

50376  
1996  
330

N° d'ordre: 1878

**THESE**

présentée à

**l'Université des Sciences et Technologies de Lille**

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université**

**Spécialité: Electronique**

par

**Etienne ROBILLIART**

**Ingénieur ISEN**



**DEVELOPPEMENT DE MODELES  
NON-QUASI-STATIQUES MOS ET BIPOLAIRES:  
APPLICATION A L'ANALYSE DES EFFETS DE  
PROPAGATION DE CHARGES**

**Soutenue le 5 décembre 1996, devant la commission d'examen:**

<b>Président:</b>	<b>M. G.</b>	<b>SALMER</b>
<b>Rapporteurs:</b>	<b>M. R.</b>	<b>BOUCHAKOUR</b>
	<b>M. J. P.</b>	<b>COLINGE</b>
<b>Examineurs:</b>	<b>M. J. N.</b>	<b>DECARPIGNY</b>
	<b>M. E.</b>	<b>DUBOIS</b>
	<b>M. M.</b>	<b>DECLERCQ</b>
	<b>M. F. M.</b>	<b>KLAASSEN</b>

B.U. LILLE 1



D 030 131351 2

Cette thèse a été préparée au sein de l'Institut  
d'Electronique et de Micro-électronique du Nord,  
Unité Mixte de Recherche CNRS 9929

*Je remercie:*

- *Monsieur le Professeur G. SALMER qui a accepté la présidence de ce jury.*
- *Monsieur le Professeur J. P. COLINGE et Monsieur R. BOUCHAKOUR qui ont consacré du temps pour juger le contenu de ce travail.*
- *Monsieur le Professeur F. M. KLAASSEN et Monsieur le Professeur M. DECLERCQ pour leur participation au jury.*
- *Monsieur le Directeur de l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord, J. N. DECARPIGNY pour l'intérêt qu'il a porté à cette thèse.*
- *Monsieur E. DUBOIS pour son suivi régulier, je souhaite que notre amitié continue.*
- *Messieurs le Professeur E. CONSTANT, M. LANNOO et A. KAISER, pour m'avoir accueilli dans les laboratoires de l'IEMN et de l'ISEN.*
- *Notre administrateur système Monsieur J. M. DROULEZ pour son action efficace et souvent dans l'urgence !*
- *Nos secrétaires, Mesdames V. VANDENHENDE et F. SENEZ garantes de la bonne humeur dans l'équipe et toujours là pour assumer les "petits" détails du quotidien...*
- *Mon collègue de bureau G. DE CREMOUX à qui je prodigue tous mes vœux de succès*
- *Les collègues particulièrement sympathiques et attentifs qui m'ont grandement aidé dans la réalisation de ce mémoire. Je ne peux pas les citer tous, mais je suis sûr qu'ils ou elles se reconnaîtront... Leur bonne humeur me manquera !*
- *Le Centre National de la Recherche Scientifique et le Conseil Régional de la région Nord-Pas de Calais pour leur soutien financier.*

# Sommaire

	<b>Pages</b>
<b>Introduction</b>	1
<b>Références Bibliographiques (Introduction)</b>	5
<b>Chapitre I: Equations de Transport et Modèles</b>	7
<b><u>I ) Equations fondamentales des dispositifs semi-conducteurs</u></b>	7
<b>I - 1 ) Equations de Maxwell</b>	7
I - 1 - a ) Equation de Poisson	8
I - 1 - b ) Equations de continuité de courant	8
<b>I - 2 ) Equations de Transport</b>	8
I - 2 - a ) Préliminaires	8
I - 2 - b ) L'approche de Liouville	9
I - 2 - c ) L'approche de Vlasov	9
I - 2 - d ) L'approche de Boltzmann	10
<b><u>II ) Méthodes de résolution des équations de transport</u></b>	12
<b>II - 1 ) La résolution exacte</b>	12
II - 1 - a ) Méthode variationnelle	12
II - 1 - b ) Méthode de décomposition en série ou en harmoniques sphériques	13
II - 1 - c ) Méthode itérative	13
II - 1 - d ) Méthode particulière (Monte-Carlo)	13
<b>II - 2 ) La méthode des moments successifs</b>	13
II - 2 - a ) Modèle de dérive/diffusion	15
II - 2 - b ) Modèle hydrodynamique	16
<b><u>III ) Comparaison des méthodes de résolution</u></b>	18
<b><u>IV ) Modèles utilisés pour la méthode de dérive/diffusion</u></b>	19
<b>IV - 1 ) Modèles de mobilité</b>	20
IV - 1 - a ) Mobilité dans les dispositifs bipolaires	20
IV - 1 - b ) Mobilité dans les dispositifs MOS	21
<b>IV - 2 ) Effets de dopages élevés</b>	22
<b>IV - 3 ) Modèles de Génération/Recombinaison</b>	23
<b><u>V ) Traitement particulier des dérivées par rapport au temps</u></b>	23
<b>V - 1 ) L'approche grand signal</b>	23
<b>V - 2 ) L'approche petit signal</b>	24
<b>Références Bibliographiques (Chapitre I)</b>	25

# Sommaire

	<b>Pages</b>
<b>Chapitre II: Méthodes numériques</b>	29
<u><i>I ) Normalisation des équations</i></u>	29
<u><i>II ) Choix de la méthode numérique</i></u>	31
<b>II - 1 ) Différences finies</b>	31
<b>II - 2 ) Eléments finis</b>	32
<b>II - 3 ) Boites finies</b>	33
<u><i>III ) Discrétisation des équations</i></u>	33
<b>III - 1 ) Schéma de discrétisation utilisé</b>	33
III - 1 - a ) Approximation des dérivées par rapport au temps	34
III - 1 - b ) L'approche explicite	35
III - 1 - c ) Les approches diverses	35
III - 1 - d ) Les approches implicites	36
<b>III - 2 ) Discrétisation de l'équation de Poisson</b>	36
<b>III - 3 ) Discrétisation des équations de courant</b>	38
III - 3 - a ) Equation de courant d'électrons	38
III - 3 - b ) Equation de courant de trous	41
<b>III - 4 ) Problème particulier des frontières du domaine</b>	42
<u><i>IV ) Traitement du système non-linéaire</i></u>	42
<b>IV - 1 ) Méthodes découplées</b>	43
<b>IV - 2 ) Méthodes couplées</b>	43
<u><i>V ) Résolution du système linéaire</i></u>	45
<b>V - 1 ) Repérage des nœuds dans le maillage</b>	45
<b>V - 2 ) Structure de la matrice</b>	46
<b>V - 3 ) Conditionnement de la matrice</b>	47
<b>V - 4 ) Méthode des gradients conjugués</b>	48
<b>Références Bibliographiques (Chapitre II)</b>	49
<b>Chapitre III: Simulation Mixte de Dispositifs et Circuits</b>	53
<u><i>I ) Prise en compte des conditions aux limites</i></u>	53
<b>I - 1 ) Condition de tension</b>	53
I - 1 - a ) Contact sur oxyde	53
I - 1 - b ) Contact métallique sur silicium	54

# Sommaire

	<b>Pages</b>
I - 1 - c ) Calcul du courant	55
I - 2 ) Résistances	55
I - 3 ) Capacités	56
I - 4 ) Discrétisation	57
<b><u>II ) Application à des exemples simples</u></b>	<b>58</b>
II - 1 ) Inverseur R.T.L.	59
II - 2 ) Buffer BiNMOS	60
II - 3 ) Porte ECL	62
<b><u>III ) Application à l'étude de copieurs de courant</u></b>	<b>63</b>
III - 1 ) Principe de la mémoire de courant	64
III - 2 ) Partage de charges dans les interrupteurs analogiques	65
III - 2 - a ) Cas idéal où la résistance $R_{in}$ est infiniment grande	66
III - 2 - b ) Cas où la résistance $R_{in}$ à une valeur finie	69
<b>Références Bibliographiques (Chapitre III)</b>	<b>72</b>
<b>Chapitre IV: Etude d'un nouveau modèle de transistor bipolaire non-quasi-statique</b>	<b>75</b>
<b><u>I ) Description du modèle</u></b>	<b>75</b>
I - 1 ) Contexte historique	75
I - 2 ) Dérivation des équations	76
<b><u>II ) Comparaison avec les modèles existants</u></b>	<b>80</b>
II - 1 ) Développement en série des coefficients	80
II - 2 ) Discussion à propos des différents schémas de troncature	83
<b><u>III ) Résultats en analyse grand signal</u></b>	<b>83</b>
<b><u>IV ) Résultats en analyse petit signal</u></b>	<b>86</b>
<b><u>V ) Conclusion</u></b>	<b>89</b>
<b>Références Bibliographiques (Chapitre IV)</b>	<b>90</b>
<b>Chapitre V: Etude d'un nouveau modèle de transistor MOS non-quasi-statique</b>	<b>93</b>
<b><u>I ) Contexte historique</u></b>	<b>93</b>
<b><u>II ) Objectifs du modèle</u></b>	<b>94</b>
<b><u>III ) Description du modèle</u></b>	<b>95</b>
III - 1 ) Equation de Poisson	96

# Sommaire

	<i>Pages</i>
<b>III - 2 ) Equations constitutives et de continuité de courant</b>	97
<b>III - 3 ) Conditions aux limites</b>	98
<b>III - 4 ) Modèle de mobilité</b>	99
<b>III - 5 ) Récapitulation des paramètres et de leur valeur</b>	99
<b><u>IV ) Détail de l'implantation</u></b>	100
<b>IV - 1 ) Méthode numérique de résolution</b>	101
<b>IV - 2 ) Langage et simulateur utilisé</b>	101
<b><u>V ) Validation du modèle</u></b>	101
<b>V - 1 ) Application à des dispositifs simples</b>	101
V - 1 - a ) Confrontation statique avec des résultats de mesure	101
V - 1 - b ) Mise en évidence de phénomènes NQS	103
<b>V - 2 ) Application à des fonctions analogiques de base</b>	106
V - 2 - a ) Circuit d'étude	106
V - 2 - b ) Résultats	107
<b>V - 3 ) Application à la simulation de mémoires de courant</b>	109
V - 3 - a ) Description du circuit	110
V - 3 - b ) Résultats avec la version la plus simple	111
V - 3 - c ) Résultats avec une version cascodée	112
<b><u>VI ) Aspects numériques du modèle</u></b>	113
<b>VI - 1 ) Analyse statique</b>	114
<b>VI - 2 ) Analyse transitoire</b>	116
<b><u>VII ) Conclusion</u></b>	118
<b>Références Bibliographiques (Chapitre V)</b>	120
<b>Chapitre VI: Description d'un nouveau modèle NQS de transistor SOI</b>	123
<b><u>I ) Technologie des dispositifs sur isolant</u></b>	123
<b>I - 1 ) Avantages des composants réalisés sur isolant</b>	124
<b>I - 2 ) Inconvénients des composants réalisés sur isolant</b>	125
I - 2 - a ) L'effet Kink	125
I - 2 - b ) L'effet bipolaire parasite	125
<b><u>II ) Modèles existants</u></b>	126
<b><u>III ) Description de notre nouveau modèle</u></b>	127

# Sommaire

	<i>Pages</i>
III - 1 ) Equation de Poisson	128
III - 2 ) Equations de courant	128
III - 3 ) Conditions aux limites	129
III - 4 ) Méthodes numériques	131
III - 5 ) Récapitulation des paramètres et de leur valeur	132
<u>IV ) Résultats sur des dispositifs élémentaires</u>	132
<u>V ) Analyse d'interrupteurs analogiques</u>	135
<u>VI ) Analyse d'une mémoire de courant</u>	136
<u>VII ) Conclusion</u>	138
<i>Références Bibliographiques (Chapitre VI)</i>	140
<b>Conclusion</b>	143
<i>Références Bibliographiques (Conclusion)</i>	146



# Introduction

---

En micro-électronique, le besoin de transmettre, stocker ou utiliser une quantité d'informations de plus en plus grande dans un temps donné ne fait que croître au fil des années. Ceci est vrai dans les domaines industriels et militaires (explosion des réseaux informatiques, contrôle de processus de plus en plus complexes en temps réel...). Cette nécessité s'observe également dans le domaine grand public (mise en place d'un standard pour la télévision haute définition, développement des outils de type "multimédia"...). Cet impératif de vitesse pousse les technologues à réaliser des composants électroniques élémentaires pouvant être utilisés à des fréquences de plus en plus importantes. Cette tendance est illustrée par la figure 1 représentant l'évolution de la fréquence de coupure des transistors bipolaires au cours des années.

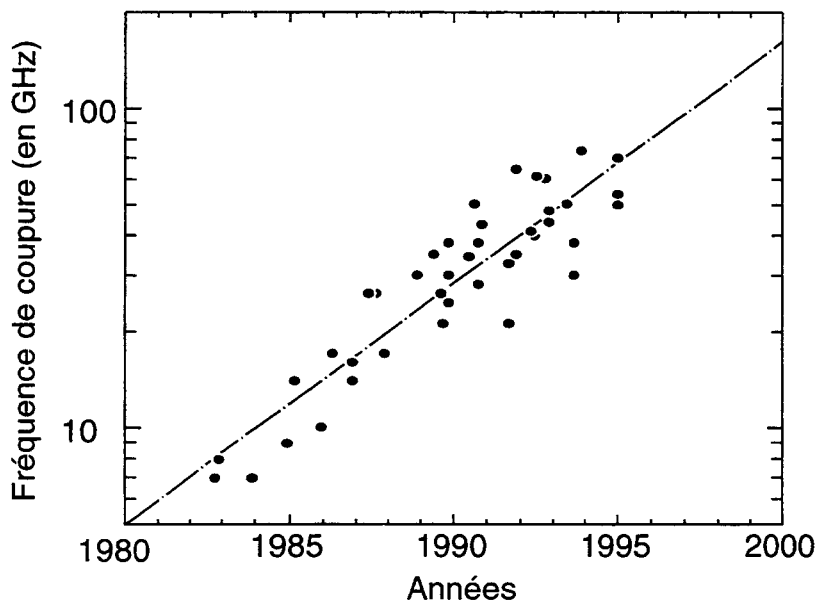


Figure - 1 : Evolution de la fréquence de coupure des transistors bipolaires (technologie silicium) [1] [2] [3] [4] [5] [6].

Jusqu'à présent les fréquences de fonctionnement des dispositifs étaient peu élevées. Par conséquent, les modèles de transistors dits "Quasi-Statique" (QS) [7] étaient largement suffisants. Cette modélisation QS est basée sur deux hypothèses:

- Les évolutions des tensions et courants dérivées des équations statiques restent valides dans le cadre de phénomènes transitoires. Ce qui revient à supposer que l'évolution des concentrations en porteurs au cœur des dispositifs est infiniment plus rapide que les variations des grandeurs électriques externes. Le composant en transitoire passe donc par une succession d'états statiques.
- Les courants peuvent être reliés aux charges et ces charges peuvent elles-mêmes être associées à des capacités.

Cette approche permettait, dans une certaine limite, de représenter des phénomènes transitoires. Désormais, les concepteurs de circuits utilisent les composants disponibles à des fréquences proches de leur fréquence de coupure. Il en résulte que, face à cette augmentation de vitesse de fonctionnement, le temps de transit des porteurs dans le dispositif n'est plus négligeable devant les temps de variation extrêmement courts des signaux de commande. Si ces phénomènes de propagation de porteurs au sein même du dispositif doivent être pris en compte, une modélisation de type QS n'est plus suffisante. Les modèles doivent nécessairement devenir "Non-Quasi-Statiques [8]" (NQS).

Parallèlement à l'accroissement nécessaire de la vitesse de fonctionnement des dispositifs, une réduction de leur dimension est également observée et va dans le sens de meilleures performances en fréquences. En effet, le besoin de réaliser des circuits de plus en plus complexes et/ou des dispositifs mémoires à grande capacité sur des surfaces de silicium limitées a pour conséquence une densité d'intégration croissante. Selon les règles de mise à l'échelle, cette réduction des dimensions des dispositifs ne peut s'effectuer qu'avec une réduction des tensions d'alimentation. A cette contrainte obligée, il faut ajouter la pression de la demande en systèmes électroniques consommant une puissance faible, puisque alimentés par batteries (téléphones mobiles, systèmes embarqués, montres...). L'évolution va donc également dans le sens des composants à faible consommation [9]. Ce qui, par ailleurs, ne va pas toujours sans poser de problèmes car la diminution de puissance se fait au détriment de la fréquence de fonctionnement. Ceci implique certains compromis afin de minimiser le produit  $P_p \times \tau_p$  où  $P_p$  est la puissance consommée par une porte et  $\tau_p$  le délai de commutation de la porte. Devant cette réduction des puissances mises en jeu, les phénomènes parasites non-quasi-statiques du second ordre prennent une importance relative croissante.

Les circuits de type "capacités commutées" ou "mémoires de courant" [10] sont un exemple significatif. Dans ces systèmes, les transistors Métal-Oxyde-Silicium (MOS) à effet de champ fonctionnent couramment en interrupteurs analogiques. Leur mise en conduction, nécessite une charge suffisante dans le canal. Si ces charges présentent sous la grille du transistor ne sont pas négligeables devant les charges mises en jeu pour représenter l'information, elles peuvent venir perturber les capacités de stockage en aval et dégrader de façon significatives les performances du circuit. Il est alors nécessaire de quantifier le plus précisément possible les charges mises en jeu ainsi que la dynamique de transport correspondante. Ceci permet de prévoir les erreurs introduites et éventuellement d'y apporter une correction, ou de privilégier certaines structures de circuits minimisant ces erreurs.

Que ce soit dans le cas de transistors bipolaires utilisés en haute fréquence, ou dans le cas de circuiterie analogique MOS, il est clair qu'il devient nécessaire de prendre en compte de manière très précise ces phénomènes NQS. La difficulté étant cependant de rendre compte de ces phénomènes dans les modèles utilisés par les simulateurs.

Il est ici important d'insister sur deux notions bien différentes. En terme de simulations électriques, il faut distinguer:

- La *simulation de dispositifs* qui est basée sur des méthodes de:

- \* Dérives-Diffusions [11],[12],[13]
- \* Hydrodynamiques [14], [15]
- \* Monte-Carlo [16]

proposant une résolution des équations de transport de Boltzmann [17] pour un dispositif unique bidimensionnel [18] [19] [20] ou tridimensionnel [21] [22] [23]. L'objectif de ce type d'approche, qui est très proche de la physique du semi-conducteur, est d'optimiser la modélisation compacte de dispositifs.

- La *simulation de circuits* (de type SPICE [24], ELDO [25] etc...) qui s'applique à un assemblage de composants dont les modèles mathématiques sont simples, compacts et rapides, l'objectif étant ici la simulation du comportement d'un ensemble de dispositifs en conception de circuits.

Dans le cas de simulation de dispositifs, les phénomènes NQS sont pris en compte de manière intrinsèque puisque les équations mises en jeu traduisent localement la conservation du flux de densité de courant.

Au contraire, dans le cas de simulation de circuit, les modèles sont dits "compacts". C'est à dire que les lois de variation des courants en fonction des tensions sont décrites mathématiquement par des expressions analytiques. Cette description macroscopique des composants nécessite peu de temps de calcul, mais est parfois empirique. Les effets NQS sont alors négligés et peuvent donner lieu à des erreurs importantes, particulièrement dans les cas cités ci-dessus. Deux solutions permettent de s'affranchir des contraintes intrinsèques liées aux modèles compacts:

- Développer des modèles suffisamment proches de la physique des semi-conducteurs prenant en compte ces phénomènes NQS, mais suffisamment rapides pour être insérés dans des simulateurs de circuits.
- Adapter les simulateurs de dispositifs pour prendre en compte quelques composants extérieurs simples afin de réaliser des simulations mixtes dispositif/circuit. Les résultats étant dans ce cas très précis, au prix de temps de calcul souvent élevés.

L'objectif de ce travail consiste, dans une première partie, à adapter un simulateur bidimensionnel de dispositifs silicium (IMPACT3.3 [26]), afin de prendre en compte les phénomènes transitoires et la présence de composants extérieurs tels que sources de tension, ou composants passifs, autour du dispositif à étudier.

La seconde partie de ce travail est consacrée, au développement de nouveaux modèles de transistors bipolaires, MOS et MOS/SOI. SOI est l'acronyme de "Silicon On Insulator", car ces transistors MOS ne sont pas réalisés sur un substrat traditionnel, mais sur une couche isolante de dioxyde de silicium. Ces modèles qui sont très proches de la physique sont validés par une comparaison avec les simulations bidimensionnelles. Ils permettent de faire une évaluation fine des performances de circuits mixtes, c'est à dire de circuits regroupant des fonctions analogiques et numériques.

Le simulateur IMPACT3.3 est basé sur une résolution numérique des équations de dérive/diffusion. Le chapitre I est donc consacré au rappel des éléments physiques décrivant le transport électronique dans les semi-conducteurs et notamment l'équation de Boltzmann.

La justification des méthodes numériques utilisées qui permettent en particulier l'introduction de variables dépendant du temps sera fournie dans le chapitre II. Ce chapitre traite également dans le détail de la résolution numérique implantée effectivement dans le simulateur de dispositifs.

Le chapitre III est essentiellement focalisé sur la prise en compte de différentes conditions aux limites (sources de tensions, composants passifs...). Ce chapitre expose également quelques exemples simples d'application de la simulation mixte dispositifs/circuits permettant de valider le fonctionnement du simulateur.

Une synthèse des principales approches de modélisation de transistors bipolaires développées jusqu'à présent est rappelée dans le chapitre IV. La description et la validation d'un nouveau modèle de transistor bipolaire prenant en compte les effets non-quasi-statiques seront fournies dans ce chapitre.

Le chapitre V est consacré à la mise au point d'un nouveau modèle non-quasi-statique de transistor MOS. Ce modèle, proche de la physique, est basé sur une approche numérique faisant appel à une discrétisation spatiale du composant. La validité du modèle est assurée par des comparaisons avec des simulations mixtes dispositifs/circuits.

Finalement, le chapitre VI présente un nouveau modèle de transistor MOS/SOI. Ce modèle non-quasi-statique, le premier à notre connaissance, est basé sur une approche identique à celle proposée au chapitre V, développée pour les transistors MOS sur substrat massif. Il a l'avantage de pouvoir prendre en compte une conduction dans les deux canaux, celui sous la grille en face avant du dispositif et celui sous la grille en face arrière.

# Références Bibliographiques (Introduction)

---

- [1] J. D. Warnock, "Silicon Bipolar Device Structures for Digital Applications: Technology Trends and Future Directions." *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 42, No. 3, pp 377-389, mars 1995
- [2] M. Ugajin, J. I. Kodate, Y. Kobayashi, S. Konaka and T. Sakai, "Very-High  $f_T$  and  $f_{max}$  Silicon Bipolar Transistor Using Ultra-High-Performance Super Self-Aligned Process Technology for Low-Energy and Ultra-High-Speed LSI's", *International Electron Devices Meeting Technical Digest*, pp. 735-738, décembre 1995
- [3] A. Pruijboom, D. Terpstra, C. E. Timmering, W. B. de Boer, M. J. J. Theunissen, J. W. Slotboom, R. J. E. Hueting and J. J. E. M. Hageraats, "Selective-Epitaxial Base Technology with 14 ps ECL-Gate Delay, for Low Power wide-Band Communication Systems", *International Electron Devices Meeting Technical Digest*, pp. 747-750, décembre 1995
- [4] K. Yamano, H. Fujimaki, H. Yokouchi, K. Ohshima and K. Suzuki, "A High Speed Bipolar Transistor Using 2-step Epitaxial Base Technology", *Proceedings of the 1994 Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting*, pp. 64-67, octobre 1994
- [5] T. Hashimoto, S. Satoh, K. Yagi, Y. Tamaki and T. Shiba, "Advanced Process Technology for a 40-GHz  $f_T$  Self-Aligned Bipolar LSI", *Proceedings of the 1994 Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting*, pp. 76-79, octobre 1994
- [6] J. Böck, J. Popp, A. Felder, T. F. Meister, M. Rest, R. Schreiter, K. Aufinger, R. Köpl, S. Boguth and L. Treitinger, "A 0.6 $\mu$ m Si Bipolar Technology With 17 ps CML Gate Delay and 30 GHz Static Frequency Divider", *Proceedings of the 25th European Solid State Device Research Conference*, pp 417-420, septembre 1995
- [7] H. K. Gummel and H. C. Poon, "An Integral Charge Control Model of Bipolar Transistors" *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 49, pp 827-852, mai 1970
- [8] M. K. Chen, F. A. Lindholm, T. W. Jung, "Non-Quasi-Static Small-Signal Models for Semiconductor Junction Diodes with Extensions for Transistors" *Solid-State Electronics*, Vol. 30, No. 8, pp 883-888, 1987
- [9] E. A. Vittoz, Marc G. R. Degrauwe, Serge Bitz, "High-Performance Crystal Oscillator Circuits: Theory and Application" *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 23, No. 3, juin 1988, pp. 774-783
- [10] D. Macq, "Application des copieurs de courant dans les circuits analogiques CMOS", *Thèse de Doctorat*, Février 1994
- [11] W. Fichtner, D. J. Rose and R. E. Bank, "Semiconductor Device Simulation", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-30, No. 9, September 1983
- [12] S. E. Laux, "Techniques for Small-Signal Analysis of Semiconductor Devices", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-32, No. 10, October 1985

- [13] M. S. Obrecht, M. I. Elmasry and E. L. Heasell, "TRASIM: Compact and Efficient Two-Dimensional Transient Simulator for Arbitrary Planar Semiconductor Devices", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 14, No. 4, April 1995
- [14] B. Carnez, A. Cappy, A. Kaszinski, E. Constant and G. Salmer, "Modelling of a Submicrometer Gate Field-Effect Transistor Including Effects of Nonstationary Electron Dynamics", *Journal of Applied Physics*, Vol. 51, pp. 784-790, 1980
- [15] R. K. Cook and J. Fey, "An Efficient Technique for Two-Dimensional Simulation of Velocity Overshoot Effects in Si and GaAs Devices", *COMPEL*, Vol. 1, No. 2, pp. 65-87, 1982
- [16] C. Jacoboni, P. Lugli, "The Monte-Carlo Method for Semiconductor Device Simulation" Ed. S. Selberherr, *Springer-Verlag*, 1989
- [17] C. Cercignani, "The Boltzmann Equation and Its Applications (Applied Mathematical Sciences, Vol. 67)", *Springer-Verlag*, Berlin, 1988
- [18] D. P. Kennedy, R. R. O'Brien, "Two-Dimensional Mathematical Analysis of a Planar-Type Junction Field-Effect Transistor", *IBM Journal of Research Development*, Vol. 13, pp. 662-674, 1969
- [19] J. W. Slotboom, "Iterative Scheme for 1- and 2-Dimensional D.C. Transistor Simulation", *Electron Device Letters*, Vol. 5, pp. 677-678, 1969
- [20] D. Vandorpe, N. H. Xuong, "Mathematical 2-Dimensional Model of Semiconductor Devices", *Electron Device Letters*, Vol. 7, pp. 47-50, 1971
- [21] E. M. Buturla, P. E. Cottrel, B. M. Grossman, K. A. Salsburg, M. B. Lawlor, C. T. McMullen, *IBM Journal of Research Development*, Vol. 25, pp. 218-231, 1981
- [22] S. G. Chamberlain, A. Husain, "Three Dimensional Simulation of VLSI MOSFET's", *International Electron Devices Meeting Technical Digest*, pp. 592-595, décembre 1981
- [23] N. Shigyo, S. Fukuda, T. Wada, K. Hieda, T. Hamamoto, H. Watanabe, K. Sunouchi and H. Tango, "Three Dimensional Analysis of Subthreshold Swing and Transconductance for Fully Recessed Oxide (Trench) Isolated 1/4- $\mu\text{m}$ -Width MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 35, No. 7, July 1988
- [24] Meta-Software ©, HSPICE User's Manual "Getting Started", 1992
- [25] Anacad Electrical Engineering Software © "ELDO User's Manual", Juillet 1991
- [26] E. Dubois, B. Baccus, D. Collard, D. Morel "Impact 3.3 User's Guide", Janvier 1991

## Equations de Transport et Modèles

*L'analyse précise des phénomènes de transport de charges dans les semi-conducteurs nécessite une modélisation mathématique des dispositifs et une mise en équation des variables à étudier. Pour être exploitable cette modélisation doit consister en un jeu de fonctions analytiques, si possible explicites et dont les dérivées sont continues pour éviter tout problème d'instabilité numérique. Ce chapitre rappelle ces équations de base dont une partie est contenue dans les lois de l'électromagnétisme formalisées par Maxwell. Tandis que l'autre partie est inhérente à la description par Boltzmann des phénomènes de transport. Nous nous limiterons aux dispositifs sur substrats en silicium et notre attention sera portée sur les termes dépendants du temps, contenus dans ces équations.*

### I ) Equations fondamentales des dispositifs semi-conducteurs

#### I - 1 ) Equations de Maxwell

Si l'on admet que pour le dispositif semi-conducteur étudié les vitesses des porteurs sont faibles devant les vitesses de propagations des ondes lumineuses et si l'on s'intéresse aux phénomènes macroscopiques, alors on peut appliquer le formalisme de Maxwell. Ce formalisme, décrit par les équations suivantes, est valable quelle que soit la nature du milieu de propagation:

$$\text{Div}(\vec{D}) = \rho \quad (\text{I-1})$$

$$\text{Div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{I-2})$$

$$\text{Rot}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{I-3})$$

$$\text{Rot}(\vec{E}) = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I-4})$$

avec:

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{I-5})$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{I-6})$$

où  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$  représentent, respectivement, le vecteur du déplacement électrique et du champ électrique.  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  sont, respectivement, les vecteurs induction et champ magnétique.  $\epsilon$  est la permittivité diélectrique du milieu, tandis que  $\mu$  est sa perméabilité magnétique (si le matériau est homogène et isotrope alors  $\epsilon$  et  $\mu$  sont de simples scalaires sinon ils expriment des tenseurs). Finalement  $\vec{J}$  représente la densité de courant et  $\rho$  est la densité volumique de charges au point considéré.

### I - 1 - a ) Equation de Poisson

Si l'on considère que les effets piézo-électriques [1] sont inexistantes et que les permittivités des milieux sont indépendantes du temps, on peut, à partir de ces équations, retrouver l'équation de Poisson exprimée dans le cas particulier d'un dispositif semi-conducteur [2]:

$$Div\left(\epsilon \cdot \overrightarrow{grad}_x(\psi)\right) = -|q| \cdot (p - n + N_d - N_a) \quad (I-7)$$

où:

- $\psi$ : est le potentiel électrostatique dans le semi-conducteur.
- $q$ : est la charge élémentaire électronique.
- $p$  et  $n$ : sont les densités volumiques de charges au point considéré (respectivement de trous et d'électrons).
- $N_d$  et  $N_a$ : sont les densités volumiques de charges fixes liées aux dopants (respectivement de type donneur et accepteur).

### I - 1 - b ) Equations de continuité de courant

Enfin, en considérant les mêmes hypothèses que celles définies précédemment, on peut également exprimer les conditions de conservation de courant par les deux équations suivantes (toujours déduites du formalisme de Maxwell):

$$Div\left(\vec{J}_n\right) = |q| \cdot \frac{\partial n}{\partial t} - |q| \cdot (G - R) \quad (I-8)$$

$$Div\left(\vec{J}_p\right) = -|q| \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + |q| \cdot (G - R) \quad (I-9)$$

où la densité de courant est maintenant différenciée selon quelle soit due aux trous (indice p) ou aux électrons (indice n). De plus, dans le membre de droite des deux équations, on trouve un terme G-R qui correspond au flux net de génération moins recombinaison des porteurs.

## I - 2 ) Equations de Transport

### I - 2 - a ) Préliminaires

Les trois équations décrites précédemment ne sont pas suffisantes pour caractériser complètement un dispositif semi-conducteur. En effet, il est nécessaire de relier les



expressions des densités de courant ( $\vec{J}_n$  et  $\vec{J}_p$ ) au potentiel électrostatique ainsi qu'aux densités de porteurs. Pour cela nous allons utiliser l'approche conjointe de Boltzmann, Vlasov et Liouville.

Considérons un morceau de silicium semi-conducteur cristallin. D'après la théorie de la mécanique quantique, les porteurs présents dans le semi-conducteur ne peuvent occuper que certains niveaux d'énergie. Cependant, on montre [3] que ces niveaux autorisés sont bien plus nombreux que la totalité des porteurs présents dans le morceau de silicium considéré. Dans ce cas, on dit que le système est "dilué" et que l'ensemble des porteurs se comporte comme un gaz parfait. Ceci a deux conséquences:

- d'une part, les statistiques de Fermi-Dirac ou de Bose-Einstein appliquées au gaz de porteurs libres se ramènent à la statistique de Boltzmann. En effet, les trois fonctions statistiques citées précédemment décrivent la probabilité qu'une particule occupe un état d'énergie donné. Ces trois fonctions tendent vers la même expression dans le cas où les particules suivent les lois des gaz parfaits.
- d'autre part, la théorie développée par Boltzmann et appliquée aux gaz parfaits peut-être, moyennant quelques modifications, réutilisée dans le cadre des semi-conducteurs.

Avant d'explicitier l'équation de transport de Boltzmann, ses fondements physiques essentiels sont rappelés dans les paragraphes suivants.

### **I - 2 - b ) L'approche de Liouville**

Le travail de base a été effectué par Liouville au cours du siècle dernier. Il consiste à décrire l'évolution temporelle de la fonction de répartition d'un ensemble de particules dans un espace donné (appelé espace des phases). Dans la suite des propos nous appellerons cette fonction de répartition " $f$ ".

Considérons un ensemble de  $N$  porteurs, électrons ou trous, évoluant dans un domaine géométrique cristallin fermé. De manière classique en mécanique Newtonienne, il est possible d'associer à chacune de ces  $N$  particules un vecteur position  $\vec{x}$  et un vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Chaque vecteur possède trois dimensions. Une particule est, par conséquent, associée à six coordonnées et l'ensemble des particules peut être repéré par un vecteur dans un espace de dimension  $6N$ , appelé espace des phases. Si les interactions des particules entre elles ou avec le réseau cristallin sont considérées de manière classique, l'équation de Liouville exprimant l'évolution du système au cours du temps est dite "classique". Néanmoins, dans le cas d'un réseau cristallin, chaque atome ionisé représente une perturbation du potentiel électrostatique sur une très petite échelle. Cette perturbation, bien souvent périodique sur des longueurs faibles de l'ordre des dimensions atomiques, ne peut être appréhendée que de manière quantique. Dans ce cas, l'équation de Liouville est "semi-classique", le mouvement des particules étant, lui, toujours classique par hypothèse de départ. C'est ce dernier cas de figure qui nous intéresse. Cependant, dans la formulation de Liouville, nous avons vu que l'espace de représentation était de dimension  $6N$  ce qui est incompatible avec les méthodes de résolution actuelles.

### **I - 2 - c ) L'approche de Vlasov**

Une simplification a été proposée par Vlasov et consiste à considérer que les particules sont groupées par "paquets". Les particules d'un paquet interagissent entre elles, mais n'interagissent pas avec les particules d'un paquet voisin. De plus, dans tous les cas pratiques

étudiés le nombre de particules est grand et représente un échantillon statistique correcte. Il est dès lors possible de réduire notablement la dimension des systèmes de résolution et de ne considérer que les résultats macroscopiques. En effet, on se ramène à une fonction de répartition  $f(\vec{x}, \vec{k}, t)$  à 7 dimensions, où  $f(\vec{x}, \vec{k}, t) \cdot d^3x \cdot d^3k$  représente le nombre de particules autour du point de coordonnées  $(\vec{x}, \vec{k})$  dans un volume  $d^3x \cdot d^3k$  de l'espace des phases, à l'instant  $t$ . Le vecteur  $\vec{x}$  représente la position du paquet d'onde et  $\vec{k}$  son vecteur d'onde.

Le nombre d'états permis pour l'ensemble des porteurs se conserve au cours du temps. Ceci entraîne pour la fonction de répartition  $f(\vec{x}, \vec{k}, t)$  que:

$$\frac{df(\vec{x}, \vec{k}, t)}{dt} = 0 \quad (\text{I-10})$$

Par souci de simplification de l'écriture, les arguments de  $f$  dans les expressions suivantes seront omis, ce qui donne:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \overrightarrow{grad}_x(f) \times \frac{d\vec{x}}{dt} + \overrightarrow{grad}_k(f) \times \frac{d\vec{k}}{dt} = 0 \quad (\text{I-11})$$

où  $\overrightarrow{grad}_x$  représente l'opérateur de gradient par rapport aux coordonnées géométriques et  $\overrightarrow{grad}_k$  celui de gradient par rapport aux coordonnées de l'espace des vecteurs d'onde. Sachant que  $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}$  où  $\vec{v}$  est la vitesse d'une particule et  $\frac{d\vec{h}k}{dt} = \vec{F}_S$  où  $\vec{F}_S$  est la somme des forces appliquée à un électron de quasi-impulsion  $\vec{h}k$ . Il en résulte la formulation suivante:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}_x(f) + \frac{\vec{F}_S}{\hbar} \cdot \overrightarrow{grad}_k(f) = 0 \quad (\text{I-12})$$

Malheureusement cette formulation présente encore un inconvénient: elle rend bien compte des interactions faibles sur des longues distances (interactions coulombiennes) mais ne peut exprimer l'effet des interactions fortes à courtes distances. Elle ne permet donc pas de prendre en compte l'influence des phénomènes de dispersion dus au réseau cristallin ou aux interactions entre particules.

### I - 2 - d ) L'approche de Boltzmann

C'est en 1872 que Boltzmann [4] apporta une modification à l'équation (I-12) permettant la prise en compte de collisions des porteurs entre eux ou avec le réseau cristallin. Initialement l'équation de Boltzmann était utilisée pour décrire le comportement hors d'équilibre des gaz dilués, mais avec ce qui a été signalé précédemment, cette équation fut appliquée aux phénomènes de transport dans les semi-conducteurs. Son hypothèse majeure, par rapport à Vlasov, fut de considérer que les changements de vecteurs d'ondes suite à une interaction avec le réseau cristallin ou avec une autre particule, étaient quasi-instantanés par rapport aux changements de vecteurs positions. Cette hypothèse permet de prendre en compte, de

manière statistique, les phénomènes de dispersion et d'aboutir à l'équation suivante:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(f) + \frac{\vec{F}_E}{\hbar} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{k}}(f) = \left(\frac{df}{dt}\right)_{coll} \quad (\text{I-13})$$

Il est important ici de souligner que l'indice 'E' pour  $F_E$  précise que de façon générale, les forces appliquées aux particules seront de type électriques. Ces forces d'ordre:

- macroscopiques, dues à un potentiel extérieur appliqué au semi-conducteur. Il est nécessaire dans ce cas de connaître les conditions aux limites imposées par l'opérateur.
- microscopiques, dues au potentiel périodique imposé par les atomes du réseau cristallin. Une connaissance de la structure de bande du semi-conducteur à l'étude s'impose alors.

La signification physique d'une telle formulation est immédiate: la variation temporelle de la distribution (premier terme) est le résultat:

- du mouvement des particules (second terme)
- des forces électrostatiques qui leur sont appliquées (troisième terme)
- de la dispersion des particules, causée par des réflexions microscopiques dues aux interactions des particules avec les atomes du réseau cristallin ou aux interactions des particules entre elles (membre de droite).

Le terme de collision dans le membre de droite de l'équation (I-13) peut également être développé. Soit  $P(\vec{x}_1, \vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2, t_1)$  la probabilité qu'une particule en position  $\vec{x}_1$ , de vecteur d'onde initial  $\vec{k}_1$ , au temps  $t_1$  suite à une interaction, ait son vecteur d'onde modifié en  $\vec{k}_2$ . Cette probabilité est proportionnelle à la probabilité d'occupation du niveau  $(\vec{x}_1, \vec{k}_1)$  qui est  $f(\vec{x}_1, \vec{k}_1, t_1)$ . Cette probabilité est également proportionnelle à la probabilité de non-occupation du niveau final  $(\vec{x}_1, \vec{k}_2)$  soit  $1-f(\vec{x}_1, \vec{k}_2, t_1)$ .

Par conséquent:

$$P(\vec{x}_1, \vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2, t_1) = s(\vec{x}_1, \vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2, t_1) \cdot f(\vec{x}_1, \vec{k}_1, t_1) \cdot [1-f(\vec{x}_1, \vec{k}_2, t_1)] \quad (\text{I-14})$$

où:  $s(\vec{x}_1, \vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2, t_1) \cdot dk_1^3$  est la probabilité pour une particule de position  $\vec{x}_1$  de voir son vecteur d'onde  $\vec{k}_1$ , compris dans un volume  $dk_1^3$ , modifié en  $\vec{k}_2$  suite à une collision.

L'expression de  $s(\vec{x}_1, \vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2, t_1)$  dépend du mécanisme de dispersion considéré.

Finalement, le terme dû aux collisions est égal à l'intégrale sur l'ensemble des vecteurs d'ondes

possibles de la probabilité que des particules passent d'un vecteur d'onde  $\vec{k}_1$  à  $\vec{k}_2$  moins la probabilité que des particules passent d'un vecteur d'onde  $\vec{k}_2$  à  $\vec{k}_1$ , soit:

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{coll} = \iiint_{\vec{k}} [P(\vec{x}_1, \vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2, t_1) - P(\vec{x}_1, \vec{k}_2 \rightarrow \vec{k}_1, t_1)] \cdot dk_1^3 \quad (I-15)$$

L'expression des  $P(\vec{x}, \vec{k} \rightarrow \vec{k}', t)$  contenus dans l'équation (I-15) est donnée par l'équation (I-14).

Nous nous limiterons, dans le cadre de ce travail, à la description précédente des phénomènes de transport en mettant l'accent, dans ce qui suit, sur les différentes méthodes numériques applicables à l'équation de Boltzmann.

## II ) Méthodes de résolution des équations de transport

L'équation (I-15) est de type intégral-différentielle à sept variables indépendantes. A moins d'imposer des hypothèses simplificatrices sévères, il n'est pas possible d'en trouver une solution analytique. Essentiellement deux approches, permettant la résolution de l'équation de Boltzmann, peuvent être distinguées, l'une est basée sur une résolution exacte, l'autre est basée sur une approximation de moments successifs.

### II - 1 ) La résolution exacte

Plusieurs techniques permettent d'aboutir à une solution "exacte" de l'équation de transport de Boltzmann. Dans une première partie, deux solutions sont proposées. Toute deux, mettent en jeu un calcul direct de la fonction de répartition des particules, dans le domaine géométrique considéré, sous une forme analytique explicite. Quant aux deux suivantes, elles fournissent, pour chaque point d'un ensemble discret donné, la valeur numérique de la fonction de répartition.

#### II - 1 - a ) Méthode variationnelle

Parmi les méthodes exactes, la plus simple consiste certainement à linéariser l'équation de Boltzmann. Dans ce cadre, il est nécessaire de considérer que les forces électriques sont faibles en comparaison des effets de dispersion. Le troisième terme de l'équation (I-13) peut alors être approximé par un développement de Taylor et tronqué au premier ordre. Moyennant cette hypothèse, si l'on suppose que les collisions sont de type élastiques, l'équation de Boltzmann peut être linéarisée autour d'une distribution d'équilibre. Dans ce cas une solution analytique immédiate existe. Si les collisions sont inélastiques, en se référant aux méthodes variationnelles [5] [6], le membre de droite de l'équation (I-13) peut être développé en une combinaison linéaire de fonctions judicieusement choisies. Une nouvelle solution analytique peut alors être trouvée. Le travail final consiste à relier les courants et potentiels au sein du dispositif à la fonction de distribution.

## II - 1 - b ) Méthode de décomposition en série ou en harmoniques sphériques

Pour cette approche, les forces électriques sont supposées être orientées dans des directions privilégiées, imposées par la nature du cristal étudié. La fonction de distribution  $f$  peut alors être décomposée en polynômes de Legendre [7], ou en harmoniques sphériques [8] [9]. Généralement la décomposition ne comporte que peu de termes, afin de préserver la simplicité des calculs. Le résultat de la décomposition est réinjecté dans l'équation (I-13). Il en découle un système d'équations différentielles dont la taille dépend du nombre de termes pris en compte dans l'expression de  $f$ . Ce système est finalement discrétisé et résolu numériquement de manière classique.

## II - 1 - c ) Méthode itérative

Dans le cadre de cette méthode [10] [11], la fonction de distribution est supposée connue à priori et valant  $f_i$ . Le membre de droite de l'équation (I-13) est alors évalué avec cette fonction d'essai. Une nouvelle approximation  $f_{i+1}$  est ensuite calculée à partir du membre de gauche de l'équation (I-13). Ce processus est réitéré autant de fois que nécessaire et prend fin lorsque les écarts entre deux approximations successives  $f_i$  et  $f_{i+1}$  deviennent inférieurs à un seuil acceptable d'erreur. De la même manière que pour la méthode variationnelle, la fonction de distribution ainsi obtenue sert de base aux calculs des courants dans le dispositif.

## II - 1 - d ) Méthode particulière (Monte-Carlo)

Parmi les méthodes dites exactes, la méthode de Monte-Carlo est certainement la méthode la plus populaire. Sa force est de proposer une étude du transport au niveau microscopique [12]. En effet, chaque porteur est suivi de façon individuelle en considérant que son mouvement est une succession de vols libres (régis par les lois de la mécanique classique), interrompue par des collisions (régies par les lois de la mécanique quantique). Les événements de dispersion, leurs types (intra-vallée, inter-vallée, particule-particule ou particule-impureté ionisée), la redistribution du moment et le changement d'énergie associés à une particule sont tirés au sort au cours de l'exécution des calculs. Cette approche permet de prendre en compte les phénomènes non-stationnaires. La méthode est, par conséquent, précise mais l'aspect stochastique du processus nécessite des temps de calcul excessivement longs afin d'obtenir des échantillons statistiques corrects.

## II - 2 ) La méthode des moments successifs

Finalement, d'autres techniques très utilisées permettant la résolution de l'équation de Boltzmann sont basées sur la méthode des moments. Par souci de simplicité, nous nous limiterons, lors de la dérivation des moments de l'équation, à un seul type de porteurs (électrons), sachant que la même démarche peut être facilement exécutée pour l'autre type de porteurs (trous). Si l'on considère l'équation (I-13), on peut appeler  $M^{(\alpha)}$ , le moment d'ordre  $\alpha$  de la fonction de répartition  $f(\vec{x}, \vec{k}, t)$ , par rapport à la vitesse de groupe des porteurs  $\vec{v}$ . Sachant que la vitesse de groupe a trois composantes ( $v_x, v_y, v_z$ ), exprimées dans un repère  $(O, x, y, z)$ , le tenseur  $M^{(\alpha)}$  s'écrit de la manière suivante:

$$M^{(0)}(\vec{x}, t) = \int_{\vec{k}} f(\vec{x}, \vec{k}, t) \cdot \vec{dk} \quad (\text{I-16})$$

$$M^{(1)}(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} M_x^{(1)}(\vec{x}, t) \equiv \int_{\vec{k}} v_x \cdot f(\vec{x}, \vec{k}, t) \cdot \vec{dk} \\ M_y^{(1)}(\vec{x}, t) \equiv \int_{\vec{k}} v_y \cdot f(\vec{x}, \vec{k}, t) \cdot \vec{dk} \\ M_z^{(1)}(\vec{x}, t) \equiv \int_{\vec{k}} v_z \cdot f(\vec{x}, \vec{k}, t) \cdot \vec{dk} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (\text{I-17})$$

$$M_{i_1 \dots i_\alpha}^{(\alpha)}(\vec{x}, t) = \int_{\vec{k}} v_{i_1} \dots v_{i_\alpha} \cdot f(\vec{x}, \vec{k}, t) \cdot \vec{dk} \quad (\text{I-18})$$

Avec  $i_1, \dots, i_\alpha$  prenant successivement des valeurs appartenant à l'ensemble  $\{x, y, z\}$ . Cette notation est pratique, car elle nous permet de relier les quantités physiques aux moments successifs ainsi:

$$n(\vec{x}, t) = M^{(0)}(\vec{x}, t) \text{ où } n(\vec{x}, t) \text{ est la densité de particules à la position } \vec{x} \text{ au temps } t.$$

$$J(\vec{x}, t) = -qM^{(1)}(\vec{x}, t) \text{ où } J(\vec{x}, t) \text{ est la densité de courant.}$$

$$\varepsilon(\vec{x}, t) = \frac{m}{2} \cdot \text{trace}\left(M^{(2)}(\vec{x}, t)\right) \text{ où } \varepsilon(\vec{x}, t) \text{ est la densité d'énergie, l'opérateur}$$

$\text{trace}()$  réalisant la somme des termes diagonaux du tenseur  $M^{(\alpha)}$ .

En multipliant l'équation de Boltzmann (I-13) par les puissances successives de la vitesse de groupe  $\vec{v}$ , et en intégrant cette équation par rapport aux vecteurs d'ondes, dans la première zone de Brillouin, on obtient un système infini:

$$\frac{\partial}{\partial t} M^{(0)}(\vec{x}, t) + \text{div}_x(M^{(1)}) = q \cdot (G - R) \quad (\text{I-19})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} M^{(1)}(\vec{x}, t) + \text{div}_x(M^{(2)}) + \frac{q}{m_n} \cdot M^{(0)} \cdot \vec{E} = \int_{\vec{k}} \vec{v} \cdot \left( \frac{df}{dt} \right)_{coll} \cdot \vec{dk} \quad (\text{I-20})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} M^{(2)}(\vec{x}, t) + \text{div}_x(M^{(3)}) + 2 \cdot \frac{q}{m_n} \cdot M^{(1)} \cdot \vec{E} = \int_{\vec{k}} \vec{v}^2 \cdot \left( \frac{df}{dt} \right)_{coll} \cdot \vec{dk} \quad (\text{I-21})$$

⋮

Dans ces expressions,  $m_n$  correspond à la masse effective des électrons et  $E$  au champ électrique.

Les trois premières équations physiques dérivées ainsi ont des significations précises:

- l'équation (I-19) exprime la conservation de la charge et est équivalente aux équations (I-8) (I-9) dérivées du formalisme de Maxwell.
- l'équation (I-20) exprime la conservation de la densité de quantité de mouvement.
- l'équation (I-21) exprime la conservation de la densité d' énergie.

Cette approche présente néanmoins deux inconvénients:

- i) pour chaque équation, le terme de droite, lié aux phénomènes de collisions, ne dépend pas d'une façon simple du moment.
- ii) le système n'est pas complet, car quel que soit le degré où il est tronqué, il présente systématiquement  $n$  équations à  $n+1$  inconnues.

Ces deux difficultés sont surmontées en faisant, d'une part, des approximations simplificatrices sur la fonction de distribution et d'autre part, en rajoutant une équation supplémentaire permettant de "fermer" le système.

## II - 2 - a ) Modèle de dérive/diffusion

Le modèle de dérive-diffusion découle directement des résultats présentés dans les paragraphes précédents. Seul les deux premiers moments sont utilisés (I-19) (I-20).

Moyennant l'hypothèse de collisions élastiques, le terme de dispersion  $\left( \frac{df}{dt} \right)_{coll}$  peut être décrit

dans le cadre de "l'approximation des temps de relaxation" [2] à savoir:

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{coll} = - \frac{f(\vec{x}, \vec{k}, t) - f_0(\vec{x}, \vec{k})}{\tau_n} \quad (I-22)$$

Cette relation suppose qu'à l'issue d'une perturbation, la fonction de distribution  $f(\vec{x}, \vec{k}, t)$  retourne à son état d'équilibre  $f_0(\vec{x}, \vec{k})$  en un temps caractéristique de relaxation  $\tau_n$ .

Connaissant l'expression de la densité de courant  $J_n(\vec{x}, t) = -qM^{(1)}(\vec{x}, t)$ , en définissant la mobilité par  $\mu_n = \frac{q \cdot \tau_n}{m_n}$  et en supposant que la température des porteurs soit constante et égale à la température du réseau cristallin, l'équation (I-20) peut s'écrire sous la forme:

$$\tau_n \cdot \frac{\partial}{\partial t} J_n(\vec{x}, t) + J_n(\vec{x}, t) = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E} + \mu_n \cdot k \cdot T \cdot grad_x(n) \quad (I-23)$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann. Finalement en utilisant la relation d'Einstein  $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k \cdot T}{q}$  avec

$D_n$  coefficient de diffusion et en négligeant les phénomènes de transport non-stationnaires, approximation légitime dans la mesure où le facteur  $\tau_n$  est généralement très petit, on trouve la relation classique:

$$J_n(\vec{x}, t) = |q| \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E} + |q| \cdot D_n \cdot \overrightarrow{grad_x}(n) \quad (I-24)$$

l'indice  $n$  précisant qu'il s'agit d'électrons. Une équation similaire peut-être déduite pour les trous et sera donnée dans la suite de ce chapitre.

## II - 2 - b ) Modèle hydrodynamique

Les méthodes hydrodynamiques utilisent les trois premières équations (I-19) (I-20) et (I-21) qui sont réarrangées afin de faire apparaître les variables physiques relatives au système étudié. Ces variables sont:

$n(\vec{x}, t)$ :	concentration en porteurs
$\overline{v}(\vec{x}, t)$ :	vitesse moyenne
$q \cdot (G(\vec{x}, t) - R(\vec{x}, t))$ :	taux de génération moins taux de recombinaison
$P(\vec{x}, t)$ :	moment moyen
$U_t(\vec{x}, t)$ :	tenseur de tension thermique
$\nabla U_t(\vec{x}, t)$ :	vecteur dont la $n^{\text{ème}}$ coordonnée est la divergence de la $n^{\text{ème}}$ ligne du tenseur $U_t$ considéré comme un vecteur
$C_p(\vec{x}, t)$ :	taux de changement du moment
$\epsilon_c(\vec{x}, t)$ :	énergie cinétique moyenne



$S_{\varepsilon}(\vec{x}, t) :$	densité moyenne de flux d'énergie
$C_{\varepsilon}(\vec{x}, t) :$	taux de changement d'énergie cinétique dû aux phénomènes de collision

Le système d'équations des modèles hydrodynamiques s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n(\vec{x}, t)}{\partial t} + \nabla \left( n(\vec{x}, t) \cdot \overline{v(\vec{x}, t)} \right) &= G(\vec{x}, t) - R(\vec{x}, t) \\
\frac{\partial (n(\vec{x}, t) \cdot P(\vec{x}, t))}{\partial t} + \nabla \left( q \cdot n(\vec{x}, t) \cdot U_t(\vec{x}, t) \right) - \left( n(\vec{x}, t) \cdot F_E(\vec{x}, t) \right) &= n(\vec{x}, t) \cdot C_P(\vec{x}, t) \\
\frac{\partial (n(\vec{x}, t) \cdot \varepsilon_c(\vec{x}, t))}{\partial t} + \nabla \left( q \cdot n(\vec{x}, t) \cdot S_{\varepsilon}(\vec{x}, t) \right) - \left( n(\vec{x}, t) \cdot \overline{v(\vec{x}, t)} \cdot F_E(\vec{x}, t) \right) &= n(\vec{x}, t) \cdot C_{\varepsilon}(\vec{x}, t)
\end{aligned} \tag{I-25}$$

Il est ensuite nécessaire d'évaluer chacun des termes liés aux collisions  $q \cdot (G-R)$ ,  $C_P$  et  $C_{\varepsilon}$ . La précision de ces évaluations dépend des approximations réalisées [4] [13] [14] [15] [16] [17] [18]. De plus, une équation supplémentaire est à fixer pour imposer la fermeture de ce système.

Pour le moment d'ordre 0, le terme  $(G-R)$  de génération et de recombinaison est exprimé de manière traditionnelle [24] (Auger et Schockley-Read-Hall). Pour les moments d'ordre 1 et 2,  $C_P$  et  $C_{\varepsilon}$  sont de, façon habituelle, exprimés à l'aide des approximations suivantes:

$$C_P(\vec{x}, t) = - \frac{P(\vec{x}, t)}{\tau_P} \tag{I-26}$$

$$C_{\varepsilon}(\vec{x}, t) = - \frac{(\varepsilon_c(\vec{x}, t) - \varepsilon_{c0}(\vec{x}, t))}{\tau_{\varepsilon}} \tag{I-27}$$

où  $\tau_P$  et  $\tau_{\varepsilon}$  sont les temps de relaxation du moment et de l'énergie, caractérisant le retour à l'équilibre du système quand les forces extérieures sont supprimées, et  $\varepsilon_{c0}$  est l'énergie cinétique moyenne des porteurs en équilibre thermique avec le réseau cristallin. Les temps de relaxation dépendent eux-mêmes de l'énergie moyenne  $\varepsilon_c$ .

