès . Pour la craie d'Haubourdin, nous avons choisi le modèle de **Lade** afin de poursuivre l'étude de l'adaptabilité de ce modèle sous chemins de sollicitation avec rotation d'axes (92). En effet, ce modèle a permis de retranscrire le comportement d'une craie de façon très satisfaisante. Afin de poursuivre cette étude, nous allons complexifier le chemin de sollicitation ( cf chapitre IV).

Pour le grès des Vosges, nous avons choisi le modèle de **Dragon**. Celui-ci adopte une approche thermodynamique. Ce modèle permet également une intégration aisée dans un code de calcul par une formulation dans le repère global des contraintes et des déformations.



## CHAPITRE II : TORSION SUR CYLINDRE CREUX PRINCIPAUX RESULTATS

L'application d'un couple de torsion engendre une non-uniformité de contraintes à travers la paroi, ce qui rend cet essai non homogène. De plus, l'échantillon étant encastré à ses deux extrémités, les effets de bords ( et plus généralement les conditions aux limites ) sont des phénomènes dont l'expérimentateur doit faire abstraction. La torsion sur cylindre creux nécessite donc un triple dimensionnement :

- à l'échelle de l'échantillon,
- à l'échelle de la cellule d'essai,
- à l'échelle de l'appareillage.

Le but de ce triple dimensionnement est d'obtenir des mesures expérimentales liées uniquement à l'échantillon testé.

Le premier dimensionnement est celui de l'échantillon. En effet, celui-ci doit être représentatif du matériau testé c'est-à-dire, pouvoir englober les caractéristiques au niveau microscopique (liaison inter granulaire ) et au niveau macroscopique (présence d'inclusion ou de fissure ). Ce dimensionnement est un compromis entre un aspect technologique ( mises en oeuvre de la carotte ) et un aspect théorique (élancement, diamètre, épaisseur ). Ce second aspect rend compte de la nature du matériau ( taille des grains ) et permet de s'affranchir des phénomènes parasites liés aux conditions aux limites.

Le second dimensionnement est celui de la cellule recevant l'éprouvette. Celle-ci est dimensionnée, d'une part en fonction des dimensions de l'échantillon et d'autre part, en fonction des contraintes à appliquer. La difficulté, en mécanique des roches, est justement ce niveau de contraintes qui nécessite un appareillage lourd.

Le troisième dimensionnement est celui plus général de l'appareillage. Le bâti de la presse, les vérins hydrauliques doivent être choisis en fonction des efforts et avec un souci de précision. Les conditions d'essais, comme la vitesse de chargement et le contrôle en force ou en déplacement, influent lourdement sur ce dimensionnement.

Nous présenterons, dans ce chapitre, les différentes machines de torsion existantes et travaillant sur divers types de matériaux (sols ou roches). Nous verrons ensuite une analyse du dimensionnement réalisé par divers auteurs. Cette analyse regroupe l'influence de divers facteurs comme le rayon extérieur ou intérieur ou la hauteur.

Nous étudierons ensuite l'influence de divers paramètres comme la pression hydrostatique, sur le comportement de roches sous chemins de sollicitations avec rotation des axes principaux.

## I- Types de machines

Le principal inconvénient de l'étude du comportement des roches réside dans le fait que celles-ci sont soumises à des contraintes de valeurs importantes nécessitant donc un appareillage lourd. De plus, la mise au point d'un essai de torsion réellement tridimensionnel est très complexe ; ce qui explique certainement le faible nombre de références actuelles.

Cependant, l'étude du comportement des roches en torsion a commencé depuis 70 ans avec **Boker (6)** qui réalise des essais de torsion sur une éprouvette cylindrique de marbre de Carrare.

Dans ce chapitre, nous donnons une liste non exhaustive des différents appareillages (voir tableau II.1), que ce soit en sol ou en roche.

Dans ce tableau, on remarque tout d'abord le faible nombre d'appareillages permettant d'obtenir un état réellement tridimensionnel. On remarque de plus une grande disparité des tailles d'échantillons. Dans le but de valider le dimensionnement de nos échantillons, nous verrons dans le paragraphe suivant une synthèse des raisons d'un tel dimensionnement puis, dans le chapitre suivant, une analyse des contraintes appliquées à l'échantillon par la méthode des éléments finis ( en supposant un comportement élastique du matériau).

## II- Dimensionnement de l'échantillon

### II.1- Introduction

Au vue des remarques précédentes, on peut s'interroger sur les dimensions à adopter pour l'échantillon? En effet, l'application d'un couple de torsion ou l'application de pressions extérieures et intérieures différentes induisent une non-uniformité du champ de contrainte. Le dimensionnement doit aussi tenir compte de la nature de la roche, surtout au niveau microscopique. Le dernier problème est purement technique: "la mise en forme de l'échantillon est-elle réalisable ?" Nous allons donc essayer de répondre à ces questions en relatant les problèmes et les solutions retenues par divers auteurs.

### II.2- Etudes dimensionnelles

#### II.2.1- Etudes des non-uniformités de contraintes

Pour étudier le gradient de contrainte dans l'épaisseur du tube apparaissant lorsque les pressions extérieures et intérieures sont différentes ou en torsion pure, on calcule certains paramètres définis ci-dessous permettant de traduire ces non-uniformités et de les minimiser.

**Hight et Al (36)** utilisent donc deux paramètres pour quantifier les non-uniformités (figure II.2):

$$\beta_1 = \frac{|\sigma' - \sigma|}{\sigma_1} \quad (II.1)$$

$$\beta_3 = \int_{R_i}^{R_e} \frac{|\sigma(r) - \sigma'|}{(R_e - R_i) \cdot \sigma_1} \cdot dr \quad \text{avec } \sigma_1 = \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2} \quad (II.2)$$

$\beta_1$  représente la différence entre les moyennes réelles et calculées en supposant une loi linéaire élastique des contraintes.

$\beta_3$  traduit le niveau de non-uniformités à travers la paroi. **Vaid et Al (99)** calculent dans le cas des sols, un paramètre  $\beta_r$  de signification similaire au paramètre  $\beta_3$ .

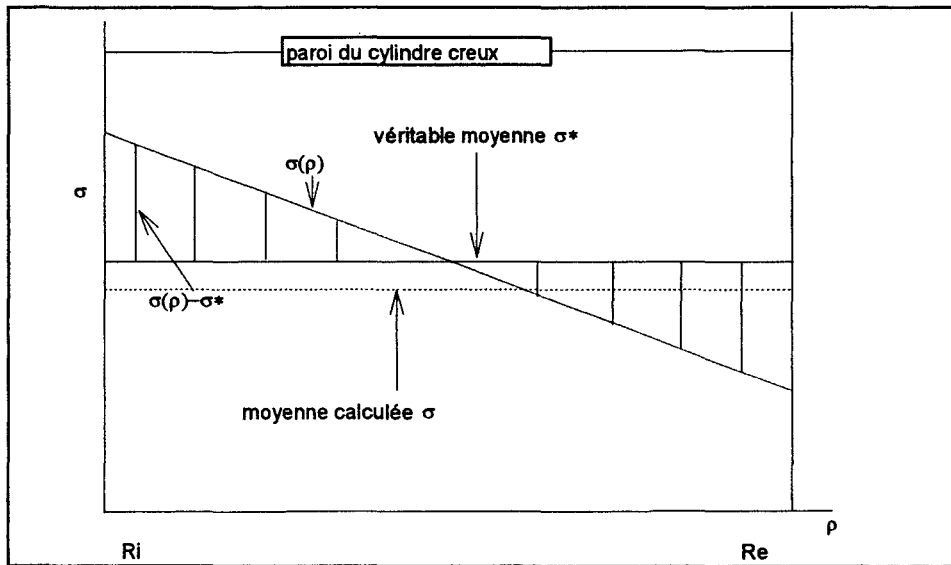


| CONCEPTEURS  | ECHANTILLONS  | SOLLICITATIONS MAXIMALES   | ETUDES  |
|--|---|--|---|
| <b>Y.SATO<br/>F.NAGAI<br/>(1974)</b>                 | Marbre<br>Cylindre plein ou creux<br>$\phi_i=10$ à 15 mm<br>$\phi_e=12$ à 18 mm   | Pressions: 160 MPa<br>Couple: 25 m.N   | Influence de la pression hydrostatique.<br>Distribution des contraintes à la rupture en torsion |
| <b>J.HANDIN<br/>D.HIGGS<br/>J.O'BRIAN<br/>(1960)</b> | Marbre plein<br>$\phi=9.4$ mm<br>H=31.75 mm                                       | Pressions: 275 MPa<br>Température: 300°C<br>Force: 700 kN                    | Torsion sous confinement ou chargement axial et en température                                  |
| <b>Z.P.BAZANT<br/>et Al<br/>(1981)</b>               | Béton<br>Cylindre plein<br>$\phi=152, 102$ et 76 mm<br>H=305 mm                   | Pressions: 275 MPa<br>Force: 5 m.N<br>Couple: 5600 m.N<br>Température: 600°C | Etude de la température en torsion  |
| <b>E.DURAND<br/>(1973)</b>                           | Roches<br>Cylindre plein ou creux<br>$\phi_i=60$ mm<br>$\phi_e=30$ mm<br>H=180 mm | Pressions: 60 MPa<br>Couple: 2500 m.N<br>Force: 500 kN                       | Comportement des roches à la rupture en torsion sous pression hydrostatique ou effort axial     |
| <b>M.KARCHAFI<br/>(1988)</b>                         | Sable d'Hostun<br>$\phi_i=180$ mm<br>$\phi_e=150$ mm<br>H=180 mm                  |  | Etude de l'anisotropie induite.<br>Comportement pré-rupture                                     |
| <b>M.J.SYMES<br/>D.W.HIGHT<br/>A.GENS</b>            | Sable de Ham River  |  | Etude de l'anisotropie induite.   |
| <b>A.SAADA<br/>(1981)</b>                            | Sable Reid Bedford<br>$\phi_i=51$ mm<br>$\phi_e=71$ mm<br>H=130 mm                |  | Etude de l'anisotropie induite.<br>Influence de la contrainte intermédiaire.                    |
| <b>R.CHEHADE<br/>I.SHAROUR<br/>(1985)</b>            | Sable d'Hostun<br>$\phi_i=180$ mm<br>$\phi_e=150$ mm<br>H=180 mm                  | Pressions: 1,2 MPa<br>Couple: 90 m.N<br>Force: 50 kN                         | Influence de la contrainte intermédiaire.<br>Liquéfaction.                                      |
| <b>J.PREVOST<br/>J.M.SIWAK<br/>(1991)</b>            | Grès, Craie<br>$\phi_i=35$ mm<br>$\phi_e=70$ mm<br>H=140 mm                       | Pressions: 64 MPa<br>Couple: 2800 m.N<br>Force: 300 kN                       | Comportement des roches sous sollicitations avec rotation des axes des contraintes principales  |

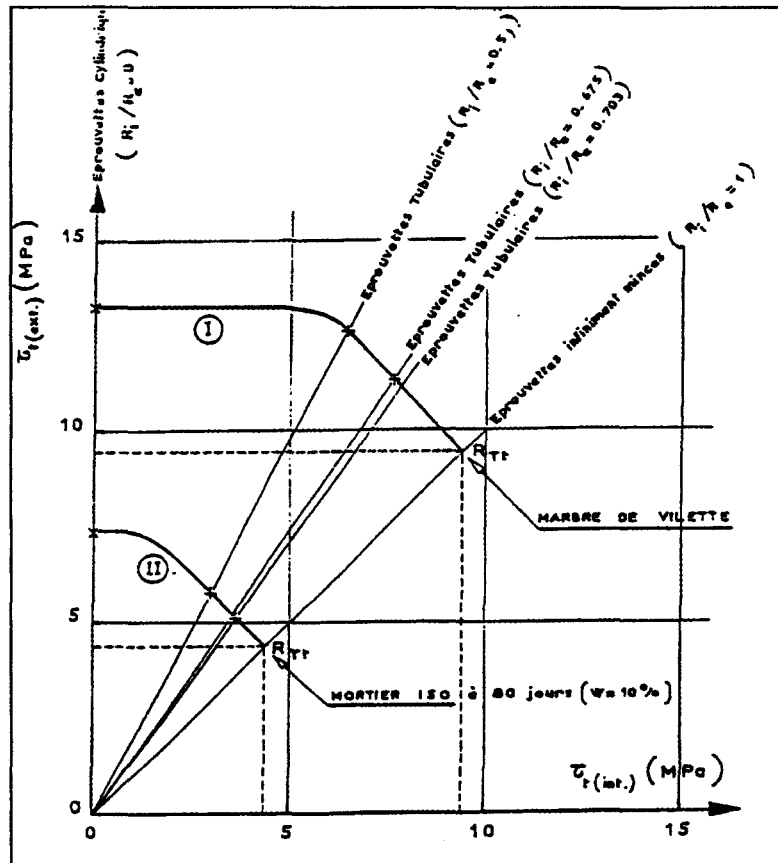
**Tableau II.1** : liste des appareillages de torsion

$$\beta_r = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{av}} \quad \text{avec } R = \frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} \quad (II.3)$$

$R_{av}$  représente la valeur moyenne à travers la paroi.



**Figure II.2:** Définitions utilisées pour la non-uniformité de contrainte



**Figure II.3 :** influence de la géométrie de l'éprouvette sur la rupture en torsion pure (d'après Durand)

**Durand (27)** a étudié l'influence des dimensions d'un échantillon de marbre de Villette en torsion pure. Il définit la contrainte de cisaillement qui s'exerce selon le rayon moyen  $R_m$  ( $R_i < R_m < R_e$ ). Il montre que la contrainte périphérique à la rupture diminue considérablement lorsque l'épaisseur  $e = R_e - R_i$  du cylindre creux diminue. La résistance de cisaillement  $R_t$  à la rupture dépend donc de la géométrie de l'échantillon (figure II.3).

### **II.2.2- influence du rayon extérieur et du rayon intérieur**

Dans le cas des sols, **Hight et Al (36,97)** ont étudié l'influence du rayon extérieur et intérieur en calculant deux paramètres:  $\beta_1$  et  $\beta_3$  pour un cylindre creux de sable. Ils préconisent un rapport  $R_i/R_e$  égale à 0,8.

Leur étude s'est faite en prenant en compte un certain nombre d'hypothèses:

- \*l'épaisseur de la paroi doit être suffisamment grande vis à vis du diamètre des grains.

**Durand (27)** préconise un rapport de 10.

- \*Le volume de l'échantillon doit être assez grand pour pouvoir négliger les effets de membrane.

- \*la densité dans la paroi doit être uniforme.

**Durand (27)** fait des expériences sur des éprouvettes de marbre de Villette cylindriques et tubulaires de diamètres extérieurs différents. Il montre que des rapports  $R_i/R_e$  inférieurs à 0,5 n'ont plus d'influence sur les valeurs du cisaillement à la rupture. Pour des rapports supérieurs, il préconise un rapport  $e/R_e$  compris entre 30% et 50%. (figure II.3)

### **II.2.3- influence de la hauteur**

La transmission de l'effort de torsion nécessitant un encastrement des deux bases, on peut s'interroger sur la validité des mesures réalisées. Dans quelles mesures, cet encastrement intervient-il ? Le problème est de savoir si les conditions aux limites ont un rôle prépondérant ou mineur sur les résultats obtenus en torsion. De plus, il serait intéressant d'analyser l'influence de ces conditions aux limites sur les mesures réalisées sur l'échantillon à l'aide de jauges d'extensométrie par exemple.

Théoriquement, en torsion pure, l'éclatement ne devrait jouer aucun rôle sur les résistances en torsion où le flambement n'existe pas. Or, lors d'un essai de torsion, **Durand** remarque que pour un éclatement inférieur à 1,5, la rupture est gênée par la colle. Lorsque l'éclatement est petit, l'essai de torsion pur se réduit à un essai de cisaillement direct à plan imposé. Finalement, **Durand** préconise un éclatement de 1,5 minimum.

**Hight et Al (36)**, sur sable dense, ont calculé par la méthode des éléments finis en élasticité linéaire, l'influence des effets de bord en comparant les résultats obtenus avec un cylindre creux non encasté. Ils observent une différence de 10% pour un éclatement égale à 2.

**Karchafi (99,50)** montre que pour des compressions triaxiales ou des essais avec de faibles rotations des axes principaux produisant une grande déformation axiale, l'échantillon de hauteur petite est plus adéquat car plus stable mais, pour de grandes rotations, un éclatement de 2 est plus adapté.

### **II.2.4- Conclusion**

Le problème du dimensionnement est donc de vérifier si l'effort appliqué à un endroit du dispositif de test est bien transmis et réparti sur l'échantillon sans addition d'effets parasites.

De ce fait, le dimensionnement permet de définir des limites à ne pas dépasser. Ces limites doivent être également fonction d'un réalisme expérimental c'est-à-dire d'une faisabilité technologique.

## **II.3- Influence de divers paramètres en torsion**

### **II.3.1- Etudes des rotations des axes des contraintes principales**

Dans tous les problèmes de géotechnique, les directions des contraintes principales tournent graduellement sous l'effet du chargement. Dans quelques cas comme les tremblements de terre ou un chargement causé par la houle, ces rotations sont continues et cycliques. Cela implique que les déformations n'ont lieu, non pas seulement à cause du changement des grandeurs des contraintes principales mais aussi à cause du changement de leur direction. Par exemple, **Bazant et Al (1,2)** mettent en évidence, sur des bétons, que la rotation des axes des contraintes principales entraîne une anisotropie de contrainte.

**Symes et Al (96,97)** ont développé un appareillage complet sur cylindre creux permettant d'étudier indépendamment l'influence de la rotation, de la contrainte principale intermédiaire, à travers le coefficient  $b$ , et de l'anisotropie. Pour cela, ils effectuent des essais en conditions drainées avec des pressions extérieures et intérieures différentes sur un sable dense de Ham River. Ils en déduisent que l'effet de la rotation sur la valeur des déformations ne devient significative que lorsqu'on arrive près du point de rupture

De plus, ils remarquent une grande différence entre  $\alpha$  : l'angle que fait la contrainte principale majeure avec la verticale et de  $\alpha_c$  : la direction de l'incrément de déformation, au début de la rotation puis celle-ci s'amenuise lorsque la rupture approche. Ils montrent ainsi que les déformations dépendent fortement du chemin de sollicitation et donc de la rotation et de la contrainte principale intermédiaire.

**Karchafi (50)** fait cette même remarque en réalisant des essais de torsion sur cylindre creux de sable d'Hostun. Il remarque de plus que, pour des essais à pressions de confinement constante et égale à 200 kPa,  $\alpha$  varie beaucoup au début de la torsion puis tend vers un palier.

**Symes et Al (96)** montrent également que la rotation des contraintes principales à  $R$  constant peut être associée à une compression volumique assez importante. Ils arrivent donc à la même conclusion que **Vaid et Al(99)** ayant réalisé des essais drainés sur le sable d'Ottawa.

**Symes et Al (96)**, pour leurs essais, relie  $b$  et  $\alpha$ , par cette relation :

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \sin^2(\alpha)$$

### **II.3.2- Influence de la pression hydrostatique en torsion**

L'étude de l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement d'un matériau quelconque est un passage quasiment obligatoire lorsqu'on a affaire à des essais de type biaxiaux ou triaxiaux. En effet, le tenseur des contraintes se divise en une partie déviatorique, fonction de l'état de contrainte final, et une partie sphérique qui résulte de la compression hydrostatique.

Comme on peut le voir sur la figure II.4 représentant le couple de torsion en fonction de la déformation angulaire, le comportement d'une craie de Lezennes utilisée par **Prévost (75)** ou du marbre de Villette utilisé par **Durand (27)** (figure II.5) dépend fortement de la pression hydrostatique.

Comme **Handin et Al (34)** et **Durand, Prévost** remarque que les courbes, pour une pression de confinement inférieure à 14 MPa correspondant au seuil de dégradation ("Pore-Collapse"), se décompose en deux phases:

- ① Une phase élastique qui augmente avec la pression hydrostatique. Cette observation est en accord avec les expériences effectuées par **Sato et Nagai (79)** sur du marbre.
- ② Une phase non linéaire.

Durand (27) et Prévost (75) étudient l'influence de la pression hydrostatique à travers le module d'élasticité  $G_p$  ( $M_t = G_p \theta w$ ). Ils constatent sur la craie que  $G_p$  passe par un maximum se situant au niveau du seuil de dégradation.

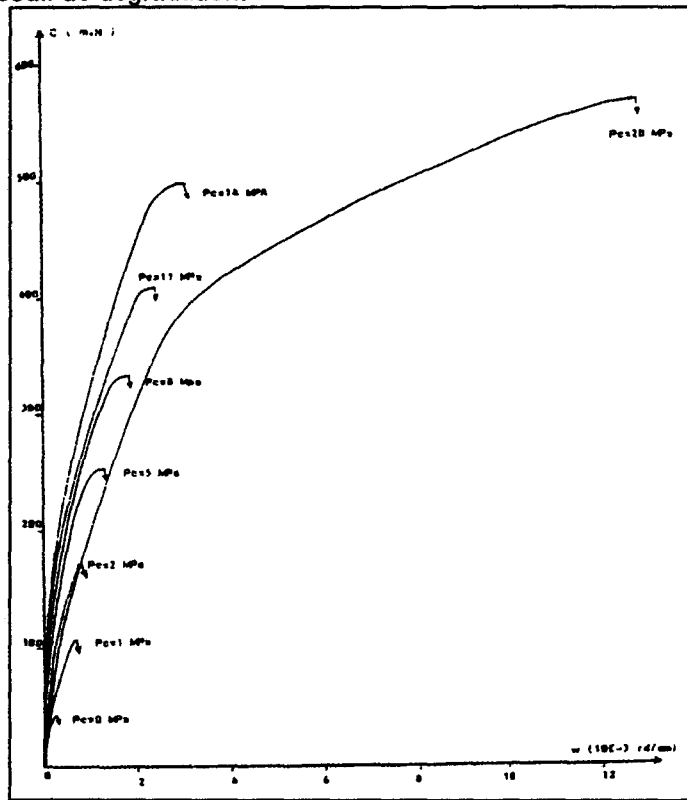


Figure II.4 : influence de la pression hydrostatique en torsion sur la craie de Lezennes

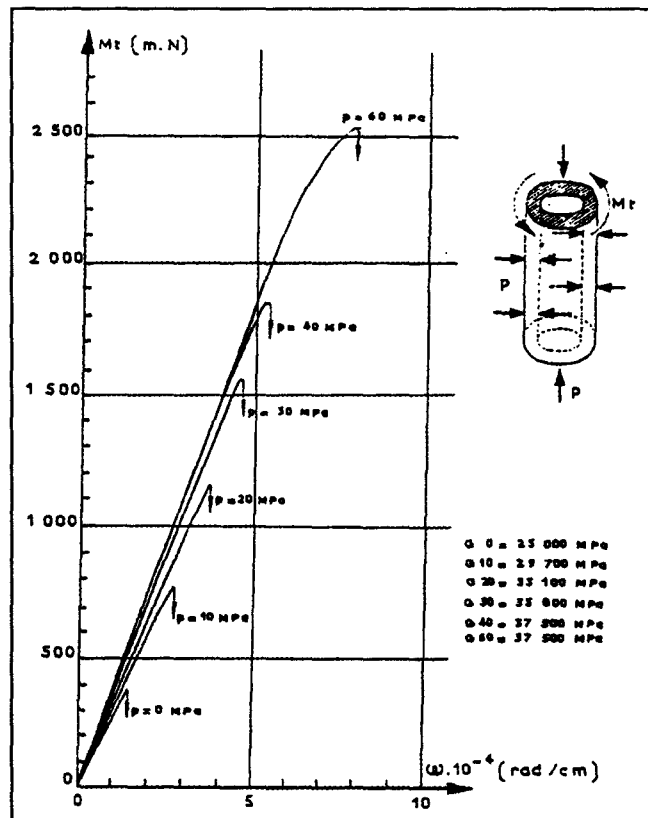


figure II.5 : influence de la pression hydrostatique en torsion sur le marbre de Villetta

### II.3.3- Influence de la contrainte principale intermédiaire

Les propriétés mécaniques d'un matériau donné dépendent de la température, de la vitesse de déformation et de l'état de contrainte. Lorsqu'on considère la vitesse de déformation et la température constantes, il est admis que l'état de contrainte, pour un matériau isotrope, est explicité par les trois contraintes principales :  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

La plupart des critères de rupture ( de type courbe intrinsèque) supposent que la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$  n'a aucune influence. Or, des effets notables ont été observés par **Von Karman et Handin et Al (33)**. En effet, la résistance et la ductilité de matériaux ordinairement fragiles augmentent souvent avec la pression de confinement. **Handin (33) et Mogi (66)**, se basant sur les travaux de **Von Karman**, ont observé que ces essais diffèrent suivant la compression ( $\sigma_3 = \sigma_2 < \sigma_1$ ) et l'extension ( $\sigma_3 < \sigma_2 = \sigma_1$ ). Cette différence est allouée à la contrainte principale intermédiaire.

**Handin et Al (33)** étudiant les effets de la température, de la vitesse de déformation et de la contrainte principale intermédiaire n'ont pas trouvé de critère adéquat, en terme de contraintes, pour la rupture macroscopique dans la région fragile. Cependant, ils remarquent que l'angle de rupture et la transition fragile-ductile dépendent de la contrainte principale intermédiaire et de la pression moyenne.

Dans le cas des sols, **Symes et Al (36,96)** étudient l'influence de la contrainte principale intermédiaire en utilisant le paramètre  $b$ .

### II.3.4- influence de l'état de contrainte sur le mode de rupture

La rupture peut être définie soit en terme de contraintes, soit en terme de déformations. Dans le premier cas, elle est due au dépassement de la résistance maximale de la roche, et dans le second, elle est due à un état instable, lequel pourrait conduire à l'extension de la fissuration.

Dans le cas de la torsion, l'orientation de la structure de la roche par rapport à l'axe de torsion a une influence primordiale sur le type de rupture et sur la résistance mécanique.

En torsion pure, les roches isotropes et homogènes se rompent selon une hélice inclinée à  $45^\circ$  par rapport aux génératrices et orientée selon la ligne isostatique de traction. C'est une rupture d'extension.(27)

Pour une éprouvette tubulaire à paroi mince, **Durand** observe que cette hélice s'étend sur les trois quarts de la circonférence. Il remarque l'apparition de rupture secondaire.

Ce mode de rupture, en extension, est également observé par **Prévost** pour des essais de torsion-compression axiale et torsion avec pressions de confinement.

**Durand et Prévost**, sur différents matériaux (craies, mortier, marbre) remarquent une évolution de l'angle d'inclinaison des hélices avec la pression de confinement. Ils observent également l'apparition de ruptures secondaires d'orientations variables. Ils observent de plus qu'à partir d'une pression de confinement moyenne, l'inclinaison de l'hélice n'est plus de  $45^\circ$  mais supérieure à cette valeur et que la rupture est, dans cette zone, de cisaillement.

### II.3.5- influence de la pression des pores

Le comportement mécanique d'une roche sera fortement influencé par la présence d'un fluide dans sa structure. La nature complexe du réseau de pores des roches au niveau microscopique (interconnexion des vides) empêche toute détermination exacte des mouvements d'un point du milieu. Il est donc nécessaire d'assimiler le milieu à un milieu continu équivalent dont le comportement se rapproche le plus du milieu réel.

La pression des pores joue donc un rôle important sur les mécanismes de déformation volumique. L'analyse mécanique des effets produits par la pression interstitielle sur le comportement du matériau est basée sur le concept de contrainte effective établi par **Terzaghi**. Ce concept a ensuite été généralisé par **Biot** au cas de l'élasticité linéaire et isotrope.

Si on veut l'appliquer aux roches saturées, il faut assimiler le matériau à un milieu continu équivalent (**Cornet (11)**).

$$\sigma = \sigma' + \alpha \cdot p \quad (11.4)$$

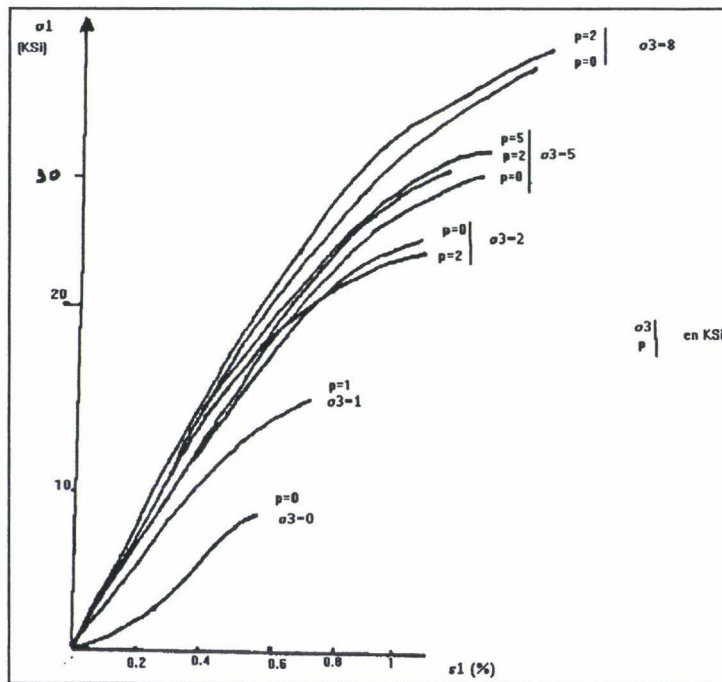
$\sigma$ : contrainte totale  
 $\sigma'$ : contrainte effective  
 $p$ : pression des pores

Donc, dans l'état de contraintes macroscopiques, la contrainte qui s'exerce sur le squelette solide est:

$$\sigma_1 = \sigma'_1 + \alpha \cdot p ; \sigma_2 = \sigma'_2 + \alpha \cdot p ; \sigma_3 = \sigma'_3 + \alpha \cdot p \quad (11.5)$$

$\alpha$  est une constante qui dépend essentiellement des propriétés et de la structure de la roche.

Les processus de déformation d'une roche saturée pourront être étudiés expérimentalement grâce à des essais non-drainés (**Cruz (15)**) et drainés (voir figure 11.6)



**Figure 11.6** : Diagramme contrainte déformation axiale d'essais drainés sous différentes pressions de pores et effectives de confinement sur le grès de Berea (D'après Aldrich)

Pour le cas de la craie, on peut dire que sous sollicitation hydrostatique :

- avant le pore collapse, c'est-à-dire dans la zone élastique, le concept de **Terzaghi** est applicable. En effet, le coefficient de contrainte effective de **Biot**  $\beta = \frac{K_b}{H}$  est constant et égal à 1. ( $K_b$  le module de compressibilité et  $H$  le coefficient de **Biot**)

- après le pore collapse, le module de compressibilité n'est plus constant et on ne peut donc plus appliquer le concept de Terzaghi. Cependant, Sibai (87) a montré que, pour une craie, la déformation volumique  $\varepsilon_w$  mesurée par jauges et  $\theta$  la variation de volume de l'espace poreux sont pratiquement identiques.

Sous sollicitations déviatoriques, la loi de Terzaghi semble fournir des corrélations acceptables .

Pour le cas du grès, la validité du concept de Terzaghi est fonction de la porosité initiale et de la compressibilité. Pour un grès des Vosges d'une porosité d'environ 20% sous sollicitation hydrostatique, le coefficient de Biot est égal à 1. Le concept de Terzaghi est donc applicable. De plus, ce coefficient  $\beta$  est quasi indépendant de la fermeture des fissures et de l'état de micro fissuration initiale(89).

Sous sollicitation déviatorique, Sibai et Henry (87,89) ont mis en évidence une anisotropie de l'interaction fluide squelette liée à l'anisotropie de la micro fissuration pour un grès à faible porosité.

Cependant, dans le cas du grès et de la craie, le manque d'essais de laboratoire ne permet pas, à l'heure actuelle, de généraliser les résultats exposés précédemment .

Lorsque l'on évoque la pression des pores , on associe également le liquide interstitiel. Celui-ci joue au moins deux rôles:

\*il fait varier les contraintes de la roche.

\*il peut produire des réactions chimiques avec certaines espèces minérales.

Dans le cas de la craie, le liquide interstitiel joue un rôle important. On pourra ici se référer à la synthèse effectuée par Siwak (92). En effet, Schroeder (80) a montré, pour une craie campanienne de haute porosité, que la saturation en divers fluides modifie la contrainte "yield" (début de la phase de Pore-Collapse). Mais il reste à expliquer si l'influence du fluide fait intervenir uniquement des forces capillaires ou si d'autres mécanismes physico-chimiques entrent en jeu.

### **III- Conclusion**

On peut donc conclure que, selon la nature du matériau, il est nécessaire d'aborder théoriquement le dimensionnement d'un échantillon en vue d'un essai de torsion. La bibliographie existante, bien que peu fournie, nous apporte des renseignements intéressants quant aux limites de ce dimensionnement.

On remarque également que le nombre de paramètres pouvant varier dans un essai est relativement important. Des chemins de contrainte, aux conditions opératoires (drainées ou non drainées) jusqu'à la nature du fluide interstitiel; voilà autant de paramètres qu'il faut fixer en vue d'une étude claire et précise. Ces choix seront explicités au chapitre III et IV.



## CHAPITRE III : PRESENTATION DES DIVERS APPAREILLAGES

Après avoir abordé un aspect théorique du dimensionnement de l'éprouvette, nous allons nous intéresser au mode opératoire des différents essais réalisés.

La première partie de ce chapitre concerne l'essai triaxial réalisé sur des éprouvettes de roches. Cet essai, qui est l'un des plus courants en géotechnique, permet de mieux comprendre les aspects fondamentaux du comportement rhéologique de la roche. Nous expliciterons les modes opératoires de deux classes d'essais triaxiaux :

- ① les essais de base ( compression hydrostatique ou déviatorique) qui servent au calcul des paramètres introduits dans les modèles,
- ② les essais de validation qui permettent de valider le modèle sur des chemins de chargement plus ou moins complexes.

La seconde partie de ce chapitre concerne l'essai de torsion-compression sur cylindre creux de roche. Nous verrons les différentes étapes précédant l'essai par lui même. Nous nous attarderons plus précisément sur la cellule d'essai, qui a été modifiée par rapport à la version précédente. On réalisera ensuite une "validation" de ce nouvel appareillage en effectuant des essais comparatifs sur divers matériaux.

La troisième partie consiste à comparer les mesures obtenues par jauges et par capteurs inductifs. En effet, l'application d'un moment de torsion, précédé d'une phase de chargement, sollicite fortement le système de mesures par jauges qui, fréquemment, atteint ses limites en cours d'essai.

## **I- Présentation du dispositif expérimentale pour l'essai triaxial**

Les essais triaxiaux réalisés dans le cadre de notre étude sont effectués sur des échantillons cylindriques de diamètre 36 mm et d'éclatement de 2.

### **I.1- La presse**

La presse hydraulique utilisée pour la réalisation des essais triaxiaux est une presse de type INSTRON série 8500 dont la charge maximale est de 120 tonnes pour des essais statiques et 100 tonnes pour des essais dynamiques. Elle permet un asservissement en force ou en déplacement avec des précisions respectives du daN et du micromètre.

### **I.2- La cellule triaxiale**

La cellule triaxiale a une capacité de 100 MPa. Elle permet d'accepter des échantillons de diamètre 36 mm (figure III.1). Le piston et l'embase sont percés d'un trou de 3 mm permettant ainsi le drainage de l'échantillon. L'embase est percée d'un second trou permettant le passage des fils de jauges.

### **I.3- Les pompes "haute pression"**

Une pompe haute pression de type GDS de 64 MPa de capacité est utilisée pour la montée et le maintien de la pression de confinement de la cellule. Cette pompe permet de réaliser des cycles de charge décharge en pression ou en volume. Sa précision est de 16 kPa en pression et du mm<sup>3</sup> en volume. Elle permet également de réaliser les mesures de pressions en temps réel grâce à une sortie IEEE.

### **I.4- Appareillage restant**

Les appareils utilisés lors de l'essai triaxial sont :

- \* un système d'acquisition FLUKE et une centrale de type Hélios pour l'acquisition automatique des données,
- \* une pompe GDS d'une capacité de 2 MPa et 1000 cm<sup>3</sup> pour les mesures de variations de volume,
- \* un capteur de déplacement inductif pour la mesure de déformation axiale.

### **I.5- Chemins de sollicitations suivis**

#### **I.5.1- Essais de compression hydrostatique**

L'essai consiste à soumettre l'échantillon à un champ de contraintes hydrostatiques ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = P_o$ ) en condition drainée. La pression isotrope ou de confinement est appliquée par la pompe de type GDS. Cette compression se fait à une vitesse de 0.2 MPa/mn.

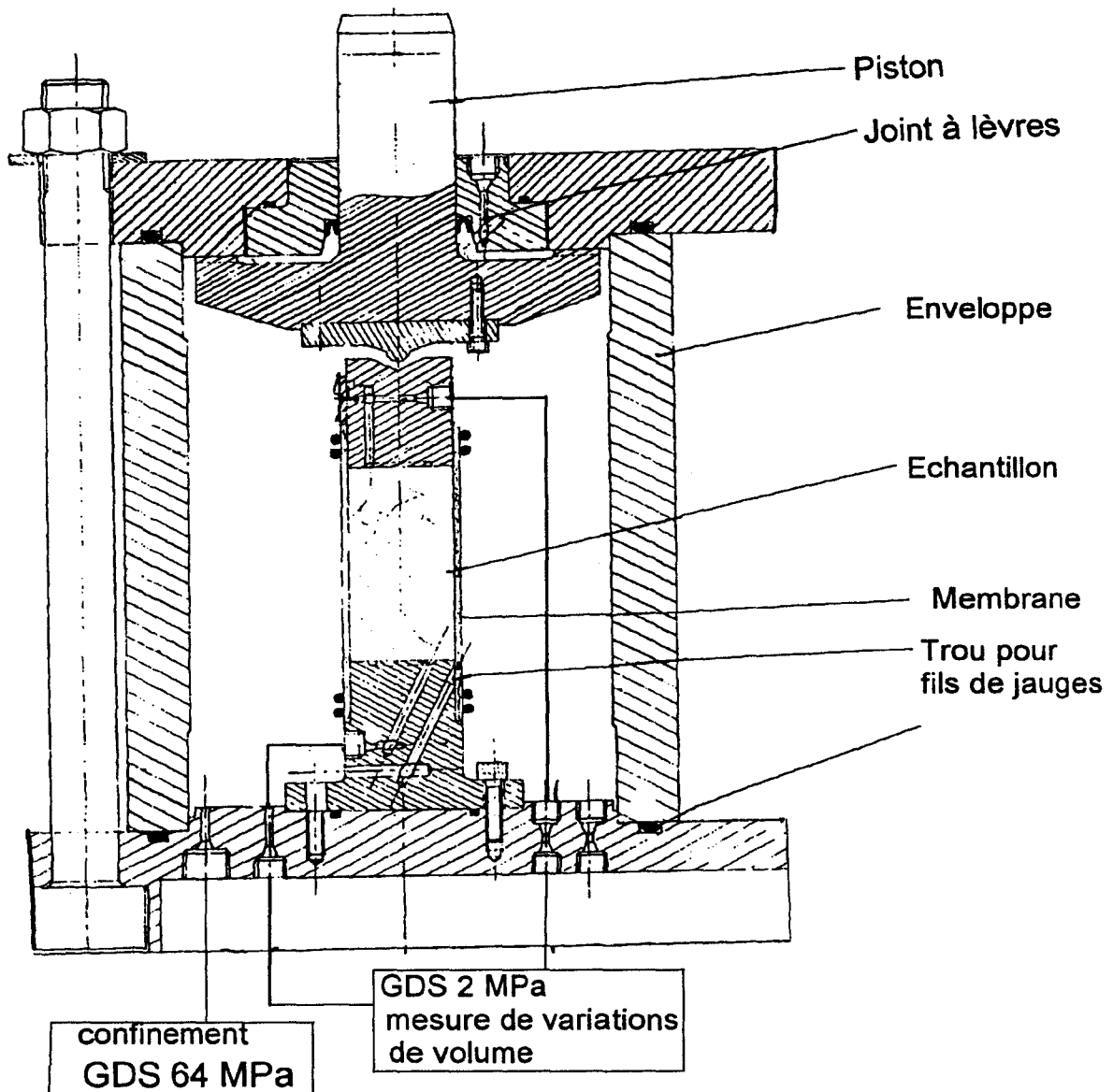


Figure III.1: schéma de la cellule triaxiale

### **I.5.2- Essais de compression triaxiale monotone**

L'éprouvette est soumise à un champ de contraintes isotropes jusqu'à une valeur donnée représentée par la pression de confinement  $P_c$ . On garde celle-ci constante et on augmente la contrainte axiale jusqu'à la rupture. La vitesse de montée hydrostatique est identique à celle explicitée précédemment, alors que la vitesse de compression triaxiale est de  $5 \mu\text{m/mn}$ .

### **I.5.3- Essai de compression triaxiale proportionnelle**

Cet essai consiste à augmenter la contrainte latérale proportionnellement à la contrainte axiale. La contrainte axiale étant beaucoup plus importante que la contrainte latérale, il s'ensuit une dégradation rapide de la structure sous de tels chemins. Celle-ci est d'autant plus rapide que le rapport entre les deux contraintes est élevé. La rupture apparaît de façon brutale, ce qui rend cet essai "dangereux".

## II- Présentation de l'appareillage de torsion

Les essais de torsion-compression sont effectués sur des cylindres creux dont les dimensions sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\phi_e &= 70 \text{ mm} \\ \phi_i &= 35 \text{ mm} \\ H &= 164 \text{ mm}\end{aligned}$$

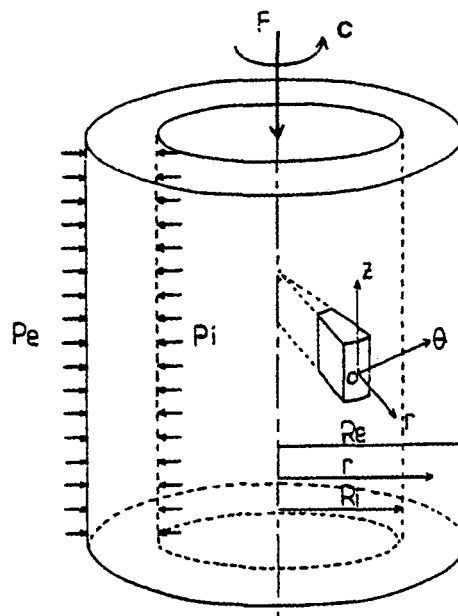
### II.1- Principe

L'appareillage de torsion-compression sur cylindre creux permet d'appliquer quatre efforts (figure III.2) sur l'échantillon de façon hydraulique et quasi-statique. Ces quatre efforts sont :

- une pression extérieure  $P_e$
- une pression intérieure  $P_i$
- une force axiale  $F$
- un couple de torsion  $C$

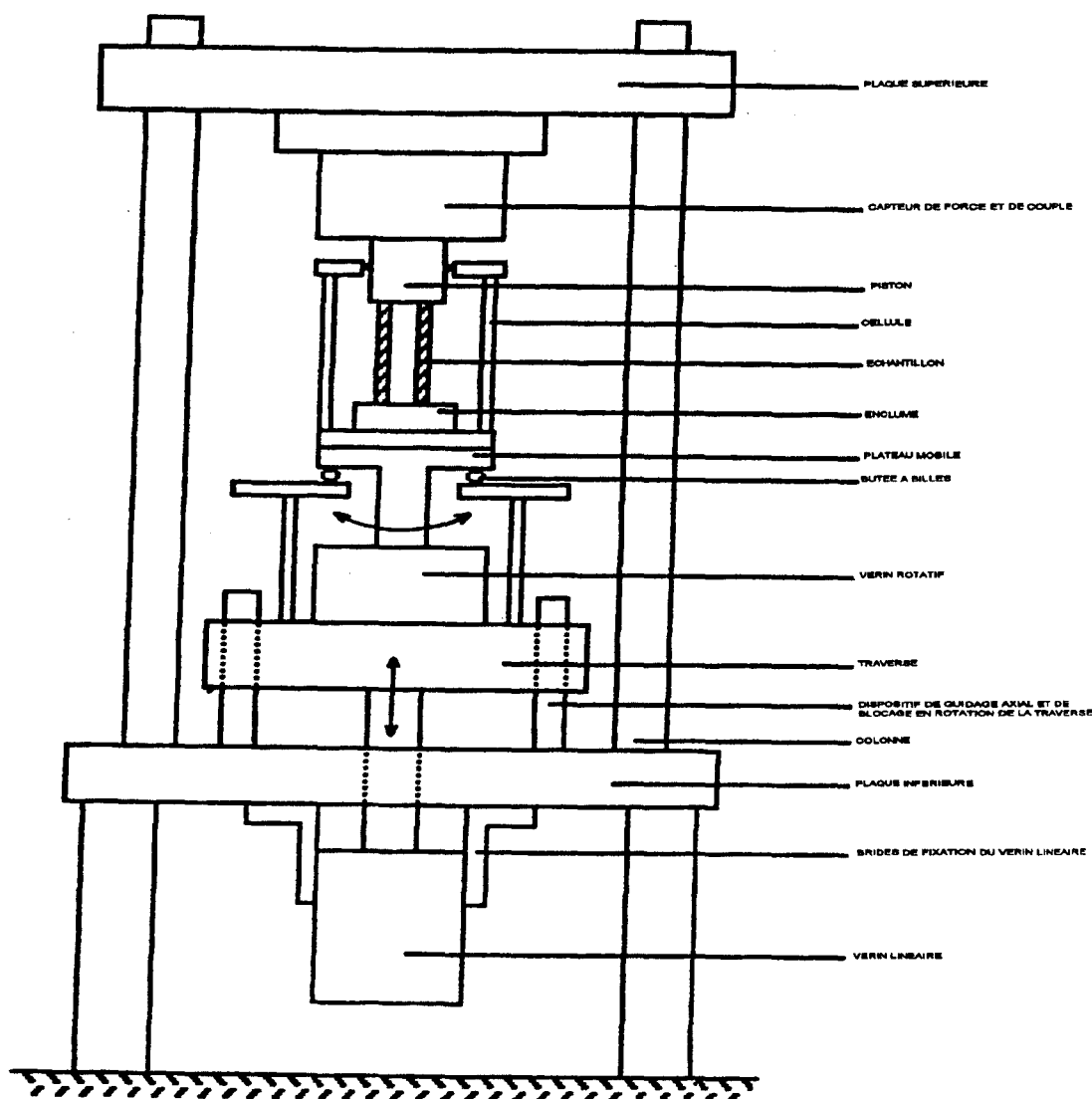
Ces quatre sollicitations peuvent être appliquées indépendamment et simultanément grâce aux deux pompes hydrauliques de type GDS et des deux vérins. La gamme d'effort nous permet de nous situer dans le cas de sollicitations à petite ou moyenne profondeur, c'est-à-dire :

- 64 MPa pour  $P_e$  et  $P_i$
- 2800 m.N pour  $C$  ( $\tau \approx 44$  MPa)
- 300 kN en compression ( $\approx 100$  MPa)



**Figure III.2.** : schéma des efforts appliqués sur le cylindre creux

La figure III.3 présente le principe de fonctionnement général de la presse de torsion. Les échantillons testés sont placés à l'intérieur de la cellule d'essais. Cette cellule est disposée sur un plateau monté sur doubles butées à billes, ce qui permet simultanément et indépendamment la transmission d'un effort axial et d'un effort de torsion.



**Figure III.3 :** principe de fonctionnement de la presse de torsion

## **II.2- la cellule d'essai**

La cellule, contenant l'échantillon testé, représente l'élément le plus important de l'appareillage car c'est à son niveau que toutes les mesures s'effectuent.

Nous allons détailler tout d'abord la cellule en elle-même qui a été modifiée par rapport à celle utilisée par Prévost (75), puis nous nous attacherons à décrire les différentes pièces de celle-ci.

### **II.2.1- Présentation et modifications apportées**

La cellule d'essai conserve le système embase-enveloppe-chapeau et l'ensemble piston-échantillon-enclume. L'ensemble de ces pièces étant serré par un système de tirants bloqués manuellement (figure III.5).

L'étanchéité du tout est effectuée grâce à un joint à lèvre sur le piston et des joints toriques pour les autres pièces. Lors de l'essai, le piston est accouplé au capteur de force et de couple.

On remarque, donc que le principe de la cellule ne change pas vis à vis de celle utilisée par Prévost (figure III.4). Cependant, celle-ci a été modifiée dans le but d'utiliser la pleine puissance du

vérin linéaire. En effet, la géométrie de l'ancienne cellule et surtout celle du piston, par le biais des pressions extérieures et intérieures, limitait l'étendue des essais à 20 MPa de confinement ; soit un cinquième de la capacité totale du vérin linéaire.

La mise en pression de l'échantillon à l'intérieur de la cellule induisant un effort de traction qui devait être compensé par le vérin axial. Sur cette base, une nouvelle cellule a été conçue afin d'équilibrer ces efforts. Nous verrons un peu plus loin les résultats obtenus à l'aide de cette nouvelle cellule

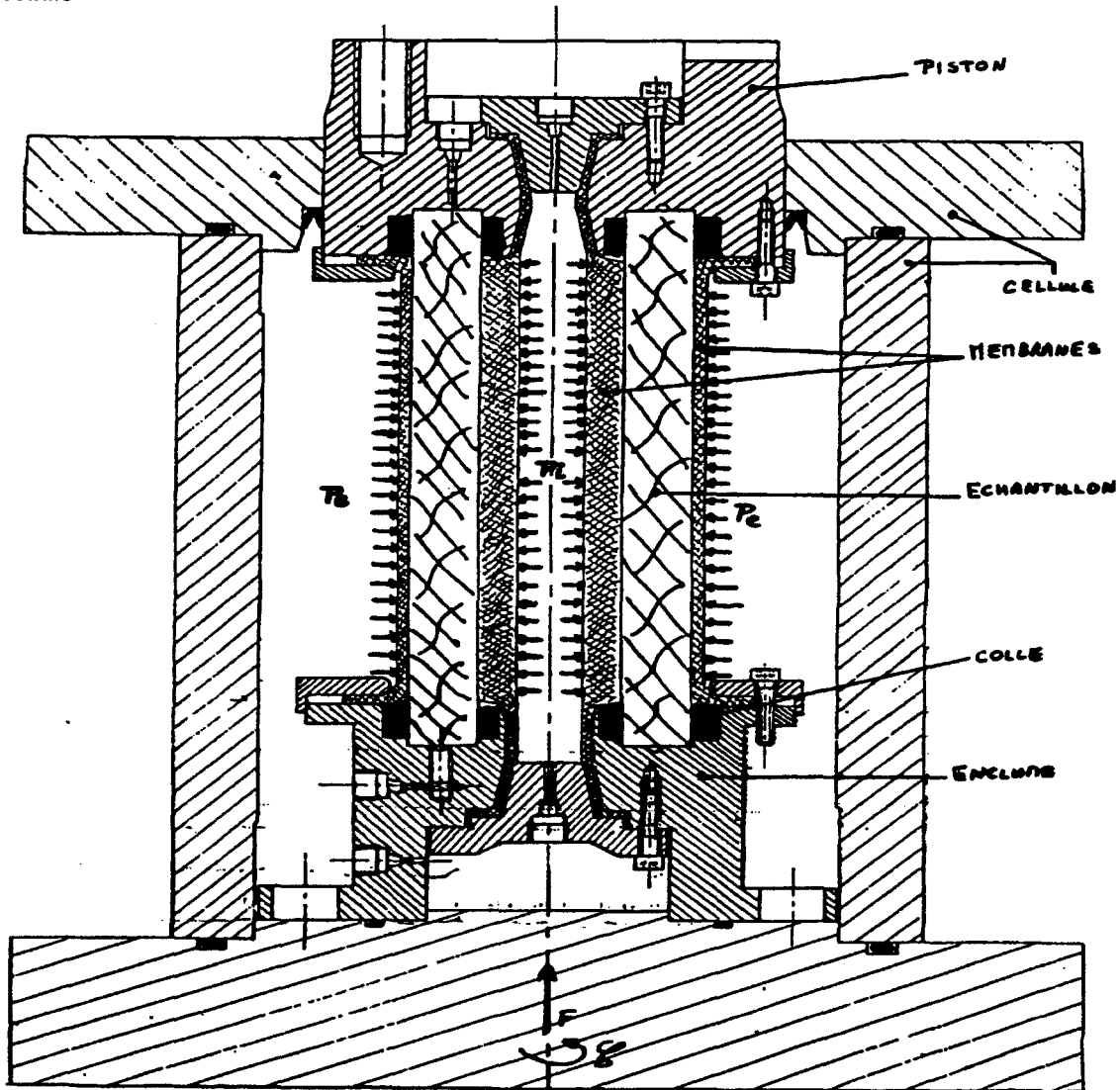
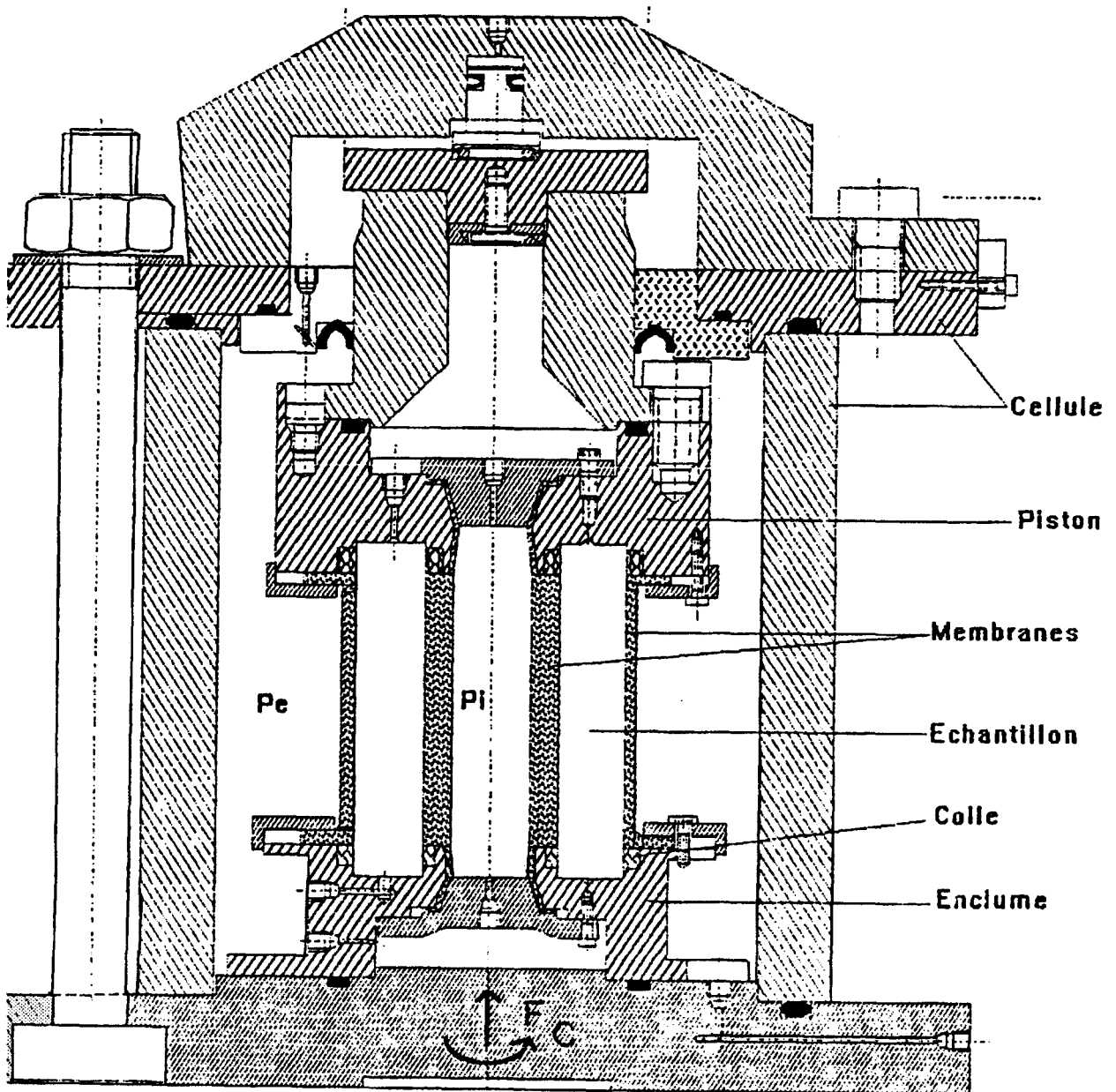


Figure III.4 : schéma de l'ancienne cellule de torsion



**Figure III.5 :** schéma de la nouvelle cellule de torsion

### **II.2.2- protection de l'échantillon**

Les pressions intérieures et extérieures étant appliquées par de l'huile hydraulique et les essais étant réalisés en condition drainée, l'échantillon est donc protégé par des membranes extérieures et intérieures.

Celles-ci sont réalisées à partir d'une résine époxy en silastène. Ces membranes sont pincées sur le piston et l'enclume par un jeu de flasques et par un cône de serrage, permettant ainsi une bonne étanchéité de l'ensemble.

### **II.2.3- encastrement**

L'essai de torsion nécessite un encastrement afin de transmettre l'effort de couple. Cet encastrement est obtenu grâce à une résine très fluide de type araldite, qui est coulée à chaque extrémité et sur une hauteur de 12.5 mm.

Le passage de la colle sur la face intérieure de l'échantillon se fait grâce à un trou percé à travers l'échantillon.

La pénétration de la colle est fonction de la porosité du matériau (1 à 2 mm pour la craie de porosité égale à 40%) mais permet un drainage correct de l'échantillon. La colle durcit en 2 à 3 heures et sa résistance maximale est obtenue en 24 heures ( pour une face et à 20°C).

### **II.3- Pilotage et asservissement de l'appareillage**

L'équipement électronique de l'appareillage est le suivant :

- \* deux centrales d'acquisition et de pilotage qui travaillent par entrées et sorties analogiques (envoi et réception de tension). Ces deux centrales permettent d'effectuer, par programmation, un pilotage en force ou en déplacement par l'intermédiaire d'un groupe hydraulique pouvant délivrer une pression de 25 MPa.
- \* des capteurs de pressions permettant de réguler, en boucle fermée, les pressions du vérin linéaire et du vérin rotatif.
- \* un capteur de force et de couple à jauges de capacité nominale de 300 kN et 2800 m.N. La résolution de ce capteur est de 3 daN en force et 1 m.N en couple.
- \* des capteurs de déplacement inductifs qui permettent la mesure des déplacements globaux axiaux et tangentiels. En effet, ceux-ci sont fixés sur le capteur de force et de couple, de façon à compenser les déformations du bâti. Ces capteurs permettent d'obtenir un pilotage en déplacement surtout dans le cas d'une relaxation.
- \* un appareil de mesure de variations de volume de type GDS.
- \* une centrale d'acquisition permettant la lecture directe des jauges de déformation.
- \* deux vérins hydrauliques de type GDS de capacité de 64 MPa et de résolution de 16 kPa.

### **II.4- préparation de l'essai**

#### **II.4.1 préparation de l'échantillon**

La réalisation des échantillons est obtenue par carottage grâce à un double carottier permettant d'obtenir une bonne coaxialité des génératrices.

La hauteur finale de l'éprouvette est obtenue, tout d'abord par un tronçonnage puis par rectification par une meule diamantée. La précision de cette meule est de l'ordre du centième de millimètre.

Enfin, un perçage de 3 mm de diamètre est réalisé à travers l'éprouvette permettant ainsi à la colle de pénétrer de l'extérieur vers l'intérieur de l'échantillon. Les embases sont donc complètement noyées dans la colle.

#### **II.4.2- collage des jauges**

Le collage des jauges est constitué par une succession de phases bien précises. L'échantillon est d'abord séché entièrement pour permettre une meilleure pénétration des produits. Le séchage des éprouvettes est effectué en étuve jusqu'à ce que la masse de celle-ci reste constante. Les températures utilisées sont de 100°C pour le grès (ce qui ne modifie pas ses caractéristiques mécaniques) et 70°C pour la craie (on évite ainsi la disparition de la fraction organique de la craie).

Ensuite, la partie de l'échantillon où la jauge va être collée est poncée afin d'obtenir une



surface bien lisse. Un produit imperméabilisant du type PC12 est apposé sur l'échantillon. Ce produit permet à la jauge de faire abstraction du liquide de saturation. Celui-ci évite également que la jauge se décolle de l'échantillon. On laisse ensuite sécher ce produit pendant une heure puis, par ponçage, on élimine le surplus.

La jauge est collée à l'aide d'une colle du type M-BOND 200 et d'un catalyseur. La prise de cette colle est quasi immédiate. Les jauges sont ensuite enduites d'un vernis du type M COAT A, puis d'une couche imperméabilisante du type M COAT D. Auparavant, un connecteur est collé de la même façon et les sorties de jauges sont soudées à celui-ci. La connexion entre les jauges et la centrale d'extensométrie est faite à l'aide de fils de cuivre vernis.

#### **II.4.3- collage de l'éprouvette**

La phase suivante qui consiste à assembler l'échantillon à l'enclume et au piston, est certainement la plus délicate. Les différentes opérations sont décrites ci-dessous:

- \* L'échantillon est positionné entre le piston et l'enclume après l'avoir muni de ses protections extérieures et intérieures.
- \* L'ensemble piston-échantillon-enclume est ensuite serré dans un gabarit de centrage permettant d'obtenir une bonne coaxialité entre ces trois éléments. Au préalable, les fils de jauges ont été passés dans l'enclume par un trou percé dans celle-ci et qui est rebouché ensuite par une colle rapide de type araldite.
- \* Cette opération effectuée, l'échantillon est collé sur ses deux côtés avec un temps de collage de 20 heures pour chaque face.

L'ensemble piston-échantillon-enclume est ensuite assemblé au chapeau, à l'embase et à l'enveloppe puis le tout est serré par un système de tirants.

#### **II.4.4- saturation de l'échantillon**

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la colle utilisée pénètre dans l'échantillon tout en laissant la possibilité d'un drainage. Celui-ci est réalisé par l'application d'une pression voisine de 0,1 MPa applique en partie basse de l'éprouvette. Pour que le drainage soit plus efficace, une légère pression de confinement est appliquée (de l'ordre de 0,2 MPa) pour éviter que le fluide ne passe entre l'échantillon et la membrane.

Cette opération est réalisée durant une période pouvant aller jusqu'à cinq jours permettant ainsi une saturation presque totale. Le volume correspondant au drainage est équivalent à 4 fois le volume des pores.

A démarrage de l'essai, les circuits de drainage haut (sortie du liquide de percolation) et bas (entrée du liquide) sont reliés et connectés à l'appareillage de mesure de variation de volume. On réalise également une mesure du coefficient de Skempton. Un coefficient voisin de 1 permet de démarrer la phase expérimentale. Si cela n'est pas le cas, la phase de saturation est poursuivie.

#### **II.5- chemins de contraintes et algorithme de pilotage**

L'appareillage de torsion-compression permet d'obtenir quatre efforts indépendants permettant ainsi la réalisation de nombreux chemins de contraintes. Un essai de torsion se décompose en deux phases:

- \* la première consiste en l'application d'une compression isotrope, biaxiale ou véritablement triaxiale. Nous donnons ci-dessous la liste des états de contraintes finaux pouvant être obtenus à l'aide de l'appareillage de torsion-compression:

$$P_e = P_i = \sigma_{zz}$$

$$P_e = P_i < \sigma_{zz}$$

$$P_e < \sigma_{zz} < P_i$$

$$P_e < P_i < \sigma_{zz}$$

$$P_e = \sigma_{zz} < P_i$$

Ceux-ci vont du plus simple (biaxial) au plus complexe (véritablement triaxial).

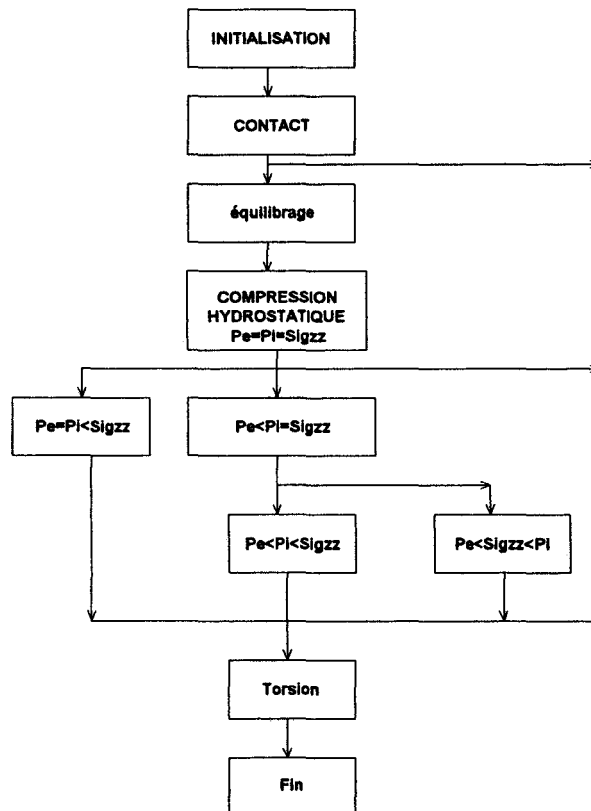
\* la seconde consiste en l'application du couple.

La procédure d'essai est donnée par la figure III.6.

La compression hydrostatique se déroule de façon incrémentale, c'est-à-dire que l'on augmente la pression de confinement d'un incrément puis la contrainte axiale. Ceci permet de s'affranchir de l'effort de traction dans l'éprouvette engendré par la pression de confinement sur le piston (voir paragraphe II.2).

Pour les autres chemins de sollicitations, la procédure est identique. Une phase de stabilisation est effectuée après chaque incrément. Pour chaque incrément, on effectue des mesures de jauges, du capteur de force et de couple, des capteurs de déplacement, des variations volumiques ou de pression interstitielle et de la pression de confinement.

