

50376
1995
59

2 133 347

N° D'ORDRE: 1481

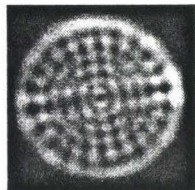
UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE

Spécialité: SCIENCES PHYSIQUES

présentée par

Eric LOUVERGNEAUX



MORPHOGENESE OPTIQUE DANS LES LASERS CO₂

Soutenu le 6 Février 1995 devant le jury composé de:

C. FROEHLY

Président et rapporteur

J. ARNAUD

Rapporteur

A. MIGUS

Examineur

P. GLORIEUX

Examineur

D. DANGOISSE

Directeur de thèse

D. HENNEQUIN

Co-directeur de thèse



A Delphine,
A ma famille,
A mes amis.

REMERCIEMENTS

Le travail présenté ici a été réalisé au Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Université des Sciences et Technologies de Lille. Je remercie vivement Monsieur le Professeur P. Glorieux de m'y avoir accueilli, proposé le présent sujet et accepté de juger ce travail. Je tiens aussi à remercier le CNRS et la Région Nord Pas de Calais pour m'avoir fait bénéficier d'une Bourse de Docteur Ingénieur. Ce travail a été financé par la DRET et la CEE.

Je remercie tout particulièrement D. Dangoisse pour toutes les connaissances qu'il m'a transmises ainsi que pour sa sympathie, et D. Hennequin pour sa disponibilité ainsi que les compétences dont il m'a fait bénéficier. Ils ont su me transmettre leur enthousiasme pour la recherche expérimentale et j'ai fait mienne leur devise selon laquelle, avec un minimum d'intuition l'expérience précède les calculs. Je leur suis aussi très reconnaissant pour les très fructueuses discussions que j'ai pu partager avec eux. Enfin, leurs relectures critiques ont grandement contribué à rendre ce mémoire plus compréhensible.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur C. Froehly qui après avoir rapporté ce travail, me fait l'honneur de présider le jury de thèse. J'exprime aussi toute ma reconnaissance à Monsieur J. Arnaud qui a rapporté ce travail, de surcroît dans un temps imparti, et qui me fait le plaisir d'être présent aujourd'hui. J'y associe Monsieur A. Migus qui me fait l'honneur d'examiner et de juger ce travail.

Un grand merci aussi

à tous les membres de l'équipe d'optique non-linéaire pour la bonne ambiance qu'ils savent faire partager et avec qui le travail n'en est que plus agréable.

à toutes les personnes du Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne que j'ai pu côtoyer agréablement au cours de ces trois dernières années.

à L. Paccou pour son aide efficace.

au service mécanique dirigé par Monsieur D. Lesage pour leurs réalisations rapides et précises.

à Monsieur J.M. Lapauw et tous les membres de l'équipe d'électronique, G. Bailly, M. Gamot, G. Gerard, B. Lesecq et C. Libaert pour leur disponibilité, leurs conseils et leur bonne humeur.

à S. Fauquemberg et P. Bonte pour la reprographie de ce document.

à C. Ghesthem pour sa disponibilité.

au secrétariat du laboratoire, de l'UFR, à la bibliothèque pour leur gentillesse et leur disponibilité.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.

INTRODUCTION.....	11
-------------------	----

CHAPITRE I : DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX.

INTRODUCTION.....	15
-------------------	----

I.1. LES PARAMETRES CLES DES RESONATEURS MULTIMODES GEOMETRIQUEMENT STABLES.....	16
---	----

I.1.1. LE NOMBRE DE FRESNEL.....	16
----------------------------------	----

I.1.2. L'INTERVALLE TRANSVERSE.....	18
-------------------------------------	----

I.1.2.1. Définition.....	19
--------------------------	----

I.1.2.2. Influence de l'astigmatisme.....	23
---	----

I.1.2.2.1. Effet d'une lame inclinée.....	24
---	----

I.1.2.2.2. Autres sources d'astigmatisme.....	25
---	----

I.2. CHOIX DES RESONATEURS MULTIMODES.....	27
--	----

I.2.1. RESONATEUR CONFOCAL.....	28
---------------------------------	----

I.2.2. RESONATEUR MULTI-ELEMENTS DEGENERE.....	31
--	----

I.3. DESCRIPTION DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX.....	41
---	----

I.3.1. CAVITES.....	41
---------------------	----

I.3.1.1. Domaines de stabilité.....	44
-------------------------------------	----

I.3.1.2. Evolution des paramètres N_f et Δv_T	48
---	----

I.3.1.3. Influence de l'astigmatisme.....	52
---	----

I.3.1.4. Analyse d'une configuration expérimentale.....	55
---	----

I.3.2. LE MILIEU ACTIF.....	57
-----------------------------	----

I.3.2.1. Profil transverse du paramètre de pompe.....	58
---	----

I.3.3. DETECTION - IMAGERIE.....	60
----------------------------------	----

I.3.3.1. Détection temporelle.....	61
------------------------------------	----

I.3.3.2. Imagerie.....	62
------------------------	----

CHAPITRE II : STRUCTURES DES CAVITES STABLES.

INTRODUCTION.....	69
II.1. CARACTERISATION DES STRUCTURES TRANSVERSEES.....	70
II.2. STRUCTURES EN PRESENCE D'UNE BRISURE DE SYMETRIE.	72
II.2.1. RESULTATS EXPERIMENTAUX.	74
II.2.1.1. Moyennes temporelles.	75
II.2.1.2. Description des spectres.	78
II.2.1.3. Décomposition intuitive.....	80
II.2.1.3.1. Choix de la base.	80
II.2.1.3.2. Règles de sélection modale.	84
II.2.1.4. Méthode des moindres carrés.....	86
II.2.1.5. Réseaux imparfaits.....	92
II.2.2. RESULTATS NUMERIQUES.	94
II.2.2.1. Simulations.....	97
II.2.2.2. Discussion.	102
II.3. STRUCTURES DANS DES SYSTEMES A SYMETRIE CYLINDRIQUE. ..	109
II.3.1. STRUCTURES FAIBLEMENT MULTIMODES.....	113
II.3.2. STRUCTURES DANS DES SYSTEMES TRES FORTEMENT MULTIMODES.	121
II.4. CONCLUSION.....	123

CHAPITRE III : STRUCTURES DES CAVITES INSTABLES.

III.1. INTRODUCTION.....	129
III.2. PROPRIETES DES FAISCEAUX DANS LES RESONATEURS INSTABLES.....	130
III.2.1. RESOLUTION DE L'INTEGRALE DE HUYGENS.....	130
III.2.2. ANALYSE GEOMETRIQUE.....	131
III.2.2.1. Ondes sphériques.	131
III.2.2.2. Nombre de Fresnel équivalent.....	133

III.3. DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	135
III.4. STRUCTURES DE LA CAVITE II.....	140
III.4.1. STRUCTURES FAIBLEMENT MULTIMODES.....	142
III.4.2. STRUCTURES FORTEMENT MULTIMODES.....	146
III.4.3. TRANSITION STABLE-INSTABLE.....	147
III.4.4 ANALYSE ET DISCUSSION.....	148
III.5. STRUCTURES DE LA CAVITE QUASI-CONFOCALE.....	154
III.6. CONCLUSION.....	157

CONCLUSION.

CONCLUSION.....	161
-----------------	-----

ANNEXES.

ANNEXE I.A. ASTIGMATISME D'UNE CAVITE.....	165
A. Astigmatisme dû à une lame inclinée.....	165
B. Astigmatisme dû à des miroirs désalignés.....	167
ANNEXE I.B. APPAREILLAGES.....	169
ANNEXE II.....	171

BIBLIOGRAPHIE.

BIBLIOGRAPHIE.....	175
--------------------	-----

INTRODUCTION



INTRODUCTION

La compréhension de la turbulence et plus généralement des comportements spatio-temporels reste un défi majeur qui a connu dernièrement un regain d'attention non seulement en hydrodynamique mais aussi en chimie [Nicolis 1977], en optique [Arecchi 1990, 1991, Akhmanov 1992], etc. Ces domaines sont d'ailleurs étroitement liés comme le montrent, par exemple, la correspondance entre les équations de Maxwell-Bloch et celles de Ginzburg-Landau et l'existence de turbulence optique induite par des défauts topologiques [Coulet 1989a,b]. Dès lors, les études ont évolué dans les systèmes optiques dynamiques, des instabilités purement temporelles dans lesquelles la structure du faisceau n'intervient pas, vers les instabilités spatio-temporelles. Ce dernier champ couvre non seulement la turbulence optique mais aussi les processus de formation des structures spatiales. Par rapport aux autres domaines, les systèmes optiques possèdent des avantages pratiques tels que les temps caractéristiques très courts qui les rendent particulièrement attrayants pour l'étude de la morphogénèse. L'intérêt porté à ces phénomènes ne réside pas seulement dans la compréhension des mécanismes fondamentaux mais répond aussi à la perspective du traitement optique de grandes quantités d'informations [Brambilla 1992].

Bon nombre d'études théoriques [Coulet 1989(a,b), Tamm 1990a] et expérimentales [Tredicce 1989, Tamm 1990a,b, Brambilla 1991] ont tenté de caractériser les défauts optiques analogues aux vortex en hydrodynamique. Expérimentalement, la turbulence a été recherchée dans des structures totalement désordonnées générées par l'oscillateur à gain photoréfractif [Arecchi 1990, 1991], les composants optiques à cristaux liquides avec feed-back optique [Akhmanov 1992] et les lasers CO₂ [Tredicce 1989, 1991, Green 1990]. Dans toutes ces études, deux approches différentes ont été suivies: (i) la première est celle adoptée habituellement en hydrodynamique. Elle requiert au niveau théorique la résolution de l'équation aux dérivées partielles modélisant le système [Coulet 1989a,b], et au niveau expérimental aboutit à une caractérisation statistique grâce, par exemple, à l'étude de la dynamique des singularités de phase; (ii) la seconde consiste à décomposer le champ sur une base de modes propres de la cavité vide pour analyser la dynamique du système. Ce second problème a été traité théoriquement dans le cas d'une cavité en anneau de section réduite possédant une symétrie cylindrique et les résultats ont été vérifiés expérimentalement avec un laser Na₂ pompé optiquement [Brambilla 1991].

Dans cette optique, le travail présenté ici a été motivé par (i) la connaissance de l'évolution de la complexité des structures dans des systèmes plus étendus spatialement que ceux étudiés jusqu'à présent dans des lasers faiblement multimodes; (ii) la compréhension des processus de formation des structures dans de tels systèmes; (iii) la comparaison des structures expérimentales avec celles prédites par les modèles théoriques, ou encore (iv) la recherche d'une transition vers la turbulence.

Pour analyser les processus de formation des structures transverses du faisceau, nous nous sommes fixés comme objectif de réaliser des lasers fortement multimodes, possédant toutes les caractéristiques favorables à l'apparition de la turbulence optique, permettant de caractériser la forme et l'évolution des structures en fonction du nombre de degrés de liberté transverses du système. Afin de comprendre comment apparaissent les structures nous avons adopté une étude morphogénétique privilégiant l'approche modale.

Ce mémoire est organisé de la façon suivante.

Le chapitre I énonce et discute les propriétés que doit posséder une cavité laser susceptible d'émettre un faisceau très fortement multimode. Les deux types de configurations retenus sont une cavité confocale symétrique et une cavité multi-élément dégénérée. Les ordres de grandeurs des principaux paramètres de ces lasers sont donnés et leur vérification expérimentale est décrite. Enfin, les différents systèmes de détection temporelle et spatiale sont présentés, avec en particulier la mise au point d'un système d'imagerie infrarouge de haute résolution.

Après un rappel sur les deux méthodes généralement utilisées pour caractériser la section transverse du faisceau, le chapitre II présente une analyse des structures transverses obtenues lorsque la cavité possède la symétrie rectangulaire. Ces résultats sont comparés à ceux des simulations numériques. Des hypothèses sont formulées pour tenter d'appréhender les mécanismes physiques à l'origine de la formation de ces structures. La fin de ce chapitre est consacrée à une généralisation de ces résultats à la symétrie cylindrique.

Les études expérimentales de morphogénèse optique mettent en oeuvre des cavités géométriquement stables et des faisceaux gaussiens. Il nous a semblé intéressant d'analyser les structures issues des cavités géométriquement instables plus généralement réservées aux lasers de puissance. Le chapitre III commence donc par rappeler les propriétés des faisceaux générés par de tels résonateurs. Puis, les structures obtenues sont décrites et comparées à celles des cavités stables.

CHAPITRE 1

Dispositifs expérimentaux



INTRODUCTION.

Dans ce premier chapitre nous décrirons les critères de choix permettant de réaliser des cavités multimodes géométriquement stables susceptibles de conduire à la turbulence optique. Nous développerons les arguments qui ont conduit à retenir une cavité quasi-confocale et une cavité multi-éléments. Les propriétés de chaque résonateur seront énoncées et leurs caractéristiques - domaines de stabilité, intervalle spectral transverse, nombre de Fresnel - seront étudiées en détail. Nous évaluerons les conséquences de l'astigmatisme induit par le désalignement d'un miroir ou la présence d'une lame inclinée sur l'axe du résonateur. Nous rappellerons que l'astigmatisme lève la dégénérescence des fréquences des modes d'une même famille transverse et brise la symétrie cylindrique au profit d'une symétrie rectangulaire par rapport à deux axes x et y du plan transverse.

Puis, nous décrirons les dispositifs expérimentaux, en nous intéressant successivement à la cavité puis au milieu actif.

Enfin, nous achèverons ce chapitre par la description du dispositif d'imagerie infrarouge.

I.1. LES PARAMETRES CLES DES RESONATEURS MULTIMODES GEOMETRIQUEMENT STABLES.

Le but poursuivi dans la réalisation de nos cavités est d'obtenir des configurations où le nombre de modes est important et où l'indice transverse des modes est le plus élevé possible. Ce sont les conditions requises pour favoriser la présence de turbulence optique. Elles sont réalisées en choisissant judicieusement certains paramètres que nous allons définir dans cette première section. Le premier traduit l'extension spatiale de nos systèmes caractérisé par le nombre de Fresnel N_f . Le second exprime l'écart en fréquence des modes transverses défini par l'intervalle spectral $\Delta\nu_T$. A ceux-ci s'ajoutent deux autres quantités γ_{\perp} et κ qui représentent respectivement les demi-largeurs de la courbe de gain du milieu amplificateur et de la courbe de réponse de la cavité vide. En effet, comme nous le verrons à la fin de cette section, le rapport entre γ_{\perp} et $\Delta\nu_T$ traduit en outre le nombre de modes susceptibles d'osciller. Enfin, le dernier paramètre clé est le profil transverse du paramètre de pompe qui influence la formation des structures.

Nous allons donc définir, dans cette première section, le nombre de Fresnel et l'intervalle spectral transverse.

I.1.1. LE NOMBRE DE FRÉSNEL.

Considérons un résonateur (Fig. I.1) de longueur L , composé de deux miroirs de rayons de courbure R_1 et R_2 et de rayons d'ouverture respectifs a_1 , a_2 . λ est la longueur d'onde. Avec ces notations, le nombre de Fresnel [Kogelnik 1966] est:

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda L} \quad (\text{I.1})$$

Celui-ci dépend des caractéristiques géométriques du résonateur, i.e. de sa longueur et des rayons d'ouverture de ses miroirs, mais ne tient pas compte de leurs rayons de courbure. La définition de N est insuffisante puisque deux résonateurs de même nombre de Fresnel peuvent avoir un comportement multimode totalement différent. Prenons l'exemple d'un résonateur plan-plan et d'un résonateur confocal, de même longueur L et de même rayon d'ouverture a . Ces résonateurs ont le même N , et pourtant le rayon de pincement des faisceaux à l'intérieur de chacun d'eux y est radicalement différent. Il est infini pour le résonateur plan-plan alors qu'il est minimal

pour le résonateur confocal. L'usage du résonateur confocal peut donc favoriser les modes d'ordre élevé, même avec des miroirs de dimension standard.

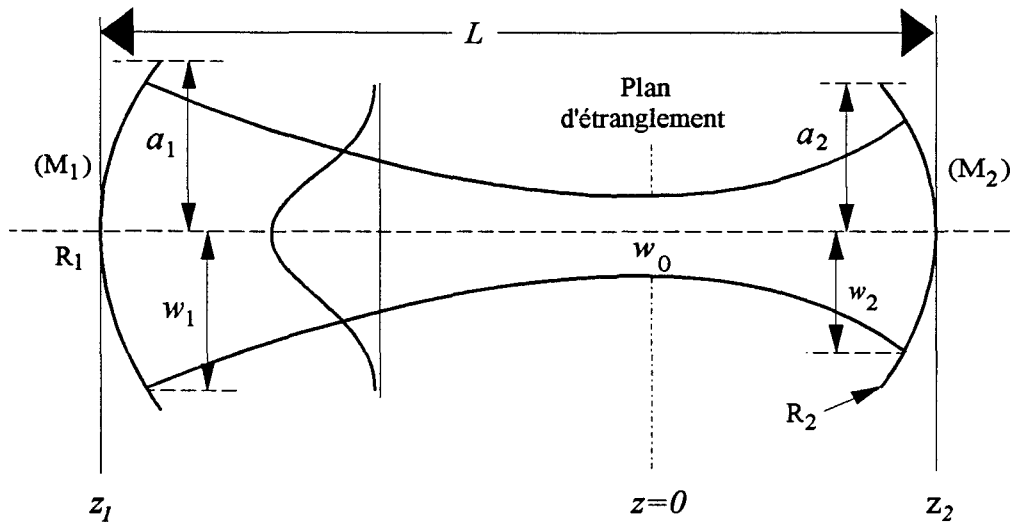


Figure I.1. Cavité à deux miroirs.

Il semble donc indispensable de définir un paramètre caractérisant le faisceau gaussien pour traduire le comportement multimode réel d'un résonateur quelconque. Nous allons, alors, définir un nombre de Fresnel différent de celui introduit par la relation (I.1). Celui-ci nous permettra de disposer d'une mesure de l'indice transverse maximal du mode pouvant osciller dans la cavité sans perturbation significative par ses ouvertures.

Siegman a montré [Siegman 1986a] que, si les rayons d'ouverture sont égaux, le nombre de Fresnel N d'un résonateur confocal, symétrique et géométriquement stable, est proportionnel au rapport de la surface utile S des miroirs à la surface S_{00} occupée sur les miroirs par le mode fondamental TEM_{00} :

$$N_f = \text{Min} \left(\frac{1}{\pi} \frac{S}{S_{00}} \right) \quad (\text{I.2})$$

L'oscillation d'un mode étant limitée par l'élément ayant le plus petit rayon d'ouverture, le rapport (I.2) devra être calculé sur ce dernier. Cela revient à ne retenir que la plus faible des valeurs obtenues sur chaque élément du résonateur. Aussi, adopterons-nous par la suite, cette définition du nombre de Fresnel qui tient réellement compte de l'aptitude au comportement multimode du résonateur.

Lorsque l'indice n d'un mode d'Hermite H_n est grand, sa taille transverse est approximativement $2w\sqrt{n}$ (Fig. I.2) [Siegman 1974], où w est le rayon effectif du faisceau pris à $1/e$ de l'amplitude maximale du mode fondamental. Si un tel mode n'est pas limité par l'ouverture du miroir de rayon a , il vient:

$$N_f \propto \frac{n}{\pi} \quad (\text{I.3})$$

N_f est donc proportionnel à l'indice du mode le plus large pouvant osciller dans le résonateur.

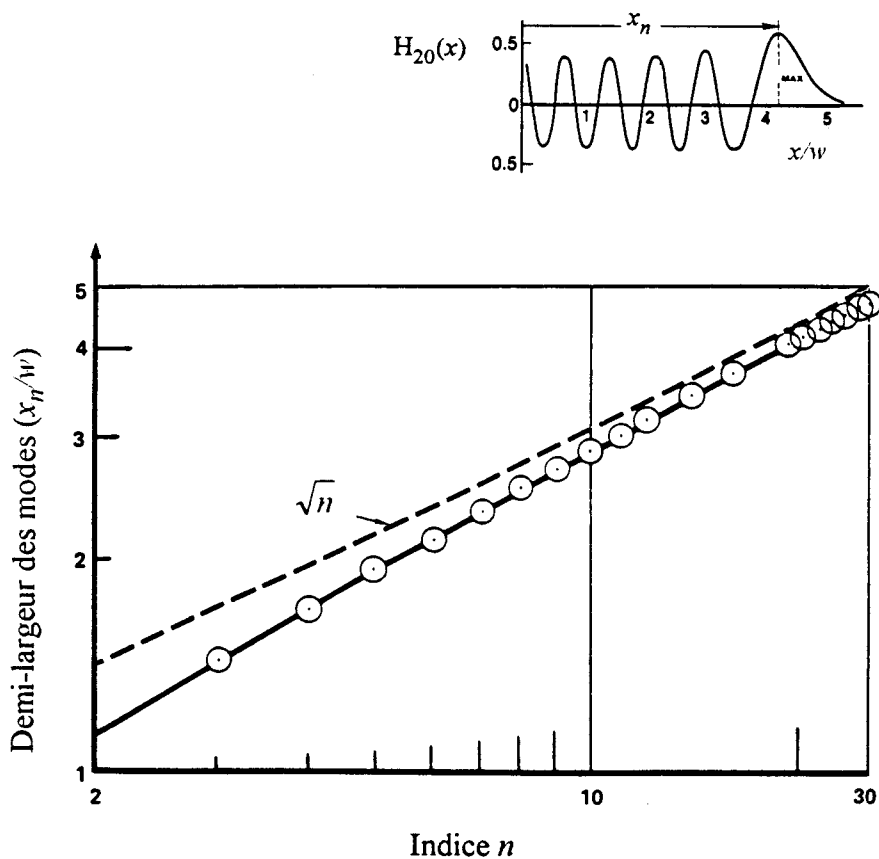


Figure I.2. Variation de la position $x_n \approx \sqrt{nw}$ du maximum le plus à l'extérieur des modes d'Hermite en fonction de n . Illustration pour $H_{20}(x)$.

I.1.2. L'INTERVALLE TRANSVERSE.

Nous allons commencer par rappeler les expressions du champ en coordonnées cartésiennes et cylindriques pour définir l'espacement transverse Δv_T entre les modes d'une cavité. Puis, nous examinerons les modifications qu'entraîne la présence d'une brisure de symétrie introduite par l'astigmatisme.

I.1.2.1. Définition.

Le champ gaussien E , présent dans une cavité, satisfait l'équation d'onde scalaire:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (\text{I.4})$$

où k est le vecteur d'onde [Kogelnik 1966]. Pour une onde se propageant suivant z , $E(x,y,z)$ s'écrit:

$$E(x, y, z) = A(x, y, z) \exp(-i k z) \quad (\text{I.5})$$

où A est une fonction complexe variant lentement. En insérant (I.5) dans (I.4) on obtient, dans le cas de l'approximation paraxiale:

$$\nabla_{\perp}^2 A - 2 i k \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (\text{I.6})$$

où ∇_{\perp}^2 est le Laplacien transverse. L'équation (I.6) a une forme similaire à l'équation de Schrödinger dépendant du temps. Il est alors aisé de montrer que pour le mode transverse fondamental, la fonction $A(x,y,z)$ définie par:

$$A(x, y, z) = \psi(x, y) \exp \left\{ i \left(P + \frac{k}{2q(z)} (x^2 + y^2) \right) \right\} \quad (\text{I.7})$$

$$\text{où } P = -\arctan \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right) - i \ln \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)$$

est solution de (I.6). P est la phase complexe et $q(z)$ le rayon de courbure complexe du faisceau gaussien. Celui-ci défini par Kogelnik [1966] pour caractériser le faisceau s'exprime par:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i \lambda}{\pi w^2(z)} \quad (\text{I.8})$$

où $w(z)$ est le rayon effectif et $R(z)$ le rayon de courbure de la surface équi-phase. En un point z de l'axe optique du résonateur la valeur minimale w_0 de $w(z)$ est appelée rayon de pincement.

L'optique matricielle offre une formulation simple et élégante de la théorie des résonateurs. Elle permet, à partir des caractéristiques du faisceau dans un plan quelconque, d'en déduire les caractéristiques dans tout autre plan. La matrice de transfert associée à la propagation dépend directement des éléments rencontrés sur le parcours entre les deux plans considérés [Kogelnik 1966]. Ainsi, toute transformation du faisceau gaussien à travers un système d'éléments est représentée par une matrice (A, B, C, D) . A partir de cette matrice, et du paramètre complexe q_1 du faisceau dans le plan de départ, on peut calculer le paramètre q_2 dans un plan quelconque grâce à la loi $ABCD$:

$$q_2 = \frac{A q_1 + B}{C q_1 + D} \quad (\text{I.9})$$

Il est alors aisé d'exprimer $q(z)$ en fonction des éléments A, B, C et D :

$$\frac{1}{q} = \frac{D - A}{2B} - i \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{A + D}{2}\right)^2}}{B} \quad (\text{I.10})$$

Cette relation permet de calculer le rayon de courbure et la taille du faisceau en fonction des éléments de matrice:

$$\boxed{R = \frac{2B}{D - A} \quad , \quad w^2 = \frac{\lambda B}{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{A + D}{2}\right)^2}} \quad (\text{I.11a,b})}$$

L'expression des fonctions propres modales (I.7) dépend du choix de la base de coordonnées dans laquelle est exprimée le Laplacien transverse. En coordonnées cartésiennes, la solution de l'équation d'onde pour les modes d'ordre supérieur s'écrit:

$$A_{m,n}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{2^{-\left(\frac{m+n}{2}\right)}}{\sqrt{(m!) (n!)}} H_m\left(\frac{\sqrt{2} x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2} y}{w(z)}\right) e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2(z)}} e^{-i\phi(z)} \quad (\text{I.12})$$

$$\text{avec } \phi(z) = (m + n + 1) \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right) + \frac{\pi r^2}{\lambda R} \quad (\text{I.13})$$

où m et n sont les entiers associés à deux directions perpendiculaires du plan transverse. Les modes d'Hermite-Gauss, définis par $A_{m,n}(x,y)$, seront notés $TEM_{m,n}$.

En coordonnées cylindriques, la relation (I.7) s'écrit:

$$A_{p,\ell}(r, \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{p!}{(p+|\ell|)!}} \left(\frac{\sqrt{2} r}{w(z)} \right)^{|\ell|} L_p^\ell \left(2 \frac{r^2}{w^2(z)} \right) e^{-2 \frac{r^2}{w^2}} S_\ell(\theta) e^{-i \phi(z)} \quad (\text{I.14a})$$

$$\text{avec } S_\ell(\theta) = \begin{cases} \cos \ell \theta & \text{si } \ell > 0 \\ \sin \ell \theta & \text{si } \ell < 0 \end{cases} \quad (\text{I.14b})$$

$$\text{et } \phi(z) = (2p + |\ell| + 1) \arctan \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right) + \frac{\pi r^2}{\lambda R} \quad (\text{I.15})$$

où p et ℓ sont les indices transverses radial et angulaire. On notera $A_{p,\ell}$ les modes de Laguerre-Gauss.

La figure I.3 présente quelques modes de cette base. On remarque que suivant les indices p et ℓ , la forme des maxima diffère. En effet, pour un indice $|\ell|$ faible (Fig. I.3(a,c)) les maxima s'étendent azimuthalement et pour $|\ell|$ élevé (Fig. I.3(b)) radialement. Nous montrerons, dans le chapitre III, que les distributions d'intensité des cavités géométriquement instables présentent parfois de fortes analogies avec celles des modes de Laguerre-Gauss d'indice ℓ petit.

La phase longitudinale ϕ s'écrit, dans le plan d'abscisse z :

$$\phi(z) = \frac{2 \pi z}{\lambda} - \left\{ \frac{m+n+1}{2p+|\ell|} \right\} \arctan \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right) \quad (\text{I.16})$$

L'accord de phase longitudinal subi par le rayonnement après une traversée du résonateur exige que le déphasage soit un multiple de π . Les fréquences de résonance des modes dans une cavité à deux miroirs sont alors définies par:

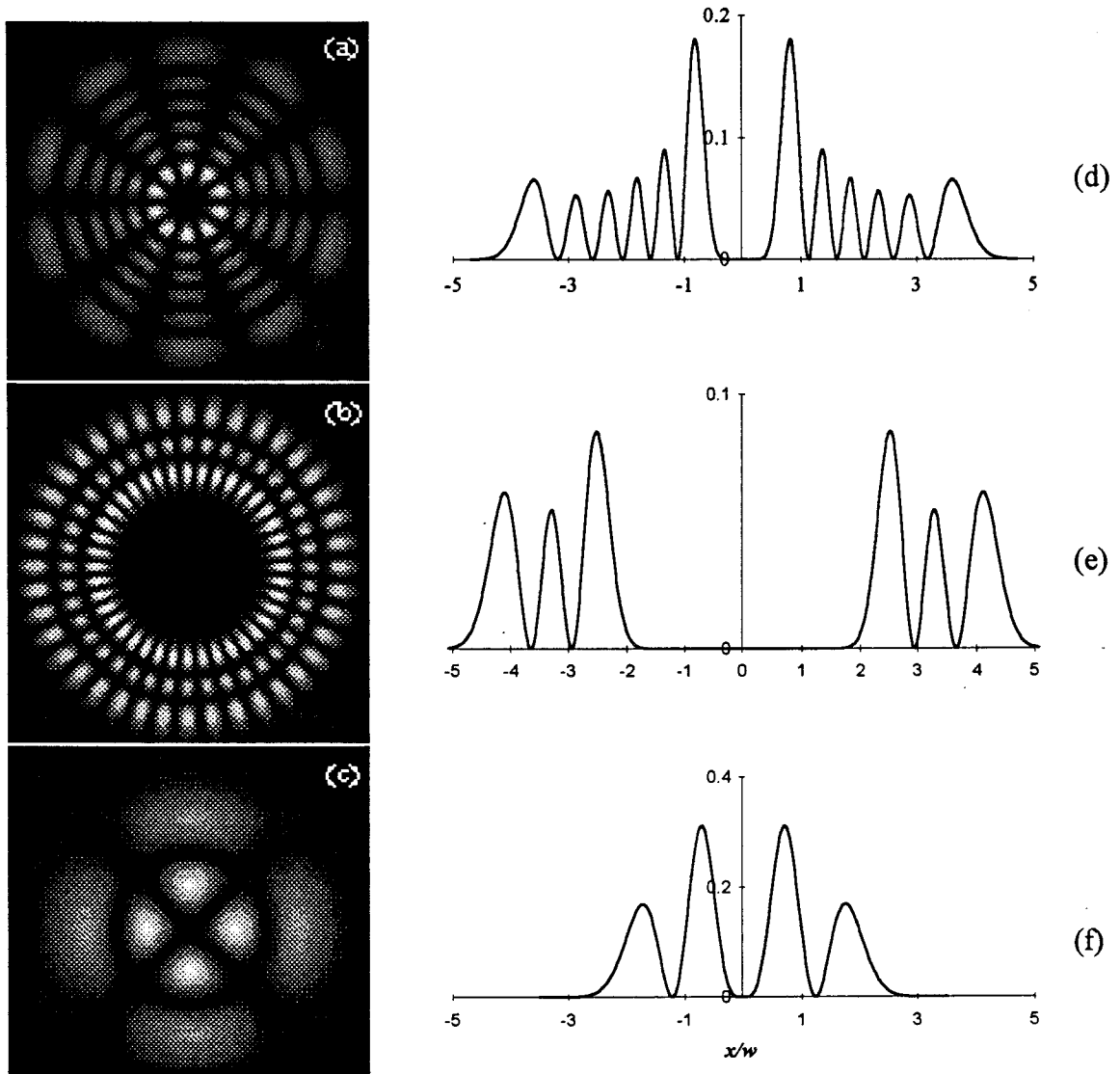


Figure 1.3. Distributions d'intensité de modes de la base de Laguerre-Gauss. (a) $A_{5,-5}$; (b) $A_{2,-20}$; (c) $A_{1,2}$. (d-f) profils transverses d'intensité des modes (a-c).

$$v_{\left\{ \begin{matrix} k, m, n \\ p, \ell \end{matrix} \right\}} = k \Delta v_L + \left\{ \begin{matrix} m + n + 1 \\ 2p + |\ell| \end{matrix} \right\} \Delta v_T \quad (\text{I.17a})$$

avec

$$\Delta v_L = \frac{c}{2L} \quad \text{et} \quad \Delta v_T = \frac{\Delta v_L}{\pi} \left[\arctan\left(\frac{\lambda L_2}{\pi w_0^2}\right) - \arctan\left(\frac{-\lambda L_1}{\pi w_0^2}\right) \right] \quad (\text{I.17b})$$

où Δv_L et Δv_T représentent les intervalles longitudinal et transverse. k est l'indice

longitudinal. L_1 et L_2 sont les positions des miroirs par rapport au plan d'étranglement $z=0$. $\Delta\nu_T$ s'exprime aussi en fonction des paramètres de stabilité g_1 et g_2 :

$$\Delta\nu_T = \frac{\Delta\nu_L}{\pi} \arccos[\pm\sqrt{g_1 g_2}] \quad (\text{I.18})$$

$$\text{avec } g_1 = \frac{a_1}{a_2} \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \text{ et } g_2 = \frac{a_2}{a_1} \left(1 - \frac{L}{R_2}\right) \quad (\text{I.19})$$

Les fréquences des modes transverses vérifiant $m+n=\text{constante}$ (resp. $2p+|\ell|=\text{constante}$), sont dégénérées. Ces modes sont regroupés par familles repérées par l'indice q , tel que $q=m+n$ (resp. $q=2p+|\ell|$) (Fig. I.4). Chaque famille q comporte $q+1$ modes de même fréquence.

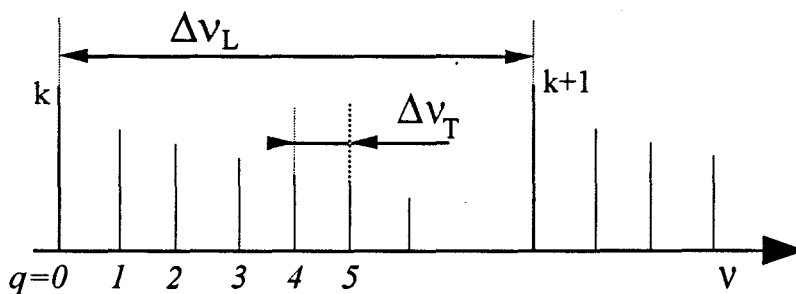


Figure I.4. Spectre des fréquences de résonance des modes transverses. $\Delta\nu_T$ (resp. $\Delta\nu_L$) représente l'intervalle spectral transverse (resp. longitudinal).

Nous avons défini ici les expressions de $\Delta\nu_T$ dans les différentes bases de modes propres. Nous allons maintenant examiner la façon dont ces fréquences peuvent être modifiées dans une cavité réelle.

I.1.2.2. Influence de l'astigmatisme.

Les propriétés des modes gaussiens produits par des résonateurs à symétrie cylindrique composés de miroirs sphériques, ont été largement étudiées [Kogelnik 1966]. La symétrie des faisceaux est alors un sous-groupe de celle du résonateur. La première référence aux faisceaux gaussiens astigmatiques a été faite par Collins [1964a, 1964b]. Il a montré que, dans un résonateur en anneau, les rayons de courbure des miroirs sont différents dans le plan xoz du résonateur et dans le plan $yo z$ perpendiculaire à celui-ci.

Ceci conduit à des dimensions et des positions différentes du rayon de pincement du faisceau. Rigrod [1965], quant à lui, a introduit pour la première fois deux matrices de transfert correspondant à la propagation du faisceau dans chaque plan de référence (xoz et $yoze$). Cette analyse est utile dès que la symétrie cylindrique est remplacée par une symétrie par rapport à deux axes x et y . Si un faisceau traverse une lentille mince astigmatique avec des longueurs focales différentes dans les plans xoz et $yoze$, il sera de section elliptique et aura un front d'onde elliptique [Arnaud 1969b]. L'étude des résonateurs dont les directions de courbure principales des miroirs opposés forment un angle arbitraire, conduit au même résultat [Popov 1968].

Dans cette section, nous allons décrire les différentes causes d'astigmatisme ainsi que leurs conséquences sur les caractéristiques spectrales du faisceau. Nous traiterons successivement le cas de la présence de lames inclinées par rapport à l'axe optique et du désalignement des miroirs de cavité.

1.1.2.2.1. Effet d'une lame inclinée.

La description théorique est fondée sur l'idée que la longueur L du résonateur est différente dans les deux plans de référence [Hanna 1969] (annexe I.A). La longueur effective du résonateur est alors $L-L_2$ dans le plan $yoze$ et $L-L_1$ dans le plan xoz , où L_1 et L_2 sont les modifications apportées à la longueur L par la présence d'un élément astigmatique dans la cavité. Le champ $E(x,y,z)$ d'un mode $TEM_{m,n}$ possède alors des termes de phase séparables en x et y . Ainsi, le déphasage entre les deux miroirs du résonateur peut s'exprimer séparément dans les deux plans. Il suffit alors d'ajouter les deux expressions de cette décomposition pour trouver le déphasage total. Les fréquences de résonance des modes du résonateur à deux miroirs s'écrivent alors [Hanna 1969]:

$$\frac{\nu}{\Delta\nu_L} = k + 1 + \frac{1}{\pi} \left(m + \frac{1}{2} \right) \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{L - L_1}{R_1} \right) \left(1 - \frac{L - L_1}{R_2} \right)} + \frac{1}{\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right) \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{L - L_2}{R_1} \right) \left(1 - \frac{L - L_2}{R_2} \right)} \quad (I.20)$$

Pour une cavité multi-éléments:

$$\frac{\nu}{\Delta\nu_L} = k + 1 + \frac{1}{\pi} \left(m + \frac{1}{2} \right) \arctan \left(\frac{\lambda (L - L_1)}{\pi w_{0x}^2} \right) + \frac{1}{\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right) \arctan \left(\frac{\lambda (L - L_2)}{\pi w_{0y}^2} \right) \quad (\text{I.21})$$

où w_{0x} et w_{0y} sont les rayons de pincement dans les plans de référence xoz et yoZ . Dès que $L_1 \neq L_2$, la forme des équations (I.20) et (I.21) montre clairement que les fréquences des modes TEM_{m_1, n_1} et TEM_{m_2, n_2} sont différentes même si $m_1 + n_1 = m_2 + n_2$. Il en résulte donc une levée de dégénérescence des fréquences des modes d'une famille transverse.

Le raisonnement suivi ici est très général puisque l'on pourra toujours considérer que l'astigmatisme apporté par un élément optique du résonateur revient à considérer deux plans de référence dans lesquels sa longueur sera différente. Il suffira alors de pouvoir exprimer n'importe quel type d'astigmatisme en deux longueurs différentes du résonateur.

Décrivons maintenant, brièvement, les autres sources d'astigmatisme.

1.1.2.2. Autres sources d'astigmatisme.

Nous allons discuter, dans cette section, des autres sources responsables des brisures de symétrie et de la présence d'astigmatisme.

Les défauts d'alignement des miroirs restent la cause d'astigmatisme la plus importante. Nous avons pu le vérifier expérimentalement en suivant, à l'aide de l'analyseur de spectre, le battement d'un laser bimode lorsqu'on modifie l'inclinaison d'un des miroirs du résonateur de quelques secondes d'arc. On montre (annexe I.A), que la longueur d du nouvel axe optique dans le plan correspondant à l'inclinaison des miroirs est donnée par:

$$d = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\sin(\Delta\theta)} = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\sin \left(\arctan \left(\frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{L} \right) \right)} \quad (\text{I.22})$$

où Δx_1 et Δx_2 dépendent de L , des angles d'inclinaison des miroirs et des paramètres g_1 et g_2 . La longueur dans le plan d'inclinaison est modifiée alors que dans le plan

perpendiculaire elle reste inchangée. On peut donc reporter ces longueurs dans l'expression (I.20) pour obtenir les nouvelles fréquences de résonance.

Un moyen de compenser l'astigmatisme introduit par une lame à faces parallèles, formant un angle β_1 avec le faisceau incident, consiste à incliner un miroir de la cavité d'un angle β_2 pour compenser la modification de la longueur optique dans le plan où réside l'astigmatisme. Notons toutefois que l'inclinaison β_2 du miroir va directement modifier l'angle β_1 ainsi que la position de l'axe optique. Une cavité comprenant une lentille intra-cavité permet aussi de compenser l'astigmatisme. En effet, il suffit de translater transversalement ou de faire pivoter la lentille autour de l'axe optique pour modifier l'axe optique et donc sa longueur. L'ajustement de l'inclinaison d'un miroir doit être simultanément effectuée afin de conserver l'alignement. La figure I.5 illustre les mouvements de la lentille et du miroir. Cette technique est aisément applicable à nos systèmes expérimentaux.

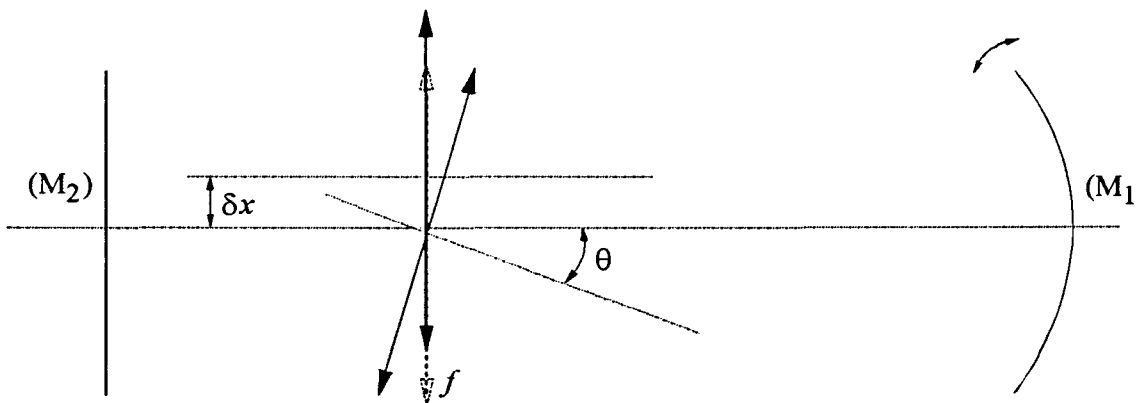


Figure I.5. Mouvements de la lentille utilisés pour compenser l'astigmatisme. Le miroir M_1 est incliné

Enfin dans la pratique, les lames utilisées pour réaliser l'étanchéité du tube contenant le milieu actif, sont solidaires de ce dernier et il est assez peu probable qu'elles soient rigoureusement perpendiculaires à l'axe optique de la cavité et parallèles entre-elles. De plus, ces lames sont souvent prismatiques. Elles introduisent donc de l'astigmatisme. La levée de dégénérescence, créée par deux lames inclinées de 5° et d'épaisseur 3 mm , est d'environ 1 kHz . Cette quantité reste négligeable comparée aux valeurs expérimentales de $\Delta\nu_T$ de l'ordre du MHz. L'anisotropie d'un élément optique et le milieu actif peuvent aussi être des sources d'astigmatisme. Les levées de dégénérescence qui en résultent sont toutefois difficiles à évaluer.

Après avoir défini les paramètres N_f et $\Delta\nu_T$, nous allons pouvoir déterminer les conditions que ceux-ci, ainsi que les autres paramètres clés, doivent remplir pour obtenir

des systèmes fortement multimodes. Puisque N_f est proportionnel à a^2/w^2 , il faut pour obtenir des modes d'ordre élevé, choisir des cavités dans lesquelles la taille du faisceau est la plus faible possible, puisqu'en général la dimension de la section transverse (a) sera fixée par des limites physiques (diamètre d'ouverture du tube de gain,..). De plus, un comportement multimode implique la présence d'un maximum de familles transverses à l'intérieur de la courbe de gain pour que les modes puissent osciller. Ainsi, doit-on dans nos lasers, pour obtenir un comportement multimode, réaliser un dispositif où la courbe de gain recouvre un nombre très important de modes. Ceci est réalisé lorsque le rapport entre γ_{\perp} et $\Delta\nu_T$ est grand. Pour une largeur de bande passante donnée, c'est donc $\Delta\nu_T$ qui indiquera le nombre de modes susceptibles d'osciller. Ceci impose donc de faire coïncider un maximum de familles transverses avec une fréquence particulière qui sera amenée en résonance avec la fréquence atomique. $\Delta\nu_T$ devra donc soit (1) remplir la condition $\Delta\nu_L \approx n\Delta\nu_T$, soit (2) tendre vers zéro ($\Delta\nu_T \approx 0$).

Nous choisirons donc des cavités qui possèdent des nombres de Fresnel importants et des valeurs de $\Delta\nu_T$ vérifiant le cas (1) ou (2). Toutes les conditions seront alors réunies pour que le régime puisse être multimode transverse. Dans ce cas, si un grand nombre de modes oscillent simultanément, et si les interactions modales sont fortes, le régime pourrait devenir turbulent.

Nous allons maintenant présenter les cavités qui ont été retenues.

I.2. CHOIX DES RESONATEURS MULTIMODES.

Nous montrons ici les propriétés que doit posséder un résonateur susceptible de déboucher sur des comportements fortement multimodes. Lorsque le nombre de Fresnel ne vient pas limiter l'oscillation des modes d'ordre élevé, $\Delta\nu_T$ doit être choisi de façon à ce qu'un grand nombre de modes possèdent la même fréquence. Pour cela deux possibilités s'offrent à nous:

(1) $\Delta\nu_T = \frac{\Delta\nu_L}{n}$: les familles transverses appartiennent à la même classe de fréquences modulo n .

(2) $\Delta\nu_T$ tend vers zéro: dans ce cas toutes les familles transverses ont la même fréquence.

De nombreuses configurations de résonateurs remplissent ces conditions et nous décrivons ici les deux que nous avons utilisées lors de nos expériences.

I.2.1. RESONATEUR CONFOCAL.

Un résonateur est appelé confocal si sa longueur et les rayons de courbure des miroirs qui le ferment vérifient $R_1 + R_2 = 2L$. Seul le résonateur confocal symétrique est stable. Ce dernier est caractérisé par $R_1=R_2=L$ et $g_1=g_2=0$ (Fig. I.6), ce qui signifie que le centre de courbure de chaque miroir est situé exactement au sommet du miroir opposé. Il est aussi le résonateur le plus simple vérifiant $\Delta\nu_T = \Delta\nu_L/2$. Dans cette configuration, les modes de la famille $q=1$ associés au mode longitudinal k se situent à mi-distance des modes $q=0$ d'indice k et $k+1$ (Fig. I.7(b)). Les modes de la famille $(k,q=2)$ coïncident avec le mode fondamental $(k+1,q=0)$, et ainsi de suite. Nous sommes donc dans une situation où toutes les fréquences des familles transverses de même parité sont dégénérées (Fig. I.7(b)).

D'autres types de résonateurs remplissent aussi la condition (1). Les spectres des trois résonateurs de la figure 7 montrent le regroupement des fréquences. Par exemple, le résonateur quasi-concentrique (Fig. I.7(b)) possède une dégénérescence, $\Delta\nu_T \approx \Delta\nu_L$, mais la taille w du faisceau diverge, ce qui ne permet pas d'obtenir un comportement fortement multimode en raison de la faible valeur de N_f qui en résulte. Le même problème se pose pour le résonateur plan-plan (Fig. I.7(a)).

Du point de vue expérimental, le résonateur confocal symétrique possède un autre avantage car, de par sa configuration, il est très peu sensible aux défauts d'alignement et ses pertes par diffraction sont les plus faibles.

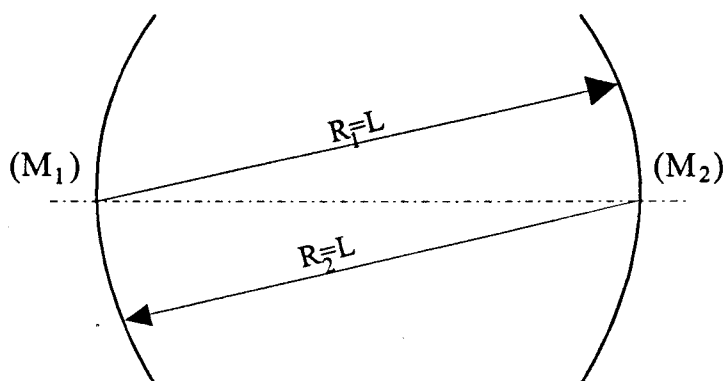


Figure I.6. Résonateur confocal symétrique.

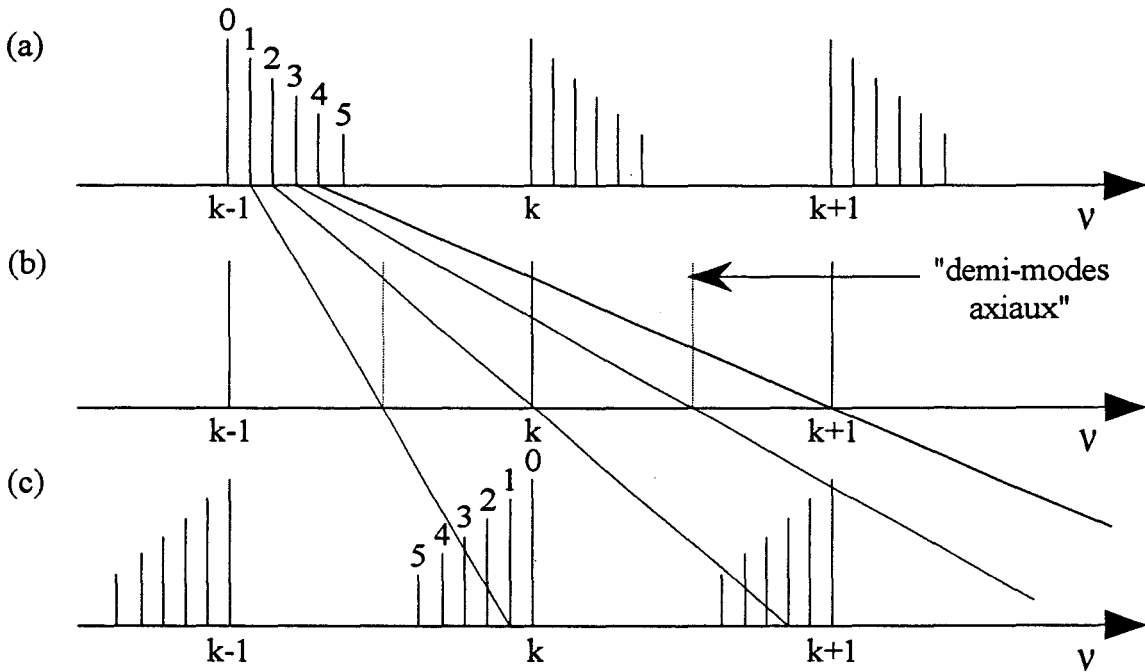


Figure I.7. Spectres de résonateurs présentant des quasi-coïncidences de fréquences. (a) quasi plan-plan, (b) confocal et (c) quasi-concentrique

Parmi les résonateurs à deux miroirs, celui-ci possède en outre le plus grand N_f puisque son paramètre w moyen est le plus petit. Un comportement fortement multimode peut ainsi être atteint.

La taille du faisceau dans le résonateur confocal est donnée par w_0 dans le plan d'étranglement et w_1 sur les miroirs (Fig. I.1):

$$w_0^2 = \frac{\lambda L}{2\pi} \tag{I.23a}$$

$$w_1^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \tag{I.23b}$$

La position du plan d'étranglement par rapport au miroir M_1 est donnée par [Godson 1993]:

$$z_0 = \frac{g_2 (1 - g_1) L}{g_1 + g_2 - 2g_1g_2} \tag{I.24}$$

On remarque qu'elle n'est pas définie puisque $g_1=g_2=0$. Ainsi, ce plan d'étranglement, par raison de symétrie, se positionne au centre du résonateur (Fig. I.8(a)).

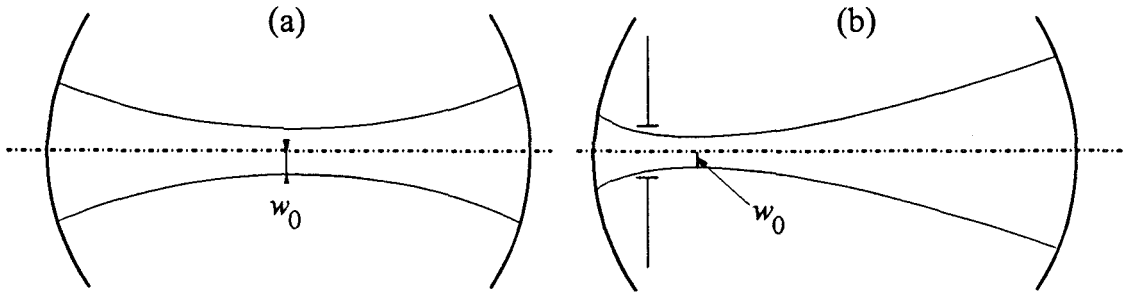


Figure 1.8. Positions du plan d'étranglement dans le résonateur confocal, imposées par: (a) la symétrie du système et (b) la présence d'un diaphragme.

Cette position n'est qu'une des solutions possibles. Toute distribution de champ est reproduite après un aller-retour dans ce résonateur. Alors, tout faisceau gaussien, de rayon w_1 et de rayon de courbure R_1 sur le miroir 1, est une solution propre du résonateur confocal. La relation, liant les rayons w_1 et w_2 du faisceau sur les miroirs s'exprime par:

$$w_1 w_2 = \frac{\lambda L}{\pi} \quad (\text{I.25})$$

La diminution de la taille du faisceau sur un miroir s'accompagne donc d'une augmentation correspondante de taille sur l'autre miroir. La position du plan d'étranglement (I.24) est donc déplacée vers le miroir sur lequel la taille du faisceau est la plus petite. Par exemple, lorsqu'on utilise un diaphragme, le plan d'étranglement se rapproche du plan de ce dernier (Fig. I.8(b)) [Godson 1993]. La distance entre le plan d'étranglement et le miroir le plus proche est donnée par [Godson 1993] (Fig. I.8):

$$z = \frac{L}{1 + \sqrt{1 + \frac{\lambda L}{\pi w_1^2}}} \quad (\text{I.26})$$

Dans la réalité, il est difficile d'obtenir un résonateur parfaitement confocal. En effet, les rayons de courbure des miroirs n'ont pas exactement les valeurs nominales. Ainsi R_1 et R_2 sont très légèrement différents. Nous utiliserons donc la cavité dans une *configuration quasi-confocale*. Les propriétés de ce résonateur resteront néanmoins proches de celles citées précédemment.

I.2.2. RESONATEUR MULTI-ELEMENTS DEGENERE.

Les dispositifs expérimentaux possédant un Δv_T tendant vers zéro ont été étudiés dès les années 60 dans le cadre d'applications telles que l'imagerie [Pole 1967], l'analyse spatiale [Myers 1967] et l'amplification des signaux optiques [Arnaud 1968]. Plus récemment, une cavité de ce type a été utilisée par Tredicce [1989] pour observer les comportements spatio-temporels des trois premières familles de modes transverses.

La configuration d'une telle cavité ne peut se réduire à un résonateur à deux miroirs car le seul qui remplisse cette condition est le résonateur plan-plan (Fig. I.7(a)) dans lequel w_0 tend vers l'infini et donc le nombre de Fresnel tend vers zéro. Nous avons donc considéré un résonateur plan-sphérique multi-élément de longueur optique L (Fig. I.9), où le rayon de pincement w_0 et l'intervalle transverse, Δv_T , s'expriment aisément à partir des éléments de matrice au niveau du miroir plan:

$$w_0^2 = \frac{\lambda B}{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{A + D}{2}\right)^2}} \tag{I.28}$$

$$\Delta v_T = \frac{\Delta v_L}{\pi} \arctan \left(\frac{1}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{A + D}{2}\right)^2} \right) \tag{I.29}$$

où B représente la longueur optique $2L$. Pour que Δv_T tende vers zéro, il faut que $A+D=2$. Afin que w_0 garde simultanément une valeur finie, la longueur optique B doit être nulle.

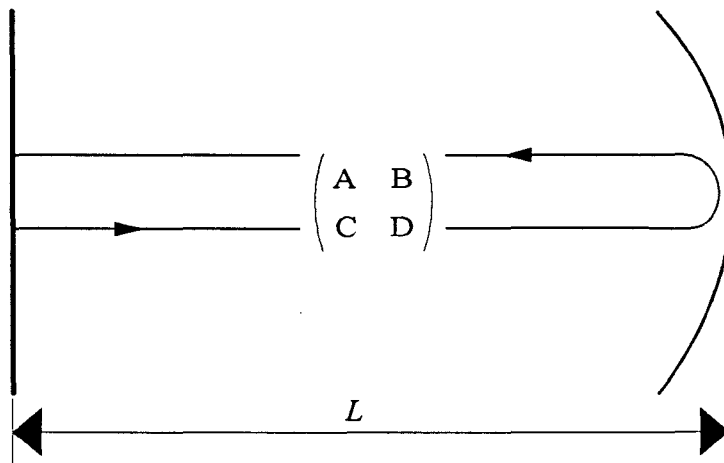


Figure I.9. Résonateur plan-sphérique multi-éléments de longueur L et de rayon de courbure R caractérisé par la matrice (A,B,C,D) .

Les systèmes optiques s'auto-imageant [Arnaud 1969a] remplissent ces deux conditions. Dans ceux-ci, un rayon lumineux arbitraire parcourt toujours le même chemin dans le résonateur. La figure I.10 montre des résonateurs de ce type, aussi appelés résonateurs dégénérés. L'alignement de ces résonateurs est, en général, aussi critique que celui d'un Pérot-Fabry plan-plan. Cependant, l'utilisation d'une seule lentille intra-cavité conduit à une plus grande facilité d'alignement comparée à celles des autres systèmes de la figure I.10. Le résonateur le plus simple (Fig. I.10(a)) est constitué d'une lentille insérée entre un miroir plan et un miroir sphérique et sera le seul retenu.

La matrice (a, b, c, d) ¹ d'un trajet entre le miroir plan et le miroir sphérique dans celui-ci s'écrit:

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{y}{f} & L - \frac{xy}{f} \\ -\frac{1}{f} - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{y}{f}\right) & 1 - \frac{L}{R} - \frac{x}{f} \left(1 - \frac{y}{R}\right) \end{pmatrix} \quad (\text{I.30})$$

où x est la distance entre le miroir plan et la lentille de focale f et y la distance entre la lentille et le miroir sphérique de rayon de courbure R (Fig. I.11). Le résonateur est dégénéré [Arnaud 1969a] lorsque:

$$\begin{cases} y = y_d = R + f \\ x = x_d = f + \frac{f^2}{R} \end{cases} \quad (\text{I.31})$$

La présence d'une lentille ne permet pas d'utiliser directement les expressions (I.2, I.17, I.18) définies pour une cavité à deux miroirs. Cependant, ces dernières peuvent être retrouvées en cherchant un résonateur à deux miroirs équivalent [Gordon 1964] au résonateur multi-élément de la figure I.10(a) [Arnaud 1969a]. Notons qu'il existe plusieurs résonateurs équivalents dont le choix n'a pas d'importance pour la détermination du produit $g_1 g_2$ et de N_f . Celui retenu est composé du miroir plan et de l'image du miroir sphérique à travers la lentille (Fig. I.11). Nous allons développer le calcul de la cavité équivalente de deux façons différentes. La première utilise les résultats bien connus de l'optique géométrique et illustre la transformation entre les deux résonateurs. La seconde plus élégante emploie une propriété des matrices de transfert $ABCD$.

¹ Nous notons (a, b, c, d) la matrice d'un aller simple dans la cavité et (A, B, C, D) la matrice d'un aller retour dans celle-ci.

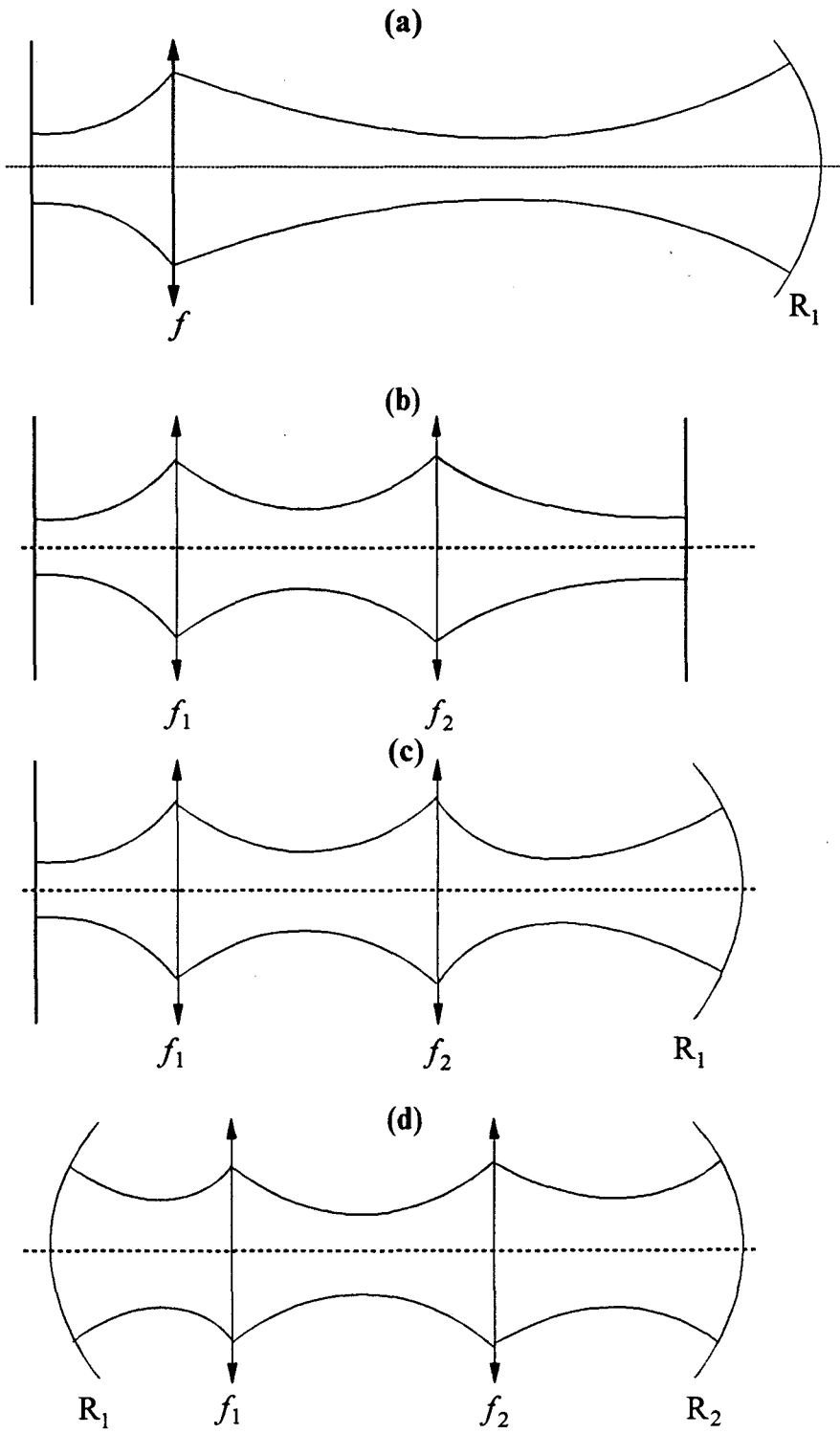


Figure I.10. Résonateurs multi-éléments dégénérés.