La fermeture du système d'équations dans le cadre du formalisme hydrodynamique se fait classiquement en approximant la densité de flux d'énergie à l'aide d'un terme convectif et d'un terme de flux de chaleur.

$$S_{\varepsilon}(\vec{x}, t) \approx Q(\vec{x}, t) + \varepsilon_c(\vec{x}, t) \overline{v(\vec{x}, t)} + k_B T_e(\vec{x}, t) \overline{v(\vec{x}, t)} \tag{I-28}$$

$$Q(\vec{x}, t) = \frac{1}{n(\vec{x}, t)} \int \frac{1}{2} f(\vec{x}, \vec{k}, t) \left( v(\vec{x}, t) - \overline{v(\vec{x}, t)} \right)^2 m_n(\vec{k}) \left( v(\vec{x}, t) - \overline{v(\vec{x}, t)} \right) d^3 k \tag{I-29}$$

où  $m_n(\vec{k})$  est la masse effective d'un électron de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et

$$T_e(\vec{x}, t) ; T_e(\vec{x}, t)_{ij} = \frac{1}{k_B^n(\vec{x}, t)} \int f(\vec{x}, \vec{k}, t) m_n(\vec{k}) \left( v(\vec{x}, t)_i - \overline{v(\vec{x}, t)_i} \right) \cdot \left( v(\vec{x}, t)_j - \overline{v(\vec{x}, t)_j} \right) d^3k \quad (I-30)$$

est le tenseur de température. En fait, la température est souvent considérée comme scalaire et on suppose  $Q$  proportionnel au gradient de température. En faisant ces approximations, on donne une valeur du terme  $S_e$  d'ordre 3 en fonction de la vitesse et de l'énergie moyenne, ce qui permet la fermeture du système d'équations. Cependant, ces hypothèses simplificatrices:

- \* température considérée comme scalaire
- \* expression du flux de chaleur proportionnel au gradient de température,
- \* temps de relaxation  $\tau_p$  fonction uniquement de l'énergie

peuvent être mises en défaut par exemple dans le cas de fortes variations du champ électrique.

### III ) Comparaison des méthodes de résolution

La revue des principales méthodes de résolution des équations de transport amène naturellement une discussion sur leur flexibilité de mise en œuvre, leur précision ou les besoins en temps de calcul. A cet effet, le tableau I.1 positionne chaque méthode par rapport aux autres.

		Méthodes					
		Variationnelle	Monte-Carlo	Développement en séries	Itérative	Dérive-Diffusion	Hydrodynamique
Caractéristiques	Temps de calcul	Faible	Elevé	Faible	Elevé	Moyen	Elevé
	Prise en compte des phénomènes transitoires	Difficile	Dans certaines limites[19]	Difficile	Difficile	Facile	Facile
	Prise en compte des effets non stationnaires	Dans certaines limites	Oui	Oui	Oui	Non	Dans certaines limites
	Adaptabilité à la géométrie du dispositif	Faible	Elevée	Faible	Faible	Elevée	Elevée
	Degré des Approximations effectuées	Elevé	Faible	Moyen	Faible	Faible (si dispositif non sub-micronique)	Faible

Tableau I.1 : Comparaison des différentes méthodes de résolution de l'équation de Boltzmann

L'objectif de ce travail étant le développement de modèles non-quasi-statiques exploitables pour l'analyse de circuits, l'accent est mis sur des méthodes de simulations précises, rapides et pouvant rendre compte de manière fiable des phénomènes transitoires. Dans cette perspective, les méthodes avec lesquelles la prise en compte des termes dépendants du temps est difficile sont d'office exclues, à savoir:

- les méthodes variationnelles
- les méthodes basées sur un développement en série
- les méthodes itératives

En se limitant aux dispositifs pour lesquels les effets de transport non-stationnaires demeurent négligeables, il reste alors trois méthodes comparables, en précision de résultats et adaptabilité aux différentes structures géométriques à simuler. C'est d'une part, les développements déjà effectués précédemment et d'autre part, le coût "raisonnable" en temps de calcul qui ont orienté notre choix vers une méthode de dérive-diffusion. La précision sera donc à remettre en question lors de simulations de dispositifs fortement sub-microniques (longueur de grille inférieure à 0.15µm). Cependant l'expérience montre que, même dans le cas de dispositifs avancés, la comparaison de résultats expérimentaux avec ceux fournis par une méthode de Dérive-Diffusion reste en bon accord [20]. La même remarque peut être faite dans le cas d'une comparaison avec des résultats fournis par une méthode de type Monte-Carlo [21] [22].

#### IV ) Modèles utilisés pour la méthode de dérive/diffusion

Le choix de la méthode de dérive/diffusion étant arrêté, ce paragraphe rappelle les équations fondamentales, ainsi que les modèles permettant de décrire l'évolution des paramètres principaux.

Le système d'équations permettant de caractériser complètement un semi-conducteur est constitué d'une part de l'équation de Poisson (I-7):

$$\text{Div}\left(\overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(\psi)\right) = \frac{-|q|}{\epsilon} \cdot (p - n + N_d - N_a) \quad (\text{I-31})$$

D'autre part des équations de continuité de courant (I-8) et (I-9):

$$\text{Div}\left(\overrightarrow{J}_n\right) = |q| \cdot \frac{\partial n}{\partial t} - |q| \cdot (G - R) \quad (\text{I-32})$$

$$\text{Div}\left(\overrightarrow{J}_p\right) = -|q| \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + |q| \cdot (G - R) \quad (\text{I-33})$$

Enfin, des équations constitutives de courant (I-24):

$$\overrightarrow{J}_n = |q| \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E} + |q| \cdot D_n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(n) \quad (\text{I-34})$$

$$\overrightarrow{J}_p = |q| \cdot p \cdot \mu_p \cdot \vec{E} - |q| \cdot D_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(p) \quad (\text{I-35})$$

Afin d'être complet, il convient d'introduire ici une notation particulière équivalente [23] aux deux équations ci-dessus (I-34) (I-35). En faisant intervenir la densité intrinsèque de porteurs à l'équilibre  $n_i$  et les pseudo-potentiels de Fermi  $\phi_n$  et  $\phi_p$  respectivement pour les électrons et pour les trous, on pose:

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{|q| \cdot (\phi - \phi_n)}{k \cdot T}\right) \quad (\text{I-36})$$

$$p = n_i \cdot \exp\left(\frac{-|q| \cdot (\phi - \phi_p)}{k \cdot T}\right) \quad (\text{I-37})$$

Dans ce cas les équations (I-34) (I-35) deviennent:

$$\vec{J}_n = -|q| \cdot n \cdot \mu_n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_x(\phi_n) \quad (\text{I-38})$$

$$\vec{J}_p = -|q| \cdot p \cdot \mu_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_x(\phi_p) \quad (\text{I-39})$$

En ce qui concerne les conditions aux limites, tous les cas envisagés dans le cadre de ce travail seront donnés dans le chapitre III.

## IV - 1 ) Modèles de mobilité

Dans la plupart des semi-conducteurs, la mobilité est anisotrope car elle dépend de la masse effective des électrons qui est elle même anisotrope. Afin de simplifier le problème, une structure de bande isotrope peut être considérée pour le silicium moyennant l'usage d'une masse effective ad hoc. En revanche, les dépendances de la mobilité en fonction du champ électrique sont beaucoup plus marquées et doivent être distinguées selon que l'on étudie un dispositif bipolaire ou MOS [24].

### IV - 1 - a ) Mobilité dans les dispositifs bipolaires

Dans le cas d'un dispositif bipolaire classique, où le transport s'effectue en volume, le flux des porteurs n'est pas influencé par la présence d'une interface telle que l'interface entre silicium et oxyde de silicium caractéristique des structures MOS. Les expressions développées par Scharfetter et Gummel[25], d'une part, et Thornber [26], d'autre part, décrivent l'évolution de la mobilité par rapport au champ électrique comme suit:

$$\mu = \frac{\mu_{eff}}{\sqrt{1 + \frac{\left(\frac{\mu_{eff} \cdot E_\pi}{V_{sac}}\right)^2}{\left(\frac{\mu_{eff} \cdot E_\pi}{V_{sac}}\right) + G} + \left(\frac{\mu_{eff} \cdot E_\pi}{V_{sop}}\right)^2}} \quad (\text{I-40})$$

Dans l'expression (I-40):

- $V_{sac}$  représente une vitesse de saturation liée aux phonons acoustiques
- $V_{sop}$  est la vitesse de saturation liée aux phonons optiques
- $G$  est un paramètre empirique
- $E_\pi$  représente la composante du champ électrique qui est parallèle à la densité de courant, son expression est la suivante:

$$E_\pi = \frac{\vec{E} \cdot \vec{J}_{n,p}}{|\vec{J}_{n,p}|} \quad (\text{I-41})$$

les indices n ou p spécifiant s'il s'agit d'un courant de trous ou d'électrons.

Enfin,  $\mu_{eff}$  est la mobilité dépendante des profils de dopage:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{\eta}{N_r + \frac{\eta}{S}}}} \quad (I-42)$$

Dans cette expression:

- $\mu_0$  est constante pour une température fixée,
- $\eta$  équivaut à la concentration totale en impuretés dans le semi-conducteur,
- $N_r$  et S sont deux paramètres.

Chaque variable dans ces expressions dépend du type de porteur (électron ou trou). Leurs valeurs numériques sont précisées dans le tableau I.2:

Paramètre	Unité	Electron	Trou
$\mu_0$	cm <sup>2</sup> /(Vs)	1400	480
S	sans unité	350	81
$N_r$	1/cm <sup>3</sup>	3*10 <sup>16</sup>	4*10 <sup>16</sup>
$V_{sac}$	cm/s	4.9*10 <sup>6</sup>	2.928*10 <sup>6</sup>
$V_{sop}$	cm/s	1.036*10 <sup>7</sup>	1.2*10 <sup>7</sup>
G	sans unité	8.8	1.6

Tableau I.2 : Valeur des paramètres en fonction du type de porteur

#### IV - 1 - b ) Mobilité dans les dispositifs MOS

Dans le cas de transistors MOS, le courant est confiné sous la grille, à l'interface entre le silicium et l'oxyde de silicium. La mobilité est, par conséquent, modifiée par la nature même de l'interface qui peut être plus ou moins parfaite. Cependant l'expression de la mobilité proposée par [27] présente peu de différences par rapport à celle fournie dans le paragraphe précédent:

$$\mu = \frac{\mu_{eff}^{\Gamma}}{\sqrt{1 + \frac{\left(\frac{\mu_{eff}^{\Gamma} \cdot E_{\pi}}{V_{sac}}\right)^2}{\left(\frac{\mu_{eff}^{\Gamma} \cdot E_{\pi}}{V_{sac}}\right) + G} + \left(\frac{\mu_{eff}^{\Gamma} \cdot E_{\pi}}{V_{sop}}\right)^2}} \quad (I-43)$$

Avec cependant:

$$\mu_{eff}^{\Gamma} = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{\eta}{N_r + \frac{\eta}{S}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha \cdot E_{\Gamma}}} \quad (I-44)$$

Le champ électrique  $E_{\Gamma}$  représente le champ perpendiculaire au vecteur densité de courant. Les valeurs des paramètres définies dans le tableau I.2 restent valables et sont complétées par les valeurs possibles du paramètre  $\alpha$ :

Paramètre	Unité	Electron	Trou
$\alpha$	cm/V	$1.54 \cdot 10^{-5}$	$5.35 \cdot 10^{-5}$

Tableau I.3 : Valeurs du paramètre  $\alpha$

## IV - 2 ) Effets de dopages élevés

Lorsque le niveau de dopage est suffisamment élevé ( $\sim 10^{18}$  atomes/cm<sup>3</sup>), les densités d'états relatives aux bandes de conduction et de valence sont affectées par deux phénomènes.

- le premier concerne les interactions possibles entre porteurs d'une part et entre porteurs et impuretés ionisées d'autre part.
- le second concerne la perturbation du potentiel périodique du cristal lié au grand nombre de charges libres introduites.

Ces deux effets contribuent à un déplacement rigide des extremums de bandes et à une déformation de celles-ci. Les niveaux discrets d'énergies liés à la présence d'impuretés tendent à former une distribution d'énergies permises dans la bande interdite qui entre alors en recouvrement avec les queues de distribution des bandes de conduction ou de valence [2].

En théorie, la prise en compte des effets de dopages élevés requiert l'utilisation de la statistique de Fermi et l'usage d'une densité d'états réaliste. Les modèles décrivant les concentrations en porteurs deviennent alors complexes. Une approche beaucoup plus simple est généralement préférée: elle consiste à introduire l'ensemble des déformations et décalages des bandes dans l'expression d'une densité intrinsèque effective de porteurs qui tient compte du rétrécissement de la bande interdite ( $\Delta E_g = q \Delta V_g$ ) [28] [29].

$$n_{ie} = n_i \cdot \exp\left(\frac{q \cdot \Delta V_g}{2 \cdot k \cdot T}\right) \quad (I-45)$$

avec:

$$\Delta V_g = V_1 \cdot \left( \ln\left(\frac{N_a + Nd}{N_0}\right) + \sqrt{\left(\ln\left(\frac{N_a + Nd}{N_0}\right)\right)^2 + C} \right) \quad (I-46)$$

$N_0$ ,  $V_1$  et  $C$  sont des paramètres fournis dans tableau I.4 suivant.

Paramètre	Unité	Valeur
$V_1$	v	$9 \cdot 10^{-3}$
$N_0$	$1/\text{cm}^3$	$10^{17}$
$C$	sans unité	0.5

*Tableau I.4 : Valeurs des paramètres décrivant les effets de fort dopage*

### IV - 3 ) Modèles de Génération/Recombinaison

La prise en compte des phénomènes de génération/recombinaison est effectuée dans le cadre de simulations statiques [24], cependant, la consommation en temps de calcul augmente considérablement dans ce cas. Les développements effectués dans le cadre de simulations transitoires ont multiplié les temps de simulations par un facteur dix environ. Par conséquent, nous avons préféré, dans un premier temps, nous abstenir d'introduire, en plus, les phénomènes de génération/recombinaison qui ne concernent qu'une classe limitée de problèmes (ex: effets de substrat flottant dans les transistors SOI [30] [31], courant de substrat dans les transistors MOS [32]...).

### V ) Traitement particulier des dérivées par rapport au temps

A la différence de l'équation de poisson (I-31) ou des équations constitutives de courant (I-34) et (I-35) qui sont valides quel que soit le type d'analyse, les équations de continuité de courant sont à appréhender différemment selon que l'analyse effectuée est statique ou dynamique. En effet, dans le cas d'une analyse statique [33] [34], les dérivées des concentrations par rapport au temps sont nulles, ce qui simplifie notablement les calculs et permet un gain de temps appréciable si l'on choisit un schéma de discrétisation judicieux [35]. Dans le cas d'une analyse en régime dynamique, il faut intégrer dans la résolution les dérivées des porteurs par rapport au temps. Deux approches sont possibles et vont être décrites dans les paragraphes suivants.

#### V - 1 ) L'approche grand signal

Dans l'approche grand signal, aucune hypothèse simplificatrice n'est appliquée, le système d'équations (I-31) (I-32) (I-33) (I-34) (I-35) non linéaires, fortement couplées est résolu tel quel. Il est alors nécessaire de trouver la méthode numérique la plus robuste possible permettant la résolution d'un tel système. L'avantage de cette approche est sa précision et son aspect non-restrictif, puisqu'aucune approximation n'est effectuée quant aux variations temporelles des conditions aux limites imposées sur le dispositif [36]. Ceci permet, entre autre, la mise en évidence d'effets NQS ou l'étude du comportement d'un dispositif dans son environnement circuit [37] [38] [39]. C'est cette approche qui a été choisie, c'est pourquoi les méthodes numériques permettant la résolution d'un tel système seront détaillées dans le chapitre suivant.

## V - 2 ) L'approche petit signal

L'approche petit signal est de type harmonique [40] [41]. Les équations physiques du semi-conducteur sont résolues, dans un premier temps, autour d'un point de polarisation statique, ensuite hypothèse est faite que les tensions imposées sur le dispositif sont sinusoïdales et d'amplitudes infiniment petites autour du point de fonctionnement. Ces conditions d'amplitudes infinitésimales permettent d'affirmer qu'aucune harmonique n'est générée et que toutes les variables sont harmoniques pures. Par conséquent, elles peuvent être mathématiquement représentées dans l'espace complexe par un produit de deux fonctions dont l'une est réelle et ne dépend que des coordonnées spatiales et l'autre est complexe et ne dépend que du temps. Prenons le cas concret d'un transistor excité par une tension sinusoïdale de fréquence  $f$  satisfaisant aux conditions citées ci-dessus. Si l'on appelle  $n(x,y,z,t)$  la densité d'électrons au temps  $t$ , à la position  $(x,y,z)$  dans le dispositif:

$$n(x, y, z, t) = n_0(x, y, z) + \tilde{n}(x, y, z) \cdot e^{j\omega t} \quad (\text{I-47})$$

où  $n_0$  est la concentration en porteurs au point de fonctionnement statique,  $\tilde{n}$  est l'amplitude de variation de la concentration,  $j$  est la variable complexe ( $j^2 = -1$ ) et  $\omega$  est la pulsation ( $\omega = 2\pi f$ ). La dérivée de  $n(x,y,z,t)$  par rapport au temps peut s'écrire:

$$\frac{\partial}{\partial t} n(x, y, z, t) = j\omega \cdot \tilde{n}(x, y, z) \cdot e^{j\omega t} \quad (\text{I-48})$$

Une expression semblable peut être obtenue pour la densité de trous. En réinjectant ces résultats dans les équations (I-32) (I-33), on obtient finalement un système assez semblable à celui résolu en régime statique et dans lequel les dérivées par rapport au temps ont disparu. La résolution d'un tel système fournit les courants et tensions pour chaque terminal, leur ratio permet de déterminer la matrice admittance. La réitération de ce processus pour différentes pulsations et en différents points de polarisation permet de tracer l'évolution de la matrice admittance en fonction de la fréquence et du potentiel.

Cette méthode a l'avantage d'être précise et relativement rapide car elle ne requiert pas l'utilisation d'une résolution couplée des équations de Poisson et de continuité de courant. Néanmoins, la connaissance en petit signal des caractéristiques de fonctionnement d'un dispositif n'est généralement pas suffisante pour son utilisation en environnement circuit où la dynamique de variation des signaux est grande.

**Remarque:** Ils y a d'autres approches découlant de simulations bidimensionnelles, qui permettent d'obtenir la matrice admittance équivalente d'un composant. Certaines sont basées sur l'étude de la réponse du dispositif à une excitation percussionnelle [42] et rentrent dans le cadre d'une analyse transitoire grand signal. D'autres sont basées sur une analyse statique à partir de laquelle un calcul des capacités associées à chaque terminal est effectué [43].



# Références Bibliographiques (Chapitre I)

---

- [1] Z. Wang, "Modélisation de la piézo-résistivité du Silicium: Application à la Simulation de Dispositifs M.O.S." *Thèse de Doctorat en Electronique, Université de Lille I*, janvier 1994
- [2] S. Selberherr, "Analysis and Simulation of Semiconductor Devices." *Springer-Verlag Wien New York*, 1984
- [3] H. Mathieu, "Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques", *Masson*, 1987
- [4] P. A. Markowich, C. A. Ringhofer and C. Schmeiser, "Semiconductor Equations", *Springer-Verlag Wien New York*, 1989
- [5] W. Jones and N. H. March, "Theoretical Solid-State Physics", *Dover*, Vol. 2
- [6] C. Cercignani, M. Lampis, A. Lentati, "Variational Calculation of the Temperature Jump for a Polyatomic Gas", *Technical Report, Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano, Italy*, 1994
- [7] K. Hennacy and N. Goldsman, "Infinite Series Expansion Method of Solving Boltzmann's Equation", *NASECODE VIII Boole Press*, May 1992, pp. 25-26
- [8] H. Lin, N. Goldsman and I. D. Mayergoyz, "An Efficient Deterministic Solution of the Space-Dependent Boltzmann Transport Equation for Silicon", *Solid-State Electronics*, Vol. 35, No. 1, pp. 33-42, 1992
- [9] H. Lin, N. Goldsman, "An Efficient Solution of the Boltzmann Transport Equation which Includes the Pauli Exclusion Principle", *Solid-State Electronics*, Vol. 34, No. 10, pp. 1035-1048, 1991
- [10] T. Iizuka, M. Fukuma, "Carrier Transport Simulator for Silicon Based on Carrier Distribution Function Evolutions", *Solid-State Electronics*, Vol. 33, No. 1, pp 27-34, january 1990
- [11] C. Jacoboni, P. Lugli, "The Monte-Carlo Method for Semiconductor device simulation", *Ed. Selberherr, Springer-Verlag*
- [12] P. H. Bricout, "Contribution à l'étude de dispositifs NMOS submicroniques par les méthodes de Monte-Carlo et de dérive-diffusion", *Thèse de Doctorat en Electronique, Université de Lille I*, novembre 1994
- [13] J. E. Parrot, "Thermodynamic Theory of Transport Processes in Semiconductors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 43, pp. 809-827, may 1996
- [14] W. S. Choi, F. Assaderaghi, Y. J. Park, H. S. Min, C. Hu and R. W. Dutton, "Simulation of Deep Submicron SOI N-MOSFET Considering the Velocity Overshoot Effect", *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 16, No. 7, July 1995

- [15] V. M. Agostinelli, T. J. Bordelon, X. Wang, K. Hasnat, C. F. Yeap, D. B. Lemersal, A. F. Tash and C. M. Maziar, "Two-Dimensional Energy-Dependent Models for the Simulation of Substrate Current in Submicron MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, pp. 1784-1795, october 1994
- [16] J. H. Sim "An Analytical Deep Submicron MOS Device Model Considering Velocity Overshoot Using Energy Balance Equation", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 42, pp. 864-869, may 1995
- [17] C. S. Yao, J. G. Ahn, Y. J. Park, H. S. Min and R. W. Dutton, "Formulation of a Tail Electron Hydrodynamic Model Based on Monte Carlo Results", *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 16, No. 1, January 1995
- [18] P. G. Scrobohaci and T. W. Tang, "Modeling of the Hot Electron Subpopulation and its Application to Impact Ionization in Submicron Silicon Devices", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, pp. 1197-1212, July 1994
- [19] M. B. Patil and Ravaioli, "Transient simulation of semiconductor devices using the Monte-Carlo method", *Solid-State Electronics*, Vol. 34, No. 10, pp. 1029-1034, 1991
- [20] E. Dubois and E. Robilliart, "Efficient Non-Quasi-Static MOSFET's Model for Circuit Simulation", *International Electron Devices Meeting Technical Digest*, décembre 1995
- [21] Y. J. Park, D. H. Navon, T. W. Tang, "Monte-Carlo Simulation of Bipolar Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 31, No. 12, pp. 1724-1730, December 1984
- [22] G. Baccarani, C. Jacoboni, A. M. Mazzone, "Current Transport in Narrow-Base Transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 20, pp. 5-10, 1977
- [23] K. M. Van Vliet, A. H. Marshak, "The Schokley-Like Equations for Carrier Densities and the Current Flows in Material with Nonuniform Composition", *Solid-State Electronics*, Vol. 23 pp. 49-53, 1980
- [24] E. Dubois, "Simulation Bidimensionnelle de Dispositif Silicium : Contribution à l'étude de phénomènes Parasites en Technologies MOS et Bipolaire", *Thèse de Doctorat, Université de Lille I*, Mai 1990
- [25] D. L. Sharfetter and H. K. Gummel, "Large-Signal Analysis of a Silicon Read Diode Oscillator", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 16, No. 1, pp. 64-77, january 1969
- [26] K. K. Thornber, "Relation of Drift Velocity to Low-Field Mobility and High-Field Saturation velocity", *Journal of Applied Physics*, Vol. 21, No. 4, pp. 2127-2136, april 1980
- [27] K. Yamaguchi, "A Mobility Model for Two-Dimensional Numerical Analysis of MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 26, No. 1, pp. 1068-1074, 1979
- [28] J. W. Slotboom, H. C. De Graaff, "Measurements of Bandgap Narrowing in Si Bipolar Transistor", *Solid-State Electronics*, Vol. 19, pp. 857-862, 1976
- [29] J. W. Slotboom, "The PN-Product in silicon", *Solid-State Electronics*, Vol. 20, pp. 279-283, 1977

- [30] J. P. Colinge, "Silicon-on-Insulator Technology: Material to VLSI", Kluwer Academic Publishers, 1991
- [31] D. Suh and J. G. Fossum, "Dynamic Floating-Body Instabilities in Partially Depleted SOI CMOS Circuits", *International Electron Devices Meeting Technical Digest*, décembre 1994
- [32] W. W. Lattin and J. L. Rutledge, "Impact Ionization current in MOS Devices", *Solid-State Electronics*, Vol. 16, p. 1043, 1973
- [33] C. H. Price, "Two-Dimensional Numerical Simulation of Semiconductor Devices", *Phd Report for the Defense Advanced Research Project Agency, Stanford Electronics laboratories (Ca)*, May 1982
- [34] E. Dubois, B. Baccus, D. Collard, D. Morel "Impact 3.3 User's Guide", Janvier 1991
- [35] H. K. Gummel, "A Self-Consistent Iterative Scheme for One-Dimensional Steady State Transistor Calculations", *IEEE Transactions on Electron Devices*, ED-11, p. 455, 1964
- [36] M. Reiser, "A Two-Dimensional Numerical FET Model for DC, AC and Large-Signal Analysis" *IEEE Transactions on Electron Devices*, pp. 35-44, january 1973
- [37] H. Oka, S. Satoh and N. Nakayama, "Bipolar Circuit Simulation System Using a Two-Dimensional Device Simulator", *SIMULATION OF SEMICONDUCTOR DEVICES AND PROCESSES Vol. 3*, pp. 127-138, september 1988
- [38] E. Palm and F. Van de Wiele, "Two-Dimensional Simulation of Semiconductor Devices Coupled to an External Circuit", *SIMULATION OF SEMICONDUCTOR DEVICES AND PROCESSES Pineridge Press*, pp. 1-14, july 1984
- [39] A. Gnudi, P. Ciampolini, R. Guerrieri, M. Rudan and G. Baccarani, "Circuit Analysis By Using a Device Simulator", *NASECODE V Boole Press*, pp. 201-206, june 1987
- [40] M. Kurata, "A Small-Signal Calculation for One-Dimensional Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-18, pp. 200-210, mars 1971
- [41] S. E. Laux, "Calculation of Quasi-Static Device Behavior With Small Computational Burden", *NASECODE III Boole Press*, pp. 161-166, 1983
- [42] S. E. Laux, "Techniques for Small-Signal Analysis of Semi-Conductor Devices", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-32, No. 10, pp. 2028-2037, october 1985
- [43] C. R. Viswanathan, M. E. Levy, "Modelling Inter-Electrode Capacitances in a MOS Transistor", *International Electron Devices Meeting Technical Digest*, pp. 38-41, 1979



## Méthodes numériques

*Ce chapitre présente les méthodes permettant la résolution du système d'équations défini au chapitre précédent. La méthode numérique choisie nous impose une succession d'étapes. La première consiste à normaliser le système d'équations et à se ramener à un système sans dimension. La suivante conduit à la discrétisation des équations qui fournit un système d'équations algébriques non-linéaires. Ce système est alors linéarisé par une méthode de Newton-Raphson. Finalement, la matrice résultante définissant le système est inversée par une procédure itérative conduisant au résultat.*

### I) Normalisation des équations

L'ensemble du système d'équations mis en œuvre dans le formalisme de dérive-diffusion est rappelé ci-après:

$$\text{Div}\left(\varepsilon \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(\psi)\right) = -|q| \cdot (p - n + N_d - N_a) \quad (\text{II-1})$$

$$\text{Div}\left(\overrightarrow{J}_n\right) = |q| \cdot \frac{\partial n}{\partial t} - |q| \cdot (G - R) \quad (\text{II-2})$$

$$\text{Div}\left(\overrightarrow{J}_p\right) = -|q| \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + |q| \cdot (G - R) \quad (\text{II-3})$$

$$\overrightarrow{J}_n = |q| \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E} + |q| \cdot D_n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(n) \quad (\text{II-4})$$

$$\overrightarrow{J}_p = |q| \cdot p \cdot \mu_p \cdot \vec{E} - |q| \cdot D_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(p) \quad (\text{II-5})$$

L'examen détaillé des variables montre que les ordres des grandeurs sont très différents. Par exemple, le potentiel électrostatique et les concentrations en porteurs opèrent sur des dynamiques numériques très larges, les deux quantités étant reliées par une fonction exponentielle, conformément à la statique de Boltzmann. Une telle extension de dynamique peut engendrer des erreurs d'arrondis numériques aux répercussions flagrantes si l'on ne prend pas quelques précautions.

Afin de s'affranchir de ce type de problèmes, une normalisation judicieuse [1] de ces équations permet de réduire et de recentrer la dynamique de chaque variable.

Le potentiel électrostatique peut, par exemple, être décomposé en un produit, de la manière suivante:

$$\Psi = \Psi_0 \cdot \tilde{\Psi}$$

où  $\Psi_0$  est une constante qui possède la même dimension que  $\Psi$  et  $\tilde{\Psi}$  est une variable sans dimension. En choisissant convenablement la valeur de  $\Psi_0$  et en procédant de la même façon pour chaque variable, le système d'équations précédent peut être simplifié et la dynamique des équations manipulées réduite. Le tableau II.1 résume le choix des constantes de normalisation:

Variabes	Unités	Constantes de normalisation
x, y	cm	$l_0 = ((\epsilon_s \cdot K \cdot T) / (q^2 \cdot n_i))^{1/2}$
$\Psi, \phi_n, \phi_p, V_g$	v	$\Psi_t = k_B \cdot T / q$
n, p, $N_d, N_a$	1/(cm <sup>3</sup> )	$n_i$
$\mu_n, \mu_p$	cm <sup>2</sup> /(v.s)	$\mu_0 = l$
$D_n, D_p$	cm <sup>2</sup> /s	$D_n = \mu_0 \cdot \Psi_t$
(G-R)	cm <sup>3</sup> /s	$D_0 \cdot n_i / (l_0)^2$
$J_n, J_p$	A/cm <sup>2</sup>	$q \cdot D_0 \cdot n_i / l_0$

Tableau II.1 : Valeur des constantes de normalisation

En prenant en compte cette stratégie de normalisation, le système d'équations adopte une nouvelle forme où le symbole “~” au dessus des variables spécifie qu'elles sont sans dimension:

$$Div\left(\overrightarrow{grad}_{\tilde{x}}(\tilde{\Psi})\right) = -\frac{1}{\tilde{\epsilon}} \cdot (\tilde{p} - \tilde{n} + \tilde{N}_d - \tilde{N}_a) \quad (II-6)$$

$$Div\left(\tilde{J}_n\right) = \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \tilde{n} - (\tilde{G} - \tilde{R}) \quad (II-7)$$

$$Div\left(\tilde{J}_p\right) = -\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \tilde{p} + (\tilde{G} - \tilde{R}) \quad (II-8)$$

$$\tilde{J}_n = -\tilde{n} \cdot \tilde{\mu}_n \cdot \overrightarrow{grad}_{\tilde{x}}(\tilde{\Psi}) + \tilde{D}_n \cdot \overrightarrow{grad}_{\tilde{x}}(\tilde{n}) \quad (II-9)$$

$$\tilde{J}_p = -\tilde{p} \cdot \tilde{\mu}_p \cdot \overrightarrow{grad}_{\tilde{x}}(\tilde{\Psi}) - \tilde{D}_p \cdot \overrightarrow{grad}_{\tilde{x}}(\tilde{p}) \quad (II-10)$$

Avec cette notation,  $\tilde{\epsilon}$  vaut 1 dans le silicium et  $\epsilon_{ox}/\epsilon_{si}$  dans l'oxyde. Par la suite, le symbole “~” sera omis.

Si l'on réinjecte les équations (II-9) (II-10) respectivement dans (II-7) (II-8) on obtient un système couplé de trois équations à trois inconnues:  $\psi(x,y,z)$ ,  $n(x,y,z)$ ,  $p(x,y,z)$ . Ce système s'écrit sous la forme suivante:

$$\text{Div}\left(\overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(\psi)\right) = -\frac{1}{\epsilon} \cdot (p - n + N_d - N_a) \quad (\text{II-11})$$

$$\text{Div}\left(-n \cdot \mu_n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(\psi) + D_n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(n)\right) = \frac{\partial n}{\partial t} - (G - R) \quad (\text{II-12})$$

$$\text{Div}\left(-p \cdot \mu_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(\psi) - D_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(p)\right) = -\frac{\partial p}{\partial t} + (G - R) \quad (\text{II-13})$$

## II ) Choix de la méthode numérique

Il existe essentiellement trois méthodes permettant la résolution numérique des systèmes d'équations différentielles aux dérivées partielles tels que celui donné par (II-11) (II-12) (II-13). Ces méthodes vont être présentées dans les paragraphes suivants. Quelle que soit la méthode utilisée, elle est basée sur une discrétisation du domaine géométrique physique sur lequel doit être résolu le système. C'est-à-dire qu'il faut subdiviser le domaine d'étude en une multitude d'entités simples: triangulaires ou rectangulaires (en deux dimensions), tétraédriques ou parallélépipédiques (en trois dimensions). Le point d'intersection entre plusieurs éléments géométrique s'appelle un "nœud". Une solution triviale, mais approchée, du système d'équations peut alors être fournie pour chaque entité. Une valeur numérique approchée de la solution est fournie en chaque nœud du maillage.

### II - 1 ) Différences finies

Historiquement [2] [3], la méthode des différences finies est la première méthode qui fut utilisée en simulation de dispositifs. L'idée de base consiste à remplacer les opérateurs de dérivation intervenant dans le système d'équations aux dérivées partielles, par des quotients de différences. Cette façon de faire découle directement du théorème de Taylor concernant le développement en série de fonctions.

L'inconvénient essentiel de cette méthode était que le maillage utilisé, (figure - II.1) pour la mettre en œuvre, devait obligatoirement être rectangulaire et délimité par des frontières parallèles aux axes de coordonnées. Cette caractéristique limite la possibilité de décrire des surfaces ou interfaces non planes. Cependant une amélioration de taille proposée par [4] a permis de prendre en compte des interfaces non-planes.

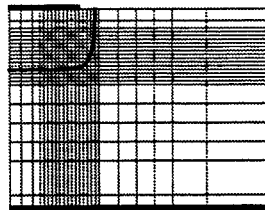
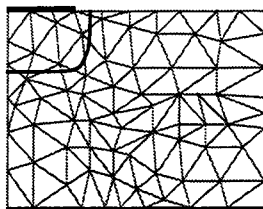


Figure - II.1 : Maillage rectangulaire typique d'une méthode de différences finies

Les avantages de cette méthode résident dans le fait qu'elle est facile à mettre en œuvre tant du point de vue mathématique (formalisme bien connu, stabilité numérique, possibilité d'utilisation de méthodes itératives de résolution du système linéaire qui en découle...), que du point de vue informatique (bases de données simples et relativement peu encombrantes). Cette méthode ayant fait ses preuves dans le cas de simulations statiques, nous l'avons appliquée dans le cas de simulations transitoires et nous y reviendrons, en détail, dans les paragraphes suivants.

## II - 2 ) Eléments finis

La méthode des éléments finis, plus récente, mais de plus en plus utilisée [5] [6], est basée sur un concept légèrement différent de celui de la méthode de différence finies. Pour son application, le domaine de résolution doit être également divisé en éléments simples, triangulaires (figure - II.2) ou quadrilatères.



*Figure - II.2 : Maillage triangulaire typique d'une méthode de éléments finis*

Les entités peuvent être de formes quelconques, pour peu qu'elles ne présentent pas d'angle obtus car, dans ce cas, les résultats fournis seront erronés ou la convergence des calculs sera incertaine.

Une fois le domaine divisé, pour chaque élément  $i$ , il faut trouver la meilleure approximation des fonctions  $\psi(x,y,z)$ ,  $n(x,y,z)$ ,  $p(x,y,z)$ , respectivement potentiel, concentration en électrons et concentration en trous, sur le domaine délimité par l'élément  $i$ . Prenons l'exemple du potentiel  $\psi(x,y,z)$ . La meilleure approximation de la fonction  $\psi(x,y,z)$  est la fonction  $\underline{\psi}(x, y, z)$  qui satisfait au mieux les équations physiques auxquelles  $\psi(x,y,z)$  doit obéir. Pour cela, on définit un ensemble de fonctions  $\phi_j(x,y,z)$ , dites fonctions de formes ou de pondérations, qui permettent l'interpolation de la variable étudiée, à l'intérieur de l'élément considéré, à partir des valeurs discrètes calculées aux nœuds [7]. On exprime ensuite dans chaque éléments  $i$ , la fonction d'approximation  $\underline{\psi}(x, y, z)$  comme une combinaison linéaire des fonctions  $\phi_j(x,y,z)$ :

$$\underline{\psi}(x, y, z) = \sum_{j=1}^N a_j \cdot \phi_j(x, y, z) \quad (\text{II-14})$$

L'indice  $N$  dépend du type d'éléments utilisés (triangles, quadrilatères...) et du type des fonctions de base (polynomiales, trigonométriques, Tchebychev...).

Finalement, le dernier stade de la méthode consiste à trouver les coefficients  $a_j$  permettant de minimiser l'erreur entre la solution approchée et la solution exacte. La fonction finale est la somme des fonctions calculées à l'intérieur de chaque élément, sachant que leur contribution à l'extérieur de l'élément est nulle.

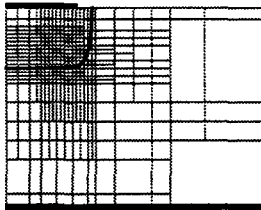


Les avantages de la méthode sont évidemment la possibilité de prendre en compte tous les types de domaines géométriques existants. Ses possibilités de raffinement local [8] assurent une minimisation des erreurs tout en évitant un excès de nœuds inutiles.

Bien que la méthode des éléments finis ait largement fait ses preuves en simulation de procédés [9] [10], elle reste mal adaptée à certaines classes de problèmes dont celui des équations de transport. Cette carence est principalement liée à l'utilisation de fonctions de pondérations ne pouvant décrire simultanément avec une précision suffisante les variations de potentiel et de densité de porteurs. Ces quantités étant, par ailleurs, reliées entre-elles par des relations exponentielles (statistique de Boltzmann).

## II - 3 ) Boîtes finies

Dans le cas d'une approche "boîtes finies", le maillage peut être rectangulaire [11] (figure - II.3), ou triangulaire [12]. La discrétisation est toujours de type "différences finies", mais quelques aménagements sont effectués puisque le maillage est fortement atypique.



*Figure - II.3 : Maillage typique d'une méthode de boîtes finies*

Cette approche est particulièrement bien adaptée à la description d'équations de conservation. La flexibilité des maillages en fait une méthode également intéressante. En effet dans le cas de maillages triangulaires, la discrétisation de n'importe quelle géométrie de dispositif est possible. Dans le cas de maillages rectangulaires, les mêmes limitations que celles rencontrées dans la méthode des différences finies demeurent. Néanmoins, un certain raffinement local du maillage est possible sans alourdir le nombre total de nœuds.

Cette méthode est hybride entre différences finies et éléments finis. Le prix à payer est algorithmique, car la complexité des bases de données est supérieure dans le cas d'une méthode de boîtes finies par rapport aux différences finies.

## III ) Discrétisation des équations

La méthode de résolution étant choisie, l'étape suivante consiste à discrétiser, sur le domaine géométrique à étudier, le système d'équations donné précédemment (II-11) (II-12) (II-13). La difficulté majeure est la prise en compte du temps dans cette discrétisation. Pour cela, plusieurs schémas de discrétisation sont possibles [13] et vont être discutés dans les paragraphes suivants. La forme finale des équations discrétisées qui en résulte sera également fournie de manière explicite.

### III - 1 ) Schéma de discrétisation utilisé

Afin de bien comprendre quels peuvent être les schémas temporels de discrétisation, nous allons représenter le système à résoudre de manière symbolique. En

réintégrant les termes de génération et de recombinaison dans le membre de gauche pour chaque équation du système (II-11) (II-12) (II-13), ce dernier prend la forme symbolique suivante:

$$\begin{cases} F_1(\psi, n, p) = 0 \\ F_2(\psi, n, p) = \frac{\partial n}{\partial t} \\ F_3(\psi, n, p) = \frac{\partial p}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{II-15})$$

### III - 1 - a ) Approximation des dérivées par rapport au temps

La discrétisation temporelle permet d'introduire les notations suivantes:

$$\begin{aligned} \psi_k &= \psi(x, y, z, t_k) \\ n_k &= n(x, y, z, t_k) \\ p_k &= p(x, y, z, t_k) \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

D'après la définition même de la dérivée d'une fonction, on peut écrire:

$$\frac{\partial n(x, y, z, t)}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n(x, y, z, t + \Delta t) - n(x, y, z, t)}{\Delta t} \quad (\text{II-17})$$

soit pour un incrément de temps très petit:

$$\frac{\partial n(x, y, z, t)}{\partial t} \approx \frac{n(x, y, z, t + \Delta t) - n(x, y, z, t)}{\Delta t} \quad (\text{II-18})$$

Si l'on appelle  $t_{k+1} = t_k + \Delta t_k$  et que l'on reprend les notations données en (II-16), alors:

$$\left. \frac{\partial n(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t_{k+1}} \approx \frac{n_{k+1} - n_k}{\Delta t_k} \quad (\text{II-19})$$

Cette approximation est du premier ordre. Il est possible, soit pour augmenter la précision, soit pour augmenter le pas de temps, sans affecter la précision, d'utiliser une formule du second ordre pour le calcul de la dérivée. La formule est alors la suivante:

$$\left. \frac{\partial n(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t_{k+2}} \approx n_{k+2} \cdot \left[ \frac{\Delta t_k + 2\Delta t_{k+1}}{2 \Delta t_k \cdot \Delta t_{k+1} + \Delta t_{k+1}^2} \right] - n_{k+1} \cdot \left[ \frac{1}{\Delta t_k} + \frac{1}{\Delta t_{k+1}} \right] + n_k \cdot \left[ \frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k^2 + \Delta t_{k+1} \cdot \Delta t_k} \right] \quad (\text{II-20})$$

Les paragraphes suivants sont consacrés aux schémas de discrétisations temporelles possibles.

### III - 1 - b ) L'approche explicite

Un des inconvénients majeur du système d'équations (II-15) est qu'il ne contient pas de terme faisant intervenir la dérivée de  $\psi$  par rapport au temps. Les méthodes traditionnelles permettant la résolution d'équations paraboliques sont, par conséquent, à proscrire [14]. De même, nous n'aborderons pas les approches artificielles [15] faisant apparaître une dérivée de  $\psi$  par rapport temps (dans ce domaine, seule l'approche de Mock [16] nous semble rigoureuse).

L'approche la plus simple, couramment utilisée dans le cas d'équations différentielles unidimensionnelles, est l'approche "explicite" d'Euler [1]. Avec les conventions décrites précédemment, le système d'équation (II-15) s'écrit symboliquement:

$$\begin{cases} F_1(\Psi_{k+1}, n_{k+1}, p_{k+1}) = 0 \\ F_2(\Psi_k, n_k, p_k) = \frac{n_{k+1} - n_k}{\Delta t_k} \\ F_3(\Psi_k, n_k, p_k) = \frac{p_{k+1} - p_k}{\Delta t_k} \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

Cette approche est dite explicite, car lorsque l'on calcule le potentiel et les concentrations en porteurs au temps  $t_{k+1}$ , le potentiel et les concentrations au temps  $t_k$  sont déjà connus. Une condition sur la valeur maximale du pas de temps donnée par l'équation (II-22) doit être vérifiée si l'on veut avoir une formulation convergente du schéma de discrétisation.

$$\Delta t_k < \min\left(\frac{2 \cdot \epsilon^2}{\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p}\right) \quad (\text{II-22})$$

Cette condition appliquée à la simulation de dispositifs s'avère être trop sévère pour que la méthode explicite soit utilisée.

### III - 1 - c ) Les approches diverses

D'autres approches proposent une résolution qui est bien souvent découplée (voir partie IV de ce chapitre) et basée sur la méthode originale de Gummel [3]. Il s'agit dans ce cas de résoudre chaque équation indépendamment des deux autres et de répéter ce processus jusqu'à convergence globale du système. Ceci fonctionne particulièrement bien en statique, tant que l'hypothèse de faible injection reste vérifiée. La méthode légèrement adaptée peut convenir d'après certains auteurs en transitoire [17] [18] [19] [20] [21] [22]. Les approches varient sur plusieurs points:

- ordre de résolution des équations
- introduction de termes de relaxation et réarrangement des équations
- condition optimum du pas de temps
- mise à jour des variables au cours de la résolution

Notre expérience dans ce domaine ne fut absolument pas probante. La convergence était effectivement atteinte, mais la conservation de courant loin d'être vérifiée.

### III - 1 - d ) Les approches implicites

Soucieux d'obtenir des résultats précis et fiables, quels que soient les types de dispositifs étudiés, nous avons opté pour le schéma de discrétisation totalement implicite. En effet, réécrivons le système (II-15) comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1(\psi_{k+1}, n_{k+1}, p_{k+1}) = 0 \\ c \cdot F_2(\psi_{k+1}, n_{k+1}, p_{k+1}) + (c-1) \cdot F_2(\psi_k, n_k, p_k) = \frac{n_{k+1} - n_k}{\Delta t_k} \\ c \cdot F_3(\psi_{k+1}, n_{k+1}, p_{k+1}) + (c-1) \cdot F_3(\psi_k, n_k, p_k) = \frac{p_{k+1} - p_k}{\Delta t_k} \end{array} \right. \quad (\text{II-23})$$

Il est évident que lorsque la constante  $c$  est égale à 0, nous retrouvons les équations d'Euler explicites. Dans le cas où  $c$  est supérieure ou égale à 1/2, la méthode de résolution est inconditionnellement convergente. La taille du pas de temps n'influence plus la stabilité, mais seulement l'erreur sur la solution. C'est cette particularité qui rend cette méthode extrêmement intéressante. En effet, bien souvent les phénomènes transitoires sont consécutifs à une variation de tension très rapide. Dans un premier, il est nécessaire d'avoir des pas de temps d'analyse rapprochés. Ensuite, les temps de retour à l'équilibre du système peuvent être beaucoup plus longs que les temps caractéristiques des signaux qui ont provoqué la perturbation, d'où le besoin d'avoir des pas de temps suffisamment grands. Seule une discrétisation temporelle robuste permet l'introduction de pas de temps non constants lors d'une analyse. Le cas particulier où  $c$  est égale à 1/2 correspond à la méthode de Crank-Nicolson [23]. Enfin, dans le cas où  $c$  est égale à 1, la méthode est dite "totalement implicite". En effet, contrairement à la solution explicite, la connaissance de  $\psi_{k+1}, n_{k+1}, p_{k+1}$ , nécessite la résolution d'un système d'équations. Les temps de calcul sont alors nettement supérieurs à ceux demandés par les méthodes découplées mais la précision semble être à ce prix [24] [25] [26].

Il est ici nécessaire de préciser, que les membres de droite dans le système d'équations (II-23) peuvent être remplacés par leur développement équivalent au second ordre donné par (II-20).

### III - 2 ) Discrétisation de l'équation de Poisson

Le schéma de discrétisation temporelle étant choisi, l'équation de Poisson est discrétisée par rapport aux coordonnées spatiales de façon très classique [27]. Soit le maillage décrit par la figure - II.1, avec la possibilité d'inclure des éléments triangulaires. Un cas très général consiste à prendre un nœud sur une interface entre deux matériaux dont les permittivités diélectriques sont différentes et à considérer une interface non-plane (figure - II.4):

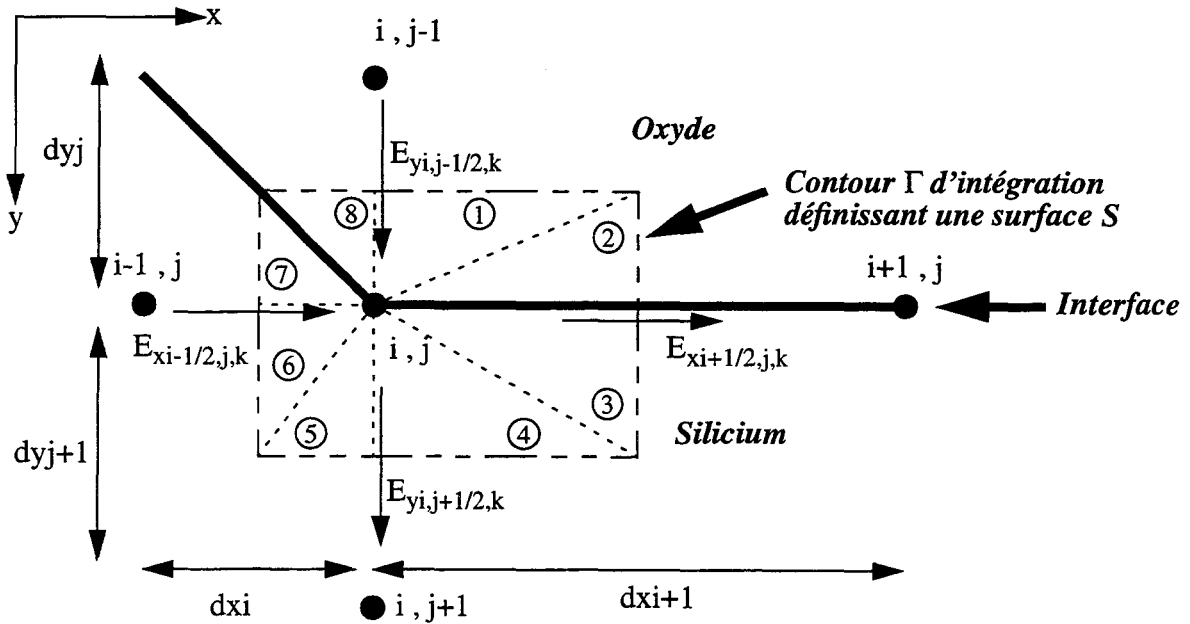


Figure - II.4 : Représentation d'un nœud du maillage (sur une interface) et de ses voisins

Sur la figure - II.4, les indices  $i$  et  $j$  dépendent des coordonnées spatiales. L'indice  $k$  précise l'instant  $t_k$  auquel on effectue le calcul.

L'équation donnée par (II-11) est équivalente, d'après le théorème de Stokes [28] à:

$$\oint_{\Gamma} \vec{\epsilon} \vec{E} \cdot d\vec{\Gamma} = \iint_S (p - n + N_d - N_a) \cdot dS \quad (\text{II-24})$$

ce qui donne, compte tenu de la figure - II.4:

$$\begin{aligned} & \epsilon_1 \cdot E_{xi+\frac{1}{2},j,k} \cdot \frac{dy_j}{2} + \epsilon_2 \cdot E_{xi+\frac{1}{2},j,k} \cdot \frac{dy_{j+1}}{2} + \epsilon_3 \cdot E_{yi,j+\frac{1}{2},k} \cdot \frac{dx_{i+1}}{2} + \epsilon_4 \cdot E_{yi,j+\frac{1}{2},k} \cdot \frac{dx_i}{2} \\ & - \epsilon_5 \cdot E_{xi-\frac{1}{2},j,k} \cdot \frac{dy_{j+1}}{2} - \epsilon_6 \cdot E_{xi-\frac{1}{2},j,k} \cdot \frac{dy_j}{2} - \epsilon_7 \cdot E_{yi,j-\frac{1}{2},k} \cdot \frac{dx_i}{2} - \epsilon_8 \cdot E_{yi,j-\frac{1}{2},k} \cdot \frac{dx_{i+1}}{2} = \end{aligned} \quad (\text{II-25})$$

$$\left( p_{i,j,k} - n_{i,j,k} + N_{d,i,j} - N_{a,i,j} \right) \cdot S_{i,j}$$

Avec  $\epsilon_8 = \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_{ox}$  et  $\epsilon_3 = \epsilon_4 = \epsilon_5 = \epsilon_6 = \epsilon_7 = \epsilon_{si}$ . La surface  $S$  varie si l'on est dans le silicium ou à une interface. Supposons qu'à chaque triangle  $i$ , on associe un booléen  $\lambda_i$ , tel que  $\lambda_i = 0$  si le triangle  $i$  correspond à une zone d'oxyde ou est hors dispositif et  $\lambda_i = 1$  si le triangle est dans le domaine en silicium. Avec ces conventions la surface  $S_{i,j}$  peut s'écrire:

$$S_{i,j} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{dx_{i+1} + dy_j}{4} \right) \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{dx_{i+1} + dy_{j+1}}{4} \right) \cdot (\lambda_3 + \lambda_3) \\ + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{dx_i + dy_{j+1}}{4} \right) \cdot (\lambda_5 + \lambda_6) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{dx_i + dy_j}{4} \right) \cdot (\lambda_7 + \lambda_8) \quad (\text{II-26})$$

Au premier ordre et selon une approche similaire à (II-19) le champ électrique  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{x}}(\Psi)$  peut être approximé par une équation aux différences finies du type:

$$E_{y_{i,j} - \frac{1}{2}} = \frac{\Psi_{i,j,k} - \Psi_{i,j+1,k}}{dy_{j+1}} \quad (\text{II-27})$$

En remplaçant chaque expression du champ électrique par sa différence en fonction du potentiel, on trouve finalement l'équation:

$$a \cdot \Psi_{i,j,k} + f \cdot \Psi_{i-1,j,k} + g \cdot \Psi_{i,j-1,k} + b \cdot \Psi_{i+1,j,k} + c \cdot \Psi_{i,j+1,k} = \quad (\text{II-28})$$

$$\left( p_{i,j,k} - n_{i,j,k} + N_{d_{i,j}} - N_{a_{i,j}} \right) \cdot S_{i,j}$$

où:

$$f = \frac{\varepsilon_6 \cdot dy_{j+1} + \varepsilon_7 \cdot dy_j}{2 \cdot dx_i} \\ g = \frac{\varepsilon_8 \cdot dx_i + \varepsilon_1 \cdot dx_{i+1}}{2 \cdot dy_j} \\ b = \frac{\varepsilon_2 \cdot dy_j + \varepsilon_3 \cdot dy_{j+1}}{2 \cdot dx_{i+1}} \\ c = \frac{\varepsilon_4 \cdot dx_{i+1} + \varepsilon_5 \cdot dx_i}{2 \cdot dy_{j+1}} \\ a = -f - g - b - c \quad (\text{II-29})$$

### III - 3 ) Discrétisation des équations de courant

#### III - 3 - a ) Equation de courant d'électrons

Dans le cas des équations de courant, la discrétisation est plus délicate. En effet, les concentrations en porteurs sont reliées au potentiel par une loi exponentielle. Les variations de concentration en porteurs sont, par conséquent, importantes d'un nœud à l'autre. Ceci ne nous autorise pas à utiliser l'approximation des dérivées spatiales du terme de diffusion sur le même schéma que l'équation (II-27) car elle conduirait à des erreurs flagrantes.

La solution fut proposée par Gummel [29]. Nous ne la détaillerons pas ici, mais donnerons simplement son expression dans le cas de la figure - II.5.

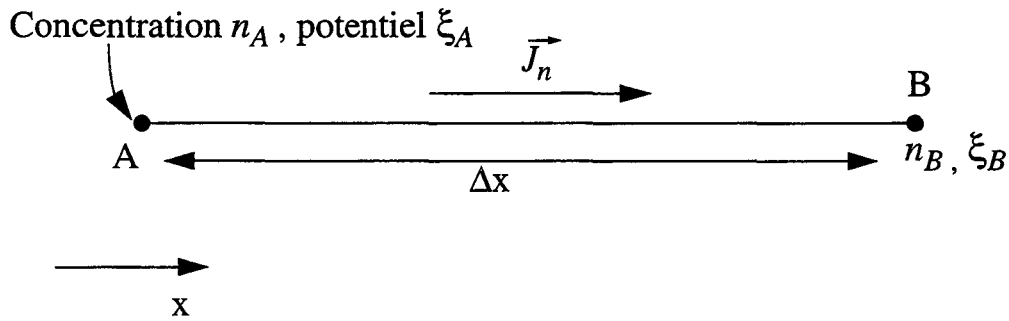


Figure - II.5 : Discretisation de l'équation constitutive de courant

Si l'on suppose que la mobilité est constante sur le segment [AB] et vaut  $\mu_n$ , on peut écrire:

$$J_n = \frac{\mu_n}{\Delta x} \cdot \{ n_B \cdot \mathcal{B}(\xi_B - \xi_A) - n_A \cdot \mathcal{B}(\xi_A - \xi_B) \} \quad (\text{II-30})$$

Le potentiel  $\xi$  tient compte des effets de dopages élevés (voir chapitre I), c'est-à-dire que  $\xi = \psi + Vg/2$  pour des électrons et  $\xi = \psi - Vg/2$  pour des trous. La fonction  $\mathcal{B}(x)$  est la fonction de Bernoulli telle que:  $\mathcal{B}(x) = x/(e^x - 1)$ .

