

50376
1995
49

Thèse de Doctorat

Présentée devant :

L'Université des Sciences et Technologies de Lille

Docteur de l'U.S.T.L.

SPECIALITE : MECANIQUE

Par :

Abou-el-Foutouh TAZIBT

Ingénieur - Ecole Polytechnique d'Alger

**Etude théorique et expérimentale du processus
d'accélération de particules abrasives dans un jet d'eau
sous très haute pression.**

Interaction avec le matériau à découper

Soutenue publiquement le 20 Janvier 1995

devant le Jury

<i>Président :</i>	<i>M.</i> PARSY F. :	Professeur U.S.T.L. - Dir. de Recherches
<i>Rapporteurs :</i>	<i>MM.</i> DESMET B. :	Professeur Université de Valenciennes (U.V.H.C)
	MOLINARI A. :	Professeur Université de Metz
<i>Examineurs :</i>	<i>MM.</i> ABRIAK N. E. :	H.d.R. Dir. de thèse, Ecole des Mines de Douai
	ROTH J. C. :	Professeur Université de Metz
	SCHMITT A. :	Dr. Responsable du Dpt Productique (E.M.D.)
<i>Invités :</i>	<i>MM.</i> BOULNOIS D. :	Dir. adjoint de l'Ecole des Mines de Douai
	THERY B. :	Ingénieur Chercheur à l'Ecole des Mines de Douai

THESE DE DOCTORAT

PRESENTEE DEVANT L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

- VU la loi n°84-52 du 26 janvier 1984 et notamment son article 17
- VU le décret n°84-573 du 5 juillet 1984
- VU l'arrêté du 30 Mars 1992 relatif aux études de troisième cycle
- VU les rapports de :

A. MOLINARI

Professeur

Univ. de Metz

B. DESMET

Professeur

Univ. de Valenciennes

LE PRÉSIDENT DE L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE :

1) Autorise Mr TAZIBT ABOU EL FOUTOUH
à soutenir une Thèse de Doctorat en MECANIQUE

sur le sujet suivant :

" ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE PROCESSUS D'ACCELERATION DE PARTICULES
ABRASIVES DANS UN JET D'EAU SOUS TRES HAUTE PRESSION.
INTERACTION AVEC LE MATERIAU A DECOUPER "

2) Désigne :

M. ,,

M. F. PARSY, Professeur,

M. A. MOLINARI, Professeur, Univ. de Metz

M. B. DESMET, Professeur, Univ. de Valenciennes

M. ,,

M. ,,

M. ,,

M. J.C. ROTH, Professeur, Univ. de Metz

M. A. SCHMITT, Docteur, Ecole Mines Douai

M. N. ABRIAK, H.D.R., Ecole Mines Douai

M. D. BOULNOIS, Directeur, Ecole Mines Douai

M. B. THERY, Ing. Chercheur, Ecole Mines Douai

pour constituer le jury de soutenance de cette thèse..

3) La soutenance aura lieu le 20/1/95 à 9 H 30 Labo. Méca. Lille Salle de Conférences

Villeneuve d'Ascq le 16-01-19

AMPLIATION TRANSMISE A

Monsieur Abou El Foutouh TAZIBT, pour information

Pour le Secrétaire Général,

Par dénomination

Le Chef du Service Scolarité

J.C. CALIBRE

Pour le Président
La Vice-Présidente chargée
des questions Scolarité-Etudes

J. Parreau
J. PARREAU

*A mon épouse, Farida
mon fils, Riad
ma famille et
mes amis.*

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	
INTRODUCTION GENERALE	1

PARTIE I

POSITION DU PROBLEME ET JETS D'EAU ABRASIFS

<u>Chapitre 1:</u> Ecoulements biphasiques et position du problème	8
1.1 Objectifs de l'étude	8
1.2 Intoduction aux écoulements biphasiques	9
1.3 Position du problème étudié	10
1.4 Conclusion	11
<u>Chapitre 2:</u> Les différents types de jets d'eau abrasifs	13
2.1 Introduction	13
2.2 Système d'entraînement <i>AWJ</i>	13
2.2.1 Dispositif d'amplification de pression	15
2.2.2 Description de la tête de coupe	15
2.2.3 Alimentation en abrasif	17
2.3 Système de pompage direct <i>ASJ</i>	17
2.4 Comparaison entre les systèmes <i>AWJ</i> et <i>ASJ</i>	20
2.5 Conclusion	22
<u>Chapitre 3:</u> Caractéristiques des jets d'eau abrasifs	24
3.1 Introduction	24
3.2 Formation et contrôle du jet	24
3.3 Distribution des particules dans le jet	25
3.4 Découpe par érosion	27
3.4.1 Mécanismes de coupe	28
3.4.2 Modèle d'érosion	28
3.4.3 Contrôle du mécanisme de coupe	28
3.5 Conclusion	33

PARTIE II

MODELISATION THEORIQUE DU PROCESSUS D'ACCELERATION

<u>Chapitre 1:</u> Approche théorique du problème étudié	35
1.1 Introduction	35

1.2	Approche phénoménologique	35
1.3	Signification de l'appellation "macroscopique"	36
1.4	Bilan d'impulsion ou de quantité de mouvement	26
1.5	Conclusion	37
<u>Chapitre 2: Caractérisation des efforts mécaniques du système</u>		38
2.1	Introduction	38
2.2	Ecoulements avec obstacle immobile	38
2.2.1	Portance et traînée.....	39
2.2.2	Frottement dans une conduite	41
2.3	Ecoulements avec obstacle mobile	41
2.3.1	Force de traînée interfaciale	41
2.3.2	Force de masse virtuelle	43
2.3.3	Force de frottement en paroi	44
2.4	Conclusion	45
<u>Chapitre 3: Choix de modèles et résolution théorique du problème d'accélération de particules</u>		46
I - Choix de modèles (étude critique)		46
3-I.1	Introduction	46
3-I.2	Les modèles d'accélération existants.....	46
3-I.3	Conclusion	54
II - Résolution théorique du problème d'accélération de particules		56
3-II.1	Introduction	56
3-II.2	Principe d'accélération des particules	57
3-II.3	Forces intérieures et forces extérieures	57
3-II.4	Hypothèses de l'étude	57
3-II.5	Les équations de quantité de mouvement	58
3-II.6	Equations différentielles du mouvement d'une particule	59
3-II.7	Conservation de la quantité de mouvement	61
3-II.7.1	Quantité de mouvement globale	62
3-II.7.2	Transfert de quantité de mouvement à l'interface	62
3-II.7.3	Conséquence de la conservation de la quantité de mouvement	63
3-II.7.4	Détermination de la vitesse d'équilibre du mélange	64
3-II.8	Recherche de solutions exactes (Modèles d'accélération)	65
3-II.8.1	Cas de la traînée sans diffusion mécanique	67
3-II.8.2	Cas de la traînée avec diffusion mécanique	69
3-II.8.3	Cas de la traînée et de la force de masse virtuelle sans diffusion mécanique	71
3-II.8.4	Cas de la traînée et de la force de masse virtuelle avec diffusion mécanique	72
3-II.9	Récapitulation des modèles	74
3-II.10	Conclusion	75

<u>Chapitre 4: Extension de la modélisation</u>	76
4.1 Introduction	76
4.2 Mise en évidence du frottement	76
4.3 Le frottement et l'écoulement turbulent	77
4.4 Action de la force de frottement	78
4.4.1 Méthode d'analyse	78
4.4.2 Cas général	78
4.4.3 Cas particuliers	81
4.5 Action de la pesanteur	84
4.6 Proposition d'un modèle plus général	85
4.7 Conclusion	87
<u>Chapitre 5: Cas du mélange eau + air + particules abrasives</u>	89
5.1 Introduction	89
5.2 Rôle de l'air	89
5.3 Méthode d'approche	90
5.3.1 Densité du fluide équivalent eau/air	90
5.3.2 Vitesse initiale du fluide équivalent	90
5.3.3 Débit volumique d'air en %	91
5.4 L'air et la vitesse d'équilibre	91
5.5 Conclusion	92

PARTIE III

EXPERIMENTATIONS EN GRANDEUR REELLE ET TECHNIQUE DE VALIDATION DE LA MODELISATION

<u>Chapitre 1: Techniques expérimentales utilisées</u>	94
1.1 Objectifs de l'étude	94
1.2 Introduction	94
1.3 Circuit de l'eau et formation du jet d'eau abrasif	96
1.4 Description de l'installation expérimentale	97
1.5 Caractéristiques de l'équipement	97
1.6 Instrumentation	98
1.6.1 Buts de l'instrumentation	98
1.6.2 Mise en oeuvre des filtres	99
1.6.3 Le débitmètre à diaphragme	104
1.7 Explication des figures et commentaires	106
1.8 Conclusion	106

<u>Chapitre 2: Expérimentations amont et aval</u>	108
I - Expérimentations amont	108
2-I.1 Mode opératoire et paramètres de travail	108
2-I.2 Résultats des essais	110
2-I.2.1 Mesure du débit volumique d'air	110
2-I.2.2 Mesure de la vitesse initiale des particules	113
2-I.2.3 Mesure de la vitesse initiale de l'air	114
2-I.3 Détermination de la vitesse initiale du jet d'eau	115
2-I.4 Discussion et analyse des résultats expérimentaux	116
II - Expérimentations aval	118
2-II.1 Principe des essais	118
2-II.2 Campagnes d'essais et résultats expérimentaux	119
2-II.3 Le débit d'abrasif et le phénomène de coupe	121
2-II.4 Discussion et analyse des résultats expérimentaux	126
2-II.5 Conclusion	127
<u>Chapitre 3: Technique de validation expérimentale</u>	129
3.1 Introduction	129
3.2 Principe du raisonnement	129
3.3 Définitions	131
3.3.1 Puissance complémentaire	131
3.3.2 Pression de seuil	132
3.3.3 Débit caractéristique	132
3.3.4 Débit massique optimal d'abrasif	132
3.3.5 Contrainte équivalente interne	133
3.4 Puissance de coupe	134
3.4.1 Définition	134
3.4.2 Formulation exacte de la puissance de coupe	134
3.4.3 Linéarisation	136
3.5 Expressions finales de la puissance de coupe	137
3.5.1 Puissance de coupe en fonction de la pression hydraulique	137
3.5.2 Puissance de coupe en fonction du débit massique de matière érodée	137
3.5.3 Expression de la puissance de coupe complémentaire	138
3.5.4 Expression réduite de la puissance de coupe	138
3.6 Energie spécifique de coupe	139
3.7 Détermination de la corrélation expérimentale	140
3.7.1 Corrélation du débit massique érodé	142
3.7.2 Corrélation de la vitesse pratique des particules	143
3.8 Conclusion	144

<u>Chapitre 4:</u> Extension de la corrélation expérimentale: Résolution du problème de coupe - Modèle intégré de coupe	145
4.1 Introduction	145
4.2 Compilation du problème de coupe	145
4.3 Estimation du débit volumique réel érodé	146
4.4 Détermination de la vitesse d'avance u	147
4.5 Détermination de la profondeur de coupe H	148
4.6 Modèle intégré de coupe	148
4.7 Etapes de résolution du problème de coupe	149
4.8 Conclusion	150
 <u>Chapitre 5:</u> Exploitation des résultats expérimentaux et validation de la modélisation	 151
5.1 Généralités	151
5.2 Démarche de validation	152
5.3 Granulométrie de l'abrasif	152
5.4 Conditions réelles fixes de calcul	153
5.5 Allures et discussion des profils théoriques de vitesse	153
5.6 Confirmation des allures théoriques	156
5.7 Confrontation du modèle avec l'expérience - exploitation des résultats expérimentaux ..	157
5.8 Supports de calculs numériques et de représentations graphiques	159
5.9 Analyse des résultats de la confrontation	163
5.10 Exploitation et analyse numérique de la corrélation expérimentale	170
5.11 Validation par exploitation du modèle intégré de coupe	176
5.12 Applications du modèle intégré	178
5.13 Conclusion	180

PARTIE IV

INVESTIGATIONS THEORIQUES PAR SIMULATIONS NUMERIQUES SUR LES MODELES D'ACCELERATION ETABLIS

<u>Chapitre 1:</u> Traînée interfaciale et force de masse virtuelle	184
1.1 Introduction	184
1.2 Discussion des résultats de simulations	184
1.3 Conclusion	185
 <u>Chapitre 2:</u> Traînée interfaciale et diffusion mécanique - pesanteur	 189
2.1 Introduction	189
2.2 Equations des vitesses	189

2.2.1 Cas de la traînée avec diffusion mécanique	189
2.2.2 Influence de la pesanteur	189
2.3 Discussion des résultats de simulations	190
2.3.1 Analyse de l'influence de la diffusion mécanique	191
2.3.2 Analyse de l'influence de la pesanteur	192
2.4 Conclusion	192
<u>Chapitre 3: Influence de l'air sur le processus d'accélération</u>	198
3.1 Introduction	198
3.2 Analyse des résultats de simulations numériques	198
3.3 Conclusion	200
CONCLUSION GENERALE	203
Bibliographie	210
Annexes	220

AVANT PROPOS

Le Présent travail a été effectué au Laboratoire du Département Productique à l'Ecole des Mines de Douai sous le direction de Monsieur le Professeur PARSY Fernand. MM D. BOULNOIS, A. SCHMITT et G. CUIENGNET, respectivement, Directeur adjoint de l'Ecole, Ex Responsable et Responsable du Département Productique, ont mis à ma disposition la prodigieuse installation industrielle de découpe par jet d'eau abrasif. Je les remercie vivement pour les facilités d'accès et les conditions favorables qu'ils m'ont accordées pour mener à bien ce travail.

La soutenance de cette thèse n'aurait pas lieu sans l'accord favorable de Monsieur le Professeur PARSY F. qui, malgré la très lourde charge d'enseignement, n'a pas hésité de me recevoir à tout moment. Je le remercie vivement pour l'attention et la disponibilité qu'il m'a accordée et surtout pour ses relations très humaines qui ont accompagné les différentes phases, souvent difficiles, traversées tout au long de ce travail.

La personne qui a été omniprésente et sans relâche est bien Monsieur N. E. ABRIAK qui m'a dirigé et conseillé sans compter son temps. Je lui dois ici toute ma reconnaissance pour ses compétences en matière de diriger des recherches et aussi toute ma gratitude pour l'aide considérable qu'il m'a apportée par ses critiques constructives et ses conseils fructueux. Je le remercie infiniment.

Malgré sa très lourde charge de travail, Monsieur le Professeur MOLINARI a bien voulu accorder un grand intérêt à ce travail en acceptant d'être rapporteur et d'effectuer le déplacement depuis Metz pour assister à ma soutenance. Je lui exprime ici ma profonde gratitude et mes remerciement les plus grands.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur le Professeur B. DESMET qui a accepté d'être rapporteur de cette thèse. Malgré ses très grandes occupations, il a bien voulu me recevoir pour des heures de son temps précieux et ses remarques m'ont été très profitables pour l'amélioration du manuscrit.

Monsieur le Professeur J. C. ROTH a été à l'origine de ma venue à l'Ecole des Mines de Douai. Je le remercie vivement pour la confiance qu'il a placée en moi car celle-ci m'a motivé considérablement dans l'accomplissement du présent travail. Malgré l'éloignement, Monsieur ROTH a bien voulu examiner cette thèse et assister à la soutenance. Je lui dois ma profonde reconnaissance pour ses conseils très éclairés.

Je remercie Bruno THERY pour son aide dans la partie programmation et son accueil sympathique.

La partie expérimentale a été menée avec l'aide de Michel DOHET qui opérait sur la machine de découpe selon les impératifs des expérimentations choisies pour la validation. Je le remercie beaucoup pour son endurance et son écoute. Mes remerciements vont aussi à tous mes collègues et les permanents de l'Ecole, entre autres, CAPPELAERE Christophe, BERTIN Jean Luc.

Liste des principaux symboles

a_{vm}	accélération de masse virtuelle
C_d	coefficient de traînée
C_{vm}	coefficient de masse virtuelle
D	largeur de la saignée
d	diamètre du tube de focalisation
D_a	diamètre de la particule
D_h	diamètre hydraulique
E_{ac}	puissance cinétique des particules au point d'impact
E_{1r}	puissance de coupe
E_{1r0}	puissance complémentaire
f	facteur de frottement
F_a	force de masse virtuelle
F_d	force de traînée par unité de volume de particule
F_{vm}	force de masse virtuelle par unité de volume de particule
F_w	force de frottement en paroi
g	module de l'accélération terrestre
H	profondeur de coupe
K_d	facteur de traînée
m_a	masse de la particule abrasive
m_{1a}	débit massique d'abrasif de travail
m_{1ap}	débit massique d'abrasif utilisé expérimentalement
m_{1w}	débit massique d'eau
m_{1r}	débit massique d'abrasif de matière érodée
m_{1r0}	débit massique caractéristique
P	pression hydraulique de l'eau
R	constante réelle positive
Re	nombre de Reynolds
u	vitesse d'avance de coupe
V	volume de la particule abrasive sphérique
v_a	vitesse théorique de la particule
V_{a0}	vitesse initiale de la particule
V_{ac}	vitesse de la particule au point d'impact
v_w	vitesse de l'eau
V_{w0}	vitesse initiale de l'eau
V_{1r0}	débit volumique caractéristique
σ	contrainte équivalente interne
x_k	position de la phase -k
X_c	distance au point d'impact
α	fraction volumique de la phase solide
α_p	pente
α_{ap}	pente expérimentale
β	fraction volumique des vides
ε	énergie spécifique
η	facteur d'interaction matériau-abrasif
μ	viscosité dynamique de l'eau
ρ	masse volumique du matériau à découper
ρ_a	masse volumique des particules abrasives
ρ_w	masse volumique de l'eau
ρ_g	masse volumique de l'air
ρ_{fl}	masse volumique du fluide équivalent (eau et air)
Ω_a	aire du maître couple de la particule abrasive
Ω	aire de la section droite du jet

INTRODUCTION GENERALE

L'introduction de petites particules abrasives dans un jet d'eau très haute pression est un outil utilisé pour la découpe de matériaux composites, matériaux laminés et métaux durs tels que les plaques blindées. Bien qu'utile, cet outil de coupe est mal maîtrisé en ce sens que son utilisation pratique reste sans appui théorique fiable. Les raisons qui ont conduit à cette insuffisance cruciale, sont non seulement diverses mais surtout liées à des phénomènes physiques très difficiles à étudier. Parmi les plus essentielles, nous citons ici:

- Le nombre de paramètres qui entrent en jeu, est très élevé. On compte au moins une dizaine qui sont, pour la plupart, difficiles à contrôler de façon précise.
- A cause de la tension surfacique de l'eau se déplaçant à une vitesse supersonique, les particules ne pénètrent pas facilement et de façon parfaite, à l'axe du jet d'eau. De ce fait, le processus de mélange des particules abrasives avec le jet d'eau est une opération très complexe et très difficile à réaliser pratiquement.
- La structure physique du jet d'eau abrasif et la grande vitesse qui l'anime, rendent instable le processus de mélange.
- Le mécanisme de coupe est très complexe.
- Absence d'un langage scientifique et technique commun entre les différents chercheurs et utilisateurs de la technologie de découpe par jet d'eau abrasif.

Devant ces limitations, les chercheurs doivent donc optimiser le problème de la découpe hydro-abrasive dans la mesure des possibilités offertes par les lois de la mécanique des fluides et les théories d'érosion existantes, Bitter [11,12], Finnie [28 à 31], Hashish [39,44].

En premier lieu, cette optimisation porte sur la réduction du nombre de paramètres de coupe afin de simplifier les tâches d'investigations théoriques. Cette tendance a fait naître l'idée de découpler le problème global de coupe en un processus de mélange et un mécanisme de coupe et chacun doit être étudié et modélisé séparément. Cependant le *lien qui existe entre les deux est la vitesse de l'abrasif au point d'impact avec la pièce à découper* puisqu'elle représente, en fait, le paramètre qui couple les deux processus, Drew [23].

La difficulté majeure rencontrée au cours de l'étude du processus d'accélération se résume à la recherche d'une méthode d'adaptation de la théorie des écoulements biphasiques à notre problème. En effet, parmi les mécanismes importants qui caractérisent ce genre

d'écoulements, il y a la traînée qui se développe à l'interface entre la particule abrasive et l'eau. Par ailleurs, le problème d'adaptation d'une telle théorie est confronté principalement à quelques aspects dont:

- la structure physique du jet d'eau abrasif et son instabilité dans le temps et dans l'espace: *petites particules abrasives (0.2 à 0.6 mm) dans un jet d'eau (0.8 à 1.8 mm de diamètre) en écoulement à grande vitesse (600 à 900 m/s).*
- la vitesse relative du milieu biphasique eau/particules, donne lieu à deux inconnues dans l'équation différentielle non linéaire du mouvement.

La méconnaissance de ces phénomènes conduit à surestimer les paramètres de travail tels que la pression hydraulique, le débit massique des particules abrasives. Sur le plan industriel, cela présente des conséquences néfastes sur la production en termes de rentabilité (économie d'énergie et de matériaux tels l'abrasif), de rapidité et précision. Pour fixer ses paramètres, le technicien opérateur procède par tâtonnement en faisant, à chaque fois, des essais de coupe et en fonction des résultats qu'il obtient, il essaye ensuite d'ajuster avant d'exécuter son application véritable. Comme on peut le remarquer, ces pratiques sont très lourdes et manquent d'efficacité, elles souffrent d'un manque d'approche scientifique approfondie.

A l'heure actuelle, de nombreuses tentatives visant à modéliser le processus d'accélération du mélange biphasique en question, ont vu le jour, Abudaka [2,3], Drew [23] et Nadeau [68 à 70]. Mais aucune d'entre-elles n'est en mesure de répondre de façon définitive ou même de façon efficace, au problème posé. Parce qu'ils possèdent des points communs avec notre étude, ces travaux sont passés en revue dans la Partie II.

L'importance de la connaissance du mode du processus de mélange et de l'interaction du jet avec le matériau de coupe a conduit à porter notre intérêt, dans ce mémoire, sur l'étude théorique et expérimentale du processus d'accélération des particules abrasives dans le jet d'eau à grande vitesse et l'examen de l'interaction de celui-ci avec le matériau de coupe.

Pour ce faire, nous avons adopté l'approche macroscopique de la mécanique des milieux continus, car elle offre la possibilité de décrire chaque *constituant* comme un milieu continu, occupant la même région de l'espace. Le constituant forme une *phase* et les phases interactives réunies forment un *mélange*, appelé aussi *mixture*.

La démarche théorique que nous avons suivie se distingue par son originalité et sa capacité à formuler, d'une part, le problème d'accélération en adéquation avec les lois de la mécanique des milieux continus appliquée aux écoulements biphasiques solide/liquide [57]. D'autre part, elle puise sa simplicité du caractère macroscopique qui fait que les fluctuations

locales ne soient pas accompagnées d'un effet notable sur le mouvement d'ensemble et les valeurs de vitesse. Car cette dernière est souvent très élevée par rapport aux fluctuations transversales locales.

Par ailleurs, ce qui a motivé notre orientation de recherche réside dans le fait qu'après avoir effectué une étude critique et approfondie de la bibliographie existante sur ce domaine, nous avons compris que le problème posé demeure intimement lié au processus d'accélération, autrement dit, à la vitesse des particules au point d'impact. C'est grâce à l'énergie cinétique des particules abrasives que le matériau est découpé par érosion. En d'autres termes, la quantité de matière érodée dépend principalement de la quantité d'énergie véhiculée par les particules. Ce qui conduit à considérer forcément l'interaction du jet d'eau abrasif avec le matériau de coupe, en ce sens que le processus d'accélération doit être intégré dans un mécanisme de coupe qui est une donnée quantifiable en pratique. En effet, A partir du moment où l'on ne peut pas mesurer directement la vitesse des particules, nous avons introduit et développé une corrélation expérimentale permettant de remonter indirectement à la vitesse sans avoir à la mesurer.

Cette corrélation est basée sur des considérations purement expérimentales; elle exprime le lien entre la quantité pratique de matière érodé et la vitesse des particules qui est sensée être à l'origine de cet érosion. De toute évidence, cette vitesse est déterminée indépendamment du processus d'accélération qui concerne uniquement la partie du jet d'eau abrasif se trouvant dans le tube de focalisation, donc, avant d'être en contact avec le matériau de coupe. Par ailleurs, le fait que la nature de l'énergie qui est responsable de l'érosion ne peut être à l'origine que cinétique, conduit à écrire cette quantité, issue de la corrélation expérimentale, sous la forme d'énergie cinétique. De cette façon, on obtient en fin de compte la vitesse pratique corrélée des particules qui est ensuite comparée à la vitesse théorique estimée à partir de la modélisation du processus d'accélération.

Ce développement complémentaire permet non seulement de valider expérimentalement notre modélisation théorique du processus d'accélération. Mais aussi de contribuer à la résolution du problème de coupe en proposant un modèle intégré estimant la profondeur de coupe ou encore la vitesse d'avance en fonction des paramètres de travail, notamment la vitesse théorique des particules abrasives estimée précédemment par la modélisation du processus d'accélération. Dans cet esprit, nous étions amené à développer trois types d'investigations: - *théoriques*, - *expérimentales* et celles basées sur la - *corrélation*.

Nous tenons à faire remarquer, par ailleurs, que tous les essais expérimentaux sont effectués en grandeur réelle permettant ainsi de tirer des conclusions concrètes et adaptées à la réalité du problème étudié.

Le fil conducteur de notre travail est décrit dans le sens de notre démarche et se cristallise progressivement au fur et à mesure des quatre parties qui composent le mémoire que nous présentons ici.

La première partie (*Partie I*) se décompose en trois chapitres.

-- le premier est consacré à la présentation du but de notre étude et la position du problème étudié par rapport au cadre général des écoulements biphasiques.

-- Dans le deuxième chapitre, nous avons abordé les différents types de jets d'eau abrasifs sous un aspect descriptif et comparatif afin de se rendre compte de la complexité des phénomènes qui les caractérisent.

-- Le troisième chapitre s'inscrit dans la continuité du précédent; il est consacré à la mise en évidence de l'impact de ces phénomènes à travers les expérimentations qui sont faites par d'autres chercheurs. A l'issue de cette première partie, les éléments à étudier sont dégagés progressivement et posent la nécessité de les développer davantage.

La *Partie II*, composée de cinq chapitres, reprend ces éléments dans le détail et étudie de façon approfondie le processus d'accélération du point de vue théorique.

-- Le premier chapitre est consacré aux lois de conservations pour montrer la technique de représentation macroscopique de la mécanique des milieux continus et identifier les termes cinématique, source et de diffusion mécanique constitutifs d'un bilan.

-- Le deuxième chapitre s'intéresse particulièrement aux aspects qui caractérisent les écoulements biphasiques solide/liquide présentés dans le cas simple où le solide est d'abord considéré comme un obstacle immobile et le cas où il est entraîné par le liquide. Les forces qui régissent ce dernier mode d'écoulement sont écrites pour être ensuite utilisées dans les équations de quantité de mouvement des deux phases.

-- Le troisième chapitre est divisé en deux sous-chapitres. Dans le premier, nous avons passé en revue les importants modèles d'accélérations existant dans la littérature et qui présentent des points en commun avec notre travail. Dans le second, nous avons abordé le développement théorique du processus d'accélération tel que nous le concevons. De nombreux modèles sont ainsi trouvés en adéquation avec les hypothèses de l'étude et concernent les actions des forces internes du milieu biphasique.

-- Le quatrième chapitre complète le chapitre précédent en ajoutant de nouveaux modèles d'accélérations tenant compte des actions des forces extérieures. A ce titre, un modèle plus général est écrit; il renferme les actions de toutes les forces que nous avons envisagées dans cette étude.

-- Enfin, le cinquième chapitre constitue la dernière tuile de notre étude théorique; il évoque le cas réel où le mélange est triphasique eau/air/particules et présente la méthode d'adaptation des modèles obtenus précédemment à un tel cas.

Composée de cinq chapitres, la **Partie III** représente l'étape charnière de notre étude. Elle est consacrée aux techniques expérimentales utilisées et à la technique de validation de notre modélisation théorique.

-- Dans le premier chapitre, on présente la lourde installation expérimentale et l'instrumentation matérielle qu'on a mis en place.

-- Le second décrit les différentes campagnes d'essais et les résultats expérimentaux obtenus.

-- Dans le troisième chapitre, nous avons développé la corrélation expérimentale et défini un certain nombre de grandeurs physiques que nous avons identifiées expérimentalement.

-- Le quatrième chapitre est consacré à l'extension de la corrélation établie précédemment. Il traduit l'autre utilité de la corrélation dont découle le modèle intégré de coupe. Les notions et éléments acquis jusqu'ici sont non seulement autant de données théoriques et expérimentales qui permettent de valider notre modélisation théorique. Mais l'aboutissement à un modèle intégré de coupe permet aussi de vérifier directement l'efficacité de notre travail en confrontant les valeurs des profondeurs de saignées mesurées à celles estimés en considérant la vitesse théorique des particules. Ce qui a fait l'objet du dernier chapitre de cette partie.

La **Partie IV** se décompose en trois chapitres, sa particularité est qu'elle traite des aspects purement théoriques ne pouvant pas être vérifiées expérimentalement car relevant des domaines de fonctionnement extrêmes.

-- Le premier chapitre étudie le cas où les forces de traînée interfaciale et de masse virtuelle sont les seules actions sur la particule abrasive. Le mélange étant supposé parfait et sans entraînement d'air.

-- Dans ces mêmes conditions, le deuxième chapitre est consacré à l'étude du cas où les forces de diffusion mécanique et de pesanteur sont prises en compte dans le processus d'accélération.

-- Enfin le troisième chapitre considère seulement le cas de l'action de la traînée mais avec l'air qui forme une troisième phase en plus de l'eau et des particules.

Nous précisons que cette partie comporte un développement théorique tiré de la Partie II. Néanmoins, notre intention est de permettre au lecteur n'ayant pas pris connaissance de l'ensemble du travail fait dans les Parties II et III, d'être en mesure de comprendre sans difficulté les résultats d'investigations théoriques.

Avant de terminer cette introduction, nous estimons que la connaissance des origines du jet d'eau et son principe de base est nécessaire pour "démystifier" la notion de "*l'eau coupante*" qui, pour beaucoup d'entre nous, reste encore inconnue.

Les débuts

L'idée de combiner les abrasifs avec de l'eau pour des fins industrielles vient des Egyptiens de Ramsès. Ils utilisaient de l'eau additionnée de sable pour creuser et nettoyer. Ce n'est rien que cette technique, perfectionnée bien sûr, qui est utilisée de nos jours pour apporter assistance au progrès technologique. En 1968, le Docteur Norman FRANZ, de la société MAC CARTNAY (USA), déposa les premiers brevets de découpe par jet d'eau haute pression à l'instigation des sous-traitants de l'aéronautique qui souhaitaient découper de façon efficace des matériaux composites sans écraser la structure cellulaire.

Le principe du jet d'eau haute pression n'étant pas brevetable, les brevets portaient sur l'utilisation d'additifs à l'eau de découpe, la technologie des pompes haute pression, les buses, etc. A partir de 1970, plusieurs recherches ont été menées de par le monde et de nombreux brevets ont été déposés.



Photo 1: Jet d'eau simple.

Principe de base

Le principe de base du jet d'eau haute pression consiste à projeter à grande vitesse (600 à 900 m/s) un filet d'eau continu de faible diamètre (0.05 à 0.5 mm) sur un matériau à découper. Pour obtenir ce résultat, l'eau doit être portée à une forte pression par un groupe de pompage et passer par une buse qui déterminera le diamètre du jet (figure 1, photos 1 et 2).

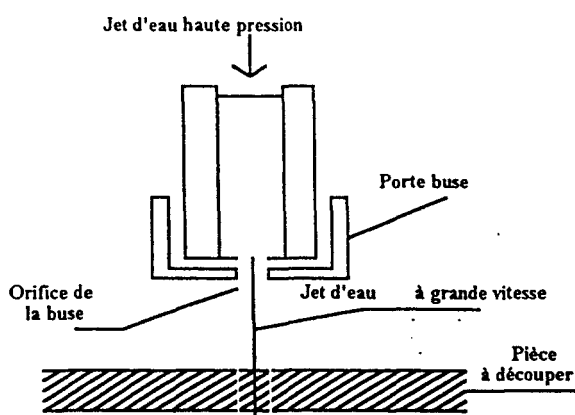


Figure 1: Schéma du Jet d'eau simple.

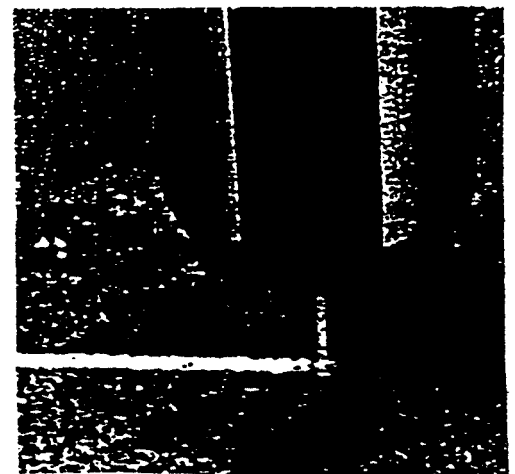


Photo 2: Découpe par Jet d'eau simple.

Les pressions usuelles vont de 200 à 400 MPa et le matériau est perforé à froid par arrachement de particules. La grande vitesse du jet d'eau permet de ne pas mouiller ni écraser le matériau. Les performances de coupe peuvent être améliorées par l'adjonction de produits à l'eau de coupe, tels que les polymères, afin de donner au jet une meilleure cohérence.

PARTIE I

POSITION DU PROBLEME ET JETS D'EAU ABRASIFS

- **Écoulements biphasiques et position du problème**
- **Les différents types de jets d'eau abrasifs**
- **Caractéristiques des jets d'eau abrasifs**

Chapitre 1

Écoulements biphasiques et position du problème

1.1 Objectifs de l'étude

Les objectifs que nous nous sommes fixés dans le présent travail, sont triple.

- En premier lieu, on doit étudier les différents mécanismes qui caractérisent le processus d'accélération dans un jet d'eau abrasif se déplaçant à grande vitesse à l'intérieur d'une conduite supposée cylindrique. Cette étude aboutit à l'écriture d'un certain nombre de modèles théoriques estimant la vitesse de chaque phase (particule/eau) en fonction de la distance pour des conditions données de formation du jet. La multiplicité de ces modèles est due aux différentes combinaisons qui sont faites sur les actions des forces internes et externes du milieu biphasique.

- En second lieu, on doit valider la modélisation du processus d'accélération par une technique originale basée sur des données purement expérimentales. Cette technique de validation consiste en une corrélation expérimentale qui exprime le lien entre des données issues de la modélisation théorique telles que la vitesse des particules, et des données issues de l'expérience telles que le débit massique de matière érodée. Cette corrélation permet de remonter à la vitesse des particules, grandeur que l'on ne peut pas mesurer, à partir du débit de matière érodée qui est mesurable facilement.

- En troisième lieu, on propose un modèle intégré de coupe estimant la profondeur de coupe ou encore la vitesse d'avance en fonction de la vitesse théorique des particules et d'autres paramètres expérimentaux tels que la pression hydraulique, le débit massique d'abrasif, la nature du matériau découpé...

En fait, ce modèle intégré relate l'interaction du jet d'eau abrasif avec le matériau et donne une dimension supplémentaire à notre travail, en ce sens qu'il permet de vérifier la profondeur de coupe estimée en considérant la vitesse théorique avec la profondeur mesurée expérimentalement.

1.2 Introduction aux écoulements biphases

Les écoulements biphases se produisent dans différentes situations aussi bien naturelles que technologiques (par exemple: la poussière dans l'air et les sédiments dans l'eau, les réactifs et catalyseurs chimiques introduits dans une dispersion de fines particules).

Historiquement, les écoulements géophysiques qui englobent les sédiments et les nuages de particules étaient parmi les premiers écoulements biphases observés du point de vue scientifique. Les dangers que présentent ces écoulements sur l'environnement ont poussé les chercheurs à développer les descriptions analytiques qui sont nécessaires pour la mécanique des fluides.

Des travaux anciens effectués sur la forme que prend une couche de particules soumise à des forces dues à l'écoulement du fluide ont conduit à des résultats fondamentaux importants, tels que la stabilité de l'interface entre deux fluides et la compréhension pratique des propriétés macroscopiques des mécanismes de la sédimentation. Ces études ont été, ensuite, menées du point de vue microscopique (Bagnold 1941 [8]) sur la base de la mécanique d'interaction entre les particules et le fluide.

Le développement important de la théorie de la mécanique des milieux continus des écoulements biphases est dû au développement et à l'utilisation, dans les années 1950, des équations des gaz contenant de la poussière (petites particules). Les modèles établis pour ce type de milieux biphases sont rassemblés par Marble (1970).

Les écoulements fluide-fluide sont plus complexes et difficiles à étudier que les écoulements fluide-particule, car la forme et l'aire de l'interface changent beaucoup dans le temps et dans l'espace. Par ailleurs, le développement parallèle de la théorie des mélanges avait peu influencé le progrès des écoulements biphases.

En effet, le concept d'inter-pénétrabilité de milieux est naturel dans les mélanges où la dispersion s'effectue au niveau moléculaire. Le développement de la notion de diffusion par Fick (1855) [27] et les concepts de la thermodynamique dans les mélanges par Duhem (1893) et Prigogine & Mazur (1951) conduisent naturellement à la théorie des mélanges expliquée et analysée dans le détail par Truesdell & Toupin (1960) [88].

Les problèmes liés à la fluidisation des lits dans les procédés chimiques, avaient montré l'urgence de développer la théorie des systèmes particule-fluide (Jackson 1963, Murray 1965a et b, Anderson & Jackson 1967). La complexité de la nature du régime d'écoulement fluidifié est l'une des difficultés majeures, car les concentrations des particules

sont élevées et les phases dispersées sont relativement denses. De plus, des micro mouvements s'effectuent de façon aléatoire et, assez souvent, on désire que des réactions chimiques aient lieu dans l'écoulement.

A partir des années 1960, beaucoup d'ouvrages qui traitent des problèmes des écoulements à plusieurs phases ont fait leur apparition. Ils incluent *Les Écoulements Monodimensionnels des Fluides Biphases* par Wallis (1969) [90].

Une autre approche du problème de la description mécanique des écoulements biphases utilise l'écoulement d'une seule particule (isolée) ou de plusieurs particules interactives avec une approche d'homogénéisation afin d'établir les propriétés de transport. Le premier cas d'écoulement nous intéresse, car il se rapproche beaucoup du problème des jets d'eau abrasifs que nous étudions ici.

1.3 Position du problème étudié

Les écoulements biphases, présentés ici de façon générale, sont de natures différentes. Ils sont soit naturels (sédimentation) ou technologiques (centrifugation). Pour mieux comprendre leurs mécanismes et leurs comportements, les théories développées sont basées essentiellement sur la mécanique des milieux continus. Selon le cas et la spécificité de l'écoulement, les équations analytiques sont établies sur la base de décisions concernant le choix des forces participant à l'énergie totale qui détermine substantiellement le comportement de l'écoulement [23,57].

Dans le cas du jet d'eau abrasif considéré dans cette étude, les seules forces qui interviennent sont celles qui se développent au niveau de l'interface entre la particule et l'eau. Tandis que les forces dues aux contraintes de Reynolds ou celles qui naissent de l'interaction entre les particules sont toutes négligées car la viscosité du fluide (eau) est très faible et la concentration instantanée des particules est pauvre du fait de la grande vitesse avec laquelle elles se déplacent.

Notre problème se situe dans ce contexte, il est formulé de telle sorte que les éléments de réponses qu'il apporte puissent constituer un support de travail, lorsque l'on fait appel à la technologie du jet d'eau comme procédé de découpage. En effet, le problème souvent posé par cette technologie est le non contrôle d'un paramètre déterminant pour la connaissance du mécanisme de coupe, qui est ***la vitesse de la particule abrasive au point d'impact avec le matériau à découper***. La variation temporelle et spatiale de cette grandeur physique

(estimée en valeur moyenne) désigne *l'accélération de la particule*; elle est liée étroitement à une loi de conservation qui découle de la mécanique des écoulements biphases.

La connaissance de la vitesse de la particule est d'une importance vitale, car grâce à l'énergie cinétique que transporte chaque particule abrasive, le matériau est découpé par enlèvement de matière [2,3,39,44, 69]. Dans cette optique, Hashish [39] a développé un modèle de coupe basé sur la théorie d'érosion de Finnie [29] dans lequel il a représenté la profondeur de coupe en fonction de plusieurs paramètres liés à la formation du jet (pression d'eau, débit massique d'abrasif ...) et aux caractéristiques du matériau à découper.

Actuellement, il n'existe pas d'expression mathématique simple qui donne la variation de la vitesse des particules en fonction de la distance au point d'impact. Ce manque est habituellement surmonté par l'estimation de cette vitesse en considérant sa valeur d'équilibre, mais sans aucune analyse mécanique précise du processus d'accélération.

Par ailleurs, les erreurs enregistrées sur l'évaluation de la vitesse affecte considérablement l'efficacité des modèles de coupe établis.

Pour résoudre ce problème, on utilise *l'approche macroscopique phénoménologique*, car elle convient bien pour la description du processus d'accélération que nous étudions ici.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les particularités des écoulements biphases. Ainsi, les différents types de ces écoulements sont abordés succinctement et ce depuis leur première observation du point de vue scientifique. Le progrès technologique a conduit au développement de théories macroscopiques qui ont pour objectif de décrire le comportement et l'évolution de ces milieux dans le temps et dans l'espace.

Ces problèmes font partie du problème plus général de l'entraînement de particules solides par un fluide qui peut être de l'eau, dans le cas qui est étudié, mais aussi de l'air dans le cas des couches volantes et plus généralement encore de l'étude des écoulements biphases fluide/solide.

De ce fait, les jets d'eau abrasifs sont considérés comme étant des milieux appartenant à la famille des écoulements biphases avec leur spécificité propre (vitesse très élevée, particules solides isolées...). En se basant sur cet aspect, les problèmes qu'ils posent peuvent donc être résolus par l'application de la démarche théorique de la mécanique des milieux continus.

Par ailleurs, l'inconnue principale du problème est la vitesse qui est une grandeur physique (estimée en valeur moyenne) caractéristique de chaque phase du milieu biphasique considéré. Pour déterminer complètement cette inconnue, il faut utiliser l'approche macroscopique phénoménologique de la mécanique des milieux continus. Aussi faut-il prendre des décisions judicieuses quant au choix des forces qui participent principalement au mouvement barycentrique et à l'énergie totale du milieu.

Pour mettre en évidence le phénomène d'accélération des particules, la meilleure solution à notre point de vue est de modéliser le problème de l'écoulement biphasique (ce qui fera l'objet de la deuxième partie) puis confirmer les résultats obtenus auparavant par une série d'expérimentations en grandeur réelle (Partie III). En outre, vu que la mesure de la vitesse des particules ne soit pas accessible directement, nous avons développé une corrélation basée sur des considérations purement expérimentales permettant de remonter à la vitesse à partir du débit massique de matière érodée, grandeur mesurable directement.

Cet artifice a permis d'écrire un *modèle intégré de coupe* basé sur le modèle théorique d'accélération et la corrélation expérimentale. Ce modèle intégré estime la profondeur de coupe ou la vitesse d'avance en fonction des paramètres liés à la formation du jet d'eau abrasif et à la nature du matériau à couper. Ce qui confère à notre travail l'aspect à la fois théorique et pratique dont l'application peut être portée à l'échelle industrielle dans le domaine de la découpe par jet d'eau abrasif à grande vitesse.

Avant d'exposer la résolution théorique du problème d'accélération des particules, il nous a semblé nécessaire de commencer par l'exposé du principe des bilans, la caractérisation des efforts mécaniques qui se développent dans un écoulement à deux phases (solide et liquide) et, enfin, le passage en revue des différents modèles développés décrivant la vitesse des particules. En fait ces modèles nous intéressent car ils présentent des points communs avec la démarche suivie dans cette étude.

Pour aider le lecteur à se faire une idée sur les jets d'eau abrasifs et à comprendre comment les éléments étudiés sont dégagés, on se propose d'en présenter les différents types et leurs caractéristiques, dans les chapitres suivants. Néanmoins, ces chapitres sont rédigés de façon à donner plus d'informations sur les jets d'eau abrasifs afin de montrer la complexité des phénomènes qui les caractérisent et l'importance de connaître la vitesse des particules.

Chapitre 2

Les différents types de jets d'eau abrasifs

2.1 Introduction

Il existe deux types de jets d'eau abrasifs qui se différencient par la manière dont les particules abrasives sont associées physiquement à l'eau; selon qu'elles soient pompées directement en suspension ou entraînées dans le jet d'eau par effet venturi vers la chambre de mélange.

Dans le système de pompage direct, les particules abrasives sont accélérées dans une longue conduite flexible qui les acheminent vers la buse. Ce système a été développé au BHRG (G.B) [26] à l'échelle de prototype au laboratoire de mécanique des fluides et baptisé DIAJET pour "Direct Injection Abrasive Jetting". Cependant, le système d'entraînement a été conçu de sorte que les particules abrasives soient ajoutées au jet d'eau qui les accélère dans le tube de focalisation. Ce type d'installation est mis au point par la société américaine "Flow Systems".

Dans ce qui suit, on présente, dans le détail, les particularités et les points forts de chacun des deux systèmes. La connaissance de leur mode de fonctionnement permet de spécifier les conditions optimales de travail concernant la découpe d'une pièce à une profondeur donnée.

2.2 Système d'entraînement AWJ

Le schéma de principe d'une installation jet d'eau abrasif (Abrasive Water Jet), utilisant le système AWJ d'entraînement de particules, est montré sur la figure 2.1. Ce système est constitué principalement d'un dispositif d'amplification de pression, d'une tête de coupe et d'un système d'alimentation en abrasif.

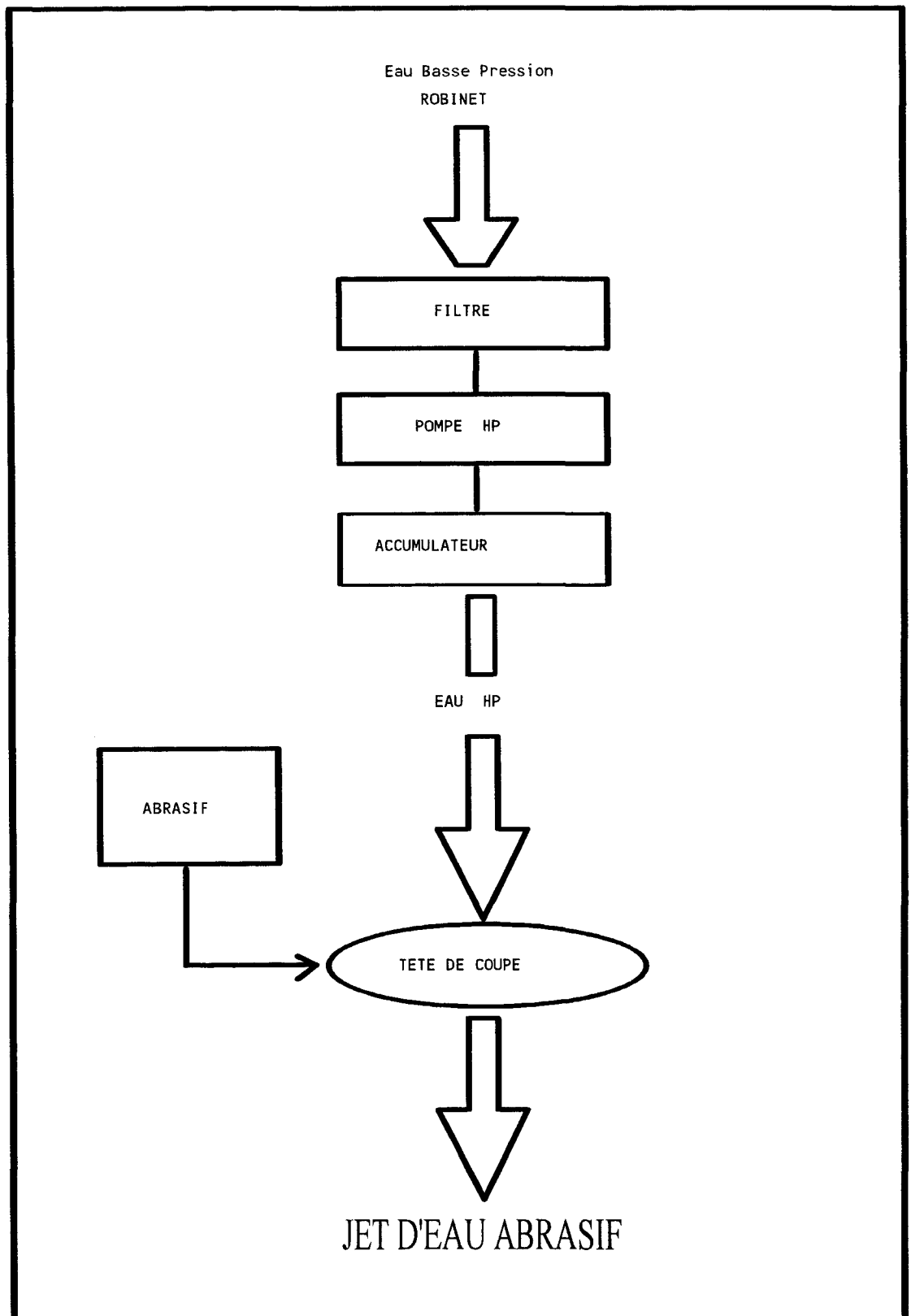


Figure 2.1: Schématisation de la formation du jet d'eau abrasif utilisant le système d'entraînement AWJ.

2.2.1 Dispositif d'amplification de pression

L'eau passe par un amplificateur de pression constitué d'une pompe monocylindre double effet, d'un rapport de surface de 20:1 à 40:1. Chaque face du piston reçoit alternativement de l'huile à moyenne pression (5 à 20 MPa). Ce piston actionne un autre piston plongeant dans un cylindre haute pression (figure 2.2).

Le principe de multiplication de pression est tel que:

$$P_1 S_1 = P_2 S_2$$

où P_1 et P_2 sont les pressions dans les cylindres moyenne et haute pression, S_1 et S_2 sont les surfaces du piston dans les compartiments moyenne et haute pression.

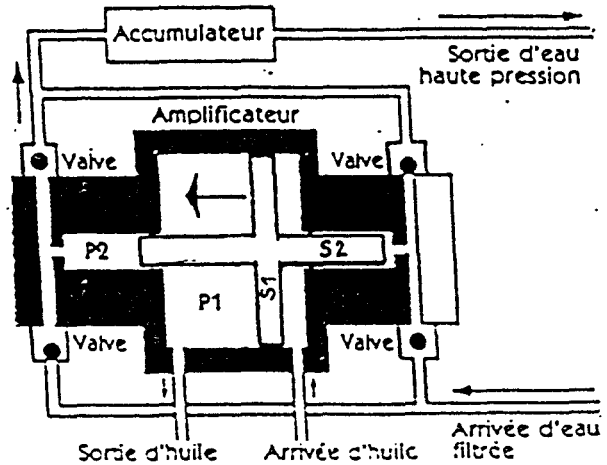


Figure 2.2 : Amplificateur de pression.

Au refoulement de la pompe haute pression, sont installés divers accessoires: Filtre à cartouche, accumulateur tampon de régularisation de débit (à 400 MPa, l'eau est compressible à 12 %).

2.2.2 Description de la tête de coupe

La tête de coupe est un élément très important dans l'installation AWJ. Elle comprend une buse, une chambre de mélange dans laquelle les particules sont associées au jet et un tube de focalisation qui permet d'accélérer les particules (figure 2.3).

Le jet d'eau haute pression, passe par une buse comportant un ajutage de 0.075 à 0.5 mm qui lui confère une vitesse pouvant atteindre trois fois la vitesse du son (figure 2.4).

Les métaux étant inutilisables du fait de l'oxydation, ces buses sont fabriquées en saphir synthétique ou en corindon. La buse est conçue pour une découpe au jet d'eau pure (éventuellement chargée de polymères) ou également pour une découpe au jet d'eau abrasif. Dans ce dernier cas l'abrasif est injecté dans une chambre de mélange qui se trouve en aval de la buse.

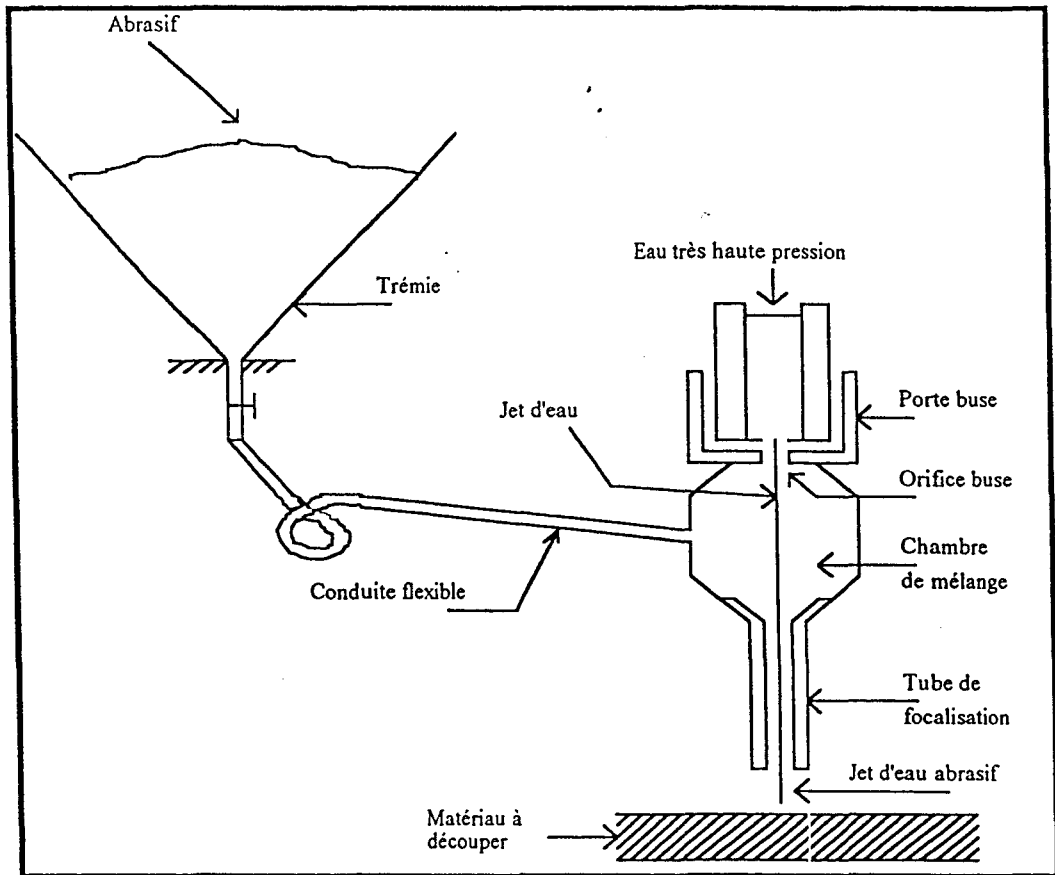


Figure 2.3: Schéma et position d'une tête de coupe d'un jet d'eau abrasif.

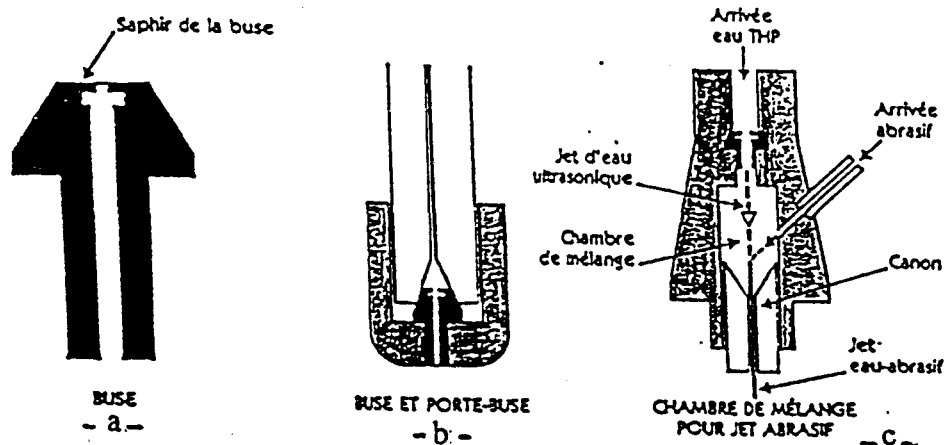


Figure 2.4: Détail de la buse et sa position dans la tête de coupe.

Remarque:

Les durées de vie des buses sont de l'ordre de 50 à 300 heures de fonctionnement pour une buse en saphir.

L'incorporation de la chambre de mélange dans la tête de coupe est essentielle pour produire l'effet Venturi par lequel les particules sont aspirées. On trouve dans la littérature plusieurs types de chambres de mélanges dont la plus répandue est schématisée sur la figure (2.3). Les chambres de mélanges de forme conique sont préférées à celles de forme carrée car ces dernières engendrent un mélange pauvre et causent souvent des blocages [3].

Le tube de focalisation, appelé aussi "canon", sert principalement à focaliser le jet et accélérer les particules abrasives qui ne sont pas bien mélangées avec le jet et qui se trouvent accrochées à sa périphérie. Les expériences montrent que la vitesse des particules à l'intérieur du tube de mélange augmente avec la longueur de celui-ci.

Il existe une longueur optimale du tube à partir de laquelle la vitesse des particules n'augmente plus. Abudaka et Crofton [3] ont remarqué que les particules atteignent des vitesses maximales pour des tubes de mélanges de longueur *30 mm*.

Les mêmes auteurs ont observé que les gros diamètres réduisent la focalisation du jet, ce qui entraîne des découpes larges et peu profondes. Selon Nadeau [68], des problèmes d'érosion du tube de mélange sont rencontrés habituellement et l'efficacité de découpe est très sensible. En fait, c'est la partie basse du tube de focalisation qui est la plus exposée à l'érosion [3]. Les tubes en tungstène ont une durée de vie comprise entre *5 et 8 heures* de travail [68].

2.2.3 Alimentation en abrasif

L'abrasif à l'état sec est stocké dans une trémie à fond conique reliée à la chambre de mélange par une conduite flexible (figure 2.3). Les particules abrasives sont aspirées vers la chambre de mélange par effet Venturi. Un orifice se trouvant au bas de la trémie permet le réglage du débit massique d'abrasif.

2.3 Système de pompage direct ASJ

Intuitivement, une méthode efficace pour former un fluide hydro-abrasif consiste à pomper à travers la buse une boue prémixée pour obtenir une suspension abrasive appelée ASJ (Abrasive Slurry Jet). Pour pomper cette suspension dans le tube de focalisation, on utilise deux méthodes:

Méthode par lot

Comme le montre la figure 2.5, un lot de suspension abrasive, convenablement choisi pour des opérations de découpe à haute pression, est stocké dans un réservoir de pression. Cette suspension est ensuite pressurisée en pompant de l'eau à haute pression dans le réservoir, un séparateur doit être utilisé pour empêcher le mélange éventuel de l'eau avec le coulis (suspension).

Hashish [40] rapporte que Hollinger et al. (1989) avaient utilisé le même système que celui de la figure (2.5). Des essais, à des pressions supérieures à 103 MPa , ont montré la capacité de l'ASJ à effectuer des saignées minces et couper des pièces de faible épaisseur avec succès.

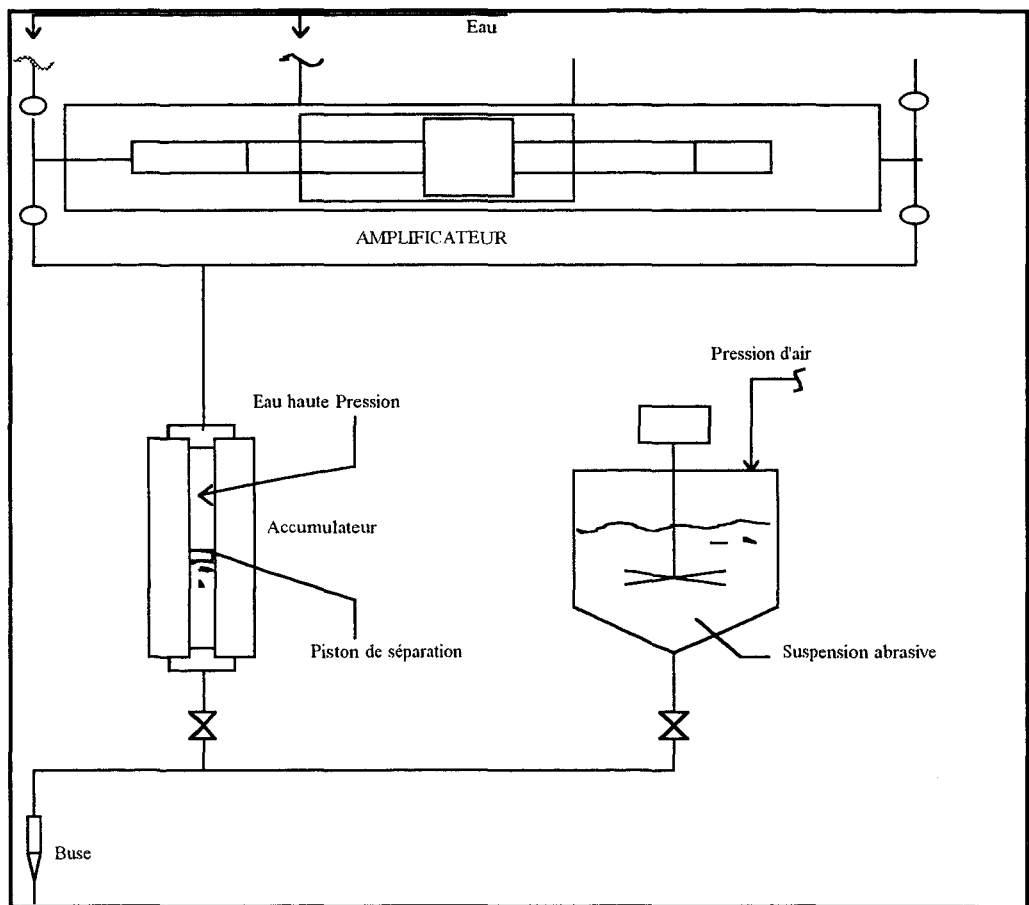


Figure 2.5: Schéma de principe du pompage par lots.

Méthode de pompage continu

Dans cette méthode, la suspension abrasive prémixée est directement pompée de façon continue vers la buse, sous des pressions élevées pouvant atteindre 350 MPa . La figure 2.6 montre la schéma de principe de ce type de système. La pompe contenant la suspension utilise des pistons libres comme séparateurs entre l'eau propre et la suspension.

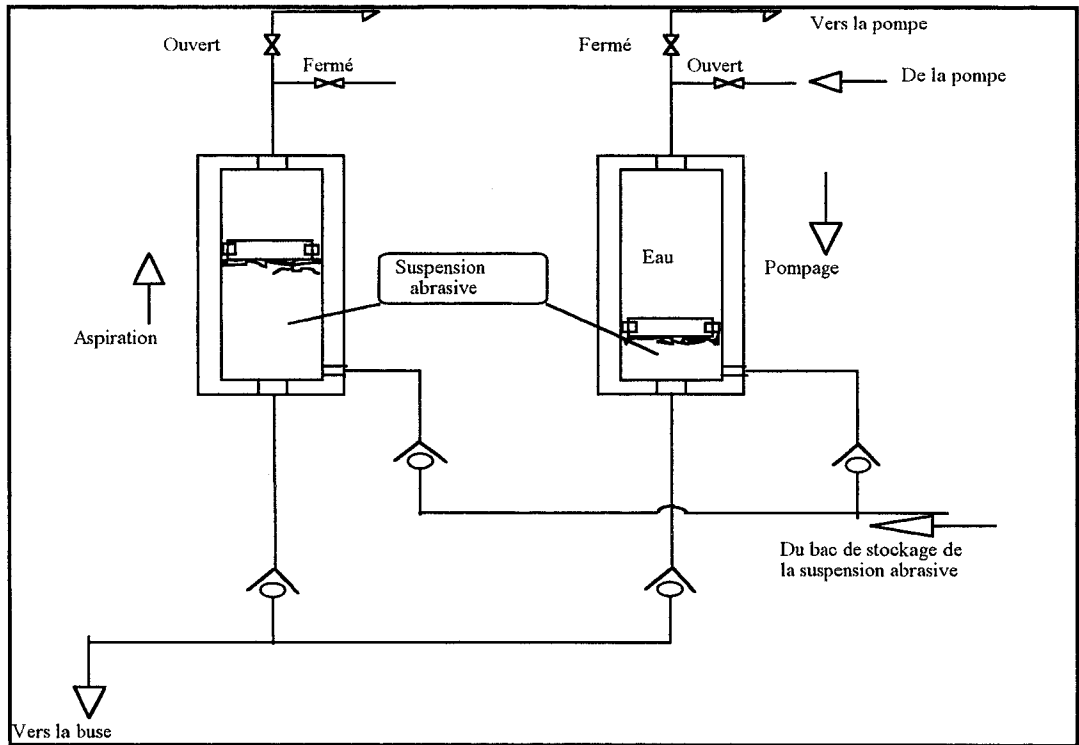


Figure 2.6: Schéma de principe du pompage continu.

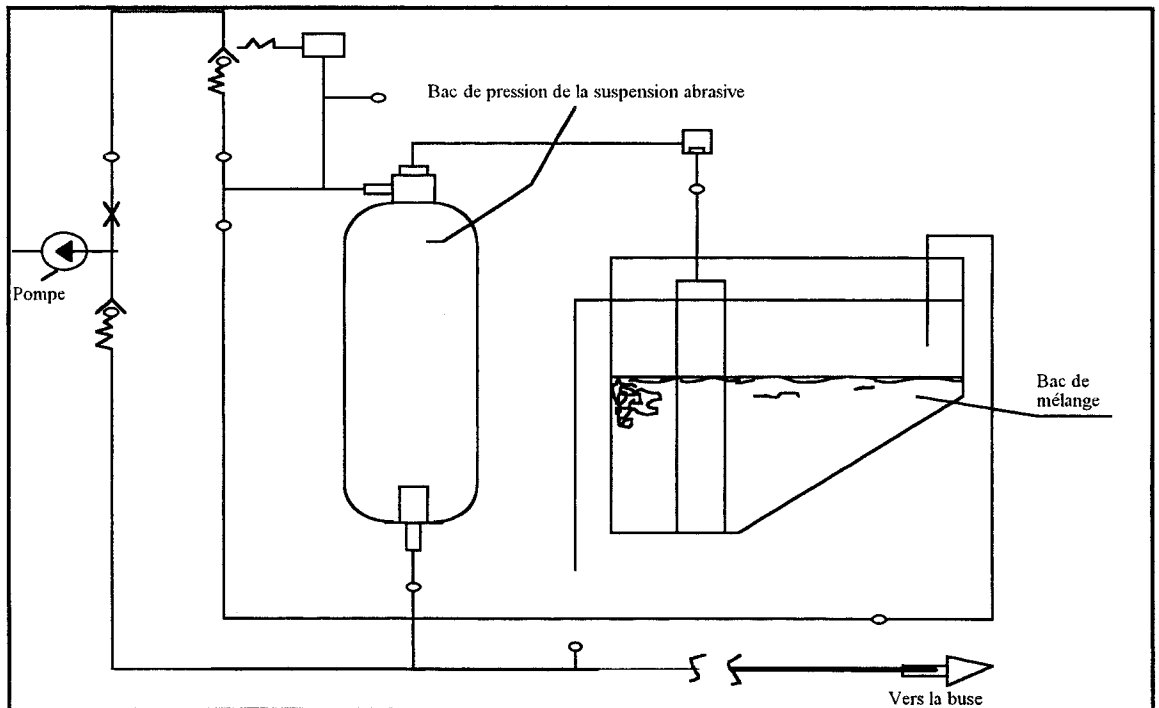


Figure 2.7: Schéma de principe du pompage par lots tel qu'il est conçu par Fairhurst et al., 1986 [26].

Un inconvénient du système ASJ utilisant la méthode par lot est que la durée du jet est très petite surtout à des pressions élevées (100 MPa) et, aussi, que les réservoirs utilisés à ces pressions sont massifs, lourds et très chers rendant ainsi ces systèmes impraticables.

Pour augmenter la durée du jet, il suffit d'utiliser une partie de l'eau pour fluidifier les particules abrasives dans le réservoir et ensuite les entraîner avec le reste de l'eau comprimée en aval du tube de focalisation (figure 2.7) [26].

Dans le système de pompage direct, la technique convient pour le pompage de boues abrasives mais demande le développement de valves hautes pressions. Le coût de l'installation devient très élevé à cause de l'érosion des conduites.

Malgré les problèmes posés par l'appareillage très haute pression, les avantages des systèmes ASJ sont nombreux parmi lesquels on cite [40]:

- 1- plus d'énergie transférée aux particules,
- 2- taille des jets réduite, densités d'énergies élevées et grands débits de matières enlevées pour des petites pressions de l'eau,
- 3- les petites buses conviennent,
- 4- le débit d'abrasif n'est pas limité par les caractéristiques de la pompe.

2.4 Comparaison entre les systèmes AWJ et ASJ

Les investigations expérimentales effectuées par Hashish [40] permettent de voir la différence entre les deux systèmes de jet cités plus haut. Le tableau (2.1) présente les données et résultats concernant la découpe d'une plaque en acier doux de $12,5 \text{ mm}$ d'épaisseur en utilisant le système d'entraînement AWJ.

Dans le tableau 2.2, sont représentés les résultats expérimentaux effectués par Fairhurst et al. (1986) [26] cités par Hashish [40] en utilisant le système de pompage direct. Ces derniers résultats sont obtenus avec des pressions relativement faibles (jusqu'à 69 MPa) mais avec des débits massiques d'abrasif relativement élevés (jusqu'à 103 g/s).

En comparant ces résultats avec ceux du tableau 2.1, Hashish a remarqué que la plaque d'acier considérée peut être coupée soit à 10 MPa avec le système ASJ, ou à 245 MPa , avec le système AWJ. Cependant, avec ASJ à 10 MPa , 75 g/s d'abrasif sont nécessaires pour couper à une vitesse d'avance de 1.5 mm/s . Par contre, avec AWJ à 345 MPa , seulement 3.7 g/s d'abrasif suffisent pour couper à une vitesse d'avance de 7.1 mm/s .

La figure 2.8 montre que l'efficacité de transfert d'énergie, de l'eau vers les particules abrasives, pour l'ASJ, est supérieur à celui obtenu pour l'AWJ. Autrement dit, les particules sont plus accélérées en ASJ qu'en AWJ (figure 2.9).

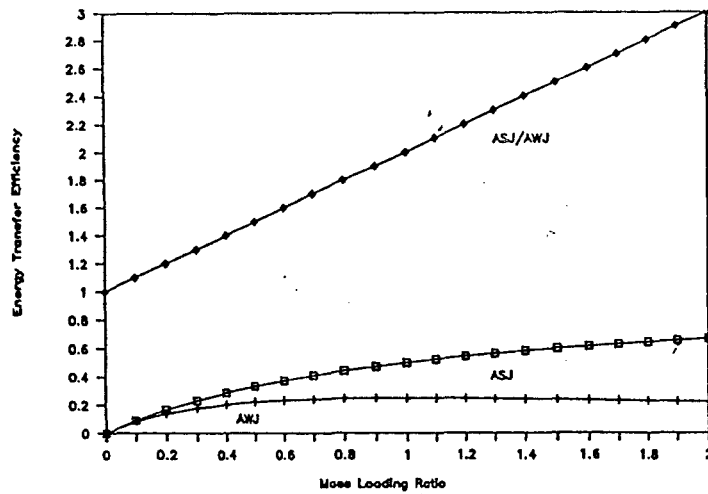


Figure 2.8: Efficacité de transfert d'énergie, selon Hashish [40].

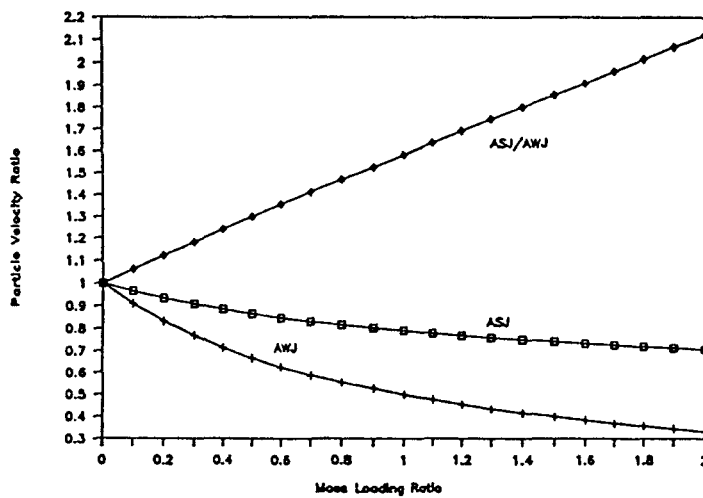


Figure 2.9: Vitesse théorique des particules, selon Hashish [40].

d_m mm	p MPa	d_n mm	m_a g/s	u mm/s	power kW	qw l/m	E mm ² /g	r	η_e	ed W/mm ²	Index mm ² /kW.g
0.787	241	0.229	3.75	1.8	12.4	1.44	4.71	0.19	8.58%	1213	0.484
0.787	310	0.229	3.75	2.8	18.0	1.63	7.40	0.17	7.86%	1621	0.522
0.787	365	0.229	3.75	3.0	23.0	1.77	7.85	0.15	7.41%	1953	0.433
0.787	414	0.229	3.75	3.3	27.7	1.88	8.63	0.15	7.08%	2246	0.395
0.787	483	0.229	3.75	4.2	35.0	2.03	11.10	0.13	6.68%	2671	0.403
0.787	531	0.229	3.75	4.2	40.3	2.13	11.10	0.13	6.44%	2970	0.350
0.787	241	0.330	3.75	2.7	25.8	3.00	7.06	0.09	4.89%	1443	0.348
0.787	310	0.330	3.75	3.3	37.6	3.40	8.63	0.08	4.40%	1893	0.292
0.787	365	0.330	3.75	4.1	48.1	3.69	10.77	0.07	4.10%	2256	0.285
0.787	414	0.330	3.75	4.6	57.9	3.93	12.11	0.07	3.89%	2575	0.266
0.787	483	0.330	3.75	4.9	72.9	4.24	12.90	0.06	3.64%	3033	0.225
0.483	414	0.178	1.13	1.7	16.8	1.14	9.16	0.07	4.01%	2047	1.132
0.483	483	0.178	1.13	1.7	21.1	1.23	9.16	0.07	3.75%	2412	0.898
0.483	538	0.178	1.13	2.3	24.9	1.30	12.60	0.06	3.57%	2706	1.050
0.787	241	0.330	11.25	3.4	25.8	3.00	2.99	0.27	10.78%	3180	0.147
0.787	310	0.330	11.25	4.2	37.6	3.40	3.74	0.24	10.01%	4304	0.128
0.787	358	0.330	11.25	5.5	46.7	3.66	4.86	0.22	9.57%	5111	0.132
1.194	241	0.457	11.25	4.2	49.4	5.75	5.67	0.14	6.98%	1718	0.096
1.194	310	0.457	11.25	6.1	72.1	6.52	8.10	0.13	6.34%	2275	0.094
1.194	338	0.457	11.25	7.0	81.9	6.81	9.35	0.12	6.14%	2501	0.096

Abrasive = garnet sand, mesh 100

Tableau 2.1: Résultats de coupe d'une plaque (12.5 mm) par le système AWJ, selon [26].

d_m mm	p MPa	d_n mm	m_a g/s	u mm/s	power kW	q_w l/m	E mm ³ /g	r	η_e	ed W/mm ²	Index mm ² /kW.g
Mild steel (12.5 mm thick)											
2.794	35	2.794	65.00	7.8	105.7	82.82	1.63	0.15	11.44%	1098	0.006
1.803	69	1.803	65.00	12.7	117.5	47.85	1.75	0.25	18.12%	4641	0.008
0.762	69	0.762	12.38	2.5	21.0	8.54	1.97	0.11	8.61%	2206	0.123
2.769	31	2.769	65.00	5.1	83.6	75.65	1.08	0.16	12.37%	957	0.005
2.794	10	2.794	75.00	1.5	16.4	44.48	0.70	0.12	9.87%	147	0.015
2.794	34	2.794	75.00	5.1	99.7	81.21	2.39	0.07	5.69%	515	0.009
0.508	172	0.508	11.25	5.1	36.8	6.00	2.89	0.14	10.84%	10975	0.155
Aluminum (1.8 mm thick)											
2.794	10	2.794	99.00	1.3	16.4	44.48	5.43	0.16	12.59%	187	0.119

Abrasive = copper slag

Tableau 2.2: Résultats de coupe d'une plaque (12.5 mm) par le système ASJ, selon [26].

