

50376
1995
41
N° d'ordre : 1460



50376
1995
41

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

DISCIPLINE : LASERS, MOLECULES, RAYONNEMENT ATMOSPHERIQUE

par

Nour-Eddine FETTOUHI

***DYNAMIQUE DES CYCLES D'HYSTERESIS
EN BISTABILITE OPTIQUE***

Soutenu le 19 Janvier 1995 devant la Commission d'Examen

Président :	M. P. GLORIEUX	U. S. T. Lille
Rapporteurs :	M. T. ERNEUX	Université Libre de Bruxelles
	M. R. REINISCH	E. N. S. R. G. - Grenoble
Examineurs :	M. M. DESCAMPS	U. S. T. Lille
	M. J. M. LOURTIOZ	I. E. F. Paris 11
Directeur de thèse :	M. B. SEGARD	U. S. T. Lille

Table des matières

Introduction générale

1. Historique.....	5
2. Aspects qualitatifs de l'effet du balayage.....	7
a- Elargissement des cycles d'hystérésis.....	7
b- Commutation frustrée et phénomène d'hésitation.....	9

Chapitre I. Dispositifs expérimentaux et modèle théorique

I.1. Introduction.....	15
I.2. Description des bistables millimétriques de 23 et 182 mètres....	15
a- Caractéristiques des guides d'ondes.....	16
b- Description du Pérot-Fabry de 182 m.....	17
c- Description du Pérot-Fabry de 23 m.....	19
d- L'absorbant saturable.....	22
e- Source, détection et modulation d'amplitude.....	23
I.3 Modélisation des bistables millimétriques.....	24
I.4 Bistable électronique.....	31
I.5 Laser CO ₂ et bistabilité de polarisation.....	34

Chapitre II. Stabilisation d'états stationnaires instables en bistabilité optique

II.1 Introduction.....	39
II.2 Analyse théorique et résultats numériques.....	41
a- Cas d'un système unidimensionnel.....	42
b- Généralisation à plusieurs variables.....	48
c- Exemple d'application.....	51
II.3 Résultats expérimentaux.....	55

II.4 Effet du balayage sur le cycle stabilisé.....	57
--	----

Chapitre III. Evolution des cycles d'hystérésis en bistabilité optique liée au balayage du paramètre de contrôle

III.1 Introduction.....	61
-------------------------	----

III.2 Eléments d'analyse théorique.....	62
---	----

a- Modèle développé par Jung et al.....	62
---	----

b- Analyse dimensionnelle.....	66
--------------------------------	----

III.3 Procédures expérimentales et traitement des résultats.....	69
--	----

a- Protocole expérimental.....	69
--------------------------------	----

b- Mesures des caractéristiques des cycles d'hystérésis.....	70
--	----

i- Définition des seuils de commutation.....	70
--	----

ii- Calcul de l'aire du cycle d'hystérésis.....	73
---	----

c- Procédure de traitement.....	73
---------------------------------	----

III.4 Résultats expérimentaux.....	75
------------------------------------	----

a- Seuil de commutation vers la branche haute.....	77
--	----

b- Seuil de commutation vers la branche basse.....	80
--	----

c- Aire des cycles d'hystérésis.....	80
--------------------------------------	----

III.5 Simulations numériques.....	83
-----------------------------------	----

a- Evolution du paramètre s en fonction de la pression.....	84
---	----

i- Seuil de commutation vers la branche haute.....	86
--	----

ii- Aire des cycles.....	86
--------------------------	----

iii- Seuil de commutation vers la branche basse.....	86
--	----

b- Evolution du paramètre B' en fonction de la pression.....	88
--	----

III.6 Evolution en fonction de la pression (Influence de T_2).....	89
---	----

a- Seuil de commutation vers la branche haute.....	90
--	----

b- Seuil de commutation vers la branche basse.....	90
--	----

c- Aire des cycles d'hystérésis.....	90
--------------------------------------	----

d- Analyse des résultats.....	94
III.7 Evolution en fonction de l'amplitude de balayage.....	97
III.8 Conclusion.....	102
 Chapitre IV. Commutation frustrée et phénomène d'hésitation en bistabilité optique	
IV.1 Introduction.....	107
IV.2 Mises en évidence expérimentales.....	109
a- Bistable électronique.....	109
b- Pérot-Fabry de 23 m.....	112
c- Mise en évidence sur la cavité de 182 m.....	115
d- Mise en évidence sur le laser CO ₂	115
IV.3 Analyse théorique.....	118
a- Phase croissante du balayage.....	121
b- Phase décroissante du balayage.....	124
IV.4 Sensibilité aux fluctuations des paramètres expérimentaux....	131
a- Analyse théorique.....	131
b- Analyse expérimentale.....	136
IV.5 Vérification de la validité de la loi d'évolution de la vitesse critique d'hésitation en fonction du dépassement D.....	138
a- Bistable électronique.....	139
b- Bistable absorbif.....	141
i- Influence du paramètre de coopérativité C.....	141
ii- Influence des différentes variables dynamiques...	142
c- Bistabilité mixte.....	148
d- Forme du balayage.....	151

Chapitre V. Effet des fluctuations sur la dynamique des cycles d'hystérésis

V.1 Introduction.....	159
V.2 Effet d'un bruit blanc sur les cycles d'hystérésis statiques.....	162
V.3 Influence de la fréquence de balayage.....	166
V.4 Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de l'amplitude de balayage.....	172
V.5 Conclusion.....	175
Conclusion.....	179
Bibliographie.....	185

Introduction générale



L'avènement du laser, en tant que source cohérente d'énergie, a révélé une grande variété de phénomènes non linéaires liés à l'interaction Rayonnement-Matière. Depuis, l'optique non linéaire s'est imposée comme une discipline scientifiquement et technologiquement prometteuse (Moloney 1991).

Parmi les systèmes physiques qui ont contribué considérablement à l'essor que connaît cette discipline, le résonateur optique rempli d'un milieu non linéaire et soumis à un champ incident fut à l'origine de la première théorie de l'effet laser. Quelques années plus tard, ce même système fut proposé pour la mise en évidence du phénomène de bistabilité optique (Szöke 1969).

L'excitation d'une cavité optique (Pérot-Fabry ou cavité en anneau) par un champ électromagnétique incident (E_{in}), engendre des comportements complètement différents, selon que la cavité est vide ou remplie d'un milieu non linéaire à deux niveaux d'énergie. Dans le premier cas, la réponse d'un tel système est proportionnelle à l'excitation. Elle dépend simplement de la qualité de la cavité et du désaccord en fréquence entre l'un de ses modes de résonance et le champ excitateur. Lorsque le milieu non linéaire est introduit dans la cavité, la puissance transmise par celle-ci (P_{out}) devient une fonction non linéaire de la puissance incidente (P_{in}). Dans le cas d'un milieu purement absorptif, caractérisé par un coefficient d'absorption en régime linéaire α , le facteur qui détermine l'évolution de P_{out} en fonction de P_{in} est le rapport $\frac{\alpha L}{1-R}$, où L est la longueur de l'échantillon et R le coefficient de réflexion des miroirs d'entrée et de sortie. Pour

certaines valeurs de $\frac{\alpha L}{1-R}$, la courbe P_{out} en fonction de P_{in} peut présenter une partie de pente supérieure à 1; le système fonctionne alors comme un transistor optique. Par ailleurs, si on augmente $\frac{\alpha L}{1-R}$, la courbe stationnaire $P_{out} = f(P_{in})$ prend une forme en S dont seule la branche intermédiaire est instable. Le système est alors dit bistable parce qu'il possède deux états d'équilibre stables pour la même valeur du champ excitateur. Ce comportement bistable résulte de l'effet conjugué de la rétroaction introduite par les miroirs et de l'interaction non linéaire entre le champ excitateur et le milieu.

Notons qu'en général, la non linéarité de l'interaction entre le champ et la matière associe des effets d'absorption et de dispersion (changement d'indice); on parle alors de bistabilité mixte (absorptive + dispersive).

Dans le cas que nous avons envisagé, où la rétroaction est assurée par la cavité, la bistabilité est qualifiée d'intrinsèque ou tout optique. Elle est dite hybride lorsque la rétroaction est réalisée par des mécanismes extérieurs à la cavité.

Le phénomène de bistabilité optique s'est avéré d'une extrême importance, aussi bien sur le plan fondamental que pratique. Dans le domaine de la dynamique non linéaire, la bistabilité optique est caractérisée par une grande richesse d'effets non linéaires tels que les instabilités monomodes (Orozco 1984, 1986, 1989) et multimodes (Ségard 1989) et le chaos (Gibbs 1981, Nakatsuka 1983). Les retombées pratiques éventuelles de ce phénomène sont principalement

le traitement optique de l'information et la réalisation de " l'ordinateur optique" de l'avenir.

1. Historique

La mise en évidence expérimentale du phénomène de bistabilité optique par Gibbs, Mcall et Venkatesan (Gibbs 1976), a suscité un engouement particulier dans le domaine de l'optique non linéaire. Depuis, une discipline toute entière s'est créée autour de la bistabilité optique et nombre d'études expérimentales et théoriques ont vu le jour.

Smith et Turner ont mis en évidence un phénomène de bistabilité liée à la dispersion non linéaire du milieu (Smith 1977). Ce dernier est un cristal électrooptique soumis à une tension proportionnelle à la puissance transmise par la cavité. Ce système se comporte alors comme un milieu dont l'indice de réfraction dépend de l'intensité du champ transmis. Felber et Marburger ont montré théoriquement qu'un tel système est susceptible de développer un phénomène de bistabilité purement dispersive (Felber 1976).

Par ailleurs, Bonifacio et Lugiato ont donné la première interprétation complète de la bistabilité absorptive où le champ, l'absorbant saturable et la cavité sont en parfaite résonance (Bonifacio 1978). Des mises en évidence expérimentales de la bistabilité purement absorptive ont été réalisées sur différents systèmes (Gozzini 1982, Grant 1983, Rosenberger 1983, Bohnert 1983), alors que la bistabilité mixte a été analysée par Ikeda et Roy

(Ikeda 1979, Roy 1980), en généralisant le modèle de la bistabilité absorptive de Bonifacio et Lugiato.

Les premières études théoriques se sont axées principalement sur la caractérisation des états stationnaires des bistables et leur stabilité. La procédure communément utilisée est l'analyse de stabilité linéaire.

En ce qui concerne l'analyse transitoire et les effets dynamiques sous-jacents, de nombreux travaux se sont intéressés au phénomène de ralentissement critique (Barbarino 1982, Mitschke 1983, Cribier 1983, Lange 1985), qui se produit lorsque l'état d'un système bistable est voisin des points tournants de sa caractéristique stationnaire en S. Au voisinage de ceux ci, la dynamique est gouvernée par des constantes de temps théoriquement infinies. Des études quantitatives théoriques et expérimentales mettant en évidence des lois d'échelle, ont été développées dans ce sens (Hopf 1979, Mandel 1985, Ségard 1986).

L'étude de l'effet de la vitesse de balayage du paramètre de contrôle, en l'occurrence le champ incident (puissance incidente), sur la dynamique des cycles d'hystérésis a été envisagée pour la première fois par Bischofberger et Shen (Bischofberger 1978, 1979). Récemment, des études systématiques de la déformation des cycles d'hystérésis liée au balayage du paramètre de contrôle ont été effectuées. Elles ont abouti à des lois d'échelle traduisant cette évolution en fonction de l'amplitude et de la fréquence de balayage (Jung 1990, Erneux 1989, Laplante 1991).

Dans cette introduction, nous présentons de manière qualitative les différents effets dynamiques qui se manifestent lorsqu'on balaye le paramètre de contrôle d'un système bistable.

2. Aspects qualitatifs de l'effet du balayage.

a. Elargissement des cycles d'hystérésis.

Lorsqu'on se propose d'étudier expérimentalement la dynamique des cycles d'hystérésis, on est amené à balayer le paramètre de contrôle suivant le schéma de la figure 1. On peut choisir différentes formes de balayage, les plus courantes étant les formes triangulaire et sinusoïdale. Les effets dynamiques alors mis en évidence sont associés principalement au ralentissement critique.

Par exemple, sur un laser CO₂ à absorbant saturable présentant un comportement bistable, Glorieux et al. ont montré qu'une augmentation de la fréquence de balayage introduit un déplacement des seuils de commutation d'une branche vers l'autre (Glorieux 1985).

Ce déplacement des seuils se traduit en général par un élargissement du cycle d'hystérésis comme l'illustre la figure 2.(a et b) où la courbe (a), obtenue à très basse fréquence de balayage, est très voisine du cycle statique. Le dispositif expérimental qui a permis de réaliser ces enregistrements est un Pérot-Fabry de 23 m de longueur, rempli d'un absorbant saturable.

Récemment un modèle théorique à une seule variable dynamique, sous-tendu par des résultats expérimentaux sur un bistable à semi-conducteur, a permis à Jung, Gray, Rajarshi et Mandel

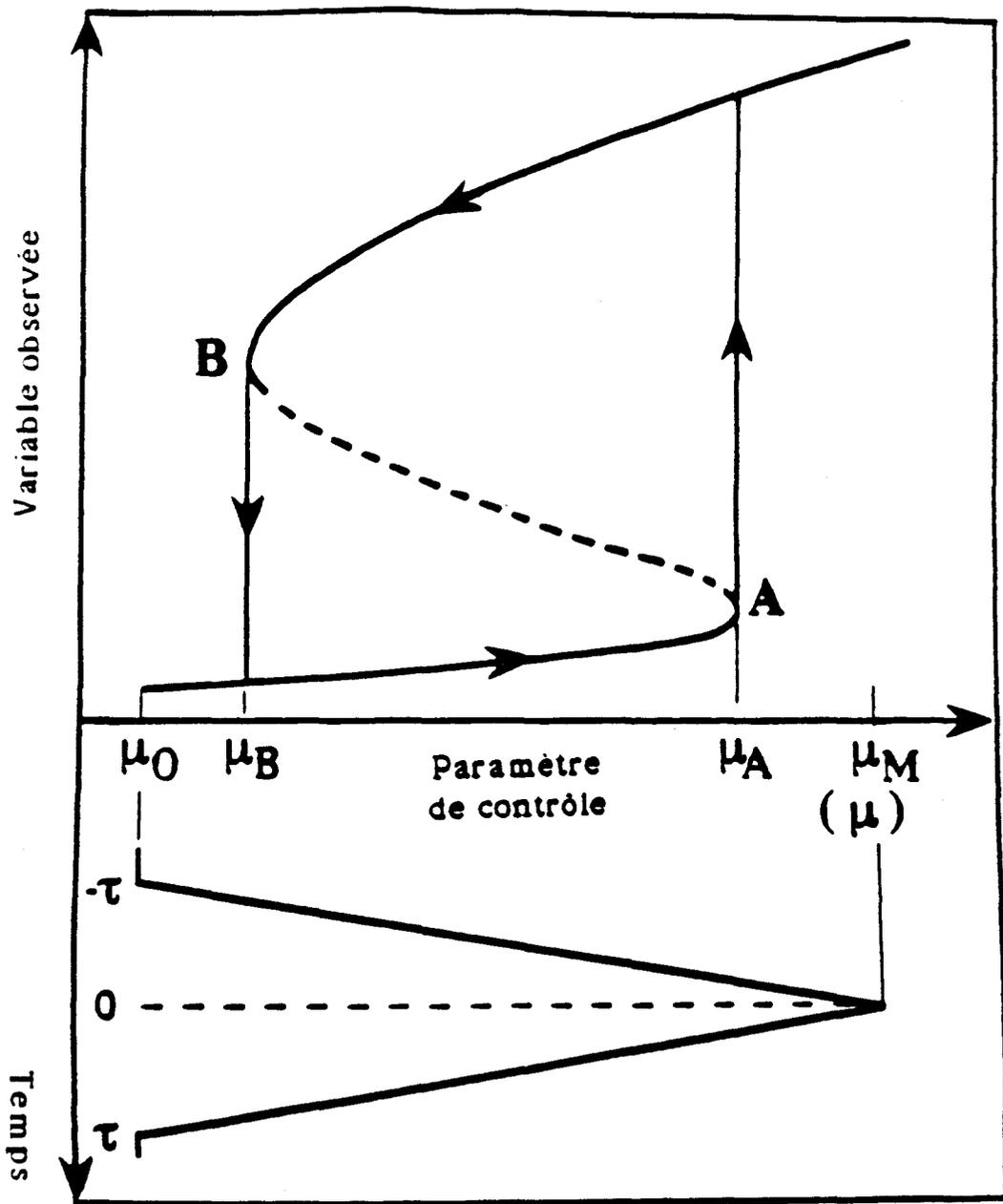


Figure 1: Caractéristique statique d'un système bistable et schéma standard du balayage

de mettre en évidence une loi d'échelle traduisant l'évolution des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence Ω et de l'amplitude du paramètre de contrôle μ_M (Jung 1990). L'aire et la position des seuils de commutations évoluent proportionnellement au produit $\mu_M^{2/3} \Omega^{2/3}$. Cette loi d'échelle a été confirmée par une étude expérimentale effectuée sur un système dont la bistabilité optique est induite par effet photothermique (Grohs 1991). Ce résultat a été contesté par Rao (Rao 1992) qui s'est intéressé à l'évolution des cycles d'hystérésis magnétiques. Des simulations numériques associées à une étude expérimentale très récente (Rao 1990 a et b, He 1993) ont abouti à une loi d'échelle différente de celle établie par Jung et al. Notons que ces systèmes ne présentent pas de cycle d'hystérésis statique à cause des fluctuations qui y jouent un rôle très déterminant.

b. Commutation frustrée et phénomène d'hésitation.

Pour une amplitude de balayage μ_M constante, lorsque la fréquence de balayage Ω dépasse une valeur critique Ω_f , il est possible que le système bistable ne parvienne pas à commuter vers la branche haute pendant la phase croissante du balayage. La commutation peut, cependant, s'effectuer pendant le balayage retour pourvu que la fréquence Ω ne soit pas trop élevée (figure 2.(c)). Ce comportement est connu sous le nom de commutation "frustrée" en bistabilité optique (Gao 1990).

Lorsque la fréquence Ω devient suffisamment grande, le système revient directement à son état initial sans commuter vers la branche haute. La transition entre le régime où la commutation est

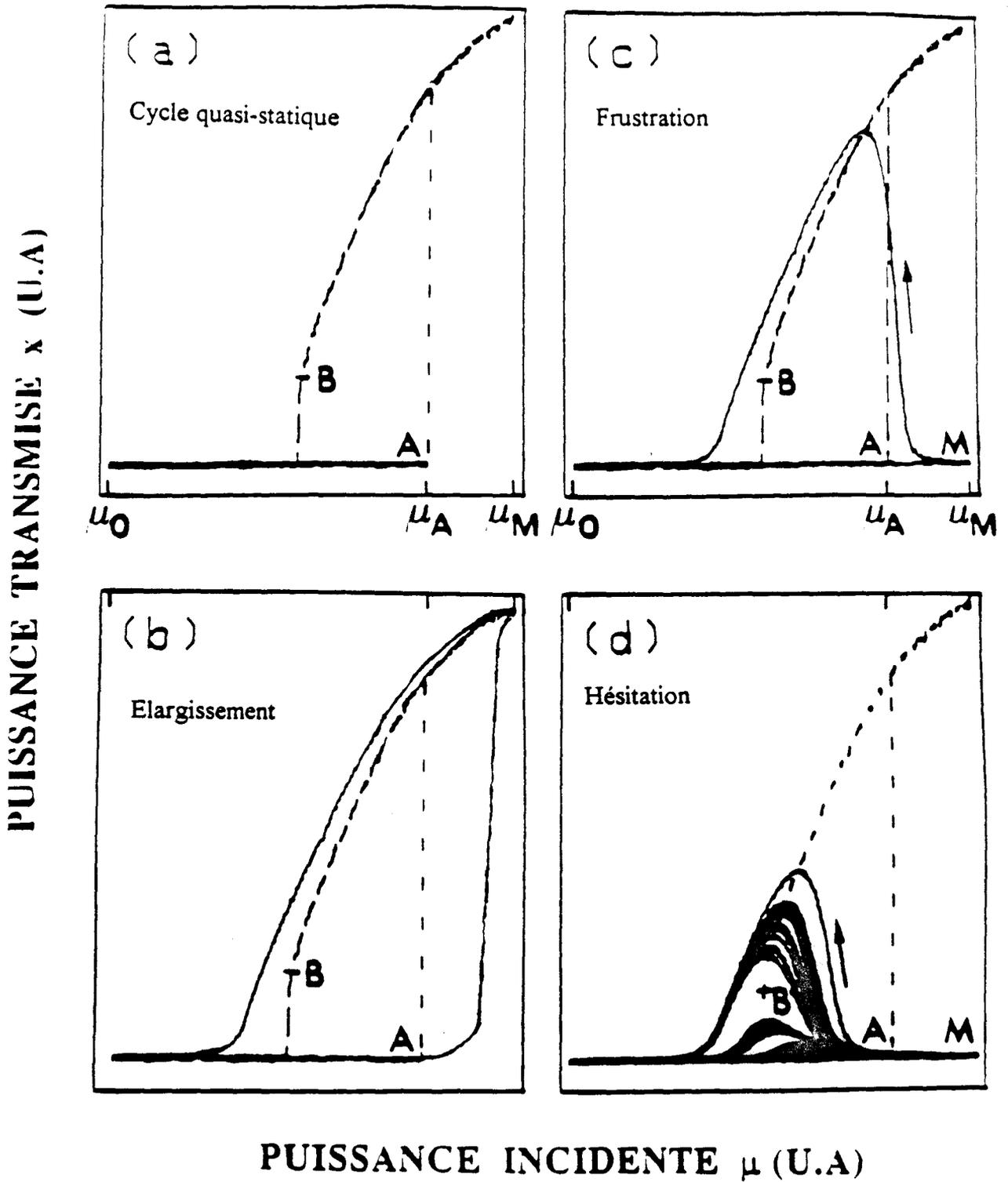


Figure 2: Déformation des cycles d'hystérésis liée à l'augmentation de la vitesse de balayage
 (a) Cycle quasi-statique (b) Elargissement (c) Frustration et (d) Hésitation

frustrée et celui qui correspond au retour direct à l'état initial s'accompagne d'un phénomène d'hésitation. En effet, lorsque la fréquence atteint une valeur critique Ω_c , le système hésite entre la commutation frustrée et le retour direct à l'état initial. D'une période de balayage à l'autre, sachant que tous les paramètres expérimentaux sont maintenus constants, l'évolution de la puissance transmise par la cavité en fonction du paramètre de contrôle met en évidence des trajectoires notablement différentes (figure 2.(d)).

Le premier chapitre de ce mémoire a été consacré à la description des différents dispositifs expérimentaux et du modèle théorique qui a servi pour les simulations numériques.

Avant d'aborder l'étude de la dynamique des cycles d'hystérésis, nous nous sommes intéressés à la caractérisation d'états stationnaires des bistables optiques. En particulier, nous avons utilisé une procédure de contre-réaction continue pour stabiliser la branche intrinsèquement instable de sa caractéristique stationnaire. Cette partie est développée dans le deuxième chapitre

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les résultats relatifs à l'élargissement des cycles d'hystérésis sous l'effet du balayage. Il s'agissait de déterminer comment évoluent les cycles d'hystérésis dans la cas de notre système expérimental qui est décrit théoriquement par plusieurs variables dynamiques. On s'est intéressé particulièrement à l'étude de la généralité des lois d'échelle établies jusqu'à présent et à leur domaine de validité.

Le quatrième chapitre a été consacré à l'étude détaillée du phénomène d'hésitation, en particulier, à l'élaboration d'un modèle théorique le décrivant et à la mise en évidence d'une loi d'échelle le gouvernant.

Les lois d'échelle de l'évolution des cycles d'hystérésis établies jusqu'à présent, mettent en évidence deux types de comportements associées, d'une part, aux hystérésis déterministes en bistabilité optique et d'autre part, aux hystérésis magnétiques qui sont très sensibles aux fluctuations. Pour cerner de manière quantitative l'effet des fluctuations sur la dynamique des cycles d'hystérésis, nous avons introduit un bruit blanc sur un système bistable à une seule variable dynamique. Les résultats correspondants sont reportés dans le dernier chapitre de ce mémoire.

Chapitre I

*Dispositifs expérimentaux et
modèle théorique*

I.1 Introduction

Notre étude expérimentale des effets dynamiques en bistabilité optique a été en grande partie effectuée sur deux bistables tout optiques fonctionnant dans le domaine millimétrique. Ces bistables sont constitués par des cavités Pérot-Fabry de longueurs respectives 23 et 182 mètres, remplies d'un gaz moléculaire qui joue le rôle d'un absorbant saturable.

L'analyse détaillée du phénomène d'hésitation mis en évidence sur ces bistables a nécessité l'utilisation d'un circuit électronique conçu pour simuler un bistable optique à une variable dynamique. Un dernier dispositif expérimental a été exploité pour illustrer la généralité de ce phénomène. Il s'agit d'un Laser CO₂ à modulation électrooptique intracavité qui présente une bistabilité de polarisation.

Ce premier chapitre est consacré à la description des différents dispositifs cités ci-dessus, et plus particulièrement celle des bistables de 23 et 182 mètres. Les caractéristiques essentielles du modèle théorique décrivant l'évolution de ces deux derniers bistables seront également précisées.

I.2. Description des bistables millimétriques de 23 et 182 m

Les deux cavités optiques associées à ces bistables sont constituées par des cellules en guides d'ondes circulaires conçus initialement pour les télécommunications à grande distance par ondes millimétriques (CNET 74). Ces cellules, excitées dans le mode circulaire

TE₀₁ sont caractérisées par de très faibles pertes, ce qui permet d'obtenir des résonateurs Pérot-Fabry performants en introduisant des miroirs semi-réfléchissants à leurs extrémités.

a- Caractéristiques des guides d'ondes.

Les guides d'onde ont été réalisés dans les années 70 par la Société Anonyme de Télécommunication (SAT). Chaque tronçon de guide d'onde a une longueur de 11.2 mètres et un diamètre interne de 60 mm. Le guide est constitué d'un enroulement hélicoïdal à spires jointives, de fil de cuivre émaillé (diamètre 0.5 mm) maintenu par deux couches auto-adhésives de mylar (diamètre 180 μm). L'ensemble est fixé sur la paroi interne d'un cylindre en aluminium de 1.5 mm d'épaisseur. La structure hélicoïdale filtre les modes autres que les modes circulaires TE_{0m}, qui sont les seuls à pouvoir se propager. En coordonnées cylindriques, la distribution du champ électrique correspondante s'écrit de manière simple.

$$E_z = E_r = 0 ; E_\theta = E_0 J_1(j_{1m} r/r_0) \quad \text{I.1}$$

j_{1m} est le $m^{\text{ième}}$ zéro de la fonction de Bessel d'ordre 1 et r_0 le rayon interne du guide. Pour ce type de mode, le champ s'annule au voisinage des parois du guide. Aussi les pertes liées à la propagation du champ sont très faibles. L'atténuation qui correspond au mode de plus faible perte (TE₀₁) est de l'ordre de 1.7 dB/Km à 86 GHz.

Les sources hyperfréquences disponibles étant en général en guide d'onde rectangulaire, il est nécessaire pour exciter le mode TE₀₁

d'utiliser des transformateurs permettant le passage du mode TE_{10} rectangulaire au mode TE_{01} circulaire. Les transformateurs utilisés sont des transitions de type "King" associés à des filtres de mode sous coupure pour les modes TE_{0m} avec $m > 1$. Dans la bande de fréquence [75,100 GHz], la perte d'insertion maximale donnée par le constructeur est de 1.5 dB pour le mode TE_{01} . Les modes d'ordre supérieur sont excités à 40 dB en dessous du mode utile.

Notons enfin qu'un adaptateur de diamètre a été utilisé pour passer du diamètre nominal de la gamme de fréquence au diamètre 60 mm. La perte d'insertion de l'ensemble (adaptateur de diamètre, transformateur de mode et filtre) a été estimée à 1.25 dB à 86 GHz.

b- Description du Pérot-Fabry de 182 m.

Ce Pérot-Fabry a été décrit de façon détaillée par Ségard et al. (Ségard 1989). Nous allons rappeler brièvement ses principales caractéristiques.

La cellule est constituée par un assemblage de 16 tronçons de 11.2 m répartis en deux lignes de 91 m reliées entre elles par deux coudes 90° à pan coupé (figure I.1). Elle est fermée par deux fenêtres d'étanchéité en KEL-F (Polychlorotrifluoroéthylène) de 1.2 mm d'épaisseur, placées à l'intérieur d'un guide en Duralumin. Compte tenu de l'indice du KEL-F, le coefficient de réflexion de ces fenêtres est pratiquement négligeable.

La mise sous vide de la cellule s'effectue à travers deux éléments de pompage reliés entre eux et placés au milieu des deux

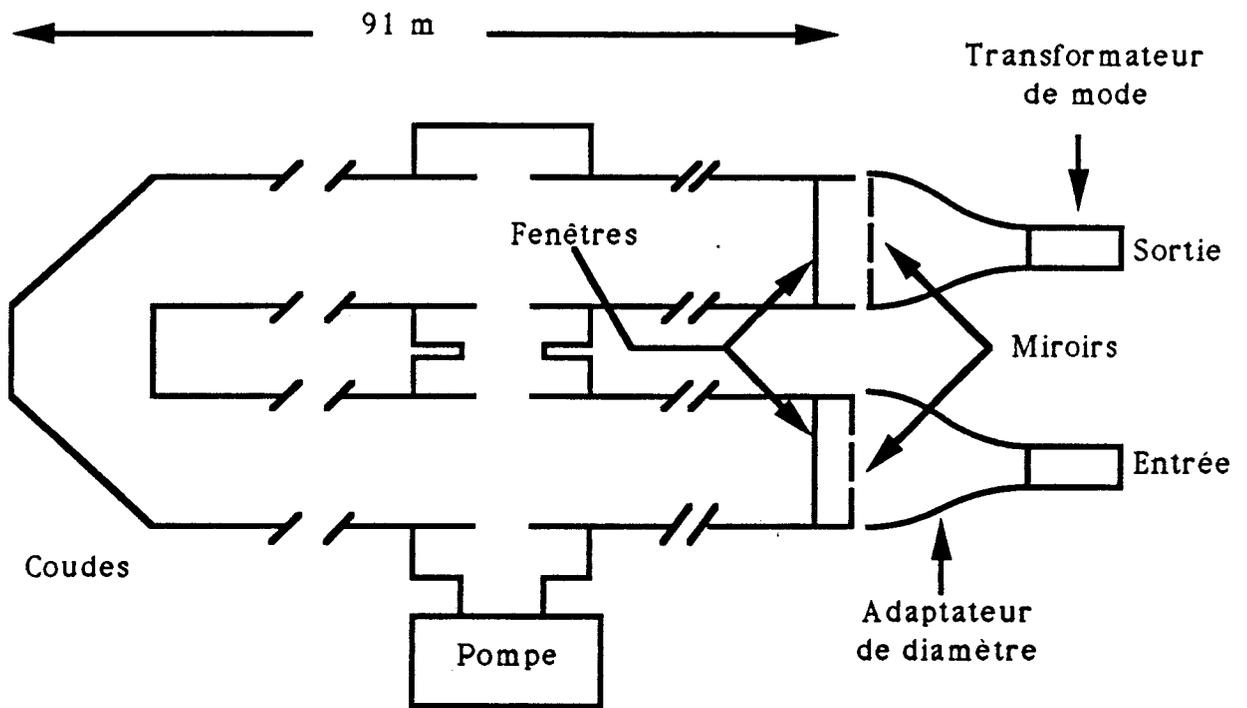


Figure I.1: Représentation schématique du Pérot-Fabry de 182 m

lignes. L'atténuation propre de cette cellule due principalement aux coudes 90° est de 1.4 dB à 86 GHz.

Les miroirs semi-réfléchissants sont constitués par des disques métalliques de faible épaisseur, percées par des trous circulaires répartis suivant un motif hexagonal. Pour une fréquence donnée, le diamètre des trous et leur entre-axe fixent les coefficients de réflexion et de transmission de cette grille. Dans la configuration utilisée, les deux miroirs sont identiques, le diamètre des trous est de 1.1 mm alors que l'entre-axe est de 1.6 mm.

Les coefficients de transmission et de réflexion en puissance de ces miroirs sont respectivement égaux à $T=0.048$ et $R=0.951$. Le miroir d'entrée a été placé sur la face d'entrée de la cellule. L'ensemble, source, transformateur de mode et adaptateur de diamètre, peut être déplacé par rapport à cette grille de manière à optimiser le couplage de l'onde incidente dans la cavité. Le miroir de sortie, fixé sur l'adaptateur de diamètre correspondant au dispositif de détection, est mobile par rapport à la cellule, ce qui permet d'ajuster la longueur de la cavité

L'intervalle spectral libre (ISL) de cette cavité est de 825 kHz. A 86 GHz, la demi-largeur à mi-hauteur du mode ($\Delta\nu_{\text{mode}}$) est estimée à 48 kHz, ce qui correspond à une finesse de 8.6. Enfin, la transmission maximale de la cavité est d'environ -17.5 dB.

c- Description du Pérot-Fabry de 23 mètres.

Ce résonateur est constitué par deux tronçons de guide d'onde reliés par un dispositif de pompage et d'injection de gaz. L'atténuation de ce guide est très faible ($< 0,1$ dB) vu sa courte longueur et l'absence

de coudes de 90°. Les performances de cette cavité sont par conséquent fixées par les couplages d'entrée et sortie liés aux miroirs ainsi que par les pertes introduites par les fenêtres d'étanchéité.

La disposition et les caractéristiques des grilles semi-réfléchissantes ainsi que les fenêtres d'étanchéité sont optimisées de façon à obtenir des caractéristiques comparables à celle de la cavité de 182 m, à l'exception de l'intervalle spectral libre qui est de 6.6 MHz (Sergent 1991). Dans sa configuration actuelle (figure I.2), la cavité est limitée par des grilles de coefficients de réflexion différents. La grille d'entrée, placée dans un dispositif de translation commandé par un moteur pas à pas (pas = 0.1 μm), est identique à celle utilisée pour le Pérot-Fabry de 182 m. La grille de sortie, placée sous vide, possède un coefficient de réflexion supérieur à celui de la grille d'entrée ($R=0.995$, $T=0.005$), ce qui permet de réduire les pertes par aller retour. Les deux fenêtres d'étanchéité sont en téflon. L'épaisseur de la fenêtre d'entrée (5 mm), placée à l'intérieur de la cavité a été ajustée de façon à réduire au maximum son coefficient de réflexion (lame $n \lambda/2$)

Les caractéristiques de ce Pérot-Fabry dépendent légèrement de la position de la grille d'entrée à l'intérieur du dispositif de translation. La largeur de mode ($\Delta\nu_{\text{mode}}$) varie de 42 à 56 kHz, ce qui correspond à une finesse allant de 78 à 58. Parallèlement, la transmission maximale évolue de -8 à -11 dB.

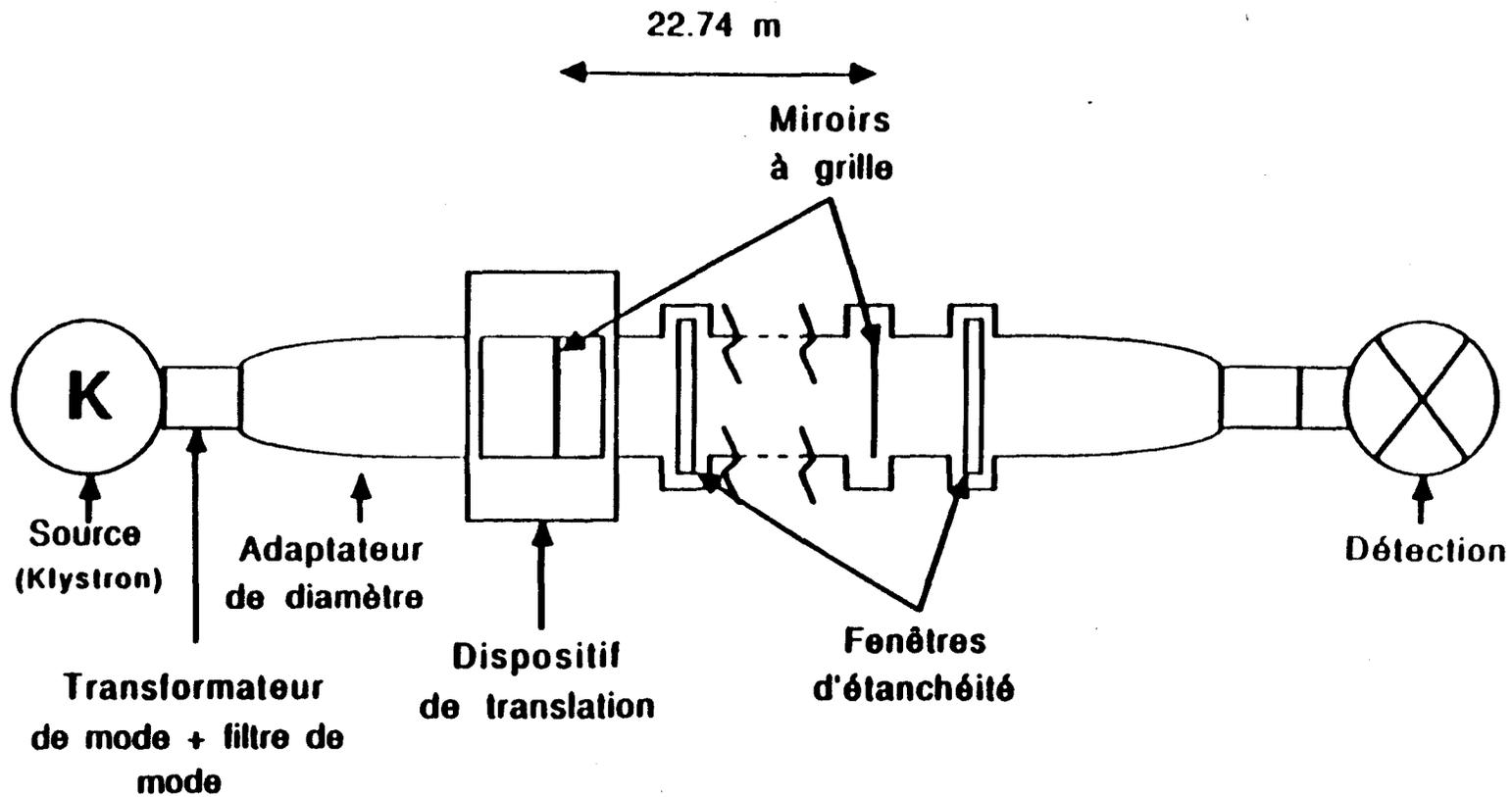


Figure I.2: Représentation schématique du Pérot-Fabry de 23 mètres

d- l'absorbant saturable.

L'absorbant saturable est un gaz d'acide cyanhydrique HC^{15}N à basse pression, excité au voisinage de sa transition rotationnelle ($J=0; M=0$) \rightarrow ($J=1; M=0$) à la fréquence $\nu_m = 86.054961$ GHz (Pearson 1976). Malgré l'existence d'une structure hyperfine, liée au couplage des spins de l'hydrogène et de l'azote, qui est étalée sur environ 16 kHz, ce gaz peut être considéré comme une collection de systèmes à deux niveaux d'énergie, caractérisée par une fréquence de Rabi unique $\nu_{Ri} = \frac{\mu E}{h \sqrt{3}}$ (E représente l'amplitude du champ incident, h est la constante de Planck et μ est le moment dipolaire électrique de la molécule) (Zemmouri 1987). Du fait de la forte valeur de ce moment dipolaire ($\mu = 2.986$ Debye) (Ebenstein 1984), la saturation de la transition considérée est atteinte pour des puissances incidentes raisonnables. A titre indicatif, pour les deux bistables, la fréquence de Rabi intra-cavité est de l'ordre du MHz lorsque le système est sur la branche haute du cycle de bistabilité.

Comme pour toutes les transitions observées dans le domaine millimétrique, le mécanisme de relaxation est principalement collisionnel et les temps de relaxation des populations T_1 et des cohérences T_2 sont pratiquement égaux et inversement proportionnels à la pression. L'élargissement de la transition à température ambiante a été mesuré récemment grâce à une technique de transitoires cohérents (Kaghat 1994). Le coefficient d'auto-élargissement est égal à 21.1 kHz/mTorr, ce qui correspond à $T_1 = T_2 = 7.5 \mu\text{s}$ pour une pression de 1 mTorr.

Notons l'existence d'un élargissement inhomogène de 100 kHz (demi largeur à mi-hauteur) lié à l'effet Doppler. En dépit du fait que cette valeur est nettement supérieure à la largeur collisionnelle dans la gamme de pression utilisée (≤ 1 mTorr), l'effet Doppler affecte très peu les caractéristiques du bistable de 182m. En effet, dans ce cas, le profil d'absorption en régime de saturation et la transmission du gaz en régime d'interaction linéaire sont très peu modifiés par l'introduction de cet élargissement (Ségard 1989). Il n'en est pas de même pour le bistable de 23m pour lequel la transmission linéaire de la colonne de gaz est fortement perturbée au voisinage immédiat de la résonance. On peut donc s'attendre à ce que l'effet Doppler joue un rôle non négligeable sur le comportement de ce bistable au voisinage de la branche basse.

Enfin, en régime collisionnel dominant, le coefficient d'absorption en puissance α correspondant à la transition $J=0 \rightarrow 1$ a été estimé à 1.1 m^{-1} (Ségard 1989), compte tenu de la pureté du gaz utilisé qui est de l'ordre de 80% (Zemmouri 1987). Ce résultat est en bon accord avec celui établi auparavant par Senitzky (Senitzky 1963).

e- Source, détection et modulation d'amplitude.

L'onde incidente est générée par un klystron Varian (type VRB 2111 A34), de bande d'accord de fréquence 2 GHz centrée autour de la fréquence centrale 86 GHz. Sa puissance actuelle est estimée à approximativement 300 mW. Deux circulateurs à trois voies (isolation 25 dB) isolent la source de la cavité. Ce type de source est caractérisé par un bruit de phase très réduit correspondant à un

spectre très étroit (< 1 kHz). Cependant, une dérive lente (~ 1 Hz) de la fréquence d'émission doit être compensée par une stabilisation adéquate. Le klystron est donc synchronisé en phase sur un étalon de fréquence F_0 voisine de 4.8 GHz (source solide) lui même verrouillé en phase sur un étalon primaire à environ 100 MHz (synthétiseur Ailtech 360D11). La phase du battement entre le klystron et l'une des harmoniques de la source solide est comparée à celle d'un deuxième étalon primaire à 30 MHz (3×10 MHz). La tension de déséquilibre du comparateur est appliquée au niveau de l'électrode de commande du klystron (réflecteur) après amplification et filtrage.

Un mélangeur à diode Schottky, isolé de la cavité par un circulateur à trois voies, assure une détection quadratique des signaux à la sortie de la cavité. Les signaux ainsi détectés, proportionnels à la puissance transmise, sont digitalisés par un oscilloscope numérique (Lecroy 9400) de résolution verticale 8 bits, puis transférés vers un micro-ordinateur Hewlett-Packard 9000.

Le balayage de l'amplitude du champ incident est assuré par un modulateur à diode PIN dont le temps de montée est de l'ordre de 100 ns. Les signaux de commande du modulateur sont fournis par un générateur de tension analogique (Hewlett-Packard 3324A).

I.3 Modélisation des bistables millimétriques.

Pour des raisons de simplicité et de commodité, les deux Pérot-Fabry seront décrits par un modèle unique. Ce dernier est obtenu à partir des équations de Bloch-Maxwell moyennant l'introduction d'un certain nombre d'approximations que nous allons préciser.

Dans ce modèle, Le milieu absorbant saturable est assimilé à un ensemble de systèmes à deux niveaux d'énergie de fréquence de transition ν_m , en interaction de type dipolaire électrique avec une onde cohérente à la fréquence ν_0 . Son coefficient d'absorption en puissance à la résonance en régime linéaire sera noté α . Ce milieu est caractérisé par un temps de relaxation unique relatif à l'évolution de la différence de populations entre les deux niveaux et à la polarisation macroscopique induite par une radiation cohérente ($T_1 = T_2$). L'élargissement inhomogène lié à l'effet Doppler ne sera pas pris en compte.

Une seconde approximation consiste à négliger la structure transverse du champ électromagnétique. On se limite donc à une description en onde plane

D'autre part, les effets liés à l'existence d'ondes stationnaires inhérentes à la propagation d'une onde électromagnétique dans une cavité Pérot-Fabry et en particulier la modulation du champ intracavité qui en résulte, sont négligés au même titre que les effets associés à la structure transverse.

Le Pérot-Fabry de longueur ℓ est modélisé par une cavité en anneau de longueur double ($L = 2 \ell$) représentée sur la figure I.3, où les miroirs M_2 et M_3 sont parfaitement réfléchissants. La prise en compte des pertes introduites dans la cavité se fait au niveau des miroirs semi-réfléchissants M_1 et M_4 par une légère modification de leurs caractéristiques. De plus, ces deux miroirs seront supposés identiques et caractérisés par des coefficients de réflexion R et de transmission T définis de la façon suivante.

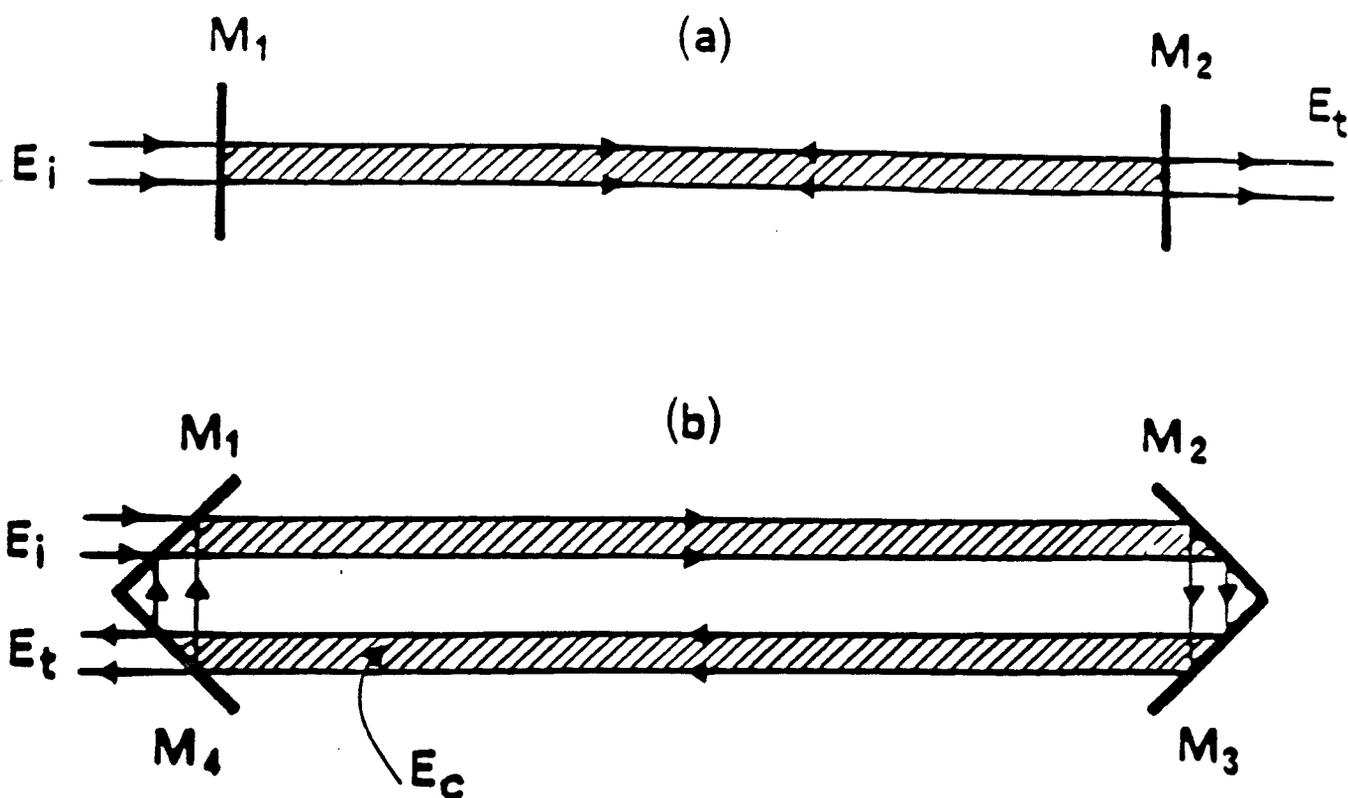


Figure 1.3: (a) cavité Pérot-Fabry

M_1 et M_2 sont des miroirs semi-réfléchissants, sans pertes, de coefficient de réflexion R_0 et R_1

(b) cavité en anneau équivalente.

M_2 et M_3 sont des miroirs totalement réfléchissants; M_1 et M_4 sont supposés identiques et caractérisés par un coefficient de réflexion R et de transmission T .

Pour le Pérot-Fabry de 182 m: $T = \sqrt{A} T_e$ et $R = A R_e$
 Soit $T = 0.041$ et $R = 0.690$

Pour le Pérot-Fabry de 23 m: $T = \sqrt{A T_e T_s}$ et $R = A \sqrt{R_e R_s}$
 Soit $T = 0.015$ et $R = 0.960$ pour $A = 0.987$
 où A est l'atténuation de la cellule.