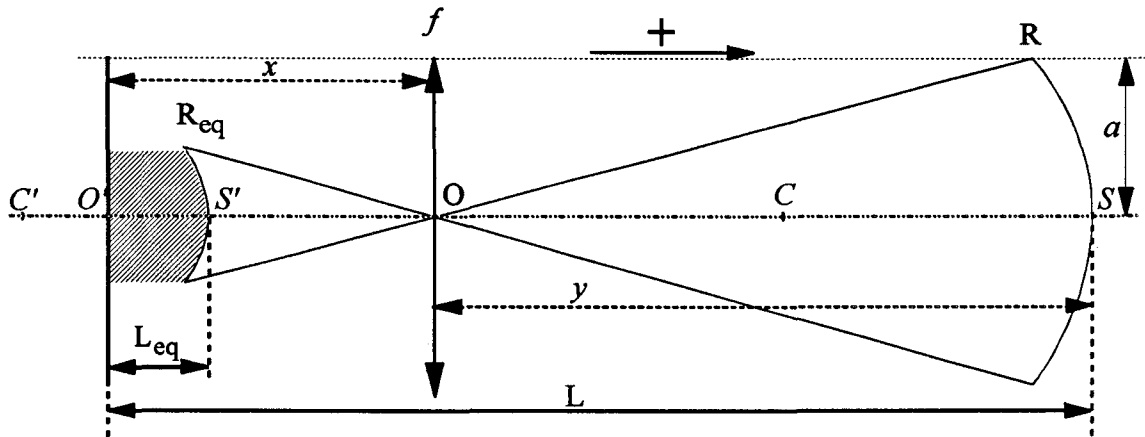


Figure I.11. Résonateur multi-éléments et son résonateur équivalent (partie hachurée).

La figure I.11 présente le résonateur multi-élément et son résonateur équivalent. Appelons S le sommet du miroir sphérique de rayon R , C son centre et O le centre de la lentille de focale f . S' et C' sont les images de S et C par la lentille dont les positions sont repérées par:

$$\begin{cases} \overline{OS'} = \frac{f y}{f - y} \\ \overline{OC'} = \frac{f (y - R)}{f - y + R} \end{cases} \quad (\text{I.32})$$

Le sens positif est pris de gauche à droite. Le rayon de courbure R_{eq} du miroir image s'écrit donc:

$$R_{eq} = \overline{C'S'} = \frac{M_T R f}{f - y + R} \quad (\text{I.33})$$

$$\text{avec } M_T = \frac{f}{f - y} \quad (\text{I.34})$$

où M_T est le grandissement transverse. L'ouverture du miroir équivalent est alors $a_{eq} = M_T a$. Selon la convention usuelle, le rayon de courbure d'un miroir dont la concavité est tournée vers l'intérieur du résonateur possède un signe positif. Ici, le signe de R_{eq} est défini par rapport au sens positif de propagation de la lumière du miroir plan vers le miroir sphérique. Dans le résonateur de la figure I.11, R_{eq} est donc positif. Par contre, on remarque que $G_{eq} = 1 - \frac{L_{eq}}{R_{eq}}$ ne dépend pas de la convention choisie.

La longueur du résonateur équivalent s'écrit:

$$L_{eq} = \overline{O'S'} = x + \frac{f y}{f - y} = x + M_T y \quad (\text{I.35})$$

Etudions maintenant les modifications du résonateur équivalent induites par un changement de la configuration du résonateur réel. Nous nous limitons ici à un déplacement du miroir plan, mais cette étude peut être facilement étendue à une translation sur l'axe de la cavité de la lentille ou du miroir sphérique. Nous nous plaçons initialement dans une configuration quasi-dégénérée ($x \approx x_d$, $y \approx y_d$), trois cas sont alors à envisager:

(i) $y = y_d$. On a alors $R_{eq} = \infty$. Le centre C du miroir est confondu avec le foyer de la lentille et on obtient un résonateur équivalent plan-plan (Fig. I.12(a)) de longueur équivalente $L_{eq} = x - f - \frac{f^2}{R}$ de même signe que $\delta x = x - x_d$. Si $x = x_d$, le résonateur est dégénéré et sa longueur équivalente est nulle.

(ii) $y < y_d$. Le centre C est alors situé entre le plan de la lentille et son foyer (Fig. I.12(b)). $\delta y = y - y_d$ traduit l'écart à la position dégénérée et on a:

$$L_{eq} = x - f - \frac{f^2}{\delta y + R} \quad (\text{I.36a})$$

$$\text{et } R_{eq} = \frac{R f^2}{\delta y (\delta y + R)} \quad (\text{I.36b})$$

R_{eq} est négatif et la concavité du miroir est opposée à celle du miroir objet (Fig. I.12(b)). Le résonateur devient instable pour $L_{eq} < 0$, et donc

$$x < f + \frac{f^2}{R + \delta y} \quad (\text{I.36c})$$

On peut donc passer continûment d'une configuration stable à une configuration instable par simple translation du miroir plan. Cette propriété sera exploitée au chapitre III.

(iii) $y > y_d$. Le centre C est alors situé à une distance supérieure à la distance focale de la lentille (Fig. I.12(c)) et R_{eq} est positif (I.36b). La concavité est donc tournée dans le même sens que celle du miroir objet. Le résonateur devient instable dans les mêmes conditions que précédemment (I.36c).

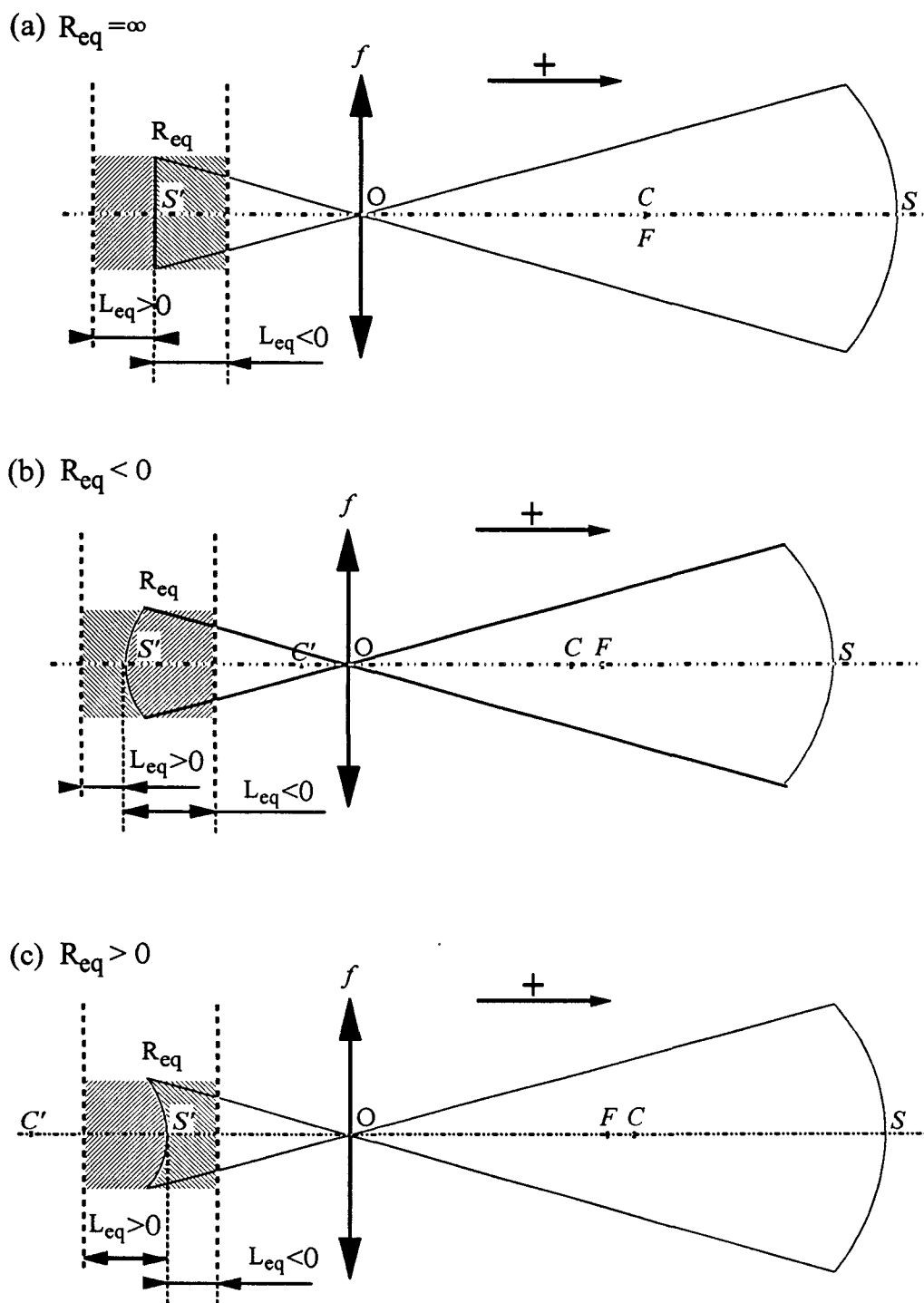


Figure I.12. Evolution de la cavité équivalente en fonction des positions respectives de F et C . Deux positions arbitraires du miroir plan (en pointillé) sont indiquées pour mettre en évidence toutes les configurations possibles.

En résumé, il existe quatre types de configuration non dégénérées suivant les valeurs de R_{eq} et de L_{eq} . Le tableau I.1 ci-dessous récapitule les différentes configurations du résonateur équivalent en fonction des signes de R_{eq} et L_{eq} .

Tableau I.1. Géométrie des résonateurs équivalents suivant les signes de R_{eq} et de L_{eq}
 | symbolise un miroir plan et) ou (un miroir sphérique.

$R_{eq} \setminus L_{eq}$	> 0	< 0
> 0))
< 0	((

Dans le résonateur équivalent ainsi défini, la matrice d'un trajet du miroir plan au miroir sphérique équivalent est:

$$\begin{pmatrix} 1 & L_{eq} \\ -\frac{1}{R_{eq}} & G_{eq} \end{pmatrix} \quad (I.37)$$

$$\text{où } G_{eq} = 1 - \frac{(x - f + f^2)(f - y + R)}{R f^2} \quad (I.38)$$

est le paramètre de stabilité du résonateur équivalent ou du résonateur multi-élément. L'expression de Δv_T peut alors être évaluée en remplaçant $g_1 g_2$ dans (I.18) par G_{eq} .

La deuxième méthode plus élégante, pour établir les caractéristiques du résonateur multi-élément consiste à considérer celui-ci comme l'association d'un résonateur équivalent, identique à celui défini dans le précédent développement, et d'un télescope intra-cavité de longueur nulle et de coefficient de grandissement transverse M_T [Siegman 1986b]. La matrice de transfert d'un trajet entre le miroir plan et le miroir sphérique du résonateur multi-éléments est (Fig. I.10):

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{M_T} & 0 \\ 0 & M_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_{eq} \\ -\frac{1}{R_{eq}} & G_{eq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{M_T} & \frac{L_{eq}}{M_T} \\ -\frac{M_T}{R_{eq}} & M_T G_{eq} \end{pmatrix} \quad (I.39)$$

Ce qui donne par identification avec la matrice (a, b, c, d) (cf. I.30):

$$\left\{ \begin{array}{l} M_T = \frac{1}{a} = \frac{f}{f-y} \\ G_{eq} = \frac{d}{M_T} = \left(1 - \frac{y}{f}\right) \left(1 - \frac{L}{R} - \frac{x}{f} \left(1 - \frac{y}{R}\right)\right) \\ L_{eq} = M_T b = \frac{b}{a} = \left(L - \frac{xy}{f}\right) \left(\frac{f}{f-y}\right) \\ R_{eq} = \frac{L_{eq}}{1 - G_{eq}} = \frac{R f^2}{(f-y)(f-y+R)} \end{array} \right. \quad (\text{I.40})$$

$$\text{Dans la configuration dégénérée} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{f} & 0 \\ 0 & -\frac{f}{R} \end{pmatrix} \quad (\text{I.41})$$

$$\text{et on retrouve } L_{eq}=0 \text{ et } M_T = -\frac{R}{f} \quad (\text{I.42})$$

Cette deuxième démarche permet de déterminer directement les paramètres géométriques du résonateur équivalent à partir de la matrice d'une traversée du résonateur multi-éléments. Connaissant les signes des coefficients a et b de la matrice, il est facile d'en déduire le signe de la longueur du résonateur équivalent.

En utilisant les caractéristiques du résonateur équivalent, il est plus aisé d'évaluer les paramètres clés du problème, i.e. N_f et Δv_T . Dans le résonateur multi-éléments considéré ici, pour des ouvertures identiques, la lentille et le miroir sphérique sont les éléments limitant le faisceau puisque le miroir plan correspond à un plan d'étranglement (Fig. I.13). Il suffit donc d'évaluer la taille du faisceau sur ces deux éléments pour en déduire le nombre de Fresnel. Soient w_0 , w_L et w_m les tailles respectives du faisceau sur le miroir plan, la lentille et le miroir concave. Les éléments de matrice A, B, C, D d'un aller retour dans la cavité multi-élément sont très compliqués et il est plus aisé d'exprimer la taille des faisceaux (I.11b) en fonction des éléments a, b, c, d d'un aller simple. Pour un trajet du faisceau du miroir de gauche à celui de droite dans la cavité (Fig. I.11), caractérisé par la matrice (a, b, c, d) :

$$w^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{-\frac{bd}{ac}} \quad (\text{I.43})$$

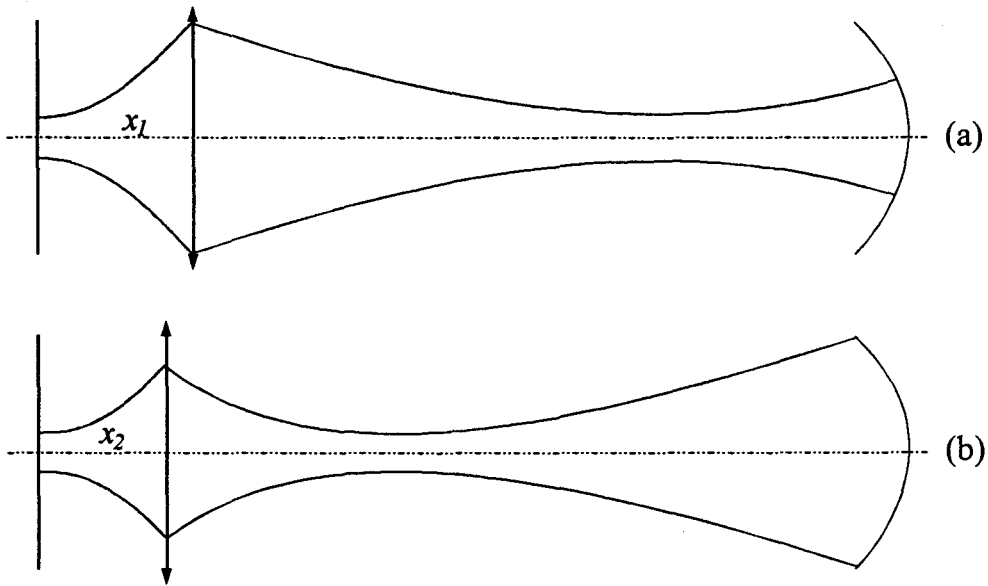


Figure I.13. Schéma illustrant la limitation du faisceau (a) par la lentille et (b) par le miroir sphérique pour deux positions de la lentille repérées par x_1 et x_2 .

A partir de (I.43) nous allons calculer la taille du faisceau sur la lentille w_L et le miroir sphérique w_m afin de donner une expression de N_f en fonction des paramètres de la cavité. w_L et w_m s'expriment en fonction des rayons w_0 et w_{meq} du faisceau sur les miroirs plan et sphérique du résonateur équivalent par:

$$w_L^2 = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{\lambda x}{\pi w_0^2} \right)^2 \right) \quad (\text{I.44a})$$

$$w_m = \frac{w_{meq}}{M_T} \quad (\text{I.44b})$$

Dans la cavité équivalente:

$$w_0^2 = \frac{\lambda L_{eq}}{\pi} \sqrt{\frac{R_{eq}}{L_{eq}} - 1} \quad , \quad w_{meq}^2 = \frac{\lambda}{\pi} R_{eq} \sqrt{\frac{L_{eq}}{R_{eq} - L_{eq}}} \quad (\text{I.45a,b})$$

Alors compte-tenu de sa définition, N_f s'exprime de la façon suivante:

$$N_f = \text{Min} \begin{cases} \frac{M_T^2 a^2}{\pi w_{meq}^2} = \frac{M_T^2 a^2}{\lambda R_{eq}} \sqrt{\frac{R_{eq}}{L_{eq}} - 1} \\ \frac{a^2}{\pi w_L^2} = \frac{a^2 L_{eq}}{\lambda (R_{eq} L_{eq} - L_{eq}^2 + x^2)} \sqrt{\frac{R_{eq}}{L_{eq}} - 1} \end{cases} \quad (\text{I.46a,b})$$

Cette quantité est maximale quand le faisceau a la même taille sur le miroir sphérique que sur la lentille ($w_L = w_m$), i.e. quand les valeurs de N_f définies par (I.46a) et (I.46b) sont égales. On peut donc se limiter à l'expression (I.46a) qui dans le cas d'une configuration quasi-dégénérée s'écrit:

$$N_f = \frac{\pi M_T a^2}{\lambda R (R + \delta y)} \sqrt{\frac{R f^2}{\frac{f^2}{R} + \frac{\delta x}{\delta y} (R + \delta y)} - \delta y^2} \quad (\text{I.47})$$

où δx et δy traduisent l'écart à la position dégénérée (I.31). $\frac{\delta x}{\delta y}$ est indéterminée, cependant en traduisant la condition $w_L = w_m$ dans (I.44) et (I.45), il vient:

$$\frac{\delta x}{\delta y} = \frac{2 f^3}{R^2 (R - f)} \quad (\text{I.48})$$

En réinjectant (I.48) dans (I.47), le nombre de Fresnel maximum pouvant être obtenu est donc:

$$N_f^{\text{max}} = \frac{a^2}{\lambda R} \sqrt{\frac{R - f}{R + f}} \quad (\text{I.49})$$

Cette quantité est maximale lorsque le rapport $\frac{R}{f}$ vaut le nombre d'or.

w_0 , qui est une forme indéterminée lorsque L_{eq} est nulle (I.28), tend alors vers une valeur limite finie:

$$w_0^2 = \frac{\lambda f}{\pi} \sqrt{\frac{f^2}{R^2} + \frac{\delta x}{\delta y}} \quad (\text{I.50})$$

Une caractéristique intéressante de ce résonateur est la possibilité de faire varier aisément $\Delta\nu_T$ autour de la position dégénérée. En effet, $\Delta\nu_T$ est proportionnel à la longueur optique équivalente que l'on peut faire varier dans un domaine éventuellement très réduit, centré sur zéro, de quelques millimètres de large.

La propriété la plus étonnante découle du fait que $\Delta\nu_T$ a le même signe que la longueur équivalente du résonateur. Lorsque L_{eq} est négative, *les fréquences des modes transverses sont inférieures à celle du mode longitudinal associé et l'ordre des familles est inversé*. Les vitesses de phase des modes transverses sont donc plus faibles que celle du mode fondamental. Ceci ne peut jamais se produire dans un résonateur à deux miroirs puisque sa longueur optique est toujours positive. Dans ces derniers, toutes les fréquences des modes transverses d'une famille longitudinale sont toujours supérieures ou égales à la fréquence du mode axial.

Après avoir discuté le choix des résonateurs multimodes, ainsi que leurs principales propriétés, nous allons maintenant donner les valeurs des grandeurs caractéristiques des cavités construites dans notre laboratoire.

I.3. DESCRIPTION DES DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX.

Dans cette section, nous allons d'abord décrire les cavités choisies, puis nous donnerons les domaines de stabilité de chacune d'entre-elles. Ensuite, nous étudierons l'évolution de leurs principales grandeurs caractéristiques, telles que N_f et $\Delta\nu_T$, en fonction de la longueur de cavité. Enfin nous terminerons par l'estimation de la levée de dégénérescence entre les modes transverses introduite par la présence de lames inclinées à l'angle de Brewster.

I.3.1. CAVITES.

Nous avons montré, section I.2, que nos exigences sont remplies par deux types de cavités différentes, (i) une cavité contenant une lentille et (ii) une cavité confocale. Trois cavités de ce type ont été réalisées. Les cavités I et II sont toutes deux composées d'un miroir plan, d'un miroir sphérique et d'une lentille mais possèdent une symétrie et une longueur différente. La cavité III est une cavité quasi-confocale.

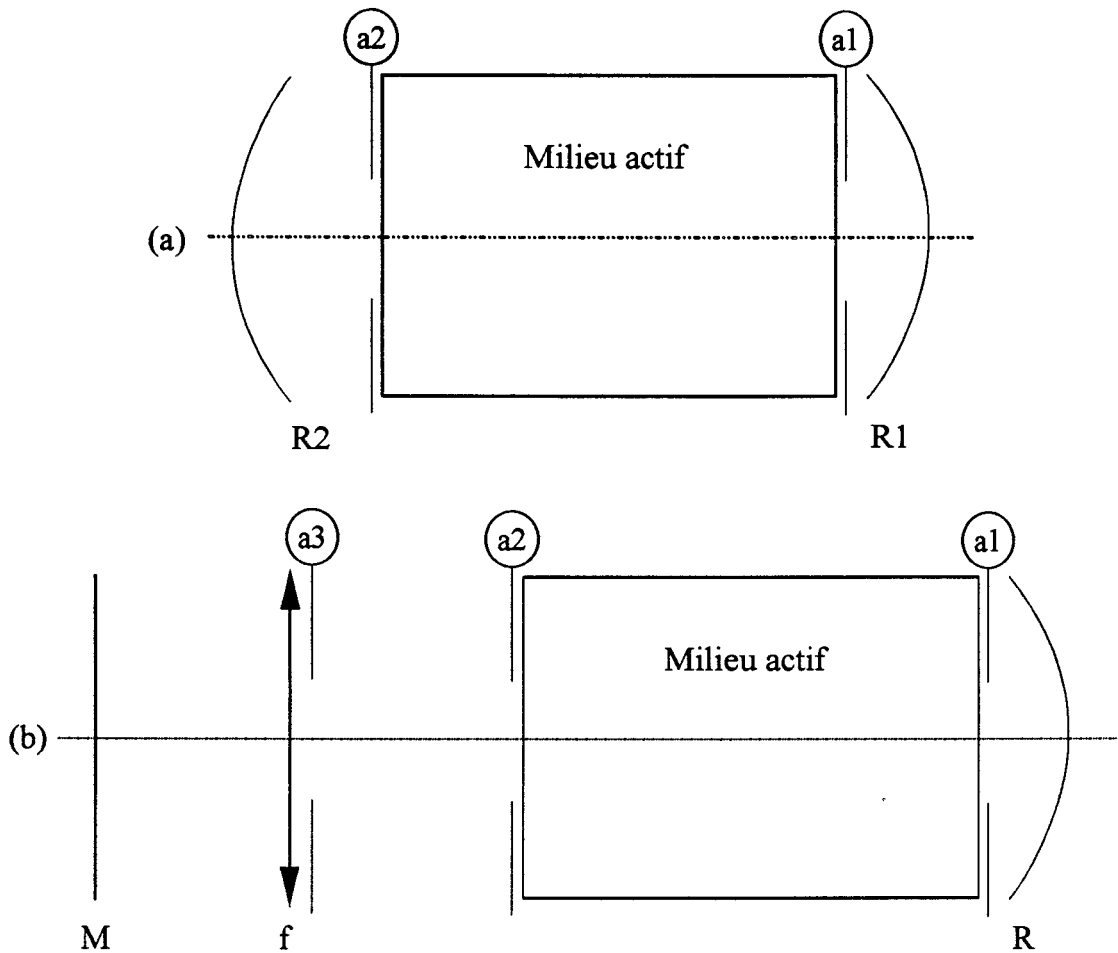


Figure I.14. Position des diaphragmes a_1 , a_2 et a_3 dans les cavités (a) III et (b) II. a_1 et a_2 sont placés à 5 et 245 mm du miroir R.

Les symétries de ces cavités sont imposées par les éléments optiques fermant le tube de gain. Dans les cavités II et III, possèdent des lames antireflets respectant la symétrie cylindrique, tandis que la cavité I contient des lames inclinées à l'angle de Brewster brisant cette symétrie. Les ouvertures de tous les éléments optiques sont fixées à 24 mm et des diaphragmes permettent d'agir sur la taille du faisceau (Fig. I.14). Toutes les caractéristiques des cavités et du milieu actif sont rassemblées dans le tableau 2.

Les longueurs L des cavités dans leurs configurations dégénérées valent respectivement 1.69 m, 0.477 m et 0.25 m pour les types I, II et III. Puisque N_f varie en L^{-1} , plus la cavité est courte plus N_f est grand. La Figure I.15 présente les trois cavités à la même échelle afin de comparer leurs longueurs respectives.

Tableau I.2. Caractéristiques expérimentales des dispositifs utilisés. R_1, R_2 sont les rayons de courbure des miroirs, f la focale de la lentille, L la longueur des cavités et x la distance entre le miroir plan et la lentille.

	Cavité I	Cavité II	Cavité III
R_1 (m)	1	0.256	0.256
R_2 (m)	∞	∞	0.248
f (m)	0.3	0.0953	
Ouverture (mm)	2 - 24	2 - 24	2 - 24
Fenêtres	Brewster	antireflets	antireflets
L (m)	1.69 - 1.85	0.47 - 0.55	0.25 - 05
x (m)	0.1 ; 0.5	0.1 ; 0.2	
L_{eq} (mm)	-30 ; 100	-7 ; 70	
R_{eq} (m)	$]-\infty ; -10]$ $[1 ; +\infty[$	$]-\infty ; -2]$ $[0.3 ; +\infty[$	
$g - G_{eq}$	0.96 - 1.015	0.965 - 1.03	0 - 1
N_f	0 - 10	0 - 36.4	0 - 44
$\Delta\nu_L$ (MHz)	83 - 88	270 - 320	300 - 600
$\Delta\nu_T$ (MHz)	0 - 5	0 - 17	0 - 300
κ (MHz)	7 - 8	25 - 29	25 - 55
γ_{\perp} (MHz)	68 - 550	68 - 115	68 - 115
Longueur du milieu actif (m)	0.85	0.28	0.2

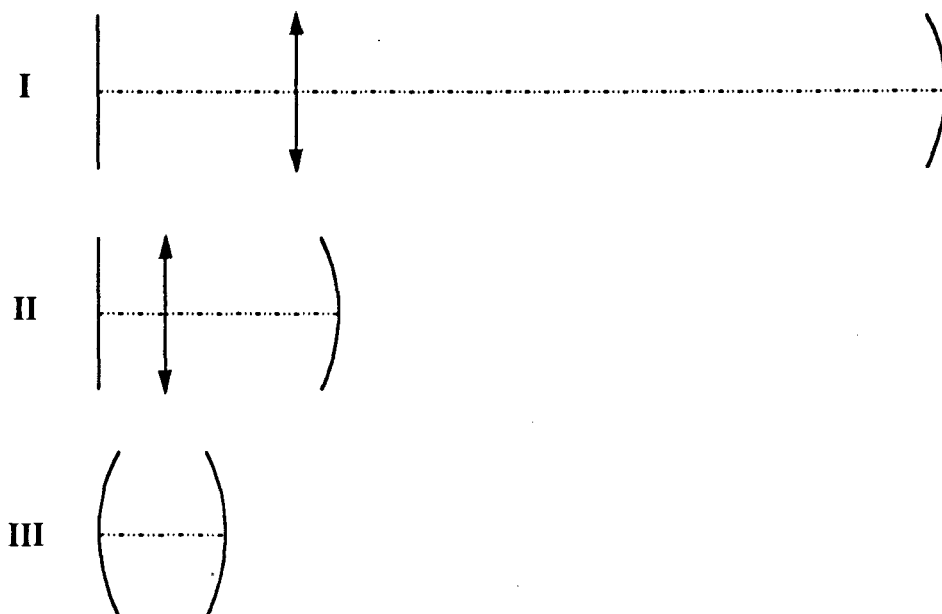


Figure I.15. Représentation avec le même facteur d'échelle des trois cavités.
 $L_I=1.69$ m, $L_{II}=0.48$ m et $L_{III}=0.25$ m.

La largeur κ de la courbe de réponse de la cavité vide est définie par:

$$\kappa = \frac{c T}{2 L} \quad (I.51)$$

où $T=5\%$ est la transmission du coupleur. Cette largeur varie très fortement suivant la cavité considérée, tout en restant inférieure aux valeurs de γ_{\perp} . La comparaison de κ et γ_{\perp} à la valeur du taux de relaxation des populations (10^4 - 10^5 Hz) montre que nos lasers sont de classe B.

Toutes les optiques sont en ZnSe sauf les miroirs totalement réfléchissants qui sont en cuivre traité or. Dans chacune des cavités, ces miroirs sont montés sur une platine de translation afin de modifier continûment la longueur de la cavité. De plus, ceux-ci sont également placés sur des translateurs piézo-électriques qui permettent de faire varier finement la longueur à l'échelle de la longueur d'onde. La lentille intra-cavité est fixée sur un système de translation XYZ afin de pouvoir en réaliser l'alignement.

Notons enfin que les cavités ne comportent pas de réseau. Dans ce cas, l'oscillation peut être multiraie et les transitions mises en jeu dépendent de la longueur de cavité. Les raies rencontrées concernent surtout la branche P de la 10P12 à la 10P24 entre $10.51 \mu m$ et $10.63 \mu m$. Quelques raies sont aussi parfois sélectionnées de la 10R12 à la 10R16 entre $10.28 \mu m$ et $10.3 \mu m$. Il conviendra pour faciliter l'analyse du faisceau de rechercher les situations où le système n'oscille que sur une seule transition. Cette information est obtenue grâce à l'utilisation d'un analyseur de spectre. Cependant, les densités de puissance étant faibles, les raies d'émission ne sont pas toujours visibles à l'aide de l'analyseur de spectre. Nous balayons alors le faisceau avec un déflecteur à une dimension sur un réseau diffractant afin de séparer spatialement les différentes composantes spectrales du faisceau. Puis nous recueillons l'intensité sur un détecteur HgCdTe. Le nombre de composantes spatiales relevé lors d'un balayage indique dans ce cas le nombre de raies d'émission du laser.

I.3.1.1. Domaines de stabilité.

Il est nécessaire de connaître le domaine de stabilité des cavités dans l'espace des paramètres L (cavité III) ou (L, x) (cavités I et II) puisque ceux-ci permettent de repérer la position des éléments mobiles de la cavité. Pour cela il suffit de déterminer l'évolution du paramètre de stabilité $g=g_1g_2$ en fonction de L et x .

La cavité la plus simple serait la cavité III pour laquelle $g = \left(1 - \frac{L}{R}\right)^2$ toujours stable pour $L < 2R$. Cependant, dans la réalité les rayons de courbure des miroirs ne sont pas rigoureusement identiques et il apparaît alors un domaine d'instabilité pour $R_1 < L < R_2$ (Fig. I.16). Le domaine de stabilité de ce résonateur devient donc $[0, R_1] \cup [R_2, R_1 + R_2]$.

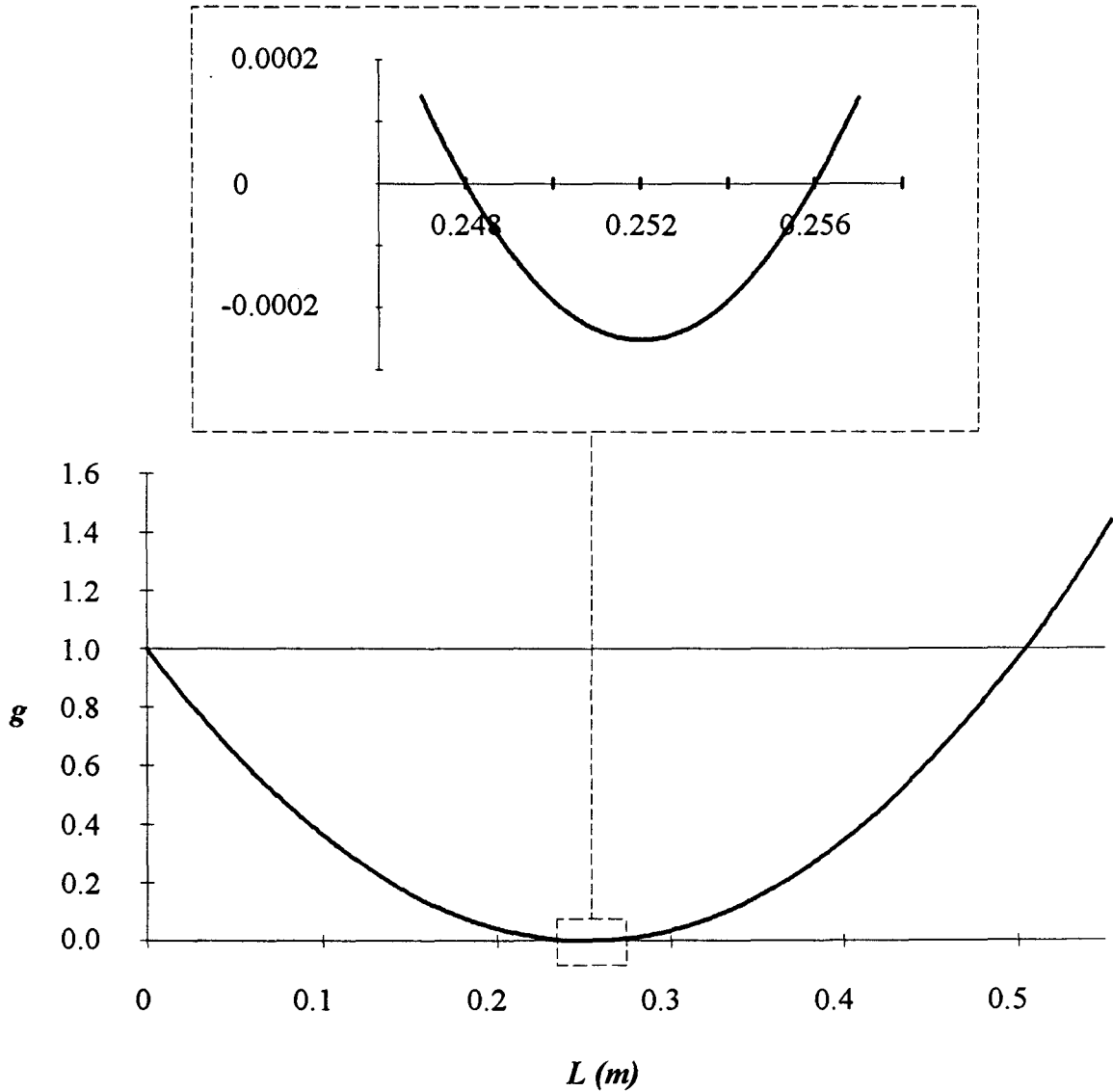


Figure I.16. Evolution du paramètre de stabilité dans la cavité III en fonction de la longueur L . La cavité est instable autour de $R=25$ cm (voir encadré)

Dans les cavités I et II, le paramètre de stabilité $G_{eq} = 1 - \frac{L_{eq}}{R_{eq}}$ dépend des deux variables L et x qui conditionnent toute l'évolution de la stabilité de la cavité. Les figures 17 et 18 montrent les domaines de stabilité des cavités I et II. L'encadré de la figure I.17

représente le domaine réellement accessible expérimentalement. Pour le couple $L=1.69$ m et $x=0.39$ m, la cavité I est dégénérée et le domaine se réduit à un point D (L_D, x_D). La largeur Δx du domaine de stabilité se réduit au fur et à mesure que l'on se rapproche de ce point et dans la pratique, il est difficile de l'atteindre en raison des imprécisions de mesure des paramètres géométriques.

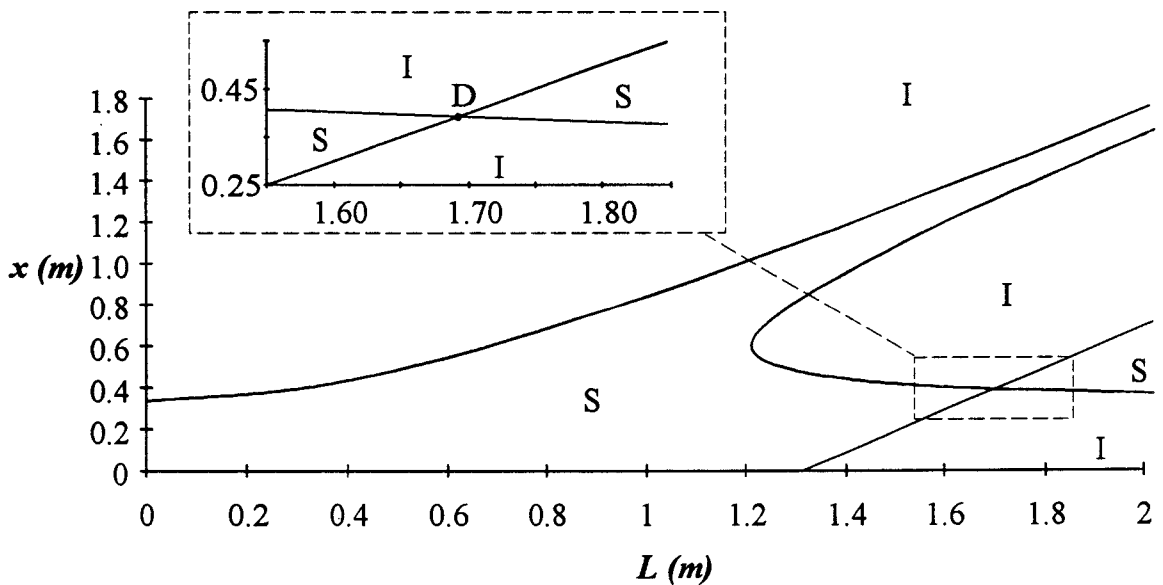


Figure I.17. Diagramme de stabilité de la cavité I en fonction de L et x . Les régions stables sont repérées par S et instables par I. L'encadré correspond à la zone étudiée expérimentalement.

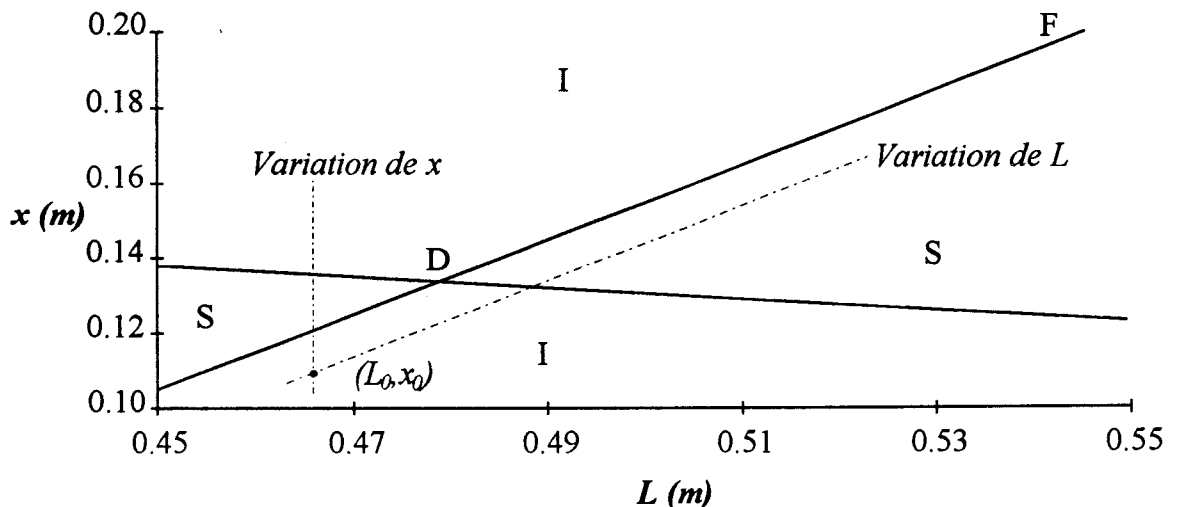


Figure I.18. Parcours suivis (en pointillé) dans le diagramme de stabilité de la cavité II lorsqu'on modifie soit L soit x . Les régions stables sont repérées par S et instables par I.

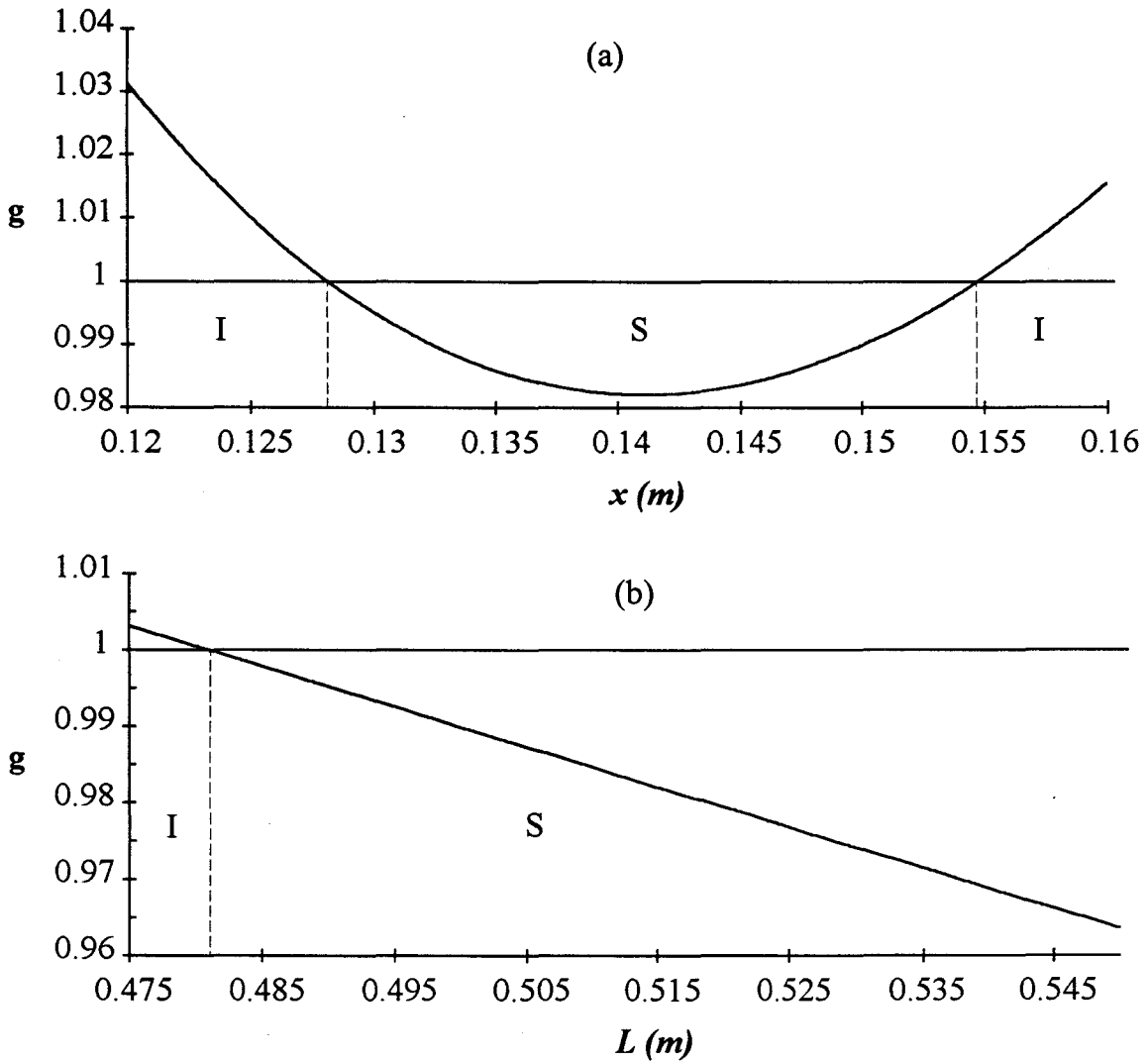


Figure I.19. Evolution du paramètre de stabilité de la cavité II lorsqu'on modifie uniquement (a) x ou (b) L (cf. Fig. I.18).

Expérimentalement les éléments mobiles des cavités sont la lentille et le miroir plan aussi L et x ne sont pas des grandeurs indépendantes. Ainsi, x varie avec L mais L ne dépend pas de x . En effet, à partir d'un point de coordonnées (L_0, x_0) situé dans le domaine instable (Fig. I.18), l'accroissement de x conduit à un déplacement dans le diagramme de stabilité parallèlement à l'axe des ordonnées. Les domaines instable, stable puis instable sont alors successivement rencontrés (Fig. I.19(a)). Par contre, l'augmentation de la longueur de cavité produit un déplacement incliné par rapport aux axes, parallèlement à la frontière F du domaine de stabilité (Fig. I.18, I.19(b)). Il est donc possible de longer la frontière de stabilité. Cette possibilité sera utilisée dans le chapitre III pour l'étude des cavités instables puisque dans cette zone les pertes par diffraction sont minimales, ce qui favorise l'oscillation. Deux évolutions différentes sont observées dans le diagramme de stabilité suivant l'élément mobile (miroir plan ou lentille) de la cavité qui est translaté. La stabilité de la cavité peut aussi être aisément contrôlée

en suivant l'évolution de la configuration de la cavité équivalente, à l'aide des paramètres L_{eq} et R_{eq} et du tableau I.1 (Fig. I.20). On constate que les cavités équivalentes possèdent des longueurs optiques très faibles, en général de l'ordre de quelques millimètres à quelques centimètres alors que le rayon de courbure du miroir de ces cavités évolue dans une plage très étendue comme on peut le vérifier dans le tableau I.2.

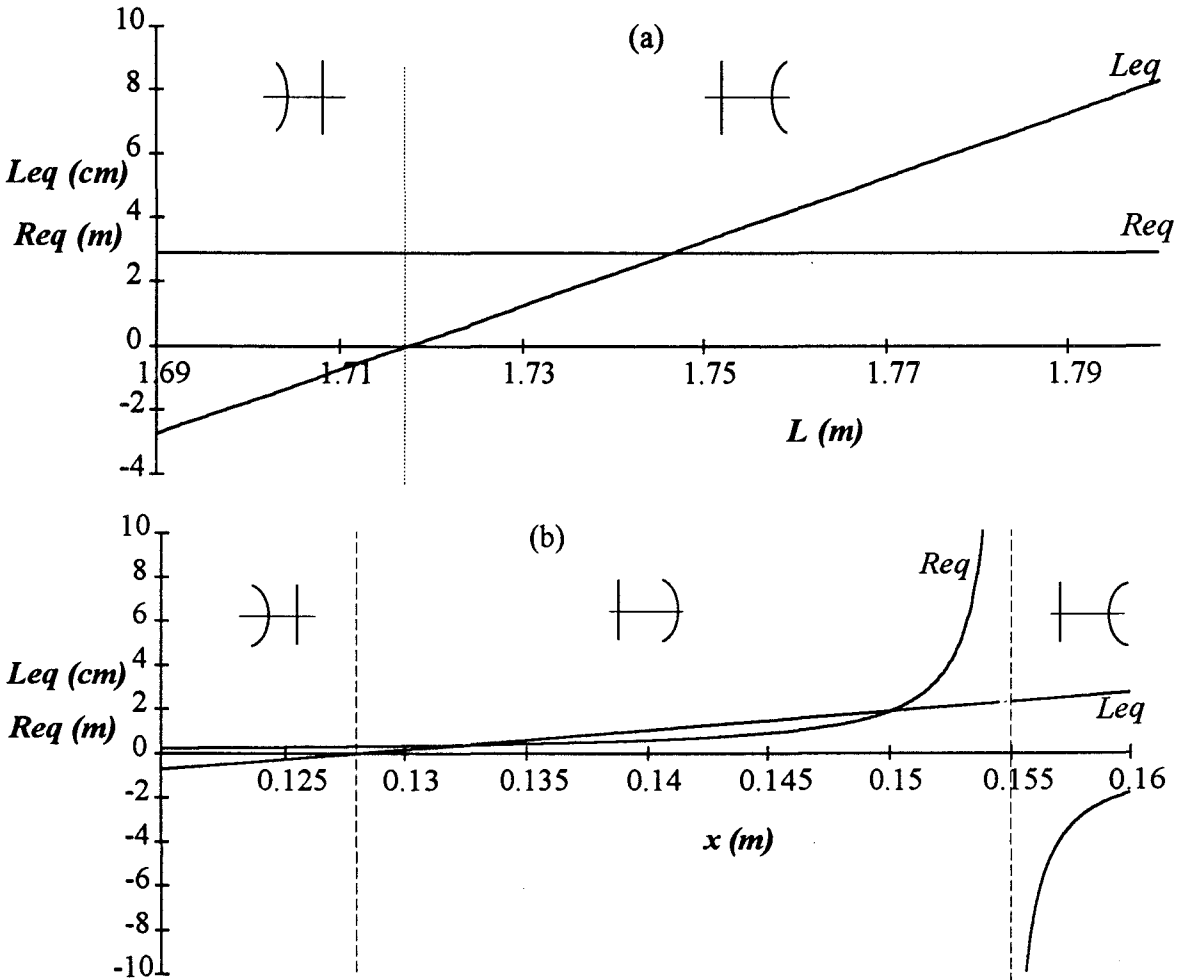


Figure I.20. Variations de L_{eq} et R_{eq} en fonction de (a) L et (b) x . Lorsque le produit $L_{eq}R_{eq}$ est négatif, la cavité est instable. La configuration de la cavité équivalente est représentée dans chacun des cas. Les lignes en pointillé représentent la séparation entre les domaines de stabilité.

Afin de pouvoir atteindre un couple $(N_f \Delta v_T)$ fixé, il est nécessaire de connaître précisément leurs évolutions en fonction des paramètres géométriques L et x de la cavité. Nous allons donc présenter ici, quelques évolutions typiques pour chacune des cavités.

I.3.1.2. Evolution des paramètres N_f et Δv_T .

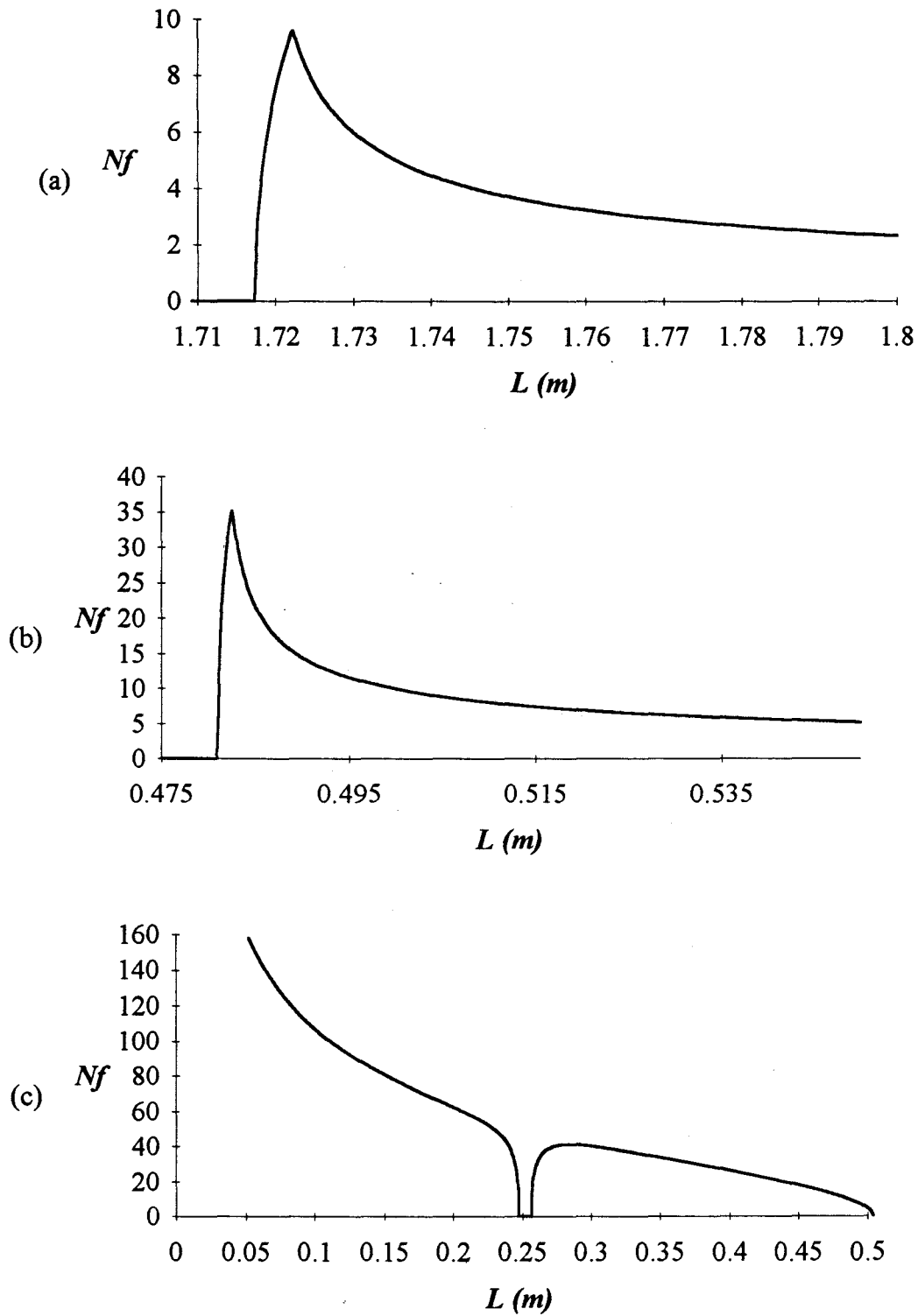


Figure I.21. Evolution² de N_f dans les trois cavités en fonction de L . (a) cavité I, (b) II et (c) III.

² N_f est pris nul lorsque celui-ci n'est pas défini.

La figure I.21 présente l'évolution de N_f dans les trois cavités en fonction de leur longueur à partir des positions initiales (a) $L_0=1.69\text{ m}$ $x_0=0.45\text{ m}$ et (b) $L_0=0.475\text{ m}$ $x_0=0.125\text{ m}$.

Les nombres de Fresnel maximum des cavités I et II sont plus faibles que celui de la cavité III, resp. 10 et 36.4. L'évolution se fait en deux temps, une brusque croissance suivie d'une lente décroissance (Fig. I.21(a,b)). Ceci s'explique facilement si l'on se souvient que cette quantité est définie comme le minimum des valeurs calculées sur les différents éléments de la cavité. Ainsi l'évolution croissante (resp. décroissante) correspond à une limitation du faisceau par la lentille (resp. par le miroir sphérique). La figure I.13 montre le faisceau dans la cavité et indique bien, suivant les deux valeurs de x , une limitation du faisceau au niveau de la lentille ou du miroir sphérique. Le comportement de N_f reste similaire si on observe l'évolution en fonction de x (Fig. I.22).

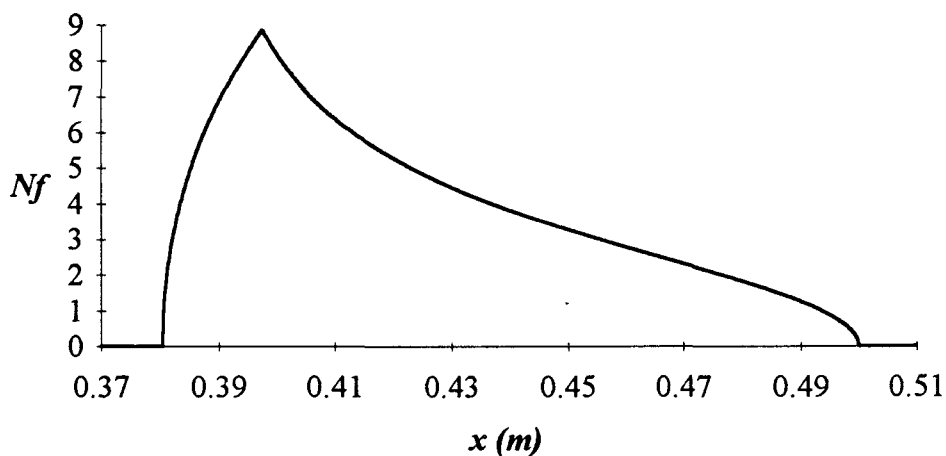


Figure I.22. Evolution de N_f en fonction de x pour la cavité II.

La figure I.21(c) correspondant à la cavité confocale, laisse apparaître très nettement la zone d'instabilité, $L \in [R_1, R_2]$ (N_f a été pris nul dans ce cas). La valeur maximale atteinte par N_f dans notre dispositif expérimental - $L \in [R_1, R_1+R_2]$ - est voisine de 45.

L'évolution de $\Delta\nu_T$ pour les cavités I, II est représentée en fonction de L (Fig. I.23(b)) et de x (Fig. I.23(c)). Les valeurs obtenues varient entre 0 et 5 MHz pour la cavité I et 0 et 17 MHz pour la cavité II.

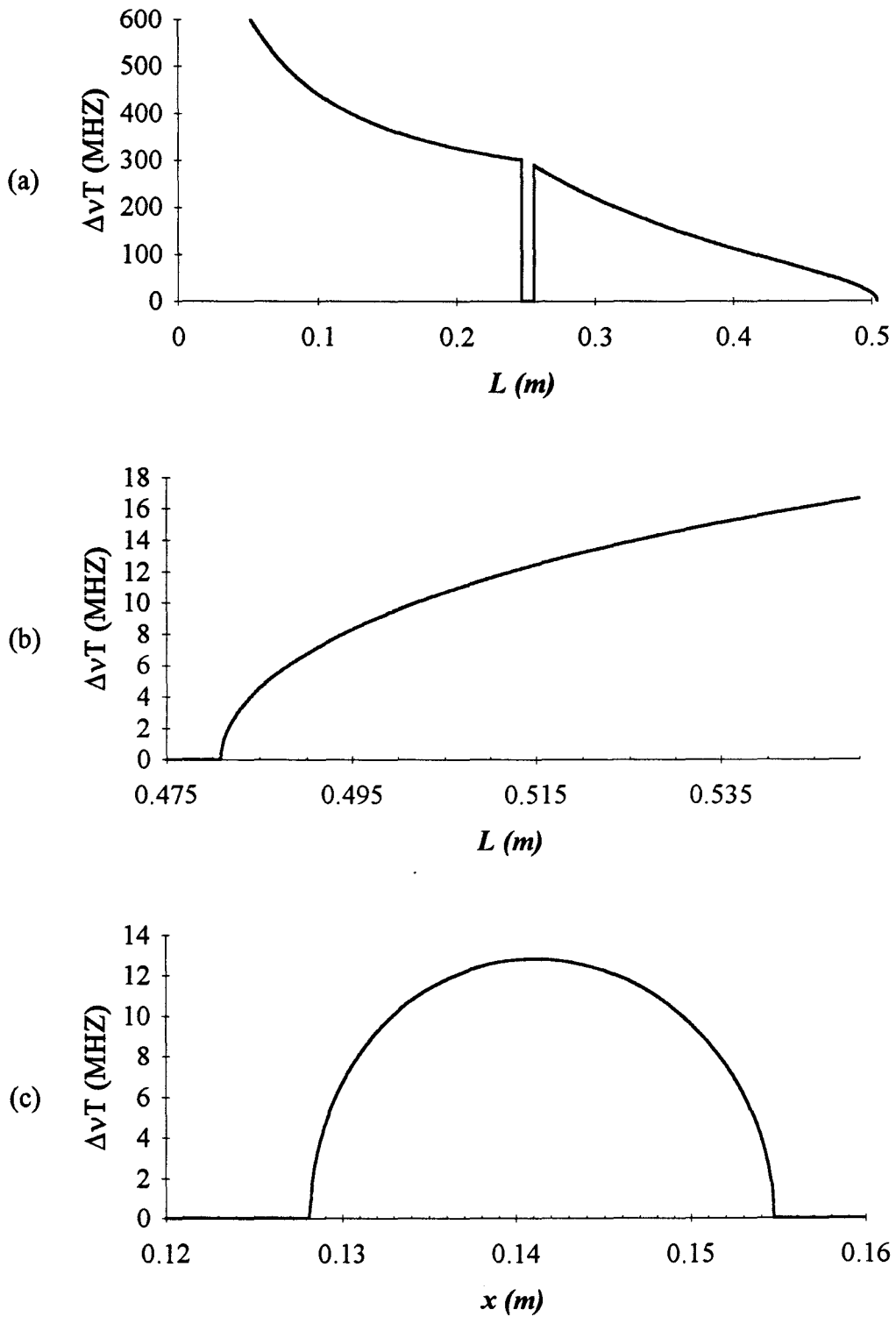


Figure I.23. Evolution³ de $\Delta\nu_T$ dans les cavités (a) III et (b, c) II en fonction de L (a, b) et x (c).

³ $\Delta\nu_T$ est pris nul lorsque celui-ci n'est pas défini.

Dans la cavité III, la valeur de l'intervalle spectral séparant les familles de modes transverses croît d'une valeur nulle à la limite du domaine de stabilité, $L=R_1+R_2$, jusqu'à une valeur proche de $\Delta\nu_L/2$ près de la situation confocale $L\approx R_1$ ou R_2 (Fig. I.23(a)). Dans cette configuration quasi-confocale, les fréquences quasi-dégénérées se trouvent espacées de $\Delta\nu_L/2 \approx 300$ MHz et on obtient alors un grand nombre de modes susceptibles d'osciller si on centre la courbe de gain sur l'une de ces fréquences. Notons qu'ici, en raison de la différence entre les rayons de courbure, la dégénérescence ne sera pas totalement atteinte, le spectre de fréquences aura donc une largeur non nulle qui dépendra de la différence R_2-R_1 .

I.3.1.3. Influence de l'astigmatisme.

Nous examinons ici la levée de dégénérescence $\Delta\nu$ des fréquences des modes de la famille transverse $q=1$ en présence de lames placées sous incidence de Brewster dans la cavité I. Puis, nous calculons la valeur de l'angle d'inclinaison d'un miroir qui produirait le même effet.