2.5 Conclusion

Les différents types de jet utilisant l'abrasif comme agent principal de coupe sont évoqués. Le premier étant le système d'entraînement de particules par aspiration de ces dernières par la dépression que crée le jet d'eau très haute pression à l'intérieur de la chambre de mélange (effet Venturi).

En fait, ce mode d'alimentation en abrasif conduit à l'entraînement d'air dans la mixture eau+abrasif et, en conséquence, le mélange devient ainsi constitué de trois phases: eau+abrasif+air. On montrera plus loin (partie III) l'influence de l'air sur le processus d'accélération des particules abrasives. Dans ce type de jets, les pressions de l'eau peuvent atteindre 400 MPa sans causer de dégâts dans les conduites hydrauliques.

Le seul élément susceptible d'être l'objet d'érosion par friction en paroi est le tube de focalisation qui est une pièce de rechange courante et peu coûteuse. Mais les particules abrasives ne sont pas suffisamment accélérées par le jet à leur arrivée sur la pièce à découper, car la façon dont elles sont mélangées à l'eau ne favorise pas leur pénétration au coeur du jet.

Le deuxième type de jet utilise le pompage d'une suspension abrasive; il existe en deux variétés ASJ: les systèmes de pompage discontinu et continu. Chacun utilise le même principe de fonctionnement concernant la pressurisation de la suspension abrasive, mais le premier comprime l'eau par quantités et l'autre le fait de façon continue.

En utilisant de petites pressions d'eau, les systèmes ASJ sont très performants parce que les particules abrasives sont parfaitement mélangées avec l'eau et acquièrent une grande vitesse à leur sortie de la buse. Mais lorsque le débit d'abrasif est grand, les conduites hydrauliques

ne résistent pas longtemps. Cependant; le système d'entraînement AWJ atteint ce degré d'efficacité élevée en utilisant de très hautes pressions (300 à 400 MPa), mais avec une meilleure longévité des composants hydrauliques à l'exception du tube de focalisation qui doit être remplacé une fois toutes les 6 heures de travail en moyenne (cas du tube en carbure de tungstène).

De ce qui précède, on conclut que les installations utilisant le système d'entraînement AWJ sont plus répandues car leur principe est très simple et la durée de vie de leurs composants est très grande. Tandis que les systèmes de pompage direct ASJ en sont au stade de prototypes ou de petites installations destinées à des applications particulières ne nécessitant pas des pressions élevées, notamment des expériences de laboratoire.

Mais l'utilisation des systèmes d'entraînement AWJ est confrontée au problème de manque d'efficacité et de rendement dus en partie à la petite course effectuée par les particules depuis la chambre de mélange jusqu'à la pièce à usiner (environ 6 cm en moyenne), et aussi à l'entraînement de l'air dans le mélange biphasique (eau+particules).

L'installation de jet d'eau qui est disponible dans le laboratoire est celle qui utilise le système d'entraînement AWJ. Par conséquent, le développement théorique est conduit de telle sorte que les résultats obtenus puissent être validés expérimentalement à l'aide de cette installation.

L'étape suivante portera sur la caractérisation de l'effet mécanique du jet d'eau abrasif à travers l'influence d'un certain nombre de paramètres sur les évolutions du mélange biphasique eau/particules et du mécanisme de coupe.

Chapitre 3

Caractéristiques des jets d'eau abrasifs

3.1 Introduction

Les jets d'eau abrasifs sont utilisés pour répondre à un souci industriel de découpe de matériaux durs sans modification de leur structure interne. Le mécanisme de coupe dépend principalement de la structure physique du jet d'eau abrasif et des propriétés mécaniques du matériau à découper. Le contrôle qualitatif et quantitatif de la coupe est donc tributaire de la connaissance de ces deux critères. Le jet d'eau abrasif est caractérisé par son mode de formation et la distribution des particules abrasives dans le corps de jet.

3.2 Formation et contrôle du jet

La formation physique du jet d'eau abrasif est schématisée dans la figure 2.1 de cette partie. Elle est assujettie à la fixation d'un certain nombre de paramètres à savoir:

- pression du jet d'eau
- diamètre de la buse
- *vitesse* des particules abrasives
- débit massique d'abrasif
- taille de la particule abrasive
- géométrie de la particule abrasive
- matériau de la particule abrasive.

qui permettent le contrôle des caractéristiques du jet telles que la vitesse, le diamètre...

3.3 Distribution des particules dans le jet

Les hypothèses sur la distribution des particules abrasives dans le jet d'eau sont contradictoires (ceci est sans doute dû à des conditions expérimentales différentes comme par exemple la forme de la chambre de mélange et la concentration plus ou moins grande des particules).

En effet, Hashish [45] a observé que les particules sont concentrées dans la partie centrale du jet. Par ailleurs, Abudaka [2,3] affirme que les particules sont plus nombreuses à la périphérie qu'au centre du jet, et que des particules tombent librement du tube de focalisation.

D'autre part, Geskin et Chen [34] ont observé que la diffusion turbulente du jet fait que la distribution des particules abrasives change de façon aléatoire le long du processus de mélange. Afin d'examiner le mode de distribution des particules dans le jet, ces auteurs ont effectué les expériences suivantes:

Cinématographie à grande vitesse

Cette expérience consiste à filmer le jet avec une grande fréquence de prise de photos et pour plusieurs conditions de formation du jet. L'examen de chaque film ainsi réalisé montre que l'écoulement est constitué d'un jet enveloppé dans un brouillard de gouttelettes et de particules abrasives. Cependant, le jet est sujet à de violentes oscillations horizontales et verticales qui ont pour effet de détruire sa continuité.

Dans la majorité des cas, Geskin et Chen [34] ont constaté que les particules sont distribuées au hasard dans le jet; il n'existe donc pas de régions préférentielles pour la concentration des particules.

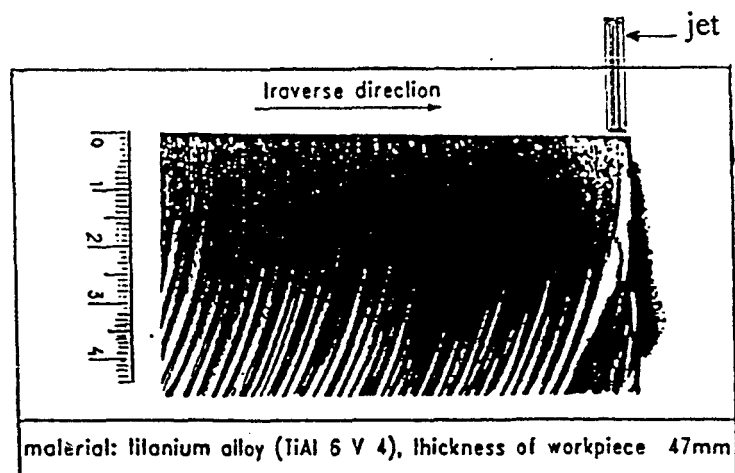


Figure 3.1: Mode de distribution des fossettes dans la surface de coupe, selon [34].

Examen de la topographie de la zone érodée

Les photos prises sur les surfaces érodées montrent que des fossettes (ou stries) se forment et que leur distribution est aléatoire tandis que leur fréquence moyenne est constante (figure 3.1). Ce changement régulier est, selon les auteurs, imputé à la distribution des particules dans le jet.

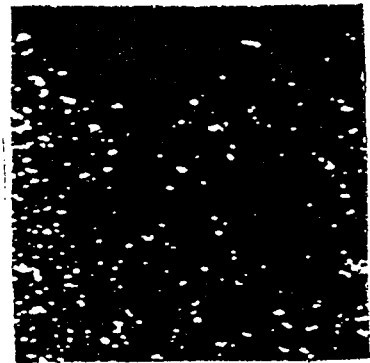
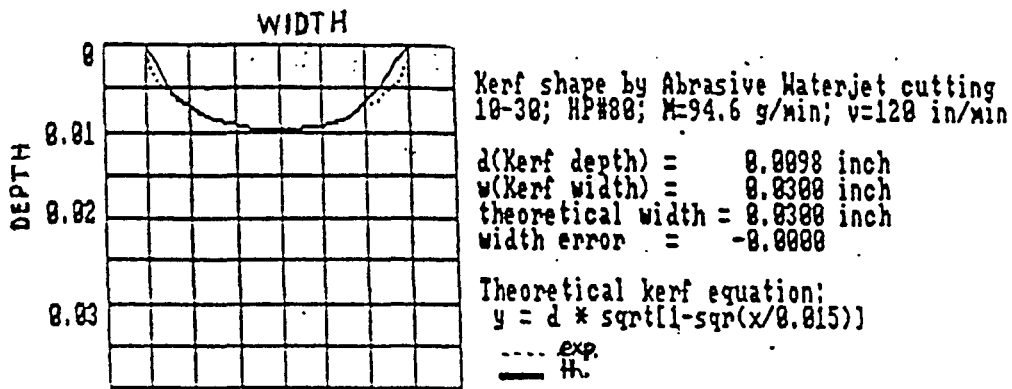


Figure 3.2: Comparaison entre les profils théorique (points) et expérimental. A noter qu'il y a une bonne similitude entre ces deux profils dans la partie centrale de la saignée. Quant aux extrémités, une légère différence apparaît, selon [34].

Examen de la géométrie de la saignée

La figure 3.2 montre les formes géométriques expérimentales et théoriques d'une saignée réalisée pour un jet donné. La différence entre les valeurs théoriques et expérimentales peut s'interpréter par le fait que les particules abrasives sont uniformément réparties dans la partie centrale du jet [34].

Examen de la distribution des particules par séparation du jet

Le principe de cette méthode consiste à faire passer le jet d'eau abrasif à travers un orifice de diamètre variable et perforé dans une plaque métallique [34]. La résistance à l'écoulement est définie par le pourcentage en poids des particules abrasives qui traversent l'orifice. Ces dernières sont collectées dans un dispositif de récupération (figure 3.3).

Pour avoir une idée sur la distribution des particules dans le jet, Geskin et Chen [34] avaient effectué plusieurs essais en faisant varier à chaque fois le diamètre de l'orifice et, pour chaque

valeur de ce dernier, on estimait la résistance à l'écoulement. Les résultats obtenus confirment la thèse selon laquelle les particules sont très nombreuses à la périphérie du jet. On notera que le matériau de l'orifice est en diamant.

3.4 Découpe par érosion

La découpe par érosion est le résultat des impacts successifs de particules abrasives, qui se déplacent à grande vitesse, sur le matériau de la pièce à découper. Toutes les pièces, notamment métalliques, sont découpées selon les mêmes mécanismes et les paramètres de coupe dont ils dépendent principalement sont:

- vitesse d'avance
- distance de tir, angle d'attaque
- nombre de passes, matériau de la pièce à découper.

Un réglage judicieux de ces paramètres permet une découpe nette et à la profondeur désirée. Or les lois qui permettent de fixer les valeurs qu'il faudra donner à ces paramètres afin d'obtenir ce résultats, sont encore mal connues. Nous proposons dans la partie III quelques éléments de réponses à ces questions.

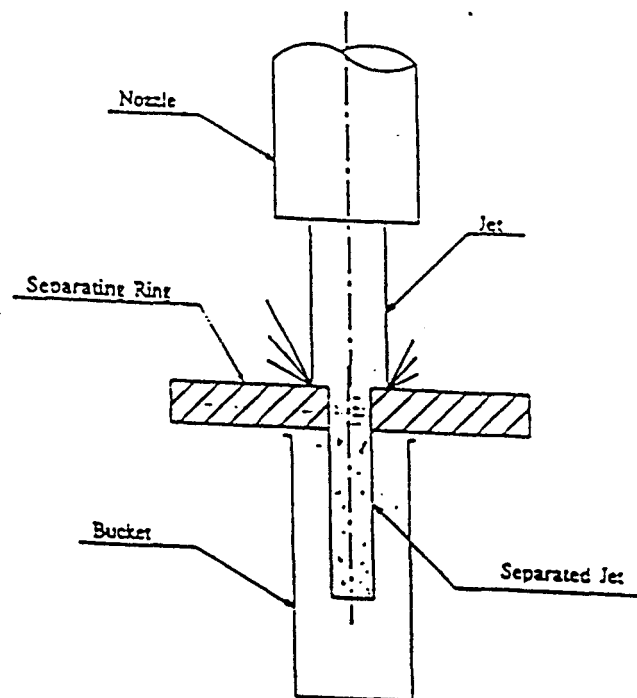


Figure 3.3: Schématisation de la séparation du jet et du collecteur de particules, selon [34].

3.4.1 Mécanismes de coupe

La découpe de matériaux par jet d'eau abrasif est une opération très complexe qui a fait l'objet de plusieurs études, Bitter [11,12], Finnie [28 à 31] et Hashish [38 à 48]. La plus importante est celle menée par Hashish; elle consiste en une modélisation de l'érosion du matériau attaqué par les particules abrasives. En fait, l'étude bibliographique fait ressortir la visualisation de deux mécanismes de coupe: découpe par érosion et déformation. Le plus important est le mécanisme de coupe qui est suffisamment développé par Hashish [42].

3.4.2 Modèle d'érosion

En s'inspirant de la théorie d'érosion de Finnie et Bitter, Hashish [42] a analysé le mécanisme de coupe d'une pièce à structure interne homogène. La modélisation portait sur l'étude de l'impact d'une particule sur la pièce à découper dans le but de prédire la profondeur de coupe pour des matériaux ductiles.

C'est un modèle simplifié qui, selon Nadeau & Stubley [69], donne des estimations raisonnables en fonction des paramètres de coupe. A partir des résultats obtenus en utilisant cette démarche, Hashish a généralisé le phénomène pour expliquer le cas de plusieurs impacts successifs. Pour tous les matériaux découpés, les observations expérimentales faites sur la surface de coupe montrent l'existence des zones suivantes (figure 3.4).

- **Zone 1:** découpe par érosion par impacts des particules à faibles angles d'attaque.
- **zone 2:** découpe par érosion à des angles d'attaque élevés (déformation).
- **zone 3:** découpe accompagnée de l'apparition d'ondulations importantes sur la surface de coupe.

Le modèle théorique de Hashish [42] donne des résultats qui ne s'éloignent pas beaucoup des observations expérimentales. Il constitue un outil mathématique qui permet de prédire l'influence des paramètres de travail sur le mécanisme de coupe ou simplement de le contrôler.

3.4.3 Contrôle du mécanisme de coupe

Quel est l'effet mécanique du jet d'eau abrasif sur le matériau à découper lorsque l'on fait varier quelques conditions liées à sa formation, et les paramètres de coupe ? Telle est la question fondamentale qui est posée par le praticien ou utilisateur de la technologie de découpe au jet d'eau abrasif.

Nous savons que ces conditions concernent des paramètres sur lesquels l'opérateur peut agir pour obtenir un jet convenablement admis pour une application donnée. En ce qui nous concerne, nous nous intéresserons seulement aux paramètres qui sont liés à la formation du jet. Ces paramètres influencent non seulement la physionomie du jet mais aussi jouent un rôle déterminant dans le contrôle de la découpe.

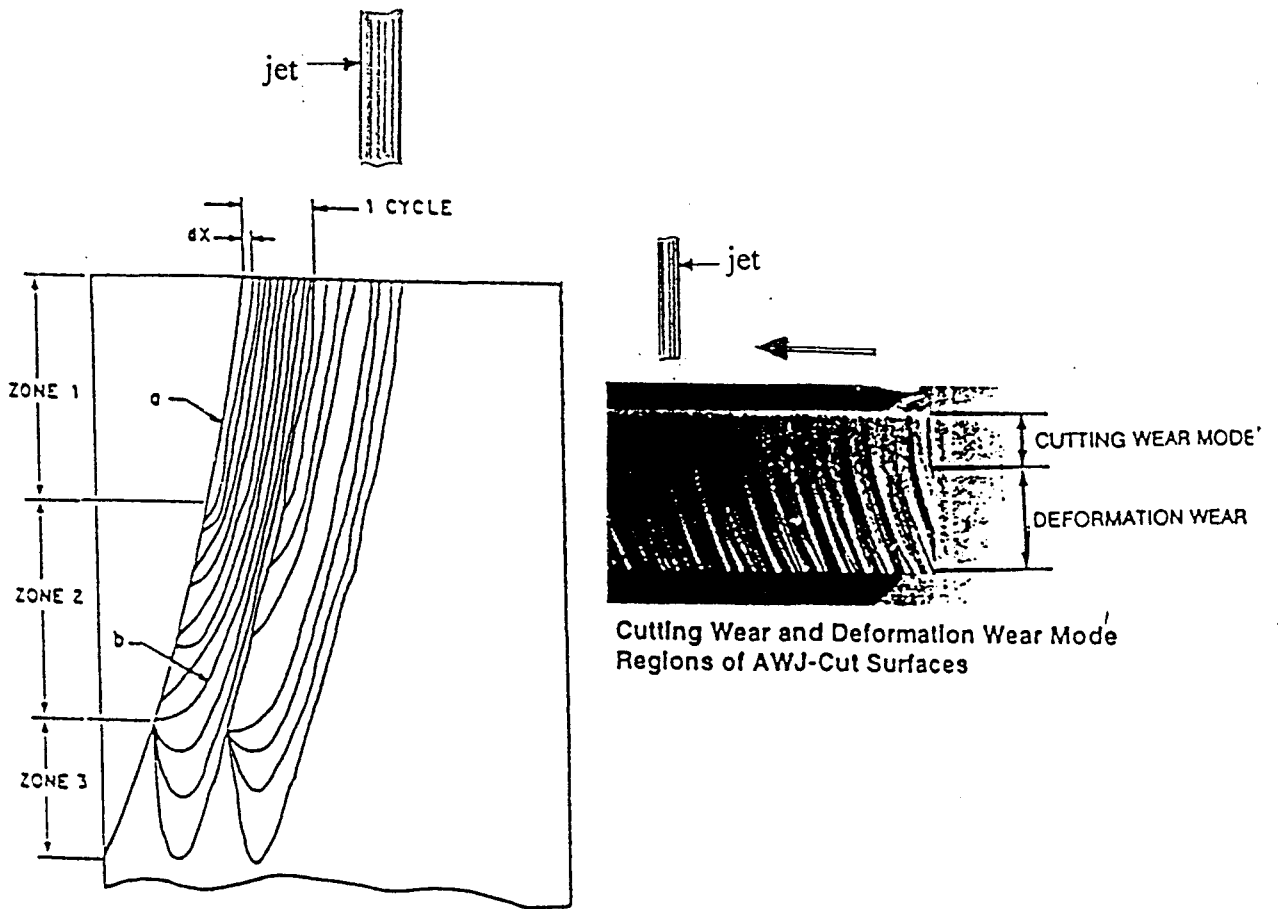


Figure 3.4: Les différentes zones de pénétration du jet et modes de coupe.

Influence de la pression hydraulique

Selon les résultats trouvés dans la littérature [39,42,44,69], la dépendance entre la pression hydraulique et la profondeur de coupe est approximativement linéaire pour différents types d'abrasifs, matériaux découpés et principalement pour différents débits massiques d'abrasifs et diamètres de la buse (figure 3.5). En outre, Hashish [39,42] a observé l'existence d'un seuil critique de pression en dessous duquel la découpe n'a pas lieu et a aussi défini une pression optimale égale à trois fois la pression de seuil.

Influence de la vitesse des particules

Abudaka [3] rapporte que, selon Finnie [28], *la masse érodée varie linéairement en fonction du carré de la vitesse des particules au point d'impact avec le matériau à découper.*

Cette relation a été obtenue expérimentalement pour des matériaux de natures différentes et à un angle d'attaque de 20° (figure 3.6).

On peut donc étendre cette loi linéaire à l'énergie cinétique des particules abrasives en fonction de la masse érodée.

La courbe théorique, représentative de cette loi, présente une pente supérieure à celle de la courbe expérimentale. Cette différence, selon Finnie, est due à d'autres paramètres tels que la forme et la dureté des particules. Par exemple, une particule dure et à angles coupe mieux qu'une particule tendre et sphérique.

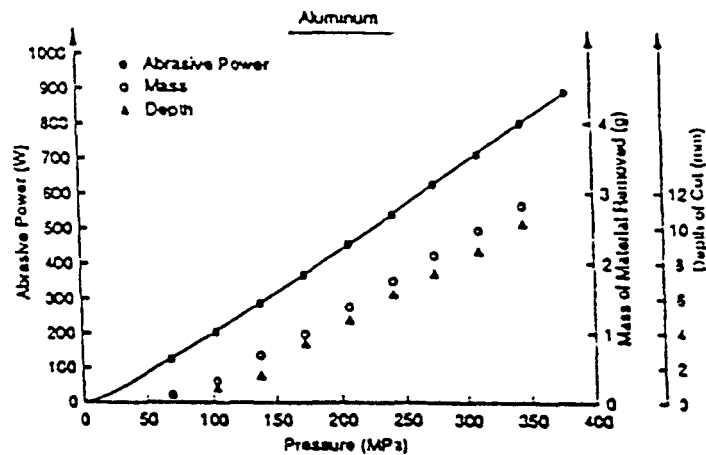


Figure 3.5: Influence de la pression sur la puissance des particules, la matière enlevée d'aluminium, et profondeur de coupe, selon [69].

Influence du diamètre de la buse

Des travaux [39,42,43] expérimentaux indiquent que les courbes représentatives des profondeurs de coupe en fonction des diamètres de la buse sont pratiquement linéaires pour un certain intervalle de valeurs des diamètres (figure 3.7). Dépassé cet intervalle, ces profondeurs tendent à se stabiliser. De même que pour la pression, il existe un seuil critique de diamètre de l'orifice en dessous duquel la découpe n'a pas lieu.

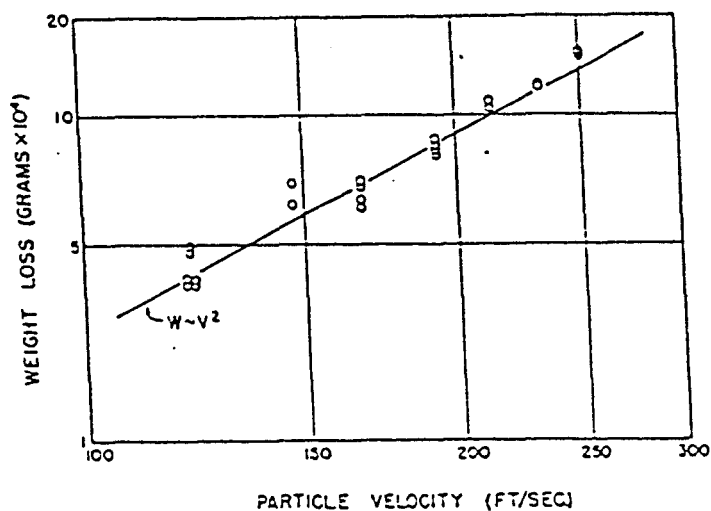


Figure 3.6: Variation de la matière d'aluminium enlevée en fonction de la vitesse des particules, selon [28].

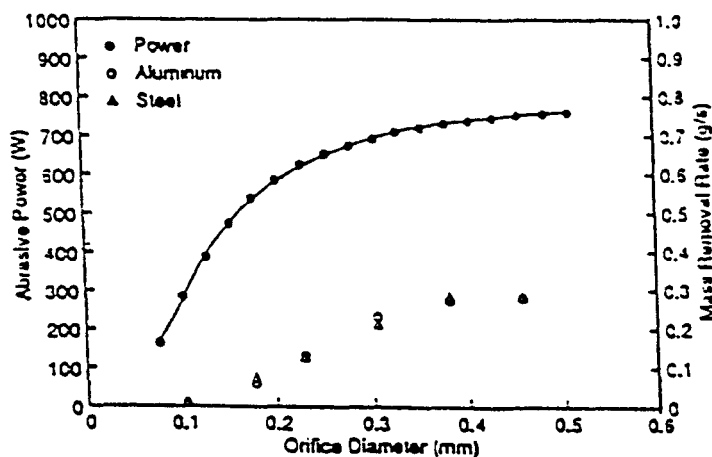


Figure 3.7: Influence du diamètre de la buse sur la matière enlevée (aluminium, acier carbone), et la puissance cinétique des particules, selon [69].

Influence du débit massique d'abrasif

La variation de la profondeur de coupe en fonction du débit massique de l'abrasif a été mise en examen par plusieurs expérimentateurs [39,42,43] et les résultats trouvés sont les mêmes. C'est-à-dire que les courbes tracées sont linéairement croissantes puis diminuent à partir d'une valeur maximale de la profondeur, comme le montrent les figure (3.8).

Selon Hashish [43], ce comportement est dû à la vitesse des particules abrasives et leur densité d'impacts à leur arrivée à la pièce de travail (pièce à découper).

Influence de la particule abrasive

Hashish [39,42,43] a remarqué que les particules dures et à angles sont plus aptes à découper de la matière. Quant à l'exploration de la taille optimale de la particule, l'absence de références bibliographiques dans ce domaine nous conduit à affirmer l'inexistence de travaux relatifs à cet aspect. Un autre aspect très important a fait l'objet d'expérimentations conduites par Hashish, rapporté par Nadeau [68,69], qui a recyclé les particules abrasives après utilisation. Il a trouvé que 96 % des particules sont fracturées et que leur réutilisation a conduit à une perte de leur efficacité de 44 %.

Influence de la nature du matériau

Plusieurs photographies prises sur les surfaces découpées de plusieurs matériaux montrent qu'il n'y a pas de différence entre les matériaux durs et ductiles en ce qui concerne le mécanisme de coupe [Hashish ref 74 Doc 3] [ref 5 Doc 3]. Nakaya (ref 21 Doc 3) a trouvé que la profondeur de coupe décroît lorsque la contrainte de compression du matériau à découper augmente.

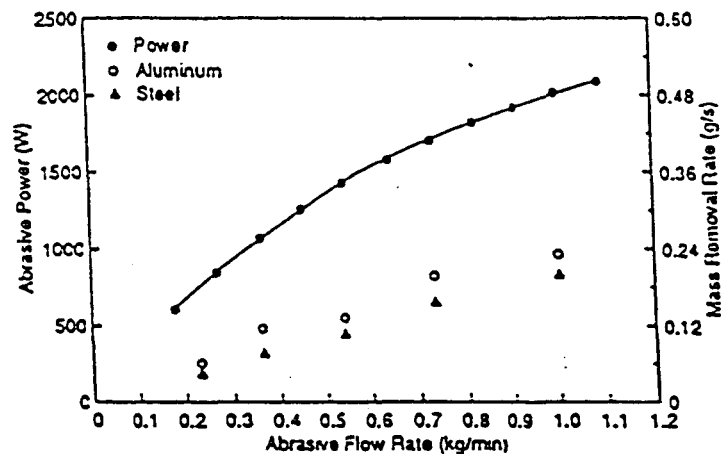


Figure 3.8: Influence du débit massique sur la puissance cinétique des particules, la matière enlevée (aluminium, acier), selon [69]

3.5 conclusion

Les principaux points que nous pouvons dégager de ce chapitre, sont:

- La densité moyenne des particules à l'intérieur du filet central du jet est uniforme. Ce résultat reste valable quelque soit le débit du jet, la taille et le type des particules, et les diamètres de la buse et du tube de focalisation. Des particules isolées forment des nuages dans la direction longitudinale du jet et amplifient ainsi les irrégularités d'enlèvement de la matière. Cette méthode d'investigation expérimentale a été conduite avec beaucoup de succès et les résultats obtenus sont très importants pour l'énoncé de certaines hypothèses simplificatrices.
- Le mécanisme de coupe dépend d'un certain nombre de paramètres dont la vitesse des particules au point d'impact avec le matériau à découper. Les expériences montrent que la profondeur de coupe ainsi que la masse érodée varient linéairement en fonction de la vitesse, élevée au carré, des particules et de la pression hydraulique d'eau. Les modèles théoriques sont valables, mais parfois, seulement dans un intervalle de valeurs pour la pression ou la vitesse.

Enfin, on retiendra de ce qui précède que la vitesse des particules constitue un paramètre très influent sur la détermination de la profondeur de coupe. Par conséquent, nous pensons qu'il est nécessaire de connaître ce paramètre afin de le maîtriser. Mais la complexité des phénomènes mécaniques qui caractérisent les jets d'eau abrasifs rend difficile toute investigation théorique appréciable. Il faudra donc suivre une approche basée sur la mécanique des fluides biphasiques en écoulement dans une conduite cylindrique, en considérant les hypothèses qui s'imposent afin de pouvoir adapter les résultats trouvés à notre problème.

Les chapitres suivants décrivent cette démarche et cernent davantage la vitesse des particules, à travers l'étude que nous avons développée sur la modélisation théorique du processus d'accélération.

PARTIE II

MODELISATION THEORIQUE DU PROCESSUS D'ACCELERATION

- **Approche théorique du problème étudié**
- **Caractérisation des efforts mécaniques du système physique**
- **Choix de modèles et résolution théorique du problème d'accélération des particules**
- **Extension de la modélisation**
- **Cas du mélange eau + abrasif + air**

Chapitre 1

Approche théorique du problème étudié

1.1 Introduction

La plupart des chercheurs qui ont essayé de modéliser certains phénomènes physiques se sont heurtés au problème de l'approche théorique que l'explication de ces phénomènes requiert. Quelque soit la complexité du problème étudié, l'analyse théorique de ce dernier nécessite l'adoption de l'une des deux approches suivantes; à savoir l'approche *statistique* et l'approche *phénoménologique*. L'approche statistique s'applique usuellement quand il s'agit d'étudier un milieu à caractère discret tel que les milieux formés de grains. Quant à l'approche phénoménologique, elle est utilisée dans le cas où les milieux étudiés sont continus.

En effet, la compréhension du mécanisme d'accélération dans un milieu à deux phases (solide/liquide) nécessite un raisonnement très explicite et une exploitation judicieuse des équations différentielles de la dynamique des fluides polyphasiques. Sous certaines hypothèses, cette approche fondamentale nous conduit à des résultats intéressants sur le plan théorique bien que la reproduction de la réalité des phénomènes dynamiques reste toujours très difficile à mettre en équation.

Les questions abordées dans ce chapitre aideront à caractériser l'aspect fondamental du problème étudié à l'aide des notions phénoménologiques de bilans et de lois de conservations d'où aucune considération thermodynamique n'interviendra.

1.2 Approche phénoménologique

L'approche phénoménologique est une méthode générale de l'étude du mouvement des corps matériels (grains ou milieux continus). Elle consiste à établir la théorie macroscopique phénoménologique s'appuyant sur des lois et des hypothèses fournies par l'expérience.

Les théories macroscopiques sont efficaces pour la résolution d'importants problèmes pratiques, et les conséquences qui en découlent sont en accord avec l'expérience.

En fait, la théorie macroscopique est valable aussi bien pour les écoulements laminaires que turbulents. Dans le dernier type d'écoulements, les grandeurs mesurées telles que les vitesses et les pressions satisfont à des équations qui se déduisent de la mécanique des milieux continus.

Les écoulements turbulents considérés dans cette partie sont ceux d'un fluide biphase isovolume, en mouvement continu dans une conduite. La *vitesse* de débit dans la conduite étant *indépendante du temps* car les écoulements sont permanents, appelés aussi écoulements *stationnaires* dans le cas des écoulements turbulents.

1.3 Signification de l'appellation "macroscopique"

Le mot macroscopique est utilisé pour abrégier le langage: il signifie ici une grandeur instantanée qui est une moyenne prise dans un volume de l'ordre du cube du diamètre D de la conduite, ou une grandeur locale qui est une moyenne par rapport au temps pendant une durée de l'ordre de D/v_q , où v_q est la vitesse de débit. Les définitions et propriétés générales concernant les moyennes prises dans tel intervalle de temps ou dans tel ensemble donné, sont détaillées dans la littérature.

1.4 Bilan d'impulsion ou de quantité de mouvement

Dans l'étude de l'état mécanique d'un système, seule la vitesse barycentrique représente une grandeur d'état. L'établissement du bilan d'impulsion selon le schéma général se heurte à une difficulté apparente: on ne sait pas définir à priori le *flux* et la *source*. C'est pourquoi nous partons de l'équation du mouvement qui, en fait, n'est qu'un bilan d'impulsion.

Soit v_γ une composante cartésienne de la vitesse barycentrique, $P_{\beta\gamma}$ une composante cartésienne du tenseur contrainte du milieu et $F_{i\gamma}$ une composante cartésienne de la force volumique agissant sur l'unité de masse du milieu.

L'équation du mouvement s'écrit alors:

$$\rho \frac{dv_\gamma}{dt} = - \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial P_{\beta\gamma}}{\partial x_\beta} + \sum_i \rho_i F_{i\gamma} \quad (1.1)$$

où les x_β ($\beta = 1, 2, 3$) sont les coordonnées cartésiennes. La dérivée dv_γ/dt apparaissant au membre de gauche représente une composante de l'accélération du centre de gravité.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a décrit partiellement la démarche utilisée en mécanique des milieux continus pour établir la loi de conservation de la quantité de mouvement. En fait, l'exposé de cette notion de bilan permet d'identifier un système matériel et son environnement extérieur ainsi que les termes de *flux* et de *source* dont la connaissance est extrêmement importante pour la compréhension des phénomènes de transport qui caractérisent les écoulements étudiés ici. Ces derniers étant turbulents et stationnaires; les vitesses sont des grandeurs macroscopiques définies comme des vitesses instantanées moyennes dans l'espace et des vitesses locales moyennes dans le temps.

Dans un système supposé purement mécanique, il n'y a pas d'action de forces extérieures. Par conséquent, une loi de conservation peut être appliquée et contient seulement dans son membre de droite un terme *flux* (ou *diffusion mécanique* dans notre cas). Si des forces extérieures (frottement) agissent sur le système, on ne pourra pas parler de loi de conservation et, par conséquent, le terme *source* s'ajoutera à celui du *flux*.

Dans un milieu à deux phases, si l'on considère que notre système représente les deux phases et qu'il est isolé de toute action extérieure telle que le frottement, ce système est parfaitement conservatif. Par conséquent son *état mécanique est totalement décrit par le bilan d'impulsion qui n'est autre que l'équation du mouvement des deux phases* dans laquelle on élimine la source d'impulsion.

Si par ailleurs chaque phase est considérée comme système indépendant, le bilan d'impulsion ou encore l'équation de mouvement de chaque phase est écrite indépendamment de l'autre et le terme source d'impulsion apparaîtra dans cette équation de mouvement à cause des forces qui se développent à l'interface telle que la traînée.

Pour appliquer les lois de transport à notre problème, on a jugé nécessaire de montrer les différents efforts mécaniques qui se développent dans un écoulement biphasique tel que le jet d'eau abrasif. Ce qui est étudié dans le chapitre 2 suivant.

Chapitre 2

Caractérisation des efforts mécaniques du système

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on a appris que pour décrire l'évolution mécanique d'un système matériel, il est suffisant de faire appel à son bilan d'impulsion qui nécessite la connaissance des forces qui le composent. En fait, ces forces traduisent les mécanismes qui caractérisent un écoulement à plusieurs phases.

Dans son développement théorique, concernant les équations du mouvement relatives à un milieu biphase, Wallis [90,91,92] suppose que les particules solides se déplacent en chaîne dans un fluide en écoulement dans une conduite cylindrique. Les particules sont suffisamment espacées et n'ont aucune interaction entre elles. Cette hypothèse, selon les auteurs, permet de négliger les termes temporels dans l'équation opératoire (1.13) puisque chaque particule de la chaîne acquiert la même vitesse quand elle atteint une position donnée de l'axe de la conduite. Ce qui facilite la représentation mathématique des mécanismes qui caractérisent les écoulements biphases.

Le cas particulier d'un écoulement adiabatique d'un milieu à deux phases liquide et solide, est étudié. Les différentes forces qui animent le mouvement des particules solides sont les forces de *trainée interfaciale* et de *masse virtuelle*. Les vitesses des phases sont des grandeurs macroscopiques et l'écoulement est turbulent à caractère stationnaire (chapitre 1).

2.2 Ecoulements avec obstacle immobile

En mécanique classique, lorsqu'un obstacle *immobile* est introduit dans un liquide en écoulement, il est soumis à des forces qui tendent à le déplacer. On définit ci-après les efforts et caractéristiques du type d'écoulement étudié.

2.2.1 Portance et traînée

Les forces qui s'exercent sur un obstacle situé dans un écoulement (ou inversement sur un obstacle en déplacement dans un fluide fixe) peuvent être décomposées en *force de pression* (traînée de forme) et *force de frottement* (traînée de frottement).

Le système de forces résultant est équivalent à une force F qui tend à "pousser" l'obstacle et un couple m qui tend à le faire tourner. La force F se décompose en (figure 2.1):

- une force de *traînée* T de résistance dans le sens de l'écoulement,
- une force perpendiculaire à l'écoulement qui est la *portance* N .

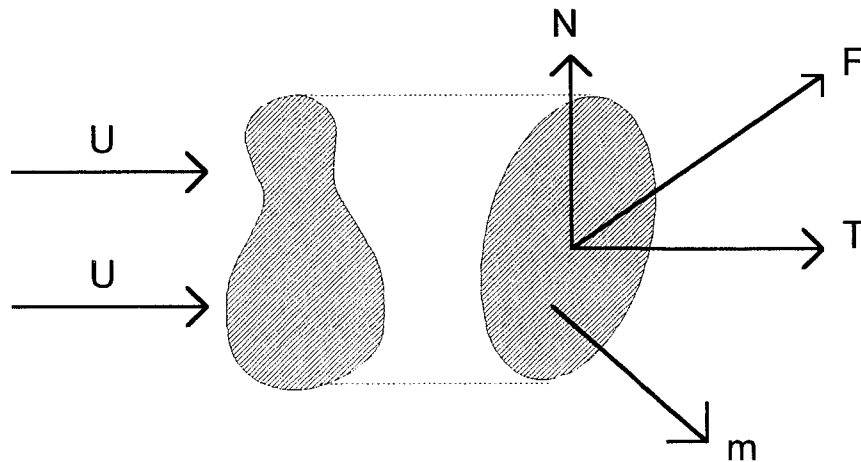


Figure 2.1: Schématisation des efforts agissant sur un obstacle (U désigne la vitesse du fluide).

L'analyse dimensionnelle du problème conduit à écrire que F est une fonction de (ρu^2) , d'une surface A caractéristique de l'obstacle et du nombre de Reynolds $Re = \rho u l / \mu$. La traînée s'écrit [62]:

$$T = T_f + T_s = A \rho u^2 f(Re) \quad (2.1)$$

où T_f et T_s sont, respectivement, les traînées de forme et de sillage.

Facteur de frottement

Si l'obstacle est une plaque plane placée dans le sens de l'écoulement (figure 2.2), la force importante est de frottement T_f que l'on aura tendance à rapporter à la surface totale S . On définit alors un coefficient de frottement moyen τ_p tel que [62]:

$$T_f = \tau_p S \quad (2.2)$$

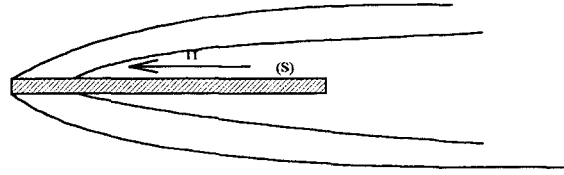


Figure 2.2: Schématisation de l'obstacle (plaque) disposé longitudinalement par rapport à l'écoulement.

Le facteur de frottement est défini par:

$$f / 2 = \frac{\tau_p}{\rho u^2} = \frac{T_f / S}{\rho u^2} = f(R_c) \quad (2.3)$$

Rugosité relative

La surface interne des conduites est généralement rugueuse, notamment lorsque ces conduites sont en service depuis un certain temps (figure 2.3). La rugosité relative est exprimée par le rapport e/R_c de la hauteur moyenne des aspérités au rayon de la conduite. Le tableau 2.1 donne quelques valeurs de e .

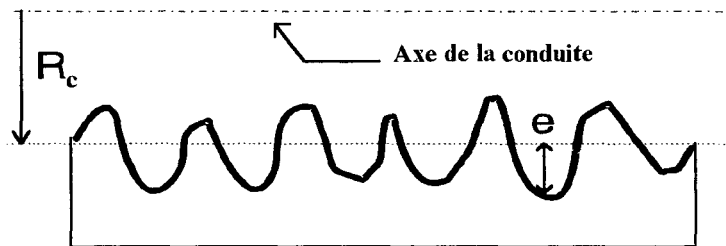


Figure 2.3: Schématisation de la rugosité en paroi.

MATERIAU	e (mm)
Tuyau étiré (verre, cuivre, laiton)	< 0.001
Tuyau industriel en laiton	0.025
Tuyau en acier laminé, neuf	0.05
Tuyau en acier laminé, rouillé	0.15 à 0.25
Tuyau en acier laminé, incrusté	1.5 à 3
Tuyau en acier laminé, bitumé	0.015
Tuyau en acier soudé, neuf	0.03 à 0.10
Tuyau en acier soudé, rouillé	0.40
Tuyau en fer galvanisé	0.15 à 0.20

Tableau 2.1: Valeurs de la rugosité pour des matériaux différents.

Coefficient de traînée

Si, par contre, on a affaire à la plaque orthogonale à l'écoulement (figure 2.4) pour laquelle $T_f = 0$, on choisit l'aire du maître couple et on définit alors un coefficient de traînée C_d tel que:

$$C_d = \frac{T_s / \Omega}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (2.4)$$

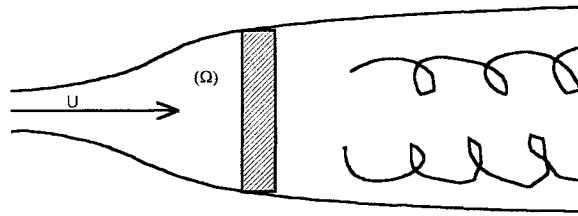


Figure 2.4: Schématisation de l'obstacle (plaque) disposé perpendiculairement par rapport à l'écoulement.

2.2.2 Frottement dans une conduite

Dans le cas d'une conduite (figure 2.5), celle-ci correspond à la plaque plane dans le sens de l'écoulement et la traînée T étant due uniquement au frottement en paroi. Elle est donnée par :

$$T = \tau_p S = f / 2 (\rho u_m^2) S \quad (2.5)$$

et

$$C_d = 2 (f / 2) \frac{S}{\Omega} \quad (2.6)$$

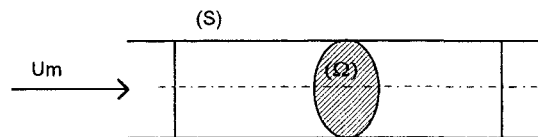


Figure 2.5: Schéma d'un écoulement dans une conduite.

Remarque :

L'utilisation de C_d nécessite la connaissance du maître couple de l'obstacle souvent plus facile à définir que la surface totale (grains irréguliers).

2.3 Ecoulements avec obstacle mobile

2.3.1 Force de traînée interfaciale

Dans le cas où l'obstacle est une petite particule solide qui se trouve entraînée par un fluide en écoulement, la situation devient différente. Parmi les forces agissant sur la particule, il y a la traînée qui dépend, en grandeur et en direction, de la forme géométrique de l'interface et du champ de vitesse d'écoulement.

La démarche adoptée pour la détermination des équations constitutives phénoménologiques est telle que le terme de force de traînée puisse être lié à quelques variables propres à

l'écoulement. Par exemple, le terme de force de traînée interfaciale est toujours lié à la *vitesse relative moyenne* en grandeur vectorielle par le biais d'une loi de traînée interfaciale. Cette relation est établie en supposant que la force de traînée est proportionnelle à la vitesse relative exprimée en grandeur vectorielle. Le facteur de proportionnalité est déterminé expérimentalement pour trouver la dépendance de ce facteur avec l'amplitude de la vitesse relative.

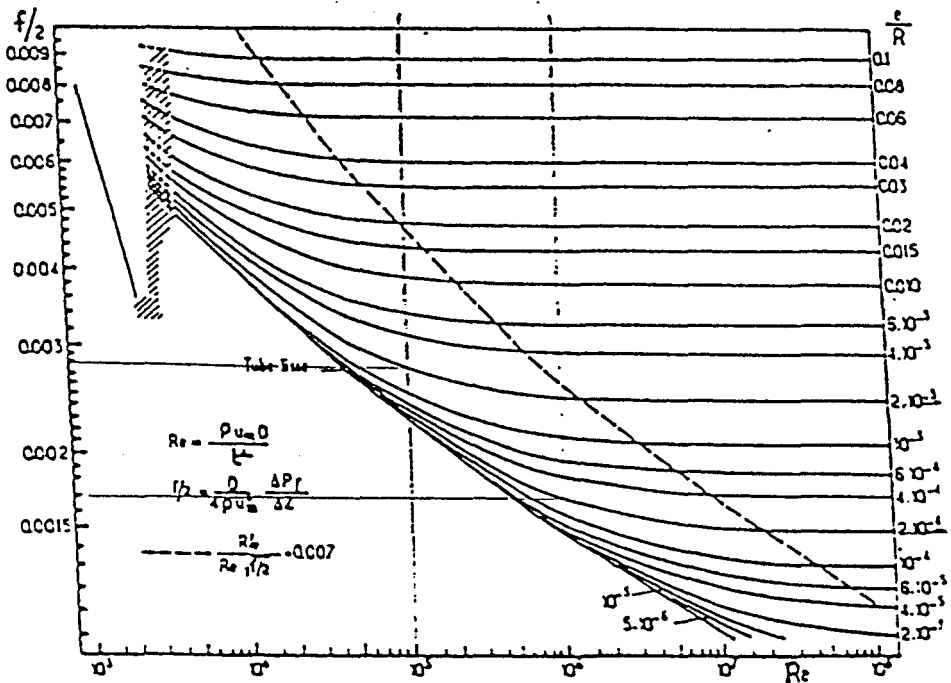


Figure 2.6: Diagramme de Moody: valeurs du facteur $f/2$ de frottement.

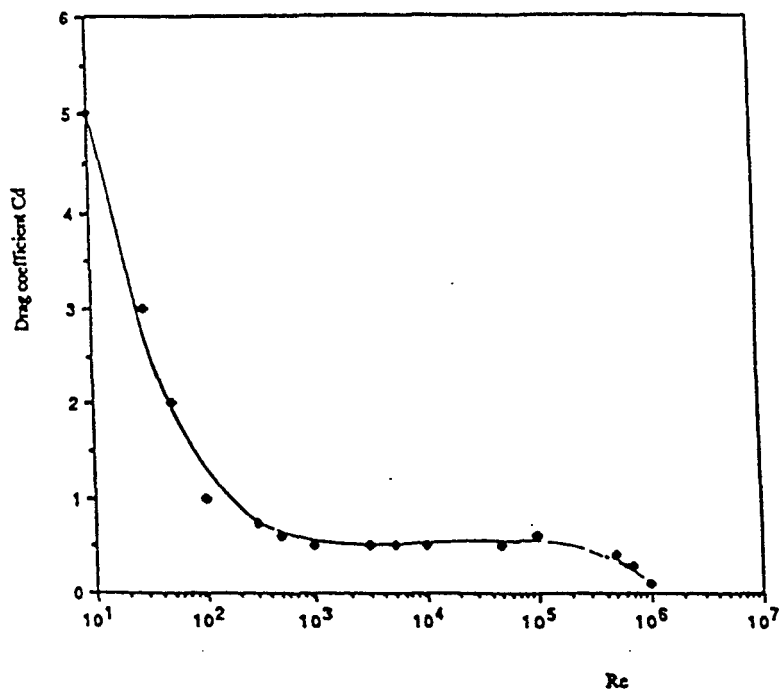


Figure 2.7: Le coefficient C_d de traînée interfaciale, pour une sphère.

L'expression de la force de traînée interfaciale F_d , par unité de volume de particule, est la suivante:

$$F_d = \frac{3}{4} C_d \frac{\rho_w}{D_a} (v_a - v_w) |v_a - v_w| \quad (2.7)$$

où C_d le coefficient de traînée, v_a et D_a sont la vitesse et le diamètre de la particule solide, v_w et ρ_w sont respectivement la vitesse et la masse volumique du liquide (eau).

Dans la littérature, on trouve les valeurs suivantes pour le coefficient de traînée:

$$C_d = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re}} + 0.4 \quad \text{si} \quad Re \leq 2.10^5 \quad (2.8)$$

$$C_d = 0.2 \quad \text{si} \quad Re > 2.10^5 \quad (2.9)$$

où Re le nombre de Reynolds donné par l'expression suivante:

$$Re = D_a \rho_w \frac{|v_w - v_a|}{\mu_w} \quad (2.10)$$

2.3.2 Force de masse virtuelle

Le résultat classique contenu dans les travaux de Milne et Thomson (1968) [66] est que l'accélération d'une particule sphérique induit sur cette dernière une force de *résistance* égale à la moitié de la masse du fluide déplacée multipliée par l'accélération de la sphère selon la formule suivante:

$$F_a = -\frac{2}{3} \pi \left(\frac{D_a}{2} \right)^3 \rho_w \frac{dv_a}{dt} \quad (2.11)$$

où F_a désigne la force de masse virtuelle (ou ajoutée) considérée dans le cas où les effets des forces de viscosité et ceux des sphères voisines sont négligés.

Drew et Lahey (1979) [21] préconisent que la force de masse virtuelle doit être traitée de la même façon que la force de traînée interfaciale. C'est-à-dire que cette force est proportionnelle à une grandeur physique qui est l'accélération de la sphère. Le facteur de proportionnalité est déterminé expérimentalement. Cette remarque entraîne l'écriture de la force de masse virtuelle F_{vm} , exprimée par unité de volume de particule, sous la nouvelle forme suivante:

$$F_{vm} = \rho_w C_{vm} \alpha_{vm} \quad (2.12)$$

où α_{vm} représente l'accélération de la masse virtuelle dans la direction axiale d'écoulement et C_{vm} le coefficient volumique virtuel.

- Dans le cas particulier d'une particule parfaitement sphérique, C_{vm} a pour valeur:

$$C_{vm} = \frac{1}{2} \quad (2.13)$$

- Dans le cas où il y a une concentration élevée de particules dans le fluide de telle sorte que l'effet des particules voisines est notable, C_{vm} est donné par corrélations expérimentales en fonction de la fraction volumique de la phase solide α dont les expressions sont:

- selon Zuber (1964):

$$C_{vm} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \alpha \quad (2.14)$$

- selon Wijngaarden (1976):

$$C_{vm} = \frac{1}{2} + 1.39 \alpha \quad (2.15)$$

- selon Mokeyev (1977):

$$C_{vm} = \frac{1}{2} + 2.1 \alpha \quad (2.16)$$

Wallis (1969) [90] propose une expression simple pour l'accélération de masse virtuelle en considérant seulement le terme d'accélération spatiale suivant:

$$a_{vm} = v_a \frac{d(v_a - v_w)}{dx} \quad (2.17)$$

l'expression finale de la force de masse virtuelle agissant sur une particule sphérique est donc:

$$F_{vm} = \frac{1}{2} \rho_w v_a \frac{d(v_a - v_w)}{dx} \quad (2.18)$$

Remarque:

La prise en compte de la force de masse virtuelle dans les équations du mouvement de la particule fait accroître l'efficacité de la modélisation du processus d'accélération. Cela est d'autant plus vrai que le champ de vitesse de la phase liquide est élevé.

2.3.3 Force de frottement en paroi

Les aspérités, qui existent sur la paroi d'une conduite, créent une résistance à l'écoulement. Cette dernière est appelée force de frottement en paroi, et son expression par unité de volume liquide, est donnée par la relation suivante:

$$F_w = \frac{f}{2D_h} \rho_w v_w |v_w| \quad (2.19)$$

où D_h représente le diamètre hydraulique de la conduite et f le facteur de frottement en paroi. La valeur de f dépend de la rugosité e de la paroi (figure 2.6). Dans le chapitre 4 de cette partie, on aborde dans le détail le phénomène du frottement et ses conséquences sur l'écoulement du jet d'eau abrasif dans le tube de focalisation.

2.4 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons présenté les différents mécanismes qui caractérisent un écoulement adiabatique à deux phases: solide et liquide. La phase solide étant formée de particules supposée parfaitement sphériques, et les forces qui se développent par interaction entre ces deux phases sont: les forces de traînée interfaciale et de masse virtuelle.

Avant d'arriver à ce stade, on a évoqué tout d'abord le cas classique d'un écoulement avec un obstacle. Ce dernier étant supposé fixe sur lequel s'exerce une force hydraulique F qui tente à le déplacer dans le sens de l'écoulement.

La force F se décompose en une composante orthogonale appelée portance, et une force parallèle à l'écoulement appelée traînée. Quant au couple m qui tend à faire tourner l'obstacle, on considère qu'il ne fait pas l'objet de cette étude. Par ailleurs, la portance est négligée du fait de la configuration des écoulements que nous étudions ici.

La schématisation de l'obstacle par une plaque, a permis caractériser de façon claire les différentes natures de la traînée, à savoir la *traînée de forme* et la *traînée de frottement*. Cependant le cas d'une particule conduit à négliger la traînée de frottement, car ses dimensions latérales dans le sens de l'écoulement sont très faibles par rapport à l'aire du maître couple de la particule.

En fait, l'explication classique de ces mécanismes constitue une première approche d'analyse des forces qui se développent à l'interface entre la phase liquide et la particule lorsque celle-ci s'y trouve entraînée. Les formulations mathématiques de la traînée et du nombre de Reynolds sont alors légèrement modifiées; la vitesse *relative* remplace celle de la phase liquide. Par conséquent, l'étude de l'écoulement des deux phases devient plus compliquée et c'est ce que nous avons étudié dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Choix de modèles et résolution théorique du problème d'accélération de particules

I - Choix de modèles (étude critique)

3-I.1 Introduction

Dans la littérature courante, on entend par modèle d'accélération, une équation mathématique qui représente la variation de la vitesse de la phase (solide ou liquide) en fonction de la distance dans le tube de focalisation supposé comme une conduite cylindrique. Parmi les modèles que nous trouvons et qui semblent adaptés à notre étude, il y a le modèle de Drew [23] et trois autres modèles établis par Abudaka [3], Nadeau [69] et Miller [63,65].

En fait, le principe de notre démarche théorique repose, dans une certaine mesure, sur quelques aspects caractéristiques des modèles que nous nous proposons de rappeler ici. Nous nous attarderons davantage sur la présentation du modèle de Drew [23], car il traite de façon particulière et très détaillée les différents mécanismes qui caractérisent les écoulements biphasiques.

3-I.2 Les modèles d'accélération existants de Drew

Modèle de Drew

Drew [23] considère dans sa modélisation que chaque matériau constituant la phase en mouvement peut être supposé comme continu dont le mouvement est décrit par les équations aux dérivées partielles de la mécanique des milieux continus. Les matériaux sont

séparés par une *interface surfacique*. Les conditions de saut sont écrites à l'interface pour exprimer les conditions de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Drew utilise la description eulérienne et écrit les équations classiques du mouvement pour chaque phase (Truesdell & Toupin 1960 [88]) et les conditions de saut pour la masse et la quantité de mouvement.

Drew [23] a largement développé la méthode de calcul en valeur moyenne dans ce type d'écoulements et postule que les informations données par l'écoulement moyen ou macroscopique sont suffisantes. Car dans la plupart du temps les équipements et les process ne nécessitent pas la connaissance détaillée de l'écoulement, et les fluctuations sont seulement étudiées pour connaître leur influence sur l'écoulement moyen (par exemple, les contraintes de Reynolds affectent l'écoulement moyen lorsque celui-ci est turbulent).

Selon Drew [23], la modélisation d'un écoulement biphasique se fait à l'aide des termes M_k^d de transfert de la quantité de mouvement à l'interface, car ils constituent les termes de couplage entre les deux phases ensemble. A l'interface, la condition de saut conduit à écrire

$$M_1^d + M_2^d = 0 \tag{3-I.1}$$

où il est seulement nécessaire de connaître M_2^d , et M_1^d sera déterminé par les conditions de saut (3-I.1).

Le terme M_2^d de transfert de la quantité de mouvement interfaciale comprend les forces de traînée visqueuse, de sillage et de forme, portance et de masse virtuelle. L'expression complète de M_2^d est :

$$\begin{aligned} M_2^d = & A_1(v_2 - v_1) + A_2 \left[\left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \cdot \nabla v_2 \right) - \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_2 \cdot \nabla v_1 \right) \right] \\ & \dots + A_3(v_2 - v_1)D_{1,b} + A_4(v_2 - v_1)D_{2,b} + A_5(v_2 - v_1) \cdot \nabla(v_2 - v_1) \\ & \dots + A_6(v_1 - v_2) \cdot [\nabla(v_1 - v_2)]^t \dots \dots \dots \end{aligned} \tag{3-I.2}$$

où A_1, \dots, A_6 sont des fonctions scalaires des invariants.

Le premier terme correspond à la force classique de traînée, qui s'écrit conformément à l'usage, comme suit:

$$A_1 = \frac{3}{8} \alpha \rho_2 \frac{C_d}{r} |v_1 - v_2| \tag{3-I.3}$$

La combinaison

$$A_2 \left[\left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \cdot \nabla v_2 \right) - \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_2 \cdot \nabla v_1 \right) \right] + A_5(v_2 - v_1) \cdot \nabla(v_2 - v_1) \tag{3-I.4}$$

est un terme d'accélération relatif à la force de masse virtuelle. Drew et al. (1979) écrivent :

$$A_2 = \alpha \rho_2 C_{VM}(\alpha), \quad (3-I.5)$$

$$A_3 = A_2(1 - \lambda(\alpha)), \quad (3-I.6)$$

Selon Drew [23], dans le cas des écoulements dans des conduites, λ n'a pas d'influence significative sur les calculs.

Le terme

$$A_4(v_2 - v_1) \cdot D_{1,b} \quad (3-I.7)$$

contient l'action de la portance. Quant aux termes contenant A_3 et A_6 , aucune observation expérimentale ne confirme leur présence. C'est pourquoi Drew suppose que ces termes sont égaux à zéro. Par contre, peu sont les expériences qui mettent en évidence l'existence de A_4 .

Modèle d'Abudaka (1989)

Abudaka et Crofton [3] ont écrit l'équation du mouvement d'une particule abrasive dans un fluide en écoulement le tube de focalisation supposé comme une conduite cylindrique. Dans cette équation, seule la force de traînée est prise en compte.

$$m_a \frac{dv_a}{dt} = K(u - v_a)^n \quad (3-I.8)$$

soit

$$v_a \frac{dv_a}{dx} = \frac{K}{m_a} (u - v_a)^n \quad (3-I.9)$$

en considérant la vitesse u de l'eau constante et $z = (u - v_a)$, l'intégration de (3-I.9) donne :

$$\int z^{1-n} dz - u \int z^{-n} dz = \frac{K}{m_a} x + C \quad (3-I.10)$$

La résolution de (3-I.10) est conduite selon le cas:

$$1)- n = 1$$

$$z - u \cdot \ln z = \frac{K}{m_a} x + C \quad (3-I.11)$$

à $x = 0$ (au point d'injection des particules abrasives), la constante C est:

$$C = (u - V_{a0}) - u \ln(u - V_{a0}) \quad (3-I.12)$$

$$2)- n = 2$$

$$\frac{u}{z} + \ln z = \frac{K}{m_a} x + C \quad (3-I.13)$$

à $x = 0$

$$C = \frac{u}{u - V_{a0}} + \ln(u - V_{a0}) \quad (3-I.14)$$

3)- $n > 3$

$$\frac{z^{2-n}}{2-n} - u \frac{z^{1-n}}{1-n} = \frac{K}{m_a} x + C \quad (3-I.15)$$

à $x = 0$:

$$C = \frac{(u - V_{a0})^{2-n}}{2-n} - u \frac{(u - V_{a0})^{1-n}}{1-n} \quad (3-I.16)$$

En fait, il s'agit d'une simple équation différentielle dont la seule inconnue est la vitesse d'abrasif, v_a . La résolution mathématique se fait par intégration directe par rapport à la distance x . Pour n quelconque, les conditions aux limites sont telles qu'à l'origine du mélange ($x=0$):

- la vitesse initiale u de l'eau est calculée selon la formule de Bernoulli
- la vitesse initiale de l'abrasif est V_{a0} .

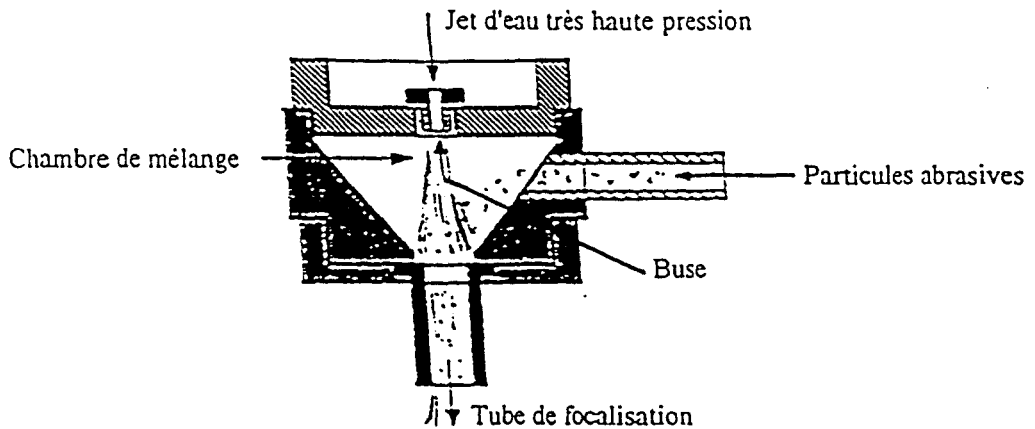


Figure 3-I.1: Schéma de la tête de coupe idéale, selon Abudaka [3].

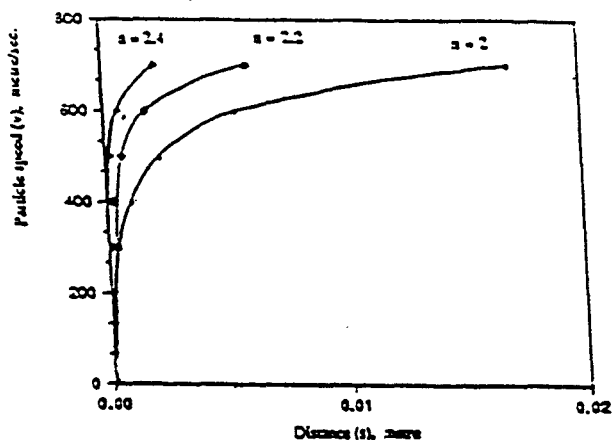


Figure 3-I.2: La vitesse des particules le long du tube de focalisation, selon Abudaka [3].

Lorsque la longueur du tube de focalisation devient suffisamment grande; x tend vers "l'infini", la vitesse u de l'eau, selon le modèle, reste égale à sa valeur initiale. Quant à la vitesse v_a de l'abrasif, elle est donnée par l'équation de mouvement, solution de l'équation différentielle (3-I.10) selon les cas 1, 2 et 3. La représentation graphique du profil de vitesse est donnée dans la figure (3-I.2). Tandis que la figure 3-I.1 schématise la tête de coupe idéale selon Abudaka, car elle permet un meilleur mélange des particules avec le jet d'eau.

Abudaka trouve que son modèle donne des résultats significatifs pour $n=2,4$. L'inconvénient de cette modélisation réside dans le fait que la vitesse de l'eau est supposée constante le long du parcours du mélange, d'une part. D'autre part, la corrélation expérimentale fait ressortir un terme non compatible au sens de dimension avec l'équation du mouvement. Notons par ailleurs que le coefficient Kd devrait dépendre des caractéristiques du mélange comme le rapportent les auteurs dans [20,57,69].

Modèle de Nadeau (1991)

Ce modèle est beaucoup plus compatible avec les résultats expérimentaux, trouvés dans la littérature, que son prédécesseur. Son développement théorique tient compte de la variation de la vitesse de l'eau et les termes des équations mathématiques sont compatibles au sens des dimensions. Nadeau [68,69] a considéré, dans son étude, l'existence de deux phases distinctes; solide et liquide. A l'interface de ces deux phases, l'auteur a écrit les équations de transfert de quantité de mouvement qu'il a ensuite résolu par une méthode numérique approchée de Runge-Kutta. En fait, l'expression finale alignée est une équation différentielle du second ordre non linéaire à deux inconnues, v_a et v_w , respectivement vitesse de l'abrasif et vitesse de l'eau en tout point du tube de focalisation.

Dans sa modélisation, Nadeau a considéré seulement l'effet de la force de traînée interfaciale. Quant aux hypothèses simplificatrices, il a supposé que l'entraînement d'air dans la chambre de mélange est négligeable et que le jet n'a aucune interaction avec les parois intérieures du canon de focalisation. Par conséquent, il n'y a pas de contrainte de cisaillement en paroi. Le mode d'injection des particules dans la chambre de mélange est schématisé sur la figure (3-I.3), et les profils des vitesses théoriques de chaque phase est représenté sur la figure (3-I.4).

Travaux de Miller (1990)

Les travaux effectués par Miller [63], au Bureau des Mines (U.S.A), ont montré que les profils expérimentaux de vitesse des particules en fonction de la distance sont au dessous des valeurs théoriques (maximums), mais continuent de les approcher de façon asymptotique sur une distance de 3 m à partir de l'orifice du tube de focalisation.

Le modèle théorique d'accélération de particules abrasives, qui a servi pour la comparaison, a été pris dans [63]. Il concerne l'accélération de particules dans un jet d'air. La variation de la vitesse des particules en fonction de la distance est calculée par une méthode numérique à partir de l'équation du mouvement $F_{drag} = m_a dv/dt$ où la vitesse de l'air est prise constante au cours de la résolution (figure 3-I.7).

Les essais effectués sont tels que les paramètres de travail sont en grandeur dix fois supérieure à celles utilisées dans les découpes hydro abrasives réelles. Les profils de vitesses pratiques (figure 3-I.8) sont déterminés en mesurant la vitesse des particules en plusieurs points le long d'une conduite cylindrique à l'aide d'un vélocimètre électronique (figures 3-I.5 et 3-I.6).

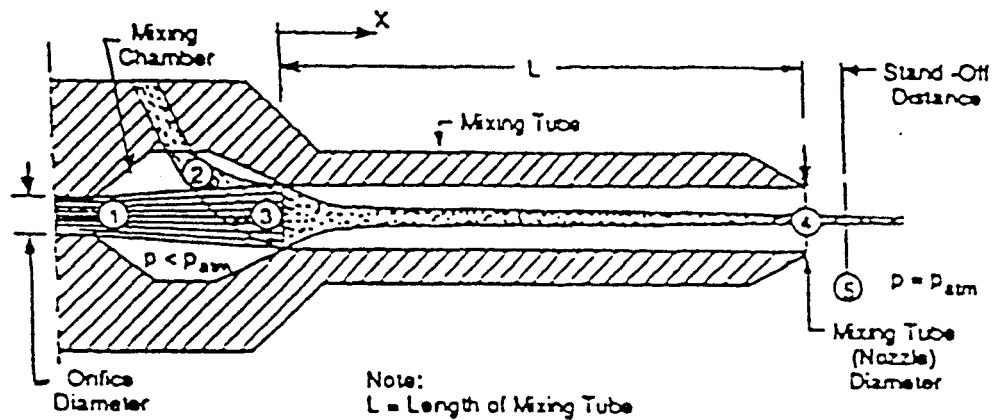


Figure 3-I.3: Schéma de la tête de coupe, selon Nadeau [69].

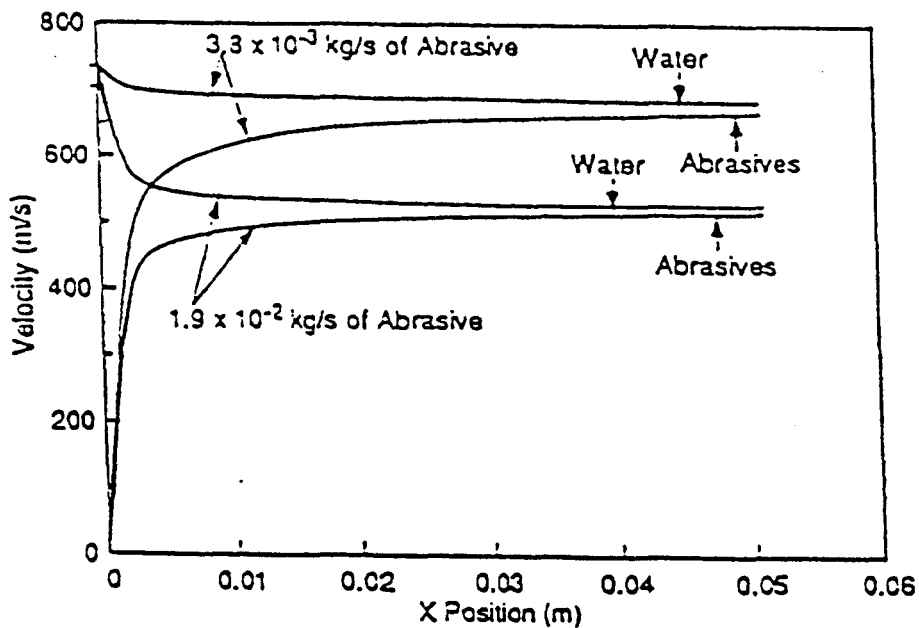


Figure 3-I.4: Variation des vitesses d'eau et d'abrasif le long du tube de focalisation, selon Nadeau [69].

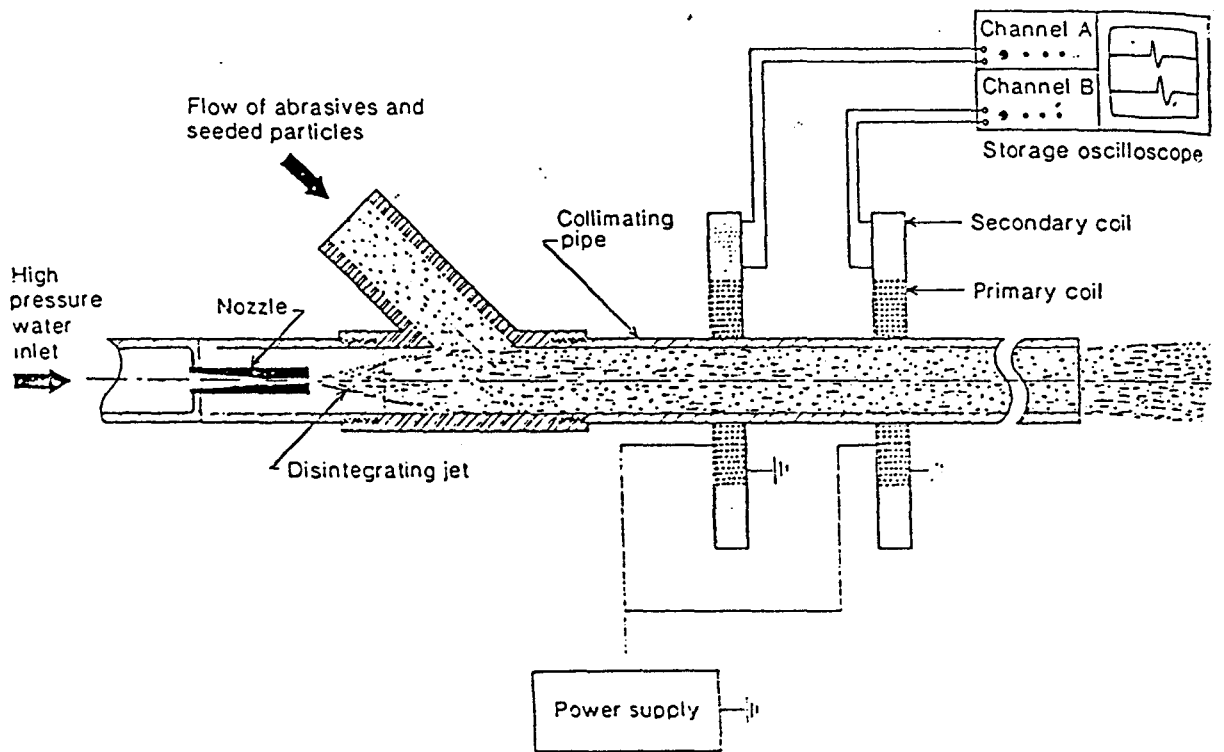


Figure 3-I.5: Dispositif de mesure de vitesses (vélocimètre électronique), utilisé par Miller [63].

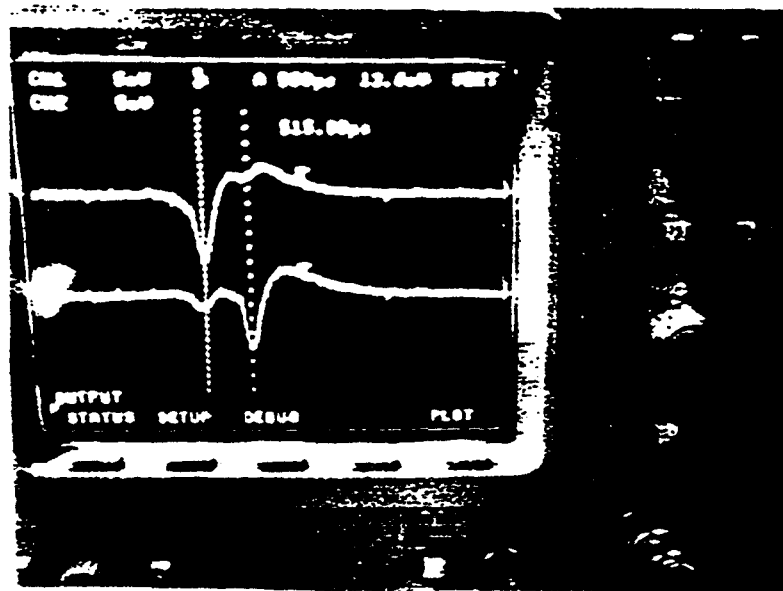


Figure 3-I.6: Dispositif de mesure du temps de passage d'une particule entre les bornes du vélocimètre utilisé par Miller [63].

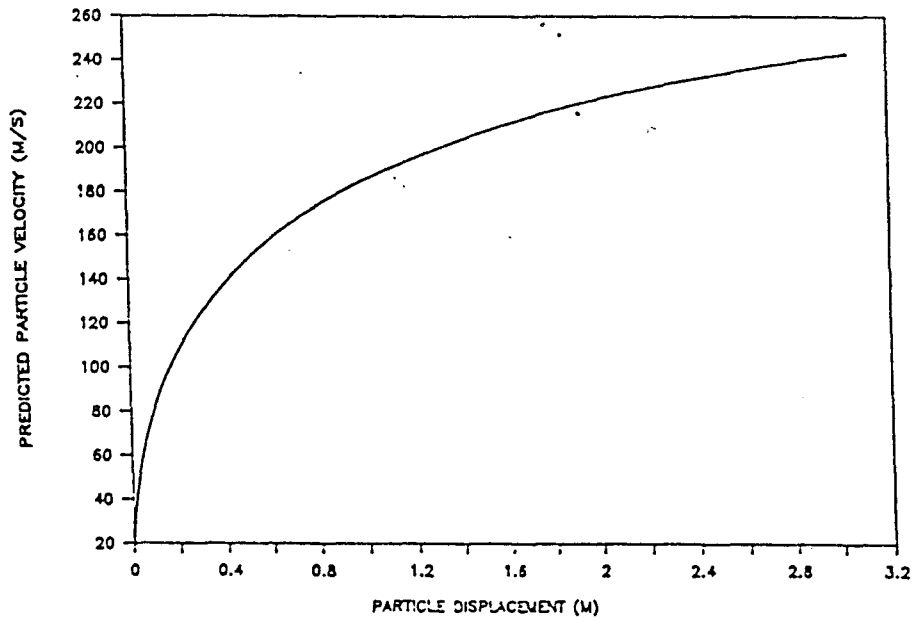


Figure 3-I.7: Profil théorique de vitesse des particules, selon Miller [63].

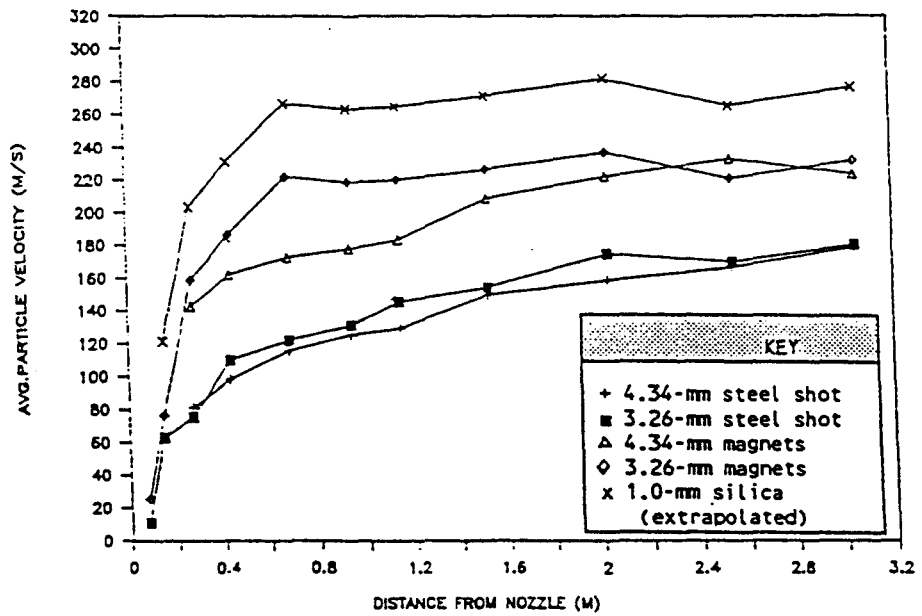


Figure 3-I.8: Profils expérimentaux des vitesses des particules, selon Miller [63].

