

N°d'ordre :

THÈSE

DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ
DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

Spécialité : MÉCANIQUE

POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNOLOGIES DE LILLE

PRÉSENTÉE PAR

Christophe LANAUD

Sujet de la thèse :

**RHÉOLOGIE DES LITS DE CATALYSEURS.
APPLICATION AUX LITS MOBILES**

Soutenance prévue en Novembre 1996 devant le jury composé de:

| | | |
|--------------|--|-------------------|
| MM BURZYNSKI | Ingénieur, Institut Français du Pétrole, Solaize | |
| CAMBOU | Professeur, École Centrale de Lyon | <i>Rapporteur</i> |
| JOUVE | Professeur, Université des Sciences et Techniques de Nantes | <i>Rapporteur</i> |
| MEIMON | Ingénieur, Institut Français du Pétrole, Rueil Malmaison | |
| MERLEN | Professeur, Université des Sciences et Technologies de Lille | |
| SHAHROUR | Professeur, École Centrale de Lille | |

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| Résumé | 1 |
| Abstract | 2 |
| Introduction | 3 |
| Notations | 7 |
| | |
| 1. Rhéologie des lits de catalyseur | 10 |
| | |
| 1.1. Introduction | 10 |
| | |
| 1.2. Comportement du catalyseur | 11 |
| 1.2.1. Étude en laboratoire | 11 |
| 1.2.2. Modélisation..... | 14 |
| 1.2.2.1. Élasticité | 14 |
| 1.2.2.2. Surface de charge..... | 18 |
| 1.2.2.3. Relation d'écoulement..... | 21 |
| 1.2.3. Résumé de la formulation du modèle..... | 23 |
| 1.2.3.1. Élasticité non linéaire de type hyperélastique..... | 23 |
| 1.2.3.2. Plasticité | 23 |
| 1.2.4. Étude de la sensibilité du modèle par rapport à ses paramètres..... | 25 |
| 1.2.5. Détermination des paramètres et simulation des essais triaxiaux..... | 30 |
| 1.2.5.1. Procédure d'identification des paramètres | 30 |
| 1.2.5.2. Paramètres d'élasticité E_0 , ν et λ | 30 |
| 1.2.5.3. Paramètres de la partie plastique | 31 |
| 1.2.5.4. Paramètres du potentiel de plasticité : Φ_{cv} et β_g | 32 |

| | |
|--|-----------|
| Paramètre de la fonction d'écroûissage : α_f | 32 |
| 1.2.6. Simulation des essais triaxiaux..... | 32 |
| 1.3. Comportement de l'interface catalyseur-grille Johnson | 36 |
| 1.3.1. Observation en laboratoire..... | 36 |
| 1.3.2. Modélisation du comportement de l'interface | 39 |
| 1.3.3. Identification des paramètres | 40 |
| 1.3.3.1. Paramètres d'élasticité : K_s et K_n | 40 |
| 1.3.3.2. Paramètres de la partie plastique : φ , ψ et d_g | 41 |
| 1.3.4. Simulation des essais d'interface | 41 |
| 1.4. Couplage catalyseur-gaz | 43 |
| 1.4.1. Observation en laboratoire..... | 43 |
| 1.4.2. Lois de Darcy et d'Ergun | 48 |
| 1.5. Formulation variationnelle et discrétisation..... | 53 |
| 1.5.1. Formulation variationnelle du problème mécanique..... | 53 |
| 1.5.2. Problème de l'écoulement du fluide | 56 |
| 1.5.3. Intégration du modèle de comportement | 58 |
| 1.5.4. Discrétisation temporelle..... | 59 |
| 1.5.5. Code de calcul par éléments finis utilisé | 60 |
| 1.5.6. Intégration de la loi d'Ergun..... | 61 |
| 1.6. Conclusions..... | 62 |

| | |
|--|-----------|
| 2. Vérification des modèles développés sur l'expérience de la balance..... | 63 |
| 2.1. L'expérience de la balance..... | 63 |
| 2.2. Distribution des contraintes dans une structure cylindrique à fond plat : Théories de Janssen et de Walters..... | 64 |
| 2.2.1. Théorie de Janssen | 65 |
| 2.2.2. Théorie de Walters..... | 67 |
| 2.2.3. Comparaison des deux théories..... | 69 |
| 2.3. Simulation numérique du remplissage d'un cylindre.... | 71 |
| 2.3.1. Méthodologie..... | 71 |
| 2.3.2. Modification du modèle du comportement des joints..... | 72 |
| 2.3.3. Études de sensibilité..... | 75 |
| 2.3.3.1. Influence des contraintes initiales..... | 76 |
| 2.3.3.2. Sensibilité du maillage | 76 |
| 2.3.3.3. Sensibilité aux paramètres d'interface..... | 77 |
| 2.3.3.4. Influence du modèle de comportement du catalyseur..... | 80 |
| 2.4. Simulation de l'expérience de la balance..... | 81 |
| 2.4.1. Présentation des essais..... | 81 |
| 2.4.2. Détermination des paramètres..... | 82 |
| 2.4.3. Confrontation expérience-simulation numérique..... | 83 |
| 2.5. Conclusions..... | 85 |

| | |
|---|------------|
| 3. Étude des réacteurs à lit mobile..... | 86 |
| 3.1. Introduction..... | 86 |
| 3.2. Méthodologie de calcul..... | 87 |
| 3.2.1. Phase de remplissage..... | 87 |
| 3.2.2. Phase de détassement | 91 |
| 3.2.2.1. Modélisation..... | 91 |
| 3.2.2.2. Difficultés numériques | 92 |
| 3.2.2.3. Analyse de la phase de détassement | 93 |
| 3.2.2.4. Influence de la partie élastique du modèle de comportement du catalyseur | 94 |
| 3.2.2.5. Comparaison calcul éléments finis-théorie de Janssen ... | 95 |
| 3.2.3. Phase d'injection..... | 96 |
| 3.2.3.1. Introduction | 96 |
| 3.2.3.2. Critère de blocage..... | 97 |
| 3.2.3.3. Influence de la loi de diffusion..... | 102 |
| 3.2.3.4. Sensibilité de la perte de charge de blocage aux paramètres de modélisation..... | 102 |
| 3.2.3.5. Sensibilité de la perte de charge de blocage aux paramètres physiques..... | 104 |
| 3.3. Structures toriques..... | 112 |
| 3.3.1. Influence du rapport R_i/R_e | 112 |
| 3.3.2. Influence de l'épaisseur du tore..... | 116 |
| 3.3.3. Influence du mode d'injection..... | 118 |
| 3.4. Conclusion..... | 119 |

Conclusion et perspectives..... 121

Annexe I: Analyse du détassement à l'état local..... 125

Annexe II : Analyse de l'injection à l'état local 130

Bibliographie..... 137

Résumé

Le procédé régénératif de reformage catalytique des essences développé par l'I.F.P permet d'augmenter le pourcentage et la qualité d'octane dans les essences. Il consiste à injecter une charge gazeuse à travers un lit de catalyseur (matériau granulaire) en mouvement gravitaire lent dans une enceinte torique. Le fonctionnement du procédé peut être fortement perturbé par le blocage du lit de catalyseur dans l'enceinte torique quand on augmente le débit de gaz.

L'étude consiste à modéliser numériquement ce phénomène, appelé "Pinning Effect", qui impose l'arrêt du procédé. En choisissant une approche basée sur la mécanique des milieux continus, nous avons développé une méthodologie pour la résolution de ce problème en trois phases :

- La phase de remplissage fournit l'état initial du catalyseur en prenant en compte la reprise d'une partie des efforts par les parois.
- La phase de détassement a pour but d'évaluer l'état de contrainte correspondant à l'écoulement gravitaire lent du catalyseur. Dans le cas du réacteur, on montre que cet état de contrainte est stationnaire sur une grande partie de la hauteur.
- La phase d'injection sert à quantifier le blocage du lit de catalyseur. Nous avons établi une procédure de calcul en deux étapes, l'une d'injection l'autre de détassement. Le blocage est obtenu lorsque, pour un débit de gaz, le détassement appliqué au catalyseur ne se propage pas jusqu'en haut de la structure.

Pour traiter ces trois étapes de calcul, nous avons étudié la rhéologie de chaque constituant : comportement du catalyseur dans la masse, interaction du catalyseur avec la structure et enfin l'interaction du catalyseur avec le gaz. Les modèles ont été développés à partir des concepts utilisés dans la modélisation des sols et ont été intégrés dans un programme d'éléments finis.

Des études de sensibilité ont montré que le critère adopté est fiable. Ce travail a permis de mettre en évidence les paramètres mécaniques et géométriques qui influencent la valeur de la perte de charge de blocage.

Mots clés : écoulement de matériaux granulaires, loi de comportement, élasticité, plasticité, interaction matériau granulaire-structure, interaction matériau granulaire-gaz, réacteur à lit mobile, méthode des éléments finis.

Abstract

The Institut Français du Pétrole has implemented a refinery process which increases the percentage and the quality of the octane in gasoline: It is a regenerative reform process which consists of injecting the gas across the catalyst moving bed. This process can be perturbed by the blockage of the catalyst bed in the structure during the augmentation of the gas pressure; this phenomena has been termed the Pinning Effect.

Using an approach based on continuum mechanics, we have developed, in three phases, a model for the resolution of this problem .

- * The first phase corresponds to the filling of the reactor with catalyst and takes into account the interaction between the catalyst bed and the walls of the structure.

- * The second phase evaluates the state of stress corresponding to the gravitational movement of the catalyst bed. We have shown that the stress state remains steady throughout the structure.

- * The last phase, the injection of the gas, serves to quantify the blockage of the catalyst bed. For treating this, we have established a two step calculation; first, we inject a flow of gas and, secondly, we impose a downward displacement on the catalyst bed. The blockage is obtained when, for a certain gas pressure drop, the displacement applied does not propagate throughout the structure.

For treating the three phases, we have studied the mechanical behavior of the catalyst bed, the interaction of the catalyst bed with the structure and the interaction of the catalyst bed with the gas. These models have been developed using established concepts of soil mechanics and have been integrated into a finite element program.

The study has shown that the criteria adopted for detecting the Pinning Effect is reliable. This work has also allowed to show evidence of the mechanical and geometrical parameters which influence the Pinning Effect.

Key words: granular material, rheology, elasticity, plasticity, interaction granular material-structure, interaction granular material-gas, moving bed reactor, finite element method.

Introduction

Parmi les procédés de raffinage que l'Institut Français du Pétrole (I.F.P.) développe depuis une vingtaine d'années, il y a la méthode de catalyse par lit fixe qui permet d'augmenter le pourcentage d'octane dans les essences. Avec cette méthode, on met en interaction, dans une enceinte cylindrique de grandes dimensions, une charge gazeuse et des billes de catalyseur. L'utilisation d'un tel procédé n'est pas le plus économique car il impose des arrêts de l'unité tout entière. En effet, comme la réaction chimique s'effectue à des températures très élevées d'environ 500°C, du coke se forme sur les billes qu'il est nécessaire de nettoyer pour que le rendement de la réaction chimique ne baisse pas. Afin d'éviter ces arrêts, l'I.F.P. a mis au point un procédé continu appelé "procédé régénératif de reformage catalytique des essences (Octanizing®)".

L'unité de raffinage est constituée de quatre réacteurs cylindriques et d'une tour de régénération (*figure I.1*). La structure interne de chaque réacteur est torique. Le procédé consiste à faire circuler par gravité les billes de catalyseur dans cette structure à une vitesse faible (1m/h) et à injecter le gaz transversalement sur toute la hauteur du tore, de l'extérieur vers l'intérieur où il est récupéré dans un collecteur central (*figure I.2*). Dans ce procédé, le catalyseur est mis en circulation d'un réacteur à l'autre par un système qui fluidifie les billes. À la fin du circuit, le catalyseur circule dans la tour de régénération pour éliminer le coke formé sur les billes. Dès que celles-ci sont régénérées, elles sont de nouveau envoyées dans le premier réacteur et ainsi de suite. On obtient ainsi un circuit de production continue dont la rentabilité est supérieure à celle de l'ancien procédé.

Cette rentabilité est d'autant plus importante que le volume de gaz récupéré est élevé. Pour cela, un des moyens consiste à augmenter le débit d'injection du gaz à travers le lit sans modifier la vitesse de circulation du catalyseur. Cependant, avec l'augmentation du débit d'injection, il arrive que le catalyseur se bloque dans le réacteur. À ce moment, on observe le collage des billes sur la paroi interne de sortie du gaz. Ce phénomène appelé "Pinning Effect" impose l'arrêt de l'unité et doit être évité. De même, la circulation des billes dans les enceintes toriques ou le transport de celles-ci d'un réacteur à l'autre provoque leur usure et parfois leur cassure. Ce phénomène se traduit à long terme par une baisse de l'activité de la réaction chimique. Le problème majeur est que les billes cassées peuvent se figer dans les fentes de la paroi ce qui accentue l'apparition du "Pinning Effect".

Actuellement, il n'existe pas de moyen de mesure (contrainte sur les parois, vitesse des billes sur les parois, etc.) dans les réacteurs. De ce fait, ces anomalies sont mal quantifiées.

Afin d'analyser l'apparition du "Pinning Effect", l'I.F.P. a mis au point une étude expérimentale complexe. Elle reproduit l'écoulement gravitaire lent du catalyseur et l'injection transversale de gaz dans une maquette parallélépipédique froide. On a pu quantifier de cette façon à travers le lit la variation de pression du gaz qui provoquait le blocage du lit et établir une valeur de perte de charge à ne pas dépasser. Cependant, le critère utilisé est apparu conservatif pour les structures réelles.

L'objectif de ce travail est de modéliser le phénomène de blocage rencontré.

La mécanique offre plusieurs méthodes pour résoudre le problème. La micromécanique permet de modéliser l'écoulement particulaire en calculant le mouvement de chaque bille soumise à son poids et aux forces de contact avec ses voisines. Cette méthode encore en développement nécessite de disposer de moyens importants de calcul. En fait, il n'est pas possible à moyen terme d'étudier le cas d'un réacteur dans lequel interviennent des milliards de billes. La méthode des automates cellulaires a permis récemment d'étudier qualitativement le blocage du lit [36]. Cependant, il apparaît que le passage des valeurs qualitatives aux valeurs quantitatives n'est pas facilement accessible sur le plan théorique. En revanche, l'approche du problème par la mécanique des milieux continus semble possible compte tenu de la vitesse lente de circulation du catalyseur. À cette vitesse, les billes en contact forment un solide qui peut être représenté à une certaine échelle par un milieu continu solide homogène équivalent. La difficulté est de simuler l'écoulement permanent du catalyseur couplé à une circulation de gaz à grande vitesse.

Nous n'avons pas trouvé d'articles qui traitent complètement ce sujet par cette méthode. En fait, les principaux travaux sont expérimentaux [35] [7]. Quelques analyses théoriques étudient le remplissage et la vidange de structures cylindriques (théories de Janssen [21] et de Walters [47]). D'autres étudient le début de la cavitation en spécifiant, sans le démontrer, que son apparition aboutit très rapidement au "Pinning Effect" [43]. Dans ce cas, le début de la cavitation correspond au décollement du solide granulaire de la paroi d'entrée du gaz.

Les résultats de différents essais mécaniques effectués au Laboratoire de Mécanique de Lille sur le catalyseur, l'interface catalyseur-paroi et le couplage catalyseur-gaz ont montré que chacun des comportements pouvait être modélisé en utilisant des concepts éprouvés de la mécanique des sols. Cela renforce la possibilité d'utiliser la mécanique des milieux continus pour traiter le problème du blocage du lit.

Le but principal de ce travail est de développer une méthodologie de calcul par la méthode des éléments finis ([17], [26], [51]) qui devra, en prenant en compte le comportement de chaque constituant (catalyseur dans la masse, l'interaction catalyseur-paroi et le couplage catalyseur-gaz), faire apparaître clairement le début de blocage du lit et quantifier la perte de charge de l'écoulement de gaz qui le provoque.

Le présent rapport est composé de trois chapitres :

Le premier est consacré à l'étude de la rhéologie des lits de catalyseur dans un réacteur. Pour cela, nous avons développé des modèles de comportement du catalyseur et de l'interface catalyseur-paroi. L'interprétation des essais en laboratoire permet de construire des modèles qui prennent en compte les principales spécificités des différents constituants. Les modèles de comportement sont développés dans le cadre de l'élastoplasticité. Pour le couplage catalyseur-gaz, nous avons utilisé la loi non linéaire d'Ergun. Elle permet de prendre en compte la dissipation d'énergie cinétique créée par l'écoulement du gaz à grande vitesse. Ensuite, on décrit les équations aux dérivées partielles du problème, leur implantation dans un code de calcul par éléments finis et les algorithmes particuliers qu'il a été nécessaire de développer.

Dans le second chapitre, on présente une validation des modèles mis au point à l'aide d'une étude expérimentale appelée "expérience de la balance". On montre ensuite les avantages de cette modélisation en la comparant avec les théories de Janssen et de Walters.

Le troisième chapitre concerne l'étude du comportement mécanique des réacteurs à lit mobile. On présente en détail une méthodologie de calcul pour étudier le phénomène du "Pinning Effect". Elle a été mise en place pour des structures planes et toriques. On montre, par des études de sensibilité, l'influence à la fois des paramètres des modèles et des dimensions de la structure sur la perte de charge de l'écoulement de gaz qui provoque le début de blocage.

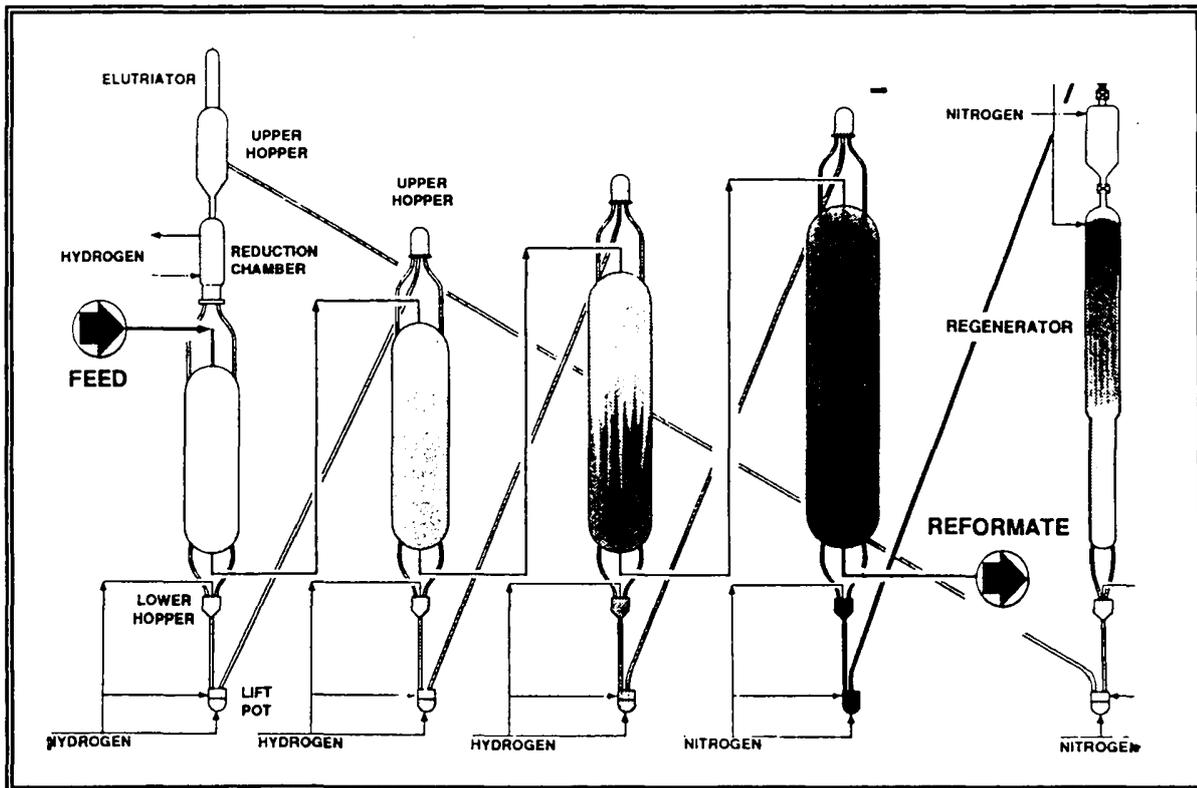


Fig. I.1 Unité de reformeur régénératif

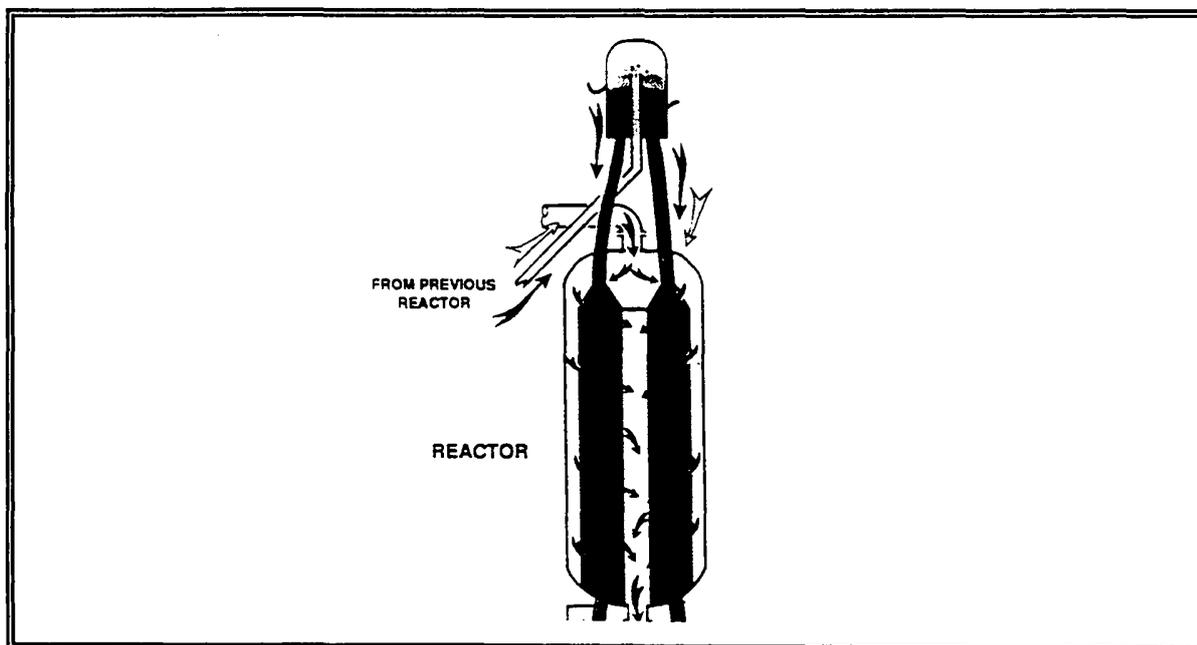


Fig. I.2 Schéma de principe

Notations

a_f = Paramètre du modèle du solide (contrôle la vitesse d'écroissage)

B = Matrice des déformations

B_{int} = Matrice des déformations de l'interface

B_{int}' = Matrice des perméabilités de l'interface

e = épaisseur du lit

e_{ij}^p = Composante du tenseur de déformation déviatorique plastique

E_0 = Module de Young sécant initial

E_s = Module de Young sécant

F_{int} = Vecteur des forces de contact de l'interface

H = Matrice de perméabilité du fluide

d_g = Paramètre du modèle d'interface (contrôle la dilatance)

D_p = Diamètre moyen des billes

I_1 = Premier invariant du tenseur de contraintes

J_2 = Deuxième invariant du tenseur de contraintes

K = Perméabilité du milieu granulaire

K_{int} = Perméabilité de l'interface

K_n = Module de rigidité normal d'un joint

K_{n0} = Module de rigidité normal initial d'un joint

K_s = Module de rigidité tangentiel d'un joint

K_{s0} = Module de rigidité tangentiel initial d'un joint

L = Matrice de couplage

M = Module de Biot

n = Porosité du milieu granulaire

q = Déviateur de contrainte

p = Contrainte moyenne (contrainte de confinement)

P_r = Pression de référence (100 kPa)

P^e = Pression interstitielle aux nœuds d'un maillage

R = Matrice de rigidité globale

s = Tenseur de contrainte déviatorique

U^e = Déplacement aux nœuds d'un maillage

v = Vitesse du fluide relative au solide

ΔP = Perte de charge à travers le lit

β_g = Paramètre du modèle du solide (contrôle la dilatance)

δ_{ij} = Tenseur de Kronecker

ϵ_τ = Déplacement relatif tangentiel d'un joint

ϵ_n = Déplacement relatif normal d'un joint

ϵ_{ij} = Composante du tenseur de déformation

ϵ_v = Déformation volumique

ϵ_{ij}^p = Composante du tenseur de déformation plastique

ϵ_d^p = Déformation déviatorique plastique

φ = Angle de frottement

φ_{cv} = Angle caractéristique

φ_w = Angle de frottement matériau-paroi

γ = Poids volumique du catalyseur

γ_f = Poids volumique du fluide

μ = Viscosité dynamique du fluide

ν = Coefficient de Poisson

π = Rapport sans dimension, $\pi = \frac{\Delta P \cdot \tan(\varphi_w)}{\gamma \cdot e}$

$\theta = -\frac{1}{3} \cdot \sin^{-1} \left(\frac{3^3 \cdot \det(s)}{2 \cdot q^3} \right)$; $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$ = Angle de Lode

σ_{ij} = Composante du tenseur de contrainte totale

σ'_{ij} = Composante du tenseur de contrainte effective

σ_n = Contrainte normale dans un joint

τ = Contrainte tangentielle dans un joint

Ψ = Angle de dilatance

Chapitre 1

Rhéologie des lits de catalyseur

1.1. Introduction

Le catalyseur que l'on étudie est un matériau granulaire composé de billes de diamètre uniforme de 2 mm. De part sa granulométrie, il se rapproche d'un sable grossier. De ce fait, on propose d'analyser la possibilité d'utiliser les concepts phénoménologiques établis sur les sables afin de développer un modèle de comportement du catalyseur.

On présente ensuite le développement d'un modèle de comportement de l'interface catalyseur-paroi. Celui-ci a été écrit à partir de l'analyse des résultats des essais réalisés au Laboratoire de Mécanique de Lille sous des faibles confinements [42].

Puis, des essais triaxiaux de compression drainée ont été réalisés sur le catalyseur subissant une circulation de gaz [41]. On montre à partir des résultats de ces essais que l'on peut utiliser le concept de contraintes effectives de Terzaghi pour traiter l'écoulement du gaz.

Des essais réalisés au Centre d'Études et de Développements Industriels "René Navarre" (C.E.D.I./I.F.P Solaize) [8] sur l'écoulement de gaz à travers un lit de matériau granulaire ont montré que la relation entre la perte de charge de l'écoulement et la vitesse élevée du gaz était non linéaire. On propose donc d'étudier l'écoulement du gaz à travers le catalyseur avec la loi non linéaire d'Ergun qui semble reproduire convenablement les résultats des essais. Un algorithme numérique a été développé pour l'intégrer.

On présente aussi les équations aux dérivées partielles du problème couplé ainsi que leur discrétisation et l'intégration dans un code de calcul par éléments finis.

1.2. Comportement du catalyseur

1.2.1. Étude en laboratoire

Dans les réacteurs à lit mobile, le catalyseur est soumis à un faible confinement (environ une dizaine de kPa) par rapport au confinement rencontré en mécanique des sols classique (une centaine de kPa). Le Laboratoire de Mécanique de Lille possède un appareil triaxial capable d'effectuer des essais à des faibles niveaux de confinement sous chemins triaxiaux en compression drainée [24]. Il a réalisé des essais sur le catalyseur pour des pressions de confinement de 10 kPa, 20 kPa, 30 kPa et 50 kPa [39]. On présente les résultats des essais dans la figure 1.1.

On constate que le déviateur croît rapidement au début du chargement, ensuite il tend à se stabiliser. Pour les pressions de confinement supérieures à 20 kPa, la courbe déviateur-déformation axiale présente un pic suivi d'une phase de radoucissement.

De plus, lors de l'écoulement plastique, il apparaît des oscillations du déviateur qui croissent avec la pression de confinement. Ceci est une caractéristique de notre matériau puisque aucun des essais triaxiaux effectués sur les sables n'a révélé ce comportement. On associe celui-ci à la granulométrie très serrée du catalyseur. En effet, on peut imaginer que le déviateur est transmis dans la structure à partir des contacts intergranulaires. Il suffit alors que les billes de dimensions uniformes, au cours de l'essai et en particulier pour des déviateurs élevés, bougent les unes par rapport aux autres pour que le déviateur se redistribue brusquement [9]. Dans le cas des sables, comme la courbe granulométrique est étalée (des particules de différentes dimensions représentent le matériau), on suppose que les plus petits grains remplacent les vides lorsque le matériau subit des déformations plastiques et que la distribution du déviateur est beaucoup moins brutale.