En utilisant à nouveau le théorème de Stokes sur (II-12):

$$\oint_{\Gamma} \vec{J}_n \cdot d\vec{\Gamma} = \iint_S \frac{\partial n}{\partial t} \cdot dS \quad (\text{II-31})$$

A partir des équations (II-30) et (II-31), en considérant une discrétisation temporelle de type Euler implicite, si l'on se réfère à la figure - II.6:

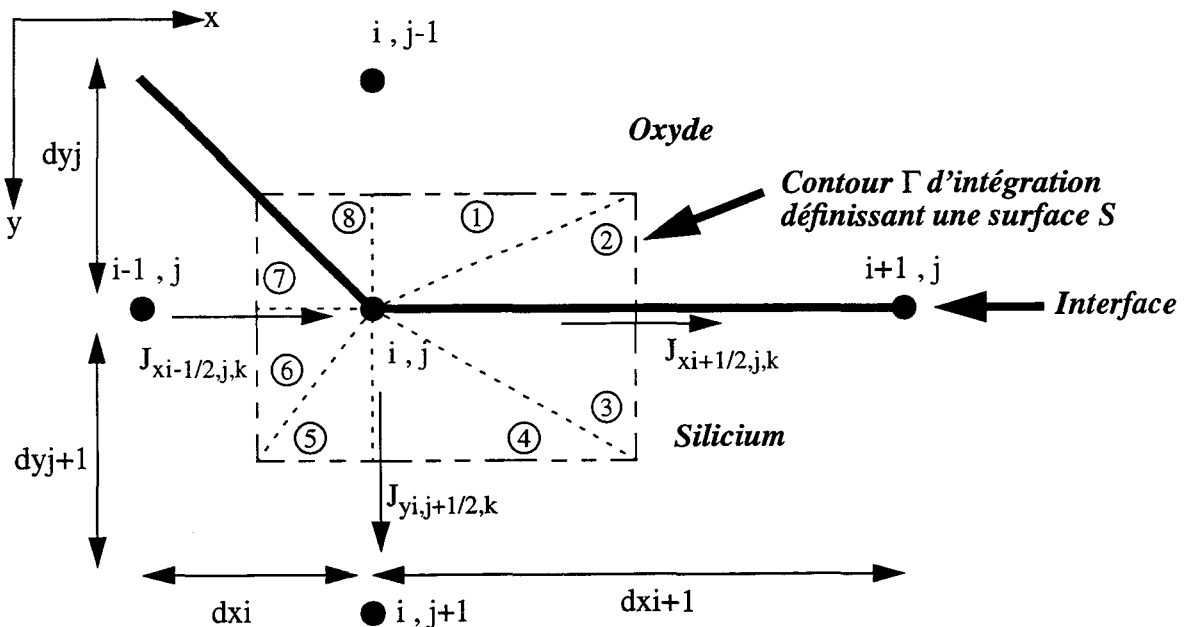


Figure - II.6 : Représentation d'un nœud du maillage (sur une interface) et de ses voisins

On obtient l'équation discrétisée (II-32) concernant la continuité du courant d'électrons:

$$a_n \cdot n_{i,j,k} + f_n \cdot n_{i-1,j,k} + g_n \cdot n_{i,j-1,k} + b_n \cdot n_{i+1,j,k} + c_n \cdot n_{i,j+1,k} = S_{i,j} \cdot \left( \frac{n_{i,j,k-1} - n_{i,j,k}}{\Delta t_k} \right) \quad (\text{II-32})$$

Nous voyons que cette équation contient le terme  $n_{i,j,k-1}$  qui est la concentration en électrons au nœud  $i,j$  calculée au temps précédent  $t_{k-1}$ . Au moment où l'on effectue le calcul, cette concentration est par conséquent, connue et constante.

$S_{i,j}$  a la même expression que dans l'équation (II-26) et l'ensemble des coefficients  $a_n, b_n, c_n, f_n, g_n$  est donné par:

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{\mu_{n_{i-1/2,j,k}}}{dx_i} \cdot \frac{\lambda_7 \cdot dy_j + \lambda_6 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i-1,j,k}} - \xi_{n_{i,j,k}}) \\ g_n &= \frac{\mu_{n_{i,j-1/2,k}}}{dy_j} \cdot \frac{\lambda_8 \cdot dx_i + \lambda_1 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i,j-1,k}} - \xi_{n_{i,j,k}}) \\ b_n &= \frac{\mu_{n_{i+1/2,j,k}}}{dx_{i+1}} \cdot \frac{\lambda_2 \cdot dy_j + \lambda_3 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i+1,j,k}} - \xi_{n_{i,j,k}}) \\ c_n &= \frac{\mu_{n_{i,j+1/2,k}}}{dy_{j+1}} \cdot \frac{\lambda_5 \cdot dx_i + \lambda_4 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i,j+1,k}} - \xi_{n_{i,j,k}}) \\ a_n &= - \frac{\mu_{n_{i-1/2,j,k}}}{dx_i} \cdot \frac{\lambda_7 \cdot dy_j + \lambda_6 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i,j,k}} - \xi_{n_{i-1,j,k}}) \\ &\quad - \frac{\mu_{n_{i,j-1/2,k}}}{dy_j} \cdot \frac{\lambda_8 \cdot dx_i + \lambda_1 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i,j,k}} - \xi_{n_{i,j-1,k}}) \\ &\quad - \frac{\mu_{n_{i+1/2,j,k}}}{dx_{i+1}} \cdot \frac{\lambda_2 \cdot dy_j + \lambda_3 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i,j,k}} - \xi_{n_{i+1,j,k}}) \\ &\quad - \frac{\mu_{n_{i,j+1/2,k}}}{dy_{j+1}} \cdot \frac{\lambda_5 \cdot dx_i + \lambda_4 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B}(\xi_{n_{i,j,k}} - \xi_{n_{i,j+1,k}}) \end{aligned} \quad (\text{II-33})$$

Nous rappelons que dans ces expressions:  $\xi_{n_{i,j}} = \psi_{i,j} + Vg/2$



### III - 3 - b ) Equation de courant de trous

On peut, selon le même raisonnement, retrouver une équation de discrétisation semblable exprimant la continuité du courant de trous. Cette équation est donnée ci-dessous:

$$a_p \cdot p_{i,j,k} + f_p \cdot p_{i-1,j,k} + g_p \cdot p_{i,j-1,k} + b_p \cdot p_{i+1,j,k} + c_p \cdot p_{i,j+1,k} = S_{i,j} \cdot \left( \frac{p_{i,j,k} - p_{i,j,k-1}}{\Delta t_k} \right) \quad (\text{II-34})$$

toujours avec:

$$\begin{aligned} f_p &= \frac{\mu_{p_{i-1/2,j,k}}}{dx_i} \cdot \frac{\lambda_7 \cdot dy_j + \lambda_6 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i-1,j,k}} - \xi_{p_{i,j,k}} \right) \\ g_p &= \frac{\mu_{p_{i,j-1/2,k}}}{dy_j} \cdot \frac{\lambda_8 \cdot dx_i + \lambda_1 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i,j-1,k}} - \xi_{p_{i,j,k}} \right) \\ b_p &= \frac{\mu_{p_{i+1/2,j,k}}}{dx_{i+1}} \cdot \frac{\lambda_2 \cdot dy_j + \lambda_3 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i+1,j,k}} - \xi_{p_{i,j,k}} \right) \\ c_p &= \frac{\mu_{p_{i,j+1/2,k}}}{dy_{j+1}} \cdot \frac{\lambda_5 \cdot dx_i + \lambda_4 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i,j+1,k}} - \xi_{p_{i,j,k}} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-35})$$

$$\begin{aligned} a_p &= - \frac{\mu_{p_{i-1/2,j,k}}}{dx_i} \cdot \frac{\lambda_7 \cdot dy_j + \lambda_6 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i,j,k}} - \xi_{p_{i-1,j,k}} \right) \\ &- \frac{\mu_{p_{i,j-1/2,k}}}{dy_j} \cdot \frac{\lambda_8 \cdot dx_i + \lambda_1 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i,j,k}} - \xi_{p_{i,j-1,k}} \right) \\ &- \frac{\mu_{p_{i+1/2,j,k}}}{dx_{i+1}} \cdot \frac{\lambda_2 \cdot dy_j + \lambda_3 \cdot dy_{j+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i,j,k}} - \xi_{p_{i+1,j,k}} \right) \\ &- \frac{\mu_{p_{i,j+1/2,k}}}{dy_{j+1}} \cdot \frac{\lambda_5 \cdot dx_i + \lambda_4 \cdot dx_{i+1}}{2} \cdot \mathcal{B} \left( \xi_{p_{i,j,k}} - \xi_{p_{i,j+1,k}} \right) \end{aligned}$$

ici encore, nous précisons que  $\xi_{p_{i,j}} = \psi_{i,j} - Vg/2$

**Remarque:** dans toutes ces expressions, les termes de génération et recombinaison n'interviennent pas, que ce soit en surface ou en volume. Ils ont été volontairement omis, puisque non-pris en compte dans l'étude des phénomènes transitoires.

### III - 4 ) Problème particulier des frontières du domaine

Dans le cas où un nœud se trouve en frontière du domaine d'étude, quelques précautions sont à prendre: le flux des vecteurs champ électrique et densité de courant à travers la surface délimitant la frontière doit être nul. Cependant, grâce aux booléens  $\lambda_i$  définis dans la partie III - 2 de ce chapitre, ces conditions de flux nuls aux interfaces sont implicitement prises en compte, que ce soit pour l'équation de Poisson ou pour les équations de continuité de courant.

### IV ) Traitement du système non-linéaire

Prenons le cas concret d'un dispositif que l'on étudie et qui a été maillé. Si le maillage définit  $N$  nœuds, la discrétisation expliquée dans les paragraphes précédents appliquée sur ledit dispositif nous fournit un système de  $3N$  équations non linéaires, comportant  $3N$  inconnues. Les inconnues sont le potentiel et les concentrations en électrons et en trous, en chaque nœud du maillage. Nous pouvons représenter ces inconnues par des vecteurs:  $\vec{\Psi}$ ,  $\vec{n}$ ,  $\vec{p}$ , tels que:

$$\vec{\Psi} = (\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_i, \dots, \Psi_N) \quad (\text{II-36})$$

$$\vec{n} = (n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_N) \quad (\text{II-37})$$

$$\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_N) \quad (\text{II-38})$$

L'indice  $i$  précise le numéro de nœud.

De même, le système d'équations peut être écrit dans une notation symbolique:

$$\begin{cases} \vec{F}_{\Psi}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) = 0 \\ \vec{F}_n(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) = 0 \\ \vec{F}_p(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) = 0 \end{cases} \quad (\text{II-39})$$

ici aussi les fonctions sont des vecteurs dont les expressions sont données par ce qui suit:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\Psi}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) &= (F_{1\Psi}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), F_{2\Psi}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), \dots, F_{i\Psi}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), \dots, F_{N\Psi}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p})) \\ \vec{F}_n(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) &= (F_{1n}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), F_{2n}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), \dots, F_{in}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), \dots, F_{Nn}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p})) \\ \vec{F}_p(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) &= (F_{1p}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), F_{2p}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), \dots, F_{ip}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}), \dots, F_{Np}(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p})) \end{aligned} \quad (\text{II-40})$$

Essentiellement deux méthodes s'offrent à nous pour résoudre ce système d'équations. La première consiste à isoler chaque vecteur d'équations  $F_{\Psi}$ ,  $F_n$ ,  $F_p$  et à le résoudre indépendamment des deux autres de façon découplée. La seconde consiste à résoudre l'ensemble du système (II-39) d'un seul bloc, par une approche de Newton-Raphson ou l'une de ses variantes. Cette méthode est dite couplée.

## IV - 1 ) Méthodes découplées

En simulation de dispositifs semi-conducteurs, l'approche découplée fut initialement la première à être utilisée pour la résolution de systèmes d'équations [3]. Elle nécessite peu de ressources informatiques et fonctionne correctement tant que les phénomènes de génération et recombinaison ne sont pas pris en compte, ou que le dispositif satisfaisait aux hypothèses de faible injection. Cette approche découplée a été successivement améliorée au cours du temps afin d'augmenter la rapidité et la fiabilité de la convergence vers la solution ou de réduire la consommation en ressources informatiques.

Quelle que soit l'approche [21] [30] [31] [32], la philosophie consiste à introduire dans l'équation de Poisson, l'expression des concentrations en électrons ou en trous sous forme d'une exponentielle fonction des pseudo-potentiels de Fermi [comme dans les équations (I-36) (I-37)]. L'approximation consiste ensuite à considérer que pendant la résolution, les pseudo-potentiels de Fermi sont relativement constants. Ceci permet alors de ne résoudre que le système constitué des équations de Poisson discrétisées (de dimension  $N$ ) par une méthode classique de Newton-Raphson. A l'issue de cette résolution, le potentiel est remis à jour pour tous les nœuds du maillage. Cette nouvelle valeur de potentiel en chaque nœud peut être utilisée pour résoudre alternativement les équations de continuité de courant d'électrons et de trous (de dimensions  $N$  également).

L'expérience montre qu'il est souvent plus rapide de résoudre trois systèmes de dimension  $N$  qu'un système de dimension  $3N$ . En effet, le temps de résolution d'un système est dans le meilleur des cas proportionnel à  $N \cdot \ln(N)$  si l'algorithme est optimisé, si aucune précaution n'est prise, ce temps peut devenir proportionnel à  $N^2$ . D'où l'énorme attrait pour les méthodes de résolution découplées. Cependant, pour certaines conditions de fonctionnement du dispositif, les méthodes découplées ont du mal à converger ou convergent vers une solution inacceptable.

## IV - 2 ) Méthodes couplées

Dans le cas d'analyses transitoires, les résultats les plus significatifs ont été obtenus avec une méthode couplée, basée sur le principe de Newton-Raphson. Ce principe est le suivant:

Supposons que  $\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}$  soient solution du système d'équations (II-39).

Supposons, de plus, que  $\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a$  soient respectivement des approximations de  $\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}$ .

Enfin, définissons  $\vec{\Delta\Psi}, \vec{\Delta n}, \vec{\Delta p}$  tels que:

$$\begin{aligned} \vec{\Delta\Psi} + \vec{\Psi}_a &= \vec{\Psi} \\ \vec{\Delta n} + \vec{n}_a &= \vec{n} \\ \vec{\Delta p} + \vec{p}_a &= \vec{p} \end{aligned} \tag{II-41}$$

Sachant que  $\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}$  sont solutions du système (II-39) ils vérifient:

$$\begin{cases} \vec{F}_\Psi(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) = 0 \\ \vec{F}_n(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) = 0 \\ \vec{F}_p(\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}) = 0 \end{cases} \quad (\text{II-42})$$

Nous pouvons les remplacer par leur expression (II-41) dans (II-43).

$$\begin{cases} \vec{F}_\Psi(\vec{\Delta\Psi} + \vec{\Psi}_a, \vec{\Delta n} + \vec{n}_a, \vec{\Delta p} + \vec{p}_a) = 0 \\ \vec{F}_n(\vec{\Delta\Psi} + \vec{\Psi}_a, \vec{\Delta n} + \vec{n}_a, \vec{\Delta p} + \vec{p}_a) = 0 \\ \vec{F}_p(\vec{\Delta\Psi} + \vec{\Psi}_a, \vec{\Delta n} + \vec{n}_a, \vec{\Delta p} + \vec{p}_a) = 0 \end{cases} \quad (\text{II-43})$$

On applique alors à ce système d'équations un développement de Taylor au premier ordre:

$$\begin{cases} \vec{F}_\Psi(\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a) + \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial \Psi_1} \cdot \Delta \Psi_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial \Psi_N} \cdot \Delta \Psi_N + \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial n_1} \cdot \Delta n_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial n_N} \cdot \Delta n_N + \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial p_1} \cdot \Delta p_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial p_N} \cdot \Delta p_N = 0 \\ \vec{F}_n(\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a) + \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial \Psi_1} \cdot \Delta \Psi_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial \Psi_N} \cdot \Delta \Psi_N + \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial n_1} \cdot \Delta n_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial n_N} \cdot \Delta n_N + \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial p_1} \cdot \Delta p_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial p_N} \cdot \Delta p_N = 0 \\ \vec{F}_p(\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a) + \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial \Psi_1} \cdot \Delta \Psi_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial \Psi_N} \cdot \Delta \Psi_N + \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial n_1} \cdot \Delta n_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial n_N} \cdot \Delta n_N + \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial p_1} \cdot \Delta p_1 + \dots + \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial p_N} \cdot \Delta p_N = 0 \end{cases}$$

Ce système peut être exprimé sous forme matricielle de la manière suivante:

$$\begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial \Psi} \right|_{\vec{\Psi}_a} & \left. \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial n} \right|_{\vec{n}_a} & \left. \frac{\partial \vec{F}_\Psi}{\partial p} \right|_{\vec{p}_a} \\ \left. \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial \Psi} \right|_{\vec{\Psi}_a} & \left. \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial n} \right|_{\vec{n}_a} & \left. \frac{\partial \vec{F}_n}{\partial p} \right|_{\vec{p}_a} \\ \left. \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial \Psi} \right|_{\vec{\Psi}_a} & \left. \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial n} \right|_{\vec{n}_a} & \left. \frac{\partial \vec{F}_p}{\partial p} \right|_{\vec{p}_a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{\Delta\Psi} \\ \vec{\Delta n} \\ \vec{\Delta p} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{F}_\Psi(\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a) \\ \vec{F}_n(\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a) \\ \vec{F}_p(\vec{\Psi}_a, \vec{n}_a, \vec{p}_a) \end{bmatrix} \quad (\text{II-44})$$

La matrice qui contient les termes des fonctions dérivées par rapport aux inconnues est appelée matrice Jacobienne. Inversée et multipliée par le membre de droite, elle permet de trouver une

valeur numérique pour les incréments  $\vec{\Delta\Psi}, \vec{\Delta n}, \vec{\Delta p}$ . On peut ainsi à partir de cette valeur

déduire une nouvelle solution approximée  $\vec{\Psi}_a^1, \vec{n}_a^1, \vec{p}_a^1$ . En réitérant ainsi le processus, on montre

que la solution approximée à l'itération  $k$ ,  $\vec{\Psi}_a^k, \vec{n}_a^k, \vec{p}_a^k$  converge vers la solution exacte du système  $\vec{\Psi}, \vec{n}, \vec{p}$  quand  $k$  tend vers l'infini.

La méthode est rigoureuse et rarement mise en défaut quelles que soient les conditions dans lesquelles opère le dispositif à l'étude. Cependant la dimension du système égale à  $3N$  peut aboutir à des temps de calcul très importants. Certains auteurs [33] ont légèrement modifié la méthode afin d'y introduire des coefficients de relaxation pour améliorer les propriétés de convergence du système. Cette approche est appelée "sur-relaxation" [14]. Ces coefficients, réels, supérieurs à 1 et judicieusement choisis, multiplient les termes de la matrice Jacobienne. Leur justification mathématique est inexistante, seule l'approche pragmatique fonctionne en ce domaine. Cependant, des coefficients optimisés dans le cas d'une application précise sont bien souvent inadaptés dans d'autres cas et peuvent engendrer des oscillations ou des divergences du processus de résolution.

Dans le cas de simulations transitoires, la méthode couplée sans les coefficients de "sur-relaxation" fonctionne de façon systématique et fournit des résultats cohérents. C'est pour cette raison que nous l'avons choisie. Une attention particulière a été portée sur l'algorithme de résolution du système linéaire obtenu, afin de minimiser les temps de calcul.

## V) Résolution du système linéaire

La méthode de Newton appliquée à notre système d'équations non-linéaires nous fournit un système linéaire dont la forme est dépendante:

- du repérage des nœuds dans le maillage
- du type de maillage
- du nombre de voisins pris en compte dans les équations discrétisées

L'inversion et la résolution de la matrice issue du système linéaire nécessite plusieurs étapes qui sont spécifiques selon le type de la matrice à traiter.

### V - 1 ) Repérage des nœuds dans le maillage

Les nœuds du maillage sont numérotés séquentiellement en parcourant le maillage de la gauche vers la droite et de haut en bas, à l'exemple de la figure - II.7.

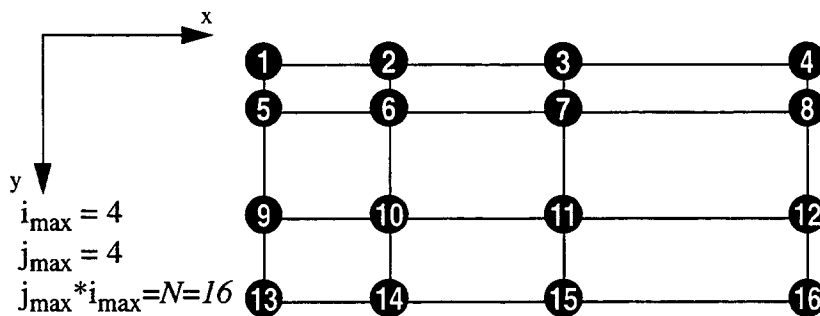


Figure - II.7 : Numérotation des nœuds du maillage

Dans l'exemple donné ici, le nombre de nœuds dans la direction x ( $i_{max}$ ) est égal au nombre de nœuds dans la direction y ( $j_{max}$ )

## V - 2 ) Structure de la matrice

Dans l'exemple concret du paragraphe V - 1, le maillage possède 16 nœuds, par conséquent la matrice jacobienne sera une matrice carrée de  $3 \times 16 = 48$  lignes. Les équations de discrétisation font intervenir les termes de couplage avec les quatre premiers voisins et avec le nœud lui-même, la matrice aura donc une structure typique de celle donnée figure - II.8. Chaque case non-vidée représente un terme non nul de la matrice. Nous voyons que cette matrice est asymétrique que ce soit dans sa structure ou par la valeur de ses termes. De plus, cette matrice est "creuse" par conséquent sa mise en mémoire de façon brute nécessiterait le stockage de nombreux termes nuls. En effet si l'on considère un maillage approximativement carré ( $i_{max} \approx j_{max}$ ) alors le facteur de remplissage décroît proportionnellement à  $3/(i_{max} * j_{max})$  quand  $i_{max}$  et  $j_{max}$  augmentent. Prenons l'exemple d'un maillage courant à 1600 nœuds le facteur de remplissage est dans ce cas déjà inférieur à 0.2%. Ceci prouve que seuls les termes non nuls de la matrice doivent être mis en mémoire.

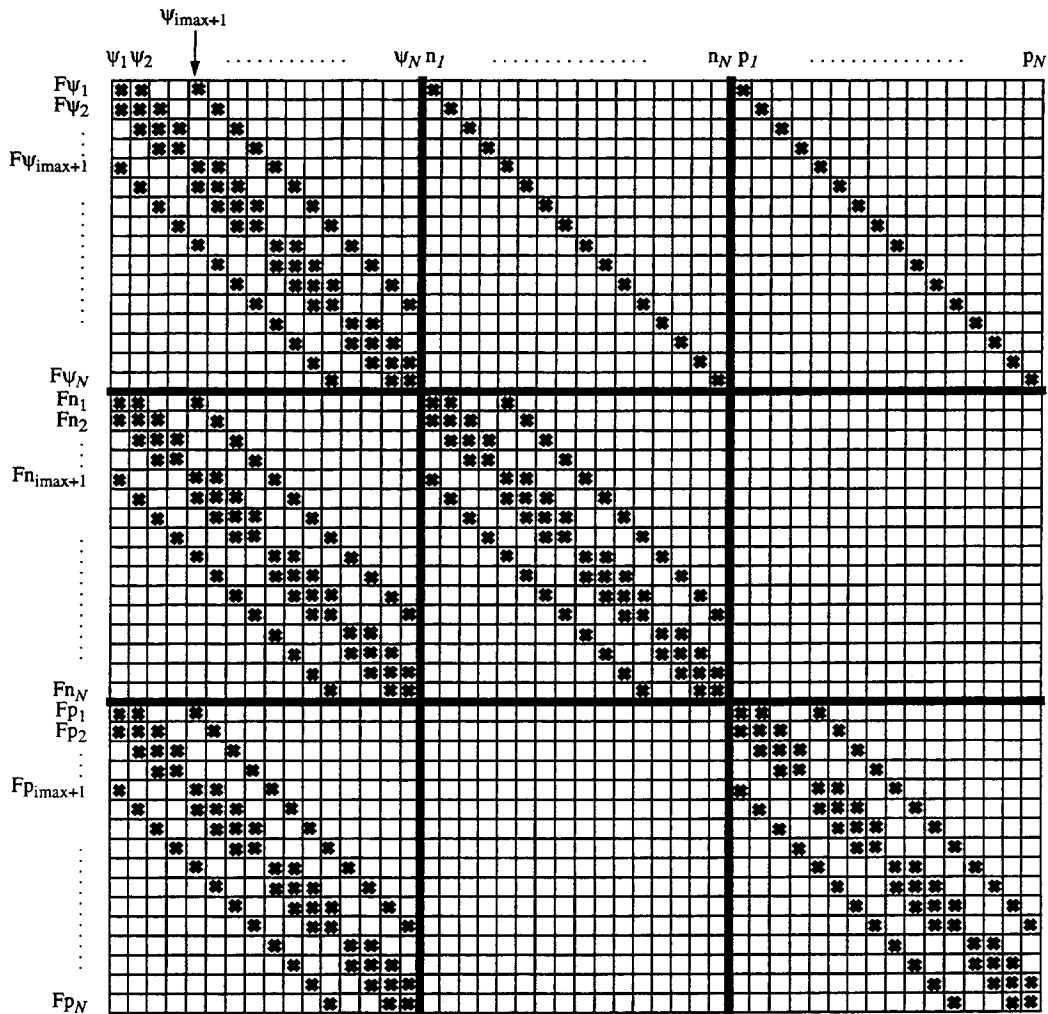


Figure - II.8 : Allure de la matrice jacobienne dans le cas particulier d'un maillage du type de celui de la figure - II.7. Chaque croix représente un terme non-nul.

Avec ce qui a été mentionné précédemment, il est difficile d'utiliser une méthode d'inversion dite "directe" telle que celle de Gauss. En effet, dans ce type de méthodes, l'intégralité des termes de la matrice contenus dans la largeur de bande doit généralement être stockée en mémoire.

La solution consiste alors à utiliser une méthode itérative semblable à celles suggérées par Jacobi [34], Gauss-Seidel [35] ou basées sur le principe de sur-relaxation. Une méthode qui a également fait ses preuves, particulièrement dans le domaine de la simulation de dispositifs, est la méthode des gradients conjugués [36] appliquée aux matrices asymétriques [37] [38] [39] [40] [41]. Son efficacité, que ce soit en nombre d'itérations nécessaires pour que l'inversion de la matrice soit effectivement réalisée ou pour ses faibles besoins en ressources informatiques n'est plus à démontrer. C'est pourquoi nous l'avons choisie dans le cadre de notre simulateur.

Avant de décrire la méthode en elle-même, il est important de préciser qu'elle ne fonctionne efficacement que lorsque la matrice à inverser est diagonalement dominante [42]. Cette condition n'est évidemment pas vérifiée dans la pratique, c'est pourquoi au préalable un conditionnement de la matrice doit être réalisé.

### V - 3 ) Conditionnement de la matrice

Le système linéaire à résoudre est du type suivant:

$$[A] \cdot [\Delta x] = [B] \quad (\text{II-45})$$

où  $[\Delta x]$  est le vecteur inconnu,  $[A]$  est la matrice Jacobienne et  $[B]$  le vecteur des termes constants. Si l'on trouve deux matrices  $[L_a]$  et  $[U_a]$  respectivement triangulaire basse et triangulaire haute qui soient telles que:

$$[L_a] \cdot [U_a] \approx [A] \quad (\text{II-46})$$

alors, l'équation (II-45) peut être transformée de la manière suivante:

$$[L_a] \cdot [A] \cdot [U_a] \cdot [U_a]^{-1} \cdot [\Delta x] = [L_a] \cdot [B] \quad (\text{II-47})$$

or, d'après la définition de  $[L_a]$  et  $[U_a]$  dans l'équation (II-46):

$$[L_a] \cdot [A] \cdot [U_a] = [Ai] \approx [Id] \quad (\text{II-48})$$

où  $[Id]$  représente la matrice identité. Posons de plus:

$$[U_a]^{-1} \cdot [\Delta x] = [y] \quad \text{et} \quad [L_a] \cdot [B] = [Bp] \quad (\text{II-49})$$

l'équation (II-47) devient:

$$[Ai] \cdot [y] = [Bp] \quad (\text{II-50})$$

La solution d'un tel système est facile à trouver puisque la matrice  $[Ai]$  est pratiquement égale à l'identité, elle sera inversible par la méthode des gradients conjugués. Nous aurons alors le vecteur solution  $[y]$  à partir duquel il faudra remonter à la solution  $[\Delta x]$ . Ceci sera immédiat par substitution arrière car  $[U_a]$  est une matrice triangulaire. Cette procédure nous permet de comprendre qu'il est nécessaire de conditionner la matrice Jacobienne afin d'obtenir les deux matrices triangulaires  $[L_a]$  et  $[U_a]$ . Ces deux matrices peuvent être obtenues en faisant une décomposition de Gauss [43] incomplète sur la matrice Jacobienne. Dans une décomposition

“incomplète”, l’algorithme de Gauss est appliqué, mais seules les bandes qui contenaient des termes non-nuls sont effectivement mises à jour. Les bandes ne contenant que des termes nuls sont laissées telles quelles. Cependant, afin d’améliorer la décomposition, nous avons rajouté quelques bandes supplémentaires, à savoir que toutes les diagonales qui contiennent au moins un terme non nul sont modifiées lors de la décomposition de Gauss.

Ceci signifie qu’à l’issue de la décomposition incomplète de Gauss, les deux matrices triangulaires  $[L_a]$  et  $[U_a]$  prennent une forme schématique:

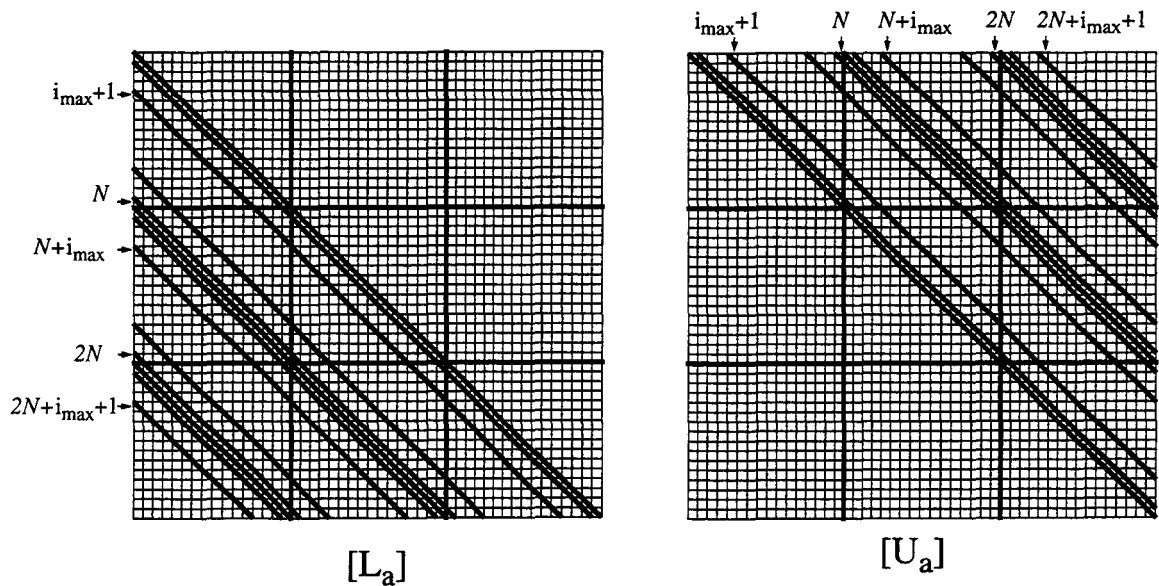


Figure - II.9 : Matrices triangulaires inférieure et supérieure obtenues à l’issue de la décomposition incomplète de Gauss. Les cases marquées représentent des termes non-nuls.

#### V - 4 ) Méthode des gradients conjugués

La méthode des gradients conjugués est la suivante:

**Etape 1:** Initialisation;  $[y_k]$  est une solution approchée du système (II-50)  
donc:  $[A_i] \cdot [y_k] \neq [B_p]$

**Etape 2:** Calcul du vecteur résidu  $[R_k] = [B_p] - [A_i] \cdot [y_k]$

**Etape 3:** Calcul d’un scalaire  $S_k = [R_k]^T \cdot [R_k] / ([R_k]^T \cdot [A_i] \cdot [R_k])$

**Etape 4:** Calcul d’une nouvelle solution approchée:  
 $[y_{k+1}] = [y_k] + S_k \cdot [R_k]$

**Etape 5:** Si  $[A_i] \cdot [y_{k+1}]$  très différent de  $[B_p]$  retour à l’**Etape 2**  
Si  $[A_i] \cdot [y_{k+1}] \approx [B_p]$  convergence.



## Références Bibliographiques (Chapitre II)

---

- [1] G. D. Smith, "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", *Oxford University Press, Second Edition*, 1978
- [2] M. B. Barron, "Computer Aided Analysis of IGFET Transistor", *Technical Report of Stanford Electronics Laboratories*, November 1969
- [3] H. K. Gummel, "A Self-Consistent Iterative Scheme for One-Dimensional Steady State Transistor Calculation", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 11, pp. 455-465, 1964
- [4] J. A. Greenfield, R. W. Dutton, "Non-Planar VLSI Device Analysis Using the Solution of Poisson's Equation", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 27, No. 8, pp. 1520-1532, août 1980
- [5] J. N. Reddy, "An Introduction to the Finite Element Method", *McGraw-Hill*, 1993
- [6] O. C. Zienkiewicz, "La méthode des Eléments finis", *Ediscience*, 1973
- [7] J. F. Imbert, "Analyse des Structures par Eléments finis", *Cépaduès-Editions*, février 1995
- [8] S. Bozek, B. Baccus, V. Senez, Z. Z. Wang, "Mesh Generation for 3D Process Simulation and the Moving Boundary Problem", *Proceedings of the Simulation of Semiconductor Devices and Processes*, Vol. 6, 1995
- [9] Integrated System Engineering AG, "The 2D Process Simulator DIOS<sub>ISE</sub> 3.6", *User's Manual*, 1994
- [10] B. Baccus, "Simulation Bidimensionnelle de Technologies Silicium l'Approche Multicouche", *Thèse de Doctorat en Electronique Université de Lille*, mars 1990
- [11] M. S. Adler, "A Method for Terminating Mesh line in Finite Difference Formulations of the Semiconductor Device Equations", *Solid-State Electron*, Vol. 23, pp. 845-853, 1980
- [12] C. H. Price, "Two-Dimensional Numerical Simulation of Semiconductor Devices", *Phd Report for the Defense Advanced Research Project Agency, Stanford Electronics laboratories (Ca)*, May 1982
- [13] J. F. Bürgler, "Discretisation and Grid Adaptation in Semiconductor Device Modelling", *Hartung-Gorre*, 1990
- [14] W. E. Milne, "Numerical Solution of Partial Differential Equations", *Dover Publications New-York*, 1970
- [15] J. P. Kreskowsky and H. L. Grubin, "Numerical Solution of the Transient Multidimensional Semiconductor Equations Using the LBI Techniques", *Proceedings of the NASECODE III*, *Boole Press*, pp. 150-160, 1983
- [16] M. S. Mock, "Time Discretisation of a Non-Linear Initial Value Problem", *Journal Comp. Phys.*, Vol. 21, pp. 20-37, 1976

- [17] A. Yoshii, M. Tomizawa and K. Yokoyama, "Investigation of Numerical Algorithms in Semiconductor Device Simulation", *Solid-Sate Electronics*, Vol. 30, No. 8, pp. 813-820, 1987
- [18] M. S. Obrecht, "A New Stable Method for Linearization of Discretised Basic Semiconductor Equations", *Solid-Sate Electronics*, Vol. 36, No. 4, pp. 643-648, 1993
- [19] M. S. Obrecht, M. I. Elmasry and E. L. Heasell, "TRASIM: Compact and Efficient Two-Dimensional Transient Simulator for Arbitrary Planar Semiconductor Devices", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 14, pp. 447-458, avril 1995
- [20] M. S. Mock, "Analysis of Mathematical Models of Semiconductor Devices", Bool Press, 1983
- [21] J. M. Ortega and W. C. Rheinboldt, "Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables", *New-York Academic Press*, 1970
- [22] E. H. Zarantonello, "Solving Functional Equations by Contractive Averaging", *Report 160, MRC, University of Wisconsin*, 1960
- [23] K. Yamaguchi, "A Time-Dependent and Two-Dimensional Numerical Model for MOSFET Device Operation", *Solid-Sate Electronics*, Vol. 26, No. 9, pp. 907-916, 1983
- [24] K. Kato and K. Taniguchi, "Numerical Analysis of Switching Characteristics in SOI MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-33, No. 1, p. 133, 1986
- [25] M. Reiser, "A Two-Dimensional Numerical FET Model for DC, AC and Large-Signal Analysis", *IEEE Transactions on Electron Devices*, pp. 35-45, janvier 1973
- [26] T. Hamasaki, T. Wada, N. Shigyo and M. Yoshimi, "Lateral Scaling Effects on High-Current Transients in Submicrometer Bipolar Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 35, pp. 1620-1626, octobre 1988
- [27] E. Dubois, "Simulation Bidimensionnelle de Dispositif Silicium: Contribution à l'étude de phénomènes Parasites en Technologies MOS et Bipolaire", *Thèse de Doctorat, Université de Lille I*, Mai 1990
- [28] L. J. Giacoletto, "Electronics Designer's Handbook Second Edition", Mc Graw-Hill, p.1-50, 1977
- [29] D. L. Scharfetter, H. K. Gummel, "Large-Signal Analysis of a silicon read diode oscillator", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 16, No. 1, pp. 64-67, janvier 1964
- [30] C. T. Wang, "A Re-Extrapolation Technique in Newton-Sor Computer Simulation of Semiconductor Devices", *Solid-Sate Electronics*, Vol. 25, No. 11, pp. 1083-1087, 1982
- [31] A. D. Sutherland, "On the Use of Overrelaxation in Conjunction with Gummel's Algorithm to Speed the Convergence in a Two-Dimensional Computer Model for MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-27, pp. 1297-1298, 1980
- [32] A. Schütz, S. Selberherr and H. W. Pötzl, "A Two-Dimensional Model of the Avalanche Effect in MOS Transistors", *Solid-Sate Electronics*, Vol. 25, pp. 177-183, 1982

- [33] S. Selberherr, "Analysis and Simulation of Semiconductor Devices." *Springer-Verlag Wien New York*, Chapter 7, 1984
- [34] J. R. Rice, "Numerical Methods, Software and Analysis", *Mc Graw Hill*, 1983
- [35] V. N. Faddeva, "Computational Methods of Linear Algebra", *Dover Publication*, 1959
- [36] D. M. Trujillo, H. R. Busby, "Investigation of Highly Accurate Integration Formulae for Transient Heat Conduction Analysis Using the Conjugate Gradient Method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, pp. 99-109, 1982
- [37] S. C. Eisenstat, "Efficient Implementation of a Class of Preconditioned Conjugate Gradient Methods", *SIAM J. SC. Stat. Comput.*, Vol. 2, No. 1, pp 1-4, mars 1981
- [38] F. Y. Chang, L. F. Wagner, "Generalised ICCG Method for Solution of Asymmetric, Sparse, Linear Systems of Discretised Semiconductor Device Equations", *Electronics Letters*, Vol. 18, No. 15, juillet 1982
- [39] H. A. Van der Vorst, "Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Nonsymmetric Linear Systems", *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, to be published.
- [40] C. Pommerell and W. Fichtner, "PILS: An Iterative linear Solver Package for Ill-Conditioned Systems", *ETH Zürich, Integrated System Laboratory-Technical Report No. 91/5*
- [41] G. L. G. Sleijpen and D. R. Fokkema, "BiCGSTAB(L) For Linear Equations Involving Unsymmetric Matrices With Complex Spectrum", *Electronic Transaction on Numerical Analysis*, Vol. 1, pp. 11-32, septembre 1983
- [42] C. Pommerell, "Solution of Large Unsymmetric of Linear Equations", *Phd. Thesis Hartung-Gorre*, Vol. 17, 1992
- [43] G. Dhatt and G. Touzot, "Une Représentation de la Méthode des Eléments Finis", *Collection Université de Compiègne Maloine S.A. Editeur Paris*, Chapitre 5.2, 1979



## *Simulation Mixte de Dispositifs et Circuits*

*La résolution des équations du semi-conducteur est réalisée sur un domaine géométrique fixé par le dispositif à étudier. Différentes conditions aux limites peuvent être appliquées à ce domaine. Dans certains cas, il s'agit d'une simple condition de tension imposée par l'intermédiaire d'une électrode, dans d'autres cas, il s'agit d'une condition de courant circulant à travers une résistance ou une capacité. La prise en compte de ce type de condition aux limites permet l'analyse fine par simulation bidimensionnelle de circuits rudimentaires. Quelques exemples plus ou moins complexes seront donnés dans ce chapitre.*

### **I) Prise en compte des conditions aux limites**

La possibilité d'adjoindre des composants passifs, externes au dispositif à simuler, a ouvert de nouvelles perspectives de recherches dans le cas de simulations transitoires. Que ce soit pour étudier des dispositifs isolés [1] [2], des fonctions logiques [3] ou analogiques [4] simples, des dispositifs de puissance dans leur environnement circuit [5], la prise en compte de composants extérieurs se révèle être particulièrement attractive. Dans certains cas spécifiques, les modèles compacts de dispositifs, c'est-à-dire dédiés à la simulation rapide de circuits, sont encore trop pauvres pour rendre compte de tous les phénomènes intéressants. Seule la simulation de dispositifs interagissant avec un circuit permet d'appréhender finement l'ensemble des effets dynamiques complexes tels que la propagation de charges. C'est pourquoi, dans les paragraphes qui suivent, les différents types de conditions aux limites pouvant être appliquées sur les dispositifs à l'étude sont développés.

#### **I - 1 ) Condition de tension**

Une source de tension sur un dispositif semi-conducteur peut être reliée de deux manières différentes. Dans le cas de transistors MOS, la tension peut être appliquée sur la grille du transistor où elle agit sur la zone du canal à travers une fine épaisseur d'oxyde. En revanche, sur les zones de source ou de drain, la tension est appliquée directement sur le silicium via un contact métallique ohmique.

##### **I - 1 - a ) Contact sur oxyde**

Lorsque la tension est appliquée sur la grille d'un transistor, l'ensemble contact métallique-oxyde-semi-conducteur forme une capacité MOS [6]. Par conséquent, un effet de champ électrique est développé dans le silicium et seule l'équation de Poisson est affectée par

cette condition, puisqu'aucun courant statique ne circule à travers ce contact. La valeur de la concentration en électrons et en trous sur ces nœuds est donc nulle. Le potentiel  $V_{\text{eff\_appl}}$  est imposé par la valeur de la source de tension extérieure  $V_{\text{ext}}$  modifiée par un décalage en tension  $\Phi_{\text{MS}}$  qui dépend de la différence des travaux de sortie d'un électron appartenant à la grille ou au substrat semi-conducteur:

$$\Phi_{\text{MS}} = \Phi_{\text{M}} - \left( \chi + \frac{E_g}{2} - q\phi_b \right) \quad (\text{III-1})$$

$\Phi_{\text{M}}$  est le travail d'extraction du métal, il dépend donc du type de métal utilisé.  $\chi$  est l'affinité électronique du semi-conducteur. Enfin,  $E_g/2 - q\phi_b$  représente l'intervalle entre la bande de conduction et le niveau de Fermi du semi-conducteur. Sa valeur dépend du taux d'impuretés dans le semi-conducteur de la manière suivante:

$$\phi_b = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{N_d}{n_{ie}} \right) \text{ dans le cas d'un semi-conducteur de type n} \quad (\text{III-2})$$

$$\phi_b = -\frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{N_a}{n_{ie}} \right) \text{ dans le cas d'un semi-conducteur de type p} \quad (\text{III-3})$$

Un abaque donnant les variations de  $\Phi_{\text{MS}}$  en fonction de l'électrode, et du type du semi-conducteur est donné dans [7]. On aura donc:

$$V_{\text{eff\_appl}} = V_{\text{ext}} + \Phi_{\text{MS}}$$

### I - 1 - b ) Contact métallique sur silicium

Dans le cas d'un contact direct sur le silicium, l'hypothèse consiste à considérer le contact comme ohmique, c'est-à-dire sur un semi-conducteur dégénéré (fortement dopé). Ce qui signifie que la zone de déplétion créée par le contact est d'extension suffisamment petite pour être négligée. Le contact peut alors être considéré comme infiniment absorbant et impose une condition d'équilibre à l'interface métal semi-conducteur. Dans ce cas, le potentiel  $\psi_e$  et les concentrations en électrons  $n_e$  ou en trous  $p_e$  sur l'électrode satisfont aux conditions de Dirichlet et s'écrivent:

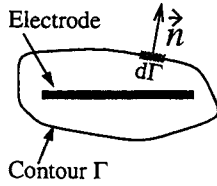
$$\psi_e = V_{\text{ext}} + \frac{kT}{q} \cdot \sinh^{-1} \left( \frac{N_d - N_a}{2n_{ie}} \right) \quad (\text{III-4})$$

$$n_e = \frac{(N_d - N_a)}{2} + \sqrt{\frac{(N_d - N_a)^2}{4} + n_{ie}^2} \quad (\text{III-5})$$

$$p_e = -\frac{(N_d - N_a)}{2} + \sqrt{\frac{(N_d - N_a)^2}{4} + n_{ie}^2} \quad (\text{III-6})$$

### I - 1 - c ) Calcul du courant

Quelles que soient les conditions aux limites, la loi de conservation du courant et les conventions de signe sont identiques. Si l'on appelle  $I_i$  le courant circulant à travers l'électrode  $i$  et que l'on considère que  $I_i$  est positif rentrant (au sens conventionnel), alors:



$$I_i = \oint_{\Gamma} \left( \vec{J}_n + \vec{J}_p + \vec{J}_d \right) \vec{n} \cdot d\Gamma \quad (\text{III-7})$$

Figure - III.1 : Calcul du courant

Dans cette expression:

- $\Gamma$  est une surface fermée entourant l'électrode sur laquelle est évaluée le courant  $I_i$
- $\vec{n}$  est un vecteur unitaire normal au contour  $\Gamma$  pointant vers l'extérieur
- $\vec{J}_n$  et  $\vec{J}_p$  sont respectivement les courants d'électrons et de trous.
- $\vec{J}_d$  est le courant de déplacement:  $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Avec le maillage choisi, le contour  $\Gamma$  autour d'une électrode est généralement un parallélépipède rectangle de taille minimum et l'expression du courant de déplacement est discrétisée en fonction de la permittivité du milieu et du potentiel.

### I - 2 ) Résistances

Dans le cas où un courant sur l'électrode  $i$  est imposé par l'intermédiaire d'une résistance de valeur  $R_i$ , l'intégration du courant sur l'électrode peut s'exprimer en fonction de la différence de potentiel aux bornes de la résistance. Si l'on appelle  $\psi_{eff}$  le potentiel sur l'électrode et  $V_{Rapp}$  le potentiel appliqué par l'opérateur sur la résistance alors:

$$\frac{(V_{Rapp} - \psi_{eff})}{R_i} = \oint_{\Gamma} \left( \vec{J}_n + \vec{J}_p + \vec{J}_d \right) \vec{n} \cdot d\Gamma \quad (\text{III-8})$$

Cette équation vient se substituer à l'équation de Poisson dans la résolution du système complet. D'autre part, les conditions de Dirichlet restent vérifiées sur l'électrode, ce qui signifie que les concentrations en électrons et en trous sont connues. Cette condition nous assure la fermeture du système d'équations.

Cependant, l'électrode étant représentée dans notre maillage par une succession de nœuds, il s'avère nécessaire de partitionner la résistance  $R_i$  en une succession de résistances  $R_{p(k,i)}$ , l'indice  $k$  correspondant au numéro de nœud connecté (voir figure - III.2). La résistance partitionnée doit satisfaire à deux conditions suivantes:

- sa mise en parallèle avec l'ensemble des résistances partitionnées sur un contact doit redonner une résistance équivalente égale à  $R_i$
- sa valeur doit être inversement proportionnelle à la longueur de la maille entourant le nœud où elle est connectée

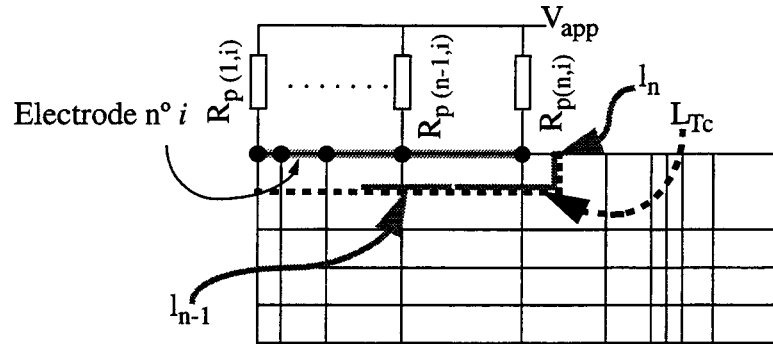


Figure - III.2 : Partitionnement de la résistance sur un contact

$L_{Tc}$  représente la longueur totale de la courbe entourant l'électrode sur laquelle sera réalisée l'intégration du courant.  $l_k$  représente la longueur du segment associé à chaque nœud. Ainsi, avec ces conditions, on trouve:

$$R_p(k, i) = \frac{L_{Tc} \times R_i}{l_k} \quad (\text{III-9})$$

ce qui nous assure bien que:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_p(k, i)} = \frac{\sum_{k=1}^n l_k}{L_{Tc} \times R_i} = \frac{1}{R_i} \quad (\text{III-10})$$

Avec cette approche, la surface de contact correspond effectivement à un plan équipotentiel lorsque le niveau de dopage associé au nœud de contact est élevé (cas effectif d'un contact ohmique sur un semi-conducteur dégénéré)

### I - 3 ) Capacités

Dans le cas où une capacité est connectée à l'électrode  $i$ , la loi de conservation de courant s'exprime de façon identique. Si l'on considère, ici encore, que  $V_{Capp}$  est la tension appliquée sur la capacité  $C_i$  et  $\psi_{eff}$  est la tension sur l'électrode. L'équation (III-8) devient:

$$\frac{d(V_{Capp} - \psi_{eff})}{dt} \cdot C_i = \oint_{\Gamma} \left( \vec{J}_n + \vec{J}_p + \vec{J}_d \right) \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma \quad (\text{III-11})$$

C'est cette équation (III-11) qui vient se substituer à l'équation de Poisson. Les conditions de Dirichlet sont quant à elles toujours vérifiées. De la même façon, on partitionne la capacité  $C_i$  en capacités  $C_p(k, i)$  pour chaque nœud appartenant à l'électrode. Les capacités étant



en parallèle, leur valeur s'additionnent. En reprenant les mêmes notations que dans le paragraphe précédent on trouve:

$$C_p(k, i) = \frac{l_k \times C_i}{L_{Tc}} \quad (\text{III-12})$$

- $L_{Tc}$  est la longueur totale de la courbe entourant l'électrode
- $l_k$  est la longueur de la portion de courbe sous le nœud  $k$

### I - 4 ) Discrétisation

Dans le cas général, on autorise, pour chaque électrode, l'adjonction de deux composants externes commandés indépendamment par deux sources de tension. Ces deux composants sont une résistance et une capacité mis en parallèle. La figure - III.3 reprend la représentation d'un nœud de maillage appartenant à une électrode:

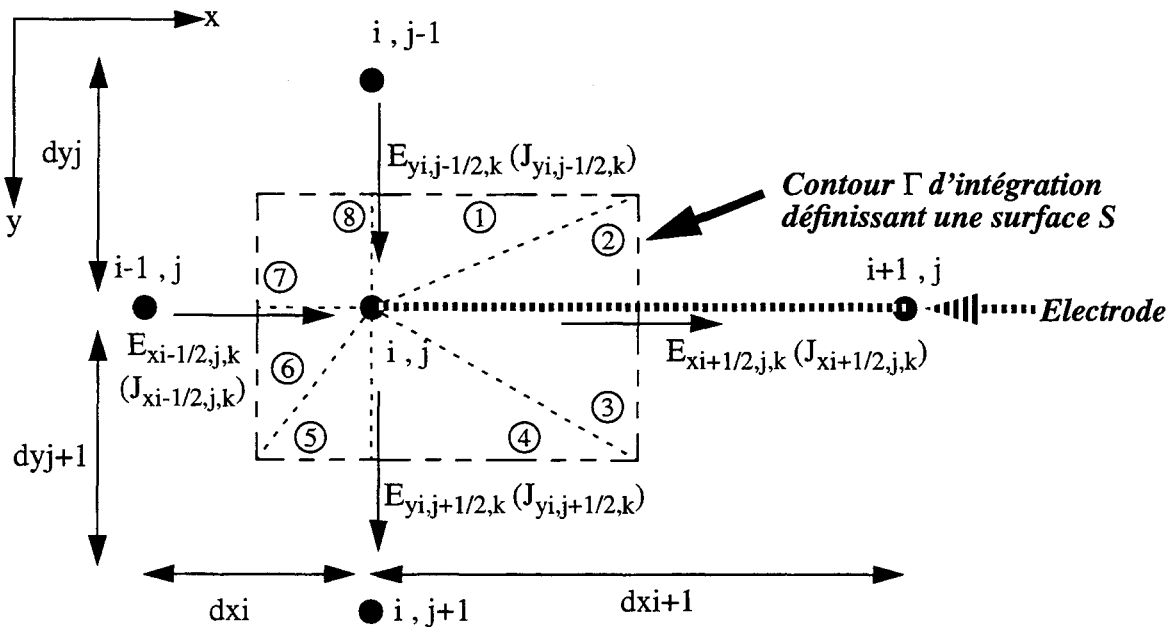


Figure - III.3 : Nœud du maillage appartenant à une électrode

La discrétisation conjointe des équations (III-8) (III-11) donne l'équation discrétisée (III-13) dans laquelle les indices  $i, j$  sont associés aux coordonnées spatiales, l'indice  $k$  correspond à la discrétisation temporelle. La première ligne de l'équation résulte de la discrétisation de la densité de courant d'électrons. La seconde ligne provient de la discrétisation de la densité de courant de trous. Les huit lignes suivantes résultent de la discrétisation du courant de déplacement. Enfin les deux dernières lignes sont inhérentes aux courants issus respectivement de la résistance et de la capacité.

$$\begin{aligned}
& n_{i-1,j,k} \cdot f_n + n_{i,j-1,k} \cdot g_n + n_{i+1,j,k} \cdot b_n + n_{i,j+1,k} \cdot c_n - n_{i-1,j,k} \cdot a_n \\
& + p_{i-1,j,k} \cdot f_p + p_{i,j-1,k} \cdot g_p + p_{i+1,j,k} \cdot b_p + p_{i,j+1,k} \cdot c_p - p_{i-1,j,k} \cdot a_p \\
& + \frac{dy_j}{2} \left( \varepsilon_7 \frac{\Psi_{i-1,j,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i-1,j,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dx_i} \right. \\
& + \left. \varepsilon_2 \frac{\Psi_{i+1,j,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i+1,j,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dx_{i+1}} \right) \\
& + \frac{dy_{j+1}}{2} \left( \varepsilon_6 \frac{\Psi_{i-1,j,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i-1,j,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dx_i} \right. \\
& + \left. \varepsilon_3 \frac{\Psi_{i+1,j,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i+1,j,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dx_{i+1}} \right) \\
& + \frac{dx_i}{2} \left( \varepsilon_8 \frac{\Psi_{i,j-1,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i,j-1,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dy_j} \right. \\
& + \left. \varepsilon_5 \frac{\Psi_{i,j+1,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i,j+1,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dy_{j+1}} \right) \\
& + \frac{dx_{i+1}}{2} \left( \varepsilon_1 \frac{\Psi_{i,j-1,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i,j-1,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dy_j} \right. \\
& + \left. \varepsilon_4 \frac{\Psi_{i,j+1,k} - \Psi_{i,j,k} - \Psi_{i,j+1,k-1} + \Psi_{i,j,k-1}}{\Delta t_k \cdot dy_{j+1}} \right) \\
& - \frac{\left( \Psi_{i,j,k} - V_{Rapp}(k) \right)}{Rp(i,j)} \\
& - \frac{Cp(i,j)}{\Delta t} \left( \Psi_{i,j,k} - V_{Capp}(k) - \Psi_{i,j,k-1} + V_{Capp}(k-1) \right) = 0
\end{aligned} \tag{III-13}$$

Le détail des coefficients  $f_n, f_p, g_n, g_p, b_n, b_p, c_n, c_p$  est donné dans le chapitre II, par les équations (II-33) (II-35).