3-I.3 Conclusion

Le modèle théorique développé par Drew [23] est très général. Il peut être adapté à plusieurs situations d'écoulements biphases, mais son exploitation pratique se heurte à la difficulté de résoudre l'équation différentielle non linéaire à deux inconnues qui détermine le mouvement du fluide biphase.

Le modèle développé par Abudaka [3] suppose que la vitesse de l'eau reste constante tout au long du processus de mélange ainsi que le coefficient de traînée. Par ailleurs, la valeur $n = 2.4$ semble être admise par l'auteur parce qu'avec cette valeur, le modèle d'accélération donne des résultats satisfaisants. Nadeau [69] s'est inspiré des travaux de Drew et considère que l'eau décélère pendant que l'abrasif accélère avant d'atteindre la vitesse limite.

Pour trouver son modèle, Nadeau a repris le terme de transfert de la quantité de mouvement interfaciale qui est seulement dû à l'action de la force de traînée. Ensuite, l'équation différentielle du mouvement ainsi obtenue est résolue numériquement par la méthode approchée de Runge-Kutta. Les résultats de la vitesse en fonction de la distance confirment bien l'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement et coïncident avec les résultats expérimentaux obtenus par Hashish [39,42,46].

Comme Abudaka, Miller [63] a considéré que la vitesse de l'eau reste toujours constante, mais le coefficient de traînée varie instantanément. Le modèle qu'il a ainsi obtenu est le résultat de la résolution de l'équation du mouvement d'une particule par un code de calcul. Les mesures expérimentales qu'il a trouvées confirment la tendance de l'accélération des particules, mais avec certains décalages. En outre, contrairement à son hypothèse, ses mesures indiquent bien la décélération de la phase liquide en fonction de la distance.

De ce qui précède, on peut facilement remarquer l'absence d'un modèle théorique qui se résume en une seule équation mathématique capable de gouverner, dans le cadre des hypothèses faites, le processus d'accélération. Par conséquent, il devient très difficile, voire impossible, d'étudier théoriquement (simulations numériques) les influences des paramètres de travail (conditions de formation du jet, paramètres de coupe) sur les vitesses de l'eau et de l'abrasif. L'absence de tels modèles nous prive également d'un support théorique permettant d'étudier certains aspects tels que l'influence de l'air sur le processus d'accélération.

Dans ce qui suit, on a abordé la résolution théorique du problème d'accélération des particules abrasives et le travail effectué a conduit à des résultats originaux. Il est basé sur l'approche théorique développée dans le premier chapitre, et les formulations mathématiques obtenues contiennent les éléments détaillés dans le chapitre précédent. En outre, l'exposé et l'étude critique des modèles de Drew, Abudaka, Nadeau et Miller ont permis de dégager quelques points communs qui sont utilisés et approfondis dans le développement de la modélisation théorique du processus d'accélération faite dans cette étude.

II - Résolution théorique du problème d'accélération de particules

3-II.1 Introduction

Dans le premier chapitre de cette partie, on a présenté l'approche théorique macroscopique qui nous a permis d'aborder la résolution de notre problème. Les différents mécanismes, qui caractérisent l'entraînement d'une particule par un fluide en écoulement dans une conduite, sont ensuite exposés (chapitre 2). La connaissance de ces mécanismes est essentielle pour établir les lois de conservation et les équations du mouvement des deux phases constitutives du milieu biphasique. Après l'examen des différentes forces qui se développent dans un tel milieu, les principales sont retenues, à savoir les forces de traînée interfaciale et de masse virtuelle. Les vitesses des phases sont des grandeurs macroscopiques et l'écoulement est turbulent à caractère stationnaire (chapitre 1).

Dans la première partie de ce chapitre, on a rappelé les résultats auxquels les chercheurs cités sont parvenus. En fait, l'exposé de ces modèles est, à notre point de vue, nécessaire parce qu'ils présentent un intérêt commun qui est celui de la modélisation de l'accélération d'une particule abrasive entraînée par un jet d'eau supersonique. Par ailleurs, on a pris de chaque modèle une caractéristique que l'on a approfondie dans cette étude.

L'objet de ce chapitre est de rassembler les éléments, développés jusqu'ici, dans la logique de la mécanique des milieux continus. En fait, en identifiant les termes qui composent la source et la diffusion pour chaque phase, le bilan de quantité de mouvement devient facile à établir. Mais faut-il connaître les actions intérieures et extérieures au système considéré. Par ailleurs, l'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement du mélange, introduite par tous les chercheurs [Drew, Lahey, Nadeau, Abudaka...], semble être essentielle pour appliquer la démarche macroscopique phénoménologique présentée ici.

Pour les jets d'eau abrasifs, l'explication du principe d'accélération des particules facilite considérablement la formulation mathématique du problème, et permet de poser les hypothèses simplificatrices nécessaires.

3-II.2 Principe d'accélération des particules

Lorsque le jet d'eau très fin (0.8 à 1.8 mm) quitte la buse en saphir de diamètre au plus égal à 0.5 mm, il crée par sa grande vitesse (600 à 900 m/s) une dépression dans la chambre de mélange qui peut atteindre 30 % de la pression atmosphérique [3].

Les particules abrasives, aspirées par effet Venturi, entrent dans la chambre de mélange avec une faible vitesse. Dans la chambre de mélange, la particule abrasive est entraînée par le jet d'eau très haute pression et dont la vitesse peut atteindre trois fois la vitesse du son dans l'air.

Comme le mélange eau/abrasif, ainsi formé, se déplace le long du tube de focalisation, la quantité de mouvement est transférée de la (grande) vitesse de l'eau vers la petite vitesse de l'abrasif. Donc, avec l'augmentation de la distance parcourue par le mélange, la vitesse de l'abrasif augmente tandis que celle de l'eau diminue et en supposant que la quantité de mouvement totale du mélange reste constante le long du tube de focalisation, et si ce dernier est suffisamment long, les vitesses de l'eau et de l'abrasif deviendront égales. Par conséquent, le transfert de la quantité de mouvement atteint son équilibre et se stabilise.

3-II.3 Forces intérieures et forces extérieures

Le système physique que nous avons considéré est constitué de l'eau du jet et de l'abrasif mélangés et propulsés dans le tube d'accélération. Toutes les actions qui se développent dans le mélange ainsi formé sont appelées *forces intérieures*. Dans un tel système physique, il existe plusieurs types de forces intérieures, parmi lesquelles nous citerons:

- force de traînée interfaciale
- force de masse virtuelle
- force de diffusion mécanique.

Quant aux forces extérieures, elles représentent les efforts qui lient le système avec l'extérieur. Dans notre cas, il s'agit des forces de frottement avec la paroi intérieure du tube de focalisation ainsi que l'action de l'air sur le mélange eau+abrasif.

3-II.4 Hypothèses de l'étude

- 1- la quantité de mouvement du mélange eau+abrasif reste constante le long du processus de mélange à l'intérieur du tube de focalisation,
- 2- la quantité de mouvement est transférée de la (grande) vitesse de l'eau vers la petite vitesse de l'abrasif jusqu'à l'équilibre,
- 3- l'entraînement d'air dans le mélange est négligé,

- 4- les particules sont isolées,
- 5- les composantes des vitesses dépendent seulement de la distance,
- 6- le jet est entouré d'un film d'air mince pour négliger le frottement en paroi,
- 7- la perte d'énergie cinétique due à la désintégration du jet est négligée,
- 8- les débits d'abrasif et d'eau restent constants le long du tube de focalisation,
- 9- l'action de la force de pesanteur est négligée,
- 10- la vitesse de la particule reste constante entre la sortie du tube de focalisation et le point d'impact.

3-II.5 Les équations de quantité de mouvement

Rappelons que les équations de quantité de mouvement ne sont, en fait, que le bilan d'impulsion (§ 1.4).

Pour un milieu constitué de deux phases distinctes liquide et solide, les équations du mouvement écrites pour chaque phase contiennent des sources d'impulsions dues à l'interaction réciproque des deux phases à leur interface, et éventuellement à d'autres forces telles que le frottement et la gravité terrestre. En introduisant la fraction volumique α de la phase solide, les équations du mouvement d'un tel milieu sont écrites séparément de la manière suivante [57]:

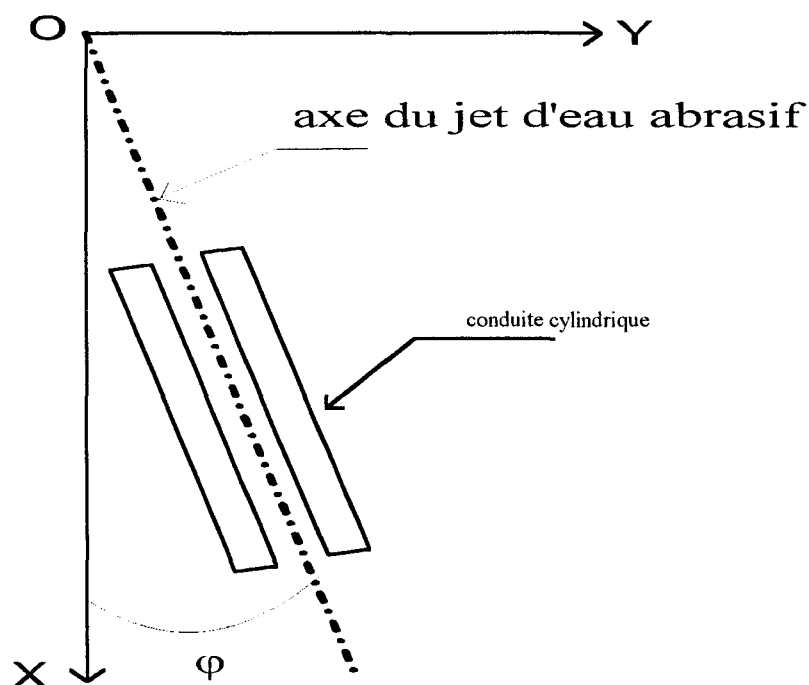


Figure 3-II.1: Schématisation du système de coordonnées.

- **phase liquide:**

$$(1 - \alpha)\rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} = -(1 - \alpha) \frac{dP}{dx} + M_w - F_w + (1 - \alpha)\rho_w g \cos \varphi \quad (3-II.1)$$

- **phase solide:**

$$\alpha \rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -\alpha \frac{dP}{dx} + M_a + \alpha \rho_a g \cos \varphi \quad (3-II.2)$$

avec

$$M_w = -M_a = \alpha(F_d + F_{vm}) \quad (3-II.3)$$

où α représente la fraction volumique des vides de la phase solide, P désigne la pression de l'eau dans le milieu, M_w et M_a sont respectivement les forces par unité de volume de particule solide qui agit à l'interface liquide/solide, F_w est la force volumique de frottement en paroi, et φ l'angle que fait l'axe du jet d'eau abrasif avec la verticale. g étant le module de l'accélération terrestre.

3-II.6 Equations différentielles du mouvement d'une particule

Dans le paragraphe précédent, on a exposé les équations différentielles de la dynamique des fluides établies pour un milieu à deux phases solide et liquide. Ces équations renferment l'ensemble des forces intérieures et extérieures au système physique. Pour réduire les deux équations (3-II.1) et (3-II.2) en une seule équation caractéristique du mouvement d'une particule abrasive isolée, il suffit de remplacer le terme de gradient de pression dans l'équation (3-II.1) par son expression dans l'équation (3-II.2). Cette substitution conduit à la relation suivante:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -\frac{F_d + F_{vm}}{1 - \alpha} + \frac{F_w}{1 - \alpha} + \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + (\rho_a - \rho_w) g \cos \varphi \quad (3-II.4)$$

Compte tenu de l'hypothèse 4 du paragraphe (3-II.4), la fraction volumique α des particules est très inférieure à l'unité:

$$\alpha \ll 1 \quad (3-II.5)$$

Par conséquent, la relation (3-II.1) peut être écrite sous la forme suivante:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -F_d - F_{vm} + \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + F_w + (\rho_a - \rho_w) g \cos \varphi \quad (3-II.6)$$

Compte tenu de l'hypothèse 6 du paragraphe (3-II.4), la relation (3-II.3) est réduite à l'expression suivante:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -F_d - F_{vm} + \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + (\rho_a - \rho_w) g \cos \varphi \quad (3-II.7)$$

qui est n'est autre qu'une équation différentielle non linéaire du second ordre à deux inconnues v_a et v_w . Cette équation représente les effets des forces de traînée, de masse virtuelle, de diffusion mécanique et de pesanteur. Compte tenu de l'hypothèse 9 du paragraphe (3-II.4), la relation (3-II.7) est réduite à l'expression suivante:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -F_d - F_{vm} + \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} \quad (3-II.8)$$

qui est une équation différentielle non linéaire du second ordre à deux inconnues v_a et v_w . Elle représente les effets des forces de traînée, de masse virtuelle et de diffusion mécanique. Si maintenant l'on néglige l'effet de la diffusion mécanique, la relation (3-II.8) devient:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -F_d - F_{vm} \quad (3-II.9)$$

Enfin, l'action de la seule force de traînée conduit à l'écriture de l'équation simplifiée suivante:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = -F_d \quad (3-II.10)$$

La substitution de F_d par son expression complète donnée par la relation (2.7) conduit à écrire la relation (3-II.10) sous une nouvelle forme et après simplification, on obtient:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = \frac{3}{4} C_d \frac{\rho_w}{D_a} (v_w - v_a) |v_w - v_a| \quad (3-II.11)$$

Dans le cas des écoulements biphasiques considérés ici dans cette étude (jet d'eau abrasif, la vitesse v_a des particules abrasives est toujours inférieure ou, à la limite, égale à la vitesse v_w de l'eau.

La relation (3-II.11) peut s'écrire alors comme suit:

$$\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} = \frac{3}{4} C_d \frac{\rho_w}{D_a} (v_w - v_a)^2 \quad (3-II.12)$$

qui représente l'expression finale de l'équation différentielle du mouvement d'une particule isolée, par unité de volume, sous l'action de la force de traînée.

En multipliant les membres de (3-II.12) par le volume V d'une particule abrasive et, après simplification, on obtient l'expression finale suivante de la traînée:

$$m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 \quad (3-II.13)$$

où m_a représente la masse d'une particule abrasive et K_d le facteur de traînée donné par:

$$K_d = \frac{1}{2} \Omega_a C_d \rho_w \quad (3-II.14)$$

avec Ω_a l'aire du maître couple d'une particule abrasive.

l'expression (3-II.13) représente l'équation différentielle du mouvement d'une particule isolée sous l'action de la force de traînée.

3-II.7 Conservation de la quantité de mouvement

Les auteurs qui ont approché théoriquement le mécanisme d'accélération des particules abrasives se déplaçant dans un jet d'eau, sont tous d'accord sur le fait qu'il faudra considérer l'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement du système formé par le mélange des deux phases solide et liquide.

Bien que cette hypothèse paraît grossière, elle demeure un moyen très efficace pour les investigations théoriques concernant la caractérisation de l'accélération des particules abrasives dans un fluide en écoulement.

La vitesse du jet étant très grande, elle peut atteindre parfois trois fois la vitesse du son dans l'air, cet aspect entraîne une désintégration d'une partie du jet d'eau en vapeur conduisant ainsi à une perte d'énergie [65]. Par ailleurs, l'hypothèse selon laquelle les particules abrasives sont suffisamment espacées entre elles dans le jet, semble être acceptable dans ces conditions. Ce qui nous permettra de simplifier énormément la résolution analytique de l'équation différentielle du mouvement de la particule abrasive.

3-II.7.1 Quantité de mouvement globale

Si nous considérons dans les équations (3-II.1) et (3-II.2) que les forces dues à la pesanteur et au frottement en paroi sont négligées, la somme membre à membre des termes de ces deux équations donne une équation de mouvement pour le mélange ainsi constitué d'eau et de particules abrasives. Dans cette équation, on remarque que le membre de droite contient seulement un terme de diffusion mécanique où la pression P du milieu représente le flux de quantité de mouvement qui n'est autre qu'un flux de conduction mécanique.

$$\left[(1 - \alpha)\rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + \alpha\rho_a v_a \frac{dv_a}{dx} \right] = - \frac{dP}{dx} \quad (3-II.15)$$

l'équation (3-II.15) correspond à une loi de mélange que l'on peut mettre sous la nouvelle forme suivante:

$$\rho_m v_m \frac{dv_m}{dx} = - \frac{dP}{dx} \quad (3-II.16)$$

Ce résultat théorique confirme bien l'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement globale du mélange eau+abrasif. On peut alors conclure que les forces de *traînée* et de *masse virtuelle* sont bien des forces internes par rapport au système constitué par le mélange biphasique (eau/particules abrasives). Comme on le montre dans le § (3-II.7.3), la conséquence immédiate de ce résultat est que l'impulsion globale instantanée est constante au cours du processus de mélange.

3-II.7.2 Transfert de la quantité de mouvement à l'interface

A l'interface *solide - liquide*, la particule abrasive se met en mouvement grâce à l'énergie que lui transfère l'eau. Dans une certaine mesure, la modélisation de l'écoulement d'un milieu biphasique se fait essentiellement avec les termes de transfert de quantité de mouvement interfaciale puisque ce sont les termes qui couplent les deux phases ensemble. Le terme de transfert de la quantité de mouvement interfaciale contient les forces dues à la traînée et à la masse virtuelle ainsi que d'autres forces citées dans [23].

Si l'on considère seulement l'effet de traînée interfaciale, d'après Drew [23] cité par Nadeau [69], l'expression du terme Aa de transfert de quantité de mouvement à l'interface est la suivante:

- *phase solide:*

$$m_{1a} \frac{dv_a}{dx} = A_a \quad (3-II.17)$$

- *phase liquide:*

$$m_{1w} \frac{dv_w}{dx} = -A_a \quad (3-II.18)$$

avec

$$A_a = -\frac{3}{4} \alpha \rho_w \Omega \frac{C_d}{D_a} (v_a - v_w) |v_a - v_w| \quad (3-II.19)$$

En fait, A_a représente la force de traînée par unité de longueur dans la conduite. Les débits massiques d'abrasif et d'eau sont des fonctions de α mais restent constants le long de la conduite, leur expression est, selon [69], donnée par:

$$m_{1a} = \alpha \rho_a \Omega v_a \quad (3-II.20)$$

et

$$m_{1w} = (1 - \alpha) \rho_w \Omega v_w \quad (3-II.21)$$

où Ω désigne l'aire de la section droite du jet d'eau abrasif.

3-II.7.3 Conséquence de la conservation de la quantité de mouvement

La quantité de mouvement du mélange étant conservée le long du tube de focalisation et pour une distance suffisamment longue à l'intérieur de celui-ci, les vitesses de la particule abrasive et de l'eau deviennent égales [69] à la vitesse d'équilibre. Ce résultat peut être retrouvé en adoptant la démarche suivante:

En additionnant membre à membre les relations (3-II.17) et (3-II.18), on trouve:

$$m_{1a} \frac{dv_a}{dx} + m_{1w} \frac{dv_w}{dx} = 0 \quad (3-II.22)$$

La multiplication des deux membres de (3-II.22) par dx donne:

$$m_{1a} dv_a + m_{1w} dv_w = 0 \quad (3-II.23)$$

Si l'on considère que les débits massiques d'abrasif et d'eau restent constants le long du tube de focalisation (hypothèse 8 du paragraphe 3-II.4), la relation (3-II.23) peut être mise sous la forme suivante:

$$d(m_{1a}v_a + m_{1w}v_w) = 0 \quad (3-II.24)$$

En intégrant l'équation différentielle (3-II.24) par rapport à la distance x , on obtient:

$$m_{1a}v_a + m_{1w}v_w = R \quad (3-II.25)$$

où R une constante réelle positive, elle est déterminée, plus loin, par les conditions aux limites.

La relation (3-II.25) montre que l'impulsion globale du mélange exprimée par unité de temps, est constante. Cela peut être considéré comme une conséquence de la conservation de la quantité de mouvement. Cette relation nous apprend également qu'à deux distances distinctes x_1 et x_2 où les vitesses respectives seront V_{a1} et V_{a2} pour la particule abrasive, et V_{w1} et V_{w2} pour l'eau, l'expression du transfert de la quantité de mouvement peut s'écrire sous la forme suivante:

$$m_{1a}V_{a1} + m_{1w}V_{w1} = m_{1a}V_{a2} + m_{1w}V_{w2} \quad (3-II.26)$$

Si maintenant, on désigne par V_{a0} et V_{w0} les vitesses initiales de la particule abrasive et de la phase liquide correspondant à la position x_1 , alors la constante R de la relation (3-II.25) peut être exprimée explicitement comme suit:

$$R = m_{1a}V_{a0} + m_{1w}V_{w0} \quad (3-II.27)$$

Le terme de droite de la relation (3-II.27) est donné par les conditions de formation du jet d'eau abrasif, on en conclut que la constante R est parfaitement déterminée.

3-II.7.4 Détermination de la vitesse d'équilibre du mélange

Si l'on considère l'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement du mélange (eau + particules abrasives) et le principe selon lequel les particules se déplacent en chaîne sans aucune interaction entre-elles. Chaque particule atteint la même vitesse lorsqu'elle arrive à une position donnée de l'axe du jet. Ce qui permet de négliger le terme temporel de la dérivée totale de la vitesse et de considérer seulement la composante spatiale qui est le produit de la vitesse par son gradient.

Ce résultat suppose que la vitesse dépend seulement de la distance x dans le tube de focalisation (conduite cylindrique). Il justifie, d'une part, le développement opéré dans le paragraphe précédent (3-II.7.3) qui n'est autre qu'une conséquence immédiate de la

conservation de la quantité de mouvement. D'autre part, il permet d'appliquer la propriété des sommes barycentriques à la relation (3-II.25) de l'impulsion instantanée du mélange où l'on peut écrire donc :

$$m_{1a} v_a + m_{1w} v_w = (m_{1a} + m_{1w}) V_{\text{éq.}} = R \quad (3-II.28)$$

Soit

$$V_{\text{éq.}} = \frac{R}{m_{1a} + m_{1w}} = \frac{m_{1a}V_{a0} + m_{1w}V_{w0}}{m_{1a} + m_{1w}} \quad (3-II.29)$$

où $V_{\text{éq.}}$ représente la vitesse d'équilibre de deux phases; solide et liquide.

Remarque:

La vitesse d'équilibre donnée par la relation (3-II.29) a la même expression que celle trouvée dans la littérature [39,69].

3-II.8 Recherche de solutions analytiques (Modèles d'accélération)

Pour résoudre l'équation différentielle, non linéaire et à deux inconnues v_a et v_w , du mouvement d'une particule par intégration directe, il faut avoir une deuxième équation avec les mêmes inconnues. Cette dernière équation résulte du transfert de la quantité de mouvement instantanée, elle est donnée par la relation (3-II.25).

Changement de variables

On remarque dans l'expression (3-II.25), que les vitesses des particules et de l'eau sont liées par une combinaison simple. La dépendance entre ces deux grandeurs décrit un cercle de rayon r donné par la racine carrée de R de la relation (3-II.27).

Ce résultat nous conduit à exprimer les vitesses v_a et v_w en fonction des coordonnées polaires r et θ . Ce qui nous donne:

$$m_{1a}v_a = r^2 \cos^2 \theta \quad (3-II.30)$$

et

$$m_{1w}v_w = r^2 \sin^2 \theta \quad (3-II.31)$$

avec

$$r = \sqrt{R} \quad (3-II.32)$$

d'où les expressions suivantes pour les vitesses:

$$v_a = \frac{r^2}{m_{1a}} \cos^2 \theta \quad (3-II.33)$$

et

$$v_w = \frac{r^2}{m_{1w}} \sin^2 \theta \quad (3-II.34)$$

Les dérivées deviendront alors

$$\frac{dv_a}{dx} = -2 \frac{r^2}{m_{1a}} \cos \theta \sin \theta \frac{d\theta}{dx} = -\frac{r^2}{m_{1a}} \sin 2\theta \frac{d\theta}{dx} \quad (3-II.35)$$

et

$$\frac{dv_w}{dx} = +2 \frac{r^2}{m_{1w}} \cos \theta \sin \theta \frac{d\theta}{dx} = +\frac{r^2}{m_{1w}} \sin 2\theta \frac{d\theta}{dx} \quad (3-II.36)$$

Linéarisation

Afin de rendre possible les opérations d'intégration, on doit linéariser $\cos^2 \theta$ et $\sin^2 \theta$ en appliquant les transformations trigonométriques simples suivantes:

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta) \quad (3-II.37)$$

et

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta) \quad (3-II.38)$$

Réduction de l'expression de l'impulsion instantanée du mélange

On entend par impulsion instantanée du mélange la quantité de mouvement globale des deux phases solide et liquide exprimée par unité de temps (relation 3-II.25). En divisant les membres de cette dernière par R et en posant

$$p = \frac{m_{1w}}{R} \quad (3-II.39)$$

et

$$q = \frac{m_{1a}}{R} \quad (3-II.40)$$

on obtient

$$q v_a + p v_w = 1 \quad (3-II.41)$$

La relation (3-II.41) représente l'expression réduite de l'impulsion instantanée du mélange. En outre, cette relation peut s'écrire aussi sous la forme suivante:

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad (3-II.42)$$

avec

$$\cos^2 \theta = q v_a \quad (3-II.43)$$

et

$$\sin^2 \theta = p v_w \quad (3-II.44)$$

Après le changement de variables et la réduction de l'équation de l'impulsion instantanée, quatre cas de figures se présentent:

- cas de la traînée sans diffusion mécanique
- cas de la traînée avec diffusion mécanique
- Cas de la traînée et de la force de masse virtuelle sans diffusion mécanique
- Cas de la traînée et de la force de masse virtuelle avec diffusion mécanique

Pour aborder ces quatre cas, on va adopter la même démarche de résolution mathématique. Les étapes suivies sont seulement exposées, dans le détail, pour le premier cas. Des annexes sont prévues à ce sujet, elles comportent les détails de résolution complètes pour chaque cas de figure.

3-II.8.1 Cas de la traînée sans diffusion mécanique

Système d'équations

En rassemblant les équations (3-II.13) et (3-II.25), on écrit le système suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (3-II.45)$$

Résolution analytique

Compte tenu du changement de variables opéré dans (3-II.33) et (3-II.34) et en exprimant, dans (3-II.25), v_w en fonction de v_a , le système (3-II.45) se réduit à une équation à une inconnue θ . Après linéarisation et simplification, on obtient l'équation intégrale suivante:

$$\int \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta + \int \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta = -\frac{B_1}{A_1} \int dx \quad (3-II.46)$$

avec

$$k = \frac{a}{b} \quad ; \quad a = \frac{1}{m_{1w}} - \frac{1}{m_{1a}} \quad ; \quad b = \frac{1}{m_{1w}} + \frac{1}{m_{1a}} \quad (3-II.47)$$

et

$$A_1 = \frac{m_a}{2 m_{1a}^2} \quad ; \quad B_1 = \frac{1}{4} K_d b^2 \quad (3-II.48)$$

L'intégration directe de l'équation différentielle (3-II.46) donne une solution analytique exacte qui, après simplification, est la suivante:

$$x = \frac{A_1}{2B_1} \left[\ln |\cos 2\theta - k| - \frac{s}{\cos 2\theta - k} + 2C \right] \quad (3-II.49)$$

Equations des vitesses des deux phases

Si l'on revient, dans l'équation (3-II.49), à v_a (vitesse de la phase solide) et v_w (vitesse de la phase liquide) et compte tenu de

$$\cos 2\theta = -1 + 2 \cos^2 \theta \quad (3-II.50)$$

et

$$\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \quad (3-II.51)$$

les relations (3-II.50) et (3-II.51) s'écriront alors de la façon suivante:

$$\cos 2\theta = -1 + 2q v_a \quad (3-II.52)$$

et

$$\cos 2\theta = 1 - 2p v_w \quad (3-II.53)$$

En remplaçant $\cos 2\theta$ dans (3-II.49), selon le cas, par (3-II.52) pour la phase solide et par (3-II.53) pour la phase liquide, on trouve les équations des vitesses en fonction de la distance x à l'intérieur du tube de focalisation:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{A_1}{2B_1} \left[\ln |2q v_a - s| - \frac{s}{2q v_a - s} + 2C \right] \quad (3-II.54)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{A_1}{2B_1} \left[\ln |h - 2p v_w| - \frac{s}{h - 2p v_w} + 2C \right] \quad (3-II.55)$$

avec

$$s = 1 + \frac{a}{b} \quad ; \quad h = 2 - s \quad (3-II.56)$$

et C la constante d'intégration déterminée par les conditions aux limites ci-après.

Conditions aux limites

Comme le montre la figure (3-II.2), les particules arrivent au contact avec le jet d'eau à la vitesse initiale V_{a0} . A cette même position, on considère que $x=0$ (origine) où l'eau arrive avec une vitesse initiale V_{w0} . Ces deux vitesses initiales sont données par les conditions de formation du jet (pression hydraulique de l'eau, débit massique d'abrasif, diamètre de la buse en saphir...). En fait, V_{a0} sera déterminée expérimentalement à l'aide d'une instrumentation spécifique détaillée dans la Partie IV. Par contre, V_{w0} est donnée par la formule de Bernoulli utilisée par Abudaka [3] et Nadeau [69], dont voici l'expression:

$$V_{w0} = \sqrt{\frac{2P}{\rho_w}} \quad (3-II.57)$$

Suivant le principe d'accélération des particules (paragraphe 3-II.2), la vitesse maximale des particules est donnée par la relation d'équilibre (3-II.29).

De ce qui précède, on déduit la constante d'intégration C donnée par l'expression suivante:

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{s}{2qV_{a0} - s} - \ln \left| 2qV_{a0} - s \right| \right] \quad (3-II.58)$$

3-II.8.2 Cas de la traînée avec diffusion mécanique

Si maintenant, en plus de la traînée, l'on tient compte de l'action de la diffusion mécanique qui est représentée par le terme de gradient de pression dans l'équation de quantité de mouvement, le système d'équations à résoudre sera:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + V \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (3-II.59)$$

où $V = \frac{\pi}{6} D_a^3$ le volume d'une particule abrasive isolée.

Après changement de variables (relations 3-II.33 à 3-II.36), linéarisation et simplification, le système (3-II.59) se réduit à une équation différentielle à une seule inconnue θ , dont l'expression intégrale est la suivante:

$$E_1 \int \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta + F_1 \int \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta = -B_1 \int dx \quad (3-II.60)$$

avec

$$E_1 = A_1 + D_1 \quad ; \quad F_1 = A_1 - D_1 \quad (3-II.61a)$$

et

$$D_1 = \frac{V \rho_w}{2 m_1 w^2} \quad (3-II.61b)$$

Après intégration directe de (3-II.60), on trouve les deux solutions analytiques exactes suivantes :

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2B_1} \left[F_1 \ln |2q v_a - s| - \frac{E_1 + k.F_1}{2q v_a - s} + 2C \right] \quad (3-II.62)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2B_1} \left[F_1 \ln |h - 2p v_w| - \frac{E_1 + k.F_1}{h - 2p v_w} + 2C \right] \quad (3-II.63)$$

A partir des conditions aux limites précédentes, on déduit la constante d'intégration C , comme suit :

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{E_1 + k.F_1}{2q V_{a0} - s} - F_1 \ln |2q V_{a0} - s| \right] \quad (3-II.64)$$

3-II.8.3 Cas de la traînée et de la force de masse virtuelle sans diffusion mécanique

En procédant comme précédemment, on écrit le système d'équations dans lequel apparaîtront seulement les actions de la traînée et de la force de masse virtuelle. La diffusion mécanique n'étant pas prise en compte, il s'en suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + \frac{1}{2} V \rho_w v_a \frac{d(v_w - v_a)}{dx} \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (3-II.65)$$

De même, l'équation intégrale est:

$$\int \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta + \int \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta = -\frac{B_1}{A_1 + C_1} \int dx \quad (3-II.66)$$

avec

$$C_1 = \frac{V \rho_w b}{4 m_a} \quad (3-II.67)$$

Les solutions exactes de l'équation (3-II.66) sont:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{A_1 + C_1}{2B_1} \left[\ln |2q v_a - s| - \frac{s}{2q v_a - s} + 2C \right] \quad (3-II.68)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{A_1 + C_1}{2B_1} \left[\ln |h - 2p v_w| - \frac{s}{h - 2p v_w} + 2C \right] \quad (3-II.69)$$

où C la constante d'intégration déterminée par les conditions aux limites.

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{s}{2q V_{a0} - s} - \ln |2q V_{a0} - s| \right] \quad (3-II.70)$$

3-II.8.4 Cas de la traînée et de la force de masse virtuelle avec diffusion mécanique

Dans ce cas, le maximum de forces intérieures, agissant à l'interface solide/liquide, sont prises en compte. La quantité de mouvement du mélange biphasique (eau + particules) étant considérée constante, la méthode de résolution du système d'équations à deux inconnues, v_a et v_w , reste la même que celle utilisée dans les cas des § (3-II.8.1), (3-II.8.2) et (3-II.8.3).

Le système d'équations est:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + V \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + \frac{1}{2} V \rho_w v_a \frac{d(v_w - v_a)}{dx} \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (3-II.71)$$

L'équation intégrale est:

$$\overline{E}_1 \int \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta + \overline{F}_1 \int \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2} d\theta = -B_1 \int dx \quad (3-II.72)$$

avec

$$\overline{E}_1 = A_1 + C_1 + D_1 \quad (3-II.73a)$$

et

$$\overline{F}_1 = A_1 + C_1 - D_1 \quad (3-II.73b)$$

Les équations de vitesses, solutions exactes, de l'équation intégrale (3-II.72), sont:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2B_1} \left[\overline{F}_1 \ln |2q v_a - s| - \frac{\overline{E}_1 + k \cdot \overline{F}_1}{2q v_a - s} + 2C \right] \quad (3-II.74)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2B_1} \left[\overline{F}_1 \ln |h - 2p v_w| - \frac{\overline{E}_1 + k \cdot \overline{F}_1}{h - 2p v_w} + 2C \right] \quad (3-II.75)$$

A partir des conditions aux limites précédentes, on déduit la constante d'intégration C , comme suit :

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{\overline{E}_1 + k \cdot \overline{F}_1}{2q V_{a0} - s} - \overline{F}_1 \ln |2q V_{a0} - s| \right] \quad (3-II.76)$$

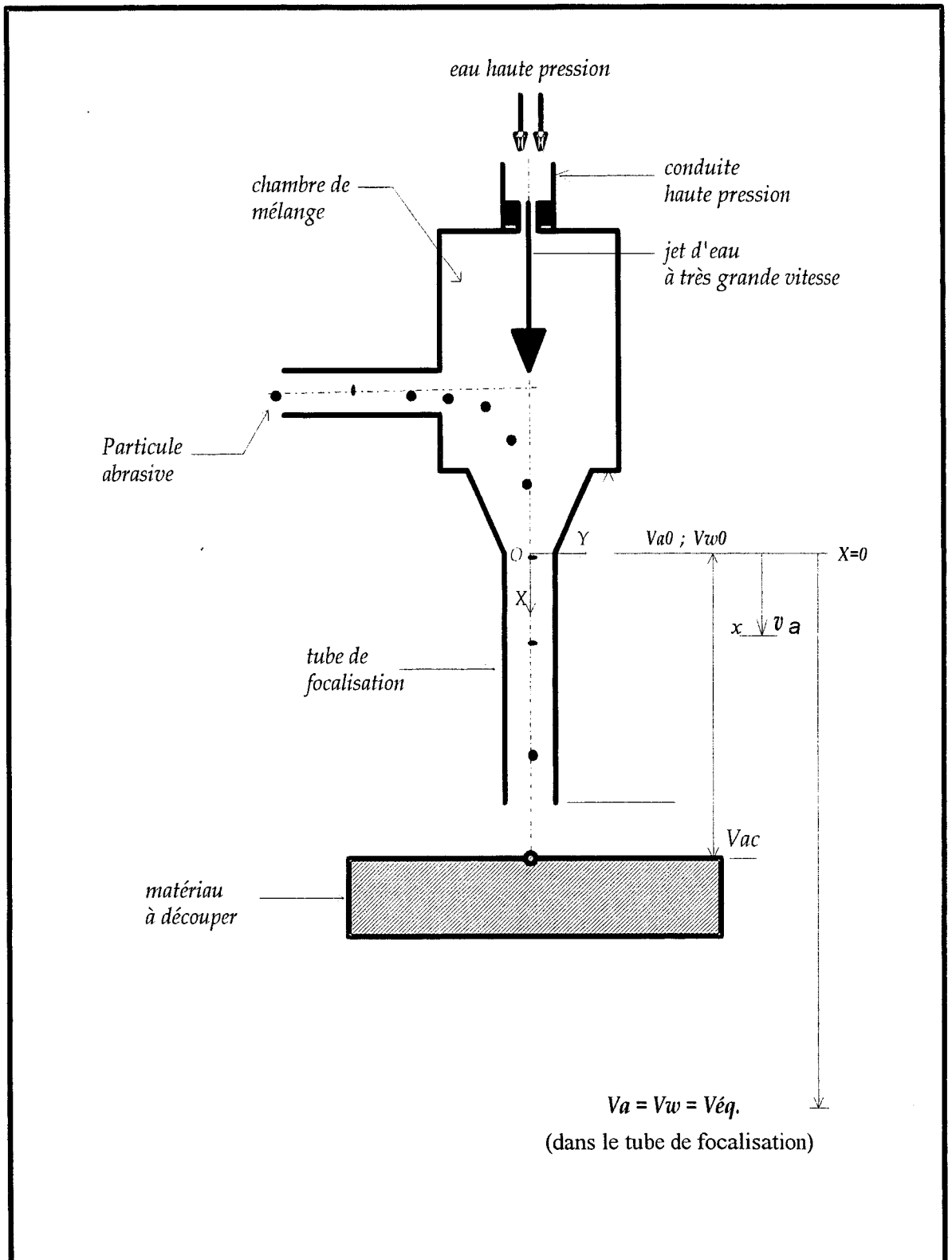


Figure 3-II.2: Schématisation du processus de mélange, du référentiel et conditions aux limites.

3-II.9 Récapitulation des modèles

<i>Sollicitation</i>	<i>Vitesse</i>
Action de la traînée (1) sans diffusion mécanique (2)	$x_a = \frac{A_1}{2B_1} \left[\ln 2q v_a - s - \frac{s}{2q v_a - s} + 2C \right]$
	$x_w = \frac{A_1}{2B_1} \left[\ln h - 2p v_w - \frac{s}{h - 2p v_w} + 2C \right]$
Action de la traînée (1) avec diffusion mécanique (2)	$x_a = \frac{1}{2B_1} \left[F_1 \ln 2q v_a - s - \frac{E_1 + k \cdot F_1}{2q v_a - s} + 2C \right]$
	$x_w = \frac{1}{2B_1} \left[F_1 \ln h - 2p v_w - \frac{E_1 + k \cdot F_1}{h - 2p v_w} + 2C \right]$
Action de la traînée (1) et force de masse virtuelle (3) sans diffusion mécanique (2)	$x_a = \frac{A_1 + C_1}{2B_1} \left[\ln 2q v_a - s - \frac{s}{2q v_a - s} + 2C \right]$
	$x_w = \frac{A_1 + C_1}{2B_1} \left[\ln h - 2p v_w - \frac{s}{h - 2p v_w} + 2C \right]$
Action de la traînée (1) et force de masse virtuelle (3) avec diffusion mécanique (2)	$x_a = \frac{1}{2B_1} \left[\overline{F}_1 \ln 2q v_a - s - \frac{\overline{E}_1 + k \cdot \overline{F}_1}{2q v_a - s} + 2C \right]$
	$x_w = \frac{1}{2B_1} \left[\overline{F}_1 \ln h - 2p v_w - \frac{\overline{E}_1 + k \cdot \overline{F}_1}{h - 2p v_w} + 2C \right]$

Tableau 3-II.1: Récapitulation des équations des modèles établis dans cette étude.

3-II.10 Conclusion

L'exploitation des hypothèses énoncées dans les paragraphes précédents, a permis d'explorer une nouvelle démarche théorique qui va droit vers une solution mathématique simple du problème posé par la modélisation du processus d'accélération. En fait, l'objectif à atteindre est de mettre en équation la vitesse des particules qui est une grandeur physique très difficile à mesurer, mais qui joue un rôle déterminant dans la maîtrise des caractéristiques du jet d'eau abrasif ainsi que son aptitude à découper des matériaux dont on connaît les propriétés.

Le fait que le bilan d'impulsion globale du mélange confirme l'hypothèse de la constance de la quantité de mouvement, alors il n'est pas inconvenable de penser que les vitesses de l'eau et de la particule abrasive sont liées par une combinaison linéaire simple. Celle-ci est définie comme la somme des impulsions des deux phases par unité de temps, elle est égale à une constante R qui peut être déterminée par les conditions aux limites. La méthode appropriée à cette situation est donc de travailler en coordonnées polaires. Le résultat est immédiat et les équations de mouvement auxquelles on est arrivé sont révélatrices, car l'allure des courbes qu'elles représentent sont, comme on l'a constaté dans la Partie III, identiques à celles rencontrées dans la littérature [63,69].

Les forces que l'on a considérées sont celles qui se développent à l'interface des deux phases. C'est-à-dire, les forces de traînée, de diffusion mécanique et de masse virtuelle. Les équations des vitesses ainsi trouvées sont très simples à représenter graphiquement ; elles offrent la possibilité d'effectuer une large gamme d'investigations théoriques qui permettent l'examen de l'influence de chaque paramètre (Pression hydraulique, débit massique de particules abrasives, diamètre de buse, vitesse d'avance du jet...) sur le processus d'accélération des particules et le processus de coupe.

Cet aspect nous incite à étendre la méthode de modélisation utilisée aux situations réelles de fonctionnement du jet d'eau abrasif, en examinant l'influence du frottement et de la force de pesanteur sur le processus d'accélération. Ainsi, un modèle d'accélération plus général sera proposé.

Dans le chapitre 5, on a approché le cas réel de fonctionnement d'une installation jet d'eau abrasif utilisant le système d'entraînement AWJ. Ce cas consiste à rendre les modèles établis plus complets en tenant compte, dans les calculs, de l'effet de l'air sur le processus d'accélération. Avec la validation expérimentale de notre modélisation théorique et les autres aspects abordés dans la Partie III, on aura complété la présente étude en proposant un modèle intégré de coupe qui permet d'estimer de façon très fiable la profondeur de coupe. Ce qui donnera à notre étude l'aspect, à la fois, théorique et pratique, et une application industrielle dans le domaine de la découpe hydro-abrasive.

Chapitre 4

Extension

de la modélisation

4.1 Introduction

Dans les paragraphes précédents, la modélisation a porté seulement sur les effets des forces qui se développent à l'interface des deux phases solide/liquide. En fait, l'idée de passer par les coordonnées polaires permet de surmonter les difficultés mathématiques inhérentes à la résolution de l'équation différentielle non linéaire de la dynamique des milieux à deux phases.

C'est pourquoi la tentative d'étendre notre méthode à d'autres modèles plus complets que ceux établis dans les paragraphes 3-II de la présente partie, est plus qu'intéressante, bien que cette tâche nous oblige de faire certaines réserves. En effet, en procédant de cette manière, il devient possible de trouver une solution analytique générale exacte de l'équation différentielle non linéaire (3-II.3) qui tient compte des actions des forces de frottement et de pesanteur.

En réalité, la prise en compte de ces deux dernières forces, dans la détermination du processus d'accélération, entraîne forcément une fluctuation de la quantité R d'impulsion globale instantanée définie par la relation (3-II.27). Afin d'examiner le degré de sensibilité du processus d'accélération à la fluctuation de R , on a prévu, dans le chapitre 5 suivant, une analyse complète de ce phénomène. Mais jusqu'ici, on considère que R reste constante.

4.2 Mise en évidence du frottement

L'expérience montre que le tube de focalisation chauffe au cours de l'écoulement du jet d'eau abrasif. La chaleur dégagée est perceptible au toucher du doigt; la température développée n'est donc pas négligeable. L'échauffement s'accompagne de l'érosion par abrasion de la paroi interne du tube de focalisation. Cela est dû principalement au *frottement* en paroi de l'eau et des particules abrasives qui se trouvent accrochées à la périphérie du jet.

En effet, la turbulence et la diffusion du jet font que l'eau et les dites particules participent au frottement en paroi.

Une autre source de chaleur provient, sans doute et à notre avis, de l'échauffement de l'eau par frottement avec les particules lorsque la vitesse du jet est très importante. Une partie de la chaleur dégagée est transportée par le jet et la partie que l'on perçoit constitue le reste.

4.3 Le frottement et l'écoulement turbulent

Hormis le diamètre de la conduite, la vitesse et la viscosité cinématique du fluide, l'expérience montre que le frottement en paroi est très lié à la turbulence de l'écoulement. En effet, si un écoulement devient turbulent à partir d'une valeur critique du nombre de Reynolds (*entre 2500 et 4000*) dans les conditions normales d'expérimentation (température ambiante, conduite lisse), cette valeur critique peut diminuer considérablement lorsque la paroi est rugueuse. D'autre part, quelque soit l'état de surface de la paroi, l'écoulement présente toujours une perte de charge qui est due au frottement en paroi.

Par ailleurs, une conduite n'est jamais parfaitement lisse, mais la considération d'une telle paroi conserve une signification: tant que les aspérités ont des dimensions très faibles par rapport au diamètre de la conduite, *la distribution des vitesses dans la partie centrale et les pertes de charge sont les mêmes quel que soient la distribution, la forme et la hauteur des aspérités.*

Dès que les aspérités prennent des dimensions relativement importantes, *la distribution des vitesses et les pertes de charge dépendent de l'état de rugosité de la paroi*, lequel peut être défini, dans le cas d'une *rugosité homogène*, par:

- la forme des aspérités,
- la distribution des aspérités et, notamment, la distance moyenne qui sépare deux aspérités voisines,
- la hauteur e des aspérités (figure 2.3 et tableau 2.1).

Il semble que, dans la pratique, pour des configurations géométriques identiques (même forme, même relation entre la hauteur et la distance des aspérités), le seul facteur qui intervienne dans la loi des pertes de charge est la rugosité relative e/D définie dans le paragraphe (2.2.4).

4.4 Action de la force de frottement

La démarche théorique exacte consiste à développer et analyser séparément les effets du frottement pour les phases solide et liquide, mais la complexité des équations mathématiques qui en résultent, nous oblige à considérer le cas particulier où le frottement est dû seulement au contact de l'eau avec la paroi interne du tube de focalisation. Tandis que les particules abrasives restent dans l'axe central du jet lors de l'écoulement. Cependant, cette considération reste en accord avec les hypothèses de l'étude théorique menée dans les chapitres précédents. En fait, les particules qui s'accrochent à la périphérie du jet ne jouent aucun rôle dans la découpe et, par conséquent, elles ne sont pas prises en considération.

4.4.1 Méthode d'analyse

Afin de pouvoir analyser théoriquement l'influence du frottement en paroi, on considère que la quantité de mouvement globale reste constante, ce qui est approximatif. En toute rigueur, le frottement se traduit par une diminution de la quantité de mouvement. Le reste de la méthode consiste à trouver des solutions analytiques exactes pour l'équation différentielle du mouvement. Pour cela, on adoptera le même raisonnement que celui du paragraphe (3-II.8) concernant le changement de variables et la linéarisation.

On sait, à priori, que le résultat de cette analyse ne représente pas la réalité avec beaucoup de fidélité, mais il permet néanmoins d'avoir une idée sur le sens et l'importance de l'influence de la force de frottement sur le processus d'accélération. Le tube de focalisation étant considéré comme une conduite cylindrique de type lisse au sens du paragraphe (4.3.1). C'est-à-dire que les aspérités que présente la paroi du tube ont une répartition uniforme et leurs dimensions restent très faibles par rapport au diamètre du tube de focalisation.

4.4.2 Cas général

Systeme d'équations

Si l'on considère l'action de la force de frottement avec la traînée, la diffusion mécanique et la force de masse virtuelle, le système d'équation correspondant est:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + V \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + \frac{1}{2} V \rho_w v_a \frac{d(v_w - v_a)}{dx} + \frac{f}{2D_h} V \rho_w v_w^2 \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Après changement de variables, linéarisation et simplification, on trouve l'expression suivante pour l'équation différentielle du mouvement d'une particule abrasive:

$$\overline{E}_1 \frac{\sin 2\theta}{J_1 [(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J]} d\theta + \overline{F}_1 \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{J_1 [(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J]} d\theta = - dx \quad (4.2)$$

les constantes de l'équation (4.2) sont:

$J = J_{31} - J_{21}^2$	$J_{21} = \frac{J_2}{J_1}$	$J_{31} = \frac{J_3}{J_1}$
$J_1 = B_1 + G_1$	$J_2 = G_1 + k \cdot B_1$	$J_3 = G_1 + k^2 \cdot B_1$
$G_1 = \frac{V \rho_w f}{8 D_h m_{1w}^2}$	$\overline{E}_1 = A_1 + C_1 + D_1$	$\overline{F}_1 = A_1 + C_1 - D_1$

Equations des vitesses des phases

Pour résoudre l'équation différentielle (4.2), la constante J peut prendre des valeurs positives ou négatives.

- Cas 1: $J > 0$

L'intégration de l'équation (4.2) donne la solution analytique suivante:

$$-\frac{\overline{F}_1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J| - \frac{\overline{E}_1 + J_{21} \overline{F}_1}{2\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] = -J_1 x + C \quad (4.3)$$

et C la constante d'intégration déterminée par les conditions aux limites (pour $x = 0$) écrites dans le paragraphe (3-II.8.4.4).

En effectuant à nouveau le changement de variables, relations (3-II.52) et (3-II.53), qui permet d'exprimer les vitesses des deux phases en fonction de la distance x dans le tube de focalisation, on obtient:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\overline{F}_1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + J| + \frac{\overline{E}_1 + J_{21} \overline{F}_1}{\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] + 2C \right] \quad (4.4)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\overline{F}_1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + J| + \frac{\overline{E}_1 + J_{21}\overline{F}_1}{\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \right] + 2C \right] \quad (4.5)$$

La constante d'intégration C est donnée par:

$$C = -\frac{\overline{F}_1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - J_{21})^2 + J| - \frac{\overline{E}_1 + J_{21}\overline{F}_1}{2\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_{a0} - 1 - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] \quad (4.6)$$

- Cas 2: $J < 0$

Dans ce cas, la résolution de l'équation différentielle (4.2) donne la solution analytique exacte suivante:

$$-\frac{\overline{F}_1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J| - \frac{\overline{E}_1 + J_{21}\overline{F}_1}{2} \ln \left| \frac{\cos 2\theta - J_{21} - \sqrt{-J}}{\cos 2\theta - J_{21} + \sqrt{-J}} \right|^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} = -J_1 x + C \quad (4.7)$$

Les équations de vitesses en fonction de la distance x dans le tube de focalisation sont alors:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\overline{F}_1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + J| + (\overline{E}_1 + J_{21}\overline{F}_1) \ln \left| \frac{2qv_a - 1 - J_{21} - \sqrt{-J}}{2qv_a - 1 - J_{21} + \sqrt{-J}} \right|^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} + 2C \right] \quad (4.8)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\overline{F}_1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + J| + (\overline{E}_1 + J_{21}\overline{F}_1) \ln \left| \frac{2pv_w - 1 + J_{21} + \sqrt{-J}}{2pv_w - 1 + J_{21} - \sqrt{-J}} \right|^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} + 2C \right] \quad (4.9)$$

La constante d'intégration C est:

$$C = -\frac{\overline{F}_1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - J_{21})^2 + J| - \frac{\overline{E}_1 + J_{21}\overline{F}_1}{2} \ln \left| \frac{2qv_{a0} - 1 - J_{21} - \sqrt{-J}}{2qv_{a0} - 1 - J_{21} + \sqrt{-J}} \right|^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} \quad (4.10)$$

4.4.3 Cas particuliers

Actions de la traînée, masse virtuelle et frottement

Si maintenant, on supprime l'action de la diffusion mécanique, le système d'équations représentera alors les actions de la traînée, la masse virtuelle et enfin celle de la force de frottement en paroi. Ce système sera:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + \frac{1}{2} V \rho_w v_a \frac{d(v_w - v_a)}{dx} + \frac{f}{2D_h} V \rho_w v^2 \\ m_{1a} v_a + m_{1w} v_w = R \end{array} \right. \quad (4.11)$$

En procédant de même que pour le cas général (§ 4.4.2), on trouve l'expression suivante pour l'équation différentielle du mouvement:

$$\frac{\sin 2\theta}{[(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J]} d\theta + \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{[(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J]} = -\frac{J_1}{E} dx \quad (4.12)$$

Selon le signe de J , on a

- Si $J < 0$:

La solution analytique exacte de l'équation différentielle (4.12) est:

$$-\frac{1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J| - \frac{1 + J_{21}}{2\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] = -\frac{J_1}{E} x + C \quad (4.13)$$

Les équations des vitesses des deux phases en fonction de la distance x dans le tube de focalisation, sont:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{E}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + J| + \frac{1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] + 2C \right] \quad (4.14)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{E}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + J| + \frac{1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \right] + 2C \right] \quad (4.15)$$

La constante d'intégration C est donnée par:

$$C = -\frac{1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - J_{21})^2 + J| - \frac{1 + J_{21}}{2\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_{a0} - 1 - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] \quad (4.16)$$

- Si $J > 0$:

La solution analytique exacte de l'équation différentielle (4.12) est:

$$-\frac{1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J| - \frac{1 + J_{21}}{2} \ln \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21} - \sqrt{-J}}{\cos 2\theta - J_{21} + \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} = -\frac{J_1}{E} x + C \quad (4.17)$$

Les équations de vitesses en fonction de la distance x dans le tube de focalisation sont alors:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{E}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + J| + (1 + J_{21}) \ln \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21} - \sqrt{-J}}{2qv_a - 1 - J_{21} + \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} + 2C \right] \quad (4.18)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{E}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + J| + (1 + J_{21}) \ln \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21} + \sqrt{-J}}{2pv_w - 1 + J_{21} - \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} + 2C \right] \quad (4.19)$$

La constante d'intégration C est donnée par:

$$C = -\frac{1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - J_{21})^2 + J| - \frac{1 + J_{21}}{2} \ln \left[\frac{2qv_{a0} - 1 - J_{21} - \sqrt{-J}}{2qv_{a0} - 1 - J_{21} + \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} \quad (4.20)$$

Actions de la traînée et du frottement

Les actions de la traînée et de la force de frottement en paroi constituent un cas particulier simple pour l'établissement des équations mathématiques. De plus, ces deux forces sont considérées comme étant les plus répandues qui caractérisent les écoulements dans une conduite. Le système d'équations correspondant est:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + \frac{f}{2D_h} V \rho_w v^2 \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (4.21)$$

L'équation différentielle du mouvement d'une particule, qui en résulte est:

$$\frac{\sin 2\theta}{[(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J]} d\theta + \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{[(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J]} = -\frac{J_1}{A_1} dx \quad (4.22)$$

Selon le signe de J , on a

- Si $J > 0$:

La solution analytique exacte de l'équation différentielle (4.22) est:

$$-\frac{1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J| - \frac{1 + J_{21}}{2\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] = -\frac{J_1}{A_1} x + C \quad (4.23)$$

Les équations des vitesses des deux phases en fonction de la distance x dans le tube de focalisation, sont:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{A_1}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + J| + \frac{1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21}}{\sqrt{J}} \right] + 2C \right] \quad (4.24)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{A_1}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + J| + \frac{1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21}}{\sqrt{J}} \right] + 2C \right] \quad (4.25)$$

La constante d'intégration C est la même que celle donnée par la relation (4.16):

- Si $J < 0$:

La solution analytique exacte de l'équation différentielle (4.22) est:

$$-\frac{1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + J| - \frac{1 + J_{21}}{2} \ln \left| \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21} - \sqrt{-J}}{\cos 2\theta - J_{21} + \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} \right| = -\frac{J_1}{A_1} x + C \quad (4.26)$$

Les équations de vitesses en fonction de la distance x dans le tube de focalisation sont alors:

$$\alpha - \text{particule (phase solide)} \quad x_a = \frac{A_1}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + J| + (1 + J_{21}) \ln \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21} - \sqrt{-J}}{2qv_a - 1 - J_{21} + \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} \right] + 2C \quad (4.27)$$

$$\beta - \text{eau (phase liquide)} \quad x_w = \frac{A_1}{2J_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + J| + (1 + J_{21}) \ln \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21} + \sqrt{-J}}{2pv_w - 1 + J_{21} - \sqrt{-J}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-J}}} \right] + 2C \quad (4.28)$$

La constante d'intégration C est la même que celle donnée par la relation (4.20).

4.5 Action de la pesanteur

L'influence de la pesanteur a toujours été négligée par les auteurs [Abudaka, Nadeau...] à cause des conditions extrêmes de fonctionnement du jet d'eau abrasif (vitesse très élevée du jet d'eau, masse très faible des particules abrasives). Cependant, d'après les simulations numériques qu'on a effectué, il s'est avéré qu'effectivement, la force de pesanteur n'apporte rien au processus d'accélération. Néanmoins, on a jugé utile de présenter brièvement les équations des vitesses pour le cas simple de l'action simultanée de la pesanteur et de la traînée puis proposer un modèle plus général au sens de l'équation différentielle définie par la relation (3-II.8) du chapitre précédent. L'axe du jet étant supposé vertical.

Cas simple de l'action de la pesanteur et de la traînée

Le système d'équation correspondant à l'action simultanée des forces de pesanteur et de traînée est écrit comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + V(\rho_a - \rho_w)g \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (4.29)$$

L'équation différentielle du mouvement qui en résulte, après changement de variables et simplification, est:

$$\frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2 + N_2} d\theta + \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{(\cos 2\theta - k)^2 + N_2} d\theta = -\frac{B_1}{A_1} dx \quad (4.30)$$

avec

$N_2 = \frac{N_1}{B_1}$	$N_1 = V(\rho_a - \rho_w)g$
-------------------------	-----------------------------

Les équations des vitesses des deux phases sont alors:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{A_1}{2B_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - k)^2 + N_2| + \frac{1+k}{\sqrt{N_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_a - 1 - k}{\sqrt{N_2}} \right] + 2C \right] \quad (4.31)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{A_1}{2B_1} \left[\frac{1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + k)^2 + N_2| + \frac{1+k}{\sqrt{N_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2pv_w - 1 + k}{\sqrt{N_2}} \right] + 2C \right] \quad (4.32)$$

La constante d'intégration C est :

$$C = -\frac{1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - k)^2 + N_2| - \frac{1+k}{2\sqrt{N_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_{a0} - 1 - k}{\sqrt{N_2}} \right] \quad (4.33)$$

4.6 Proposition d'un modèle plus général

Le modèle général visé par cette étude comprend la totalité des forces agissant sur une particule abrasive à savoir la traînée, la diffusion mécanique, la force de masse virtuelle, la force de frottement en paroi et, enfin, la force de pesanteur. L'expression de l'équation du mouvement d'une particule abrasive est très longue, sa résolution directe donne deux possibilités de couples d'équations de vitesses.

En prenant l'axe du jet sur la verticale, le système d'équation qui en découle est:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_a v_a \frac{dv_a}{dx} = K_d (v_w - v_a)^2 + V \rho_w v_w \frac{dv_w}{dx} + \frac{1}{2} V \rho_w v_a \frac{d(v_w - v_a)}{dx} + \frac{f}{2D_h} V \rho_w v^2 + V(\rho_a - \rho_w)g \\ m_a v_a + m_w v_w = R \end{array} \right. \quad (4.34)$$

L'équation différentielle à une inconnue θ du mouvement d'une particule abrasive est:

$$\overline{E}_1 \frac{\sin 2\theta}{[(\cos 2\theta - J_{21})^2 + N]} d\theta + \overline{F}_1 \cos 2\theta \frac{\sin 2\theta}{[(\cos 2\theta - J_{21})^2 + N]} d\theta = -J_1 dx \quad (4.35)$$

avec
$$N = \frac{J_1 J + N_1}{J_1}$$

Suivant la valeur de N , deux possibilités peuvent se présenter.

- première possibilité, $N > 0$

L'intégration de l'équation (4.35) donne la solution analytique suivante:

$$-\frac{\overline{F}_1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + N| - \frac{\overline{E}_1 + J_{21} \overline{F}_1}{2\sqrt{N}} \operatorname{arctg} \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21}}{\sqrt{N}} \right] = -J_1 x + C \quad (4.36)$$

et C la constante d'intégration déterminée par les conditions aux limites (pour $x = 0$) écrites dans le paragraphe (3-II.8.4.4).

En effectuant à nouveau le changement de variables, selon les relations (3-II.52) et (3-II.53), qui permet d'exprimer les vitesses des deux phases en fonction de la distance x dans le tube de focalisation, on obtient:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\overline{F}_1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + N| + \frac{\overline{E}_1 + J_{21} \overline{F}_1}{\sqrt{N}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21}}{\sqrt{N}} \right] + 2C \right] \quad (4.37)$$

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\overline{F}_1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + N| + \frac{\overline{E}_1 + J_{21} \overline{F}_1}{\sqrt{N}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21}}{\sqrt{N}} \right] + 2C \right] \quad (4.38)$$

La constante d'intégration C est donnée par:

$$C = -\frac{\overline{F}_1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - J_{21})^2 + N| - \frac{\overline{E}_1 + J_{21} \overline{F}_1}{2\sqrt{N}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_{a0} - 1 - J_{21}}{\sqrt{N}} \right] \quad (4.39)$$

- deuxième possibilité, $N < 0$

Dans ce cas, la résolution de l'équation différentielle (4.35) donne la solution analytique exacte suivante:

$$-\frac{\bar{F}_1}{4} \ln |(\cos 2\theta - J_{21})^2 + N| - \frac{\bar{E}_1 + J_{21}\bar{F}_1}{2} \ln \left| \left[\frac{\cos 2\theta - J_{21} - \sqrt{-N}}{\cos 2\theta - J_{21} + \sqrt{-N}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-N}}} \right| = -J_1 x + C$$

(4.40)

Les équations de vitesses en fonction de la distance x dans le tube de focalisation sont alors:

α - particule (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\bar{F}_1}{2} \ln |(2qv_a - 1 - J_{21})^2 + N| + (\bar{E}_1 + J_{21}\bar{F}_1) \ln \left| \left[\frac{2qv_a - 1 - J_{21} - \sqrt{-N}}{2qv_a - 1 - J_{21} + \sqrt{-N}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-N}}} \right| + 2C \right]$$

(4.41)

β - eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2J_1} \left[\frac{\bar{F}_1}{2} \ln |(2pv_w - 1 + J_{21})^2 + N| + (\bar{E}_1 + J_{21}\bar{F}_1) \ln \left| \left[\frac{2pv_w - 1 + J_{21} + \sqrt{-N}}{2pv_w - 1 + J_{21} - \sqrt{-N}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-N}}} \right| + 2C \right]$$

(4.42)

La constante d'intégration C est donnée par:

$$C = -\frac{\bar{F}_1}{4} \ln |(2qv_{a0} - 1 - J_{21})^2 + N| - \frac{\bar{E}_1 + J_{21}\bar{F}_1}{2} \ln \left| \left[\frac{2qv_{a0} - 1 - J_{21} - \sqrt{-N}}{2qv_{a0} - 1 - J_{21} + \sqrt{-N}} \right]^{\frac{1}{2\sqrt{-N}}} \right|$$

(4.43)

Remarque :

Si l'on veut tenir compte de la fraction volumique des particules abrasives, on doit considérer dans les équations des vitesses les facteurs A_{11} , D_{11} , et N_{11} définis comme suit:

$A_{11} = (1-\alpha) A_1$	$N_{11} = (1-\alpha) N_1$	$D_{11} = (1-\alpha) D_1$
---------------------------	---------------------------	---------------------------

4.7 Conclusion

La méthode de résolution mathématique utilisée reste correcte pour les cas des forces de traînée, de diffusion mécanique et de masse virtuelle. Par contre, cette méthode manque d'efficacité quand il s'agit de prendre en compte les forces dues au frottement en paroi et à la pesanteur. En fait, par l'action de ces forces extérieures au système, la quantité de mouvement ne peut pas être considérée comme constante. Bien que ce constat soit vrai,

quelques soient les formules précédentes, on obtient toujours les mêmes allures de courbes ce qui, à notre avis, montre le peu d'influence des forces de frottement et de pesanteur sur le phénomène d'accélération globale.

Les équations des vitesses obtenues sont plus longues mais restent faciles à représenter graphiquement. Pour le cas de la force de frottement en paroi, toutes les combinaisons possibles ont été présentées. Quant à la force de pesanteur, du fait que celle-ci n'a pratiquement aucune influence, on a considéré seulement deux cas remarquables, à savoir ceux de la traînée et de toutes les forces intervenant dans cette étude. Ce dernier étant le cas général où le modèle tient compte de toutes les actions extérieures et intérieures.

Avant d'arriver à ces résultats, on a commencé le présent chapitre par montrer que le frottement en paroi est une évidence. Quoique son importance puisse être appréciée par la quantité de chaleur dégagée par le tube de focalisation au cours de son fonctionnement, le frottement est seulement considéré comme étant dû au contact de l'eau avec la paroi. Quant aux particules, elles sont supposées se déplacer dans l'axe central du tube conformément aux hypothèses; elle n'ont donc aucun contact avec la paroi. Les particules, qui causent l'érosion de la paroi interne du tube de focalisation, ne sont pas visées par la présente étude.

Jusqu'ici, on a seulement considéré le cas idéal où le jet d'eau abrasif est constitué d'eau et de particules. Dans le chapitre suivant, on a étudié le cas réel où l'air forme une troisième phase avec l'eau et les particules abrasives. Ce cas permet d'appliquer notre modélisation théorique aux situations beaucoup plus proches de la réalité.

Chapitre 5

Cas du mélange

eau + air + particules abrasives

5.1 Introduction

Comme on l'a précisé dans la partie bibliographique ainsi que dans les chapitres précédents, l'installation jet d'eau dont on dispose utilise le système d'entraînement AWJ (chapitre 2 de la Partie I). Le principe d'adjonction d'abrasif à l'eau s'effectue par effet Venturi et ce processus s'accompagne obligatoirement de l'entraînement d'air dans le tube de focalisation. Ce qui fait que l'on se trouve face à un écoulement triphasique dont le comportement est beaucoup plus complexe que celui étudié précédemment.

L'expérience montre que la quantité d'air, présente dans le mélange, est très importante en terme de débit volumique. C'est pourquoi, dans ce chapitre, on va essayer de développer certains éléments nécessaires pour adapter les modèles d'accélération aux conditions réelles de fonctionnement du jet. Autrement dit, tenir compte de l'influence de l'air.

5.2 Rôle de l'air

L'air est un fluide de nature différente de l'eau, il joue un rôle non négligeable dans la détermination du processus d'accélération. En effet, lors de son introduction dans le tube de focalisation par effet Venturi, la configuration physique et le comportement du jet d'eau abrasif changent:

- milieu constitué de trois phases (eau, air, particules) mais on peut considérer qu'il est composé de deux phases principales: *particules / fluide équivalent*,
- le fluide équivalent est homogène et est constitué d'eau et d'air,
- le fluide équivalent est moins visqueux et les particules peu entraînées,
- la diffusion du jet favorise et améliore la pénétration des particules au coeur de celui-ci.

5.3 Méthode d'approche

Pour tenir compte de la contribution de l'air dans le processus d'accélération, on se propose de remplacer, dans les équations mathématiques des vitesses, la densité ρ_w de la phase liquide (eau) par la densité ρ_f du fluide ainsi constitué d'eau et d'air.

5.3.1 Densité du fluide équivalent eau/air

La densité ρ_f du fluide équivalent (eau/air) est donnée par la loi de mélange suivante:

$$\rho_f = \beta \rho_g + (1 - \beta) \rho_w \quad (5.1)$$

où β la fraction volumique des vides. Même en présence du gradient de pression, β est supposée constante, elle est définie par le rapport

$$\beta = \frac{V_{1g}}{V_{1g} + V_{1w}} \quad (5.2)$$

avec V_{1g} , V_{1w} et V_{1a} les débits volumiques respectifs d'air, d'eau et d'abrasif.

5.3.2 Vitesse initiale du fluide équivalent

Si l'on considère que l'effet de l'air sur l'impulsion globale instantanée du mélange triphasique est très faible, la valeur de R , définie par la relation (II-3.28), reste sensiblement la même que pour le mélange eau/air/abrasif, car elle fait intervenir les masses.

Donc

$$m_{1f} V_{f0} + m_{1a} V_{a0} = R \quad (5.3)$$

où m_{1f} et V_{f0} sont, respectivement, le débit massique et la vitesse initiale du fluide équivalent eau/air. En remplaçant m_{1f} par $m_{1f} = m_{1g} + m_{1w}$, la relation (5.3) devient:

$$V_{f0} = \frac{R - m_{1a} V_{a0}}{m_{1f}} \quad (5.4)$$

Soit

$$V_{f0} = \frac{m_{1w}}{m_{1g} + m_{1w}} V_{w0} \quad (5.5)$$

ou encore

$$V_{f0} = \frac{V_{1w}}{\left(\frac{\rho_g}{\rho_w}\right)V_{1g} + V_{1w}} V_{w0} \quad (5.6)$$

La relation (5.6) indique que la vitesse initiale du fluide eau/air est inférieure à la vitesse initiale de l'eau. Cette diminution de vitesse est d'autant plus grande que la quantité d'air présente dans le mélange est importante. Bien sûr cela suppose qu'il y a un parfait mélange entre l'eau et l'air.

Remarque:

Dans les conditions de fonctionnement du jet d'eau abrasif, l'hypothèse selon laquelle le mélange entre l'air et l'eau est parfait, semble pratiquement peu réaliste, car les vitesses de ces deux fluides à leur rencontre sont très différentes. C'est pourquoi, dans les calculs, on utilisera seulement la vitesse initiale de l'eau.

5.3.3 Débit volumique d'air en %

Le débit volumique d'air VP_{1g} , exprimé en pour-cent, est une information très pratique pour l'évaluation de la région de l'espace occupée par l'air dans le tube de focalisation. La grandeur VP_{1g} à considérer est sensiblement égale la fraction volumique β des vides.

Soit

$$VP_{1g} = 100 \frac{V_{1g}}{V_{1g} + V_{1a} + V_{1w}} \quad (5.7)$$

5.4 L'air et la vitesse d'équilibre

Pour un écoulement biphasique (eau/particules), on rappelle que la vitesse d'équilibre est donnée par la relation (II-3.29). Si maintenant, on tient compte de l'air, cette expression devient, approximativement, comme suit:

$$V_{\text{éq.}} = \frac{R}{m_{1a} + m_{1w} + m_{1g}} \quad (5.8)$$

Soit

$$V_{\text{éq.}} = \frac{R}{V_{1w} + \left(\frac{\rho_g}{\rho_w}\right)V_{1g} + \left(\frac{\rho_a}{\rho_w}\right)V_{1a}} \quad (5.9)$$

Selon l'hypothèse simplificatrice faite sur R (paragraphe 5.3.2), la vitesse d'équilibre selon la relation (5.9) diminue avec la quantité d'air introduite dans le tube de focalisation.

5.5 Conclusion

L'air, formant la troisième phase avec l'eau et les particules abrasives, entre en quantités importantes (débit volumique) dans le tube de focalisation. L'impulsion globale instantanée du mélange triphasique est considérée comme invariable sous l'effet de l'air, car les grandeurs physiques qui rentrent en jeu dans l'expression de l'impulsion sont des masses.

Cette hypothèse nous a permis de proposer une expression de la vitesse initiale du fluide eau/air qui, en principe, doit remplacer la vitesse initiale de l'eau dans les calculs. Mais, vu la grande différence de vitesses initiales entre ces deux fluides, on a estimé qu'il serait mieux d'utiliser la vitesse initiale de l'eau. Par contre celle du fluide eau/air servira pour analyser l'influence de l'air sur les conditions aux limites.

En plus de la vitesse initiale de l'eau, on utilisera également la densité du fluide eau/air au lieu de celle de l'eau, car la viscosité est modifiée et les résultats de la vitesse des particules seront différents. Par ailleurs, la quantité de débit volumique d'air exprimée en pour-cent, est une information très pratique pour tirer des conclusions quant à l'influence de l'air sur le processus d'accélération.

A ce stade, on dispose d'éléments théoriques permettant de cerner les problèmes liés au processus d'accélération des particules entraînées par un jet d'eau à très grande vitesse. Il devient donc possible d'examiner l'influence de plusieurs paramètres (pression hydraulique, débit massique d'abrasif, diamètre de la buse...), d'autres forces hormis la traînée et, enfin, l'influence de l'air sur l'évolution de la vitesse des particules abrasives. Ces investigations seront menées expérimentalement et théoriquement, dans la Partie III afin de valider, d'une part, les modèles théoriques établis et, d'autre part, vérifier l'influence de tel ou tel autre paramètre sur le processus d'accélération.

PARTIE III

EXPERIMENTATIONS EN GRANDEUR REELLE ET TECHNIQUE DE VALIDATION DE LA MODELISATION

- **Techniques expérimentales utilisées.**
- **Expérimentations amont et aval.**
- **Techniques de validation expérimentale.**
- **Extension de la corrélation expérimentale: Résolution du problème de coupe - *Modèle intégré de coupe.***
- **Validation expérimentale de la modélisation.**

Chapitre 1

Techniques expérimentales utilisées

1.1 Objectifs des expérimentations

Les expériences que l'on a effectuées sont en grandeur réelle. Elles sont choisies pour fournir les preuves expérimentales de validation du modèle théorique d'accélération des particules qu'on a développé.

Les objectifs fixés sont de deux natures:

1- Le premier consiste à déterminer expérimentalement la composition réelle du mélange triphasique (air + eau + particules abrasives) et d'estimer la vitesse initiale des particules et celle de l'air à l'entrée de la chambre de mélange (à leur contact avec le jet d'eau supersonique sortant de la buse).

2- Le deuxième objectif consiste à mesurer les débits massiques de matière érodée après attaque et ce pour différentes conditions de formation du jet d'eau abrasif, notamment la pression hydraulique P de l'eau et le débit massique d'abrasif.

Ces deux objectifs sont complémentaires puisqu'ils permettent de réaliser des expériences dans les conditions réelles de fonctionnement de la découpe par jet d'eau abrasif. Par conséquent, les résultats obtenus et les conclusions issues de ces expérimentations peuvent être significatifs et représentatifs des phénomènes réels complexes qui caractérisent la découpe par jet d'eau abrasif.

1.2 Introduction

L'idée de choisir judicieusement les techniques expérimentales adoptées ici qui ont permis d'avoir des résultats expérimentaux exploitables, a été trouvée après de longues réflexions. Il s'agissait de trouver le moyen de séparer l'air des particules afin d'en mesurer le débit ainsi que les vitesses initiales de ces deux matières. Ainsi l'instrumentation qui a concrétisé cette idée, est conçue de façon originale. Elle a donc permis de répondre au premier objectif.

La technique expérimentale adoptée pour répondre aux questions visées par le deuxième objectif, a été également utilisée par Nadeau [68,69] et elle s'est avérée très efficace. Mais cet auteur s'est arrêté à l'expérimentation tandis que, dans le présent travail, on est allé plus loin en ce sens qu'on a pu trouver une relation entre les grandeurs purement expérimentales et les grandeurs liées au modèle théorique d'accélération qu'on a établi (chapitre 3).

En fait, pour mesurer la vitesse des particules dans ces conditions, plusieurs chercheurs ont procédé par des méthodes expérimentales différentes nécessitant une haute technologie. On peut résumer ces méthodes en deux familles: méthodes directes et indirectes.

Dans les méthodes directes, on utilise les techniques du L-2-F [49,50] et LDA [16] dans la partie libre du jet (après le tube de focalisation). On utilise aussi un dispositif électromagnétique, soit dans la partie libre du jet [74], soit au niveau du tube de focalisation [63]. Dans ce dernier cas, la technique n'est possible que si les particules sont de taille (diamètre $> 3 \text{ mm}$) dix fois, au moins, supérieure à la taille réelle (entre 0.15 et 0.4 mm). L'inconvénient majeure de ces techniques est qu'elles sont très coûteuses.

Quant aux méthodes indirectes, il en existe une seule qui est celle proposée par Nadeau [69]. Cette méthode est adoptée dans cette étude, car bien qu'elle ne soit pas très précise pour la détermination expérimentale de la valeur exacte de la vitesse des particules, son utilisation est très simple ne nécessitant pas les gros moyens. Comme on le montre plus loin, les résultats auxquels elle aboutit sont très satisfaisants.