Si l'on compare ces résultats aux essais réalisés par Mohkam [32] sur le sable d'Hostun dans un état dense (*figure 1.2*) et dans un état lâche (*figure 1.3*), on remarque qu'ils présentent comme pour le catalyseur un déviateur qui croît progressivement vers un palier. On observe aussi sur les essais triaxiaux effectués sur du sable dans un état dense, une phase de radoucissement aux grandes déformations axiales. Comme le catalyseur présente le même phénomène pour des pressions de confinements élevées on suppose que celles-ci ont densifié le matériau. Cependant, de nombreuses études antérieures effectuées sur les sables démontrent que le radoucissement n'est pas une propriété du matériau mais qu'il est dû principalement à des effets géométriques [38]. On pense donc que ce phénomène ne caractérise pas de manière objective le comportement du catalyseur.

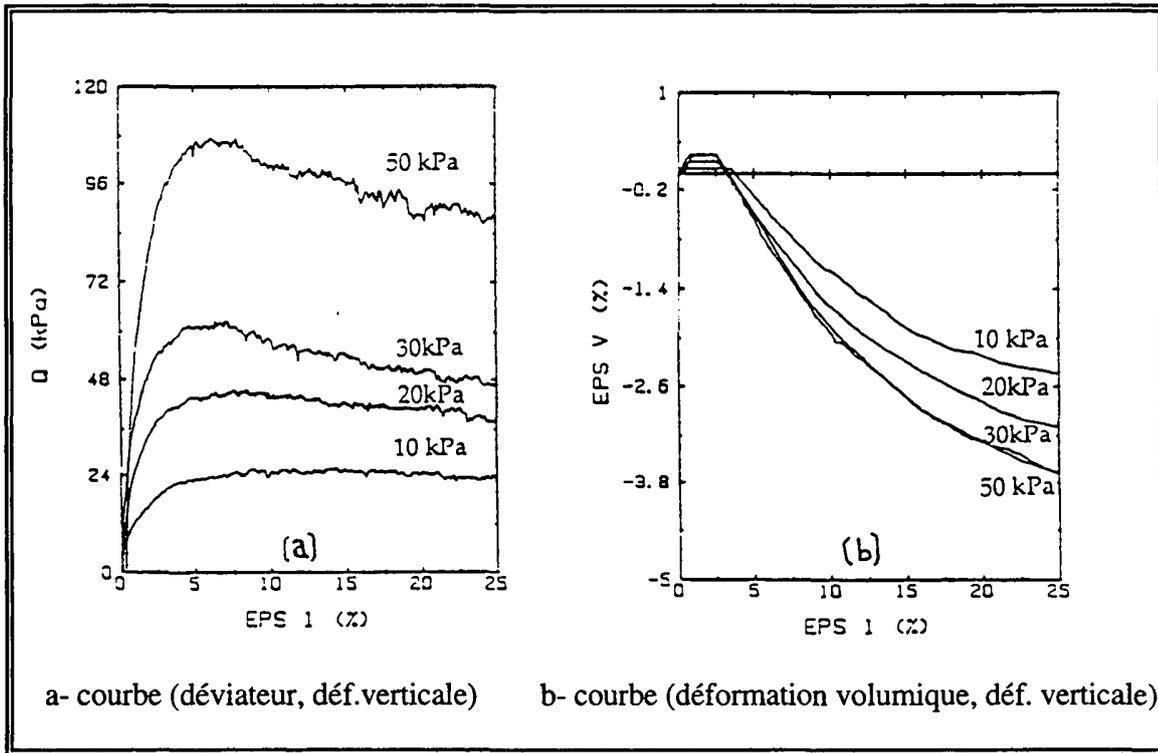


Fig. 1.1 Essais triaxiaux en compression drainée sur le catalyseur (Shahrour et Dronsart, 1992)

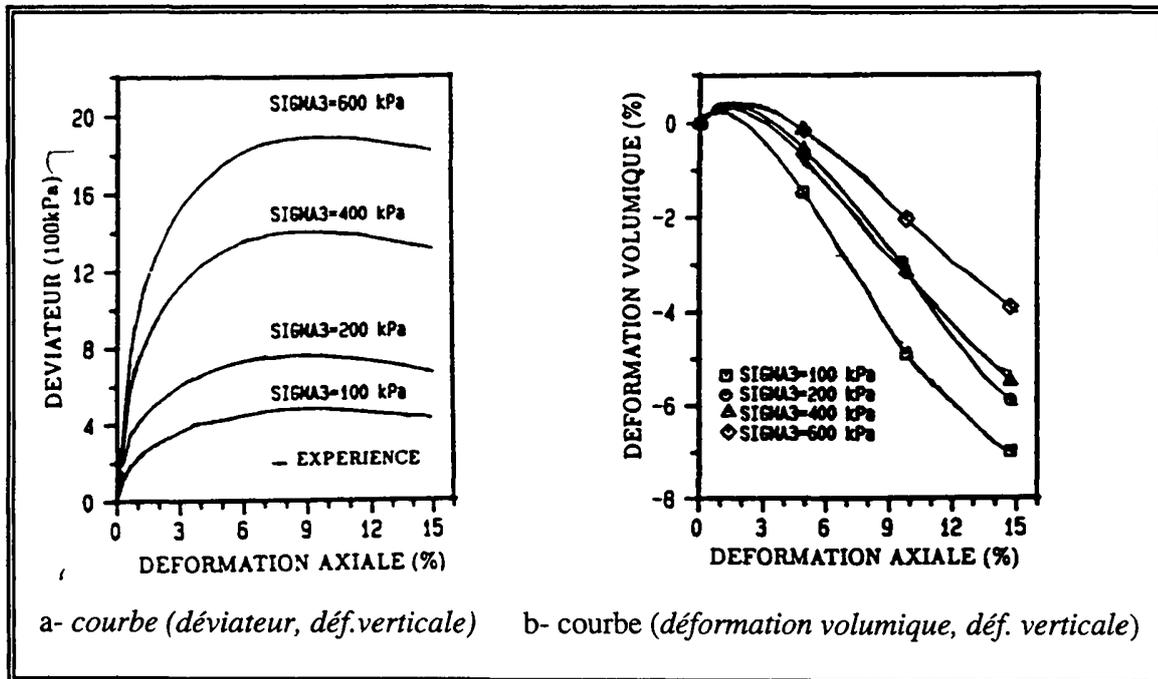


Fig. 1.2 Essais triaxiaux de compression drainée sur le sable dense d'Hostun, réalisés à différents confinements (Mohkam, 1983, d'après Tan, 1990)

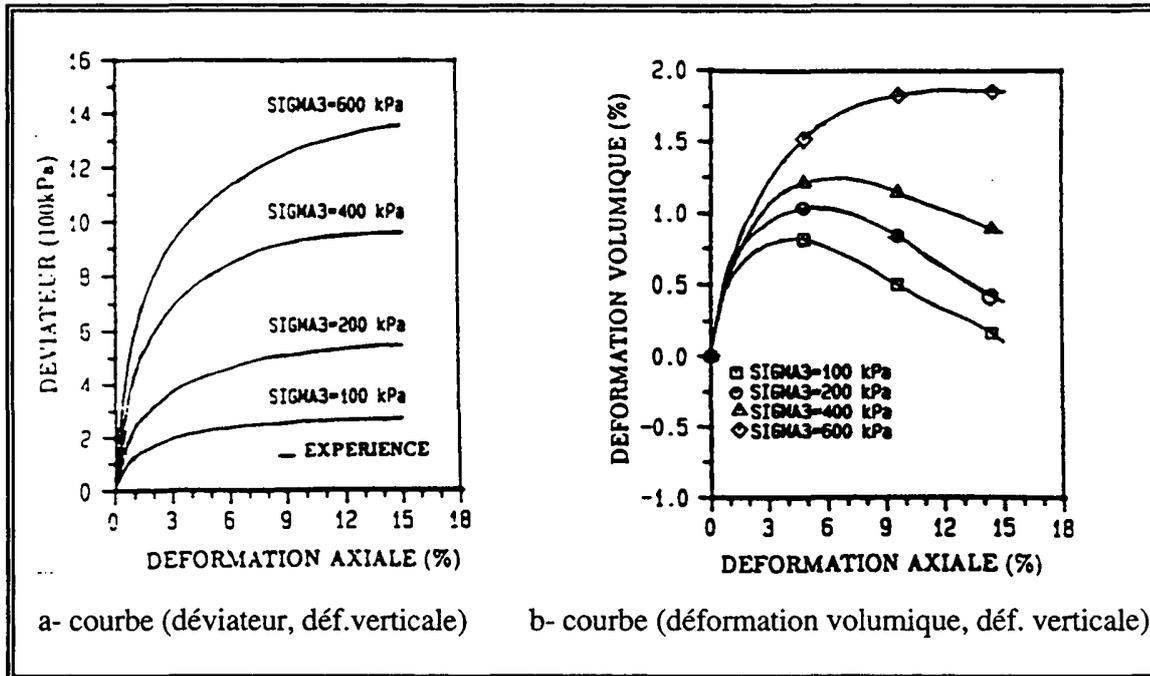


Fig. 1.3 Essais triaxiaux de compression drainée sur le sable lâche d'Hostun, réalisés à différents confinements (Mohkam, 1983, d'après Tan, 1990)

La déformation volumique présente une phase de contractance au début du chargement suivie d'une phase de dilatance importante qui s'amortit aux grandes déformations. Ce passage de la contractance à la dilatance de la déformation volumique est aussi observé sur les essais effectués sur les sables denses (*figure 1.2*). Cependant, pour le catalyseur, on remarque que cette dilatance augmente avec la pression de confinement. Ce phénomène est une caractéristique de notre matériau puisque dans le cas des sables, on observe le phénomène inverse lorsqu'ils sont dans un état dense. Lorsqu'ils sont dans un état lâche la dilatance disparaît pour des pressions de confinements élevées (*figure 1.3*).

On se demande alors comment se fait-il que plus le matériau est confiné plus il est dilatat et qu'en même temps son angle de frottement au pic augmente. On pourrait mettre en cause le niveau faible des confinements. Cependant, des essais sous faibles confinements ont été réalisés sur du sable dont les résultats ont montré que l'on obtenait toujours une dilatance qui diminuait avec la pression de confinement [25]. On associe le comportement du catalyseur à sa granulométrie très serrée. En effet, comme aucune bille ne peut prendre la place des vides, lorsqu'un volume élémentaire du matériau subit des pressions de confinement élevées, les billes roulent les unes par rapport aux autres. Ce phénomène génère une augmentation de la dilatance avec, du fait des frictions entre les billes, une augmentation de l'angle de frottement au pic.

Malgré ces différences entre le comportement du catalyseur et celui des sables, on retrouve de manière générale une similitude phénoménologique au niveau de la notion de pic du déviateur ou bien de la notion de contractance - dilatance. On propose donc d'établir un modèle de comportement du catalyseur en s'appuyant sur les différents concepts utilisés dans la modélisation du comportement des sables.

1.2.2. Modélisation

Nous allons décrire un modèle de comportement du catalyseur qui va nous permettre de décrire les efforts intérieurs en fonction des grandeurs cinématiques qui décrivent la déformation du milieu. Ainsi, le modèle doit décrire le comportement du matériau depuis les déformations réversibles jusqu'à la rupture en tenant compte de l'histoire antérieure des contraintes et des déformations qu'il a subies.

Au cours de l'élaboration du modèle, on tentera de limiter le nombre de paramètres et d'accorder une attention particulière à la détermination de ces derniers à partir des essais standards. Pour cela, on s'appuiera sur l'étude des résultats expérimentaux pour déterminer les mécanismes mis en jeu et ainsi, en comparaison avec les sables, choisir les variables significatives de l'état du matériau.

De nombreuses études de développement de modèle de comportement des sables à partir de la théorie de l'élastoplasticité ([14], [33], [34], [46]) montrent que l'utilisation de plusieurs mécanismes de plastification permettent de décrire avec suffisamment de réalisme leur comportement. Ces modèles sont d'ailleurs très efficaces pour traiter des chemins de sollicitations variés, en particulier lorsque le matériau subit des changements de direction des sollicitations [10], [44]. Néanmoins, ces modèles se caractérisent très souvent par un nombre élevé de paramètres et une intégration coûteuse en temps calcul.

Pour l'instant, nous allons nous contenter de développer un modèle simple qui reproduit convenablement le comportement du catalyseur sous des chargements monotones. En effet, c'est à partir de l'étude des structures réelles que l'on analysera la nécessité de le sophistiquer. En s'appuyant sur le mécanisme déviatorique du modèle MODSOL [40], nous allons présenter le modèle de comportement du catalyseur que nous avons développé.

1.2.2.1. Élasticité

Le domaine élastique des matériaux granulaires n'est pas correctement établi par les expériences ce qui rend sa description délicate. En effet, des déformations irréversibles apparaissent dès que le matériau subit des trajets fermés de contraintes même très faibles .

Cependant, comme on base le développement du modèle sur la théorie de l'élastoplasticité, nous devons décrire ce comportement. En effet, même si généralement les déformations élastiques sont très nettement inférieures aux déformations plastiques, la présence de ce domaine est nécessaire à l'intégration du modèle.

La forme incrémentale d'une loi d'élasticité pour un matériau isotrope s'écrit :

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e \cdot d\varepsilon_{kl} \quad (1.1)$$

avec

$$D_{ijkl}^e = \left(K - \frac{2}{3} \cdot G \right) \delta_{ij} \cdot \delta_{kl} + G (\delta_{ik} \cdot \delta_{jl} + \delta_{il} \cdot \delta_{jk}) \quad (1.2)$$

Dans lesquelles K est le module volumique et G le module de cisaillement. Ces constantes sont données par les relations :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.3)$$

où E est le module de Young et ν le coefficient de Poisson.

On prendra comme hypothèse que le comportement élastique du catalyseur est isotrope.

En ce qui concerne le coefficient de Poisson, des études expérimentales approfondies de chargement puis de déchargement sur les sables ont montré qu'il était constant pour un indice des vides donné. De même, ces études ont montré que le module de Young varie suivant la pression de confinement (p) et le déviateur (q) [22]. Malgré les résultats de ces travaux, de nombreux modèles de comportement des sables, pour des raisons de simplicité, décrivent la partie élastique par une formulation élastique non linéaire de type hypoélastique. Celle-ci exprime des relations incrémentales entre l'état de déformation et l'état de contrainte en considérant un module de Young dépendant uniquement de la pression moyenne (p). Ainsi, de nombreux auteurs expriment le module de Young par une fonction de puissance de la contrainte moyenne (p) sous la forme :

$$E(p) = E_0 \cdot p_r \left(\frac{p}{p_r} \right)^n \quad (1.4)$$

où E_0 et n sont deux paramètres qu'on peut déterminer facilement à partir des essais triaxiaux en compression drainée.

Zytynski [52] a démontré que cette approche conduit à une violation du principe de conservation de l'énergie. Ainsi, pour un chemin fermé de contrainte ou de déformation, on peut dissiper ou générer de l'énergie suivant le sens de parcours.

Devant la difficulté de décrire expérimentalement le comportement élastique du catalyseur, on se propose de s'appuyer sur les résultats des travaux expérimentaux effectués sur les sables et de décrire ce comportement par une formulation hyperélastique. Ainsi, on respecte les principes de la thermodynamique en faisant dépendre le module de Young à la fois de la pression moyenne et du déviateur [27].

Avec la formulation hyperélastique, on décrit l'état de contrainte en fonction de la déformation élastique totale par un module sécant :

$$\sigma_{ij} = E_s(I_1, J_2) \cdot \varepsilon_{ij}^e \quad (1.5)$$

Pour obtenir la formulation de E_s , on écrit le travail élastique généré par un chargement fermé en p et q (figure 1.4), de sorte que :

$$W_{abcda} = \oint_{abcda} dW = \oint_{abcda} \{\sigma_{ij}\}^T \cdot \{d\varepsilon_{ij}^e\} = 0 \quad (1.6)$$

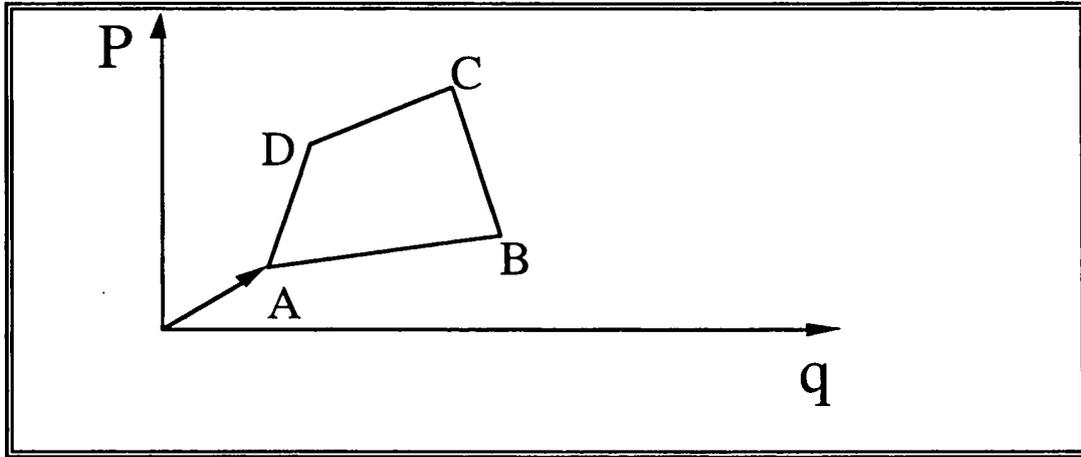


Fig. 1.4 Schéma du chargement appliqué en p et q fermé

En faisant l'hypothèse que K et G sont indépendants du troisième invariant du tenseur des contraintes, on écrit cette expression en fonction du premier et du deuxième invariants du tenseur des contraintes (I_1, J_2), de K et de G :

$$W_{abcda} = \oint_{abcda} \left(\frac{I_1 \cdot dI_1}{9 \cdot K} + \frac{dJ_2}{2 \cdot G} \right) \quad (1.7)$$

Cette intégrale sera nulle si elle peut être écrite sous la forme :

$$\oint (P \cdot dx + Q \cdot dy) = \iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \cdot dA \quad (1.8)$$

Avec la condition suffisante, si P et Q dérivent d'un potentiel, que :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (1.9)$$

D'autre part, pour un travail indépendant du chemin de chargement, on peut écrire dW sous la forme :

$$dW = \frac{\partial W}{\partial I_1} \cdot dI_1 + \frac{\partial W}{\partial \sqrt{J_2}} \cdot d\sqrt{J_2} \quad (1.10)$$

avec :

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = \frac{I_1}{9 \cdot K} \quad \text{et} \quad \frac{\partial W}{\partial \sqrt{J_2}} = \frac{\sqrt{J_2}}{G} \quad (1.11)$$

En appliquant la relation (1.9) à l'équation (1.10), on obtient :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial I_1 \cdot \partial \sqrt{J_2}} = \frac{\partial^2 W}{\partial \sqrt{J_2} \cdot \partial I_1} \quad (1.12)$$

Ainsi, la condition suffisante pour avoir un comportement hyperélastique est :

$$\frac{I_1}{9 \cdot K^2} \cdot \frac{\partial K}{\partial \sqrt{J_2}} = \frac{\sqrt{J_2}}{K^2} \cdot \frac{\partial G}{\partial I_1} \quad (1.13)$$

Le coefficient de Poisson étant constant au cours d'un chargement, on peut écrire la relation (1.13) en fonction du module de Young et du coefficient de Poisson de sorte que l'on obtient :

$$\frac{1}{\sqrt{J_2}} \cdot \frac{\partial E}{\partial \sqrt{J_2}} = R' \cdot \frac{1}{I_1} \cdot \frac{\partial E}{\partial I_1} \quad (1.14)$$

avec :

$$R' = 6 \cdot \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} = \frac{9K}{G} \quad (1.15)$$

Si la formulation du module de Young respecte la relation (1.14), on obtiendra la réversibilité des déformations élastiques sans dissipation d'énergie pour un chargement fermé en (p) et (q). Il est donc nécessaire que le module de Young dépende à la fois du premier et du second invariants du tenseur des contraintes. Il existe de nombreuses formulations pour exprimer le module de Young avec ces conditions ([6], [18], [22], [49]). On propose parmi celles-ci de l'exprimer par la relation proposée par Lade [22]:

$$E_s = E_0 \cdot P_r \left[\left(\frac{I_1}{P_r} \right)^2 + R' \left(\frac{\sqrt{J_2}}{P_r} \right)^2 \right]^\lambda \quad (1.16)$$

où P_r est une pression de référence, E_0 et λ sont des paramètres qu'on peut déterminer à partir de la pente initiale de la courbe (déviateur-déformation axiale) de l'essai triaxial de compression drainée.

Comme dans cette formulation on définit un module de Young sécant, nous devons intégrer les déformations élastiques totales subies par le matériau au cours de son histoire.

1.2.2.2. Surface de charge

À partir d'essais triaxiaux standards, il a été mis en évidence l'irréversibilité des déformations des matériaux granulaires. Cela se traduit par l'apparition d'une déformation irréversible dans le cas d'un déchargement à un niveau de contrainte donné (même faible) et l'apparition d'un phénomène d'hystérésis dans le cas d'une recharge (*figure 1.5*). Il apparaît alors un écrouissage du matériau dépendant des déformations irréversibles ce qui implique l'existence d'une surface de charge qui évolue progressivement vers la surface de rupture.

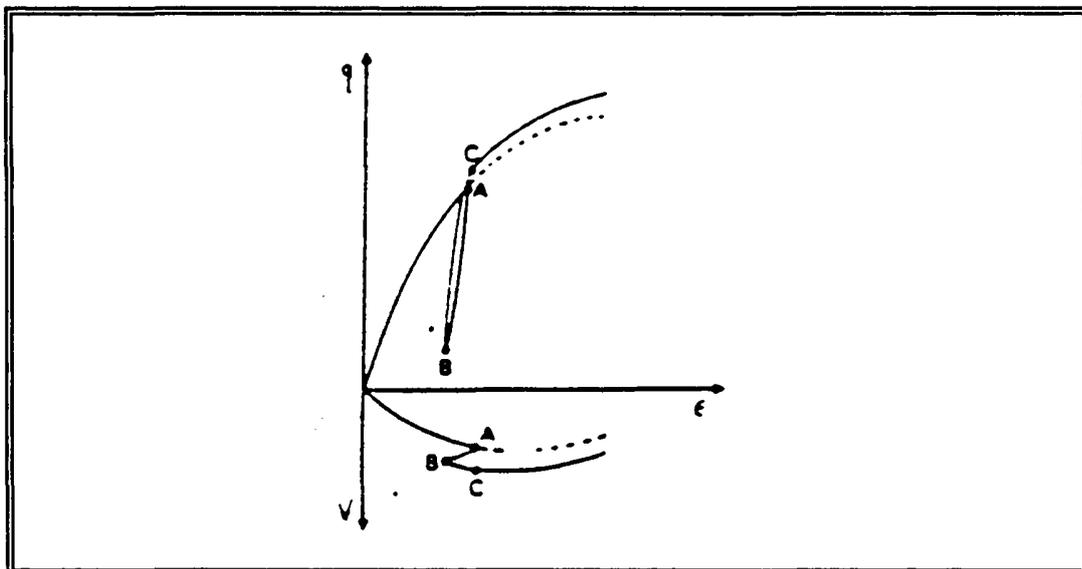


Fig. 1.5 Mise en évidence de l'écrouissage

De nombreuses études évoquent l'analogie entre la forme de la surface de rupture et celle de la surface de charge [23].

En traçant les isocourbes de la déformation déviatorique plastique, Tatsuoka et Ishihara [45] ont montré la possibilité d'utiliser ces courbes comme surface de charge avec la déformation déviatorique plastique comme paramètre d'écrouissage (*figure 1.6*).

À partir de ces constatations, la surface de charge est supposée de la forme :

$$f = M_f \cdot I_1 \cdot R + \sqrt{J_2} \quad (1.17)$$

où M_f est une fonction qui décrit la surface de charge dans le plan déviatorique et R représente la fonction d'écrouissage.

On suppose que le catalyseur ne subit pas, lors de son utilisation industrielle, des phases de chargement puis de déchargement. On se propose donc de décrire l'évolution de sa surface de charge par un écoulement isotrope. Nous avons alors utilisé une approche très largement utilisée dont le formalisme reste simple puisqu'elle décrit l'évolution de l'écrouissage par une fonction hyperbolique sous la forme :

$$R = \frac{(\varepsilon_d^p + \varepsilon_0)}{a_f + (\varepsilon_d^p + \varepsilon_0)} \quad (1.18)$$

où le paramètre a_f est une constante positive. Pour décrire un comportement élastique initial, nous avons introduit le paramètre constant difficilement mesurable ε_0 . Des études effectués sur les sables ont montré que pour des déformations axiales inférieures à $10^{-3}\%$, lors des essais triaxiaux de compression drainée, on peut considérer que le matériau est dans le domaine élastique. On propose alors d'appliquer cette conclusion à notre matériau et de fixer la valeur du paramètre ε_0 à 1.10^{-4} .

On constate qu'en utilisant cette fonction, l'écrouissage sera toujours positif et que la surface de charge approche asymptotiquement la surface de rupture. De ce fait, en faisant le choix de cette formulation, on ne décrit pas le radoucissement du déviateur qui apparaît lors des essais sur chemins triaxiaux de compression drainée pour des pressions de confinement élevées et aux grandes déformations axiales. En fait, on suppose que ce phénomène ne caractérise pas le catalyseur [38].

• Prise en compte de l'aspect tridimensionnel

Afin de prendre en compte l'aspect tridimensionnel du comportement du catalyseur, on caractérise la surface de charge dans le plan déviatorique par la fonction [50] :

$$M_f(\theta) = \frac{\sin(\varphi)}{3 \cdot \cos(\theta) - \sqrt{3} \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi)} \quad (1.19)$$

où φ est l'angle de frottement au pic et θ est l'angle de Lode.

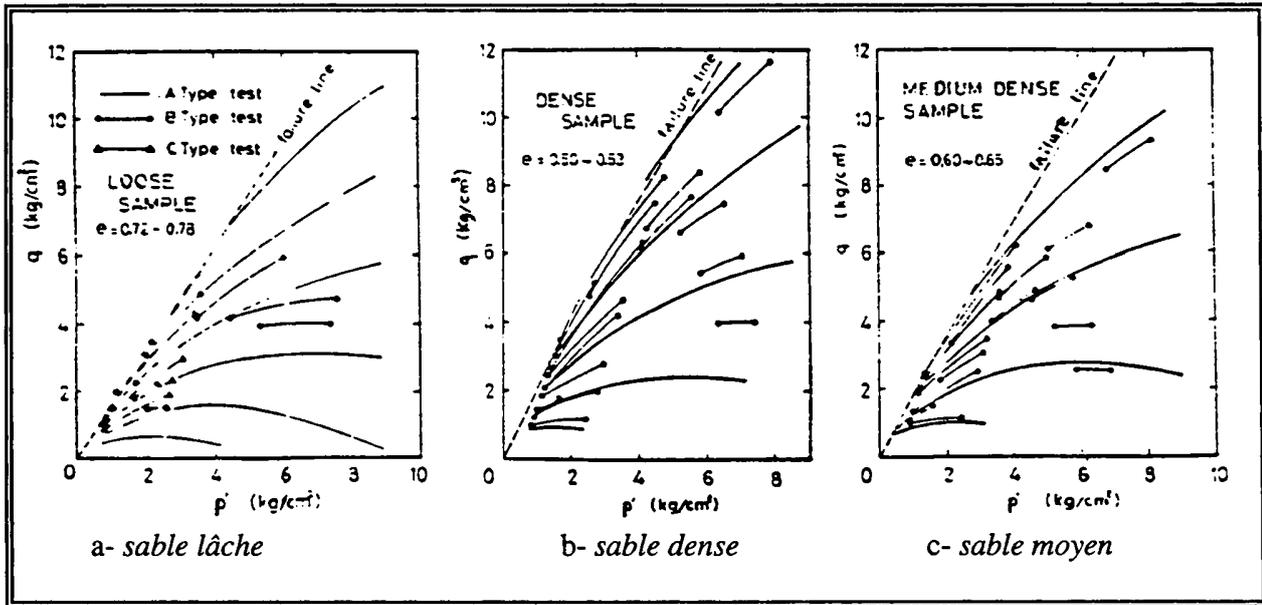


Fig. 1.6 Évolution de la surface de charge dans le plan (p, q) pour du sable lâche, dense et moyen (Tatsuoka et al, 1974)

• **Modélisation de la dépendance de l'angle de frottement avec la pression de confinement**

Dans le cas du catalyseur, comme pour les sables, l'angle de frottement au pic varie suivant la contrainte moyenne (pression de confinement de 10 kPa, $\varphi=33^\circ 7'$; pression de confinement de 50 kPa, $\varphi=31^\circ$) (figure 1.1). Afin de prendre en compte cette variation, nous avons utilisé la relation proposée par Maksimovic [29] :

$$\varphi = \varphi_B + \frac{\Delta\varphi}{\left(1 - \frac{3I_1}{P_n}\right)} \quad (1.20)$$

où φ_B est l'angle de frottement au pic lorsque p tend vers l'infini ; $\Delta\varphi$ représente la variation de l'angle de frottement au pic lorsque la contrainte moyenne passe de zéro à l'infini et P_n est un paramètre.

