

N° d'ordre : 1695

50376

1996

446

Université des Sciences et Technologies de Lille
Laboratoire de Mécanique de Lille URA CNRS 1441

THESE DE DOCTORAT

présentée par

Gilles DUVEAU
(ingénieur EUDIL)

En vue de l'obtention du titre de DOCTEUR
de l'Université des Sciences et Technologies de Lille

Spécialité Génie Civil

CONTRIBUTION A LA MODELISATION
D'UNE ROCHE ANISOTROPE FRAGILE :
LE SCHISTE D'ANGERS

soutenue publiquement le 19 Janvier 1996 devant le jury composé de :

J.P. HENRY	USTL	Président
F. HOMAND	INPL-ENSG	Rapporteur
F. DARVE	INPG	Rapporteur
P. Lebon	ANDRA	Examineur
J.M. Reynouard	INSA Lyon	Examineur
G. Vouille	E. Mines Paris	Examineur

SCD LILLE 1



D 030 299149 8

gen 20006618

50316
1996
446



Avant propos

Le travail qui fait l'objet de ce mémoire a été effectué au sein du Département Mécanique des Matériaux Fragiles du Laboratoire de Mécanique de Lille.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à son Responsable Monsieur le Professeur J.P. Henry qui m'a fait l'honneur de m'accueillir dans son équipe. Ses conseils avisés, sa rigueur scientifique, la confiance qu'il m'a accordée ont été indispensables pour le bon déroulement de ce travail.

Madame F. HOMAND, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine m'a fait l'honneur de bien vouloir apporter son jugement sur mon travail. Qu'elle veuille bien trouver ici mes remerciements.

Monsieur F. DARVE, Professeur à l'Ecole Nationale d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble, a bien voulu accepter en dépit de ses lourdes responsabilités d'être rapporteur de ce travail et de me faire profiter de ses hautes compétences. Je lui en suis profondément reconnaissant.

Je remercie également Messieurs G.VOUILLE, J.M. REYNOUARD et P. LEBON pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant d'en être juge.

Enfin j'adresse mes plus sincères remerciements à Messieurs J.F. SHAO, D. KONDO, S. SIBAI, E. MOREL et toute l'équipe du laboratoire pour m'avoir soutenu et m'avoir prodigué leurs conseils avisés.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

VI

Chapitre I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE - COMPORTEMENT DU SCHISTE D'ANGERS

1. 1 LOI DE COMPORTEMENT ELASTIQUE ANISOTROPE (LOI DE HOOKE)	1.2
1. 1-1 Rappel sur l'élasticité en milieu anisotrope	1.2
1. 1-1-1 Loi de Hooke généralisée	1.2
1. 1-1-2 Changement de repère	1.2
1. 1-1-3 Ecriture tensorielle et utilisation des angles d'Euler	1.3
1. 1-2 Cas des matériaux à structure symétrique	1.4
1. 1-2-1 Cas des milieux orthotropes	1.4
1. 1-2-2 Cas des milieux isotropes transverses	1.6
a- Matrice d'élasticité	1.6
b- Changement de repère	1.6
1. 2 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE - OBSERVATIONS EXPERIMENTALES	1.9
1. 2-1 Caractérisation de l'anisotropie	1.9
1. 2-2 Influence de la contrainte principale intermédiaire σ_2	1.14
1. 2-3 Nature de l'anisotropie	1.16
1. 3 CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DU SCHISTE D'ANGERS	1.18
1. 3-1 Caractérisation de l'anisotropie	1.18
1. 3-2 Comportement sous sollicitation triaxiale	1.20
1. 3-2-1 Aspect des ruptures	1.20
1. 3-2-2- Comportement du schiste lors des essais triaxiaux	1.21
a- Eprouvettes à 0° et 90°	1.21
b- Autres orientations	1.21
1. 3-2-3 Conclusion sur les résultats de ces essais	1.23
1. 3-3 Détermination des paramètres élastiques	1.24
1. 3-3-1 Module d'Young principaux E_1 et E_2	1.24
1. 3-3-2 Coefficients de Poisson	1.25
1. 3-3-3 Détermination du module de cisaillement G_{12}	1.25
1. 4 CONCLUSION	1.27

CHAPITRE II

MODELISATION DU COMPORTEMENT A LA RUPTURE

2. 1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.	2.2
-----------------------------	-----

2. 1-1 Les modèles discontinus	2.2
2. 1-1-1 Théorie du plan de faiblesse de Jaeger (Modèle SPW)	2.2
2. 1-1-2 Théorie de Walsh et Brace	2.4
2. 1-2 Les modèles continus	2.5
2. 1-2-1 Le modèle de Mc Lamore et Gray	2.5
2. 1-2-2 Le critère de Pariseau	2.9
2. 2 MODELISATION DU COMPORTEMENT A LA RUPTURE DU SCHISTE D'ANGERS	2.11
2. 2-1 Application du modèle SPW de Jaeger	2.11
2. 2-1-1 Détermination des paramètres C' et $\tan\Phi'$ du critère de glissement	2.11
2. 2-1-2 Détermination des paramètres C_i et $\tan\Phi_i$ des critères de cisaillement	2.12
2. 2-2 Application du modèle de Walsh et Brace	2.14
2. 2-3 Application du modèle de Mc Lamore et Gray	2.16
2. 2-4 Application du modèle de Pariseau	2.18
2. 3 DEVELOPPEMENT D'UN MODELE DE RUPTURE POUR LE SCHISTE D'ANGERS	2.21
2. 3-1 Rappels préliminaires-Characterisation de l'anisotropie des résistances-Hypothèses	2.21
2. 3-2 Modèles de glissement	2.22
2. 3-2-1 Extension du modèle S.P.W. de Jaeger (Modèle S.P.W étendu)	2.22
2. 3-2-2 Modèle de Barton	2.24
a- Présentation du critère de Barton	2.24
b- Application au schiste	2.25
2. 3-2-3 Comparaison des modèles de glissement	2.28
2. 3-3 Modèles pour la rupture en matrice	2.28
2. 3-3-1 Critère de Lade	2.29
2. 3-3-2 Application au schiste; Extension du critère	2.30
2. 3-4 Propositions de modèles de rupture	2.32
2. 3-4-1 Critère de type plateau	2.32
2. 3-4-2 Critère de type 'U'	2.33
2. 3-4-3 Remarques	2.34
2. 4 CONCLUSION	2.34

CHAPITRE III

MODELISATION DU MECANISME D'ENDOMMAGEMENT

3. 1 GENERALITES	3.2
3. 1-1 Comportement mécanique macroscopique des matériaux endommageables	3.3
3.1-2 Modélisation du comportement par la mécanique de l'endommagement	3.4
3. 1-2-1 Modèles phénoménologiques	3.4
a- Choix de la variable interne	3.5

b- Formulation du potentiel thermodynamique	3.6
c- Critère et loi d'évolution de l'endommagement	3.6
3. 1-2-2 Modèles méso-mécaniques. Méthode d'homogénéisation	3.7
3. 1-2-3 Conclusion	3.8
3. 2 MODELISATION DU MECANISME DE FISSURATION AXIALE	3.8
3. 2-1 Rappel du comportement du schiste pour des orientations θ proches de 0° et 90°	3.8
3. 2-2 Présentation d'un modèle d'endommagement anisotrope pour les orientations telles que Θ proche de 0° et de 90°	3.11
3. 2-2-1 Chemins d'ouverture et d'extension de fissures	3.11
3. 2-2-2 Fermeture des fissures	3.12
3. 2-3 Ecriture du modèle pour un milieu isotrope - Modèle IMMIC (Ikogou (1990), Shao (1992) et (1994))	3.12
3. 2-3-1 Hypothèses	3.12
3. 2-3-2 Détermination de la matrice M	3.13
3. 2-4 Extension du modèle aux milieux isotropes transverses	3.15
3. 2-5 Etude du cas A : $\alpha \leq \varepsilon_0$	3.20
3. 2-6 Etude du cas B : $\gamma \leq \varepsilon_1$	3.22
3. 2-7 Etude du cas C : $\beta \leq \varepsilon_2$	3.24
3. 2-7-1 Détermination de la matrice M dans le cas de la rupture dans les plans de schistosité	3.25
3. 2-7-2 Détermination de la matrice M dans le cas d'une rupture en matrice	3.26
3. 3 DETERMINATION DES PARAMETRES DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT	3.27
3. 3-1 Détermination des paramètres élastiques	3.27
3. 3-2 Détermination des seuils de microfissuration	3.27
3. 3-3 Détermination des termes d'endommagement K_c	3.28
3. 3-4 Détermination des paramètres d'endommagements v^f et E_f	3.31
3. 3-4-1 Cas $\Theta = 90^\circ$	3.31
a- Détermination de la matrice M^R (M de révolution)	3.31
b- Détermination des paramètres	3.32
3. 3-4-2 Cas $\Theta = 0^\circ$	3.35
3. 3-5 Validation des paramètres	3.37
3. 3-5-1 Cas où $\Theta = 90^\circ$	3.37
3.3-5-2 Cas où $\Theta = 0^\circ$	3.38
3. 4 CONCLUSION	3.38

CHAPITRE IV

MODELISATION DU MECANISME DE GLISSEMENT

4. 1 GENERALITES SUR LE COMPORTEMENT MECANIQUE DES JOINTS	4.2
---	-----

4. 1-1 Comportement mécanique des joints rocheux	4.2
4. 1-1-1 Comportement normal des joints	4.2
4. 1-1-2 Comportement tangentiel des joints	4.3
4. 1-1-3 Comportement dilatant des joints	4.5
4. 1-2 Comportement des masses rocheuses jointées. Modélisation numérique	4.6
4. 2 MODELE CONSTITUTIF POUR LES MASSES ROCHEUSES FORTEMENT JOINTEES	4.8
4. 2-1 Equation constitutive générale des joints	4.8
4. 2-2 Relation incrémentale constitutive de la masse rocheuse	4.10
4. 3 APPLICATION AU CAS DU SCHISTE	4.14
4. 3-1 Modélisation du comportement linéaire initial	4.14
4. 3-1-1 Equations constitutives	4.15
4.3-1-2 Détermination des paramètres. Formes fermés	4.17
a- Détermination des paramètres élastiques de la roche saine	4.18
b- Détermination de $\frac{d}{k_{nn}^e}$	4.19
c- Détermination de $\frac{d}{k_n^e}$	4.20
4. 3-2 Modélisation de l'écoulement plastique des joints	4.21
4. 3-2-1 Détermination de la fonction de charge et du potentiel plastique	4.22
a- Fonction de charge	4.22
b- Règle d'écrouissage	4.23
c- Potentiel plastique	4.24
4. 3-2-2 Détermination des paramètres plastiques ϵ_0 et β	4.25
4. 3-3 Test du modèle	4.26
4. 4 CONCLUSION	4.28

CHAPITRE V

VALIDATION SUR CHEMINS NON HOMOGENES APPLICATION A LA STABILITE DES OUVRAGES SOUTERRAINS

5. 1 PRELIMINAIRES	5.2
5. 2 RESULTATS EXPERIMENTAUX D'ESSAIS SUR BLOCS REALISES SUR LA PRESSE TRIAXIALE VRAIE DE L'UNIVERSITE DE LILLE	5.4
5. 2-1 La presse triaxiale (Boumahdi 1990)	5.4
5. 2-2 Définitions des tests - Instrumentations	5.5
5. 2-3 Résultats des essais	5.7
5. 2-3-1 Résultat du test 1	5.7
5. 2-3-2 Résultat du test 2	5.8
5. 3 VALIDATION DU MODELE SUR CHEMINS NON HOMOGENES	5.11

5. 3-1 Introduction du modèle utilisé pour le schiste dans le code de calcul éléments finis PLASROCK	5.11
5. 3-1-1 Problèmes relatifs à l'implantation	5.11
5. 3-1-2 Implantation du modèle	5.12
5. 3-2 Modélisation des essais sur blocs	5.14
5. 3-3 Résultat de la modélisation	5.15
5.3-3-1 Etat de microfissuration et de rupture de la roche	5.15
5. 3-3-2 Comparaisons des convergences avec les résultats expérimentaux	5.18
5. 3-3-3 Comparaisons entre le modèle et une étude élastique du comportement du matériau	5.19
 5. 4 CONCLUSION	 5.22
 CONCLUSION ET PERSPECTIVES	 6.1
 BIBLIOGRAPHIE	 6.4
ANNEXE I : Comparaison entre les différents critères de rupture et les résultats expérimentaux pour chaque pression de confinement	A1.1
Annexe I-a : Critère S.P.W. de Jaeger	A1.2
Annexe I-b : Critère de Walsh et Brace	A1.4
Annexe I-c : Critère de Mc Lamore et Gray	A1.6
Annexe I-d : Critère de Pariseau	A1.8
Annexe I-e : Critère S.P.W. étendu	A1.12
Annexe I-f : Critère de Barton	A1.14
Annexe I-g : Critère de Lade anisotrope	A1.16
Annexe I-h : Critère de type 'plateau'	A1.18
Annexe I-i : Critère de type 'U'	A1.20
ANNEXE II : Comparaison de la modélisation du mécanisme d'endommagement avec les différents essais triaxiaux $\Theta = 90^\circ$	A2.1
Annexe II-a : Comparaison des régressions avec les essais triaxiaux	A2.2
Annexe II-b : Comparaison des régressions avec les essais d'extension latérale	A2.5
Annexe II-c : Validation sur les essais proportionnels de révolution	A2.6
ANNEXE III : Comparaison de la modélisation du mécanisme d'endommagement avec les différents essais triaxiaux $\Theta = 0^\circ$	A3.1
Annexe III-a : Comparaison des régressions avec les essais triaxiaux	A3.2
Annexe III-b : Validation sur les essais proportionnels de révolution	A3.5
ANNEXE IV : Comparaison de la modélisation du mécanisme de glissement avec essais triaxiaux $\Theta = 10^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et 60°	A4.1



INTRODUCTION

Les exploitations minières, les excavations et de nombreux ouvrages souterrains sont parfois réalisés dans des formations anisotropes. Ces formations sont communément des roches sédimentaires stratifiées (argilites, calcaire), des roches métamorphiques foliacées (schiste, ardoise, gneiss) ou encore des massifs rocheux coupés par une ou des familles de joints.

Le matériau étudié dans ce mémoire est un schiste ardoisier daté de l'Ordovicien connu sous le nom de schiste d'Angers (Maine et Loire). Ce matériau est un matériau à comportement fragile caractérisé par une anisotropie structurale macroscopique due à une schistosité très marquée. Cette structure orientée entraîne des variations directionnelles des propriétés mécaniques.

L'anisotropie des propriétés physiques ou rhéologiques d'un matériau rocheux résulte d'éléments endogènes tels que la lithification et la compaction des roches sédimentaires, ou exogènes tels que la diagénèse, le métamorphisme, la fusion ou encore l'érosion, associés à l'histoire de formation.

Suivant l'échelle d'observation on distinguera tout d'abord l'anisotropie de structure minéralogique due à l'anisotropie des particules élémentaires du matériau, puis l'anisotropie pétrographique due à un arrangement non aléatoire des grains ou des microfissures préexistantes, enfin l'anisotropie macroscopique caractérisée par des éléments macrostructuraux tels que la linéation, la stratification ou encore la schistosité, le clivage (Lemaitre et Chaboche (1985)). Suivant l'échelle d'observation un matériau pourra donc être isotrope ou anisotrope.

Une bonne compréhension et une description appropriée de la réponse anisotrope de ces formations aux sollicitations mécaniques est d'une importance cruciale dans l'analyse de la stabilité des ouvrages de Génie Civil.

Si des études existent sur la modélisation du comportement plastique ou viscoplastique des roches anisotropes (Boelher (1978), Nova (1986), Niandou (1994), Cazacu (1995)), en ce qui concerne la caractérisation du comportement fragile, seules des lois de types élastiques ou hypoélastiques (le plus souvent avec dépendance des modules en fonction de la contraintes principale mineure) ont été proposées pour les applications pratiques (Lekhnistkii (1962), Wang (1992), Hammade (1992), Hoek (1983)). Ces derniers type de lois ne prennent malheureusement pas en compte les phénomènes observés au cours des essais en laboratoire tels que la dilatance ou les irréversibilités. Partant des constatations expérimentales, nous nous proposons d'établir une modélisation capable de décrire ces phénomènes.

Notre étude comporte dans un premier chapitre, une présentation générale des principales données physiques et expérimentales obtenues sur les roches anisotropes. Nous rappelons en particulier les principaux résultats expérimentaux obtenus dans le laboratoire par Hammade (1992) lors d'essai triaxiaux de révolution sur le schiste d'Angers.

La second chapitre sera consacré à la simulation du comportement à la rupture de ce matériau. Une revue bibliographique des principaux modèles utilisés et leur application à ce matériau sera réalisée dans un premier temps. Dans un second temps nous développerons un

critère de rupture qui rend compte des deux mécanismes de comportement, mis en évidence lors des essais, conduisant à la rupture, à savoir :

a- un mécanisme de fissuration axiale provoquant une rupture en matrice lorsque le déviateur est appliqué perpendiculairement ou parallèlement au plan de faiblesse ou pour des orientations voisines de celles ci.

b- un mécanisme de glissement provoquant une rupture dans le plan de schistosité pour les autres orientations.

Pour le mécanisme (a) il est proposé d'utiliser soit une extension du critère de Lade (1977) soit le critère de cisaillement de Mohr Coulomb. Pour le mécanisme (b) il est proposé d'utiliser un critère de glissement issu du critère S.P.W. (Single Plane of Weakness) de Jaeger (1960).

Fort des résultats obtenus lors de la modélisation du comportement à rupture par l'association de ces critères, nous supposons que les mécanismes (a) et (b) régissent de façon indépendante le comportement de ce matériau. Les chapitres III et IV sont alors consacrés à la modélisation respective du mécanisme (a) et du mécanisme (b). Pour rendre compte du mécanisme (a), nous avons choisi d'étendre au milieu anisotrope le modèle incrémental IMMIC développé au sein du laboratoire pour des matériaux initialement isotrope subissant un endommagement anisotrope (Shao et al. (1994)). Ce modèle empirique utilise le formalisme des modèles rhéologiques incrémentaux pour décrire l'endommagement induit.

Afin de modéliser le mécanisme (b) , nous nous sommes inspirés des travaux réalisés sur les massifs rocheux fortement fracturés et en particulier du modèle de Goodman et Amadéi (1982), de celui de Cai et Horii (1990), ainsi que de la théorie des modèles multilaminés développée par Pande (1993).

Enfin dans un cinquième chapitre nous présenterons la validation numérique du modèle proposé.

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE **COMPORTEMENT DU SCHISTE** **D'ANGERS**

1. 1 LOI DE COMPORTEMENT ELASTIQUE ANISOTROPE (LOI DE HOOKE)

Dès qu'il s'agit du comportement rhéologique précédent la rupture, les données expérimentales sur les roches sont généralement analysées sur la base de la théorie de l'élasticité anisotrope: Lekhnitskii (1963), Alliot et Boelher (1979), Eissa (1980), Lerau et al (1981), Wang (1992) et Homand et al (1993).

1. 1-1 RAPPEL SUR L'ELASTICITE EN MILIEU ANISOTROPE.

1. 1-1-1 Loi de Hooke généralisée.

Le comportement élastique linéaire signifie que le tenseur des contraintes (σ_{ij}) reste proportionnel au tenseur des déformations (ϵ_{kl}) au cours du chargement. En d'autres termes, nous supposons qu'un milieu linéaire, élastique, homogène et continu satisfait la loi de Hooke généralisée à savoir :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad I-1$$

où C_{ijkl} est le tenseur d'élasticité.

Dans le cas général, le tenseur d'élasticité possède 81 composantes indépendantes. Cependant, la symétrie des tenseurs des contraintes et des déformations ramène ce nombre à 36. Si l'existence d'un potentiel est en plus postulée, le tenseur d'élasticité devient symétrique. Le nombre des coefficients élastiques est alors réduit à 21. L'équation I-1 peut être réécrite comme suit:

$$\epsilon_{ij} = A_{ijkl} \sigma_{kl} \quad I-2$$

où A_{ijkl} est le tenseur des compliances élastiques avec 21 composantes indépendantes.

Dans la notation de Voigt (notation matricielle des tenseurs dans un système de coordonnées arbitraire), l'équation I-2 est équivalente à:

$$\{\epsilon\} = [A]\{\sigma\} \quad I-3$$

où $\{\epsilon\}$ et $\{\sigma\}$ sont respectivement le vecteur des déformations et le vecteur des contraintes avec:

$$\{\epsilon\}^T = \{\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, 2\epsilon_{23}, 2\epsilon_{31}, 2\epsilon_{12}\} \quad \{\sigma\}^T = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}\}$$

Il est à noter que les 21 éléments de la matrice $[A]$ jouent différents rôles et ont différentes significations physiques (Lekhnitskii 1963)

1. 1-1-2 Changement de repère.

Effectuons un changement de repère et soit $[Q]$ la matrice de passage de l'ancien repère au nouveau repère. $[Q]$ est une matrice orthogonale, de dimension 3. La relation de passage s'écrit en contraintes:

$$\bar{\sigma}' = [Q] \bar{\sigma} [Q] \quad I-4$$

où σ' est le tenseur des contraintes dans le nouveau repère

Sous forme matricielle la relation I-4 s'exprime de la manière suivante:

$$\{\sigma'\} = [P]^{-1} \{\sigma\} \quad \text{I-5a}$$

La matrice [P] est donc de dimension 6x6. De même, pour les déformations on a :

$$\{\varepsilon'\} = [P]^{-1} \{\varepsilon\} \quad \text{I-5b}$$

Cette écriture n'étant pas intrinsèque, il est nécessaire d'exprimer une grandeur invariant pour connaître la transformation des coefficients élastiques. Ecrivons alors l'énergie de déformation élastique (grandeur invariante) dans les deux repères :

dans l'ancien repère $w = \frac{1}{2} \{\sigma\} \{\varepsilon\} = \frac{1}{2} \{\sigma\} [A] \{\sigma\}$

et dans le nouveau repère $w = \frac{1}{2} \{\sigma'\} \{\varepsilon'\} = \frac{1}{2} \{\sigma'\} [A'] \{\sigma'\}$

où [A'] est la matrice des compliances élastiques exprimée dans le nouveau repère.

En utilisant les relations I-5 il vient:

$$w = \frac{1}{2} \{\sigma'\} [A'] \{\sigma'\} = \frac{1}{2} \{\sigma\}^t [P]^{-1} [A'] [P]^{-1} \{\sigma\} = \frac{1}{2} \{\sigma\} [A] \{\sigma\}$$

La matrice des compliances élastiques dans le nouveau repère aura donc pour expression:

$$[A'] = {}^t[P]^{-1} [A] [P]^{-1} \quad \text{I-6}$$

1. 1-1-3 Ecriture tensorielle et utilisation des angles d'Euler

Dans le cas d'une triple rotation par les angles d'Euler, trois matrices de rotation $[Q_i]$ sont définies. La première est associée à l'angle de nutation ψ , la seconde à l'angle de précession η , la troisième à l'angle propre φ . Ces trois angles sont définis dans la figure I-1.

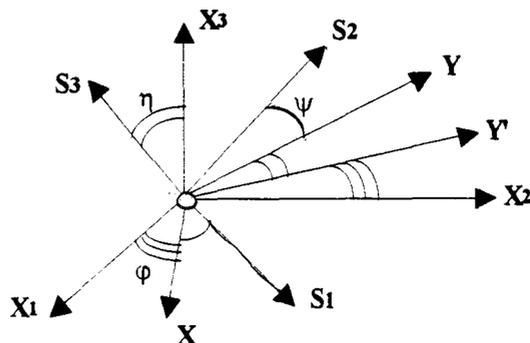


Figure I-1: Définition des angles d'Euler

On a alors:

- [Q₁] rotation autour de S₃ d'angle ψ, passage de (O, S₁, S₂, S₃) à (O, X, Y, S₃)
- [Q₂] rotation autour de X d'angle η passage de (O, X, Y, S₃) à (O, X, Y', X₃)
- [Q₃] rotation autour de X₃ d'angle φ passage de (O, X, Y', X₃) à (O, X₁, X₂, X₃)

Le vecteur X étant porté par la droite issue de l'intersection des plans (S₁, S₂) et (X₁, X₂) celui-ci est déterminé par le calcul du produit vectoriel suivant:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_3 \wedge \mathbf{S}_3$$

ψ, η et φ sont alors respectivement les angles entre X et S₁, S₃ et X₃, et X et X₁.

Compte-tenu de ces trois rotations, l'équation I-4 devient alors:

$$\bar{\bar{\sigma}} = {}^t[Q_3] {}^t[Q_2] {}^t[Q_1] \bar{\bar{\sigma}} [Q_1] [Q_2] [Q_3]$$

avec :

$$[Q_1] = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [Q_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\eta & -\sin\eta \\ 0 & \sin\eta & \cos\eta \end{bmatrix} \quad [Q_3] = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les relations I-4 et I-5 restent, quant à elles valables, on peut donc définir une nouvelle matrice de rotation [P], permettant de déterminer la matrice de comportement [A'] dans n'importe quel nouveau repère.

1. 1-2 CAS DES MATERIAUX A STRUCTURE SYMETRIQUE.

Si la structure interne du milieu possède un type de symétrie, alors cette symétrie doit être observée dans ses propriétés élastiques. Le nombre des coefficients élastiques devient alors inférieur à 21.

1. 1-2-1 Cas des milieux orthotropes.

Un milieu est dit orthotrope pour une propriété donnée, si cette propriété est invariante par changement de direction obtenu par symétrie relative à deux plans orthogonaux (ce qui entraîne par ailleurs la symétrie par rapport au troisième plan orthogonal) (Lemaitre et Chaboche (1985)).

Dans les milieux naturels, une telle structure se rencontre dans les matériaux possédant une anisotropie planaire avec orientation préférentielle des grains dans ce plan (exemple : longrain des schistes ardoisiers). Notons S₁, la direction perpendiculaire au plan d'anisotropie (figure I-2). Si nous avons alors une telle structure à grains parfaitement orientés dans le plan orthogonal à cet axe (nous noterons S₂ la direction d'allongement des grains) le milieu est dit orthotrope.

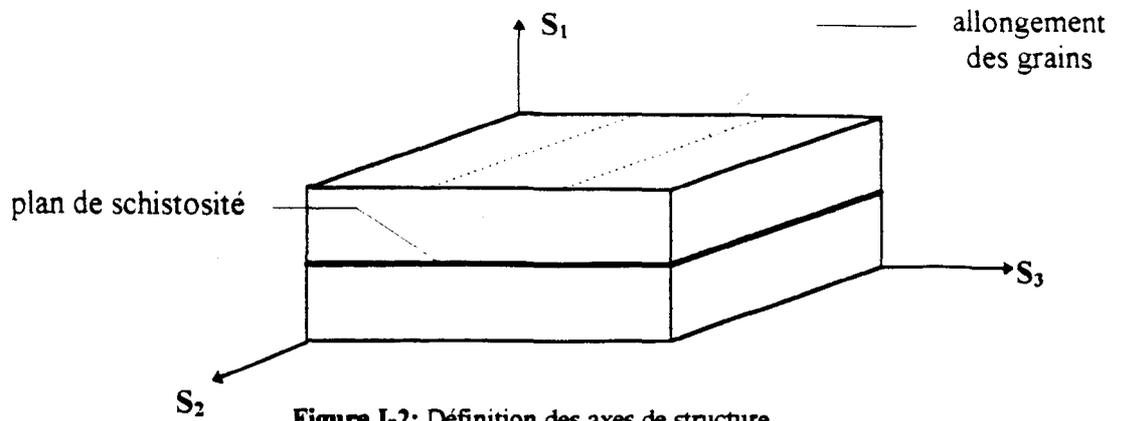


Figure I-2: Définition des axes de structure.

Dans le repère S_1, S_2, S_3 (repère orthogonal), la matrice d'élasticité sera construite physiquement en introduisant des coefficients (compliances) entre cause et effet (tab I-1)

			Contrainte normale			Cisaillement		
			S_1	S_2	S_3	(S_2, S_3)	(S_3, S_1)	(S_1, S_2)
			σ_{11}	σ_{22}	σ_{33}	σ_{23}	σ_{31}	σ_{12}
allongement	S_1	ε_{11}	$1/E_1$	$-v_{21}/E_2$	$-v_{31}/E_3$	0	0	0
	S_2	ε_{22}	$-v_{12}/E_1$	$1/E_2$	$-v_{32}/E_3$	0	0	0
	S_3	ε_{33}	$-v_{13}/E_1$	$-v_{23}/E_2$	$1/E_3$	0	0	0
variation d'angle droit	(S_2, S_3)	$2\varepsilon_{23}$	0	0	0	$1/G_{23}$	0	0
	(S_3, S_1)	$2\varepsilon_{31}$	0	0	0	0	$1/G_{31}$	0
	(S_1, S_2)	$2\varepsilon_{12}$	0	0	0	0	0	$1/G_{12}$

Tableau I-1 : Matrice d'élasticité dans le repère d'orthotropie (S_1, S_2, S_3)

Avec:
$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad \text{I-7}$$

1.1-2-2 Cas des milieux isotropes transverses.

Un milieu est isotrope transverse, si ses caractéristiques d'élasticité sont identiques pour tous les couples de directions symétriques par rapport à un axe (Lemaitre et Chaboche (1985))

a- Matrice d'élasticité

Reprenons le milieu orthotrope défini précédemment et supposons que les directions S_2 et S_3 ne jouent aucun rôle particulier entre la cause et l'effet (isotropie dans le plan (S_2, S_3)). Dans ce cas $E_2 = E_3$, $\nu_{12} = \nu_{13}$, $\nu_{23} = \nu_{32}$ et $G_{31} = G_{12}$ et la matrice d'élasticité $[A]$ s'écrit dans ce repère (S_1, S_2, S_3) :

$$[A]_s = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{21}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad \text{I-8}$$

avec, dans le cas de l'élasticité linéaire:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad \text{et} \quad G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})} \quad \text{I-9}$$

b- Changement de repère

Dans le cas d'essais triaxiaux de révolution, si on suppose le milieu isotrope transverse, la position du repère de structure par rapport au repère de contrainte principale sera décrit par la seule rotation autour de l'axe $X_3 = S_3$. On définit alors l'angle $\Theta = (X_1, S_2)$ (fig.I-3)

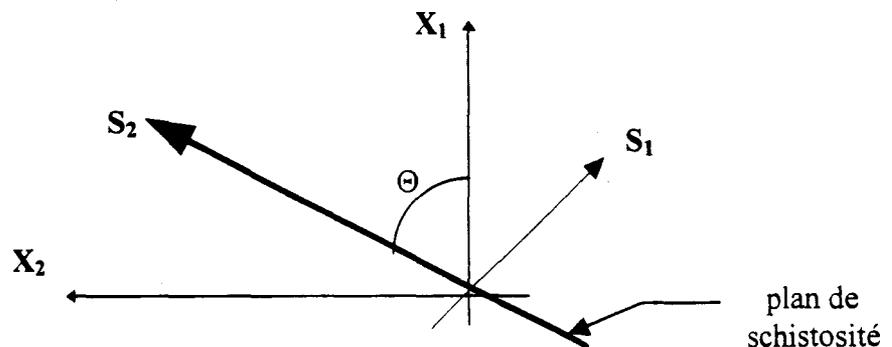


Figure I-3 : Définition de la rotation de repère

La matrice de passage $[Q]$ de la relation I-4 s'écrit donc:

$$[Q] = \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{I-10}$$

En calculant $\overline{\sigma'}$ tenseur de contrainte dans le repère X_i puis en réécrivant ce tenseur sous forme matricielle $\{\sigma'\}$ on obtient la matrice de passage $[P]$ de la relation I-5:

$$[P] = \begin{bmatrix} \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & 2\sin\theta\cos\theta \\ \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -2\sin\theta\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & 0 & 0 & 0 & \sin^2\theta - \cos^2\theta \end{bmatrix} \quad \text{I-11}$$

En appliquant la relation I-6 on trouve alors les coefficients d'élasticité dans le repère X_i :

$$a'_{ij} = a'_{ji} \text{ et}$$

$$a'_{11} = \frac{\sin^4\theta}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2\theta \cos^2\theta + \frac{\cos^4\theta}{E_2}$$

$$a'_{22} = \frac{\cos^4\theta}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2\theta \cos^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{E_2}$$

$$a'_{33} = \frac{1}{E_2}$$

$$a'_{12} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2\theta \cos^2\theta - \frac{\nu_{12}}{E_1}$$

$$a'_{13} = \frac{\nu_{12}}{E_1} \sin^2\theta - \frac{\nu_{23}}{E_2} \cos^2\theta$$

$$a'_{23} = \frac{\nu_{12}}{E_1} \cos^2\theta - \frac{\nu_{23}}{E_2} \sin^2\theta$$

$$a'_{44} = \frac{\cos^2\theta}{G_{12}} + \frac{\sin^2\theta}{G_{23}} \quad \text{I-12}$$

$$a'_{55} = \frac{\sin^2\theta}{G_{12}} + \frac{\cos^2\theta}{G_{23}}$$

$$a'_{66} = 4 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{12}}$$

$$a'_{16} = - \left[2 \left(\frac{\sin^2 \theta}{E_1} - \frac{\cos^2 \theta}{E_2} \right) - \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \right] \sin \theta \cos \theta$$

$$a'_{26} = - \left[2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{E_1} - \frac{\sin^2 \theta}{E_2} \right) - \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \right] \sin \theta \cos \theta$$

$$a'_{36} = -2 \left(\frac{\nu_{23}}{E_2} - \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) \sin \theta \cos \theta$$

$$a'_{45} = - \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{1}{G_{23}} \right) \sin \theta \cos \theta$$

$$a'_{14} = a'_{15} = a'_{24} = a'_{25} = a'_{34} = a'_{35} = a'_{46} = a'_{56} = 0$$

1. 2 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE - OBSERVATIONS EXPERIMENTALES

1. 2-1 CARACTERISATION DE L'ANISOTROPIE

Les premières études expérimentales significatives menées sur les matériaux anisotropes ont été réalisées par Müller (1930), Lepper (1949), Price (1958) et Hobbs (1960). Ces études ont essentiellement montré l'existence d'une anisotropie des modules ainsi que l'existence d'une anisotropie des résistances en compression suivant que l'échantillon est testé parallèlement ou perpendiculairement aux strates.

Donath (1960; 1961; 1963; 1964, 1972) fût le premier à réaliser un programme général d'étude sur l'anisotropie des roches stratifiées (anisotropie des modules; des déformations et des résistances). Pour ce faire, il a mené des essais triaxiaux de révolution sur des échantillons d'ardoise de Martinsburg, d'argilite de Longwood, de calcaire de Manlius, et ce pour différentes pressions de confinement ($\sigma_3 = 3.5; 10.5; 35; 100$ et 200 MPa) et pour différentes orientations Θ ($\Theta = 0^\circ; 15^\circ; 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 75^\circ$ et 90°), Θ étant l'angle entre la contrainte axiale et les plans de stratification (fig. I-4)

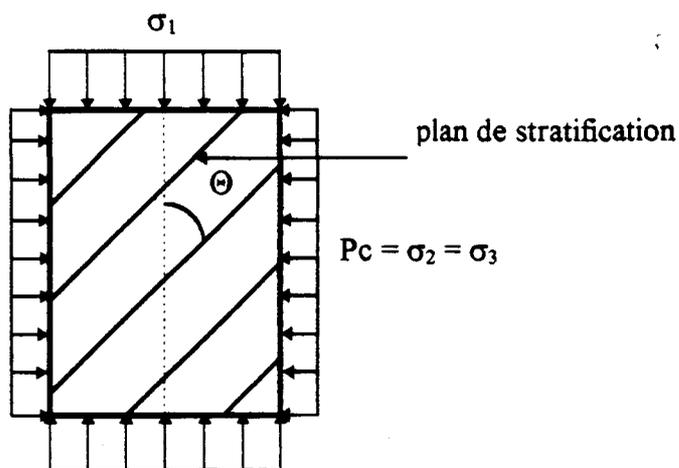


Figure I-4 : Définition de l'angle Θ dans un essai triaxial

A la suite de ces travaux et de ceux réalisés par Hoek (1964), Chenevert et Gatlin (1965), Mac Lamore et Gray (1967), Attewell et Sandford (1974), Saint Leu et al (1978), Alliro et Boelher (1979), Sirieys (1979), Singh et al (1988), Niandou (1994), on peut faire les remarques suivantes sur le comportement mécanique des roches anisotropes (Amadei (1983), Kwaniewski (1993)) :

- 1° La résistance des matériaux anisotropes dépend et des contraintes appliquées et de l'orientation de celles-ci par rapport à l'anisotropie de la roche étudiée (fig. I-5)

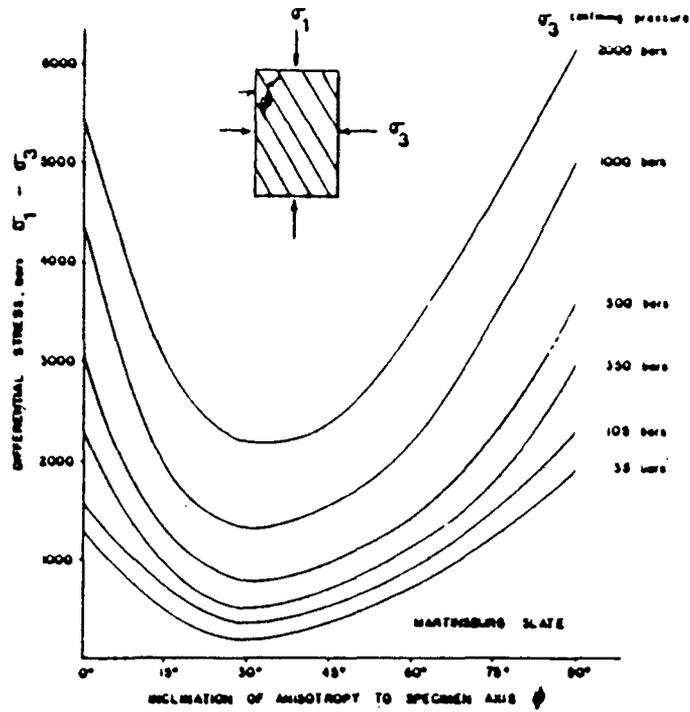


Figure I-5: Evolution de la résistance de l'ardoise de Martinsburg en fonction de l'orientation $\psi = \Theta$ et de la pression de confinement (d'après Donath (1964))

- 2° La résistance maximale est atteinte le plus souvent dans la direction orthogonale aux strates et plus rarement dans le cas d'une compression parallèle aux strates. La résistance minimale se situe quant à elle pour des valeurs de Θ comprises entre 30° et 60° (fig. I-6)

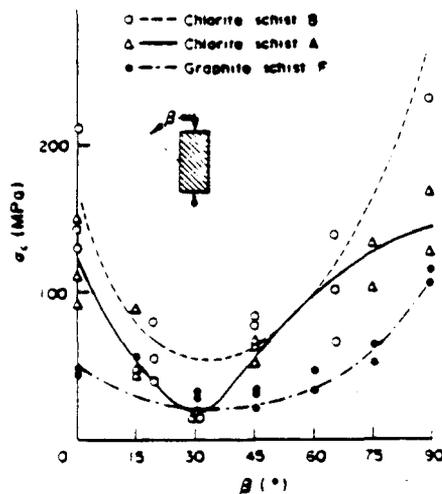


Figure I-6 : Anisotropie des résistances en compression simple de trois schistes (d'après Akai et al (1970))

Si on considère la résistance maximale comme représentative de la valeur de la résistance du matériau anisotrope, on définit alors le coefficient d'anisotropie R_c par le rapport suivant :

$$R_c = \frac{\sigma_{c \max}}{\sigma_{c \min}} \quad \text{I-13}$$

On montre (tab. I-2) que les roches d'origine métamorphique (ardoises, phyllites), obtiennent des rapports d'anisotropie supérieurs à ceux obtenus pour les roches d'origine sédimentaire (argilite). Une classification de l'anisotropie des roches sur la base de ces coefficients est alors proposée par Singh et al (1988) (tab. I-3).

Nature de la roche	Valeur de Θ pour σ_c maximum	Coefficient d'anisotropie	Source
Martinsburg slate	90°	13,46	Donath (1964)
Fractured sandstone	90°	6,37	Honiro et Ellickson (1970)
Barnsley Hard coal	90°	5,18	Pomeroy et al (1971)
Penrhyn slate	90°	4,85	Attewell et Sandförd (1974)
South African slate	0°	3,68	Hoek (1964)
Texas slate	90°	3,00	Mc Lamore et Gray (1967)
Permian shale	90°	2,33	Chenevert et Gatlin (1965)
Green River shale I	0°	1,62	Mc Lamore et Gray (1967)
Green River shale II	0°	1,41	Mc Lamore et Gray (1967)
Green River shale	0° et 90°	1,37	Chenevert et Gatlin (1965)
Kota sandstone	0°	1,12	Rao (1984)
Arkansas sandstone	0°	1,10	Chenevert et Gatlin (1965)
Chamera phyllites			
Quartzitic	90°	2,19	Singh (1988)
Carbonaceous	90°	2,19	
Micaceous	90°	6,00	

Tableau I-2 : Anisotropie de résistance de différentes roches (d'après Ramamurthy (1993))

Rapport d'anisotropie	Classe	Type de roche
1,0 - 1,1	Isotrope	Grès
> 1,1 - 2,0	Faiblement anisotrope	
> 2,0 - 4,0	Anisotrope	Argilites
> 4,0 - 6,0	Fortement anisotrope	
> 6,0	Très fortement anisotrope	

Tableau I-3 : Classification de l'anisotropie inhérente des roches (d'après Ramamurthy 1993)

3° D'une manière générale, on montre que l'anisotropie des résistances (R_c) diminue lorsque la pression de confinement augmente (fig. I-7). Autrement dit, la pression de

confinement permet de diminuer l'influence de la structure sur les mécanismes de rupture.

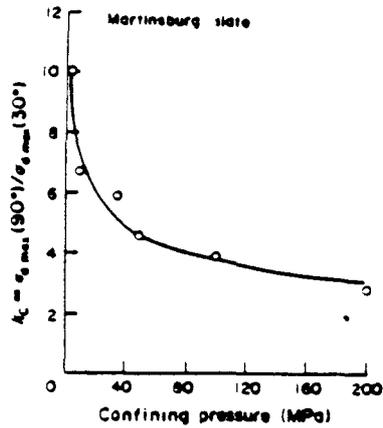


Figure I-7 : Coefficient d'anisotropie des résistances en compression de l'ardoise de Martinsburg en fonction de la pression de confinement (courbe obtenue par Kwaniewski (1993), d'après les résultats expérimentaux de Donath (1964))

Cependant lors d'une étude sur une diatomite, Alliot et Boehler (1979) ont trouvé qu'une augmentation de la pression de confinement entraînait une augmentation de l'anisotropie (fig. I-8).

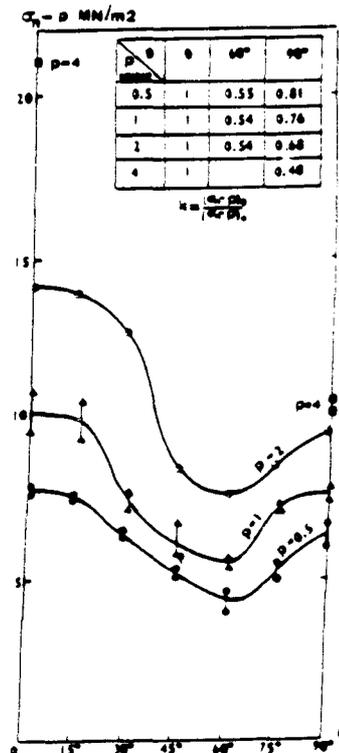


Figure I-8 : Evolution de l'anisotropie des résistances limites suivant la pression de confinement de la diatomite de la montagne d'Andance. $k=1/R_c$ (d'après Alliot et Boehler (1979))

- 4° Pour une orientation donnée, les relations contrainte de rupture en fonction de la pression de confinement peuvent être généralement interpolées par une droite. Le taux d'accroissement de la résistance en fonction de la pression de confinement (pente de ces droites) est le plus petit pour les orientations proches de celle donnant la résistance minimale et atteint son maximum pour $\Theta=0^\circ$ (fig. I-9).

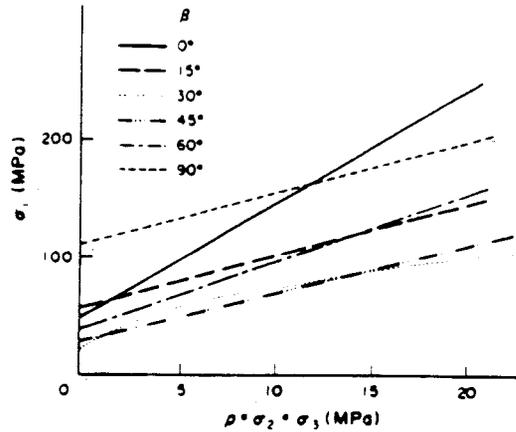


Figure I-9 : Taux d'accroissement de la résistance d'un schiste suivant la pression de confinement (p) et l'angle β ($=\Theta$) entre la contrainte principale majeure (σ_1) et le plan de schistosité (d'après Akai et al (1970))

- 5° Plusieurs modes de rupture peuvent être observés suivant que le matériau se comporte de manière ductile ou fragile.

Pour les matériaux fragiles, les ruptures les plus caractéristiques sont (fig. I-10) :

- La rupture par extension le long des plans de stratification pour $\Theta = 0^\circ$ à 15° .
- La rupture par glissement le long des plans de stratification pour $\Theta = 15^\circ$ à 60° .
- La rupture par cisaillement, l'angle de rupture étant de 20° à 30° par rapport à σ_1 pour les autres orientations.

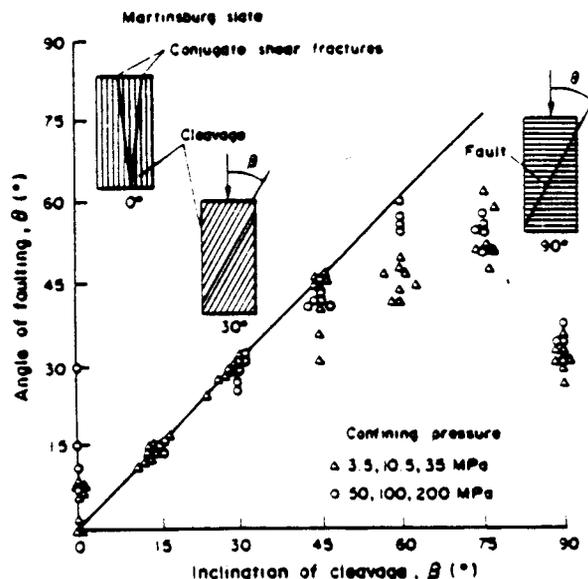


Figure I-10 : Angle et mode de rupture de l'ardoise de Martinsburg suivant l'orientation de la contrainte principale majeure (σ_1) par rapport au clivage (d'après Donath (1964))

Pour les matériaux ductiles, on observe généralement (fig. I-11) :

- Le pliage qui résulte d'une localisation des déformations plastiques.
- L'écoulement dévié (appelé Kinks Band) qui consiste en une rotation des plans de faiblesse.
- Le plissement qui résulte d'un mécanisme de flambement.
- Les glissements plastiques structuraux et astructuraux.

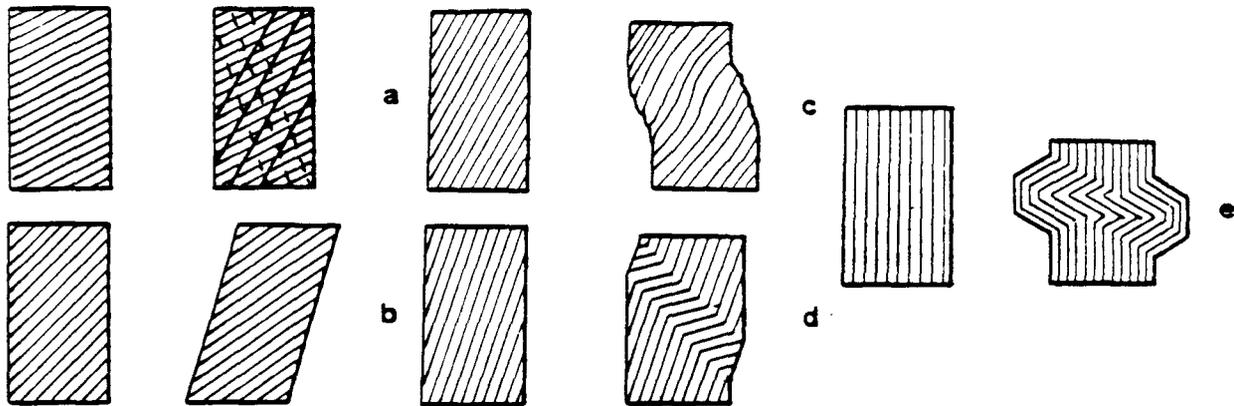


Figure I-11 : Mécanisme de déformation plastique des roches anisotropes :
a- cisaillement astructural; b- glissement plastique continu structural
c- plissement; d- kinks-bands; e- kinks conjugués (d'après Sirieys (1979))

Il est important de noter que ces modes de rupture ne sont pas aléatoires, mais fonction de l'orientation Θ et des contraintes appliquées.

1. 2-2 INFLUENCE DE LA CONTRAINTE PRINCIPALE INTERMEDIAIRE σ_2 .

Plusieurs essais de compression multiaxiale ont été conduits sur les roches anisotropes. Nous nous limiterons à exposer les résultats obtenus par Mogi (1979) et repris par Kwaniewski (1993).

En testant de nombreux échantillons parallélépipédiques rectangle de roches sous condition de compression triaxiale vraie, Mogi a pu mettre en évidence l'effet de la contrainte principale intermédiaire sur le comportement des roches isotropes et quasi-isotropes (carbonate et quartz). a montré que les modes de déformation et de rupture de ces roches n'étaient pas liés uniquement à l'intensité de la contrainte principale mineure mais également fortement influencés par la contrainte principale intermédiaire (fig. I-12).

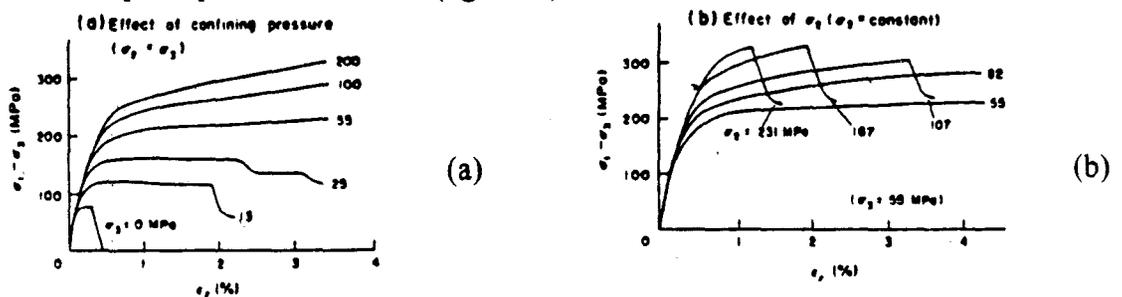


Figure I-12 : Courbes contraintes-déformations du marbre de Yamagushi sous sollicitation triaxiale vraie (d'après Mogi (1973))

a- effet de la pression de confinement ($\sigma_2 = \sigma_3$); b- effet de σ_2 ($\sigma_3 = 55$ Mpa)

Dans le cas des matériaux anisotropes, il a été montré (Kwaniewski et Mogi (1990)) que c'est l'orientation de σ_2 par rapport à l'anisotropie qui joue un rôle décisif et non son intensité (fig. I-13).

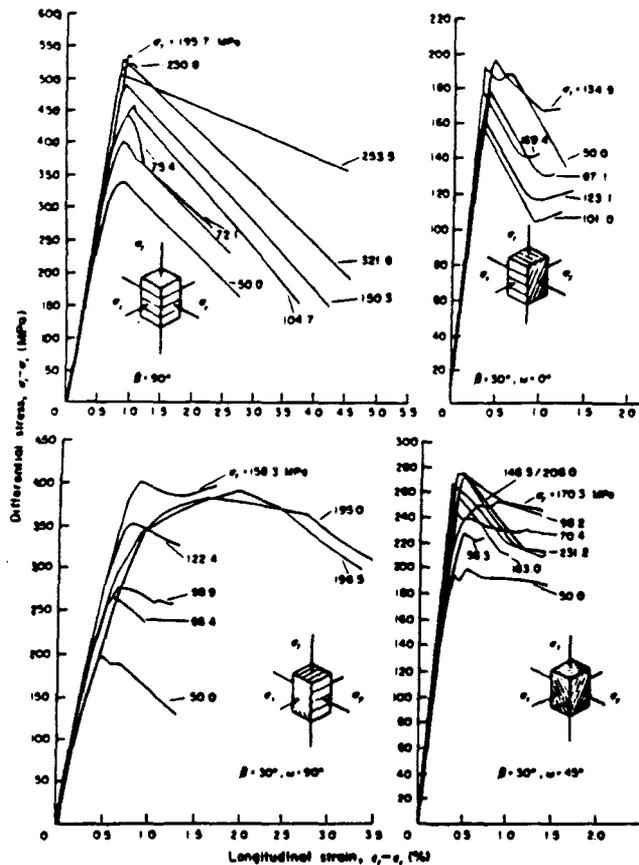


Figure I-13 : Courbes contraintes-déformations du schiste de Chichibu sous sollicitation triaxiale vraie avec différentes orientations des contraintes principales $\sigma_x (= 50\text{MPa}) < \sigma_y < \sigma_z$ par rapport au plan de foliation (d'après Kwaniewski et Mogi (1990)).

La non-influence de l'intensité de la contrainte intermédiaire, en particulier sur la résistance, a été aussi remarquée entre autre par Froment et Tshibangu (1995).

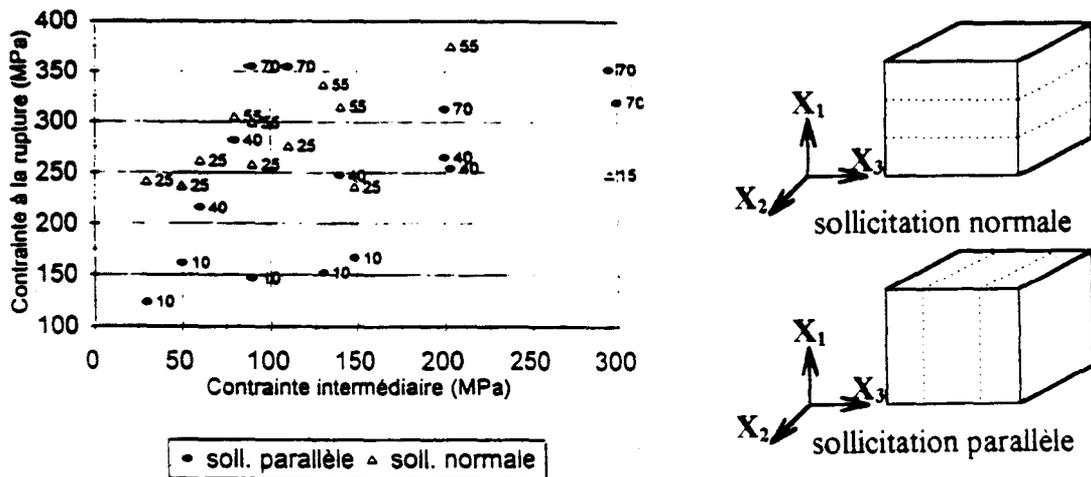


Figure I-14 : Influence de la contrainte intermédiaire sur la résistance à rupture du schiste de Martelange (d'après Froment et Tshibangu (1995))

1. 2-3 NATURE DE L'ANISOTROPIE

Basé sur la forme des courbes résistances en fonction de l'orientation Θ , l'anisotropie des résistances peut être classée en trois groupes (fig. I-15) :

- 1- Anisotropie de type 'U'.
- 2- Anisotropie de type plateau.
- 3- Anisotropie de type ondulatoire.

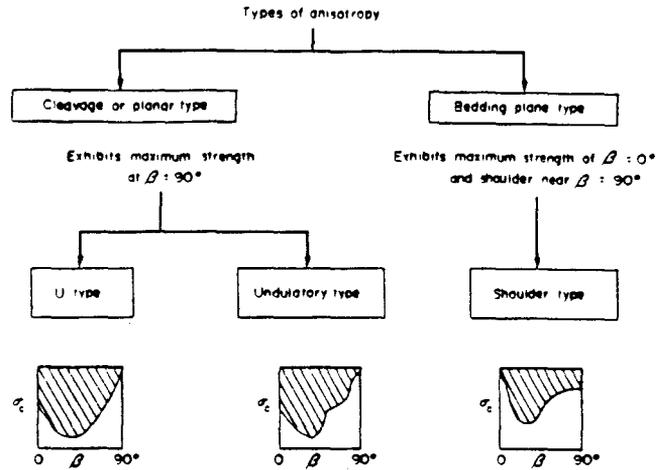


Figure I-15 : Classification des anisotropies des résistances (d'après Ramamurthy (1993))

Mac Lamore et Gray proposent, quant à eux, une classification génétique de l'anisotropie:

- 1- L'anisotropie de type planaire due au clivage ou à la schistosité.
- 2- L'anisotropie de type linéaire due au litage ou à la linaéation.

En général, à l'anisotropie planaire correspond une anisotropie de type 'U' comme pour l'ardoise de Martinsburg (fig. I-16), et, à l'anisotropie linéaire correspond une anisotropie de type plateau comme pour l'argilite de Green River (fig. I-16).

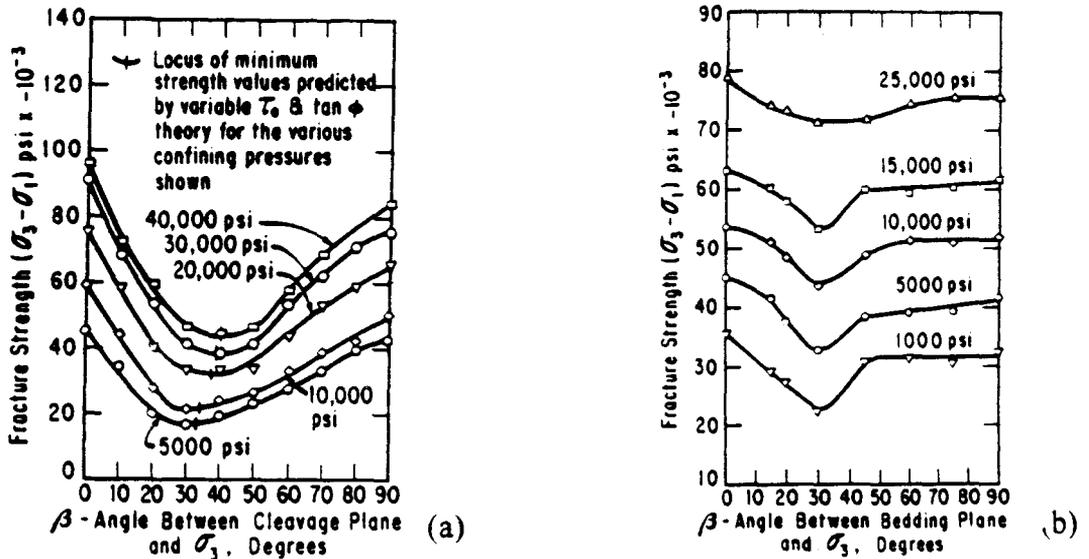


Figure I-16 : Evolution du déviateur à rupture en fonction de l'orientation et de la pression de confinement (d'après Mc Lamore et Gray)
 a- cas de l'ardoise de Martinsburg; b- cas de l'argilite de Green River

L'anisotropie ondulatoire caractérise, quant à elle, les matériaux possédant plus d'un plan de faiblesse. Par exemple les massifs jointés possédant au moins deux familles de joints semblent répondre à une telle anisotropie (fig. I-17).

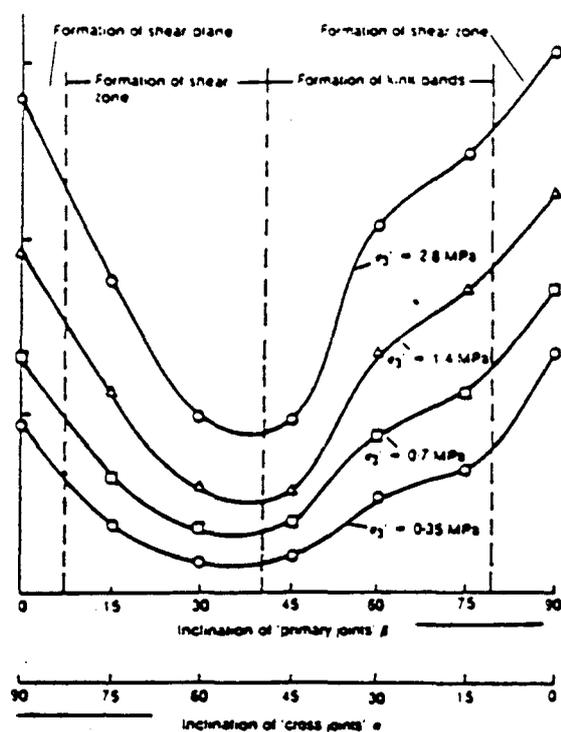


Figure I-17 : Réponse du Brick Wall Model de Ladanyi et Archambault (1972) (d'après Hoek (1983)).

1. 3 CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DU SCHISTE D'ANGERS

Le matériau dont nous nous proposons de modéliser le comportement, est un schiste ardoisier provenant de la carrière de Trélazé près d'Angers. Il est daté de l'Ordovicien moyen. La structure d'un schiste ardoisier est caractérisé par une anisotropie planaire discontinue liée à la présence de la schistosité. Il est à noter que cette schistosité est confondue avec la stratification. Matériau à grains fins, ses principaux constituants minéralogiques sont la chlorite, la muscovite et le quartz. Peuvent être aussi présents, calcite et pyrite. Cette dernière, apparaissant sous diverses formes (cristaux isolés, nodules), constitue selon les cas des zones de faiblesse ou de résistance accrue.

Afin de caractériser le comportement de ce schiste, des essais dynamiques (Cuxac 1991) et statiques (Hammade 1992) ont été menés conjointement au Laboratoire de Géomécanique de l'E.N.S.G de Nancy et au Laboratoire de Mécanique de Lille. Nous évoquons ci-dessous les principaux résultats obtenus.

1. 3-1 CARACTERISATION DE L'ANISOTROPIE.

Des mesures des vitesses d'ondes (Cuxac 1991, Homand et al 1993) sur des cubes suivant les axes propres de la roche ont permis de caractériser l'anisotropie de cette roche (fig. I-18).

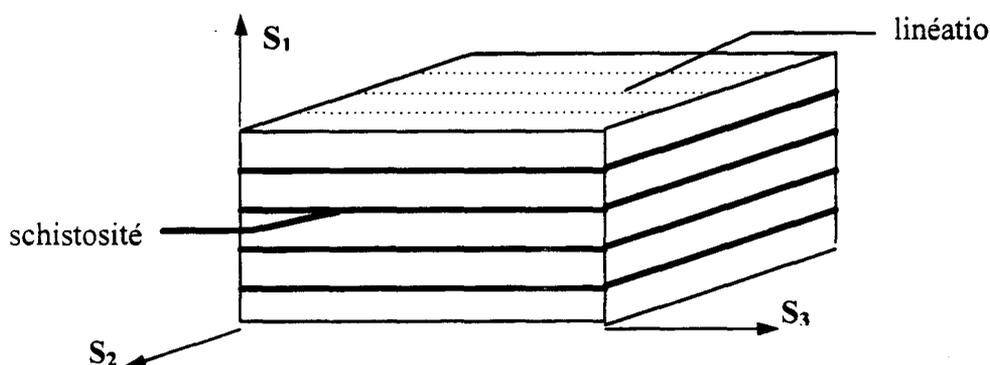


Figure I-18 : Définition des axes propres du schiste

La vitesse minimale a été trouvée suivant une transmission des ondes perpendiculaire au plan de schistosité. La vitesse maximale a été trouvée lors d'une propagation parallèle au plan de schistosité. Dans ce plan on n'observe qu'une faible variation des vitesses entre la propagation suivant S_3 et S_2 .

Guyader et Denis (1986) déterminent la présence de deux types d'anisotropie à l'aide de deux paramètres suivant:

$$\text{- Anisotropie majeure : } \Delta M \% = 100 \left[1 - \frac{2 V_1}{V_2 + V_3} \right]$$

$$\text{- Anisotropie mineure : } \Delta m \% = 100 \left[\frac{2 (V_2 - V_3)}{V_2 + V_3} \right]$$

avec $V_1 < V_2 < V_3$

Il a donc été mis en évidence une anisotropie majeure (le plan de schistosité) ΔM et une anisotropie mineure (la linéation) notée Δm . Les valeurs de ces deux paramètres, calculées à partir de mesures de vitesses effectuées sur différents échantillons, sont données dans le tableau I-4

	Bloc A	Bloc B	Bloc C
ΔM %	28.5	30.4	27.1
Δm %	5.4	1	4.2

Tableau I-4 : Anisotropies majeures et mineures mesurées sur trois blocs (d'après Homand et al (1993))

A partir de cette approche, il a été conclu que la roche est à symétrie orthotrope. Cependant, le peu d'influence de la linéation mesurée par ultrason (Δm % \approx 5) permet de supposer un comportement de type isotrope transverse. Cela a d'ailleurs été confirmé par des essais statiques de compressibilité (Hamade 1992). En effet, ces essais ne permettent pas de différencier véritablement les réponses des jauges placées dans le plan de schistosité selon différentes orientations (fig. I-19).

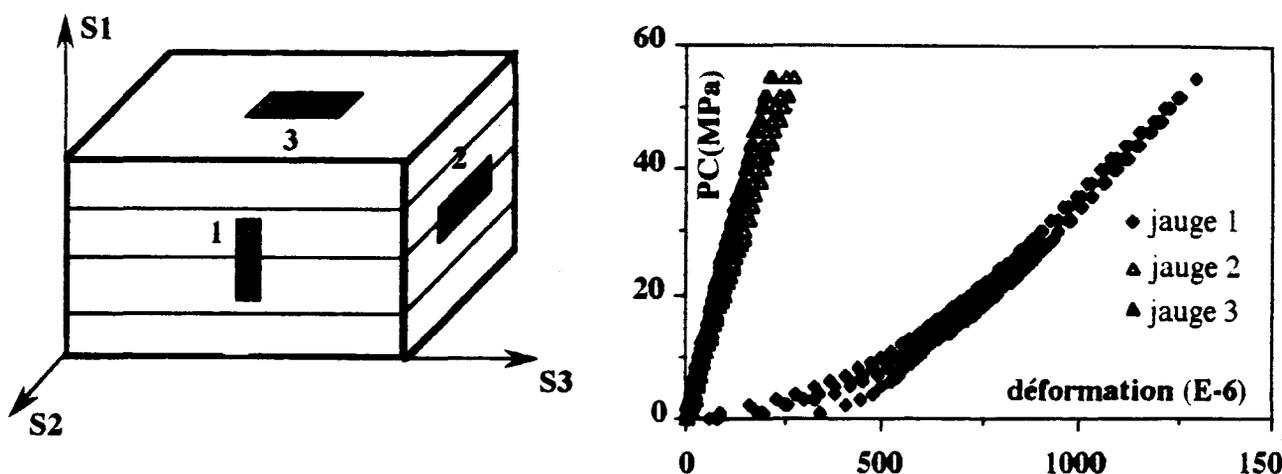


Figure I-19 : Résultat d'un essai de compressibilité (d'après Hamade (1992))

Le comportement de cette roche sera donc supposé isotrope transverse.

Lors des essais dynamiques, il a aussi été mesuré les modules élastiques dynamiques (Cuxac (1991), Homand et al (1993)). Les valeurs de ces modules sont récapitulées dans le tableau suivant (tab I-5)

Modules	E_1	E_2	$\nu_{12} = \nu_{13}$	$\nu_{23} = \nu_{32}$	$\nu_{21} = \nu_{31}$	G_{12}
valeurs	58 870	121 300	0.11	0.19	0.24	15 100

Tableau I-5 : Valeurs des modules élastiques dynamiques (d'après Homand et al. (1993)).

1. 3-2 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATION TRIAXIALE

Les essais de caractérisation mécanique du schiste ont été réalisés au sein du Laboratoire de Mécanique de Lille par Hammade et al (1990), Hammade (1992) et Morel et al (1993). Ces auteurs ont effectué des séries d'essais de compression triaxiale sur des échantillons cylindriques de diamètre 37.5 mm et d'élancement 2, pour différentes pressions de confinement ($\sigma_3=0; 5; 10; 20; 30$ et 40MPa) et pour différentes orientations ($\Theta=0^\circ; 10^\circ; 15^\circ; 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 75^\circ; 80^\circ$ et 90°). La disposition des jauges d'extensométrie est donnée sur la figure suivante (fig I-20).

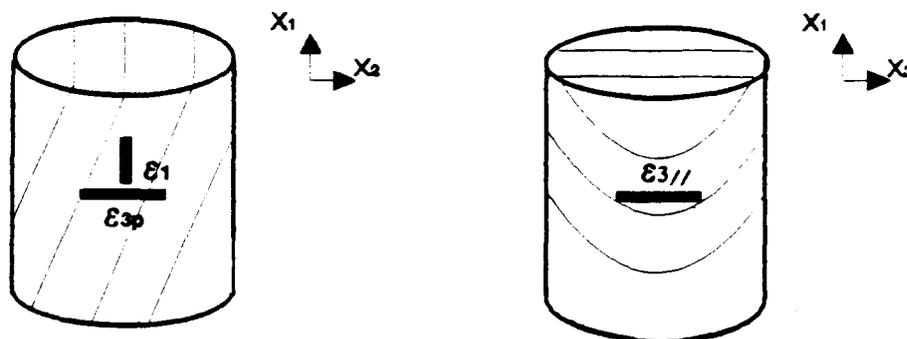
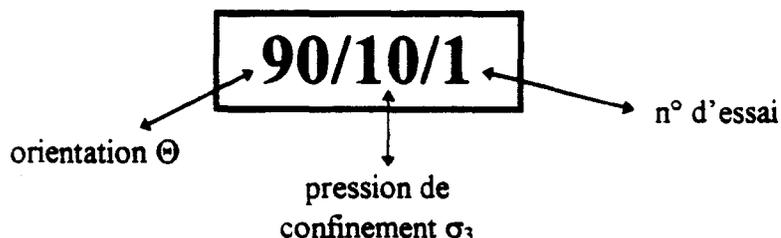


Figure I-20: Disposition des jauges

Nous rappelons enfin la notation des essais :



1. 3-2-1 Aspect des ruptures.

Pour les éprouvettes dont l'angle Θ est proche de 0° et pour des pressions de confinement faibles, on a observé une rupture par décollement des plans (par flambement). A mesure que la pression de confinement augmente, la rupture se fait dans la matrice rocheuse suivant des plans faiblement orientés par rapport à l'axe de chargement σ_1 (photo I-1)

Pour les éprouvettes dont l'angle Θ est de 90° la rupture a lieu exclusivement dans la matrice rocheuse. Elle se propage à travers les plans faisant un angle d'environ 25° par rapport à σ_1 (photo I-1).

D'une manière générale, pour toutes les autres orientations, la rupture s'est produite long des plans de faiblesse par glissement (photos II-3). Parfois, pour certaines orientations ($75^\circ; 80^\circ$ et 10°) on a pu remarquer un déclenchement faisant passer la rupture d'un plan à un autre (photo I-1).

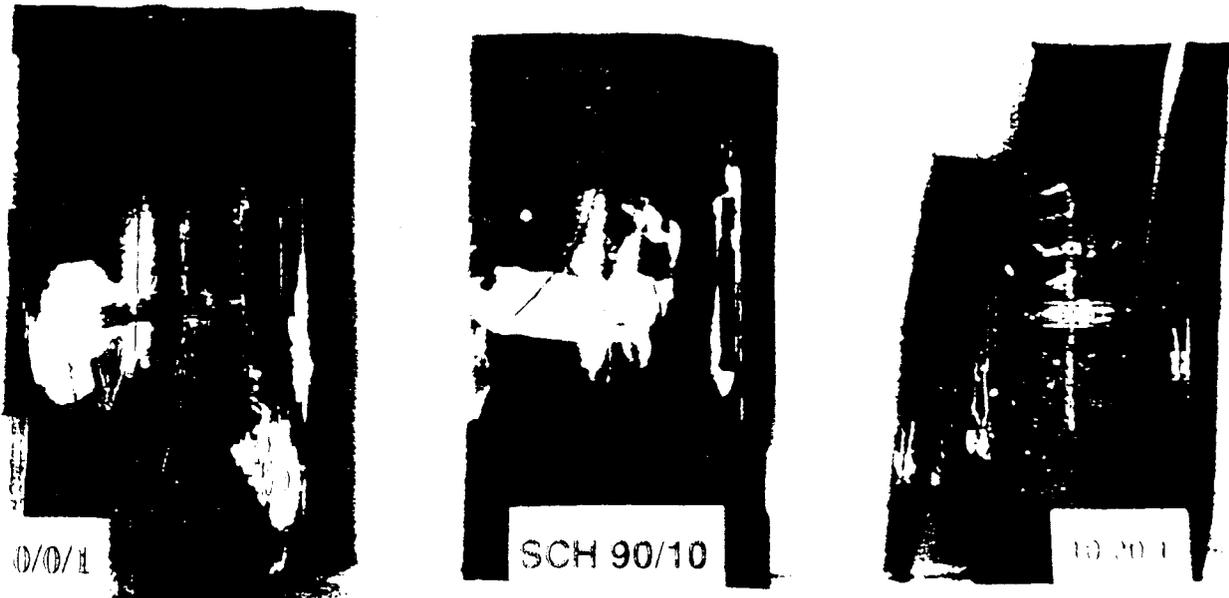


Photo I-1 : Mode de rupture pour diverses orientations (d'après Hamade (1992))

Un tel type de comportement semble être généralisable pour les schistes ardoisiers. En effet Wang (1992) et Sirieys (1979) trouvent, sur d'autres schistes, des résultats similaires.

1. 3-2-2- Comportement du schiste lors des essais triaxiaux

a- Eprouvettes à 0° et 90°

Pour l'orientation 0°, les courbes contraintes-déformations longitudinales et transversales parallèles au plan de schistosité sont quasiment linéaires quelle que soit la pression de confinement. Par contre les déformations transversales perpendiculaires au plan présentent une perte de linéarité assez rapide (fig I-21).

Pour l'orientation 90°, les courbes contraintes-déformations longitudinales présentent, de même, une partie linéaire. Par contre les courbes contraintes-déformations transversales présentent rapidement une forte non linéarité (fig. I-22).

b- Autres orientations

Les courbes contraintes-déformations longitudinales semblent toutes présenter une partie initiale linéaire (fig I-23a). Cette linéarité est suivie pour certains essais d'une partie fortement non linéaire (fig I-23b). Les autres jauges (influencées par les plans de faiblesse) donnent la plupart du temps des résultats incohérents.