Dans ce chapitre, on présente brièvement le matériel utilisé pour effectuer les expériences. Les caractéristiques de chaque élément de l'installation expérimentale sont passées en revue ainsi que l'instrumentation. Les deux techniques expérimentales sont décrites respectivement dans les deux sous chapitres "*Expérimentations amont*" et "*Expérimentations aval*" où les résultats des essais sont, pour l'essentiel, représentés sous forme de courbes, les autres sont mis dans les annexes (courbes et tableaux).

Mais avant d'aborder ces questions, on a jugé intéressant de commencer par présenter, de façon générique comment l'eau de robinet et l'abrasif initialement dans la trémie, forment ensemble un outil de coupe performant appelé *jet d'eau abrasif* et pouvant couper les matériaux les plus durs.

1.3 Circuit de l'eau et formation du jet d'eau abrasif

L'eau Basse Pression (BP), quittant le robinet, est filtrée jusqu'à *0.5 micron* d'impuretés admissibles afin de prolonger la durée de vie des conduites et éléments de l'installation. Elle est ensuite adoucie puis portée à une très haute pression pouvant atteindre *400 MPa*.

L'eau est comprimée au moyen d'une pompe hybride, type (9 X), à multiplicateur de pression dont le rapport de multiplication est de *20:1*. Le principe de fonctionnement de ce dernier est détaillé dans le chapitre 2 de la Partie I.

A sa sortie de la pompe, l'eau haute pression (HP) passe par un accumulateur (capacité) qui a pour rôle de maintenir le débit constant. Les différentes fluctuations de ce dernier sont dues au mouvement de "va et vient" des pistons de l'amplificateur de pression. Une buse en saphir de faible diamètre (*0.05 à 0.5 mm*) est placée au bout de la conduite HP afin de donner au jet son diamètre et sa vitesse initiale.

Dans la chambre de mélange, le jet d'eau crée une dépression qui, par effet Venturi, provoque l'aspiration de particules abrasives. Le transport de ces dernières se fait dans une conduite flexible reliant la trémie à la chambre de mélange. Le débit massique des particules est contrôlé par un doseur numérique installé au fond de la trémie.

A leur arrivée dans la chambre de mélange, les particules sont entraînées par le jet d'eau puis accélérées dans le tube de focalisation dont le diamètre est compris entre *0.8 et 1.8 mm*. Celui-ci accélère non seulement les particules mais focalise aussi le jet d'eau abrasif ainsi formé et lui donne son diamètre final. Les particules abrasives, qui ont une énergie cinétique suffisante (vitesse élevée), érodent le matériau en produisant un niveau sonore élevé (*80 à 100 dB*).

Après avoir coupé le matériau, l'énergie résiduelle du jet est amortie au moyen de petites billes en acier qui sont placées dans une rigole "catcher" située dans le champ de parcours du jet.

Une table XY permet de poser la pièce à couper et assure son déplacement plan. Elle est montée sur un "catcher" (ou "récupérateur") qui constitue la partie fixe de l'installation et sur lequel se déplace le portique qui entraîne la tête de coupe (buse + chambre de mélange + tube de focalisation). Les effluents sont récupérés dans un réservoir, situé dessous le "catcher", dans lequel la décantation s'effectue.

1.4 Description de l'installation expérimentale

L'installation expérimentale est composée des éléments suivants

- pompe HP à multiplicateur de pression
- conduite haute pression
- tête de coupe pilotée par une machine à commande numérique 3 axes
- table XY montée sur un "catcher"
- dispositif d'alimentation en abrasif
- filtre ou séparateur d'air et d'abrasif

1.5 Caractéristiques de l'équipement

Fiche technique

- Table XY aquarèse 3 axes numériques
- Dimensions maximales de la table: $3\text{ m} \times 2\text{ m} \times 0.3\text{ m}$
- Précision: 0.3 mm
- Vitesse d'avance: $0\text{ à }8\text{ m/mn}$
- Pompe Flow systems, de type hybride 9X
- Pression maximale: 4000 bars
- Support informatique de CFAO: MICRO CADD5
- Fonctionnement à l'eau seule ou à l'eau + abrasif
- Doseur numérique d'abrasif à 8 voies équipées d'un jeu de buses standard et piloté par un logiciel pour automate type *NUM 760*
- Précision du doseur numérique: 5%

Système numérique de dosage d'abrasif

L'alimentation en abrasif est l'un des points faibles du procédé de découpe par jet d'eau abrasif. Avec des systèmes classiques, l'écoulement d'abrasif n'est pas régulier dans le temps.

Il en résulte les problèmes suivants:

- le manque de précision du réglage conduit souvent à "surdoser".
- l'impossibilité de moduler le débit en cours de fonctionnement oblige à prendre en référence la partie de découpe qui correspond aux conditions les plus défavorables.
- les coûts de fonctionnement ne sont pas optimisés.

L'Ecole des Mines de Douai a conçu et breveté un appareil qui permet de s'affranchir de ces inconvénients. La solution retenue après études, a été de réaliser au fond d'une trémie un ensemble d'orifices calibrés, pouvant être obstrués par des vannes actionnées par des électroaimants pilotés par une unité logique. Il est apparu que le débit des grains (particules abrasives) à la sortie des buses est constant et ce, quelque soit la quantité d'abrasif contenue dans le réservoir du doseur.

L'unité logique autorise l'ouverture ou la fermeture des orifices, et contrôle le débit, pouvant à tout moment le corriger ou avertir d'un défaut. Elle peut être connectée sur l'automate de la machine de découpe et intervenir directement sur le programme de découpe en cas de problème.

Pompe haute pression 9X - Amplification de pression

Le modèle 9X est l'innovation de la société américaine "Flow systems", figure (1.1). C'est une pompe hybride comprenant deux amplificateurs de pression, conçue pour une double utilisation à partir de la même pompe: découpe au jet d'eau simple et découpe au jet d'eau abrasif. Elle peut développer une pression de 400 MPa , mais celle dont nous disposons permet seulement d'atteindre la pression maximale de 240 MPa . Le principe d'amplification de pression est expliqué dans le § (2.2.1) de la Partie I et le schéma complet est montré sur la figure (1.6).

Tête de coupe

La tête de coupe utilisée n'est pas très différente de celle utilisée par Abudaka [3]; la chambre de mélange est cylindrique à fond plat au lieu d'un fond conique et l'arrivée d'abrasif est perpendiculaire à l'axe du jet d'eau (figure 3-II.3 du chapitre 3, Partie II).

1.6 Instrumentation

1.6.1 Buts de l'instrumentation

Pour une exploitation judicieuse des résultats expérimentaux visés dans les objectifs (section 1), on était amené à mettre en place une instrumentation. L'objectif de cette dernière est de séparer l'air des particules abrasives sur le parcours entre la trémie et la chambre de mélange. Toutefois cette opération permet :

- de mesurer la quantité d'air qui entraîne les particules par effet Venturi dans la conduite flexible,
- d'estimer la vitesse d'air dans la conduite flexible,
- d'estimer la vitesse initiale d'abrasif avec laquelle les particules arrivent dans la chambre de mélange.

L'instrumentation consistait à placer en série, entre la trémie et la tête de coupe, un filtre (Boite de séparation), un débitmètre à diaphragme, dont les caractéristiques sont décrites plus loin, et un manomètre.

1.6.2 Mise en oeuvre des filtres

On désigne par "filtre" une boîte fabriquée en Plexiglas permettant de laisser passer seulement de l'air par son orifice d'évacuation dont le niveau est supérieur à l'orifice d'admission (figure 1.7).

Au départ, un calcul prévisionnel basé sur la portée maximale des particules en fonction de leur vitesse initiale, a montré qu'il fallait réaliser cinq filtres différents dont les dimensions sont regroupées dans le tableau 1.1 suivant:

Nom	Vitesse initiale abr. $va0$ (m/s)	Longueur L (cm)	Hauteur h (cm)	Profondeur P (cm)	Delta (cm)
A	-	2	20	8	15
B	5	70	24	10	15
C	10	120	24	13	15
D	15	170	24	17	15
E	20	220	24	20	15

Tableau 1.1: Dimensions et noms des filtres.

On a commencé par fabriquer le filtre D et après une série d'essais en conditions extrême, on s'est vite aperçu l'inutilité de fabriquer le filtre E car les particules tombent bien avant 170 cm sur le fond du filtre. Finalement, trois filtres seulement ont été réalisés: A, C et D.

Les filtres désignés dans le tableau 1.1 ont été confectionnés dans du Plexiglas transparent de 5 mm d'épaisseur.

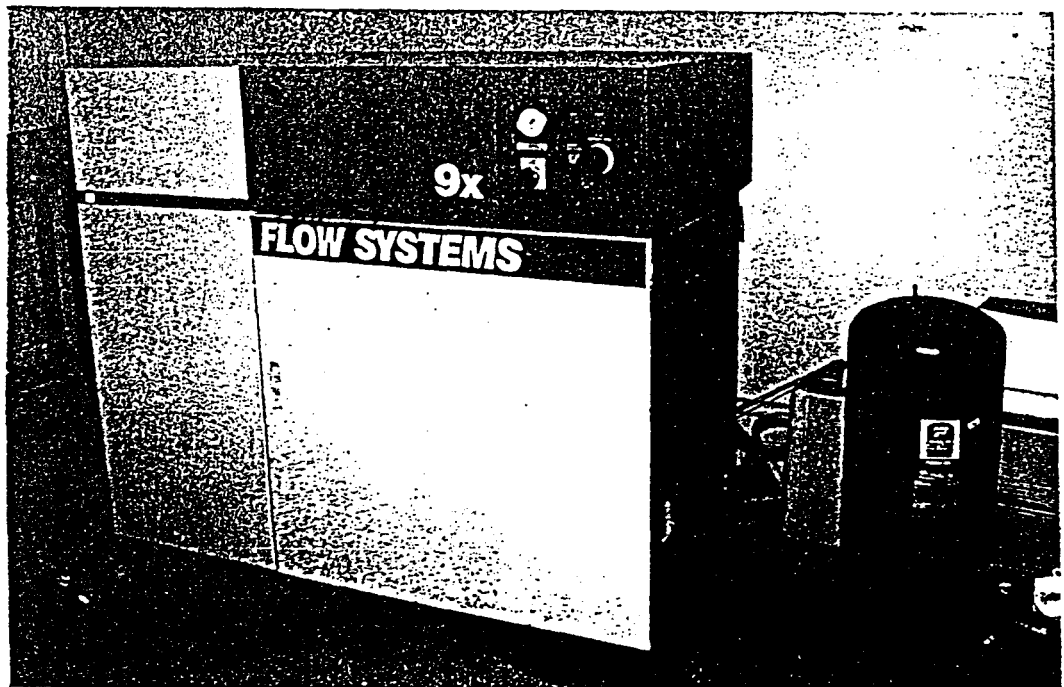
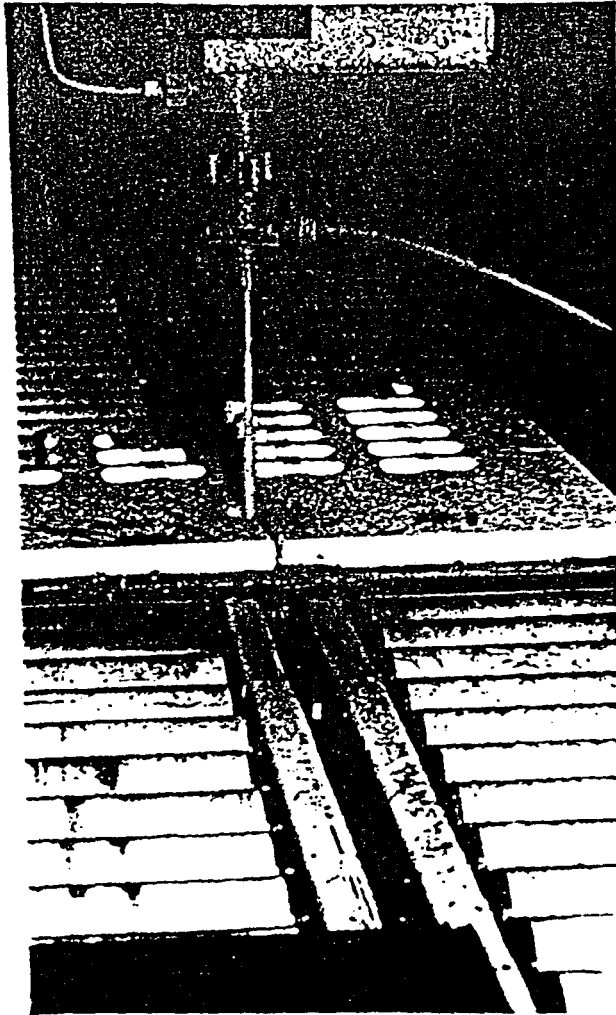


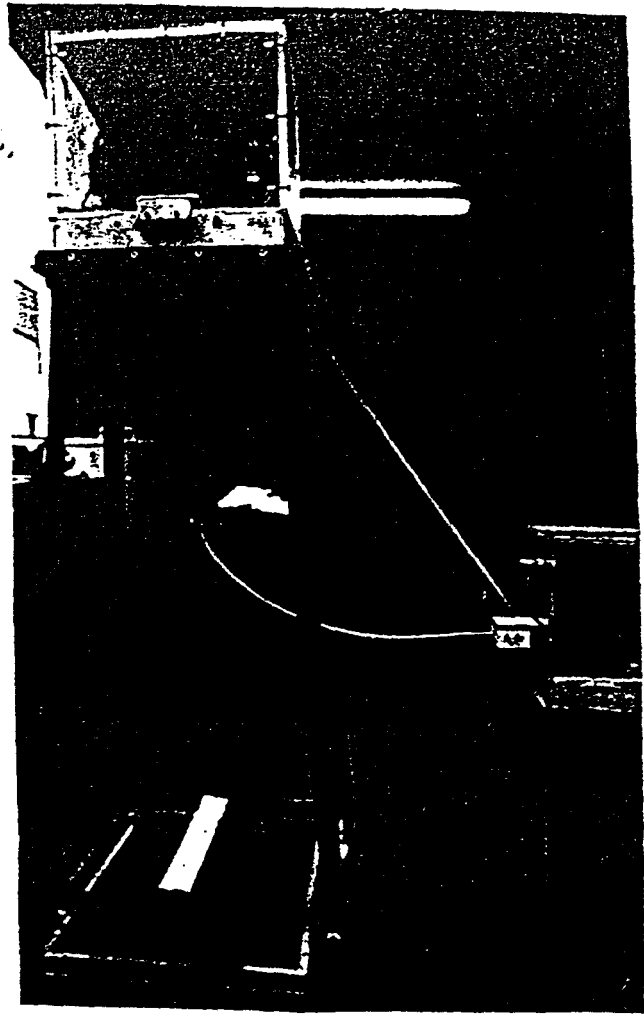
Figure 1.1: Vue partielle de l'installation: côté pompe HP et pressurisateur.



Figure 1.2: Vue partielle de l'installation: côté portique porte outil et table de coupe.



*Figure 1.3: Vue partielle de l'installation:
côté tête de coupe en service.*



*Figure 1.4: Vue partielle de l'installation:
côté trémie avec le doseur d'abrasif.*

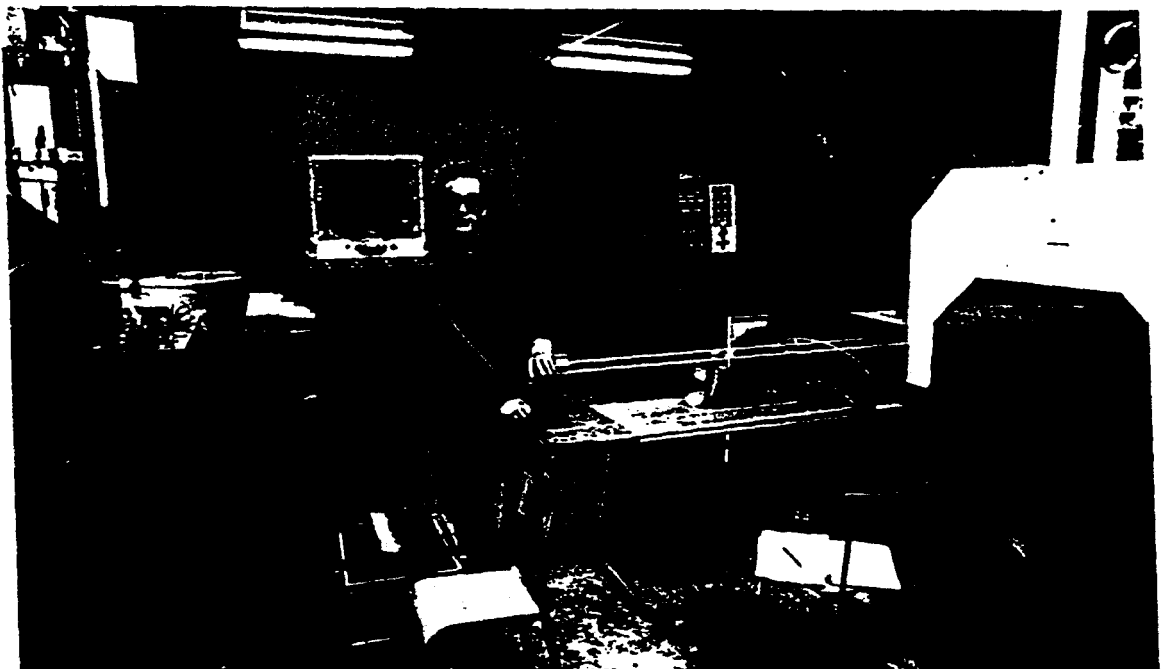


Figure 1.5: Vue générale de l'instrumentation.

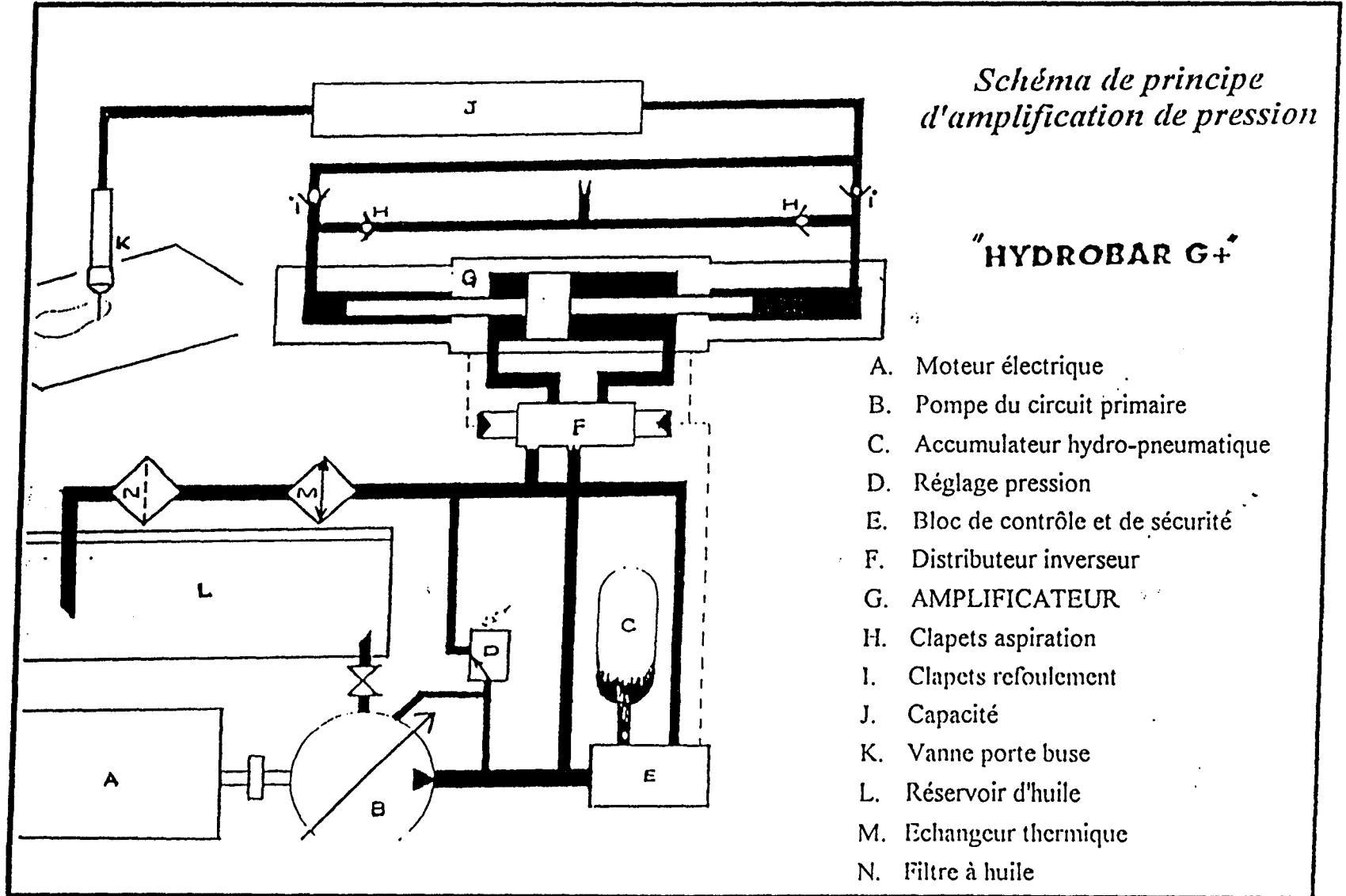


Figure 1.6: Schéma de principe d'amplification de pression.

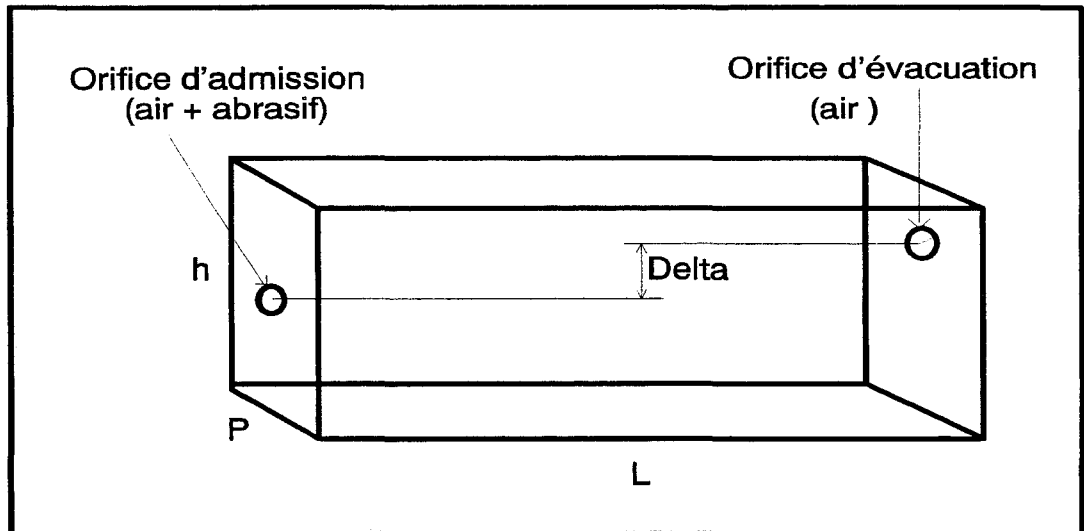


Figure 1.7: Schéma d'un filtre avec les orifices d'admission et d'évacuation.

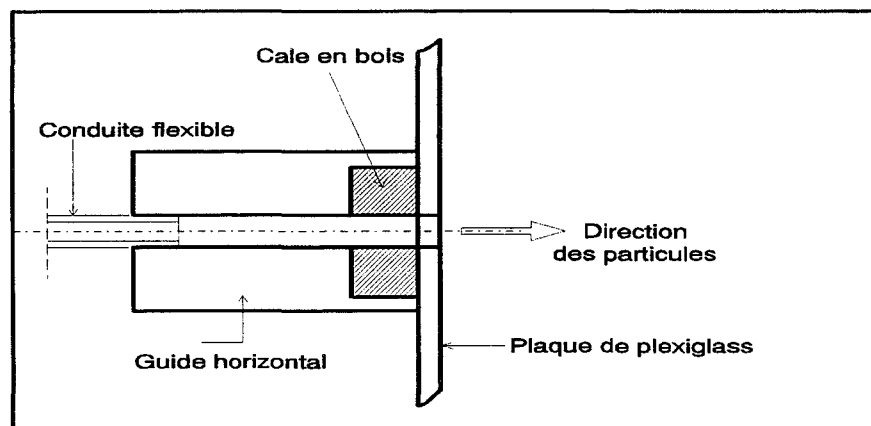


Figure 1.8: Schéma du guide horizontal de l'arrivée des particules à l'orifice d'admission.

La colle utilisée est de l'altufix P10 à base de sirop de mitacrilate. Il s'agit d'une colle assez débordante, qui permet une bonne étanchéité, paramètre très important. Cependant l'addition partielle de Silicone était utile afin de s'assurer que l'étanchéité est parfaite.

Un trou de vidange d'abrasif était prévu dans un angle afin de permettre l'extraction de l'abrasif du filtre, après chaque essai. Une petite plaque vissée sert de bouchon, équipée d'un joint caoutchouc plan. Quant aux orifices d'admission et d'évacuation (figure 1.7), ils ont été percés à un diamètre légèrement inférieur au diamètre extérieur de la conduite flexible qui est de 9 mm . L'orifice d'admission a été "rallongé" d'une petite cale en bois percée au même diamètre, collée et vissée, afin d'assurer un guidage horizontal du flexible. Cette disposition permet aux particules abrasives d'entrer dans le filtre avec une vitesse initiale $va0$ horizontale (figures 1.8 et 1.11).

1.6.3 Le débitmètre à diaphragme

Le débitmètre à diaphragme est montré sur la figure 1.13, il a été fabriqué par la société BERI selon nos indications techniques. Les diaphragmes AR22, dont le débitmètre est équipé, sont en acier inoxydable montés sur chambre annulaire de diamètre nominal d'élément de conduite DN 18 à bouts lisses munis de robinets d'isolement 1/4 gaz.

Les diaphragmes AR22 sont constitués par:

- un porte diaphragme à chambre annulaire de 48 mm d'épaisseur
- une plaque diaphragme munie d'un chanfrein orienté coté aval
- un joint amont en klingérolit

Montage

L'ensemble de éléments précédents doit être monté entre brides en prévoyant une longueur amont droite sans perturbation égale à 10 fois le diamètre interne de la conduite et 5 fois en aval. Le sens de circulation du fluide (air) est montré sur l'annexe (Diaphragme) et l'orientation des prises de pression est vers le haut.

Raccordement au manomètre

Les prises de pression sont munies de robinets d'isolement 1/4 gaz femelle. La prise de pression amont est repérée par le signe "+" et celle de l'aval par le signe "-". Le montage de l'appareil de mesure de pression différentielle (manomètre), figure 1.10, au dessus des diaphragmes avec une tuyauterie ayant une pente constante diminue les problèmes dus à la condensation. En fait, il ne faut pas que la condensation, si elle a lieu, obstrue la conduite ou atteigne la cellule de mesure.

Par ailleurs les prises de pression sont dirigées vers le haut par rapport au diaphragme car l'eau peut ainsi s'écouler vers le diaphragme.

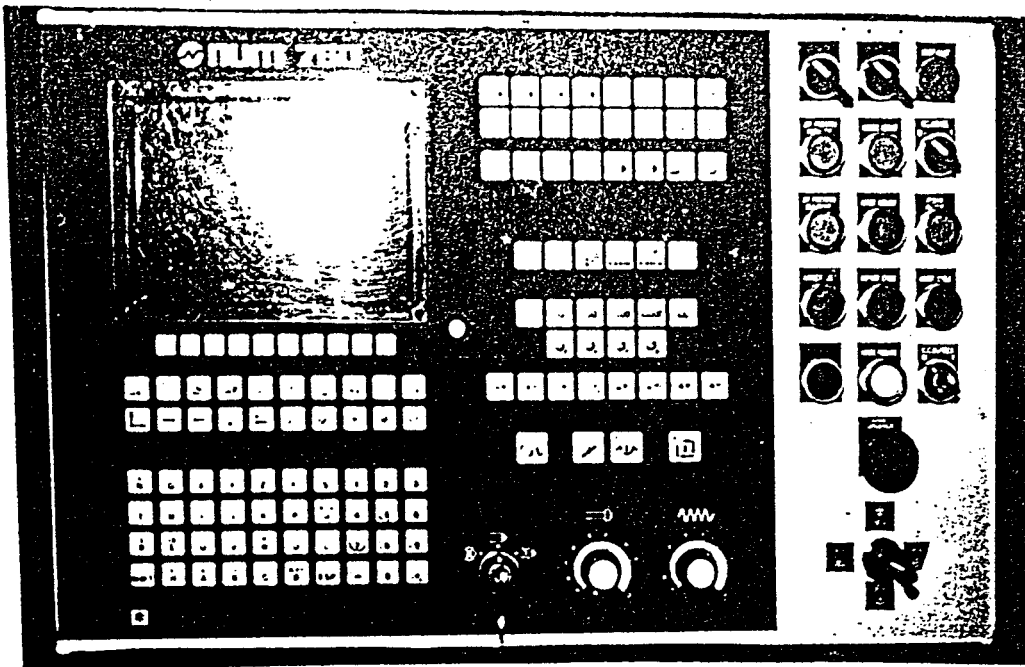
Calcul du débit d'air

Le débit d'air est calculé selon la formule spécifique du débitmètre fournie par le constructeur :

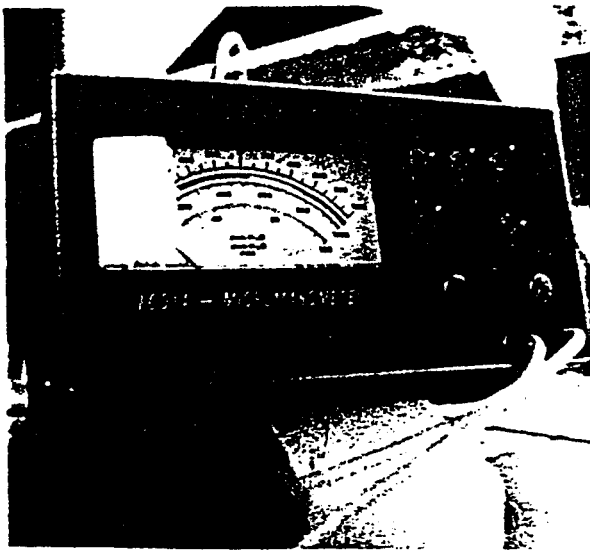
$$Q = k \cdot \sqrt{h} \quad (1.1)$$

où Q : le débit volumique d'air en (m³/h.), h la hauteur de la colonne d'eau (en mm) représentant la pression différentielle et k un coefficient du débitmètre déterminé par la relation: $k = \frac{Q_{\max}}{\sqrt{h_{\max}}}$.

Dans les conditions de fonctionnement de notre débitmètre, on a $k=0.745$



▲
Figure 1.9: Vue du tableau de commandes numériques, NUM 760.



▲
Figure 1.10: Le manomètre.

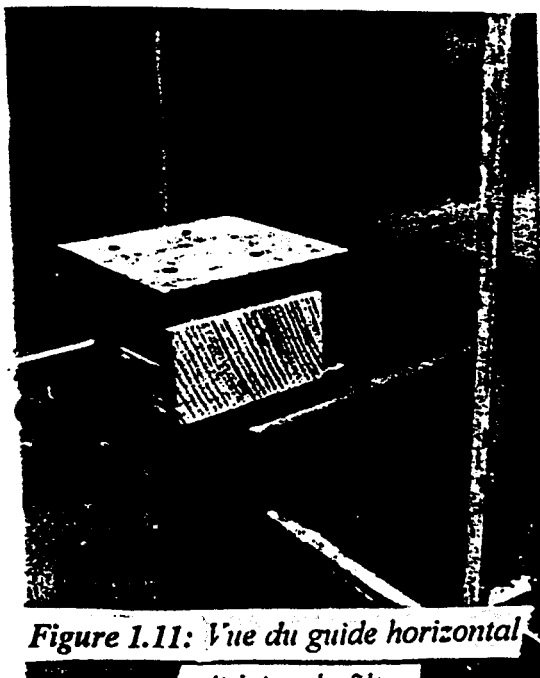
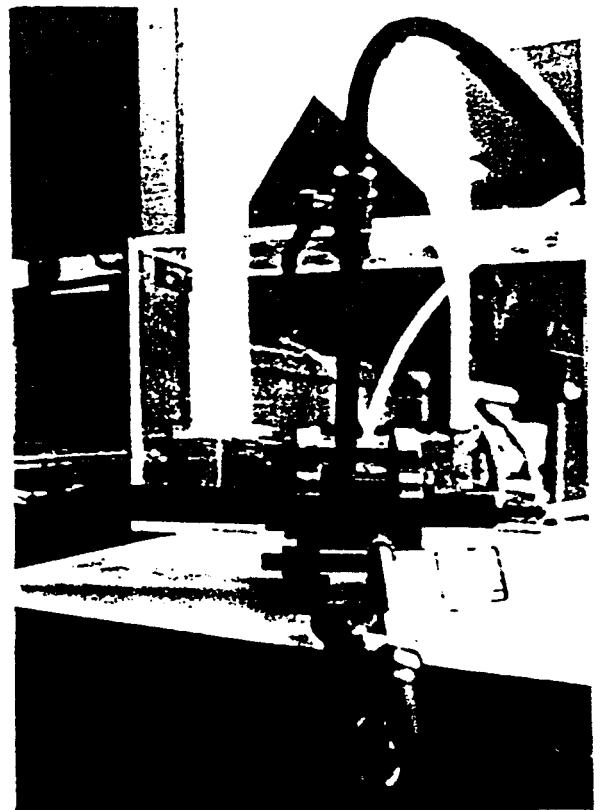


Figure 1.11: Vue du guide horizontal solidaire du filtre.



▲
Figure 1.12: Le débitmètre et les bornes de prise de pression.

1.7 Explication des figures et commentaires

Précisons, tout d'abord, que l'installation complète est composée de deux parties principales: la partie fixe déjà existante sur le site et la partie instrumentation qu'on a confectionné pour effectuer les expérimentations.

La partie fixe seule est très encombrante et se compose d'un grand nombre d'éléments. Elle est installée sur une surface de $72 m^2$ (soit 12×6) dans un local annexe du département Productique. Toutefois, les photos des vues partielles sont ordonnancées de telle sorte que l'on puisse reconstituer l'ensemble, du moins l'essentiel, de l'installation.

Les différentes figures sont:

- Les photos des figures 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 et 1.5 représentent respectivement la pompe HP avec le pressuriseur, le portique porte outil et la table de coupe, la tête de coupe avec le jet et le flexible d'arrivée d'abrasif, la trémie montée sur le doseur d'abrasif et reliée par le flexible au filtre et, enfin, la vue générale de la mise en place de l'instrumentation qui est prête pour un essai expérimental.

- Sur la figure 1.6, on a présenté le principe d'amplification de pression dans la pompe HP. Les schémas des figures 1.7, et 1.8 montrent, respectivement, le filtre avec les deux orifices d'admission (abrasif+air) et d'évacuation (air seul) et une coupe verticale du guide horizontal d'admission.

- Enfin, les photos des figures 1.9, 1.10, 1.11 et 1.12 viennent compléter la présentation de l'ensemble de l'installation expérimentale. Elle représentent dans l'ordre, le panneau de commandes numériques *NUM 760*, le manomètre, le guide horizontal d'admission et le débitmètre.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les objectifs de l'étude expérimentale qui sont au nombre de deux:

- détermination de la composition du mélange triphasique (air+eau+abrasif) et les vitesses initiales d'abrasif et d'air (conditions initiales).
- effectuer des découpes peu profondes (saignées) dans de l'acier doux en vue d'exploiter les débits de matière érodée dans la validation expérimentale de la modélisation théorique d'accélération développée dans cette étude.

Le deuxième objectif sera complété par une corrélation expérimentale entre le débit de matière érodée et la vitesse des particules au point d'impact (chapitre 3).

L'installation expérimentale et l'instrumentation sont décrites de manière très succincte afin de concentrer sur l'exploitation des résultats expérimentaux et la validation du modèle théorique d'accélération des particules qu'on a développé.

La conduite des essais est décrite dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Expérimentations amont et aval

I - Expérimentations amont

2-I.1 Mode opératoire et paramètres de travail

Les expérimentations amont visent à déterminer essentiellement la composition volumique du mélange triphasique. Elles permettent aussi de faire des mesures sur le trajet avant le mélange des particules abrasives avec le jet d'eau. Les mesures réalisées sont:

- Mesure du débit volumique d'air
- Mesure de la vitesse initiale des particules
- Mesure de la vitesse initiale de l'air

Pour réaliser tous les essais des trois types de mesures ci-dessus, on a utilisé le mode opératoire suivant.

- à l'aide d'une conduite flexible transparente, on branche en série et dans l'ordre les éléments suivants (figure 2.1):
 - doseur numérique situé au fond de la trémie
 - filtre à orifices inférieur d'admission et supérieur d'évacuation
 - débitmètre à diaphragme
 - appareil de mesure de la pression différentielle (manomètre)
 - tête de coupe et précisément la chambre de mélange

Pour chaque série d'essai, on fait varier un seul paramètre tandis que les autres restent fixes. Les paramètres de travail qui forment les différentes combinaisons d'essais sont:

- la pression hydraulique P
- le débit massique d'abrasif mIa
- le diamètre de la buse en saphir (orifice) Db
- la taille du filtre

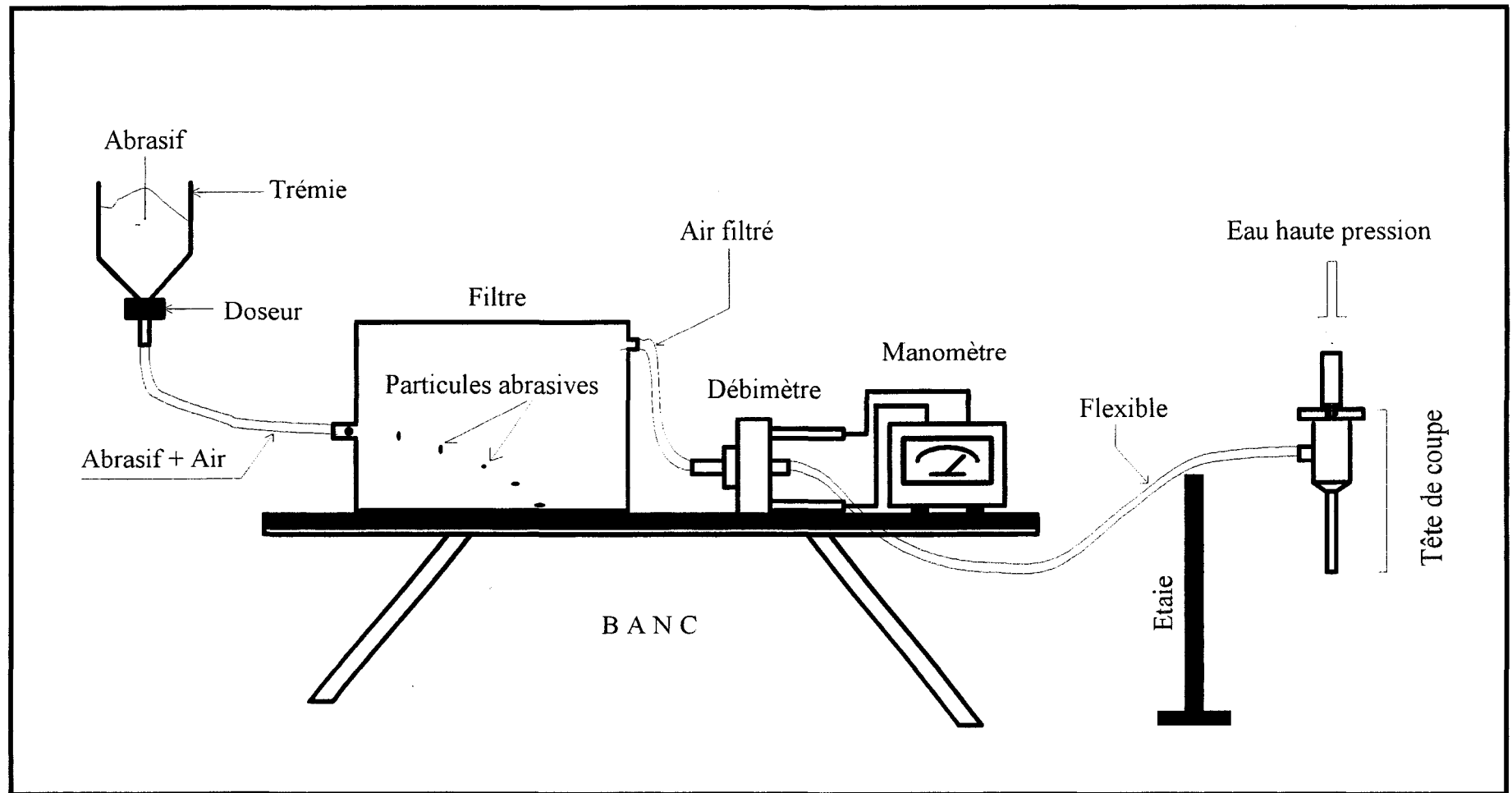


Figure 2.1: Schéma de principe partiel du dispositif expérimental: coté instrumentation

Dans chaque essai de la série de mesures, on a procédé simultanément à :

- la lecture de la hauteur h (en mm) de la colonne d'eau sur le manomètre différentiel
- la mesure de la distance approximative d'impact à laquelle les particules abrasives tombent sur le fond du filtre.

On a commencé les essais par changer la taille des filtres et on s'est aperçu, très vite, que celle-ci n'a aucune influence sur l'amplitude des valeurs mesurées. C'est pourquoi, on a décidé de faire toutes les expériences avec un seul filtre de taille moyenne ($L=2.2\text{ m}$).

2-1.2 Résultats des essais

Notons que durant tous les essais on a utilisé le même abrasif qui est du *grenat* dont les tailles des particules sont comprises entre 0.15 mm et 0.3 mm . Une analyse granulométrique est effectuée afin de connaître la distribution des diamètres de particules (voir paragraphe "exploitation des résultats").

Voici les différentes mesures qu'on effectuées et les résultats que nous avons trouvés.

2-1.2.1 Mesure du débit volumique d'air

La mesure du débit volumique d'air se fait en lisant la hauteur h (en mm) sur le manomètre et en utilisant cette valeur dans la formule du débit.

Les résultats expérimentaux ainsi obtenus sont très intéressants mais leur exploitation pratique nécessite un léger remaniement dans leur représentation graphique (section Exploitation des résultats). Toutes les valeurs de débits obtenues sont exprimées en terme de fraction volumique par rapport au volume total du jet d'eau abrasif. On a choisi de mettre le débit d'air en terme de pourcentage car celui-ci donne une idée précise sur la proportion qu'occupe l'air dans le mélange et cette quantité semble être facile à mémoriser.

Le pourcentage volumique d'air est donné par la relation suivante:

$$V_{gp}(\%) = 100 \frac{Q}{Q + V_{1w} + V_{1a}} \quad (2.1)$$

on en déduit les pourcentages respectifs d'eau et d'abrasif, comme suit:

$$V_{wp}(\%) = 100 \frac{V_{1w}}{Q + V_{1w} + V_{1a}} \quad (2.2)$$

$$V_{ap}(\%) = 100 \frac{V_{1a}}{Q + V_{1w} + V_{1a}} \quad (2.3)$$

Les résultats expérimentaux sont regroupés dans les figures 2.2, 2.3 et 2.4 suivantes:

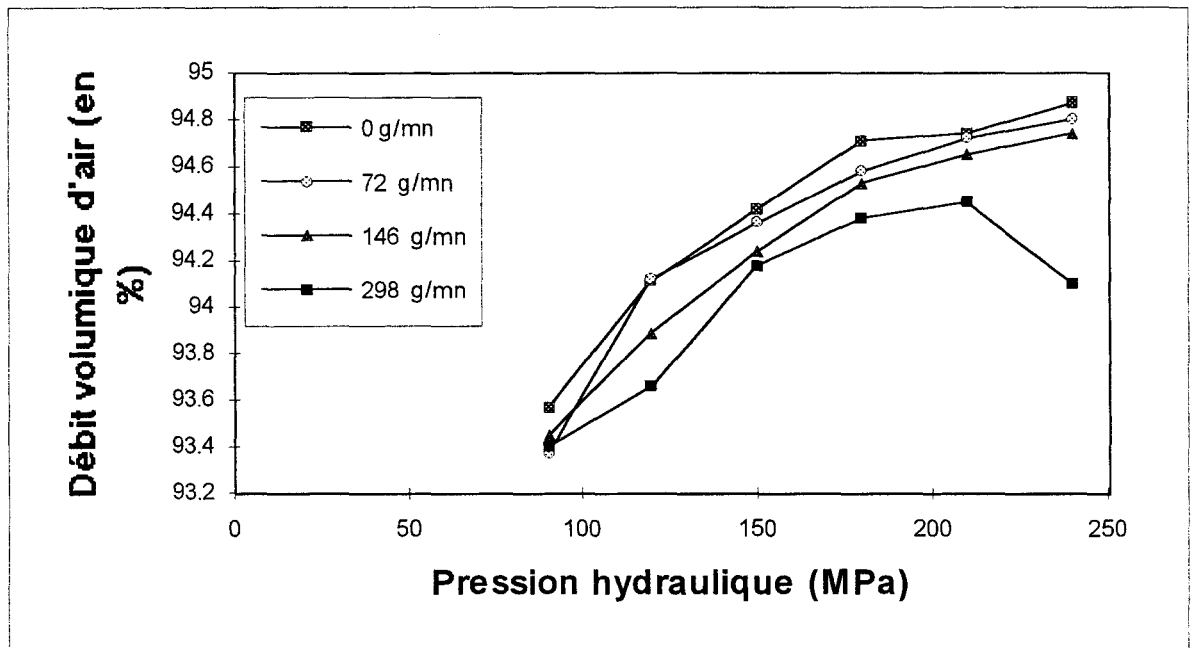


Figure 2.2: Variation du débit volumique d'air (en %) en fonction de la pression Hydraulique, pour les débits d'abrasif = 0, 72, 146, et 298 g/mn.

Les différents résultats d'essais qui ont permis de tracer les courbes des figures 2.2, 2.3 et 2.4, sont présentés dans les annexes.

Remarque:

- Au cours des essais, il est arrivé que des "bouchons" se soient formés dans la conduite flexible lorsque les débits d'abrasif sont importants (supérieurs à 298 g/mn). Ces "bouchons" provoquent rapidement l'arrêt de la machine.

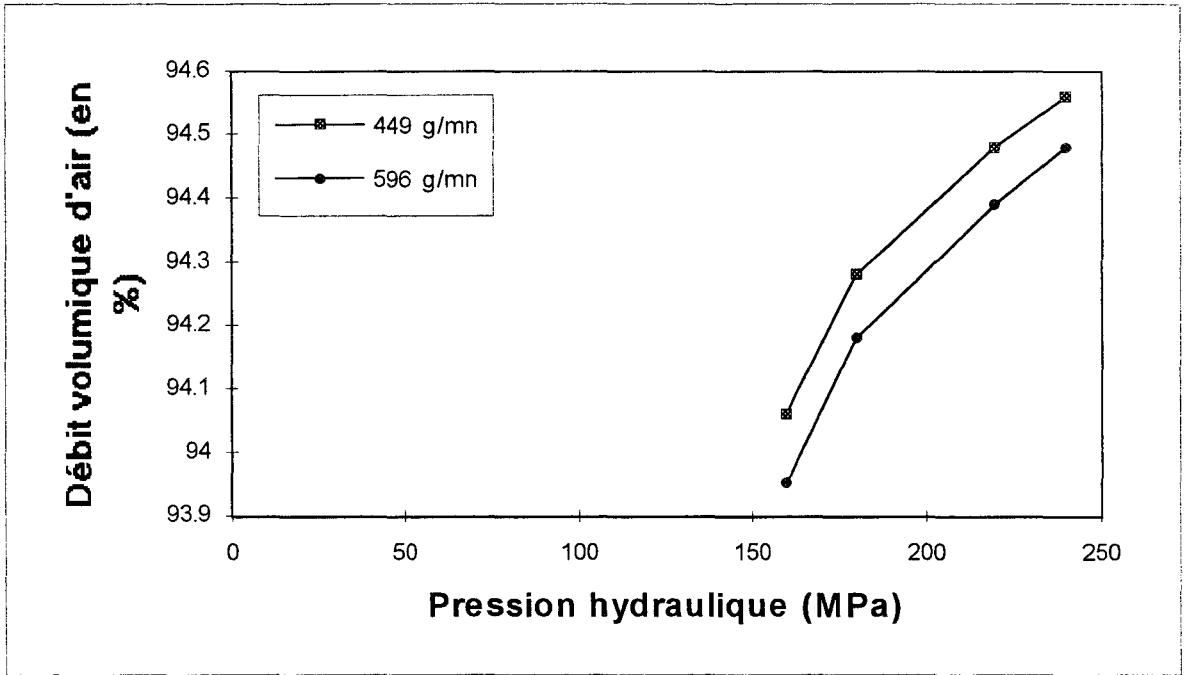


Figure 2.3: Variation du débit volumique d'air (en %) en fonction de la pression.

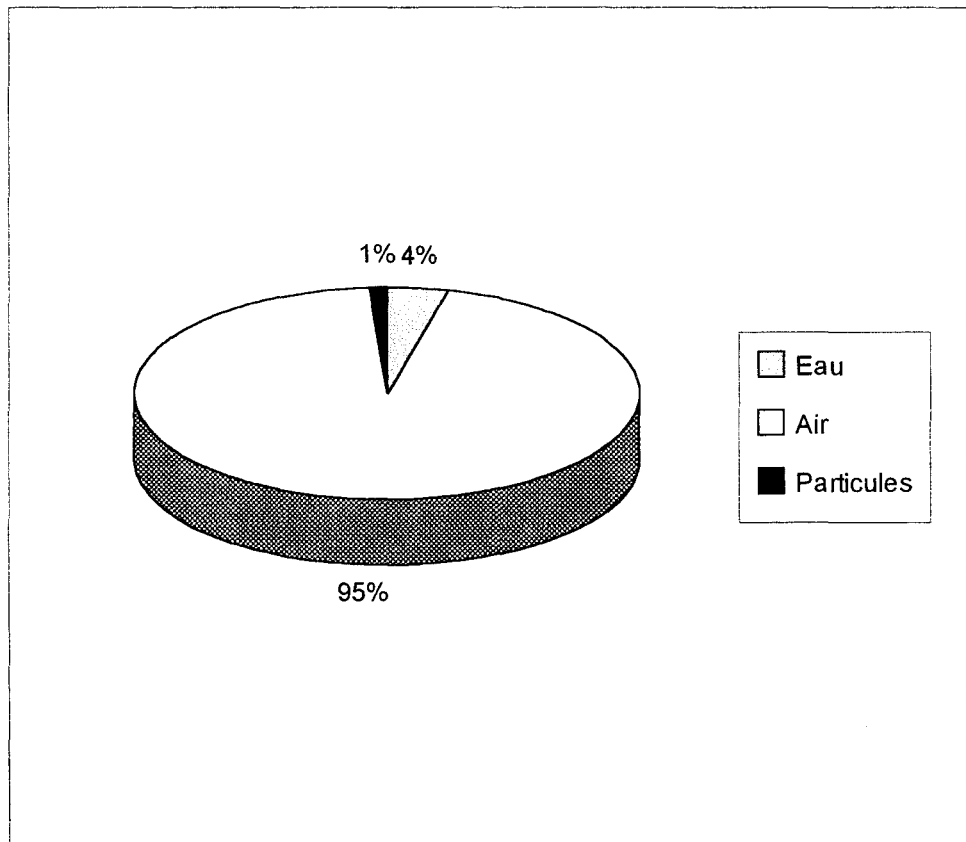


Figure 2.4: Composition volumique du mélange triphasique constituant le jet d'eau abrasif dans les conditions réelles de fonctionnement de l'installation expérimentale.

2-I.2.2 Mesure de la vitesse initiale des particules

On appelle vitesse initiale des particules, la vitesse avec laquelle celles-ci pénètrent dans la chambre de mélange pour s'associer physiquement au jet d'eau supersonique.

La détermination de manière précise de cette vitesse n'est pas demandée car les particules arrivent dans la chambre de mélange perpendiculairement au jet. Ceci étant d'une part, la grande vitesse du jet d'eau rend la vitesse finale des particules, au point d'impact avec le matériau à couper, insensibles à leurs vitesse initiale (chapitre 6), d'autre part. C'est pourquoi, la vitesse initiale des particules est déterminée de manière approximative afin d'en connaître l'ordre de grandeur. On précise que la différence entre la vitesse extrême (maxi ou mini) et la vitesse approximative moyenne est inférieure à 1 m/s , ce qui est négligeable.

Pour mesurer, plutôt estimer, cette vitesse, on procède de la manière suivante:

- on mesure la distance approximative moyenne d'impact des particules sur le fond du filtre (figure 2.5)
- à l'aide de la formule (2.5), de la cinématique d'un point matériel (projectile), on calcule la vitesse initiale horizontale d'une particule de la façon suivante:

Dans le repère cartésien yoZ , la particule décrit une trajectoire parabolique due à sa chute libre avec vitesse initiale horizontale, selon le schéma de principe de la figure 2.5 suivante:

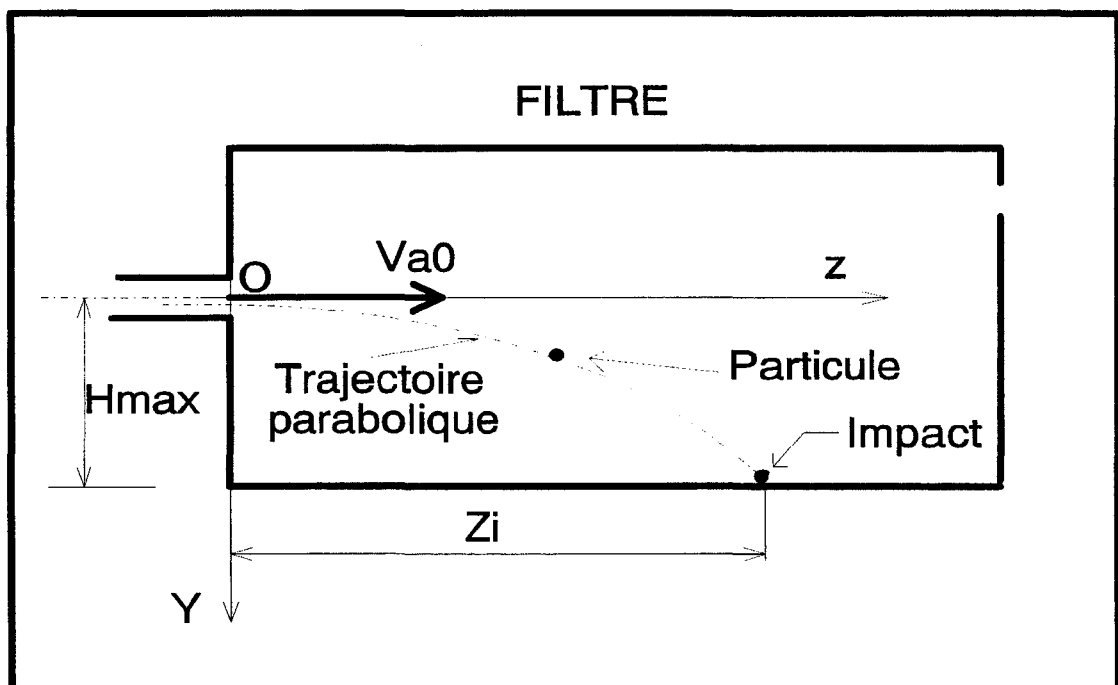


Figure 2.5: Schéma de chute des particules abrasives dans le filtre.

A partir de l'équation de la chute libre d'un point matériel, la vitesse initiale des particules est donnée approximativement, comme suit :

$$V_{a0} = Z_i \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot H_{\max}}} \quad (2.4)$$

Z_i représente la distance d'impact et H_{\max} la hauteur maximale de chute. Les résultats des essais sont regroupés dans la figure 2.6 suivante.

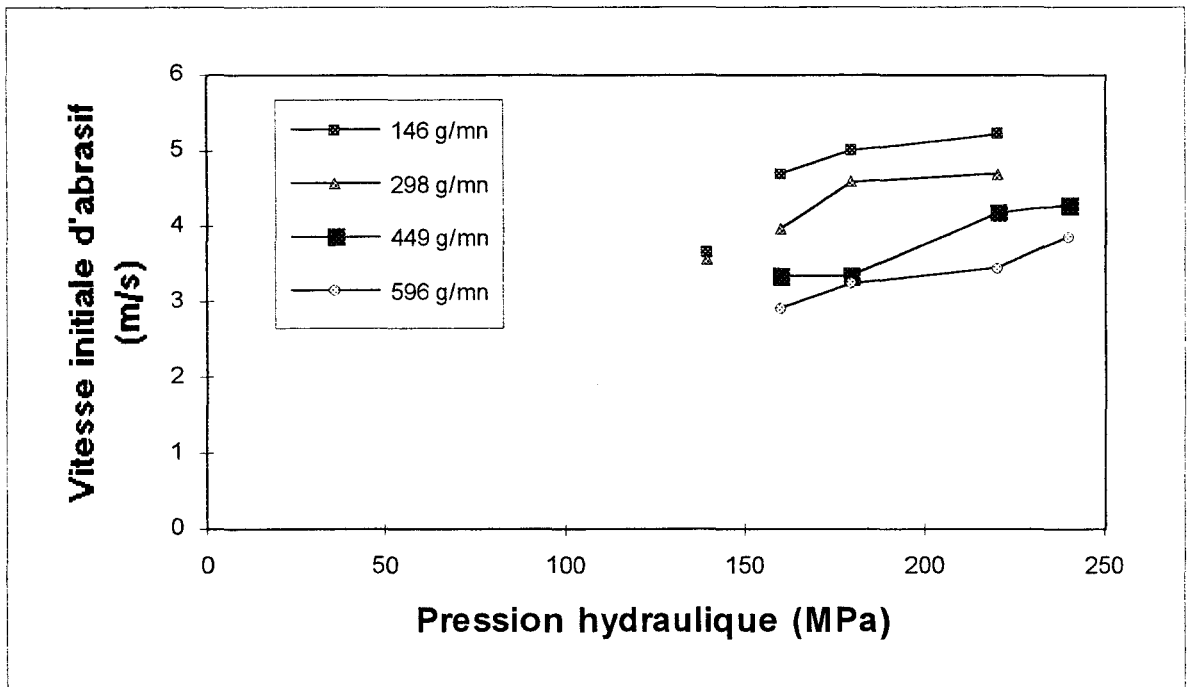


Figure 2.6: Variation de la vitesse initiale des particules en fonction de la pression.

2-I.2.3 Mesure de la vitesse initiale de l'air

La vitesse initiale de l'air, désignée ici, est la vitesse avec laquelle l'air, après filtration, entre dans la chambre de mélange. La connaissance de cette grandeur physique est importante dans la mesure où elle permet de savoir si l'air est suffisamment accéléré pour être capable de dévier le jet d'eau ou non.

Avant de répondre à cette question très difficile, on présente dans la figure 2.7 les différentes vitesses calculées à partir des débits volumiques d'air rapportés à la section droite de la conduite flexible, selon la relation suivante.

$$V_{g0} = \frac{Q}{S_c} \quad (2.5)$$

où V_{g0} la vitesse initiale de l'air, S_c la section droite de la conduite flexible transparente et Q le débit d'air déterminé expérimentalement par la formule (1.1) relative au débitmètre.

Le diamètre intérieur de la conduite flexible étant 7 mm et sa section droite est donc égale à :

$$S_c = \frac{7^2 \cdot \pi}{4} = 38.5 \text{ mm}^2$$

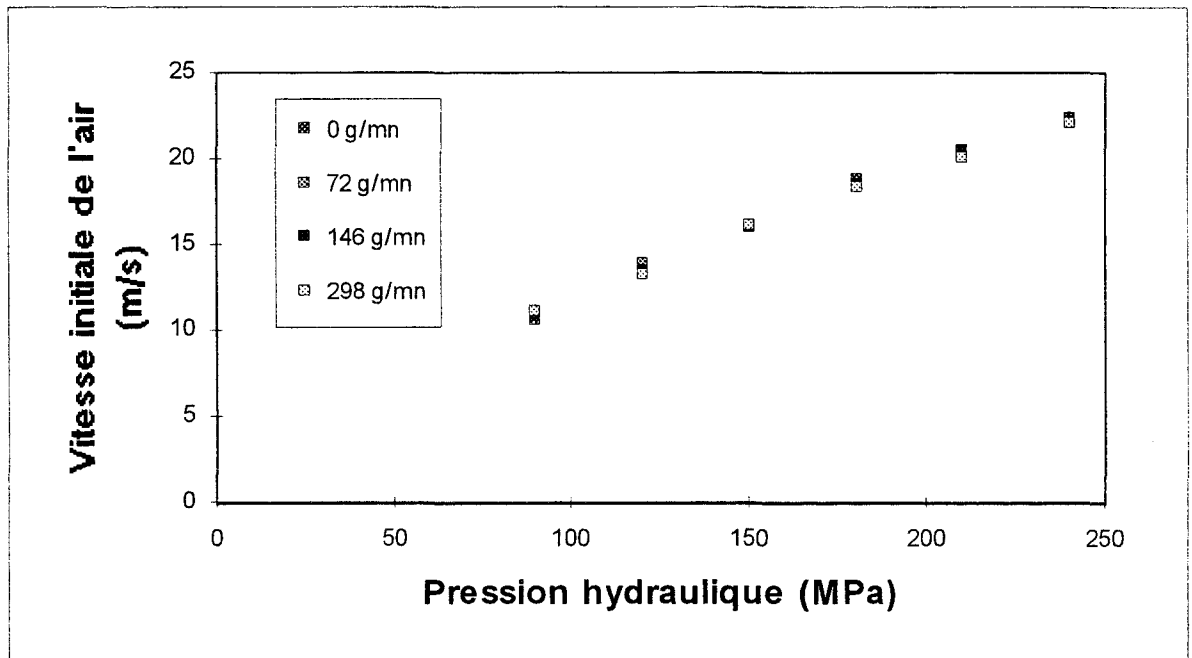


Figure 2.7: Variation de la vitesse initiale de l'air en fonction de la pression Hydraulique, pour les débits d'abrasif = 0, 72, 146, et 298 g/mn.

2-I.3 Détermination de la vitesse initiale du jet d'eau

La vitesse initiale V_{w0} du jet d'eau à sa sortie de la buse, est calculée à l'aide de la formule (3-II.57) de Bernouilli:

En fait, l'application de la formule de Bernouilli ne donne pas la vitesse initiale à la sortie de la buse de façon précise, car cela est dû à la très grande vitesse du jet d'eau qui crée une zone de turbulence locale au contact avec la buse (rétrécissement brusque de la section de la conduite hydraulique haute pression). Mais l'état de surface lisse de la buse en saphir atténue considérablement le phénomène de turbulence.

Par ailleurs, Abudaka [3], et Nadeau [69] estiment que la formule de Bernouilli peut bien s'appliquer à ce type de jet sans pour autant craindre des erreurs appréciables puisque les vitesses en jeux sont très importantes.

2-I.4 Discussion et analyse des résultats expérimentaux

Toutes les courbes qu'on a tracées sont obtenues expérimentalement, leur discussion et leur analyse se limitent ici à des commentaires afin de faciliter et de préparer leur exploitation.

Les figures 2.2 et 2.3 montrent ensemble que, quelque soit la quantité de particules abrasives dans le jet, le débit volumique d'air représente une proportion comprise entre 93 % et 95 %. Cet ordre de grandeur pose le problème de définition exacte de la structure physique du jet. A défaut de visualisation, on peut supposer qu'une partie d'air enveloppe le jet et sépare celui-ci de la paroi du tube de focalisation.

Pour des pressions prises entre 200 MPa et 240 MPa, valeurs fréquemment utilisées dans la découpe hydro-abrasive de métaux, l'air occupe environ 95 % du volume du jet. On constate que cette proportion est la même dans le cas où l'air est aspiré sans adjonction d'abrasif ($m_{1a}=0 \text{ g/mn}$). En effet, ce résultat est attendu, car le fond de la trémie est montée sur le doseur d'abrasif par simple pose, il n'y a donc pas d'étanchéité. En fait, ce mode d'assemblage permet aux particules abrasives de s'écouler librement sans influence de la pression et leur débit est seulement contrôlé par le doseur.

En plus de la pression hydraulique, l'intensité de l'effet Venturi dépend aussi du diamètre de la buse en saphir et du volume de la chambre de mélange. Cependant, les résultats précédents sont obtenus pour des valeurs optimales de ces deux grandeurs, à savoir une buse de diamètre $D_b=0.3 \text{ mm}$ (comme on l'a montré plus loin) et une chambre de mélange standard (de forme cylindrique à fond plat, hauteur = 12 mm et diamètre=6 mm). On notera qu'à ce sujet, Miller [63] a trouvé que l'air occupe près de 99 % du volume du jet en utilisant une buse de 2 mm de diamètre. Soit environ 6.7 fois supérieure à celle qu'on a utilisée.

Dans la figure 2.4, on a résumé sous forme de disque la composition volumique du jet d'eau abrasif en terme de pour-cent. Soit 1 % d'abrasif, 4 % d'eau et 95 % d'air. Tous les calculs sont fait en considérant ces proportions.

La figure 2.6 montre que la vitesse de déplacement des particule dans la conduite flexible ne dépasse pas 6 m/s et ce quelque soit la pression hydraulique et le débit d'abrasif. Comme on l'a précisé précédemment, la vitesse initiale des particules trouvée expérimentalement n'est d'aucun intérêt du point de vue exploitation puisque l'adjonction d'abrasif se fait perpendiculairement au jet d'eau (les particules arrivent horizontalement dans la chambre de mélange où elles rencontrent le jet d'eau qui s'écoulent verticalement à grande vitesse). De ce fait, il nous semblé raisonnable de considérer, dans les calculs, que la vitesse initiale des particules colinéaire avec le jet, est nulle ($V_{a0}=0 \text{ m/s}$).

La figure 2.7 représente la variation de la vitesse initiale avec laquelle l'air entre dans la chambre de mélange, en fonction de la pression hydraulique et pour différents débits d'abrasif. Cette figure montre que, dans les conditions normales (fréquemment utilisées dans la découpe hydro-abrasive) de travail, la vitesse initiale de l'air croît avec la pression mais n'excède pas 25 m/s et que le débit d'abrasif n'a aucune influence sur elle. Par défaut de moyen de visualisation de ce qui se passe réellement dans la chambre de mélange, l'information principale que l'on peut tirer de ce résultat et qui nous paraît plausible, est de considérer que l'air, à cette vitesse, ne dévie pas le jet d'eau. Ce fait nous conduit à supposer que l'air se mélange avec l'eau de façon homogène pour former un fluide biphasique (eau+air) qui entraîne les particules vers le bas du tube de focalisation. Ces considérations sont réitérées dans le chapitre "exploitation des résultats expérimentaux".

II - Expérimentations aval

Après avoir déterminé la composition volumique du mélange triphasique constituant le jet d'eau abrasif ainsi que les conditions initiales de formation du jet, on arrive maintenant à l'étape la plus importante de l'étude expérimentale. Dans cette étape, on a effectué tous les essais expérimentaux qui ont permis de valider par corrélation le modèle théorique d'accélération qu'on a développé.

2-II.1 Principe des essais

Les essais de coupe sont effectués sur des échantillons d'acier doux. On a réalisé des saignées de faible profondeur ($\approx 8 \text{ mm}$) afin de rester dans le domaine de l'érosion pure. Sur chaque échantillon et pour les mêmes valeurs des paramètres de travail, on a effectué 3 saignées parallèles et de bout en bout. En fait, avec une seule saignée, on aurait érodé un débit de matière trop faible et par conséquent très difficile à mesurer.

Pour obtenir des saignées peu profondes, il nous a fallu à chaque essai fixer la vitesse d'avance par tâtonnement, ensuite vérifier visuellement si la saignée est bonne. Dans le cas contraire, on a abandonné l'échantillon et repris le même essai mais avec une nouvelle valeur de la vitesse d'avance.

Tous les échantillons ont la même dimension: $67 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$ et chacun est gravé d'une lettre alphabétique pour l'identifier. Avant de commencer les essais, on a pesé les échantillons à l'aide d'une balance de précision de 0.1 g afin de connaître leur *masse initiale*. Après chaque essai, on a nettoyé à l'eau puis à l'air sous-pression les saignées pour se débarrasser de tous les débris susceptibles de s'y accrocher. Ensuite on a pesé à nouveau l'échantillon pour connaître son poids final.

La différence entre la masse initiale et la masse finale donne la masse érodée pendant le temps de coupe t . Cette quantité est appelée désormais *débit massique de matière érodée* m/lr . On obtient le temps de coupe t relatif à une saignée en divisant la distance, de bout en bout parcourue par le jet (longueur de la pièce métallique), par la vitesse d'avance u . On déduit le débit massique érodé m/lr en divisant la masse érodée par le temps de coupe. Les résultats d'essais, relatifs à ces grandeurs, sont regroupés dans les tableaux des annexes.

2-II.2 Campagnes d'essais et résultats expérimentaux

Trois campagnes d'essais furent réalisées. Dans la première campagne, on faisait varier les diamètres de buses et on notait les débits massiques de matière érodée pour différents débits d'abrasif. La deuxième et la troisième campagnes consistaient à effectuer des saignées en faisant varier la pression hydraulique et le débit d'abrasif. L'une est conduite en utilisant un tube de focalisation en carbure de tungstène de 5 cm de long et l'autre de 7.5 cm.

La machine de découpe sur laquelle on a travaillé, est une machine industrielle et son fonctionnement à plein temps nécessite la mobilisation d'un technicien. Ajouter à cela la difficulté de dégager un temps mort où la machine ne travaille pas. On était donc amené à préparer minutieusement les essais (Tableaux de valeurs des paramètres, instrumentation mise au point, échantillons d'essais bien ordonnancés selon les lettres gravées sur leur facette, balance électronique, abrasif...)

Dans cette section, on décrit tous les essais, campagne par campagne, et les résultats expérimentaux sont ensuite présentés sous forme de courbes.

Première campagne

Dans cette campagne d'essais, nous avons fait varier les diamètres de buses en saphir pour en connaître l'influence sur la coupe. Les diamètres utilisés sont pris dans la gamme existante pour ce type de découpe par jet d'eau abrasif, c'est-à-dire: 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4 et 0.5 mm. Les expériences ont été réalisées pour trois débits d'abrasifs: 146, 298 et 449 g/mn, la pression de travail étant fixée à 240 MPa. Les résultats des essais sont rassemblés dans le tableau de l'annexe. Les courbes de variation du débit massique de matière érodée en fonction du diamètre de buse sont groupées en famille dans la figure (2.8).

Avant de passer à la suite des campagnes d'essais, énumérées dans le paragraphe (2-II.2), on a dépouillé les résultats de la première campagne afin de connaître le diamètre de buse qui convient le plus à nos essais. Comme le montre la figure 2.8, ce diamètre est égal à 0.3 mm et il correspond au sommet des deux courbes pour lesquelles les débits d'abrasif sont 146 g/mn et 298 g/mn. La troisième courbe n'est pas représentative car au cours des essais, on a rencontré des difficultés dues aux "bouchons" qui se formaient subitement dans la conduite flexible lorsque le débit d'abrasif était fixé à 449 g/mn.

Cette réflexion a permis d'éviter de faire des essais avec d'autres diamètres de buses sans utilité pratique pour notre étude.

Deuxième campagne

Durant toute la campagne, on a utilisé

- une buse en saphir de 0.3 mm de diamètre,

- un tube de focalisation en carbure de tungstène de 7.5 cm de long et de 1.2 mm de diamètre,
- la distance d'impact est $Xc=6.8\text{ cm}$.

Les pressions utilisées sont: $140, 160, 180, 220$ et 240 MPa qui est la valeur maximale développée par la machine. Chaque valeur de la pression est utilisée pour 6 débits massiques d'abrasifs: $146, 298, 449, 596, 750, 898\text{ g/mn}$.

On rappelle que la vitesse d'avance était choisie par tâtonnement afin d'obtenir une saignée peu profondes ($\text{profondeur} < 8\text{ mm}$).

La procédure suivie au cours des essais est la suivante:

- 1) mise en place des pièces (échantillons) sur la table de la machine, par série de 5.
- 2) modification de débit massique d'abrasif m/a dans le programme CN (Commande Numérique), ce débit étant le même pour les 5 échantillons.
- 3) programmation de la vitesse d'avance u dans la CN.
- 4) réglage manuel de la pression hydraulique P à partir de la pompe.
- 5) découpe de la première pièce métallique (échantillon): 3 saignées.
- 6) à la fin de la coupe, la machine s'arrête et l'on vérifie visuellement la profondeur de coupe. Si celle-ci n'est pas satisfaisante, on réajuste la vitesse d'avance.
- 7) découpe de la pièce suivante de la série, après réglage de la pression pour une nouvelle valeur.
- 8) idem 7 jusqu'à découpe des 5 pièces.
- 9) enlèvement des 5 pièces découpées et remplacement par une nouvelle série de pièces de même nombre.
- 10) retour en 2.

Les résultats obtenus après dépouillement sont représentés dans les courbes des figures 2.9, 2.10 et 2.11. Quant à leurs valeurs numériques, elles sont rassemblées dans les tableaux des annexes.

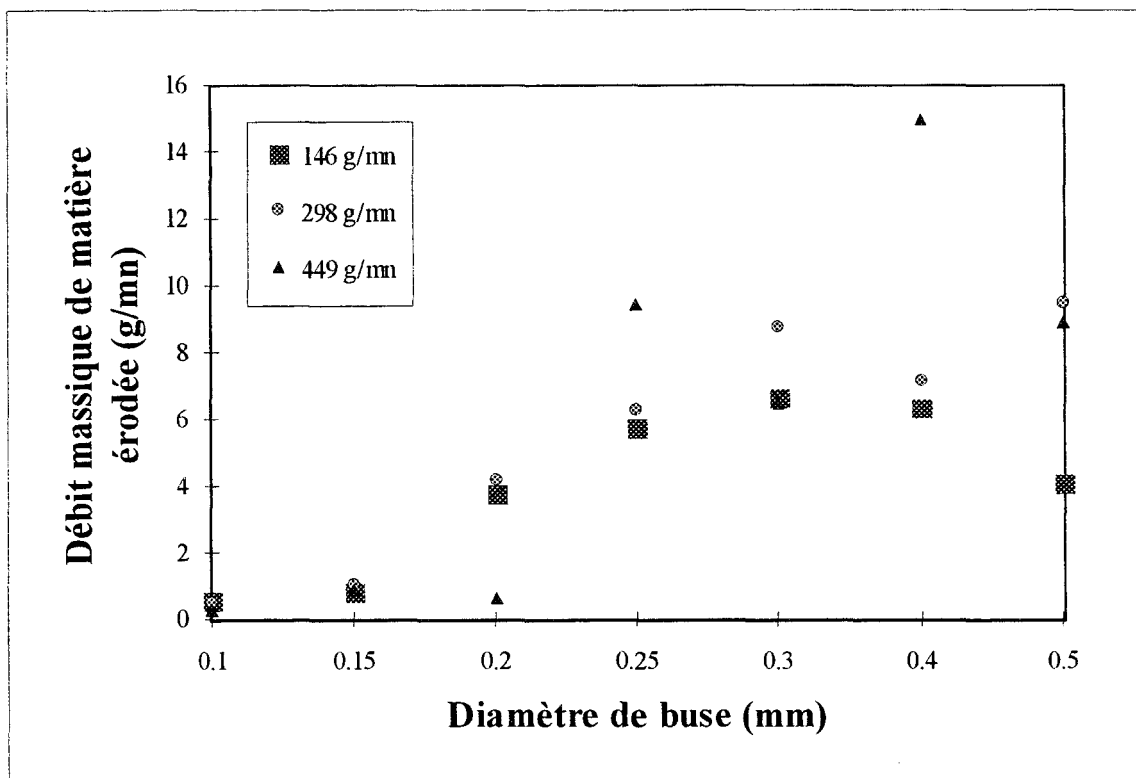


Figure 2.8: Variation du débit massique de matière érodée en fonction du diamètre de buse en saphir, pour différents débits d'abrasif, $X_c = 6.8$ cm.

Troisième campagne

La troisième campagne d'essais est identique à la deuxième sauf que nous avons utilisé ici un tube de focalisation de 5 cm de long au lieu de 7.5 cm et de même diamètre.

Ces essais ont été effectués pour connaître l'influence de la distance d'impact sur la coupe (vitesse des particules). Autrement dit vérifier si les phénomènes constatés lors des campagnes effectuées avec le tube de focalisation de 6.8 cm de long, sont aussi les mêmes que ceux observés en utilisant un tube de longueur 5 cm.

Les résultats obtenus sont représentés par les courbes des figures 2.12 et 2.13, les tableaux des valeurs numériques sont dans les annexes.