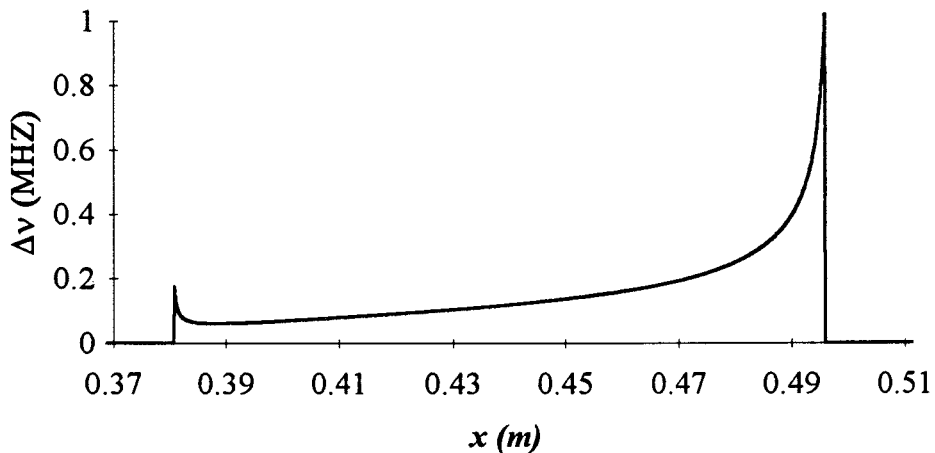


Figure I.24. Evolution, en fonction de x , de la levée de dégénérescence $\Delta\nu$ des fréquences des modes de la famille $q=1$, due à la présence de lames placées sous incidence de Brewster d'épaisseur totale 6 mm.

La courbe de la figure I.24 représente l'évolution de $\Delta\nu$ pour une longueur de la cavité I fixée à 1,8 m et deux fenêtres de Brewster d'épaisseur 3 mm chacune. Cette situation correspond aux résultats présentés dans le chapitre II (section II.2). $\Delta\nu$ varie typiquement entre 100 et 400 kHz en dehors des zones proches des frontières de stabilité. La figure I.25 montre à titre de comparaison, la levée de dégénérescence induite par l'inclinaison d'un miroir dans une cavité, sans lentille, de même longueur. On

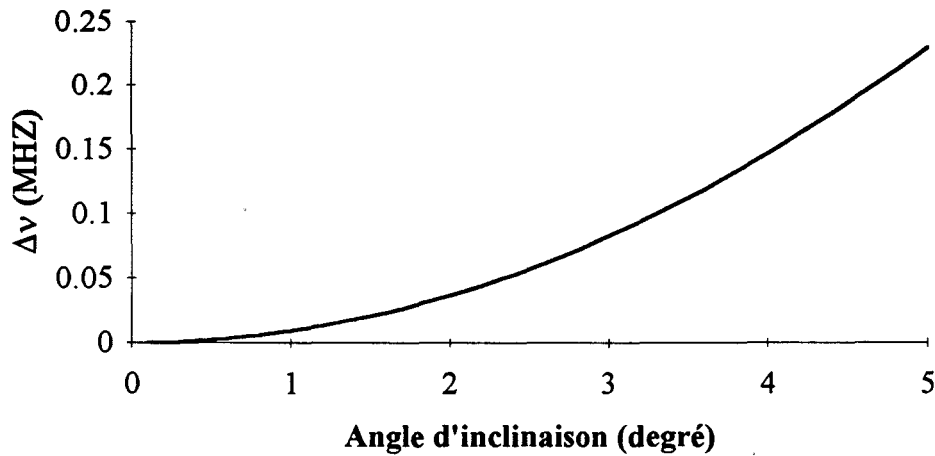


Figure I.25. Evolution de la levée de dégénérescence en fonction de l'angle d'inclinaison d'un miroir dans une cavité plan-sphérique. $L=1.8$ m et $R=1$ m.

constate que l'inclinaison du miroir doit être importante pour pouvoir compenser l'astigmatisme introduit par les lames inclinées. Rappelons que quelques secondes d'arc suffisent à désaligner une cavité et à déformer la structure des modes ou encore à empêcher le fonctionnement du laser à cause de pertes trop importantes. Néanmoins, dans une cavité comportant un miroir supplémentaire, dans le but de corriger l'astigmatisme, ces inclinaisons sont réalisables sans difficulté (Fig. I.5).

Tableau 3. Paramètres liés à la présence d'astigmatisme dû à deux lames inclinées à l'angle de Brewster.

L (m)	1.8
x (m)	0.474
L_1 (m)	0.00425
L_2 (m)	0.00194
g	0.97443
g_x	0.97878
g_y	0.97642
$\Delta\nu_T$ (MHz)	4.26023
$\nu_0 - \nu_{00}$ (MHz)	0.27693
$\Delta\nu$ (MHz)	0.21137
ν_1 (MHz)	4.26023
ν_{01} (MHz)	4.08900
ν_{10} (MHz)	3.87762

Le tableau 3 regroupe les différentes valeurs des paramètres liés à la présence d'astigmatisme dû à deux lames inclinées à l'incidence de Brewster dans la situation de la figure I.24. On remarque que les corrections L_1 et L_2 apportées à la longueur de la cavité sont de l'ordre du millimètre et que leur différence L_1-L_2 vaut 2.31 mm , i.e. le millième de la longueur totale de la cavité.

On peut maintenant comparer les spectres obtenus avec et sans lames inclinées. La figure I.26 présente la distribution des fréquences dans les deux cas. Les composantes spectrales à ν_{00} et ν_0 des modes fondamentaux (respectivement avec et sans astigmatisme), bien que différentes, ont volontairement été placées à la même abscisse afin de mieux mettre en évidence les décalages des fréquences transverses. Elles sont séparées de la quantité:

$$\nu_{00} - \nu_0 = \frac{c}{2 L \pi} \left[\frac{1}{2} (\arccos(g_x) + \arccos(g_y)) - \arccos(g) \right] \quad (\text{I.52})$$

obtenue à partir de la relation (I.20) où g_x et g_y représentent les paramètres de stabilité dans les deux plans de référence en présence des lames.

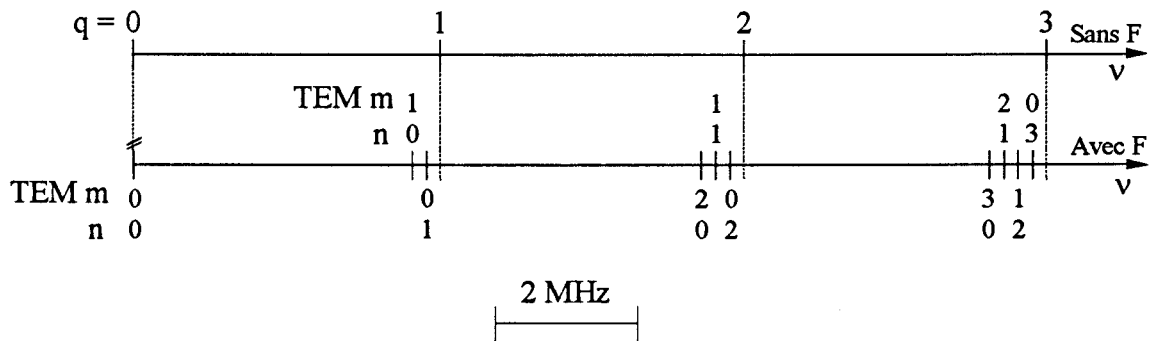


Figure I.26. Spectres des modes transverses avec et sans lames (FB) inclinées à l'angle de Brewster dans le cas du tableau I.3.

Une autre conséquence de la présence de lames est une très légère différence (0.1 à 0.2) de la valeur du nombre de Fresnel dans les plans de référence considérés. L'astigmatisme résiduel dans la cavité dégénérée empêche les fréquences de tendre vers une valeur unique et donc $\Delta\nu_T$ de tendre vers zéro. Par exemple, pour $x=x_d$ et $L=L_d+0.001 \text{ m}$ $\Delta\nu=0.065 \text{ MHz}$ devient du même ordre de grandeur que $\Delta\nu_T=0.0282 \text{ MHz}$ (Fig. I.27).

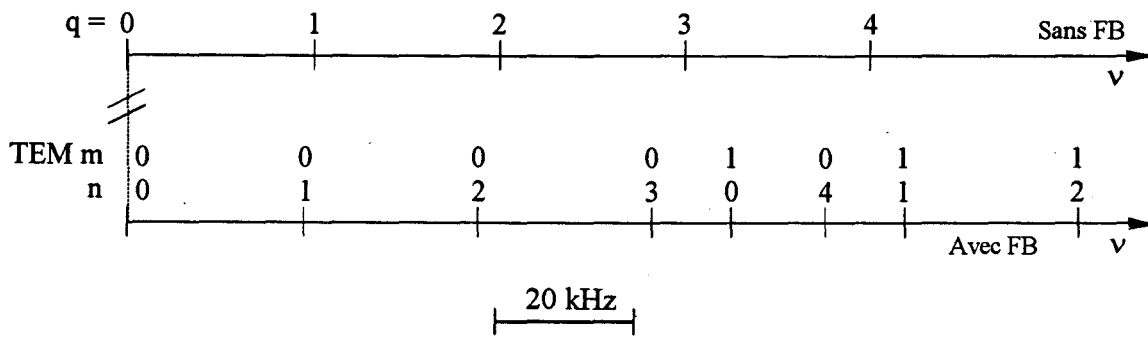


Figure I.27 Spectres des modes transverses avec et sans lames (FB) inclinées à l'angle de Brewster près du cas dégénéré.

I.3.1.4. Analyse d'une configuration expérimentale.

Nous allons décrire, dans cette section, les démarches suivies pour vérifier l'accord entre les valeurs de N_f , $\Delta\nu_T$, g , calculées numériquement et celles atteintes expérimentalement:

Afin de vérifier que les valeurs de N_f et $\Delta\nu_T$ calculées correspondent aux valeurs expérimentales nous procédons de la façon suivante. Nous comptons le nombre de maxima d'un mode d'Hermitte obtenu en introduisant une fente intra-cavité pour estimer plus facilement un ordre de grandeur du nombre de Fresnel (relation (I.3)). Ensuite nous analysons l'espacement entre les composantes de battement du spectre radiofréquence d'une structure composée de deux ou trois modes (en ajustant N_f), ce qui nous permet de contrôler la valeur de $\Delta\nu_T$. L'accord entre les valeurs théoriques et expérimentales est respecté loin du cas dégénéré dans les cavités I et II et quelque soit L dans la cavité III. Au contraire, près du cas dégénéré D, les différences entre celles-ci peuvent être importantes. En effet, dans cette situation les erreurs de mesure et les indéterminations des rayons de courbure ont beaucoup plus d'importance. Pour retrouver la cohérence entre les valeurs relevées de N_f et $\Delta\nu_T$ et celles issues des simulations numériques il faut connaître plus précisément les valeurs de L , x et R . Nous allons décrire une procédure permettant de mesurer le rayon de courbure d'un miroir sphérique. La cavité III est composée de deux miroirs quasi-identiques ($R_1 \# L \# R_2$) donnant de ce fait une région instable pour $R_1 < L < R_2$. La zone d'instabilité géométrique de la cavité est facilement localisable en réduisant l'ouverture du diaphragme afin de ne garder que le mode $TEM_{0,0}$. Le franchissement de la frontière de stabilité par modification de la longueur L de la cavité, se manifeste par une brusque extension transverse de la structure. Celle-ci correspond à la transformation du faisceau gaussien en ondes sphériques dont la

divergence est plus rapide. On localise, de cette façon, la zone instable avec une précision, sur L , de l'ordre du millimètre. Ceci nous indique, par exemple, que cette zone s'étend ici de 248 à 256mm . Or, ces quantités correspondent aux rayons de courbure des miroirs de la cavité. On estime, donc grâce à cette expérience, les valeurs approchées des rayons de courbure des miroirs dont la valeur nominale est $250 \pm 7\text{mm}$. En recalculant les valeurs numériques de N_f et $\Delta\nu_T$ dans les cavités I et II, avec les nouvelles valeurs de R_1 et R_2 , l'accord avec les valeurs relevées expérimentalement est bien meilleur dans la zone proche du cas dégénéré.

Nous allons décrire maintenant les procédures utilisées pour reconnaître les domaines de stabilité rencontrés. Nous nous intéressons aux cavités I et II. Loin de la situation dégénérée (point D), des structures de cavité géométriquement instables ne sont observées que sur un domaine ΔL large d'environ 1 à 2 millimètres. Ceci permet de localiser facilement la transition stable-instable. Dans le cas où la configuration est proche du cas dégénéré, cette méthode n'est plus valable puisque des structures de cavités instables sont obtenues sur plusieurs millimètres, en raison de la très faible augmentation des pertes dans cette région (voir chapitre III). L'observation des structures peut, dans un premier temps, nous renseigner la stabilité de la cavité. En effet, nous constaterons, dans les chapitres suivants, que près de la frontière de stabilité les structures des cavités instables possèdent des caractéristiques propres qui seront décrites au chapitre III. Ceci permet, en faisant varier la longueur de cavité, de localiser la frontière de stabilité à environ 1 ou 2 mm près. L'incertitude sur les positions des frontières est donc généralement de 1 à 2 mm et permet d'identifier la configuration avec précision. Les valeurs de N_f et $\Delta\nu_T$ calculées sont alors représentatives du cas étudié.

Nous avons remarqué dans la section I.2.2. que le signe de $\Delta\nu_T$ peut être soit positif soit négatif dans les cavités I et II suivant la valeur de L supérieure ou inférieure à la longueur dégénérée. Une observation expérimentale permet d'identifier instantanément le signe de $\Delta\nu_T$ sans connaître la valeur de L . En effet, lorsqu'on modifie la longueur de la cavité, l'intervalle $\Delta\nu_L$ entre les fréquences longitudinales est modifié, ainsi que l'espacement transverse $\Delta\nu_T$. Si on augmente L , alors tout le spectre optique se déplace vers les basses fréquences. Si $\Delta\nu_T > 0$ (Fig. I.28(a)) les familles d'indices q croissant rentrent successivement dans la courbe de gain. Du point de vue spatial, ceci se traduit par une expansion de la structure du centre vers l'extérieur, les modes d'indices élevés occupant une surface plus grande de la section transverse. Au contraire, si $\Delta\nu_T < 0$ ($L < L_d$) (Fig. I.28(b)), l'évolution se fait de l'extérieur vers l'intérieur. Une simple observation de cette évolution transverse suffit donc à identifier le signe de $\Delta\nu_T$.

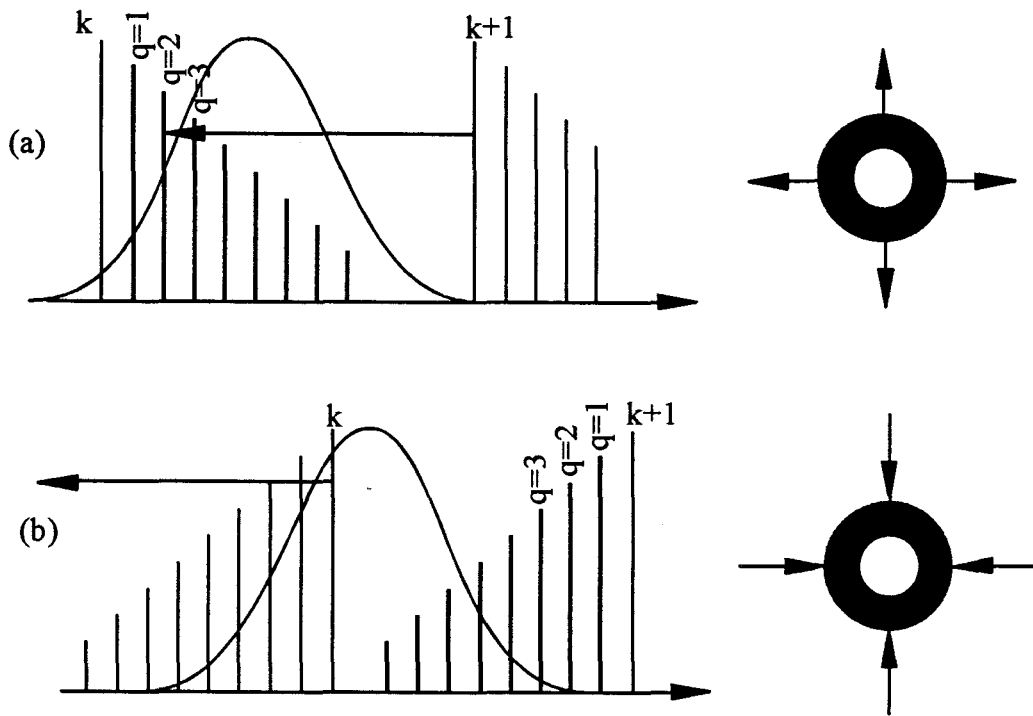


Fig. 1.28. Déplacement du spectre vers les basses fréquences lorsqu'on augmente la longueur de cavité. (a) $\Delta v_T > 0$, la structure s'élargit du centre vers l'extérieur; (b) $\Delta v_T < 0$, la structure se resserre.

Cette constatation permet donc de localiser précisément le point critique D et par conséquent la valeur de L_D . La procédure de détermination du point D se fait par approximations successives. Si le point de coordonnées (L, x) correspond à une contraction de la structure lorsqu'on augmente la longueur de cavité L , cela implique que $L > L_d$ et que $\Delta v_T > 0$. Il faut donc réduire L . Puis, en ajustant la position x , se replacer dans le domaine stable. Alors, si la structure se resserre quand on augmente L , il faut recommencer l'étape précédente. Dans le cas contraire, L est inférieure à L_d et nous obtenons un encadrement de la valeur L_d . Il est ensuite possible d'affiner cette recherche en réitérant la procédure décrite ci-dessus. Nous trouvons, de cette manière, $L_d = 482 \text{ mm}$. Ce résultat confirme la valeur de R déduite de l'étude de la cavité III qui conduit à $L_d = 483 \text{ mm}$. Le point D est donc localisé à 1 mm près.

Nous allons, maintenant, décrire les caractéristiques des milieux actifs utilisés.

I.3.2. LE MILIEU ACTIF.

Le mélange gazeux du milieu amplificateur est composé de CO_2 , N_2 , He dans des proportions typiques 1:1:1, la proportion d'Hélium pouvant être triplée dans certaines

situations. Le domaine de pression totale varie entre 10 et 120 Torr pour la cavité I, et de 15 à 20 Torr pour les cavités II et III. Dans ces dernières la longueur du milieu actif est courte et il n'est pas possible d'obtenir d'oscillation laser au delà de pressions voisines de 20 Torr. Ces pressions permettent de considérer que l'élargissement de la courbe de gain est homogène. En effet, la demi-largeur à mi-hauteur γ_{\perp} de cette courbe, égale au taux de relaxation de la polarisation du milieu, est donnée par une relation empirique [Witteman 1987]:

$$\gamma_{\perp} = 2 \pi \cdot 7.58 \left(\Psi_{CO_2} + 0.73 \Psi_{N_2} + 0.64 \Psi_{He} \right) P \sqrt{\frac{300}{T}} \text{ s}^{-1} \quad (I.53)$$

où Ψ est la fraction de la composante de chaque gaz et P la pression totale en Torr. A 293 K les valeurs de $\gamma_{\perp}/2\pi$ sont comprises entre 68 et 550 MHz. Celles-ci restent donc bien supérieures à la limite d'élargissement inhomogène du milieu actif évaluée à environ 50 MHz.

Nous avons énoncé, dans la section I.1., que le profil transverse de gain influençait fortement la nature des structures. Il a donc semblé nécessaire de connaître ce profil.

I.3.2.1. Profil transverse du paramètre de pompe.

Lorsque les milieux actifs sont pompés optiquement, il est naturel de considérer que le profil transverse du paramètre de pompe est gaussien [Tamm 1990]. Ici, nous utilisons une décharge électrique continue longitudinale pour pomper notre milieu et nous allons montrer que le profil transverse du gain peut être considéré comme uniforme sur toute la largeur de la section transverse. Le courant de décharge I_p peut varier de 3 à 30 mA.

Nous avons mesuré le profil transverse de gain du milieu actif sur une longueur de 28cm. Le tube de gain est rempli du mélange gazeux CO₂:N₂:He 1:1:2.5 à la pression 20 Torr traversé par un courant de décharge de 20 mA sous 1500 V. Un faisceau de 2mm de diamètre provenant d'un laser CO₂ auxiliaire, a été utilisé pour sonder le milieu amplificateur à 10.6μm. La puissance du laser de sonde est fixée à 250 mW afin d'éviter tout phénomène de saturation.

L'enregistrement du profil a été réalisé en translatant de façon continue le faisceau de sonde perpendiculairement à l'axe du tube (Fig. I.29). Après traversée du milieu, la puissance est mesurée sur un détecteur. Une partie du faisceau de sonde est prélevée à

l'entrée du milieu et envoyée sur un deuxième mesureur. Le rapport des deux courbes ainsi obtenu donne le profil de gain de la décharge.

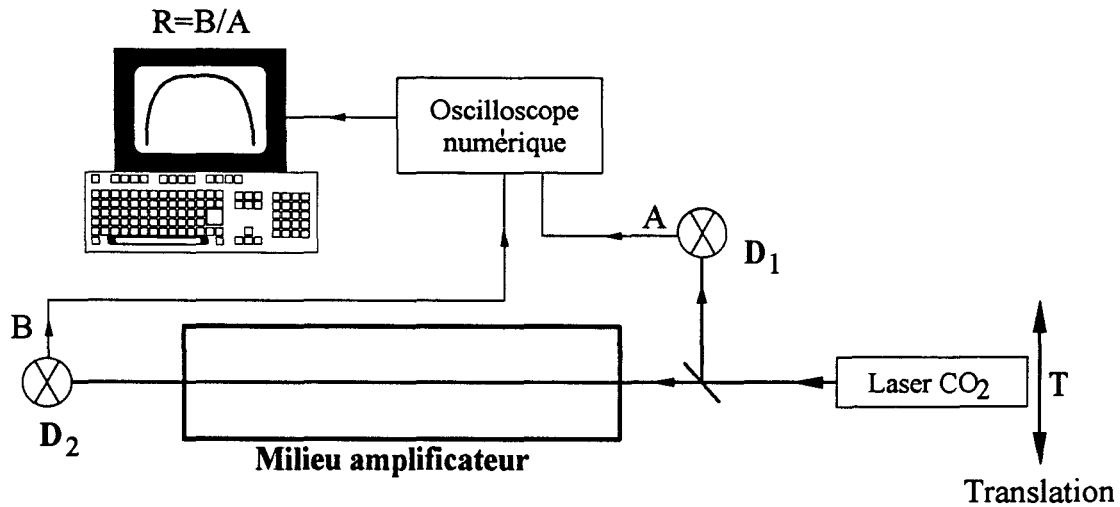


Figure I.29. Dispositif de mesure du profil transverse du paramètre de pompe du milieu amplificateur à l'aide d'un laser CO₂ de sonde, monté sur une platine de translation T. D₁ et D₂ sont les détecteurs recueillant l'intensité à l'entrée et à la sortie du milieu.

La figure I.30 montre les profils transverse du gain en fonction de la distance r à l'axe du tube (a) avec et (b) sans décharge. En absence de pompage, le profil devrait être uniforme. Une décroissance sur les bords existe cependant et correspond au domaine où le faisceau de sonde est partiellement intercepté par la paroi du tube. Les translations du miroir plan et du détecteur 1 sont réalisées manuellement ce qui explique la légère dissymétrie des courbes. On constate que le gain est pratiquement uniforme dans le plan transverse en dépit de l'importance de la section. La désexcitation des molécules se fait donc correctement, ce qui contribue à créer un pompage homogène sur toute la largeur de la section transverse. Ce résultat présente l'avantage de pouvoir choisir un profil uniforme dans les modèles théoriques, simplifiant ainsi les équations.

La différence de puissance transmise avec et sans décharge permet de déterminer la valeur du gain du milieu. Un gain de 15% a été mesuré pour un passage dans le tube de 28 cm, ce qui représente un coefficient $\alpha=0.5 \text{ m}^{-1}$. Les différents tubes ayant tous la même section et les mêmes décharges, on peut en déduire un ordre de grandeur du gain dans les autres tubes utilisés. Cette mesure nous a permis d'envisager la construction d'un tube de gain de longueur égale à 20 cm, nécessaire à la réalisation du laser en cavité confocale longue de 25 cm.

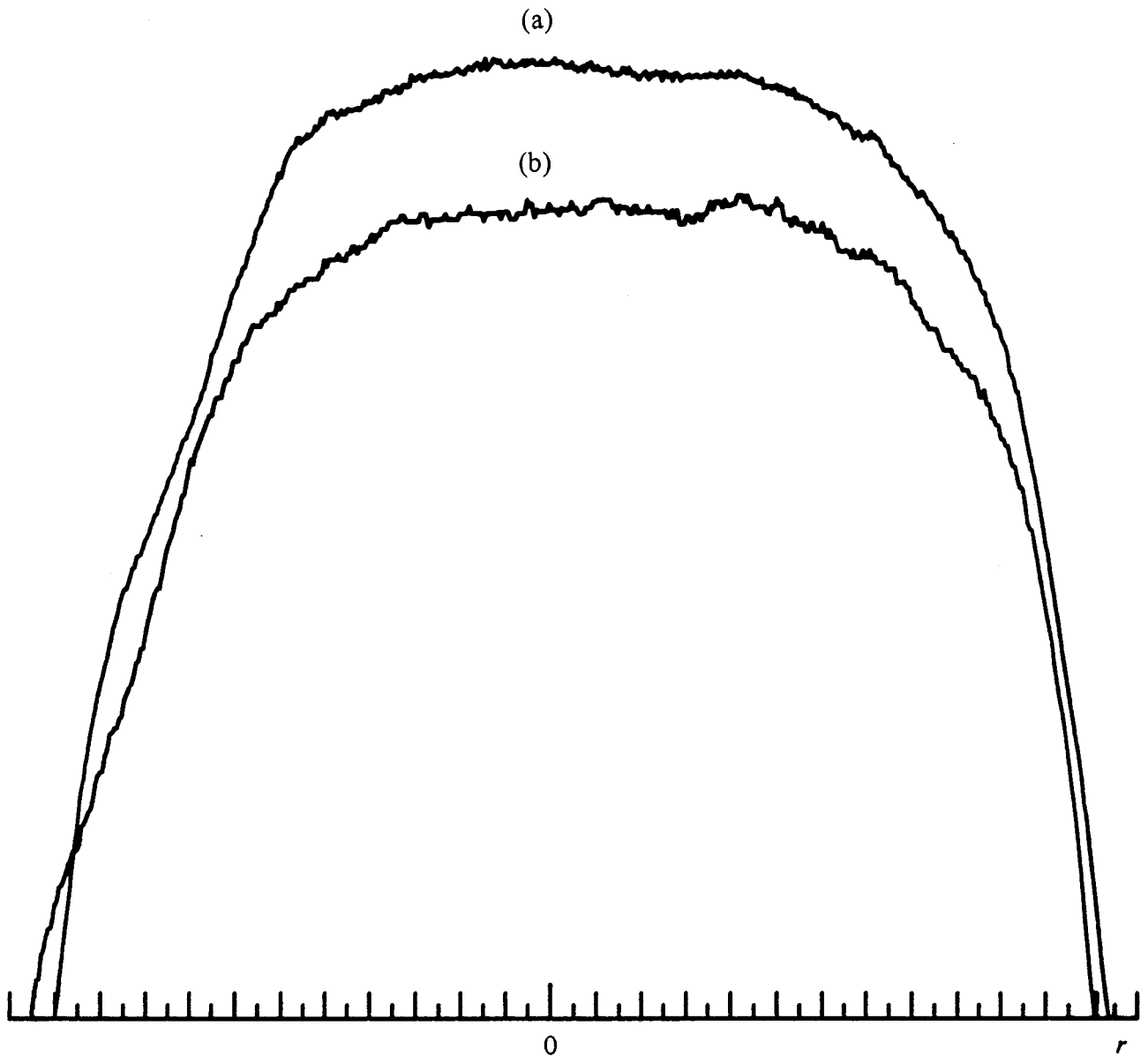


Figure I.30. Profils transverses du gain (a) avec et (b) sans décharge.

I.3.3. DETECTION - IMAGERIE.

Le mesureur dont nous nous sommes servis pour déterminer le profil transverse du paramètre de pompe ne permet d'accéder qu'à la puissance totale de sortie du laser. Nous allons décrire dans cette section, les différents types de détection utilisés pour analyser temporellement et spatialement le faisceau issu de la cavité. Nous donnerons les caractéristiques des détecteurs rapides employés pour suivre l'évolution temporelle. Puis, nous décrirons les systèmes de visualisation couramment utilisés pour l'analyse de la section transverse du faisceau, qui possèdent des temps d'intégration de l'ordre de la seconde. Enfin, nous terminerons par la description d'un système permettant d'obtenir une très grande résolution spatiale et dynamique (résolution en amplitude) pour l'imagerie infrarouge.

I.3.3.1. Détection temporelle.

La détection temporelle est réalisée grâce à des détecteurs rapides HgCdTe qui possèdent une bande passante de 1 GHz associée à une surface sensible de $300 \mu\text{m}$ de diamètre. Le signal détecté représente la variation temporelle de l'intensité d'un point du faisceau intégré sur la surface sensible. Pour obtenir l'information en d'autres points de la structure, nous utilisons un système de balayage (déflecteur XY, annexe I.B) à deux dimensions permettant de déplacer le faisceau devant le détecteur (Fig. I.31). Ce système est utilisé pour l'enregistrement des signaux en différents endroits du faisceau. Un oscilloscope numérique associé à un ordinateur Hewlett-Packard 9300 permet de stocker les résultats (annexe I.B).

Lorsque l'on veut détecter simultanément l'intensité en deux points différents de la section transverse, nous utilisons un système composé de deux détecteurs.

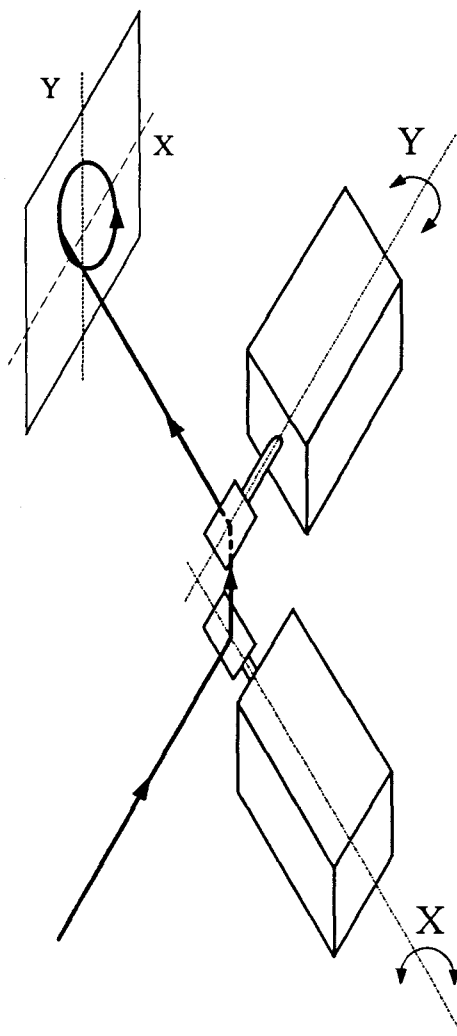


Figure I.31. Schéma du déflecteur XY du système d'imagerie.

L'analyse spatiale de la section transverse du faisceau requiert des systèmes de détection plus élaborés comme nous allons le découvrir maintenant.

I.3.3.2. Imagerie.

Alors que dans le domaine visible une simple caméra CCD permet de visualiser le faisceau, la détection spatiale, i.e. la visualisation de la section transverse du faisceau, n'est ici pas aussi aisée. Les caméras dans le domaine infrarouge à $10.6 \mu\text{m}$ sont rares et leur prix prohibitif nous en exclut l'utilisation.

Un système de détection, simple et peu onéreux, consiste à utiliser des plaques phosphorescentes éclairées par une lampe U.V. L'intensité de leur fluorescence décroît lorsque la température augmente. De ce fait, lorsque le faisceau IR est intercepté par la plaque il provoque un échauffement qui entraîne une image thermique sombre sur fond brillant. L'inconvénient de ces plaques est non seulement leur constante de temps de l'ordre de la seconde, mais surtout le manque de résolution due à la grosseur de leur grain. Plus la puissance du faisceau incident est faible, plus la taille du grain augmente. De ce fait si la structure du faisceau est plus petite que la grosseur du grain, l'image devient uniforme et perd toute résolution. Les courtes cavités choisies pour augmenter le nombre de Fresnel entraînent malheureusement des puissances très faibles. De plus, ces plaques ont une dynamique très faible et leur saturation rapide entraîne une forte non-linéarité dans la réponse au rayonnement reçu. Ce système est toutefois largement utilisé car il est le moins onéreux. Une caméra CCD permet d'enregistrer des images moyennées du faisceau grâce à un logiciel d'acquisition et de traitement des images (Fig. I.32).

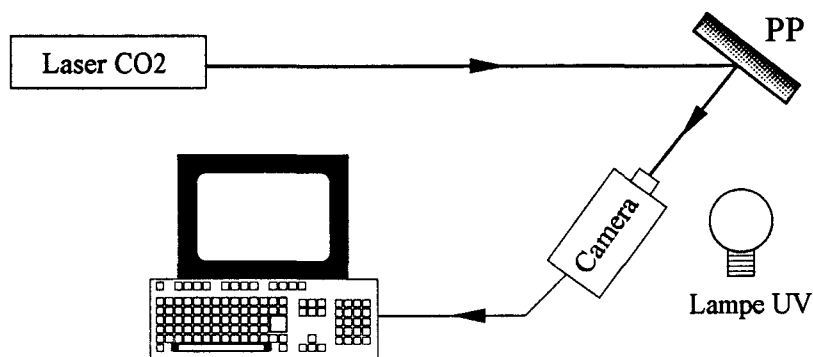


Figure I.32. Système de visualisation par plaque phosphorescente (PP).

La caméra utilisée est composée d'une matrice de 700×600 capteurs à transfert de charge. Une carte d'acquisition Cyclope reliée à une interface de l'ordinateur permet d'acquérir des images de 512×512 pixels (annexe I.B). Une bibliothèque de procédures

livrée avec la carte ainsi que le logiciel ESILAB permettent d'effectuer l'enregistrement, le traitement et l'analyse postérieurs des images ainsi que le développement de programmes spécifiques. Ce logiciel permet par exemple de régler le contraste afin de minimiser les problèmes de saturation de la matrice de détection. Des procédures permettent aussi d'effectuer des opérations entre deux images comme la soustraction du fond qui élimine les défauts de la plaque, de visualiser une coupe transverse de l'image, de calculer le centre de gravité d'une structure, d'effectuer des produits de convolution,...

Pour augmenter la résolution de l'image, nous avons élaboré un système de détection plus performant à partir des détecteurs HgCdTe à notre disposition. Pour cela, on réalise le balayage du faisceau grâce au déflecteur XY devant un détecteur HgCdTe (Fig. I.33). Le faisceau issu du laser CO₂ est dévié et décrit la trame imposée par le mouvement des miroirs devant le détecteur D. Ceux-ci sont commandés par deux générateurs de fonctions qui délivrent des signaux triangulaires afin que la figure décrite par le faisceau soit équivalente à la trame d'un écran de moniteur. Les différents points de la structure sont donc amenés successivement devant le détecteur. Les signaux de lecture de positions des miroirs sont envoyés à l'oscilloscope fonctionnant en mode *xy*. Le signal reçu par le détecteur D est amplifié puis envoyé au wehnelt de l'oscilloscope qui module l'intensité du spot en fonction de l'intensité reçue. L'ajout d'un offset permet d'ajuster la composante continue de ce signal de façon à amener la composante alternative au niveau du seuil de modulation de l'intensité du spot. On obtient alors, sur l'écran de l'oscilloscope, la figure décrite par le faisceau devant le détecteur. Le spot est éclairé proportionnellement à l'intensité recueillie.

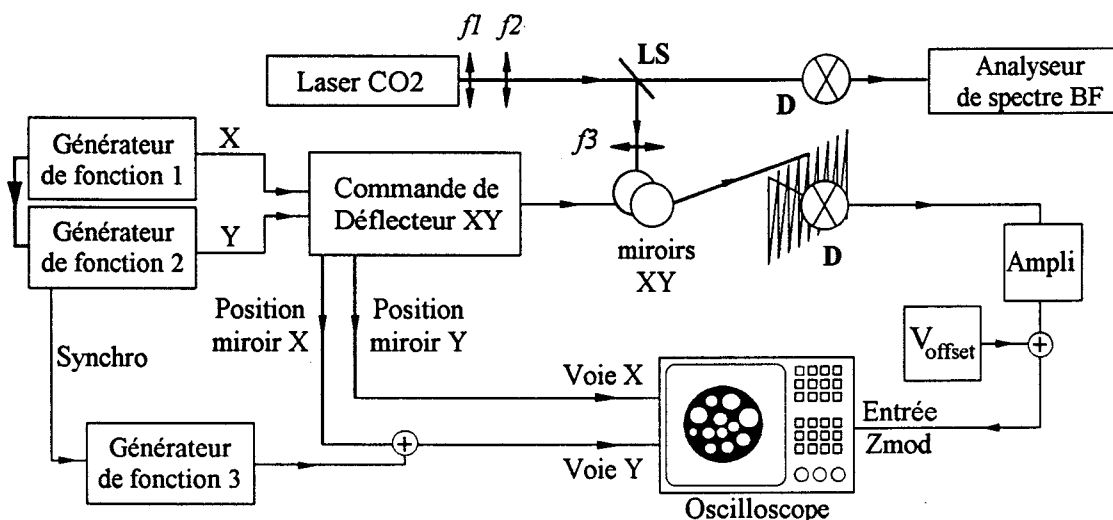


Figure I.33. Dispositif d'imagerie de la section transverse du faisceau utilisant le déflecteur XY couplé à un détecteur rapide HgCdTe (D).

La taille du faisceau dans le plan du détecteur peut être dilatée à volonté pour accroître la résolution des structures. En effet, contrairement aux plaques phosphorescentes, les détecteurs sont très sensibles et permettent de déceler des puissances de l'ordre du mW. Le diamètre de la structure qui varie généralement entre 5 et 10 *cm* est grand devant celui du détecteur (300 μm). Dans ce cas, le nombre de lignes maximum est alors fixé à 333. La résolution spatiale est donc 10 à 20 fois plus importante que celle des plaques phosphorescentes. La résolution en amplitude est de même très fortement améliorée. Cependant, la chaîne de détection comprenant un amplificateur reliée au wehnelt n'élimine pas les phénomènes de saturation.

Le balayage le plus rapide des miroirs de déflexion est limité à 0.8 kHz pour un signal triangulaire en raison des problèmes d'inertie. On balaye alors un axe à 0.8 kHz et l'autre à 1 Hz, ce qui donne une résolution de 800 lignes. En changeant la tension de balayage des miroirs sans modifier les fréquences, on peut aisément dilater une partie de la structure. L'unique inconvénient de ce système est le balayage lent à 1 Hz nécessaire pour obtenir une résolution suffisante. A cette vitesse, la prise d'image à l'aide de la caméra ne représente qu'un vingt cinquième de l'image totale (standard 25 images par seconde). Il faut alors se munir d'un appareil photo dont le temps de pause sera calé sur le balayage le plus lent.

Comme le montre la figure I.34(a), l'image est dédoublée. L'origine de ce phénomène est liée au retard dû à l'hystérésis introduit par l'électronique de lecture de la position des miroirs. En effet, les signaux de position des miroirs envoyés à l'oscilloscope subissent un retard de phase par rapport à l'intensité reçue du détecteur.

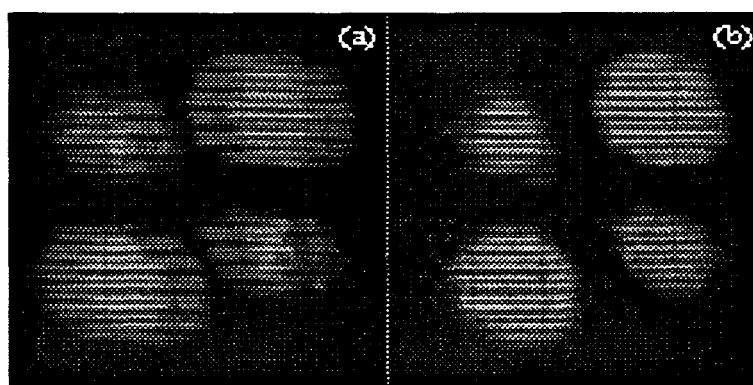


Figure I.34. Visualisation du faisceau à l'aide du dispositif de la figure I.33 avec (b) et sans (a) correction.

Pour compenser cet effet, trois solutions sont envisageables. La première consiste à utiliser une ligne à retard continûment variable qui serait placée entre le détecteur et l'entrée wehnelt, mais ce matériel n'existe pas en version analogique. La seconde solution consiste à ajouter une composante négative au signal d'offset (Fig. I.33) durant la montée du signal afin d'éteindre une des deux images. Enfin, une dernière possibilité consiste à décaler les lignes de retour de la trame. Pour cela, il suffit d'ajouter une composante continue ajustable au signal de position durant la décroissance du signal triangulaire qui décalera continûment une image par rapport à l'autre et permettra de les superposer (Fig. I.35). C'est cette solution que nous avons adoptée car cette méthode permet de garder une résolution suffisante pour la visualisation. Notre observation s'effectue généralement à une fréquence de balayage de 5 Hz. La figure I.34(b) montre une image ainsi corrigée.

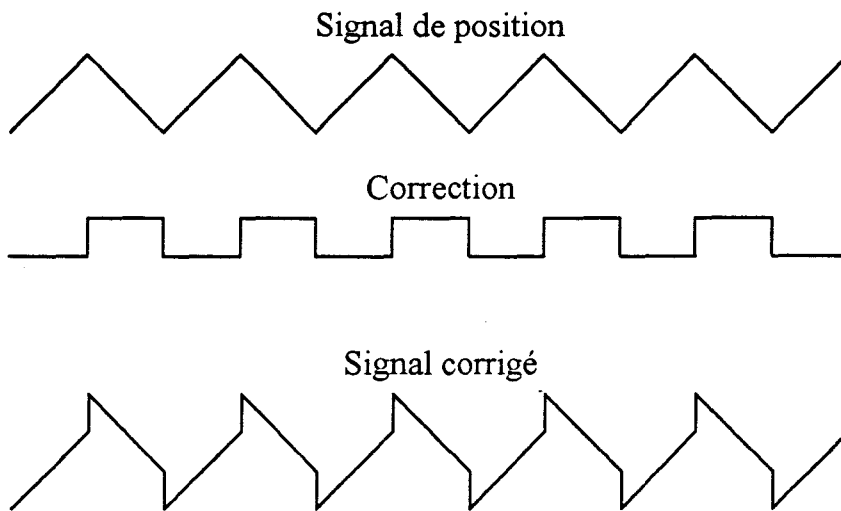


Figure I.35. Correction apportée au signal de lecture de la position du miroir X pour superposer les images dédoublées.

Un inconvénient subsiste cependant. Pour la fréquence de modulation du signal triangulaire la plus rapide (800 Hz dans notre cas), le mouvement du miroir n'est plus triangulaire mais devient sinusoïdal en raison de l'inertie de l'équipage mobile des miroirs. La vitesse de balayage du faisceau n'est donc plus constante lors de la montée du signal triangulaire. On observe alors une bonne superposition des images au centre de la structure qui se dégrade toutefois progressivement au fur et à mesure que l'on se rapproche des bords.

Nous avons enregistré toutes nos structures sur des diapositives 100 ASA 24x36 mm, avec un temps de pose de 2 secondes pour une focale de 80 mm et une ouverture de 5,6.

Nous avons donc deux systèmes d'imagerie qui fournissent une moyenne temporelle de la structure: un premier qui donne l'allure générale de la structure et un deuxième qui permet de l'analyser plus finement.

CHAPITRE II

Structures des cavités stables

INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à l'étude des phénomènes de morphogenèse optique dans les lasers possédant de grandes dimensions transverses. Nous analyserons les différents processus à l'origine de la formation des structures ainsi que les effets dynamiques présents dans ces systèmes.

Nous décrivons dans un premier temps les structures observées dans une cavité où une symétrie rectangulaire est introduite par la présence de fenêtres inclinées à l'angle de Brewster. Dans cette cavité les structures s'organisent sous forme de réseaux. Nous constaterons qu'elles sont toujours composées d'un petit nombre de modes choisis, suivant certaines règles, dans une seule famille transverse. Ces observations sont parfaitement en accord avec l'étude développée par Harkness [1995] dans une cavité composée de miroirs sphériques. L'importance du choix de la base sera mis en évidence lors de la décomposition des structures. Des simulations numériques permettront de mieux appréhender les mécanismes à l'origine de la structuration du faisceau. Dans un second temps, nous analyserons les structures qui s'établissent dans les cavités à symétrie $O(2)$ [Green 1990]. Nous observerons que dans une configuration quasi-plan-plan proche de celle étudiée par Coulet [1989(b), 1990], la turbulence est absente et que, paradoxalement, les interactions non-linéaires conduisent au contraire à une limitation du nombre de modes et à un comportement spatial ordonné.

Commençons ce chapitre par une description des différentes méthodes d'analyse des structures transverses qui ont été introduites en optique ces dernières années.

II.1. CARACTERISATION DES STRUCTURES TRANSVERSES.

Nous appelons "structure transverse" la répartition d'intensité transverse du faisceau laser. L'ensemble des processus qui détermine ces structures est encore appelé morphogénèse optique. La compréhension des structures transverses nécessite au préalable la définition de grandeurs caractéristiques représentatives, accessibles à l'expérimentateur, et la mise au point de méthodes d'analyse spécifiques. Deux démarches ont été développées pour répondre à ces attentes.

Du point de vue théorique, les systèmes spatialement étendus, comme par exemple les écoulements ou la convection hydrodynamique, sont décrits par des équations aux dérivées partielles, dont certaines solutions peuvent être caractérisées par les vortex: si nous exprimons l'amplitude complexe de la solution par:

$$F = |F| e^{i\Phi} \quad (\text{II.1})$$

un vortex centré au point P est défini par le fait que la circulation du gradient de la phase Φ le long d'une boucle ℓ entourant P est un multiple non nul de 2π :

$$\Delta\Phi = \oint_{\ell} \nabla\Phi \cdot dl = \pm m 2\pi \quad (\text{II.2})$$

où m est appelé "charge topologique". Puisque la valeur de l'intégrale est indépendante de la longueur de la boucle ℓ , $\nabla\Phi$ doit diverger en P. Pour cette raison, une telle structure est aussi appelée singularité de phase. D'autre part, F est une fonction régulière, et par conséquent $|F|$ doit s'annuler en P. Les vortex sont donc centrés sur des points où la grandeur s'annule. A partir de ce résultat, des méthodes de caractérisation ont été développées pour étudier les structures transverses ainsi que leur dynamique. A titre d'exemple, dans un écoulement, il est possible de différencier un régime turbulent d'un régime laminaire uniquement par la présence de vortex.

La même méthode d'analyse a pu être suivie en optique pour étudier les structures engendrées dans des lasers possédant de grandes dimensions transverses. En effet, des modèles de lasers peuvent, dans certains cas, être réduits aux formes normales d'équations différentielles, largement étudiées dans le cadre de la dynamique non-linéaire des fluides, des réactions chimiques et d'autres phénomènes ondulatoires. Par exemple, Lugiato et al [1988(a)] ont démontré que les lasers de classe A peuvent être décrits par une équation de Ginzburg-Landau. Celle-ci inclut un laplacien transverse qui provient ici de la diffraction et non de la diffusion, comme c'est le cas dans un grand nombre de systèmes physiques. Dans ce modèle, la déstabilisation de l'onde de départ provient de

l'évolution dynamique de la phase et non de l'instabilité d'amplitude [Lefever 1989(a,b), Lugiato 1990].

En suivant cette idée, Couillet [1989(a,b), 1990] a montré que la dynamique transverse pouvait être décrite par l'interaction entre des vortex émergeant spontanément dans la structure transverse du champ. Il a de plus montré que l'interaction entre ces vortex pouvait mener à la turbulence. Celle-ci a pu être mise en évidence expérimentalement en optique dans un oscillateur à gain photoréfractif. Arecchi et al [1991] ont observé l'existence de défauts topologiques et ont montré à l'aide d'une étude statistique, l'évolution vers un état turbulent induit par l'interaction de ces défauts. Des vortex peuvent aussi être obtenus à partir de quelques modes. A titre d'exemple, Brambilla et al [1994] ont vérifié expérimentalement, que dans un laser de classe A, une structure composée de seulement trois modes (TEM_{00} , TEM_{01} , TEM_{10}) comporte une singularité qui tourne à une vitesse égale à la différence de fréquence entre les deux familles des modes considérés. Weiss et al [1993] ont aussi montré, avec un modèle de classe B, que lorsque différents modes coexistent dans une structure simple, des vortex peuvent exécuter des trajectoires complexes.

Une autre approche peut être adoptée en optique grâce à la connaissance a priori, des modes propres de la cavité vide. Le champ peut, en effet, être décomposé sur une base complète de modes propres de la cavité (Hermite-Gauss, Laguerre-Gauss, "Doughnut") [Brambilla 1991]. Du point de vue théorique, cette démarche permet, lorsque l'approximation du champ moyen s'applique, d'éliminer les coordonnées spatiales des équations du laser pour ne garder que les équations temporelles de chacun des modes. L'équation aux dérivées partielles du champ se transforme alors en un ensemble d'équations aux dérivées ordinaires pour les amplitudes modales. Cela simplifie considérablement l'intégration du système. La dynamique est alors capturée par chacun des modes utilisé dans la décomposition. Ce schéma est avantageux seulement quand le nombre de modes mis en jeu est limité, puisque le nombre d'équations croît très rapidement. Il nécessite néanmoins que les modes actifs soient peu différents des modes de cavité vide. Expérimentalement, cette approche est aussi très utile pour l'identification visuelle des structures faiblement multimodes, bien que le choix de la base sur laquelle on veut effectuer la décomposition du champ n'apparaît pas toujours clairement. En effet, une cavité de symétrie cylindrique favorise le choix de la base de Laguerre, mais si cette symétrie est brisée par un élément quelconque de la cavité, alors la base d'Hermite peut être plus adaptée. Il arrive que la symétrie de la structure soit différente de la symétrie du système l'ayant engendrée. Mais cependant la symétrie de la structure étant un sous-groupe du groupe de symétrie du système [Green 1990], un choix peut être effectué entre ces deux possibilités. La base des "Doughnut" n'est jamais utilisée dans nos descriptions car des imperfections résiduelles brisent toujours la symétrie de révolution.

Nous avons privilégié cette deuxième démarche car la plupart des structures observées permettent une exploitation par décomposition modale du champ sur une base de modes propres de la cavité vide. Nous montrerons que le choix de la base est rarement imposé par les conditions aux bords transverses, mais plutôt par des brisures de symétrie intrinsèques induites par les éléments optiques présents dans la cavité ou encore par les non-linéarités du milieu actif. A ce titre, Arecchi [1993] montre que lorsque la taille transverse du système augmente, l'influence de la symétrie imposée par les conditions aux bords transverses disparaît.

Nous allons d'abord présenter les résultats obtenus dans une cavité où la symétrie cylindrique est brisée par la présence de fenêtres de Brewster puisque ceux-ci offrent l'avantage de correspondre à des structures plus simples.

II.2. STRUCTURES EN PRESENCE D'UNE BRISURE DE SYMETRIE.

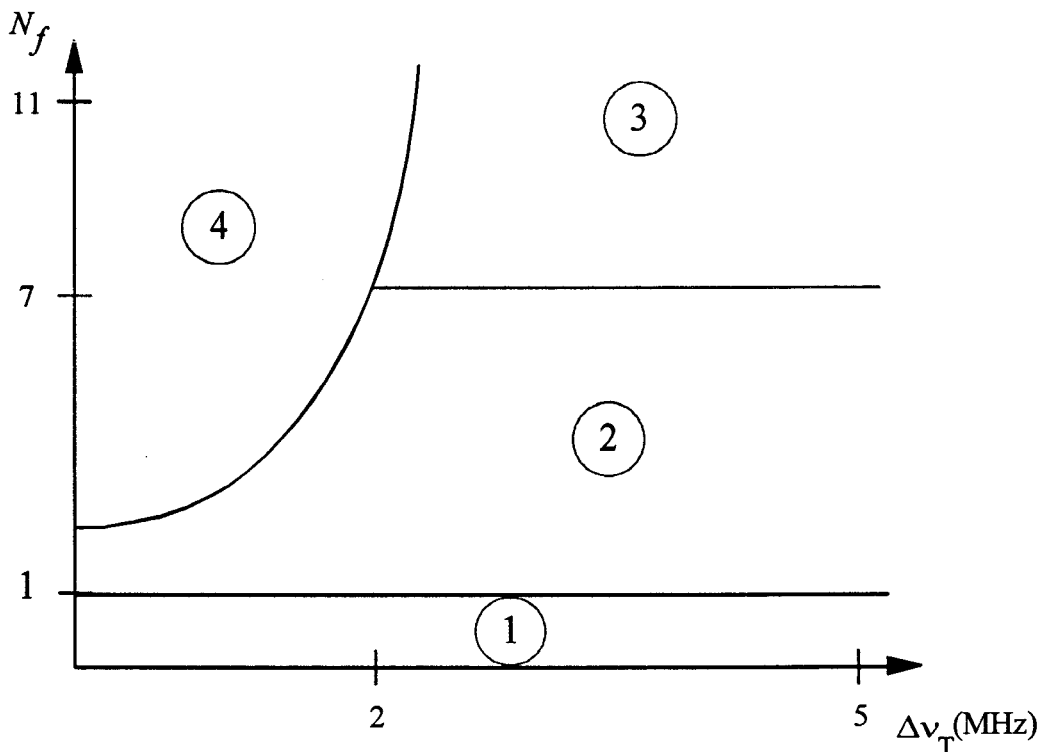


Figure II.1. Représentation schématique des régions de l'espace des paramètres $(N_f, \Delta v_T)$ explorées au cours de cette étude et correspondant aux différents types de structures rencontrés.

La figure II.1 montre une représentation schématique du diagramme de phase d'un laser CO₂. Les domaines correspondent aux différents types de structures rencontrés dans l'espace des paramètres (N_f , Δv_T). Dans la zone 1 seules les deux ou trois premières familles transverses sont présentes. La description des comportements rencontrés dans cette région ne sera pas reprise ici car il s'agit d'une situation qui a déjà été largement étudiée [Brambilla 1991, Green 1990, Tamm 1990, Beijersbergen 1993, Abramochkin 1991, Hennequin 1992]. Dans les domaines (2,3,4) de l'espace des paramètres, le comportement est plus complexe comme en témoigne le spectre temporel radiofréquence¹ enregistré en un point de la structure (Fig. II.2). Ces spectres qui ont parfois plus d'une centaine de composantes réparties dans une plage de 0 à 15-20 MHz, pourraient laisser supposer la présence de chaos spatio-temporel, mais aucun fond continu ne vient confirmer cette hypothèse. Il s'agit donc uniquement du battement entre

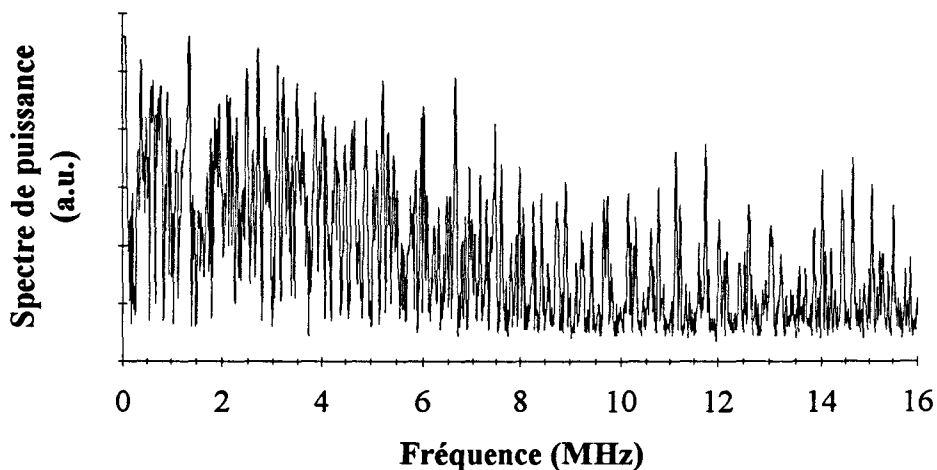


Figure II.2. Spectre de puissance en échelle Log. $N_f=3.9$, $\Delta v_T=-17$ MHz.

des modes de fréquences différentes et des oscillations de leurs amplitudes modales. L'analyse de la section du faisceau montre souvent des structures aussi complexes que celle de la figure II.3. Rappelons que comme toutes les structures présentées dans ce document, cette image représente la moyenne temporelle de l'intensité de sortie du laser (section I.3.3.). Le motif, directement accessible à nos détecteurs, ne dépend pas de la distance d'observation: soit tout près de la sortie du laser (en champ proche) soit à l'infini (en champ lointain). Ces remarques nous incitent à nous interroger sur la complexité de l'étude de ces structures. Heureusement, des spectres et des structures singulièrement plus simples peuvent être obtenues dans les régions 2 et 3 pour des valeurs particulières de la longueur de résonance de la cavité. On assiste alors à un regroupement des composantes du spectre autour de fréquences régulièrement espacées. Les structures,

¹ Les spectres présentés dans ce document correspondront toujours au domaine radio-fréquence.

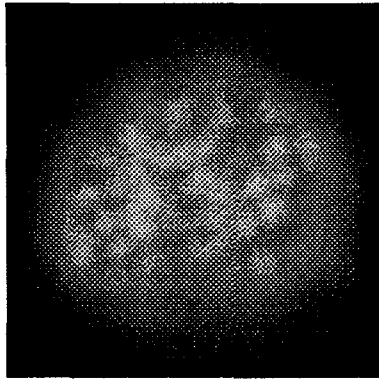


Figure II.3. Structure obtenue dans la région 3 du schéma II.1.

quant à elles, possèdent une organisation très caractéristique, sous forme de réseaux circulaires dans la région 2 et rectangulaires dans la région 3 (Fig. II.4). L'étude que nous présentons ici s'appuie sur ces cas particuliers pour retrouver quelques caractéristiques de comportements des lasers.

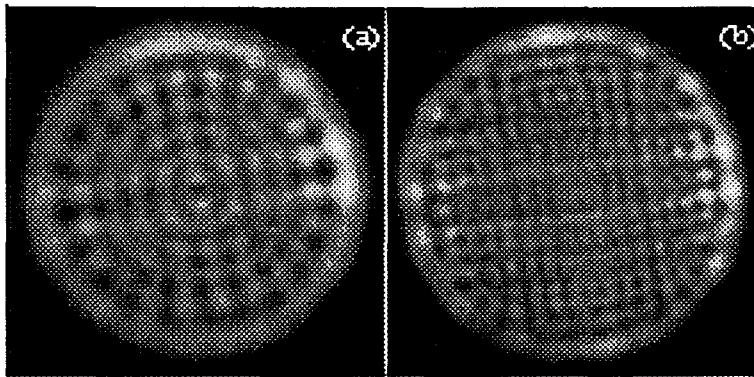


Figure II.4. Réseaux typiques (a) circulaires et (b) carrés observés dans la cavité I. (a) $N_f=5.7$, $\Delta\nu_T=5$ MHz; (b) $N_f=8.5$, $\Delta\nu_T=3.7$ MHz

II.2.1. RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Ainsi que nous venons de le préciser, nous cherchons à interpréter le comportement du laser en privilégiant l'approche modale. Expérimentalement, la non-linéarité de la réponse de nos systèmes d'imagerie ne nous permet pas d'utiliser directement les méthodes conventionnelles de projection des structures enregistrées sur une base de modes. Il a donc été nécessaire dans un premier temps de faire appel à un certain nombre de considérations intuitives afin de décrire de façon empirique les motifs délivrés par le système. Ce sont ces considérations ainsi que leurs résultats que nous présentons ici après une rapide description des observations expérimentales. Nous montrerons ensuite que l'utilisation d'une méthode d'ajustement sur les images

enregistrées permet de retrouver partiellement ces résultats, malgré les transformations effectuées pour standardiser l'image.

II.2.1.1. Moyennes temporelles.

Dans les régions 2 et 3 de la figure II.1 les moyennes temporelles de la section transverse du faisceau présentent toutes une organisation globale sous forme de réseaux (Fig. II.4). Quand le nombre de Fresnel est inférieur à 7, l'intensité se répartit sur des maxima situés le long de cercles concentriques (Fig. II.4(a)), alors que dans le cas contraire ($N_f > 7$), la partie interne des structures se déforme et les maxima s'agencent progressivement sous forme d'un réseau rectangulaire (Fig. II.4(b)). Ce comportement indique que l'influence des conditions aux bords transverses pénètre peu dans la structure dont la partie interne est gouvernée par la symétrie intrinsèque du système. Le même comportement est obtenu dans une cellule de convection, en présence d'une symétrie imposée par la géométrie des bords, où les moyennes temporelles des structures en régime chaotique montrent une région centrale gouvernée par la symétrie intrinsèque du système [Ning 1993]. Les réseaux sont toujours symétriques par rapport à deux axes principaux définis par les fenêtres de Brewster, comme on peut le vérifier en faisant tourner ces dernières autour de l'axe de la cavité. Si l'angle entre les deux fenêtres dépasse 20° , la symétrie des structures est très fortement réduite et l'on retrouve un comportement complexe. Les différentes structures se différencient les unes des autres non seulement par leur forme rectangulaire ou cylindrique et par le nombre des anneaux qui les composent, mais aussi par la nature des extrema portés par leurs deux axes de symétrie principaux. Si nous repérons par 0 un axe de minima et 1 un axe de maxima (Fig. II.6(d)), il existe quatre possibilités qui se distinguent par la nature des axes x et y :

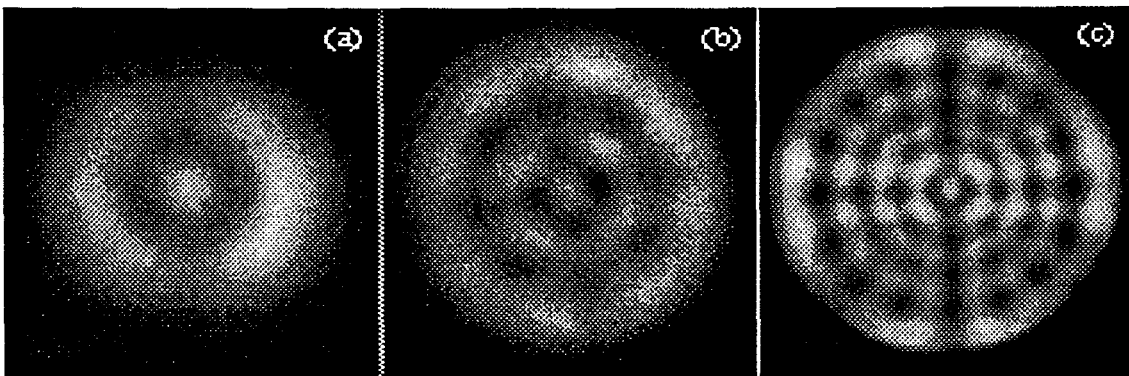


Figure II.5. Structures expérimentales de type 0-0 composées de 1, 2 et 4 anneaux, (a) $q=2$, $N_f=1.1$, $\Delta\nu_T=1.8$ MHz; (b) $q=4$, $N_f=2.8$, $\Delta\nu_T=5$ MHz et (c) $q=8$, $N_f=4.4$, $\Delta\nu_T=-13.7$ MHz.