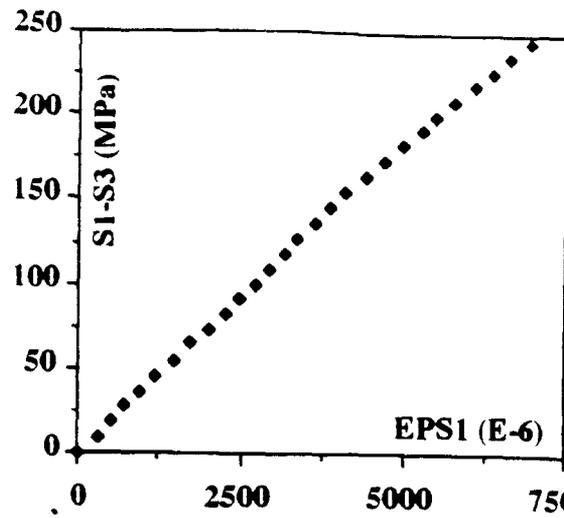
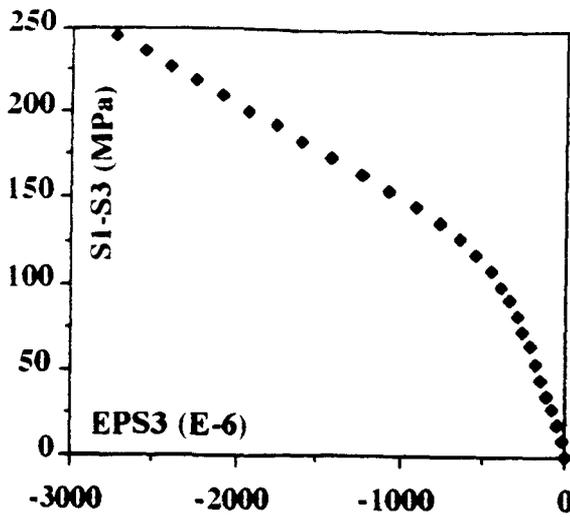


Figure I-21 : Résultat d'un essai triaxial à $\Theta = 0^\circ$; $P_c = 10$ MPa (d'après Hammade (1992))

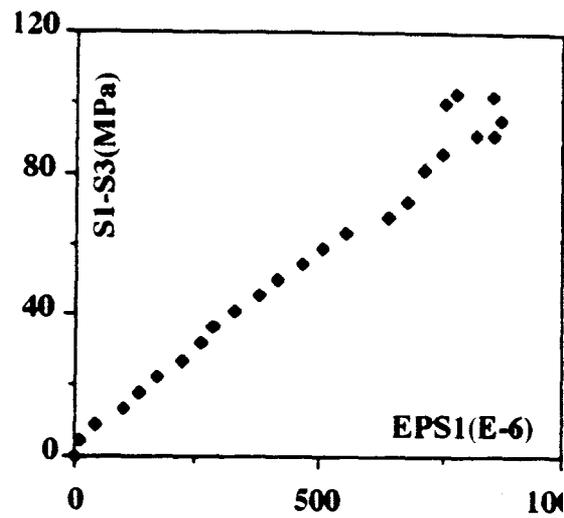
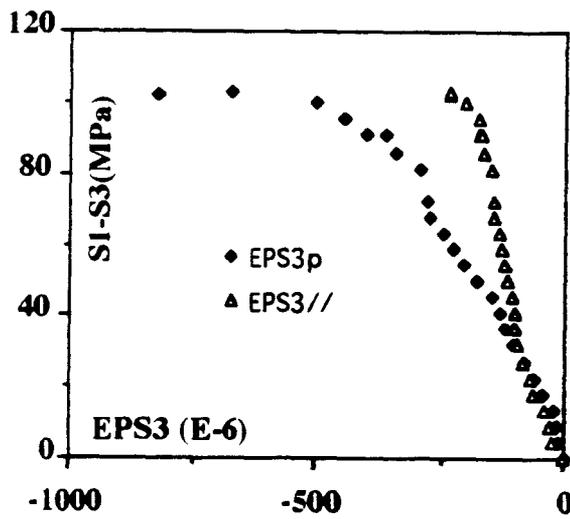


Figure I-22 : Résultat d'un essai triaxial à $\Theta = 90^\circ$; $P_c = 5$ MPa (d'après Hammade (1992))

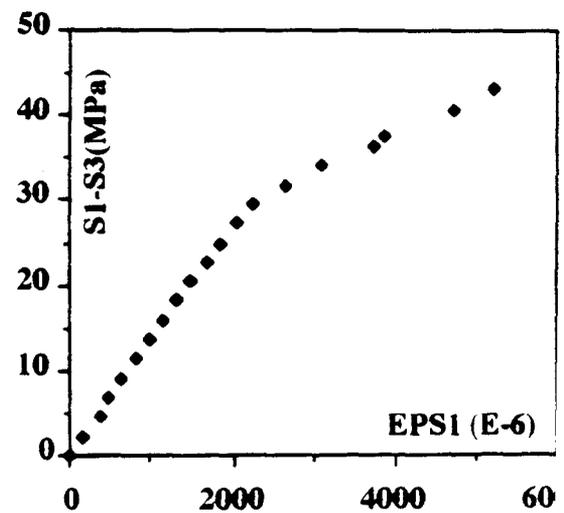
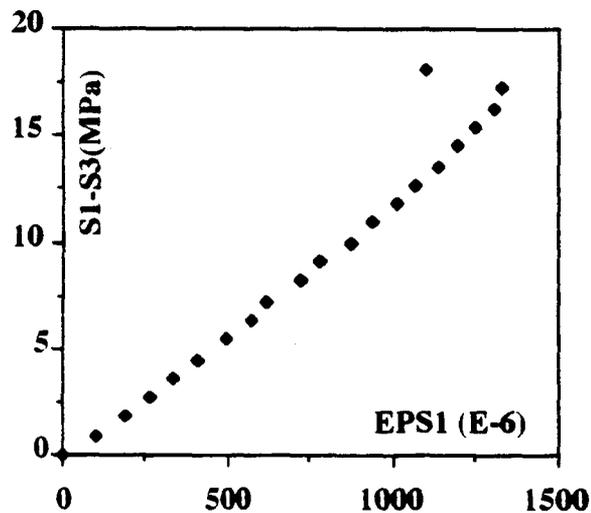


Figure I-23a : Résultat d'un essai triaxial
 $\Theta = 45^\circ$; $P_c = 5$ Mpa

Figure I-23b : Résultat d'un essai triaxial
 $\Theta = 30^\circ$; $P_c = 30$ Mpa

(d'après Hammade (1992))

1. 3-2-3 Conclusion sur les résultats de ces essais

Lors de ces essais de caractérisation du comportement de cette roche, on a donc mis en évidence deux mécanismes de rupture. En effet, pour les éprouvettes dont l'orientation de la schistosité fait un angle de 90° avec la contrainte principale majeure, on remarque que la rupture a lieu en matrice alors que pour les autres orientations, la rupture est essentiellement dirigée suivant les plans de faiblesses. De cette constatation, on peut supposer que deux comportements interviennent en général, pour provoquer la rupture:

- (a) un mécanisme de microfissuration induisant une anisotropie liée au tenseur de contrainte et une dilatance.
- (b) un mécanisme de glissement

Pour l'orientation 90° , il est clair que seul le mécanisme (a) intervient car il n'y a pas de cisaillement dans le plan de schistosité. Pour l'orientation 0° , il n'y a pas non plus de cisaillement dans le plan de schistosité, on peut donc supposer qu'un même mécanisme intervient. Cela tend d'ailleurs à être prouvé par les courbes contraintes-déformations obtenues pour ces orientations. Afin de valider l'hypothèse du mécanisme d'endommagement, des essais cycliques ont été réalisés par Hammade pour ces orientations. On a remarqué, pour ces deux orientations, que les déformations permanentes et les boucles d'hystérésis sont quasiment nulles quelque soit la pression de confinement (fig I-24 et I-25). Il n'y a donc pas de comportement plastique pour ces orientations. Ces essais valident donc bien l'hypothèse que la rupture de la roche est entièrement contrôlée par la microfissuration du matériau.

Pour les autres orientations, le mécanisme principal mis en jeu est le mécanisme de glissement.

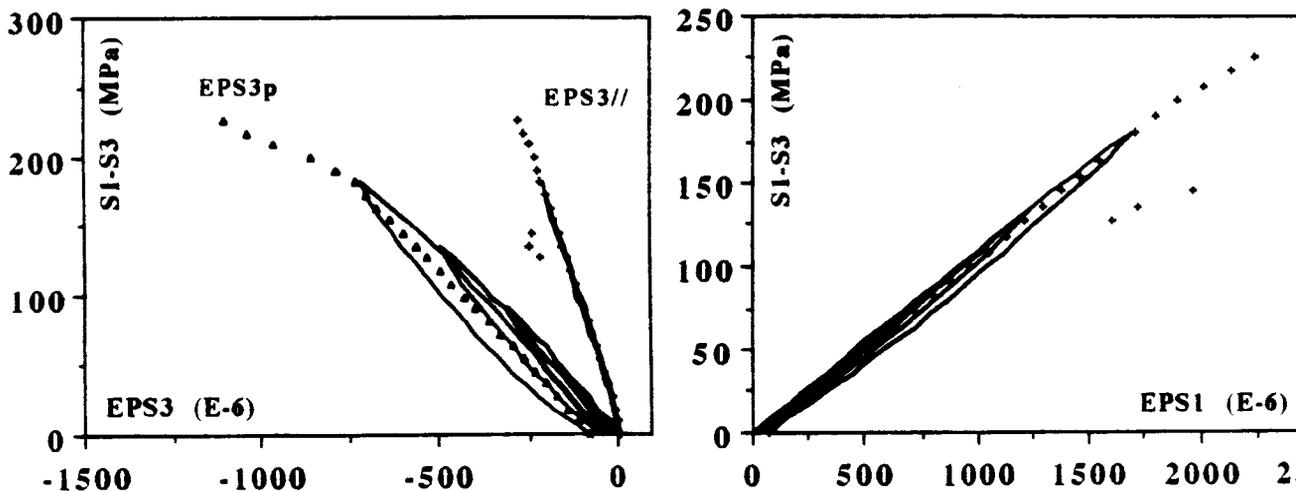


Figure I-24 : Courbe contraintes-déformations d'un essai cyclique pour $\Theta = 0^\circ$ $P_c = 30$ Mpa (d'après Hammade (1992))

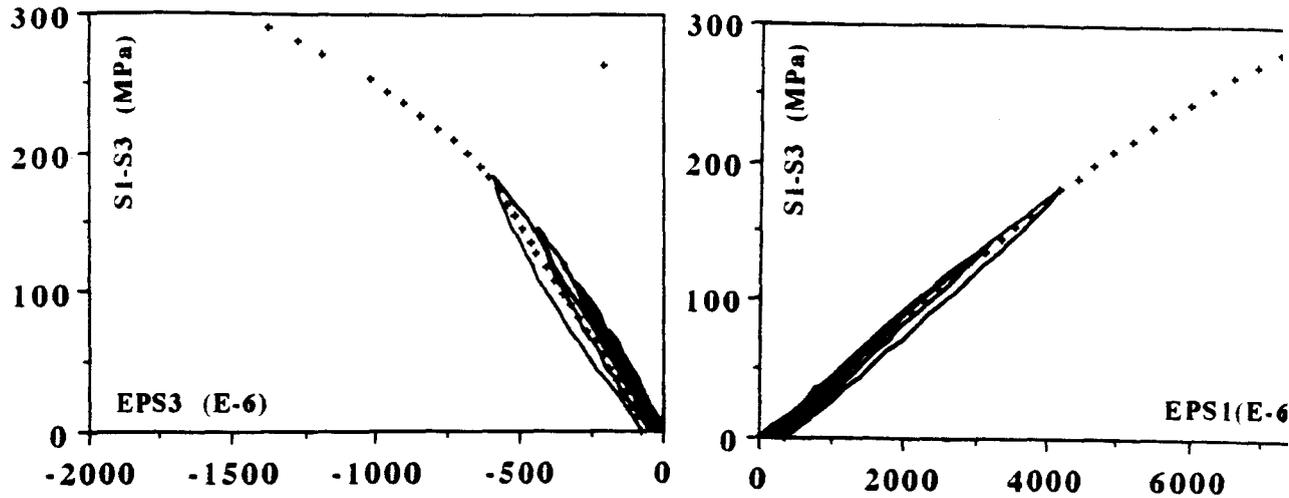


Figure I-25 : Courbe contraintes-déformations d'un essai cyclique pour $\Theta = 90^\circ$ $P_c = 30$ Mpa.
(d'après Hammade (1992))

1. 3-3 DETERMINATION DES PARAMETRES ELASTIQUES

Les valeurs expérimentales des modules d'Young et des coefficients de Poisson ont déjà fait l'objet d'études (Hammade et al 1990, Hammade 1992 et Homand et al 1993). Nous nous limiterons donc à exposer les dépendances retenues avec la pression de confinement.

1. 3-3-1 Module d'Young principaux E_1 et E_2

En fonction de la pression de confinement, les lois de variation du module d'Young, le plus communément utilisées sont (Santarelli (1987)):

$$E = E_0 \left[1 + a \left(\frac{\sigma_3}{P_c} \right)^m \right] \quad \text{I-14}$$

pour laquelle E_0 est la valeur du module d'Young pour une pression de confinement nulle, et a et m deux paramètres à déterminer, et

$$E = E_0 \left[1 + \frac{\sigma_3}{P_c} \right]^m \quad \text{I-15}$$

pour laquelle E_0 et m sont les deux paramètres à déterminer.

Les régressions linéaires pour les deux lois empiriques proposées sont :

$$E_0 = 32\,750 \text{ MPa} \quad a = 0,0531 \quad m = 0,2935 \quad R^2 = 0,740 \quad \text{pour la relation I-14}$$

$$E_0 = 32\,565 \text{ MPa} \quad m = 0,0437 \quad R^2 = 0,886 \quad \text{pour la relation I-15}$$

La relation I-15 nous donne un meilleur coefficient de corrélation, c'est pourquoi nous la retiendrons. Nous prendrons donc la loi empirique de variation de E_1 avec la pression de confinement, suivante :

$$E_1 = 32565 \left[1 + \frac{\sigma_3}{Pa} \right]^{0.0437} \quad \text{I-16}$$

En ce qui concerne le module E_2 , module d'Young dans le plan de schistosité, il reste indépendant de la pression de confinement. Nous prendrons :

$$E_2 = 119\,000 \text{ Mpa} \quad \text{I-17}$$

1.3-3-2 Coefficients de Poisson

Les valeurs des coefficients de Poisson en fonction de la pression de confinement sont très dispersées, aussi, nous les supposons constants et égaux à :

$$\nu_{12} = 0,14 \quad \nu_{23} = 0,16 \quad \nu_{21} = 0,34 \quad \text{I-18}$$

Remarque : L'hypothèse d'élasticité implique $\nu_{12}/E_1 = \nu_{21}/E_2$. Puisque seul E_1 varie avec la pression de confinement, cette relation ne peut être vérifiée. Pour garder la symétrie de la matrice d'élasticité (A), nous déterminerons une valeur moyenne de E_1/ν_{12} (ou E_2/ν_{21}) calculée à partir de la moyenne des valeurs expérimentales de E_1/ν_{12} et de E_2/ν_{21} . Nous proposons donc :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} = 0.5 \left[\frac{\nu_{12}}{E_1} + \frac{\nu_{21}}{E_2} \right] \quad \text{I-19}$$

1.3-3-3 Détermination du module de cisaillement G_{12}

Le module de cisaillement G_{12} n'est pas accessible directement par des mesures par jauges d'extensométrie. La seule façon de déterminer ce module par les essais statiques est de conduire des essais clinotropes. Les courbes contraintes déformations obtenues sur ces essais sont initialement linéaires, ce qui peut présumer un comportement élastique anisotrope défini, pour la courbe $\varepsilon_1 = f(\sigma_1 - \sigma_3)$, par le module $E(\theta)$. Théoriquement on sait que dans le cadre de l'élasticité linéaire, on doit avoir (équation I-12):

$$\frac{1}{E(\theta)} = \frac{\sin^4 \theta}{E_1} + \left[\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_2}$$

Connaissant les valeurs de E_1 , de E_2 et en utilisant l'équation I-19 on a déterminé à partir des valeurs de $E(\theta)$ mesurées sur chacun des essais clinotropes, la valeur de G_{12} (Hammade (1992), Homand et al (1993), Duvéau et Henry (1993)). Les valeurs de ce module sont données dans le tableau suivant (tab. I-10):

10°		15°		30°		45°		60°	
essai	G_{12}								
10/00/1	3500	15/00/1	3000	30/00/1	>5000	45/00/1	5000	60/05/1	>5000
10/05/1	>5000	15/05/1	2500	30/05/1	5000	45/00/2	4000	60/10/1	>5000
10/05/2	4000	15/10/1	1500	30/10/1	3500	45/05/1	3500	60/10/2	5000
10/05/3	4000	15/20/1	1500	30/20/1	>5000	45/10/1	>5000	60/10/3	5000
10/10/1	3500	15/30/1	1500	30/30/1	3000	45/10/2	>5000	60/20/1	3000
10/20/2	3500	15/40/1	3000	30/40/1	>5000	45/20/1	>5000	60/30/1	3000
10/30/1	>5000					45/30/1	2500		
10/30/2	5000					45/40/1	>5000		
10/40/2	5000					45/40/2	4000		

Tableau I-10: Valeurs mesurées de G_{12} (d'après Duveau et Henry (1993))

Au vu de ce tableau on remarque que le module de glissement est sensiblement indépendant, et de l'orientation et de la pression de confinement. Le matériau semble donc bien obéir à une loi élastique anisotrope, une valeur moyenne, de G_{12} égale à 3500MPa pouvant être considérée.

Cependant, cette valeur est très très faible comparée à la valeur déterminée par les essais dynamiques. L'hypothèse que la courbe contraintes-déformations initiales, quoique linéaire, corresponde à un comportement élastique est donc sujette à caution. Afin de lever toute ambiguïté sur le comportement pour ces orientations, des essais triaxiaux clinotropes de chargement-déchargement ont alors été réalisés.

Lors de ces essais, on a pu remarquer que (fig I-26):

- Les courbes déchargement-rechargement sont quasi-linéaires
- Les modules de déchargement et de rechargement sont égaux et sont très supérieurs au module initial (peu d'effet d'hystérésis), ce qui entraîne la présence d'importantes déformations permanentes par glissement.
- La présence de déformation permanente est observable quelle que soit la valeur du déviateur au point de décharge.

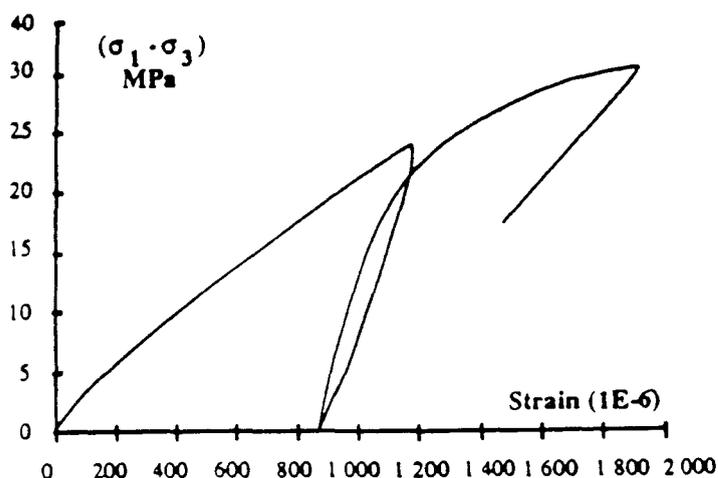


Figure I-26 : Courbe contrainte-déformation axiale de chargement-déchargement $\Theta = 30^\circ$ (d'après Homand et al (1993))

Ces observations permettent de conclure que le mécanisme principal mis en jeu est le glissement le long des plans de schistosité. Le troisième point indique que le glissement est actif dès le début du chargement. La partie linéaire des courbes que l'on observe, en chargement monotone, ne représente donc pas le comportement élastique du matériau comme nous l'avions initialement pensé. Par contre, lors du déchargement, la réponse enregistrée est la réponse élastique de la roche. C'est à partir de ces essais clinotropes de chargement déchargement que nous avons eu accès au module de cisaillement élastique statique qui a une valeur proche de 14500 MPa.

1. 4 CONCLUSION

Lors des essais de caractérisation du matériau, on a mis en évidence deux mécanismes de rupture. En effet, pour les éprouvettes dont l'orientation des plans de schistosité fait un angle Θ proche de 90° ou de 0° avec la contrainte principale majeure, on remarque que la rupture a lieu en matrice alors que pour les autres orientations la rupture est dirigée suivant les plans de faiblesse. Ces deux mécanismes sont:

a: un mécanisme de microfissuration induisant une anisotropie liée au tenseur de contrainte et une dilatance

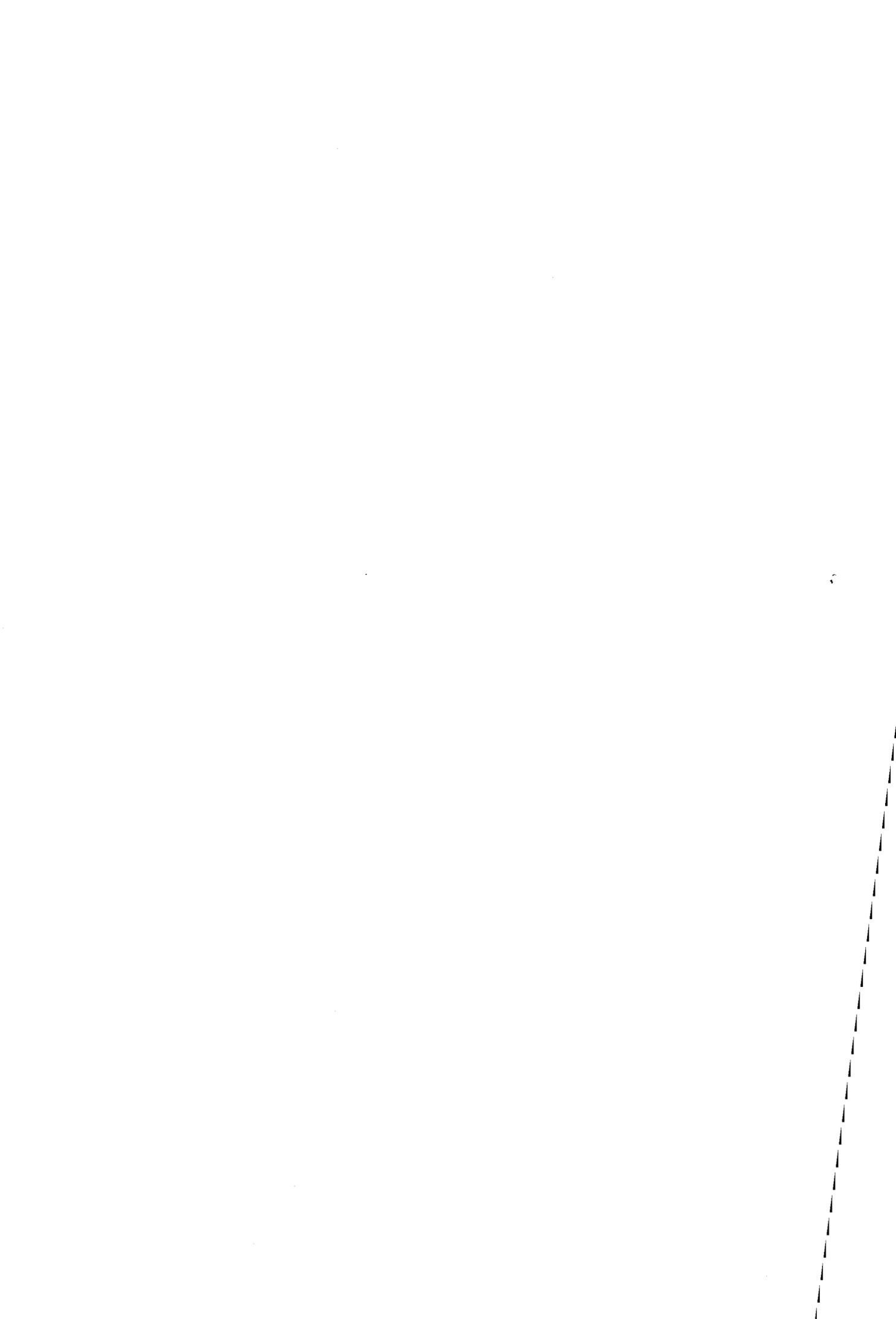
b: un mécanisme de glissement

Quoique ces deux mécanismes doivent, pour la plupart des orientations, intervenir simultanément et interagir, nous les supposons indépendants. Cette supposition paraît d'autant plus fondée que les ruptures pour les orientations autres que celles proches de 0° et 90° , surviennent pour de faibles valeurs des contraintes. Le mécanisme d'endommagement n'interviendra donc (s'il intervient) qu'en fin de chargement pour des pressions de confinement élevées. De même, pour les orientations proches de 90° , la contrainte de cisaillement est négligeable par rapport à la contrainte normale, le glissement le long du plan de schistosité peut donc aussi être considéré comme négligeable.

Après avoir modélisé le comportement à rupture, nous présenterons des modèles susceptibles de rendre compte de ces deux comportements.

Le mécanisme (a), sera modélisé par un modèle d'endommagement à anisotropie induite.

Pour modéliser le mécanisme (b), nous utiliserons une approche de type mécanique des joints (les plans de schistosité étant alors supposés être des joints).



CHAPITRE II

MODELISATION DU COMPORTEMENT A LA RUPTURE

2. 1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.

Différents modèles ont été proposés pour rendre compte du caractère directionnel de résistance des roches anisotropes. Amadéi (1983) propose de les classer en deux groupes; 1) les modèles continus (où la résistance varie de façon continue avec l'orientation) et les modèles discontinus. Cette classification trouve son fondement dans l'approche du modélisateur face à une roche anisotrope qu'il étudie. Soit il considère que le matériau est continu vis à vis de son échelle de référence, soit il considère son matériau comme entrecoupé par des surfaces de discontinuité orientées tels que des joints ou des familles de joints. Dans le cas de la première approche la modélisation requiert une continuité, dans la seconde il peut y avoir des zones d'influence (de non influence) des discontinuités.

2. 1-1 LES MODELES DISCONTINUS

2. 1-1-1 Théorie du plan de faiblesse de Jaeger (Modèle SPW).

Jaeger (1960) est un des premiers auteurs à avoir proposé un modèle rendant compte du comportement d'un matériau possédant une famille de plan de faiblesse. Cette théorie suppose que le matériau se rompt en cisaillement, cisaillement structural ou astructural. Partant de cette hypothèse, il propose la généralisation de la théorie de Mohr-Coulomb de la manière suivante :

- Le critère de rupture en matrice s'écrit :

$$\tau = c + \sigma_n \cdot \tan\Phi \quad \text{II-1}$$

où c et Φ sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement tels que définis dans la théorie de Mohr-Coulomb (fig. II-1)

- Le critère de rupture le long du plan de faiblesse s'exprime par:

$$\tau = c' + \sigma_n \cdot \tan\Phi' \quad \text{II-2}$$

où τ et σ_n sont respectivement la contrainte de cisaillement et la contrainte normale au plan de faiblesse (fig. II-1a), c' et Φ' étant alors assimilable à la cohésion et à l'angle de frottement de ce plan (fig. II-1b).

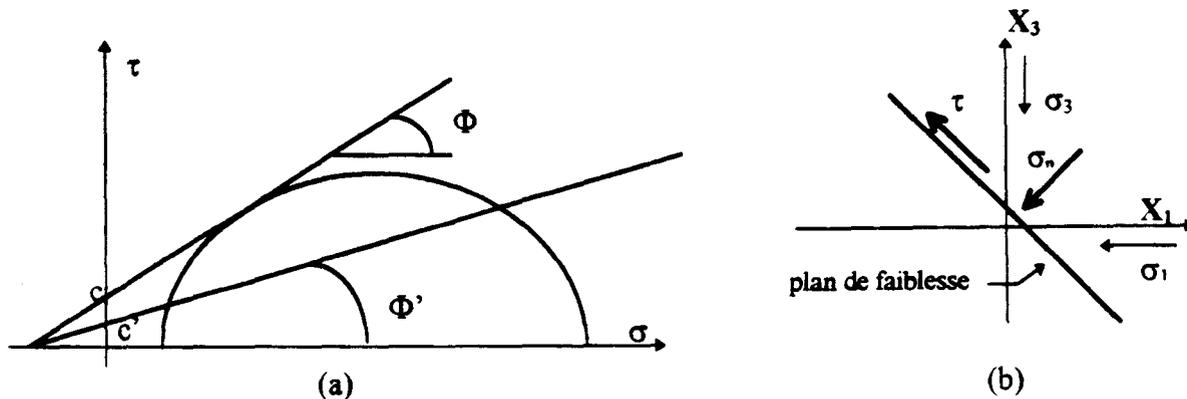


Figure II-1: Anisotropie discontinue

a-Lois élémentaire de cisaillement structural (c et Φ) et astructural (c' et Φ')

b- Etude de stabilité en problème plan

Le déviateur intervenant dans le critère de rupture est, quant à lui, le suivant ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) : $(\sigma_1 - \sigma_3) = \min((\sigma_1 - \sigma_3)_M ; (\sigma_1 - \sigma_3)_P)$, l'indice M signifiant rupture en matrice, et l'indice P rupture le long du plan de faiblesse (fig. II-2).

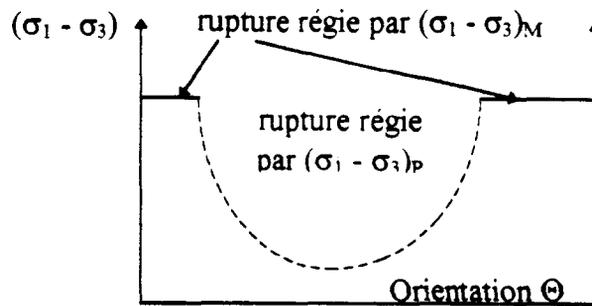


Figure II-2 : Schématisation du modèle SPW de Jaeger.

Le déviateur $(\sigma_1 - \sigma_3)_M$ se détermine facilement connaissant Φ . En effet, dans le cas d'une rupture en matrice l'angle α entre la contrainte principale majeure σ_1 et le plan de rupture, vaut $\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$ (fig. II-1). De ce fait, la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à ce plan valent respectivement :

$$2\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha) = (\sigma_1 - \sigma_3)\cos\Phi \quad \text{II-3a}$$

$$2\sigma_n = (\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha) = (\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)\sin\Phi \quad \text{II-3b}$$

En remplaçant II-3a et II-3b dans II-2a on obtient :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_M = \frac{2(c + \sigma_3 \operatorname{tg}\Phi)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\Phi} - \operatorname{tg}\Phi} \quad \text{II-4}$$

De la même façon, on détermine $(\sigma_1 - \sigma_3)_P$ sachant que la rupture se fait le long du plan de faiblesse. Si ce plan est incliné d'un angle Θ par rapport à la contrainte σ_1 on a alors :

$$2\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\Theta) \quad \text{et} \quad 2\sigma_n = (\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\Theta) \quad \text{II-5a et b}$$

En remplaçant dans II-2 on obtient :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_P = \frac{2(c' + \sigma_3 \operatorname{tg}\Phi')}{(1 - \operatorname{tg}\Theta \operatorname{tg}\Phi') \sin 2\Theta} \quad \text{II-6}$$

Parallèlement à cette théorie Barron (1971), Hoek (1964, 1983), Hoek et Brown (1980a et 1980b), Walsh et Brace (1964) proposent des critères d'initialisation et de propagation de fissures issus de la théorie de Griffith (1921, 1925) modifié par Maclintock et Walsh (1962).

2. 1-1-2 Théorie de Walsh et Brace.

C'est Mürrel (1928) qui a eu le premier l'idée d'étendre la théorie de Griffith (1921,1925) aux cas des roches. Griffith postule que, dans les matériaux fragiles tels que les verres et les métaux, la rupture est initialisée lorsque la résistance en traction du matériau est dépassée par la contrainte générée en tête de défaut microscopique existant dans ce matériau. Dans les roches, ces défauts sont généralement préexistants et sont par exemple des pores, des microfissures ou encore des frontières de grains. Une théorie directement issue du critère de Griffith et appliquée aux roches a été proposé par Hoek (1968) qui suggère la forme suivante pour décrire la courbe enveloppe des cercles de Mohr :

$$\tau = 2 \sqrt{|\sigma_t| (|\sigma_t| + \sigma_n)} \quad \text{II-7}$$

où σ_t est la résistance en traction uniaxiale (négative), τ et σ_n sont respectivement la contrainte de cisaillement et la contrainte normale.

Originellement, la théorie de Griffith a été élaborée pour décrire la résistance de matériaux soumis à des champs de contraintes où la traction est prédominante. Or, dans le cas des roches, le champ de contraintes est généralement un champ de compression. De ce fait, les fissures peuvent être considérées comme fermées et ce, même pour des petits niveaux de contrainte. Il y a alors transmission à travers ces fissures des contraintes normales et de cisaillement. Il devient donc nécessaire de prendre en compte la résistance au frottement des fissures fermées. Dans ce but, Maclintock et Walsh proposent la modification du critère de Griffith suivante :

$$\tau = 2 |\sigma_t| + \mu \sigma_n \quad \text{II-8}$$

où μ est le coefficient de frottement.

Dans le cas des matériaux anisotropes, Walsh et Brace supposent l'existence de deux familles de microfissures :

- un champ isotrope de petites fissures aléatoirement distribuées.
- une famille de grandes fissures orientées suivant la direction du plan de faiblesse.

Il suppose par ailleurs que la rupture se fait indépendamment par développement d'une unique famille de fissure. A partir de II-8 et, en suivant une démarche identique à celle exposée dans le paragraphe précédent, on obtient le déviateur des contraintes nécessaire à la rupture par développement des fissures courtes $(\sigma_1 - \sigma_3)_C$ ainsi que celui nécessaire à une rupture due aux fissures longues $(\sigma_1 - \sigma_3)_L$:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_C = \sigma_{0C} + \frac{\sigma_3 \mu_C}{\sqrt{1 + \mu_C^2} - \mu_C} \quad \text{II-9}$$

où σ_{0C} est la résistance en compression simple d'un matériau ne possédant que des fissures courtes et μ_C est le coefficient de frottement de ces fissures

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_L = \frac{2 \cdot \sigma_3 \mu_L + \sigma_{oL} (\sqrt{1 + \mu_L^2} - \mu_L)}{(1 - \operatorname{tg} \Theta \mu_L) \sin 2\Theta} \quad \text{II-10}$$

où Θ est l'angle entre σ_1 et la direction des fissures longues, σ_{oL} est la résistance en compression simple d'un matériau ne possédant que des fissures longues et μ_L est le coefficient de frottement de ces fissures.

Le déviateur des contraintes à la rupture est alors donné comme précédemment par :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \min.((\sigma_1 - \sigma_3)_C ; (\sigma_1 - \sigma_3)_L) \quad \text{II-11}$$

2. 1-2 LES MODELES CONTINUS.

A l'instar des modèles discontinus, les modèles continus présentent une variation continue de la résistance en fonction de l'orientation Θ . Ces modèles peuvent être classés en deux sous-groupes, ceux qui négligent la contrainte principale intermédiaire, et ceux qui ne la négligent pas. Dans les théories du premier sous-groupe, on trouve les critères empiriques de Jaeger (1960) et Mac Lamore et Gray (1967). Pour les théories formulées dans l'espace tridimensionnel des contraintes nous avons les critères proposés par Nova et Sacchi (1979), Nova (1980, 1986), Boelher (1975, 1978), Boelher et al (1977, 1979), Tsai et Wu (1971) et Pariseau (1972).

2. 1-2-1 Le modèle de Mc Lamore et Gray

La théorie de Mc Lamore et Gray (1967) est une modification de la théorie de la cohésion variable de Jaeger (1960). Cette dernière est un modèle continu qui décrit la résistance au cisaillement des roches anisotropes avec une cohésion qui varie continuellement avec l'orientation Θ . Dans sa théorie, Jaeger suppose que la résistance au cisaillement d'une roche anisotrope peut être décrite par un critère de Mohr-Coulomb modifié.

Jaeger considère que sur un plan de rupture incliné d'un angle α par rapport à la contrainte principale majeure σ_1 (fig. II-3), la résistance au cisaillement est régie par la loi suivante:

$$\tau = c_\alpha + \sigma_n \operatorname{tg} \Phi \quad \text{II-12}$$

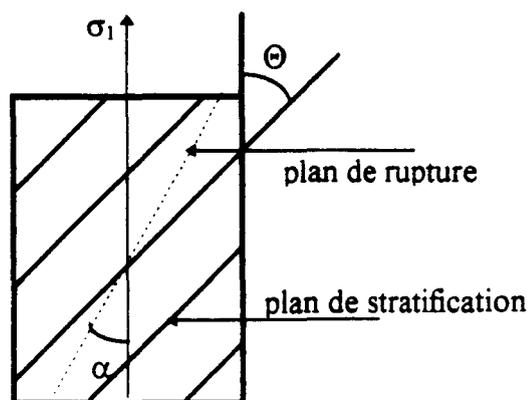


Figure II-3 : Position du plan de rupture dans la théorie de Mc Lamore et Gray (1967)

où c_α est la cohésion qui est supposée fonction de l'orientation, sous la forme :

$$c_\alpha = S_1 - S_2 \cos 2(\alpha - \Theta) \quad \text{II-13}$$

Dans cette théorie le plan de rupture fait un angle $\alpha = \frac{\Pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$ constant par rapport à σ_1 .
Le déviateur à rupture vaut alors (cf. § 2. 1-1) :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{2(c_\alpha + \sigma_3 \operatorname{tg} \Phi)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Phi} - \operatorname{tg} \Phi} \quad \text{II-14}$$

Sur la base de ces travaux, et pour tenir compte des phénomènes observés lors de leurs expériences, Mc Lamore et Gray proposent de décrire la variation de la cohésion en fonction de Θ par la forme suivante :

$$C_\Theta = A_1 - B_1 \cos[2(\xi - \Theta)]^n \quad \text{II-15}$$

avec ξ orientation pour laquelle C_Θ est minimum.

La puissance n est appelée facteur d'anisotropie. Les auteurs proposent de prendre $n = 1$ ou $n = 3$ pour les roches à anisotropie plane, et $n = 5$ ou $n = 6$ pour les roches à anisotropie linéaire. La figure II-4 illustre l'action de n sur la cohésion.

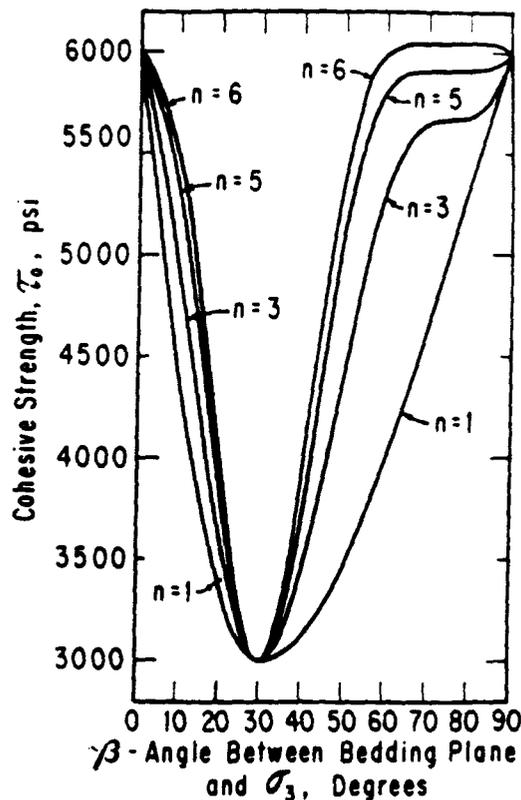


Figure II-4 : Evolution de la cohésion en fonction de l'orientation pour différentes valeurs de n (d'après Mc Lamore et Gray (1967))

De plus, de nombreux auteurs (Donath (1964), Chenevert et Gatlin (1965), Carillo et Casagrande (1944), Mc Lamore et Gray (1967)) ont aussi remarqué une variation du coefficient de frottement $\tan\Phi$ avec l'orientation Θ . Cette variation étant de même nature que celle de la cohésion (fig. II-5), Mc Lamore et Gray proposent, pour la décrire, une formulation identique, à savoir :

$$\tan\Phi_{\theta} = C_1 - D_1 \cos[2(\zeta - \Theta)]^m \quad \text{II-16}$$

où ζ est l'orientation pour laquelle $\tan\Phi_{\theta}$ est minimum (ζ peut être différent de ξ) et m joue le même rôle que n .

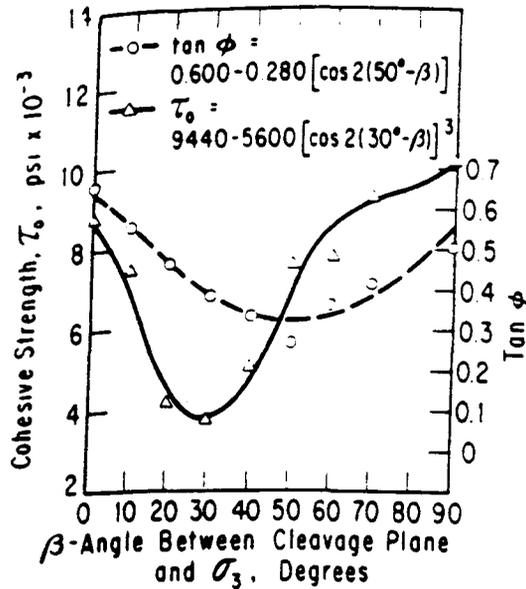


Figure II-5 : Variations de la cohésion τ_0 et du coefficient de frottement $\tan\Phi$ en fonction de l'orientation pour une ardoise (d'après Mc Lamore et Gray (1967))

Cette théorie a été utilisée avec succès par Donath (1972) (fig. II-6), mais dans bien des cas, un seul ensemble de constantes ne permet pas une bonne description des variations des paramètres $\tan\Phi_{\theta}$ et C_{θ} . Ainsi Mc Lamore et Gray suggèrent d'utiliser différents ensembles de constantes selon la plage de l'angle Θ pour décrire les évolutions de C_{θ} et $\tan\Phi_{\theta}$ (fig. II-7). La formulation est alors la suivante :

$$C_{\theta} = \begin{cases} A_1 - B_1 \cos[2(\xi - \Theta)]^n & \text{si } \Theta \leq \xi \\ A_2 - B_2 \cos[2(\xi - \Theta)]^n & \text{si } \Theta \geq \xi \end{cases} \quad \text{II-17a}$$

$$\tan\Phi_{\theta} = \begin{cases} C_1 - D_1 \cos[2(\zeta - \Theta)]^m & \text{si } \Theta \leq \zeta \\ C_2 - D_2 \cos[2(\zeta - \Theta)]^m & \text{si } \Theta \geq \zeta \end{cases} \quad \text{II-17b}$$

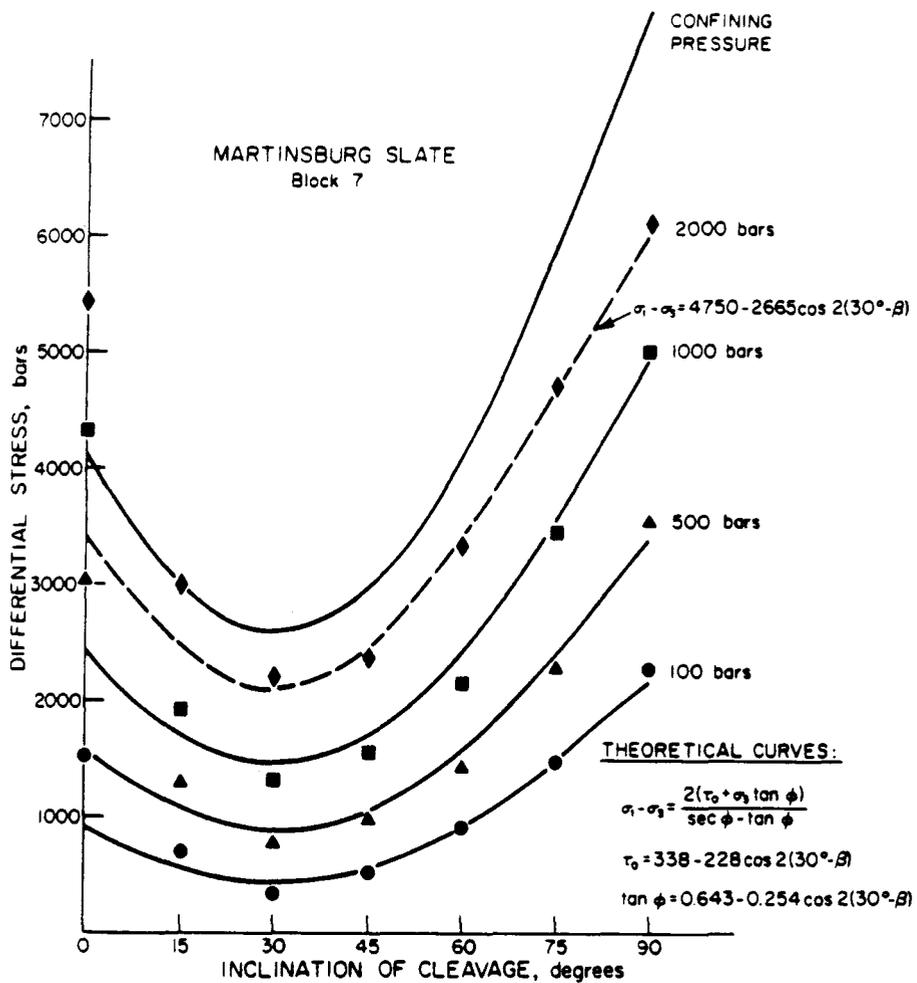


Figure II-6 : Variation de la résistance de l'ardoise de Martinsburg, comparaison avec les courbes théoriques(d'après Donath (1972))

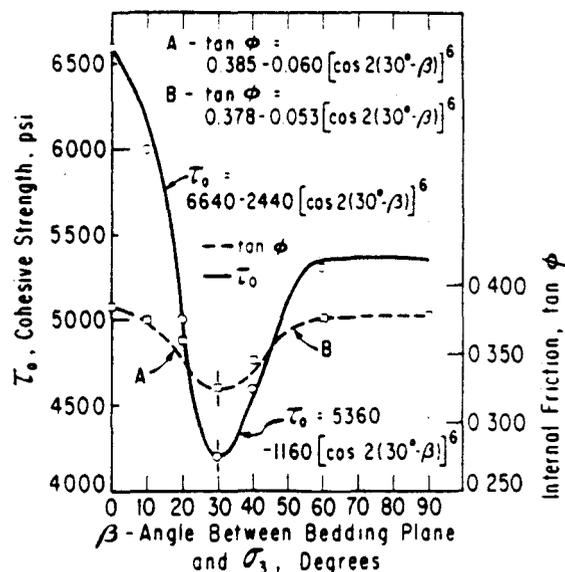


Figure II-7 : Variations de la cohésion τ_0 et du coefficient de frottement $\tan \phi$ en fonction de l'orientation (d'après Mc Lamore et Gray (1967))

2. 1-2-2 Le critère de Pariseau.

Les théories précédentes ne prennent en compte, ni l'influence de la contrainte principale intermédiaire, ni le type d'anisotropie de structure. Elles ne sont donc applicables que dans le cas où l'intensité de la contrainte σ_2 est négligeable, ce qui paraît le cas d'après les remarques faites précédemment (chap. I § 1. 2-2).

Pour palier ces désagréments, des critères ont été formulés dans l'espace tridimensionnel des contraintes pour tenir compte des symétries du matériau. On distingue différentes approches: une première approche, basée sur les transformations invariantes (théorèmes de Wang (1971)), a été développée sous l'impulsion de Boelher (1975), une seconde approche consiste à étendre le critère isotrope de Von Mises (1928) aux matériaux anisotropes, les travaux de Hill (1950) servant alors de référence. C'est dans le cadre de cette dernière approche que se place la théorie de Pariseau.

L'un des premiers critères général élaboré pour les métaux anisotropes a été proposé par Von Mises (1928) sous la forme quadratique suivante :

$$\frac{1}{2}(K_{11}\sigma_{xx}^2 + K_{22}\sigma_{yy}^2 + K_{33}\sigma_{zz}^2 + K_{44}\sigma_{yz}^2 + K_{55}\sigma_{xz}^2 + K_{66}\sigma_{xy}^2) + K_{12}\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \dots + K_{56}\sigma_{xz}\sigma_{xy} = \text{const}$$

Cette équation contient 21 constantes indépendantes qui sont fonction du choix du système d'axe (x,y,z) et de son orientation par rapport à la structure de l'anisotropie.

Dans le cas où le matériau est orthotrope et, si on choisit un système d'axes (S_1, S_2, S_3) perpendiculaire aux plans de symétries (fig. II-8), Hill (1950) a montré que le nombre de constantes indépendantes se réduisait à 6, le critère s'écrivant alors :

$$F'(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G'(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H'(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L'\sigma_{23}^2 + 2M'\sigma_{31}^2 + 2N'\sigma_{12}^2 = 1 \quad \text{II-18}$$

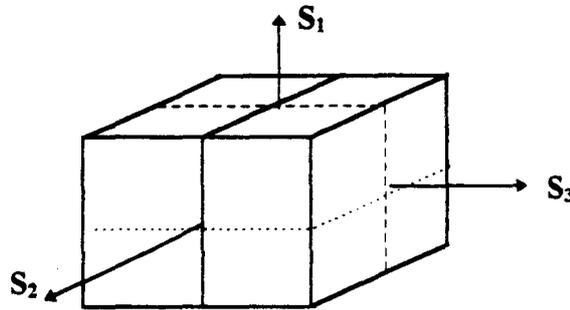


Figure II-8 : Définition du repère (S_1, S_2, S_3) :

De plus, si z est un axe de symétrie de révolution (le matériau est alors isotrope transverse), des relations supplémentaires existent réduisant à 3 le nombre de constantes indépendantes. Ces relations sont :

$$H' = G' \quad N' = M' \quad \text{et} \quad L' = G' + 2F' \quad \text{II-19}$$

Dans le cas isotrope, on a une symétrie complète, donc $3F' = 3G' = 3H' = L' = M' = N'$, le critère devenant alors le critère de Von Mises isotrope. Pariseau (1972) a étendu la théorie précédente aux cas des roches possédant une anisotropie de structure soit orthotrope, soit

isotrope transverse. Pour ce faire, il a ajouté, au critère défini par la relation II-18, l'influence de la partie hydrostatique du tenseur des contraintes. Une démarche identique a été utilisée par Tsai et Wu (1971) lors de l'élaboration de leur critère (Cazacu (1995)). Dans le cas d'une structure orthotrope le critère de Pariseau s'écrit :

$$\left[F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + L\sigma_{23}^2 + M\sigma_{31}^2 + N\sigma_{12}^2 \right]^{n/2} - (U\sigma_{11} + V\sigma_{22} + W\sigma_{33}) = 1 \quad \text{II-20}$$

avec dans le cas d'un matériau isotrope transverse (le plan d'isotropie étant le plan (S_2, S_3)) on aura les relations suivantes :

$$G=H, M=N, V=W, L=2G+4F \quad \text{II-21}$$

Au total, le critère de Pariseau dans le cas d'une isotropie transverse possède 5 paramètres en plus de la puissance entière n . Cette dernière est fixée par l'utilisateur en fonction de la forme des courbes enveloppes des cercles de Mohr (fig. II-9).

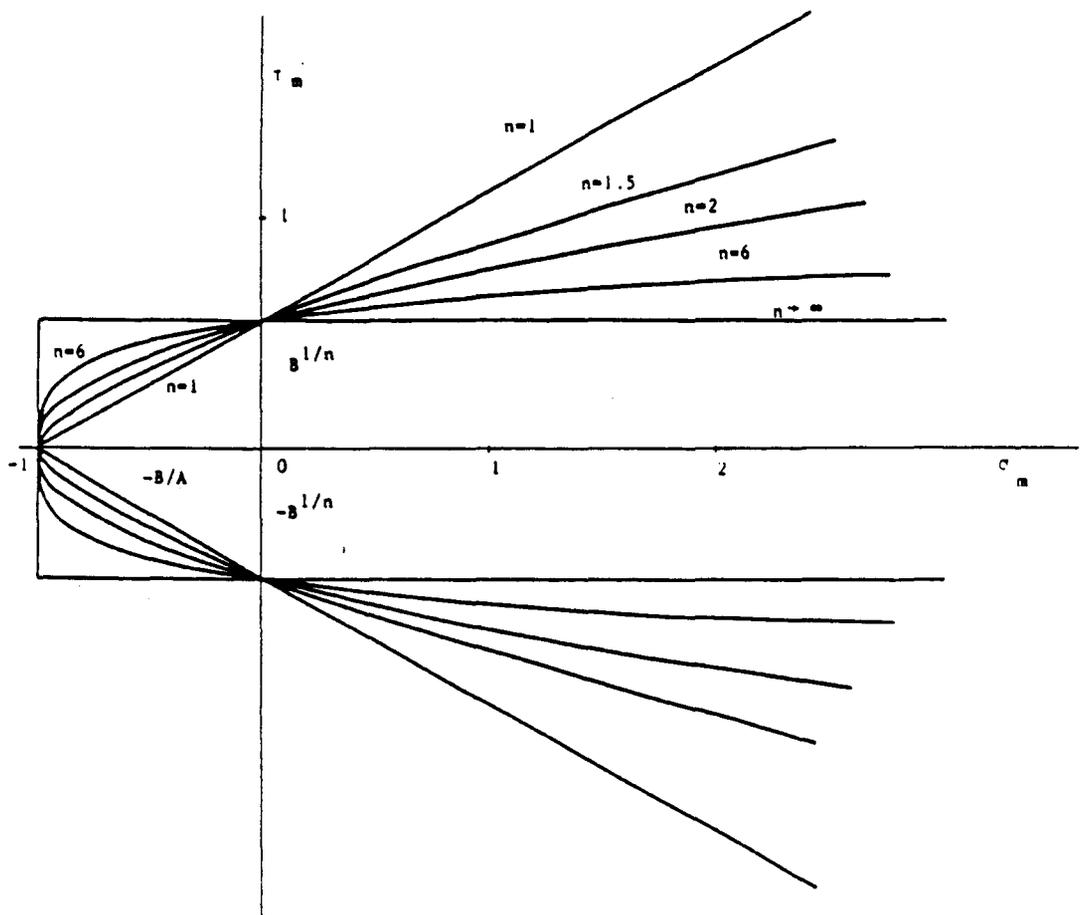


Figure II-9 : Représentation de la condition générale du type de rupture pour différentes valeurs de n (d'après Pariseau (1972))

Considérons le cas d'un essai triaxial de révolution. Dans les notations de la figure. I-4 et en utilisant les lois de changement de repère décrites au chapitre I, la relation II-22 prend alors la forme suivante :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{A' - B} + \frac{2B}{A' - B} \sigma_3 \quad \text{II-23}$$

avec

$$B = U + 2V$$

et
$$A' = (U - V)\cos 2\Theta + V + [4F\cos^4\Theta + 4G(\sin^4\Theta + \cos^2 2\Theta) + M\sin^2 2\Theta]^{1/2} \quad \text{II-24}$$

2. 2 MODELISATION DU COMPORTEMENT A LA RUPTURE DU SCHISTE D'ANGERS.

2. 2-1 APPLICATION DU MODELE SPW DE JAEGER.

Nous rappelons que ce modèle est régi par deux lois (eq. II-1 et II-2). Cela se justifie par le fait que la rupture est supposée se produire selon deux mécanismes distincts : un le mécanisme de glissement le long des plans de faiblesse et un mécanisme de cisaillement à travers les plans. Le premier mécanisme est purement structural alors que le second est complètement astructural. Dans le cas du schiste d'Angers le second mécanisme régit le comportement du matériau pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$ et, dans une certaine mesure, pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$. En effet, pour cette dernière orientation deux phénomènes entrent simultanément en jeu; d'une part le mécanisme de cisaillement et d'autre part le flambement des plans (cf. chap. I § 1. 3-2-1). Afin de mieux décrire le comportement du matériau nous avons supposé que ce comportement combiné pouvait être décrit par une loi de type Mohr-Coulomb différente de celle utilisé pour décrire le seul mécanisme de cisaillement. A partir de cette hypothèse l'équation II-1 devient :

$$\text{rupture en matrice} \quad \begin{cases} \tau = C_1 + \sigma_n \tan \Phi_1 & \text{si } \Theta \text{ proche de } 90^\circ \\ \tau = C_2 + \sigma_n \tan \Phi_2 & \text{si } \Theta \text{ proche de } 0^\circ \end{cases} \quad \text{II-25}$$

l'équation II-2b restant quant à elle toujours valable. Finalement 6 paramètres sont à déterminer.

2. 2-1-1 Détermination des paramètres C' et $\tan \Phi'$ du critère de glissement.

Dans ce cas, puisque l'angle de rupture est l'angle Θ connu (fixé pour chaque essai), il suffit, à partir des relations II-3a et II-3b, de calculer la contrainte normale au plan de faiblesse ainsi que la contrainte de cisaillement agissant sur ce plan à rupture. Ce calcul se fait pour une unique orientation et pour différentes pressions de confinement.. Il est d'usage de prendre comme orientation, celle pour laquelle la résistance est minimale, soit, dans le cas du schiste d'Angers $\Theta=45^\circ$. Une fois les couples $(\tau; \sigma_n)$ connus pour chaque pression de confinement, une régression linéaire sur ces valeurs nous donne les valeurs des paramètres recherchés. Les couples de valeurs et la régression obtenue sont dans le cas du schiste d'Angers (fig. II-10) :

$$C' = 0.414$$

$$\tan \Phi' = 0.301$$

$$R^2 = 0.898$$

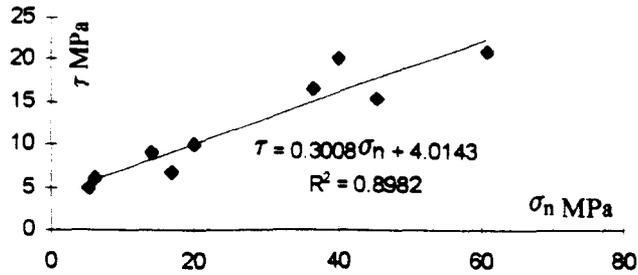


Figure II-10 : Détermination des paramètres C' et $\tan\Phi'$.
(Modèle S.P.W., $\Theta = 45^\circ$)

2. 2-1-2 Détermination des paramètres C_i et $\tan\Phi_i$ des critères de cisaillement.

Lors de la rupture en matrice, l'angle de rupture α est aussi une inconnue fonction de l'angle de frottement Φ : $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$. Le calcul de σ_n et τ agissant sur ce plan n'est donc pas possible. Afin de connaître ces paramètres plusieurs méthodes sont alors possibles: La méthode la plus classique consisterait à tracer pour chaque orientation $\Theta=0^\circ$ et $\Theta=90^\circ$, les cercles de Mohr à rupture, puis à déterminer la courbe enveloppe (sous forme d'une droite) de ces cercles. L'intersection de cette droite avec l'axe des abscisses serait alors la valeur de la cohésion C , la pente de cette droite serait la valeur du coefficient de frottement $\tan\Phi$ (fig.II-11). Cette méthode est fastidieuse, peu précise et sujette à l'appréciation du modélisateur. C'est pourquoi d'autres auteurs (Lambe et Whitman (1969), Goguel (1948), Raleigh et Paterson (1965)) proposent de déterminer ces paramètres à partir de transformations mathématiques simples.

La méthode de Raleigh et Paterson est celle que nous avons utilisée. Elle consiste à déterminer la droite de régression liant les déviateurs à la rupture à la pression de confinement. Par identification des termes de cette régression à ceux de la relation II-4, on détermine les paramètres recherchés. Ceux-ci sont donnés, en utilisant les notations de la figure II-11, par la relation suivante :

$$\sin\Phi = \frac{\tan\gamma}{2 + \tan\gamma} \quad \text{et} \quad c = g \frac{\tan\Phi}{\tan\gamma} \quad \text{II-26}$$

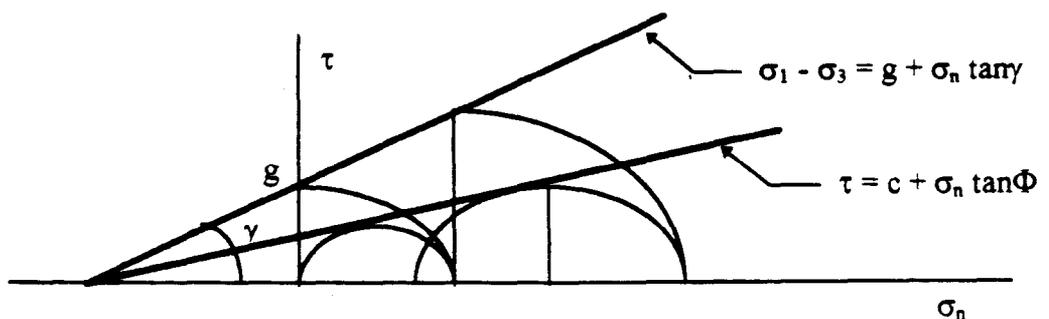


Figure II-11 : Relations entre les paramètres du critère de Mohr-Coulomb et les valeurs de la régression linéaire $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\sigma_3)$

Pour chacune des orientations, $\Theta=0^\circ$ et $\Theta=90^\circ$, les couples de points $(\sigma_3, (\sigma_1-\sigma_3)_{rupture})$ et les droites de régression associées sont figurés sur la figure II-12.

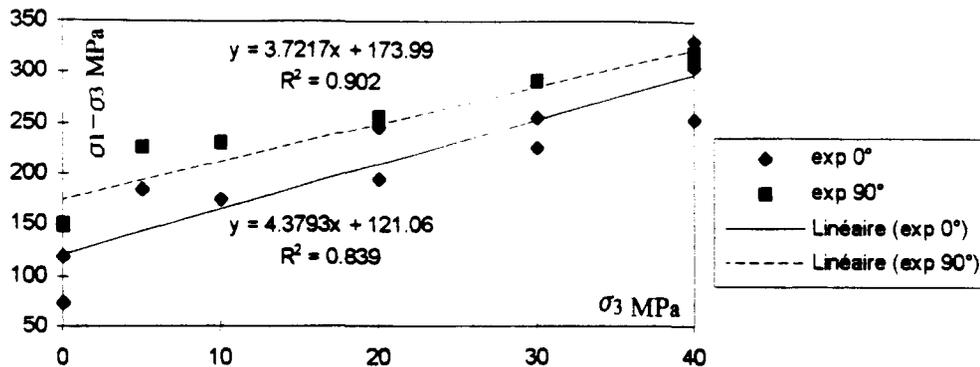


Figure II-12 : Détermination des paramètres C_1 et $\tan\Phi_1$.
(Modèle S.P.W. $\Theta = 90^\circ$ et $\Theta = 0^\circ$)

Les valeurs des paramètres C_i et $\tan\Phi_i$ valent alors :

si $\Theta = 90^\circ$	$C_1 = 40.038 \text{ MPa}$	$\tan\Phi_1 = 0.856 \Rightarrow \alpha \approx 25^\circ$	$R^2 = 0.902$
si $\Theta = 0^\circ$	$C_2 = 26.099 \text{ MPa}$	$\tan\Phi_2 = 0.944 \Rightarrow \alpha \approx 22^\circ$	$R^2 = 0.839$

Nous pouvons déjà remarquer que l'angle de rupture théorique donné pour l'orientation 90° est très proche de celui observé par Hammade lors de ses essais. De plus, la cohésion déterminée pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$ est très inférieure à celle obtenue pour $\Theta = 90^\circ$. Cette dernière remarque s'explique par les phénomènes physiques de rupture mis en jeu. En effet, comme nous l'avons déjà signalé ci-dessus, pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$ le décollement des plans participe à la rupture, ce qui se traduit par une diminution de la cohésion.

Les 6 paramètres étant connus, nous avons pu alors simuler les courbes de résistances en fonction de l'orientation (fig. II-13 et Annexe I-a).

L'observation de ces courbes nous montre que le modèle ainsi formulé donne une bonne approximation des valeurs des déviateurs à rupture pour les orientations comprises entre 30° et 60° incluses, ainsi que pour les orientations $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$. Pour les autres orientations, le modèle sous-estime (quand Θ est proche de 0°) ou surestime (quand Θ est proche de 90°) les valeurs expérimentales des résistances. Le modèle S.P.W. de Jaeger ne convient donc pas pour modéliser le comportement de ce schiste à rupture.

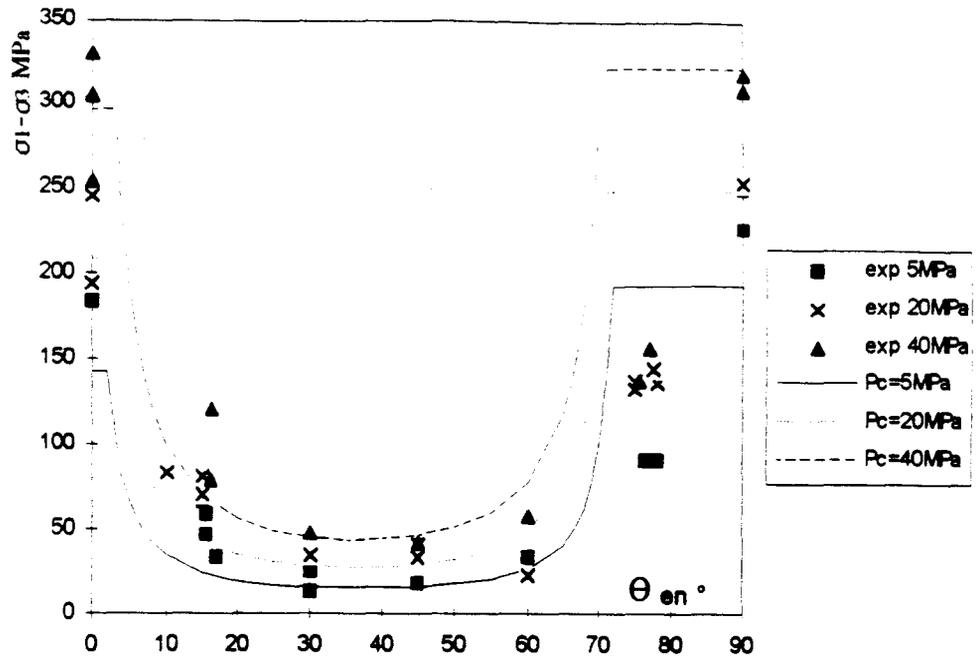


Figure II-13 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et le critère S.P.W. pour différentes pressions de confinement.

2. 2-2 APPLICATION DU MODELE DE WALSH ET BRACE.

Rappelons d'abord les deux relations régissant la rupture lors d'un essai triaxial (eq. II-9 et II-10):

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_C = \sigma_{oC} + \frac{\sigma_3 \mu_C}{\sqrt{1 + \mu_C^2} - \mu_C} \quad (\sigma_1 - \sigma_3)_L = \frac{2 \cdot \sigma_3 \mu_L + \sigma_{oL}(\sqrt{1 + \mu_L^2} - \mu_L)}{(1 - \text{tg}\Theta \mu_L) \sin 2\Theta}$$

Dans ces relations, C_{oL} (respectivement C_{oC}) est la résistance en compression simple d'un matériau contenant exclusivement des fissures longues (rsp. courtes), et μ_L (respectivement μ_C) est le coefficient de frottement des fissures longues (rsp. courtes). Pour déterminer ces paramètres, deux solutions sont alors possibles :

- On pose C_{oi} d'après les résultats expérimentaux et on détermine par calage μ_i .
- On détermine par régression linéaire les deux couples de paramètres.

Le matériau ne contenant que des fissures longues est le matériau qui a la résistance la plus faible. La détermination des paramètres régissant le comportement de ce matériau se fera donc à partir des résultats obtenus pour l'orientation $\Theta = 45^\circ$. La détermination des paramètres du matériau ne contenant que des fissures courtes se fera, quant à elle, grâce aux résultats obtenus pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$ et pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$. La différence des valeurs de compression simple pour l'orientation 0° et 90° ne nous permet pas de déterminer le paramètre C_{oC} . De ce fait, nous avons utilisé la seconde solution pour déterminer les couples de paramètre.

Nous avons donc tracé pour les orientations $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$ confondus et pour l'orientation $\Theta = 45^\circ$ les déviateurs à la rupture en fonction de la contraintes σ_3 . Puis nous avons estimé les droites de régression qui lient ces couples (fig. II-14a et II-14b).

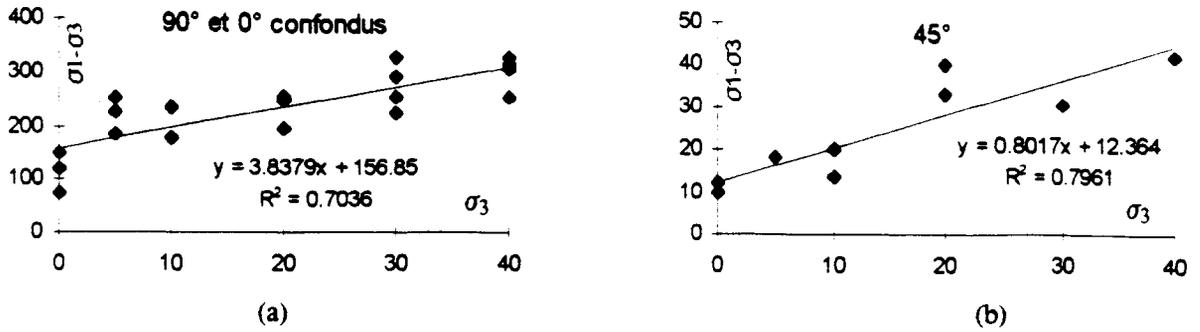


Figure II-14 : Détermination des paramètres du modèle de Walsh et Brace

(a) - Détermination de C_{oc} et μ_c

(b) - Détermination de C_{oL} et μ_L

Par identification des coefficients de ces droites avec les paramètres des relations II-9 et II-10, nous avons trouvé :

$$C_{oc} = 156.85 \text{ MPa}$$

$$\mu_c = 0.874$$

$$R^2 = 0.704$$

$$C_{oL} = 11.706 \text{ MPa}$$

$$\mu_L = 0.286$$

$$R^2 = 0.79\bar{6}$$

Nous pouvons remarquer la similitude entre le coefficient μ_L et le coefficient de frottement $\tan\Phi'$ du modèle S.P.W. de Jaeger, de même, $\mu_c \approx \text{moy}(\tan\Phi_1, \tan\Phi_2)$. Cette similitude a déjà été remarquée par Mc Lamore et Gray (1967) qui considèrent que les paramètres μ_L (respectivement μ_c) et $\tan\Phi'$ (rsp. $\tan\Phi$) sont identiques.

Ces paramètres étant connus, nous avons pu tracer les courbes de variation de la résistance en fonction de l'orientation (fig. II-15 et Annexe I-b).

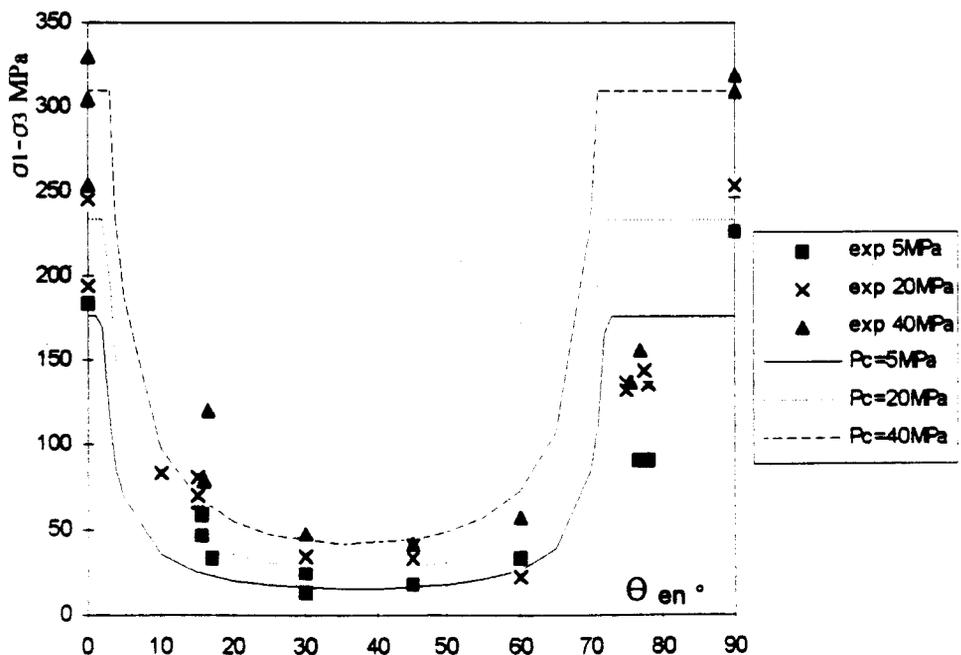


Figure II-15 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et le critère de Walsh et Brace pour différentes pressions de confinement.

Les mêmes remarques que pour la théorie S.P.W. de Jaeger peuvent être faites, les critères étant fort semblables. Le critère de Walsh et Brace ne peut donc pas décrire correctement le comportement de ce schiste.

2. 2-3 APPLICATION DU MODELE DE MC LAMORE ET GRAY.

Contrairement aux deux précédents modèles, celui de Mc Lamore et Gray est un modèle continu qui décrit la rupture par l'intermédiaire d'une seule loi (eq. II-12) résumée par :

$$\tau = C + \sigma_n \tan\Phi$$

avec

$$\begin{cases} C = A_{i,j} + B_{i,j} \cos[2(\xi - \Theta)]^n \\ \tan\Phi = C_{i,j} + D_{i,j} \cos[2(\zeta - \Theta)]^m \end{cases} \quad i=1, j=2$$

Ce modèle décrit un cisaillement astructural suivant un plan orienté d'un angle $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$ par rapport à σ_1 . La détermination des 10 paramètres se fait en deux temps :

Le premier temps consiste à déterminer les valeurs de C et $\tan\Phi$ pour chaque orientation. Nous avons pour cela utilisé la méthode de Raleigh et Paterson (cf. § 2. 2-2-2). Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau suivant (tab. II-1) :

orientation Θ°	g	tany	$\tan\Phi$	C	R ²
0°	121.06	4.379	0.944	26.098	0.839
15°	30.582	2.0952	0.595	8.691	0.94
30°	17.93	0.819	0.304	6.647	0.937
45°	12.645	0.738	0.28	4.796	0.934
60°	24.814	0.7359	0.279	9.417	0.453
75°	74.955	1.429	0.458	24.046	0.93
78°	83.289	2.7947	0.717	21.378	0.947
90°	174	3.7221	0.856	40.038	0.902

Tableau II-1 : Valeur des paramètres C et $\tan\Phi$ pour les diverses orientations

Nous pouvons constater, au vu de ces valeurs, que les minimums de C et $\tan\Phi$ sont atteints pour l'orientation $\Theta = 45^\circ$, donc $\xi = \zeta = 45^\circ$.

Dans un second temps et après avoir posé n et m, on détermine par régression linéaire les valeurs des autres paramètres. Nous rappelons que Mc Lamore et Gray postulent des valeurs de n et m égales à 1 ou 3 dans le cas d'une anisotropie planaire.

Les résultats des différentes estimations sont les suivantes (tab. II-2) :

		$\tan\Phi = C_i + D_i \cos\{2(45 - \Theta)\}^m$			$C = A_i + B_i \cos\{2(45 - \Theta)\}^n$		
		C_i	D_i	R^2	A_i	B_i	R^2
$\Theta \geq 45^\circ$	m et n = 3	0.7053	-0.5077	0.7251	30.329	-27.973	0.7832
	m et n = 1	0.8666	-0.6281	0.912	39.02	-34.415	0.975
$\Theta \leq 45^\circ$	m et n = 3	0.7969	-0.5993	0.7842	18.676	-16.41	0.4753
	m et n = 1	0.9426	-0.7041	0.996	23.39	-18.778	0.844

Tableau II-2 : Valeurs des paramètres du critère de Mc Lamore et Gray et du coefficient de régression en fonction des valeurs de m et n

Pour avoir les meilleurs coefficients de régression R^2 , nous avons choisi les valeurs des paramètres déterminées pour $n = 1$ et $m = 1$ soit :

$$\left. \begin{aligned} \tan\Phi &= 0.8666 - 0.6281 \cos[2(45 - \Theta)] & R^2 &= 0.912 \\ C &= 39.02 - 34.415 \cos [2(45 - \Theta)] & R^2 &= 0.975 \end{aligned} \right\} \text{ si } \Theta \geq 45^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \tan\Phi &= 0.9426 - 0.7041 \cos[2(45 - \Theta)] & R^2 &= 0.996 \\ C &= 23.39 - 18.778 \cos [2(45 - \Theta)] & R^2 &= 0.844 \end{aligned} \right\} \text{ si } \Theta \leq 45^\circ$$

Par substitution dans l'équation II-14, nous avons pu alors obtenir les courbes théoriques de résistances en fonction de l'orientation (fig. II-16 et Annexe Ic).

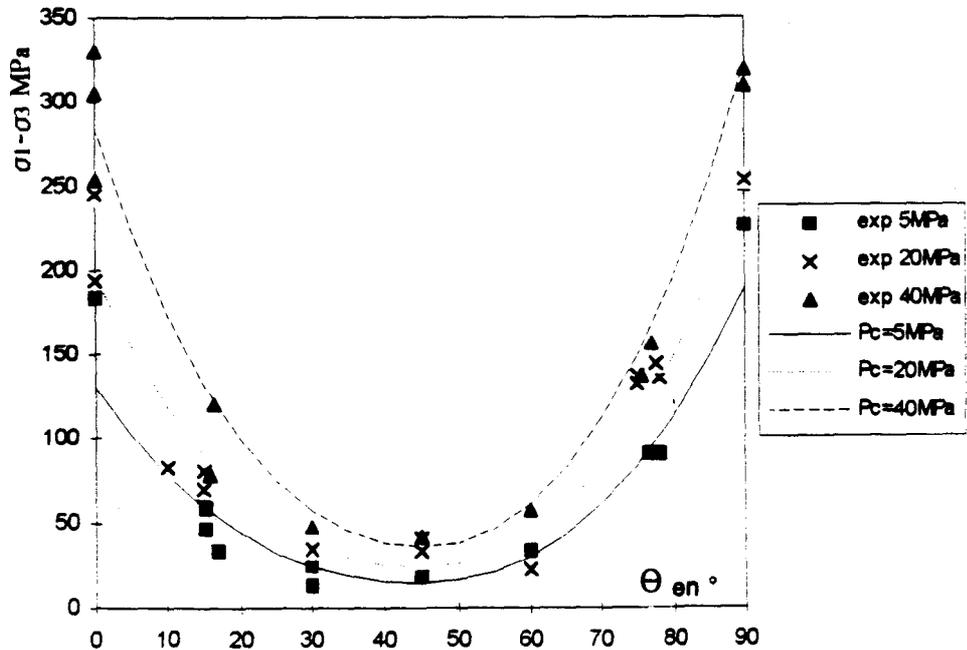


Figure II-16 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et le critère de Mc Lamore et Gray pour différentes pressions de confinement.

Les courbes obtenues montrent que le modèle décrit bien le comportement de ce schiste et ce quelque soit l'orientation. Cependant, la rupture du matériau se fait de façon structurale par glissement le long des plans de schistosité alors que le critère décrit un cisaillement astructural. L'angle entre ces deux plans (noté β) n'étant pas négligeable (tab. II-3), ce modèle n'est pas physiquement satisfaisant.

Θ en d°	10°	15°	30°	45°	60°	75°	80°
β en d°	17°	15°	6°	7°	23°	44°	51°

Tableau II-3 : Angle entre le plan de rupture théorique et expérimental

2. 2-4 APPLICATION DU MODELE DE PARISEAU.

Dans le cas d'un matériau isotrope transverse, le critère de Pariseau possède 6 inconnues. Comme pour les modèles précédents, supposons, que la courbe enveloppe des cercles de Mohr soit assimilable à une droite. Le plan d'isotropie étant le plan (S_2, S_3) et avec $n = 1$ (droite) l'équation II-20 devient :

$$\sqrt{F[(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{23}^2] + G[(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2\sigma_{23}^2] + M(\sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2)} - [U\sigma_{11} + V(\sigma_{22} + \sigma_{33})] = 1 \quad \text{II-27}$$

où F,G,M,U,V sont 5 coefficients indépendants. Pariseau a montré que ces coefficient peuvent être exprimés en fonction des résistances en compression et en traction simple mesurées parallèlement et perpendiculairement à la schistosité, ainsi qu'en fonction de la torsion simple mesurée orthogonalement à ce plan.

Soit un essai de traction simple suivant l'axe S_2 (parallèlement à la schistosité), les compressions étant positives, l'état de contrainte à la rupture vaut $\sigma_{22} = -T_{o//}$; $\sigma_{11} = \sigma_{33} = \sigma_{ij} = 0$, $T_{o//}$ étant la résistance en traction simple suivant S_2 . En remplaçant les contraintes par leur valeur dans l'équation II-27 on obtient :

$$\sqrt{F+G} + V = \frac{1}{T_{o//}} \quad \text{II-28}$$

Supposons maintenant que l'on réalise un essai de compression simple dans la même direction. L'état de contrainte à rupture vaut alors $\sigma_{22} = C_{o//}$; $\sigma_{11} = \sigma_{33} = \sigma_{ij} = 0$, $C_{o//}$ étant la résistance en compression simple suivant S_2 . De même, en remplaçant les contraintes par leur valeur dans l'équation II-27 on obtient :

$$\sqrt{F+G} - V = \frac{1}{C_{o//}} \quad \text{II-29}$$

A partir de II-28 et II-29 on obtient respectivement :

$$2V = \frac{1}{T_{o//}} - \frac{1}{C_{o//}} \quad 2F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_{o//}} + \frac{1}{C_{o//}} \right)^2 - 2G \quad \text{II-30a et b}$$

De même, à partir des résistances en compression et en traction simple suivant l'axe S_1 (orthogonalement au plan de schistosité), notées respectivement C_{op} et T_{op} , on trouve :

$$2U = \frac{1}{T_{op}} - \frac{1}{C_{op}} \qquad 2G = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{T_{op}} + \frac{1}{C_{op}} \right)^2 \qquad \text{II-31a et b}$$

Enfin si S_{12} est la résistance en torsion mesurée dans le plan (S_1, S_2) on a alors :

$$M = \frac{1}{S_{12}^2} \qquad \text{II-32}$$

Cette dernière résistance est rarement mesurée en mécanique des roches. Une autre méthode pour atteindre le paramètre M est d'effectuer un essai clinotrope de compression simple. Par exemple, si on conduit un test de compression simple sur un échantillon dont le plan d'anisotropie est incliné de 45° par rapport à la contrainte principale majeure σ_1 , en combinant les équations II-23 et II-24 et en résolvant par rapport à M on obtient :

$$M = \left(\frac{2}{C_{\Theta 45}} + U + V \right)^2 - (F + G) \qquad \text{II-33}$$

où $C_{\Theta 45}$ est la résistance en compression simple mesurée dans la direction de σ_1 (X_1) quand $\Theta = 45^\circ$.