Les vitesses de sollicitations sont de l'ordre de 3.5 MPa/heure en compression et de 2 m.N en torsion.



**Figure III.6** : Organigramme général du programme de torsion-compression. Application d'un état de contraintes hydrostatique, biaxial ou triaxial avant torsion.

Les chemins de sollicitations suivis lors de notre étude sont les suivant :

- ❶ des chemins de torsion-compression hydrostatique  $P_e = P_i = \text{Sig}_{zz}$  suivi du couple de torsion.
- ❷ des chemins de torsion-compression déviatorique  $P_e = P_i < \text{Sig}_{zz}$  suivi du couple de torsion.

### **III- Analyse du dimensionnement**

#### **III.1- introduction**

Comme évoqué précédemment, les dimensions de l'échantillon jouent un grand rôle au niveau de la restitution du comportement du matériau. Compte tenu de sa modification, nous verrons, dans ce chapitre, la calibration de la nouvelle cellule, et plus précisément :

- \* on vérifiera que les modifications apportées sur cette cellule apportent de réelles améliorations,
- \* on quantifiera les différents phénomènes parasites intervenant au niveau de la cellule comme, par exemple, le frottement du joint à lèvres entourant le piston.

Cette calibration s'est effectuée sur différents matériaux comme l'acier considéré ici indéformable et le grès des Vosges. La seconde partie de ce chapitre concerne la validation de notre dimensionnement par une analyse élastique par la méthode des éléments finis.

#### **III.2- calibration**

La première étape de cette calibration consiste à regarder si les modifications apportées à la cellule d'essai apportent de réelles améliorations. Pour cela, on place dans la cellule un échantillon d'acier ou de grès. On place ensuite la cellule sur une presse de type INSTRON d'une capacité de 100 tonnes.

Le déplacement axial est bloqué et on augmente les pressions extérieures et intérieures de façon simultanées ou non. On mesure alors la poussée engendrée par ces pressions.

Cette force de poussée a trois origines :

- \* la pression extérieure,
- \* la pression intérieure,
- \* le placage des membranes de protection intérieures et extérieures.

L'ancienne cellule, par sa géométrie, nous limitait à des essais dont la pression de confinement maximale était de 20 MPa. La puissance totale de rattrapage des forces induites était de l'ordre de 4/5 de la puissance totale du vérin linéaire.

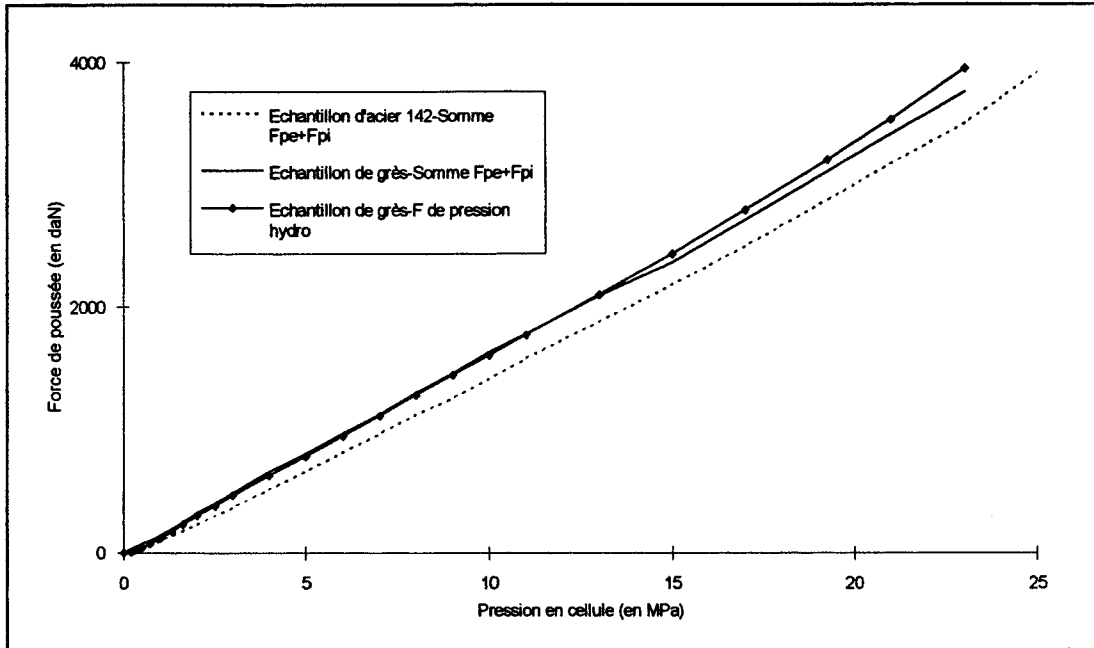
Comme on le remarque sur la figure III.7, la force engendrée par les pressions est abaissée à 1/10 de la pression maximale du vérin linéaire, pour une pression en cellule de 20 MPa.  $F_{pe}$  et  $F_{pi}$  représentent la poussée engendrée par  $P_e$  et  $P_i$  séparément tandis que  $F_{hydro}$  représente la poussée engendrée par une augmentation de  $P_e$  et  $P_i$  simultanée. On observe donc une réelle amélioration de la cellule d'essai par rapport à la version précédente.

La seconde partie consiste à observer et quantifier l'influence du joint à lèvres entourant le piston. En effet, celui-ci induit un frottement sur le piston qui est fonction de la pression à l'intérieur de la cellule.

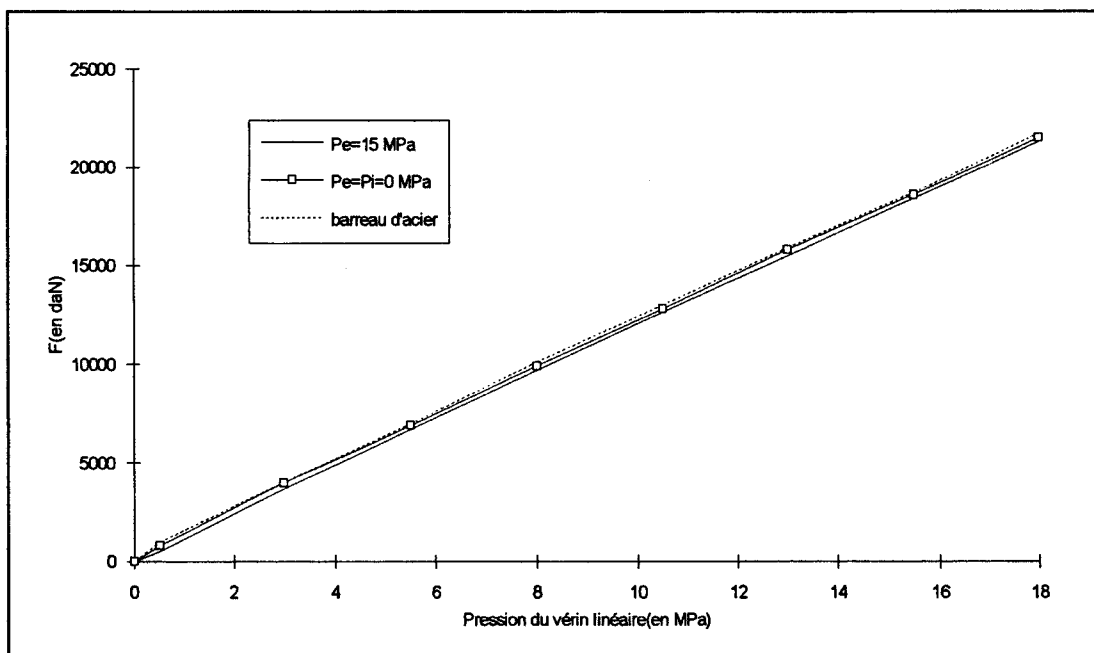
Pour cela, on teste un cylindre creux d'acier, encastré à chaque extrémité, en compression à différentes pressions de confinement. Ceci permet la quantification de l'influence du joint à lèvres sur la mesure de l'effort axial ou du couple à différentes pressions de confinement. On mesure alors la

pression du vérin linéaire ou rotatif et la force ou le couple. Ces valeurs sont comparées à celles obtenues avec un barreau d'acier de même diamètre que l'échantillon utilisé (figure III.8 et III.9).

On observe que le joint à lèvres n'a aucune influence sur la mesure de l'effort axial tandis qu'il influe sur la mesure du couple au début de l'essai. En effet, le vérin rotatif doit vaincre le frottement dû au joint au début du test. Ceci se remarque plus précisément sur l'essai à 15 MPa.

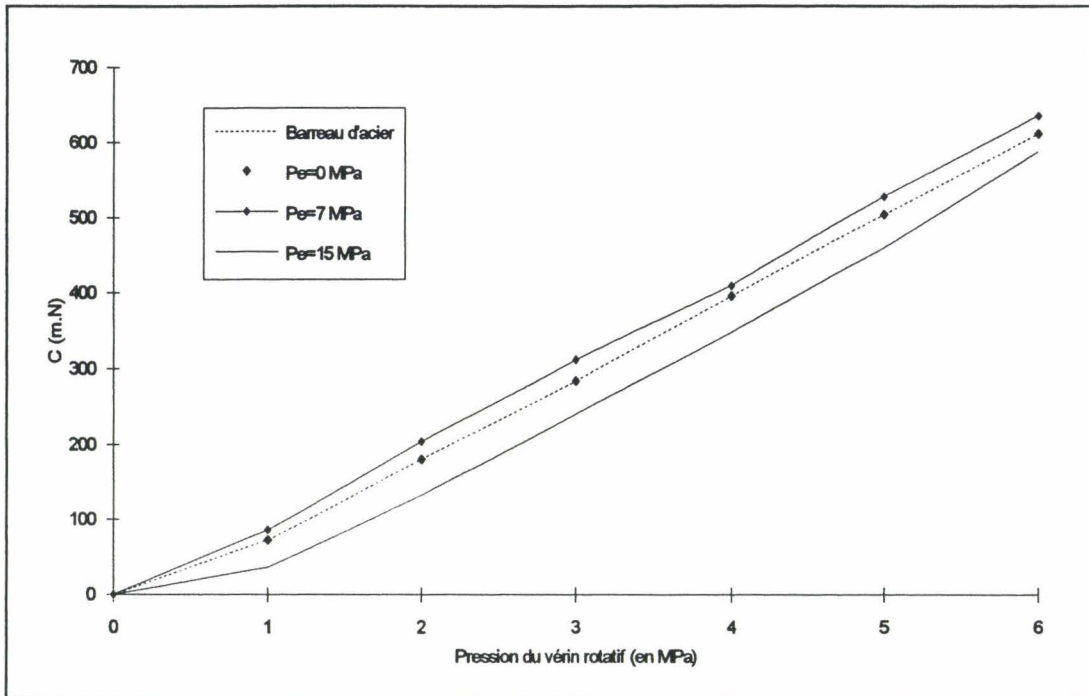


**figure III.7 :** Relation entre la pression en cellule et la poussée engendrée par celle-ci pour différents matériaux



**Figure III.8 :** influence du joint à lèvres soumis à différentes pressions sur la mesure de l'effort axial pour un cylindre creux d'acier





**Figure III.9 :** influence du joint à lèvres soumis à différentes pressions sur la mesure du couple pour un cylindre creux d'acier

### III.3- analyse du dimensionnement

Le but de cette analyse est double :

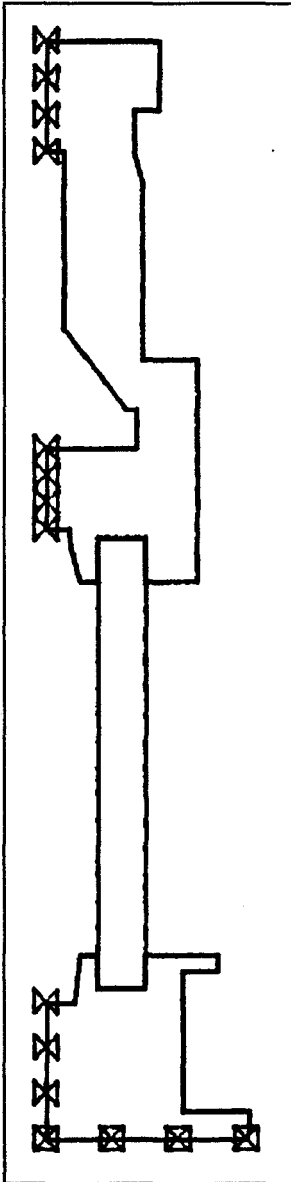
- \* vérifier que le champ de contrainte est peu perturbé dans le tiers central de l'échantillon,
- \* observer les effets de bords dus aux encastresments.

Les données relatives à la cellule (géométrie, caractéristiques, conditions aux limites, types de sollicitations) sont entrées dans un logiciel qui utilise une loi élastique linéaire pour le matériau testé. Ce matériau testé a les caractéristiques d'une craie du Nord de la France et les sollicitations imposées sont équivalentes à celles d'un essai hydrostatique à 10 MPa de confinement.

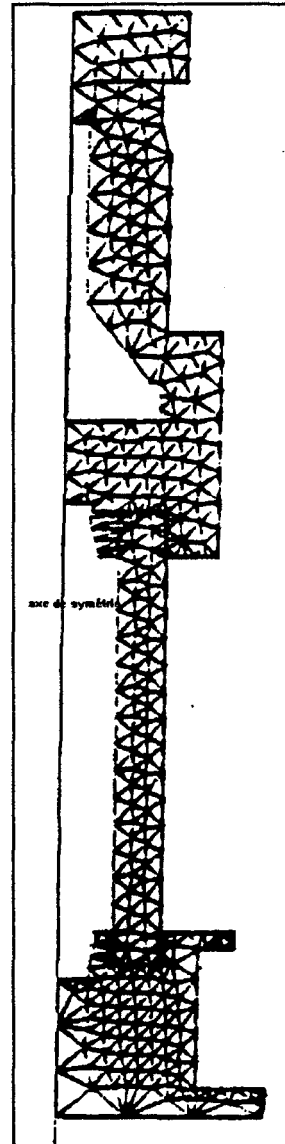
Les figures III.10, III.11, III.12 représentent le maillage de la structure, les conditions aux limites et les sollicitations.

La figure III.10 nous montre le champ de contraintes au niveau du tiers central de l'éprouvette. On remarque que le champ résultant est bien homogène. Les mesures effectuées par jauges dans le tiers central sont donc bien caractéristiques de l'échantillon. On retrouve ici un résultat similaire à celui obtenu par **Hight, Gens et Symes** (36) obtenu sur un sable.

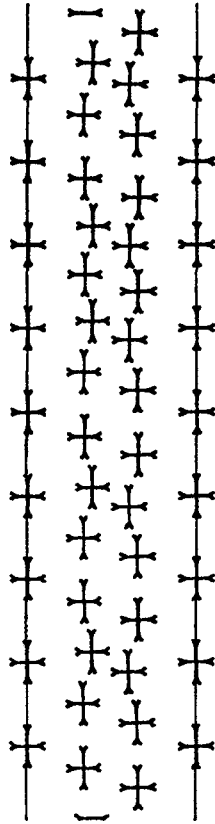
On constate de plus que l'élanacement de l'échantillon permet de s'affranchir des effets de bord qui ne sont pas négligeables.(figure III.13)



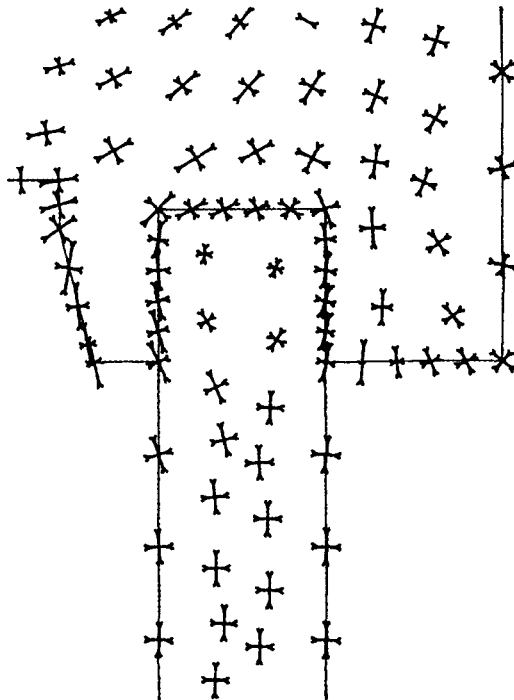
**Figure III.10** : conditions aux limites (encastrement sur l'enclume et blocage horizontal suivant l'axe de symétrie).



**Figure III.11** : maillage de l'ensemble piston enclume échantillon



**Figure III.12** : Champs de contraintes dans le tiers central de l'échantillon.



**Figure III.13** : effets de bords au niveau de l'encastrement de l'échantillon.

#### **IV- Comparaison des mesures de déformation angulaire suivant deux techniques**

Nous avons constaté dans les chapitres II et III que le dimensionnement de l'échantillon permettait de coller des jauges dans le tiers central de l'échantillon. Nous avons également observé que le champ de contraintes aux encastremets n'était pas uniforme. On peut cependant s'interroger sur la représentativité des mesures globales effectuées à l'extérieur de la cellule par rapport aux mesures locales. Pour cela, nous avons effectué des mesures de déformations angulaires à l'aide de deux techniques:

- \* par capteur inductif, pour les déformations "globales",
- \* par jauges de déformations pour les déformations locales.

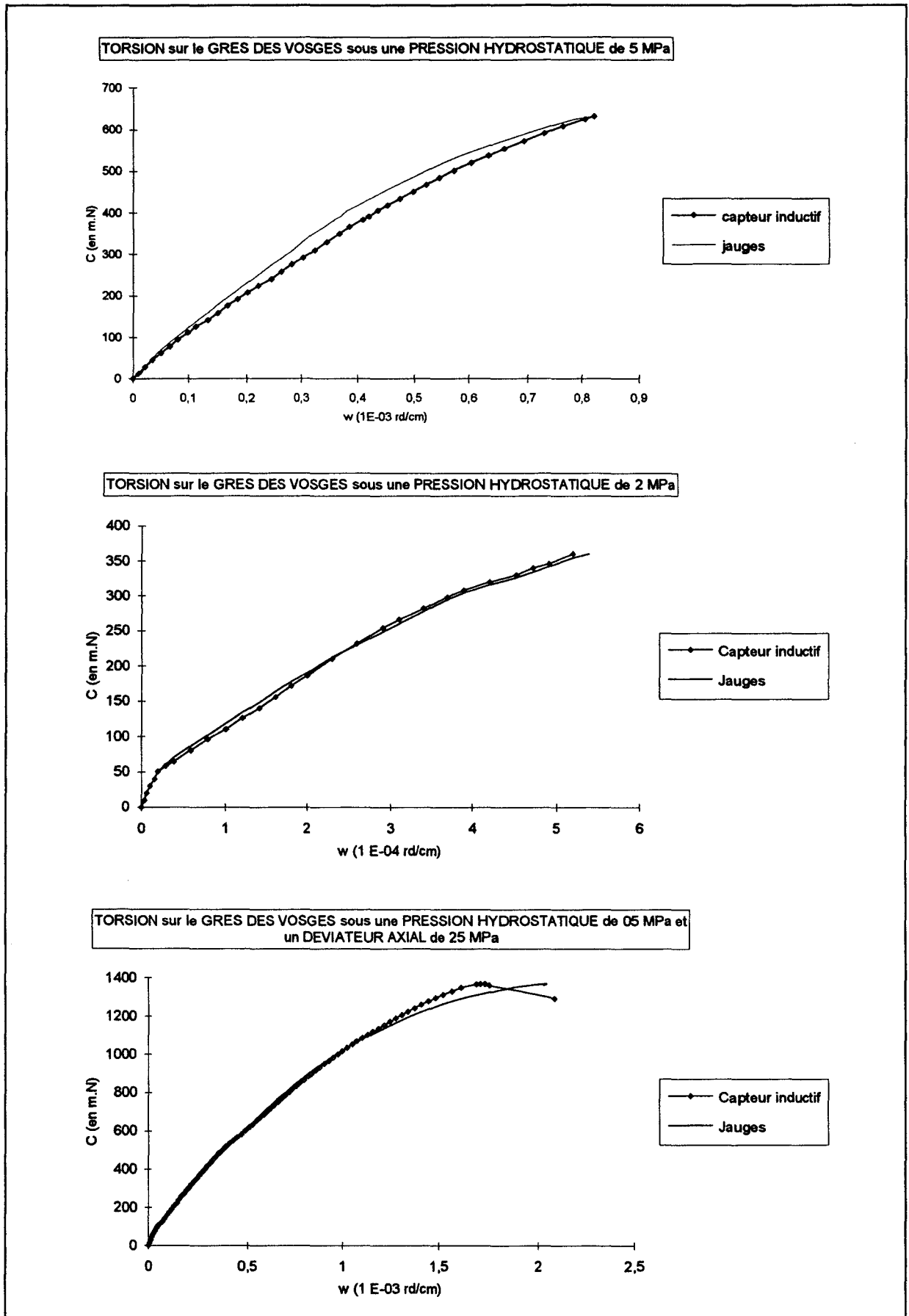
La figure III.14 représente, pour le grès des Vosges, l'évolution du couple en fonction de la déformation angulaire spécifique déterminée à partir des mesures de déformation des jauges d'extensométrie ( $w = 2 \frac{\epsilon_{\theta z}}{R_0}$ ) et par des mesures de déplacement des capteurs inductifs.

On constate pour chaque essai, une bonne correspondance entre les deux techniques de mesures et ceci pour différents chemins de contraintes. Ceci indique que le collage de l'échantillon remplit parfaitement son rôle d'encastrement. On retrouve un résultat comparable à celui obtenu par **Prévost** sur un grès des Vosges.

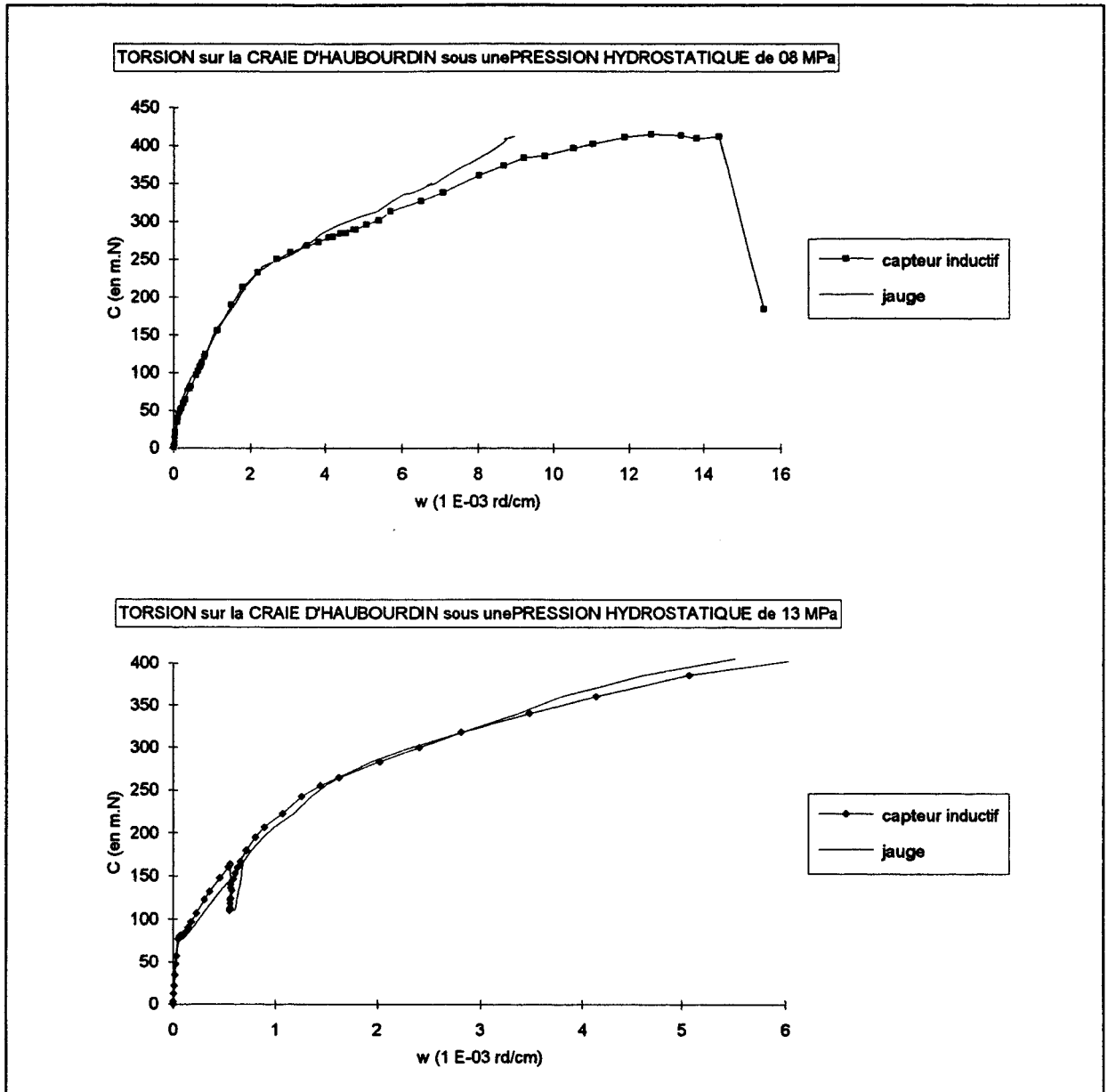
La figure III.15 représente la variation du couple en fonction de la déformation angulaire. On peut faire exactement la même remarque que précédemment sur la réponse du matériau mesurée par deux techniques différentes. On peut cependant remarquer une divergence lorsque les déformations deviennent importantes. Lorsque cette déformation angulaire spécifique est supérieure à 5 rd/cm, les jauges ne répondent plus correctement du fait d'une déficience ou par le fait que l'on a apparition de microfissures. Les déformations mesurées localement deviennent insuffisantes car elles ne permettent pas de retranscrire les déformations engendrées par une rupture progressive du matériau.

On peut noter ici une déficience des mesures par jauges, qui, dans le cas de matériaux fragiles comme le grès sont très efficaces et permettent d'atteindre la rupture alors que pour des matériaux ductiles comme la craie permettent de couvrir une faible partie des déformations.





**Figure III.14** : courbes couple déformation angulaire pour le grès des Vosges



**Figure III.15** : courbes couple déformation angulaire pour la craie d'Haubourdin

## CHAPITRE IV : ESSAIS DE TORSION-COMPRESSION SUR UNE CRAIE D'HAUBOURDIN - SIMULATION NUMERIQUE A L'AIDE DU MODELE DE LADE

La modélisation du comportement des roches et des géomatériaux, en général, se révèle d'une grande importance dans de nombreux domaines d'application (Génie Civil, pétrolier ou minier).

La démarche de validation des modèles rhéologiques se décompose en trois étapes. La première consiste à établir des lois constitutives sur la base d'expérimentations en laboratoire. Bien souvent, les chemins de sollicitations retenus sont simples (essais triaxiaux hydrostatique ou déviatorique).

La seconde étape consiste à valider le modèle sous des chemins de sollicitations complexes telles que le chemin proportionnel, l'extension latérale ou le chemin tridimensionnel sur cylindre creux ou cube.

On remarque donc que ces deux premières étapes font abstraction de tout phénomène de rotation d'axes principaux du tenseur des contraintes. On peut alors s'interroger sur la validité de tels modèles sous des chemins de sollicitations présentant une rotation des axes principaux du tenseur des contraintes. Ceci sera donc l'objet de ce présent chapitre.

Nous constituerons donc dans un premier temps, une base expérimentale permettant d'une part de déterminer les paramètres du modèle (essai hydrostatique et déviatorique) et d'autre part, de valider celui-ci (essai proportionnel). Cette base de données sera complétée par des essais de torsion.

Nous simulerons ensuite le comportement du matériau sous des chemins de sollicitations avec et sans rotation des axes principaux du tenseur des contraintes.

## I- Résultats expérimentaux sur une craie d'Haubourdin

### I.1- Présentation et caractéristiques du matériau testé

Les essais, présentés dans ce chapitre, concernent une craie blanche du Nord de la France, provenant plus particulièrement de la carrière d'Haubourdin.

La craie, classée géologiquement dans le Sénonien, présente les caractéristiques suivantes :

- une porosité de 34%
- une densité absolue de 2.67 g/cm<sup>3</sup>
- un module d'Young en compression simple de 980 MPa
- un coefficient de Poisson de 0.2
- une résistance à la traction de 0.65 MPa

Les autres caractéristiques de cette craie sont rassemblées dans le tableau IV.1.

|                                     |      |
|-------------------------------------|------|
| Dureté Brinell                      | 4.2  |
| Rc (en MPa)                         | 6.85 |
| K (10 <sup>-9</sup> m/s)            | 11.9 |
| B                                   | 0.42 |
| VI (m/s)                            | 2534 |
| AC (g/cm <sup>2</sup> ) à 24 heures | 3.46 |

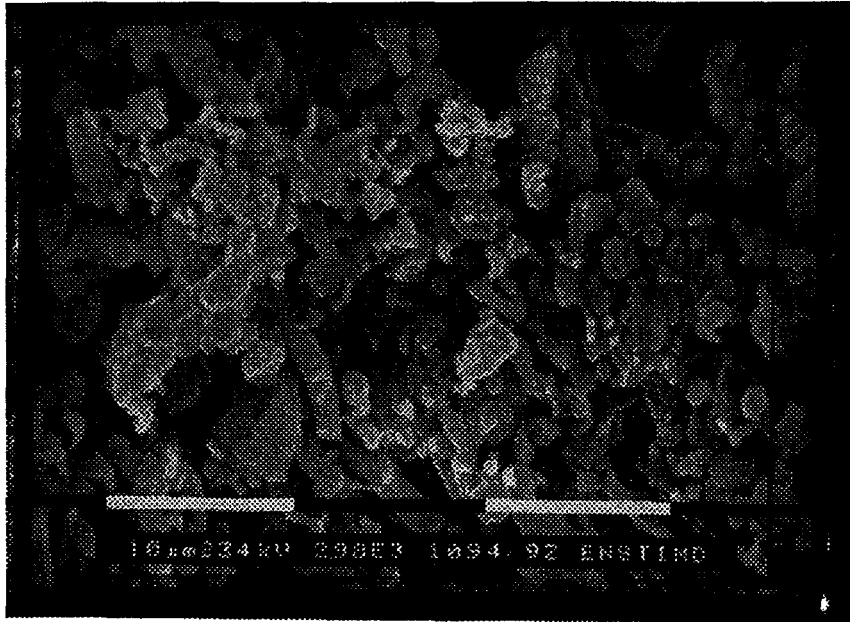
**Tableau IV.1** : principales caractéristiques mécaniques d'une craie d'Haubourdin

La teneur massique en matière insoluble après dissolution à l'acide chlorhydrique est de l'ordre de 2.25%. L'indice d'activité B des argiles contenues dans une craie a été déterminé à partir de l'essai au bleu de méthylène. Afin de compléter la classification, une observation au microscope électronique à balayage a été réalisée sous un grossissement de 3000 (photo IV.1). Son analyse permet de déterminer l'indice de texture. Cet indice a été déterminé en utilisant la méthodologie de Mortimore (69). On aboutit ainsi à un indice de texture IT de 61. (tableau IV.2)

La valeur de l'indice de texture est en corrélation avec la valeur avec la valeur de dureté Brinell, la porosité et la densité (78). On présente en annexe 1, les corrélations obtenues par Siwak (92) sur quatre craies de porosités différentes. On peut donc classer une craie d'Haubourdin comme une craie dure.

| index                 | valeurs                           |
|-----------------------|-----------------------------------|
| couleur               | blanc gris                        |
| cimentation           | importante                        |
| compaction            | élevée 9                          |
| angularité            | moyenne 4                         |
| uniformité des grains | 3                                 |
| forme des grains      | 7                                 |
| contacts granulaires  | recimentation par dissolution : 7 |
| dissolution           | élevée 7                          |
| nanofaciès            | 0                                 |

**Tableau IV.2** : Indice de classification d'une craie d'Haubourdin

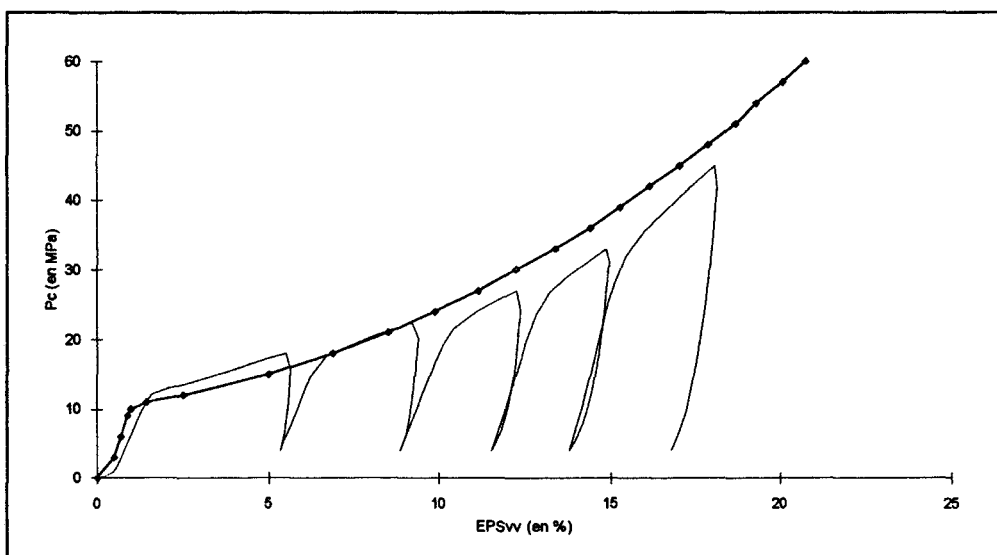


**Photo IV.1** : Photo au MEB d'une craie d'Haubourdin

### **I.1.1- Comportement sous sollicitation hydrostatique**

Cette craie présente un comportement anélastique sous sollicitation de compression isotrope (figure IV.3). Cette courbe se divise en trois parties :

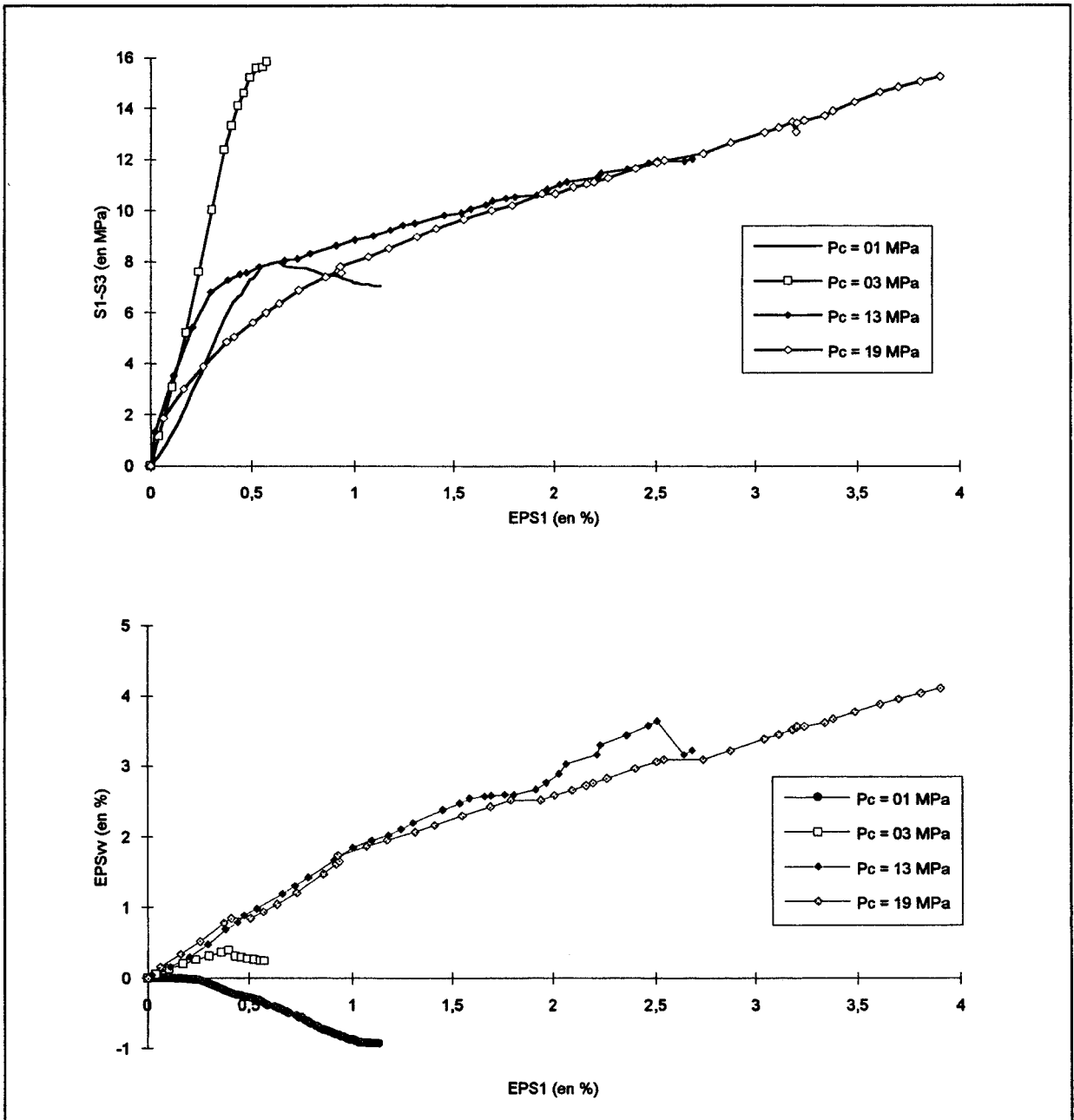
- ① une zone élastique jusqu'à une pression hydrostatique de 10 MPa. Cette pression  $P_0$  est plus précisément appelée seuil de dégradation. On définit dans cette phase le module tangent de compressibilité  $K_0$  égal ici à 1070 MPa,
- ② une seconde zone correspondant à une forte contraction irréversible. Elle correspond à un effondrement progressif de la structure micro poreuse de la craie par rupture des ponts intergranulaires. Elle s'étend jusqu'à une valeur notée  $P_c^I$  dont la valeur pour une craie d'Haubourdin est de 30 MPa,
- ③ une troisième zone présentant une diminution rapide du taux de contraction irréversible qui est une conséquence de l'augmentation de la surface entre les grains.



**Figure IV.3** : essai hydrostatique monotone

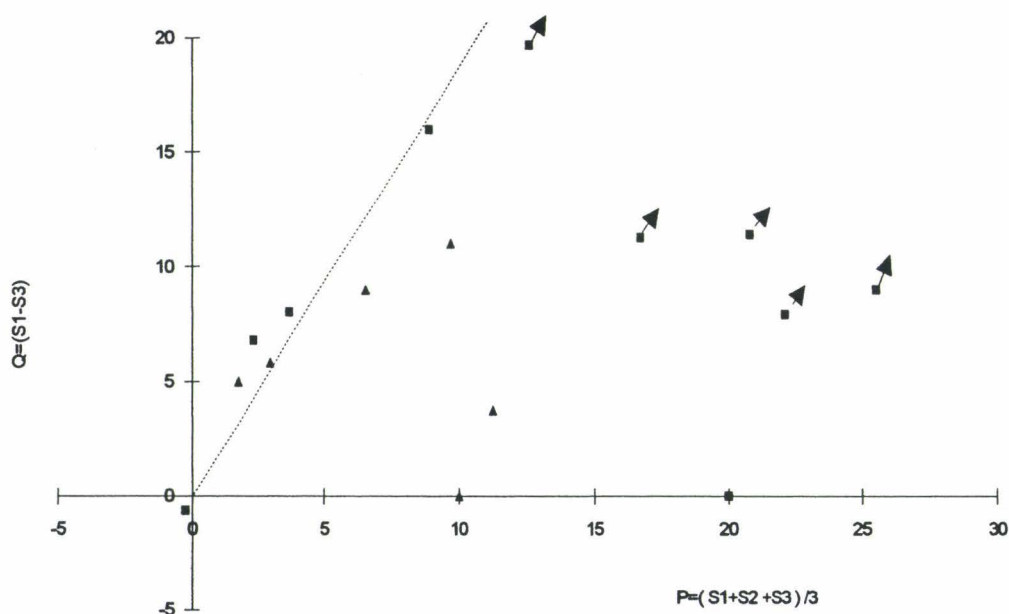
### I.1.2- Comportement sous sollicitation déviatorique

Sous sollicitation de compression triaxiale de révolution (figure IV.4), la craie présente un comportement élastoplastique. Avant le seuil de dégradation  $P_0$ , le comportement est fragile avec un comportement en variation volumique contractant-dilatant pour de faibles pressions hydrostatiques et purement contractant ensuite. Après le seuil de dégradation  $P_0$ , le comportement est à écoulement positif avec un comportement en variation volumique purement contractant. Dans l'annexe 4 est représenté l'ensemble des résultats obtenus sur une craie d'Haubourdin, notamment, les essais déviatoriques avec cycles de charge-décharge.



**Figure IV.4** : essais déviatoriques à des pressions de confinement de 01, 03, 17 et 22 MPa.

Sur la figure IV.5, sont reportés les résultats expérimentaux d'une craie d'Haubourdin dans le diagramme p-q. On a tracé en particulier les courbes relatives aux points de rupture, celles de limite élastique et de l'essai brésilien. On observe ainsi l'adaptabilité au cas d'une craie des modèles élasto-plastiques décrits au chapitre I. Les flèches sur la figure IV.6 représentent les valeurs maximales atteintes au cours des essais déviatoriques sans atteindre la rupture. La droite en pointillés représente la courbe d'état limite. Sur la figure de l'annexe 2, sont représentés les essais déviatoriques en grands déplacements de quatre craies étudiées. On observe sur cette dernière qu'aucun état limite n'est atteint pour des déformations axiales de 40 % et des variations volumiques contractantes de 15 %. Ceci laisse préjuger de la non-validité de l'hypothèse d'état limite dans la craie.



**Figure IV.5** : courbe enveloppe à la rupture pour une craie d'Haubourdin

## I.2- Essais de torsion compression

Dans ce paragraphe, nous présenterons les divers essais de torsion réalisés sur une craie d'Haubourdin. Les deux chemins de sollicitations retenus avant l'application du couple sont :

- une compression hydrostatique jusqu'à une pression donnée  $P_c$ ,
- une compression hydrostatique suivie d'une compression déviatorique.

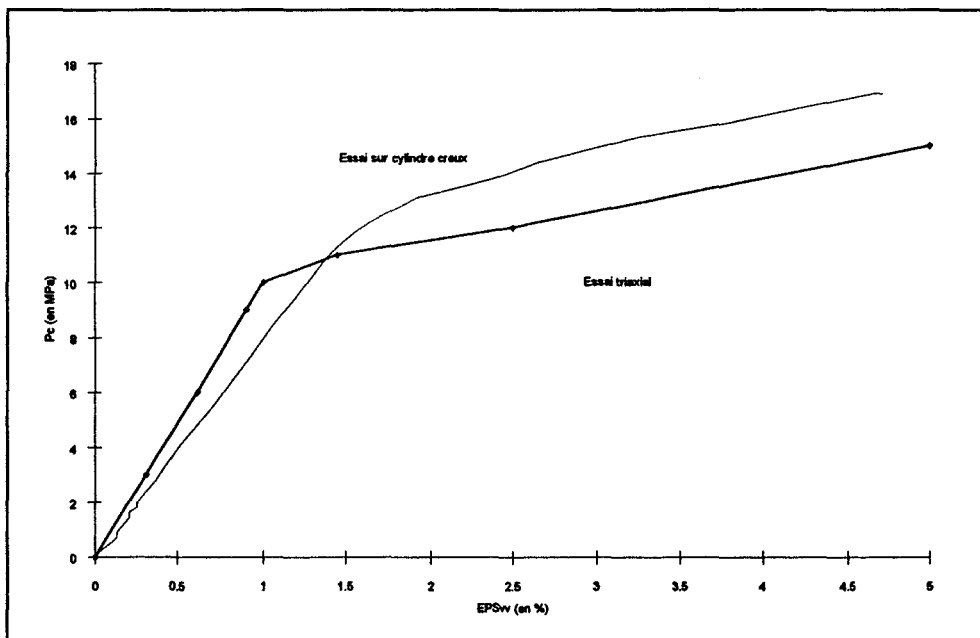
Nous nous attacherons dans la suite à étudier l'influence de la pression hydrostatique et d'un déviateur sur le comportement d'une craie d'Haubourdin sous chemins de sollicitations avec rotation d'axes principaux.

La première partie de ce paragraphe est constituée d'une comparaison entre les essais effectués sur des éprouvettes de diamètre 36 mm et ceux effectués sur cylindres creux. Nous verrons ensuite les essais de torsion dont nous ferons l'analyse à travers divers facteurs comme le module d'élasticité transversale et le mode de rupture.

### I.2.1- Essai hydrostatique - Comparaison.

Afin de s'assurer que le comportement d'une craie d'Haubourdin est identique entre les essais triaxiaux sur éprouvettes de diamètre 36 mm et des essais sur cylindre creux, nous avons reporté, sur la figure IV.6, les courbes de compression hydrostatique obtenues par ces deux modes d'essai.

Nous avons choisi de présenter la compression hydrostatique réalisée à 17 MPa de confinement avant l'application du couple. On remarque que le seuil de dégradation  $P_0$  se situe à 10 MPa pour l'essai triaxial et 13 MPa pour l'essai sur cylindre creux. Ceci a déjà été observé par Siwak (92) sur différents essais triaxiaux hydrostatiques. Cependant, on peut noter que les pentes post  $P_0$  sont identiques et que les pentes initiales sont légèrement différentes. Cela peut être imputé à l'hétérogénéité entre les différents blocs qui ne sont pas prélevés rigoureusement dans le même banc de craie.



**Figure IV.6** : comparaison entre deux essais triaxiaux hydrostatiques réalisés sur deux éprouvettes de géométrie différente

On remarque donc sur cette figure que la réponse du matériau est quasi identique suivant les deux modes d'essai. Ceci permet également de "valider" le dimensionnement proposé au chapitre précédent.

### I.2.2- Essais de torsion compression hydrostatique

Il a été réalisé cinq essais de torsion monotone précédés d'un chargement hydrostatique. Les valeurs des confinements retenus sont 0, 03, 08, 13 et 17 MPa. Ceci nous situe de part et d'autre du seuil de dégradation  $P_0$  égale à 10 MPa pour une craie d'Haubourdin.

Tous ces essais ont été réalisés en conditions drainées. Le fluide de percolation est de l'alcool méthylique. En effet, comme on l'a remarqué au chapitre II, le fluide joue un rôle important sur le comportement de la craie. L'alcool méthylique nous permet de faire abstraction de tout phénomène de dissolution recristallisation obtenu par exemple avec de l'eau. Les mesures de déformations sont effectuées par des capteurs de déplacement inductifs fixés au capteur de force et de couple afin de prendre en compte les déformations de ce dernier.



Les variations de volume de l'échantillon sont calculées à partir de la mesure de volume de fluide expulsé. Ces mesures ont été réalisées par des pompes hydrauliques de type GDS.

Nous présentons tout d'abord les essais de torsion-compression hydrostatiques monotones. Nous verrons ensuite les essais de torsion-compression hydrostatiques avec des cycles de chargement-déchargement permettant de mettre en évidence la dégradation du matériau.

### 1.2.2.1- Courbe couple-déformation angulaire

La figure IV.8 représente l'évolution jusqu'à la rupture du couple en fonction de la déformation angulaire pour différentes valeurs de pressions hydrostatiques. On constate immédiatement une importante différence de comportement entre les essais réalisés de part et d'autre du seuil de dégradation  $P_0$ .

Pour des pressions hydrostatiques inférieures au seuil de dégradation  $P_0$ , les courbes couple-déformation angulaire se décomposent en deux parties ; la première partie caractérise un comportement linéaire du matériau ( Figure IV.9) et la seconde représente une phase non linéaire d'amplitude plus importante que la première. On montrera un peu plus loin dans ce chapitre que cette zone correspond à un écrouissage du matériau. Pour les essais réalisés après le seuil de dégradation, la courbe couple-déformation angulaire présente zone linéaire moins importante, voire inexistante, que pour les essais réalisés avant le seuil de dégradation  $P_0$  et une phase non linéaire très importante.

On constate que le comportement de la craie dépend fortement de la pression hydrostatique. Pour les essais à 0 et 03 MPa de confinement, la craie d'Haubourdin présente un comportement fragile. La rupture est assez brutale, précédée d'une courbure vers l'axe des déformations. Au-dessus de 03 MPa, la courbe s'infléchit d'autant plus que le confinement augmente. La rupture devient ductile avec une grande phase d'écrouissage.

L'influence de la pression de confinement sur le module d'élasticité transversal en torsion noté  $G_t$  ( $M = G_t I_0 \omega$ ) est également significative. On observe, dans le tableau IV.7, un accroissement de celui-ci avec la pression de confinement jusqu'au seuil de dégradation  $P_0$  égal à 10 MPa. Celui-ci continue à augmenter jusqu'à une pression de confinement de 13 MPa (en effet, la valeur du seuil de dégradation oscille entre 10 et 13 MPa pour une craie d'Haubourdin (92) ). Ensuite, le module diminue fortement. On retrouve ici les mêmes conclusions que celles émises par Prévost (75) sur une craie de Lezennes.

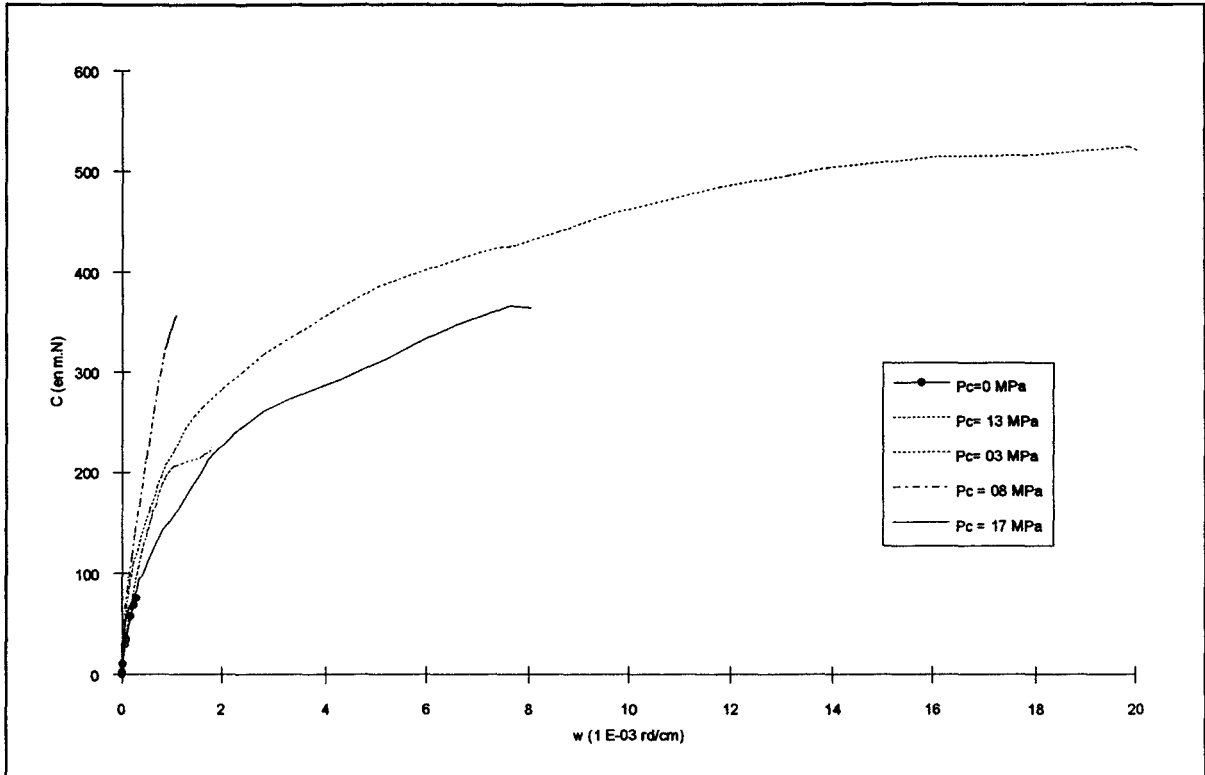
| Pression de confinement (MPa) | 0    | 3    | 8    | 13   | 17   |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|
| $G_t$ (MPa)                   | 2352 | 6449 | 6530 | 7697 | 5299 |

**Tableau IV.7** : module d'élasticité transversale en torsion pour les différents confinements

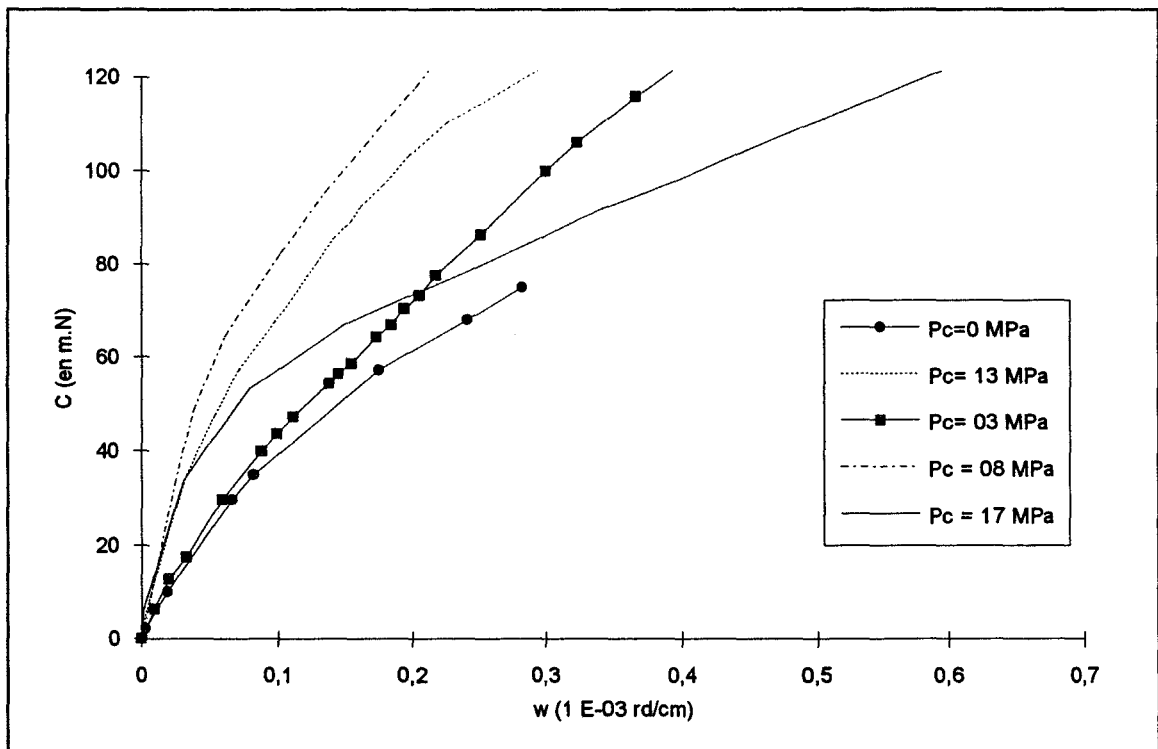
Pour le cas de la craie d'Haubourdin étudiée, le module d'élasticité  $G_t$  déterminé en torsion et le module d'élasticité transversal  $G_c$  déterminé en élasticité à partir du module d'Young et du coefficient de Poisson ( $G_c = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ) obtenus en compression simple sont nettement différents

( $G_c=408$  MPa). Cette différence de module, déduit d'une analyse linéaire élastique, semble indiquer une différence de comportement d'une craie d'Haubourdin entre les essais sans rotation des axes des contraintes principales et les essais de torsion qui induit la rotation de deux contraintes principales.

On peut, cependant, émettre quelques réserves sur les mesures des modules expérimentaux. En effet, le joint à lèvres entourant le piston influe sur l'allure de la courbe au début de l'essai de torsion (cf chapitre III). On peut cependant considérer ces valeurs de modules correctes jusqu'à des pressions hydrostatiques de 03 MPa. Les mesures réalisées pour des pressions hydrostatiques supérieures sont perturbées. En effet, le joint à lèvres a tendance à empêcher la déformation angulaire, augmentant ainsi le module tangent. On observe cependant une chute de module assez conséquente pour les essais effectués après le seuil de dégradation  $P_0$ .



**figure IV.8** : essais de torsion compression à différentes pressions de confinement

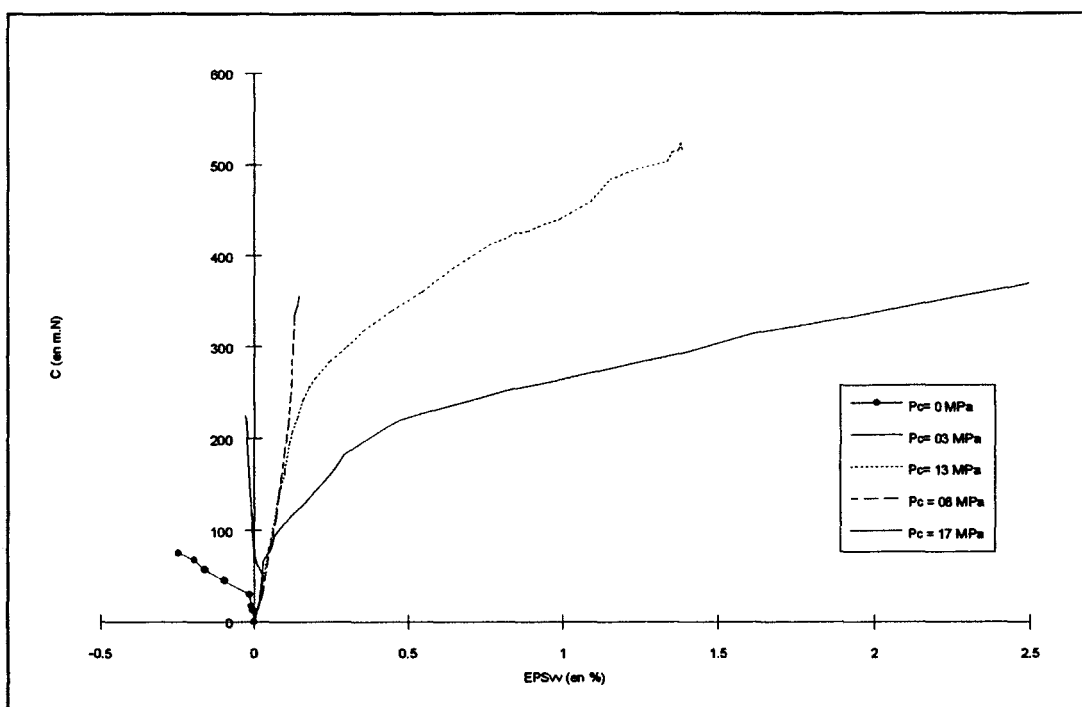


**Figure IV.9** : Agrandissement des courbes couple déformation angulaire pour différentes pressions hydrostatiques dans la zone des petites rotation angulaire.

### 1.2.2.2- courbes couple-déformations volumiques

La figure IV.10 représente les courbes couple-déformations volumiques pour différentes pressions hydrostatiques. On peut également remarquer la nette différence entre les essais réalisés de part et d'autre du seuil de dégradation  $P_0$ .

Pour l'essai de torsion pure, après une faible zone à déformations volumiques nulles, le matériau dilate. Pour l'essai à 03 MPa de confinement, on obtient un comportement contractant-dilatant. On retrouve donc bien le comportement volumique des essais triaxiaux réalisés sur une craie d'Haubourdin avec des confinements inférieurs au seuil de dégradation  $P_0$ . Pour les pressions hydrostatiques de 08, 13 et 17 MPa, le matériau est toujours contractant. Pour tous ces essais, on peut distinguer deux zones correspondant à la phase linéaire et non linéaire des courbes couple-déformation angulaire.



**Figure IV.10 :** courbes couple en fonction de la déformation volumique pour différentes pressions hydrostatiques

### 1.2.2.3- Courbes couple-déformation angulaire avec cycles de déchargement

Afin de mieux appréhender le comportement d'une craie d'Haubourdin sous sollicitations avec rotation d'axes, nous avons effectué des cycles de déchargement-rechargement sur quelques essais (figures IV.11 et IV.12). Le module déduit de ces courbes est un module relatif, c'est-à-dire qu'il permet de mettre en évidence un phénomène (ici, une irréversibilité) mais non de le quantifier.

On remarque une chute du module (tableau IV.13). Les déformations irréversibles deviennent de plus en plus importantes au fur et à mesure que l'on se rapproche de la rupture. Les décharges n'ayant pas, pour des raisons technologiques, pu être faites jusqu'à zéro, les courbes présentées ici sont purement qualitatives. Cependant, elles nous donnent un bon aperçu du mécanisme de déformation de l'éprouvette.

On peut donc dire que la perte de linéarité observée sur les courbes donnant le couple en fonction de la déformation angulaire correspond à une zone de dégradation du matériau et donc à un

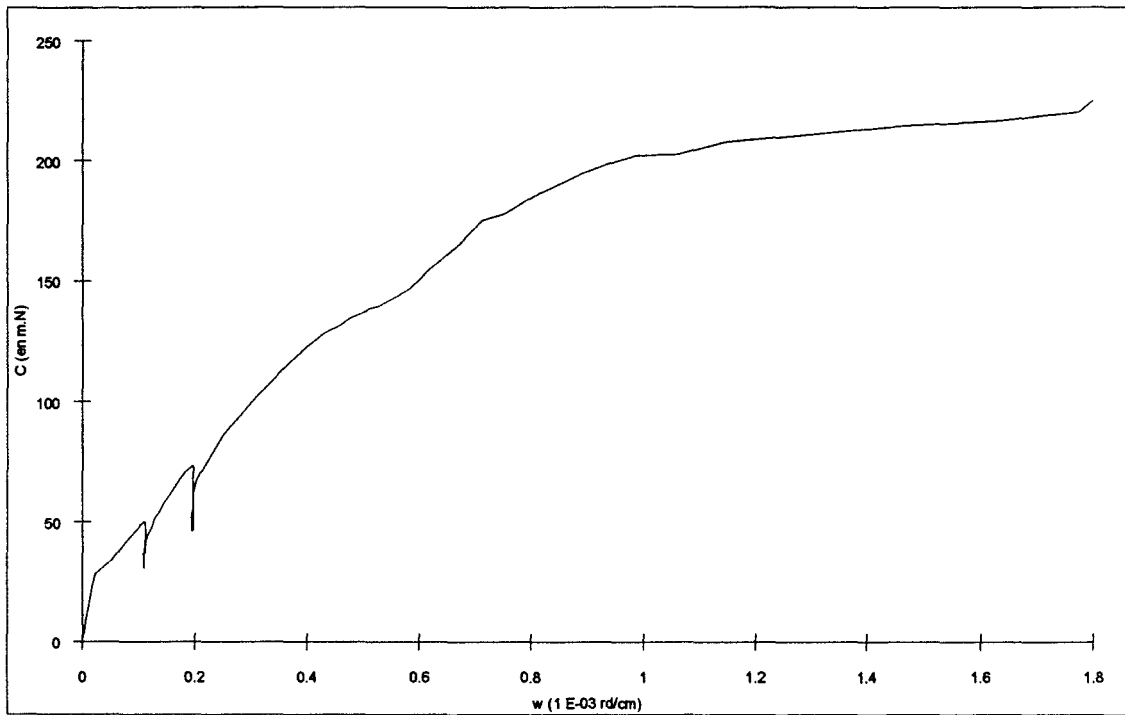
comportement non linéaire de la craie d'Haubourdin sous chemins de sollicitations avec rotation des axes des contraintes principales.

Les modules retenus ont été calculés dans la phase de recharge afin de faire abstraction de tout effet indésirable dû à l'appareillage.