2-II.3 Le débit d'abrasif et le phénomène de coupe

Pour connaître l'influence du débit massique des particules abrasives sur la quantité de matière érodée, on a tracé les courbes des figures 2.14 et 2.15, respectivement pour les distances d'impact 6.8 et 5 cm. Dans le même ordre d'idée, ces résultats sont obtenus dans la première et deuxième campagnes d'essais.

En fait, l'information tirée de ces deux courbes est capitale dans la mesure où elle permet de déterminer le débit optimal d'abrasif au delà duquel le matériau s'érode mais de plus en plus moins. Il est, donc, inutile d'utiliser des débits massiques d'abrasif supérieurs au débit optimal. La valeur de ce dernier varie selon le type de matériau coupé.

On a fait les essais pour deux distances d'impact différentes pour savoir si la position du matériau à couper par rapport au point de début du mélange, peut modifier la valeur du débit maximum d'abrasif ou non.

Par ailleurs, on a expliqué le phénomène de décroissance de la quantité de matière érodée lorsque le débit d'abrasif est supérieur au débit optimal, dans le paragraphe (2-II.4).

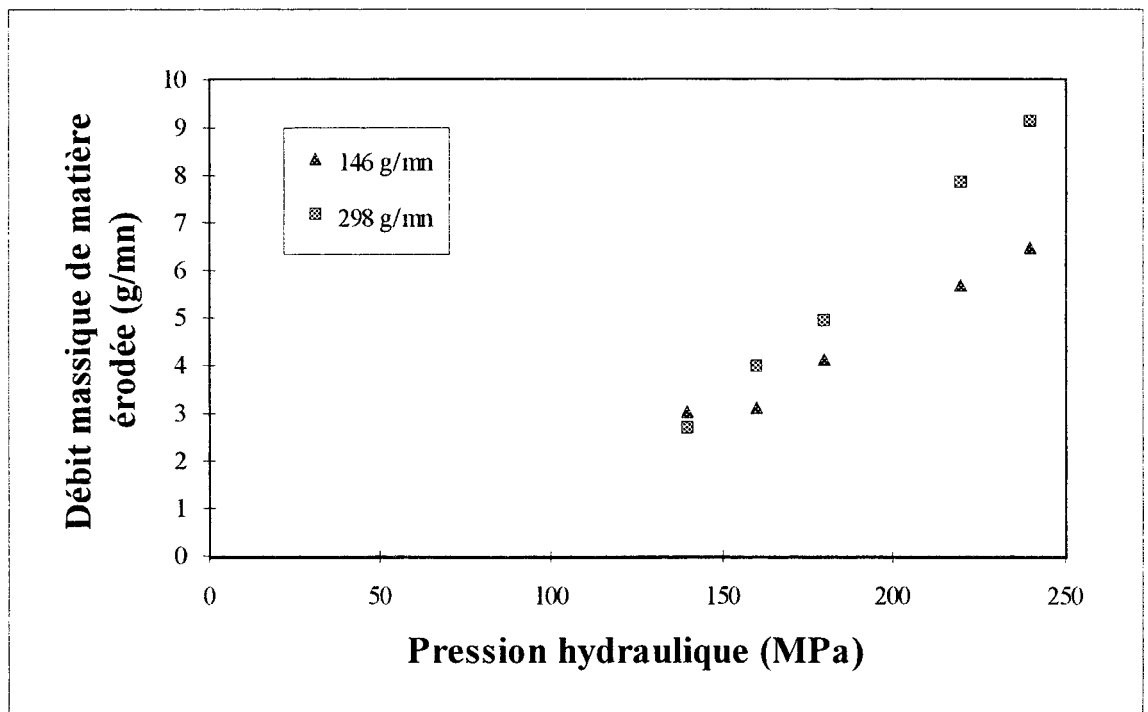


Figure 2.9: Variation de débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour les débits d'abrasif = 146 et 298 g/mn, $X_c = 6.8$ cm.

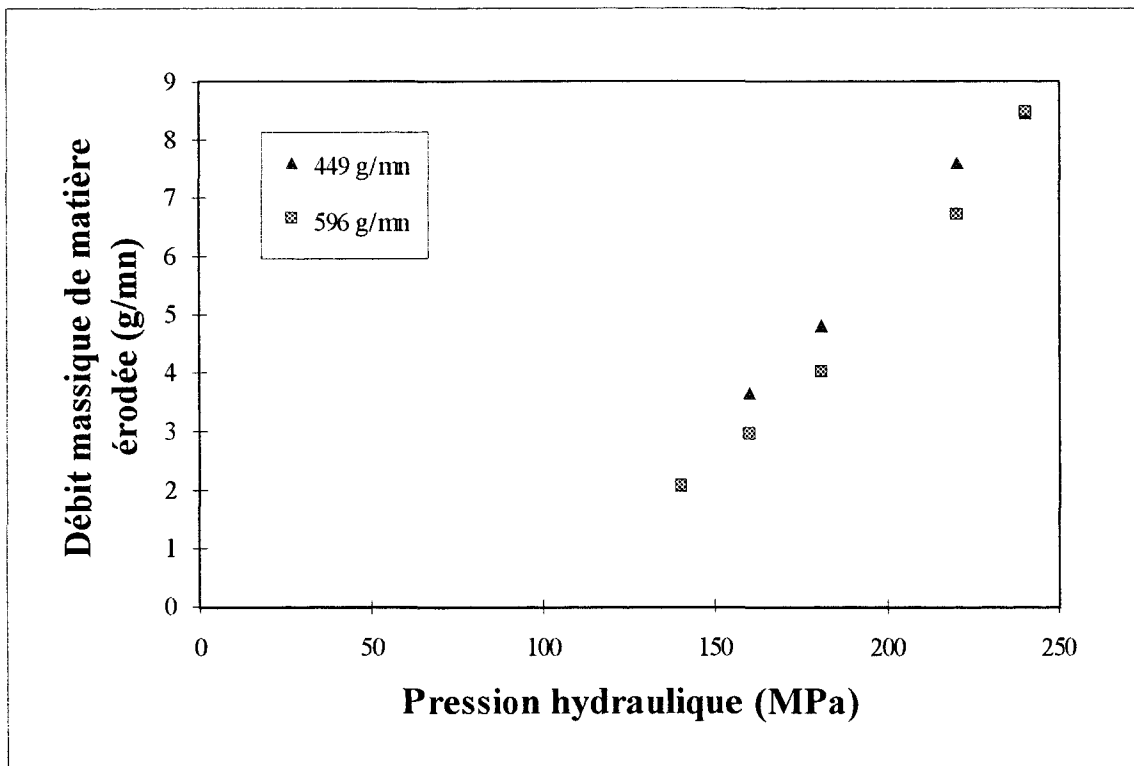


Figure 2.10: Variation de débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour les débits d'abrasif = 449 et 596 g/mn, $X_c = 6.8$ cm.

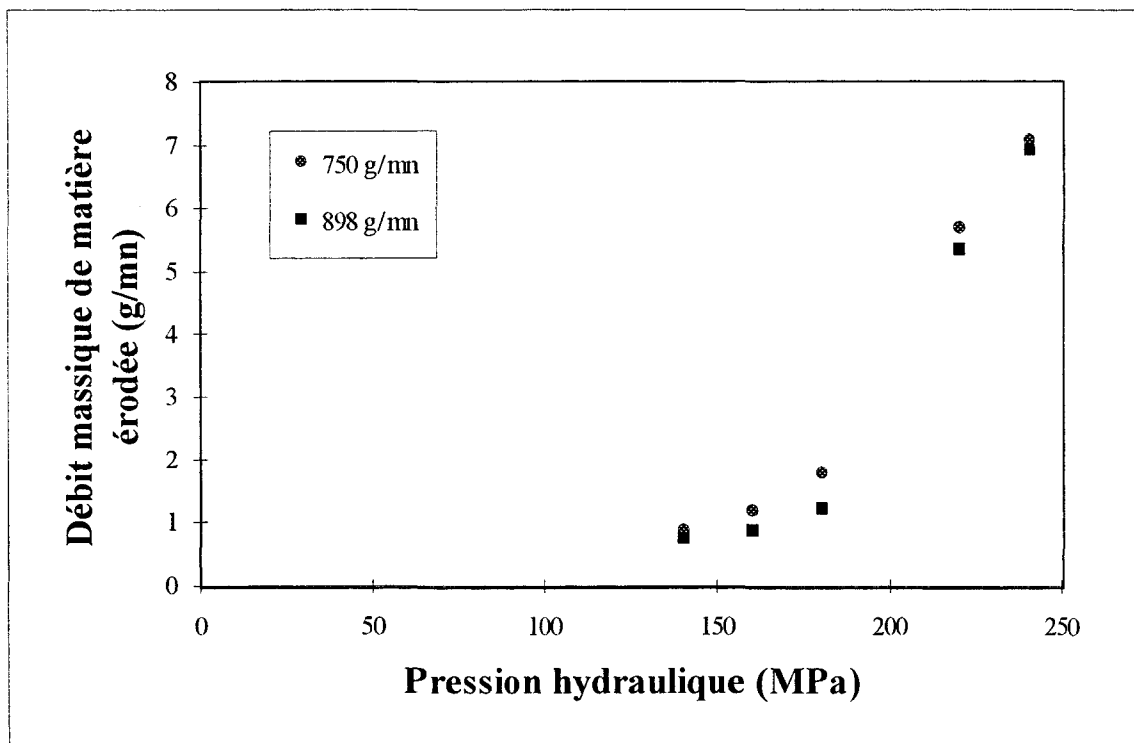


Figure 2.11: Variation de débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour les débits d'abrasif = 750 et 898 g/mn, $X_c = 6.8$ cm.

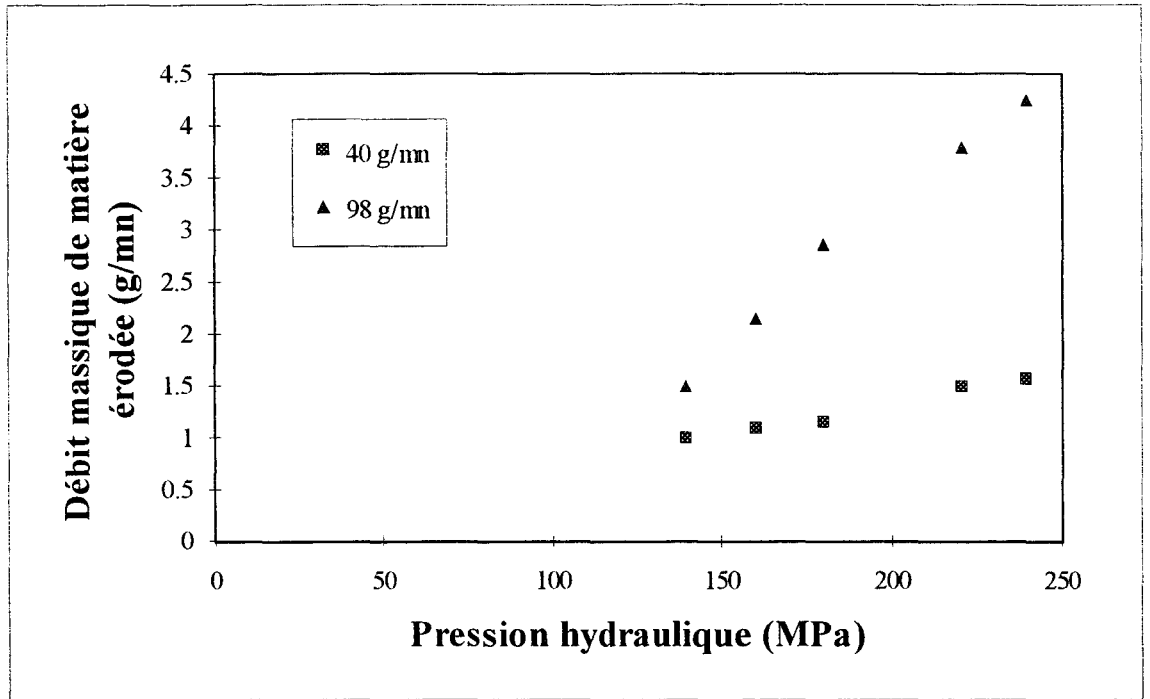


Figure 2.12: Variation de débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour les débits d'abrasif = 40 et 98 g/mn, $X_c = 5$ cm.

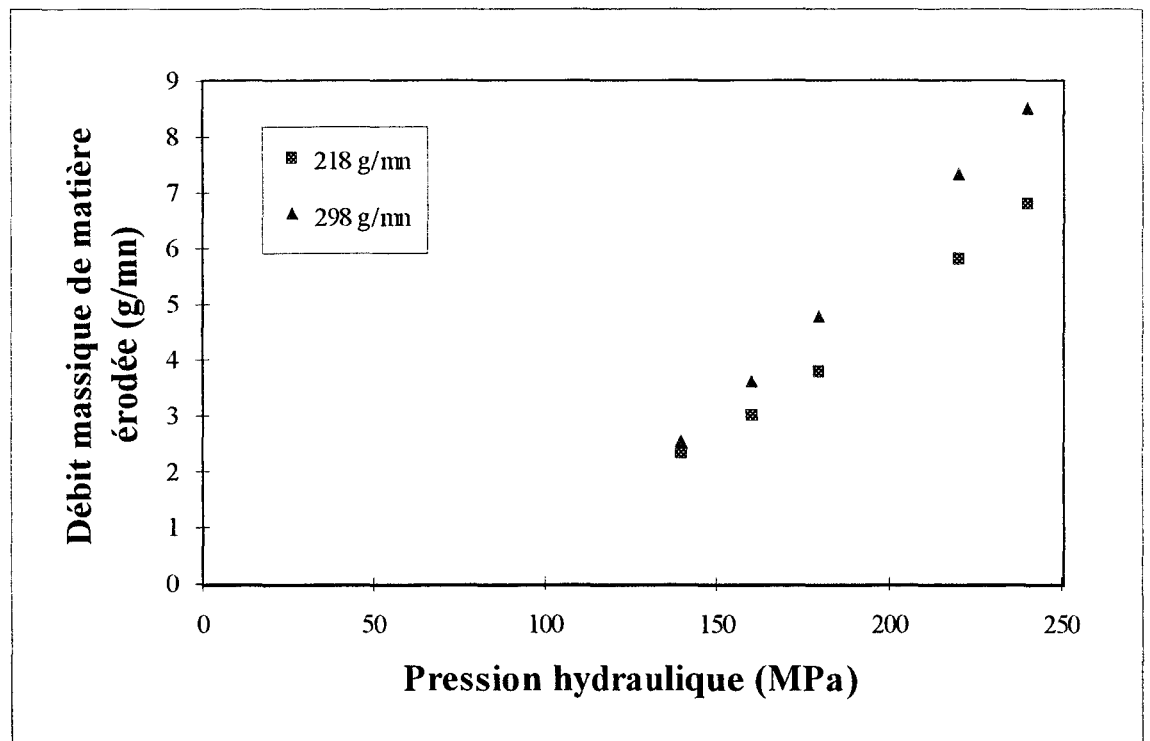


Figure 2.13: Variation de débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour les débits d'abrasif = 218 et 298 g/mn, $X_c = 5$ cm.

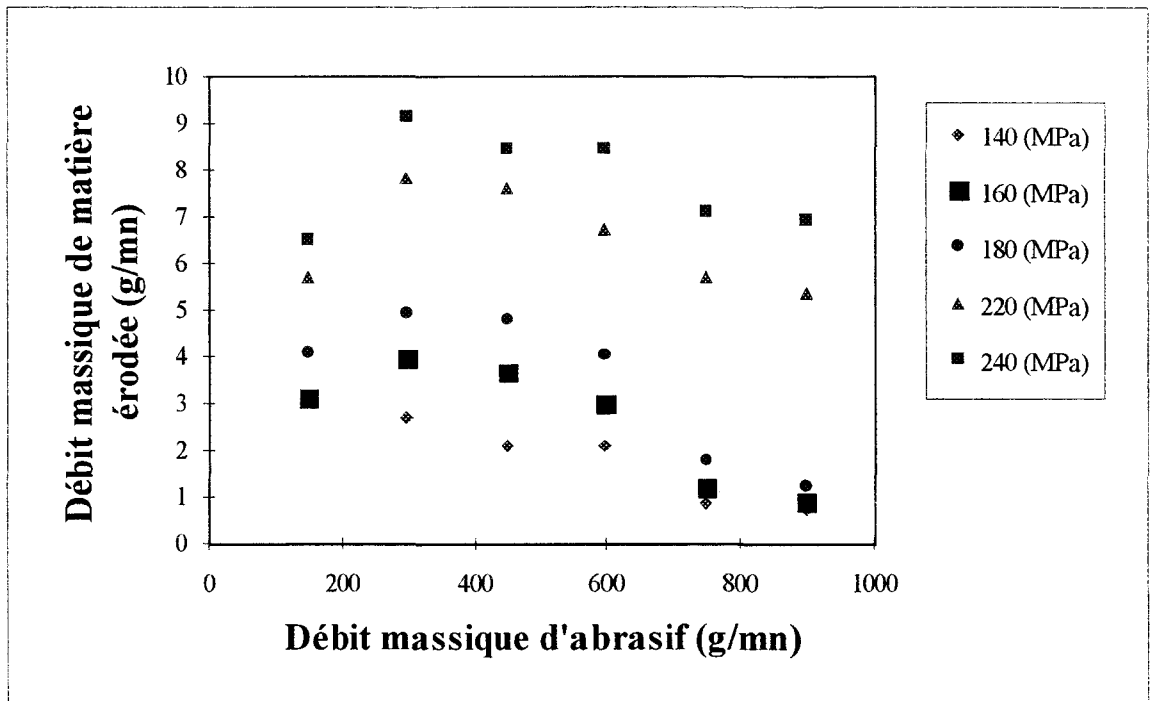


Figure 2.14: Variation du débit massique de matière érodée en fonction du débit massique d'abrasif, pour différentes pressions hydrauliques, $X_c = 6.8$ cm.

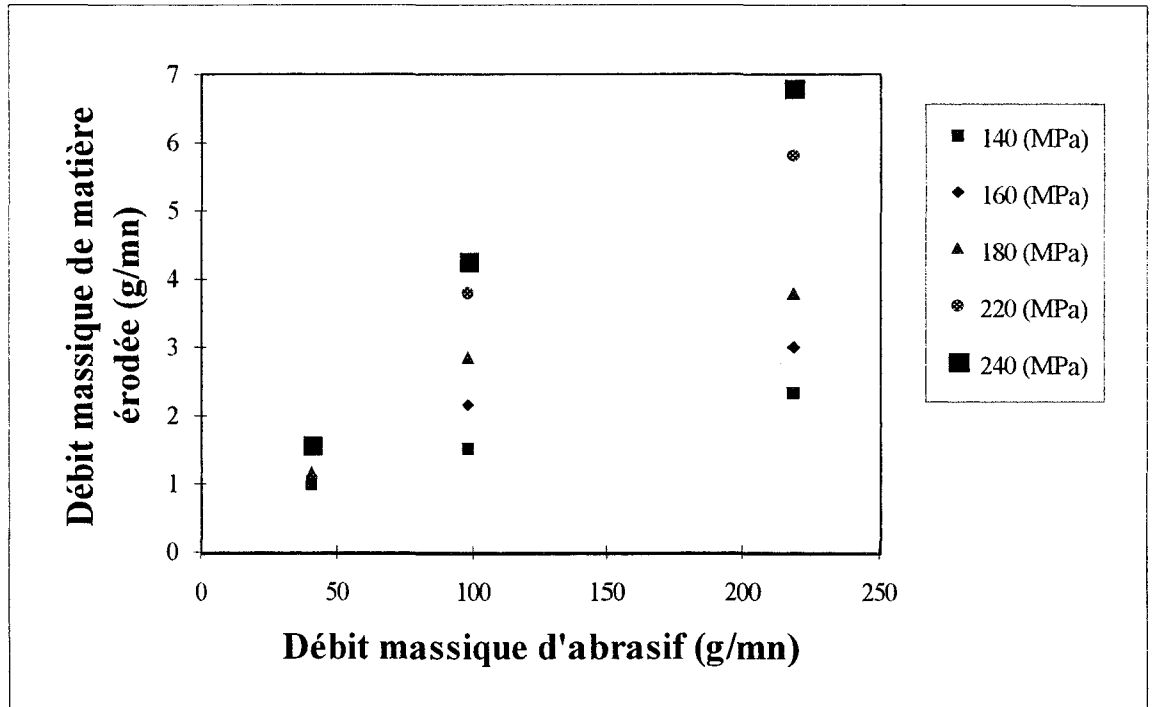


Figure 2.15: Variation du débit massique de matière érodée en fonction du débit massique d'abrasif, pour différentes pressions hydrauliques, $X_c = 5$ cm.

2-II.4 Discussion et analyse des résultats expérimentaux (aval)

On rappelle tout d'abord que toutes les courbes expérimentales qu'on a tracées, dans cette partie, sont issues des résultats de coupe peu profonde (saignées) exécutée dans de l'acier doux. Leur particularité essentielle est qu'elles contiennent beaucoup d'informations tant sur les caractéristiques du jet d'eau abrasif que sur la nature du matériau coupé et les conditions de coupe (vitesse d'avance, profondeur de coupe). Ces informations sont présentées et détaillées dans les deux chapitres suivants. Comme dans le paragraphe 4 du sous chapitre précédent, on s'est limité ici à la discussion et analyse des résultats afin de rendre leur exploitation très facile.

Toutes les figures qu'on a tracées sont présentées sans aucune sélection. Elles sont le résultat direct des séries d'essais des campagnes.

La figure 2.8 montre que le diamètre optimal de buse qui correspond le plus à nos essais est de 0.3 mm . Le fait d'avoir commencé par chercher ce diamètre optimal, de nombreux essais inutiles ont été évités.

Les figures 2.9, 2.10 et 2.11 représentent chacune la variation du débit de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour différents débits d'abrasif. Elles montrent que la tendance est très voisine d'une droite ne passant pas par l'origine des coordonnées. Ce résultat confirme ceux trouvés dans la littérature et cités dans la Partie I (chapitre 3) de ce travail. Les figures 2.12 et 2.13 montrent la même tendance linéaire pour une autre distance d'impact. On peut donc affirmer que ce résultat reste valable pour d'autres distances d'impact.

L'alignement des points expérimentaux est très marqué et est plus cohérent dans le cas des débits d'abrasif de 146 g/mn et 298 g/mn (figure 2.9) que dans les autres cas où le débit d'abrasif est supérieur (figures 2.10 et 2.11). Ce fait est dû, à notre avis, à la surabondance du nombre de particules qui frappent le matériau et parfois aux "bouchons", dans les cas des figures 2.10 et 2.11. Ce phénomène est le même quelque soit la pression hydraulique appliquée.

Cette façon d'expliquer ce phénomène est confirmée par les figures 2.14 et 2.15 qui sont une autre manière d'exprimer la même chose. Effectivement, La figure 2.14 montre que, quelque soit la pression hydraulique, le débit massique de matière érodée croît en fonction du débit d'abrasif jusqu'à une valeur maximale de celui-ci. Passée cette valeur, la quantité de matière érodée décroît.

La figure 2.15 montre que cette allure est la même quelque soit la distance à laquelle le matériau à couper se trouve par rapport à l'origine du mélange (distance d'impact).

Sur les figures 2.14 et 2.15, on peut lire la valeur du débit massique maximal d'abrasif qui est de 250 g/mn environ. Cette valeur est utilisée dans les applications numériques du chapitre "Exploitation des résultats" et elle représente l'une des valeurs remarquables sur laquelle repose la suite de cette étude.

2-II.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis, tout d'abord, de présenter succinctement la lourde installation expérimentale et l'instrumentation qu'on a élaborée et adaptée pour fonctionner en harmonie avec cette véritable installation industrielle. Il a permis également et principalement de mettre expérimentalement en évidence les caractéristiques réelles du jet d'eau abrasif et son interaction avec le matériau de coupe (acier doux). La particularité de cette étude expérimentale est qu'elle soit effectuée en grandeur réelle et par conséquent les résultats ainsi obtenus sont très significatifs et représentatifs de ce type d'application industrielle.

Les techniques expérimentales, qu'on a utilisées et présentées ici, sont classées en "*Expérimentations amont*" et "*Expérimentations aval*". Elle sont, en fait, totalement différentes dans leur principe mais complémentaires par leurs résultats. On montre ainsi, dans la première classe, que le jet d'eau abrasif est composé essentiellement d'air qui occupe les 95 % de son volume indépendamment des paramètres de travail. Ce fait est dû à l'assemblage non étanche du doseur d'abrasif avec la trémie. Une conséquence de ce résultat est que l'air s'écoule indépendamment de l'alimentation d'abrasif qui se fait à l'aide du doseur numérique. Il est donc un véhicule qui transporte les particules de la trémie à la chambre de mélange, dont le moteur est l'effet Venturi créée dans cette dernière.

L'air s'écoule ainsi dans la conduite flexible avec une vitesse ne dépassant pas les 25 m/s , ce qui fait que le jet d'eau supersonique ne se trouve pas dévié au contact avec l'air dans la chambre de mélange. Dans tous les cas, la vitesse initiale avec laquelle les particules entrent dans celle-ci n'atteint pas les 6 m/s . Mais leur arrivée horizontalement au jet d'eau, qui est quasi vertical, initialise à nul leur déplacement. Les vitesses de l'air et des particules qu'on a obtenues expérimentalement dans la conduite flexible ne sont donc d'aucune utilité pour les applications numériques dans la modélisation que nous avons proposée. Néanmoins la connaissance de leur ordre de grandeur complète la compréhension des caractéristiques du jet d'eau abrasif.

La deuxième classe d'expérimentation désignée par "*Expérimentations aval*" constitue la partie la plus riche en informations bien que la technique utilisée existe déjà [69].

Les mesures des débits de matière érodée nous ont permis d'examiner les différentes possibilités de représentations graphiques ayant pour objet la compréhension et la connaissance de l'interaction du jet avec le matériau à couper (solide). On trace les courbes de variation du débit de matière érodée en fonction du diamètre de buse en saphir, de la pression hydraulique et du débit massique d'abrasif. Ces trois familles de courbes illustrent bien l'interaction citée précédemment et qui sera développée dans les prochains chapitres.

On obtient ainsi le diamètre de buse optimal pour nos essais qui est de 0.3 mm . Le débit d'abrasif maximal au delà duquel la quantité de matière érodée décroît, est situé très près de 250 g/mn . On présente ici toutes les courbes de variation du débit de matière érodée en fonction de la pression obtenues à partir d'essais de coupe peu profonde dans un matériau situé à 5 cm et 6.8 cm au bas du début de mélange effectif des particules avec le jet d'eau. La tendance linéaire est observée sur l'ensemble de ces courbes confirmant ainsi les travaux de Hashish et de Nadeau.

La longue et fastidieuse étude expérimentale que nous avons menée nous a permis non seulement de mettre en évidence les caractéristiques du jet d'eau abrasif et son interaction avec un solide (matériau coupé) avec des techniques expérimentales conçues en partie de façon originale. Mais cette étude a également permis de créer une base de données très importante en nombre et en valeur que nous avons regroupé dans l'annexe. Nous avons utilisé ces données expérimentales pour valider la modélisation que nous avons proposé dans le chapitre précédent. Bien que l'abrasif utilisé dans toutes les expériences soit formé de particules de tailles comprises entre 0.15 mm et 0.3 mm (soit environ le *quart* du diamètre du tube de focalisation), la courbe granulométrique de l'annexe C2 nous a permis d'utiliser, dans les calculs, des particules de 0.25 mm de diamètre moyen

Enfin, on peut dire et sans réserve que les résultats obtenus dans cette étude expérimentale, sont d'une importance capitale pour la suite car ils nous ont permis de développer une technique originale de validation expérimentale de notre modèle théorique et, en même temps, de déboucher sur un modèle de coupe plus vaste et précis qui, à partir des conditions de formation du jet et les caractéristiques du matériau coupé, permet d'estimer la vitesse d'avance pour une profondeur de coupe donnée et inversement. La technique de validation expérimentale du modèle d'accélération développé dans cette étude, est présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Technique

de validation expérimentale

3.1 Introduction

La formulation mathématique du problème d'accélération des particules dans le jet d'eau a conduit à un modèle théorique simple tenant compte des conditions réelles de fonctionnement du jet (prise en compte de l'air). Ce modèle estime la vitesse des particules en tout point sur l'axe du jet notamment au point d'impact. Mais avant de considérer ce modèle comme une référence de travail, il faudrait en connaître l'efficacité. Pour cela, un développement complémentaire, basé sur les résultats d'essais expérimentaux obtenus dans le chapitre précédent, est nécessaire. Ce développement a pour finalité d'évaluer la vitesse expérimentale que l'on compare ensuite, dans le chapitre plus loin, avec la vitesse théorique.

La technique de validation expérimentale de notre modélisation théorique, est présentée dans ce chapitre. Elle consiste à établir une corrélation expérimentale qui exprime le lien entre une grandeur physique donnée par le modèle (vitesse des particules au point d'impact) et celles données par des considérations purement expérimentales telles que le débit de matière érodée et la masse volumique du matériau coupé. Etant donné que l'écart entre les vitesses théorique et pratique n'est pas important, on remplace donc dans l'expression analytique de la corrélation expérimentale, le terme de la vitesse expérimentale par la vitesse théorique. Par conséquent, on en déduit de la nouvelle équation de la corrélation un modèle de coupe qui traduit l'interaction entre le jet d'eau abrasif et le matériau (chapitre suivant). Le nouveau modèle qu'on a ainsi trouvé exprime la vitesse d'avance en fonction des conditions de formation du jet.

3.2 Principe du raisonnement

Pour établir la corrélation expérimentale, on est parti de la constatation faite, en premier lieu, sur les résultats des figures 2.9 à 2.13 du chapitre précédent. En effet, ces courbes montrent que la relation entre les deux paramètres (m_{1a} et P) peut être considérée comme une droite ne passant pas par l'origine des coordonnées. Comme on peut le constater sur la

figure 3.2 qui schématise cette tendance, la droite est caractérisée par son passage par deux points remarquables ($m_{1r}=0, P=P0$) et ($m_{1r}=-m_{1r0}, P=0$) où $P0$ désigne, physiquement et à notre sens, la pression de *seuil* (§ 3.3.1) et m_{1r0} le débit caractéristique (§ 3.3.2). Ces constatations restent les mêmes lorsqu'on exprime la quantité de matière érodée en terme de débit volumique puisque qu'il s'agit seulement de diviser le débit massique érodé par la masse volumique du matériau. En appliquant cette opération sur les courbes 2.9 à 2.13 du chapitre précédent, on obtient les courbes de la figure 3.1.

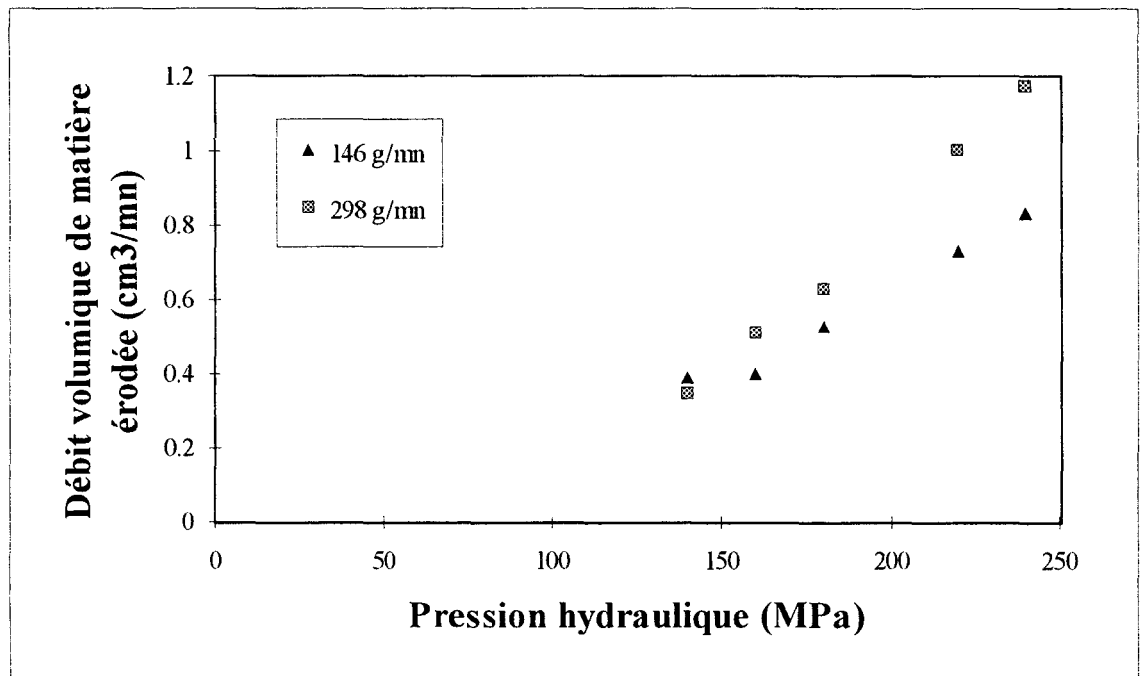


Figure 3.1: Variation de débit Volumique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, pour les débits d'abrasif = 146 et 298 g/mm, $X_c = 6.8$ cm.

Le produit de la pression par le débit volumique de matière érodée donne une quantité physique réelle analogue avec une puissance. Pour que cette quantité représente la puissance de coupe, nous pensons que la nature de la pression doit être interne par rapport au matériau (§ 3.3). C'est cette puissance de coupe qui est considérée comme étant la véritable puissance cinétique véhiculée et dissipée par les particules abrasives actives. Elle servira donc à calculer la vitesse pratique v_{ap} des particules au point d'impact.

Mais avant d'aborder le développement des équations permettant d'aboutir à l'expression de la puissance de coupe, voici quelques définitions qui sont nécessaires pour la compréhension de notre raisonnement.

3.3 Définitions

3.3.1 Puissance complémentaire

Les aires des triangles que font les droites de la figure 3.2 avec l'axe des abscisses coté négatif, ne sont pas égales. Elles changent avec le débit massique m_{1a} d'abrasif.

Intuitivement et à un coefficient près donné par la relation (3.2), on peut assimiler ces aires à une sorte de puissance emmagasinée dans le matériau, mais que l'on ne sait pas à priori déterminer ni expérimentalement, ni mathématiquement. La partie, située dans le domaine positif, de ces droites traduit que le matériau ne peut être érodé par les particules que si la puissance qu'il emmagasine est vaincue. Ce comportement rappelle l'énergie interne d'un matériau, mais dans le présent cas, on ne peut pas parler à ce stade d'étude, de ce type d'énergie car l'énergie emmagasinée est variable.

Ce changement découle, à notre sens, du fait que l'on a considéré d'après les résultats expérimentaux, une relation linéaire entre le débit volumique de matière érodée et la pression, tendance admise par plusieurs chercheurs ([Hashish [39], Finnie [28], Nadeau [69]). Alors que la tendance est incurvée, à l'approche de l'axe des abscisses.

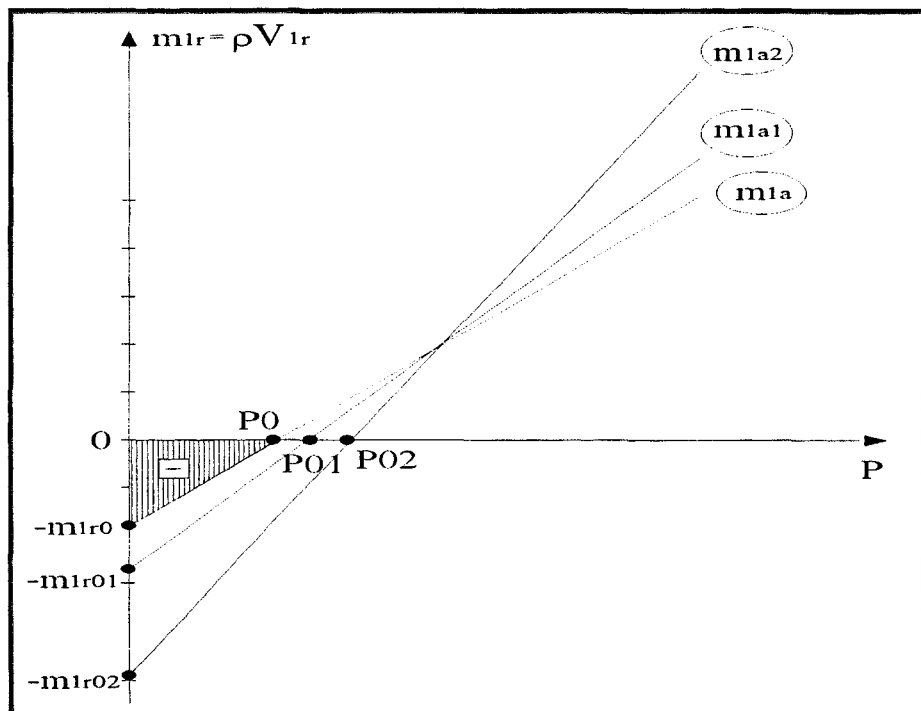


Figure 3.2: Schématisation et extrapolation de la tendance linéaire expérimentale entre le débit érodé et la pression hydraulique.

Pour lever cette ambiguïté, on considère que l'aire du triangle correspondant au domaine négatif de la figure 2, représente l'énergie développée pour éroder un débit massique m_{1r0} , dans le cas où le matériau ne présente aucune résistance. On l'appelle ici **puissance complémentaire**, car elle est contenue dans l'énergie de coupe définie dans (§ 3.3.6).

3.3.2 Pression de seuil

On définit la pression de seuil comme étant la pression hydraulique P_0 (figure 3.2) à partir de laquelle le matériau commence à s'éroder [39,43,44]. Les expériences menées ici ont montré que la pression de seuil dépend

- du débit massique de particules abrasives.
- de la distance à laquelle le matériau se trouve (ou la distance X_c d'impact).

3.3.3 Débit caractéristique

On appelle le débit caractéristique m_{1r0} d'un matériau donné, le débit volumique V_{1r0} ou encore le débit massique m_{1r0} érodé dans le domaine négatif, à la pression de seuil P_0 (figure 3.2). Comme le montre cette figure, m_{1r0} est obtenu géométriquement par extrapolation (prolongement de la droite dans le domaine négatif). Il traduit physiquement la résistance, jusqu'à l'érosion, du matériau face à l'attaque des particules abrasives. On a constaté expérimentalement que cette quantité varie avec

- le débit massique de particules abrasives.
- la distance à laquelle le matériau se trouve ou la distance X_c d'impact.

Remarque:

- Le débit caractéristique est une grandeur qui n'a pas de sens physique mais constitue un moyen très utile pour les développements mathématiques ultérieurs.
- La pression de seuil et le débit caractéristique dépendent aussi de la nature du matériau.

3.3.4 Débit massique optimal d'abrasif

Comme le montrent expérimentalement les figures 2.14 et 2.15 du chapitre précédent, il existe un débit massique optimal de particules abrasives au delà duquel le phénomène d'érosion du matériau décroît. Cette valeur maximale dépend de la nature du matériau et du type d'abrasif utilisé.

3.3.5 Contrainte équivalente interne

On a constaté expérimentalement que pour chaque débit massique d'abrasif m_{1a} donné correspond un débit volumique V_{1r0} ou massique m_{1r0} caractéristiques de matière érodée et ce quelque soit la pression hydraulique P , figure 3.2.

Autrement dit, à chaque débit d'abrasif, le matériau répond avec un débit caractéristique. Ce qui explique, à notre avis, l'existence d'une grandeur physique caractéristique du matériau, que nous avons identifié à une contrainte équivalente interne, dénommée σ , régnant au sein de celui-ci et dont on ignore l'expression mathématique explicite.

On imagine que la pression hydraulique P se transforme en une contrainte équivalente interne globale σ , dans le matériau.

Compte tenu de ces constatations, on a défini la contrainte équivalente interne σ comme étant le produit du rapport (V_{1a} / V_{1r0}) et de la pression hydraulique P .

soit

$$\sigma = \frac{V_{1a}}{V_{1r0}} P = \eta \cdot P \quad (3.1)$$

avec

$$\eta = \frac{V_{1a}}{V_{1r0}} = \left(\frac{\rho}{\rho_a} \right) \left(\frac{m_{1a}}{m_{1r0}} \right) \quad (3.2)$$

Nous appelons η le facteur d'interaction du couple matériau-abrasif.

La relation (3.1) peut s'écrire encore

$$P \cdot V_{1a} = \sigma \cdot V_{1r0} \quad (3.3)$$

Remarques:

- Les quantités V_{1r0} et m_{1r0} sont équivalentes et elles relatent le caractère de résistance du matériau découpé.
- La relation (3.2) n'a pas de sens physique lorsque le matériau ne présente aucune résistance ($V_{1r0} = 0$).
- La contrainte équivalente interne σ varie dans le sens de la relation (3.3).

3.4 Puissance de coupe

3.4.1 Définition

Nous définissons ici la puissance de coupe E_{1r} comme étant l'intégrale du produit de la différentielle $d\sigma$ de la contrainte équivalente interne et le débit volumique total $\rho (m_{1r} + m_{1r0})$ érodé sous l'action de $d\sigma$.

La puissance de coupe E_{1r} peut donc être exprimée par la relation intégrale suivante:

$$E_{1r} = \int_0^\sigma (V_{1r} + V_{1r0}).d\sigma \quad (3.4)$$

en remplaçant le débit volumique V_{1r} par (m_{1r} / ρ) , la relation (3.4) devient

$$E_{1r} = \frac{1}{\rho} \int_0^\sigma (m_{1r} + m_{1r0}).d\sigma \quad (3.5)$$

Compte tenu de (3.1), la relation (3.5) devient

$$E_{1r} = \frac{\eta}{\rho} \int_0^P (m_{1r} + m_{1r0}).dP \quad (3.6)$$

3.4.2 Formulation exacte de la puissance de coupe

En fait, il s'agit ici d'écrire l'expression analytique complète de la puissance de coupe en fonction de la pression hydraulique P . L'intégration de (3.6) par rapport à P donne :

$$E_{1r} = \frac{\eta}{2\rho} (m_{1r} + m_{1r0})P \quad (3.7)$$

L'équation (3.7) représente la somme des trois aires hachurées 1, 2 et 3 qui sont montrées sur la figure (3.4).

Par ailleurs, on a une dépendance linéaire entre m_{1r} et P conformément à l'équation expérimentale suivante, figure (3.3).

soit

$$m_{1r} = \alpha_p.P - m_{1r0} \quad (3.8)$$

l'injection de (3.8) dans (3.7) conduit à la nouvelle expression (3.9) de la puissance de coupe E_{1r}

$$E_{1r} = \alpha \cdot P^2 \quad (3.9)$$

avec

$$\alpha = \frac{\eta}{2\rho} \alpha_p \quad (3.10)$$

Remarques:

- L'aire hachurée de la zone 1 est identique à la *puissance complémentaire* qui reste fixe après que l'érosion du matériau soit commencée ($P > P_0$).
- Nous appelons l'aire hachurée de la zone 2 *puissance de transition* parce qu'elle permet le passage de la zone "négative" à la zone "positive".
- Nous appelons l'aire hachurée de la zone 3 *puissance effective*.
- La somme des aires hachurées des zones 2 et 3 représente la partie variable selon P .

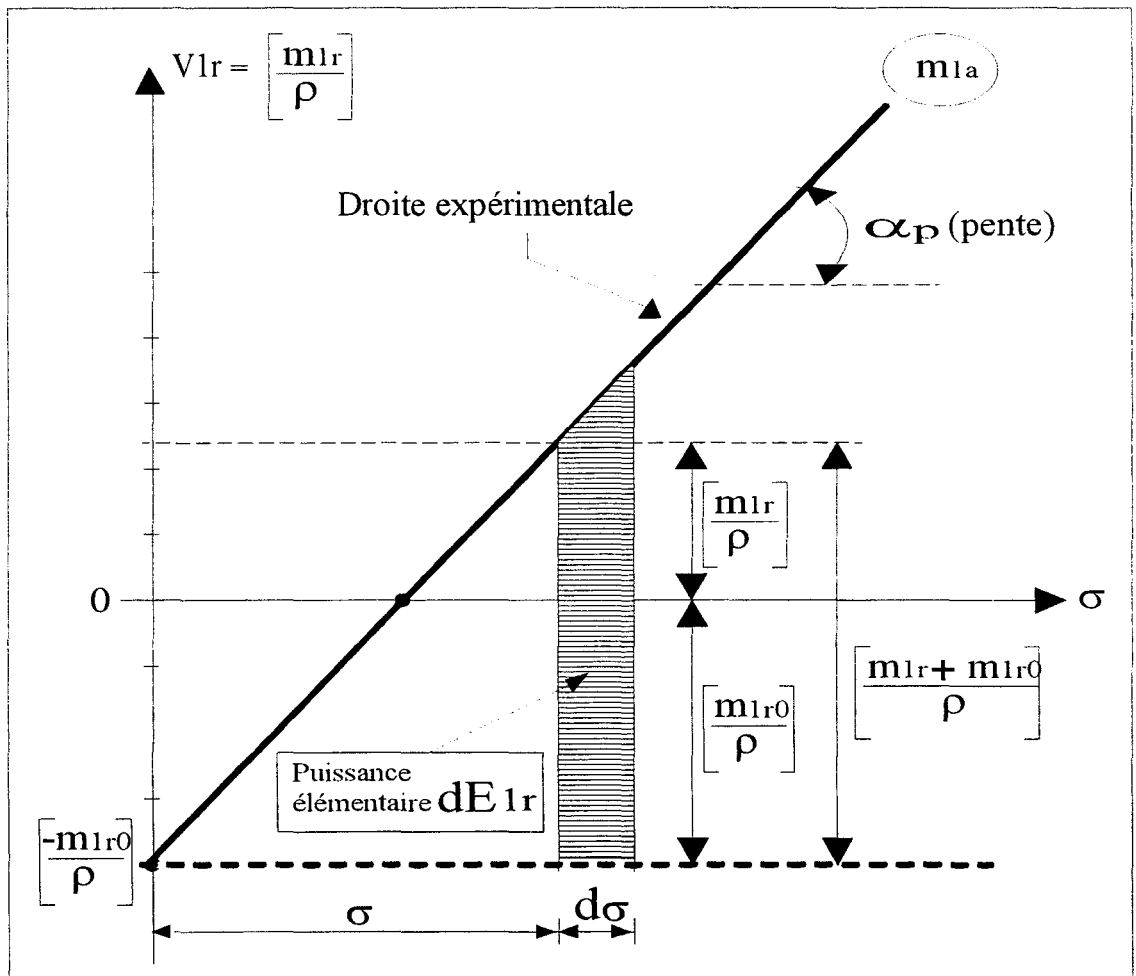


Figure 3.3: Schéma du principe de calcul de la puissance totale de coupe.

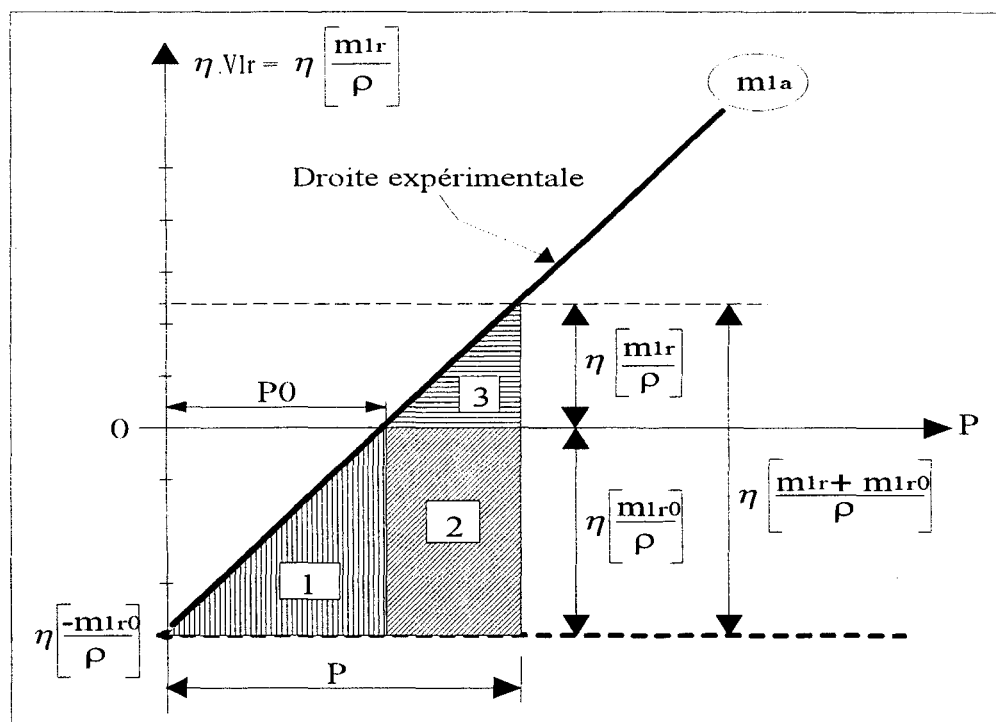


Figure 3.4: Schéma de l'énergie totale de coupe (zones hachurées 1, 2, 3) en fonction de P .

3.4.3 Linéarisation

La figure 3.5 montre que la courbe de variation de l'énergie interne E_{lr} en fonction de la pression hydraulique P est caractérisée par la branche parabolique (c) qui est très ouverte ne se distinguant pas beaucoup d'une droite. Cette approximation est d'autant plus convenable que la pression est élevée. C'est pourquoi et pour des raisons de simplification, on se propose de linéariser l'expression (3.9) par la méthode des moindres carrés.

Après avoir effectué la linéarisation dans le domaine de pressions qui est compris entre 0 et P_m telle que $P_m \approx 400 \text{ MPa}$, la droite (D) de la figure 3.5, a pour équation:

$$E_{lr} = \alpha_1 \cdot P - \beta_1 \quad (3.11)$$

avec

$$\alpha_1 = \alpha \cdot P_m = \frac{\eta}{2\rho} \alpha_p \cdot P_m \quad (3.12)$$

et

$$\beta_1 = \frac{\alpha}{6} \cdot P_m^2 = \frac{\eta}{12\rho} \alpha_p \cdot P_m^2 \quad (3.13)$$

L'équation (3.11) représente la puissance de coupe sous la forme linéarisée.

3.5 Expressions finales de la puissance de coupe

L'énergie de coupe E_{lr} peut être exprimée finalement par deux relations différentes mais équivalentes; soit en fonction de la pression P ou du débit massique de matière érodée m_{lr} .

3.5.1 Puissance de coupe en fonction de la pression hydraulique

La relation (3.6) de la puissance de coupe E_{lr} , a conduit à l'expression analytique exacte (3.9) qui montre que E_{lr} est une fonction *quadratique* de la pression hydraulique P . La courbe (c), figure 3.5, représentée par l'équation (3.9) est caractérisée par la branche parabolique, "*très ouverte*", approchée par la droite (D), (§ 3.3.5). L'expression approchée de E_{lr} en fonction de P est donc donnée par l'équation (3.11).

3.5.2 Puissance de coupe en fonction du débit massique de matière érodée

L'avantage d'utiliser une droite au lieu de la courbe (c) réside dans le fait que l'on puisse écrire l'expression finale de la puissance de coupe E_{lr} comme une fonction linéaire du débit massique de matière érodée.

De l'équation (3.8), on en déduit alors l'expression de la pression P comme suit

$$P = \frac{m_{lr} + m_{lr0}}{\alpha_p} \quad (3.14)$$

On injecte (3.14) dans (3.11) et l'on obtient

$$E_{lr} = \frac{\alpha_1}{\alpha_p} (m_{lr} + m_{lr0}) - \beta_1 \quad (3.15)$$

Après simplification, la relation (3.15) devient

$$E_{lr} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_p} \right) m_{lr} + \left[\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_p} \right) m_{lr0} - \beta_1 \right] \quad (3.16)$$

La relation (3.16) représente la puissance de coupe E_{lr} en fonction du débit massique de matière érodée m_{lr} .

3.5.3 Expression de la puissance complémentaire

Dans le § 3.3, on a défini le sens physique de la puissance complémentaire. Comme le montre la zone 1 hachurée, figure 3.4, cette puissance correspond à la pression hydraulique de seuil P_0 et au débit massique de matière érodée $m_{1r}=0$.

Pour connaître son expression analytique, il suffit seulement de remplacer, dans la relation (3.11), la pression hydraulique P par la pression de seuil P_0 en tenant compte des relations (3.12) et (3.13). Après simplification, on trouve

$$E_{1r0} = \frac{\eta}{2\rho} P_m \left(m_{1r0} - \frac{1}{6} \alpha_p \cdot P_m \right) \quad (3.17)$$

où E_{1r0} représente la puissance complémentaire de coupe.

Remarque:

On trouve un résultat proche de celui de la relation (3.17) ci-dessus, en calculant directement l'aire du triangle identifié par la zone 1 de la figure 3.4.

$$E_{1r0} = \frac{\eta}{2\rho} m_{1r0} \cdot P_0 \quad (3.18)$$

qui n'est autre que l'expression exacte déduite de la relation (3.9).

3.5.4 Expression réduite de la puissance de coupe

Pour rendre plus commode l'expression analytique de E_{1r} désignée par la relation (3.16), on introduit deux grandeurs globales e_{1r} et M_{1r} , respectivement, la puissance globale de coupe et le débit massique global fictif de matière érodée, tels que :

$$e_{1r} = E_{1r} + \beta_1 \quad (3.19)$$

et

$$M_{1r} = m_{1r} + m_{1r0} \quad (3.20)$$

Compte tenu des relations (3.19) et (3.20), l'expression de la puissance de coupe désignée par la relation (3.16) peut se mettre sous la forme réduite suivante :

$$e_{1r} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_p} \right) M_{1r} \quad (3.21)$$

Ce qui signifie physiquement que *pour éroder une quantité globale fictive* $M_{1r} = m_{1r} + m_{1r0}$ *de matière, par unité de temps, il faut que les particules abrasives aient développé une puissance globale égale à* $e_{1r} = E_{1r1} + \beta_1$.

3.6 Energie spécifique de coupe

Par définition, l'énergie spécifique de coupe d'un matériau est l'énergie dissipée (ou utilisée) pour éroder une unité de masse de matière de ce matériau.

Elle est désignée ici par ε et son expression analytique explicite peut être retrouvée à partir de l'équation de l'énergie de coupe exprimée par la relation (3.16) ou plus simplement de la relation (3.21). On trouve donc

$$\varepsilon = \frac{\alpha_1}{\alpha_p} = \frac{E_{1r1} + \beta_1}{m_{1r} + m_{1r0}} = \frac{e_{1r}}{M_{1r}} \quad (3.22)$$

L'énergie spécifique ε est constante; elle représente géométriquement la *pente* de la droite décrivant la variation de la puissance de coupe en fonction du débit massique de matière érodée, figure (3.6).

Compte tenu des relations (3.12) et (3.13) et après simplification, la relation (3.22) de l'énergie spécifique peut s'écrire sous la forme explicite et finale suivante

$$\varepsilon = \frac{1}{2\rho_a} \left(\frac{m_{1a}}{m_{1r0}} \right) P_m = \frac{\eta \cdot P_m}{2\rho} \quad (3.23)$$

Intérêt de spécifier l'énergie de coupe

L'énergie spécifique ε d'un matériau n'est pas utile pour les différents calculs concernant l'application que nous étudions ici (jet d'eau abrasif). Mais la connaissance de cette grandeur a une importance pratique en ce sens qu'elle fournit une information globale sur l'interaction du couple *matériau-abrasif*.

Cette information traduit, en quelque sorte, la propriété mécanique de résistance du matériau. Elle permet aussi de mettre l'expression mathématique de la puissance de coupe sous la forme simplifiée suivante

$$e_{1r} = \varepsilon \cdot M_{1r} \quad (3.24)$$

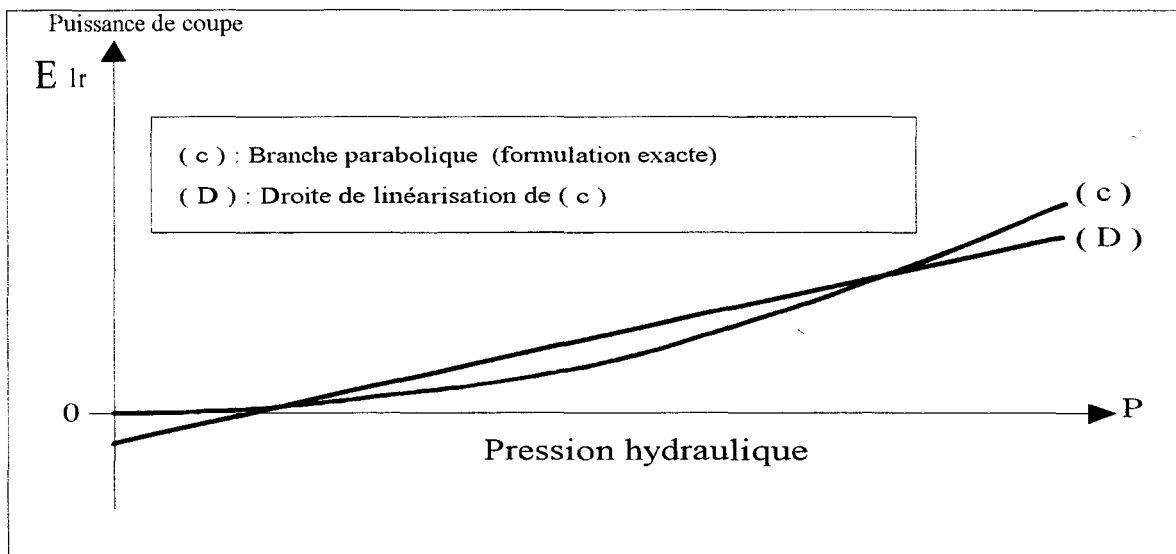


Figure 3.5: Schématisation de la puissance de coupe (formulation exacte (c) et linéarisée (D)) en fonction de P .

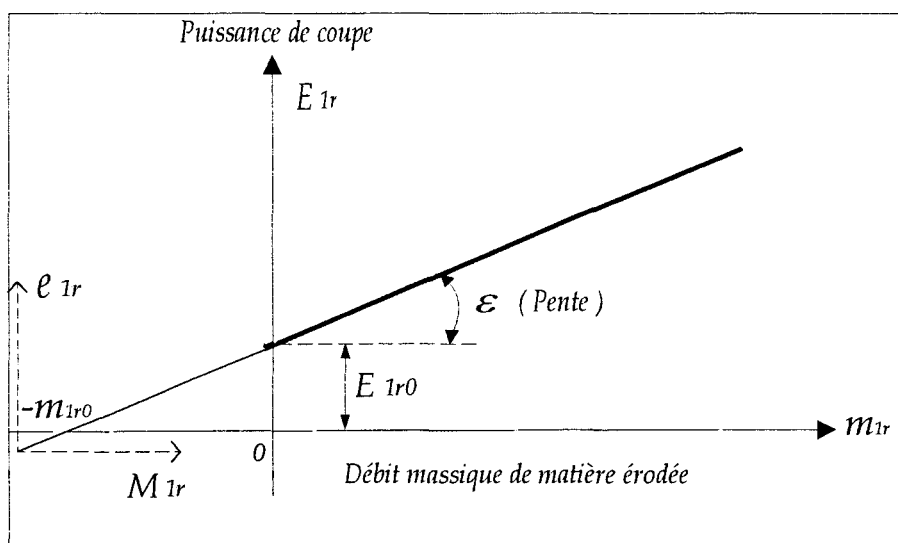


Figure 3.6: Schématisation de l'énergie de coupe (formulation linéarisée) en fonction du débit de matière érodée m_{1r} .

3.7 Détermination de la corrélation expérimentale

Principe de développement

Dans ce qui suit, on a exposé le développement théorique de la corrélation expérimentale qui exprime la puissance de coupe en fonction du débit massique de matière érodée, dans un premier temps. La vitesse des particules est ensuite calculée en considérant que la puissance cinétique réelle qui arrive sur le matériau n'est autre que la puissance de coupe.

La corrélation expérimentale, qui nous intéresse, est celle qui permet de valider notre modélisation théorique. Autrement dit, celle qui exprime le lien entre la vitesse théorique des particules et le débit massique de matière érodée. Mais avant d'aborder cette question, il nous a semblé important de commencer par donner les expressions expérimentales qui calculent

- la pression hydraulique de seuil $P0$
- le débit massique caractéristique m_{1r0}

Le calcul de ces deux grandeurs permet d'intégrer leur variation dans l'algorithme global d'estimation des inconnues du problème de coupe (vitesse d'avance u , profondeur de coupe h ...) en fonction des paramètres de travail tels que le débit massique d'abrasif, la pression hydraulique... Ces considérations sont abordées dans le chapitre suivant.

Interpolation de la pression de seuil

L'expérience montre que la pression de seuil $P0$ change très peu lorsque le débit massique d'abrasif passe du simple au double pour des quantités très importantes qui sont supérieures à 146 g/mn . Par exemple $P0$ passe de 90 MPa à 107 MPa lorsque m_{1a} passe de 146 g/mn à 298 g/mn . Par contre pour de petites variations de m_{1a} dans le domaine de valeurs inférieures à 146 g/mn , la tendance est plutôt inverse que la précédente. Autrement dit, la pression de seuil augmente sensiblement avec le débit massique d'abrasif.

Cette tendance de variation rappelle une progression logarithmique où les abscisses sont les débits massiques m_{1a} d'abrasif et les ordonnées sont les pressions de seuil $P0$.

La relation entre $P0$ et m_{1a} est donc donnée par l'interpolation logarithmique suivante:

$$P0 = \left[\frac{P0_{\max} - P0_{\min}}{\ln\left(\frac{M_{1\max}}{M_{1\min}}\right)} \right] \ln\left(\frac{m_{1a}}{M_{1\max}}\right) + P0_{\max} \quad (3.25)$$

où $P0_{\max}$ et $P0_{\min}$ sont respectivement les pressions de seuil limites correspondant aux débits massiques maximal $M_{1\max}$ et minimal $M_{1\min}$ d'abrasif.

Interpolation du débit caractéristique

L'observation expérimentale concernant la variation de la pression de seuil $P0$ en fonction du débit massique m_{1a} d'abrasif s'applique aussi sur le débit massique caractéristique m_{1r0} . Par conséquent, il devient plus pratique d'écrire celui-ci à l'aide d'une interpolation logarithmique en fonction du débit massique d'abrasif.

$$m_{1r0} = \left[\frac{M_{r0 \max} - M_{r0 \min}}{\ln\left(\frac{M_{1 \max}}{M_{1 \min}}\right)} \right] \ln\left(\frac{m_{1a}}{M_{1 \max}}\right) + M_{r0 \max} \quad (3.26)$$

où $M_{r0 \max}$ et $M_{r0 \min}$ sont respectivement les débits massiques caractéristiques limites correspondant aux débits massiques maximal $M_{1 \max}$ et minimal $M_{1 \min}$ d'abrasif.

Remarques:

Les valeurs de m_{1r0} et de $P0$ sont très voisines des valeurs expérimentales, le léger décalage ne donne pas lieu à des erreurs appréciables lorsque m_{1a} est supérieur ou égal à $M_{1 \min}$ et inférieur à $M_{1 \max}$.

3.7.1 Corrélation du débit massique érodé

L'hypothèse qui consiste à considérer que la puissance de coupe ne peut être, à l'origine, que la puissance cinétique des particules arrivant sur le matériau, permet d'écrire la relation suivante:

$$E_{1r} = E_{ac} = \frac{1}{2} m_{1a} \cdot v_a^2 \quad (3.27)$$

en substituant E_{1r} par son expression (3.16) dans (3.27) et, après simplification, on obtient

$$\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_p}\right) \cdot m_{1r} + \left[\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_p}\right) \cdot m_{1r0} - \beta_1\right] = \frac{1}{2} m_{1a} \cdot v_a^2 \quad (3.28)$$

compte tenu des relations (3.1) à (3.13) et (3.16), l'expression (3.28) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$m_{1r} = \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot P_m} v_{ap}^2 - \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} + \left(\frac{m_{1a}}{6}\right) \left(\frac{\alpha_{ap}}{m_{1ap}}\right) \cdot P_m \quad (3.29)$$

où m_{1ap} désigne le débit massique d'abrasif utilisé expérimentalement et il correspond à la pente expérimentale α_{ap} . m_{1ap} doit être inférieur ou égal au débit massique maximum.

La relation (3.29) représente la **corrélation expérimentale** entre le débit massique m_{1r} de matière érodée et la vitesse v_{ap} des particules au point d'impact déterminés à la pression P .

Après regroupement des termes de la relation (3.29), on obtient l'expression simplifiée suivante:

$$m_{1r} = A v_{ap}^2 + B \quad (3.30)$$

avec

$$A = \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot P_m} \quad (3.31)$$

et

$$B = \frac{m_{1a} \cdot \alpha_{ap}}{6m_{1ap}} \cdot P_m - \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} \quad (3.32)$$

Remarque:

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction, les calculs faits dans le chapitre plus loin ont montré que l'écart, entre la vitesse pratique corrélée v_{ap} et la vitesse théorique v_a du modèle, est petit. Par conséquent, on peut utiliser v_a au lieu de v_{ap} , dans la corrélation expérimentale (3.29).

3.7.2 Corrélation de la vitesse pratique des particules

Les termes qui constituent l'expression de la corrélation du débit massique de matière érodée sont issus de considérations purement expérimentales, leur formulation mathématique n'a aucun lien avec la modélisation théorique qu'on a développée dans la Partie II de ce travail. L'expression de la vitesse pratique des particules que l'on va déterminer ici sera donc obtenue à partir des mêmes considérations expérimentales.

De l'équation (3.29), on en déduit l'expression de la vitesse pratique corrélée v_{ap} des particules à l'impact :

$$v_{ap} = \sqrt{\frac{\eta \cdot P_m}{\rho \cdot m_{1a}} \left[m_{1r} + \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} - \left(\frac{m_{1a}}{6} \right) \left(\frac{\alpha_{ap}}{m_{1ap}} \right) \cdot P_m \right]} \quad (3.33)$$

Remarque:

La relation (3.33) permet de calculer la vitesse pratique v_{ap} indépendamment du modèle théorique d'accélération qu'on a développé. On calcule cette valeur pour la comparer ensuite à la vitesse théorique v_a calculée dans les mêmes conditions des paramètres de travail.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la technique expérimentale de validation de notre modélisation théorique. La démarche que nous avons suivie est très générale et les illustrations graphiques qu'on a utilisées sont inspirées des constatations faites sur les résultats expérimentaux présentés dans le chapitre précédent.

En partant de ces constatations expérimentales, ce chapitre a permis de développer la corrélation expérimentale du débit massique de matière érodée en fonction des paramètres utilisés en pratique (relation 3.29). De cette corrélation, on a déterminé l'expression de la vitesse pratique des particules (relation 3.33). Ces deux résultats constituent les points charnières de notre étude parce qu'il permettent :

- 1- de valider la modélisation qu'on a développée, en comparant, dans plusieurs conditions réelles de travail (formation du jet d'eau abrasif, coupe de matériau), la vitesse des particules estimée par notre modèle d'accélération avec la vitesse pratique corrélée calculée à l'aide de la relation (3.33) indépendamment du modèle. Ces deux vitesses sont déterminées pour les mêmes valeurs des paramètres de travail
- 2- de proposer un modèle de coupe très général qui exprime, à l'aide de la relation (3.29), la vitesse d'avance du jet sur la surface du matériau, en fonction de plusieurs paramètres de travail notamment la profondeur de coupe et la vitesse des particules calculée théoriquement (chapitre 4).

Comme on le montre dans le prochain chapitre, ce nouveau modèle de coupe intègre bien notre modèle théorique d'accélération des particules, d'où l'appellation "*modèle intégré de coupe*".

Avant d'arriver à ce résultat intéressant pour la suite de notre travail, on était amené à introduire de nouvelles notions telles que le facteur d'interaction du couple "*matériau - abrasif*", la puissance complémentaire, la contrainte équivalente interne, le débit caractéristique, la puissance globale de coupe et le débit massique global fictif de matière érodée.

Enfin, ce chapitre constitue non seulement le lien entre la modélisation théorique et la validation expérimentale. Mais il ouvre également une fenêtre sur un autre aspect très important qui permet à notre modélisation théorique de déboucher sur une application pratique à l'échelle industrielle. C'est cet aspect que nous avons étudié dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Extension de la corrélation expérimentale:

Résolution du problème de coupe (Modèle intégré de coupe)

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons exposé et commenté la technique expérimentale de validation de notre modélisation théorique. En plus, le développement théorique basé sur des données expérimentales qu'on a effectués, a conduit à un résultat original de retombée pratique. Il s'agit ici d'un modèle de coupe estimant la vitesse d'avance du jet en fonction des paramètres de travail, notamment la profondeur de coupe et la vitesse des particules au point d'impact.

Dans ce chapitre, nous avons approfondi cette idée et apporté quelques éléments qui permettent de comprendre notre démarche. On présente, d'abord, le problème de coupe hydro-abrasive. Ensuite, on approche le volume de la saignée à l'aide d'une relation mathématique établie sur la base de constatations expérimentales (géométrie du contour de la saignée). En tenant compte de ces considérations, l'étape la plus importante de ce chapitre consiste en la formulation du modèle intégré de coupe. Enfin, on propose une méthode hiérarchique de résolution d'un problème de découpe.

4.2 Compilation du problème de coupe

Les inconnues principales du problème de coupe hydro-abrasive, sont la vitesse de coupe u (vitesse d'avance du jet sur la surface de la pièce à couper) et la profondeur de coupe H .

En pratique, la profondeur H est généralement fixée par l'utilisateur. On, doit donc être en mesure de prédire les valeurs des paramètres de travail (pression hydraulique P , débit massique d'abrasif m_{1a} , diamètre de buse...) qui permettraient de couper, à la profondeur H avec une vitesse d'avance u , un matériau quelconque à l'aide d'un type d'abrasif donné. D'où l'intérêt de construire un modèle qui est capable de faire le lien entre tous ces paramètres.

4.3 Estimation du débit volumique réel érodé

On a constaté expérimentalement que la forme géométrique de la section droite de la saignée est constante et qu'elle n'est ni rectangulaire ni triangulaire mais intermédiaire. Son contour est proche d'une cosinus mais plus ouvert à proximité du fond de la saignée. L'expression mathématique approchée de cette section droite, notée Ω_3 , peut donc être considérée comme étant égale à la moitié de la somme des deux section rectangulaire Ω_1 et triangulaire Ω_2 , comme suit:

$$\Omega_3 = \Omega_2 + \frac{1}{2}(\Omega_1 - \Omega_2) = \frac{1}{2}(\Omega_1 + \Omega_2) \quad (4.1)$$

soit

$$\Omega_3 = \frac{1}{2} \left(H.D + H.\frac{D}{2} \right) = \frac{3}{4} H.D \quad (4.2)$$

Avec

$$\Omega_1 = H.D \quad (4.3)$$

et

$$\Omega_2 = H.\frac{D}{2} \quad (4.4)$$

H et D sont, respectivement, la profondeur et la largeur de la saignée à la surface de la pièce (figure 4.1).

La largeur réelle de la saignée est, dans tous les cas, inférieure au diamètre du tube de focalisation, car les particules actives sont à l'intérieur d'un cylindre coaxial mais de diamètre inférieur. D'après les essais expérimentaux, le diamètre D de ce cylindre est égal à 0.8 fois le diamètre d du tube de focalisation (figure 4.1).

Compte tenu de ce qui précède, la section droite est approchée par la relation suivante:

$$\Omega_3 = \frac{3}{4} H.D = \frac{3}{4} H.(0.8d) \quad (4.5)$$

soit

$$\Omega_3 = 0.6H.d \quad (4.6)$$

On en déduit que le débit volumique V_{1r} de matière érodée est égal au produit de la section droite Ω_3 de la saignée et de la vitesse d'avance u du jet (l'outil de coupe) sur la pièce, selon la formule suivante:

$$V_{1r} = \Omega_3.u = (0.6H.d).u \quad (4.7)$$

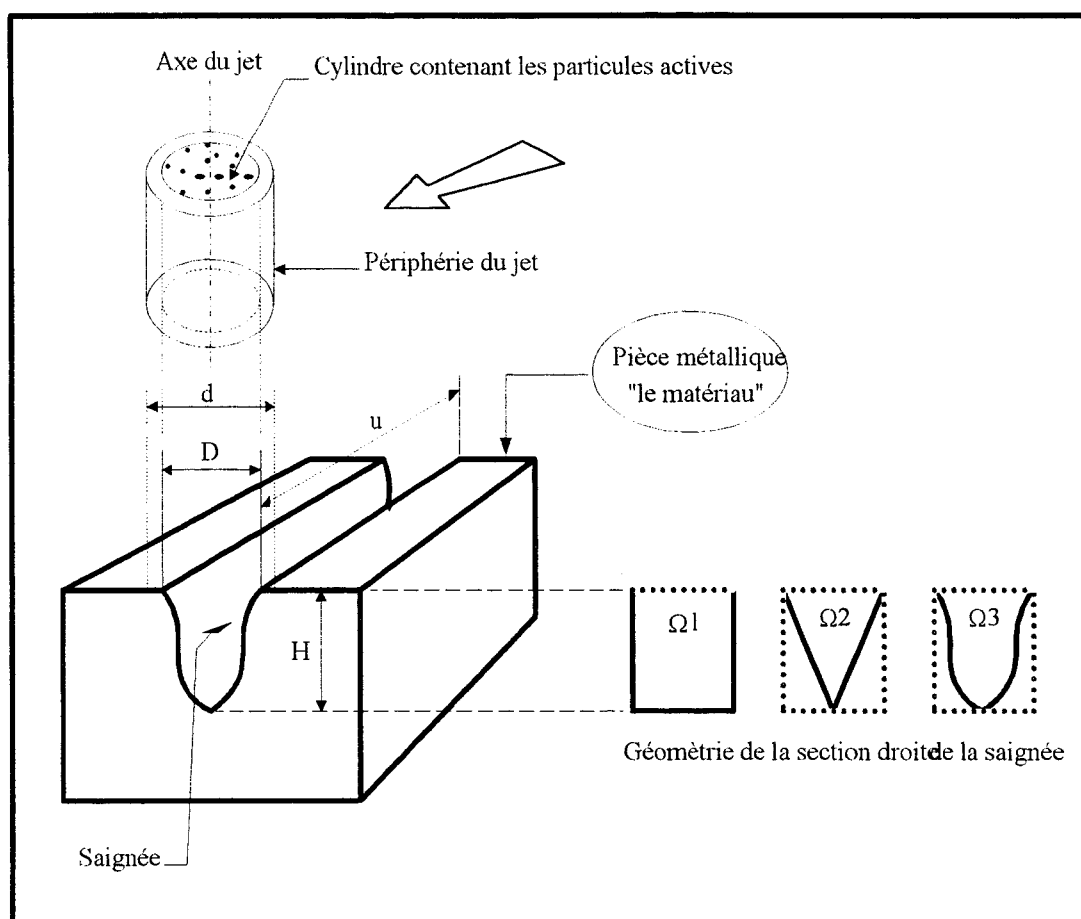


Figure 4.1: Schématisation de la géométrie de la saignée.

4.4 Détermination de la vitesse de coupe u

Il ressort de la compilation précédente, du problème de coupe, que la seule inconnue du problème de coupe est la vitesse d'avance u avec laquelle le jet (outil de coupe) doit se déplacer perpendiculairement à la surface du matériau à couper.

L'expression de u est liée au débit massique m_{1r} de matière érodée par la relation suivante

$$m_{1r} = \rho.V_{1r} = \rho.(0.6H.d).u \quad (4.8)$$

d'où l'expression de u

$$u = \left(\frac{1}{0.6\rho H.d} \right) m_{1r} \quad (4.9)$$

L'expression finale de u est déterminée à partir de l'équation (4.9) en tenant compte de la relation (3.29) du chapitre précédent. Et, en remplaçant la vitesse pratique v_{ap} par la vitesse théorique v_a (estimée à partir du modèle théorique d'accélération), on obtient la relation suivante

$$u = \frac{1}{0.6 \rho H d} \left[\frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot P_m} v_{ap}^2 - \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} + \left(\frac{m_{1a}}{6} \right) \left(\frac{\alpha_{ap}}{m_{1ap}} \right) \cdot P_m \right] \quad (4.10)$$

qui exprime la vitesse d'avance u du jet en fonction des paramètres de travail, notamment de la profondeur de coupe H et de la vitesse théorique des particules au point d'impact.

Compte tenu des relations (3.31) et (3.32) de regroupement des termes, l'expression (4.10) devient sous la forme simple suivante:

$$u = \frac{1}{0.6 \rho H d} [A v_{ap}^2 + B] \quad (4.11)$$

4.5 Détermination de la profondeur de coupe H

En général, la profondeur de coupe H est une grandeur fixée par l'utilisateur. Sa connaissance permet le contrôle de la coupe d'un matériau dans diverses situations. Par exemple dans les cas où celui-ci est composé de plusieurs couches ou lorsqu'une saignée est demandée.