Dans ces conditions, l'interaction entre le milieu non linéaire et le champ électromagnétique est décrite dans le référentiel tournant à la fréquence ν_0 du champ incident par les équations de Bloch-Maxwell usuelles (Lugiato 1984).

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial F}{\partial t} &= -\frac{\alpha}{2} P \\ T_2 \frac{\partial P}{\partial t} &= [F D - (1 + i\Delta) P] \\ T_2 \frac{\partial D}{\partial t} &= - [1/2 (F P^* + F^* P) + D - 1] \end{aligned} \quad 1.2$$

$F(z,t)$ représente l'enveloppe normalisée du champ à l'intérieur de la cavité, liée à la fréquence de Rabi intra-cavité $\nu_R(z,t)$ par la relation

$$F(z,t) = 2\pi \nu_R(z,t) T_2 \quad 1.3$$

D et P représentent respectivement la différence de populations normalisée et l'enveloppe normalisée de la polarisation du milieu. c est la vitesse de la lumière et Δ est le désaccord en fréquence entre l'onde incidente et la transition moléculaire.

$$\Delta = 2\pi (\nu_m - \nu_0) T_2 \quad 1.4$$

La configuration de la cavité en anneau impose la condition de bouclage suivante:

$$F(0,t) = TY + Re^{-i\delta_0} F(L,t) \quad 1.5$$

Y représente l'enveloppe du champ incident normalisé liée à la fréquence de Rabi incidente (ν_{Ri}) par la relation suivante:

$$Y = 2\pi \frac{\nu_{Ri} T_2}{\sqrt{T}} \quad 1.6$$

δ_0 est le désaccord en fréquence de la cavité défini par:

$$\delta_0 = 2\pi \frac{\nu_p - \nu_0}{c/L} \quad 1.7$$

ν_p représente la fréquence du mode le plus proche de la source.

Une ultime approximation consiste à considérer que seul un mode longitudinal de la cavité est susceptible de contribuer à l'interaction entre le milieu et le champ excitateur. Cette approximation se justifie dans le cas du Pérot-Fabry de 23 m, où l'intervalle spectral libre (6.6 MHz) est notablement supérieur à la largeur par saturation de la transition (de l'ordre du MHz). Par contre, pour le Pérot-Fabry de 182 m où des instabilités multimodes ont été mises en évidence (Ségard 1989), cette simplification ne se justifie que dans la mesure où le modèle simplifié qui en découle s'est avéré un bon outil pour la description de comportements dynamiques tels que le déplacement des

fréquences de résonance (Zemmouri 1990) et le chaos induit par une modulation externe (Zemmouri 1991)

En tenant compte des conditions de bouclage de la cavité et en projetant les équations de Bloch-Maxwell sur le mode longitudinal considéré, le système d'équations I.2 devient (Zemmouri 1990, 1991, Sergent 1991):

$$\begin{aligned}
 \tau_{ph} \frac{dF}{dt} &= \left[\frac{T}{1-R} \left(Y + \frac{L}{2c} \frac{dY}{dt} \right) - (1 + i\theta) F - 2C P \right] \\
 T_2 \frac{dP}{dt} &= [F D - (1 + i\Delta) P] \\
 T_2 \frac{dD}{dt} &= - [1/2 (F P^* + F^* P) + D - 1]
 \end{aligned}
 \tag{1.8}$$

τ_{ph} représente la durée de vie des photons dans la cavité, C le paramètre de coopérativité, θ traduit le désaccord en fréquence de la cavité par rapport au champ exciteur.

$$\tau_{ph} = \frac{L}{(1 - R) c} = \frac{1}{2\pi \Delta\nu_{mode}}$$

$$C = \frac{\alpha L}{4(1 - R)}
 \tag{1.9}$$

$$\theta = \frac{\nu_p - \nu_0}{\Delta\nu_{mode}}$$

Le terme $\frac{L}{2c} \frac{dY}{dt}$ tient compte du fait que la propagation de l'onde dans la cavité introduit un déphasage sur le champ exciteur Y et donc que

la phase du balayage de ce champ n'est pas la même en tout point du bistable. Ce terme est négligeable pour les fréquences de balayage utilisées

La dernière étape dans l'élaboration de ce modèle a consisté en sa calibration dans le but d'obtenir une coïncidence entre le comportement stationnaire établi à partir de ce modèle et les résultats expérimentaux.

Pour le Pérot-Fabry de 182 m, la calibration a été effectuée à partir du modèle multimode (équations I.2) (Ségard 1989). La coïncidence entre les cycles de bistabilité expérimentaux et théoriques observés en régime de bistabilité mixte (absorptif et dispersif) est obtenue en ajustant le coefficient d'absorption α à la valeur 0.8 m^{-1} au lieu de 1.1 m^{-1} (valeur estimée). La détermination des seuils de commutation des cycles théoriques permet d'estimer la fréquence de Rabi incidente maximale disponible. Elle est de l'ordre de 1.4 MHz, valeur qui est comparable aux estimations faites à partir de la puissance maximum disponible et compte tenu des pertes introduites par les différents éléments séparant la source de la cavité. Il est à noter que pour les mêmes valeurs des paramètres, le modèle monomode (équations I.8) fournit des résultats très voisins du modèle multimode.

Pour le Pérot-Fabry de 23 m, la calibration effectuée directement sur le modèle monomode et toujours en régime de bistabilité mixte, conduit à une valeur identique du coefficient d'absorption α et à une fréquence de Rabi incidente maximale de l'ordre du MHz. Notons qu'en régime de bistabilité absorptive qui

correspond à la plupart de nos expériences, les cycles calculés sont alors 1.5 fois plus larges que les cycles expérimentaux. Par contre, la position du seuil de commutation vers la branche haute (Point tournant A) est bien estimée. Pour obtenir une bonne coïncidence entre les cycles expérimentaux et théoriques, il serait nécessaire de réduire le coefficient d'absorption α d'un facteur 10. La fréquence de Rabi associée au seuil de commutation vers la branche haute serait alors réduite d'un facteur 7, incompatible avec l'estimation de la puissance incidente disponible. Cet écart entre expérience et théorie est attribuable en grande partie à l'effet Doppler qui joue un rôle non négligeable dans la transmission du gaz à basse puissance.

I.4 Bistable électronique

Le recours aux simulations analogiques pour l'interprétation de certains phénomènes physiques s'avère souvent d'une grande utilité (Mitschke 1985, Hanggi 1985, Gong 1991). Les dispositifs électroniques qui permettent ces études présentent l'avantage de la simplicité et de la commodité lié au fait que les paramètres expérimentaux sont facilement maîtrisables.

Dans notre domaine d'étude, le circuit électronique le plus connu pour son comportement bistable est le trigger de Schmitt (Mitschke 1985). Pour notre part, nous avons opté pour le choix d'un calculateur électronique intégrant l'équation d'évolution d'un système bistable

Théoriquement, la description la plus élémentaire du phénomène de bistabilité correspond au mouvement d'une particule

dans un double puits de potentiel en présence de frottements. En régime de vitesse limite, ce mouvement est décrit par une équation du type:

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{dV}{dx} = ax - bx^3 + \mu(t) \quad 1.10$$

La variable x est la position de la particule alors que μ est un paramètre de contrôle qui modifie la forme du potentiel V . Les constantes a et b , qui fixent la profondeur du puits de potentiel et par conséquent la largeur du cycle de bistabilité statique, ont été fixées respectivement à 3 et 1. Le choix de ces valeurs permet d'obtenir un cycle statique bien développé tout en évitant la saturation des composants électroniques lors d'un balayage de grande amplitude.

Formellement, la résolution de l'équation 1.10 implique l'écriture de la solution x sous la forme suivante.

$$x(t) = \int_{-\infty}^t (3 x(t') - x(t')^3 + \mu(t')) dt' \quad 1.11$$

Le circuit électronique qui réalise cette intégration est représenté schématiquement sur la figure I.4. Les variables $x(t)$ et $\mu(t)$ sont respectivement les tensions de sortie et d'entrée d'un intégrateur à amplificateur opérationnel.

La tension de sortie de l'intégrateur est envoyée d'une part sur un amplificateur de gain 3 et d'autre part sur une cascade de deux multiplicateurs de tension. Les signaux ainsi obtenus ($3x$ et x^3) sont réinjectés sur l'entrée de l'intégrateur.

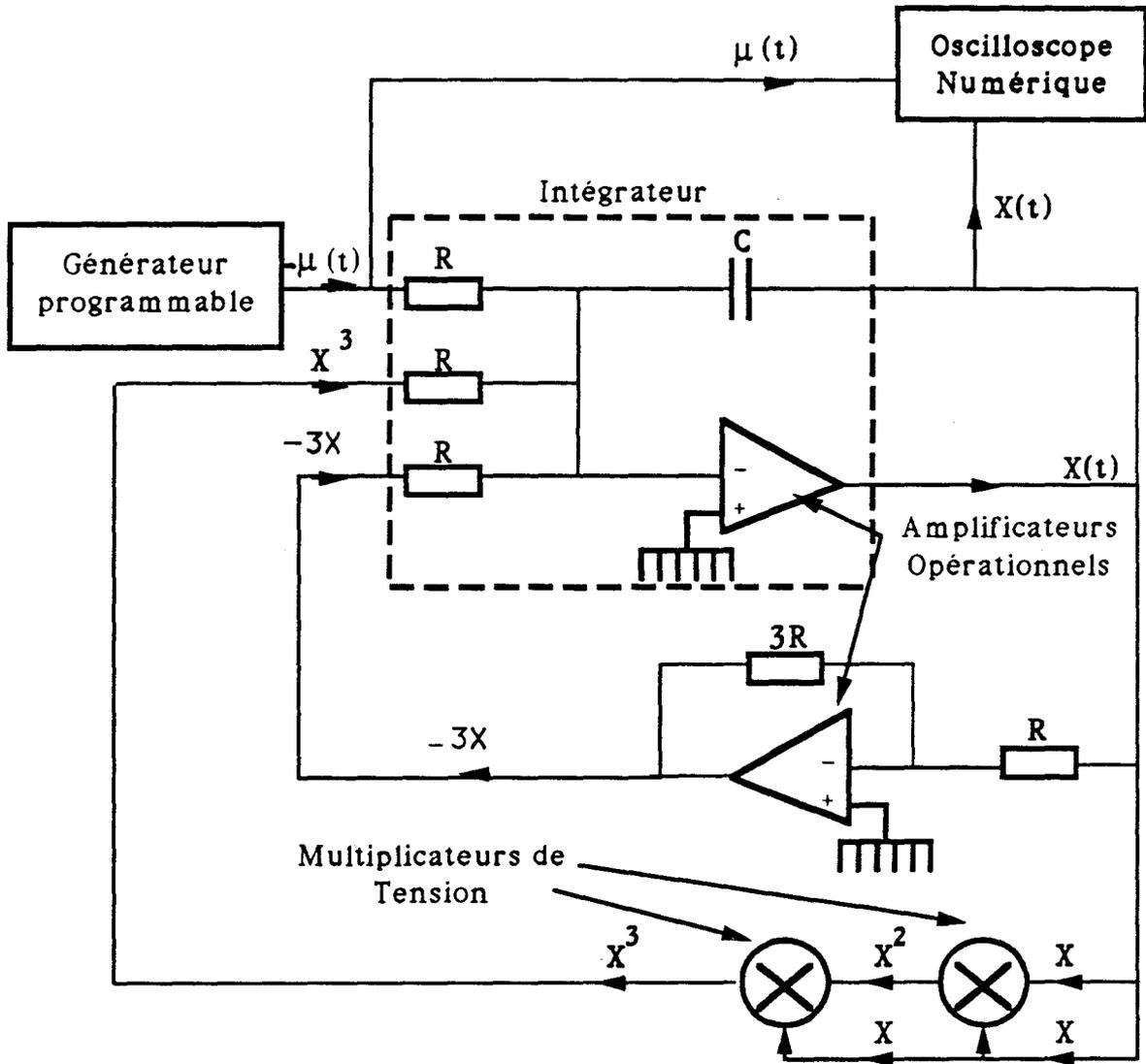


Figure I.4: Représentation schématique du bistable électronique

Certaines modifications spécifiques seront introduites sur ce montage pour étudier la stabilisation de la branche instable du cycle de bistabilité et l'effet du bruit sur la déformation des cycles d'hystérésis.

I.5 Laser CO₂ et Bistabilité de polarisation

Ce laser a été mis au point dans notre laboratoire dans le cadre de la thèse de C. Lizoret (Lizoret 1989). Il s'agit d'un laser CO₂ à modulation électrooptique intra-cavité. Nous avons utilisé ce dispositif uniquement pour illustrer le caractère général du phénomène d'hésitation mis en évidence sur les bistables millimétriques.

Aussi, nous limiterons nous à une description des principales caractéristiques de ce laser (figure I.5), sans entrer dans tous les détails de sa conception.

Le milieu actif est confiné dans un guide d'onde en alumine dont les extrémités sont fermées par deux fenêtres anti-reflet. L'excitation du milieu amplificateur s'effectue grâce à une décharge radio-fréquence, appliquée sur deux électrodes placées sur toute la longueur du guide d'onde. La cavité est constituée par un miroir plan totalement réfléchissant et un miroir sphérique partiellement réfléchissant monté sur une céramique piézo-électrique permettant l'ajustement de la longueur.

Lorsqu'aucun élément sélectif en polarisation n'est inséré dans la cavité, l'émission laser s'effectue théoriquement selon une direction de polarisation aléatoire. Dans la pratique, les dissymétries de la cavité laser font que l'émission s'effectue selon une direction de polarisation privilégiée. Le dispositif de modulation est constitué par un cristal

électrooptique placé à l'intérieur de la cavité et orienté de telle sorte que ses lignes neutres soient à 45° de la direction de polarisation naturelle du laser. Suivant la valeur de la tension appliquée sur le cristal, le laser émet sur l'une ou l'autre des deux directions de polarisations associées aux axes neutres du cristal. Le passage d'un état de polarisation à l'autre s'accompagne d'un phénomène de bistabilité. La sélection de l'une des directions de polarisation est effectuée à l'aide d'un analyseur placé à la sortie de la cavité.

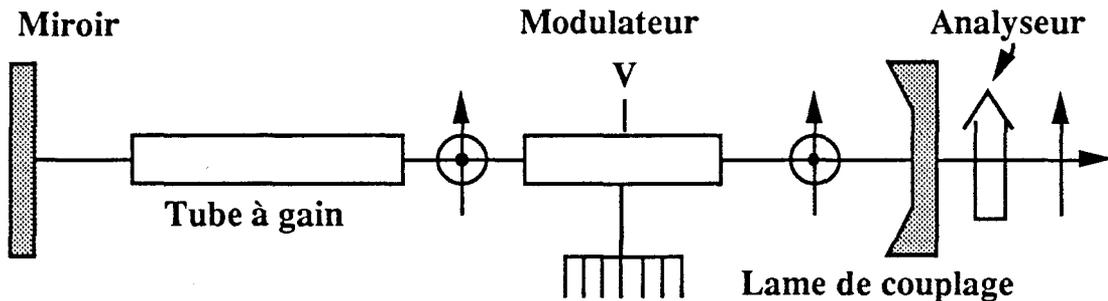


Figure I.5: Schéma du Laser guide d'onde avec le modulateur intra-cavité

Chapitre II

*Stabilisation d'états stationnaires
instables en bistabilité optique*

II.1. Introduction

La dynamique des systèmes non linéaires est intimement liée aux différents états stationnaires et périodiques instables qui leurs sont associés. Aussi, leur détermination ainsi que leur caractérisation s'avèrent souvent nécessaires pour la compréhension des comportements observés.

Les lasers et les systèmes optiques présentant des phénomènes non linéaires tels que la bistabilité optique, se prêtent bien à ce type d'expériences. Ceci est dû à leur faible niveau de bruit, ainsi qu'aux temps caractéristiques raisonnables qui permettent une acquisition et un traitement des données relativement faciles.

L'adaptation de la procédure de contrôle proposée par Ott (Ott 1990) pour le système de Hénon, a permis récemment à Roy (Roy 1992) et Bielawski (Bielawski 1993-a) de stabiliser respectivement les orbites périodiques instables d'un laser YAG contenant un cristal doubleur intra-cavité et d'un laser à fibre optiquement pompé. Cette procédure repose sur une technique de contre-réaction occasionnelle dans la mesure où les corrections sont appliquées pendant une partie de la période de l'orbite instable et s'annulent lorsque la trajectoire du système tend vers l'orbite stabilisée.

Pour notre part, nous avons utilisé une procédure de contre-réaction continue et proportionnelle à la variable observée pour stabiliser la branche intrinsèquement instable d'un système bistable optique.

L'accès à ces états instables a été déjà réalisé à l'aide d'une

technique d'impulsions rectangulaires appliquées au bistable préalablement préparé sur l'une de ses branches stables (Bigot 1987, Ségard 1987, Mitschke 1989). Cette technique permet de caractériser, de façon quantitative, la dynamique de commutation de la branche instable vers l'une des deux branches stables. Elle présente, d'un point de vue expérimental, un inconvénient majeur dans la mesure où elle est extrêmement sensible aux fluctuations.

La procédure de stabilisation que nous proposons est une bonne alternative, puisqu'elle permet de s'affranchir de ce problème. Cette méthode est analogue à celle développée, il y a quelques années, dans des systèmes chimiques (Zimmermann 1984, Kramer 1985). Une procédure similaire a permis à Bielawski (Bielawski 1993-b) de stabiliser les états stationnaires instables d'un laser à fibre. Dans ce cas, la contre-réaction est proportionnelle à la dérivée de la variable observée.

Dans ce chapitre, nous avons analysé théoriquement cette procédure de stabilisation. Des résultats numériques confirment parfaitement ces prédictions théoriques et la mise en évidence expérimentale a été réalisée sur le Pérot-Fabry de 182 m.

II.2. Analyse théorique et résultats numériques.

L'instabilité de la branche intermédiaire de la caractéristique stationnaire en S d'un système bistable est directement associée avec l'existence d'une valeur propre positive pour l'équation caractéristique obtenue par analyse de stabilité linéaire. Intuitivement, la stabilisation de cette branche serait accomplie si d'une manière ou d'une autre, on arrivait à inverser le signe de la valeur propre correspondante. Lorsqu'on introduit la contre-réaction de la variable de sortie x , l'analyse de stabilité linéaire du système global conduit à une nouvelle équation caractéristique pour laquelle la valeur propre initialement positive est susceptible de changer de signe. Dans ces conditions, le paramètre de contrôle du système bistable s'écrit:

$$\mu = Y + T(x) \quad \text{II.1}$$

Y étant le paramètre de contrôle du système global.

A l'état stationnaire, la rétroaction introduit un décalage indépendant du temps entre les variables Y et μ . x et μ définissent un point de la caractéristique stationnaire $x(\mu)$ du bistable qui, évidemment, ne dépend pas de la façon dont la rétroaction a été appliquée. Il est à noter que la caractéristique stationnaire du système global $x(Y)$ est très différente de la caractéristique du bistable $x(\mu)$.

En définitive, quelques soient la forme et le taux de la contre-réaction appliquée au bistable, ses états stationnaires ne sont pas modifiés, alors que leur stabilité peut éventuellement être affectée

(Macke 1993). Un état instable peut être stabilisé et inversement.

a- Cas d'un système unidimensionnel.

Si on se limite au cas d'un système à une seule variable dynamique x , l'évolution de cette variable peut être décrite à l'aide d'une équation de la forme:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, \mu) \quad \text{II.2}$$

où l'on supposera que $\frac{\partial F}{\partial \mu} > 0$

μ représente le paramètre de contrôle. La caractéristique stationnaire, donnée par l'équation $F(x, \mu) = 0$, décrit dans le plan (μ, x) une courbe en S caractéristique de la bistabilité représentée sur la figure II.1.

Au voisinage d'un état stationnaire (x_s, μ_s) , l'évolution du bistable est caractérisée par la relation:

$$\frac{d\delta x}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x}(x_s, \mu_s) \delta x + \frac{\partial F}{\partial \mu}(x_s, \mu_s) \delta \mu \quad \text{II.3}$$

où $\delta x = x - x_s$ et $\delta \mu = \mu - \mu_s$

L'analyse de stabilité linéaire au voisinage de l'état stationnaire (x_s, μ_s) , qui consiste à effectuer une petite variation δx de la variable x pour $\mu = \mu_s$ constant ($\delta \mu = 0$), se traduit par l'équation suivante:

$$\frac{d\delta x}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x}(x_s, \mu_s) \delta x = \lambda \delta x \quad \text{II.4}$$

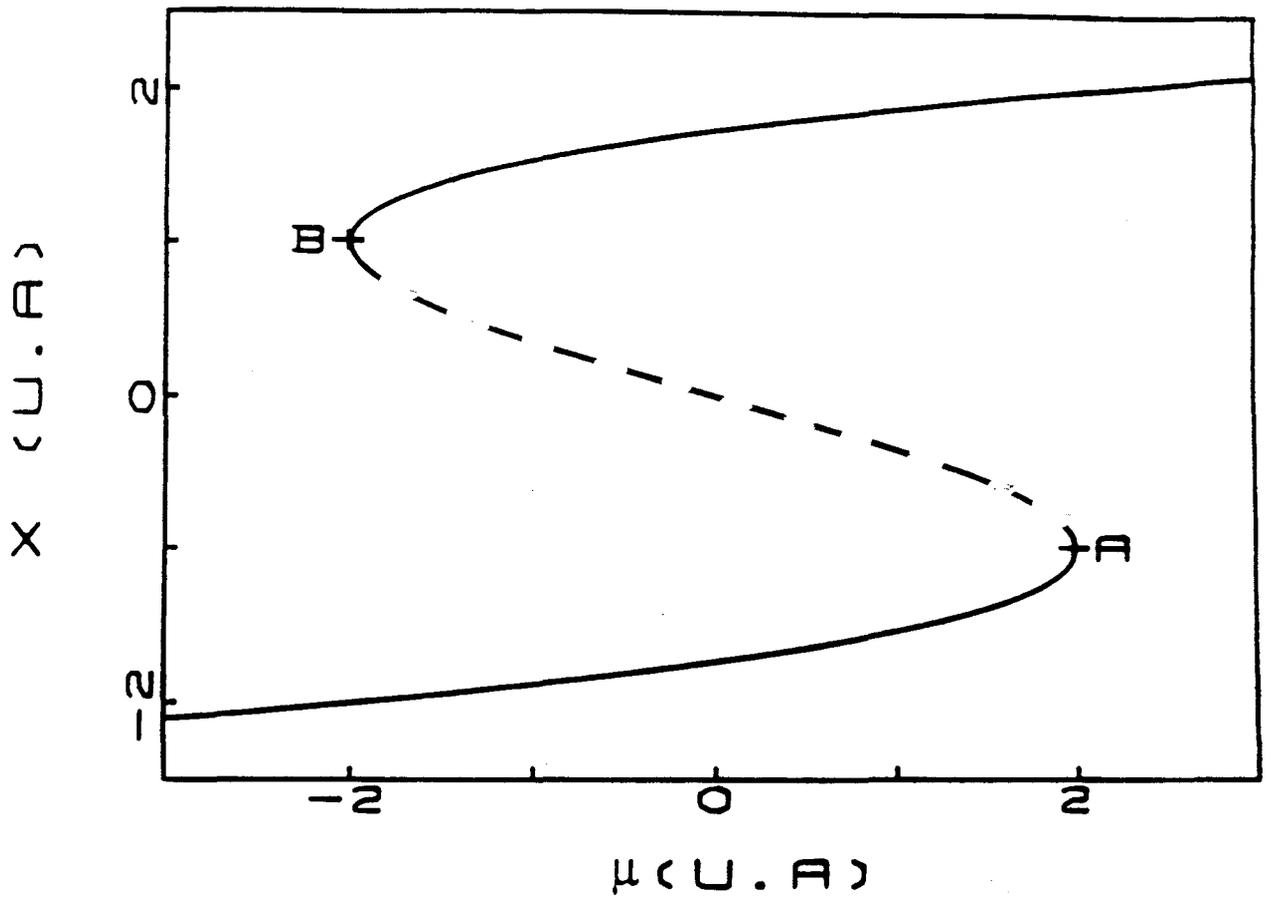


Figure II.1: Caractéristique stationnaire d'un système bistable

$$F(x, \mu) = 3x - x^3 + \mu \text{ (Cas du bistable électronique)}$$

λ est la valeur propre qui correspond à l'état stationnaire (x_s, μ_s) . Elle est intrinsèquement liée à la pente de la caractéristique stationnaire $x(\mu)$ par la relation suivante:

$$s = \frac{dx}{d\mu}(x_s, \mu_s) = - \frac{\partial F / \partial \mu}{\partial F / \partial x} = - \frac{\partial F / \partial \mu(x_s, \mu_s)}{\lambda} \quad \text{II.5}$$

Rappelons que pour les deux branches basse et haute de la caractéristique stationnaire $x(\mu)$, la pente s est de signe positif et λ est négative. En revanche, pour la branche intermédiaire, s est négative et λ positive.

Si on applique une contre-réaction proportionnelle à la variable observée x , le paramètre de contrôle du bistable devient:

$$\mu = Y - \eta x \text{ où } \eta > 0 \quad \text{II.6}$$

Le système étant dans l'état stationnaire, si on modifie x de δx à Y constant, l'écart $\delta \mu$ n'est plus nul mais proportionnel à l'écart δx

$$\delta \mu = - \eta \delta x \quad \text{II.7}$$

L'évolution de δx est alors donnée par la relation II.8.

$$\frac{d\delta X}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x}(x_s, \mu_s) \delta x - \eta \frac{\partial F}{\partial \mu}(x_s, \mu_s) \delta x \quad \text{II.8}$$

où $\frac{\partial F}{\partial \mu}(x_s, \mu_s)$ est égal à $-\lambda s$.

Compte tenu de la relation II.5, cette équation s'écrit:

$$\frac{d\delta x}{dt} = \lambda (1 + \eta s) \delta x = \lambda_p \delta x \quad \text{II.9}$$

La valeur propre λ_p correspondant au système bistable + contre-réaction est reliée de manière simple à celle du bistable seul, soit:

$$\lambda_p = \lambda (1 + \eta s) \quad \text{II.10}$$

Pour les deux branches stables ($\lambda < 0$, $s > 0$), la stabilité est renforcée puisque $\lambda_p < \lambda < 0$. La branche instable ($\lambda > 0$, $s > 0$) peut être stabilisée pourvu que la valeur propre λ_p prenne des valeurs négatives. Cette condition est satisfaite pour tous les états stationnaires de cette branche, lorsque le gain η de la contre-réaction est supérieur à $\eta_c = 1/|s_i|$.

$|s_i|$ est la valeur minimum de $|s|$, qui est atteinte lorsque l'état stationnaire considéré est situé au point d'inflexion I de la courbe stationnaire du bistable (figure II.2.c)

Ce résultat peut être interprété de façon qualitative en remarquant que les états stationnaires du système bistable + contre-réaction sont décrits par le couple d'équations suivantes:

$$F(x, \mu) = 0 \quad \text{II.11}$$

$$x = (Y - \mu)/\eta$$

La deuxième équation représente la contrainte introduite par la contre-réaction. Dans le plan (μ, x) , elle correspond à une droite de pente $-1/\eta$

dont l'ordonnée à l'origine est fixée par la valeur de Y . Pour une valeur donnée de Y , la solution du système II.11, est donnée par l'intersection de cette droite avec la courbe en S du bistable seul (figure II.2.c). Le gain η de la rétroaction est alors choisi de telle manière que cette intersection soit unique. L'équation qui caractérise les états stationnaires du système global ($F(x,Y)=0$) est alors mono-valuée par rapport à la variable Y . Pour toute valeur de Y , le système global possède un seul état stationnaire stable.

Nous avons testé numériquement ces résultats en résolvant l'équation générique de la bistabilité introduite au chapitre précédent pour décrire le bistable électronique ($dx/dt = 3x - x^3 + \mu$).

Pour un taux de contre-réaction η supérieur 3 coïncidant avec la valeur théorique de η_c , la stabilisation de la branche intermédiaire est complète (figure II.2.c).

Si η est inférieur à η_c , le système global devient lui même bistable (figure II.2.f). Si on balaie adiabatiquement Y , le système bistable est stabilisé jusqu'au point A' de la branche intermédiaire qui est caractérisé par une pente $s(A')$ telle que $|s(A')|=1/\eta$. En ce point, le système global commute de façon brusque vers la branche haute alors que le bistable décrit une droite de pente $-1/\eta$. Il finit par atteindre la branche haute et la décrit entièrement. Durant la phase décroissante du balayage, le bistable quitte, de la même façon, la branche intermédiaire en B' (de pente $1/\eta$) et on voit apparaître alors un cycle incliné

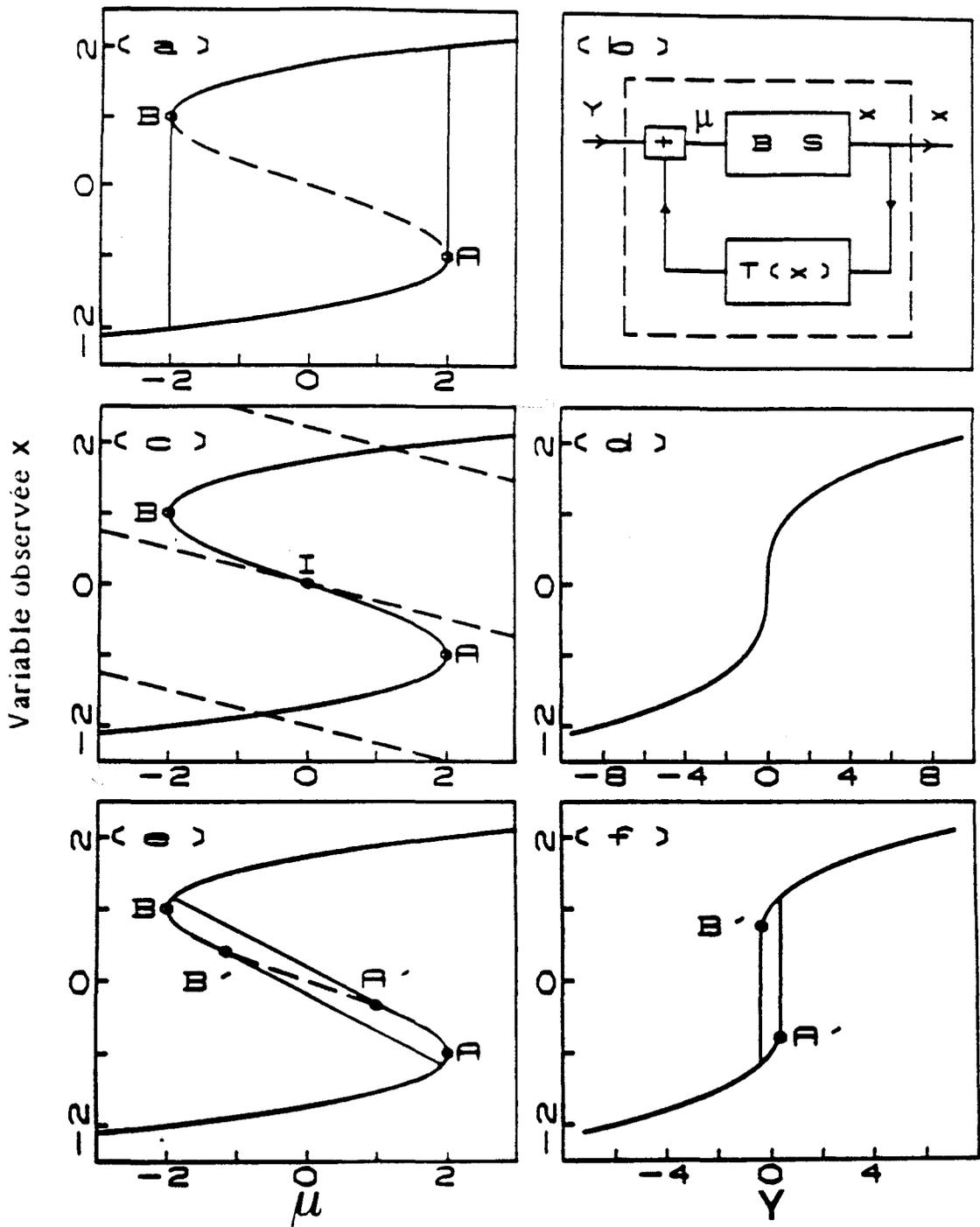


Figure II.2: Stabilisation de la branche intermédiaire

Simulations numériques (Modèle cubique)

(a) Cycle d'hystérésis sans contre-réaction

(b) Procédure de stabilisation

(c) Stabilisation complète ($\eta=3.1$)

Les droites en pointillés, de pente $-1/\eta$, sont données pour référence, elles représentent la contrainte introduite par la contre-réaction

(d) Caractéristique stationnaire du système global ($\eta=3.1$)

(e) Stabilisation partielle ($\eta=2$)

(f) Cycle d'hystérésis résiduel du système global ($\eta=2$)

Le gain critique $\eta_c = 3$

(figure II.2.e). Cette inclinaison est liée la nature de la contre-réaction appliquée.

b- Généralisation aux cas des systèmes à plusieurs variables.

Dans le cas où le système est décrit par n variables dynamiques x_i , l'évolution du bistable est alors décrite par un système de n équations de la forme: $\dot{x}_i = F_i(\mu, x)$ où $\dot{x}_i = dx_i/dt$. Sous forme vectorielle, cette évolution est décrite par l'équation $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mu)$.

Pour plus de commodité, nous allons supposer que la variable observée est la première composante du vecteur \mathbf{x} notée x_1 . La caractéristique stationnaire relative à cette variable sera donc la projection dans le plan (μ, x_1) de la courbe définie dans l'espace (μ, \mathbf{x}) par les n équations $F_i(\mu, \mathbf{x})=0$. L'analyse de stabilité linéaire autour d'un point stationnaire se généralise de façon simple.

Au voisinage de l'état stationnaire (μ_s, \mathbf{x}_s) , l'évolution du bistable est décrite par le système d'équations linéaires:

$$\begin{aligned} \dot{\delta x}_i = & \frac{\partial F_i}{\partial x_1} (x_s, \mu_s) \delta x_1 + \dots + \frac{\partial F_i}{\partial x_n} (x_s, \mu_s) \delta x_n \\ & + \frac{\partial F_i}{\partial \mu} (x_s, \mu_s) \delta \mu \quad i=1 \dots n \end{aligned} \quad \text{II.12}$$

où $\delta x_i = x_i - x_{is}$

On pourra donc écrire la relation matricielle:

$$\dot{\delta \mathbf{x}} = \mathbf{M} \delta \mathbf{x} + \mathbf{V} \delta \mu \quad \text{II.13}$$

où \mathbf{M} est une matrice carrée d'ordre n dont les éléments M_{ij} sont

définis par:

$$M_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}(x_s, \mu_s) \quad \text{II.14}$$

δx et V sont des vecteurs de composantes δx_i et $V_i = \frac{\partial F_i}{\partial \mu}(x_s, \mu_s)$

En l'absence de la rétroaction, l'état stationnaire est défini par la relation $M \cdot \delta x = 0$. Les n valeurs propres complexes associées au système linéarisé II.12 sont données par la relation $\det(M - \lambda \cdot I) = 0$. La branche intermédiaire est caractérisée par au moins une valeur propre réelle et positive, le déterminant de la matrice M correspondant ne satisfait pas alors une des conditions nécessaires de stabilité relatives au critère de Hurwitz (Haken 1978).

La contre-réaction qui utilise la variable x_1 s'effectue de manière analogue au cas précédent ($\mu = Y - \eta x_1$ où $\eta > 0$). Une variation δx_1 de la variable x_1 entraîne une variation $\delta \mu$ du paramètre de contrôle de la forme $\delta \mu = -\eta \delta x_1$.

L'équation II.13 devient:

$$\dot{\delta x} = M' \delta x \quad \text{II.15}$$

où M' est une matrice de composantes:

$$M'_{ij} = M_{ij} - \eta \delta_{1j} \frac{\partial F_i}{\partial \mu}(x_s, \mu_s) \quad \text{II.16}$$

δ_{1j} étant le symbole de Kronecker.

En utilisant les propriétés des déterminants, on peut montrer

que le déterminant de M' est simplement relié au déterminant de M par la relation II.17

$$\det M' = \det M - \eta \det \Delta \quad \text{II.17}$$

où la matrice Δ est obtenue à partir de M en remplaçant les éléments de la première colonne par les composantes V_i du vecteur V , les éléments de la matrice Δ s'écrivent alors:

$$\Delta_{ij} = M_{ij} (1 - \delta_{1j}) + \delta_{1j} V_i \quad \text{II.18}$$

La quantité $\det \Delta$ s'exprime simplement en fonction de $\det M$ et de la pente s de la caractéristique stationnaire $x_1(\mu)$ du bistable. Dans ce cas, s est définie par la relation $\frac{dx_1}{d\mu}$ et la résolution de l'équation $M\delta x + V\delta\mu = 0$ conduit à:

$$s = - \frac{\det \Delta}{\det M} \quad \text{II.19}$$

La relation II.17 devient:

$$\det M' = \det M (1 + \eta s) \quad \text{II.20}$$

Cette relation ressemble beaucoup à celle établie pour le cas d'une seule variable ($\lambda_p = \lambda (1 + \eta s)$). La stabilisation complète de la branche instable nécessite que $\det M'$ et $\det M$ soient de signes opposés pour satisfaire au critère de Hurwitz (Haken 1978). Cette condition est vérifiée pour des valeurs de $\eta > 1/|s_i|$ où s_i est défini de la même

manière que précédemment.

Notons que cette condition de stabilité qui est nécessaire et suffisante dans le cas d'une seule variable dynamique, n'est plus suffisante dans ce cas, puisqu'un seul critère de Hurwitz a été pris en compte. On peut, néanmoins, considérer que cette condition est suffisante pour nombre de systèmes bistables, compte tenu de la nature de l'instabilité de la branche intermédiaire. Nous allons voir par la suite que cette supposition est en bon accord avec les résultats théoriques et expérimentaux établis pour des systèmes à plusieurs variables dynamiques.

c- Exemple d'application.

Nous avons appliqué cette méthode de stabilisation au modèle présenté dans le chapitre précédent dans le cas de la bistabilité purement absorptive ($\Delta = \Theta = 0$). Les équations d'évolution du bistable sont alors:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\kappa (x - \mu + 2CP) \\ \dot{P} &= xD - P \\ \dot{D} &= -(xP + D - 1) \end{aligned} \quad \text{II.21}$$

où $\kappa = T_2/\tau_{ph}$

Le champ intra-cavité est ici désigné par la variable x qui représente la variable observée. Le paramètre de contrôle du bistable est $\mu = Y - \eta x$. Y est le champ incident normalisé.

L'équation II.15 qui décrit la stabilité du système global dans l'état

stationnaire (μ, x_s, P_s, D_s) s'écrit alors:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta x} \\ \dot{\delta P} \\ \dot{\delta D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\kappa(1+\eta) & -2 \kappa C & 0 \\ D_s & -1 & x_s \\ -P_s & -x_s & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta P \\ \delta D \end{bmatrix} = M' \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta P \\ \delta D \end{bmatrix} \quad \text{II.22}$$

où $\delta x = x - x_s$, $\delta P = P - P_s$, $\delta D = D - D_s$

Les valeurs propres de la matrice M' satisfont à l'équation suivante.

$$\lambda^3 + b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3 = 0 \quad \text{II.23}$$

où

$$b_1 = 2 + \kappa (1 + \eta)$$

$$b_2 = (1 + x_s^2) + 2\kappa (1 + \eta) + 2 \kappa C D_s \quad \text{II.24}$$

$$b_3 = \kappa [(1 + \eta) (1 + x_s^2) + 2 C (D_s - P_s x_s)] = - \text{Det } M'$$

avec $D_s = \frac{1}{(1+x_s^2)}$ et $P_s = \frac{x_s}{(1+x_s^2)}$

Il est possible de résoudre analytiquement l'équation II.23. Cependant, pour étudier la stabilité des solutions stationnaires, il n'est pas nécessaire de connaître explicitement les valeurs propres correspondantes. Il suffit que ces dernières satisfassent au critère de Routh-Hurwitz qui stipule les conditions de stabilité suivantes (Hu 1988).

$$b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0 \text{ et } f = b_1 b_2 - b_3 > 0 \quad \text{II.25}$$

η étant réel et positif, b_1 , b_2 et f sont strictement positifs quelque soit le point stationnaire considéré. Pour que b_3 soit positif, il faut que η remplisse la condition :

$$\eta > -\eta_c(x_s) \quad \text{II.26}$$

$$\text{où } \eta_c(x_s) = 1 + 2C \frac{1-x_s^2}{(1+x_s^2)^2}$$

La fonction $\eta_c(x_s)$ est égale à l'inverse de la pente s de la caractéristique stationnaire du bistable définie par l'équation $\mu_s = x_s + \frac{2C x_s}{(1+x_s^2)}$.

Quelque soit η positif, la condition II.26 est toujours vérifiée pour les états de la branche basse et haute du cycle ($s > 0$), qui restent par conséquent stables. La branche intermédiaire ($s < 0$) sera totalement stabilisée si η est supérieur à $\frac{1}{|s_i|}$, où s_i est la pente au point d'inflexion atteint pour $x_s = \sqrt{3}$, ce qui correspond à η_c .

$$\eta_c = \frac{C}{4} - 1 \quad \text{II.27}$$

La procédure de stabilisation n'est envisageable que si $C > 4$, condition nécessaire à l'existence même de la bistabilité.

Tous ces résultats sont parfaitement reproduits par des simulations numériques et illustrées sur la figure II.3. Le paramètre de

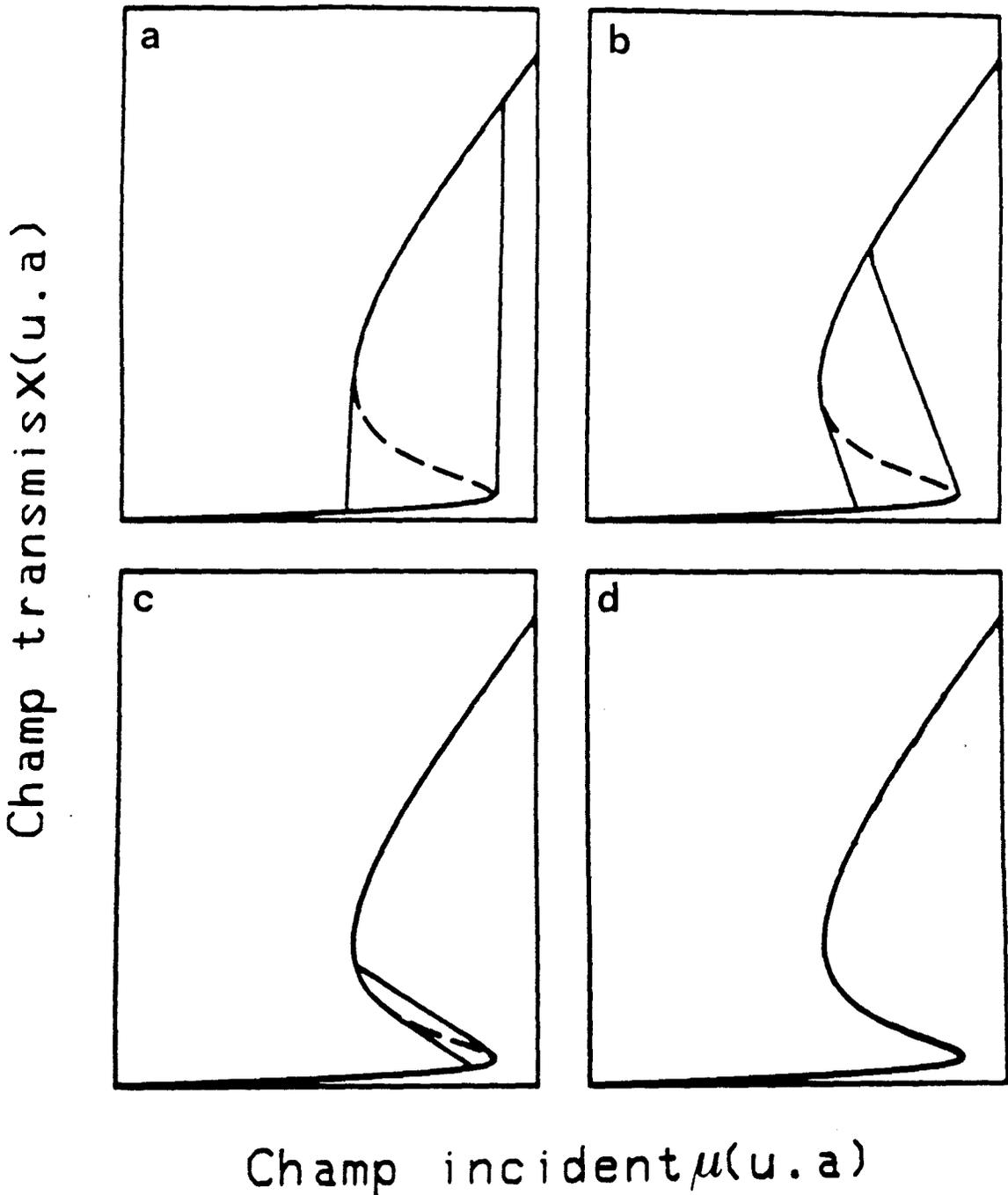


Figure II.3: Stabilisation de la branche intermédiaire
 Simulations numériques (Modèle monomode de Bloch-Maxwell -
 Bistabilité absorptive)
 (a) Cycle d'hystérésis sans contre-réaction
 (b) et (c) Stabilisation partielle $\eta =$ (b) 0.5 (c) 2
 (d) Stabilisation complète ($\eta = 4$)
 Le gain critique $\eta_c = 3.375$
 Paramètre de coopérativité $C = 17.5$

coopérativité C est égal à 17.5. Les gains de la rétroaction appliquée η sont respectivement égaux 0 (a), 0.5 (b) 2 (c) et 4 (d). On observe des comportements comparables à ceux de la figure II.2, en particulier, l'apparition d'un cycle incliné lorsque la stabilisation est partielle (courbes b et c)

II.3 Résultats expérimentaux:

Les expériences de stabilisation ont été effectuées sur le Pérot-Fabry de 182 m. Dans la pratique, la variable x_1 est la tension détectée qui est proportionnelle à la puissance transmise par la cavité. Le paramètre de contrôle μ du bistable est alors la tension appliquée au modulateur.

La réalisation pratique de la contre-réaction introduit nécessairement un délai non pris en compte dans la théorie et susceptible d'engendrer des instabilités indésirables (Ikeda 1980, Peterson 1984, Dai 1991). Des précautions ont été prises pour éviter de tels effets. Le délai dû à la propagation du signal dans les câbles et la constante de temps du circuit de contre-réaction ont été ajustés de façon à être négligeables devant le temps de relaxation des populations T_2 et la durée de vie des photons τ_{ph} .

Des expériences réalisées dans diverses conditions ont montré qu'il était toujours possible de stabiliser la totalité de la branche intermédiaire à condition que le gain de la contre-réaction soit suffisant. La figure II.4 présente des enregistrements typiques obtenus dans des conditions de bistabilité absorptive et dispersive. Ce choix a été fait dans le but d'obtenir un cycle statique bien développé, ne

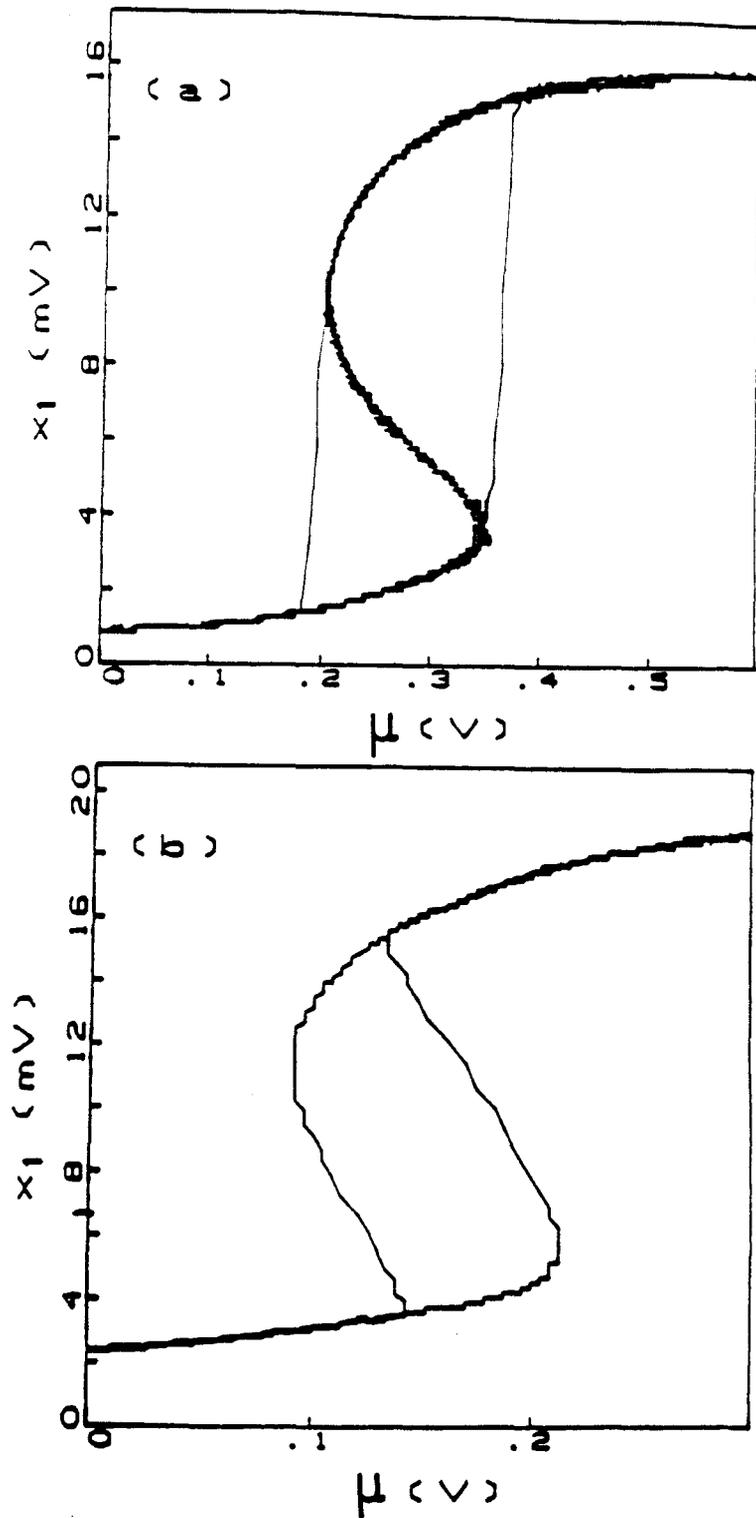


Figure II.4: Stabilisation de la branche intermédiaire

Résultats expérimentaux sur le Pérot-Fabry de 182 mètres

(a) Stabilisation complète ($\eta > \eta_c$)

Pression = 0.25 mTorr

La source et la cavité sont décalées en fréquence par rapport à la transition moléculaire de 120 et 5 kHz respectivement

(b) Stabilisation partielle ($\eta < \eta_c$)

Pression = 0.55 mTorr

La source et la cavité sont décalées en fréquence par rapport à la transition moléculaire de 117 et -225 kHz respectivement

présentant pas d'instabilités sur sa branche haute. La figure II.4.a montre la caractéristique stationnaire en S obtenue dans le cas d'une stabilisation complète; le cycle d'hystérésis est donné pour référence. La figure II.4.b montre un cycle d'hystérésis incliné obtenu lorsque la stabilisation est partielle.