1.2.2.3. Relation d'écoulement

La déformation plastique est obtenue par l'intermédiaire de la relation classique d'écoulement non-associée :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad \lambda \geq 0 \quad (1.21)$$

où λ est le multiplicateur de plasticité indépendant du temps.

Pour un matériau granulaire sans cohésion soumis à une gamme de contrainte usuelle, on peut représenter dans le plan (p, q) son état de rupture par une droite. Cet état correspond à un comportement asymptotique dans le domaine des grandes déformations où l'écoulement se produit sans variation de volume. De même, les expériences effectuées sur les sables font apparaître l'existence dans le plan (p, q) d'une deuxième droite (figure 1.7) passant par l'origine qui sépare le domaine des contraintes admissibles en deux parties correspondant à deux réponses différentes du matériau. Elles sont liées au concept de l'état caractéristique [28].

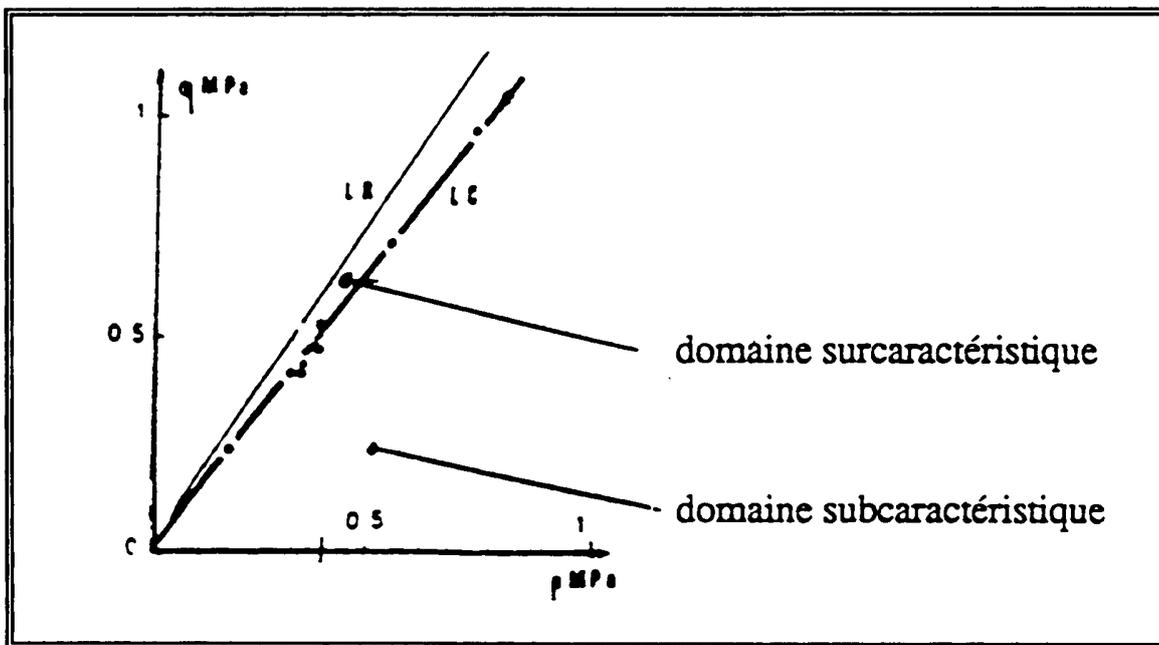


Fig. 1.7 Représentation de l'état critique et de l'état caractéristique dans le plan (p, q) (L.R.: limite de rupture ; L.C.: limite caractéristique) (Luong, 1980)

L'état caractéristique sépare dans le domaine des contraintes admissibles deux types de comportement suivant le niveau du rapport q/p : contractant dans le domaine subcaractéristique et dilatatant dans le domaine surcaractéristique existant ou non suivant la densité initiale et la contrainte de confinement du matériau.

Dans l'essai triaxial en compression drainée, l'état caractéristique est défini aux faibles déformations à partir du niveau de contrainte q/p correspondant au passage de la contractance à la dilatance.

Dans le cas du catalyseur, les différents essais triaxiaux de compression drainée montrent que l'angle de frottement à l'état limite correspond à l'angle caractéristique φ_{cv} (figure 1.8). De ce fait, pour décrire la loi d'écoulement, on s'est basé sur le modèle Cam-Clay dont la loi d'écoulement est dérivée de considérations physiques :

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{M \cdot p} \left(M - \frac{q}{p} \right) \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3} \cdot s_{ij}}{2M \cdot p \sqrt{J_2}} \quad (1.22)$$

où M est un paramètre qui définit la limite entre le domaine subcaractéristique et le domaine surcaractéristique.

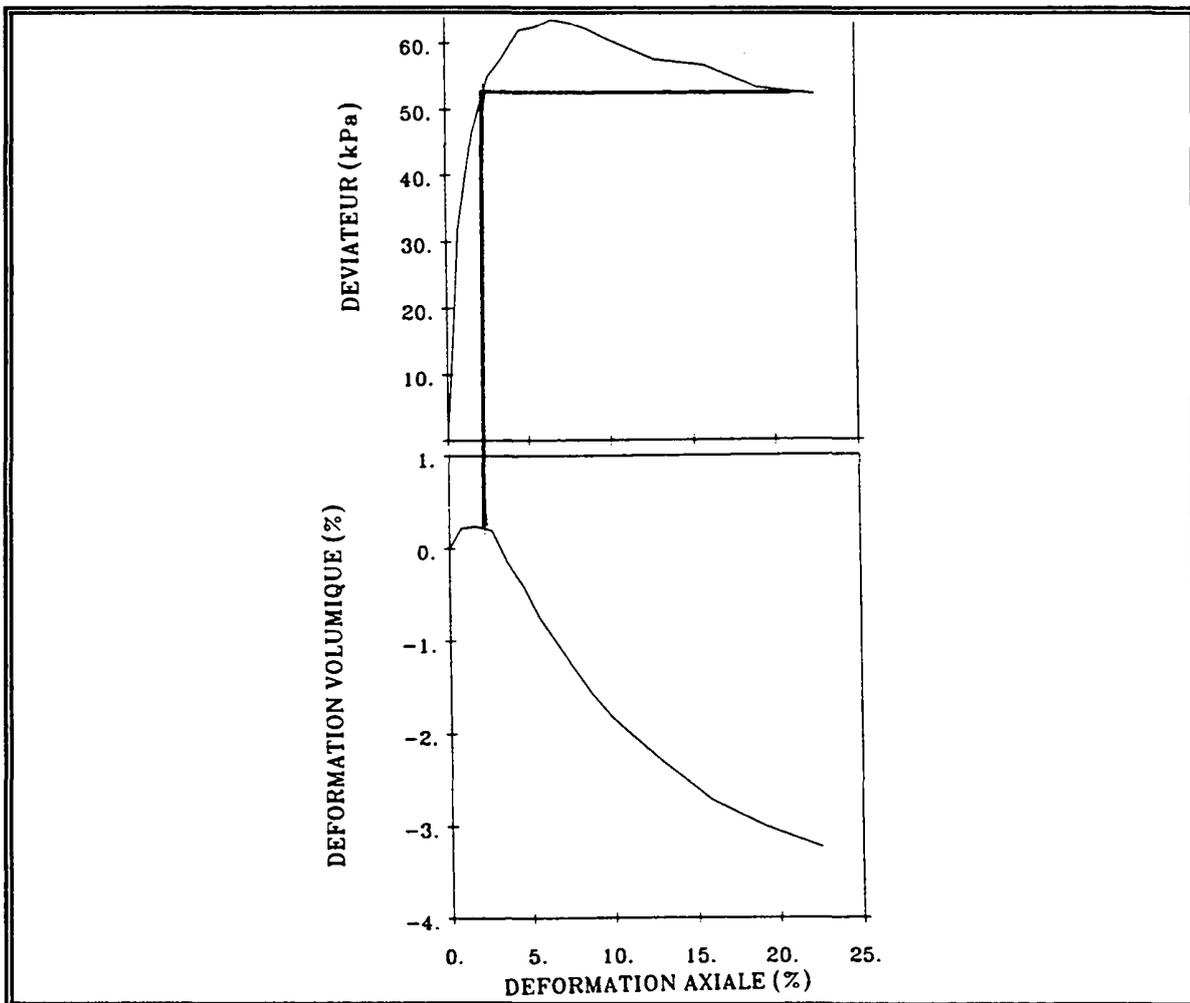


Fig. 1.8 État caractéristique : passage de la contractance à la dilatance du matériau (pression de confinement 30 kPa)

Pour la généralisation de cette loi au problème tridimensionnel, on remplace le paramètre M par M_c en faisant intervenir l'angle de Lode. On définit de cette façon le passage de la contractance à la dilatance dans le plan déviatorique. M_c s'écrit sous la forme :

$$M_c(\theta) = \frac{6 \cdot \sin(\varphi_{cv})}{3 - \sin(\varphi_{cv}) \cdot \sin(3 \cdot \theta)} \quad (1.23)$$

L'angle caractéristique est différent de l'angle de frottement au pic car il y a un décalage entre le passage de la contractance à la dilatance et l'apparition du pic du déviateur.

Afin d'assurer la stabilisation de la déformation volumique aux grandes déformations, on a modifié la loi d'écoulement par l'introduction d'une fonction exponentielle :

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\exp(-\beta_g \cdot \varepsilon_d^p)}{M_c p} \left(M_c - \frac{q}{p} \right) \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3} \cdot s_{ij}}{2 M_c p \sqrt{J_2}} \quad (1.24)$$

où β_g est un paramètre.

1.2.3. Résumé de la formulation du modèle

1.2.3.1. Élasticité non linéaire de type hyperélastique

$$E_s = E_0 \cdot P_r \left[\left(\frac{I_1}{P_r} \right)^2 + R' \left(\frac{\sqrt{J_2}}{P_r} \right)^2 \right]^\lambda \quad (1.25)$$

avec :

$$R' = 6 \cdot \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \quad \text{et} \quad \nu = \text{constant} \quad (1.26)$$

Cette partie fait intervenir 3 paramètres : E_0 , ν et λ .

1.2.3.2. Plasticité

Surface de charge :

$$f = M_f(\theta) \cdot I_1 \cdot R + \sqrt{J_2} \quad (1.27)$$

avec :

$$R = \frac{(\epsilon_d^p + \epsilon_0)}{a_f + (\epsilon_d^p + \epsilon_0)} \quad (1.28)$$

et :

$$M_f(\theta) = \frac{\sin(\varphi)}{3 \cdot \cos(\theta) - \sqrt{3} \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi)} \quad (1.29)$$

dans laquelle :

$$\varphi = \varphi_B + \frac{\Delta\varphi}{\left(1 - \frac{3I_1}{P_n}\right)} \quad (1.30)$$

Relation d'écoulement non associée :

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\exp(-\beta_g \cdot \epsilon_d^p)}{M_c p} \left(M_c - \frac{q}{p} \right) \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3} \cdot s_{ij}}{2 M_c p \sqrt{J_2}} \quad (1.31)$$

avec :

$$M_c(\theta) = \frac{6 \cdot \sin(\varphi_{cv})}{3 - \sin(\varphi_{cv}) \cdot \sin(3 \cdot \theta)} \quad (1.32)$$

Cette partie fait intervenir 6 paramètres : φ_B , $\Delta\varphi$, P_n , a_f , φ_{cv} et β_g .

1.2.4. Étude de la sensibilité du modèle par rapport à ses paramètres

Pour apprécier les erreurs commises lors de la détermination des paramètres, nous avons analysé la sensibilité du modèle à leurs variations. Ainsi, on a pu, en isolant les fonctions du modèle contrôlées par chaque paramètre, comprendre leur influence sur la réponse du modèle et apprécier la précision de leur détermination.

On présente dans les figures 1.9 à 1.16 les effets d'une variation de $\pm 20\%$ de chacun des paramètres autour d'une valeur de référence sur la réponse du matériau au chargement triaxial de compression drainé.

Les résultats obtenus confirment, qualitativement, les remarques faites sur la signification physique des paramètres. En effet, une modification de l'angle caractéristique φ_{cv} apportera uniquement le changement du passage de la contractance à la dilatance. On montre également qu'il faudra déterminer le paramètre φ_B avec une bonne précision car il influence considérablement la réponse du modèle à l'inverse du paramètre λ . La perturbation du paramètre a_f montre que celui-ci modifie légèrement les évolutions du déviateur et de la déformation volumique. Ainsi, sa détermination pourra se faire sans trop de précision. Par contre, on s'aperçoit qu'il faudra déterminer le paramètre β_g avec plus de précision pour contrôler correctement la déformation volumique (contrôle de la dilatance).

En fait, la réponse du modèle à $\pm 20\%$ de variation est bien étagée : la réponse pour le jeu de référence se situe entre les réponses des deux autres jeux. On constate que chaque paramètre a un rôle bien défini. De ce fait, les paramètres agissent sur différents aspects de la réponse avec peu d'interaction.