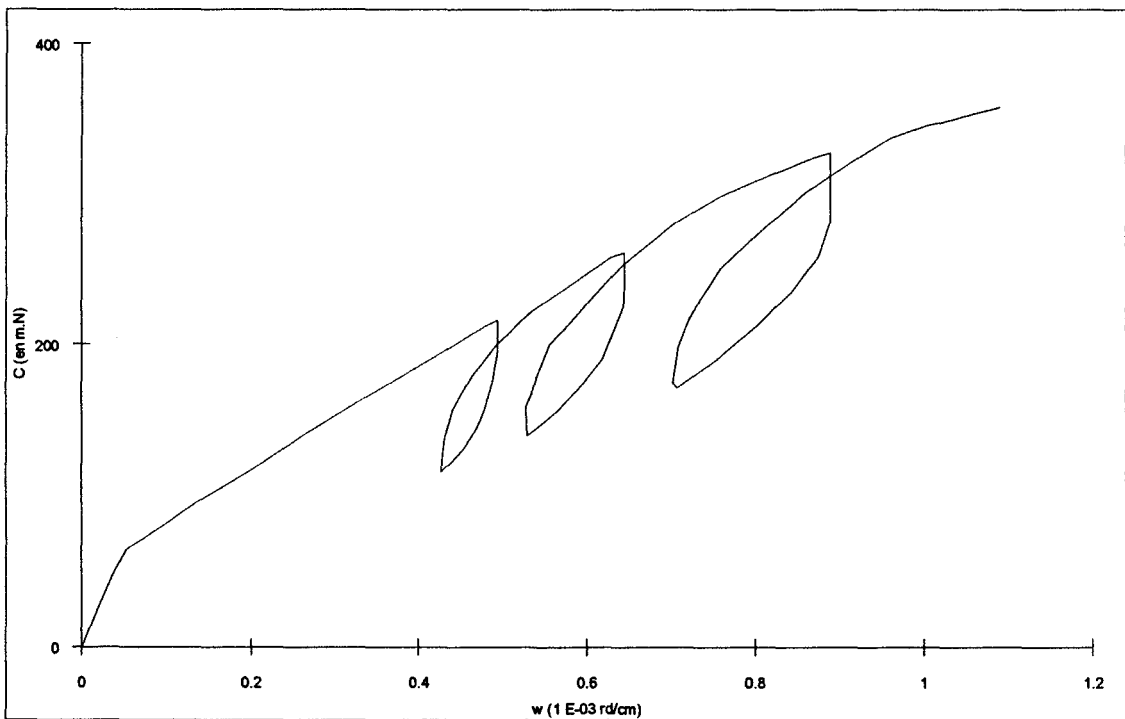
| Pression de confinement (MPa) | module tangent initial (MPa) | module d'élasticité transversale à la recharge (MPa) |          |          |
|-------------------------------|------------------------------|--|----------|----------|
|                               |                              | module1  | module 2 | module 3 |
| 03                            | 6449                         | 5527   | 4762     |          |
| 08                            | 6530                         | 6083   | 4710     | 3678     |
| 13                            | 7697                         | 4581   |          |          |
| 17                            | 5299                         | 3061   | 1157     | 706      |

**Tableau IV.13** : Modules d'élasticité transversale à la recharge pour les différentes pressions hydrostatiques.

Des cycles de charge décharge pendant le début de l'essai n'étant pas technologiquement réalisable actuellement, on ne peut pas conclure sur la nature des phases linéaires observées pour les essais. Cependant, la chute plus ou moins rapide des modules (module 1 par rapport au module tangent initial), peut nous permettre de faire l'hypothèse d'une existence d'une zone pseudo élastique pour les essais réalisés à une pression de confinement de 03 et 08 MPa, alors que pour les essais à 13 et 17 MPa de confinement, la chute du module étant très grande, cette zone initiale serait anélastique.

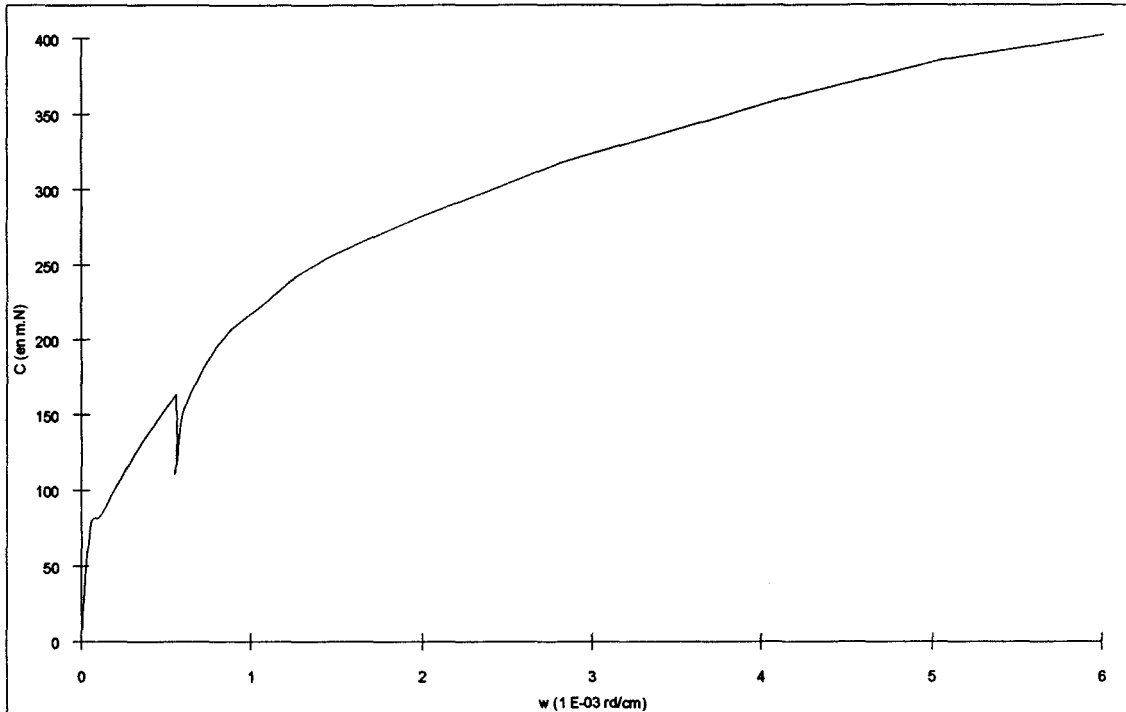


(a)

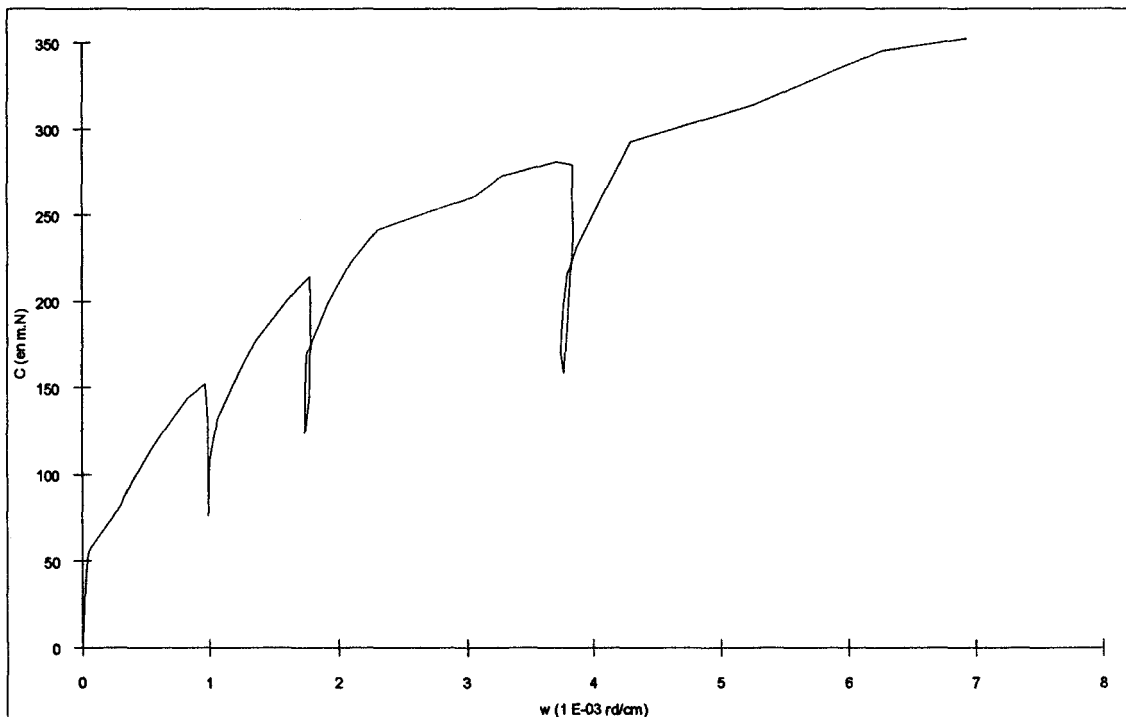


(b)

**Figure IV.11** : courbes couple déformation angulaire avec cycles de chargement déchargement pour des pressions hydrostatiques de 03 (a) et 08 MPa (b).



(a)



(b)

**Figure IV.12** : courbes couple déformation angulaire avec cycles de chargement déchargement pour des pressions hydrostatiques de 13 (a) et 17 MPa (b).

#### 1.2.2.4- Mode de rupture

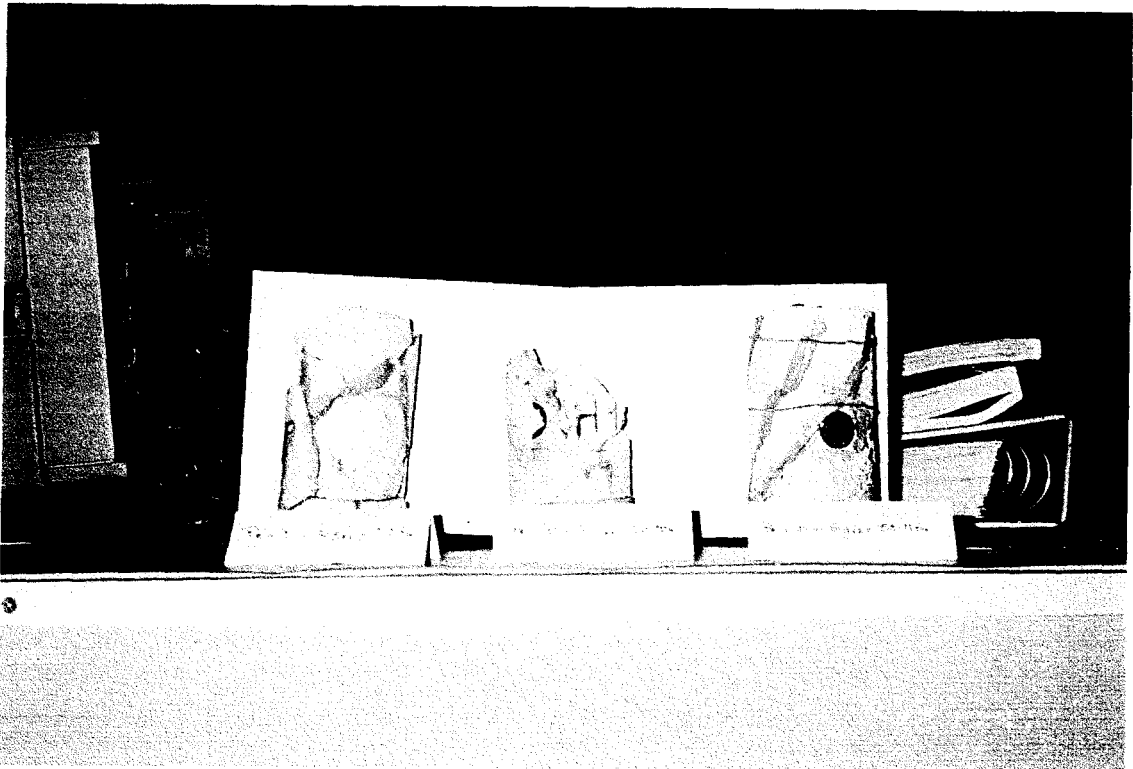
Le mode de rupture en torsion des échantillons est généralement caractérisé par deux hélices diamétralement opposées (23). L'angle d'inclinaison de ces hélices par rapport à un plan perpendiculaire de l'éprouvette varie avec la pression de confinement (75). Cette variation est reportée dans le tableau IV.14.

|                                    |    |    |    |
|------------------------------------|----|----|----|
| Pression hydrostatique<br>(en MPa) | 0  | 03 | 08 |
| Angle d'inclinaison<br>(en degré)  | 40 | 45 | 55 |

**Tableau IV.14** : Angle d'inclinaison des hélices de rupture en fonction du confinement

On voit également apparaître, avec l'augmentation de la pression hydrostatique, d'autres ruptures secondaires d'orientation variable. (photo IV.2)

La mesure de l'angle d'inclinaison pour des essais après le seuil de dégradation est très difficile à réaliser car l'éprouvette résultant de l'essai est en partie "détruite". En effet, après ce seuil, les ponts intergranulaires sont rompus, ce qui amène la ruine de la structure.



**Photo IV.2** : Ruptures en torsion compression hydrostatique de cylindres creux de craie  
( $P_c=0$  MPa ,  $P_c=03$  MPa ,  $P_c= 08$  MPa)

### **I.2.2.5- Conclusion**

Les différents essais réalisés montrent l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement de la craie d'Haubourdin en torsion. Comme pour les essais triaxiaux de révolution, on a pu mettre en évidence deux zones dans lesquelles le comportement de la craie étudiée est différent

- ❶ Avant le seuil de dégradation  $P_0$  où le comportement de la craie est fragile avec des déformations angulaires et volumiques très petites,
- ❷ Après le seuil de dégradation  $P_0$  où le comportement de la craie est ductile avec une grande phase d'érouissage.

On remarque que, comme le préconise **Prévost (75)**, l'application d'une pression interstitielle non nulle permet de retrouver le comportement contractant dilatant de la craie pour les essais à bas confinement.

Nous avons pu mettre en évidence que la phase non linéaire observée sur les courbes couple déformation angulaire correspondent à une phase de dégradation de la structure du matériau avec une apparition de déformations irréversibles.

### **I.3- Essais de torsion compression hydrostatique avec application d'un déviateur**

Nous présentons ici, l'influence d'un déviateur appliqué après la phase hydrostatique sur le comportement de la craie d'Haubourdin en torsion. Les valeurs de ces déviateurs ont été déterminées de la façon suivante :

- Pour les essais dont le confinement se situe en dessous du seuil de dégradation  $P_0$ , nous prenons deux déviateurs situés à un tiers et deux tiers du déviateur à la rupture obtenu pour un essai triaxial de révolution. En effet, ces courbes présentent un pic à la rupture. Le premier déviateur (noté déviateur 1) nous situe dans la zone élastique de la courbe contrainte déviatorique ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) en fonction de la déformation axiale  $\epsilon_1$ . Le second (noté déviateur 2) nous place dans la zone non linéaire.
- Pour les essais dont la pression de confinement est supérieure au seuil de dégradation, les courbes des essais triaxiaux de révolution ne présentent plus de pic de rupture. Cependant, les courbes présentent deux zones de pente différente. Nous choisirons donc les deux déviateurs dans chacune de ces zones.

Les valeurs ainsi déterminées sont représentées dans le tableau ci-dessous :

| Pression hydrostatique<br>(en MPa) | Déviateur 1<br>(en MPa) | Déviateur 2<br>(en MPa) |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 03                                 | 5                       | 8                       |
| 08                                 | 5                       | 12                      |
| 13                                 | 5                       | 10                      |
| 17                                 | 2                       | 4                       |

L'essai à déviateur nul, c'est-à-dire de torsion-compression hydrostatique sera noté déviateur 0.

#### **I.3.1- Courbes couple déformation angulaire**

Les figures IV.15 à IV.18 présentent les courbes donnant le couple en fonction de la déformation angulaire pour des essais de torsion-compression déviatoriques



On peut déjà noter une différence importante de comportement entre les essais effectués avant et après le seuil de dégradation  $P_0$ . En effet, pour les essais effectués à des pressions de confinement de 13 et 17 MPa, les déformations angulaires sont beaucoup plus importantes que celles des essais réalisés à 03 et 08 MPa de confinement. Pour ces courbes, on observe une grande phase d'écroutissage à couple constant.

Pour les essais réalisés après le seuil de dégradation  $P_0$ , l'application d'un déviateur ne modifie pas l'allure de la courbe. On remarque dans le tableau IV.19 que les modules tangents initiaux restent du même ordre de grandeur. On peut cependant noter que l'application d'un déviateur croissant augmente la phase d'écroutissage et augmente le couple à la rupture.

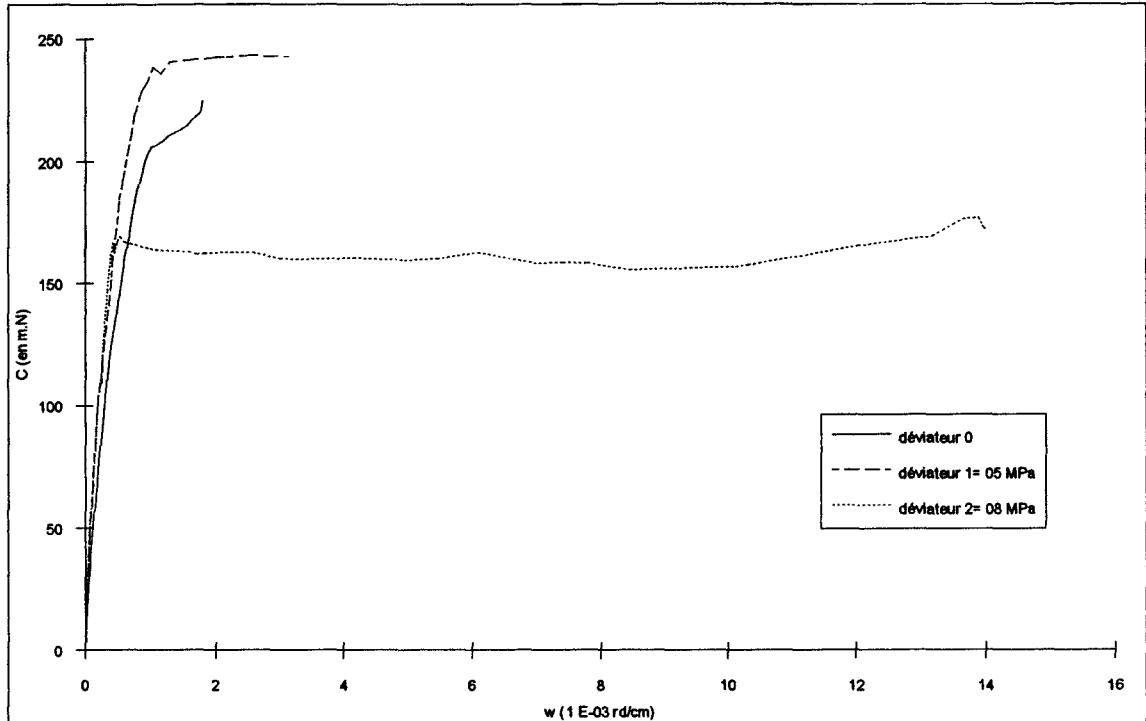
Pour les essais réalisés avant le seuil de dégradation  $P_0$ , on distingue nettement deux zones :

- ① Une zone linéaire d'amplitude croissante jusqu'au déviateur 1. Pour le déviateur 2, on note une diminution de celle-ci. La pente de cette zone décroît avec le déviateur.
- ② Une zone non-linéaire correspondant à un écroutissage comme on le montrera au paragraphe I.2.3.3. L'amplitude de cette zone augmente avec le déviateur.

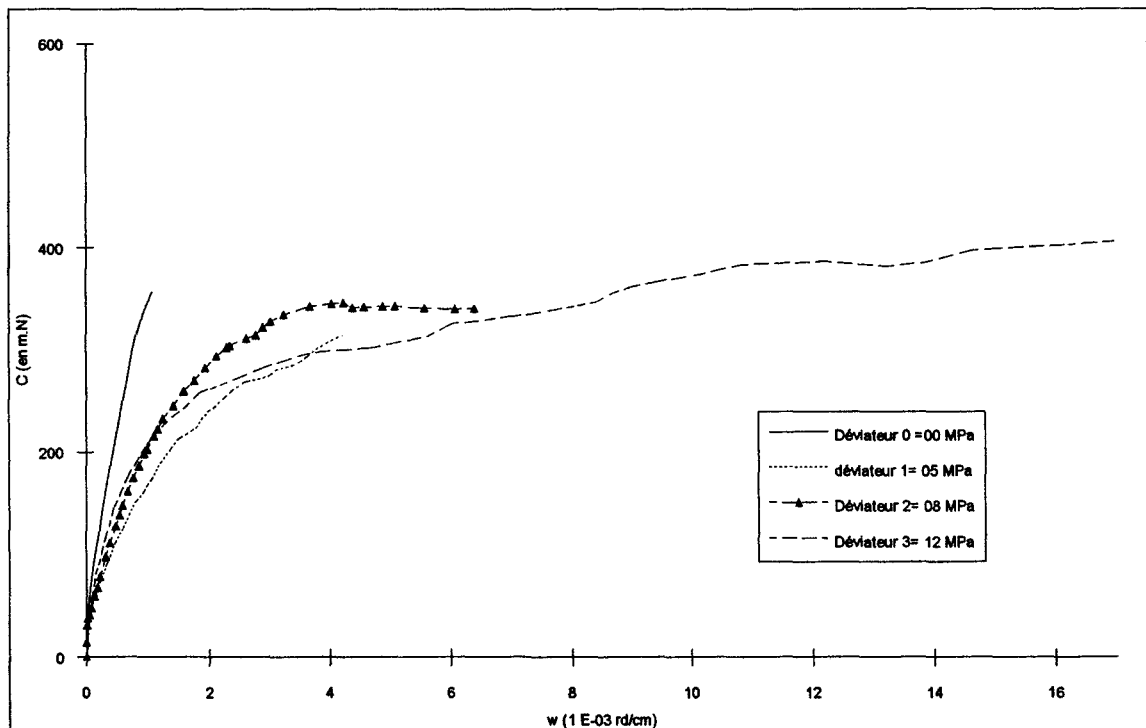
On observe, pour tous ces essais, le passage d'un comportement fragile à un comportement ductile avec l'augmentation du déviateur.

| Pression de confinement<br>( en MPa) | Déviateurs<br>(en MPa) | module tangent initial<br>(en MPa) |
|--------------------------------------|------------------------|------------------------------------|
| 03                                   | 0                      | 6449                               |
|                                      | 5                      | 5123                               |
|                                      | 8                      | 4172                               |
| 08                                   | 0                      | 6530                               |
|                                      | 5                      | 6456                               |
|                                      | 12                     | 3139                               |
| 13                                   | 0                      | 7697                               |
|                                      | 5                      | 6762                               |
|                                      | 10                     | 5794                               |
| 17                                   | 0                      | 5299                               |
|                                      | 2                      | 5490                               |
|                                      | 4                      | 7824                               |

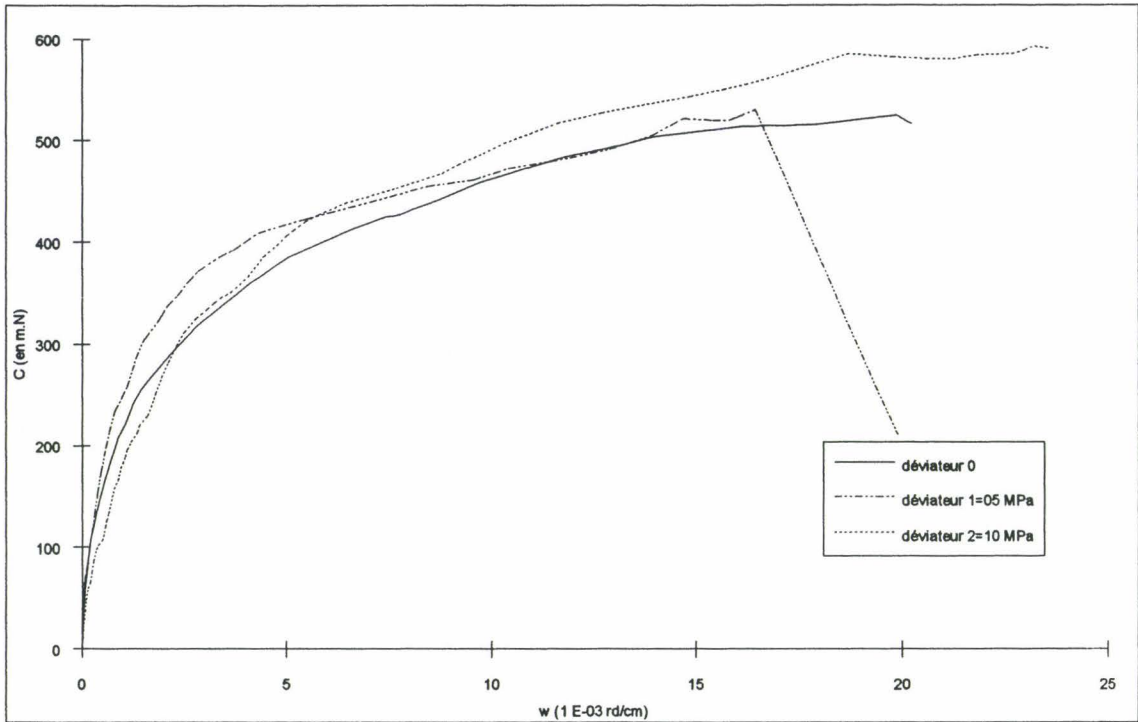
**Tableau IV.19** : module d'élasticité transversale pour les différents déviateurs



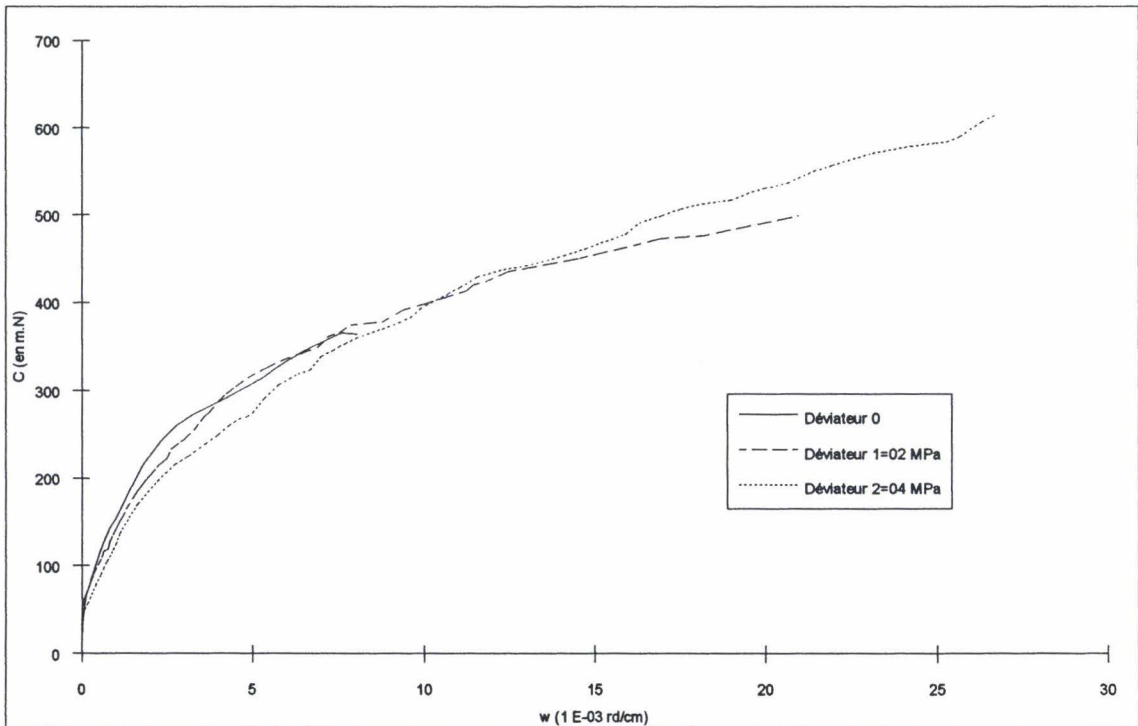
**Figure IV.15 :** Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 03 MPa et différents déviateurs axiaux



**Figure IV.16 :** Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 08 MPa et différents déviateurs axiaux



**Figure IV.17** : Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 13 MPa et différents déviateurs axiaux



**Figure IV.18** : Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 17 MPa et différents déviateurs axiaux

### I.3.2- Courbes couple déformations volumiques

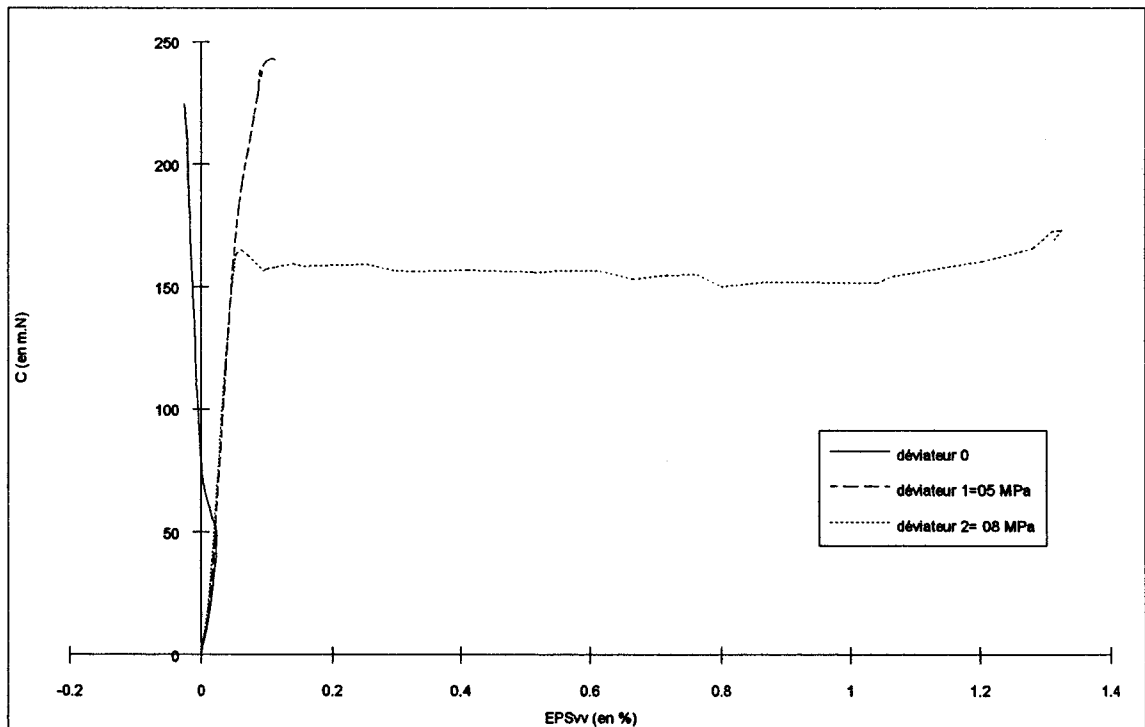
Sur les courbes donnant le couple en fonction de la déformation volumique ( figure IV.20 à IV.23), on peut également distinguer le comportement avant et après le seuil de dégradation  $P_0$ . En effet, les déformations volumiques pour les essais dont le confinement est supérieur à  $P_0$  sont beaucoup plus importantes que celles des essais effectués avant  $P_0$ .

Pour les essais réalisés après le seuil de dégradation  $P_0$ , le comportement de la craie est purement contractant. On retrouve également deux zones de pentes différentes. Les variations de volume sont directement corrélées au déviateur :

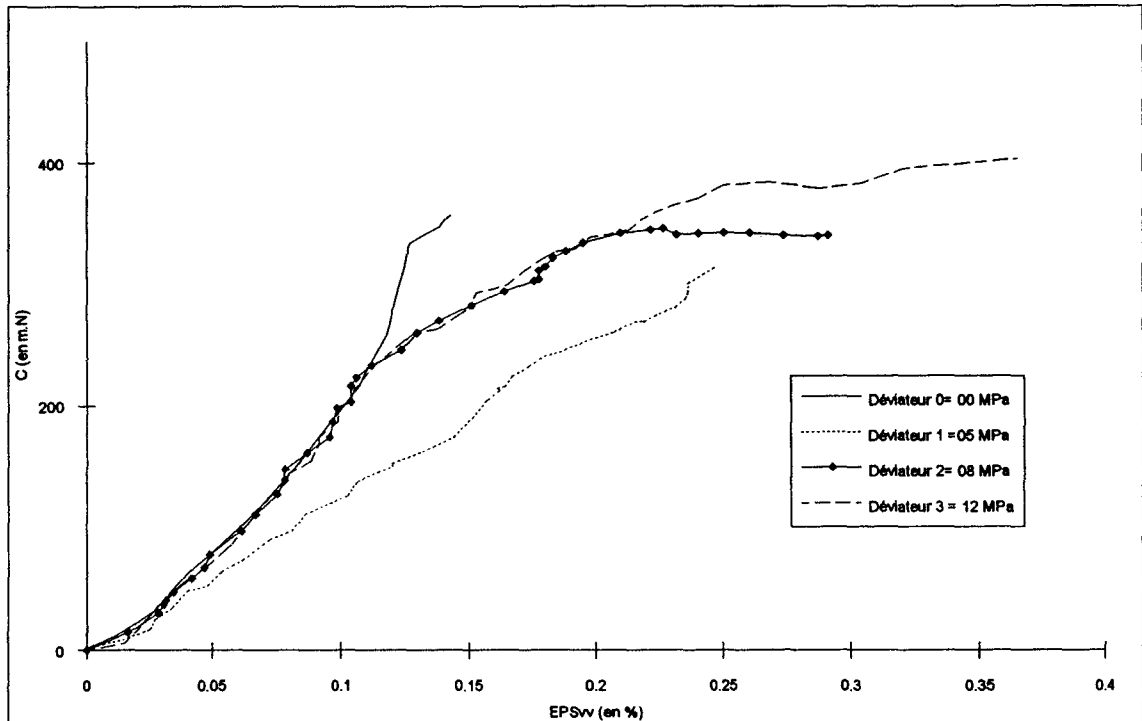
- la pente initiale diminue avec l'augmentation du déviateur et son amplitude augmente avec celui-ci,
- l'amplitude de la seconde partie de la courbe augmente avec le déviateur.

On peut noter cependant que plus le déviateur augmente, plus la distinction entre ces deux phases est difficile (figure IV.23).

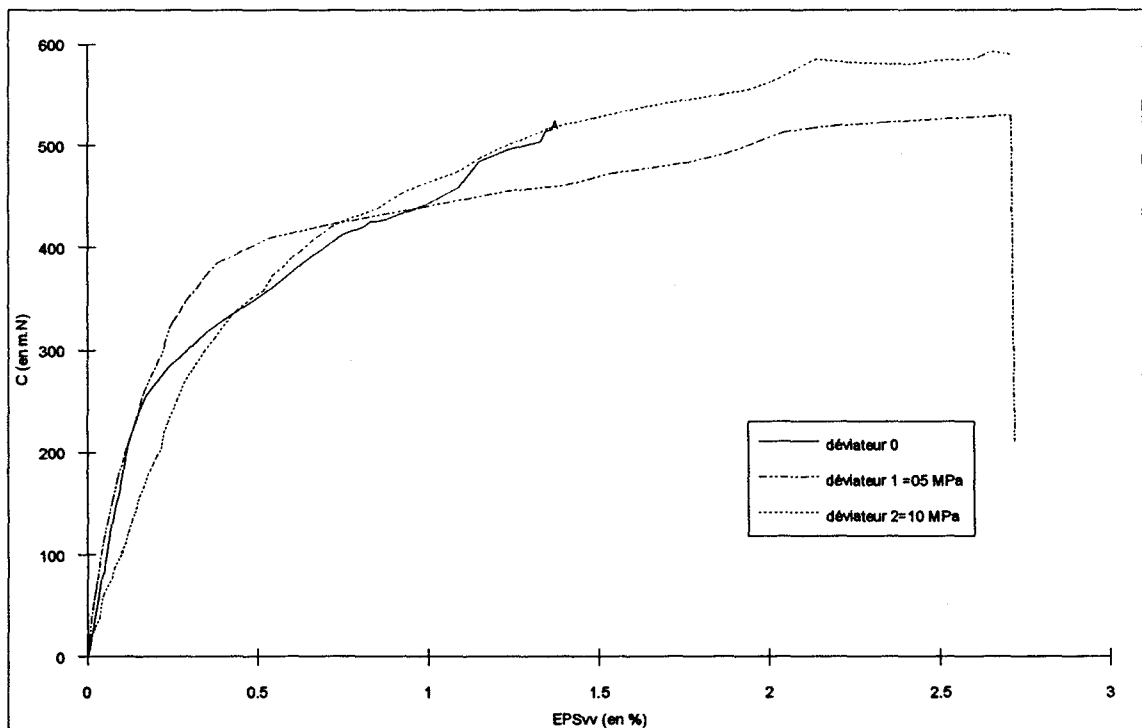
Les essais réalisés avant le seuil de dégradation  $P_0$  présentent des variations de volume beaucoup plus faibles que celles des essais réalisés à des pressions hydrostatiques plus importantes. Pour de faibles déviateurs (déviateur 0 et 1), la courbe ne présente qu'une seule pente. Lorsque celui-ci augmente, on retrouve une allure de courbe similaire aux courbes de la figure IV.22.



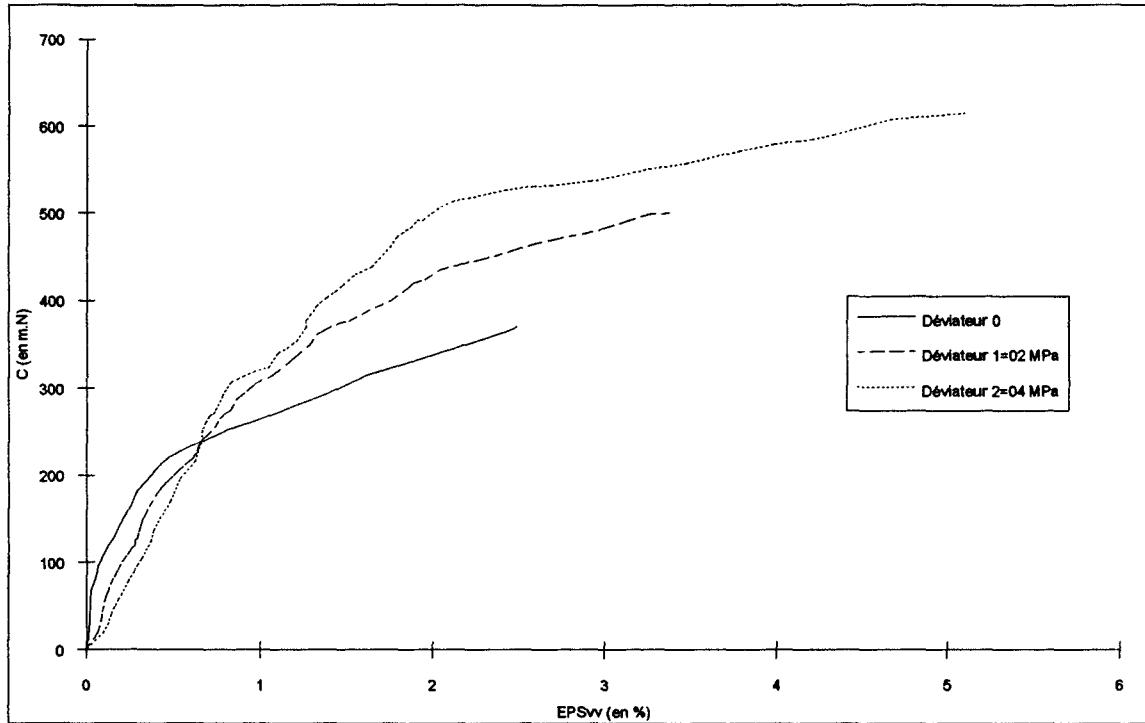
**Figure IV.20** : Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 03 MPa et différents déviateurs axiaux



**Figure IV.21 :** Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 08 MPa et différents déviateurs axiaux



**Figure IV.22 :** Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 13 MPa et différents déviateurs axiaux



**Figure IV.23 :** Torsion sur la craie d'Haubourdin sous une pression hydrostatique de 17 MPa et différents déviateurs axiaux

### **I.3.3- Courbes couple déformation angulaire avec cycles de charge décharge**

Comme pour les essais de torsion compression hydrostatique, nous avons effectué quelques cycles de charge décharge afin de mieux appréhender le comportement de la craie d'Haubourdin sous chemin de sollicitation avec rotation des axes principaux du tenseur des contraintes.

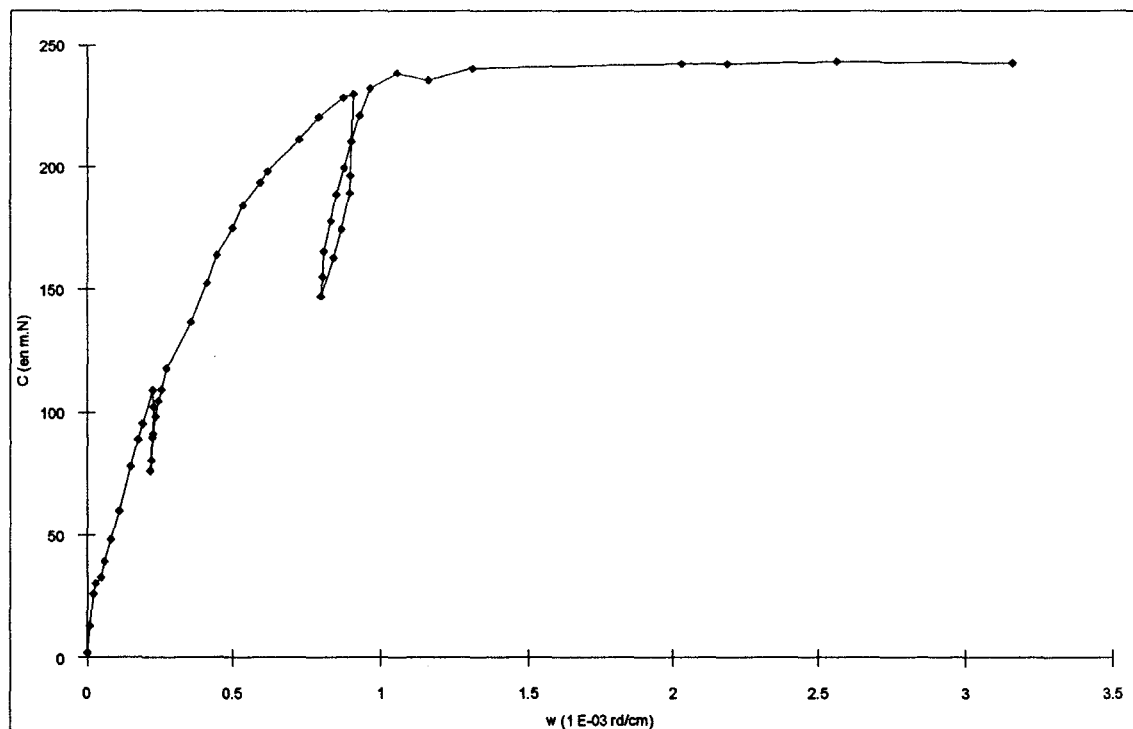
Sur les figures IV.24 à IV.28 sont représentées les courbes donnant le couple en fonction de la déformation angulaire avec des cycles de charge décharge. Comme nous l'avons déjà dit, la mesure des modules a été effectuée à la recharge afin de faire abstraction aux phénomènes liés à l'appareillage.

Nous avons reporté dans le tableau V.29, les différents modules issus de ces cycles.

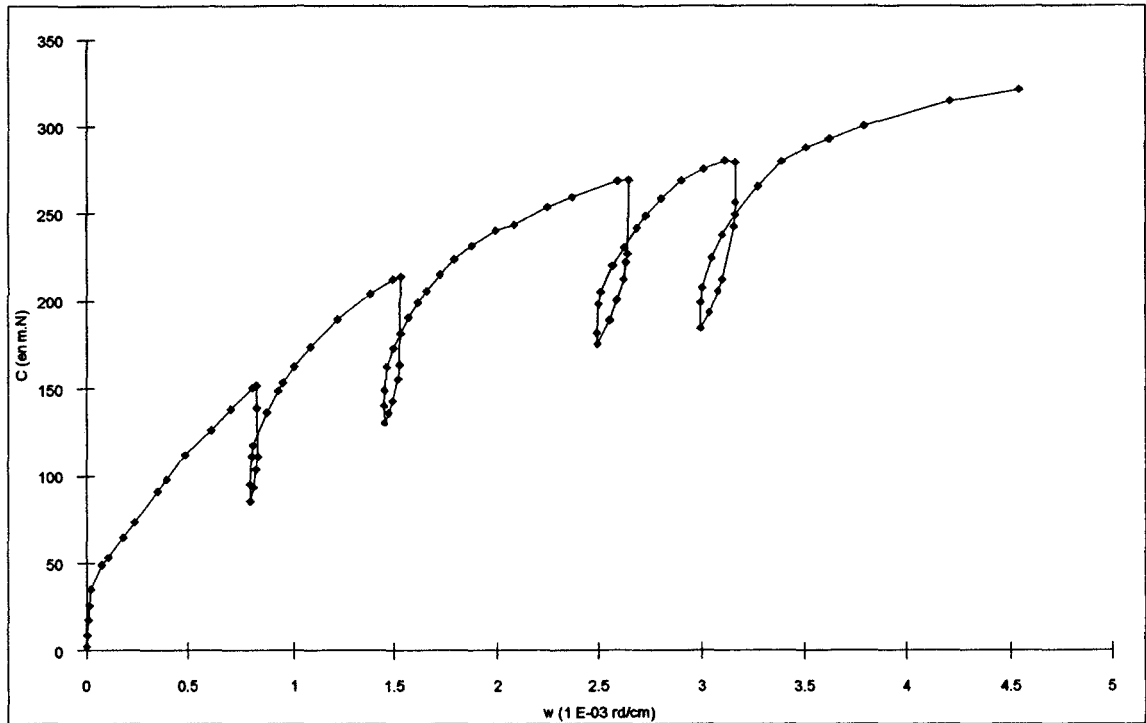
On peut noter que ce module décroît très rapidement pour les essais réalisés à des pressions hydrostatiques supérieures au seuil de dégradation  $P_0$ . Cette décroissance est observable quel que soit le déviateur. Pour les essais réalisés avant le seuil  $P_0$ , on peut distinguer les déviateurs 0 et 1 du déviateur 2. Pour les deux premiers, on observe une décroissance moins rapide que pour le déviateur 2.

| Pression de confinement<br>( en MPa) | Déviateur<br>(en MPa) | module<br>tangent<br>initial | Module d'élasticité transversale à la recharge<br>( en MPa) |          |          |          |
|--------------------------------------|-----------------------|------------------------------|---|----------|----------|----------|
|                                      |                       |                              | module 1  | module 2 | module 3 | module 4 |
| 03                                   | 0                     | 6449                         | 5527  | 4762     |          |          |
|                                      | 5                     | 5123                         | 3970  | 1825     |          |          |
|                                      | 8                     | 4172                         |   |          |          |          |
| 08                                   | 0                     | 6530                         | 6083  | 4710     | 3678     |          |
|                                      | 5                     | 6456                         | 1201  | 1147     | 798      |          |
|                                      | 12                    | 3139                         | 2347  | 1976     | 1073     |          |
| 13                                   | 0                     | 7697                         | 4581  |          |          |          |
|                                      | 5                     | 6762                         | 3483  | 1419     | 1191     | 789      |
|                                      | 10                    | 5794                         | 2173  | 1075     | 876      | 664      |
| 17                                   | 0                     | 5299                         | 3061  | 1157     | 706      |          |
|                                      | 2                     | 5490                         | 3477  | 1738     | 1304     |          |
|                                      | 4                     | 7824                         | 5216  | 2019     | 1455     |          |

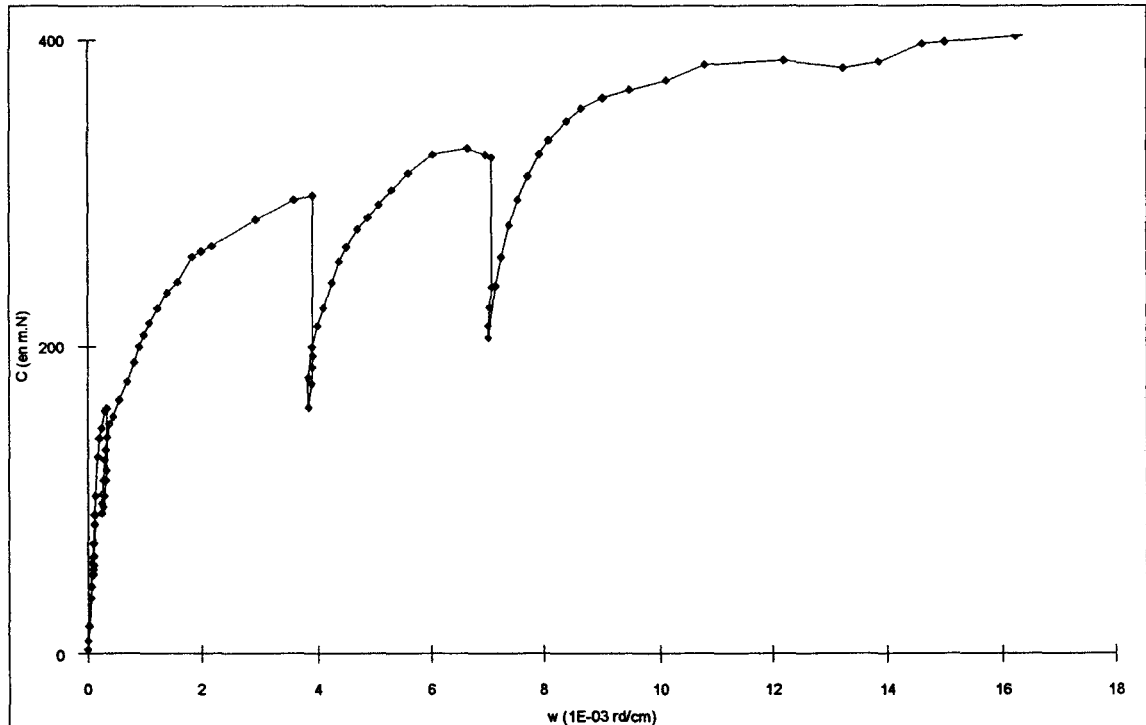
**Tableau V.29** : module d'élasticité transversale à la recharge pour les différents essais de torsion-compression déviatorique.



**Figure IV.24** : essai de torsion sous une pression hydrostatatique de 03 MPa et un déviateur axial de 05 MPa

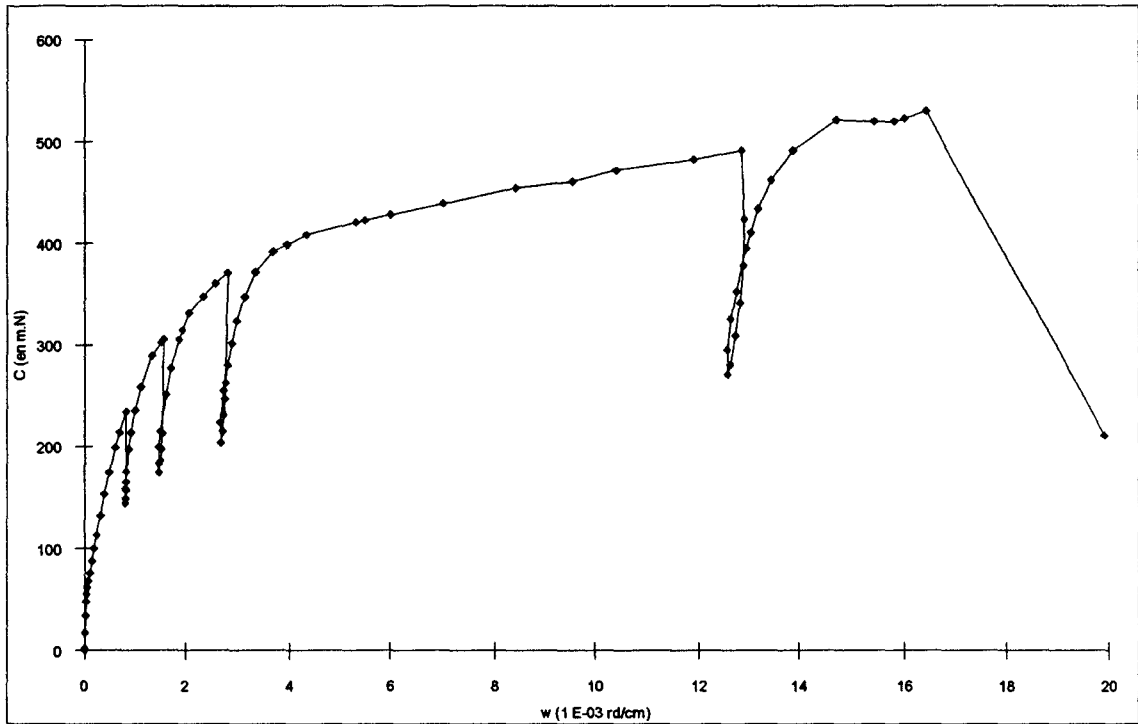


**Figure IV.25** : essai de torsion sous une pression hydrostatique de 08 MPa et un déviateur axial de 05 MPa

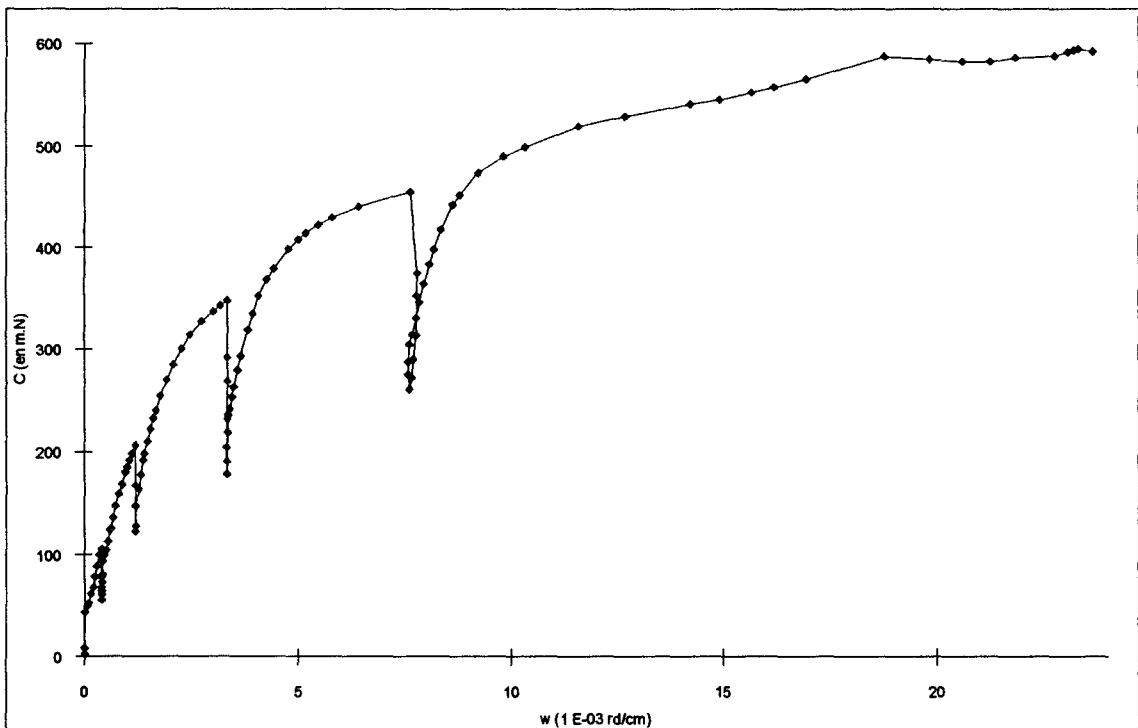


**Figure IV.26** : essai de torsion sous une pression hydrostatique de 08 MPa et un déviateur axial de 12 MPa





**Figure IV.27** : essai de torsion sous une pression hydrostatique de 13 MPa et un déviateur axial de 05 MPa

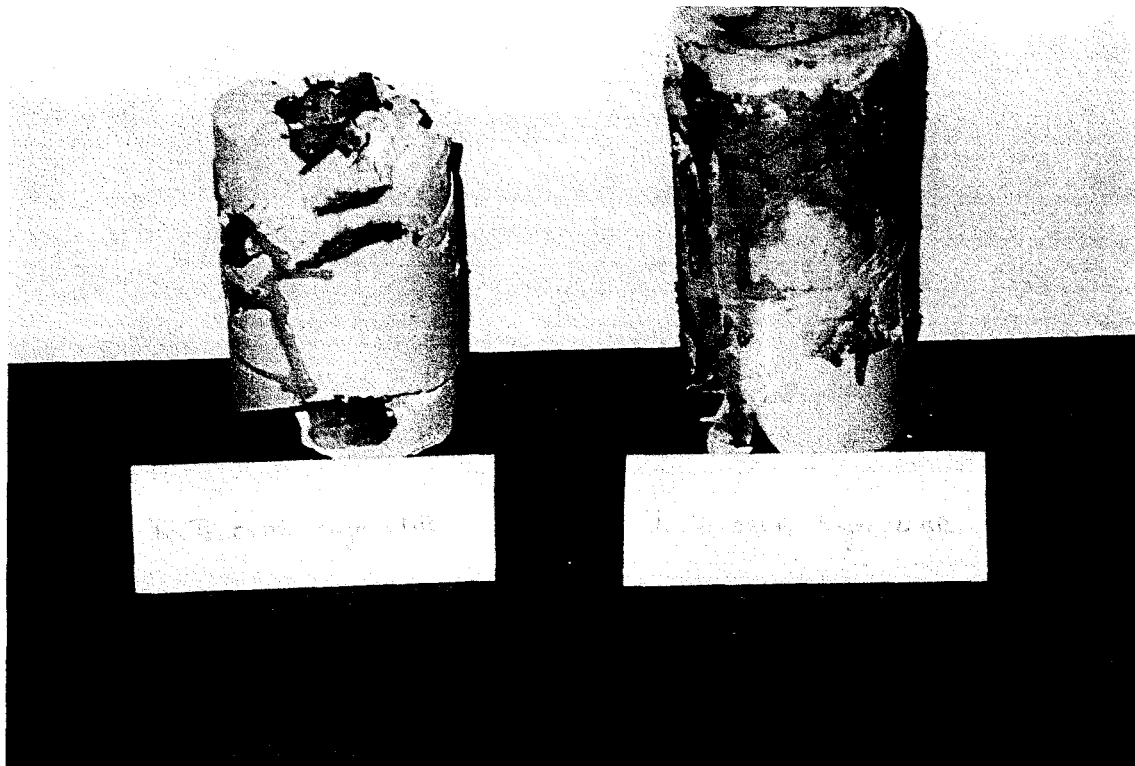


**Figure IV.28** : essai de torsion sous une pression hydrostatique de 13 MPa et un déviateur axial de 10 MPa

### 1.3.4- Mode de rupture

Le mode de rupture se fait, comme dans le cas de la torsion compression hydrostatique, selon une hélice de rupture. Cependant, comme on peut le remarquer sur les photos IV.3 et IV.4, la détection de celle-ci est beaucoup moins nette pour les éprouvettes testées à des pressions hydrostatiques supérieures au seuil de dégradation  $P_0$ . On remarque cependant une augmentation de l'angle de cette hélice avec le déviateur.

On peut également observer un nombre plus important de ruptures secondaires par rapport aux essais de torsion compression hydrostatique. Pour les déviateurs les plus élevés, on remarque (photo IV.5) une bande de cisaillement d'une épaisseur variant entre 1 et 2 cm, dans laquelle la craie est présente sous forme de poudre. Cette bande est orientée parallèlement à l'hélice de rupture. On peut rapprocher cette bande de la phase d'écrouissage très important observée pour les essais après le seuil de dégradation ou les essais réalisés avant celui-ci mais avec un déviateur plus élevé (déviateur 2).



**Photo IV.3** : ruptures en torsion compression déviatorique ( $P_c=08$  MPa)

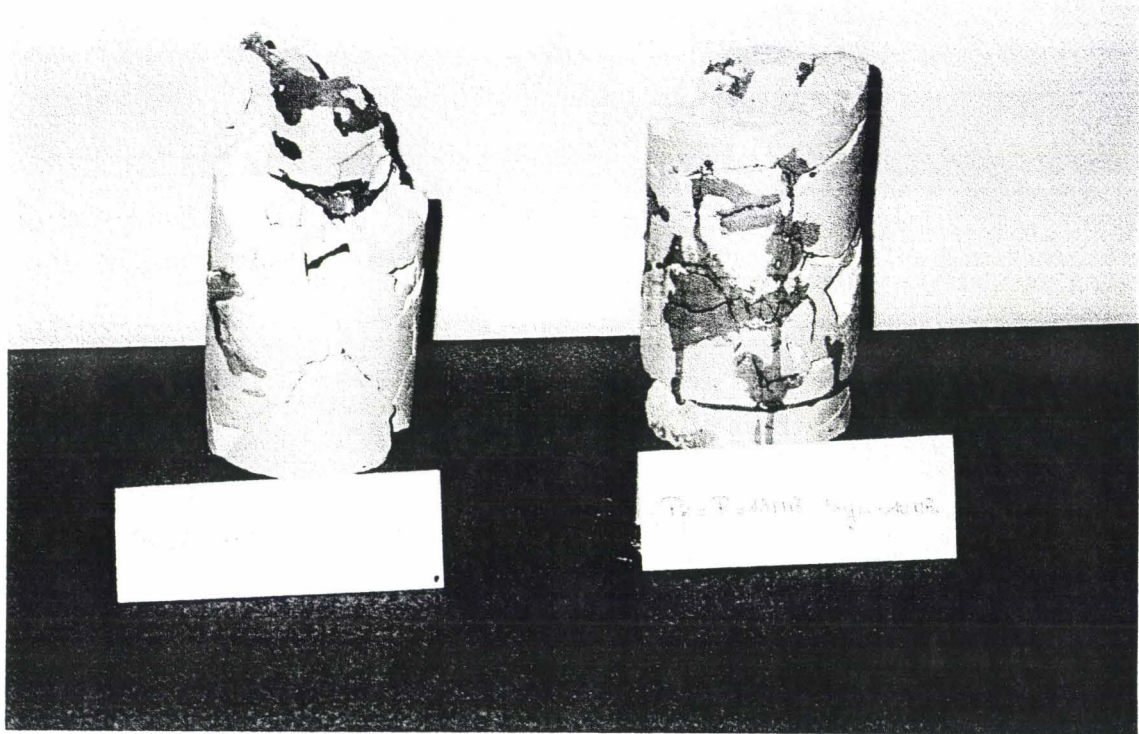


Photo IV.4 : ruptures en torsion compression déviatorique ( $P_c=13$  MPa)



**Photo IV.5** : ruptures en torsion compression déviatorique ( $P_c=08 \text{ MPa}$  ,  $\sigma_z=12 \text{ Mpa}$ )

#### **I.4- CONCLUSION**

On a pu mettre en évidence l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement d'une craie d'Haubourdin (73, 75). Celle-ci a un comportement de type fragile pour des pressions hydrostatiques inférieures au seuil de dégradation  $P_0$ , de type ductile avec une importante phase d'écroutissage pour des pressions supérieures à ce seuil.

L'application d'un déviateur, avant la phase de torsion, semble ne pas avoir d'influence sur le comportement d'une craie d'Haubourdin pour des pressions hydrostatiques supérieures au seuil  $P_0$ .



Avant celui-ci, on observe nettement le passage d'un comportement fragile à un comportement ductile avec l'augmentation du déviateur.

Grâce à des cycles de chargement-déchargement, on a mis en évidence un écrouissage de la craie durant l'application du couple de torsion. Cette phase coïncide avec la zone non linéaire des courbes donnant le couple en fonction de la déformation angulaire. Pour les essais réalisés avant le seuil de dégradation  $P_0$ , cet écrouissage est précédé d'une phase élastique dont l'amplitude et la pente augmentent avec la pression hydrostatique. Pour les essais de torsion-compression déviatorique réalisés avant  $P_0$ , l'amplitude de cette zone augmente entre le déviateur 0 et 1 puis diminue pour les déviateurs plus élevés (déviateur 2). La pente de celle-ci décroît quel que soit le déviateur.

On peut donc distinguer, avant le seuil de dégradation  $P_0$ , deux zones :

- une zone élastique pendant laquelle les déformations volumiques sont petites. Cette zone correspond à une phase de sollicitation du squelette de la craie. A la fin de cette phase, l'échantillon se rompt selon une hélice.

- une zone d'écrouissage d'amplitude croissante avec la pression hydrostatique et le déviateur pendant laquelle les déformations volumiques sont dilatantes pour de faibles pressions hydrostatiques ou contractantes d'amplitude très importante pour des déviateurs élevés ( déviateur 2). Pendant cette phase d'écrouissage, la pression hydrostatique et le déviateur jouent un rôle prépondérant. Ces deux paramètres vont donc influencer sur la fermeture de la fissure hélicoïdale apparue à la fin de la zone élastique et ainsi induire une phase de frottement des lèvres de celle-ci. Durant cette phase d'écrouissage et de frottement, l'échantillon va subir un phénomène de décohesion, se traduisant par l'apparition de ruptures secondaires n'ayant pas la même direction que l'hélice de rupture. Ceci est corroboré par les mesures effectuées par jauges d'extensométrie présentées au chapitre III. Celles-ci nous montrent que le squelette subit encore des déformations alors que l'hélice de rupture est apparue.

L'existence de ces deux zones est confirmée d'une part par les essais réalisés avec des cycles de chargement-déchargement et d'autre part par les échantillons reconstitués. Les cycles de charge-décharge nous montrent une déformation irréversible qui augmente fortement dès le début de la phase d'écrouissage. Ceux-ci sont comparables à des cycles post rupture.

Les photographies présentées précédemment montrent une rupture franche des échantillons pour de faibles pressions hydrostatiques. Il est alors assez aisé de les reconstituer. Pour des essais effectués pour des pressions supérieures au seuil  $P_0$  ou pour des déviateurs élevés, on peut encore distinguer une hélice de rupture qui est masquée par de nombreuses ruptures secondaires. La reconstitution des échantillons est alors très délicate, voire impossible à réaliser. On peut même observer une bande de cisaillement d'orientation parallèle ou confondue avec l'hélice pour des déviateurs élevés, ce qui montre que le phénomène de frottement devient prépondérant pendant la phase d'écrouissage.

Pour les essais réalisés à 17 MPa de confinement, la zone élastique est inexistante. On ne distingue plus qu'une seule zone. Cependant, on retrouve une pseudo hélice de rupture ( parmi les nombreuses ruptures secondaires). Ceci nous montre que le mode de sollicitation privilégie un plan de cisaillement. Finalement, on met en évidence l'apparition d'une fissure macroscopique avant l'effondrement complet de la structure. On peut donc conclure à une localisation de la craie pendant l'essai de torsion. Cependant, l'observation visuelle de ce phénomène n'a pas pu être mis en évidence du fait des pressions inférieures et extérieures à appliquer sur l'échantillon. Des essais non-drainés permettraient sans doute de nous donner des indications plus précises de ce phénomène.