Les résultats expérimentaux, en très bon accord avec l'analyse théorique présentée ci-dessus, nous permettent de conjecturer que cette méthode de stabilisation peut être généralisée à tout système physique manifestant le phénomène de bistabilité.

II.4 Effet du balayage sur le cycle stabilisé

La stabilisation complète de la branche instable nécessite un balayage quasi-statique du paramètre de contrôle. Si la vitesse de balayage devient relativement importante, la branche stabilisée se scinde en deux branches et donne naissance à un cycle d'hystérésis incliné dont l'aire évolue au fur et à mesure que la vitesse de balayage augmente. Notons que cet effet d'inclinaison n'a aucun rapport avec une procédure de stabilisation partielle. Sur la figure II.5, à l'aide du bistable électronique, nous avons représenté un cycle stabilisé obtenu pour une fréquence de balayage de 1 Hz et un cycle d'hystérésis incliné obtenu lorsque la fréquence de balayage est égale à 1000 Hz.

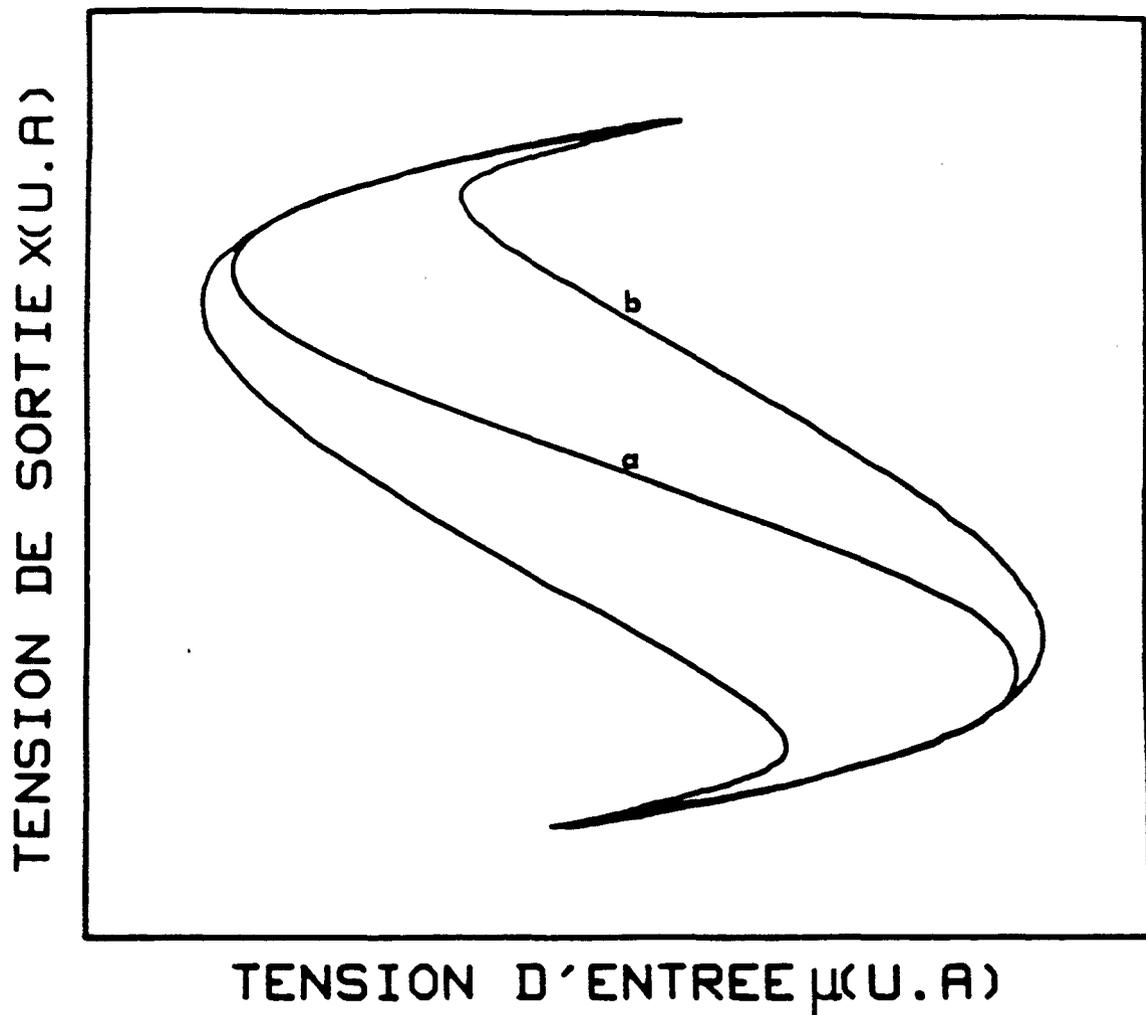


Figure II.5: Effet de la vitesse de balayage sur la stabilisation de la branche instable (Bistable électronique)
(a) Fréquence de balayage = 1 Hz
(b) Fréquence de balayage = 1000 Hz

Chapitre III

*Evolution des cycles d'hystérésis en
bistabilité optique liée au balayage
du paramètre de contrôle.*

III.1 Introduction

Si les caractéristiques des états stationnaires des systèmes bistables sont globalement bien établies, leurs comportements dynamiques présentent des aspects peu connus et sujets à controverse. C'est le cas, nous l'avons vu, du phénomène d'élargissement des cycles d'hystérésis lié au balayage d'un paramètre de contrôle (Jung 1992, Rao 1992). Des études expérimentales et théoriques récentes ont montré que le déplacement des seuils de commutation et l'accroissement de l'aire du cycle qui en résulte, suivent une loi d'échelle en $\Omega^{2/3} \mu_M^{2/3}$ où Ω et μ_M représentent respectivement la fréquence et l'amplitude de balayage (Jung 1990). Cette loi d'échelle ne s'applique qu'aux systèmes déterministes présentant une bistabilité intrinsèque, liée à l'existence d'une caractéristique stationnaire en S. Mais, elle n'a été vérifiée expérimentalement que dans le cas de systèmes décrits par une seule variable dynamique.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de montrer expérimentalement que cette loi reste valide pour les systèmes à plusieurs variables. Pour cela, nous avons étudié l'évolution des cycles d'hystérésis du bistable de 23 m décrit théoriquement par au moins trois variables dynamiques. Dans un premier temps, nous allons rappeler les résultats du modèle théorique développé par Jung et al. Nous montrerons, ensuite, que ces derniers peuvent être retrouvés à l'aide d'une analyse dimensionnelle simple. Avant de présenter les résultats expérimentaux et numériques relatifs à l'évolution des seuils de commutations et à l'élargissement des cycles d'hystérésis, le

protocole expérimental et les procédures de traitement que nous avons adoptés seront détaillés.

III.2 Eléments d'analyse théorique

a- Modèle développé par Jung et al.

Dans ce modèle, la dynamique du système bistable est analysée de façon simple à l'aide d'une seule variable dynamique, dont l'évolution est donnée par une équation de type:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, \mu) \quad \text{III.1}$$

La variable x représente la réponse du système, μ est le paramètre de contrôle. Dans le cas particulier envisagé par Jung, $F(x, \mu)$ s'écrit:

$$F(x, \mu) = ax + bx^3 + \mu \quad \text{III.2}$$

ce qui conduit à une caractéristique stationnaire ($F(x, \mu) = 0$) symétrique par rapport à l'origine ($x=0, \mu=0$) (voir figure II.1). Ce bistable est soumis à un balayage sinusoïdal de forme $\mu = \mu_M \sin(2\pi\Omega t)$.

Lorsque le paramètre de contrôle μ est balayé adiabatiquement ($\Omega \rightarrow 0$), la commutation de la branche basse vers la branche haute de la caractéristique stationnaire s'effectue pour une valeur du paramètre de contrôle qui coïncide exactement avec μ_A , ordonnée du point tournant A d'abscisse x_A . De la même façon, la commutation vers la branche

basse se produit pendant la phase décroissante du balayage pour $\mu = \mu_B$ (μ_B étant l'ordonnée du point tournant B d'abscisse x_B). Si on augmente la fréquence de balayage Ω , on observe un déplacement des seuils de commutation et par conséquent un accroissement de l'aire du cycle d'hystérésis. Cet effet a pour origine le phénomène de ralentissement critique qui se manifeste quand le système bistable évolue au voisinage de l'un de ses points tournants A et B (Hopf 1979) où le temps caractéristique du système est théoriquement infini. Le déplacement des seuils de commutation et l'élargissement des cycles d'hystérésis qui en résultent sont alors principalement liés à la dynamique aux voisinages de ces points tournants. Cette remarque a permis à Jung et al. de limiter la description de la déformation des cycles d'hystérésis à ces voisinages, où la caractéristique statique peut être approchée par une parabole. Ainsi, la commutation de la branche basse vers la branche haute associée à la dynamique au voisinage du point A est décrite par l'équation suivante (Mandel 1985).

$$\frac{dx}{dt} = a' (\mu - \mu_A) + b' (x - x_A)^2 \quad \text{III.3}$$

Dans la limite des grandes amplitudes de balayage ($\mu_M \gg \mu_A$) et des faibles fréquences, il est également possible de linéariser le balayage au voisinage des points tournants ($\sin 2\pi\Omega t = 2\pi\Omega t$). Dans ces conditions, la résolution analytique de cette équation différentielle est possible et moyennant quelques changements de variables, la réponse x du système peut être écrite explicitement en termes de fonction de Airy. Ce calcul sera repris et développé au chapitre suivant pour décrire le phénomène d'hésitation

Ce raisonnement a permis à Jung et al. d'aboutir à une loi d'échelle, qui donne l'évolution des seuils de commutation en fonction de la fréquence et de l'amplitude du balayage. Cette loi s'écrit:

$$\mu_C - \mu_A = K (\Omega^2 (\mu_M^2 - \mu_A^2))^{1/3} \quad \text{III.4}$$

μ_C est la position du seuil de commutation vers la branche haute définie comme étant la valeur du paramètre de contrôle pour laquelle la variable dynamique x est égale à x_A (figure III.1).

$\mu_C - \mu_A$ mesure donc l'écart entre la trajectoire dynamique du système et le cycle statique, au niveau du point tournant A. K est une constante qui ne dépend que des paramètres a' et b' du modèle parabolique.

En raison de la symétrie de la courbe en S, cette loi d'échelle s'applique également à la commutation de la branche haute vers la branche basse et peut être généralisée à l'aire du cyclé d'hystérésis.

Dans la mesure où μ_M est largement supérieur à μ_A , l'équation III.4 peut être simplifiée en négligeant μ_A^2 devant μ_M^2 et devient:

$$\mu_C - \mu_A = K (\Omega \mu_M)^{2/3} \quad \text{III.5}$$

On met ainsi clairement en évidence le rôle privilégié du produit $\Omega \mu_M$ proportionnel à la vitesse maximale de balayage v . Dans le cadre des approximations du modèle, v coïncide avec la vitesse de balayage dans la zone de bistabilité. Cette dernière apparaît comme le paramètre pertinent pour le système. Ce résultat peut être interprété de façon simple. Dans la mesure où l'analyse se limite au voisinage du point tournant A, la trajectoire suivie par le système n'est influencée ni par

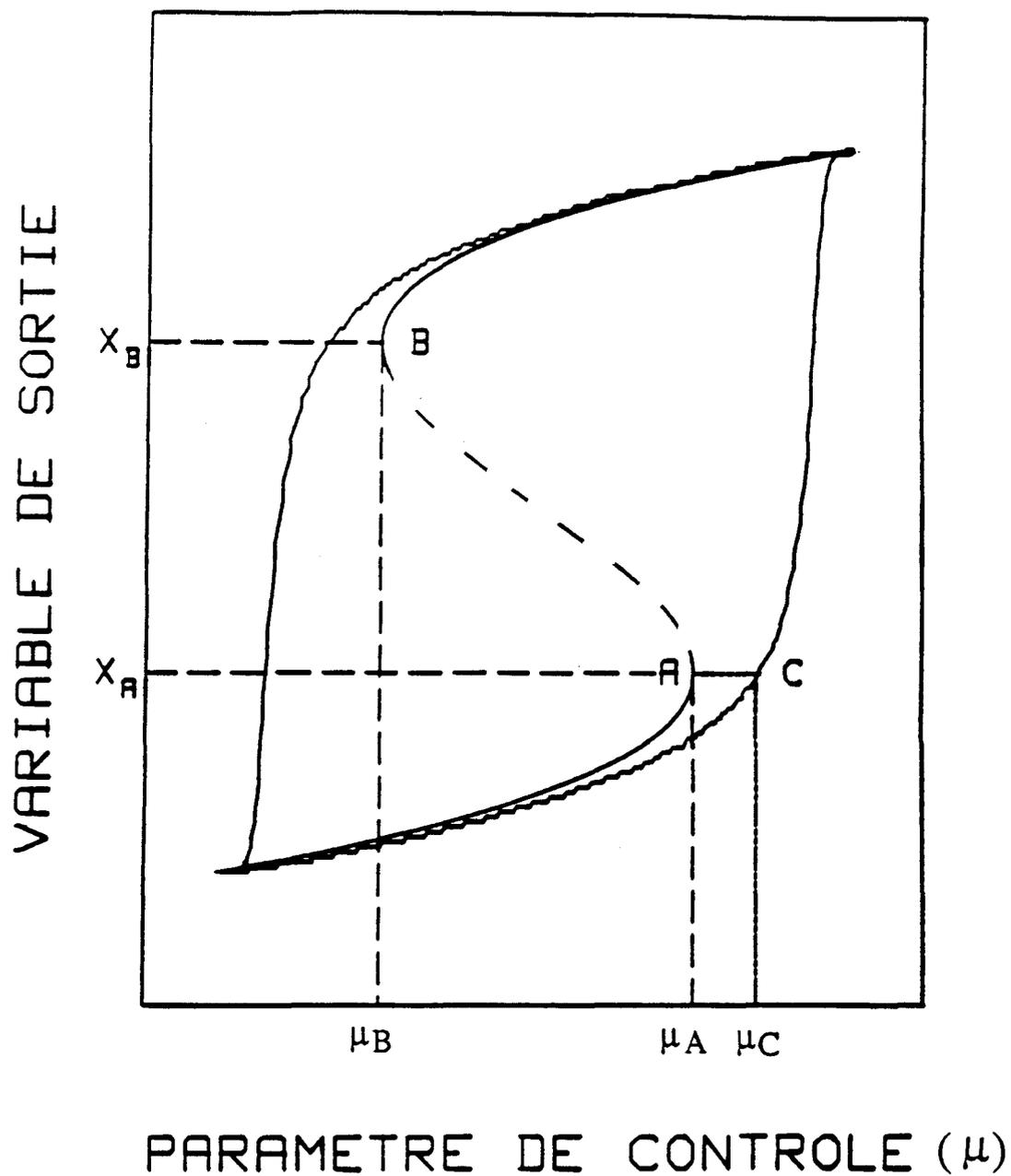


Figure III.1: Définition du point de commutation vers la branche haute retenue par Jung et al

les conditions initiales de balayage, ni par ses caractéristiques finales postérieures à la commutation. Le seul paramètre qui puisse influencer la dynamique au voisinage du point tournant est la vitesse qui apparaît donc comme étant la caractéristique la plus importante du balayage.

b- Analyse dimensionnelle.

L'analyse dimensionnelle est souvent un outil puissant permettant la détermination des grandeurs physiques caractéristiques d'un système à partir de la connaissance d'un nombre limité de paramètres pertinents. En particulier, elle permet d'induire des lois de dépendance entre grandeurs physiques et paramètres. Nous allons montrer que la loi d'échelle présentée ci-dessus peut être retrouvée de façon simple à l'aide de considérations purement dimensionnelles.

Dans le cadre du modèle parabolique décrit au paragraphe précédent, le déplacement des seuils de commutations des cycles d'hystérésis dépend des paramètres du système, qui sont dans ce cas les constantes a' et b' de l'équation III.3, ainsi que de la vitesse de balayage v que l'on supposera constante sur toute la zone de bistabilité. Le déplacement des seuils de commutation doit être régi par l'équation aux dimensions suivante:

$$\dim(\mu_C - \mu_{(A,B)}) = (\dim(a'))^\alpha (\dim(b'))^\beta (\dim(v))^\gamma \quad \text{III.6}$$

Les exposants α , β et γ fixent les puissances selon lesquelles évolue le déplacement $\mu_C - \mu_{(A,B)}$ en fonction des différents paramètres du modèle. Dans la mesure où ces paramètres sont indépendants, l'analyse

dimensionnelle donne accès à ces différents exposants et en particulier à γ , qui fixe l'évolution en fonction de la vitesse v .

Désignons par X et T les dimensions de la variable x et du temps et par M la dimension du paramètre de contrôle μ et donc du déplacement $\mu_C - \mu_{(A,B)}$. La vitesse de balayage a pour dimension $M T^{-1}$ et les dimensions des coefficients a' et b' déduites de l'équation III.3 sont:

$$\dim(a') = X T^{-1} M^{-1}, \dim(b') = X^{-1} T^{-1} \quad \text{III.7}$$

L'équation III.6 s'écrit alors:

$$M = M^{-\alpha+\gamma} X^{\alpha-\beta} T^{-\alpha-\beta-\gamma} \quad \text{III.8}$$

L'égalité entre les deux termes de l'équation III.8 implique le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned} -\alpha + \gamma &= 1 \\ \alpha - \beta &= 0 \\ \alpha + \beta + \gamma &= 0 \end{aligned} \quad \text{III.9}$$

dont les solutions sont: $\alpha = \frac{-1}{3}$, $\beta = \frac{-1}{3}$, $\gamma = \frac{2}{3}$. On retrouve bien que le déplacement $\mu_C - \mu_{(A,B)}$ est proportionnel à $v^{2/3}$ comme l'ont établi Jung et al.

Cette démarche peut être généralisée à tout système déterministe, dont l'évolution au voisinage d'un point A de coordonnées μ_A et x_A , est décrite par l'équation:

$$\frac{dx}{dt} = a' (\mu - \mu_A) + b' (x - x_A)^n \quad \text{III.10}$$

Dans ce cas, le déplacement $\mu_C - \mu_A$ de la trajectoire dynamique par rapport à la trajectoire statique (mesurée en $x = x_A$) est proportionnel à v^γ avec $\gamma = \frac{n}{2n-1}$.

Dans le cas d'un système linéaire pour lequel n est égal à 1, le déplacement $\mu_C - \mu_A$ est proportionnel à la vitesse v ($\gamma = 1$).

Dans le cas d'un système présentant un point critique correspondant à la limite d'apparition de la bistabilité (Mandel 1982), pour laquelle les points tournants de la caractéristique stationnaire A et B coïncident, la dynamique du système est décrite par l'équation générique:

$$\frac{dx}{dt} = -x^3 + \mu \quad \text{III.11}$$

L'évolution de la largeur du cycle d'hystérésis, alors d'origine purement dynamique, en fonction de la vitesse v est gouvernée par un exposant $\gamma = 3/5 = 0.6$ ($n = 3$). Une résolution numérique de l'équation III.11 conduit à un exposant γ de 0.598, en parfait accord avec l'analyse dimensionnelle. Contrairement au cas du système bistable ($n=2$), la relation III.11 permet de rendre compte de l'évolution de l'aire. L'analyse dimensionnelle prévoit alors un exposant $\gamma = 4/5$, différent de celui décrivant le déplacement des seuils de commutation ($\gamma = 3/5$). Ce dernier exposant est identique à celui établi théoriquement et expérimentalement par Van Der Linden et al (Van Der Linden 1994). Enfin, les systèmes dont la caractéristique stationnaire présente une transition brusque tels que les amplificateurs opérationnels en régime de saturation peuvent être décrits en faisant tendre n vers l'infini. On obtient alors $\gamma = 1/2$. Des expériences effectuées sur un circuit électronique de ce type confirment ce résultat.

III.3 Procédures expérimentales et traitement des résultats

a- Protocole expérimental.

Le système expérimental qui nous a servi pour l'étude de l'élargissement des cycles d'hystérésis, est le bistable de 23 m décrit précédemment. Nous nous sommes limités au cas de la bistabilité purement absorptive pour laquelle la fréquence de la source coïncide avec la fréquence de la transition moléculaire ainsi qu'avec une des fréquences propres de la cavité. Un cycle d'hystérésis est obtenu directement sur un oscilloscope cathodique, en traçant le signal détecté en fonction du signal de contrôle appliqué au modulateur. Pour se placer dans des conditions analogues à celles du modèle développé par Jung et al., nous avons utilisé un balayage de type sinusoïdal. Le modulateur à diode PIN est piloté par un synthétiseur programmable (HP 3324 A) délivrant un signal de commande sinusoïdal. L'amplitude de ce signal ainsi que la tension continue de polarisation du modulateur sont ajustées de façon à réduire au maximum les non linéarités introduites par ce dernier. Dans ces conditions, il est difficile de faire varier l'amplitude du balayage de façon reproductible. Aussi, toutes les expériences ont-elles été effectuées avec la même amplitude de balayage et la même puissance minimum très proche de 0.

Il est possible d'observer des cycles de bistabilité pour des pressions de gaz allant jusqu'à 1 mTorr. Au delà de cette valeur, la puissance maximum disponible est insuffisante pour provoquer la commutation du bistable vers la branche haute. Nous avons étudié systématiquement l'évolution des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage pour différentes valeurs de la pression. Le

domaine de variation de la fréquence s'étale de 10 Hz à 1000 Hz, valeur au delà de laquelle on observe une déformation des cycles d'hystérésis associée à la commutation frustrée. Notons qu'en deçà de 10 Hz, les déformations des cycles sont indiscernables.

La lente dérive des paramètres expérimentaux en fonction du temps, en particulier la pression du gaz absorbant saturable et la longueur de la cavité, nous a incité à procéder à une automatisation de la manipulation. Cette procédure permet de collecter les cycles d'hystérésis correspondant à 30 valeurs de la fréquence en un temps n'excédant pas 2 mn. Pour ce faire, un programme de gestion de la manipulation a été mis au point. La fréquence du signal de commande du modulateur fournie par un synthétiseur programmable (HP 3324 A) est commandée par un micro-ordinateur (HP 9300). Ce dernier assure également la programmation de la base de temps de l'oscilloscope numérique (Lecroy 9400), qui effectue l'échantillonnage des signaux sur 256 niveaux. Les signaux obtenus sont ensuite transférés vers la mémoire vive de l'ordinateur puis stockés sur sa mémoire de masse.

b- Mesures des caractéristiques des cycles d'hystérésis.

Pour chaque cycle stocké, nous avons mesuré la position des seuils de commutations ainsi que son aire.

i- Définition des seuils de commutation

La détermination des seuils de commutations présente un problème lié au choix du critère de définition. Pour le modèle théorique développé par Jung et al., nous avons vu que le seuil de commutation

de la branche basse vers la branche haute est défini par l'abscisse μ_C du point C de la trajectoire dynamique d'ordonnée x_A (figure III.1).

Deux raisons liées à la forme de la caractéristique statique et au comportement dynamique de notre bistable ne nous ont pas permis de retenir ce critère.

- D'une part, en raison du fort paramètre de coopérativité, la puissance transmise correspondant aux états de la branche basse du cycle est voisine de 0 (figure III.2). Compte tenu de la résolution limitée de l'oscilloscope et de la présence de bruit, l'ordonnée x_A du point tournant A ne peut être retenue comme critère de mesure du moins pour les expériences.

- D'autre part, les simulations numériques ont montré que, du fait de l'existence de plusieurs variables dynamiques, les trajectoires observées au cours du balayage aller (μ croissant) peuvent couper la branche basse de la caractéristique statique et parvenir en x_A avant que la commutation vers la branche haute ne se produise. Là encore, le critère défini par Jung n'est pas applicable.

Nous avons donc été amené à adopter un autre critère de définition des seuils de commutation que nous illustrons sur la figure III.2. Cette dernière représente deux cycles expérimentaux obtenus pour une pression de 0.65 mTorr et des fréquences respectivement égales à 10 Hz (a) et 500 Hz (b). Le cycle (a) est pratiquement assimilable au cycle "quasi-statique" pour lequel les commutations d'une branche vers l'autre du cycle se produisent aux abscisses μ_A et

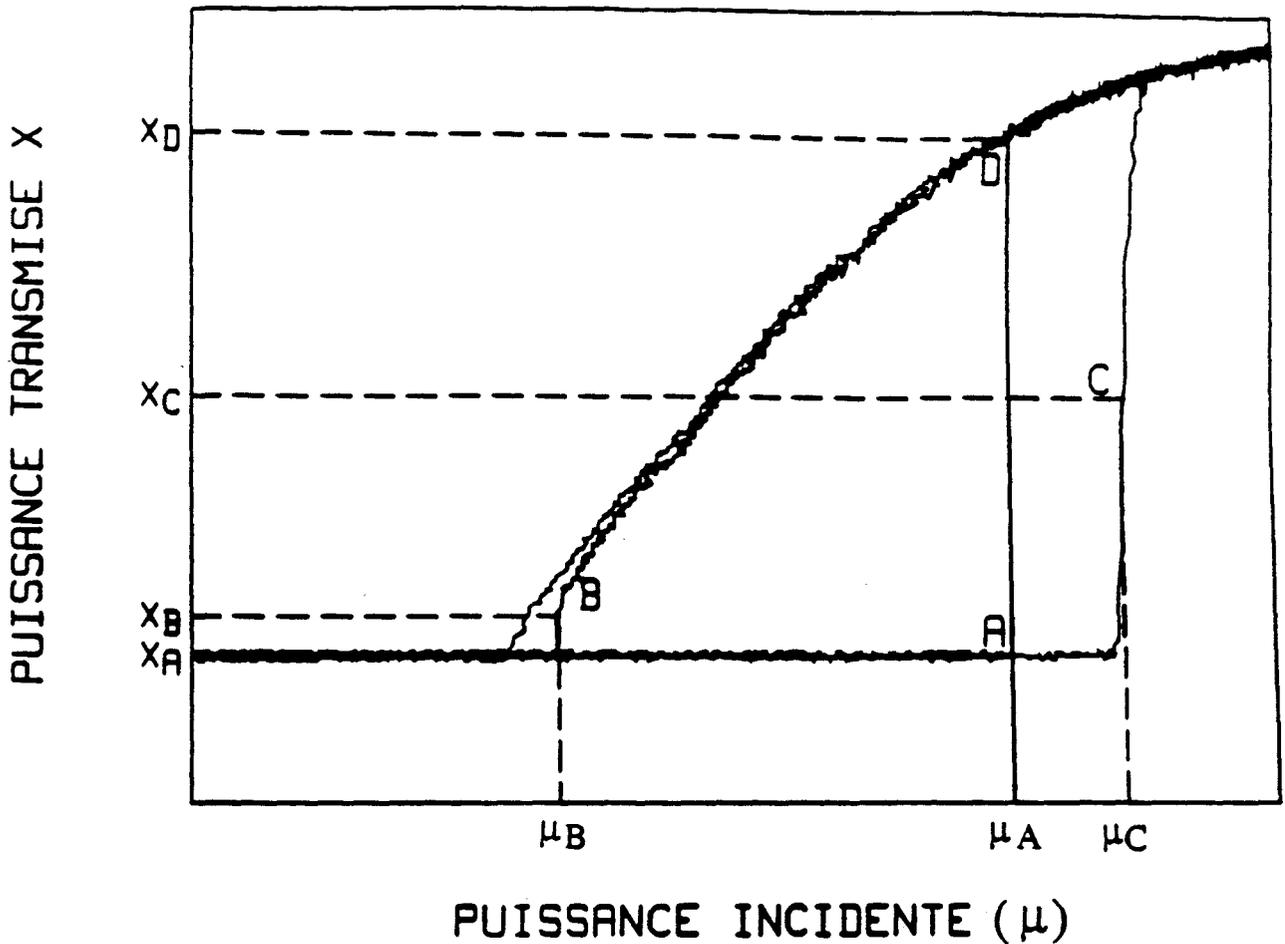


Figure III.2: Définition du seuil de commutation vers la branche haute retenue pour le traitement des cycles d'hystérésis expérimentaux. Ces derniers sont obtenus avec la bistable de 23 mètres
Conditions expérimentales: (Bistabilité absorptive)

Pression = 0.65 mTorr

Fréquence de balayage = (a) 10 et (b) 500 Hz

μ_B des points tournants de la caractéristique stationnaire. Le seuil de commutation vers la branche haute est défini comme l'abscisse μ_C du point C d'ordonnée $x_C = \frac{x_D + x_A}{2}$ de la trajectoire dynamique associée à cette commutation. D étant le point de la branche haute du cycle d'abscisse μ_A . Notons qu'aux faibles fréquences, les fronts de commutation étant très raides, ce changement de critère n'introduit pas de modification sur la position du seuil de commutation.

Un critère analogue est utilisé pour la définition du seuil de commutation vers la branche basse. Compte tenu de la forme des cycles au voisinage du point tournant B, on peut remarquer que la position de ce seuil sera assez mal définie du fait de la résolution limitée de l'oscilloscope.

ii- Calcul de l'aire du cycle d'hystérésis:

Pour calculer l'aire du cycle d'hystérésis, la méthode que nous avons adoptée est celle qui consiste à approcher la surface de la boucle d'hystérésis par la somme d'une série de N surfaces élémentaires, correspondant chacune à la surface d'un trapèze (Méthode des trapèzes).

c- Procédure de traitement.

Compte tenu des lois d'échelle que nous avons présentées dans le paragraphe précédent, l'évolution des cycles d'hystérésis sera ajustée par une loi de la forme suivante:

$$H(\Omega) = H(0) + B \Omega^s \quad \text{III.12}$$

La variable $H(\Omega)$ représente soit la position des seuils de commutations, soit l'aire du cycle d'hystérésis obtenue pour une valeur particulière Ω de la fréquence de balayage du paramètre de contrôle. $H(0)$ représente ces mêmes grandeurs quand Ω tend vers zéro. Le paramètre B contient l'information relative à l'influence de l'amplitude de balayage μ_M sur la dynamique des cycles d'hystérésis.

Dans le cas particulier de la commutation vers la branche haute du cycle, l'évolution du seuil de commutation μ_C en fonction de la fréquence obéit à l'équation :

$$\mu_C(\Omega) = \mu_A + B \Omega^s \quad \text{III.13}$$

Pour les simulations numériques, l'abscisse du point tournant A (μ_A) est connue exactement. La relation III.13 peut être écrite sous une forme plus simple.

$$\begin{aligned} \log(\mu_C(\Omega) - \mu_A) &= \log(B) + s \log(\Omega) \\ &= B' + s \log(\Omega) \end{aligned} \quad \text{III.14}$$

Une régression linéaire simple permet d'accéder aux paramètres recherchés B' et s .

Expérimentalement, les dérivées des paramètres expérimentaux font que le point tournant A n'est pas connu exactement. Toutefois, la position du point de commutation μ_C , mesurée pour la fréquence la plus faible (10Hz), en constitue un majorant.

Le traitement des résultats expérimentaux s'effectue à l'aide de la même procédure de moindres carrés linéaires et le paramètre μ_A est ajusté de telle manière que les incertitudes sur les paramètres B' et s soient les plus faibles possibles. Ce traitement a été préféré à l'utilisation d'une procédure en moindres carrés non linéaires incluant μ_A comme paramètre pour laquelle les trois paramètres recherchés sont corrélés, ce qui peut éventuellement fausser les résultats de la régression.

La méthode retenue a été testée à l'aide de résultats obtenus par simulation numérique. Le paramètre μ_A est ajusté de façon à obtenir les incertitudes les plus faibles. Les valeurs de μ_A , s et B' sont alors comparées à celles obtenues en fixant μ_A à sa valeur théorique. Les écarts alors mis en évidence sont inférieures à 1%.

III.4 Résultats expérimentaux

Nous avons effectué plusieurs séries de mesures correspondant à différentes valeurs de la pression de l'absorbeur réparties dans l'intervalle [0.3, 0.7 mTorr]. Pour les pressions inférieures à 0.3 mTorr, la largeur du cycle statique est trop faible pour que les mesures soient exploitables. Au delà de 0.7 mTorr, la frustration de la commutation apparaît pour des fréquences trop basses, le nombre de mesures prises en compte dans la régression est alors trop faible.

La figure III.3 représente l'évolution des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage de la puissance incidente pour deux valeurs particulières de la pression. Pour ces deux cas, les fréquences de balayage sont identiques.

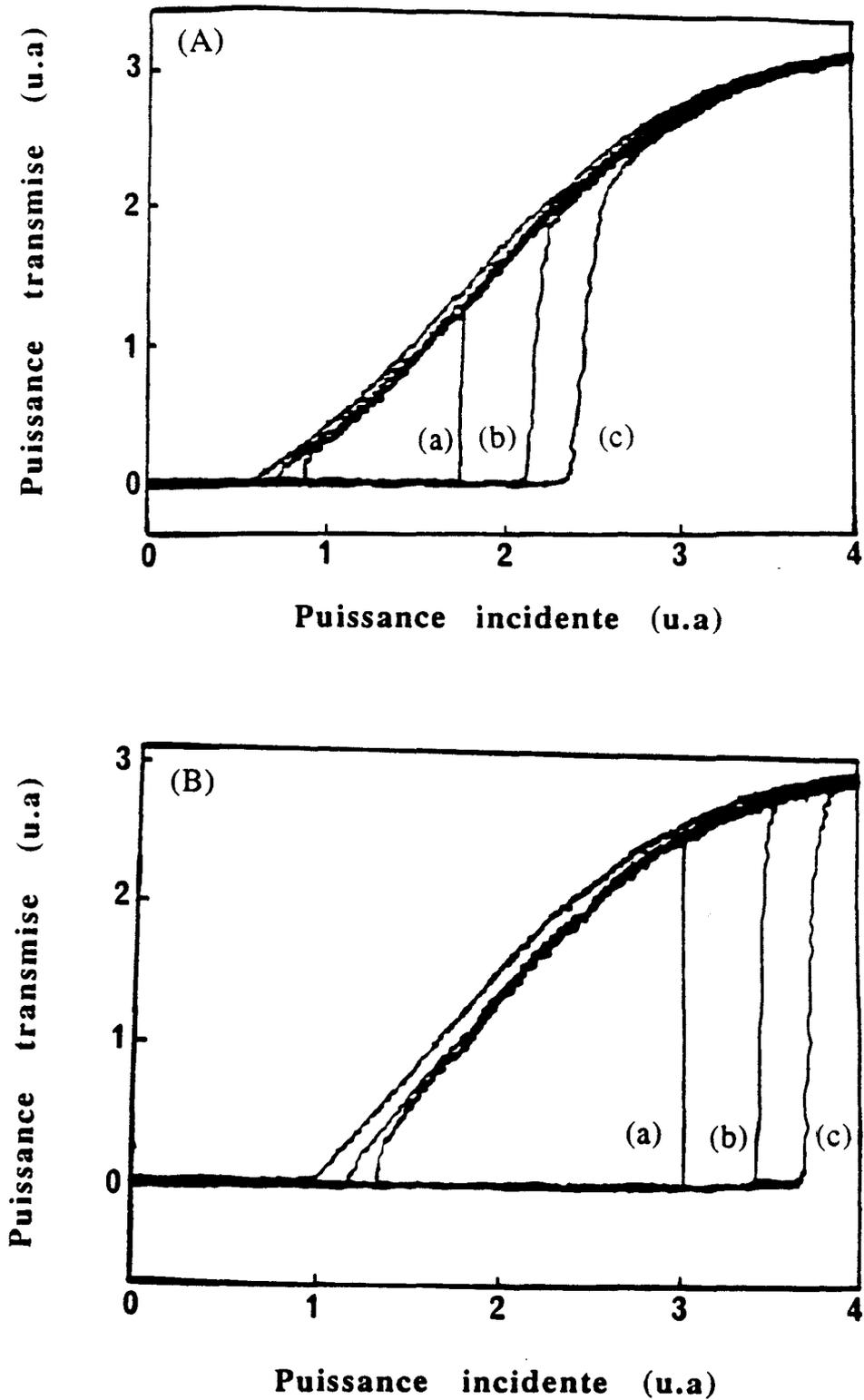


Figure III.3: Elargissement des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage pour deux valeurs différentes de la pression

Conditions expérimentales: (Bistabilité absorptive)

Pression = (A) 0.5 et (B) 0.65 mTorr

Fréquence de balayage = (a) 10 (b) 100 et (c) 500 Hz

Pour la fréquence la plus basse (courbes a), où les cycles sont proches des cycles statiques, les seuils de commutations entre branches ainsi que l'aire des cycles augmentent avec la pression. Ce résultat est prévisible, dans la mesure où la saturation du milieu non linéaire est atteinte pour des champs intra-cavités de plus en plus importants. Le comportement dynamique se résume simplement par un élargissement. Toutefois, il est à noter, en particulier à basse pression, l'apparition aux hautes fréquences d'une hystérésis sur la branche haute du cycle qui se scinde en deux branches distinctes. Cette hystérésis, particulièrement nette à basse pression, provoque un accroissement supplémentaire de l'aire des cycles d'hystérésis dont l'effet peut être dominant à basse pression.

Enfin, notons que la déformation de la branche haute des cycles observée aux fortes puissances incidentes est liée aux non linéarités du modulateur.

a- Seuil de commutation vers la branche haute.

La figure III.4 donne l'évolution du seuil de commutation vers la branche haute en fonction de la fréquence de balayage pour différentes pressions. L'exposant s relatif à chaque pression est donné par la pente de la droite en traits pleins qui représente le résultat de la régression linéaire. La valeur de l'exposant s évolue de 0.56 à 0.65 lorsque la pression croît de 0.35 à 0.65 mTorr. Cette évolution est représentée sur la figure III.5. Notons que la valeur de 0.65 est très voisine de la valeur théorique de $2/3$.

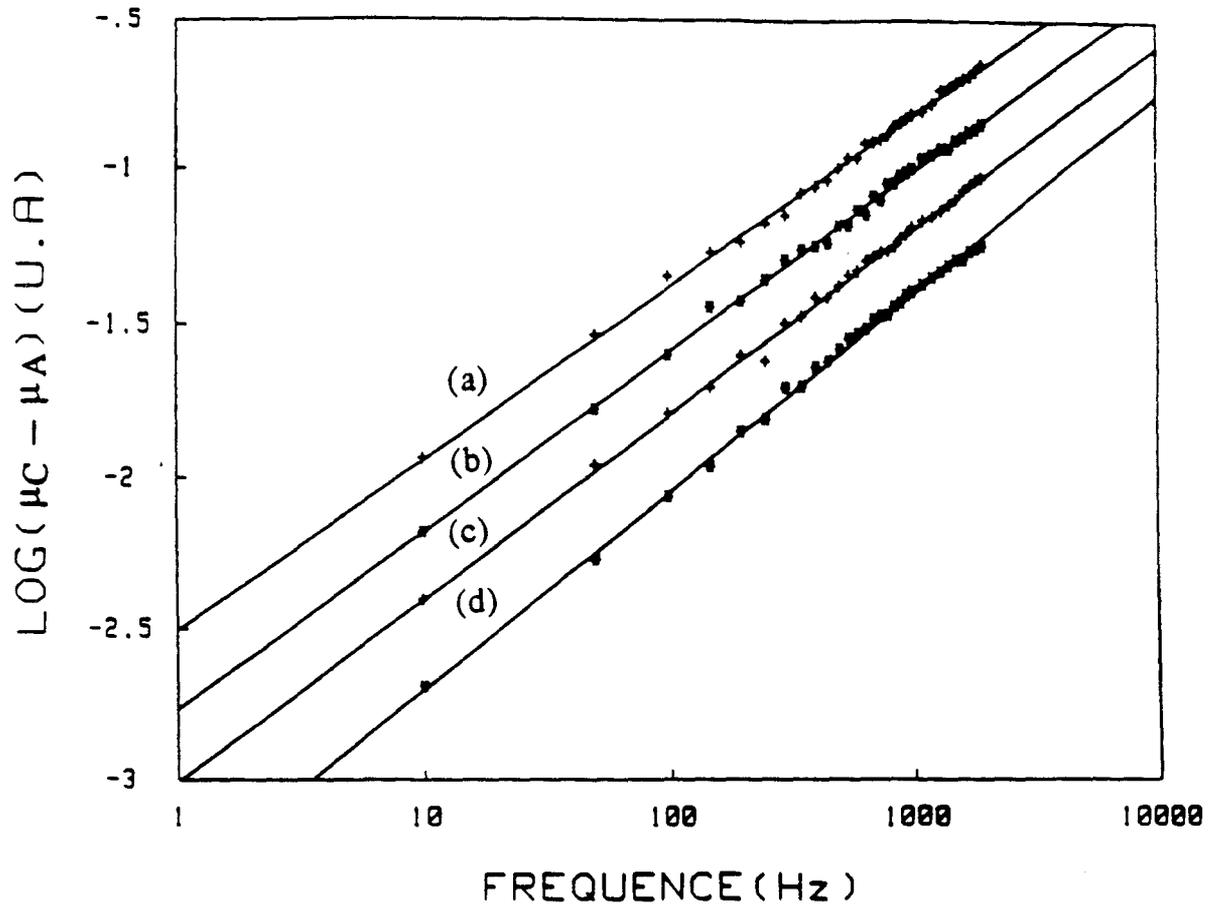


Figure III.4: Déplacement du seuil de commutation vers la branche haute en fonction de la fréquence de balayage
Pression = (a) 0.35 (b) 0.4 (c) 0.55 et (d) 0.65 mTorr

Le second paramètre de la régression (ordonnée à l'origine B') décroît lentement avec la pression, ce qui traduit le fait que le déplacement des seuils de commutation est plus faible à haute qu'à basse pression. Les incertitudes sur l'exposant s , représentées sur le figure III.5 par des barres d'erreur, sont inférieures à 1%. Par contre, l'erreur sur la mesure des pressions, de l'ordre de 0.02 mTorr, est trop importante pour qu'il soit possible de mettre en évidence des lois de variation simples pour s et B'.

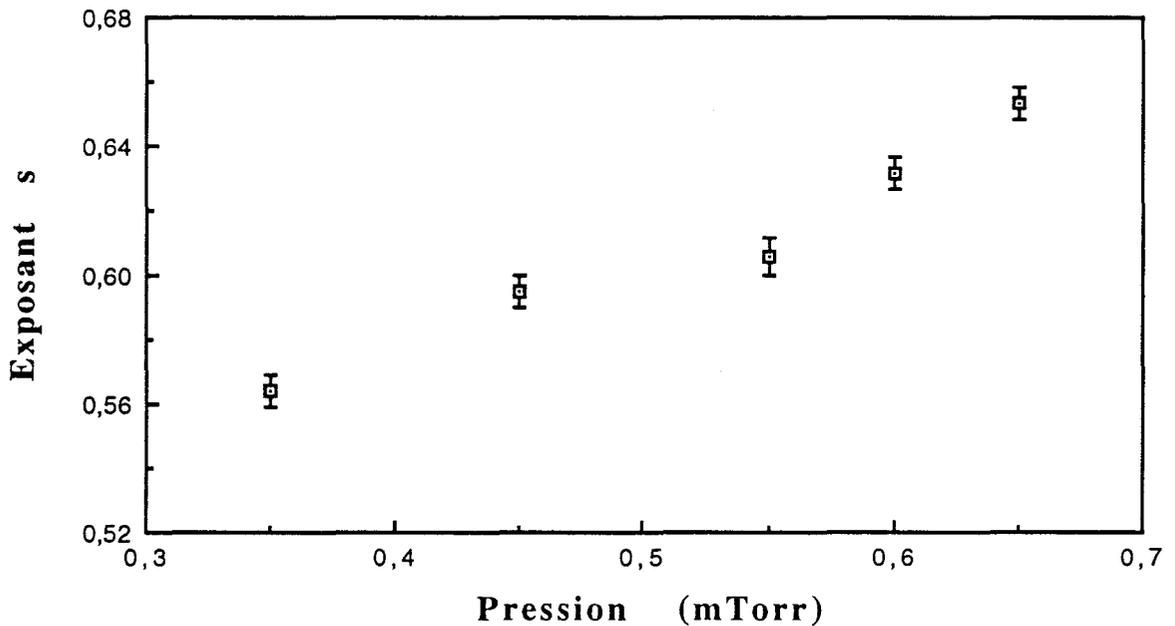


Figure III.5: Evolution de l'exposant s (Pente des droites de régressions linéaires) relatif au seuil de commutation vers la branche haute en fonction de la pression

Ces résultats montrent, néanmoins, que l'évolution des seuils de commutations vers la branche haute en fonction de la fréquence suit bien une loi de type $H(\Omega) = H(0) + B \Omega^s$ dont l'exposant s tend, à haute pression, vers la valeur théorique $2/3$ prévue aussi bien par le modèle de Jung que par l'analyse dimensionnelle.

b- Seuil de commutation vers la branche basse.

Nous avons vu que la détermination de la position du seuil de commutation vers la branche basse, pose un problème de définition dans la mesure où cette commutation s'effectue lorsque la puissance transmise par la cavité est quasiment nulle (figure III.2). Ce problème est d'autant plus gênant à basses pressions où le seuil de commutation statique est très faible. En dépit de ces difficultés, nous avons réalisé plusieurs séries de mesures. Malheureusement, le dépouillement de ces résultats s'est avéré décevant vu la dispersion des mesures expérimentales. Aussi, allons nous nous limiter à une analyse numérique de ce problème.

c- Aire du cycle d'hystérésis.