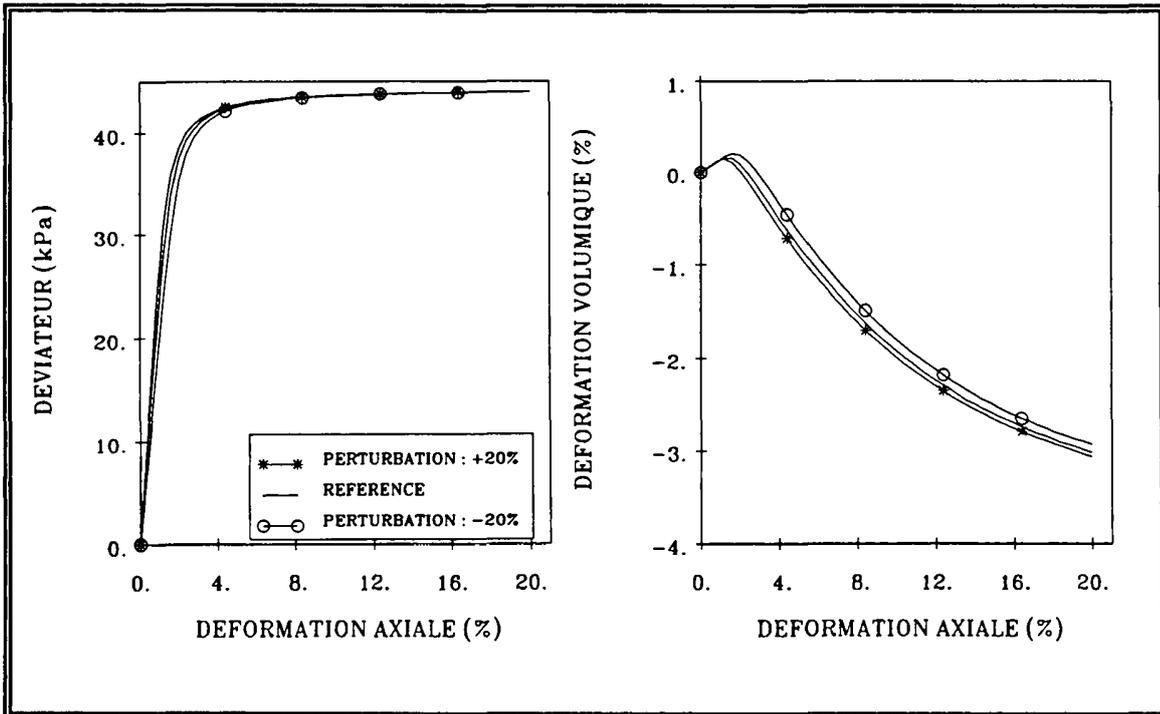


Fig. 1.9 Influence du paramètre E_0

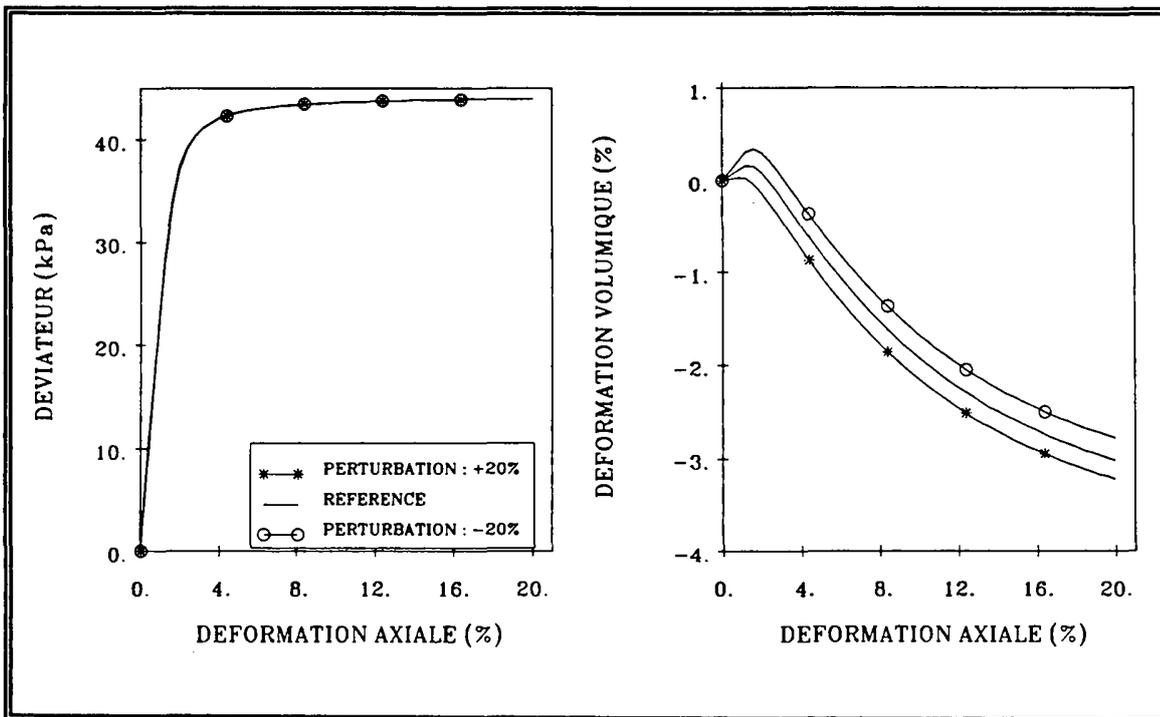


Fig. 1.10 Influence du paramètre v

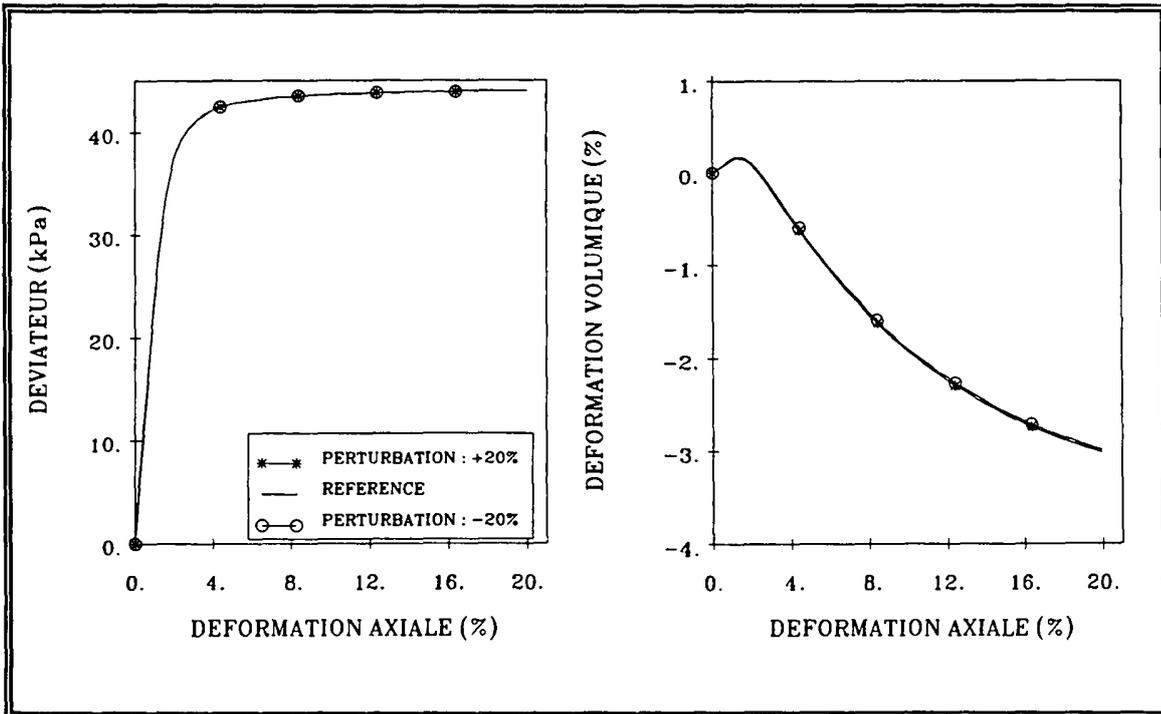


Fig. 1.11 Influence du paramètre λ intervenant dans la partie élastique

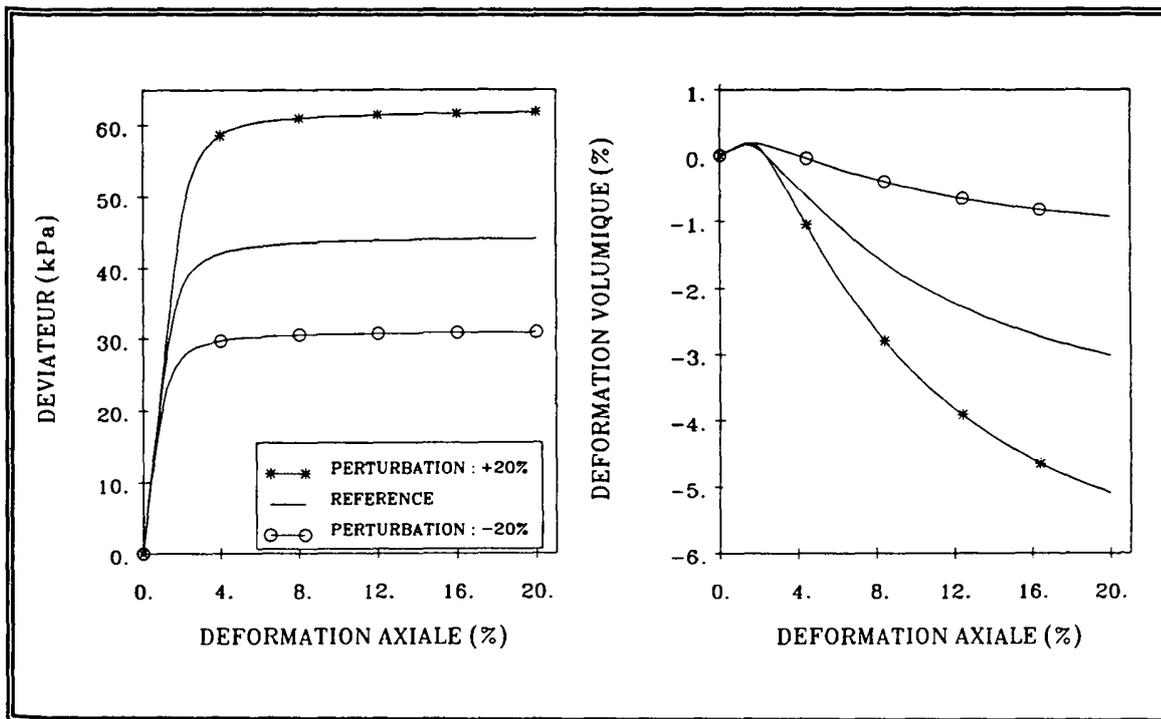


Fig. 1.12 Influence du paramètre Φ_B

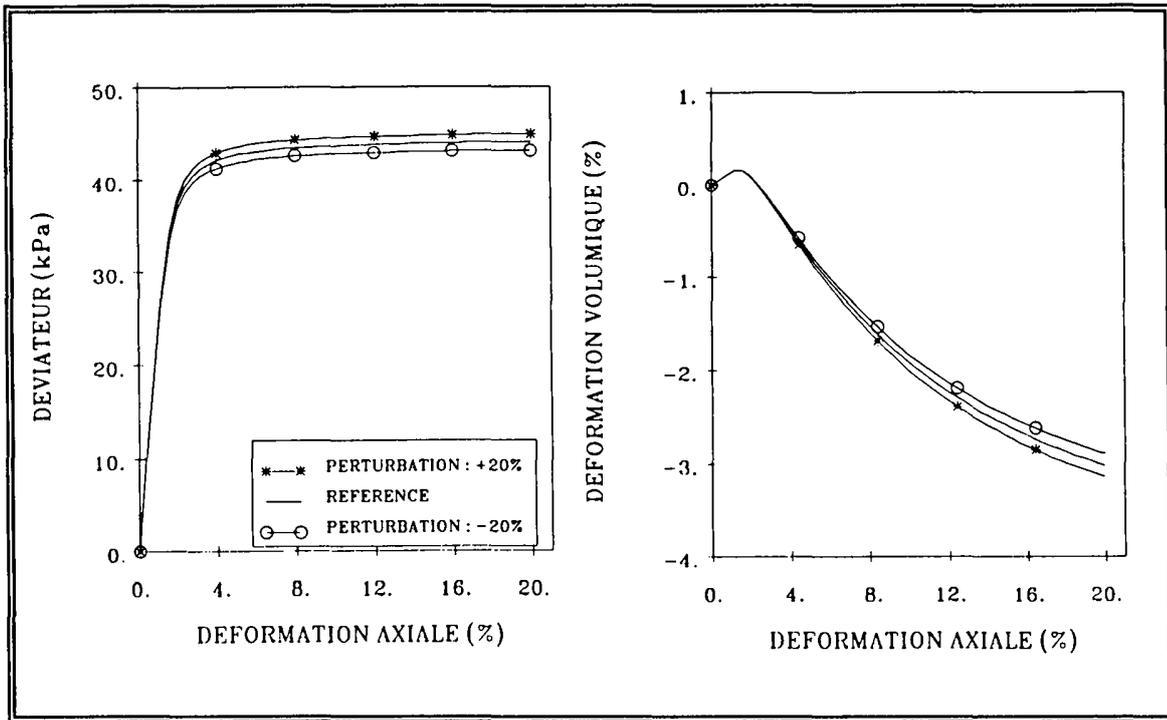


Fig. 1.13 Influence du paramètre $\Delta\phi$

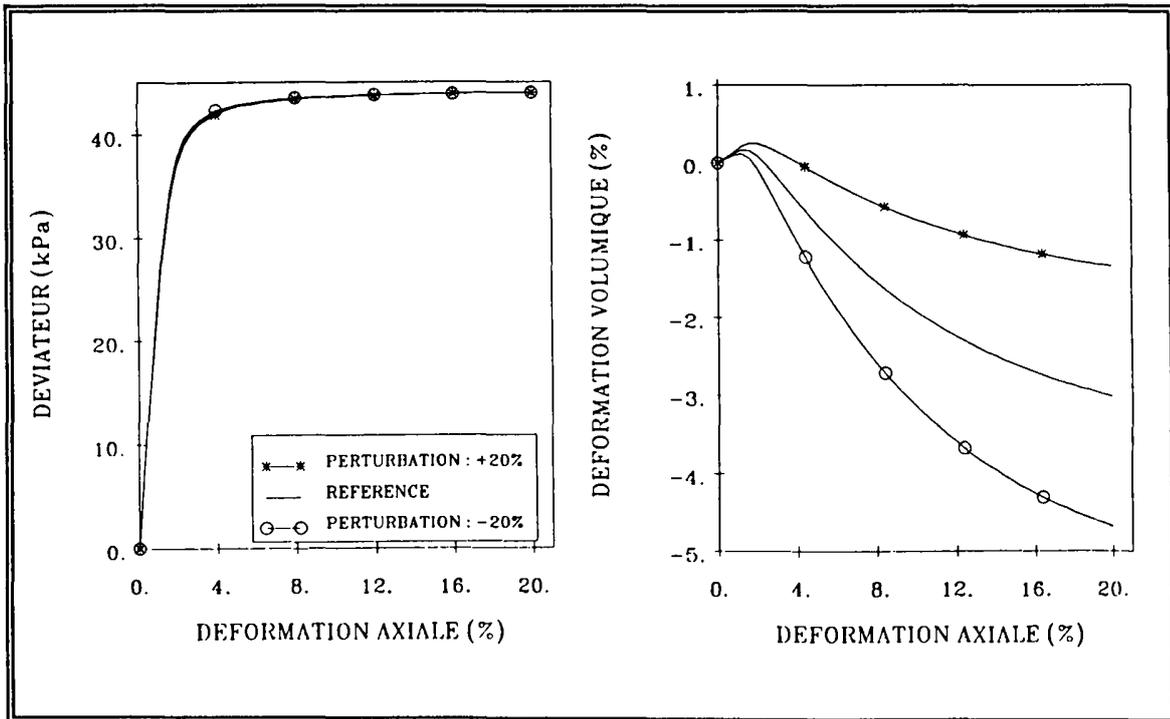


Fig. 1.14 Influence du paramètre ϕ_{cv}

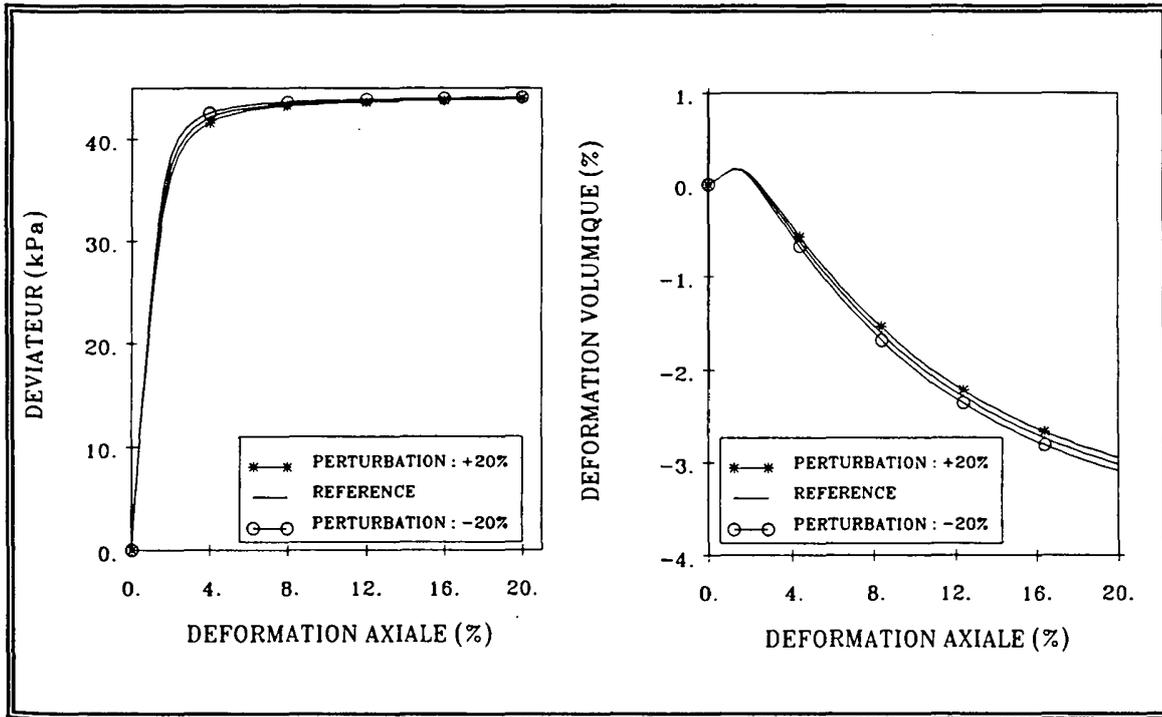


Fig. 1.15 Influence du paramètre α_f intervenant dans la fonction d'écouissage

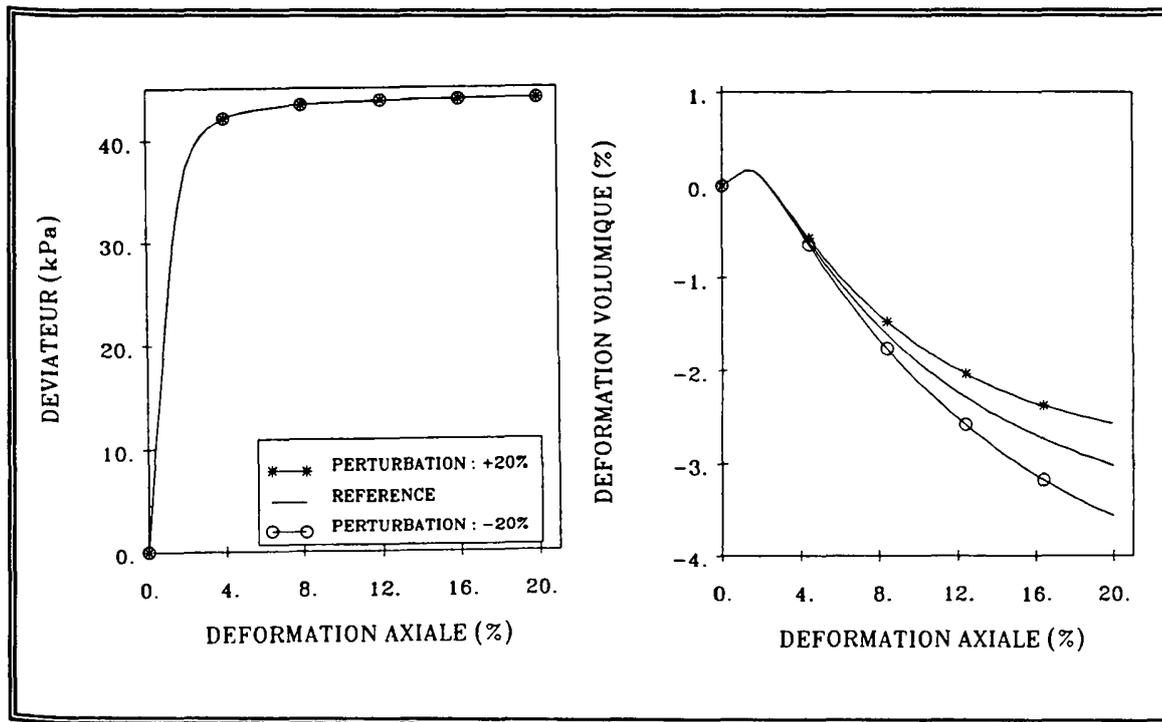


Fig. 1.16 Influence du paramètre β_g intervenant dans la loi d'écoulement

1.2.5. Détermination des paramètres et simulation des essais triaxiaux

1.2.5.1. Procédure d'identification des paramètres

Identifier les paramètres d'un modèle pour un matériau donné revient à trouver un jeu de paramètres qui permet d'obtenir une réponse acceptable du modèle pour une gamme de chemins de sollicitations donnés [12].

Le modèle proposé a un fondement phénoménologique qui permet de restreindre le nombre de paramètres. Au total, le modèle comprend 9 paramètres dont 3 pour la partie élastique et 6 pour la partie plastique.

Parmi ces 9 paramètres, 7 sont des paramètres dit "bloqués", c'est à dire que leur détermination est directement faite à partir d'essais triaxiaux drainés. Les deux paramètres (α_f et β_g) sont des paramètres de "calage", c'est à dire que leur détermination est faite par une procédure d'ajustement des simulations numériques sur les courbes expérimentales.

1.2.5.2. Paramètres d'élasticité E_0 , ν et λ

La loi d'élasticité non-linéaire nécessite la détermination de trois paramètres : le paramètre E_0 , le coefficient de Poisson ν et l'exposant λ .

Comme on l'a souligné, la détermination des paramètres élastiques est toujours délicate du fait que le catalyseur possède un comportement fortement non-linéaire dès les petites déformations.

Théoriquement, lors de la compression sur chemin triaxial drainé, on peut définir un module sécant $E_s = d\sigma_1 / d\varepsilon_1 = dq / d\varepsilon_1$. Ce module croît si $d\varepsilon_1$ décroît. Si ε_1 est inférieure à 10^{-3} , comme pour les sables, on suppose que le comportement du catalyseur reste élastique mais non-linéaire car il dépend à la fois de la contrainte moyenne et du déviateur. Une technique de détermination du module de Young est de réaliser un déchargement à un certain niveau du déviateur. Ainsi, sur la pente du déchargement qui relie le déviateur à la déformation axiale, on peut évaluer le module de Young. Toutefois, comme on ne dispose pas de ce type d'essais, on détermine le module de Young à 0.1% de la déformation axiale en faisant confiance aux mesures effectuées au cours des essais pour cette très faible déformation. Ainsi, l'ajustement linéaire du module de Young déterminé pour chacune des pressions de confinement nous permet de déterminer E_0 et λ .

L'évaluation du coefficient de Poisson ν est liée à la variation de volume élastique :

$$\nu = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right) \quad (1.33)$$

Pour déterminer sa valeur, on évaluera pour chacune des pressions de confinement le rapport $\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1}$ sur le début de la courbe déformation volumique-déformation axiale et l'on fera la moyenne dans le cas où l'on obtient plusieurs valeurs de v .

1.2.5.3. Paramètres de la partie plastique

- Angle de frottement : $\varphi_B, \Delta\varphi, P_n$

Le paramètre φ_B désigne l'angle de frottement au pic lorsque la pression moyenne tend vers l'infini. Le paramètre $\Delta\varphi$ permet la prise en compte de l'influence de la contrainte moyenne sur l'angle de frottement au pic. Ces deux paramètres sont identifiés à partir des valeurs de l'angle de frottement au pic obtenus à partir des essais triaxiaux réalisés à différents confinements. Pour cela, il suffit de tracer les résultats obtenus dans le plan $(\frac{1}{1 - \frac{3\Pi}{P_n}}, \varphi)$.

Une régression linéaire donne alors les deux paramètres (figure 1.17).

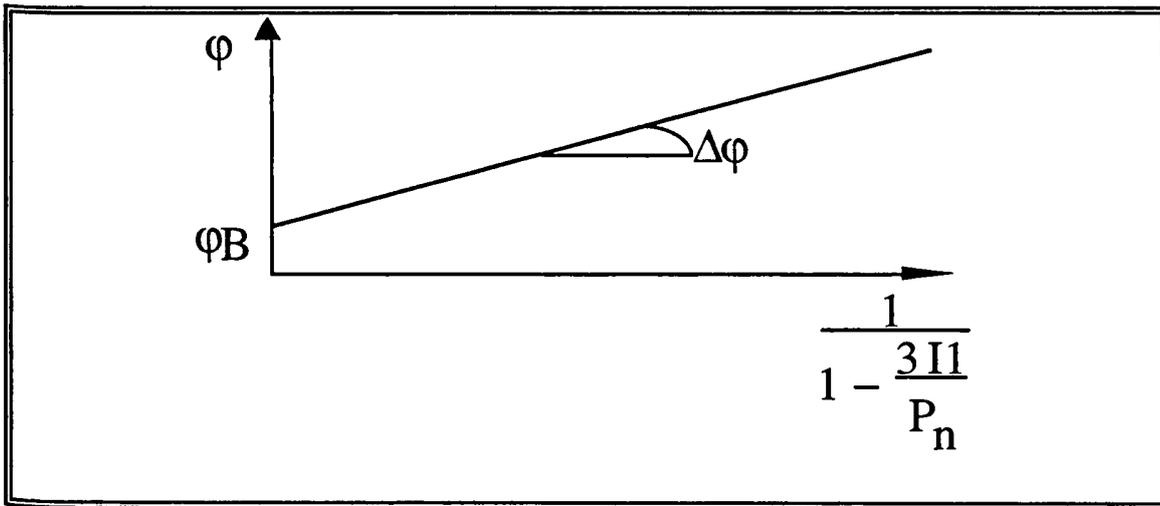


Fig. 1.17 Schéma de principe de la détermination de l'angle de frottement

Pour la gamme de contrainte étudiée, on a fixé le paramètre P_n à 10 kPa

1.2.5.4. Paramètres du potentiel de plasticité : φ_{cv} et β_g

- **Angle caractéristique** : φ_{cv}

L'angle de frottement caractéristique (φ_{cv}) est déterminé à partir du niveau de contrainte correspondant au point de variation volumique à pente nulle situé sur la courbe ($\varepsilon_v, \varepsilon_1$) (passage de la contractance à la dilatance).

- **Paramètres** β_g

Le paramètre β_g est un paramètre de calage qui contrôle l'amortissement de la dilatance de la déformation volumique. On cale manuellement ce paramètre en simulant un essai triaxial.

1.2.5.5. Paramètre de la fonction d'érouissage : a_f

Le paramètre a_f est un paramètre de calage qui contrôle la vitesse de l'érouissage. On cale manuellement ce paramètre en simulant un essai triaxial.

1.2.6. Simulation des essais triaxiaux

Dans ce paragraphe, on cherche à tester la capacité du modèle à reproduire les essais triaxiaux en compression drainée.

On dispose de quatre essais à des pressions de confinement de 10 kPa, 20 kPa, 30 kPa et 50 kPa.

Le tableau 1.1 récapitule, d'après la procédure d'identification, les paramètres du modèle déterminés à partir des essais en compression drainée. Les paramètres de calage a_f et β_g ont été déterminés sur l'essai réalisé à 30 kPa.

Tableau 1.1 Paramètres mécaniques du modèle

| | | | | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------|------------------------|
| $E_0 = 30$ | $P_r = 100 \text{ kPa}$ | $\lambda = 0.25$ | $\nu = 0.4$ | | |
| $\varphi_B = 30^\circ$ | $\Delta\varphi = 7.8^\circ$ | $\varphi_{cv} = 22^\circ$ | $a_f = 0.001$ | $\beta_g = 9.5$ | $P_n = 10 \text{ kPa}$ |

Les résultats expérimentaux et la simulation numérique sont donnés dans les figures 1.18 à 1.21. On constate que dans l'ensemble, le modèle reproduit convenablement ces essais.

On remarque que l'on reproduit correctement la partie pré-pic pour chacun des essais et que du fait de la fonction d'érouissage retenue on ne reproduit pas du tout le domaine de radoucissement.

1.2.5.4. Paramètres du potentiel de plasticité : φ_{cv} et β_g

- **Angle caractéristique** : φ_{cv}

L'angle de frottement caractéristique (φ_{cv}) est déterminé à partir du niveau de contrainte correspondant au point de variation volumique à pente nulle situé sur la courbe ($\varepsilon_v, \varepsilon_1$) (passage de la contractance à la dilatance).

- **Paramètres** β_g

Le paramètre β_g est un paramètre de calage qui contrôle l'amortissement de la dilatance de la déformation volumique. On cale manuellement ce paramètre en simulant un essai triaxial.

1.2.5.5. Paramètre de la fonction d'érouissage : a_f

Le paramètre a_f est un paramètre de calage qui contrôle la vitesse de l'érouissage. On cale manuellement ce paramètre en simulant un essai triaxial.

1.2.6. Simulation des essais triaxiaux

Dans ce paragraphe, on cherche à tester la capacité du modèle à reproduire les essais triaxiaux en compression drainée.

On dispose de quatre essais à des pressions de confinement de 10 kPa, 20 kPa, 30 kPa et 50 kPa.

Le tableau 1.1 récapitule, d'après la procédure d'identification, les paramètres du modèle déterminés à partir des essais en compression drainée. Les paramètres de calage a_f et β_g ont été déterminés sur l'essai réalisé à 30 kPa.

Tableau 1.1 *Paramètres mécaniques du modèle*

| | | | | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------|------------------------|
| $E_0 = 30$ | $P_r = 100 \text{ kPa}$ | $\lambda = 0.25$ | $\nu = 0.4$ | | |
| $\varphi_B = 30^\circ$ | $\Delta\varphi = 7.8^\circ$ | $\varphi_{cv} = 22^\circ$ | $a_f = 0.001$ | $\beta_g = 9.5$ | $P_n = 10 \text{ kPa}$ |

Les résultats expérimentaux et la simulation numérique sont donnés dans les figures 1.18 à 1.21. On constate que dans l'ensemble, le modèle reproduit convenablement ces essais.

On remarque que l'on reproduit correctement la partie pré-pic pour chacun des essais et que du fait de la fonction d'érouissage retenue on ne reproduit pas du tout le domaine de radoucissement.

On a vu au cours de la description des essais que l'on obtenait une augmentation de la dilatance avec l'augmentation de la pression de confinement et que ce phénomène était une caractéristique du catalyseur. Avec la modélisation actuelle, nous nous sommes contentés de reproduire convenablement le passage de la contractance à la dilatance avec un contrôle de celle-ci aux grandes déformations axiales. Pour intégrer l'augmentation de la dilatance avec la pression de confinement, il nous faudrait élaborer une loi d'écoulement plus sophistiquée. Cependant, maintenant, il est difficile d'évaluer le degré de sophistication du modèle nécessaire pour résoudre la structure industrielle dans son ensemble. Il nous a donc paru important de décrire dans un premier temps par un modèle simple les principaux phénomènes qui caractérisent le catalyseur (notion d'érouissage, passage de la contractance à la dilatance, etc.). Ce modèle doit au moins reproduire efficacement les essais triaxiaux sur chemin de compression drainée en ne présentant pas de problème lors de l'intégration numérique. De ce fait, les résultats que l'on présente nous semblent corrects et, au travers de la validation sur des expérimentations simples, on analysera la qualité du modèle développé.

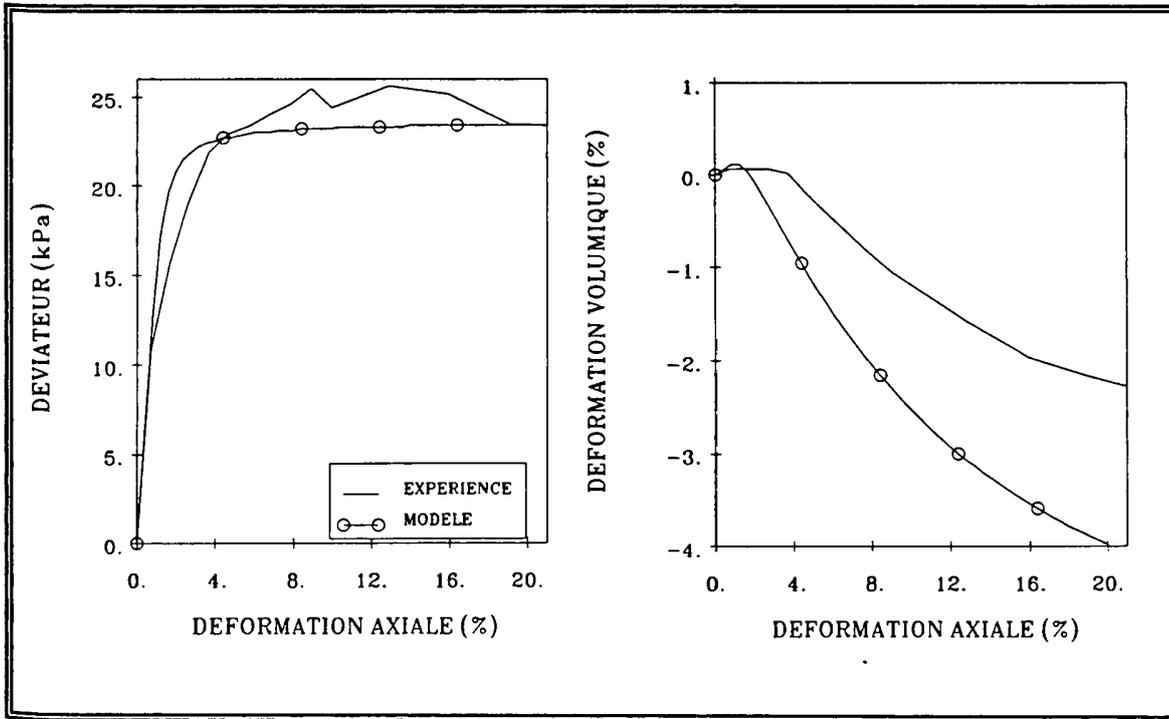


Fig. 1.18 Simulation de l'essai réalisé à un confinement de 10 kPa

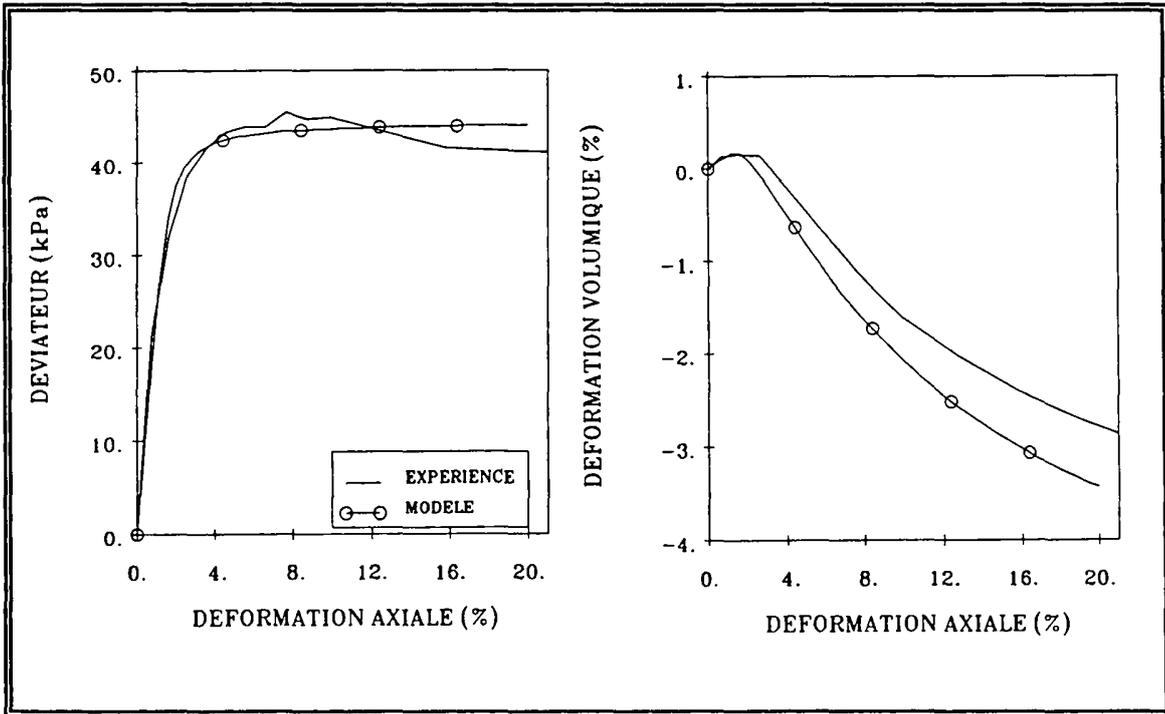


Fig. 1.19 Simulation de l'essai réalisé à un confinement de 20 kPa

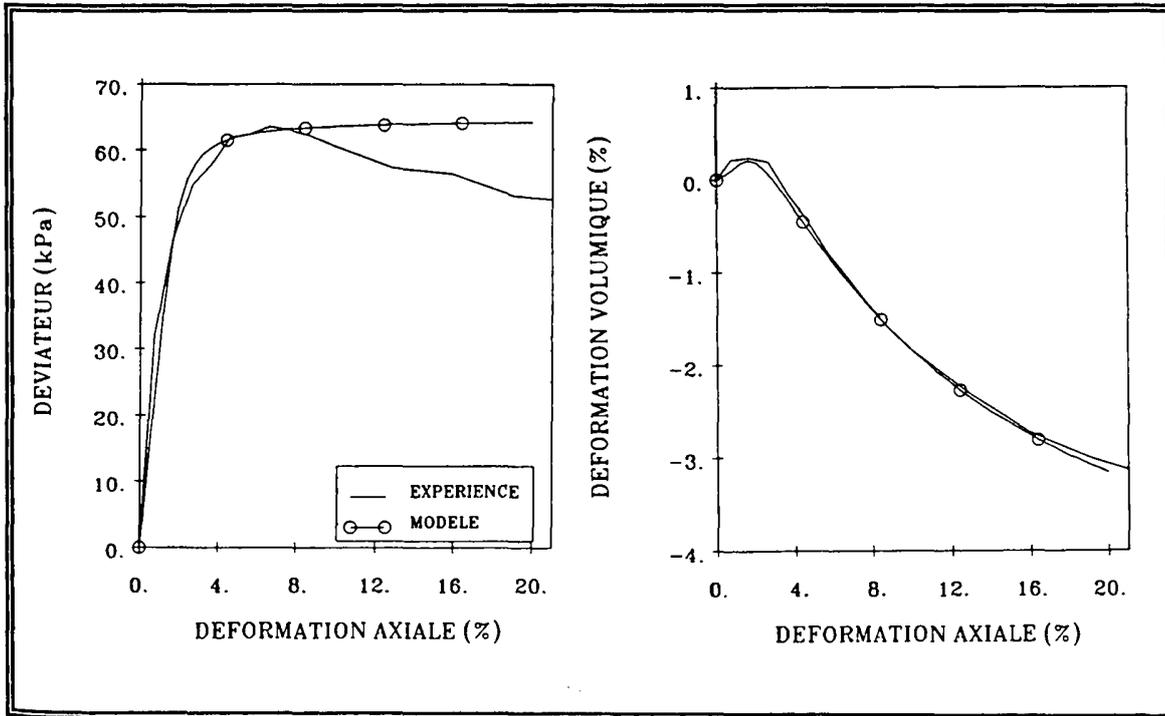


Fig. 1.20 Simulation de l'essai réalisé à un confinement de 30 kPa

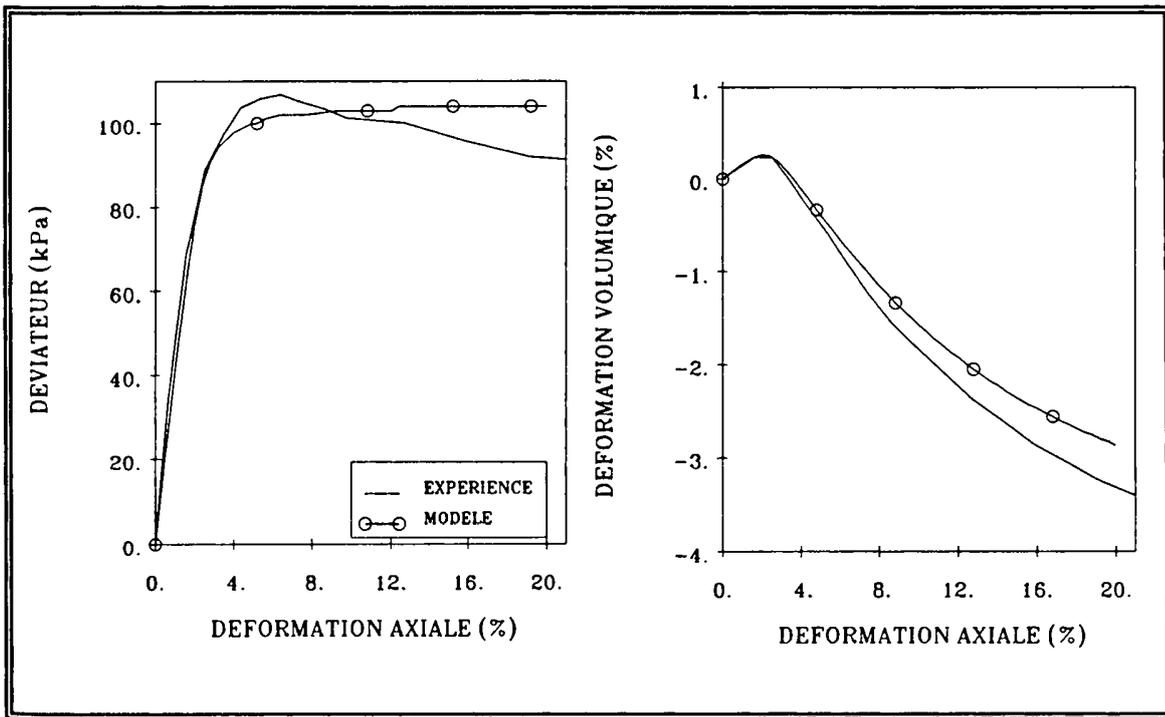


Fig. 1.21 Simulation de l'essai réalisé à un confinement de 50 kPa

1.3. Comportement de l'interface catalyseur-grille Johnson

1.3.1. Observation en laboratoire

Pour caractériser le comportement de l'interface, le Laboratoire de Mécanique de Lille a effectué des essais à la boîte de Casagrande modifiée [42]. Deux types d'essais ont été réalisés :

Essais à contrainte normale constante : on applique sur l'interface une contrainte normale qui reste constante pendant le cisaillement.