De l'équation (4.10) de la vitesse d'avance, on en déduit la profondeur de coupe h comme suit:

$$H = \frac{1}{0.6 \rho u d} \left[\frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot P_m} v_{ap}^2 - \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} + \left(\frac{m_{1a}}{6} \right) \left(\frac{\alpha_{ap}}{m_{1ap}} \right) \cdot P_m \right] \quad (4.12)$$

soit, en forme simplifiée :

$$H = \frac{1}{0.6 \rho u d} [A v_{ap}^2 + B] \quad (4.13)$$

4.6 Modèle intégré de coupe

On entend par Modèle intégré de coupe, l'équation mathématique qui donne la vitesse d'avance u en fonction des paramètres de travail, entre autres, la profondeur de coupe H et la vitesse v_a des particules estimée à l'aide de la modélisation qu'on a développée.

L'expression du modèle intégré de coupe est déduite de l'équation (4.10) où l'on substitue la vitesse pratique corrélée v_{ap} par la vitesse théorique v_a , ce qui donne:

$$u = \frac{1}{0.6\rho H d} \left[\frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot P_m} v_a^2 - \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} + \left(\frac{m_{1a}}{6} \right) \left(\frac{\alpha_{ap}}{m_{1ap}} \right) \cdot P_m \right] \quad (4.14)$$

Si l'on cherche la profondeur de coupe H , celle-ci est calculée en réarrangeant l'équation (4.14) comme suit

$$H = \frac{1}{0.6\rho u d} \left[\frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot P_m} v_a^2 - \frac{\rho \cdot m_{1a}}{\eta \cdot \rho_a} + \left(\frac{m_{1a}}{6} \right) \left(\frac{\alpha_{ap}}{m_{1ap}} \right) \cdot P_m \right] \quad (4.15)$$

4.7 Etapes de résolution du problème de coupe

Pour résoudre un problème de coupe d'un matériau donné, on propose de suivre les étapes suivantes:

- 1. **Recherche du débit massique optimal** des particules abrasives en effectuant une série d'essais de coupe peu profonde (saignées) pour différents débits d'abrasif. Le débit optimal correspond à la crête de la courbe du débit de matière érodée en fonction du débit d'abrasif ($m_{1r}=f(m_{1a})$).
- 2. **Tracer deux droites expérimentales** de débits (volumique ou massique) de matière érodée en fonction de la pression hydraulique. Ces deux droites doivent correspondre à deux débits massiques d'abrasif **optimal** et **minimal**. Ce dernier étant le débit minimum que le doseur d'abrasif peut libérer lors d'une opération de découpe.
- 3. A partir des deux droites expérimentales précédentes, on établit les deux relations logarithmiques suivantes:
 - pression de seuil en fonction du débit massique d'abrasif ($P_0=f(m_{1a})$).
 - débit caractéristique en fonction du débit massique d'abrasif ($m_{1r0}=f(m_{1a})$).
- 4. **Calculer la vitesse v_a** des particules au point d'impact X_c à l'aide du modèle théorique d'accélération (cas de la traînée seule), pour des conditions données de formation du jet d'eau abrasif ($P, m_{1a}...$).
- 5. **Estimer la vitesse d'avance u** du jet sur la pièce, qui permet de couper à une profondeur H fixée par l'opérateur.

Remarque:

Si l'on veut déterminer la vitesse d'avance u (étape 5) pour un débit d'abrasif m_{1a} quelconque, compris entre les débits d'abrasif optimal et minimal, les relations de l'étape 3 permettent d'exécuter seulement l'étape 4. En toute évidence, les étapes de résolution proposées ici (§ 4.7), sont effectives dans les futures études analogues à celle-ci.

4.8 Conclusion

Ce chapitre a permis d'éclaircir l'aspect pratique du phénomène de coupe pris dans le domaine linéaire. Le profil réel de la saignée est approché par une expression mathématique pour déterminer son volume de façon plus précise. La connaissance de la quantité réelle de matière érodée conduit à une meilleure estimation de la profondeur de coupe. Par conséquent, la vitesse d'avance estimée par notre modèle de coupe, désigné par la relation (4.10), devient plus proche de la réalité.

Ce chapitre est terminé par la proposition d'une méthode générale de calcul de la vitesse d'avance ou de la profondeur de coupe, en fonction des paramètres de travail. Cela consiste à élaborer une fiche technique comportant les informations détaillées dans le § 4.6 et établies pour

- un tube de focalisation de longueur donnée,
- un type d'abrasif,
- un matériau donné.

Ce modèle de coupe permet de donner à notre travail une application pratique touchant l'aspect industriel de la découpe par jet d'eau abrasif.

Chapitre 5

Exploitation des résultats expérimentaux et validation de la modélisation

5.1 Généralités

Dans le chapitre 2 de la Partie II de cette étude, on a développé notre modélisation théorique en se basant sur les équations différentielles des écoulements biphasiques liquide-solide. Les deux phases étant en mouvement dans un tube de focalisation assimilé à une conduite cylindrique verticale dont la section droite est constante.

Les différents modèles d'accélération qu'on a trouvés, représentent *l'accélération* d'une particule abrasive, supposée isolée dans l'axe du tube de focalisation, et la *décélération* de la phase liquide. La finalité d'estimer la vitesse des particules en fonction de la distance est de calculer la puissance cinétique de celles-ci à leur impact sur le matériau à couper. La puissance que ce dernier reçoit peut donc être quantifiée, quelque soit sa position au bas du tube de focalisation.

En faisant varier les valeurs des paramètres de travail, les expériences qu'on a effectuées permettent d'apprécier de façon indirecte, l'influence de la vitesse des particules sur la quantité de matière érodée du matériau. Cependant la corrélation expérimentale développée dans le chapitre 3 et ses conséquences (chapitre 4), constituent le moyen de rendre exploitables les résultats expérimentaux. Car elles forment le lien entre des grandeurs issues de la modélisation théorique et l'expérience.

Tous les résultats obtenus précédemment constituent une véritable recette de travail dont les ingrédients sont rassemblés dans ce chapitre qui fournit la preuve de leur utilité. On montre ici, aussi bien sur le plan quantitatif que qualitatif, l'importance des équations mathématiques qu'on a trouvées et leurs applications pratiques dans le domaine de la découpe par jet d'eau abrasif à grande vitesse. On a prévu des simulations numériques sur la modélisation théorique ainsi validée afin de savoir davantage sur cette technologie, dans les conditions limites de son fonctionnement qui sont non vérifiables expérimentalement (Partie IV).

5.2 Démarche de validation

Précisons tout d'abord que parmi tous les modèles d'accélération qu'on a développé, seul celui qui tient compte de l'action de la force de traînée interfaciale est pris ici pour la validation. En effet, les différentes simulations numériques effectuées dans la Partie IV, montrent que la valeur de la vitesse des particules reste insensible aux actions supplémentaires des forces de masse virtuelle et de diffusion mécanique lorsque l'air occupe 95 % du volume total du jet, condition réelle de fonctionnement de notre machine de découpe par jet d'eau abrasif.

La présente validation de notre modélisation est montrée dans son intégralité. On commence par justifier l'utilisation, dans les calculs, d'un diamètre de particules parmi d'autres. Ensuite, on montre l'allure de la courbe de vitesse des particules en fonction de la distance, estimée par le modèle d'accélération considéré (traînée interfaciale) en conditions réelles. Celle-ci est comparée au profil de vitesse déterminé dans les mêmes conditions, mais avec l'air qui est supposé négligeable. Dans la suite de la validation, on exploite les résultats expérimentaux obtenus précédemment, dans les équations générales issues de la corrélation expérimentale (chapitre 3) et de ces conséquences (chapitre 4) de cette partie.

En ce qui concerne les aspects quantitatif et qualitatif, on présente les différentes valeurs obtenues séparément par le modèle théorique, d'un côté, et des considérations purement expérimentales (corrélation), de l'autre. La qualité de notre modélisation est ensuite évaluée en confrontant notre modèle théorique aux résultats expérimentaux. Enfin, on termine ce chapitre par la présentation de quelques résultats de découpe qui sont issus de prévisions et qui ont été confirmés par l'expérience, en utilisant le modèle intégré de coupe qu'on a développé dans le chapitre 4 de cette partie.

5.3 Granulométrie de l'abrasif

L'étude granulométrique des particules abrasives utilisées dans tous les essais expérimentaux, montre que la proportion prédominante est composée de particules de diamètre moyen égal à 0.25 mm (courbe granulométrique de l'annexe). De ce fait, tous les calculs effectués dans ce chapitre utilisent des particules de ce diamètre.

Remarque:

Les calculs montrent qu'une variation du diamètre de la particule de 0.03 mm conduit à un changement de la valeur de la vitesse d'environ 15 m/s , ce qui est négligeable par rapport aux vitesses très importantes qui sont en jeu..

5.4 Conditions réelles fixes de calcul

Débit d'air (%)	ρ_a abrasif (Kg/m ³)	ρ matériau (Kg/m ³)	D_a particule (mm)	D_b buse (mm)	D tube focalisation (mm)	X_c (cm)	
95	4140	7800	0.25	0.3	1.2	6.8	5

Tableau 5.1: Données expérimentales de calcul.

5.5 Allures et discussion des profils théoriques de vitesse

On rappelle l'équation de la vitesse des particules soumise à la seule action de la force de traînée interfaciale sur l'axe du jet à l'intérieur du tube de focalisation (conduite cylindrique), figure (5.1).

$$x_a = \frac{A_1}{2B_1} \left[\ln|2q v_a - s| - \frac{s}{2q v_a - s} + 2C \right] \quad (5.1)$$

où C la constante d'intégration déterminée pour les conditions initiales ($V_{a0} = 0$ à $X = 0$), figure (5.1). Comme on l'a expliqué dans le chapitre 2, les particules arrivent perpendiculairement au jet qui, de ce fait, annule leur vitesse initiale.

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{s}{2qV_{a0} - s} - \ln|2qV_{a0} - s| \right] \quad (5.2)$$

avec

$$k = \frac{a}{b} \quad ; \quad a = \frac{1}{m_{1w}} - \frac{1}{m_{1a}} \quad ; \quad b = \frac{1}{m_{1w}} + \frac{1}{m_{1a}} \quad ; \quad s = 1 + \frac{a}{b}$$

et

$$A_1 = \frac{m_a}{2 m_{1a}^2} \quad ; \quad B_1 = \frac{1}{4} K_d b^2 \quad ; \quad K_d = \frac{1}{2} \Omega_d C_d \rho_w$$

En conditions réelles, la masse volumique ρ_w de l'eau est remplacée ici par le masse volumique ρ_f du fluide composée d'eau et d'air, telle que

$$\rho_f = \beta \rho_g + (1 - \beta) \rho_w \quad (5.3)$$

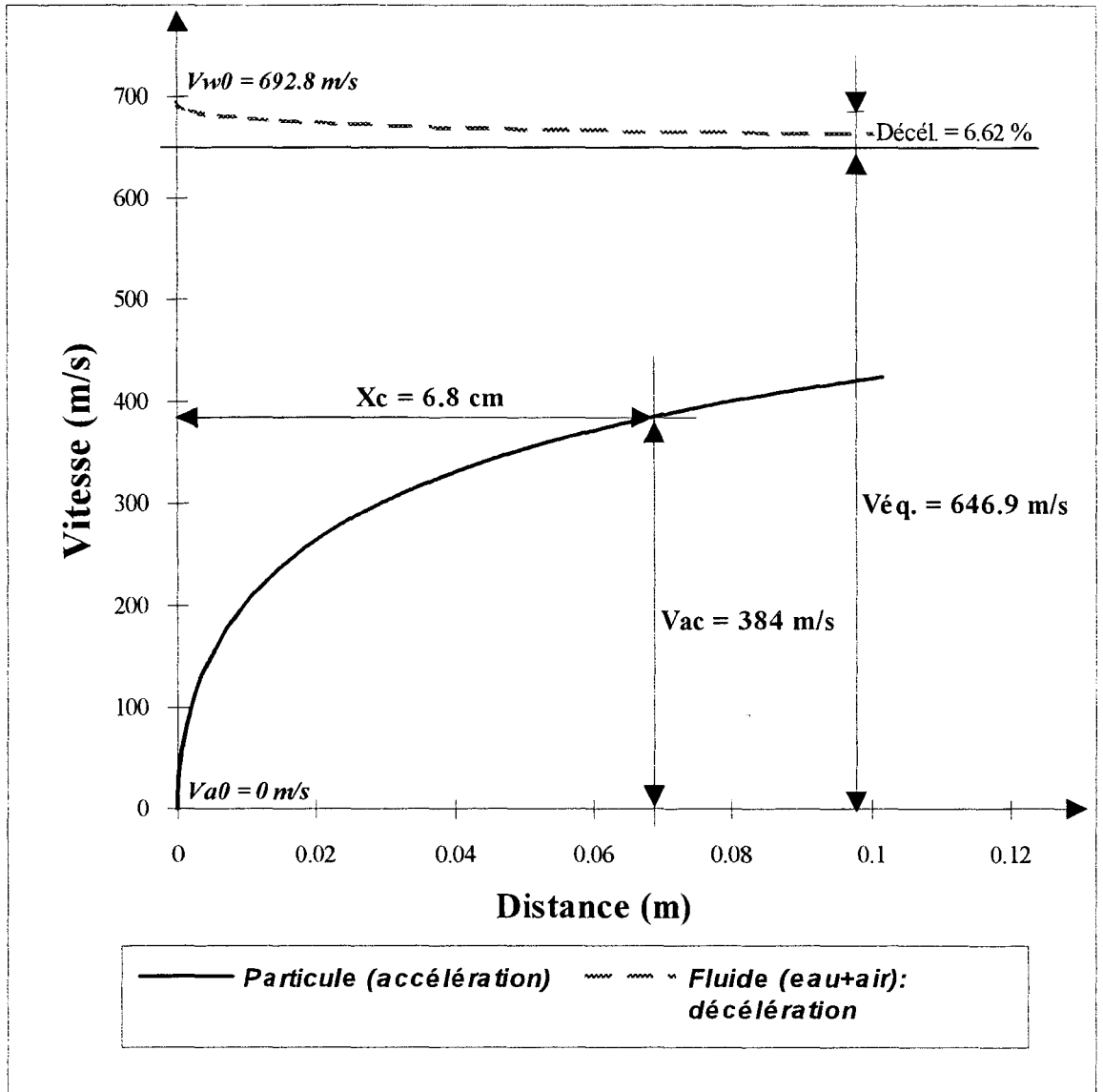


Figure 5.1: Estimation de l'évolution théorique de la vitesse des phases (particules, fluide) en fonction de la distance en conditions réelles, pour 95 % d'air, $P=240 \text{ MPa}$, $m_{la}=146 \text{ g/mn}$.

La figure 5.1 montre le profil de variation de la vitesse des particules en fonction de la distance sur l'axe du jet, déterminé pour les conditions réelles de fonctionnement. Cette courbe représente analytiquement la somme d'une logarithme népérienne et d'une rationnelle. Elle montre qu'à la distance d'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$, distance fréquemment utilisée dans la découpe hydro-abrasive, la vitesse des particules est estimée à $v_{ac} = 384 \text{ m/s}$. Soit une puissance cinétique $E_{ac} = 179.4 \text{ W}$.

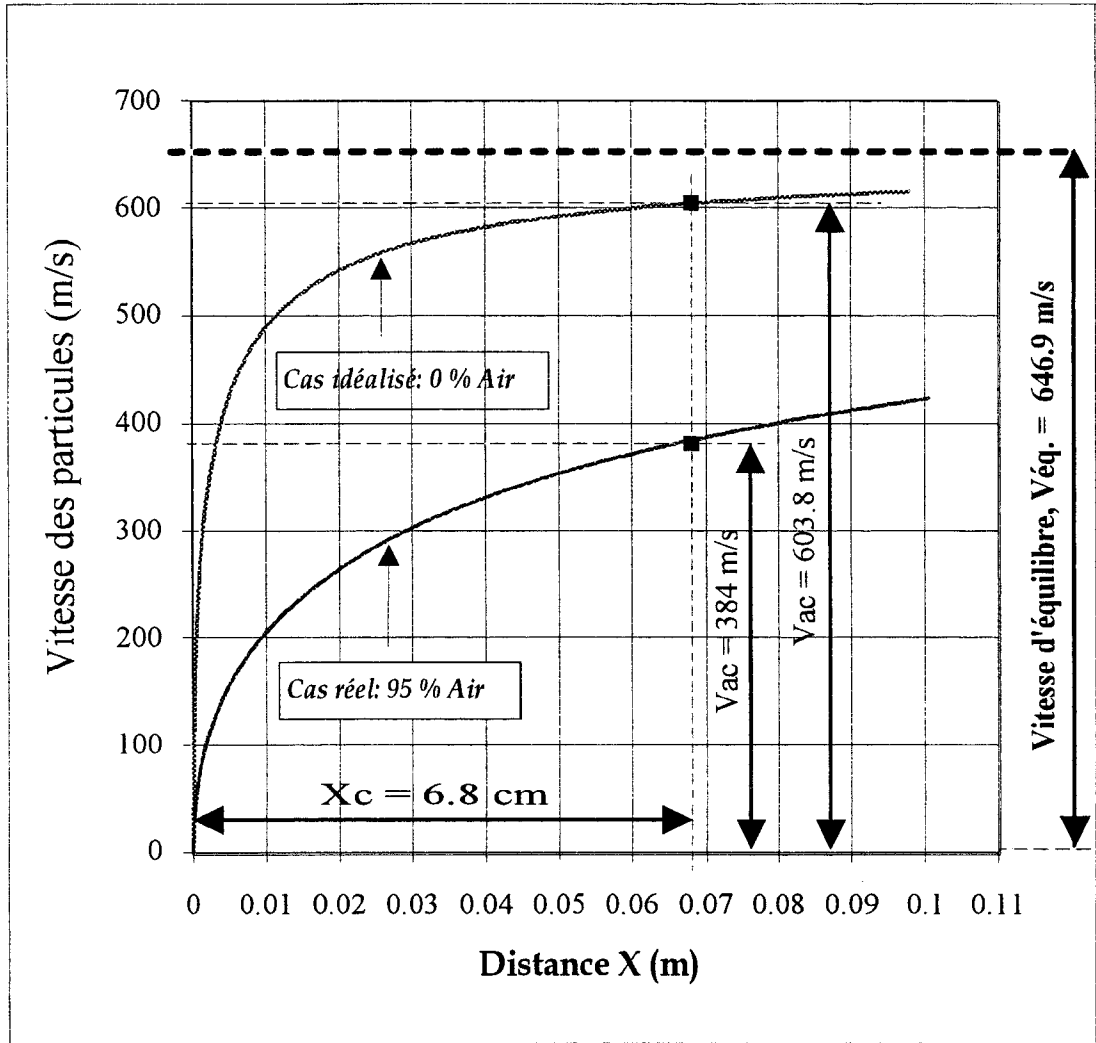


Figure 5.2: Comparaison des vitesses des particules estimées dans le cas idéalisé (0 % d'air) et le cas réel (95 % d'air), avec les mêmes valeurs des paramètres de la figure 51.

On constate que la vitesse de la phase fluide, composée d'eau et d'air, chute de 6.62 %; elle était initialement approchée à la vitesse d'eau à la sortie de la buse en saphir, qui est $V_{w0} = 692.8 \text{ m/s}$. On montre dans la Partie IV que la vitesse d'équilibre et la décélération de cette phase sont fortement influencées par le débit massique d'abrasif.

Par ailleurs, bien que l'on ne dispose pas d'un dispositif expérimental approprié, le profil de décélération de la phase fluide qu'on a trouvé à l'aide de notre modèle, est similaire à ceux obtenus expérimentalement par Miller [63] et théoriquement par Nadeau [69].

La figure 5.2 montre que la différence entre le cas réel de formation du jet et le cas idéalisé où l'air est négligé, est très grande. En effet, à la même distance d'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$, la vitesse des particules est de 603.8 m/s pour le cas idéalisé au lieu de 384 m/s pour le cas

réel. Soit une différence de 219.8 m/s qui représente en terme de puissance, une valeur de 58.78 W . La différence de puissance ainsi enregistrée est très importante car elle correspond à une surestimation non négligeable de la puissance qui est dissipée pour éroder le matériau. En d'autres termes, la quantité de matière érodée se trouve ainsi supérieure à celle que l'on obtient en réalité. L'ordre de grandeur est donné plus loin après avoir montré les différents résultats numériquement.

D'autre part, la vitesse d'équilibre est de 646.9 m/s , soit une différence de 43.1 m/s par rapport à la vitesse estimée dans le cas idéalisé. Par ailleurs, les auteurs de modèles de coupe tels que Hashish [39,44], utilisaient usuellement dans leurs calculs la vitesse d'équilibre. Alors que l'on constate que la vitesse des particules estimée en conditions réelles, représente seulement environ la moitié de la vitesse d'équilibre. En termes plus précis, cette différence est de 262.9 m/s , soit 40.6% de la vitesse d'équilibre qui est, comme on le sait, supérieure à la vitesse du son.

Le but visé par la figure 5.2 est de mettre en exergue l'influence de l'air sur la vitesse des particules abrasives. On montre ainsi que celui-ci fait diminuer la vitesse des particules de façon considérable et les chiffres qu'on a trouvés en témoignent l'importance.

Avant de confronter notre modèle théorique avec les résultats expérimentaux, la première conclusion que l'on peut tirer de la simple comparaison entre les pratiques usuelles (utilisation de la vitesse d'équilibre dans les différents calculs inhérents à la découpe hydro-abrasive) et la réalité, est que la modélisation qu'on a développé est, de loin, porteuse d'une nouvelle approche théorique du problème de coupe de façon beaucoup plus pragmatique.

5.6 Confirmation des allures théoriques

On obtient avec notre modèle théorique différentes allures géométriques relatives à des grandeurs telles que

- le profil de vitesse des deux phases en fonction de la distance,
- la puissance cinétique en fonction de la pression,
- la puissance cinétique en fonction du débit massique d'abrasif,
- la puissance cinétique en fonction du diamètre de buse.

Ces dernières sont similaires à celles que l'on trouve dans la littérature, Nadeau [69], Hashish [39,44], Finnie [29], Miller [63] et Himmelrieck [49], dont une partie est présentée dans la Partie I de cette étude. On revient sur les aspects de ces allures avec beaucoup de détails et de commentaires, dans la Partie IV.

5.7 Confrontation du modèle avec l'expérience - exploitation des résultats expérimentaux

Pour comparer les résultats théoriques obtenus par le modèle d'accélération avec ceux issus des expérimentations, on utilise les équations générales de la corrélation expérimentale établies dans le chapitre 3 de cette partie. Toutefois, celles-ci sont déterminées ici en adéquation avec les résultats expérimentaux et les principales valeurs des coefficients et termes qu'elles renferment sont récapitulés dans les tableaux.

En fait, pour arriver à ce type de résultat, on a suivi les étapes suivantes:

1- du chapitre 2-I de cette partie, on a trouvé que le débit volumique d'air dans le mélange représente 95 % du volume du jet, et que la vitesse initiale des particules sur l'axe du jet est prise égale à zéro ($V_{a0} = 0 \text{ m/s}$).

2- à partir des courbes de la figure 2.8 du chapitre 2-II de cette partie, on a déterminé expérimentalement le diamètre de buse en saphir qui correspond le plus à nos essais. La valeur trouvée est $D_b \text{ (buse)} = 0.3 \text{ mm}$. Le diamètre du tube de focalisation étant fixé à $D_t = 1.2 \text{ mm}$ (diamètre disponible).

3- Des courbes correspondant aux débits d'abrasifs respectifs de 146 et 298 g/mn de la figure 2.9 du même chapitre, on a tracé les deux droites passant au mieux par les points relatifs à chaque débit d'abrasif. On obtient ainsi les quatre points remarquables suivants groupés dans le tableau 5.2:

- pour $m_{1a} = 146 \text{ g/mn}$, on a:

*Pression de seuil, $P_0 = 90 \text{ MPa}$;

*débit massique caractéristique, $m_{1r0} = 3.8 \text{ g/mn}$

*pente pratique de la droite, $\alpha_p = 7.04 \cdot 10^{-13} \text{ (Kg/s.Pa)}$.

- pour $m_{1a} = 298 \text{ g/mn}$, on a:

*Pression de seuil, $P_0 = 107 \text{ MPa}$;

*débit massique caractéristique, $m_{1r0} = 7.7 \text{ g/mn}$

*pente pratique de la droite, $\alpha_p = 12 \cdot 10^{-13} \text{ (Kg/s.Pa)}$.

4- on détermine les équations expérimentales des deux grandeurs physiques caractéristiques. Dans notre cas, on a

$$P_0 = (23.82 \ln m_{1a} + 233.4) \cdot 10^6$$

$$m_{1r0} = (91.1 \ln m_{1a} + 611.63) \cdot 10^{-6}$$

Débit d'abrasif $m1a$ (g/mn)	146	298
Pression de seuil $P0$ (MPa)	90	107
Débit caractéristique $m1r0$ (g/mn)	3.8	7.7
Pente pratique α_p (Kg/s.Pa)	$7.04 \cdot 10^{-13}$	$12 \cdot 10^{-13}$
Débit maxi érodé $m1rm$ (g/mn)	6.4	9.6

Tableau 5.2: Valeurs propres ou caractéristiques du couple matériau-abrasif.

5- on calcule, à l'aide des équations issues de la corrélation expérimentale, les valeurs des coefficients et termes de celles-ci en fonction de la pression hydraulique P et du débit massique d'abrasif. Les principaux coefficients et termes de la corrélation sont:

- * α_1 : la pente de la droite représentant la puissance de coupe (forme linéarisée) en fonction de la pression hydraulique.
- * β_1 : la puissance de coupe fictive (forme linéarisée) correspondant à $P = 0$ MPa.
- * E_{1r0} : la puissance de coupe (forme exacte ou linéarisée) correspondant à la pression de seuil $P0$. On l'appelle aussi puissance complémentaire nécessaire pour éroder le débit caractéristique $m1r0$ de matière (§ 3.1 du chapitre 2 de cette partie).
- * ε : l'énergie spécifique de coupe nécessaire pour éroder l'unité de matière.
- * E_{1r} : la puissance de coupe (forme exacte ou linéarisée) calculée à la pression P .
- * v_{ap} : vitesse pratique des particules abrasives.

Les différentes valeurs de ces coefficients sont rassemblées dans les tableaux 5.4 et 5.5 où l'on a considéré seulement les pressions hydrauliques 140 MPa et 240 MPa qui est le maximum développé par la pompe utilisée. Quant aux valeurs correspondant aux pressions intermédiaires, elles ne sont pas présentées ici car elles ne donnent pas plus d'informations eu égard à la tendance linéaire qui caractérise les termes clés de la corrélation (Puissance de coupe, Débit de matière érodée, Vitesse pratique des particules...) en fonction de la pression

6- on compare les valeurs des vitesses pratiques avec les vitesses théoriques V_{ac} rassemblées dans les tableaux 5.6 et 5.7 (cellules ombrées). Ces vitesses étant

calculées pour la distance d'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$. Les autres valeurs théoriques sont dans le tableau 5.3; elles regroupent:

- * V_{w0} : la vitesse initiale de l'eau à la sortie de la buse en saphir.
- * $V_{\text{éq.}}$: la vitesse d'équilibre des deux phases: fluide (air+eau) et solide (particules abrasives)
- * *Décél. eau (%)* : désigne le taux de décélération finale, à l'équilibre, de l'eau lorsqu'elle échange la quantité de mouvement avec les particules.
- * ρ_f : la masse volumique du fluide composé d'air et d'eau.
- * v_{ac} : la vitesse des particules au point d'impact avec le matériau à couper.
- * E_{lac} : la puissance cinétique théorique des particules au point d'impact.
- * E_{lac0} : la puissance cinétique théorique des particules calculée à la pression de seuil.
- * $\alpha_{th.}$: la pente théorique de la droite représentant la puissance cinétique des particules en fonction de la pression hydraulique.
- * $\beta_{th.}$: la puissance cinétique fictive, calculée à $P = 0 \text{ MPa}$, sans sens physique.

7- de même, on compare les vitesses pratiques avec les vitesses théoriques d'équilibre usuellement utilisées .

5.8 Supports de calculs numériques et de représentations graphiques

Les différentes courbes représentatives des aspects numériques de la corrélation expérimentale et de ses conséquences, sont tracées à l'aide des programmes informatiques donnant:

- * la vitesse en fonction de la pression
- * les puissances (cinétique et coupe) en fonction de la pression
- * la puissance de coupe en fonction du débit massique de matière érodée
- * débit massique de matière érodée en fonction de la vitesse des particules
- * la vitesse d'avance en fonction de la pression
- * la profondeur de coupe en fonction de la pression
- * le débit de matière érodée en fonction du débit massique d'abrasif
- * le débit de matière érodée en fonction de la pression

Les entrées du programme intégré sont toutes expérimentales, elles consistent en

- la pression hydraulique P
- le débit d'abrasif m_{1a}
- le diamètre moyen des particules D_a
- la masse volumique de l'abrasif ρ_a
- le diamètre de buse D_b
- le débit volumique d'air
- la distance d'impact X_c
- la masse volumique du matériau à couper ρ
- loi de variation de la pression de suil P_0 en fonction de m_{1a}
- loi de variation du débit massique caractéristique m_{1r0} en fonction de m_{1a}

Les sorties principales du programme intégré sont:

- la vitesse d'avance u
- la profondeur de coupe H

	$m_{1a} = 146 \text{ g/mn}$		$m_{1a} = 298 \text{ g/mn}$	
$P \text{ (MPa)}$	140	240	140	240
$V_{w0} \text{ (m/s)}$	529.2	692.8	529.2	692.8
$V_{\text{éq.}} \text{ (m/s)}$	484.2	646.9	444.8	605.2
Décél. eau (\%)	8.5	6.62	16	12.65
$\rho_f \text{ (Kg/m}^3\text{)}$	49.3	49.54	48.26	48.73
$V_{ac} \text{ (m/s)}$	290	384	277	370
$E_{1ac} \text{ (W)}$	102.32	179.4	190.54	339.97
$E_{1ac0} \text{ (W)}$	63.8	63.8	141.23	141.23
$\alpha_{th.} \text{ (W.Pa)}$	$7.71 \cdot 10^{-7}$		$14.94 \cdot 10^{-7}$	
$\beta_{th.} \text{ (W)}$	5.6		18.7	

Tableau 5.3: Valeurs théoriques obtenues à l'aide du modèle d'accélération.

	Corrélation exacte		Corrélation linéarisée	
	140	240	140	240
P (MPa)	140	240	140	240
α_l (W.Pa)			$7.84 \cdot 10^{-7}$	$7.84 \cdot 10^{-7}$
β_l (W)			31.33	31.33
E_{lro} (W)	26.46	26.46	39.2	39.2
ε (MJ/Kg)			1.11	1.11
E_{lr} (W)	64	188	78.33	156.7
v_{ap} (m/s)	229.3	393.1	253.7	358.8
$(v_{ac} - v_{ap})$	60.7	-9.1	36.3	25.2
$(V_{eq.} - v_{ap})$	254.9	253.8	230.5	288.1

Tableau 5.4: Résultats de corrélations pratiques et comparaison de la vitesse théorique des particules avec la vitesse expérimentale, pour $m_{1a}=146$ g/mn.

	Corrélation exacte		Corrélation linéarisée	
	140	240	140	240
P (MPa)	140	240	140	240
α_l (W.Pa)			$13.45 \cdot 10^{-7}$	$13.45 \cdot 10^{-7}$
β_l (W)			53.8	53.8
E_{lro} (W)	64.2	64.2	90.2	90.2
ε (MJ/Kg)			1.12	1.12
E_{lr} (W)	109.8	322.8	134.5	269
v_{ap} (m/s)	210.3	360.5	232.7	329.1
$(v_{ac} - v_{ap})$	66.7	9.5	44.3	40.9
$(V_{eq.} - v_{ap})$	234.5	244.7	212.1	276.1

Tableau 5.5: Résultats de corrélations pratiques et comparaison de la vitesse théorique des particules avec la vitesse expérimentale, pour $m_{1a}=298$ g/mn.

Remarque:

On a considéré le débit d'abrasif de 298 g/mn au lieu de 250 g/mn (débit optimum d'abrasif) pour cause de méconnaissance, au préalable, de la valeur du débit maximal. Mais le fait de présenter des valeurs correspondant à 298 g/mn ne change en rien le cours de la validation puisqu'on travail aussi avec le débit d'abrasif $m_{1a} = 146$ g/mn.

Xc = 6.8 cm et Débit d'abrasif = 146 g/mn								
0 % air			95 % air					
P (MPa)	Vac (m/s)	Eac (W)	Vac (m/s)	Eac (W)	ρ_{fluide} (Kg/m ³)	Vw0 (m/s)	V _{éq.} (m/s)	Décél eau (%)
140	453	249.67	290	102.32	49.3	529.2	484.2	8.5
160	486.6	288.08	311	117.68	49.37	565.7	520.5	8
180	518.2	326.71	330.7	133.06	49.42	600	554.6	7.6
200	548.1	365.56	349.3	148.44	49.47	632.5	586.8	7.2
220	576.6	404.5	367	163.87	49.51	663.3	617.6	6.9
240	603.8	443.56	384	179.4	49.54	692.8	646.9	6.6

Tableau 5.6: Valeurs théoriques de vitesse et de puissance cinétique des particules pour différentes pression hydraulique, au point d'impact Xc=6.8 cm et m1a=146 g/mn.

Xc = 6.8 cm et Débit d'abrasif = 298 g/mn								
0 % air			95 % air					
P (MPa)	Vac (m/s)	Eac (W)	Vac (m/s)	Eac (W)	ρ_{fluide} (Kg/m ³)	Vw0 (m/s)	V _{éq.} (m/s)	Décél eau (%)
140	419.8	437.74	276.7	190.15	48.26	529.2	444.8	15.9
160	453	509.6	297.5	219.87	48.39	565.7	480.5	15.1
180	484.3	582.46	317.1	249.78	48.49	600	514	14.3
200	513.9	655.75	335.7	279.84	48.59	632.5	545.9	13.7
220	542	729.65	353.3	310.03	48.67	663.3	576.2	13.1
240	569	804	370.2	340.33	48.73	692.8	605.2	12.7

Tableau 5.7: Valeurs théoriques de vitesse et de puissance cinétique des particules pour différentes pression hydraulique, au point d'impact Xc=6.8 cm et m1a=298 g/mn.

5.9 Analyse des résultats de la confrontation

Comparer et analyser les résultats théorique et expérimentaux est un travail très long. Aussi, l'élaboration de la méthode de travail qui a permis de calculer et de tracer toutes les courbes confondues ainsi que les équations, nous a demandé une grande concentration et un travail en continu.

Il nous est impossible de s'arrêter sur tous les détails concernant l'analyse de la confrontation. Toutefois, seuls les résultats que nous jugeons très importants, sont discutés. Cependant nous précisons que pour exploiter au maximum les résultats expérimentaux et de tirer le plus grand profit possible de la corrélation qu'on a établi, nous avons tracé les courbes des figures 5.3 à 5.21, soit 48 courbes en tout, sans compter celles issues d'essais expérimentaux ainsi que celles des figures 5.1 et 5.2.

La figure 5.3 représente la variation de la puissance cinétique théorique et de la puissance de coupe sous ses formes exacte et linéarisée, en fonction de la pression hydraulique. On précise que la droite qui approche la courbe de la puissance de coupe au sens des moindres carrés, donne lieu à un écart maximal de $25 W$ pour le cas de la figure 5.3.

On montre que la droite de la puissance de coupe (forme linéarisée) est presque parallèle à la droite de la puissance cinétique mais avec un petit *décalage* de l'ordre de $(31.33 - 5.6) W = 25.73 W$, (tableaux 5.3 et 5.4). Ce résultat est obtenu pour un débit d'abrasif $m1a = 146 g/mn$, alors qu'il correspond à un décalage de l'ordre de $(53.8 - 18.7) W = 35.1 W$, (figure 5.4 et tableaux 5.3 et 5.5). Soit une augmentation de $9.37 W$. Par ailleurs, les droites représentant la puissance cinétique des figures 5.3 et 5.4 sont tracées respectivement en utilisant les deux séries de points (figure 5.11) qui sont déterminés pour des vitesses théoriques à l'impact en conditions réelles.

Dans ces mêmes conditions réelles de formation du jet d'eau abrasif, on montre dans les figures 5.5 et 5.6 les allures géométriques de la vitesse des particules en fonction de la pression hydraulique. Les trois courbes de chacune de ces deux figures, représentent la vitesse théorique estimée à l'aide de notre modèle théorique d'accélération, les vitesses pratiques obtenues respectivement à l'aide de la corrélation expérimentale linéarisée et exacte. On constate que la vitesse pratique de la corrélation linéarisée suit la même tendance que celle de la vitesse théorique mais avec des valeurs inférieures.

Cette analogie de tendance est d'autant plus marquée que la pression hydraulique est grande et l'écart entre les deux vitesses est réduit pour se stabiliser à quelques $25.2 m/s$ pour $P = 240 MPa$ et un débit d'abrasif $m1a = 146 g/mn$, (tableau 5.4). Alors que cet écart est de $40.9 m/s$ pour la même pression lorsque le débit d'abrasif devient environ le double, $m1a = 298 m/s$, (tableau 5.5). L'écart entre les vitesses théorique et pratique corrélée passe

de 25.2 m/s à 40.9 m/s lorsque le débit d'abrasif passe de 146 g/mn à 298 g/mn , soit une augmentation de 15.7 m/s .

On insiste, par ailleurs, sur le fait relaté dans le paragraphe (5.5); que l'écart entre la vitesse pratique corrélée et la vitesse théorique d'équilibre avoisine la valeur même de la vitesse de la particule estimée en conditions réelles par notre modèle d'accélération. En dépit de ce grand écart et selon nos connaissances (étude bibliographique), la vitesse théorique d'équilibre est la valeur qu'on utilisait dans les différents calculs relatifs à la découpe par jet d'eau abrasif. Pour se justifier, on supposait alors que le matériau à couper se trouve à la position où la vitesse d'équilibre est atteinte et que l'air qui entre dans le mélange est négligé. Cela étant, bien que des travaux expérimentaux ont trouvé que l'air dépasse les 70 % du volume du jet.

En conclusion, l'écart entre la vitesse pratique corrélée et la vitesse théorique estimée à l'aide de notre modèle d'accélération, est petit. Il est même sans incidence notable vu l'importance des vitesses qui sont développées dans ce type d'application. Par conséquent, les courbes qu'on a tracées dans les figures 5.1 et 5.2, concernant l'évolution de la vitesse des particules en fonction de la distance, sont vraies. Cette affirmation est confirmée, par ailleurs, par la comparaison de notre modèle théorique avec celui établi par Nadeau [69] et aussi avec les profils expérimentaux obtenus par Miller [63], (figures 5.7, 5.8 et 5.9). Pour obtenir les courbes théoriques de ces figures (en trait continu), on a injecté les données expérimentales utilisées par Miller, dans notre modèle théorique. Les coordonnées des points discrets sont présentées dans l'Annexe.

On montre, à travers les figures 5.10, 5.11 et 5.12, que la relation entre la puissance cinétique théorique des particules et la pression hydraulique, est linéaire par approximation. En effet, si l'on fait abstraction de la partie qui est voisine de l'origine des coordonnées, les points de la courbe décrivent une droite quelque soit les conditions de formation du jet (débit massique d'abrasif, quantité d'air...). Les profils théoriques ainsi trouvés à l'aide de notre modèle sont similaires à ceux obtenus par Finnie [29], Hashish [39,44] et Nadeau [69]. Toutefois le profil théorique exact présente une courbure au voisinage de l'axe des abscisses, car les courbes passent par l'origine des coordonnées.

Pour valider notre modélisation théorique, on ne s'est pas seulement limité à la comparaison de nos profils de vitesse avec ceux trouvés dans la littérature. Mais on a aussi utilisé les équations générales de la corrélation expérimentale qu'on a établi, car elles nous offrent la possibilité de comparer les valeurs de vitesse qui sont estimées théoriquement, avec les valeurs déduites exclusivement de l'expérience. En fait, l'exploitation numérique de notre corrélation expérimentale conforte et appuie l'efficacité et la validité de notre modélisation.

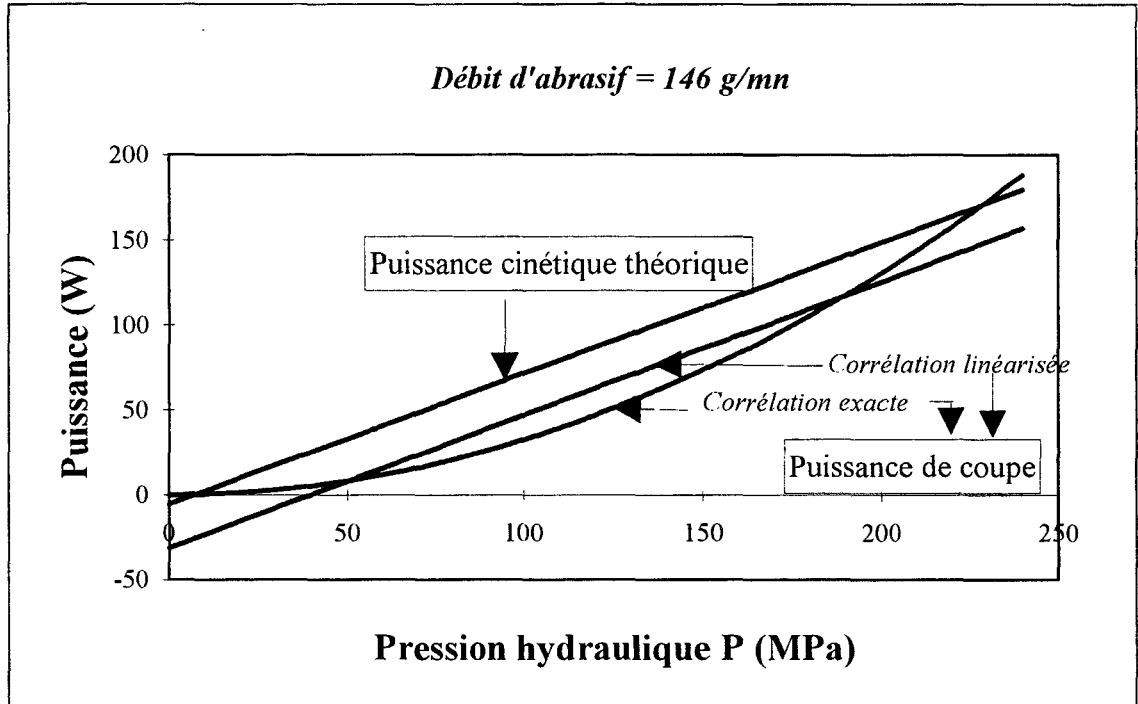


Figure 5.3: Comparaison entre la puissance cinétique théorique, obtenue avec le modèle d'accélération, et la puissance pratique de coupe obtenue à l'aide de la corrélation expérimentale, $m_{1a}=146$ g/mn.

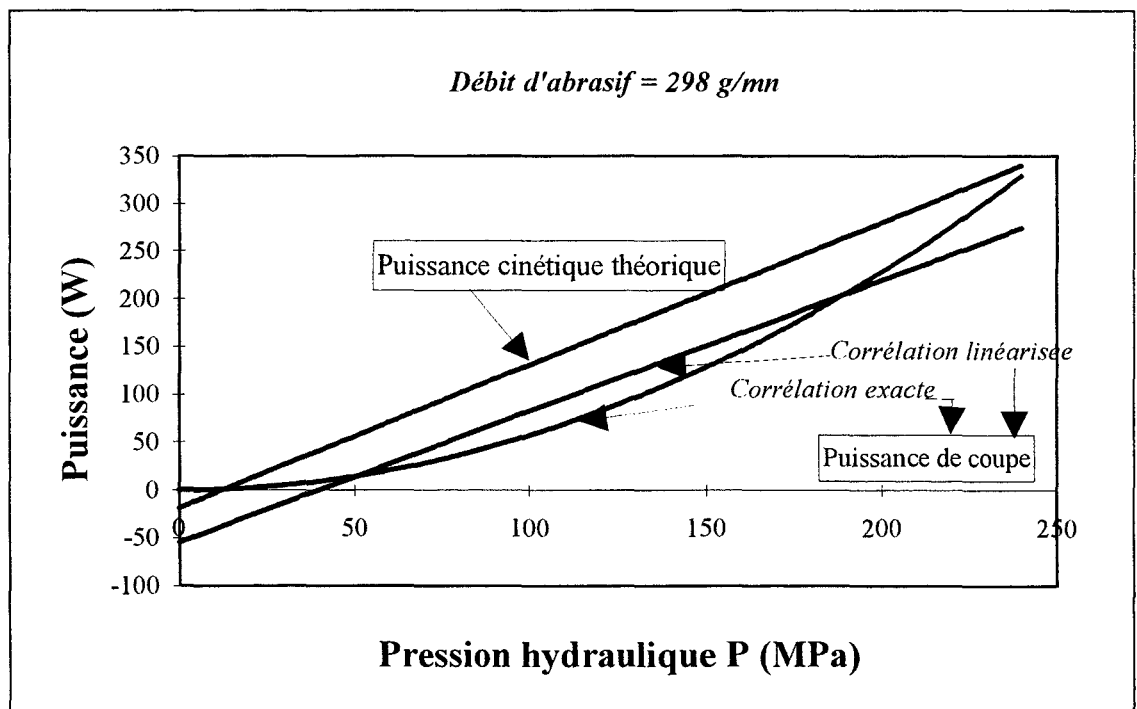


Figure 5.4: Comparaison entre la puissance cinétique théorique, obtenue avec le modèle d'accélération, et la puissance pratique de coupe obtenue à l'aide de la corrélation expérimentale, $m_{1a}=298$ g/mn.

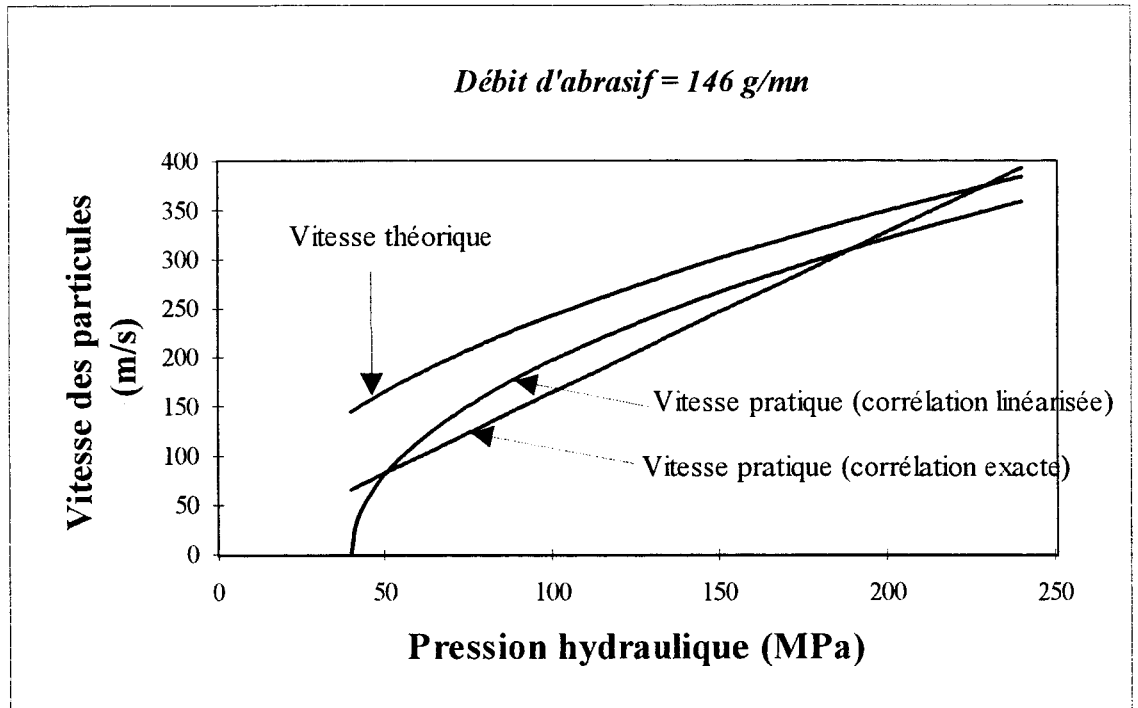


Figure 5.5: Comparaison entre les vitesses théorique, obtenue avec le modèle d'accélération, et pratique obtenue à l'aide de la corrélation expérimentale, $m_{la}=146$ g/mn.

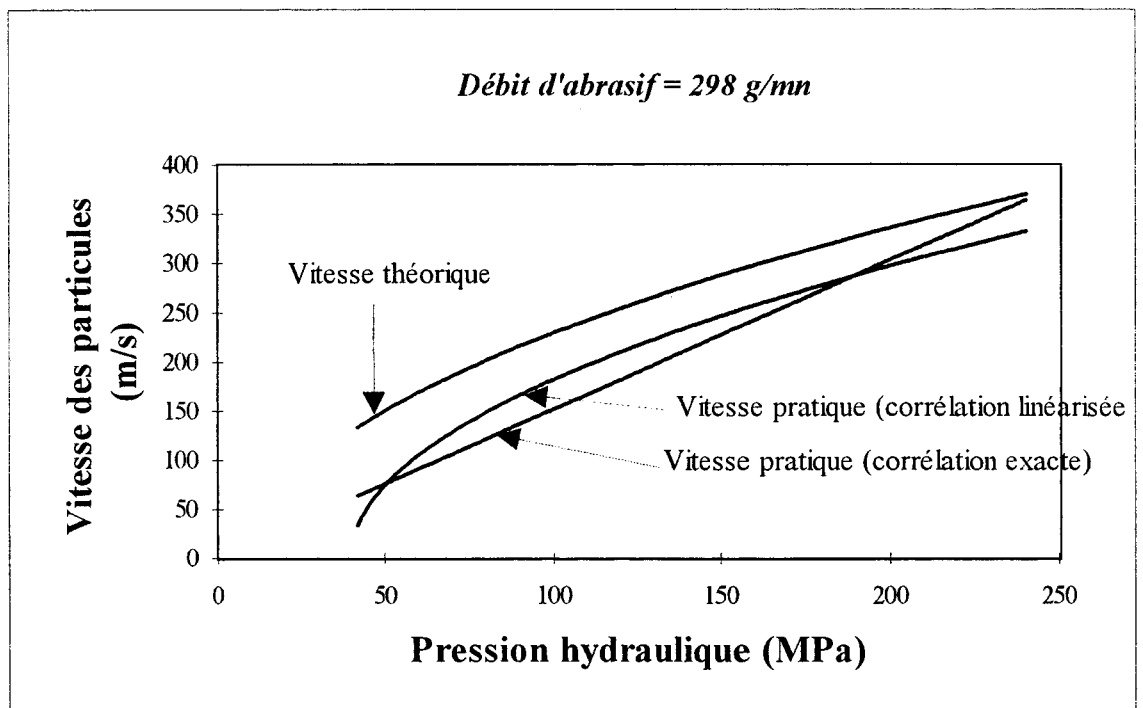


Figure 5.6: Comparaison entre les vitesses théorique, obtenue avec le modèle d'accélération, et pratique obtenue à l'aide de la corrélation expérimentale, $m_{la}=298$ g/mn.

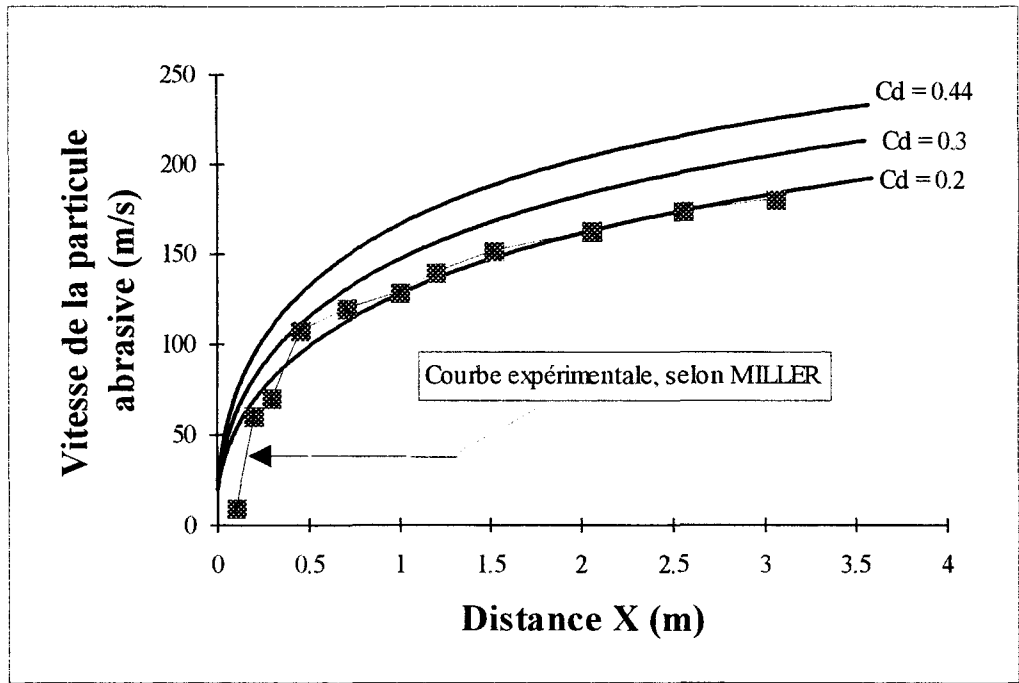


Figure 5.7: Comparaison entre le modèle théorique et le profil de vitesses expérimentales obtenu par Miller [63], pour des particules en acier et de 3.26 mm de diamètre.

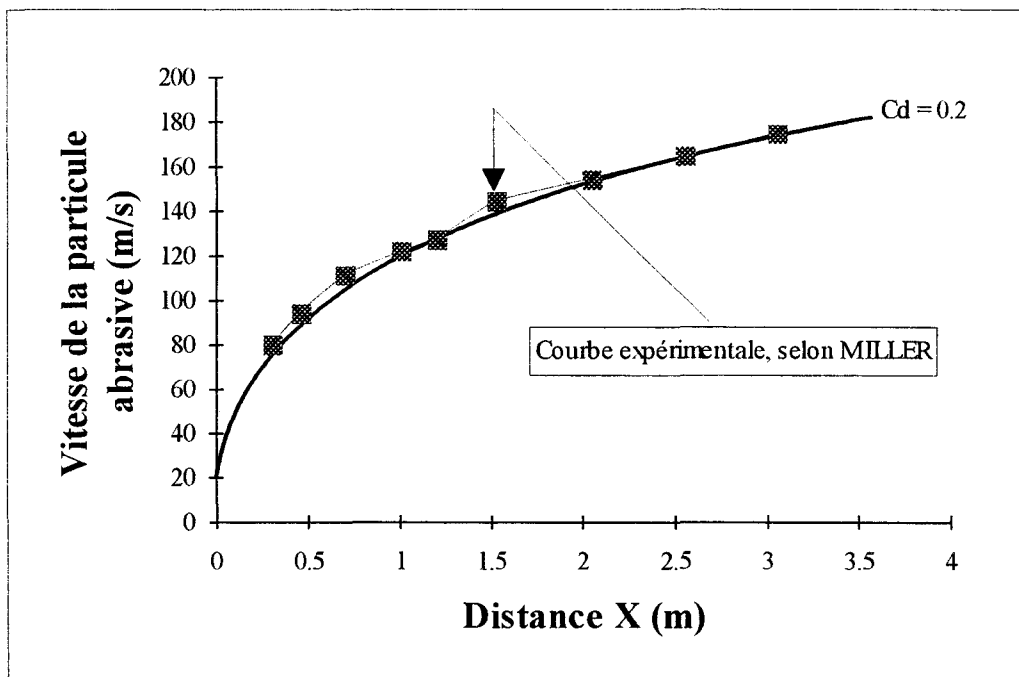


Figure 5.8: Comparaison entre le modèle théorique et le profil de vitesses expérimentales obtenu par Miller [63], pour des particules en acier et de 4.34 mm de diamètre.

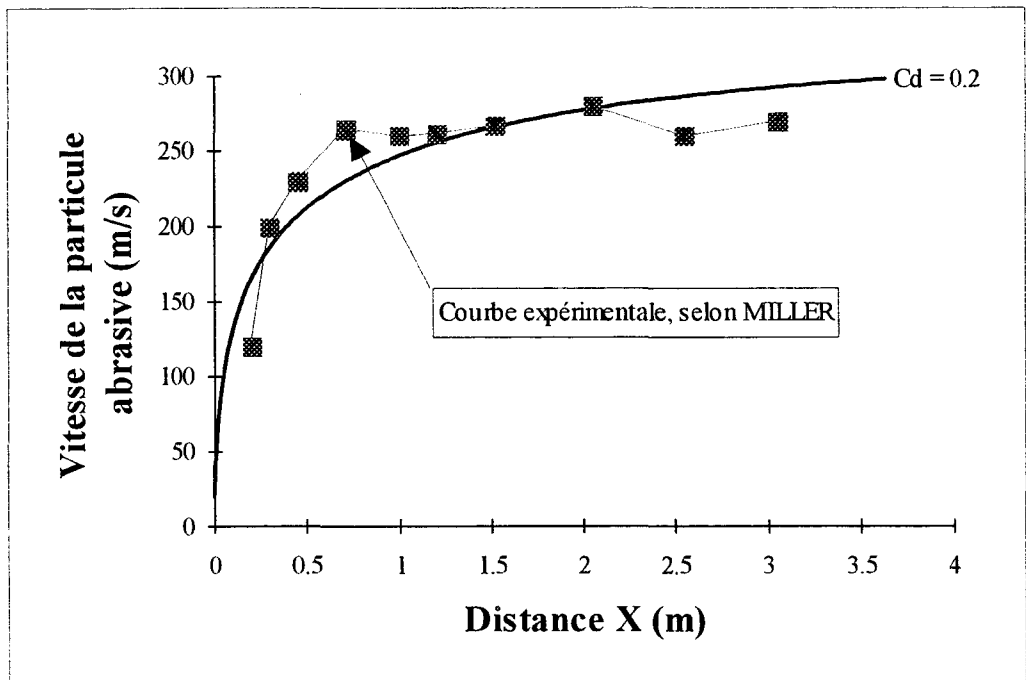


Figure 5.9: Comparaison entre le modèle théorique et le profil de vitesses extrapolé obtenu par Miller [63], pour des particules en silice et de 1 mm de diamètre.

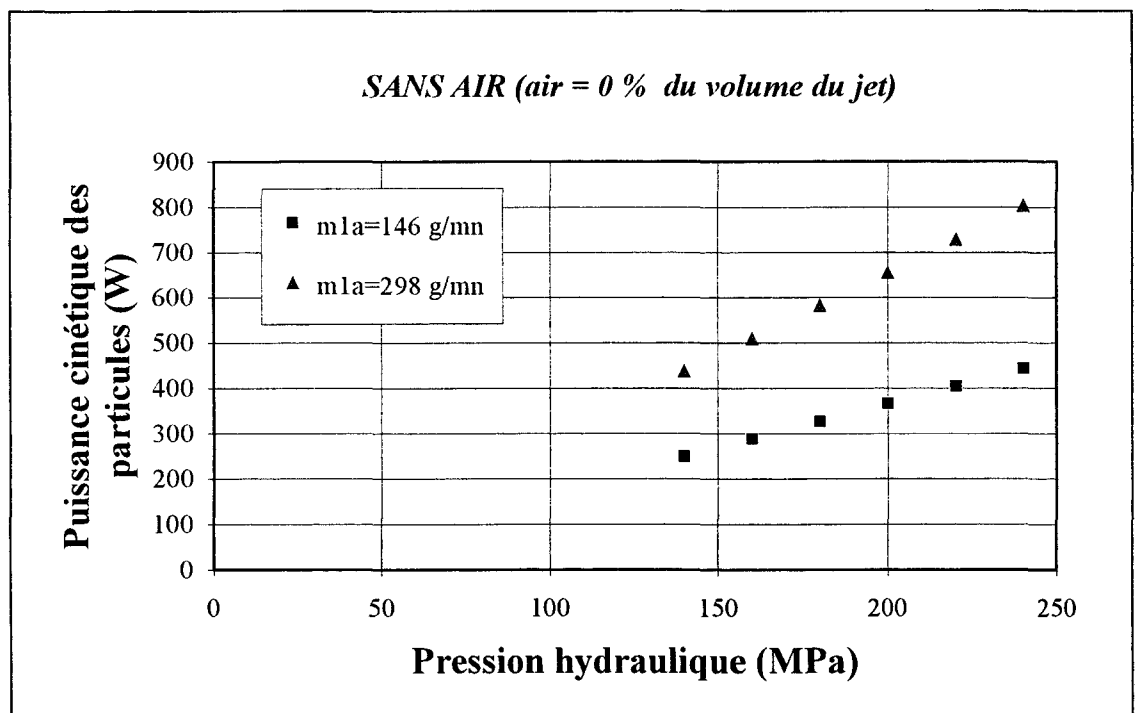


Figure 5.10: Variation de la puissance cinétique théorique en fonction de la pression.

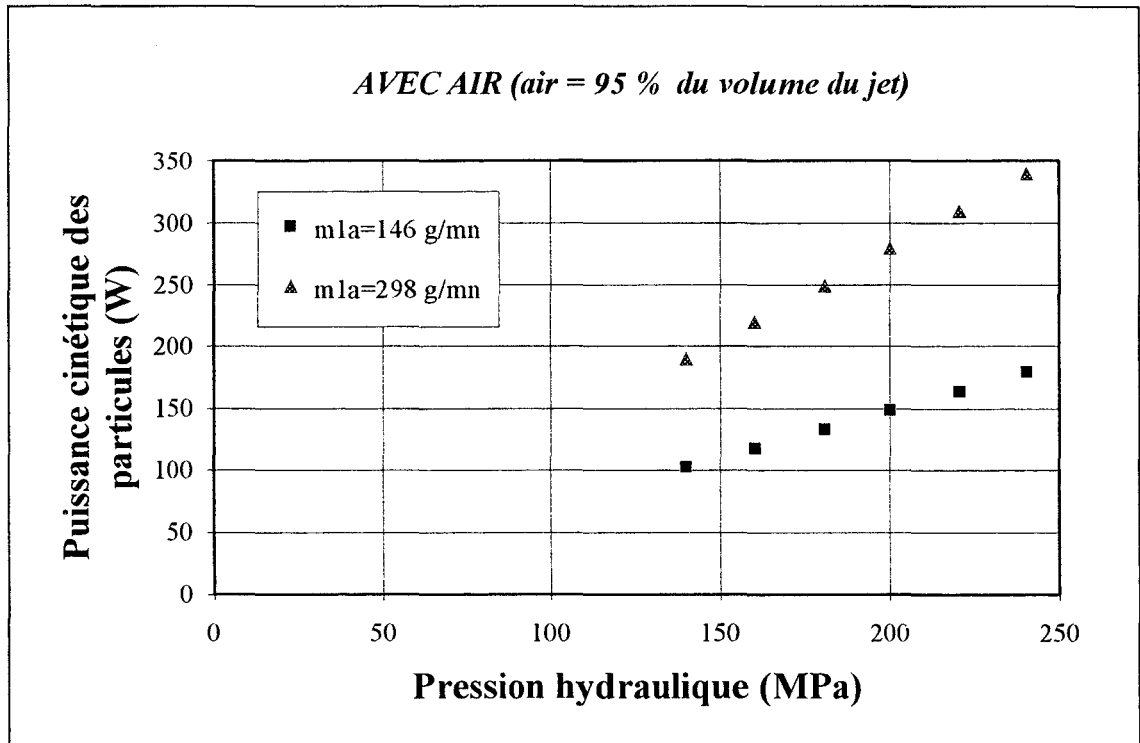


Figure 5.11: Variation de la puissance cinétique théorique en fonction de la pression.

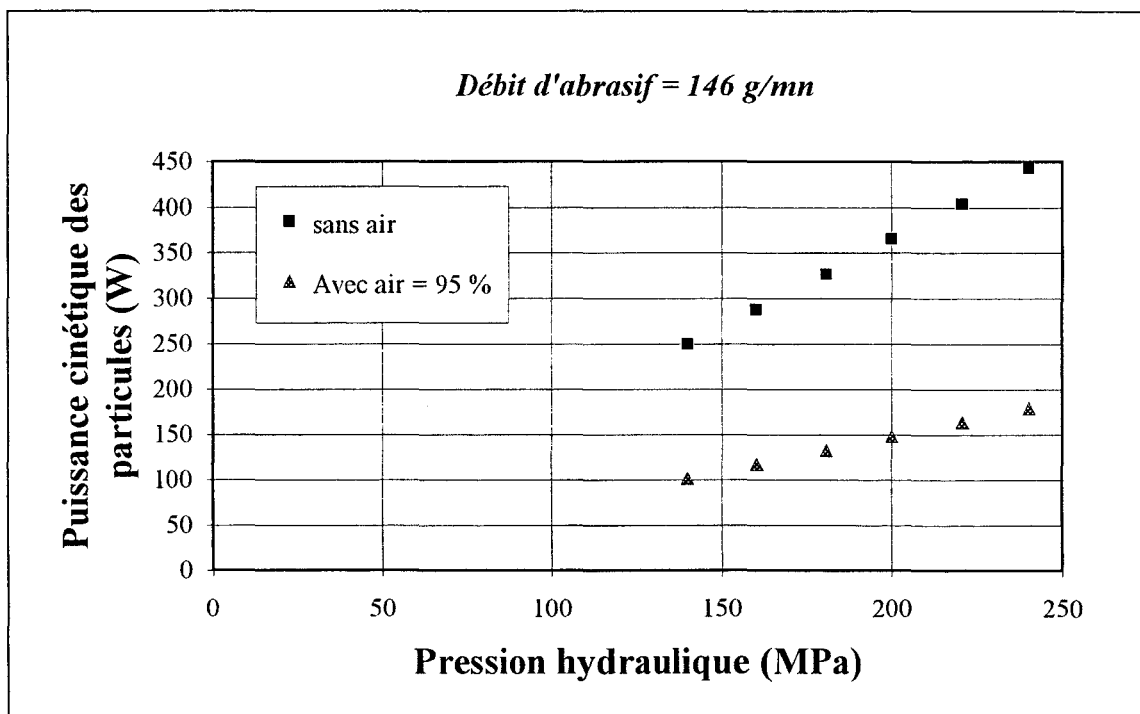


Figure 5.12: Variation de la puissance cinétique théorique en fonction de la pression.

5.10 Exploitation et analyse numérique de la corrélation expérimentale

Les équations générales de la corrélation expérimentale et du modèle de coupe qui en résulte, n'ont de sens pratique que si elles sont déterminées pour donner des résultats exploitables et vérifiables expérimentalement. En fait, il s'agit ici de donner une autre représentation physique à nos résultats de corrélation expérimentale.

Par exemple, on montre sur la figure 5.13 que la relation entre la puissance de coupe et le débit de matière érodée est linéaire. La droite ainsi tracée traduit physiquement le fait suivant: pour éroder le matériau, il faut que les particules développent une puissance supérieure ou égale à $E_{lr0} = 39.2 \text{ W}$, (figure 5.14 et tableau 5.4), correspondant à une vitesse minimale requise de 165 m/s (figure 5.15) lorsque les particules attaquent le matériau avec un débit de 146 g/mn . D'autre part, lorsque le débit d'abrasif est de 298 g/mn (figure 5.14), la puissance minimale requise, appelée aussi puissance complémentaire E_{lr0} devient égale à 90.2 W . Ce qui correspond à l'augmentation de la vitesse minimale requise qui atteint une valeur de 180 m/s .

L'énergie spécifique de coupe, qui correspond à l'énergie qu'il faut dissiper pour éroder l'unité de masse de matière, est représentée par la pente ε de la droite de variation de la puissance de coupe E_{lr} en fonction du débit massique de matière érodée m_{la} (figure 5.14). Comme le montre cette figure, l'énergie spécifique ε est de 1.11 MJ/Kg pour $m_{la} = 146 \text{ g/mn}$ tandis qu'elle est de 1.12 MJ/Kg pour $m_{la} = 298 \text{ g/mn}$. La variation ainsi enregistrée dans la valeur de ε est due à des considérations liées à l'expérimentation, qui sont expliquées pour l'essentiel, à la fin de ce paragraphe.

Partant du principe qui consiste à dire que chaque particule arrache une quantité élémentaire de matière, la quantité érodée par l'ensemble des particules est donc proportionnelle au nombre de ces dernières, donc à leur débit massique m_{la} . Cette hypothèse nous paraît réaliste mais seulement en conditions normales (ou parfaites) d'expérimentation, c'est-à-dire, dans le cas où les particules ne s'entrechoquent pas. Or on constate expérimentalement, d'après les figures 5.14 et 5.15, que lorsque le débit d'abrasif passe de 146 g/mn à 298 g/mn , soit sensiblement le double, la puissance de coupe est augmentée constamment (si l'on néglige la différence entre les pentes des droites de la figure 5.14) de $(90.2 - 39.2) \text{ W} = 51 \text{ W}$, soit supérieure de 11.8 W à la puissance complémentaire $E_{lr0} = 39.2 \text{ W}$ correspondant à $m_{la} = 146 \text{ g/mn}$. En conditions normales, on devrait avoir une puissance de coupe qui est augmentée sensiblement, de 39.2 W .

Ce constat est confirmé par la figure 5.15 qui montre que la vitesse minimale requise de 180 m/s , dans le cas où le débit d'abrasif est de 298 g/mn , est supérieure à celle de 165 m/s qui correspond à un débit d'abrasif de 146 g/mn . Cette augmentation de la vitesse minimale requise, nous semble contradictoire à ce que l'on pourrait prévoir en théorie où l'on s'attendrait à une sensible constance de cette vitesse. Autrement dit, les deux courbes de la figure 5.15 passeraient par le même point sur l'axe des abscisses. Evidemment, ces résultats sont obtenus à la base des résultats expérimentaux montrés sur la figure 2.9 (chapitre 2 de cette partie) et repris avec extrapolations dans la figure (5.17).

En résumé, les décalages suivants enregistrés pour $m1a = 298 \text{ g/mn}$, à savoir

- l'augmentation non proportionnelle de la puissance complémentaire $E1r0$, figure 5.14
- la non constance de l'énergie spécifique ε , figure 5.14
- le changement dans la valeur de la vitesse minimale requise, figure 5.15

ne sont, en fait, que les différentes formes de manifestations d'un seul phénomène qui est, à notre avis, étroitement lié à *l'efficacité* de coupe. En effet, lorsque le débit d'abrasif devient très important (soit 298 g/mn), il se passe que les particules se trouvent très rapprochées entre-elles. Et, à cause de la grande vitesse du jet qui amplifie les perturbations dans la trajectoire des particules, parfois celles-ci s'entrechoquent et perdent une partie de leur vitesse. Pour compenser cette perte, il faut donc augmenter la vitesse des particules; ce qui est interprété par la vitesse minimale requise pour éroder le matériau.

En outre on ne doit pas s'interroger sur la position du profil du débit de matière érodée en fonction de la vitesse des particules de la figure 5.18 correspondant à $m1a = 250 \text{ g/mn}$, car il a été déduit en considérant $m1a = 298 \text{ g/mn}$ comme une référence dans la détermination des interpolations logarithmiques (§ 3.7.2 et 3.7.3). On peut donc mieux faire si l'on considère 250 g/mn au lieu de 298 g/mn , néanmoins les écarts obtenus avec l'un ou l'autre ne sont pas élevés.

Ce phénomène s'explique également par la légère augmentation de la pente de la droite supérieure de la figure 5.11 par rapport à la deuxième droite qui correspond à $m1a = 146 \text{ g/mn}$, et qui signifie physiquement que pour éroder de la matière avec le débit d'abrasif de 298 g/mn , il faut développer non seulement plus de puissance de coupe mais aussi plus d'énergie spécifique ε . L'augmentation de l'énergie spécifique est due au fait qu'une partie des particules ne participent pas à l'érosion lorsque celles-ci se trouvent en nombre surabondant dépassant la quantité correspondante au débit optimal (§ 3.3.4 du chapitre 2 de cette partie).

On trouve un comportement analogue pour la pente de la droite de la puissance en fonction de la pression (figures 5.3 et 5.4). Dans le cas où le débit d'abrasif est égal à 298 g/mn , la pente théorique α_{th} de la droite de la puissance cinétique est le double de celle correspondant à un débit d'abrasif de 146 g/mn (tableau 5.3), alors que dans le cas de la puissance de coupe, la pente pratique α_1 est légèrement inférieure, pour le premier débit, au double de celle correspondant au second débit (tableaux 5.4 et 5.5). Nous pensons que cette baisse est imputée au phénomène d'efficacité que nous avons expliqué plus haut.

En conclusion, pour éviter cette situation contraignante en pratique, on propose de ne pas découper des matériaux avec des débits d'abrasif qui sont supérieurs au débit "optimal". Dans notre cas, le débit optimal d'abrasif est pris égal à 250 g/mn , valeur obtenue expérimentalement (figures 2.17 et 2.19 du chapitre 2 de cette partie). On propose donc dans les études ultérieures, de prendre pour référence le débit optimal au lieu de $m_{1a} = 298 \text{ g/m}$ afin de diminuer les décalages cités précédemment. Ce qui permettra d'obtenir tous les profils dont on a besoin, dans le domaine d'utilisation optimale de la découpe hydro-abrasive.

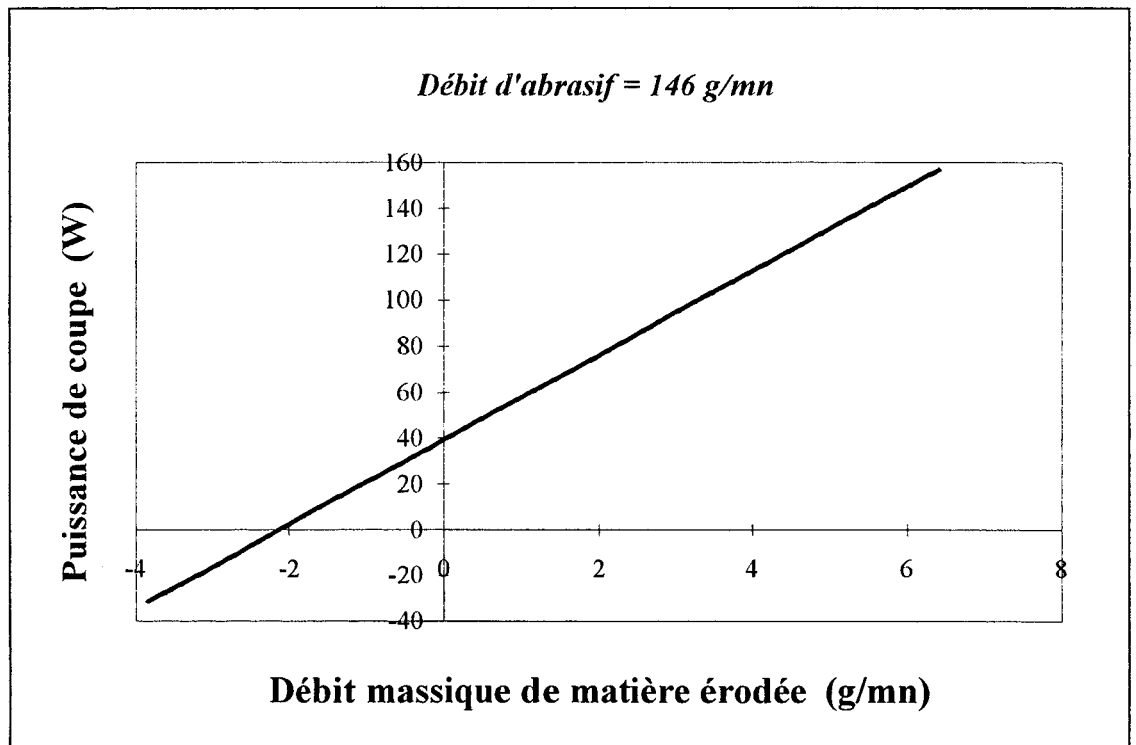


Figure 5.13: Variation de la puissance de coupe en fonction du débit de matière érodée.