## II) Application à des exemples simples

Les bases théoriques et les techniques numériques associées à la méthode de discrétisation ayant été définies, la suite de ce travail présente des résultats qui nous ont permis de valider l'approche de simulation. Le premier exemple correspond à un cas simple permettant la vérification des hypothèses émises lors de l'étude théorique. Il s'agit d'un inverseur R. T. L. (Resistor Transistor Logic) chargé par une capacité. Le deuxième exemple aborde le fonctionnement d'un étage de sortie d'une porte BiNMOS logique. Enfin, l'analyse dynamique d'une porte E.C.L. est présentée dans le dernier paragraphe.

## II - 1 ) Inverseur R.T.L.

Même si l'exemple de la porte R.T.L. reste simple, l'analyse des effets de propagation de charge demeure un problème complexe particulièrement en régime de saturation [8]. Cet exemple a permis de vérifier plusieurs points fondamentaux à savoir que:

- chaque électrode connectée à une source de tension via une résistance et/ou une capacité se comporte effectivement comme une équipotentielle et que le partitionnement des composants passifs n'entrave pas la précision du simulateur
- la conservation des courants au sein du dispositif, est assurée, que ce soit en statique ou en transitoire avec des précisions de l'ordre de un pour un million dans le pire des cas
- de façon macroscopique, les lois d'Ohm et les lois de Kirchhoff sont vérifiées

Le circuit simulé est donné figure - III.4.

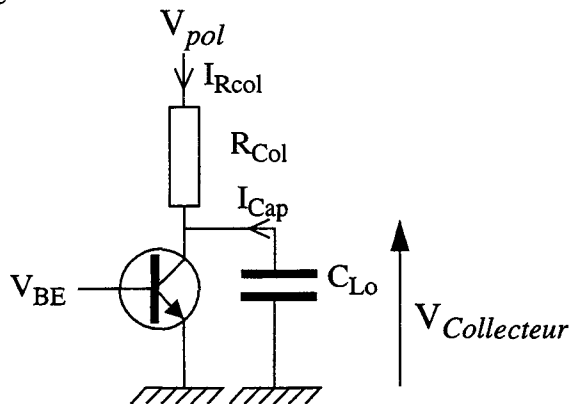


Figure - III.4 : Inverseur R.T.L.

La tension de base du transistor  $V_{BE}$  passe de 0V à 0.95V en 1 microseconde. La résistance  $R_{Col}$  est égale à 100K $\Omega$ , et la capacité de charge  $C_{Lo}$  vaut 10pF. La tension qui polarise le transistor  $V_{pol}$  est de 5V. Le transistor résulte d'une structure correspondant au procédé SUBILO développé par PHILIPS [9]. Ses principales caractéristiques [10] sont:

- fréquence de coupure ( $V_{cb}=2V$ ) à 7.5 GHz
- procédé reposant uniquement sur des implantations
- technique d'isolation par LOCOS [11] enterrés
- émetteur muré

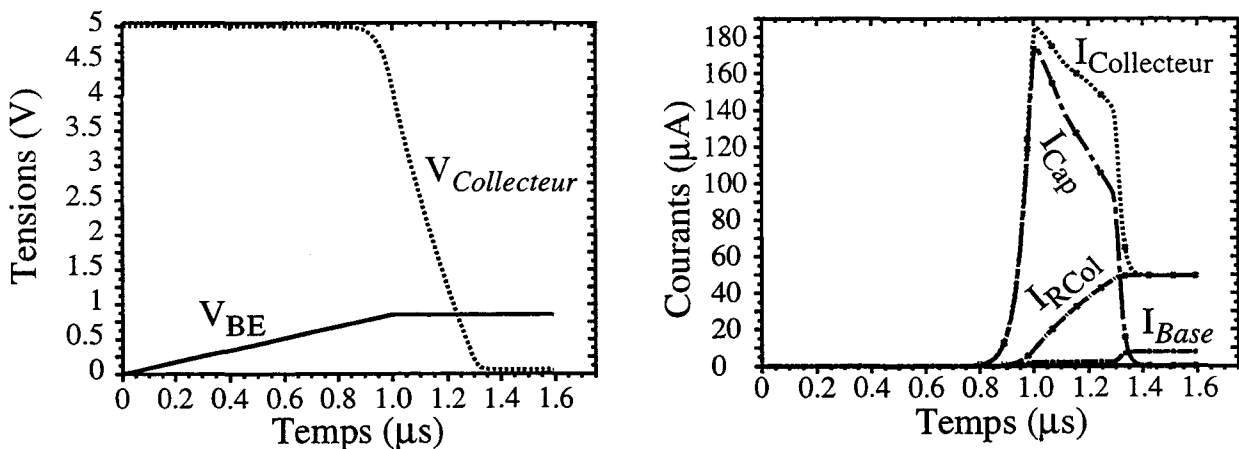


Figure - III.5 : Variations transitoires des tensions et courants de l'inverseur R.T.L

Les réponses transitoires des courants et tensions sont données figure - III.5. Il est important de noter que les variations continues du courant et de ses dérivées sont caractéristiques d'une approche non-quasi-statique. Cette approche est donc déjà supérieure en précision de résultats obtenus, par rapport aux résultats que donnerait un modèle quasi-statique, contrôlé par la charge par exemple. Un tel simulateur permet d'évaluer des technologies bipolaires rapides où le temps de transit des porteurs doit être pris en compte car sa contribution n'est plus négligeable.

## II - 2 ) Buffer BiNMOS

L'exemple suivant traite de l'analyse transitoire d'un étage de sortie BiNMOS [12] représenté en figure - III.6.

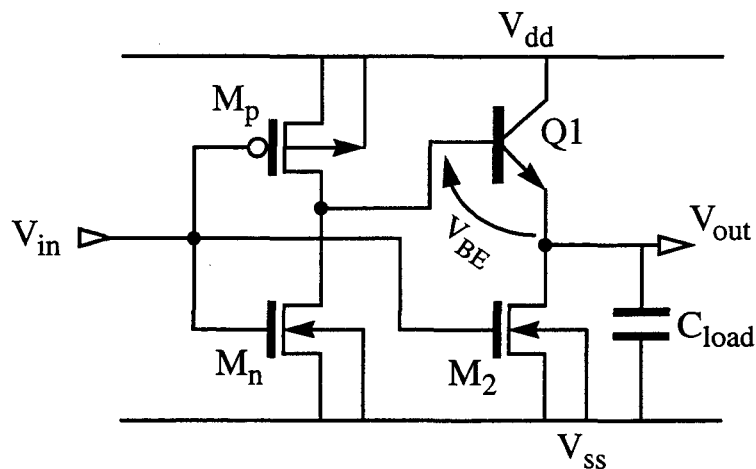


Figure - III.6 : Buffer BiNMOS standard

Les transistors  $M_p$  et  $M_n$  forment un inverseur CMOS classique. Les transistors  $Q_1$  et  $M_2$  permettent de délivrer suffisamment de courant sur une charge capacitive. Au cours d'une commutation de la tension d'entrée  $V_{in}$  d'un niveau bas à un niveau haut, la tension sur la base du transistor  $Q_1$  passe d'un niveau haut à un niveau bas. A ce stade, la capacité de sortie  $C_{load}$  est chargée et sa décharge n'est pas immédiate. La conséquence est que pendant un laps de temps dépendant:

- des valeurs des capacités parasites,
- de la capacité de charge  $C_{load}$ ,
- des résistances associées au reste du circuit,

la tension base-émetteur  $V_{BE}$  du transistor  $Q_1$  devient négative. La jonction base-émetteur de  $Q_1$  se trouve polarisée en inverse et des porteurs à haute énergie sont générés par ionisation dans la zone de charge d'espace. Les charges ainsi générées proches de la surface vont créer des défauts, à l'interface entre le silicium et l'oxyde de silicium, qui deviennent des centres recombinant en surface. L'augmentation de la densité de ces centres recombinant a pour effet d'accroître artificiellement le courant de base en augmentant sa composante de recombinaison. Le gain en courant du transistor se trouve ainsi dégradé et la vitesse de commutation du buffer est réduite. Ces phénomènes réduisent considérablement la durée de vie du composant et sa fiabilité à long terme.

Dans un premier temps, la simulation mixte de dispositifs en environnement circuit a permis de réaliser l'étude de cette porte logique en simplifiant les éléments actifs qui n'interviennent pas directement lors de la commutation. Pour cela, le transistor MOS  $M_2$  est remplacé par son impédance équivalente  $R$  évaluée à  $100k\Omega$ . La tension  $V_{base}$  fournie par l'inverseur CMOS est directement appliquée sur la base du transistor  $Q_1$  (figure - III.7). Cette tension  $V_{base}$  décroît de 1 Volt à 0 Volt en 0.5 nanoseconde. La capacité équivalente d'entrée du montage suivant est évaluée à 22fF.

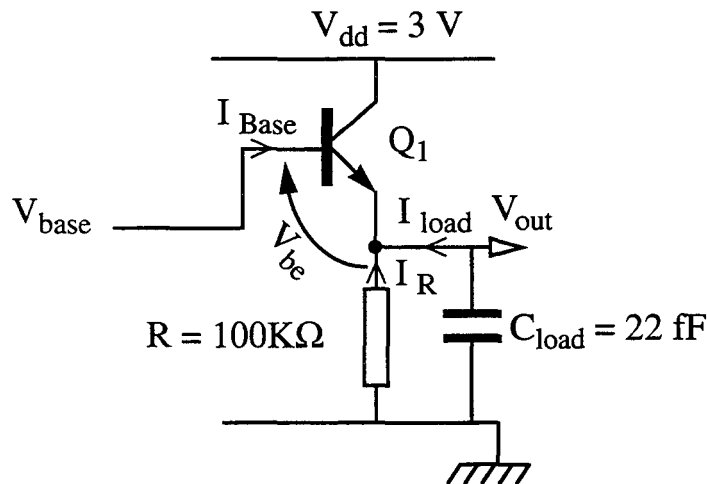


Figure - III.7 : Sortie du buffer BiNMOS simplifiée

Les variations des tensions et courants sont reportées figure - III.8. La tension base-émetteur  $V_{be}$  devient négative au cours de la commutation et engendre une polarisation inverse de la jonction entre base et émetteur. Cette valeur négative n'est pas élevée, mais cela est dû aux valeurs des tensions de polarisation, qui sont plus faibles que celles utilisées dans le circuit réel. Nous pouvons, par conséquent, évaluer directement au niveau d'un circuit des phénomènes que nous ne pourrions appréhender sur un dispositif seul.

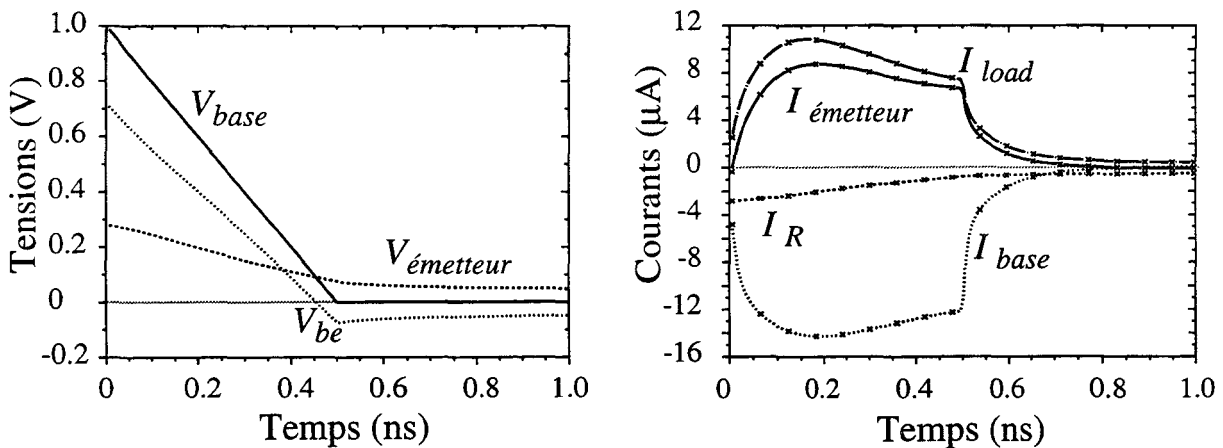


Figure - III.8 : Variations des tensions et courants lors d'une commutation du buffer BiNMOS

## II - 3 ) Porte ECL

Dans cette application originale à une porte E.C.L. (Emitter Coupled Logic) classique, polarisée par deux résistances (figure - III.9), deux éléments actifs sont simulés simultanément [13].

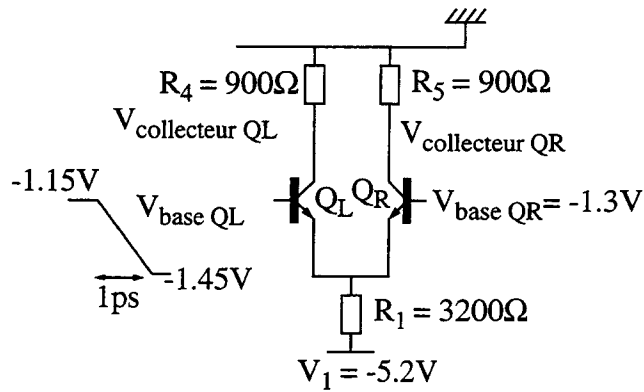


Figure - III.9 : Porte E.C.L.

La tension sur la base du transistor  $Q_L$  varie typiquement de  $-1.15V$  à  $-1.45V$ , en une picoseconde. Ce temps est excessivement court, afin de bien mettre en exergue les effets non-quasi-statiques. La figure - III.10 présente les variations de tension de la porte E.C.L. consécutivement à l'échelon de tension appliqué sur la base du transistor  $Q_L$ .

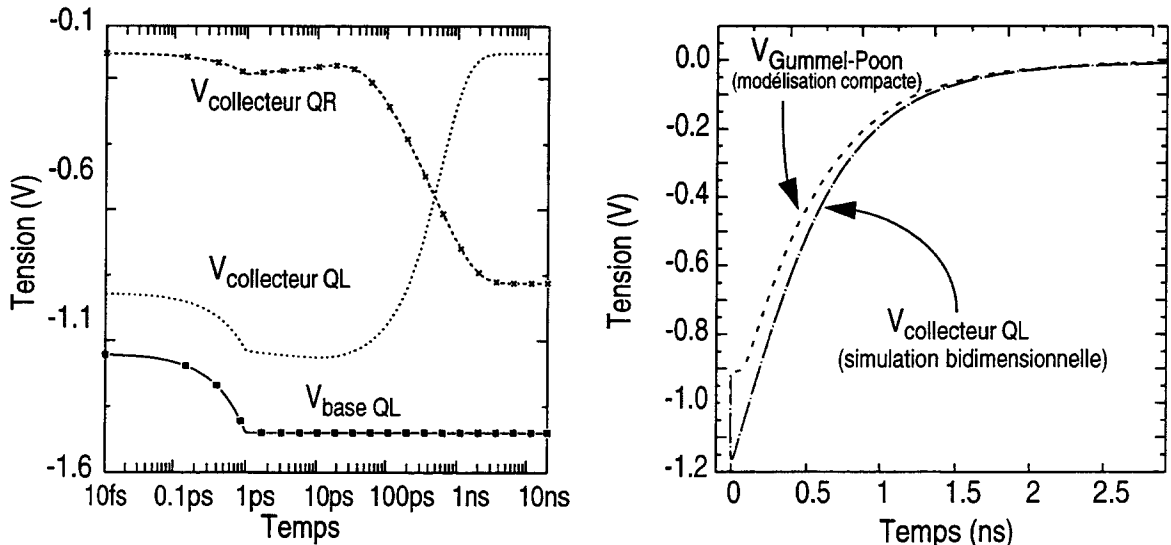


Figure - III.10 : Variations des tensions pour la porte E.C.L.

Sur la figure de gauche, l'échelle de l'axe des abscisses est logarithmique car les phénomènes transitoires sont très longs en comparaison du temps de variation de la tension sur la base du transistor  $Q_L$ . Nous constatons que la tension sur les collecteurs commence par

décroître avant d’amorcer sa variation exponentielle. Cette décroissance est due, pour une part, aux phénomènes non-quasi-statiques et pour une autre part, à la capacité de jonction base-collecteur [14]. Ce démarrage de la tension est reporté sur la figure de droite (en échelle linéaire) et comparé avec les résultats fournis par un modèle compact, quasi-statique, basé sur une commande par la charge de type Gummel-Poon [15]. Il est clair que la simulation bidimensionnelle prédit d’une part, un temps de réponse de la porte E.C.L. légèrement plus long que le modèle compact de Gummel-Poon (courbe en pointillée) et d’autre part, un délai à la réponse en courant lié au temps fini de charge de la région de base quasi-neutre.

De même, la figure - III.11 présente la variation transitoire des courants sur chaque terminal. Les courants de base des deux transistors sont représentés sur la figure de gauche, en échelle linéaire. Leur valeur particulièrement élevée pendant le transitoire permet d’évaluer les contraintes auxquelles sera soumise la porte logique E.C.L. Les courants de collecteurs sont quant à eux représentés en échelle logarithmique sur la figure droite. Leur réponse à l’excitation de base n’est pas instantanée et s’explique de la même façon que précédemment.

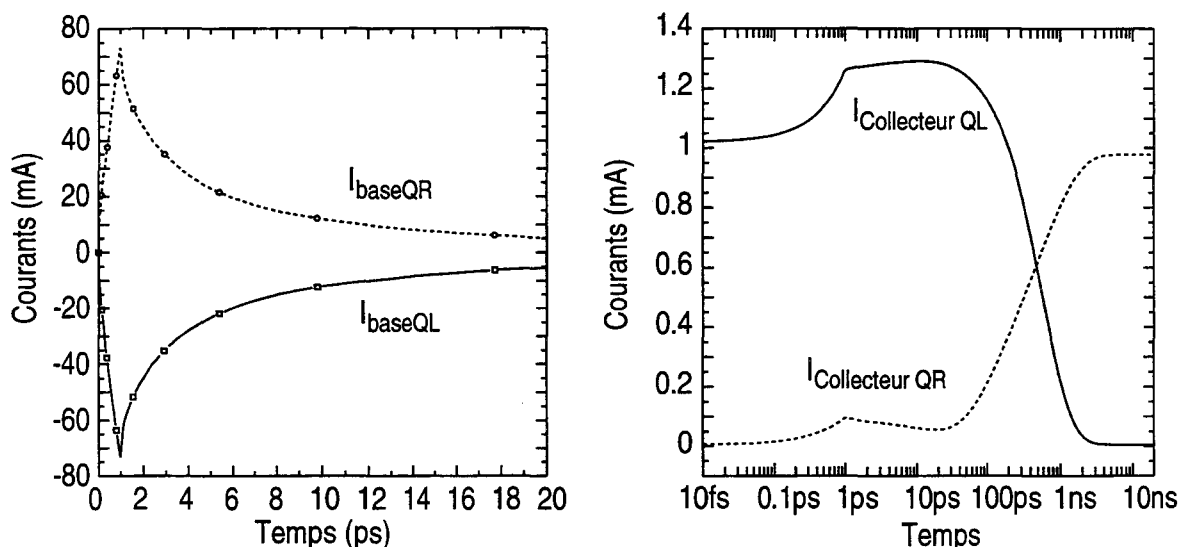


Figure - III.11 : Variations des courants pour la porte E.C.L.

Une approche de simulation mixte sur de telles fonctions logiques présente des avantages incontestables. Il est clair que la prise en compte des effets non-quasi-statiques permet d’affiner l’estimation du temps de retard apporté par une porte logique.

### III ) Application à l’étude de copieurs de courant

Cette section propose l’étude d’une application spécifique aux circuits analogiques. Il s’agit de cellules “mémoires de courant” ou “copieurs de courant” [16]. Ces cellules de base ont été largement utilisées et améliorées [17] [18] [19] ces dernières années car elles permettent de réaliser des fonctions analogiques de base (intégrateurs, dérivateurs, sommateurs, lignes à retard etc...). Cette possibilité est un premier pas vers la compilation de silicium analogique, c’est-à-dire la génération automatique de layouts satisfaisant à une

fonctionnalité décrite par un langage évolué de type VHDL-A [20]. Les mémoires de courant présentent également d'autres intérêts:

- elles sont compatibles avec les technologies numériques
- elles fonctionnent en courant et donc permettent une réduction des dimensions des dispositifs qui s'accompagne d'une réduction des tensions d'alimentation

Cependant, le défaut majeur des mémoires de courant est qu'elles nécessitent l'emploi d'interrupteurs analogiques MOS provoquant des phénomènes non-quasi-statiques d'injection de charges.

Nous nous proposons d'étudier ces phénomènes d'injection de charges dans le détail, à l'aide du simulateur mixte bidimensionnel. A cet effet, un premier paragraphe décrit le principe de fonctionnement de la mémoire de courant. Dans une seconde partie, les effets de partage de charges sont analysés.

### III - 1 ) Principe de la mémoire de courant

La cellule de base de la mémoire de courant ainsi que le diagramme de variation des tensions d'horloge sont représentés figure - III.12.

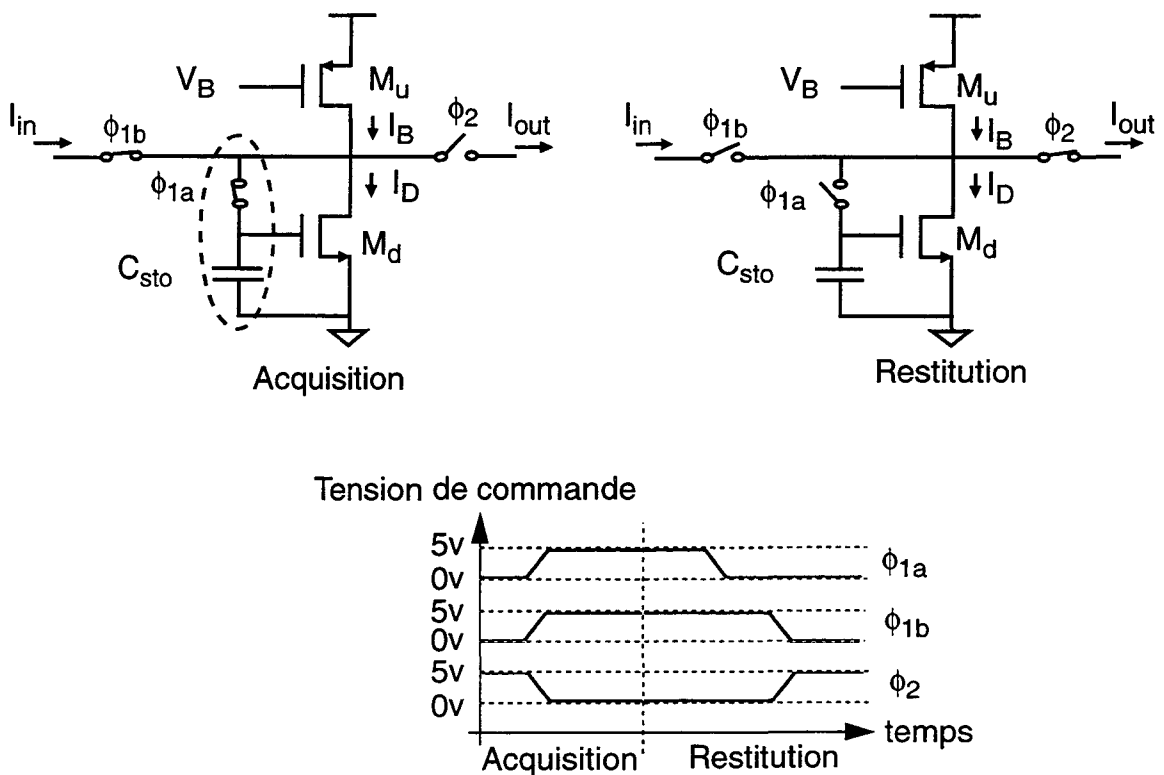


Figure - III.12 : Phases de travail de la mémoire de courant traditionnelle

Le fonctionnement de la mémoire de courant comporte deux phases: une phase d'acquisition, une phase de restitution.

En phase d'acquisition les interrupteurs correspondant à l'horloge  $\phi_{1a}$  et  $\phi_{1b}$  sont passants, alors que l'interrupteur correspondant à  $\phi_2$  est non-passant. Le transistor  $M_d$



est monté en diode, le courant  $I_D$  correspondant est la somme du courant de polarisation  $I_B$  et du courant d'entrée  $I_{in}$ . La tension sur la grille du transistor  $M_d$  est la tension nécessaire pour faire circuler  $I_D$  à tension de drain donnée.

En phase de restitution, les interrupteurs correspondant à  $\phi_{1a}$  et  $\phi_{1b}$  deviennent non-passants, alors que l'interrupteur correspondant à  $\phi_2$  devient passant. Idéalement, la tension sur la grille du transistor  $M_d$ , liée à la pré-charge la capacité  $C_{sto}$  n'a pas varié. Dans ces conditions, si la tension de drain ne varie pas entre les phases d'acquisition et de restitution, le courant circulant dans le transistor mémoire  $M_d$  n'a pas changé. Le courant de sortie  $I_{out}$  est donc la recopie du courant d'entrée  $I_{in}$  au signe près.

Pour que ce montage fonctionne correctement, il est nécessaire que le transistor  $M_d$  soit constamment en saturation. A cette condition, la tension sur son drain peut varier légèrement sans perturber, outre mesure, la recopie en courant.

### III - 2 ) Partage de charges dans les interrupteurs analogiques

L'interrupteur associé au signal d'horloge  $\phi_{1a}$  est un transistor nMOS, ne pouvant pas être considéré comme un interrupteur parfait [21] [22] [23] [24] [25] [26]. Reprenons la figure - III.12, on peut représenter tout ce qui est en amont de l'interrupteur associé à  $\phi_{1a}$  (au dessus du contour en pointillés) par une source de tension équivalente  $V_0$  et son impédance associée  $R_{in}$ - $C_{in}$ . De même, ce qui est en aval du circuit (en dessous du contour en pointillé) correspond à une capacité de stockage  $C_{sto}$ . On obtient alors le circuit de la figure - III.13, qui représente la forme minimale permettant l'étude du partage de charges.

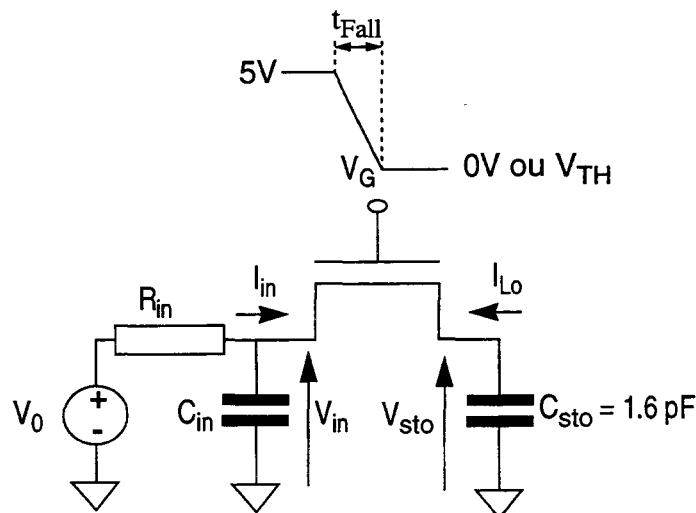


Figure - III.13 : Circuit d'étude de l'injection de charge

Quand le transistor MOS est passant, des charges mobiles circulent dans son canal. Lorsqu'une transition de la tension de grille a lieu d'un niveau haut vers un niveau bas, les charges mobiles présentes dans le canal s'évacuent par les terminaux source et drain. De plus, le couplage grille-drain et grille-source, à travers les capacités de recouvrement, augmente le nombre de charges transitant par les terminaux. Ces charges sont transférées aux capacités de stockage du circuit. Cette variation de charges provoque une variation de tension qui entraîne elle-même une erreur de recopie:

- en courant, s'il s'agit d'un copieur de courant,
- en tension, s'il s'agit d'un échantillonneur-bloqueur.

L'analyse fine du partage de charges a été entreprise sur la base de simulations bidimensionnelles. Les valeurs affectées aux différents éléments du circuit sont tirées de la référence [27]. L'étude du partage de charges [26] est réalisée par une série de simulations au cours desquelles les paramètres suivants varient:

- le temps de descente  $t_{Fall}$  du signal de commande de la grille
- la valeur de la capacité de stockage  $C_{sto}$
- la résistance d'entrée  $R_{in}$

### III - 2 - a ) Cas idéal où la résistance $R_{in}$ est infiniment grande

Les valeurs des composants sont:

- $V_0 = 1.6V$
- $C_{in} = 1.6pF$
- $R_{in} = \infty$
- niveau haut de la tension de grille  $V_{g_{on}} = 5V$
- niveau bas de la tension de grille  $V_{g_{off}} = 0V$  ou  $V_{g_{off}} = V_{TH}$  (tension de seuil effective)

En ce qui concerne la tension de seuil effective  $V_{TH} = V_{T0} + n_0 V_{in}$ , avec  $V_{T0}$  tension de seuil du transistor MOS et  $n_0 = 1 + \frac{\gamma}{\sqrt{\phi_f}}$  où  $\gamma$  est le traditionnel paramètre d'effet substrat et  $\phi_f$  est la différence entre le potentiel de fermi et le potentiel intrinsèque.

Pour différentes valeurs de la capacité de stockage  $C_{sto}$ , les variations portent sur le temps de descente du signal commandant la grille ou de manière équivalente sur la pente de ce signal  $\alpha = (V_{g_{on}} - V_{g_{off}}) / t_{Fall}$ . On peut alors, pour chaque simulation, relever la répartition de charges finale et reporter ce partage de charges dans un abaque universel (figure - III.14). L'axe des abscisses représente une variable sans dimension qui tient compte de la pente du signal de commande de la grille, des paramètres technologiques du transistor  $\beta = \mu \cdot C_{ox} W/L$ , de la capacité de stockage  $C_{sto}$  et des tensions de commutation. L'axe des ordonnées correspond directement à la partition de charges évacuées côté capacité de stockage  $\Delta Q_{sto}$  ramenée à la charge totale stockée sur la grille  $\Delta Q_G$ .

Les temps de descente de la tension de commande varient de 10ps à 110ns. La capacité de stockage prend des valeurs comprises entre 1/10 à 100 fois celle de la capacité d'entrée. Enfin, les dimensions géométriques du transistor MOS sont:  $W/L = 3\mu m / 1\mu m$  dans une technologie de  $1\mu m$ .

La courbe en traits pointillés représente les résultats fournis par la simulation, la courbe en trait plein est le résultat d'un calcul analytique [26]. Bien que l'accord entre les courbes soit relativement bon, quelques écarts apparaissent. Par exemple, une erreur de 2,5% est relevée entre le partage de charge simulé et celui calculé en certains points, une telle erreur provoque une variation de tension sur le nœud de stockage de  $350\mu V$ . Cette variation est bien supérieure aux  $45\mu V$  de résolution nécessaires pour un convertisseur analogique-digital à 16

bits de précision, alimenté sous 3V.

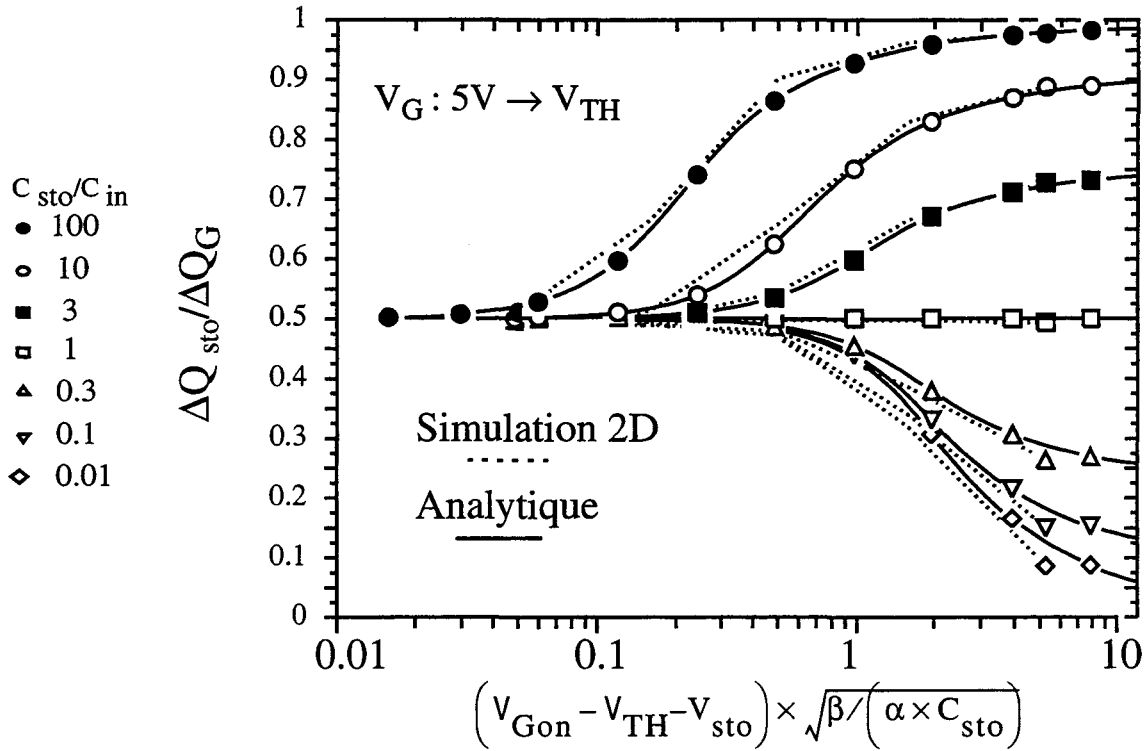


Figure - III.14 : Abaque universel de partage de charge

Il est important de noter que sur la figure - III.14, la tension de commande ne descend pas en dessous de la tension effective de seuil. Ce qui signifie qu'une grande partie des effets sous le seuil de conduction ne sont pas pris en compte (couplage via le courant substrat dynamique...).

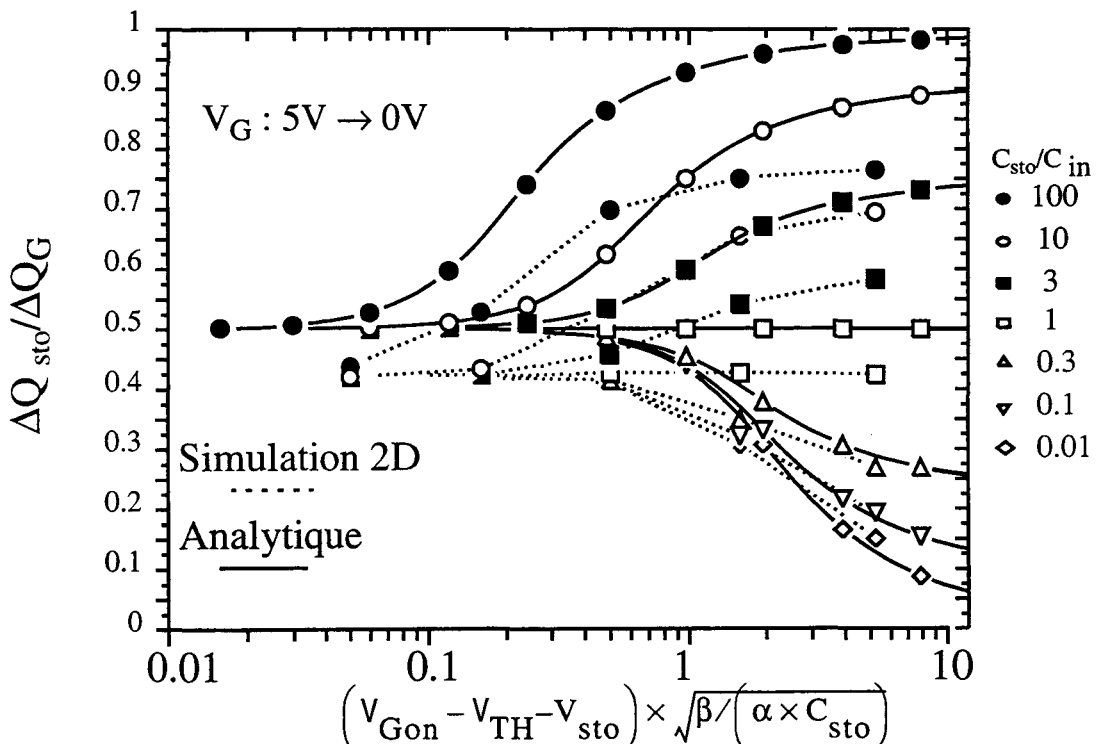


Figure - III.15 : Abaque universel de partage de charge

Un résultat totalement différent est observé figure - III.15, dans le cas d'une tension de commande de la grille passant sous la tension de seuil.

Le couplage grille-substrat devient prédominant quand la tension sur la grille passe sous la tension de seuil effective, c'est-à-dire quand la charge d'inversion dans le canal a disparu (voir figure - III.16).

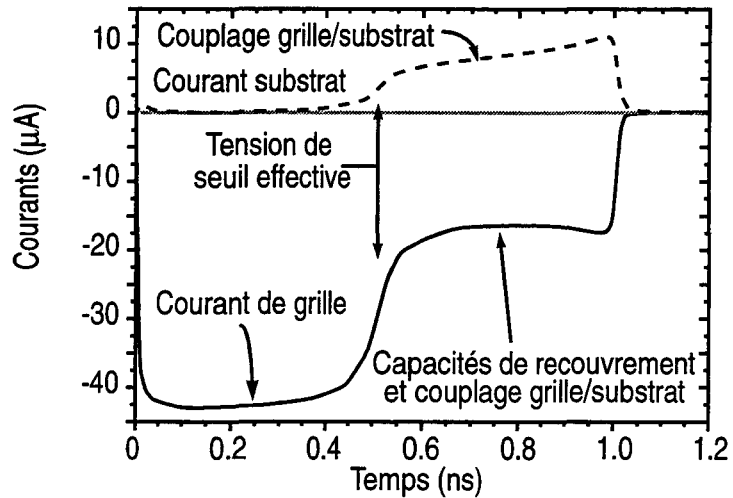


Figure - III.16 : Courants de grille et de substrat pendant un transitoire de la tension de grille

Afin de s'affranchir des effets de dynamique de charges sous le seuil, la figure - III.17 représente le partage de charges normalisé par rapport à la somme des charges circulant côté source et côté drain ( $\Delta Q_{sto} + \Delta Q_{in}$ ).

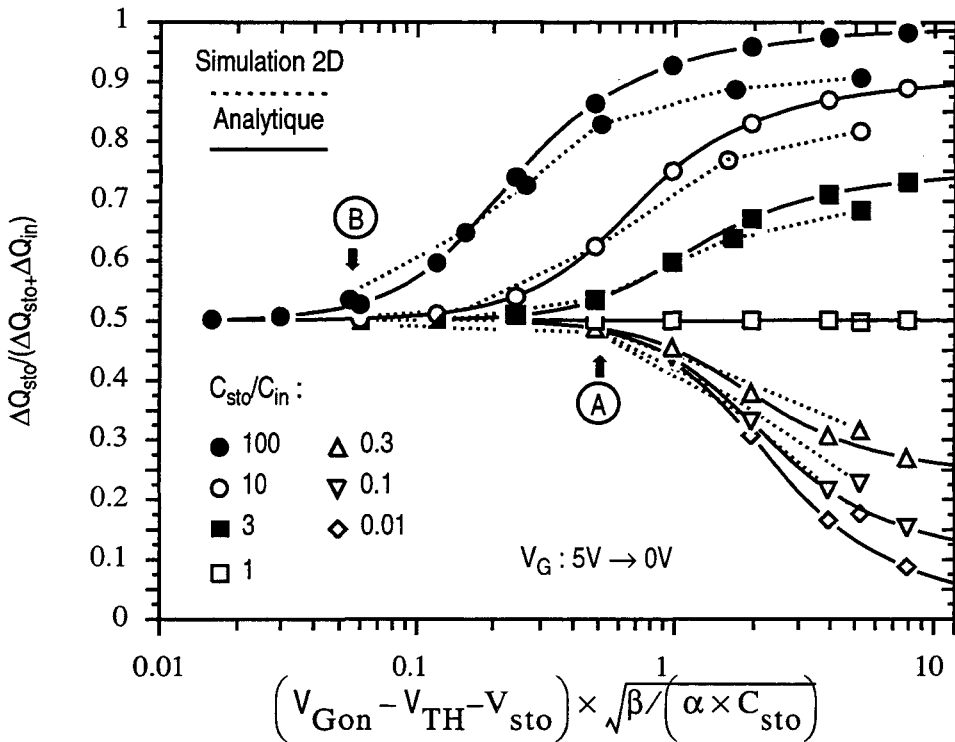


Figure - III.17 : Abaque universel de partage de charge

Malgré ce changement de normalisation, une erreur non-négligeable persiste entre les simulations et l'analyse rigoureuse. Cette imprécision provient d'une part, du couplage à

travers les capacités de recouvrement et d'autre part, de la prise en compte des effets non-quasi-statiques. Elle peut atteindre 7,5% en certains points, provoquant une incertitude d'environ 1mV sur la tension aux bornes de la capacité de stockage  $C_{sto}$ .

Afin d'illustrer ces abaques, notamment aux points marqués **A** et **B**, les variations des courants source et drain sont représentées pour deux signaux de commandes différents, et pour différentes valeurs de capacités de stockage (figure - III.18).

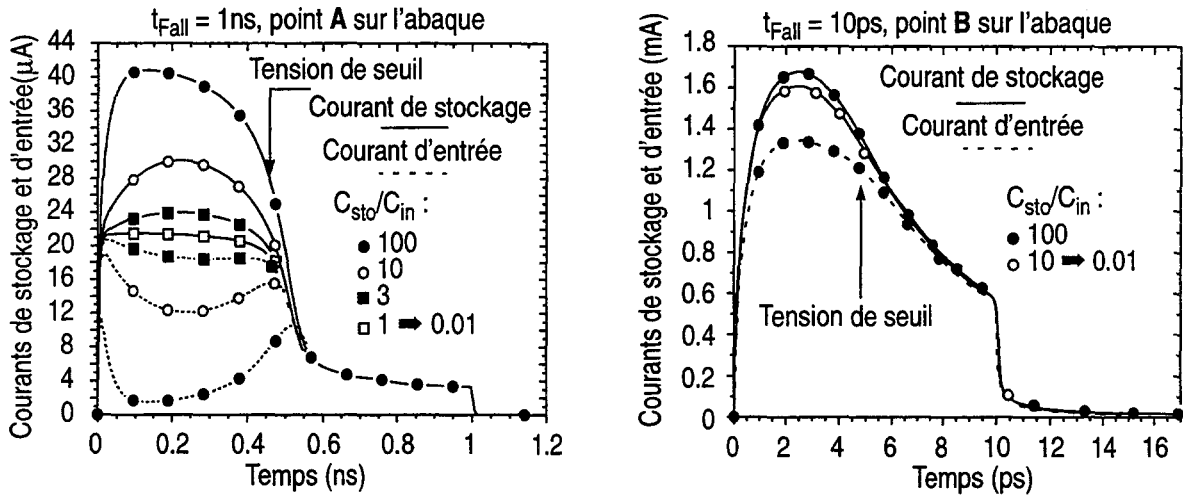


Figure - III.18 : Evolution des courants côté charge et côté entrée pour différent temps de descente de la tension de commande du transistor interrupteur

Dans le cas où le temps de descente est relativement long ( $t_{Fall} = 1\text{ns}$ , cas **A**), si la capacité de stockage est supérieure à la capacité d'entrée, les courants évacués sur la capacité de stockage sont bien supérieurs aux courants évacués vers la source de tension. Ceci est bien conforme avec une répartition de charge se faisant, en majorité, côté capacité de stockage. Dès que la capacité de stockage devient inférieure ou égale à celle d'entrée ou que le temps de descente devient très petit ( $t_{Fall} = 1\text{ps}$ ) les courbes convergent en une seule, ce qui signifie bien que le partage de charge est équitable côté stockage et côté entrée. Ce cas correspond à une conductance nulle aux extrémités du canal qui assure une équi-répartition des charges.

### III - 2 - b ) Cas où la résistance $R_{in}$ à une valeur finie

Dans le cas d'une valeur de résistance d'entrée finie, la constante de temps  $R_{in} \cdot C_{in}$  n'est plus infiniment grande devant le temps de descente  $t_{Fall}$ , l'interrupteur MOS n'est alors plus isolé de la source de tension  $V_0$  et cela a une grande influence sur le partage de charges.

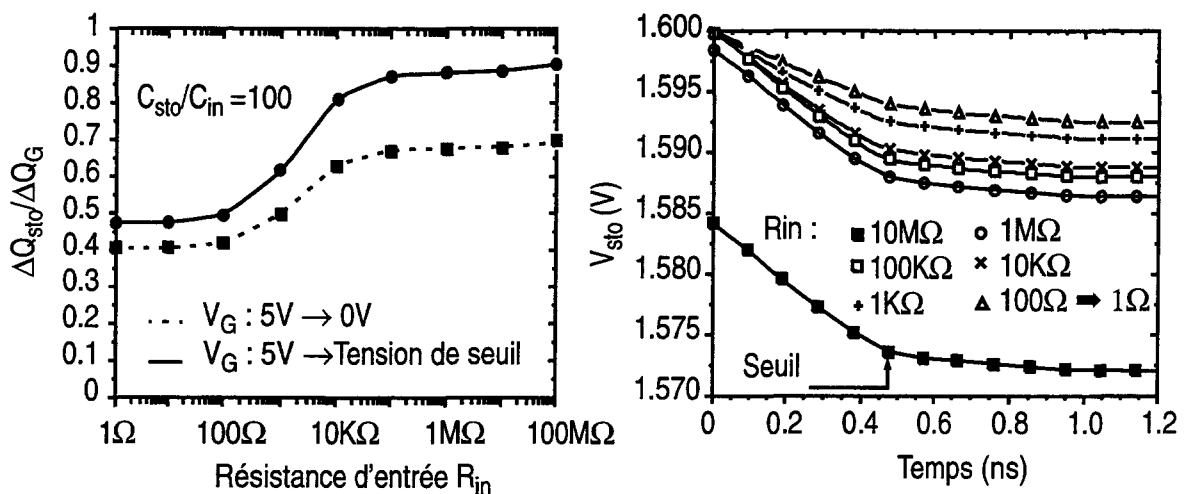


Figure - III.19 : Influence d'une valeur finie de la résistance d'entrée

Sur la figure - III.19 de gauche, la proportion de charges évacuée côté capacité de stockage est représentée en fonction de la valeur de la résistance d'entrée, pour un rapport de capacités  $C_{sto}/C_{in} = 100$ , et pour un temps de descente de 1ns. Que la tension de grille passe ou ne passe pas en dessous de la tension de seuil effective, dès que la constante de temps  $R_{in} \cdot C_{in}$  devient inférieure ou égale au temps de descente  $t_{Fall}$ , le partage de charges diminue côté capacité de stockage, et tend vers une répartition équitable de chaque côté du transistor interrupteur.

Sur la figure - III.19 de droite, l'évolution de la tension  $V_{sto}$  sur la capacité de stockage est donnée en fonction du temps, pour un temps de descente de la tension grille de 1ns et pour une capacité de stockage 100 fois supérieure à la capacité d'entrée. Il est clair que, quelle que soit la valeur de l'impédance  $R_{in}$  de la source de tension,  $V_{sto}$  varie d'une dizaine de millivolts avant le passage de la tension de commande sous la tension de seuil effective. Ensuite,  $V_{sto}$  varie encore de quelques millivolts, ce qui montre la nécessité de prendre en compte les couplages à travers les capacités de recouvrement, et les courants dus au couplage avec le substrat.

Il est important de noter que le léger décalage de 16mV de la courbe sur la figure - III.19 de droite s'explique de la façon suivante: le schéma de simulation réellement implanté est celui de la figure - III.20. La résistance  $R_{boun}$  d'impédance quasi-infinie ( $1G\Omega$ ) permet de fixer une condition aux limites raisonnable, afin d'assurer la convergence des simulations en régime statique. Cependant, sa présence implique la circulation d'un courant statique  $I_{in}$  de l'ordre de  $1.6V/1G\Omega=1.6nA$ . Ce courant provoque une chute de tension négligeable dans la résistance d'entrée lorsque celle-ci n'est pas trop élevée. Dans le cas où sa valeur est de  $10M\Omega$ , cette chute de tension n'est plus négligeable et vaut 16mV, d'où le décalage.

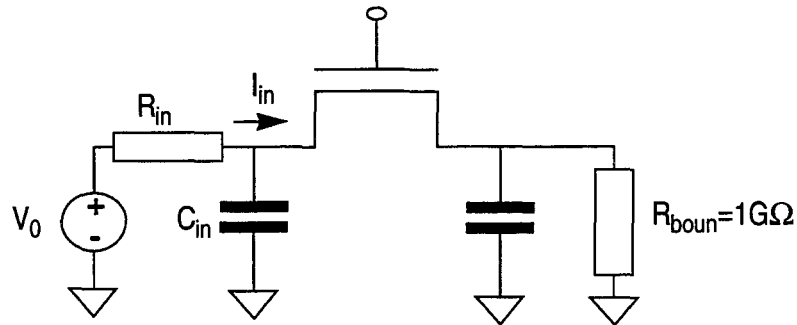


Figure - III.20 : Circuit d'étude de l'injection de charges réellement utilisé pour les simulations

En conclusion, les exemples détaillés dans ce chapitre ont permis de démontrer l'efficacité d'une analyse électrique de circuit menée par voie de simulation bidimensionnelle [28] "lourde". En effet, parmi tous les exemples proposés, la plupart ont été tirés de la littérature et ont été validés par des mesures effectuées par leurs auteurs. Le simulateur de dispositif ainsi développé s'affirme donc comme une base fiable de validation de modèles compacts (MOS, MOS/SOI, bipolaires) adaptés en terme de temps calcul à la simulation à grande échelle de circuits complexes. Nous allons, dans les paragraphes suivants, présenter de nouveaux modèles de dispositifs, qui permettent de prendre en compte les effets de propagation de charges. Ces modèles ont été testés en environnement circuit et leurs résultats comparés avec ceux fournis par des simulations bidimensionnelles.

## Références Bibliographiques (Chapitre III)

---

- [1] T. Toyabe and Y. Ohkura, "Transient Simulation of MOS Devices Using Current Boundary Condition Technique", *NASECODE VI Boole Press*, pp. 166-171, juillet 1989
- [2] B. S. Polsky, J. S. Rimshans and A. I. Shur, "Numerical Simulation of Transient Processes in Semiconductor Devices Including Outer Circuit", *NASECODE VI Boole Press*, pp. 160-165, juillet 1989
- [3] C. L. Axness, H. T. Weaver, A. E. Giddings and B. D. Shafer, "Single Event Upset in CMOS Static RAM and Latches", *NASECODE V Boole Press*, pp. 130-135, juin 1987
- [4] A. Gnudi, P. Ciampolini, R. Guerrieri, M. Rudan and G. Baccarani, "Circuit Analysis by Using a Device Simulator", *NASECODE V Boole Press*, juin 1987
- [5] P. A. Gough and J. Blake, "Inductive Switching Simulations of Power Devices", *NASECODE VI Boole Press*, pp. 154-159, juillet 1989
- [6] Y. P. Tsividis, "Operation and Modeling of the MOS Transistor", *Mc Graw Hill*, chapitres I et II, 1987
- [7] E. Dubois, "Simulation Bidimensionnelle de Dispositif Silicium : Contribution à l'étude de phénomènes Parasites en Technologies MOS et Bipolaire", *Thèse de Doctorat, Université de Lille I*, Mai 1990
- [8] B. S. Wu, C. T. Chuang and P. F. Lu, "Non-Quasi-Static Effects in Saturated Bipolar Circuits", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, No. 6, pp. 1069-1072, juin 1994
- [9] RTC-PHILIPS COMPOSANTS, "IC Design Manual Subilo-N", Caen
- [10] E. Dubois, B. Baccus and D. Collard, "Analysis of the Punchthrough Effect in Walled Emitter Bipolar Transistors", *Proceedings of ESSDERC'89 Springer-Verlag*, pp. 789-792, 1989
- [11] W. G. Oldham, "Isolation Technology for Scaled MOS VLSI", *Proceeding of IEDM*, pp. 216-219, décembre 1982
- [12] C. C. McAndrew, I. C. Kizilyalli and J. D. Bude, "BiCMOS  $h_{fe}$  Degradation: Causes and Circuit Solution", *Proceedings of the BCTM*, pp. 197-200, octobre 1994
- [13] "Les nouvelles familles logiques: performances et grands critères de choix", *Minis et micros*, pp. 52-59, Numéro 233
- [14] H. J. Huang and J. B. Kuo, "A Fully Analytical Transient Model for an ECL Inverter Using a Partitioned-Charge-Based BJT Model", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, No. 5, pp. 864-867, mai 1994
- [15] H. K. Gummel and H. C. Poon, "An integral charge control model of bipolar transistors", *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 49, pp. 827-852, mai 1970.



- [16] D. Macq, "application des copieurs de courant dans les circuits analogiques CMOS", *Thèse de Doctorat-Université de Louvain*, février 1994.
- [17] J. Daubert, D. Vallancourt and Y. P. Tsvividis, "Current Copier Cells", *Electronic Letters*, Vol. 24, No. 25, pp. 1560-1562, décembre 1988
- [18] G. Wegmann and E. A. Vittoz, "Very Accurate Dynamic Current Mirrors", *Electronic Letters*, Vol. 25, No. 10, pp. 644-646, mai 1989
- [19] C. Toumazou, J. B. Hughes and D. M. Pattullo, "Regulated Cascode Switched-Current Memory Cell", *Electronic Letters*, Vol. 26, No. 5, pp. 303-305, mars 1990
- [20] R. Airiau, J. M. Berge, V. Olive and J. Rouillard, "VHDL du langage à la modélisation", *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*, 1990
- [21] M. Degrauwe, E. A. Vittoz and I. Verbauwheide, "A Micropower CMOS-Instrumentation Amplifier", *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, Vol. SC-20, No. 3, juin 1985
- [22] B. J. Sheu and C. Hu, "Switch-Induced Error Voltage on a Switched Capacitor", *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, Vol. SC-19, No. 4, août 1984
- [23] W. B. Wilson, H. Z. Massoud, E. J. Swanson, R. T. George and R. B. Fair, "Measurement and Modeling of Charge Feedthrough in n-Channel MOS Analog Switches", *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, Vol. SC-20, No. 6, décembre 1985
- [24] J. H. Shieh, M. Patil and B. J. Sheu, "Measurement and Analysis of Charge Injection in MOS Analog Switches", *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, Vol. SC-22, No. 2, avril 1987
- [25] C. Turcheti, P. mancini and G. Masetti, "A CAD-Oriented Non-Quasi-Static Approach for the Transient Analysis of MOS IC's", *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, Vol. SC-21, No. 5, octobre 1986
- [26] G. Wegmann, E. A. Vittoz and F. Rahali, "Charge Injection in Analog MOS Switches", *IEEE Journal of Solid-State Circuit*, Vol. SC-22, No. 6, décembre 1987
- [27] P. N'Goran, A. Kaiser, B. Stefanelli and N. Moeneclaye, "Discrete Time Simulation of Current Memory  $\Sigma$ - $\Delta$  modulators", *Proceedings of the ESSCIRC'93-Seville*, septembre 1993
- [28] K. M. Cham, S. Y. Oh, D. Chin, J. L. Moll, "Computer-Aided Design and VLSI Device Development", *Kluwer Academic Publishers*, 1986



---

## *Etude d'un nouveau modèle de transistor bipolaire non-quasi-statique*

---

*Bien que les transistors MOS soient de plus en plus utilisés au détriment des transistors bipolaires, ces derniers restent les composants privilégiés à très hautes-fréquences et en particulier pour certaines fonctions analogiques (communication mobile...). Paradoxalement, à ces fréquences, les modélisations quasi-statiques (QS) traditionnelles sont insuffisantes pour prédire le comportement des transistors bipolaires et conduisent souvent à des erreurs (e.g. marges de phase erronées, délais mal évalués...). C'est pourquoi nous proposons, dans ce qui suit, de passer en revue les modèles existants, qu'ils soient QS ou non et de décrire un nouveau modèle de transistor bipolaire qui permette la prise en compte des effets de propagation de charges NQS.*

### I) Description du modèle

#### **I - 1) Contexte historique**

Une modélisation précise des charges stockées dans la région quasi-neutre de base est primordiale pour simuler le comportement d'un transistor à hautes-fréquences. La modélisation NQS proposée dans ce chapitre retient donc la même base physique fondamentale que celle des modèles QS [1]

Dans le cadre de l'approximation QS on considère que les porteurs injectés à travers les jonctions sont supposés se redistribuer instantanément ou en un temps négligeable par rapport aux temps caractéristiques des excitations appliquées. Dans ce cas, la forme de la distribution spatiale des porteurs excédentaires peut-être considérée comme une succession d'états statiques [2]. La prise en compte de phénomènes transitoires se fait en rajoutant des capacités extérieures au modèle, calculées en fonction des paramètres physiques du transistor étudié [3]. Cette formulation demeure suffisamment précise tant que la fréquence des tensions de commandes n'est pas trop élevée. Cependant, avec l'accroissement des fréquences de travail cette hypothèse QS conduit à des erreurs. Par exemple, dans le cas de fonctions logiques, les temps de retard introduits par chaque porte peuvent être sous-estimés [4] [5]. De même, dans le domaine des amplificateurs ou des systèmes stabilisés par contre-réaction [6], les marges de phase et marges de gain peuvent être mal évaluées et conduire à des instabilités lors de la mise en contre-réaction du circuit.