0-0, 1-1, 0-1 et 1-0, les deux dernières se déduisant l'une de l'autre par une rotation de $\pi/2$. Les figures II.5, II.6 et II.7 présentent quelques exemples des types 0-0, 0-1 et 1-1. Les structures 0-0 et 1-1 possèdent un maximum central alors que 0-1 présente un minimum central.

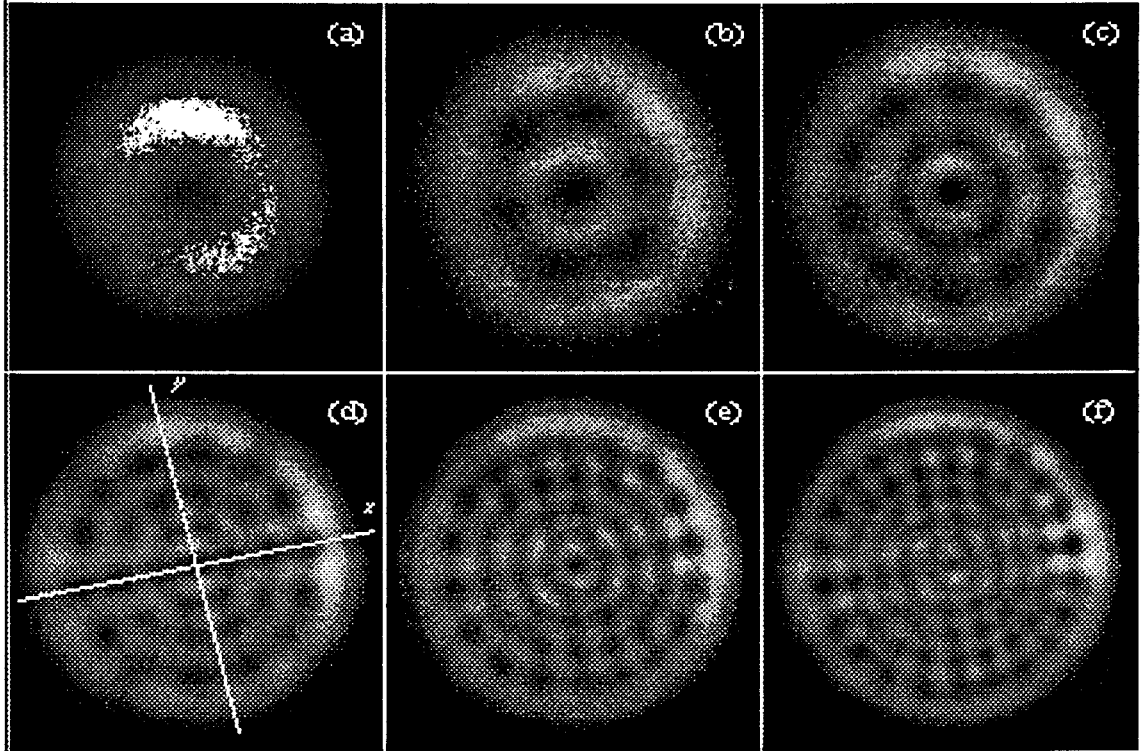


Figure II.6. Structures expérimentales de type 0-1, (a) $q=1$, $N_f=0.64$, $\Delta v_T=1.8$ MHz; (b) $q=3$, $N_f=2.4$, $\Delta v_T=4.7$ MHz; (c) $q=5$, $N_f=3.05$, $\Delta v_T=5.2$ MHz; (d) $q=7$, $N_f=4.1$, $\Delta v_T=5.4$ MHz; (e) $q=9$, $N_f=4.7$, $\Delta v_T=5.3$ MHz et (f) $q=11$, $N_f=5.7$, $\Delta v_T=5$ MHz.

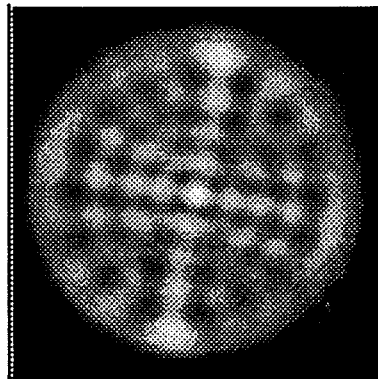


Figure II.7. Structure expérimentale de type 1-1, $q=8$, $N_f=5.1$, $\Delta v_T=-14.6$ MHz.

Parmi les paramètres qui permettent de sélectionner un type de structure, ce sont l'alignement et N_f qui jouent les rôles prépondérants. Dans les structures annulaires, le nombre de maxima d'intensité porté par un anneau dépend de son numéro d'ordre. Il

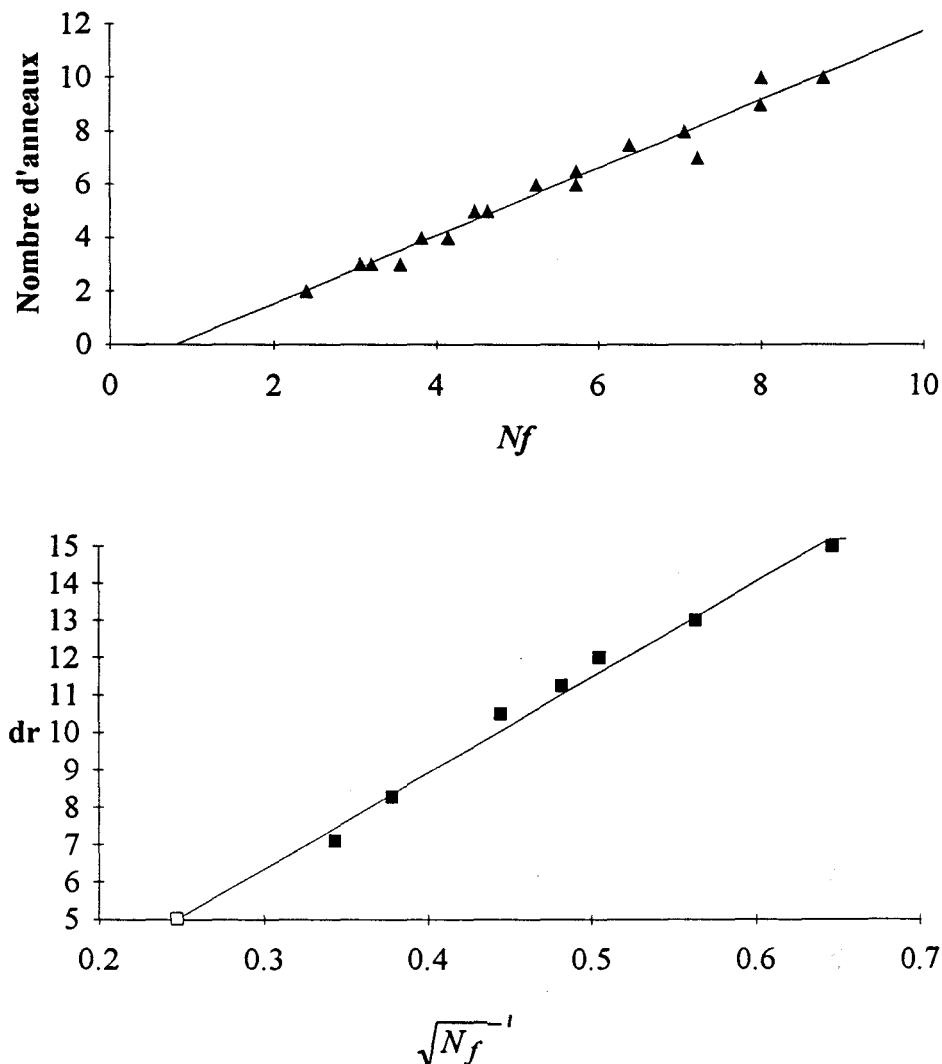
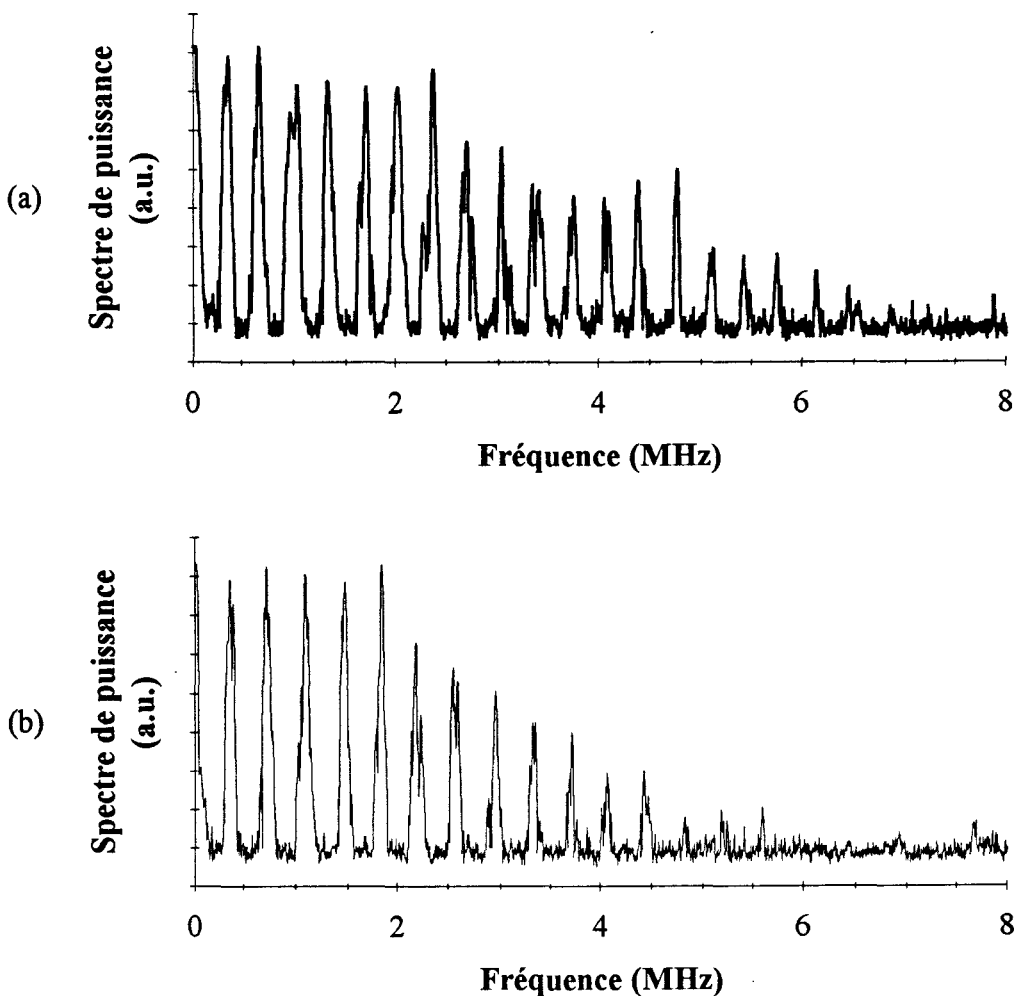


Figure II.8. (a) Variation linéaire du nombre d'anneaux des réseaux avec N_f et (b) variation en $N_f^{1/2}$ de la distance dr entre ces anneaux.

apparaît ainsi quatre maxima supplémentaires lorsqu'on passe de l'anneau i à l'anneau $i+1$ excepté pour les deux premiers du type 0-1. Par exemple, 4, 8, 12... maxima sont dénombrés en partant du centre des types 0-0 et 1-1 (Fig. II.5, II.7) alors que 2, 6, 10... sont identifiés sur les structures 0-1 (Fig. II.6). On peut constater sur la figure II.8 que le nombre d'anneaux augmente linéairement avec N_f et que la distance entre les anneaux est une fonction linéaire de $N_f^{1/2}$. Notons que les modes propres d'une cavité obéissent aussi à ces lois de variation [Siegman 1974]. En effet, l'abscisse x_n du dernier maximum d'intensité d'un mode d'Hermite H_n (lorsque n est grand), est proportionnelle à la taille w du mode fondamental ($x_n \approx w\sqrt{n}$) et l'espacement entre les taches vaut $\Delta r \approx \frac{2x_n}{n} \approx \frac{2w\sqrt{n}}{n}$ (Fig. I.2), d'où $\Delta r \propto \frac{1}{\sqrt{N_f}}$ puisque $\sqrt{n} \propto \sqrt{N_f}$. Ces structures semblent donc obéir aux mêmes lois que celles des modes d'une cavité vide.

II.2.1.2. Description des spectres.

A la périodicité spatiale est associée une périodicité spectrale. En effet, tous les réseaux possèdent des spectres temporels constitués de paquets de composantes régulièrement espacés d'une fréquence voisine de 400 à 500 kHz (Fig. II.9(a)). Cette caractéristique ne provient pas d'un artefact lié aux détecteurs HgCdTe compte-tenu des faibles niveaux détectés. En outre, la position du détecteur dans la structure a peu d'influence et seules les régions très excentrées comportent un spectre un peu moins riche. La figure II.9 présente l'évolution typique du spectre lorsqu'on augmente le nombre de Fresnel ($0.7 < N_f < 5.1$) où l'on constate que le nombre de paquets de composantes et donc le nombre de modes actifs croît avec N_f . L'amplitude des composantes, quant à elle, décroît généralement exponentiellement avec la fréquence. Ces spectres présentent entre deux et quinze paquets de composantes. Chaque paquet comporte de un à trois pics de 50 à 200 kHz de large, nettement plus large que la résolution de l'analyseur de spectre (12.5 kHz).



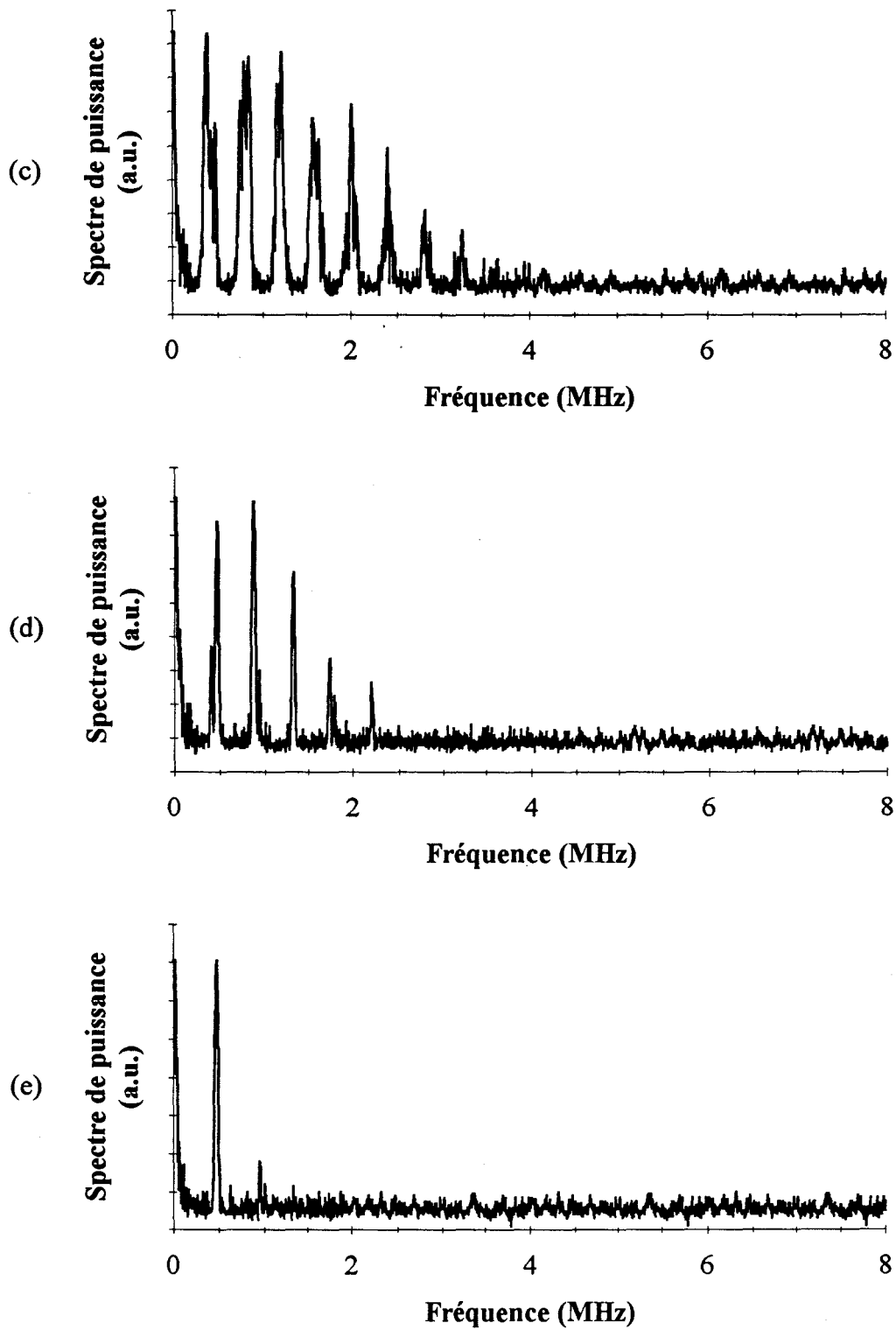


Figure II.9. Evolution du spectre d'un réseau circulaire pour 5 valeurs du nombre de Fresnel. (a) $Nf=4.4$; (b) $Nf=3.9$; (c) $Nf=3.5$; (d) $Nf=2.35$; (e) $Nf=0.7$.

Des formations de groupements de composantes de périodicité multiple de 0.5 MHz (1, 1.5, 2, 2.5 MHz) correspondant à la disparition d'un paquet sur deux puis

trois... ont aussi été observées. L'origine de l'espacement de 500 kHz ne semble pas être la fréquence de relaxation ω_{rel} du laser qui dans la limite d'un laser de classe B, peut s'écrire:

$$\omega_{rel} = \sqrt{2\gamma_{//}(D_0 - 1) - \frac{\gamma_{//}^2}{4}} \quad (\text{II.3})$$

où $\gamma_{//}$ est le taux de relaxation de l'inversion de population en unité κ et D_0 l'inversion de population en champ nul. Cette fréquence ne peut atteindre 500 kHz que pour de forts taux de pompage et des pressions élevées, ce qui ne correspond pas à notre situation expérimentale. De plus, Staliunas [1993] montre que dans les lasers de classe B, lorsque la différence de fréquence entre deux modes devient de l'ordre de grandeur de ω_{rel} , ceux-ci adoptent une fréquence commune. Dans notre cavité, ceci se produit vers 80 kHz pour les modes de la famille $q=1$, ce qui ne correspond pas à l'espacement recherché. L'hypothèse la plus probable est que cette fréquence soit liée à la levée de dégénérescence des modes d'une même famille et que celle-ci varie peu en fonction des paramètres géométriques L et x (section I.2.2.). Elle est la conséquence de la présence d'astigmatisme introduit essentiellement par les fenêtres de Brewster.

II.2.1.3. Décomposition intuitive.

Nous allons maintenant chercher à reconstruire les structures décrites précédemment à l'aide d'une combinaison linéaire de modes propres de la cavité. La première étape consiste à choisir la base avec laquelle va s'effectuer la reconstruction. Ici, la symétrie $O(2)$ du système est brisée par la présence de fenêtres de Brewster.

II.2.1.3.1. Choix de la base.

Nous allons énoncer, dans cette section les arguments qui suggèrent le choix de la base d'Hermite.

* Le premier se déduit de l'analyse des structures faiblement multimodes près du seuil d'oscillation du laser. En effet, pour de faibles pressions ($P \approx 20$ Torr) et un courant de décharge de l'ordre de 2 mA, on obtient la structure présentée sur la figure II.10. On distingue aisément un mode d'Hermite $TEM_{4,8}$ suivant l'axe vertical, et suivant l'axe horizontal la présence de modes appartenant à la même base.

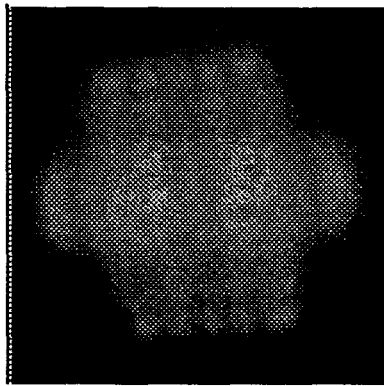


Figure II.10. Structure observée très près du seuil ($I_p=2$ mA, $P_T=20$ Torr) montrant la présence de modes d'Hermite-Gauss dont le $TEM_{4,8}$. $N_f=11.6$, $\Delta\nu_T=-22.2$ MHz.

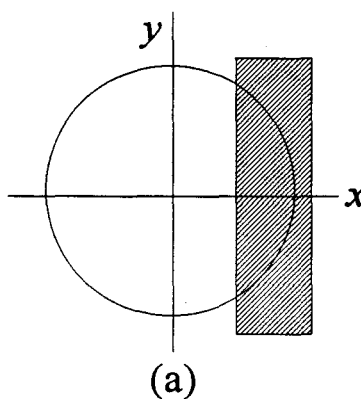


Figure II.11. Structures obtenues par introduction de pertes localisées. La figure (a) indique, à titre d'exemple, que les pertes sont introduites suivant l'axe x , le bord du volet étant déplacé parallèlement à l'axe y . (b) En absence de pertes. (c) Pertes introduites à 45° dans un des quadrant; (d) suivant l'axe x et (e) suivant l'axe y , $N_f=11.6$, $\Delta\nu_T=-22.2$ MHz, $r_v=4$.

* Le second résultat de l'observation de la réponse du système à la présence de pertes localisées. Pour cela, nous introduisons un volet dans le plan transverse qui occulte progressivement le faisceau intracavité, en le déplaçant du bord vers le centre (Fig. II.11(a)). Les modes fortement perturbés par l'obstacle cessent d'osciller. Dans ces conditions, si aucun axe de symétrie n'est privilégié, les pertes induiront des modes d'Hermite orientés suivant la direction où celles-ci ont été introduites. Ces modes, suivant l'orientation du volet, pourront prendre toutes les orientations dans le plan transverse. Par contre, si des modes d'Hermite sont déjà présents en raison d'une

symétrie par rapport à deux axes x et y du plan transverse, l'orientation de ces modes ne suivra pas la même direction que celle des pertes et restera imposée par les axes du système. Le résultat sera donc différent dans le deux cas. Nous avons ainsi introduit des pertes sur la structure de la figure II.11(b) suivant les axes x (Fig. II.11(d)), y (Fig. II.11(e)) et la diagonale (Fig. II.11(c)). Ces structures montrent nettement l'existence d'axes privilégiés dans le système induisant une symétrie par rapport à ces derniers.

Deux autres arguments viennent renforcer les deux premiers:

* Le premier est issu d'une expérience dans laquelle un milieu absorbant saturable est introduit dans la cavité I, où le miroir plan est remplacé par un réseau [Louvergneaux 1994, Wilkowski 1994]. Lorsqu'on augmente la pression de gaz absorbant, les structures en réseau sont progressivement remplacées par des motifs monomodes assimilables à des modes propres d'Hermite. La brisure de symétrie pourrait être induite par le réseau, mais des expériences précédentes [Weiss 1994] ont montré que ce n'était pas le cas, puisque des modes de Laguerre sont observés dans une cavité contenant un réseau.

* Notons enfin que des structures de symétrie $O(2)$ peuvent être construites en combinant tous les modes d'Hermite d'une même famille transverse. Il suffit pour cela qu'ils possèdent des poids identiques et que la somme soit effectuée en intensité (i.e. que leurs fréquences soient différentes). En effet, les maxima des modes d'Hermite d'une même famille se disposent sur des cercles concentriques. La structure obtenue à partir de la combinaison en intensité de tous les modes de la famille $q=4$ (Fig. II.12(a-e)) est présentée sur la figure II.12(f) et possède la symétrie $O(2)$. Cette structure est semblable au mode $B_{2,0}$, excepté que l'intensité ne s'annule pas entre chaque anneau (Fig. II.13).

Tous ces arguments nous suggèrent de développer la répartition d'intensité transverse du faisceau sur la base d'Hermite.

Le choix d'une base n'est imposé que par le type de projection utilisé. Si on tente de reconstruire les structures en sommant les amplitudes complexes des champs de chaque mode alors toutes les bases sont pertinentes puisque celles-ci sont équivalentes [Beijersbergen 1992, Abramochkin 1991] et complètes pour chaque famille q dégénérée en fréquence. Par contre, ceci n'est plus vérifié dès que les modes ont des fréquences différentes, ce qui est le cas ici à cause de la présence d'astigmatisme (section I.3.1.3.). Dans ce cas, la distribution d'intensité de la structure moyenne est égale à la somme des intensités de chaque mode car les battements entre les modes de fréquences différentes "disparaissent". Or, comme nous l'avons énoncé au chapitre I, l'observation des structures s'effectue sur des systèmes qui moyennent l'évolution temporelle de la

structure du faisceau. Nous développerons donc les structures en tentant de déterminer dans quelle base cette décomposition en intensité donne les meilleurs résultats. Cette base sera alors considérée comme la plus pertinente pour ce type de décomposition. Ce développement a déjà été employé pour analyser les structures d'un oscillateur à gain photoréfractif lorsque tous les modes appartiennent à la même famille transverse [Hennequin 1994].

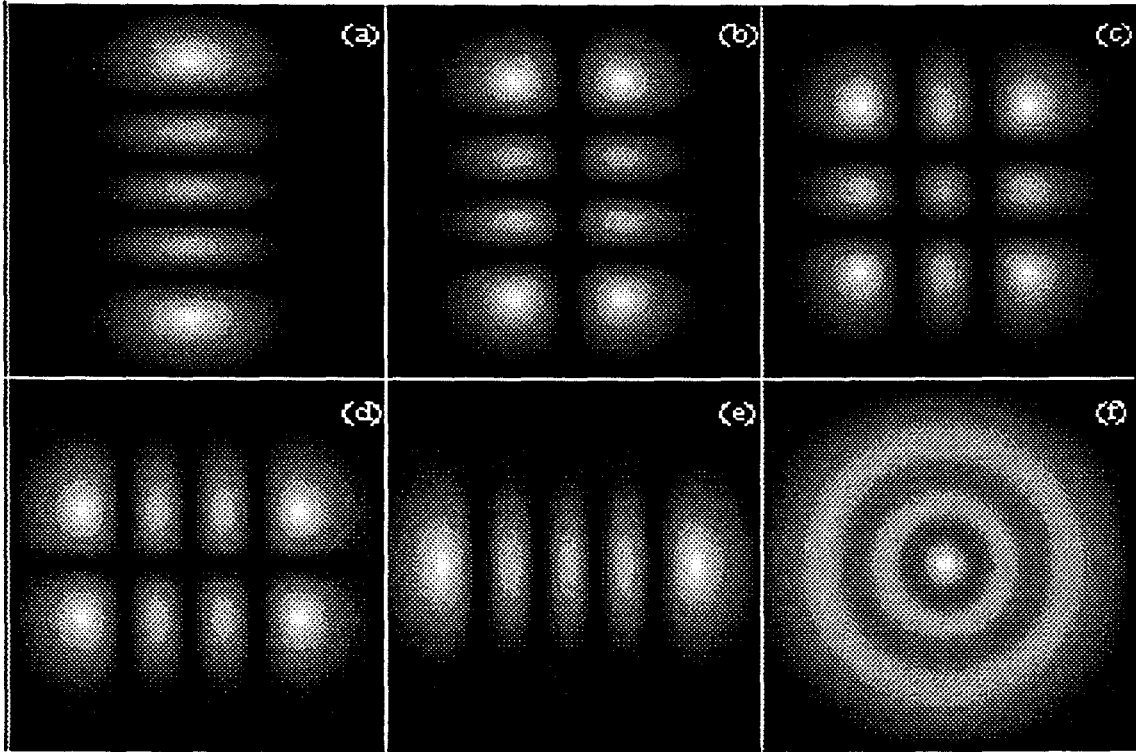


Figure II.12. En (f), exemple de structure à symétrie cylindrique obtenue par sommation des distributions d'intensité des modes d'Hermite (a-e) de la famille $q=4$.

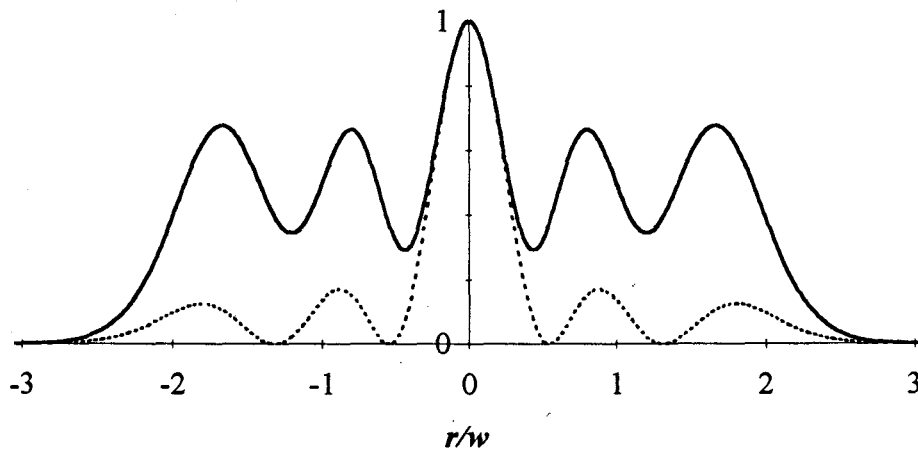


Figure II.13. Comparaison entre les profils transverses de (1) la structure 12(f) (trait plein) et (2) du mode $B_{2,0}$ (trait pointillé).

Nous allons d'abord tenter de déduire de l'observation des réseaux circulaires des règles de sélection modale permettant leur reconstruction.

II.2.1.3.2. Règles de sélection modale.

D'après la distribution d'intensité des modes d'Hermite, on remarque que lorsqu'un axe porte une ligne de minima d'intensité alors l'indice du mode suivant l'autre axe est impair. Ainsi les indices transverses des structures de la figure II.14 sont choisis suivant le tableau II.1 :

Tableau II.1. Choix des indices des modes d'Hermite suivant le type de la structure.

axes x/y	m	n	q
0-0	impair	impair	pair
1-1	pair	pair	pair
0-1	pair	impair	impair
1-0	impair	pair	impair

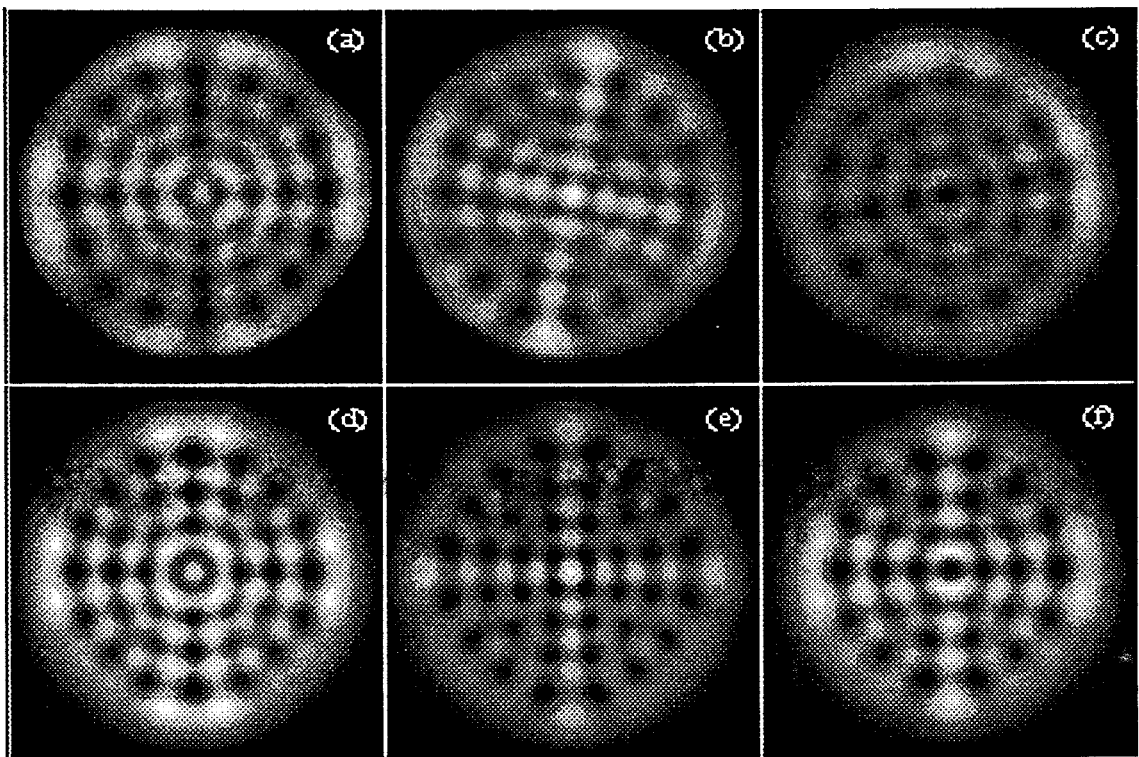


Figure II.14. Réseaux d'anneaux circulaires expérimentaux: (a) 0-0, (b) 1-1 et (c) 0-1 accompagnés de leurs reconstructions numériques (d-f) suivant les règles du tableau II.2.

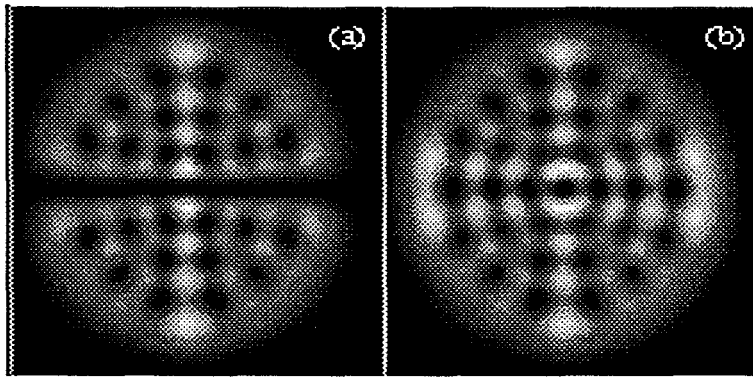


Figure II.15. Reconstruction numérique de la figure II.14(c): (a) suivant la règle m pair, n impair pour la famille $q=7$ et (b) en y ajoutant le mode $TEM_{7,0}$

L'évaluation du nombre de maxima porté par chaque axe permet de déterminer les indices maximum m et n et d'en déduire l'indice q de la plus grande famille transverse présente. En superposant linéairement ces modes, nous pouvons alors tenter de reproduire l'ensemble de la structure. Cependant, n'oublions pas que les coefficients de la superposition restent fixés par les non-linéarités du système. La reconstruction d'une structure à l'aide de toutes les familles respectant la règle de sélection associée conduit à un résultat insatisfaisant [Louvergneaux 1994]. Cependant, en ne retenant que les modes de la famille de plus grand indice q la figure reconstruite est très semblable à la structure expérimentale. Nous n'utiliserons donc que les modes de la famille d'indice q maximum. Cette première approche, basée sur l'observation, est incomplète et l'exemple qui suit va permettre de compléter les règles énoncées au tableau II.1. En examinant la figure II.14(c) de type 0-1, nous remarquons que l'axe y comporte huit maxima, ce qui indique que l'indice q le plus élevé est 7. A partir de cette valeur de q et des modes ($TEM_{0,7}$, $TEM_{2,5}$, $TEM_{4,3}$, $TEM_{6,1}$) de la règle de sélection 0-1 du tableau II.1, nous obtenons la structure présentée sur la figure II.15(a). Nous constatons que la distribution d'intensité suivant x est trop accentuée comparée à la structure expérimentale (Fig. II.14(c)). L'ajout du mode $TEM_{7,0}$ qui possède une distribution spatiale principalement localisée sur cet axe donne une structure (Fig. II.15(b)) en parfait accord avec la structure expérimentale (Fig. II.14(c)). Le mode $TEM_{q,0}$ vient donc s'ajouter pour constituer la règle de sélection 0-1. La même démarche réalisée à partir des autres structures de la figure II.14 permet de compléter les règles du tableau II.1. Les règles de sélection définitives alors obtenues sont regroupées dans le tableau II.2. Les résultats des tentatives de reconstruction des structures de la figure II.14(a-c) sont présentés sur la figure II.14(d-f). En affectant le même poids à chaque mode, les figures obtenues sont en bon accord qualitatif avec l'expérience. Les six premières structures numériques de chaque type de réseau sont regroupées en annexe II.

Tableau II.2. Règles de sélection modales.

axes x/y	m	n	q	modes supplémentaires
0-0	impair	impair	pair	TEM _{0,q} / TEM _{q,0}
1-1	pair	pair	pair	aucun
0-1	pair	impair	impair	TEM _{q,0}
1-0	impair	pair	impair	TEM _{0,q}

Afin de vérifier la validité de cette démarche empirique nous avons utilisé une méthode des moindres carrés linéaire pour déterminer le poids de chaque mode présent dans les structures expérimentales.

II.2.1.4. Méthode des moindres carrés.

Nous travaillons avec une grille transverse de NxN points correspondant à la discrétisation de l'intensité de la structure. La sommation en intensité des modes d'Hermite choisis pour reconstruire la structure est alors réalisée pour chaque point. Nous obtenons un système linéaire de N² équations définies par:

$$I(i, j) = \sum_{m,n} \alpha_{m,n} [A_{m,n}(i, j)]^2 \quad i \text{ et } j \text{ variant de } 1 \text{ à } N \quad (\text{II.4})$$

où $I(i, j)$ est l'intensité de la structure expérimentale au point de coordonnées i et j , $\alpha_{m,n}$ les coefficients des modes d'Hermite et $A_{m,n}(i, j)$ la distribution du champ de ces modes qui est aussi une fonction du rayon du mode fondamental w . Si A est la matrice des valeurs $A_{m,n}$, I celle des $I(i, j)$ et X celle des $\alpha_{m,n}$, le système (II.4) s'écrit $I=AX$. Suivant le critère des moindres carrés les coefficients recherchés s'obtiennent en calculant:

$$X=(A^T.A)^{-1}.A^T.I \quad (\text{II.5})$$

où A^T et A^{-1} sont respectivement la transposée et l'inverse de la matrice A. Le calcul du résidu, égal à la somme des écarts $(I-AX)^2$, traduit la différence entre les structures reconstruite et expérimentale. Dans notre calcul le coefficient 1 sera affecté au mode le plus intense.

Les coefficients sont déterminés avec une erreur relative qui dépend des paramètres liés aux différentes transformations apportées à l'image de la structure expérimentale. La première source d'indétermination provient de la localisation visuelle du centre de la structure et de la rotation effectuée afin que ses axes soient alignés sur le maillage de la grille transverse. L'image est ensuite discrétisée spatialement. Pour obtenir un ordre de grandeur de l'incertitude consécutive à cette dernière transformation, nous avons procédé de la façon suivante. Nous avons construit une structure multimode numérique dont les coefficients sont parfaitement connus. Puis nous l'avons discrétisée spatialement et codée sur 256 niveaux d'intensité (format standard des images enregistrées). Enfin, nous avons calculé les coefficients par la méthode des moindres carrés afin de les comparer à ceux de départ. Une grille de 2500 points utilisée pour décomposer la structure aboutit à la détermination des coefficients avec un écart type σ de l'ordre de $5 \cdot 10^{-2}$. Une résolution de 8100 points permet de retrouver ces mêmes valeurs avec un écart type inférieur à $7 \cdot 10^{-3}$.

Dans les équations du champ, les variables d'espace x et y sont normalisées à w . La valeur de w est retenue lorsque le résidu est minimum. En effet, l'évolution du résidu en fonction de w possède un minimum très pointu qui correspond au cas où la reconstruction numérique est la plus proche de la structure expérimentale. Lorsqu'on fait varier w de 15% autour de sa valeur optimale, l'écart type moyen des coefficients passe de $7 \cdot 10^{-3}$ à $1.5 \cdot 10^{-1}$ et le résidu est multiplié par 17. La valeur de w retenue dans nos calculs diffère d'au plus 15% de celle calculée expérimentalement dans le plan d'observation, compte-tenu de la géométrie de la cavité.

Enfin, notons que les réponses des plaques phosphorescentes et de la matrice CCD de la caméra ne sont pas linéaires et se saturent au delà d'un certain seuil d'éclairement. Ceci apporte une inconnue supplémentaire puisque les effets de saturation sont difficiles à prendre en compte dans le calcul des coefficients. Cependant, ces effets sont minimisés car le logiciel d'acquisition des images permet de s'affranchir de la saturation du capteur CCD en ajustant le contraste afin de procurer la plus grande dynamique lors de l'enregistrement.

En tenant compte de toutes ces incertitudes nous estimons que les coefficients sont déterminés avec environ 20% d'erreur relative.

Le tableau II.3 présente les résultats des calculs menés sur les structures expérimentales II.5(c), II.6(c) et II.7.

Tableau II.3. Coefficients de la décomposition des structures expérimentales II.5(c), II.6(c) et II.7 sur la base d'Hermite par la méthode des moindres carrés avec une grille de 8100 points.

mode TEM _{m,n}	q	m	n	coefficients du tableau II.2	coefficients calculés	écarts types
type 0-0 Fig. II.5(c)	8	8	0	1	0.48	0.1
		7	1	1	0.99	0.14
		6	2	0	0.34	0.16
		5	3	1	0.68	0.18
		4	4	0	0.02	0.18
		3	5	1	0.54	0.18
		2	6	0	0.22	0.16
		1	7	1	0.81	0.14
		0	8	1	1	0.1
type 1-1 Fig. II.7	8	8	0	1	1	0.05
		7	1	0	0.25	0.07
		6	2	1	0.95	0.08
		5	3	0	0.3	0.09
		4	4	1	0.92	0.09
		3	5	0	0.25	0.09
		2	6	1	0.52	0.08
		1	7	0	0.62	0.07
		0	8	1	0.87	0.05
type 0-1 Fig. II.6(c)	5	5	0	1	0.91	0.09
		4	1	0	0.65	0.13
		3	2	1	1	0.14
		2	3	0	0.39	0.14
		1	4	1	0.97	0.13
		0	5	1	0.91	0.09

On constate que les modes vérifiant les règles de sélection possèdent en général des coefficients proches de 1 pour les types 1-1 et 0-1. Dans tous les cas, les modes de poids le plus fort sont bien ceux retenus par les règles de sélection du tableau II.2. Si on choisit judicieusement un coefficient de seuil (ligne pointillée des figures II.16), et en appliquant une "logique binaire" aux choix des coefficients, on retrouve très exactement les règles établies dans le tableau II.2, en décidant d'affecter 1 aux modes dont le poids est supérieur à la valeur matérialisée par la ligne en pointillé (Fig. II.16) et 0 aux autres modes. Une exception à cette logique reste les modes TEM_{2,6} et TEM_{1,7} de la structure 1-1. En reconstruisant numériquement la structure II.6(c) (Fig. II.17(a)) à partir des coefficients issus du tableau II.3, il apparaît que la sommation utilisant les modes d'Hermite (Fig. II.17(b)) est en très bon accord avec la structure expérimentale. En codant binairement les valeurs des coefficients, la structure (Fig. II.17(c)) reste très

proche qualitativement de celle de départ (Fig. II.17(a)). La méthode linéaire des moindres carrés confirme donc les décompositions empiriques en intensité utilisant des modes d'Hermite ayant des fréquences différentes.

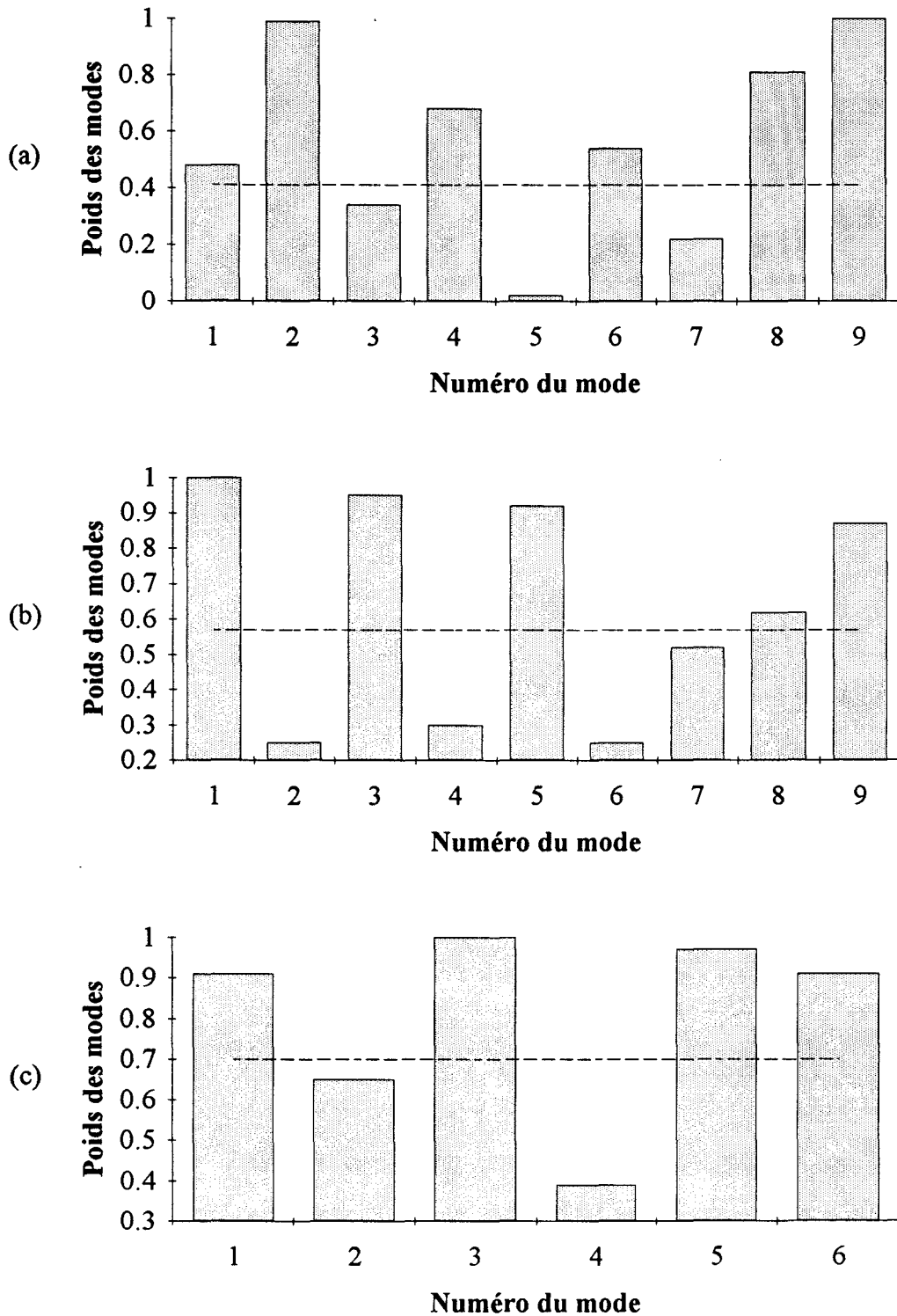


Figure II.16. Coefficients issus de la décomposition modale sur la base d'Hermite présentée dans le tableau II.3. (a) Type 0-0, (b) 1-1 et (c) 0-1. L'axe des abscisses correspond au numéro d'apparition des modes dans le tableau II.2.

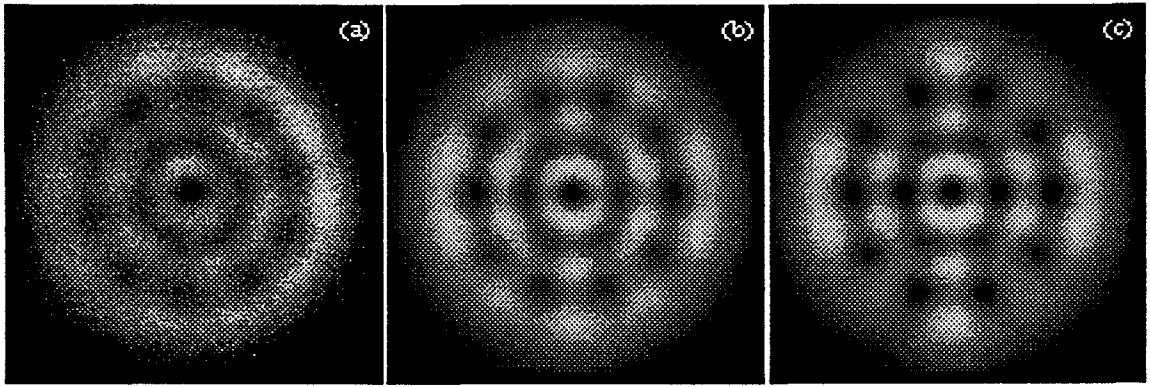


Figure II.17. Reconstitutions numériques de la structure expérimentale (a) avec (b) les coefficients calculés à l'aide de la méthode des moindres carrés dans la base d'Hermite et (c) en codant binairement les coefficients.

La base d'Hermite n'est pas la seule sur laquelle on peut effectuer les décompositions modales. Nous avons effectivement présenté dans le chapitre I deux autres bases équivalentes à celle d'Hermite [Beijersbergen 1993, Abramochkin 1991] et nous allons vérifier si elles sont adaptées à la décomposition de nos structures. En effet comme nous l'avons vu à la fin de la section II.2.1.3.1., pour un développement en intensité les bases ne sont plus équivalentes et nous devons déterminer la base la plus pertinente pour mener au mieux notre analyse. Nous allons examiner en détail comment sont modifiés les résultats lorsque la base choisie n'est pas pertinente. Considérons l'exemple d'une structure théorique composée de trois modes d'Hermite de fréquences différentes:

$$A = \alpha_1 A_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + \alpha_2 A_2 e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} + \alpha_3 A_3 e^{i(\omega_3 t + \phi_3)} \quad (\text{II.6})$$

où A_i sont les distributions transverses d'amplitude des modes d'Hermite considérés. L'intensité moyennée est alors:

$$I = \alpha_1^2 A_1^2 + \alpha_2^2 A_2^2 + \alpha_3^2 A_3^2 \quad (\text{II.7})$$

En projetant cette structure sur la base de Laguerre deux cas se présentent:

(1) le nombre de modes mis en jeu est le même que celui utilisé pour générer la structure. Alors la base est équivalente puisqu'elle permet de retrouver le même nombre de fréquences que celui de la structure.

(2) le nombre de modes de Laguerre est supérieur à celui des modes d'Hermite. Le spectre ne peut alors être obtenu que si certains modes de Laguerre possèdent des fréquences identiques. Dans ces conditions l'intensité moyennée n'est plus égale à la somme des intensités de chaque mode puisque les termes croisés ($A_i A_j \cos(\phi_j - \phi_i)$)

subsistent lors du calcul de la moyenne. Notons qu'on peut lever cette difficulté en décomposant la structure sur un ensemble de fonctions modales dont certains éléments sont des combinaisons de modes de Laguerre.

La situation inverse peut aussi se présenter: la structure est une combinaison de modes de Laguerre et nécessite davantage de modes d'Hermite pour la reconstruction. Ce raisonnement peut être étendu à une base quelconque sachant que la base correspondant au nombre de modes le plus faible est la plus adaptée à ce type de décomposition [D'Alessandro 1992]. Expérimentalement une difficulté supplémentaire apparaît puisque le nombre de fréquences est inconnu. Néanmoins le résidu issu de la méthode des moindres carrés nous indique la base la plus adaptée puisqu'il est différent dans les situations (1) et (2). En effet, il est minimum pour (1) et plus important dans le cas (2) à cause de l'absence des termes croisés dans l'équation (II.4). Appliquée aux structures expérimentales, la méthode des moindres carrés ne permet donc pas de connaître le nombre exact de modes en raison de la valeur élevée de l'écart type des coefficients mais permet cependant d'identifier la base la plus pertinente.

La décomposition des structures expérimentales II.5(c), II.6(c) et II.7 sur la base de Laguerre conduit toujours à des résidus plus importants que ceux calculés dans la base d'Hermite, indiquant que cette dernière retenue, en raison de considérations expérimentales et de symétrie, est bien la plus pertinente pour reconstruire les structures en sommant les intensités de chaque mode. De plus, à partir de l'histogramme des coefficients (Fig. II.18) de la décomposition de la structure II.5(c) sur les modes de Laguerre (voir tableau II.4), le "codage binaire" des modes (Fig. II.19(b)) n'aboutit jamais à une structure semblable à celle de départ. On peut d'ailleurs constater que la structure obtenue à partir des coefficients de cette décomposition (Fig. II.19(a)) montre une moins bonne corrélation avec la structure expérimentale (Fig. II.5(c)) que celle obtenue avec les modes d'Hermite (Fig. II.17(a)) [D'Alessandro 1992].

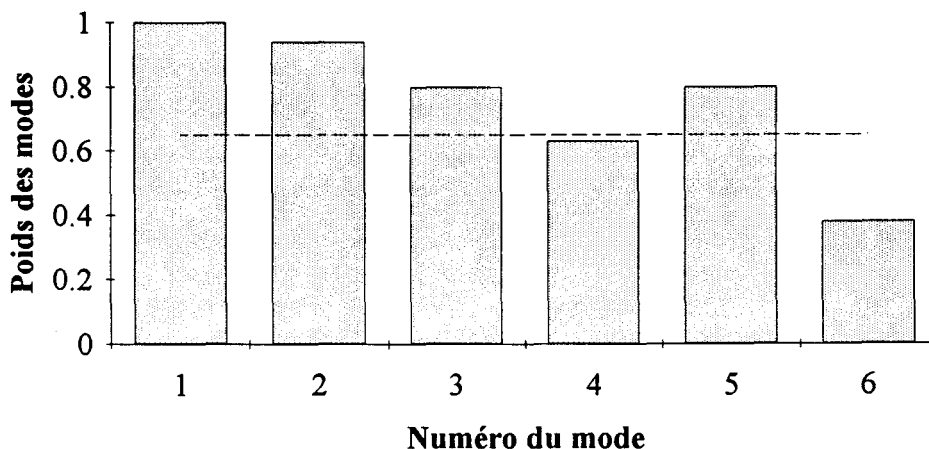


Figure II.18. Coefficients associés à la décomposition modale sur la base de Laguerre présentée dans le tableau II.4.

Tableau II.4. Coefficients de la décomposition de la structure expérimentale II.6(c) sur la base de Laguerre par la méthode des moindres carrés.

mode $A_{p,\ell}$	q	p	ℓ	coefficients calculés	écart type
Type 0-1 Fig. II.41(c)	8	2	1	1	0.14
		2	-1	0.94	0.14
		1	3	0.8	0.16
		1	-3	0.63	0.16
		0	5	0.8	0.13
		0	-5	0.38	0.13

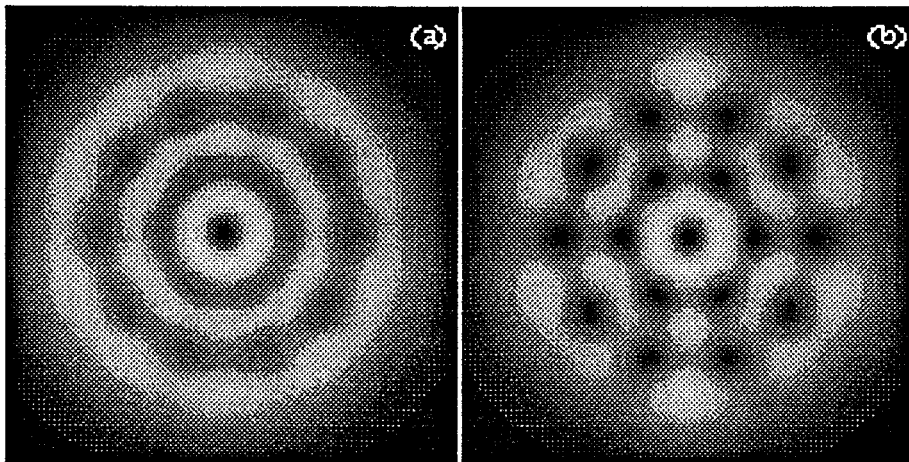


Figure II.19. Reconstitutions numériques de la structure expérimentale II.17(a), avec (a) les coefficients calculés à l'aide de la méthode des moindres carrés dans la base de Laguerre et (b) en codant binairement les coefficients.

Nous venons d'établir que les règles du tableau II.2 permettent de reconstruire les réseaux à partir d'un petit nombre de modes. Lorsqu'un mode autorisé à osciller par la règle de sélection est absent, ou est remplacé par un mode n'obéissant pas à la règle, des défauts de structuration apparaissent dans les images. Nous allons en découvrir quelques exemples dans la prochaine section.

II.2.1.5. Réseaux imparfaits.

A partir d'un réseau tel que celui de la figure II.20(a) on peut, en faisant varier continûment la longueur de cavité sur un quart de longueur d'onde (Fig. II.20), observer une succession de structures dont la symétrie par rapport aux axes x et y est conservée mais qui ne forment plus des réseaux réguliers comme ceux présentés précédemment. En effet, la structure II.20(a) correspond au type 1-0 contrairement aux suivantes qui

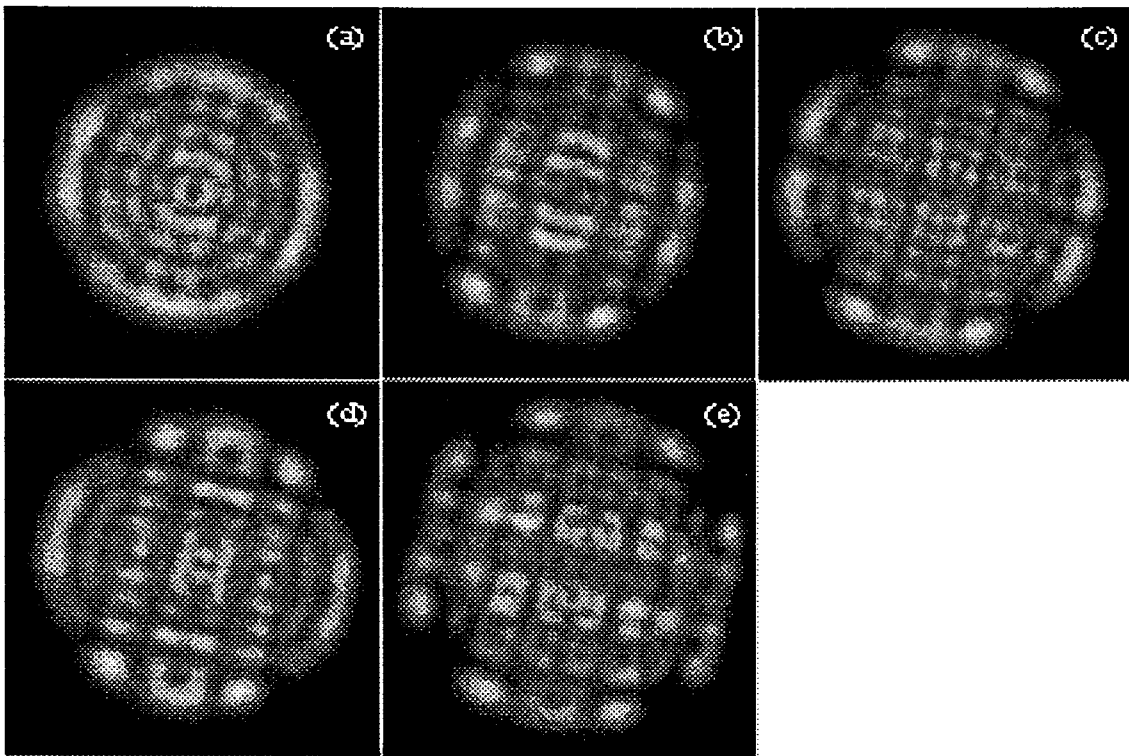


Figure II.20. Evolution des structures en fonction de L pour une variation d'un quart de la longueur d'onde de la cavité. $N_f=5.15$, $\Delta v_T=-13.6$ MHz, $r_v=7.93$

semblent incomplètes. De plus, parmi les structures rencontrées, certaines laissent apparaître des "défauts" (Fig. II.21) liés à des substitutions de modes. Ceux-ci sont toujours observés par paires symétriques par rapport au centre. Ils peuvent avoir des formes hexagonales ou pentagonales. Sur la figure II.21(a) on observe quatre défauts pentagonaux, symétriques par rapport au centre, contenant chacun un maximum d'intensité. Dans chacun des cas le spectre possède des groupements de composantes régulièrement espacés. Ces structures correspondent à deux situations, la disparition simple de certains modes d'un réseau et la substitution par d'autres.

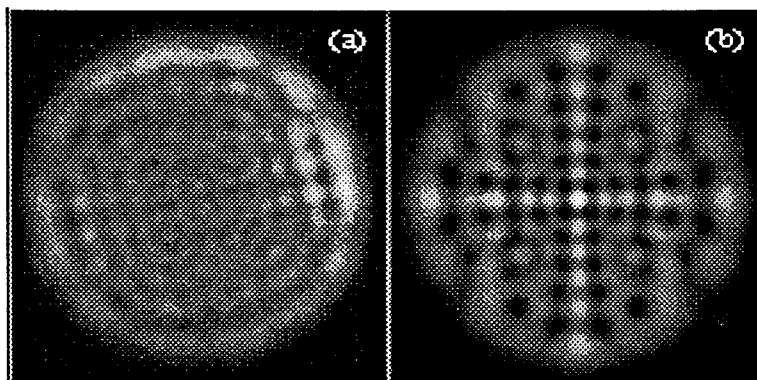


Figure II.21. (a) Structure expérimentale présentant quatre "défauts" pentagonaux. $N_f=5.7$, $\Delta v_T=4.98$ MHz, $r_v=16.72$. (b) Structure numérique possédant aussi quatre "défauts" obtenus en remplaçant le mode $TEM_{6,4}$ par le $TEM_{5,5}$ dans la règle 1-1.

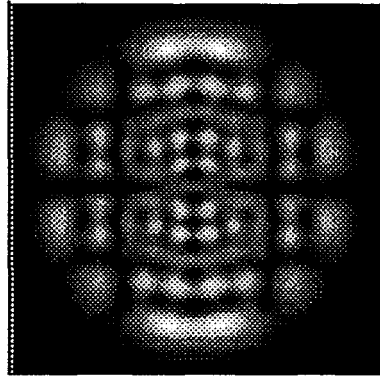


Figure II.22. Structure théorique reconstruite à partir de la règle 0-0 de la famille $q=10$ en omettant les modes $TEM_{7,3}$, $TEM_{3,7}$ et $TEM_{0,10}$.