Essai à déplacement normal bloqué : on empêche l'interface de se déformer perpendiculairement au plan de cisaillement. Dans le cas où l'interface dilate, on obtient une augmentation de la contrainte normale. Ceci nous permet de déterminer l'évolution de l'angle de frottement avec la contrainte de confinement.

Au cours du fonctionnement des réacteurs à lit mobile l'interface subit, comme pour le comportement du catalyseur, un faible confinement. De ce fait, des essais à contrainte normale constante ont été réalisés à des confinements de 17 kPa, 24 kPa et 31 kPa et des essais à déplacement normal bloqué à des confinements de 7 kPa et 14 kPa.

On présente dans la figure 1.22 les résultats des essais à contrainte normale constante. On constate que la contrainte de cisaillement augmente rapidement en début de chargement, puis, elle atteint un palier (*figure 1.22-a*). Ce palier est d'autant plus important que la contrainte de confinement est élevée. On observe au niveau de ce palier, comme dans le cas des essais triaxiaux effectués sur le catalyseur, des oscillations. Elles correspondent certainement à une réorganisation de la distribution de la contrainte de cisaillement dans le plan de l'interface.

L'évolution de la déformation normale est illustrée dans la figure 1.22-b. On remarque que le comportement de l'interface est très faiblement contractant en début de chargement, ensuite il devient dilatant. On aperçoit aussi qu'au cours du cisaillement cette dilatance n'est pas continue mais qu'elle s'amortit.

Sur les essais à déplacement normal bloqué (*figure 1.23*), on constate que la contrainte normale évolue au cours de ces essais. Cette évolution est faible en début de chargement (déplacement tangentiel relatif entre 0 et 0.5 mm) puis elle devient importante. Cette variation de la contrainte normale au cours de l'essai est due à la dilatance de l'interface.

Ces essais nous ont permis d'analyser l'évolution de l'angle de frottement. Ainsi, on constate qu'il varie très légèrement dans l'essai à contrainte normale constante autour d'une valeur moyenne de $23,6^\circ$ alors qu'il diminue sur les essais à déformation normale bloquée autour d'une valeur moyenne de 23° . Cette très faible variation nous conduit à proposer de le considérer constant dans le modèle que nous allons développer.

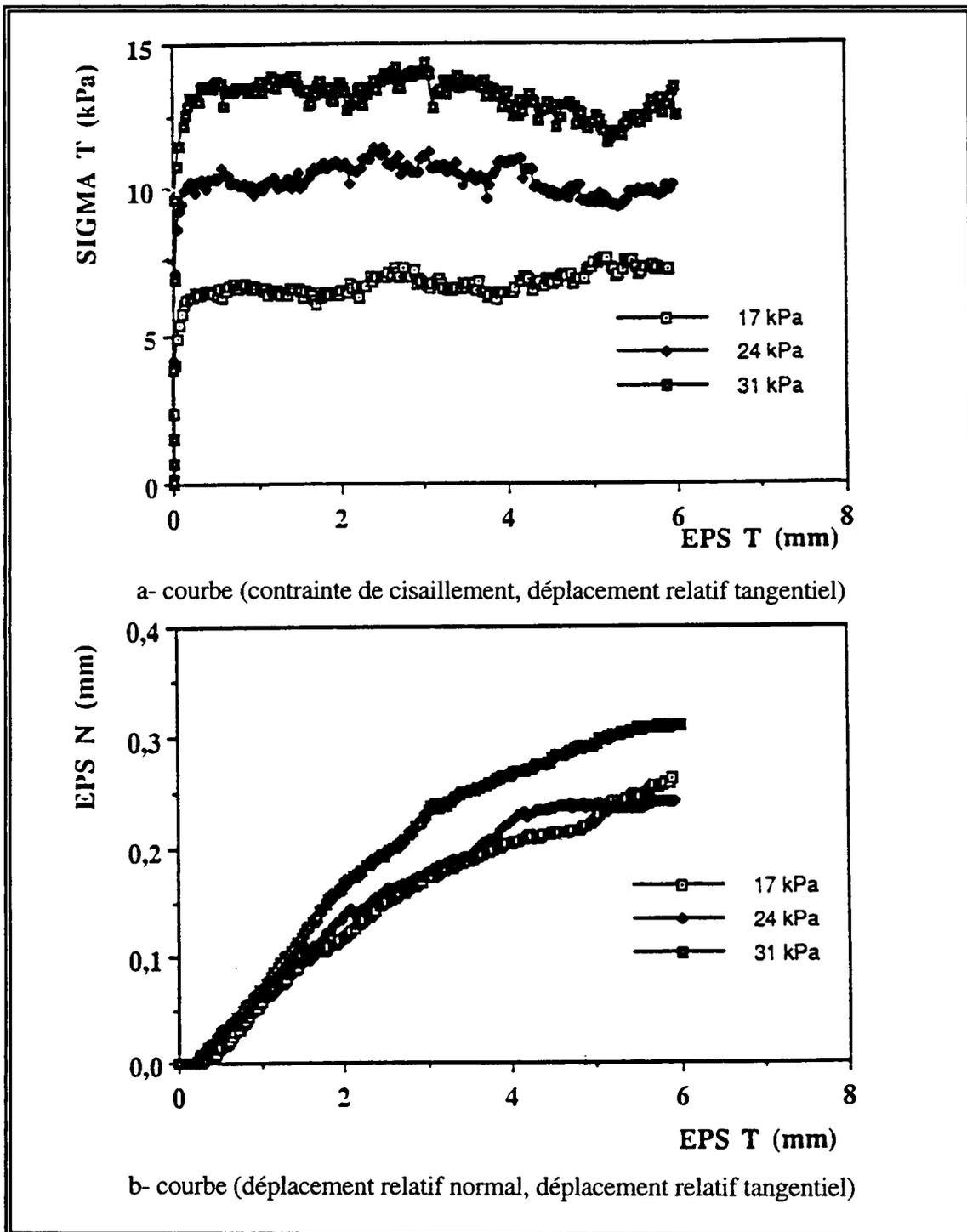


Fig. 1.22 Essais à contrainte normale constante (Shahrour et al, 1993)

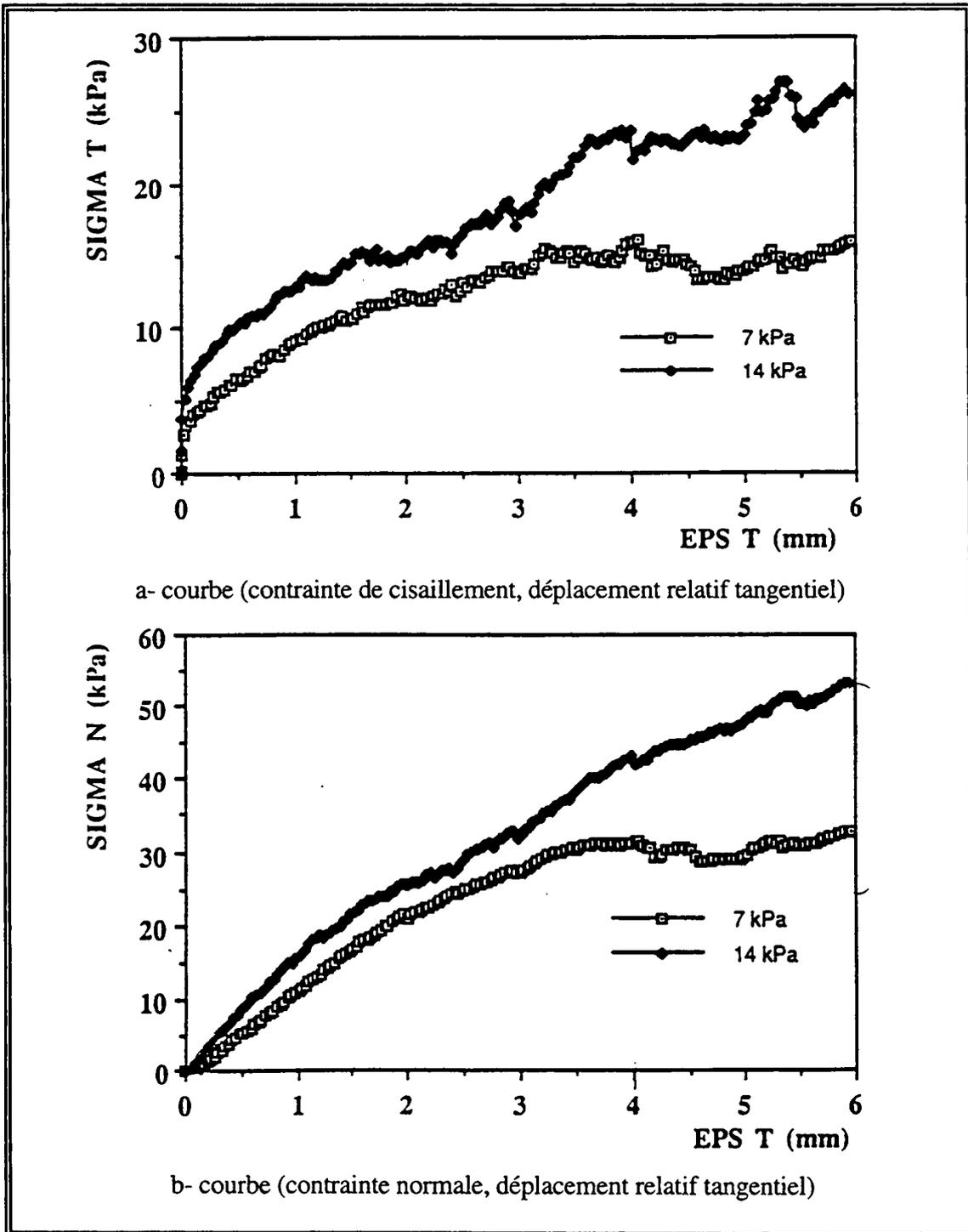


Fig. 1.23 Essais à déplacement relatif normal bloqué (Shahrour et al, 1993)

1.3.2. Modélisation du comportement de l'interface

Pour modéliser l'interface, on se propose de s'inspirer du modèle de Coulomb car il représente convenablement le comportement des interfaces de type élastique-parfaitement plastique. Ce modèle définit un niveau de contrainte de cisaillement en dessous duquel, le déplacement relatif entre les deux structures, très faible, peut être considéré réversible (partie élastique) et au-dessus duquel, le déplacement relatif est très important de sorte qu'il apparaît un écoulement plastique (partie plastique).

• Élasticité

L'élasticité adoptée est linéaire, elle est définie incrémentalement par :

$$d\sigma = K^e \cdot d\epsilon^e \quad (1.34)$$

où encore :

$$\begin{bmatrix} d\tau \\ d\sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\epsilon_\tau \\ d\epsilon_n \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$d\tau$ est l'incrément de contrainte de cisaillement, $d\sigma_n$ est l'incrément de contrainte normale, $d\epsilon_\tau$ est l'incrément du déplacement relatif tangentiel et $d\epsilon_n$ est l'incrément du déplacement relatif normal de l'interface. K_s et K_n sont respectivement les modules de rigidité tangentiel et normal du joint.

• Surface de charge

La surface de charge est définie par la fonction :

$$f = |\tau| + \sigma_n \tan(\varphi_w) \quad (1.36)$$

où φ_w est l'angle de frottement matériau-paroi.

• Potentiel plastique

La loi d'écoulement est non associée, elle est définie par la fonction :

$$g = |\tau| + \sigma_n \cdot \tan(\psi) \cdot \exp(-d_g \cdot \epsilon_d^p) \quad (1.37)$$

où ψ est l'angle de dilatance. La fonction exponentielle nous permet de contrôler la dilatance des joints aux grands déplacements relatifs tangentiels. Ainsi, ce contrôle dépend de

ε_d^p représentant le déplacement relatif tangentiel plastique que subit l'interface et d_g est un paramètre qui contrôle la vitesse d'amortissement de la dilataance.

1.3.3. Identification des paramètres

Le modèle comprend 5 paramètres dont 2 pour la partie élastique (K_s et K_n) et 3 paramètres pour la partie plastique (φ_w , ψ et d_g).

1.3.3.1. Paramètres d'élasticité : K_s et K_n

On détermine K_s directement à partir des essais à contrainte normale constante. K_s correspond à la pente initiale de la courbe (τ , ε_τ) où ε_τ représente le déplacement tangentiel relatif à l'interface.

Pour déterminer K_n , on utilise les résultats d'un essai d'écrasement du joint. Ainsi, K_n est directement déterminé sur la courbe (σ_n , ε_n) où ε_n représente le déplacement relatif normal appliqué sur le joint.

En l'absence des essais d'écrasement du joint, le module K_n a été déterminé à partir des essais réalisés à déplacement normal bloqué ($\Delta\varepsilon_n=0$). En effet, dans le domaine plastique, on a une relation entre $\Delta\sigma$ et $\Delta\varepsilon$ par l'intermédiaire d'une matrice élastoplastique de sorte que l'incrément de contrainte $\Delta\sigma_n$ est donné par :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_n = & \left(\frac{-K_n \cdot K_s}{K_s + K_n \cdot \tan(\varphi) \cdot \tan(\psi)} \cdot \tan(\psi) \cdot \frac{|\tau|}{\tau} \right) \cdot \Delta\varepsilon_\tau \\ & + \left(K_n - \frac{K_n^2 \cdot \tan(\varphi) \cdot \tan(\psi)}{K_s + K_n \cdot \tan(\varphi) \cdot \tan(\psi)} \right) \cdot \Delta\varepsilon_n \end{aligned} \quad (1.38)$$

En utilisant l'essai à déplacement normal bloqué, on peut calculer la rigidité normale du joint par la relation :

$$K_n = \frac{\left(\frac{\Delta\sigma_n}{\Delta\varepsilon_\tau} \right) \cdot K_s}{K_s \cdot \tan(\psi) - \left(\frac{\Delta\sigma_n}{\Delta\varepsilon_\tau} \right) \cdot \tan(\varphi) \cdot \tan(\psi)} \quad (1.39)$$

où le rapport $\left(\frac{\Delta\sigma_n}{\Delta\varepsilon_\tau} \right)$ correspond à la pente initiale de la courbe (σ_n , ε_τ) de l'essai à déplacement normal bloqué.

1.3.3.2. Paramètres de la partie plastique : ϕ , ψ et d_g

Les paramètres de la partie plastique (ϕ_w et ψ) peuvent être déterminés à partir des essais à contrainte normale constante.

Pour déterminer ϕ_w , on trace la contrainte de cisaillement à la rupture τ en fonction de la contrainte normale appliquée σ_n . La pente de la droite correspond à la tangente de l'angle de frottement.

L'angle de dilatance ψ est déterminé par la pente de la partie linéaire de la courbe (ϵ_n , ϵ_τ) dans la phase plastique.

d_g est déterminé par calage des résultats des essais à contrainte normale constante.

1.3.4. Simulation des essais d'interface

On dispose de 3 essais à contrainte normale constante et de 2 essais à déplacement normal bloqué.

Le tableau 1.2 récapitule, d'après la procédure d'identification, les paramètres du modèle qui ont été déterminés à partir de ces essais.

Tableau 1.2 Paramètres mécaniques du modèle d'interface

| | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------|------------------|-------------|
| $K_n = 300 \text{ kPa/mm}$ | $K_s = 200 \text{ kPa/mm}$ | $\phi_w = 22^\circ$ | $\psi = 5^\circ$ | $d_g = 250$ |
|----------------------------|----------------------------|---------------------|------------------|-------------|

La simulation du comportement de l'interface est représentée dans les figures 1.24 et 1.25 ainsi que les résultats des essais. On remarque que le contrôle de la dilatance nous permet de simuler correctement les essais à contrainte normale constante aux grands déplacements relatifs tangentiels. Pour l'essai à déplacement normal bloqué, la simulation n'est pas aussi satisfaisante. Toutefois, elle reste acceptable compte tenu du degré de sophistication du modèle et de la difficulté à réaliser les essais à ce faible niveau de confinement.

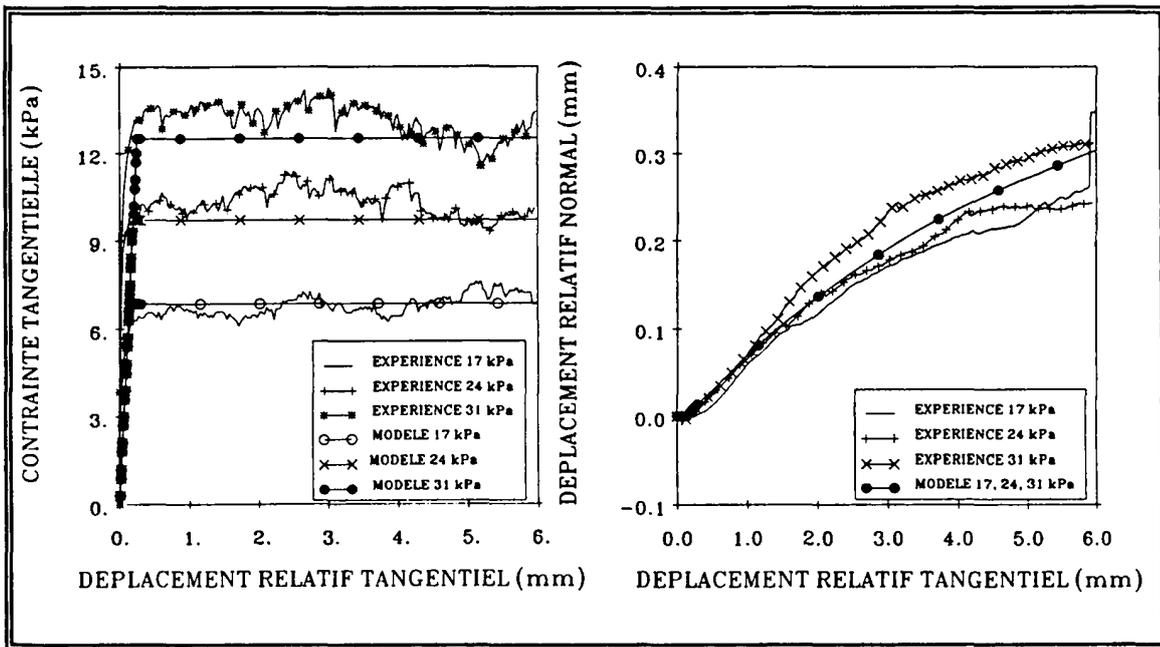


Fig. 1.24 Simulation des essais à contrainte normale constante

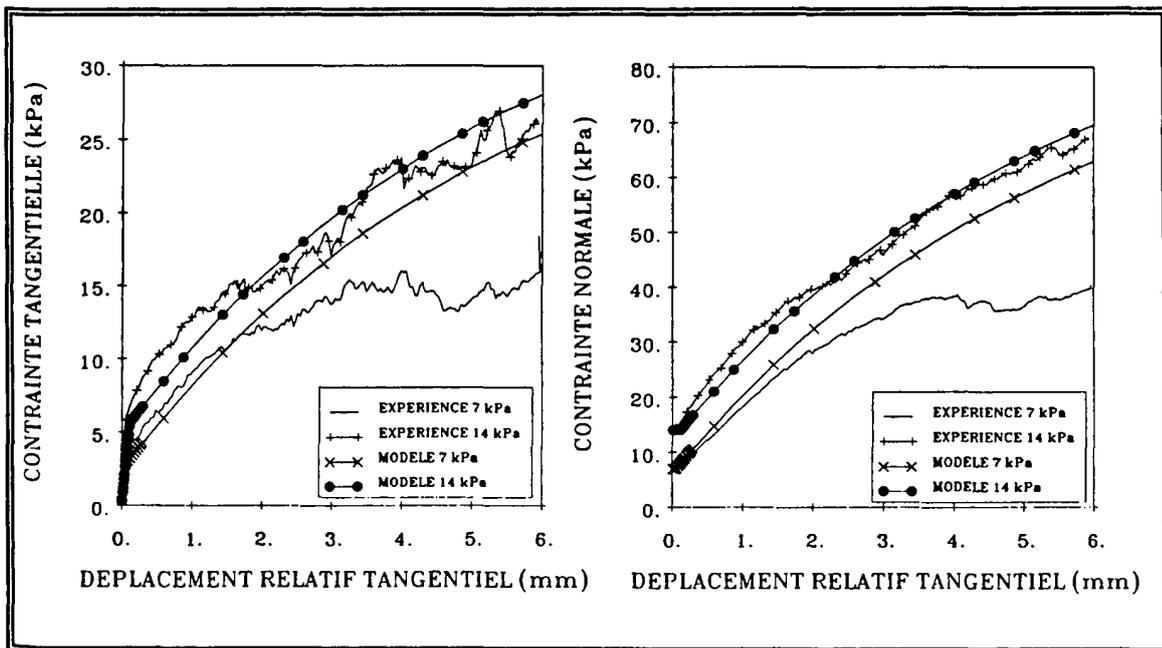


Fig. 1.25 Simulation des essais à déplacement normal bloqué

1.4. Couplage catalyseur-gaz

1.4.1. Observation en laboratoire

Afin de caractériser l'influence de la circulation d'un gaz sur les propriétés mécaniques du catalyseur, le Laboratoire de Mécanique de Lille a mis au point un dispositif expérimental particulier. Il permet d'effectuer des essais triaxiaux sur le catalyseur soumis à une circulation d'air à grande vitesse [41] (figure 1.26).

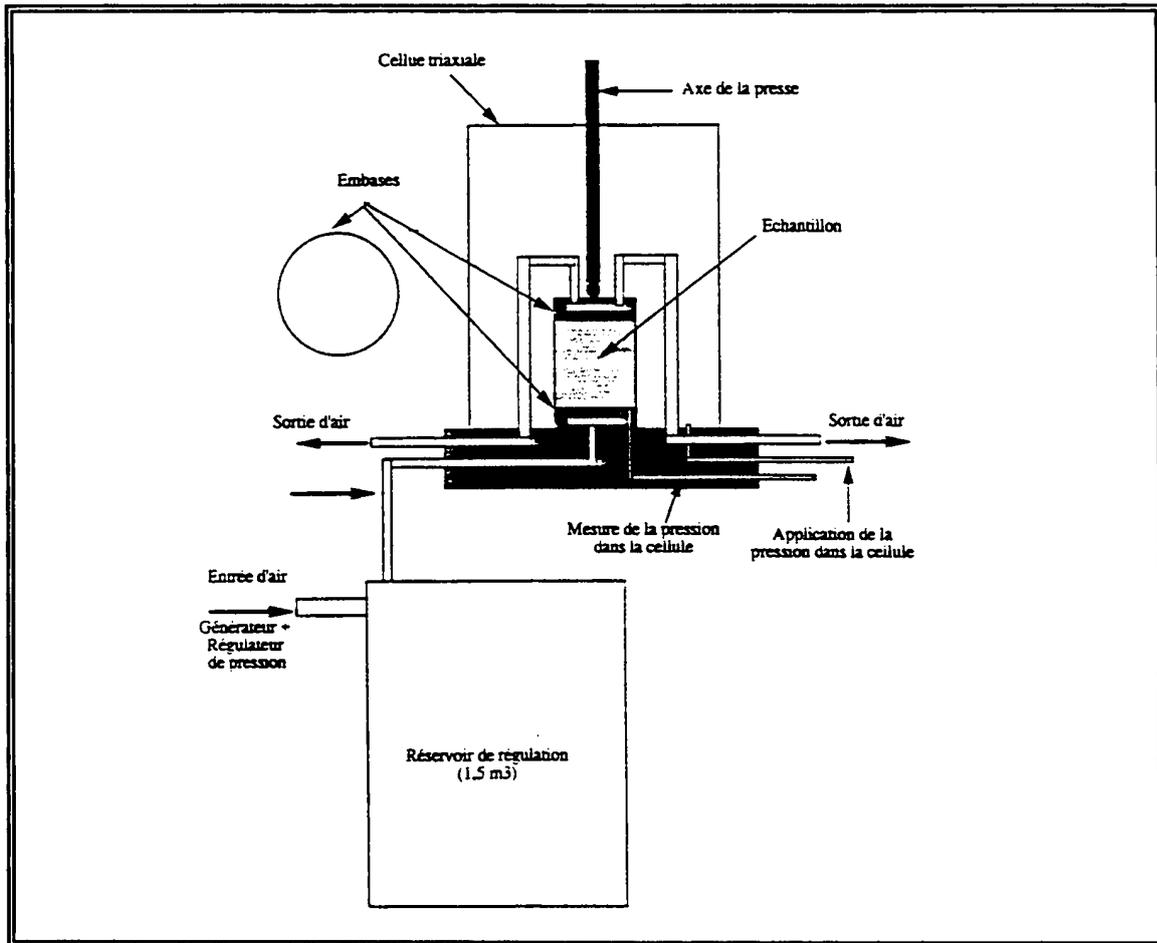


Fig. 1.26 Schéma du dispositif expérimental pour la réalisation des essais avec circulation d'air (Shahrour et al, 1994)

Des essais ont été réalisés pour deux vitesses de circulation : 20 cm/s et 36 cm/s et pour trois confinements : 10 kPa, 20 kPa et 30 kPa (figures 1.27, 1.28, 1.29).

À partir des essais à 20 kPa et 30 kPa de confinement, on peut admettre que la vitesse de circulation de l'air n'affecte que les oscillations observées sur le déviateur. Pour l'essai à 10 kPa (figure 1.27), la similitude de l'évolution du déviateur en fonction de la vitesse de

circulation de l'air n'est pas systématique, cela vient du fait qu'à ce niveau de confinement l'essai est difficile à réaliser.

On remarque aussi que ces oscillations s'accroissent avec la vitesse de circulation de l'air. Shahrour [42] explique que cela peut être dû à une modification instantanée de l'arrangement des grains et de leur contact avec les embases. Toujours d'après Shahrour, cette perturbation affecte la pression de l'air à l'intérieur de l'échantillon et par conséquent le confinement effectif appliqué ainsi que le déviateur.

En ce qui concerne l'évolution de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale, sur les essais à 10 kPa et 20 kPa (*figures 1.27, 1.28*), on observe une similitude des résultats entre l'essai sans circulation d'air et l'essai avec une vitesse de circulation de l'air de 36 cm/s. Lorsque la vitesse de circulation de l'air est de 20 cm/s, on observe une évolution différente de la dilatance du matériau. Cette différence, qui disparaît pour le confinement de 30 kPa (*figure 1.29*) peut être liée aux niveaux faibles de confinement pour lesquels la mesure de la dilatance est délicate.

De toute manière, devant la difficulté de mise en œuvre des essais, l'étude des résultats doit être faite sur le comportement "moyen" du catalyseur. Ainsi, ces résultats montrent que le comportement du catalyseur étudié soumis à une circulation d'air à une vitesse d'environ 30 cm/s est conditionné par la pression de confinement. Il obéit de ce fait au principe des contraintes effectives de Terzaghi qui est défini par :

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij} \cdot p \quad (1.40)$$

σ'_{ij} est la contrainte effective et p est la pression interstitielle (pression appliquée par le gaz dans les pores, positive en compression).