La résistance à la traction du schiste étudié suivant la direction normale au plan de schistosité est quasi-nulle. La procédure de détermination telle que décrite précédemment ne peut donc être adoptée. Aussi a-t-on réalisé une calibration numérique des paramètres. Une méthode d'inversion (Tarantola (1987), Misbahi et al. (1994) et Shao et al. (1991)) a alors été utilisée pour déterminer les 5 coefficients (F, G, M, U et V) du critère. L'ensemble des données expérimentales que nous avons à notre disposition ont servis pour la détermination de ces paramètres.

En utilisant valeurs des paramètres initiaux, leurs écarts types et les valeurs finales obtenues par cette méthode sont données dans le tableau II-4 :

	U (MPa ⁻¹)	V (MPa ⁻¹)	F (MPa ⁻²)	G (MPa ⁻²)	M (MPa ⁻²)
valeur initiale	0.5	0.02	-0.1	0.1	0.5
écart type	1	1	1	1	1
valeur finale	0.055	0.022	-0.0009	0.002	0.049

Tableau II-4 : Valeurs des paramètres cas I

Une seconde solution pour la détermination des paramètres a été réalisée. Dans le cas d'essais triaxiaux de révolution, en appliquant le critère défini par l'équation II-27 pour les orientations $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 90^\circ$, les équations suivantes sont alors obtenues :

$$\begin{cases} \theta = 90^\circ \rightarrow [2G(\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{n/2} - U\sigma_1 - 2V\sigma_3 = 1 \\ \theta = 0^\circ \rightarrow [(F + G)(\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{n/2} - U\sigma_3 - V(\sigma_1 + \sigma_3) = 1 \end{cases} \quad \text{II-34}$$

Par régression linéaire sur l'ensemble des résistances expérimentales obtenues pour ces deux orientations, nous déterminons alors les paramètres F, G, U et V. Afin de calculer la valeur du paramètre M, on utilise la relation II-33. La détermination de ce dernier paramètre a donc été réalisée à l'aide des valeurs des contraintes à la rupture obtenues lors d'une série d'essais clinotropes, en l'occurrence pour $\theta = 45^\circ$. Les meilleures régressions ont été obtenues pour la valeur de $n = 1$. Les valeurs des paramètres dans cette configuration sont données dans le tableau II-5.

n	U (MPa ⁻¹)	V (MPa ⁻¹)	F (MPa ⁻²)	G (MPa ⁻²)	M (MPa ⁻²)
1	-0.012	0.0212	8.8E-04	9.6E-04	0.0237

Tableau II-5 : Valeurs des paramètres cas 2

A partir de ces valeurs nous avons de nouveau pu déterminer les déviateurs à la rupture pour chaque orientation, chaque pression de confinement et ce, pour le cas1 et le cas2. Les résultats obtenus (fig. II-17 et Annexe I-d) montrent que le cas1 décrit bien le comportement à rupture du matériau pour de faibles pression de confinement, mais s'écarte fortement des valeurs expérimentales pour les pressions de confinement les plus élevées. Par contre, le cas2 décrit bien le comportement en glissement et ce, quelque soit la pression de confinement, mais ce dernier cas, ne simule pas correctement les valeurs des contraintes de ruptures pour les orientations proches de $\Theta = 90^\circ$ et $\Theta = 0^\circ$ lorsque la pression de confinement augmente.

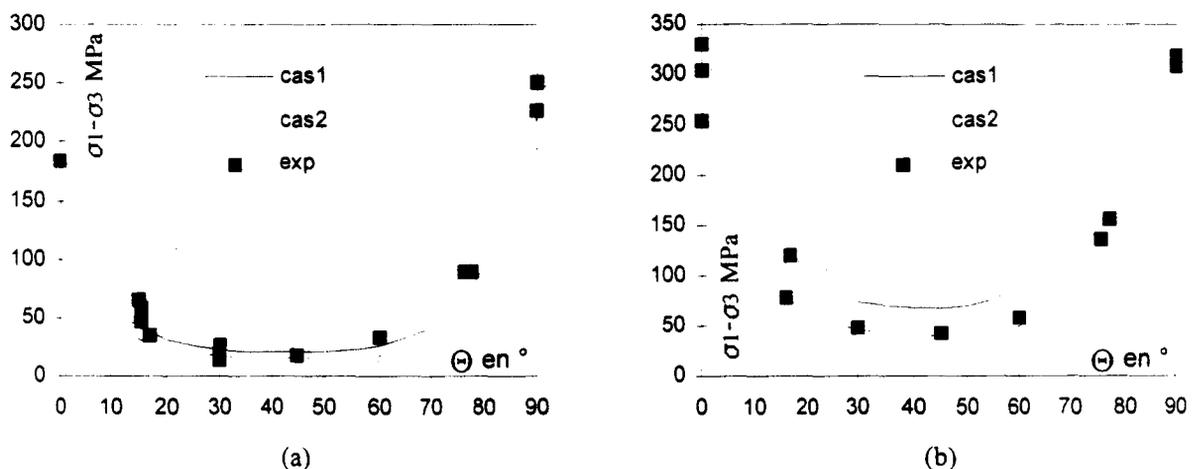


Figure II-20 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et le critère de Parisau

(a) - cas 1 et cas 2 pour $P_c = 05$ MPa.

(b) - cas 1 et cas 2 pour $P_c = 40$ MPa.

Le critère proposé par Parisau ne convient donc pas complètement pour modéliser le comportement du schiste d'Angers à la rupture.

2. 3 DEVELOPPEMENT D'UN MODELE DE RUPTURE POUR LE SCHISTE D'ANGERS

Les modèles bibliographiques que nous avons utilisés ne décrivent pas bien, soit le comportement à rupture, soit l'orientation des ruptures. C'est pourquoi nous avons voulu développer un modèle spécifique pour ce matériau.

2. 3-1 RAPPELS PRELIMINAIRES-CARACTERISATION DE L'ANISOTROPIE DES RESISTANCES-HYPOTHESES

Comme on l'a remarqué au chapitre I, il existe deux types de mécanisme de rupture: Un mécanisme de rupture dans la matrice rocheuse (due à la propagation de microfissures) pour les orientations proches de $\Theta = 0^\circ$ et proche de $\Theta = 90^\circ$, et un mécanisme de rupture par glissement le long des plans de schistosité pour les autres orientations.

On a également remarqué que la rupture en matrice pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$ s'accompagne d'une ouverture des plans surtout pour les faibles pressions de confinement.

Le maximum de résistance est atteint pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$ alors que le minimum est atteint pour l'orientation $\Theta = 45^\circ$ (fig. II-18).

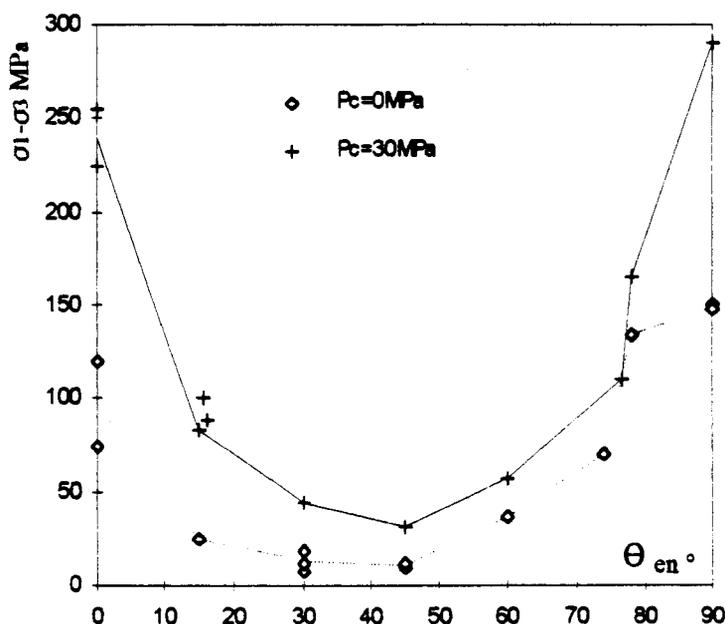


Figure II-18 : Variations des résistances en fonctions de Θ $P_c = 0$ et 30 MPa.

Nous pouvons remarquer, sur la figure précédente, une légère rupture de pente autour de l'orientation $\Theta = 80^\circ$. Aucun essai n'ayant été réalisé proche des orientations $\Theta = 90^\circ$ et $\Theta = 0^\circ$, nous ne pouvons vérifier l'existence de plateaux. Nous ne pouvons donc conclure sur la nature de l'anisotropie (de type 'U' ou de type plateaux).

Le coefficient d'anisotropie donné par l'équation I-13 vaut $K_c = 13.5$ en compression simple, ce qui indique une forte anisotropie conformément au tableau I-3. Le calcul de ce coefficient pour les autres pressions de confinement semble montrer que l'anisotropie des

résistances diminuent avec la pression de confinement (fig. II-19) comme c'est le cas pour la plupart des roches anisotropes (chapitre I § 1. 2-1).

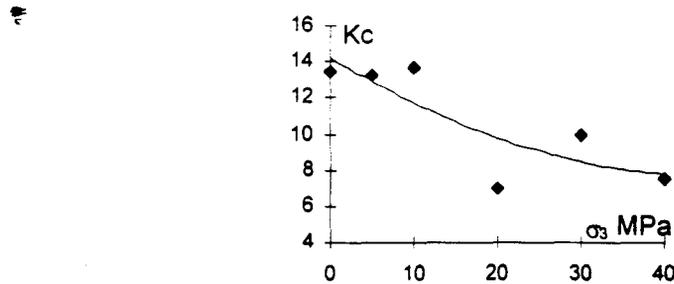


Figure II-19 : Variation de la résistance du schiste d'Angers en fonction de σ_3 .

Cependant, quelque soit la pression de confinement imposée, l'anisotropie des résistances de ce matériau reste importante (coefficient d'anisotropie de l'ordre de 8 pour $\sigma_3 = 40$ MPa). Les plans de schistosité ont donc un rôle décisif dans le comportement à la rupture.

L'hypothèse principale, que nous avons alors émise à partir des remarques précédentes lors de la conception d'un modèle de rupture pour le schiste d'Angers, est l'existence de deux mécanismes de rupture **distincts et indépendants** :

- ◆ la rupture par glissement le long des plans de faiblesse
- ◆ la rupture en matrice qui est une rupture fragile

Fort de cette hypothèse, le critère sera issu de l'association de deux critères de rupture, l'un que l'on peut qualifier d'orienté décrira la rupture suivant le premier mécanisme, l'autre devra décrire la rupture de type fragile.

2. 3-2 MODELES DE GLISSEMENT.

Le modèle de comportement du matériau étant discontinu, on peut alors considérer la roche comme étant discontinue c'est à dire coupée par des plans de discontinuité tels que des joints parallèles.

De nombreux critères de rupture en cisaillement ont été élaborés pour modéliser le comportement à rupture des joints, nous citons entre autres Newland et Allely (1957), Patton (1966), Ladanyi et Archambault (1970), Jaeger (1971), Heuze (1979), les plus utilisés étant ceux de Coulomb et de Barton (1976).

A partir de ces deux derniers critères, nous allons développer deux modèles empiriques de comportement à rupture:

Le premier critère ne sera qu'une extension du critère S.P.W. de Jaeger (1960) qui part de l'hypothèse d'une rupture régie par deux lois de type Mohr-Coulomb.

2. 3-2-1 Extension du modèle S.P.W. de Jaeger (Modèle S.P.W étendu).

Partant de la loi de glissement utilisée par Jaeger (eq. II-1), nous avons calculé, à partir de II-3a et II-3b et de la même manière que pour l'orientation $\Theta = 45^\circ$ (cf. § 2. 2-1-1), les

paramètres C' et $\tan\Phi'$ du critère de glissement et ce pour toutes les orientations exceptées 0° et 90° . Les valeurs trouvées sont récapitulées dans le tableau suivant (tab. II-6)

Orientation Θ°	15°	30°	45°	60°	78°
C'	8.607	4.706	4.014	4.814	7.985
$\tan\Phi'$	0.394	0.336	0.301	0.2545	0.147
R^2	0.852	0.917	0.898	0.871	0.952

Tableau II-6 : valeur des paramètres C' et $\tan\Phi'$ pour chaque orientation

On peut alors remarquer une variation de ces paramètres en fonction de l'orientation (fig. II-20).

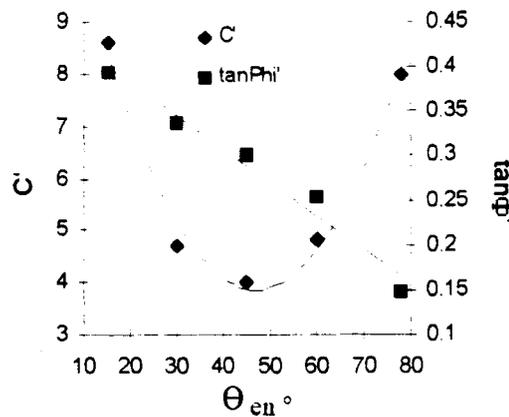


Figure II-20 : Variation de $\tan\Phi'$ et C' en fonction de Θ

Nous proposons alors les approximations suivantes pour ces paramètres (Θ en d°) :

$$\begin{aligned} \tan\Phi' &= -0.0037\Theta + 0.456 & R^2 &= 0.969 \\ C' &= 0.0044\Theta^2 - 0.415\Theta + 13.644 & R^2 &= 0.982 \end{aligned}$$

A partir de ces approximations, nous pouvons ressimuler le critère de rupture pour les différentes orientations comprises entre 10° et 80° (fig. II-21 et Annexe I-e). La comparaison entre les résultats obtenus, les valeurs expérimentales et les résultats du critère S.P.W. étendu, nous montre une bonne concordance entre le modèle et l'expérience et ce, quelque soit l'orientation.

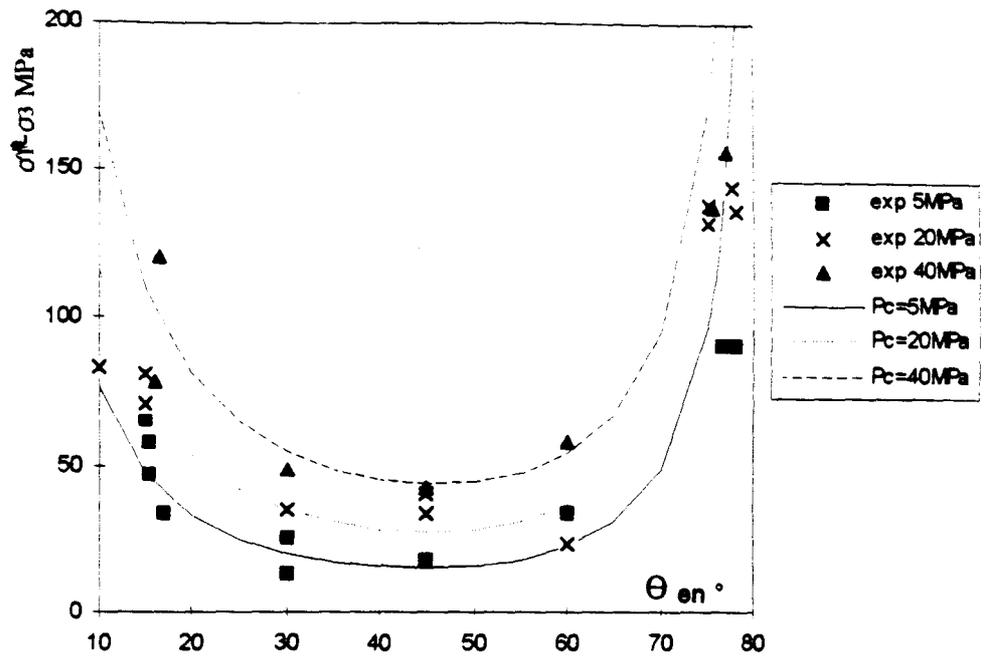


Figure II-21 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et le critère S.P.W. étendu pour différentes pressions de confinement.

2. 3-2-2 Modèle de Barton

a- Présentation du critère de Barton

En 1976, Barton propose une loi empirique faisant intervenir directement la dilatance laquelle joue un rôle important lors du glissement. En effet, lorsqu'il y a déplacement par glissement, on remarque un soulèvement δh (fig. II-22), dû à l'inclinaison des épontes. Ce soulèvement diminue lorsque la contrainte normale augmente car les épontes sont de plus en plus cisailées.

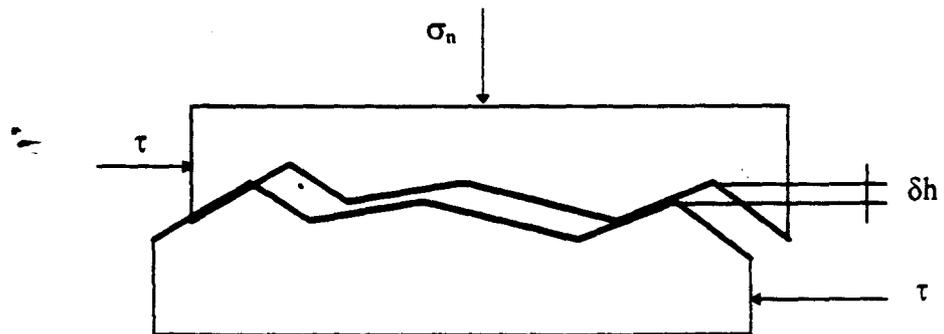


Figure II-22 : Schématisation du glissement sur un joint

Après de nombreuses expériences sur des joints de nature diverse, Barton propose les lois empiriques suivantes :

$$\tau = \sigma_n \tan (2 d_n + 30^\circ) \quad \text{II-35a}$$

$$d_n = 10 \log \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n} \right) \quad \text{II-35b}$$

avec d_n angle de dilatance (fig. II-22), et σ_c résistance à la compression simple du matériau.

A partir de ces deux relations, on obtient le critère de Barton :

$$\tau = \sigma_n \tan \left[20 \log \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n} \right) + 30^\circ \right] \quad \text{II-36}$$

Barton généralise alors cette relation en faisant les remarques suivantes :

- (a) Lorsque toutes les épontes sont arasées, un glissement plan sur plan se met en place. Dans ce cas $d_n = 0^\circ$, et ce glissement répond à la loi :

$$\tau = \sigma_n \tan \Phi$$

En identifiant à la relation II-35a, il conclut au remplacement du coefficient 30° par le coefficient Φ intrinsèque au matériau à tester.

- (b) Le matériau sur lequel Barton a élaboré sa loi a été fabriqué artificiellement, et est considéré comme très rugueux. Barton montre que le coefficient 20 est représentatif de ce type de joint, mais trop élevé pour des joints plus lisses. Il préconise alors l'emploi, à la place de cette valeur, d'un paramètre JRC (Joint Roughness Coefficient) pour caractériser cette rugosité. Il remarque par ailleurs que ce coefficient est borné par 0 pour les joints lisses et par 20 pour les joints rugueux.

- (c) La mise en place du critère II-36 a été réalisé sur un matériau sec. Or, la présence d'eau au niveau du joint entraîne la diminution de σ_c . Barton préconise le remplacement de ce paramètre par JCS (Joint Compressiv Strength) qui exprime la résistance du joint dans les conditions naturelles.

Ces remarques amènent la loi de glissement suivante :

$$\tau = \sigma_n \tan \left[\text{JRC} \log \left(\frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) + \Phi \right] \quad \text{II-37}$$

b- Application au schiste.

Pour déterminer JCS il suffit par exemple de prendre la résistance à la compression simple pour $\Theta = 90^\circ$ soit $\text{JCS} = 150 \text{ MPa}$. Il nous reste alors à déterminer les valeurs de Φ et JRC pour chaque orientation. Ceci est réalisé en utilisant la relation II-37 sous la forme :

$$\text{Arctan} \left(\frac{\tau}{\sigma_n} \right) = \text{JRC} \log \left(\frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) + \Phi \quad \text{II-38}$$

Connaissant, pour une orientation donnée, σ_n et τ (eq. II-3a et II-3b), on peut déterminer dans le diagramme $\log(\text{JCS}/\tau)$ - $\text{Arctan}(\tau/\sigma_n)$, la droite de régression reliant les points expérimentaux (fig. II-23).

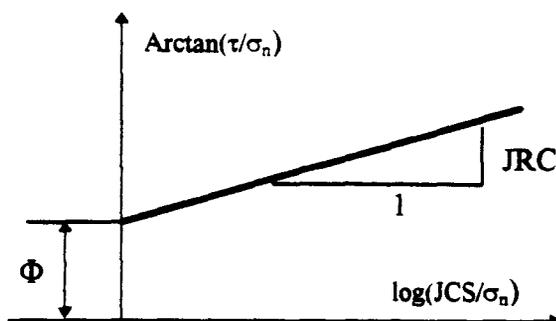


Figure II-23 : Principe de détermination des paramètres Φ et JRC.

Les résultats obtenus pour chaque orientation sont reportés dans le tableau II-7.

Θ (°)	JRC	Φ (°)	R^2
15°	34.14	10.98	0.941
30°	30.58	6.25	0.923
45°	23.99	8.01	0.84
60°	11.97	14.06	0.232
78°	4.62	10.72	0.511

Tableau II-7 : Valeurs des paramètres JRC et Φ , JCS = 150 MPa.

On peut remarquer au vu de ces valeurs que le coefficient JRC est bien trop grand. En effet, dans le cas du schiste d'Angers les plans de schistosité sont quasiment lisses. Bandis et al (1983) considèrent d'ailleurs quant à eux une valeur moyenne du coefficient JRC pour les schistes de l'ordre de 4. Les coefficients calculés ici n'ont donc pas de signification physique au sens de Barton; Afin de ne pas les confondre, ils seront dorénavant appelés a et b :

$$a = \text{JRC} \text{ et } b = \Phi \quad \text{II-38}$$

l'équation II-37 s'écrivant :

$$\tau = \sigma_n \tan \left[a \log \left(\frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) + b \right] \quad \text{II-39}$$

La figure II-24 donne les variations de a et b avec l'angle Θ . Nous proposons les approximations polynomiales suivantes :

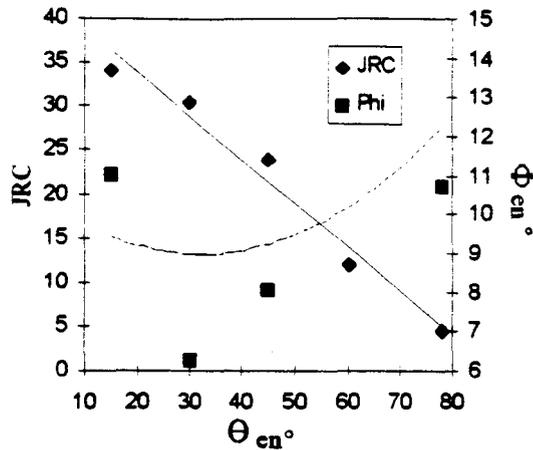


Figure II-24 : Variation de a et b en fonction de Θ .

$$a = 43.587 - 0.48225 \Theta$$

$$R^2 = 0.974$$

$$b = 14.698 - 0.343 \Theta + 3.7775 \cdot 10^{-3} \Theta^2$$

$$R^2 = 0.462$$

Nous pouvons alors ressimuler les essais par résolution (numérique) de l'équation II-39 (fig. II-25).

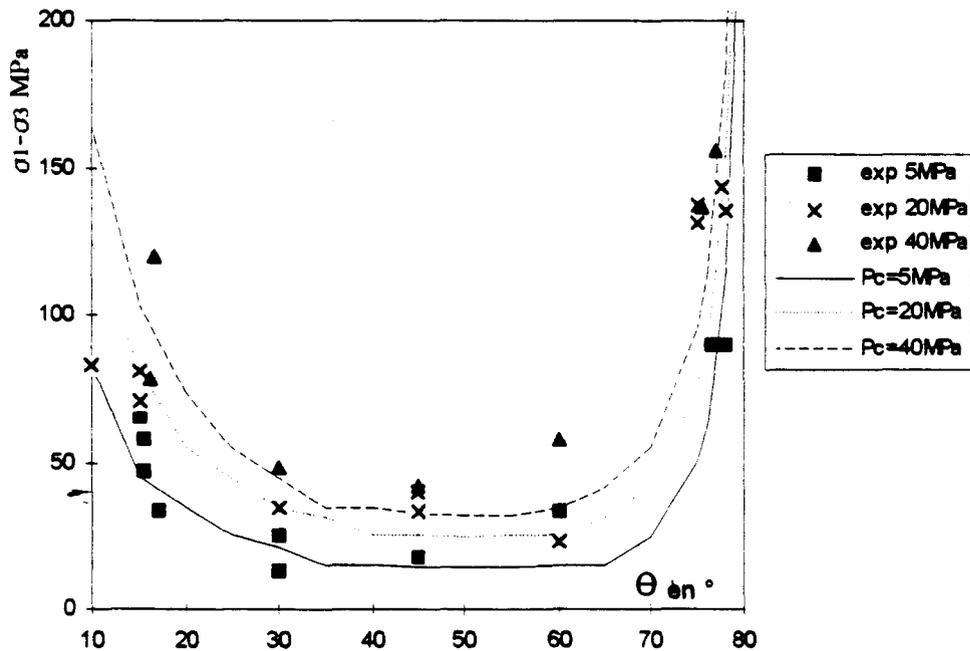


Figure II-25 : critère de Barton : valeur du déviateur à la rupture en fonction de Θ ; $\sigma_3 = 5, 20$ et 40 MPa.

L'Annexe I-f compare alors les résultats expérimentaux et le critère proposé pour les différentes pressions de confinement. Cette comparaison montre une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques.

2. 3-2-3 Comparaison des modèles de glissement.

La figure II-26 montre la comparaison entre les résultats obtenus expérimentalement et ceux des deux simulations (S.P.W étendu et Barton) en fonction de l'orientation Θ pour une pression de confinement de 10 MPa.

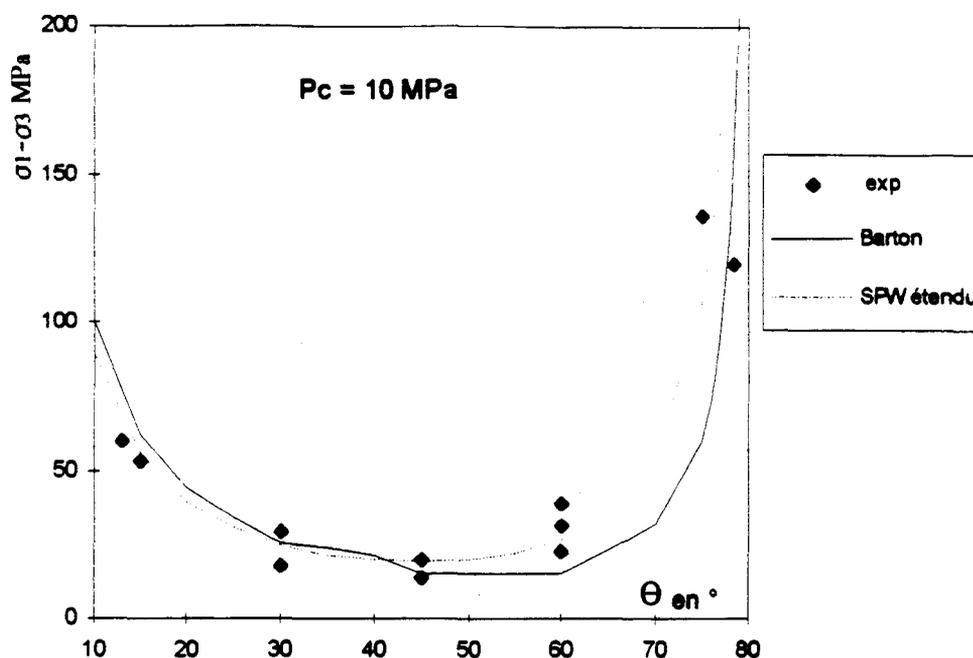


Figure II-26 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus par le critère de Barton et le critère S.P.W. étendu, $\sigma_3 = 10$ MPa.

Nous remarquons que d'une manière générale, les deux critères décrivent bien le comportement à la rupture. Cependant, le modèle de Barton est beaucoup plus pessimiste pour l'orientation $\Theta = 60^\circ$. De plus, ce dernier modèle semble présenter des instabilités dans l'intervalle $[30^\circ, 60^\circ]$. Ces instabilités sont sans doute dues aux trop grande valeur du paramètre a , qui représente dans le critère initial, la rugosité du joint. De ce fait, nous préférons le critère S.P.W. étendu au critère de Barton.

2. 3-3 MODELES POUR LA RUPTURE EN MATRICE.

Nous avons précédemment remarqué pour certaines orientations (90° et 0°) la prépondérance du mécanisme de rupture en matrice. Cette rupture est une rupture fragile, les éprouvettes se rompant en colonnette.

Pour décrire le comportement à la rupture des matériaux isotropes fragiles, plusieurs critères ont été publiés. Notons que celui de cisaillement de Coulomb et celui de Lade (1984) sont particulièrement adaptés à ces comportements. De ce fait, nous avons tenté d'utiliser ces deux modèles pour décrire la rupture en matrice de notre matériau.

L'application du modèle de cisaillement de Coulomb, pour décrire la rupture en matrice des matériaux anisotropes correspond à l'hypothèse de Jaeger (1960) dans son modèle S.P.W.. Nous renvoyons donc le lecteur au paragraphe 2. 2-1-2 de ce chapitre. Nous rappelons tout de même le critère et la valeur des paramètres dans le tableau suivant (tab. II-8)

$\tau = C + \sigma_n \tan\Phi$		
Θ (°)	C (MPa)	$\tan\Phi$
0°	26.099	0.944
90°	40.038	0.856

Tableau II-8 : Valeur de C et $\tan\Phi$ du critère de Coulomb pour les orientations 0° et 90°.

2.3-3-1 Critère de Lade.

Lade et Duncan (1975) ont élaboré un modèle élastoplastique pour les sols. En 1977 Lade a proposé une amélioration de ce modèle en prenant en compte l'influence de la pression hydrostatique. Ensuite, Lade (1982 et 1984) a généralisé le critère précédent aux matériaux cohérents.

Le critère de rupture de Lade s'applique aux matériaux homogènes isotropes soumis à des sollicitations quasi-statiques monotones. Sur la base de nombreuses expériences, Lade a montré que la surface représentative du critère de rupture est déterminé à partir des remarques suivantes :

- L'angle d'ouverture de la surface est lié à l'angle de frottement.
- La courbure de la surface représente la dépendance de l'angle de frottement avec le tenseur sphérique des contraintes.

Ainsi, le critère de rupture de Lade est fonction de deux paramètres m et Y_{dr} tels que :

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left(\frac{I_1}{P_s} \right)^m - Y_{dr} = 0 \quad \text{II-40}$$

avec :

$$\begin{cases} I_1 = \text{trace}(\bar{\sigma}) = \sum_i \sigma_i \\ I_3 = \text{Det.}(\bar{\sigma}) = \prod_i \sigma_i \end{cases}$$

Y_{dr} et m déterminent l'angle d'ouverture et la courbure de la surface. P_s est un paramètre permettant d'adimensionner les contraintes, par la suite P_s sera pris égal à 1000 MPa.

Le modèle de Lade a été développé initialement pour les matériaux non cohérents (sols pulvérulents). Or, pour les matériaux cohérents (béton, roche), il existe une valeur de résistance à la traction. Pour en tenir compte, Lade (1984) propose d'effectuer une translation du repère principal des contraintes, telle que :

$$\sigma^*_i = \sigma_i + C_0 \quad \text{II-41}$$

C_0 représente la résistance à la traction, sous chargement hydrostatique (proche de la valeur de résistance en traction uniaxiale). Le critère de Lade pour les matériaux cohérents s'écrit alors :

$$\left(\frac{I_1^{*3}}{I_3^*} - 27\right) \left(\frac{I_1^*}{P_a}\right)^m - Y_{dr} = 0 \quad \text{II-42}$$

avec dans le repère principal des contraintes :

$$I_1^* = \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^* \quad \text{et} \quad I_3^* = \sigma_1^* \sigma_2^* \sigma_3^*$$

Il nous faut remarquer, que dans le cas du schiste, on ne connaît pas la résistance en traction (cf. § 2. 2-4). La résistance C_0 sera donc un paramètre supplémentaire à déterminer, comme m et Y_{dr} , à partir des essais triaxiaux.

2. 3-3-2 Application au schiste; Extension du critère.

Il est utile de souligner que ce critère est écrit en fonction des invariants du tenseur des contraintes. Un tel critère n'est donc pas apte à modéliser le comportement à la rupture des matériaux anisotropes en respectant les symétries matérielles. Une modification consisterait à appliquer à ce critère un tenseur d'anisotropie semblable à celui utilisé par Boehler et Sawczuk (1977). Cependant, la forme du critère de Lade rend difficile, pour des raisons de complexité évidentes, la mise en œuvre de cette méthode.

La solution proposée est basée sur la même idée que celle de McLamore et Gray (1967). Cette solution consiste à considérer que le schiste étudié est un matériau isotrope pour une orientation θ donnée. L'anisotropie est alors prise en compte en faisant varier les paramètres du critère en fonction de θ . Cependant, la résistance en traction hydrostatique d'un matériau anisotrope est une caractéristique indépendante de l'orientation. Par conséquent, parmi les trois paramètres du critère, seules les valeurs de m et Y_{dr} dépendent de θ .

Si C_0 est connu, il est alors aisé de déterminer m et Y_{dr} . En effet dans un diagramme $\ln\left(\frac{I_1^{*3}}{I_3^*} - 27\right) \leftrightarrow \ln\left(\frac{P_a}{I_1^*}\right)$ m est égal à la pente de la droite obtenue par moindres carrés et $\ln(Y_{dr})$ à son ordonnée à l'origine (fig. II-27).

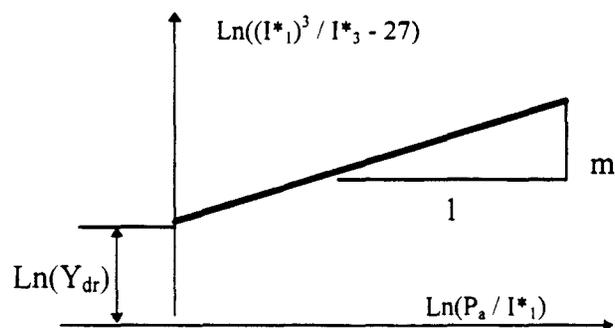


Figure II-27 : Principe de détermination de m et Y_{dr} .

Supposons que le critère de Lade soit valable pour une orientation donnée, le calcul précédent est répété pour chaque orientation. En posant $C_0=1$, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau II-9.

Θ (°)	C_0 (MPa)	m	Y_{dr}	R^2
0°	1	3.946	2.129	0.92
15°	1	2.999	0.09	0.972
30°	1	2.2	0.066	0.858
45°	1	1.765	0.13	0.917
60°	1	1.98	0.163	0.63
78°	1	2.28	2.6	0.64
90°	1	4.84	1.67	0.97

Tableau II-9 : Valeurs des paramètres du critère de Lade pour chaque orientation

On peut alors reporter les valeurs de C_0 , m et Y_{dr} en fonction de Θ (fig. II-28)

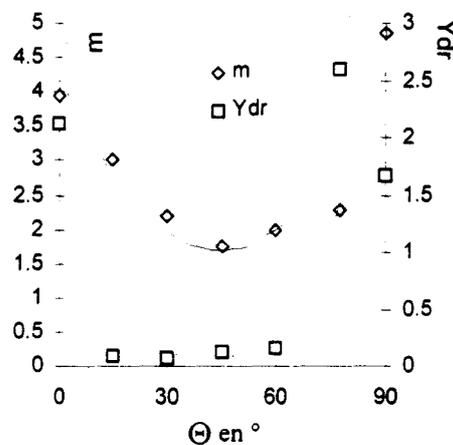


Figure II-31 : Variations des paramètres du critère de Lade avec Θ

Nous proposons alors les approximations suivantes pour le critère de Lade anisotrope :

$$\begin{aligned}
 m &= 4.19 - 0.111\Theta + 1.25 \cdot 10^{-3} \Theta^2 & R^2 &= 0.855 \\
 Y_{dr} &= 1.686 - 8.10 \cdot 10^{-2} \Theta + 9.94 \cdot 10^{-4} \Theta^2 & R^2 &= 0.646
 \end{aligned}$$

Avec ces approximations, nous pouvons simuler le critère de rupture pour les différentes orientations et le comparer aux valeurs expérimentales (fig. II-29 et Annexe I-g).

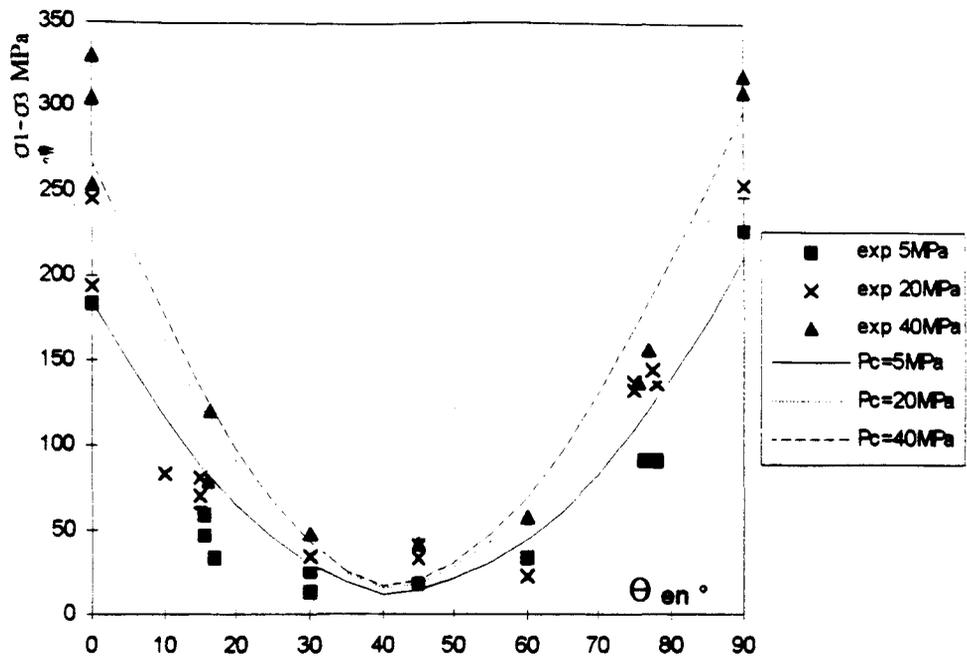


Figure II-29 : Critère de Lade anisotrope $P_c = 5, 20$ et 40 MPa

Le critère de Lade s'applique très bien pour les matériaux dont la rupture est due à un mécanisme de fissuration. Or, pour les orientations comprises entre $[10^\circ$ et $80^\circ]$ le mécanisme principal de rupture est le glissement le long des plans de schistosité. Il est donc normal, comme l'atteste la figure précédente, que le critère de Lade anisotrope ne donne pas pour ces orientations de bons résultats. Cette constatation aurait pu être faite à partir des valeurs des coefficients de régressions des droites (tab. II-9) qui chutent pour les orientations susmentionnées.

2. 3-4 PROPOSITIONS DE MODELES DE RUPTURE.

Le critère de Lade et celui de cisaillement sont satisfaisants pour décrire la rupture en matrice, ce qui est le contraire pour le critère S.P.W. étendu.

Nous allons donc élaborer deux critères faisant intervenir ces 3 critères deux à deux en fonction du type d'anisotropie.

Si par des essais complémentaires proche de 0° et de 90° on s'aperçoit que l'anisotropie est de type plateau, le critère à utiliser sera issu de l'association du critère de cisaillement et du critère S.P.W. étendu.

Si par ces mêmes essais, nous nous rendons compte d'une anisotropie de type 'U', le critère à utiliser sera celui issu de l'association des critères S.P.W. étendu et de Lade.

2. 3-4-1 Critère de type plateau.

On prendra pour définir ce critère, la même supposition que celle faite pour le critère S.P.W. initial, à savoir :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \min\{(\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{Coulomb}} ; (\sigma_1 - \sigma_3)_{\text{S.P.W. étendu}}\} \quad \text{II-43}$$

Les résultats de ce critère sont portés sur la figure II-30 (et Annexe I-h).

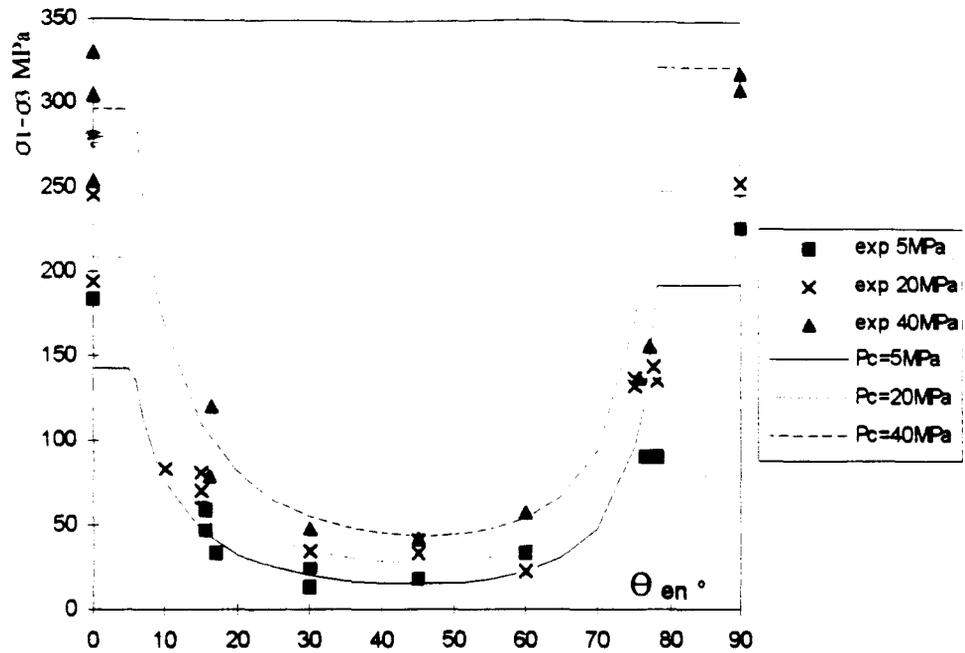


Figure II-30 : Critère de type plateau, $P_c = 5, 20$ et 40 MPa.

2. 3-4-2 Critère de type 'U'.

On utilise pour définir ce critère, la même démarche que précédemment à savoir :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \min\{(\sigma_1 - \sigma_3)_{Lade} ; (\sigma_1 - \sigma_3)_{S.P.W. \text{ étendu}}\} \quad \text{si } \Theta \leq 30^\circ \text{ ou } \Theta \geq 60^\circ \quad \text{II-44}$$

Car le critère de Lade est inférieur au critère S.P.W. étendu pour les orientations proches de 45° .

Les résultats obtenus par ce critère sont portés sur la figure II-31 (et Annexe I-i).

Le manque de données expérimentales pour les orientations proches de 0° et de 90° nous empêche malheureusement de caler parfaitement le critère de Lade, valable uniquement pour ces orientations.

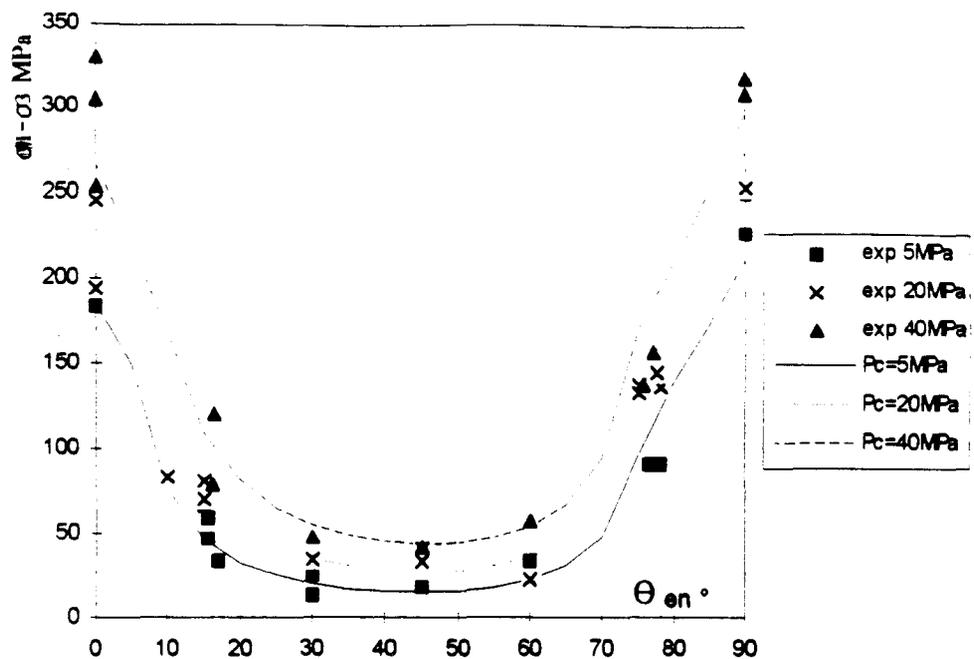


Figure II-34 : Résultats du critère de type 'U', $P_c = 5, 20$ et 40 MPa.

2. 3-4-3 Remarques.

Les deux critères décrivent bien le comportement à rupture du matériau et ce aussi bien de façon physique que mathématique. On peut remarquer que l'intersection des critères de Coulomb et de Lade avec le critère de glissement se fait pour une orientation quasi-identique. Les critères de Lade et de Coulomb décrivent donc bien le comportement en rupture fragile, le critère S.P.W. décrivant le comportement en glissement.

Enfin, on peut remarquer que l'intersection, mentionnée ci-dessus, se fait lorsque la pression de confinement augmente, pour des valeurs de Θ de plus en plus grandes quand on est proche de $\Theta = 0^\circ$ (tend vers $\Theta = 10^\circ$), et pour des valeurs de Θ de plus en plus petites quand on est proche de $\Theta = 90^\circ$ (tend vers $\Theta = 75^\circ$).

Cette dernière remarque peut être associée au comportement à la rupture observé. En effet, pour les orientations proches de 80° (78° à 75°), on a pu observer, pour de fortes pressions de confinement, que la rupture n'avait pas lieu le long d'un seul plan de schistosité mais qu'elle se déclenchait le long de plusieurs plans, ces plans étant reliés entre eux par une rupture par fissuration axiale. Ces orientations, sous forte pression de confinement, peuvent donc être considérées comme des orientations limites pour lesquelles il n'y a pas de réelle prédominance d'un mécanisme sur l'autre. De ce fait, chacun des deux critères (critère de glissement et de rupture en matrice) se doivent de simuler les résultats pour ces orientations, ce que tend à faire les critères que nous avons développés.

2. 4 CONCLUSION.

Sur la base d'essai triaxiaux effectués selon des orientations Θ différentes par rapport au plan de faiblesse, il a été montré que la limite de rupture variait avec la valeur de Θ et la pression de confinement, le minimum se situant pour $\Theta = 45^\circ$, le maximum pour $\Theta = 90^\circ$. De plus, ces mêmes essais ont montré l'existence de deux types de rupture, l'un en matrice (pour les

orientations $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$), l'autre en glissement (pour toutes les autres orientations). Le type d'anisotropie n'a pas pu être défini (type 'U' ou plateau) car aucun essai n'a été effectué pour des orientations voisines de $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$.

Dans un premier temps nous avons essayé d'adapter les critères les plus souvent trouvés dans la bibliographie qui décrivent une variation discontinue ou continue de la limite de rupture. Il est apparu que ces critères ne décrivaient pas bien, soit le comportement à la rupture, soit l'orientation des ruptures observées expérimentalement. En conséquence nous avons développé pour ce matériau deux critères spécifiques fonction du type d'anisotropie. Ces critères sont basés sur l'hypothèse que seul le mécanisme dominant est actif lors de la rupture.

Pour simuler la rupture en glissement, deux critères issus de la mécanique des joints ont été élaborés. Le premier est directement issu du critère de Barton, le second est issu de la loi de glissement de Mohr-Coulomb et est finalement une extension du modèle S.P.W. (Single Plane of Weakness) de Jaeger. Les paramètres du critère de Barton étant sujets à discussion, il a été choisi d'utiliser le second critère pour modéliser la rupture en glissement.

A ce critère, nous en avons associé un second pour décrire le comportement en matrice. Dans le cas d'une anisotropie de type plateau, ce dernier critère sera celui de Coulomb (rupture en cisaillement), dans le cas d'une anisotropie de type 'U' le critère à utiliser sera le critère de Lade anisotrope que nous avons développé.

Le modèle que nous avons élaboré par association de ces deux critères rend très bien compte et de la variation de la limite de rupture et du type de rupture observé, il a donc été utilisé pour décrire le comportement à la rupture de la roche étudiée.



CHAPITRE III

MODELISATION DU MECANISME D'ENDOMMAGEMENT

3. 1 GENERALITES

Les efforts initiaux pour rendre compte du comportement non linéaires des solides ont été développés uniquement dans le cadre de la théorie de la plasticité. Grâce aux progrès réalisés dans les méthodes d'auscultation non destructive (microscope à balayage électronique, mesures acoustiques, scanners etc.), il a été montré que le comportement d'un matériau n'était pas uniquement dû à l'évolution de sa structure interne mais aussi, au type et à la densité des défauts qui sont inclus dans la matrice.

On distingue communément quatre types de défauts (Lemaitre et Chaboche 1985) :

- Les défauts ponctuels (atome de substitution, lacune atomique)
- Les défauts linéiques (dislocation)
- Les défauts surfaciques (fissures, plan de cisaillement)
- Les défauts volumiques (cavités, pores).

Pratiquement, on classe ces défauts en deux groupes responsables des comportements fragiles ou ductiles. Naturellement aucun matériau n'est parfaitement fragile ou complètement ductile. Certains matériaux, tel que le béton, ont un comportement réputé fragile mais se comportent de manière ductile sous fort confinement. Cependant, par soucis de simplification, les caractéristiques de base des comportements ductile et fragile peuvent être classées dans une table (Kracijnovic 1989) (tab. III-1).

Type de réponse	Ductile	Fragile
Mode de changement microstructural	glissement, rotation	microfissure, nucléation
Localisation	plan de glissement	plan de clivage
Cause	contrainte de cisaillement	contrainte de traction et/ou de cisaillement
Mode de rupture	Localisation dans une bande de cisaillement	Localisation dans une microfissure ou un défaut
Evolution des paramètres élastiques	Faible à inexistant	Substantiel
Déformations permanentes	Substantielles	Faibles
Paramètre évolutif	Déformations inélastiques	Endommagement (perte relative d'intégrité)

Tableau III-1 : Réponse ductile et fragile des solides (d'après Krajcinovic 1989)

Les différences fondamentales des mécanismes mis en jeu dans ces deux comportements mettent sérieusement en doute l'applicabilité de la théorie de la plasticité pour décrire le comportement des matériaux 'plutôt' fragiles.

Quoique les pratiques de type ingénieurs se contentent de prédiction purement phénoménologique, il semble important de requérir une théorie particulière qui rend compte, au niveau macroscopique, des phénomènes observés. C'est dans ce but qu'a été développée, initialement par Kachanov (Kachanov 1958), la mécanique continue de l'endommagement.

Avant d'aborder les différents types de modèles qui existent pour modéliser l'endommagement et leur applicabilité dans le cas de notre matériau, nous caractériserons tout d'abord l'influence de celui-ci sur le comportement macroscopique des matériaux fragiles.

3. 1-1 COMPORTEMENT MECANIQUE MACROSCOPIQUE DES MATERIAUX ENDOMMAGEABLES

Des expériences simples effectuées par Bieniawski (Bieniawski (1967a), (1967b)) ont permis de schématiser l'apparition du phénomène de développement de la fissuration en milieu isotrope. Nous rappelons simplement, en résumé de ces études, que la rupture fragile en compression relève d'un processus de microfissuration qui se développe, en moyenne, perpendiculairement à la contrainte principale mineure. Le comportement devient alors anisotrope.

De nombreux auteurs (Brace (1964), Walsh (1965), Perami et Theroz (1969)) ont décrit la déformation des roches fragiles à structure isotrope soumises à un champ de compression et ont distingué quatre phases reliées à l'évolution de l'état de microfissuration précédant la rupture (fig. III-1).

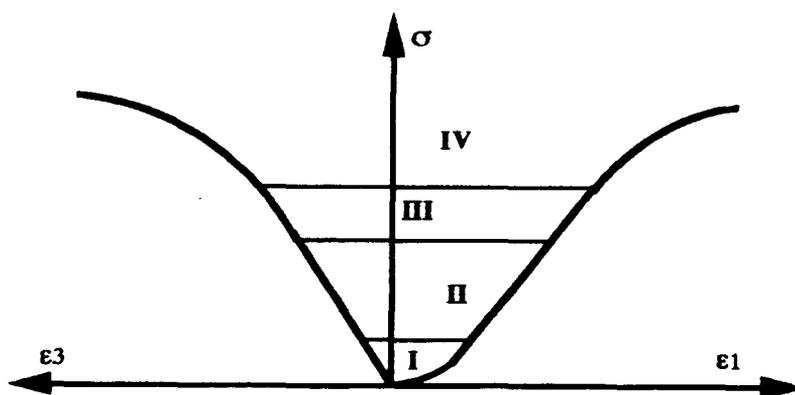


Figure III-1 : Courbe contrainte déformation longitudinale et transversale d'un matériau fragile

- * **Phase I :** Les courbes contraintes-déformations longitudinales présentent une concavité tournée vers le haut. Il s'agit d'une zone de fermeture des microfissures naturelles. Cette phase est souvent faible si ce n'est inexistante pour les roches.
- * **Phase II :** Les déformations sont linéaires. On considère généralement le comportement comme élastique même si une certaine part de l'énergie peut être dissipée par frottement des lèvres des microfissures existantes (apparition d'une boucle d'hystérésis si déchargement). Le matériau ne subit pas d'altération dans cette phase.
- * **Phase III :** Dans cette zone, les courbes contraintes déformations longitudinales restent linéaires tandis que celles des déformations transversales perdent leur linéarité. Les microfissures commencent à se propager parallèlement (en moyenne) à l'axe de chargement induisant une dilatance et une anisotropie dans le comportement du matériau.
- * **Phase IV :** On observe, dans cette partie, une augmentation rapide des déformations. Le développement intense de la microfissuration peut conduire, dans cette phase, à la localisation des déformations. Cette phase précède la rupture par formation d'une fracture.

Il y a ainsi, pour les matériaux fragiles microfissurés, la nécessité d'une modélisation susceptible de tenir compte de l'altération observée au cours des chargements. L'anisotropie

induite dans le comportement et la forte dilatace due à l'évolution de la microfissuration sont par ailleurs des aspects majeurs à considérer lors de la modélisation du comportement des matériaux sous champ de compression. La mécanique de l'endommagement semble le seul cadre adapté pour cela.

3.1-2 MODELISATION DU COMPORTEMENT PAR LA MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT

Afin de modéliser le comportement mécanique des matériaux endommageables, plusieurs approches peuvent être distinguées :

- * L'approche phénoménologique basée sur les principes de la thermodynamique.
- * L'approche méso-mécanique basée sur la cinétique de la microfissuration et qui relève d'un processus d'homogénéisation (passage micro-macro)
- * L'approche empirique qui essaye de formuler de façon simple, les mécanismes observés à l'échelle macroscopique.

Il n'est pas question ici de donner tous les arguments de ces différentes méthodes. Seul le cadre de formulation sera développé ci dessous.

3.1-2-1 Modèles phénoménologiques

La description phénoménologique consiste à traduire de manière macroscopique, l'influence de la dégradation au sein de la matière. Dans ces modèles, la loi de comportement est directement écrite à partir du formalisme de la thermodynamique et des observations expérimentales.

Cette approche thermodynamique consiste à postuler que l'état du matériau en un point peut être représenté par un nombre fini de variables d'état. Le choix de ces variables est primordial car il est lié au type de phénomènes à décrire. Classiquement on classe les variables d'état en trois catégories (tab. III-2).

Variables observables	Variables internes	Variables associées
ε T	D V_K	σ S Y A_K

Tableau III-2 : Catégorie des différentes variables

Pour les problèmes courants de mécanique, les variables observables sont les déformations (ε) et la température (T) auxquelles correspondent respectivement les contraintes (σ) et l'entropie (S) qui sont les variables associées. Les variables internes sont les variables non macroscopiquement directement observables. C'est leur choix qui détermine la prise en compte des phénomènes mis en jeu. Dans le cas de l'endommagement, la variable interne est communément appelée D . Les autres variables internes V_K permettent la prise en compte d'autres phénomènes tel que l'écroutissage.

A chaque variable interne correspond, comme pour les variables observables, une variable associée. C'est le potentiel thermodynamique qui permet de définir les variables associées à partir des variables observables et internes. Généralement, pour le potentiel thermodynamique, on

choisit l'énergie libre qui, dans le cas de l'élasticité endommageable, s'écrit :

$$\Psi = \Psi(\varepsilon, D)$$

Les lois d'état donnent alors :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \quad \text{et} \quad Y = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial D}$$

où Y est la force thermodynamique associée à D et ρ est la masse volumique du solide considéré.
Afin de formuler un modèle phénoménologique il faut donc :

- ⇒ Choisir une représentation mathématique pour la variable interne d'endommagement D susceptible de rendre compte du type d'endommagement que l'on veut décrire.
- ⇒ Déterminer une forme objective pour le potentiel thermodynamique qui doit tenir compte de l'ordre de grandeur de la variable interne D.
- ⇒ Enfin, la formulation ne serait pas complète sans l'établissement d'un critère d'endommagement (c'est à dire une fonction définissant le seuil à partir duquel l'endommagement apparaît) et d'une loi d'évolution.

a- Choix de la variable interne

Ce choix est le plus important car il différencie les différents modèles. Trois types de représentation mathématique de la variable D sont utilisés:

La variable d'endommagement scalaire (Kachanov (1958); Rabotnov (1963); Lemaitre et Chaboche (1978), (1985)). Une telle variable traduit un endommagement isotrope, c'est à dire que, quel que soit le plan étudié dans le matériau endommagé, le rapport de la surface des vides sur la surface totale est identique. L'anisotropie induite par un chargement triaxial n'est donc pas prise en compte dans ces modèles.

La variable d'endommagement vectorielle (Costin (1983)). Cette variable prend en compte la forme et l'orientation des microfissures. Ces modèles sont des modèles hybrides (méso-mécanique-phénoménologique). La non justification thermodynamique de cette variable (Kachanov (1992)) et les très nombreuses informations demandées, font que les modèles basés sur une telle variable sont peu utilisés dans la pratique.

La variable d'endommagement tensorielle (Cordebois et Sidoroff (1982); Dragon et Pham (1992)). Cette variable est issue du concept de contrainte effective (Chaboche (1982), (1994)). Deux notions de contrainte effective existent, à savoir :

- par l'équivalence en déformation qui suppose que le tenseur de contrainte effective est celui qu'il faudrait appliquer au matériau sain pour qu'il se déforme de la même façon que le matériau déjà soumis à la contrainte actuelle. On écrit alors

$$\tilde{\sigma} = M(D) : \sigma$$

où M(D) est un opérateur d'ordre 4 d' "effet de dommage". Cette méthode conduit à employer un tenseur d'endommagement D d'ordre 4 avec $M(D) = I - D$.

- par l'équivalence en énergie qui suppose que la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ et la déformation effective $\tilde{\varepsilon}$ sont telles que l'énergie élastique du matériau non endommagé soumis à $\tilde{\sigma}$ et $\tilde{\varepsilon}$ soit la même que celle du matériau endommagé sous σ et ε . On écrit alors

$$W_e = \frac{1}{2} \tilde{\sigma} : \tilde{\varepsilon} = \frac{1}{2} \sigma : \varepsilon$$

avec $\tilde{\sigma} = M(D) : \sigma$ et $\tilde{\varepsilon} = M(D) : \varepsilon$. Le tenseur d'endommagement D est alors lié au choix de la forme de l'opérateur M et peut être de rang 2 ou 4.

Une telle variable rend compte d'un endommagement anisotrope ainsi que de la cinématique des microfissures (Kachanov (1992)).

b- Formulation du potentiel thermodynamique

La formulation du potentiel thermodynamique, comme fonction objective de plusieurs variables, requiert la théorie des invariants.

Une première solution est, par exemple, de déterminer la base d'intégrité minimale du potentiel, qui contient tous les polynômes qui reflètent les symétries du matériau considéré. A ce titre, sur la base des travaux de Smith (Smith (1982)), Talreja (Talreja (1990)) propose, pour un matériau initialement isotrope transverse subissant un endommagement orienté dont la normale est colinéaire à celle du plan d'isotropie dirigée suivant l'axe S_1 (l'endommagement n'affecte pas l'isotropie initiale du matériau), la base d'intégrité suivante (dans le repère de structure S_i) :

$$\varepsilon_{11} ; \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} ; (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + 4\varepsilon_{23}^2 ; \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 ; \beta$$

où β est le seul terme non nul du tenseur d'endommagement exprimé dans le repère de structure. La forme du potentiel thermodynamique est alors définie par une combinaison linéaire (supposée du second ordre) de ces polynômes.

Cependant, une représentation purement mathématique du potentiel ne prend généralement pas en compte les phénomènes physiques observés. Afin d'en tenir compte, Lemaitre propose, dans le cas de son modèle isotrope (Lemaitre et Chaboche (1978)), de prendre pour potentiel la forme suivante :

$$\rho \Psi(\varepsilon, D) = \frac{1}{2} [\lambda \varepsilon_{kk}^2 + 2\mu(1-D)e_{ij}e_{ij}]$$

où e_{ij} est le déviateur du tenseur des déformations, traduisant le fait que l'endommagement n'affecte pas le comportement sphérique du matériau. De même, dans le cas d'un endommagement orienté dans un matériau initialement isotrope (anisotropie induite), Dragon et Pham, s'appuyant sur la théorie des invariants (Spencer (1971)), proposent la forme suivante pour le potentiel thermodynamique:

$$\Psi(\varepsilon, D) = \varepsilon : D + \frac{1}{2} \lambda (\text{tr } \varepsilon)^2 + \mu_1 \text{tr}(\varepsilon \cdot \varepsilon) + \alpha (\text{tr } \varepsilon) \text{tr}(\varepsilon \cdot D) + 2\beta \text{tr}(\varepsilon \cdot \varepsilon \cdot D)$$

où D est un tenseur d'ordre 2, λ et μ sont les constantes élastiques de Lamé, α et β sont les coefficients élastiques relatifs à la modification anisotrope induite par l'endommagement de la fonction de l'énergie de déformation.

c- Critère et loi d'évolution de l'endommagement

L'élaboration de la loi d'évolution en fonction des variables d'état est sûrement l'élément le plus arbitraire dans le processus de formulation des théories phénoménologiques. La façon la plus courante d'écrire la loi d'évolution est de considérer qu'elle découle d'un potentiel de dissipation. Dans ce cas, le formalisme mathématique est identique à celui de la plasticité. De plus, si on suppose le matériau de type standard généralisé, la loi d'évolution découle directement d'un critère $f(\sigma, Y, \varepsilon, D) = 0$ avec :

$$\dot{D} = -\dot{\lambda}_D \frac{\partial f}{\partial Y}$$

où λ_D est le multiplicateur d'endommagement analogue au multiplicateur de plasticité, calculé, dans le cas d'un chargement, grace à la condition de consistance $df = 0$, f étant la surface de seuil d'endommagement (critère) qui doit être convexe et contenir l'origine.

Les modèles phénoménologiques, de part leur formulation, sont proches des modèles issus de la plasticité. De ce fait, de nombreux auteurs les utilisent.

Nombreux dans le cas de matériaux initialement isotropes, ces modèles sont peu adaptés pour le cas des matériaux initialement anisotropes. En effet, pour ces derniers cas la forme du potentiel thermodynamique est difficile à déterminer, une anisotropie induite venant se superposer à l'anisotropie initiale. Nous n'avons donc pas utilisé ces modèles pour décrire le comportement en matrice du schiste d'Angers.

3. 1-2-2 Modèles méso-mécaniques. Méthode d'homogénéisation

Historiquement, la méthode d'homogénéisation a été développée pour remplacer une structure périodique par un matériau équivalent. Elle a, de ce fait, surtout été utilisée par exemple en mécanique des sols pour modéliser le comportement des sols renforcés par clouage. Le but de ces modèles est donc de remplacer un matériau réel par un matériau fictif homogène équivalent.

En pratique, on considère le plus souvent les solides comme étant homogènes isotropes, la justification de cette hypothèse étant que les grains s'arrangent et ont une taille aléatoire. Or cette hypothèse est sujette à caution lorsqu'un défaut passe de la taille atomique à la taille d'un ou plusieurs grains. Les modèles méso-mécaniques vont, de ce fait et comme leur nom l'indique, englober différentes échelles. Ces dernières sont communément classées en trois groupes (tab. III-3)

Echelle	Matériau	Défauts	Modèles
Microscopique	Atomes, chaîne de molécules	Lacune atomique, dislocation	Sciences physiques et de la matière
Mésoscopique	Ensemble de grains	Microfissures, pores	théories méso-mécaniques
Macroscopique	Echantillon d'essai	Macrofissure	théories continues

Tableau III-3 : Echelle, relations avec les modèles analytique

Le processus de la modélisation est alors de créer une relation bijective entre les champs discontinus du matériau hétérogène à l'échelle mésoscopique, et les champs continus de ce même matériau homogène à l'échelle macroscopique. Les défauts étant considérés comme responsables des non-linéarités, la stratégie de formulation de leurs effets sur le comportement macroscopique observé peut être résumée en quatre temps :

- Choix d'un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) et des mécanismes mésostructuraux responsables de la réponse non linéaire (comportement, création, extension des microfissures). Le V.E.R. se définit comme étant le volume minimum pour lequel la théorie des milieux continus est toujours valable. Le choix des mécanismes mésostructuraux est issu de l'intuition du modélisateur
- Etablissement d'un modèle analytique traduisant l'influence des mécanismes

mésostructuraux sur le comportement du V.E.R.

- Estimation de l'effet de l'évolution des défauts sur le comportement des V.E.R.
- Homogénéisation, passage des champs mésostructuraux aux champs macrostructuraux correspondants.

Cette approche demande donc, la connaissance de la forme, de l'orientation et de la distribution des défauts, l'application des méthodes de l'élasticité ainsi que celle de la mécanique de la rupture, la prise en compte de paramètres aléatoires telles que les frontières de grain qui sont des endroits plus propices à la création de microfissures. De nombreuses simplifications sont donc de mise dans ces modèles.

La façon la plus courante de procéder à la modélisation de l'endommagement par une approche méso-mécanique, est de découpler pour chaque V.E.R. le tenseur des déformations de la manière suivante :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^m + \varepsilon_{ij}^{\sigma} = (C_{ijkl} + C_{ijkl}^*)\sigma_{kl}$$

Dans cette équation, connue sous le nom de Hill-Mandel, ε^m représente les déformations de la matrice (matériau sans défaut), et ε^{σ} représente les déformations dues à la présence des défauts. A partir de cette équation, les auteurs calculent les modules effectifs du milieu équivalent par détermination d'une relation entre ε^{σ} et le tenseur des contraintes appliquées. Plusieurs approches sont alors possibles, nous citerons les plus courantes :

- **La méthode auto-cohérente** (Budiansky et O'Connell (1976); Horii et Nemat-Nasser (1983); Laws et Brockenbrough (1987)). Dans cette méthode, une microfissure elliptique est supposée noyée dans le matériau effectif dont on veut déterminer les caractéristiques. Le paramètre central de ces modèles est la densité de microfissure.
- **La méthode du schéma différentiel** (Hashin (1988)). Cette méthode diffère de la précédente par le fait que l'on considère une augmentation incrémentale de la densité de microfissure. Le calcul des modules effectifs se fait alors, à chaque incrément, par résolution d'équations différentielles.

Une autre approche est celle que font les modèles de type "Smearred Crack" (De Borst et Nauta (1982); De Borst (1986)). Ces modèles supposent une microfissuration orientée, les fissures étant supposées diffuses c'est à dire sans existence matérielle. La relation entre ε^{σ} et le tenseur des contraintes est supposée linéaire, les coefficients trouvant leur fondement dans les constatations expérimentales.

Ces modèles sont donc tous intimement reliés à l'aspect physique des phénomènes mis en jeu. Cependant ils demandent quantité d'informations et les temps de calculs sont d'autant plus longs que les mécanismes de comportement des microfissures sont complexes. De plus, ces modèles ont pour la plupart été développés pour des microfissures ouvertes soumises à des champs de traction. Dans le cas de microfissures fermées (soumise à un champ de compression), peu de modèles ont été proposés, et, comme pour les modèles de type "Smearred Crack", les microfissures sont dans ce cas supposées orientées.

C'est pourquoi, ces modèles pourront être utilisés pour décrire le comportement en glissement de notre matériau.

Dans le cas de l'endommagement induit par la compression triaxiale, l'application de ces modèles est particulièrement complexe. Ils n'ont donc pas été envisagés pour modéliser le comportement en matrice du schiste d'Angers.

3. 1-2-3 Conclusion

Comme nous l'avons montré, les modèles phénoménologiques et les modèles méso-mécaniques ne sont pas adaptés, en l'état actuel des recherches, pour décrire le comportement en matrice de notre matériau initialement anisotrope.

Nous avons donc pris le parti d'utiliser les constatations expérimentales pour définir un modèle empirique capable de rendre compte des phénomènes physiques observés. En l'état actuel des modèles rhéologiques, nous avons décidé d'utiliser le modèle IMMIC, développé par Ikogou et Shao (Ikogou et al (1990), Shao et al. (1992) et (1994)), qui rend compte d'un endommagement axial, et de l'étendre au cas des roches initialement anisotropes.

3. 2 MODELISATION DU MECANISME DE FISSURATION AXIALE

3. 2-1 RAPPEL DU COMPORTEMENT DU SCHISTE POUR DES ORIENTATIONS

⊖ PROCHES DE 0° ET 90°

Reprenons deux essais triaxiaux ; l'un pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$ (fig. III-2), l'autre pour $\Theta = 0^\circ$ (fig. III-3). Comme nous l'avons déjà fait remarquer au chapitre I :

- les courbes contrainte-déformation longitudinales sont quasi linéaires, mais le module d'Young varie avec la pression de confinement surtout en ce qui concerne E_1 .
- les courbes contrainte-déformation transversales sont fortement non linéaires, ce qui traduit une importante dilatance. Le seuil de non linéarité est noté Q_t . Le tableau III-3 récapitule les valeurs de Q_t pour les essais à $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$.

Essai	Q_t	Essai	Q_t
90/5/1	72.1	0/5/1	14.3
90/10/1	72.3	0/10/2	23.8
90/20/1	77.5	0/20/1	28.6
90/30/1	123.8	0/30/1	30.35
90/40/1	84	0/40/1	40.5

Tableau III-3 : Valeur de la limite élastique Q_t pour les essais à $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$.

Il paraît évident, d'après les constatations faites au paragraphe 3. 1-1, que cette perte de linéarité transversale correspond à l'ouverture des microfissures créées lors du chargement et qui sont orientées suivant un plan perpendiculaire à la plus petite contrainte.

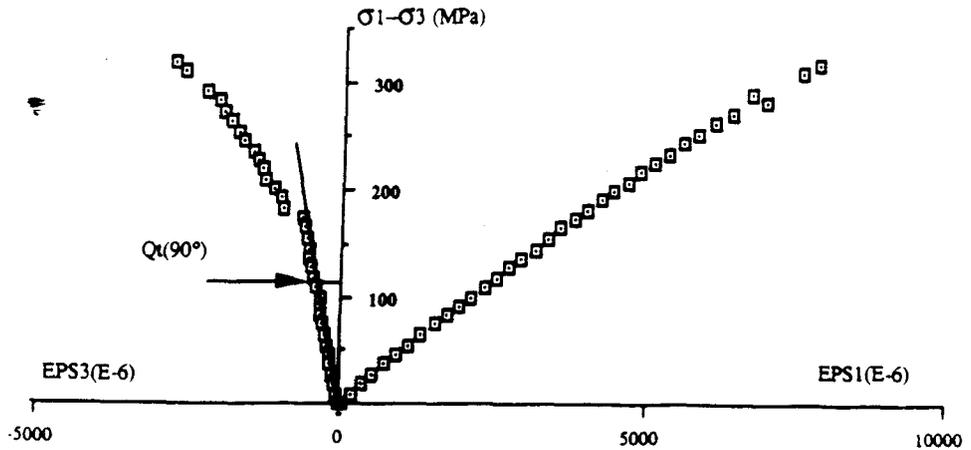


Figure III-2 : Essai triaxial à $\Theta = 90^\circ$
et pression de confinement $p_c = 30$ MPa : courbes contrainte-déformations

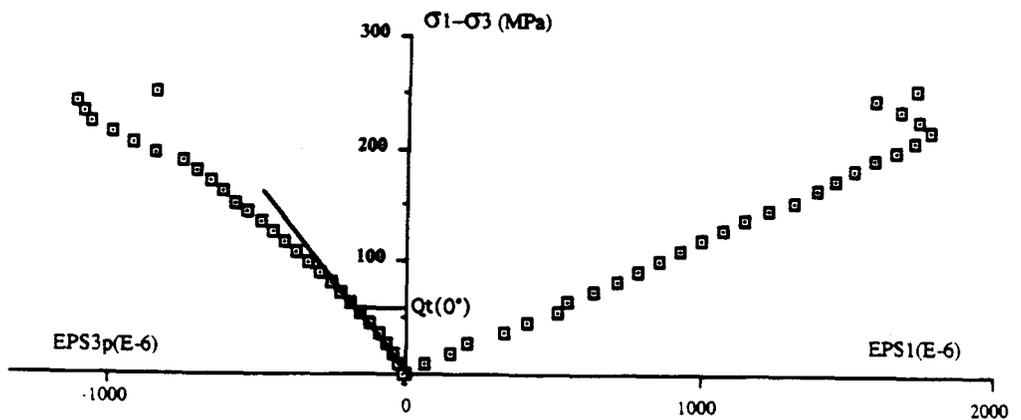


Figure III-3 : Essai triaxial à $\Theta = 0^\circ$
et pression de confinement $p_c = 30$ MPa : courbes contrainte-déformations

On remarque, au vu du tableau III-3, que :

- les pertes de linéarité apparaissent de façon plus précoce pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$. En effet, pour cette orientation, l'ouverture des microfissures correspond à l'ouverture des plans de schistosité, alors que pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$, les microfissures doivent être préalablement créées. L'orientation $\Theta = 0^\circ$ est donc une orientation particulière car les plans de schistosité sont des plans de fissuration préférentielle.
- quelque soit l'orientation, la perte de linéarité varie avec la pression de confinement.

3. 2-2 PRESENTATION D'UN MODELE D'ENDOMMAGEMENT ANISOTROPE POUR LES ORIENTATIONS TELLES QUE Θ PROCHE DE 0° ET DE 90°

L'endommagement induit lors d'un chargement est un phénomène fréquent pour un grand nombre de roches. Il se traduit par la création, l'ouverture et l'extension de microfissures.

Dans ce paragraphe, nous allons rappeler l'évolution macroscopique d'une microfissure individuelle en fonction des sollicitations imposées, ce qui nous permettra, en supposant une non interaction des microfissures et une non rotation des axes principaux de contraintes, de développer un modèle incrémental non linéaire.

Supposons que la microfissure soit déjà créée par les sollicitations, ou préexiste et que son plan moyen se situe perpendiculairement à la plus petite contrainte principale σ_3 (fig. III-4).

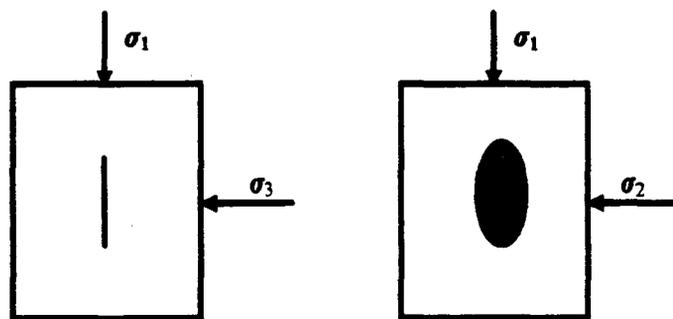


Figure III-4 : Position moyenne d'une fissure créée par un champ de contrainte $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)

3. 2-2-1 Chemins d'ouverture et d'extension de fissures

Les fissures ne peuvent s'ouvrir puis se propager que par augmentation des déviateurs principaux $\sigma_1 - \sigma_3$ et $\sigma_2 - \sigma_3$. Pour fixer les idées, supposons σ_3 et σ_2 constants et augmentons σ_1 , la fissure aura alors tendance à se propager dans la direction X_1 (fig. III-5a).