Les résultats relatifs à l'évolution de l'aire des cycles dans les expériences précédentes sont résumés sur la figure III.6 après ajustement sur une loi de type $A(\Omega) = A(0) + B \Omega^S$

Dans ce cas, la pente des droites de régression décroît avec la pression, comme le montre la figure III.7. A basse pression, sa valeur est voisine de 1, alors qu'elle tend vers une valeur proche de la valeur théorique $2/3$ aux plus hautes pressions. Ce comportement doit être attribué à l'apparition d'une hystérésis dynamique sur la branche haute du cycle de bistabilité. En effet, sachant que le champ intracavité sur la branche haute de la caractéristique stationnaire est pratiquement proportionnel au champ incident, le bistable se comporte

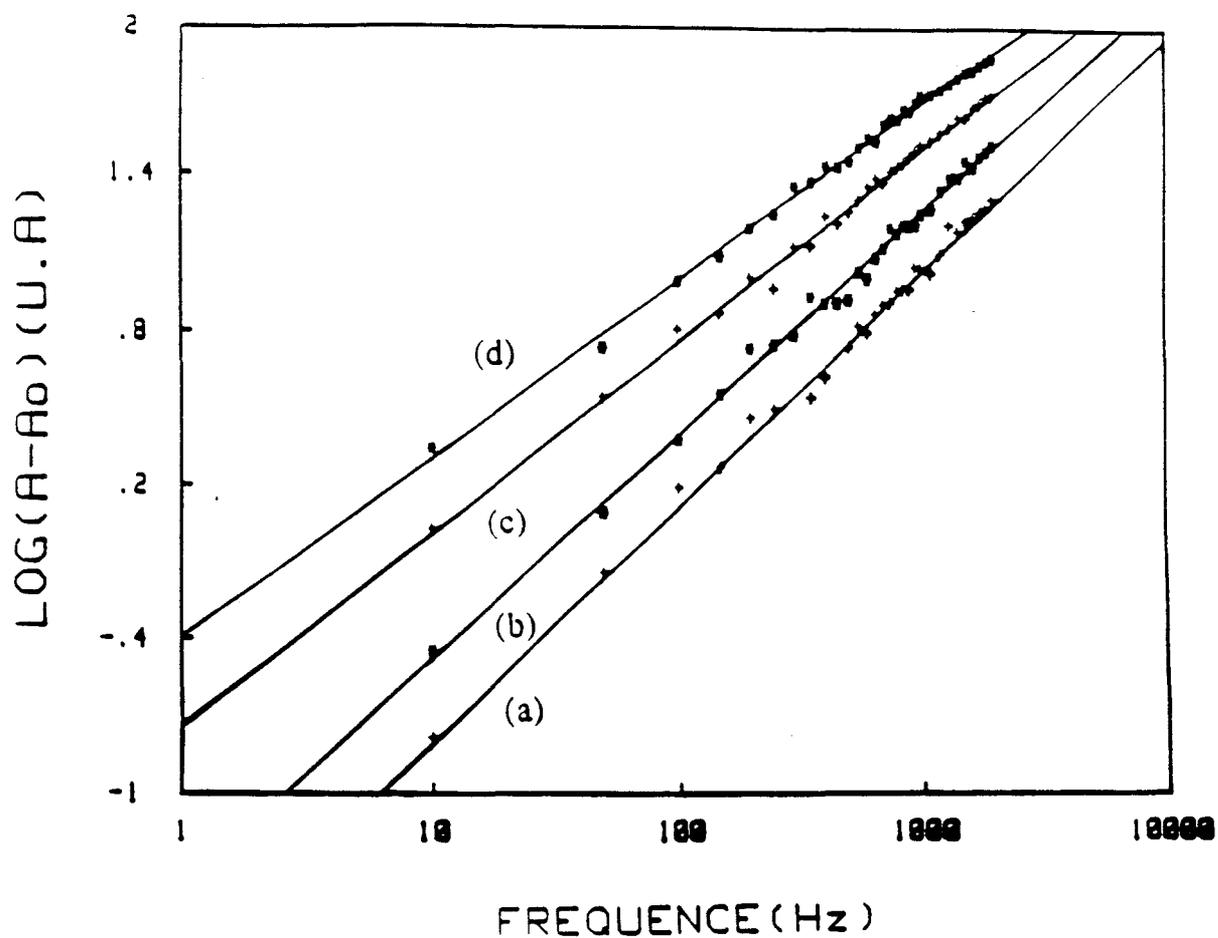


Figure III.6: Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage
Pression = (a) 0.35 (b) 0.4 (c) 0.55 et (d) 0.65 mTorr

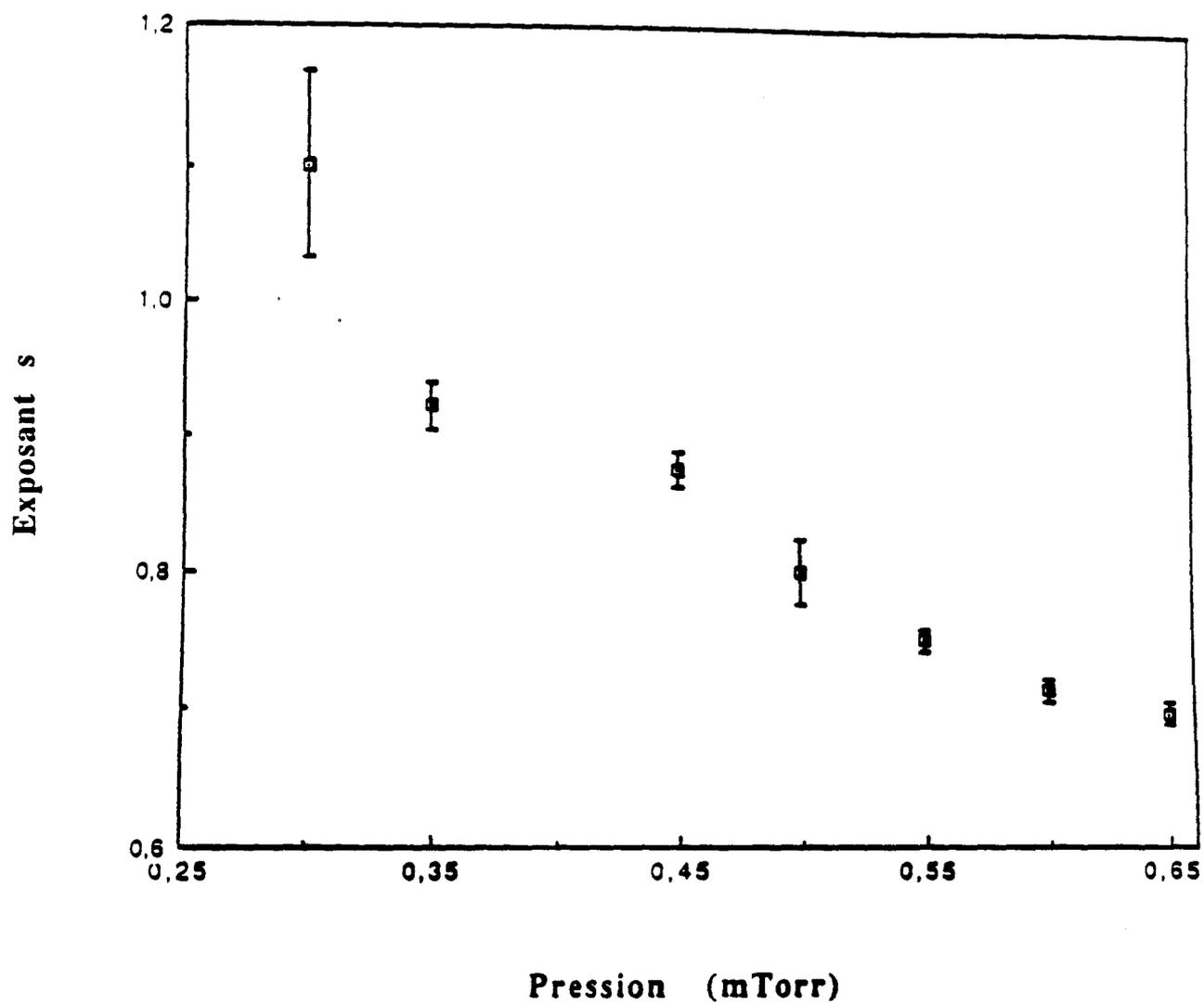


Figure III.7: Evolution de l'exposant s relatif à l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de la pression

alors comme un système linéaire dans la mesure où sa dynamique est gouvernée par la seule variable champ intra-cavité (Erneux 1983). L'aire de l'hystérésis dynamique liée à la branche haute est proportionnelle à la fréquence de balayage. Comme, dans nos expériences, sa contribution à l'aire totale du cycle peut devenir dominante à basse pression, on conçoit que l'exposant s tende alors vers l'unité.

III.5 Simulations numériques

Une analyse plus détaillée des comportements mis en évidence dans nos résultats expérimentaux nécessite le recours à une analyse numérique qui permet une parfaite maîtrise des paramètres du système, ce qui n'est malheureusement pas le cas dans les expériences.

Une comparaison entre expériences et simulations numériques ne peut être crédible, que si celles-ci correspondent à des conditions aussi voisines que possible. Ainsi, toutes les simulations ont été effectuées en régime de bistabilité absorptive ($\Theta = \Delta = 0$).

La fréquence de Rabi ν_{Ri} associée au champ incident est donc balayée entre 0 et une valeur maximum ν_{Ri}^M constante, qui correspond au seuil de commutation statique vers la branche haute lorsque la pression est égale à 1 mTorr; soit $\nu_{Ri}^M = 1.2$ MHz.

Toutefois, à la différence des expériences, où le paramètre de contrôle et la variable observée sont respectivement les puissances incidente et transmise, il paraît plus naturel pour les simulations numériques d'utiliser les fréquences de Rabi associées aux champ

incident et intra-cavité, dans la mesure où elles sont proportionnelles aux grandeurs intervenant dans l'équation I.8.

Pour différentes valeurs de la pression, comprises entre 0.2 et 0.8 mTorr, on analyse l'évolution des cycles en fonction de la fréquence de balayage qui peut varier de 1 à 1000 Hz.

Pour chaque cycle, on mesure l'aire et la position des seuils de commutations en utilisant les mêmes critères que pour les expériences. L'évolution de ces grandeurs en fonction de la fréquence de balayage est représentée sur la figure III.8. Les trois graphiques qui correspondent respectivement au seuil de commutation vers la branche haute (A), à l'aire (B) et au seuil de commutation vers la branche basse (C), montrent que cette évolution suit une loi de type $H(\Omega) = H(0) + B \Omega^s$. On s'intéressera particulièrement à l'influence de la pression sur la pente (exposant s) et l'ordonnée à l'origine ($B' = \text{Log}(B)$) des droites de régression linéaire.

a- Evolution du paramètre s en fonction de la pression.

La figure III.9.A met en évidence des comportements analogues à ceux observés expérimentalement. Précisons que les incertitudes sur les exposants s relatifs à l'aire et au point de commutation vers la branche haute ne dépassent pas 0.5%.

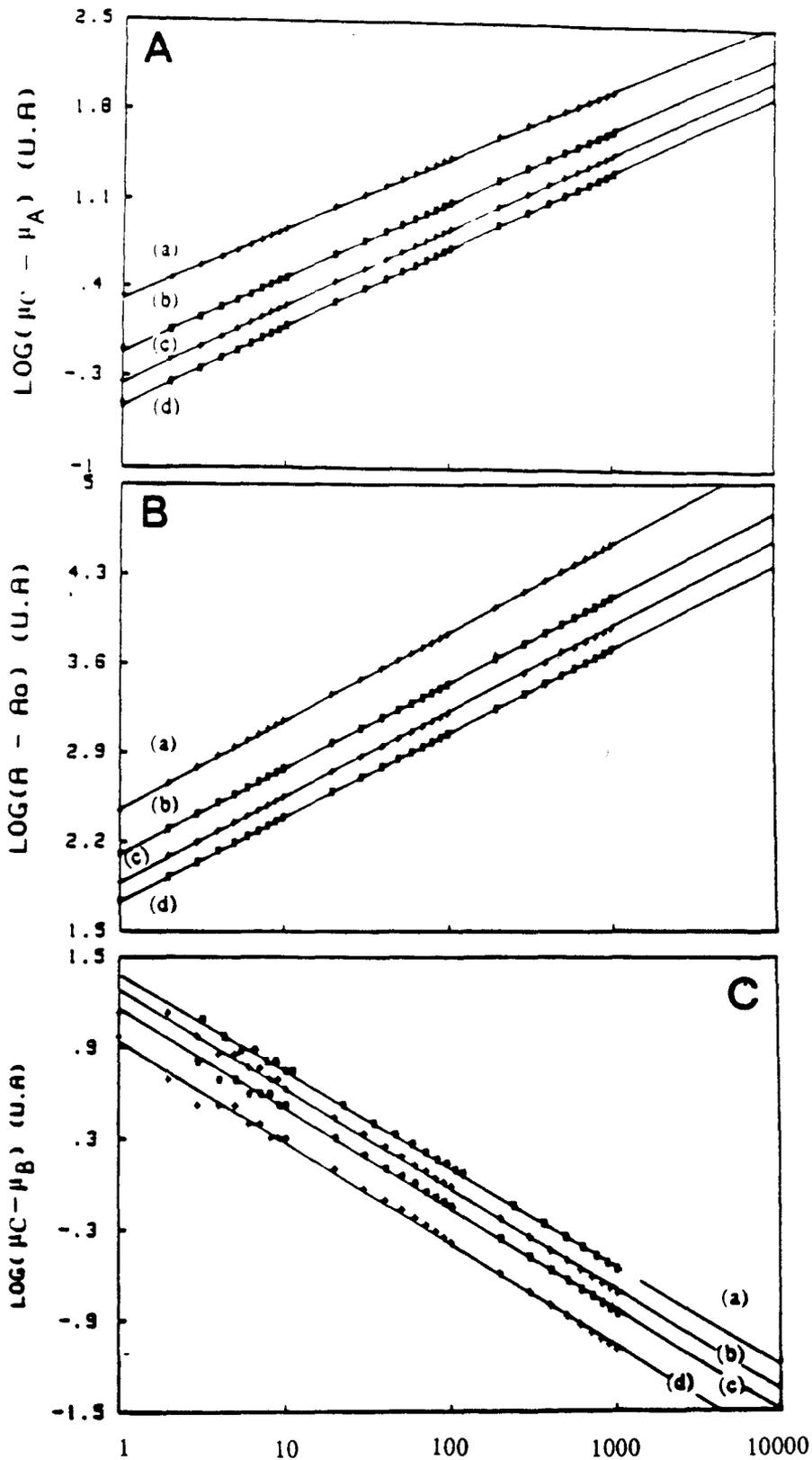


Figure III.8: Evolution des caractéristiques des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage

Conditions de simulations identiques aux conditions expérimentales

(A): Seuil de commutation vers la branche haute

(B): Aire des cycles d'hystérésis

(C): Seuil de commutation vers la branche basse

Pression = (a) 0.2 (b) 0.4 (c) 0.6 et (d) 0.8 mTorr

i- Seuil de commutation vers la branche haute

Pour une pression allant de 0.2 à 0.8 mTorr, l'exposant s croît de 0.56 à 0.62 (courbe III.9.A.(a)). Cette évolution est comparable à celle mise en évidence expérimentalement où l'exposant s est compris entre 0.56 et 0.65.

ii. Aire des cycles

L'évolution de l'aire des cycles suit également une tendance globale analogue à celle mise en évidence expérimentalement. L'exposant s décroît en fonction de la pression d'une valeur légèrement supérieure à 0.69 à 0.66 (figure III.9.A.(b)). On constate, toutefois, une différence notable au niveau de l'amplitude de variation de s , puisque expérimentalement, cet exposant décroît de 1 à $2/3$. L'accroissement de l'aire dû à l'hystérésis dynamique qui se développe sur la branche haute du cycle apparaît plus important expérimentalement que dans les simulations numériques. Ceci est probablement liée à la nature quadratique de la détection qui privilégie les signaux de fortes amplitudes

iii-Seuil de commutation vers la branche basse

Notons tout d'abord, qu'une comparaison entre les courbes illustrant l'évolution du seuil de commutation vers la branche haute et de l'aire des cycles (figures III.8.A et B) et celles associées à l'évolution du seuil de commutation vers la branche basse (figure III.8.C) met en

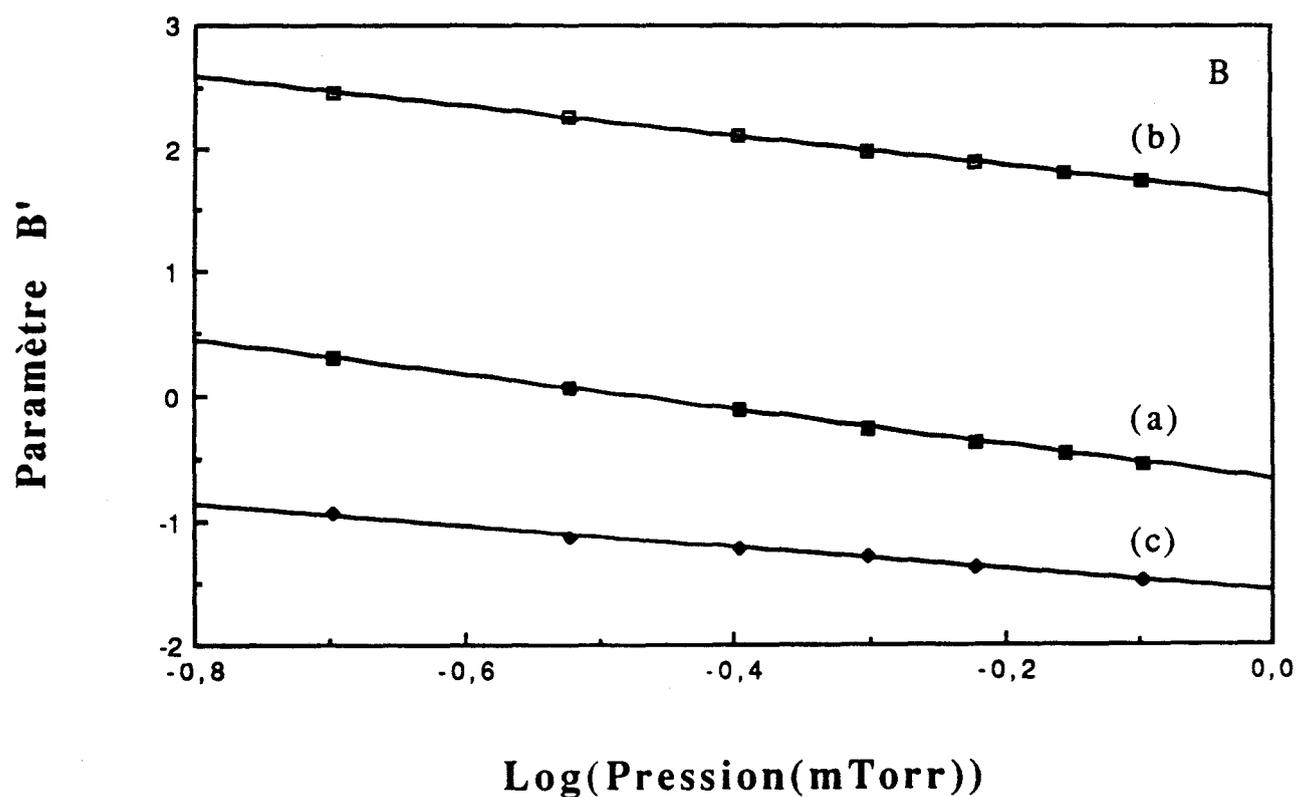
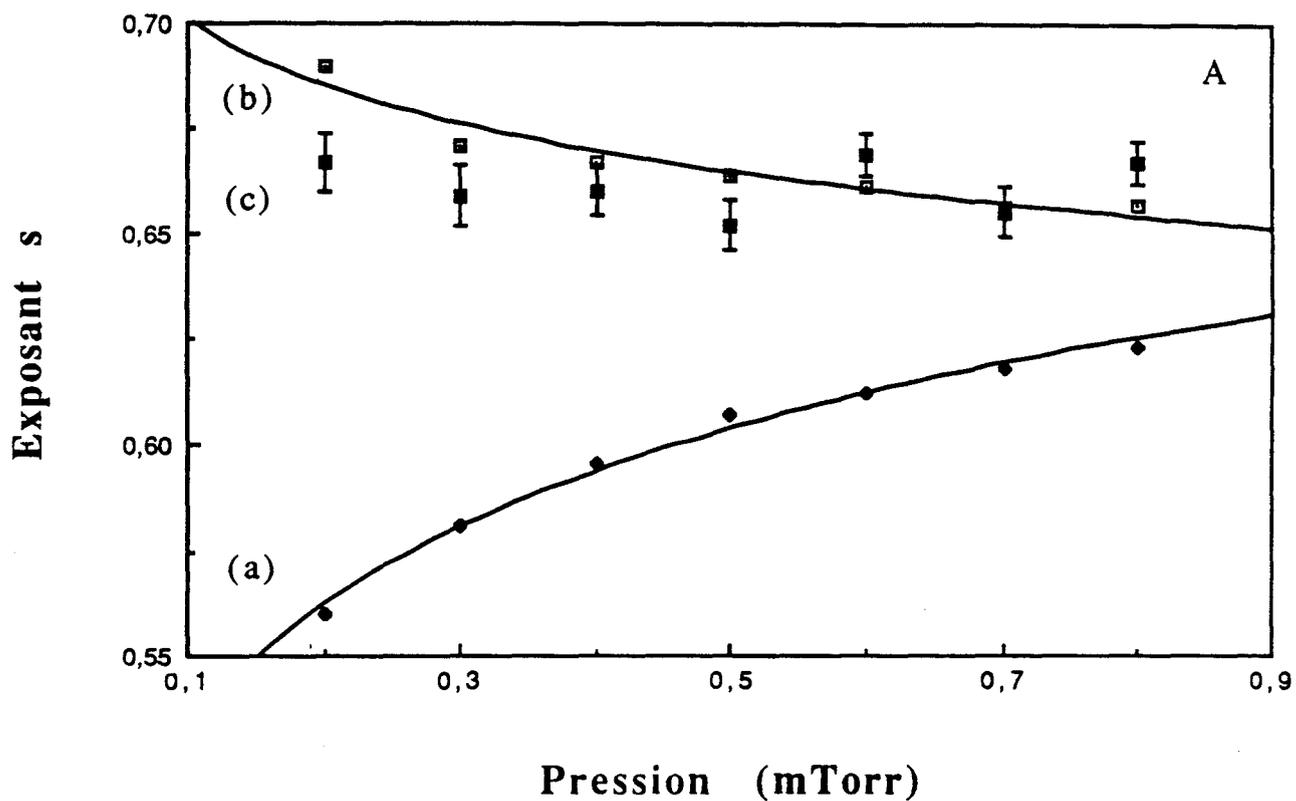


Figure III.9: Evolution des paramètres s (A) et B' (B) en fonction de la pression.

Conditions de simulations identiques aux conditions expérimentales.

(a) Seuil de commutation vers la branche haute

(b) Aire des cycles d'hystérésis.

(c) Seuil de commutation vers la branche basse

évidence, pour ces dernières, une plus grande dispersion des points de mesure. Ceci montre bien la difficulté qu'il y a à localiser avec précision ces seuils même dans le cas des simulations. Ces fluctuations se traduisent par des incertitudes relatives sur les paramètres des régressions linéaires de l'ordre de 2%. La figure III.9.A.(c) montre l'évolution du paramètre s avec la pression. Il fluctue entre 0.65 et 0.67 avec une valeur moyenne de 0.66, mais on n'observe aucune évolution corrélée avec la variation de la pression.

b- Evolution du paramètre B' en fonction de la pression.

Nous n'avons pas pu étudier expérimentalement l'évolution du paramètre B' en fonction de la pression faute d'une précision suffisante sur la mesure de cette dernière. Numériquement, cette étude s'est avérée possible et nous a permis de mettre en évidence une évolution régulière du paramètre B'.

Les figures III.9.B.(a) et (b) représentent l'évolution du paramètre B' en fonction de la pression, correspondant respectivement au seuil de commutation vers la branche haute et à l'aire des cycles. On constate alors une évolution linéaire du paramètre B' en fonction du logarithme de la pression avec des pentes voisines respectivement égales à -1.39 et -1.22.

L'évolution du paramètre B' relatif au seuil de commutation vers la branche basse est représentée par la figure III.9.B.(c). Là encore, B' est proportionnel au logarithme de la pression. La pente correspondante est égale à -0.86, résultat qui est nettement différent de ceux du point de commutation vers la branche haute et de l'aire.

A ce stade, l'interprétation de ces résultats apparaît délicate. Il est nécessaire d'effectuer des simulations numériques dans des conditions plus simples.

Dans les simulations reproduisant les expériences, en faisant varier la pression, on agit simultanément sur le temps de relaxation T_2 et sur l'amplitude du champ incident normalisé Y_M ($Y_M \sim v_{Ri}^M T_2$). Pour simplifier l'analyse des résultats, nous avons étudié, d'une part, l'influence de la pression sur la déformation des cycles d'hystérésis en maintenant constante l'amplitude maximum du champ incident normalisé Y_M et d'autre part, l'influence de cette amplitude pour une valeur fixée de la pression. De plus, nous avons étendu la gamme d'analyse à des pressions bien supérieures à celles qui sont accessibles expérimentalement. Pour ces simulations, le champ incident normalisé Y apparaît comme le paramètre de contrôle "naturel", la variable observée étant le champ intra-cavité réduit (F).

III.6 Evolution en fonction de la pression (Influence de T_2)

Pour ces simulations, le champ incident normalisée Y varie entre 0 et Y_M avec $Y_M = 2 Y_A$ où Y_A est l'abscisse du point tournant A qui dans cette représentation est indépendant de la pression. Le domaine de pression analysé s'étend entre 0.2 et 8 mTorr.

a- Seuil de commutation vers la branche haute.

Sur la figure III.10, nous reportons l'évolution des paramètres s et B' en fonction de la pression. L'exposant s égal à 0.58 pour une pression de 0.2 mTorr, croît progressivement vers la valeur théorique 0.66, lorsque la pression augmente (figure III.10.a). Le paramètre B' décroît linéairement avec le logarithme de la pression (figure III.10.b). La pente correspondante est égale à -0.67, valeur qui est très voisine de $-2/3$.

b- Seuil de commutation vers la branche basse.

Le traitement des résultats correspondants au seuil de commutation vers la branche basse montre que les paramètres s et B' sont pratiquement indépendants de la pression (figures III.11 (a) et (b)). Notons que l'exposant s est très voisin de la valeur théorique $2/3$.

c- Aire des cycles.

Les résultats relatifs à l'aire des cycles sont représentés sur la figure III.12. On constate que l'évolution de l'exposant s (courbe a) est comparable à celle observée pour le seuil de commutation vers la branche haute, ce qui paraît naturel puisque le déplacement de ce seuil fournit une contribution dominante à l'accroissement de l'aire (figure III.3). Mais, l'intervalle de variation est ici plus important et on observe de plus un décalage vers les fortes valeurs de s . Ceci peut, de nouveau, être attribué à l'existence d'une hystérésis sur la branche

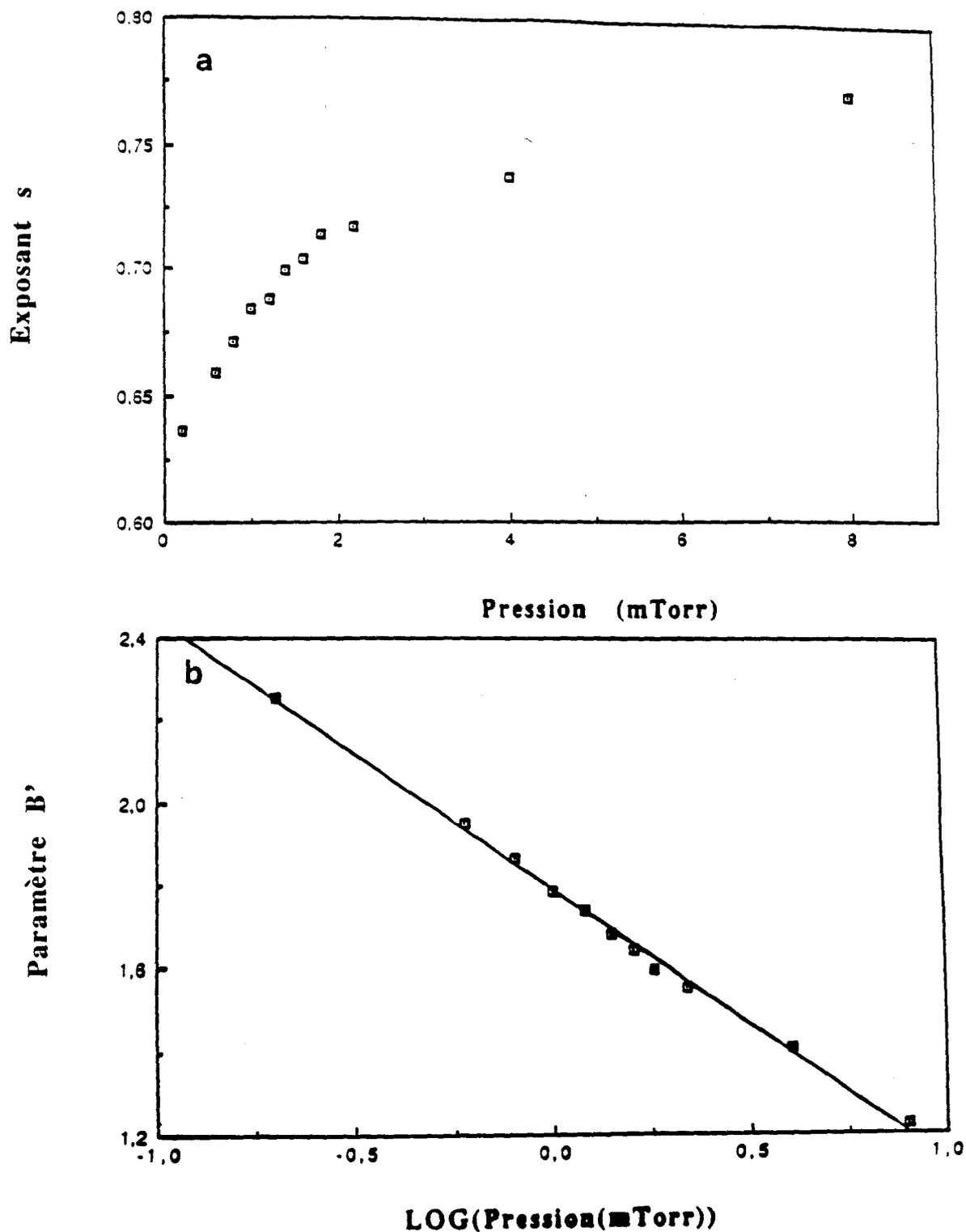


Figure III.12: Evolution des paramètres s et B' des régressions linéaires relatives à l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de la pression

(a) Exposant s

(b) ordonnée à l'origine B'

Conditions de simulations: L'amplitude maximale normalisée Y_M est égale à deux fois Y_A . Y_A étant le seuil de commutation statique vers la branche haute

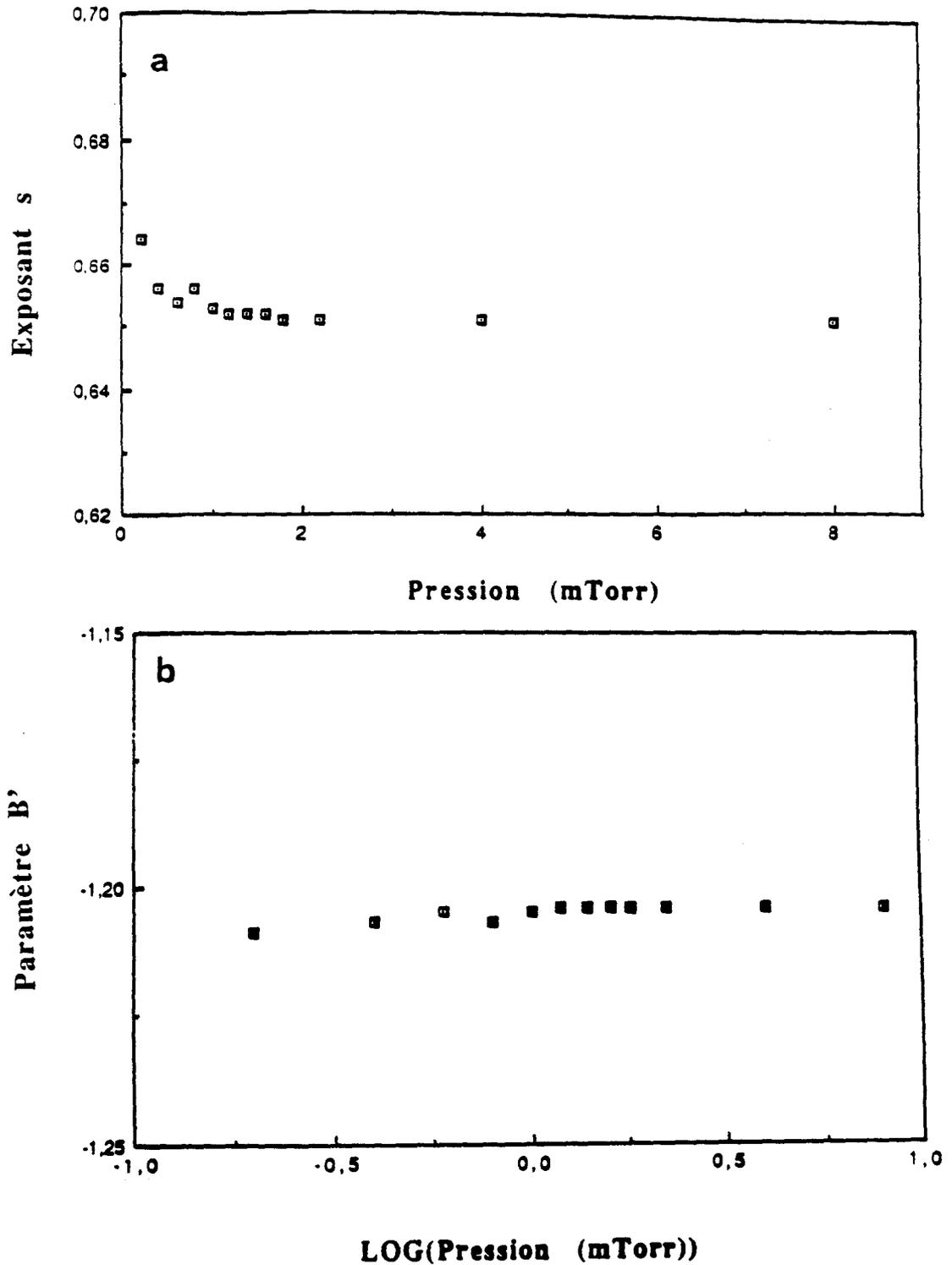


Figure III.11: Evolution des paramètres s et B' des régressions linéaires relatives au seuil de commutation vers la branche basse en fonction de la pression

(a) Exposant s

(b) ordonnée à l'origine B'

Conditions de simulations: L'amplitude maximale normalisée Y_M est égale à deux fois Y_A . Y_A étant le seuil de commutation vers la branche haute à vitesse de balayage nulle

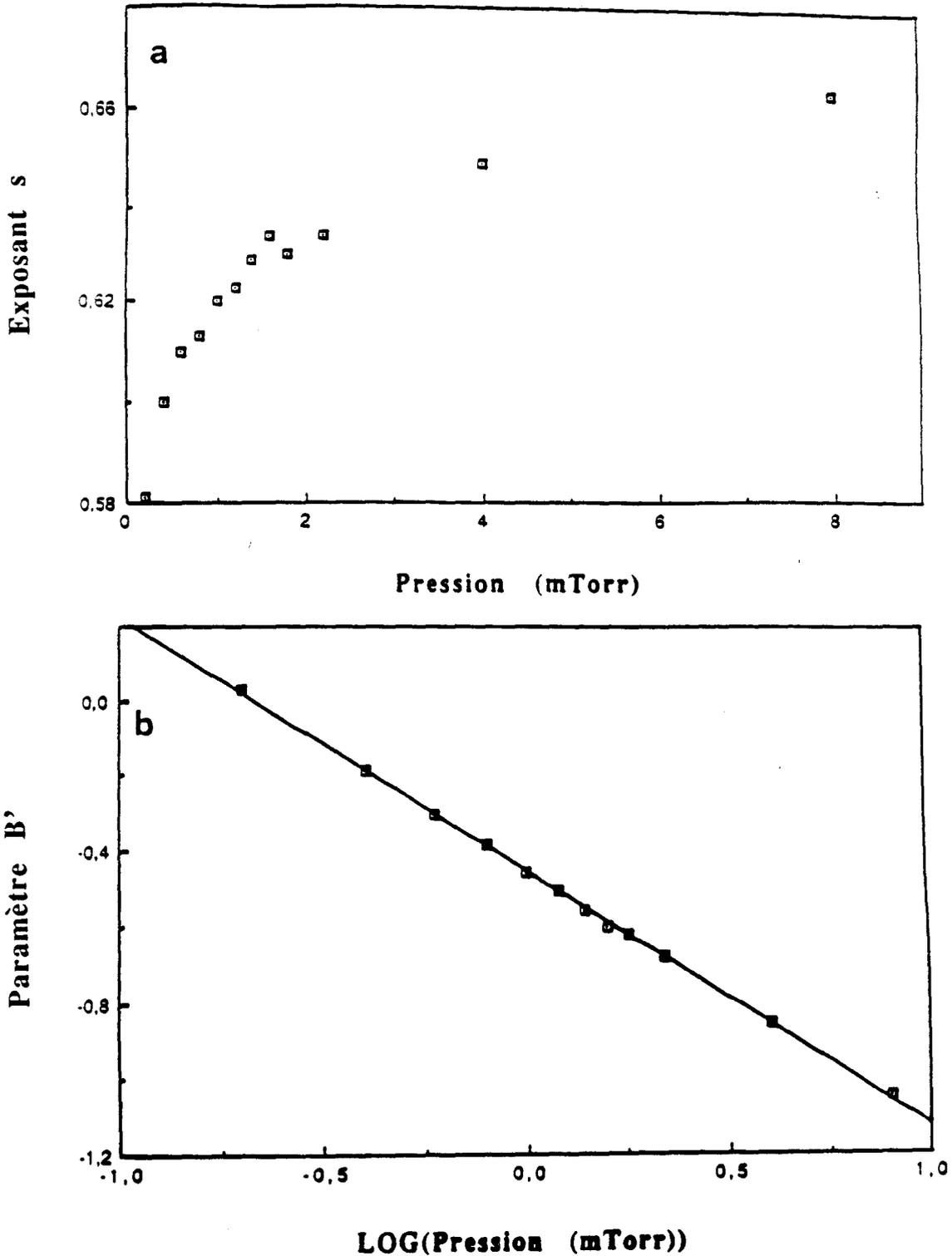


Figure III.10: Evolution des paramètres s et B' des régressions linéaires relatives au seuil de commutation vers la branche haute en fonction de la pression

(a) Exposéant s

(b) ordonnée à l'origine B'

Conditions de simulations: L'amplitude maximale normalisée Y_M est égale à deux fois Y_A . Y_A étant le seuil de commutation vers la branche haute à vitesse de balayage nulle

haute. Mais contrairement aux expériences, l'importance relative de la branche haute par rapport au cycle statique est constante. Sa contribution relative à l'élargissement de l'aire sera d'autant plus grande que les déplacements du seuil de commutation vers la branche haute seront faibles et donc que la pression sera plus élevée.

L'évolution de l'ordonnée à l'origine B' des droites de régression linéaire en fonction du logarithme de la pression est pratiquement identique à celle observée pour le seuil de commutation vers la branche haute (figure III.12.b). La pente de la droite $B' = f(\text{Log}(\text{pression}))$ est égale à -0.65.

d- Analyse des résultats.

Il ressort de ces résultats que la dynamique de commutation au voisinage du point tournant B associée à la commutation vers la branche basse est indépendante du temps de relaxation T_2 , alors que la dynamique au voisinage du point tournant A (commutation vers la branche haute) en dépend fortement. Ce comportement s'interprète bien dans le cadre du modèle théorique développé par Erneux et Mandel (Erneux 1983) dans le cas d'un bistable absorptif à fort paramètre de coopérativité C. En effet, ce modèle montre que la dynamique au voisinage de la branche haute est dominée par la variable champ intra-cavité (F) alors qu'au voisinage de la branche basse, elle est dominée par la différence de population (D).

Dans ce dernier cas, le temps de relaxation T_2 qui coïncide avec le temps de relaxation des populations apparaît comme l'échelle de temps naturelle du système. Il convient donc de normaliser la fréquence de balayage à cette échelle. Cette fréquence normalisée est alors

$\Omega^* = \Omega T_2$. L'étude de l'évolution du point de commutation vers la branche haute en fonction de la fréquence normalisée Ω^* permet d'analyser globalement l'ensemble des résultats relatifs aux différentes pressions. La figure III.13 montre que tous les points de mesure se regroupent alors le long d'une droite de pente 2/3 (droite en traits pleins). On observe, toutefois, une légère divergence par rapport à la loi en puissance 2/3 pour des fréquences normalisées supérieures à Ω^*_{\max} qui est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$, ce qui correspond à des déplacements relatifs $(Y_C - Y_A) / (Y_A - Y_B)$ par rapport à la largeur du cycle statique de l'ordre de 10%.

La loi d'évolution en puissance 2/3 apparaît ici clairement comme une loi asymptotique valable pour les faibles fréquences normalisées (Jung 1990). Son domaine de validité stricte est ici relativement limité et correspond à des déplacements du seuil de commutation inférieurs à 10 % de la largeur du cycle. Ceci est imputable au critère de définition de ce seuil de commutation, mais aussi, à l'existence des autres variables dynamiques qui interviennent dans l'évolution du système au cours de la commutation.

L'évolution en fonction de la pression observée aussi bien expérimentalement que dans les simulations numériques exprime simplement le fait qu'en baissant la pression, on augmente les fréquences normalisées de balayage et on sort progressivement du domaine de validité de la loi du fait d'un accroissement des vitesses.

Le fait que la dynamique de commutation vers la branche basse obéisse à la loi d'évolution en puissance 2/3 indépendamment de la pression peut alors s'expliquer de la façon suivante. Le temps

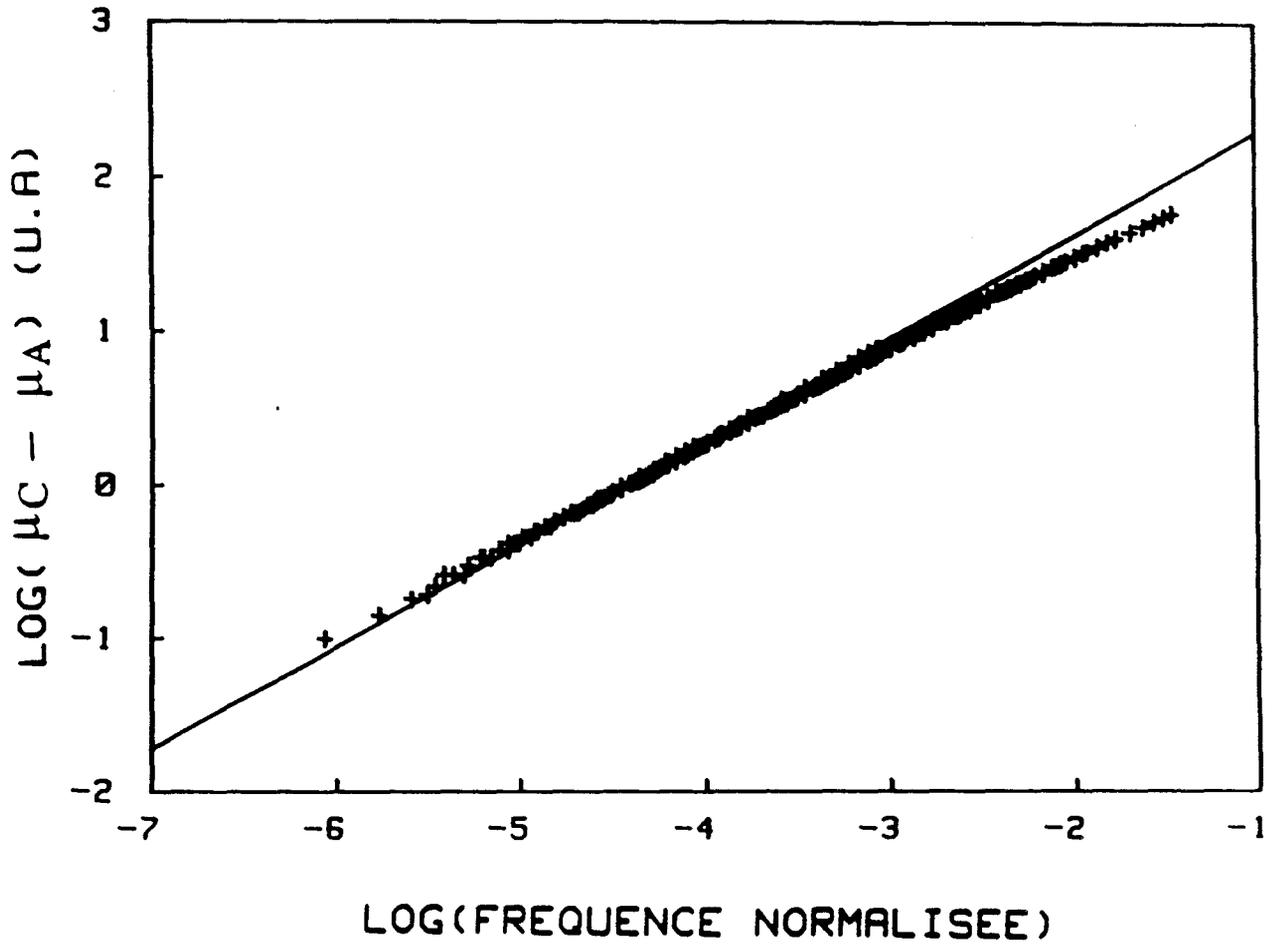


Figure III.13: Evolution des seuils de commutation vers la branche haute en fonction de la fréquence normalisée (ΩT_2)

caractéristique qui gouverne cette dynamique est alors la durée de vie des photons τ_{ph} associée à l'évolution de la variable champ intracavité. La fréquence normalisée est alors $\Omega \tau_{ph}$ dont la valeur maximum est de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3}$. On peut considérer qu'elle appartient à l'intervalle des fréquences normalisées où la loi d'évolution en puissance $2/3$ est valable, du moins pour le point de commutation vers la branche haute.

III.7 Evolution en fonction de l'amplitude de balayage

Dans la procédure de régression linéaire utilisée, nous avons vu que l'effet d'une variation de l'amplitude de balayage sur l'évolution des cycles d'hystérésis est contenue dans le paramètre B' . On peut donc étudier son influence sur la dynamique des cycles en analysant l'évolution de ce paramètre.

Nous avons donc étudié la déformation des cycles en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de l'amplitude de balayage Y_M , réparties dans l'intervalle $[1.2 Y_A, 4Y_A]$ où, rappelons le, Y_A est le seuil de commutation vers la branche haute à vitesse nulle. Cette étude a été réalisée pour quatre valeurs particulières de la pression et nous avons limité l'analyse au déplacement des seuils de commutations, l'évolution de l'aire étant masquée par l'élargissement supplémentaire relatif à la dynamique de la branche haute.

La figure III.14 montre l'évolution du paramètre B' en fonction de logarithme de Y_M pour différentes valeurs de la pression. Pour les seuils de commutation vers la branche haute (figure III.14.A), les pentes des différentes droites qui traduisent cette évolution sont

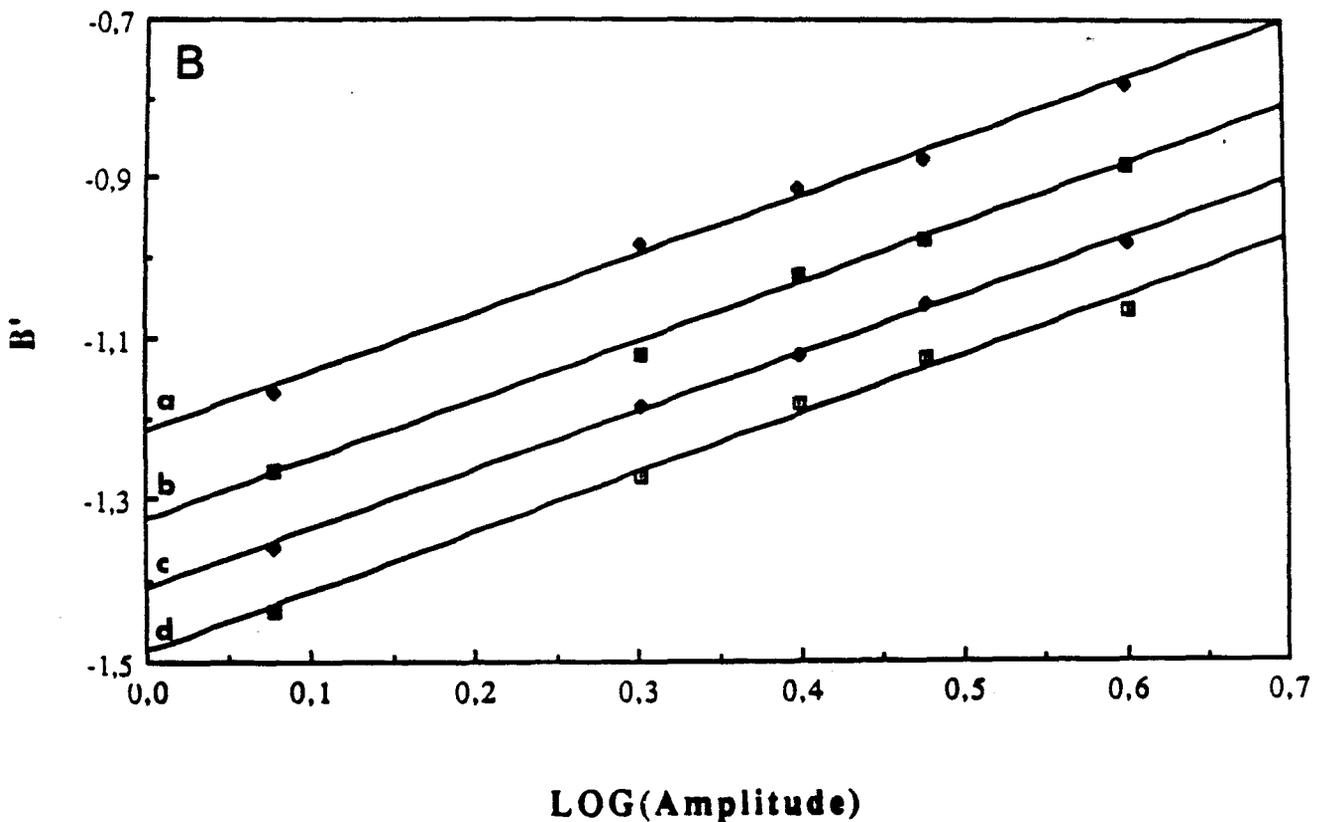
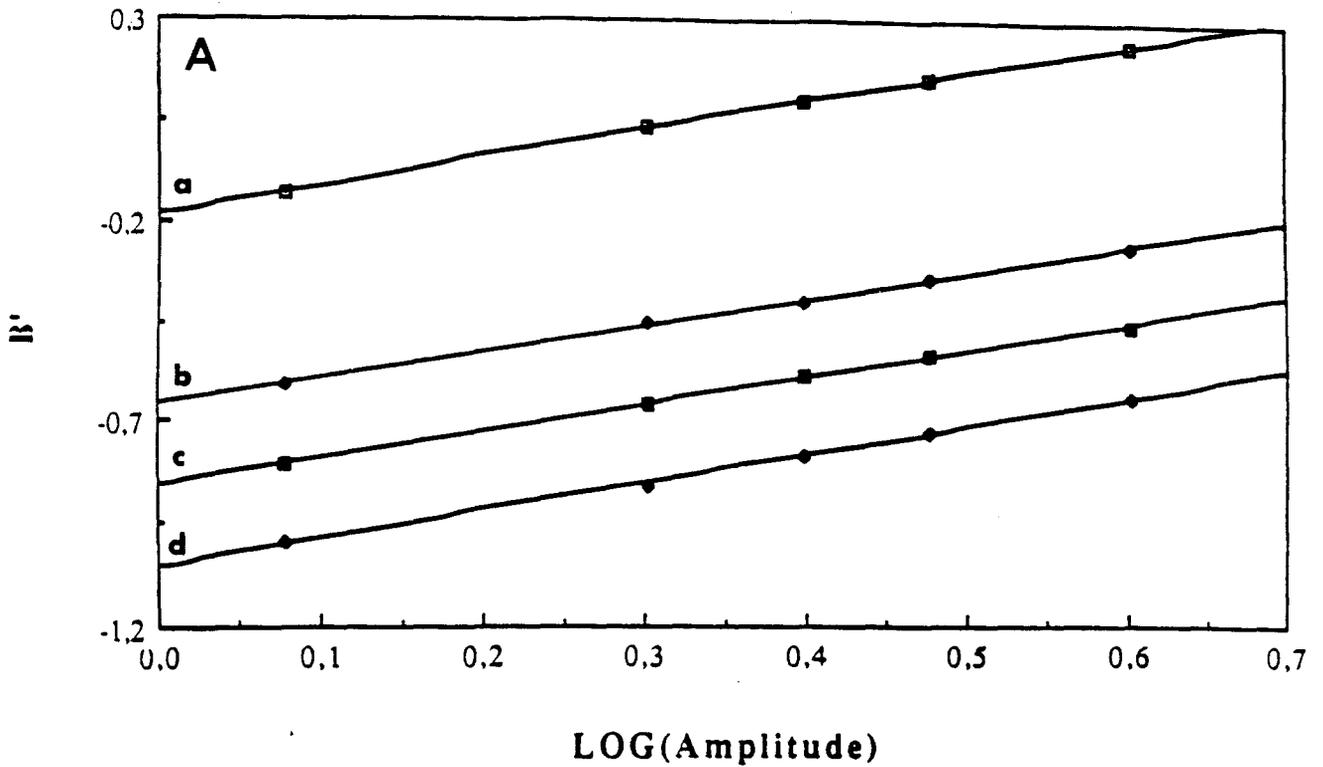


Figure III.14: Evolution du paramètre B' en fonction de l'amplitude de balayage (Y_M/Y_A) pour quatre valeurs particulières de la pression.