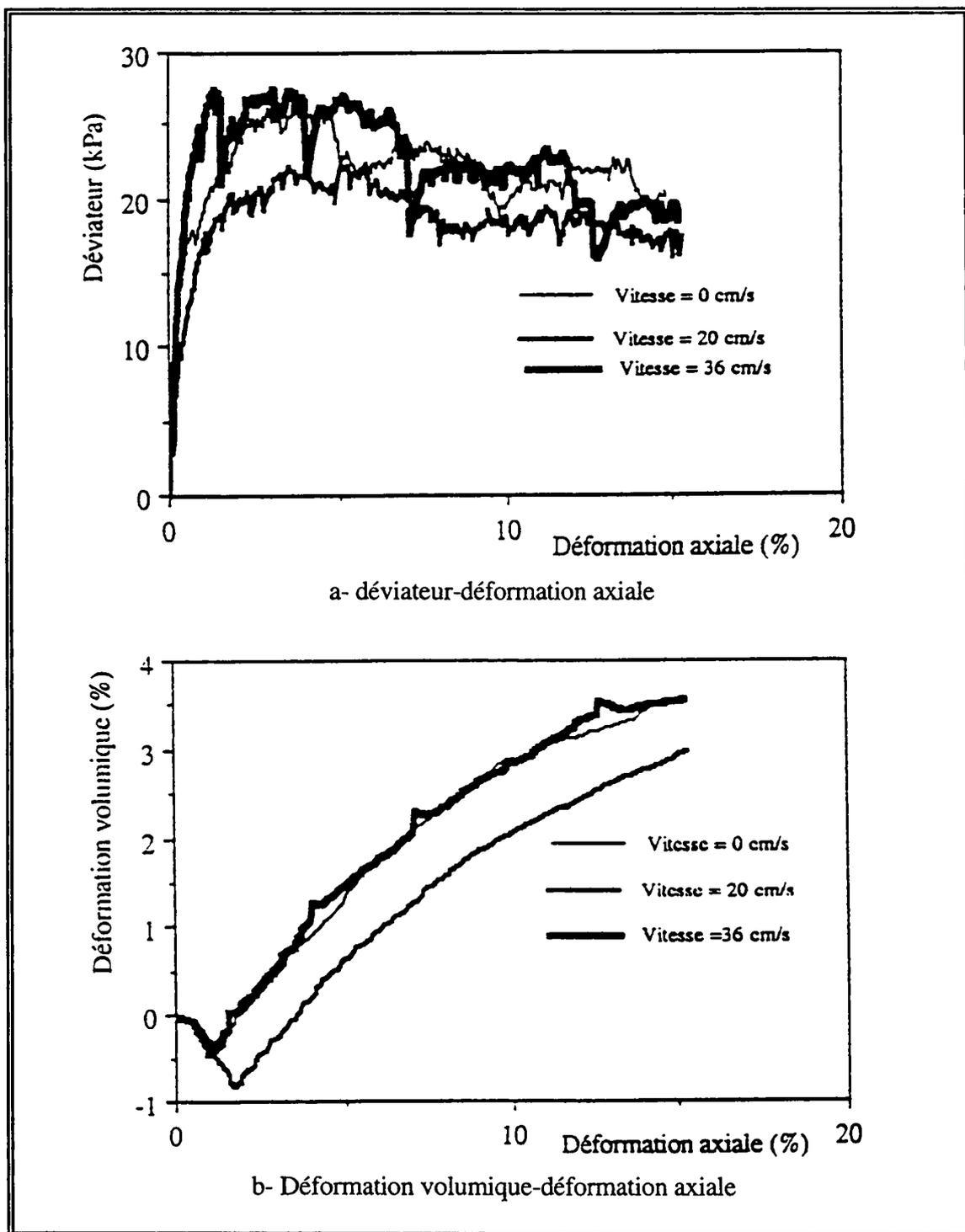


Fig. 1.27 Influence de la circulation d'air sur le comportement du catalyseur (pression de confinement 10 kPa) (Shahrour et al, 1994)

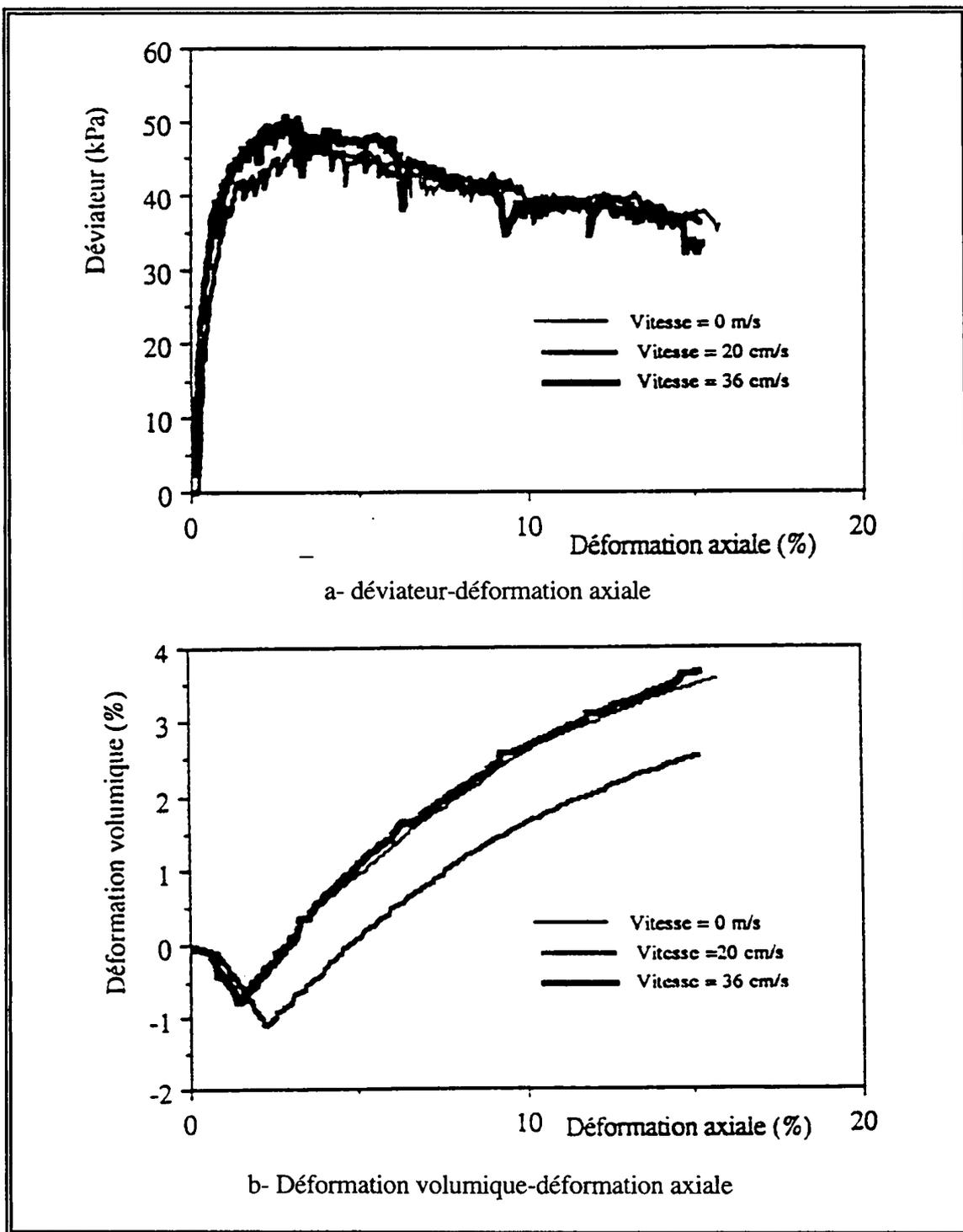


Fig. 1.28 Influence de la circulation d'air sur le comportement du catalyseur (pression de confinement 20 kPa) (Shahrour et al, 1994)

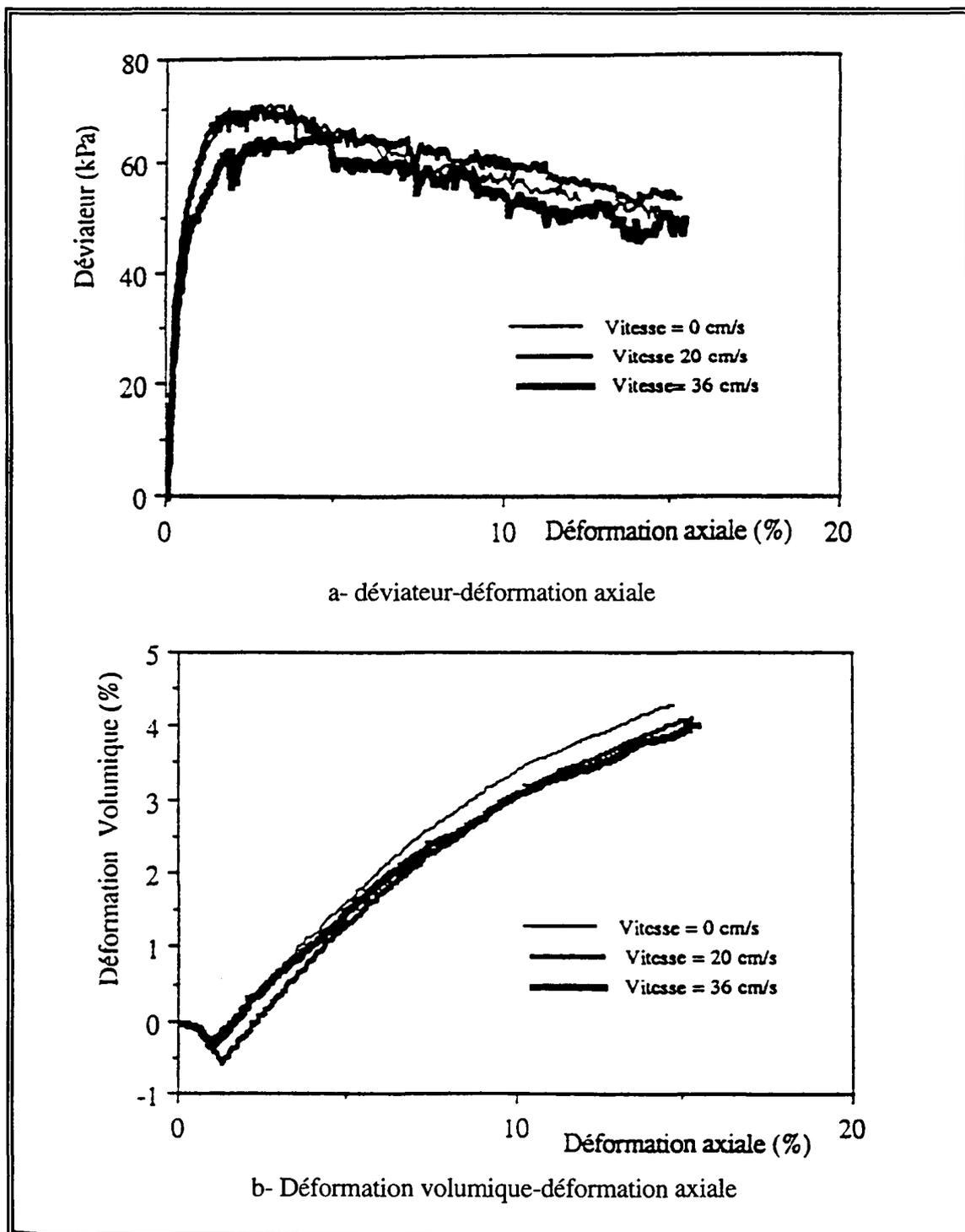


Fig. 1.29 Influence de la circulation d'air sur le comportement du catalyseur (pression de confinement 30 kPa) (Shahrour et al, 1994)

1.4.2. Lois de Darcy et d'Ergun

La loi de diffusion permet de relier la vitesse de circulation du fluide au gradient de pression. En mécanique des sols, on utilise la loi de Darcy car elle s'applique aux écoulements laminaires avec des vitesses de circulation faibles, ceux justement rencontrés dans les sols. Cette loi est donnée par :

$$v = -\frac{K}{\mu} \cdot \text{grad}(p - \gamma_f gh) \quad (1.41)$$

où K est un tenseur représentant la perméabilité du milieu dans lequel circule le fluide, μ est la viscosité dynamique du fluide, γ_f est la masse volumique du fluide, g est l'accélération de la pesanteur, h est la valeur de la côte d'un point quelconque du milieu et v est le vecteur vitesse.

Cependant, dans le cadre de l'étude des réacteurs à lit mobile, la vitesse de circulation du gaz est très importante, d'environ 100 cm/s. C'est pourquoi, de nombreuses études de circulation de gaz à travers un lit de catalyseur fixe ont été réalisées au C.E.D.I. [8]. Elles ont montré que la loi d'Ergun [19] reproduisait convenablement les résultats expérimentaux (figure 1.30).

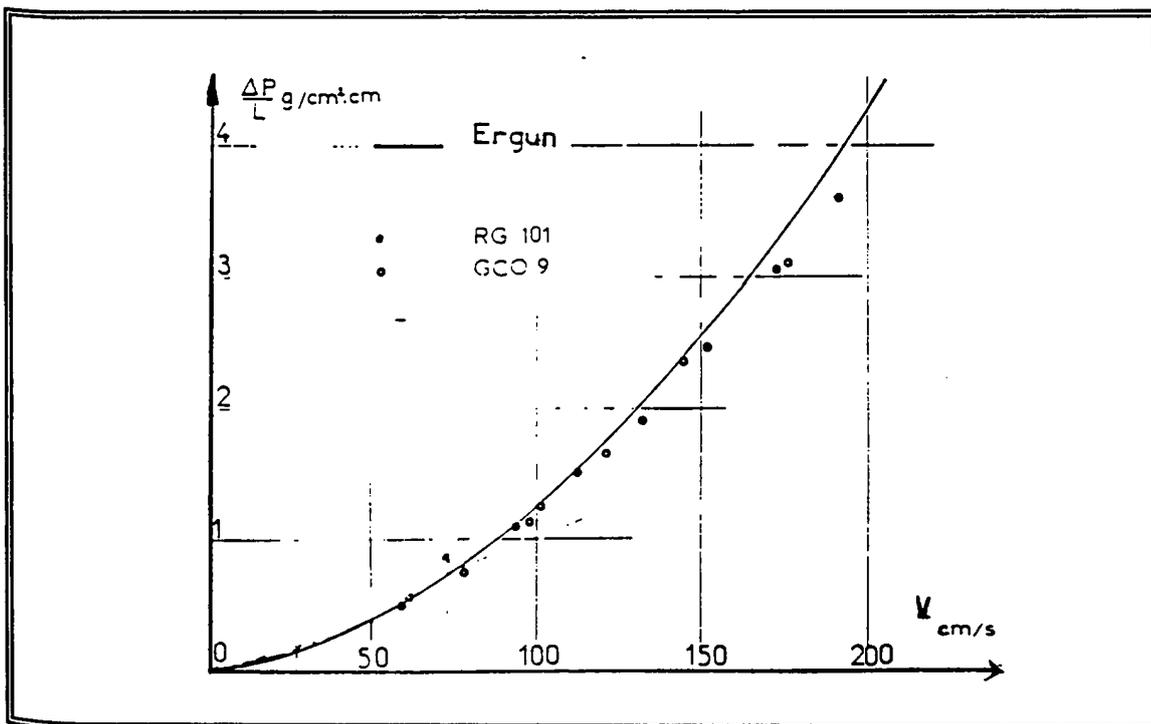


Fig. 1.30 Simulation des essais expérimentaux avec la loi d'Ergun, (Buisson et al, 1972)

Pour un écoulement unidimensionnel, la loi d'Ergun donne la perte de charge ΔP en fonction de la vitesse du gaz (v) par la relation :

$$\frac{\Delta P}{L} g_c = 150 \cdot \frac{\mu}{D_p^2} \frac{(1-n)^2}{n^3} \cdot (v) + 1.75 \frac{(1-n)}{n^3} \frac{\gamma_g}{D_p} \cdot (v^2) \quad (1.42)$$

où D_p est le diamètre moyen des particules, n est la porosité du milieu, γ_f est le poids volumique du gaz, g_c est la constante de gravitation et L est la longueur du lit traversé.

Les coefficients 150 et 1.75 ont été déterminés expérimentalement sur un nombre élevé d'échantillons.

Cette loi se compose de deux termes, un terme visqueux et un terme cinétique :

• terme visqueux :

$$150 \cdot \frac{\mu}{D_p^2} \frac{(1-n)^2}{n^3} \cdot (v) \quad (1.43)$$

• terme cinétique :

$$1.75 \frac{(1-n)}{n^3} \frac{\gamma_g}{D_p} \cdot (v^2) \quad (1.44)$$

Le premier terme découle des études de Kozeny (d'après Ergun [19]) qui prouvent que la variation de pression d'un gaz traversant un lit fixe de matériau granulaire est proportionnelle à $\frac{(1-n)^2}{n^3}$ tandis que Burke et Plummer (d'après Ergun [19]) montrent que pour des vitesses

élevées cette variation de pression est proportionnelle à $\frac{(1-n)}{n^3}$.

La loi d'Ergun permet donc de caractériser la variation de pression à travers un lit fixe de matériau granulaire lorsque la vitesse du gaz passe des valeurs faibles aux valeurs élevées.

On insiste sur le fait que cette loi est phénoménologique et qu'elle établit une variation de pression lorsque le gaz traverse une largeur L de matériau granulaire. On propose cependant de la considérer à l'état local afin de l'implanter dans un code de calcul.

Pour traiter nos futures applications numériques, on propose d'étendre la loi à une formulation tridimensionnelle. Pour cela, comme le milieu granulaire est homogène, on définit une vitesse de circulation du fluide dans chaque direction. De ce fait, la perméabilité du milieu qui dépend de la vitesse sera elle aussi définie dans chaque direction.

L'avantage de la loi d'Ergun est de faire intervenir des paramètres directement liés à la granulométrie du catalyseur. Or, on sait que celui-ci subit de l'attrition au cours du

fonctionnement. On pourra alors, si cela s'avère nécessaire, intégrer ces anomalies à travers le paramètre D_p et n .

Par rapport à la loi de Darcy, la loi d'Ergun permet de déterminer convenablement le gradient de pression engendré par la circulation d'un gaz à des vitesses élevées à travers un lit de matériau granulaire. Cependant, il sera important d'évaluer le terme cinétique par rapport au terme visqueux dans nos futures applications. En effet, cette loi étant non linéaire, elle nous oblige à développer un algorithme d'intégration qui va certainement augmenter de manière considérable les temps de calcul. Ainsi, si cela s'avère inutile, on pourra intégrer la diffusion du gaz par le terme visqueux ce qui simplifiera certainement nos calculs (relation linéaire).

• **Étude de la sensibilité du problème type par rapport aux paramètres de la loi d'Ergun**

Tout d'abord, nous avons fait varier la viscosité dynamique et le poids volumique du gaz de $\pm 20\%$. Ensuite, nous avons étudié deux états correspondants à une porosité minimale et maximale du milieu granulaire. Enfin, pour analyser l'influence de l'usure des billes de catalyseur en cours de fonctionnement, nous avons calculé la réponse de la loi d'Ergun pour un diamètre moyen des billes de 2 mm et de 1.8 mm.

On récapitule dans le tableau 1.3, les valeurs des paramètres perturbés.

Tableau 1.3 Paramètres perturbés de la loi d'Ergun

| D_p (mm) | | n | | μ (Pa.s) | | γ_g (g/cm ³) | |
|------------|---|-------|------|----------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| 1.8 | 2 | 0.375 | 0.43 | $1.44 \cdot 10^{-4}$ | $2.16 \cdot 10^{-4}$ | $1.03 \cdot 10^{-3}$ | $1.54 \cdot 10^{-3}$ |

Les résultats obtenus sont donnés dans les figures 1.31, 1.32, 1.33 et 1.34. On constate que les paramètres importants de la loi d'Ergun, pour la gamme des vitesses qui nous intéressent (1m/s), sont la porosité du milieu granulaire et le poids volumique du gaz. Les autres paramètres ont moins d'influence. Toutefois, on constate que l'usure des billes, prise en compte par la variation du diamètre moyen, peut modifier la réponse de la loi en particulier pour des vitesses de circulation élevées.

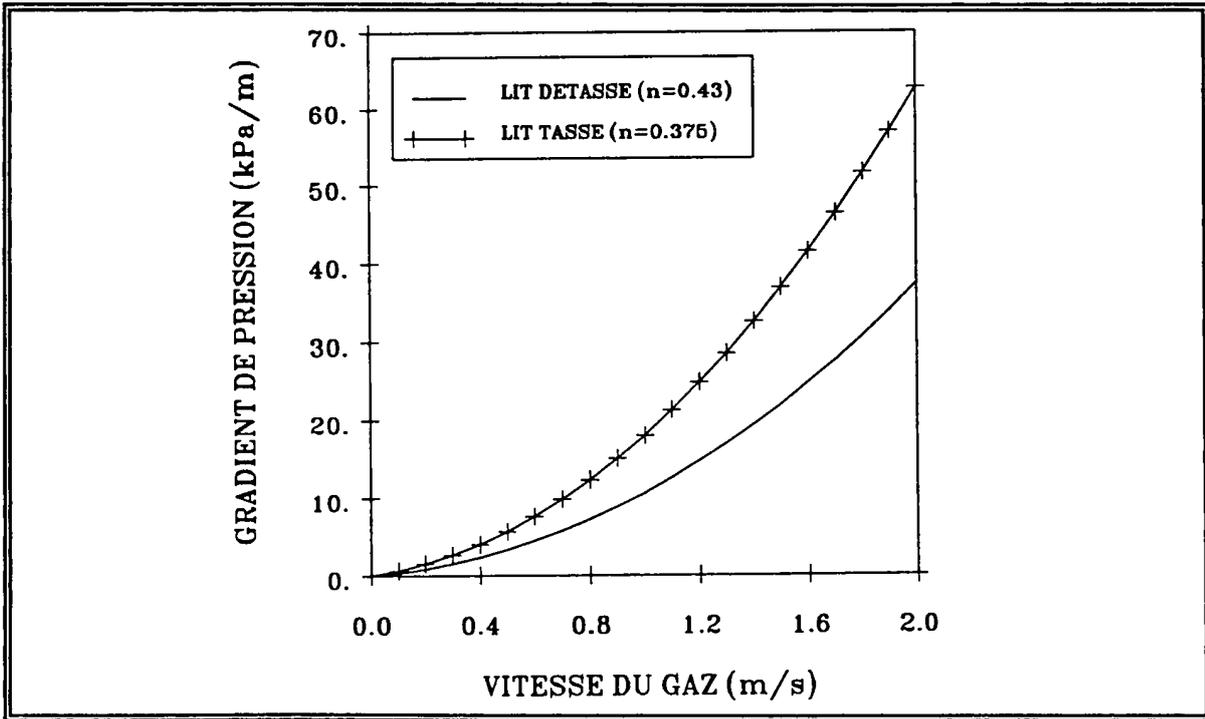


Fig. 1.31 Réponse de la loi d'Ergun pour un lit tassé et un lit détassé

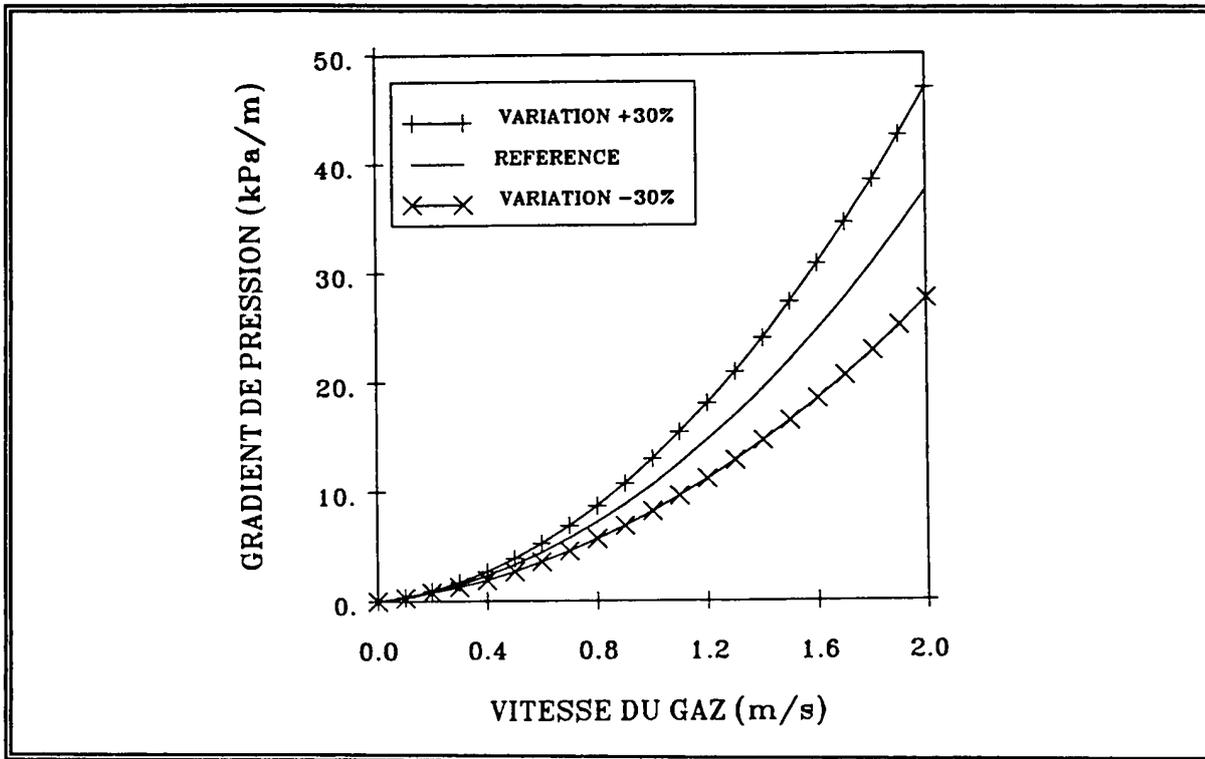


Fig. 1.32 Réponse de la loi d'Ergun pour une variation du poids volumique du gaz

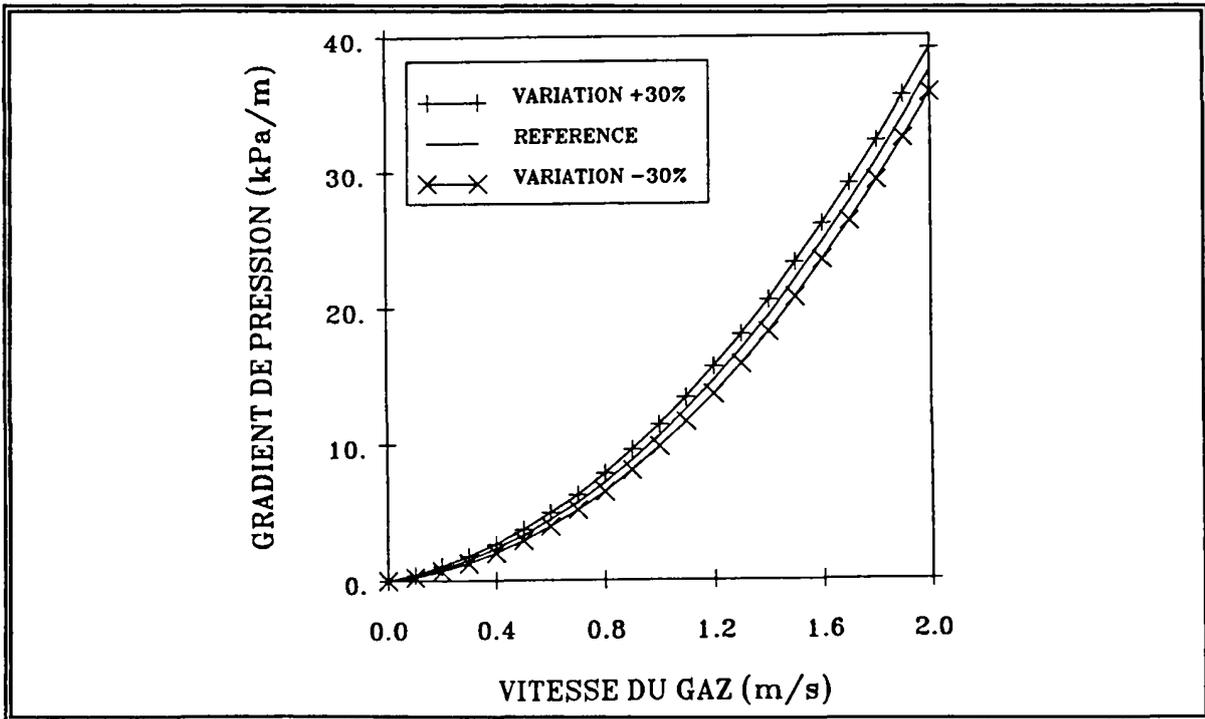


Fig. 1.33 Réponse de la loi d'Ergun pour une perturbation de la viscosité dynamique du gaz

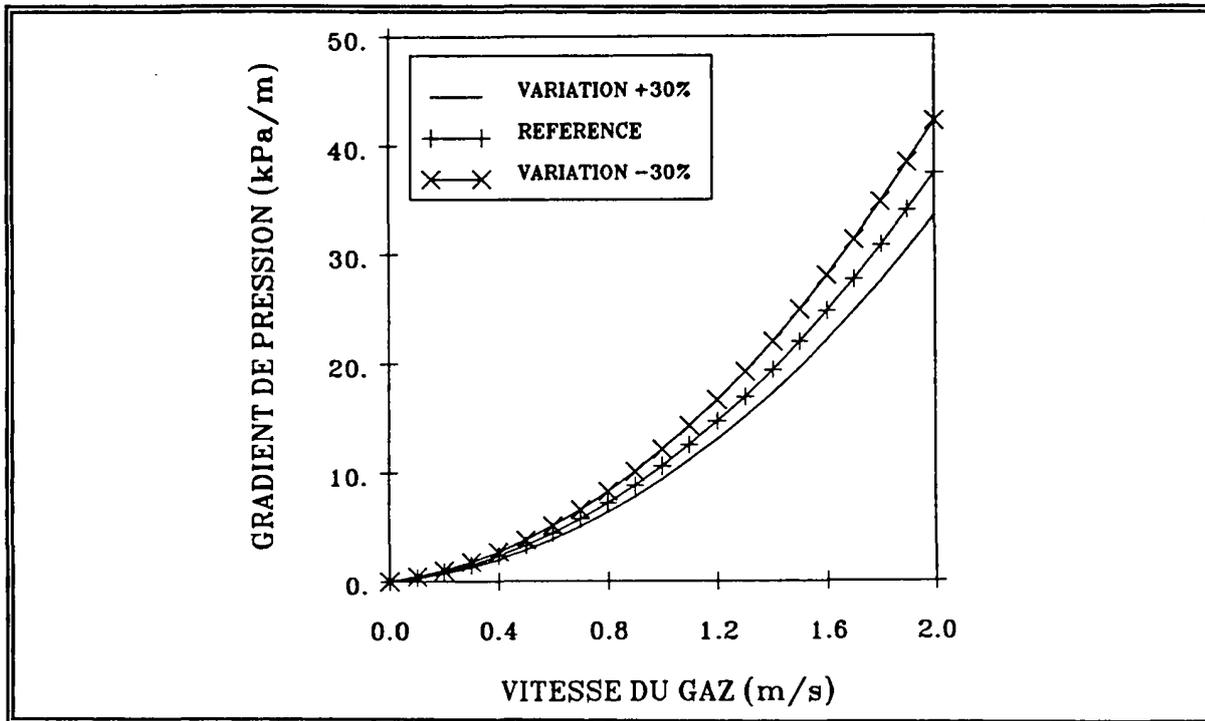


Fig. 1.34 Réponse de la loi d'Ergun pour une perturbation du diamètre moyen des billes de catalyseur

1.5. Formulation variationnelle et discrétisation

Dans ce chapitre, nous développons les équations qui régissent le problème de l'interaction catalyseur-grille Johnson ainsi que le couplage catalyseur-gaz [11], [13]. Tout d'abord, on présente les équations mécaniques du problème d'interaction seul. Ensuite, on développe les équations qui nous permettent de traiter le couplage catalyseur-gaz. On montre ainsi, comment de manière originale, nous avons pris en compte le couplage dans les joints. Enfin, on décrit les discrétisations spatiale et temporelle du système d'équations obtenus et les algorithmes utilisés pour leur résolution par la méthode des éléments finis.