## II- Simulation numérique de l'essai de torsion à l'aide du modèle de Lade

### II.1- Présentation du modèle

#### II.1.1- Hypothèse de travail

Le matériau étudié est supposé isotrope, homogène et ayant un comportement élasto-plastique à écrouissage isotrope.

Nous limitons notre étude aux applications où les sollicitations sont quasi-statiques et monotones. Le modèle retenu considère que la déformation totale est la somme d'une déformation élastique  $\varepsilon^e$ , d'une déformation plastique contractante  $\varepsilon^c$  et d'une déformation plastique déviatorique  $\varepsilon^d$ .

Sous forme incrémentale, nous avons l'expression suivante:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^c + d\varepsilon_{ij}^d \quad (\text{IV.1})$$

#### II.1.2- Déformation élastique

Compte tenu des hypothèses précédentes, les composantes de la déformation élastique sont calculées avec la loi de Hooke.

$$d\varepsilon_{ij}^e = C_{ijkl}^e d\sigma_{kl} \quad (\text{IV.2})$$

où  $C_{ijkl}^e$  est le tenseur d'élasticité.

Sous forme matricielle, cette relation devient:

$$(d\sigma) = (D^e)(d\varepsilon^e) \quad (\text{IV.3})$$

$$D^e = \frac{E_{ur}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{vmatrix}$$

Compte tenu de la variation du module d'Young en fonction du confinement et du 2<sup>ème</sup> invariant des contraintes  $J_2$ , Siwak propose une loi d'évolution de ce pseudo module de charge-décharge selon la relation suivante :

$$E = E_0 \cdot e^{A \sqrt{J_2}} \quad \text{pour } \sigma_3 \text{ fixé} \quad (\text{IV.4})$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \quad (\text{IV.5})$$

où A et E<sub>0</sub> sont des fonctions de la pression de confinement  $\sigma_3$

$$\begin{aligned} A &= f(\sigma_3) = a \cdot \sigma_3 + b \\ E_0 &= g(\sigma_3) = a' \cdot \sigma_3 + b' \\ E_{ur} &= (a' \cdot \sigma_3 + b') \cdot e^{(a \sigma_3 + b) \sqrt{J_2}} \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

a, b, a', b' sont des constantes. E<sub>0</sub> est défini par le passage à la limite, en particulier quand J<sub>2</sub> tend vers zéro.

Les variations du module en fonction de J<sub>2</sub> sont définies par des droites (suivant une échelle logarithmique); elles dépendent du confinement appliqué. Ces variations sont à relier à celles du module de compressibilité isotrope Kur de charge-décharge. On retient une relation du type :

$$E_{ur} = \frac{E}{K} K_{ur} \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{avec} \quad K_{ur} = \frac{1}{2} C_c \cdot \text{Pa} \left( \frac{\sigma_3}{\text{Pa}} \right)^{N_c}$$

Le pseudo-coefficient de Poisson se calcule par:

$$\nu = \left( 1 - \frac{E_{ur}}{3 \cdot K_{ur}} \right) \quad (\text{IV.8})$$

### III.1.3- Déformation plastique contractante

#### III.1.3.1- Fonction de charge contractante

Nous prenons une fonction de charge suivante (Lade (44))

$$F_c = I_1^2 + 2 \cdot I_2 - Y_c \quad (\text{IV.9})$$

$$\text{où} \quad Y_c = Y_c^0 + C \cdot \text{Pa}^2 \left( \frac{W_c}{\text{Pa}} \right)^\rho$$

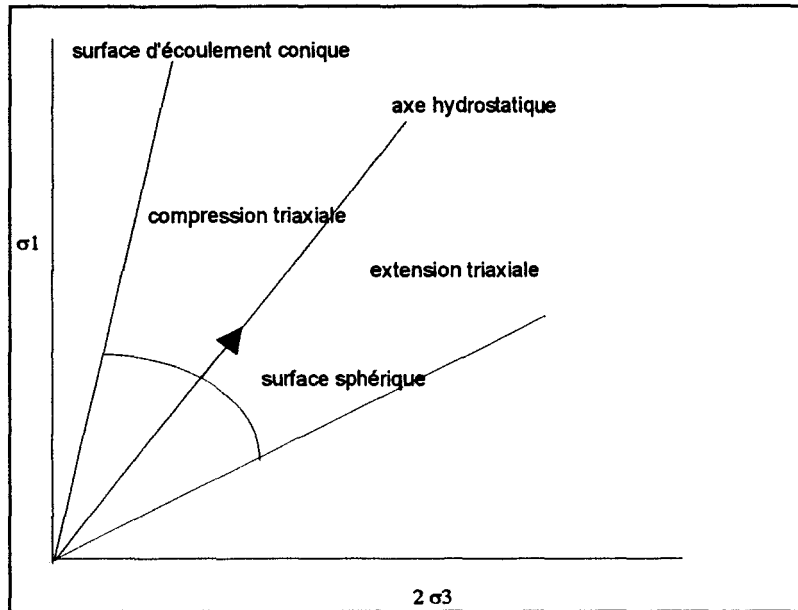
W<sub>c</sub> est l'énergie de déformation plastique contractante et C et ρ sont des constantes matérielles.

$$Y_c^0 = 3(\sigma_3 + C_0 \text{Pa})^2 \quad (\text{IV.10})$$

$$\text{avec} \quad I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

$$I_2 = \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} - \sigma_{xy}^2 - \sigma_{yz}^2 - \sigma_{xz}^2$$

La surface représentative de la fonction de charge  $F_c$  dans l'espace des contraintes est une sphère dont le centre se situe à l'origine du repère. La figure IV.30 représente l'intersection de cette surface de charge avec le plan des essais triaxiaux de révolution (plan.  $\sigma_1, \sqrt{2}\sigma_3$ ).



**figure IV.30** : position des différentes surfaces dans le plan triaxial

### III.1.3.2- Règle d'écroûissage contractante

Lade a choisi l'énergie de déformation plastique contractante comme paramètre d'écroûissage. Nous supposons la règle d'écroûissage isotrope pour le matériau étudié.

$$W_c = \int \sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^c \quad (IV.11)$$

Pour un essai de compression isotrope, nous pouvons déterminer l'énergie plastique contractante par:

$$W_c = \int P_c \cdot d\varepsilon_v^c \quad (IV.12)$$

Pour cela, on effectue un certain nombre de cycles de déchargement-rechargement au cours d'un essai de compression isotrope.

Pour calculer la valeur de  $W_c$ , on trace la droite du déchargement et, ensuite, on identifie l'intégration à l'aire comprise entre la courbe  $\varepsilon v(P_c)$  et la droite de déchargement.

A chaque point de déchargement, on calcule la valeur de  $F_c$  qui, pour cet essai, est égale à  $3P_c^2$ . Les valeurs de  $F_c$  et  $W_c$  sont injectées dans la loi d'écroûissage isotrope contractante:

$$W_c = C \cdot Pa \cdot \left( \frac{F_c}{Pa^2} \right)^\rho \quad (IV.13)$$

où  $C$  est une constante représentant le module collapse et est déterminée à  $F_c/Pa^2=1$ .

$\rho$  est la pente de la droite donnant le logarithme de  $W_c$  en fonction de celui de  $F_c$ .



### II.1.3.3- Règle d'écoulement contractante

D'après Lade, une règle d'écoulement associée est utilisée pour ce mécanisme contractant de déformation plastique. L'expression de  $dW_c$  est déduite de la relation (IV.13)

$$dW_c = C.Pa.\rho.\left(\frac{Pa^2}{F_c}\right)^{1-p} d\left(\frac{F_c}{Pa^2}\right) \quad (IV.15)$$

### II.1.3.4- Matrice de plasticité contractante

La matrice de plasticité contractante est donnée par

$$D_c = \frac{(D_e)\left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma}\right)\left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma}\right)^T (D_e)}{A_c + \left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma}\right)^T (D_e)\left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma}\right)} \quad (IV.16)$$

$$\text{avec } A_c = \frac{dF_c}{dW_c} \cdot (\sigma)^T \cdot \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma}\right) \quad (IV.17)$$

$$\frac{dF_c}{dW_c} = \frac{Pa}{C.\rho} \left(\frac{F_c}{Pa^2}\right)^{1-p} \quad (IV.18)$$

Les dérivées de  $F_c$  et  $Q_c$  sont exprimées par:

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma}\right) = (2\sigma_{xx} + 4(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}), 2\sigma_{xx} + 4(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}), 2\sigma_{xx} + 4(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}), -4\sigma_{xy}, -4\sigma_{yz}, -4\sigma_{xz})$$

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma}\right) = \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma}\right)^T \quad (IV.19)$$

### II.1.4- Déformation plastique déviatorique

La déformation plastique déviatorique est due aux cisaillements des ponts entre les grains ; ceux-ci sont influencés par le tenseur sphérique de contrainte.

Ce mécanisme déviatorique de déformation plastique contrôle entièrement la rupture du matériau. La variation de volume relative à ce mécanisme est, soit contractante, soit dilatante selon le chemin de sollicitation et les caractéristiques du matériau.

Lade (43) a généralisé le critère de rupture introduit dans son modèle élasto-plastique aux bétons et aux roches. A partir de ce critère, nous supposons que la fonction de charge déviatorique a la même forme générale que le critère de rupture.

Lade a montré que la surface représentative du critère de rupture des matériaux pulvérulents (frottement interne) est déterminée à partir des remarques suivantes:

\*L'angle d'ouverture de la surface de rupture est lié à l'angle de frottement interne.

\*La courbure de la surface de rupture représente la dépendance de l'angle de frottement avec le tenseur sphérique des contraintes.

\*L'origine de la surface de rupture traduit la résistance en traction simple.

Le critère de rupture s'écrit :

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \left(\frac{I_1}{Pa}\right)^m - Y_d^r = 0 \quad (IV.20)$$

La fonction d'écoulement s'écrit :

$$F_p = \left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \left(\frac{I_1}{Pa}\right)^m - Y_d = 0 \quad (IV.21)$$

$$\text{avec: } Y_d = Y_d^0 + (Y_d^r - Y_d^0) \left(\frac{W_d}{W_d^r}\right)^q$$

$$Y_d^0 = \lambda_1 \left[ \frac{(\sigma_3 - Pa)}{Pa} \right] + \lambda_2 \quad (IV.22)$$

$W_d$  est l'énergie de déformation plastique déviatorique et  $W_d^r$  est la valeur de  $W_d$  à la rupture.

$$W_d^r = P_r Pa \left[ \frac{(\sigma_3 + Pa)}{Pa} \right]^q \quad (IV.23)$$

$$q = \alpha \cdot \left[ \frac{(\sigma_3 + Pa)}{Pa} \right]^p$$

$Y_d^0, Y_d^r, \lambda_1, \lambda_2, q, l, m, P_1, \alpha, \beta$  sont des constantes matérielles qu'il faut déterminer.

## II.2- Simulation des essais triaxiaux

Les valeurs des paramètres du modèle de Lade, concernant la craie d'Haubourdin, ont été déterminées à partir des essais de compressibilité et triaxiaux présentés précédemment. Ces essais ont été réalisés avec des cycles de chargement-déchargement (78,79,80). Expérimentalement, le comportement de la craie d'Haubourdin étudiée diffère selon la pression hydrostatique (de part et d'autre du seuil de dégradation  $P_0$ ). Pour cette raison, on distinguera, pour la modélisation, ces deux zones. Les valeurs obtenues sont données dans le tableau IV.31 .

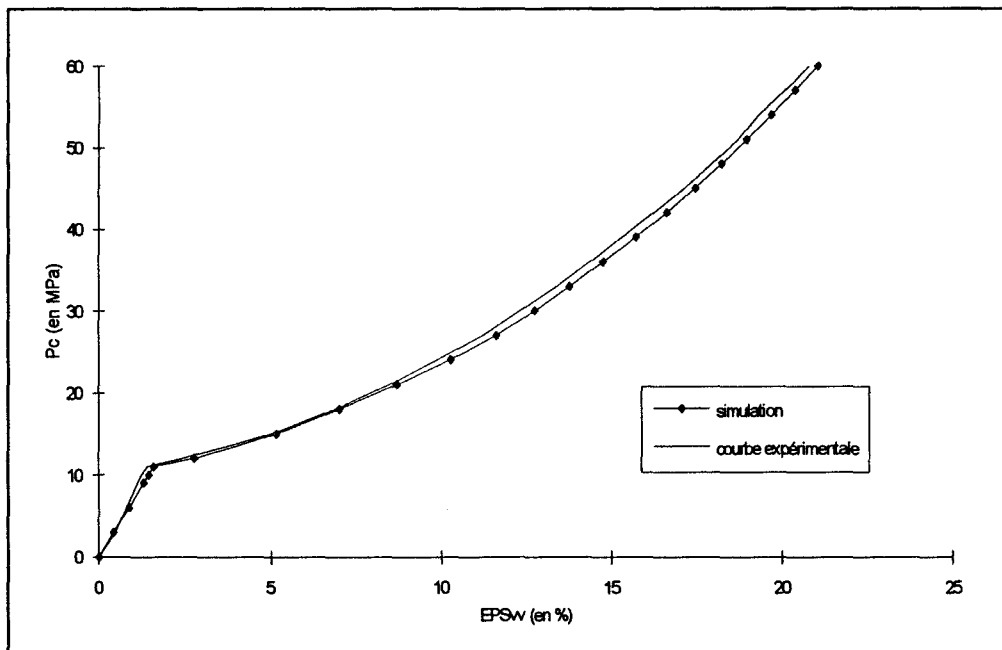
| Paramètres     | Avant Po | Après Po |
|----------------|----------|----------|
| m              | 0,596    | 0,596    |
| $\gamma_d^f$   | 1006     | 1006     |
| $\lambda_1$    | 0,097    | 0,097    |
| $\lambda_2$    | 228      | 228      |
| l              | 0,56     | 0,78     |
| P <sub>l</sub> | 0,04     | 0,56     |
| $\alpha$       | ,44      | 0,05     |

**Tableau IV.31** : récapitulatif des différents paramètres adoptés pour le modèle de Lade.

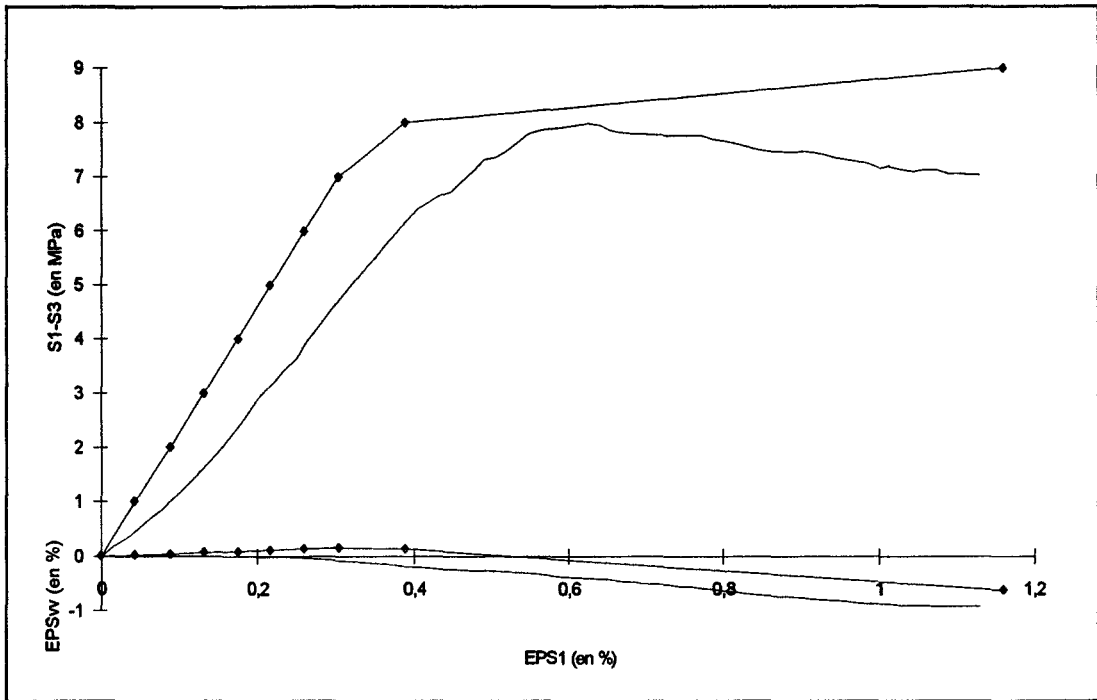
Sur la figure IV.32 , on observe une bonne concordance entre la courbe expérimentale et la simulation pour l'essai de compressibilité. La seule divergence se situe dans la troisième zone qui, pour nous, n'a que peu d'intérêt.

Les essais déviatoriques ont également été simulés avec une précision relativement satisfaisante (figure IV.33). Le modèle de Lade permet de retranscrire correctement le comportement contractant-dilatant en variation volumique d'une craie d'Haubourdin avant le seuil de dégradation Po.

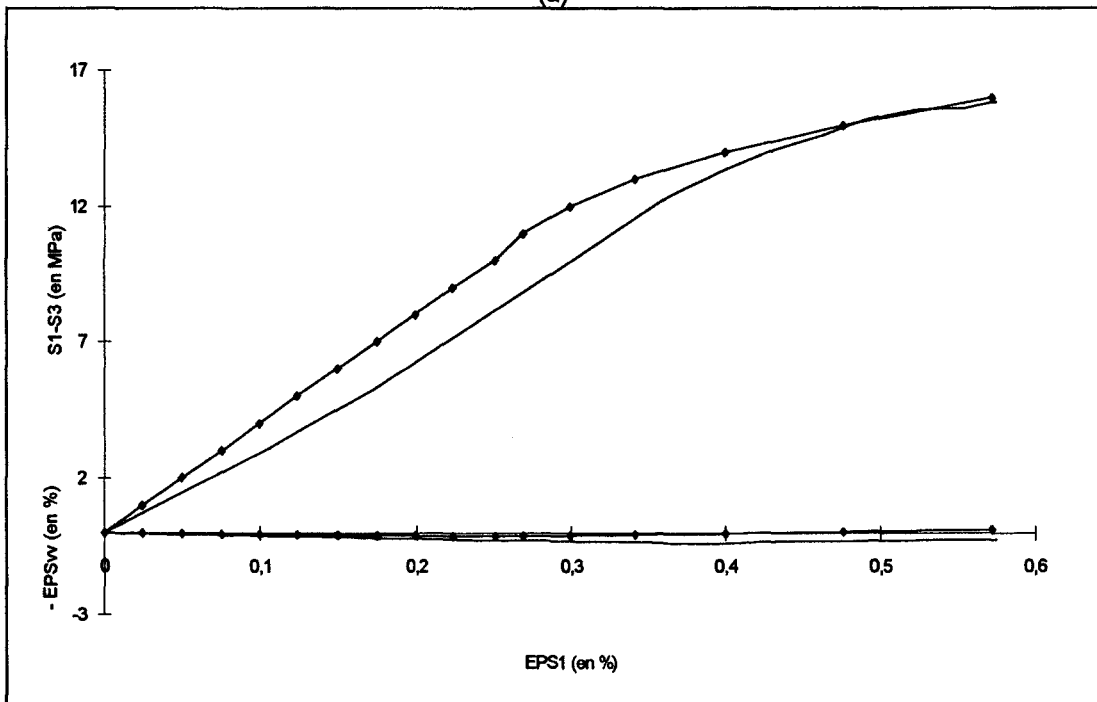
Nous avons ensuite simulé le comportement de la craie sous un chemin de sollicitation de type proportionnel (figure IV.34). On constate également une bonne corrélation entre la courbe expérimentale et la simulation.



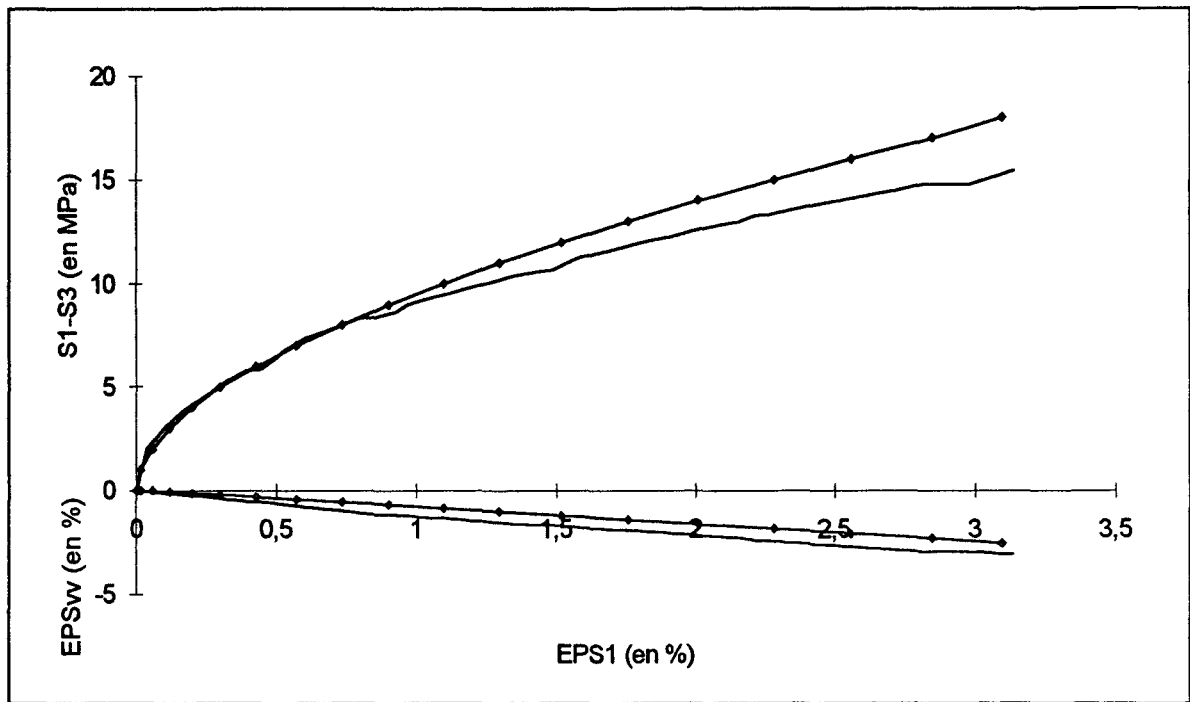
**Figure IV.32** : Simulation de l'essai hydrostatique monotone



(a)

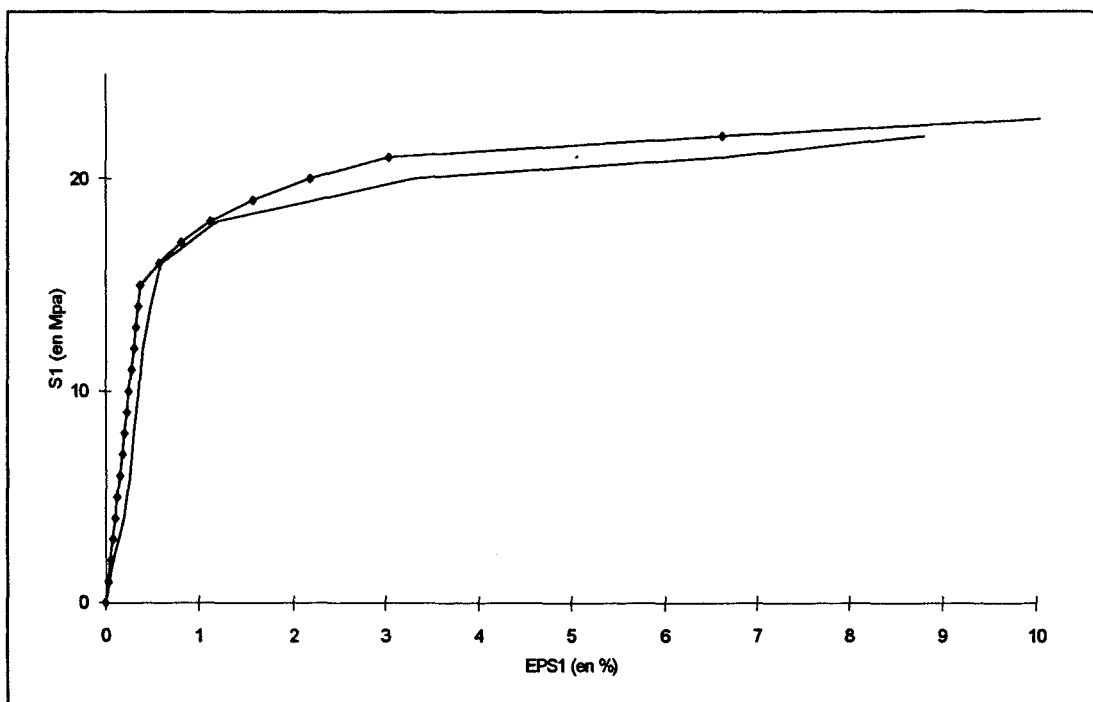


(b)



(c)

**Figure IV.33** : simulation des essais triaxiaux déviatoriques réalisés à des pressions de confinement de 01 (a), 03 MPa (b), 22 MPa (c).  
expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.34** : simulation d'un essai triaxial proportionnel réalisé à un rapport  $K=2$   
expérience (—) - simulation (—◆—)

### II.3- Modélisation par la méthode des éléments finis

Le but de cette modélisation présentée dans ce chapitre est la validation des lois de comportement sous des chemins de sollicitation avec rotation d'axes. Ces lois doivent être valides pour des chemins de sollicitations simples. Nous présenterons, dans ce chapitre les grandes lignes de cette modélisation.

#### II.3.1- Maillage

Le maillage est défini par des éléments isoparamétriques cubiques à 20 noeuds. La section de l'échantillon est divisée en 4 éléments et la hauteur en 5, soit un nombre total d'éléments égal à vingt.

Ce maillage nous permet de définir les coordonnées  $x, y, z$  de chaque point et les fonctions d'interpolation  $N$ .

#### II.3.2- Construction du système

Le vecteur déplacement  $u$  d'un point quelconque intégré à un élément du maillage est défini de manière approchée par :

$$[u] = [N][u^e] \quad (IV.24)$$

où  $[N] = [N(x, y, z)]$  : matrice de pondération

$[u^e]$  : vecteur des déplacements nodaux de l'élément considéré.

Soit  $[\varepsilon]$  le vecteur des composantes de la déformation en un point quelconque et  $[L]$  l'opérateur différentiel linéaire, alors on peut écrire :

$$[\varepsilon] = [L][u] = [B][u^e] \quad \text{où} \quad [B] = [L][N] \quad (IV.25)$$

Soit  $[D^{ep}]$  la matrice carrée dépendant de la loi de comportement et  $[\sigma]$  le vecteur composant du tenseur des contraintes, on a :

$$[\sigma] = [D^{ep}][\varepsilon] \quad (IV.26)$$

Soit  $[re]$  le vecteur des forces concentrées appliquées aux noeuds d'un élément,  $[ge]$  le vecteur des composantes des forces appliquées par unité de volume,  $[te]$  le vecteur des composantes de la force appliquée par unité de surface, le principe de l'égalité des travaux virtuels intérieur et extérieur pour un déplacement virtuel des noeuds  $[du^e]$  permet d'écrire :

$$\int_{V^e} [d\varepsilon]^T [\sigma] dV^e = [du^e]^T \int_{V^e} [B]^T [D][B] dV^e [u^e] \quad (IV.27)$$

(travail des efforts intérieurs)

$$\int_{V^e} [du]^T [g^e] dV^e + \int_{S^e} [du]^T [t^e] dS^e + [du^e]^T [r^e] \quad (IV.28)$$

(travail des efforts extérieurs)

$$\text{d'où : } [K^e][u^e] = [f^e] \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{avec } [K^e] = \int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV^e$$

$$[f^e] = \int_{V^e} [N]^T [g^e] dV^e + \int_{S^e} [N]^T [t^e] dS^e + [r^e] \quad (\text{IV.30})$$

$V^e$ ,  $S^e$  : volume et surface élémentaires.

La sommation au domaine tout entier donne la relation fondamentale :

$$[K][u] = [f] \quad (\text{IV.31})$$

$$\text{où } \begin{aligned} K_{ij} &= \sum K_{ij}^e \\ f_i &= \sum f_i^e \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

Après avoir construit la matrice de rigidité globale  $[K]$  ( assemblage) et déterminé le vecteur force  $[f]$ , une méthode de résolution classique permet de déterminer le vecteur  $[u]$  des déplacements des noeuds de tout le domaine.

La matrice de rigidité se met sous la forme (20)

$$[K] = J \left\{ \left[ \begin{array}{c} B_{gd}^T D^{ep} B_{gd} \end{array} \right] + B_w^T Q B_w \right\} \Delta V \quad (\text{IV.34})$$

$$\text{avec } D^{ep} = D_{ep} + T - S$$

$T$  et  $S$  sont des termes correctifs des contraintes qui font intervenir des rotations.  $Dep$  constitue la matrice élastoplastique classique.

Comme nous avons l'hypothèse des petites perturbations, nous ne tenons pas compte de la partie quadratique du tenseur des déformations.

On suppose d'autre part que, dans la matrice élastoplastique  $D^{ep}$ , les déformations sont prépondérantes vis à vis des rotations. On néglige donc l'influence de  $T$  et  $S$ .

Cependant, si l'on veut tenir compte des rotations, il faut obligatoirement prendre en compte la seconde partie de l'expression de  $Kt$ . Le fait de tenir compte des rotations nous oblige à faire le choix d'une dérivée matérielle. Nous avons choisi la dérivée de Jaumann qui se met sous cette forme :

$$\sigma_j = \dot{\sigma} + \sigma W - W \sigma \quad (\text{IV.35})$$

La dérivée de Jaumann privilégie les contraintes vis à vis des déformations.

### **II.3.3- Conditions aux limites et résolution**

Les conditions aux limites doivent retranscrire un réalisme expérimental. Nous prendrons donc des conditions aux limites de ce type :

- le couple de torsion est appliqué sur le bas de l'échantillon,

- le haut de l'échantillon est encastré.

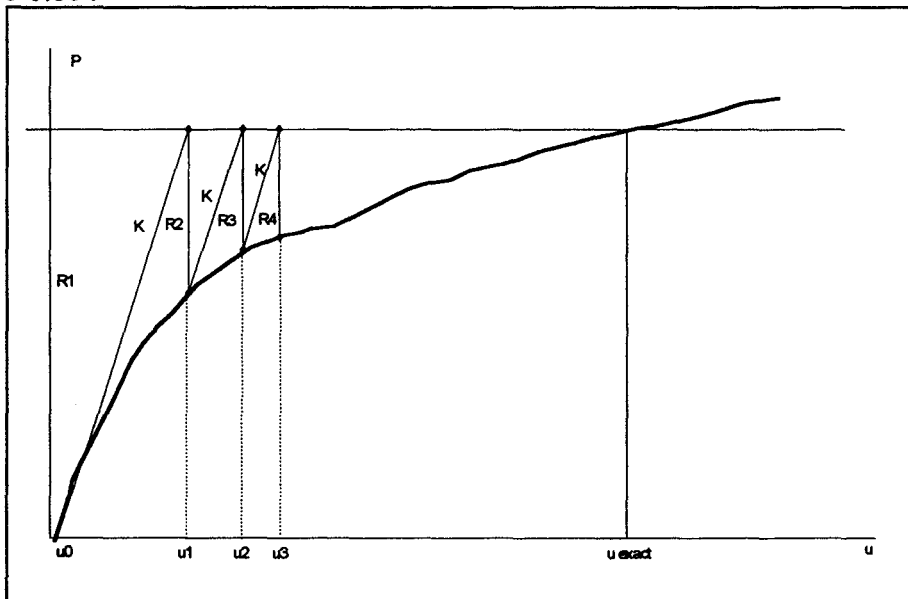
Dans le cadre de la méthode d'approximation par éléments finis d'un problème incrémental, l'équation d'équilibre globale peut être réécrite à chaque instant par la relation :

$$[K(u)]\{\Delta u\} = \{\Delta f\}$$

$$\text{où } [\delta R(u)] = [\delta f] - [K(u)][\Delta u] \quad (\text{IV.36})$$

où  $[\delta R(u)]$  désigne le résidu d'équilibre

Du fait du comportement non linéaire, la résolution est effectuée itérativement par la méthode de Newton-Raphson modifiée. Elle nécessite un nombre plus élevé d'itérations que la méthode de Newton-Raphson, mais le coût de calcul est en général moins élevé car la matrice de rigidité est calculée et inversée une fois pour toutes. Une représentation graphique de cet algorithme est donnée dans la figure V.35 .



**Figure V.35** : schéma des itérations de la méthode de Newton-Raphson modifiée

La résolution se fait classiquement par la méthode de Gauss. L'organigramme général du programme est présenté en annexe 3.

## II.4- Simulation des essais de torsion

### II.4.1- Simulation des essais de torsion compression hydrostatique

Les figures IV.37 à IV.40 représentent les simulations des essais de torsion compression sur la craie d'Haubourdin pour des confinements de 03, 08, 13 et 17 MPa.

Comme on a pu le remarquer précédemment, le module de cisaillement théorique  $G_c$  et le module expérimental diffèrent sensiblement. On a reporté , dans le tableau IV.36, le rapport  $X = \frac{G_T}{G_c}$  de ces deux modules en fonction du confinement. Ce phénomène a déjà été observé par Siwak et Prévost sur une craie de Lezennes.



| Pression hydrostatique<br>( en MPa) | 0   | 03  | 08  | 13  | 17  |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| X                                   | 5.7 | 4.3 | 2.8 | 2.9 | 1.4 |

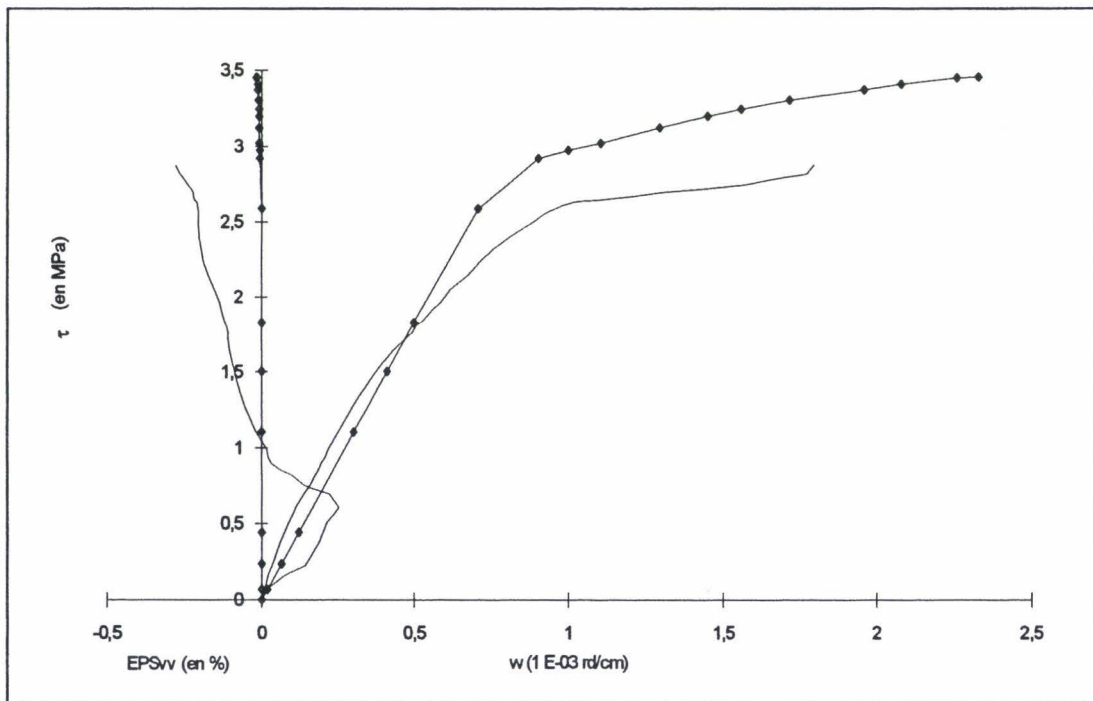
**Tableau IV.36** : Evolution du rapport X avec la pression hydrostatique

On remarque que la prise en compte de ce rapport X permet de retrouver une pente initiale correcte. Les simulations se décomposent en deux parties :

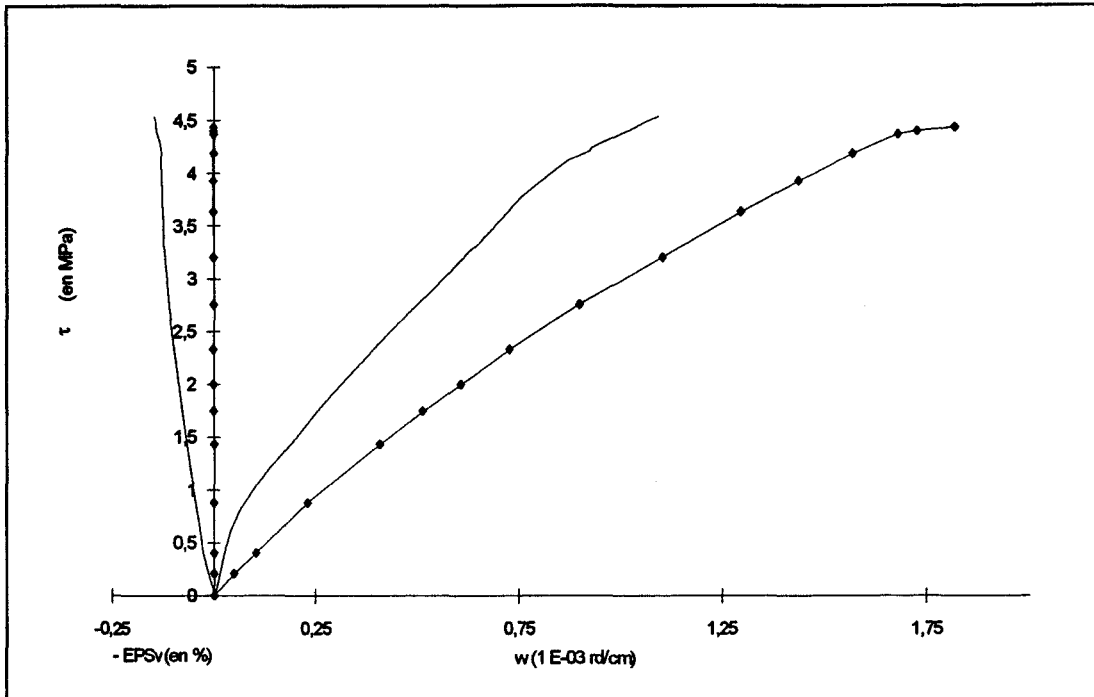
- ① une zone linéaire traduisant un comportement élastique du matériau. L'amplitude de cette zone augmente jusqu'au  $P_0$  puis diminue. Ceci nous montre l'effet prépondérant du second mécanisme de déformation du modèle de Lade.
- ② une seconde zone reflétant un écrouissage de la craie.

Sur ces quatre simulations, on peut constater que le modèle surestime la limite élastique du matériau en torsion. Toutefois, on peut noter une bonne concordance entre les essais et les simulations pour des pressions hydrostatiques inférieures à  $P_0$ . Le modèle surestime les déformations angulaires, tandis que les valeurs de couple sont du même ordre de grandeur.

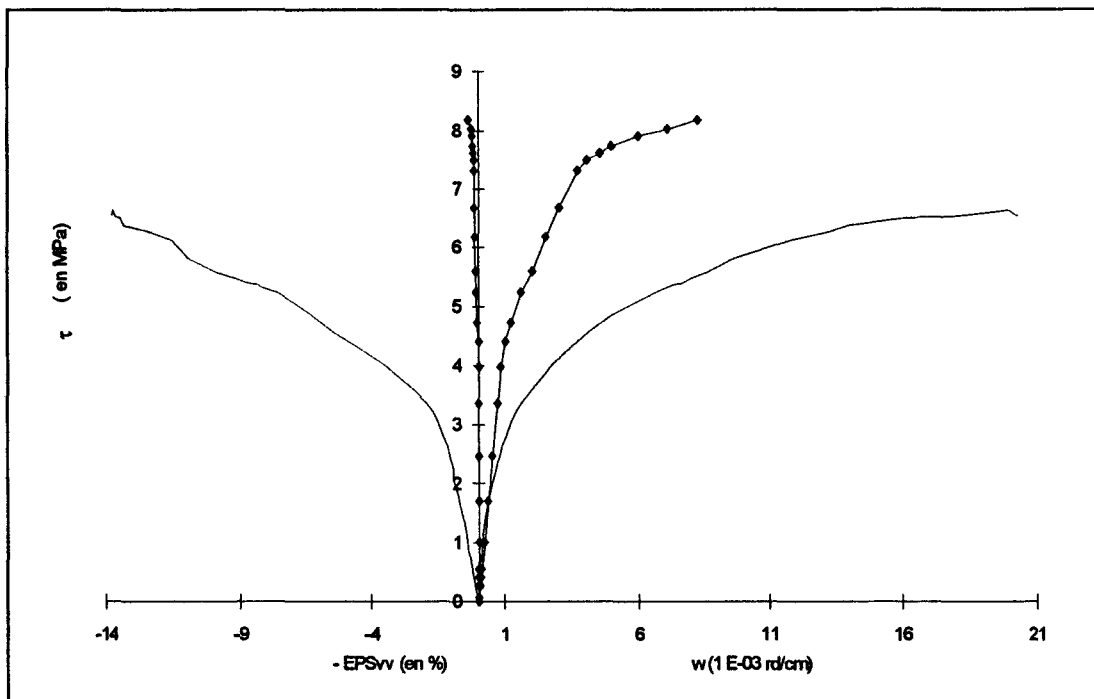
En ce qui concerne les déformations volumiques, on retrouve une allure de courbe mais avec des valeurs nettement inférieures aux valeurs expérimentales.



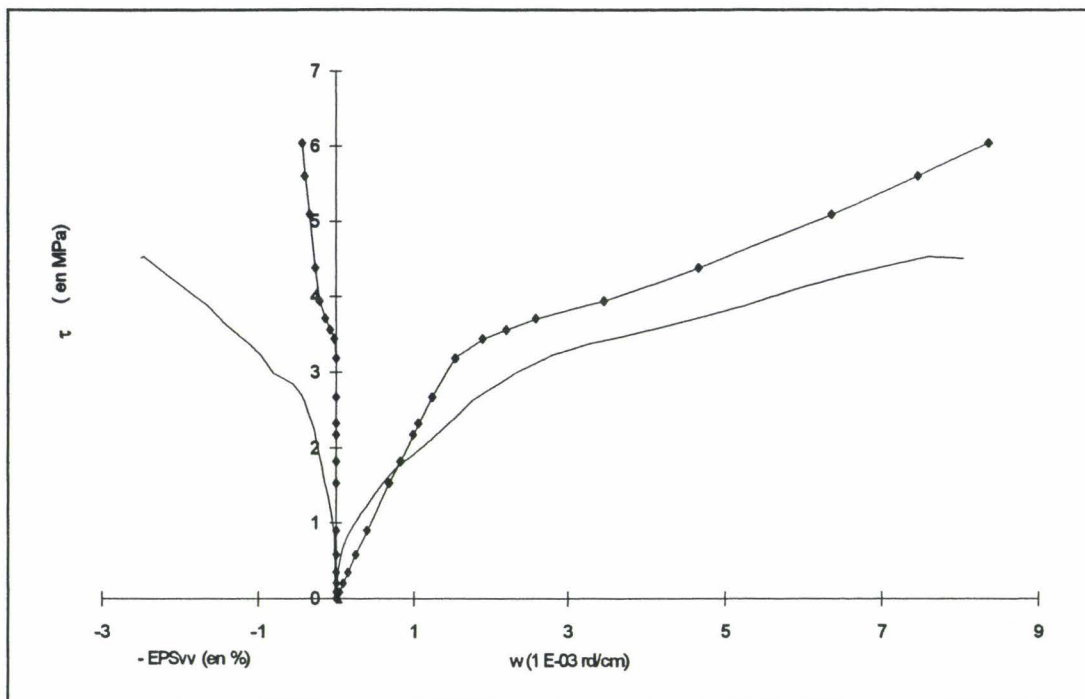
**Figure IV.37** : simulation de l'essai de torsion compression hydrostatatique réalisé à 03 MPa  
expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.38** : simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 08 MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.39** : simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 13 MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.40** : simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 17 MPa  
expérience (—) - simulation (—◆—)

### III.4.2- Simulation des essais de torsion compression déviatorique

Pour les simulations des essais de torsion compression déviatorique, nous avons gardé les valeurs de modules  $G_t$  obtenues pour les essais de torsion compression hydrostatique. On peut observer une bonne corrélation entre les simulations et les essais effectués avant le seuil de dégradation. Ce calage est meilleur pour les essais avec un déviateur plus faible (figures IV.41 et IV.43). On peut cependant remarquer que le modèle surestime toujours l'amplitude de la zone élastique. Pour les essais réalisés avec un déviateur plus élevé (figures IV.42 et IV.44), le modèle ne permet pas de retrouver entièrement l'importante phase d'écroûissage observé expérimentalement.

En ce qui concerne les déformations volumiques, on retrouve une allure de courbe tout à fait correcte avec des ordres de grandeur similaires. Ceci est d'autant plus vrai que le déviateur est faible (figure IV.41, IV.43 et IV.44). En effet, pour ces essais, les déformations volumiques sont peu importantes contrairement à l'essai de torsion compression déviatorique réalisé à une pression hydrostatique de 03 MPa et un déviateur de 08 MPa (figure IV.42).

Pour les simulations réalisées à des pressions hydrostatiques supérieures au seuil de dégradation  $P_0$ , on constate une bonne corrélation avec les courbes expérimentales (figures IV.45, IV.46, IV.47, IV.48). Cependant, on s'aperçoit que le modèle ne permet de retranscrire le comportement de la craie en torsion pour des déformations angulaires supérieures à  $20 \cdot 10^{-3}$  rd/cm. On voit donc ici les limitations de la modélisation telle que nous l'avons réalisée. L'hypothèse des petites perturbations n'est sans doute plus valable au-delà de cette limite.

La simulation des déformations volumiques permet comme précédemment de retrouver une allure de courbe correcte. Ces déformations sont beaucoup plus importantes que celles obtenues pour des pressions hydrostatiques plus faibles mais elles restent inférieures aux déformations volumiques expérimentales.

### **III.5- Conclusion**

La craie d'Haubourdin étudiée présente un comportement différent selon que l'on se place de part et d'autre du seuil de dégradation  $P_0$ . Ceci a été montré pour des essais triaxiaux de révolution mais également pour des essais de torsion compression. On a pu ainsi mettre en évidence l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement de la craie en torsion.

On a pu également mettre en évidence l'influence d'un déviateur, appliqué avant la sollicitation de torsion, sur le comportement de la craie.

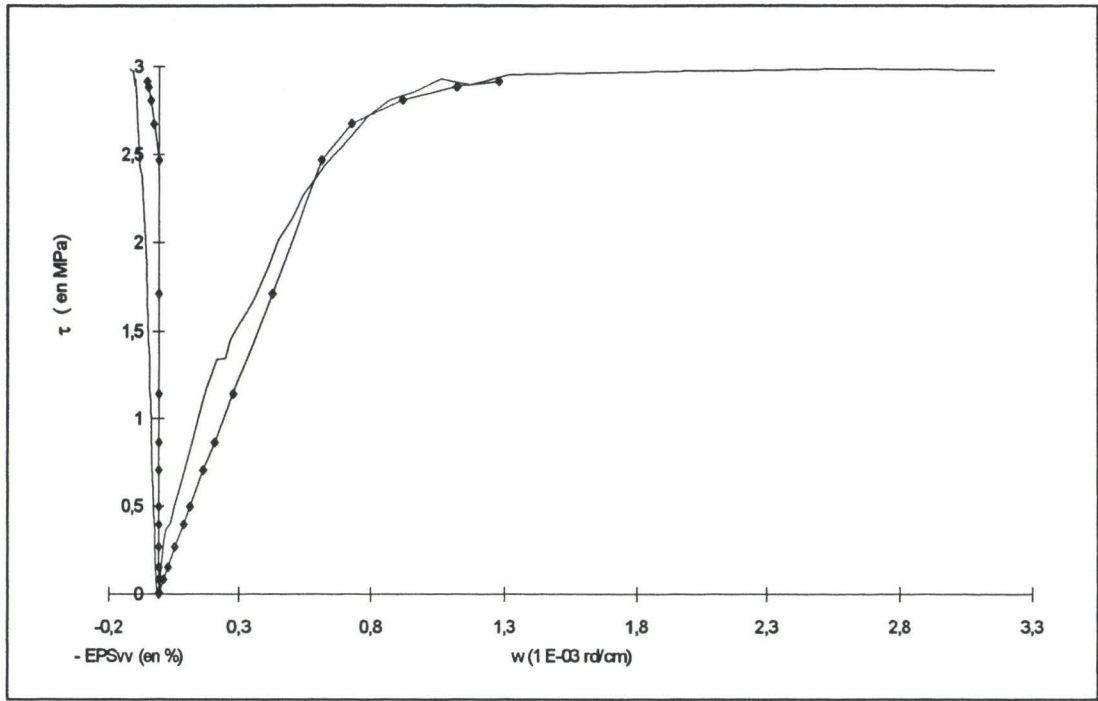
Cette étude expérimentale préliminaire nous a montré la nécessité de distinguer deux zones pour la détermination des paramètres du modèle. Sous sollicitations triaxiales, les simulations obtenues concordent très correctement avec les essais. La validation s'est faite de deux façons :

① sous des chemins triaxiaux "classiques" comme les essais proportionnels. Les simulations présentées dans ce chapitre montre des résultats très concordants.

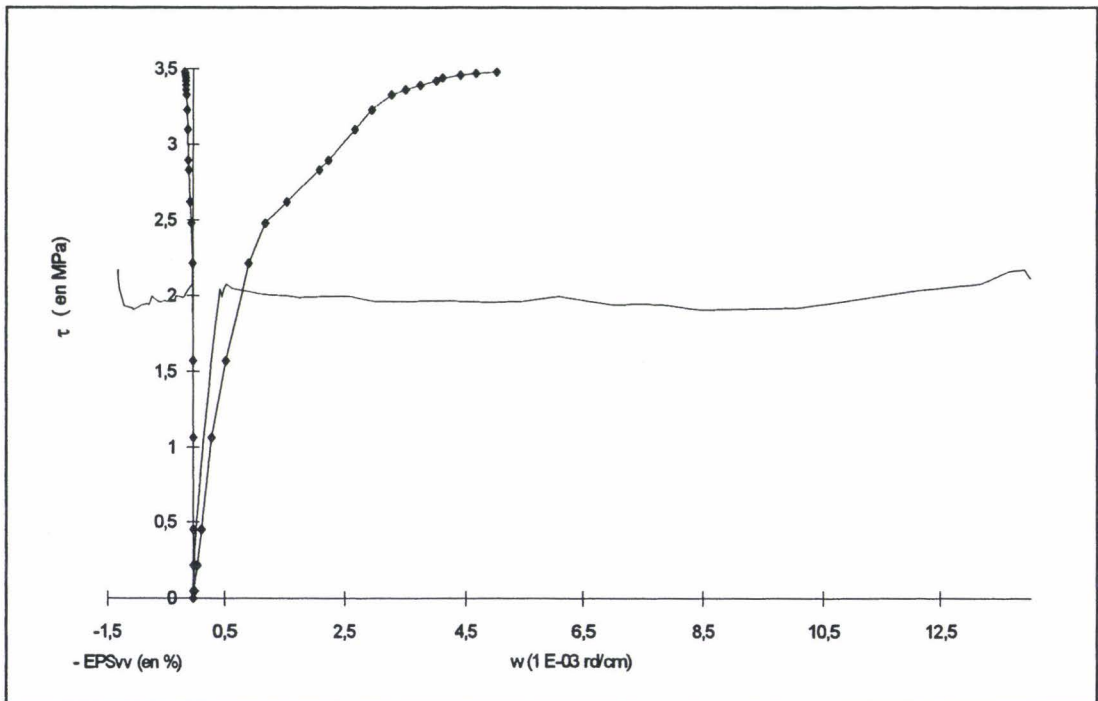
② sous des chemins avec rotation d'axes. Les résultats obtenues, dans le cadre d'une modélisation par la méthode des éléments finis, se sont avérés très cohérents vis à vis des différents essais réalisés. Le but premier de cette étude étant de déterminer la validité des lois de comportement sous des chemins de sollicitations complexes, on peut donc en déduire que le modèle de Lade permet de retranscrire très correctement le comportement d'une craie d'Haubourdin sous de tels chemins. En effet, les résultats obtenus en simulation sont du même ordre de grandeur que ceux issus de l'expérimentation. Toutefois, le modèle prédit des déformations volumiques beaucoup plus petites que celles observées expérimentalement. De plus, on peut observer les limites de la modélisation lorsque les déformations deviennent trop importantes.

On aborde alors l'autre domaine couplé à celui de l'étude de la loi de comportement. En effet, pour réaliser cette modélisation, on a dû émettre quelques hypothèses de départ concernant la cinématique générale du problème. L'hypothèse des petites perturbations nous a permis de négliger la partie quadratique du tenseur des déformations. On voit ici que cette hypothèse a une grande influence sur les simulations puisqu'on ne peut retranscrire le comportement de la craie en torsion au-delà d'une déformation angulaire de  $20 \cdot 10^{-3}$  rd/cm.

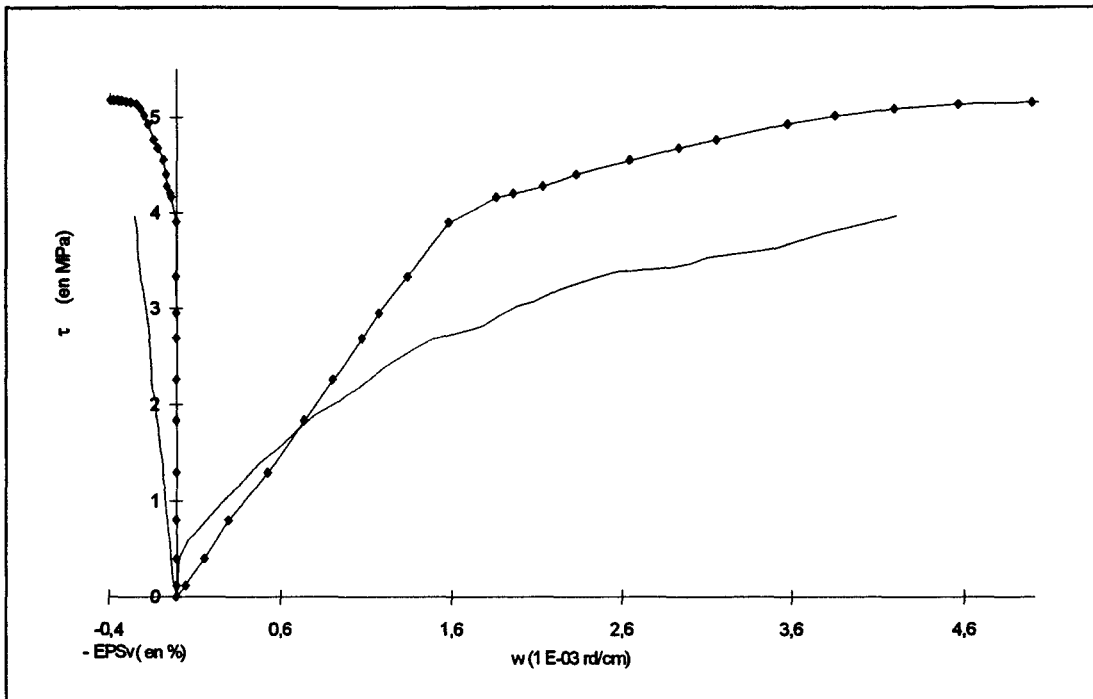
On peut donc conclure que l'étude de la validité de lois de comportement sous des chemins de sollicitations complexes permet de juger d'une loi dans le cadre d'une modélisation. Il faut donc relativiser l'influence de la loi de comportement et celle de la cinématique.



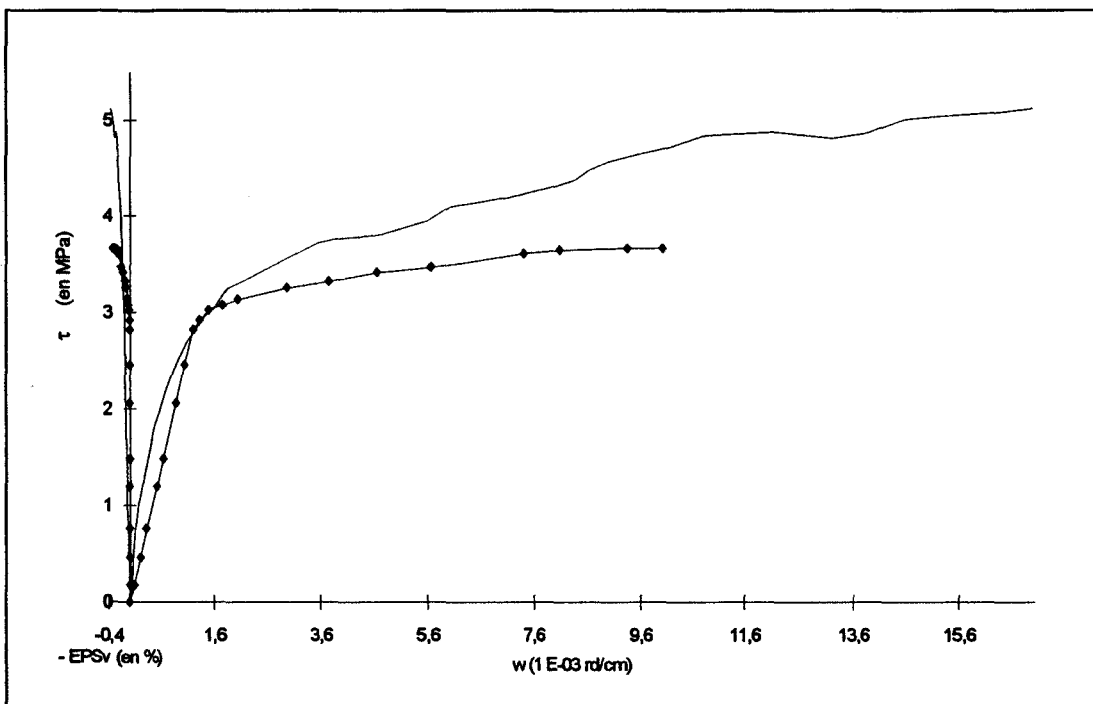
**Figure IV.41** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=03$  MPa et  $\sigma_z=05$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



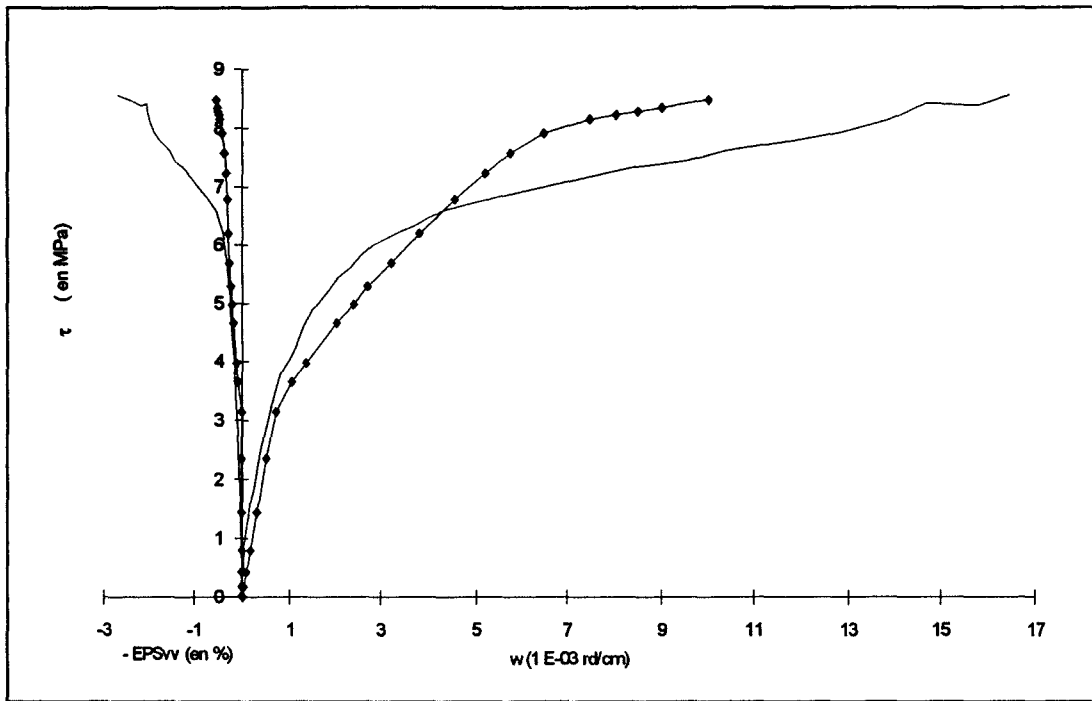
**Figure IV.42** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=03$  MPa et  $\sigma_z=08$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



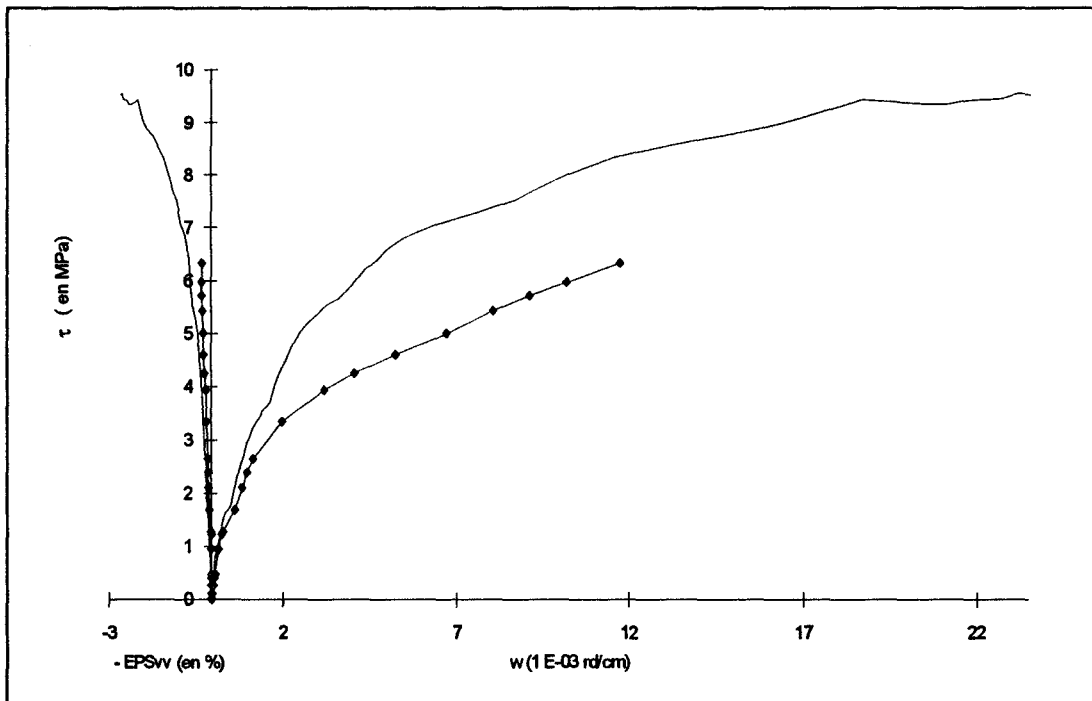
**Figure IV.43** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=08$  MPa et  $\sigma_z=05$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



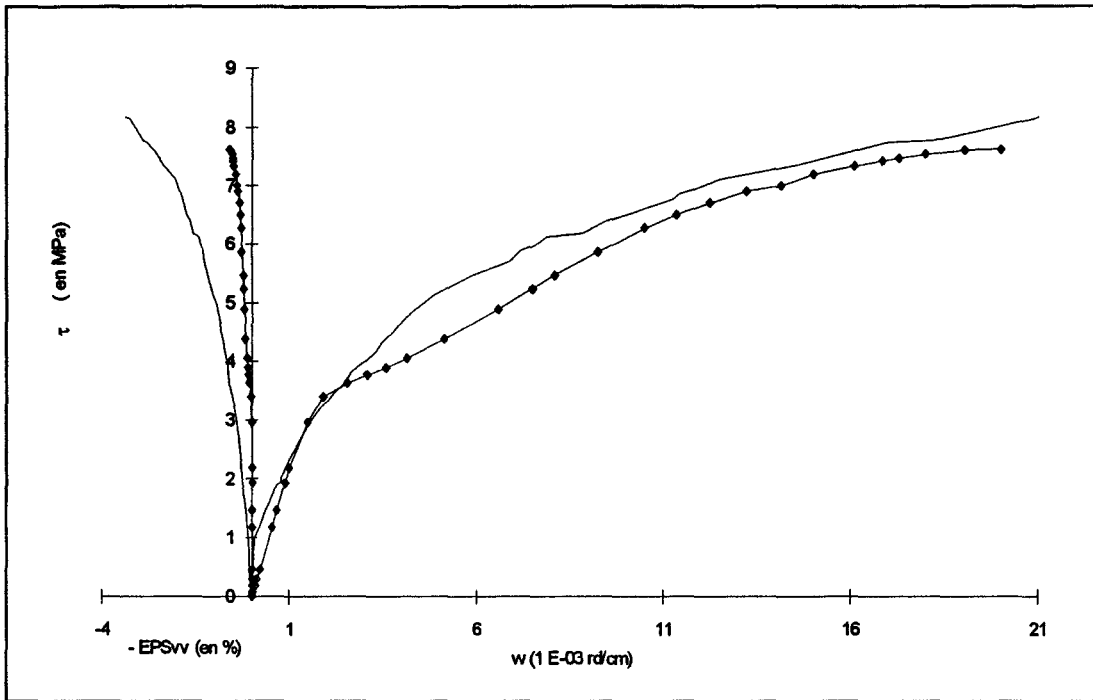
**Figure IV.44** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=08$  MPa et  $\sigma_z=12$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



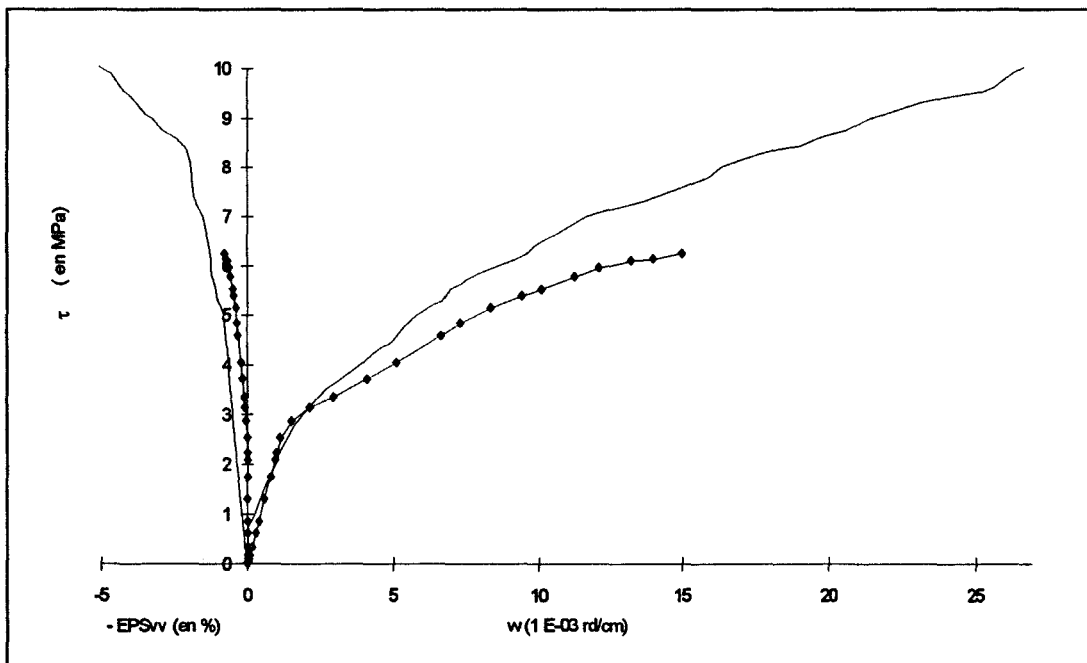
**Figure IV.45** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=13$  MPa et  $\sigma_z=05$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.46** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=13$  MPa et  $\sigma_z=10$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.47** : simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=17$  MPa et  $\sigma_z=02$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



**Figure IV.48**: simulation de l'essai de torsion compression déviatorique :  $P_c=17$  MPa et  $\sigma_z=04$  MPa  
 expérience (—) - simulation (—◆—)



## CHAPITRE V : ESSAIS DE TORSION-COMPRESSION SUR UN GRES DES VOSGES - SIMULATION NUMERIQUE A L'AIDE DU MODELE DE DRAGON

L'objet du présent chapitre est d'aborder la modélisation du comportement d'un grès des Vosges sous sollicitations de torsion sur cylindre creux.