On peut reconstruire les structures II.20(b-e) en omettant certains modes dans la combinaison. Par exemple, on obtient la structure de la figure II.22 à partir de la structure 0-0 de la famille $q=10$ en omettant les modes $TEM_{7,3}$, $TEM_{3,7}$ et $TEM_{0,10}$. Celle-ci, même si elle ne correspond à aucune des structures de la figure II.20, montre bien qualitativement qu'en supprimant quelques modes de la règle, la structuration devient similaire à celles de la figure II.8(b-e). On peut aussi reconstituer la structure de la figure II.21(a) en modifiant la règle de sélection. Pour cela, nous avons considéré la structure 1-1 de la famille $q=10$ (Fig. II.21(a)), dans laquelle nous avons substitué le mode $TEM_{6,4}$ par le $TEM_{5,5}$ de la même famille. Le résultat (Fig. II.21(b)) présente alors quatre "défauts" symétriques par rapport au centre et ayant une forme pentagonale.

Parfaits ou imparfaits, les réseaux circulaires ne semblent donc contenir que des modes d'une seule famille transverse.

Nous allons maintenant modéliser le comportement du laser afin de comparer les résultats expérimentaux et numériques.

II.2.2. RESULTATS NUMERIQUES.

Pour tenter de reproduire les comportements observés précédemment nous avons intégré le modèle de Lugiato [1988(b)] utilisant une décomposition modale du champ. Ce modèle est écrit pour un laser en anneau (Fig. II.23) alors que notre cavité est de type Pérot-Fabry. Néanmoins, les modèles de lasers en anneau permettent très souvent de retrouver les comportements des lasers en ondes stationnaires [Tredicce 1991].

Dans l'approximation paraxiale, l'équation de Maxwell pour le champ lentement variable s'écrit:

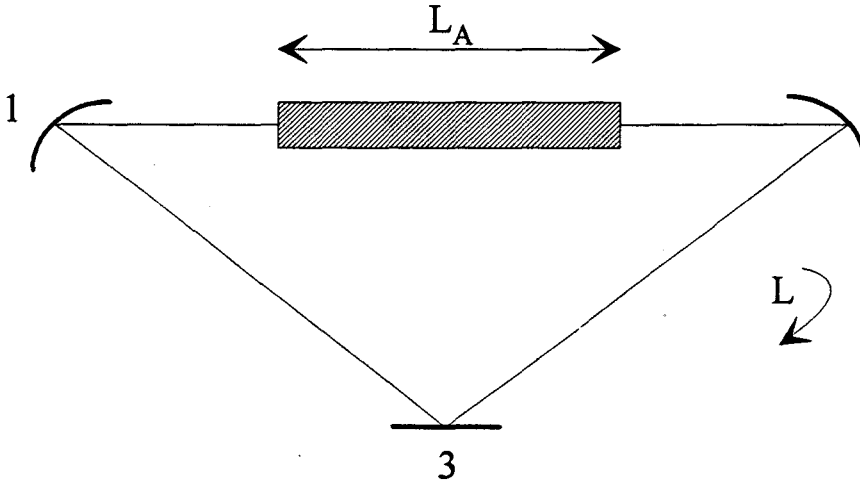


Figure II.23. Représentation schématique de la cavité en anneau de longueur L contenant un milieu actif de longueur L_A . Les deux miroirs 1 et 2 ont une transmission T et un rayon de courbure R .

$$\frac{1}{2i k_R} \nabla_{\perp}^2 F(x, y, z, t) + \frac{\partial F(x, y, z, t)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} F(x, y, z, t) = \alpha P(x, y, z, t) \quad (\text{II.8})$$

où k_R est le vecteur d'onde associé à la fréquence ν_R choisie comme référence, α le gain par unité de longueur du milieu amplificateur, P la polarisation du milieu et F l'enveloppe du champ lentement variable. Celle-ci doit être couplée aux équations de Bloch:

$$\begin{cases} \frac{\partial P(x, y, \tau)}{\partial \tau} = F(x, y, \tau) D(x, y, \tau) - (1 + i\delta) P(x, y, \tau) \\ \frac{\partial D(x, y, \tau)}{\partial \tau} = -\tilde{\gamma} \left[\text{Re} \left(F^*(x, y, \tau) P(x, y, \tau) \right) + D(x, y, \tau) - D_0 \right] \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

où D est l'inversion de population normalisée, D_0 l'inversion de population en absence de champ que nous prenons égale à 1 en raison du profil de pompe plat de notre laser, $\gamma_{//}$ son taux de relaxation, γ_{\perp} le taux de relaxation de la polarisation, $\tilde{\gamma} = \gamma_{//} / \gamma_{\perp}$, δ la différence entre les fréquences atomique ν_a et de référence ν_R en unité de γ_{\perp} et $\tau = \gamma_{\perp} \cdot t$ le temps en unité réduite. En tenant compte des propriétés de notre laser, il est possible d'introduire un certain nombre de simplifications et de réexprimer le système (II.8, II.9) sous une forme qui sera adaptée aux études numériques:

$$(1) \begin{cases} \alpha L_A \ll 1 \\ T \ll 1 \end{cases} \text{ et } \frac{\alpha L_A}{T} \text{ reste fini, où } L_A \text{ est la longueur du milieu actif et } T \text{ la}$$

transmission des miroirs sphériques du laser. $\frac{\alpha L_A}{T} = 2C$ exprime le paramètre de pompage. Cette condition (1) implique que l'interaction entre le champ et les atomes est

faible mais que le champ reste confiné suffisamment longtemps pour subir les effets non-linéaires. Cette approximation du champ moyen est vérifiée dans notre cas puisque nos études s'effectuent près du seuil d'oscillation laser et que $T=5\%$.

(2) $\omega_{m,n} - \omega_R \ll \Delta\nu_L$: cette condition permet d'éliminer toute dépendance longitudinale dans les équations en développant l'enveloppe du champ au premier ordre suivant $\frac{\omega_{m,n} - \omega_R}{\Delta\nu_L}$. Ceci est facilement réalisable dès lors qu'on considère peu de familles en choisissant pour référence ω_R la fréquence moyenne des familles, puisque dans la cavité I $\Delta\nu_T < 5$ MHz et $\Delta\nu_L \approx 85$ MHz.

(3) $\gamma_{\perp} \ll \Delta\nu_L$: seuls les modes dont la fréquence est très proche de celle du centre de la courbe de gain jouent un rôle significatif dans la dynamique. Ici γ_{\perp} vaut 300 MHz et cette inégalité n'est pas vérifiée. Néanmoins nous utiliserons ce modèle pour tenter de retrouver les caractéristiques des structures expérimentales.

Les conditions d'orthonormalisation vérifiées par les modes propres de la base d'Hermite permettent de développer l'amplitude du champ sous la forme:

$$F(x, y, \tau) = \sum_{m,n} f_{m,n}(\tau) A_{m,n}(x, y) \quad (\text{II.10})$$

où $f_{m,n}(\tau)$ représente l'amplitude complexe du mode $\text{TEM}_{m,n}$ et $A_{m,n}$ la distribution transverse de ce mode. Compte-tenu des conditions (1) à (3) et de l'élimination adiabatique de la polarisation, l'ensemble des équations différentielles décrivant l'évolution temporelle des amplitudes modales et de l'inversion de population s'écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dD(x, y, \tau)}{d\tau} = -\tilde{\gamma} \left[D(x, y, \tau) - 1 + \frac{1}{1 + \delta^2} |F(x, y, \tau)|^2 D(x, y, \tau) \right] \\ \frac{df_{m,n}(\tau)}{d\tau} = -\bar{\kappa} \left[(1 + i a_{m,n}) f_{m,n}(\tau) \right. \\ \left. - 2C \frac{1 - i\delta}{1 + \delta^2} \iint_{\Sigma} dx dy \sum_{m',n'} A'_{m',n'}(x, y) f'_{m',n'}(\tau) A^*_{m,n}(x, y) D(x, y, \tau) \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.11})$$

où $\bar{\kappa}$ est le taux de relaxation du champ en unité γ_{\perp} et $a_{m,n} = \frac{\nu_{m,n} - \nu_R}{\kappa}$. $a_{m,n}$ exprime les pertes du mode $\text{TEM}_{m,n}$ et dépend soit de $\Delta\nu$, soit de $\Delta\nu$ et $\Delta\nu_T$ suivant le choix de ν_R . $\Delta\nu^1$ représente l'espacement entre les modes d'une même famille introduit par

¹ voir figures I.26, I.27 section I.3.1.3.

l'astigmatisme de la cavité (Fig. II.24). En effet, si on considère les modes d'une seule famille, ν_R sera prise égale à la fréquence dégénérée ν_q de la famille et $\alpha_{m,n}$ ne dépendra que de $\Delta\nu$. Par contre, si on prend en compte plusieurs familles transverses, ω_R sera prise égale à la fréquence dégénérée ν_q d'une des familles et $\alpha_{m,n}$ dépendra de $\Delta\nu$ et $\Delta\nu_T$. L'espacement $\Delta\nu$ sera le paramètre de contrôle de notre système. Son domaine de variation sera compris entre 0.1 et 1 MHz.

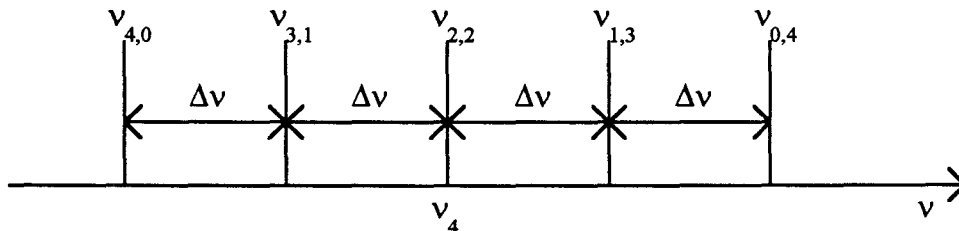


Figure II.24. Espacement entre les modes de la famille transverse $q=4$ pris en compte dans le modèle théorique.

II.2.2.1. Simulations.

Nous avons d'abord mené des simulations numériques pour vérifier si les structures obtenues sont composées de modes plus particulièrement sélectionnés dans une famille transverse comme le montrent les structures expérimentales. Le nombre de familles n'est imposé que par la restriction liée au nombre de Fresnel.

Tableau II.5. Valeurs des paramètres utilisés dans les simulations numériques

$\Delta\nu_T$ (MHz)	5
γ_{\perp} (MHz)	300
$\gamma_{//}$ (MHz)	0.15
κ (MHz)	5
$\Delta\nu$ (MHz)	0.1-1
2C	2
δ	0

Quel que soit le régime temporel obtenu, les poids des modes sont calculés en moyennant leur évolution sur une période de 10 μs . Les valeurs des paramètres des équations (II.11) que nous avons utilisées pour effectuer nos simulations sont présentées dans le tableau II.5. En injectant dans les équations toutes les familles d'indice q inférieur à 5 nous obtenons, pour $\Delta\nu$ variant de 0.1 à 1 MHz, les résultats suivants:

(i) le régime temporel est chaotique contrairement aux observations expérimentales qui ne montrent jamais ce type de comportement.

(ii) les modes de poids les plus importants sont ceux de plus grand indice q . En effet, 4 modes de la famille $q=5$ ont des coefficients supérieurs à 0.8 (Fig. II.25, voir tableau en annexe II, $\Delta\nu=0.25$ MHz, $\omega_R=\omega_3$) alors que tous les autres modes possèdent des poids au plus égal à 0.42. Cependant, on remarque que des modes appartenant aux familles d'indice q plus faible n'ont pas tous des poids négligeables devant ceux de la famille $q=5$. En particulier, les modes $\text{TEM}_{3,1}$, $\text{TEM}_{2,2}$ et $\text{TEM}_{1,3}$ possèdent les poids les plus importants parmi les familles $q<5$ (Fig. II.25).

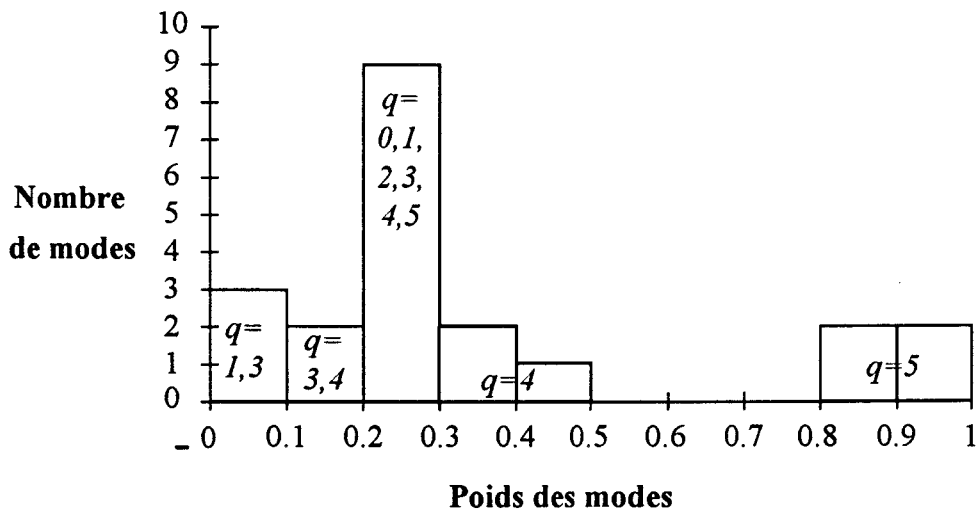


Figure II.25. Nombre de modes obtenus par classe de coefficient.

(iii) les règles de sélection ne sont pas retrouvées. En effet, à titre d'exemple, la figure II.26 montre la structure obtenue lorsque $\Delta\nu=0.25$ MHz. On peut alors vérifier que celle-ci ne correspond à aucun réseau décrit précédemment.

Les résultats de ces simulations numériques ne permettent pas de retrouver les observations expérimentales mais confirment cependant la prédominance de la famille d'indice le plus élevé. Nous nous sommes alors intéressés à l'analyse des règles de sélection apparaissant à l'intérieur d'une famille et à la recherche des coefficients des modes issus des règles de sélection du tableau II.2.

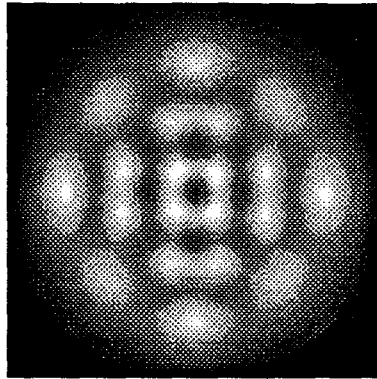


Figure II.26. Structure obtenue à partir des simulations numériques en présence des familles $q=0, 1, 2, 3, 4, 5$, $\Delta\nu=0.25$ MHz.

Nous ne retenons que les modes d'une seule famille et nos calculs portent sur les familles $q=4$ et $q=5$. Le régime temporel obtenu pour la famille $q=4$ est chaotique (Fig. II.27(a)) contrairement à celui de la famille $q=5$ qui présente un spectre où les composantes sont régulièrement espacées (Fig. II.27(b)). Ces comportements dépendent évidemment fortement du choix des paramètres et nos simulations ne sont représentatives que de la zone de l'espace des paramètres que nous avons retenue en fonction des valeurs expérimentales. Les coefficients des modes de la famille $q=4$ issus des simulations sont présentés dans le tableau II.6(a) et donnent la structure de la figure II.28(a). Ceux-ci ne satisfont à aucune règle du tableau II.2. Il en va de même pour la famille $q=5$ (tableau II.7(a), Fig. II.28(b)). On vérifie que les structures ne correspondent à aucun réseau obtenu expérimentalement. La structure II.28(b) est très semblable à celle (Fig. II.26) obtenue en présence de toutes les familles, ce qui confirme que les modes de la famille de plus grand indice sont prédominants.

Tableau II.6. Coefficients des modes d'Hermite de la famille $q=4$ obtenus pour $\Delta\nu=0.5$ MHz (a) avec tous les modes de cette famille, (b) avec les modes de la règle 0-0 et (c) avec ceux de la règle 1-1. Les paramètres sont ceux du tableau II.5. $\nu_R=\nu_{2,2}$.

(a)			(b)			(c)		
m	n	coefficient	m	n	coefficient	m	n	coefficient
4	0	1	4	0	1	4	0	0.98
3	1	0.83	3	1	0.93	2	2	0.85
2	2	0.77	1	3	0.93	0	4	1
1	3	0.83	0	4	1			
0	4	1						

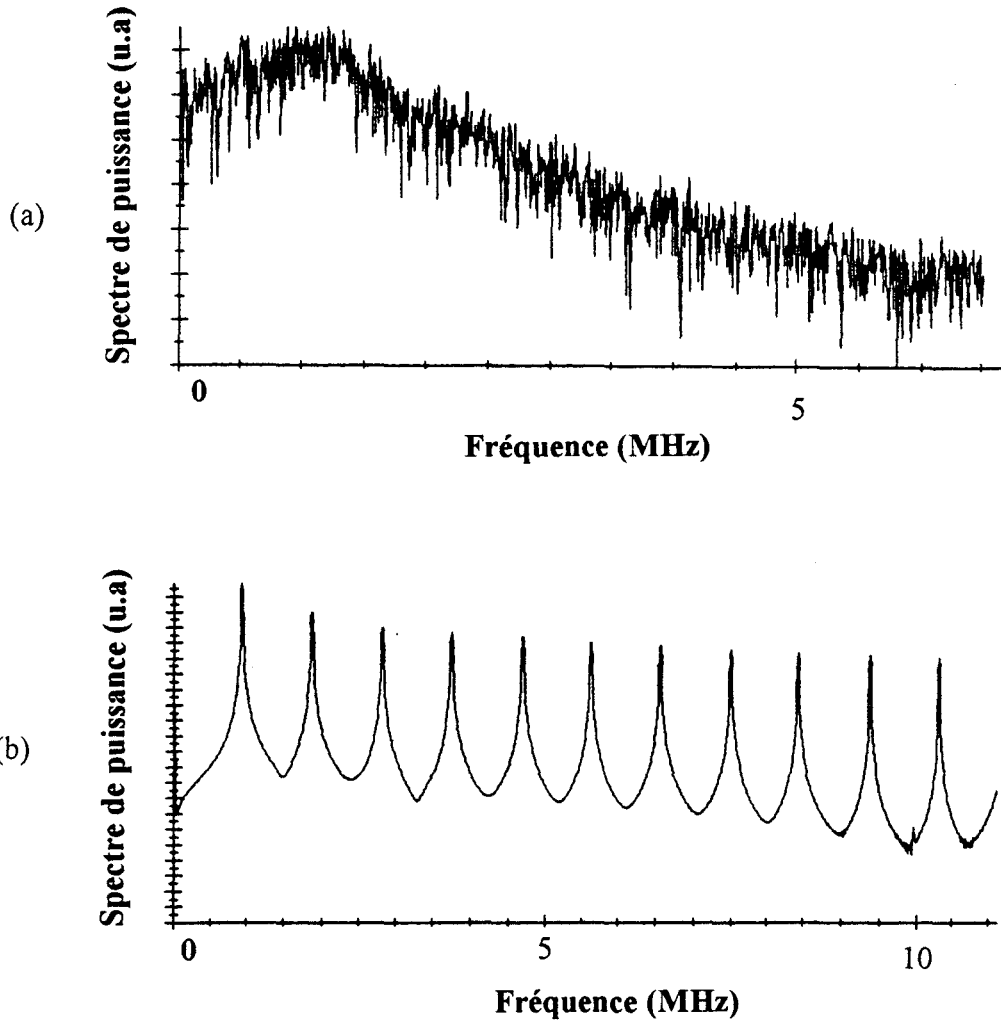


Figure II.27. Spectres obtenus à partir des simulations numériques en présence des modes des familles (a) $q=4$, $\Delta\nu=0.5$ MHz et (b) $q=5$, $\Delta\nu=0.2$ MHz.

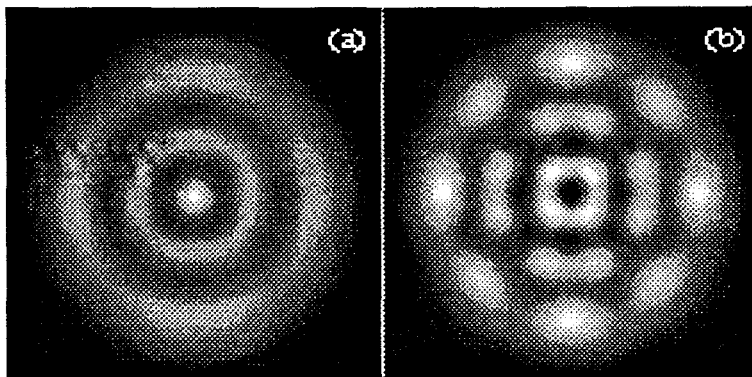


Figure II.28. Structures obtenues à partir des simulations numériques en présence des modes des familles (a) $q=4$, $\Delta\nu=0.5$ MHz et (b) $q=5$, $\Delta\nu=0.2$ MHz.

Lorsque les simulations numériques sont menées en présence des seuls modes de la règle 0-1 de la famille $q=5$ les coefficients obtenus sont tous proches de 1 (tableau II.7(b)) et le spectre est semblable à celui de la structure expérimentale (Fig. II.29). La structure associée est présentée sur la figure II.30(c), où l'on retrouve le réseau étudié dans les sections précédentes. Les poids des modes des règles 0-0 et 1-1 sont également peu différents (tableau II.6(b,c)) et les structures associées (Fig. II.30(a,b)) correspondent bien aux réseaux de type 0-0 et 1-1. Ces résultats corroborent les reconstructions empiriques utilisant des poids égaux pour chaque mode.

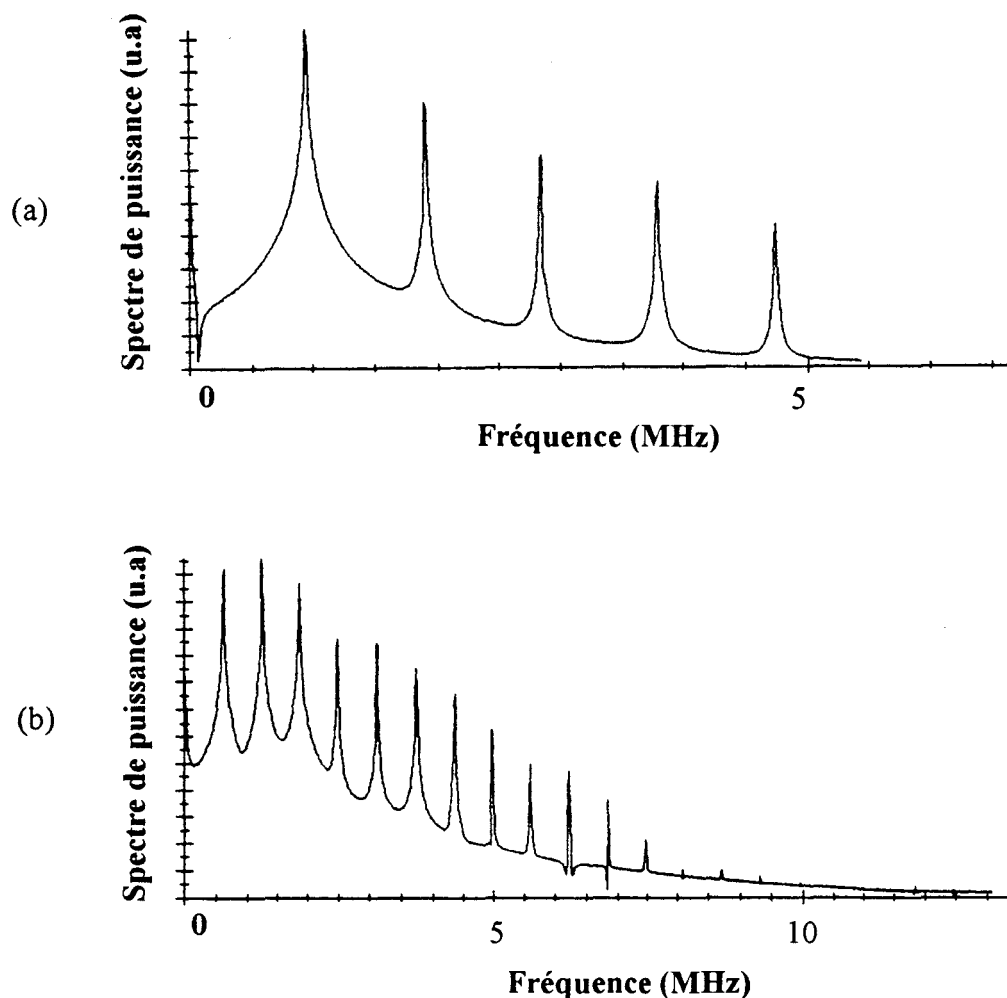


Figure II.29. Spectres obtenus à partir des simulations numériques en présence des modes des familles (a) $q=4$, $\Delta\nu=0.5$ MHz et (b) $q=5$, $\Delta\nu=0.2$ MHz avec les règles 1-1.

Tableau II.7. Coefficients des modes d'Hermite (a) de la famille $q=5$ et (b) de la règle 0-1. $\Delta\nu=0.2$ MHz, $\nu_R=0.5(\nu_{3,2}+\nu_{2,3})$

(a)			(b)		
m	n	coefficient	m	n	coefficient
5	0	1	5	0	1
4	1	0.43	4	1	0.98
3	2	0.97	2	3	0.88
2	3	0.97	0	5	0.92
1	4	0.43			
0	5	1			

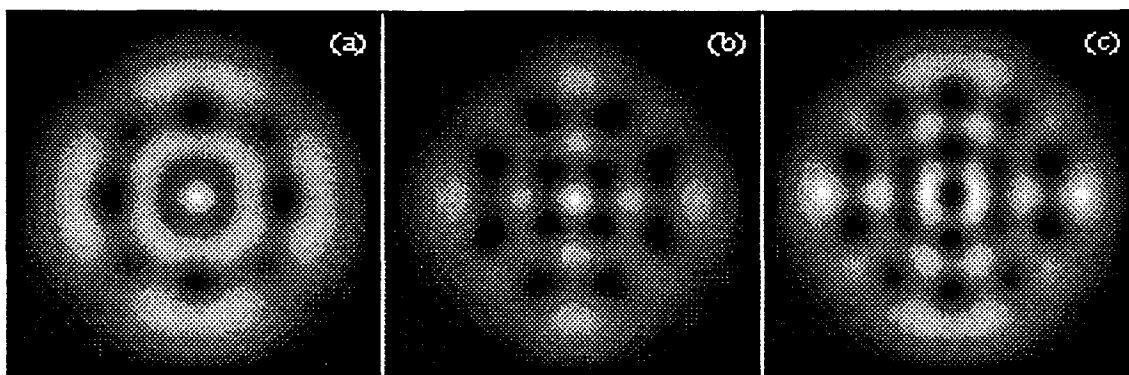


Figure II.30. Structures obtenues à partir des simulations numériques en présence des modes des familles (a,b) $q=4$, $\Delta\nu=0.5$ MHz et (c) $q=5$, $\Delta\nu=0.2$ MHz pour les règles (a) 0-0, (b) 1-1 et (c) 0-1.

II.2.2.2. Discussion.

La sélection d'une seule famille transverse dans la composition des structures expérimentales, partiellement retrouvée avec les simulations numériques, est un résultat qui ressort aussi de l'étude théorique de Harkness et al [Harkness 1995]. En effet, Harkness a montré qu'en tenant compte des rayons de courbure des miroirs de la cavité dans les équations du laser, ce ne sont plus les modes de Fourier qui sont solutions de l'équation linéarisée du champ transverse, mais les modes de Laguerre. De plus au-dessus du seuil, ce sont d'abord les modes d'une seule famille q qui se déstabilisent et constituent la structure. L'indice de cette famille dépend non seulement de sa position par rapport au centre de la courbe de gain mais aussi du paramètre η qui traduit la courbure des miroirs. L'indice q , et donc a fortiori le nombre de modes, augmente à mesure qu'on se rapproche de la configuration plan-plan. Seuls certains modes d'indice q possèdent des coefficients

non nuls. Ceci implique une sélection modale. Ces résultats corroborent nos observations expérimentales.

Nous allons tenter dans cette section de comprendre les origines de la sélection d'une seule famille et des règles définissant le choix des modes à l'intérieur de la famille mise en jeu.

A partir de l'examen des structures formées par les modes des onze premières familles transverses, nous pouvons formuler deux hypothèses:

(i) les interactions modales semblent minimales lorsque les modes sont issus d'une règle de sélection en raison du plus faible recouvrement spatial entre les intensités de ces modes.

(ii) les modes forment un faisceau qui semble extraire un maximum d'énergie du milieu actif en "occupant au mieux" la section transverse.

Par exemple, les modes de la règle 1-1 de la famille $q=4$ ($TEM_{4,0}$, $TEM_{2,2}$, $TEM_{0,4}$) (Fig. II.12(a,c,e)) possèdent des maxima d'intensité qui se "chevauchent" peu. Par contre, si un autre mode de la même famille est ajouté, ses principaux maxima se superposent à ceux des autres modes de la structure, augmentant de cette façon les interactions modales. Pour que la première propriété soit vérifiée, il faut que les modes qui coexistent aient une énergie d'interaction minimale [Otsuka 1991]. Par conséquent, dans les hypothèses d'une inversion de population D_0 uniforme, d'une faible saturation et d'amplitudes modales égales, le recouvrement spatial entre les modes, et donc l'intégrale de recouvrement entre leurs distributions transverses d'intensité doit être minimale. Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons calculé pour chaque combinaison de ξ modes dans une famille q , la somme des intégrales de recouvrement des modes pris deux à deux. On obtient de cette façon pour chaque combinaison de ξ modes, la structure pour laquelle les interactions entre tous les modes sont les plus faibles. La quantité à calculer est la suivante:

$$Min(\Xi_1) = Min \left(\sum_i \sum_{j \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy I_i I_j \right) \quad (II.12)$$

où I est la distribution transverse d'intensité normalisée, Σ la surface de la section transverse, i et j les indices repérant les modes. En appliquant ceci aux familles $q < 6$, les résultats indiquent que si ξ est le nombre de modes obéissant à une règle de sélection, les combinaisons qui minimisent leur énergie d'interaction sont bien celles correspondant aux règles de sélection (tableau II.8).

Ce premier résultat exprime la condition (i) mais ne donne aucun renseignement sur la condition (ii) qui traduit le choix de ξ . L'hypothèse (ii) suppose simultanément une "occupation du maximum de la section transverse" et la minimisation des recouvrements,

réalisées lorsque la différence entre l'énergie fournie par chaque mode présent et l'énergie d'interaction est maximale. La combinaison à ξ modes vérifiant cette condition est obtenue en calculant:

$$\text{Max}(\Xi_2) = \text{Max} \left(\sum_i \iint_{\Sigma} dx dy I_i^2 - \sum_i \sum_{j \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy I_i I_j \right) = \text{Max} \left(\xi - \sum_i \sum_{j \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy I_i I_j \right) \quad (\text{II.13})$$

On constate alors que pour chaque famille, la combinaison vérifiant la relation (II.13) obéit aussi aux règles de sélection du tableau II.2 (tableau II.9). Les modes transforment "au mieux" l'inversion de population disponible en énergie optique. Ce phénomène est bien connu dans les lasers multimodes longitudinaux, il donne lieu à ce que l'on nomme le "spatial hole burning" [Haken 1985]. Il signifie que les distributions longitudinales des champs sont telles que chaque mode utilise une partie différente de l'inversion population. Ici nous observons ce même phénomène dans le plan transverse.

Tableau II.8. Calcul du coefficient Ξ_1 des combinaisons à $\xi=4$ modes de la famille $q=5$. Les combinaisons correspondant aux règles de sélection apparaissent sur fond gris.

nombre de modes ξ de la combinaison	indices m des modes d'Hermite de la combinaison				Ξ_1
4	0	1	2	3	2.01
	0	1	2	4	1.75
	0	1	2	5	1.57
	0	1	3	4	1.69
	0	1	3	5	1.44
	0	1	4	5	1.45
	0	2	3	4	1.78
	0	2	3	5	1.5
	0	2	4	5	1.44
	0	3	4	5	1.58
	1	2	3	4	2.08
	1	2	3	5	1.78
	1	2	4	5	1.69
	1	3	4	5	1.75
	2	3	4	5	2.01

Tableau II.9. Calcul des coefficients Ξ_1 et Ξ_2 pour la famille $q=4$. Les combinaisons correspondant aux règles de sélection apparaissent sur fond gris.

nombre de modes ξ de la combinaison	indices m des modes d'Hermite de la combinaison				Ξ_1	Ξ_2	
2	0	1			0.39	1.61	
	0	2			0.26	1.74	
	0	3			0.19	1.81	
	0	4			0.14	1.86	
	1	2			0.41	1.59	
	1	3			0.27	1.73	
	1	4			0.19	1.81	
	2	3			0.41	1.59	
	2	4			0.26	1.74	
	3	4			0.39	1.61	
3	0	1	2		1.06	1.94	
	0	1	3		0.86	2.14	
	0	1	4		0.72	2.28	
	0	2	3		0.87	2.13	
	0	2	4		0.66	2.34	
	0	3	4		0.72	2.28	
	1	2	3		1.10	1.90	
	1	2	4		0.87	2.13	
	1	3	4		0.86	2.14	
	2	3	4		1.06	1.94	
4	0	1	2	3	1.94	2.00	
	0	1	2	4	1.65	2.30	
	0	1	3	4	1.58	2.40	
	0	2	3	4	1.65	2.30	
	1	2	3	4	1.94	2.00	
5	0	1	2	3	4	2.92	2.08

Afin de compléter cette analyse, recherchons dans les équations (II.11) du laser une justification du critère empirique proposé ci-dessus. Pour cela, récrivons les relations (II.11) avec $\delta=0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dD(x, y, \tau)}{d\tau} = -\tilde{\gamma} \left[D(x, y, \tau) - 1 + \left| \sum_i f_i(\tau) A_i(x, y) \right|^2 D(x, y, \tau) \right] \\ \frac{df_i(\tau)}{d\tau} = \theta_{ii} f_i(\tau) + \sum_{j \neq i} \theta_{ij} f_j(\tau) \end{array} \right.$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{ii} = \bar{\kappa} \left[2C \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2(x, y) D(x, y, \tau) - (1 + i a_i) \right] \\ \theta_{ij} / j \neq i = \bar{\kappa} 2C \iint_{\Sigma} dx dy A_j(x, y) A_i^*(x, y) D(x, y, \tau) \end{array} \right. \quad (\text{II.14 a-d})$$

où θ_{ii} représente le terme de gain moins pertes du mode i et θ_{ij} le terme de saturation croisée entre les modes i et j .

Afin de pouvoir développer une expression littérale à partir des relations (II.14a,b) nous nous plaçons à l'état stationnaire bien que celui-ci ne soit jamais atteint expérimentalement. Gardons à l'esprit que notre seul objectif est de tenter d'extraire des équations du laser un critère géométrique d'exclusion analogue à (II.13). Il vient alors:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_S = \frac{1}{1 + \left| \sum_k f_k A_k \right|^2} \\ 0 = \theta_{ii} f_i(\tau) + \sum_{j \neq i} \theta_{ij} f_j(\tau) \end{array} \right.$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{ii} = \bar{\kappa} \left[2C \iint_{\Sigma} dx dy \frac{A_i^2}{1 + \left| \sum_k f_k A_k \right|^2} - (1 + i a_i) \right] \\ \theta_{ij} / j \neq i = \bar{\kappa} 2C \iint_{\Sigma} dx dy \frac{A_j A_i^*}{1 + \left| \sum_k f_k A_k \right|^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.15a-d})$$

où D_S est l'inversion de population à l'état stationnaire. L'indice S n'a volontairement pas été ajouté sur les autres variables pour alléger l'écriture.

Considérons ce développement au voisinage du seuil. Les pertes sont alors juste compensées par le gain et $\theta_{ij} \approx 0$. Afin que la relation (II.15b) soit vérifiée, il faut aussi que $\theta_{ij} \approx 0$. Si la fréquence de référence est choisie de façon à ce que les fréquences des modes en soient proches alors le terme a_i peut être négligé devant 1 dans l'expression (II.15c). En effet, dans le cas où l'on ne considère que les modes d'une seule famille, $\omega_R = \omega_q$ et $a_i \propto \frac{\Delta v}{\kappa} \ll 0.05$ dans la cavité I. De plus, près du seuil l'intensité

$I = \left| \sum_k f_k A_k \right|^2$ est très faible et nous pouvons effectuer un développement limité au premier ordre de $\frac{1}{1+I}$. Les expressions (II.15c,d) deviennent, en tenant compte de l'intégrale de normalisation:

$$\begin{cases} \theta_{ii} = \bar{\kappa} \left[2C - 2C \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 \left| \sum_k f_k A_k \right|^2 - 1 \right] \approx 0 \\ \theta_{ij} / j \neq i = -\bar{\kappa} 2C \iint_{\Sigma} dx dy A_j A_i^* \left| \sum_k f_k A_k \right|^2 \approx 0 \end{cases} \quad (\text{II.16a,b})$$

L'intensité s'écrit encore:

$$\left| \sum_k f_k A_k \right|^2 = \sum_k f_k^2 A_k^2 + \sum_m \sum_{n \neq m} f_m f_n^* A_m A_n^* \quad (\text{II.17})$$

En réinjectant (II.17) dans (II.16) et en négligeant les termes $\iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_m A_n^*$ devant

$\iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2$ l'expression (II.15a) devient alors:

$$\sum_k f_k^2 \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2 = 1 - \frac{1}{2C} \quad \text{pour } i \text{ variant de } 1 \text{ à } \xi \quad (\text{II.18})$$

Pour une combinaison de ξ modes dans une famille transverse, l'équation (II.18) définit un système de ξ équations à ξ inconnues f_k^2 qui peut s'écrire:

$$(X)(f) = 1 - \frac{1}{2C} (1) \quad (\text{II.19})$$

où (X) est la matrice des intégrales de recouvrement $X_{i,k} = \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2$, (f) celle des f_k^2 et $(\mathbf{1})$ la matrice unité.

La somme sur i des éléments $X_{i,k}$ est constante à 5% près. Puisque le terme de droite de l'expression (II.19) est aussi constant, les coefficients f_k^2 sont peu différents et on peut poser $\forall k, f_k^2 \approx f^2$. Le système se réduit donc à:

$$(X)f^2 = 1 - \frac{1}{2C} (\mathbf{1}) \quad (\text{II.20})$$

Puis on exprime f^2 en additionnant membre à membre les ξ équations de (II.20)

$$f^2 = \frac{\xi \left(1 - \frac{1}{2C}\right)}{\sum_i \sum_k \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2} \quad (\text{II.21})$$

Pour obtenir un critère géométrique analogue à celui de l'expression (II.13), il faut traduire la condition ξf^2 maximum, c'est à dire:

$$\Xi'_2 = \text{Max} \frac{1}{\sum_i \iint_{\Sigma} dx dy A_i^4} \left(\frac{\xi^2}{1 + 2 \frac{\sum_i \sum_{k \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2}{\sum_i \iint_{\Sigma} dx dy A_i^4}} \right) \quad (\text{II.22})$$

En effectuant un développement limité au premier ordre de la fraction de droite, (II.22) devient:

$$\text{Max}(\Xi'_2) = \text{Max} \left(\frac{\xi^2}{\sum_i \iint_{\Sigma} dx dy A_i^4} \left(1 - 2 \frac{\sum_i \sum_{k \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2}{\sum_i \iint_{\Sigma} dx dy A_i^4} \right) \right) \quad (\text{II.23})$$

Ceci est justifié par le fait que $\frac{\sum_i \sum_{k \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2}{\sum_i \iint_{\Sigma} dx dy A_i^4} \ll 1$. En remplaçant la somme des éléments par $\xi \overline{I_i^2}$ où $\overline{I_i^2} = \frac{1}{\xi} \sum_i \iint_{\Sigma} dx dy A_i^4$ représente la moyenne arithmétique des termes $\iint_{\Sigma} dx dy A_i^4$, (II.23) s'écrit finalement:

$$\text{Max}(\Xi'_2) = \text{Max} \frac{1}{\overline{I_i^2}} \left(\xi - \frac{2}{\overline{I_i^2}} \sum_i \sum_{k \neq i} \iint_{\Sigma} dx dy A_i^2 A_k^2 \right) \quad (\text{II.24})$$

Cette expression est très similaire dans son écriture à (II.13) déduite empiriquement de l'examen des résultats expérimentaux. Elle s'en différencie néanmoins par la présence de deux coefficients supplémentaires et par le fait que les intégrales ne sont pas normalisées. Cependant, (II.24) ne permet pas de retrouver les combinaisons correspondant aux règles de sélection modales. En effet, la combinaison obtenue correspond à la présence de tous les modes de la famille considérée. Cette différence est directement liée à l'absence de normalisation des intégrales dans l'expression (II.24). Ainsi, un calcul du maximum de Ξ'_2 à partir d'intégrales normalisées redonne les combinaisons correspondant aux règles de sélection du tableau II.2. L'expression de (II.24) obtenue, sous certaines approximations, à partir des équations du modèle du laser permet donc de retrouver une forme semblable à (II.13) déduite de façon purement empirique.

II.3. STRUCTURES DANS DES SYSTEMES A SYMETRIE CYLINDRIQUE.

Nous avons établi dans la section précédente que la symétrie rectangulaire imposait un certain nombre de propriétés, telles que les phénomènes d'organisation spectrale ou les règles de sélection modales. Nous généralisons ici cette approche aux structures obtenues dans des systèmes à symétrie cylindrique, puisque celle-ci correspond généralement à la symétrie "naturelle" des systèmes optiques. Pour cela nous utilisons les cavités II et III.

La grande variété des structures rencontrées dans ces cavités ne nous permet pas d'établir un diagramme de phase dans l'espace $(N_f, \Delta v_T)$. En effet, les structures faiblement et fortement multimodes ne correspondent pas toujours à des domaines

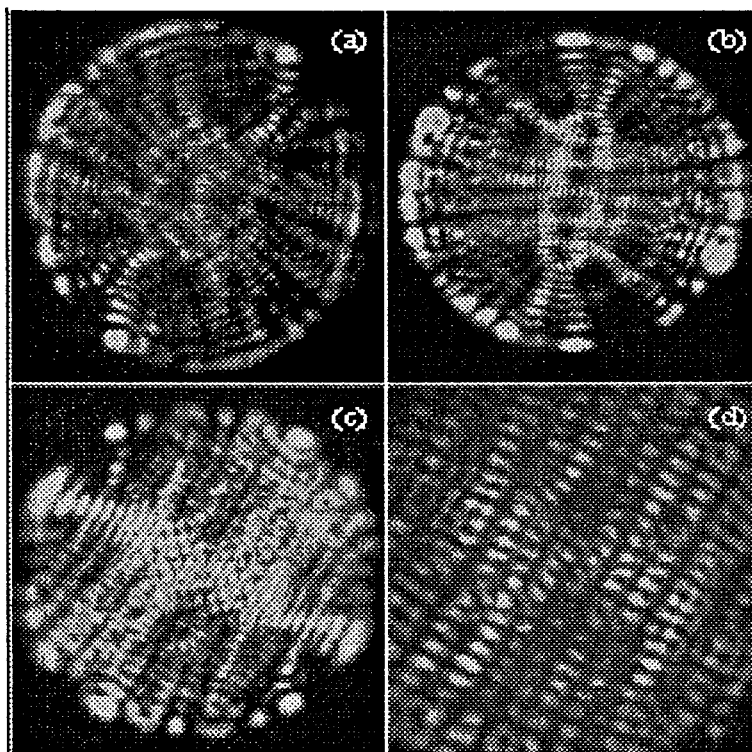


Figure II.31. Structures obtenues dans des systèmes fortement multimodes pour N_f compris entre 12 et 30. (a) $N_f=30$, $\Delta\nu_T=301.7$ MHz, III; (b) $N_f=12.2$, $\Delta\nu_T=20.5$ MHz, II; (c) $N_f=16$, $\Delta\nu_T=-9$ MHz, II; (d) zoom $\times 2$ de (c).

différents. Néanmoins, en fonction de l'écart $\delta\Omega$ entre les deux familles transverses (k, q) et (k', q') les plus proches du centre de la courbe de gain, trois comportements sont rencontrés: $\delta\Omega > 10$ MHz, $5 < \delta\Omega < 10$ MHz et $\delta\Omega < 5$ MHz. Rappelons que $\delta\Omega$ n'est pas toujours égal à $\Delta\nu_T$. En particulier, si $k \neq k'$:

$$\delta\Omega = ((k'-k)r_v + q'-q)\Delta\nu_T \quad \text{avec } r_v = \Delta\nu_L / \Delta\nu_T \quad (\text{II.25})$$

Bien que le nombre de Fresnel soit élevé ($12 < N_f < 30$), chaque structure conserve une symétrie tant que l'écart $\delta\Omega$ est supérieur à 5 MHz. En effet, lorsque $\delta\Omega > 10$ MHz (Fig. II.31(a,b)) les maxima s'agencent de façon circulaire alors que pour $5 < \delta\Omega < 10$ MHz, la partie centrale adopte une symétrie par rapport à deux axes orthogonaux ($\delta\Omega = 9$ MHz) (Fig. II.31(c,d)). Par contre, lorsque $\delta\Omega$ devient inférieur à 5 MHz (cavité II) la structure perd toute forme de symétrie (Fig. II.32(a)).

Les spectres radiofréquences possèdent généralement des largeurs totales inférieures à 10 MHz quelle que soit la valeur de $\Delta\nu_T$ (Fig. II.33). Ceci peut s'expliquer soit par la présence de modes issus d'une seule famille transverse, soit par la présence de modes issus de familles différentes dont les fréquences sont en quasi-coïncidence dans le spectre optique. Nous tenterons d'identifier dans les sections suivantes en fonction de $\Delta\nu_T$ lequel de ces cas est rencontré.

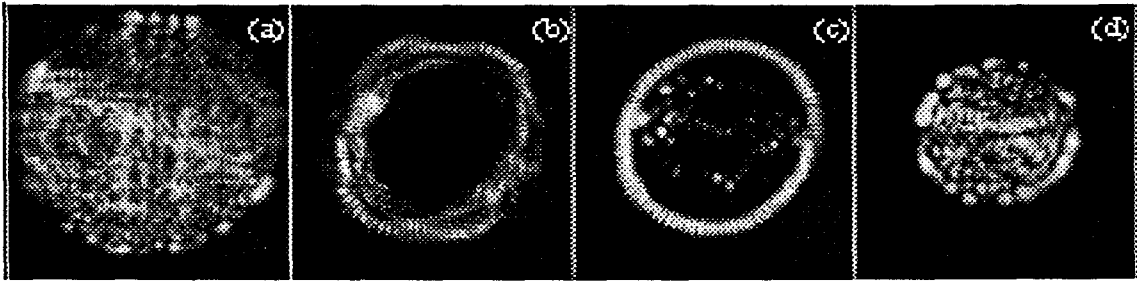


Figure II.32. Evolution de la forme d'une structure dans la cavité II lorsque le nombre de Fresnel diminue. (a) $N_f=27.7$; (b) $N_f=14.9$; (c) $N_f=12.8$; (d) $N_f=6.1$; (a-d) $\Delta\nu_T=-2.5$ MHz.

Une décomposition modale des structures présentées ci-dessus est difficilement envisageable. Cependant, l'évolution des structures en fonction de N_f (Fig. II.32) fait apparaître des comportements faiblement multimodes. Par exemple, la structure II.32(b) est composée de quelques modes localisés près des bords transverses alors que les structures II.32(a,d) sont formées de plusieurs modes dont l'intensité est distribuée sur toute la section transverse. Nous nous intéresserons à ces structures dans la section suivante (II.3.1.) et, comme nous l'avons déjà fait dans la première partie de ce chapitre, nous tenterons de reconstruire numériquement ces structures en les décomposant sur une base de modes propres.

Lorsqu'on examine l'évolution de la forme des structures avec la longueur de cavité, les séquences observées correspondent toujours soit à un resserrement de la structure des bords vers le centre soit au contraire à une dilatation du centre vers

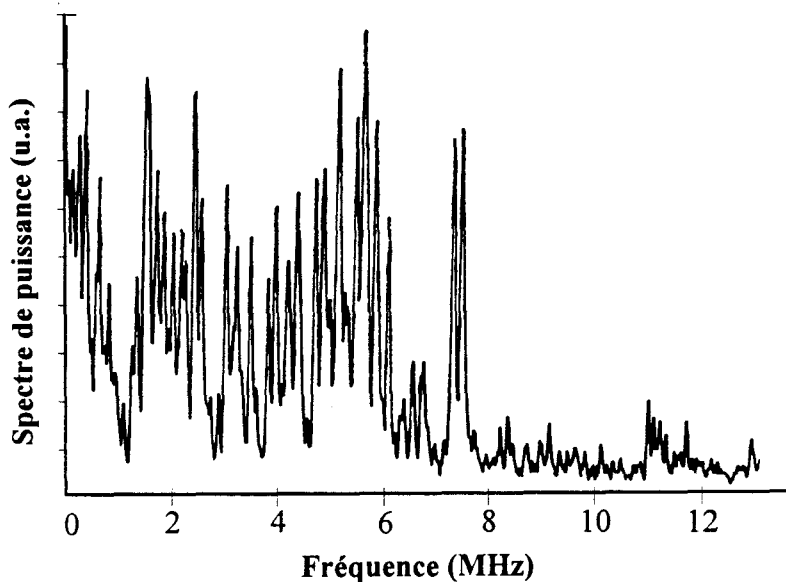


Figure II.33. Spectre radiofréquence de la structure II.31(d). $N_f=14.4$, $\Delta\nu_T=3.1$ MHz.

l'extérieur (Fig. II.34). Les deux cas correspondent à $\Delta\nu_T$ positif ou négatif dans la cavité II et $\Delta\nu_T$ supérieur ou inférieur à $\Delta\nu_L/2$ dans la cavité III. Les structures obtenues lors de cette évolution sont généralement composées de deux parties, une partie centrale et une couronne, dont l'étendue évolue avec L (Fig. II.34). Nous vérifierons aussi dans les sections suivantes que les modes de Laguerre formant le faisceau possèdent un indice p faible. Lorsque l'indice q de la famille est élevé, cela implique un indice ℓ élevé et des modes de forme annulaire avec une zone d'intensité nulle au centre du milieu actif. Cette région est d'autant plus importante que ℓ est grand. On peut déjà remarquer cette propriété sur la figure II.32(b,c).

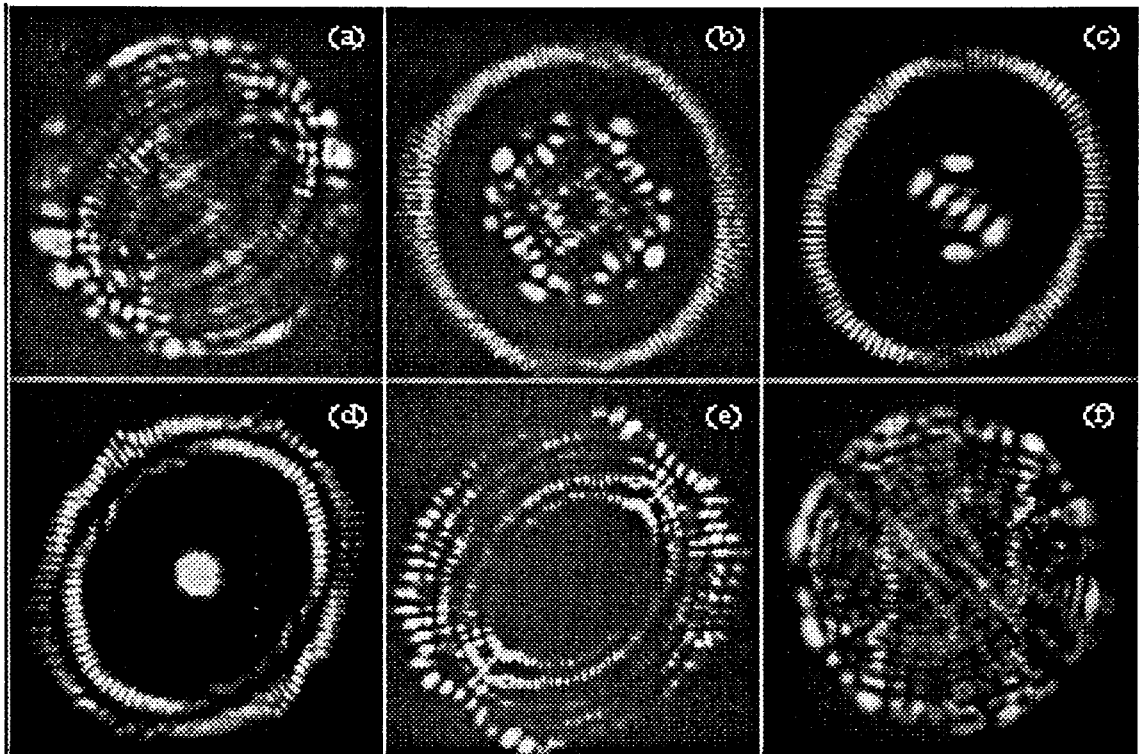


Figure II.34. Evolution des structures pour une variation d'une demi-longueur d'onde de L dans la cavité III; $N_j=30$, $\Delta\nu_T=301.7$ MHz.

La présence de deux raies de transition moléculaire entre deux couples de niveaux de rotation-vibration de la molécule de CO_2 correspond dans certains cas à des structures composées de deux parties (Fig. II.34). En effet, en examinant la structure après réflexion sur un réseau (150 traits/mm) placé à la sortie de la cavité, on observe grâce au pouvoir dispersif du réseau un décalage spatial entre la zone centrale et la couronne. Chaque partie possède donc une longueur d'onde d'émission suffisamment différente pour être mise en évidence à l'aide du réseau. La différence entre deux fréquences d'émission moléculaire successives est égale à environ 50 GHz, elle ne peut donc être détectée par les détecteurs HgCdTe qui ne possèdent pas une bande passante

aussi large. Dans ce cas, vient s'ajouter à la minimisation de l'interaction spatiale des modes au sein d'une structure, une minimisation de l'interaction spectrale. L'interaction modale ne se fait plus alors que par les relaxations entre les deux couples de niveaux d'énergie considérés dans l'oscillation laser.

Nous allons maintenant décrire les structures faiblement multimodes générées dans les systèmes II et III. Comme dans la première partie de ce chapitre, nous privilégions l'approche modale.

II.3.1. STRUCTURES FAIBLEMENT MULTIMODES.

Les structures faiblement multimodes s'obtiennent dans les deux situations suivantes:

(1) le système est faiblement multimode car (i) N_f est faible (sélection spatiale), (ii) Δv_T est du même ordre de grandeur que γ_{\perp} (sélection spectrale) ou (iii) le pompage s'effectue près du seuil (sélection spectrale). Seules quelques familles sont donc susceptibles d'osciller.

(2) le système est fortement multimode et des mécanismes d'exclusion s'exercent sur les modes. La structure n'est alors composée que de quelques modes sélectionnés par les effets non-linéaires. Dans ce cas, il est intéressant d'essayer de comprendre l'origine des processus ayant conduit à la formation de ces structures.

Le cas le plus simple est celui correspondant à l'observation de structures monomodes. La figure II.35 montre, à titre d'exemple, des structures obtenues pour différentes valeurs de N_f et de $|\Delta v_T|$. Ces structures sont assimilables à des modes de Laguerre dont la symétrie est un sous-groupe de celle $O(2)$ du système. On vérifie que chaque composante possède un indice p faible et ℓ élevé. Le rapport entre γ_{\perp} et Δv_T est important (entre 5 et 50). Plusieurs familles de modes de la cavité vide sont donc présentes dans la courbe de gain et donc se trouvent susceptibles d'osciller. Cependant, une sélection très importante entraîne ces régimes monomodes stationnaires.

Des structures composées de deux à cinq modes de Laguerre issus de familles différentes, sont également obtenues en ajustant le diamètre du diaphragme, ou encore la longueur de cavité. Les figures II.36, II.37 et II.39 illustrent ces structures pour différentes valeurs de N_f et Δv_T . La figure II.36 présente des structures composées de deux modes et leurs coefficients sont donnés dans le tableau II.10. En général, les modes sont facilement identifiables. Ils possèdent des distributions d'intensité qui se recouvrent peu spatialement, minimisant de cette façon leur interaction et "occupant au mieux" l'espace transverse. Le mode de plus grande extension transverse nous renseigne sur

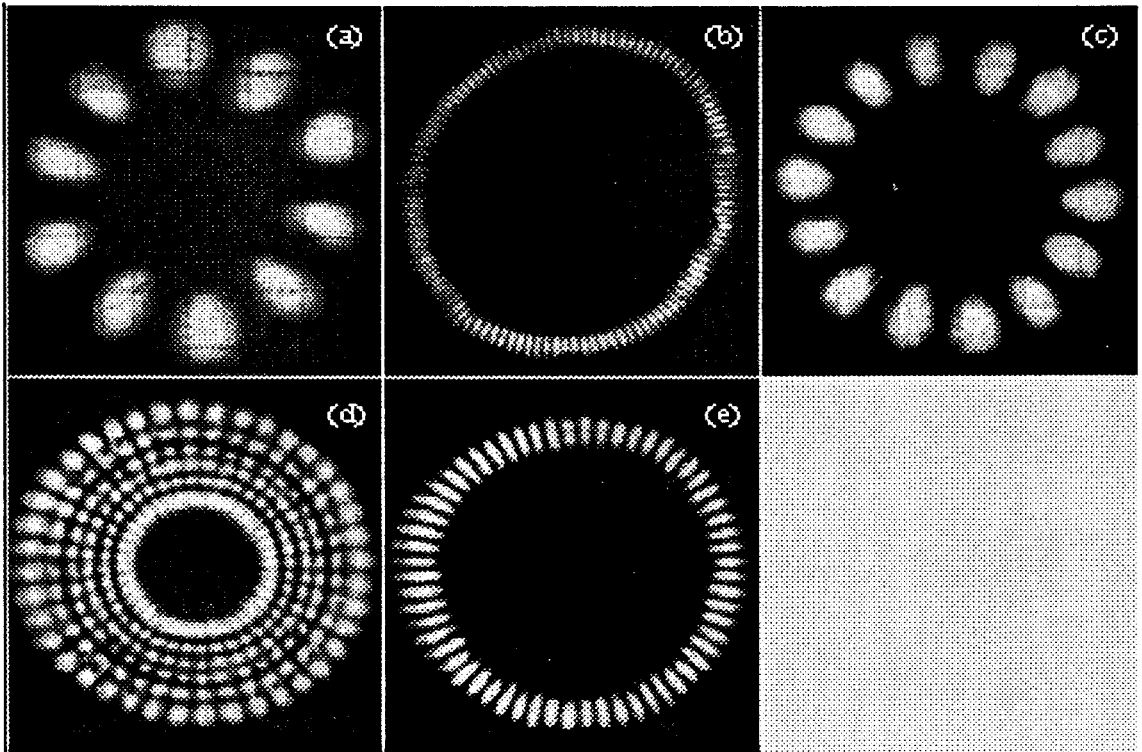


Figure II.35. Structures monomodes obtenues dans les cavités II et III pour $N_f < 10.3$.
 (a) $N_f=2.2$, mode $A_{0,-5}$, cavité III; (b) $N_f=9.8$, $A_{0,59}$, II; (c) $N_f=5.5$, $A_{0,7}$, II; (d)
 $N_f=10.3$, $A_{5,-20}$, II; (e) $N_f=6.6$, $A_{0,-30}$, II.

l'indice q de la plus grande famille pouvant être contenue à l'intérieur de la section transverse considérée. Les spectres radiofréquences des structures des figures II.36, II.37 et II.39, présentés sur la figure II.41, ont une largeur inférieure à 10 MHz et possèdent entre 1 et 10 composantes. Compte-tenu des valeurs de $\Delta\nu_L$ et $\Delta\nu_T$, cette observation indique que les familles sont quasi-dégénérées en fréquence et donc qu'elles sont situées au même endroit dans la courbe de gain. Par exemple, la structure II.36(d) est composée de modes issus des familles $(k+1, q=2)$ et $(k, q=9)$. Le rapport $r_v = \Delta\nu_L / \Delta\nu_T$ calculé numériquement vaut 6.85 et indique que ces deux familles sont distantes d'environ $\delta\Omega = 7$ MHz (cf. (II.25)) puisque $\Delta\nu_T = 45.8$ MHz. Celles-ci sont donc nettement plus proches que deux familles consécutives de même indice k éloignées de $\delta\Omega = \Delta\nu_T = 45.8$ MHz. Par contre, pour d'autres structures, les calculs montrent que les familles ne peuvent correspondre à des fréquences voisines. Par exemple, les modes de la structure II.36(e) sont issus respectivement des familles $q=1$ et 30 et r_v vaut 44.2. Compte-tenu de la valeur de $\Delta\nu_T = 6.4$ MHz, les fréquences de ces modes restent très éloignées ($\delta\Omega > 97$ MHz) et donc la coexistence de tels modes est peu probable. La présence de ces modes dans la structure signifie probablement que chaque famille met en jeu une raie d'émission laser différente, expliquant l'absence des battements entre les modes de ces deux familles. Le

spectre de la figure II.39(d) (Fig. II.41(c)) possède des composantes régulièrement espacées ($\Delta\nu \sim 600\text{kHz}$) et peut laisser supposer la présence d'une seule famille transverse comme dans la cavité I.