1.5.1. Formulation variationnelle du problème mécanique

On présente dans ce qui suit la formulation variationnelle des équations qui régissent le problème mécanique seul (solide plus interface solide-structure).

Considérons un corps en équilibre composé de deux matériaux (catalyseur) et structure avec une surface de contact S_c . Ce corps est supposé soumis aux sollicitations suivantes :

- forces de volume γ ;
- forces de surface T sur S_t ;
- déplacements imposés $u = \bar{u}$ sur S_u .

Ce corps est en équilibre si dans tout champ δu de déplacement virtuel cinématiquement admissible, la somme des travaux des forces extérieures et intérieures est nulle :

$$w_i + w_e = 0 \quad (1.45)$$

En considérant un vecteur de déplacement virtuel cinématiquement admissible δu , on décrit la déformation de l'interface δE_{int} comme étant la variation de δu des deux corps en interaction. Cela s'écrit :

$$\delta E_{int} = \Delta(\delta u) \quad (1.46)$$

En désignant F_{int} les forces de contact et δE_{int} le déplacement relatif à l'interface catalyseur-paroi, le travail des forces intérieures w_i est donné par la relation :

$$w_i = - \int_V \delta \varepsilon \cdot \sigma \cdot dV - \int_{S_c} \delta E_{int} \cdot F_{int} \cdot dS \quad (1.47)$$

Le travail des forces extérieures est donné par :

$$w_e = \int_V \delta u \cdot \gamma \cdot dV + \int_{S_t} \delta u \cdot T \cdot dS \quad (1.48)$$

On obtient ainsi l'équation de l'équilibre mécanique sous la forme :

$$\begin{aligned} & - \int_V \delta \varepsilon \cdot \sigma \cdot dV - \int_{S_c} \delta E_{int} \cdot F_{int} \cdot dS \\ & + \int_V \delta u \cdot \gamma \cdot dV + \int_{S_t} \delta u \cdot T \cdot dS = 0 \end{aligned} \quad (1.49)$$

Afin d'intégrer cette équation par la méthode des éléments finis, on fait une discrétisation du domaine. Ainsi, le domaine V est divisé en n_e éléments V_e sur lesquels on suppose que le champ de déplacement est donné par la relation :

$$u = N \cdot U^e \quad (1.50)$$

où N est la matrice des fonctions d'interpolation et U^e est le vecteur représentant les déplacements des nœuds de l'élément V_e .

Le tenseur des déformations peut être écrit sous la forme :

$$\varepsilon = B \cdot U^e \quad (1.51)$$

où B est la matrice des déformations.

En faisant l'hypothèse que le champ de déplacement virtuel δu a les mêmes types de variation que u , on peut écrire sur V_e :

$$\delta u = N \cdot \delta U \quad (1.52)$$

Et :

$$\delta \varepsilon = B \cdot \delta U \quad (1.53)$$

De même, au niveau de l'interface, on peut écrire :

$$E_{int} = B_{int} \cdot U^e \quad (1.54)$$

et :

$$\delta E_{int} = B_{int} \cdot \delta U \quad (1.55)$$

où B_{int} est la matrice des déformations de l'interface.

On obtient alors pour le travail intérieur :

$$w_i = \delta U \left(- \int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot dV - \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}_{int} \cdot \mathbf{F}_{int} \cdot dS \right) \quad (1.56)$$

et pour le travail extérieur :

$$w_e = \delta U \left(\int_V {}^t\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\gamma} \cdot dV + \int_{S_t} {}^t\mathbf{N} \cdot \mathbf{T} \cdot dS \right) \quad (1.57)$$

Ce qui nous donne l'équation d'équilibre global sous la forme :

$$\begin{aligned} \int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot dV + \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}_{int} \cdot \mathbf{F}_{int} \cdot dS &= \int_V {}^t\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\gamma} \cdot dV + \int_{S_t} {}^t\mathbf{N} \cdot \mathbf{T} \cdot dS \\ &= F_m \end{aligned} \quad (1.58)$$

Pour les problèmes non linéaires, on écrit cette équation entre deux incréments successifs soit :

À l'incrément i :

$$\int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}^i \cdot dV + \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}_{int} \cdot \mathbf{F}_{int}^i \cdot dS = F_m^i \quad (1.59)$$

et à l'incrément $i+1$:

$$\int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{i+1} \cdot dV + \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}_{int} \cdot \mathbf{F}_{int}^{i+1} \cdot dS = F_m^{i+1} \quad (1.60)$$

De sorte que l'équation à résoudre est de la forme :

$$\int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \Delta\boldsymbol{\sigma} \cdot dV + \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}_{int} \cdot \Delta\mathbf{F}_{int} \cdot dS = \Delta F_m \quad (1.61)$$

avec :

$$\Delta F_m = F_m^{i+1} - \int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}^i \cdot dV - \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}_{int} \cdot \mathbf{F}_{int}^i \cdot dS \quad (1.62)$$

1.5.2. Problème de l'écoulement du fluide

Le corps V est soumis à des sollicitations supplémentaires qui sont dues à la circulation du gaz à travers le milieu. Les conditions sur l'écoulement sont de deux types :

- flux q_p sur S_g ;
- pression imposée $p = \bar{p}$ sur S_p .

L'équation de conservation de la masse peut être écrite sous la forme :

$$\text{div}(v) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.63)$$

Où v est la vitesse de circulation du fluide, ε_v est la déformation volumique du solide et M est le module de Biot ([3], [4] et [5]).

En introduisant la loi de Darcy (équation 1.41), on obtient l'équation de conservation de la masse sous la forme :

$$\text{div} \left(\frac{k}{\mu} \text{grad}(p - \gamma_f gh) \right) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.64)$$

La formulation variationnelle du problème d'écoulement est obtenue avec la méthode de Galerkin. En choisissant une fonction δp tel que $\delta p = 0$ sur S_p , on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \int_V \text{grad}(\delta p) \cdot \frac{k}{\mu} \cdot \text{grad}(p) \cdot dV + \int_{S_c} \Delta(\delta p) \cdot q_{\text{int}} \cdot dS \\ & + \int_V \delta p \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \cdot dV + \int_{S_c} \delta p \cdot \frac{\partial E_{\text{int}}}{\partial t} \cdot dS \\ & + \int_V \delta p \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dV - \int_{S_g} \delta p \cdot q_p \cdot dS = 0 \end{aligned} \quad (1.65)$$

où $\Delta(\delta p)$ décrit la variation de la pression à travers l'interface ; q_{int} est le flux gazeux à travers la surface de contact. Il peut être exprimé sous la forme :

$$q_{\text{int}} = K_{\text{int}} \cdot \Delta p \quad (1.66)$$

où Δp est la variation de la pression à travers la surface de contact et K_{int} est la perméabilité de l'interface. En injectant l'équation (1.66) dans l'équation (1.65), on obtient :

$$\begin{aligned} & \int_V \text{grad}(\delta p) \cdot \frac{k}{\mu} \cdot \text{grad}(p) \cdot dV + \int_{S_c} \Delta(\delta p) \cdot K_{int} \cdot \Delta p \cdot dS \\ & + \int_V \delta p \cdot \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \cdot dV + \int_{S_c} \delta p \cdot \frac{\partial E_{int}}{\partial t} \cdot dS \\ & + \int_V \delta p \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dV - \int_{S_g} \delta p \cdot q_p \cdot dS = 0 \end{aligned} \quad (1.67)$$

La discrétisation du domaine V nous conduit à décrire sur V_e :

$$p = N' \cdot P^e \quad (1.68)$$

$$\text{grad}(p) = B' \cdot P^e \quad (1.69)$$

$$\Delta p = B'_{int} \cdot P^e \quad (1.70)$$

En faisant l'hypothèse que la fonction δp a les mêmes variations que p sur V , on peut écrire sur V_e :

$$\delta p = N' \cdot \delta P \quad (1.71)$$

$$\text{grad}(\delta p) = B' \cdot \delta P \quad (1.72)$$

$$\Delta(\delta p) = B'_{int} \cdot \delta P \quad (1.73)$$

En injectant les équations (1.68) à (1.73) et l'équation (1.51) dans l'équation (1.59), on aboutit à l'équation :

$$H \cdot P + S \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + {}^t L \cdot \frac{\partial U}{\partial t} = F_h \quad (1.74)$$

avec :

$$H = \int_V {}^t B' \cdot \frac{k}{\mu} \cdot B' \cdot dV + \int_{S_c} {}^t B'_{int} \cdot K_{int} \cdot B'_{int} \cdot dS \quad (1.75)$$

$$S = \int_V {}^tN' \cdot \frac{1}{M} \cdot N' \cdot dV \quad (1.76)$$

$$L = \int_V {}^tB \cdot \delta \cdot N' \cdot dV + \int_{S_c} {}^tB_{int} \cdot \delta \cdot N' \cdot dS \quad (1.77)$$

$$F_h = \int_{S_g} {}^tN' \cdot q_p \cdot dS \quad (1.78)$$

où δ est le tenseur de Kronecker.

1.5.3. Intégration du modèle de comportement

En utilisant le principe des contraintes effectives, l'équation d'équilibre mécanique (1.61) peut être écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} & \int_V {}^tB \cdot \Delta\sigma' \cdot dV + \int_{S_c} {}^tB_{int} \cdot \Delta F_{int}' \cdot dS \\ & - \int_V {}^tB \cdot \delta \cdot \Delta p \cdot dV - \int_{S_c} {}^tB_{int} \cdot \delta \cdot \Delta p \cdot dS = \Delta F_m \end{aligned} \quad (1.79)$$

On définit ensuite le comportement à la fois du solide et de l'interface, de sorte que :

Pour le solide :

$$\Delta\sigma' = C^{ep} \cdot \Delta\varepsilon \quad (1.80)$$

C^{ep} est un tenseur élastoplastique.

Pour l'interface :

$$\Delta F_{int}' = D^{ep} \cdot \Delta E_{int} \quad (1.81)$$

D^{ep} est un tenseur élastoplastique qui caractérise le comportement du joint.

En introduisant les équations (1.80), (1.81), (1.54), (1.55), (1.51) et (1.68) dans l'équation (1.79), on obtient :

$$R \cdot \Delta U + L \cdot \Delta P = \Delta F_m \quad (1.82)$$

avec :

$$R = \int_V {}^t B \cdot C^{ep} \cdot B \cdot dV + \int_{Sc} {}^t B_{int} \cdot D^{ep} \cdot B_{int} \cdot dS \quad (1.83)$$

$$L = - \int_V {}^t B \cdot \delta \cdot N' \cdot dS - \int_{Sc} {}^t B_{int} \cdot \delta \cdot N' \cdot dS \quad (1.84)$$

Le système couplé à résoudre s'écrit :

$$\begin{cases} R \cdot \Delta U + L \cdot \Delta P = \Delta F_m \\ H \cdot P + S \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + {}^t L \cdot \frac{\partial U}{\partial t} = F_h \end{cases} \quad (1.85)$$

1.5.4. Discrétisation temporelle

Pour établir la discrétisation temporelle de l'équation de conservation de la masse, on utilise une méthode semi-implicite d'Euler. L'intervalle de temps $[0, T]$ est divisé en nt intervalles I_j avec :

$$I_j = [t_{i-1}, t_i] \quad (1.86)$$

On fait l'hypothèse que P et U varient linéairement sur chaque intervalle I_j ; les valeurs aux bornes de l'intervalle seront notées P^{i-1} , P^i , U^{i-1} et U^i , on a alors :

$$P = \alpha \cdot P^i + (1 - \alpha) \cdot P^{i-1} \quad (1.87)$$

et :

$$U = \alpha \cdot U^i + (1 - \alpha) \cdot U^{i-1} \quad (1.88)$$

La dérivée de P et de U par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P^i - P^{i-1}}{\Delta t} \quad (1.89)$$

et :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{U^i - U^{i-1}}{\Delta t} \quad (1.90)$$

On considère également que les conditions aux limites varient linéairement sur I_j , ce qui nous donne :

$$F_h = \alpha \cdot F_h^i + (1 - \alpha) \cdot F_h^{i-1} \quad (1.91)$$

L'équation de conservation de la masse discrétisée en temps devient :

$$\begin{aligned} {}^tL \cdot U^i + (S + \Delta t \cdot \alpha \cdot H) \cdot P^i = \\ {}^tL \cdot U^{i-1} + (S - (1 - \alpha) \cdot \Delta t \cdot H) \cdot P^{i-1} + \Delta t \cdot F_h \end{aligned} \quad (1.92)$$

Le système à résoudre s'écrit alors sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} R & L \\ L^t & S + \Delta t \cdot \alpha \cdot H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U^i \\ P^i \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} R & L \\ L^t & S - \{(1 - \alpha) \cdot \Delta t \cdot H\} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U^{i-1} \\ P^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta F_m \\ \Delta t \cdot F_h \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.93)$$

On propose de résoudre ce système par un algorithme couplé. De ce fait, on détermine immédiatement les inconnues aux nœuds du domaine. Si α est supérieur ou égal à 0.5, la résolution de ce système par cet algorithme ne présente pas de problème de convergence ni de stabilité [20], [37]. Malheureusement, comme il faut stocker la matrice de rigidité globale (matrice de rigidité mécanique, matrice de couplage et matrice liée au fluide), il faut disposer d'une place mémoire importante.

1.5.5. Code de calcul par éléments finis utilisé

Pour résoudre ces équations et réaliser les applications numériques, nous allons utiliser le code de calcul par éléments finis FONDOP [30], [31]. Ce code a été développé pour traiter des études de recherche avancée en géomécanique. Il est composé d'un pré-processeur (DATPRO) d'un processeur différent selon les études (FONGEO, FONDAX) et d'un post processeur (TRACE) pour le traitement des résultats (*figure 1.35*).

Pour les calculs à deux dimensions de l'espace géométrique, on utilise les quadrilatères isoparamétriques à huit nœuds et des joints à six nœuds. Les joints sont considérés sans épaisseur à l'inverse de certains modèles [15], [16]. L'intégration des modèles rhéologiques développés sur le catalyseur et l'interface est réalisée dans le module FONGEO. Dans le cas des études en déformation plane, on intègre le modèle de comportement du catalyseur sur quatre points de Gauss d'un élément solide. On passe à neuf points de Gauss dans le cas des études axisymétriques. L'intégration du modèle d'interface s'effectue toujours en utilisant quatre points de Gauss.

Tous les calculs sont réalisés incrémentalement. Pour les itérations d'équilibre, on utilise une variante de l'algorithme de Newton-Raphson modifié. La convergence des calculs est

vérifiée en force et en travail. La tolérance de convergence en force est de l'ordre de 10^{-4} de la norme des forces incrémentales (somme des carrés des forces). Les calculs sont réalisés avec un opérateur élastique symétrique stocké suivant une méthode de ligne de ciel [1]. Pour les hauts niveaux de plastification, il est souvent nécessaire de réaliser un grand nombre d'itérations pour obtenir la convergence des calculs.

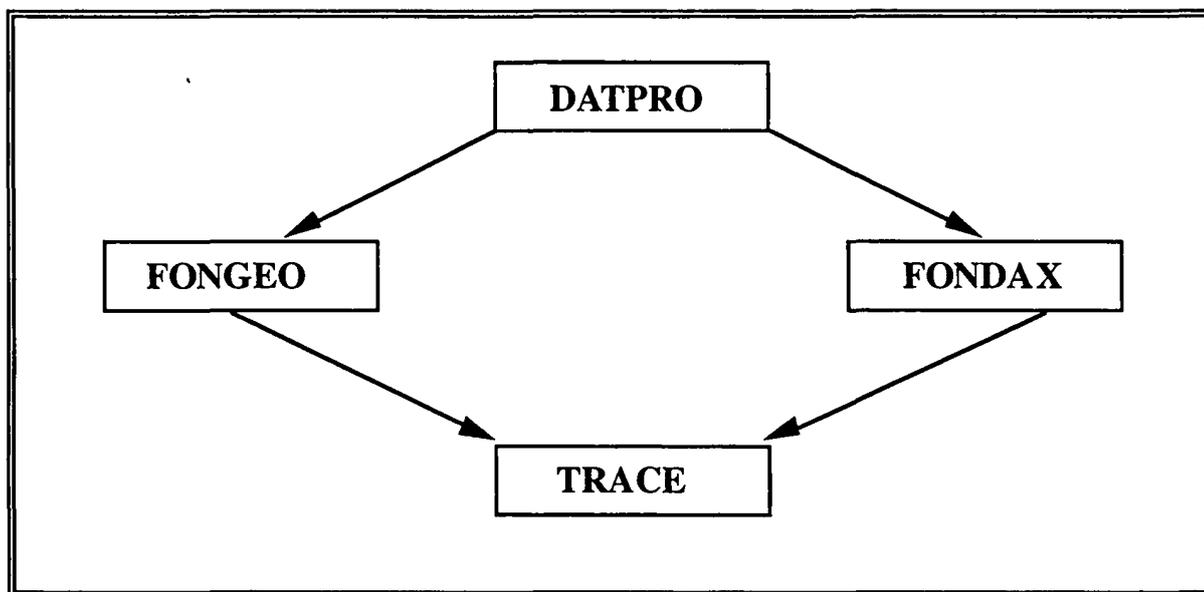


Fig. 1.35 Organisation du système FONDOF, (Meimon et al, 1992)

1.5.6. Intégration de la loi d'Ergun

On a montré que la perte de charge d'un gaz circulant dans un lit de catalyseur obéissait à la loi d'Ergun. Comme cette loi est non linéaire, nous devons développer un algorithme qui permet de l'intégrer.

Pour cela, nous écrivons cette loi à l'état local sous la forme :

$$v = K(v). \text{grad}(p) \quad (1.94)$$

où :

$$K = \frac{1}{\left(150. \frac{\mu}{Dp^2} \frac{(1-n)^2}{n^3} \right) + \left(1.75. \frac{(1-n)}{n^3} \frac{\gamma_g}{Dp} \right)} \cdot |v| \quad (1.95)$$

On obtient ainsi une écriture qui se rapproche de celle utilisant la loi de Darcy. Pour déterminer la perméabilité initiale, on néglige le terme cinématique.

Pour un incrément de chargement (i), le calcul s'effectue par itérations (j). À chaque itération, on résout le problème avec la matrice actualisée :

$$H^{j(i)} = \int_V {}^t\mathbf{B} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{v}^j)^{(i)} \cdot \mathbf{B} \cdot dV - \int_{S_c} {}^t\mathbf{B}'_{int} \cdot \mathbf{K}_{int} \cdot \mathbf{B}'_{int} \cdot dS \quad (1.96)$$

1.6. Conclusions

Les essais mécaniques réalisés sur le catalyseur et l'interface catalyseur-paroi sous des faibles confinements, nous ont permis de décrire leurs comportements. Du fait que le comportement du catalyseur est très proche de celui des sables, on a utilisé les concepts de modélisation des sols pour formuler un modèle de comportement pour ce matériau. Les essais à la boîte de cisaillement réalisés sur l'interface catalyseur-paroi ont montré que le comportement est élastique parfaitement plastique avec un amortissement de la dilatance aux grands déplacements relatifs tangentiels. À partir de ces observations, nous avons développé les modèles suivants :

- Un modèle de comportement du catalyseur qui est composé d'une partie élastique non linéaire de type hyperélastique et d'un mécanisme de plastification. Le mécanisme plastique a été développé à partir du modèle MODSOL. Il nous permet de caractériser les principaux phénomènes du comportement du catalyseur (écrouissage, état caractéristique et contrôle de la dilatance).

- Un modèle d'interface catalyseur-paroi qui est élastique-parfaitement plastique. Pour contrôler la dilatance des joints aux grands déplacements relatifs tangentiels, nous avons introduit une fonction exponentielle dans la loi d'écoulement.

Une méthode de détermination des paramètres de ces deux modèles, à partir des essais standards (essais triaxiaux pour le catalyseur et essais à la boîte de cisaillement pour l'interface catalyseur-paroi) a été établie.

On montre que ces modèles simulent raisonnablement les essais standards réalisés.

Pour traiter l'écoulement du gaz, on montre que la loi d'Ergun, composée d'un terme visqueux et d'un terme cinétique, est capable de prendre en compte toutes les gammes de vitesse de circulation du gaz. Cette loi étant non linéaire, nous avons développé un algorithme simple d'intégration. C'est en traitant le problème du "Pinning Effect" que l'on appréciera son intérêt par rapport à la loi de Darcy.

Chapitre 2

Vérification des modèles développés sur l'expérience de la balance

2.1. L'expérience de la balance

Dans le chapitre précédent, nous avons développé des modèles de comportement pour le catalyseur et l'interface catalyseur-paroi. Ces modèles de comportement ont été validés sur des essais triaxiaux et de cisaillement. Dans cette section, on propose de les valider sur un problème aux limites qui met en jeu à la fois le comportement du catalyseur et de l'interface. Ce calcul nous permettra d'apprécier la réponse des modèles développés à des contraintes rencontrées dans les structures à étudier (de l'ordre du kPa). Pour cela, nous allons utiliser l'expérience de la balance. Elle consiste à suspendre un tube juste au-dessus d'un plateau d'une balance à une hauteur équivalente à un demi-diamètre de particule et à le remplir. On observe, à cause du frottement mobilisé sur les parois, une stabilisation de la mesure du poids apparent (*figure 2.1*). Appliquée au catalyseur, cette expérience met en jeu à la fois le comportement de l'interface et le comportement du catalyseur dans la masse. Elle peut donc servir à valider les modèles développés.

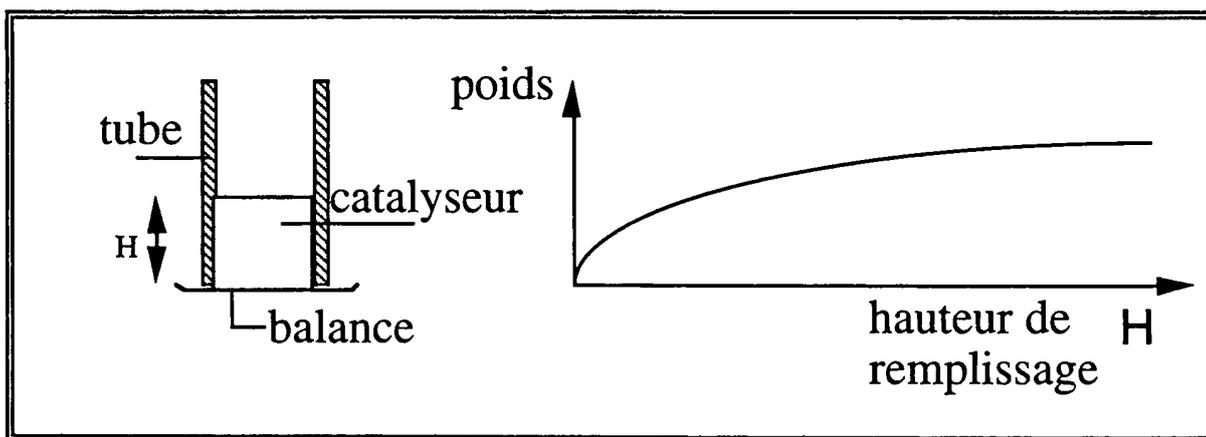


Fig. 2.1 Schéma de principe de l'expérience de la balance

Les études expérimentales de l'expérience de la balance ont été réalisées au Centre d'Études et de Développement Industriels (C.E.D.I.) [48]. Elles ont été effectuées avec des tubes en acier très frottant de diamètre 8,2 cm et 10,5 cm. Elles consistent à remplir à la manche le tube et à mesurer le poids apparent à chaque hauteur de remplissage. D'autre part, cette mesure doit être faite juste après le remplissage du tube car des éléments extérieurs peuvent occasionner des vibrations du matériel expérimental et perturber la mesure. En fait, cette étude expérimentale qui paraît simple présente des difficultés qui ne permettent pas de faire des mesures très précises.

Dans le cadre de l'étude de remplissage et de vidange de matériaux granulaires ensilés, il existe deux théories qui donnent l'état de contrainte à la fois dans la masse et aux parois. Il s'agit de la théorie de Janssen et de la théorie de Walters. Celles-ci indiquent que l'état de contrainte se stabilise en fonction de la hauteur de remplissage car une partie des efforts est reprise par les parois. De ce fait, elles peuvent simuler l'expérience de la balance.

On présente dans ce chapitre les deux théories, l'expérience de la balance, les différentes simulations numériques effectuées et leur confrontation avec les deux théories et les résultats expérimentaux.

2.2. Distribution des contraintes dans une structure cylindrique à fond plat : Théories de Janssen et de Walters

L'application de la théorie de Janssen et de Walters sur une structure cylindrique à fond plat rempli d'un matériau granulaire donne l'état de contrainte à la fois dans la masse et au droit des parois en fonction de la hauteur de remplissage.

Pour cela, on décrit l'équation différentielle de l'équilibre d'une tranche de matériau de faible épaisseur comprise entre les parois d'un cylindre de diamètre (D) (*figure 2.2*) :

$$\frac{\pi D^2}{4} \cdot (\sigma_z + d\sigma_z) + \pi \cdot D \cdot \tau_{rz} \cdot dz = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \sigma_z + \gamma \frac{\pi D^2}{4} \cdot dz \quad (2.1)$$

où γ est la masse volumique du matériau granulaire, σ_z est la contrainte verticale et τ_{rz} est la contrainte de cisaillement le long des parois. La résolution de cette équation est menée moyennant des hypothèses simplificatrices retenues dans chaque théorie.