Pression = (a) 0.2 (b) 1 (c) 2 et (d) 4 mTorr

(A): Seuil de commutation vers la branche haute

(B): Seuil de commutation vers la branche basse

voisines de 0.68, tandis que celles qui correspondent aux seuils de commutation de la branche basse sont de l'ordre de 0.73 (figure III.14.B). Ces résultats montrent que l'évolution des seuils de commutation suit une loi proche de la loi théorique en $Y_M^{2/3}$. L'écart par rapport à cette loi (de l'ordre de 10% sur l'exposant) observé pour la commutation vers la branche basse est probablement dû au fait que cette dernière se produit pour de faibles valeurs du champ normalisé, zone dans laquelle le balayage sinusoïdal est fortement non-linéaire, et s'écarte donc du modèle théorique.

La dynamique de commutation au voisinage des points tournants A et B suit donc globalement une loi d'évolution en puissance 2/3 aussi bien vis à vis de la fréquence que de l'amplitude du balayage. Cette loi doit s'exprimer en termes d'amplitudes de champ et de fréquences normalisées sous la forme:

$$Y_C - Y_{A,B} \sim (Y_M \Omega^*)^{2/3} \quad \text{III.14}$$

où Y_C est le seuil de commutation et le produit $Y_M \Omega^*$ est proportionnel à la vitesse de balayage normalisée. Ce résultat permet d'interpréter facilement les différentes évolutions du paramètre B' en fonction de la pression décrites précédemment.

Dans les deux conditions de simulations numériques, nous avons montré que l'évolution du paramètre B' en fonction du logarithme de la pression est de la forme.

$$B' = q + p \log(\text{Pression}) \quad \text{III.15}$$

Les différentes valeurs prises par p sont regroupés dans le tableau ci-dessus.

Tableau III.1:

Type de balayage	v_{RI}^M Constant	Y_M constant
Seuil de commutation vers la branche haute	$p = -1,39$	$p = -0,67$
Seuil de commutation vers la branche basse	$p = -0,86$	$p = 0$

On remarque que les pentes (p) qui traduisent l'évolution du paramètre B' en fonction de la pression sont différentes selon le type de balayage considéré.

Ces différences peuvent être analysées à l'aide de l'équation III.14 en rappelant que Y_M est proportionnel à $v_{RI}^M T_2$ où v_{RI}^M est la fréquence de Rabi incidente maximale.

Examinons le cas de la commutation vers la branche haute pour lequel la fréquence normalisée est ΩT_2 . Lorsqu'on effectue le balayage en maintenant constante la fréquence de Rabi maximum, le déplacement ΔY est donné par:

$$\Delta Y \sim T_2^{4/3} \Omega^{2/3} \quad \text{III.16}$$

Ce qui pour la procédure de régression linéaire utilisée correspond à l'équation:

$$\log(\Delta Y) = c' + 4/3 \log(T_2) + 2/3 \log(\Omega) \quad \text{III.17}$$

Sachant que T_2 est inversement proportionnel à la pression, l'équation III.17 implique que l'ordonnée à l'origine B' s'écrit:

$$B' = c' + 4/3 \log(T_2) = c'' - 4/3 \log(\text{pression}) \quad \text{III.18}$$

Il évolue linéairement par rapport au logarithme de la pression avec une pente $p = -1.33$, résultat qui est en bon accord avec les simulations numériques pour lesquelles $p = -1.39$.

Dans le cas des balayages effectués à Y_M constant, on obtient:

$$\Delta Y \sim T_2^{2/3} \Omega^{2/3} \quad \text{III.19}$$

Ce qui conduit à une valeur de p égale à -0.66 ($-2/3$), valeur très voisine de celle obtenue pour les simulations ($p = -0.67$).

Pour la commutation vers la branche basse, la fréquence normalisée est $\Omega \tau_{ph}$. Dans le premier cas (v_{RI}^M constant), on obtient $\Delta Y \sim T_2^{2/3} \Omega^{2/3}$ soit $p = -0.66$ alors que dans le second cas (Y_M constant), le déplacement ΔY est indépendant de T_2 ($p = 0$). Ce résultat confirme les tendances mises en évidence par les simulations; notons, toutefois, que la valeur de $p = -0.86$ donnée par simulations numériques s'écarte notablement de la valeur établie par cette analyse ($-2/3$). Ce résultat n'est pas étonnant dans la mesure où la loi d'évolution de B' en fonction de l'amplitude est assez mal vérifiée.

III.8 Conclusion

Les résultats expérimentaux et numériques, présentés dans ce chapitre, montrent que l'évolution des cycles d'hystérésis dans le cas d'un système à plusieurs variables dynamiques est analogue à celle établie théoriquement à l'aide d'un modèle à une seule variable.

En particulier, les seuils de commutation entre les deux branches de la caractéristique stationnaire évoluent proportionnellement à $v^{2/3}$ où v est la vitesse de balayage du paramètre de contrôle. Ce comportement est à relier au fait que la dynamique aux voisinages des deux points tournants de la caractéristique stationnaire est gouvernée par une seule variable maîtresse.

Cette loi d'échelle n'est valide que dans le cas des faibles vitesses pour lequel les déplacements des seuils de commutations sont inférieurs à 10% de la largeur du cycle statique. Lorsque la vitesse de balayage augmente, on s'écarte progressivement de cette loi, qui apparaît alors comme asymptotique.

L'évolution de l'aire des cycles d'hystérésis est perturbée par des effets parasites. Le plus important est dû à l'apparition d'une hystérésis sur la branche haute qui contribue à un accroissement supplémentaire de l'aire, dont l'évolution en fonction de la vitesse peut être sensiblement différente de celle mise en évidence pour les seuils de commutations.

Notons enfin qu'au cours de cette étude, nous nous sommes limités au cas de la bistabilité purement absorptive. Les effets dispersifs, qui peuvent avoir une incidence sur la dynamique des cycles d'hystérésis,

seront examinés au chapitre suivant dans le cadre de l'étude du phénomène d'hésitation.

Chapitre IV

*Commutation frustrée
et phénomène d'hésitation en
bistabilité optique*

IV.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que l'augmentation de la vitesse de balayage engendre un élargissement des cycles d'hystérésis et une légère inclinaison des fronts de commutation entre branches.

Lorsque la vitesse de balayage devient de plus en plus importante, il est possible que la commutation vers la branche haute ne puisse pas se produire pendant la phase croissante du balayage. En revanche, elle peut s'effectuer au cours du balayage retour. La transition de la branche basse vers la branche haute est en quelque sorte frustrée par la rapidité du balayage (Gao 1990).

Si la vitesse de balayage devient trop élevée, le bistable n'a plus le temps nécessaire pour commuter et retourne directement vers la branche initiale. La transition entre le régime où la commutation est frustrée et celui qui correspond au retour direct à l'état initial se produit pour une valeur particulière v_c de la vitesse et s'accompagne d'un phénomène d'hésitation. D'une période de balayage à l'autre, les légères fluctuations des paramètres expérimentaux provoquent des modifications notables de la trajectoire retour suivie par le système qui peut alors commuter vers la branche haute ou retourner à son état initial. Ce phénomène d'hésitation est d'autant plus critique que le dépassement D de la valeur maximum de balayage μ_M par rapport à l'ordonnée μ_A du point tournant A ($D = \mu_M - \mu_A$) est petit. L'évolution de la variable de sortie d'un système bistable en phase d'hésitation en fonction du paramètre de contrôle met en évidence une multitude de

trajectoires très différentes correspondant soit à la commutation vers la branche haute, soit au retour direct à l'état initial (Zemmouri 1993).

Dans les deux bistables tout optiques dont nous disposons, cet effet dynamique s'est manifesté principalement au voisinage du point tournant A. Ce comportement est dû au fait que, pour des raisons techniques, il était délicat expérimentalement d'ajuster la valeur minimale du paramètre de contrôle.

Sur le bistable électronique que nous avons décrit dans le chapitre I, la symétrie de ce système implique un comportement dynamique parfaitement identique au voisinage des deux points tournants de la caractéristique stationnaire. Aussi, lorsque le balayage est appliqué de manière symétrique, les phénomènes de commutation frustrée et d'hésitation peuvent se produire simultanément au voisinage de ces deux points.

En premier lieu, nous décrirons les résultats expérimentaux relatifs à la mise en évidence des phénomènes. Ensuite, nous développerons une analyse théorique simple pour expliquer ces phénomènes de frustration et d'hésitation. L'accent sera particulièrement mis sur l'évolution de la vitesse critique d'hésitation en fonction du dépassement D.

IV.2 Mises en évidence expérimentales.

Les phénomènes de commutation frustrée et d'hésitation ont pu être mis en évidence sur des systèmes bistables possédant des caractéristiques très différentes, ce qui montre le caractère général de ces phénomènes.

Nous avons analysé successivement la dynamique des cycles d'hystérésis des systèmes suivants.

-i- Le bistable électronique caractérisé par l'existence d'une seule variable dynamique.

-ii- Le bistable millimétrique de 23 mètres en régime purement absorptif. La dynamique de ce bistable ne met en jeu qu'un seul mode longitudinal de la cavité et peut être décrite par trois variables.

-iii- Le bistable de 182 mètres en régime de bistabilité mixte où les effets dispersifs jouent un rôle important. Sa dynamique est décrite par cinq variables.

-iv- Enfin, contrairement aux trois cas précédents, le dernier système analysé est actif puisqu'il s'agit d'un laser CO₂ à modulation intra-cavité, développant une bistabilité de polarisation.

a- Bistable électronique.

Nous allons présenter dans un premier temps les résultats relatifs au bistable électronique. Ce choix est motivé par le fait qu'il s'agit d'un système modèle permettant une description simple du phénomène d'hésitation. Comme nous l'avons indiqué au premier chapitre, ce système expérimental modélise l'équation $dx/dt = F(x,\mu) = 3x - x^3 + \mu(t)$.

Les abscisses des points tournants de la caractéristique stationnaire sont respectivement égales à $\mu_B = -2$ V et $\mu_A = 2$ V. Dans les expériences présentées, le paramètre de contrôle est balayé en triangle entre la valeur $\mu_0 = -6$ V et une valeur maximale $\mu_M = 3$ V proche de μ_A ($D \cong 1$ V; soit 25% de la largeur du cycle statique). Le triangle est symétrique et sa durée est 2τ .

La figure IV.1 donne un aperçu complet des effets dynamiques qui accompagnent le balayage du paramètre de contrôle. La caractéristique stationnaire ($F(x, \mu) = 0$, Courbe en S) est représentée en pointillés. Le phénomène de frustration se manifeste de la façon suivante. Pendant la phase aller du balayage, la trajectoire suivie par le système initialement située en dessous de la caractéristique stationnaire évolue vers la branche haute du cycle. Lorsque le paramètre $\mu(t)$ entame sa phase décroissante, la tension de sortie x continue à augmenter et croise la branche haute de la caractéristique statique pour des valeurs de $\mu(t) > \mu_A$ (figure IV.1.a) ou $< \mu_A$ (figure IV.1.b). Le bistable suit ensuite une trajectoire proche de cette branche puis revient à son état initial à la fin du balayage. Ce phénomène est observé pour des demi-périodes $\tau > 350$ μ s.

Lorsque τ est égal à 350 μ s, la réponse du système met en évidence une hésitation sur le chemin retour de sa trajectoire, qui d'une période de balayage à l'autre, croise le cycle statique tantôt sur la branche haute, tantôt sur la branche intermédiaire. Ce phénomène est visualisé sur la figure IV.1.d où sont superposés 20 cycles obtenus dans

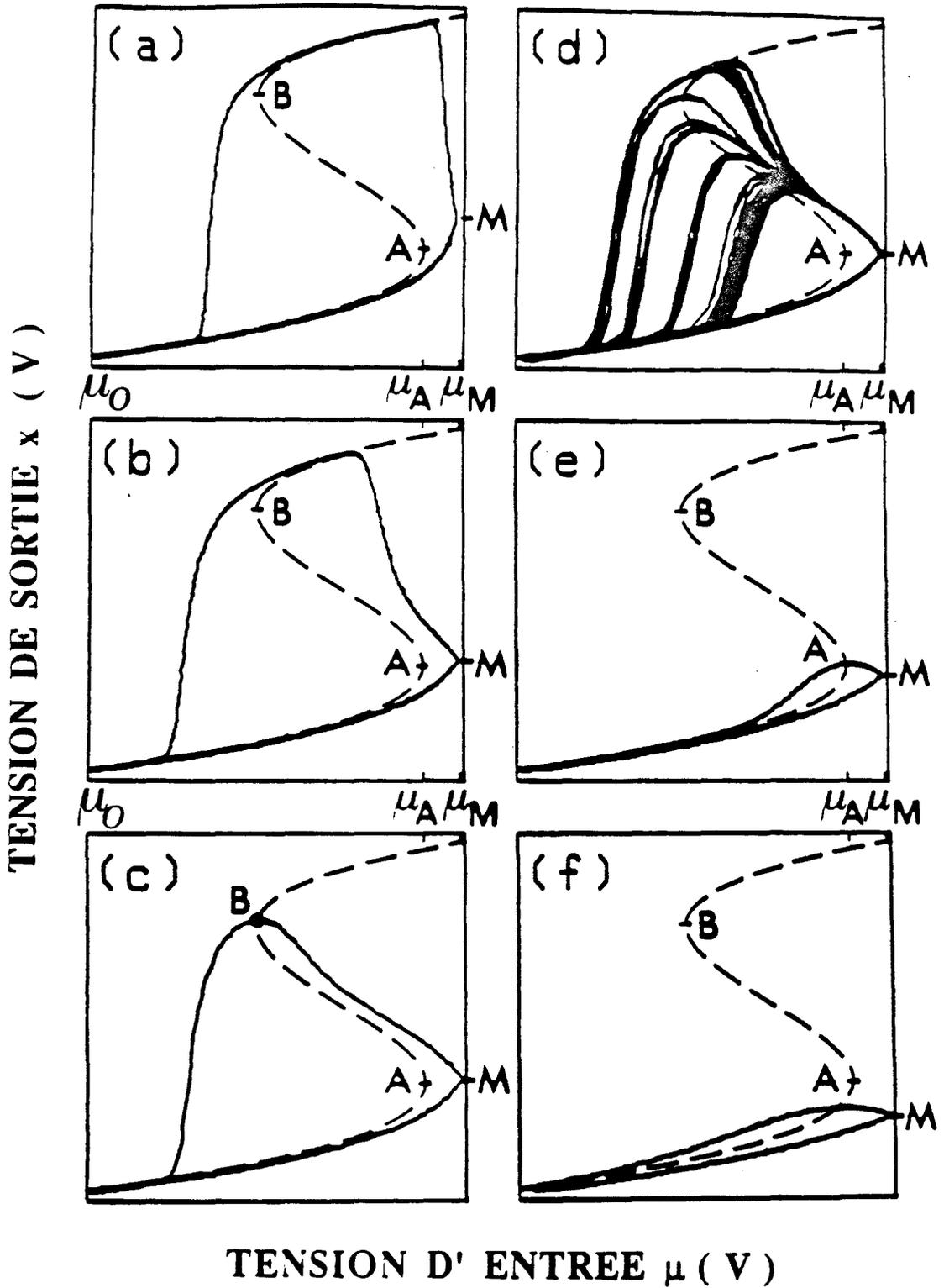


Figure IV.1: Evolution des cycles d'hystérésis en fonction de la période de balayage 2τ (Bistable électronique).
 $\tau =$ (a) 721 (b) 367 (c) et (d) 350 (e) 193 (f) 25 μs
 La caractéristique statique est représentée en pointillés
 La constante de temps du circuit est égale à 48 μs

les mêmes conditions expérimentales. Grâce à un faible niveau de bruit, nous avons réussi à mettre en évidence la séparatrice entre ces deux types de comportements. Elle correspond à la trajectoire qui croise la caractéristique stationnaire au niveau du point tournant B (figure IV.1.c). Dans cette situation, la valeur de la tension de sortie atteinte à la fin de la phase croissante du balayage coïncide avec celle du point critique A ($x_M = x_A$, figure IV.1.c). Lorsque la vitesse de balayage devient trop élevée ($\tau < 350 \mu s$), le système revient directement à son état initial (figures IV.1.e et f).

D'autre part, quelque soit la nature de la trajectoire retour, celle ci croise la caractéristique stationnaire avec une pente horizontale c'est à dire lorsque le signal de sortie atteint alors son maximum. En effet, en ce point, la quantité $\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\mu} \frac{d\mu}{dt} = F(x,\mu)$ est nulle. Pendant la phase décroissante du balayage, le terme $\frac{d\mu}{dt}$ qui représente la vitesse est de signe strictement négatif, ce qui implique que l'intersection entre la trajectoire dynamique et la caractéristique stationnaire s'effectue lorsque $\frac{dx}{d\mu} = 0$. Précisons que ce résultat n'est valable que pour les systèmes unidimensionnels.

b- Pérot-Fabry de 23 mètres.

Les enregistrements de la figure IV.2 ont été obtenus dans des conditions de bistabilité purement absorptive. La tension appliquée au modulateur est triangulaire symétrique de durée 2τ suffisamment courte pour que la réponse du système corresponde à un régime de commutation frustrée. Le dépassement D est ici de l'ordre de 40% de la

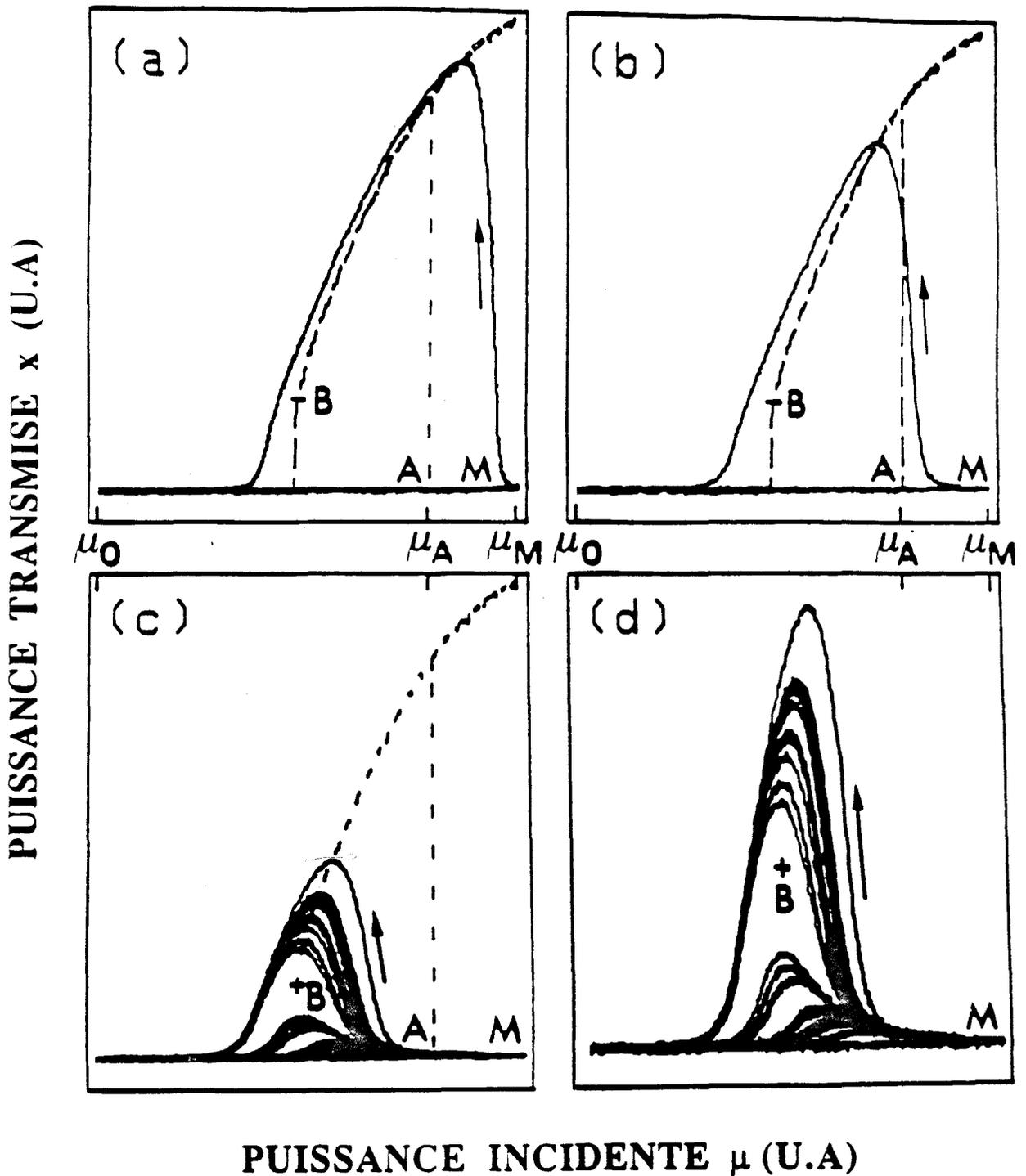


Figure IV.2: Evolution des cycles d'hystérésis en fonction de la période de balayage 2τ (Pérot-Fabry de 23 mètres - Bistabilité absorptive).
 $\tau =$ (a) 250 (b) 167 (c) et (d) 138 (e) μs . (d) est obtenu dans les mêmes conditions que (c) avec un agrandissement vertical $\times 2.3$
 Pression = 0,65 mTorr

largeur du cycle statique. La courbe en pointillés représente le cycle de bistabilité quasi-statique.

Lorsque $\tau > 138 \mu\text{s}$, la trajectoire retour du cycle d'hystérésis croise la branche haute pour des valeurs du paramètre de contrôle μ supérieures ou éventuellement inférieures à μ_A (figures IV.2.a et b). Pour $\tau < 138 \mu\text{s}$, la vitesse de balayage est trop élevée et par conséquent le système revient à son état initial sans commutation. Ce comportement, qui correspond à des signaux détectés trop faibles, n'est pas visualisé sur la figure IV.2. Le phénomène d'hésitation apparaît lorsque τ est égale à $138 \mu\text{s}$. Sur les figures IV.2.c et d sont superposées 23 cycles d'hystérésis obtenus dans les mêmes conditions expérimentales. Là encore, l'apparition de cette multitude de trajectoires différentes croisant aussi bien la branche haute que la branche intermédiaire de la caractéristique stationnaire est due aux légères fluctuations des paramètres expérimentaux tels que l'amplitude du champ incident (bruit de source) ou la longueur de la cavité (vibrations microphoniques). Notons qu'ici, toutes les trajectoires semblent éviter le voisinage du point tournant B. Comme nous le verrons par la suite, ce comportement est lié au niveau des fluctuations qui est plus important que dans le cas du bistable électronique. Une observation plus détaillée de ces résultats montre que l'intersection des chemins retours des cycles d'hystérésis en régimes de commutation frustrée et d'hésitation avec la branche haute du cycle statique s'effectue toujours avec une pente horizontale. Cette propriété montre qu'au voisinage de cette branche, le bistable se comporte comme un système à une seule variable dynamique, ce qui est conforme à nos résultats antérieurs ainsi qu'à l'analyse proposée par Erneux et Mandel (Erneux 1983)

c- Mises en évidence sur la cavité de 182 m.

La figure IV.3 représente la puissance transmise par la cavité de 182 m en fonction du paramètre de contrôle lorsque le système est en régime d'hésitation. Le schéma du balayage est identique à celui du paragraphe précédent, τ est égal à 385 μ s. Le système est en régime de bistabilité mixte, caractérisé par des désaccords de fréquence cavité-source et transition moléculaire-source respectivement égaux à 260 kHz et 0 kHz.

Nous montrons uniquement la phase d'hésitation qui de nouveau met en évidence deux sortes de trajectoires correspondant à la commutation vers la branche et au retour direct à l'état initial.

d- Mise en évidence sur le laser CO₂.

Sur la figure IV.4, nous reportons les différentes étapes qui conduisent au phénomène d'hésitation. Ces enregistrements sont obtenus à l'aide du laser CO₂ que nous avons décrit dans le premier chapitre. A faible vitesse de balayage, le système décrit un cycle d'hystérésis classique (figure IV.4.a). Lorsqu'on augmente la vitesse, apparaît d'abord la frustration (figures IV.4.b et c) puis l'hésitation qui est représentée sur la figure IV.4.d. On retrouve ainsi les mêmes étapes mises en évidence grâce aux bistables électronique et optiques.

Le phénomène d'hésitation apparaît comme très général. IL est lié à la grande sensibilité du système aux fluctuations des paramètres

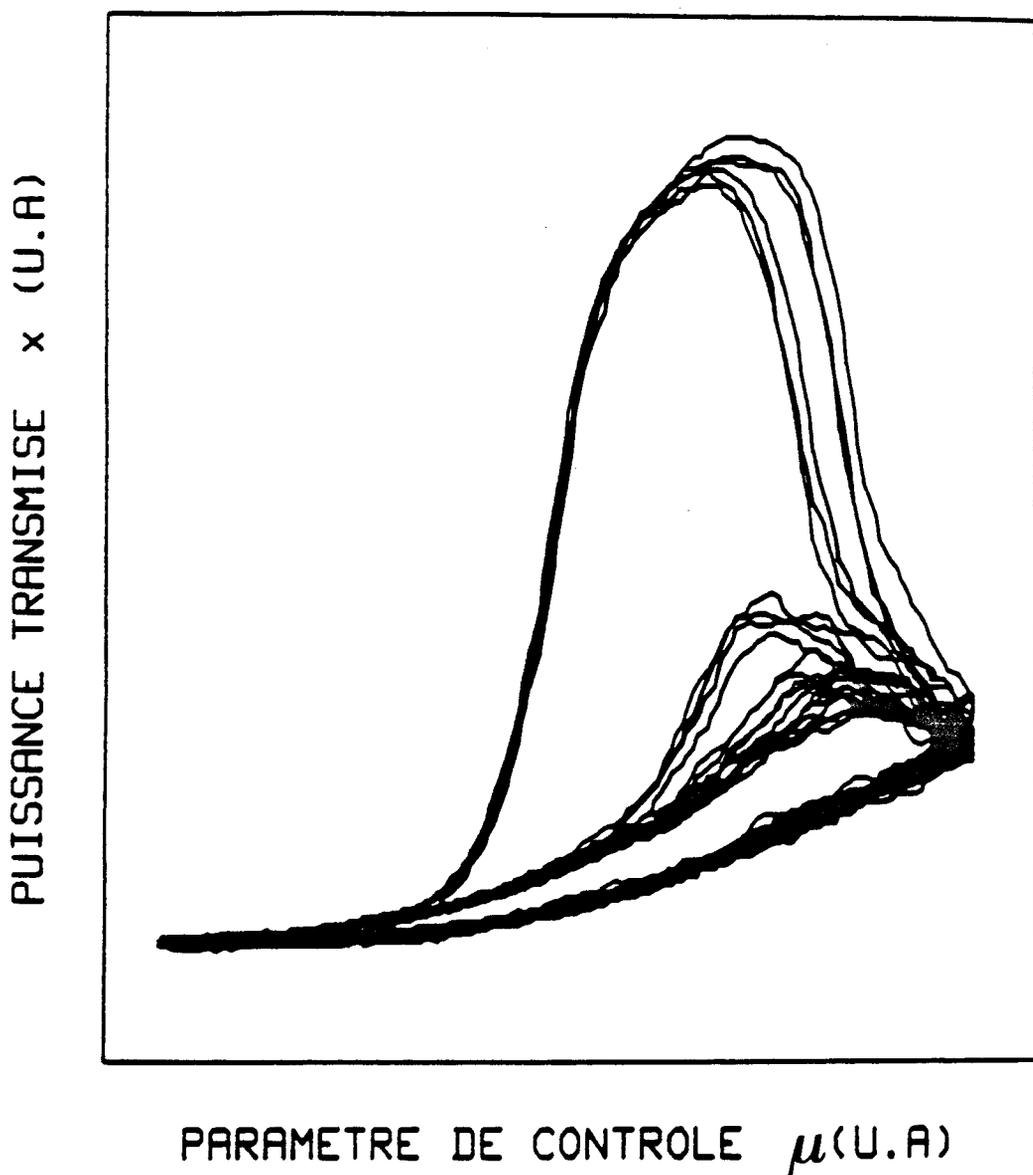
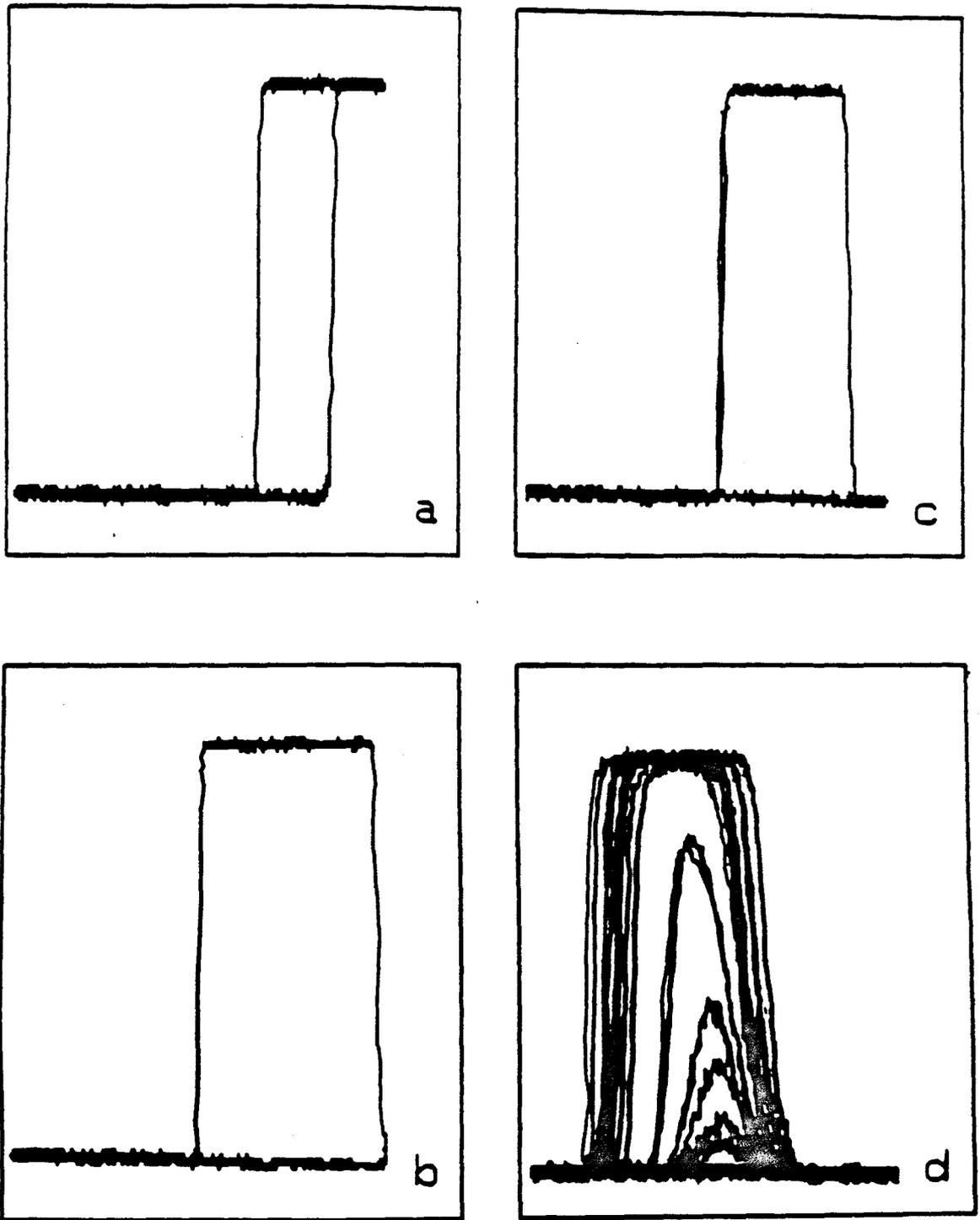


Figure IV.3: Mise en évidence expérimentale du phénomène d'hésitation sur le Pérot-Fabry de 182 mètres (Bistabilité absorptive + dispersive)
 $\tau = 385 \mu s$
 Pression = 0.5 mTorr
 Désaccord en fréquence entre la cavité et le champ exciteur = 260 kHz
 Désaccord en fréquence entre le champ exciteur et la transition moléculaire = 0 kHz

PUISSANCE TRANSMISE (U.A)



PARAMETRE DE CONTROLE (U.A)

Figure IV.4: Mise en évidence expérimentale du phénomène d'hésitation sur le Laser CO₂. Evolution des cycles d'hystérésis en fonction de la période de balayage 2τ
 $2\tau =$ (a) 18.5 (b) 10.4 (c) 9.6 et (d) 3.7 ms

expérimentaux. Le paragraphe suivant est consacré à l'analyse théorique détaillée de ce phénomène à l'aide du modèle parabolique introduit dans le chapitre précédent.

IV.3 Analyse théorique

Cette étude s'inscrit dans le prolongement de l'analyse théorique de la déformation des cycles d'hystérésis dans laquelle la dynamique au voisinage des points tournants joue un rôle déterminant. Nous limiterons notre analyse au voisinage du point tournant A. Moyennant un changement d'origine, une normalisation de la variable observée, du paramètre de contrôle et de la variable temps, l'évolution du système bistable au voisinage du point tournant A peut être décrite par l'équation:

$$\frac{dx}{dt} = x^2 + \mu - 1 \quad \text{IV.1}$$

voisine de celle introduite par Mandel pour décrire les mécanismes de commutation des bistables (Mandel 1985)

Afin d'éviter la multiplication des notations, nous avons conservé les symboles x et μ pour désigner respectivement la variable observée et le paramètre de contrôle. La caractéristique stationnaire dans le plan (μ, x) est représentée par une parabole passant par les points 0,-1 et 0,1 et dont le sommet 1, 0 correspond au point tournant A (figure IV.5). La branche supérieure de la parabole (pointillé) est instable. Notons que dans ce modèle, la branche haute du cycle de bistabilité est rejetée à l'infini.

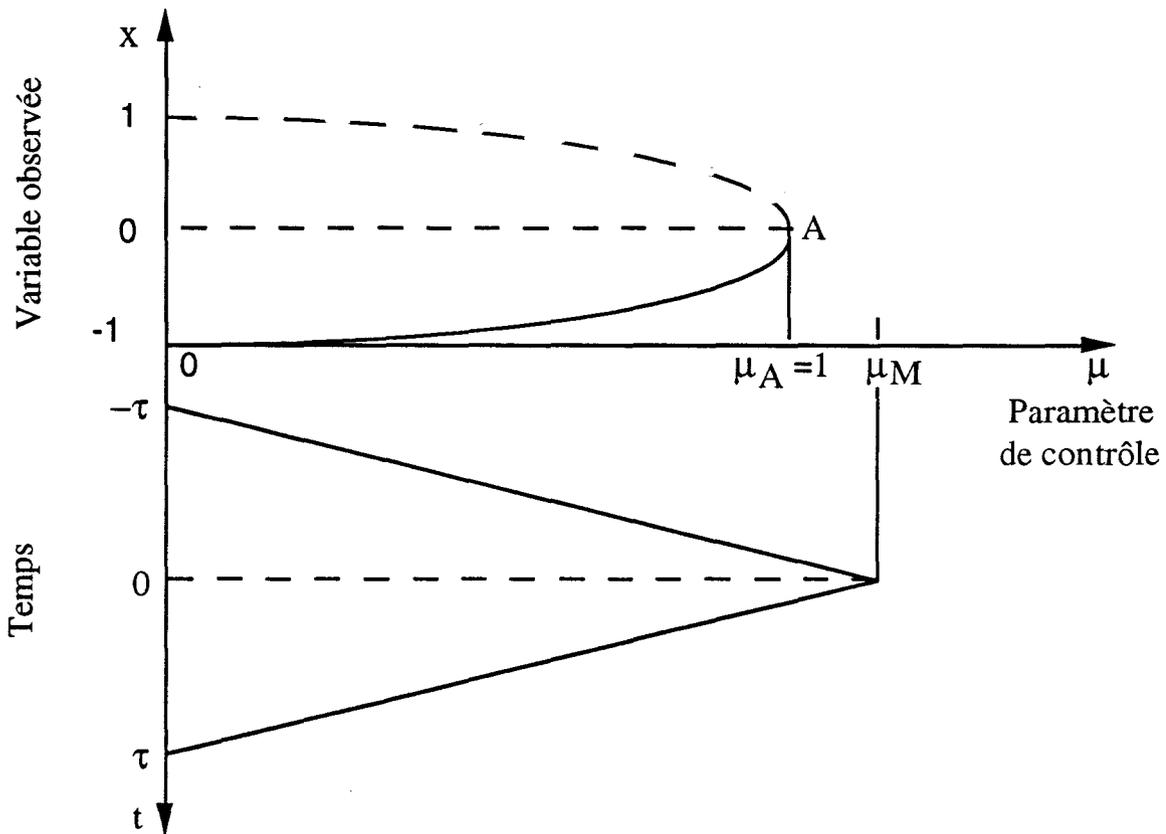


Figure IV.5: Modèle parabolique

Caractéristique stationnaire et schéma standard du balayage

Le forme du balayage que nous avons adoptée est triangulaire symétrique de durée 2τ . Le paramètre de contrôle μ varie de 0 à sa valeur maximum μ_M . Son évolution en fonction du temps s'écrit:

$$\mu = \mu_M + \frac{\mu_M}{\tau} t \text{ pour } -\tau \leq t \leq 0$$

IV.2

$$\mu = \mu_M - \frac{\mu_M}{\tau} t \text{ pour } 0 \leq t \leq \tau$$

L'équation d'évolution IV.1 s'écrit:

$$\frac{dx}{dt} = x^2 + \mu_M - 1 \pm vt \quad \text{IV.3}$$

où $v = \frac{\mu_M}{\tau}$ est la vitesse de balayage. Les signes + ou - correspondent respectivement à la phase croissante et décroissante du balayage. La quantité $\mu_M - 1$, écart entre la valeur maximum du paramètre de contrôle et le seuil de commutation à vitesse nulle ($\mu_A = 1$) correspond au dépassement D.

En introduisant la nouvelle variable $s = \mu - 1 = D \pm vt$ dans l'équation IV.3, on obtient:

$$\pm v \frac{dx}{ds} = x^2 + s \quad \text{IV.4}$$

La résolution de cette équation différentielle nécessite un changement de fonction de la forme $x = \mp v \frac{1}{u} \frac{du}{ds}$. On aboutit alors à l'équation:

$$\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{u}{v^2} s = 0 \quad \text{IV.5}$$

Il reste un ultime changement de variable à effectuer pour aboutir à une équation différentielle dont la résolution analytique est connue.

Ainsi, posons $z = v^{-2/3} s$, l'équation IV.5 devient:

$$\frac{d^2u}{dz^2} + z u = 0 \quad \text{IV.6}$$

La solution générale de cette équation est une combinaison linéaire des deux fonctions de Airy Ai et Bi (Abramowitz et Stegun 1970) de la forme:

$$u(z) = p Ai(-z) + q Bi(-z)$$

soit encore

IV.7

$$u(z) = p Ai(-v^{-2/3} s) + q Bi(-v^{-2/3} s)$$

On obtient alors facilement la solution générale de l'équation IV.3 qui s'écrit (Mandel 86):

$$x(s) = \pm v^{1/3} \frac{Ai'(-v^{-2/3} s) + Q Bi'(-v^{-2/3} s)}{Ai(-v^{-2/3} s) + Q Bi(-v^{-2/3} s)} \quad \text{IV.8}$$

Les fonctions Ai' et Bi' représentent respectivement les dérivées des fonctions de Airy Ai et Bi .

a- Phase croissante du balayage.

Pendant cette phase, la trajectoire du bistable dans le plan (μ, x) est décrite par:

$$x_+(z) = v^{1/3} \frac{Ai'(-z) + Q Bi'(-z)}{Ai(-z) + Q Bi(-z)} \quad \text{IV.9}$$

avec $z = v^{-2/3} (\mu(t) - 1)$

Au cours du balayage, la variable z évolue de la valeur $-v^{-2/3}$ à la valeur maximum z_0 ($z_0 > 0$) donnée par la relation:

$$z_0 = v^{-2/3} (\mu_M - 1) = v^{-2/3} D \quad \text{IV.10}$$

Le paramètre Q est défini par l'état du système à l'état initial $t = -\tau$. On suppose qu'à cet instant le système est dans l'état stationnaire stable associé à $\mu = 0$ et caractérisé par $x = -1$. Q est alors défini par l'équation ci-dessous:

$$Q = - \frac{Ai(v^{-2/3}) + v^{1/3} Ai'(v^{-2/3})}{Bi(v^{-2/3}) + v^{1/3} Bi'(v^{-2/3})} \quad \text{IV.11}$$

Q dépend uniquement de la vitesse de balayage (v). C'est une quantité positive qui croît de 0 à $\sqrt{3}$ lorsque la vitesse évolue de 0 vers l'infini. La trajectoire $x_+(z)$ diverge quand son dénominateur initialement positif s'annule, soit lorsque :

$$Ai(-z) + Q Bi(-z) = 0 \quad \text{IV.12}$$

Cette divergence correspond à la commutation vers la branche haute du cycle qui est ici rejetée à l'infini. Elle est atteinte pour une valeur particulière de z (notée z^*) appartenant à l'intervalle $]|\beta_1| = 1.1, |\alpha_1| = 2.4]$ pour lequel $Ai(-z)$ et $Bi(-z)$ sont de signes opposés. α_1 et β_1 sont respectivement les premiers zéros des fonctions de Airy Ai et Bi . précisons que pour $|z| < \beta_1$, $Ai(-z)$ et $Bi(-z)$ sont tous deux positifs.

Si z_0 est supérieur à z^* , la commutation vers la branche haute s'effectue pendant la phase aller du balayage. En revanche, si z_0 est inférieur à z^* , la commutation, si elle a lieu, ne peut se produire que

pendant la phase décroissante du balayage. Ce dernier cas correspond à la commutation frustrée que nous avons mise en évidence expérimentalement dans le paragraphe précédent. z^* définit donc la limite d'apparition de la "frustration". Pour un dépassement D donné, cette limite de frustration est atteinte pour une valeur particulière v_f de la vitesse de balayage définie par la relation:

$$v_f = \left(\frac{D}{z^*} \right)^{3/2} \quad \text{IV.13}$$

où z^* dépend implicitement de v_f par l'intermédiaire de Q .

Si la vitesse v est inférieure à v_f , la commutation se produit pendant la phase croissante du balayage. Dans le cas contraire, la commutation est frustrée.

Pour fixer un ordre de grandeur des paramètres intervenant dans la description de la trajectoire $x_+(z)$, nous allons nous intéresser à un exemple typique de conditions expérimentales où l'amplitude de balayage μ_M est légèrement supérieure à l'abscisse du point tournant μ_A (soit $\mu_M = 1.1 \mu_A$, $D = 0.1$). v_f est alors comprise entre $8.5 \cdot 10^{-3}$ et $2.7 \cdot 10^{-2}$, la valeur maximale susceptible d'être prise par le paramètre Q , correspondant à $v_f = 2.7 \cdot 10^{-2}$ est de l'ordre de 10^{-24} ; on peut donc négliger ce paramètre. la solution $x_+(z)$ s'écrit alors de manière plus simple, soit:

$$x_+(z) = v^{1/3} \frac{\text{Ai}'(-z)}{\text{Ai}(-z)} \quad \text{IV.14}$$

$x_+(z)$ diverge alors lorsque z atteint la valeur α_1 . La vitesse limite de frustration v_f est alors donnée par la relation:

$$v_f = \left(\frac{D}{|\alpha_1|} \right)^{3/2} \quad \text{IV.15}$$

D'autre part, d'après l'équation IV.14, on peut remarquer que la solution $x_+(z)$ s'annule ($x_+ = 0$) lorsque z est égale à $|\alpha'_1|$ (α'_1 premier zéro de Ai'). Ce passage par 0, ordonnée du point tournant A, correspond à la définition du seuil de commutation vers la branche haute (cf. chapitre III). Sachant que z est égal à $v^{-2/3} (\mu(t) - 1)$, on peut en déduire facilement la relation qui donne le seuil de commutation μ_c en fonction de la vitesse de balayage v .

$$\mu_c - 1 = v^{2/3} |\alpha'_1| \quad \text{IV.16}$$

On retrouve ainsi la loi d'échelle en puissance 2/3 qui traduit la déformation des cycles d'hystérésis en fonction de la vitesse de balayage. Ce résultat est en bon accord avec ceux établis dans le chapitre précédent.

b- Phase décroissante du balayage.

L'analyse de l'évolution de la solution $x_-(z)$ pendant cette phase n'est envisageable que dans la mesure où elle n'a pas divergé au cours de la phase antérieure, ce qui suppose que $z_0 < z^*$. La solution générale de $x_-(z)$ s'écrit alors:

$$x_-(z) = -v^{1/3} \frac{Ai'(-z) + P Bi'(-z)}{Ai(-z) + P Bi(-z)} \quad \text{IV.17}$$

A l'instant $t = 0$, début de la phase décroissante du balayage ($z = z_0$), la condition de continuité de la solution permet de déterminer le paramètre P .

$$P = - \frac{Ai'(-z_0) + K_0 Ai(-z_0)}{Bi'(-z_0) + K_0 Bi(-z_0)} \quad \text{IV.18}$$

où $K_0 = v^{-1/3} x_+(z_0)$

L'évolution de la trajectoire $x_-(z)$ pendant la phase décroissante du balayage dépend de façon cruciale de la valeur du coefficient P et plus généralement de z_0 . Pour décrire cette évolution, nous nous limiterons au cas des faibles vitesses pour lequel $Q = 0$, ce qui simplifie notablement la présentation des résultats.

Dans ce cas, l'expression du paramètre P est:

$$P = - \frac{2 Ai'(-z_0) Ai(-z_0)}{Ai(-z_0) Bi'(-z_0) + Ai'(-z_0) Bi(-z_0)} \quad \text{IV.19}$$

avec $z_0 < |\alpha_1|$.

Sur la figure IV.6, nous avons représenté l'évolution du paramètre P en fonction de z_0 pour z_0 compris entre 0.5 et $|\alpha_1|$.