Dans une première partie, nous analyserons les résultats expérimentaux. Ceux-ci se composent d'essais de caractérisation mécanique comme des essais triaxiaux hydrostatiques, déviatoriques et des essais de validation de type proportionnel. Puis, nous exposerons les résultats expérimentaux en torsion sous un état initial hydrostatique et déviatorique. A travers différents paramètres comme les modules d'élasticité transversaux en torsion ou le mode de rupture, nous essayerons d'analyser les mécanismes de déformation entrant en jeu lors d'un essai de torsion.

Dans une seconde partie, on décrira la modélisation du grès faite à l'aide du modèle de **Dragon**. Notamment, après avoir simulé les essais triaxiaux, nous effectuerons une validation et une étude de sensibilité des paramètres. Finalement, nous exposerons les résultats obtenus par une modélisation par la méthode des éléments finis.

## I- Présentation et caractéristiques du matériau testé

Le grès des Vosges est un matériau étudié dans le cadre du GRECO (3, 38, 39) depuis de nombreuses années. Les principales caractéristiques de ce grès sont :

- module d'Young :  $E=9000$  MPa en compression simple,
- coefficient de Poisson :  $\nu=0.2$ ,
- Porosité ouverte :  $\eta=28$  %,
- masse volumique absolue :  $\rho_{abs} = 2.60$  g/cm<sup>3</sup>.

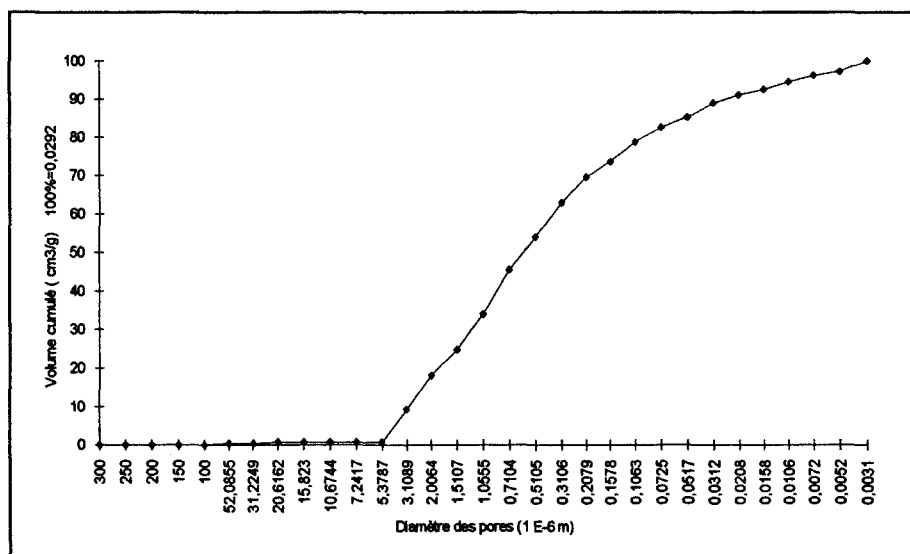
La composition minéralogique du grès étudié est donnée dans le tableau V.1.

| Minéraux                       | pourcentage   |
|--------------------------------|---------------|
| SiO <sub>2</sub>               | 88            |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 5             |
| MgO                            | 0.1           |
| TiO <sub>2</sub>               | 0.2           |
| K <sub>2</sub> O               | 5             |
| éléments traces                | S, Ca, Fe, Cr |

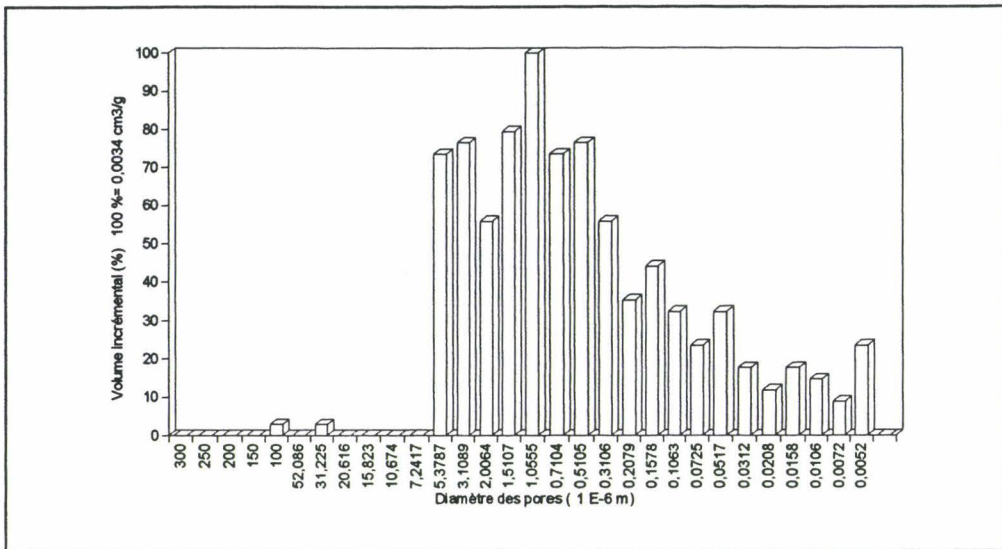
**Tableau V.1** : composition minéralogique du grès des Vosges étudié

La mesure de porosité effectuée à l'aide d'un porosimètre Micromeritics Auto Pore 9200 V2-02, nous montre que le diamètre moyen des pores est de 0,6058  $\mu\text{m}$  ( figure V.2 et V.3).

Les conditions d'essais restent inchangées par rapport à celles appliquées pour les essais de torsion sur la craie. Les études réalisées consistent d'abord à évaluer l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement du grès en torsion. La seconde phase consistera à étudier l'influence d'un déviateur en torsion.



**Figure V.2** : Volume de pore cumulé en fonction du diamètre de pore

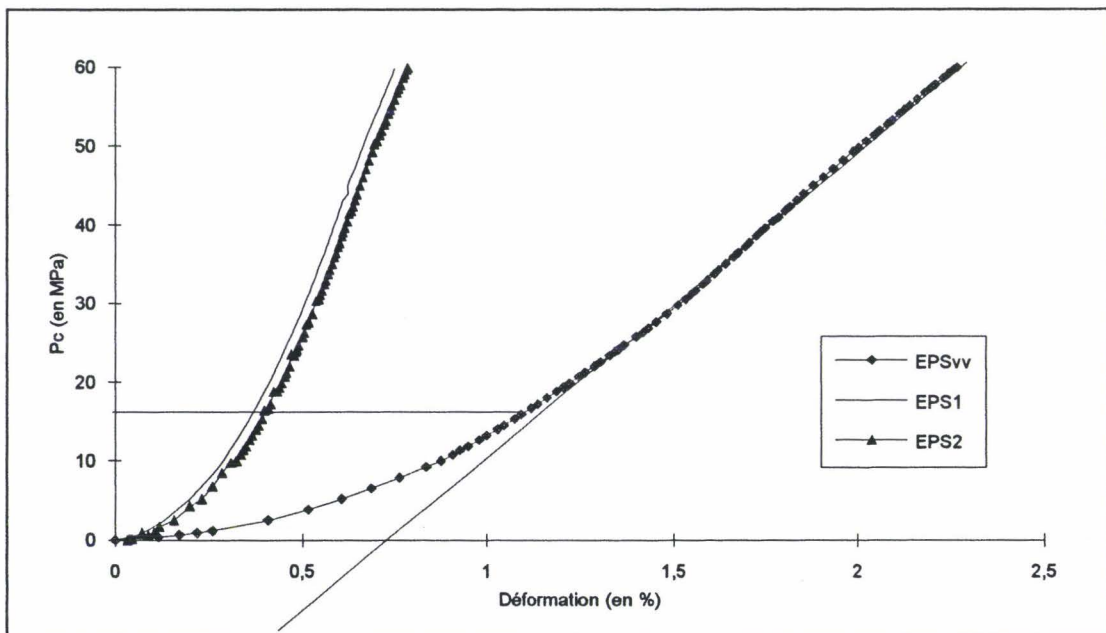


**Figure V.3 :** Histogramme de la répartition du diamètre des pores en fonction du volume incrémental injecté

## II- Résultats expérimentaux

### II.1- Compression triaxiale hydrostatique

L'essai hydrostatique permet, entre autres, d'étudier l'état de fissuration initiale du matériau vierge. Les courbes contraintes - déformations longitudinale et transversale montrent que le grès des Vosges a un comportement isotrope sous sollicitations hydrostatiques ( figure V.4). En effet, les courbes contraintes - déformations longitudinales et transversales sont confondues. La déformation volumique des pores est de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-3}$  et la pression de fermeture des microfissures est de l'ordre de 18 MPa. Le module de compressibilité  $K$  est égal à 3750 MPa.



**Figure V.4 :** essai triaxial hydrostatique monotone

## II.2- Compression triaxiale monotone

Les courbes contraintes - déformations longitudinales sont sensiblement linéaires jusqu'à environ 50% du pic. Le module de cette zone reste quasi-constant. (Figure V.5)

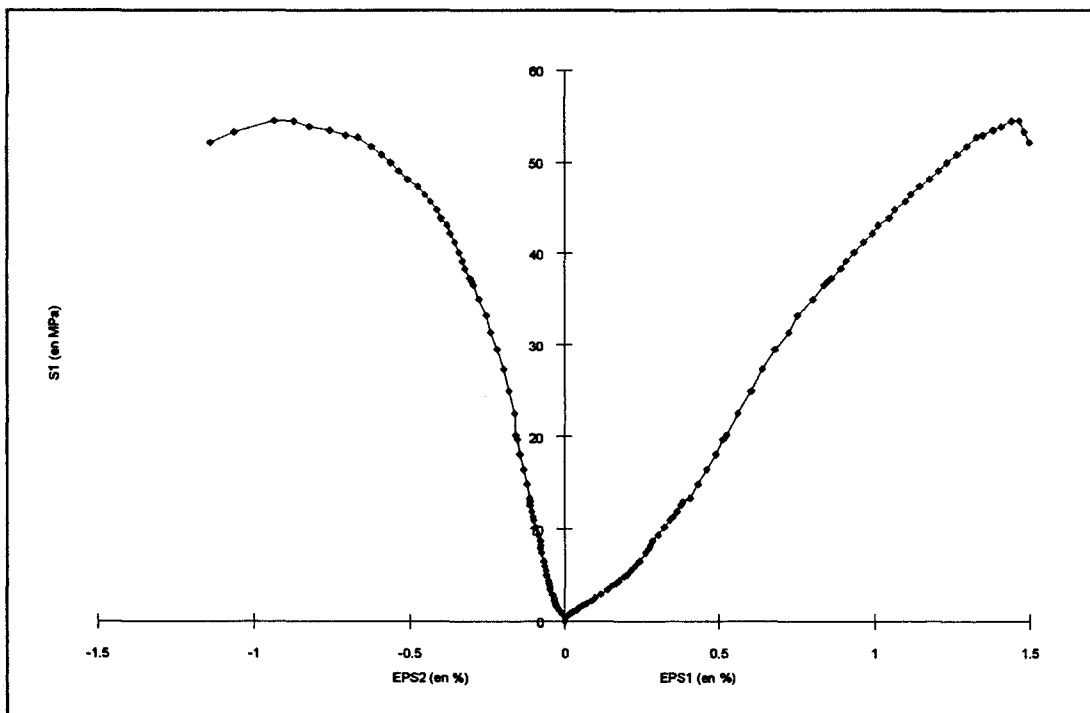
Les courbes contraintes déformations transversales présentent une zone linéaire mais on remarque une perte de linéarité beaucoup plus marquée. Ceci induit un comportement anisotrope du grès des Vosges sous sollicitations triaxiales monotones.

Dans le tableau V.6, nous avons reporté les modules d'Young et les coefficients de Poisson pour ces différents essais.

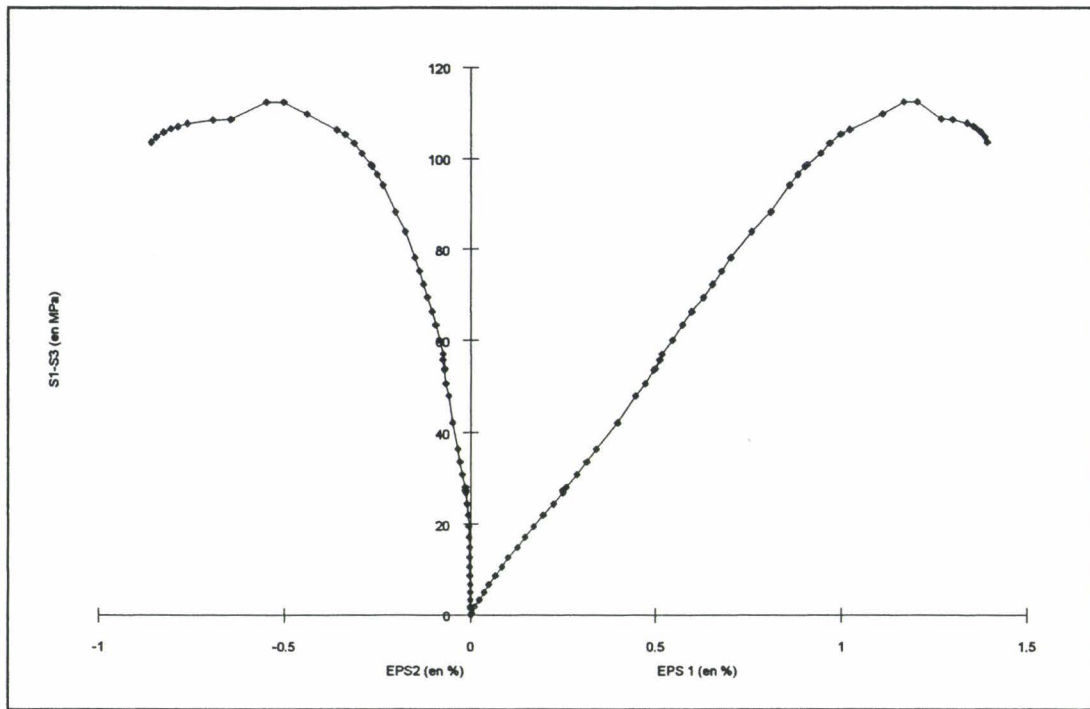
| Pression de confinement<br>(en MPa) | 0    | 10    | 15    | 20    |
|-------------------------------------|------|-------|-------|-------|
| Module d'Young E<br>(en MPa)        | 9000 | 12748 | 11700 | 12759 |
| Coefficient de Poisson              |      | 0.29  | 0.252 | 0.213 |

**Tableau V.6** : présentation des constantes élastiques pour les différents confinements.

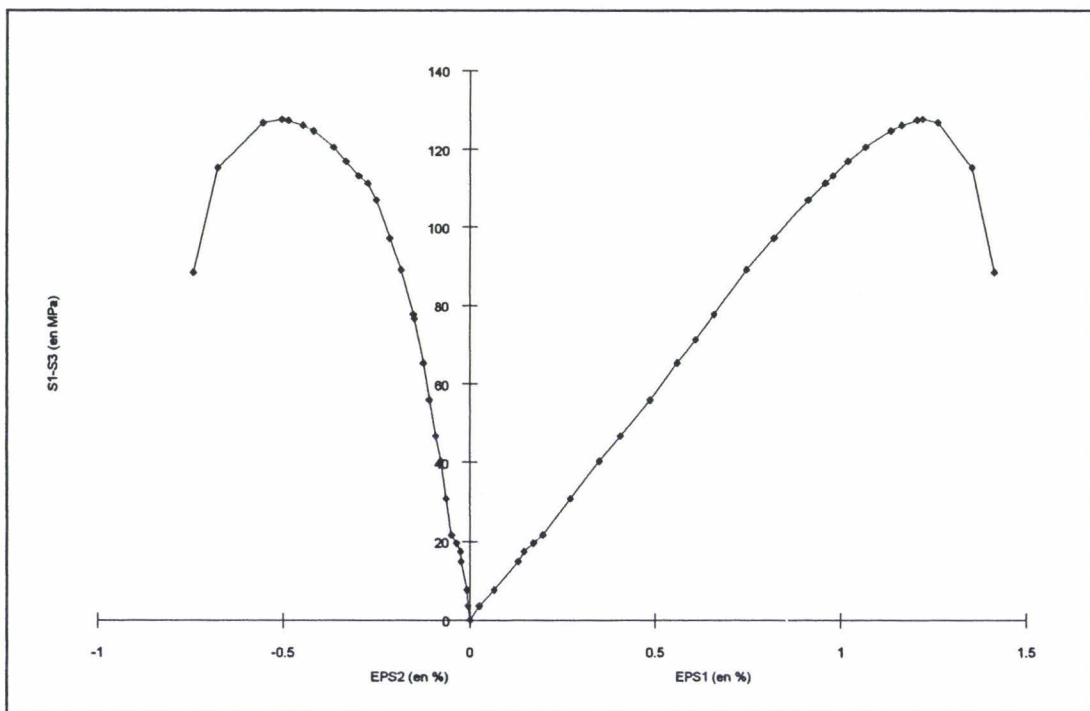
On remarque que le module d'Young tangent reste constant en fonction du confinement (tout du moins jusqu'à 20 MPa). Par contre, le coefficient de Poisson, calculé à partir du module tangent transversal, diminue en fonction de la pression hydrostatique.



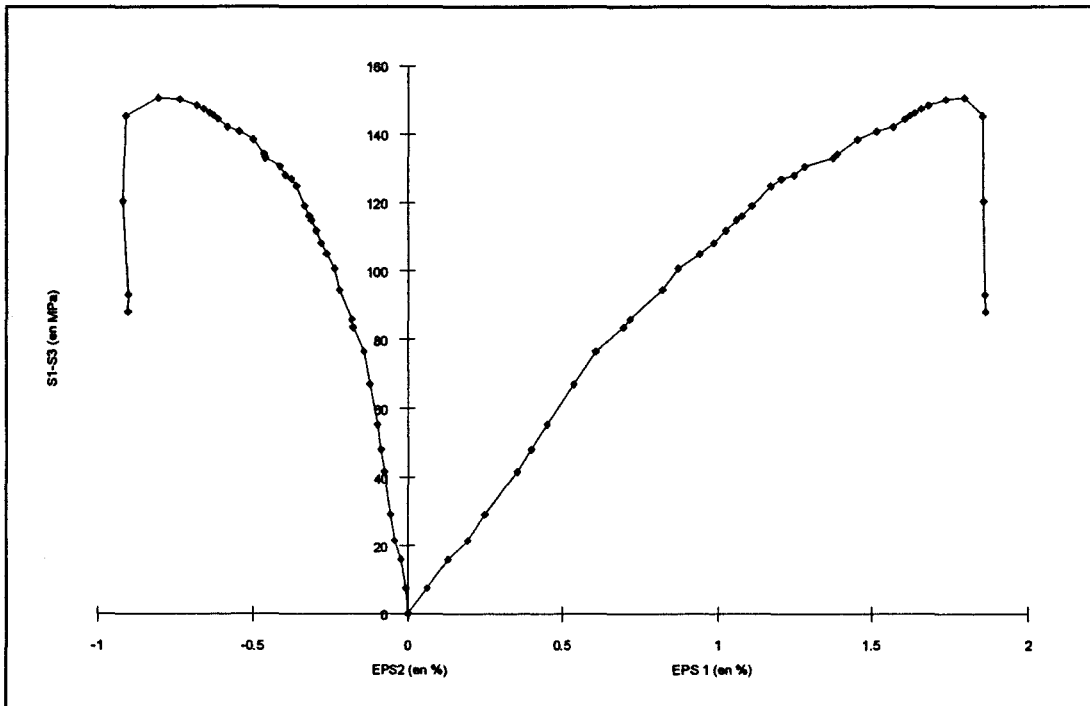
(a)



(b)

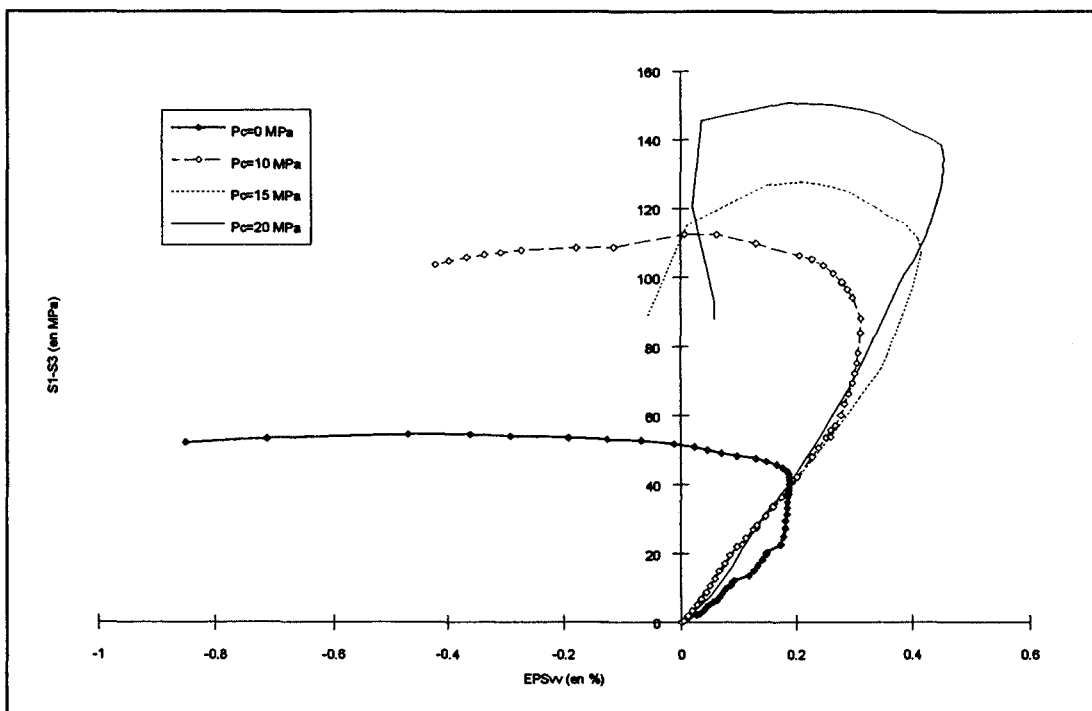


(c)



(d)

**figure V.5 :** courbes contraintes déviatoriques-déformations axiales transversales pour différentes pressions de confinement sur le Grès des Vosges [ (a): $P_c=0$  MPa, (b): $P_c=10$  MPa, (c): $P_c=15$  MPa, (d): $P_c=20$  MPa]



**Figure V.7:** Courbes contrainte déviatorique - déformation volumique à différentes pressions de confinement

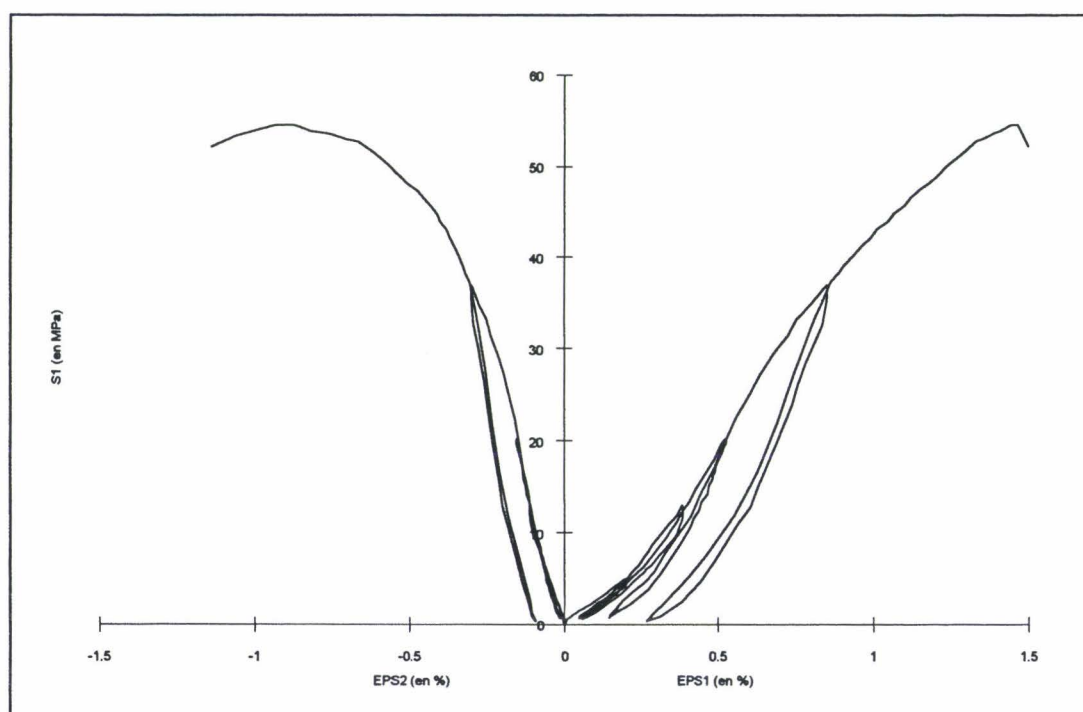
Sur la figure V.7, représentant les variations de volume des échantillons à diverses pressions de confinement, on remarque tout d'abord que le comportement du grès des Vosges est contractant puis dilatant. Contrairement à la craie, le grès dilate avant le pic de rupture. Le mécanisme de rupture est donc lié à la fissuration.

### **II.3 compression triaxiale avec cycles de chargement-déchargement**

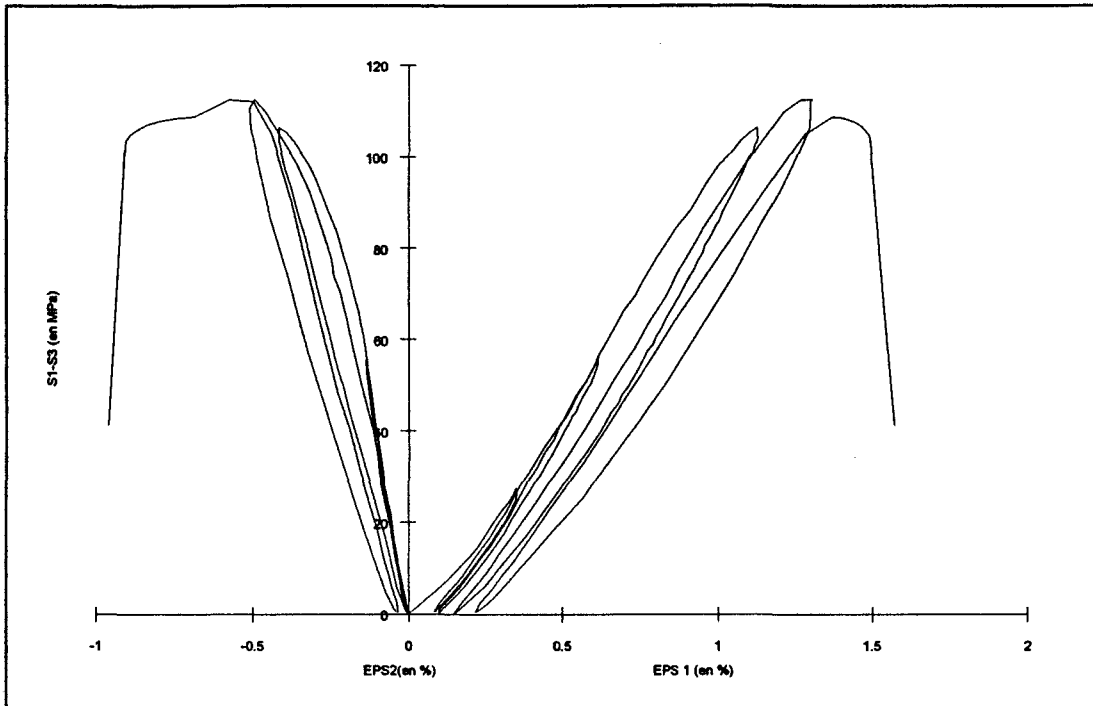
Les courbes sont présentées sur la figure V.8. On remarque que pour des confinements inférieurs à 20 MPa, les déformations longitudinales et transversales permanentes sont très faibles par rapport à celles de la craie par exemple. Ces déformations permanentes sont deux à trois fois inférieures aux déformations de l'essai à 20 MPa de confinement.

On remarque de plus, que les valeurs des déformations transversales permanentes sont nettement inférieures à celles des déformations longitudinales permanentes. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur pour l'essai à 20 MPa de confinement.

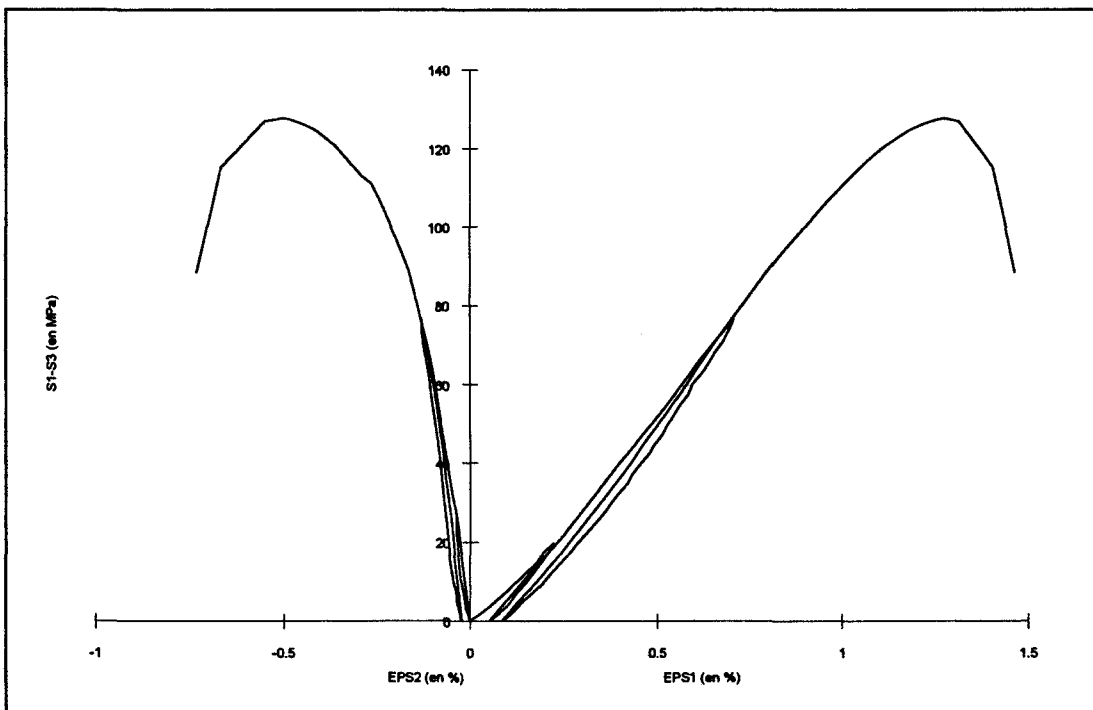
En ce qui concerne les modules de déchargement, on peut remarquer une faible diminution du module d'Young tangent alors que le module tangent transversal diminue sensiblement. Le coefficient de Poisson augmente donc, pour un confinement donné, lorsque le déviateur augmente.



(a)

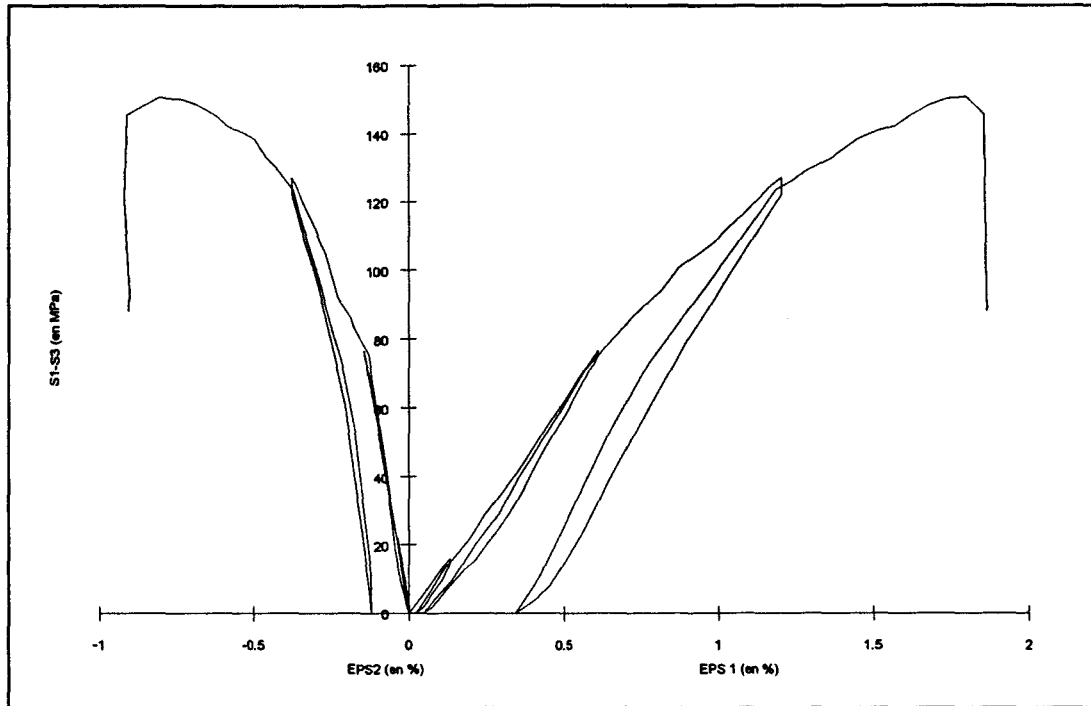


(b)



(c)





(d)

**figure V.8 :** essais triaxiaux avec décharges sur le grès des Vosges et à différentes pressions de confinement. [ (a): $P_c=0$  MPa, (b): $P_c=10$  MPa, (c): $P_c=15$  MPa, (d): $P_c= 20$  MPa]

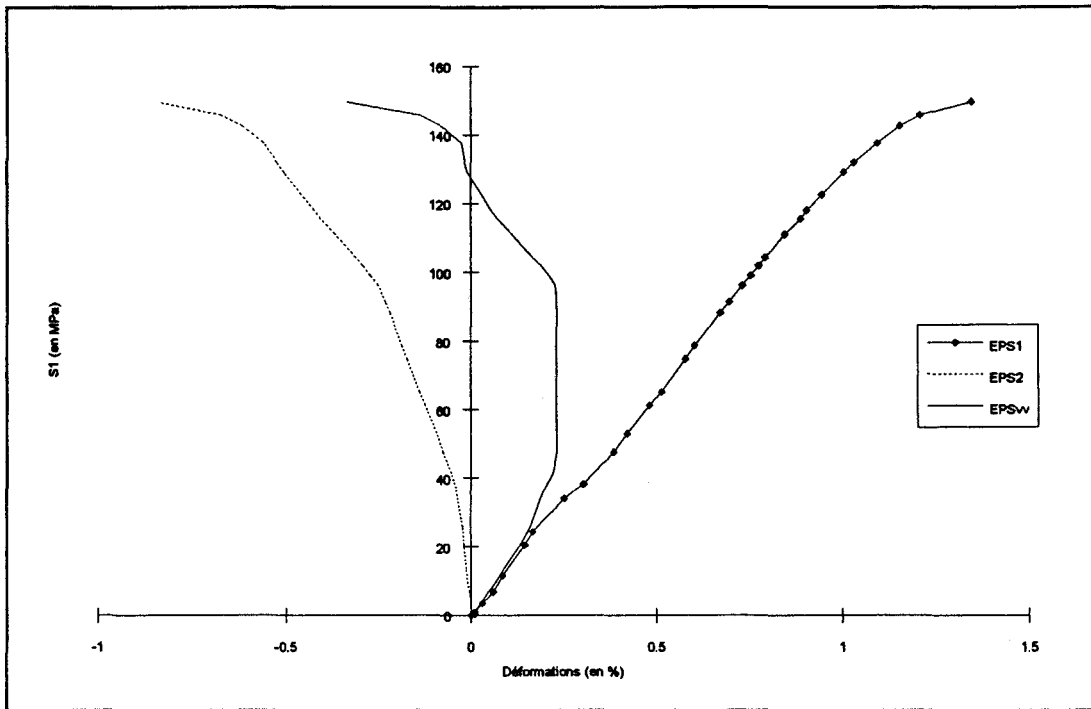
#### II.4- essais triaxiaux proportionnels

Ces essais sont présentés sur la figure V.9. Ces essais servent essentiellement à valider les modèles rhéologiques suivant un chemin de sollicitation différent des chemins classiques.

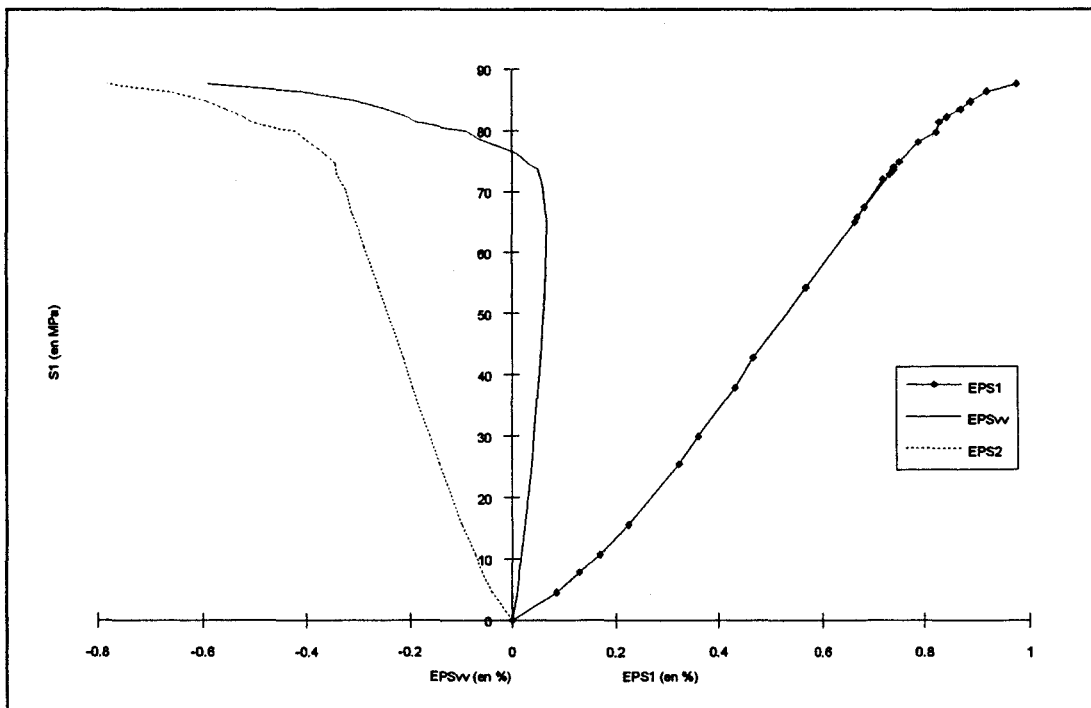
Ils ont été réalisés en condition drainé et suivant deux rapports  $K = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}$  égaux à 10 et 20. Ces deux essais ont une allure de courbes sensiblement identiques :

- \* une zone linéaire jusqu'à environ 3/4 de la contrainte à la rupture
- \* une zone de perte de linéarité très restreinte correspondant à la transition contractant-dilatant des variations de volume.

On remarque une nette diminution de la contrainte à la rupture avec l'augmentation du rapport K.



(a)



(b)

**Figure V.9** : essais proportionnels pour des rapport  $K$  égaux à 10 (a) et 20 (b)

## II.5- Essais de torsion compression hydrostatique

Sur le grès ont été réalisés, par un pilotage en force, quatre essais de torsion monotones précédés d'un chargement hydrostatique, ceci jusqu'à la rupture .

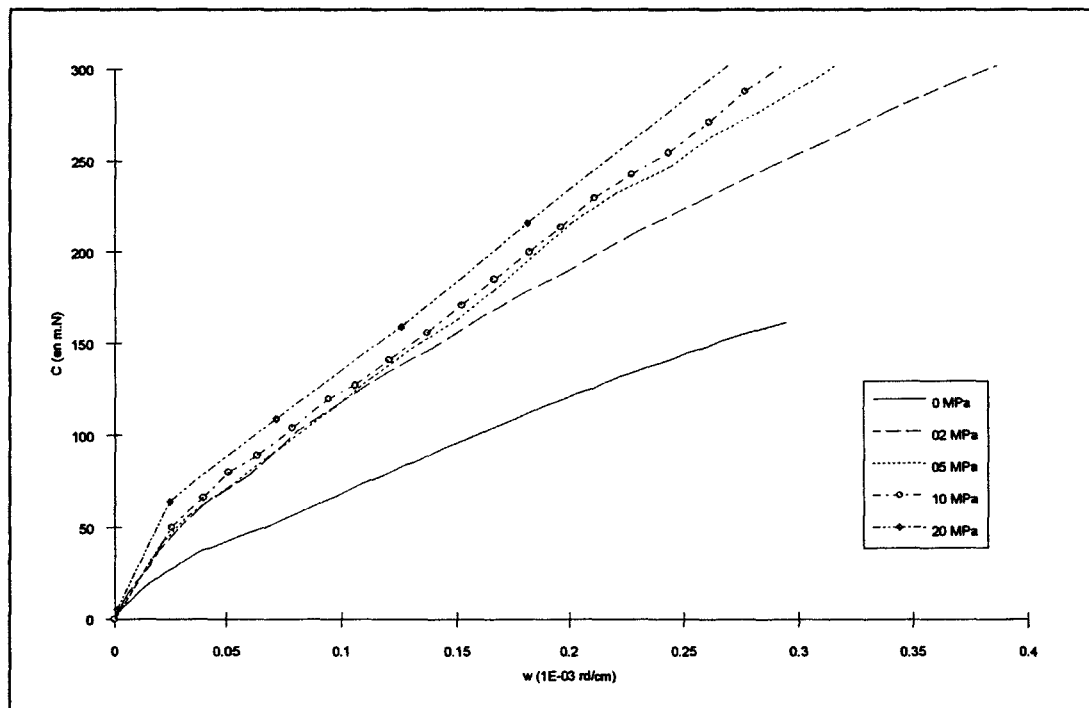
Les valeurs retenues pour le confinement initial avant torsion sont : 0, 2, 5, 10 et 20 MPa. Tous les essais ont été réalisés en conditions drainées pendant la phase hydrostatique et l'application de l'effort de torsion. Les mesures des déformations effectuées par des capteurs de déplacement inductifs et par jauges d'extensiométrie.

Les variations de volume de l'échantillon sont calculées à partir de la mesure de volume de liquide expulsé des vides de l'éprouvette. Le volume initial de l'échantillon pris en compte dans le calcul de la déformation volumique, correspond au volume du matériau situé entre les encastrements. Enfin, le liquide de percolation utilisé est l'eau qui est neutre vis à vis du grès.

### II.5.1- Courbes couple-déformation angulaire.

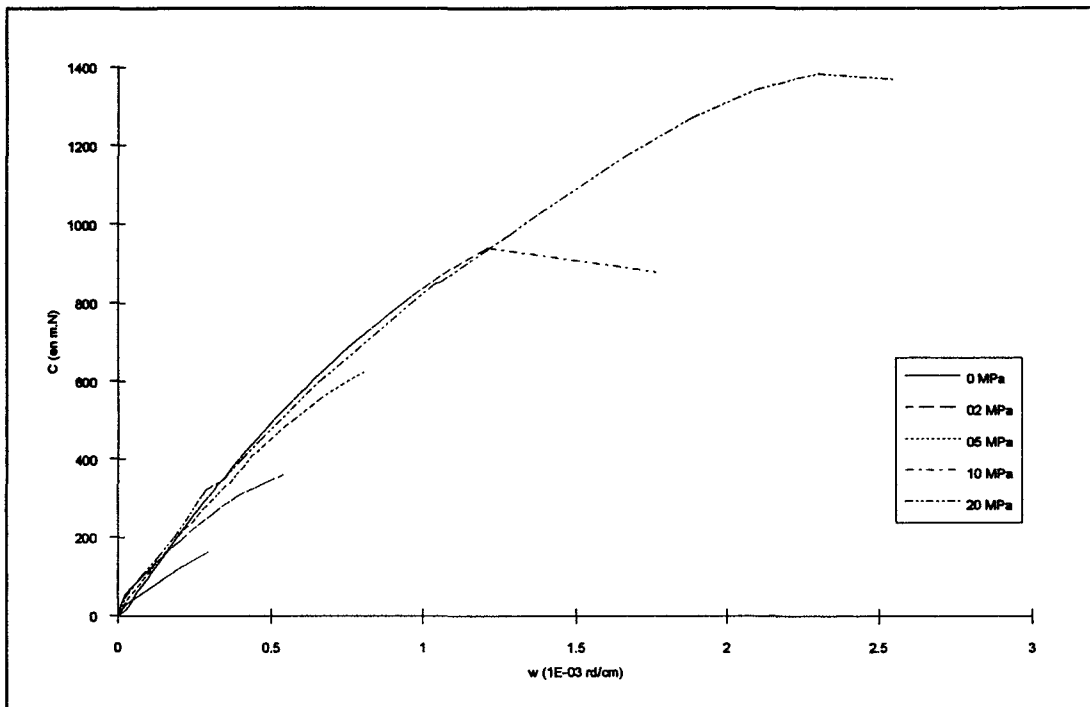
Les figures V.11 représentent l'évolution jusqu'à la rupture du couple en fonction de la déformation angulaire pour les différentes valeurs de pressions hydrostatiques. Les courbes couple-déformation angulaire se décompose en deux parties :

\* la première caractérise un comportement linéaire du grès avec une pente qui augmente avec le confinement. L'amplitude de celle-ci augmente avec le confinement. (Figure V.10)



**Figure V.10 :** partie linéaire des essais de torsion compression hydrostatique

\* la deuxième partie représente une phase non linéaire. On remarque que l'amplitude de cette phase augmente avec le confinement. Cette seconde partie est d'autant plus grande que le confinement augmente.



**Figure V.11 :** Torsion sur le grès des Vosges pour différentes pressions hydrostatiques.

Ce phénomène a déjà été constaté par Durand et Prévost. Le seuil entre la phase linéaire et non linéaire semble indiquer une propagation de la fissuration vers l'intérieur du cylindre creux par rupture des ponts entre les grains.

On constate donc que le comportement en torsion du grès des Vosges dépend de la pression hydrostatique. Toutefois, le comportement à la rupture reste de type fragile avec une zone de non-linéarité assez faible.

L'influence de la pression de confinement sur le module d'élasticité transversal en torsion noté  $G_t$  ( $M = G_t I_0 \omega$ ) est également significative. On observe un accroissement de celui-ci (tableau V.12).

Pour le cas du grès des Vosges, le module d'élasticité  $G_t$  déterminé en torsion et le module d'élasticité transversal  $G_c$  déterminé en élasticité à partir du module d'Young et du coefficient de Poisson ( $G_c = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ) obtenus en compression simple ne sont pas du même ordre de grandeur ( $G_c=3720$  MPa).

| Pressions hydrostatiques (en MPa) | module d'élasticité transversal (en MPa) |
|-----------------------------------|--|
| 0                                 | 2784                                     |
| 02                                | 5818                                     |
| 05                                | 7132                                     |
| 10                                | 9198                                     |
| 20                                | 14910                                    |

**Tableau V.12 :** module d'élasticité transversale en fonction de la pression de confinement

On peut également remarquer que les valeurs du couple à la rupture augmentent avec la pression de confinement. On a reporté dans le tableau V.13 ces différentes valeurs. Cette valeur croissante du couple à la rupture peut s'expliquer par le frottement des lèvres des fissures qui augmente avec la pression hydrostatique.

| Pressions hydrostatiques<br>(en MPa) | Couple à la rupture<br>( en m.N) |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 0                                    | 161.7                            |
| 02                                   | 360                              |
| 05                                   | 631                              |
| 10                                   | 915.8                            |
| 20                                   | 1381.2                           |

**Tableau V.13** : couple à la rupture en fonction de la pression hydrostatique

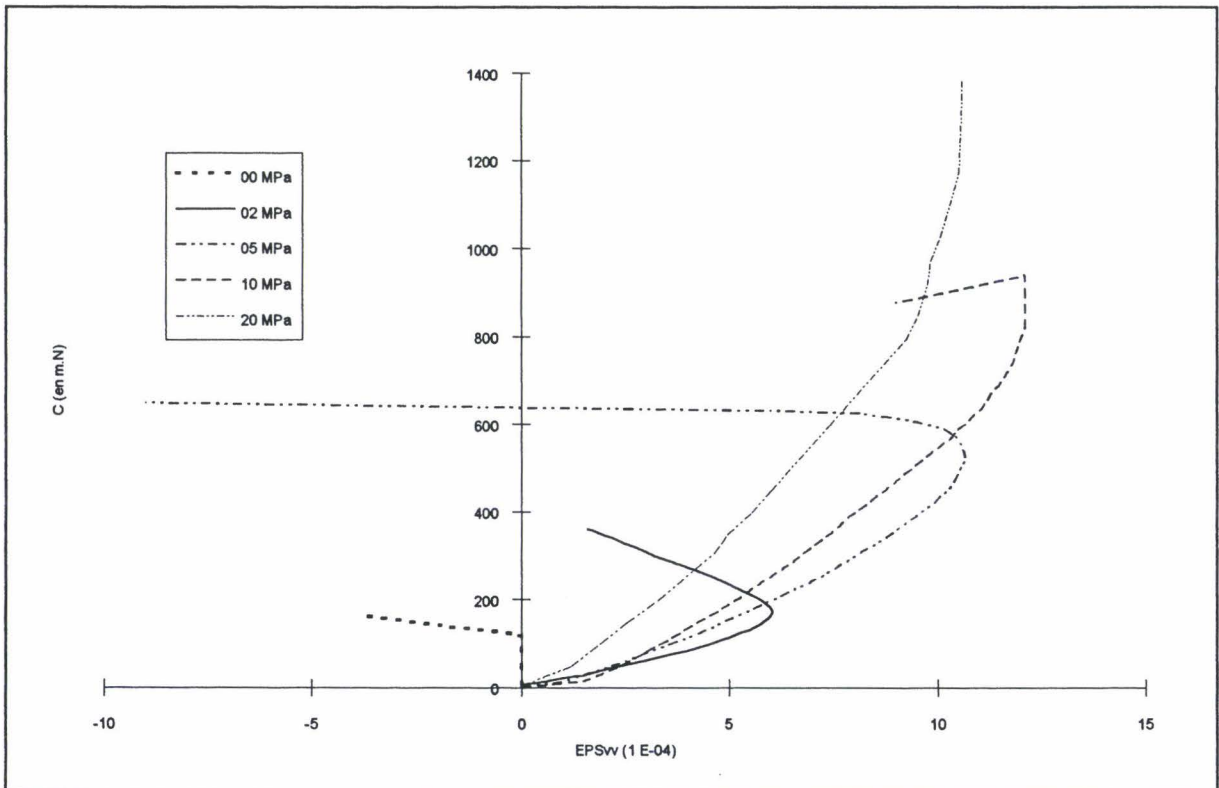
### II.5.2- Courbes couple en fonction des déformations volumiques-

La figure V.14 représente les courbes déformation volumique en fonction de la déformation angulaire pour les différentes pressions hydrostatiques. Ces courbes se décomposent en deux parties ; une partie linéaire où les variations volumiques sont contractantes ou nulles et une partie où les variations volumiques sont dilatantes.

Le passage de la contractance à la dilatance, qui est obtenue avant le pic de rupture, arrive rapidement pour de faibles pressions hydrostatiques. Pour des pressions plus élevées, cette zone de transition est très grande. Celle-ci correspond à la zone de perte de linéarité sur les courbes C-w.

Le passage à la dilatance indique un développement intense de la fissuration, qui est le mécanisme principal de déformation pour le grès des Vosges. Ce passage est fonction de la pression hydrostatique. Son amplitude augmente avec celle-ci.

La contractance initiale du grès des Vosges indique une fermeture de fissure. L'application du couple de torsion induit un phénomène de traction des fissures. La direction  $\alpha$  de la traction est fonction de la pression de confinement.



**Figure V.14** : Essais de torsion sur le grès des Vosges pour différentes pressions hydrostatiques

### II.5.3- Mode de rupture

Le mode de rupture en torsion des échantillons est généralement caractérisé par deux hélices diamétralement opposées (22). L'angle d'inclinaison de ces hélices par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette varie avec la pression de confinement.

Cette variation est reportée sur le tableau V.15.

|  |    |         |         |         |    |
|--|----|---------|---------|---------|----|
| <b>Pression hydrostatique (en MPa)</b> | 0  | 2       | 5       | 10      | 20 |
| <b>Angle d'inclinaison (en degré)</b>  | 40 | 40 à 45 | 45 à 50 | 50 à 55 | 55 |

**Tableau V.15 :** angle d'inclinaison de l'hélice de rupture en fonction de la pression hydrostatique.

Les ruptures secondaires apparaissent lorsque le confinement augmente ( photo V.1). Celles-ci sont quasi parallèles à l'axe du cylindre creux.

On voit donc que la pression hydrostatique "guide" la propagation de la fissuration. Celle-ci influe sur l'angle de propagation  $\alpha$  des fissures introduit précédemment.



**Photo V.1:** rupture en torsion compression hydrostatique de cylindres creux de grès ( $P_c = 0, 05, 10, 20$  MPa)



### **II.5.4- Conclusion**

Les différents essais réalisés montre l'influence importante de la pression hydrostatique sur le comportement du grès des Vosges en torsion. On remarque, tout d'abord, un comportement contractant en variation de volume puis un comportement dilatant correspondant à la perte de linéarité sur les courbes couple fonction de la déformation angulaire. Cette dilatance est à associer à un mécanisme de fissuration.

### **II.6- Essais de torsion compression hydrostatique avec application d'un déviateur**

Nous présentons ici l'influence du déviateur appliqué après la phase hydrostatique sur le comportement du grès des Vosges en torsion. La valeurs de ces déviateurs ont été déterminées de la façon suivante :

- pour le premier déviateur (noté déviateur 1), on va jusqu'à une valeur égale à un tiers du déviateur à la rupture obtenu pour un essai triaxial de révolution. Cette valeur nous situe généralement dans la zone linéaire de la courbe déformation axiale  $\varepsilon_1$  en fonction du déviateur ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ).

-pour le second (noté déviateur 2), on va jusqu'au deux tiers du déviateur à la rupture, ce qui nous place dans la zone non linéaire.

Les valeurs ainsi déterminées sont représentées dans le tableau V.16.

| Pression hydrostatique (en MPa) | Déviateur 1 (en MPa) | Déviateur 2 (en MPa) |
|---------------------------------|----------------------|----------------------|
| 0                               | 8                    | 16                   |
| 2                               | 13                   | 25                   |
| 5                               | 25                   | 40                   |
| 10                              | 40                   | 80                   |

**Tableau V.16** : valeurs des différentes contraintes déviatoriques

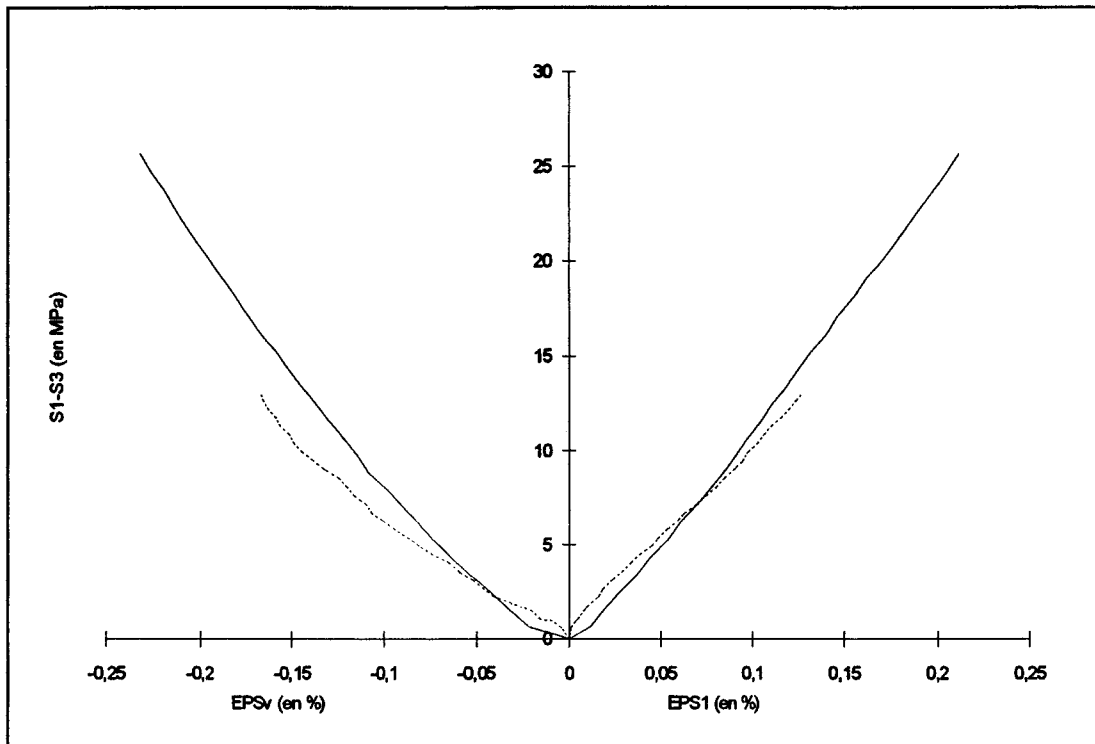
L'essai à déviateur nul, c'est-à-dire l'essai de compression hydrostatique suivi de la phase de torsion sera noté déviateur 0.

#### **II.6.1- Présentation des courbes déviatoriques sur cylindre creux**

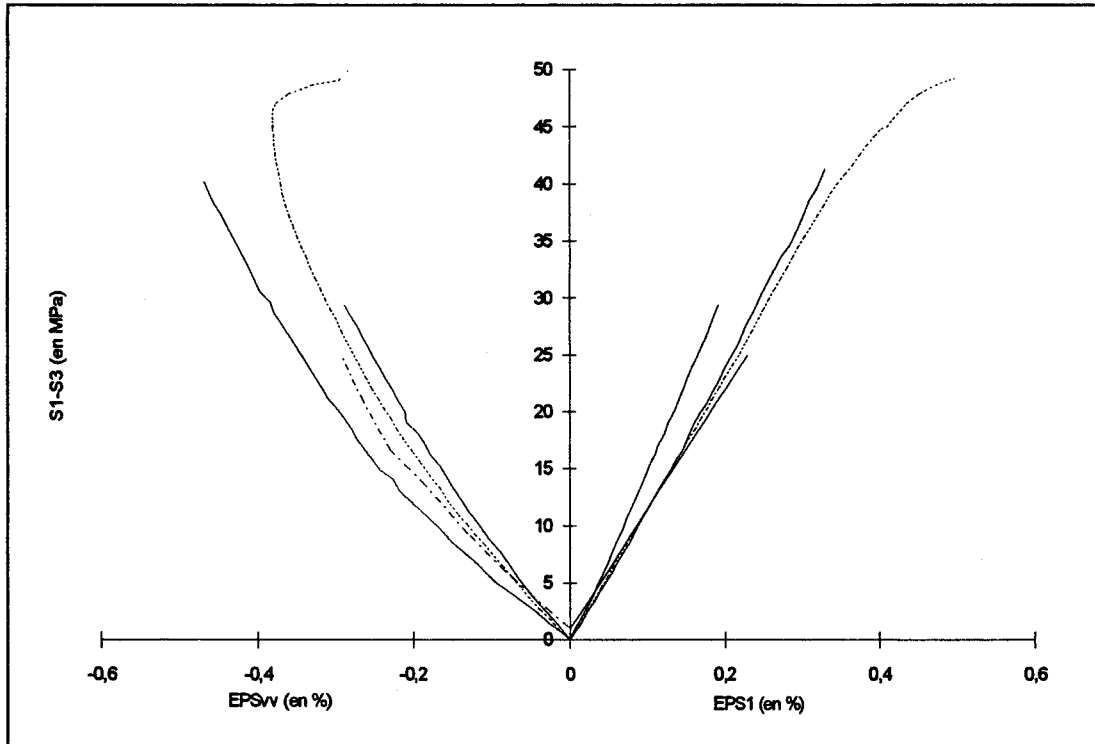
Les essais décrits ci-dessous proviennent des essais de torsion décrits dans les paragraphes suivant. Ils ne sont donc pas amenés jusqu'à la rupture. Nous présentons ici les courbes déviatoriques des essais de torsion réalisés à 02 et 05 MPa de confinement( figure V.17 et V.18). Ces essais nous permettent d'une part, de voir si les éprouvettes testées sont homogènes entre elles et d'autre part, d'obtenir une base de données pour d'éventuelles simulations (même si ces essais ne sont portés à la rupture).

On peut remarquer (figure V.18) que les courbes restent dans un fuseau assez mince. On peut donc dire que globalement, les échantillons testés ont tous les mêmes caractéristiques initiales. De plus, on remarque que l'on n'atteint jamais le seuil de dilatance. Ceci nous permet de faire abstraction de tout phénomène de localisation.

On peut tout de même remarquer une courbe portée jusqu'à la rupture mais n'ayant pas fait l'objet d'un essai de torsion.



**Figure V.17** : courbes contrainte déformations d'essais déviatoriques sur cylindre creux réalisés à une pression hydrostatique de 02 MPa



**Figure V.18** : courbes contrainte déformations d'essais déviatoriques sur cylindre creux réalisés à une pression hydrostatique de 05 MPa



## II.6.2- Courbes couple-déformation angulaire

Pour les pressions hydrostatiques allant de 0 à 10 MPa, on retrouve les mêmes phénomènes ( figure V.21 à V.24):

-la pente sur la courbe donnant le couple en fonction de la déformation angulaire du déviateur 2 est plus élevé que celle du déviateur 1,

-le couple à la rupture du déviateur 2 est plus élevé que celui du déviateur 1.

On peut noter que le couple à la rupture pour le déviateur 2 est plus important que celui du déviateur 1 (voir tableau V.19). Ceci nous conduit à deux hypothèses :

- ❶ La microfissuration engendrée par le déviateur 2 ( parallèle à la direction de la contrainte principale majeure) est peu ou pas sollicitée pendant la phase de torsion.
- ❷ Le mécanisme de frottement des lèvres de fissures joue un rôle prépondérant dans le comportement du grès étudié. Un déviateur croissant intensifie ce phénomène.