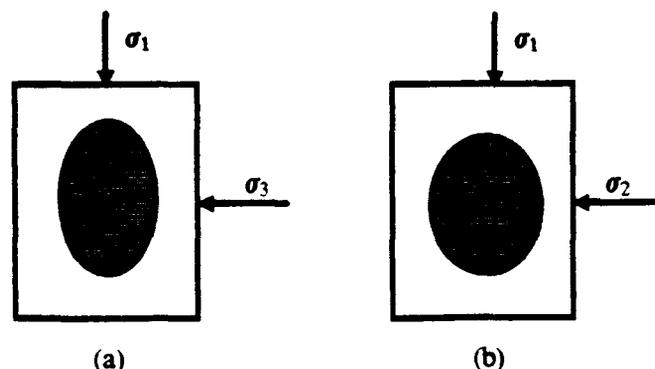


Figure III-5 : Mécanismes d'ouverture et d'extension de fissure

(a) $\sigma_2 = \text{constante}$, $\sigma_3 = \text{constante}$, σ_1 croissant

(b) $\sigma_1 = \text{constante}$, $\sigma_2 = \text{constante}$, σ_3 décroissant

Ce mécanisme d'extension dans la direction 1 peut être décrit de façon plus générale par :

$$d(\sigma_1 - \sigma_3) > 0 \qquad d(\sigma_2 - \sigma_3) = 0 \qquad \text{III-1}$$

Bien entendu, l'extension dans la direction 2 sera traduite par :

$$d(\sigma_1 - \sigma_3) = 0 \qquad d(\sigma_2 - \sigma_3) > 0 \qquad \text{III-2}$$

L'augmentation du déviateur peut être obtenue, comme nous venons de le montrer, par augmentation de la plus grande contrainte principale ou de la contrainte principale intermédiaire si l'on suppose σ_3 constant, mais également par diminution de σ_3 si l'on suppose σ_1 et σ_2 constants. Dans ce cas, il y a extension de la fissure dans les deux directions (fig. III-5b). L'ensemble est donc bien résumé par les relations III-1 et III-2.

Dans le cas d'un essai triaxial $\sigma_2 = \sigma_3$, il reste seule la relation $d(\sigma_1 - \sigma_3) > 0$. Trois types d'essais simples peuvent reproduire ces conditions :

- l'essai triaxial classique monotone avec pression de confinement constante,
- l'essai triaxial en extension latérale : Après une montée en pression hydrostatique par exemple ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), on garde σ_1 constant, et on diminue la pression de confinement,
- l'essai proportionnel monotone : il s'agit d'un essai triaxial pour lequel la pression de confinement croît avec la contrainte σ_1 dans un rapport constant ($\sigma_1/\sigma_3 = K$).

Dans les trois essais, nous pouvons déterminer pour tout état de contrainte, la raideur normale (pseudo module d'Young), le module de réaction transversale K correspondant à la déformation latérale, et traduisant l'endommagement du matériau.

Notons que les deux derniers types d'essais sont essentiellement utilisés pour la validation du modèle.

3. 2-2-2 Fermeture des fissures

Pour fermer les fissures, il est nécessaire que les conditions précédentes ne soient pas vérifiées, à savoir :

$$d(\sigma_1 - \sigma_3) < 0 \qquad \text{et} \qquad d(\sigma_2 - \sigma_3) < 0 \qquad \text{III-3}$$

Dans un essai triaxial, il suffit simplement, soit de diminuer σ_1 à σ_3 constant, soit d'augmenter σ_3 à σ_1 constant. On peut alors, comme précédemment, déterminer pour tout état de contrainte, donc d'endommagement, le module normal et transversal.

3. 2-3 ECRITURE DU MODELE POUR UN MILIEU ISOTROPE - MODELE IMMIC (IKOGOU (1990), SHAO (1992) ET (1994))

3. 2-3-1 Hypothèses

Les résultats précédents ont montré le développement des microfissures orientées dans la roche étudiée sans qu'il y ait de déformation permanente significative. La microfissuration entraîne

ainsi un comportement anisotrope (isotrope transverse dont le plan d'isotropie est perpendiculaire à la contrainte principale mineure).

Les modèles rhéologiques incrémentaux sont développés par beaucoup de chercheurs, et notamment par les travaux de l'Ecole de Grenoble (Darve et al. (1978)). Ils ont été appliqués essentiellement aux sols et aux bétons. Le modèle IMMIC utilise la philosophie de ces modèles incrémentaux et la notion d'endommagement. C'est un modèle conceptuel simple décrivant la microfissuration anisotrope induite dans un matériau initialement isotrope qui ne présente pas, rappelons le, de déformation permanente significative.

Il est supposé tout d'abord que la relation contraintes-déformations de la roche peut être exprimée par la forme incrémentale suivante :

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} \quad \text{III-4}$$

où $d\varepsilon_i$ et $d\sigma_i$ sont respectivement les incréments de déformations et de contraintes principales, M la matrice dite rhéologique dont l'expression dépend de l'état de microfissuration (direction des incréments de contraintes).

3. 2-3-2 Détermination de la matrice M

Afin de déterminer l'expression de la matrice rhéologique M , quelques hypothèses simplificatrices sont retenues :

- H_1 - Le comportement de la roche est isotrope transverse, c'est-à-dire isotrope dans le plan perpendiculaire à la contrainte principale mineure σ_3 .
- H_2 - Le comportement de la roche dans le plan d'isotropie est élastique linéaire et le module d'élasticité correspondant E dépend de σ_3 .

Ces deux hypothèses semblent convenables avec les résultats expérimentaux. Elles sont d'autant plus pertinentes que la pression de confinement est faible. Pour des fortes pressions de confinement, l'hypothèse de linéarité dans la relation $\varepsilon_1 \leftrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3)$ n'est pas assurée. Mais rappelons que la contrainte principale mineure autour d'une cavité est en général relativement faible. Selon ces deux hypothèses, nous pouvons écrire :

$$M_{11} = M_{22} = \frac{1}{E} \quad \text{et} \quad M_{12} = M_{21} = -\frac{\nu}{E} \quad \text{III-5}$$

où ν est le coefficient de Poisson dans le plan d'isotropie, E le module d'Young dans le même plan dont la valeur est supposée dépendre de σ_3 :

$$E = E_0 \left[1 + \frac{\sigma_3}{P_c} \right]^m \quad \text{III-6}$$

Dans cette relation, E_0 est le module d'Young en compression simple ($\sigma_3 = 0$), P_a la pression atmosphérique dans les mêmes unités que les contraintes et m un paramètre du modèle.

Les termes M_{31} et M_{32} représentent la déformation liée à la microfissuration dont l'expression dépend fortement de l'état actuel de la microfissuration. Ces termes dépendent de la direction de sollicitation (ouverture ou fermeture des microfissures) :

- Cas de l'ouverture et de la propagation des microfissures suivant X_1

$$M_{31} = -\frac{1}{K_{c31}} \quad \text{si} \quad d(\sigma_1 - \sigma_3) \geq 0 \quad \text{III-7a}$$

- Cas de la fermeture des microfissures suivant X_1

$$M_{31} = -\frac{1}{K_{d31}} \quad \text{si} \quad d(\sigma_1 - \sigma_3) \leq 0 \quad \text{III-7b}$$

Dans ces relations, K_{c31} est le module tangent à la courbe de la déformation transversale, $\varepsilon_3(\sigma_1 - \sigma_3)$ dans un essai triaxial (fig. III-6).

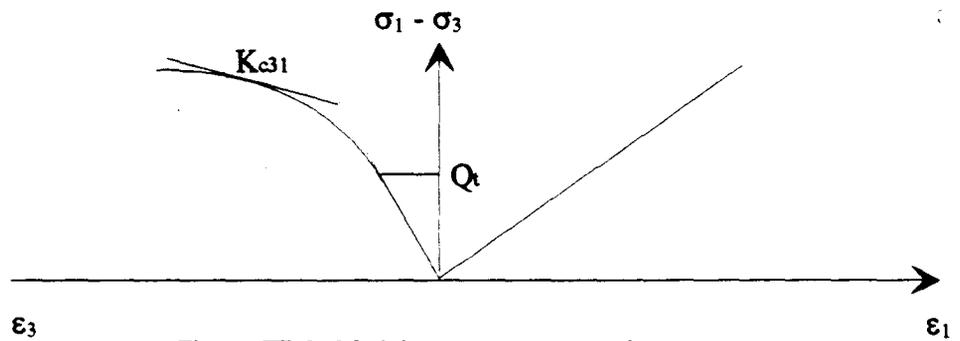


Figure III-6 : Module tangent transversal

Il est évident que ces modules tangents diminuent en fonction de la dégradation progressive du matériau. Nous proposons les relations suivantes pour décrire l'évolution de ces modules :

$$K_{c31} = \frac{E}{\nu} \left[\frac{Q_t}{\sigma_1 - \sigma_3} \right]^\beta, \quad (\sigma_1 - \sigma_3) > Q_t \quad \text{III-8}$$

où Q_t représente donc le seuil de microfissuration que nous avons souligné précédemment (cf. § 3. 2-1). Les résultats expérimentaux montrent que ce seuil dépend de la pression de confinement. Nous proposons donc :

$$Q_t = a_1 + b_1 \sigma_3 \quad \text{III-9}$$

L'exposant β représente le taux de la microfissuration dont la valeur dépend également de la pression de confinement :

$$\beta = a_2 + b_2 \sigma_3 \quad \text{I}$$

Afin de déterminer les modules définissant le comportement de la roche au cours du déchargement, une hypothèse complémentaire est utilisée :

- H₃ Le comportement de la roche en déchargement ($d(\sigma_i - \sigma_3) \leq 0$) est linéaire et la déformation permanente après la cessation totale de contraintes déviatoriques est nulle.

D'après cette hypothèse, dans un essai triaxial pour un état de fissuration donné, K_{d31} vaut :

$$K_{d31} = - \frac{(\sigma_i - \sigma_3)_I}{(\varepsilon_3)_I}, \quad (\sigma_i - \sigma_3) \leq 0 \quad \text{III-11}$$

où $(\sigma_i - \sigma_3)_I$ et $(\varepsilon_3)_I$ sont le déviateur de contrainte et la déformation transversale au point d'inversion.

Dans la matrice M , les composantes M_{13} , M_{23} , M_{33} déterminent les incréments de déformations dans les trois directions dues à un incrément de la contrainte principale mineure qui est perpendiculaire au plan de microfissuration. Nous supposons que ces composantes sont dépendantes seulement de l'état actuel des microfissures et indépendantes du mouvement de celles-ci (ouverture ou fermeture). Nous proposons donc :

$$M_{33} = \frac{1}{E_f} \quad M_{13} = -\frac{\nu_{13}^f}{E_f} \quad M_{23} = -\frac{\nu_{23}^f}{E_f} \quad \text{III-12}$$

où E_f est le pseudo module élastique dans la direction perpendiculaire aux microfissures dont la valeur dépend de l'état de microfissuration :

$$E_f = E \left[\frac{\sigma_i - \sigma_3}{Q_i} \right]^{-\alpha} \quad \text{III-13}$$

Le paramètre α joue le même rôle que le paramètre β , ν_{13}^f , ν_{23}^f sont les pseudo coefficients de Poisson qui exprime la déformation dans le plan d'isotropie due à une variation de la contrainte perpendiculaire à ce plan (donc σ_3). Leurs valeurs sont déterminées par la symétrie de M ($M_{13}=M_{31}$, $M_{23}=M_{32}$).

Ce modèle contient 9 paramètres. Le paramètre m est déterminé à partir des valeurs du module axial obtenues pour différentes pressions de confinement, a_1 et b_1 à partir des valeurs du seuil d'endommagement (perte de linéarité) obtenues pour ces mêmes essais. Les paramètres a_2 et b_2 sont déterminés en mesurant le module tangent de la courbe de déformation transversale des essais triaxiaux. Le paramètre α est déterminé en mesurant le module tangent de la courbe de la déformation transversale d'un essai d'extension latérale.

3. 2-4 EXTENSION DU MODELE AUX MILIEUX ISOTROPES TRANSVERSES

Rappelons tout d'abord les propriétés élastiques d'un milieu isotrope transverse. La loi constitutive entre les contraintes et les déformations élastiques est donnée par exemple par l'équation I-2:

$$\{d\varepsilon\} = (A) \{d\sigma\}$$

avec la matrice (A) qui est définie dans le repère de structure du matériau par la relation I-8 et que nous rappelons ci dessous.

$$[A]_s = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{21}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad \text{III-14}$$

où $\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$ et $G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})}$

Nous rappelons que (S_1, S_2, S_3) est le repère de structure et (X_1, X_2, X_3) est le repère des contraintes principales.

Nous allons désormais supposer que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. La direction S_1 du repère de structure sera définie par $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ dans le repère de contrainte principale (X_1, X_2, X_3) (fig. III-7).

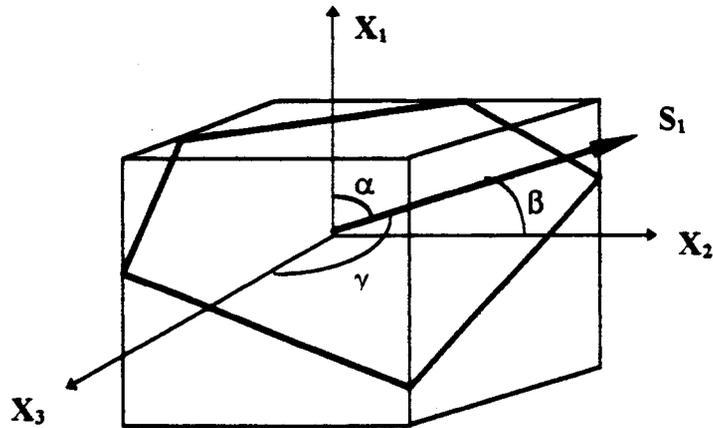


Figure III-7 : Repérage spatiale de la structure par rapport au repère principal des contraintes

D'après les remarques faites précédemment en ce qui concerne la fissuration axiale (§ 3. 2-1), nous pouvons considérer trois cas :

Cas A) La direction X_1 en un point M est proche de la direction S_1 (fig. III-8). Cela signifie que la direction X_1 se situe dans un cône d'ouverture α_0 ($\alpha_0 = \varepsilon_0$), c'est-à-dire $\alpha \leq \alpha_0$ (fig. III-8a). Pour revenir à la configuration de l'essai triaxial conventionnel (fig. III-8c), cela est équivalent à un angle Θ compris entre $\pi/2 + \varepsilon_0$ et $\pi/2 - \varepsilon_0$, ε_0 étant faible ($\cong 10^\circ$), nous ferons l'hypothèse suivante :

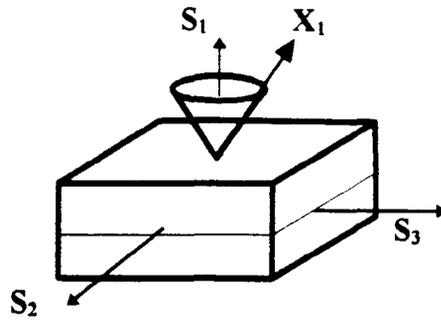


Figure III-8a : Position de la direction X_1 dans le repère de structure.

- H4 Lorsque l'angle α entre S_1 et X_1 est inférieur ou égal à α_0 , les calculs d'endommagement seront effectués dans le repère de structure ($\alpha = 0$).

Le modèle de comportement est donc dans la configuration où l'on a : $\sigma_2 = \sigma_3$, un essai triaxial avec $\Theta = 90^\circ$. Les plans de rupture seront perpendiculaires à la plus petite contrainte principale, soit perpendiculaires à X_3 . Dans ce cas, nous pourrions aisément étendre le modèle IMMIC en utilisant la matrice (A) au lieu de la matrice d'élasticité isotrope.

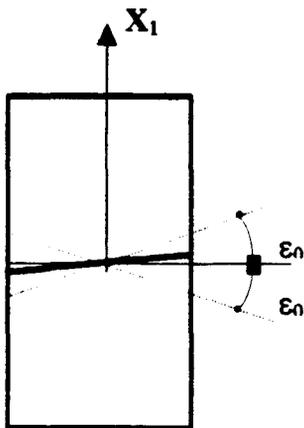


Figure III-8b : Position du plan de schistosité en essai triaxial

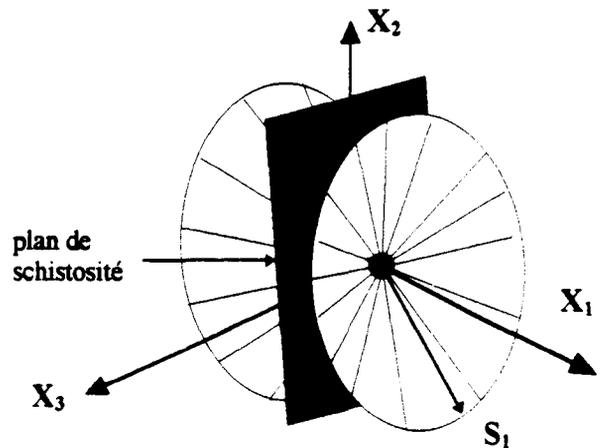


Figure III-8c : Position du plan de schistosité le référentiel étant celui des contraintes principales.

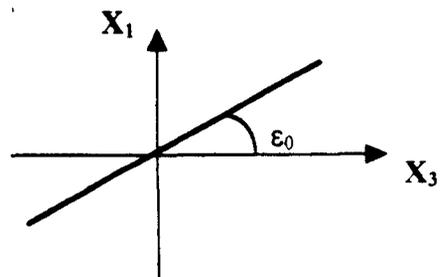
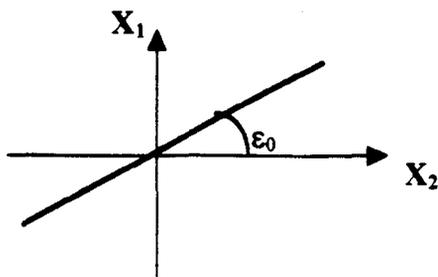


Figure III-8d et III-8e : Coupe dans le référentiel des contraintes principales par $X_3 = 0$ et $X_2 = 0$ position du plan de schistosité

Cas B) La direction X_3 est proche de la direction S_1 (fig. III-9). Nous supposons que la direction X_1 est à l'intérieur d'un cône d'ouverture, dont $\gamma = \varepsilon_1$ (fig. III-9.a).

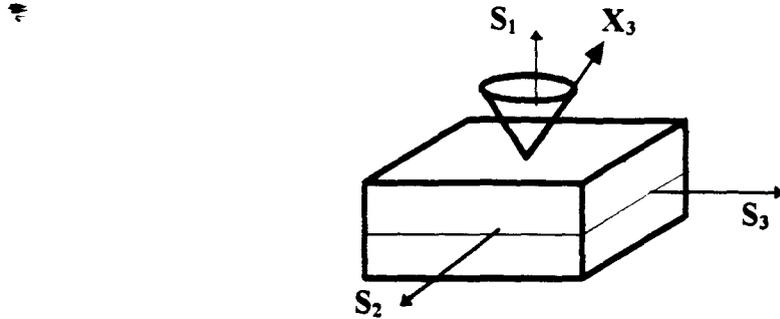


Figure III-9a : Position de la direction X_1 dans le repère de structure.

Pour revenir à l'essai triaxial conventionnel, (fig. III-9.e), ceci correspond à un essai tel que $|\Theta| \leq \varepsilon_1$. ε_1 étant faible, nous ferons l'hypothèse suivante :

- H5 Lorsque l'angle γ entre S_1 et X_3 est inférieur à ε_1 , les calculs d'endommagement seront effectués dans le repère de structure ($\gamma = 0$).

Le modèle de comportement est donc, dans la configuration où l'on a : $\sigma_2 = \sigma_3$, un essai triaxial à $\Theta = 0^\circ$. Le plan de rupture sera alors le plan de schistosité.

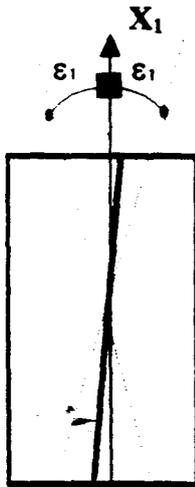


Figure III-9b : Position du plan de schistosité en essai triaxial

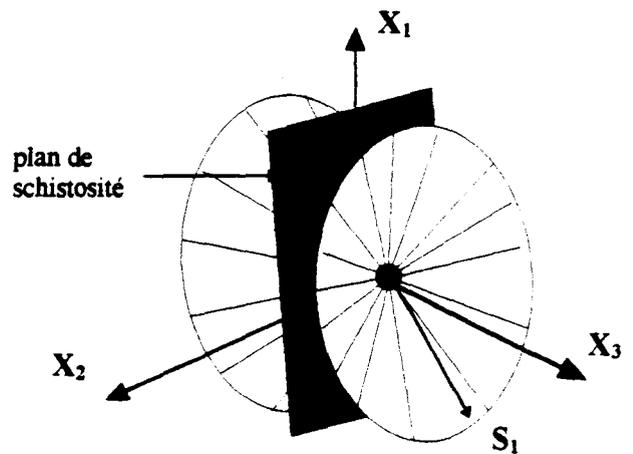


Figure III-9c : Position du plan de schistosité le référentiel étant celui des contraintes principales.

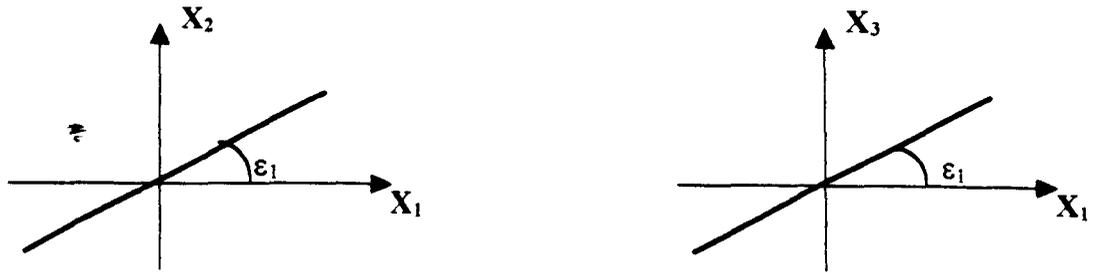


Figure III-9d et III-9e : Coupe dans le référentiel des contraintes principales par $X_3 = 0$ et $X_2 = 0$
position du plan de schistosité

Cas C) La direction X_2 est proche de la direction S_1 (fig. III-10). La direction X_2 se situe donc dans un cône d'ouverture $\beta = \varepsilon_2$ (fig. III-10. a).

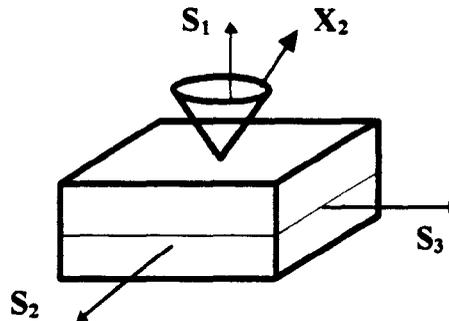


Figure III-10a : Position de la direction X_1 dans le repère de structure.

Deux configurations nettes de rupture peuvent se produire :

- (a) σ_2 et σ_3 sont proches et très inférieures à σ_1 alors la rupture a lieu dans le plan de schistosité.
- (b) σ_2 est de l'ordre de σ_1 et nettement supérieures à σ_3 , alors la rupture a lieu perpendiculairement à la direction X_3 .

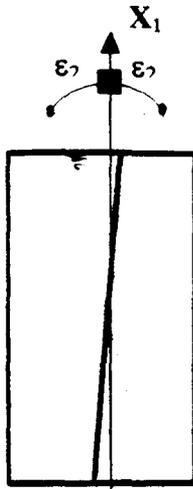


Figure III-10b : Position du plan de schistosité en essai triaxial

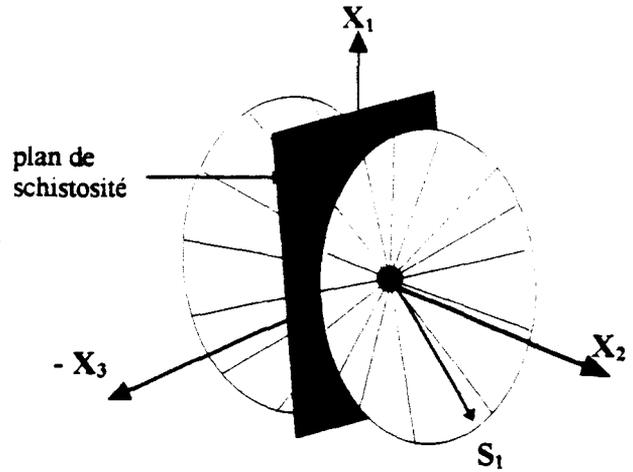


Figure III-10c : Position du plan de schistosité le référentiel étant celui des contraintes principales.

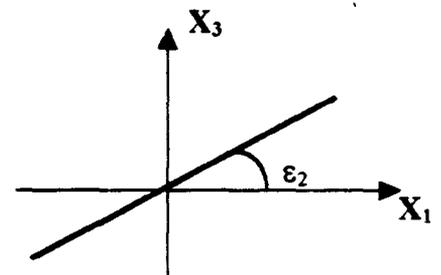
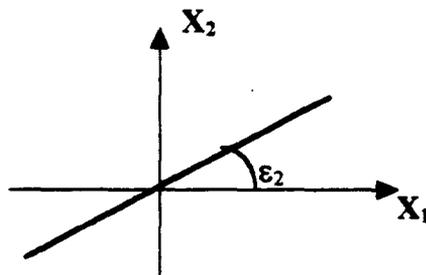


Figure III-10d et III-10e : Coupe dans le référentiel des contraintes principales par $X_3 = 0$ et $X_2 = 0$ position du plan de schistosité

3. 2-5 ETUDE DU CAS A : $\alpha \leq \varepsilon_0$

Nous avons supposé que les repère de structure et celui des contraintes principales étaient toujours confondus $\alpha = 0^\circ$ (fig. III-11).

On étend alors sans trop de difficultés, les relations III-4 à III-13 au milieu anisotrope considéré. Les termes "élastiques" de la matrice (M) deviennent :

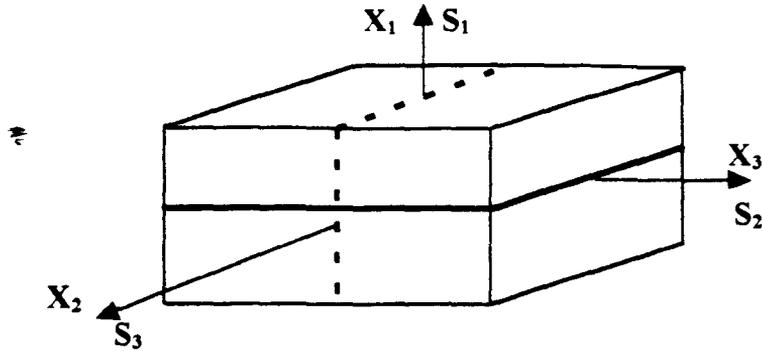


Figure III-11 : Schématisation de la rupture du cas A le repère de structure et celui des contraintes principales étant confondus

$$M_{11} = \frac{1}{E_1} \quad M_{22} = \frac{1}{E_2} \quad M_{12} = M_{21} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} \quad \text{III-15}$$

où
$$E = E_0 \left[1 + \frac{\sigma_3}{P_*} \right]^m$$

Bien entendu, les relations III-7 restent valables car elles décrivent l'endommagement. Il suffit de changer la relation III-8 qui s'écrira :

$$K_{c31} = \frac{E_1}{\nu_{12}} \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_t(90^\circ)} \right]^{-\beta_1} \quad \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 > Q_t(90^\circ)$$

$$K_{c31} = \frac{E_1}{\nu_{12}} \quad \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 \leq Q_t(90^\circ)$$

III-16

avec :

$$Q_t(90^\circ) = a_1 + b_1 \sigma_3$$

$$\beta_1 = c_1 + d_1 \sigma_3$$

III-17

De même, en supposant que le critère Q_t reste le même :

$$K_{c32} = \frac{E_2}{\nu_{21}} \left[\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{Q_t(90^\circ)} \right]^{-\beta_2} \quad \text{si } \sigma_2 - \sigma_3 > Q_t(90^\circ)$$

$$K_{c32} = \frac{E_2}{\nu_{21}} \quad \text{si } \sigma_2 - \sigma_3 \leq Q_t(90^\circ)$$

III-18

Nous supposons en outre que $\beta_2 = \beta_1$, car nous ne pouvons déterminer cette valeur par des essais triaxiaux conventionnels.

Les relations III-11 pour le déchargement restent valables. Il nous reste à déterminer les termes M_{33} , M_{13} et M_{23} . Nous prendrons le même type de relation que dans le cas isotrope, à savoir :

$$\begin{aligned} M_{33} &= \frac{1}{E_f(M)} & M_{13} = M_{23} &= -\frac{\nu^f(M)}{E_f(M)} \end{aligned} \quad \text{III-19}$$

avec :

$$E_f(M) = E_2 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_t(90^\circ)} \right]^{-\alpha_1} \quad \text{III-20}$$

où "M" représente le fait que l'endommagement se fait en matrice.

3. 2-6 ETUDE DU CAS B $\gamma \leq \epsilon_1$

Afin de déterminer facilement les coefficients de la matrice M , comme dans le cas précédent, nous supposerons les deux repères (structure et principal) toujours confondus (fig. III-12), soit $\gamma = 0^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$.

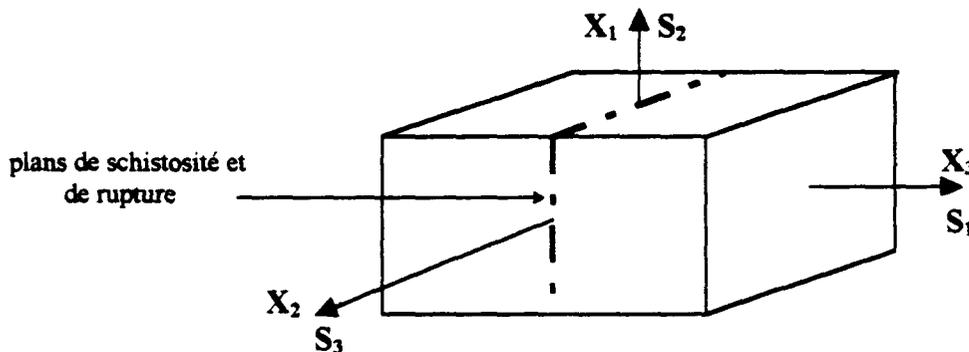


Figure III-12 : Schématisation de la rupture du cas B le repère de structure et celui des contraintes principales étant confondus

Les équivalences entre les différents axes sont donc les suivantes :

$$\begin{cases} X_3 = S_1 \\ X_2 = S_3 \\ X_1 = S_2 \end{cases}$$

La détermination des paramètres de la matrice M sera issue d'une réflexion dans le repère de structure et immédiatement retranscrite dans le repère de contrainte principale.

Dans le cas envisagé, l'endommagement a lieu entièrement dans les plans de schistosité (par ouverture de ceux-ci) orthogonalement donc à S_1 (ou X_3). Le plan (S_2, S_3) ou (X_1, X_2) est

un plan isotrope élastique. On déduit de cette dernière assertion, les coefficients élastiques de la matrice M qui sont:

$$\nu \quad M_{11} = M_{22} = \frac{1}{E_2} \quad , \quad M_{12} = M_{21} = -\frac{\nu_{23}}{E_2} \quad \text{III-21}$$

L'endommagement se faisant orthogonalement à S_1 ou X_3 les termes d'endommagement de la matrice M dans le repère de contraintes principales seront : M_{31} et M_{32} .

Les relations III-8 à III-11 resteront valables (puisque l'ouverture a lieu suivant X_3).

Plus particulièrement, dans le cas de la figure III-9.b, M_{31} (respectivement M_{32}) représente l'ouverture des plans suivant S_1 soit X_3 sous l'action de la contrainte principale dirigée suivant S_2 soit X_1 (respectivement S_3 soit X_2). Cette remarque nous permet de comprendre les termes utilisés pour décrire K_{e31} et K_{e32} qui sont :

$$\begin{aligned} K_{e31} &= \frac{E_2}{\nu_{21}} \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_t(0^\circ)} \right]^{-\beta_3} & \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 > Q_t(0^\circ) \\ K_{e31} &= \frac{E_2}{\nu_{21}} = \frac{E_1}{\nu_{12}} & \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 \leq Q_t(0^\circ) \end{aligned} \quad \text{III-22}$$

avec :

$$\begin{aligned} Q_t(0^\circ) &= a_2 + b_2 \sigma_3 \\ \beta_3 &= c_2 + d_2 \sigma_3 \end{aligned} \quad \text{III-23}$$

Puisque le plan (X_1, X_2) (ou (S_2, S_3)) est un plan d'isotropie, K_{e32} est égal à :

$$\begin{aligned} K_{e32} &= \frac{E_2}{\nu_{21}} \left[\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{Q_t(0^\circ)} \right]^{-\beta_3} & \text{si } \sigma_2 - \sigma_3 > Q_t(0^\circ) \\ K_{e32} &= \frac{E_2}{\nu_{21}} & \text{si } \sigma_2 - \sigma_3 \leq Q_t(0^\circ) \end{aligned} \quad \text{III-24}$$

Les relations III-11 pour le déchargement restent valables. Il nous reste donc à déterminer les termes M_{33} , M_{13} et M_{23} de la matrice. Le même type de relations que dans le cas isotrope sera là aussi utilisé, à savoir :

$$M_{33} = \frac{1}{E_f(S)} \quad M_{13} = M_{23} = -\frac{\nu^f(S)}{E_f(S)} \quad E_f(S) = E_1 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_t(0^\circ)} \right]^{-\alpha_2} \quad \text{III-25}$$

où "S" représente le fait que l'endommagement se fait dans le plan de schistosité.

3. 2-7 ETUDE DU CAS C : $\beta \leq \varepsilon_2$

Ce cas ne nous est pas accessible lors d'essais triaxiaux conventionnels. Pour les mêmes raisons que précédemment, nous nous placerons dans le cas particulier où $\beta = 0^\circ$ et $\alpha = \pi/2$, c'est-à-dire dans le cas où les deux repères (structure et contraintes principales) sont confondus (fig. III-13.a et III-13.b).

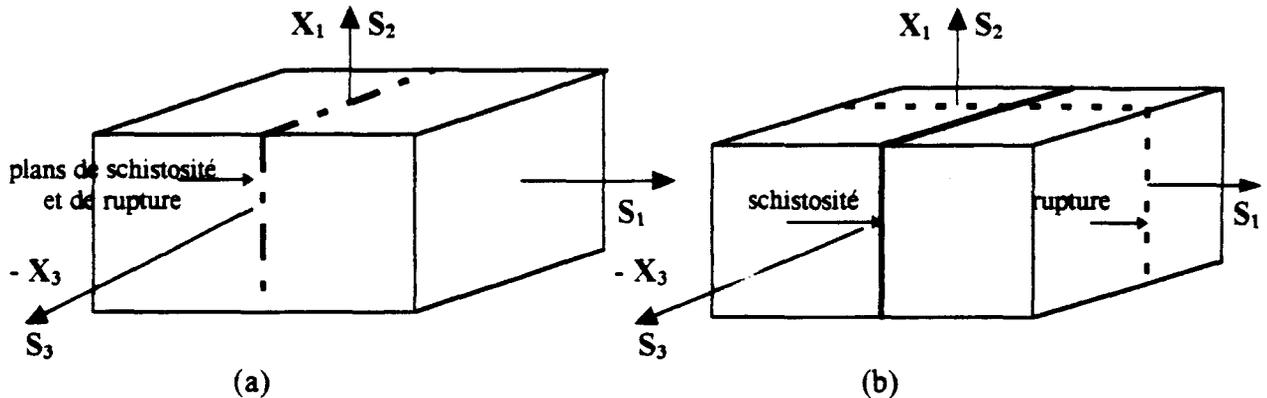


Figure III-13 : Schématisation des différentes ruptures du cas C
le repère de structure et celui des contraintes principales étant confondus
(a) $-\sigma_1 - \sigma_2 > Q_t(0^\circ)$ et $\sigma_1 - \sigma_3 < Q_t(90^\circ)$ (b) $\sigma_1 - \sigma_2 < Q_t(0^\circ)$ et $\sigma_1 - \sigma_3 > Q_t(90^\circ)$

Nous avons alors les équivalences d'axes suivantes :

$$\begin{cases} X_1 = S_2 \\ X_2 = S_1 \\ X_3 = S_3 \end{cases}$$

Dans ce cas deux types de rupture peuvent se produire :

1. Le premier est une rupture dans les plans de schistosité (par ouverture de ceux-ci) lorsque σ_2 et σ_3 sont proches et très inférieures à σ_1 . L'endommagement se fera donc dans les plans comme pour le cas B. Celui-ci s'initiera donc (cf. cas B) lorsque le déviateur issu de la contrainte principale majeure σ_1 (suivant S_2) et la contrainte principale σ_2 dirigée orthogonalement aux plans de schistosité (c'est-à-dire parallèlement à S_1 , X_2) sera supérieure au seuil d'ouverture de ces plans c'est-à-dire à $Q_t(0^\circ)$ (fig. III-13.a).
2. Le second type de rupture est la rupture en matrice lorsque σ_2 est de l'ordre de σ_1 , toutes deux très supérieures à σ_3 . L'endommagement se fera donc dans la matrice comme pour le cas A. Celui-ci s'initialisera (voir cas A) lorsque le déviateur issu de σ_1 et de la contrainte mineure σ_3 dans le plan de schistosité (suivant S_3) sera supérieur au seuil de microfissuration $Q_t(90^\circ)$. Il faut en plus que $\sigma_1 - \sigma_2 < Q_t(0^\circ)$ (fig. III-13.b).

3. 2-7-2 Détermination de la matrice M dans le cas d'une rupture en matrice (fig. III-13b)

Il y a alors équivalence avec le cas A (cf. 3. 2-5) et, de la même façon que ci-dessus, la mise en parallèle des équivalences d'axes du cas A et du cas C nous permet d'obtenir la matrice M dans le cas C par permutation des indices 1 et 2.

$$\text{cas A } \begin{cases} X_1 = S_1 \\ X_2 = S_2 \\ X_3 = S_3 \end{cases} \qquad \text{cas C } \begin{cases} X_1 = S_2 \\ X_2 = S_1 \\ X_3 = S_3 \end{cases}$$

Les coefficients de la matrice M dans ce cas sont donc les suivants :

$$M_{11} = \frac{1}{E_2} \qquad M_{22} = \frac{1}{E_1} \qquad M_{12} = M_{21} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} \qquad \text{III-31}$$

Les relations III-15 à III-20 restent valables après permutation des indices, la relation III-16 s'écrivant:

$$K_{c31} = \frac{E_2}{\nu_{21}} \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_t(90^\circ)} \right]^{-\beta_1} \qquad \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 > Q_t(90^\circ)$$

$$K_{c31} = \frac{E_2}{\nu_{21}} \qquad \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 \leq Q_t(90^\circ)$$

III-32

La relation III-18 s'écrit quant à elle :

$$K_{c32} = \frac{E_1}{\nu_{12}} \left[\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{Q_t(90^\circ)} \right]^{-\beta_1} \qquad \text{si } \sigma_2 - \sigma_3 > Q_t(90^\circ)$$

$$K_{c32} = \frac{E_1}{\nu_{12}} \qquad \text{si } \sigma_2 - \sigma_3 \leq Q_t(90^\circ)$$

III-33

La relation III-11 de déchargement est toujours valable.

Enfin, de même que dans le cas A, puisque l'ouverture et l'endommagement se font suivant X_3 (soit S_3) les relations III-19 et III-20 sont identiques. Les derniers termes de la matrice sont donc dans ce cas:

$$M_{33} = \frac{1}{E_f(M)} \qquad M_{13} = M_{23} = -\frac{\nu^f(M)}{E_f(M)} \qquad \text{III-34}$$

3. 3 DETERMINATION DES PARAMETRES DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT

3. 3-1 DETERMINATION DES PARAMETRES ELASTIQUES

Nous ne reviendrons pas sur la détermination de ces paramètres. Nous avons simplement supposé pour ce modèle que les modules d'Young et les coefficients de Poisson de la roche saine sont ceux déterminés à partir des essais statiques à savoir (cf chapitre I) :

$$E_1 = 32\,565(1 + \sigma_3/Pa)^{0.0437} \text{ MPa}$$

$$E_2 = 119\,000 \text{ MPa}$$

$$\nu_{12} = 0.14 \quad \nu_{21} = 0.34 \quad \nu_{23} = 0.16$$

et $\nu_{12}/E_1 = \nu_{21}/E_2 = 0.5(\nu_{12}/E_1 + \nu_{21}/E_2)$

3. 3-2 DETERMINATION DES SEUILS DE MICROFISSURATION

Nous avons supposé que ces seuils de microfissurations variaient linéairement avec la pression de confinement à savoir :

$$Q_t(90^\circ) = a_1 + b_1 \sigma_3$$

$$Q_t(0^\circ) = a_2 + b_2 \sigma_3$$

A partir des valeurs issues du tableau III-3, nous avons obtenu les droites de régressions suivantes (figures III-14 et III-15) :

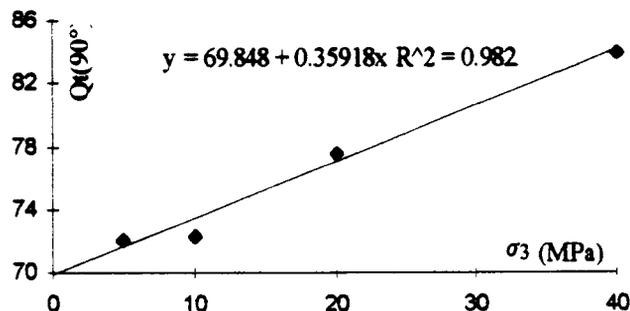


Figure III-14 : Evolution du seuil de fissuration $Q_t(90^\circ)$ en fonction de la pression de confinement

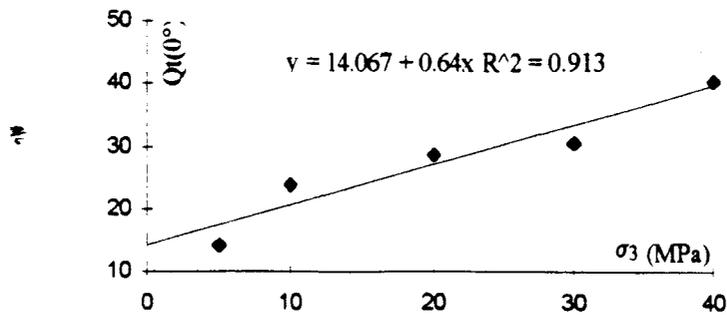


Figure III-15 : Evolution du seuil de fissuration $Q_t(0^\circ)$ en fonction de la pression de confinement

Nous en déduisons donc :

$$\text{Pour } \Theta = 90^\circ : a_1 = 69,848 ; b_1 = 0,35918 ; R^2 = 0,982$$

$$\text{Pour } \Theta = 0^\circ : a_2 = 14,067 ; b_2 = 0,64 ; R^2 = 0,913$$

3. 3-3 DETERMINATION DES TERMES D'ENDOMMAGEMENT K_c

K_c représente le module tangent à la courbe de déformation transversale. Les lois de variation de ces modules avec le déviateur de contrainte ont été données au paragraphe précédent:

$$K_c = \frac{E}{\nu} \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_t} \right]^{-\beta} \quad \text{où } \beta \text{ est le paramètre à déterminer.}$$

Avec $E = E_1$; $\nu = \nu_{12}$; $Q_t = Q_t(90^\circ)$ et $\beta = \beta_1$ pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$; $E = E_2$; $\nu = \nu_{21}$; $Q_t = Q_t(0^\circ)$ et $\beta = \beta_2$ pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$.

Si du point de vue théorique le module mesuré pour un déviateur quelconque peut donner β , statiquement il nous apparaît que la meilleure approximation serait donnée par la mesure du module à 66% de l'intervalle considéré, c'est à dire pour le déviateur de contrainte suivant :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Q_t + 0.66(Q_n - Q_t) \quad \text{III-35}$$

où Q_n est la valeur du déviateur à rupture

Les valeurs de ces déviateur ainsi que les valeurs des modules et de β en ces points sont données dans les tableaux suivants (tableaux III-10 et III-11)

Orientation 90°				
Essai	σ_3 (MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{66}$	K_{666}	β_1
90/00/1	00	/	non mesurable	/
90/00/2	00	/	non mesurable	/
90/2.5/1	2.5	156	98 000	1.45
90/05/1	05	189	52 000	1.85
90/10/1	10	177	182 000	0.63
90/20/1	20	194	39 000	2.28
90/30/1	30	/	non mesurable	/
90/40/1	40	232	102 000	1.15

Tableau III-10 : Valeurs du paramètre β_1 en fonction de la pression de confinement σ_3

Orientation 0°				
Essai	σ_3 (MPa)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{66}$	K_{666}	β_2
00/05/1	05	/	non mesurable	/
00/10/1	10	122	290 000	0.05
00/20/1	20	171	284 000	0.067
00/20/2	20	137	132 000	0.55
00/30/1	30	180	192 500	0.31
00/40/1	40	231	407 400	-0.126
00/40/2	40	215	309 100	0.032

Tableau III-11 : Valeurs du paramètre β_2 en fonction de la pression de confinement σ_3

Plusieurs régressions pour β_1 et β_2 en fonction de σ_3 ont alors été envisagées. Nous avons retenu (Duveau et Henry 1992) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_1 = 1.9069 - 2.317 \cdot 10^{-2} \sigma_3 \quad \text{si } \beta_1 > 0 \text{ soit } \sigma_3 < 89.23 \text{ MPa} \\ \beta_1 = 0 \quad \text{sinon} \\ \beta_2 = 6.75 \cdot 10^{-2} \end{array} \right.$$

La valeur de β_1 est bornée par zéro car dans le cas où β_1 serait inférieur à ce seuil, l'évolution du module K_{e31} serait inverse à celle escomptée. Par exemple, pour un essai triaxial à pression de confinement excédent 90 MPa, il y aurait raidissement du matériau au cours de l'essai. De nouveaux essais aux très fortes pressions de confinement devraient donc être menés si l'on veut connaître le comportement du matériau sous ces contraintes. En attendant, nous ferons l'hypothèse, pour ces cas, d'un comportement élastique.

Le choix de β_2 est, quant à lui, basé sur le fait que les valeurs expérimentales obtenues sont faibles et très dispersées.

A partir des valeurs de β_1 et β_2 nous avons effectué les simulations de l'évolution des déformations latérales (orthogonale au plan de microfissuration : ϵ_3 pour $\Theta = 90^\circ$; ϵ_{3p} pour $\Theta = 0^\circ$) (Annexe 2-a et 3-a). Comme on pouvait s'y attendre, puisque ces paramètres sont déterminés à partir de ces mêmes essais, on obtient une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et ceux numériques (fig. III-16 et III-17).

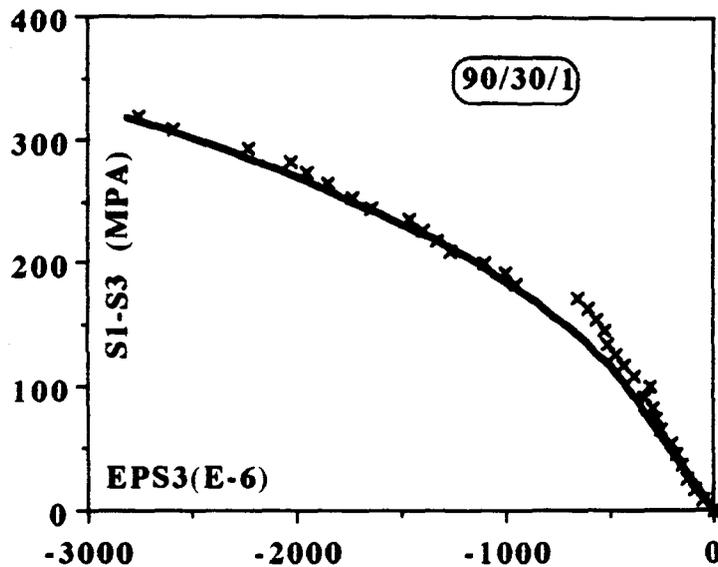


Figure III-16 : Simulation d'un essai triaxial
 $\Theta=90^\circ$ $P_c = 30$ Mpa

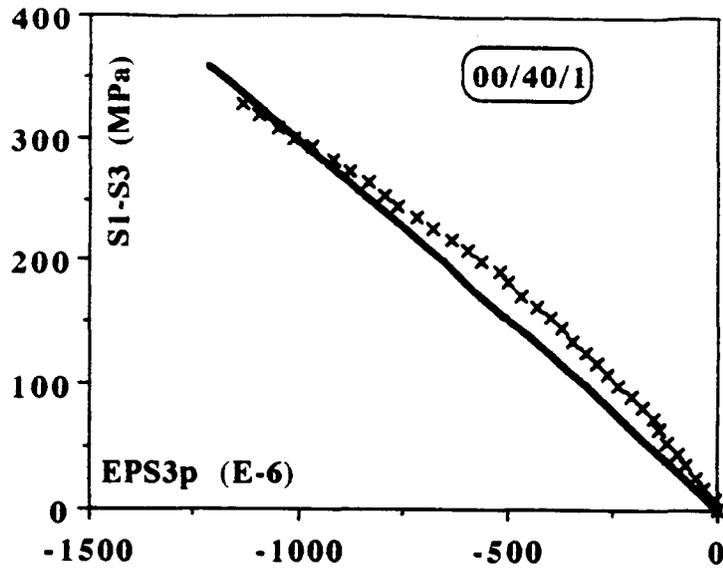


Figure III-17 : Simulation d'un essai triaxial
 $\Theta = 0^\circ$ $P_c = 40$ Mpa

3.3-4 DETERMINATION DES PARAMETRES D'ENDOMMAGEMENT v^f et E_f

Ces paramètres interviennent dans les composantes M_{13} , M_{23} et M_{33} de la matrice M . Ils déterminent donc les incréments de déformation dus à un incrément de la contrainte principale mineure. Leur détermination se fera, de ce fait, à partir des essais d'extension latérale pour lesquels le vecteur contrainte vaut $(0 ; d\sigma_3 ; d\sigma_3)$ ce qui implique :

$$\begin{cases} d\varepsilon_1 = (M_{12} + M_{13}) d\sigma_3 \\ d\varepsilon_2 = (M_{22} + M_{23}) d\sigma_3 \\ d\varepsilon_3 = (M_{32} + M_{33}) d\sigma_3 \end{cases} \quad \text{III-36}$$

Si pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$, il y a bien différenciation entre $d\varepsilon_2$ et $d\varepsilon_3$ (l'endommagement se faisant uniquement dans les plans de schistosité), pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$ l'endommagement se fait identiquement perpendiculairement aux deux directions X_2 , X_3 . De plus, puisque le plan (X_2, X_3) est un plan initialement isotrope (isotropie de structure), nous devons avoir, pour $\Theta = 90^\circ$, $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$. De ce fait pour les essais de révolution, une nouvelle matrice $M(90^\circ)$ doit être définie.

3.3-4-1 Cas $\Theta = 90^\circ$

a- Détermination de la matrice M^R (M de révolution)

Comme nous l'avons déjà souligné, pour cette orientation et dans le cadre d'un essai à symétrie de révolution, l'endommagement se fait identiquement dans les deux plans orthogonaux aux directions principales $(X_2$ et $X_3)$. Le comportement du matériau reste donc identique dans les deux directions X_2 et X_3 , c'est-à-dire que le plan (X_2, X_3) initialement isotrope (isotropie structurale) reste isotrope. De ce fait, il nous est facile de déterminer la matrice $M^R(90^\circ)$ à partir

de la matrice initiale $M(90^\circ)$, et ce en substituant à l'indice 2 l'indice 3 aux coefficients de cette dernière. On obtient :

$$\begin{cases} M_{11}^R = M_{11} = \frac{1}{E_1} \\ M_{12}^R = M_{13}^R = M_{13} = -\frac{\nu^f(M)}{E_f(M)} \\ M_{22}^R = M_{33}^R = M_{33} = \frac{1}{E_f(M)} \\ M_{21}^R = M_{31}^R = M_{31} = \frac{-1}{K_{e31}} \\ M_{23}^R = M_{32}^R \end{cases} \quad \text{III-37}$$

Un problème se pose alors quant à la détermination de M_{23}^R et M_{32}^R . Dans le cas d'une identification de ces termes au coefficient M_{23} ou M_{32} , le déviateur principal $(\sigma_2 - \sigma_3)$ étant toujours nul, les termes M_{23}^R et M_{32}^R ne rendraient pas compte de l'endommagement. Or, lors d'un essai d'extension latérale, cet endommagement existe puisqu'il y a augmentation du déviateur principal $(\sigma_1 - \sigma_3)$. Les termes M_{32}^R et M_{23}^R doivent donc dépendre de $(\sigma_1 - \sigma_3)$. Supposons maintenant l'existence d'une seule famille de microfissures orthogonales à la contrainte principale mineure σ_3 . L'influence d'un accroissement de la contrainte intermédiaire se traduirait alors par :

$$d\varepsilon_3 = -\frac{d\sigma_2}{K_{e32}} < -\frac{d\sigma_2}{K_{e31}}$$

Une pénalisation du modèle consiste alors à prendre :

$$d\varepsilon_3 = -\frac{d\sigma_2}{K_{e31}}$$

Etendu au cas de la symétrisation due aux essais de révolution, nous prendrons :

$$M_{23}^R = M_{32}^R = M_{31} = -\frac{1}{K_{e31}} \quad \text{III-38}$$

Ce choix est de plus justifiable par le fait que l'extension latérale est assimilable, au niveau comportemental, à une compression triaxiale ; ces deux essais étant accompagnés d'une même évolution du déviateur principal, la compression triaxiale étant caractérisée quant à elle par le terme M_{31} de la matrice M .

b- Détermination des paramètres

Par substitution des termes de la matrice M par ceux de la matrice M^R des relations III-37 et III-38, les équations III-36 deviennent :

$$\begin{cases} d\varepsilon_1 = -2 \frac{\nu^f(M)}{E_f(M)} d\sigma_3 \\ d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 = \left[\frac{-1}{K_{c31}} + \frac{1}{E_f(M)} \right] d\sigma_3 \end{cases} \quad \text{III-39}$$

La connaissance des modules tangents aux courbes de déformation transversale et axiale d'un essai d'extension latérale, nous permet, à partir de ces équations, de calculer successivement $E_f(M)$ et $\nu^f(M)$. Les résultats sont donnés dans les tableaux III-14 et III-15. Nous rappelons la variation de $E_f(M)$:

$$E_f(M) = E_2 \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{Q_1(90^\circ)} \right]^{-\alpha_1}$$

Essai	σ_3	$\sigma_1 - \sigma_3$	$d\varepsilon_3/d\sigma_3$	$E_f(M)$	α_1
90/05/0.5	1.7	125	$17.2 \cdot 10^{-6}$	37125	2.03
90/10/0.65	3.4	140	$19.2 \cdot 10^{-6}$	32765	1.90
90/30/0.65	30	210	$13.6 \cdot 10^{-6}$	42541	1.07

Tableau 14 : Valeurs de $E_f(M)$ et du paramètre α_1 en fonction de la pression de confinement σ_3

Une régression linéaire de α_1 en fonction de σ_3 a alors été effectuée, et nous obtenons :

$$\alpha_1 = 2,0478 - 3,2 \cdot 10^{-2} \sigma_3 \quad R^2 = 0,994$$

Cette variation de α_1 avec σ_3 est à prendre avec une certaine réserve vu le faible nombre d'essais utilisés.

Connaissant la variation de $E_f(M)$, nous pouvons calculer $\nu^f(M)$ (tableau III-15).

Essai	σ_3	$\sigma_1 - \sigma_3$	$d\varepsilon_1/d\sigma_3$	$\nu^f(M)$
90/05/0.5	1.7	125	$34.4 \cdot 10^{-6}$	0.95
90/10/0.65	3.4	140	$19.2 \cdot 10^{-6}$	0.36
90/30/0.65	30	210	$13.6 \cdot 10^{-6}$	0.815

Tableau III-15 : Valeurs de $\nu^f(M)$ en fonction de la pression de confinement σ_3

La très forte dispersion des résultats et le faible nombre d'essais nous a contraints à prendre $\nu^f(M)$ comme valeur moyenne : soit $\nu^f(M) = 0,71$.

Les simulations obtenues (Annexe 2-b) sont tout à fait satisfaisantes pour approximer ϵ_3 , mais le sont moins quant à l'approximation de ϵ_1 surtout pour l'essai 90/10/0,65.

Pour mieux approcher la valeur des déformations longitudinales, une simulation par symétrisation de la matrice M (comme dans le cas isotrope) a alors été envisagée. La valeur de $\nu^f(M)$ vaut alors dans le système d'équation (III-39)

$$\nu^f(M) = E_f(M)/K_{c31}$$

A partir de la comparaison de ces deux simulations (fig. III-18) nous suggérons de prendre:

$$\begin{cases} \nu^f(M) = 0.71 \\ \alpha_1 = 2.0478 - 3.2 \cdot 10^{-2} \sigma_3 & \text{si } \beta_1 > 0 \\ \alpha_1 = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

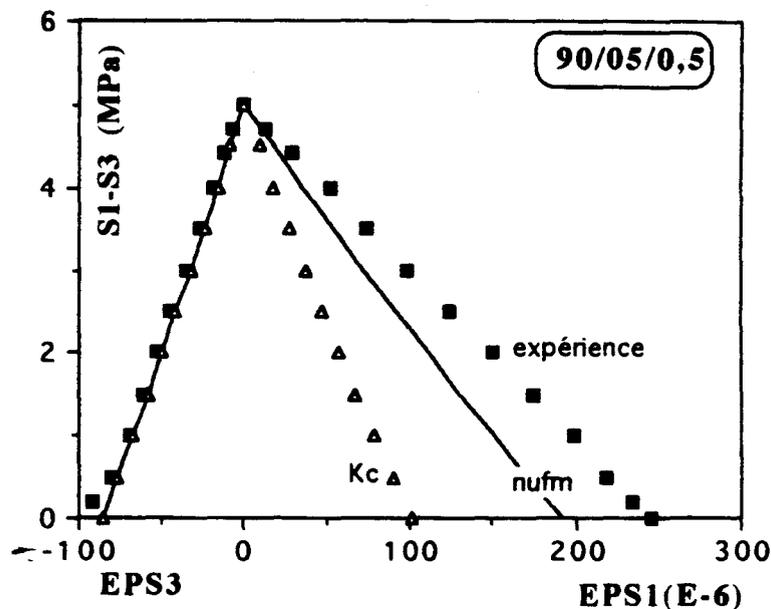


Figure III-18 : Simulations d'un essai d'extension latérale pour les différentes valeurs de $\nu^f(M)$ (essai 90/05/0.5)

Ces paramètres sont cependant peu satisfaisants et ce, pour deux raisons :

- la première est liée au faible nombre et à la fiabilité des essais à notre disposition;

- la seconde est issue de la trop forte dispersion des résultats pour $\nu^f(M)$ nous obligeant à l'envisager constant ce qui introduit une discontinuité au point $\sigma_1 - \sigma_3 = Q_t(90^\circ)$ puisque:

$$\epsilon \quad \begin{cases} M_{13} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 \leq Q_t(90^\circ) \\ M_{13} = -\frac{\nu^f(M)}{E_f(M)} & \text{si } \sigma_1 - \sigma_3 \geq Q_t(90^\circ) \end{cases}$$

Enfin il apparaît une nouvelle limite en pression de confinement du modèle qui est :

$$\sigma_3 = \frac{2.0478}{3.2 \cdot 10^{-2}} \cong 69 \text{ MPa}$$

Pour les pressions de confinement supérieures à cette limite, nous considérons le comportement comme élastique linéaire, aucune information ne transparissant à travers les divers essais, sur le comportement du matériau à de si fortes contraintes.

3.3-4-2 Cas $\Theta = 0^\circ$

Dans ce cas il y a bien différenciation entre $d\epsilon_2$ et $d\epsilon_3$ puisque tout l'endommagement se fait dans le plan de schistosité (plan orthogonal à X_3). Pour les essais d'extension latérale, pour lesquels le vecteur incrément de contrainte est $(0, d\sigma_3, d\sigma_3)$, nous devrions avoir:

$$\begin{cases} d\epsilon_1 = \left[-\frac{\nu_{23}}{E_2} - \frac{\nu^f(S)}{E_f(S)} \right] d\sigma_3 \\ d\epsilon_2 = \left[\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{21}}{E_2} \right] d\sigma_3 \\ d\epsilon_3 = \left[-\frac{\nu_{12}}{E_1} + \frac{1}{E_f(S)} \right] d\sigma_3 \end{cases} \quad \text{III-39}$$

Cependant, puisque l'endommagement se fait orthogonalement à X_3 (soit à S_1), le module E_1 est donc endommagé pour devenir $E_f(S)$. De ce fait nous remplacerons, dans les équations III-39, le terme $\frac{\nu_{12}}{E_1}$ par $\frac{\nu_{12}}{E_f(S)}$

Nous aurons alors :

$$d\epsilon_3 = \frac{1 - \nu_{12}}{E_f(S)} d\sigma_3 \quad \text{III-40}$$

A partir des relations III-39 et III-40 et connaissant les modules transversaux et longitudinaux des courbes contraintes déformations d'un essai d'extension latérale, nous pouvons calculer $E_f(S)$ et $\nu^f(S)$. Les résultats sont donnés dans les tableaux suivants (tableaux III-17 et III-18).

Essai	σ_3	$\sigma_1 - \sigma_3$	$d\epsilon_3 / d\sigma_3$	$E_r(S)$	β_2
00/05/0.65	3.3	115	$76.9 \cdot 10^{-6}$	8 580	0.76
00/10/0.65	5.4	110	$19.2 \cdot 10^{-6}$	34 320	0.066
00/30/0.65	13.8	150	$15.15 \cdot 10^{-6}$	43560	-0.04

Tableau III-17 : Valeurs de $E_r(S)$ et du paramètre β_2 en fonction de la pression de confinement σ_3

La dernière valeur est impossible, le module après endommagement étant supérieur à celui du matériau sain. Nous prendrons de ce fait β_2 comme valeur moyenne, soit $\beta_2 = 0,26$. Nous pouvons alors calculer $v^f(S)$ (tableau III-18)

Essai	σ_3	$\sigma_1 - \sigma_3$	$d\epsilon_1 / d\sigma_3$	$v^f(S)$
00/05/0.65	3.3	115	$27.7 \cdot 10^{-6}$	0.63
00/10/0.65	5.4	110	$14.3 \cdot 10^{-6}$	0.54
00/30/0.65	13.8	150	$7.7 \cdot 10^{-6}$	0.11

Tableau III-18 : Valeurs de $v^f(S)$ en fonction de la pression de confinement σ_3

Comme précédemment, la dispersion des résultats nous a contraints à prendre $v^f(S)$ comme valeur moyenne soit $v^f(S) = 0.43$. Il a pu être montré que les modules calculés à partir de ces valeurs, pour les deux déformations, sont trop faibles. Le coefficient β_2 étant déjà très petit, une simulation élastique « non endommagée » a alors été réalisée. Nous pouvons remarquer (fig. III-19) que pour ces mêmes pressions de confinement, les modules sont toujours trop faibles. De ce fait, aucune conclusion sur les modules $E_r(S)$ et $v^f(S)$ n'a pu être envisagée. Afin de les déterminer, d'autres essais sont à proposer. En attendant, nous utiliserons par la suite pour les termes M_{13} de la matrice M , les termes issus de la matrice d'élasticité transverse, soit :

$$\begin{cases} M_{13} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \\ M_{23} = M_{32} = M_{13} \\ M_{33} = \frac{1}{E_1} \end{cases}$$

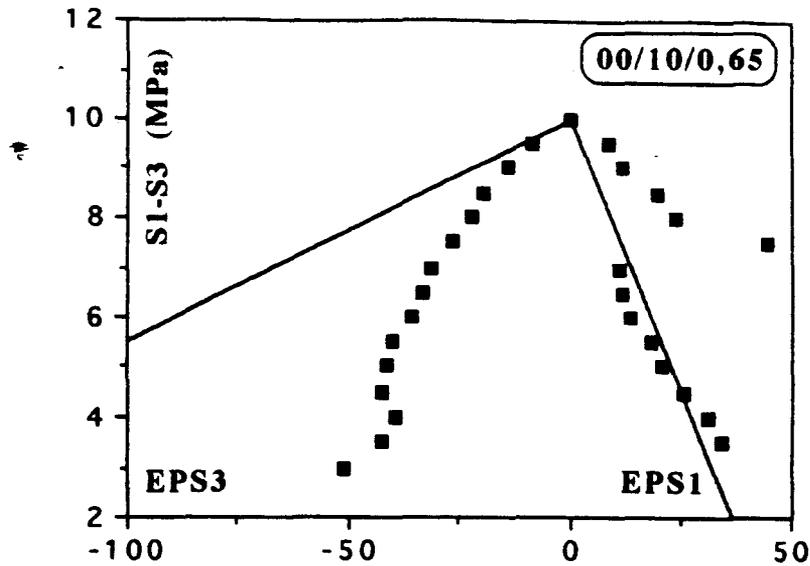


Figure III-19 : Simulation d'un essai d'extension latérale avec les paramètres élastiques $\Theta = 0^\circ$

Nous avons donc déterminé, et ce pour chaque orientation, les derniers termes de la matrice M . Cependant malgré les bons résultats obtenus globalement, cette détermination n'est pas entièrement satisfaisante.

D'autres essais, faisant intervenir une évolution de la contrainte principale mineure devront être réalisés afin de mieux connaître les coefficients ν^f et E_f .

3. 3-5 VALIDATION DES PARAMETRES

La détermination des paramètres de ce modèle se faisant à partir des courbes expérimentales obtenues lors des essais triaxiaux de révolution de compression et d'extension latérale, la validation du modèle se fera sur la simulation des essais proportionnels.

3. 3-5-1 Cas où $\Theta = 90^\circ$

Pour cette orientation, les simulations des essais proportionnels effectuées sont présentées en Annexe (Annexe 2-c). Si on fait abstraction de la zone de mise en place dans la direction X_1 , il apparaît que le modèle simule bien les courbes expérimentales (fig. III-20). Le modèle et ses paramètres semblent donc satisfaisants pour cette orientation.

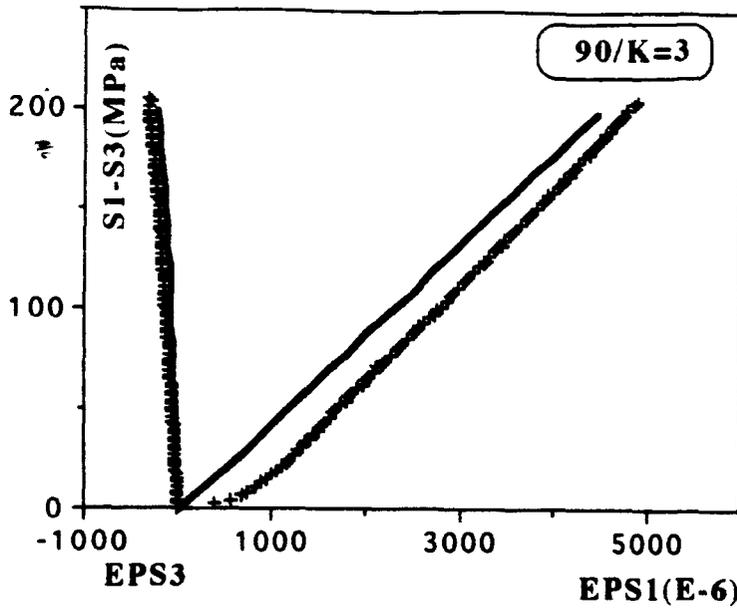


Figure III-20 : Simulation d'un essai proportionnel $\Theta = 90^\circ$; $\sigma_1 = 3 \sigma_3$.

3.3-5-2 Cas où $\Theta = 0^\circ$

Pour cette orientation, les simulations obtenues (Annexe 3-b) sont satisfaisantes quoi que moins bonnes que celles obtenues pour l'orientation 90° (fig. III-21). Cela est sans doute dû au fait que de nombreux termes de la matrice $M (E_f(S) \text{ et } v^f(S))$, n'ont pu être déterminés précisément pour cette orientation..

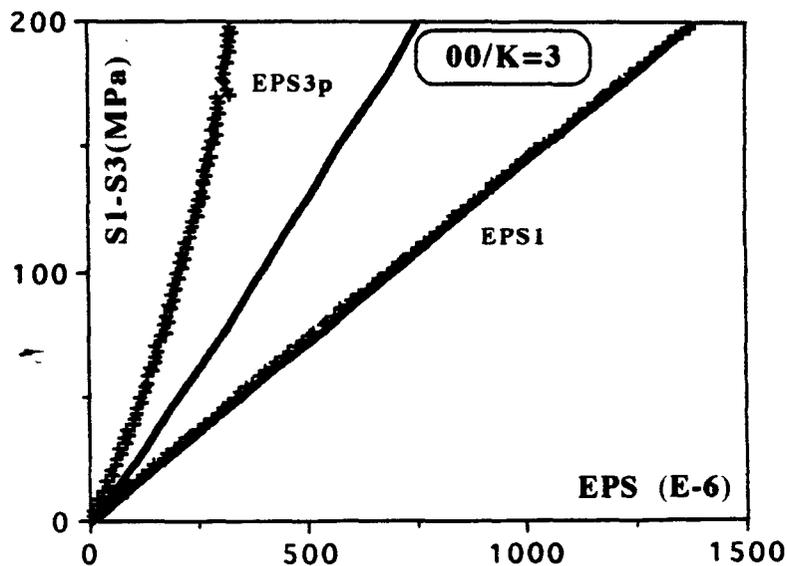


Figure III-21 : Simulation d'un essai proportionnel $\Theta = 0^\circ$; $\sigma_1 = 3 \sigma_3$.

3. 4 CONCLUSION

L'étude expérimentale a mis en évidence l'endommagement induit par la microfissuration dans le schiste d'Angers pour deux orientations $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90$. Pour l'orientation $\Theta = 90^\circ$ cet

endommagement est lié uniquement au tenseur des contraintes alors que pour l'orientation $\Theta = 0^\circ$ la structure du matériau joue un rôle essentiel. En effet, les plans de schistosité sont, pour l'orientation 0° les plans de microfissuration.

En l'état actuel des recherches sur l'endommagement des milieux initialement anisotropes nous avons décidé d'étendre le modèle empirique incrémental IMMIC au cas de notre matériau.

Pour ce modèle, nous obtenons une bonne concordance globale pour l'ensemble des essais et ce quelque soit l'orientation ($\Theta = 90^\circ$ ou $\Theta = 0^\circ$). Mais il est à noter que les paramètres sont identifiés à partir des essais triaxiaux et d'extention latérale. Par conséquent, la bonne concordance obtenue pour ces essais confirme seulement la bonne cohérence des paramètres. La simulation des essais proportionnels montre que ce modèle est capable de rendre compte de l'endommagement induit dans ce type de chemin de sollicitation.

Le point positif de ce modèle est la simplicité de formulation et la procédure de détermination des paramètres. Le handicap essentiel est son domaine d'application limité puisqu'il ne peut décrire les effets de rotation des axes principaux. Son application n'est donc possible que dans le cas où les rotations d'axes principaux sont faibles.

CHAPITRE IV

MODELISATION DU MECANISME DE GLISSEMENT

4. 1 GENERALITES SUR LE COMPORTEMENT MECANIQUE DES JOINTS

La plupart des masses rocheuses rencontrées en génie civil et minier possèdent des discontinuités. On entend par discontinuité, toute discontinuité mécanique dans la masse rocheuse ayant une résistance à la traction faible ou nulle. L'appellation générique utilisée pour la plupart des discontinuités que sont entre autres les plans de litage, de clivage, de schistosité, les ruptures de continuité d'origine mécanique ou géologique, est le terme joint (Brown 1981).

De ces joints découlent une faiblesse et une déformabilité accrue des masses rocheuses par rapport à celle mesurée pour la roche intacte (Barton 1986). Il est donc nécessaire de bien connaître le comportement du joint ou de la famille de joints étudiée et de requérir à des techniques propres pour considérer leur influence.

4. 1-1 COMPORTEMENT MECANIQUE DES JOINTS ROCHEUX

Les joints ont deux modes de déformation qui sont le glissement et l'ouverture (et/ou la fermeture). Ces deux modes consistent en des déplacements relatifs des surfaces de la roche adjacente. A ces deux modes, on associe pour le joint un terme de déplacement relatif normal et deux termes de déplacement relatif tangentiel notés respectivement Δv , Δu_n , Δu_t . A ces composantes de déplacement sont associées respectivement la contrainte normale appliquée σ_n et les deux contraintes tangentielles appliquées sur le plan du joint τ_n et τ_t par l'intermédiaire de la matrice non symétrique des raideurs K :

$$\{dU\} = [K]^{-1} \{d\sigma\} \quad \text{IV-1}$$

avec $\{dU\} = \{dv, du_n, du_t\}^t$ et $\{d\sigma\} = \{d\sigma_n, d\tau_n, d\tau_t\}^t$

qui s'écrit en deux dimension :

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_n \\ d\tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{nn} & K_{nn} \\ K_{nn} & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dv \\ du \end{Bmatrix} \quad \text{IV-2}$$

Les raideurs K_{nn} et K_{nn} sont relatives respectivement aux comportements normal et tangentiel du joint. Les termes de couplages K_{nn} et K_{nn} sont liés à la dilatace du joint. Ces comportements sont très bien détaillés dans les articles de Bandis (1990 et 1993) dont nous reprendrons les remarques essentielles.

4. 1-1-1 Comportement normal des joints

Les nombreuses expériences menées entre autres par Goodman (1976) et Bandis et al (1983) ont montré que les relations contrainte normale - déplacement relatif normal sont généralement fortement non linéaires que ce soit en chargement ou en déchargement. Des résultats typiques de réponse normale d'un joint sous contrainte normale sont donnés par les figures IV-1. A partir de ces dernières on peut faire les remarques suivantes :

- * Pendant le chargement, la raideur normale K_{nn} croît progressivement pour tendre vers l'infini lorsque les déplacement normaux tendent vers une valeur limite V_{mc} .
- * Pendant le déchargement, cette même raideur est très grande et décroît seulement en fin de cycle.

- * La réouverture qui s'opère lors du déchargement est plus petite que la fermeture qui s'est effectuée lors du chargement. La fermeture du joint est donc essentiellement irréversible. La boucle d'hystérésis due au phénomène précédent décroît au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de cycles (fig. IV-1a). La valeur de V_{mc} décroît et se stabilise autour d'une valeur limite V_m appelée fermeture maximale du joint. Barton et al (1985) estiment que la réponse obtenue à partir du 3^{ème} ou 4^{ème} cycle est proche de celle que l'on obtiendrait in situ.
- * Les joints déboîtés sont plus déformables que les joints emboîtés (fig. IV-1b).

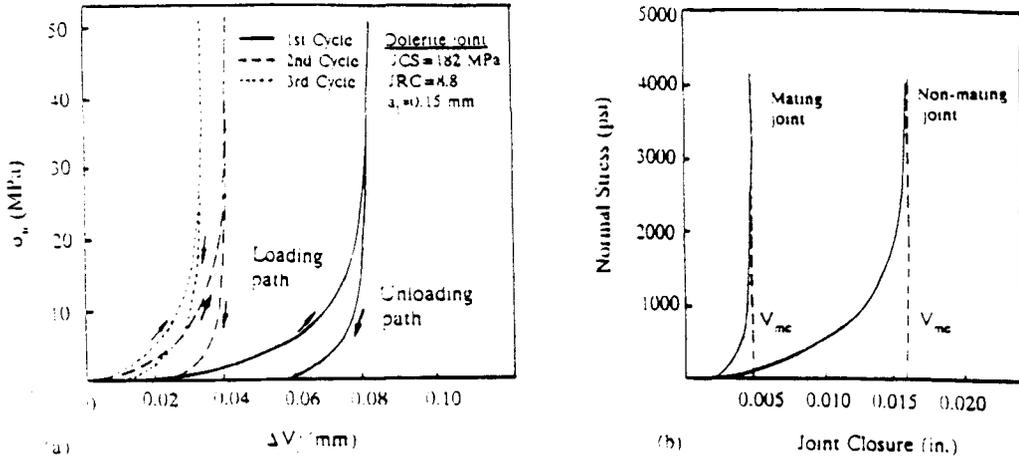


Figure IV-1 : Comportement normal d'un joint
 (a) : comportement cyclique d'après Bandis et al (1983)
 (b) : comportement comparatif d'un joint emboîté et déboîté d'après Goodman (1976)

Ces observations ont conduit unanimement les auteurs à une formulation hyperbolique du comportement normal des joints. Bandis et al (1983) ont proposé, par exemple, la relation empirique suivante :

$$\sigma_n = \frac{\Delta v}{a - b \Delta v} \quad \text{IV-3}$$

avec : $\frac{a}{b} = V_m$ et $a = \frac{1}{K_{ni}}$

où Δv est la fermeture du joint, V_m la fermeture maximale du joint et K_{ni} est la raideur normale initiale.

La raideur normale, définie comme la pente de la tangente à la courbe contrainte-déplacement vaut quant à elle :

$$K_{nn} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial \Delta v} = K_{ni} \left(\frac{V_m K_{ni} + \sigma_n}{V_m K_{ni}} \right)^2 \quad \text{IV-4}$$

4. 1-1-2 Comportement tangentiel des joints

La figure IV-2 montre schématiquement le comportement d'un joint soumis au cisaillement sous contrainte normale constante. On distingue communément trois zones de comportement (fig. IV-2a) :

La zone pré-pic pour $\tau < \tau_p$ où τ et Δu augmente simultanément
 Le pic de cisaillement pour $\tau = \tau_p$ qui caractérise la résistance au cisaillement du joint
 La zone post-pic pour $\tau > \tau_p$ où τ diminue alors que Δu continue d'augmenter

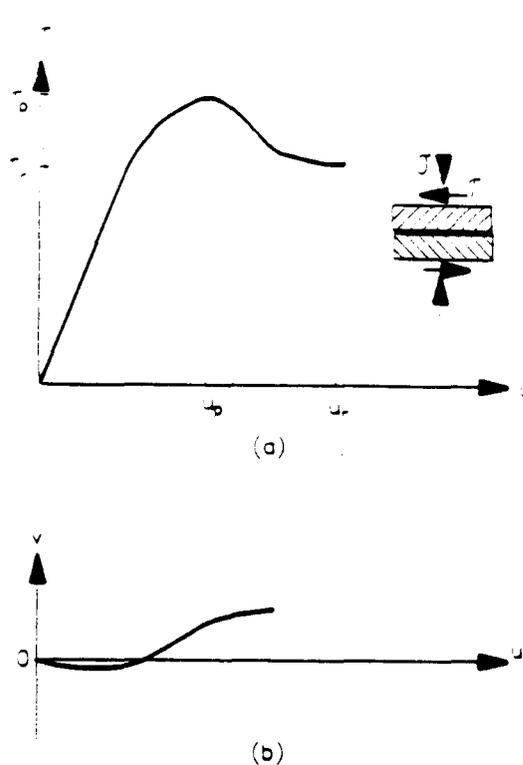


Figure IV-2 : Déplacement tangentiel et normal type d'un joint rugueux pendant un essai de cisaillement d'après Cai et Horii (1990)

En 1968, Goodman idéalise ce comportement sous contrainte normale constante (fig. IV-3). Au début du cisaillement la contrainte tangentielle croît linéairement avec le déplacement tangentiel jusqu'à atteindre la résistance maximale τ_p : la pente de cette droite correspond à la raideur tangentielle élastique du joint noté K_s . D'autres auteurs, pour tenir compte de la réponse non linéaire généralement observée, proposent des modèles empiriques (Kulhaway 1975, Bandis et al 1983, Yoshinaka et Yamabe 1986) ou élastoplastiques (Plesha 1985, Cuisat et al 1990, Lanru 1990, Desai et Fishman 1991).