La comparaison entre les équations IV.14 et IV.17 décrivant les trajectoires aller et retour, met en évidence une trajectoire retour particulière associée à $P = 0$. Dans ce cas, la trajectoire retour est décrite par l'équation:

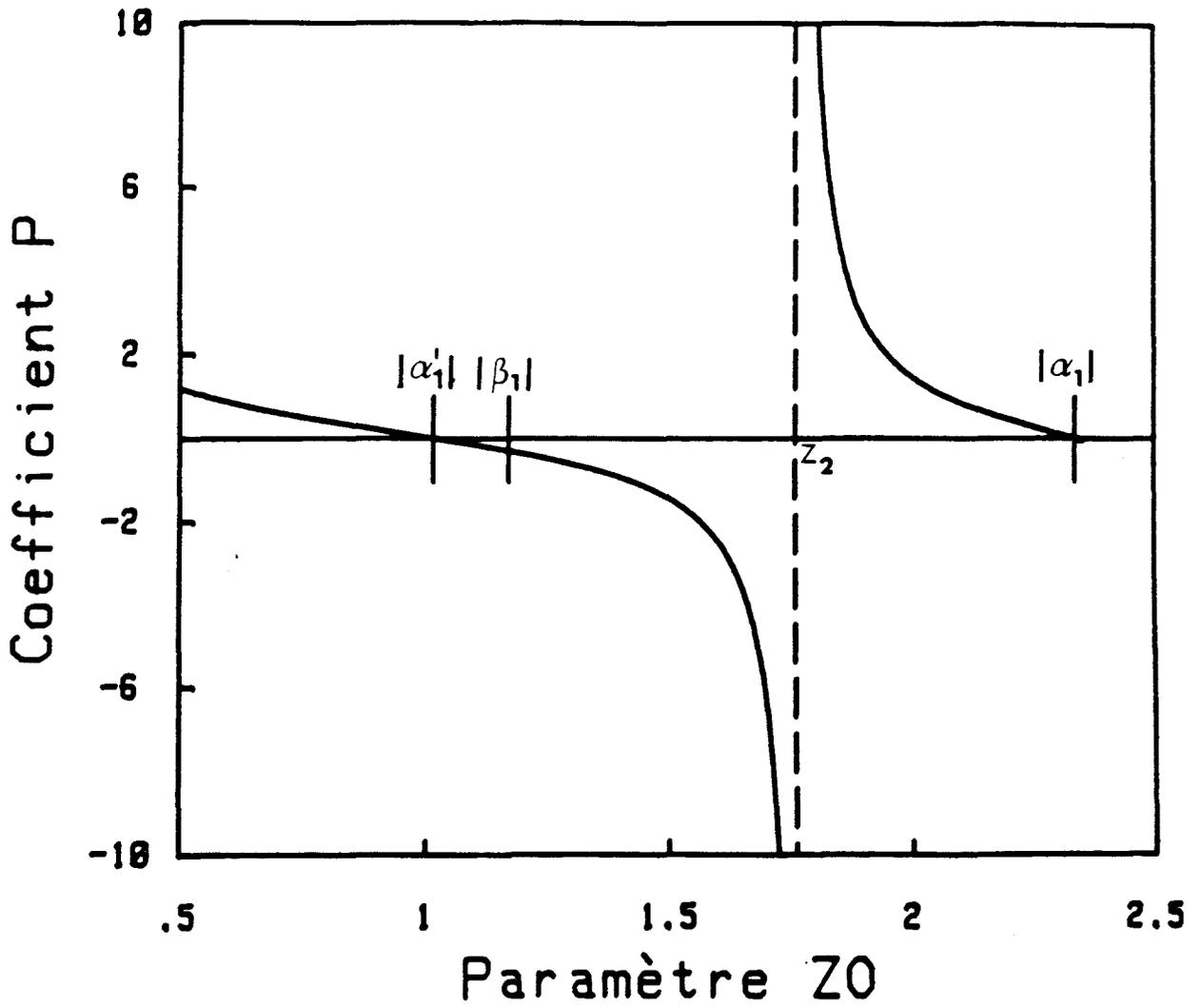


Figure IV.6: Evolution du coefficient P en fonction de z_0 .

$$x_-(z) = -v^{1/3} \frac{Ai'(-z)}{Ai(-z)} \quad \text{IV.20}$$

Elle est parfaitement symétrique à la trajectoire aller par rapport à l'axe des abscisses, elle ramène le système au point (0,1) de la branche stationnaire instable à la fin du balayage ($t = \tau$) (figure IV.7). Le système restera en ce point en l'absence des fluctuations. Cette situation se produit quand $Ai'(-z_0)$ est égale à 0, soit $z_0 = |\alpha'_1|$.

Pour des valeurs de z_0 inférieures à $|\alpha'_1|$, P est de signe positif. Aussi, la trajectoire $x_-(z)$ ne peut pas diverger car son dénominateur ne peut en aucun cas s'annuler compte tenu des signes de $Ai(-z)$ et $Bi(-z)$ alors tous deux positifs. Dans ces conditions, $x_-(z)$ tend vers -1 à la fin du balayage comme le montre la figure IV.8. Ceci correspond à un retour direct à l'état initial.

Envisageons le cas où z_0 est compris entre $|\alpha'_1|$ et $|\alpha_1|$. La figure IV.6 montre que P diverge pour une valeur de z_0 égale à z_2 . Pour cette valeur de z_0 , l'expression de la solution $x_-(z)$ se simplifie:

$$x_-(z) = -v^{1/3} \frac{Bi'(-z)}{Bi(-z)} \quad \text{IV.21}$$

La trajectoire diverge alors lorsque la variable z est égale à $|\beta_1|$. Si z_0 appartient à l'intervalle $]z_2; \alpha_1[$, le paramètre P est positif et dans ce cas la solution $x_-(z)$ diverge pour des valeurs de z comprises entre $|\beta_1|$ et $|\alpha_1|$. En revanche, si z_0 est compris entre α'_1 et z_2 , la solution $x_-(z)$ diverge pour des valeurs de z inférieures à $|\beta_1|$. Dans le cas où z_0 est très voisin de α'_1 , la commutation s'effectue pour des valeurs du paramètre de contrôle inférieures à 1, comme le montre la figure IV.9.

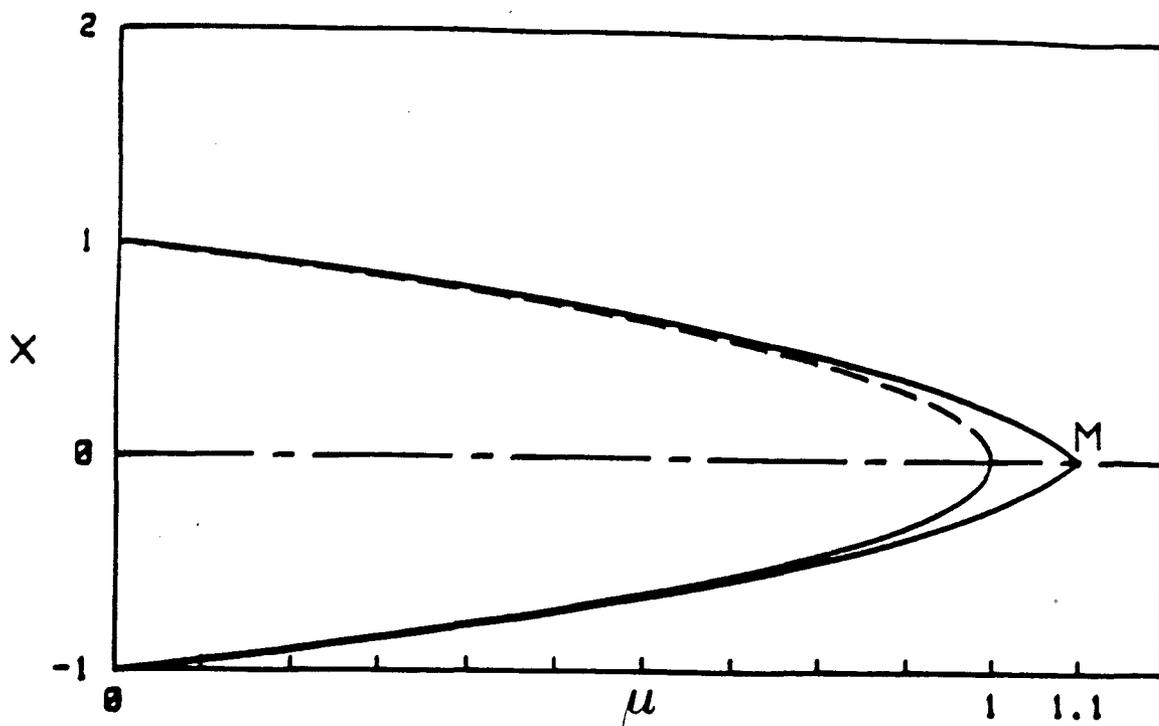


Figure IV.7: Trajectoire du système associée à $z_0 = |\alpha'_1|$
"Séparatrice"

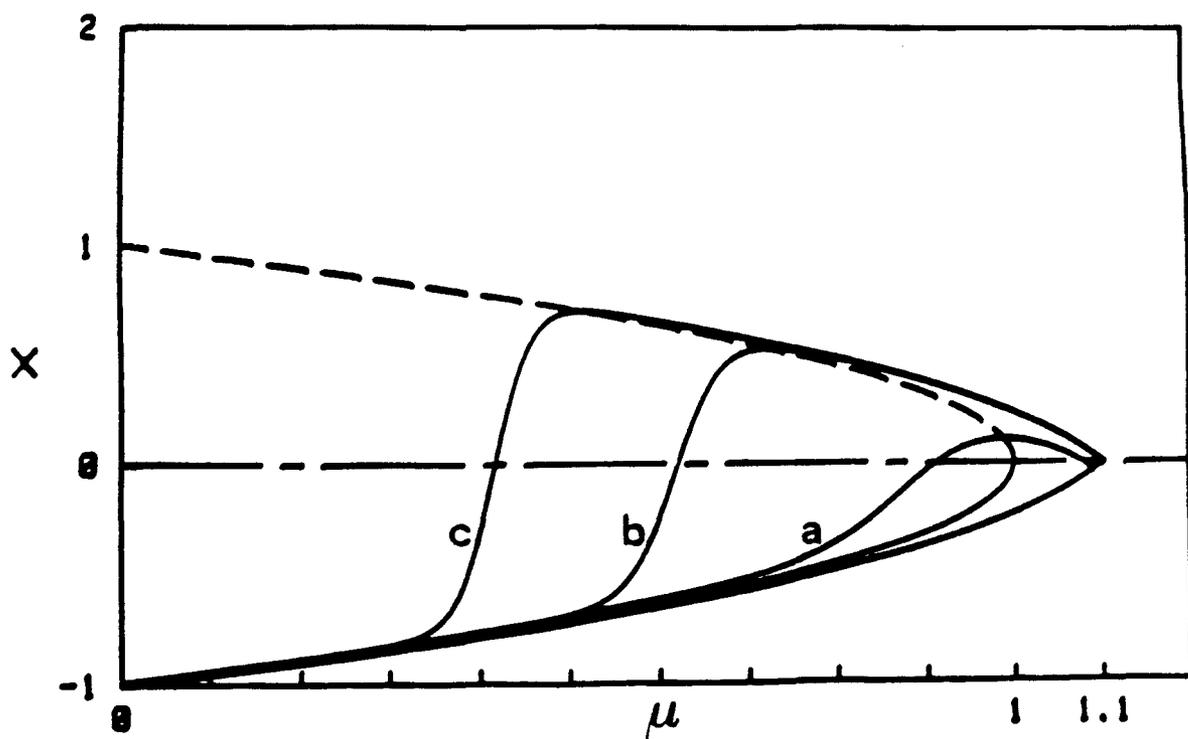


Figure IV.8: Trajectoires du système associées à $z_0 = |\alpha'_1| (1 - \varepsilon)$
Retour direct à l'état initial
 $\varepsilon = (a) 10^{-2}$ (b) 10^{-6} et (c) 10^{-10}

La trajectoire symétrique obtenue pour z_0 égal à $|\alpha_1|$ apparaît donc comme une "séparatrice" entre deux comportements distincts, la commutation vers la branche haute du cycle ou le retour à l'état initial. Pour une valeur donnée du dépassement D , cette trajectoire correspond à une vitesse critique v_c donnée par l'équation IV.22.

$$v_c = \left(\frac{D}{|\alpha_1|} \right)^{3/2} \quad \text{IV.22}$$

En résumé, sur la figure IV.10, nous avons représenté l'évolution de la solution $x(t)$ en fonction du paramètre de contrôle $\mu(t)$ pour différentes valeurs la vitesse. Pour une vitesse de balayage v inférieure à la vitesse de frustration v_f , la commutation vers la branche haute se produit pendant la phase croissante du balayage (figure IV.10.a). Si la vitesse v est comprise entre v_f et v_c , la commutation est frustrée et s'effectue pendant la phase décroissante du balayage (figure IV.10.b et c). Si v est égale à v_c , la trajectoire retour suivie par le système est parfaitement symétrique à la trajectoire aller par rapport à l'axe des abscisses ("séparatrice")(figure IV.10.d). Enfin, si v est supérieure à v_c , le système revient directement à son état initial (figure IV.10.e).

De plus, l'observation des figures IV.7 à IV.9 montre que de très faibles variations de z_0 au voisinage de $|\alpha_1|$ provoquent des modifications dramatiques de la trajectoire retour. C'est cette sensibilité aux modifications des paramètres, caractéristique de l'hésitation, que nous allons étudier.

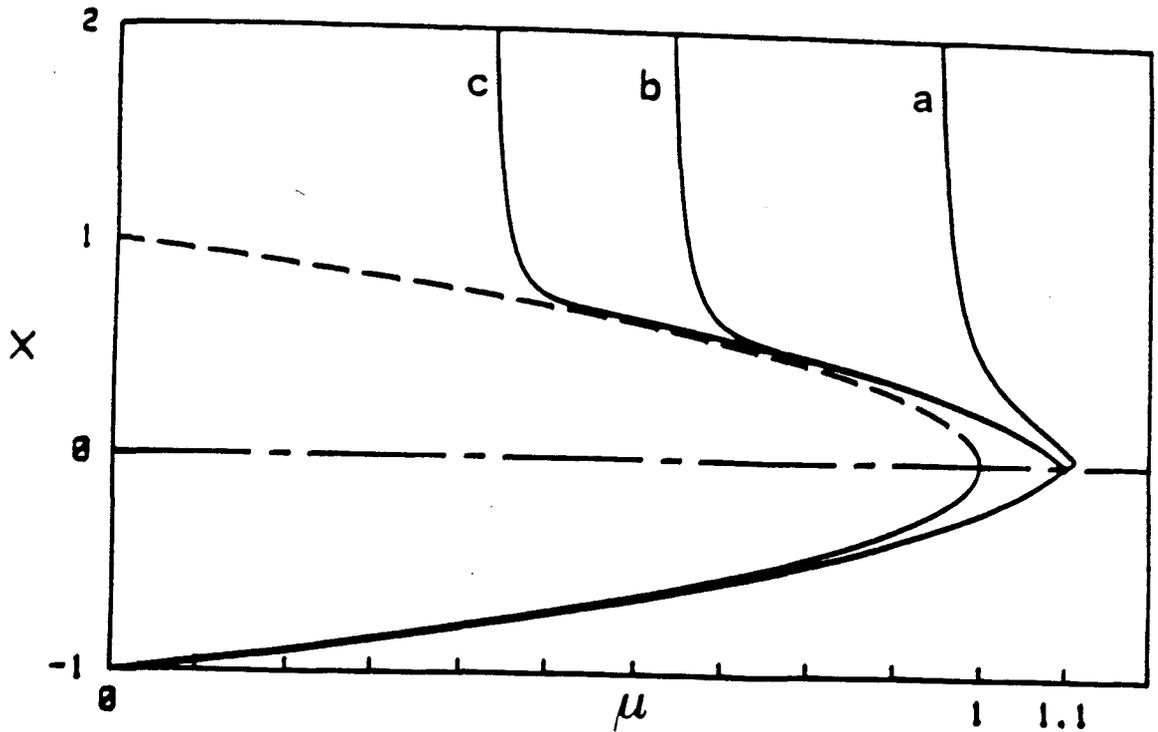


Figure IV.9: Trajectoires du système associées à $z_0 = |\alpha'_1| (1 + \varepsilon)$
 Commutation vers la branche haute
 $\varepsilon = (a) 10^{-2}$ (b) 10^{-6} et (c) 10^{-10}

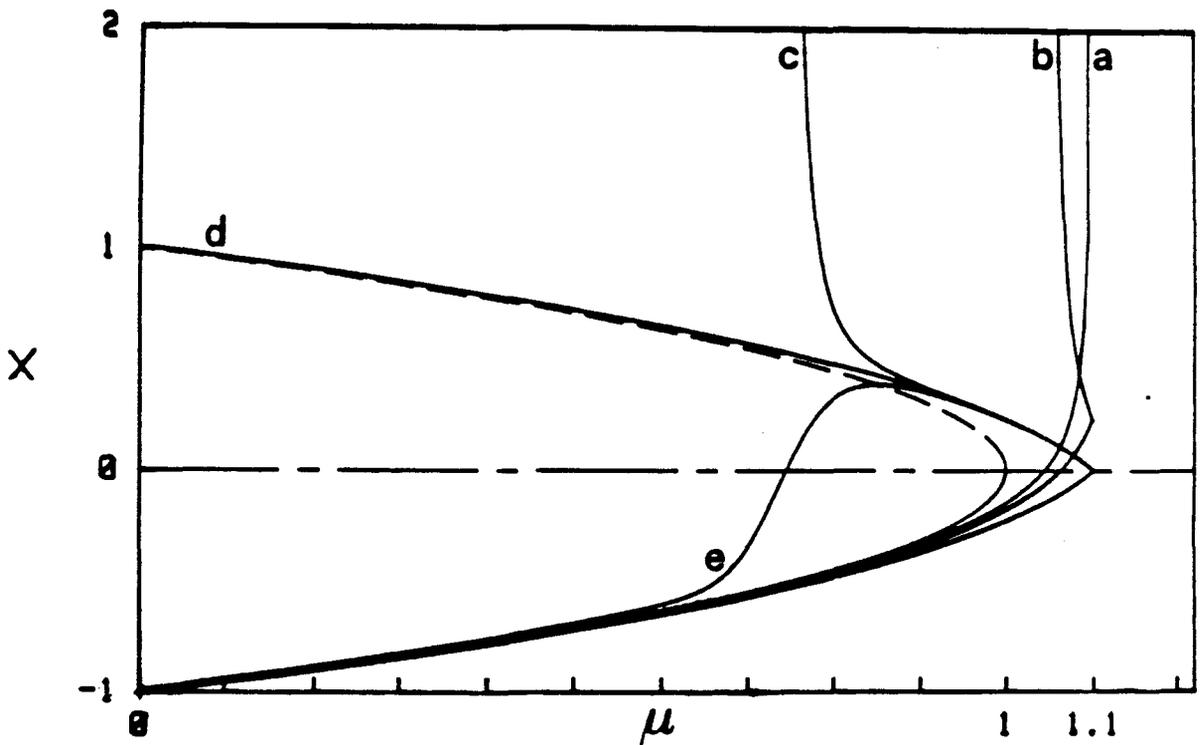


Figure IV.10: Evolution des trajectoires associées au système pour différentes valeurs de la vitesse de balayage
 (a) $v < v_f$, (b) et (c) $v_f < v < v_c$, (c) $v = v_c$ et (d) $v > v_c$
 v_c et v_f sont respectivement les vitesses de frustration et d'hésitation
 Dépassement $D = 0.1$

IV.4 Sensibilité aux fluctuations des paramètres expérimentaux

a- Analyse théorique.

Pour étudier la sensibilité de la trajectoire "séparatrice", nous allons analyser l'effet d'une petite modification d'un des paramètres du balayage. Nous nous limiterons au cas d'une modification de l'amplitude du balayage toujours dans le cadre de l'approximation des faibles vitesses ($Q=0$).

Pour une valeur donnée du dépassement D ($\mu_M = 1 + D$), le système évolue sur la séparatrice lorsque la vitesse de balayage est égale à v_C ($v_C = (\frac{D}{|\alpha'_1|})^{2/3}$), cette séparatrice est décrite par:

$$x_{\pm}(z) = \pm v^{1/3} \frac{Ai'(-z)}{Ai(-z)} \quad \text{avec } z = v_C^{-2/3} (\mu(t) - 1).$$

Cette vitesse étant conservée, on modifie légèrement l'amplitude de balayage qui passe de μ_M à $\mu_M + \Delta\mu$ où $\frac{\Delta\mu}{\mu_M} = \varepsilon$ ($|\varepsilon| \ll 1$). La trajectoire associée à la phase croissante est évidemment inchangée, seule la valeur de x_+ à l'instant $t = 0$ est modifiée d'une quantité Δx donnée par:

$$\Delta x = \left[\frac{dx(z)}{dz} \right]_{z=|\alpha'_1|} \cdot \left(\frac{dz}{d\mu} \right) \Delta\mu$$

soit:

IV.23

$$\Delta x = \Delta\mu v_C^{-1/3} \frac{|Ai''(\alpha'_1)|}{Ai(\alpha'_1)}$$

Rappelons que $|\alpha'_1|$ est la valeur prise par la variable z quand le point de rebroussement M de la séparatrice est atteint (figure IV.7)

Cette relation (IV.23) représente alors une condition initiale nouvelle pour la phase retour du balayage.

Rappelons que la solution $x_-(z)$ qui décrit la trajectoire du système pendant cette phase est donnée par la formule IV.17. La séparatrice correspond à la situation où P est nul. La vitesse v étant fixée, le paramètre P dépend uniquement de l'amplitude de balayage μ_M , une faible variation de μ_M va engendrer une faible variation de P autour de zéro. Nous allons nous limiter au développement de la solution $x_-(z)$ au premier ordre en P . Cette solution s'écrit alors:

$$x_-(z) = x_-^S(z) + \left(\frac{dx_-}{dP} \right)_{P=0} \cdot P \quad \text{IV.24}$$

où $x_-^S(z)$ désigne la "séparatrice".

L'écart entre la trajectoire $x_-(z)$ et la séparatrice $x_-^S(z)$, noté $\Delta x_-(z)$ ($\Delta x_-(z) = x_-(z) - x_-^S(z)$) peut alors s'écrire:

$$\Delta x_-(z) = - v_c^{1/3} \frac{P}{\pi \text{Ai}^2(-z)} \quad \text{IV.25}$$

Le paramètre P peut être calculé à partir de la condition initiale qui correspond au début de la phase décroissante du balayage lorsque $z = z_0$ ($z_0 = |\alpha'_1| + v_c^{-2/3} \Delta\mu$)

$$P = - \pi v_c^{-1/3} \text{Ai}^2(-z_0) \Delta x_-(z_0) \quad \text{IV.26}$$

Comme le montre la figure IV.11, la symétrie de la "séparatrice" permet d'écrire que $x_{\pm}(z_0)$ est égal $-x^s(z_0)$. Ce qui implique que $\Delta x_-(z_0) = -2 \Delta x$. Le paramètre P est alors donné par l'expression:

$$P = -2 \pi v_c^{-2/3} \Delta \mu |Ai''(\alpha'_1)| Ai(\alpha'_1) \quad \text{IV.27}$$

où on a tenu compte du fait que $Ai(-z_0)$ est très voisin de $Ai(\alpha'_1)$.

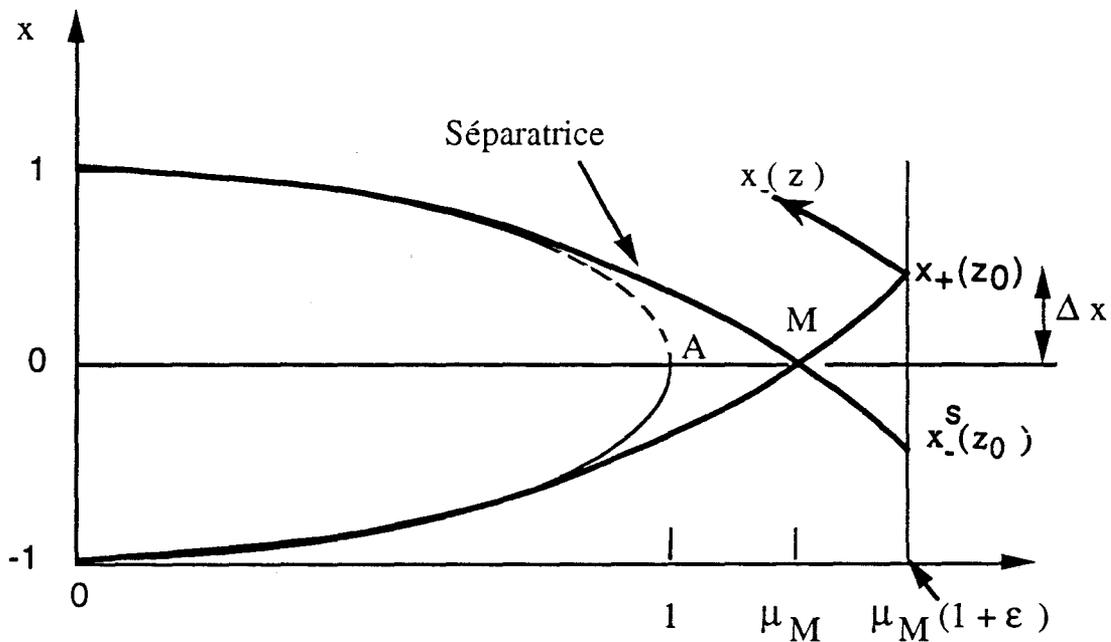


Figure IV.11: Modification de trajectoire induite par une légère variation de l'amplitude de balayage (vitesse constante)

L'écart entre la trajectoire retour et la séparatrice est alors décrit par l'équation:

$$\Delta x_-(z) = 2 \Delta \mu v_c^{-1/3} |Ai''(\alpha'_1)| Ai(\alpha'_1) \frac{1}{Ai^2(-z)} \quad \text{IV.28}$$

Soit encore:

$$\Delta x_-(z) = \Delta\mu D^{-1/2} g \frac{1}{\text{Ai}^2(-z)} \quad \text{IV.29}$$

où $g = 2 |\alpha'_1|^{1/2} |\text{Ai}''(\alpha'_1)| / |\text{Ai}'(\alpha'_1)| \cong 0,59$ et où z peut s'écrire sous la forme $z = |\alpha'_1|^{1/2} (\mu - 1) / D$.

Au cours du balayage retour, l'argument de la fonction de Airy croît à partir d'une valeur proche de α'_1 ($\alpha'_1 < 0$), $\text{Ai}(-z)$ décroît et tend vers 0 pour les grandes valeurs de son argument entraînant une divergence de $\Delta x_-(z)$. Cette divergence est d'autant plus rapide que le dépassement D est plus faible.

Pour illustrer cette influence de D , nous avons calculé la variation d'amplitude $\Delta\mu$ qui conduit à une divergence Δx_- égale à 1 lorsque la paramètre de contrôle μ est égal à 0.5.

Pour $D = 0.1$, ce dernier critère est atteint pour $z = -5.09$ et $\Delta\mu$ vaut $4 \cdot 10^{-9}$, alors que pour $D = 0.2$ ($z = -2.54$), $\Delta\mu$ est alors égal $1.5 \cdot 10^{-4}$.

Ces estimations confirment l'extrême sensibilité du système aux fluctuations qui est d'autant plus importante que le dépassement D est plus petit.

Pour deux valeurs distinctes du dépassement D respectivement égales à 0.1 et 0.2, les figures IV.12.A et B, représentent l'écart des trajectoires par rapport à la "séparatrice" lorsque l'amplitude μ_M subit une légère modification relative $\varepsilon = \pm 10^{-4}$. Ces dernières s'écartent plus rapidement de la trajectoire "séparatrice" pour $D = 0.1$, ce qui confirme le fait que la sensibilité aux fluctuations est plus importante pour les faibles valeurs du dépassement D .

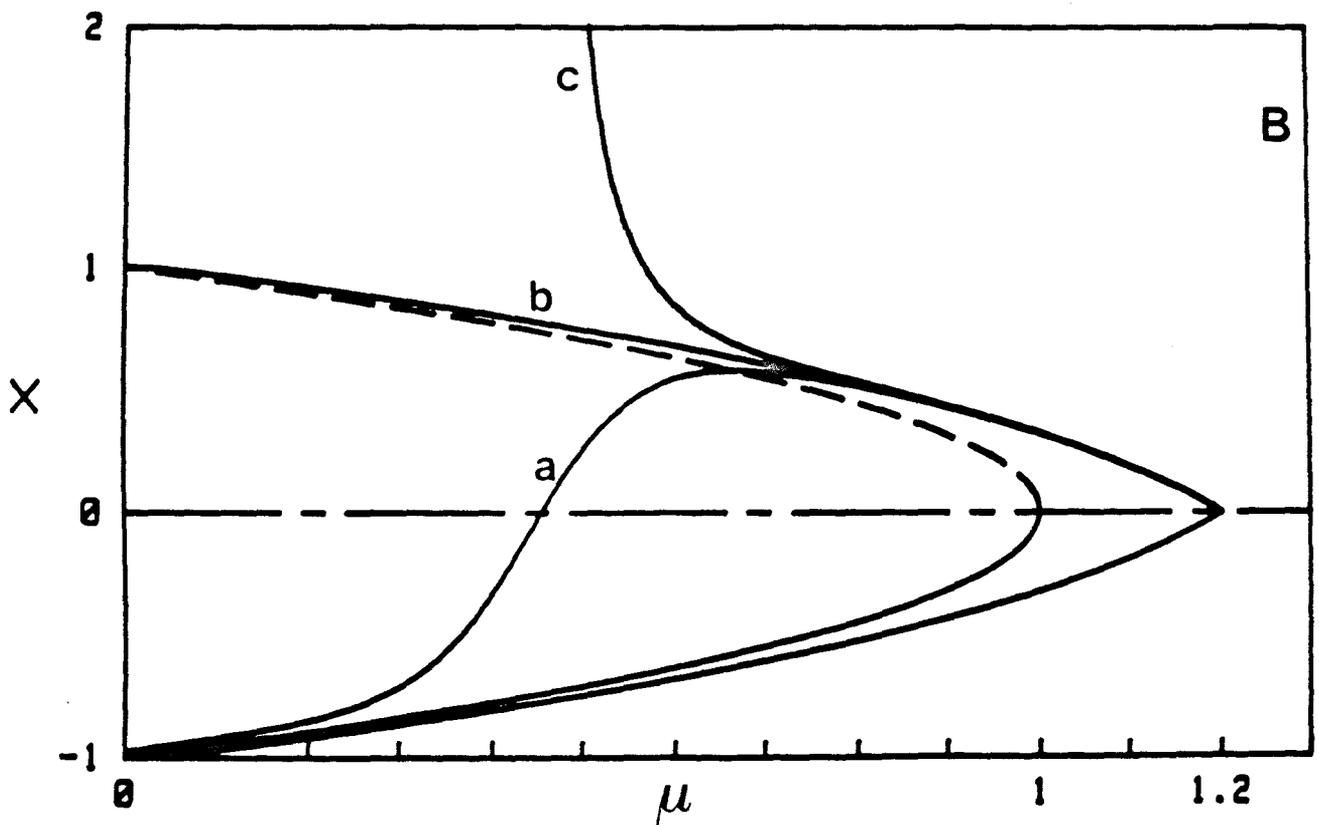
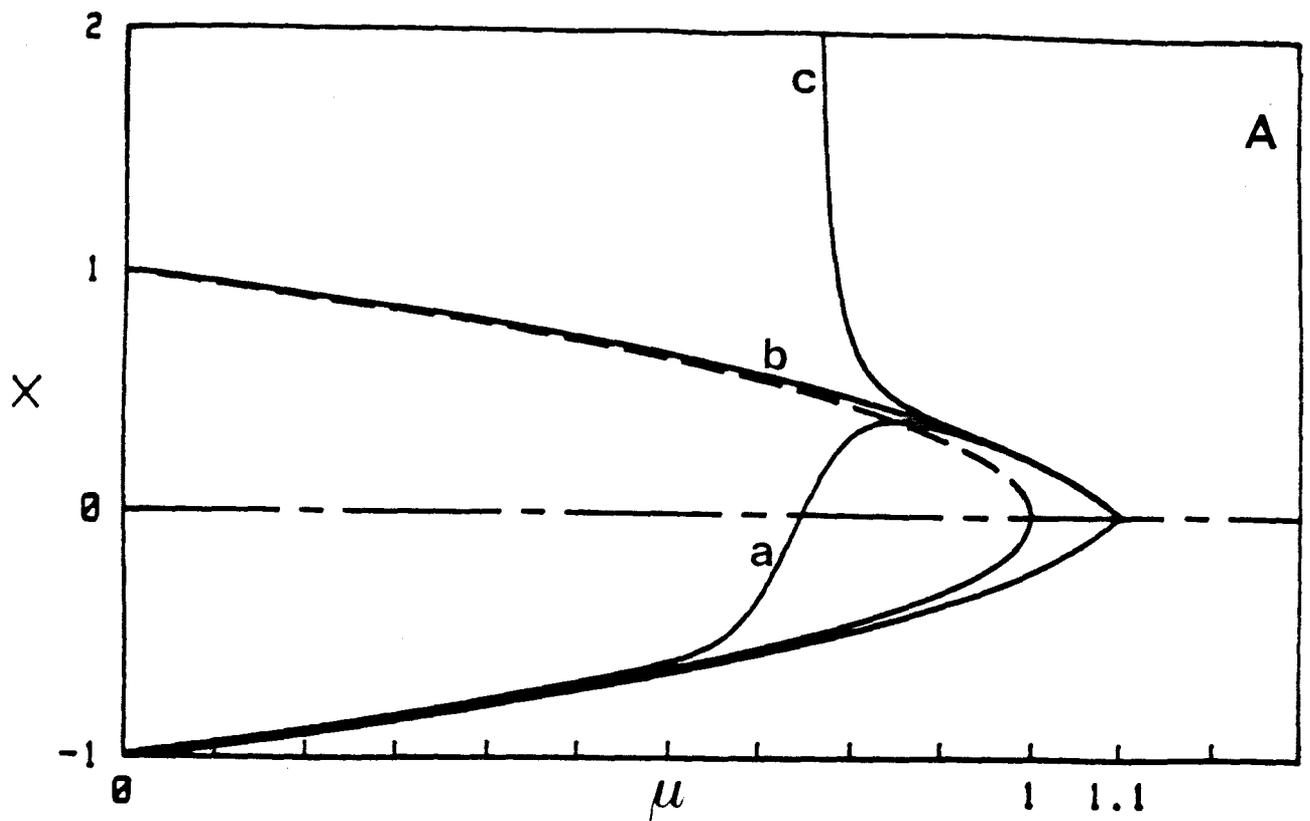


Figure IV.12: Effet d'une légère modification relative ε de l'amplitude du paramètre de contrôle sur la trajectoire "séparatrice" (b) pour deux valeurs du dépassement D
 $D = 0.1$ (Figure IV.12.A) et 0.2 (Figure IV.12.B)
 $\varepsilon = (a) -10^{-4}$ (b) 0 (c) 10^{-4}
 (Modèle parabolique)

Par ailleurs, l'expression de $\Delta x_{\mu}(z)$ peut être simplifiée pour les grands arguments de la fonction de Airy Ai . Ce développement asymptotique est bien justifié lorsque $\Delta x_{\mu}(z)$ diverge car la variable z est alors supérieure à 1 en valeur absolue. Rappelons que $Ai^2(x)$ est approchée par la quantité $\frac{1}{4\pi} x^{-1/2} e^{\xi}$ avec ξ égal à $\frac{4}{3} x^{3/2}$.

En utilisant cette propriété de la fonction de Airy $Ai(x)$, l'expression de $\Delta x_{\mu}(\mu)$ devient:

$$\Delta x_{\mu}(\mu) = 4 \pi g \Delta \mu (\xi / D)^{1/2} \exp(4/3 \xi^{3/2}) \quad \text{IV.30}$$

$$\xi = |\alpha'_1| (1 - \mu) / D$$

La divergence exponentielle de $\Delta x_{\mu}(\mu)$ pour $\xi > 1$ explique parfaitement pourquoi de très faibles fluctuations de l'amplitude de balayage, engendrent une multitude de trajectoires retours différentes ($\xi \sim 1/D$). L'équation IV.30 montre aussi que pour les faibles valeurs de $\Delta \mu$, la divergence de la trajectoire se décale vers les faibles valeurs de μ et se manifeste de façon de plus en plus abrupte ($\xi \sim 1 - \mu$).

b- Analyse expérimentale.

Expérimentalement, l'effet des fluctuations fut envisagé sur le bistable électronique en phase d'hésitation en ajoutant un bruit blanc au paramètre de contrôle. Les conditions expérimentales sont parfaitement identiques à celle de la figure IV.1. Sur la figure IV.13, nous représentons le comportement d'hésitation sans et avec bruit

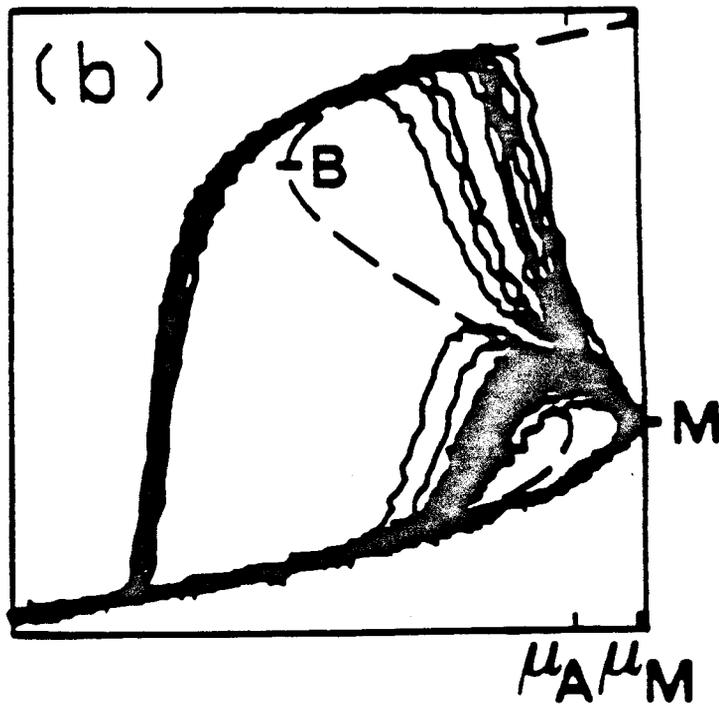
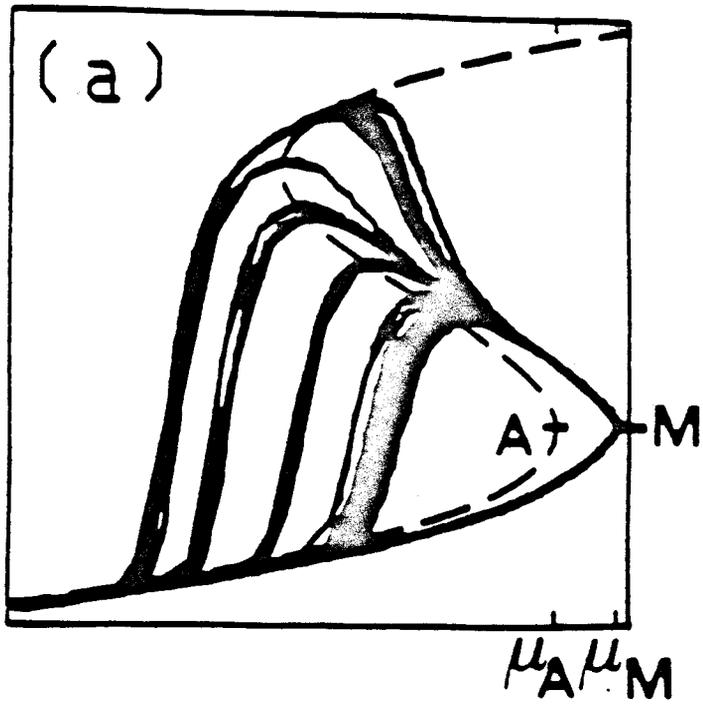
TENSION DE SORTIE x (U.A)TENSION D' ENTREE μ (U.A)

Figure IV.13: Effet du bruit blanc sur le bistable électronique en phase d'hésitation. (Même conditions que la figure (IV.1)

Amplitude de bruit = (a) 0 et (b) 0.3 V

additif. L'amplitude du bruit est de l'ordre de 30% du dépassement normalisé D.

Comme a été signalé précédemment, le faible niveau de bruit qui caractérise le bistable électronique permet de mettre en évidence expérimentalement la séparatrice qui croise la caractéristique stationnaire au point tournant B (figure IV.13.a). Sous l'effet du bruit, cette séparatrice n'est plus accessible. Les trajectoires suivies par le système s'écartent plus rapidement de la séparatrice, évitant le passage par le point tournant B (figure IV.13.b) comme c'est le cas pour les expériences sur les bistables millimétriques.

IV.5 Vérification de la validité de la loi d'évolution de la vitesse critique d'hésitation en fonction du dépassement D.

La loi d'échelle qui décrit cette évolution, établie théoriquement pour un système à une seule variable dynamique, s'écrit sous une forme simple :

$$v_c = a_1 D^{3/2} \quad \text{IV.31}$$

Rappelons que cette loi a été établie pour un balayage triangulaire du paramètre de contrôle. Elle est corrélée avec la loi d'échelle d'évolution des cycles d'hystérésis (cf. chapitre III). En particulier, le déplacement des seuils de commutation qu'on peut assimiler à D évolue comme la puissance 2/3 de la vitesse de balayage.

Dans un premier temps, nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus à l'aide du bistable électronique. Nous

analyserons ensuite numériquement le comportement d'un bistable absorptif, nous précisons en particulier l'influence du paramètre de coopérativité C ainsi que celles des différentes variables dynamiques. Nous aborderons ensuite le cas de la bistabilité mixte. Enfin, nous étudierons le rôle de la forme du balayage.

a- Bistable électronique.

Dans la pratique, la détermination de la vitesse critique v_c dépend de la valeur du dépassement D . Pour les faibles valeurs de D , la sensibilité aux fluctuations est très importante. Aussi, la vitesse critique v_c est déterminée lorsqu'il y a apparition du phénomène d'hésitation. Pour des valeurs de D plus importantes, on définit v_c comme étant la vitesse qui correspond à la trajectoire retour qui croise la caractéristique stationnaire au point tournant B (séparatrice).

Dans le cas du bistable électronique, la tension d'entrée est balayée en triangle de -6 V à une valeur maximale $\mu_M > \mu_A$ abscisse du point tournant A ($\mu_A = 2$ V). L'évolution de la vitesse critique d'hésitation v_c en fonction du dépassement D ($D = \mu_M - \mu_A$) est représentée sur la figure IV.14. La loi d'évolution en puissance $3/2$ reste bien vérifiée pour des valeurs de D de l'ordre de 2 V, ce qui correspond à 50% de la largeur du cycle statique qui est égale à 4 V.

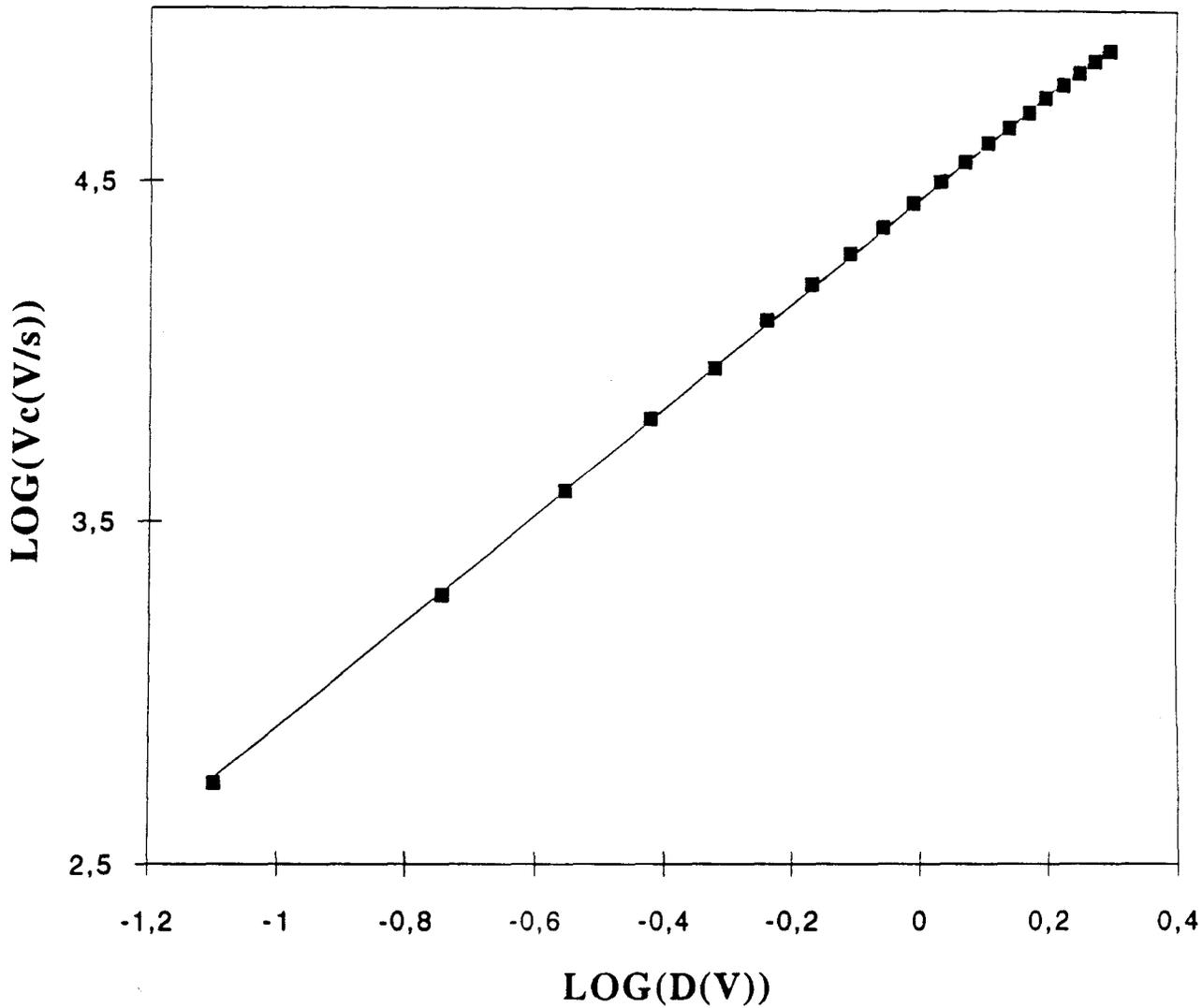


Figure IV.14: Hésitation: Bistable électronique

Evolution de la vitesse critique d'hésitation v_c en fonction du dépassement ($D = \mu_M - \mu_A$)

Conditions expérimentales identiques à celles de la figure IV.1

b- Bistable absorptif.

Nous allons étudier l'évolution de la vitesse critique v_c en fonction du dépassement D à l'aide de simulations numériques en utilisant le modèle monomode qui décrit théoriquement notre bistable optique. Le rapport de la durée de vie des photons dans la cavité au temps de relaxation moléculaire est fixé à l'unité ($\frac{\tau_p h}{T_2} = 1$), de manière à ne privilégier à priori aucune variable dynamique par rapport aux autres.

i- Influence du paramètre de coopérativité C .

Dans le cadre de la modélisation théorique de la bistabilité optique absorptive, le paramètre de coopérativité C joue un rôle très important dans la mesure où il conditionne l'existence même de la bistabilité.

En effet, pour $C \leq 4$, il n'y a pas de comportement bistable et le système possède une évolution analogue à celle d'un transistor optique (Lugiato 1984). Si on augmente la valeur de C , le domaine de bistabilité augmente et en plus, au voisinage du point tournant A , le rayon de courbure de la caractéristique stationnaire devient de plus en plus petit. Il est donc intéressant d'étudier l'effet du paramètre C sur la loi $v_c = f(D)$, dans la mesure où cette dernière a été obtenue dans le cadre d'une approximation qui a consisté à approcher localement autour du point tournant A , la courbe stationnaire par une parabole. Le paramètre de contrôle, qui est le champ incident normalisé, est balayé de 0 à $Y_M > Y_A$, où Y_A est la valeur du champ associé au seuil de

commutation vers la branche haute à vitesse nulle. Notons que le dépassement est normalisé à cette valeur ($D = \frac{Y_M - Y_A}{Y_A}$).