Nous avons regroupé dans le tableau V.19, les valeurs du couple à la rupture pour les différentes pressions hydrostatiques et les différents déviateurs .

| Pressions hydrostatiques (en MPa) | Déviateur 0 (en m.N) | Déviateur 1 (en m.N) | Déviateur 2 (en m.N) |
|-----------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 0                                 | 161.7                | 367.7                | 400                  |
| 2                                 | 360                  | 700                  | 800                  |
| 5                                 | 631                  | 1050                 | 1160                 |
| 10                                | 900                  | 1500                 |                      |

**Tableau V.19** : valeurs du couple à la rupture pour les différents déviateurs.

Pour les essais réalisés à un pression de confinement de 10 MPa, l'application du déviateur 2 (80 MPa de contrainte déviatorique) n'a pas été possible en raison d'un surpassement des capacités de la machine.

Pour les essais réalisés à pression hydrostatique nulle, les courbes C-w se divisent en deux parties :

-une partie linéaire plus grande pour le déviateur 1 et qui décroît fortement pour le déviateur 2,

-une phase non linéaire plus importante pour le déviateur 2.

Comme nous l'avons observé pour les essais de torsion compression hydrostatiques, cette perte de linéarité correspond au passage à la dilatance du grès.

.La rupture est plutôt du type fragile pour les déviateurs 0 et 1 et du type ductile, avec une grande phase de déformation à effort de torsion constant, pour le déviateur 2.

En ce qui concerne les modules tangents initiaux, que nous avons regroupé dans le tableau V.20, on peut noter une augmentation de ceux-ci entre le déviateur 0 et le déviateur 1.

| Confinement (MPa) | MODULES TANGENTS INITIAUX |                   |                   |
|-------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|
|                   | Déviateur 0 (MPa)         | Déviateur 1 (MPa) | Déviateur 2 (MPa) |
| 0                 | 2784                      | 4420              | 3187              |
| 2                 | 5818                      | 9521              | 9854              |
| 5                 | 7132                      | 8004              | 12649             |

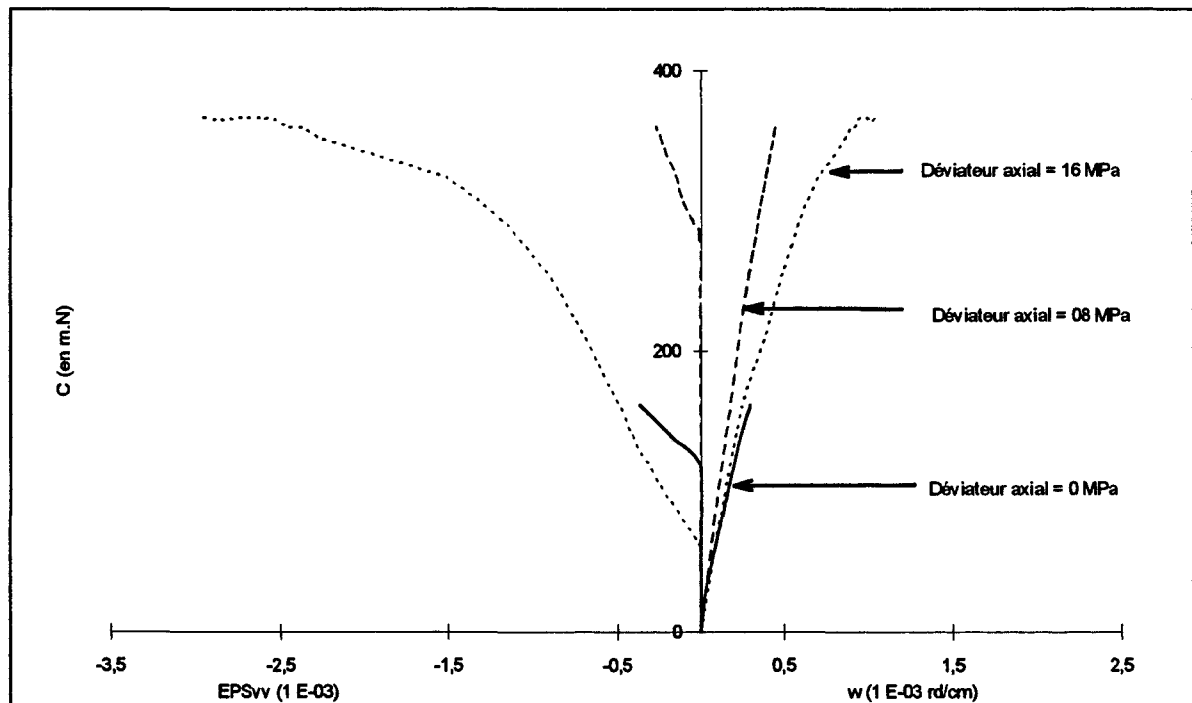
**Tableau V.20** : valeurs des modules tangents initiaux pour les différents déviateurs.

### II.6.3- courbes Couple-déformations volumiques

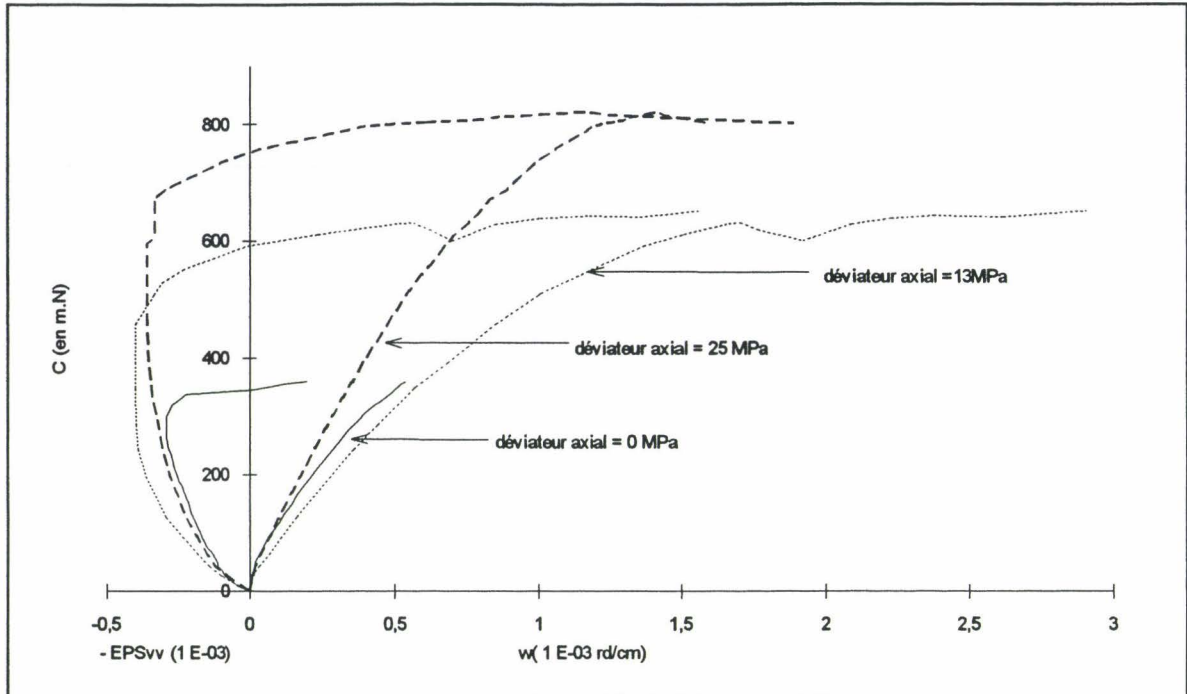
Comme pour les essais de torsion compression hydrostatiques, on remarque que le passage à la dilatance arrive avant le pic de rupture.

Pour les essais à pression hydrostatique nulle, on observe tout d'abord une phase de variation de volume nulle puis une phase de dilatance correspondant à la perte de linéarité du matériau (figure V.21). Cette phase de variation de volume nulle augmente pour le déviateur 1 par rapport au déviateur 0 alors qu'elle diminue pour le déviateur 2.

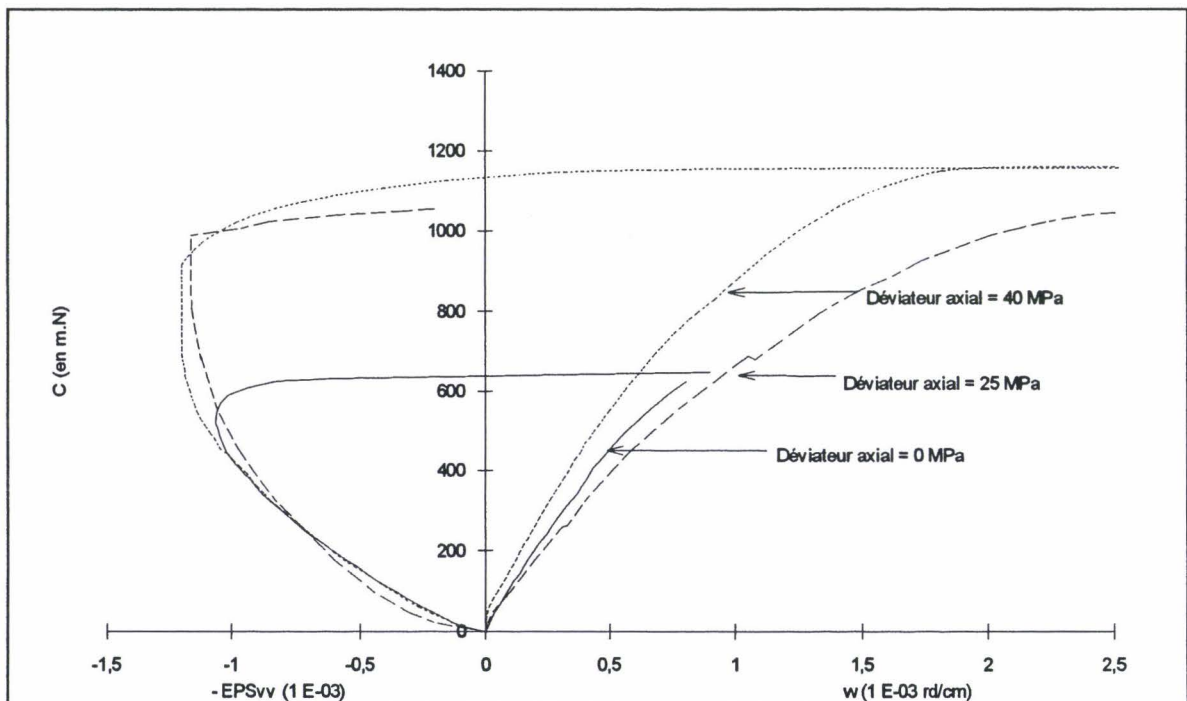
Pour les essais à pression hydrostatique de 02, 05 et 10 MPa, les variations de volume sont d'abord contractantes puis dilatantes. On remarque que les variations de volume, pour un confinement donné, restent dans un fuseau très étroit au départ de chaque essai. On peut donc conclure que l'endommagement créé pendant la phase déviatorique n'a pas d'effet sur l'allure des courbes. On peut donc dire que la fissuration créée pendant cette phase et qui est quasi parallèle à l'axe du déviateur, n'a pas ou très peu d'influence sur le mécanisme de déformation volumique du Grès des Vosges.



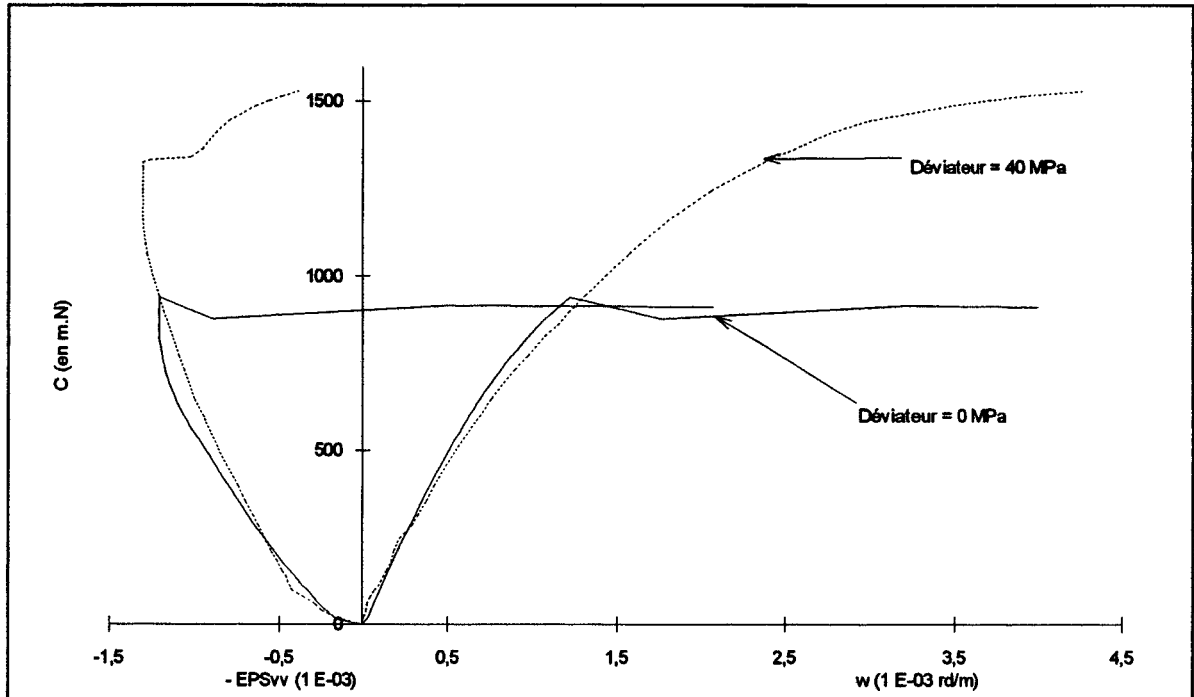
**figure V.21** : essais de torsion compression déviatorique sous une pression hydrostatique nulle



**figure V.22** : essais de torsion compression déviatorique sous une pression hydrostatique de 02 MPa



**figure V.23** : essais de torsion compression déviatorique sous une pression hydrostatique de 05 MPa



**figure V.24** : essais de torsion compression déviatorique sous une pression hydrostatique de 10 MPa

#### **II.6.4- Courbes couple-déformation angulaire avec déchargement**

Afin de mieux comprendre le comportement du grès des Vosges en torsion, nous avons réalisé des cycles de chargement-déchargement sur certains essais.

Cette phase de décharge se divise en plusieurs parties :

- une phase de chargement monotone,
- une phase de relaxation pendant laquelle la déformation angulaire est maintenue constante,
- une phase de rechargement.

Le but de ces cycles est de montrer une irréversibilité du comportement du grès des Vosges à partir d'un seuil coïncidant avec la perte de linéarité sur la courbe couple déformation angulaire. Malheureusement, l'appareillage actuel ne nous permet pas de réaliser les décharges complètement. Aussi, les résultats présentés ici sont purement indicatifs. On peut cependant noter une diminution du module de décharge sur le figure V.26 .

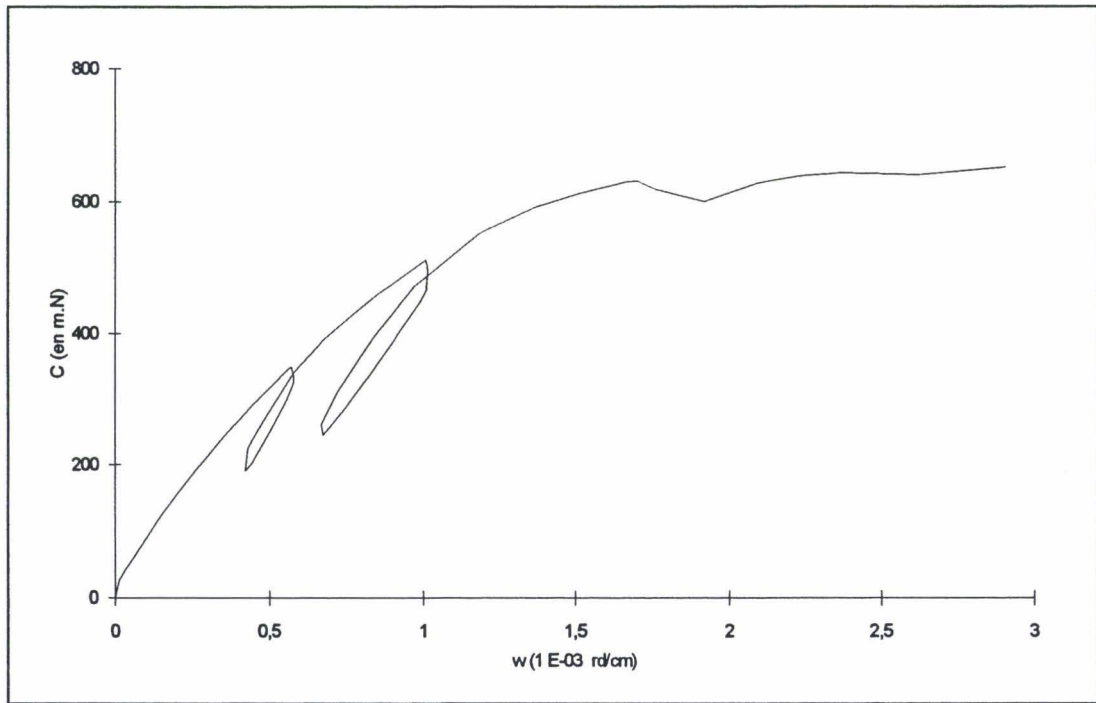
Ces irréversibilités s'expliquent par l'ouverture de fissures sous l'effet des contraintes de traction. Après relâchement des contraintes, la roche ne revient pas à sa position initiale et des déformations résiduelles subsistent.

Dans le tableau V.25, on donne les modules de déchargement obtenus lors des divers essais.

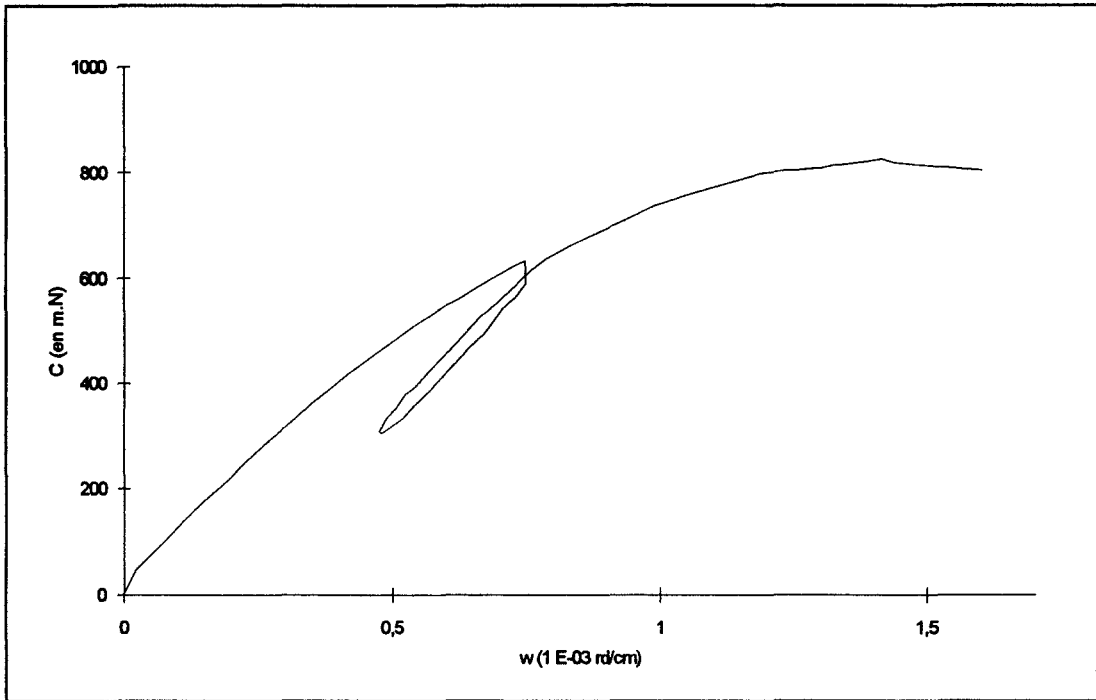
| Essais                   | Module tangent (MPa) | module 1 (MPa) | module 2 (MPa) | module 3 (MPa) |
|--------------------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|
| Pc=02 MPa<br>Déviateur 1 | 9521                 | 4314           | 3261           |                |
| Pc=02 MPa<br>Déviateur 2 | 9854                 | 5063           |                |                |
| Pc=05 MPa<br>Déviateur 1 | 8004                 | 6077           | 4092           | 3557           |
| Pc=20 MPa                | 14910                | 10187          | 5000           |                |

**Tableau V.25** : modules tangents d'élasticité transversale de chargement-déchargement pour les différents déviateurs.

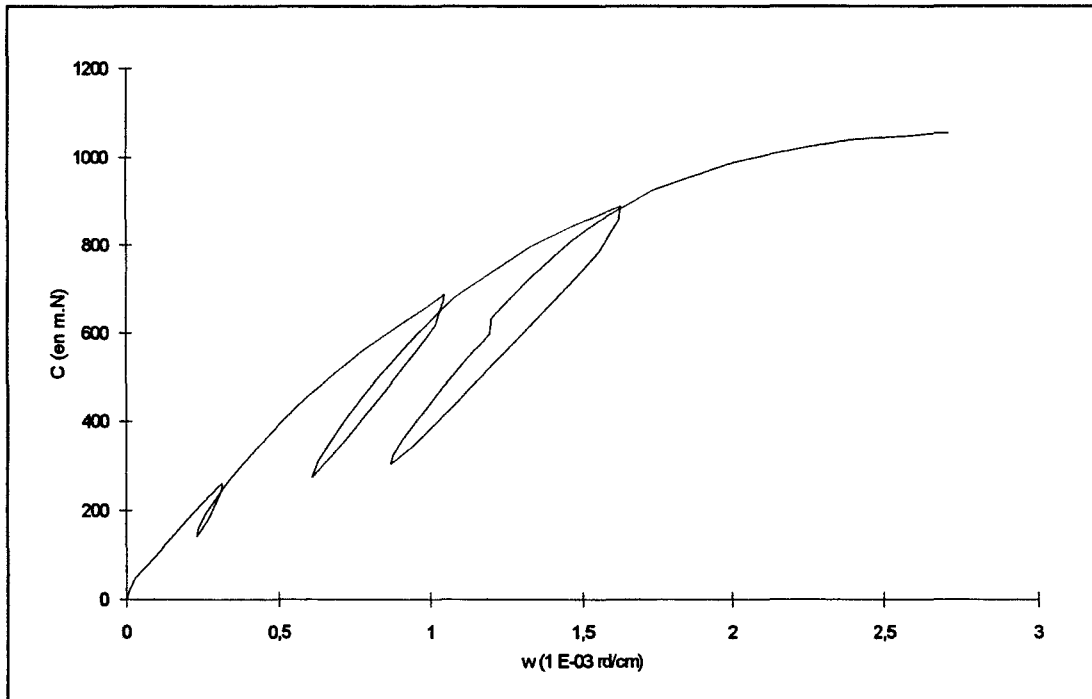
Contrairement au cas de la craie d'Haubourdin étudiée, les modules de décharge décroissent continuellement durant la phase de torsion. On observe donc un endommagement progressif de l'échantillon, différent de celui de la craie.



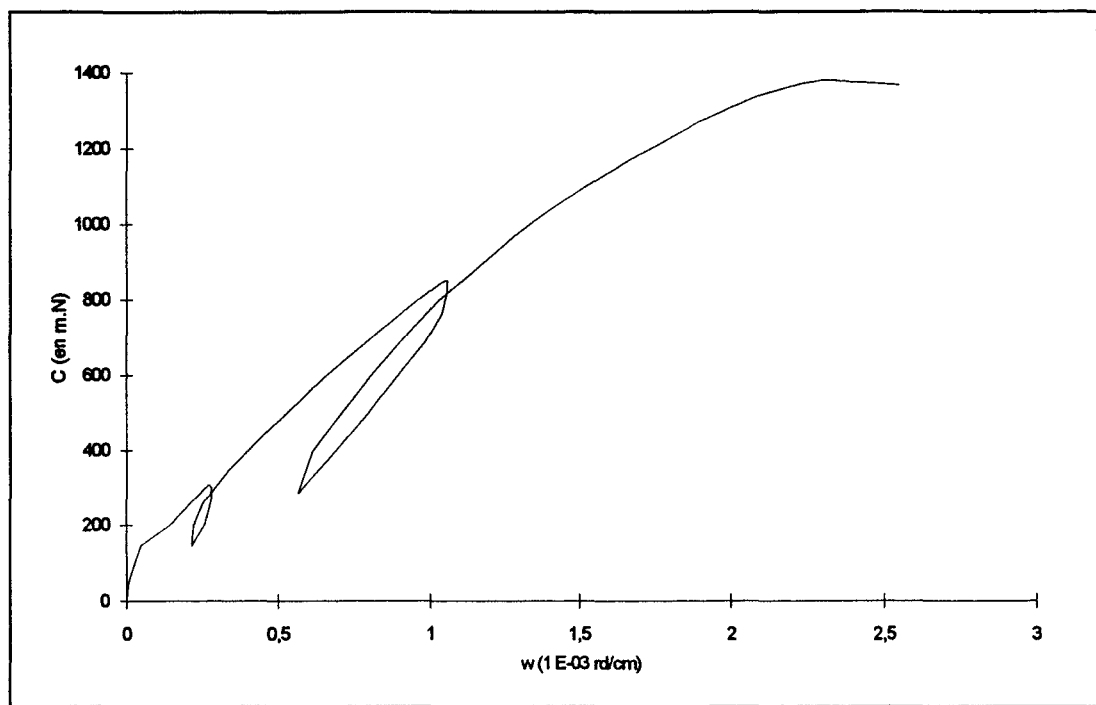
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figure V.26** : courbes couple déformation angulaire pour différentes pressions hydrostatiques et différents déviateurs : (a)  $P_c=02$  MPa -  $s_1=25$  MPa (b)  $P_c=02$  MPa -  $s_1=13$  MPa (c)  $P_c=05$  MPa -  $s_1=25$  MPa (d)  $P_c=20$  MPa

### II.6.5- Mode de rupture

On retrouve ici les mêmes hélices de rupture. On peut noter que l'application d'un déviateur influe sur l'angle d'inclinaison de celle-ci par rapport à la génératrice (tableau V.27).

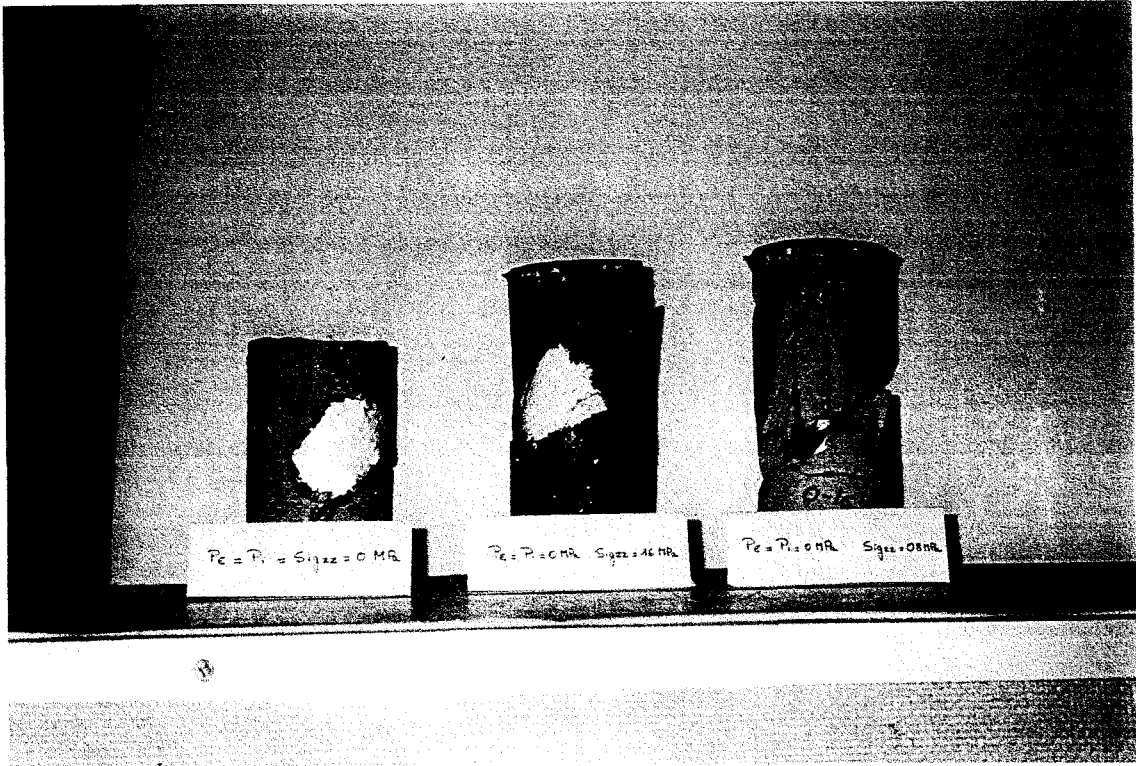
On voit de plus, sur les photos V.2 et V.3, que les ruptures secondaires, parallèles à l'axe de la plus grande contrainte principale, sont plus importantes lorsqu'on applique un chargement axial.

| Pression de confinement (MPa)  | 0  |         |         | 02      |         |    | 05      |         |    | 10      |    |
|--------------------------------|----|---------|---------|---------|---------|----|---------|---------|----|---------|----|
|                                | 0  | 08      | 16      | 0       | 13      | 25 | 0       | 25      | 40 | 0       | 40 |
| Déviateur (MPa)                | 0  | 08      | 16      | 0       | 13      | 25 | 0       | 25      | 40 | 0       | 40 |
| Angle d'inclinaison (en degré) | 40 | 40 à 45 | 40 à 45 | 40 à 45 | 45 à 50 | 55 | 45 à 50 | 50 à 55 | 60 | 50 à 55 | 65 |

**Tableau V.27** : angle d'inclinaison de l'hélice de rupture en fonction du déviateur.

Le mécanisme de rupture est à rapprocher de celui rencontré pour les essais de torsion compression hydrostatique. On peut cependant remarquer qu'un déviateur croissant engendre un couple à la rupture croissant. Ceci nous indique que le déviateur renforce le phénomène de frottement entre les lèvres des fissures après fermeture de celles-ci.





**Photo V.2** : ruptures en torsion compression déviatorique ( $P_c = 0 \text{ MPa}$ )



**Photo V.3** : ruptures en torsion compression déviatorique ( $P_c = 05 \text{ MPa}$ )



## **II.7- CONCLUSION**

Le grès des Vosges étudié présente un comportement élasto-endommageable, c'est-à-dire que la microfissuration régit l'évolution de la courbe contrainte-déformation. On a pu mettre en évidence l'influence de la pression hydrostatique sur le comportement de ce grès. L'application d'un déviateur croissant fait augmenter le couple à la rupture, quel que soit la pression hydrostatique. Comme pour une craie d'Haubourdin, on distingue deux zones :

- ① Une zone élastique pendant laquelle les déformations volumiques sont contractantes. En effet, les essais étant réalisés à des pressions hydrostatiques inférieures au seuil de fermeture des microfissures, il persiste un certain nombre de microfissures ouvertes. Le couple appliqué durant la torsion a tendance à les refermer.
- ② Une zone non-linéaire pendant laquelle nous avons un mécanisme de frottement et de propagation de fissures. Pendant cette phase, les variations de volume sont dilatantes.

Contrairement au cas de la craie, on n'a pas pu mettre en évidence une localisation du grès des Vosges à partir des essais réalisés. Cependant, si l'on compare le mode de rupture des éprouvettes, on peut noter que, pour des pressions croissantes, les ruptures secondaires sont plus nombreuses. De plus, on constate une largeur d'hélice de rupture plus importante lorsque la pression hydrostatique ou le déviateur augmente.

### III- Simulation numérique de l'essai de torsion à l'aide du modèle de Dragon

#### III.1- Présentation du modèle

Dragon (10, 23, 74) a développé un modèle utilisant une variable interne tensorielle d'endommagement  $D$ , d'ordre 2.  $D$  est défini par :

$$D = \sum_i D^i(S) \cdot N^i \otimes N^i \quad (V.1)$$

où  $S$  est l'étendue de la surface des microfissures et  $N^i$ , la normale unitaire caractérisant l'orientation du système.

Les variables internes de ce modèle étant  $\varepsilon$ , le tenseur des déformations et  $D$ , Dragon postule l'existence d'un potentiel thermodynamique sous la forme suivante :

$$W(\varepsilon, D) = g \operatorname{tr}(D \cdot \varepsilon) + \frac{1}{2} \cdot \lambda (\operatorname{tr} \varepsilon)^2 + \mu \cdot \operatorname{tr}(\varepsilon \cdot \varepsilon) + \alpha (\operatorname{tr} \varepsilon) \operatorname{tr}(\varepsilon \cdot D) + 2\beta \cdot \operatorname{tr}(\varepsilon \cdot \varepsilon \cdot D) \quad (V.2)$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé,  
 $\alpha, \beta$  et  $g$  sont des constantes liées à la modification de l'énergie élastique due à l'endommagement.

L'opérateur  $IP+$  est défini par :

$$P_{ijkl}^+ = Q_{ia}^+ \cdot Q_{jb}^+ \cdot Q_{ka} \cdot Q_{ib} \quad (V.3)$$

$$\text{avec } Q = \sum_{i=1}^3 V^i \otimes V^i, \quad Q^+ = \sum_{i=1}^3 H(\varepsilon_i) V^i \otimes V^i$$

$H$  est la fonction de Heavyside.  $V^i$ , le vecteur unité, correspond à la  $i$ ème direction principale de  $\varepsilon$ . Les lois dérivant de  $W(\varepsilon, D)$  s'écrivent de la façon suivante :

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} = g D + \lambda \operatorname{tr}(\varepsilon) + 2\mu \varepsilon + \alpha [\operatorname{tr}(\varepsilon \cdot D) I + (\operatorname{tr} \varepsilon) D] + 2\beta [\varepsilon \cdot D + D \cdot \varepsilon]$$

$$F^D = -\frac{\partial W}{\partial D} = -g \varepsilon - \alpha (\operatorname{tr} \varepsilon) \varepsilon - 2\beta (\varepsilon \cdot \varepsilon) \quad (V.4)$$

$$F^D = F^{Dcr} - F^{Der}$$

$F^D$  représente la force motrice de l'endommagement. La fonction de charge qui apparaît dans le critère d'endommagement s'écrit :

$$f(F^D, D) = \sqrt{\frac{1}{2} \operatorname{tr}(F^{Dcr} F^{Dcr})^2} - (C_0 + C_1 \operatorname{tr} D) \leq 0 \quad (V.5)$$

$F^{Dcr}$  est le taux de restitution de l'énergie élastique liée aux contraintes résiduelles.

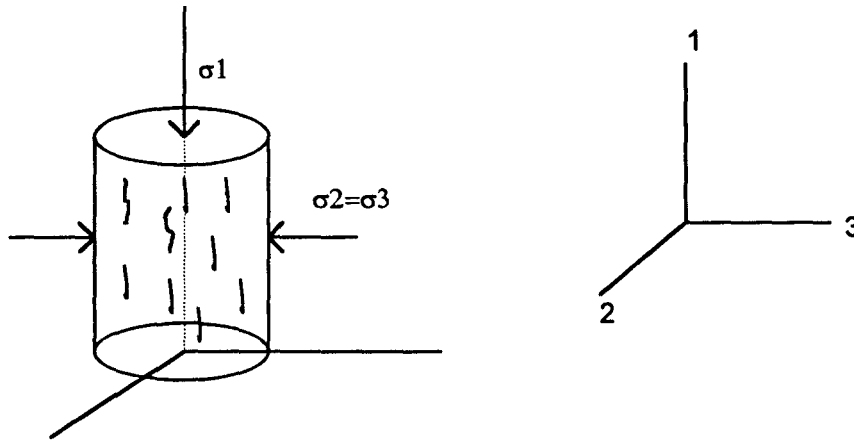
$F^{Der}$  est le taux de restitution de l'énergie récupérable.

En exprimant la loi de normalité, on obtient :

$$\dot{D} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial F^D} = \Lambda \frac{\varepsilon^+}{(2\text{tr}(\varepsilon^+ \varepsilon^+))^{\frac{1}{2}}} \quad \Lambda \geq 0 \quad (\text{V.6})$$

Le modèle de Dragon comprend donc 7 paramètres  $(\lambda, \mu, \alpha, \beta, g, C_0, C_1)$  identifiables par un essai triaxial avec déchargement.

### III.2- Détermination des paramètres du modèle de Dragon



**Figure V.28** : présentation de l'orientation des axes des contraintes principales

#### Détermination de $\lambda$ et $\mu$ :

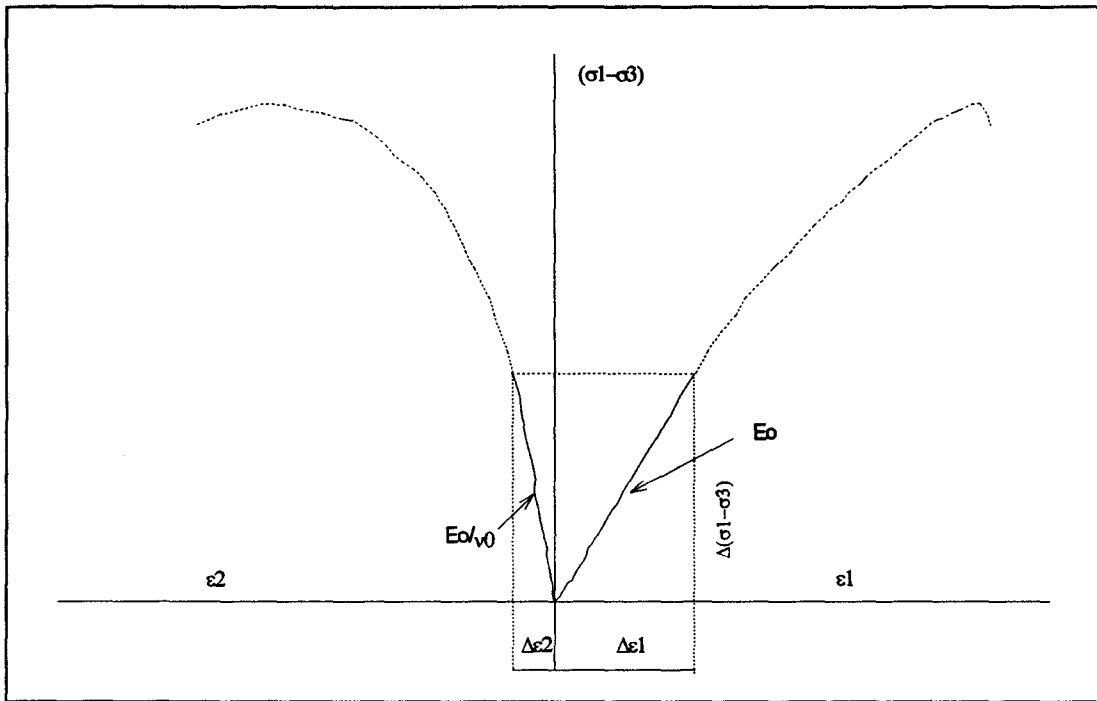
En considérant le matériau initial, isotrope et non endommagé, ces deux constantes sont déterminées à partir des constantes élastiques  $E_0$  et  $\nu_0$  provenant des courbes contrainte déviatorique fonction de la déformation axiale et transversale (figure V.29). Les coefficients de Lamé sont calculés à partir des deux relations:

$$\lambda = \frac{E_0 \nu_0}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)} \quad (\text{V.7})$$

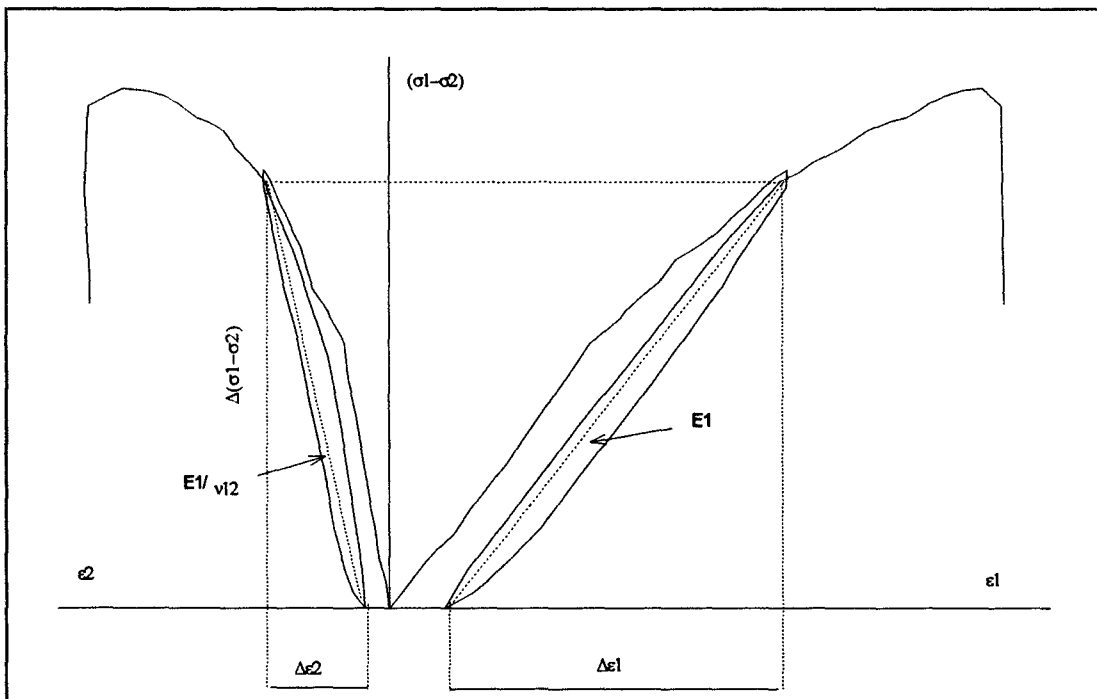
$$\mu = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)}$$

#### Détermination de $\alpha$ , $\beta$ et $g$ :

Afin de déterminer ces paramètres, on utilise une décharge de la courbe donnant la contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale et transversale. Cette décharge doit être éloignée de la zone élastique et du pic de rupture afin de faire abstraction de tout phénomène de localisation. A ce point de décharge, on associe un endommagement fictif  $D_2$ , un module d'Young axial  $E_1$  et un module d'Young transversal  $E_2/\nu_{21}$ . (voir figure V.30)



**Figure V.29:** principe de mesure des modules initiaux



**Figure V.30 :** principe de mesures des modules dans la phase endommagée

L'équation (V.4) conduit à trois équations :

$$\begin{aligned} L_1 &= \lambda + \mu + 2D_2(\alpha + \beta) \\ L_2 &= \lambda + \alpha D_2 \\ L_3 &= \sigma_2 - gD_2 \end{aligned} \quad (V.8)$$

Finalement, on obtient trois équations permettant de déterminer  $\alpha D_2$ ,  $\beta D_2$  et  $gD_2$  :

$$\begin{aligned} E_1 &= \lambda + 2\mu - \frac{L_2^2}{L_1} \\ \nu_{12} &= \frac{L_2}{2L_1} \\ gD_2 &= \frac{E_1 \varepsilon_1 - \sigma_1 + 2\nu_{12} \sigma_2}{2\nu_{12}} \end{aligned} \quad (V.9)$$

#### Détermination de $C_0$ et $C_1$ :

$C_0$  est déterminé en considérant la fin de la zone élastique. A partir de la courbe expérimentale, on peut exprimer le critère d'endommagement à partir de l'équation (V.5) :

$$f_0 = |g|\varepsilon_2^{0+} - C_0 \Rightarrow C_0 = |g|\varepsilon_2^+ \quad (V.10)$$

Au point de déchargement, on peut déterminer la fonction de charge :

$$f = |g|\varepsilon_2^+ - (C_0 + 2C_1 D_2) \quad \text{d'où} \quad C_1 D_2 = \frac{|g|\varepsilon_2^+ - C_0}{2} \quad (V.11)$$

On constate finalement qu'il reste à préciser la valeur de  $D_2$  afin de déterminer ces diverses constantes. Dans la mesure où  $D_2$  n'est pas accessible expérimentalement, l'étape de la procédure d'identification des paramètres nécessite la mise en place d'une procédure itérative comprenant les étapes suivantes :

- (i) Donner une valeur de  $D_2$  au point de déchargement et calculer à partir de l'équation (V.9)  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $g$ ,  $C_0$  et  $C_1$ .
- (ii) Calculer  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  en fonction de  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$ .
- (iii) Vérifier si la simulation concorde avec l'expérience, sinon retourner en (i) en choisissant une nouvelle valeur de  $D_2$ .

### III.3- Simulation des essais triaxiaux

Les paramètres du modèle de **Dragon**, concernant le grès des Vosges, ont été déterminés à partir de l'essai triaxial réalisé à une pression de confinement de 15 MPa. Les valeurs obtenues sont données dans le tableau ci-dessous :

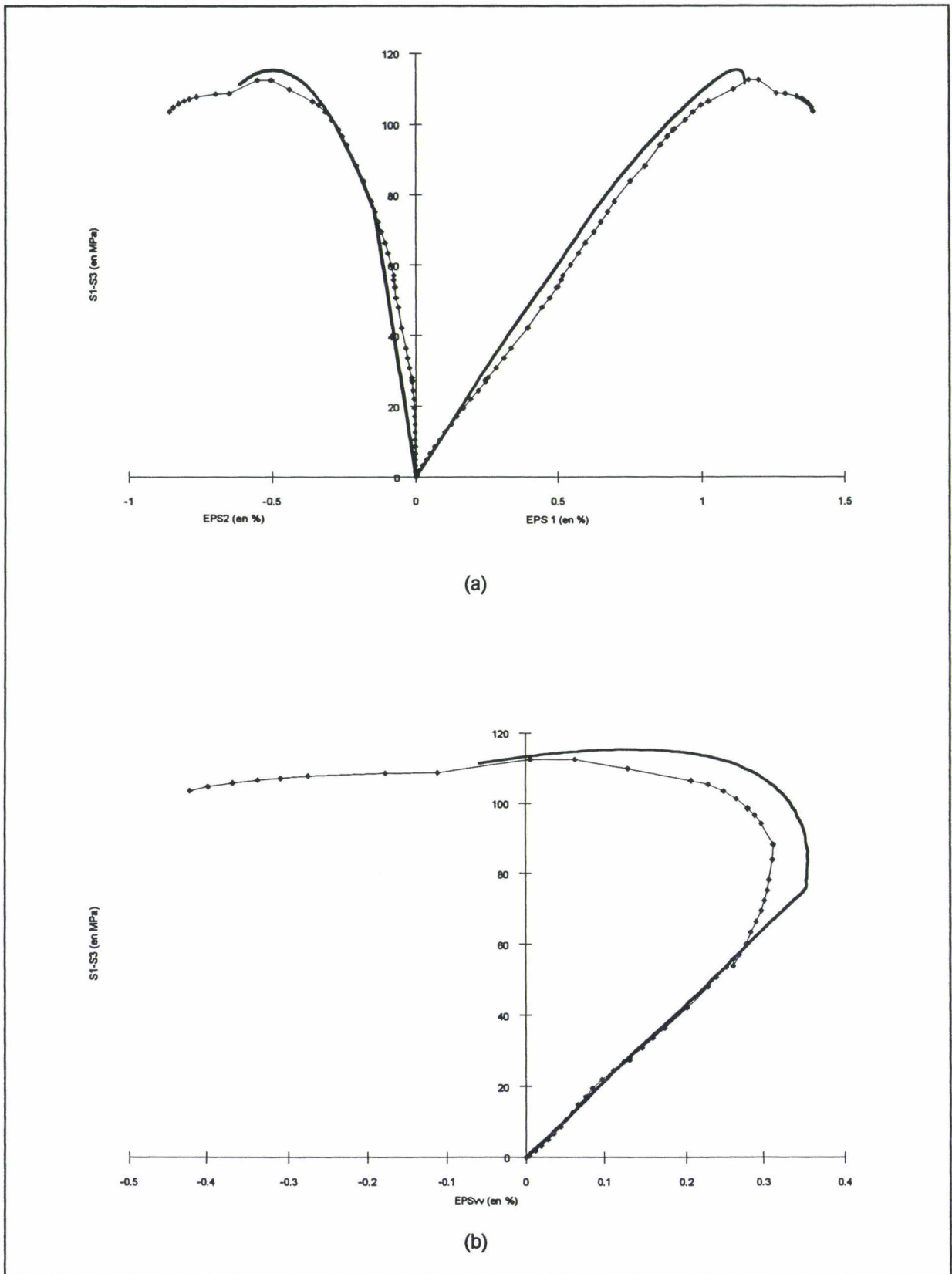
| Paramètres | $\lambda$ (MPa) | $\mu$ (MPa) | $\alpha$ (MPa) | $\beta$ (MPa) | $g$ (MPa) | $C_0$ (MPa) | $C_1$ (MPa) |
|------------|-----------------|-------------|----------------|---------------|-----------|-------------|-------------|
|            | 3864            | 4918        | 3864           | -11182        | -390      | 0.35        | 10          |

### **III.3.1- Simulation des essais triaxiaux déviatoriques**

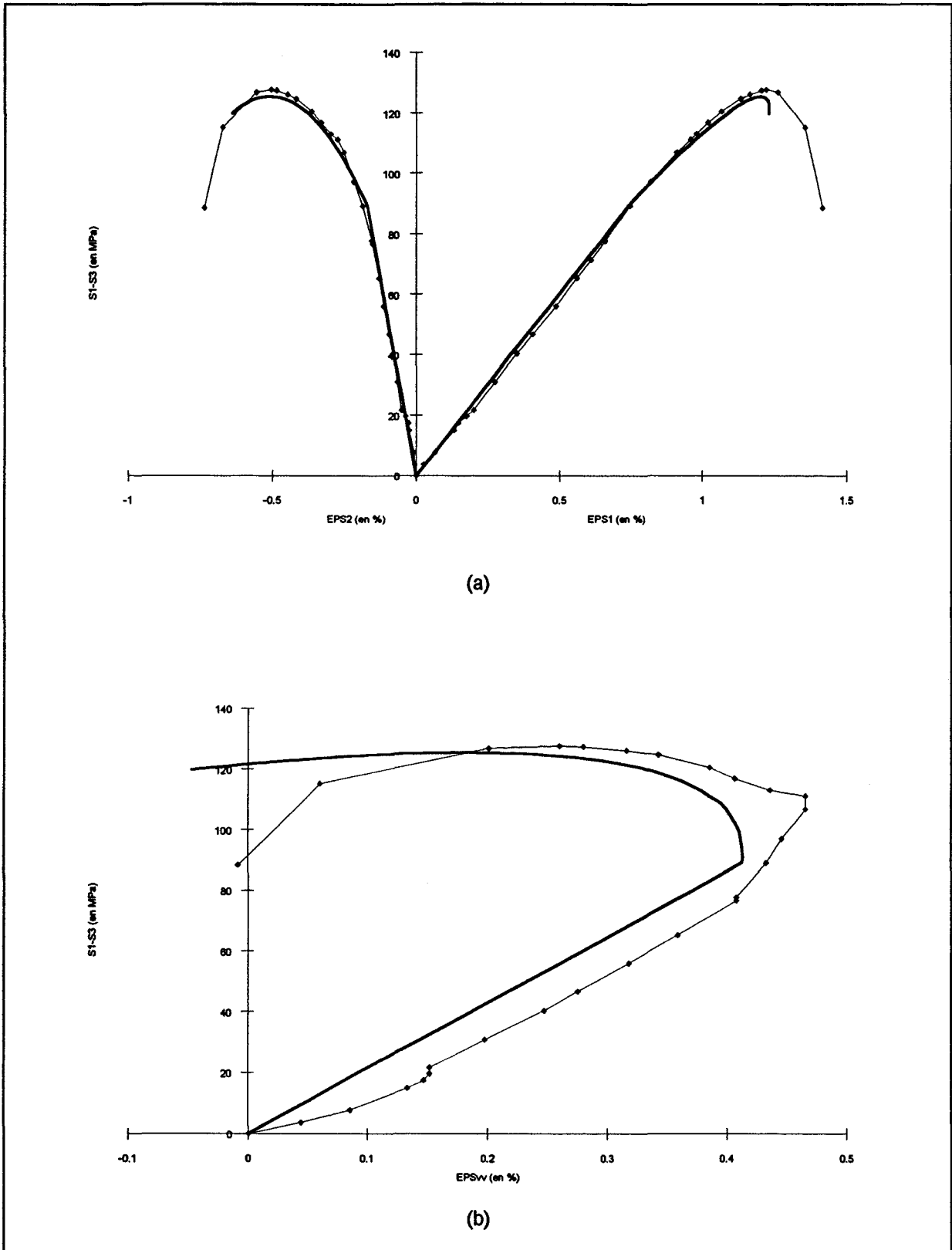
Sur ces figures V.31 à V.34, sont représentés les simulations numériques et les essais expérimentaux. On remarque une bonne concordance. L'anisotropie du grès des Vosges sous chemins de compression triaxiale est bien retranscrite par le modèle de Dragon. On peut remarquer cependant, pour l'essai réalisé à une pression de confinement de 20 MPa, que le modèle sous estime le comportement du grès tant en contraintes qu'en déformation. Ceci peut s'expliquer par la différence d'allure de courbe entre cet essai et les essais réalisés à de plus faibles confinements. En effet, on observe une croissance des valeurs (en contrainte et en déformation) avec la pression de confinement qui s'accélère entre les essais réalisés à des pressions de 15 et 20 MPa.

Les déformations volumiques du grès sont également bien retranscrites par le modèle. On remarque que celui-ci permet de retranscrire correctement le comportement contractant dilatant du grès des Vosges sous chemin de compression triaxial.

Pour la simulation de l'essai de compression simple, nous avons changé les valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson. En effet, comme nous l'avons vu au paragraphe II.2, l'essai de compression simple ne présente pas les mêmes modules initiaux. Nous avons donc choisi les coefficients de Lamé égaux à 2145 MPa pour  $\lambda$  et 3813 MPa pour  $\mu$ . La simulation de cet essai est représentée dans la figure V.36. On remarque que la simulation retranscrit correctement l'allure de la courbe expérimentale mais sous estime les déformations transverses. D'après la remarque précédente, on en déduit que les déformations volumiques sont retranscrites avec une précision moins importante.

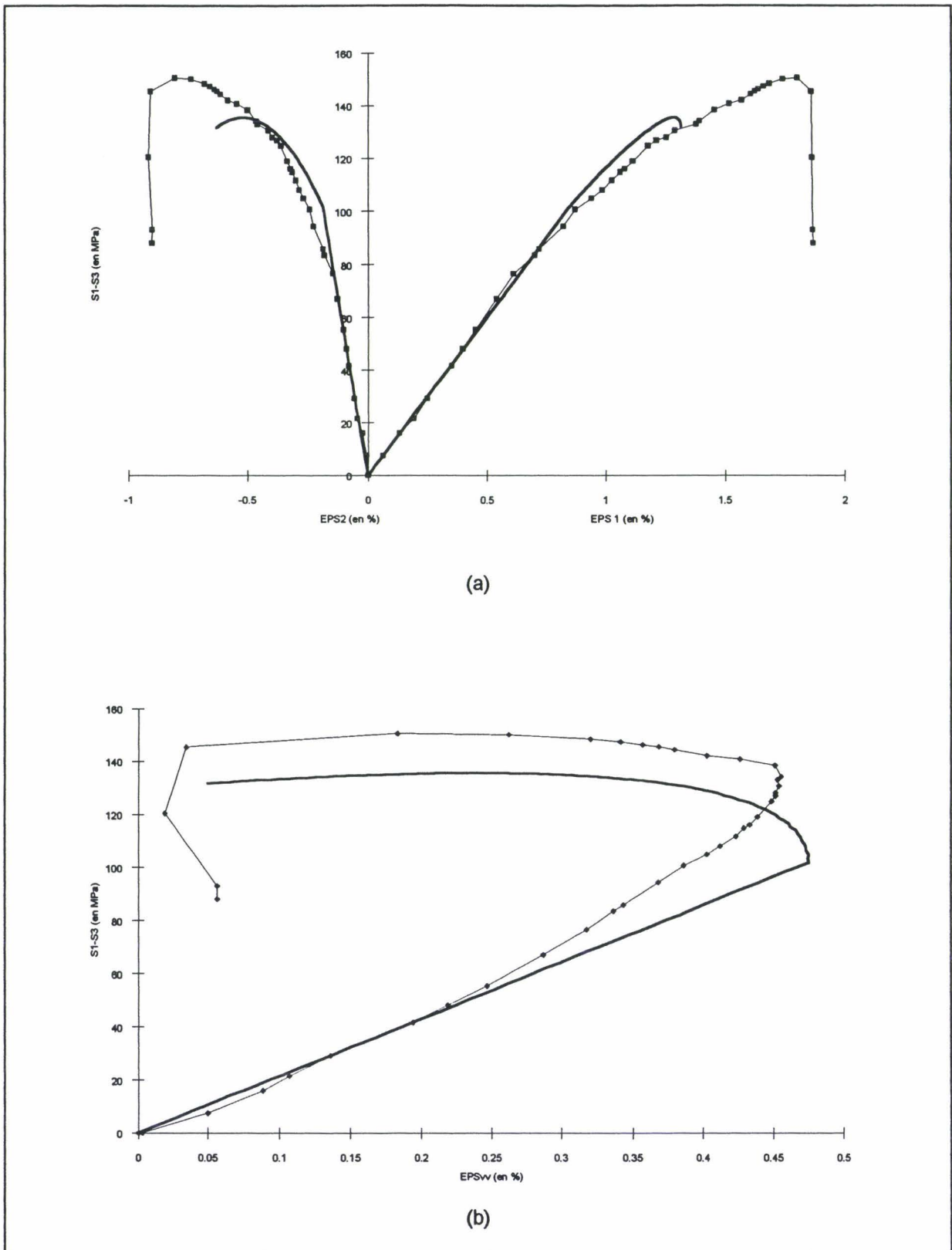


**Figure V.31** : comparaison simulation (—) - expérience (—◆—) pour un essai de compression triaxiale réalisé à une pression de confinement de 10 MPa  
 (a) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_1$  et  $EPS_2$   
 (b) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_{vv}$

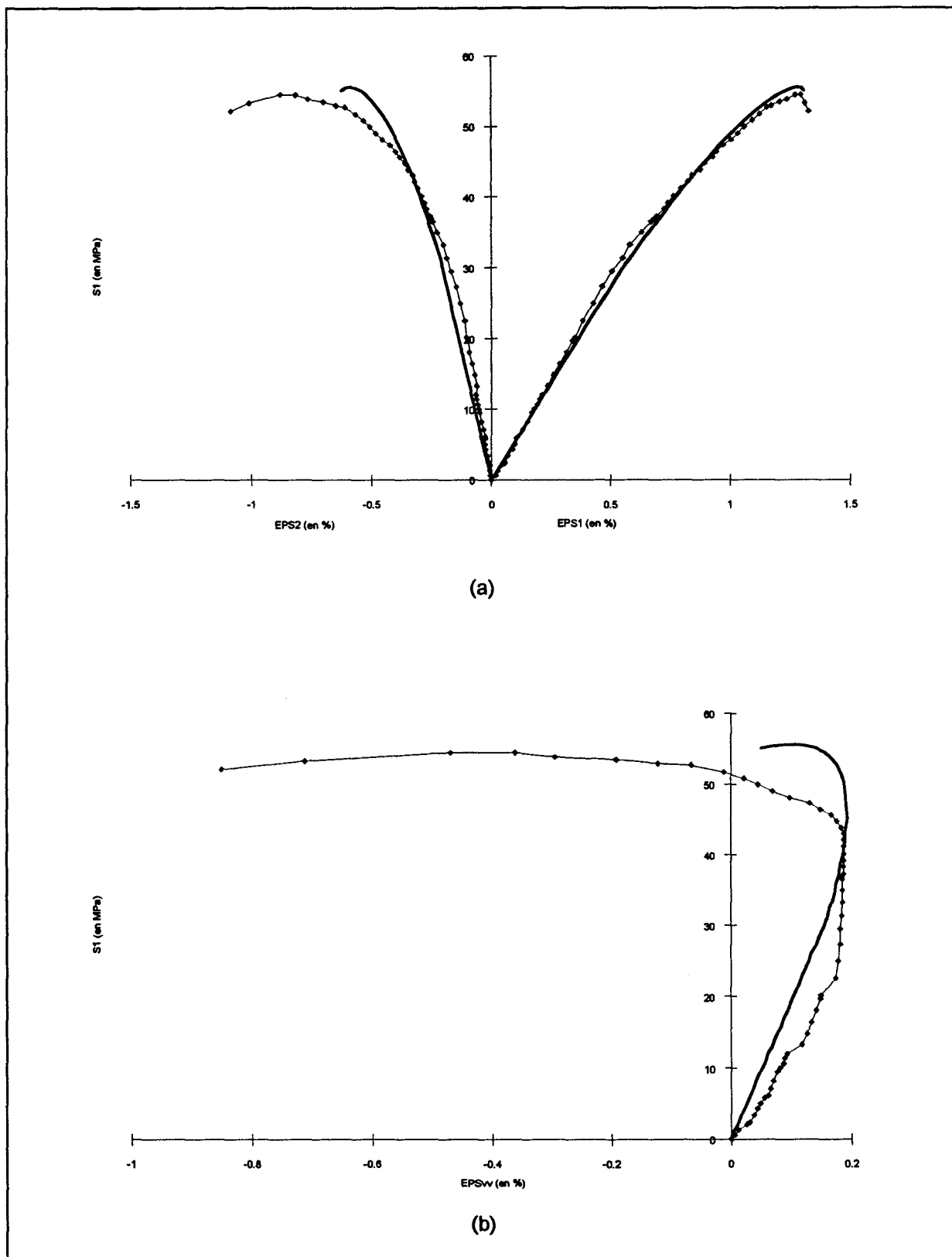


**Figure V.32** :: comparaison simulation (—) - expérience (—◆—) pour un essai de compression triaxiale réalisé à une pression de confinement de 15 MPa  
 (a) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_1$  et  $EPS_2$   
 (b) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_v$





**Figure V.33:** comparaison simulation (—) - expérience (—◆—) pour un essai de compression triaxiale réalisé à une pression de confinement de 20 MPa  
 (a)  $(s_1-s_3)$  fonction de  $EPS_1$  et  $EPS_2$   
 (b)  $(s_1-s_3)$  fonction de  $EPS_{vv}$



**Figure V.34:** comparaison simulation (—) - expérience (—◆—) pour un essai de compression triaxiale réalisé à une pression de confinement nulle  
 (a) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_1$  et  $EPS_2$   
 (b) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_v$

### III.3.2- simulation des essais proportionnels

Nous constatons, sur la figure V.35 et V.36, une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et la simulation. Cependant, les déformations transverses ne sont pas retranscrites avec autant de précision que les déformations axiales. Ceci se remarque facilement sur les simulations des variations de volume.

On peut également remarquer que, bien que l'essai proportionnel réalisé à un rapport  $K=20$  soit moins bien retranscrit, la chute de la contrainte à la rupture entre ces deux essais est parfaitement rendue par le modèle.

### III.3.3- Influence des paramètres

L'influence des paramètres a été réalisée par une variation de plus ou moins 10% de la valeur déterminée. Afin d'étudier cette sensibilité des paramètres, nous avons choisi de simuler deux essais : l'essai de compression triaxial à une pression de confinement de 15 MPa et l'essai proportionnel à  $K=10$ .

La première remarque de l'étude de la sensibilité des paramètres est que le paramètre  $\alpha$  n'a pas d'influence sur le comportement simulé.

Le paramètre  $\beta$  n'a que peu d'influence sur la simulation des déformations axiales. Cependant, il influe sur la simulation des déformations transverses (Figure V.37).

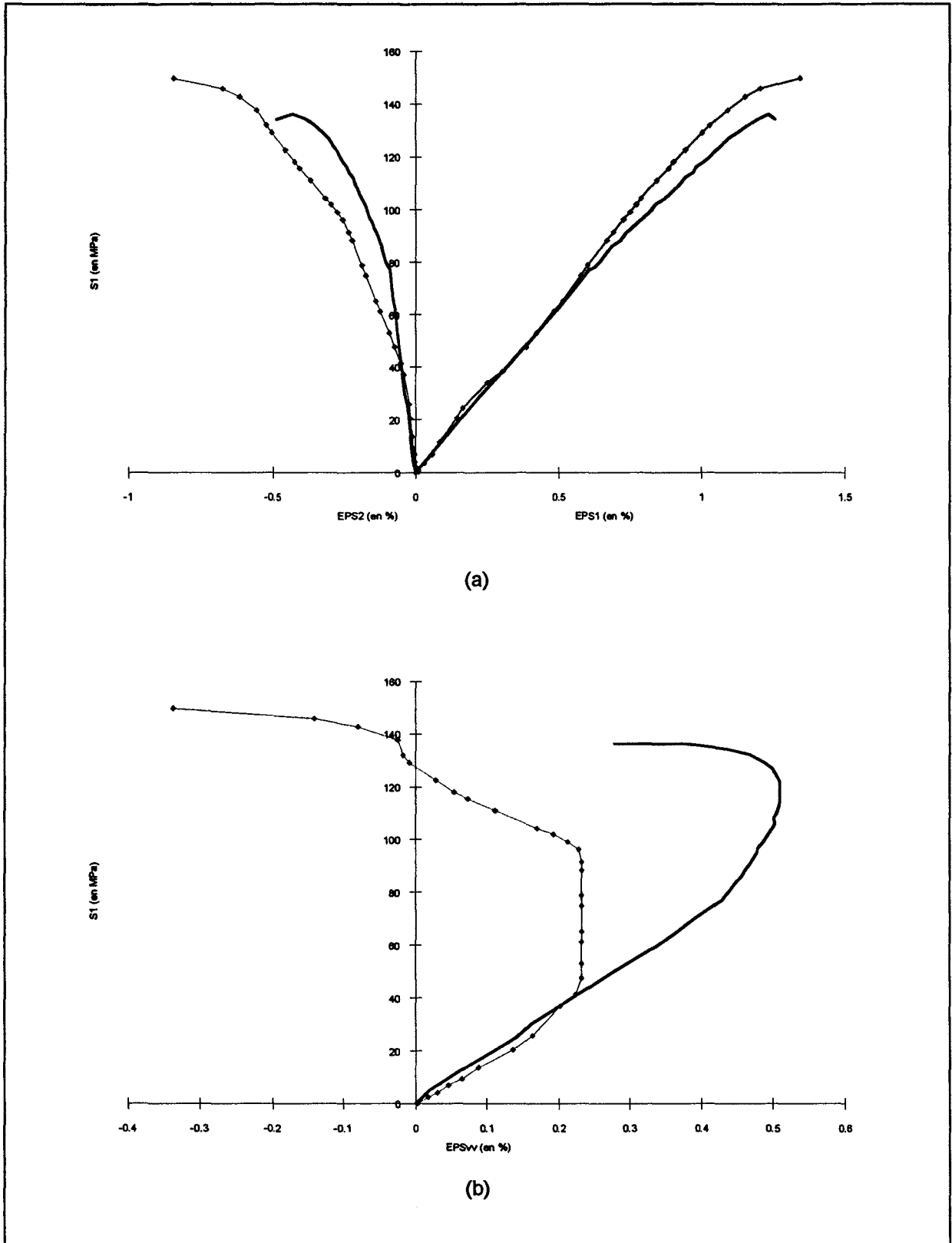
$C_0$  est le paramètre qui définit la fin de la zone élastique dans la fonction de charge. On remarque que  $C_0$  a une influence sur la contrainte ultime avec une croissance de celle-ci avec  $C_0$  (Figure V.38). Ce paramètre a peu d'influence sur les déformations axiales. En effet, on remarque que les déformations axiales à la rupture ne varient presque pas. Par contre, il en a sur la les déformations transverses. On observe, à la rupture, que celles-ci croissent avec l'augmentation de  $C_0$ .