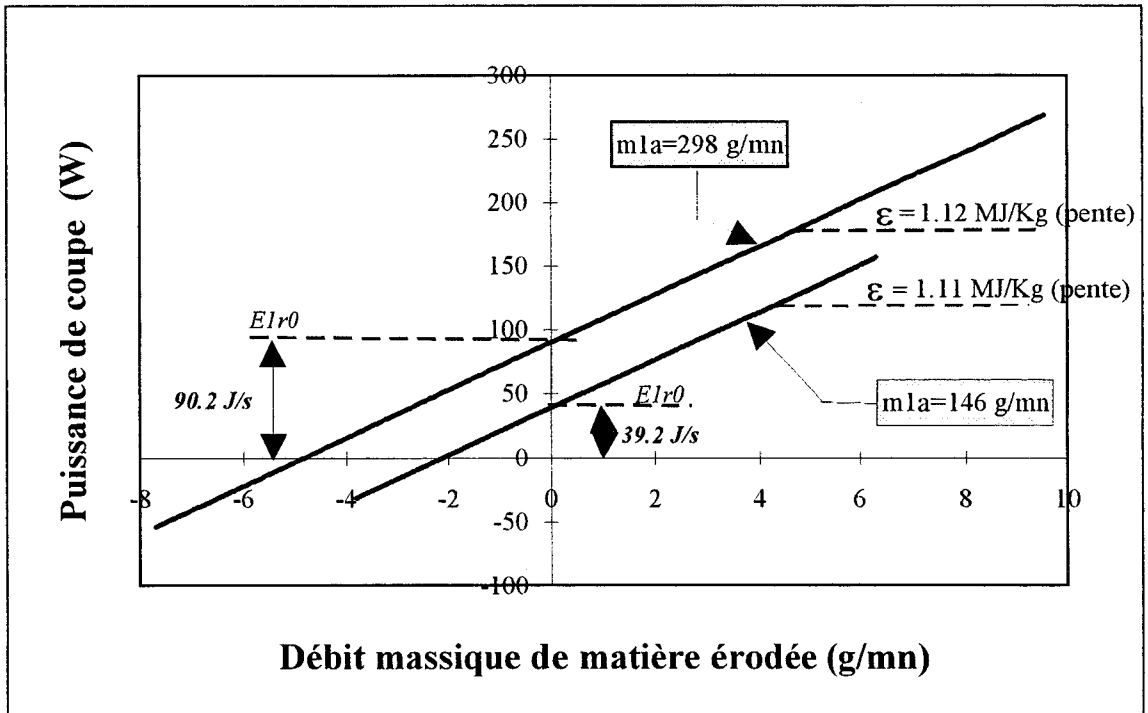


Figure 5.14: Influence du débit d'abrasif sur l'évolution de la puissance de coupe en fonction du débit massique de matière érodée, $m_{la}=146 \text{ g/mn}$. et 298 g/mn . (la pente ϵ , Energie spécifique, est exprimée en Méga Joule / kg)

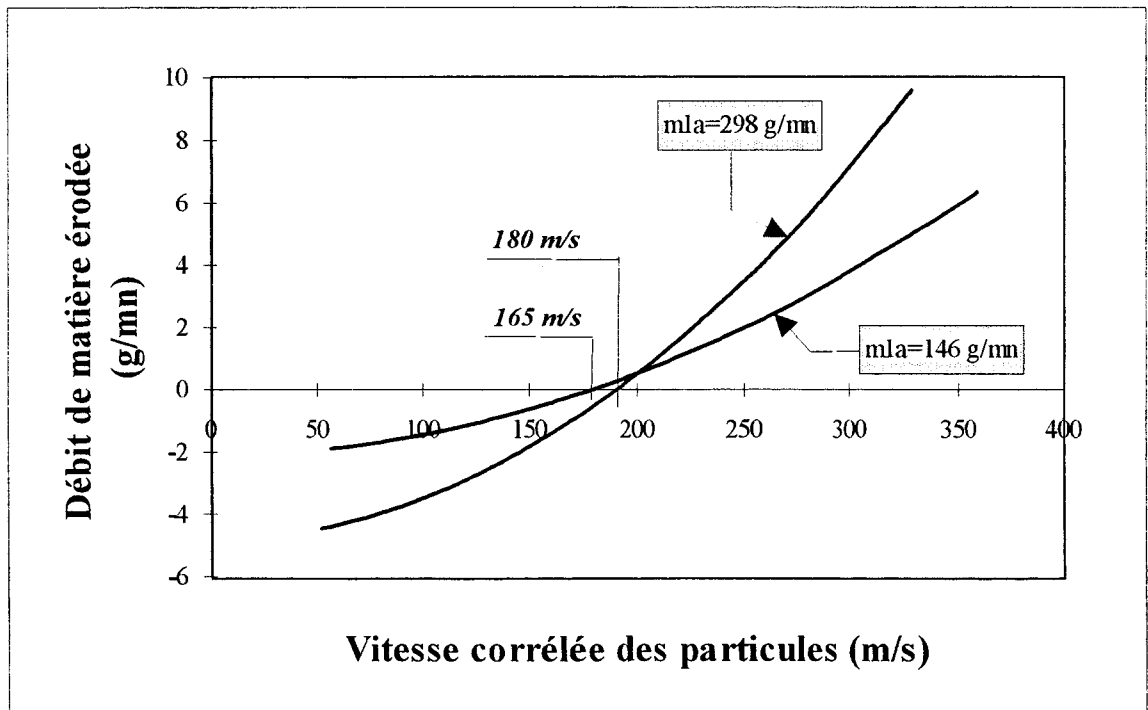


Figure 5.15: Variation du débit massique de matière érodée en fonction de la vitesse des particules, influence du débit d'abrasif. $m_{la}=146 \text{ g/mn}$ et 298 g/mn .

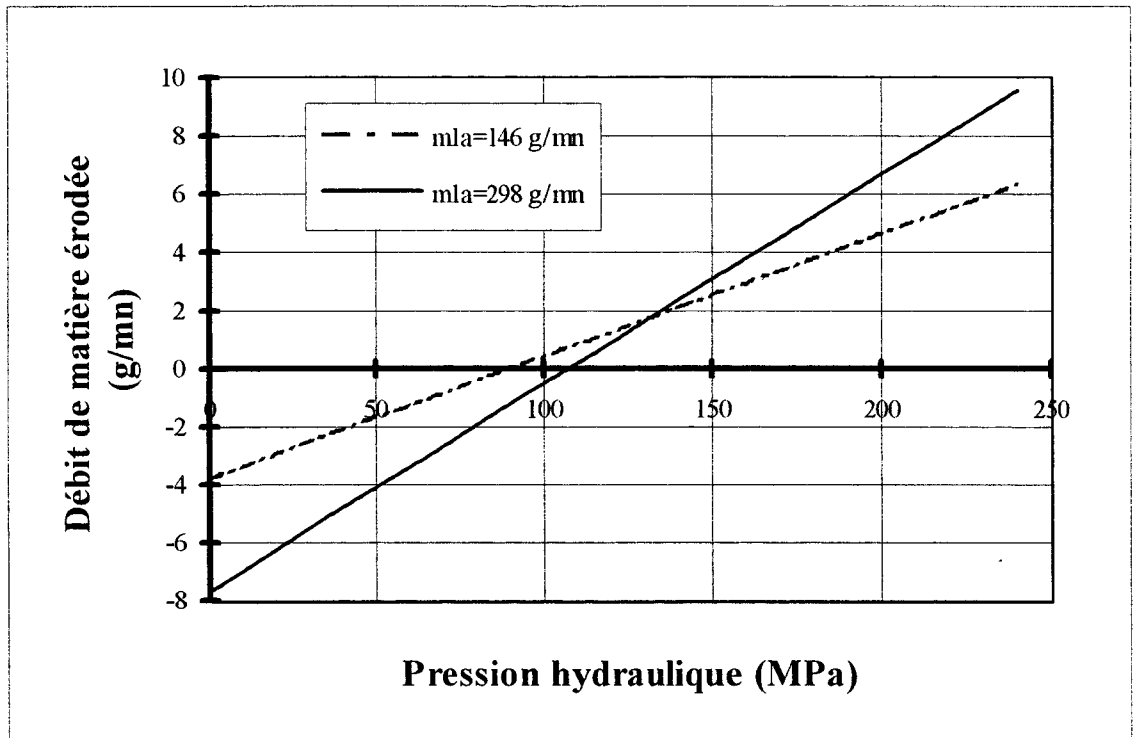


Figure 5.16: Variation du débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, issue de l'expérience.

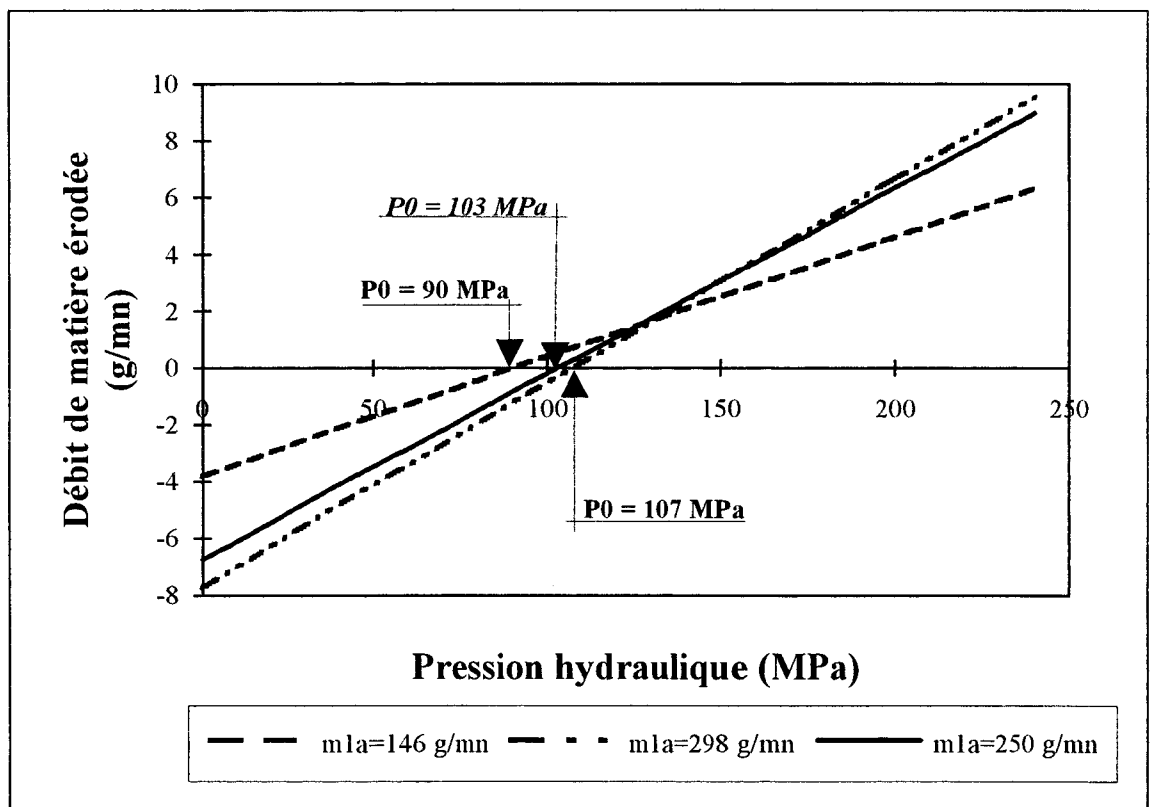


Figure 5.17: Variation du débit massique de matière érodée en fonction de la pression hydraulique, issue de la corrélation expérimentale pour $m_{la} = 250 \text{ g/mn}$.

Débit massique optimal d'abrasif, m_{1a} (g/mn)	250
Pente pratique, α_p ($m^3/(s.MPa)$)	$10.92 \cdot 10^{-13}$
Pente de puissance de coupe, α_1 ($J/(s.MPa)$)	$11.74 \cdot 10^{-7}$
β_1 (W)	47
Puissance complémentaire, E_{1r0} (W)	73.7
Pression de seuil, P_0 (MPa)	103
Débit caractéristique, m_{1r0} (g/mn)	6.7

Tableau 5.8: Valeurs pratiques prévues pour le débit d'abrasif, $m_{1a} = 250$ g/mn.

Vitesse pratique corrélée, v_{ap} (m/s)	335.8
Vitesse théorique, v_a (m/s)	374.4
$v_a - v_{ap}$ en (m/s)	38.6

Tableau 5.9: Confrontation de la vitesse théorique avec la vitesse pratique corrélée (forme linéarisée), pour le débit optimal $m_{1a} = 250$ g/mn.

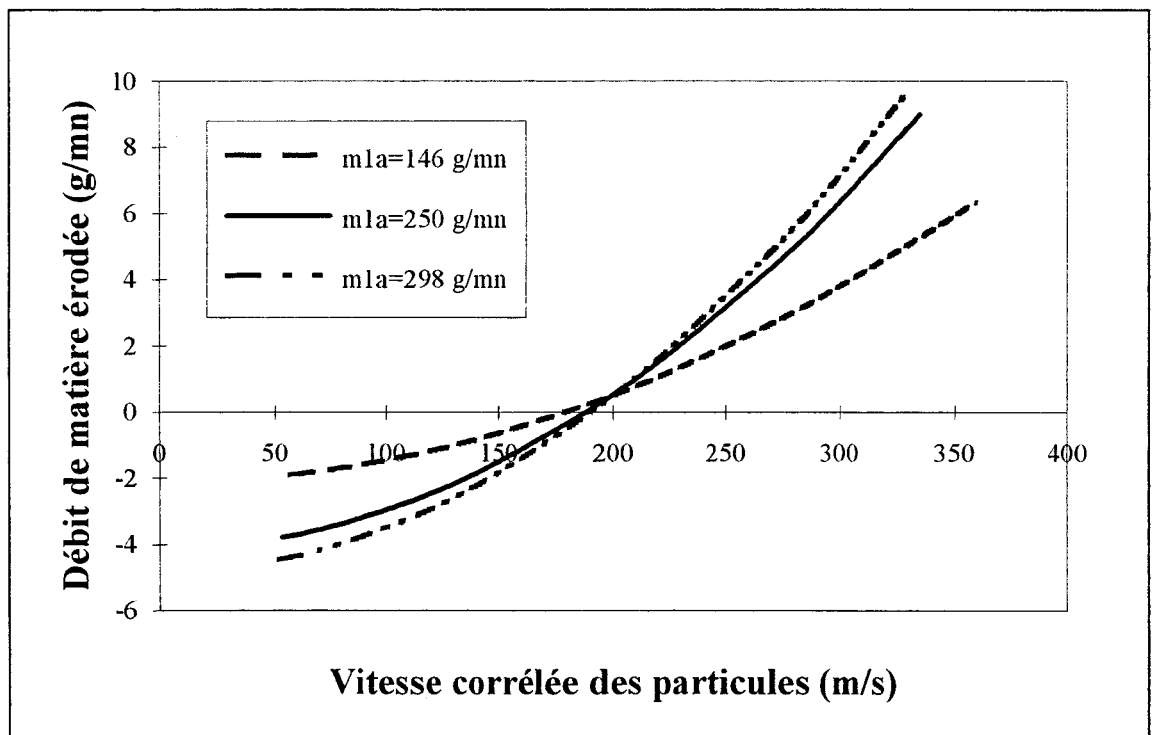


Figure 5.18: Variation du débit massique de matière érodée en fonction de la vitesse des particules, issue de la corrélation expérimentale pour $m_{1a} = 146, 250$ et 298 g/mn.

5.11 Validation par exploitation du modèle intégré de coupe

Une autre méthode pour montrer que la modélisation proposée est validée par l'expérience, consiste à calculer la profondeur de coupe à l'aide de notre modèle intégré en considérant le cas où la vitesse des particules est estimée à partir de la corrélation et le cas où la vitesse est calculée avec le modèle théorique d'accélération. Ensuite, on compare ces deux résultats avec la profondeur de coupe mesurée directement sur l'échantillon.

Au départ, on a pris deux échantillons représentatifs des cas usuels de découpe relativement à l'utilisation de pressions moyennes et de distance d'impact, mais de débit d'abrasif inférieur au débit optimal déterminé précédemment, tableau 5.10.

Distance d'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$		PROFONDEUR DE COUPE H en (mm)		
Débit d'abrasif $m_{la} = 146 \text{ g/mn}$				
Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Expérience	Corrélation	Théorie
	$P \text{ (MPa)}$			
DD	300	3.2	3.7	4.5
	240			
KK	250	3.6	3.9	4.8
	220			

Tableau 5.10

La comparaison entre les profondeurs de coupe obtenues théoriquement et celles mesurée en pratique donne un écart de 1.3 mm entre la théorie et l'expérience pour une pression de 240 MPa . Cet écart devient 1.2 mm lorsque la pression est de 220 MPa . Ce qui signifie que pour obtenir réellement une profondeur de coupe donnée, on retranche de la valeur théorique l'écart enregistré. Etant donné que celui-ci est faible relativement à la précision qui est suggérée en général, la profondeur théorique est admissible en pratique.

Si maintenant on utilise un débit d'abrasif supérieur au débit optimal, tel est le cas du tableau 5.11, la perte d'efficacité du jet d'eau abrasif se manifeste ici par des écarts plus grands que ceux du tableau 5.10 entre les profondeurs réelles et théoriques. Dans ce cas, on atteint en effet un écart de 2 mm pour une pression de 240 MPa et de 2.4 mm pour 220 MPa . En fait, on peut comprendre que la perte d'efficacité du jet est d'autant plus marquée que la pression hydraulique est petite.

Distance d'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$		PROFONDEUR DE COUPE H en (mm)		
Débit d'abrasif $m_{1a} = 298 \text{ g/mn}$				
Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Expérience	Corrélation	Théorie
	$P \text{ (MPa)}$			
NN	400	3.9	4.3	5.9
	240			
K	350	3.6	4.1	6
	220			

Tableau 5.11

Distance d'impact $X_c = 5 \text{ cm}$		PROFONDEUR DE COUPE en (mm) H		
Débit d'abrasif $m_{1a} = 218 \text{ g/mn}$				
Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Expérience	Corrélation	Théorie
	$P \text{ (MPa)}$			
L	350	4	4.3	4.5
	240			
DD	375	2.9	3.4	3.7
	220			
UU	425	1.6	2	2.3
	180			
TT	400	1.3	1.6	2
	160			
XX	360	1.1	1.2	1.7
	140			

Tableau 5.12

Ce qui explique le fait que le nombre de particules abrasives qui perdent davantage leur énergie par collisions, est accru lorsqu'elles sont moins accélérées.

Dans le cas où la distance d'impact est 5 cm et le débit d'abrasif égal à 218 g/mn , les profondeurs données par notre modèle intégré deviennent plus précises. Effectivement, comme le montre le tableau 5.12, l'écart enregistré chute considérablement jusqu'à 0.5 mm pour une pression de service fréquemment utilisée de 240 MPa . En fait, nous pensons que cette amélioration est due à la diminution de la vitesse théorique des particules qui chute de 30 m/s environ, lorsque la distance d'impact passe de 6.8 cm à 5 cm .

5.12 Applications du modèle intégré

Parmi les applications principales que l'on peut effectuer sur le modèle intégré ainsi validé expérimentalement dans les paragraphes précédents, sont de deux types:

- prédiction de la vitesse d'avance u du jet
- prédiction de la profondeur de coupe H

En fait, ce sont les deux grandeurs dont l'opérateur a besoin pour son projet de découpe. Si l'on se fixe la profondeur de coupe au delà de laquelle on ne doit pas couper, l'opérateur demande à connaître, pour des conditions données de formation du jet, la valeur de la vitesse d'avance u avec laquelle il atteint son objectif. Par contre, si pour des raisons de rentabilité, l'on veut découper à une vitesse d'avance donnée, l'opérateur est en mesure de savoir la profondeur H à laquelle il peut couper.

A titre d'exemple, on a essayé de donner un type de réponse à ces deux questions primordiales en traçant les courbes des figures 5.19, 5.20 et 5.21. Comme on peut le constater, les débits d'abrasif utilisés sont dans le domaine convenable déterminé expérimentalement.

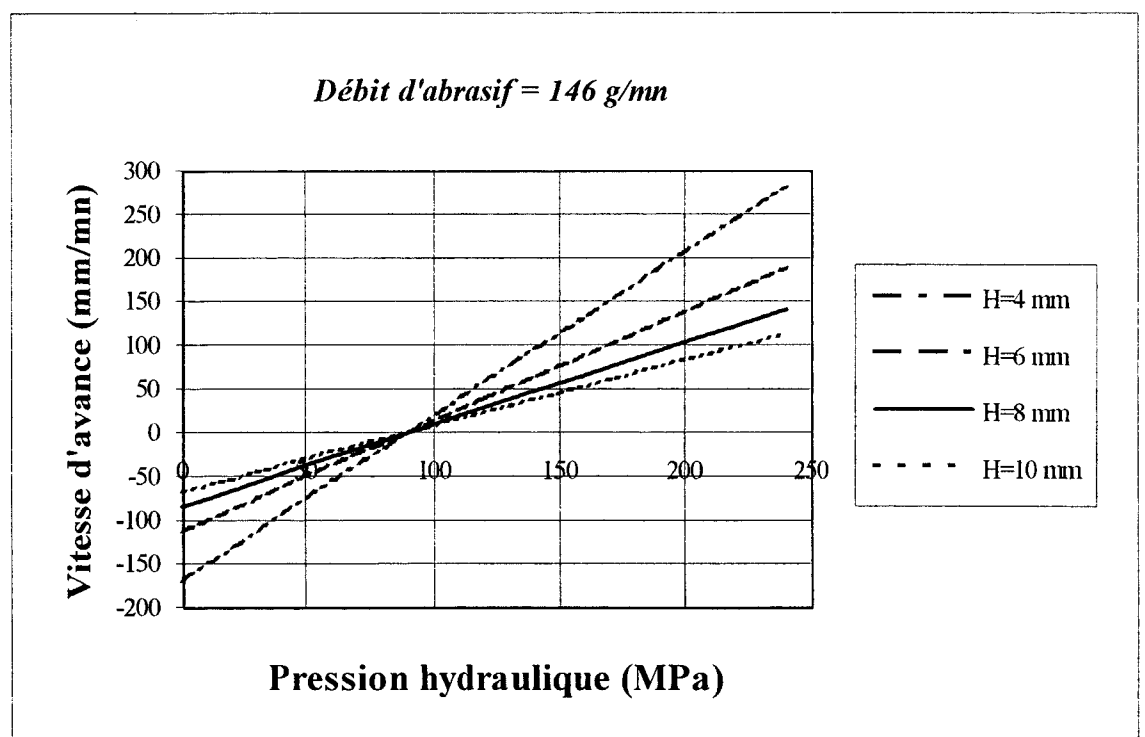


Figure 5.19: Variation de la vitesse d'avance en fonction de la pression.

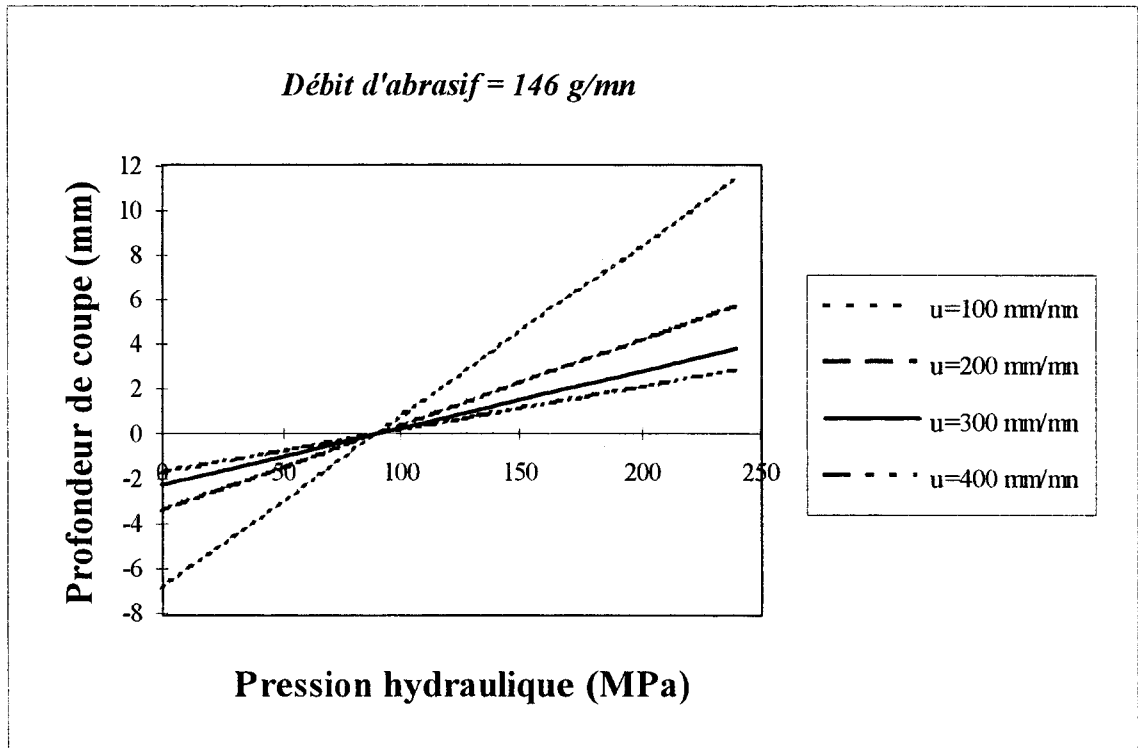


Figure 5.20: Variation de la profondeur de coupe en fonction de la pression.

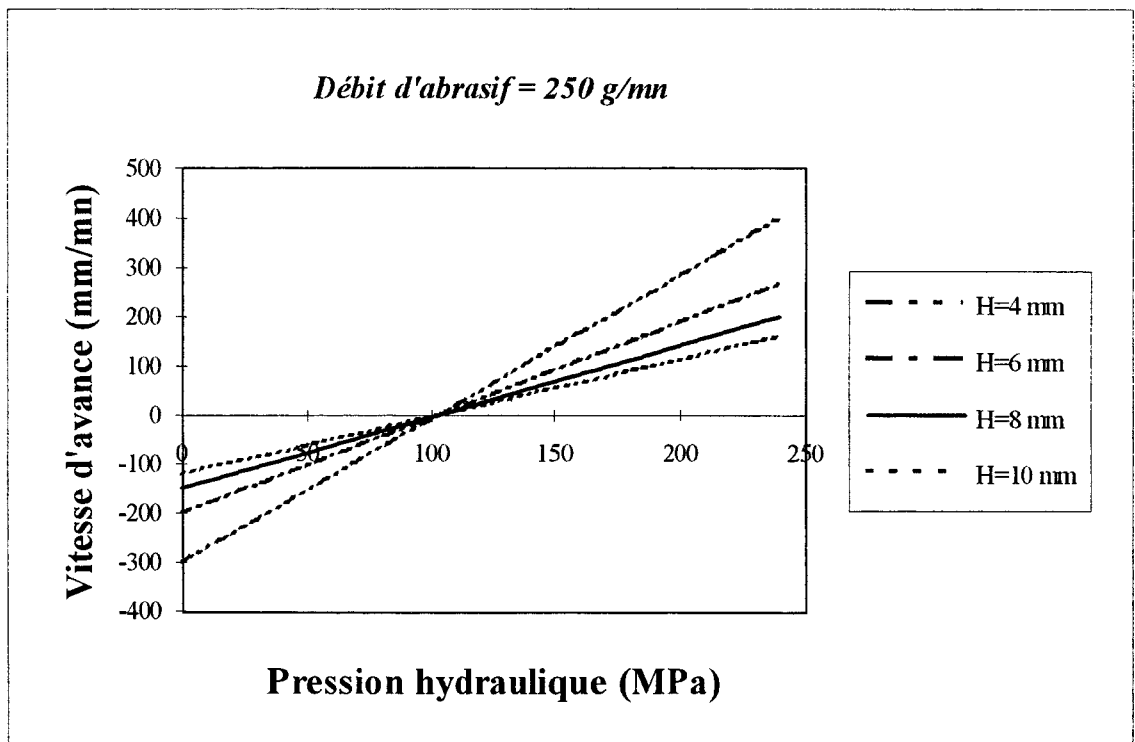


Figure 5.21: Variation de la vitesse d'avance en fonction de la pression.

5.13 Conclusion

Après avoir présenté les techniques expérimentales utilisées, les expérimentations amont et aval, la technique de validation et le modèle intégré de coupe, ce chapitre termine cette troisième partie qui est dominée par un caractère expérimental.

Dans ce chapitre, nous avons validé notre modélisation théorique par différentes méthodes qu'on a évoquées dans le détail. Par exemple, le paragraphe 5.5 montre que les profils des vitesses des deux phases; *décélération* pour la phase fluide composée d'air et d'eau et *accélération* de la phase solide (particules), suivent les mêmes tendances que celles obtenues expérimentalement par Miller [63] qui a effectué des mesures directes de vitesses le long de la conduite. Nadeau [69] a également trouvé des profils similaires aux nôtres mais dans son cas, le débit volumique d'air était pris égal à zéro.

On rappelle par ailleurs que Nadeau [69] est arrivé à ce résultat en résolvant l'équation différentielle non linéaire et à deux inconnues v_a et v_w du mouvement par la méthode numérique d'approximation de Runge Kutta. Tandis que les vitesses que nous avons obtenues sont écrites analytiquement sans aucune approximation numérique. La représentation graphique, en conditions réelles (prise en compte de la quantité importante d'air), de l'évolution de la vitesse des particules le long du tube de focalisation, attire notre attention sur le fait que la vitesse effective des particules au point d'impact soit considérablement inférieure à la vitesse d'équilibre qui est la valeur couramment utilisée dans les calculs spécifiques au problème de découpe hydro-abrasive [39,42,44]. L'écart ainsi enregistré peut atteindre approximativement la moitié de la valeur de la vitesse d'équilibre, il est de 262.9 m/s dans notre cas. Par ailleurs, ce résultat est, à notre point de vue, très révélateur dans la mesure où il permet de donner une estimation de la vitesse des particules de façon beaucoup plus proche de la réalité. La crédibilité de cette affirmation est apportée par les paragraphes 5.9, 5.10 et 5.11 qui montrent la validité de notre modélisation sur les plans quantitatifs et qualitatifs.

Dans le paragraphe 5.9, nous avons présenté les résultats de la confrontation des vitesses théoriques obtenues à l'aide de notre modèle d'accélération avec les vitesses pratiques qui sont déterminées à l'aide de la corrélation expérimentale du débit massique de matière érodée, grandeur que nous pouvons mesurer directement. Les vitesses pratiques ainsi corrélées sont très voisines des vitesses théoriques; on enregistre un écart de 25 m/s dans les conditions d'exploitation optimale de la machine de découpe.

Dans le paragraphe 5.10, nous avons présenté et discuté les différents résultats auxquels on a abouti sur les plans théorique et pratique. Grâce aux équations générales de la corrélation expérimentale qu'on a établi dans le chapitre 3, on a pu expliquer quantitativement plusieurs aspects pratiques relatifs au comportement du matériau face aux particules abrasives qui sont accélérées par le jet d'eau supersonique. Par exemple, la connaissance de la valeur de l'énergie spécifique de coupe nous informe sur la quantité d'énergie dissipée pour éroder l'unité de masse de matière et l'on trouve ainsi la valeur de *1.1 Méga Joules/Kg*.

Le deuxième aspect expérimental consiste à mettre en évidence l'influence de la quantité de particules abrasives sur le mécanisme de coupe. On montre ainsi que des décalages plus ou moins importants sont enregistrés sur les valeurs de certaines grandeurs telles que la puissance de coupe, la vitesse minimale requise, le taux de variation (la pente) de la puissance en fonction de la pression..., lorsque l'on utilise un débit d'abrasif qui est supérieur au débit optimal. Dans notre cas, cette situation est rencontrée pour des débits d'abrasif supérieurs à *250 g/mn*, la valeur de *298 g/mn* est prise ici comme exemple. La cause principale de ces décalages est interprétée comme étant due au phénomène *d'efficacité* de coupe. Celui-ci est expliqué par la non participation d'un certain nombre de particules à l'érosion du matériau, car elles perdent partiellement leur énergie cinétique suite aux collisions qu'elles provoquent entre elles lorsqu'elles ne sont pas suffisamment éloignées les unes des autres. Par ailleurs, la solution que nous proposons pour éviter cette situation contraignante en pratique, est d'utiliser une quantité de particules inférieure ou égale celle qui correspond à un débit massique de *250 g/mn*. Ainsi, on pourra parler de l'exploitation optimale de la machine de découpe par jet d'eau abrasif.

La validation de notre travail nous a amené à présenter dans le paragraphe 5.11 quelques résultats, qui nous ont semblé importants, pour montrer l'utilité pratique immédiate de notre modèle intégré de coupe qui est basé sur le modèle théorique d'accélération et les équations générales de la corrélation expérimentale. Les valeurs de la profondeur de coupe estimées à l'aide du modèle intégré et la corrélation pratique, sont comparées à celles mesurées directement à l'aide d'une règle. On montre ainsi que, pour des conditions de formation données du jet d'eau abrasif, notre modèle est en mesure de prédire la profondeur de coupe ou inversement la vitesse d'avance avec une bonne précision. En fait, c'est la raison pour laquelle nous avons donné dans le paragraphe 5.12, quelques applications pratiques qui sont les plus demandées par l'utilisateur de la découpe hydro-abrasive.

PARTIE IV

<p><i>INVESTIGATIONS THEORIQUES PAR SIMULATIONS NUMERIQUES SUR LES MODELES D'ACCELERATION ETABLIS</i></p>
--

- **Traînée interfaciale et force de masse virtuelle**
- **Traînée interfaciale et diffusion mécanique**
- **Influence de l'air sur le processus d'accélération de particules**

Dans cette Partie, nous présentons les aspects théoriques de notre modélisation du processus d'accélération de particules en faisant un certain nombre de simulations numériques. Les investigations théoriques abordées concernent l'examen de l'influence des forces qui agissent sur la particule abrasive telles que

- la force de traînée interfaciale,
- la force de masse virtuelle,
- la force de diffusion mécanique et la pesanteur.

La particularité du chapitre 2 qui traite principalement de l'influence de la force de diffusion mécanique, est que la traînée interfaciale soit étudiée avec plus de détails. On montre ainsi l'influence des paramètres de travail sur la vitesse des particules qui sont soumises à l'action de cette force puis sous l'action simultanée de celle-ci et de la force de diffusion mécanique.

On termine par l'étude de l'influence de l'air sur le processus d'accélération lorsque sa proportion dans le volume du jet change.

Nous précisons que chaque chapitre de cette Partie est complètement indépendant. Il constitue un thème bien précis où les différents paragraphes qui le composent sont rédigés en adéquation avec le chapitre 3 de la Partie 2. En fait, nous avons repris les éléments essentiels qui caractérisent le processus d'accélération sans pour autant viser une quelconque répétition.

Enfin, on estime que les compléments apportés dans cette Partie permettent de cerner plus amplement le problème d'accélération sous ses aspects théoriques et pratiques.

Chapitre 1

Traînée interfaciale et force de masse virtuelle

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente deux modèles d'accélération de particules abrasives entraînées par un jet d'eau très haute pression. Le premier tient compte de la force de traînée interfaciale et le second de l'action simultanée de cette dernière et de la force de masse virtuelle.

Le fondement théorique de cette modélisation repose sur la méthode de résolution par intégration directe des équations différentielles de la mécanique des fluides biphasiques que nous avons détaillée dans la Partie II.

La forme simple des équations de vitesses des deux phases permet d'effectuer un certain nombre de simulations numériques sur ordinateur et les résultats que nous avons obtenus coïncident avec ceux rencontrés dans la littérature.

La flexibilité de cette méthode de résolution conduit à des modèles d'accélération plus généraux parce que tenant compte de plusieurs forces agissant sur la particule abrasive, et permet aussi d'examiner l'influence de l'air sur le processus d'accélération. Par ailleurs, on s'intéresse dans ce chapitre au cas idéalisé où l'air est supposé inexistant dans le mélange.

Les équations de variation de la vitesse de chaque phase en fonction de la distance, considérées ici, sont respectivement (3-II.55) & (3-II.56) pour le premier modèle et (3-II.69) & (3-II.70) pour le second, de la Partie II.

1.2 Discussion des résultats de simulations

Les simulations numériques faites sur les modèles 1 et 2, montrent dans la figure 1.1 qu'il y a une dépendance linéaire entre l'énergie cinétique E_{ac} des particules et la pression P de l'eau. Ce qui confirme les résultats obtenus dans [39,42,44,69]. Les courbes des figures 1.2

et 1.3 ont également les mêmes allures que celles trouvées par Nadeau [69] et coïncident dans un intervalle donné et à un coefficient près, aux courbes expérimentales respectives des figures 2.14 et 2.15, et 2.8 de la Partie III.

La figure 1.4 représente l'évolution des vitesses de l'eau et des particules abrasives pour deux débits massiques différents. La décélération de l'eau est de 7% pour $m1a = 4 \text{ g/s}$ et 28% pour $m1a = 20 \text{ g/s}$. Ces courbes nous apprennent que les particules sont fortement accélérées au début du processus de mélange puis leur accélération s'estompe peu à peu avant d'atteindre sa valeur limite d'équilibre. Ce résultat confirme l'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement et les courbes ainsi obtenues sont similaires à celles trouvées dans [63, 69]. De plus, les ordres de grandeurs sont pratiquement les mêmes que ceux dans [69].

La comparaison entre les modèles 1 et 2 montre que les particules sont en réalité moins accélérées lorsque l'on tient compte de la force de masse virtuelle. Cela se traduit par l'assouplissement de la courbe de façon plus marquée que la vitesse du jet est importante.

Valeurs numériques de simulation

- Figure 1.1: $m1a = 4 \text{ g/s}$; $Da = 0.2 \text{ mm}$ - Figure 1.2: $P = 240 \text{ MPa}$; $Da = 0.3 \text{ mm}$
- Figure 1.3: $P = 275 \text{ MPa}$; $Da = 0.2 \text{ mm}$ - Figure 1.4: $P = 275 \text{ MPa}$; $Da = 0.3 \text{ mm}$
- Figure 1.5: $P = 275 \text{ MPa}$; $m1a = 20 \text{ g/s}$

Toutes les simulations ont été faites avec $Va0 = 10 \text{ m/s}$, Diamètre de la buse = 0.33 mm .

1.3 Conclusion

Les modèles présentés dans ce chapitre sont validés par une variété de représentations des résultats rencontrés dans la littérature. Par ailleurs, l'influence de la force de masse virtuelle est mise en évidence; celle-ci agit de façon à s'opposer au mouvement des particules. On montre que la résistance ainsi exercée cause une diminution de la vitesse des particules de quelques 25 m/s . Enfin, nous pouvons dire que le cas étudié ici s'adapterait bien aux jets d'eau abrasifs utilisant le système de pompage directe de suspension abrasive *ASJ*, décrits dans le chapitre 2 de la Partie I.

Dans le chapitre suivant on étudie, en plus des actions de la diffusion mécanique et de la pesanteur, l'influence des paramètres de travail sur la vitesse des particules lorsque celles-ci sont soumises seulement à l'action de la force de traînée interfaciale.

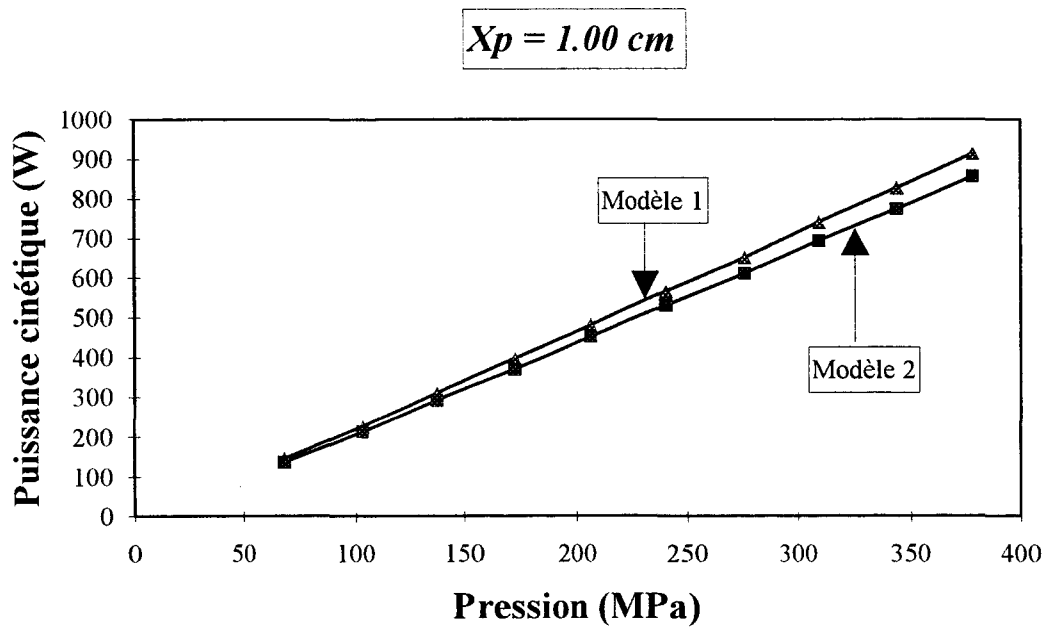


Figure 1.1: Evolution de la puissance cinétique en fonction de la pression.

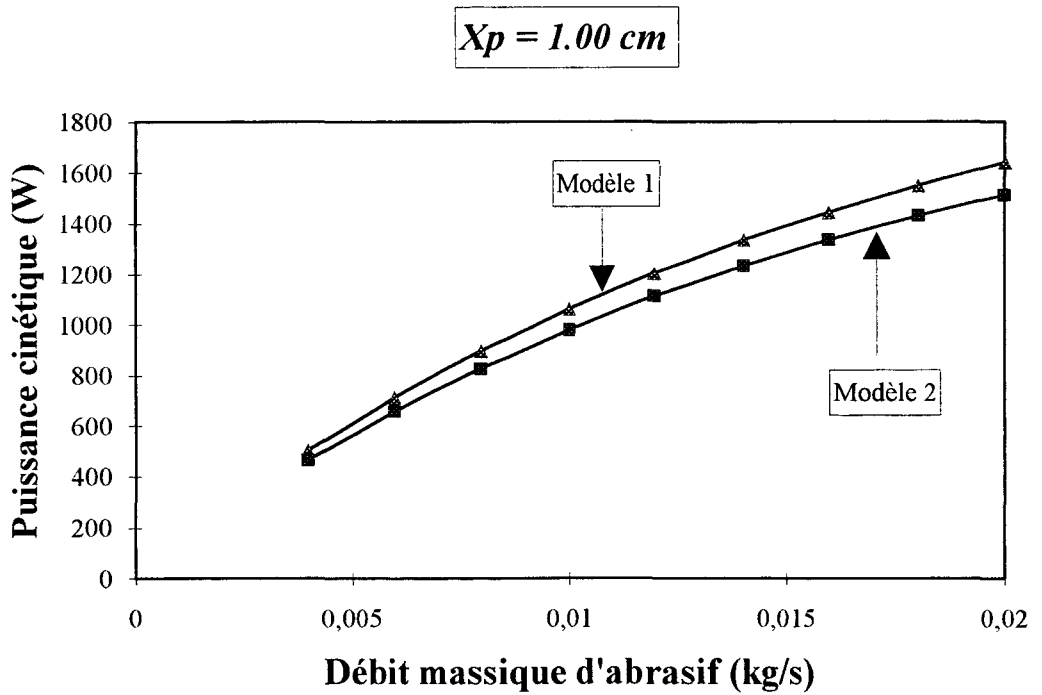


Figure 1.2: Evolution de la puissance cinétique en fonction du débit massique d'abrasif.

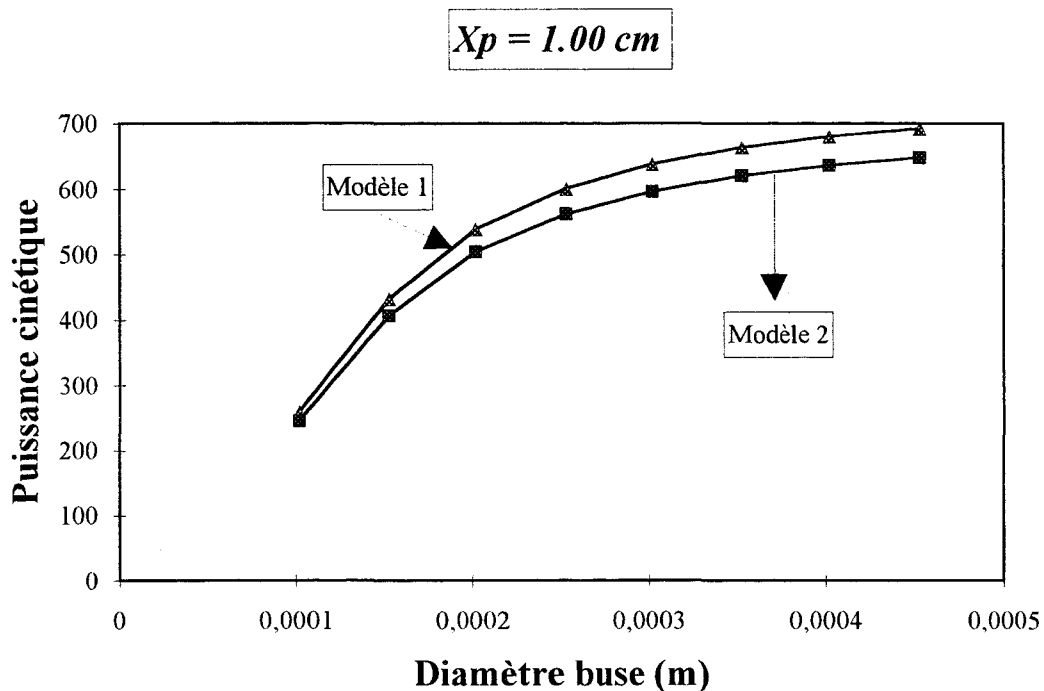


Figure 1.3: Evolution de la puissance cinétique en fonction du diamètre de buse.

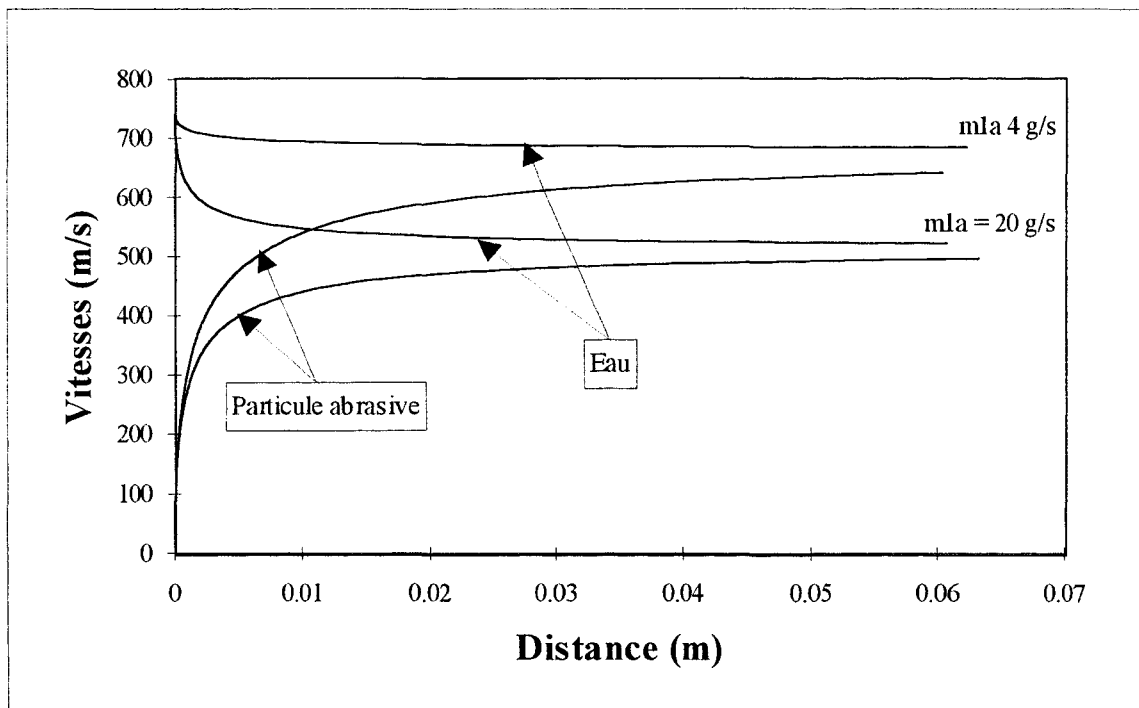


Figure 1.4: Evolution de la vitesse des phases en fonction de la distance dans le tube de focalisation, cas de la traînée.

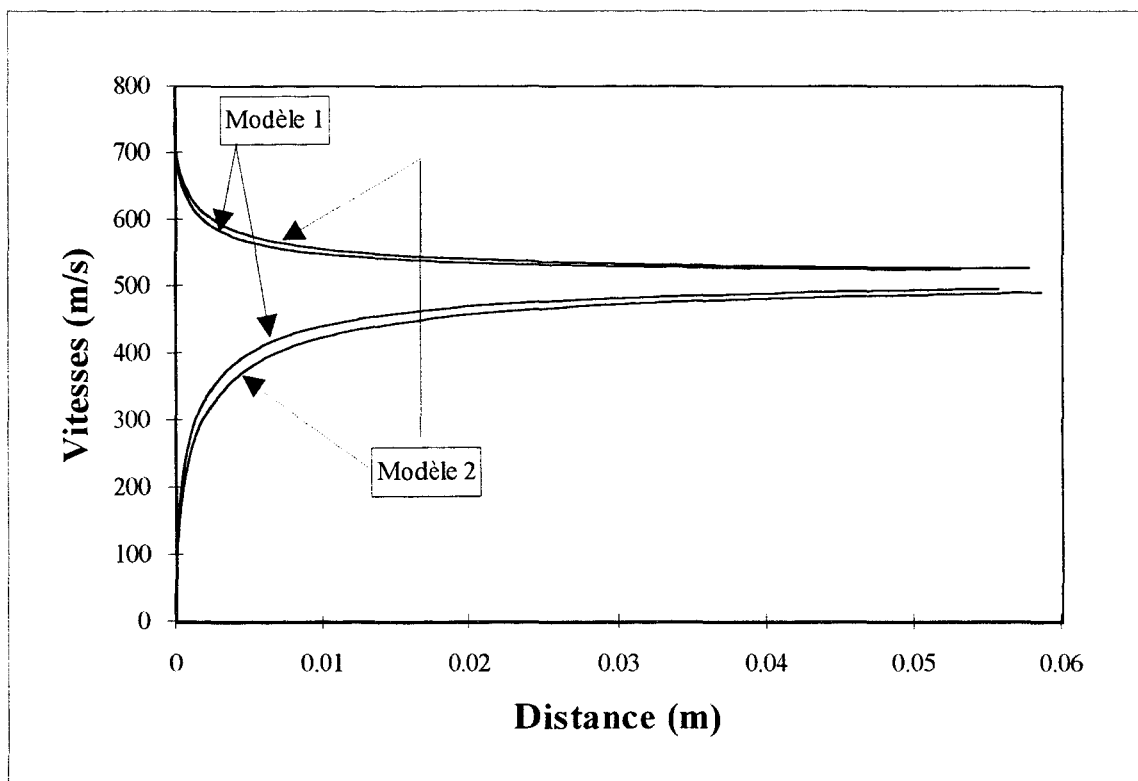


Figure 1.5: Evolution de la vitesse des phases en fonction de la distance dans le tube de focalisation, cas de la traînée (Modèle 1) et de la traînée + la force de masse virtuelle (Modèle 2).

Chapitre 2

Traînée interfaciale et diffusion mécanique - pesanteur

2.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter un modèle théorique décrivant l'évolution de la vitesse d'une particule abrasive se trouvant entraînée par un jet d'eau à grande vitesse. Le modèle en question tient compte des actions des forces de traînée, de diffusion mécanique et de pesanteur. L'écoulement du fluide ainsi formé d'eau et de petites particules abrasives, se fait dans une conduite cylindrique à paroi supposée parfaitement lisse et sans entraînement d'air. Les particules abrasives, considérées de forme sphérique, sont fortement accélérées au début du processus de mélange puis la variation spatiale de leur vitesse diminue considérablement avant d'atteindre la vitesse d'équilibre. Tandis que la vitesse de l'eau diminue pour atteindre de façon asymptotique la vitesse d'équilibre. Le taux de décélération de l'eau est très influencé par le nombre de particules abrasives présentes instantanément dans le jet d'eau. Ce comportement est identique à celui trouvé avec le cas de l'action de la traînée (chapitre 1).

2.2 Equations des vitesses

2.2.1 Cas de la traînée avec diffusion mécanique

Les équations de vitesses représentatives du cas de l'action simultanée de la traînée interfaciale et de la force de diffusion mécanique, sont respectivement celles désignées par les relations (3-II.63) pour la particule abrasive et (3-II.64) pour l'eau, de la Partie II.

2.2.2 Influence de la pesanteur

On considère que l'écoulement se fait verticalement dans le sens de la force de pesanteur. Si l'on suppose que la quantité de mouvement du mélange (eau+particules) reste relativement constante lorsque l'on ajoute la contribution de la force de pesanteur au

processus d'accélération, les équations de vitesses correspondantes sont écrites selon les cas suivants:

- Cas1: Force de traînée + pesanteur (§ 4.6.1 de la Partie II)

- Cas2: Trainée + diffusion mécanique + pesanteur

En appliquant la même méthode de résolution exposée dans la Partie II, l'équation différentielle du mouvement correspondant à l'action simultanée de la traînée, des forces de diffusion mécanique et de pesanteur donne les équations de vitesses suivantes:

- particule abrasive (phase solide)

$$x_a = \frac{1}{2B_1} \left[\frac{F_1}{2} \ln \left| (2qv_a - s)^2 + N_2 \right| + \frac{E_1 + kF_1}{\sqrt{N_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qv_a - s}{\sqrt{N_2}} \right] + 2C \right] \quad (2.1)$$

- eau (phase liquide)

$$x_w = \frac{1}{2B_1} \left[\frac{F_1}{2} \ln \left| (h - 2pv_w)^2 + N_2 \right| + \frac{E_1 + kF_1}{\sqrt{N_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{h - 2pv_w}{\sqrt{N_2}} \right] + 2C \right] \quad (2.2)$$

la constante d'intégration C est donnée par les conditions aux limites (§ 3-II.8.4.4 de la Partie II):

$$C = -\frac{1}{2} \left[\frac{E_1 + kF_1}{\sqrt{N_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{2qV_{a0} - s}{\sqrt{N_2}} \right] + \frac{F_1}{2} \ln \left| (2qV_{a0} - s)^2 + N_2 \right| \right] \quad (2.3)$$

2.3 Discussion des résultats de simulations

Le processus d'accélération est fortement influencé par la pression hydraulique et le débit massique des particules abrasives. En effet, la figure 2.1 montre que lorsque la pression hydraulique passe de 250 à 400 MPa, la vitesse d'équilibre augmente de 200 m/s environ. Quant au taux de décélération de l'eau, il reste pratiquement inchangé. La figure 2.2 montre que lorsque le débit massique des particules abrasives passe de 4 g/s à 20 g/s pour une pression de 275 MPa, le taux de décélération de l'eau passe de 7 à 28 %, et la vitesse d'équilibre diminue de 150 m/s environ.

La figure 2.3 montre que la taille (diamètre) de la particule abrasive n'a aucune influence sur la vitesse d'équilibre et le taux de décélération de l'eau. Par contre, lorsque le diamètre augmente, la vitesse diminue localement car la surface du maître couple augmente et par conséquent la particule devient plus résistante aux forces auxquelles elle est soumise. Cela se traduit par le relâchement de la courbure de la courbe de variation de la vitesse en fonction de la distance. Par exemple, si le diamètre passe de 0.3 à 0.6 mm, la vitesse de la particule, à la distance de $X = 1$ cm, diminue de 76 m/s si $P = 400$ MPa et $m_{1a} = 4$ g/s, et de 55 m/s si $m_{1a} = 20$ g/s à la même pression (tables 2.1 et 2.2).

La figure 2.4 montre l'influence de la masse volumique de la particule abrasive sur sa vitesse. On constate que les modifications apportées à l'ensemble de la courbe sont très voisines de celles recueillies lorsque la taille de la particule change. C'est-à-dire que lorsque la masse volumique de la particule augmente, la vitesse d'équilibre et le taux de décélération de l'eau restent pratiquement inchangés mais la courbure de la courbe devient moins marquée. Ce phénomène est plus visible pour la particule que pour l'eau. En effet, lorsque la masse volumique de cette dernière passe de 2650 à 7000 kg/m³, la vitesse de la particule diminue de 125 m/s si le débit d'abrasif est de 4 g/s et $P = 400$ MPa, et de 90 m/s pour la même pression et un débit massique de 20 g/s (tables 2.2 et 2.3).

2.3.1 Analyse de l'influence de la diffusion mécanique

La figure 2.5 montre que la force de diffusion mécanique agit dans le même sens que la force de masse virtuelle; autrement dit, elle tend à ralentir la particule abrasive.

On constate également que la diminution de la vitesse est d'autant plus marquée que le débit massique des particules est élevé. Dans les tables 2.1, 2.2 et 2.3, on a présenté les principaux résultats numériques qui mettent en évidence l'influence de la force de diffusion mécanique pour différentes conditions de formation du jet d'eau abrasif.

La table 2.1 montre que pour un débit massique d'abrasif égal à 4 g/s et une pression de 200 MPa, la diffusion mécanique ferait chuter la vitesse de la particule de 5 m/s. Cette diminution reste la même lorsque la pression devient égale à 400 MPa mais avec le même débit d'abrasif. En revanche, elle augmente considérablement pour atteindre 16 m/s pour un débit massique d'abrasif de 20 g/s et une pression de 400 MPa, alors qu'elle était de 12.5 m/s pour 200 MPa.

En conséquence, on peut dire que la diffusion mécanique reste pratiquement insensible à l'augmentation de la pression et son impact sur le mouvement est très faible, pour de petits débits massiques d'abrasif. Ceci n'est pas le cas, si ce dernier devient très grand (20 g/s) où

l'on trouve que la diffusion mécanique peut faire chuter la vitesse de la particule de 16 m/s si $Da = 0.3 \text{ mm}$, voire de 25 m/s pour $Da = 0.6 \text{ mm}$ à 400 MPa , et que cette différence de vitesses est relativement sensible à la variation de la pression. On conclut que la diffusion mécanique est très influencée par le débit massique d'abrasif.

La table 2.3 montre que lorsque le diamètre de la particule passe de 0.3 à 0.6 mm (soit le double), la diffusion mécanique ferait chuter la vitesse respectivement de 5 et 7.5 m/s pour une pression de 400 MPa et un débit d'abrasif de 4 g/s . Par contre, pour un débit massique de 20 g/s , la vitesse chuterait de 15 m/s pour 0.3 mm et de 25 m/s pour 0.6 mm à la même pression (400 MPa). Ce qui signifie que l'influence de la force de diffusion mécanique augmente avec le diamètre de la particule abrasive. On explique ce phénomène par l'augmentation de la surface de contact de la particule avec l'eau.

Le phénomène inverse est observé lorsque la masse volumique de la particule augmente (table 2.3) où l'action de la diffusion mécanique sur le processus d'accélération diminue. Si la masse volumique passe de 2650 à 7000 kg/m^3 , la diffusion ferait diminuer la vitesse de la particule, respectivement, de 8 et 4 m/s pour 400 MPa et un débit d'abrasif de 4 g/s . Quand le débit devient 20 g/s , ces valeurs deviennent respectivement 25 et 8 m/s .

2.3.2 Analyse de l'influence de la pesantEUR

Dans cette gamme de valeurs de pressions hydrauliques, les vitesses calculées avec la pesantEUR sont pratiquement les mêmes avec celles calculées sans pesantEUR. Par conséquent, cette dernière n'a, en effet, aucune influence sur le processus d'accélération.

2.4 Conclusion

L'application du bilan de quantité de mouvement au milieu constitué de deux phases solide (petites particules sphériques) et liquide (eau) nous a permis d'examiner l'état mécanique de ce milieu. Les différentes forces agissant sur chaque phase sont désignées par la force de traînée qui se développe à l'interface des deux phases, la force de diffusion mécanique et la force de pesantEUR.

De manière générale, on a trouvé que la diffusion mécanique affecte en baisse la vitesse des particules quelque soit les conditions de formation du jet d'eau abrasif. L'amplitude de cette force est dépend fortement du nombre de particules en terme de débit massique.

On montre ainsi que pour les petits débits massiques de particules (4 g/s), cette baisse est relativement faible (environ 5 m/s) et n'évolue pratiquement pas lorsque la pression augmente de 200 à 400 MPa . Par contre, à des débits massiques élevés (20 g/s), l'action de la diffusion devient plus marquée surtout à 400 MPa où la vitesse des particules chuterait de 25 m/s . Ce qui est très important en quantité d'énergie cinétique.

Dans ces conditions, la non prise en compte de la diffusion mécanique dans la détermination de la vitesse des particules a pour conséquence de diminuer l'efficacité des modèles de coupe appliqués aux jets d'eau abrasifs utilisant le système *ASJ* (chapitre 2 de la Partie I) de pompage direct. Autrement dit la profondeur de coupe ne sera pas calculée avec beaucoup de précision si la vitesse des particules n'est pas bien déterminée et des décalages importants entre la théorie et la pratique seront attendus.

Quant à la pesanteur, elle n'a, en effet, aucune influence sur le processus d'accélération dans la gamme des valeurs de pressions utilisée, confirmant ainsi l'hypothèse faite par tous les chercheurs concernant cette action.

Enfin, on peut dire que le présent travail a apporté plus de précision sur la détermination de la vitesse des particules au point d'impact avec le matériau à découper. Son efficacité est accrue si, en plus de la traînée et la diffusion mécanique, on tient compte dans le modèle d'accélération, de la force de masse virtuelle, car celle-ci agit sur la particule à ces gammes de vitesses élevées du jet d'eau.

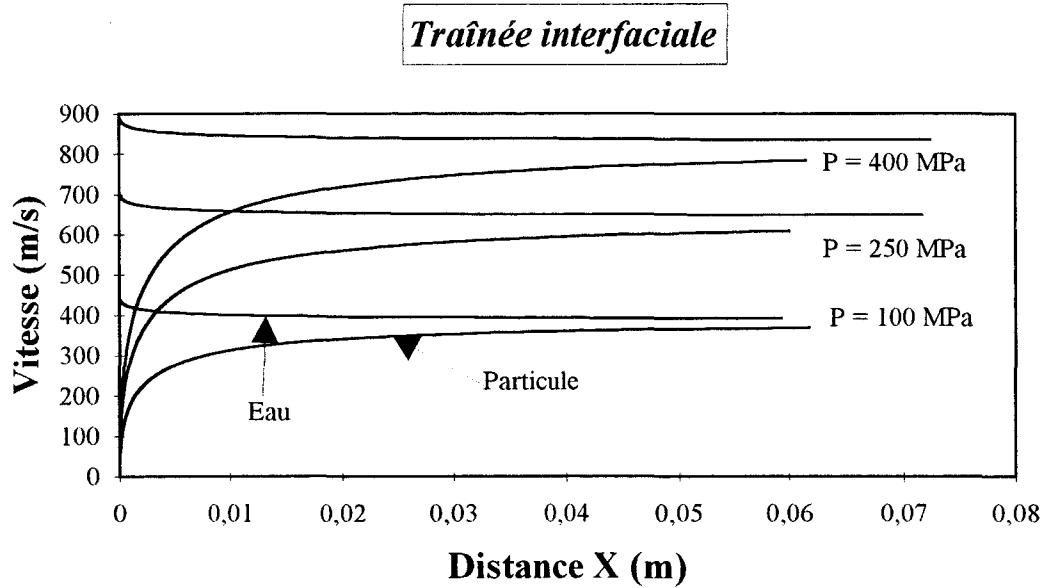


Figure 2.1: Influence de la pression hydraulique,
 $D_a=0.3 \text{ mm}$; $\rho_a=2650 \text{ kg/m}^3$; $m_{la}=4 \text{ g/s}$; $D_{buse}=0.33 \text{ mm}$.

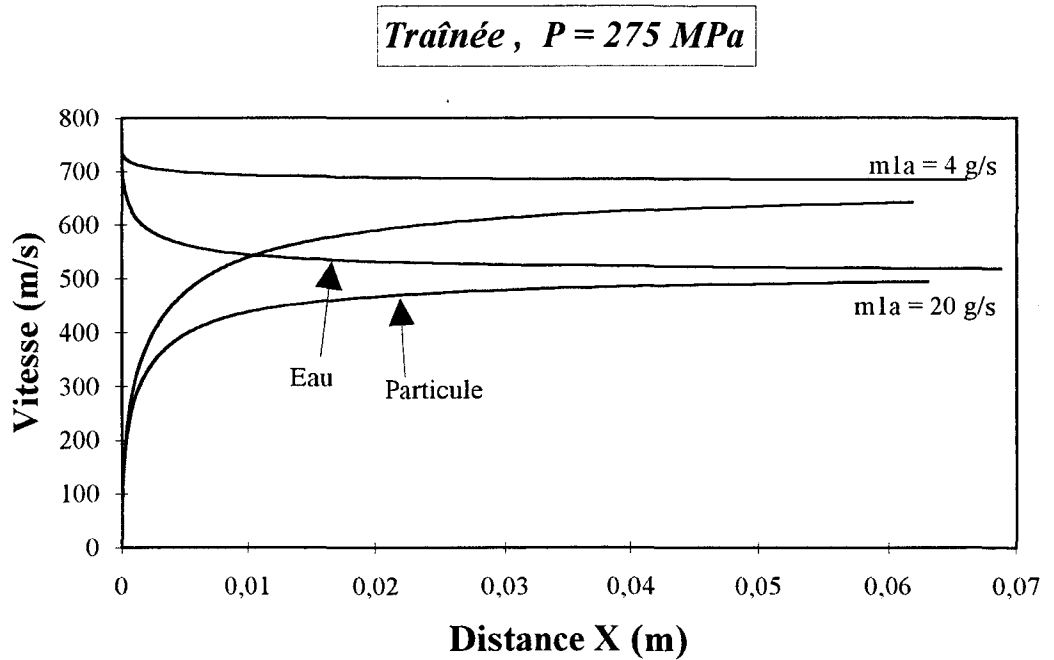


Figure 2.2: Influence du débit massique d'abrasif,
 $D_a=0.3 \text{ mm}$; $\rho_a=2650 \text{ kg/m}^3$; $D_{buse}=0.33 \text{ mm}$.

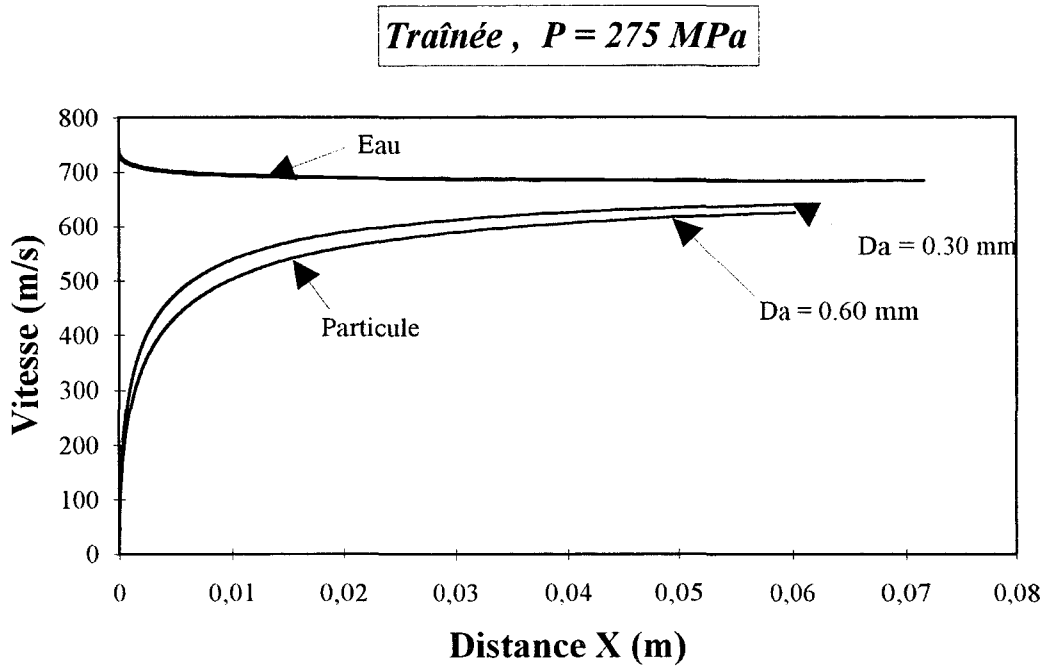


Figure 2.3: Influence du diamètre de la particule, $\rho_a = 2650 \text{ kg/m}^3$; $m_{1a} = 4 \text{ g/s}$; $D_{buse} = 0.33 \text{ mm}$.

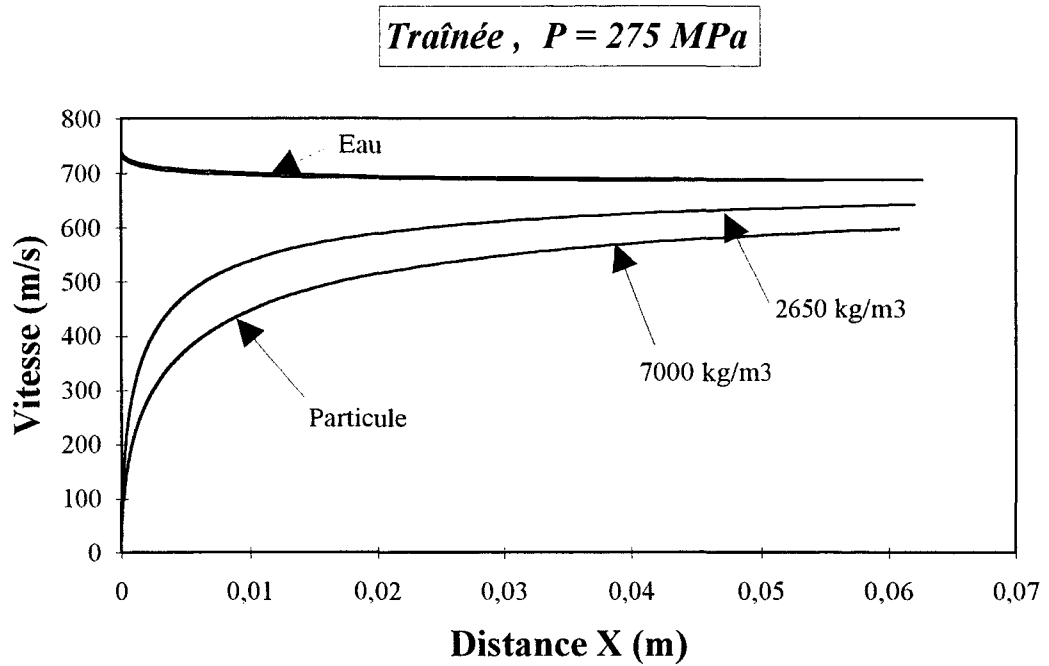


Figure 2.4: Influence de la masse volumique des particules, $Da = 0.3 \text{ mm}$; $m_{1a} = 4 \text{ g/s}$; $D_{buse} = 0.33 \text{ mm}$.

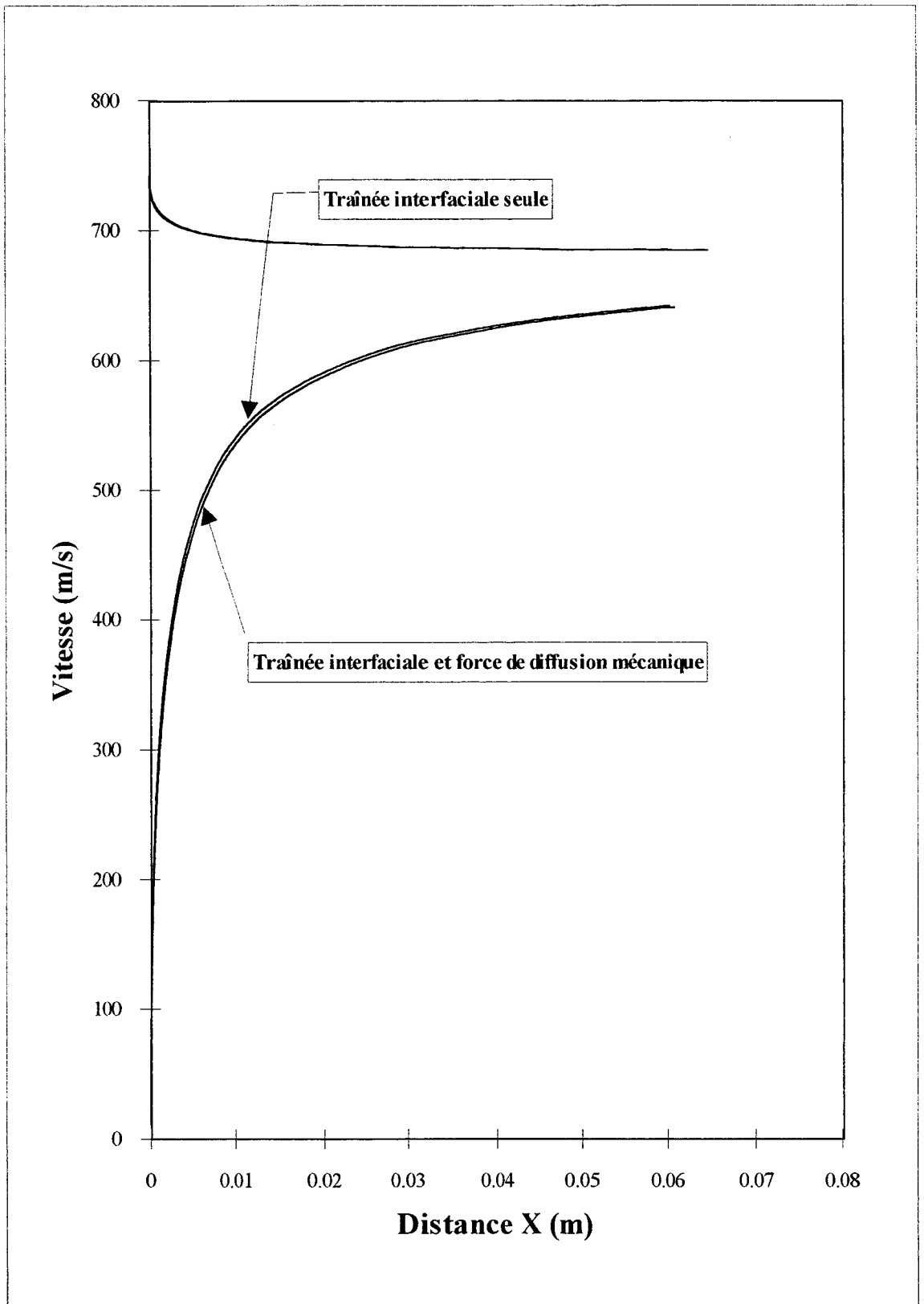


Figure 2.5: Influence de la diffusion mécanique,
 $P=275$ MPa; $Da=0.3$ mm; $\rho_a=2650$ kg/m³; $m1a=4$ g/s; $Dbuse=0.33$ mm.

ρ_a (kg/m ³)	D_a (mm)	m_{1a} (g/s)	P (MPa)	$V_a (1)$ (m/s)	$V_a (2)$ (m/s)	$V_a (1)-V_a (2)$ (m/s)
2650	0.3	4	200	456	451	5
			400	657	652	5
		20	200	358	345.5	12.5
			400	550	534	16

Table 2.1

ρ_a (kg/m ³)	D_a (mm)	m_{1a} (g/s)	P (MPa)	$V_a (1)$ (m/s)	$V_a (2)$ (m/s)	$V_a (1)-V_a (2)$ (m/s)
2650	0.6	4	200	402	395	7
			400	579	571	8
		20	200	271	258	13
			400	497	472	25

Table 2.2

ρ_a (kg/m ³)	D_a (mm)	m_{1a} (g/s)	P (MPa)	$V_a (1)$ (m/s)	$V_a (2)$ (m/s)	$V_a (1)-V_a (2)$ (m/s)
2650	0.3	4	200	318	314	4
			400	455	451	4
		20	200	271	258	13
			400	406	390	16

Table 2.3

où:

$V_a (1)$ désigne la vitesse de la particule estimée sous l'action de la trainée interfaciale seule.

$V_a (2)$ désigne la vitesse de la particule estimée sous l'action simultanée de la trainée interfaciale et de la force de diffusion mécanique.

Chapitre 3

Influence de l'air sur le processus d'accélération

3.1 Introduction

Dans un jet d'eau abrasif, la méthode d'injection par aspiration de particules se fait obligatoirement avec entraînement de l'air dans le mélange eau/particules. Bien que cette méthode soit la plus répandue dans l'industrie, la phase gazeuse (air) complique davantage la recherche d'un modèle théorique fiable représentant la variation de la vitesse des particules en fonction de la distance dans le tube de focalisation. Car, l'air a pour effet de fragmenter le jet et de le rendre diffus. La viscosité dynamique du fluide équivalent devient plus faible ainsi que les forces interfaciales (traînée, masse virtuelle, ...) qui agissent sur les particules.

Dans ce chapitre, on présente l'influence de l'air sur le processus d'accélération dans le jet d'eau abrasif à entraînement de particules par effet Venturi. Les investigations théoriques menées ici sont conduites en utilisant le modèle d'accélération qui tient compte de la force de traînée interfaciale, car les simulations numériques montrent que les actions des autres forces sont négligeables lorsque la proportion d'air est importante dans le jet.

Le modèle théorique d'accélération, utilisé dans les simulations numériques, est développé en détail dans la Partie II.