La figure IV.15 montre l'évolution de la vitesse v_c en fonction du dépassement D pour différentes valeurs de C . Les droites en traits pleins correspondent à une évolution en puissance $3/2$. Pour $C = 10$, on peut estimer que cette loi est parfaitement vérifiée pour $D < 1$. Cependant, au fur et à mesure que C augmente, son domaine de validité devient de plus en plus petit. Pour $C = 100$, l'évolution de v_c en fonction de D commence à diverger de la loi en puissance $3/2$ dès que D dépasse 0.2, ce qui correspond à un dépassement de l'ordre de 40% de la largeur du cycle statique. Ce comportement peut être interprété par le fait que pour les grandes valeurs de C , la branche intermédiaire du cycle statique a tendance à s'approcher de la branche basse et le rayon de courbure de la caractéristique stationnaire diminue, ce qui expliquerait que le domaine de validité de l'approximation parabolique devient de plus en plus restreint.

ii- Influence du nombre de variables dynamiques

Dans le premier chapitre, nous avons vu que le bistable absorptif est décrit par trois variables dynamiques qui sont la différence de populations D , le champ intra-cavité F et la polarisation moléculaire P . On peut néanmoins restreindre cette description à une ou deux variables en éliminant adiabatiquement les autres. Nous nous proposons d'étudier l'influence des différentes variables dynamiques

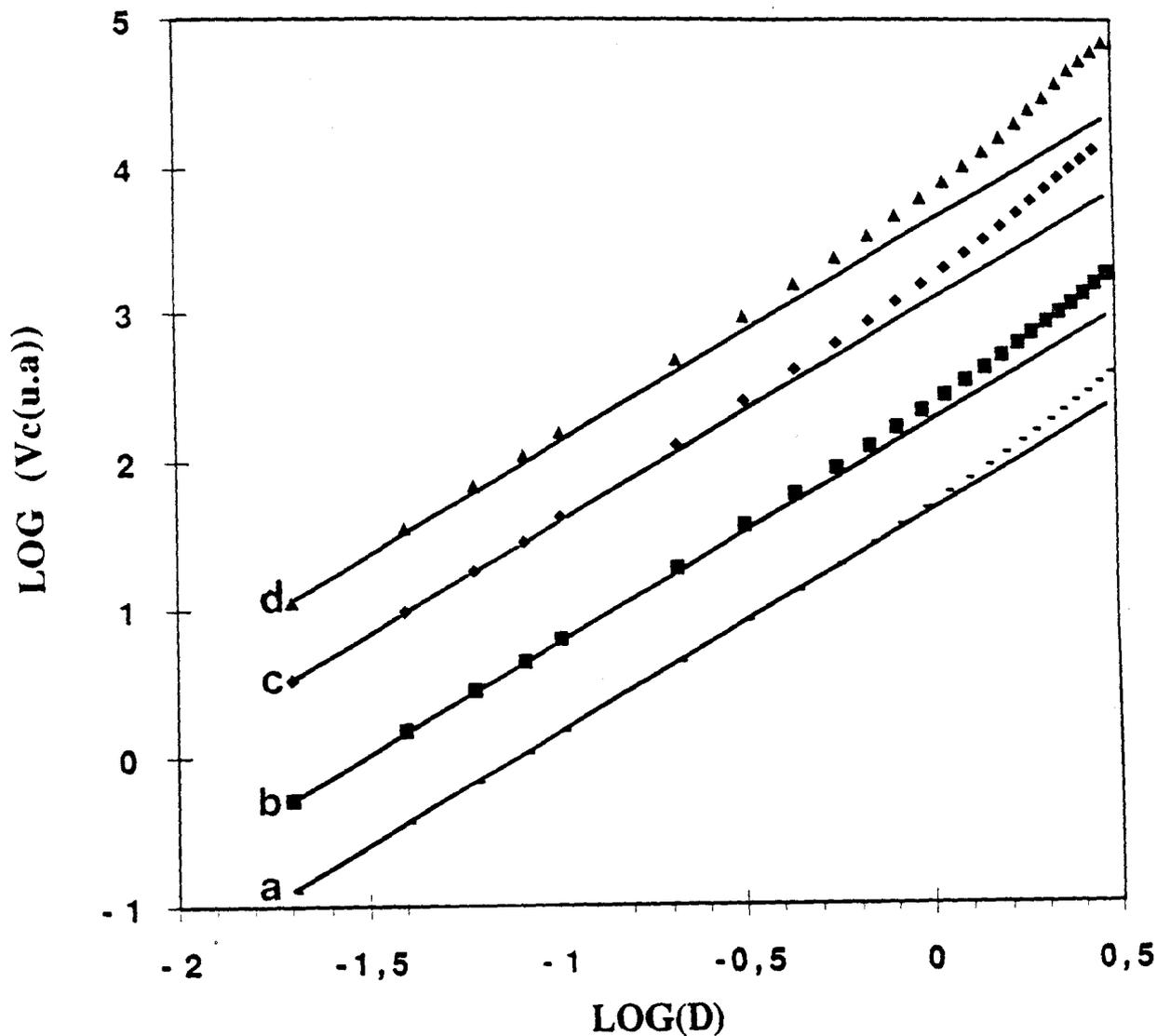


Figure IV.15: Evolution de la vitesse critique d'hésitation v_c en fonction du dépassement D pour différentes valeurs du paramètre de coopérativité C
 Simulations numériques: Bistabilité absorptive
 $C = (a) 10, (b) 20, (c) 50, (d) 100$
 D est normalisé au seuil de commutation vers la branche haute Y_A

prises en compte dans la description de la bistabilité absorptive sur le phénomène d'hésitation et en particulier sur l'évolution de la vitesse critique v_c en fonction du dépassement D . La valeur du paramètre de coopérativité utilisé dans ces simulations est égale à 20.

Sur la figure IV.16, nous avons représenté l'évolution des trajectoires suivies par le système en régime d'hésitation dans le cas où le système est décrit par la variable différence de population (D) (courbe 1), le couple champ intra-cavité et population (F et D , courbe 2), le champ F , la population D et la polarisation P (courbe 3) et enfin la variable (F) seule (courbe 4). Pour chaque cas, la courbe (b) correspond à la trajectoire "séparatrice" alors que les courbes (a) et (c) correspondent respectivement aux trajectoires lorsque l'amplitude de balayage subit une légère modification relative ε de -10^{-4} et $+10^{-4}$. Les courbes 1, 2 et 3 sont obtenues pour des valeurs très voisines de la vitesse. En revanche, pour la courbe 4, la vitesse est notablement différente. De plus, le comportement du bistable, décrit dans ce cas par la seule variable (F), est très différent des autres cas. En particulier, le système ne manifeste pas d'hésitation lorsque l'amplitude de balayage est légèrement modifiée. Lorsque le bistable est décrit par la variable population (D) uniquement, la "séparatrice" est très voisine de la branche intermédiaire. De plus, la commutation vers la branche haute est très abrupte.

La courbe 2 montre que l'introduction de la variable (F) ne modifie pas les trajectoires au voisinage du point tournant A . En particulier, le point à partir duquel les trajectoires divergent reste pratiquement inchangé. En revanche, on observe une forte modification

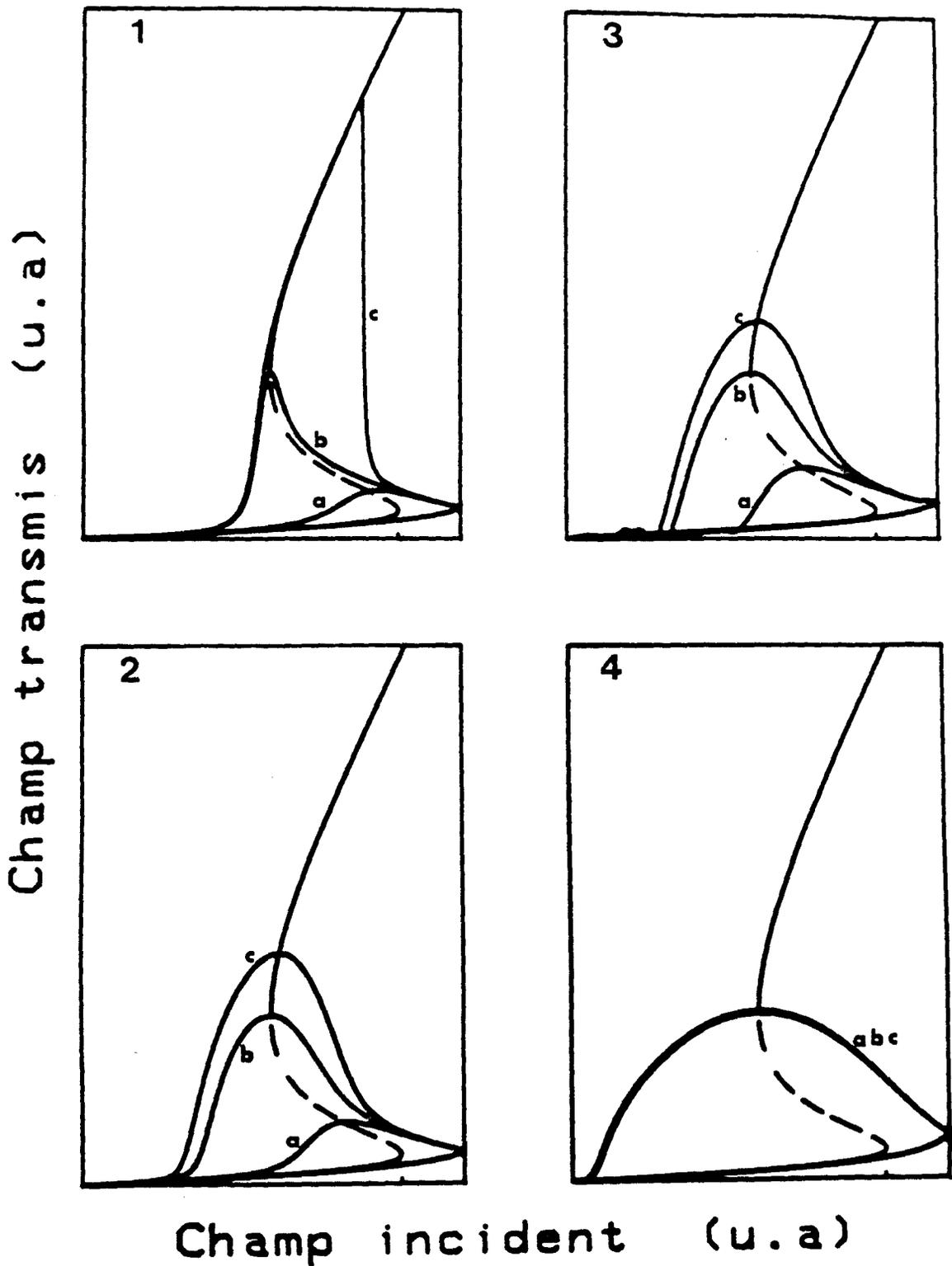


Figure IV.16: Hésitation: Influence des différentes variables décrivant le bistable

L'hésitation est mise en évidence par une légère modification relative ε de l'amplitude de balayage correspondant à la trajectoire "séparatrice"

(1) Variable D, (2) F et D, (3) F, D et P, (4) F

$C = 20$

$\varepsilon = (a) -10^{-4}$ (b) 0 (c) 10^{-4}

Dépassement $D = 0.2$ (D normalisé à Y_A)

des trajectoires lorsqu'elles s'approchent de la branche haute de la caractéristique stationnaire. Enfin, l'introduction de la variable (P) n'a que de mineures conséquences sur les trajectoires (courbe 3).

Notons que dans les quatre cas de simulations, les trajectoires suivies par le système pendant la phase décroissante du balayage croisent toujours la caractéristique stationnaire à leur maximum. Par contre, contrairement au bistable à une variable dynamique, l'ordonnée du point de rebroussement des trajectoires est légèrement décalée par rapport à celle du point tournant A.

En ce qui concerne l'évolution de la vitesse v_c en fonction du dépassement D, les résultats de simulations (figure IV.17) montrent que lorsque le bistable est décrit par les variables (F, D, P), le couple (F, D) ou la variable population D, les vitesses critiques d'hésitation sont pratiquement identiques quelque soit la valeur du dépassement D. Elles suivent la loi en $D^{3/2}$ visualisée par des droites sur la figure IV.16 (courbes a-c). Par contre, si la description du bistable est effectuée à l'aide de la seule variable F (courbe d), les vitesses d'hésitation sont plus importantes. L'évolution de v_c en fonction du dépassement D s'écarte plus rapidement de la loi en $3/2$. Ce qui confirme que cette variable n'est pas adaptée à la description de la dynamique.

Ces résultats montrent qu'au voisinage du point tournant A, c'est la variable D qui gouverne la dynamique du système. L'introduction des autres variables, notamment la variable (F), n'affecte pratiquement pas les trajectoires au voisinage de la branche basse et du point tournant et ne modifie pas les vitesses critiques. En revanche, l'influence de la variable (F) se fait sentir au voisinage de la branche

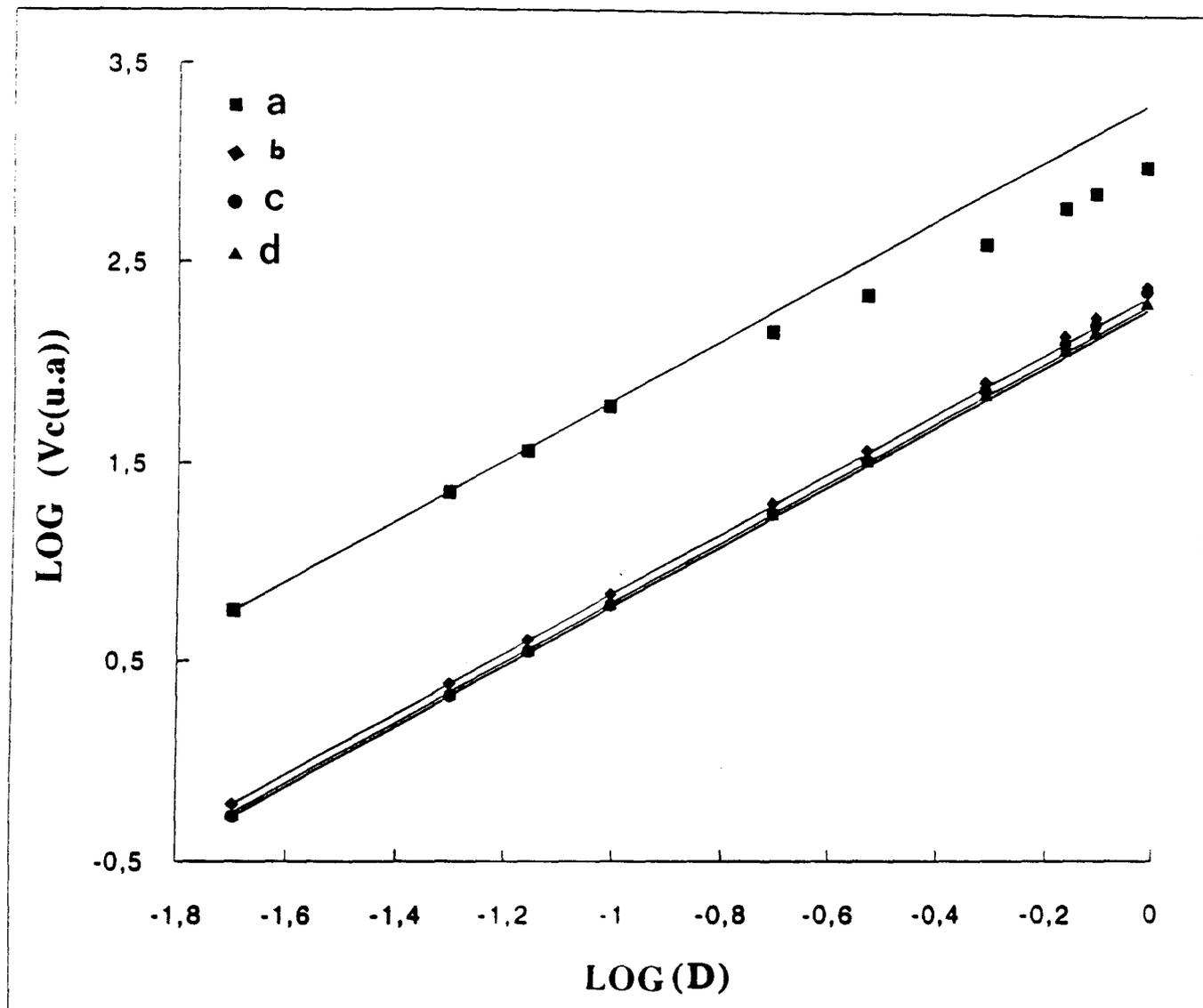


Figure IV.17: Evolution de la vitesse critique d'hésitation v_c en fonction du dépassement D (valeur normalisée à Y_A)

Simulations numériques: Influence des différentes variables du système

(a) Variable D , (b) F et D , (c) F , D et P , (d) F

Paramètre de coopérativité $C = 20$

intermédiaire et plus notablement encore au voisinage de la branche haute.

c- Bistabilité mixte.

Dans le cas de la bistabilité mixte où les effets dispersifs sont importants, la description du bistable nécessite l'introduction de cinq variables dynamiques, qui proviennent du fait que le champ intracavité et la polarisation moléculaire deviennent des grandeurs complexes. Nous n'avons pas effectué d'étude systématique de l'influence de la dispersion sur le phénomène d'hésitation. Simplement, nous nous sommes placés dans un cas particulier où cette dispersion est assez importante ($\Delta=21$ et $\Theta=6$).

Sur la figure IV.18, nous avons représenté les trajectoires suivies par le système en phase d'hésitation. La courbe (b) correspond à la "séparatrice", les courbes (a) et (c) sont associées par contre aux trajectoires lorsque l'amplitude de balayage subit une variation relative ε respectivement égale à -10^{-4} et $+10^{-4}$. Ces différentes courbes mettent en évidence des oscillations aussi bien sur la branche haute que sur la branche basse, ce qui montre que la dynamique fait intervenir plusieurs variables.

L'évolution de la vitesse critique d'hésitation en fonction du dépassement D demeure encore régie par une loi en puissance $3/2$, en particulier pour les faibles valeurs de D ($D < 0.6$, D étant normalisé à Y_A). La figure IV.19 représente les résultats relatifs à deux valeurs du paramètre de coopérativité. Les droites en traits pleins représentent

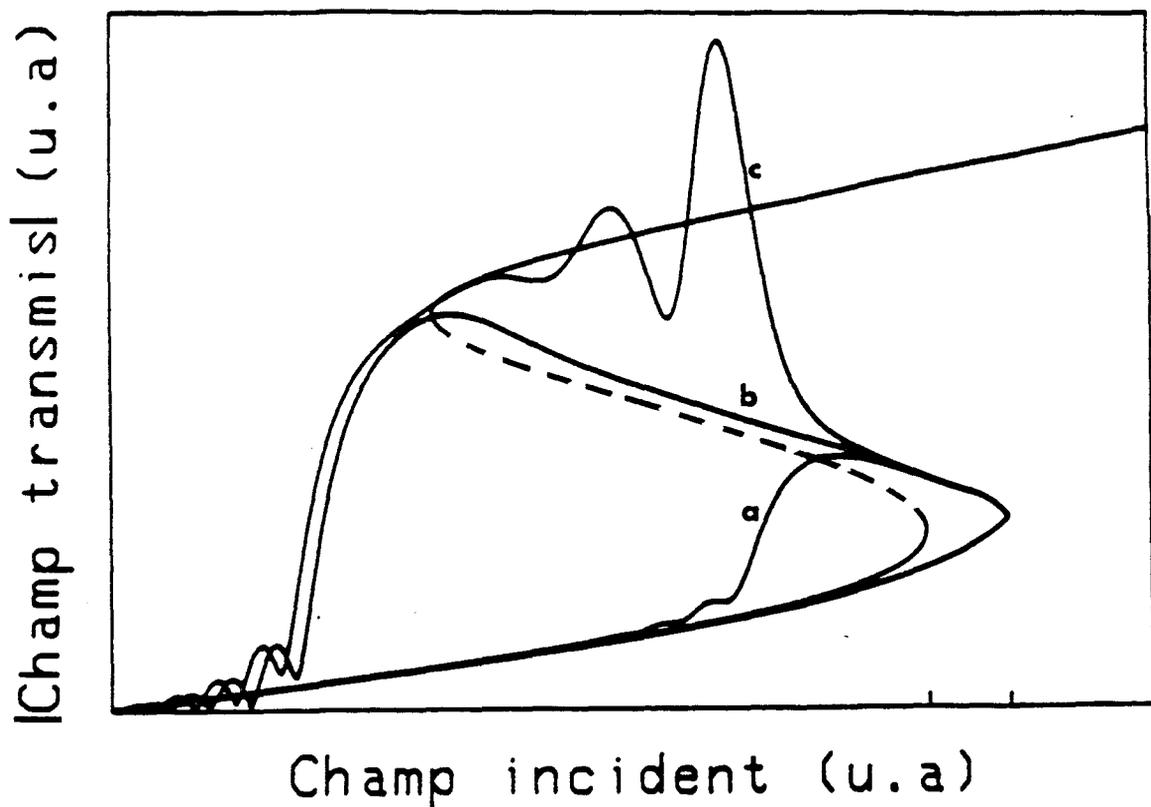


Figure IV.18: Hésitation en bistabilité mixte:

Influence d'une légère modification relative ε de l'amplitude de balayage correspondant à la trajectoire "séparatrice"

$\varepsilon =$ (a) -10^{-4} , (b) 0, (c) 10^{-4}

Paramètre de coopérativité $C = 197$

$\Theta = 6$ (Désaccord en fréquence de la cavité)

$\Delta = 20$ (Désaccord moléculaire)

Dépassement $D = 0.1$ (valeur normalisée à Y_A)

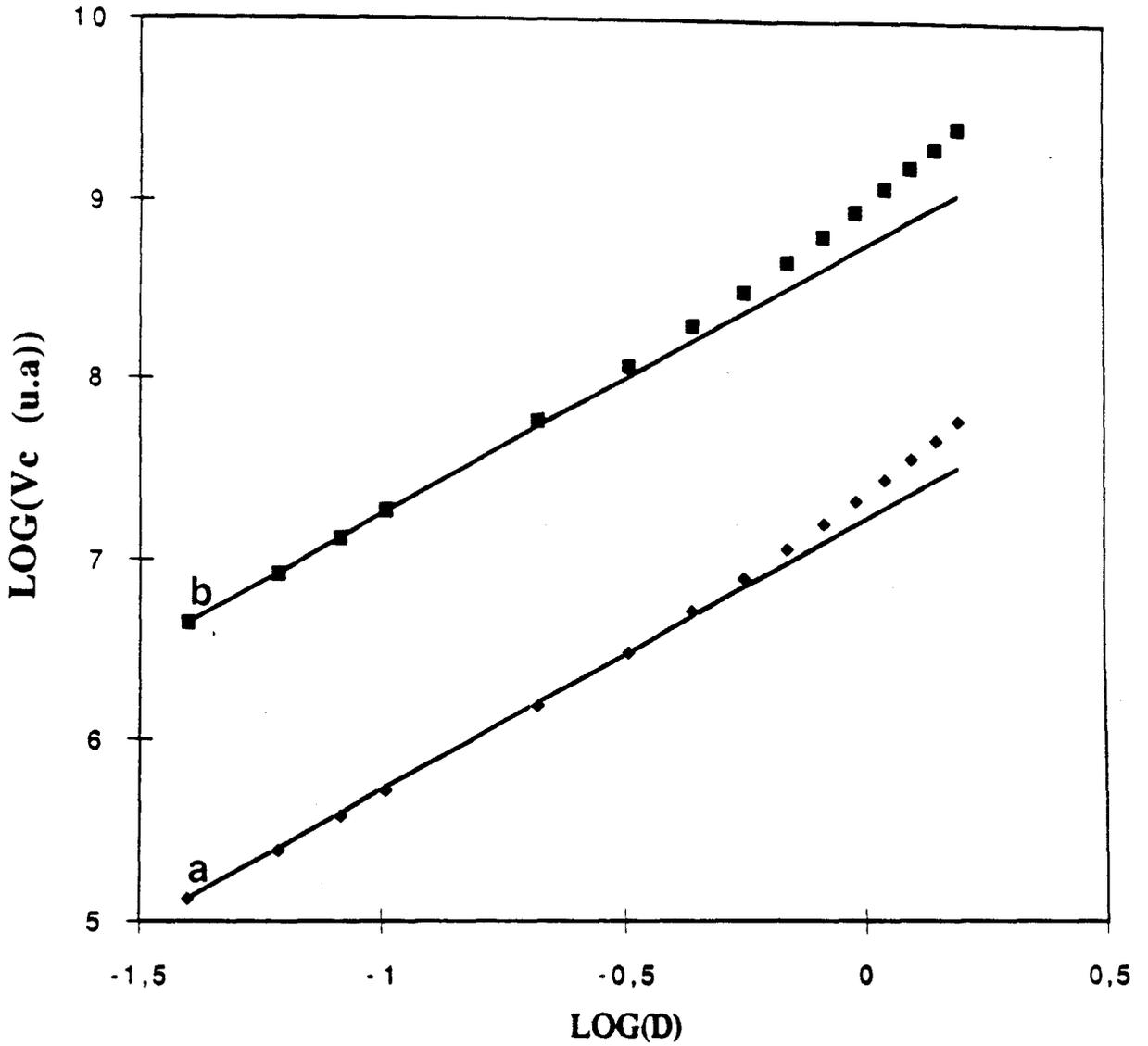


Figure IV.19: Evolution de la vitesse critique d'hésitation v_c en fonction du dépassement normalisé D (valeur normalisée à Y_A)

Simulations numériques: Bistabilité mixte

$\Theta = 6$ (Désaccord en fréquence de la cavité)

$\Delta = 20$ (Désaccord moléculaire)

$C = (a) 100 (b) 197$

l'évolution en puissance $3/2$. La courbe (a) correspond à $C = 100$ alors que la courbe (b) correspond à $C = 197$.

Curieusement, la loi en puissance $3/2$ semble être valable sur un plus large domaine ($D < 0.6$) en comparaison avec les résultats du bistable absorptif ($D < 0.2$ pour $C = 100$). Ce comportement est probablement lié à la forme de la caractéristique stationnaire au voisinage du point tournant A (figure IV.18), dont le rayon de courbure est beaucoup plus important dans ce cas. L'approximation parabolique est par conséquent plus justifiée.

d- Forme du balayage.

Dans l'analyse théorique du phénomène d'hésitation, nous avons défini la vitesse critique qui correspond à la "séparatrice" dans le cas d'un balayage triangulaire et symétrique. En fait, cette "séparatrice" est caractérisée uniquement par la vitesse du balayage v_c correspondant à la phase décroissante. Le balayage croissant peut être quelconque. Il suffit d'amener le système en un point de cette "séparatrice" ou de son prolongement (figure IV.20) pour que le balayage retour maintienne le bistable sur cette trajectoire.

Si par exemple, on dissymétrise le triangle de balayage en réduisant le temps de montée, on augmente la vitesse de balayage aller et la trajectoire s'écarte d'avantage de la caractéristique statique. Le balayage aller pourra amener le bistable au point M_1 (figure IV.20) au prix d'une augmentation simultanée de l'amplitude alors égale à μ_{M_1} .

De plus, si on maintient la vitesse de balayage retour constante ($=v_c$), le bistable décrira cette "séparatrice" pendant la phase décroissante du balayage.

Notons que la vitesse critique v_c satisfait toujours la relation:

$$v_c = a_1(\mu_M - \mu_A)^{3/2} \neq a_1(D)^{3/2} \text{ où } D = \mu_{M_1} - \mu_A$$

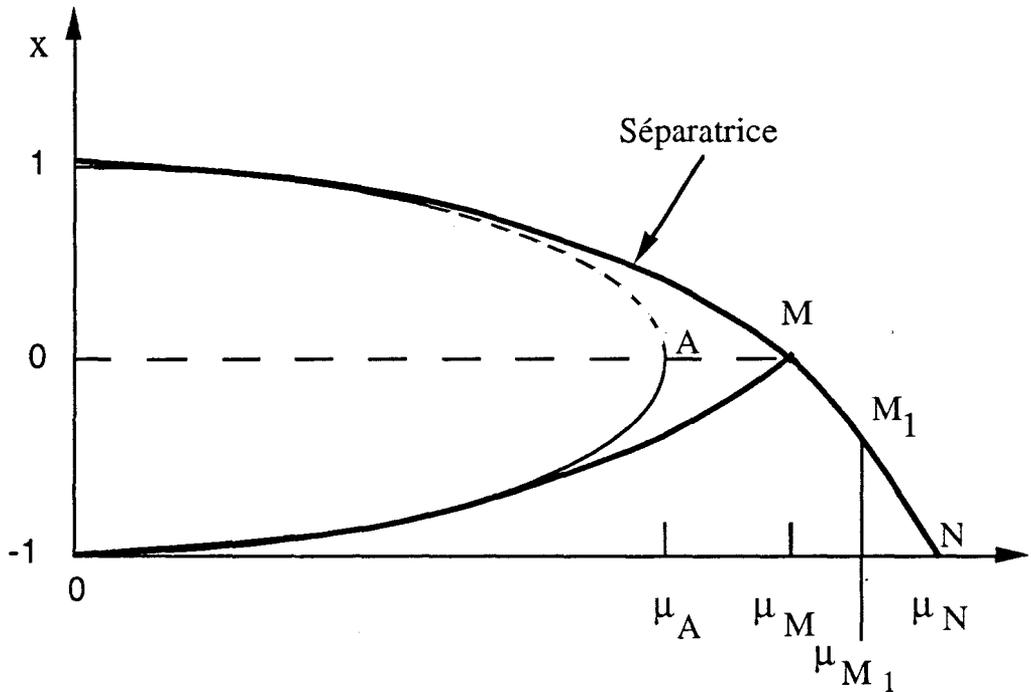


Figure IV.20: Prolongement de la trajectoire "séparatrice" pour des valeurs de x comprises entre 0 et -1

La loi en $(D)^{3/2}$ n'est plus alors vérifiée au sens strict, toutefois pour les faibles valeurs de $\mu_M - \mu_A$, la pente de la "séparatrice" sur la branche MN (figure IV.20) devient très grande et l'écart $\mu_{M_1} - \mu_A$ est alors pratiquement négligeable devant $\mu_M - \mu_A$. v_c pourra de nouveau s'écrire sous la forme $v_c = a_1(D)^{3/2}$.

Enfin, envisageons le cas limite d'une dent de scie à montée "instantanée" d'amplitude μ_N , qui amène le bistable au point N au début de la phase décroissante du balayage. Un calcul analytique

analogue à celui décrit précédemment montre que v_c satisfait de nouveau la loi:

$$v_c = b_1(D)^{3/2} \text{ où } D = \mu_N - \mu_A$$

Pour les formes de balayage envisagées, la "séparatrice" étant identique, la sensibilité aux fluctuations se manifesterà de la même façon. Ceci implique que pour un même dépassement D , la sensibilité aux fluctuations du phénomène d'hésitation sera beaucoup plus importante pour le balayage en dent de scie que pour un balayage en triangle symétrique, ce qui est en bon accord avec les observations expérimentales.

Nous avons étudié l'évolution de la vitesse critique v_c en fonction du dépassement D pour trois formes de balayage à l'aide du bistable électronique et dans des conditions parfaitement identiques à celles du paragraphe a. On remarque que pour les trois formes de balayage, la loi en $D^{3/2}$ est vérifiée sur un large domaine (50% de la largeur du cycle). Les droites en traits pleins représentent les résultats de régressions linéaires. Précisons que pour le balayage intermédiaire où le temps de montée constitue 25% de la période de balayage (courbe IV.21.b), la pente de la droite de régression est égale 1.55, valeur qui s'écarte de 3% du résultat théorique de $3/2$. La figure IV.21.a, relative au balayage en triangle symétrique, est donnée pour référence.

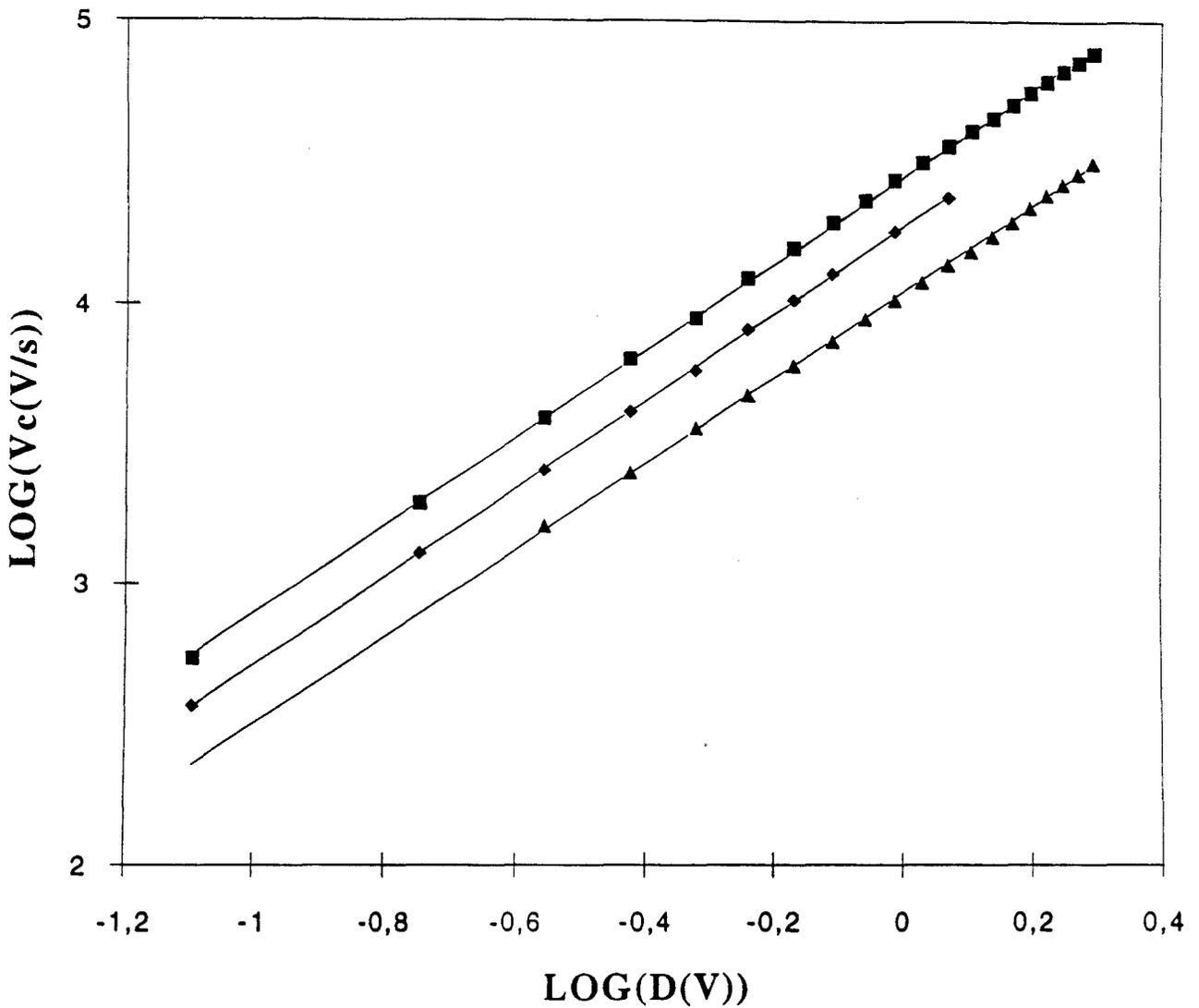


Figure IV.21: Hésitation: Influence de la forme du balayage

Evolution de la vitesse critique d'hésitation v_c en fonction du dépassement D pour trois formes de balayage

Résultats expérimentaux : Bistable électronique (mêmes conditions que la figure IV.1)

(a) Triangulaire symétrique (b) Triangulaire dissymétrique
(c) Dent de scie

En conclusion, la forme du balayage ne semble pas être un paramètre important pour le phénomène d'hésitation. Elle n'influence pas fortement l'évolution de la vitesse critique d'hésitation en fonction du dépassement D . En revanche pour une même valeur du dépassement D , elle modifie le caractère critique du phénomène d'hésitation et par conséquent sa sensibilité aux fluctuations.

Chapitre V

*Effet des fluctuations sur la
dynamique des cycles d'hystérésis*

V.1. Introduction

Nous avons vérifié au chapitre III qu'en bistabilité optique, lorsqu'on balaye le paramètre de contrôle $\mu(t)$, l'aire des cycles d'hystérésis évolue proportionnellement au produit $\Omega^{2/3} \mu_M^{2/3}$. Ω et μ_M représentent respectivement la fréquence et l'amplitude de balayage du paramètre de contrôle $\mu(t)$.

En revanche, dans le cas des systèmes à hystérésis magnétiques, associées à des transitions de phase du premier ordre, les fluctuations thermiques jouent un rôle très important dans la dynamique. L'évolution des cycles d'hystérésis obéit à une loi d'échelle de type $\mu_M^\alpha \Omega^s$ où les exposants α et s sont différents. Dans ces systèmes, le paramètre de contrôle est souvent le champ magnétique appliqué alors que la variable observée (paramètre d'ordre) est l'aimantation.

En décrivant cette dynamique à l'aide du modèle d'Ising à deux dimensions (2D), Lo et Pelcovits ont abouti à des exposants α et s respectivement égaux à 0.46 ± 0.05 et 0.36 ± 0.06 (Lo 1990). Un modèle de spin continu (3D), dans lequel la dynamique du paramètre d'ordre du système est gouvernée par l'équation de Langevin, conduit à des valeurs de α et s qui sont respectivement égales $\alpha = 0.66$ et $s = 0.33$ (Rao 1990). Dans une autre description théorique, le matériau ferromagnétique est assimilé à un ensemble de cellules caractérisées chacune par une variable unidimensionnelle et dont le paramètre d'ordre global est donné par la moyenne de cette variable sur toutes les cellules. Cette méthode revient à discrétiser spatialement l'équation de Langevin. Elle aboutit à des exposants α et s respectivement égaux à 0.40 ± 0.01 et 0.47 ± 0.02 (Senjupta 1992).

Enfin, une étude expérimentale récente (He 1993) effectuée sur des couches ferromagnétiques très fines conduit à des valeurs de $\alpha = 0.59 \pm 0.07$ et $s = 0.31 \pm 0.05$. Remarquons à ce niveau, compte tenu des incertitudes, que ces résultats s'accordent sur la valeur de s . Cependant, l'exposant α semble dépendre du modèle utilisé.

Le phénomène de bistabilité optique est souvent associé avec les transitions de phase du premier ordre (Boden 1979, Koch 1984, Kuznetsov 1991). Il existe cependant une différence fondamentale entre ces deux phénomènes dans la mesure où le premier est décrit de façon déterministe, alors que le deuxième est gouverné principalement par les fluctuations. Dans le premier cas, un balayage adiabatique du paramètre de contrôle met en évidence un cycle d'hystérésis. Pour les transitions de phase du premier ordre, le système présente une caractéristique stationnaire similaire à celle de la bistabilité optique, mais sous l'influence des fluctuations, une partie des branches haute et basse deviennent métastables. Lors d'un balayage adiabatique, il n'est pas possible d'accéder à ces portions de la caractéristique stationnaire et dans ce cas, il n'y a pas de cycle d'hystérésis. Les cycles d'hystérésis observés sont alors d'origine purement dynamique, ils sont obtenus pour des amplitudes de balayage notablement inférieures à l'écart entre les ordonnées des points tournants de la caractéristique stationnaire (balayage subspinodal).

Le passage d'un comportement déterministe (Bistabilité optique) à un comportement stochastique (Transition de phase) peut être effectué par l'introduction de fluctuations (Nitzan 1974, Bulsara 1978).

Mitschke et al. se sont intéressés à l'effet d'un bruit blanc sur le temps de léthargie qui précède la commutation d'un système bistable d'une branche à l'autre, lorsqu'il est soumis à une variation soudaine du paramètre de contrôle. Ce temps de léthargie, lié au phénomène de ralentissement critique, diminue au fur et à mesure que l'amplitude de bruit augmente (Mitschke 1985). Dans le cas d'un bruit coloré, Hanggi et al. montrent que le temps de séjour moyen d'une particule dans un double-puits de potentiel augmente avec le temps de corrélation du bruit (Hanggi 1985, Jung 1988, 1989). Plusieurs expressions théoriques donnant ce temps de séjour en fonction de l'amplitude et du temps de corrélation du bruit confirment cette évolution (Fox 1988). Mais, jusqu'à présent, aucune étude de l'influence des fluctuations sur la dynamique globale des cycles d'hystérésis n'a été effectuée.

Pour faire la connexion entre les lois d'échelle qui régissent l'évolution des cycles d'hystérésis déterministes (Bistabilité optique) et stochastiques (magnétiques), nous avons introduit un bruit blanc additif sur un bistable à une seule variable dynamique. Il s'agit d'une approche purement expérimentale dans laquelle nous nous sommes particulièrement intéressés à l'effet de l'amplitude du bruit sur les lois d'échelle susceptibles de régir la dynamique des cycles d'hystérésis.

V. 2. Effet d'un bruit blanc sur les cycles d'hystérésis statiques

Les expériences ont été effectuées sur le bistable électronique pour lequel les fluctuations intrinsèques des paramètres sont très faibles. Le bruit fourni par un générateur "Wandel-Goltermann" est additionné au paramètre de contrôle à l'entrée du circuit intégrateur dont la constante de temps τ est de $56 \mu\text{s}$, ce qui correspond à une bande passante $(1/2\pi\tau)$ de l'ordre de 3 kHz. Il s'agit d'un bruit "gaussien" de bande passante 100 kHz largement supérieure à la bande passante d'intégration et qui peut donc être considéré comme blanc. La tension de contrôle est balayée entre $-\mu_M$ et μ_M et la forme de balayage utilisée est triangulaire symétrique.

La figure V.1 montre que l'introduction du bruit provoque des commutations d'une branche vers l'autre bien avant que les seuils de commutations μ_A et μ_B ne soient atteints. Ceci se traduit par une réduction notable de l'aire du cycle d'hystérésis "quasi-statique". Ces enregistrements ont été obtenus pour une amplitude de balayage crête à crête égale à 8 Volts, la fréquence de balayage est 0.05 Hz et l'amplitude de bruit est égale à $2.5 V_{\text{eff}}$. La courbe en pointillé (a) représente le cycle en absence de bruit. La courbe (b) correspond à une période de balayage donnée. Notons que, d'une période à l'autre, les commutations se produisent pour des valeurs du paramètre de contrôle légèrement différentes. Il est donc nécessaire d'analyser l'effet du bruit en caractérisant le bistable par la valeur moyenne de sa tension de sortie.

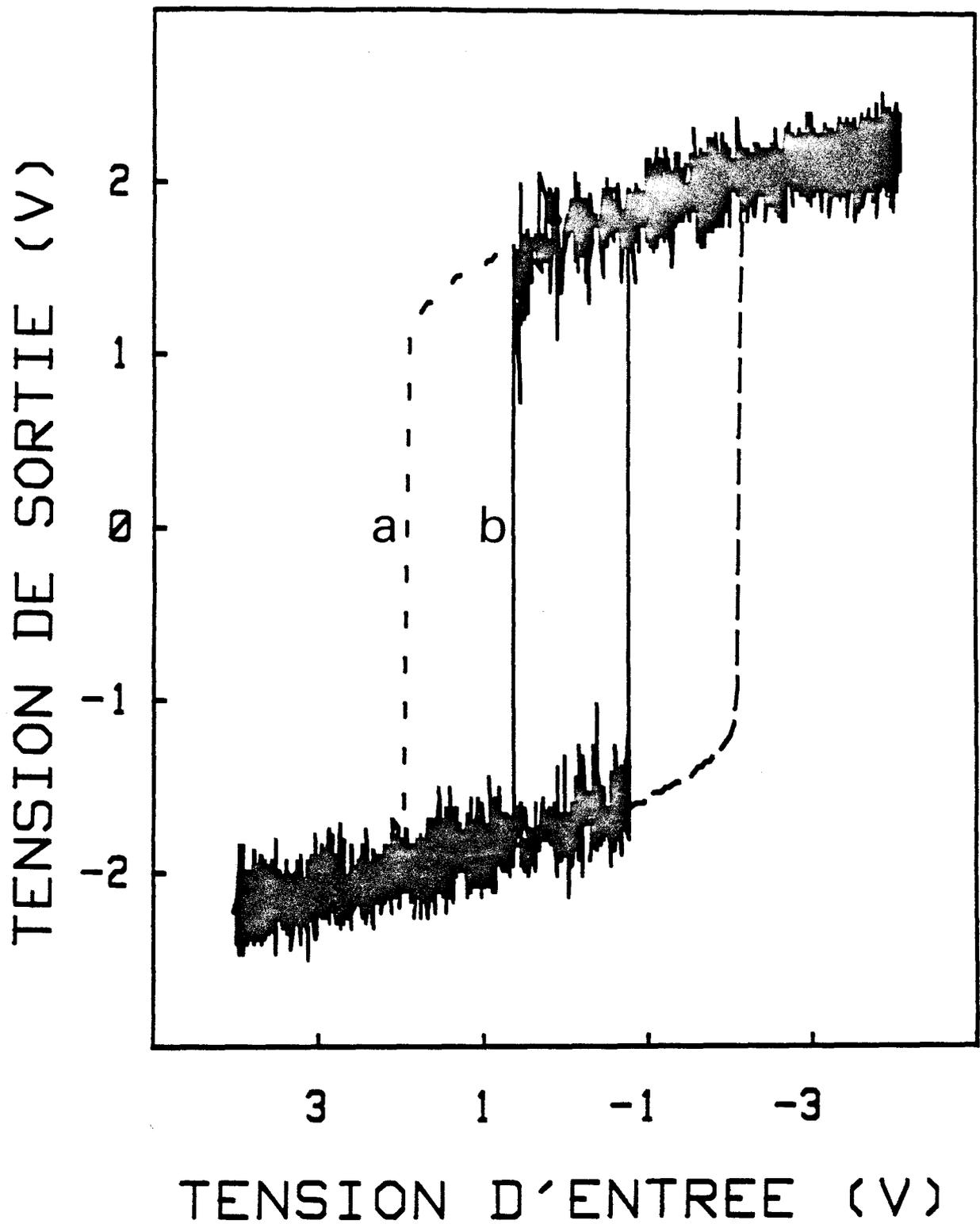


Figure V.1: Effet des fluctuations sur le cycle d'hystérésis "quasi-statique".

Fréquence de balayage = 0,05 Hz

Amplitude de balayage = 8 V càc

Amplitude de bruit = 2.5 V_{eff}

Sur la figure V.2 est représenté l'effet du bruit sur le cycle de bistabilité "quasi-statique" pour différentes valeurs de l'amplitude du bruit. Ces cycles d'hystérésis sont obtenus par moyennage du signal de sortie sur environ 1000 périodes de balayage. Ce moyennage a été obtenu grâce à un oscilloscope numérique "Tektronix TDS 420" permettant de moyennner des signaux de périodes relativement importantes. On constate alors une diminution de l'aire des cycles au fur et à mesure que l'amplitude du bruit augmente. La figure V.3 traduit cette évolution de manière plus précise. Pour les faibles amplitudes de bruit, l'aire diminue légèrement, cette diminution commence à se faire sentir fortement pour une amplitude de bruit de l'ordre de $1 V_{eff}$, ce qui représente pratiquement le quart de la largeur du cycle de bistabilité. L'aire tend progressivement vers zéro lorsque l'amplitude de bruit tend vers $3 V_{eff}$.