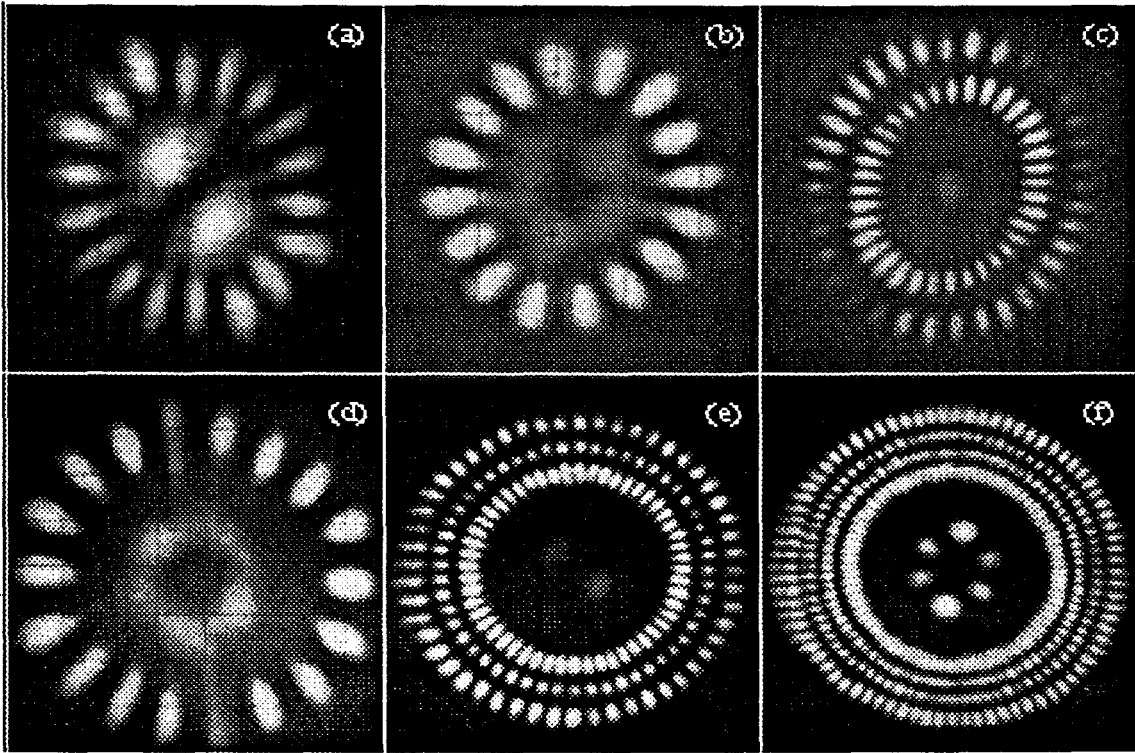


Figure II.36. Structures bimodes. (a) $N_f=3$, $\Delta\nu_T=301.7\text{ MHz}$, $r=2.03$; (b) $N_f=2.2$, $\Delta\nu_T=45.8\text{ MHz}$, $r_v=6.85$; (c) $N_f=4.7$, $\Delta\nu_T=87.3\text{ MHz}$, $r_v=4$; (d) $N_f=3.2$, $\Delta\nu_T=45.8\text{ MHz}$, $r_v=6.85$; (e) $N_f=7.9$, $\Delta\nu_T=6.4\text{ MHz}$, $r_v=44.2$; (f) $N_f=11.6$, $\Delta\nu_T=11.6\text{ MHz}$, $r_v=24$.

Nous avons effectué une décomposition modale en intensité identique à celle utilisée pour les structures de la cavité I, en déterminant de façon empirique les coefficients des modes présents. Elle s'effectue à partir de modes de Laguerre puisque les structures faiblement multimodes indiquent très nettement le présence de ces modes. Le tableau II.10 regroupe les modes utilisés accompagnés de leurs coefficients α_i , pour décomposer les structures des figures II.36, II.37 et II.39. Les résultats des reconstructions sont présentés sur les figures II.38 et II.40. On remarque dans le tableau II.10 que contrairement aux coefficients utilisés pour la reconstruction des réseaux, ceux déterminés ici ne sont plus soit 0 soit 1. Notamment, la figure II.39(e) nécessite trois valeurs différentes de coefficients pour être recomposée. Les reconstructions sont donc nettement moins aisées que dans le cas précédent. On peut constater que l'accord entre les structures expérimentales et numériques des figures II.37 et II.38 est très correct. Le choix des coefficients semble donc être pertinent. Seul le mode central de la figure II.37(e) identifié comme $A_{1,-3}$, et la distance entre les deux premiers anneaux de maxima

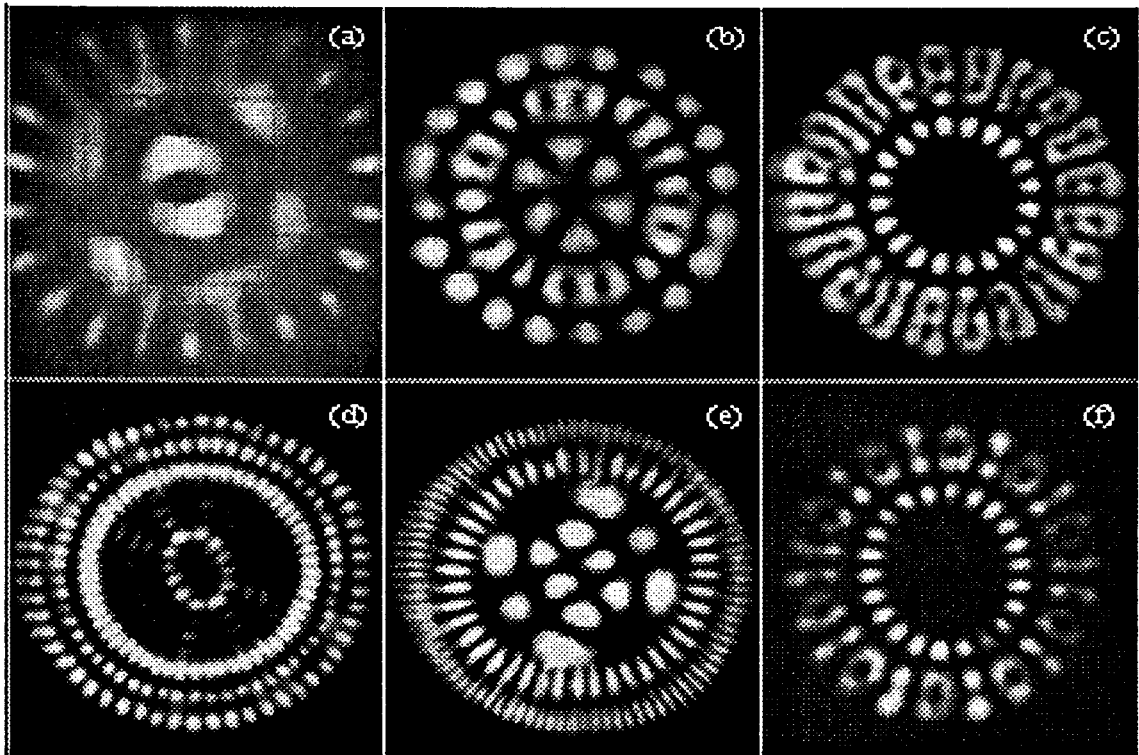


Figure II.37. Structures faiblement multimodes. (a) $N_f=7.1$, $\Delta v_T=45.8$ MHz, $r_v=6.85$; (b-e) $N_f=6.6$, $\Delta v_T=6.4$ MHz, $r_v=44.2$; (f) $N_f=5$, $\Delta v_T=6.4$ MHz, $r_v=44.2$

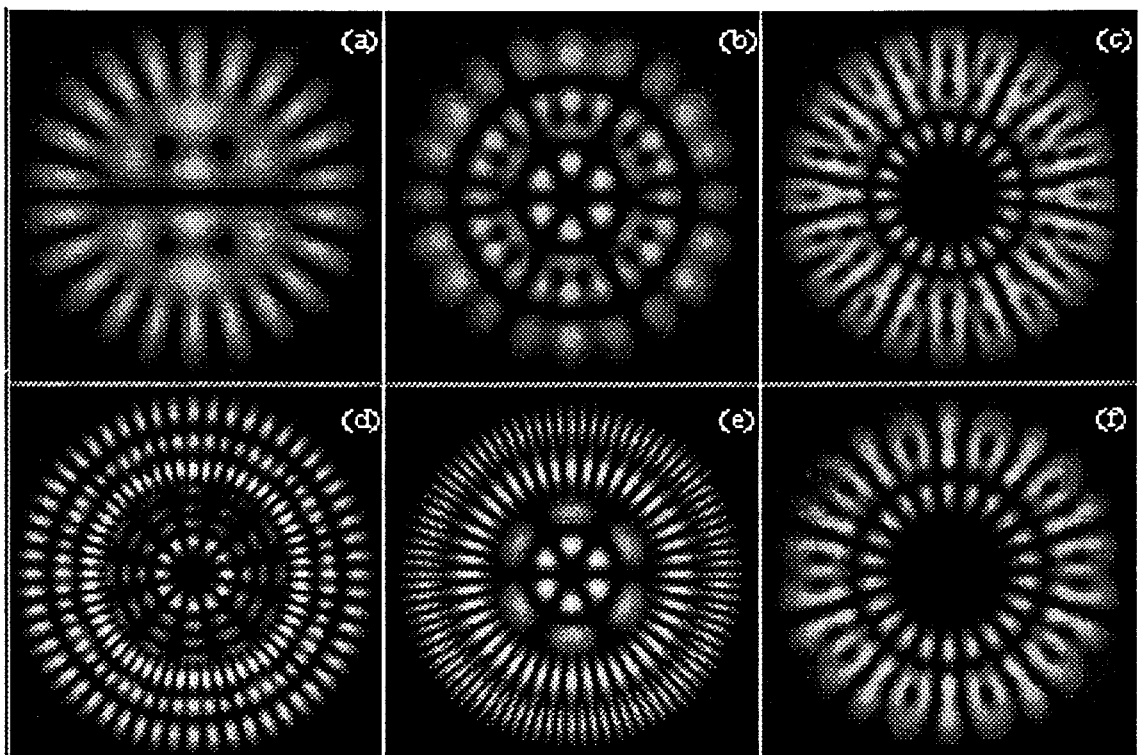


Figure II.38. Reconstitutions numériques des structures de la figure II.37 d'après les modes du tableau II.10.

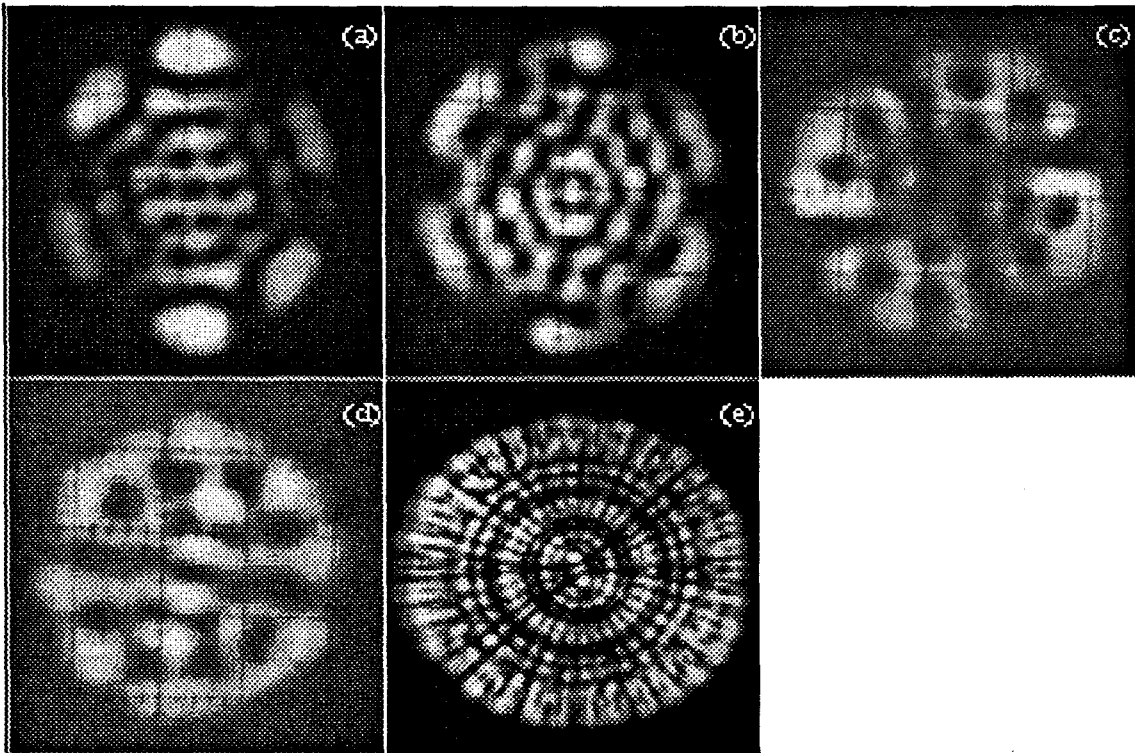


Figure II.39. Structures multimodes. (a) $N_f=4.6$, $\Delta\nu_T=301.7$ MHz, $r_v=2$; (b) $N_f=6.7$, $\Delta\nu_T=301.7$ MHz, $r_v=2$; (c-d) $N_f=3.7$, $\Delta\nu_T=45.8$ MHz, $r_v=6.85$; (e) $N_f=6.6$, $\Delta\nu_T=6.4$ MHz, $r_v=44.2$

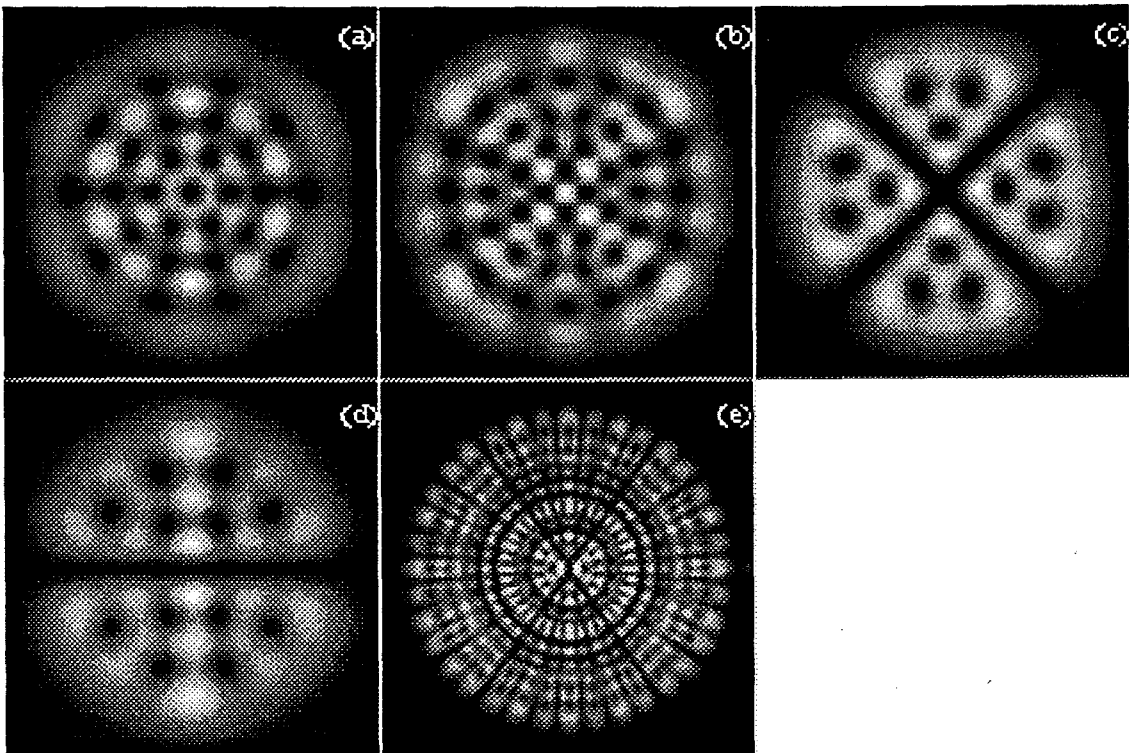


Figure II.40. Reconstructions des structures multimodes de la Fig. II.39 d'après le tableau II.10.

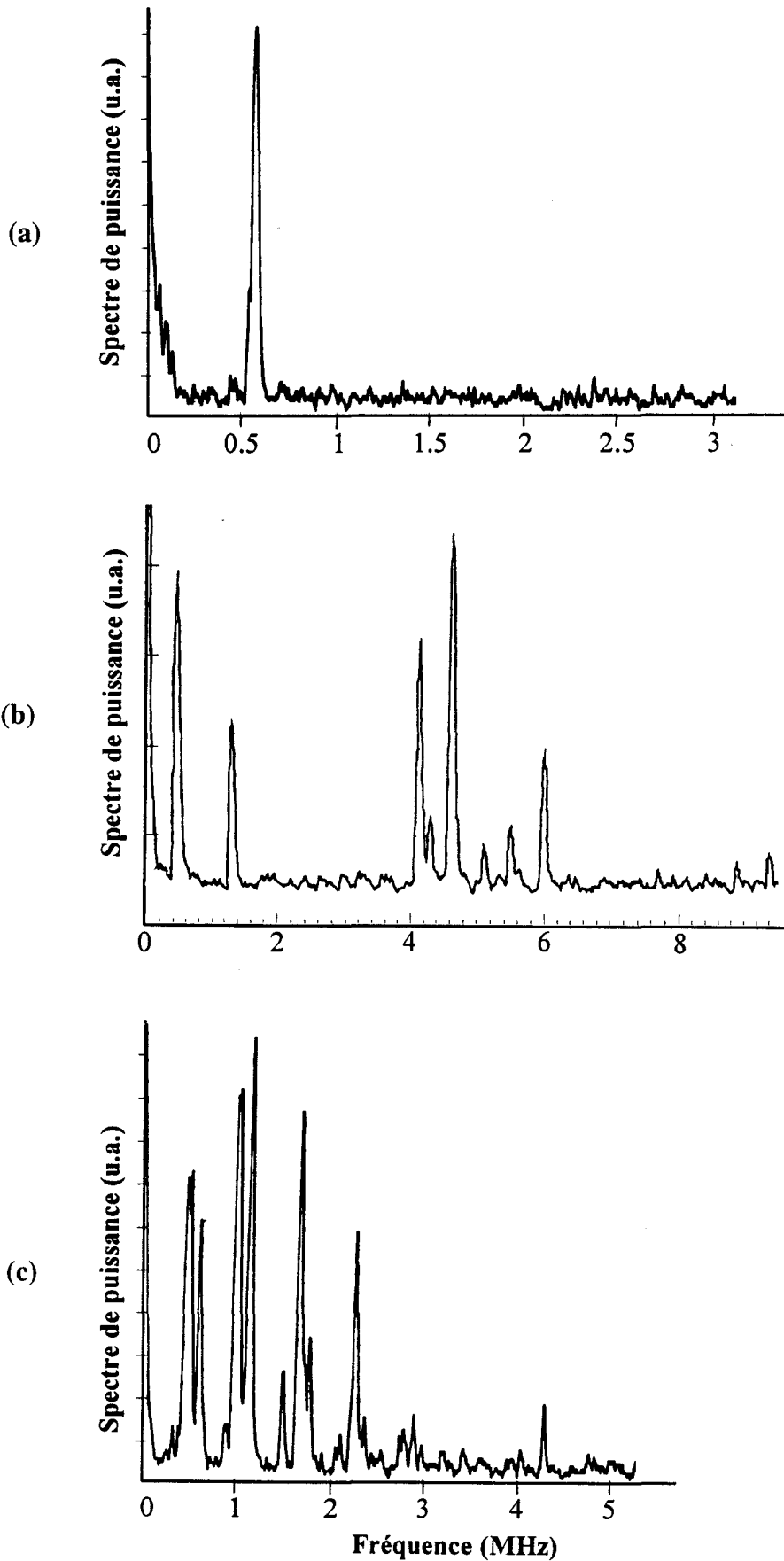


Figure II.41. Spectre de puissance en échelle Log. des structures (a) II.36(a), (b).II.37(c) et (c) II.39(d).

de la figure II.37(a) n'ont pas été correctement reproduits. Les structures II.39(c,d) sont reconstruites avec des modes issus d'une même famille et des coefficients identiques comme pour les réseaux. La règle adaptée pour ces deux structures semble être $p = 0, 1, 2, \dots, \frac{q}{2}$ et $\ell = q, q - 2, \dots, 0$. On constate cependant que certains modes utilisés pour les reconstructions ne la vérifient pas (Fig. II.39(c,d)), mais restent néanmoins issus de la même famille. On retrouve ici l'équivalent des réseaux imparfaits résultant de l'absence ou de la substitution de modes dans la règle de sélection. Ainsi, le mode $A_{6,0}$ est absent de la structure 39(d) et le mode $A_{1,4}$ est remplacé par $A_{1,-4}$ dans la structure 39(c). Le résultat des reconstructions dans le cas des figures II.40(c,d) est en bon accord avec les figures expérimentales, ce qui confirme le choix des coefficients identiques dans une même famille. La décomposition modale des structures de la figure II.39(a,b,e) devient compliquée puisque les structures expérimentales sont irrégulières (Fig. II.39(a,b)) et que le nombre de modes est important (Fig. II.39(e)). Les reconstructions effectuées à partir de l'analyse visuelle des structures de la figure II.39(a,b,e) sont alors nettement moins convaincantes.

Nous n'avons pas utilisé ici la méthode des moindres carrés car les figures présentées dans cette section sont très saturées en intensité¹ et parce que le nombre de modes nécessaire à la reconstruction est très important². Compte-tenu des erreurs relatives d'estimation sur les coefficients, ce calcul ne nous aurait pas permis de trouver le poids exact de chaque mode avec une précision acceptable.

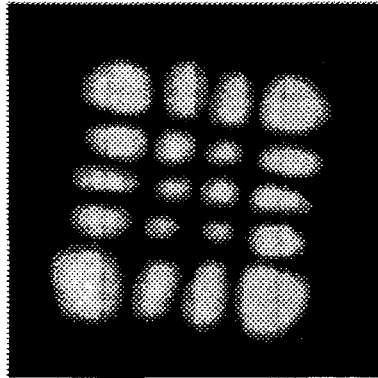


Figure II.42. Structure monomode rectangulaire obtenue dans la cavité II, $N_f=2.4$, $TEM_{3,4}$.

Certaines structures faiblement multimodes ne possèdent pas les propriétés décrites ci-dessus. A titre d'exemple, des structures monomodes identifiées comme des modes d'Hermite (Fig. II.42) sont obtenues par suite d'un désalignement de la cavité II. De

¹ Les structures sont enregistrées grâce au système d'imagerie infrarouge

² à cause du nombre de familles mises en jeu

Tableau II.10. Coefficients des modes de Laguerre utilisés pour la décomposition des structures des figures II.36, II.37 et II.39. Les figures II.38 et II.40 présentent les reconstructions numériques.

Figures	II.36				II.37				II.39			
	Modes $A_{p\ell}$		Famille q	Coeffs	Modes $A_{p\ell}$		Famille q	Coeffs	Modes $A_{p\ell}$		Famille q	Coeffs
	p	ℓ			p	ℓ			p	ℓ		
(a)	0	1	1	1	1	1	3	0.5	0	5	5	1
	0	9	9	1	0	3	3	0.5	2	3	7	1
					0	11	11	1	3	1	7	0.5
									3	-1	7	0.5
(b)	0	2	3	1	3	3	9	1	0	-8	8	0.5
	0	8	8	1	1	10	12	1	1	7	9	1
									2	4	8	1
									3	-2	8	1
(c)	0	0	0	1	0	-13	13	1	0	6	6	1
	1	18	20	1	3	10	16	1	1	-4	6	1
					0	-20	20	1	2	2	6	1
									4	0	8	0.3
(d)	0	2	2	1	5	6	16	0.5	0	5	5	1
	0	9	9	1	2	28	32	1	1	3	5	1
									2	1	5	1
(e)	0	1	1	1	1	3	5	0.5	6	-1	13	0.3
	2	26	30	1	0	22	22	1	5	3	13	0.3
					0	44	44	1	8	8	24	0.6
									5	18	28	1
									0	-30	30	0.3
									0	-36	36	0.3
(f)	0	3	3	1	2	11	15	1				
	3	40	46	1	0	16	16	1				

même on peut observer des structures composées de modes issus de bases différentes. Une illustration en est donnée sur la figure II.43, où la structure II.43(c) est composée d'un mode d'Hermite (Fig. II.43(a)) et d'un mode de Laguerre (Fig. II.43(b)) obtenus pour des longueurs de résonance légèrement différentes de celle pour laquelle on observe la structure composite II.43(c). Le même type de structure est aussi obtenu dans la cavité quasi-confocale (Fig. II.43(d)). On constate pour la figure II.43(c) l'absence de spectre. Ceci suggère la présence de deux raies d'émission moléculaire ou d'une dégénérescence de leur fréquence.

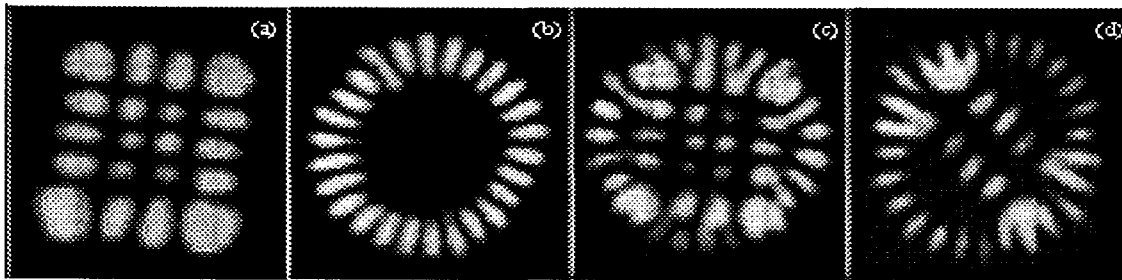


Figure II.43. (c) Structure composée des modes (a,b) appartenant à des symétries différentes, $N_f=2.4$, $\Delta\nu_T=-8.3$ MHz, cavité II; (d) $N_f=4.6$, $\Delta\nu_T=301.7$ MHz, cavité III.

II.3.2. STRUCTURES DANS DES SYSTEMES TRES FORTEMENT MULTIMODES.

Nous nous plaçons maintenant dans une configuration quasi-dégénérée (cavité II) proche de celle dans laquelle Coulet [1989(a,b), 1990] a montré la transition vers un état turbulent induit par l'interaction des vortex. L'objectif est ici soit de rechercher une éventuelle transition vers la turbulence, soit au contraire de vérifier que, comme précédemment, les modes minimisent leur énergie d'interaction en adoptant une organisation spatiale conforme à cette exigence. Dans cette situation, le nombre de Fresnel est très grand et les fréquences sont quasi-dégénérées ($\Delta\nu_T \approx 0$). La cavité équivalente possède une longueur très faible (quelques *mm*), et une configuration quasi-plan-plan. Notre cavité présente donc des caractéristiques favorables à l'apparition de la turbulence optique.

La figure II.44 présente des structures obtenues pour $L=0.4775m$ et $x=0.1295m$ soit $L_{eq}=-1.75 \cdot 10^{-3}m$ et $R_{eq}=-2.79m$. Les valeurs de $|\Delta\nu_T|$ sont comprises entre 2.5 et 3 MHz et celles de N_f entre 15 et 28. Comme on peut le constater, l'organisation spatiale des structures est très complexe et toute forme de symétrie est perdue. Cependant, la distribution transverse d'intensité n'est pas uniforme. Ceci n'indique pas pour autant l'absence d'un comportement chaotique spatial. En effet, on peut s'attendre à ce que la moyenne temporelle d'une structure spatiale dont l'évolution est chaotique donne un motif uniformément éclairé. Néanmoins, Ning [1993] et Gluckman [1993] montrent au contraire qu'en moyennant l'évolution temporelle chaotique d'une structure spatiale, le résultat ne présente pas un motif transverse uniforme mais une structure composée de maxima. De même, des études similaires menées sur un oscillateur à gain photoréfractif (Fig. II.45) montrent qu'un régime dynamique très complexe possède une structure moyennée laissant apparaître des maxima [Hennequin 1995]. Dans la cellule de convection utilisée par Ning [1993], l'organisation des maxima près des bords reste gouvernée par les conditions aux limites transverses alors que la partie centrale s'organise indépendamment. Ici, la distribution des maxima ne laisse pas supposer l'existence des

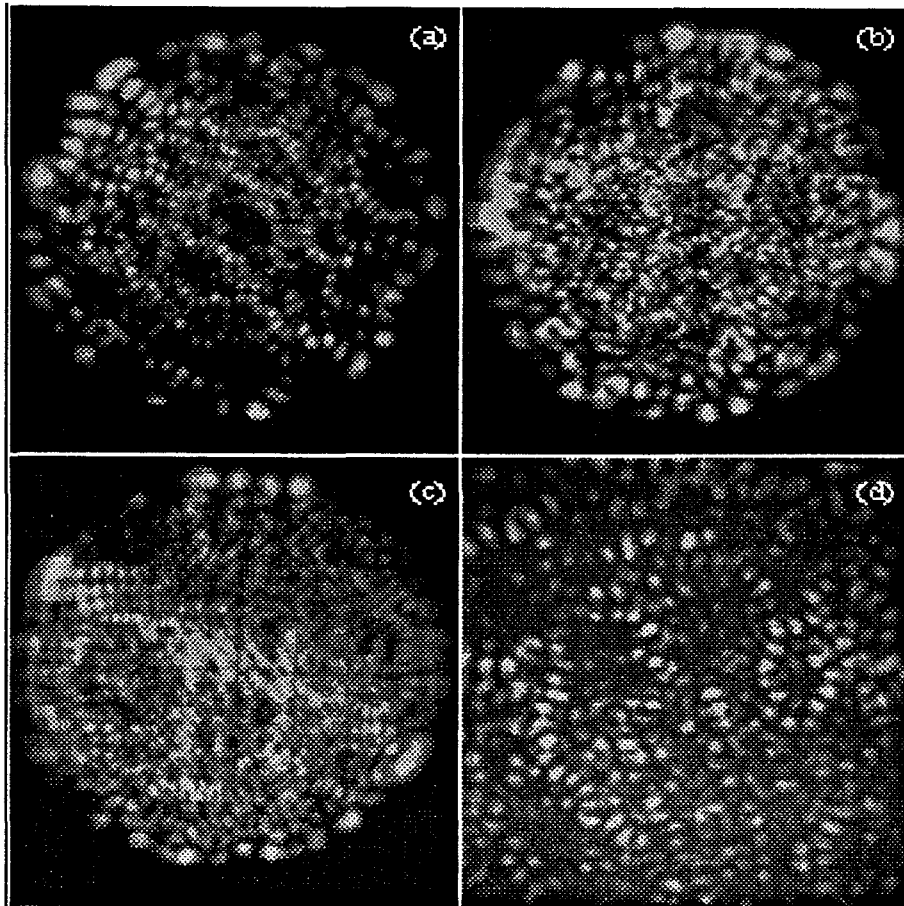


Figure II.44. Structures obtenues dans une configuration quasi-plan-plan fortement multimode de la cavité II. (a) $N_f=27.8$, $\Delta v_T=-2.5$ MHz, cavité II; (b) $N_f=14.4$, $\Delta v_T=-3.14$ MHz, cavité II; (c) $N_f=27.8$, $\Delta v_T=-2.5$ MHz, cavité II; (d) zoom X2 de (b).

deux zones d'influence respective des conditions aux bords transverses et de la symétrie intrinsèque du système.

L'allure des spectres associés à ces structures semble infirmer l'hypothèse du chaos spatio-temporel. Semblables à celui de la figure 46, leur largeur totale est inférieure à 6 MHz et aucun fond continu n'apparaît. Le nombre de composantes reste inférieur en général à une trentaine et celles-ci se regroupent par paquets souvent régulièrement espacés. Puisque r_v est voisin de 100 et que N_f est inférieur à 30, les modes composant les structures possèdent tous le même indice longitudinal k . Dans ce cas, la présence de modes issus d'une seule famille transverse peut de nouveau être envisagée.

Une autre observation va à l'encontre de la turbulence: l'utilisation d'un détecteur rapide pour explorer l'évolution spatiale en temps réel de la structure n'indique la présence d'aucun point d'intensité quasi-nulle³ qui permettrait d'envisager l'hypothèse de la présence de singularités de phase dans les structures [Couillet 1989(a,b), Couillet 1990,

³ Une intensité nulle ne peut être obtenue exactement en raison de la taille de la surface sensible du détecteur

Weiss 1993, Arecchi 1991]. L'obtention de la turbulence qui serait induite par l'interaction entre les défauts n'est donc pas possible ici.

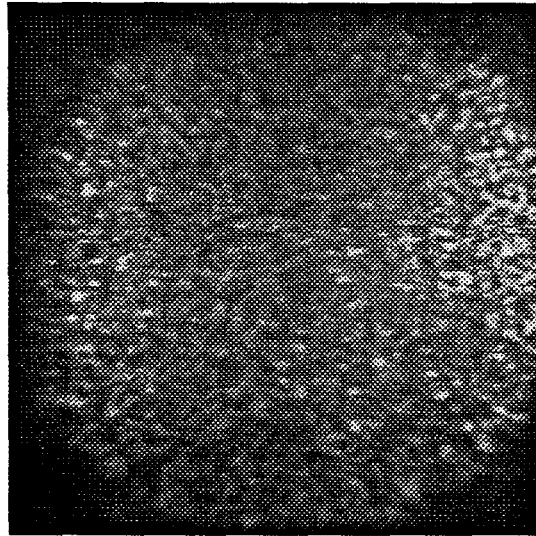


Figure II.45. Moyenne temporelle issue d'un oscillateur à gain photoréfractif fortement multimode.

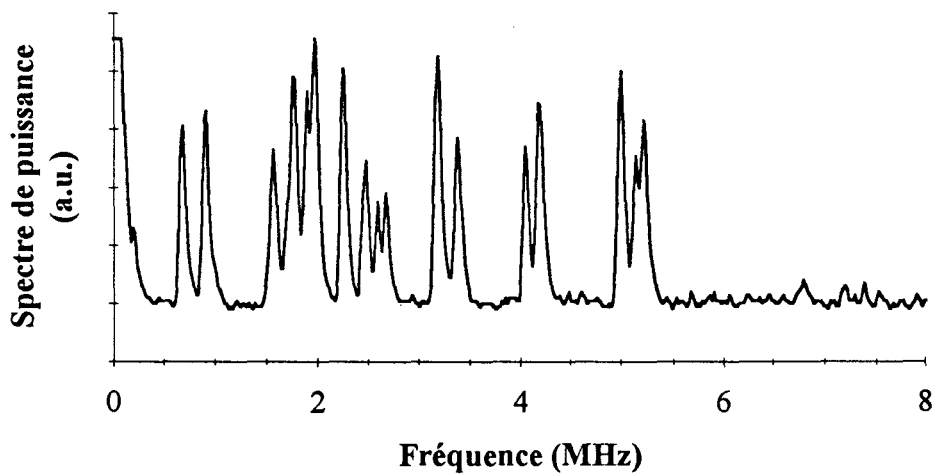


Figure II.46. Spectre de la structure II.44(b). $N_f=14.4$, $\Delta\nu_T=-3.14$ MHz.

II.4. CONCLUSION.

Il apparaît que les structures observées dans les cavités stables sont composées d'un nombre de modes limité par rapport au nombre total susceptible d'osciller. Des mécanismes d'exclusion apparaissent et impliquent souvent l'existence d'une seule famille. Certaines de ces propriétés sont retrouvées dans les calculs préliminaires de Harkness et

al [1995]. En effet, leur analyse montre (i) qu'au seuil d'oscillation les structures stationnaires sont composées de modes issus d'une seule famille et (ii) que les ondes progressives transverses ainsi que les vortex, absents dès que les rayons de courbure des miroirs sont pris en compte, redeviennent solutions des équations à condition de se placer loin du seuil ou très près de la configuration plan-plan. Cependant, le régime de turbulence n'est plus atteint alors qu'il est obtenu dans le cas où les miroirs de la cavité sont plans [Coullet 1989a]. Ceci est illustré sur le schéma de la figure II.47 [Lega 1995] où η exprime la courbure des miroirs. η évolue continûment de 1 pour une cavité confocale à 0 pour une cavité plan-plan quand on fait varier les rayons de courbures R de $R=L$ à $R\approx\infty$. On constate que le domaine où sont observées des ondes progressives correspond à des valeurs de plus en plus élevées du paramètre de pompe C à mesure qu'on s'éloigne du cas plan-plan (Fig. II.47). Dans nos expériences η varie de 0.02 à 0.1 et C reste inférieur à 2. Comme l'indique le schéma (Fig. II.47), nos structures correspondraient à une situation où n'apparaissent que des ondes stationnaires.

Les symétries de nos systèmes restent cependant différentes de celle du modèle théorique de Harkness puisque les éléments optiques de nos cavités possèdent un astigmatisme résiduel qui brise la symétrie cylindrique. Nos structures expérimentales montrent d'ailleurs des distributions d'intensité différentes de celles des simulations numériques (Fig. II.48) [Lega 1995] effectuées dans une configuration quasi-plan-plan. Cependant, si on excepte cette brisure de symétrie qui différencie les structures, on peut considérer que nos observations restent en bon accord qualitatif avec les premières

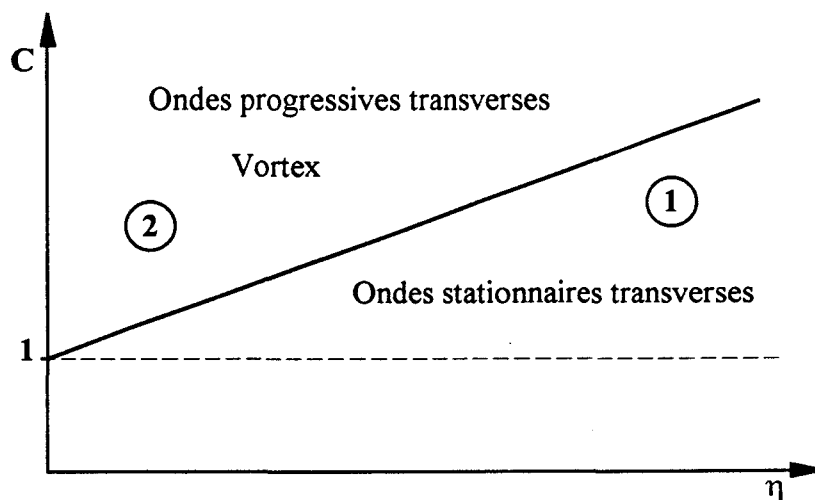


Figure II.47. Diagramme schématisant les domaines correspondant aux structures dynamiques transverses obtenues en fonction du paramètre de pompe C et de la

$$\text{configuration de la cavité traduite par } \eta = \frac{1}{\sqrt{\frac{2R_{eq}}{L_{eq}} - 1}}$$

études de Harkness.

La symétrie ne semble pas influencer la dynamique dans nos cavités Péro-Fabry puisque les propriétés des structures (spatial hole burning transverse, exclusion, sélection modale) restent inchangées. Ces phénomènes expliquent probablement l'absence de turbulence. En effet, la minimisation de l'énergie d'interaction a pour conséquence l'oscillation d'un nombre de modes trop faible pour induire un régime turbulent.

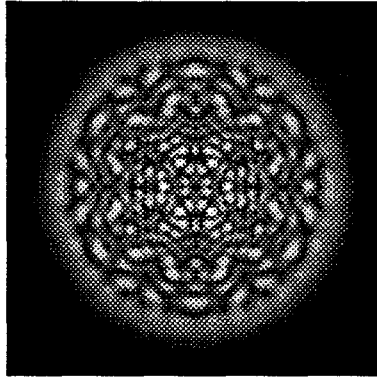
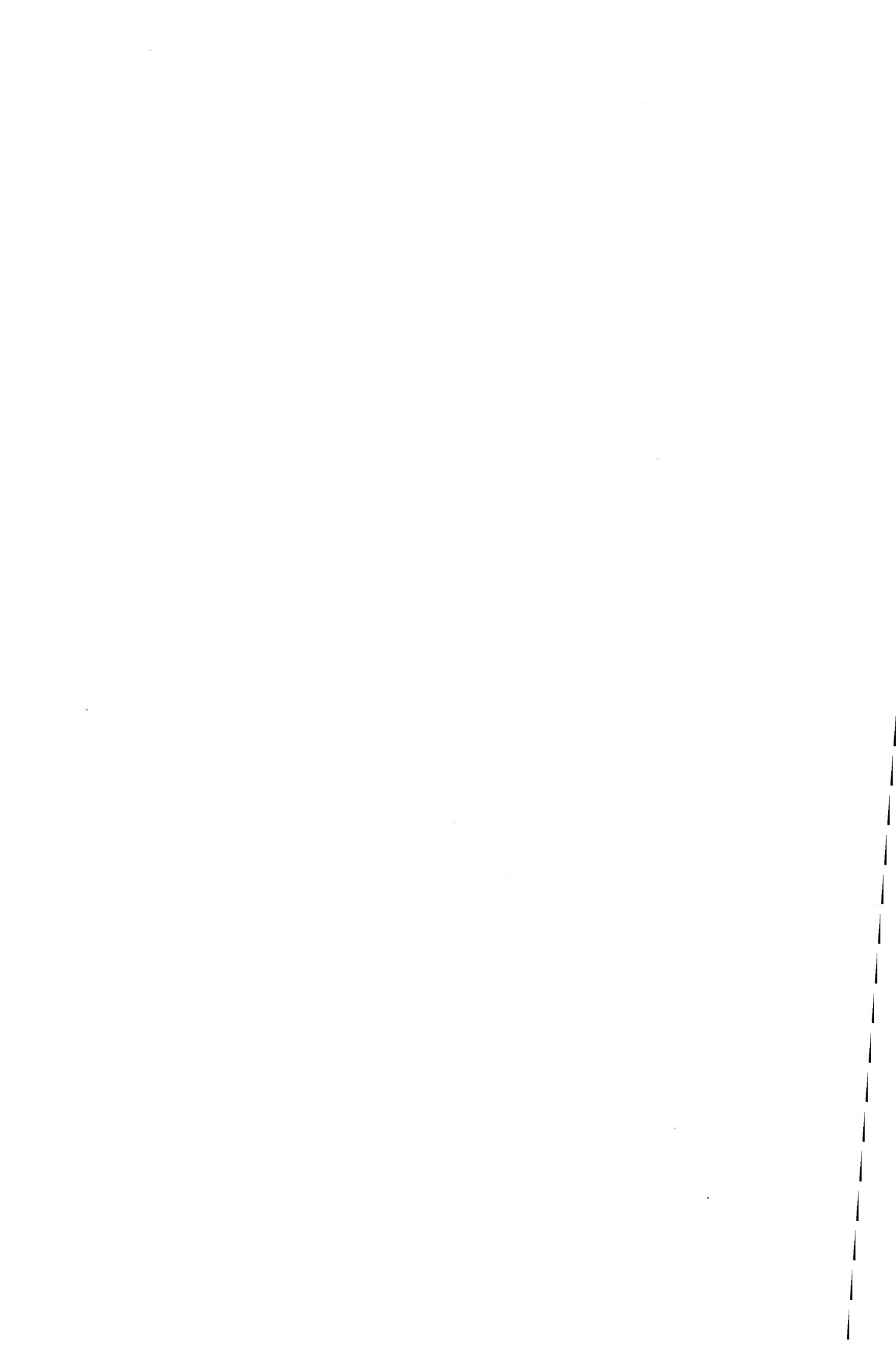


Figure II.48. Structure issue des simulations numériques de Lega [Lega 1995].

CHAPITRE 3

Structures des cavités instables



III.1. INTRODUCTION.

Dans ce chapitre nous étudions la formation des structures dans les cavités géométriquement instables, c'est à dire telles que $|g|=|g_1g_2|>1$ (voir I.19).

Notre démarche sera la même que dans le chapitre précédent, nous chercherons à décrire et à analyser les structures en faisant le lien avec les cavités stables. Les ondes qui naissent dans ces cavités sont sphériques en première approximation et on peut se rapprocher du modèle de Couillet [1989, 1990] qui prédit une turbulence induite par la présence de défauts si les rayons de courbure des ondes sont assez élevés.

Les résonateurs instables sont souvent associés à des milieux amplificateurs à grand gain linéaire afin de former des lasers délivrant de fortes puissances, ce qui constitue leur principal attrait. Dans ce cas, les miroirs sont totalement réfléchissants et l'énergie diffractée à l'extérieur du contour des miroirs est la composante utile du rayonnement laser. Différents types de montures de miroirs ont ainsi été développés afin de recombinaison correctement le rayonnement à l'extérieur de la cavité [Herbst 1977]. Ces cavités trouvent leurs principales applications dans les lasers solides (rubis, Nd:YAG), les lasers à colorants, les lasers CO₂ [Krupke 1969]...

Dans l'approximation de l'optique géométrique, la fraction d'énergie émise vers l'extérieur ne dépend que d'un paramètre appelé facteur d'élargissement transverse M , qui caractérise la divergence des ondes sphériques, et nullement du diamètre des miroirs ni du nombre de Fresnel [Siegman 1974]. Comme le but recherché est en général d'extraire le maximum d'énergie du milieu actif, la majorité des cavités instables possèdent des coefficients $|M|$ nettement supérieurs à 1.

Contrairement aux cavités décrites précédemment, nous avons utilisé ici un couplage par miroir semi-réfléchissant afin d'avoir accès à la partie centrale de la section transverse du faisceau. A notre connaissance, très peu d'expériences de caractérisation spatiale des structures des cavités instables utilisant ce type de transmission ont été rapportées [Steier 1975, Mikheev 1992]. Mentionnons toutefois qu'une étude montre que les structures obtenues avec des miroirs circulaires présentent une distribution d'intensité localisée sur des cercles concentriques [Sinclair 1967].

Nous allons présenter les résultats obtenus dans deux cavités instables possédant un facteur d'élargissement transverse $|M|$ très proche de l'unité pour favoriser l'oscillation de nombreux modes. Nous rappellerons d'abord les propriétés des faisceaux des cavités instables qui nous serviront à analyser les processus de formation des structures dans ces résonateurs. Puis, nous décrirons les modes et les structures observés. Enfin, nous

mettrons en évidence les analogies existant entre les distributions d'intensité des modes propres des cavités stables et instables.

III.2. PROPRIETES DES FAISCEAUX DANS LES RESONATEURS INSTABLES.

III.2.1. RESOLUTION DE L'INTEGRALE DE HUYGENS.

Les modes propres U_n d'un résonateur instable en absence de milieu actif sont solutions de l'équation intégrale de Huygens [Fox 1961]:

$$\gamma_n U_n(x, y) = \iint K(x, y, x', y') U_n(x', y') dx' dy' \quad (\text{III.1})$$

où K décrit la propagation sur un aller-retour et γ_n est la valeur propre associée à chaque mode propre U_n . Contrairement aux structures des cavités stables, il n'existe pas de solution analytique de cette équation pour les cavités instables. Néanmoins, il est possible d'obtenir les distributions de U_n par simulations numériques, en décomposant la fonction $U_n(x, y)$ en un produit de deux fonctions dépendant de x et y [Rensch 1974¹]. Cependant, les calculs concernent souvent des résonateurs composés de miroirs à ouverture circulaire, car dans ce cas on peut écrire les fonctions propres sous la forme d'un produit d'une fonction radiale par une contribution azimutale analogue à celle qui intervient dans l'expression des modes de Gauss-Laguerre [Siegman 1974², Rensch 1973, Siegman 1970]:

$$p, \ell (r, \theta) = U_p(r) \exp(\pm i \ell \theta) \quad (\text{III.2})$$

et le problème se ramène alors à une dimension. La majorité des calculs des fonctions U_n a été effectuée dans le cas des cavités à une seule dimension transverse où les calculs sont plus aisés [Siegman 1967, Sanderson 1969, Rogers 1983, Rensch 1973, 1974, Chester 1973]. La figure III.1 montre à titre d'exemple la variation de l'intensité $|U_n(x)|^2$ [Rensch 1973, 1974] qui devient de plus en plus complexe à mesure que l'on augmente la taille des miroirs.

¹ voir figure 5(a)

² voir page 356

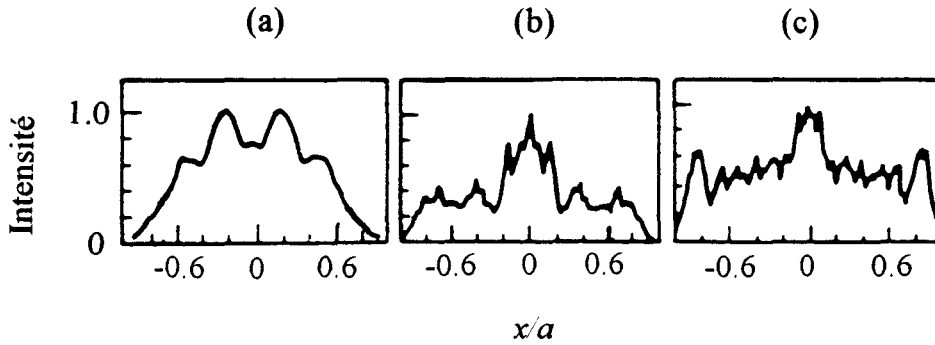


Figure III.1. Profils d'intensité dans un résonateur instable à une dimension transverse au niveau du miroir de sortie pour $M=1.42$ (a) $N_{eq}=0.52$, (b) $N_{eq}=3.12$ et (c) $N_{eq}=6.25$

L'optique géométrique paraxiale est une autre approche acceptable qui permet de dégager certaines caractéristiques des faisceaux issus des cavités instables. Nous allons utiliser une description matricielle pour dégager la nature des ondes dans une cavité instable.

III.2.2. ANALYSE GEOMETRIQUE.

III.2.2.1. Ondes sphériques.

Dans une cavité instable, le rayon de courbure défini par la relation (I.8) pour caractériser le faisceau devient réel, puisque la trace de la matrice $ABCD$ est soit supérieure à 1 soit inférieure à 0. Les deux solutions R_a et R_b du rayon de courbure du front d'onde s'écrivent:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_a} = \frac{D-A}{2B} - \frac{\sqrt{m^2-1}}{B} = \frac{D-\lambda_a}{B} \\ \frac{1}{R_b} = \frac{D-A}{2B} + \frac{\sqrt{m^2-1}}{B} = \frac{D-\lambda_b}{B} \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

où A , B , D sont les éléments de la matrice $ABCD$ correspondant à un aller-retour du rayonnement dans la cavité, $m = \frac{A+D}{2}$, et λ_a , λ_b sont les valeurs propres de la matrice $ABCD$ données par [Siegman 1986c]:

$$\begin{cases} \lambda_a = m + \sqrt{m^2 - 1} = M \\ \lambda_b = m - \sqrt{m^2 - 1} = \frac{1}{M} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Les deux ondes sphériques d'une cavité instable sont confondues mais se propagent en sens inverse. Au cours de chaque traversée du résonateur, l'onde croissante (resp. décroissante) s'éloigne (resp. se rapproche) de l'axe optique d'une distance proportionnelle au coefficient M (resp. M^{-1}) (III.4). Dans la situation où M est supérieur à 1 le résonateur appartient à la branche positive instable et les rayons lumineux se propagent entre les deux miroirs sans jamais couper l'axe du résonateur (Fig. III.2(a)). Dans le second cas ($M < -1$), le résonateur appartient à la branche négative instable et les rayons coupent l'axe à chaque traversée de la cavité (Fig. III.2(b)).

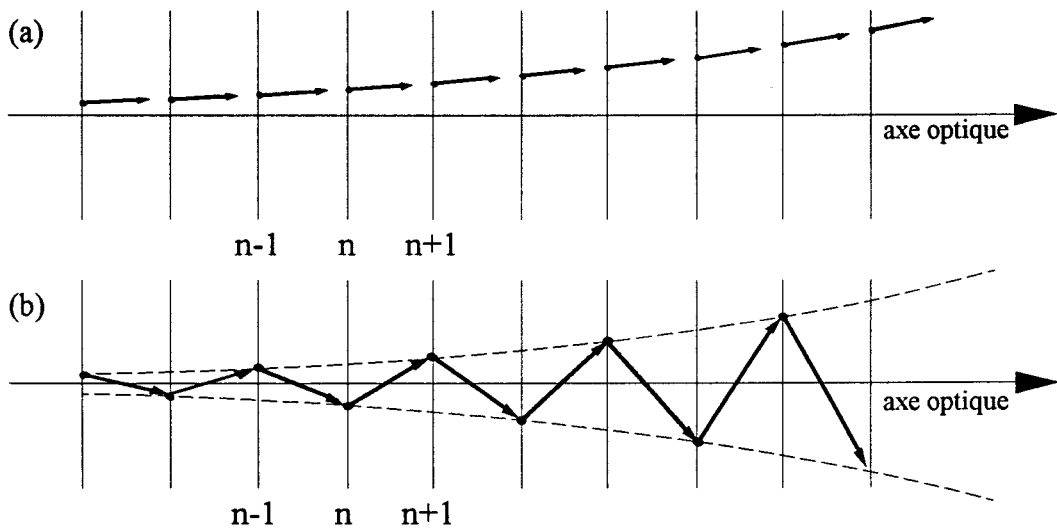


Figure III.2. Marche d'un rayon lumineux dans un système périodique instable appartenant (a) à la branche positive et (b) à la branche négative.

Les ondes sphériques définies par la relation (III.3) sont solutions propres d'un système instable d'ouverture infinie et non d'un résonateur possédant des éléments ayant des rayons d'ouverture finis dans lequel intervient la diffraction. Ces ondes sphériques non limitées transversalement n'existent pas physiquement mais sont d'une importance considérable puisqu'elles représentent une approximation des ondes non-gaussiennes des résonateurs instables. Lorsqu'on tient compte des ouvertures finies des éléments de la cavité, les modes propres du système dépendent des propriétés de symétrie des ouvertures. Leur présence dans les cavités instables s'explique par la description suivante. Lorsque l'onde croissante est diffractée sur le bord d'une ouverture, une partie de l'énergie diffractée est dirigée dans la direction de propagation de l'onde décroissante,

puis ensuite reconvertie dans la direction de l'onde croissante. Les ouvertures diffractantes contribuent à la morphogénèse.

Le déphasage entre l'onde croissante diffractée et l'onde décroissante est déterminant dans le comportement des modes du résonateur instable. C'est ce que nous allons montrer maintenant.

III.2.2.2. Nombre de Fresnel équivalent

Le déphasage entre l'onde croissante diffractée et l'onde décroissante sur les bords d'une ouverture s'exprime par [Siegman 1967, 1974]:

$$(\Phi_{div} - \Phi_{conv}) = N_{eq} 2 \pi \quad (\text{III.5})$$

où Φ_{div} et Φ_{conv} sont les phases des ondes propres croissante et décroissante. La quantité N_{eq} , qui conditionne le comportement modal du résonateur est appelée nombre de Fresnel équivalent et s'écrit [Ananev 1972, Bisio 1971]:

$$N_{eq} = \frac{M^2 - 1}{2 M} \frac{a^2}{\lambda B} \quad (\text{III.6})$$

où a est le rayon d'ouverture de l'élément diffractant sur lequel est exprimé N_{eq} , B l'élément de la matrice $ABCD$ et M le facteur d'élargissement transverse. La condition (III.5) s'écrit aussi sur un miroir (Fig. III.3(a)):

$$\delta = 2 FB = N_{eq} \lambda \quad (\text{III.7a})$$

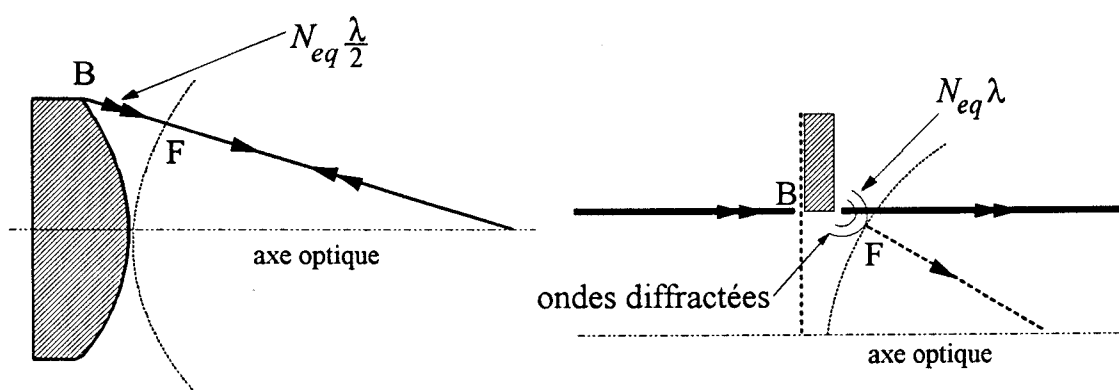


Figure III.3. Déphasage entre les ondes croissante (double flèche) et décroissante (simple flèche) sur le bord (a) d'un miroir et (b) d'une ouverture.

et sur une ouverture (Fig. III.3(b)):

$$\delta = FB = N_{eq} \frac{\lambda}{2} \quad (\text{III.7b})$$

où δ représente la différence de marche entre les ondes diffractée et décroissante.

Pour trouver les valeurs propres γ_n et les solutions propres U_n des résonateurs instables à ouvertures circulaires finies, Siegman et Arrathoon [1967] ont résolu numériquement l'équation intégrale de Huygens. Ils montrent alors qu'à N_{eq} croissant ce n'est pas toujours le même mode qui possède les pertes les plus faibles comme pour les cavités stables. Ceci est illustré sur la figure III.4 où l'on constate que lorsque N_{eq} varie, les pertes subies par un mode passent par un minimum, et que la valeur de N_{eq} pour lequel ce minimum est atteint est différente pour chaque mode. Pour une valeur donnée de N_{eq} le mode qui oscille n'est donc pas nécessairement le mode d'ordre le plus faible mais celui qui possède les plus faibles pertes. Près du seuil, l'oscillation est monomode sauf au point d'intersection des courbes de pertes de deux modes qui peuvent dans ce cas osciller simultanément. L'oscillation multimode est possible si plusieurs modes possèdent des pertes inférieures au gain linéaire du laser. Ceci montre que N_{eq} régit le comportement modal du résonateur.

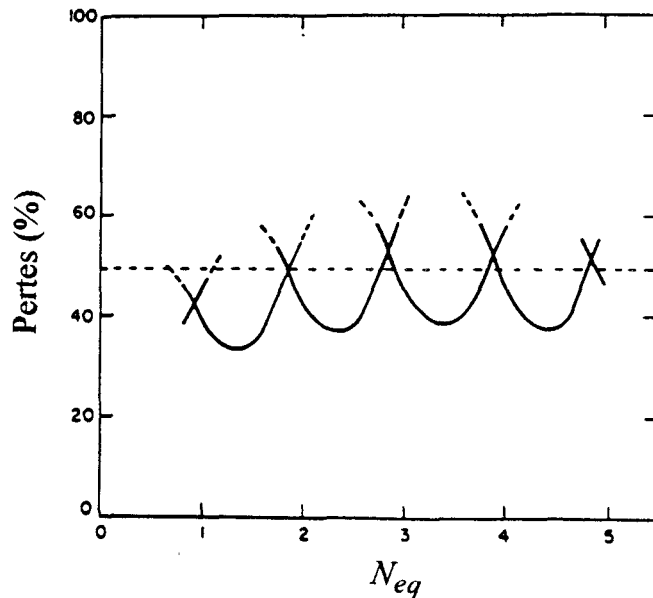


Figure III.4. Evolution des pertes des modes d'un résonateur symétrique à une dimension en fonction de N_{eq} pour $g=1.2$. La ligne horizontale pointillée indique les pertes prédites par l'analyse géométrique.

III.3. DISPOSITIF EXPERIMENTAL.

Nous donnons ici les valeurs des principaux paramètres caractérisant les cavités géométriques instables multi-élément (II) et quasi-confocale (III) ainsi que leurs variations en fonction des quantités L (longueur de cavité) et x (distance miroir plan - lentille) (Fig. I.11).

Les valeurs du grandissement transverse M de la cavité II peuvent varier sur un large intervalle. Cependant, nous nous sommes uniquement intéressés aux situations expérimentales où M est proche de l'unité. Pour cela nous nous plaçons initialement dans une configuration instable quasi-dégénérée puis, par variation de la longueur de cavité, nous nous déplaçons parallèlement à la frontière de stabilité, comme illustré sur la figure I.18, afin que M varie très lentement et reste proche de l'unité. La figure III.5(a) montre alors l'évolution de M en fonction de L où l'on peut vérifier que M n'excède pas 1.15.

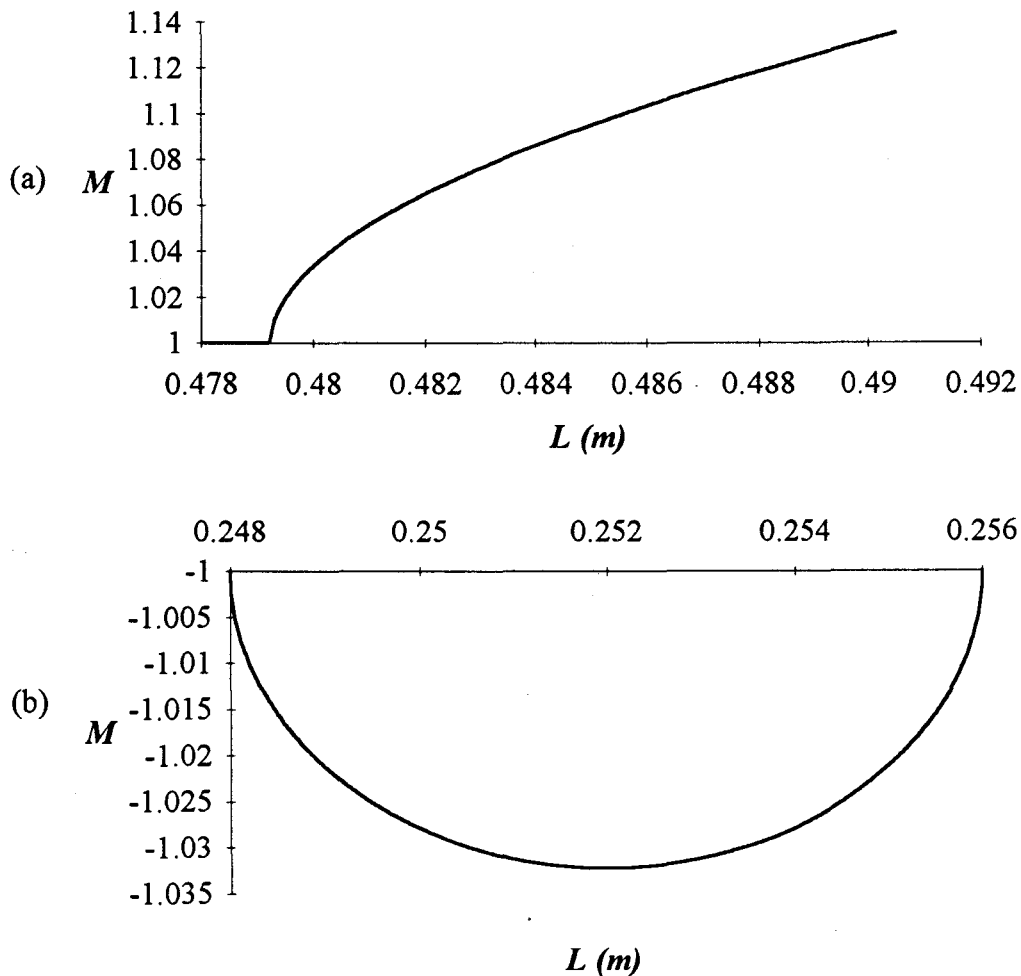


Figure III.5. Evolution de M en fonction de la longueur des cavités (a) II et (b) III.

Alors que cette configuration correspond à la branche positive instable, la cavité III appartient à la branche négative instable où les valeurs de $|M|$, pour L comprise entre R_1 et R_2 , prennent leurs valeurs dans l'intervalle $[-1.03, -1]$ (Fig. III.5(b)).