Les premiers modèles NQS sont dérivés de l'approche de Gummel-Poon (GP), à laquelle quelques perfectionnements sont apportés. Fossum [7] propose de partitionner la

charge de la région quasi-neutre de base, en une fraction qui commande un courant transitant par l'émetteur tandis que l'autre fraction commande un courant qui transite par le collecteur. Il crée ainsi un modèle qui sera appelé par la suite PCB (Partitionned Charge Based).

Hurkx est un des rares à proposer une approche plus restrictive puisqu'il s'agit d'un modèle NQS petit signal [8]. Même si le modèle peut servir en conception d'amplificateurs linéaires la limitation au petit signal reste contraignante.

Seitchik, Chatterjee et Yang [9] modélisent les effets intrinsèques de retard des porteurs aux jonctions émetteur-base et collecteur-base par des réseaux de résistances et de capacités. Leur modèle est d'ailleurs utilisé pour étudier les effets NQS dans un fonctionnement en zone de saturation [10].

Chen [11] suite à un travail sur une jonction p-n propose une extension pour le transistor bipolaire. Son approche est basée sur un développement rigoureux des équations de transport qui fait apparaître une composante d'inductance dans le nouveau modèle. Cette approche va être reprise dans la littérature et enrichie [12] [13] afin de prendre en compte des profils de dopage non-uniformes et les phénomènes de génération et recombinaison. La première version du modèle fait apparaître une capacité négative, la seconde version fait apparaître une inductance. Dans la suite de ce chapitre, ce modèle sera référencé par MI (modèle à inductance).

Klose et Wieder [14] proposent une nouvelle version du modèle GP enrichie de quelques termes supplémentaires. Leur modèle, qui semble moins empirique que celui de Winkel [15], permet de prendre en compte les phénomènes de génération-recombinaison et est orienté pour le mode transitoire. En effet, lors de l'intégration de l'équation de continuité de courant, les dérivées des densités de porteurs par rapport au temps sont prises en compte.

Mentionnons également le travail original de Suzuki, Satoh et Nakayama [16] qui proposent, moyennant quelques hypothèses simplificatrices, une solution analytique exacte des équations de transport, dans le cas d'un transistor unidimensionnel. Leur approche permet d'obtenir, dans certains cas précis, une information sur la répartition des charges présentes dans la région quasi-neutre de base. Parmi les approches exactes, Darling [17] propose à l'aide de fonctions de Green, une résolution rigoureuse des équations de transport dans le cas d'une diode. L'extension de cette approche aux transistors bipolaires n'a cependant pas été démontrée.

Finalement, les composants devenant de plus en plus performants [18] et de plus en plus petits [19], une approche spécifique pour chaque avancée technologique est souvent nécessaire. A titre d'exemple, une grande partie de ces modèles peuvent inclure dans leur formulation:

- les effets de bande interdite non-uniforme afin d'être étendus aux cas de transistors à hétéro-jonctions [20]
- les effets d'un émetteur en poly-silicium [21] [22] [23]...

## I - 2 ) Dérivation des équations

Par souci de simplicité, lors de la dérivation de notre modèle, nous allons supposer que les phénomènes de génération et recombinaison sont négligeables. De même, nous négligerons les effets de rétrécissement de bande interdite dus aux dopages élevés. Toutefois, l'introduction de ces effets est immédiate et peut être facilement incluse dans le modèle final [13].

Le domaine géométrique sur lequel les équations de transport sont résolues, est représenté figure - IV.1. Le profil de dopage de la base est considéré comme exponentiel et est paramétré par une constante  $\eta$  qui permet d'ajuster au mieux le profil théorique avec le profil réel. Le transistor est du type "npn", sachant que l'étude d'un "pnp" est similaire. Le domaine est unidimensionnel dans la direction  $x$  et seule la zone quasi-neutre de base est prise en compte. La conduction est assurée par les porteurs minoritaires. Dans cet exemple, ce sont des électrons, dont

la densité par unité de volume sera appelée  $n(x,t)$ .

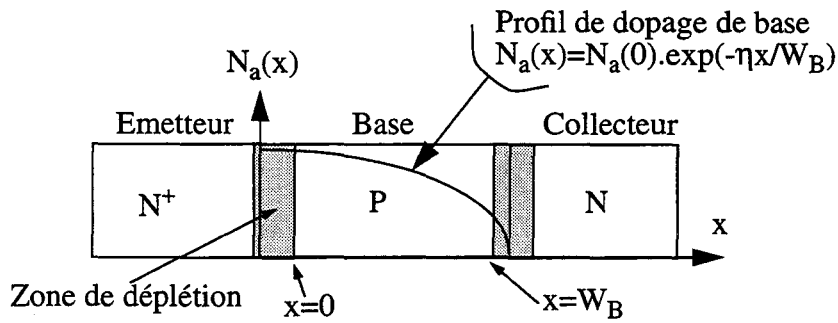


Figure - IV.1 : Coupe schématique de la région de base d'un transistor bipolaire

Dans ce qui suit, nous appellerons:

$N_a(x)$  concentration en accepteur dans la base

$n_{ieff}$  concentration intrinsèque de porteurs tenant éventuellement compte des effets de dopage élevé

$q$  charge élémentaire

$\phi_t$  tension thermique ( $\phi_t = kT/q$ )

$V_{BE}$  tension entre base et émetteur du transistor

$V_{BC}$  tension entre base et collecteur du transistor

$I_E$  courant d'émetteur du transistor

$I_C$  courant de collecteur du transistor

$J_n(x,t)$  densité de courant d'électron

$D_n$  coefficient de diffusion

$\tau_f$  temps de transit des porteurs dans la base;  $\tau_f = W_B^2/2D_n$

" $\mathcal{L}$ " opérateur de Laplace et  $s$  variable de Laplace

$\mathcal{L}$  est un opérateur linéaire qui a les propriétés suivantes:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial t} \right\} = s \cdot \mathcal{L} \{ f(x, y, z, t) \} \quad (\text{IV-1})$$

Si nous reprenons l'équation (II-2) de continuité de courant et que nous appliquons l'opérateur de Laplace sur cette équation, nous obtenons:

$$\frac{\partial \mathcal{L} \{ J_n(x, t) \}}{\partial x} = q \cdot s \cdot \mathcal{L} \{ n(x, t) \} \quad (\text{IV-2})$$

En ce qui concerne les équations constitutives de courant (II-4) et (II-5), le courant est supposé être fonction des porteurs minoritaires uniquement. Cette hypothèse permet d'annuler l'équation (II-5) et d'en déduire une expression du champ électrique  $E(x)$  en fonction de la concentration en porteur  $N_a(x)$  [équation (IV-3)].

$$E(x) = \frac{\phi_t}{N_a(x)} \cdot \frac{\partial N_a(x)}{\partial x} \quad (IV-3)$$

En réinjectant cette expression dans (II-4), en faisant intervenir la relation d'Einstein ( $D_n/\mu_n = K \cdot T/q$ ) et en calculant la transformation de Laplace de l'expression obtenue, nous avons:

$$\mathcal{L}\{J_n(x, t)\} = \frac{q \cdot D_n}{N_a(x)} \cdot \mathcal{L}\left(\frac{\partial(N_a(x) \cdot n(x, t))}{\partial x}\right) \quad (IV-4)$$

En dérivant l'équation (IV-4) par rapport à  $x$  et en réintégrant la dérivée de la densité de courant  $J_n$  exprimée par (IV-2), une équation différentielle en fonction de  $n(x, t)$ , la densité d'électrons, est finalement trouvée:

$$D_n \cdot \frac{\partial^2 \mathcal{L}\{n(x, t)\}}{\partial x^2} - \frac{D_n \cdot \eta}{W_B} \cdot \frac{\partial \mathcal{L}\{n(x, t)\}}{\partial x} - s \cdot \mathcal{L}\{n(x, t)\} = 0 \quad (IV-5)$$

La solution analytique d'une telle équation est connue. On définit:  $z = \sqrt{\frac{\eta^2}{4} + s \cdot \frac{W_B^2}{D_n}}$  ou encore

$$z = \sqrt{\frac{\eta^2}{4} + 2 \cdot s \cdot \tau_f}$$

De plus, l'étude des conditions aux limites impose:

$$n(0, t) = \frac{n_{i_{eff}}^2}{N_a(0)} \cdot \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) \quad (IV-6)$$

$$n(W_B, t) = \frac{n_{i_{eff}}^2 \cdot e^\eta}{N_a(0)} \cdot \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1 \right) \quad (IV-7)$$

Ces hypothèses définies, la densité de porteurs en tous points du dispositif peut être déduite:

$$\mathcal{L}\{n(x, t)\} = \frac{n_i^2 \cdot e^{\frac{x \cdot \eta}{2W_B}}}{\sinh(z) \cdot Na(0)} \cdot \left( \sinh\left(z - \frac{x \cdot z}{W_B}\right) \cdot \mathcal{L}\left\{e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right\} + e^{\frac{\eta}{2}} \cdot \sinh\left(\frac{x \cdot z}{W_B}\right) \cdot \mathcal{L}\left\{e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right\} \right) \quad (\text{IV-8})$$

Avec cette expression, la densité de courant  $J_n(x, t)$  est calculée. Il en découle ensuite les courants d'émetteur  $I_E$  et de collecteur  $I_C$  du dispositif. Soit A la section du dispositif, si l'on considère qu'un courant de trous rentrant dans le transistor est positif, il en résulte:

$$\mathcal{L}\{I_E(t)\} = A \cdot \mathcal{L}\{J_n(0, t)\} \quad (\text{IV-9})$$

et

$$\mathcal{L}\{I_C(t)\} = -A \cdot \mathcal{L}\{J_n(W_B, t)\} \quad (\text{IV-10})$$

En remplaçant les densités de courant par leurs expressions et en exprimant ce système sous une forme matricielle, on obtient:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}\{I_E(t)\} \\ \mathcal{L}\{I_C(t)\} \end{bmatrix} = I_0 \cdot \begin{bmatrix} A_{11}(s) & A_{12}(s) \\ A_{21}(s) & A_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{L}\left\{e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right\} \\ \mathcal{L}\left\{e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right\} \end{bmatrix} \quad (\text{IV-11})$$

Avec  $I_0 = (A \cdot n_0 \cdot q \cdot D_n) / W_B$  qui est le courant de saturation du transistor. Les différents coefficients  $A_{ij}(s)$  sont donnés par les relations suivantes:

$$A_{11}(s) = -\left(z \cdot \coth(z) + \frac{\eta}{2}\right) \quad (\text{IV-12})$$

$$A_{12}(s) = \frac{\frac{\eta}{2} \cdot e^{\frac{z}{2}}}{\sinh(z)} \quad (\text{IV-13})$$

$$A_{21}(s) = \frac{z \cdot e^{\frac{\eta}{2}}}{\sinh(z)} \quad (\text{IV-14})$$

$$A_{22}(s) = -e^{\eta} \cdot \left( z \cdot \coth(z) - \frac{\eta}{2} \right) \quad (\text{IV-15})$$

Dans les cas traditionnels d'utilisation des transistors bipolaires, la région de fonctionnement est appelée "active-directe". C'est à dire que la tension base-émetteur  $V_{BE}$  est positive et la tension base-collecteur  $V_{BC}$  est négative ce qui signifie que  $e^{V_{BC}/V_t} \approx 1$  et que les coefficients  $A_{12}(s)$  et  $A_{22}(s)$  ont peu d'importance puisqu'ils sont multipliés par un terme proche de 0. Il est à noter que les termes  $A_{12}(s)$  et  $A_{21}(s)$  sont identiques ce qui confirme bien le théorème de réciprocité des transistors bipolaires durant une phase transitoire [24].

## II) Comparaison avec les modèles existants

Pour que le modèle dérivé au paragraphe précédent soit utilisable, il est nécessaire de donner une expression analytique dans le domaine temporel et non dans l'espace de Laplace. Le passage d'une formulation à l'autre n'est pas immédiat et sera détaillé dans ce qui suit. Il sera démontré que le modèle obtenu n'est qu'une extension des modèles précédents déjà développés dans la littérature, mais que cette nouvelle formulation détaillée apporte des gains en précision, que ce soit en petit ou en grand signal.

### II - 1) Développement en série des coefficients

Afin d'obtenir l'expression des différents courants en fonction des tensions  $V_{BE}$  et  $V_{BC}$ , la transformation de Laplace inverse des coefficients  $A_{ij}(s)$  doit être calculée. Cependant, dans ce cas particulier, la transformation de Laplace inverse est non-explicite. Deux solutions sont alors possibles:

- la première consiste à calculer une valeur numérique approchée de cette transformée. Néanmoins, cette méthode est coûteuse en temps de calcul et ne peut pas être généralisée puisqu'elle dépend de la forme d'onde des tensions  $V_{BE}$  et  $V_{BC}$ .
- la seconde se propose de calculer la transformée inverse du développement en série des coefficients  $A_{ij}(s)$ . En effet, si l'on considère que la variable  $z$  est petite, ce qui est vrai si la fréquence d'utilisation du dispositif est peu élevée, on peut calculer le développement de Taylor de chaque coefficient autour de  $z=0$ . Ce développement possède une transformée de Laplace inverse analytique qui peut être utilisée ensuite dans notre modèle de transistor bipolaire.

Les tableaux IV.2 et IV.1 présentent les différents développements utilisés en modélisation jusqu'à présent. Les modèles décrits au début de chapitre y sont rappelés. De plus, trois nouveaux schémas de développement sont donnés.



Modèles	Termes pris en compte dans l'expression du courant d'émetteur, lors du développement dans le domaine de Laplace
Gummel [1]	$I_E(s) = - \left[ \gamma \cdot \left( \frac{6\eta + 12 + 4 \cdot Z^2}{\eta^2 + 6\eta + 12} \right) \right] \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{\frac{V_{BE}}{V_t} - 1} \right\}$
PCB [7]	$I_E(s) = - \left[ \gamma \cdot \left( \frac{6\eta + 12 + 4 \cdot Z^2}{\eta^2 + 6\eta + 12} \right) \right] \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{\frac{V_{BE}}{V_t} - 1} \right\}$
MI [12]	$I_E(s) = - \left[ \gamma \cdot \left( \frac{6\eta + 12 + 4 \cdot Z^2}{\eta^2 + 6\eta + 12} \right) \right] \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{\frac{V_{BE}}{V_t} - 1} \right\}$
Premier ordre (PO)	$I_E(s) = - \left[ \gamma \cdot \left( \frac{\eta^2 + 24}{\eta^3 + 6\eta^2 + 24\eta + 48} \right) \cdot \left( \frac{12 + 6\eta + (6 + \eta) \cdot Z^2}{6 + Z^2} \right) \right] \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{\frac{V_{BE}}{V_t} - 1} \right\}$
Second ordre (SO)	$I_E(s) = - \left[ \gamma \cdot \left( \frac{\eta^4 + 80\eta^2 + 1920}{\eta^5 + 10\eta^4 + 80\eta^3 + 480\eta^2 + 1920\eta + 3840} \right) \cdot \left( \frac{240 + 120\eta + (120 + 20\eta) \cdot Z^2 + (10 + \eta) \cdot Z^4}{120 + 20Z^2 + Z^4} \right) \right] \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{\frac{V_{BE}}{V_t} - 1} \right\}$
Troisième ordre (TO)	$I_E(s) = - \left[ \gamma \cdot \left( \frac{\eta^6 + 168\eta^4 + 13440\eta^2 + 322560}{\eta^7 + 14\eta^6 + 168\eta^5 + 1680\eta^4 + 13440\eta^3 + 80640\eta^2 + 322560\eta + 645120} \right) \cdot \left( \frac{10080 + 5040\eta + (5040 + 840\eta) \cdot Z^2 + (420 + 42\eta) \cdot Z^4 + (14 + \eta) \cdot Z^6}{5040 + 840Z^2 + 42Z^4 + Z^6} \right) \right] \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{\frac{V_{BE}}{V_t} - 1} \right\}$

Tableau IV.1 : Développement en série du coefficient  $\mathcal{A}_{11}(s)$  dans le domaine de Laplace

Modèles	Termes pris en compte pour l'expression courant collecteur, lors du développement dans le domaine de Laplace
Gummel [1]	$I_C(s) = \gamma \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{V_{BE}/V_t - 1} \right\}$
PCB [7]	$I_C(s) = \gamma \cdot \left( \frac{6\eta + 12 + 4 \cdot Z^2}{\eta^2 + 6\eta + 12} \right) \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{V_{BE}/V_t - 1} \right\}$
MI [12]	$I_C(s) = \frac{\gamma \cdot (\eta^2 + 24)}{24 + 4 \cdot Z^2} \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{V_{BE}/V_t - 1} \right\}$
Premier ordre (PO)	$I_C(s) = \frac{\gamma \cdot (\eta^2 + 24)}{24 + 4 \cdot Z^2} \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{V_{BE}/V_t - 1} \right\}$
Second ordre (SO)	$I_C(s) = \frac{\gamma \cdot (\eta^4 + 80\eta^2 + 1920)}{1920 + 320 \cdot Z^2 + 16 \cdot Z^4} \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{V_{BE}/V_t - 1} \right\}$
Troisième ordre (TO)	$I_C(s) = \frac{\gamma \cdot (\eta^6 + 168\eta^4 + 13440\eta^2 + 322560)}{322560 + 53760 \cdot Z^2 + 2688 \cdot Z^4 + 64 \cdot Z^6} \cdot I_0 \cdot \mathcal{L} \left\{ e^{V_{BE}/V_t - 1} \right\}$

Tableau IV.2 : Développement en série du coefficient  $\mathcal{A}_{21}(s)$  dans le domaine de Laplace

Pour mener à bien chaque développement, les coefficients  $A_{ii}(s)$  sont exprimés sous forme d'une fraction dont le dénominateur et le numérateur sont approchés par une série de Taylor. Sachant que  $z$  dépend de la variable de Laplace  $s$ , après développement, l'expression trouvée est du type:

$$\mathcal{L}\{I(t)\} = I(s) = \frac{n_1 + n_2 \cdot s + n_3 \cdot s^2 + n_4 \cdot s^3 + \dots}{d_1 + d_2 \cdot s + d_3 \cdot s^2 + d_4 \cdot s^3 + \dots} \cdot \mathcal{L}\{e^{V(t)/V_t - 1}\} \quad (IV-16)$$

dans laquelle  $n_1, n_2, \dots$  et  $d_1, d_2, \dots$  sont des coefficients réels. Si l'on multiplie chaque membre de l'équation (IV-16) par le dénominateur de la fraction en puissance de  $s$  et que l'on prend la transformation de Laplace inverse du résultat obtenu, on trouve:

$$d_1 \cdot I(t) + d_2 \cdot \frac{\partial I(t)}{\partial t} + d_3 \cdot \frac{\partial^2 I(t)}{\partial t^2} + d_4 \cdot \frac{\partial^3 I(t)}{\partial t^3} + \dots =$$

$$n_1 \cdot \left( e^{V(t)/V_t} - 1 \right) + n_2 \cdot \frac{\partial \left( e^{V(t)/V_t} - 1 \right)}{\partial t} + n_3 \cdot \frac{\partial^2 \left( e^{V(t)/V_t} - 1 \right)}{\partial t^2} + \dots \quad (\text{IV-17})$$

Cette équation peut-être intégrée telle quelle, dans un simulateur de circuit de type ELDO [25].

## II - 2 ) Discussion à propos des différents schémas de troncature

En comparant les différentes approximations, on constate que l'approche du modèle GP est la plus pauvre. En effet, concernant le courant collecteur, en supposant que  $z$  est suffisamment petit pour que le dénominateur soit identique à 1, on néglige totalement les effets NQS. Pour le courant d'émetteur, par contre, quelle que soit l'approximation des modèles développés jusqu'à présent, son expression est la même.

L'amélioration apportée par le modèle PCB est visible sur l'expression du courant collecteur. Elle consiste à développer au premier ordre, en fonction de  $z$ , la totalité du terme  $A_{21}(z)$ . Le terme en  $z^2$  se retrouve donc au numérateur.

Dans le modèle MI un développement rigoureux au premier ordre du dénominateur du terme  $A_{21}(z)$  est proposé.

Notre modèle PO a la même expression concernant le courant collecteur que le modèle MI. Par contre, un développement rigoureux au premier ordre du numérateur et du dénominateur de  $A_{11}(z)$  sont proposés.

Finalement, les modèles SO et TO sont basés sur le même principe, c'est à dire que l'on accroît successivement l'ordre du développement à la fois pour le numérateur et pour le dénominateur et ceci pour les deux termes  $A_{11}(z)$  et  $A_{21}(z)$ .

## III ) Résultats en analyse grand signal

En grand signal, les principales erreurs apportées par une modélisation QS concernent les délais des portes logiques qui sont sous-évalués [5] et le partage de charges au cours d'une commutation qui est prédéterminé selon une loi empirique. Dans le cas de transitoires particulièrement rapides il est nécessaire que les modèles soient NQS.

Les différentes expressions décrites dans le tableau IV.1 et le tableau IV.2 ont été implantées dans le simulateur de circuit ELDO, sur le schéma de l'équation (IV-17). Pour tous les modèles décrits précédemment, nous avons réalisé des simulations de type "grand-signal". Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux donnés par une résolution numérique exacte des équations de transport dans la base.

Le premier exemple (figure - IV.3) concerne la réponse transitoire du courant collecteur consécutive à un échelon de tension sur la base du transistor. Les conditions de simulation sont précisées sur la figure - IV.2. Le transistor est polarisé à 5V sur son collecteur, la référence de tension étant sur l'émetteur. La tension sur la base varie de 0V à 0.8V en 1 ps.

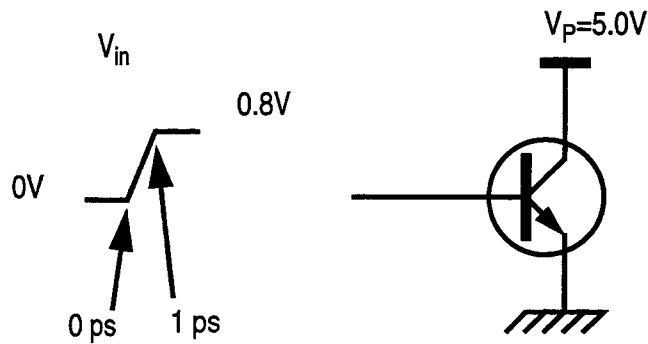


Figure - IV.2 : Conditions de simulation pour l'obtention des courbes de la figure - IV.3

La réponse immédiate du courant dans le modèle GP (figure - IV.3) est bien conforme à une approche QS, aucun délai n'est observé. Dans le cas du modèle PCB, la transition rapide de la tension de base entraîne un pic de courant négatif, auquel succède une réponse semblable au modèle GP. Les réponses des modèles MI et PO, par contre, sont en relativement bon accord avec la solution exacte même si le délai au démarrage est légèrement sous-estimé et le temps de la réponse finale légèrement sur-estimé. Finalement parmi tous les modèles présentés, les modèles SO et TO présentent les résultats les plus proches de la solution exacte.

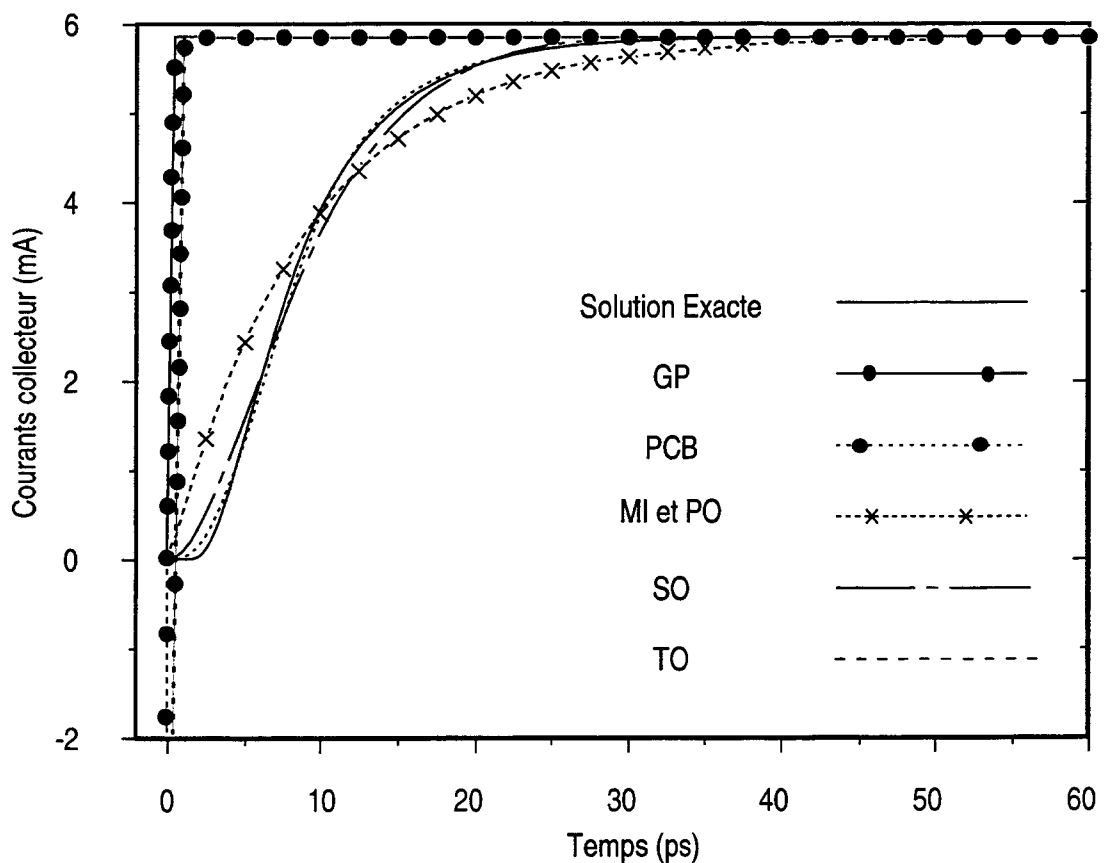


Figure - IV.3 : Evolution du courant collecteur suite à un échelon de tension sur la base du transistor

Les deux figures suivantes présentent l'évolution en fonction du temps de la charge évacuée côté émetteur ( $Q_{ne}$ ) ramenée à la charge totale ( $Q_n$ ) circulant par la base au cours du transitoire. Pour la figure - IV.4 les conditions de simulation sont les mêmes que celles présentées sur la figure - IV.2. Par contre, pour la figure - IV.5 la variation transitoire de la tension sur la base est réduite à 0.1ps.

Dans les deux cas, seuls les modèles MI, SO et TO prédisent un ratio de charges non-constant. Bien que les différences soient grandes entre les variations de charges estimées par ces modèles et la solution numérique exacte, le modèle TO reste le plus précis.

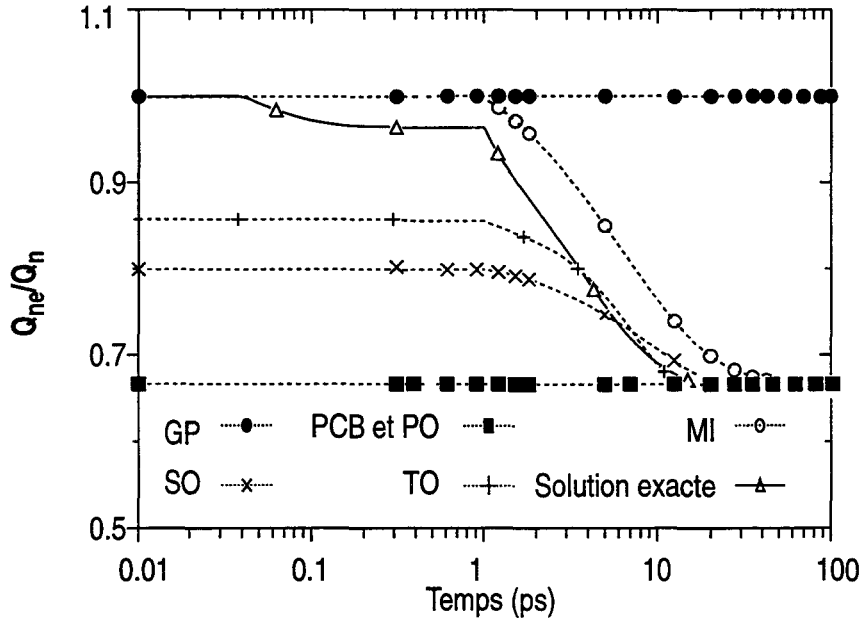


Figure - IV.4 : Comparaison des évolutions en fonction du temps de la charge circulant dans l'émetteur ( $Q_{ne}$ ) pour les différents modèles. La variation de tension sur la base dure 1ps

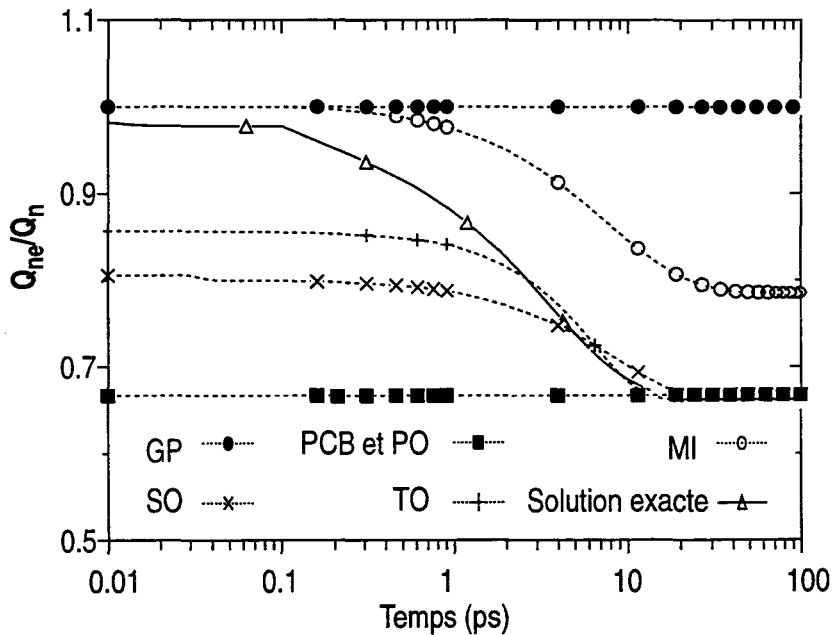


Figure - IV.5 : Comparaison des évolutions en fonction du temps de la charge circulant dans l'émetteur ( $Q_{ne}$ ) pour les différents modèles. La variation de tension sur la base dure 0.1ps

#### IV ) Résultats en analyse petit signal

En conception de circuits linéaires large-bande avec contre-réaction, la modélisation petit signal NQS est particulièrement importante. En effet, une mauvaise prédiction de la marge de phase ou de la marge de gain résultant d'une approche QS peut conduire à une instabilité haute-fréquence du système en boucle. En modélisation de transistors bipolaires, deux paramètres sont importants:

1) le gain en courant qui est classiquement appelé  $\beta$  ou  $h_{21}$ . Ce gain petit signal dépend de la fréquence est s'exprime par  $\beta=h_{21}=\delta I_c/\delta I_b$  soit, dans le cas qui nous intéresse,  $\beta=h_{21}=-A_{21}(z)/[A_{21}(z)+A_{11}(z)]$ .

2) la transconductance  $y_{21}$  qui exprime le rapport petit signal entre la dérivée du courant de sortie ( $I_c$ ) par rapport à la tension d'entrée  $V_{be}$ :  $y_{21}=\delta I_c/\delta V_{be}=A_{21}(z)/\phi_t$ . Où  $\phi_t$  est la tension thermique.

Dans les figures qui suivent, nous allons successivement analyser l'influence des différents modèles sur l'évolution de ces paramètres petits signaux, en fonction de la fréquence. Les constantes particulières des modèles utilisées pour les simulations sont:

\* courant de saturation  $I_0=2.0e-17$  A

\* temps de transit dans la base  $\tau_f = W_B^2/(2D_n) = 27.3e-12$  s

La figure - IV.6 présente l'évolution du gain en courant petit signal. Le profil de dopage dans la base est considéré comme non constant.  $\eta$  est fixé à 8 dans ce cas précis. Les modèles MI et SO présentent des variations qui sont typiques d'un système du second ordre. Néanmoins au delà de la fréquence de transition ( $f_T$ ) indiquée sur la figure, seul le modèle TO reproduit assez fidèlement l'évolution de la norme pour des fréquences élevées.

Ceci est encore plus flagrant sur la figure - IV.7 qui indique les variations de phase du gain en courant.

**Remarque:** La fréquence de coupure évolue légèrement en fonction de l'ordre de grandeur des développements. Cela s'explique par le fait que lorsque l'on effectue le développement en série de puissances de  $z$  on suppose que le  $z$  est petit. Rappelons que

$z = \sqrt{\frac{\eta^2}{4} + 2 \cdot s \cdot \tau_f}$ . Cette approximation est donc vérifiée si simultanément les fréquences sont basses ( $|s| \sim 2\pi f$ ) et le paramètre  $\eta$  est petit, à savoir pour des profils de dopage dans la base presque constants. Dans le cas où  $\eta$  n'est plus négligeable, le développement en série de  $z$  introduit un terme constant et des puissances de  $s$  successives dont le coefficient multiplicatif change pour chaque nouvel ordre de grandeur du développement. La fréquence de coupure  $f_C$  étant directement liée au terme multiplicatif devant  $s^1$ ,  $f_C$  est légèrement décalée à chaque fois que l'on rajoute un terme en  $z^n$  ( $n \in \mathcal{N}$ ). D'où la nécessité dans le cas de dopages non-uniformes d'étendre le développement pour définir avec précision la fréquence de coupure.

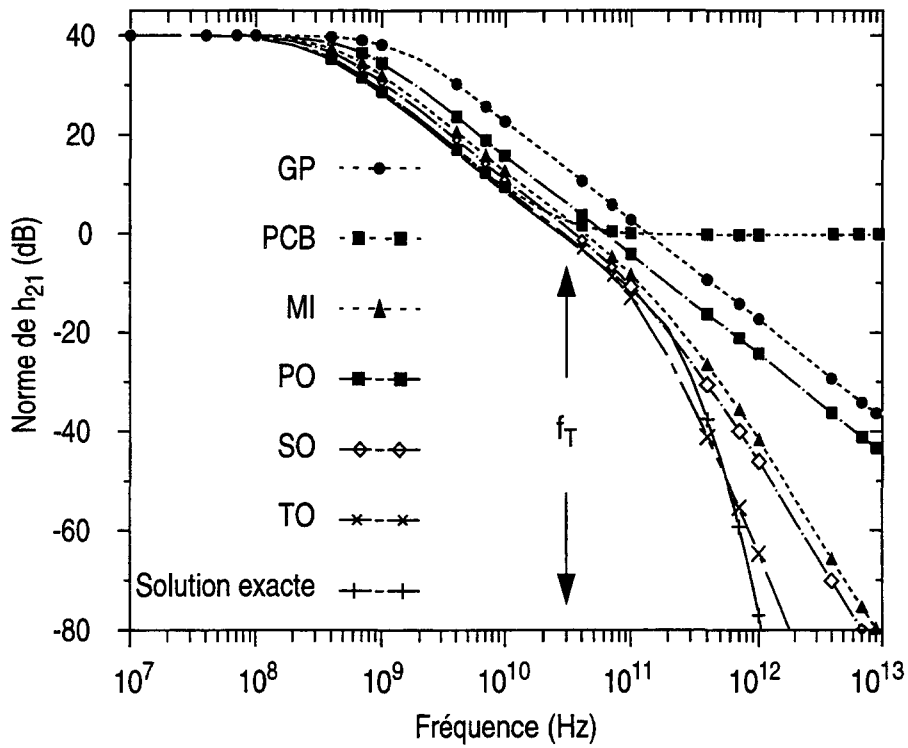


Figure - IV.6 : Evolution en fonction de la fréquence de la norme du paramètre  $h_{21}$

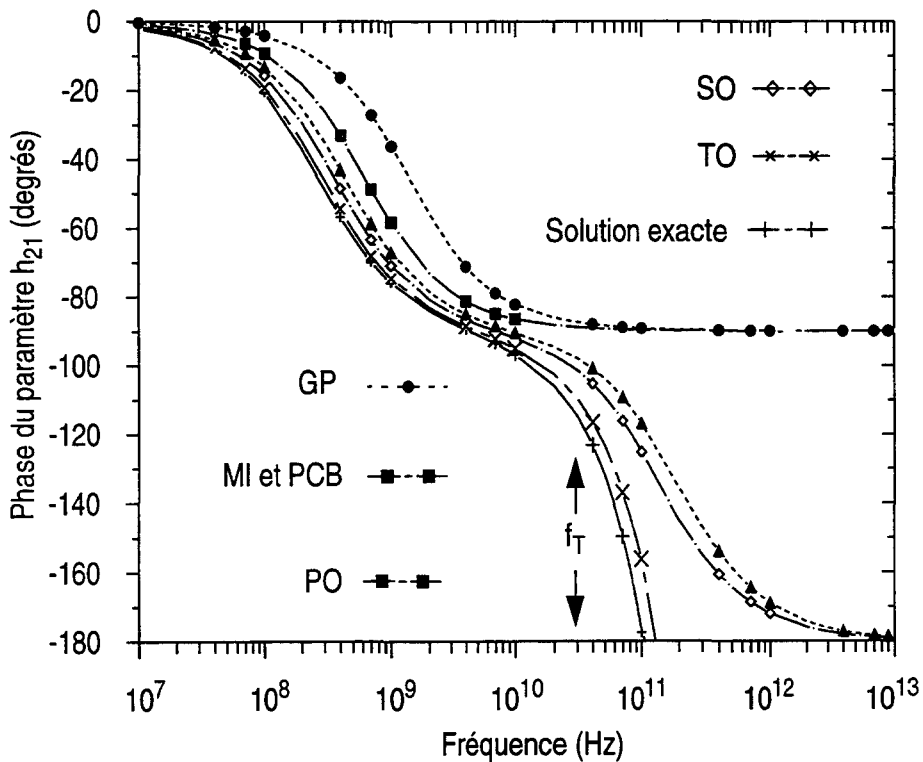


Figure - IV.7 : Evolution en fonction de la fréquence de la phase du paramètre  $h_{21}$

L'amélioration la plus notable apportée par un développement au second et au troisième ordre est illustrée sur les figure - IV.8 et figure - IV.9 qui présentent respectivement l'évolution de la norme et de la phase de la transconductance  $y_{21}$  en fonction de la fréquence.

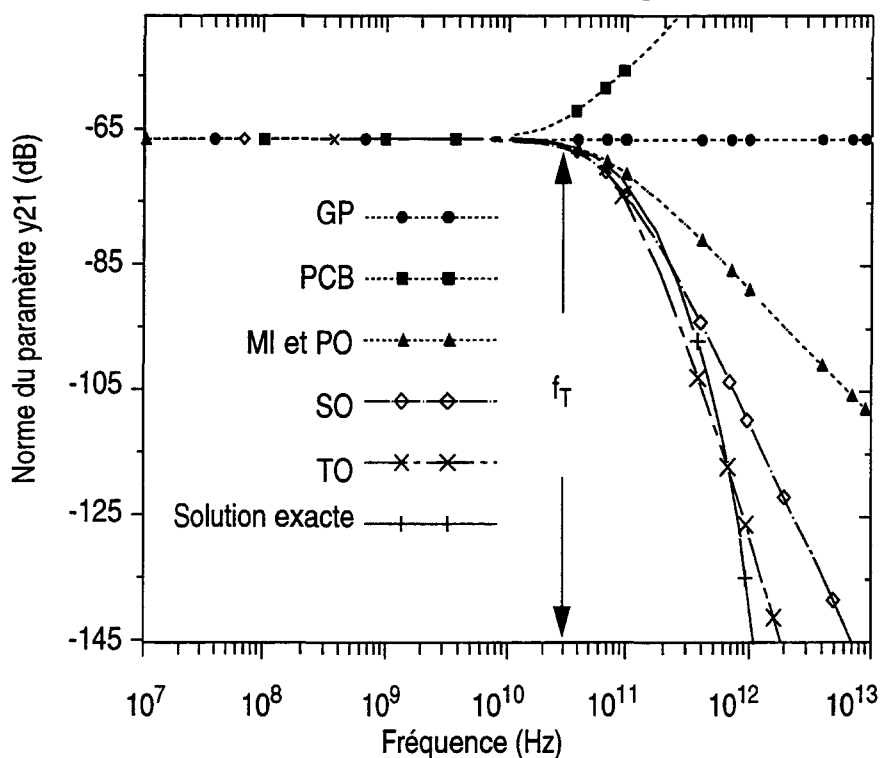


Figure - IV.8 : Evolution en fonction de la fréquence de la norme du paramètre  $y_{21}$

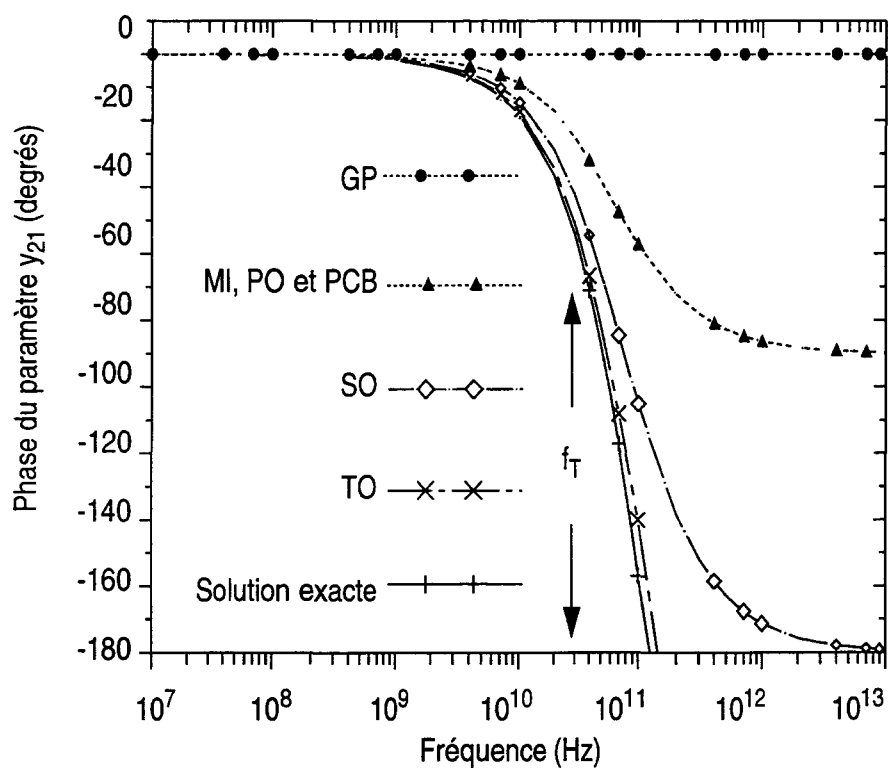


Figure - IV.9 : Evolution en fonction de la fréquence de la phase du paramètre  $y_{21}$



## V) Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées les principales approches de modélisation de transistors bipolaires. Un nouveau modèle de transistor NQS, basé sur une résolution des équations de transport dans la région de base quasi-neutre, a été décrit. Ce modèle compact intègre les profils de dopage non-uniformes, il est couplé au simulateur ELDO et permet de réaliser des simulations de circuits complets.

En grand signal, ce modèle prédit le comportement en régime dynamique des dispositifs bipolaires de manière plus précise. Notamment, le délai de réponse en courant dû au temps fini de transit des charges dans la région de base est correctement pris en compte. De plus, le partage des charges stockées dans la région de base est calculé de façon réaliste et dépend bien des conditions extérieures au dispositif (temps de variation des tensions, charges résistives et capacitives etc...).

Finalement, en petit signal, la description précise de l'évolution en fonction de la fréquence du gain en courant  $h_{21}$  et de la transconductance  $y_{21}$  prouve également la nette amélioration apportée par ce nouveau modèle. Pour ces paramètres, un comportement réel du deuxième ou du troisième ordre est observé. Il en découle une meilleure prédiction de la marge de phase et de la marge de gain qui doit permettre la conception d'amplificateurs linéaires stables en boucle fermée.

## Références Bibliographiques (Chapitre IV)

---

- [1] H. K. Gummel and H. C. Poon, "An integral charge control model of bipolar transistors", *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 49, pp. 827-852, mai 1970.
- [2] S. W. Lee and E. J. Prendergast, "Analytical relations for determining the base transit times and forward-biased junction capacitances of bipolar transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 28, No. 8, pp. 767-773, 1985
- [3] J. J. Liou, F. A. Lindholm and J. S. Park, "Forward-Voltage Capacitance and Thickness of p-n Junction Space-Charge Region", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-34, No. 7, pp. 1571-1579, juillet 1987
- [4] H. J. Huang and J. B. Kuo, "A Fully Analytical Transient Model for an ECL Inverter Using a Partitioned-Charge-Based BJT Model", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, No. 5, pp. 865-867, mai 1994
- [5] B. S. Wu, C. T. Chuang and K. Chin, "Non-Quasi-Static Effects in Advanced High-Speed Bipolar Circuits", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 28, No. 5, pp. 613-617, mai 1993
- [6] M. K. Chen, "The importance of the Non-Quasi-Static Bipolar Transistor Model for Circuit Applications", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 26, No. 2, pp. 153-160, février 1991
- [7] J. G. Fossum and S. Veeraraghavan, "Partitioned-Charge-Based Modeling of Bipolar Transistors for Non-Quasi-Static Circuit Simulation", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-7, No. 12, pp. 652-654, décembre 1986
- [8] G. A. Hurkx, "A New Approach to A.C. Characterisation of Bipolar Transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 31, pp. 1269-1275, août 1988
- [9] J. A. Seitchik, A. Chatterjee and P. Yang, "An accurate Bipolar Model for Large Signal Transient and ac Applications", *Proceedings of the IEDM*, pp. 244-247, décembre 1987
- [10] B. S. Wu, C. T. Chuang and P. F. Lu, "Non-Quasi-Static Effects in Saturated Bipolar Circuits", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, No. 6, pp. 1069-1072, juin 1994
- [11] M. K. Chen, F. A. Lindholm and T. W. Jung, "Non-Quasi-Static Small-Signal Models for Semiconductor Junction Diodes with Extensions for Transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 30, No. 8, pp. 883-885, 1987
- [12] M. K. Chen, F. A. Lindholm and B. S. Wu, "Comparison and Extension of Recent One-Dimensional Bipolar Transistor Models", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 35, No. 7, pp. 1096-1106, juillet 1988
- [13] B. S. Wu and F. A. Lindholm, "One-Dimensional Non-Quasi-Static Models for Arbitrarily and Heavily Doped Quasi-Neutral Layers in Bipolar Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 36, No. 4, pp. 727-737, avril 1989

- [14] H. Klose and A. W. Wieder, "The Transient Integral Charge Control Relation-A Novel Formulation of the Currents in a Bipolar Transistor", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-34, No. 5, pp. 1090-1099, mai 1987
- [15] J. T. Winkel, "Extended Charge Control Model for Bipolar Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-20, No. 4, pp. 389-394, avril 1973
- [16] K. Suzuki, S. Satoh and N. Nakayama, "Transient Analysis of Stored Charge in Neutral Base Region", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 39, No. 5, pp. 1164-1169, mai 1992
- [17] R. B. Darling, "A Full Dynamic Model for pn-Junction Diode Switching Transient", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 42, No. 5, pp. 969-976, mai 1995
- [18] J. D. Warnock, "Silicon Bipolar Device Structures for Digital Applications: Technology Trends and Future Directions." *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 42, No. 3, pp. 377-389, mars 1995
- [19] T. Hamasaki, t. Wada, N. Shigyo and M. Yoshimi, "Lateral Scaling Effects on High-Current Transients in Submicrometer Bipolar Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-34, No. 7, pp. 1571-1579, juillet 1987
- [20] H. Kroemer, "Two-Integral Relations Pertaining to the Electron Transport Through a Bipolar Transistor with a Non-Uniform Energy Gap in the Base Region", *Solid-State Electronics*, Vol. 28, No. 11, pp. 1101-1103, 1985
- [21] B. Jalali and E. S. Yang, "A General Model for Minority Carrier Transport in Polysilicon Emitter", *Solid-State Electronics*, Vol. 32, No. 4, pp. 323-327, 1989
- [22] D. M. Kim, A. N. Khondker, R. R. Shah and D. L. Crosthwait, "Conduction in Polycrystalline Silicon: Diffusion Theory and Extended State Mobility Model", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. EDL-3, No. 5, pp. 141-143, mai 1982
- [23] A. A. Eltoukhy and D. J. Roulston, "The Role of the Interfacial layer in Polysilicon Emitter Bipolar Transistors", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. ED-29, No. 12, pp. 1862-1869, décembre 1982
- [24] Y. H. Kwark and R. M. Swanson, "A generalized Proof of the Reciprocity Theorem", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-33, No. 6, pp. 865-866, june 1986
- [25] ELDO "User's Manual", "Dynamical System Modelling", July 1992



---

## *Etude d'un nouveau modèle de transistor MOS non-quasi-statique*

---

*Les dispositifs MOS sur substrat massif sont largement utilisés en interrupteurs analogiques. Par conséquent, il est nécessaire que leur modélisation décrive correctement ce régime de fonctionnement. L'étude des modèles existants laisse apparaître certaines lacunes dans ce domaine. C'est pourquoi, après avoir décrit les exigences auxquelles doit satisfaire un modèle de transistor MOS utilisé en interrupteur analogique, nous présenterons une nouvelle approche de modélisation compacte. Puis un aperçu des différents résultats obtenus avec un tel modèle sera donné, que ce soit pour des composants simples, pour des fonctions analogiques de base ou pour la simulation de circuits complets.*

### *1) Contexte historique*

La modélisation des dispositifs MOS prend plusieurs orientations différentes. Aux premières modélisations statiques [1] [2] très complètes et précises, mais peu adaptées à la simulation de circuit, ont vite succédé des modèles compacts plus simples et surtout plus rapides. Il est difficile d'établir un classement rigoureux de tous les modèles de transistors MOS développés jusqu'à présent. Cependant, parmi toutes les approches existantes, on peut en distinguer essentiellement trois:

- 1) les approches "Charge-Sheet" initiées par Brews [3] pour lesquelles la couche d'inversion dans le canal est considérée comme ayant une épaisseur infiniment faible et qui traitent sans simplification le transport par diffusion et par conduction. Ceci confère au modèle une validité et une continuité pour toutes les zones de fonctionnement, de la faible inversion à la forte inversion. Le principal inconvénient de ce type de modèle est qu'il fait intervenir le potentiel de surface, qui doit être calculé par résolution itérative d'une équation transcendante. C'est pourquoi certains auteurs ont amélioré le modèle de Brews afin de le rendre compatible avec les outils de simulation de circuits [4].
- 2) les modèles plus particulièrement adaptés à une zone de fonctionnement précise. S'attachant à une prédiction des grandeurs électriques en forte inversion [5] ou dédiés pour la conduction sous le seuil [6], ils ont un domaine de validité limité.

- 3) les modèles analogiques, pour lesquels la continuité d'une région de fonctionnement à l'autre est privilégiée. Cette caractéristique assure une description précise des courants, conductances et transconductances et conforte la convergence des algorithmes de calcul utilisés en simulation. Cette continuité est assurée par des "fonctions de lissage" [7] ou tout simplement par une expression particulière des équations des grandeurs électriques qui assure la continuité de leurs dérivées successives [8] [9].

En ce qui concerne la modélisation des composants de petites dimensions (canaux courts ou canaux étroits), certaines approches sont basées sur l'approximation "charge-sheet"[10] [11] [12] [13] [14], d'autres utilisent des équations différentes selon les régions de fonctionnement [15].

Certains modèles décrivent particulièrement bien le fonctionnement sous tensions faibles [16] et sont utilisés en simulation de circuits "basse puissance et basse consommation".

Quelques auteurs s'intéressent à la prise en compte des équations de conservation de l'énergie, afin d'inclure les phénomènes de transport non-stationnaires (e.g. sur-vitesse). Bien que cette approche soit courante en simulation de dispositifs [17], elle reste récente et originale en modélisation compacte [18] [19].

La description des caractéristiques statiques évoquées dans ce qui précède a été accompagnée d'une modélisation harmonique ou transitoire. Aux modèles grands signaux dynamiques, d'abord basés sur le contrôle de charge où les capacités sont réciproques [20] [21] ont succédé les modèles prenant en compte des capacités non-réciproques [22] [23] [24] [25]. Néanmoins, l'inconvénient de ces capacités non-réciproques, est que dans certains régimes de fonctionnement, elles induisent des comportements des grandeurs électriques non-physiques, comme par exemple des transferts de puissances négatives [26].

Enfin, de véritables approches NQS ont été entreprises que ce soit en petit signal [27] [28] ou en grand signal. Tantôt basées sur des méthodes de temps de relaxation [29] tantôt basées sur des méthodes utilisant des fonctions de formes [30], comme dans une méthode d'éléments finis.

## II ) Objectifs du modèle

Nombre d'applications, analogiques particulièrement, nécessitent une modélisation précise en régime statique et dynamique sur un spectre de fonctionnement couvrant la faible et la forte inversion, le régime linéaire et le régime saturé. L'interrupteur MOS analogique constitue un exemple simple qui regroupe cependant les principales difficultés en matière de modélisation. Il constitue un élément de base de nombreuses architectures et applications telles que:

- circuits à capacités commutées pour le filtrage
- lignes à retard, dispositifs à transfert de charges pour circuits vidéo
- échantillonneurs/bloqueurs, convertisseurs sigma-delta et réseaux à miroir de courants commutés, pour la conversion analogique/digitale et digitale/analogique
- mémoires de courant

Cependant, peu de modèles développés jusqu'à présent sont capables de prédire correctement le comportement d'interrupteurs MOS dans de telles conditions. Ceci pour plusieurs raisons:

- tout d'abord, la tension de commande d'un interrupteur MOS, appliquée sur la grille, décrit généralement la dynamique maximum. Ce qui signifie que le transistor travaille dans tous les régimes de fonctionnement, de la faible inversion, sous le seuil, à la forte inversion. Or il s'avère que peu de modèles sont continus d'un régime de fonctionnement à l'autre. Il est nécessaire que les modèles soient grand signaux.
- de même, le MOS utilisé en interrupteur travaille indifféremment en saturation ou en zone linéaire. Là encore, peu de modèles ont une continuité parfaite entre ces deux régimes de fonctionnement.
- les tensions de grille peuvent varier rapidement pendant les commutations. Le transistor travaille hors des hypothèses quasi-statiques, d'où la nécessité d'approche NQS qui puissent décrire précisément l'effet de propagation de charges.
- enfin, la tendance étant à l'intégration très grande échelle, le modèle doit également rendre compte des effets canaux courts ou canaux étroits.

Sur la base de ces remarques, le développement d'un nouveau modèle de transistor MOS a été entrepris afin de satisfaire aux exigences suivantes:

- compact et rapide afin d'être compatible avec une simulation de circuits de type ELDO ou SPICE
- proche de la physique de transport afin de préserver la validité dans tous les régimes de fonctionnement et rendre compte des effets NQS
- capable d'intégrer les effets "canaux courts"
- possédant peu de paramètres d'ajustement

### **III ) Description du modèle**

Le modèle proposé est basé sur une résolution unidimensionnelle numérique, rapide, de l'équation de Poisson et des équations de continuité de courant. La partie active d'un transistor MOS peut-être schématisée comme sur la figure - V.1:

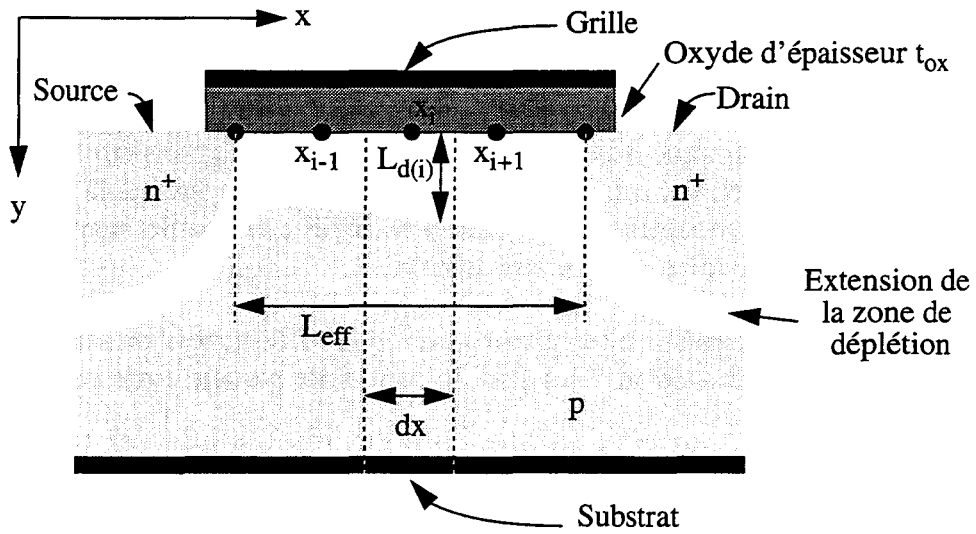


Figure - V.1 : Illustration de la discrétisation unidimensionnelle d'une structure MOS

La région de silicium sous la grille peut-être divisée en tranches verticales, chacune contenant un point de discrétisation dans le canal à l'interface entre le silicium et l'oxyde de silicium.