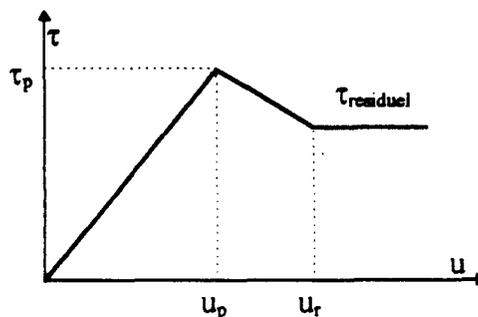


Figure IV-3 : Idéalisation du comportement tangentiel d'un joint sous contrainte normale imposé d'après Goodman.

De nombreuses études ont de plus montré que la raideur tangentielle élastique variait avec la pression de confinement. Barton et al (1985) proposent, par exemple, de prendre la formulation suivante :

$$K_s = K_{ss}^e = \frac{\sigma_u \tan \varphi_r}{0,3 u_p} \quad \text{IV-5}$$

où φ_r est l'angle de frottement résiduel et u_p est le déplacement au pic.

Enfin, il a été montré que la raideur tangentielle dépendait fortement de l'échelle (fig. IV-4) ainsi que des propriétés des joints telles que la rugosité, la résistance des épontes, l'ouverture, le remplissage. Quoique ces dépendances soient analytiquement quantifiées par les relations empiriques des modèles JRC-JCS de Barton et Bandis (1990), leur influence sur le comportement reste encore relativement peu connue (Hudson 1988).

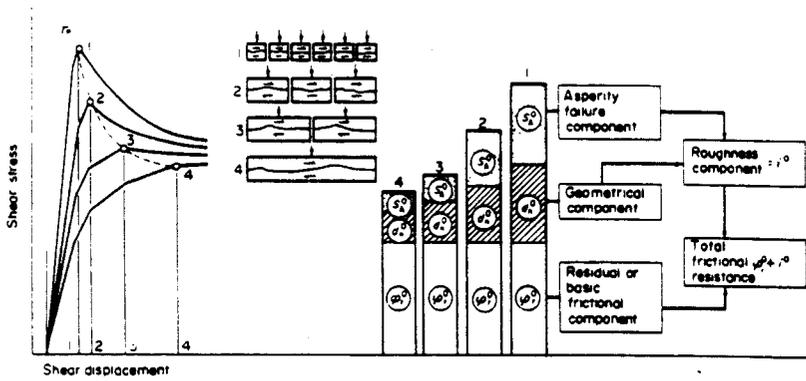


Figure IV-4 : Illustration de l'effet d'échelle sur la résistance au cisaillement d'un joint rugueux (d'après Bandis 1980)

4. 1-1-3 Comportement dilatant des joints

La courbe déplacement normal-déplacement tangentiel représente l'effet de la dilatance (fig. IV-3b). Elle apparaît surtout lors des essais de cisaillement. Comme pour le comportement tangentiel des joints, la dilatance dépend de la contrainte normale appliquée, de l'échelle et des propriétés du joint considéré. C'est la rugosité ainsi que la résistance des épontes qui jouent le rôle le plus important lors du phénomène de la dilatance (Goodman et Dubois 1972, Ladanyi et Archambault 1970).

Les termes traduisant la dilatance dans la matrice de rigidité K de l'équation IV-2 sont K_{12} et K_{21} . Nous rappelons que ces termes sont différents, la matrice K étant non symétrique. Dans le cas d'une dilatance faible ou inexistante (joint peu rugueux ou lisse), ces termes sont supposés nuls. Dans le cas de joints rugueux et très rugueux, des formulations empiriques et théoriques des termes de dilatance ont été données entre autres par Goodman et Dubois (1972), Plesha (1985), Amadéi et Saeb (1990), Desai et Fishman (1991), Qiu et al (1993).

Lors d'un essai de cisaillement à contrainte normale imposée, la dilatance est un aspect très important du comportement du joint. Cependant, cette condition de chargement se limite, in situ, au glissement d'un bloc soumis à une force normale constante (fig. IV-5). Dans le cas d'ouvrage souterrain, cette condition ne peut représenter le comportement d'un joint car son ouverture est partiellement ou totalement empêchée par la roche environnante.



Figure IV-5 : Simulation des conditions in situ par des essais de cisaillement direct (d'après Lechnitz (1985)) avec T effort tangentiel, N effort normal et K rigidité du massif

Des expériences sur le comportement en cisaillement avec des conditions frontières identiques à celles que rencontrerait la masse rocheuse jointée in situ (rigidités limites constantes) ont été réalisées entre autres par Lechnitz (1985) (fig. IV-5). A partir des résultats de ces expériences, il a été statué par Amadéi et Saeb (1990,1992), Cuisat et al (1990), que le comportement dilatant d'un joint avec des conditions frontières en rigidité peut être prédit à partir des modèles déterminés grâce aux données expérimentales obtenues pour des essais avec conditions limites en contrainte.

Connaissant le comportement des joints, voyons maintenant leur influence sur le comportement des masses rocheuses jointées.

4. 1-2 COMPORTEMENT DES MASSES ROCHEUSES JOINTEES. MODELISATION NUMERIQUE

La figure IV-6 illustre l'influence de l'existence de joints sur le comportement de la masse rocheuse jointée.

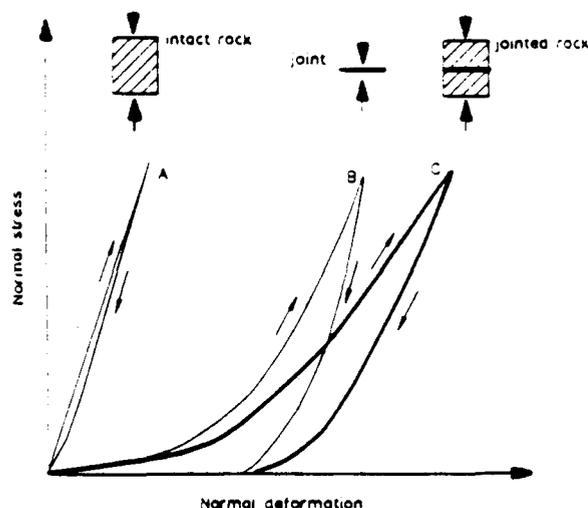


Figure IV-6 : Comportement schématique d'une roche saine, d'un joint et d'une roche jointée (d'après Cai et Horii 1990).

Les courbes A et B correspondent aux réponses respectives de la roche saine et du joint sous condition de chargement et de déchargement normal, la courbe C correspond à la réponse de la masse jointée sous les mêmes conditions. On peut alors remarquer que les déformations supplémentaires liées à la présence du ou des joints, sont quasi-irréversibles. Goodman (1976, 1980) considère de ce fait que le comportement en déchargement de la masse rocheuse jointée est identique à celui de la roche intacte (fig. IV-7).

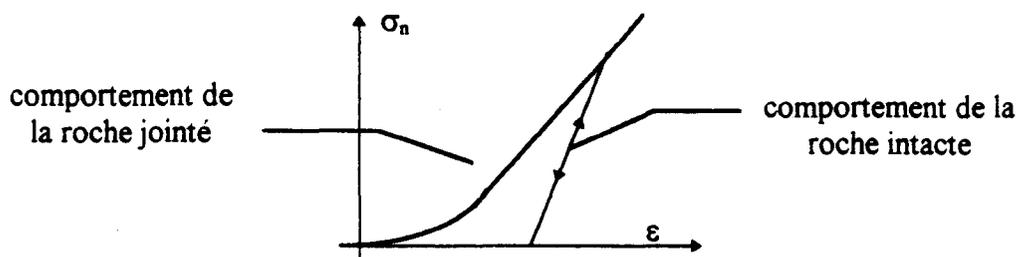


Figure IV-7 : Comportement idéalisé des masses rocheuses jointées en déchargement rechargement d'après Goodman

Les expériences réalisées sur les masses rocheuses jointées entre autres par Einstein et Hirschfeld (1973), Yoshinaka et Yamabe (1986) ont par ailleurs montré que les courbes contraintes déformations variaient en fonction de l'angle d'essai et de la densité des joints.

L'étude des cavités dans les roches saines (fig. IV-8a) peut être réalisée à partir des modèles continus basés sur les théories de l'élasticité, de la plasticité ou de l'endommagement. Si cette même masse est traversée par quelques plans continus de faiblesse (fig. IV-8b), la méthode des éléments de contact de type éléments joints développé par Goodman et al (1968) et Goodman (1980) devra être choisie. Si cette masse rocheuse est, à l'échelle des problèmes à résoudre par l'ingénieur, fréquemment jointée (fig. IV-8c) la méthode d'analyse la plus appropriée semble être celle issue des méthodes discontinues telles que la méthode des éléments distincts (Cundall (1971)) et la théorie des blocs (Goodman et Shi (1985)). Enfin, dans le cas où les joints, dans la masse rocheuse, sont persistants et/ou très faiblement espacés relativement à l'échelle du problème à résoudre (fig. IV-8d) le comportement global semble être continu ou pseudo-continu. On peut alors remplacer la masse rocheuse par un solide équivalent continu et utiliser des méthodes d'analyse identiques à celle des roches saines telle que la méthode des éléments finis.

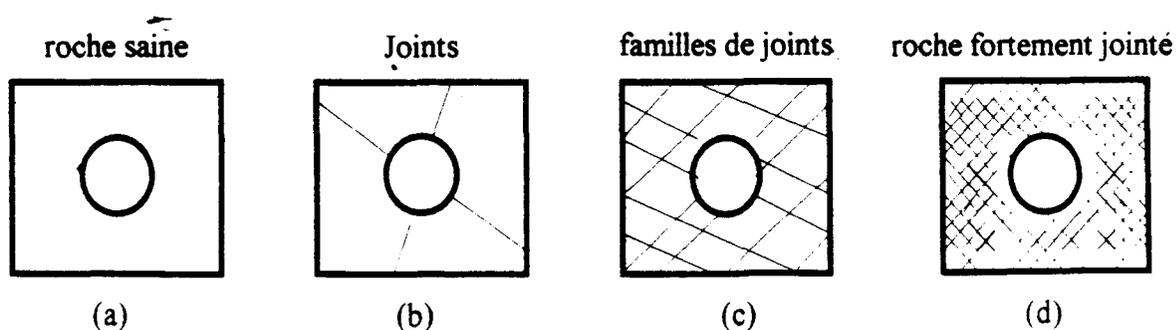


Figure IV-8 : Différentes structures des masses rocheuses

La modélisation des masses rocheuses par une approche discrète (éléments joints, éléments distincts, théorie des blocs) demande la connaissance explicite de la position des joints ainsi que le comportement mécanique de chaque joint. Or, la position des joints n'est généralement connue que de façon statistique. De plus, il est impossible de modéliser de façon déterministe chaque joint quand le nombre de joints devient grand. Sur la base de ces considérations, on peut conclure que la modélisation des masses rocheuses fortement jointées par l'intermédiaire d'une théorie continue est la plus à même à rendre compte des solutions des problèmes posés à l'ingénieur.

Dans le cadre d'une modélisation de type continu, on considère la masse rocheuse jointée comme un milieu équivalent avec des propriétés matérielles équivalentes. De ce fait, le comportement des joints est pris en compte de façon implicite. A ce titre, Morland (1976), Amadéi et Goodman (1982), Chen (1986), Amadéi et Savage (1993) considèrent des joints continus à travers la masse rocheuse et obtiennent les propriétés élastiques équivalentes par superposition des propriétés élastiques de la roche saine et des joints. Singh (1973) emploie, quant à lui, un modèle pour les joints à rigidités constantes. Enfin Labreche (1985), Costin et Chen (1988) prennent en compte la réponse non linéaire du joint sous contraintes normale mais considère le comportement du joint sous sollicitation tangentielle comme élastique linéaire ou bilinéaire. Tous ces modèles ne tiennent pas compte de la dilataance. Or le comportement tangentielle non linéaire et la dilataance sont un aspect très important du comportement des joints comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. Afin d'en tenir compte, Jing et al (1994) proposent un modèle dans lequel la rigidité tangente dépend de la contrainte normale appliquée et la dilataance est prise en compte lors de l'écoulement plastique le long du joint.

Cependant tous ces modèles ont été développés dans le cadre restreint de famille de joints traversants, régulièrement espacés, se coupant orthogonalement. Sous ces hypothèses, les contraintes à travers les joints sont celles appliquées sur la masse rocheuse et il n'y a pas d'interaction. Afin de tenir compte de toutes ces remarques limitatives, Cai et Horii (1990), (1994) ont développé un modèle plus général pour analyser numériquement le comportement des masses jointées. Leur modèle rend compte de la densité, de l'orientation de l'interaction et de la connexion des joints ainsi que de leurs propriétés mécaniques. C'est ce modèle, décrit dans le paragraphe ci-dessous, que nous avons voulu utiliser pour modéliser le comportement en glissement de notre matériau.

4. 2 MODELE CONSTITUTIF POUR LES MASSES ROCHEUSES FORTEMENT JOINTEES

4. 2-1 EQUATION CONSTITUTIVE GENERALE DES JOINTS

Soit un système de coordonnées locales (n,s,t) lié à un joint, avec n vecteur unitaire normal au plan moyen du joint et t et s deux directions perpendiculaires dans le plan du joint (fig. IV-9).

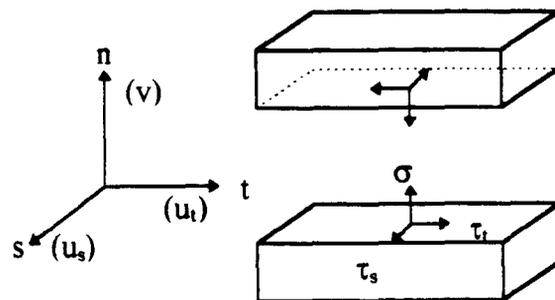


Figure IV-9 : Définition des contraintes et déplacements d'un joint en 3D.

Comme nous l'avons vu précédemment, la relation constitutive entre les contraintes et les déplacements à travers le joint s'écrit (eq. IV-1) :

$$\varepsilon \quad \begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau_s \\ d\tau_t \end{Bmatrix} = [K_{ij}] \begin{Bmatrix} dv \\ du_s \\ du_t \end{Bmatrix} \quad \text{IV-6}$$

les coefficients de la matrice K (raideur du joint) pouvant être empiriques ou dériver de la théorie de l'élastoplasticité. Dans ce dernier cas on considère que les incréments de déplacement sont décomposés en des incréments de déplacements élastiques et plastiques tel que :

$$\begin{Bmatrix} dv \\ du_s \\ du_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dv^e \\ du_s^e \\ du_t^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} dv^p \\ du_s^p \\ du_t^p \end{Bmatrix} \quad \text{IV-7}$$

Les incréments de contraintes dans le joint et ceux des déplacements élastiques satisfont :

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau_s \\ d\tau_t \end{Bmatrix} = [K_{ij}^e] \begin{Bmatrix} dv^e \\ du_s^e \\ du_t^e \end{Bmatrix} \quad \text{IV-8}$$

où K_{ij}^e est la matrice des raideurs élastiques du joint. On considère généralement seuls les termes diagonaux non nuls (Lanru 1990) avec $K_{ss}^e = K_{tt}^e$. Des expressions de ces termes diagonaux sont, par exemple, données par les équations IV-4 et IV-5.

Les incréments de déplacement plastique sont déterminés à partir de la théorie conventionnelle de la plasticité à savoir :

$$\begin{Bmatrix} dv^p \\ du_s^p \\ du_t^p \end{Bmatrix} = \begin{cases} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} & \text{si } f < 0 \\ \lambda \begin{Bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \sigma_n} \\ \frac{\partial g}{\partial \tau_s} \\ \frac{\partial g}{\partial \tau_t} \end{Bmatrix} & \text{si } f = 0 \text{ et } df > 0 \end{cases} \quad \text{IV-9}$$

où f et g sont respectivement la fonction de charge et le potentiel plastique.

Connaissant ces deux fonctions, la condition de consistance nous permet de calculer le multiplicateur plastique λ . L'équation constitutive du comportement du joint est alors la suivante:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\tau_s \\ d\tau_t \end{Bmatrix} = [K_{ij}^{ep}] \begin{Bmatrix} dv \\ du_s \\ du_t \end{Bmatrix} \quad \text{IV-10}$$

où K^{ep} est la matrice des raideurs tangentielles élastoplastique du joint, avec :

$$[K^p] = [K^e] - [K^p]$$

IV-11

K^p est obtenu de la façon suivante :

$$\{dU\} = \{dU^e\} + \{dU^p\} = \{dU^e\} + \lambda \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}$$

$$[K^e] \{dU\} = [K^e] \{dU^e\} + \lambda [K^e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} = \{d\sigma\} + \lambda [K^e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}$$

donc :

$$\{d\sigma\} = [K^e] \{dU\} - \lambda [K^e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} = [[K^e] - [K^p]] \{dU\} \quad \text{IV-12}$$

En remplaçant λ par sa valeur $\lambda = \lambda(dv)$ on obtient $[K^p]$ par identification des termes de l'équation IV-12.

L'équation constitutive générale de chaque joint étant connue (eq. IV-10), Cai et Horii élaborent une relation incrémentale entre les déformations et les contraintes de la masse rocheuse.

4. 2-2 RELATION INCREMENTALE CONSTITUTIVE DE LA MASSE ROCHEUSE

Afin d'élaborer une relation incrémentale entre les déformations et les contraintes de la masse rocheuse, on considère un volume élémentaire représentatif (V.E.R) qui contient plusieurs joints. Nous rappelons que le V.E.R est le plus petit volume pour lequel les théories continues sont encore valables (cf. chapitre III § 3. 1-2). Le comportement général d'un V.E.R. est donc supposé être le comportement d'un point matériel dans la théorie continu.

Dans le cas d'un massif rocheux jointé, le V.E.R. sera défini comme le plus petit volume relativement grand vis à vis de l'échelle du joint mais très petit par rapport à l'échelle du problème à traiter (fig.IV-10).

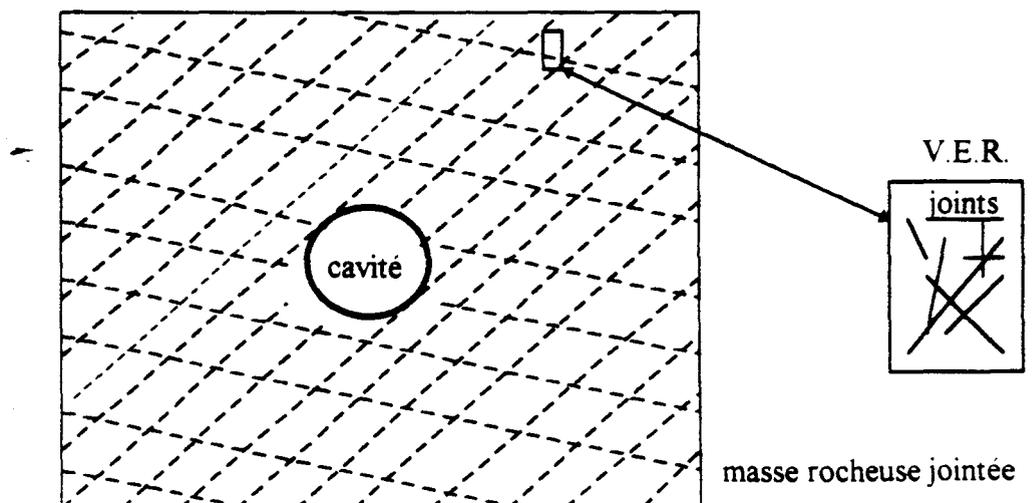


Figure IV-10 : Représentation schématique d'un V.E.R.

A l'intérieur d'un V.E.R., les joints forment un sous domaine de volume V^J et de surface S^J .

Usuellement, on définit les contraintes et les déformations moyennes dans le V.E.R. de la manière suivante :

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad \text{et} \quad \overline{\varepsilon_{ij}} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV \quad \text{IV-13}$$

Il est à noter que les contraintes moyennes dans le V.E.R. $\overline{\sigma_{ij}}$ sont identiques à celles de la roche saine $\overline{\sigma_{ij}^R}$. Par contre, cette dernière assertion n'est pas valable pour les déformations.

Dans l'hypothèse de petites déformations et petits déplacements, les relations déformations déplacements sont :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \text{IV-14}$$

Posons, comme Horii et Nemat Nasser (1983) :

$$\overline{\varepsilon_{ij}} = \overline{\varepsilon_{ij}^R} + \overline{\varepsilon_{ij}^J} \quad \text{IV-15}$$

avec :

$$\overline{\varepsilon_{ij}^R} = \frac{1}{V^R} \int_{V^R} \varepsilon_{ij} dV \quad \text{et} \quad \overline{\varepsilon_{ij}^J} = \frac{1}{V^J} \int_{V^J} \varepsilon_{ij} dV \quad \text{IV-16}$$

où $\overline{\varepsilon_{ij}^R}$ et $\overline{\varepsilon_{ij}^J}$ sont respectivement les déformations moyennes de la roche saine et du joint; V^R et V^J étant les volumes respectifs de roche saine et de joint.

En utilisant IV-14 et grâce au théorème de la divergence on obtient :

$$\overline{\varepsilon_{ij}^J} = \frac{1}{2V} \int_{V^J} (u_{i,j} + u_{j,i}) dV = \frac{1}{2V} \int_{S^J} ([u_i] n_j + [u_j] n_i) dS \quad \text{IV-17}$$

En combinant IV-15 et IV-17 on obtient :

$$\overline{\varepsilon_{ij}} = \overline{\varepsilon_{ij}^R} + \frac{1}{2V} \int_{S^J} ([u_i] n_j + [u_j] n_i) dS \quad \text{IV-18}$$

où S^J est la surface du joint, n_i est le vecteur unitaire normal à la surface du joint et $[u_i]$ est le saut de déplacement à travers la surface du joint. Supposons de plus que le matériau sain soit élastique linéaire, alors si $[A]$ est le tenseur des compliances élastiques de la roche saine:

$$\overline{\varepsilon_{ij}^R} = A_{ijkl}^R \overline{\sigma_{kl}} \quad \text{IV-19}$$

En combinant IV-18 et IV-19 on obtient les relations constitutives à savoir :

$$\overline{\varepsilon_{ij}} = A_{ijkl}^R \overline{\sigma_{kl}} + \frac{1}{2V} \int_{S^J} ([u_i] n_j + [u_j] n_i) dS \quad \text{IV-20}$$

La deuxième partie du second membre de l'équation IV-20 représente la déformation additionnelle induite par le joint, laquelle est calculée à partir des sauts de déplacements le long de la surface de chaque joint.

Or la réponse mécanique des masses rocheuses jointées dépend du chemin de sollicitation (fig. IV-7) et est souvent non linéaire. De ce fait une forme incrémentale des lois constitutives est nécessaire, celle-ci se déduit directement de l'équation IV-20 :

$$d\bar{\varepsilon}_{ij} = A_{ijk}^R d\bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_k \int_{S_k^j} ([du_i] n_j + [du_j] n_i)_k dS \quad \text{IV-21}$$

où S_k^j est la surface du joint k.

Cette dernière expression reste valable dans le cas où le matériau intact est inélastique. $[A^R]$ est alors le tenseur des compliances tangentielles du matériau intact.

Si les incréments des sauts de déplacements $[du_i]$ peuvent être exprimés en fonction des incréments de contrainte moyenne $d\bar{\sigma}_{ij}$, l'équation IV-21 pourra s'écrire :

$$d\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{A}_{ijk} d\bar{\sigma}_{kl} \quad \text{IV-22}$$

où \bar{A}_{ijk} est le tenseur des compliances tangentielles de la masse rocheuse jointée. L'équation IV-22 est l'équation constitutive générale d'une masse rocheuse jointée.

La détermination du tenseur \bar{A}_{ijk} dépend de l'identification des sauts de déplacement à travers chaque joint. Cette identification étant d'autant plus difficile que le nombre de joints est grand, des approximations supplémentaires seront effectuées. On supposera en particulier que le comportement de la roche intacte est élastique alors que celui des joints est élasto-plastique.

Définissons maintenant les relations entre les incréments de contrainte moyenne dans le V.E.R. et les incréments de saut de déplacement à travers le joint. Pour cela exprimons l'incrément de déformation additionnel dû au joint k dans le système de coordonnées local qui lui est lié :

$$\left(d\bar{\varepsilon}_{ij}^{-j} \right)_k = \frac{1}{2V} \int_{S_k^j} (d[u_i]_k n_j' + d[u_j]_k n_i') dS \quad \text{IV-23}$$

le prime indiquant que l'on se trouve dans le repère local lié au joint repéré par l'indice k.

L'incrément additionnel total du aux joints vaut quand à lui :

$$d\bar{\varepsilon}_{ij}^{-j} = \sum_k \left(d\bar{\varepsilon}_{ij}^{-j} \right)_k \quad \text{IV-24}$$

où $\left(d\bar{\varepsilon}_{ij}^{-j} \right)_k$ est l'incrément de déformation additionnel du au joint k dans le repère global.

Posons $n_1' = 1$ et $n_2' = n_3' = 0$, d'après l'équation IV-23 les incréments de déformation additionnels dus au joint k valent alors :

$$\begin{aligned}
(d\varepsilon_{11}^{-J'})_k &= \frac{S_k^J}{V} d[\bar{u}_1^J]_k \\
(d\varepsilon_{12}^{-J'})_k &= \frac{S_k^J}{V} d[\bar{u}_2^J]_k \\
(d\varepsilon_{13}^{-J'})_k &= \frac{S_k^J}{V} d[\bar{u}_3^J]_k
\end{aligned}
\tag{IV-25}$$

où $d[\bar{u}_i^J]_k$ est l'incrément de saut de déplacement moyen à travers le joint avec :

$$d[\bar{u}_i^J]_k = \frac{1}{S_k^J} \int_{S_k^J} d[u_i^J]_k dS \tag{IV-26}$$

Cai et Horii suppose que ces incréments moyens de saut de déplacement sont reliés aux incréments de contrainte moyenne appliquée à la surface du joint grâce à la loi constitutive de celui-ci, à savoir :

$$\begin{Bmatrix} d[\bar{u}_1^J]_k \\ d[\bar{u}_2^J]_k \\ d[\bar{u}_3^J]_k \end{Bmatrix} = ([K^{\text{ep}}]_k^{-1}) \begin{Bmatrix} d[\bar{\sigma}_{11}^J]_k \\ d[\bar{\sigma}_{12}^J]_k \\ d[\bar{\sigma}_{13}^J]_k \end{Bmatrix} \tag{IV-27}$$

où $[K^{\text{ep}}]_k^{-1}$ est l'inverse de la matrice des raideurs tangentielles élasto-plastique du joint k donné par l'équation IV-11.

Si les incréments de contrainte agissant sur le joint $[d\sigma_{ij}^{-J'}]_k$ peuvent être exprimés en fonction des incréments de contrainte moyenne agissant dans le V.E.R. $d\bar{\sigma}_{ij}$ la relation incrémentale constitutive (eq. IV-22) est alors obtenue.

Les travaux de Hill (1965) ont montré que les incréments de contrainte agissants à la surface d'une inclusion étaient reliés aux incréments de contrainte moyenne du V.E.R. grâce à un tenseur appelé ' tenseur de concentration des contraintes '. De même, en considérant le joint comme une inclusion dans la masse rocheuse saine, nous aurons :

$$\begin{Bmatrix} d[\bar{\sigma}_{11}^J]_k \\ d[\bar{\sigma}_{12}^J]_k \\ d[\bar{\sigma}_{13}^J]_k \end{Bmatrix} = ([F_{ij}]_k') \begin{Bmatrix} d\bar{\sigma}_{11} \\ d\bar{\sigma}_{12} \\ d\bar{\sigma}_{13} \end{Bmatrix} \tag{IV-28}$$

où $[F_{ij}]_k'$ est appelé, conformément aux travaux de Hill, tenseur de concentration des contraintes du joint k.

Il est à noter que les termes de ce tenseur dépendent de la géométrie du joint, de ses propriétés mécaniques ainsi que des propriétés mécaniques de la masse rocheuse qui l'entoure. Dans le cas d'un joint traversant, cette matrice se réduit évidemment à la matrice identité, les contraintes sur le joint étant identiques dans ce cas aux contraintes existantes dans le V.E.R. Si le joint est non infini, la détermination de $[F_{ij}]_k'$ est généralement complexe.

A partir des équations IV-25 à IV-28 nous obtenons la matrice des compliances additionnelles dues au joint k :

$$[A^J]_k = \frac{S_k^J}{V} [\bar{K}^{\text{op}}]_k^{-1} [\bar{F}]_k \quad \text{IV-29}$$

où $[\bar{K}^{\text{op}}]_k^{-1}$ est la matrice étendue issue de la matrice de comportement du joint $[K^{\text{op}}]_k^{-1}$ de l'équation IV-27. Elle s'obtient par expansion de cette dernière, en une matrice 6x6 dans laquelle on divise par 2 les 4^{ième} et 6^{ième} lignes soit :

$$\{d\bar{u}^J\} = [\bar{K}^{\text{op}}]_k^{-1} \{d\bar{\sigma}^J\} \quad \text{IV-30}$$

avec :

$$\{d\bar{u}^J\} = \left\{ d\bar{u}_1^J, 0, 0, \frac{1}{2}d\bar{u}_2^J, 0, \frac{1}{2}d\bar{u}_3^J \right\} \quad \text{et} \quad \{d\bar{\sigma}^J\} = \left\{ d\bar{\sigma}_{11}^J, 0, 0, d\bar{\sigma}_{12}^J, 0, d\bar{\sigma}_{13}^J \right\}$$

Par simple rotation on obtient la matrice des compliances tangentielles du joint k dans le repère global. En reprenant les résultats du chapitre I-1 cette dernière est obtenue par les produits matriciels suivants :

$$[A^J]_k = {}^T[P^{-1}]_k [A^J]_k [P^{-1}]_k \quad \text{IV-31}$$

où $[P]_k$ est la matrice de passage du repère local lié au joint k au repère global en notation de Voigt.

La matrice des compliances tangentielles équivalentes pour la masse rocheuse jointées de l'équation IV-22 s'écrit quant à elle :

$$[\bar{A}] = [A^R] + \sum_k [A^J]_k \quad \text{IV-32}$$

Le modèle constitutif est dorénavant complètement établi. La formulation utilisée est générale et peut être appliquée sans difficulté à un problème en 3 dimensions.

4. 3 APPLICATION AU CAS DU SCHISTE

4. 3-1 MODELISATION DU COMPORTEMENT LINEAIRE INITIAL

Comme l'a montré Goodman (cf. § 4. 1-2), le comportement réversible de la masse rocheuse jointée est essentiellement gouverné par le comportement réversible de la roche intacte (sans joints). De ce fait, même le comportement dit élastique des joints est inélastique lors du déchargement de la masse rocheuse. Le comportement élastique d'un joint est donc difficilement accessible par la seule analyse du comportement de la masse rocheuse jointée.

Dans notre cas, ne connaissant que le comportement global du matériau, nous approcherons le comportement élastique du joint en supposant qu'au comportement linéaire initial, observé lors de la plupart des essais clinotropes (cf. chap. I), correspond la superposition des états élastiques du joint et de la roche saine. L'équation constitutive de la masse rocheuse jointée correspondant à ce comportement sera donc :

$$\{d\epsilon\} = [\bar{A}^e] \{d\sigma\} \quad \text{IV-33}$$

avec:

$$[\bar{A}^e] = [\bar{A}^{Re}] + \sum_k [\bar{A}_k^{Je}] \quad \text{IV-34}$$

où $[\bar{A}_k^{Je}]$ est une fonction de $[K^e]^{-1}$ seulement, l'exposant e faisant référence au comportement élastique.

4. 3-1-1 Equations constitutives

Le schiste d'Angers est, comme nous l'avons déjà fait remarquer au chapitre I, un matériau fortement anisotrope dont l'anisotropie structurale est due à la présence de plans de schistosité. Les plans de schistosité étant les plans de faiblesse du matériau (faible résistance au cisaillement), ils seront supposés être des joints. La considération des plans de schistosité comme joints d'une masse rocheuse saine a d'ailleurs déjà été réalisée, en particulier par Bandis et al (1983) et Amadéi et Goodman (1982). Le matériau que nous étudions ne possède de ce fait qu'une seule famille de joints. Bandis et al ont par ailleurs montré que la rugosité des plans de schistosité repérés par l'indice J.R.C était très faible (J.R.C \approx 4 sur une échelle de 0 à 20) (tab IV-1)

Table 2. Summary of the physical characteristics of the various joint types

Joint types and number of samples	General description	Joint wall strength			Joint wall geometry							u (mm)	JRC	IRA (mm)				
		Weathering state	R (kN m ⁻²)	JCS (MPa)	Typical range of roughness profiles													
					0	1	2	3	4	5	6				7	8	9	10
Slate																		
B (3)	Well interlocked planar cleavage fractures	[F]	50.6	27.7	175											0.10	4.5	0.93
CP (1)	Walls completely discolored to yellow-brown	[MW]	42.5	27.82	122											0.15	5.3	20
CP (3)	Walls covered by thin film of ironite and weathered calcite. Poor locking	[W]	36.8	27.05	77											0.50	6.0-6.8	0.95-1.50

Tableau IV-1 : Illustration des caractéristiques physiques de divers joints d'ardoise (d'après Bandis et al. 1983)

Or, il paraît évident qu'il y a une forte corrélation entre la rugosité des plans et la dilatance (Barton 1976; Bandis 1990; Bandis 1993). Dans le cas où la rugosité est faible, la dilatance est quasi inexistante, la surface des joints peut être alors assimilée à un plan. Cette hypothèse sera d'autant plus justifiable si l'on se place dans le cadre de petites déformations. En effet, dans ce cas, les déformations dues à la dilatance deviennent négligeables vis à vis des autres déformations. De ce fait, nous considérons que la matrice élastique constitutive du point n'a que ces termes diagonaux non nuls:

$$[K^e] = \begin{bmatrix} k_{nn}^e & & 0 \\ & k_{ss}^e & \\ 0 & & k_{tt}^e \end{bmatrix} \quad \text{IV-35}$$

avec :

$$k_{tt}^e = k_{ss}^e$$

Cette hypothèse se fait d'ailleurs couramment, même pour des joints rugueux, car le comportement dilatant élastique d'un joint est très difficilement accessible par l'expérience (Lanru 1990).

Les plans de schistosité sont continus et traversent toute la masse rocheuse; ils peuvent donc être considérés comme infinis vis à vis d'un V.E.R. Les contraintes appliquées sur les plans de schistosité sont donc les contraintes moyennes dans le V.E.R. Le tenseur des concentrations de contrainte [F] se réduit donc au tenseur identité.

En posant:

$$d = \frac{S_v^e}{V} \quad \text{IV-36}$$

d est appelé densité moyenne de joint dans le V.E.R., nous obtenons facilement, d'après les équations IV-29, IV-30 et l'équation IV-35, la matrice des compliances élastiques additionnelles due aux joints \bar{A}^{je} à savoir:

$$[\bar{A}^{je}] = \begin{bmatrix} d & & & & & \\ k_{nn}^e & & & & & 0 \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & \frac{d}{2k_{ss}^e} & & \\ & & & & 0 & \\ 0 & & & & & \frac{d}{2k_{tt}^e} \end{bmatrix} \quad \text{IV-37}$$

Afin de connaître la matrice des compliances élastiques équivalentes, il nous faut alors connaître la matrice des compliances élastiques de la roche saine.

Nous considérons que le comportement de la roche saine est isotrope transverse, le plan d'isotropie étant parallèle au plan de schistosité. Cette hypothèse est d'ailleurs corroborée par les essais acoustiques effectués sur le matériau (Cuxac 1991). En effet, ces essais, contrairement aux essais statiques, prennent peu (voire pas) en compte le comportement des joints et soulignent l'existence d'une symétrie de type orthotrope de révolution (Homand et al 1993).

Nous rappelons que la matrice des compliances élastiques d'un milieu isotrope transverse s'écrit dans le repère de structure {S} avec S_1 normale au plan d'isotropie (équation I-8):

$$[\bar{A}^{Re}]_s = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{21}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad \text{IV-38}$$

avec dans le cas de l'élasticité linéaire:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad \text{et} \quad G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} \quad \text{IV-39}$$

Nous obtenons alors, à partir de IV-34, IV-37 et IV-38 :

$$[\bar{A}^e]_S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} + \frac{d}{k_{nn}^e} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} + \frac{d}{2k_{tt}^e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} + \frac{d}{2k_{ss}^e} \end{bmatrix} \quad \text{IV-40}$$

où \bar{A}^e est la matrice des compliances élastiques équivalentes de la masse rocheuse jointée, l'indice S indique qu'elle est exprimée dans le repère de structure {S}.

Cette matrice des compliances élastiques du milieu équivalent est identique à celle trouvée par Amadéi et Goodman (1982), son élaboration reste cependant plus générale. Dans leur article, Amadéi et Goodman suggèrent de considérer pour le schiste $\frac{d}{k_{nn}^e}$ et $\frac{d}{k_{ss}^e}$ comme deux paramètres supplémentaires à déterminer portant à 7 le nombre de paramètres élastiques pour ce matériau.

4. 3-1-2 Détermination des paramètres. Formes fermés

Afin de déterminer ces deux paramètres supplémentaires, nous nous proposons d'établir les formes fermées pour le cas d'un chargement triaxial de révolution.

L'angle θ étant l'angle entre le plan de schistosité et la contrainte principale majeure, nous aurons pour un essai triaxial de révolution, d'après les équations I-12 du chapitre I :

$$d\varepsilon_1 = \left\{ \left(\frac{1}{E_1} + \frac{d}{k_{nn}^e} \right) \sin^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} + \frac{d}{2k_{tt}^e} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_2} \right\} d\sigma_1 \quad \text{IV-41}$$

Ce qui peut encore s'écrire:

$$d\varepsilon_1 = \frac{1}{E_T} d\sigma_1 = \left(\frac{1}{E_R} + \frac{1}{E_J} \right) d\sigma_1 \quad \text{IV-42}$$

où E_T est le module de déformation élastique total, E_R est le module de déformation élastique du matériau sain, et E_J est le module de déformation élastique dû aux joints.

A partir des remarques faites sur le comportement des masses rocheuses jointées au paragraphe I-2 on peut définir les modules (fig. IV-11):

- E_T comme étant la pente de la courbe de changement monotone d'un essai triaxial
- E_R comme étant celle de la courbe de déchargement-rechargement d'un essai triaxial
- E_J comme étant la différence entre deux pentes citées ci-dessus.

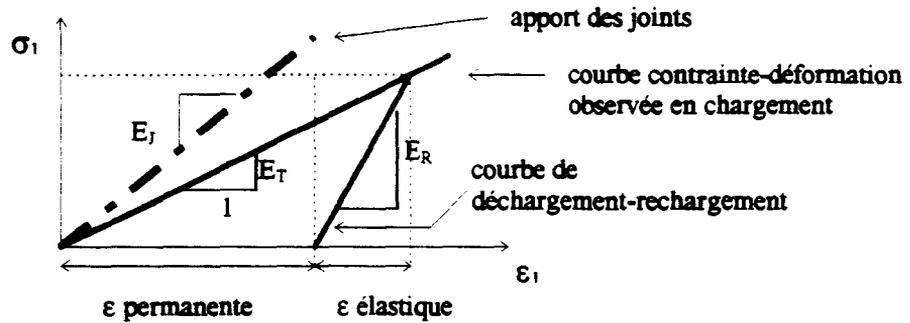


Figure IV-11 : Définition des différents modules de la masse rocheuse jointée

Nous avons donc :

$$\begin{cases} \frac{1}{E_R} = \frac{\sin^4 \theta}{E_1} + \left[\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_2} \\ \frac{1}{E_J} = \frac{d}{k_{mn}^e} \sin^4 \theta + \frac{d}{2k_n^e} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \end{cases} \quad \text{IV-43}$$

A partir de ces équations, on peut alors déterminer les 7 paramètres de la roche jointée

a- Détermination des paramètres élastiques de la roche saine

Nous ne reviendrons pas sur la détermination de ces paramètres. Nous avons simplement supposé, comme pour le modèle d'endommagement précédent, que les modules d'Young et les coefficients de Poisson de la roche saine sont ceux déterminés à partir des essais statiques à savoir (cf chapitre I) :

$$E_1 = 32\,565(1 + \sigma_3/Pa)^{0.0437} \text{ MPa}$$

$$E_2 = 119\,000 \text{ MPa}$$

$$\nu_{12} = 0.14 \quad \nu_{21} = 0.34 \quad \nu_{23} = 0.34$$

et $\nu_{12}/E_1 = \nu_{21}/E_2 = 0.5(\nu_{12}/E_1 + \nu_{21}/E_2)$

alors que le module G_{12} est celui déterminé par les essais acoustiques soit :

$$G_{12} = 14\,500 \text{ MPa}$$

$$b- \text{Détermination de } \frac{d}{k_{nn}^e}$$

Afin de déterminer l'influence du comportement élastique normal du joint sur celui de la masse rocheuse, il suffit d'effectuer des essais triaxiaux de chargement-déchargement pour $\theta=90^\circ$. Dans ce cas, nous aurons alors:

$$\begin{cases} d\varepsilon_1 = \frac{d\sigma_1}{E_T} = \frac{d\sigma_1}{E_1} + \frac{d}{k_{nn}^e} d\sigma_1 & \text{pour le chargement} \\ d\varepsilon_1 = \frac{d\sigma_1}{E_1} & \text{pour le déchargement} \end{cases} \quad \text{IV-44}$$

Cependant, les essais cycliques réalisés par Hammade (1992) ne montrent pas de déformations permanentes significatives (fig. IV-12). L'hypothèse de Goodman est donc mise en défaut en ce qui concerne le comportement normal de notre matériau.

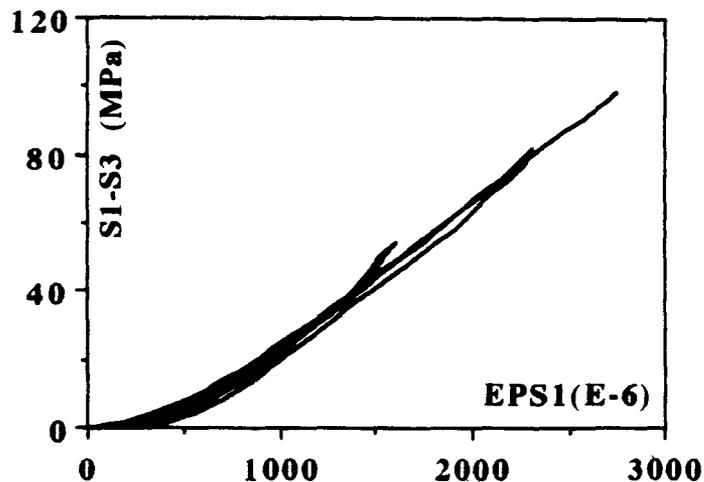


Figure IV-12 : Essai triaxial de chargement-déchargement $\Theta = 90^\circ$; $P_c = 0 \text{ MPa}$

Une deuxième solution serait de soustraire au comportement en chargement la déformation due à la matrice rocheuse. à partir des seuls essais statiques, cette procédure n'a pu être menée car le module d'Young hypoélastique E_1 déterminé à partir de ces essais, tient compte du comportement des joints. Par contre, le module E_1 déterminé à partir des essais acoustiques (Cuxac 1991) tient compte essentiellement du comportement de la roche saine.

Nous supposons donc, afin d'obtenir la matrice constitutive élastique du joint que:

$$\frac{d}{k_{nn}^e} = \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_{1acc}} \quad \text{IV-45}$$

où E_1 est le module d'Young statique et E_{1acc} est le module d'Young dynamique mesuré perpendiculairement aux plans de schistosité.

Le module d'Young acoustique valant 58 870 MPa (cf chapitre I), nous obtenons:

$$\frac{k_{nn}^e}{d} = 70\,615 \left(1 + \frac{\sigma_3}{Pa} \right)^{0.1236}$$

Le module E_1 de la roche intacte n'étant plus le module déterminé à partir des essais statiques, nous ne pouvons plus utiliser pour coefficients de Poisson ν_{12} celui déterminé par ces essais. Une solution serait d'utiliser pour ce coefficient celui déterminé, par les essais acoustiques soit $\nu_{12} = 0.11$. Cependant, dans ce cas, le comportement élastique donné par ce modèle pour l'orientation 90° serait différent de celui issu du modèle d'endommagement utilisé pour l'orientation 90° .

Nous utiliserons alors pour ν_{12} la valeur issue de l'expression suivante:

$$\nu_{12} = \frac{\nu_{12\,stat} E_{1\,acc}}{E_{1\,stat}} \quad \text{IV-46}$$

soit: $\nu_{12} = 0.2531(1 + \sigma_3/Pa)^{-0.0437}$

où les indices stat et acc signifient respectivement que les modules élastiques sont déterminés à partir des essais statiques et dynamiques

c- Détermination de $\frac{d}{k_{nn}^e}$

La détermination de ce terme peut être réalisée à partir de tout essai clinotrope de chargement-déchargement. Ces essais, contrairement aux essais précédents, montrent l'existence de déformations permanentes non négligeables (cf chapitre I).

Posons:

$$\frac{1}{G'} = \frac{1}{G_{12}} + \frac{d}{2k_{nn}^e} \quad \text{IV-47}$$

l'équation IV-41 devient:

$$d\varepsilon_1 = \left\{ \left[\frac{1}{E_1} + \frac{d}{k_{nn}^e} \right] \sin^4 \theta + \left[\frac{1}{G'} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_2} \right\} d\sigma_1 \quad \text{IV-48}$$

Dans cette équation, G' est égale au pseudo module de cisaillement G mesuré sur tous les essais statiques clinotropes (cf chapitre I § III-3-3).

A partir de valeur moyenne $G' = 3500$ MPa donnée par le tableau I-10, ces valeurs étant très dispersées, nous proposons de prendre pour $\frac{d}{k_{nn}^e}$ une valeur constante à savoir:

$$\frac{k_n^e}{d} = 2300 \text{ MPa}$$

4. 3-2 MODELISATION DE L'ÉCOULEMENT PLASTIQUE DES JOINTS

Comme nous l'avons fait remarquer précédemment, nous ne connaissons pas le comportement du joint et ne l'approchons qu'à partir des courbes contraintes-déformations qui nous renseignent sur le comportement global de la masse rocheuse jointée. La modélisation de l'écoulement plastique à partir des équations IV-7 à IV-12 n'a donc pu être réalisée faute de connaître le comportement d'un plan de schistosité.

Afin de modéliser l'écoulement plastique des joints responsables du comportement non-linéaires, nous nous sommes alors inspirés de la théorie des modèles multi-laminés développés par Pande (1993).

Dans ce modèle, connaissant le comportement élastique du milieu équivalent, on suppose que le milieu est traversé par un certain nombre de familles de joints. Ces joints sont supposés soumis aux mêmes contraintes que le matériau sain, ce qui est le cas pour le schiste d'Angers.

La théorie des modèles multi-laminés consiste alors à considérer chaque famille de joints comme des unités indépendantes et à additionner leurs effets sur le tenseur des déformations à celui de l'unité roche intacte.

Nous avons donc:

$$d\epsilon = d\epsilon^{Re} + d\epsilon^{Rp} + \sum_k (d\epsilon_k^{Je} + d\epsilon_k^{Jp}) \quad \text{IV-49}$$

Ce qui peut encore s'écrire:

$$d\epsilon = d\bar{\epsilon}^e + d\epsilon^{Rp} + \sum_k d\epsilon_k^{Jp} = \bar{A}^e d\sigma + d\epsilon^{Rp} + \sum_k d\epsilon_k^{Jp} \quad \text{IV-50}$$

où $d\epsilon^{Rp}$ et $d\epsilon_k^{Jp}$ sont respectivement les incréments de déformations permanentes de la roche intacte et du joint k , $d\epsilon^{Re}$ et $d\epsilon_k^{Je}$ étant les incréments de déformations élastiques.

Dans le cas de notre matériau, il y a une unique famille de joints. De plus, nous supposons que le comportement de la roche intacte est élastique. En effet, les essais triaxiaux effectués pour les orientations 0° et 90° (orientations où il n'y a pas de cisaillement) ne montrent pas de comportement plastique prononcé avant rupture (cf. chapitre III)

De ce fait, l'équation se résume à:

$$d\epsilon = d\bar{\epsilon}^e + d\epsilon^{Jp} = \bar{A}^e d\sigma + d\epsilon^{Jp} \quad \text{IV-51}$$

Afin de calculer les incréments de déformations plastiques $d\epsilon^{Jp}$ nous utiliserons les concepts fondamentaux de la théorie de la plasticité. Les incréments de déformations plastique valent alors:

$$d\epsilon^p = \begin{cases} \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} & \text{si } f(\sigma, \alpha) = 0 \text{ et } \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{IV-52}$$

où λ est le multiplicateur plastique et est donné par la condition de consistance qui s'écrit.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial \alpha} d\alpha = \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \lambda \tilde{H} = 0 \quad \text{IV-53}$$

avec $\tilde{H} = \frac{\partial f}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma}$

L'incrément de contrainte est quant à lui déterminé par la relation constitutive qui s'écrit dans le cas général de la façon suivante:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad \text{IV-54}$$

où C est la matrice des flexibilités élastiques (inverse de la matrice des compliances élastiques A).

A partir de IV-53 et IV-54 on détermine le multiplicateur plastique qui vaut:

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} [C] d\varepsilon}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} [C] \frac{\partial g}{\partial \sigma} - \tilde{H}}$$

4. 3-2-1 Détermination de la fonction de charge et du potentiel plastique

a- Fonction de charge

Généralement, les différents auteurs proposent, en mécanique des joints, des fonctions de charge issues du critère de résistance en cisaillement du joint tel que celui de Barton (Pande 1985, Cuisat et al 1990):

Dans le cas du schiste, pour les orientations considérées ici, nous avons montré que la résistance de notre matériau dépendait essentiellement de la résistance au cisaillement des plans de schistosité. Afin de rendre compte de cette résistance, on a montré qu'un critère de rupture de type Mohr-Coulomb était le plus adapté (cf. chapitre II). Ce critère est défini dans le plan (σ_n, τ) par:

$$F = \tau - (c + \sigma_n \tan \phi) \quad \text{IV-55}$$

où C et $\tan \phi$ sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement et sont supposés dépendre de l'orientation θ .

Nous considérons la surface de rupture, définie par la fonction F, comme étant la borne supérieure de la fonction de charge (fig. IV-13).

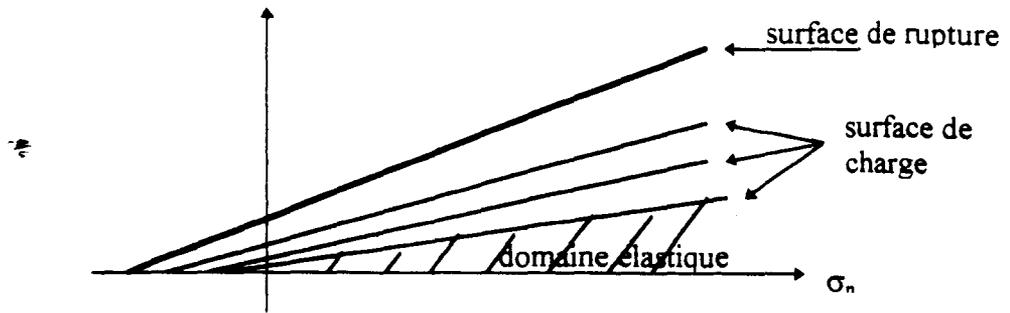


Figure IV-13 : Surface de charge - Surface de rupture
Ouverture des surfaces de charges

Nous proposons alors, pour la surface de charge, l'expression suivante:

$$f = \tau - (c + \sigma_n \tan \phi) R_m \quad \text{IV-56}$$

où R_m est la fonction d'érouissage.

Une expression similaire a été utilisée par Bencheikh (1991) pour modéliser l'écoulement plastique existant le long d'une interface sol-structure.

b- Règle d'érouissage

L'application du modèle que nous voulons développer pour notre matériau se faisant dans le cadre de chemins quasi monotones, nous utiliserons une loi d'érouissage isotrope.

Sur la base de données expérimentales, de nombreux auteurs proposent en mécanique des joints, d'utiliser comme paramètre d'érouissage, le travail plastique (Plesha 1985, 1987), ou la norme des déplacements plastiques (Desai et Fishman 1991).

Pande (1993) et Bencheikh (1991) sur la base d'expériences, proposent quant à eux d'utiliser, comme paramètre d'érouissage, la déformation plastique de cisaillement (déformation dans la direction de la contrainte de cisaillement τ). Nous choisirons de même comme paramètre d'érouissage la déformation plastique de cisaillement : ε_{nt}^p

Après le choix de la variable d'érouissage, il reste à définir une loi d'évolution de R_m .

Pour les géomatériaux, deux lois sont couramment utilisées, à savoir:

- les lois de type hyperbolique
- les lois de type exponentielle

Dans notre cas, nous avons opté pour le premier type et, nous écrivons donc :

$$R_m = \frac{\varepsilon_{nt}^p + \varepsilon_0}{\varepsilon_{nt}^p + \beta} \quad \text{IV-57}$$

où β et ε_0 sont deux paramètres du modèle.

L'évolution de R_m , caractérisant l'ouverture et la translation de la surface de charge (fig IV-13), varie ainsi de R_0 (paramètre fixant l'étendue du domaine élastique initial) à 1 à la rupture avec:

$$R_0 = \frac{\varepsilon_0}{\beta} \quad \text{IV-58}$$

c- Potentiel plastique

L'incrément de déformation plastique, défini par la règle d'écoulement plastique, est proportionnel au gradient du potentiel plastique g et ne dépend que du scalaire λ :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

La règle d'écoulement est dite associée si le potentiel plastique et la surface de charge coïncident ($f = g$).

Si l'on fait l'hypothèse de normalité, on constate d'après l'expression de f que le comportement n'est que dilatant puisque:

$$d\varepsilon_{nn}^p = -\lambda \operatorname{tg} \Phi R_m \leq 0$$

Or, le comportement initial des joints est généralement contractant. De ce fait, en mécanique des joints, on considère un potentiel plastique g différent de la fonction de charge f .

Une expression courante en mécanique des joints pour le potentiel plastique est la suivante:

$$g(\sigma) = \tau \cos \alpha + \sigma_n \sin \alpha$$

où α est l'angle que fait en moyenne les épontes par rapport à la direction du joint (fig IV-14), et est assimilable à l'angle de dilatace défini par Patton (1966).

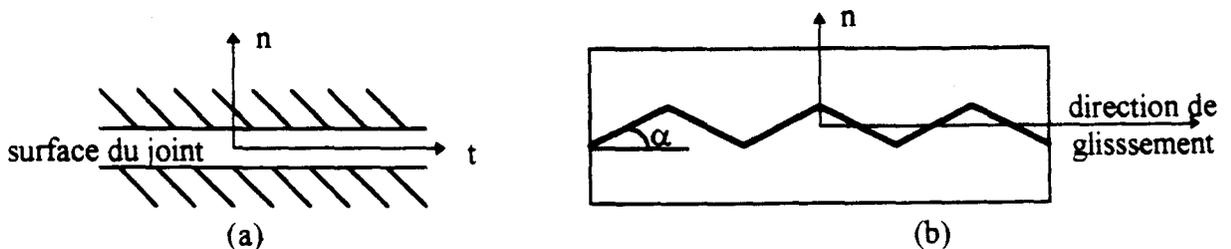


Figure IV-14 : Idéalisations de la surface d'un joint
(a) : joint peu rugueux; (b) : idéalisation de la rugosité

Le potentiel plastique est donc dans ce cas égal à la contrainte de cisaillement appliquée sur les épontes du joint. Deux types de modèles existent, ceux qui ne prennent pas en compte la dégradation, sous l'effet de la contrainte normale, des aspérités et ceux qui en tiennent compte. Quoiqu'il en soit, l'angle initial des aspérités α_0 peut être lié au coefficient JRC (Barton et Bandis 1990). Or, comme nous l'avons déjà souligné, la rugosité des plans de schistosité est très faible, et nous avons considéré de fait l'expression suivante pour le potentiel plastique:

$$g = \tau \quad \text{IV-60}$$

De ce fait, dans le repère local lié au joint

$$\{de^p\} = d\varepsilon_{nt}^p = \lambda$$

Une telle expression du potentiel plastique n'induit donc pas de déformation normale plastique ce qui est en accord avec les observations expérimentales réalisées. En effet, lors des essais triaxiaux de révolution de chargement-déchargement, menés sur des échantillons où les plans de schistosité étaient perpendiculaires à la contrainte principale majeure ($\theta = 90^\circ$), on n'a pas observé de déformation plastique significative avant la rupture (fig. IV-12).

4. 3-2-2 Détermination des paramètres plastiques ε_0 et β

Afin de déterminer les deux paramètres de la règle d'écoulement plastique, il nous faut, dans un premier temps, déterminer l'ouverture initiale de la surface de charge. Nous rappelons que la partie linéaire initiale de la courbe correspond à la superposition des comportements élastique de roche intacte et des joints.

Après avoir tracé sur chaque essai la courbe des déformations élastiques nous pouvons alors déterminer le point $(\sigma_1 - \sigma_3)$ pour lequel nous observons une rupture de pente (fig. IV-15). A ce point correspond l'étendue initiale du domaine élastique.

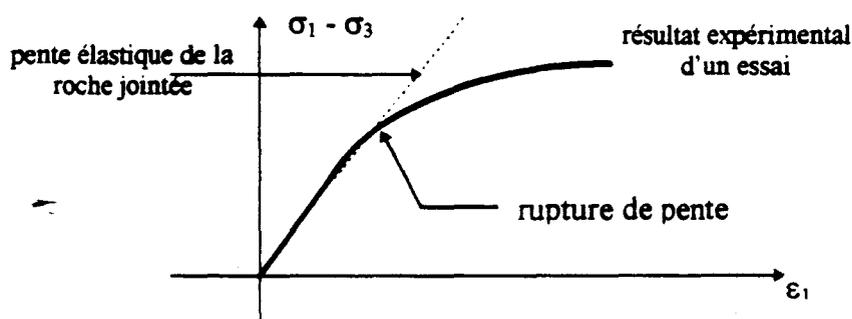


Figure IV-15 : Principe de mesure de la rupture de pente

Les valeurs du déviateur des contraintes principales au point de rupture de pente, pour chaque essai où elles ont pu être mesurées, sont données dans le tableau IV-3.

A partir des valeurs du déviateur, de la connaissance de la contrainte σ_3 et de l'orientation Θ , nous pouvons alors calculer, d'après les équations II-3, la contrainte normale au plan de schistosité σ_n ainsi que la contrainte tangentielle à ce plan τ . Connaissant aussi les valeurs

des paramètres c et $\tan\Phi$ du critère de rupture (cf chapitre II), valeur récapitulée dans le tableau IV-3, nous pouvons, à partir de l'équation IV-56, calculer le paramètre R_0 de l'équation IV-58, ce paramètre déterminant la limite du domaine d'élasticité initial. Nous rappelons que la fonction de charge doit toujours être négative, si le tenseur des contraintes (σ_{ij}) appartient au domaine d'élasticité, ou nulle, si (σ_{ij}) est sur la frontière du domaine.

Les valeurs de R_0 obtenues sont récapitulées dans le tableau suivant (tab. IV-3)

$\tan\Phi = -0.0037\Theta + 0.456$ $C = 0.0044\Theta^2 - 0.415\Theta + 13.644$			
Θ °	σ_3 Mpa	$\sigma_1 - \sigma_3$	R_0
10	30	75	0.56
10	40	72	0.46
15	5	42	0.92
30	30	24	0.59
45	40	30	0.74
60	20	19	0.62
60	30	30	0.73

Tableau IV-3 : Valeur de R_0 .

Au vu du faible nombre et de la dispersion de ces résultats nous avons donc choisi pour R_0 une valeur constante égale à la moyenne de ces valeurs, soit $R_0 = 0.66$ et ainsi d'après IV-58:

$$\varepsilon_0 = 0.66 \beta$$

Une procédure identique sur ces mêmes courbes peut être utilisée en tout point où il y a écoulement plastique, on détermine alors de la même façon le paramètre R_m . Connaissant les contraintes appliquées nous pouvons en chaque point calculer la déformation élastique de la roche jointée et soustraire cette dernière à la déformation totale ce qui nous permet d'obtenir la valeur des déformations plastiques. Or seule la déformation plastique ε_{nt}^p est non nulle d'après IV-60. La valeur de R_m et la valeur de ε_{nt}^p étant connues, nous pouvons alors calculer, à partir de l'expression de ε_0 donnée ci dessus et de celle de R_m (équation IV-57), la valeur de β dernière inconnue de notre modèle. Nous avons obtenu:

$$\beta = 0.0008$$

4. 3-3 TEST DU MODELE

Nous avons testé notre modèle sur tous les essais clinotropes que nous avons à notre disposition (Annexe 4). Ces tests n'ont été menés que sur les courbes contraintes-déformation axiale, du fait que les autres jauges collées sur les échantillon donnent le plus souvent des signaux incohérents (cf. chapitre I)

Globalement et quoique la détermination des paramètres soit entachée d'une forte dispersion, la simulation du comportement linéaire initial, rend compte de façon satisfaisante, du comportement de notre matériau.

La modélisation de l'écoulement plastique peut par contre être soumise à caution. En effet peu de simulations rendent parfaitement compte du comportement de notre matériau. Il faut cependant mettre à la décharge du modèle le peu de données expérimentales exploitables pour modéliser l'écoulement plastique observé. En effet cette détermination ne s'est faite que sur sept essais, certains présentant un comportement parfaitement plastique (fig. IV-16a) où ne présentant pas de comportement non linéaire avant rupture (fig. IV-16b).

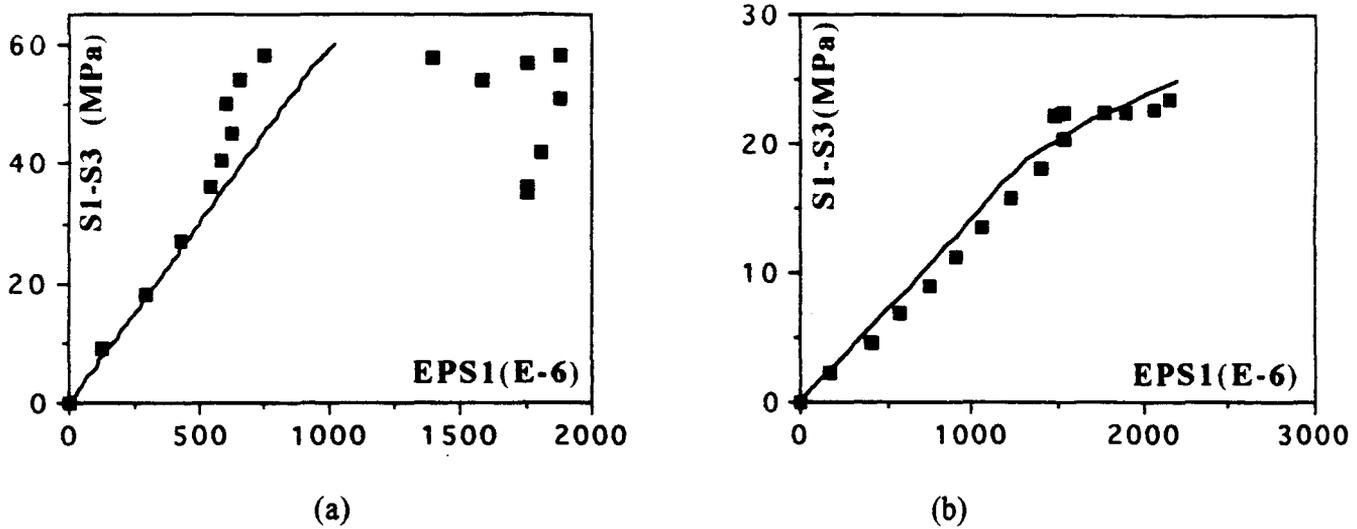


Figure IV-16 : courbe contraintes-déformations axiale d'essais clinotrope
 (a) : essai 10/10/1 ($\Theta = 10^\circ$; $\sigma_3 = 10$ MPa)
 (b) : essai 60/20/1 ($\Theta = 60^\circ$; $\sigma_3 = 20$ MPa)

De plus la modélisation de l'écoulement plastique dépend fortement de celle du comportement linéaire initial qui peut ne pas bien simuler le comportement initial de notre matériau (fig. IV-17).

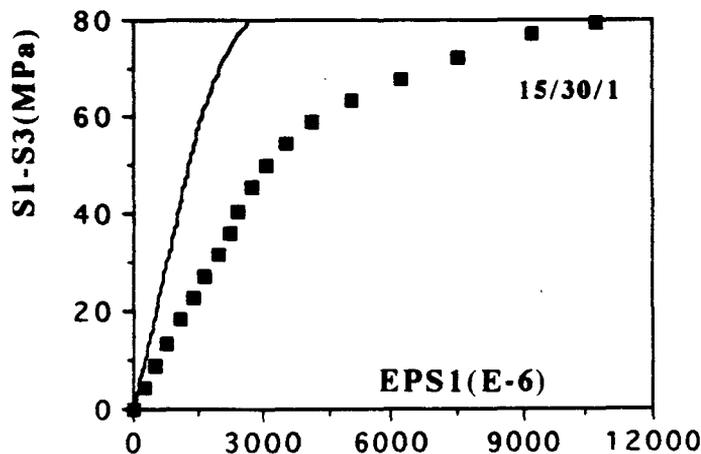


Figure IV-17 : courbe contraintes- déformation axiale et simulation de l'essai 15/30/1 ($\Theta = 15^\circ$; $\sigma_3 = 30$ MPa)

Sinon, pour les essais dont la simulation du comportement initial est parfaite et qui présentent bien un comportement non linéaire avant la rupture, les résultats du modèle sont très satisfaisant (fig. IV-18). De ce fait, nous considérons ce modèle comme étant capable de modéliser le comportement du schiste, et ce malgré la dispersion des résultats obtenus. Une autre campagne d'essais statiques devra être menée pour réellement valider ce modèle où tout au moins lui permettre d'avoir une base de données plus conséquente pour la détermination de ces paramètres.

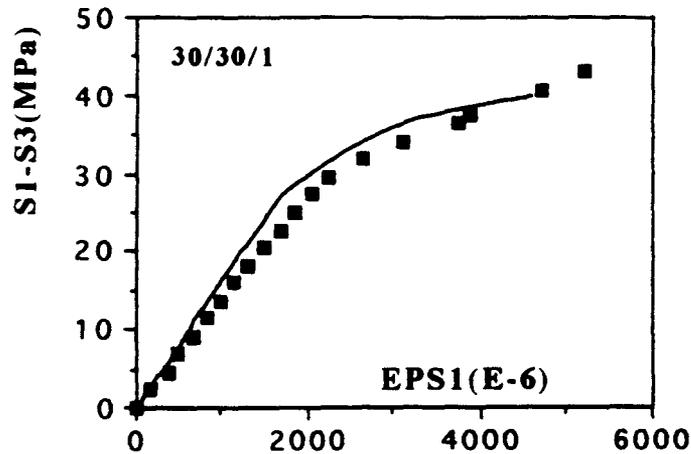


Figure IV-18 : Simulation de l'essai 30/30/1 ($\Theta = 30^\circ$; $\sigma_3 = 30$ MPa)

4. 4 CONCLUSION

Afin de modéliser le mécanisme de glissement observé lors des essais de caractérisation du comportement du schiste d'Angers, nous avons voulu utiliser un modèle issu de la mécanique des joints qui procède en une homogénéisation du milieu. Une seconde approche par la mécanique des milieux endommagés orientés (Aubry et Modaressi 1990, De Borst 1986) a parallèlement été tenté (Duveau et Henry 1995). Dans le cas du schiste, nous pouvons montrer que ces deux modèles sont identiques.

Le modèle développé est un modèle élastoplastique et quoiqu'il simule de façon satisfaisante le comportement linéaire initial, la modélisation de l'écoulement plastique reste sujette à caution. A la décharge du modèle, il faut cependant remarquer la dispersion des résultats expérimentaux entachant le modèle d'une faible base de données pour la détermination des paramètres. D'autres essais seront de ce fait nécessaires si on veut véritablement valider le modèle sur les essais triaxiaux. Cependant, les quelques très bons résultats obtenus nous font penser que ce modèle est capable de bien décrire le comportement en glissement de ce matériau, il sera de ce fait utilisé pour étudier la stabilité des ouvrages souterrains.

CHAPITRE V

VALIDATION SUR CHEMINS NON HOMOGENES

APPLICATION A LA STABILITE DES OUVRAGES SOUTERRAINS

5. 1 PRELIMINAIRES

Tant dans le domaine pétrolier que dans le génie civil et minier, le problème de la stabilité des ouvrages souterrains est d'une importance cruciale en regard des coûts de l'ouvrage. Par exemple, dans les galeries de stockage, le renforcement doit être minimal pour des raisons de coût et suffisant pour respecter toutes les conditions de sécurité. De même, le développement d'un champ pétrolier demande de nombreux trous de forage, chaque puits pouvant traverser des horizons de formations anisotropes. Les problèmes de forage sont alors fréquents et coûteux. En effet, l'anisotropie du matériau traversé peut provoquer la déviation du puits de forage. Cette déviation spontanée est variable et imprévisible. Elle est à l'origine de certaines pertes de puits pétroliers (Maury (1993)). Le problème de la stabilité des ouvrages fait donc l'objet de nombreuses modélisations qui, jusqu'à très récemment, peuvent être classées en deux types:

- les modèles de type élastique et critère de rupture,
- les modèles de type élastoplastique.

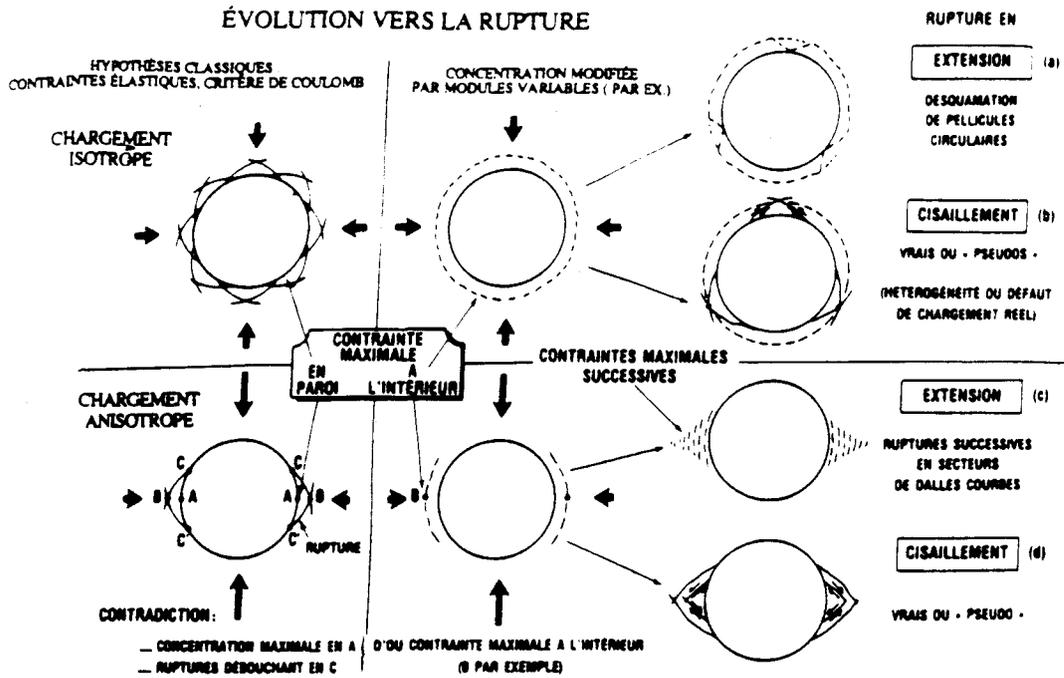
Considérons tout d'abord le cas de galeries isolées creusées dans des formations isotropes. La comparaison des résultats obtenus pour des distributions de contraintes supposées élastiques ou élastoplastiques, aux observations in situ suggèrent un double paradoxe:

Le premier, dans le cas d'une distribution élastoplastique, est que généralement, aucune déformation plastique n'est observée sur les écaïles. De plus cette théorie veut d'une part que la rupture démarre à la paroi et d'autre part, que le mécanisme principal soit le cisaillement.

Le second paradoxe est relatif à une distribution élastique. Dans ce cas, la concentration maximale des contraintes se situe au point A de la figure V-1. Dans la pratique, si la rupture progresse bien sous chargement anisotrope suivant la direction de la contrainte majeure, elle ne s'initie pas au point A. En effet, la rupture est visible en paroi aux points C symétriques par rapport à la direction de la contrainte mineure. Ces observations entraînent les conclusions suivantes:

- la concentration maximale des contraintes s'effectue bien suivant la direction de la contrainte mineure mais s'initie à l'intérieur des parois (au point B de la figure V-1),
- une telle concentration donne lieu: soit à une rupture en cisaillement, soit à une rupture en extension. Comme pour les essais triaxiaux, le type de rupture (cisaillement ou extension) dépend du comportement du matériau.

Afin de tenir compte de ces paradoxes, de nouvelles hypothèses ont été formulées dont la plus répandue est la prise en compte d'une distribution hypoélastique (Santarelli (1987)). Une telle distribution permet en effet de prévoir la concentration de contrainte maximale à l'intérieur du parement, le mode de rupture dépendant du comportement de la roche.



Figures V-1 : Contraintes et ruptures présumées en paroi (d'après Maury (1987))

Dans une formation anisotrope comme le schiste, la distribution des contraintes autour d'un ouvrage est complexe pour plusieurs raisons dont les deux principales sont :

- L'orientation du champ de contrainte in situ peut être différent de l'orientation des axes de structure du massif. En d'autres termes, le repère principal des contraintes et le repère principal des déformations ne coïncident pas sauf si le repère principal des contraintes est confondu avec le repère structural.

- La distribution des contraintes autour de l'ouvrage dépend des propriétés élastiques du matériau, ce qui n'est pas le cas pour les milieux isotropes. Par exemple, pour une roche isotrope transverse, si nous considérons un module de cisaillement dans le plan isotrope de faible valeur, la solution analytique de Lekhnitskii montre des fortes concentrations de contraintes dans les zones où la paroi du trou est tangente aux strates (Panet (1993)). La rupture se produit généralement par flambement dans ces zones (fig. V-2)



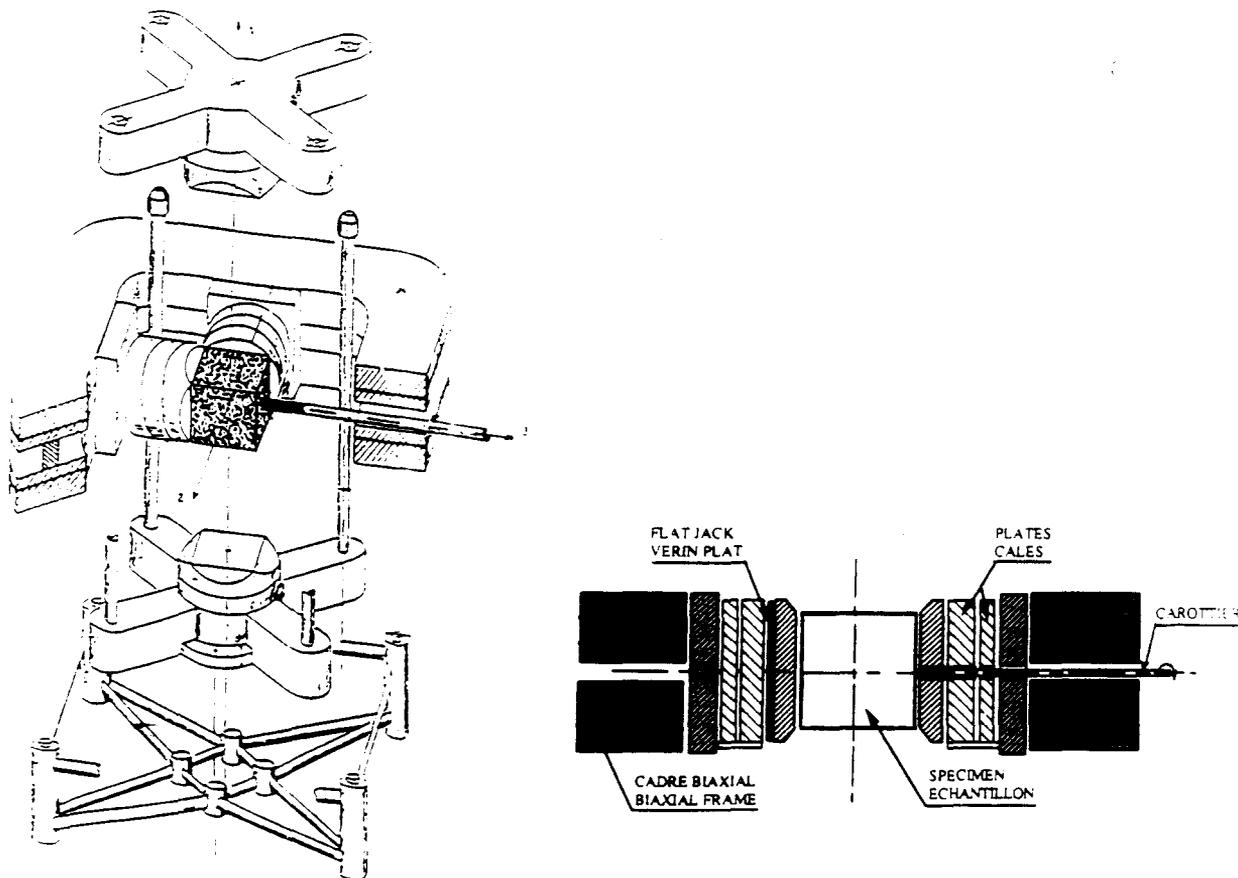
Figure V-2 : Rupture de paroi d'un trou dans un bloc de 'shale' (30x30x40 cm³). Rotation du repère structural de 45° par rapport à l'axe du trou (d'après Bandis et al 1989).