$C_1$  est un paramètre important du modèle car il régit l'évolution de l'endommagement. Il en est de même pour  $g$ . On remarque que  $C_1$  et  $g$  ont une grande influence (Figure V.39, V.40) sur le comportement simulé et qu'ils ont des effets contraires. En effet, une augmentation de  $C_1$  se traduit par une augmentation de la phase d'endommagement alors que pour  $g$ , celle-ci diminue. Ceci s'explique par le fait que ces deux paramètres interviennent dans le calcul de l'endommagement par un rapport :

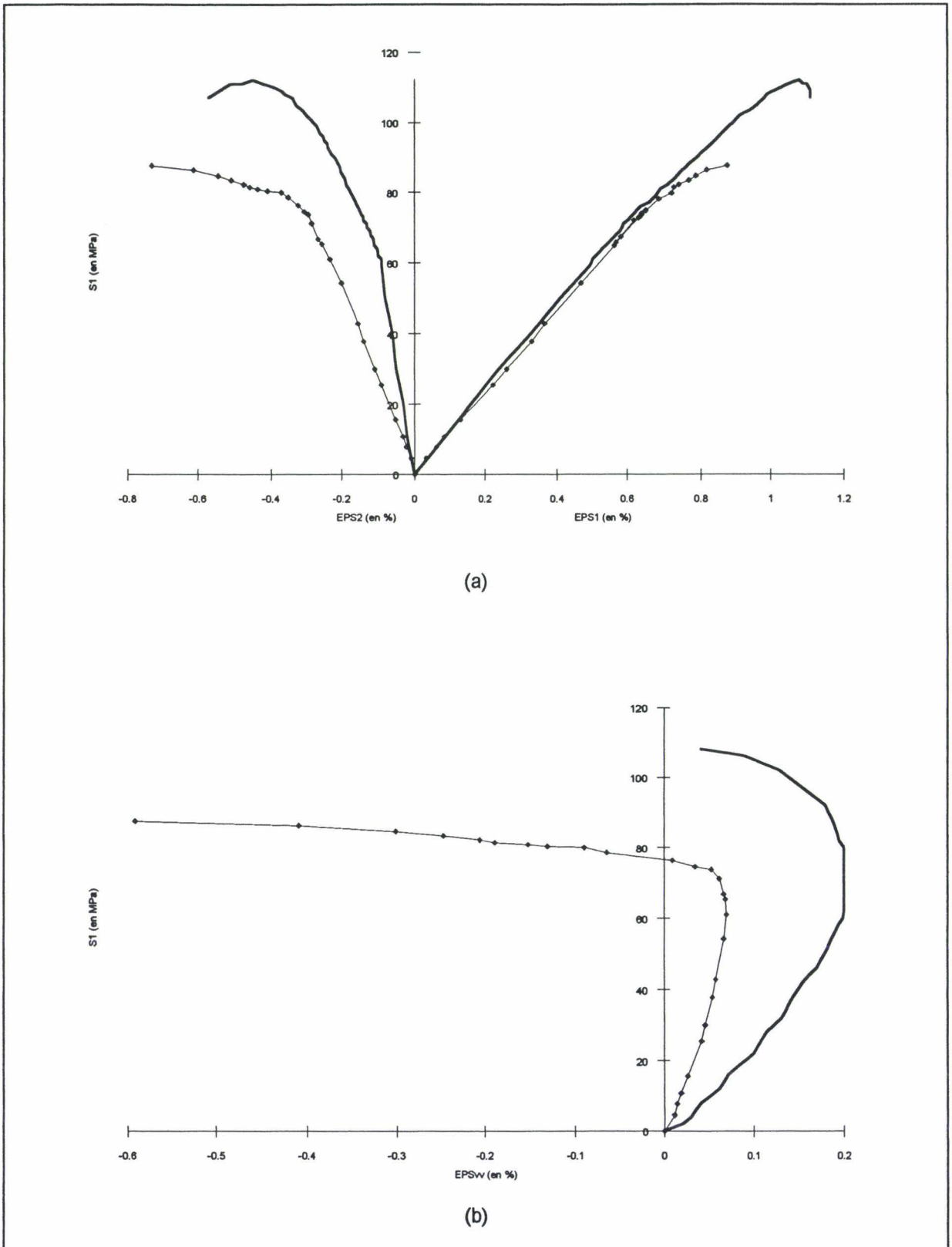
$$D = - \frac{|g| \varepsilon_2^+ + c_0}{2 C_1} \quad (V.12)$$

### III.3.4- Conclusion

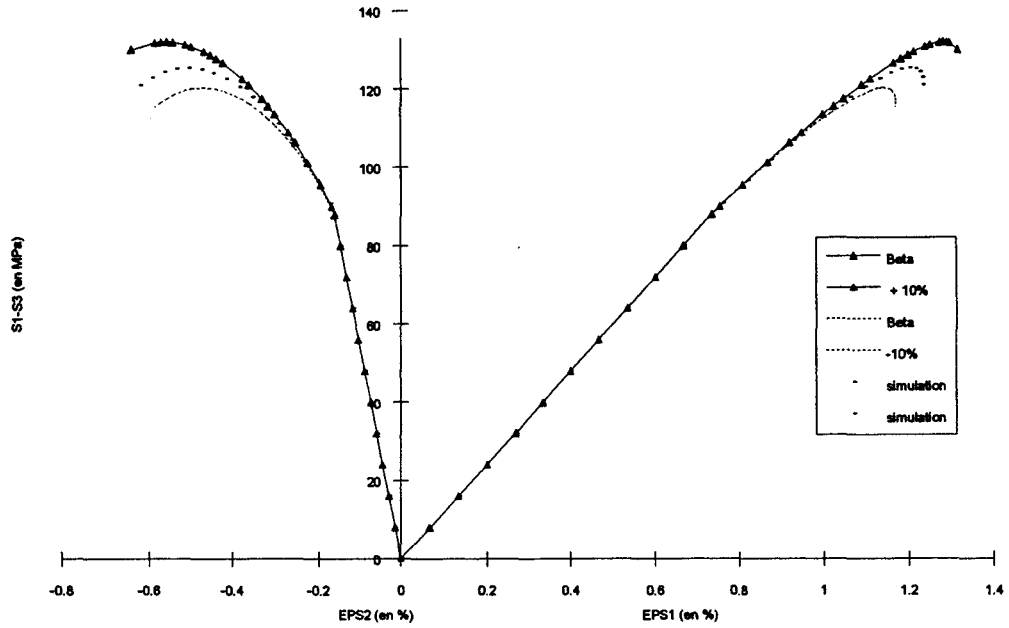
Le modèle de Dragon, malgré une relative simplicité d'écriture, permet de rendre compte correctement du comportement non-linéaire du grès des Vosges étudié. Il permet de retranscrire l'anisotropie induite par un chargement triaxial déviatorique. La détermination des paramètres se fait aisément grâce à un seul essai triaxial. Le modèle ne compte que sept paramètres, ce qui est nettement moins que pour le modèle de Lade précédemment étudié!



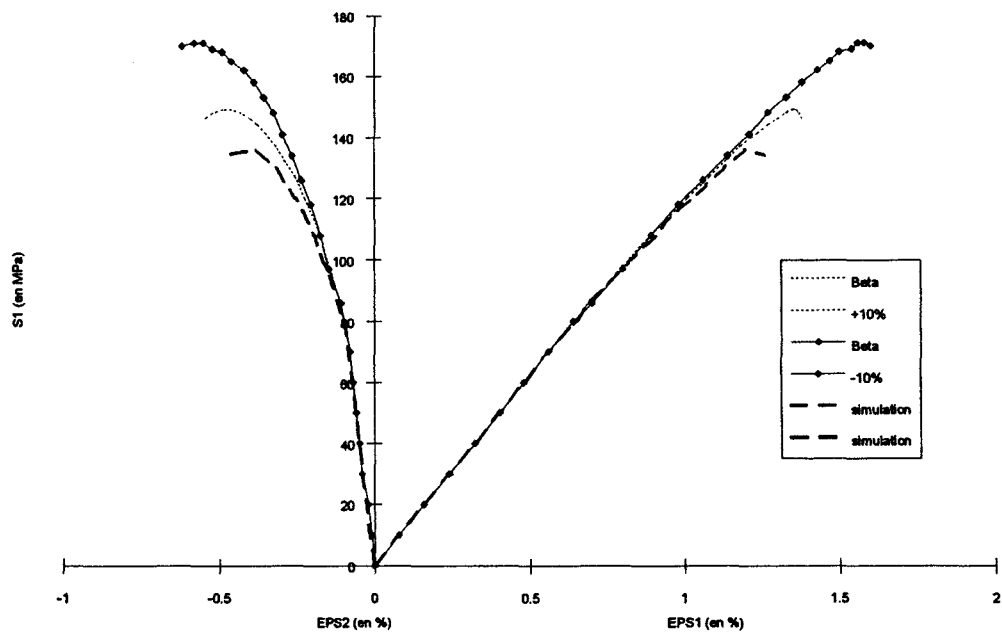
**Figure V.35** : comparaison simulation (—) - expérience (—◆—) pour un essai de compression triaxiale proportionnelle réalisé à un rapport  $K=10$   
 (a) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_1$  et  $EPS_2$   
 (b) ( $s_1-s_3$ ) fonction de  $EPS_v$



**Figure V.36** : comparaison simulation (—) - expérience (—◆—) pour un essai de compression triaxiale proportionnelle réalisé à un rapport  $K=20$   
 (a)  $(s_1-s_3)$  fonction de  $EPS_1$  et  $EPS_2$   
 (b)  $(s_1-s_3)$  fonction de  $EPS_v$

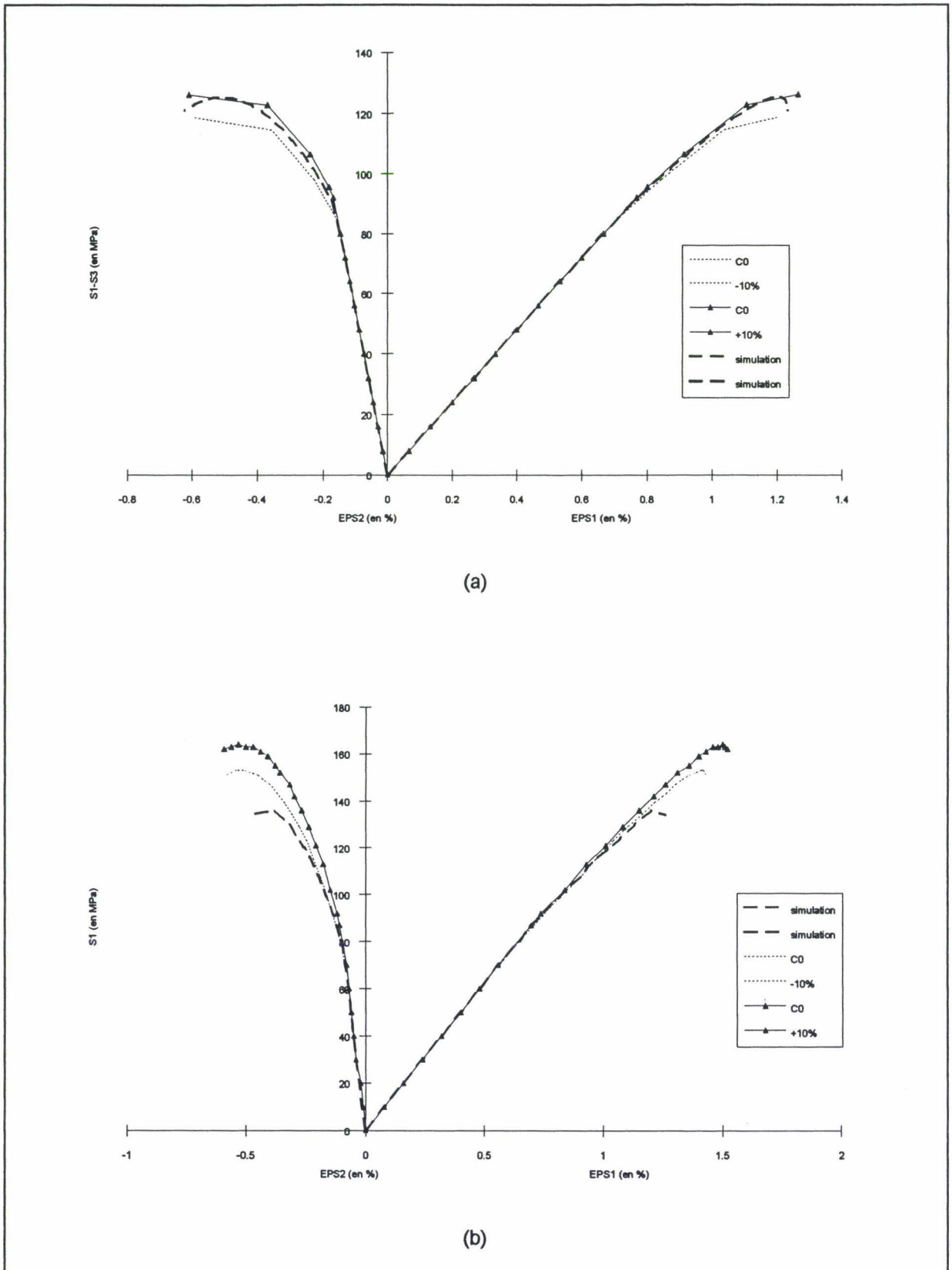


(a)

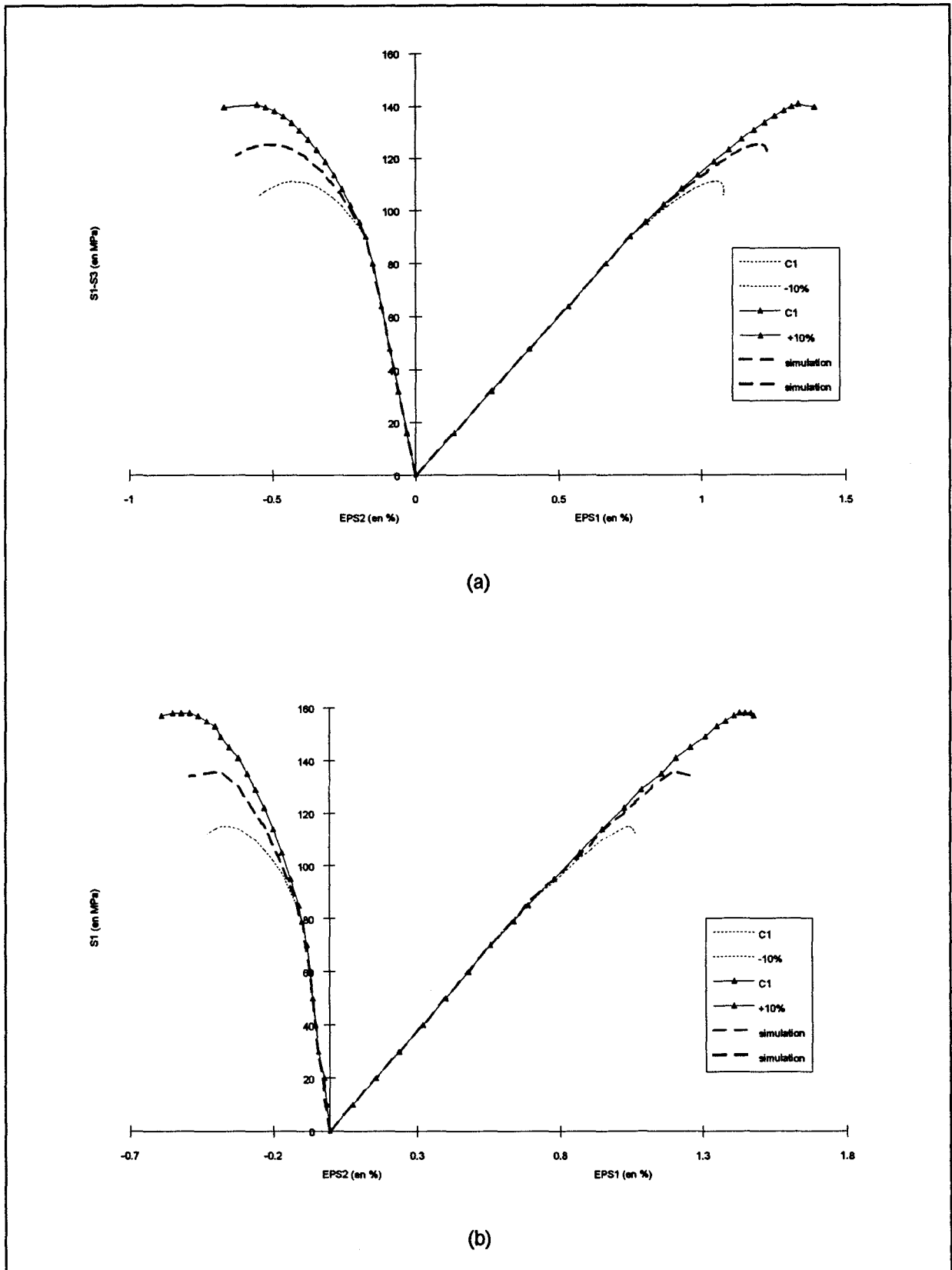


(b)

**Figure V.37** : influence du paramètre Beta sur la simulation d'un essai de compression triaxiale réalisé à 15 MPa de confinement (a) et un essai de compression triaxiale proportionnel réalisé à un rapport  $K=10$

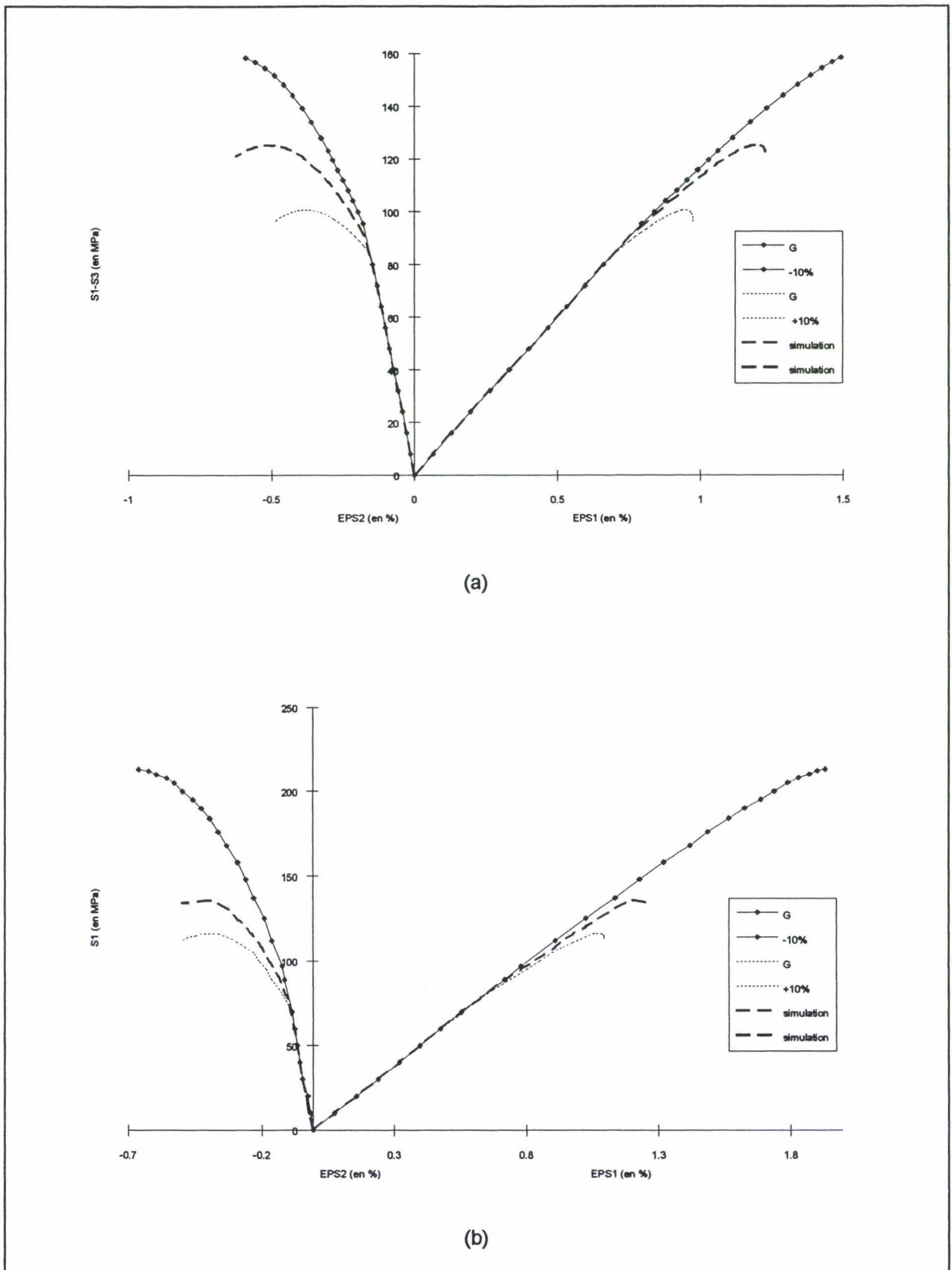


**Figure V.38** : influence du paramètre  $C_0$  sur la simulation d'un essai de compression triaxiale réalisé à 15 MPa de confinement (a) et un essai de compression triaxiale proportionnel réalisé à un rapport  $K=10$



**Figure V.39** : influence du paramètre  $C_1$  sur la simulation d'un essai de compression triaxiale réalisé à 15 MPa de confinement (a) et un essai de compression triaxiale proportionnel réalisé à un rapport  $K=10$





**Figure V.40** : influence du paramètre  $G$  sur la simulation d'un essai de compression triaxiale réalisé à 15 MPa de confinement (a) et un essai de compression triaxiale proportionnel réalisé à un rapport  $K=10$

### III.4- Modélisation par la méthode des éléments finis

#### III.4.1- Introduction

Cette modélisation garde la démarche générale explicitée au chapitre IV.2.3. Nous avons donc intégré la loi de comportement dans l'algorithme général. Cependant, nous allons expliciter quelques points comme la stabilité de l'algorithme et le point d'arrêt de celui-ci. En effet, contrairement au modèle de Lade, le modèle de Dragon ne présente pas de critère de rupture.

Concernant la stabilité de l'algorithme de résolution, nous avons choisi un schéma d'intégration implicite comme le préconisent Cormery (10) et Pham (74). En effet, le schéma implicite est, a priori, inconditionnellement stable. De plus, en vérifiant le critère d'endommagement au début et à la fin de chaque pas, celui-ci permet d'approcher la relation de consistance  $\dot{f} = 0$ .

Le critère d'arrêt du calcul se traduit par la négativité de la puissance dissipée  $\Phi$ . En effet, le modèle de Dragon est un modèle à endommagement progressif à seuil. La puissance dissipée est, dans ce cas, proportionnelle à l'accroissement de la variable décrivant les irréversibilités, c'est-à-dire l'endommagement D. Ceci se traduit par :

$$\Phi = F^D : \dot{D} \quad (V.13)$$

Le second principe de la thermodynamique impose à la dissipation l'inégalité suivante :

$$\Phi \geq 0 \quad (V.14)$$

Donc, dès que  $\Phi$  cesse d'être positive, la procédure est arrêtée.

Les paramètres utilisés permettant de réaliser les simulations des essais de torsion sont ceux déterminés à l'aide de l'essai triaxial.

#### III.4.2- Simulation des essais de torsion compression hydrostatique

Les figures V.44 à V.48 représentent les simulations des essais de torsion compression pour des pressions hydrostatiques de 0, 02, 05, 10 et 20 MPa. Comme pour le cas de la craie, le module de cisaillement théorique  $G_c$  et le module expérimental diffèrent sensiblement. Cependant cette différence est moins marquée que pour le cas de la craie d'Haubourdin. On a reporté, dans le tableau V.41, le rapport X de ces deux modules en fonction de la pression hydrostatique.

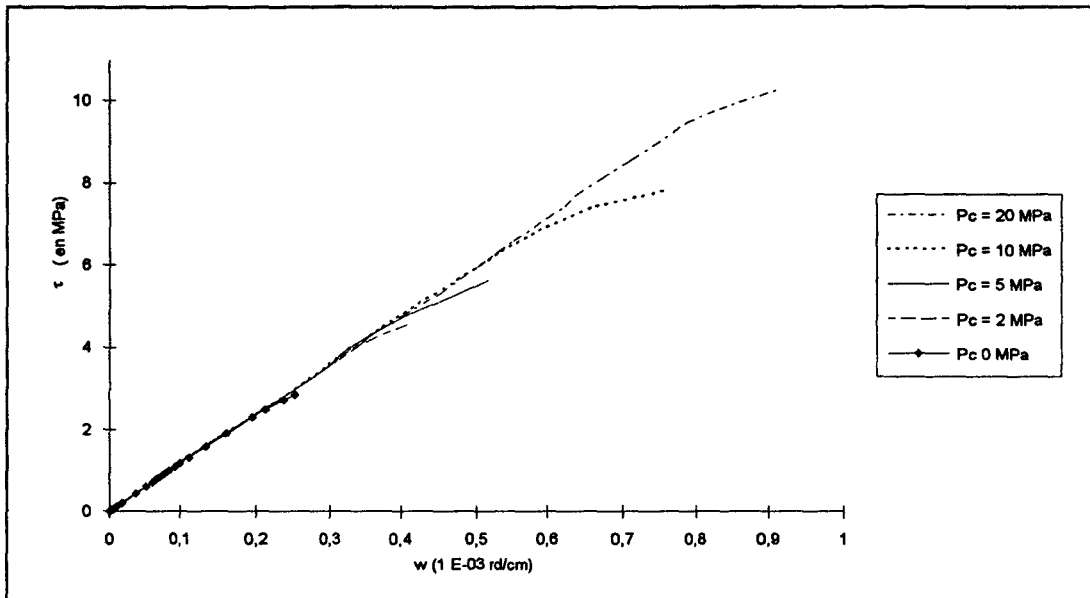
| Pression hydrostatique<br>(en MPa) | 0    | 02  | 05   | 10   | 20   |
|------------------------------------|------|-----|------|------|------|
| X                                  | 0.70 | 0.9 | 1.22 | 1.74 | 2.82 |

**Tableau V.41** : évolution du paramètre X en fonction de la pression hydrostatique

On remarque que la prise en compte du coefficient X permet de retrouver un démarrage de courbe similaire à celle observée expérimentalement, sur les courbes donnant la déformation angulaire  $w$  en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau$ . On observe cependant une bonne corrélation entre les simulations et les courbes expérimentales. Cependant, le modèle surestime la contrainte par rapport à celle mesurée expérimentalement. On peut noter que cette différence est moins importante pour l'essai réalisé à une pression hydrostatique de 10 MPa. Les simulations se décomposent en deux parties :

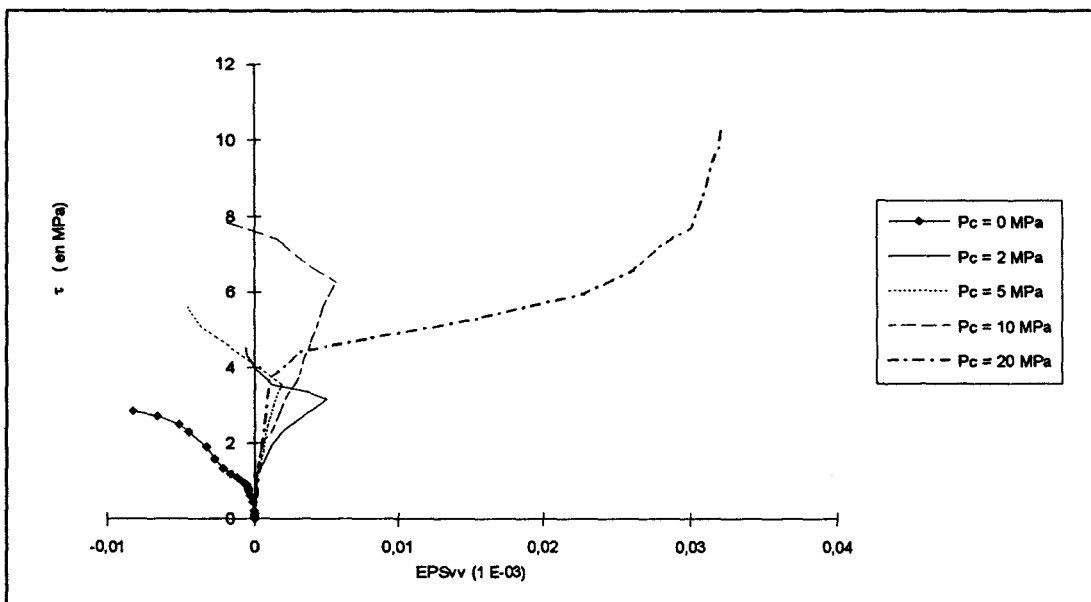
- une zone linéaire traduisant un comportement élastique du matériau. L'amplitude de cette zone augmente avec la pression hydrostatique (figure V.42).

● une seconde zone reflétant un endommagement progressif du matériau. On observe également que l'amplitude de cette zone augmente avec la pression hydrostatique.

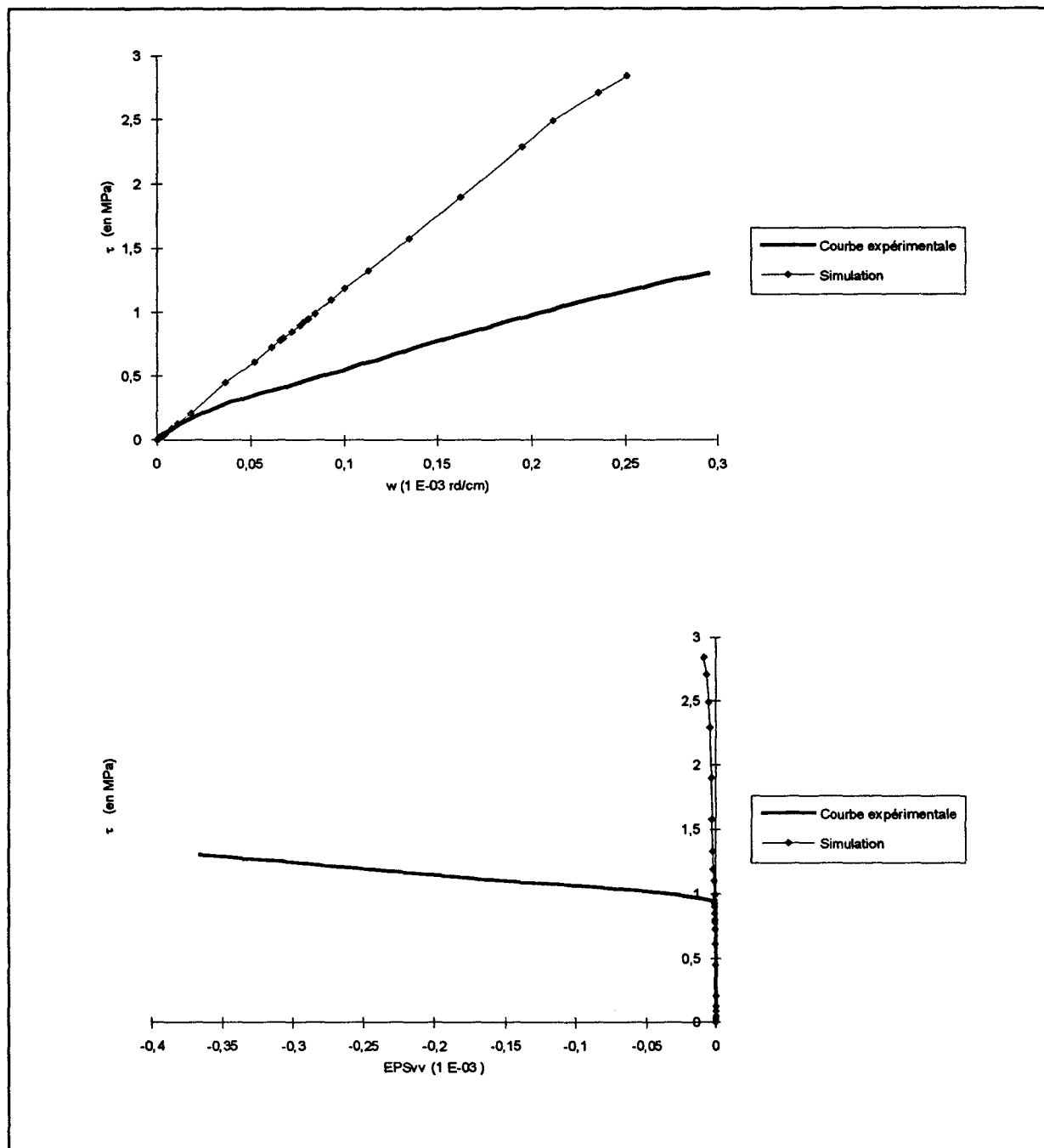


**Figure V.42** : simulation des essais de torsion compression hydrostatique

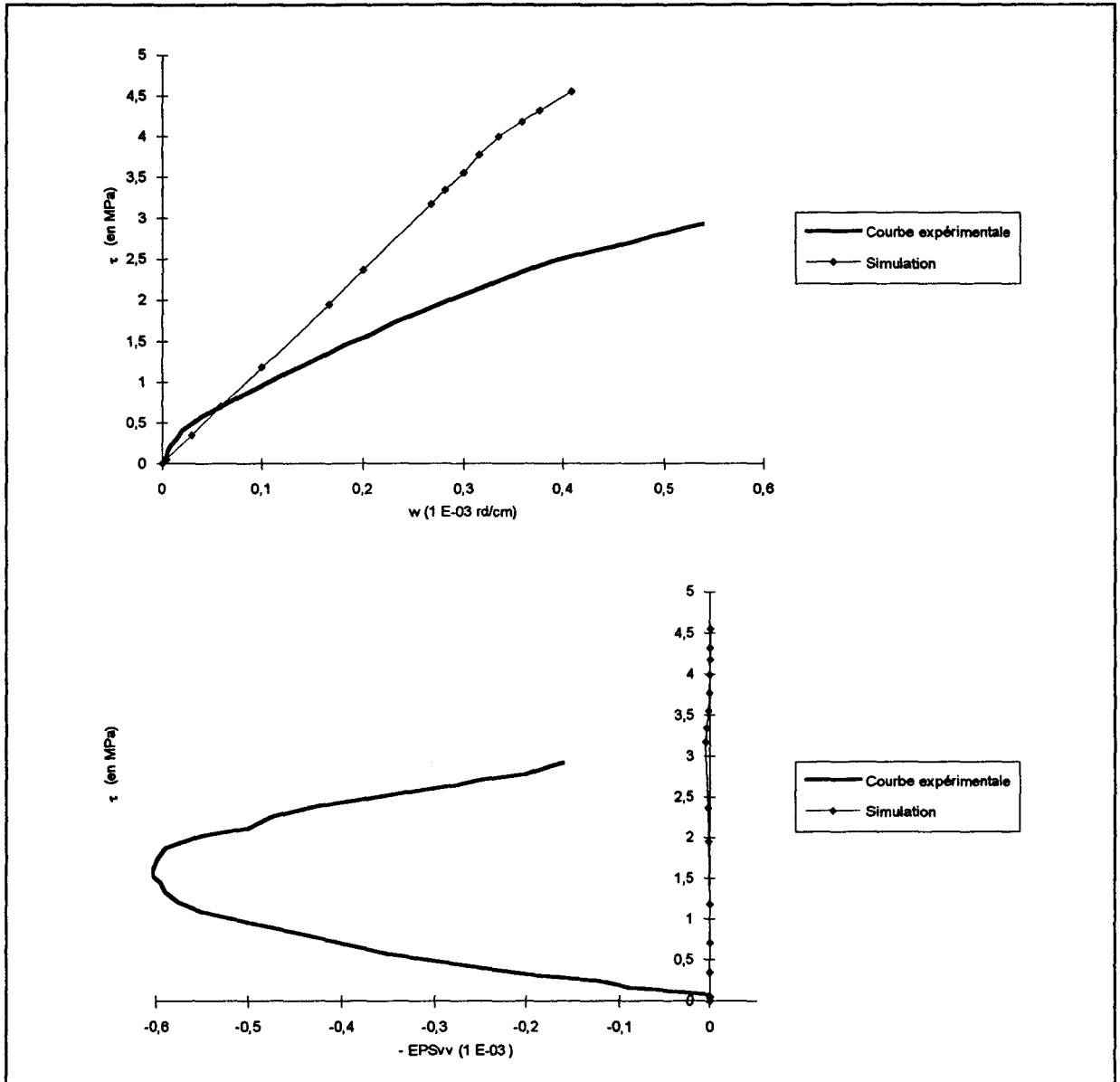
Comme pour la craie d'Haubourdin, on peut constater que les déformations volumiques simulées sont nettement inférieures à celles obtenues expérimentalement. Cependant, le modèle de Dragon retranscrit le comportement dilatant ou contractant-dilatant du grès des Vosges (figure V.43). Ces déformations volumiques sont plus importantes lorsqu'on se trouve dans la zone non linéaire de la courbe déformation angulaire  $w$  en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau$ .



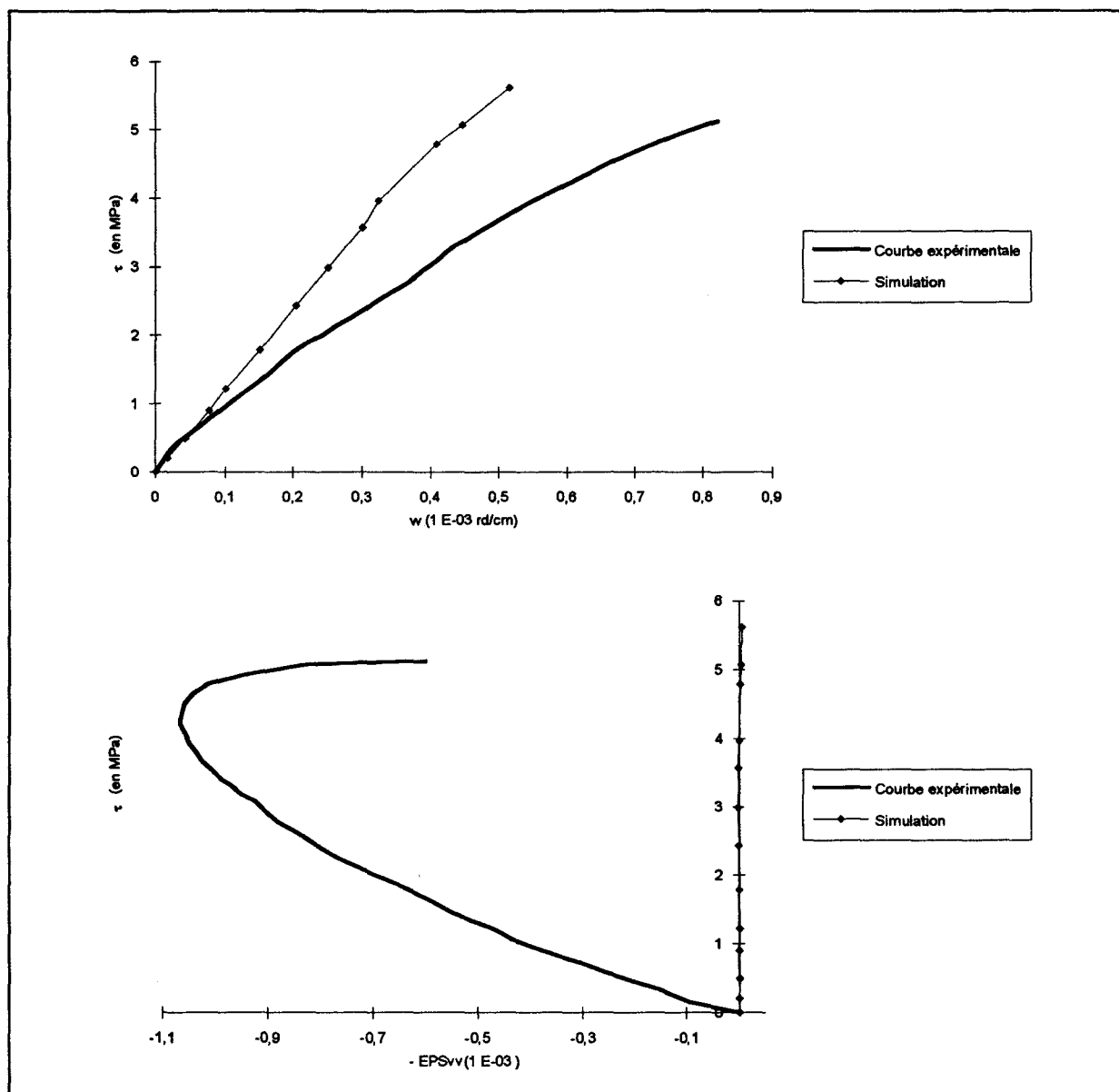
**Figure V.43** : simulation des essais de torsion compression hydrostatique



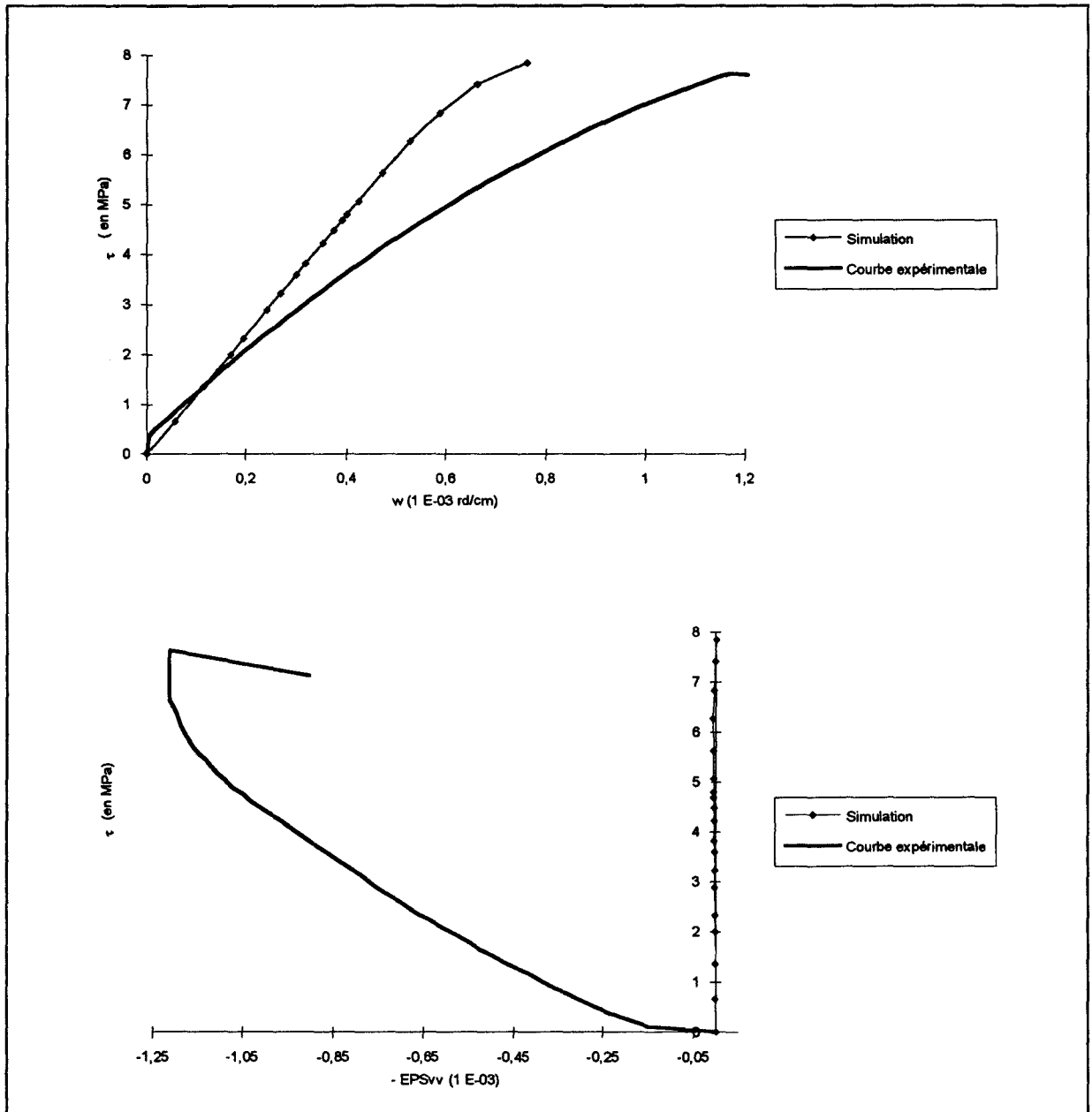
**Figure V.44.** : Simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 0 MPa



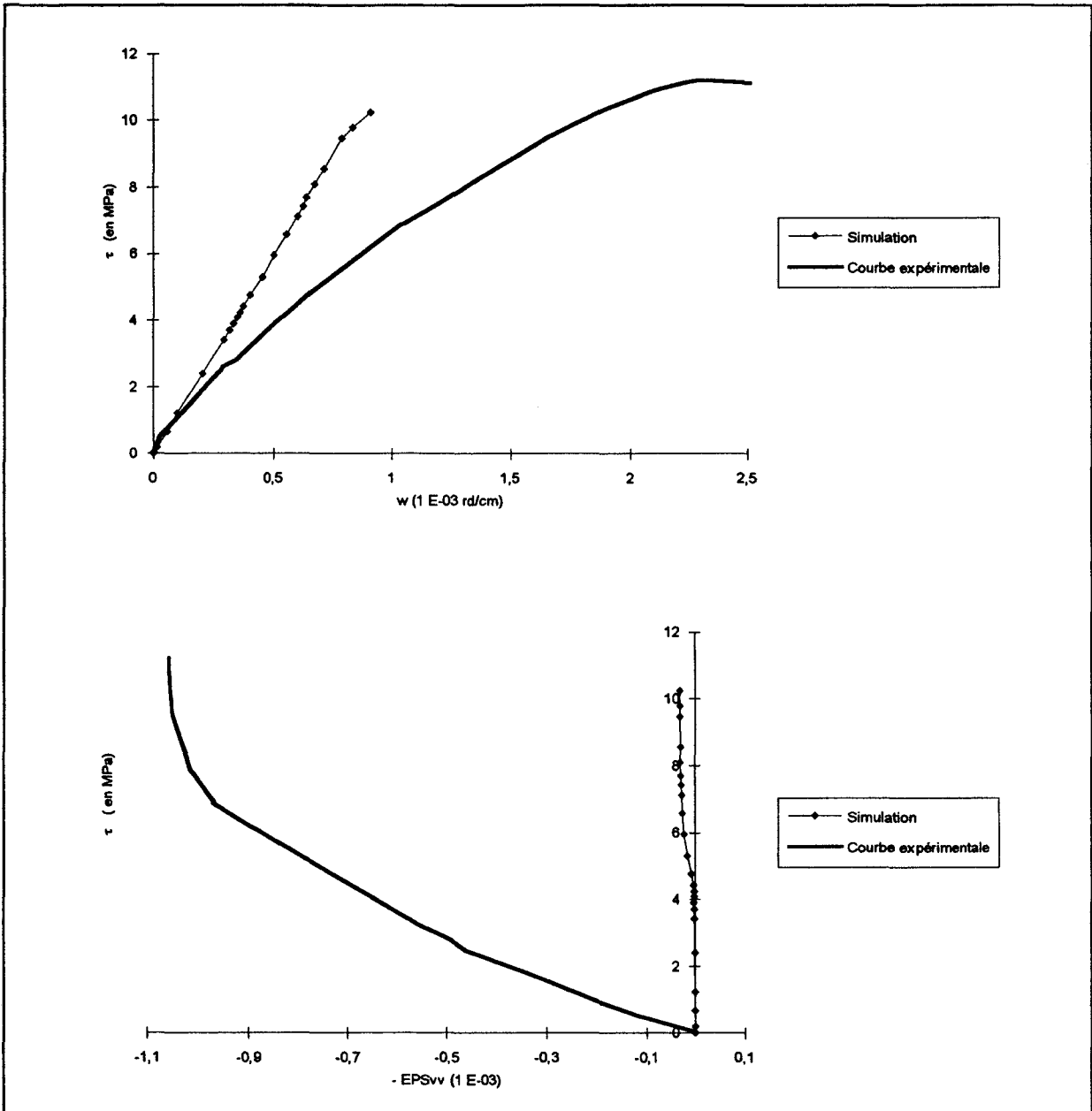
**Figure V.45** : Simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 02 MPa



**Figure V.46.** :Simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 05 MPa



**Figure V.47.:** Simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 10 MPa



**Figure V.48.** :Simulation de l'essai de torsion compression hydrostatique réalisé à 20 MPa



Comme on peut le constater, la simulation réalisée à 10 MPa de pression hydrostatique présente une meilleure corrélation avec la courbe expérimentale. Or, les paramètres ont été déterminés à l'aide de l'essai triaxial déviatorique à 10 MPa de confinement. Ceci nous montre qu'il pourrait exister un lien entre la pression de confinement et les paramètres du modèle de Dragon. Ceci pourrait expliquer la différence entre les courbes simulées et expérimentales.

De plus, lors des simulations et de la détermination des paramètres, on considère l'endommagement initial nul de l'échantillon. Or, pour des pressions hydrostatiques inférieures à 20 MPa, nous nous trouvons en dessous du seuil de fermeture des microfissures naturelles. Ce problème rejoint le précédent dans la mesure où la pression hydrostatique joue un rôle important.

### **III.4.3 Simulation des essais de torsion compression déviatorique**

Comme pour les simulations des essais de torsion compression hydrostatique, les simulations des essais de torsion compression déviatorique surestiment les contraintes de cisaillement à la rupture (figures V.49 à V.51). On peut cependant noter que, pour une pression moyenne proche de 10 MPa, les simulations présentent une bonne corrélation avec les courbes expérimentales.

En ce qui concerne les variations de volume, on observe une bonne corrélation pour les faibles pressions hydrostatiques (figure V.49). Pour les pressions hydrostatiques plus élevées, les déformations volumiques sont nettement plus petites que celles observées expérimentalement. Cependant, on retrouve une allure de courbes retranscrivant correctement le comportement contractant-dilatant du grès.

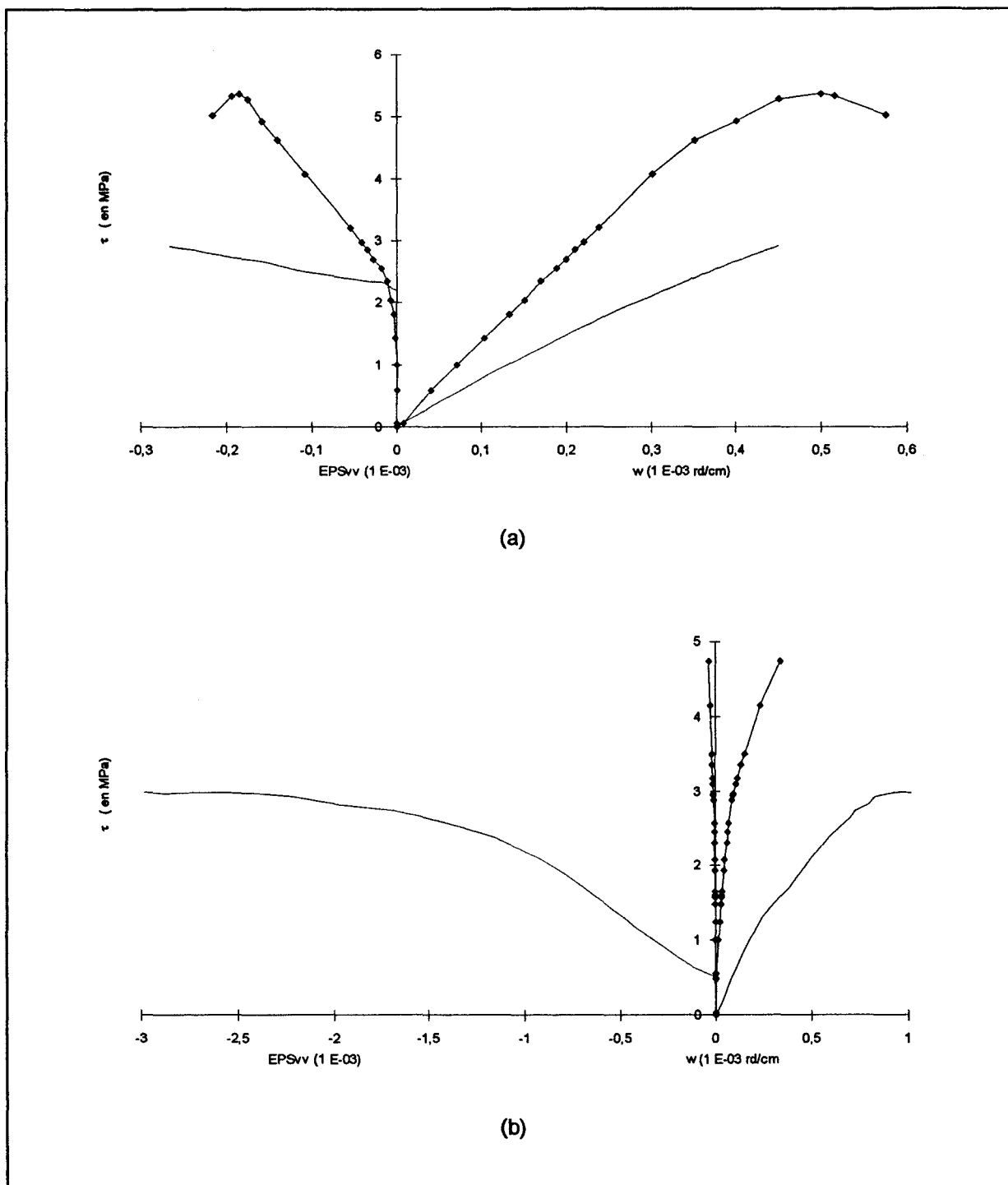
Sur les figures V.52 à V.56 représentant les simulations pour une pression hydrostatique constante, on remarque une augmentation du module tangent initial avec l'augmentation du déviateur. Ceci est bien en accord avec les observations expérimentales. Cependant, la contrainte à la rupture pour le second déviateur est inférieure à celle du premier déviateur. L'endommagement étant plus rapide pour le second déviateur, on ne retrouve pas l'effet de raideur engendré par un déviateur croissant observé expérimentalement.

### **III.5- Conclusion**

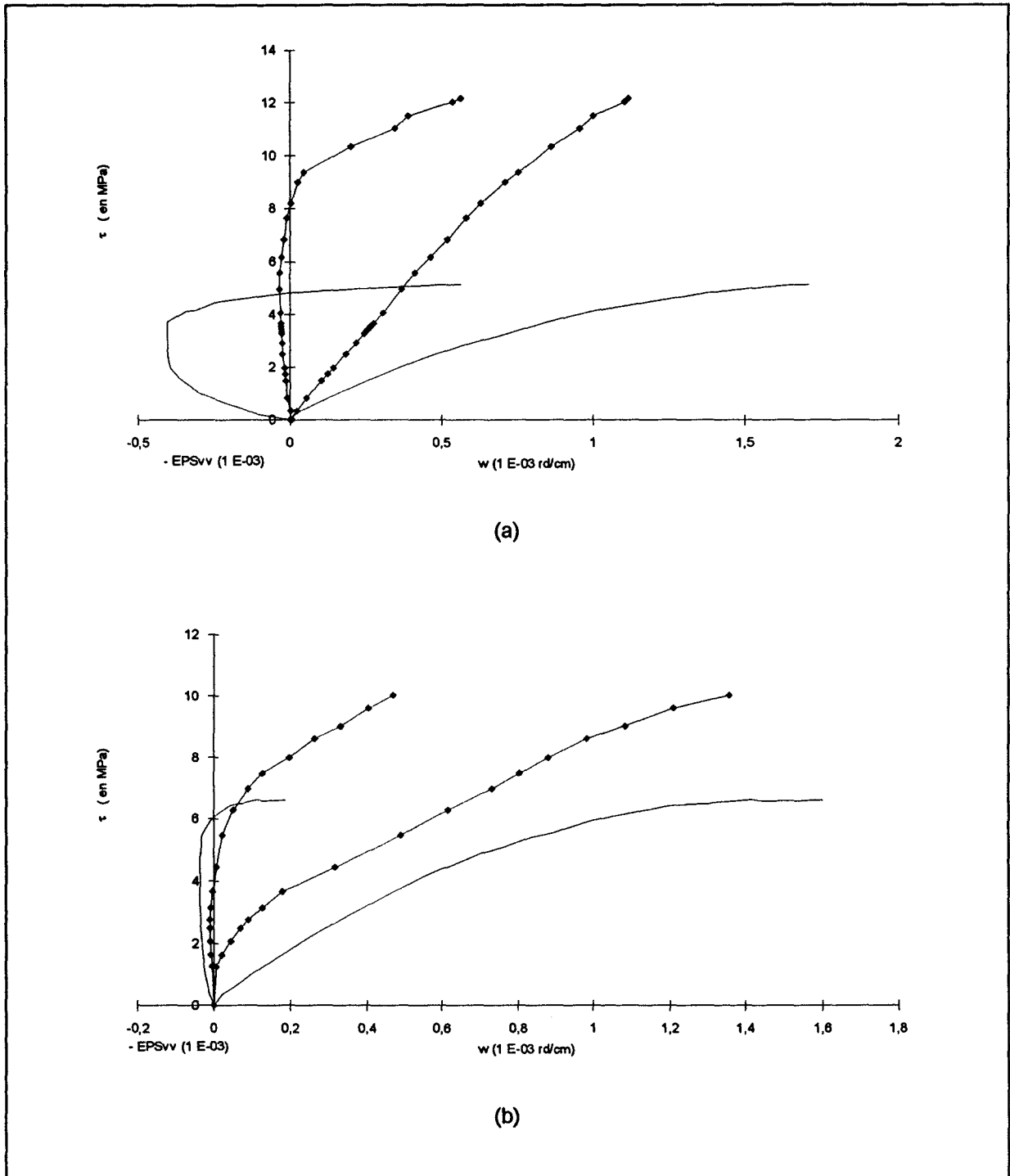
Le grès des Vosges étudié présente, sous des chemins de sollicitation avec rotation d'axes principaux, un comportement élasto-endommageable. Les essais réalisés montrent que le mécanisme principal de dégradation du matériau est l'ouverture et la fermeture des microfissures, et le frottement des lèvres de celles-ci. On a pu dégager, des courbes couple-déformation angulaire, deux zones correspondant à un comportement élastique et un comportement endommageant avec une évolution des déformations irréversibles.

Le modèle de **Dragon**, à l'aide d'un jeu de paramètres déterminés à partir d'un seul essai triaxial classique, permet de retranscrire correctement le comportement d'un grès des Vosges sous chemins de sollicitation avec rotation des axes principaux. Bien que les valeurs de déformation volumique simulées soient nettement inférieures aux mesures expérimentales, ce modèle permet de retranscrire une allure de courbe et notamment la dilatance de façon correcte.

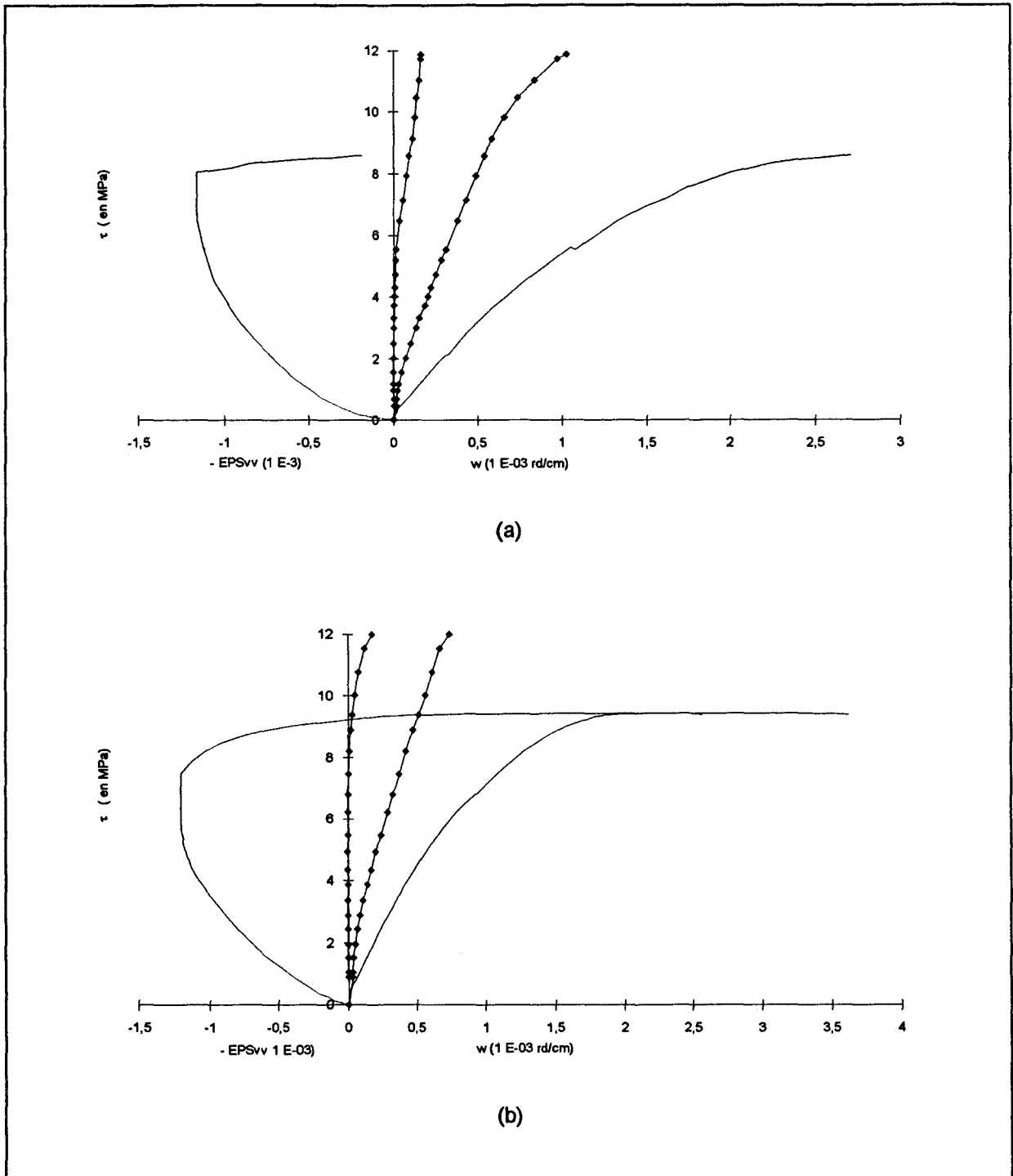
Les essais ayant été faits à des pressions de confinement inférieures au seuil de fermeture des microfissures, nous avons pu mettre en évidence une certaine sensibilité des paramètres à la pression hydrostatique. En effet, l'endommagement initial est considéré nul alors que, pour les pressions inférieures au seuil de fermeture des microfissures, celui-ci ne l'est pas. Pour prendre en compte cet endommagement initial, il faudrait connaître précisément l'état de microfissuration initial!