Le nombre de Fresnel équivalent est calculé sur chaque ouverture, mais seule la valeur la plus faible, correspondant à l'ouverture la plus limitante pour le faisceau, est retenue. Dans nos cavités ce sont soit les miroirs, soit la lentille, soit les diaphragmes qui jouent ce rôle (Fig. I.14). Lorsque tous les rayons d'ouverture des éléments composant le résonateur ont la même valeur, N_{eq} est successivement retenu sur la lentille ($L < 0.48 \text{ m}$) et le miroir sphérique ($L > 0.48 \text{ m}$) dans la cavité II (Fig. III.6(a)), et il est obtenu tour à tour sur l'un des deux miroirs dans la cavité III (Fig. III.6(b)). La figure III.6 présente l'évolution de N_{eq} en fonction de la longueur L dans les deux cavités. Dans la situation où un diaphragme avec une ouverture plus petite est introduit dans la cavité, alors N_{eq} pourra prendre sa valeur la plus faible sur cet élément.

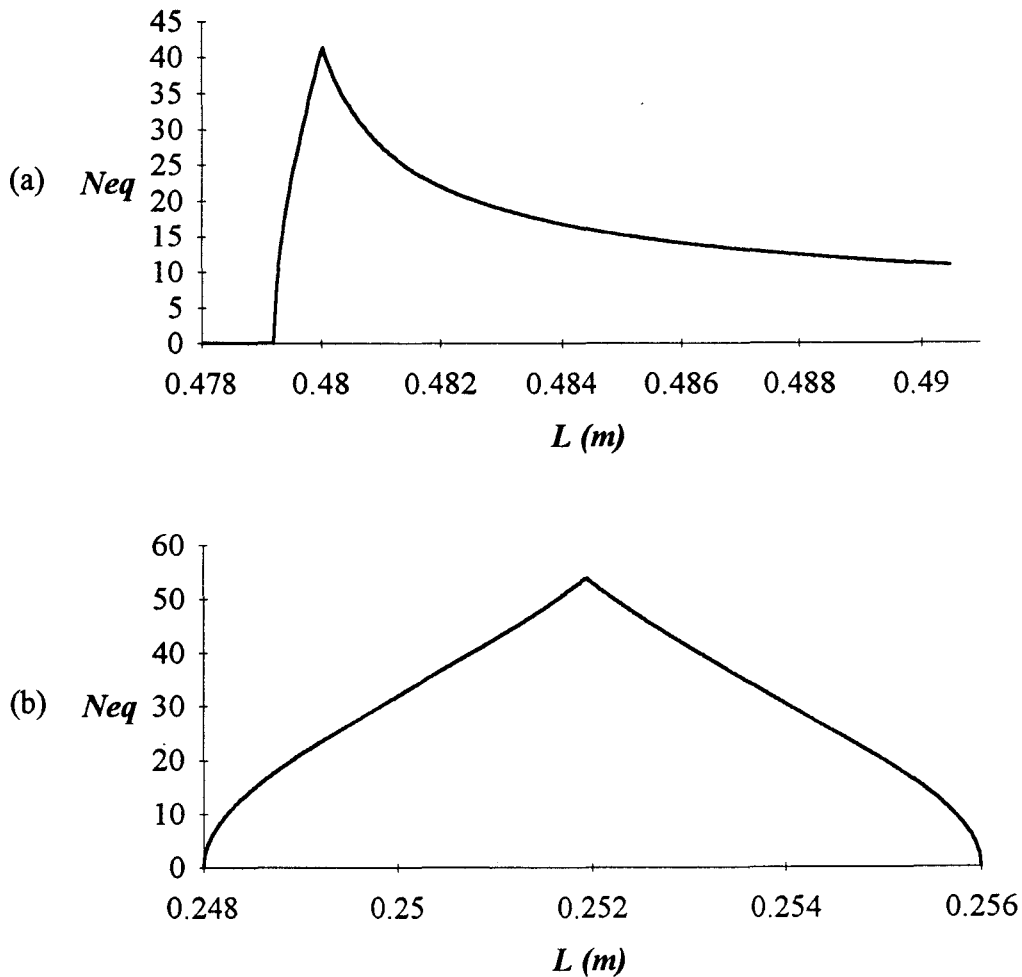


Figure III.6. Variation de N_{eq} en fonction de L dans les cavités (a) II et (b) III.

Comme nous l'avons vu en section III.2.2.1., les ondes qui se propagent dans un résonateur instable sont deux ondes sphériques. Pour étudier leur évolution au cours de la propagation dans la cavité il est intéressant de définir des centres d'émission pour les ondes croissante et décroissante. De plus, la connaissance des positions de ces centres est très utile puisqu'elle constitue une autre manière de déterminer l'ouverture limitante de l'onde croissante. En effet, lorsque toutes les ouvertures possèdent le même rayon d'ouverture, l'élément le plus limitant est celui qui est le plus éloigné du centre virtuel de l'onde croissante.

En se référant à la figure III.7, nous supposons que l'onde croissante quittant le miroir M_1 et se dirigeant vers la droite est une onde sphérique issue d'un centre virtuel A_1 qui n'est pas, en général, le centre du miroir M_1 . Cette onde incidente sur M_2 est réfléchie comme une onde sphérique provenant d'un centre virtuel A_2 . Pour être auto-consistante, cette onde doit être renvoyée par M_1 comme si elle était issue de A_1 . Cette condition est satisfaite si A_1 et A_2 sont conjugués simultanément pour les deux miroirs. En appliquant les formules de conjugaison de l'optique géométrique à la configuration de la figure III.7, on déduit aisément la position des deux centres:

$$\overline{OA_1} = -L \frac{g_2 - g_1 g_2 + \sqrt{g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)}}{2 g_1 g_2 - g_1 - g_2} \quad (\text{III.8a})$$

$$\overline{O'A_2} = L \frac{g_1 - g_1 g_2 + \sqrt{g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)}}{2 g_1 g_2 - g_1 - g_2} \quad (\text{III.8b})$$

Dans une cavité à deux miroirs, l'onde croissante renvoyée par un miroir semble provenir

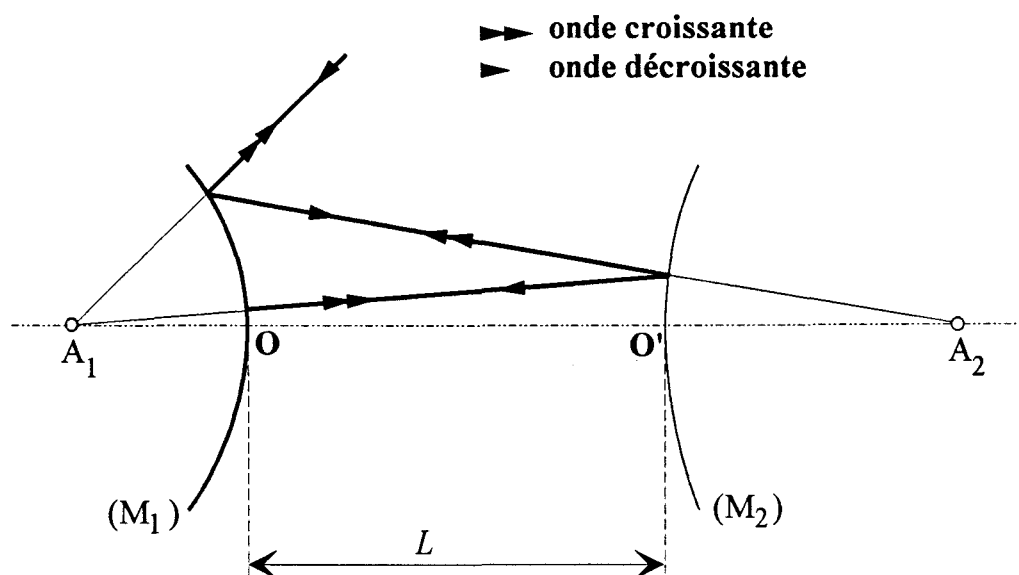


Figure III.7. Ondes sphériques dans un résonateur instable à deux miroirs.

alternativement de l'un et l'autre de ces deux points. Au contraire l'onde décroissante, au lieu d'être issue des centres virtuels, semble y conduire. Si M_1 est le miroir de sortie du laser, l'onde croissante émane de $A_1^{(C)}$ ³ et l'onde décroissante de $A_2^{(D)}$ (Fig. III.8).

Le même raisonnement peut être suivi pour déterminer les positions des centres d'émission des ondes sphériques de la cavité II. Cette dernière possède une cavité équivalente à deux miroirs (section I.2.2.) dans laquelle les expressions (III.8) déterminent la position de A_1 et A_2 représentés sur la figure III.8. A partir de cette remarque, on constate que (Fig. III.7):

- (1) A_3 est le conjugué de A_1 par la lentille,
- (2) A_4 est le conjugué de A_3 par le miroir sphérique M_2 ,
- (3) A_2 est le conjugué de A_4 par la lentille,
- (4) A_1 est le conjugué de A_2 par le miroir plan.

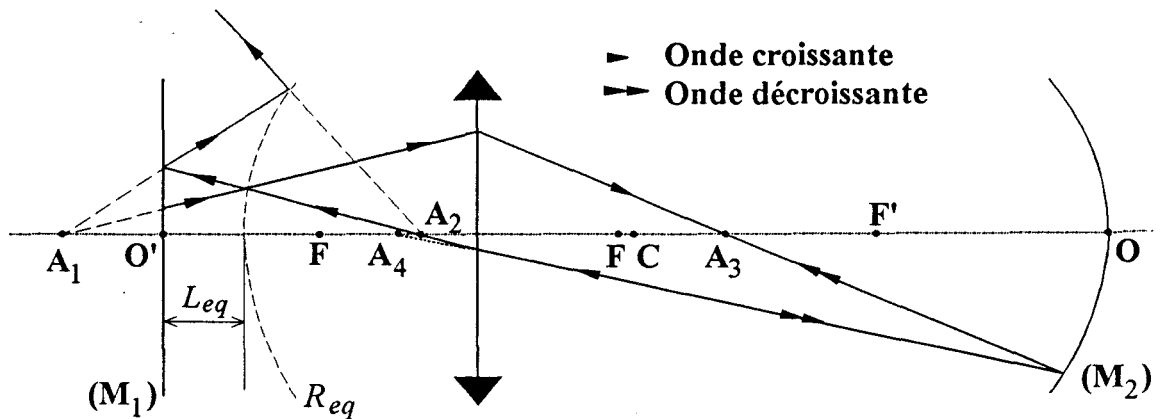


Figure III.8. Marche des rayons optiques dans le résonateur multi-élément instable II.

Compte-tenu de ces relations, il vient:

$$\begin{aligned}
 \overline{O'A_1} &= -\sqrt{L_{eq}(L_{eq} - R_{eq})} = z \\
 \overline{O'A_2} &= L_{eq} - z_1 \\
 \overline{OA_3} &= f \frac{z_1 - x}{f - x + z_1} - y \\
 \overline{OA_4} &= -f \frac{z_1 + x}{f - x - z_1} - y
 \end{aligned}
 \tag{III.9a-d}$$

³ Dans tout ce chapitre, pour une meilleure compréhension et éviter les rappels, nous utiliserons (D) pour identifier le centre d'émission de l'onde décroissante et (C) pour le centre d'émission de l'onde croissante.

où L_{eq} et R_{eq} sont la longueur et le rayon de courbure du miroir sphérique de la cavité équivalente (I.2.2.). Puisque M_1 est le miroir de couplage du laser, l'onde croissante issue de la cavité provient de $A_3^{(C)}$ et l'onde décroissante de $A_4^{(D)}$ (Fig. III.8).

La figure III.9 présente, en fonction de la longueur L , l'évolution de la position des centres des ondes sphériques croissante et décroissante émises vers l'extérieur des cavités. On constate que dans chaque cavité, il existe une valeur de L pour laquelle un des deux centres est rejeté à l'infini, ce qui correspond à une onde plane. Par exemple, les centres $A_3^{(C)}$ et $A_4^{(D)}$ de la cavité II d'abord très éloignés et situés de part et d'autre du miroir sphérique pour $L \in [0.4786 \text{ m}, 0.47885 \text{ m}]$, se retrouvent ensuite du même côté du miroir M_2 et se rapprochent à mesure qu'on augmente L (Fig. III.9(a)) à partir de $L=0.47885 \text{ m}$. Le trajet décrit par les ondes dans la cavité sera donc très fortement influencé par L .

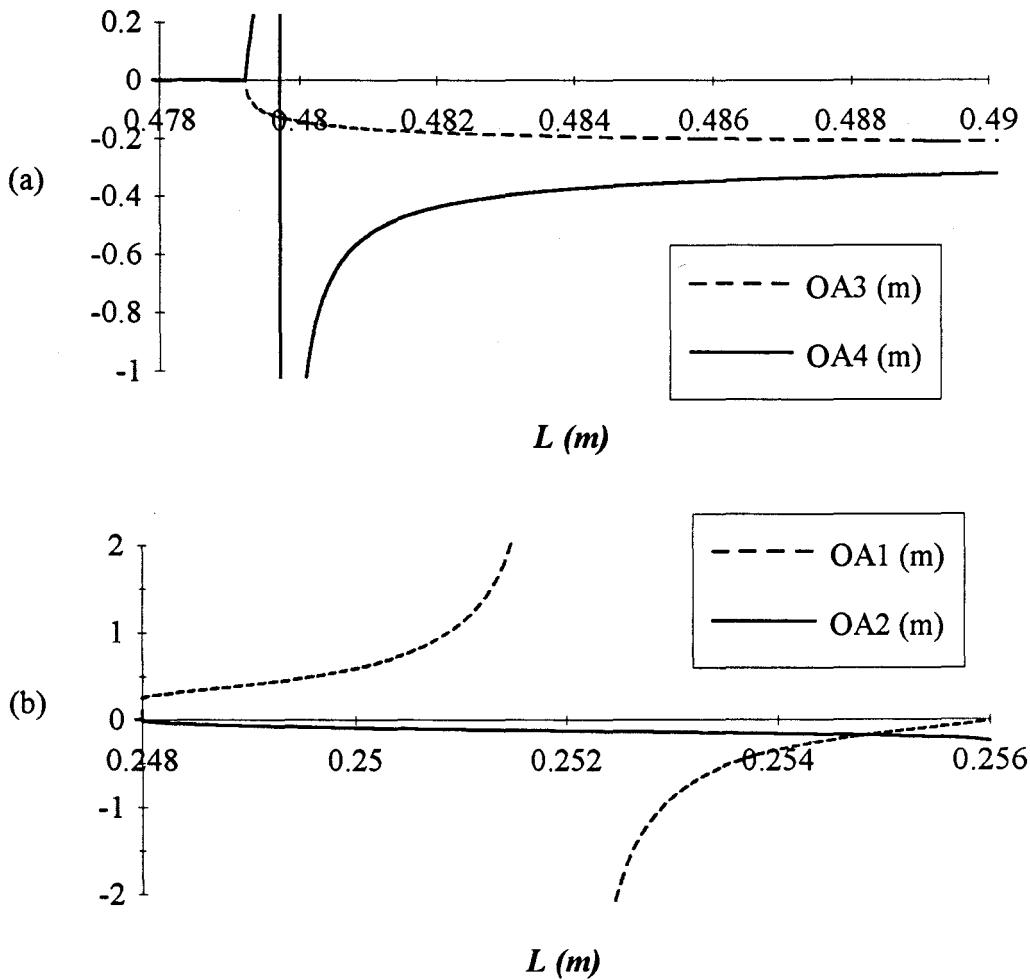


Figure III.9. Variations de la position des centres émetteurs des ondes sphériques dans les résonateurs (a) II et (b) III. Les centres des ondes croissantes (OA_1, OA_3) sont en trait pointillé et ceux des ondes décroissantes ($O'A_2, OA_4$) en trait plein.

Le tableau III.1 regroupe les plages de valeurs des paramètres qui seront explorées dans ce chapitre.

Tableau III.1. Paramètres des cavités instables II et III.

	Cavité II	Cavité III
M	1 , 1.15	-1.03 , -1
N_{eq}	0 , 45	0 , 55
$OA_1^{(C)}$ (m)		0 , -0.25
$O'A_2^{(D)}$ (m)		$]-\infty,0] \cup [0.25,+\infty[$
$OA_3^{(C)}$ (m)	$]-\infty,-0.2] \cup [0,+\infty[$	
$OA_4^{(D)}$ (m)	0 , -0.15	

III.4. STRUCTURES DE LA CAVITE II.

La cavité II permet en modifiant les positions de la lentille et/ou du miroir plan, d'accéder à des configurations instables (section I.2.2.). Dans cette situation, des structures sont observées pour une variation de la longueur du résonateur dans une plage de quelques millimètres (~ 1 cm) autour d'une position moyenne définie par $L=L_d$. L'alignement de la cavité dans une configuration instable est très critique. En effet, le

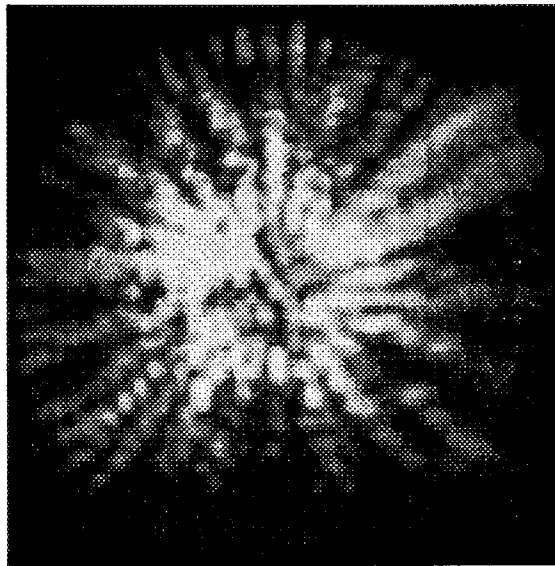


Figure III.10. Champ proche typique d'une structure obtenue près de la frontière du domaine de stabilité. $M=1.04$, $N_{eq_{a1}}=33.3$, $OA_3=-185$ mm, $OA_4=-414$ mm

déplacement transverse de quelques dixièmes de microns de la lentille fait perdre toute symétrie aux structures.

L'obtention de structures présentant une symétrie n'est observée que pour des valeurs particulières de la longueur de la cavité, et sa modification à l'aide du translateur piézo-électrique fait apparaître une succession de figures informes. Nous ne présenterons ici que des structures possédant une forme de symétrie comme celle de la figure III.10. Comme la majorité des structures généralement observées, elle est composée d'un grand nombre de maxima. Son analyse en terme de composition modale est difficile, compte-tenu de la méconnaissance des distributions spatiales des modes propres, et requiert la résolution de l'intégrale de Huygens.

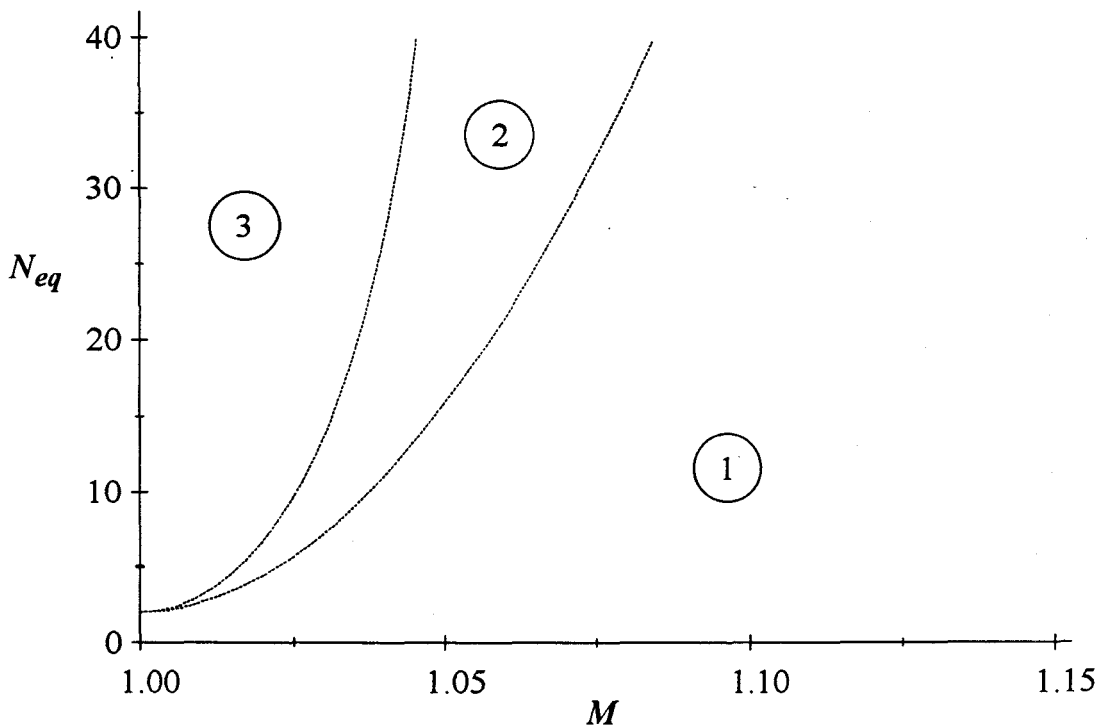


Figure III.11. Représentation schématique des régions explorées de l'espace des paramètres, (1) faiblement, (2) moyennement et (3) fortement multimodes.

Le schéma de la figure III.11 situe dans l'espace des paramètres (M, N_{eq}) les différentes régions explorées. Les structures faiblement multimodes, i.e. composées d'un petit nombre de maxima, sont obtenues dans la zone (1). Dans cette situation, (i) N_{eq} est petit et le faisceau subit un fort confinement ou (ii) N_{eq} est quelconque mais M est supérieur à 1.05: le faisceau diverge alors fortement et se trouve limité par les ouvertures. Dans le cas contraire (zone 3), les structures comportent un très grand nombre de maxima et sont donc très complexes (Fig. III.10). La zone (2) comprise entre les deux précédentes est composée de structures moyennement multimodes. Nous allons dans un premier temps analyser les structures stationnaires afin de déterminer les propriétés spatiales des modes propres de cette cavité instable.

III.4.1. STRUCTURES FAIBLEMENT MULTIMODES.

Les structures présentées ici sont toutes observées à la sortie de la cavité, i.e. en champ proche. En effet, par analogie avec les faisceaux gaussiens, Siegman [1986] introduit une quantité similaire à la longueur de Rayleigh permettant de séparer les zones de diffraction en champ proche et en champ lointain. Celle-ci est définie par:

$$Z_R \equiv \frac{A}{\lambda} \quad (\text{III.10})$$

où A est l'aire de l'ouverture diffractante et λ la longueur d'onde de l'onde transmise. L'observation en champ lointain des modes propres n'apporte pas ici de modification notable dans la distribution transverse de l'intensité.

Dans la zone (1) du schéma III.11 les structures stationnaires d'ordre faible obtenues avec des conditions aux bords transverses cylindriques sont composées de 2ℓ maxima répartis sur un anneau. Compte-tenu des phénomènes de saturation liés à la détection, la distribution des maxima est très semblable à celle de modes de Laguerre d'indice p nul (Fig. III.12). Les structures présentent en effet toujours un nombre pair de

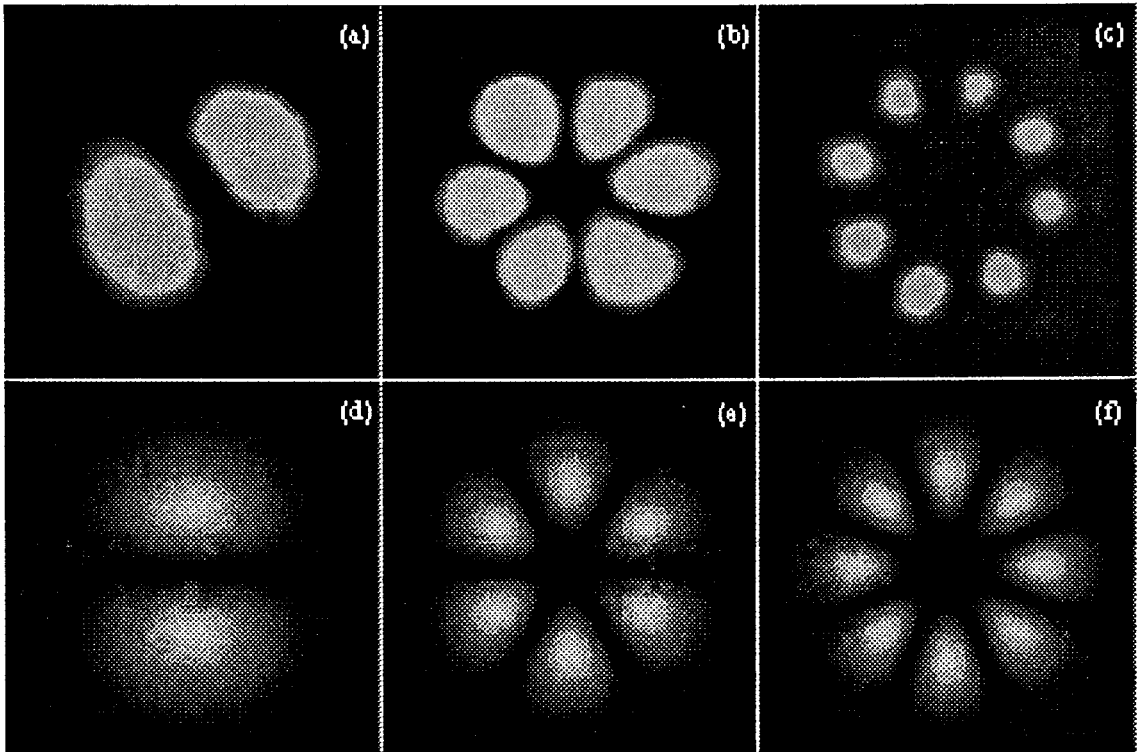


Figure III.12. (a-c) Modes propres de la cavité instable II et (d-f) modes de Laguerre théoriques de mêmes indices p et ℓ et de même rayon moyen. (a) Mode $IC_{0,1}$, $M=1.115$, $Neq_{a1}=12.7$, $OA_3=-200$ mm; (b) $IC_{0,3}$, $M=1.04$, $Neq_{a3}=2.41$, $OA_3=-157$ mm; (c) $IC_{0,4}$, $M=1.08$, $Neq_{a1}=17.7$, $OA_3=-192$ mm; (e) $A_{0,1}$; (f) $A_{0,3}$ et (f) $A_{0,4}$

maxima disposés sur un anneau (Fig. III.12(a-c)) et de forme similaire aux modes de Laguerre (Fig. III.12(d-f)). Les modes de cette cavité seront notés $IC_{p,\ell}$ pour Instable, Circulaire, ℓ sera le demi nombre de maxima et $(p+1)$ le nombre d'anneaux par analogie avec les modes de Laguerre. Ainsi les modes de la figure III.12, repérés $IC_{0,1}$, $IC_{0,3}$, $IC_{0,4}$, sont très similaires aux modes $A_{0,1}$, $A_{0,3}$, $A_{0,4}$ de la figure III.12(d-f).

Comme on peut le vérifier dans la légende de la figure III.12, l'ouverture la plus limitante n'est pas toujours la même et donc la formation des structures ne s'effectue pas toujours sur les mêmes éléments. Par exemple, N_{eq} est calculé sur le diaphragme a_1 (Fig. I.14) pour le mode III.12(a) et sur a_3 pour le mode III.12(b). On vérifie alors que la position des centres d'émission est compatible avec le calcul du nombre de Fresnel équivalent. En calculant la position du centre virtuel $A_3^{(C)}$ dans la cavité II pour la figure III.12(a) on obtient $OA_3^{(C)} = -200 \text{ mm}$, ce qui implique que les distances entre $A_3^{(C)}$ et les ouvertures sont respectivement $A_3^{(C)}a_1 = 195 \text{ mm}$, $A_3^{(C)}a_2 = -45 \text{ mm}$ et $A_3^{(C)}a_3 = -150 \text{ mm}$. L'ouverture la plus éloignée est a_1 indiquant ainsi que l'onde croissante est limitée par ce diaphragme. On vérifie de la même façon pour le mode III.12(b) que le centre $A_3^{(C)}$ est situé à l'intérieur de la cavité à 157 mm du coupleur de sortie, a_3 est alors le plus loin de $A_3^{(C)}$. La détermination de la position des centres émetteurs permet donc de retrouver l'ouverture la plus limitante prédite par le calcul de N_{eq} .

La réduction de l'ouverture a_3 conduit dans certains cas à une augmentation du nombre de maxima des structures. Ceci est conforme aux résultats de la figure III.4 et indique que pour une valeur donnée de N_{eq} , la structure qui s'installe n'est pas celle ayant la plus faible extension spatiale mais celle ayant les plus faibles pertes. Ainsi, un mode $IC_{0,\ell+1}$ peut précéder un mode $IC_{0,\ell}$ lors de l'augmentation de N_{eq} . En général, la différence entre les nombres de maxima de deux modes obtenus successivement en diminuant N_{eq} est faible (2 ou 4). De même la figure III.4 indique que pour des valeurs particulières de N_{eq} , deux modes sont observés simultanément [Freiberg 1972]. Ce phénomène même est mis en évidence sur la figure III.13 qui montre quelques structures bimodes $IC_{0,\ell}$ représentatives de cette propriété. Par exemple, la figure III.13(c) montre une structure constituée des modes $IC_{0,5}$ et $IC_{0,9}$. On vérifie en modifiant l'ouverture du diaphragme que, pour des valeurs très légèrement différentes (supérieures ou inférieures) de N_{eq} , un seul des deux modes est présent. Ces deux observations confirment le comportement modal des cavités instables décrit par Siegman à l'aide du diagramme de variation des pertes en fonction de N_{eq} (Fig. III.4). Des structures comportant plus de deux modes sont également rencontrées. Sur la figure III.14(a) on peut dénombrer trois modes, $IC_{0,1}$, $IC_{0,5}$, $IC_{0,9}$ alors que sur la figure III.14(b) on peut supposer la présence d'au moins trois modes. Comme pour les structures bimodes de la cavité stable (section II.3.2.), on remarque que le recouvrement des distributions d'intensité des modes est très faible.

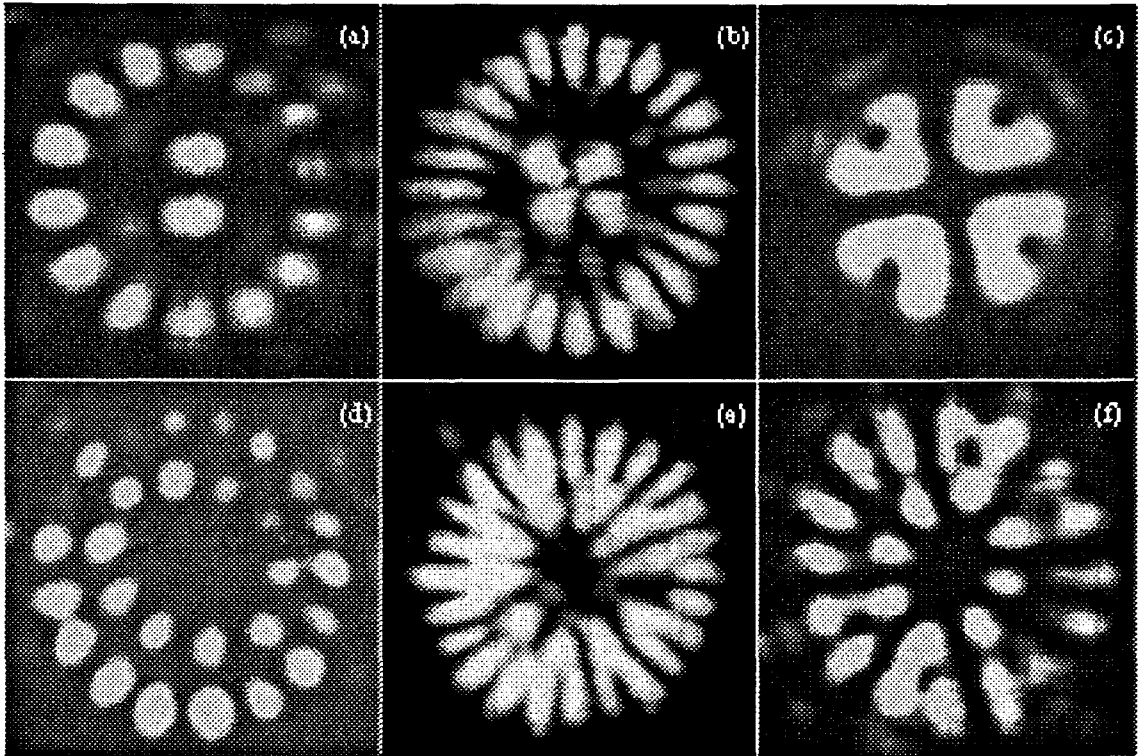


Figure III.13. Structures bimodes de la cavité II. (a) IC_1+IC_7 , $M=1.07$, $Neq_{a1}=20.3$, $OA_3=-185$ mm; (b) IC_2+IC_{12} , $M=1.04$, $Neq_{a3}=13.9$, $OA_3=-157$ mm; (c) IC_2+IC_4 , $M=1.08$, $Neq_{a1}=6.7$, $OA_3=-193$ mm; (d) IC_5+IC_9 , $M=1.06$, $Neq_{a2}=12$, $OA_3=-196$ mm; (e) IC_5+IC_{12} , $M=1.04$, $Neq_{a1}=33.3$, $OA_3=-157$ mm et (f) IC_4+IC_8 , $M=1.06$, $Neq_{a1}=24.3$, $OA_3=-175$ mm.

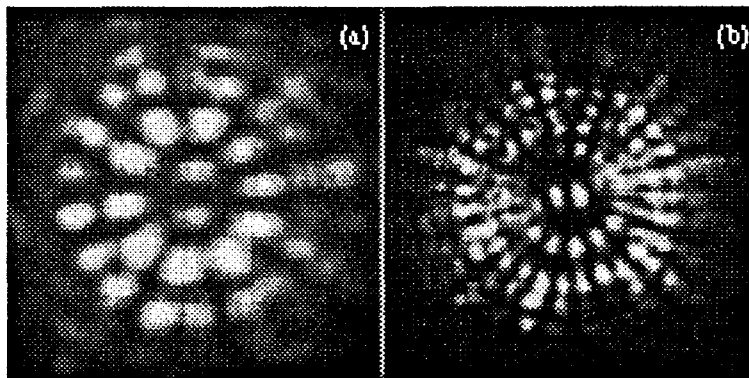


Figure III.14. Structures de la cavité II avec au moins trois modes. (a) $IC_1+IC_5+IC_9$, $M=1.07$, $Neq_{a1}=20.3$, $OA_3=-185$ mm et (b) $M=1.03$, $Neq_{a3}=40.8$, $OA_3=-143$ mm.

Des structures stationnaires d'ordre élevé sont aussi observées dans la cavité II. La figure III.15(a-c) présente trois modes ($IC_{5,2}$, $IC_{2,4}$ et $IC_{6,9}$) composés de plusieurs anneaux de maxima. Comme les modes d'ordre faible, ils sont encore très semblables aux modes théoriques de Laguerre comme on peut le voir sur la figure III.15(d-f) où des modes de Laguerre de mêmes indices p et ℓ que ceux des modes $IC_{p,\ell}$ ont été représentés. En effet, on peut constater que les maxima situés sur le premier anneau de

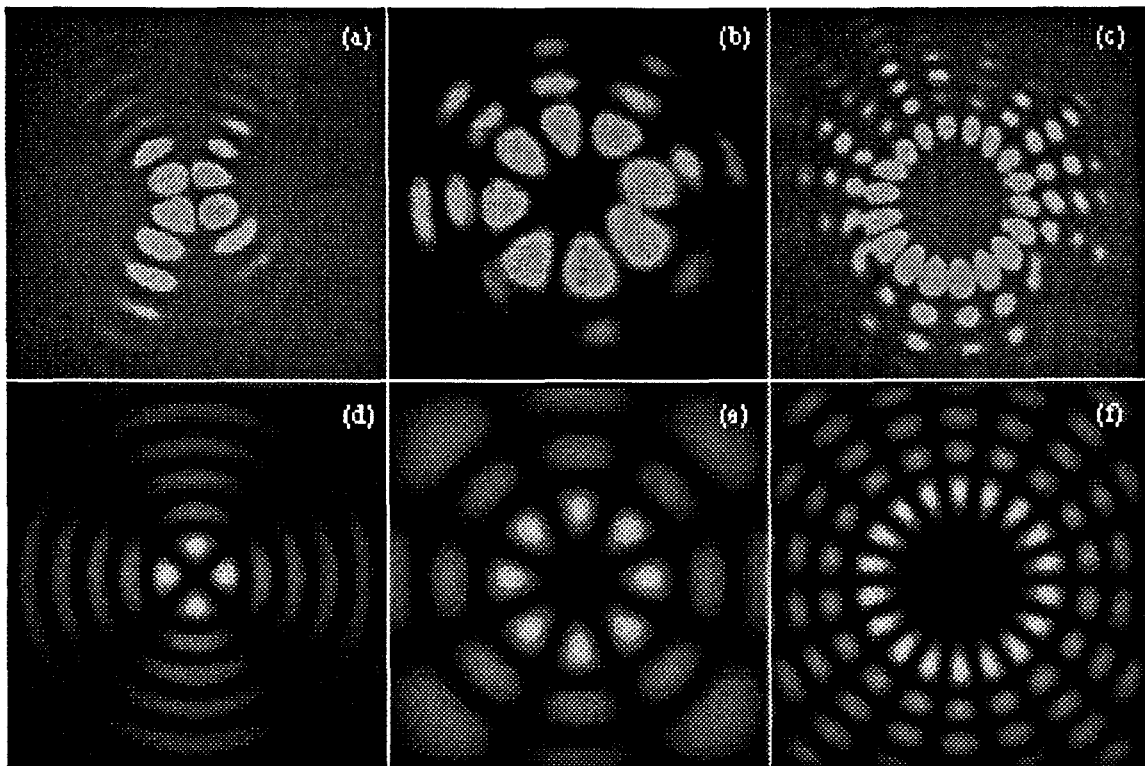


Figure III.15. (a-c) Modes propres $IC_{p,\ell}$ et (d-f) modes de Laguerre semblables. (a) IC_2 , $M=1.06$, $Neq_{a1}=16.7$, $OA_3=-195$ mm, $OA_4=-374$ mm; (b) IC_4 , $M=1.08$, $Neq_{a1}=12.8$, $OA_3=-192$ mm, $OA_4=-385$ mm et (c) IC_9 , $M=1.06$, $Neq_{a2}=12$, $OA_3=-196$ mm, $OA_4=-370$ mm.

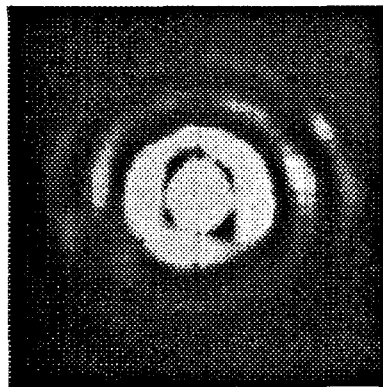


Figure III.16. Structures observées dans la cavité instable II. $M=1.06$, $Neq_{a1}=24.35$, $OA_3=-175$ mm, $OA_4=-473$ mm.

chaque mode $IC_{p,\ell}$ restent très similaires à ceux des modes $A_{p,\ell}$ (Fig. III.12(a-c)). La figure III.16 présente un mode composé d'anneaux sans variation angulaire de l'intensité, semblable à un mode $A_{3,0}$. Dans la section III.4.4 nous développerons une comparaison entre ces deux types de modes.

Les modes propres obtenus dans une cavité instable à ouvertures circulaires confirment donc l'expression de la fonction propre U_n telle qu'elle apparaît dans la relation (III.2).

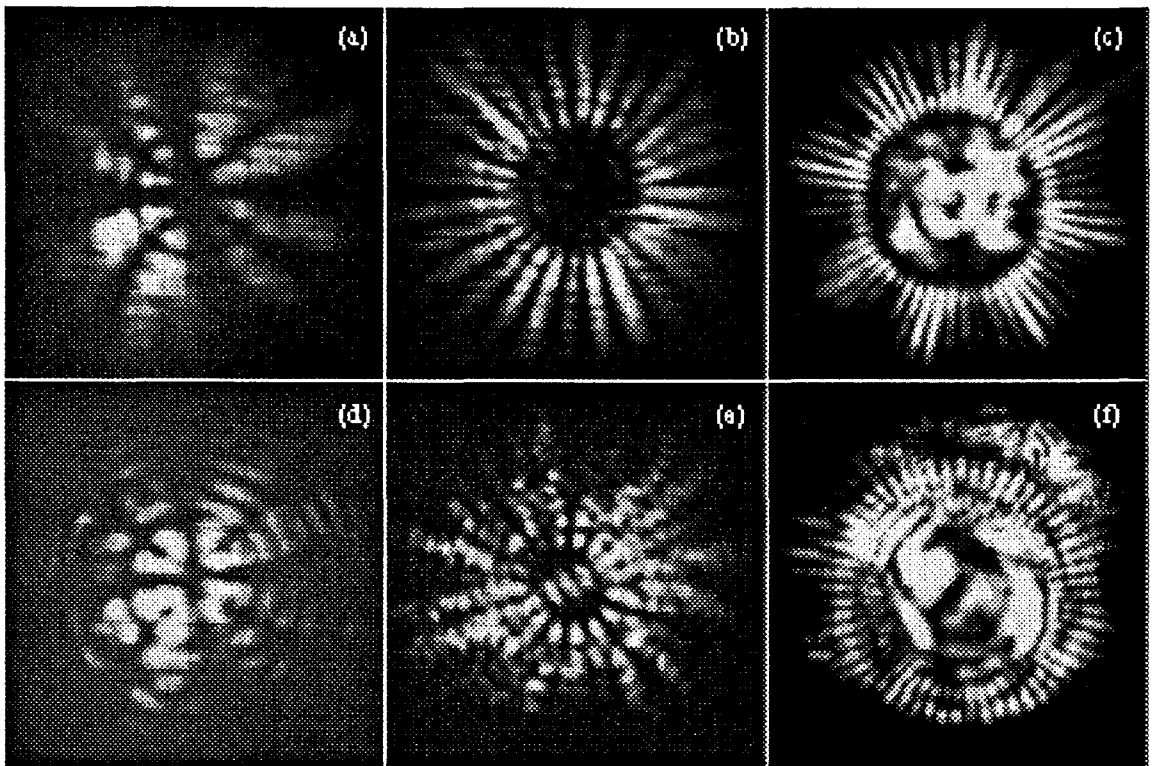


Figure III.17. Comparaison entre les structures observées en champ proche (d-f) et en champ lointain (a-c). (a,d) $M=1.07$, $Neq_{a1}=20.3$, $OA_3=-185$ mm, $OA_4=-414$ mm; (b,e) $M=1.03$, $Neq_{a3}=40.8$, $OA_3=-143$ mm, $OA_4=-1226$ mm et (c,f) $M=1.04$, $Neq_{a1}=33.3$, $OA_3=-157$ mm, $OA_4=-686$ mm

Nous allons maintenant décrire les structures fortement multimodes observées dans la région (3) de la figure III.11.

III.4.2. STRUCTURES FORTEMENT MULTIMODES.

Comme nous allons le constater dans cette section, lorsque les structures sont composées d'un grand nombre de maxima il est plus aisé de les observer en champ lointain pour les analyser. Ici la longueur de Rayleigh Z_R vaut quelques mètres et il faut utiliser une lentille pour faire diverger le faisceau et visualiser le champ lointain du faisceau cylindrique issu du laser, loin du plan focal image.

Comme nous l'avons vu au début de la section III.4. les structures observées en champ proche dans la région (3) sont en général semblables à celle de la figure III.10 et sont très difficiles à analyser. Cependant, l'observation en champ lointain de ces structures facilite leur identification. Par exemple, la figure III.17 montre la différence entre des structures obtenues en champ proche (Fig. 17(d-f)) et en champ lointain (Fig. III.17(a-c)). On constate par exemple sur les figures III.17(b,e) que la structure observée à proximité du plan focal de la lentille (Fig. III.17(b)) possède une distribution de

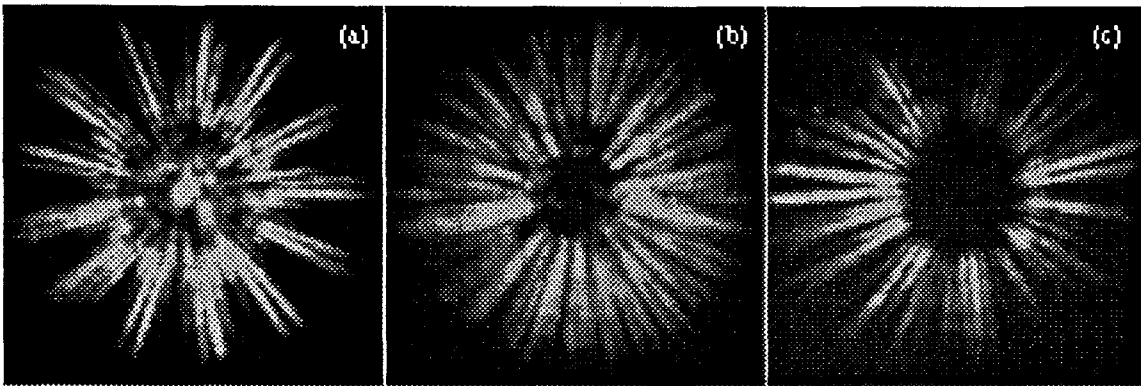


Figure III.18. Structures typiques observées en champ lointain. $M=1.04$, $Ne_{q_{a1}}=33.3$,
 $OA_3=-185$ mm, $OA_4=-414$ mm

maxima plus facilement identifiable que celle obtenue directement à la sortie du laser (Fig. III.17(e)). Ainsi, les structures typiques observées en champ lointain sont généralement semblables à celles de la figure III.18. Elles sont composées de maxima arrangés suivant des rayons concentriques contenus dans un anneau. Les structures observées dans le plan focal de la lentille correspondent à un anneau très fin localisé sur l'extérieur de la section.

Comme dans la configuration quasi-dégénérée stable (section II.3.2.), la turbulence n'est pas observée ici. En effet, les spectres des structures fortement multimodes ont une largeur totale inférieure à 10 MHz et aucun fond continu n'apparaît. Le nombre de composantes reste en général inférieur à une vingtaine. De plus, l'utilisation d'un détecteur HgCdTe n'indique la présence d'aucun point d'intensité quasi-nulle qui pourrait laisser supposer la présence de singularités de phase dans les structures.

III.4.3. TRANSITION STABLE-INSTABLE.

La figure III.19 présente l'évolution des structures lors de la transition du domaine instable au domaine stable. Elle est obtenue en diminuant L à partir d'un point situé dans la région (3) de la figure III.11 et en se déplaçant parallèlement à l'axe des abscisses dans l'espace des paramètres. Dans le domaine instable, on observe en champ lointain une lente distorsion de la structure de la figure III.19(a) à mesure qu'on se rapproche de la frontière de stabilité. En effet, la figure III.19(c) comporte des maxima qui s'arrangent sous forme de courbes qui ne forment plus des rayons concentriques. En diminuant encore L , la structure observée (Fig. III.19(d)) devient très complexe même lorsqu'elle est observée en champ lointain. Enfin, à la transition entre les deux zones de stabilité semblent coexister des structures appartenant aux deux domaines stables et instables. La figure III.19(e) montre ainsi une structure dont la partie centrale présente des analogies

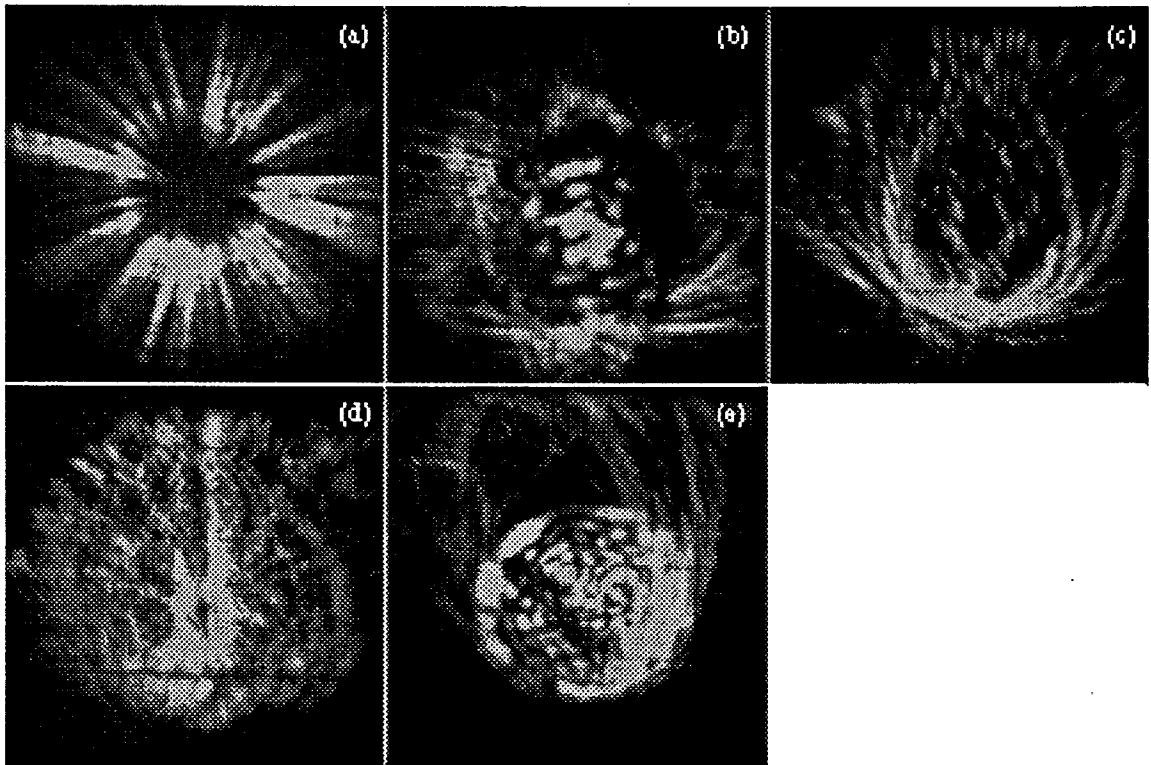


Figure III.19. Evolution des structures lors du passage du domaine instable au domaine stable. (a) $M=1.04$, $Neq_{a1}=33.3$, $OA_3=-157$ mm, $OA_4=-686$ mm; (b) $M=1.02$, $Neq_{a3}=7.5$, $OA_3=-108$ mm, $OA_4=725$ mm; (c) $M=1.02$, $Neq_{a3}=22$, $OA_3=-109$ mm, $OA_4=-725$ mm; (d) $M=1.004$, $Neq_{a3}=4.13$, $OA_3=-32$ mm, $OA_4=43$ mm et (e) $N_f=19.7$, $\Delta\nu_T=-0.9$ MHz.

avec celles des cavités stables. Elle est entourée d'une distribution de maxima typique des cavités instables.

III.4.4 ANALYSE ET DISCUSSION.

Comme nous l'avons vu sur la figure III.12, les structures stationnaires sont très semblables à celles de Laguerre. Cependant, lorsque les modes $IC_{p,\ell}$ sont composés de plusieurs anneaux de maxima, on remarque quelques différences avec ceux de Laguerre: (i) les anneaux semblent plus resserrés et (ii) l'intensité radiale des maxima décroît différemment (Fig. III.15). Pour vérifier ces observations nous allons comparer les profils transverses des deux types de structures. Les profils présentés pour les cavités instables sont enregistrés directement à l'aide d'un détecteur HgCdTe sans passer par le système d'imagerie, afin d'éviter le problème de la saturation du système de visualisation comme on peut le constater sur les images de la figure III.15. La figure III.20 montre ainsi le profil d'un mode $IC_{6,\ell}$ et celui du mode théorique $A_{6,6}$ pris suivant un axe radial de maxima. L'évolution de l'intensité des maxima avec la coordonnée radiale pour un mode

$A_{p,\ell}$ diminue d'abord très rapidement puis tend ensuite vers une valeur pratiquement constante, sauf pour le dernier maxima. Au contraire, l'intensité des maxima d'un mode $IC_{p,\ell}$ décroît jusqu'à une valeur nulle. La fonction $U_p(r)$ dans l'expression (III.2) ne contient donc pas un polynôme de Laguerre.

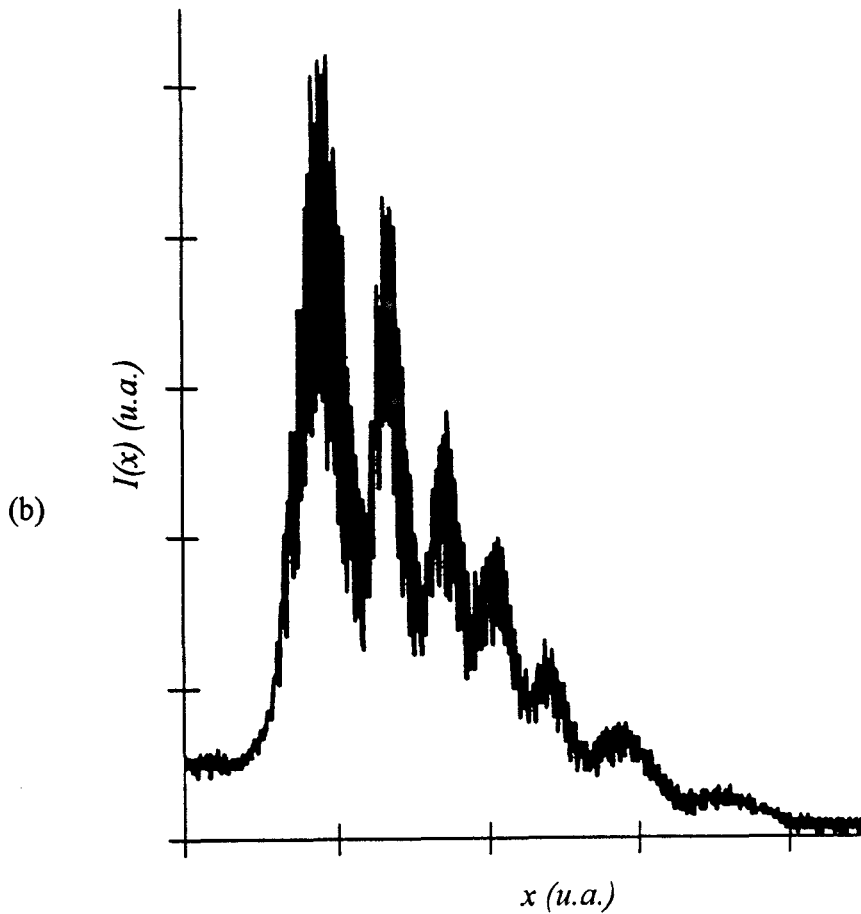
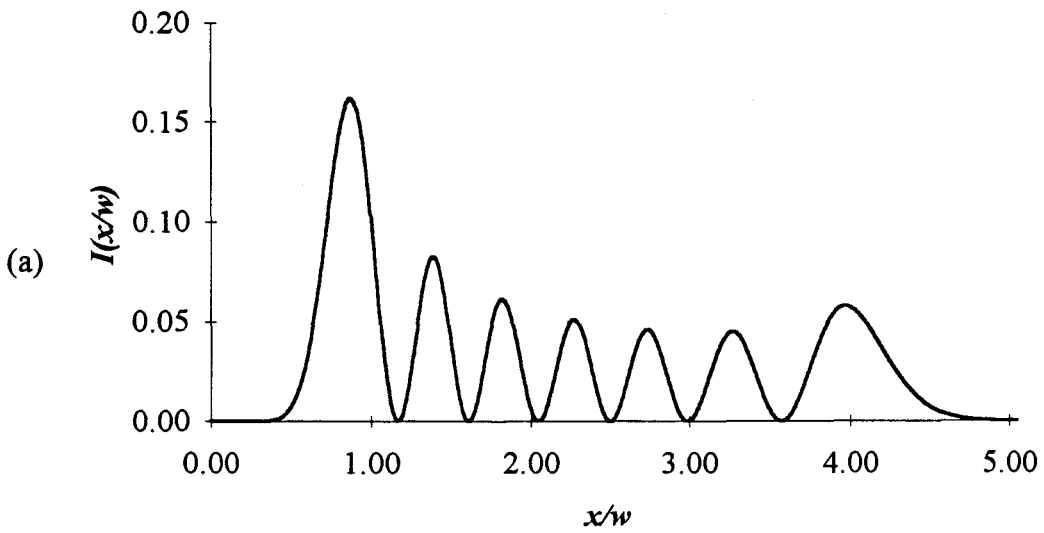


Figure III.20. Profils d'un mode (a) $IC_{6,\ell}$ et (b) $A_{6,6}$.

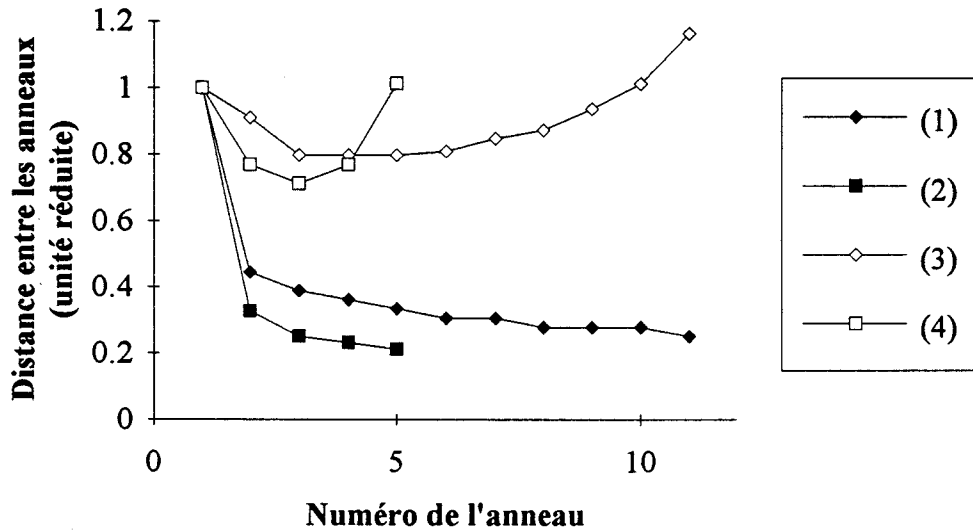


Figure III.21. Variation de la distance entre les anneaux des modes $IC_{11,3}$ et $IC_{4,4}$ de la figure (1) III.22(a) et (2) III.22(b) et les anneaux des modes de Laguerre de mêmes indices p, ℓ (3) $A_{11,3}$ et (4) $A_{4,4}$.

Nous avons ensuite comparé les variations de la distance entre les anneaux de maxima transverses en fonction de l'indice radial des modes $IC_{p,\ell}$ et des modes de Laguerre de mêmes indices p et ℓ . La figure III.21 montre cette évolution pour les modes $IC_{11,3}$ et $IC_{4,4}$ de la figure III.22(a,b), et pour les modes de Laguerre. Afin de posséder une référence commune pour les modes $IC_{p,\ell}$ et $A_{p,\ell}$ nous avons effectué une normalisation par rapport à la distance entre le premier maximum et le centre du mode. On constate que la distance entre les maxima varie de façon monotone pour les modes $IC_{p,\ell}$, ce qui n'est pas le cas pour les modes de Laguerre. De plus, la distance reste toujours inférieure à 1 pour les $IC_{p,\ell}$ alors qu'elle tend vers des valeurs supérieures à 1 pour les modes $A_{p,\ell}$. La distance entre les anneaux est donc nettement plus faible pour les modes $IC_{p,\ell}$ que pour les $A_{p,\ell}$. Les modes $IC_{p,\ell}$ possèdent donc une distribution

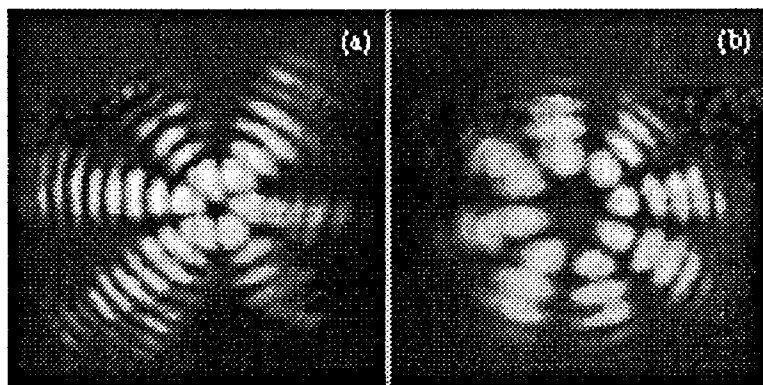


Figure III.22. Structures expérimentales utilisées pour la mesure de la distance entre les anneaux. (a) $M=1.08$, $Neq_{a1}=38.7$, $OA_3=-148$ mm, $OA_4=-948$ mm et (b) $M=1.05$, $Neq_{a1}=58.6$, $OA_3=-122$ mm, $OA_4=2474$ mm

d'intensité radiale différente de celle des modes de Laguerre.