5. 2 RESULTATS EXPERIMENTAUX D'ESSAIS SUR BLOCS REALISES SUR LA PRESSE TRIAXIALE VRAIE DE L'UNIVERSITE DE LILLE

5. 2-1 LA PRESSE TRIAXIALE (Boumahdi (1990))

La presse triaxiale vraie de l'Université de Lille (fig. V-3) se compose d'un "Biaxial" dans le plan horizontal permettant d'appliquer, sur le bloc cubique testé, les deux contraintes principales et d'une deuxième partie qui permet d'appliquer dans l'axe vertical la troisième contrainte principale. La contrainte dans chaque axe est appliquée par l'intermédiaire de quatre vérins, le bloc est poussé pendant que la face opposée est fixe. Les principales caractéristiques techniques de l'installation sont données par la figure V-3.

Afin de s'affranchir des problèmes liés au frottement, des 'carreaux de chocolats' sont collés sur chacune des faces permettant d'appliquer ponctuellement les forces soumises par les vérins, puis sont ajoutées une plaque de cuivre et une plaque de téflon. Enfin, des cales métalliques sont placées entre le système d'antifrottement et les pièces d'appui de la presse afin d'augmenter la course des vérins et d'éviter l'interpénétration des pièces d'appui.



Principales caractéristiques

- Taille maxi de l'échantillon : $50 \times 50 \times 50 \text{ cm}^3$
- Charges appliquées : 1750 tonnes par vérin, soit 70 Mpa pour la taille maxi du bloc.
- Asservissement en contraintes, déformations, mixte
- Possibilité de forage sous contraintes

Figure V-3 : Schéma de fonctionnement du triaxial vrai

5. 2-2 DEFINITIONS DES TESTS - INSTRUMENTATIONS

Reprenons les notations du repère de structure (S_1 , S_2 , S_3) à savoir S_1 direction perpendiculaire à la schistosité, S_2 et S_3 dans le plan d'isotropie du matériau (plan de schistosité). Dans les applications courantes, la galerie est dirigée suivant S_1 ou S_2 ($= S_3$). Dans ces deux configurations les calculs restent plans.

Il paraît clair que si la galerie est positionnée suivant l'axe S_1 , la schistosité ne joue aucun rôle majeur excepté peut être au front de taille. Dans le cadre de la validation, deux essais ont été effectués suivant l'axe S_3 (fig. V-4).

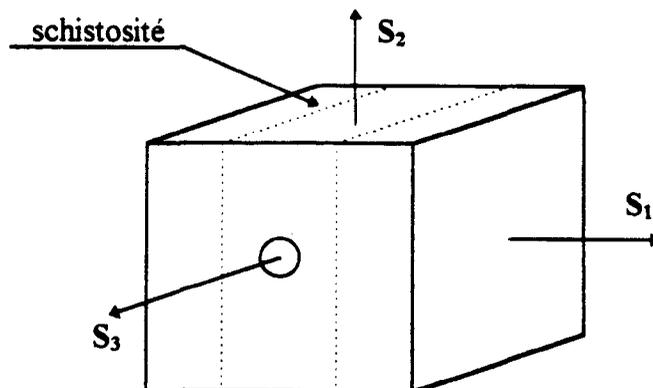


Figure V-4 : Position de la galerie par rapport à la schistosité pour les différents essais

Les chemins de chargement de ces essais sont résumés par le tableau V-1.

	Selon S_1	Selon S_2	Selon S_3
Test 1	σ_v	σ_v	σ_v
Test 2	$0,6 \sigma_v$	σ_v	σ_v

Tableau V-1 : Définition des chemins de sollicitations extérieures pour les deux essais.

Ces configurations d'essai ont été choisies pour mettre en lumière l'anisotropie de structure sur la stabilité. Plus particulièrement, le test 2 a été conduit pour étudier l'influence de la contrainte perpendiculaire aux plans de schistosité.

Les blocs testés sont des cubes de 40cm d'arête, rectifiés. Le diamètre du forage est de 50mm pour tenir compte de l'extensomètre mis au point au Laboratoire (photo V-1). Le forage est réalisé débouchant sur les deux faces du cube. Les convergences ont été enregistrées à l'aide de cet extensomètre à capteur de déplacement LVDT mesurant les variations de longueur de 8 diamètres, situés dans des plans différents, inclinés de $22,5^\circ$ (fig. V-5).

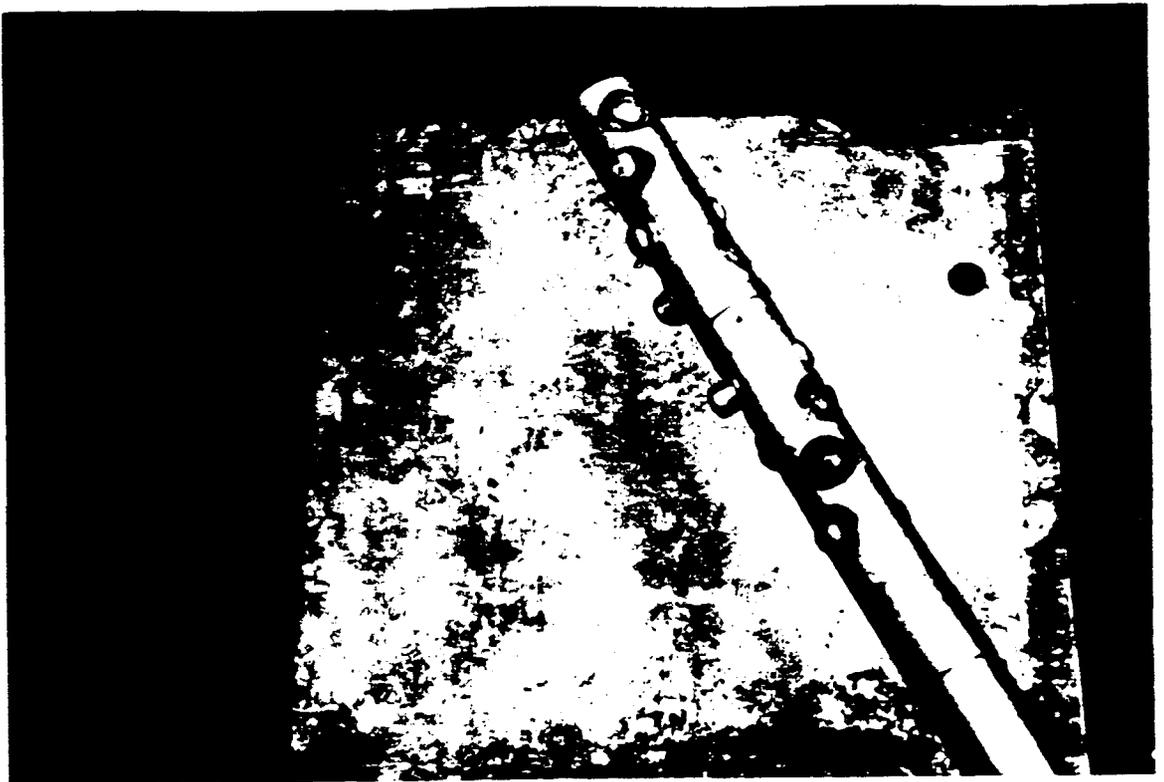


Photo V-1 : Détail de la sonde de mesure des convergences.

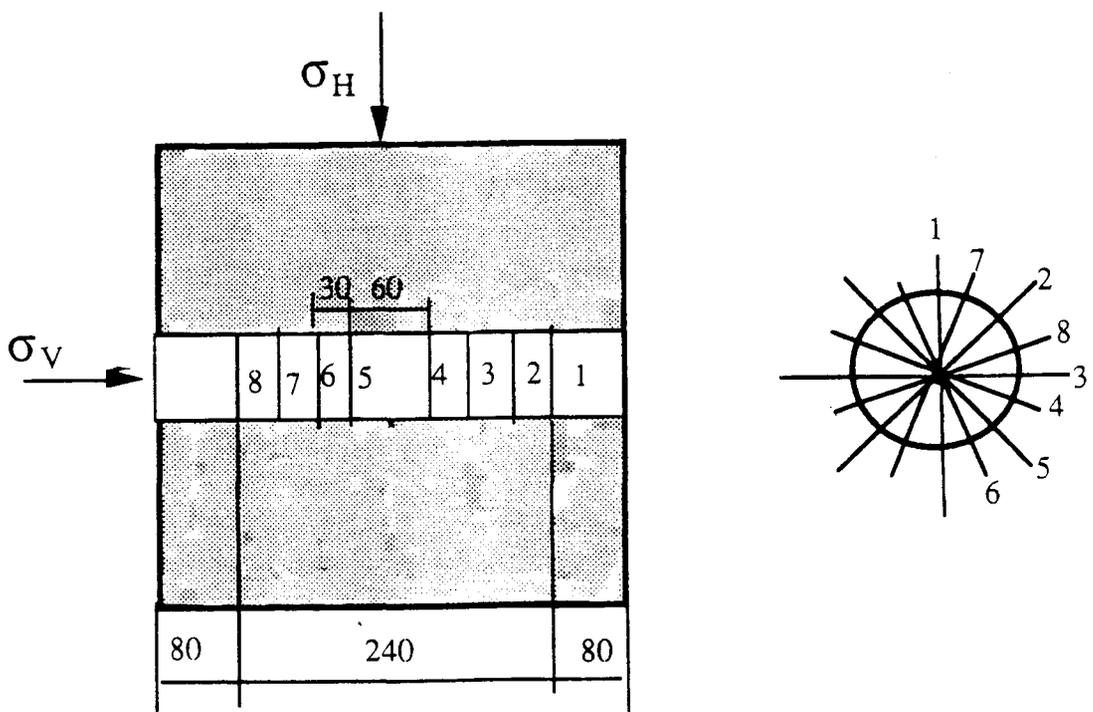
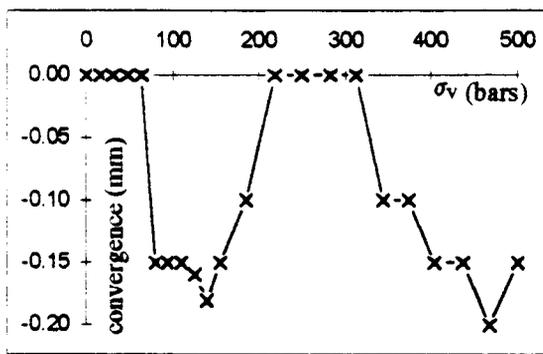


Figure V-5 : Disposition schématique de la sonde de mesure de convergence à l'intérieur d'un bloc (d'après Henry et al 1993).

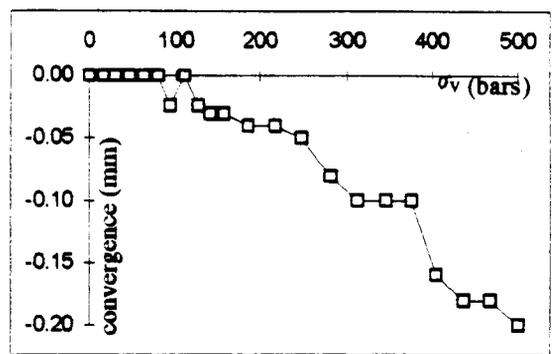
5. 2-3 RESULTATS DES ESSAIS

5. 2-3-1 Résultat du test 1

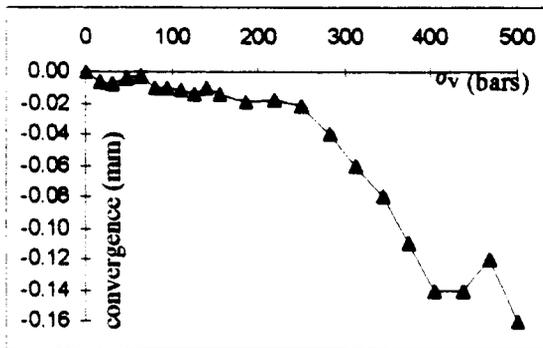
La figure V-6 représente l'évolution des convergences du forage suivant 3 directions, repérées par la figure V-5, en fonction de la contrainte verticale σ_v (suivant S_2). Sur ces courbes nous n'observons pas d'accélération nette des convergences. En effet, le taux d'accroissement de ces dernières semble constant. Le point de rupture est donc, sur ces courbes, difficile à repérer. Il est cependant à noter que le déplacement vertical en voûte (suivant L_1) présente de fortes variations qui pourraient être dues à une rupture locale quasi immédiate. Quoiqu'il en soit, que ce soit pour cette orientation ou pour les deux autres les convergences sont, et restent très faibles tout au long de l'essai.



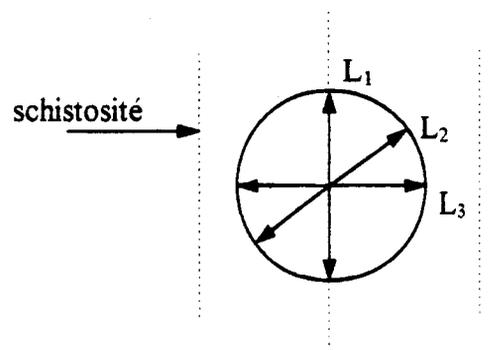
convergence suivant L_1



convergence suivant L_2



convergence suivant L_3



direction des convergences

Figure V-6 : Convergences du trou de forage en fonction de la contrainte σ_v ; test 1.

La figure V-7 schématise le trou de forage et les lignes de ruptures observées sur une des faces du bloc (le faible contraste rendant les photos illisibles). On peut remarquer que les lignes de ruptures se propagent essentiellement dans les plans de schistosité (des résultats similaires ont été observés par Misbahi (1994) lors de l'étude de la propagation d'une fissure dans ce milieu). Si ces lignes tangentent le pied du forage (point 2) elles ne débouchent pas au toit même de l'ouvrage (point 1). Enfin, on peut remarquer que les lignes de ruptures sont très serrées dans la direction de 45° par rapport à la contrainte verticale, les déformations dans cette direction restant très faibles.

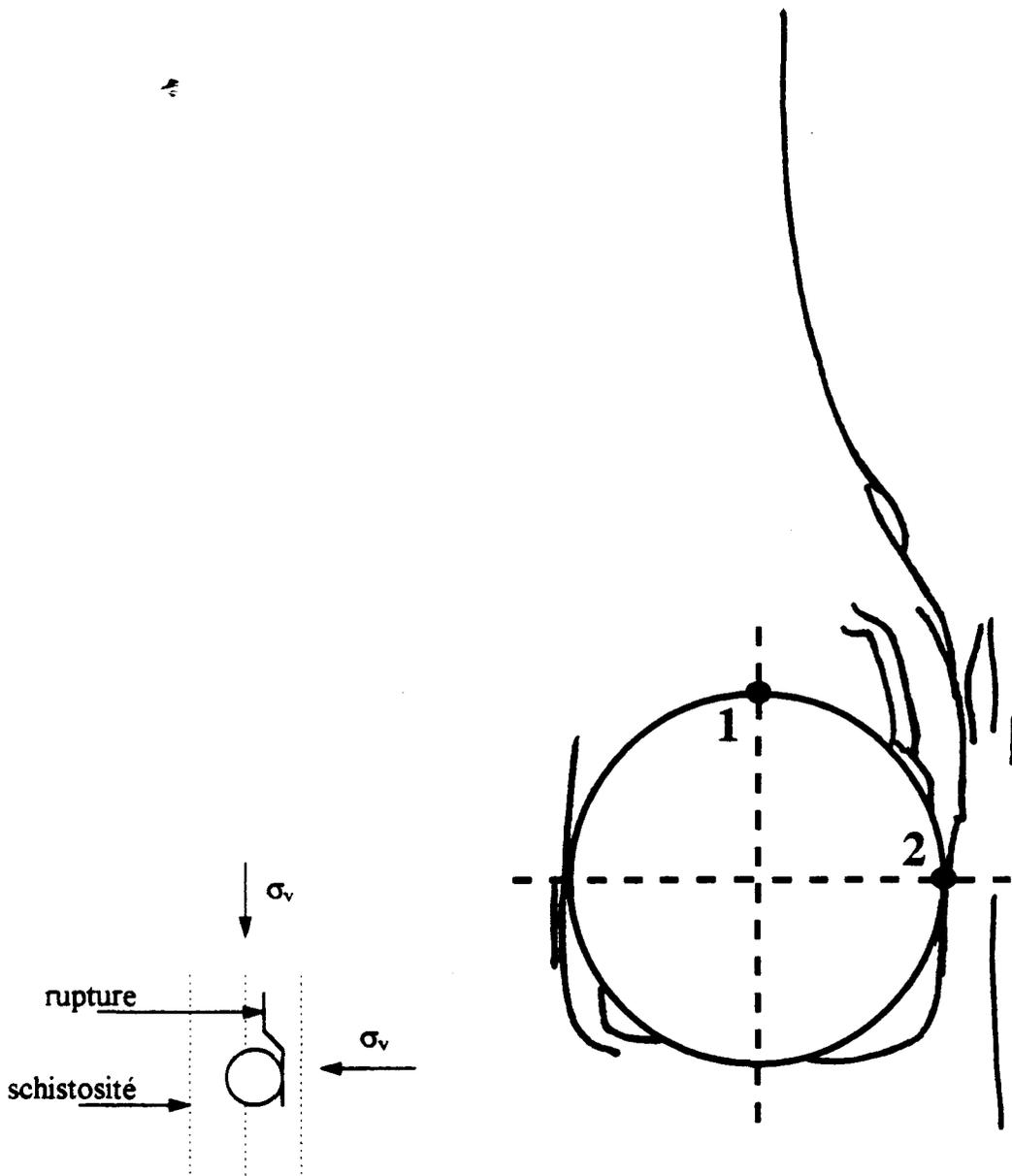


Figure V-7 : Rupture autour du forage causé par un état de contraintes externes isotrope de 80MPa.

5. 2-3-2 Résultat du test 2

La figure V-8 représente l'évolution des convergences du forage pour ce test. Comme pour le test 1, les convergences sont très faibles. Nous n'observons pas ici non plus d'accélération nette des convergences, le taux d'accroissement de ces dernières étant quasi constant à l'exception du déplacement horizontal (suivant L_3). En effet, cette dernière mesure présente une forte accélération pour une contrainte σ_v de l'ordre de 55 Mpa pouvant traduire l'apparition d'une rupture par ouverture des plans de schistosité (orthogonalement à la direction L_3). Pour les autres orientations les ruptures observées n'ont pu être décelées par le biais de la mesure des convergences.

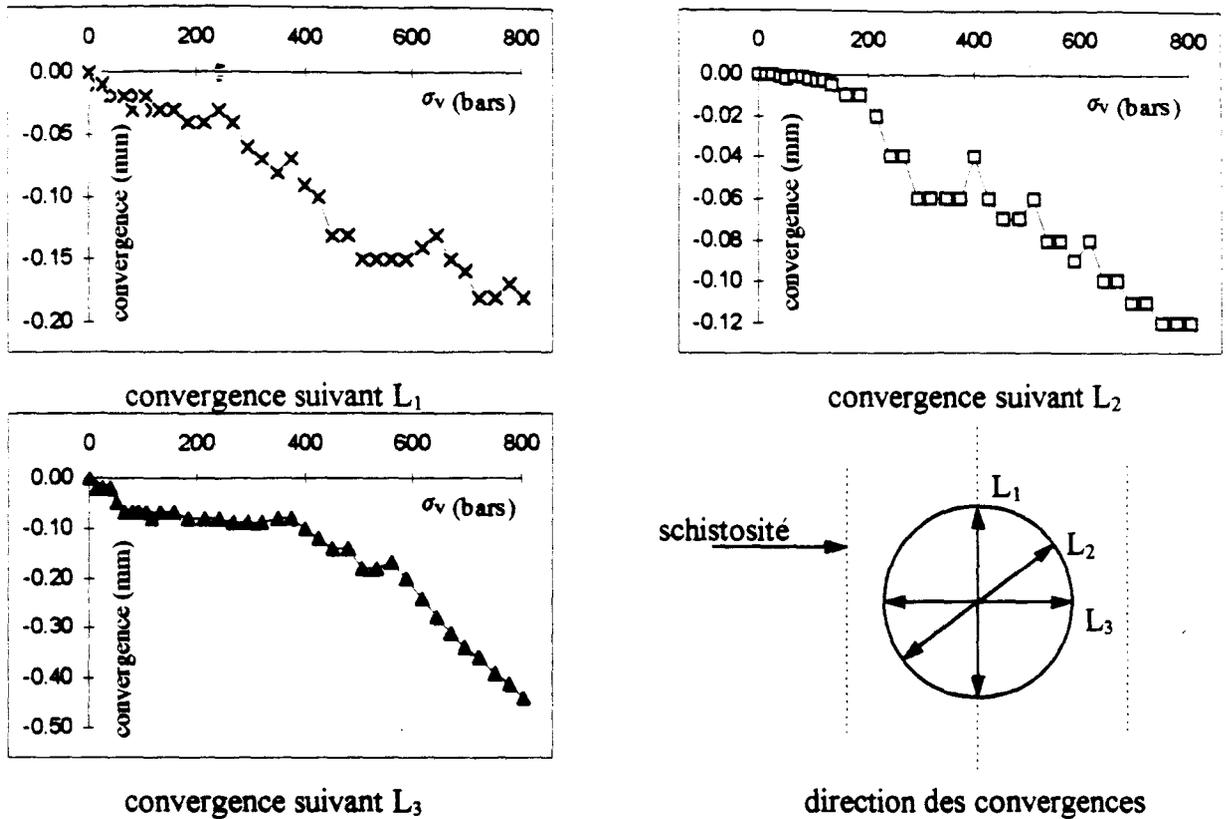


Figure V-8 : Convergences du trou de forage en fonction de la contrainte σ_v , test2.

La figure V-9 schématise le trou de forage et les lignes de ruptures observées sur une des faces du bloc après découpe. Comme précédemment, les ruptures semblent se propager essentiellement dans les plans de schistosité. Dans ce test, les lignes de ruptures sont plus espacées et débouchent au toit de l'ouvrage. Enfin on remarquera qu'un plan tangent au pied du forage est particulièrement affecté. Les ruptures font évoluer la forme circulaire du forage vers une forme carrée alors que les déformations expérimentales restent malgré tout très faibles..

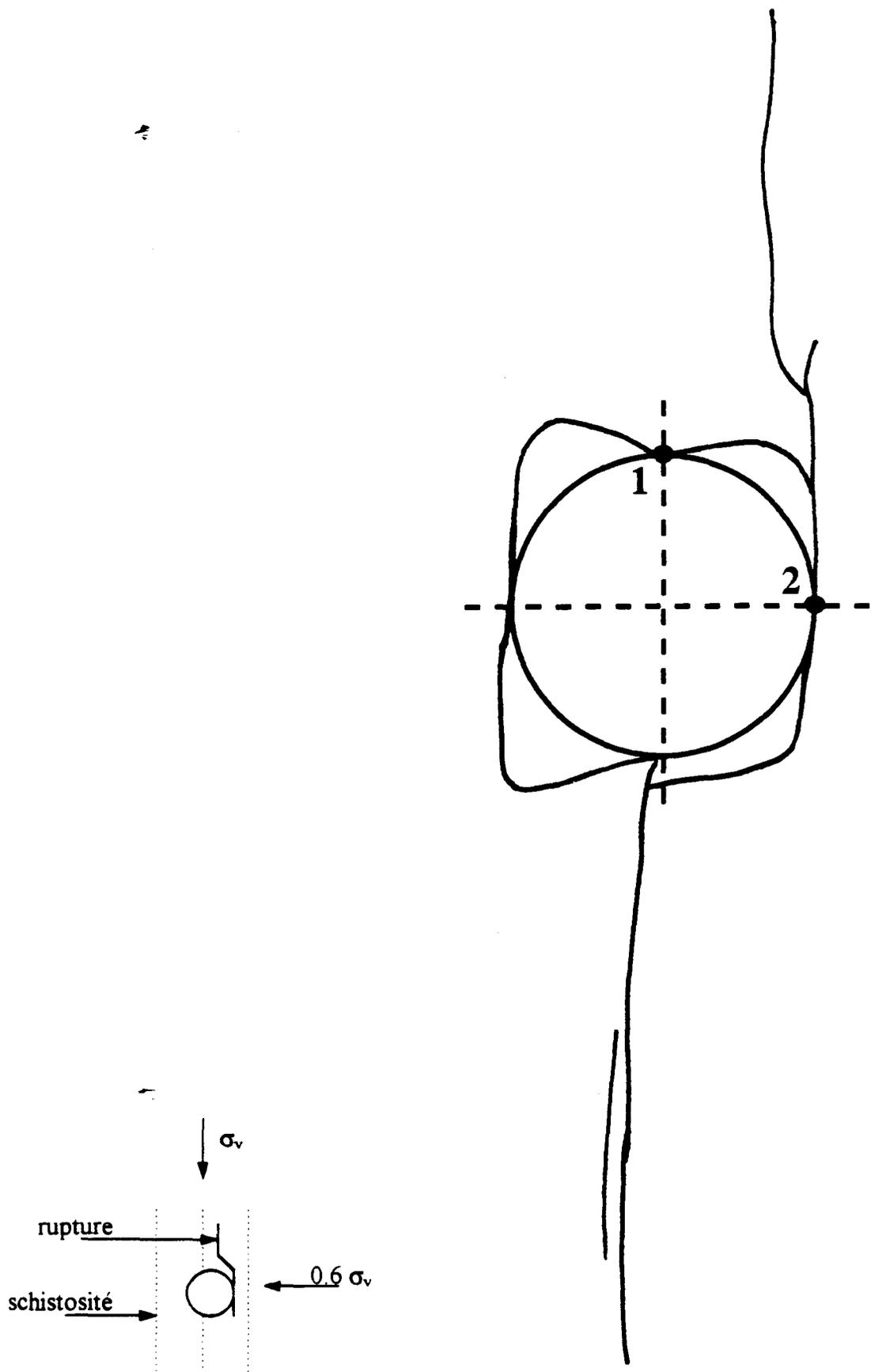


Figure V-9 : Rupture autour du forage causé par un état de contraintes externes
 $\sigma_v = 80 \text{ MPa}$ (suivant S_2) et $\sigma_h = 0.6\sigma_v = 48 \text{ MPa}$ (suivant S_1).

5. 3 VALIDATION DU MODELE SUR CHEMINS NON HOMOGENES

Pour connaître la réponse du modèle sur des chemins non homogènes, il est nécessaire d'introduire celui-ci dans un code de calcul par éléments finis, puis de valider les résultats obtenus par ce code. Le schiste étant un matériau anisotrope, il serait préférable, dans le cas général, d'utiliser un code de calcul tridimensionnel. Cependant, la nature des tests réalisés sur les blocs nous permet de traiter le problème de façon plane. Le modèle a donc été introduit dans un code bidimensionnel développé au sein du laboratoire: PLASROCK.

La confrontation pour validation entre les simulations numériques obtenues par le code de calcul et l'expérimentation sur les blocs portera sur :

- les mesures de convergences autour du forage pour un état de contraintes appliquées,
- l'identification et la comparaison qualitative des zones de rupture.

5. 3-1 INTRODUCTION DU MODELE UTILISE POUR LE SCHISTE DANS LE CODE DE CALCUL ELEMENTS FINIS PLASROCK

5. 3-1-1 Problèmes relatifs à l'implantation

Avant l'intégration du modèle dans le code éléments finis PLASROCK, il a fallu résoudre deux problèmes.

1^{er} problème: il concerne la non-convergence due à la présence de deux points de discontinuité issus du fait que le comportement est supposé régi par deux modèles distincts suivant l'orientation (fig. V-10). En effet, si lors des itérations le programme peut utiliser tantôt le modèle d'endommagement tantôt le modèle de glissement (lorsqu'il se trouve près de l'arête), il est alors probable qu'il n'y ait pas convergence.

La solution adoptée est la suivante: à chaque incrément, lors de la première itération, il est affecté (en fonction de l'orientation) à chaque point de Gauss, un modèle (endommagement ou glissement) valable tout au long de l'incrément en cours. C'est à dire qu'on négligera les variations angulaires des contraintes principales à l'intérieur d'un incrément.

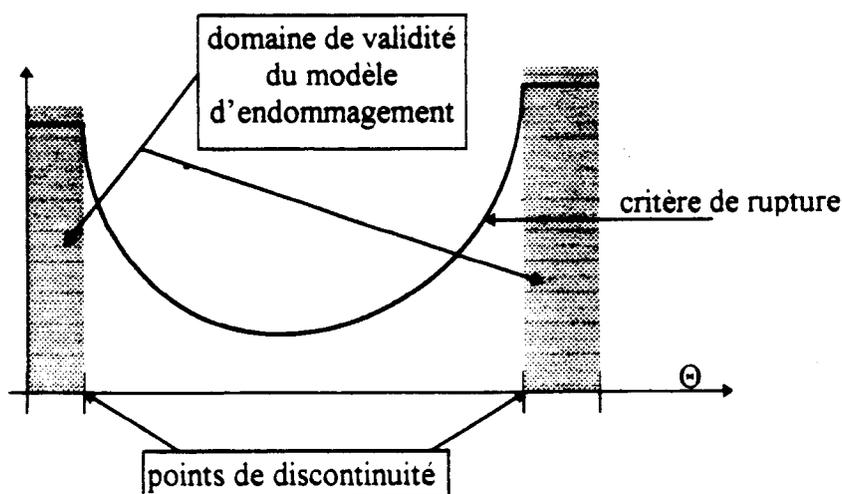


Figure V-10 : Schématisation des deux points de discontinuité.

2ème problème. il consiste à étendre le modèle d'endommagement aux orientations proches de $\Theta = 0^\circ$ et de $\Theta = 90^\circ$. Pour ce faire, on a considéré que l'endommagement, sous l'action du déviateur des contraintes principales, ne se fait pas dans le repère des contraintes principales mais dans le repère de structure. La matrice rhéologique M exprimée dans le repère de structure est alors identique à celle des différents cas du chapitre III.

5. 3-1-2 Implantation du modèle

Nous ne reviendrons pas sur la méthode des éléments finis qui est maintenant devenue un outil commun pour les mécaniciens. Les techniques de discrétisation, la définition des différents types d'éléments, les techniques d'assemblage et de résolution ont d'ailleurs été l'objet de nombreux traités d'éléments finis (Desai et Abel 1972, Zienkiewicz 1977, Owen et Hinton 1980, Dhatt et Touzot 1984).

Le code PLASROCK est conçu pour traiter des problèmes de déformations planes et à symétrie de révolution. Le modèle élaboré pour le schiste a été implanté dans ce code.

Afin d'avoir des sorties graphiques, des liaisons entre ce code, le pré-processeur Max et le post-processeur Peggy du code éléments finis CESAR (élaboré au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées) ont été effectuées. Il n'était pas possible d'utiliser directement le logiciel CESAR car celui-ci, ne possède pas de structure d'intégration des modèles incrémentaux.

Pour le modèle utilisé, la matrice de rigidité $[K]$ est fonction du tenseur de comportement D_{ijkl} (en la notation de Voigt $[D]=(D_{ij})$) reliant les déformations aux contraintes. Or cette matrice de comportement, que l'on soit en élasticité non linéaire, en endommagement ou encore en plasticité, évolue avec le champ des contraintes.

Le calcul de la matrice $[D]$ se fait de la manière suivante. Quelque soit le cas considéré, la matrice rhéologique $[M]$ est exprimée dans le repère de structure par hypothèse. De ce fait, puisque le code éléments finis effectue les calculs dans un repère global (X, Y) , il est nécessaire (avant de calculer D) de procéder à un changement de repère tel que défini sur la figure ci-dessous (fig.V-11). Une fois le changement de repère effectué, il suffit d'inverser la matrice obtenue pour avoir $[D]$.

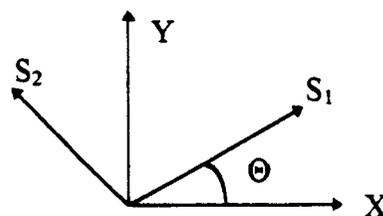


Figure V-11 : Définition de la rotation de repère.

La structure générale du programme est donnée par l'organigramme suivant (fig V-12):

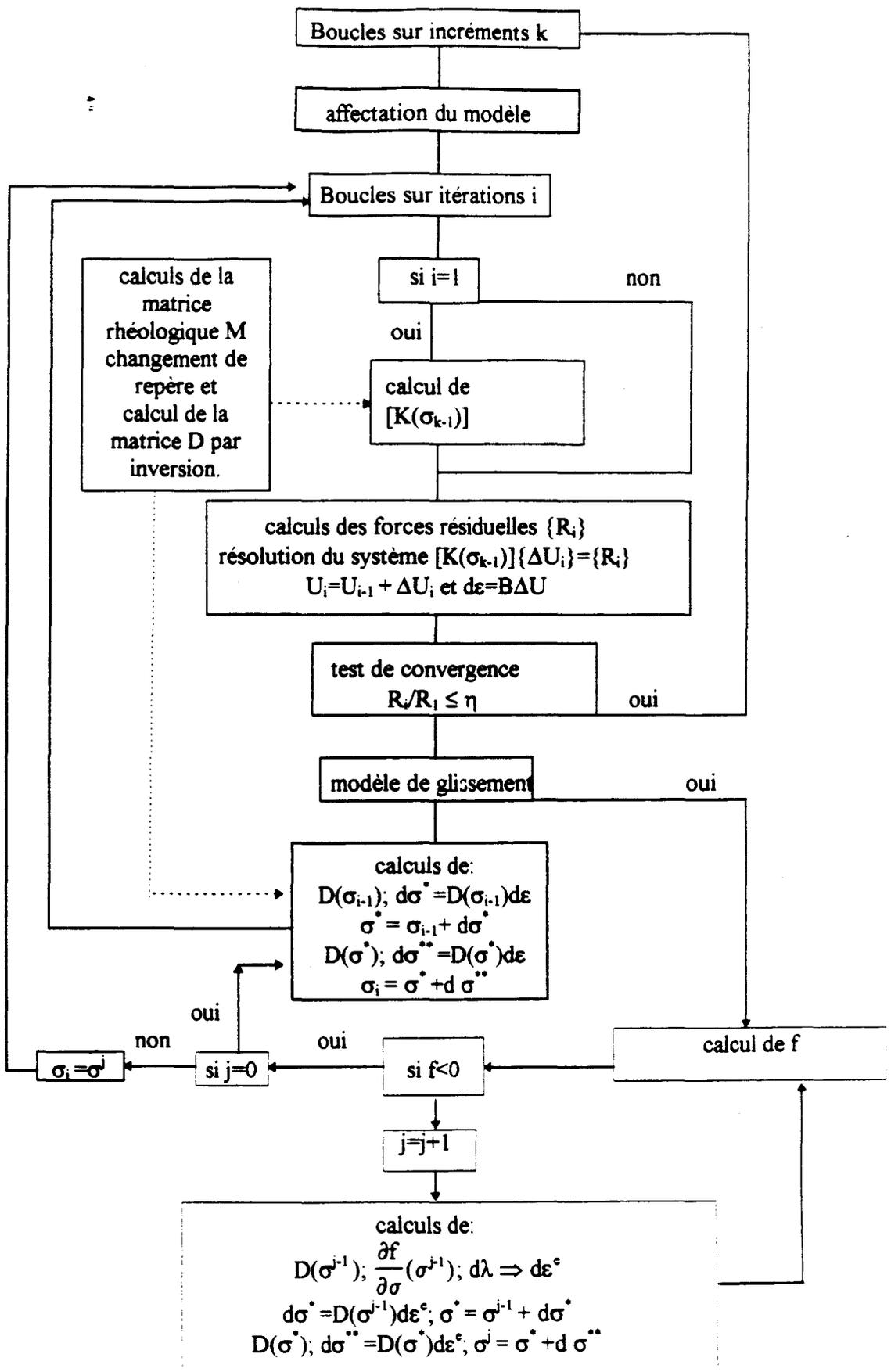


Figure V-12 : Organigramme d'introduction du modèle.

5. 3-2 MODELISATION DES ESSAIS SUR BLOCS

Nous rappelons que les tests ont eu lieu sur des blocs cubiques de 40cm d'arête, le diamètre du trou de forage étant de 50mm. Les essais ayant été réalisés sur des échantillons forés parallèlement à la schistosité, des symétries verticales et horizontales existent. Nous avons donc considéré les conditions aux limites représentées sur la figure V-13.

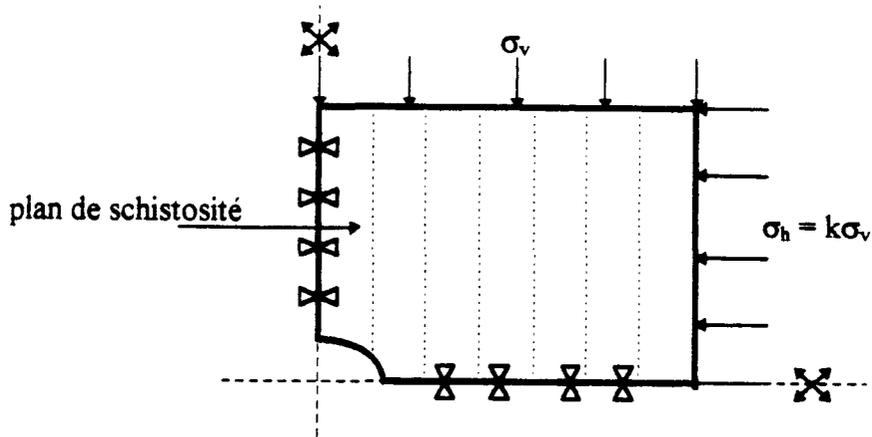


Figure V-13 : Représentation schématique des conditions aux limites

Nous avons utilisé, pour le maillage, le mailleur bidimensionnel MAX2D de CESAR. Le maillage associé à ces conditions aux limites est donné par la figure V-14. Ce maillage a été élaboré à partir d'éléments quadratiques à 8 noeuds.

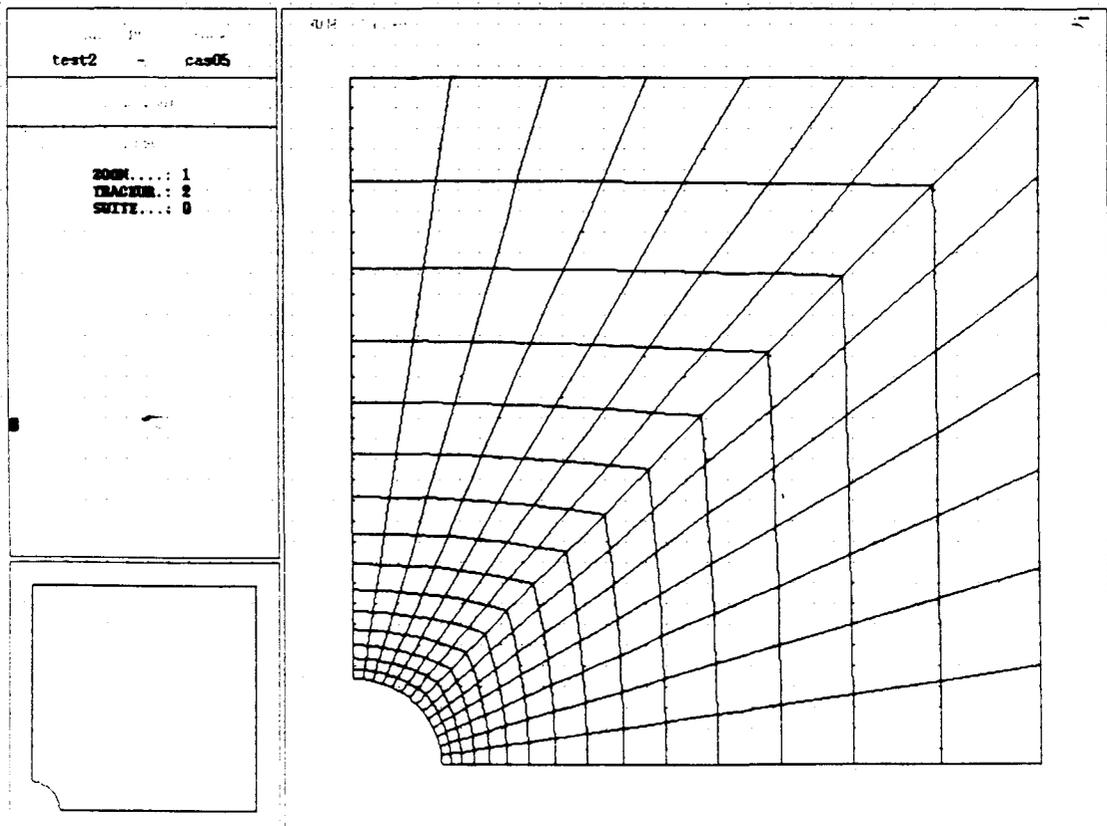


Figure V-14 : Maillage réalisé pour l'étude du comportement des blocs.

5. 3-3 RESULTAT DE LA MODELISATION

Comparons maintenant les résultats numériques obtenus aux résultats expérimentaux. Auparavant, il est à noter que le test 1 n'a pu être simulé jusqu'à la fin de l'essai à cause d'une divergence numérique.

5.3-3-1 Etat de microfissuration et de rupture de la roche

Sous l'environnement Peggy, nous avons représenté la trace de l'endommagement et la rupture. Afin de figurer sur une même sortie graphique les zones rompues et les zones endommagées, nous avons considéré qu'à la rupture, le paramètre d'endommagement est égal à 1. Cette considération est arbitraire. En effet, un endommagement égal à 1 correspond à la ruine totale du matériau. Avant cet état, on observe généralement une phase d'instabilité (due à la localisation de l'endommagement), qui correspond à la rupture de l'échantillon.

Pour le cas où le point de Gauss considéré est régi par un comportement endommageable, on peut se faire une idée de l'évolution du matériau en regardant la variation du terme M_{31} de la matrice rhéologique M (cf. chap III § 3. 2-3-2) par rapport à sa valeur initiale. Le paramètre d'endommagement considéré est alors égal à $1 - M_{31}/M_{31\text{initial}}$.

Pour le cas où le point de Gauss considéré est régi par un comportement en glissement, seule la rupture est représentée. Elle est atteinte lorsqu'aux points de Gauss le critère de rupture est atteint, et comme nous l'avons indiqué ci-dessus, le paramètre d'endommagement est alors égal à 1.

On constate tout d'abord (figure V-15 à V-18) que les premières ruptures observées sont dans la direction 45° et qu'elles sont observables dès le début du chargement (à l'incrément 2). On constate aussi que la diminution de la contrainte horizontale entraîne une augmentation de la microfissuration sur le côté de la cavité. Comme on pouvait s'y attendre, on remarque que la microfissuration sur le côté de la cavité, par ouverture des plans de schistosité, est toujours plus importante que celle en voûte.

De plus, on constate pour la simulation du test 2, qu'en fin d'essai tout le plan de schistosité tangent verticalement à la cavité est rompu et ce sur une hauteur de 2 fois le rayon de la cavité. Enfin, pour ce même test, on peut remarquer que la simulation numérique tend à faire évoluer la forme initialement circulaire de la cavité vers une forme carrée. Ces constatations numériques rejoignent par ailleurs les constatations expérimentales qui ont été faites sur les blocs. Une tendance similaire peut être aussi remarquée pour la simulation du test 1. La simulation numérique des ruptures semble donc bien être en accord avec l'expérience.

(remarque: des points sont affectés d'une valeur de rupture supérieure à un, ce problème est dû à l'extrapolation des valeurs de rupture déterminées au points de Gauss, aux noeuds de l'élément)

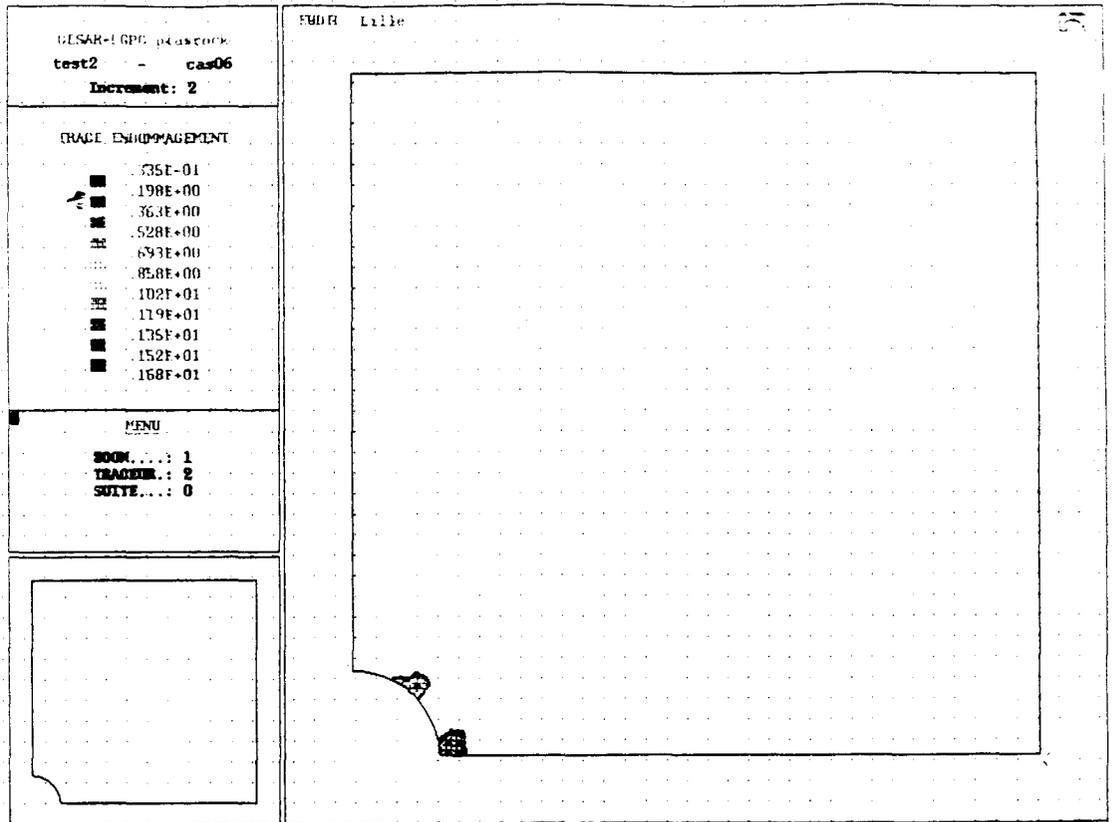


Figure V-15 : Test 1 : état de la microfissuration et des ruptures à l'incrément 2 $\sigma_v = \sigma_h = 12$ MPa.

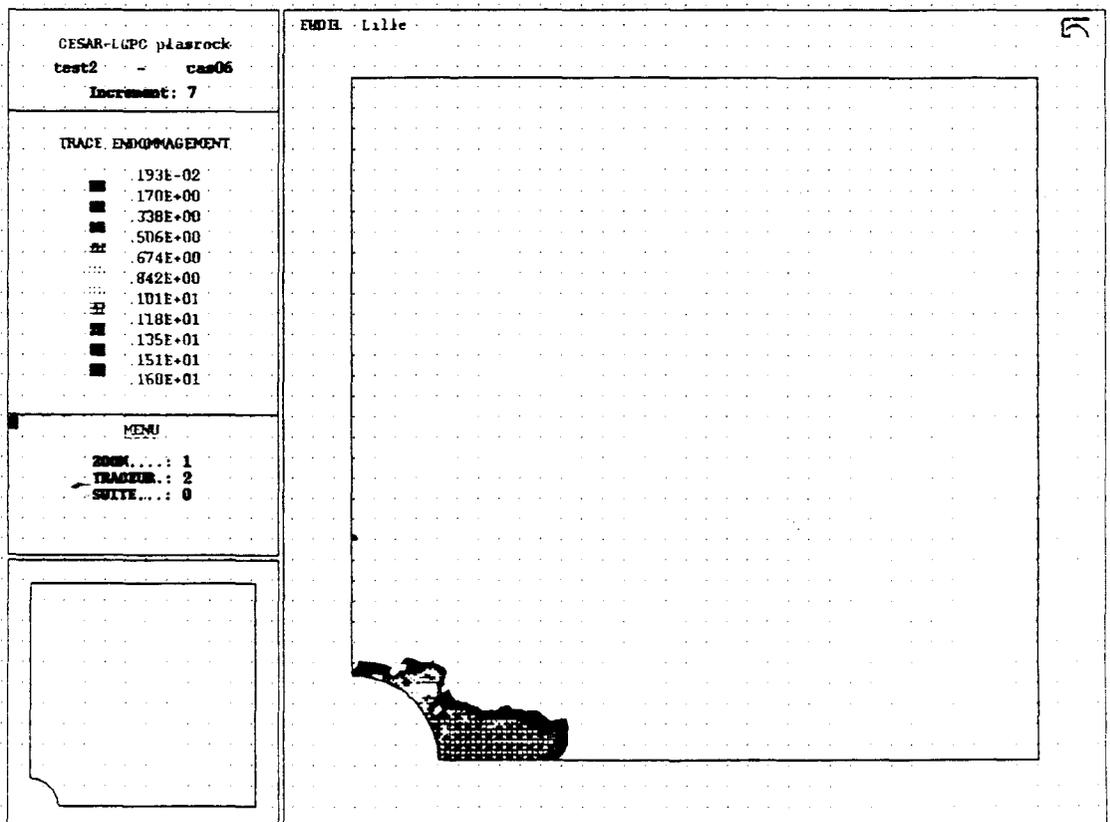


Figure V-16 : Test 1 : état de la microfissuration et des ruptures à l'incrément 7 $\sigma_v = \sigma_h = 42$ MPa..

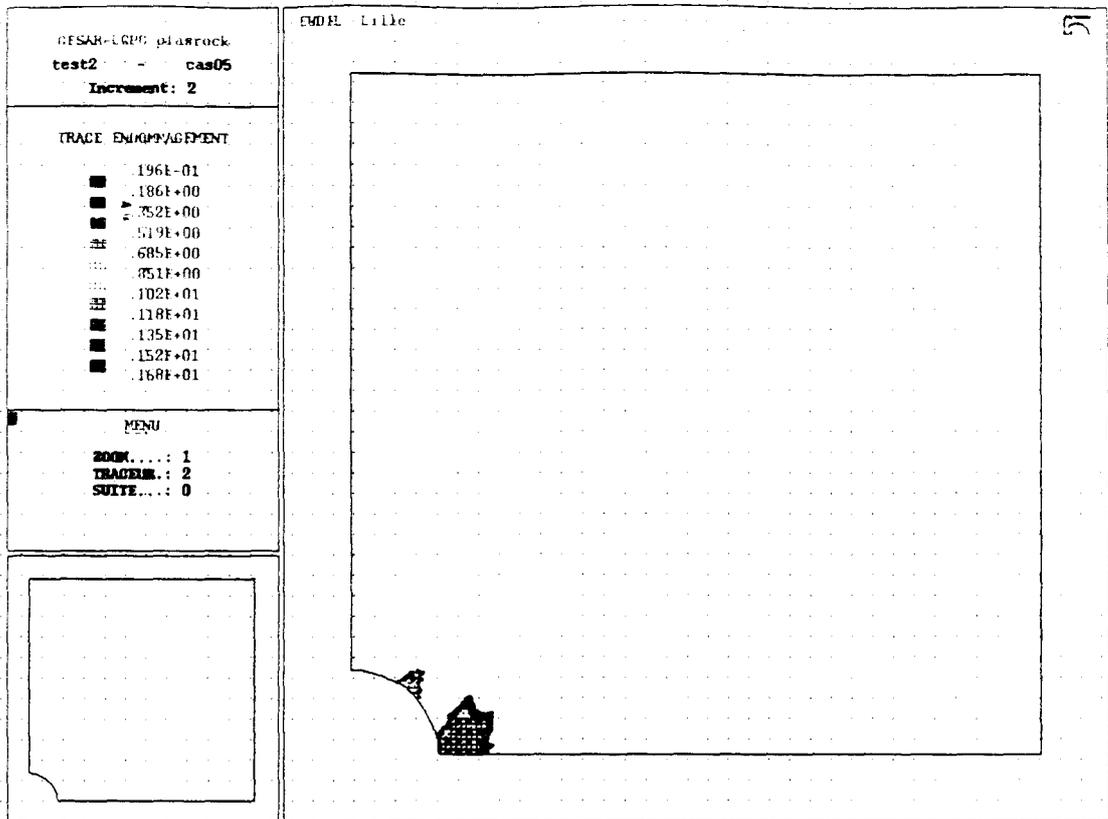


Figure V-17 : Test 2 : état de la microfissuration et des ruptures à l'incrément 2 $\sigma_v = 16\text{MPa}$; $\sigma_h = 9,6\text{ MPa}$.

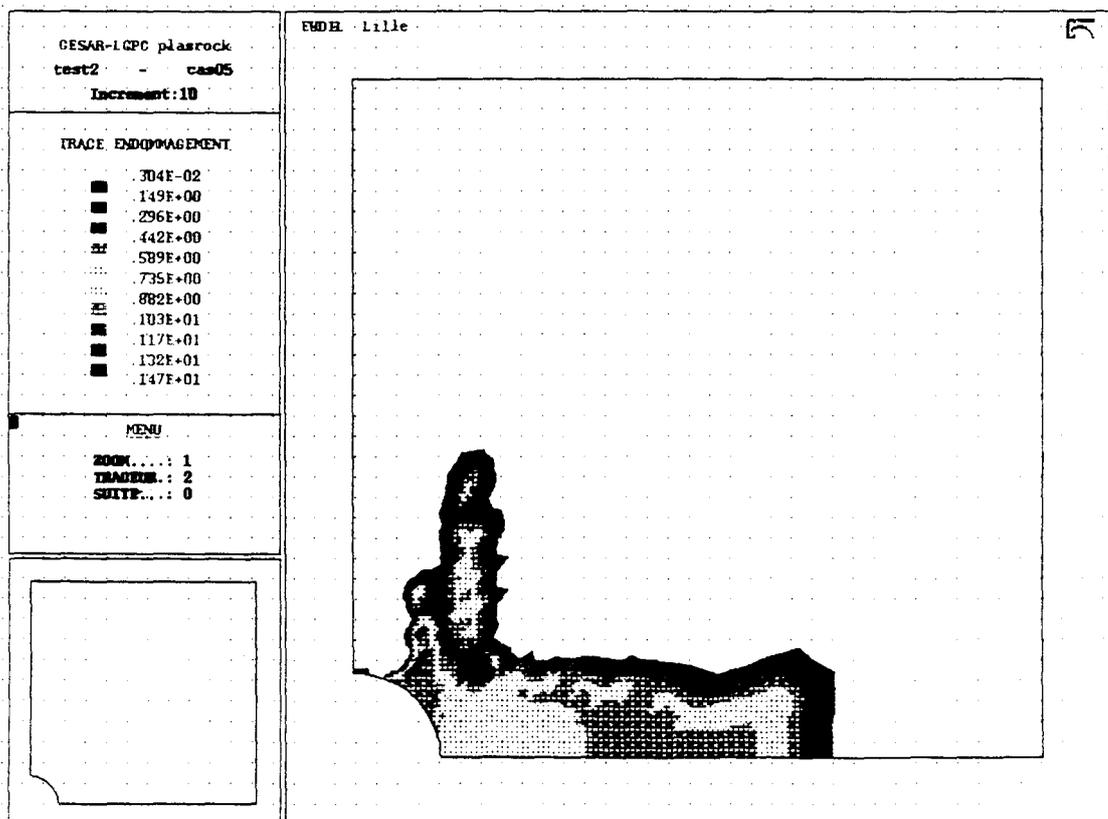


Figure V-18 : Test 2 : état de la microfissuration et des ruptures à l'incrément 10 $\sigma_v = 80\text{MPa}$; $\sigma_h = 48\text{ MPa}$.

5. 3-3-2 Comparaisons des convergences avec les résultats expérimentaux

Nous allons maintenant comparer les convergences obtenues par les simulations numériques et celles obtenues lors des deux tests effectués sur blocs pour juger de la qualité de la modélisation.

Les figures V-19 et V-20 représentent les comparaisons pour trois orientations différentes respectivement pour le test 1 et le test 2.

On remarque une bonne approximation des déplacements observés par les simulations numériques. Le modèle introduit tel quel semble donc bien simuler le comportement du schiste en cavité.

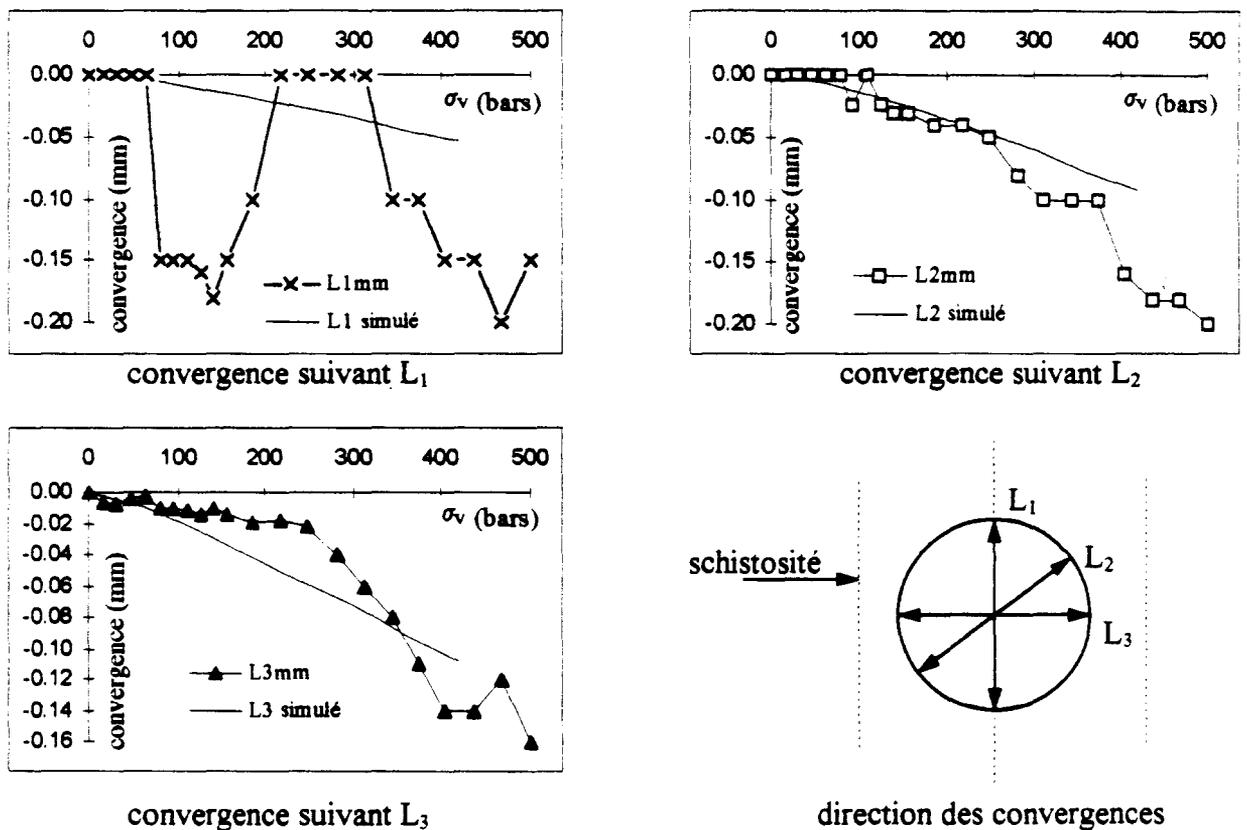
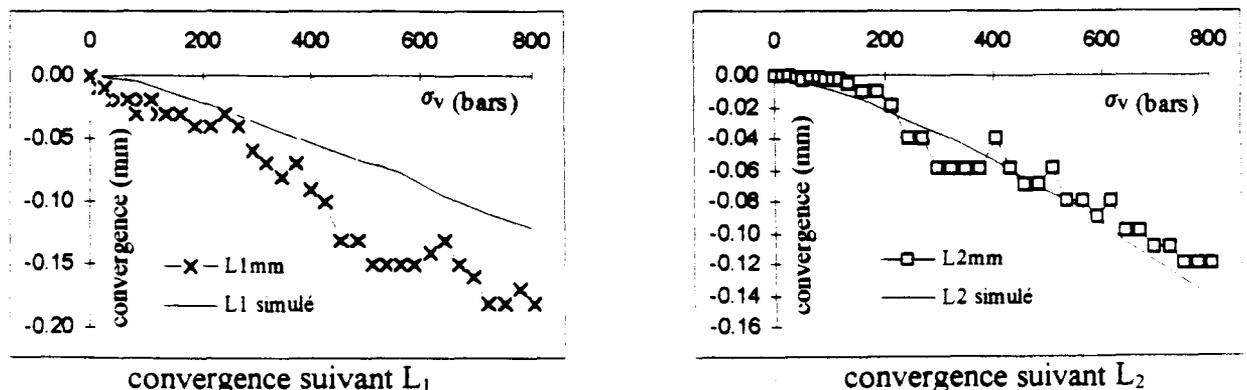
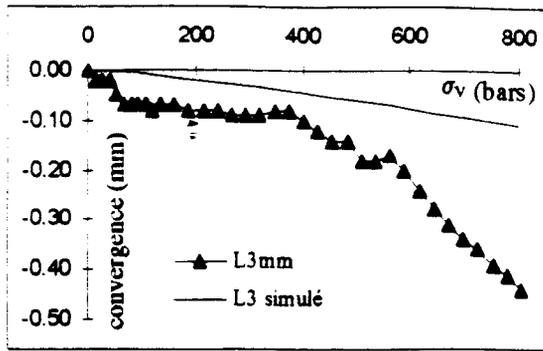


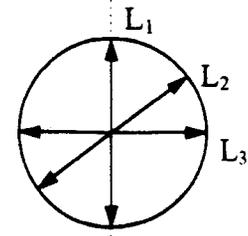
Figure V-19 : Convergences : comparaison simulation expérience pour les orientations 1, 2 et 3 (test1)





convergence suivant L_3

schistosité



direction des convergences

Figure V-20 : Convergences : comparaison simulation expérience pour les orientations 1, 2 et 3 (test2)

5. 3-3-3 Comparaisons entre le modèle et une étude élastique du comportement du matériau

Nous avons voulu savoir s'il existe une différence significative entre la modélisation proposée et une modélisation élastique linéaire et hypoélastique du comportement de notre matériau sous ce type de sollicitation.

Les paramètres élastiques utilisés sont les suivants (tab V-2) (cf chapitre I § 1. 3):

Paramètres	Elasticité linéaire	Hypoélasticité
E_1	58 870 MPa	$32565 \left(1 + \frac{\sigma_3}{Pa} \right)^{0.0437}$
E_2	119 000	119 000
ν_{12}	0,14	0,14
ν_{21}	0,34	0,34
ν_{23}	0,16	0,16
G_{12}	14 500	14 500

Tableau V-2 : Paramètres élastiques utilisés pour les modèles élastiques.

Les figures V-21 et V-22 présentent pour trois directions la différence entre la réponse du modèle établi et les réponses élastiques. On peut remarquer que les convergences obtenues par notre modèle sont nettement plus proches de la réalité que celles obtenues par une simulation élastique. En outre, ces modèles élastiques, contrairement à notre modèle, ne peuvent absolument pas mettre en évidence les zones très particulières d'endommagement.

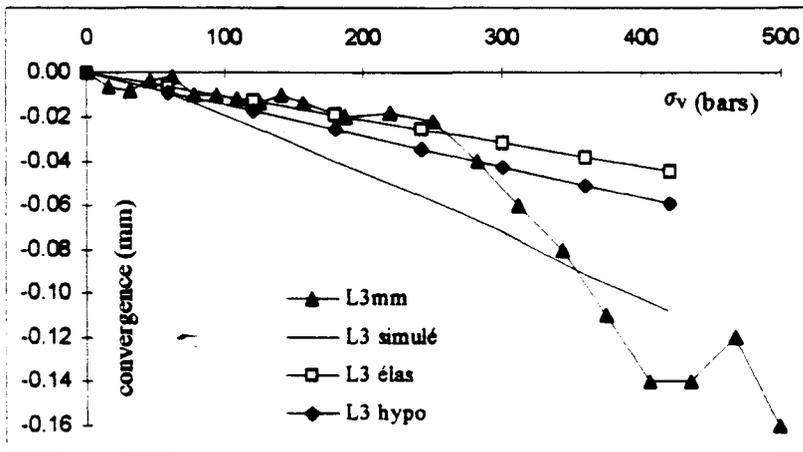
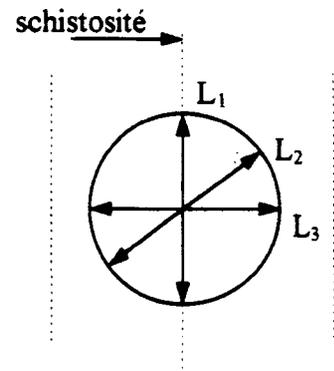
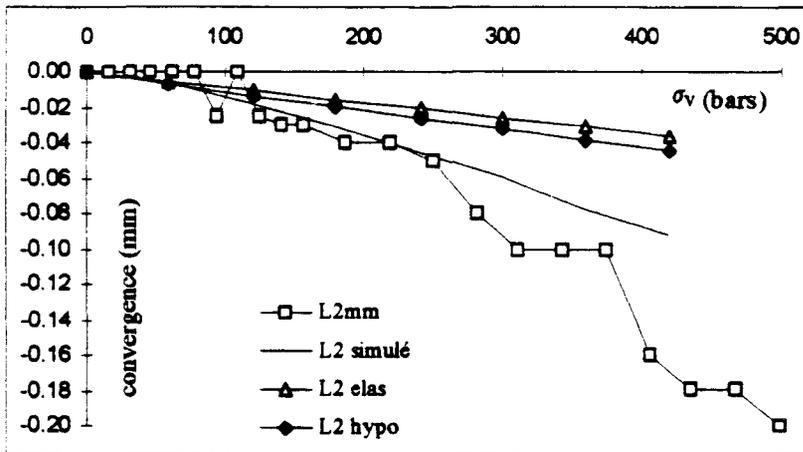
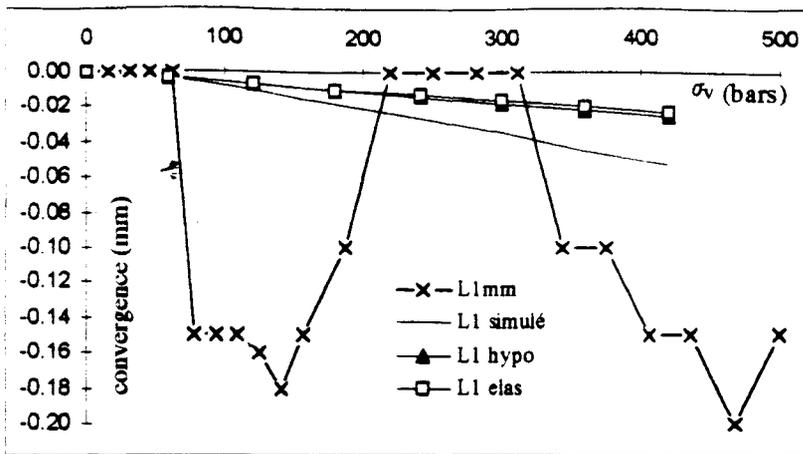


Figure V-21 : Comparaison des convergences obtenues par le modèle et celles obtenues respectivement pour les hypothèses élastique linéaire et hypoélastique pour les orientations 1, 2 et 3 (test 1).
 avec : L_i mm = convergences expérimentales
 L_i simulé = convergences numériques du modèle établi
 L_i elas = convergences numériques pour l'élasticité linéaire
 L_i hypo = convergences numériques pour l'hypoélasticité.

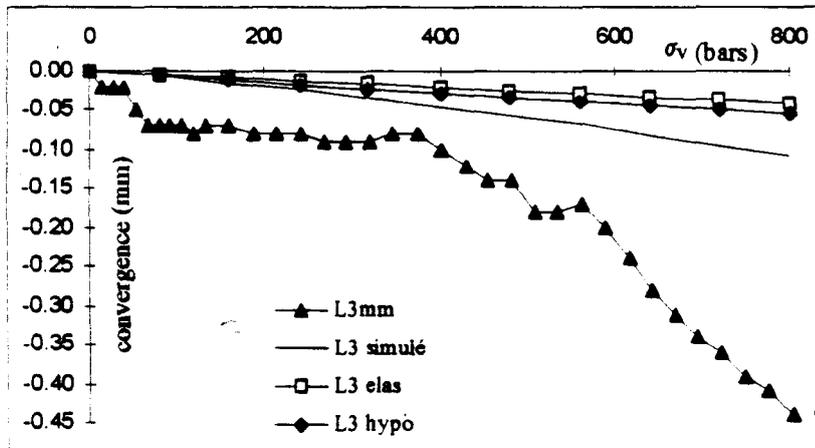
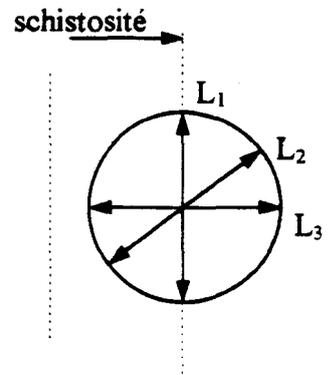
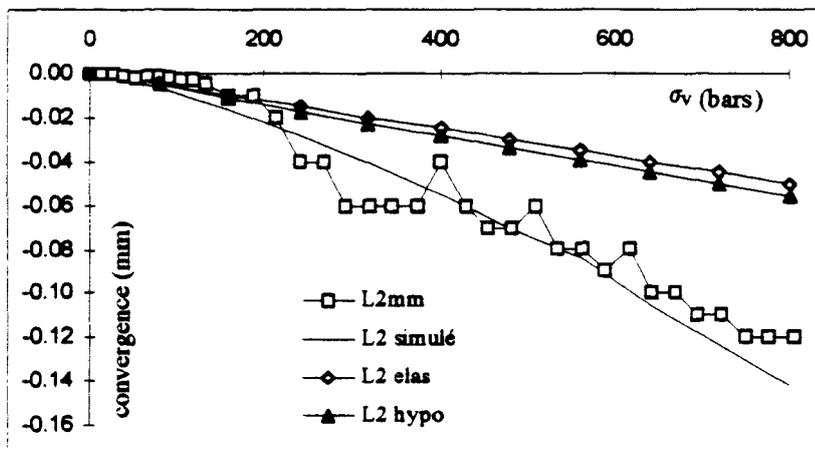
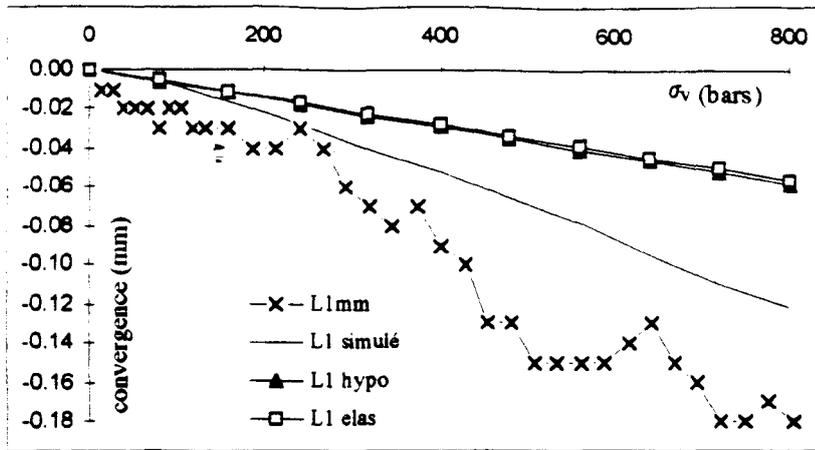


Figure V-22 : Comparaison des convergences obtenues par le modèle et celles obtenues respectivement pour les hypothèses élastique linéaire et hypoélastique pour les orientations 1, 2 et 3 (test2) avec : L_i mm = convergences expérimentales
 L_i simulé = convergences numériques du modèle établi
 L_i elas = convergences numériques pour l'élasticité linéaire
 L_i hypo = convergences numériques pour l'hypoélasticité.

5. 4 CONCLUSION

Afin de valider le modèle établi deux essais triaxiaux vrais ont été menés sur des blocs cubiques à schistosité verticale, forés parallèlement à celle-ci. Une intégration du modèle établi dans un code de calcul par éléments finis nous a permis de simuler le comportement du schiste sous de telles conditions. Le problème n'a pu malheureusement être traité qu'en déformations planes.

Une comparaison a alors été réalisée, entre les convergences déterminées par le code numérique et celles mesurées lors des essais. Cette simulation a donné de bons résultats, différents de ceux d'une réponse élastique ou hypoélastique. Cependant, ces bonnes approximations ne peuvent à elles seules constituer la validation de notre modèle. En effet, dans de nombreux cas, même si le comportement d'un matériau est inélastique, les convergences mesurées ne présentent pas de différences notables avec celles déterminées par une distribution élastique des contraintes (convergences non linéaires faibles à inexistantes) (Niandou (1994), Henry et al (1993)). En revanche, de telles distributions ne peuvent rendre compte des zones d'endommagement. Or, lors de l'étude d'un ouvrage pour en diminuer le coût, il est nécessaire de connaître la forme et l'amplitude de ces zones.

A ce titre les simulations effectuées ont permis de localiser les zones de rupture et d'endommagement. Une comparaison avec les essais effectués en laboratoire en a montré la cohérence.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Lors des essais de caractérisation du schiste d'Angers il a été mis en évidence deux mécanismes de comportement conduisant à la rupture de ce matériau. En effet pour les orientations (entre le plan de schistosité et la contrainte principale majeure) proche de 0° ou de 90° , il a pu être remarqué une rupture en matrice alors que pour les autres orientations la rupture a lieu le long des plans de schistosité. Les deux mécanismes examinés sont alors :

a: un mécanisme de microfissuration induisant une anisotropie liée au tenseur de contrainte et une dilatance

b: un mécanisme de glissement

Quoique ces deux mécanismes doivent, pour la plupart des orientations, intervenir simultanément et interagir, nous les avons supposés indépendants. Cette hypothèse était essentiellement fondée sur les deux observations suivantes:

- Les ruptures pour les orientations autres que celles proches de 0° et 90° interviennent pour de faibles valeurs des déviateurs, la génération des microfissures ne pouvant s'effectuer (si elle existe) qu'en fin d'essai.
- Le coefficient d'anisotropie est important quelle que soit la pression de confinement. Les plans de schistosité ont donc un rôle très important sauf pour l'orientation 0° et pour les orientations proches de 90° où le cisaillement le long de ce plan est faible ou inexistant.

Fort de cette hypothèse, nous avons alors conçu un critère de rupture et une modélisation des mécanismes d'endommagement et de glissement.

Afin de modéliser le comportement à rupture il a été tenté dans un premier temps d'appliquer à notre matériau les principaux modèles disponibles dans la bibliographie. Cependant leur incapacité à décrire la rupture du schiste d'Angers nous a poussé à développer un critère spécifique pour ce matériau. Pour simuler la rupture en glissement, deux critères issus de la mécanique des joints ont été élaborés. Le premier est directement issu du critère de Barton, le second une extension du modèle S.P.W. (Single Plane of Weakness) de Jaeger. Les paramètres du critère de Barton étant sujets à discussion, nous avons choisi d'utiliser le second critère pour modéliser la rupture en glissement. A ce critère, nous en avons associé un second pour décrire le comportement en matrice. Dans le cas d'une anisotropie de type plateau, ce dernier critère sera celui de Coulomb (rupture en cisaillement), dans le cas d'une anisotropie de type 'U' le critère à utiliser sera le critère de Lade anisotrope que nous avons développé.

Afin de décrire le mécanisme d'endommagement par microfissuration axiale, nous avons décidé d'étendre le modèle IMMIC (développé au sein du laboratoire pour les matériaux initialement isotropes) au cas de notre matériau. Nous avons pour cela remarqué que pour l'orientation 90° l'endommagement est lié uniquement au tenseur des contraintes alors que pour l'orientation 0° la structure joue un rôle essentiel, les plans de schistosité étant les plans de microfissurations. A l'aide de ce modèle nous obtenons une bonne concordance globale pour

l'ensemble des essais et ce quelle que soit l'orientation $\Theta = 0^\circ$ ou $\Theta = 90^\circ$. Toutefois, un certain nombre de paramètres n'ont pu être que partiellement déterminés faute d'essais représentatifs et ce, surtout pour l'orientation 0° . De plus ce modèle a un domaine d'application limité puisqu'il ne peut décrire les rotations d'axes principaux. Elaboré pour les orientations $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$ où les axes principaux de contraintes et de structure sont confondus, il a été étendu au cas des orientations proches de $\Theta = 0^\circ$ et $\Theta = 90^\circ$. Pour ce faire, nous avons supposé que l'endommagement s'effectuait dans le repère de structure (en supposant les repères de structure et de contraintes principales toujours confondus) et en réalisant à posteriori la rotation des axes.

Afin de modéliser le mécanisme de glissement observé lors des essais de caractérisation du comportement du schiste d'Angers, nous avons développé un modèle issu de la mécanique des joints. Ce modèle procède à une homogénéisation du milieu et utilise le formalisme des milieux multilaminés tel que défini par Pande. Le modèle élastoplastique simule de façon satisfaisante le comportement linéaire initial. Toutefois la modélisation de l'écoulement plastique des joints reste sujette à caution. A sa décharge, il faut cependant remarquer la dispersion des résultats expérimentaux entachant la précision de la détermination des paramètres. D'autres essais seront de ce fait nécessaires si on veut véritablement valider le modèle sur les chemins de sollicitations triaxiaux.

Enfin, ces deux modèles ont été intégrés dans un code de calcul par éléments finis en vue d'une validation par simulation du comportement de la roche autour d'une cavité. L'activation d'un de ces deux modèles est fonction de l'orientation et est défini à partir du critère de rupture. Une comparaison avec des essais effectués sur blocs au laboratoire a montré la cohérence de notre approche.

Perspectives :

Afin de connaître le critère de rupture le mieux adapté à notre matériau (de type 'U' ou de type 'plateau'), il serait nécessaire dans un premier temps d'effectuer des essais complémentaires pour des orientations proches de 90° et de 0° .

Comme nous l'avons fait remarquer précédemment, tous les paramètres du modèle d'endommagement n'ont pu être déterminés faute d'essais représentatifs surtout pour l'orientation 0° . Afin d'obtenir de meilleures régressions sur ces paramètres il serait utile d'effectuer des essais triaxiaux de cycle de charge latérale supplémentaires pour les deux orientations.

Le modèle utilisé pour le mécanisme de glissement ne prend pas en compte le comportement dans la direction normale des plans de schistosité de façon indépendante du complexe matrice/joint. Afin d'améliorer cette modélisation il serait utile de caractériser le comportement d'un plan de schistosité. De plus la difficulté de mise en oeuvre des essais clinotropes font que les résultats de ceux-ci sont très dispersés. D'autres essais seraient à envisager afin de mieux connaître le comportement de notre matériau (élastoplasticité des joints ou non) pour ces orientations.