### III - 1 ) Equation de Poisson

Pour chaque tranche, une résolution de l'équation de Poisson peut-être effectuée par intégration de la loi de Gauss. En se référant à la figure - V.2:

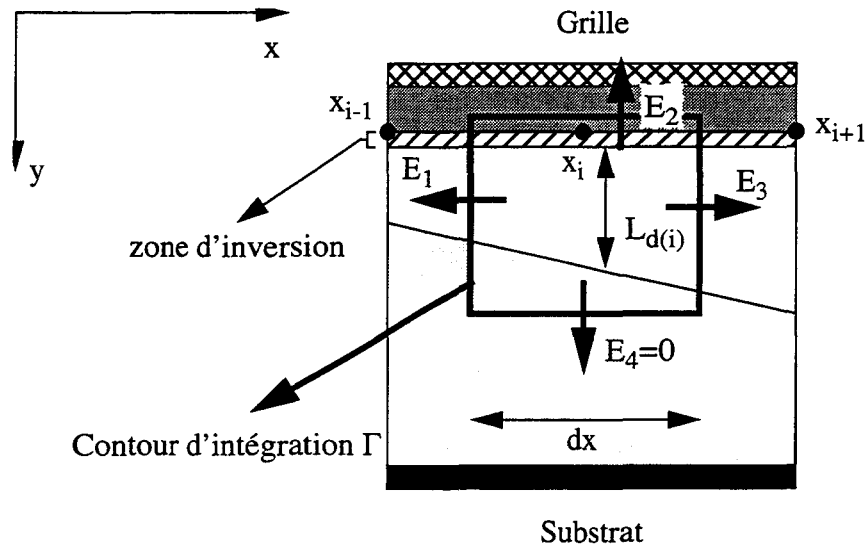


Figure - V.2 : Détail de la zone entourant un point de discrétisation



L'équation de Poisson peut-être intégrée sur le contour  $\Gamma$ , équation (V-1).

$$\varepsilon_{si} \cdot E_1 \cdot L_d + \varepsilon_{si} \cdot E_4 \cdot dx + \varepsilon_{si} \cdot E_3 \cdot L_d + \varepsilon_{ox} \cdot E_2 \cdot dx = Q_{inv} + Q_{dep} \quad (V-1)$$

$\varepsilon_{si}$  et  $\varepsilon_{ox}$  sont, respectivement, les permittivités du silicium et de l'oxyde de silicium.  $L_d$  est la longueur d'extension de la zone de déplétion et  $dx$  est le pas entre deux points de discrétisation.

Le modèle se place dans l'approximation "charge sheet", c'est à dire en considérant que la densité surfacique de charges mobiles  $Q_{inv}$  est confinée à l'interface entre le silicium et l'oxyde de silicium dans une couche d'épaisseur négligeable. D'autre part, la densité surfacique de la charge de déplétion  $Q_{dep}$  est donnée par l'équation suivante:

$$Q_{dep} = -\gamma \cdot C_{ox} \cdot dx \cdot \sqrt{\phi_i - \phi_t} \quad (V-2)$$

avec:

$$\gamma = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \varepsilon_{si} \cdot N_a}{C_{ox}}}$$

$q$ : charge élémentaire électronique

$N_a$ : concentration en dopants

$C_{ox}$ : capacité MOS,  $C_{ox} = \varepsilon_{ox} / t_{ox}$

$\phi_i$ : Potentiel à l'interface Si/SiO<sub>2</sub> au point de discrétisation  $i$

Par conséquent, en détaillant dans (V-1) les expressions du champ électrique dans l'approximation d'un champ longitudinal constant entre deux points de discrétisation et en insérant (V-2), la charge  $Q_{inv}$  s'exprime par la relation suivante:

$$Q_{inv} = \varepsilon_{si} \cdot L_d \cdot \left( \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{dx} + \frac{\phi_i - \phi_{i+1}}{dx} \right) + \varepsilon_{ox} \cdot dx \cdot \left( \frac{\phi_i - V_G + V_{FB}}{t_{ox}} \right) + \gamma \cdot C_{ox} \cdot dx \cdot \sqrt{\phi_i - \phi_t} \quad (V-3)$$

$V_G$  est la tension appliquée sur la grille et  $V_{FB}$  est la tension de bandes plates qui intègre la différence des niveaux de Fermi entre métal et vide et éventuellement les charges fixes à l'interface entre silicium et oxyde. Il est important de noter que la formulation adoptée dans la résolution de Poisson rend compte implicitement du couplage entre les composantes transverses et longitudinales du champ électrique, sans faire usage de l'approximation classique du canal graduel.

### III - 2 ) Equations constitutives et de continuité de courant

Dans le cas d'un transistor nMOS, les porteurs qui assurent la conduction sont les électrons. Le traitement des équations de continuité peut-être limité à l'équation concernant les électrons.

D'après Tsvividis [31], le courant  $I_d$  circulant entre source et drain peut-être exprimé par:

$$\frac{\partial I_d}{\partial x} = W \cdot \frac{\partial Q_{inv}}{\partial t} \quad (V-4)$$

Une discrétisation de cette équation basée sur le même schéma que celui décrit au chapitre II aboutit à:

$$\begin{aligned}
 & Q_{inv_{i+1, t+\Delta t}} \cdot \mu_{i+\frac{1}{2}} \cdot \mathcal{B}\left(\frac{\phi_{i+1}-\phi_i}{\phi_t}\right) - \\
 & Q_{inv_{i, t+\Delta t}} \cdot \left( \mu_{i+\frac{1}{2}} \cdot \mathcal{B}\left(\frac{\phi_i-\phi_{i+1}}{\phi_t}\right) + \mu_{i-\frac{1}{2}} \cdot \mathcal{B}\left(\frac{\phi_i-\phi_{i-1}}{\phi_t}\right) \right) + \\
 & Q_{inv_{i-1, t+\Delta t}} \cdot \mu_{i-\frac{1}{2}} \cdot \mathcal{B}\left(\frac{\phi_{i-1}-\phi_i}{\phi_t}\right) = \frac{Q_{inv_{i, t+\Delta t}} - Q_{inv_{i, t}}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta x^2}{\phi_t}
 \end{aligned} \tag{V-5}$$

où:

$\mu_{i+1/2}$  est la mobilité entre les nœuds  $i$  et  $i+1$

$\phi_t$  est la tension thermique ( $\phi_t=k.T/q$ )

$\mathcal{B}(x)$  est la fonction de Bernoulli;  $\mathcal{B}(x)=x/(e^x-1)$

La procédure de discrétisation unidimensionnelle du canal permet la prise en compte de phénomènes de propagation de charge et en l'occurrence du temps fini de charge et décharge du canal.

### III - 3 ) Conditions aux limites

Les conditions décrites par Tsvidis, ont été adoptées aux limites. Sur la base d'une analyse unidimensionnelle verticale, concernant le potentiel côté source on a:

$$\phi_{so} = V_{GB} - V_{FB} - \gamma \cdot \sqrt{\phi_{so} + \phi_t \cdot \exp\left(\frac{\phi_{so} - 2\phi_F - V_{SB}}{\phi_t}\right)} \tag{V-6}$$

et

$$Q_{inv_{so}} = -C_{ox} \cdot \left( V_{GB} - V_{FB} - \phi_{so} - \gamma \cdot \sqrt{\phi_{so} - \phi_t} \right) \tag{V-7}$$

où  $\phi_F = k.T/q \cdot \ln(N_a/n_i)$  et  $N_a$  est la concentration en accepteurs dans le canal. L'équation (V-6) est transcendante en  $\phi_{so}$ , sa résolution peut être entreprise itérativement ou par une méthode de Newton-Raphson.

Le potentiel de surface appliqué à l'autre extrémité du canal (côté drain) est obtenu par l'équation implicite suivante, propre aux modèles "charge sheet" [10]:

$$\phi_{dr} = \phi_{so} + V_{DS} + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\left|\frac{Q_{inv_{DR}}}{Q_{inv_{SO}}}\right|\right) \tag{V-8}$$

résolue de manière auto-consistante avec l'expression de la charge d'inversion:

$$Q_{inv_{dr}} = C_{ox} \cdot \left( V_{GB} - V_{FB} - \phi_{dr} - \gamma \cdot \sqrt{\phi_{dr} - \phi_t} \right) \quad (V-9)$$

### III - 4 ) Modèle de mobilité

Afin de prendre en compte les variations de mobilité dues aux champs électriques, qu'ils soient verticaux ou horizontaux, le modèle de mobilité adopté a été le suivant:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_1}{\left( \sqrt{1 + \left( \frac{E_{x(i)}}{E_{crit2}} \right)^{p_2}} \right)^{\frac{1}{p_2}}} \quad (V-10)$$

où  $p_2$  est un paramètre dont la valeur sera donnée au paragraphe suivant. De même,  $E_{crit2}$  est le champ électrique critique de saturation de vitesse. Le champ électrique longitudinal est donné par la relation:

$$E_{x(i)} = \left| \frac{\phi_{i-1} - \phi_i}{\Delta x} \right| \quad (V-11)$$

De plus,

$$\mu_1 = \mu_0 \cdot \left( a_\mu + \frac{E_{crit1}}{E_{yeff(i)}} \right)^{p_1} \quad (V-12)$$

Dans cette équation,  $\mu_0$  est la mobilité intrinsèque,  $p_1$  et  $a_\mu$  sont les paramètres conventionnels du modèle proposé par [32] [33]. Enfin  $E_{yeff}$  rend compte d'un champ électrique critique vertical lié à la réduction de mobilité par interactions avec l'interface entre silicium et oxyde de silicium. Le champ électrique transversal est lui donné par:

$$E_{yeff(i)} = \frac{1}{\epsilon_{si}} \cdot \left| \frac{Q_{inv_i}}{2} + Q_{dep} \right| \quad (V-13)$$

Une discrétisation judicieuse est effectuée afin d'obtenir les expressions de la mobilité entre les nœuds du maillage, ces expressions étant quelques peu complexes elles ne seront pas données ici.

### III - 5 ) Récapitulation des paramètres et de leur valeur

L'ensemble des paramètres utilisés dans le modèle est récapitulé dans le tableau V.1. Les valeurs que nous avons le plus couramment utilisées pour les exemples traités dans la suite de ce chapitre y sont rappelées.

Paramètres	Unités	Description	Valeur
$\epsilon_{si}$	F/cm	Permittivité diélectrique du silicium	$11.6 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14}$
$\epsilon_{ox}$	F/cm	Permittivité diélectrique de l'oxyde	$3.9 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14}$
$C_{ox}$	F/cm <sup>2</sup>	Capacité d'oxyde par unité de surface	$\epsilon_{ox}/t_{ox}$ où $t_{ox}$ est donné par le procédé
$L_{eff}$	cm	Longueur effective du canal	Donné par le procédé
$\phi_t$	V	Tension thermique	$k.T/q = 0.0258$ à $300^\circ K$
$\mu_0$	cm <sup>2</sup> /VS	Mobilité intrinsèque	580
$p_1$	sans unité	Exposant dans l'expression de la mobilité	2
$p_2$	sans unité	Exposant dans l'expression de la mobilité	3
$E_{crit1}$	V/cm	Champ électrique critique vertical	$0.15 \cdot 10^5$ (paragraphe V - 2 - b)
$E_{crit2}$	V/cm	Champ électrique critique horizontal	$1.92 \cdot 10^5$ (paragraphe V - 2 - b)
$N_a$	1/cm <sup>3</sup>	Concentration en dopant	Donné par le procédé
$a_\mu$	sans unité	Paramètre de mobilité	0

*Tableau V.1 : Paramètres du modèle*

#### IV ) Détail de l'implantation

Les méthodes numériques utilisées pour effectuer les calculs sur le modèle ont été décrites dans les chapitres précédents. C'est pourquoi nous nous contenterons de les citer sans entrer dans leur détail.

## **IV - 1 ) Méthode numérique de résolution**

Si le nombre de points de discrétisation est de  $N_p$ , le système obtenu est non linéaire à  $2*N_p$  équations de  $2*N_p$  inconnues. Ce système est résolu par une méthode de Newton-Raphson. Comme cela a été expliqué au chapitre II, un préliminaire à la résolution de Newton-Raphson demande le calcul de la matrice Jacobienne sur laquelle un pivot de Gauss est effectué. Cette méthode est particulièrement efficace dans ce cas de modélisation car la matrice est tri-diagonale et de dimension relativement petite.

Au niveau des performances, la méthode est rapide, puisque le temps machine pour réaliser le calcul d'un réseau de caractéristiques statiques d'environ 25 points nécessite de 3 à 6 secondes (selon le régime de fonctionnement du transistor). Dans les mêmes conditions, le modèle BSIM3 [34] nécessite des temps de calcul de l'ordre de 2 à 3 secondes. La durée des simulations est donc multipliée par un facteur allant de 1.5 à 2 sur des dispositifs uniques, elle peut être multipliée par un facteur allant jusque 3 dans le cas de simulations de fonctions complexes. Ce chiffre pourrait paraître limitatif. Cependant, le recours de plus en plus fréquent à la simulation mixte de dispositifs, dont les temps de calcul sont sans commune mesure avec les temps annoncés ici, montre qu'il n'en est rien. La recherche de la précision est à ce prix.

## **IV - 2 ) Langage et simulateur utilisé**

Toute la partie numérique permettant le calcul des composantes électriques dans le modèle est écrite en langage C, sous forme d'une fonction. Cette fonction est appelée par le simulateur ELDO-FAS<sup>TM</sup>. Ce logiciel de simulation de circuit présente exactement les mêmes fonctionnalités que HSPICE<sup>TM</sup>. Le modèle est par conséquent compact et utilisable en simulation de circuits comme n'importe quels autres modèles standards.

## **V ) Validation du modèle**

Dans les paragraphes qui suivront, le modèle NQS de transistor MOS est appliqué successivement à la simulation de transistors isolés, puis à la simulation de fonctions analogiques simples. Dans ces deux premiers cas, une comparaison avec des simulations bidimensionnelles (simulateur présenté au chapitre III), est possible et permet de valider les résultats fournis par ce nouveau modèle. Les résultats de simulation sont également systématiquement comparés aux résultats fournis par un modèle évolué QS (BSIM3). Puis nous terminerons par la présentation de quelques applications de ce modèle à la simulation de différentes architectures de mémoires de courant.

### **V - 1 ) Application à des dispositifs simples**

#### **V - 1 - a ) Confrontation statique avec des résultats de mesure**

La figure - V.3 présente une comparaison entre un réseau de caractéristiques  $I_D=f(V_D)$  mesuré [35] et le même réseau simulé avec notre modèle. Les résistances d'accès en séries avec les différents contacts ont été prises en compte de manière extrinsèque. La longueur de

canal étant de  $0.25\mu\text{m}$ , il s'agit d'un transistor présentant des effets canaux courts. Néanmoins les résultats de simulation et les mesures concordent particulièrement bien.

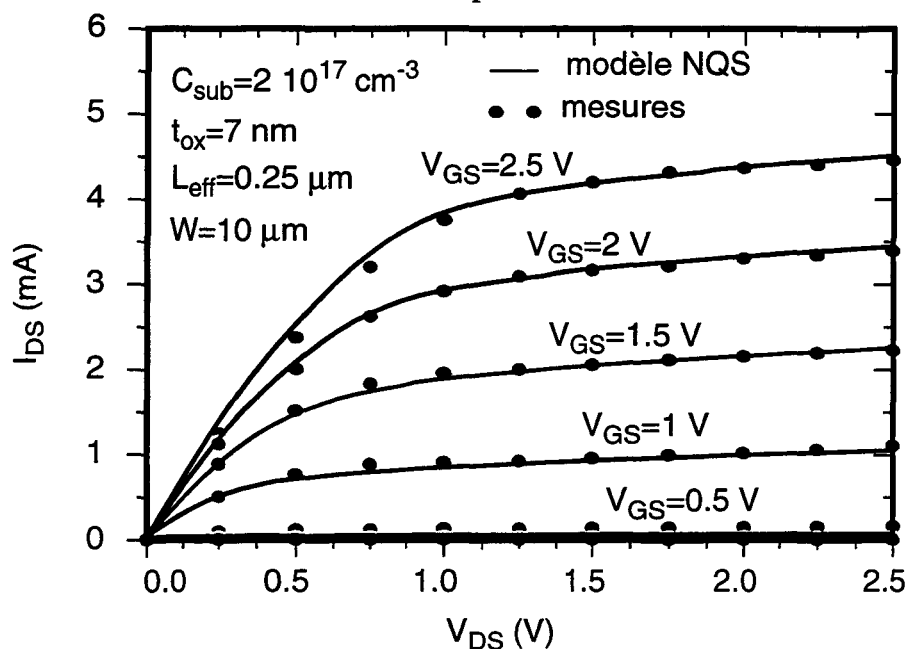


Figure - V.3 : Comparaison, entre mesures [35] et simulations, d'un réseau de caractéristiques statiques  $I_D=f(V_D)$ , pour une longueur effective de canal de  $0.25\mu\text{m}$

Le même type de comparaisons est donné, figure - V.4, dans le cas d'une longueur effective de canal de  $1\mu\text{m}$ . Un excellent accord est également obtenu entre mesures et simulations.

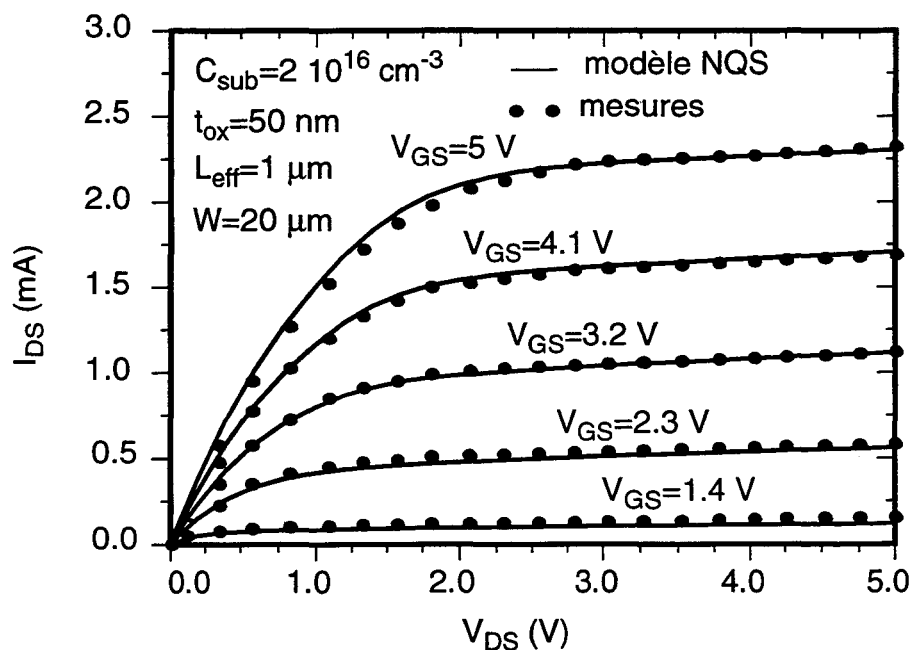


Figure - V.4 : Comparaison, entre mesures [36] et simulations, d'un réseau de caractéristiques statiques  $I_D=f(V_D)$ , pour une longueur effective de canal de  $1\mu\text{m}$

Enfin, la continuité du modèle est vérifiée par le calcul et la représentation de la conductance de sortie  $g_{DS}$  ( $g_{DS} = dI_D/dV_D$ ). Cette représentation est donnée figure - V.5, pour une longueur effective de canal de  $1 \mu\text{m}$ . Même si quelques écarts apparaissent, la continuité est particulièrement bonne.

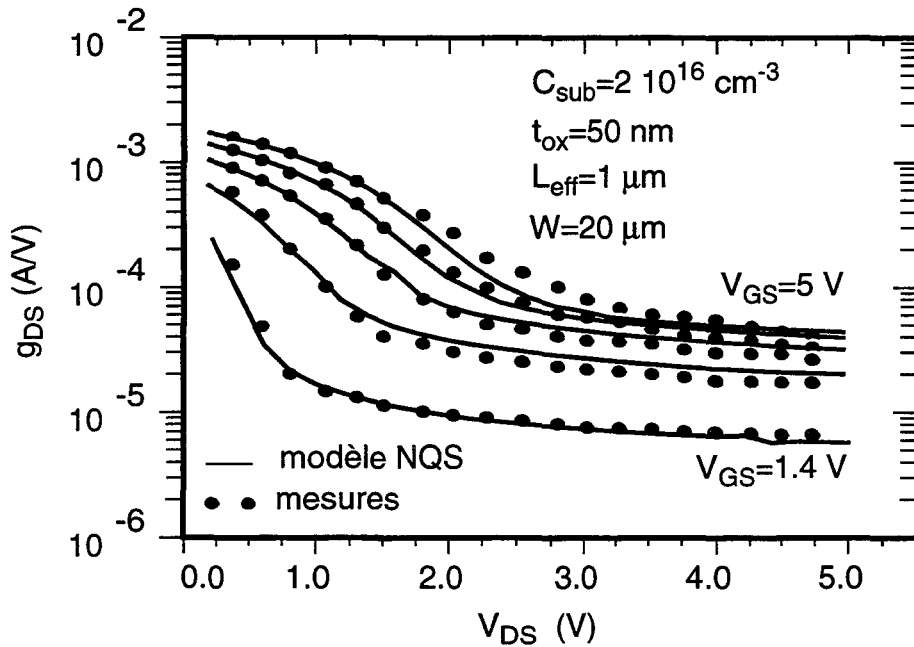


Figure - V.5 : Comparaison, entre mesures [36] et simulations, d'un réseau de caractéristiques statiques de transconductance, pour une longueur effective de canal de  $1 \mu\text{m}$

L'ensemble des ces comparaisons avec des mesures prouve le bon comportement de notre modèle, pour des simulations statiques. Les plus grands écarts entre les mesures et la simulation sont observés simultanément pour des valeurs élevées de la tension grille-source et drain-source, ce qui n'est pas une condition de fonctionnement particulièrement courante dans la plupart des applications analogiques.

### V - 1 - b ) Mise en évidence de phénomènes NQS

Afin de mettre en évidence l'apport de notre modèle dans la prise en compte de phénomènes NQS, nous avons imposé des variations transitoires rapides de la tension de grille sur des dispositifs de longueur effective suffisante ( $5 \mu\text{m}$ ). Pour chaque simulation une comparaison avec une simulation bidimensionnelle de dispositif est donnée. De façon implicite, ce type de simulation prend en compte les effets NQS. De plus, les résultats pour le même type de simulation sont donnés pour la version QS du modèle BSIM3, les transistors ayant les mêmes caractéristiques statiques. Le partage de charge entre source et drain du modèle BSIM3 est fixé par défaut dans toutes nos simulations à 0/100.

Les premiers résultats présentés correspondent à la mise en conduction d'un transistor, en régime linéaire (tension  $V_{DS}$  petite) La figure - V.6 décrit les variations transitoires des courants de source et de drain en fonction du temps.

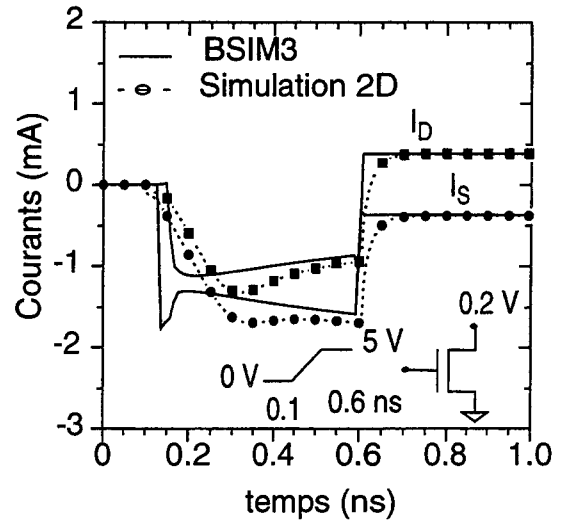
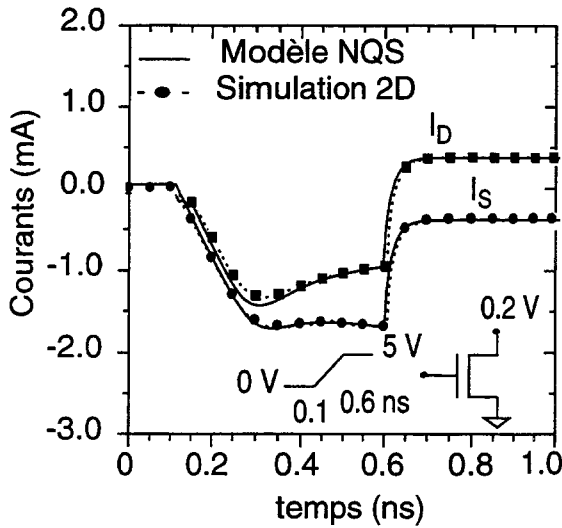


Figure - V.6 : Variations des courants de source et drain lors de la mise en conduction du transistor en régime linéaire

Les résultats correspondants sont donnés (figure - V.7) pour les variations transitoires des courants de grille et substrat. Un accord remarquable est obtenu entre les simulations bidimensionnelles et notre modèle. Les variations sont continues et les courants ne répondent pas immédiatement aux variations de tension, ce qui est caractéristique du délai introduit par les temps finis de charge du canal. Au contraire, dans les mêmes conditions de simulation, les résultats donnés par la version QS du modèle BSIM3 présentent des pics non-physiques et atteignent leur état statique pour des temps plus courts que dans le cas d'un modélisation NQS.

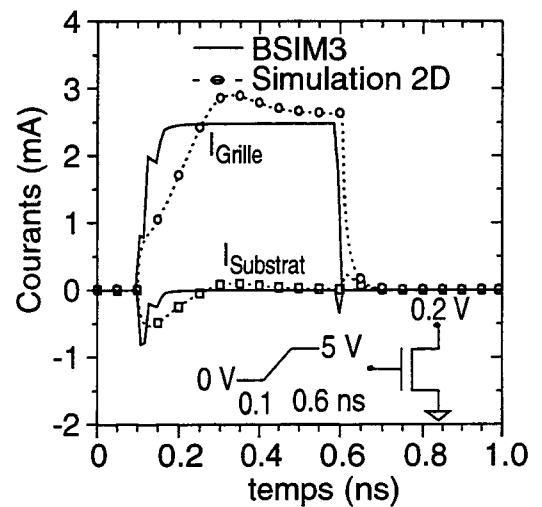
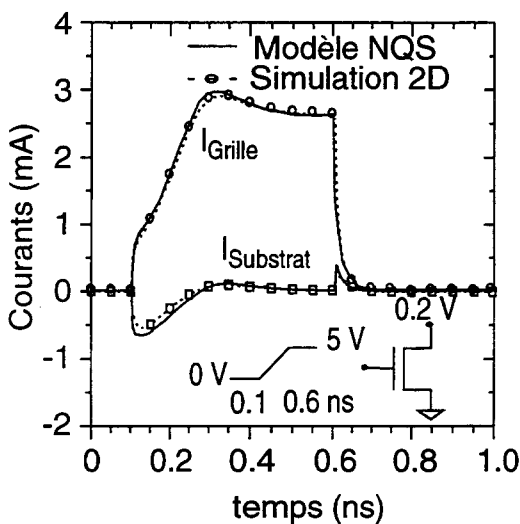


Figure - V.7 : Variations transitoires des courants de grille et de substrat lors de la mise en conduction du transistor en régime linéaire



Les commentaires précédents sont valables également dans le cas de coupures du transistor en saturation (figure - V.8).

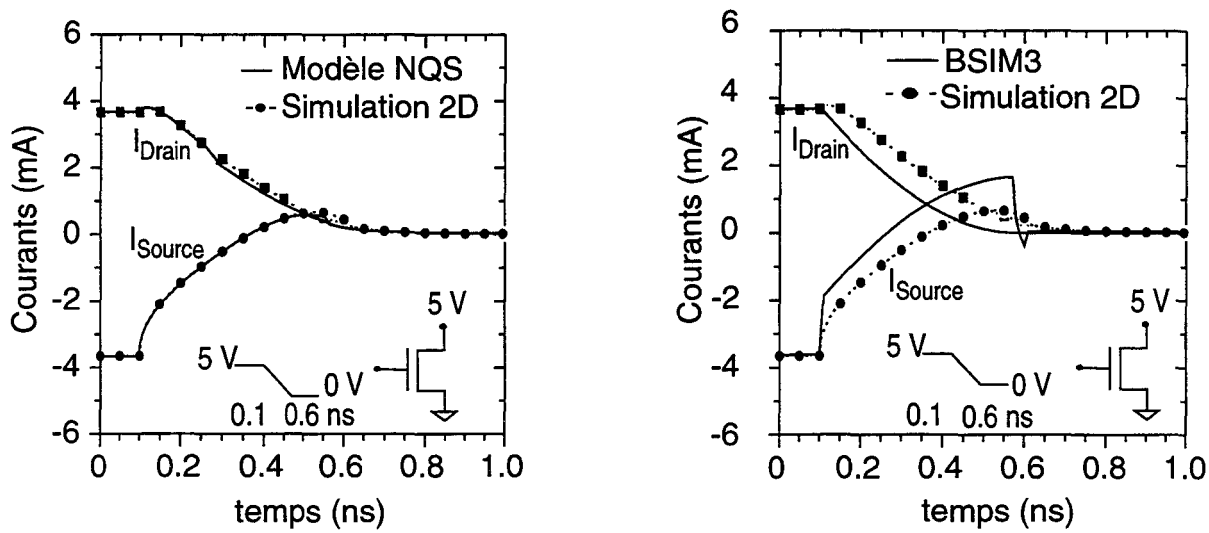


Figure - V.8 : Variations transitoires des courants de source et drain lors de la coupure du transistor en saturation

Finalement, la figure - V.9 présente les variations transitoires des courants de source et drain lors de la coupure du transistor en régime linéaire. Ce dernier régime de fonctionnement est particulièrement important. En effet, lorsqu'un transistor MOS est utilisé en interrupteur, c'est dans cette région de fonctionnement qu'il opère. Il est clair que la version QS du modèle BSIM3 présente des sur-courants non-physiques lorsque la tension de commande atteint la tension de seuil. Cette mauvaise description des grandeurs électriques conduit à une erreur de prédiction du partage de charge entre source et drain.

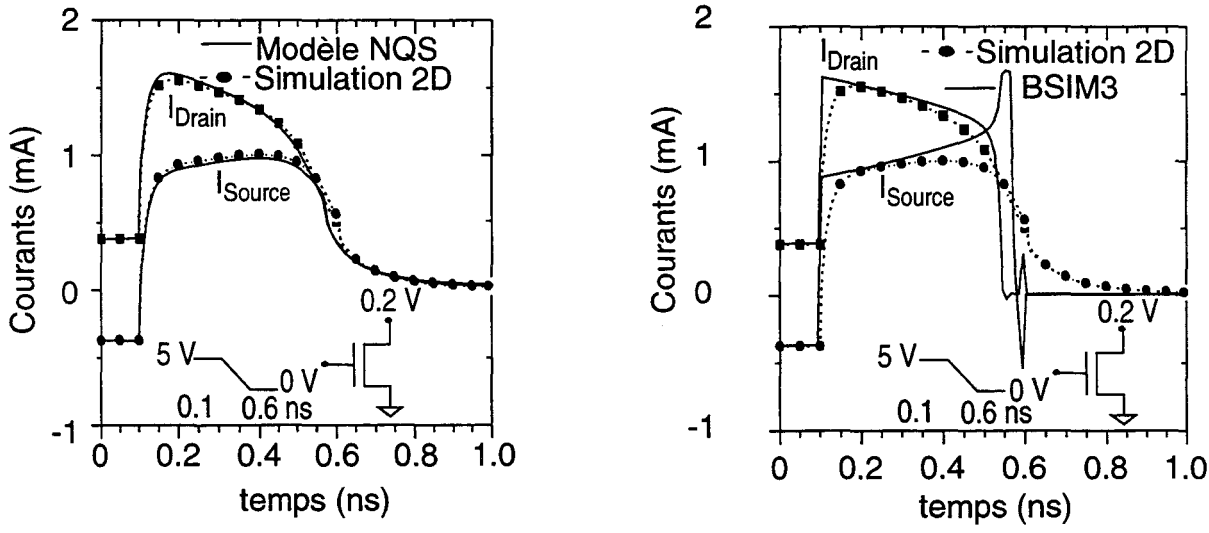


Figure - V.9 : Variations transitoires des courants de source et drain lors de la coupure du transistor en régime linéaire

## V - 2 ) Application à des fonctions analogiques de base

Comme cela a été signalé au début de ce chapitre, les interrupteurs sont intégrés à de nombreuses applications analogiques. L'étude de circuits faisant intervenir des interrupteurs analogiques peut-être réduite à l'étude d'une cellule simple. Cette cellule décrite en fin de chapitre III sera rappelée dans un premier temps. Dans un second temps, les résultats de simulations effectuées avec notre modèle, relativement à ce circuit de base seront présentés. Les calculs sur ce circuit de base ayant déjà été effectués avec notre simulateur bidimensionnel mixte, nous aurons une référence de comparaison fiable permettant la validation de notre modèle dédié à la simulation de circuits.

### V - 2 - a ) Circuit d'étude

Un montage à base d'interrupteurs MOS peut-être simplifié tel qu'indiqué sur la figure - V.10 [37] [38] [39]. Quand le transistor MOS se coupe, les charges présentes dans le canal s'évacuent de part et d'autre par les contacts de source et de drain. Le partage de charge entre la source et le drain dépend fortement des conditions de variation de la tension de grille, mais également des conditions de charges du transistor MOS. Pour des variations relativement rapides de la tension sur la grille du MOS, le circuit en amont de l'interrupteur peut-être réduit à une capacité équivalente à  $C_{in}$  et à une résistance  $R_{in}$ . La source de tension  $V_{in}$  correspond au potentiel de Thévenin équivalent du circuit amont. De même, le circuit aval peut-être ramené à une capacité de stockage  $C_{sto}$ . La charge qui s'évacue sur la capacité de stockage peut créer des variations de la tension mémorisée sur  $C_{sto}$ , ces variations de tension dégradant fortement les performances du circuit analogique considéré [40] [41].

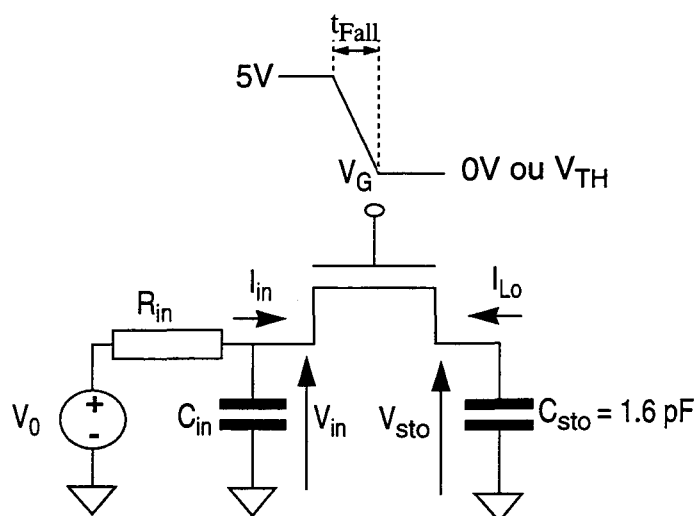


Figure - V.10 : Circuit de base permettant l'étude du partage de charge ( $W/L=3\mu m/1\mu m$ ,  $C_{sub}=2.8*10^{17}$  atomes/ $cm^3$ ,  $t_{ox}=10nm$ )

## V - 2 - b ) Résultats

Nous nous limiterons à quelques résultats importants concernant l'étude de cette cellule de base. Dans un cas où la résistance d'entrée est de forte valeur ( $R_{in}=10M\Omega$ ) et où le rapport de la capacité de sortie sur la capacité d'entrée est égal à 100, la figure - V.11 présente les variations transitoires des courants de drain, source, grille et substrat. La tension sur la grille décroît de 5V à 0V en 1ns. Les résultats correspondant à la simulation bidimensionnelle ont été présentés au chapitre III. La prédiction des grandeurs électriques fournies par notre modèle NQS présente quelques différences pour une tension de grille inférieure à la tension de seuil. Néanmoins, les résultats sont en bon accord.

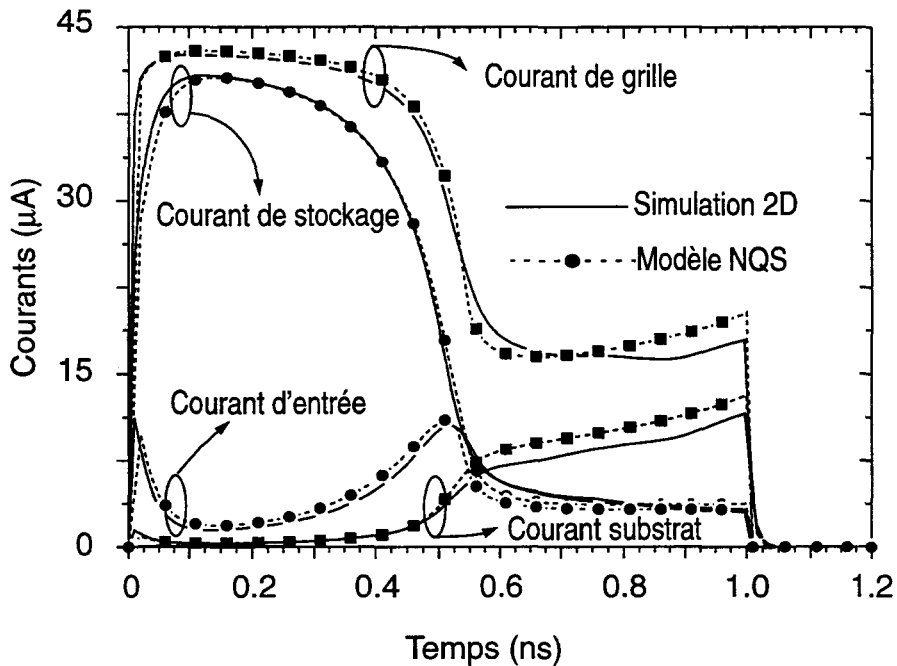


Figure - V.11 : Variations transitoires des courants dans la cellule de base, lors d'une commutation du transistor MOS, comparaison entre simulation bidimensionnelle et modèle NQS

En revanche, dans les mêmes conditions de simulation, les résultats donnés par la version QS du modèle BSIM3 présentent des pics de courant témoins de problèmes de discontinuité dans la prédiction du partage de charge, et dans la transition d'une région de fonctionnement à une autre (figure - V.12).

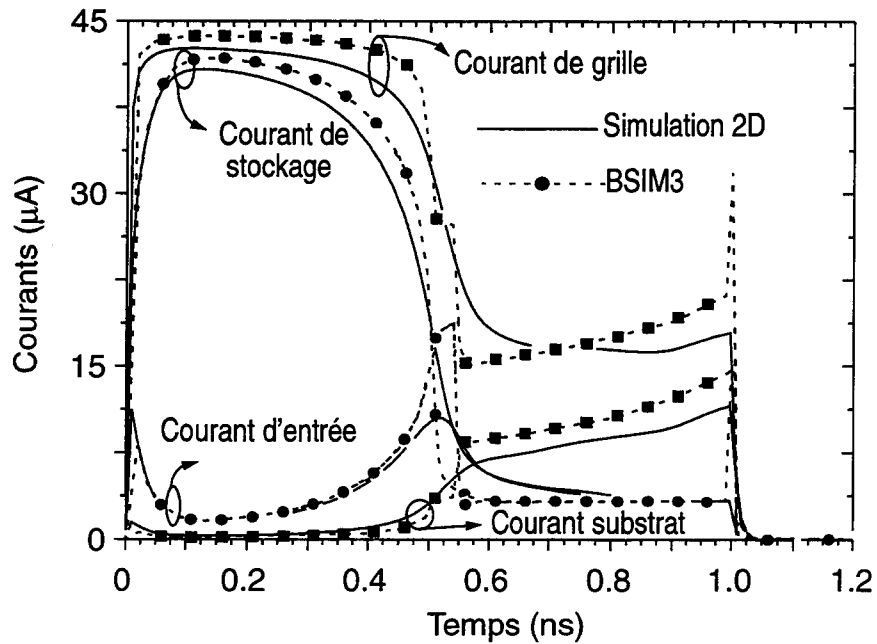


Figure - V.12 : Variations transitoires des courants dans la cellule de base, lors d'une commutation du transistor MOS, comparaison entre simulation bidimensionnelle et modèle QS BSIM3

Les deux figures suivantes (figure - V.13 et figure - V.14) représentent respectivement l'évolution de la tension sur le nœud de sortie et sur le nœud d'entrée en fonction du temps. La transition de la tension de grille dure 1ns, le rapport de capacité est variable et précisé en légende. La résistance d'entrée est fixe et quasi-infinie ( $R_{in}=10M\Omega$ ).

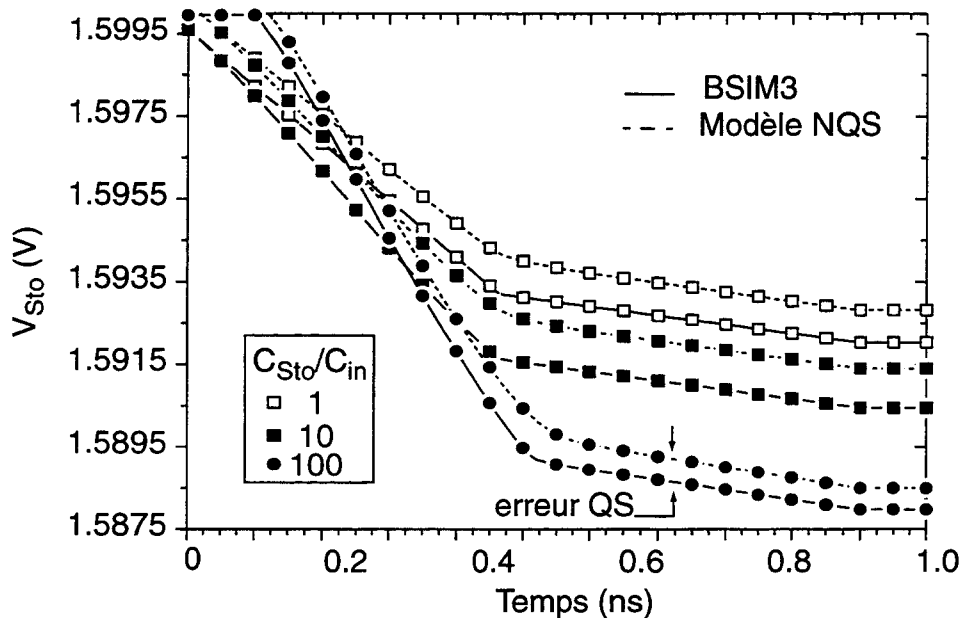


Figure - V.13 : Evolution de la tension sur le nœud de sortie en fonction du temps, pour différentes valeurs du rapport de capacités ( $C_{in}=1.6pF$ ,  $T_{fall}=1ns$ ,  $R_{in}=10M\Omega$ )

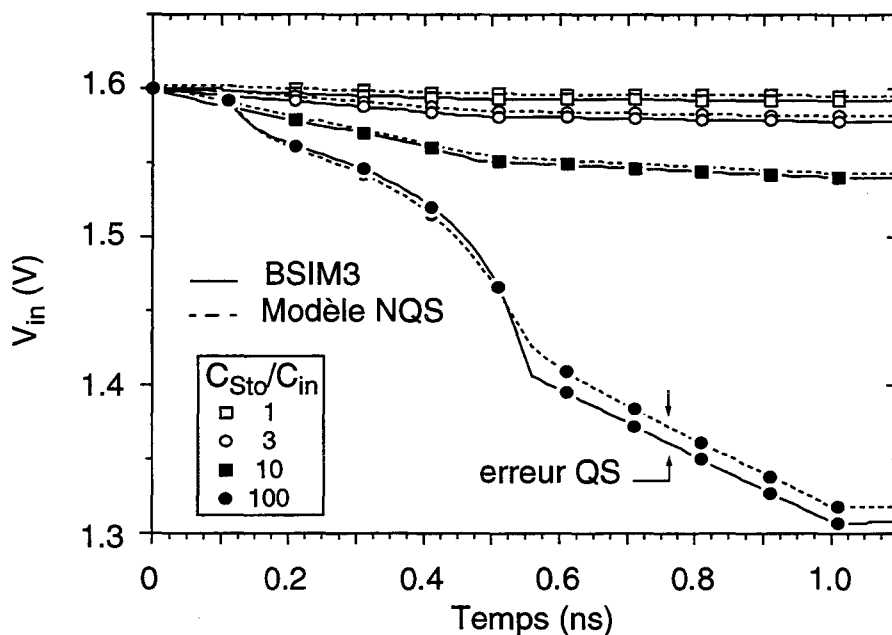


Figure - V.14 : Evolution de la tension sur le nœud d'entrée en fonction du temps, pour différentes valeurs du rapport de capacités ( $C_{in}=1.6pF$ ,  $T_{fall}=1ns$ ,  $R_{in}=10M\Omega$ )

La différence entre la prédiction de tension calculée par les deux modèles est essentiellement due aux phénomènes NQS. La variation de tension sur la grille est suffisamment rapide pour que les hypothèses QS ne soient plus vérifiées. Dans ce cas le modèle BSIM3 sur-estime les variations de potentiels, que ce soit sur la capacité de stockage, ou sur la capacité d'entrée.

### V - 3 ) Application à la simulation de mémoires de courant

Les circuits basés sur des cellules à mémoires de courant sont apparus à la fin des années quatre-vingts. En traitement analogique de signal, les architectures de ces circuits sont particulièrement intéressantes. En effet un courant, plutôt qu'une tension, est utilisé pour représenter l'information. Il en résulte les avantages suivants:

- possibilité de réduction des tensions d'alimentation
- meilleure compatibilité avec les circuits numériques
- disparition des problèmes d'appariement entre dispositifs
- intégration à très grande échelle facilitée

Dans une première partie, l'architecture la plus simple et le fonctionnement d'une cellule à mémoire de courant seront reportés. Les résultats de simulation du phénomène de partage de charge pour ce type d'architecture, obtenus d'une part avec notre modèle NQS, d'autre part avec la version QS de BSIM3, seront présentés. Les mêmes comparaisons seront données

dans le cas d'une mémoire de courant dotée d'un étage cascodé.

### V - 3 - a ) Description du circuit

Deux cellules à mémoire de courant, mises en série, sont représentées figure - V.15. Le diagramme des phases d'horloge nécessaire à la compréhension de leur fonctionnement est donné figure - V.16.

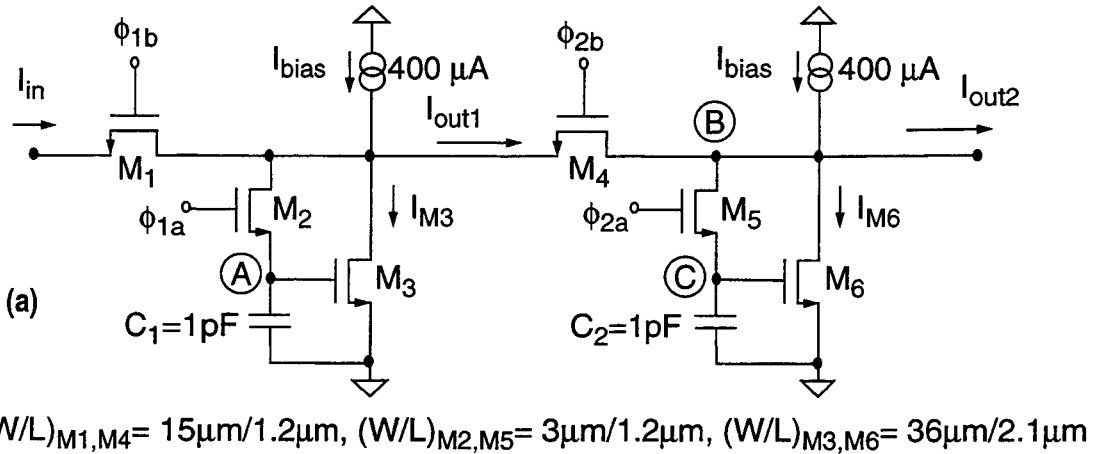


Figure - V.15 : Architecture de deux mémoires de courant simples mises en série

Dans le circuit présenté figure - V.15, les transistors  $M_3$  et  $M_6$  travaillent en transistors mémoires. Sur la phase  $\phi_{1a}$  et  $\phi_{1b}$ , la somme du courant d'entrée  $I_{in}$  et du courant de polarisation  $I_{bias}$  circule dans le transistor  $M_3$  qui est polarisé en diode. La tension sur la grille du transistor  $M_3$  est égale à la tension sur son drain. Sur les phases  $\phi_{2a}$  et  $\phi_{2b}$ , la capacité de mémorisation  $C_1$  conserve la tension précédente qu'il y avait sur la grille de  $M_3$ . Par conséquent, le courant circulant dans le transistor  $M_3$  n'a pas évolué et vaut toujours  $I_{in}+I_{bias}$ . Ceci signifie que le courant de sortie  $I_{out1}$  de la première cellule vaut  $-I_{in}$ . Bien qu'insensible aux effets de non-appariement des transistors, ce principe présente néanmoins quelques inconvénients:

- les effets de modulation de la longueur du canal (équivalents à la tension Early) peuvent induire des erreurs dans la recopie du courant de drain si la variation de la tension drain-source est trop importante. Toutefois, une configuration améliorée et détaillée dans les paragraphes suivants permet, dans une certaine limite, de s'affranchir de ces phénomènes.
- la charge stockée dans le canal du transistor  $M_2$  s'évacue pendant la commutation. Cette infime quantité de charge perturbe la charge de la capacité  $C_1$  et provoque une variation de tension qui peut également être la cause d'une erreur lors de la recopie du courant.

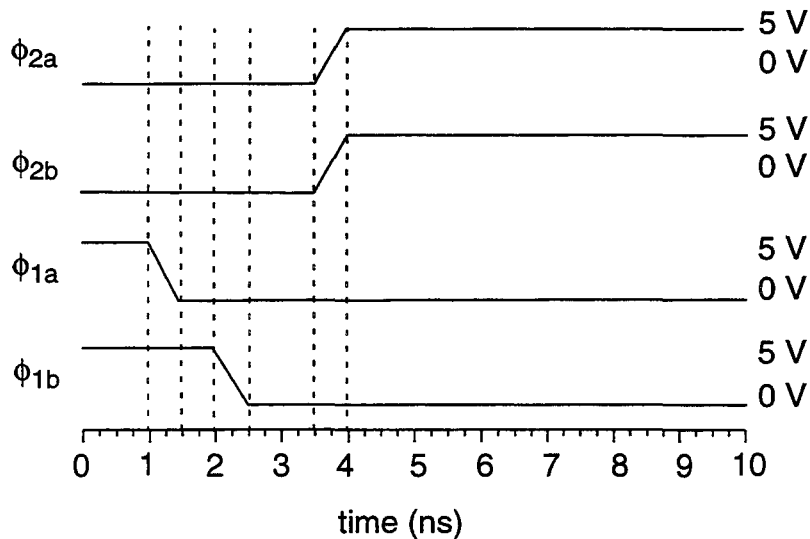


Figure - V.16 : Diagramme des phases d'horloge

### V - 3 - b ) Résultats avec la version la plus simple

Les résultats présents dans cette section permettent de quantifier l'effet de l'injection de charge sur la précision d'une telle architecture. La simulation de deux cellules mémoires de courant cascadées avec, d'une part, notre modèle NQS mais également avec la version QS de BSIM3, nous donne des résultats qui diffèrent notablement. Par exemple, si l'on analyse les variations du courant dans le transistor M3 au cours d'une séquence de mémorisation suivie d'une restitution, on observe les diagrammes de la figure - V.17. Le courant d'entrée a une valeur de 100  $\mu\text{A}$ . Dans ce cas, l'approche QS prédit une erreur à la fois sur le courant mémorisé et sur le temps de recouvrement, qui sont tous les deux sous-estimés.

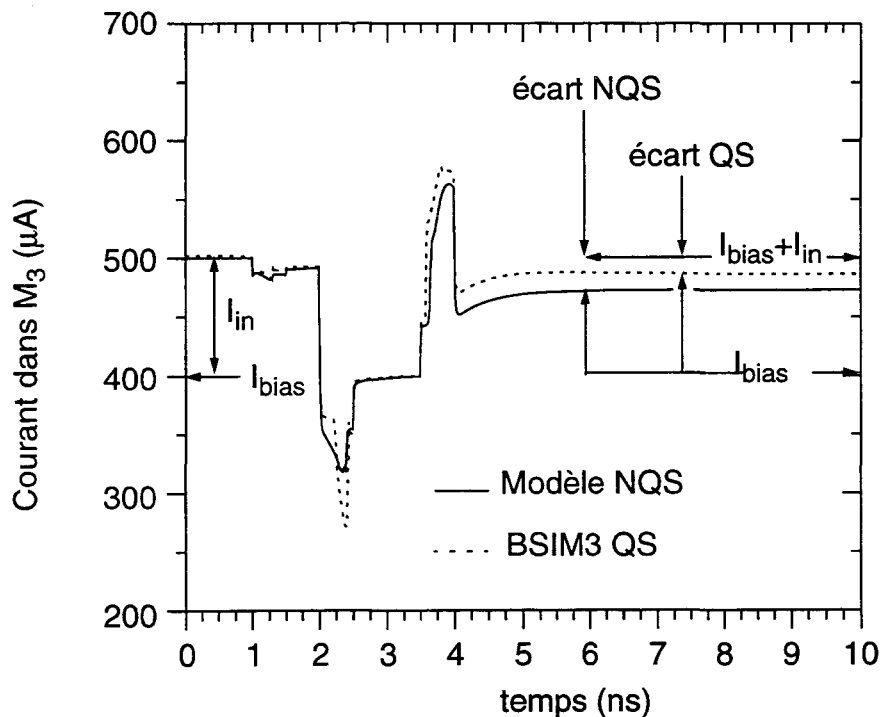


Figure - V.17 : Sensibilité aux effets NQS du courant circulant dans le transistor M3 au cours d'un cycle de fonctionnement de la mémoire de courant simple

Afin de quantifier précisément l'erreur introduite par un approche QS, plusieurs simulations ont été réalisées pour différentes valeurs du courant d'entrée  $I_{in}$ . A l'issue d'une phase de mémorisation/restitution, l'erreur absolue sur le courant ( $I_{in}+I_{out1}$ ) est calculée et reportée dans un graphe en fonction de la valeur du courant d'entrée. La figure - V.18. en résulte. Il est clair que l'approche QS sur-estime ou sous-estime l'erreur, en fonction du courant d'entrée.