On atteint alors un comportement similaire à une transition de phase du premier ordre (figure V.2.d). Cette transition s'effectue lorsque le paramètre de contrôle μ est nul, ce qui est en bon accord avec la règle de Maxwell (Lugiato 1984) imposée par la symétrie du cycle de bistabilité sans bruit. Elle est caractérisée par une pente finie contrairement au cas des transitions de phases du premier ordre où le changement d'états est très brutal. Cette pente devient de plus en plus faible, si on continue d'augmenter l'amplitude de bruit. Ce comportement est dû au fait que le bruit provoque des commutations depuis les branches stables ($\mu < 0$ pour la branche basse) vers les branches métastables où le système séjourne pendant un temps qui n'est pas négligeable devant la durée totale du moyennage. Notons que la limite d'apparition d'un comportement similaire à la transition

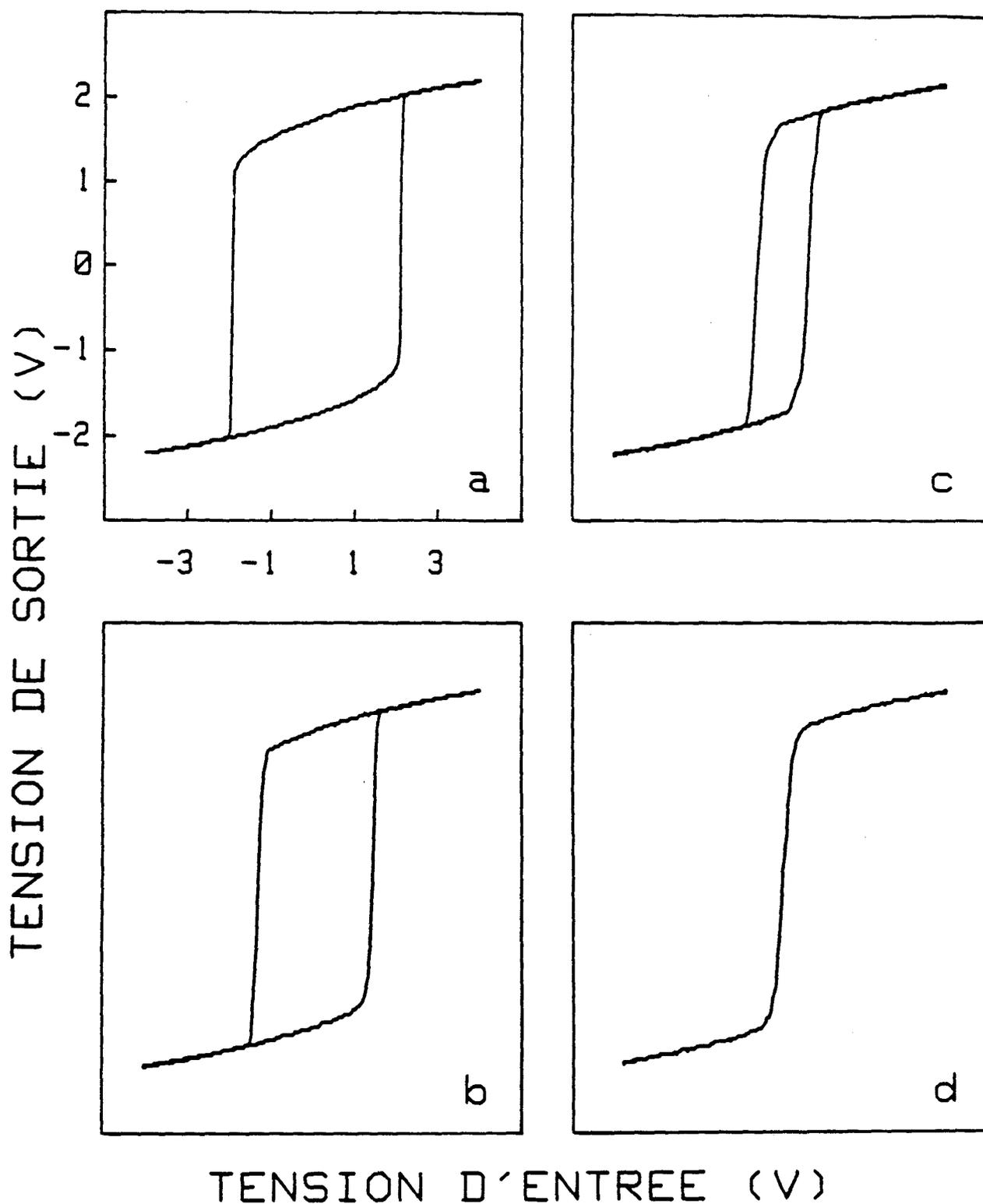


Figure V.2: Evolution des cycles d'hystérésis "quasi-statiques".
 en fonction de l'amplitude du bruit. Les cycles
 correspondants sont obtenus après une moyenne sur environ
 1000 périodes de balayage
 Fréquence de balayage = 0,05 Hz
 Amplitude de balayage = 8 V càc
 Amplitude de bruit = (a) 0 (b) 1.3 (c) 2.2 (d) 3 V_{eff}

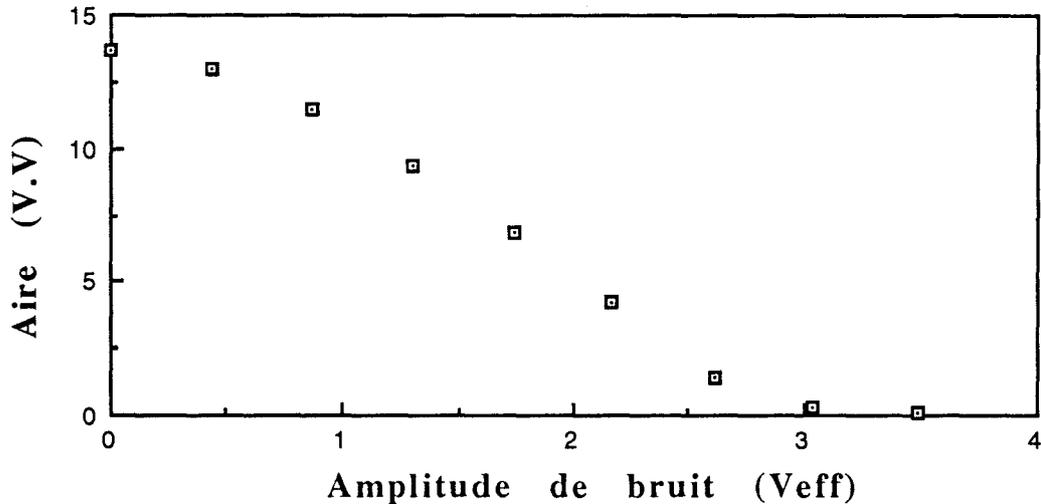


Figure V. 3: Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis "quasi-statiques" en fonction de l'amplitude de bruit. Fréquence = 0.1 Hz et Amplitude = 8 V

de phase du premier ordre n'est pas directement liée à l'amplitude du bruit mais à sa densité spectrale de puissance. Dans le cas d'un bruit blanc borné, cette dernière est donnée par le rapport V_{eff}^2/B_p où B_p est la bande passante équivalente du bruit. Si l'on réduit B_p d'un facteur 4, la limite d'apparition de la "transition de phase" sera atteinte pour une amplitude de bruit deux fois plus faible. Il faut cependant que la bande passante de bruit reste largement supérieure à la bande d'intégration pour que le bruit puisse être considéré comme blanc.

V.3. Influence de la fréquence de balayage.

Sur les figures V.4 et V.5, nous avons visualisé l'influence de la fréquence de balayage dans deux cas limites. D'une part, lorsque l'amplitude du bruit est égal à $3 V_{eff}$ où la dynamique du système bistable est dominée par les fluctuations et caractérisée par l'absence du cycle "quasi-statique" (courbe V.4.a) et d'autre part, lorsque

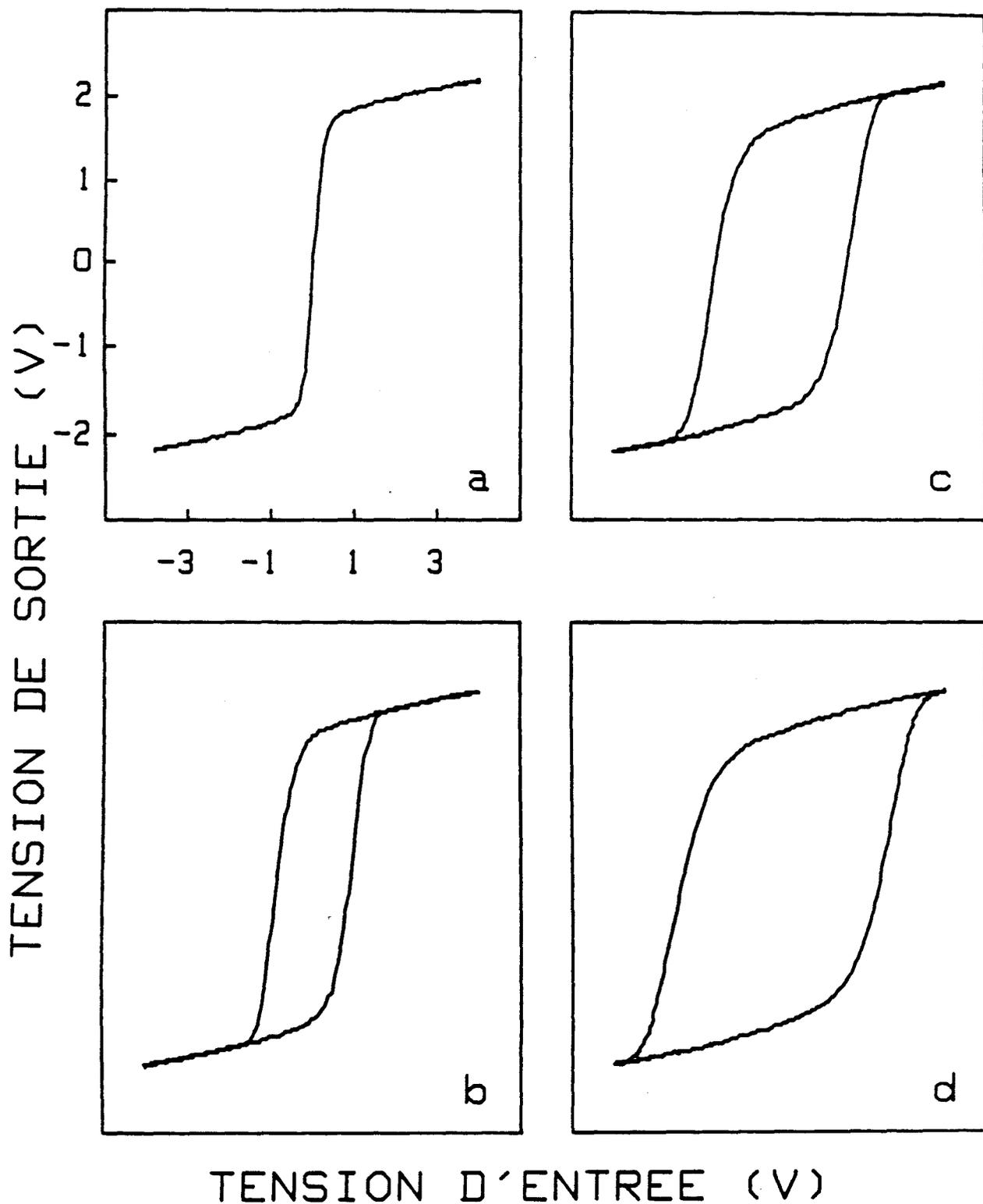


Figure V.4: Evolution des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage en présence des fluctuations. Les cycles correspondants sont obtenus après une moyenne sur environ 1000 périodes de balayage

Amplitude du bruit = $3 V_{eff}$

Amplitude de balayage = 8 V càc

Fréquence de balayage = (a) 0,05 (b) 10 (c) 100 (d) 500 Hz

l'amplitude du bruit V_{eff} est nulle. Dans ce cas, la dynamique est déterministe et caractérisée par un cycle "quasi-statique" bien développé (courbe V.5.a). Dans le premier cas, il y a apparition d'un cycle d'hystérésis purement dynamique dont l'allure est très voisine de celle observée pour les transitions de phase du premier ordre et plus particulièrement des hystérésis ferromagnétiques (Rao 1990). Notons que les commutations d'une branche vers l'autre se produisent avec une inclinaison plus importante que dans le cas déterministe. De plus, l'évolution des cycles à basses fréquences semble être plus importante dans le premier cas. En effet, à 10 Hz (courbe V.4.b), il existe déjà un cycle d'hystérésis bien développé contrairement au cas du bistable sans bruit où le cycle à 10 Hz est pratiquement indiscernable du cycle "quasi-statique" obtenu pour une fréquence de 0.05 Hz. Pour différentes valeurs de l'amplitude de bruit, nous allons étudier l'évolution dynamique des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage Ω . Le domaine de variation de la fréquence s'étale entre 2 Hz et 1000 Hz, valeur au delà de laquelle on observe une diminution de l'aire des cycles d'hystérésis. L'amplitude de balayage est égale à 8 V crête à crête.

Sur la figure V.6, nous représentons en coordonnées logarithmiques l'évolution de l'aire (A) des cycles en fonction de la fréquence (Ω). Les données expérimentales sont ajustées sur une loi de type $A = A_0 + B \Omega^s$ où le paramètre A_0 est choisi de telle manière que les incertitudes sur les paramètres de la régression soient les plus faibles possibles. Ce traitement en moindre carré linéaire est identique à celui utilisé précédemment au chapitre III.

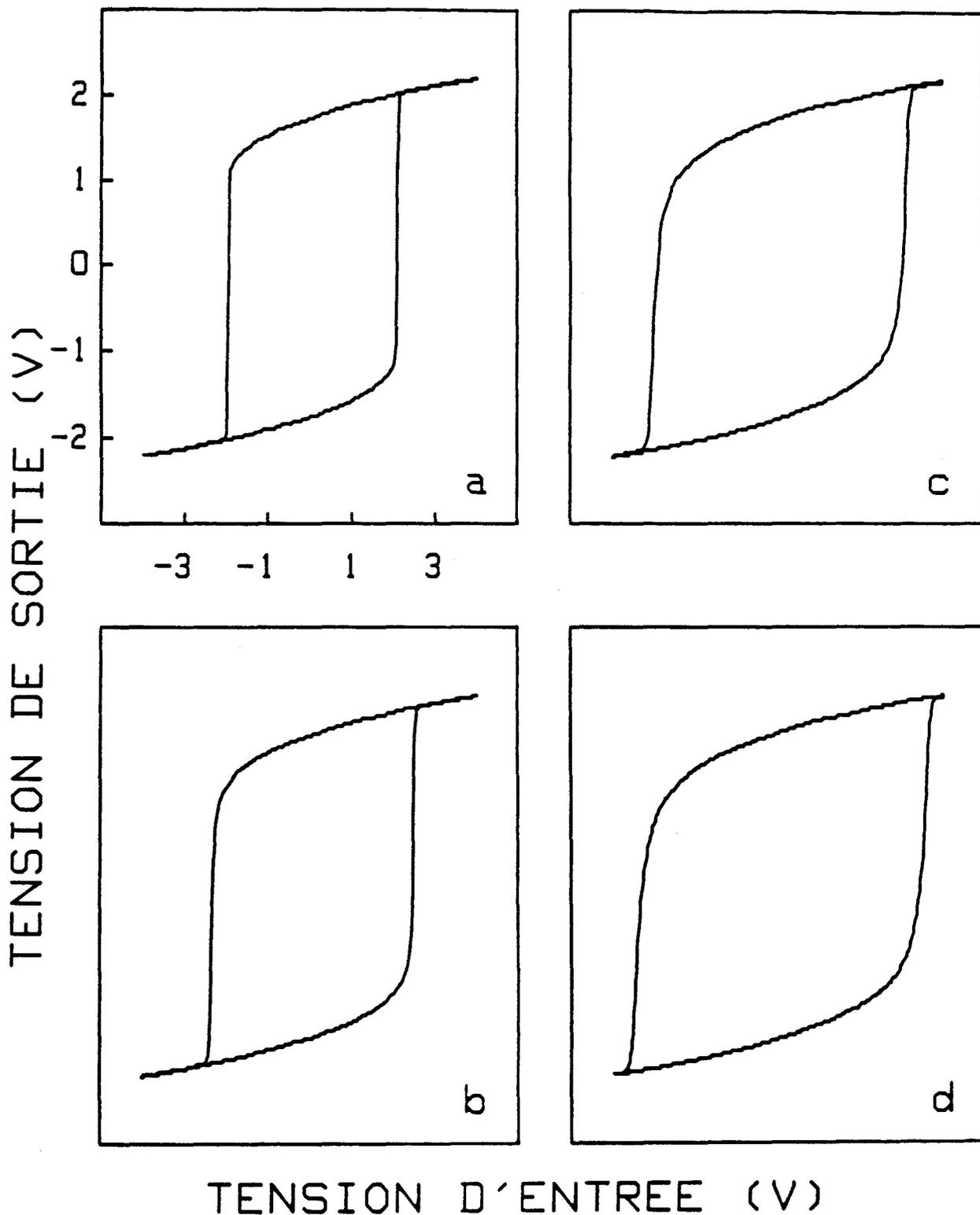


Figure V.5: Evolution des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage en l'absence des fluctuations. Les cycles correspondants sont obtenus après une moyenne sur environ 1000 périodes de balayage

Amplitude du bruit = 0 V_{eff}

Amplitude de balayage = 8 V càc

Fréquence de balayage = (a) 0,05 (b) 100 (c) 500 (d) 1000 Hz

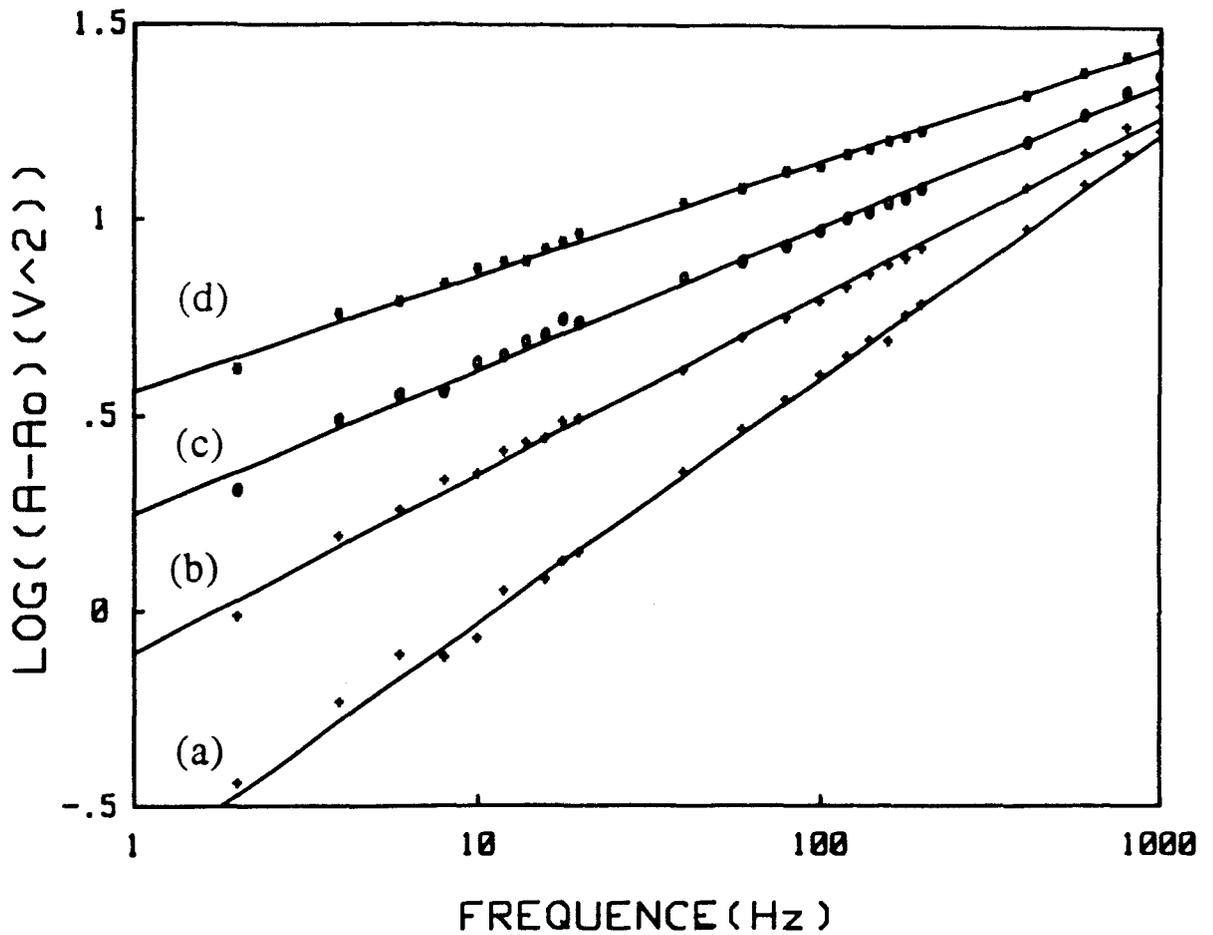


Figure V.6: Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage (Coordonnées logarithmiques)
 Amplitude de balayage = 8 V
 Amplitude du bruit = (a) 0 (b) 1.3 (c) 2.2 (d) 3 V_{eff}
 Pentés des droites de régression = (a) 0.63 (b) 0.47 (c) 0.38 (d) 0.32

En l'absence de bruit (courbe V.6.a), le paramètre s vaut 0.632 ± 0.005 , on retrouve la loi d'évolution en puissance $2/3$ de la fréquence. Au fur et mesure que l'amplitude du bruit augmente, la pente (s) des droites de régression linéaire diminue et tend vers 0.316 ± 0.003 lorsque l'amplitude de bruit est de $3 V_{\text{eff}}$. Dans ce dernier cas, A_0 est nul. L'évolution de cette pente en fonction de l'amplitude de bruit est représentée sur la figure V.7. L'exposant s évolue de $2/3$ vers une valeur voisine de $1/3$ lorsqu'on passe d'un comportement purement déterministe à un comportement stochastique où les fluctuations jouent un rôle dominant.

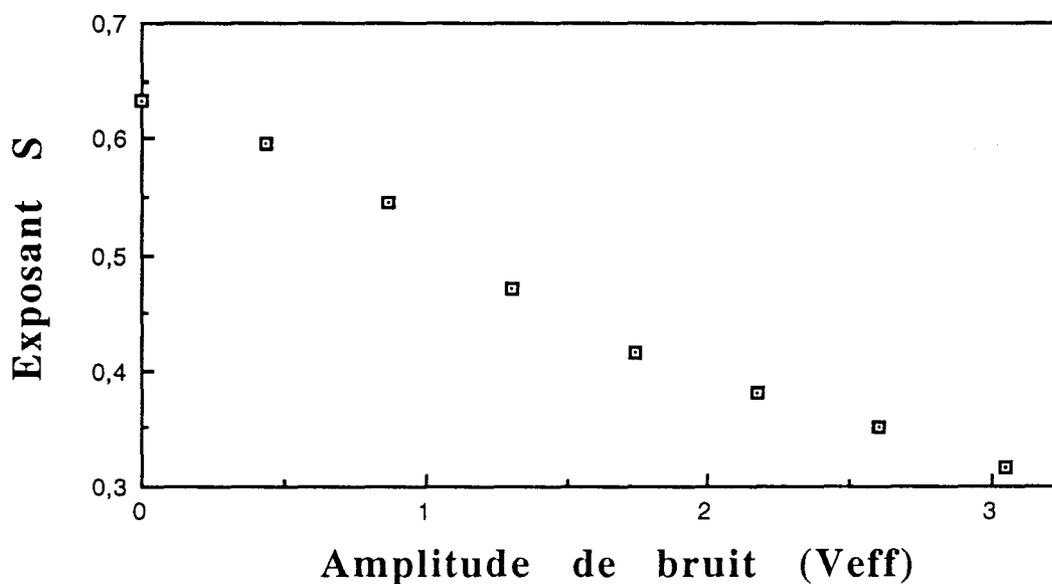


Figure V.7: Evolution des pentes des régressions linéaires (Exposant s) en fonction de l'amplitude de bruit

A ce stade, ces résultats permettent de concilier les deux lois d'échelle établies en bistabilité optique et celle relative aux hystérésis magnétiques.

Si on augmente l'amplitude du bruit au delà de $3 V_{\text{eff}}$, l'évolution de l'aire des cycles en fonction de la fréquence met en évidence un comportement plus complexe dans la mesure où, à basses fréquences de balayage, le bruit semble retarder considérablement la croissance du cycle dynamique. Ce comportement est illustré par la figure V.8, qui montre l'évolution du logarithme de l'aire en fonction du logarithme de la fréquence pour des amplitudes de bruit respectivement égales à 3, 3.4 et 3.9 V_{eff} . En revanche, pour les hautes fréquences, l'évolution de l'aire des cycles d'hystérésis est pratiquement identique pour les trois amplitudes de bruit.

V.4. Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de l'amplitude de balayage

Après avoir étudié l'influence de la fréquence de balayage, nous nous sommes intéressés à l'effet de son amplitude. Pour deux valeurs différentes de la fréquence et une amplitude de bruit égale à $3 V_{\text{eff}}$, la figure V.9 représente, en coordonnées logarithmiques, l'évolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de l'amplitude crête à crête ($2\mu_M$) du balayage. Les points expérimentaux se regroupent sur une droite dont la pente est calculée par une procédure de moindre carré linéaire. Pour la fréquence 100 Hz (courbe V.9. a) où l'amplitude $2\mu_M$ évolue de 4 V à 19 V, la pente est égale à 0.274 ± 0.004 , alors que pour la fréquence de 500 Hz, où l'amplitude μ_M évolue de 7 V à 19 V, la pente est égale à 0.319 ± 0.007 . Ces deux valeurs sont proches de $1/3$.

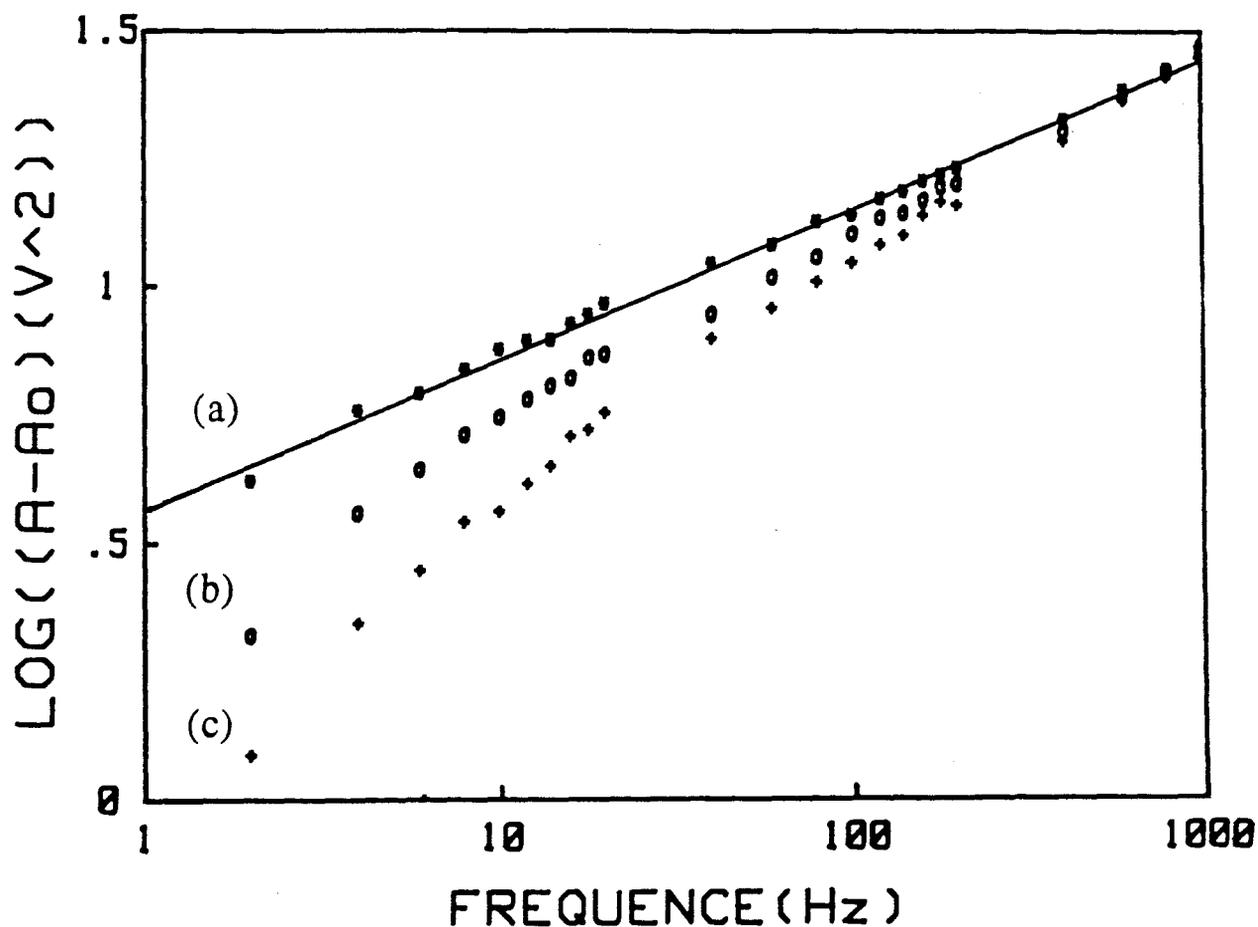


Figure V.8: Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de la fréquence de balayage (coordonnées logarithmiques) en présence d'un bruit de forte amplitude.

Amplitude de balayage = 8 V

Amplitude du bruit = (a) 3 (b) 3.4 (c) 3.9 V_{eff}

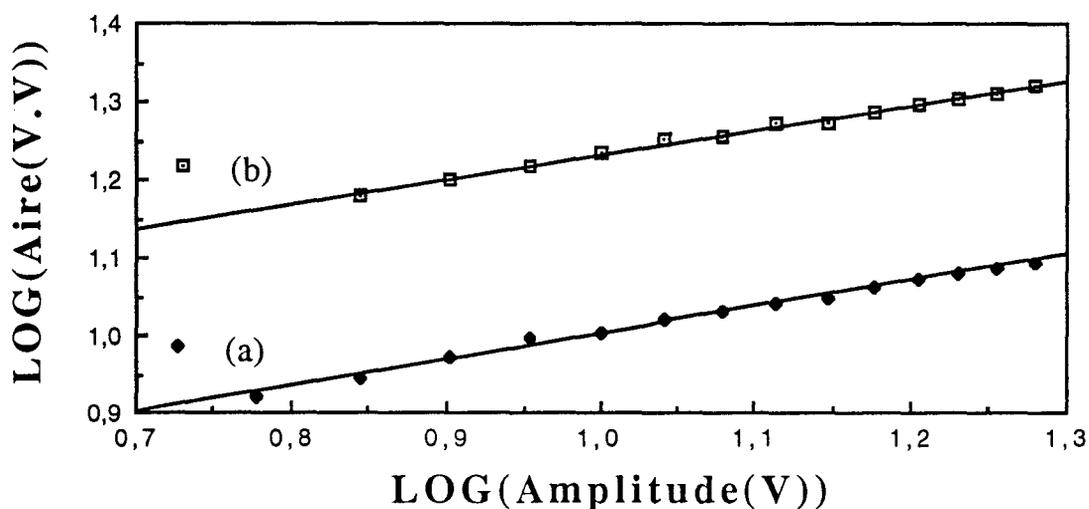


Figure V.9: Evolution des cycles d'hystérésis en fonction de l'amplitude de balayage
 Amplitude de bruit = 3 V_{eff}
 Fréquence de balayage = (a) 100 et (b) 500 Hz

Il ressort de cette étude que l'évolution des cycles d'hystérésis, régie dans le cas déterministe par une loi de la forme $\mu_M^{2/3} \Omega^{2/3}$, tend vers une loi de type $\mu_M^{1/3} \Omega^{1/3}$ dans le cas où les fluctuations jouent un rôle dominant. Ce résultat est à moitié en désaccord avec celui des hystérésis ferromagnétiques où l'évolution est régie par une loi en $\mu_M^{2/3} \Omega^{1/3}$ (Rao 1990).

Dans la mesure où le produit $\Omega \mu_M$ est proportionnel à la vitesse de balayage \dot{v} dans le cas d'un balayage en triangle, il apparaît que l'aire des cycles ne dépend que de la vitesse de balayage (Fettouhi 1994). Nous avons étudié de façon systématique l'influence de cette vitesse en mesurant l'aire des cycles pour de nombreuses valeurs de la fréquence et de l'amplitude de balayage réparties dans les intervalles 2-1000 Hz et 4-19 V.

Sur la figure V.10, nous avons reporté l'évolution de l'aire des cycles en fonction de la vitesse pour quatre valeurs de l'amplitude du

bruit comprises entre 0 et 3 V_{eff} . Les pentes des régressions correspondantes évoluent de 0.662 ± 0.004 pour une amplitude de bruit égale à 0 V_{eff} à 0.316 ± 0.003 pour une amplitude de bruit 3 V_{eff} . Les pentes relatives aux amplitudes de bruit égales à 1.3 et 2.2 V_{eff} sont respectivement égales à 0.479 ± 0.005 et 0.385 ± 0.004 . Les paramètres A_0 correspondant aux différentes régressions linéaires sont respectivement égaux à 13.52 V^2 qui correspond parfaitement à la valeur théorique (13.5 V^2) (courbe V.10.a), 10.44 V^2 (courbe V.10.b), 6.36 V^2 (courbe V.10.c), 0 V^2 (courbe V.10.d).

La vitesse de balayage apparaît donc comme la variable pertinente dans l'évolution des cycles d'hystérésis décrits à l'aide du bistable électronique aussi bien dans le cas purement déterministe que dans le cas où l'effet des fluctuations est dominant. L'évolution des aires (A) suit une loi de type $A = A_0 + B v^s$

V.5. Conclusion

Cette étude montre que l'évolution des cycles d'hystérésis est bien décrite par la loi $\mu_M^\alpha \Omega^s$. Dans le cas des bistables déterministes, les exposants α et s sont égaux à 2/3. Lorsqu'on introduit un bruit blanc additif dont la densité spectrale de puissance est suffisante pour provoquer un comportement similaire à celui d'une transition de phase, les exposants α et s tendent vers 1/3.

En faisant une comparaison avec les résultats relatifs à la dynamique des cycles d'hystérésis magnétiques, on constate que

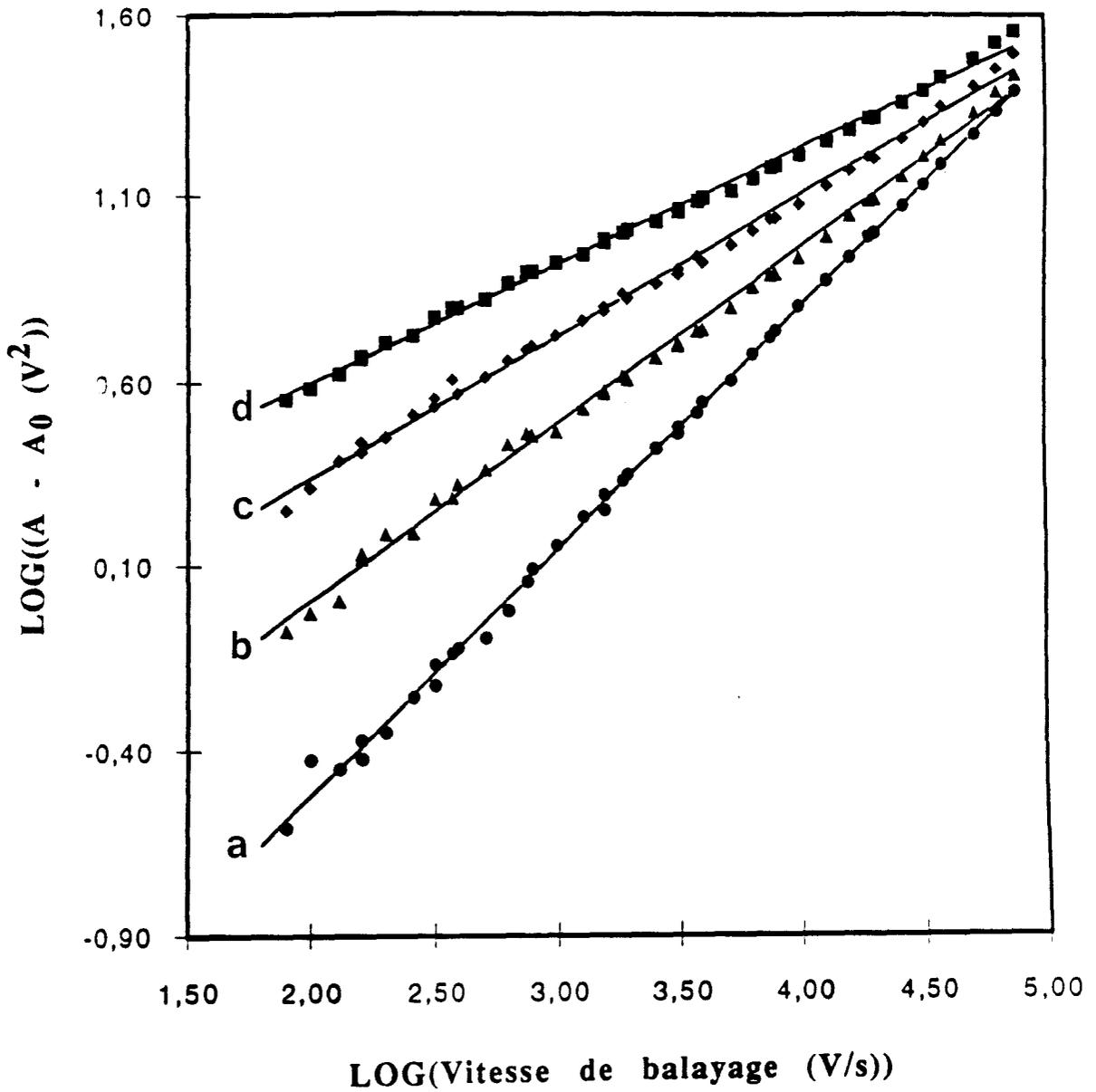


Figure V.10: Evolution de l'aire des cycles d'hystérésis en fonction de la vitesse de balayage (coordonnées logarithmiques) pour différentes valeurs de l'amplitude des fluctuations.

Amplitude de bruit = (a) 0, (b) 0.3, (c) 2.2 et (d) 3 V_{eff}

Pentes des droites de régression = (a) 0.66, (b) 0.48, (c) 0.39 et (d) 0.32

A_0 = (a) 13.52, (b) 10.44, (c) 6.36 et (d) 0 V^2

l'évolution en fonction de la fréquence est bien reproduite par l'introduction des fluctuations. Par contre, l'évolution en fonction de l'amplitude met en évidence une divergence avec la dynamique des hystérésis magnétiques. Cette divergence peut être attribuée au fait que les balayages effectués dans nos expériences sont superspinodaux, mais surtout au fait que notre bistable à une variable ne prend pas en compte les fluctuations spatiales. A cet égard, la dimension du système semble influencer sur la valeur de l'exposant α puisque α évolue de 0.46 ± 0.05 pour un modèle d'Ising (2D) (Lo 1992) à la valeur de 0.66 ± 0.05 pour un système à spin continu (Rao 1990). Il serait donc intéressant de mettre au point un système simple de plus grande dimension pour tester cette hypothèse.

Conclusion

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le cadre d'une étude globale de la dynamique des cycles d'hystérésis, en particulier optiques. Nous avons utilisé plusieurs dispositifs expérimentaux pour effectuer cette étude, en l'occurrence, deux bistables tout optiques, un bistable électronique et un Laser CO₂.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la caractérisation des états stationnaires des bistables. Nous avons, en particulier, proposé une procédure de contre-réaction pour stabiliser la branche instable d'un bistable optique. Une analyse théorique simple a été développée pour expliquer cette méthode de stabilisation, aussi bien dans le cas où le bistable est décrit par une seule variable dynamique, que dans le cas où la bistabilité fait appel à plusieurs variables.

Nous avons ensuite étudié la déformation des cycles d'hystérésis liée au balayage du paramètre de contrôle dans le cas d'un bistable à plusieurs variables dynamiques. En particulier, nous avons vérifié que le déplacement des seuils de commutation et l'évolution de l'aire qui en résulte, suivent la loi asymptotique en $\Omega^{2/3} \mu_M^{2/3}$ où Ω et μ_M représentent respectivement la fréquence et l'amplitude de balayage du paramètre de contrôle. Dans le cas particulier d'un bistable absorptif de coefficient de coopérativité C de l'ordre de 200, nous avons montré que le domaine de validité de cette loi correspond à des déplacements de l'ordre de 10% de la largeur du cycle statique. Cette loi d'échelle qui a été établie dans le cas de systèmes unidimensionnels, reste valable pour des systèmes à plusieurs variables. Ce comportement est à relier

au fait que la dynamique des cycles d'hystérésis est directement liée à celle des deux points tournants de la caractéristique statique. Au voisinage de la branche basse (point tournant A), c'est la variable différence de populations qui gouverne la dynamique. En revanche, au voisinage de la branche haute (point tournant B), c'est le champ intracavité qui est prédominant

Lorsque la vitesse de balayage devient assez importante, nous avons mis en évidence pour une valeur particulière de la vitesse un phénomène d'hésitation qui se caractérise par une grande sensibilité aux fluctuations des paramètres expérimentaux. Dans cette situation, d'une période de balayage à l'autre, le système peut commuter vers la branche haute ou retourner directement à son état initial. Théoriquement, l'analyse de cet effet dynamique ainsi que la mise en évidence d'une loi d'échelle le gouvernant ont été réalisées à l'aide d'un modèle à une seule variable dynamique. Cette loi d'échelle s'est avérée parfaitement vérifiée pour des systèmes à plusieurs variables dont un bistable absorptif décrit par trois variables et même dans le cas d'un système à cinq variables (bistable absorptif+ dispersif)

Dans le dernier chapitre, nous avons étudié l'influence des fluctuations sur la dynamique globale des cycles d'hystérésis. L'introduction d'un bruit blanc additif sur un bistable à une seule variable dynamique permet le passage continu du cas purement déterministe, caractérisé par un cycle quasi-statique bien développé (bistabilité), au cas où les fluctuations sont dominantes. Ce dernier est caractérisé par l'absence du cycle d'hystérésis statique (transition de phase). Nous avons montré expérimentalement que l'évolution de l'aire

des cycles d'hystérésis en fonction de la vitesse de balayage suit une loi de type $A = A_0 + B v^s$ où l'exposant s tend progressivement de $2/3$ vers $1/3$ au fur et à mesure que l'amplitude du bruit augmente.

Ce résultat est partiellement en désaccord avec les lois d'échelle d'évolution des cycles d'hystérésis magnétiques. En effet, l'évolution en fonction de la fréquence est bien reproduite par l'introduction du bruit. En revanche, celle associée à l'amplitude de balayage met en évidence une divergence par rapport à celle des hystérésis magnétiques, dont l'évolution est régie par une loi de type μM^α où l'exposant α semble dépendre de la dimension du système sous investigation.

Il serait donc intéressant de mettre au point un modèle simple qui puisse prendre en compte les fluctuations spatiales non introduites dans cette étude et qui peuvent être à l'origine de ce désaccord.

Bibliographie

- + Abramowitz M. and Stegun I. A. Handbook of mathematical functions, Dover Pub. Inc. New York (1970)
- + Barbarino S., Gozzini A. and Maccarone F., Lett. Nuovo. Cim 71B, 183 (1982)
- + Bigot J. Y., Daunois A., and Mandel P., Phys. Lett. A 123 (1987)
- + Bielawski S., Derozier D. and Glorieux P., Phys. Rev. A 47, R2492 (1993 a)
- + Bielawski S., Bouazaoui M., Derozier D. and Glorieux P., Phys. Rev. A 47, 3276 (1993 b)
- + Bischofberger T. and Shen Y. R., Appl. Phys. Lett 32, 156 (1978)
- + Bischofberger T. and Shen Y. R., Phys. Rev. A19, 1169 (1979)
- + Boden C. M. and Sung C. C., Phys. Rev. A19, 2392 (1979)
- + Bohnert K., Kalt H. and Klingshirn C., Appl. Phys. Lett 43, 1088 (1983)
- + Bonifacio R. and Lugiato L. A., Lett. Nuovo. Cim 21, 505 (1978)
- + Bulsara A. R., Schieve W.C. and Gragg R. F., Phys. Lett 68 A, 294 (1978)
- + Cribier S., Giacobino E. and Grymberg G., Optics. Comm 47, 170 (1983)
- + Dai J. H., Hu S. Q., Tang H., Deng W. and Zhang H. J., Optics. Lett. 16, 889 (1991)
- + Ebenstein W. L. and Muenster J. S., J. chem. Phys. 80, 3989 (1984)
- + Erneux T. and Mandel P., Phys. Rev. A28, 896 (1983)
- + Erneux T. and Laplante J. P., J. chem. Phys. 90, 6129 (1989)
- + Felber F. S. and Marburger J. H., Appl. Phys. Lett 28, 731 (1976)
- + Fettouhi N. E., Zemmouri J., Ségard B. and Macke B., EQEC'94, QTuH2 1515 (1994)
- + Fox R. F., Phys. Rev. A37, 911 (1988)
- + Gao J. Y., Jin G.X., Sun J. W., Guo X. Z. and Shen Z. R., Optics. Comm. 74, 409 (1990)

- + Gibbs H. M., Mc Call S.L. and Venkatesan T. N .C., Phys Rev Lett. 36, 113 (1976)
- + Gibbs H. M., Hopf F. A., Kaplan D. L., and Shomaker R. L., Phys Rev Lett. 46, 474 (1981)
- + Glorieux P. and Dangoisse D., IEEE . QE. 21, 1486 (1985)
- + Gong D., Qin G., Hu G. and Xiaodoing W., Phys .Lett. A159, 147 (1991)
- + Gozzini A. and Maccarone F., Lett. Nuovo. Cim 1D, 489 (1982)
- + Grant D. E. and Kimble H. J., Optics. Comm 44, 415 (1983)
- + Grohs. J, Ibler H. and Klingshirn C., Optics. Comm. 86, 183 (1991)
- + Haken H., (1978); "Synergetics- an introduction" Springer, Berlin
- + Hänggi P., Mroczkowski T. J., Moss F. and McClintock P.V.E., Phys .Rev. A 32, 695 (1985)
- + He Y. L. and Wang G. C., Phys. Rev. Lett 70, 2336 (1993)
- + Hopf F. A. and Meystre. P., Optics. Comm.29, 235 (1979)
- + Hu Gang and Guo-jian Y., Phys. Rev. A 38, 1979 (1988)
- + Ikeda K, Optics. comm 30, 257 (1979)
- + Jung P. and Hänggi P., Phys. Rev. Lett 69, 11 (1988)
- + Jung P. , Hänggi P. and Machesoni F., Phys. Rev. A 40, 5447 (1989)
- + Jung P., Gray G., Roy R. and Mandel P., Phys. Rev. Lett. 65, 1873 (1990)
- + Jung P., Gray G., Roy R. and Mandel P., Phys .Rev. Lett. 68, 1437 (1992)
- + Kaghat F., Thèse de Doctorat en cours de préparation, Lille
- + Koch S. W., Dynamics of first order phase transitions in equilibrium and nonequilibrium systems (Springer, Berlin, 1984)
- + Kramer J. and Ross J., J. Chem. Phys. 83, 6234 (1985).
- + Kuznetsov A. V., Optics. Comm. 81, 106 (1991)

- + Lange W., Mitschke F., Deserno R., and Mlynek J. , Phys. Rev. A32, 1272 (1985)
- + Laplante J. P. and Erneux T., J. chem. Phys. 94, 371 (1991)
- + Legon A. C., Millen D.J. and Rogers S. C., Proc. Soc. Am. B8, 239 (1991)
- + Lizoret C., Thèse de Doctorat, Lille (1989)
- + Lo W. S. and Pelcovits A. R., Phys. Rev. A 42,7471 (1990)
- + Lugiato L. A., Progress in Optics, Ed. E. Wolf, Vol. 21 (1984)
- + Macke B., Zemmouri J. and Fettouhi N. E., Phys. Rev. A 47,1609 (1993).
- + Mandel P., Optics. Comm. 55, 293 (1985)
- + Mandel P. and Erneux T., Optics. Comm. 44, 55 (1982)
- + Mitschke F., Boden C., Lange W. and Mandel P., Optics Comm 71, 385 (1989)
- + Mitschke F., Deserno R., Mlynek J. and Lange W., Optics Comm 46, 135 (1983)
- + Mitschke F., Deserno R., Mlynek J. and Lange W., IEEE . QE. 21, 1435 (1985)
- + Mitschke F., Boden C., Lange W. and Mandel P., Optics. Comm 71, 385 (1989)
- + Moloney J. V. and Newell A.C., Physica D 44, 1 (1990)
- + Nakatuska H., Asaka S., Itoh H., Ikeda K. and Matsuoka, Phys. Rev. Lett. 50, 109 (1983)
- + Nitzan A., Ortoleva P., Deutch J. and Ross J., The journal of chemical Physics 61, 1056 (1974)
- + Orozco L. A., Rosenberger A. T. and Kimble H. J., Phys. Rev. Lett. 53, 2547 (1984)

- + Orozco L. A., Raizen M. G., Rosenberger A. T. and Kimble H. J., in *Optical Bistability III*, edited by Gibbs H. M., Mandel P., Peyghambarian N. and Smith S. D. (Springer-Verlag, Berlin, 1986) p. 307
- + Orozco L. A., Kimble H. J., Rosenberger A. T., Lugiato L.A., Asquini M. L., Brambilla M. and Narducci L. M., *Phys. Rev. A* 39, 1235 (1989)
- + Ott E., Grebogi C. and Yorke J. A., *Phys. Rev.Lett.* 64,1196 (1990).
- + Pearson E. F., Creswell R. A., Winnewisser M. and Winnewisser G., *Z. Naturforsch.* 31, 1394 (1976)
- + Peterson P. M., Ravin J. N. and Skettrup T., *IEEE Journal of Q. E.* 20, 690 (1984)
- + Rao M., Krishnamurthy H. R. and Pandit R, *J. Appl. Phys.* 67, 5451 (1990)
- + Rao M., Krishnamurthy H. R. and Pandit R, *Phys. Phys.* B42, 856 (1990)
- + Rao M., *Phys. Phys. Lett.* 68, 1436 (1992)
- + Rosenberger A. T., Orozco L. A. and Kimble H. J., *Phys Rev A* 28, 2569 (1983)
- + Roy R., Murphy T. W., Maier T.D., Gills Z. and Hunt E. R., *Phys. Rev.Lett.* 68, 1259 (1992).
- + Roy R. and Zubairy M. S., *Phys. Rev.* A21, 274 (1980)
- + Ségard B., Zemmouri J. and Macke B., *Europhys. Lett.* 4, 47 (1987)
- + Ségard B., Zemmouri J. and Macke B., *Optics. Comm.* 63, 339 (1987).
- + Ségard B., Zemmouri J. and Macke B., *Optics. Comm.* 60, 323 (1986)
- + Ségard B., Macke B., Lugiato L. A., Prati F, and Brambilla M., *Phys .Rev.* A39, 703 (1989)
- + Senjupta S., Marathe Y. and Puri S., *Phys. Rev.* B 45, 7828 (1992)
- + Senitzky B., Gould G and Culter S., *Phys .Rev.* A 130, 1460 (1963)

- + Sergent W., Thèse de Doctorat, Lille (1991)
- + Smith P. W. and Turner E.H., Appl. Phys. Lett 30, 280 (1977)
- + Szöke A., Daneu V., Goldhar J. and Kurnit N. A., Appl. Phys. Lett 15, 376 (1969)
- + Van Der Linden H. J. C., Hohl A. and Roy R., EQEC'94, QTuH1 1500 (1994)
- + Zemmouri J., Ségard B., Sergent W. and Macke B., Phys. Rev. Lett 70, 1135 (1993)
- + Zemmouri J., Ségard B., Macke B. and Glorieux P., Optics. Comm. 79, 431 (1990)
- + Zemmouri J., Sergent W. and Ségard B., Optics Comm. 84, 199 (1991)
- + Zemmouri J., Thèse de Doctorat, Lille (1987)
- + Zimmermann E. C. and Ross J., J. Chem. Phys. 81, 1327 (1984).