Enfin le modèle utilisé a été introduit dans un code éléments finis deux dimensions. Dans un tel code on ne peut figurer l'influence de la déviation d'une galerie, l'axe de cette dernière étant toujours supposé confondu avec un axe de structure. Or ce problème est de grande

importance en génie pétrolier. L'utilisation d'un code éléments finis tridimensionnel nous permettrait de nous affranchir de cette contrainte.

BIBLIOGRAPHIE

- ALLIROT D., BOEHLER J.P., SAWCZUK A. (1977) - Irreversible deformation of an anisotropic rock under hydrostatic pressure. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr.*, Vol.14, pp. 77-83.
- ALLIROT D. et BOEHLER J.P. (1979) - Évolution des propriétés mécaniques d'une roche stratifiée sous pression de confinement. - In *Proc. 4th Int. Soc. Rock. Mech.*, Vol 1, Montreux, Balkema, Rotterdam, pp. 15-22.
- AMADEI B. (1983) - *Rock anisotropy and the theory of stress measurements*. - Springer-Verlag, Heidelberg.
- AMADEI B. et GOODMAN R. (1982) - A 3D constitutive relation for fractured rock masses. - In *Rock anisotropy and the theory of stress measurements*.(AMADEI 1983), Springer-Verlag, Heidelberg, Appendix 2.1, pp. 267-286.
- AMADEI B. et SAEB S. (1990) - Constitutive models of rock joints. - *Proc. Int. Symp. Rock Joints*, Loen, Norway, N. Barton et O. Stephanson eds, Balkema, Rotterdam, pp. 581-594.
- AMADEI B. et SAEB S. (1992) - Modelling rock joints under shear and normal loading - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr.*, Vol 29, pp. 267-278..
- AMADEI B. et SAVAGE W.Z. (1993) - Effect of joints on rock mass strength and deformability - In *Comprehensive Rock Engineering. Vol I : Fundamentals*, Pergamon Press, Oxford, pp. 331-365.
- ATTEWELL P.B. et SANDFORD M.R. (1974) - Intrinsic shear strength of a brittle anisotropic rock - I. Experimental and mechanical interpretation. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr.*, Vol 11, pp. 423-430.
- AUBRY D. et MODARESSI A. (1990) - Analyse des conditions de discontinuité de déformations dans un milieu endommagé orienté. - Rapport GRECO Géomatériaux (Groupement Géomécanique des roches profondes), 19 pages.
- BANDIS S.C., LUMSDEN A.C. and BARTON N. (1983) - Fundamentals of rock joint deformation. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol. 20, pp. 249-268.
- BANDIS S.C., VARDAKIS G., BARTON N., ADDIS M.A. (1989) - Instability and stress transformation around underground excavations in highly stressed anisotropic media. - In *Rock at Great Depth.*, Eds. Maury V. and Fourmaintraux D., Balkema, Rotterdam, pp. 507-515.
- BANDIS S.C. (1990) - Mechanical properties of rock joints - *Proc. Int. Symp. Rock Joints*, Loen, Norway, N. Barton et O. Stephanson eds, Balkema, Rotterdam, pp. 125-140.
- BANDIS S.C. (1993) - Engineering properties and characterization of rock discontinuities - In *Comprehensive Rock Engineering. Vol I : Fundamentals*, Pergamon Press, Oxford, pp. 155-183.

- BARRON K. (1971) - Brittle fracture initiation and ultimate failure of rocks. - part II: anisotropic rocks: theory. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol. 8, pp. 553-563
- BARTON N. (1976) - The shear strength of rock and rock joints. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol. 13, pp. 255-279
- BARTON N., BANDIS S. and BAKHTAR K. (1985) Strength deformation and conductivity coupling of rock joints. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol. 22, pp. 121-140.
- BARTON N. (1986) - Deformation phenomena in jointed rock - *Geotechnique* 36, pp. 147-167.
- BARTON N. et BANDIS S. (1990) - Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice. - *Proc. Int. Symp. Rock Joints*, Loen, Norway, N. Barton et O. Stephanson eds, Balkema, Rotterdam, pp. 603-610.
- BENCHEIK B. (1991) - Interaction sols-structures. Modélisation et résolution numérique. - Thèse de Doctorat, U.S.T.L..
- BIENIAWSKI Z.T. (1967a) - Mechanism of brittle fracture of rock. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol. 4, pp. 395-406.
- BIENIAWSKI Z.T. (1967b) - Stability concept of brittle fracture propagation in rocks - *Eng. Geol.*, vol. 2, pp. 149-162.
- BOEHLER J.P. (1975) - Contributions Théoriques et Expérimentales à l'Étude des Milieux Plastiques Anisotropes. - Thèse de Doctorat ès Sciences, Grenoble.
- BOEHLER J.P. et SAWCZUK A. (1977) - On yielding of oriented solids. - *Acta Mechanica*, Vol 27, pp. 185-206
- BOEHLER J.P. (1978) - Lois de comportement anisotrope des milieux continus. - *Journal de Mécanique* Vol 17, n° 2, pp. 153-190.
- BOUMAHDJI M. (1990) - Conception et réalisation d'un triaxial vrai de grande capacité simulateur d'ouvrages souterrains - Thèse de Doctorat, U.S.T.L..
- BRACE W.F. (1964) - Brittle fracture of rock. - In *State of stress in the earth's crust*, Elsevier, pp. 111-178.
- BROWN E.T. (1981) - Rock characterization - In *Testing and monitoring : I.S.R.M. suggested methods*, Pergamon Press, Oxford.
- BUDIANSKY B. et O'CONNEL R.J. (1976) - Elastic moduli of a cracked solid. - *Int. J. Solids & Stuct.*, vol. 12, pp. 81-97.
- CAZACU O. (1995) - Contribution à la modélisation du comportement élasto-viscoplastique des roches anisotropes. - Thèse de Doctorat, U.S.T.L., à paraître.

- CAI M. et HORII H. (1990) - A constitutive model of highly jointed rock masses. - Mech. of Mat., vol. 13, pp. 217-246.
- CAI M. et HORII H. (1993) - A constitutive model and FEM analysis of jointed rock masses. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 30, pp. 351-359.
- CHABOCHE J.L. (1982) - Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. - Colloque internationaux du C.N.R.S., n° 295, pp 737-760.
- CHABOCHE J.L. (1994) - Mécanique de l'endommagement, anisotropie et désactivation du dommage. - 7^{ième} colloque annuel MECAMAT, 14 au 17 Mars, Poitiers.
- CHEN E.P. (1986) - Two dimensional continuum model for jointed media with orthogonal sets of joints - 27th U.S. Symp.on Rock Mech., pp. 862-867.
- CHENEVERT M.E. et GATLIN C (1965) - Mechanical anisotropies of laminated sedimentary rocks. - Soc. Petrol. Eng. J. 5, pp. 67-77.
- CORDEBOIS et SIDOROFF (1982) - Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité. - J. de Méc. Théorique et appliquée, n° spécial, pp. 45-60.
- COSTIN L.S. (1983) - A microcrack model for the deformation and failure of brittle rock. - J. of Geoph. Res., vol. 88, n° B11, pp. 9485-9492.
- COSTIN L.S. et CHEN E.P. (1988) - An analysis of the G₀ tunnel heated block experiment using a compliant joint rock mass model - In Key Question in Rock Mechanics, P.A. CUNDALL eds., Balkema, Rotterdam, pp. 625-632.
- CUISIAT F.D.E., HYETT A.J. and HUDSON J.A. (1990) - Numerical investigation of the boundary conditions effect on rock joint behaviour. - Proc. Int. Symp. Rock Joints, Loen, Norway, N. Barton et O. Stephanson eds, Balkema, Rotterdam, pp. 611-616.
- CUNDALL P.A. (1971) - A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems - In Proc. Symp. Int. Soc. of Rock Mech., Nancy, Vol. I, papier n° II-8.
- CUNDALL P.A. (1987) - Distinct element models of rock and soil structures - In Analytical and computational methods in engineering rock mechanics, pp. 129-163.
- CUXAC P. (1991) - Propagation et atténuation des ondes ultrasoniques dans des roches fissurées et anisotropes. - Thèse de doctorat, INPL (ENSG de Nancy).
- DARVE F., BOULON M. et CHAMBON R. (1978) - Loi rhéologique incrémentale des sols. - Journal de Mécanique, n° 5, pp. 679-716.
- DE BORST R. (1986) - Smeared cracking, plasticity, creep, and thermal loading. A unified approach. - Computer Methods in Applied Mech. and Eng., vol. 62, pp. 89-110.
- DESAI C.S. et ABEL J.F. (1972) - Introduction to the finite element method. A numerical method for engineering analysis. - Van Nostrand Reinhold company, London.

- DESAI C.S. et FISHMAN K.L. (1991) - Plasticity based constitutive model with associated testing for joints. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 28, pp. 15-26.
- DHATT G., TOUZOT G. (1984) - Une présentation de la méthode des éléments finis. - 2^{ème} édition. Maloine Editeur, Paris.
- DONATH F. A. and COHEN C.I. (1960) - Anisotropy and failure rocks (abstract). - Geol. Soc. Am. Bull. 71, 1851.
- DONATH F.A. (1961) - Experimental study of shear failure in anisotropic rocks. - Bull. Geol. Soc. Am., Vol.72, pp. 985-990.
- DONATH F.A. (1963) - Fundamental problems in dynamic structural geology. - In the Earth Sciences (Edited by T. W. Donnelly), The University of Chicago Press, Chicago, pp. 83-103.
- DONATH F.A. (1964) - Strength variation and deformational behavior in anisotropic rock. - In State of stress in the Earth's crust., Judd W. R. (Editor), Elsevier, Amsterdam, pp. 281-297.
- DONATH F.A. (1972) - Effects of cohesion and granularity on deformational behavior of anisotropic rock. - In Studies in mineralogy and precambrian geology (Edited by B. R. Doc and D.K. Smith), Vol 135, pp. 95-128. Geological Society of America, Boulder. Co.
- DRAGON A. et PHAM D. (1992) - Endommagement anisotrope dû à la (micro)fissuration : Evaluation et confrontation expérimentale pour un modèle particulier. - C.R. de la réunion annuelle du groupe de réflexion sur l'endommagement MECAMAT, 1 et 2 Octobre, Lille.
- DUVEAU G. et HENRY J.P. (1992) - Etude méthodologique du comportement des matériaux anisotropes : Modélisation du mécanisme de microfissuration axiale. - Rapport ANDRA, 623 R.P. L.M.L. 92-09.
- DUVEAU G. et HENRY J.P. (1993) - Etude méthodologique du comportement des matériaux anisotropes : Modélisation du mécanisme de glissement - Rapport ANDRA, 623 R.P. L.M.L. 93-02
- DUVEAU G. et HENRY J.P. (1995) - Approche incrémentale du comportement d'un schiste. - In Proc. Colloquium Mundanum Craies et schistes, Bruxelles, Mars 1995, pp. 2_258-2_267.
- EINSTEIN H.H. et HIRSCHFELD R.C. (1973) - Model studies of mechanics of jointed rock - J. Soil Mech. Found. Div. A.S.C.E. 99, pp. 229-248.
- EISSA E.S.A. (1980) - Stress analysis of underground excavations in isotropic and stratified rock using the boundary element method. - Ph.D dissertation, Imperial College, London.
- FROMENT B. et TSHIBANGU J.P. (1995) - Essais polyaxiaux sur un schiste. - In Proc. Colloquium Mundanum Craies et Schistes, Bruxelles, Mars 1995, pp. 2_268-2_277.
- GOODMAN R., TAYLOR R.L. and BREKKE T.L. (1968) - A model for the mechanics of jointed rock. - J. Soil Mech. and Found. Div., A.S.C.E., May 1968, SM3, pp. 637-659.

- GOODMAN R. and DUBOIS J. (1972). - Duplication of dilatancy in analysis of jointed rock. - J. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, April 1972, SM4, pp. 399-422.
- GOODMAN R. (1976) - Methods of geological engineering in discontinuous rocks. - West Publishing Company.
- GOODMAN R. (1980) - Introduction to rock mechanics. - John Wiley & Sons, New-York.
- GOODMAN R. et SHI G.H. (1985) - Block theory and its application to rock engineering - Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- GUYADER J. et DENIS A. (1986) - Propagation des ondes dans les roches anisotropes sous contraintes. Evaluation de la qualité des schistes ardoisiers. - Bull.Ass.Internat.Géol.Ing., No 33, pp. 49-55.
- HAMMADE A., MOREL E. et HENRY J.P. (1990) - Etude d'un modèle de comportement simplifié. - Rapport ANDRA 623 R.P. L.M.L. 90-01.
- HAMMADE A. (1992) - Etude expérimentale du comportement d'un matériau anisotrope (schiste ardoisier) : Caractérisation de la rupture et détermination des paramètres élastiques. - Thèse de Doctorat, U.S.T.L..
- HASHIN Z. (1988) - The differential scheme and it's application to cracked materials. - J. Mech. Phys. Solids, vol. 36, pp. 719-734
- HEUZE F.E. (1979) - Dilatant effects of rock joints. - Proc. 4th Soc. Rock. Mech., Vol 1, Montreux, Balkema, Rotterdam, pp. 169-175.
- HILL R. (1950) - The mathematical theory of plasticity. - Clarendon Press.
- HILL R. (1965) - A self consistent mechanics of composite materials - J. Mech. Phys. Solids, vol. 13, pp. 213-222.
- HOEK E. (1964) - Fracture of anisotropic rock. - J. S. Afr. Inst. Min. Metall, Vol 64, n°10, pp. 501-518.
- HOEK E. (1968) - Brittle failure of rock. - In Rock Mechanics in Engineering Practice (eds. K. G. Stagg & O. C. Zienkiewicz), London : Wiley, pp. 99-124.
- HOEK E. and BROWN E.T. (1980a) - Underground excavations in rock. - The institution of Mining and Metallurgy, London.
- HOEK E. and BROWN E.T. (1980b) - Empirical strength criterion for rock masses. - Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.106, n° GT9, pp. 1013-1035.
- HOEK E. (1983) - Strength of jointed rock masses. - Géotechnique 33, n° 3, pp. 187-223.
- HOMAND F., MOREL E., HENRY J.P., CUXAC P., HAMMADE A. (1993) - Characterization of the moduli of elasticity of an anisotropic rock using dynamic and static methods. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.30, pp. 527-535.

- HORII H. et NEMAT-NASSER S. (1983) - Overall moduli of solids with microcracks. - *J. Mech. Phys. Solids*, vol 31, pp. 155-177.
- IKOGOU S. (1990) - Étude expérimentale et modélisation du comportement d'un grès. - Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille.
- JAEGER J.C. (1960) - Shear failure of anisotropic rocks. - *Geol. Mag.*, Vol.97, pp.65-72.
- JAEGER J.C. (1971) - Friction of rocks and stability of rock slopes. - *Ceotechnique*, Vol. 21, n° 2, pp. 97-134.
- JING L., NORDLUND E. et STEPHANSON O. (1994) - A 3D constitutive model for rock joints with anisotropic friction and stress dependency in shear stiffness - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.30, pp. 527-535.
- KACHANOV M. (1992) - Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concept. - *Appl. Mech. Rev.*, vol. 45, pp. 304-335.
- KRACINOVIC D. (1989) - Damage mechanics. - *Mech. of Mat.*, n° 1, pp. 117-197.
- KULHAWY F.H. (1975) - Stress deformation properties of rock and rock discontinuities. - *Engng. Geol.*, Vol. 9, pp. 327-350.
- KWASNIEWSKI M.A. (1993) - Mechanical behavior of anisotropic rocks. - In *Comprehensive Rock Engineering. Vol I: Fundamentals*, Pergamon Press, Oxford, pp. 285-312.
- LABRECHE D.A. (1985) - Calculation of laboratory stress-strain behavior using a compliant joint model - 26th U.S. Symp. on Rock Mech., pp. 862-867.
- LADANYI B. and ARCHAMBAULT G. (1970) - Simulation of the shear behavior of a jointed rock mass. - *Proc. 11th Symp on Rock Mech.*, Berkeley, pp. 105-125.
- LADANYI B. et ARCHAMBAULT G. (1972) - Évaluation de la résistance au cisaillement d'un massif rocheux fragmenté. - *Proc. 24th Int. Geol. Congress, Montreal, Sect.13D*, pp. 249-260.
- LADE P.V. (1977) - Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. - *Int. J. Solids structures*, vol. 13, pp. 1019-1035
- LADE P.V., DUNCAN J.M. (1975) - Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil. - *J. Geol. Eng. Division*, pp. 1037-1053
- LADE P.V. (1982) - Three parameters failure criterion for concrete. - *J. Eng. Mech. Division ASCE*, vol. 104, n° EM 5, pp. 850-863
- LADE P.V., KIM M.K. (1984) - Modelling rock strength in three dimensions. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geom. Abstr.*, Vol. 21, pp. 21-33
- LANRU J. (1990) - A two-dimensional constitutive model of rock joints with pre- and postpeak behaviour. - *Proc. Int. Symp. Rock Joints, Loen, Norway*, N. Barton et O. Stephanson eds, Balkema, Rotterdam, , pp. 633-638.

- LAWS N. et BROCKENBROUGH J.R. (1987) - The effect of microcrack systems on the loss of stiffness of brittle solids. - *Int. J. Solids & Struct.*, vol. 23, pp. 1247-1268.
- LEICHNITZ W. (1985) - Mechanical properties of rock joints. - *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol. 22, pp. 313-321.
- LEKHNITSKII S. G. (1963) - Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. - Holden Day, Inc. San Francisco.
- LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. (1978) - Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement - *J. Mech. Appl.*, vol. 2, pp. 317-365.
- LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. (1985) - Mécanique des matériaux solides. - Dunod, Paris.
- LERAU J., SAINT-LEU C. and SIRIEYS P. (1981) - Anisotropie de la dilatance des roches schisteuses. - *Rock Mechanics* 13, pp. 185-196.
- MAURY V. (1987) - Observations, researches and recent results about failure mechanisms around single openings. - Report of the rock failure mechanism around underground openings ISRM Comm. In Proc. 6th Int. Soc. Rock Mech. Congr. Montreal (Edited by G. Hergèt and S. Vangpaisal), Vol.II, Balkema, Rotterdam, pp. 1119-1128.
- MAURY V. (1993) - An Overview of Tunnel, Underground Excavation and Boreholes Collapse Mechanisms. - In *Comprehensive Rock Engineering* (Ed. J. A. HUDSON). Vol. IV: Excavation, Support and Monitoring, Pergamon Press, Oxford, pp. 369-412.
- MACLINTOCK F.A. et WALSH J.B. (1962) - Friction on Griffith cracks in rocks under pressure. - Proc. 4th U.S Nat. Congress of Applied Mechanics, (ASME), Vol II, pp. 1015-1021.
- McLAMORE R. and GRAY K.E. (1967) - The mechanical behavior of anisotropic sedimentary rocks. - *Journal of Engineering for Industry, Trans. of the ASME*, Vol.89, pp. 62-73.
- MISBAHI A., SHAO J.F. et HENRY J.P. (1994) - Application de la méthode d'inversion à la détermination des contraintes in situ en milieux anisotropes. - *Revue Française de Géotechnique*, n° 67, pp. 42-48.
- MISBAHI A. (1994) - Contribution à la détermination des contraintes in situ dans les milieux rocheux anisotropes. - Thèse de Doctorat, U.S.T.L., Université de Lille 1
- MOREL E., SIBAI M., HAMMADE A. et HENRY J.P. (1993) - Essais triaxiaux complémentaires. Essais de chargement déchargement et d'extention latérale. - Rapport ANDRA 623 RP LML 93-01
- MORLAND L.W. (1976) - Elastic anisotropy of regulary jointed rock media - *Rock Mech.*, vol 8, pp. 35-48.
- NEULAND P.L. et ALLELY B.H. (1957) - Volume change in drained triaxial test on granular materials. - *Geotechnique* 7, pp. 17-34
- NIANDOU H. (1994) - Étude du comportement rhéologique et modélisation de l'argilite de Tournemire. Application à la stabilité des ouvrages souterrains. - Thèse de doctorat USTL.

- NOVA R. & SACCHI G.A. (1979) - A generalized failure condition for orthotropic solids. - Euromech 115 Mechanical behaviour of anisotropic solids Villard de Lans.
- NOVA R. (1980) - The failure of transversely isotropic rocks in triaxial compression. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.17, pp. 325-332.
- NOVA R. (1986) - An extended Cam-Clay model for soft anisotropic rocks. - Computer and Geotechnics 2, pp. 69-88.
- OWEN D. R.J., HINTON E. (1980) - Finite elements in plasticity. Theory and practice. - Pineridge Press Limited, Swansea, U. K.
- PANDE G.N. (1985) - A constitutive model of rock joints. - Proc. Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joints, Björkliden, pp. 429-439.
- PANDE G.N. (1993) - Constitutive models for intact rock, rock joints and jointed rock masses - In Comprehensive Rock Engineering (Ed. J. A. HUDSON). Vol I: Fundamentals, Pergamon Press, Oxford, pp. 427-441.
- PANET M. (1993) - Understanding deformations in tunnels. - In Comprehensive Rock Engineering (Ed. J. A. HUDSON). Vol I: Fundamentals, Pergamon Press, Oxford, pp. 663-690.
- PARISEAU W.G.(1972) - Plasticity theory for anisotropic rocks and soils. - Proc. 10th Symposium on Rock Mechanics (AIME), pp. 267-295.
- PATTON F.D. (1966) - Multiple modes of shear failure in rock - Proc. 1st Int. Cong. Int. Soc. Rock Mech., Lisbon, Vol. 1, pp. 521-524
- PATTON F.D. (1966) - Multiple modes of shear failure in rock and related materials. - Thesis University of Illinois
- PERAMI R. et THEROZ B. (1969) - Comparaison des comportements de divers granites soumis à des pressions uniaxiales de microfissuration. - 2nd Colloque sur la microfissuration des roches, Revue de l'Industrie Minière, Paris, pp. 50-62.
- PLESHA M.E. (1985) - Constitutive modelling of rock joints with dilation - 26th U.S. Symp. on Rock Mechanics, pp. 387-394.
- PLESHA M.E. (1987) - Constitutive models for rock discontinuities with dilatancy and surface degradation. - Int J Rock Mech Min Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 11, pp.345-362.
- QIU X., PLESHA M.E., HUANG X. et HAIMSON B.C. - An investigation of the mechanics of rock joints. Part II : Analytical investigation - Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr., Vol 30, pp. 271-297.
- RAMAMURTHY T. (1993) - Strength and modulus responses of anisotropic rocks. - In Comprehensive Rock Engineering (Ed. J. A. HUDSON). Vol I: Fundamentals, Pergamon Press, Oxford, pp. 313-329.

SAINT LEU C., LERAU J. et SIRIEYS P. (1978) - Mécanisme de rupture des schistes de Lacaune (Tarn). Influence de la pression isotrope. - Bull. Soc. Fr. Min. Cristal., n° 101, pp. 437-442.

SANTARELLI F.J. (1987) - Theoretical and experimental investigation of the stability of the axisymmetric wellbore. - Ph.D thesis, University of London.

SHAO J.F., DAHOU A. et HENRY J.P. (1991) - Application de la théorie des problèmes inverses à l'estimation des paramètres des modèles rhéologiques. - Revue Française de Géotechnique, n° 57, pp. 75-80.

SHAO J.F. (1992) - Modélisation et validation du comportement mécanique des roches. - Mémoire d'habilitation à diriger les recherches, U.S.T.L..

SHAO J.F. et HENRY J.P. (1992) - Un modèle incrémental pour la microfissuration anisotrope induite dans les roches - R.S. 92/02 L.M.L. D.M.M.F., Elf Aquitaine, 16 pages

SHAO J.F., KONDO D. et IKOGOU S. (1994) - Stress induce amicrocracking in rock and its influence on wellbore stability analysis. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr., Vol 31, pp. 149-155.

SINGH B. (1973) - Continuum Characterization of jointed rock mass - Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr., Vol 10, pp. 319-349.

SINGH J., RAMAMURTHY T. et RAO G.V. (1988) - Strength anisotropies in rocks. - Indian geotech. J., vol. 19, pp.147-166.

SIRIEYS P. (1982) - Anisotropie mécanique des roches. - Colloq. Int. du C.N.R.S. sur le Comportement mécanique des solides anisotropes, n° 295 , pp. 481-532.

SMITH G.F. (1982) - On transversaly isotropic functions of vectors, symmetric second order tensors and skew symmetric second order tensors. - Quart. Appl. Math., vol. 39, pp. 509-516.

SPENCER A.J.M (1971) - Theory of invariants in Continuum Physics - C. Eringen éd. Academic Press, pp. 239-353.

TALREJA R. (1991) - Continuum modelling of damage in ceramix matrix composites. - Mech. of Mat., vol. 12, pp. 165-180.

TARANTOLLA A. (1987) - Inverse problem theory. - Elsevier, New-York.

TSAI S.W. et WU E. (1971) - A general theory of strength of anisotropic materials. - J. Composite Materials, Vol 5, pp. 58-80.

WALSH J.B. et BRACE W.F. (1964) - A fracture criterion for brittle anisotropic rock. - Journal of Geophysical Research, Vol.69, n° 16, pp. 3449-3456.

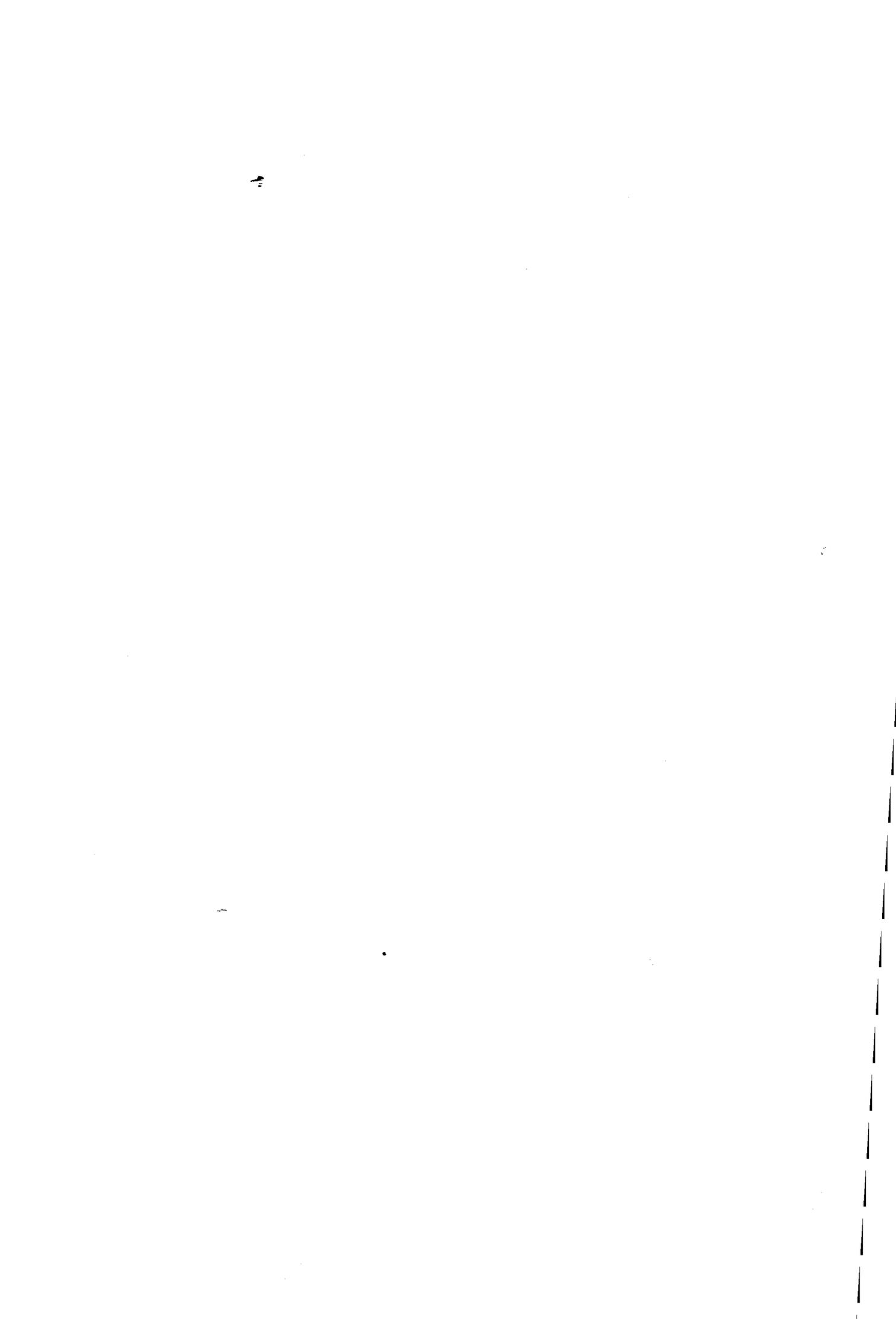
WALSH J.B. (1965) - The effect of cracks on the uniaxial elasticcompression of rocks - J. Geoph. Res., vol. 70, pp. 399-411.

WANG C.C. (1971) - Corrigendum 43 - Arch. Rat. Mech. Anal. 36, pp. 392-395.

WANG Z. (1992) - Stabilité des ouvrages souterrains creusés à grande profondeur dans les schistes. - Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Paris.

YOSHINAKA R. et YAMABE T. (1986) - Joints stiffness and deformation behaviour of discontinuous rock. - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 23, pp.19-28.

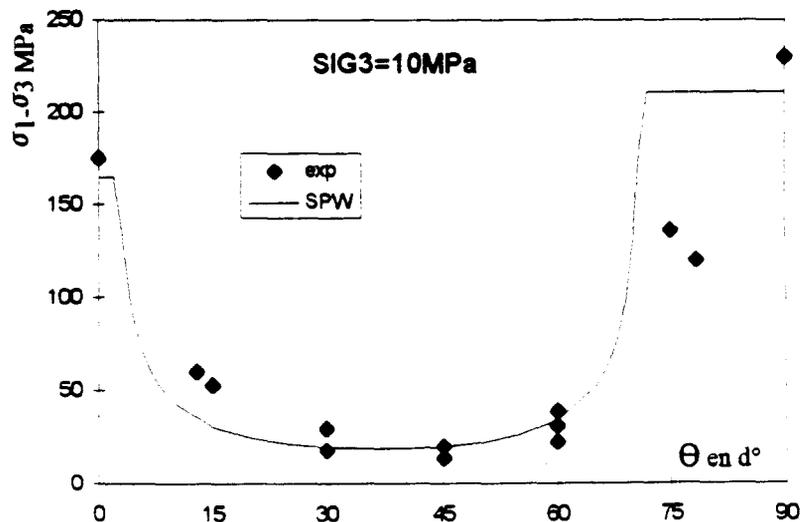
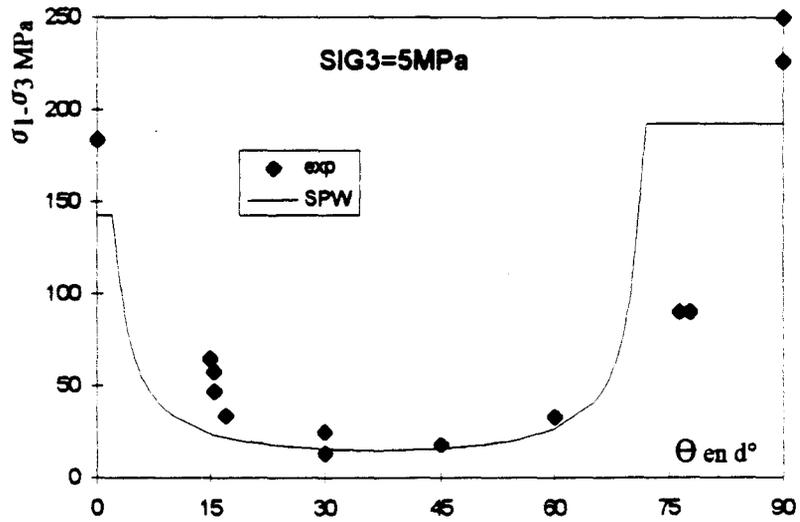
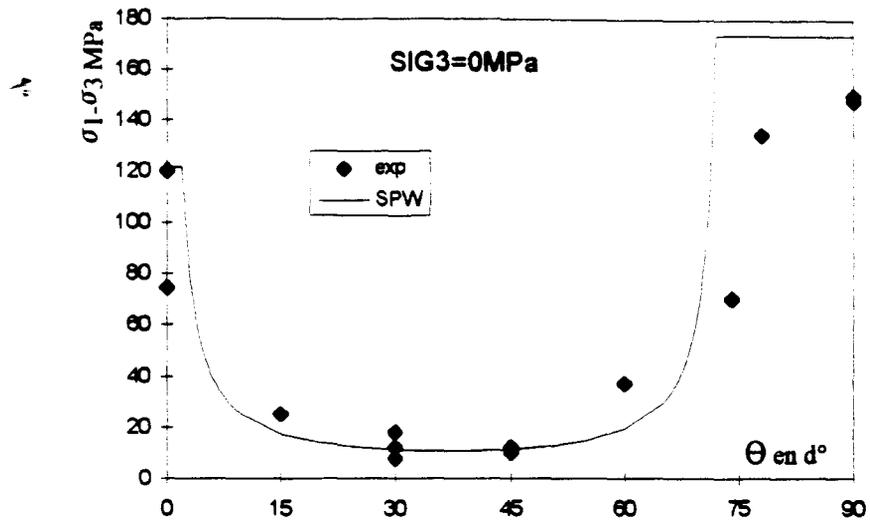
ZIENKIEWICZ O.C. (1977) - The finite element method. - 3rd edition, McGraw Hill Book Company, U. K.



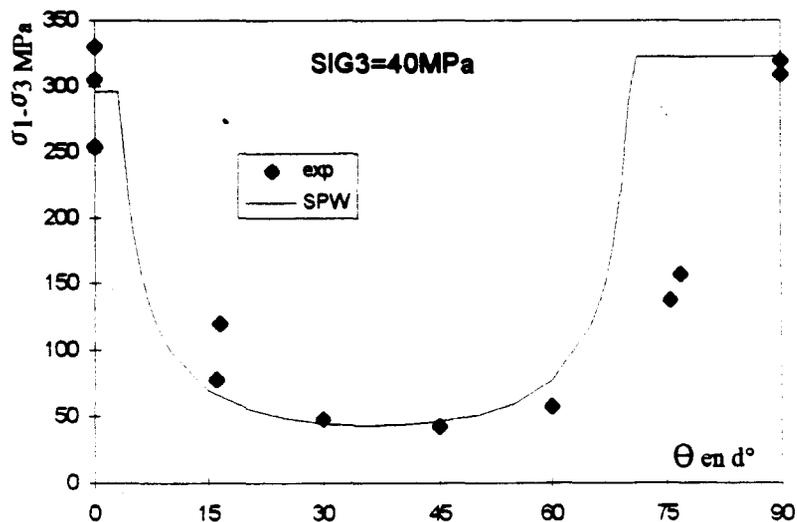
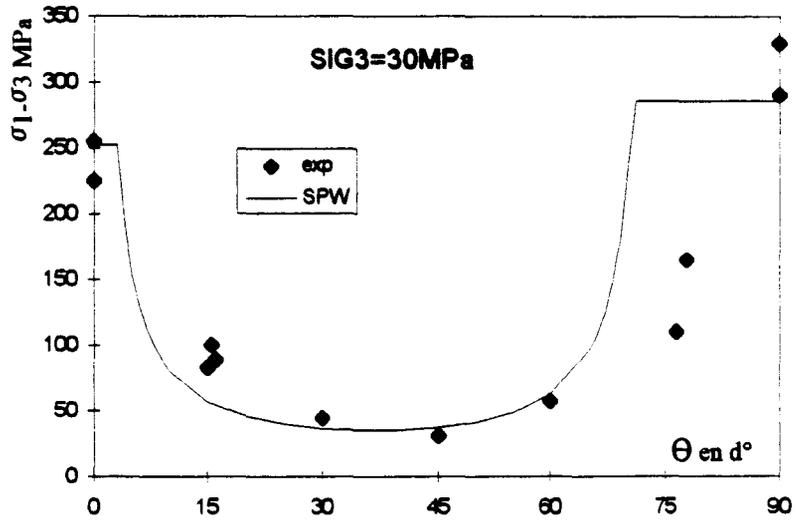
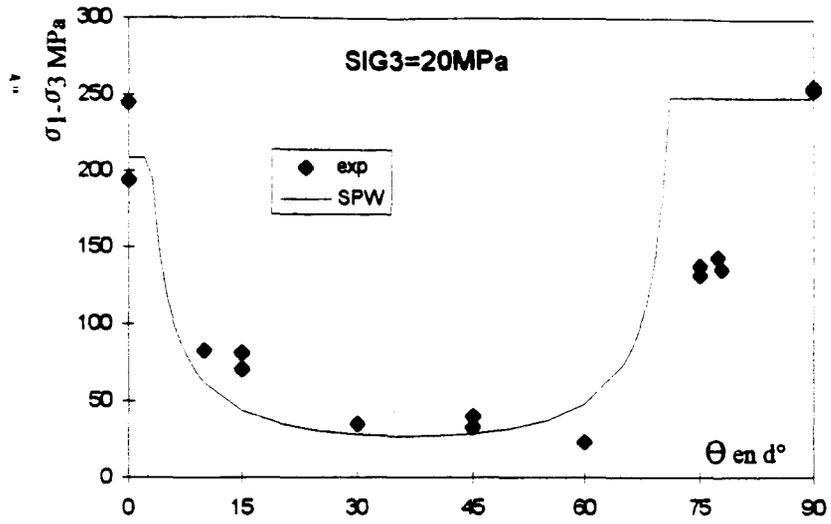
ANNEXE I

COMPARAISON ENTRE LES DIFFERENTS CRITERES DE RUPTURE ET LES RESULTATS EXPERIMENTAUX POUR CHAQUE PRESSION DE CONFINEMENT

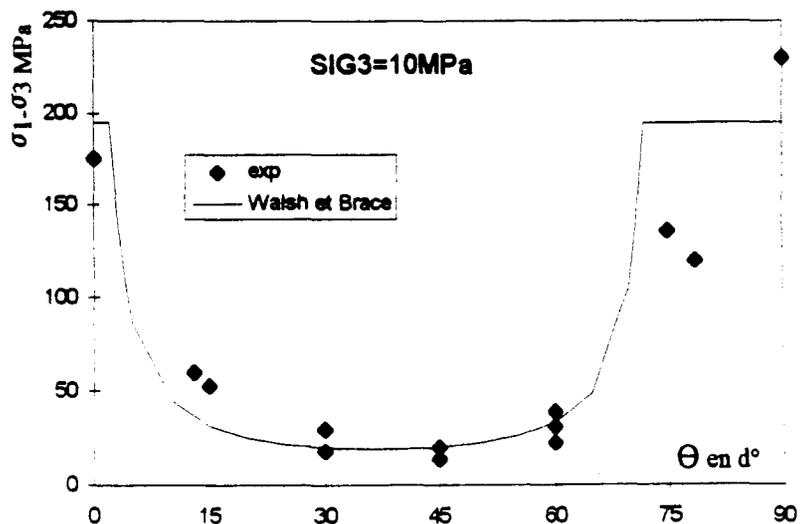
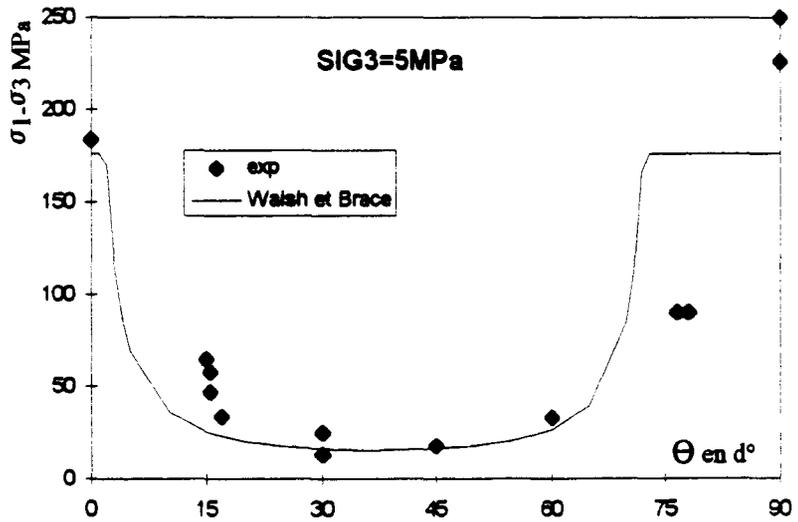
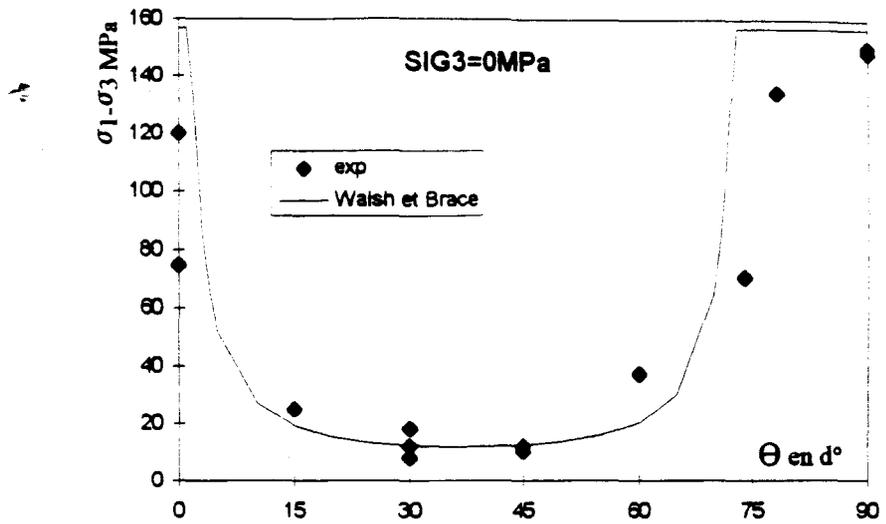
ANNEXE I-a : CRITERE S.P.W. DE JAEGER



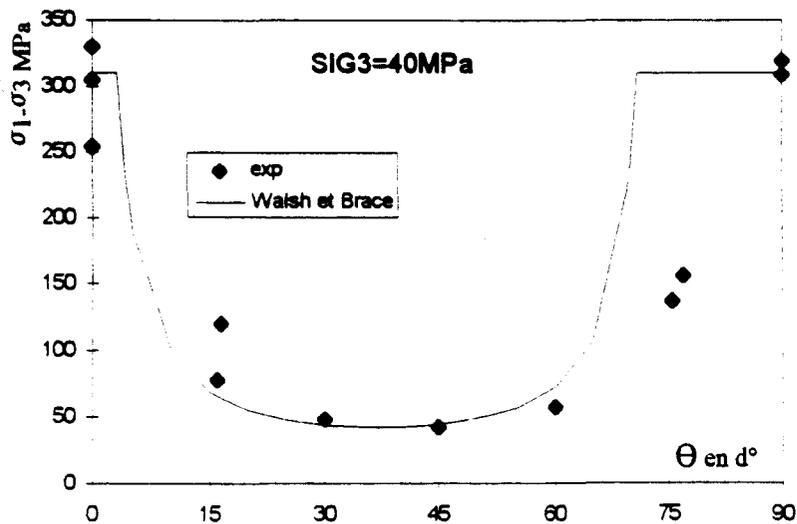
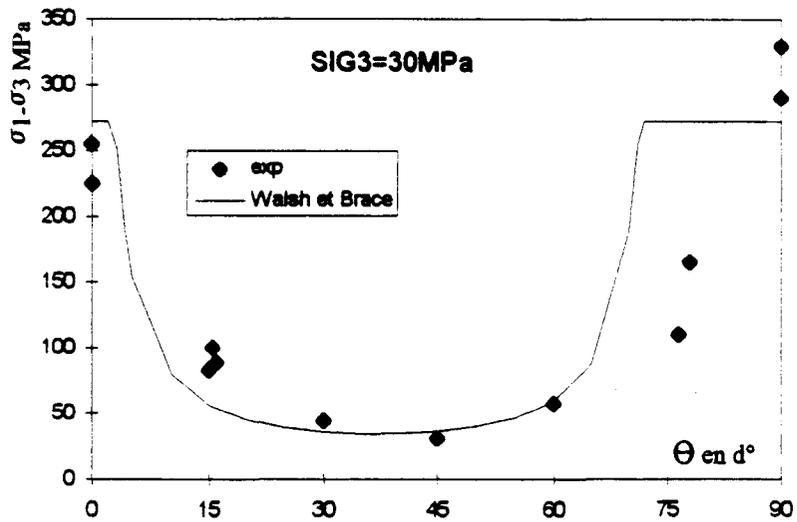
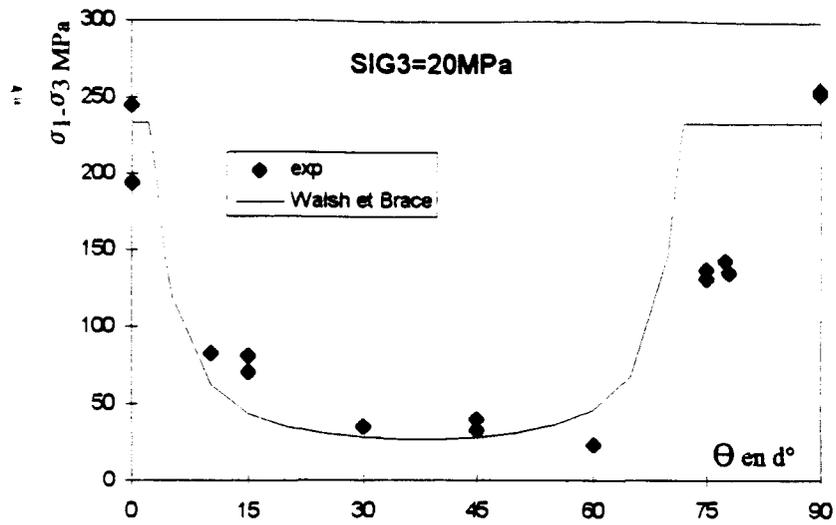
ANNEXE I-a : CRITERE S.P.W. DE JAEGER



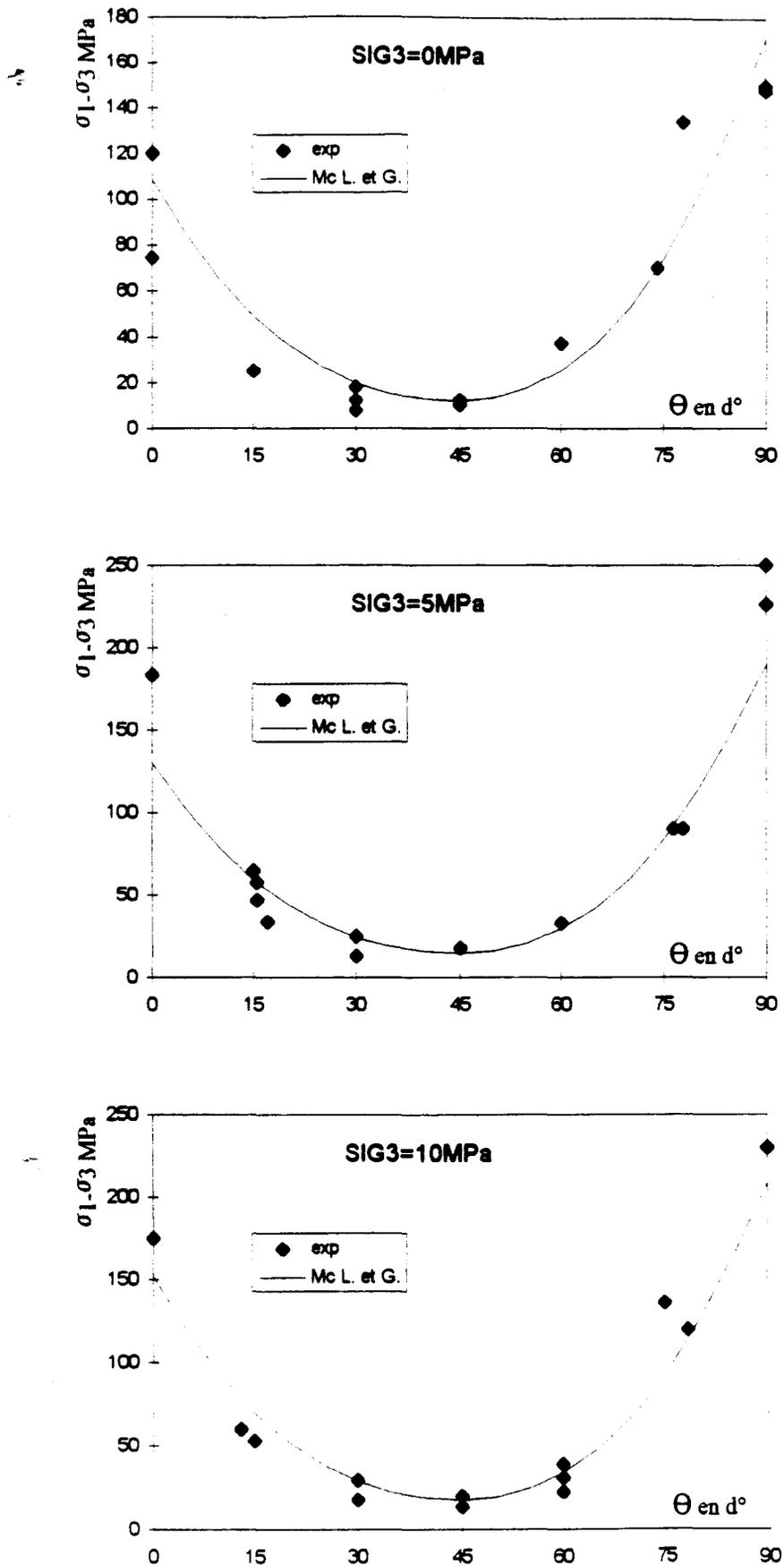
ANNEXE I-b : CRITERE DE WALSH ET BRACE



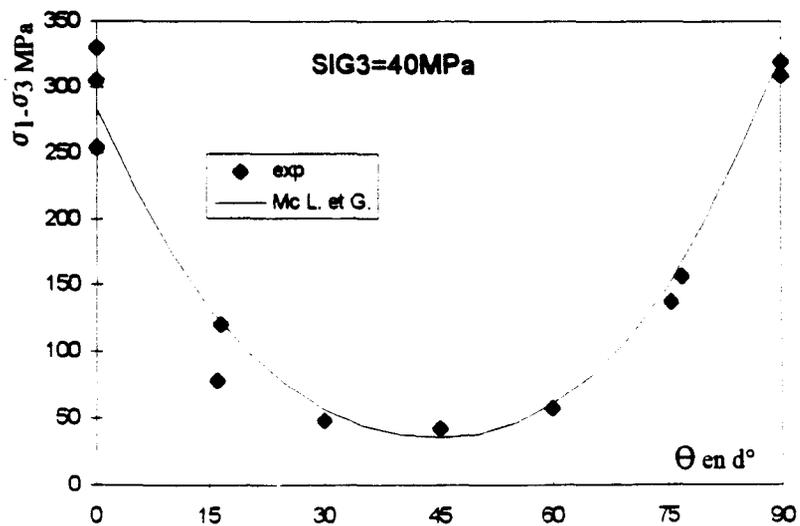
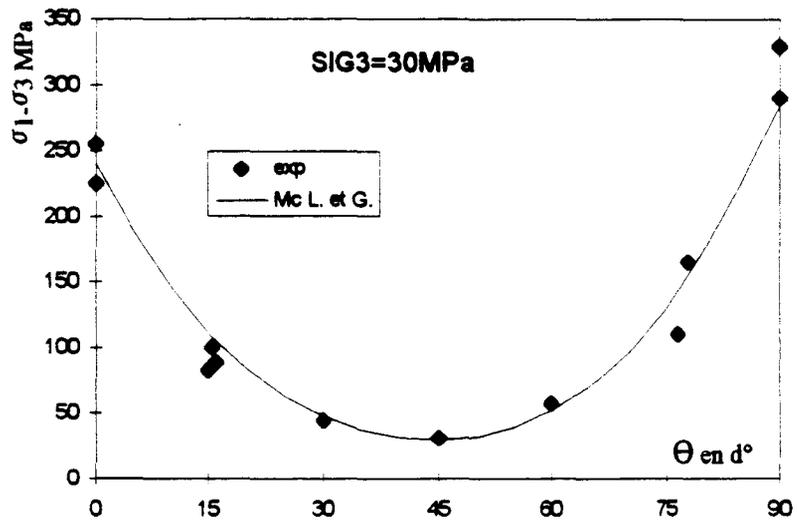
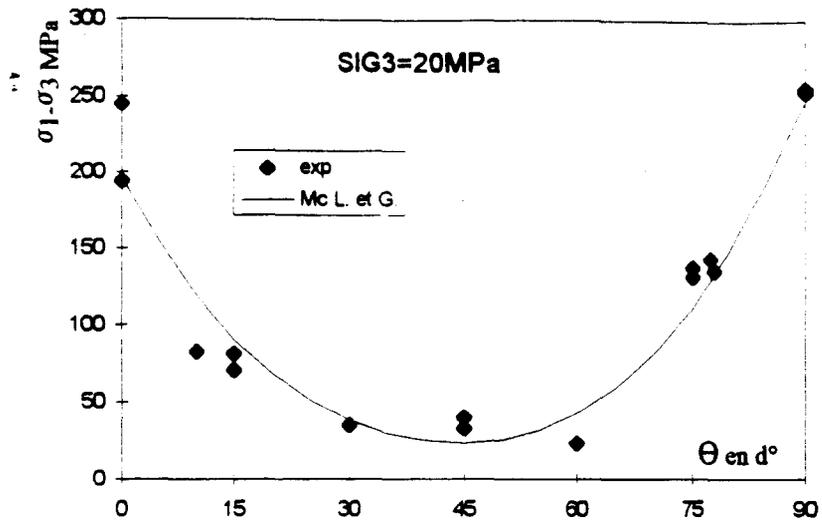
ANNEXE I-b : CRITERE DE WALSH ET BRACE



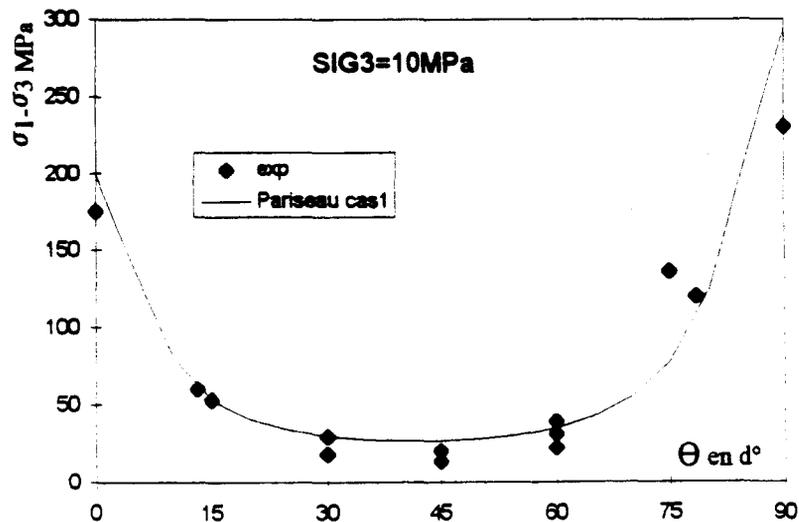
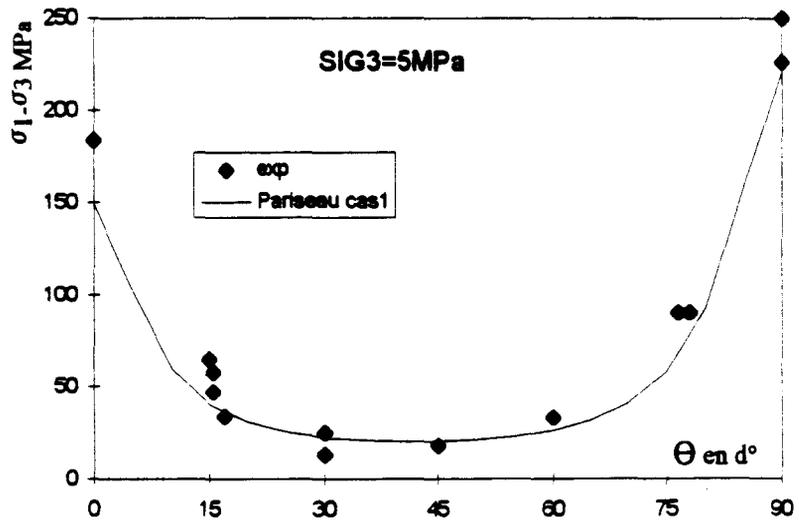
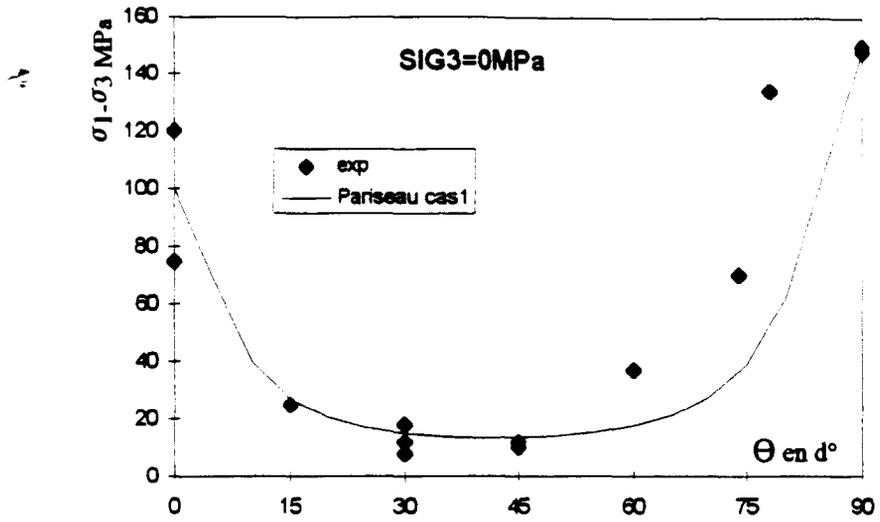
ANNEXE I-c : CRITERE DE Mc LAMORE ET GRAY



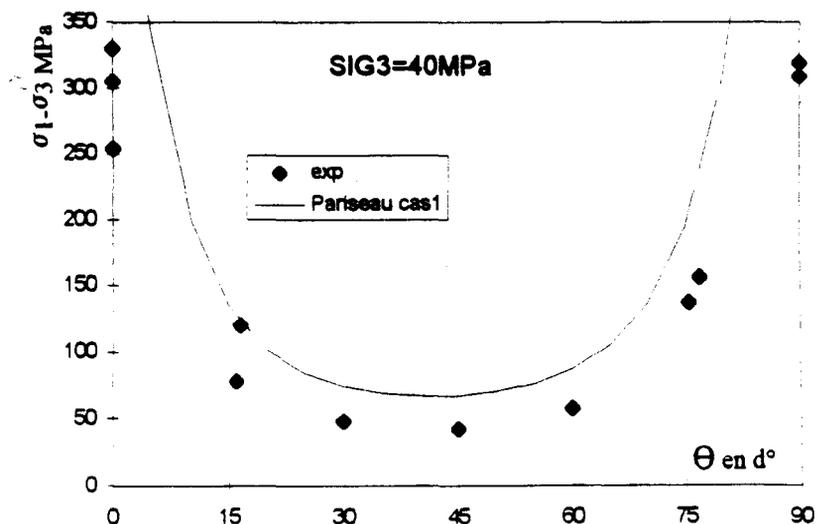
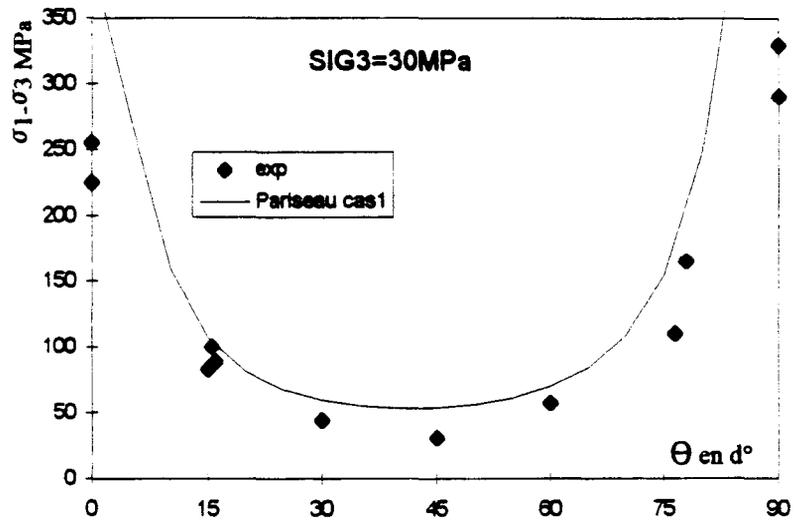
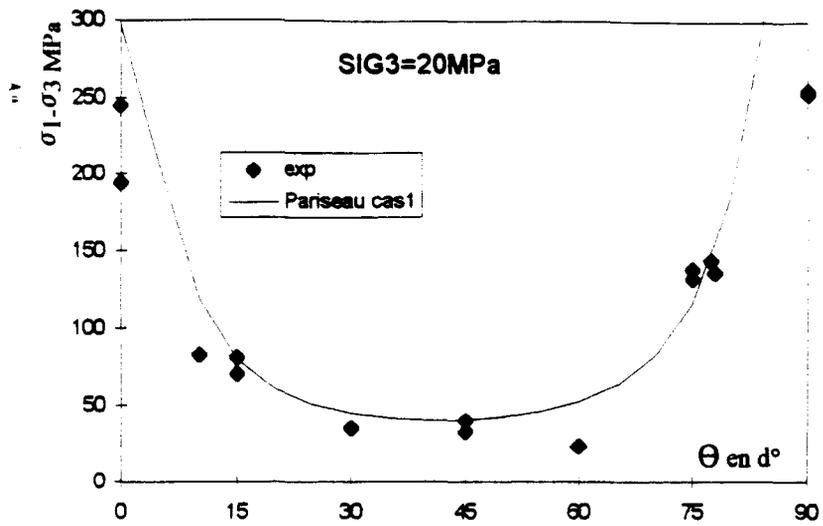
ANNEXE I-c : CRITERE DE Mc LAMORE ET GRAY



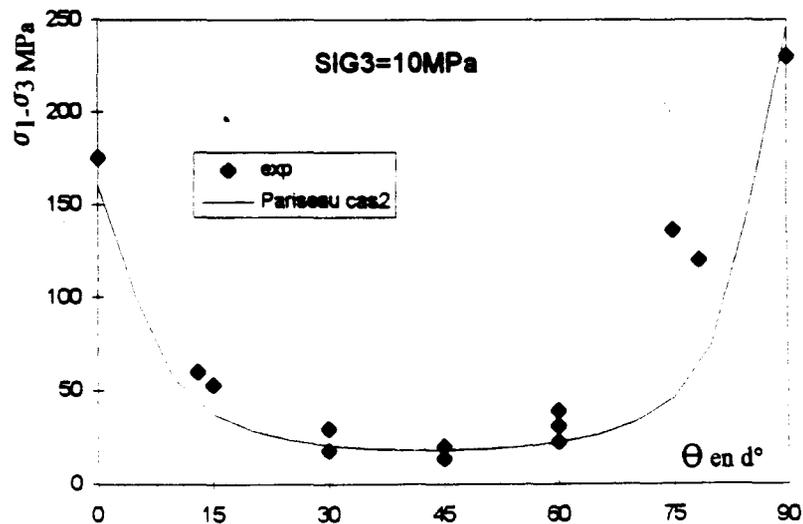
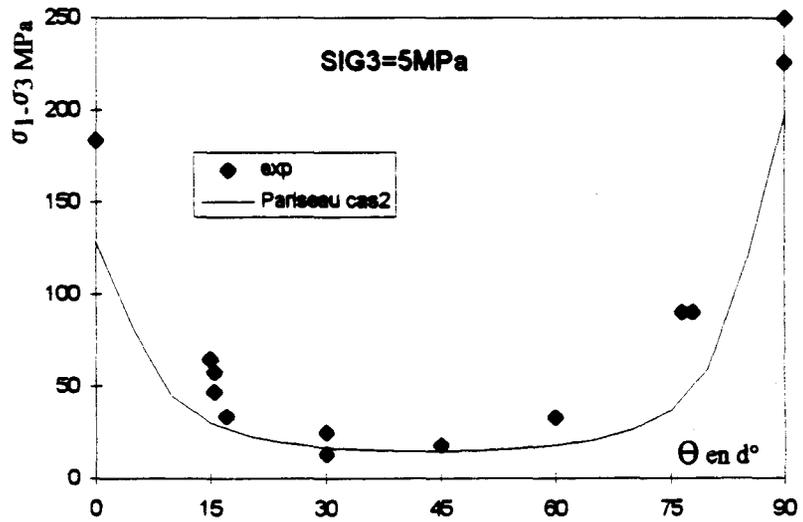
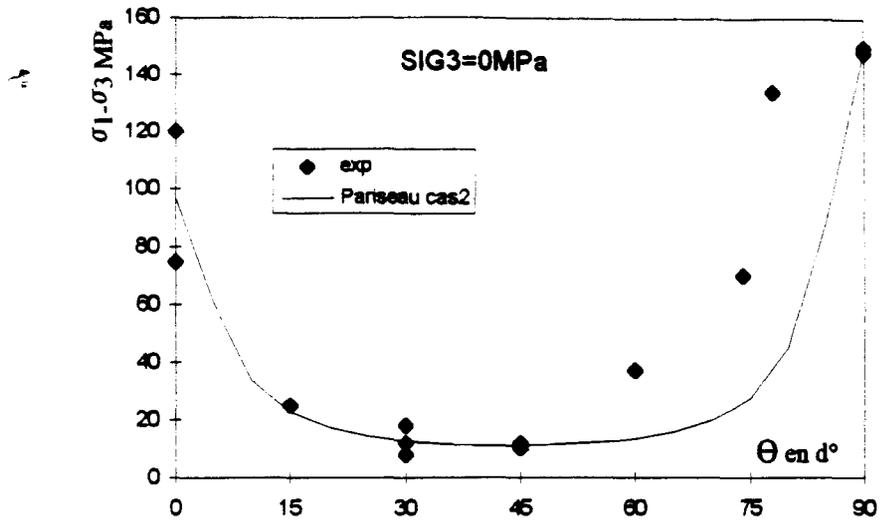
ANNEXE I-d : CRITERE DE PARISEAU



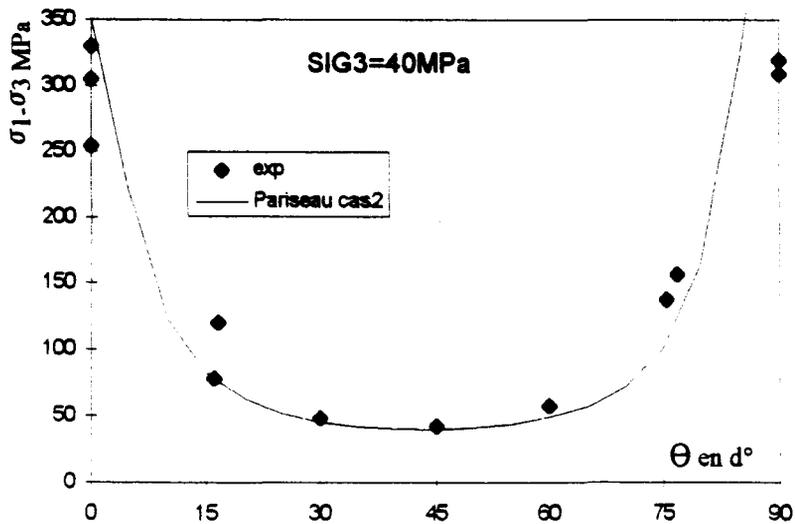
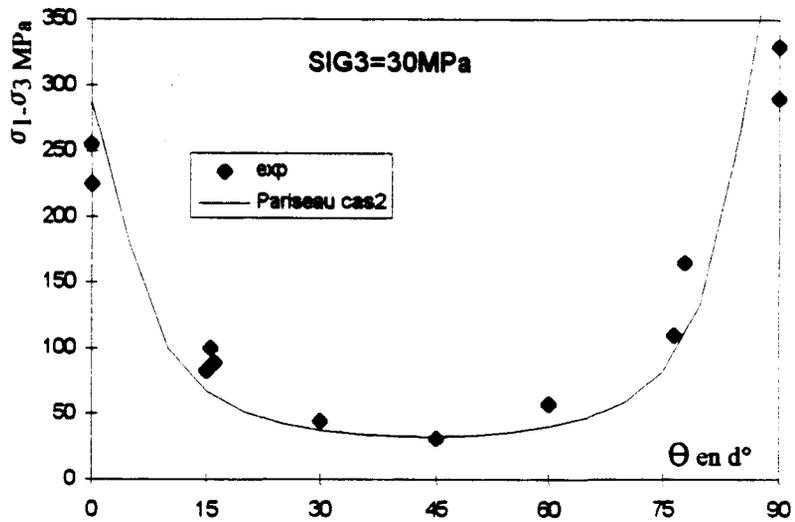
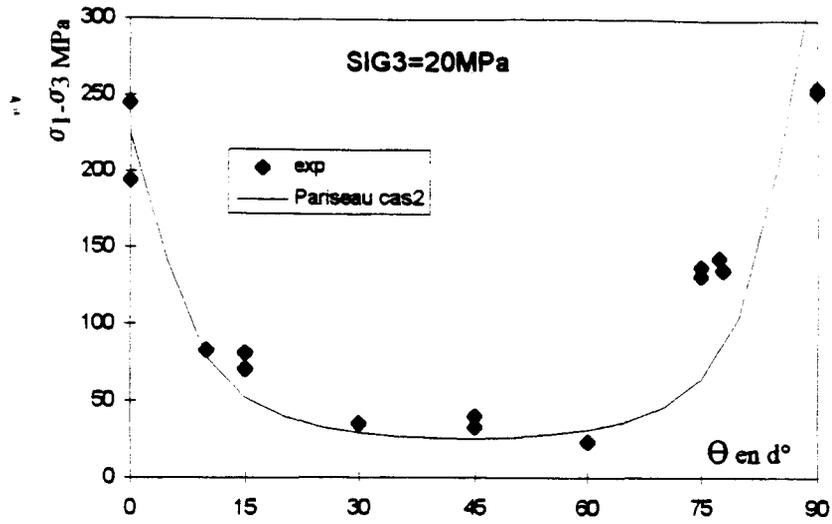
ANNEXE I-d : CRITERE DE PARISEAU



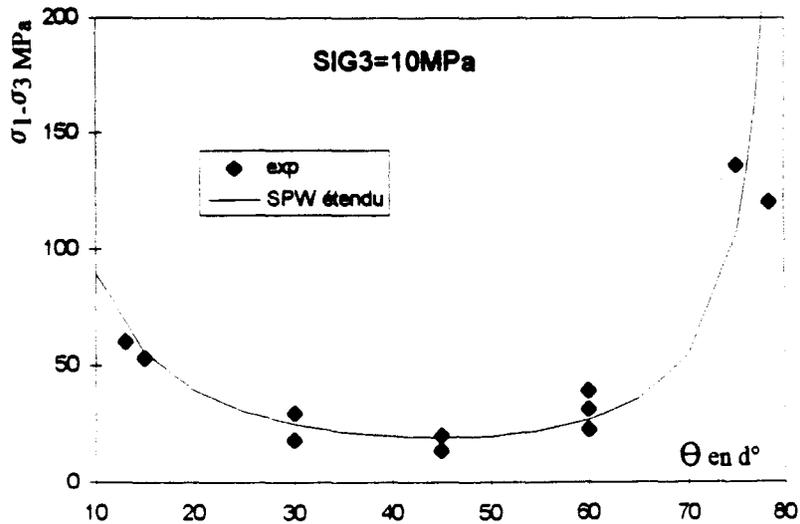
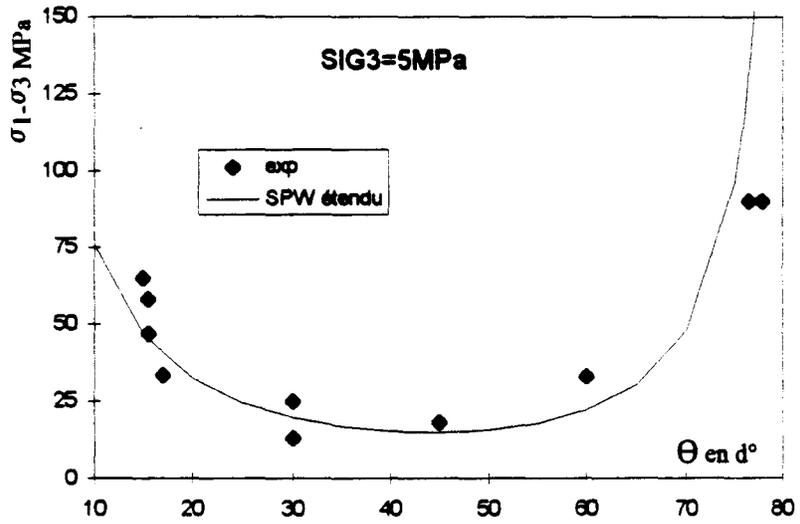
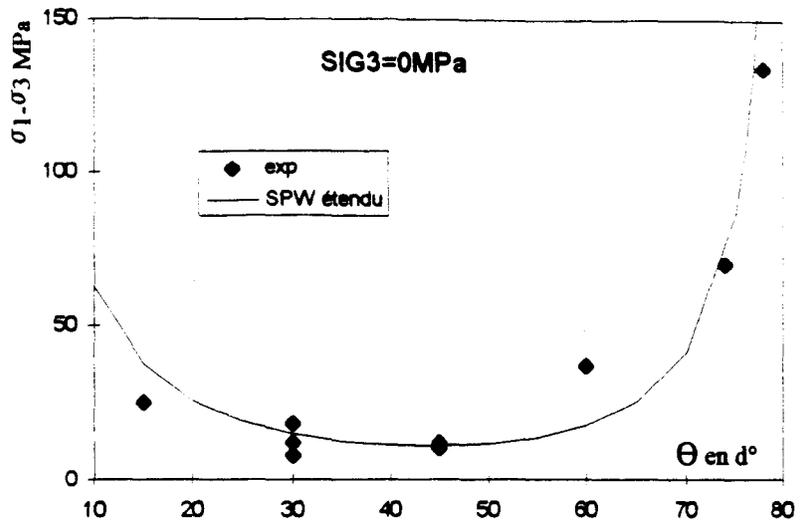
ANNEXE I-d : CRITERE DE PARISEAU



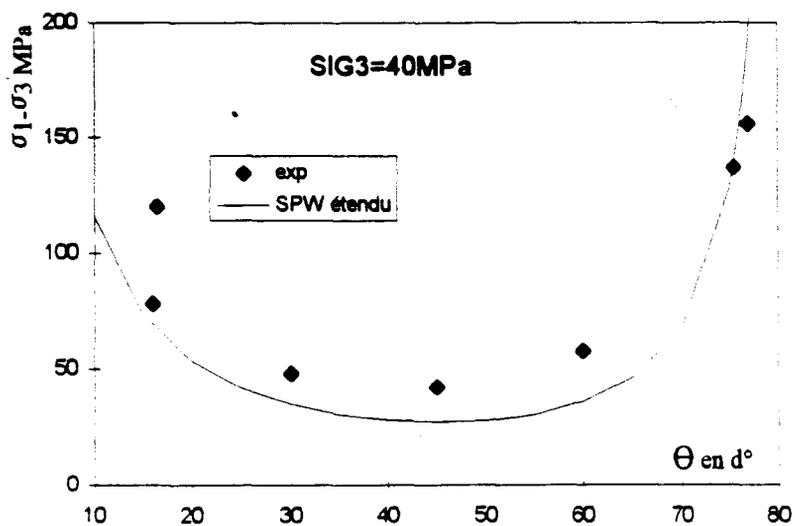
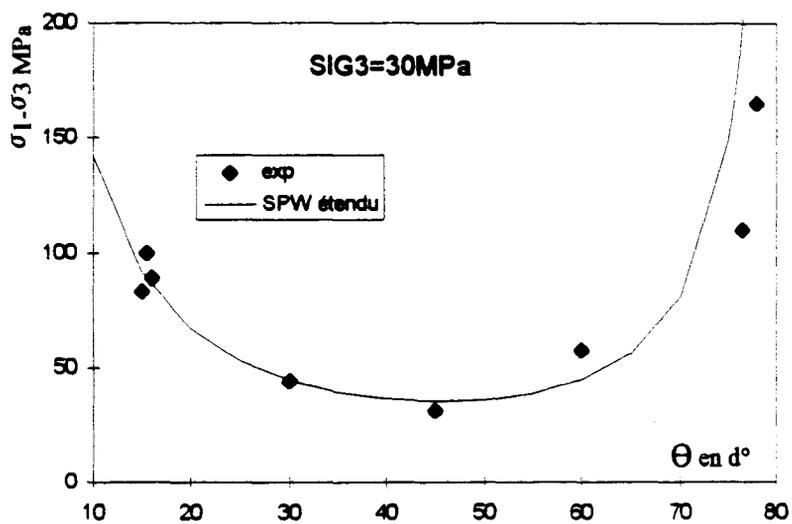
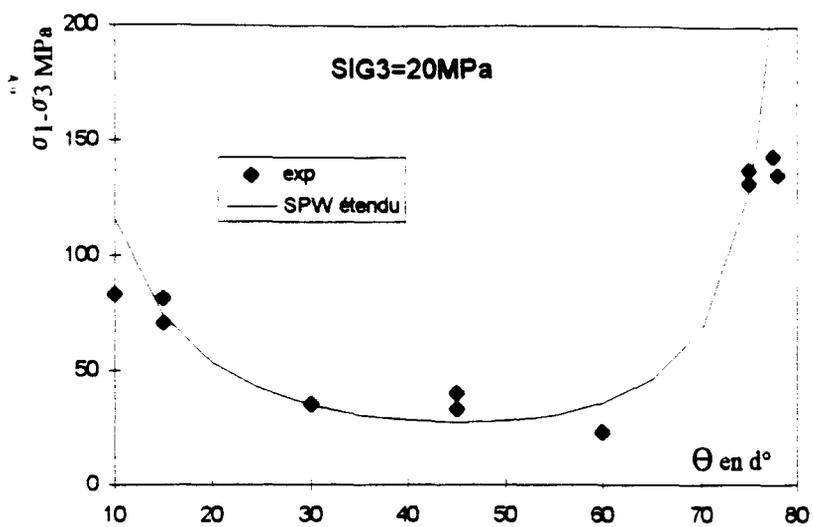
ANNEXE I-d : CRITERE DE PARISEAU