La décroissance radiale monotone très prononcée de la distance entre les maxima successifs est une caractéristique que l'on retrouve dans les figures d'interférences où les sources sont situées sur un axe perpendiculaire au plan d'observation. Or, comme nous l'avons vu dans la section III.2.2.1., les solutions propres d'une cavité instable à deux éléments sont deux ondes sphériques croissante et décroissante de même fréquence issues de deux centres émetteurs. Si ces deux ondes sont émises à la même fréquence, alors un phénomène d'interférence peut être visible. Néanmoins, celui-ci nécessite la présence de l'onde décroissante ne peut être observée dans les résonateurs utilisant des miroirs totalement réfléchissants, puisque la partie du faisceau qui est extraite de la cavité est constituée de l'onde croissante passant au delà des miroirs. Cependant, si l'onde décroissante contribue au rayonnement laser au même titre que l'onde croissante, l'observation d'interférences peut devenir possible. Examinons la figure d'interférences

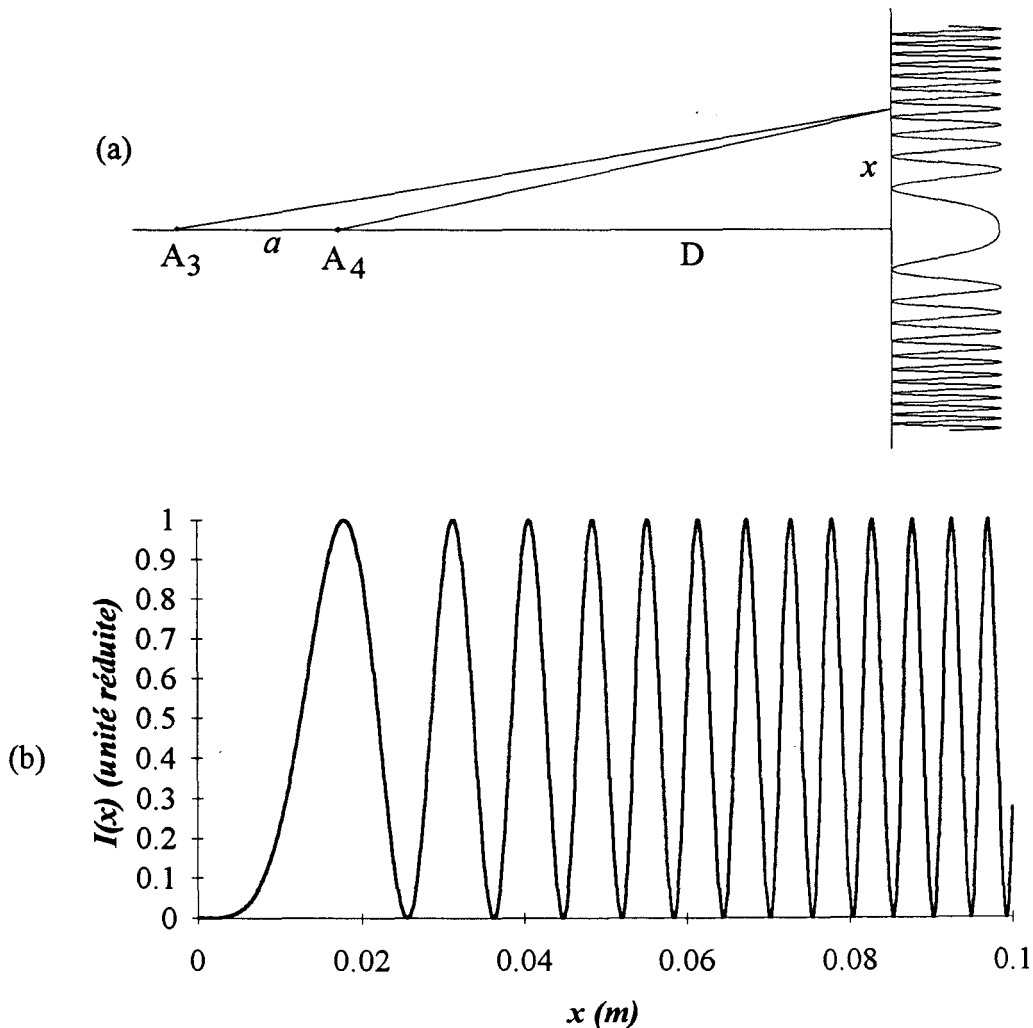


Figure III.23. Dispositif d'interférences. a : distance entre les centres A_3, A_4 ; D : distance entre A_2 et le plan d'observation et x position du point d'observation. (a) $a=k\lambda$ et (b) $a=251\lambda/2$, $\lambda=10.6 \mu\text{m}$, $D=0.2 \text{ m}$.

produite par deux centres $A_3^{(C)}$ et $A_4^{(D)}$ de même fréquence, distants de a , placés sur un axe z . La figure d'interférences est calculée dans un plan perpendiculaire à cet axe situé à la distance D de ces centres (Fig. III.23(a)). L'intensité en fonction de la distance à l'axe x s'obtient facilement par un simple calcul géométrique:

$$I(x) = I_0 \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{a+D}{\sin \left[\arctan \left(\frac{a+D}{x} \right) \right]} - \frac{D}{\sin \left[\arctan \left(\frac{D}{x} \right) \right]} \right) \right] \quad (\text{III.11})$$

La figure d'interférences déduite de (III.11) a l'allure présentée sur la figure III.23(b). L'intensité en $x=0$, dépend uniquement de la distance a entre les sources et est donnée ici pour $a=(2k+1)\lambda/2$ (III.23(b)). Les lobes des maxima sont de plus en plus fins et resserrés à mesure que l'on s'éloigne du centre. L'évolution de la distance entre deux franges successives en fonction de l'ordre d'interférence montre une décroissance tout à fait similaire à celle observée pour les modes $IC_{p,\ell}$ (Fig. III.24). Expérimentalement, la distance entre les deux centres $A_3^{(C)}$ et $A_4^{(D)}$ peut être modifiée en changeant la longueur de cavité et contrôlée à l'aide de la figure III.9(a). Elle entraîne une variation de l'espacement entre les franges que nous nous sommes attachés à mesurer sur des structures expérimentales. Nous observons alors un resserrement de la distance entre les anneaux des modes $IC_{p,\ell}$ au fur et à mesure que les centres $A_3^{(C)}$ et $A_4^{(D)}$ s'éloignent l'un de l'autre (Fig. III.25).

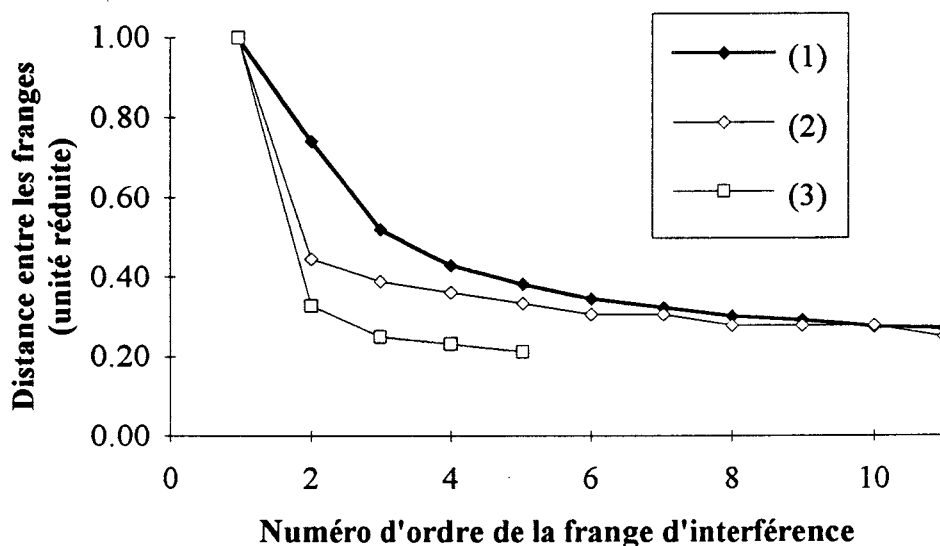


Figure III.24. (1) Variation de la distance entre les franges d'interférences obtenues avec le dispositif de la figure III.23 et des anneaux des modes $IC_{11,3}$ et $IC_{4,4}$ de la figure (2) III.22(a) et (3) III.22(b).

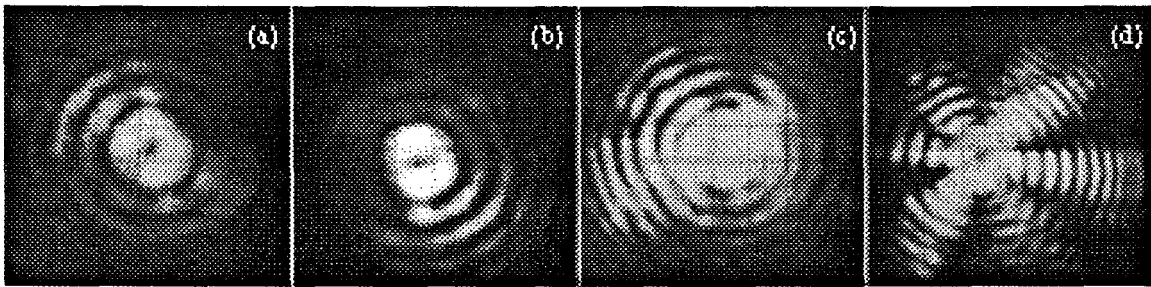


Figure III.25. Resserrement des anneaux en fonction de l'éloignement des deux centres des ondes sphériques. (a) $A_4A_3=330$ mm, (b) $A_4A_3=360$ mm, (c) $A_4A_3=478$ mm et (d) $A_4A_3=800$ mm.

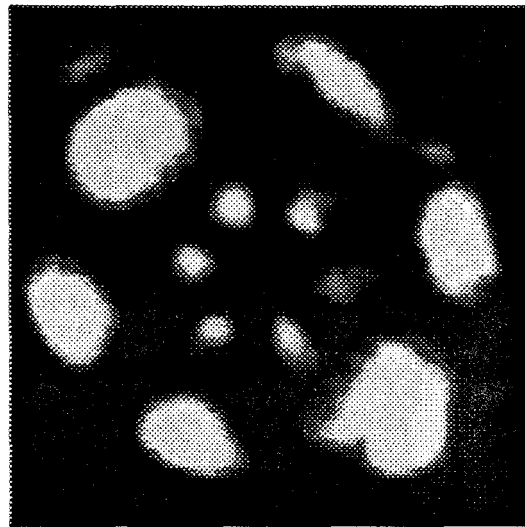


Figure III.26. Structure bimode en cavité instable II. $M=1.075$, $Neq_{a_2}=7.8$, $OA_3=-192$ mm, $OA_4=-381$ mm.

Une autre observation tendrait à conforter l'existence de l'onde décroissante. Pour certaines positions des centres $A_3^{(C)}$ et $A_4^{(D)}$ et de l'ouverture des diaphragmes, nous obtenons des structures composées de deux modes $IC_{p,\ell}$ de mêmes indices p et ℓ mais de tailles complètement différentes. La figure III.26 montre une telle structure qui comporte deux modes $IC_{0,3}$ de tailles très différentes qui ne peut être observée en cavité stable où deux modes de mêmes indices ont la même extension. On constate alors que si on diminue le diamètre du diaphragme a_3 , on fait uniquement disparaître le mode externe alors que la réduction de l'ouverture du diaphragme a_2 fait disparaître le mode interne sans affecter l'autre. Ceci pourrait s'expliquer par la présence simultanée des deux ondes sphériques de la cavité instable. Considérons la figure III.27 où l'onde croissante est émise vers l'extérieur à partir de $A_3^{(C)}$ et l'onde décroissante à partir de $A_4^{(D)}$. Pour des ouvertures de diaphragmes telles que celles représentées sur la figure III.27, le diaphragme a_2 limiterait l'onde décroissante sans arrêter l'onde croissante. De même, a_3 limiterait l'onde croissante composant le mode externe sans influencer notablement le

mode central associé à l'onde décroissante. Ainsi, les deux modes seraient créés chacun par une onde dont l'angle de divergence à la sortie de la cavité par rapport à l'axe optique est différent. On remarque sur le schéma de la figure III.27 l'importance des diaphragmes ainsi que de leur emplacement dans la cavité pour la formation des modes. Cette observation peut expliquer la structure de la figure III.26 et semble mettre en évidence la présence de l'onde décroissante visible ici grâce à l'utilisation d'un miroir de sortie semi-transparent.

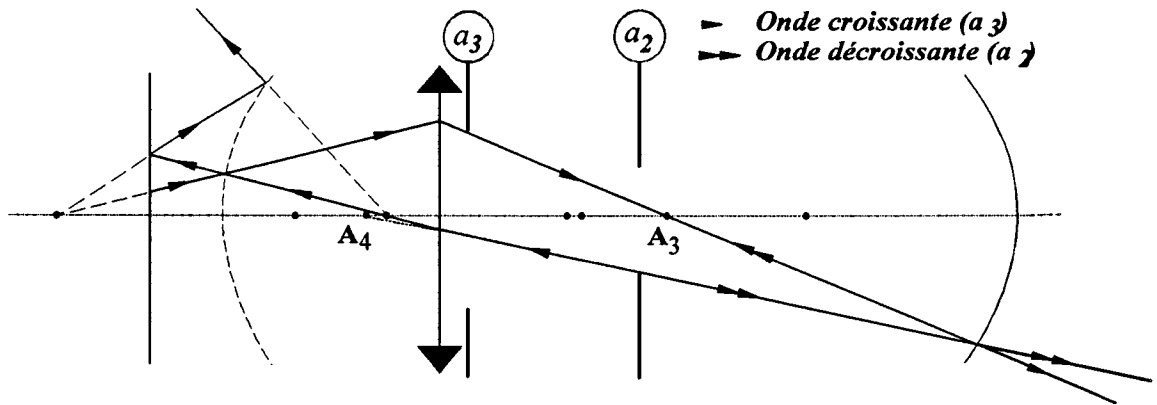


Figure III.27. Interception des deux ondes sphériques par deux ouvertures différentes a_2 et a_3

Pour compléter cette étude sur les cavités instables, nous nous sommes intéressés à une cavité quasi-confocale instable.

III.5. STRUCTURES DE LA CAVITE QUASI-CONFOCALE.

Il est intéressant de comparer les structures observées précédemment à celles provenant d'une cavité instable standard composée de deux miroirs et possédant un facteur de grandissement transverse M négatif. Les rayons de courbure des deux miroirs sont très légèrement différents donnant de ce fait une région instable pour $R_1 < L < R_2$. Les structures que nous présentons ici sont destinées à permettre d'effectuer une comparaison avec celles obtenues précédemment dans la cavité instable II. Leur description sera uniquement qualitative puisque ces résultats correspondent à une première exploration et nécessitent une analyse plus développée.

Quelles que soient les conditions expérimentales (alignements différents, zones différentes de l'espace des paramètres (M, N_{eq})), les structures observées à la sortie de la cavité présentent un dédoublement et possèdent la symétrie centrale. Comme on peut le voir sur la figure III.28, les structures sont toutes dédoublées et composées de deux

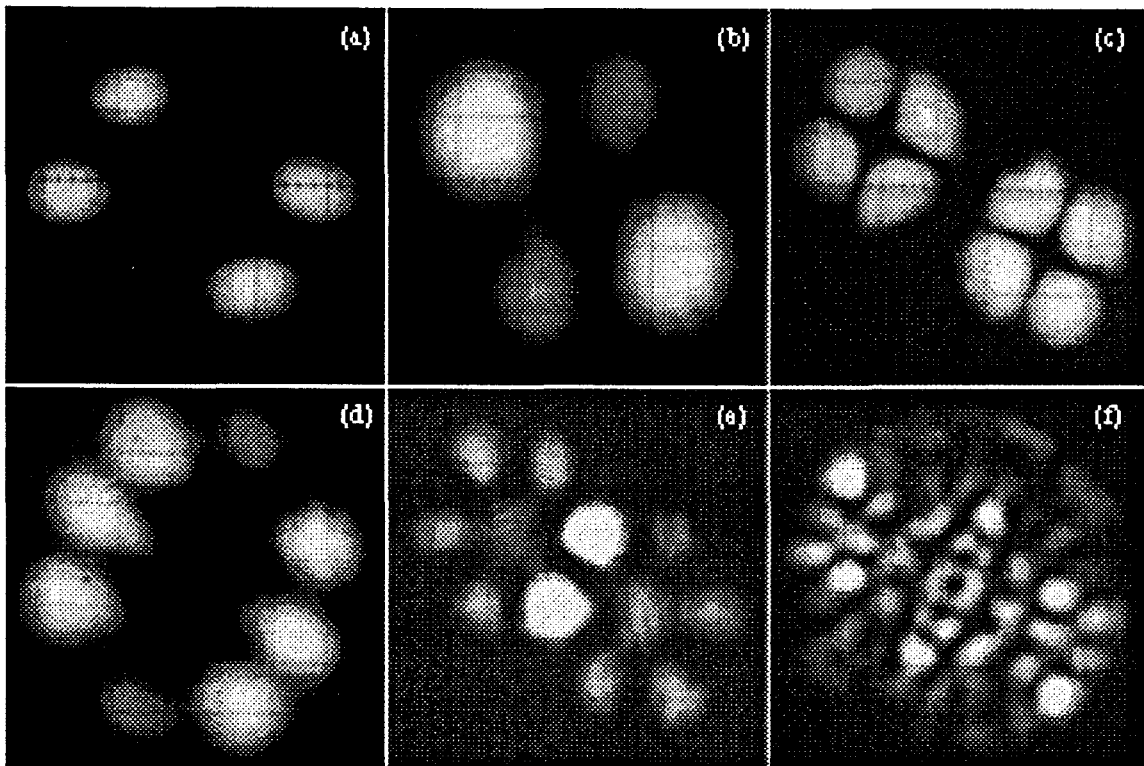


Figure III.28. Structures dédoublées obtenues dans la cavité III. $M=-1.03$, $OA_1=111$ mm, $OA_2=-1115$ mm, (a,b) $Neq_{a1}=12.4$, (c) $Neq_{a1}=28$, (d) $Neq_{a1}=31.8$, (e) $Neq_{a1}=54.8$ et (f) $Neq_{a1}=71.6$

sous-structures rigoureusement symétriques par rapport à un axe incliné d'environ 60° . Si on considère que les structures sont formées de deux motifs identiques, on peut alors supposer qu'elles sont la composition de deux modes $IC_{p,\ell}$. Par exemple, la structure III.28(c) peut être vue comme la combinaison de deux modes $IC_{0,2}$ et III.28(e) de deux modes $IC_{0,3}$ (ce dernier présente un maximum central résultant de l'observation en champ lointain). Il semble donc que l'on retrouve ici les modes $IC_{p,\ell}$ déjà observés dans la cavité II. Ces modes semblent donc correspondre effectivement aux solutions propres des cavités instables possédant des ouvertures circulaires. Lorsque le nombre de modes augmente la structure devient très difficile à analyser (Fig. III.28(f)) mais conserve toujours une symétrie par rapport à un axe passant par le centre de la section transverse. L'origine de la propriété de double structuration n'est pas identifiée mais semble caractéristique. En effet, en nous écartant de cette configuration quasi-confocale avec une cavité composée de deux miroirs de rayons de courbure $R_1=18$ cm, $R_2=25$ cm et dont la longueur L est légèrement inférieure à R_2 ($M<-1$), nous pouvons constater que les structures possèdent encore cette propriété de dédoublement. De plus, l'introduction de pertes localisées dans les cavités fait toujours disparaître la totalité de la structure.

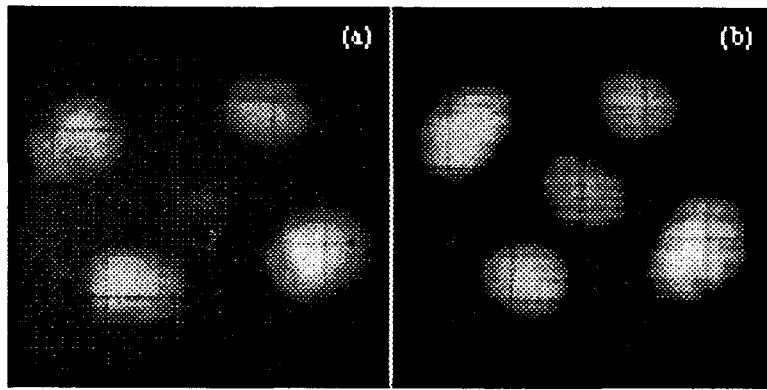


Figure III.29. Comparaison entre (a) le champ proche et (b) le champ lointain.
 $M=-1.03$, $OA_1=111$ mm, $OA_2=-1115$ mm et $Neq_{a1}=15$

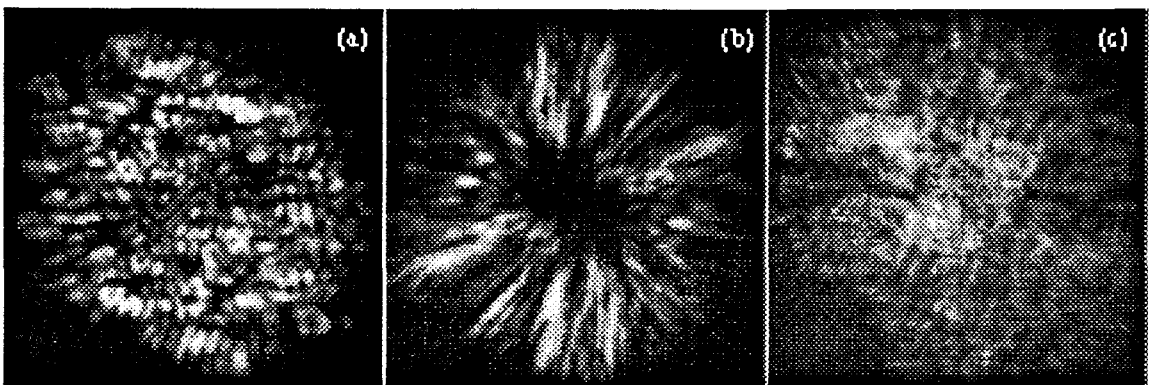


Figure III.30. (a-c) Structures fortement multimodes observées en champ lointain. $M=-1.03$, $OA_1=111$ mm, $OA_2=-1115$ mm, (a,c) $Neq_{a1}=72$ et (b) $Neq_{a1}=12.4$

Pour les structures faiblement multimodes il existe une différence entre le champ proche et le champ lointain. Celle-ci se résume en champ lointain (obtenu au voisinage du plan focal d'une lentille, Fig. III.29(b)) à la structure en champ proche (observée à la sortie de la cavité, Fig. III.29(a)) additionnée d'un pic central comme en présence d'un phénomène de diffraction. Lorsque Neq est très important et que $|M|$ est très proche de 1 comme dans zone (3) du diagramme III.11, les structures deviennent très complexes. Celles-ci présentent un très grand nombre de maxima et leur analyse est très difficile (Fig. III.30). Cependant, comme dans la cavité II instable, la turbulence n'est pas mise en évidence. En effet, les spectres radiofréquence des structures de la figure III.30 présentent comme pour les structures stables des paquets de composantes régulièrement espacés (Fig. III.31).

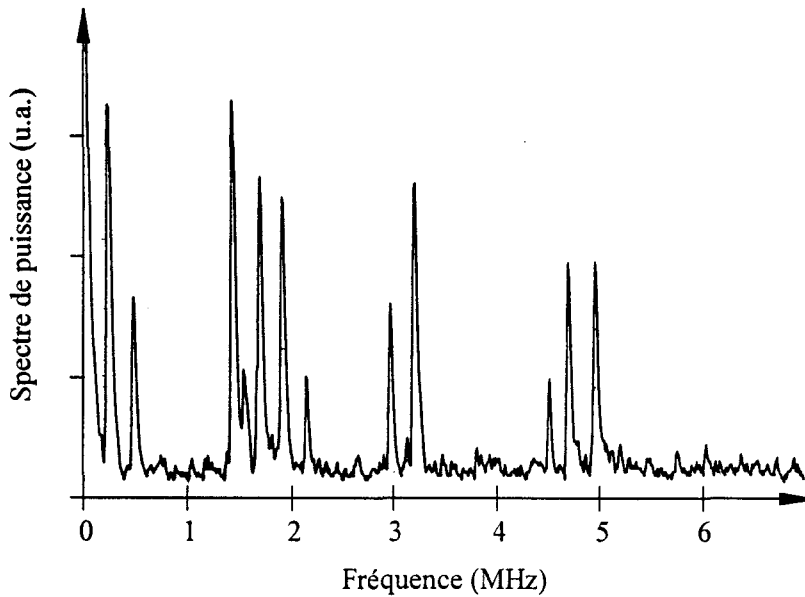


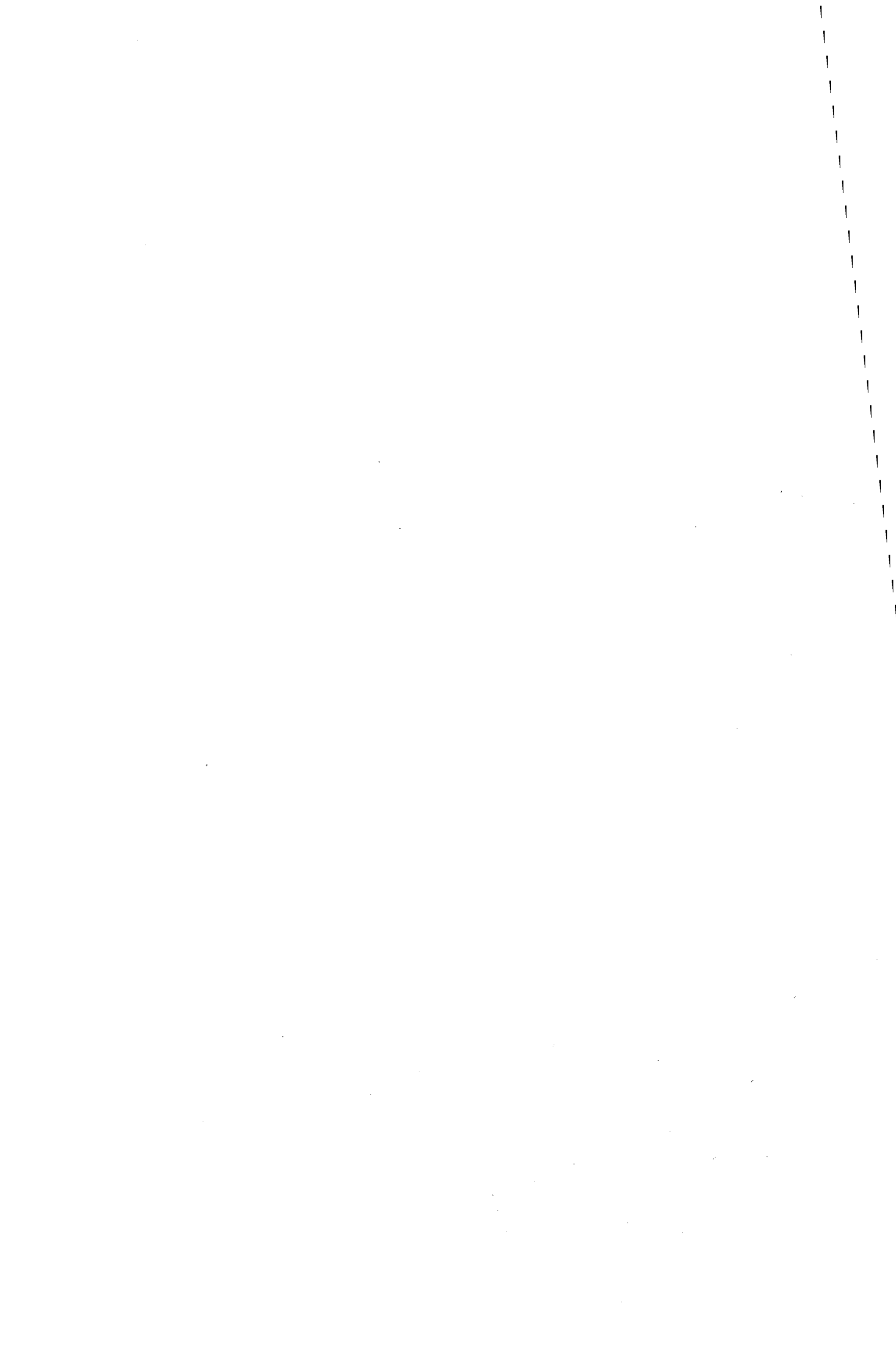
Figure III.31. Spectre radiofréquence de la structure III.30(a).

III.6. CONCLUSION.

Les structures observées dans les deux résonateurs instables en présence de conditions aux bords transverses cylindriques, semblent posséder les mêmes modes $IC_{p,\ell}$ mais des propriétés de symétrie différentes. La distribution de ces modes présente $p+1$ anneaux de 2ℓ maxima comme les modes $A_{p,\ell}$ de Laguerre. Cependant, nous avons montré que leur variation radiale d'intensité était différente. Nous avons alors avancé l'hypothèse de la présence de l'onde décroissante dans les structures de la cavité II pour tenter d'expliquer cette variation radiale. Nos observations confortent le choix d'une expression de la forme $U_p(r) \exp(\pm i \ell \theta)$ pour calculer les solutions propres à partir de l'équation intégrale de Huygens. Nous avons aussi montré l'importance de la position des diaphragmes, par rapport à la position des centres d'émission des ondes. Enfin, comme pour les cavités stables la turbulence n'est pas non plus observée ici dans des configurations fortement multimodes instables.

Notre étude est en parfait accord avec la théorie des propriétés des résonateurs instables principalement développée par Siegman et Anan'ev [Siegman 1967, 1974, Anan'ev 1972]. Les observations faites dans nos cavités apportent une bonne base à la compréhension des structures des cavités instables.

CONCLUSION



Le but de ce travail était d'étudier la formation et l'évolution des structures en fonction du nombre de degré de liberté du système, de comparer nos résultats avec ceux des théories existantes ainsi que de rechercher une transition vers la turbulence optique. Pour cela, nous avons construit trois lasers capables de fonctionner en régime fortement multimode. Nous avons montré que, même dans les lasers à large section transverse, les structures sont souvent composées d'un petit nombre de modes. En présence d'une symétrie rectangulaire, ceux-ci s'organisent sous forme de réseaux et plus généralement, nous avons constaté qu'ils appartiennent à une seule famille transverse. L'agencement spatial résulte d'une minimisation de l'énergie d'interaction qui conduit à des règles de sélection modale. Nous observons ici un phénomène de "hole burning" spatial transverse semblable à celui qui intervient dans les lasers multimodes longitudinaux. L'approche modale adoptée ici semble rester la plus adaptée car elle permet d'interpréter les structures dans la limite de situations moyennement multimodes. Nous avons pu remarquer que la symétrie intrinsèque du système (astigmatisme, aberration du résonateur,...) joue un rôle dominant en contraste avec la symétrie aux bords qui n'a que des effets limités. Les comportements décrits ci-dessus sont indépendants de la symétrie intrinsèque du système et sont caractéristiques des lasers CO₂.

Afin d'étendre notre étude de la morphogénèse dans les lasers CO₂, nous avons exploré les structures issues de cavités géométriquement instables. Nous avons ainsi pu montrer qu'une analogie existe entre les structures stationnaires observées dans ces résonateurs et les modes propres des cavités stables. Ceci laisse supposer qu'une approche modale est aussi envisageable pour analyser les structures obtenues, à condition de connaître précisément les distributions d'intensité de ces modes. Ce travail offre donc une bonne base pour la recherche théorique et numérique des solutions propres de tels systèmes en présence d'une symétrie cylindrique. Des contacts avec l'équipe du Professeur Siegman sont en cours pour simuler l'équation intégrale de Huygens. Nos résultats sont en parfait accord avec les études développées jusqu'à présent. La mise en évidence de l'onde décroissante, qui ne peut être observée dans les lasers utilisés habituellement, doit cependant être confirmée.

Enfin, malgré toutes les tentatives effectuées aussi bien dans des configurations stables qu'instables pour rechercher l'apparition de la turbulence, celle-ci n'a pas été mise en évidence. En outre, l'absence de zéros d'intensité dans la distribution transverse semble indiquer que des vortex ne sont pas présents dans les structures. L'utilisation de milieux où les non-linéarités sont plus faibles pourrait permettre de favoriser l'oscillation d'un plus grand nombre de modes et donc de conduire à des conditions plus favorables à l'apparition de la turbulence. De même, une amélioration de nos dispositifs dans le but de compenser les astigmatismes permettrait de se placer dans une situation plus proche de celle étudiée théoriquement.

ANNEXES

ANNEXE I.A. ASTIGMATISME D'UNE CAVITE.

A. Astigmatisme dû à une lame inclinée.

En exprimant la propagation à l'intérieur d'une lame à l'aide de deux matrices [Hanna 1969], il est simple de calculer les rayons de courbure des fronts d'onde, les tailles des faisceaux, les positions des plans d'étranglement et les fréquences de résonance. Hanna [Hanna 1969] montre de plus que les matrices ne dépendent pas de la position de la lame sur l'axe optique de la cavité.

L'idée développée par Hanna est que la longueur L du résonateur est différente dans le plan d'incidence xoz et le plan perpendiculaire $yoiz$ (Fig. A1). En effet, si on considère une lame d'indice μ , d'épaisseur t et inclinée d'un angle θ par rapport au faisceau incident (Fig. A1), la longueur l' suivant l'axe du résonateur est différente des longueurs l_x et l_y apparaissant dans les matrices suivant les plans xoz et $yoiz$ [Hanna 1969]. La longueur effective de l'axe optique devient alors $L-L_1$ dans le plan xoz et $L-L_2$ dans le plan $yoiz$, où $L_2=l'-l_y$ et $L_1=l'-l_x$ sont définies par:

$$l' = t \sqrt{1 - \sin^2(\theta)} + \frac{t \sin^2(\theta)}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2(\theta)}} \quad (\text{I.A.1a})$$

$$l_y = \frac{t}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2(\theta)}} \quad (\text{I.A.1b})$$

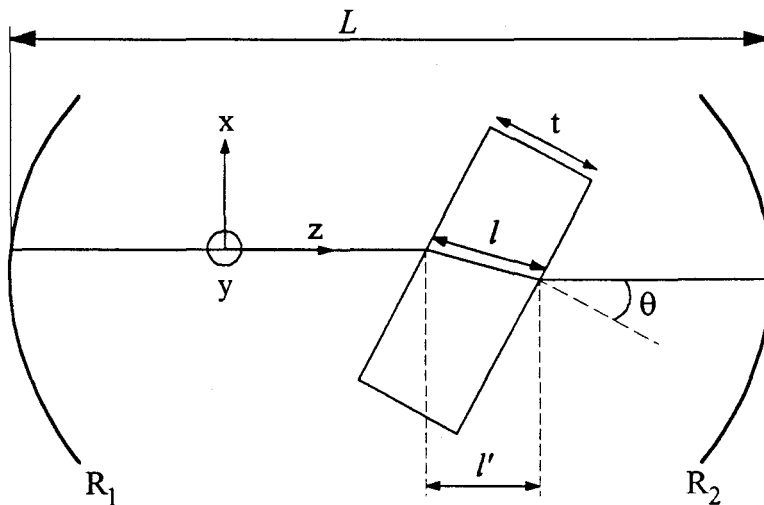


Figure A1. Lame intra-cavité inclinée d'un angle θ par rapport à l'axe z du résonateur.

$$l_x = \frac{t \mu^2 (1 - \sin^2(\theta))}{(\mu^2 - \sin^2(\theta))^{3/2}} \quad (\text{I.A.1.c})$$

$$L_1 = L_2 + t \sin^2(\theta) \frac{\mu^2 - 1}{(\mu^2 - \sin^2(\theta))^{3/2}} \quad (\text{I.A.1.d})$$

$$L_2 = t \cos(\tan^{-1}(\mu)) \left(1 - \frac{1}{\mu^2}\right) \quad (\text{I.A.1.e})$$

Ceci signifie qu'il suffit de remplacer L par les longueurs effectives dans les plans xoz et yoZ , dans les formules usuelles de Kogelnik et Li [Kogelnik 1966], pour obtenir les différents paramètres du faisceau.

Pour l'angle particulier de Brewster $\theta = i_B$:

$$L_1 = L_2 \left(1 + \frac{1}{\sin^2(\tan^{-1}(\mu))}\right) \quad (\text{I.A.2.a})$$

$$L_2 = t \cos(\tan^{-1}(\mu)) \left(1 - \frac{1}{\mu^2}\right) \quad (\text{I.A.2.b})$$

Les quantités L_1 et L_2 vérifient bien $L_1 = L_2 = 0$ pour $\mu = 1$, i.e. quand le résonateur est vide.

Ce résultat peut être étendu aux résonateurs contenant plusieurs lames inclinées. Dans la situation où toutes les lames ont le même indice et forment le même angle avec l'axe du résonateur, le calcul revient à considérer une lame équivalente dont l'épaisseur est la somme des épaisseurs des lames parallèles contenues dans le résonateur.

La conséquence sur les conditions de stabilité est directe. Supposons un résonateur à deux miroirs R_1, R_2 ($R_2 > R_1$) de longueur L . En absence d'astigmatisme, les conditions de stabilité de ce résonateur s'écrivent ($0 < L < R_1$) et ($R_2 < L < R_1 + R_2$). En présence d'astigmatisme, ces conditions deviennent ($L_1 < L < R_1 + L_2$) et ($R_2 + L_1 < L < R_1 + R_2 + L_2$). Les intervalles de stabilité sont donc déplacés et réduits (puisque $L_1 > L_2$).

B. Astigmatisme dû à des miroirs désalignés.

Nous allons décrire ici brièvement le calcul de la longueur du nouvel axe optique définie par l'inclinaison d'un des miroirs.

Dans un résonateur parfaitement aligné, l'axe optique est défini par les centres des miroirs. Si on incline un miroir M_i d'un angle α_i par rapport à sa position alignée, l'axe du résonateur tourne d'un angle θ_i . Un simple calcul géométrique permet d'exprimer θ_i ainsi que les déplacements Δx_{ii} , Δx_{ij} de l'axe sur chaque miroir [Hauck 1980]:

$$\theta_i = \alpha_i \frac{1 - g_j}{1 - g_1 g_2} \quad (\text{I.A.3.a})$$

$$\Delta x_{ii} = \frac{\alpha_i g_j L}{1 - g_1 g_2} \quad (\text{I.A.3.b})$$

$$\Delta x_{ij} = \frac{\alpha_j L}{1 - g_1 g_2} \quad (\text{I.A.3.c})$$

où Δx_{ii} représente le déplacement de l'axe optique sur le miroir incliné et Δx_{ij} représente le déplacement de ce même axe sur le miroir non incliné.

Dans le cas où les deux miroirs ont une inclinaison α_1 et α_2 , l'axe fait un angle $\Delta\theta$ par rapport à l'axe de départ et se trouve déplacé des quantités Δx_1 et Δx_2 sur les miroirs. Il vient alors (Fig. A2):

$$\Delta x_1 = \frac{g_2}{1 - g_1 g_2} L \alpha_1 + \frac{1}{1 - g_1 g_2} L \alpha_2 \quad (\text{I.A.4.a})$$

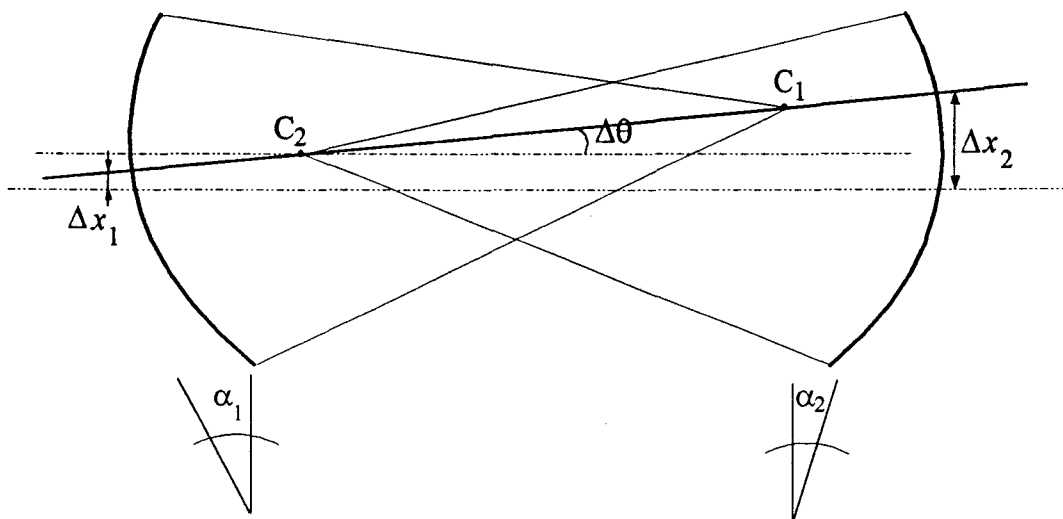


Fig A2. Déplacement de l'axe optique de la cavité consécutif à l'inclinaison des miroirs M_1 et M_2 des angles α_1 et α_2 .

$$\Delta x_2 = \frac{1}{1 - g_1 g_2} L \alpha_1 + \frac{g_1}{1 - g_1 g_2} L \alpha_2 \quad (\text{I.A.4.b})$$

Le déplacement angulaire $\Delta\theta$ de l'axe du résonateur peut alors être évalué par:

$$\tan(\Delta\theta) = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{L} = \frac{(1 - g_2)\alpha_1 - (1 - g_1)\alpha_2}{1 - g_1 g_2} \quad (\text{I.A.5})$$

On peut donc déduire la nouvelle longueur d du résonateur:

$$d = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\sin(\Delta\theta)} = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\sin\left(\arctan\left(\frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{L}\right)\right)} \quad (\text{I.A.6})$$

ANNEXE I.B. APPAREILLAGES.

A. Oscilloscopes numériques.

LECROY 9400: échantillonnage à 125 MHz.

PHILIPS PM3335: échantillonnage à 60 MHz.

TEKTRONIX TDS420: échantillonnage à 150 MHz.

B. Analyseur de spectre.

HAMEG HM8028: à relier à un oscilloscope; résolution 12.5 kHz, échelle de 50 kHz à 50 MHz par division.

C. Générateur de fonction.

HEWLETT-PACKARD 3325B: fréquence maximale 60 MHz.

D. Ordinateurs d'acquisition.

Station HEWLETT-PACKARD 9000.

Compatible PC: 486 DX2/66 MHz.

E. Déflecteur XY.

Commande biaxes électronique GENERAL SCANNING EDBII: analogique ou digitale sur 12 bits par interfaçage centronix.

Tête de déflection biaxe GENERAL SCANNING XY0507S composée de:

2 déflecteurs galvanométriques GENERAL SCANNING G120DT boucle fermée, asservis en position et régulés en température. Déflection 40° optiques crête.

2 miroirs assemblés sur monture: pupille diamètre 15 mm.

F. Caméra CCD.

COHU monochrome 4710: matrice 699(H) x 576(V) pixels, 6.4 x 4.8 mm. résolution horizontale 525 lignes TV, verticale > 415 lignes TV. Rapport signal sur bruit: 56 dB. sensibilité 0.7 lux.

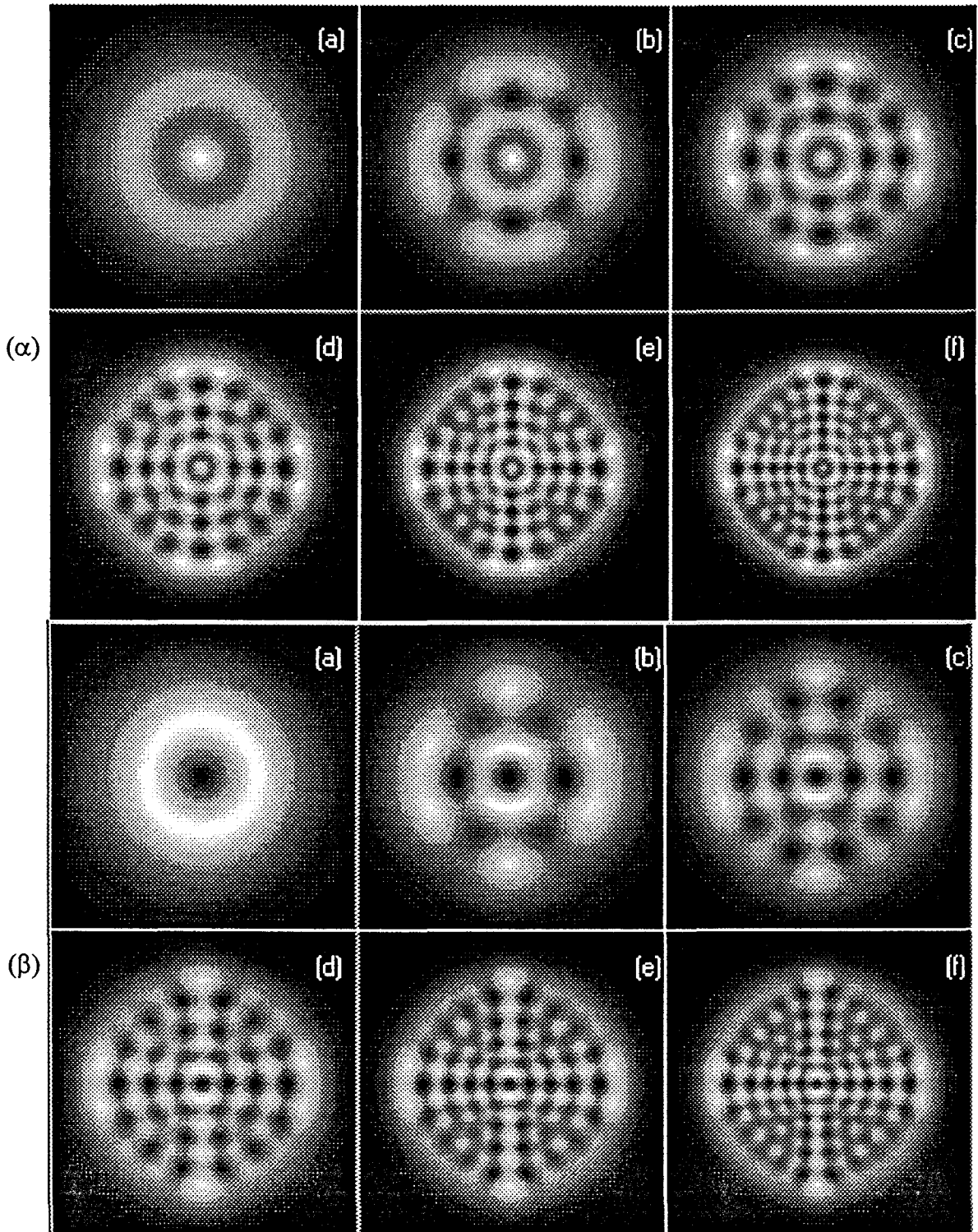
G. Acquisition des images.

Carte d'acquisition DIGITAL VISION CYCLOPE 2.1: résolution 512 x 512 pixels sur 8 bits (256 niveaux de gris). Standards vidéo RS170 (525 lignes 60 Hz), RS330 (625 lignes 50 Hz), CCIR ou NSTC. Bibliothèques livrées en TURBO PASCAL 5.5

Logiciel ESILAB V3.01: développement d'applications en visionique sur la carte CYCLOPE.

ANNEXE II.

Structures numériques de type 0-0 (α), 0-1 (β), 1-1 (χ) pour les six premières familles transverses dans chaque cas. (α) familles $q=2,4,6,8,10,12$ (a-e); (β) $q=1,3,5,7,9,11$ (a-e) et (χ) $q=2,4,6,8,10,12$ (a-e).



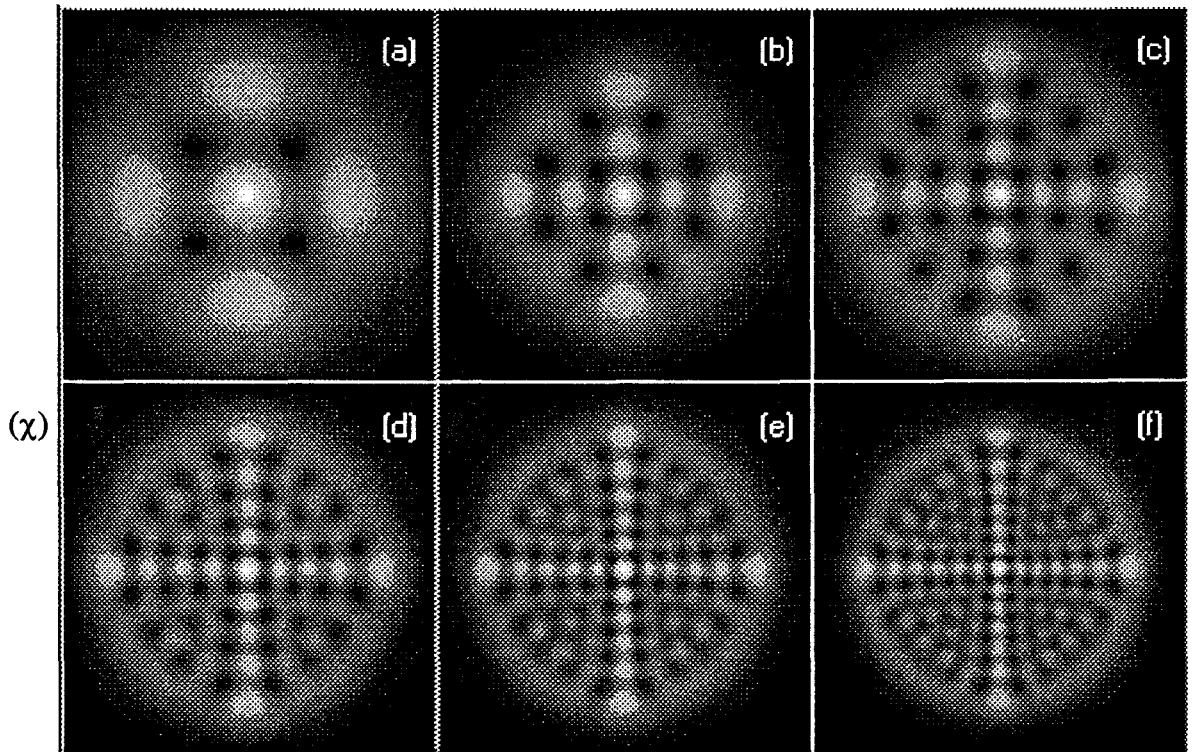


Tableau des coefficients associés à la représentation de la figure II.25.

Mode TEM _{<i>m,n</i>}		Coefficients
<i>m</i>	<i>n</i>	
0	0	0.27
1	0	0.08
0	1	0.09
2	0	0.26
1	1	0.26
0	2	0.24
3	0	0.13
2	1	0.22
1	2	0.26
0	3	0.09
4	0	0.16
3	1	0.42
2	2	0.38
1	3	0.35
0	4	0.22
5	0	1
4	1	0.21
3	2	0.82
2	3	0.86
1	4	0.25
0	5	0.97

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [Abramochkin 1991] E. Abramochkin and V. Volostnikov, "Beam transformations and nontransformed beams", *Opt. Commun.* **83**, 123-135 (1991).
- [Akhmanov 1992] S.A. Akhmanov, M.A. Vorontsov, V. Yu. Ivanov, A.V. Larichev and N.I. Zheleznykh, *J. Opt. Soc. Am.* **B9**, 78 (1992).
- [Ananev 1972] Yu A. Ananev and V.E. Sherstobitov, "Influence of the edge effects on the properties of unstable resonators", *Sov. J. Quantum Electron.* **1**, 263-267, 1971.
- [Arecchi 1990] F.T. Arecchi, G. Giacomelli, P.L. Ramazza and S. Residori, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2531 (1990).
- [Arecchi 1991] F.T. Arecchi, G. Giacomelli, P.L. Ramazza and S. Residori, "Vortices and defect statistics in two dimensional optical chaos", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3749-3752 (1991).
- [Arecchi 1993] F.T. Arecchi, S. Boccaletti, P.L. Ramazza and S. Residori, "Transition from boundary- to bulk-controlled regimes in optical pattern formation", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2277-2280 (1993)
- [Arnaud 1969a] J.A. Arnaud, "Degenerate optical cavities", *Appl. Opt.* **8**, 189-195 (1969).
- [Arnaud 1969b] J.A. Arnaud and H. Kogelnik, "Gaussian light beams with general astigmatism", *Appl. Opt.* **8**, 1687-1693 (1969).
- [Arnaud 1968] J.A. Arnaud, "Enhancement of optical receiver sensitivities by amplification of the carrier", *J. Quantum Electron.* **Nov.** (1968).
- [Beijersbergen 1993] M.W. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen and J.P. Woerdman, "Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum", *Opt. Commun.* **96**, 123-132 (1993).
- [Bisio 1971] G.R. Bisio, L. Ronchi, and V. Tognetti, "Some considerations about the diffraction loss of open resonators", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **MMT-19**, 490-491, 1971.

- [Brambilla 1991] M. Brambilla, F. Battipede, L.A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm and C.O. Weiss, "Transverse laser patterns. I. Phase singularity crystals", *Phys. Rev. A* **43**, 5090-5113 (1991).
- [Brambilla 1992] M. Brambilla, L.A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, P. Pagani, P. Vanoti, M.Y. Li and C.O. Weiss, "The laser as nonlinear element for an optical associative memory", *Opt. Commun.* **92**, 145 (1992).
- [Brambilla 1994a] M. Brambilla, F. Battipede, L.A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm and C.O. Weiss, "Dynamical transverse laser patterns. II. Theory", *Phys. Rev. A* **49**, 1427 (1994)
- [Brambilla 1994b] M. Brambilla, F. Battipede, L.A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm and C.O. Weiss, "Dynamical transverse laser patterns. II. Experiments", *Phys. Rev. A* **49**, 1452 (1994)
- [Chester 1973] A.N. Chester, "Iterative diffraction calculations of transverse mode distributions in confocal unstable laser resonators", *Appl. Opt.* **12**, 997-1010 (1973)
- [Collins 1964a] S.A. Collins Jr., "Analysis of optical resonators involving focusing elements", *Appl. Opt.* **3**, 1263-1275 (1964).
- [Collins 1964b] S.A. Collins Jr. and D.T.M. Davis Jr., "Modes in a triangular ring optical resonator", *Appl. Opt.* **3**, 1314-1315 (1964).
- [Coullet 1989a] P. Coullet, L. Gil and F. Rocca, "Optical vortices", *Opt. Commun.* **73**, 403-408 (1989).
- [Coullet 1989b] P. Coullet, L. Gil and J. Lega, "A form of turbulence associated with defects", *Physica D* **37**, 91-103 (1989).
- [Coullet 1990] P. Coullet, "Defect-induced spatio-temporal chaos" in *Measures of complexity and chaos*, N.B. Abraham, A.M. Albano, A. Passamante and P.E. Rapp, Eds Plenum, New York (1990).
- [D'Alessandro 1992] G. D'Alessandro and G.L. Oppo, "Gauss-Laguerre modes: a sensible basis for laser dynamics", *Opt. Commun.* **88**, 130-136 (1992).
- [Diedrich 1987] F. Diedrich, E. Peik, J.M. Chen, W. Quint and H. Walter, *Phys. Rev. Lett.* **59**, p2931 (1987)

- [Fox 1961] A.G. Fox and T. Li, "Resonant modes in a maser interferometer", *Bell Syst. Tech. J.* **40**, 453-488 (1961).
- [Freiberg 1972] R.J. Freiberg, P. Chenausky and C.J. Buczek, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-8**, 882, (1972).
- [Gluckman 1993] B.J. Gluckman, P. Marcq, J. Bridger and J.P. Gollub, "Time averaging of chaotic spatiotemporal patterns", *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2034-2037 (1993).
- [Godson 1993] N. Godson, B. Ozigus, F. Schabert, and H. Weber, "Degenerate confocal resonator", *Appl. Opt.* **32**, 3190-3200 (1993).
- [Gordon 1964] J.P. Gordon and H. Kogelnik, "Equivalence relations among spherical mirror optical resonator", *B.S.T.J.* **43**, 2873-2886 (1964).
- [Green 1990] C. Green, G.B. Mindlin, E.J. D'Angelo, H.G. Solari and J.R. Tredicce, "Spontaneous symmetry breaking in a laser: the experimental side", *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3124-3127 (1990).
- [Haken 1985] H. Haken, in "Light", volume 2, 88, North-Holland Physics Publishing, Amsterdam (1985).
- [Hanna 1969] D.C. Hanna, "Astigmatic gaussian beams produced by axially asymmetric laser cavities", *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-5**, 483-488 (1969).
- [Harkness 1995] G.K. Harkness, J.C. Lega and J.L. Oppo, "The laser bifurcation in the presence of curved mirrors", à paraître.
- [Hauck 1980] R. Hauck, H.P. Kortz, and H. Weber, "Misalignment sensitivity of optical resonators", *Appl. Opt.* **19**, 598-601 (1980).
- [Hennequin 1994] D. Hennequin, L. Dambly, D. Dangoisse and P. Glorieux, "Basic transverse dynamics of a photorefractive oscillator", *J. Opt. Soc. Am.* **B11**, 676-684, (1994).
- [Hennequin 1995] D. Hennequin, communication privée.
- [Herbst 1977] R.L. Herbst, H. Komine and R.L. Byer, "A 200mJ unstable resonator Nd:YAG oscillator", *Opt. Commun.* **21**, 5-7 (1977).
- [Kogelnik 1965] H. Kogelnik, "Imaging of optical modes-Resonators with internal lenses", *B.S.T.J.* **44**, 455-494 (1965).

- [Kogelnik 1966] H. Kogelnik and T. Li, "Laser beams and resonators", *Appl. Opt.* **5**, 1550-1567 (1966).
- [Krupke 1969] W.F. Krupke and W.R. Sooy, "Properties of an unstable confocal resonator CO₂ laser system", *IEEE J. Quantum. Electron.* **QE-5**, 575-586 (1969).
- [Lefever 1989a] R. Lefever, L.A. Lugiato, W. Kaige, N.B. Abraham and P. Mandel, "Kuramoto-Sivashinski equations for the laser" in *Dynamics of non-linear optical systems*, L. Pesquera and F.J. Bermejo, World Scientific, Singapore, 171-186 (1989).
- [Lefever 1989b] R. Lefever, L.A. Lugiato, W. Kaige, N.B. Abraham and P. Mandel, "Phase dynamics of transverse diffraction patterns in the laser", *Phys. Lett. A* **135**, 254-268 (1989).
- [Lega 1995] communication privée.
- [Louvergneaux 1994] E. Louvergneaux, D. Hennequin, D. Dangoisse and P. Glorieux, "Transverse eigenmodes dynamics in multimode CO₂ laser" in *Nonlinear Dynamics in Lasers and Optical Systems*, L.A. Melnikov, Proc. SPIE **2099**, 16-23 (1994).
- [Lugiato 1988a] L.A. Lugiato, C. Oldano and L.M. Narducci, *J. Opt. Soc. Am.* **B5**, 87 (1988).
- [Lugiato 1988b] L.A. Lugiato, F. Prati, L.M. Narducci, P. Ru, J.R. Tredicce and D.K. Bandy, "Role of transverse effects in laser instabilities", *Phys. Rev. A* **37**, 3847-3866, (1988).
- [Lugiato 1990] L.A. Lugiato, G.L. Oppo, J.R. Tredicce, L.M. Narducci and M.A. Pernigo, "Instabilities and spatial complexity in a laser", *J. Opt. Soc. Am.* **B7**, 1019-1033 (1990)
- [Mikheev 1992] P.A. Mikheev, V.D. Nikolaev and A.A. Shepelenko, "Unstable resonator with a semitransparent exit mirror for a fast flow CO₂ laser", *Sov. J. Quantum. Electron.* **22**, 415-418 (1992).
- [Myers 1967] R.A. Myers and R.V. Pole, *IBM J. Res. Dev.* **11**, 502 (1967)
- [Nicolis 1977] G. Nicolis and I. Prigogine, **Self organization in non-equilibrium systems**, Wiley, New-York (1977)

- [Oppo 1991] G.L. Oppo, G. D'Alessandro and W.J. Firth, "Spatio-temporal instabilities of lasers in models reduced via center manifold techniques", *Phys. Rev. A* **44**, 4712-4720 (1991).
- [Otsuka 1991] K. Otsuka, "Winner takes-all dynamics and antiphase states in modulated multimode lasers", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1090-1093 (1991).
- [Pole 1967] R.V. Pole, H. Wieder and E.S. Barrekette, *Appl. Opt.* **6**, 1571 (1967)
- [Popov 1968] M.M. Popov, "Resonators for lasers with unfolded directions of principal curvatures", *Opt. Spectrosc.* **25**, 213-217 (1968).
- [Rensch 1973] D.B. Rensch and A.N. Chester, "Iterative diffraction calculations of transverse modes distributions in confocal unstable laser resonators", *Appl. Opt.* **12**, 997-1010 (1973).
- [Rensch 1974] D.B. Rensch, "Three-dimensional unstable resonator calculations with laser medium", *Appl. Opt.* **13**, 2546-2561 (1974).
- [Rigrod 1965] W.W. Rigrod, "The optical ring resonator", *Bell Sys. Tech. J.* **44**, 907-916 (1965).
- [Rogers 1983] M.E. Rogers and J.H. Erkkila, "Resonator mode analysis using linear prolate functions", *Appl. Opt.* **22**, 1992-1995 (1983).
- [Sanderson 1969] R.L. Sanderson and W. Steifer, "Unstable laser resonator modes", *Appl. Opt.* **8**, 2129-2136 (1969).
- [Siegman 1967] A.E. Siegman and R. Arrathoon, "Modes in unstable optical resonator and lens waveguides", *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-3**, 156-163 (1967).
- [Siegman 1970] A.E. Siegman and H.Y. Miller, "Unstable optical resonator loss calculations using the Prony method", *Appl. Opt.* **9**, 2729-2736, 1970.
- [Siegman 1974] A.E. Siegman and E.A. Sziklas, "Mode calculation in unstable resonators with flowing saturable gain", *Appl. Phys.* **13**, 2775-2792 (1974).
- [Siegman 1986a] A.E. Siegman, *Lasers*, University Science Book, Mill Valley CA, p 769-770 (1986).
- [Siegman 1986b] A.E. Siegman, *Lasers*, University Science Book, Mill Valley CA, p 842-844 (1986).

- [Siegman 1986c] A.E. Siegman, *Lasers*, University Science Book, Mill Valley CA, p 823-827 (1986).
- [Sinclair 1967] D.C. Sinclair and T.H.E. Cottrell, "Transverse mode structure in unstable optical cavities", *Appl. Opt.* **6**, 845-849 (1967).
- [Staliunas 1993] K. Staliunas, M.F.H. Tarroja and C.O. Weiss, "Transverse mode locking, antilocking and self-induced dynamics of class-B lasers", *Opt. Commun.* **102**, 69-75 (1993).
- [Steier 1975] W.H. Steier and G.L. McAllister, "A simplified method for predicting unstable resonator mode profiles", *IEEE J. Quantum. Electron.* **QE-11**, 725-728 (1975).
- [Tamm 1990a] C. Tamm and C.O. Weiss, "Spontaneous breaking of cylindrical symmetry in an optically pumped laser", *Opt. Commun.* **78**, 253-258 (1990).
- [Tamm 1990b] C. Tamm and C.O. Weiss, *J. Opt. Soc. Am.* **B7**, 1034 (1990).
- [Tredicce 1989] J.R. Tredicce, E.J. Quel, A.M. Ghazzawi, C. Green and M.A. Pernigo, "Spatial and temporal instabilities in a CO₂ laser", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1274-1277 (1989)
- [Tredicce 1991] J.R. Tredicce, E.J. D'Angelo, C. Green, G.B. Mindlin, L.M. Narducci, H. Solari, G.L. Oppo and L. Gil, "Symmetry breaking and defect mediated turbulence in lasers", in *O.S.A. Proceedings on Nonlinear Dynamics in Optical Systems*, N.B. Abraham, E.M. Garmire, P. Mandel, eds (Optical Society of America, Washington DC), 146-153 (1991)
- [Weiss 1994] communication privée.
- [Weiss 1993] C.O. Weiss, H.R. Telle, K. Staliunas and M. Brambilla, "Restless optical vortex", *Phys. Rev. A* **47**, R1616-R1619 (1993)
- [Wilkowski 1995] D. Wilkowski, D. Hennequin, D. Dangoisse and P. Glorieux, "Multistability and periodic alternance in a multimode CO₂ laser with saturable absorber", in *Chaos, Solitons and Fractals*, à paraître.
- [Witteman 1987] W.J. Witteman, *The CO₂ laser*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg (1987).