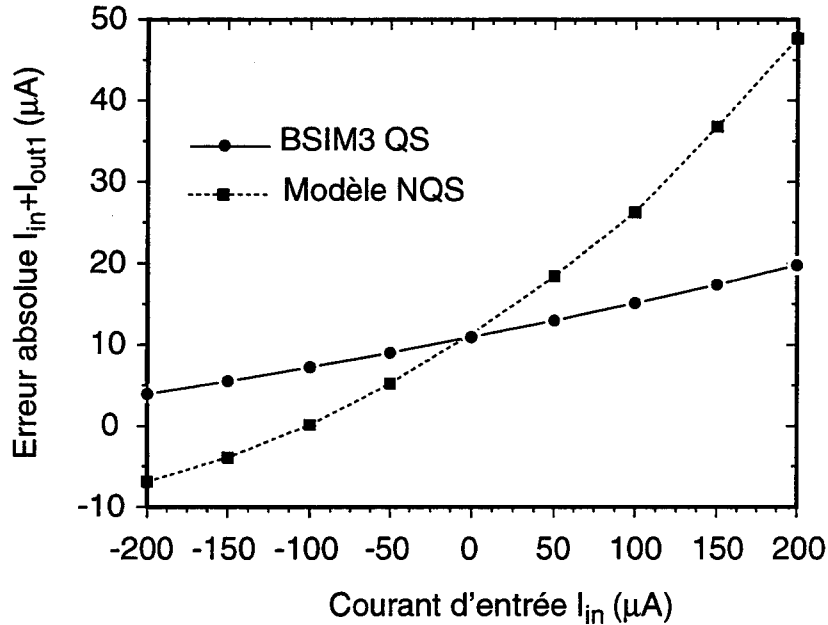
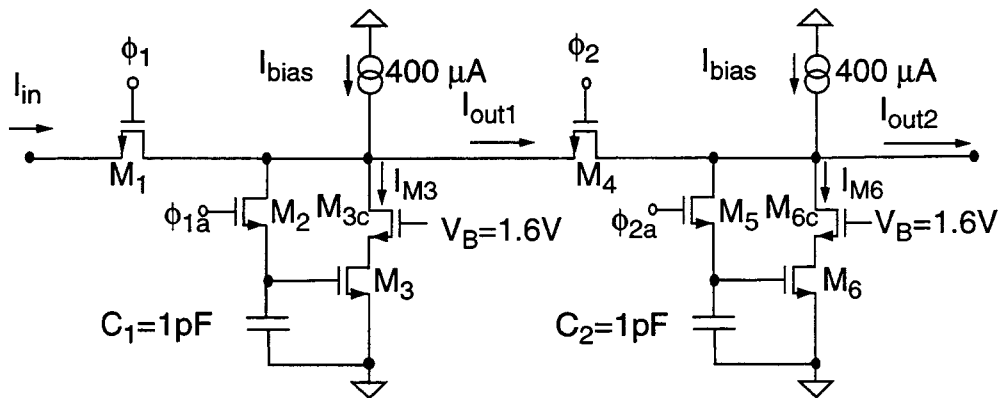


Figure - V.18 : Evolution de l'erreur absolue sur le courant de sortie, en fonction du courant d'entrée.

### V - 3 - c ) Résultats avec une version cascodée

Comme cela a été mentionné précédemment, la modulation de la longueur du canal peut engendrer des erreurs supplémentaires sur la copie du courant. Cet effet à lieu, lorsque la variation de la tension drain-source est trop importante entre les phases d'acquisition et de restitution. Un moyen de s'affranchir de ce problème est de rajouter un transistor supplémentaire ( $M_{3c}$  et  $M_{6c}$  sur la figure - V.19) polarisé à tension de grille constante (le transistor cascode).



$$(W/L)_{M1,M4} = 15\mu m/1.2\mu m, (W/L)_{M2,M5} = 3\mu m/1.2\mu m,$$

$$(W/L)_{M3,M6} = 36\mu m/2.1\mu m, (W/L)_{M3c,M6c} = 430\mu m/1.2\mu m$$

Figure - V.19 : Architecture d'une mémoire de courant cascodée



Ce transistor, s'il est correctement dimensionné permet de limiter grandement les variations de la tension drain-source. En effet, dans une telle configuration la conductance de sortie est ainsi divisée par le gain intrinsèque en tension du transistor monté en grille commune.

Une nouvelle série de simulations nous permet de représenter l'erreur absolue sur le courant de sortie en fonction du courant d'entrée, dans le cas d'une mémoire de courant cascodée. Là encore les remarques faites précédemment demeurent valides. Néanmoins, dans ce cas les effets non-quasi-statiques sont en grande partie dissociés des problèmes de conductance de sortie non-nulle

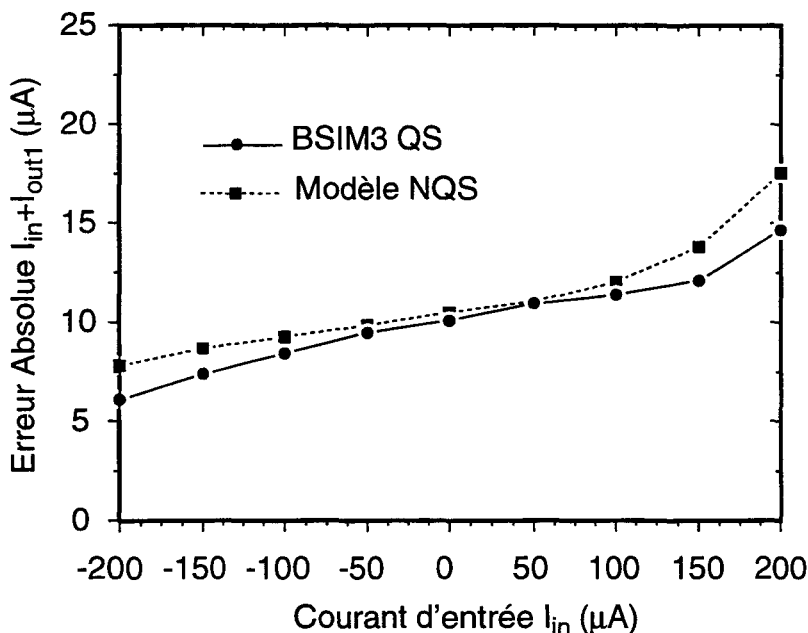


Figure - V.20 : Evolution de l'erreur absolue sur le courant de sortie, en fonction du courant d'entrée, dans le cas d'une mémoire de courant cascodée.

## VI) Aspects numériques du modèle

L'analyse de circuits nécessite l'introduction dans notre modèle des dépendances de la mobilité en fonction du champ électrique. L'expression de la mobilité a été donnée au paragraphe III - 4 et ne sera pas rappelée ici. Cependant, l'expression de la mobilité en fonction du champ électrique étant fortement non-linéaire, le nombre d'itérations de l'algorithme de Newton-Raphson peut augmenter considérablement. En règle générale, il y a trois façons de procéder:

- a) considérer la mobilité comme constante et égale à  $\mu_0$  (mobilité intrinsèque), dans ce cas la convergence des calculs est rapide, au prix d'une carence importante dans le modèle de mobilité. Dans les graphes présentés par la suite cette condition de simulation sera précisée par la légende  $\mu(E) = \mu_0$ .

- b) considérer que la mobilité est dépendante du champ électrique, mais ne pas prendre en compte cette dépendance lors du calcul de la matrice Jacobienne (légende correspondante:  $\mu(E)$ , Jacobien incomplet). Dans ce cas le modèle de mobilité est conforme à la réalité, mais la convergence est difficile.
- c) considérer que la mobilité est dépendante du champ électrique, et effectivement prendre en compte ces dépendances dans le calcul des termes Jacobiens (légende correspondante:  $\mu(E)$ , Jacobien complet). Cette programmation se traduit par une excellente précision en matière de conservation de courant et une convergence accélérée.

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons quantifier ces compromis entre précision et rapidité de convergence, tout d'abord en régime statique, puis en régime dynamique.

### VI - 1 ) Analyse statique

Les conditions de simulation sont les suivantes: un transistor MOS est polarisé par une tension grille-substrat ( $V_{GB}$ ) fixe de 2.5V ou 5V selon les cas. La tension source-substrat ( $V_{SB}$ ) est nulle et la tension drain-substrat ( $V_{DB}$ ) varie en statique de 0V à 5V. Dans les trois cas de programmation décrits précédemment, la figure - V.21 présente l'évolution du courant drain ( $I_{DS}$ ) en fonction de la tension  $V_{DB}$ . Considérer la mobilité comme constante revient à faire une sur-estimation d'un facteur 1.5 sur le courant  $I_{DS}$ . Par contre dans les deux cas d'implantation où la mobilité est dépendante du champ électrique, les résultats sont bien identiques.

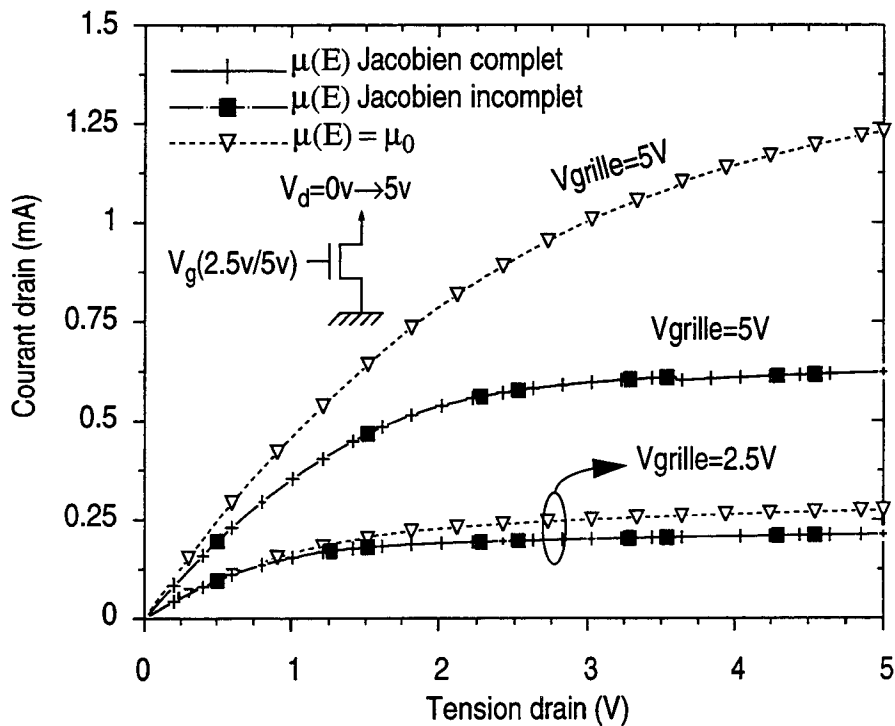
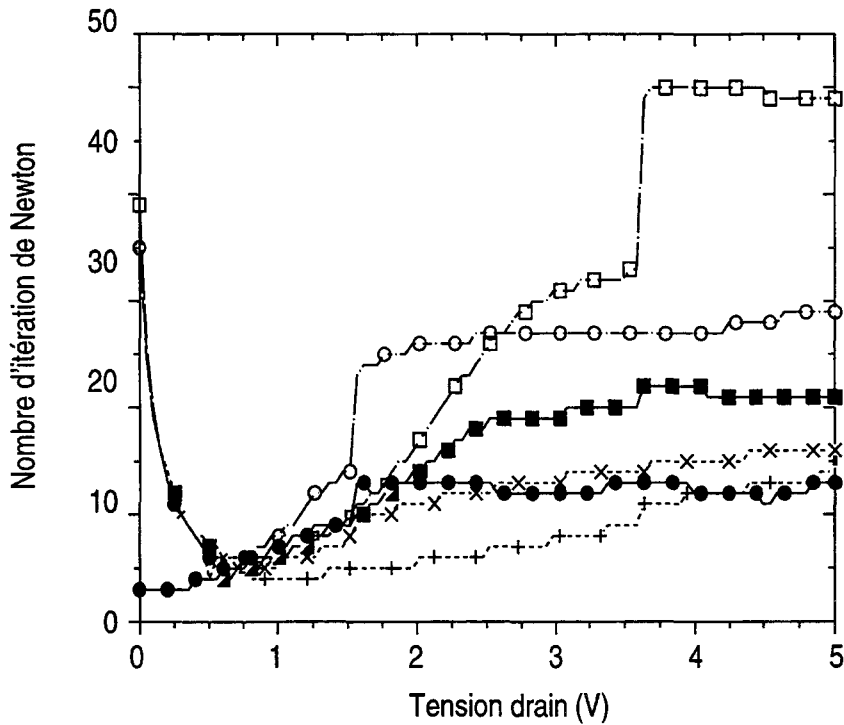


Figure - V.21 : Courant drain statique en fonction de la tension  $V_{DB}$  pour deux valeurs de la tension  $V_{GB}$

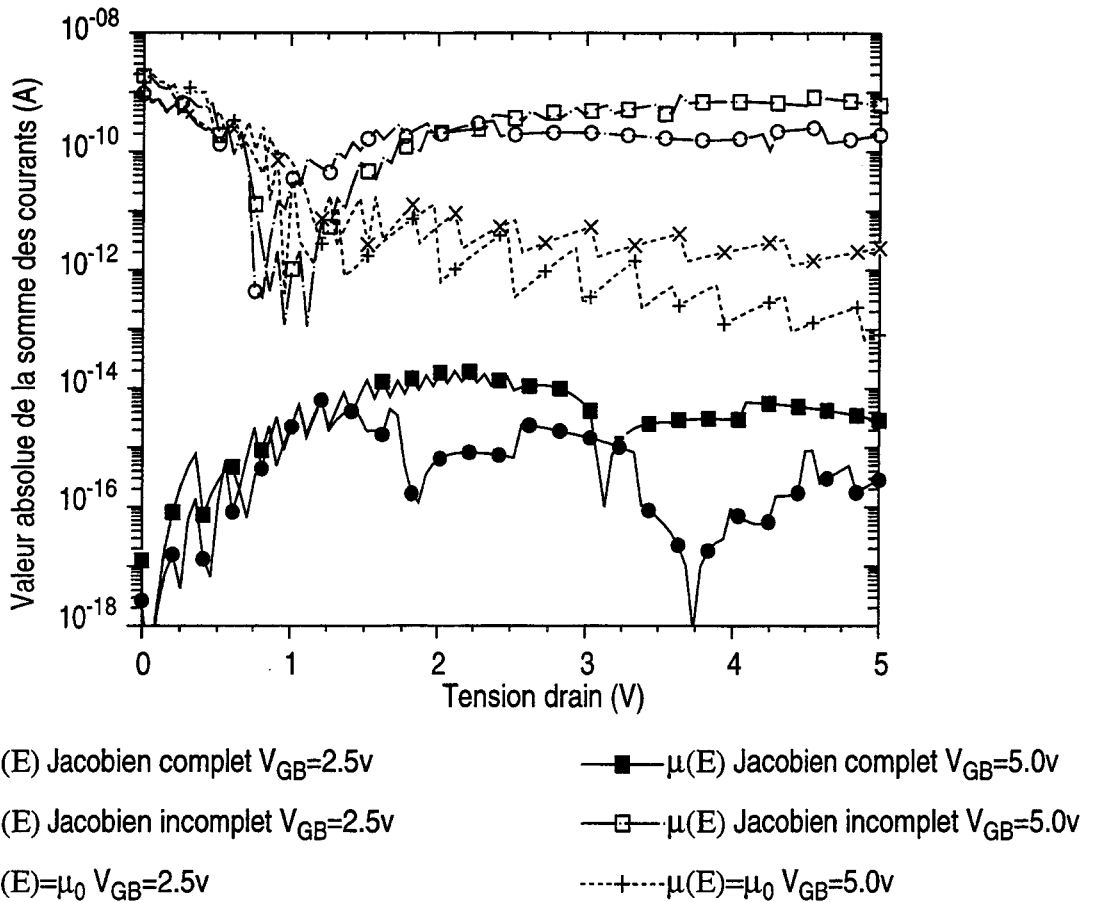
La figure - V.22 présente le nombre d'itérations nécessaire à la méthode de Newton-Raphson pour atteindre la convergence. Que la mobilité soit constante ou non, si le Jacobien est complet, le nombre d'itérations varie peu et augmente légèrement en forte inversion dans un régime de saturation. Par contre, dans le cas d'une dérivation incomplète du Jacobien, quelque soit le régime de fonctionnement, le nombre d'itération peut être doublé.



- $\mu(E)$  Jacobien complet  $V_{GB}=2.5v$
- $\mu(E)$  Jacobien incomplet  $V_{GB}=2.5v$
- ×---  $\mu(E)=\mu_0$   $V_{GB}=2.5v$
- $\mu(E)$  Jacobien complet  $V_{GB}=5.0v$
- $\mu(E)$  Jacobien incomplet  $V_{GB}=5.0v$
- +---  $\mu(E)=\mu_0$   $V_{GB}=5.0v$

*Figure - V.22 : Nombre d'itérations de Newton nécessaires à la convergence numérique du modèle*

Une dérivation complète du Jacobien a également une incidence sur la précision des calculs. La figure - V.23 représente la valeur absolue de la somme des courants rentrant sur le dispositif. Il est clair qu'une meilleure conservation des courants est observée dans le cas de la dérivation complète du Jacobien.



*Figure - V.23 : Valeur absolue de la somme des courants entrant sur le dispositif en fonction de la valeur de la tension sur la drain*

## VI - 2 ) Analyse transitoire

Une série de résultats est maintenant donnée dans le cas d'une simulation transitoire. Un transistor MOS dont le substrat et la source sont à la masse et la tension  $V_{DB}$  à 5V voit sa tension sur la grille ( $V_{GB}$ ) varier de 0 à 5V en 0.3ns. La figure - V.24 donne les évolutions transitoires des courants de source et de drain dans les trois cas de programmation.

Que ce soit concernant le nombre d'itérations de Newton-Raphson nécessaire pour la convergence du modèle (figure - V.25) ou concernant la précision dont la somme des courants donne une idée (figure - V.26), les commentaires faits précédemment restent valables. Au début du transitoire, le nombre d'itérations nécessaire à la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson est quadruplé par rapport au nombre d'itérations utiles dans le cas du Jacobien complet. En fin de transitoire, quand la tension devient constante, ce nombre d'itérations est encore deux fois supérieur. La conservation de courant, prédite par les trois types de matrices Jacobiennes, est, quant à elle, sensiblement identique au début du transitoire, mais

présente une amélioration très nette en fin de transitoire dans le cas d'un Jacobien dérivé complètement.

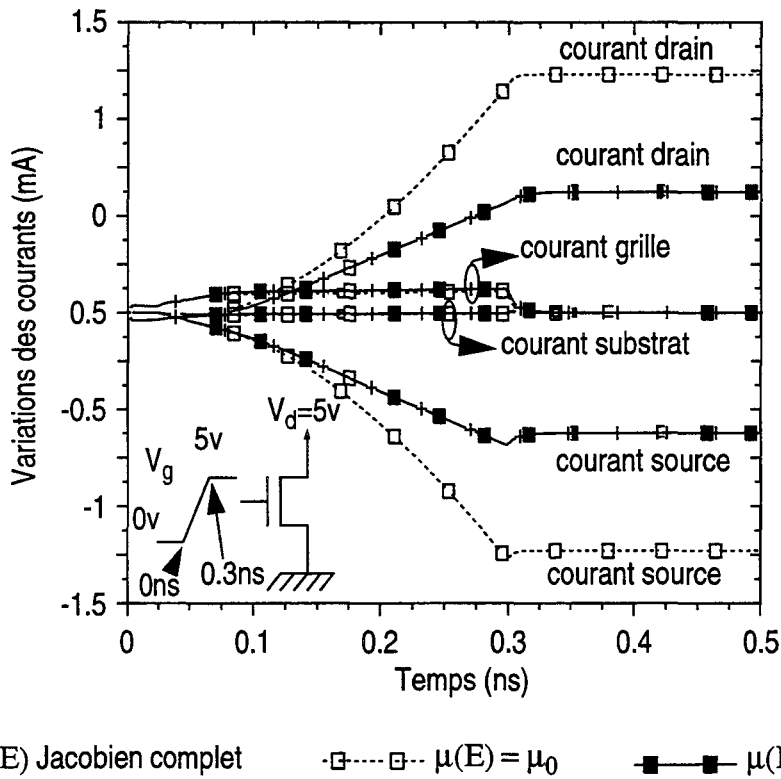


Figure - V.24 : Variations transitoires des courants lors d'une mise en fonctionnement du MOS

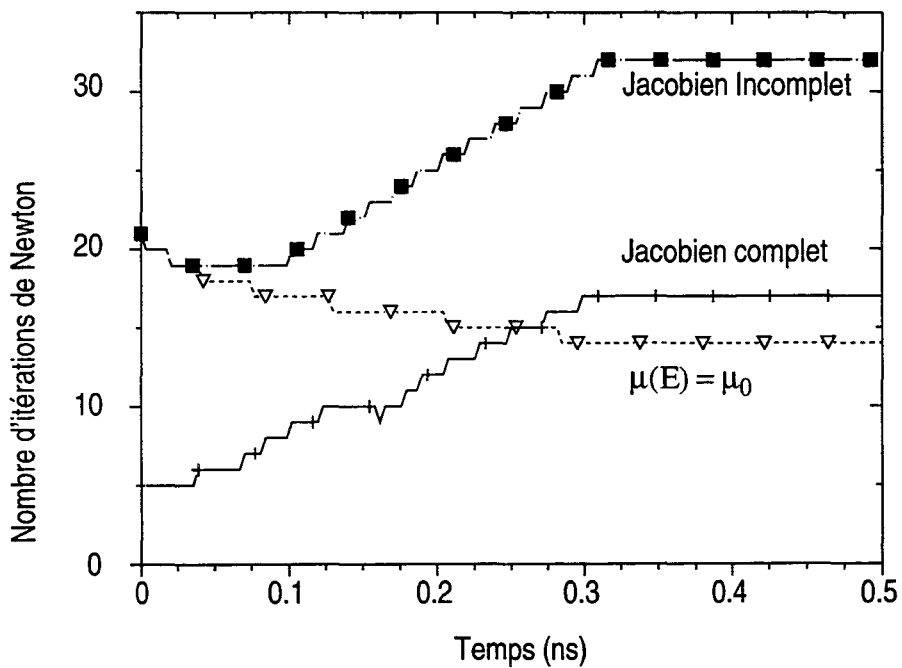


Figure - V.25 : Nombre d'itérations de Newton nécessaires à la convergence numérique du modèle

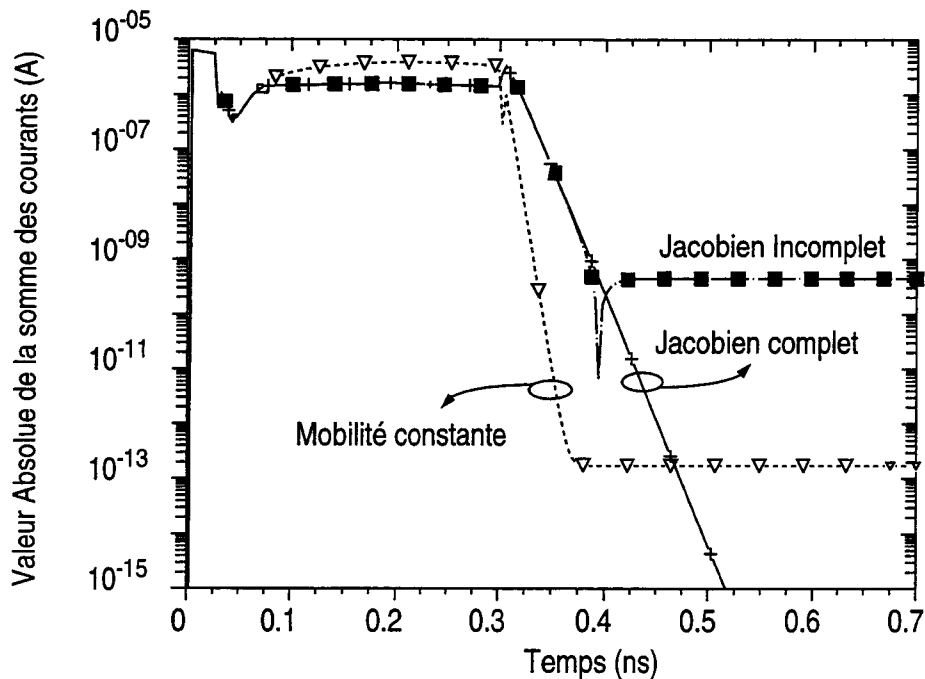


Figure - V.26 : Evolution de la valeur absolue de la somme des courants entrant sur le dispositif en fonction du temps pour les trois types de matrices Jacobiennes

## VII ) Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées les principales approches de modélisation de transistors MOS sur substrats massifs. Un nouveau modèle de transistor MOS NQS, basé sur une résolution numérique unidimensionnelle de l'équation de Poisson et des équations de transport dans le canal, a été décrit. Ce modèle compact est précis car il intègre:

- les effets de propagation de charges dans le canal
- les effets du champ électrique longitudinal (au delà de l'approximation du canal graduel)
- les dépendances de la mobilité en fonction du champ électrique

Valide dans tous les régimes de fonctionnement et programmé en langage C, ce modèle est utilisable par le simulateur ELDO et permet de réaliser des simulations de circuits. Proche de la physique, il est simple et ne requiert qu'une dizaine de paramètres pour son fonctionnement.

Successivement testé sur des dispositifs uniques, des fonctions analogiques de base, et finalement sur des circuits complets de mémoire de courant, il a prouvé sa validité. En comparaison de simulations bidimensionnelles, il atteint la même précision avec un gain en temps de calcul incontestable.

Comparé à la version QS du modèle BSIM3, il présente une meilleure prédiction du partage de charge dans les interrupteurs analogiques, et une meilleure estimation des temps de latence ou des temps de réponse introduits par un circuit.

Finalement, même s'il est relativement plus lent que le modèle BSIM3 (temps de calcul multipliés, en moyenne, par deux) il se révèle être un modèle compact particulièrement utile en simulation de circuits avancés, numériques ou analogiques, sensibles aux effets NQS. Il est par ailleurs possible de réduire encore cet accroissement du temps de calcul par une optimisation des méthodes de résolution numériques.

## Références Bibliographiques (Chapitre V)

---

- [1] H. C. Pao and C. T. Sah, "Effect of Diffusion Current on Characteristics of Metal-Oxide (Insulator)-Semiconductor Transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 10, pp. 927-937, 1966
- [2] J. A. Van Nielen and O. W. Memelink, "The Influence of the Substrate upon the D.C. Characteristics of Silicon MOS Transistors", *Philips Research Reports*, Vol. 2, pp. 55-71, février 1967
- [3] J. R. Brew, "A Charge-Sheet Model of the MOSFET", *Solid-State Electronics*, Vol. 21, pp. 345-355, 1978
- [4] C. Turcheti and G. Masetti, "A CAD-Oriented Analytical MOSFET Model for High-Accuracy Applications", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. CAD-3, No. 2, pp. 117-122, april 1984
- [5] M. H. White, F. Van de Wiele and J. P. Lambot, "High-Accuracy MOS Models for Computer-Aided Design", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-27, No. 5, may pp. 899-906, may 1980
- [6] P. Antognetti, D. D. Caviglia and E. Profumo, "CAD Model for the Threshold and Subthreshold Conduction in MOSFET's", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-17, No. 3, pp. 454-458, june 1982
- [7] J. A. Power and W. A. Lane, "An Enhanced SPICE MOSFET Model Suitable for Analog Applications", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 11, No. 11, pp. 1418-1423, november 1992
- [8] B. Iñíguez and E. G. Moreno, "A Physically Based  $C_{\infty}$ -Continuous Model for Small-Geometry MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 42, No.2, pp. 283-287, february 1995
- [9] B. Iñíguez and E. G. Moreno, "A Physically Based  $C_{\infty}$ -Continuous Model for Small-Geometry MOSFET's", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 163-166, february 1995
- [10] M. M. Mattausch, "Analytical MOSFET Model for Quarter Micron Technologies", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 13, No. 5, pp. 610-615, may 1994
- [11] M. M. Mattausch, "Analytical Model for Circuit Simulation with Quarter Micron Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor: Subthreshold Characteristics", *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 29, No. 12, pp. L2279-L2282, december 1990
- [12] P. P. Guebels and F. Van de Wiele, "A Charge Sheet Model for Small Geometry MOSFET's", *Proceedings of the International Electron Device Meeting*, pp. 211-214, 1981
- [13] P. P. Guebels and F. Van de Wiele, "A Small Geometry MOSFET Model for CAD Applications", *Solid-State Electronics*, Vol. 26, No. 4, pp. 267-273, 1983
- [14] H. J. Park P. K. Ko and C. Hu, "A Charge Sheet Capacitance Model of Short Channel



- MOSFET's for SPICE", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 10, No. 3, pp.376-389, march 1991
- [15] H. C. Chow, W. S. Feng and J. B. Kuo, "An Improved Analytical Short-Channel MOSFET Model Valid in All Regions of Operation for Analog-Digital Circuit Simulation", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 11, No. 12, pp. 1522-1528, december 1988
- [16] C. C. Enz, F. Krummenacher and E. A. Vittoz, "An Analytical MOS Transistor Model Valid in All Regions of Operation and Dedicated to Low-Voltage and Low-Current Applications", *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, pp. 83-114, 1995
- [17] V. M. Agostinnelli, T. J. Bordelon, X. Wang, K. Hasnat, C. F. Yeap, D. B. Lemersal, A. F. Tasch and C. M. Maziar, "Two-Dimensional Energy-Dependent Models for the Simulation of Substrate Current in Submicron MOSFET's", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 41, No. 10, pp.1784-1795, october 1994
- [18] J. H. Sim, "An Analytical Deep Submicron MOS Device Model Considering Velocity Overshoot Behavior Using Energy Balance Equation", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 42, No. 5 May 1995
- [19] M. Fukuma and W. W. Lui, "MOSFET Substrate Current Model Including Energy Transport", *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. EDL-8, No. 5, may 1987
- [20] J. E. Meyer, "MOS Models and Circuit Simulation", *RCA Review*, Vol. 32, pp. 42-63, mars 1971
- [21] C. R. Viswanathan and M. E. Levy, "Modelling Inter-Electrode Capacitances in a MOS Transistor", *Proceedings of International Electron Device Meeting*, pp. 38-41, 1979
- [22] D. E. Ward and R. W. Dutton, "A Charge-Oriented Model for MOS Transistor Capacitances", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-13, No. 5, pp 703-707, october 1978
- [23] S. Y. Oh, D. E. Ward and R. W. Dutton, "Transient Analysis of MOS Transistors", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-15, No. 4, pp 636-643, august 1980
- [24] B. J. Sheu, D. L. Scharfetter, C. Hu and D. O. Pederson, "A Compact IGFET Charge Model", *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, Vol. CAS-31, No. 8, pp. 745-748, august 1984
- [25] J. G. Fossum, H. Jeong and S. Veeraraghavan, "Significance of the Channel-Charge Partition in the Transient MOSFET Model", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-33, No. 10, pp. 1621-1623, october 1986
- [26] J. J. Paulos and D. A. Antoniadis, "Limitations of Quasi-Static Capacitance Models for the MOS Transistor", *IEEE Electron Device Letters*, Vol. EDL-4, No. 7, juillet 1983
- [27] T. Smedes and F. M. Klaassen, "An Analytical Model for the Non-Quasi-Static Small-Signal Behaviour of Submicron MOSFETs", *Solid-State Electronics*, Vol. 38, No. 1, pp. 121-130, 1995
- [28] M. Bagheri and Y. Tsvividis, "A Small Signal dc-to-High-Frequency Non-Quasi-Static

- Model for the Four-Terminal MOSFET Valid in All Regions of Operation”, *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-32, No. 11, pp. 2383-2391, november 1985
- [29] M. Chan, K. Hui, R. Neff, C. Hu and P. K. Ko, “A Relaxation Time Approach to Model the Non-Quasi-Static Transient Effects in MOSFET’s”, *Proceedings of International Electron Device Meeting*, pp. 169-172, December 1994
- [30] C. Turchetti, P. Mancini and G. Masetti, “A CAD-Oriented Non-Quasi-Static Approach for the Transient Analysis of MOS IC’s”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-21, No. 5, pp. 827-835, october 1986
- [31] Y. P. Tsividis, “Operation and Modeling of the MOS Transistor”, *Mc Graw Hill*, chapitres I et II, 1987
- [32] C. G. Sodini, P. K. Ko and J. L. Moll, “The Effect of High Field on MOS Device and Circuit Performance”, *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-31, No. 10, pp. 1386-1391, october 1984
- [33] S. C. Sun and D. Plummer, “Electron Mobility in Inversion and Accumulation Layers on Thermally Oxidized Silicon Surfaces”, *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-27, No. 8, pp. 1497-1508, august 1980
- [34] J. H. Huang et al. *BSIM3 manual (version 1.0)*, june 1993
- [35] W. H. Chang, B. Dawai, M. R. wordeman, Y. Taur, C. C. H. Hsu and M. D. Rodriguez, “A High Performance 0.25 $\mu$ m CMOS Technology: Part I-Design and Characterization”, *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 39, No. 4, pp. 959-966, april 1992
- [36] J. A. Power, “”, *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 10, No. 3, pp.376-389, November 1992
- [37] B. J. Sheu and C. Hu, “Switch-Induced Error Voltage on a Switched Capacitor”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-19, No. 4, pp. 519-525,
- [38] G. Wegmann, E. A. Vittoz and F. Rahali, “Charge Injection in Analog MOS Switches”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-22, No. 6, pp. 1091-1097, december 1987
- [39] J. H. Shieh, M. Patil and B. J. Sheu, “Measurement and Analysis of Charge Injection in MOS Analog Switches”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-22, No. 2, pp. 277-281, april 1987
- [40] W. B. Wilson, H. Z. Massoud, E. J. Swanson, R. T. George, and R. B. Fair, “Measurement and Modeling of Charge Feedthrough in n-Channel MOS Analog Switches”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-20, No. 6, pp. 1206-1213, december 1985
- [41] M. Degrauwe, E. Vittoz and I. Verbauwhede, “A Micropower CMOS-Instrumentation Amplifier”, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. SC-20, No. 3, pp. 805-807, june 1985

## Description d'un nouveau modèle NQS de transistor SOI

*Des circuits de plus en plus complexes réalisés sur des substrats SOI (Silicon On Insulator) ont démontré les performances de cette approche technologique spécialement dans le domaine haute-fréquence ou faible-consommation. Par conséquent, il devient nécessaire de développer des modèles compacts décrivant au mieux le fonctionnement spécifique de ces transistors, particulièrement dans la transition entre la faible et la forte inversion et du point de vue dynamique. Dans ce chapitre, la première partie rappelle les caractéristiques et les modèles associés à ces composants. Un nouveau modèle NQS est décrit dans la seconde partie. Enfin, dans la dernière partie sont présentées quelques comparaisons de résultats de simulations établis avec le nouveau modèle MOS/SOI proposé et le simulateur bidimensionnel décrit dans les premiers chapitres.*

### I) Technologie des dispositifs sur isolant

Malgré des bonnes structures d'isolation (LOCOS [1], SILO [2], SWAMI [3] etc...), l'intégration à très grande échelle de transistors MOS sur substrat massif peut donner lieu à certains problèmes. Il arrive que l'injection parasite de porteurs, dans le substrat, par un dispositif MOS vienne perturber le fonctionnement des circuits alentours (phénomènes de cross-talk [4], latch-up etc...).

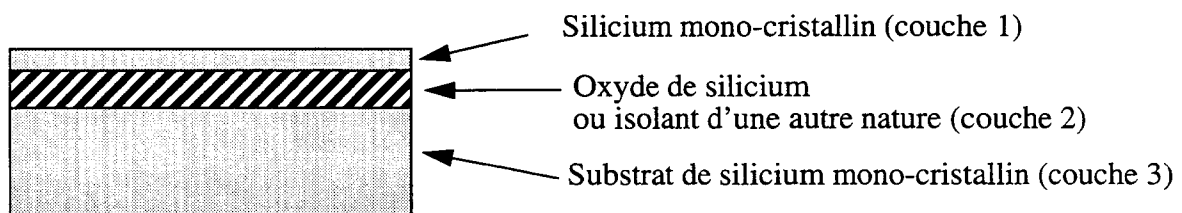


Figure - VI.1 : Représentation schématique d'un substrat SOI

Une solution naturelle permettant de s'affranchir des problèmes d'isolation consiste à introduire une couche isolante entre le substrat et les dispositifs actifs. Cette idée séduisante a mis de longues années avant d'être techniquement réalisable. La principale difficulté

réside dans l'obtention d'un film silicium mono-cristallin de bonne qualité (figure - VI.1) reposant sur une épaisseur d'oxyde de silicium extrêmement localisée et caractérisée par une faible densité de défauts.

Cette difficulté technique a empêché, pendant des années, le développement de dispositifs SOI. Afin de s'affranchir de ce type de problèmes, plusieurs solutions ont été proposées:

- \* la solution SIMOX (pour Séparation par IMplantation d'OXYgène). Elle consiste à implanter des atomes d'oxygène dans le substrat silicium initial et à reformer la couche isolante (couche 2) par une étape thermique.
- \* la solution SOS (pour Silicon On Sapphire). Le saphir (couche 2) ayant un paramètre de maille à peu près semblable à celui du silicium, il est possible de mettre en œuvre une épitaxie de silicium mono-cristallin (couche 1) sur ce dernier.
- \* la solution p-SOI. La couche supérieure (couche 1) n'est plus du silicium mono-cristallin, mais du polysilicium recristallisé par faisceau laser ou par des procédés thermiques permettant la fusion de zones isolées.
- \* la solution ELO (pour Epitaxial Lateral Overgrowth). La couche d'oxyde (couche 2) est préalablement perforée en plusieurs points permettant un contact direct avec le silicium de la couche inférieure (couche 3). La croissance épitaxiale du silicium de la couche supérieure (couche 1) se fait latéralement à partir de ces trous.
- \* la solution de Wafer Bonding, deux substrats identiques de silicium sont oxydés. Ils sont assemblés par la partie isolante, le silicium du substrat supérieur (couche 1) étant finalement mécaniquement poli afin d'obtenir l'épaisseur désirée du film silicium.

L'ensemble de ces solutions est, par ailleurs, largement détaillé et discuté dans le livre de J. P. Colinge [5].

## **I - 1 ) Avantages des composants réalisés sur isolant**

La maîtrise du substrat de base a permis le développement de technologies MOS avancées et la réalisation de circuits pouvant tirer le meilleur parti des avantages inhérents au substrat isolé:

- \* l'isolation parfaite entre chaque dispositif permet de s'affranchir de nombreux problèmes (e.g. couplage par l'intermédiaire du substrat) et de réduire les étapes technologiques liées à la formation de structures d'isolation.
- \* les capacités parasites étant moins importantes, le comportement en fréquence des circuits SOI est amélioré.
- \* l'épaisseur du film silicium supportant le composant actif étant bien plus faible dans le cas de SOI, les circuits sont moins sensibles aux irradiations.
- \* les dispositifs SOI sont moins sensibles aux effets canaux courts [6] et en corrélation, les effets des porteurs chauds ont moins d'importance [7].

- \* l'effet substrat a moins d'importance, d'où une amélioration de la pente en faible inversion et une augmentation du courant maximum de saturation.

## I - 2 ) Inconvénients des composants réalisés sur isolant

Malheureusement, les composants SOI présentent également des inconvénients.

Dans le cas de dispositifs SOI *partiellement déplétés*, le potentiel des films SOI est flottant. En conséquence, deux effets parasites peuvent dégrader les caractéristiques électriques des dispositifs MOS/SOI. Le premier s'appelle l'effet "Kink", le second est l'effet bipolaire parasite, ils sont détaillés dans les paragraphes suivants.

### I - 2 - a ) L'effet Kink

Quasiment absent dans les SOI à canal de type p, l'effet Kink se manifeste essentiellement dans les transistors SOI à canal-n [8]. Il provoque un effet d'accroissement du courant drain à partir d'une certaine tension drain-source (figure - VI.2). Il s'explique de la façon suivante: quand la tension drain est suffisamment grande, des paires électrons-trous sont générées par impact au voisinage de la jonction drain. Les électrons circulent rapidement à travers le canal puis le drain. Par contre, les trous sont attirés vers la zone où le potentiel est le plus bas, à savoir, dans le film silicium. Leur accumulation dans cette zone a tendance à augmenter le potentiel du film et par conséquent à diminuer la tension de seuil apparente. Il s'ensuit une brusque augmentation des courants.

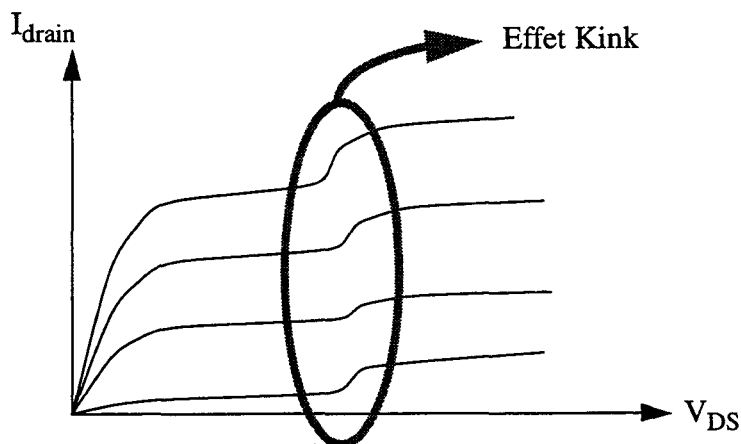


Figure - VI.2 : Illustration schématique de l'effet Kink sur un réseau de caractéristiques  $I_{\text{D}}=f(V_{\text{DS}})$

### I - 2 - b ) L'effet bipolaire parasite

De la source au drain, dans le cas d'un transistor n-SOIMOS, il existe une structure parasite de transistor bipolaire constituée de la succession des zones NPN. Le substrat qui correspond à la base du transistor est habituellement flottant. Cette zone peut alors évoluer vers un potentiel positif suffisant pour déclencher le fonctionnement du transistor bipolaire parasite. Cet effet réduit considérablement la tension de claquage sur le drain. Il provoque également une pente sous le seuil anormalement élevée [9].

Dans le cas de films en silicium *complètement déplétés*, les effets parasites de substrats flottants ne sont pas totalement absents, cependant, ils ont une influence excessivement réduite si la face arrière du dispositif n'est pas en accumulation. Le seul effet gênant dans ce type de composants concerne la tension de seuil. Beaucoup moins bien contrôlée, elle dépend à la fois de l'épaisseur du film de silicium et de la polarisation de la grille arrière [10].

## II ) Modèles existants

Connaissant les inconvénients des composants SOI, et sachant que l'on ne peut les éviter que partiellement, trois approches sont possibles [11]:

- a) faire un transfert direct vers le SOI des circuits développés sur substrat massif [12]. Identifier les composants critiques qui vont être sujets aux effets de substrat flottant et les améliorer par des prises de contacts sur le film silicium [13] ou des zones silicurées agissant comme des centres de recombinaison privilégiés pour les trous [14]. Cependant, pour des circuits critiques, le transfert est délicat et conduit souvent à des montages non-opérationnels.
- b) n'utiliser que des composants SOI sur films complètement déplétés, puisqu'ils sont moins sujets aux effets de substrat flottant.
- c) intégrer les défauts en conception, sans chercher à les corriger dans le composant, mais en les contournant par des techniques spécifiques de circuit.

Pour les deux dernières approches citées, il est nécessaire de développer des modèles de transistors SOI très précis, compacts et complets, c'est à dire prenant en compte l'ensemble des effets parasites. Ces modèles doivent être impérativement compatibles avec une simulation de circuit. Comme dans les cas des transistors sur substrat massif, les modèles de transistors SOI peuvent être classés selon différentes catégories.

Une première tendance consiste à ne modéliser que la région sous le seuil [15] [16] [17] car, dans ce cas, la distribution de potentiel n'est régie que par l'équation de Poisson qui peut être résolue analytiquement de manière bidimensionnelle dans le film silicium. Même si cette approche est précise et séduisante, elle ne concerne qu'un régime de fonctionnement particulier et est bien loin des modèles exhaustifs demandés par les concepteurs de circuits.

D'autres s'attachent à calculer analytiquement la valeur de la tension de seuil avec éventuellement la prise en compte d'effets "canaux courts" [18] [19] ou les effets des dépendances de la mobilité en fonction du champ électrique [20]. Ces approches déjà plus complètes ne sont pas suffisantes pour la simulation de circuit.

Des modèles un peu plus évolués ont été également développés à partir de l'approche "Charge-Sheet" [21] [22] [23], mais ils ne concernent que le fonctionnement statique et sont en outre basés sur des résolutions itératives [24] [25].

Dans le domaine dynamique, citons tout d'abord un modèle petit signal qui peut s'appliquer en conception d'amplificateurs analogiques [26]. Nous retenons également l'approche de Fossum [27] basée sur le contrôle par la charge et surtout, le modèle d'Iníguez [28]

très complet, continu grand et petit signal prenant en compte des effets du second ordre comme les variations de la mobilité en fonction du champ électrique ou les effets canaux courts. Cependant ce modèle reste basé sur l'approximation QS.

Dans les modèles plus récents, apparaît la prise en compte d'effets complexes [29] [30] [31] [32] comme l'auto-échauffement [33] et les dépendances de la mobilité en fonction de la température [34] ou les effets bipolaires parasites [35].

En revanche, aucun modèle MOS/SOI, à notre connaissance, ne prend en compte les effets NQS de propagation de charges. Or les composants SOI fonctionnent à des fréquences plus élevées que leur homologues sur substrat massif. D'où l'utilité de notre modèle, dont les caractéristiques seront définies aux paragraphes suivants.

Terminons en rappelant que cet aperçu n'est absolument pas exhaustif et qu'il existe autant de modèles qu'il existe d'architectures spécifiques de MOS/SOI. Citons à titre d'exemple l'émergence des dispositifs GAA (pour Gate All Around) qui ont fait leur apparition cette décennie [36] [37]. Ils fonctionnent sur la base d'une inversion en volume, puisque la grille entoure complètement la région du canal dont la section est très faible. Au moins deux modèles spécifiquement adaptés à ce type de dispositif ont déjà été proposés [38] [39].

Toute l'activité de modélisation compacte de dispositifs MOS/SOI fait face à une demande forte afin d'intégrer l'ensemble des effets physiques propres aux substrats SOI.

### III ) Description de notre nouveau modèle

Les objectifs qui ont guidé notre approche pour la modélisation NQS d'un transistor SOI sont les mêmes que ceux qui nous ont guidés pour la réalisation d'un modèle de transistor MOS sur substrat massif. Par contre, à la différence d'un transistor sur substrat massif, la conduction dans un SOI peut se faire, dans certains cas, par un canal en face arrière du dispositif. Notre analyse se limite au cas d'un film SOI complètement déplété. Les équations seront donc légèrement différentes de celles utilisées pour le modèle sur substrat massif. Notre approche est toujours basée sur une approximation de type "Charge-Sheet" adaptée au cas particulier du SOI [22] [40].

La figure - VI.3 présente une section de coupe schématique d'un transistor SOI. Le film silicium est divisé en tranches verticales, chacune contenant deux points de discrétisation. L'un à l'interface supérieure entre silicium et oxyde de silicium, l'autre à l'interface inférieure.

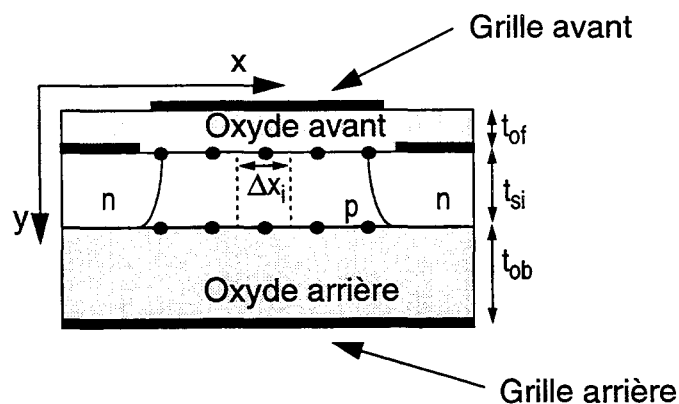


Figure - VI.3 : Coupe schématique d'un transistor SOI

### III - 1 ) Equation de Poisson

Dans chaque tranche verticale, avec l'approximation "Charge-Sheet", l'équation de Poisson peut être développée et intégrée sur un contour judicieusement choisi (de la même manière qu'au paragraphe III-1, chapitre V). Après simplification nous obtenons pour chaque tranche un système de deux équations (VI-1) faisant intervenir quatre inconnues qui sont:

- \*  $Q_{nf}(i)$ : densité surfacique de charge d'inversion autour du point  $i$  à l'interface supérieure.
- \*  $Q_{nb}(i)$ : densité surfacique de charge d'inversion autour du point  $i$  à l'interface inférieure.
- \*  $\phi_{sf}(i)$ : potentiel à l'interface supérieure, au nœud  $i$ .
- \*  $\phi_{sb}(i)$ : potentiel à l'interface inférieure, au nœud  $i$ .

$$\begin{aligned} Q_{nf_i} &= -C_{of} \cdot VG_f + C_{of} \cdot VFB_f - \frac{Q_{dep}}{2} + C_{of} \cdot \phi_{sf_i} + C_{dep} \cdot (\phi_{sf_i} - \phi_{sb_i}) + A_{lat}(i) \\ Q_{nb_i} &= -C_{ob} \cdot VG_b + C_{ob} \cdot VFB_b - \frac{Q_{dep}}{2} + C_{ob} \cdot \phi_{sb_i} + C_{dep} \cdot (\phi_{sb_i} - \phi_{sf_i}) + A_{lat}(i) \end{aligned} \quad (VI-1)$$

Le coefficient  $A_{lat}$  tient compte du potentiel latéral, ce qui permet d'aller au-delà de l'approximation du canal graduel,  $A_{lat}$  s'exprime par:

$$A_{lat}(i) = \frac{\epsilon_{si}}{dx} \cdot t_{si} \cdot \left[ \frac{\phi_{sf_i} - \phi_{sf_{i-1}} + \phi_{sb_i} - \phi_{sb_{i-1}}}{2dx} \right] + \frac{\epsilon_{si}}{dx} \cdot t_{si} \cdot \left[ \frac{\phi_{sf_i} - \phi_{sf_{i-1}} + \phi_{sb_i} - \phi_{sb_{i-1}}}{2dx} \right] \quad (VI-2)$$

$C_{of} = \epsilon_{ox}/t_{of}$  et  $C_{ob} = \epsilon_{ox}/t_{ob}$  sont respectivement les capacités d'oxyde avant et arrière.  $C_{dep} = \epsilon_{si}/t_{si}$  est la capacité de déplétion.  $V_{Gf}$  est la tension sur la grille supérieure et  $V_{FBf}$  est la tension de bande-plate associée. De même,  $V_{Gb}$  est la tension sur la grille inférieure et  $V_{FBb}$  est la tension de bande-plate associée. Enfin,  $Q_{dep} = q \cdot N_a \cdot t_{si}$  est la densité surfacique de charge de déplétion dans le film en silicium.

### III - 2 ) Equations de courant

A ces deux équations, il faut ajouter, pour fermer le système, deux équations constitutives de courant et deux équations de continuité de courant, les unes pour la face avant, les autres pour la face arrière. Nous ne donnerons ici que les équations pour la face avant sachant que celles destinées à la face arrière leur sont identiques aux indices "f" près que l'on remplacera par les indices "b". L'équation constitutive de courant est:

$$I_{Df_{i+\frac{1}{2}}} = \frac{\mu_f \cdot \frac{1}{2} \cdot W \cdot \phi_f}{\Delta x_i} \left( Q_{nf_{i+1}} \cdot \mathcal{B} \left( \frac{\phi_{sf_{i+1}} - \phi_{sf_i}}{\phi_f} \right) - Q_{nf_i} \cdot \mathcal{B} \left( \frac{\phi_{sf_i} - \phi_{sf_{i+1}}}{\phi_f} \right) \right) \quad (VI-3)$$



L'équation de continuité de courant est:

$$\frac{I_{Df}^{i+\frac{1}{2}, t+\Delta t} - I_{Df}^{i-\frac{1}{2}, t+\Delta t}}{\Delta x_i} = W \cdot \frac{Q_{nf, i, t+\Delta t} - Q_{nf, i, t}}{\Delta t} \quad (\text{VI-4})$$

### III - 3 ) Conditions aux limites

Le premier type de conditions aux limites proposé par Mallikarjun [40] consiste à résoudre un système de deux équations non-linéaires couplées. Dans ce système interviennent les potentiels de surface  $\phi_{sfD}$  et  $\phi_{sbD}$  pour le côté drain,  $\phi_{sfS}$  et  $\phi_{sbS}$  pour le côté source. La méthode proposée, basée sur le principe de la double bisection, est longue et ne converge pas forcément vers une solution unique. Une résolution de Newton-Raphson qui est plus efficace que la méthode de double bisection a également été essayée. Une étude précise de ces équations montre cependant que pour certaines conditions de polarisation, aucune solution mathématique n'existe et l'algorithme de résolution du système diverge. Ce principe a donc été écarté pour la recherche des conditions aux limites. C'est finalement une résolution numérique de l'équation de Poisson, selon un axe vertical en direction du substrat, qui a été choisie.

La figure - VI.4 représente la zone de source (ou de drain) pour laquelle une recherche des potentiels de surface  $\phi_{sfS}$  et  $\phi_{sbS}$  est entreprise.

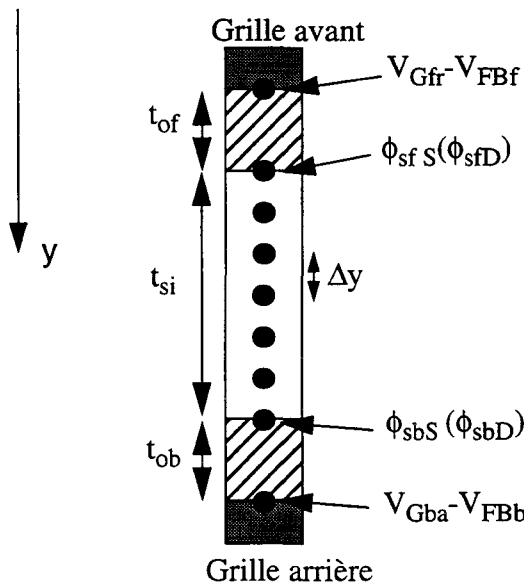


Figure - VI.4 : Discrétisation verticale pour le calcul des conditions aux limites

Une discrétisation verticale est réalisée. L'équation de Poisson:  $\delta(\epsilon(y).E(y))/\delta x = q(p(y)-n(y)-N_a(y))$  est intégrée sur ce maillage vertical. Cependant, l'approximation des pseudo-potentiels de Fermi est utilisée. On remplace donc dans cette équation les concentrations des porteurs  $n$  et  $p$  par leur expression en fonction du potentiel:

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{\phi_{f_i} - \phi_{fN}}{\phi_t}\right) \quad (VI-5)$$

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{\phi_{fP} - \phi_{f_i}}{\phi_t}\right)$$

où  $\phi_{fN}$  est le pseudo-potentiel de Fermi associé aux électrons:  $\phi_{fN} = \phi_f + V_{DS}$  et  $\phi_{fP}$  est le pseudo-potentiel de Fermi associé aux trous. Les trous ne participant pas à la conduction dans le canal, il résulte:  $\phi_{fP} = \phi_f = k.t/q.\ln(N_a/n_i)$ .

Cette approche plus rapide converge en une dizaine d'itérations alors que les méthodes de double bisection ou de Newton-Raphson nécessitent dans certains cas critiques une centaine d'itérations pour converger vers une solution souvent inacceptable. Une comparaison entre notre méthode complètement numérique et la méthode de double bisection est représentée figure - VI.5. Les résultats fournis par la méthode de double bisection sont directement tirés du papier de Mallikarjun et Bhat [40]. Le transistor SOI a les caractéristiques suivantes:

$t_{of} = t_{ob} = 0.115\mu\text{m}$	$t_{si} = 0.5\mu\text{m}$	$N_a = 10^{16}/\text{cm}^3$
$W=L=40\mu\text{m}$	$\mu_0=500\text{cm}^2/\text{V.S}$	$V_{FBf} = V_{FBb} = 0\text{V}$
$V_{Gf} = 10\text{V}$	$V_{Gb} = 5\text{V}$	

Il est clair que la différence fournie par notre approche est négligeable en comparaison des valeurs fournies par la méthode de la double bisection.