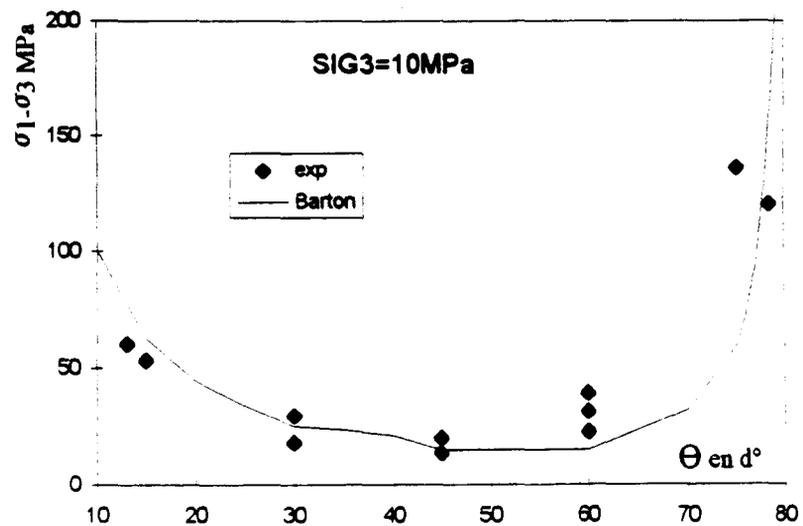
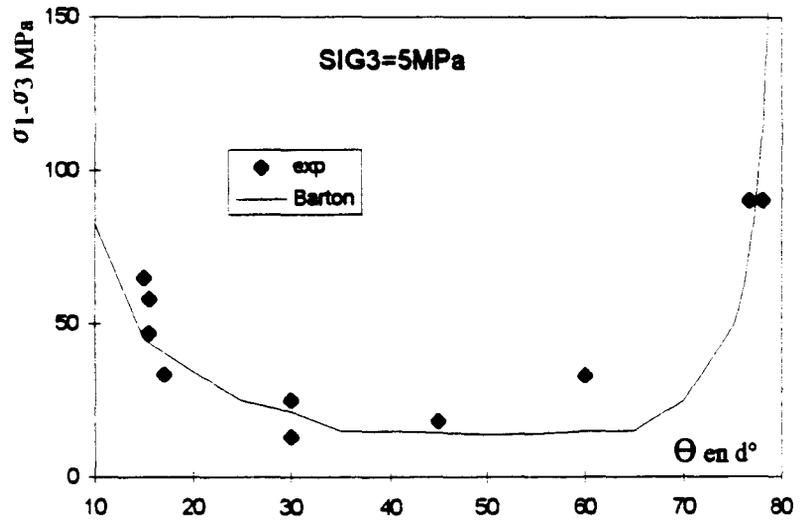
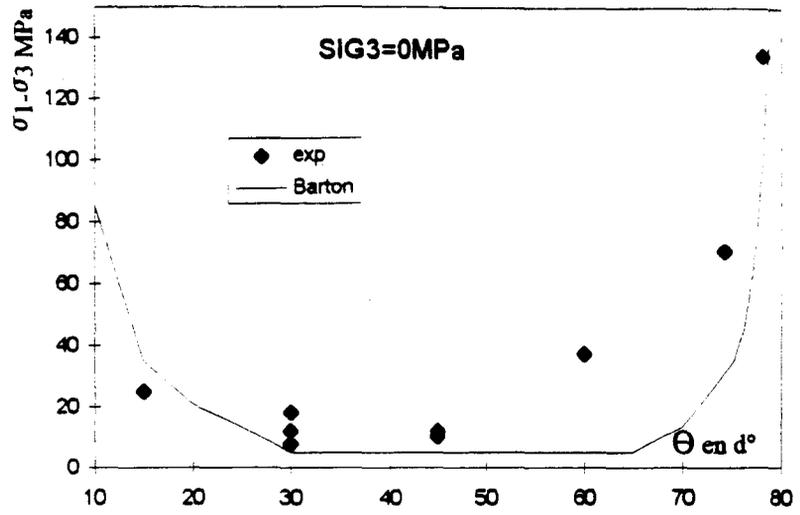
ANNEXE I-e : CRITERE S.P.W. ETENDU



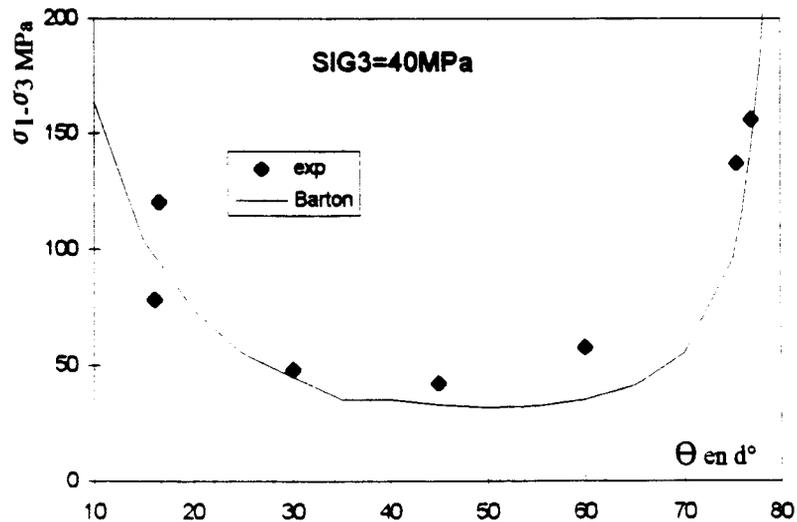
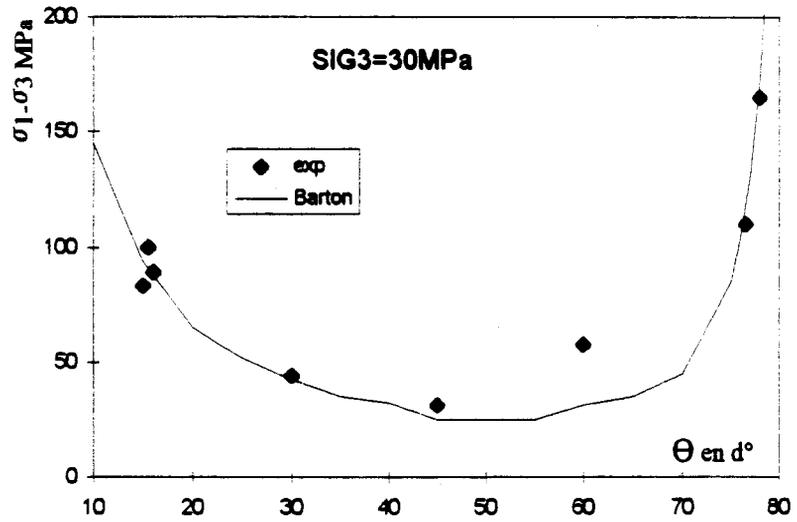
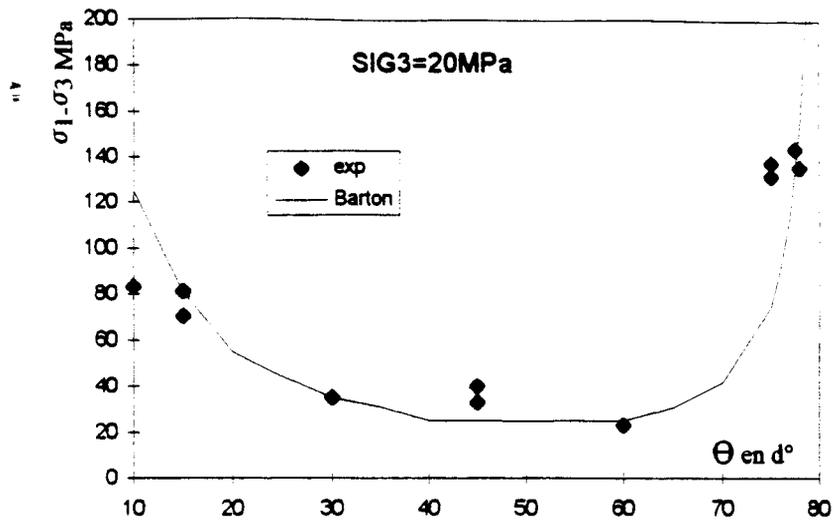
ANNEXE I-e : CRITERE S.P.W. ETENDU



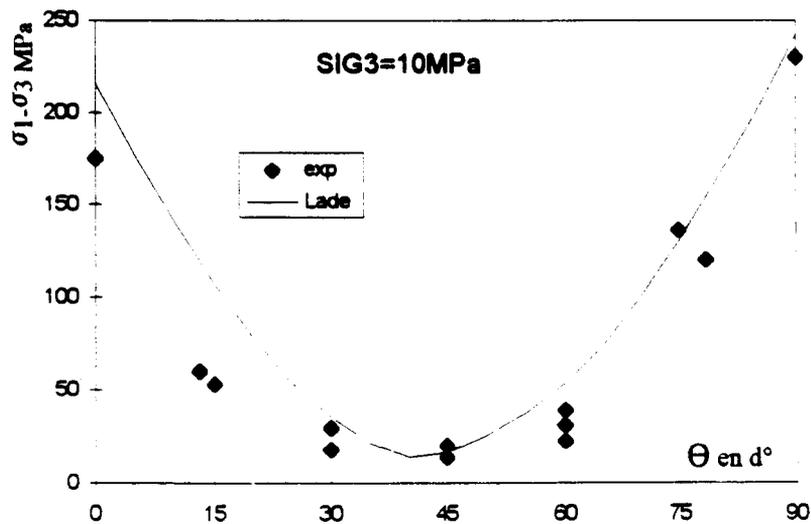
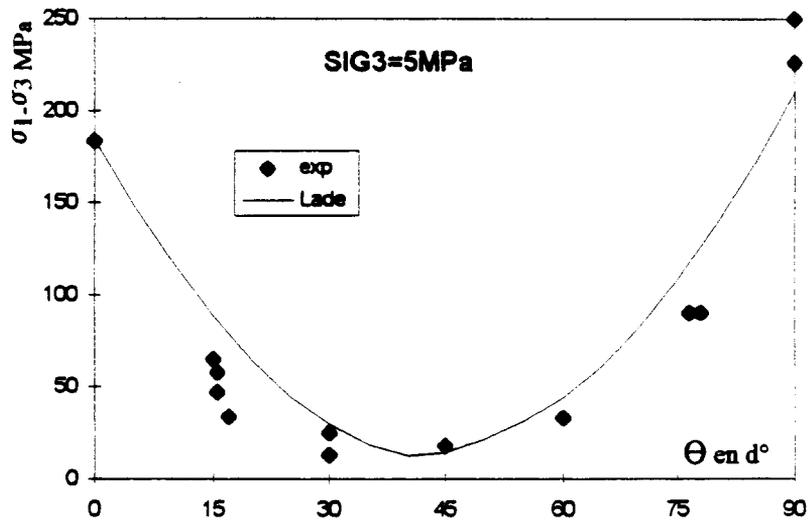
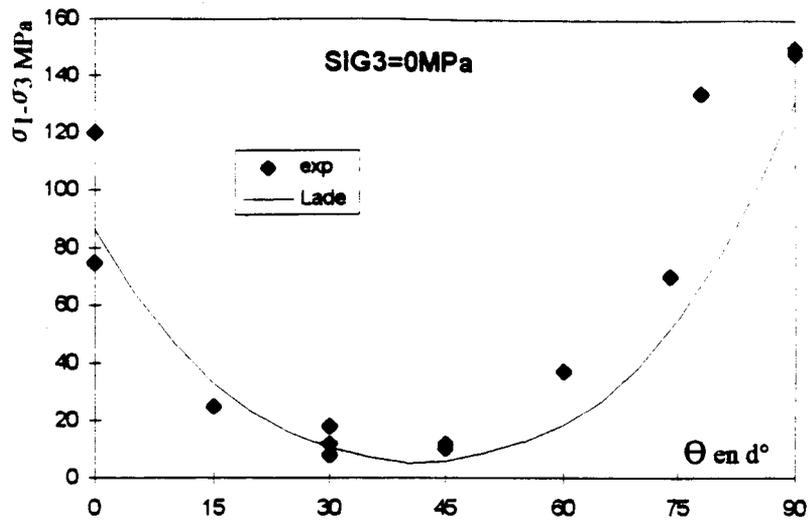
ANNEXE I-f : CRITERE DE BARTON



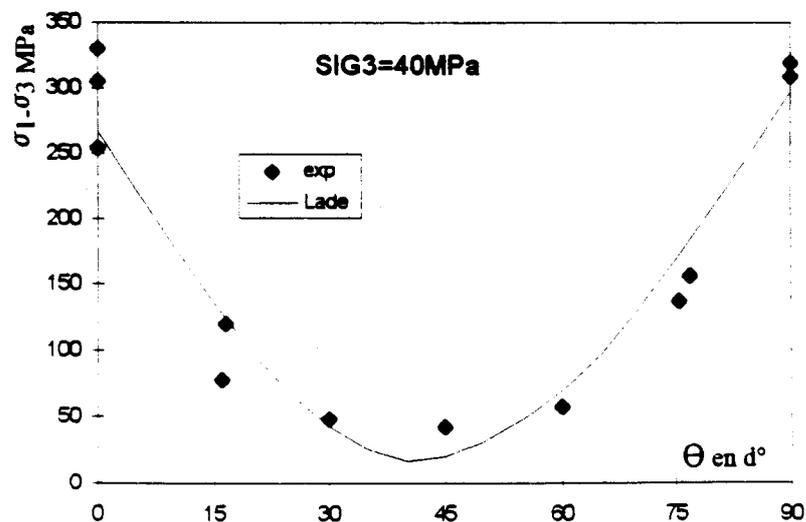
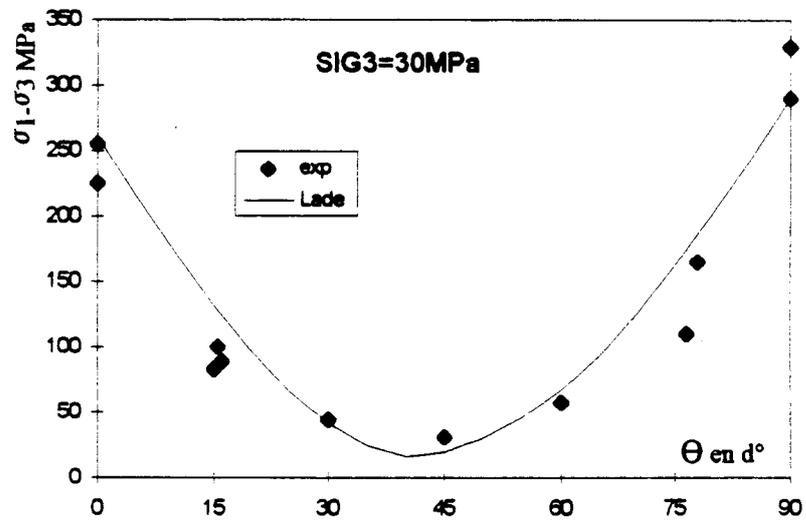
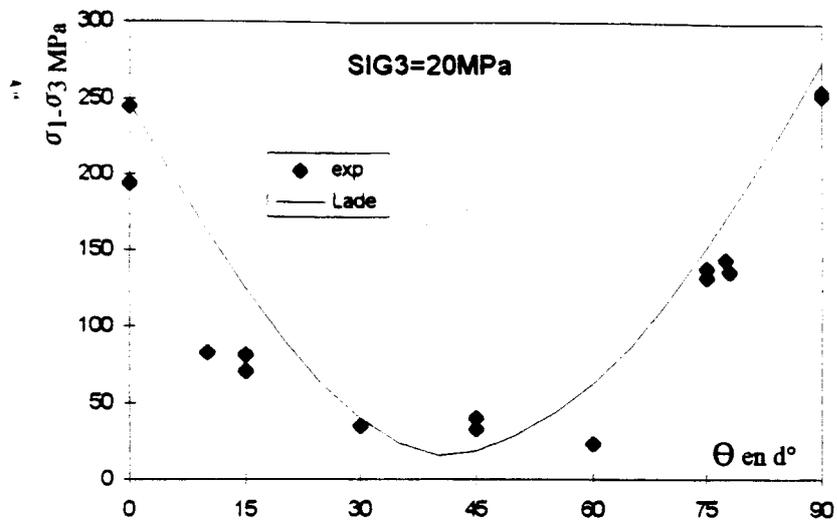
ANNEXE I-f : CRITERE DE BARTON



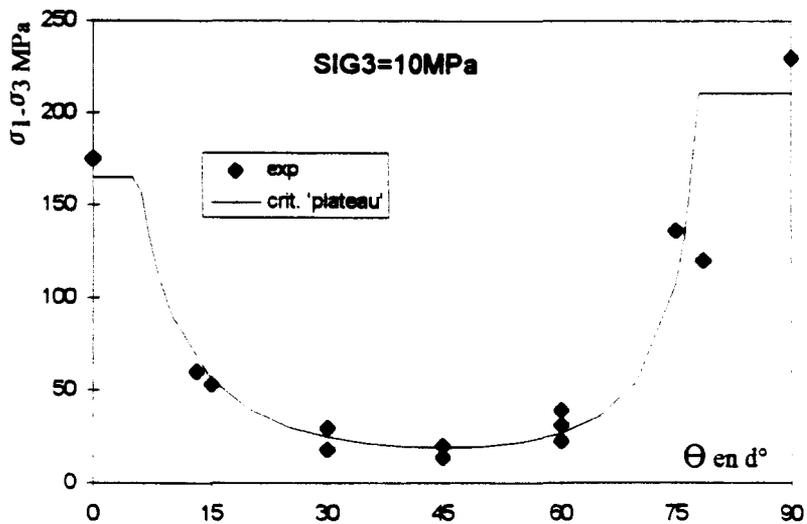
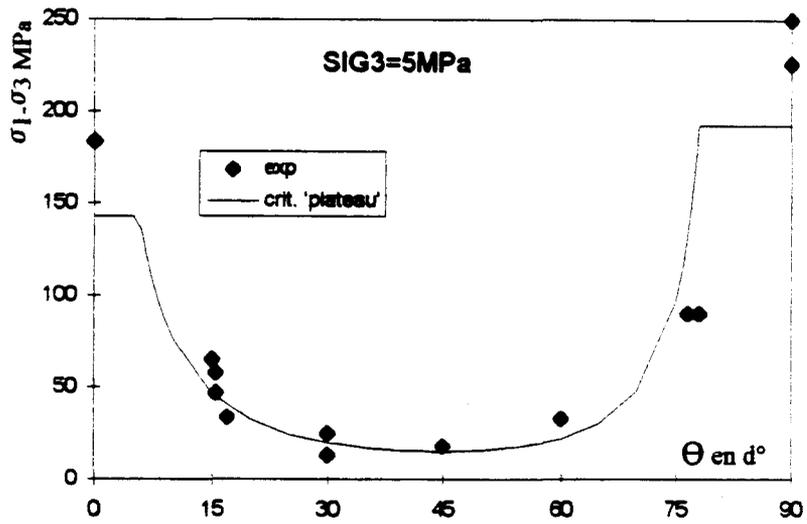
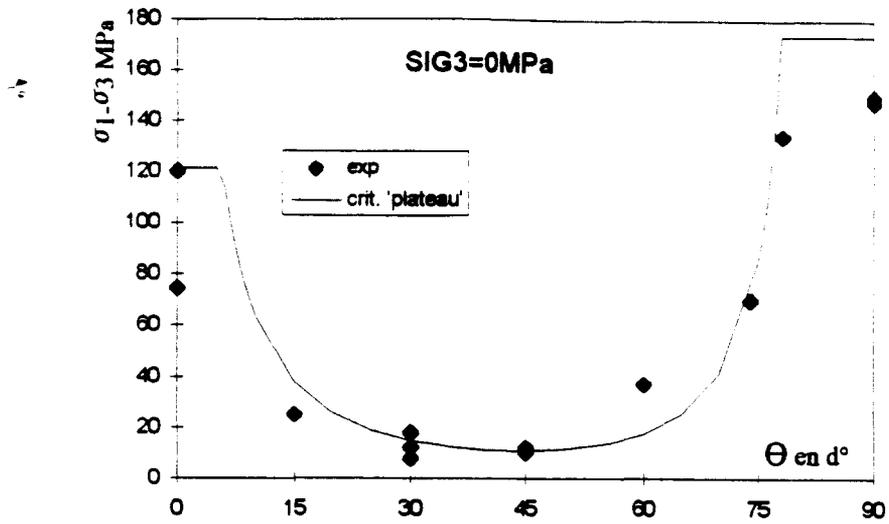
ANNEXE I-g : CRITERE DE LADE ANISOTROPE



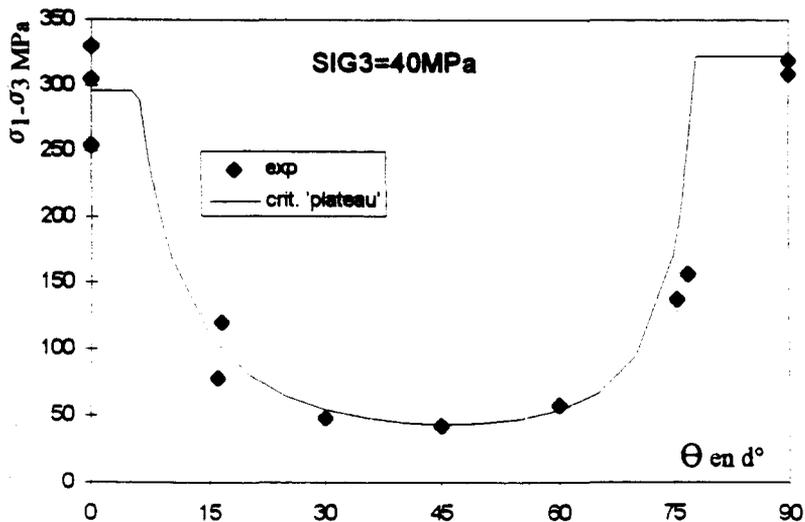
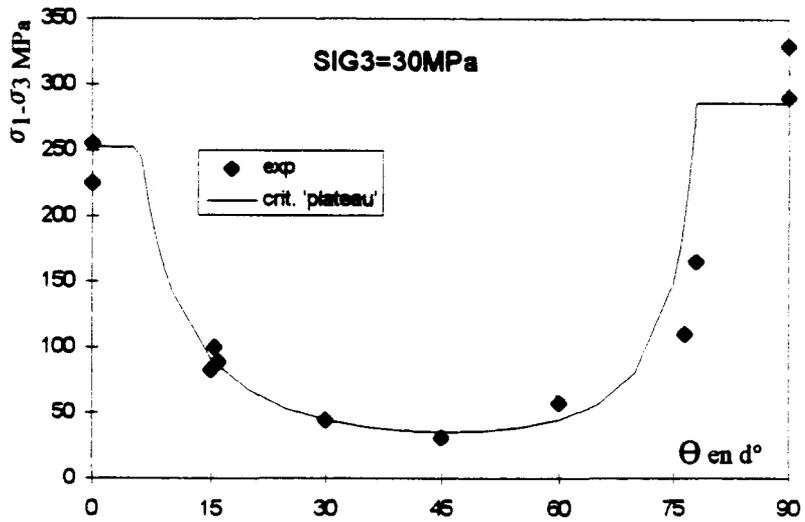
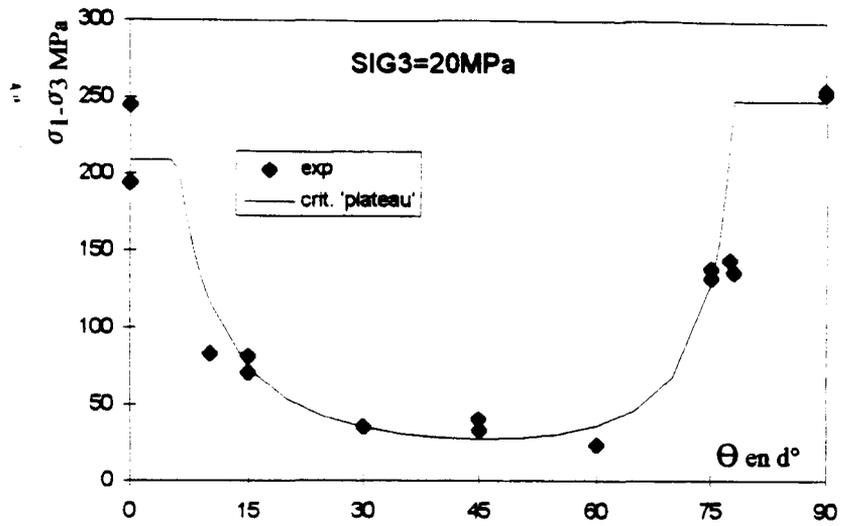
ANNEXE I-g : CRITERE DE LADE ANISOTROPE



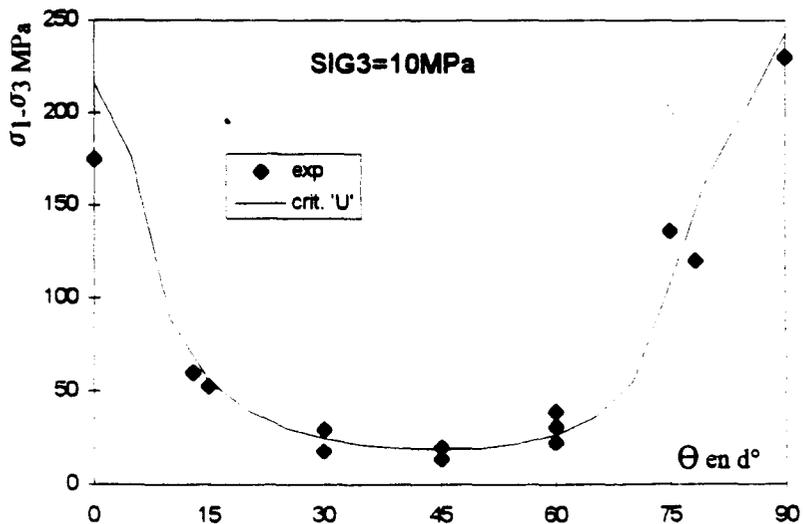
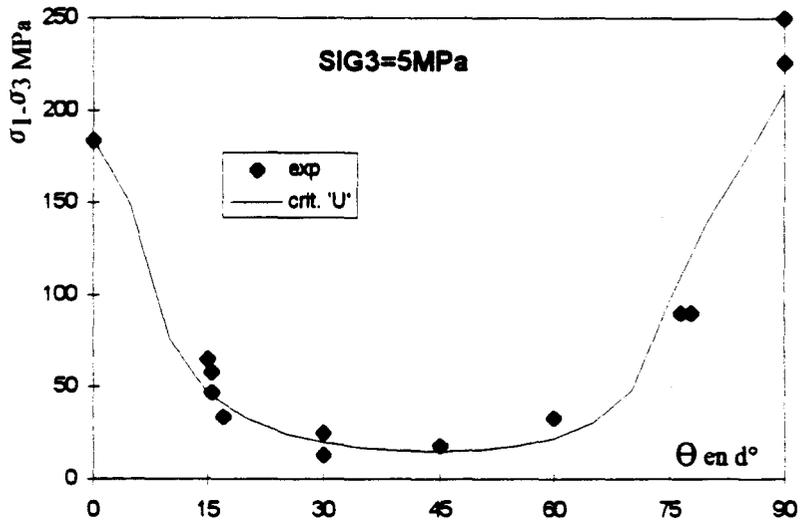
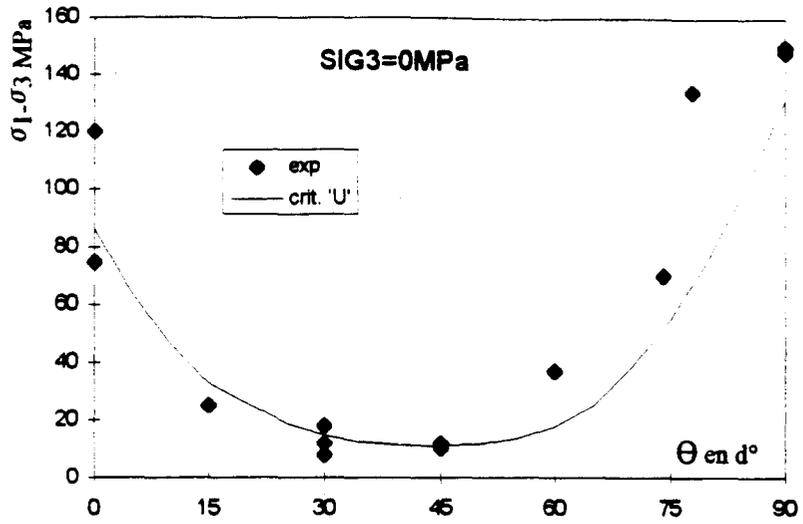
ANNEXE I-h : CRITERE DE TYPE 'PLATEAU'



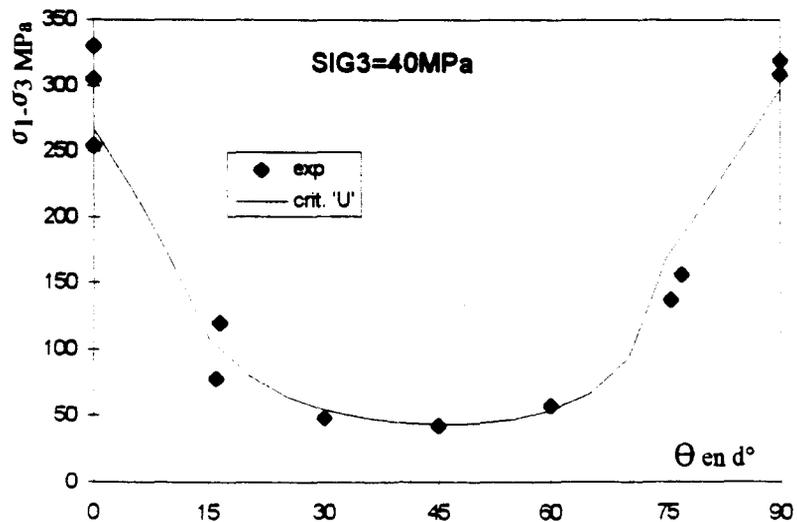
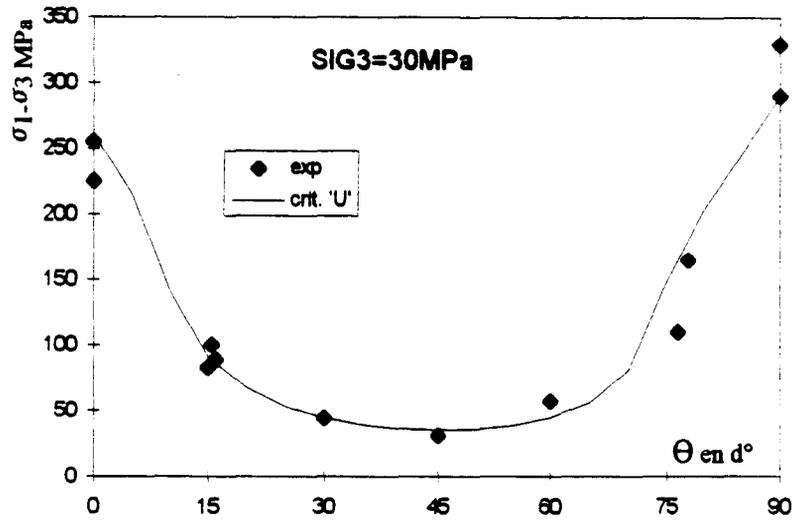
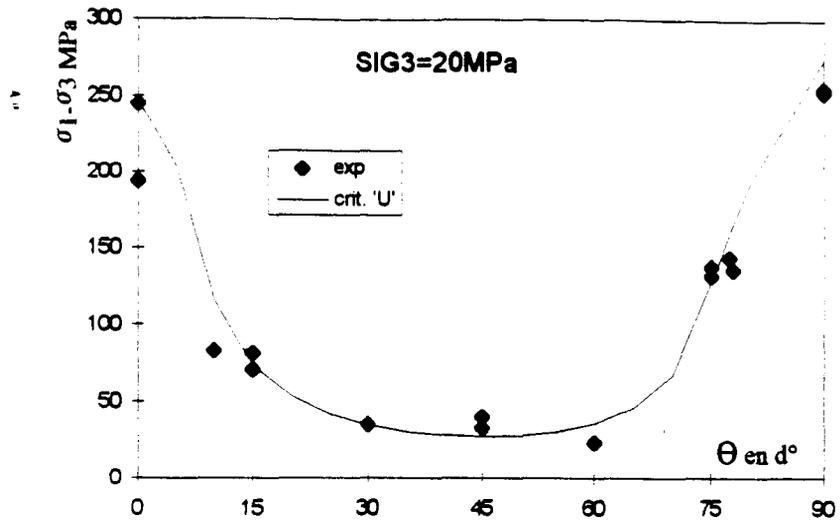
ANNEXE I-h : CRITERE DE TYPE 'PLATEAU'



ANNEXE I-i : CRITERE DE TYPE 'U'



ANNEXE I-i : CRITERE DE TYPE 'U'

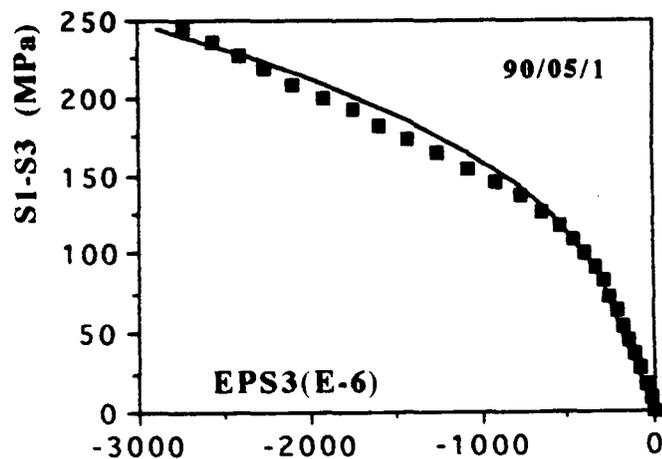
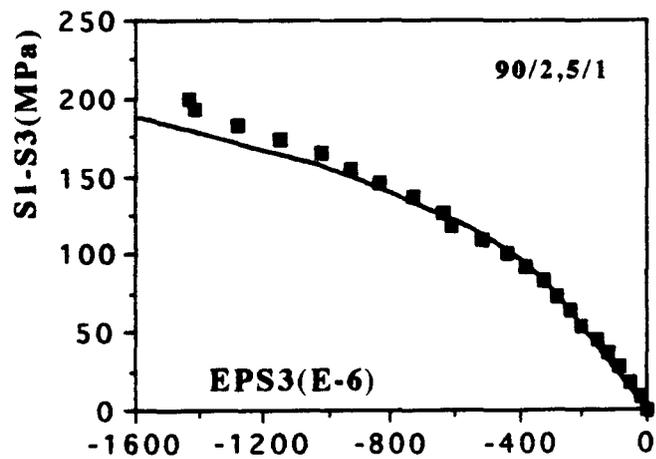
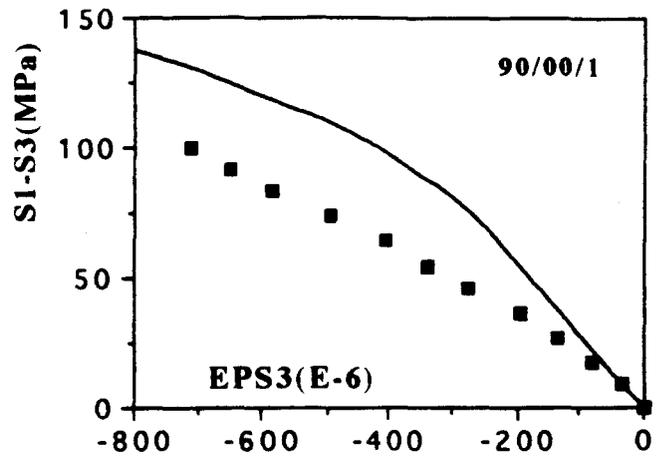




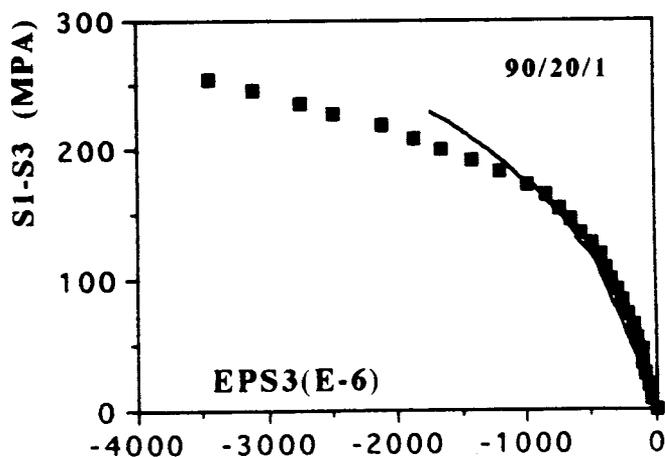
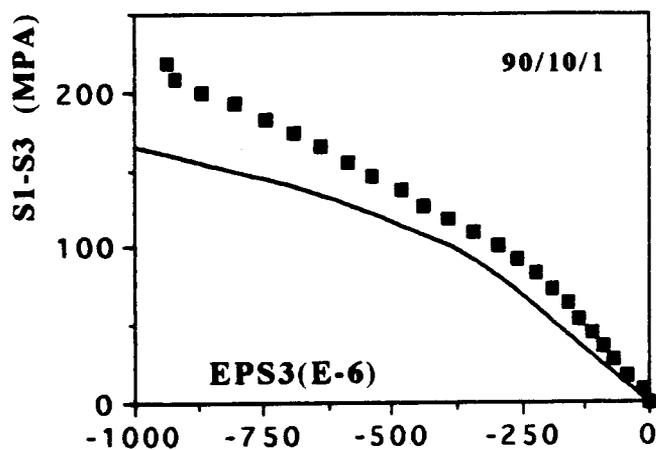
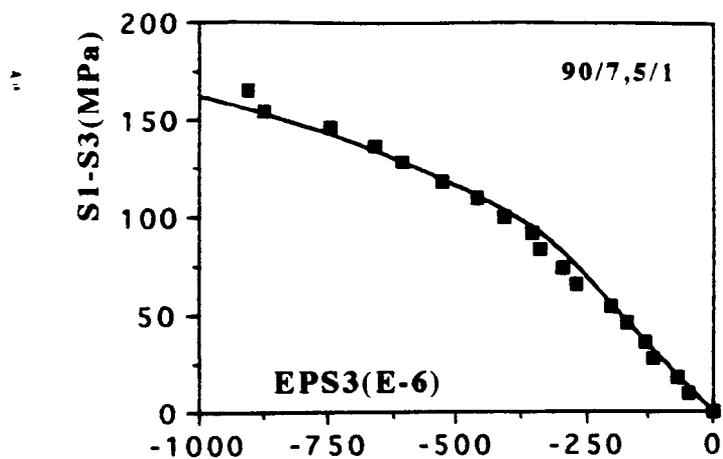
ANNEXE II

COMPARAISON DE LA MODELISATION **DU MECANISME D'ENDOMMAGEMENT** **AVEC LES DIFFERENTS ESSAIS TRIAXIAUX** **$\theta = 90^\circ$**

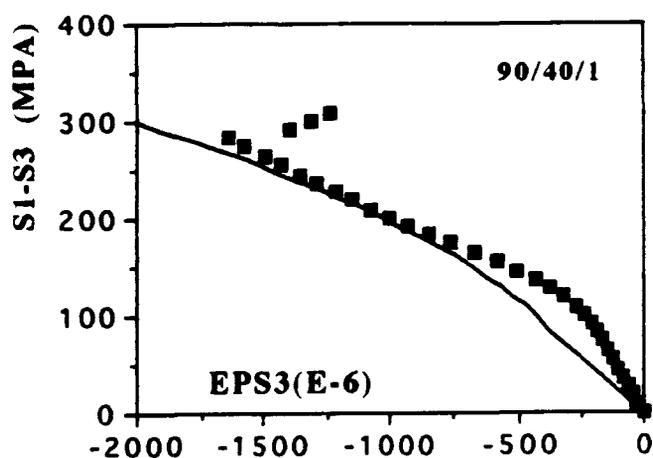
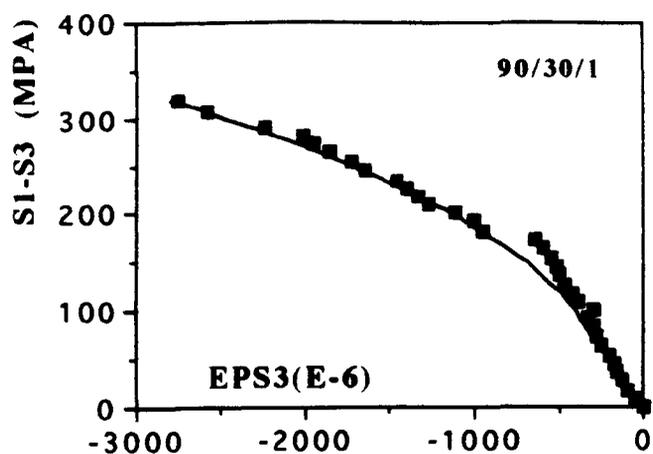
**ANNEXE II-a : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX**



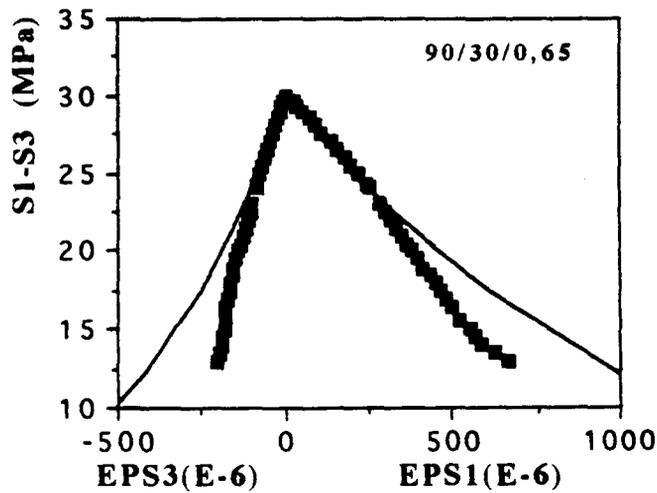
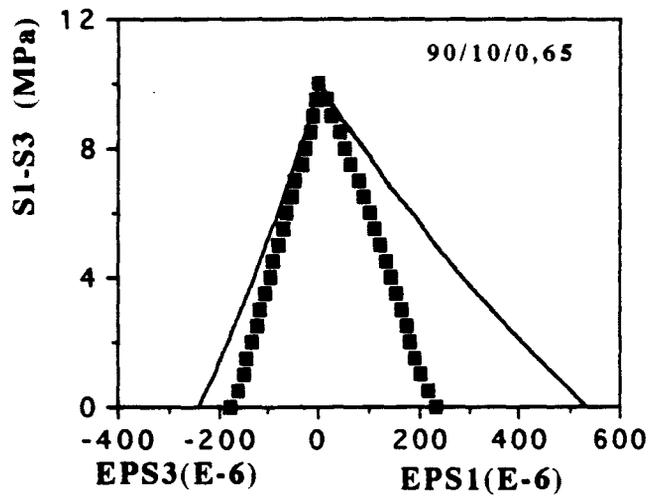
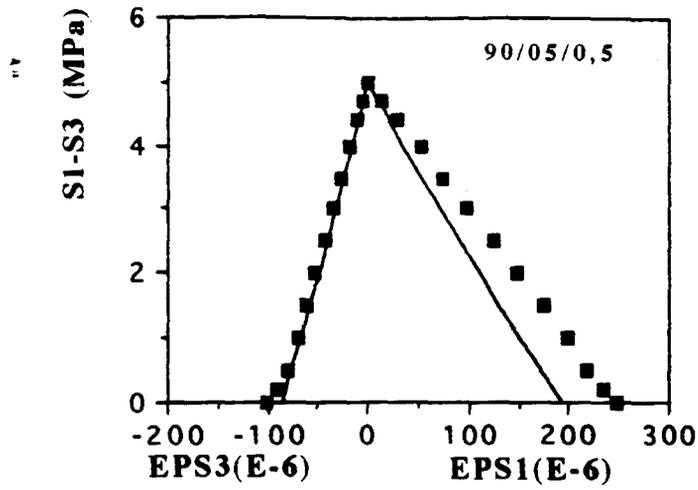
**ANNEXE II-a : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX**



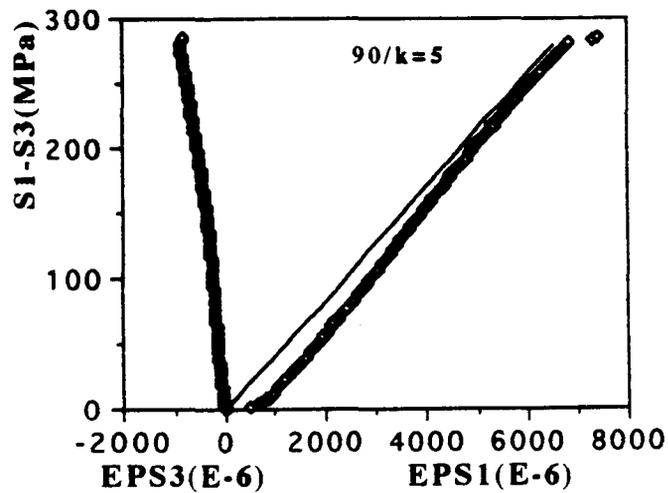
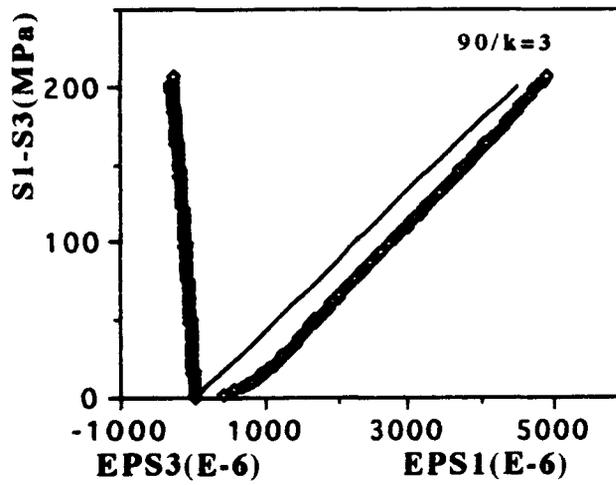
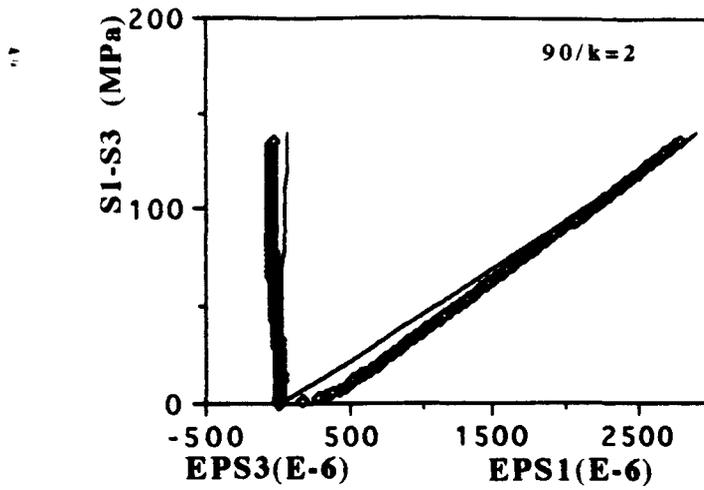
**ANNEXE II-a : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX**



**ANNEXE II-b : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS D'EXTENSION LATÉRALE**



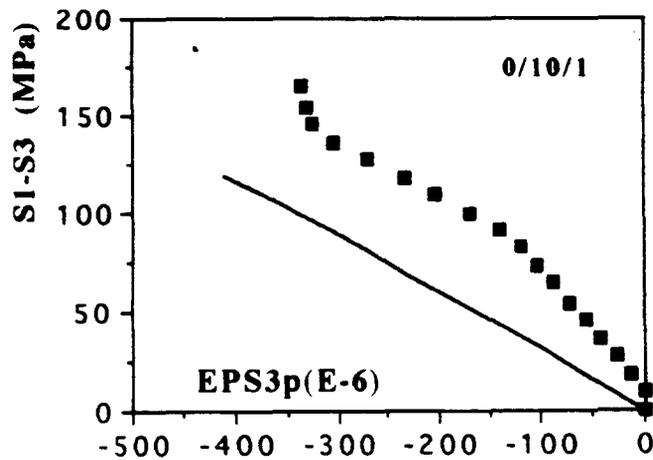
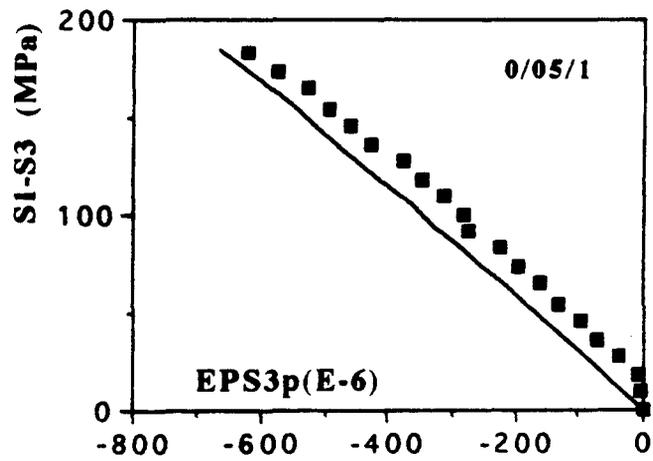
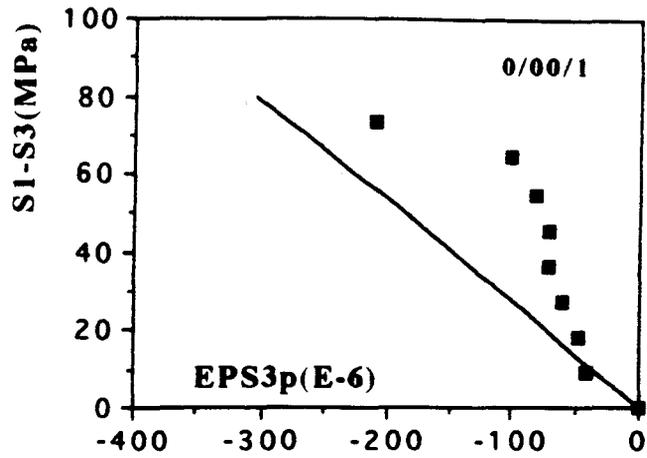
**ANNEXE II-c : VALIDATION SUR LES ESSAIS
PROPORTIONNELS DE REVOLUTION**



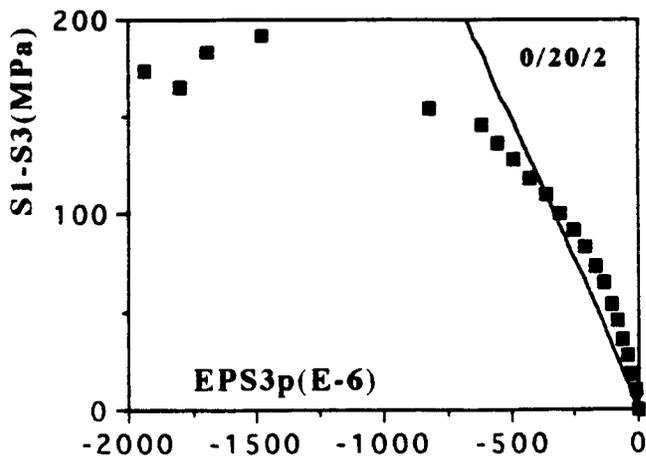
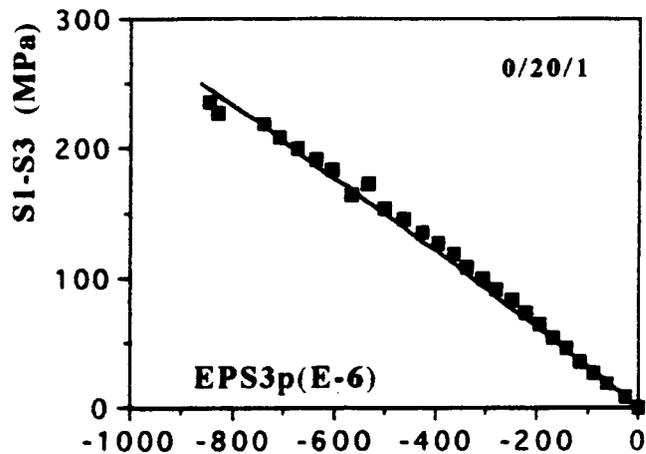
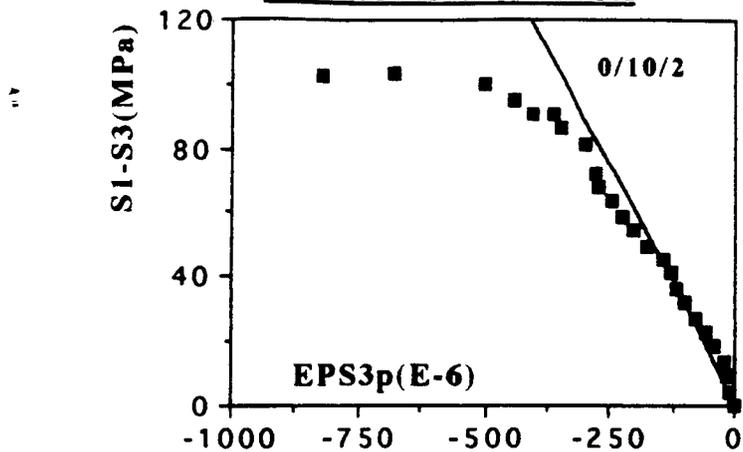
ANNEXE III

COMPARAISON DE LA MODELISATION DU MECANISME D'ENDOMMAGEMENT AVEC LES DIFFERENTS ESSAIS TRIAXIAUX **$\theta = 0^\circ$**

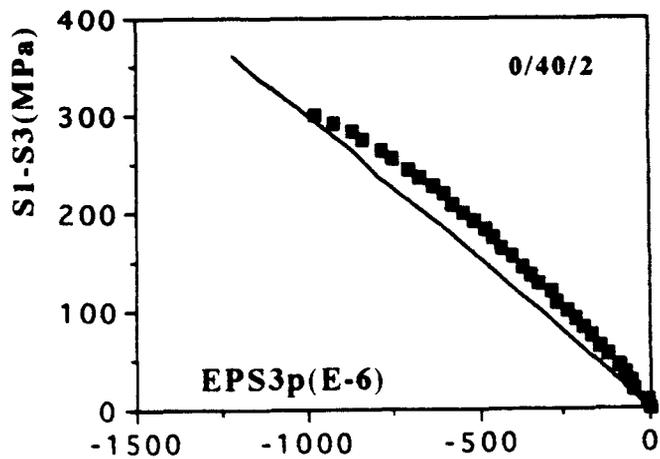
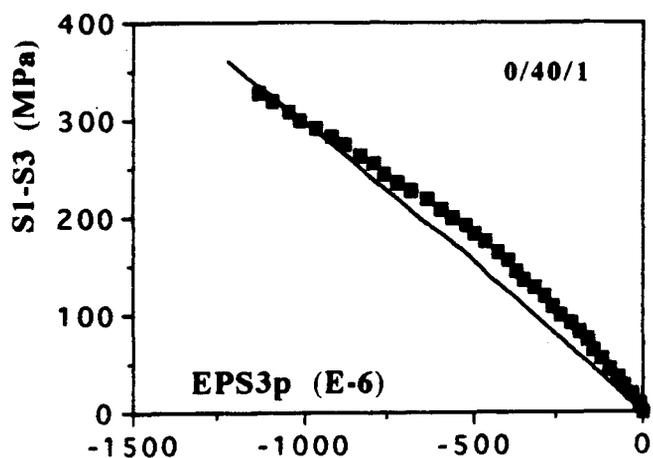
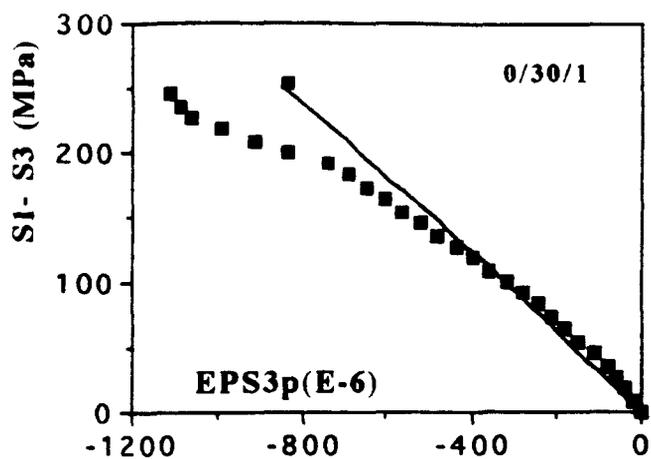
**ANNEXE III-a : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX**



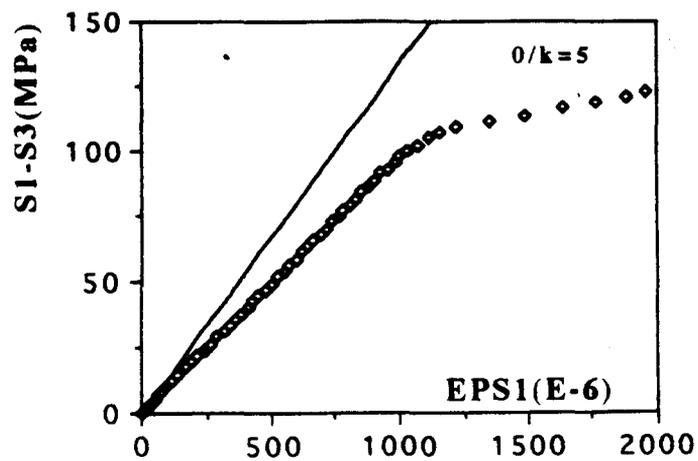
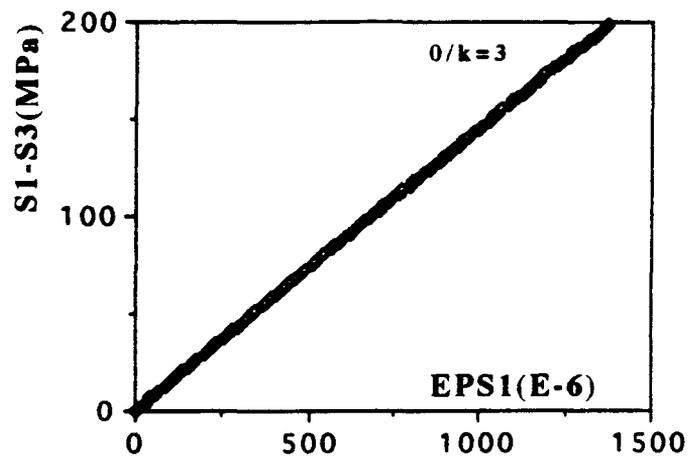
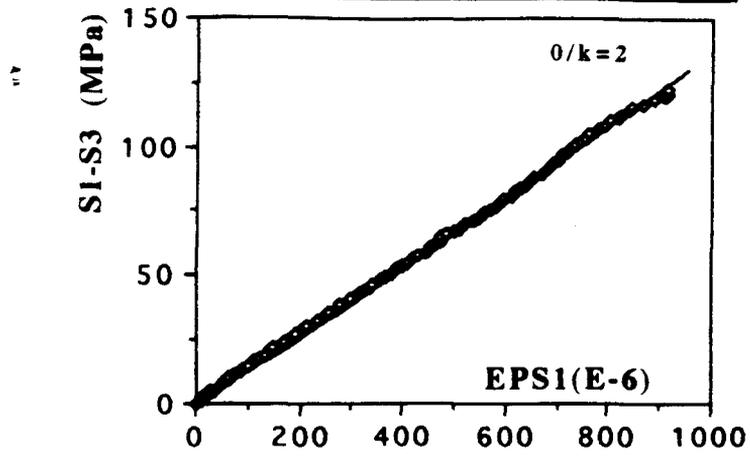
**ANNEXE III-a : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX**



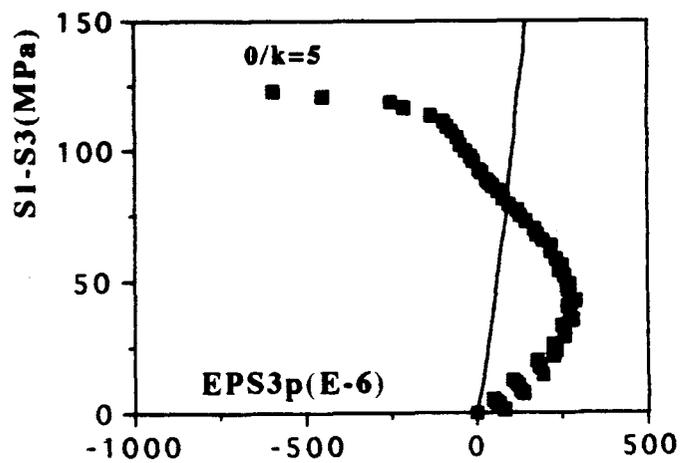
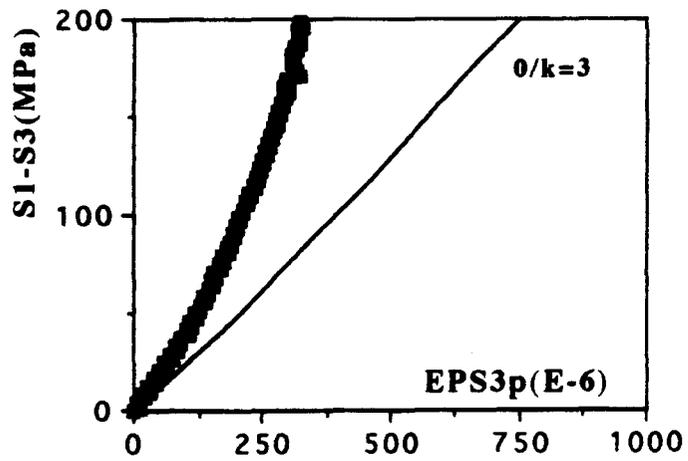
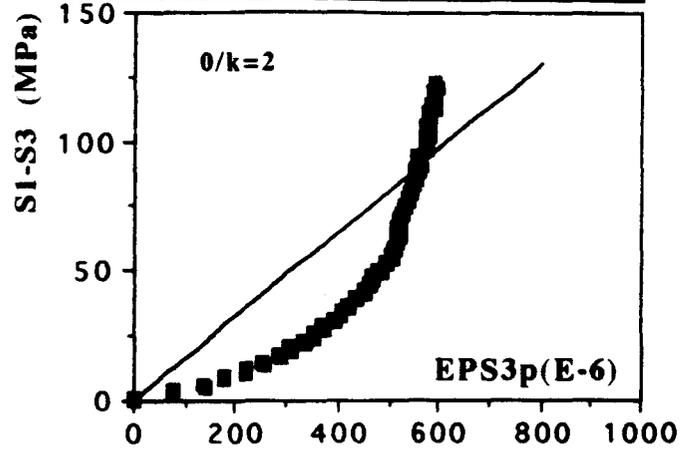
**ANNEXE III-a : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX**



**ANNEXE III-b : VALIDATION SUR LES ESSAIS
PROPORTIONNELS DE REVOLUTION**



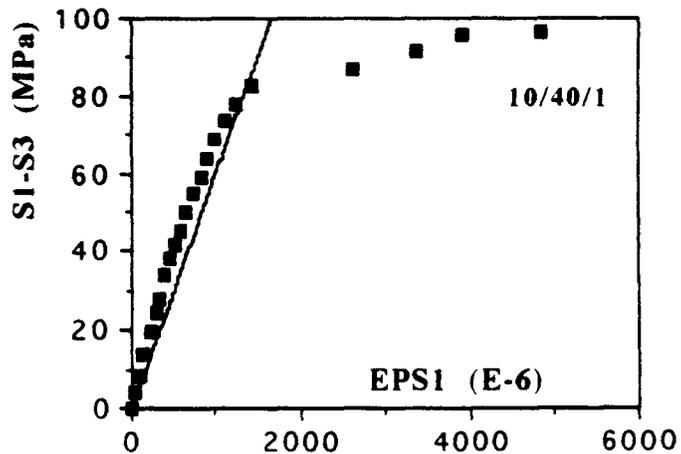
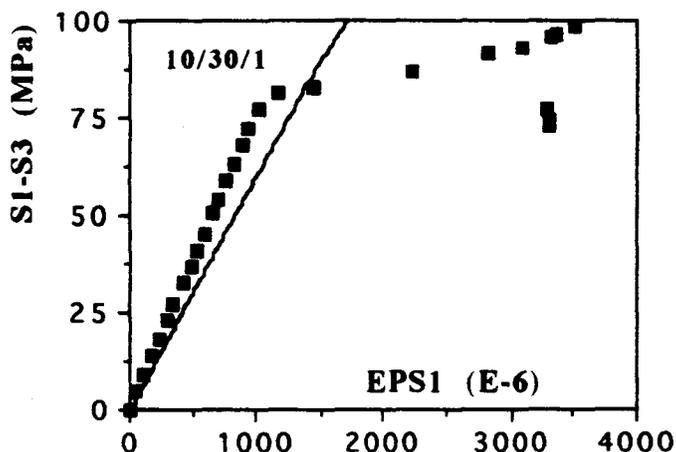
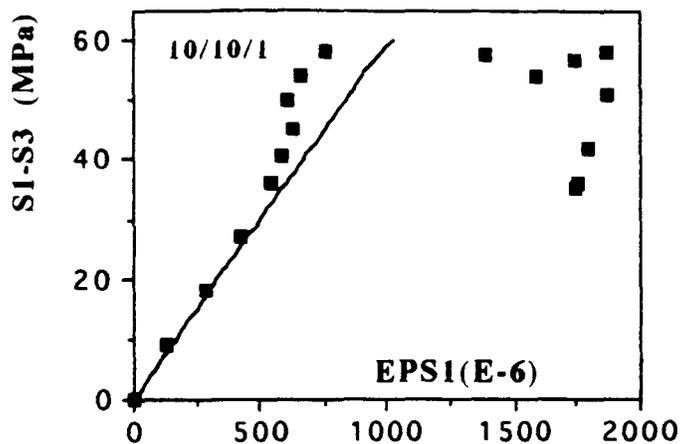
**ANNEXE III-b : VALIDATION SUR LES ESSAIS
PROPORTIONNELS DE REVOLUTION**



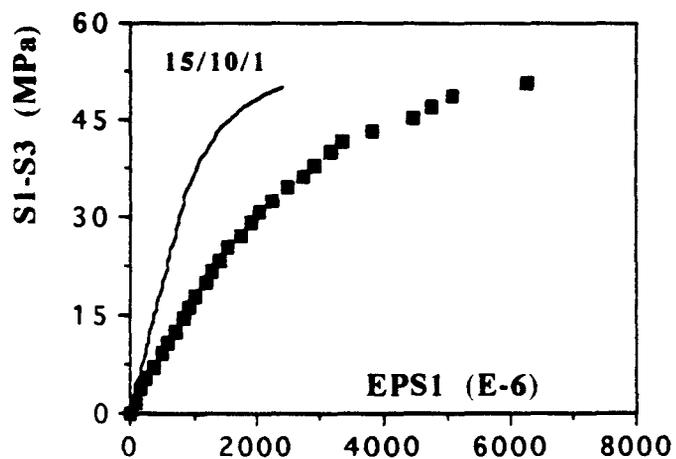
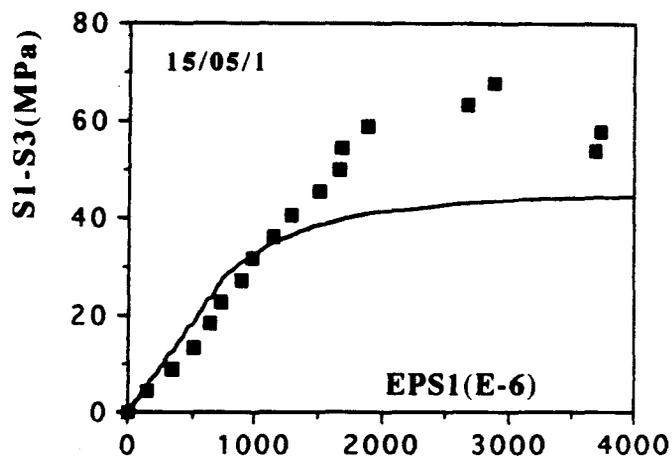
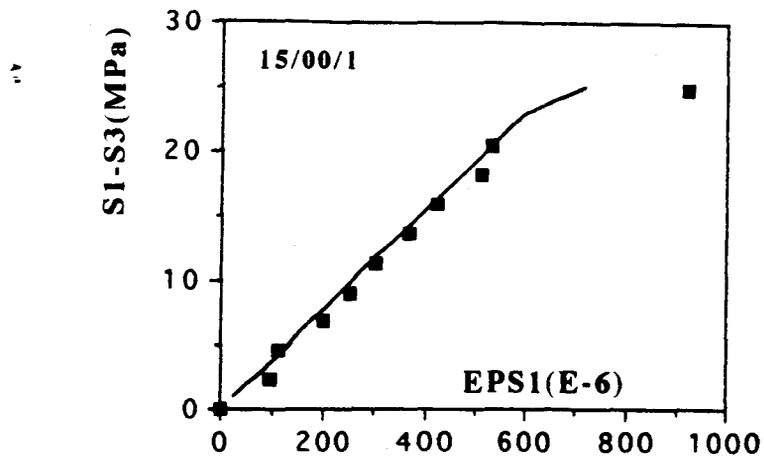
ANNEXE IV

COMPARAISON DE LA MODELISATION **DU MECANISME DE GLISSEMENT** **AVEC LES ESSAIS TRIAXIAUX** **$\theta = 10^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et 60°**

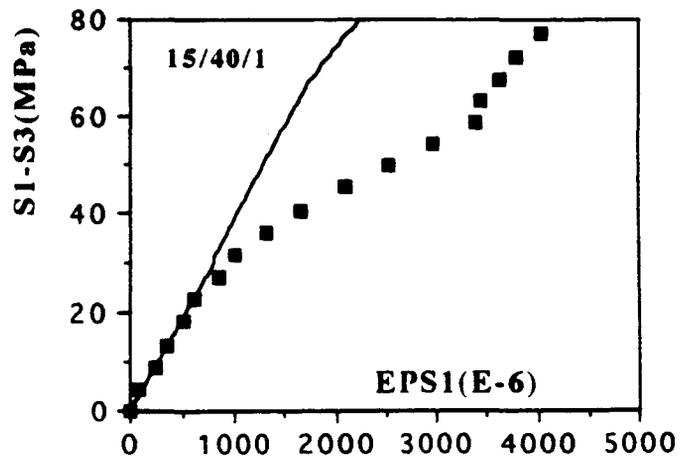
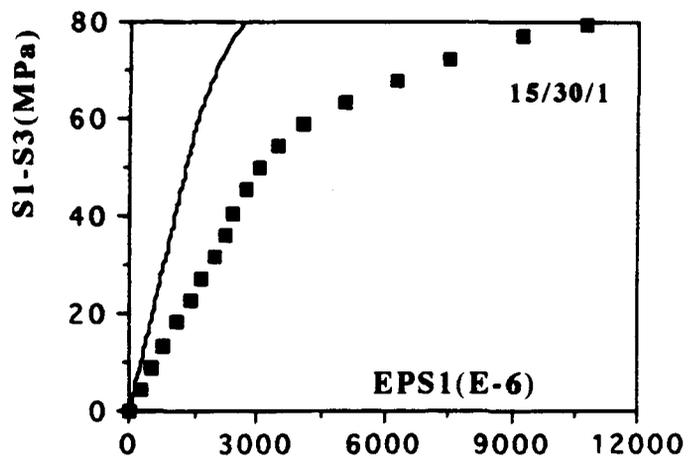
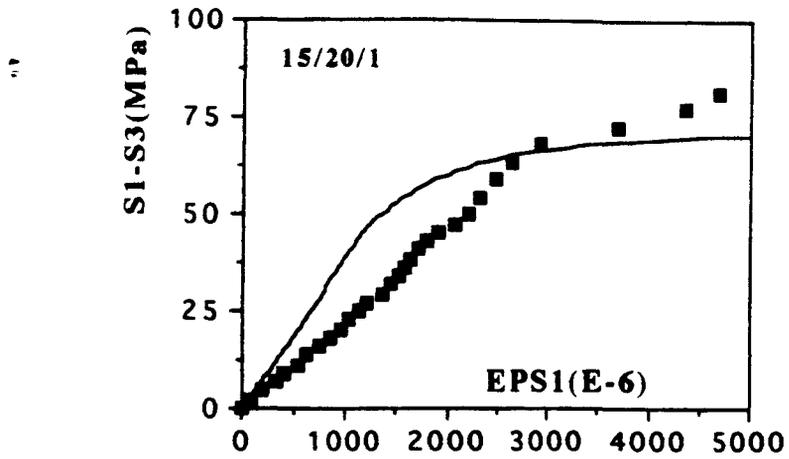
**ANNEXE IV : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION**



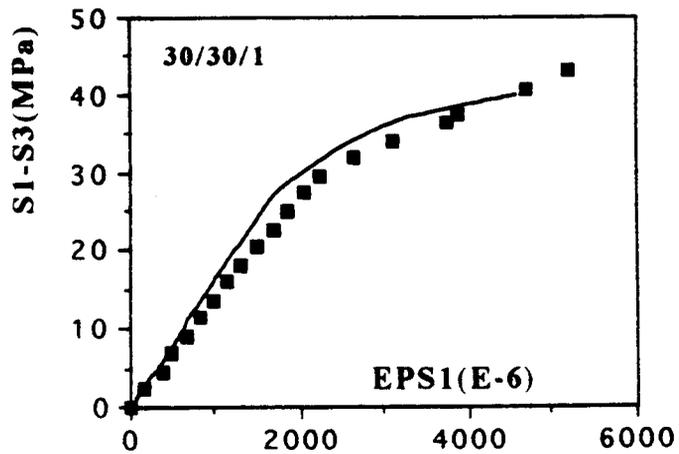
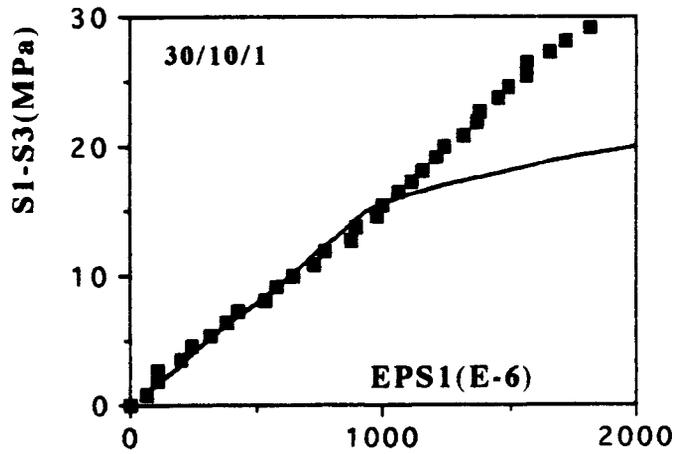
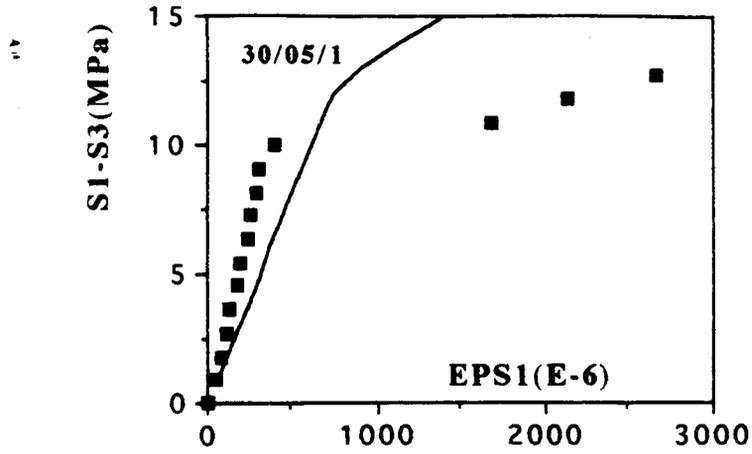
**ANNEXE IV : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION**



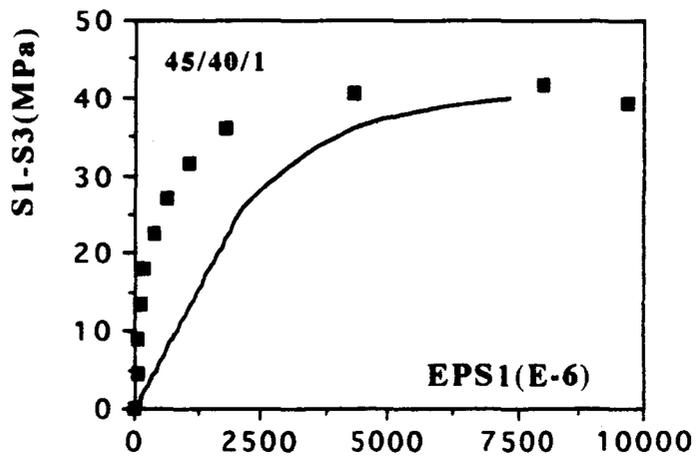
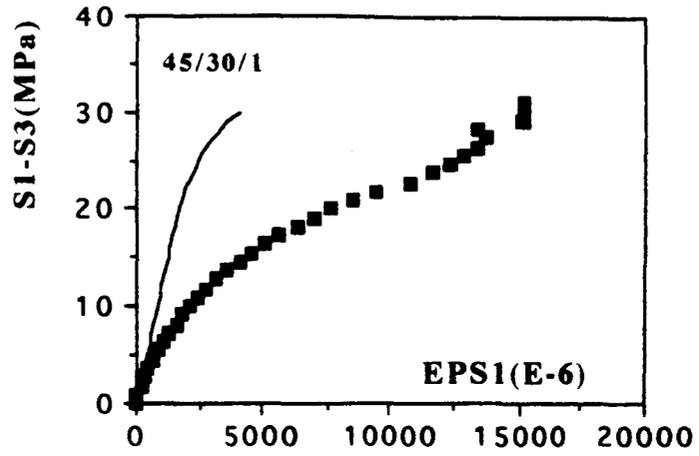
**ANNEXE IV : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION**



**ANNEXE IV : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION**



**ANNEXE IV : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION**



**ANNEXE IV : COMPARAISON DES REGRESSIONS AVEC
LES ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION**