3.2 Analyse des résultats de simulations numériques

La figure 3.1, représente l'influence de la quantité d'air (en pourcentage de débit volumique) présente dans le mélange pour différents débits massiques des particules (4, 8, 12, 16 et 20 g/s), sur la vitesse des particules à $X = 1 \text{ cm}$ et . On montre ainsi que les courbes sont décroissantes et elles convergent rapidement lorsque le débit volumique d'air dépasse 70 % du volume total du jet. Autrement dit, pour des quantités d'air très importantes, le débit

massique des particules influe peu sur leur vitesse; ce qui n'est pas le cas si l'air est en faible proportion dans le mélange. Par exemple, à 0 % d'air, la différence de vitesses, calculées lorsque le débit massique des particules passe du simple au double, est de trois fois supérieure à la différence obtenue dans les mêmes conditions mais à 90 % d'air.

En outre, la vitesse des particules est très influencée par la présence d'air dans le mélange. En effet, la courbe supérieure nous apprend que la vitesse passe de 513 m/s à 504 m/s pour 10 % d'air. Soit une baisse de 2 % alors que cette dernière passe à 22 % lorsque la quantité d'air représente seulement 70 % du débit volumique du mélange triphasique.

Ce dernier cas est le plus rencontré en pratique dans la découpe par jet d'eau abrasif utilisant le système d'aspiration des particules par effet Venturi. Une diminution de 22 % de la vitesse des particules est une information très importante à connaître afin d'en tenir compte dans le calcul de la profondeur de coupe, car celui-ci dépend principalement de l'énergie cinétique des particules au point d'impact avec le matériau à découper, donc de la vitesse des particules abrasives.

La situation devient plus contraignante dans le cas des expérimentations que nous avons effectuées dans la Partie III où l'air représente pratiquement 95 % du volume du jet.

Compte tenu de la grande quantité d'air ainsi trouvée, on montre l'évolution estimée de la vitesse des particules le long du tube de focalisation en mettant en évidence l'influence de l'air sur cette grandeur. En effet, on constate sur la figure 3.2 que la distance à laquelle la vitesse des particules atteint sa valeur limite d'équilibre, est de quelques mètres (10 à 12 m) au bas du tube de focalisation. Tandis que cette distance est voisine de 12 cm seulement dans le cas où l'air est supposé inexistant dans le mélange (0 %).

Ce résultat est plus que révélateur parce qu'il permet de rompre avec les pratiques actuelles qui considèrent que la pièce à découper est supposée se trouver toujours à la distance d'équilibre et que l'air est négligeable. Car cela n'est pas le cas de la découpe par jet d'eau abrasif utilisant le système d'entraînement *AWJ*.

L'erreur commise dans les calculs de la profondeur de coupe, est due principalement à la *surestimation* de la vitesse des particules au point d'impact. Effectivement et comme le montre le tableau 3.1, cette erreur est voisine de 50 %; pour une vitesse théorique d'équilibre de 692.8 m/s, la vitesse de la particule abrasive qui arrive sur la pièce à découper, si celle-ci se trouvait à 6.8 cm (distance fréquemment utilisée), est égale à 330 m/s. Soit une différence de 362.8 m/s. On trouve donc que l'erreur commise est parfois supérieure à la valeur de la vitesse même estimée dans les conditions réelles de formation du jet d'eau abrasif.

3.3 Conclusion

En conclusion de cette étude, les principaux points qui sont à retenir concernant l'utilisation du système d'entraînement *AWJ* sont:

- pour des débits volumiques d'air supérieurs à 70 %, le débit massique d'abrasif n'a pas d'influence sur le processus d'accélération.
- pour un débit volumique d'air de 95 % de celui du mélange triphasique (air+ eau+ abrasif), la vitesse de la particule arrivant sur la pièce à découper est presque égale à la moitié de sa valeur limite d'équilibre.
- les calculs théoriques indiquent que 95 % d'air, situation que l'on a rencontrée en pratique, ferait chuter la vitesse des particules de quelque 47.6 % et la densité du fluide avoisine 50 kg/m^3 . L'ampleur de ces chiffres est accrue car les vitesses mises en jeu sont très grandes.
- l'air a pour effet de prolonger considérablement la distance à laquelle la particule atteint sa vitesse limite d'équilibre: à 0 % d'air, celle-ci est de 692.8 m/s à $X = 12 \text{ cm}$, alors qu'il faudrait environ $X = 1200 \text{ cm}$ pour atteindre cette même vitesse d'équilibre lorsque l'air représente 95 % du volume du mélange triphasique.

Distance de l'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$			
Vitesse d'équilibre $V_{eq.} = 692.8 \text{ m/s}$			
% air (Volume)	$V_a(X_c)$ en m/s	$V_{eq.} - V_a(X_c)$	Ecart en %
0 %	573	120	17.3 %
70 %	517	176	25.4 %
95 %	363	330	47.6 %

Table 3.1: Influence de l'air sur la vitesse des particules pour $P=240 \text{ MPa}$, $m_{1a}=4 \text{ g/s}$, $D_a=0.3 \text{ mm}$ et $\rho_a=4140 \text{ Kg/m}^3$.

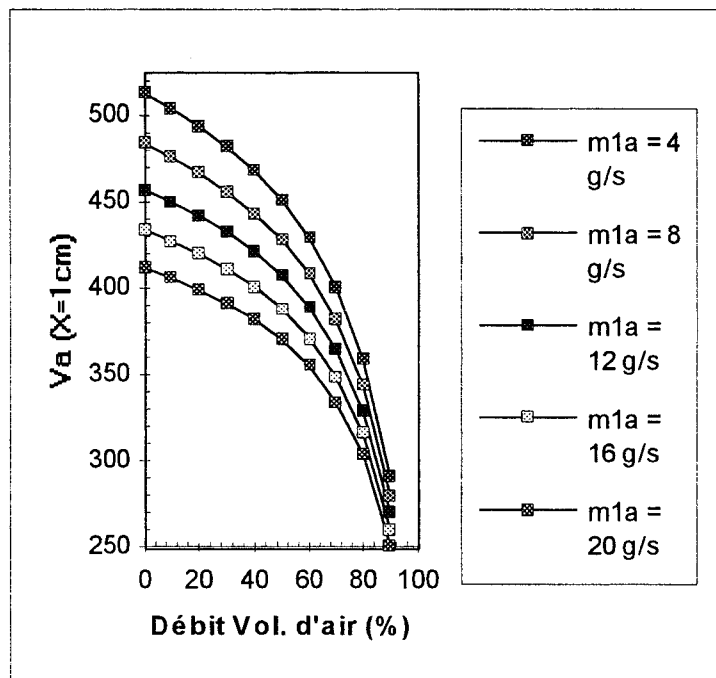


Figure 3.1: Influence de l'air sur la vitesse des particules.

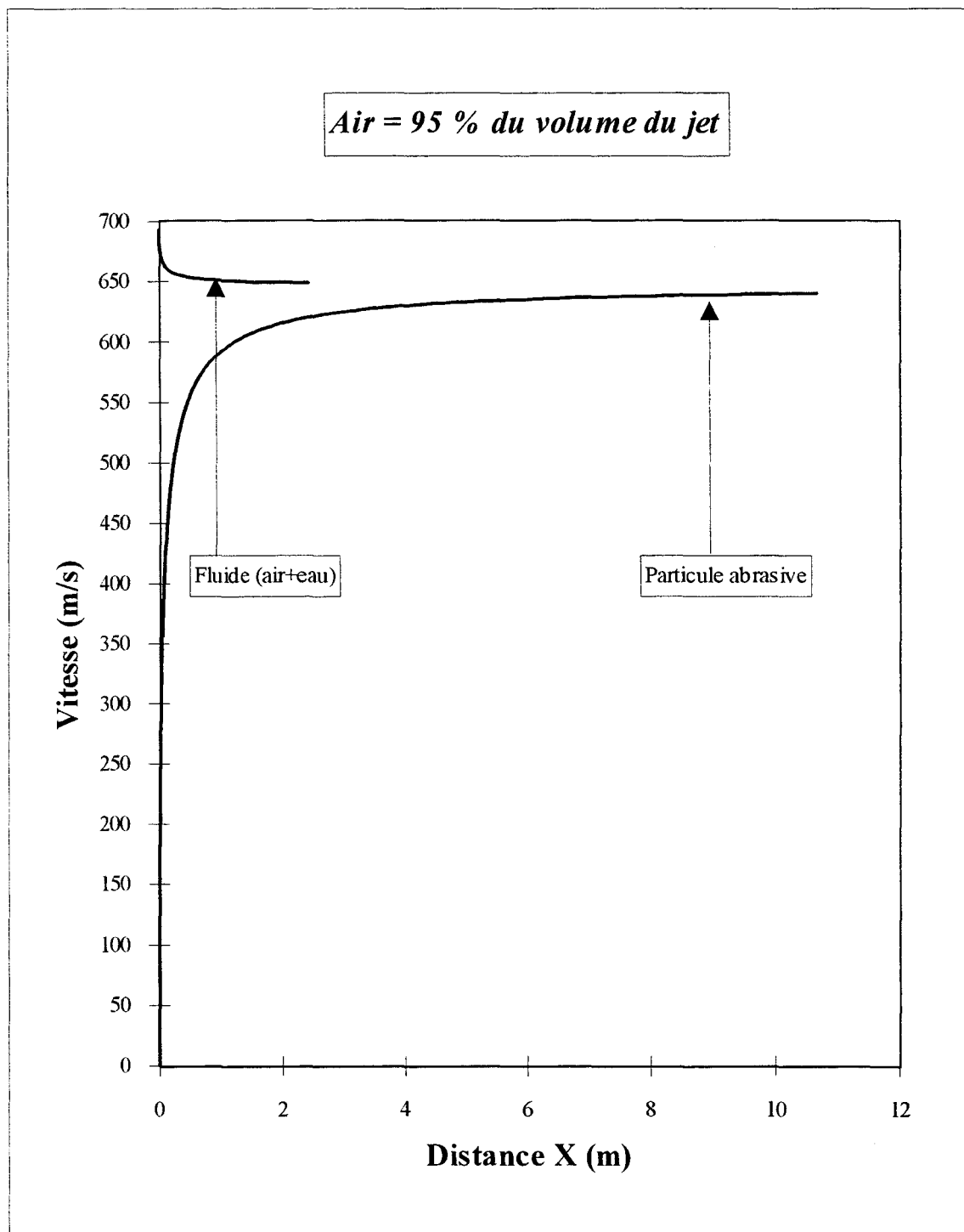


Figure 3.2: Evolution de la vitesse des phases fluide (eau+air) et solide (particules) avec mise en évidence de la distance d'équilibre, $P=240$ MPa, $m_{1a}=4$ g/s, $D_a=0.282$ mm, $D_{buse}=0.3$ mm et $\rho_a=4140$ Kg/m³.

CONCLUSION GENERALE

Ce mémoire a pour objet l'étude du processus d'accélération des particules abrasives dans un jet d'eau mince se déplaçant à grande vitesse à l'intérieur d'un tube de focalisation, ainsi que l'examen de l'interaction du jet, ainsi formé, avec le matériau de coupe.

A travers ce travail, nous montrons qu'il est, de loin, possible de comprendre les mécanismes qui caractérisent la découpe par jet d'eau abrasif en utilisant une approche déterministe telle la notion phénoménologique de la mécanique des milieux continus appliquée aux écoulements rapides biphasiques solide/liquide. La phase solide est constituée de petites particules abrasives de taille moyenne proche du sable et la seconde phase est formée d'eau, dans un premier temps, puis considérée comme contenant de l'air en conditions réelles de formation du jet d'eau abrasif, d'où la dénomination phase fluide (eau/air). L'air est introduit dans le jet par effet Venturi à la suite de la dépression que crée le jet d'eau à la sortie de la buse en saphir. Il constitue le vecteur de transport des particules abrasives, dans la conduite flexible, entre la trémie et la chambre de mélange.

Vu l'importance du sujet abordé et le peu de travaux qui ont été effectués dans ce sens, nous avons jugé utile de consacrer la Partie I à la présentation des jets d'eau abrasifs tels qu'ils sont connus dans la littérature spécialisée. On a voulu essentiellement rassembler sous forme de synthèse bibliographique les éléments du vocabulaire existant afin de préparer le lecteur "profane". Celui-ci pourra donc comprendre facilement le contexte auquel nous nous sommes intéressés et la démarche que nous avons suivie. En outre, on a montré que les jets d'eau abrasifs font partie des écoulements biphasiques mais avec leur spécificité propre.

La recherche bibliographique approfondie nous a permis de poser et de façon précise les objectifs de notre étude. Ces derniers sont, par ailleurs, dégagés des problèmes pratiques auxquels se trouvent confrontés, en permanence, les utilisateurs de la découpe hydro-abrasive. Le plus connu de ces problèmes est celui qui consiste en l'absence de modèle fiable de coupe qui soit en mesure de prédire efficacement la profondeur de coupe. Cela étant dû principalement au non contrôle de la vitesse des particules au point d'impact avec le matériau à découper parce que la quantité de matière érodée est fortement influencée par l'énergie cinétique véhiculée par les particules abrasives.

La progression dans les étapes d'analyse du problème étudié, est clairement retracée par les Parties II, III et IV. Elle montre comment, à partir de considérations simples, on aboutit à des résultats complexes dans leur formulation mais également très simples dans leur signification physique.

Le passage en revue des principaux modèles existant dans la littérature [3, 23, 63, 69], est l'étape ultime de notre étude bibliographique parce qu'évoquant l'état de l'art en la matière. Il permet, par ailleurs, de se rendre compte des difficultés rencontrées par les auteurs dans leur modélisation théorique du processus d'accélération et les critiques que nous y avons apportées ont été très utiles pour notre étude.

La détermination dans la Partie II des modèles d'accélération, constitue le bagage théorique à caractère fondamental autour duquel pivote notre travail. La méthode de résolution de l'équation différentielle non linéaire et à deux inconnues du mouvement de la particule, est très simple et originale. Il nous a seulement fallu exploiter mathématiquement la constance de l'impulsion instantanée du mélange et procéder à un changement de variables adéquat, pour nous apercevoir que, quelques soient les combinaisons des actions des forces internes ou externes, ladite équation différentielle admet une solution analytique exacte représentant à chaque fois l'accélération de la particule et la décélération de l'eau en fonction de la distance dans l'axe du tube de focalisation. Notre méthode de résolution a, donc, permis de trouver des solutions analytiques uniques et originales des équations différentielles du mouvement qui sont introduites par Drew [20] et Lahey [57].

Les forces que nous avons considérées ici sont également celles qui sont définies par ces auteurs, à savoir la traînée interfaciale, les forces de masse virtuelle, de diffusion mécanique, de pesanteur et de frottement de l'eau avec la paroi du tube de focalisation.

Le champ de manoeuvre est ensuite étendu à la représentation mathématique du cas réel de formation du jet utilisant le système *AWJ* d'entraînement de particules par effet Venturi. Cela est conduit en substituant, dans les modèles précédents, la masse volumique de l'eau par celle du fluide ainsi formé d'eau et d'air. La substitution en question est considérée par les spécialistes du domaine, comme étant une bonne idée parce que le fluide est toujours supposé homogène. En fait, bien que cette hypothèse soit très difficile à réaliser en pratique, son énoncé permet de se rapprocher considérablement de la réalité.

Le premier résultat fort intéressant que nous avons obtenu réside dans le fait que tous les modèles d'accélérations établis ici suivent exclusivement le même schéma général concernant l'évolution des vitesses des phases en fonction de la distance (***accélération*** pour la particule abrasive et ***décélération*** pour l'eau ou le fluide). Ces deux allures de vitesse

convergent asymptotiquement vers une valeur limite d'équilibre des deux phases à des distances faibles (12 cm environ) lorsqu'il s'agit de la situation idéalisée (pas d'entraînement d'air dans le jet) et à des distances importantes (12 m environ) dans le cas contraire.

Pour valider notre modélisation théorique du processus d'accélération, nous avons effectué, en grandeur réelle, un certain nombre d'expérimentations que nous avons soigneusement préparées. Nous avons donc mis à profit la disponibilité de l'installation réelle de découpe par jet d'eau abrasif qui existe dans notre laboratoire pour des fins industrielles.

L'instrumentation que nous avons construite complète le dispositif expérimental qui a permis, tout d'abord, de déterminer la composition volumique du jet d'eau abrasif dans les conditions réelles de fonctionnement de l'installation. Quelques soient les paramètres de travail, on a trouvé que le jet d'eau abrasif se compose, en terme de débit volumique, de 95 % d'air, 4 % d'eau et 1 % de particules abrasives.

Les vitesses d'admission de l'air et des particules dans la chambre de mélange obtenues expérimentalement, sont sans incidence sur la formation du jet. L'air, à la vitesse ne dépassant pas 25 m/s, ne modifie pas la direction du jet d'eau supersonique mais rend ce dernier diffus en le fragmentant. Les particules abrasives arrivent dans la chambre de mélange avec une vitesse très faible (inférieure à 6 m/s), mais leur vitesse s'annule brusquement au contact avec le jet d'eau puisqu'elles frappent perpendiculairement celui-ci.

A partir du moment où l'on ne dispose pas du matériel nécessaire, car très onéreux, pour la mesure directe de la vitesse des particules abrasives, nous avons contourné ce problème en procédant à la mesure des débits de matière érodée, pour différentes conditions de formation du jet d'eau abrasif. Nous avons, ensuite, établi le lien entre le débit de matière érodée et la vitesse des particules à l'aide d'une corrélation qui est construite à la base de considérations purement expérimentales. Autrement dit, ladite vitesse est déterminée indépendamment de la modélisation théorique du processus d'accélération.

Tous les résultats expérimentaux que nous avons obtenus confirment ceux trouvés dans [28, 39,42,43,44,46,69]. La dépendance entre le débit de matière érodée et la pression hydraulique, est linéaire et la droite ainsi obtenue passe par deux points caractéristiques représentatifs

- d'une pression de seuil, au delà de laquelle le matériau commence à s'éroder,
- d'un débit caractéristique de matière érodée, correspondant, à notre avis, à la quantité fictive que les particules abrasives arrachent lorsque le matériau présente une résistance nulle.

Le diamètre de buse optimal est trouvé égal à 0.3 mm alors que le débit massique optimal d'abrasif est de 250 g/mn . En fait, ces valeurs correspondent aux sommets des courbes en forme de cloche représentant la variation du débit massique de matière érodée en fonction du diamètre de buse respectivement du débit massique d'abrasif. On notera, par ailleurs, que la connaissance de ces chiffres est indispensable, si l'on veut utiliser l'installation de découpe de façon économique.

La technique de validation expérimentale, qui consiste en la corrélation désignée ci-dessus, est conçue de façon originale. Elle a permis non seulement de vérifier les valeurs théoriques des vitesses des particules, mais également de déboucher sur un modèle de coupe qui intègre notre modélisation théorique antérieure.

Le fondement et le principe de l'élaboration de cette technique sont détaillés dans le chapitre 3 (Partie III) où l'on a introduit de nouvelles grandeurs telles que :

- le facteur d'interaction matériau-abrasif,
- le débit caractéristique,
- le débit massique optimal d'abrasif,
- la contrainte équivalente interne,

sont identifiées par observation expérimentale et leur représentation mathématique explicite nécessite, à notre point de vue, des études futures plus poussées. Celles-ci doivent être menées en relation avec la mécanique des solides, particulièrement avec la mécanique de la rupture. Nous citons, à titre d'exemple, l'écriture explicite des expressions mathématiques du facteur d'interaction et de la contrainte équivalente interne où les modes de déformation (élasticité, plasticité...) qui sont préalables à la rupture par érosion de la zone affectée, sont représentés.

Parmi tous les modèles théoriques d'accélération qui ont été développés, on a utilisé dans la validation celui qui tient compte seulement de la force de traînée interfaciale. Ceci n'est pas un choix, mais une réalité pratique puisque les *actions de toutes les autres forces sont négligeables lorsque l'air prédomine dans le mélange.*

La courbe de variation de la vitesse théorique des particules en fonction de la distance, estimée en *conditions réelles* de formation du jet d'eau abrasif est riche en informations qui sont très utiles et originales. En effet, on montre ainsi que la différence entre la vitesse estimée par notre modèle et la vitesse limite d'équilibre qui est utilisée dans les modèles de coupe existants, est plus que déroutante. Elle atteint, dans notre cas d'expérimentation, la valeur de 262.9 m/s , soit environ la moitié de la vitesse d'équilibre. Ce résultat conduit à la rupture avec les pratiques actuelles qui considèrent que le matériau de coupe est situé à une

distance où les particules atteignent leur vitesse limite d'équilibre. Désormais, si l'on tient compte de cette hypothèse simplificatrice, le matériau doit donc être placé à quelques 12 m au bas du tube de focalisation. Ce qui est pratiquement impossible, voire inimaginable.

La confirmation d'un tel résultat ne peut échapper à l'esprit quand on aborde la suite du chapitre 5 (Partie III). En effet, on montre que la variation de l'énergie cinétique théorique des particules en fonction de la pression hydraulique de l'eau, est une droite qui est sensiblement parallèle à la droite de l'énergie de coupe, mais située légèrement au dessus de celle-ci.

Les décalages enregistrés entre les courbes théoriques et pratiques corrélées, sont expliqués par le phénomène d'efficacité de coupe. Ce phénomène traduit le fait que quelques particules participent passivement à l'érosion et d'autres rebondissent totalement au contact avec le matériau de coupe. Nous estimons que cette dernière famille de particules représente environ 14% du débit massique d'abrasif (soit 21 g/mn pour un débit massique de 146 g/mn), abstraction faite des particules qui ne sont pas suffisamment accélérées pour éroder le matériau. Cette proportion est faible eu égard à l'incertitude que le doseur numérique puisse commettre et qui est arrêtée à 5% par le constructeur.

La comparaison des profondeurs de saignées, estimées par le modèle intégré de coupe, et les profondeurs mesurées expérimentalement permet de constater qu'il y a une similitude très satisfaisante entre les valeurs théoriques et pratiques. Elle permet aussi de localiser la limite de validité de notre modèle intégré de coupe. Celle-ci se traduit par l'augmentation sensible de l'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales dès lors que le débit massique d'abrasif dépasse la valeur optimale. En fait, cette divergence n'est autre qu'une manifestation concrète du phénomène d'efficacité.

Par ailleurs, pour des débits d'abrasif inférieurs à la valeur optimale, les écarts enregistrés sont du même ordre de grandeur que la précision normalement admise, dans ce type d'application.

Contrairement au modèle intégré de coupe, on ne peut pas parler de limite de validité du modèle théorique d'accélération dans le contexte d'utilisation du jet d'eau abrasif, car les vitesses des particules varient avec l'amplitude des forces qui engendrent leur mouvement.

Les investigations théoriques, présentées dans les chapitres 1 et 2 de la Partie IV, pourront sans doute trouver des applications pratiques, mais dans le domaine de la découpe utilisant le système *ASJ* de pompage direct qui s'effectue sans entraînement d'air. Cela reste donc à vérifier expérimentalement. Par ailleurs, les éléments dégagés dans la dernière partie de ce travail, sont autant des informations que des pistes de recherche qui donnent à cette étude

son caractère, à la fois, fondamental et expérimental. On notera les principaux résultats obtenus dans cette partie et qui peuvent se résumer comme suit:

- les forces de masse virtuelle et de diffusion mécanique agissent dans le sens opposé au mouvement de la particule abrasive. On montre que chacune de ces forces, peut engendrer une diminution de la vitesse de cette dernière de quelques 20 m/s environ.
- l'envergure de leur action est très influencée par la pression hydraulique, le débit massique d'abrasif, la taille et la masse volumique des particules abrasives.
- la force de traînée est la force la plus importante qui détermine le processus d'accélération.
- la décélération de l'eau est fortement influencée par le débit massique d'abrasif, elle peut atteindre 30% de la vitesse initiale du jet d'eau supersonique.
- lorsque l'air occupe des proportions très importantes dans le volume du mélange, la vitesse des particules ne varie pas sensiblement avec le débit massique d'abrasif.
- l'une des conséquences de l'entraînement d'air dans le jet d'eau abrasif, est le prolongement considérable de la distance à laquelle la particule atteint sa vitesse limite d'équilibre. Cette distance passe de quelques 12 cm , dans le cas d'absence d'air, à quelques 12 m dans notre cas réel où l'air occupe 95% du volume total du jet.

Nous pensons que le présent travail peut aider l'exploitant de la découpe par jet d'eau abrasif. Ce dernier pourra essentiellement fixer la vitesse d'avance de son outil quelques soient la profondeur de coupe désirée et les valeurs des paramètres de travail.

Au terme de cette étude, le problème est résolu seulement pour le cas de l'acier doux, des travaux futurs doivent donc être poursuivis dans les directions dégagées par cette étude. En plus de la recherche ultérieure d'expressions mathématiques explicites des grandeurs citées précédemment, il reste également à faire un travail analogue au nôtre mais pour d'autres types de matériaux, conformément au § 4.7 (chapitre 4 de la Partie III) où les étapes à suivre sont énoncées. Cela consiste à déterminer les coefficients des équations générales de la corrélation expérimentale qui est établie dans le chapitre 3 (Partie III). Ces coefficients constitueront une sorte de fiche technique spécifique de chaque matériau.

Par exemple, nous proposons de commencer par établir des tables de valeurs similaires aux tableaux 5.2 à 5.5 du chapitre 5 (Partie III), où l'on se passera des colonnes relatives à la formulation exacte de la corrélation expérimentale. Ces axes de recherches concernent évidemment l'interaction du jet d'eau abrasif avec le matériau de coupe.

Cependant, l'autre axe de recherche portant sur l'étude des mécanismes du processus d'accélération, consiste à aborder le présent problème en utilisant l'approche d'homogénéisation. Cette nouvelle orientation paraît très intéressante dans la mesure où elle permettra de comprendre plusieurs phénomènes annexes (collisions entre les particules, taille de la particule par rapport au diamètre du jet et à la longueur du tube de focalisation) à ceux étudiés ici. Ces phénomènes annexes sont observés expérimentalement mais ne peuvent pas être représentés ici car ils échappent à l'approche macroscopique adoptée. Du point de vue scientifique, il est certain que leur influence sur le processus d'accélération n'est pas négligeable, c'est pourquoi il est nécessaire de faire apparaître les termes de perturbation dans les équations différentielles du mouvement et les modèles d'accélération. Dans cette optique, les modèles théoriques qui ont été trouvés peuvent donc être considérés comme étant des *solutions du premier ordre*. A ce titre, il serait intéressant de développer un dispositif qui permet la visualisation du jet dans le tube de focalisation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ABRAMOWICH G. N. "The Theory of Turbulent Jets", MIT Press Cambridge, Mass., (1963).

- 2] ABUDAKA M. "Development of a High Pressure Water Jet Cutting System", PhD Thesis, London University, UK, (1989).

- [3] ABUDAKA M., CROFTON P. S. J. "Theoretical Analysis and Preliminary Experimental Results for an Abrasive Water Jet Cutting Head", 5th American Water Jet Conference, August 29-31, Toronto, Canada, (1989).

- [4] ALGER T. W. "Droplet Phase Characteristics in Liquid-Dominated Steam-Water Nozzle Flow", 5th American Water Jet Conference, August 29-31, Toronto, Canada, (1989).

- [5] AMANO R. S., NEUSEN K. F. "A Numerical and Experimental Investigation of High-Velocity Jets Impinging on a Flat Plate", 6th International Symposium on Jet Cutting Technology, April 6-8, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K, (1982).

- [6] AMANO R. S., KODALI V. S. "A Numerical Study of a Turbulent Plane Jet Flowing into a Dead-End Passage", 7th International Symposium on Jet Cutting Technology, June 26-28, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K, (1984).

- [7] ANDERSON T. B., JACKSON R. "A Fluid Mechanical Description of Fluidized beds", Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 6, pp. 527-539, (1967).

- [8] BAGNOLD R. A. "The Physics of Blown Sand and Desert Dunes", London, (1941).

- [9] BATCHELOR G. K. "Transport Properties of Two - Phase materials with Random Structure", Ann. Rev. Fluid Mechanics, Vol. 6, pp. 227-255, (1974).

- [10] BEDFORD A., DRUMHELLER D. S. "Theory of Immiscible and Structured Mixtures", *Int. J. Eng. Sci.* In Press, (1982).
- [11] BITTER J. G. A. "A Study of Erosion Phenomena - Part I", Koninklijke/Shell-Laboratorium, Amsterdam, Shell Internationale Research Maatschappij N.V. (The Netherlands), *Wear*, Vol. 6, pp 5-21, (1963).
- [12] BITTER J. G. A. " A Study of Erosion Phenomena - Part II", Koninklijke/Shell-Laboratorium, Amsterdam, Shell Internationale Research Maatschappij N.V. (The Netherlands), *Wear*, Vol. 6, pp 5-21, (1963).
- [13] BRINKMAN H. C."A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles", *Appl. Sci. Res. Sect. A*, 1: 27, (1947).
- [14] CAPELLO E., GROPPETTI R. "On an Energetic Semi - Empirical Model of Hydro-Abrasive Jet Material Removal Mechanism for Control and Optimization", *Proceedings of the 11th International Symposium on Jet Cutting Technology*, Andrews, Scotland, pp 101-120, Cluwer Academic Publishers, Dordrecht, NL., (1992).
- [15] CHALMERS E. J. "Effect of Parameter Selection on Abrasive Waterjet Performance", *Jet Adge Inc*, Minneapolis-USA, 6th American Water Jet Conference, August 24-27, Houston, Texas, (1991).
- [16] CHEN W. L., GESKIN E. S. "Measurement of The Velocity of Abrasives Waterjet by The Use of Laser Transit Anemometer", *Jet Cutting Technology-Proceedings of the 10th International Conference*, pp. 23-36, 31 Oct.-2 Nov., Amsterdam, Netherlands, (1990).
- [17] CHEN W. L., GESKIN E. S. "Correlation Between Particle Velocity and Conditions of Abrasive Waterjet Formation", *6h American Water Jet Conference*,pp. 305-313, August 24-27, Houston, Texas, (1991).
- [18] CROSSLAND B., LOGAN J. G. "Development of equipment for jet cutting", *1st International Symposium on Jet Cutting Technology*, April 5-7, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K, (1972).

- [19] DAZIN G., LUDWIG S. "Analyse Expérimentale de la Vitesse de L'abrasif au Point d'Impact", Travaux de Recherches Elèves (TRE), Ecole des Mines de Douai, Promotion 90-94, (1993).
- [20] DREW D., CHENG L., LAHEY R. T. "The Analysis of Virtual Mass Effects in Two-Phase Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 15, pp 233-242, G. B., (1979).
- [21] DREW D., LAHEY R. T. "Application of General Constitutive Principles to the Derivation of Multidimensional Two-Phase Flow Equations", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 5, pp 243-264, (1979).
- [22] DREW D., LAHEY R. T. "Interfacial Dissipation in Two-Phase Flow", *Basic Mechanisms in Two-Phase Flow and Heat Transfer*, ASME, (1980a).
- [23] DREW D. A "Mathematical Modeling of Two-Phase Flow", *Annual Review of Fluid Mechanics.*, pp 261-291, (1983).
- [24] DREW D. A "The Force on a Small Sphere in Slow Viscous Flow", *J. Fluid Mech.*, 88: 393, (1978).
- [25] ELIOT D. G., WEINBERG E. "Acceleration of Liquids in Two-Phase Nozzles", *JPL Tech. Rep.*, 32-987, (1968).
- [26] FAIRHURST R. M. et al. "DIAJET - A new Abrasive Water Jet Cutting Technique", 8th Int. Symposium on Jet Cutting Technology, Durham, England, September, (1986).
- [27] FICK A. "Uber Diffusion", *Ann. Phy. Chem.*, Vol. 94, pp. 59-86, (1855).
- [28] FINNIE I., McFADDEN D. H. "On the Velocity Dependence of the Erosion of Ductile Metals by Solid Particles at Low Angles of Incidence", *Wear*, Vol. 48, pp. 181-190, (1978).
- [29] FINNIE I. "The Mechanism of Erosion of Ductile Metals", *Proceedings of the 3rd National Congress of Applied Mechanics*, ASME, pp 527-532, (1958).
- [30] FINNIE I., SHAW C. M. "The Friction Process in Metal Cutting", *Trans. Am. Soc. Mechanical Engineers*, Vol. 78, pp 1649-1657, (1956).

- [31] FINNIE I., WOLAK J., KABIL Y. "Erosion of Metals by Solid Particles", *Journal of Materials*, Vol. 2, No 3, pp. 682-700, September, (1967).
- [32] GALECKI G., MAZURKIEWICZ M. "Hydroabrasive Cutting Head - Energy Transfer Efficiency", *Proceedings of the 4th U.S Water Jet Conference*, ASME, August 26-28, pp. 109-111, Univ. of California, Berkeley, (1987).
- [33] GATES E. M. et al. "A Model for Drilling by High Pressure Water Jet", 7th *International Symposium on Jet Cutting Technology*, Ottawa, Canada, June, (1984).
- [34] GESKIN E. S., CHEN W. L., CHEN S. S., SINGH P., FERGUSON R. "Investigation of Anatomy of an Abrasive Water Jet", 5th *American Water Jet Conference*, August 29-31, Toronto, Canada, (1989).
- [35] GESKIN E. S., LI H. Y., CHEN W. L. "Investigation of Force Exerted by an Abrasive Waterjet on a Workpiece", *Proceedings of the 5th American Waterjet Conference*, August 29-31, Toronto, Canada, (1989).
- [36] GUO N. S., LOUIS H., MEIER G. "Surface Structure and Kerf Geometry in Abrasive Water Jet Cutting: Formation and Optimization", 7th *American Water Jet Conference*, August 28-31, Seattle, Washington-USA, (1993).
- [37] HARRIS H. D., BRIERLEY W. H. "Application of Water Jet Cutting", 1st *International Symposium on Jet Cutting Technology*, April 5-7, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K, (1972).
- [38] HASHSISH M. "Measurement of Abrasive - Waterjet Particle Velocities", *Flow Technical Report*, No 320, March, (1985).
- [39] HASHSISH M. "A Modeling of Metal Cutting with Abrasive Waterjets", *Flow Industries.*, ASME, vol. 106, pp 88-100 january, USA, (1984).
- [40] HASHSISH M. "Abrasive-Fluid jet Machinery Systems: Entrainment Versus Direct Pumping", *Proc. of the 10th Int. Symposium on Jet Cutting Technology*, STI, pp. 99-113, 31 Oct.-2 Nov., Amsterdam, Netherlands, (1990).

- [41] HASHSISH M. "Steel Cutting with Abrasive Waterjets", Proceedings of the 6th International Symposium on Jet Cutting Technology, BHRA Fluids Engineering, pp 465-487, Cranfield, Bedford, England, (1982).

- [42] HASHSISH M. "Prediction of Depth of Cut in Abrasive - Waterjet (AWJ) Machining", The Winter Annual Meeting of American Society of Mechanical Engineers, Boston, Massachusetts, December 13-18, ASME, (1987).

- [43] HASHSISH M. "Experimental Studies of Cutting with Abrasive Waterjets", The Second U.S. Water Jet Symposium, Rolla, Missouri, (1983).

- [44] HASHSISH M. "On the Modeling of Abrasive Water Jet Cutting", 7th International Symposium on Jet Cutting Technology, BHRA, Ottawa, Canada, June, 1984.

- [45] HASHSISH M. "Observations on Abrasive Water Jet Cutting", Proceedings of the 10th Canadian Congress of Applied Mechanics, University of Western Ontario, London, June 7, (1985).

- [46] HASHSISH M. "On the Modeling of Surface Waviness Produced by Abrasive-Waterjets", Proceedings of the 11th International Symposium on Jet Cutting Technology, Andrews, Scotland, pp 17-34, Cluwer Academic Publishers, Dordrecht, NL., (1992).

- [47] HASHSISH M. "Visualization of the Abrasive-Waterjet Cutting Process", *Experimental Mechanics*, pp. 159-169, June, (1988).

- [48] HASHSISH M. "Characteristics of Surfaced Machined with Abrasive-Waterjets", In: *Machining Characteristics of Advanced Materials*, pp. 23-32, Presented at Winter Annual Meeting of ASME, San Fransisco, (1989).

- [49] HIMMELREICH U., RIESS W. "Laser-Velocimetry Investigations of the Flow in Abrasive Water Jets with Varying Cutting Head Geometry", 6th Am. W. J. Conf., August 24-27, Houston, Texas, (1991).

- [50] HIMMELREICH U., RIESS W. "Hydrodynamic Investigations on Abrasive Water Jet Cutting Tools", Proc. of the 10th Int. Symposium on Jet Cutting Technology, STI, Paper F1, 31 Oct.-2 Nov., Amsterdam, Netherlands, (1990).

- [51] HINZE J. O. "Momentum and Mechanical Energy Balance Equation for a Flowing Homogeneous Suspension with Slip Between the Two Phases", *Appl. Sc. Res. Section-A*, Vol. II, (1961).
- [52] HUTCHINGS I. M. "Prediction of the Resistance of Metals to Erosion by Solid Particles", *Wear*, Vol. 35, pp. 371-374, (1975).
- [53] ISHII M., ZUBER N. "Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows", *The American Institute of Chemical Engineers Journal*, Vol. 25, Number 5, pp 843-855, September, (1979).
- [54] ISOBE T., YOSHIDA H., NISHI K. "Distribution of Abrasive Particles in Abrasive Waterjet and Acceleration Mechanism", 5th International Symposium on Jet Cutting Technology, Paper E2, pp. 217-238, Sendai, October 4-6, Japan, (1988).
- [55] KONIG W., WULF C. H. "The influence of the Cutting Parameters on Jet Forces and the Geometry of the Kurf", 7th International Symposium on Jet Cutting Technology, Ottawa, Canada, June, (1984).
- [56] KOVACEVIC R. "Surface Texture in Abrasive Waterjet Cutting", *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 10, No 1, pp. 32-40, (1991).
- [57] LAHEY R. T., JR, CHENG L. Y, DREW D. A., FLAHERTY J. E "The Effect of Virtual Mass on the Numerical Stability of Accelerating Two-Phase Flows", *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 6, pp. 281-294, G. B, (1980).
- [58] LEAL L. G. "Particle Motion in A Viscous Fluid", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 12, pp. 435-476, (1980).
- [59] MAZURKIEWICZ M., OLKO M., JORDAN R. "Abrasive Particle Distribution in a High Pressure Hydroabrasive Jet", *International Waterjet Symposium*, Beijing, China, September, (1987).
- [60] MAZURKIEWICZ M., SEBASTIAN Z., GALECKI G. "Analysis of the Mechanism of Interaction Between High-Pressure Water Jet and the Material Being Cut", 4th International Symposium on Jet Cutting Technology, April 12-14, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K, (1978).

- [61] McCARTHY, MOLLOY N. A. "Review of Stability of Liquid Jets and the Influence of Nozzle Design", *The Chem. Eng. Journal*, Vol. 7, pp. 1-20, (1974).
- [62] MIDOUX M. "Mécanique et Rhéologie des Fluides en Génie Chimique", *Tech. & Doc. -Lavoisier*, pp.378-385, (1988).
- [63] MILLER A. L., ARCHIBALD L. Y. "Measurement of Particle Velocities in an Abrasive Jet Cutting System", 6th American Water Jet Conf., August 24-27, Houston, Texas, (1991).
- [64] MILLER A. L., KUGEL R. W., SAWANICK G. A. "The Dynamics of Multi-Phase Flow in Collimated Jets", *Proc. 5th American Water Jet Technology Assoc. and National Research Council of Canada Meeting*, August 29-31, pp. 179-189, Toronto, Ontario, Canada, (1989).
- [65] MILLER A. L. "Desintegration of a Confined High Speed Water Jet", M.S. Thesis, pp. 46, University of MN, Minneapolis, MN, Jan., (1990).
- [66] MILNE-THOMSON, L. M. "Theoretical Hydrodynamics", 5th Edn. Macmillan, New York, (1968).
- [67] MOHAUPT H. H., BURNS D. J. "Machining with Countinuous Fluid Jets at Pressure of 2 to 7 kbar", 1st International Symposium on Jet Cutting Technology, April 5-7, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K, (1972).
- [68] NADEAU E. "An Abrasive Waterjet Cutting Investigation", Master's Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Waterloo, Waterloo, Antario, Canada, (1988).
- [69] NADEAU E., STUBLEY G. D., BURNS D. J. "Prediction and Role of Abrasive Velocity in Abrasive Water Jet Cutting", *Int. J. of Water Jet Tech.*, Vol. 1, Number 3, December, Canada, (1991).
- [70] NADEAU E., STUBLEY G. D., BURNS D. J. "An Analysis of the Mixing and Cutting Performance of Abrasive Water Jets", 5th American Water Jet Conference, August 29-31, Toronto, Canada, (1989).

- [71] PRZYKLENK K., SCHLATTER M., "Simulation of the Cutting Process in Water Jetting with the Finite Element Method", 8th International Symposium on Jet Cutting Technology, Durham, September 9-11, England, (1986).
- [72] STUHMILLER J. H. "The Influence of Interfacial Pressure Forces on The Character of Two-Phase Flow Model Equations", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 3, pp 551-560, Great Britain, (1977).
- [73] SUMMERS J. Y., WU W-Z "A Further Investigation of DIAjet Cutting", *Jet Cutting Technology-Proceedings of the 10th International Conference*, pp. 181-192, 31 Oct.- 2 Nov., Amsterdam, Netherlands, (1990).
- [74] SWANSON R. K., KILMAN M., CERWIN S., TARVER W. "Study of Particle Velocities in Water Driven Abrasive Jet Cutting", *Proceedings of the 4th U.S Water Jet Conference*, ASME, August 26-28, pp. 103-108, Univ. of California, Berkeley, (1987).
- [75] SWANSON R. D. E. "Collimated Abrasive Water-Jet Behavior" U.S. Bureau of Mines, RI 9271, pp. 36-39, (1989).
- [76] TAN D. K. M. "A Model for Surface Finish in Abrasive Water Jet Cutting", 8th Int. Symposium on Jet Cutting Technology, Durham, England, September, (1986).
- [78] TAZIBT A., PARSY F., SCHMITT A., ABRIAK N., THERY B. " Hydrodynamic Investigations and Prediction of Abrasive Acceleration Process in Abrasive Water Jet Cutting ", *Proceedings of the 12th International Conference on Jet Cutting Technology - Applications and Opportunities*, 25-27 October, Rouen, France, (1994).
- [79] TAZIBT A., SCHMITT A., PARSY F., ABRIAK N., THERY B. " Effect of Air on Acceleration Process in AWJ Entrainment System", *Proceedings of the 12th International Conference on Jet Cutting Technology - Applications and Opportunities*, 25-27 October, Rouen, France, (1994).
- [80] TAZIBT A. "Etude Expérimentale de Découpe par Jet d'Eau Abrasif", *Journée PRIMECA*, 19 Mai, ENSAM de Cluny, France, (1994).

- [81] TAZIBT A., ABRIAK N., PARSY F. "Analyse du Processus d'Accélération d'un Jet d'Eau Abrasif Très Haute Pression", Première Conférence Maghrébine de Génie des Procédés (COMAGEP 1), 4-6 Mai, Marrakech, Maroc, (1994).
- [82] TAZIBT A., ABRIAK N., PARSY F. "Influence de l'Air sur le Processus d'Accélération dans l'Écoulement d'un Fluide Biphase à Grande Vitesse", Première Conférence Maghrébine de Génie des Procédés (COMAGEP 1), 4- 6 Mai, Marrakech, Maroc, (1994).
- [83] TAZIBT A., PARSY F., SCHMITT A., THERY B. "Modélisation de l'Accélération de Particules Abrasives dans un Jet d'Eau Très Haute Pression", pp.123-128, 3ème Colloque PRIMECA, 24-26 Novembre, Ecole Centrale de Paris, France, (1993).
- [84] TAZIBT A., PARSY F., ABRIAK N. "Theoretical Analysis of the Particle Acceleration Process in Abrasive Water Jet Cutting", Submitted to the 4th Workshop on *Computational Modelling of the Mechanical Behavior of Materials*, 7-9 Nov., Lille, France, (1994)
- [85] TAZIBT A., PARSY F., ABRIAK N., SCHMITT A. "Prediction of Traverse Rate and Depth of Cut in Abrasive Water Jet Cutting", Submitted to the 11th International Symposium for Electromachining: ISEM-XI, April 17-20, Lausanne, Switzerland, (1995).
- [86] TILLY G. P. "A Two Stage Mechanism of Ductile Erosion", *Wear*, Vol. 23, pp. 87-96, (1973).
- [87] TIMOSHENKO S., GOODIER J. N. "Theory of Elasticity", 2nd Edition, McGraw Hill Book co. Inc., N. Y.
- [88] TRUESDELL C., TOUPIN R. "The Classical Field Theories", In *Encyclopedia of Physics*, Vol. III/1, pp. 226- 793, Berlin, Gottingen, Heidelberg: Springer, (1960).
- [89] VANDYCKE F., GUIGNABODET J. C. "Etude de la Vitesse Initiale de l'Abrasif et du Débit d'Air en Amont de la Chambre de Mélange", *Travaux de Recherches Elèves (TRE)*, Ecole des Mines de Douai, Promotion 90-94, (1993).
- [90] WALLIS G. B. "One Dimensional Two - Phase Flow", pp.175-281, McGraw-Hill, New York, (1969).

- [91] WALLIS G. B. "The Terminal Speed of Single Drops or Bubbles in an Infinite Medium", *Int. Journal of Multiphase Flow*, 1, 491, (1974).
- [92] WALLIS G. B., RICHTER H. J., KUO J. T. "The Separated Flow Model of Two-Phase Flows", EPRI-NP-275, (1976).
- [93] WHITE F. M. "Fluid Mechanics", International Student Edition, McGraw Hill, (1979).
- [94] WHITE F. M. "Viscous Fluid Flow", McGraw Hill, Chapter 3, pp. 204-211, New York, USA, (1974).
- [95] YANAGIUCHI S., YAMAGATA H. "Cutting and Drilling of Glass by Abrasive Jet", 8th Int. Symposium on Jet Cutting Technology, Durham, England, September, (1986).
- [96] YANAIDA K., OHASHI A. "Flow characteristics of Water Jets in Air", 5th International Symposium on Jet Cutting Technology, June, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K., (1980).
- [97] YANAIDA K., "Flow characteristics of Water Jets", 2th International Symposium on Jet Cutting Technology, BHRG-Fluid Engineering, Cranfield, U.K., (1974).
- [98] YAZICI S., SUMMERS D. A. "The Use of High Pressure Waterjets in Cutting Foam", Proceedings of the 4th U.S Water Jet Conference, ASME, August 26-28, pp. 103-108, Univ. of California, Berkeley, (1987).
- [99] ZENG J., KIM T. J. "Development of an Abrasive Waterjet Kerf Cutting Model for Brittle Materials", Proceedings of the 11th International Symposium on Jet Cutting Technology, Andrews, Scotland, pp 483-501, Cluwer Academic Publishers, Dordrecht, NL., (1992).

Annexes A

Expérimentations aval:

**Résultats de découpe de Saignées peu profondes
dans de l'acier doux.**

Annexe A1

Distance d'impact $X_c = 5 \text{ cm}$

$m_{1a} = 40 \text{ g/mn}$

Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
O	150	709.2	707.1	1.34	2.1	1.57
	2400					
T	130	686.8	684.5	1.55	2.3	1.5
	2200					
H	90	704.4	701.8	2.23	2.6	1.16
	1800					
VV	70	680.7	677.6	2.87	3.1	1.1
	1600					
J	50	704.3	700.4	4.02	3.9	1
	1400					

Table 1

$m_{1a} = 98 \text{ g/mn}$

Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
K	225	702.4	698.6	0.89	3.8	4.25
	2400					
U	200	686.5	682.7	1	3.8	3.8
	2200					
Z	140	695.5	691.3	1.44	4.1	2.86
	1800					
YY	120	686.7	683.1	1.68	3.6	2.15
	1600					
ZZ	100	684.7	681.7	2.01	3	1.5
	1400					

Table 2

Annexe A2

Distance d'impact $X_c = 5 \text{ cm}$ $m_{1a} = 218 \text{ g/mn}$

Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
L	350	686.2	682.3	0.6	3.9	6.8
	2400					
DD	375	681.2	678.1	0.54	3.1	5.8
	2200					
UU	425	672.3	670.5	0.47	1.8	3.8
	1800					
TT	400	680.5	679.0	0.5	1.5	3
	1600					
XX	360	674.9	673.6	0.56	1.3	2.33
	1400					

Table 3

 $m_{1a} = 298 \text{ g/mn}$

Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
OO	310	686.3	680.8	0.65	5.5	8.5
	2400					
KK	290	687.3	682.3	0.69	5	7.36
	2200					
X	270	696.2	692.7	0.74	3.5	4.8
	1800					
G	260	695.6	692.8	0.77	2.8	3.62
	1600					
NN	250	687.7	685.7	0.8	2	2.56
	1400					

Table 4

Annexe A3

Distance d'impact $X_c = 6.8$ cm

$m_{1a} = 146$ g/mn

Code échantillon	u (mm/mn)	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
DD	300	7.6.0	700.8	0.8	5.2	6.5
	2400					
KK	250	692.2	687.6	0.8	4.6	5.7
	2200					
XX	200	679.0	674.9	1	4.1	4.1
	1800					
LL	150	691.8	687.6	1.34	4.2	3.13
	1600					
ZZ	100	690.8	684.7	2.01	6.1	3.03
	1400					

Table 5

$m_{1a} = 298$ g/mn

Code échantillon	u (mm/mn)	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
NN	400	693.0	688.4	0.5	4.6	9.15
	2400					
K	350	706.9	702.4	0.6	4.5	7.84
	2200					
T	300	690.1	686.8	0.67	3.3	4.93
	1800					
L	250	695.1	691.9	0.8	3.2	3.98
	1600					
Y	200	693.1	690.4	1	2.7	2.7
	1400					

Table 6

Annexe A4

Distance d'impact $X_c = 6.8$ cm

$m_{1a} = 449$ g/mn

Code échantillon	u (mm/mn)	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
UU	500	680.6	677.2	0.4	3.4	8.46
	2400					
JJ	450	686.8	683.4	0.45	3.4	7.61
	2200					
PP	400	683.4	681.0	0.5	2.4	4.8
	1800					
MM	350	681.2	679.1	0.6	2.1	3.65
	1600					
TT	300	687.1	685.7	0.7	1.4	2.09
	1400					

Table 7

$m_{1a} = 596$ g/mn

Code échantillon	u (mm/mn)	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
F	550	694.8	691.1	0.36	3.1	8.48
	2400					
VV	500	683.4	680.7	0.4	2.7	6.72
	2200					
A	450	695.0	693.2	0.44	1.8	4.03
	1800					
Q	400	682.8	681.3	0.5	1.5	2.98
	1600					
G	350	697.4	696.2	0.6	1.2	2.09
	1400					

Table 8

Annexe A5

Distance d'impact $X_c = 6.8 \text{ cm}$

$m_{1a} = 750 \text{ g/mn}$

Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
Z	550	698.0	695.4	0.36	2.6	7.11
	2400					
HH	500	689.1	686.8	0.4	2.3	5.72
	2200					
N	450	696.3	695.5	0.44	0.8	1.8
	1800					
X	400	699.4	698.8	0.5	0.6	1.2
	1600					
V	350	707.1	706.6	0.6	0.5	0.87
	1400					

Table 9

$m_{1a} = 898 \text{ g/mn}$

Code échantillon	$u \text{ (mm/mn)}$	Masse initiale (g)	Masse finale (g)	Temps de coupe (s)	Masse érodée (g)	Débit de masse érodée (g/mn)
	P (bars)					
YY	450	689.8	686.7	0.44	3.1	6.94
	2400					
M	400	678.6	675.9	0.5	2.7	5.37
	2200					
OO	350	690.1	689.4	0.6	0.7	1.22
	1800					
H	300	705.2	704.6	0.7	0.6	0.89
	1600					
J	250	705.0	704.4	0.8	0.6	0.74
	1400					

Table 9

Annexes B

Expérimentations amont:

Résultats des mesures de débit d'air, vitesses d'air et de particules à l'entrée de la chambre de mélange

Annexe B1

$m_{la} = 0 \text{ g/mn}$

P (MPa)	Hauteur col. d'eau H (mmCE)	Vitesse initiale de l'air vg_0 (m/s)
240	9.4	22.44
210	7.8	20.44
180	6.6	18.80
150	4.9	16.20
120	3.5	13.69
95	2.3	11.10

Table 10

$m_{la} = 72 \text{ g/mn}$

P (MPa)	Hauteur col. d'eau H (mm)	Vitesse initiale de l'air vg_0 (m/s)
240	9.3	22.32
210	7.9	20.57
180	6.4	18.52
150	4.9	16.20
120	3.6	13.89
90	2.1	10.61

Table 11

$m_{la} = 146 \text{ g/mn}$

P (MPa)	Distance moy. d'impact L (cm)	Vitesse initiale va_0 (m/s)	Hauteur col. d'eau H (mm)	Vitesse initiale de l'air vg_0 (m/s)
240	50	5.22	9.2	22.20
220	48	5.01		
210			7.8	20.44
180	45	4.70	6.4	18.52
160	37	3.86		
150			4.8	16.04
140	35	3.65		
120			3.4	13.50
90			2.2	10.86

Table 12

Annexe B2

$m_{la} = 298 \text{ g/mn}$

P (MPa)	Distance moy. d'impact L (cm)	Vitesse initiale $va0$ (m/s)0	Hauteur col. d'eau H (mm)	Vitesse initiale de l'air $vg0$ (m/s)
240	45	4.70	9.1	22.08
220	44	4.59		
210			7.5	20.04
180	38	3.97	6.3	18.37
160	35	3.65		
150			4.9	16.20
140	34	3.55		
120			3.3	13.30
90			2.3	11.10

Table 13

$m_{la} = 449 \text{ g/mn}$

P (MPa)	Distance moy. d'impact L (cm)	Vitesse initiale $va0$ (m/s)0	Hauteur col. d'eau H (mm)	Vitesse initiale de l'air $vg0$ (m/s)
240	41	4.28	9.2	22.20
220	40	4.18	8.2	20.96
180	32	3.34	6.3	18.37
160	32	3.34	5.2	16.69
140	*	*	*	*

Table 14

$m_{la} = 596 \text{ g/mn}$

P (MPa)	Distance moy. d'impact L (cm)	Vitesse initiale $va0$ (m/s)0
240	37	3.86
220	33	3.45
180	31	3.24
160	28	2.92
140	*	*

Table 15

* Pas d'aspiration d'abrasif (formation d'un bouchon dans la conduite flexible).

Annexe B3

 $m_{la} = 0 \text{ g/mn}$

<i>P</i> (MPa)	<i>Particules abrasives</i>		<i>Eau</i>		<i>Air</i>	
	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)
	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)
240	0	0	2057.68	99.34	13.761	0.66
	0	0	0.123	5.13	2.284	94.87
210	0	0	1924.78	99.35	12.54	0.65
	0	0	0.115	5.26	2.081	94.74
180	0	0	1782	99.36	11.532	0.64
	0	0	0.107	5.29	1.914	94.71
150	0	0	1626.74	99.39	9.941	0.61
	0	0	0.098	5.58	1.65	94.42
120	0	0	1454.99	99.43	8.399	0.57
	0	0	0.087	5.89	1.394	94.11
90	0	0	1294.59	99.48	6.81	0.52
	0	0	0.078	6.43	1.13	93.57

Table 16

 $m_{la} = 72 \text{ g/mn}$

<i>P</i> (MPa)	<i>Particules abrasives</i>		<i>Eau</i>		<i>Air</i>	
	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)
	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)
240	72	3.36	2057.68	96.0	13.69	0.64
	0.001	0.05	0.123	5.15	2.272	94.80
210	72	3.57	1924.78	95.8	12.62	0.63
	0.001	0.06	0.115	5.22	2.094	94.72
180	72	3.86	1782	95.53	11.36	0.61
	0.001	0.06	0.107	5.36	1.885	94.58
150	72	4.22	1626.74	95.2	9.94	0.58
	0.001	0.06	0.098	5.58	1.65	94.36
120	72	4.69	1454.99	94.76	8.52	0.55
	0.001	0.07	0.088	5.81	1.414	94.12
90	72	5.39	1260.1	94.13	6.51	0.48
	0.001	0.09	0.076	6.54	1.08	93.37

Table 17

Annexe B4

 $m_{1a} = 146 \text{ g/mn}$

<i>P</i> (MPa)	<i>Particules abrasives</i>		<i>Eau</i>		<i>Air</i>	
	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)
	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)
240	146	6.59	20.57.68	92.8	13.62	0.61
	0.002	0.09	0.123	5.17	2.26	94.74
210	146	7.01	1924.8	92.39	12.54	0.60
	0.002	0.10	0.115	5.25	2.081	94.65
180	146	7.53	1782	91.89	11.36	0.58
	0.002	0.11	0.107	5.36	1.885	94.53
150	146	8.19	1626.74	91.26	9.83	0.55
	0.002	0.13	0.097	5.63	1.632	94.24
120	146	9.08	1454.99	90.41	8.28	0.51
	0.002	0.15	0.087	5.96	1.374	93.89
90	146	10.34	1260.1	89.19	6.68	0.47
	0.002	0.19	0.076	6.36	1.11	93.45

Table 18

 $m_{1a} = 298 \text{ g/mn}$

<i>P</i> (MPa)	<i>Particules abrasives</i>		<i>Eau</i>		<i>Air</i>	
	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)
	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)
240	298	11.44	2292.87	88.04	13.56	0.52
	0.004	0.15	0.137	5.75	2.25	94.1
210	298	13.33	1924.78	86.12	12.29	0.55
	0.004	0.2	0.115	5.35	2.04	94.45
180	298	14.25	1782	85.21	11.27	0.54
	0.004	0.23	0.107	5.39	1.87	94.38
150	298	15.39	1626.74	84.1	9.94	0.51
	0.004	0.25	0.098	5.57	1.65	94.18
120	298	16.93	1454.99	82.61	8.15	0.46
	0.004	0.3	0.087	6.04	1.353	93.66
90	298	19.05	1260.1	80.52	6.8	0.43
	0.004	0.36	0.076	6.24	1.13	93.4

Table 19

Annexe B5

 $m_{1a} = 449 \text{ g/mn}$

<i>P</i> (MPa)	<i>Particules abrasives</i>		<i>Eau</i>		<i>Air</i>	
	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)
	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)
240	449	17.82	2057.68	81.64	13.62	0.54
	0.006	0.28	0.123	5.16	2.26	94.56
220	449	18.47	1970	81	12.85	0.53
	0.006	0.29	0.118	5.23	2.133	94.48
180	449	20.03	1782	79.47	11.27	0.5
	0.006	0.33	0.107	5.39	1.87	94.28
160	449	20.99	1680	78.53	10.24	0.48
	0.006	0.36	0.101	5.58	1.70	94.06
120	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*

Table 20

 $m_{1a} = 596 \text{ g/mn}$

<i>P</i> (MPa)	<i>Particules abrasives</i>		<i>Eau</i>		<i>Air</i>	
	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)	<i>Débit mass.</i> (g/mn)	(%)
	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)	<i>Débit Vol.</i> (m ³ /H)	(%)
240	596	22.35	2057.68	77.14	13.62	0.51
	0.008	0.36	0.123	5.16	2.26	94.48
220	596	23.12	1970	76.39	12.85	0.49
	0.008	0.38	0.118	5.23	2.133	94.39
180	596	24.95	1782	74.58	11.27	0.47
	0.008	0.44	0.107	5.38	1.87	94.18
150	596	26.07	1680	73.48	10.24	0.45
	0.008	0.48	0.101	5.57	1.70	93.95
120	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*

Table 21

* Pas d'aspiration d'abrasif (bouchon).

Annexes C, D et E

Annexe C1

Mise en évidence du diamètre optimal de la buse en saphir.

<i>P</i> (MPa)	<i>Diamètre</i> <i>buse</i> (mm)	<i>m</i> <i>l</i> <i>a</i> =146 g/mn		<i>m</i> <i>l</i> <i>a</i> =298 g/mn		<i>m</i> <i>l</i> <i>a</i> =449 g/mn	
		<i>m</i> <i>l</i> <i>r</i> (g/mn)	<i>u</i> (mm/mn)	<i>m</i> <i>l</i> <i>r</i> (g/mn)	<i>u</i> (mm/mn)	<i>m</i> <i>l</i> <i>r</i> (g/mn)	<i>u</i> (mm/mn)
240	0.1	0.55	550	0.5	500	0.25	500
240	0.15	0.8	400	1.04	350	0.87	350
240	0.2	3.78	400	4.18	400	0.6	400
240	0.25	5.77	400	6.27	420	9.41	440
240	0.3	6.66	350	8.76	400	8.46	500
240	0.40	6.34	250	7.16	300	14.97	320
240	0.5	4.1	250	9.47	280	8.92	320

Table 22

Comparaison entre les profondeurs de coupe réelles, corrélées et théoriques.

Distance d'impact <i>X_c</i> = 5 cm		PROFONDEUR DE COUPE <i>H</i> en (mm)		
Débit d'abrasif <i>m</i> <i>l</i> <i>a</i> = 298 g/mn		Expérience	Corrélation	Théorie
Code échantillon	<i>u</i> (mm/mn) <i>P</i> (MPa)			
OO	310	5	5.5	6.1
	240			
KK	290	4.5	5	5.7
	220			
X	270	3.2	3.4	4.3
	180			
G	260	2.5	2.6	3.5
	160			
NN	250	1.5	1.7	2.7
	140			

Table 23

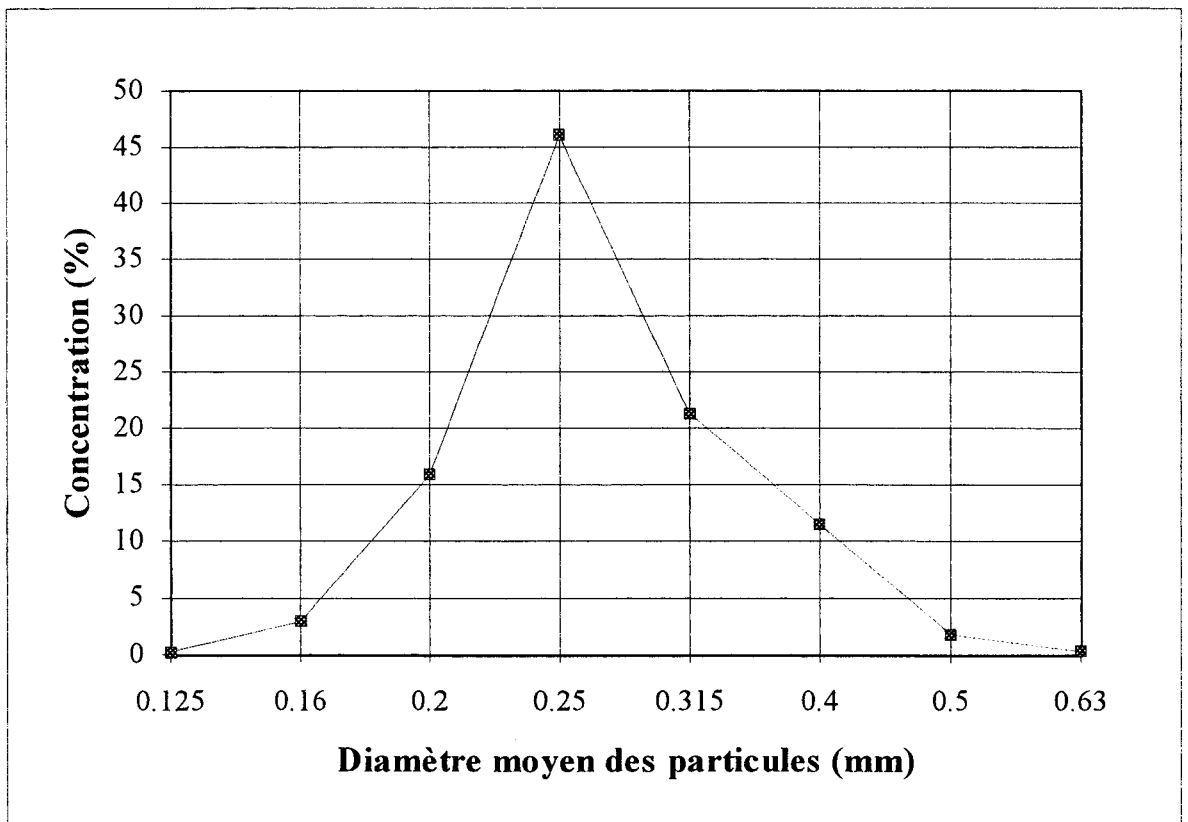
Annexe C2

Granulométrie de l'abrasif d'expérimentations

Type d'abrasif: Grenat

Poids de l'échantillon d'analyse: 500 g

<i>Da</i> (mm)	Concentration (%)
0.125	0.26
0.16	2.93
0.2	15.89
0.25	46.02
0.315	21.32
0.4	11.49
0.5	1.8
0.63	0.29

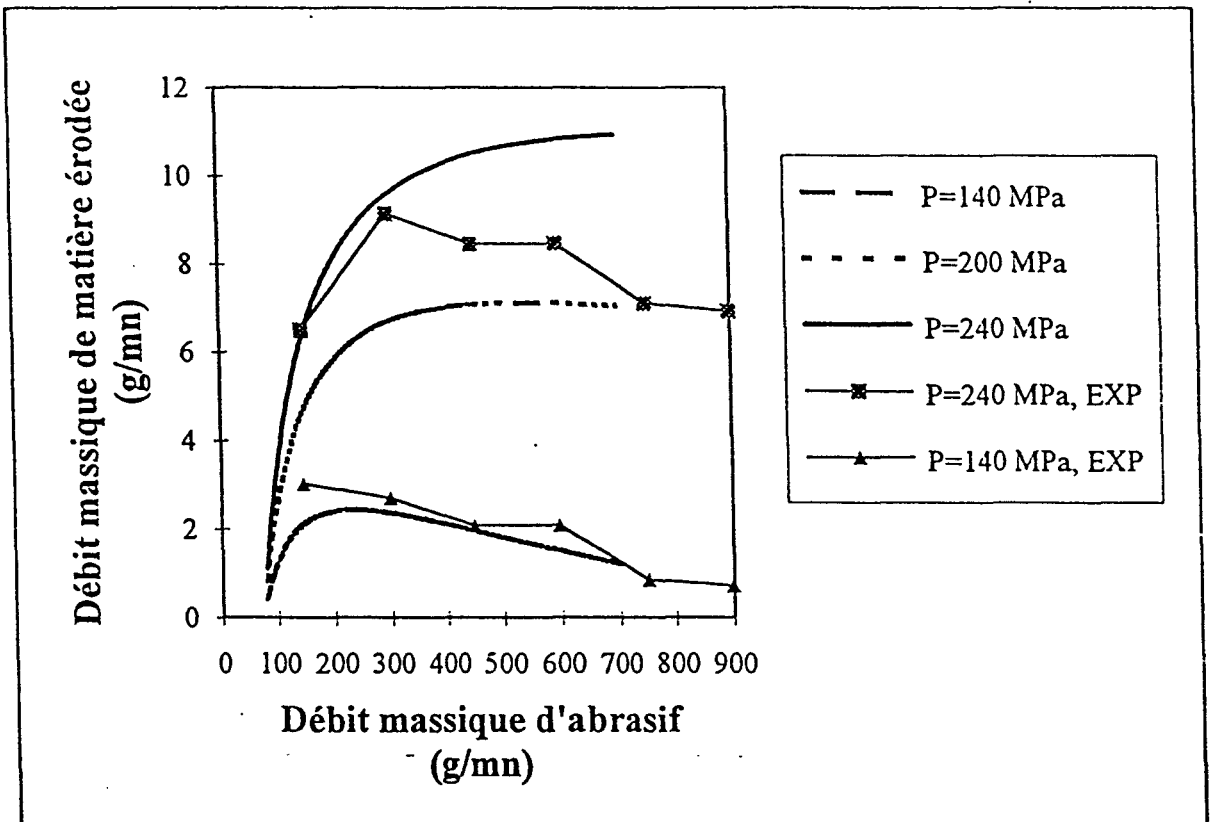


Courbe de répartition des concentrations des diamètres moyens des particules abrasives.

Annexe D

Influence du débit d'abrasif sur le débit massique de matière érodée, selon le modèle intégré de coupe.

Cas d'abrasif de diamètre moyen optimal, $D_a = 0.25 \text{ mm}$.



Annexe E

Les paramètres et résultats expérimentaux selon MILLER

$P = 69 \text{ MPa}$

$Dbuse = 2 \text{ mm}$

$Débit \text{ mass. abr.} = 104 \text{ g/s}$

$Débit \text{ mass. eau} = 1100 \text{ g/s}$

$Va0 = 20 \text{ m/s}$

Acier (steel shot):

$Masse \text{ vol. abr.} = 7840 \text{ Kg/m}^3$

Silica:

$Masse \text{ vol. abr.} = 2650 \text{ Kg/m}^3$

	3.26-mm steel shot	4.34-mm steel shot	4.34-mm magnets	3.26-mm magnets	1-mm silica
$X \text{ (m)}$	$Va \text{ (m/s)}$	$Va \text{ (m/s)}$	$Va \text{ (m/s)}$	$Va \text{ (m/s)}$	$Va \text{ (m/s)}$
0.1	10			22	
0.2	60			75	120
0.3	70	80	140	155	200
0.45	108	95	160	185	230
0.7	120	112	170	220	265
1	129	122	175	215	260
1.2	140	128	180	218	262
1.52	152	145	202	222	267
2.05	163	155	218	233	280
2.55	174	165	227	225	260
3.05	181	175	225	224	270
					EXTRAPOLATION

NOTE DE CALCUL DE DIAPHRAGME

REPÈRE : 1

SOCIETE : eCOLE MINES DE DOUAI * REFERENCE: 930832

I-CARACTERISTIQUES DU FLUIDE

NATURE.....	AIR		
TEMPERATURE.....	T	293	°K
PRESSION AMONT ABSOLUE.....	F	304	mbar
NOMBRE DE REYNOLDS.....	REYD	9276	-
VISCOSITE DYNAMIQUE.....	mu	18.1 10 ⁻⁶	kg/ms
VISCOSITE CINEMATIQUE.....	nu	49.9 10 ⁻⁶	m ² /s
MASSE VOLUMIQUE a 0°C et 1013 mbar abs.....	rho	1.293	kg/Nm ³
MASSE VOLUMIQUE aux conditions de service.....	rho	.3615	kg/m ³
EXPOSANT ISENTROPIQUE.....	K	1.4	-

II-DONNEES D'ETABLISSEMENT

TYPES DE PRISES DE PRESSION.....	ANGLES		
DEBIT NOMINAL.....	Q0	6.59	Nm ³ /h
DEBIT NOMINAL.....	Q	23.58	m ³ /h
DEBIT NOMINAL.....	Qm	8.53	kg/h
PRESSION DIFFERENTIELLE.....	h	981	daPa
DIAMETRE INTERIEUR de la conduite a 20°C.....	D	.018	m
DIAMETRE INTERIEUR de la conduite a T°K.....	Dt	.018	m
RUGOSITE des parois de la conduite.....	ks	.03 10 ⁻³	m

III-RESULTATS DE CALCUL

COEFFICIENT DE DEBIT.....	alpha	.626	-
COEFFICIENT DE DECHARGE.....	C	.6139	-
COEFFICIENT DE VITESSE D'APPROCHE.....	E	1.0197	-
COEFFICIENT DE DETENTE.....	eps	.902	-
RAPPORT DES DIAMETRES.....	beta	.4423	-
DIAMETRE DE L'ORIFICE a T°K.....	dt	7.96E-03	m
DIAMETRE DE L'ORIFICE a 20 °C.....	d	7.96E-03	m
PERTE DE CHARGE RESIDUELLE.....	dp	77	mbar

IV-FORMULE GENERALE

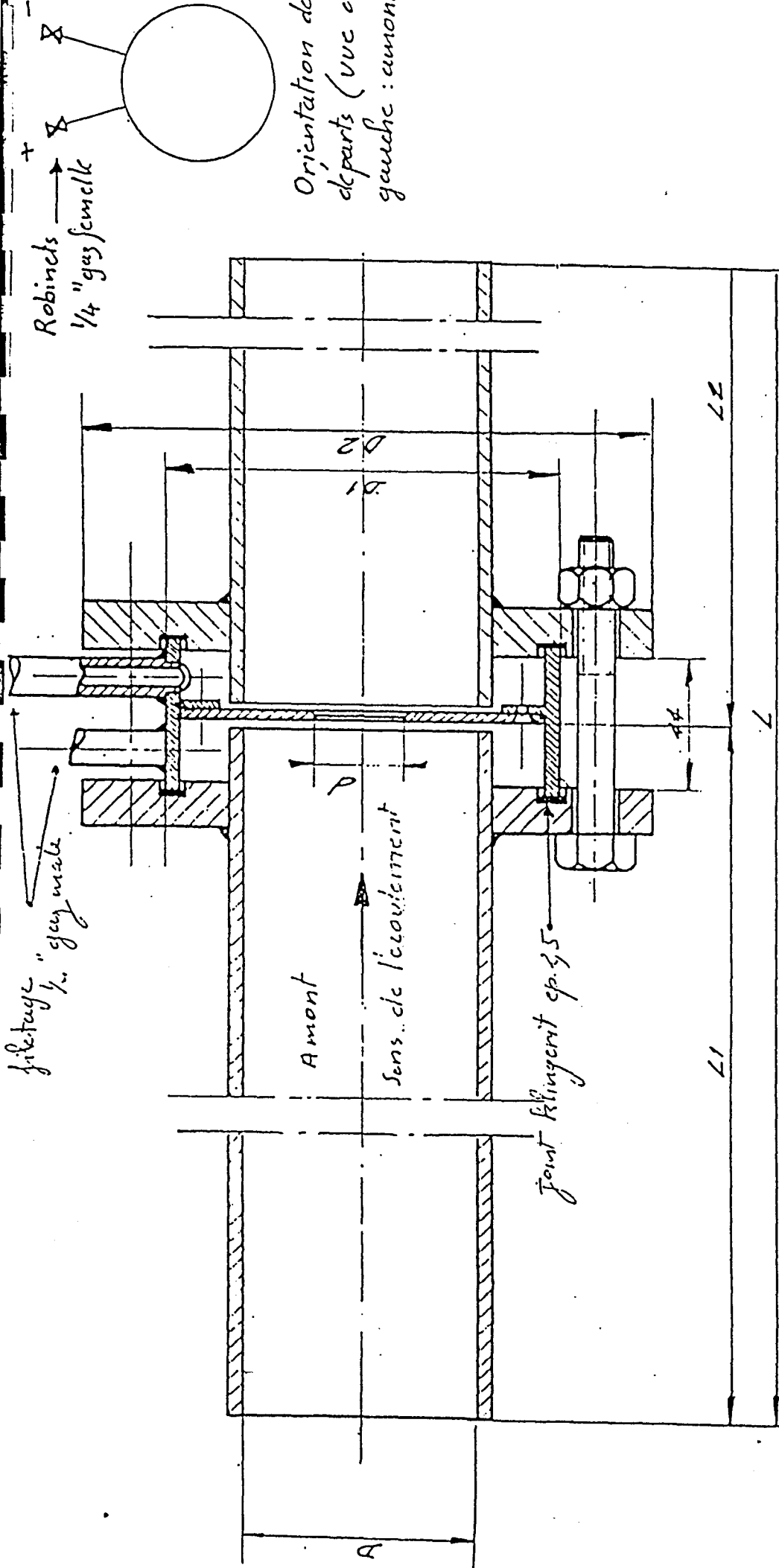
Qm = 8941,1295.dt.dt.eps.alpha.SQR(2.h.rho) avec les unités ci-dessus

V-FORMULE AUX CONDITIONS DE SERVICE

Q = k.SQR(h)
 Q en m³/h
 h en mmCE
 k = .745

calcul effectué sur APPLE par programme BERICAL le 08 12 93
 conformément à la norme AFNOR X 10102 - ISO 5167

BERI 12-14 RUE AMBROISE CROIZAT - BP.47 - 94802 VILLEJUIF"
 TELEX 201235 F - TEL : (1) 47 26 35 16 +



Orientation des
départs (vue
gauche : amont)

filetage
1/4" guy male

Amont

Sens de l'écoulement

Joint Klingering sp. 3.5

Avec brides aux extrémités

$L_1 = L_1 + 5$
 $L_2 = L_2 + 5$
 $L_3 = L_3 + 10$

Nominal	Φ tube	L ₁	L ₂	L	D ₁	D ₂
80	80/89	800	400	1200	136	200
65	65/75	650	325	975	122	185
50	50/60	500	250	750	102	165
32	35/42	350	175	525	77	140
25	26/34	260	130	390	67	115
20	18/24	180	90	270	57	105
15	14/18	140	70	210	57	105

Matière:

No Plan

Obs.



12-14 Rue Ambroise CROIZAT
T.726-35-16 + .94800.VILLEJUIF.

DIAPHRAGME

ELEMENT DE