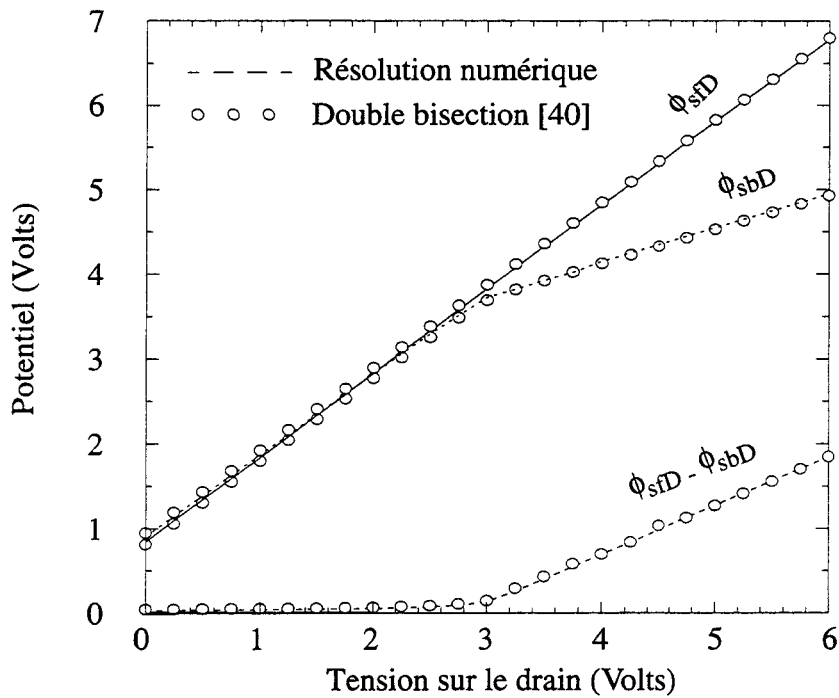


Figure - VI.5 : Comparaison entre l'évolution des potentiels de surface côté drain en fonction de la tension sur le drain  $V_{DS}$  pour les deux méthodes de calcul des conditions aux limites

### III - 4 ) Méthodes numériques

Si la discrétisation horizontale est faite sur  $N_p$  nœuds, le système comporte  $4*N_p$  équations. La matrice n'a malheureusement plus la forme tri-diagonale qui permet une optimisation du pivot de Gauss. C'est donc un pivot de Gauss complet qui est réalisé. Comme dans le cas du transistor sur substrat massif, le modèle est écrit en langage C et appelé par le simulateur de circuit ELDO. L'organigramme de la figure - VI.6 permet de mieux comprendre comment s'imbrique notre modèle compact dans le simulateur de circuit. Enfin, comme dans le cas du transistor sur substrat massif, les dépendances de la mobilité en fonction du champ électrique sont prises en compte [41] [42].

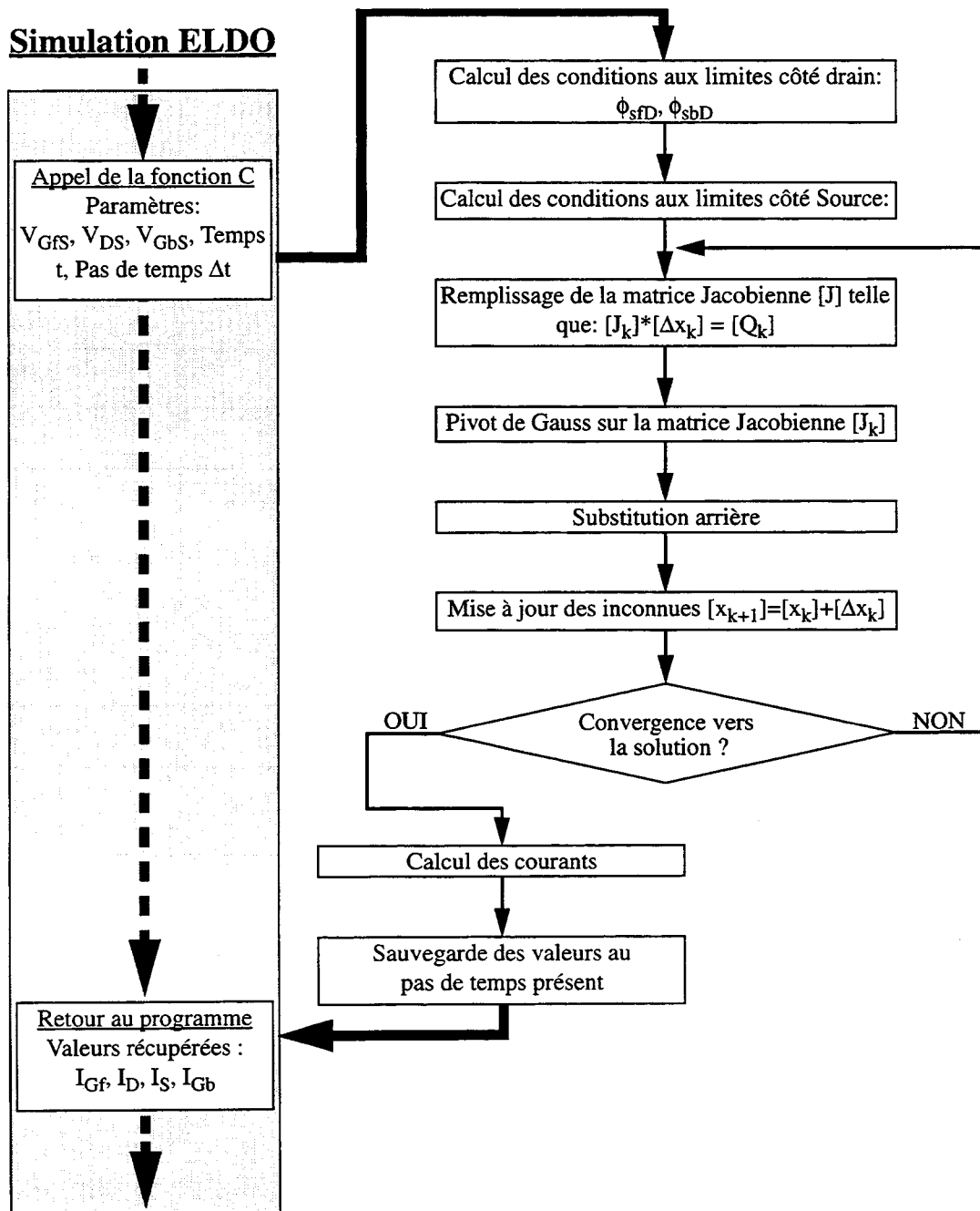


Figure - VI.6 : Schéma d'appel du modèle dans l'environnement du simulateur

### III - 5 ) Récapitulation des paramètres et de leur valeur

L'ensemble des paramètres utilisés dans le modèle est récapitulé dans le tableau VI.1. Les valeurs que nous avons le plus couramment utilisées sont rappelées pour information.

Paramètres	Unités	Description	Valeur
$\epsilon_{si}$	F/cm	Permittivité diélectrique du silicium	$11.6*8.85.10^{-14}$
$\epsilon_{ox}$	F/cm	Permittivité diélectrique de l'oxyde	$3.9*8.85.10^{-14}$
$C_{of}$	F/cm <sup>2</sup>	Capacité d'oxyde avant par unité de surface	$\epsilon_{ox}/t_{of}$ où $t_{of}$ est donné par le procédé
$C_{ob}$	F/cm <sup>2</sup>	Capacité d'oxyde arrière par unité de surface	$\epsilon_{ox}/t_{ob}$ où $t_{ob}$ est donné par le procédé
$t_{si}$	cm	Epaisseur du film silicium	Donnée par le procédé
$L_{eff}$	cm	Longueur effective du canal	Donnée par le procédé
$\phi_t$	V	Tension thermique	0.0258
$\mu_0$	cm <sup>2</sup> /VS	Mobilité intrinsèque	580
$p_1$	sans unité	Exposant dans l'expression de la mobilité	2
$p_2$	sans unité	Exposant dans l'expression de la mobilité	3
$E_{crit1}$	V/cm	Champ électrique critique vertical	$0.15*10^5$
$E_{crit2}$	V/cm	Champ électrique critique horizontal	$1.92*10^5$
$N_a$	1/cm <sup>3</sup>	Concentration en dopant	Donnée par le procédé
$a_\mu$	sans unité	Paramètre de mobilité	0

Tableau VI.1 : Paramètres du modèle

### IV ) Résultats sur des dispositifs élémentaires

Dans cette partie, une série de comparaisons entre des résultats obtenus avec notre modèle et des simulations bidimensionnelles sera fournie. La figure - VI.7 présente des résultats de comparaison dans le cas d'une mise en conduction en 100ps sur un dispositif de

longueur effective  $2.2\mu\text{m}$  et de largeur  $2.6\mu\text{m}$ . La tension  $V_{\text{DS}}$  est faible, le transistor travaille en régime linéaire. Les paramètres technologiques, relatifs au transistor utilisé, sont rappelés systématiquement dans l'encart à droite de la figure.

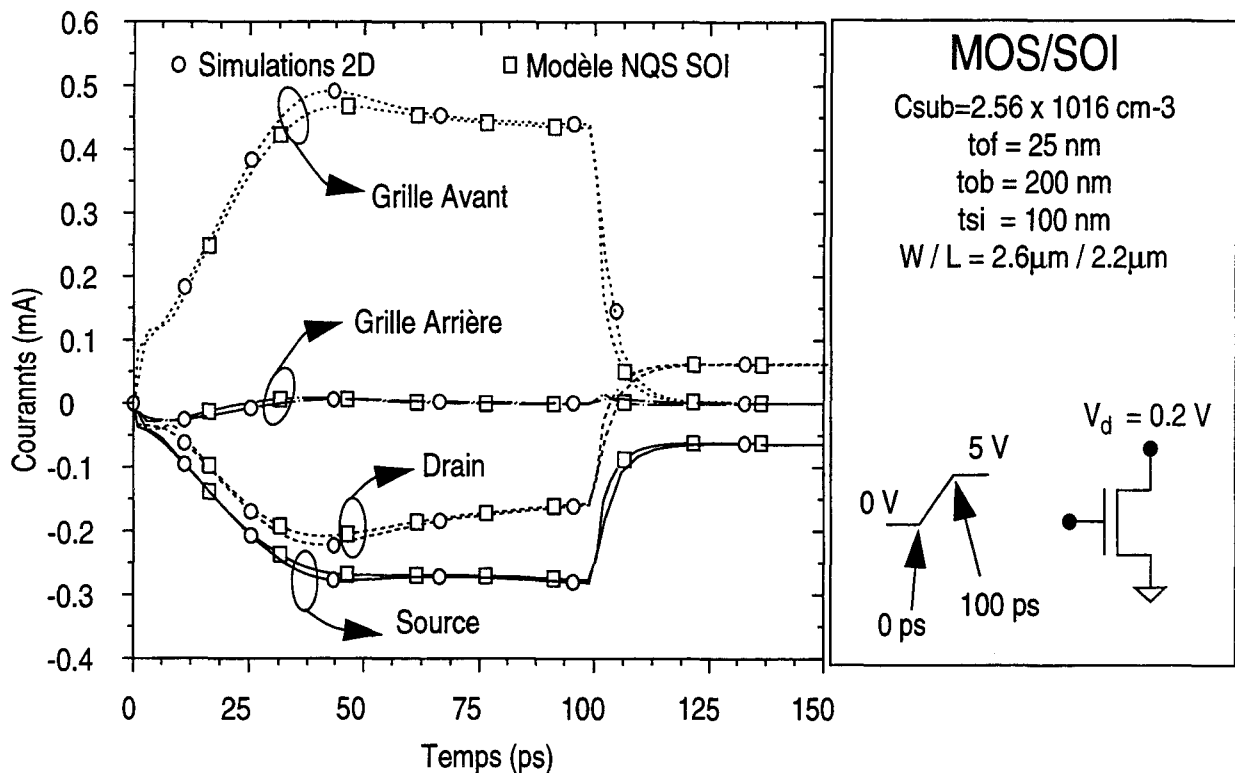


Figure - VI.7 : Variations des courants pour une mise en conduction du transistor SOI

Les résultats fournis par notre modèle suivent les variations continues de la simulation bidimensionnelle et sont en bon accord. Le courant ne répond pas de manière instantanée à l'excitation appliquée sur la grille, mais démontre un délai caractéristique du temps de charge du canal.

Les mêmes remarques peuvent être faites pour la figure - VI.8 qui présente les variations des courants dans le cas de la coupure du transistor, en régime de saturation et pour la figure - VI.9 qui présente les variations des courants dans le cas d'une coupure du transistor en régime linéaire.

Quelque soit le type de simulation, le courant de grille arrière prédit par le simulateur bidimensionnel est en bon accord avec le courant calculé par notre modèle. Ce courant dépend d'un couplage direct entre grille avant et grille arrière lorsque la charge d'inversion a disparu.

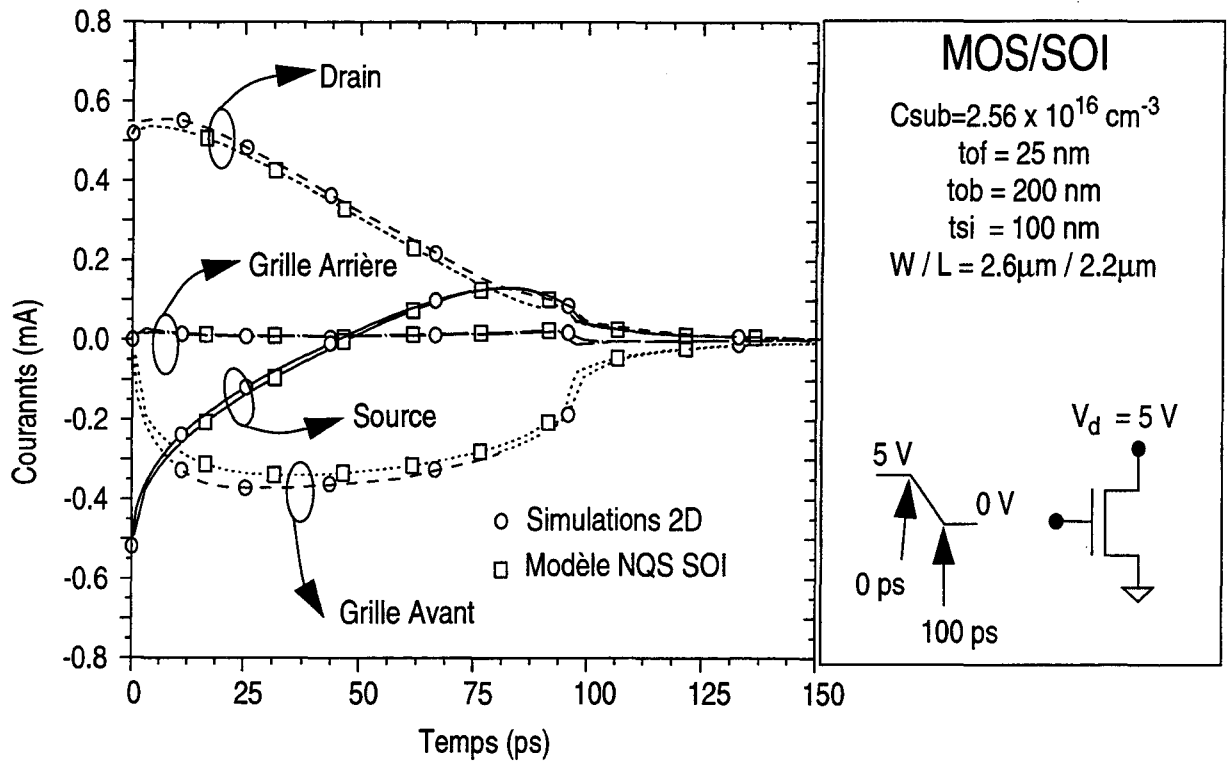


Figure - VI.8 : Variations des courants lors de la coupure du transistor en régime saturé

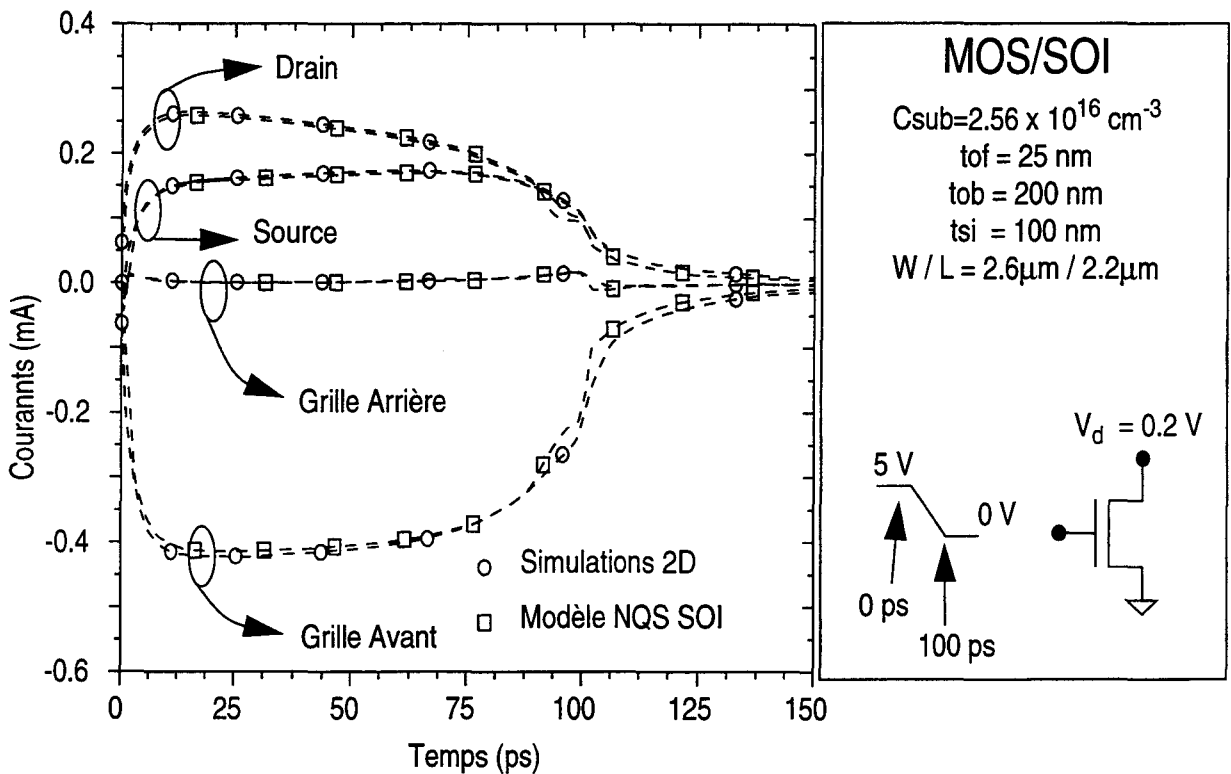


Figure - VI.9 : Variations des courants lors de la coupure du transistor en régime linéaire

## V) Analyse d'interrupteurs analogiques

Le circuit étudié dans ce paragraphe a été décrit dans les chapitres précédents, il est rappelé figure - VI.10.

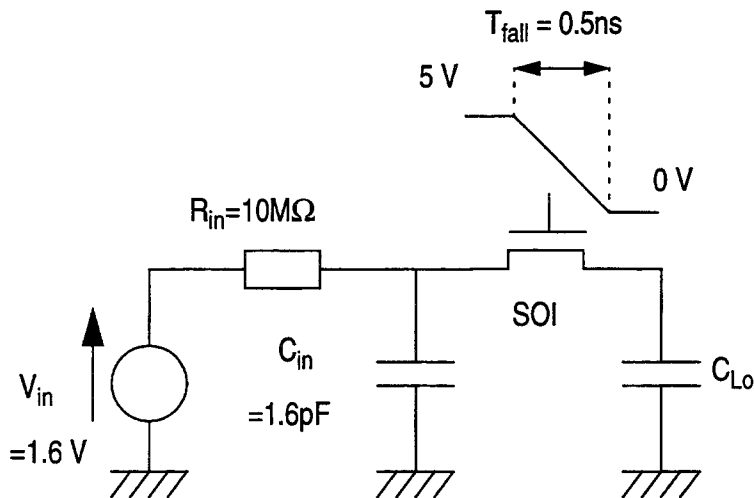


Figure - VI.10 : Montage de base permettant l'étude du partage de charges dans les interrupteurs analogiques basés sur des dispositifs MOS-SOI

Le transistor de coupure possède toujours les mêmes paramètres technologiques que ceux décrits dans la section précédente. Nous donnons, pour illustration, les réponses transitoires en courant consécutives à une coupure du transistor interrupteur.

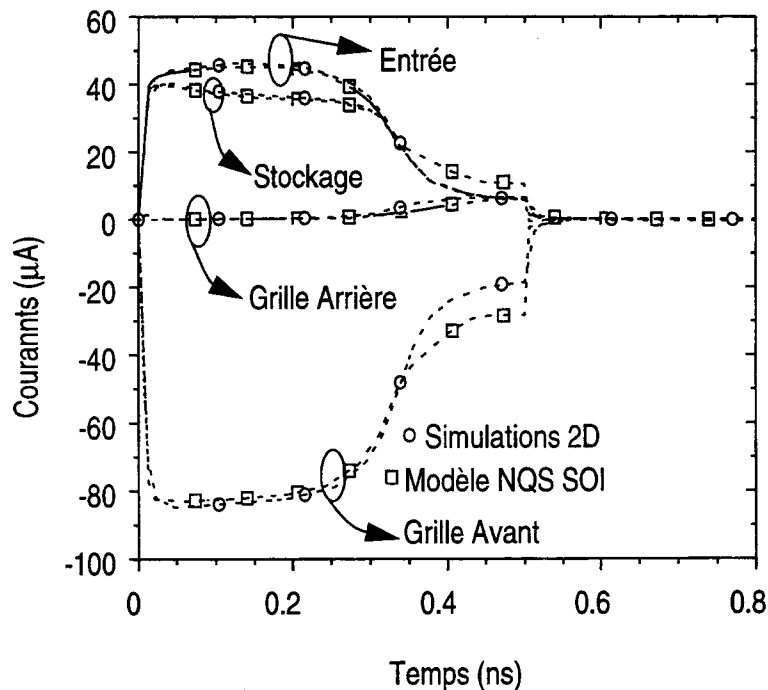


Figure - VI.11 : Evolution des courants durant la coupure du transistor interrupteur pour un rapport de capacité  $C_{LO}/C_{in}=0.1$

Que ce soit pour un rapport de capacité  $C_{LO}/C_{in} = 0.1$  (figure - VI.11) ou  $C_{LO}/C_{in} = 1$  (figure - VI.12), les résultats entre simulation mixte bidimensionnelle et notre modèle sont identiques pour des tensions de grilles supérieures à la tension de seuil et diffèrent légèrement, lorsque la tension de grille avant devient inférieure à la tension de seuil.

Pour la figure - VI.12 les courants d'entrée et de stockage sont identiques. Ce résultat était prévisible puisque pour des transitoires rapides de la tension de grille avant, la constante de temps  $R_{in} * C_{in}$  est bien supérieure au temps de descente. Dans ce cas, le canal est isolé de la source de tension et la distribution des porteurs mobiles devient parfaitement symétrique.

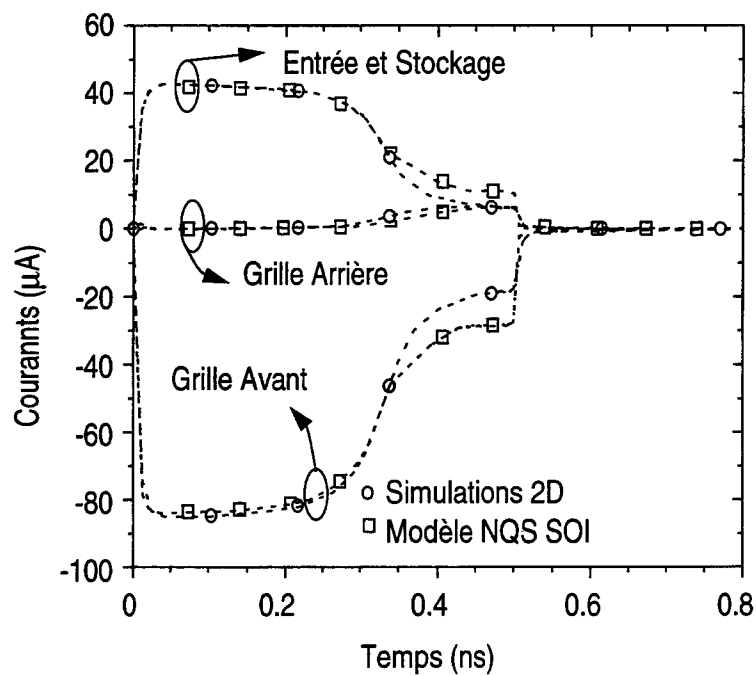
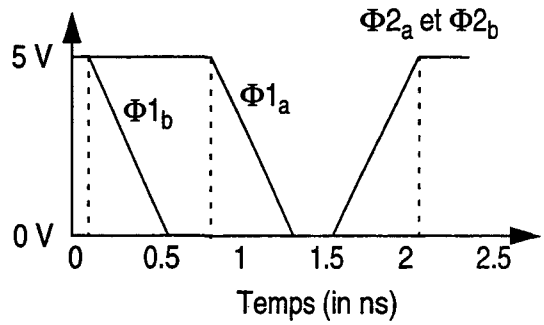
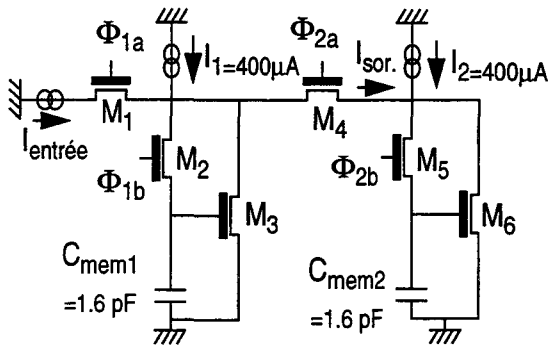


Figure - VI.12 : Evolution des courants durant la coupure du transistor interrupteur pour un rapport de capacité  $C_{LO}/C_{in}=1$

## VI ) Analyse d'une mémoire de courant

Le principe de fonctionnement de la mémoire de courant a été largement développé au paragraphe (V - 3 - a) du chapitre V. Le schéma du circuit utilisé pour la simulation est appelé figure - VI.13 par commodité.





$(W/L)_{1,4} = 15\mu\text{m}/1.2\mu\text{m}$   
 $(W/L)_{2,5} = 3\mu\text{m}/1.2\mu\text{m}$   
 $(W/L)_{3,6} = 36\mu\text{m}/2.1\mu\text{m}$

Figure - VI.13 : Schéma de principe de la mémoire de courant et diagramme des phases d'horloge

A titre d'illustration, la figure - VI.14 donne l'évolution, en fonction du temps, du courant dans le transistor M3 pour un cycle d'acquisition et de restitution. Une erreur qui est due en partie aux effets NQS est clairement observable sur cette figure.

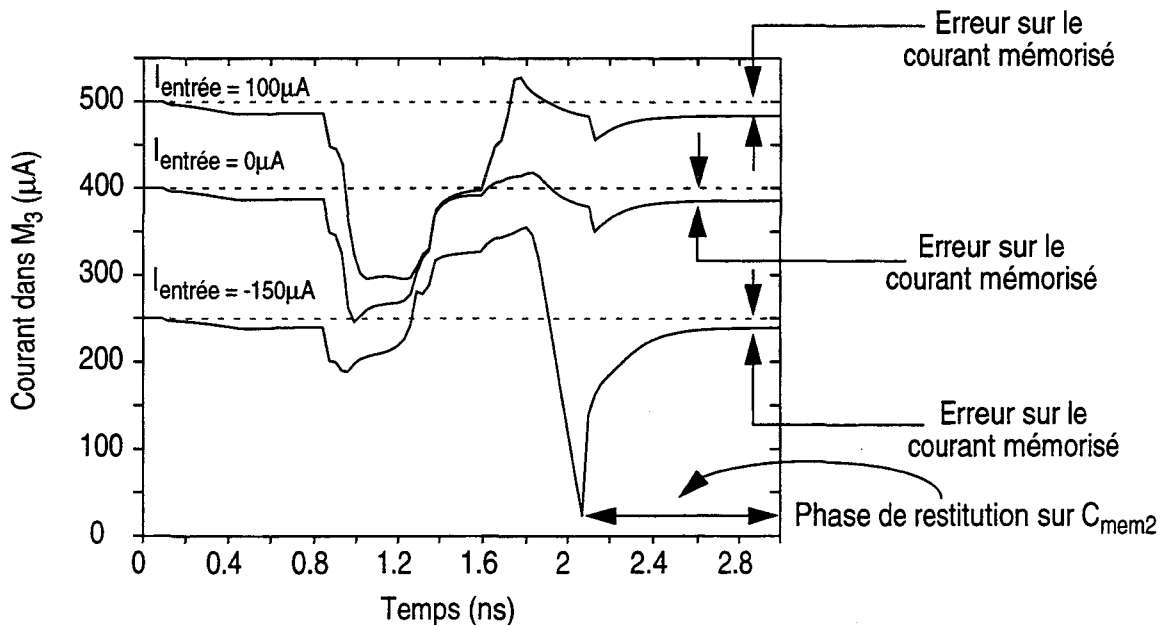


Figure - VI.14 : Variation transitoire du courant dans le transistor M3 au cours d'un cycle d'acquisition/restitution pour différentes valeurs du courant d'entrée

La mémoire de courant simple présentée figure - VI.13 a été simulée avec des transistors MOS-bulk ayant les mêmes caractéristiques statiques et les mêmes dimensions que nos MOS-SOI. L'un des modèles MOS-bulk est le modèle NQS décrit au chapitre précédent,

l'autre est la version QS du modèle BSIM3. Plusieurs simulations ont été réalisées avec des valeurs de courant d'entrée différentes. L'erreur absolue relevée sur le courant de sortie a été reportée sur le graphe de la figure - VI.15 et comparée à l'erreur estimée par les mémoires de courant réalisée avec des MOS-bulk.

Les trois modèles ayant les mêmes caractéristiques électriques et géométriques, il n'est pas surprenant de constater que les deux versions NQS donnent la même erreur sur le courant de sortie. Au contraire, la version QS sur-estime ou sous-estime l'erreur selon la valeur du courant d'entrée.

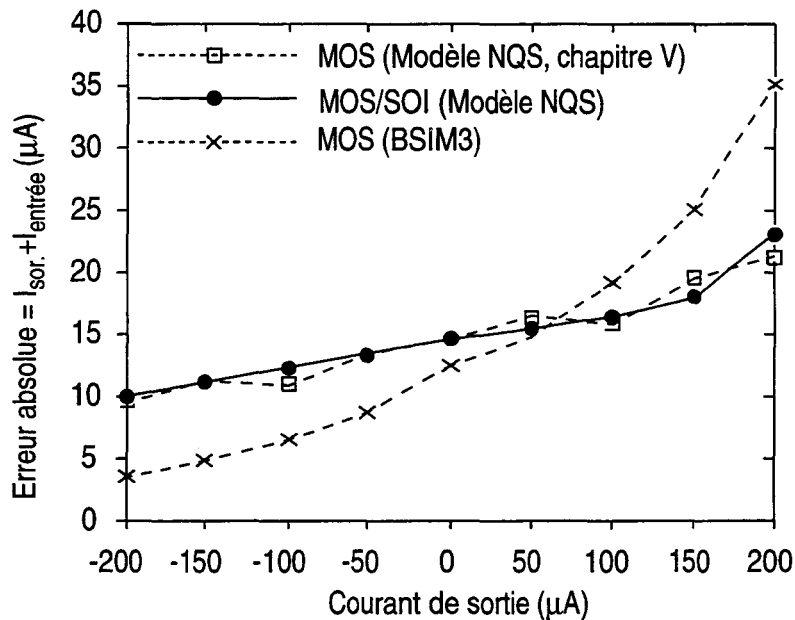


Figure - VI.15 : Erreur absolue sur le courant de sortie de la mémoire de courant simple, en fonction de la valeur du courant d'entrée pour trois modèles de transistors ayant les mêmes dimensions et les mêmes caractéristiques statiques

## VII ) Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées les principales approches de modélisation de transistors MOS sur substrats isolants (MOS/SOI). Un nouveau modèle de transistor MOS/SOI NQS, basé sur une résolution numérique unidimensionnelle de l'équation de Poisson et des équations de transport dans les canaux avant et arrière, a été décrit. Ce modèle compact pour transistors complètement déplétés est précis car il intègre :

- les effets de propagation de charges dans le canal
- la conduction dans les canaux avant et arrière
- les effets du champ électrique longitudinal (au delà de l'approximation du canal graduel)
- les dépendances de la mobilité en fonction du champ électrique

Valide dans tous les régimes de fonctionnement et programmé en langage C, ce modèle est utilisable par le simulateur ELDO et permet de réaliser des simulations de circuits. Proche de la physique, il est simple et ne requiert qu'une quinzaine de paramètres pour son fonctionnement.

Successivement testé sur des dispositifs uniques, des fonctions analogiques de base, et finalement sur des circuits complets de mémoire de courant, il a prouvé sa validité. En comparaison de simulations bidimensionnelles, il atteint la même précision avec un gain en temps de calcul incontestable.

Qualitativement comparé à la version QS du modèle BSIM3 et au modèle NQS de MOS sur substrat massif développé au chapitre V, il présente une bonne prédiction du partage de charge dans les interrupteurs analogiques, et une bonne estimation des délais de réponse ou des temps de retard introduits par un circuit.

A notre connaissance c'est le premier modèle compact de transistor MOS/SOI intégrant les effets NQS. L'émergence de circuits de plus en plus complexes, en technologies SOI, le rend particulièrement utile.

## Références Bibliographiques (Chapitre VI)

---

- [1] J. A. Appels, E. Kooi, M. M. Paffen, J. J. H. Schatorji and W. W. C. Verkuylen, "Local Oxidation of Silicon and its Application in Semi-Conductor Device Technology", *Philips Research Report*, Vol. 25, No. 2, pp. 118-132, 1970
- [2] J. C. H. Hui, T. Y. Chiu, S. W. S. Wong and W. G. Oldham, "Sealed-Interface Local Oxidation Technology", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 29, No. 4, pp. 554-561, avril 1982
- [3] K. Y. Chiu, J. L. Moll, K. M. Cham, J. Lin, C. Lage, S. Angelos and R. L. Tillman, "The Sloped-Wall SWAMI-A defect-free zero bird's beak local oxidation process for Scaled VLSI Technology", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 30, No. 11, pp. 1506-1511, novembre 1983
- [4] G. De Cremoux, E. Dubois, S. Bardy and J. Lebailly, "Simulations and Measurements of Cross-Talk Phenomena in BiCMOS Technology for Hard Disk Drives", *Proceedings of IEDM'96, San Francisco december 1996*, to be published
- [5] J. P. Colinge, "Silicon-On-Insulator Technology: Material to VLSI", *Kluwer Academic Publishers*, 1991
- [6] S. Veeraraghavan and J. G. Fossum, "Short-Channel Effects in SOI MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 36, pp. 522-528, 1989
- [7] J. P. Colinge, "Hot-Electron Effects in Silicon-On-Insulator n-Channel MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-34, pp. 2173-2177, 1987
- [8] J. Tihanyi and H. Schlötterer, *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 22, p. 1017, 1975
- [9] J. R. Davis, A. E. Glaccum, K. Reeson and P. L. F. Hemment, *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 7, p. 570, 1986
- [10] H. K. Lim and J. G. Fossum, "Threshold Voltage of Thin-Film Silicon-on Insulator (SOI) MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-30, No. 10, pp. 1244-1251, octobre 1983
- [11] Rump session animée par S. Iyer and S. Cristoloveanu, "What Do We Do for Floating Body, Hot Electron and other Effects in Circuit Design ?", *1996 IEEE International SOI Conference*, Fort Myers-USA, 1996
- [12] R. H. Yan, A. Ourmazd and K. F. Lee, "Scaling the Si MOSFET: From Bulk to SOI to Bulk", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 39, No. 7, pp. 1704-1710, juillet 1992
- [13] S. C. Kuehne, A. Chan, C. T. Nguyen and S. S. Wong, "Deep Sub-micron SOI MOSFET With Buried Body Strap", *1996 IEEE International SOI Conference*, Fort Myers-USA, 1996
- [14] F. Deng, R. A. Johnson, W. B. Dubbelday, G. A. Garcia, P. M. Asbeck and S. S. Lau, "Deep Silicidation Using Nickel for Suppressing the Floating Body Effect in Partially Depleted SOI-MOSFET", *Proceedings 1996 IEEE International SOI conference*, pp. 78-79, octobre 1996

- [15] J. C. S Woo, K. W. Terrill and P. K. Vasudev, "Two-Dimensional Analytic Modeling of Very Thin SOI MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 37, No. 9, pp. 1999-2005, septembre 1990
- [16] K. K. Young, "Analysis of Conduction in Fully Depleted SOI MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 36, No. 3, pp. 504-506, mars 1989
- [17] A. O. Conde and J. G. Fossum, "Subthreshold Behavior of Thin-Film LPCVD Polysilicon MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-33, No. 10, pp. 1563-1571, octobre 1986
- [18] K. K. Young, "Short-Channel Effect in Fully Depleted SOI MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 36, No. 2, pp. 399-402, février 1989
- [19] V. Aggarwal, M. K. Khanna, R. Sood, S. Haldar and R. S. Gupta, "Analytical Two-Dimensional Modeling for Potential Distribution and Threshold Voltage of the Short-Channel Fully Depleted SOI (Silicon-On-Insulator) MOSFET", *Solid-State Electronics*, Vol. 37, No. 8, pp. 1537-1542, 1994
- [20] V. Aggarwal, R. S. Gupta, "A 2D Analytic Field-Dependent-Mobility Model for the I-V Characteristics of Thin Film Fully-Depleted SOI MOSFET's", *Solid-State Electronics*, Vol. 38, No. 1, pp. 261-264, 1995
- [21] H. K. Lim and J. G. Fossum, "Current-Voltage Characteristics of Thin-Film SOI MOSFET's in Strong Inversion", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-31, No. 4, pp. 401-408, avril 1984
- [22] A. O. Conde, F. J. Garcia, P. E. Schmidt and A. S. Neto, "The Foundation of a Charge-Sheet Model for the Thin-Film MOSFET", *IEEE Solid-State Electronics*, Vol. -31, No. 10, pp. 1497-1500, 1988
- [23] J. B. McKitterick and A. L. Caviglia, "An Analytic Model for Thin SOI Transistors", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 36, No. 6, pp. 1133-1138, juin 1989
- [24] M. Tack, C. Claeys and G. Declerck, "An analytical Model for the MISIS Structure in SOI MOS Devices", *IEEE Solid-State Electronics*, Vol. 33, No. 3, pp. 357-364, 1990
- [25] M. Schubert, B. Höfflinger and R. P. Zingg, "A One-Dimensional Analytical Model for the Dual-Gate-controlled Thin-Film SOI MOSFET", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 12, No. 9, pp. 489-491, septembre 1991
- [26] P. C. Yang and S. S. Li, "Analysis of Current-Voltage Characteristics of Fully Depleted SOI MOSFET's", *IEEE Solid-State Electronics*, Vol. 36, No. 5, pp. 685-692, 1993
- [27] H. K. Lim and J. G. Fossum, "A Charge-Based Large Signal Model for Thin-Film SOI MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-32, No. 2, pp. 446-457, février 1985
- [28] B. Iñíguez, L. F. Ferreira, B. Gentinne and D. Flandre, "A Physically-Based  $C_{\infty}$ -Continuous Fully Depleted SOI MOSFET MODEL for Analog Application", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 43, No. 4, pp. 568-575, avril 1996

- [29] K. A. Jenkins, J. Y. C. Sun and J. Gautier, "History Dependence of Output Characteristics of Silicon-On-Insulator (SOI) MOSFET's", *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 17, No. 1, pp. 7-9, octobre 1994
- [30] W. S. Choi, F. Assaderaghi, Y. J. Park, H. S. Min, C. Hu and R. W. Dutton, "Simulation of Deep Submicron SOI N-MOSFET Considering the Velocity Overshoot Effect", *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 16, No. 7, pp. 333-335, juillet 1995
- [31] A. Wei and D. A. Antoniadis, "Measurement of Transient Effects in SOI DRAM/SRAM Access Transistors", *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 17, No. 5, pp. 193-195, mai 1996
- [32] M. M. Pelella, J. G. Fossum, D. Suh, S. Krishnan, K. A. Jenkins and M. J. Hargrove, "Low-Voltage Transient Bipolar Effect Induced by Dynamic Floating-Body Charging in Scaled PD/SOI MOSFET's", *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 17, No. 5, pp. 196-198, mai 1996
- [33] L. T. Su, D. A. Antoniadis, N. D. Arora, B. S. Doyle and D. B. Krakauer, "SPICE Model and Parameters for Fully-Depleted SOI MOSFET's Including Self-Heating", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 15, No. 10, octobre 1994
- [34] S. Scheinert, G. Paasch and D. Schipanski, "Analytical Model and Temperature Dependence of the Thin Film SOI FET", *Solid-State Electronics*, Vol. 38, No. 5, pp. 949-959, 1995
- [35] Y. G. Chen, J. B. Kuo and R. W. Dutton, "An Analytical Drain Current Model for Short-Channel Fully-Depleted Ultrathin Silicon-On-Insulator NMOS Devices", *Solid-State Electronics*, Vol. 38, No. 12, pp. 2051-2057, 1995
- [36] J. P. Colinge, M. H. Gao, A. R. Rodríguez, H. Maes and C. Claeys, "Silicon-On-Insulator 'Gate-All-Around' Device", *Proceedings of IEDM'90*, pp. 595-598, decembre 1990
- [37] F. Balestra, S. Cristoloveanu, M. Benachir, J. Brini and T. Elewa, "Double-Gate Silicon-On-Insulator Transistor with Volume Inversion: A New Device with Greatly Enhanced Performance", *IEEE Electron Device Letters*, Vol. EDL-8, No. 9, septembre 1987
- [38] P. Francis, A. Terao, D. Flandre and F. Van de Wiele, "Moderate Inversion Model of Ultrathin Double-Gate nMOS/SOI Transistor", *Solid-State Electronics*, Vol. 38, No. 1, pp. 171-176, 1995
- [39] P. Francis, A. Terao, D. Flandre and F. Van de Wiele, "Modeling of Ultrathin Double-Gate nMOS/SOI Transistor", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 41, No. 5, pp. 715-719, mai 1994
- [40] C. Mallikarjun and K. N. Bhat, "Numerical and Charge Sheet Models for Thin-Film SOI MOSFET's", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 37, No. 9, pp. 2039-2051, septembre 1990
- [41] C. G. Sodini, P. K. Ko and J. L. Moll, "The Effect of High Fields on MOS Device and Circuit Performance", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-31, No. 10, octobre 1984
- [42] S. C. Sun and J. D. Plummer, "Electron Mobility in Inversion and Accumulation Layers on Thermally Oxidized Silicon Surfaces", *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. ED-27, No. 8, août 1980

# Conclusion

---

Un meilleur contrôle des procédés de fabrication, et une connaissance approfondie de la physique des composants ont permis l'augmentation de la fréquence de fonctionnement des circuits électroniques. De plus, un développement récent d'architectures basées sur des interrupteurs MOS ou MOS/SOI analogiques a été observé. Pour ces deux raisons, l'approche traditionnelle de modélisation de dispositifs basée sur les hypothèses quasi-statiques ne suffit plus. C'est pourquoi l'objectif de ce travail a été d'affiner les résultats obtenus en simulation, d'une part en améliorant la modélisation des dispositifs existants et d'autre part, en créant de nouveaux modèles suffisamment fiables et rapides afin de prendre en compte les phénomènes non-quasi-statiques en simulation de circuits.

Quand la complexité des circuits est faible, une simulation mixte de dispositif/circuit peut être entreprise et permet une étude précise de l'influence des phénomènes NQS. C'est pour cette raison que les trois premiers chapitres de ce mémoire ont présenté le développement d'un simulateur bidimensionnel mixte permettant de faire l'étude électrique transitoire de dispositifs couplée à une simulation de circuit.

Le simulateur développé est basé sur une résolution à deux dimensions de l'équation de Poisson et des équations de dérive-diffusion provenant du formalisme de transport électronique. Ces équations ainsi que les modèles associés ont été détaillés dans le premier chapitre.

Le deuxième chapitre a discuté des méthodes numériques permettant la résolution de telles équations et a présenté la méthode choisie. Les équations sont discrétisées sur un maillage rectangulaire associé au principe des "différences finies". Une méthode couplée de Newton-Raphson permet la résolution du système d'équations non-linéaires obtenu suite à la discrétisation. La dimension conséquente des matrices résultantes nécessite, pour leur inversion, l'emploi d'une méthode de gradients conjugués associée à un conditionnement. C'est, d'une part, la nécessité de prendre en compte les termes dépendant du temps dans les équations de dérive-diffusion et d'autre part, les développements déjà effectués précédemment sur le simulateur qui ont orienté les choix définis ci-dessus.

Dans le troisième chapitre, les conditions aux limites particulières imposées dans le cadre d'une simulation mixte ont été détaillées. La possibilité d'associer des sources de tension, des résistances, des capacités et éventuellement des dispositifs actifs a été illustrée sur trois exemples simples. Un inverseur RTL, un Buffer BiNMOS et une porte ECL ont été successivement étudiés et mettent en exergue les différentes perspectives que l'on peut attendre de telles simulations. Ce chapitre se termine par une étude détaillée du partage de charge dans les interrupteurs analogiques et montre la sensibilité de ce type d'architecture aux phénomènes NQS.

Quand la complexité des circuits est élevée, le recours aux simulations mixtes bidimensionnelles ou tridimensionnelles est trop coûteux en temps de calcul. Il est alors nécessaire, si les phénomènes NQS doivent être pris en compte, de développer des modèles compacts utilisables en simulation de circuits et suffisamment proches de la physique pour rendre compte de ces phénomènes. C'est ce qui a été proposé dans les trois derniers chapitres de cette thèse.

En ce qui concerne les transistors bipolaires, différentes approches de modélisation développées jusqu'à maintenant ont été discutées dans le quatrième chapitre. L'amélioration d'un modèle de transistor bipolaire NQS a été ensuite présentée. Pour ce modèle, les équations de transport dans la région quasi-neutre de base sont résolues analytiquement en utilisant le formalisme de Laplace. Un développement poussé de l'expression des courants d'émetteur et de collecteur en puissance de "s" (la variable de Laplace) permet d'obtenir une meilleure définition des effets NQS. Ce nouveau modèle, utilisé avec le simulateur de circuits ELDO, apporte en grand signal un gain en précision sur les délais de portes logiques. De plus, en petit signal, il permet une estimation plus fine de l'évolution en fonction de la fréquence des paramètres caractéristiques.

Dans le cinquième chapitre ont été présentées succinctement les différentes approches permettant la modélisation de transistors MOS. Un nouveau modèle compact, numérique et NQS a été détaillé. Ce modèle propose une résolution rapide pseudo-bidimensionnelle de l'équation de Poisson et des équations de transport. Proche de la physique, il ne comporte qu'une dizaine de paramètres. Écrit en langage C et appelé par un simulateur distribué commercialement (ELDO), ce modèle est opérationnel à des fins de simulation de circuits. Appliqué à la simulation d'interrupteurs analogiques et de mémoires de courant, sa précision a été comparée d'une part aux simulations bidimensionnelles, d'autre part au modèle bien connu BSIM3. Ce chapitre se termine par la présentation de quelques aspects touchant à la convergence du modèle.

Finalement, le sixième chapitre a décrit un modèle NQS de transistor MOS/SOI, le premier à notre connaissance. Basé également sur une résolution pseudo-bidimensionnelle des équations de Poisson et de dérive-diffusion, ce modèle peut prendre en compte une conduction en face avant mais également en face arrière du dispositif. Ce modèle a été comparé quantitativement aux simulations bidimensionnelles de dispositifs et qualitativement aux modèles de MOS-bulk NQS et QS. Le gain en précision et la rapidité nécessaire pour envisager son utilisation en simulation de circuits ont été établis. Les simulations sur la mémoire de courant en fin de ce chapitre en sont une illustration.

La modélisation NQS, déjà explorée pour les transistors bipolaires ou les transistors MOS-bulk, n'en n'est qu'à ses balbutiements concernant les dispositifs MOS/SOI. Or, les dispositifs sur isolant voient leur champ d'application s'agrandir en relation avec les contraintes de faibles consommations et de hautes-fréquences. Ce travail ouvre quelques perspectives nouvelles qui vont être détaillées ici.

\* Les effets du partage de charges dans les interrupteurs analogiques sont majoritairement décelables en statique. Une mesure des tensions obtenues en fin de commutation, comparée aux tensions attendues, permet d'évaluer a posteriori la répartition de charge. Par contre, il serait particulièrement intéressant d'observer les formes d'ondes des grandeurs électriques au cours d'une commutation. Cependant, afin d'identifier par la mesure les phénomènes NQS en régime transitoire, les temps caractéristiques des signaux de commandes doivent être particulièrement courts. Des mesures dans ces conditions requièrent beaucoup de précautions et un matériel spécifique. Les perspectives d'application de MOS/SOI dans le domaine des micro-ondes pourraient permettre la réalisation de telles mesures [1].



\* Les dispositifs les plus sujets aux effets NQS sont les dispositifs dits "longs". En micro-électronique, les composants dont les diminutions en taille ne suivent pas la tendance générale sont les composants de puissance. En effet, pour des raisons évidentes de dissipation thermique et de tenue en tension, la taille des dispositifs de puissance reste relativement constante tandis que les circuits de commande voient leurs fréquences de fonctionnement augmenter. Pour ces deux raisons, les composants de puissance vont être particulièrement sensibles aux effets NQS. L'autre problème qui touche les composants de puissance est leur échauffement. C'est pourquoi, moyennant la prise en compte des effets thermiques, un modèle NQS du type de ceux présentés dans ce travail serait intéressant. Un tel modèle pourrait également être utile pour la simulation de l'auto-échauffement dans les dispositifs MOS/SOI.

\* Pour terminer ces perspectives d'amélioration des modèles, il serait nécessaire de prendre en compte les effets de génération recombinaison et les phénomènes de dégradation par porteurs chauds [2] [3] [4]. Ils sont induits par la réduction des dimensions et responsables de décalages progressifs de la tension de seuil par accumulation de charges à l'interface entre l'oxyde de silicium et le silicium [5]. Ils occasionnent de surcroît des courants dans le substrat pour les dispositifs MOS-bulk ou des effets de substrat flottant pour les dispositifs MOS/SOI.

A plus long terme, au regard des aspects de plus en plus tridimensionnels des nouveaux composants [6] et face à l'importance grandissante que prennent les effets du second ordre, il devient intéressant de développer un simulateur mixte dispositif/circuit tridimensionnel. Cependant, il apparaît peu judicieux de baser ce nouveau simulateur uniquement sur les méthodes statistiques contenues dans l'équation de Boltzmann. D'une part, en raison des petites dimensions futures des dispositifs, le nombre de particules considéré ne constituera plus un échantillon statistique correct. D'autre part, parce que les effets quantiques dans ces structures seront prédominants. La simulation, telle que nous la connaissons, permettra selon Fjeldly de modéliser des composants dont les dimensions caractéristiques seront en supérieures à  $0.1\mu\text{m}$  [7]. Les premiers circuits industriels en technologie  $0.35\mu\text{m}$  sont déjà sur le marché, ce qui veut dire que les dimensions dont parle Fjeldly seront atteintes d'ici 5 à 10 ans en milieu industriel. Il devient urgent de trouver d'autres formalismes de simulation. En misant sur l'accroissement des possibilités de calcul, on pourrait s'orienter vers des solutions quantiques simplifiées. Cela nécessite évidemment un effort de recherche en physique fondamentale, mais dans certaines conditions, des résolutions couplées de l'équation de Poisson et de l'équation de Schrödinger sont déjà proposées [8].

Pour terminer ce rapport, il convient de souligner que la simulation physique se cantonne généralement au dispositif et éventuellement aux contacts. La principale limite à la miniaturisation ne vient plus des dispositifs, mais de leurs connexions. Il est inutile de modéliser les effets NQS dans un composant, si les résistances et capacités parasites associées aux interconnexions empêchent son fonctionnement à très haute fréquence. C'est pourquoi, dans les perspectives à long terme, il convient également de proposer des solutions nouvelles pour les prises de contact. Diminuer les capacités parasites des interconnexions par l'emploi de diélectriques à faible permittivité [9] permet de s'affranchir des problèmes d'isolation entre composants et substrat. Trouver des métaux meilleurs conducteurs que l'aluminium, plus résistants aux problèmes d'électro-migration et compatible avec les procédés de fabrication actuels n'est pas un défi facile à relever [10]!

## *Références Bibliographiques (Conclusion)*

---

- [1] J. P. Colinge, J. Chen, D. Flandre, J. P. Raskin, R. Gillon and D. Vanhoenacker, "A Low-Voltage, Low-Power Microwave SOI MOSFET", *Proceedings 1996 IEEE International SOI Conference*, pp. 128-129, October 1996
- [2] Y. Huh, D. Yang, "Analysis of circuit degradation due to hot-carrier effects in 64Mb DRAMs", *Solid-State Electronics*, Vol. 39, No. 10, pp. 1501-1506, septembre 1996
- [3] G. C. Tai, C. E. Korman and I. D. Mayergoyz, "Simulation of the Logic Switching Characteristics of Hot-Carrier-Degraded Ultra-Thin SOI CMOS Inverters", *Solid-State Electronics*, Vol. 39, No. 10, pp. 1526-1528, septembre 1996
- [4] R. Bouchakour, L. Hardy and M. Jourdain, "An Analytical Model for Hot-Carrier-Induced Degradation of Sumicron N-MOSFET", *Proceedings of the 26th European Solid State Device Research Conference*, pp. 271-274, septembre 1996
- [5] H. F. Wei, J. E. Chung and N. K. Annamalai, "Buried-Oxyde Charge Trapping Induced Performance Degradation in Fully-Depleted Ultr-Thin SOI p-MOSFET's", *IEEE Transaction on electron Devices*, Vol. 43, No. 8, pp. 1200-1205, août 1996
- [6] J. A. De Lima, "Effective Aspect-Ratio and Gate-Capacitance in Circular Geometry MOS Transistors", *Solid-State Electronics*, Vol. 39, No. 10, pp. 1524-1525, septembre 1996
- [7] T. A. Fjeldly, M. S. Shur, T. Ytterdal, "Device Modeling Issues in Deep-Submicron MOSFETs", *Semiconductor International*, pp. 131-142, juin 1996
- [8] F. Rana, S. Tiwari and D. A. Buchanan, "Self-Consistent Modeling of Accumulation Layers and Tunneling Currents Through Very Thin Oxides", *Applied Physics Letter*, Vol. 69, No. 8, pp. 1104-1106, août 1996
- [9] J. Wary, R. Olson, W. Beach, "Polymer Developed to Be Interlayer Dielectric", *Semiconductor International*, pp. 211-216, juin 1996
- [10] D. Adams, T. L. Alford, T. Laursen, J. W. Mayer and L. Zou, "Passivation of Ag on SiO<sub>2</sub> by Annealing Ag-Ti Alloys in an Ammonia Ambient", *Proceedings of the 26th European Solid State Device Research Conference*, pp. 31-38, septembre 1996

## **Résumé**

En raison de l'utilisation courante d'architectures particulièrement sensibles aux phénomènes de partage de charges, l'approche quasi-statique traditionnelle de modélisation ne suffit plus car elle conduit à des erreurs non-négligeables en simulation de circuits. Quand la complexité du circuit étudié est très faible, une simulation mixte des dispositifs et de leur environnement peut être entreprise. Ce type de simulation prend intrinsèquement en compte les phénomènes non-quasi-statiques. Pour cette raison, la première partie de cette thèse présente le développement d'un simulateur mixte 2D de dispositifs et son application à plusieurs exemples allant d'un inverseur logique simple, aux phénomènes complexes d'injection de charges dans les interrupteurs analogiques. Dans une seconde partie, trois nouveaux modèles compacts de dispositifs, prenant en compte les effets non-quasi-statiques, sont proposés. Le premier modèle, concernant un transistor bipolaire, est basé sur une résolution analytique des équations de transport dans la région quasi-neutre de base. Il est montré, par rapport aux modèles existants, que les résultats petits et grands signaux sont effectivement améliorés. Deux autres modèles de transistors MOS sur substrat massif ou sur film isolant (SOI) sont basés sur une résolution numérique pseudo-bidimensionnelle de l'équation de Poisson et des équations de transport. Comparés à quelques simulations 2D de dispositif et à un modèle quasi-statique, ces modèles se révèlent être particulièrement précis et rapides. Finalement, leur application à la simulation de circuits sensibles aux effets non-quasi-statiques, comme les mémoires de courant, montre leurs avantages par rapport aux modèles quasi-statiques.

## **Abstract**

Owing to the common use of architectures particularly sensitive to charge sharing effects, the conventional quasi-static approach reaches its limit under fast transient condition in circuit simulation. When the complexity of the circuit under study remains reasonable, a device simulation coupled with load conditions of external components can be performed. This type of simulation intrinsically takes into account, the non-quasi-static phenomena. For this reason, the first part of this thesis presents the development of a mixed two-dimensional device simulator and its application to some examples from the simple logical inverter to the complex analysis of charges injection in analog switches. In a second part, three new compact device models accounting for non-quasi-static effects are presented. The first one, dedicated to the bipolar transistor, is based on an analytical resolution of the transport equations in the quasi-neutral base region. It is shown, in comparison with other existing models, that the small and large signal results are really improved. The two other bulk and silicon on insulator (SOI) MOSFETs models are based on a fast resolution of the Poisson and transport equations. Compared to two-dimensional simulations and to a quasi-static model, they proved to be particularly accurate and fast. Finally, their application to the simulation of circuits sensitive to non-quasi-static effects, like current memory cells, shows their advantages with respect to quasi-static models.