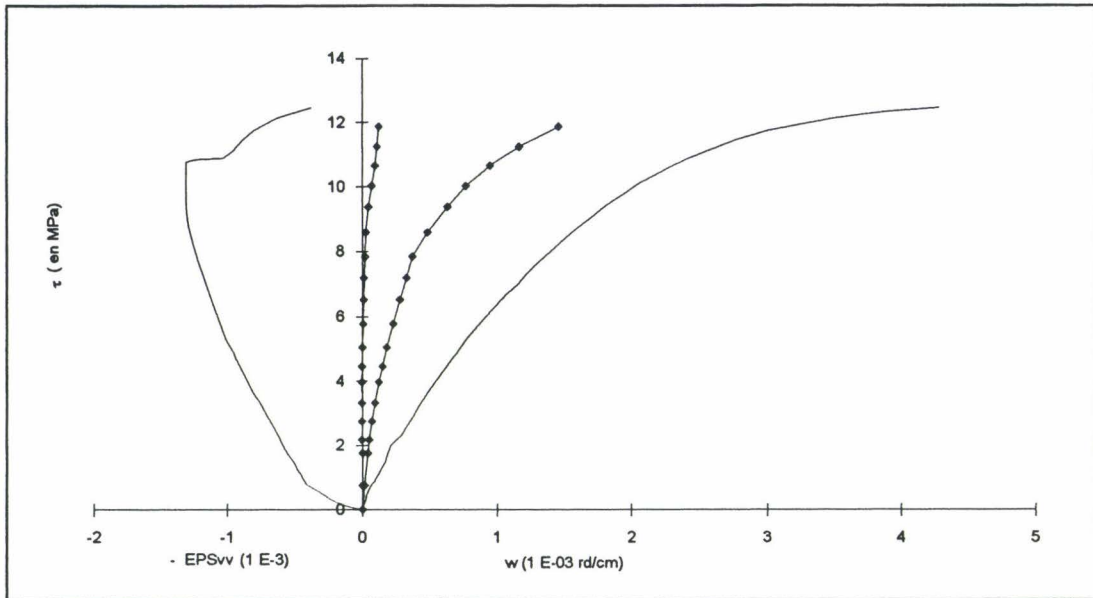
**Figure V.49 :** comparaison simulation (—◆—) - expérience (—) pour des essais de torsion compression déviatorique réalisé à une pression hydrostatique de 0 MPa et deux déviateurs axiaux de 08 MPa (a) et 16 MPa (b)



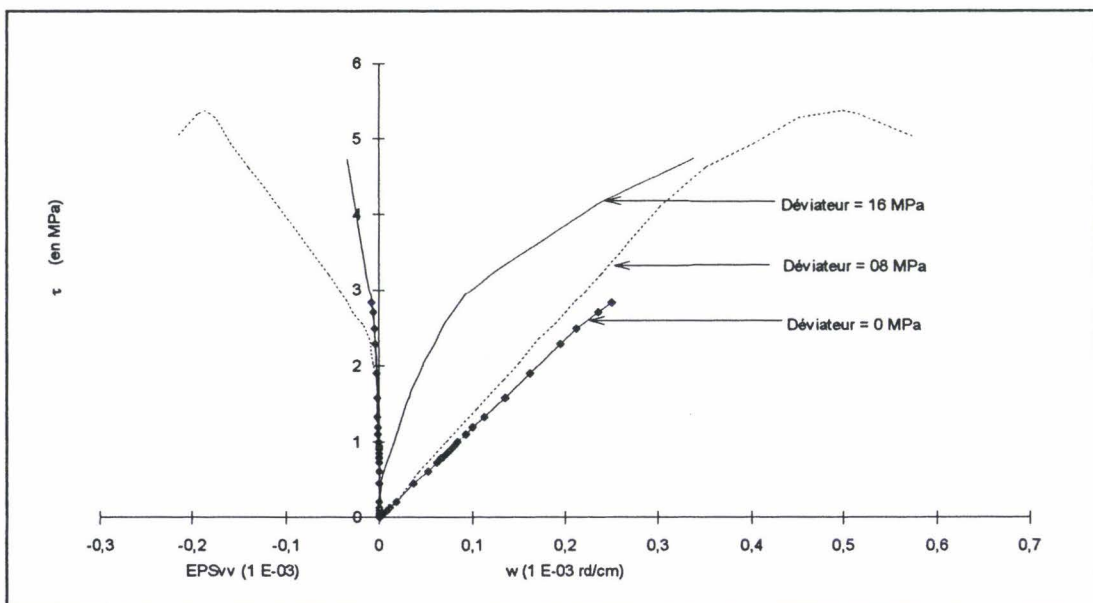
**Figure V.50** : comparaison simulation (—◆—) - expérience (—) pour des essais de torsion compression déviatorique réalisé à une pression hydrostatique de 02 MPa et deux déviateurs axiaux de 13 MPa (a) et 25 MPa (b)



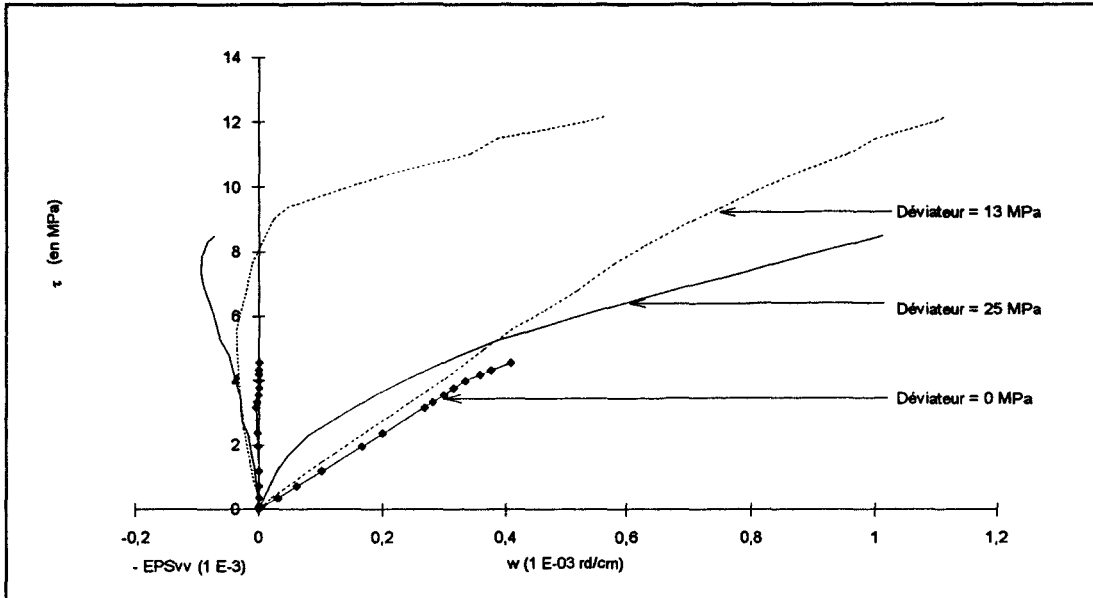
**Figure V.51:** comparaison simulation (—◆—) - expérience (—●—) pour des essais de torsion compression déviatorique réalisé à une pression hydrostatique de 05 MPa et deux déviateurs axiaux de 25 MPa (a) et 40 MPa (b)



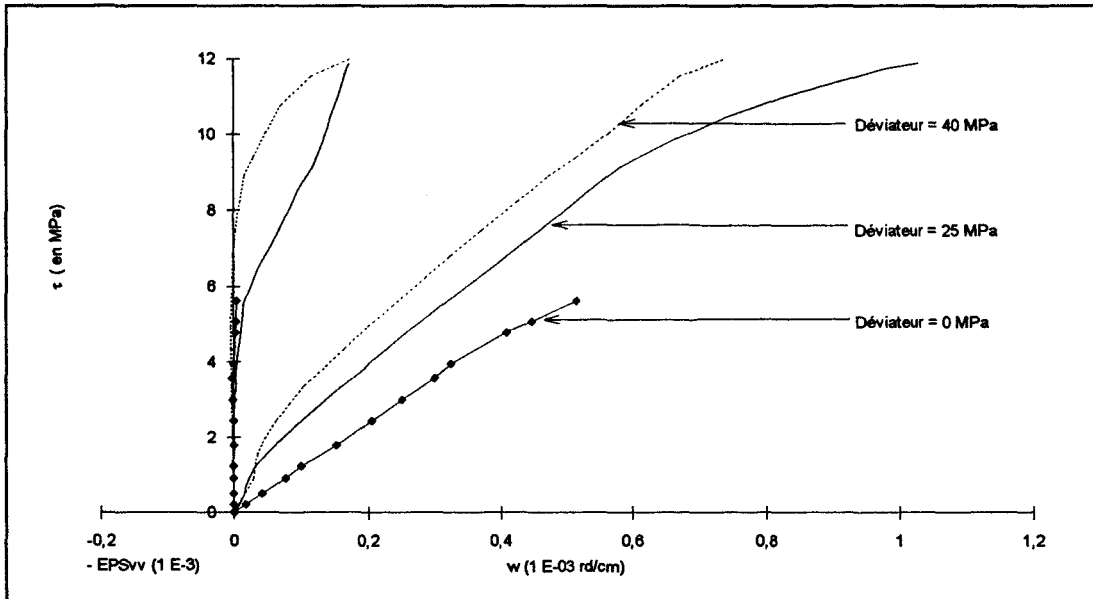
**figure V.52 :** comparaison simulation (—◆—) - expérience (—) pour des essais de torsion compression déviatorique réalisé à une pression hydrostatique de 10 MPa et un déviateur axial de 40 MPa .



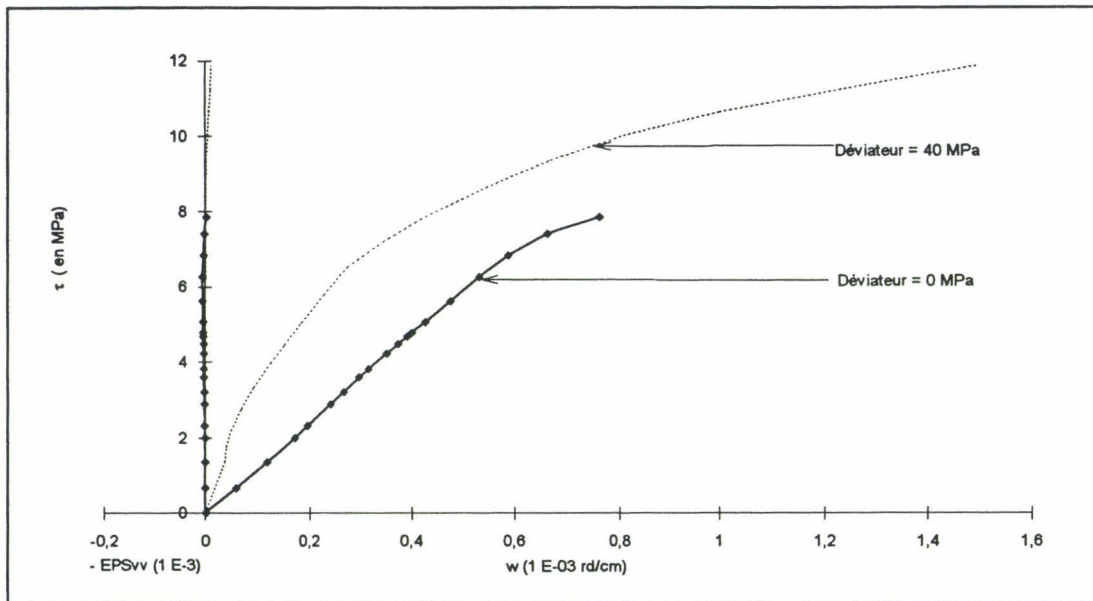
**Figure V.53:** simulation des trois essais de torsion compression déviatorique réalisés à une pression hydrostatique de 0 MPa



**Figure V.54:** simulation des trois essais de torsion compression déviatorique réalisés à une pression hydrostatique de 02 MPa



**Figure V.55:** simulation des trois essais de torsion compression déviatorique réalisés à une pression hydrostatique de 05 MPa



**Figure V.56 :** simulation des trois essais de torsion compression déviatorique réalisés à une pression hydrostatique de 10 MPa

**CONCLUSION GENERALE**



L'existence de la rotation des axes principaux in-situ (creusement de galerie, fondations offshore, cavité souterraine, bassins) est un phénomène observé fréquemment. Les modèles utilisés afin de dimensionner et de vérifier la stabilité des ouvrages ne tiennent pas compte explicitement, pour la plupart d'entre eux, de cette rotation. On peut alors s'interroger sur leur validité sous de tels chemins. Notre étude s'inscrit donc dans cette voie.

Le choix des matériaux que nous avons étudié est lié aux problèmes rencontrés en Géotechnique. En effet, les difficultés rencontrés sur les champs pétrolifères par exemple, montrent qu'il existe encore des lacunes au niveau de la compréhension, et de l'analyse du comportement des géomatériaux. Nous avons donc étudié le comportement d'une craie blanche du Nord de la France provenant de la carrière d'Haubourdin et un grès des Vosges. Ce choix est également guidé par le souci de tester deux roches de comportement différent. En effet, le comportement de la craie étudiée est de type élasto-plastique. Celui du grès est élasto-endommageable à anisotropie induite.

Parmi les modèles existants et applicables au cas de la craie (modèle de **Cam-Clay**, **Desai**, **Lade**), nous avons choisi le modèle de **Lade**. En effet, celui-ci est étudié depuis de nombreuses années (73, 75, 92) et les résultats obtenus se sont avérés très cohérents sous chemins de sollicitation avec rotation d'axes. Nous poursuivrons donc l'étude de ce modèle à des cas de chargement plus complexe. Parmi les modèles applicables au cas du grès (**Costin**, **Ikogou**, **Dragon**), nous avons choisi le modèle de **Dragon** pour son formalisme thermodynamique et sa formulation très simple. Il permet notamment d'exprimer la relation contrainte déformation directement dans un repère global. De plus, un seul essai triaxial est nécessaire afin de déterminer les paramètres de ce modèle.

Les simulations d'essais triaxiaux classiques, à l'aide du modèle de **Lade**, se sont avérées très correctes. La courbe de compressibilité est presque fidèlement retranscrite. Les essais déviatoriques sont également correctement simulés. De plus, le modèle de **Lade** permet de retranscrire le comportement contractant-dilatant de la craie d'Haubourdin pour des pressions hydrostatiques inférieures au seuil de dégradation  $P_0$ , égal à 10 MPa. Une bonne corrélation est obtenue avec l'essai de validation de type proportionnel.

Les simulations réalisées à partir du modèle de **Dragon** sont tout à fait concordantes vis à vis des essais triaxiaux déviatoriques. Il permet de retranscrire le comportement volumique contractant-dilatant observé expérimentalement. Les validations suivant des chemins de type proportionnel ont été correctement simulées.

Nous avons donc franchi une étape nécessaire mais non suffisante qui est la validité de ces deux modèles sous des chemins de sollicitations sans rotation d'axes. On peut alors s'interroger sur la validité de ces deux modèles suivant des chemins de sollicitation avec rotation d'axes.

Afin de valider ceux-ci, il a été créé à l'Ecole des Mines de Douai un appareillage de torsion compression sur cylindre creux de roches. La non-uniformité des contraintes à travers la paroi de l'échantillon, due à l'application du couple de torsion et à l'encastrement à ses deux extrémités, nécessite une analyse dimensionnelle de l'éprouvette. En se référant aux travaux de **Durand** (27), **Hight** et **Al** (36) et **Karchafi** (50), les dimensions de l'échantillon ont été fixées permettant ainsi d'obtenir un champ de contraintes non perturbé dans le tiers central du cylindre creux. Ces dimensions sont les suivantes :

- Un diamètre extérieur de 70 mm
- Un diamètre intérieur de 35 mm
- Une hauteur totale de 164 mm

L'appareillage, en particulier la cellule d'essai, a été modifié afin d'accroître les capacités de la presse de torsion. Enfin, une calibration a permis de valider les mesures effectuées au cours des essais. Les chemins de sollicitation retenus sont des chemins de compression hydrostatique et déviatorique avant l'application du couple de torsion.

Les pressions hydrostatiques retenues, pour la craie d'Haubourdin, se situent de part et d'autre du seuil de dégradation  $P_0$  ( $P_c = 0, 03, 08, 13$  et  $17$  MPa). Les essais réalisés sur une craie

d'Haubourdin montrent que celle-ci est très sensible à la pression hydrostatique et au déviateur. Pour les essais de torsion compression hydrostatique, le comportement de la craie étudiée est élasto-fragile avant le seuil de dégradation  $P_0$  et ductile avec une grande phase d'écroutissage après celui-ci. On observe également une augmentation du module d'élasticité transversal jusqu'au seuil  $P_0$  puis une diminution assez nette. Le comportement volumique est contractant-dilatant pour de faibles pressions hydrostatiques puis purement contractant. Les cycles de chargement-déchargement ont permis de mettre en évidence la présence de déformations irréversibles non négligeables, surtout après le seuil de dégradation. Le mode de rupture s'effectue alors selon une hélice, dont l'angle d'inclinaison avec l'horizontale augmente avec la pression hydrostatique. Le nombre de ruptures secondaires observées sur les échantillons reconstitués croît également avec la pression hydrostatique.

Pour les essais de torsion compression déviatorique réalisés avant le seuil de dégradation  $P_0$ , un déviateur croissant fait passer le comportement de la craie d'élasto-fragile à ductile. Le comportement volumique pour les essais à déviateur non nul est alors purement contractant. On note également une chute du module d'élasticité transversal avec l'augmentation du déviateur. Après le seuil  $P_0$ , le comportement de la craie semble peu sensible à l'application d'un déviateur.

Le mode de rupture s'effectue selon une hélice d'inclinaison croissante avec le déviateur, mais celle-ci est mêlée à de nombreuses ruptures secondaires. On remarque également, pour des déviateurs élevés, une bande de cisaillement parallèle à l'hélice dans laquelle le matériau est réduit à l'état de poudre fortement compactée.

En fonction de la pression hydrostatique et du déviateur, on peut distinguer deux types de comportement de la craie durant un même essai :

- ① Un comportement de type "matriciel" où l'on sollicite le squelette rocheux. Cette zone est de grande amplitude pour les essais réalisés avant le seuil  $P_0$  et de faibles déviateurs. Pour les autres pressions hydrostatiques et déviatoriques, celle-ci régresse fortement. A la fin de cette zone, l'hélice de rupture apparaît.
- ② Un comportement où l'on observe une décohésion du matériau. Les mécanismes en jeu sont alors des frottements de lèvres de fissures et notamment celles de l'hélice. Les ruptures secondaires se développent dans cette phase. On observe alors une augmentation très nette des déformations irréversibles.

On peut donc conclure à un phénomène de localisation de la craie d'Haubourdin étudiée en torsion.

Les pressions hydrostatiques retenues pour le grès des Vosges se situent en dessous du seuil de fermeture des microfissures ( $P_c = 0, 02, 05, 10$  et  $20$  MPa). Le grès des Vosges présente un type de comportement similaire à celui observé pour les essais triaxiaux. La pression hydrostatique et le déviateur influent sur la création, l'ouverture (et la fermeture), la propagation et la coalescence des microfissures. Les essais de torsion compression hydrostatique montrent que le comportement du grès se divise en deux phases:

- ① Une phase linéaire pendant laquelle les déformations volumiques sont contractantes. La pente de cette zone augmente avec la pression hydrostatique. Durant celle-ci, nous avons un mécanisme de fermeture des microfissures.
- ② Une phase non-linéaire d'amplitude croissante avec la pression hydrostatique. Les déformations volumiques sont alors dilatantes montrant ainsi une ouverture et une propagation des microfissures. La coalescence des microfissures induit une rupture fragile.

La pression hydrostatique intervient donc sur le frottement des lèvres de fissures engendrant ainsi un couple à la rupture croissant. Le mode de rupture est similaire à celui observé sur la craie d'Haubourdin avec un nombre de ruptures secondaires croissant avec la pression hydrostatique. De plus, on remarque que l'épaisseur de l'hélice de rupture augmente avec la pression hydrostatique.

Les essais de torsion compression déviatorique montrent un mécanisme similaire à celui observé pour les essais de torsion compression hydrostatique. Le comportement peut également être

divisé en deux zones : l'une linéaire avec des déformations volumiques contractantes et l'autre non-linéaire durant laquelle les déformations volumiques sont dilatantes. On remarque que l'application d'un déviateur croissant fait augmenter la contrainte de cisaillement et la déformation angulaire à la rupture. Les cycles de chargement-déchargement montrent, contrairement à la craie d'Haubourdin, une dégradation progressive du matériau. Le mode de rupture est en hélice dont l'angle d'inclinaison augmente avec le déviateur. On remarque également une épaisseur de bande de cisaillement plus importante pour de grands déviateurs.

Comme on a pu l'observer, le module d'élasticité transversal initial varie en fonction de la pression hydrostatique et du déviateur. De plus celui-ci est nettement différent du module d'élasticité transversal théorique. On a donc choisi de tenir compte de cette variation de module en fonction de la pression hydrostatique dans la modélisation. Celle-ci s'est faite par la méthode des éléments finis avec un maillage effectués à l'aide d'éléments isoparamétriques à vingt noeuds. Afin de tenir compte, dans la modélisation, des rotations locales engendrées par le couple et de maintenir l'objectivité de la loi de comportement, nous avons choisi la dérivée matérielle de Jaumann. Celle-ci est notamment adaptée au problème de petites perturbations.

Le modèle de Lade permet de retranscrire très correctement le comportement de la craie étudiée sous sollicitations avec rotation d'axes. Sous des chemins de torsion compression hydrostatique, le modèle décrit correctement le couple en fonction de la déformation angulaire, tandis que les déformations volumiques sont nettement sous-estimées. Cependant, l'allure des courbes simulées est correcte et, en particulier, le modèle retranscrit la dilatance observée expérimentalement pour de basses pressions hydrostatiques. Pour les simulation réalisées après le seuil de dégradation  $P_0$ , le modèle décrit partiellement la phase d'écrouissage observée expérimentalement.

Suivant des chemins de torsion compression déviatorique, on observe une meilleure concordance des courbes simulées avec les courbes expérimentales. Le modèle prédit, toutefois, une limite élastique supérieure à la limite élastique expérimentale. L'importante phase d'écrouissage observée pour des déviateurs élevés est partiellement retranscrite.

On peut donc conclure globalement à une validité du modèle de Lade sous des chemins de sollicitation avec rotation d'axes. La prise en compte des modules d'élasticité expérimentaux, a permis de retrouver une pente initiale correcte. Cependant, une étude plus précise de ces modules devrait être réalisée afin d'expliquer la différence quantitative observée avec la théorie. On remarque néanmoins que la modélisation proposée atteint ses limites lorsqu'on aborde les grandes rotations.

La modélisation effectuée à l'aide du modèle de Dragon présente des résultats satisfaisants. Sous des chemins de torsion compression hydrostatique, les courbes contrainte de cisaillement - déformation angulaire sont convenablement retranscrites. On remarque que les simulations effectuées pour des pressions hydrostatiques proches de celle choisie pour la détermination des paramètres présente une meilleure concordance. Les déformations volumiques sont, comme pour le modèle de Lade, sous-estimées. Cependant, le comportement contractant-dilatant est correctement retranscrit.

Sous des chemins de torsion compression déviatorique, les simulations obtenues offrent une allure de courbe correcte. Les déformations angulaires sont reproduites partiellement. Les déformations volumiques sont mieux retranscrites que pour les simulations des essais de torsion compression hydrostatique. On observe également que le modèle permet de retrouver des pentes initiales croissantes avec le déviateur.

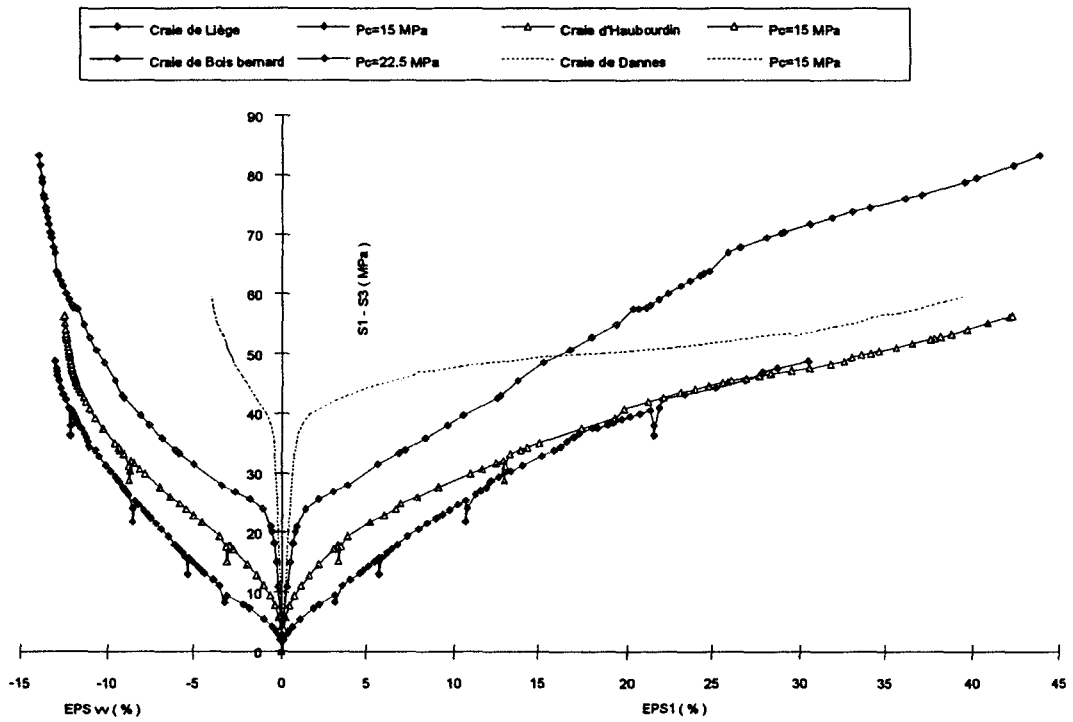
On peut donc conclure à la validité du modèle de Dragon sous des chemins de sollicitation avec rotation d'axes. Malgré un faible nombre de paramètres, le modèle de Dragon permet de retranscrire correctement les allures de courbes expérimentales. On a pu mettre en évidence une certaine sensibilité des paramètres à la pression hydrostatique. Une étude plus précise de ceux-ci avec la pression hydrostatique, et notamment en reliant les paramètres aux constantes physiques du matériau ( porosité et endommagement initiale) permettrait certainement d'obtenir de meilleures corrélations.

En perspectives, des essais de torsion non drainés et des essais de torsion sous un véritable état de contraintes tridimensionnelles permettraient de poursuivre la phase de validation de modèles de **Lade** et de **Dragon**. L'intégration de l'algorithme de détection de la localisation pour le modèle de **Dragon** permettra de pouvoir comparer les résultats simulés aux résultats expérimentaux (hélices de rupture).

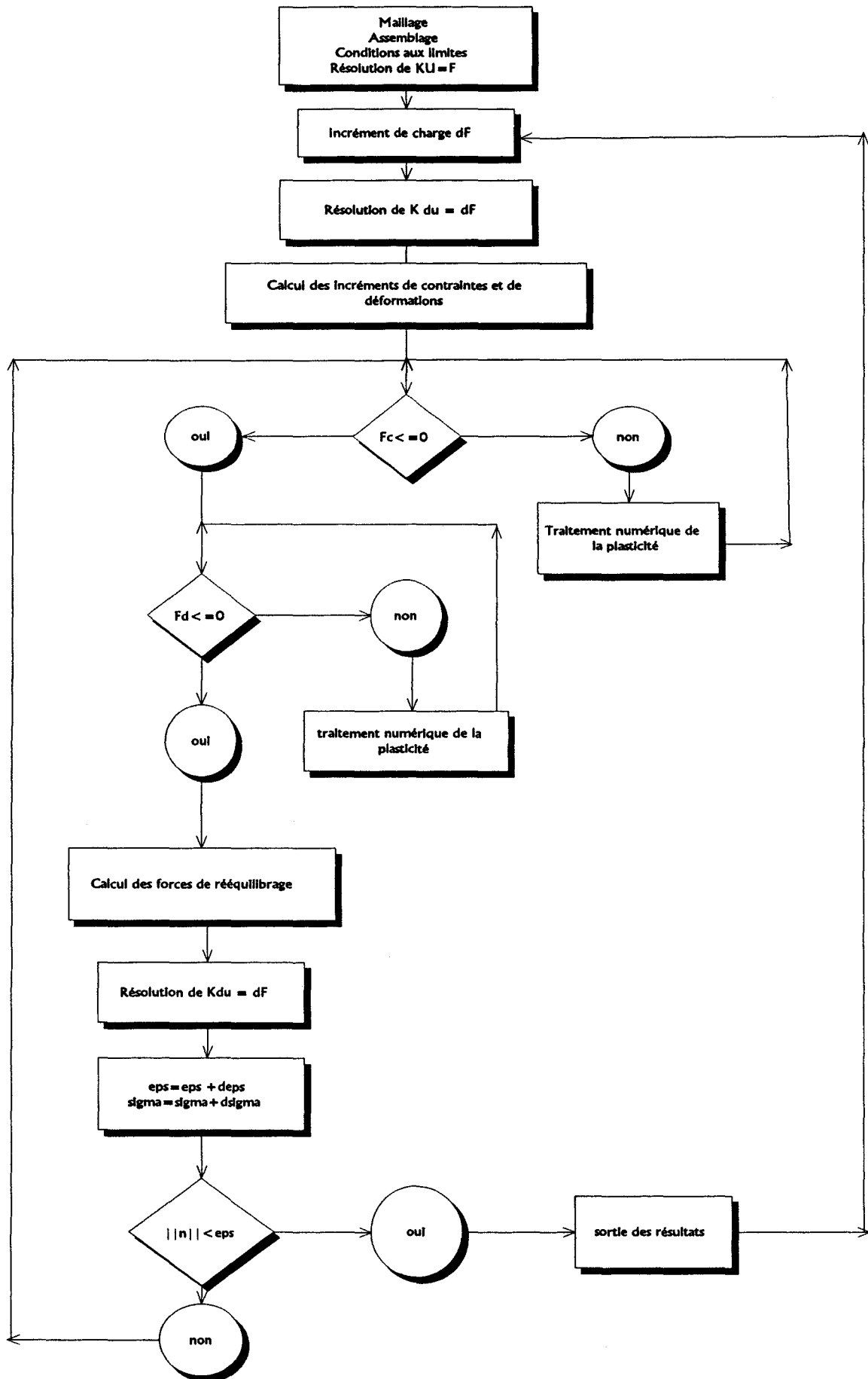
**ANNEXES**

|                          | <b>Liège</b> | <b>Haubourdin</b> | <b>Bois Bernard</b> | <b>Dannes</b> |
|--------------------------|--------------|-------------------|---------------------|---------------|
| <b>indice de texture</b> | 41           | 61                | 65                  | 71            |
| <b>dureté Brinell</b>    | 2            | 4.2               | 5.9                 | 12.2          |
| <b>densité</b>           | 2.72         | 2.67              | 2.71                | 2.69          |
| <b>Porosité</b>          | 44           | 34.15             | 35.19               | 24.4          |

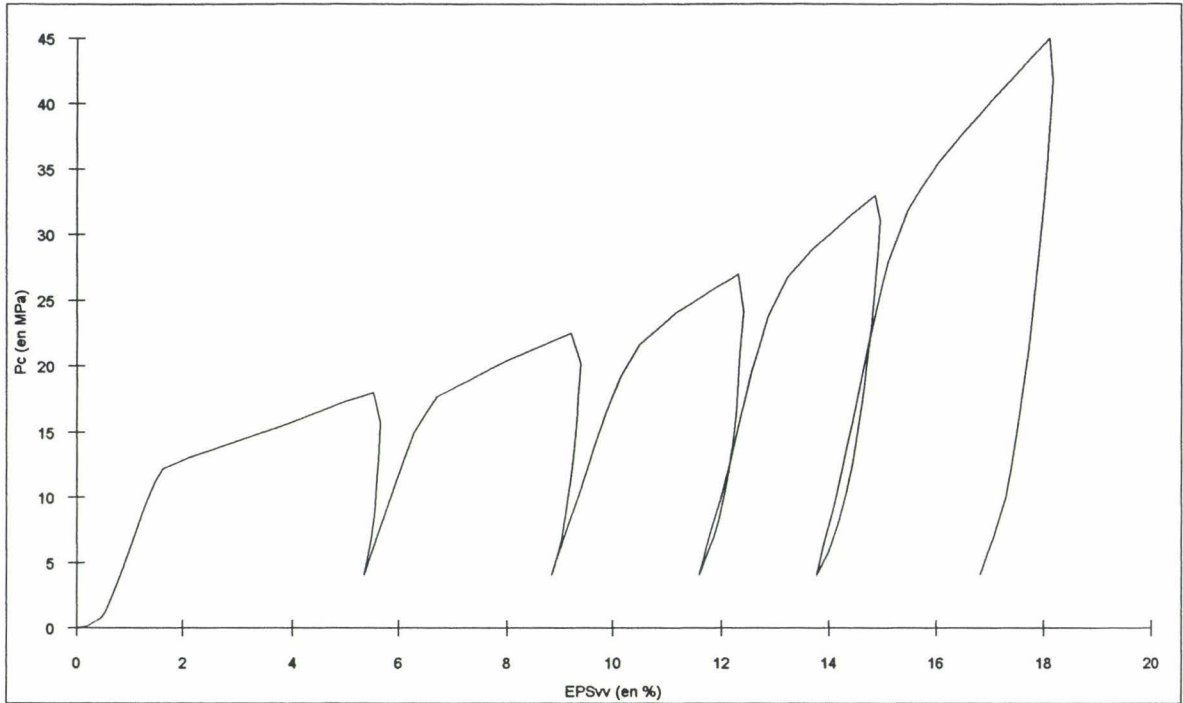
Caractéristiques des différentes craies étudiées par Siwak



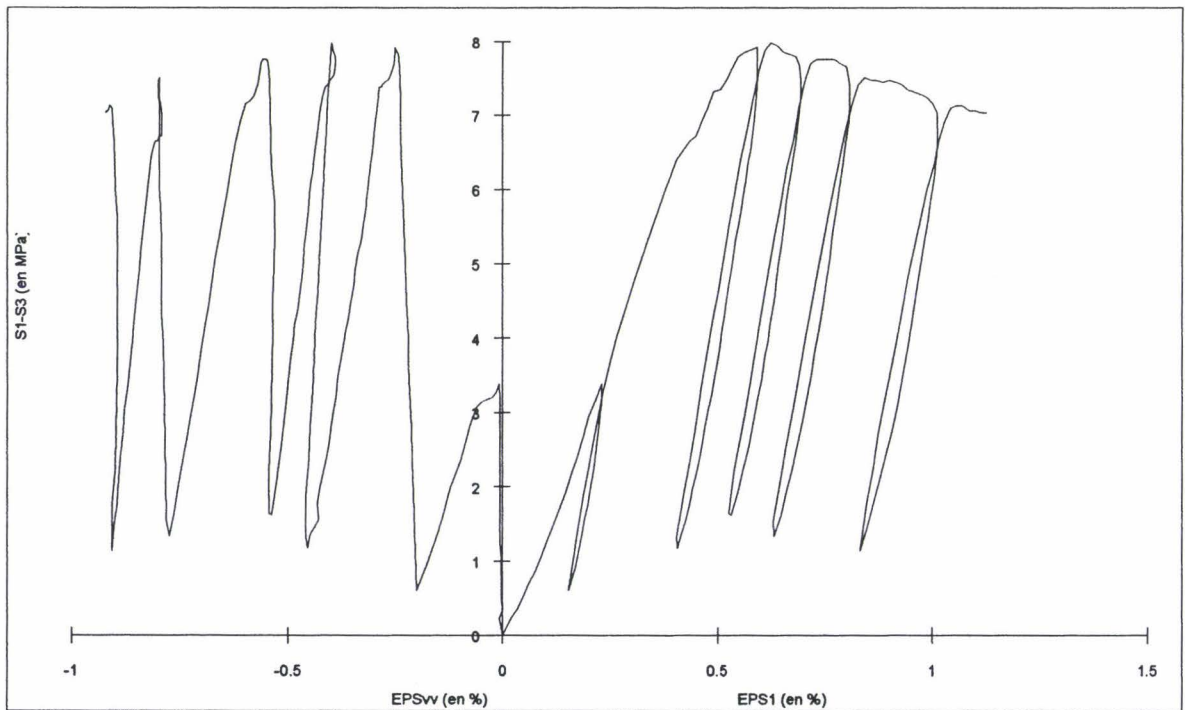
Essais déviatoriques effectués sur quatre craies ayant une porosité initiale différente  
( d'après Siwak (92) )



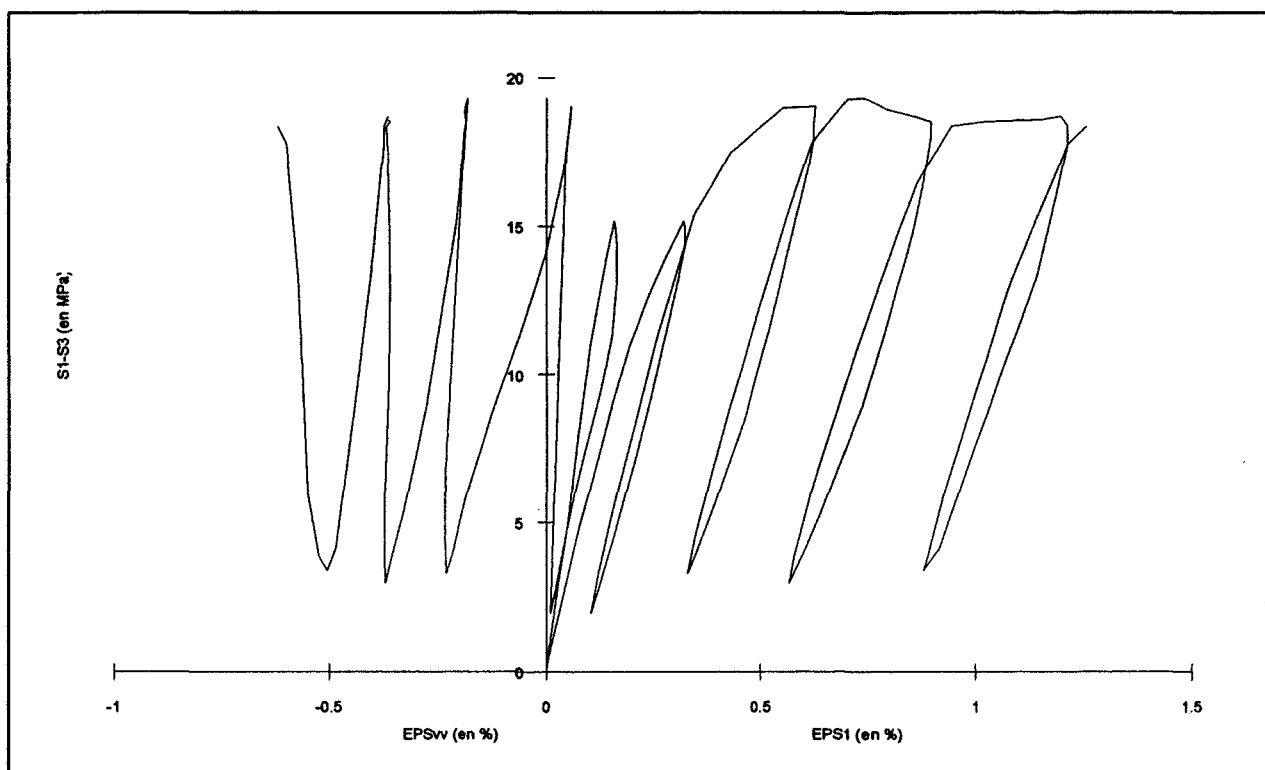




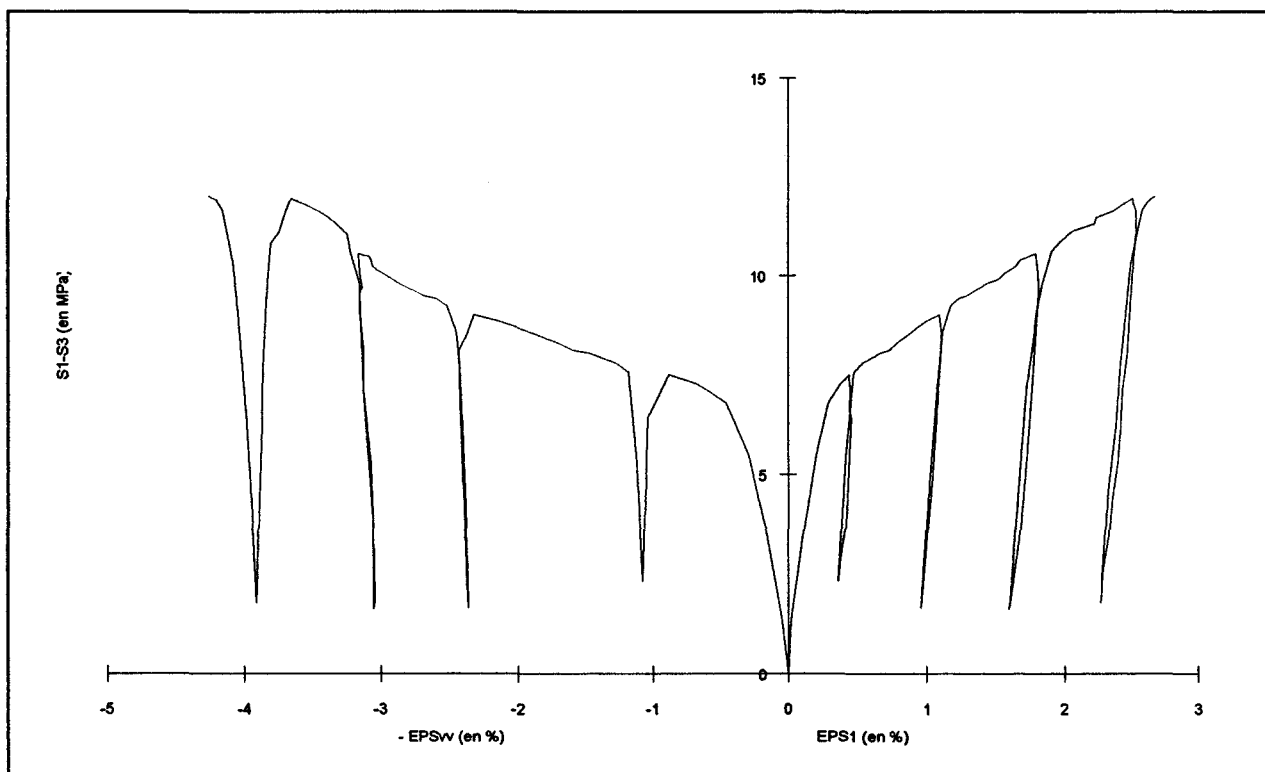
Courbe d'un essai triaxial hydrostatique cyclique



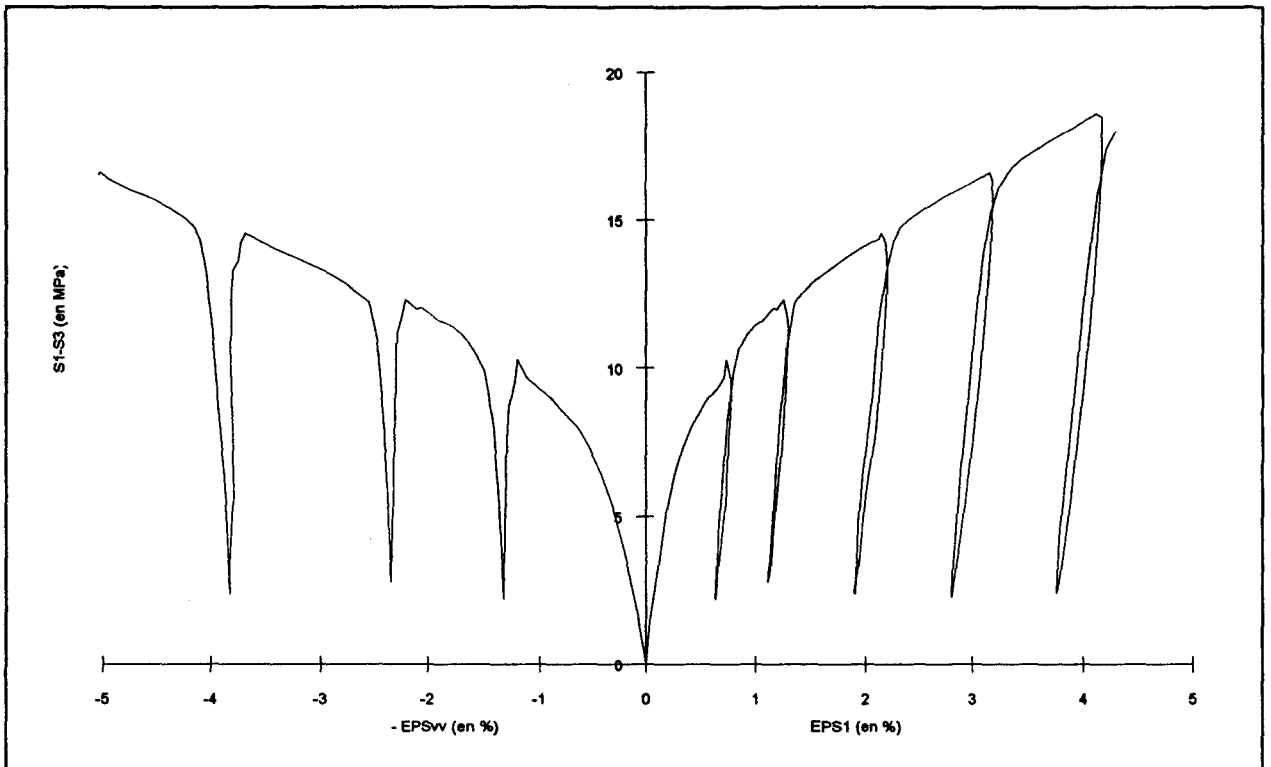
Courbes d'un essai triaxial donnant la contrainte déviatorique en fonction des déformations axiales et volumiques pour un confinement de 01 MPa



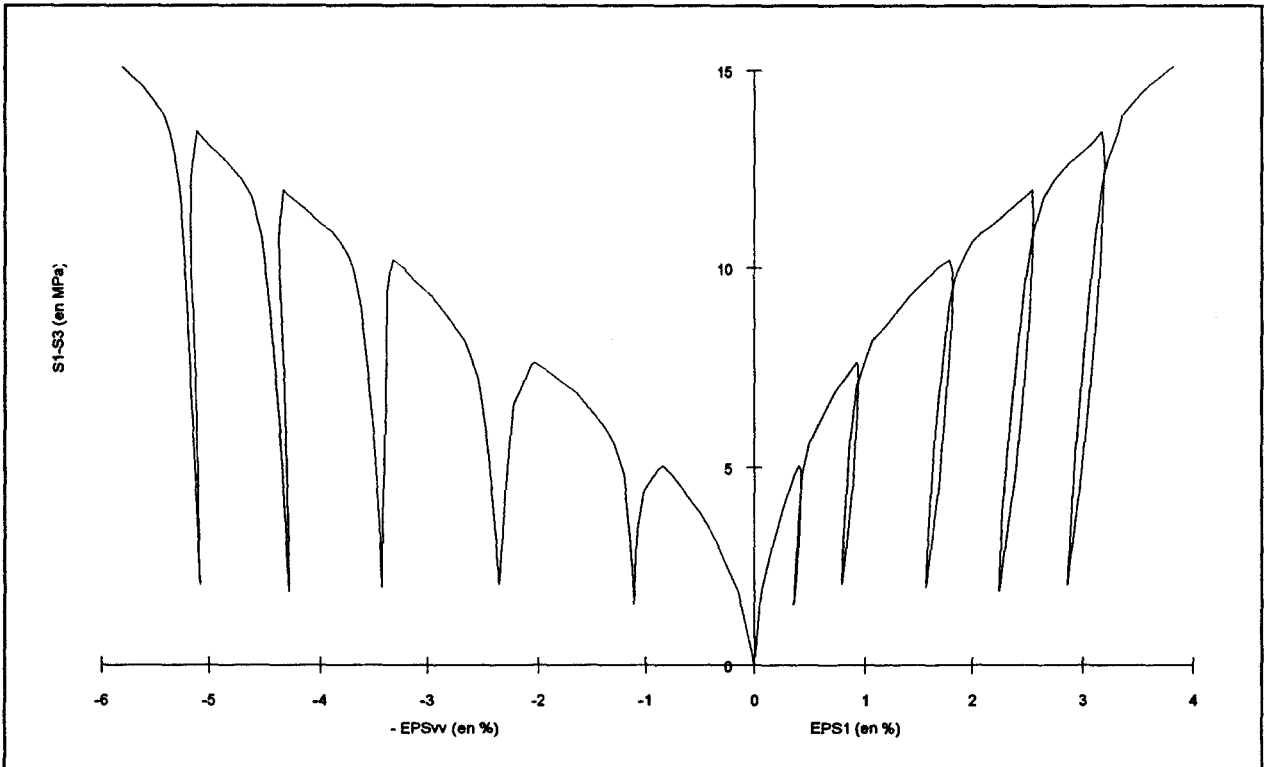
Courbes d'un essai triaxial donnant la contrainte déviatorique en fonction des déformations axiales et volumiques pour un confinement de 06 MPa



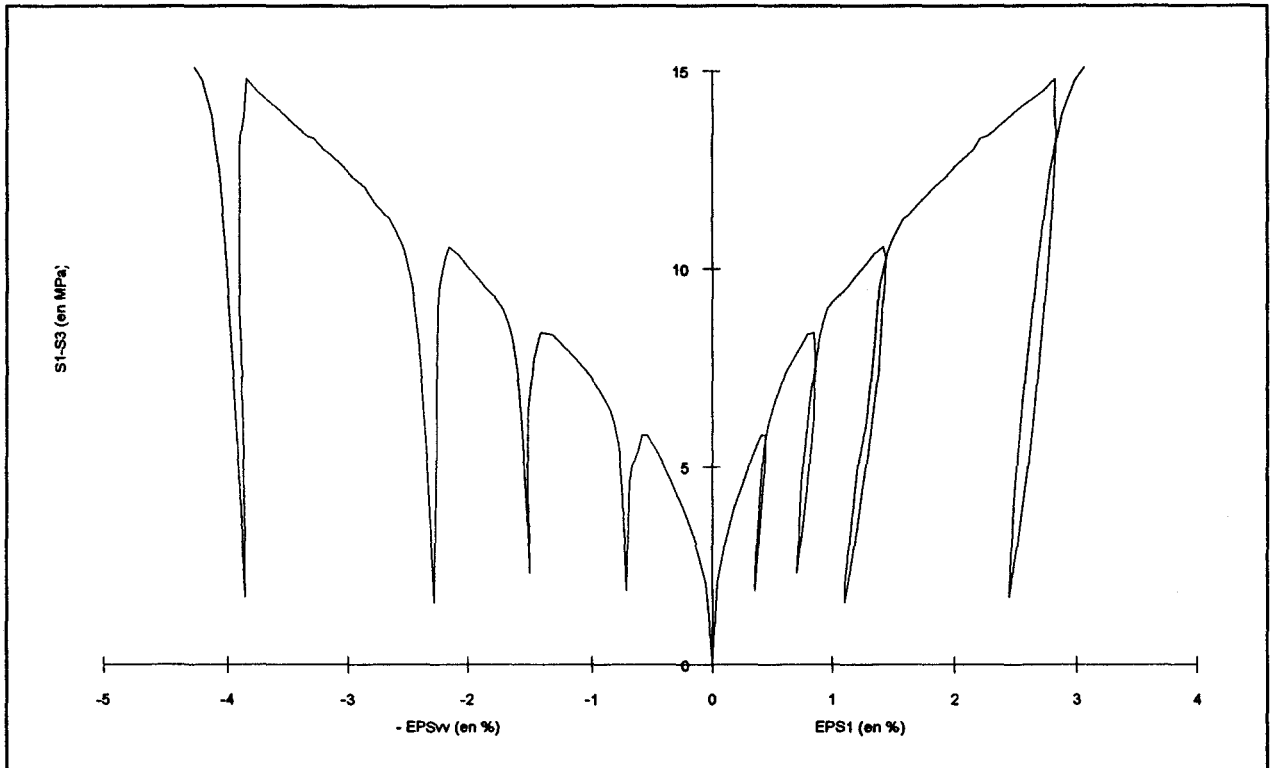
Courbes d'un essai triaxial donnant la contrainte déviatorique en fonction des déformations axiales et volumiques pour un confinement de 13 MPa



Courbes d'un essai triaxial donnant la contrainte déviatorique en fonction des déformations axiales et volumiques pour un confinement de 17 MPa



Courbes d'un essai triaxial donnant la contrainte déviatorique en fonction des déformations axiales et volumiques pour un confinement de 19 MPa



Courbes d'un essai triaxial donnant la contrainte déviatorique en fonction des déformations axiales et volumiques pour un confinement de 22 MPa

## **BIBLIOGRAPHIE**

- 1/ Z.P.BAZANT et AL  
Large triaxial torsional machine with hygrothermal control.  
Matériaux et constructions, vol 19, n°112, 1981
- 2/ Z.P.BAZANT , J.D.HESS , S.NEIRI  
High temperature triaxial-torsional testing machine for concrete and rock.  
Geophysical Research Letters, vol 8, n°7, 1981
- 3/ J.BERGUES, J.BEREST  
Etude de la fissuration du grès de Fontainebleau.  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, rapport scientifique, p18-33, 1986
- 4/ J.BERGUES  
Etude de la fissuration du grès de Fontainebleau.  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, rapport scientifique, p33-45, 1987.
- 5/ J.BERGUES  
Etude de la fissuration du grès de Fontainebleau.  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, rapport scientifique, p31-41, 1988
- 6/ R BOKER  
Die mechanik der bleibenden formänderungen in kristallinisch aufgebauten  
Körpern..Ver. Deut.Ing. MH Forschungsarbeiten (1915)
- 7/ CHARLEZ  
The impact of constitutive laws on wellbore stability : a general review.  
Eurock 94, Delft, Balkema. 1994
- 8/ CHARLEZ  
Rock Mechanics - Theoretical fundamentals  
Eds Technips, 1991
- 9/ R.CHEHADE  
Contribution à l'étude du comportement des géomatériaux pulvérulents  
sous sollicitations rotationnelles: réalisation d'un appareil de torsion.  
Thèse de doctorat présentée à l'université de Lille. 1989
- 10/ F.CORMERY  
Contribution à la modélisation de l'endommagement par mesofissuration et du phénomène de  
localisation associé.  
Thèse de doctorat présentée à l'université de Poitiers,. 1994
- 11/ F H CORNET  
Etude du comportement élastique et fragile des roches saturées par un  
liquide. Revue française de géotechnique n°19
- 12/ L.S.COSTIN  
A microcrack model for deformation and failure of brittle rock.  
Journal of Geophysical Research. Vol 88 . p9485-9492 (1983)

## 13/ L.S.COSTIN , D.J.HOLCOMB

A continuum model for inelastically deformed brittle rock based on the Mechanics of microcracks

## 14/ H.F.CHRISTENSEN , N.FOGED

Testing of reservoir chalk under true 3D stress conditions.  
Eurock 94, Delft, Balkema. 1994

## 15/ M A CRUZ

Contribution à l'étude expérimentale du comportement mécanique d'un gypse et d'un calcaire: compression triaxiale quasi-statique et cyclique. Analyse de la pression interstitielle. Thèse de Docteur-Ingénieur présentée à l'université de Grenoble. 1985

## 16/ F.DARVE

Une formulation incrémentale des lois rhéologiques. Application aux sols.  
Thèse d'état. Institut de mécanique de Grenoble, 1978

## 17/ F.DARVE

Contribution à la formulation d'une loi rhéologique incrémentale des sols.  
Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble, 1974

## 18/ C.S DESAI , S.SOMASUNDARAM , G. FRANTZISKONIS

A hierarchical approach for constitutive modelling of geologic materials  
International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.  
Vol 10 , 225-257, (1986)

## 19/ C.S DESAI , M.R SALAMI

A constitutive model and associated testing for soft rock.  
Int. J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr., Vol 24, n°5, 299-307 (1987)

## 20/ J.M DETRAUX

Formulations et applications en grandes déformations des solides.  
Thèse de Docteur-Ingénieur. Université de Compiègne. (1985)

## 21/ DI BENEDETTO

Etude du comportement cyclique des sables en cinématique rotationnelle  
Thèse de docteur-ingénieur présentée le 11 décembre 1981 à l'université scientifique et médicale et l'Institut national polytechnique de Grenoble.

## 22/ J.K.DIENES

On analysis of rotation and stress rate in deforming bodies.  
Acta Mechanica, N°32, p 217-232,

## 23/ A. DRAGON , F CORMERY , T DESOYER

Localized failure analysis using damage model.  
3rd International Workshop on localization & bifurcation Theory for soils and rocks.  
Aussois , France , 6-9 Septembre 1993

## 24/ A. DRAGON , F CORMERY

Etude de la localisation pour un modèle de comportement élastique endommageable à anisotropie induite.

- 25/ A DRAGON , PH CHARLEZ , E D PHAM , J.F SHAO  
 A model of anisotropic damage by (micro)crack growth.  
 Assessment and Prevention Phenomena in Rock Engineering Balkema (1993)
- 26/ A.DRAGON , F.CORMERY , T.DESOYER , D.HALM  
 Localization and bifurcation theory for soils and rocks .  
 R.Chambon , J.Desrue , I.Vardoulakis (editors), A.A.Balkema Sc. Publ.
- 27/ E.DURAND  
 Comportement des roches à la torsion.Application à l'étude de la  
 stabilité des excavations souterraines.  
 Thèse de docteur-ingénieur présentée à l'université de  
 Nancy I , Juin 1973
- 28/ G.DUVEAU , J.P.HENRY  
 Présentation d'un modèle rhéologique pour roches anisotropes .
- 29/ G.DUVEAU , J.P.HENRY  
 Approche incrémentale du comportement d'un schiste.  
 Colloque Craies et Schistes, Bruxelles, 1995
- 30/ M.O FARUQUE , C.S DESAI  
 Implementation of general constitutive model for geological materials.  
 International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.  
 Vol 9 , p 415-436 (1985)
- 31/ N.G.GEROGIANNOPOULOS , E.T BROWN  
 The critical state concept applied to rock.  
 Int. J. Rock Mech. Sci. and Geomech. ,Vol 15, p 1-10, 1978
- 32/ GREEN, ZERNA  
 Theoretical elasticity  
 2nd edition, Clarendon press, 1968
- 33/ J.HANDIN , H.C.HEARD , J.N.MAGUIRK  
 Effects of intermediate principal stress on failure of Limestone,  
 Dolomite and Glass at different temperatures and strain rates.  
 Journal of Geophysical Research,vol 72,nø2,1967
- 34/ J.HANDIN , D.V.HIGGS , J.K.O'BRIEN  
 Torsion of a yule marble under confining pressure in rock déformation.  
 Geol Soc Am Mem,79,245-274,1960
- 35/ J.P.HENRY , F.PARSY  
 Cours d'élasticité.  
 Dunod université
- 36/ D.W HIGHT , A.GENS , M.J.SYMES  
 The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating  
 the effects of principal stress rotation in soils  
 Géotechnique,33,nø4,355-383 (1983)



37/ HILL

The mathematical theory of plasticity.  
Oxford University Press (1950)

38/ F.HOMAND, R.HOUPERT, J.P.TROALEN

Comportement mécanique du grès de Fontainebleau.  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, Rapport scientifique, p43-48, 1986

39/ F.HOMAND, R.HOUPERT, J.P.TROALEN

Fissuration thermique dans le grès de Fontainebleau.  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, Rapport scientifique, p46-62, 1987

40/ R.HOUPERT

La rupture fragile des roches.  
Ann.Soc.Geol.Nord

41/ M.E JONES , M.S.LEDDRA

Compaction and flow characteristics of porous chalk.  
Journée craie ,Lille, 1989

42/ S. IKOGOU, J.P.HENRY

Comportement du grès de Fontainebleau en essai triaxial- Interaction fluide-structure  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, Rapport scientifique, p35-41, 1986

43/ S. IKOGOU, J.P.HENRY

Modélisation du grès de Fontainebleau.  
GRECO, Rhéologie des Géomatériaux, Rapport scientifique, p48-65, 1988

44/ S. IKOGOU

Etude expérimentale et modélisation du comportement d'un grès.  
Thèse de doctorat.Université de Lille I. (1991)

45/ S.IKOGOU , J.F.SHAO , J.P.HENRY

Modélisation de la fissuration anisotrope induite d'un grès.  
Proc. of NUMOG4, Pande and Pietruszczaks(eds), Balkema, 501-508 (1992)

46/ K ISHIHARA , M MOMENZADEH

Influence of rotation of principal stress directions on the cyclic behaviour of sand.  
2nd International Symposium on numerical models in geomechanics / Ghent (1986)

47/ K ISHIHARA , I TOWHATA , A YAMAZAKI

Sand liquefaction under rotation of principal stress axes.

48/ J.W.JU

On energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects.  
Int.J.Solids Structures, Vol 25, N°8, p261-335, 1989

## 49/ M.KARCHAFI

Contribution à l'étude du comportement des matériaux granulaires sous sollicitations rotationnelles.

Thèse doctorat présentée à l'Ecole Centrale de Paris, 1988

## 50/ M.KARCHAFI

On effects of sample height on hollow cylinder tests.  
Constitutive equations for granular non-cohesive soils  
Saada et Bianchini(Eds), 1988

## 51/ M.KERGUIGNAS , G.CAIGNAERT

Résistance des matériaux.  
Dunod université.

## 52/ POUL.V.LADE

Torsion shear tests on cohesionless soil.

## 53/ M.K KIM , P.V LADE

Modelling rock strength in three dimensions.  
Int. J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr. , Vol 21,nø1,21-33 (1984)

## 54/ POUL.V.LADE

Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces.  
Int.J.Solids Structures, 1977, vol 13, p 1019-1035.

## 55/ POUL.V.LADE , A.M.ASCE , J.M.DUNCAN

Stress-path dependent behavior of cohesionless soil.  
Journal of the technical engineering division, january 1976.

## 56/ POUL.V.LADE

Double hardening constitutive model for soil parameter determination and prediction for two sands.  
Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils,  
Saada & Bianchini(eds), 1988 Balkema, Rotterdam.

## 57/ D LEGENDRE

Prévision de la ruine des structures en béton par une approche combinée: mécanique de l'endommagement - mécanique de la rupture.

Thèse de Docteur 3ème cycle. Université Pierre et Marie Curie. 1984

## 58/ LEMAITRE et CHABOCHE

Mécanique des matériaux solides  
Eds Bordas, 1985

## 59/ B.LORET

Elastoplasticité à simple potentiel.  
Ecole d'hiver de rhéologie des matériaux. Etude de lois de comportement.  
Institut de mécanique de Grenoble, 28 Novembre-5 Décembre 1984

72/ M.PANET

La mécanique des roches appliquées aux ouvrages du génie civil.  
Ass.Amic.Anc.Elev. de l'Ecole des Ponts et Chaussées, Paris, 1976.

73/ G.PECQUEUR, A.MIKOLAJCZAK, J.M.SIWAK

Etude expérimentale de deux craies en torsion.  
Colloque craies et schistes, Bruxelles, 1995

74/ D.V.PHAM

Suivi numérique des bandes de localisation dans les structures endommageables  
(endommagement par mésosfissuration, anisotrope induite). Applications en géomécanique.  
Thèse de Doctorat présentée à l'université de Poitiers, 1994

75/ J.PREVOST

Développement d'un appareil de torsion-compression sur cylindre creux  
de roche: application à l'étude du comportement d'une craie blanche sous  
solicitations rotationnelles.  
Thèse de doctorat présentée à l'université des sciences et techniques  
de Lille-Flandres-Artois, 1991

76/ A.SAADA, P.PUCCINI

The development of a data base using the case hollow cylinder  
apparatus. Constitutive equations for granular non-cohesive soils.  
Saada et Bianchini (Eds), Balkema, Rotterdam, 1988

77/ M.R SALAMI

Constitutive modelling of concrete and rock under multiaxial compressive loading.  
Doctoral dissertation. University of Arizona, Tucson. (1986)

78/ SALENCON et HALPHEN

élasto-plasticité  
Presse de l'ENPC. (1987)

79/ Y.SATO, F.NAGAI

Influence of hydrostatic pressure and stress distribution on rupture of  
marble cylinder in torsion.  
Bulletin of the JSME, vol 117, n°107, May 1974

80/ C.SCHROEDER

Le "Pore-Collapse" : aspect particulier de l'interaction fluide squelette dans les craies?  
Colloque craies et schistes, Bruxelles, mars 1995

81/ J.F SHAO

Etude du comportement d'une craie blanche très poreuse et modélisation.  
Thèse de doctorat. Université de Lille I. (1987)

82/ J.F SHAO, J.P HENRY

Development of an elastoplastic model for porous rock.  
Int. J. of plasticity

95/ SIWAK , G PECQUEUR , A MIKOLAJCZAK

Behaviour of chalks.  
Eurock 94, Delft, Balkema. 1994

96/ M.J.SYMES , D.W HIGHT , A.GENS

Investigating anisotropy and effects of principal stress rotation and of the intermediate principal stress using a hollow cylinder apparatus. IUTAM conference on deformation and failure of granular materials(Delft) 31 Aug - 3 Sept 1982

97/ M.J.SYMES , A.GENS , D.W HIGHT

Drained principal stress rotation in saturated sand.  
Géotechnique,38,nø1,59-81

98/ M.J.SYMES

Rotation des contraintes principales dans un sable .  
Thèse de l'université de Londres,Janvier 1983

99/ Y.P.VAID , A.SAYAO ,ENHUANG.HOU ,D.NEGUSSEY

Generalized stress-path-dependant soil behaviour with a hollow cylinder torsional apparatus  
Can Geotech J,vol 27,601-616,1990

100/ B.WACK

Orientation of the mechanical tensors in torsion kinetics - The case of a hereditary type constitutive equation with discrete memory.  
Mechanics research Communications, Vol 9(b), p257-263, 1982

101/ B.WACK

Second and third order effects in torsion of circular tubes and rods.  
Journal de Mécanique, Vol 20, nø4, 1981

102/ B.WACK

The torsion of a tube : general cylindrical kinematics and some axial deformation and ratchet measurements.  
Acta Mechanica, nø80, p39-59, 1989