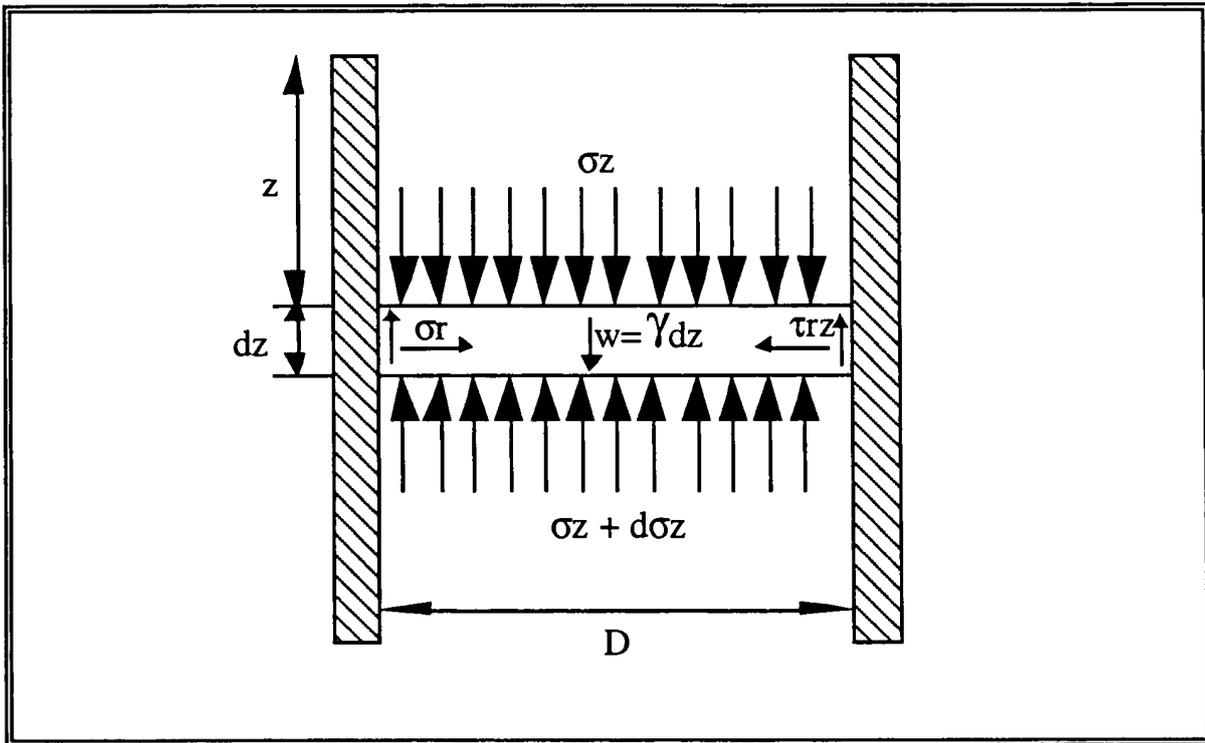


Fig. 2.2 Bilan des contraintes entre deux parois

2.2.1. Théorie de Janssen

Afin de décrire l'état de contrainte, Janssen fait les hypothèses suivantes :

- H1 : L'analyse est axisymétrique et la direction des contraintes principales majeure et mineure sont dans le plan vertical délimité par les parois du cylindre ;
- H2 : Le matériau est sans cohésion, incompressible et obéit au critère de Coulomb ;
- H3 : Le matériau est isotrope et homogène ;
- H4 : La contrainte verticale à une profondeur donnée est constante.

En utilisant ces hypothèses, on résout l'équation différentielle (2.1). On obtient alors l'état de contrainte verticale (σ_z), radiale (σ_r) et de cisaillement (τ_{rz}) dans la masse et le long des parois. Ces états de contraintes dépendent de la position (z) dans la structure, de l'angle de frottement matériau granulaire-paroi φ_w et de l'angle de frottement interne du matériau granulaire (φ). Les contraintes sont données par les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \frac{\gamma \cdot D}{4 \cdot K \cdot \tan(\varphi_w)} \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{4 \cdot K \cdot \tan(\varphi_w)}{D}\right) \cdot z} \right) \\ \sigma_r = K \cdot \sigma_z \\ \tau_{rz} = \sigma_r \cdot \tan(\varphi_w) \end{array} \right. \quad (2.2)$$

avec :

$$K = \frac{1 + \sin(\varphi) \cdot \cos(2\beta)}{1 - \sin(\varphi) \cdot \cos(2\beta)} \quad (2.3)$$

L'angle β qui intervient dans la détermination du coefficient K représente l'angle que fait la contrainte principale majeure avec la normale à la paroi. Une démonstration à partir du cercle de Mohr [21] donne la valeur de β sous la forme :

$$\beta = \frac{1}{2}(\varphi_w + w) \quad (2.4)$$

avec :

$$\sin(w) = \frac{\sin(\varphi_w)}{\sin(\varphi)} \quad (2.5)$$

À partir de la valeur de w qui admet deux solutions, Janssen définit un état actif et un état passif selon que l'on est en phase de remplissage ou en phase de vidange de sorte que :

$$0 < w < \frac{\pi}{2} \quad \text{phase d'écoulement : état passif ;}$$

$$\frac{\pi}{2} < w < \pi \quad \text{phase de remplissage : état actif.}$$

On présente la réponse de la théorie de Janssen au droit de la paroi dans la figure 2.3 pour un cylindre de 10 cm de diamètre et de 5 m de hauteur. Pour cette illustration, nous avons retenu les valeurs suivantes :

- Poids volumique du matériau ensilé : 7300 N/m^3 ;
- Angle de frottement interne : 34° ;
- Angle de frottement matériau granulaire-paroi : 25° .

On constate que l'état de contrainte stationnaire est très rapidement atteint. Ceci est lié directement à la valeur de l'angle de frottement. Ainsi, plus cet angle de frottement est élevé plus la stabilisation de l'état de contrainte est rapide.

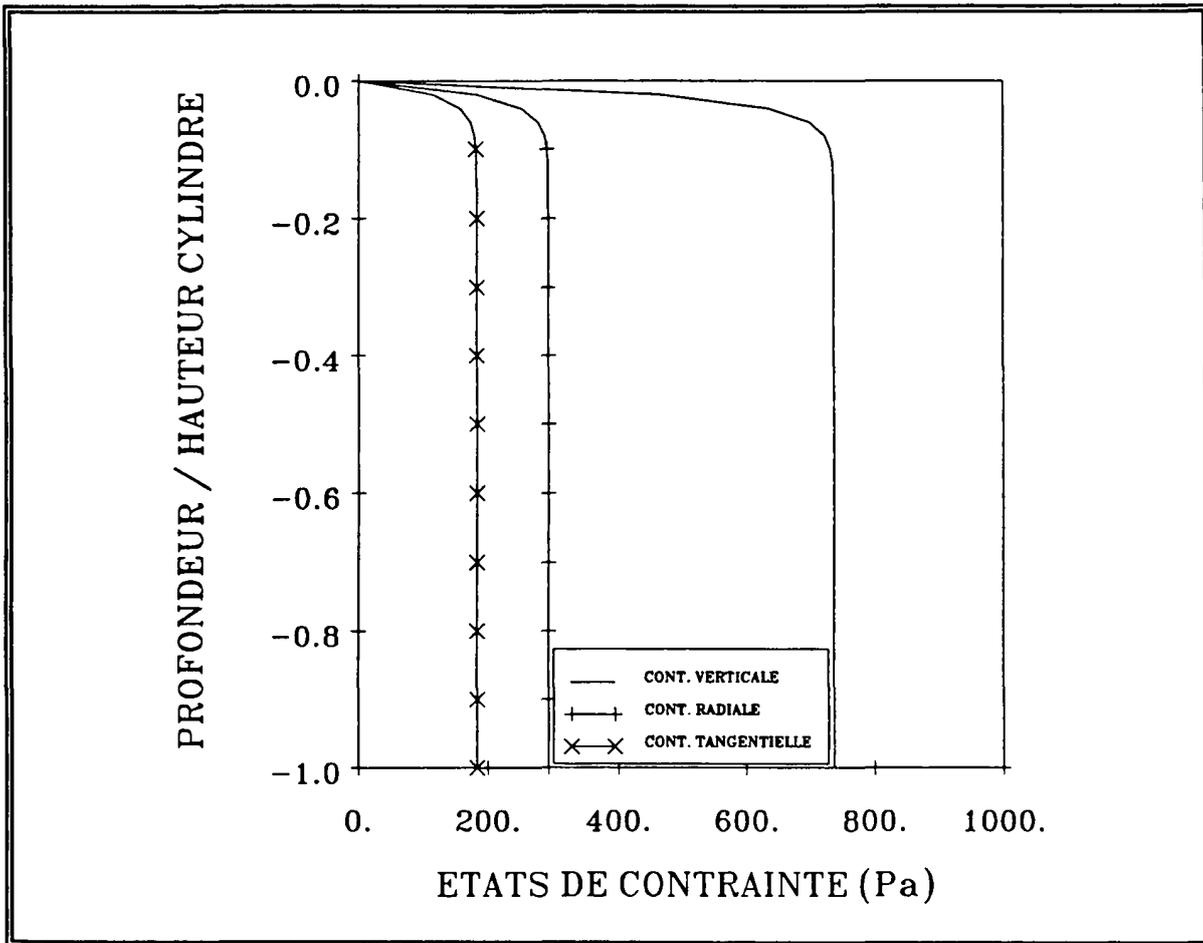


Fig. 2.3 Réponse de la théorie de Janssen

2.2.2. Théorie de Walters

Walters estime que les hypothèses de la théorie de Janssen sont trop restrictives. Il estime qu'elles sont valables seulement pour des diamètres importants car dans ce cas, la contrainte verticale évolue très peu suivant le rayon. Il suppose alors que la contrainte verticale n'est pas constante suivant le rayon. Pour cette raison, Walters décrit la contrainte verticale au droit de la paroi $\sigma_{z(w)}$ en fonction de la contrainte verticale moyenne le long du diamètre sous la forme :

$$\sigma_{z(w)} = H \cdot \sigma_z \quad (2.6)$$

H est fonction de φ_w et de φ . Elle est donnée par l'expression :

$$H = \frac{\cos(\varphi_w) \cdot (1 + \sin^2(\varphi)) \pm 2(\sin^2(\varphi) - \sin^2(\varphi_w))^{\frac{1}{2}}}{\cos(\varphi_w) \cdot [(1 + \sin^2(\varphi)) \pm 2 \cdot y \cdot \sin(\varphi)]} \quad (2.7)$$

où :

$$y = \frac{2}{3 \cdot c} \cdot \left[1 - (1 - c)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (2.8)$$

et :

$$c = \left(\frac{\tan(\varphi_w)}{\tan(\varphi)} \right)^2 \quad (2.9)$$

Le signe (+) désigne un état statique, c'est à dire la phase de remplissage et le signe (-) désigne un état dynamique, c'est à dire la phase d'écoulement.

Walters déduit d'une démonstration à partir du cercle de Mohr la relation entre la contrainte de cisaillement τ_{rz} et la contrainte verticale au droit de la paroi $\sigma_{z(w)}$. Il obtient la relation :

$$\tau_{rz} = B \cdot \sigma_{z(w)} \quad (2.10)$$

avec :

$$B = \frac{\sin(\varphi_w) \cdot \cos^2(\varphi)}{\cos(\varphi_w) \cdot (1 + \sin^2(\varphi)) \pm 2(\sin^2(\varphi) - \sin^2(\varphi_w))^{\frac{1}{2}}} \quad (2.11)$$

En injectant les équations (2.6) et (2.10) dans l'équation (2.1) et après réarrangement, on aboutit à l'équation à résoudre :

$$d\sigma_z + \frac{4 \cdot B \cdot H}{D} \sigma_z \cdot dz = \gamma \cdot dz \quad (2.12)$$

La résolution de cette équation donne l'état de contrainte dans le solide et à la paroi sous la forme :

$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{\gamma \cdot D}{4 \cdot B \cdot H} \cdot \left(1 - e^{-\frac{4 \cdot B \cdot H}{D} \cdot z} \right) \\ \sigma_r = \frac{\gamma \cdot D}{4 \cdot \tan(\varphi_w)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{4 \cdot B \cdot H}{D} \cdot z} \right) \\ \tau_{rz} = \frac{\gamma \cdot D}{4} \cdot \left(1 - e^{-\frac{4 \cdot B \cdot H}{D} \cdot z} \right) \end{cases} \quad (2.13)$$

avec :

$$B \cdot H = \tan(\varphi_w) \cdot \frac{\cos^2(\varphi)}{(1 + \sin^2(\varphi) \pm 2y \cdot \sin(\varphi))} \quad (2.14)$$

2.2.3. Comparaison des deux théories

Nous avons calculé la réponse des deux théories pour une phase de remplissage d'une structure cylindrique de 10 cm de diamètre et de 5 m de haut en faisant varier l'angle de frottement de l'interface (5° et 32°). Le poids volumique du matériau ensilé est de 7300 N/m³ et son angle de frottement interne est de 34°. On présente dans la figure 2.4 les contraintes verticales obtenues avec les deux théories.

On remarque que l'écart entre les deux théories augmente avec l'angle de frottement catalyseur-paroi. En effet, si l'on écrit la relation BH pour un état statique et pour un angle de frottement matériau-paroi faible, la fonction y tend vers 1, et dans ces conditions, on obtient le produit BH sous la forme :

$$B \cdot H = \tan(\varphi_w) \cdot \frac{(1 - \sin(\varphi))}{(1 + \sin(\varphi))} \quad (2.15)$$

Ce produit devient alors équivalent à $(K \cdot \tan(\varphi_w))$ utilisé dans la théorie de Janssen.

On constate aussi que les deux théories, indépendamment de l'angle de frottement, donnent le même état de contrainte radial et tangentiel (*figure 2.5*).

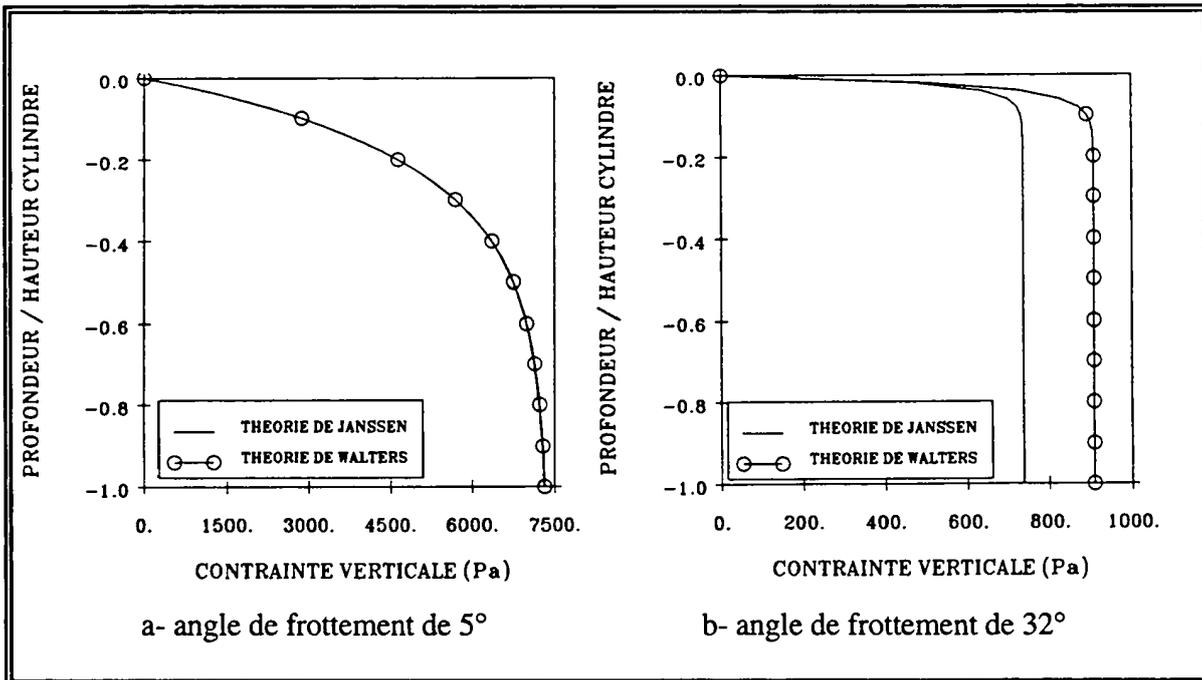


Fig. 2.4 Contrainte verticale obtenue avec les deux théories pour un angle de frottement de 5° et de 32°

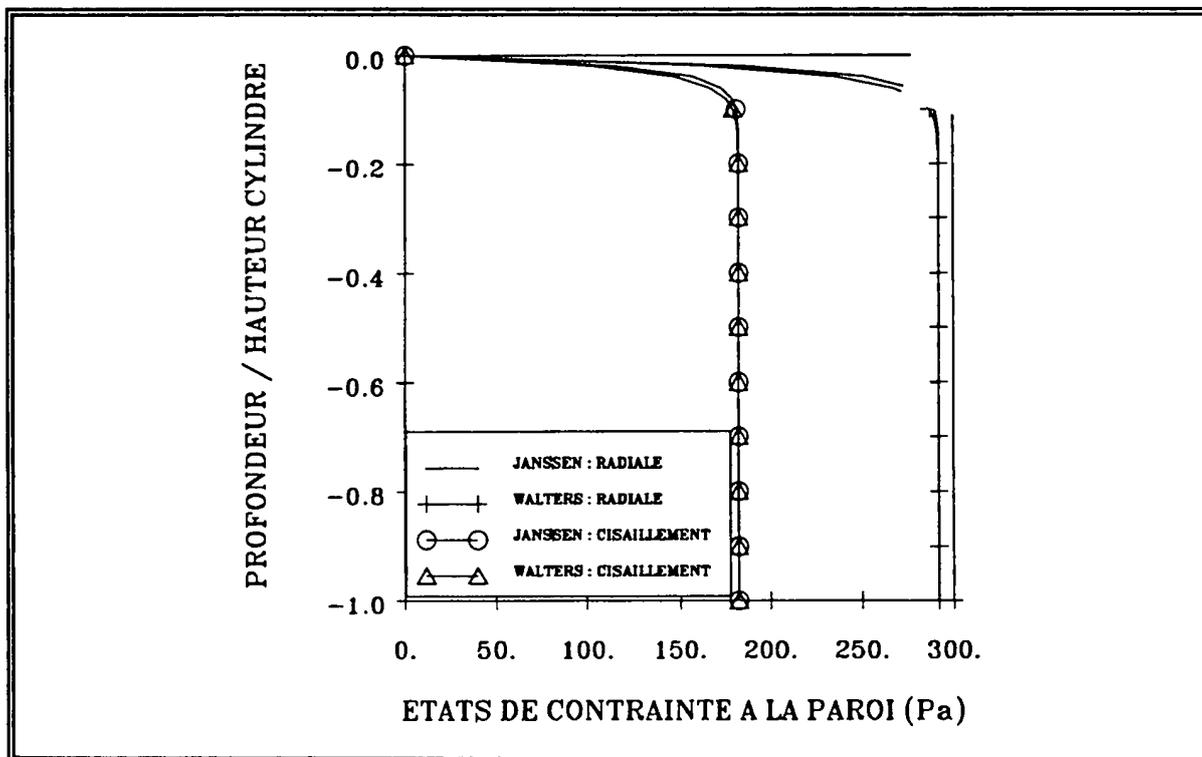


Fig. 2.5 Contrainte radiale et tangentielle obtenue avec les deux théories pour un angle de frottement de 32°

2.3. Simulation numérique du remplissage d'un cylindre

2.3.1. Méthodologie

Pour simuler le remplissage d'une structure cylindrique à fond plat, nous avons appliqué les conditions aux limites et le chargement représentés dans la figure 2.6.

Afin de déterminer le poids apparent, on bloque le déplacement vertical des nœuds du fond du réservoir. Dans ce cas, les réactions à ces nœuds permettent de déterminer la résultante des réactions verticales représentant le poids mesuré par la balance.

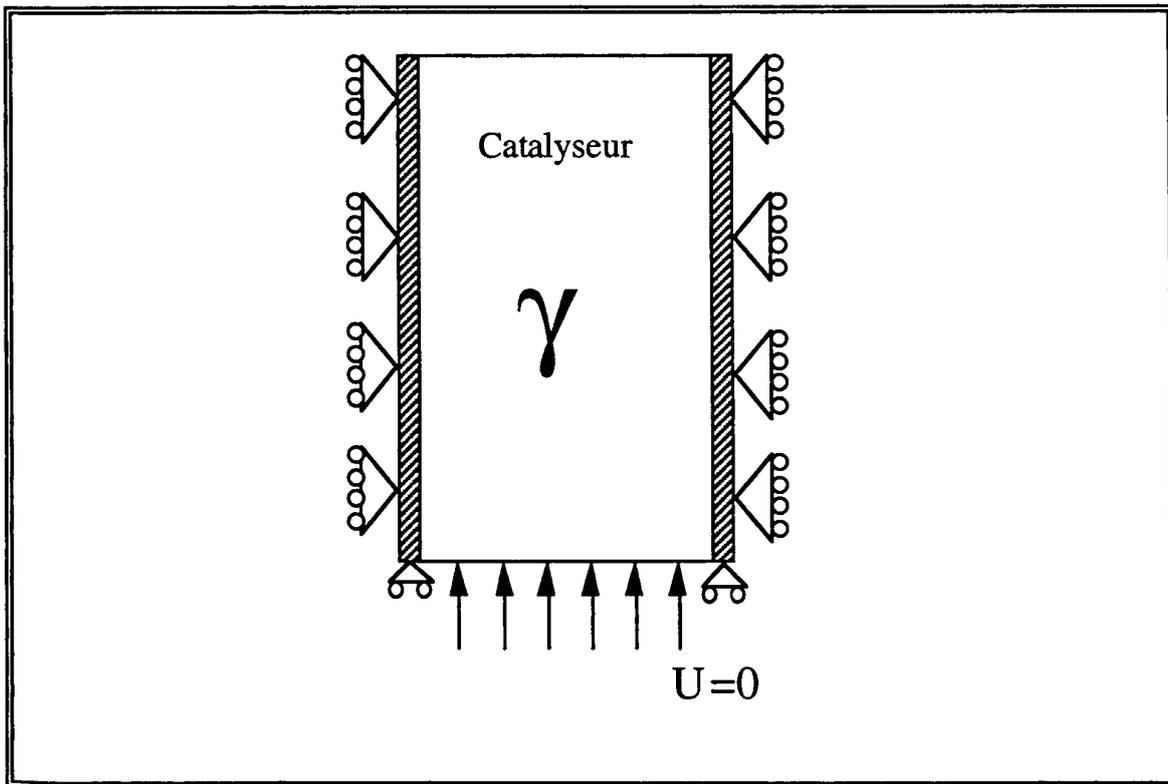


Fig. 2.6 Conditions aux limites des calculs de la phase de remplissage

La méthode consiste à décomposer la structure en zones correspondantes à des hauteurs de remplissage pour lesquelles on veut déterminer le poids apparent. On fait donc un calcul par hauteur de remplissage avec le principe d'activer ou de désactiver les zones (*figure 2.7*). Ainsi, pour déterminer le poids apparent d'une hauteur de remplissage H , on réalise les étapes suivantes :

On active les zones concernées par la hauteur de remplissage en leur affectant le modèle de comportement du catalyseur et de l'interface catalyseur-paroi. Dans le solide et dans les joints, on applique des contraintes initiales œdométriques équivalentes à 10% du poids volumique final et dans le solide un chargement en volume qui varie de 10% à 100% du poids

volumique final. Pour les zones désactivées, on attribue un faible module de Young à la fois pour le solide et pour les joints.

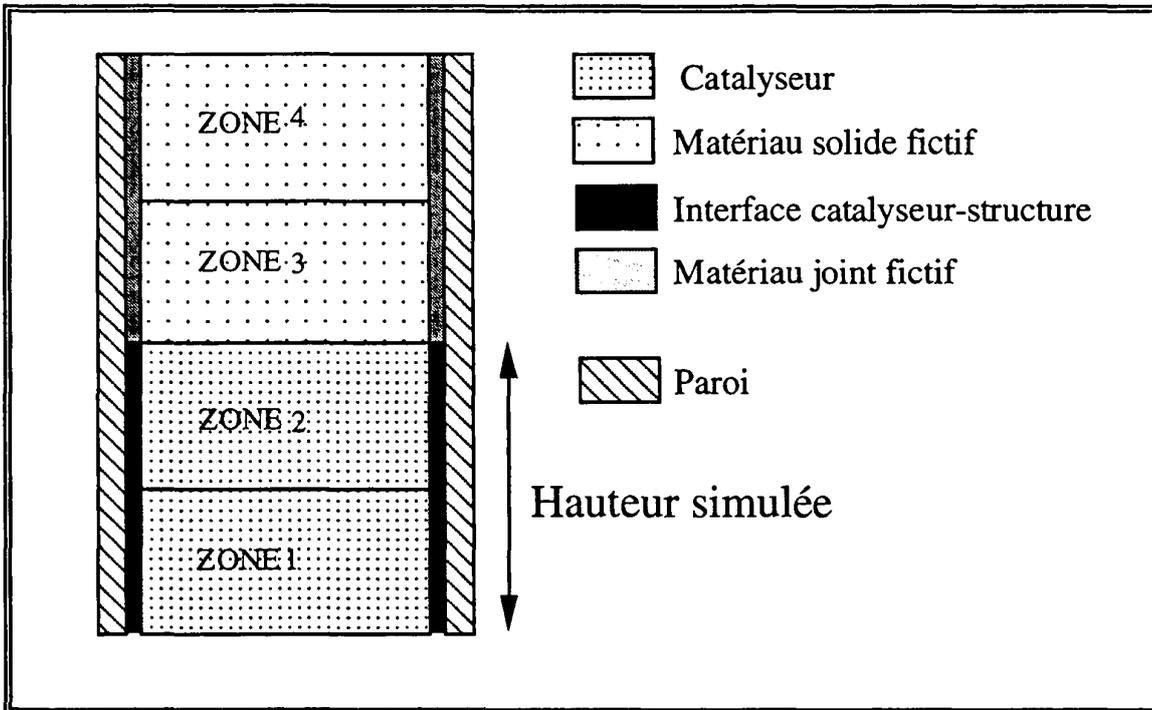


Fig. 2.7 Schéma de principe de mise en œuvre des calculs

Lors de l'application de cette méthode, nous avons rencontré des difficultés numériques lorsque nous avons voulu étudier le remplissage d'un cylindre de 10 cm de diamètre sur une hauteur de 15 cm. Il a été impossible de faire converger les calculs car les joints situés dans la zone de faible contrainte se sont décollés puis recollés au cours des itérations d'un pas de chargement.

Pour y remédier, nous avons modifié le modèle de comportement des interfaces en y intégrant une élasticité non linéaire.

2.3.2. Modification du modèle du comportement des joints

Afin de mieux traiter le comportement des interfaces aux faibles niveaux de contraintes, nous avons proposé de travailler avec une élasticité non linéaire où les modules, normal et tangentiel, sont fonction de la contrainte normale [2] :

$$\begin{cases} K_n = K_{n0} \cdot \left(\frac{\sigma_n}{P_r} \right)^{0.5} \\ K_s = K_{s0} \cdot \left(\frac{\sigma_n}{P_r} \right)^{0.5} \end{cases} \quad (2.16)$$

où P_r est une pression de référence, K_{n0} et K_{s0} sont des constantes caractéristiques de l'interface.

Le module de cisaillement tangentiel K_{s0} peut être déterminé à partir de la pente initiale de la courbe qui relie la contrainte de cisaillement au déplacement relatif tangentiel. Comme les pentes initiales des essais sont raides, il est difficile d'évaluer ce module. On propose d'utiliser le module de cisaillement tangentiel sécant à 0.2 mm de déplacement relatif tangentiel. La régression linéaire sur ces points pour les trois essais donne une valeur de $0,2 \cdot 10^9$ Pa/m pour K_{s0} .

La détermination de K_{n0} nécessite des essais d'écrasement du joint. Comme on ne dispose pas de ces essais, on peut déterminer ce paramètre par calage sur les essais à déplacement normal bloqué. Comme ce paramètre est couplé avec celui qui contrôle la dilatance (d_g), on propose de le caler sur le début des courbes. En effet, d_g a peu d'influence aux faibles valeurs du déplacement relatif tangentiel. Ensuite, on ajuste d_g pour reproduire la fin des courbes. On trouve une valeur de $0,35 \cdot 10^9$ Pa/m pour K_{n0} et 250 pour d_g (tableau 2.1).

Tableau 2.1 Paramètres mécaniques du modèle d'interface

| | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|------------------|-------------|
| $K_{n0} = 350$ kPa/mm | $K_{s0} = 200$ kPa/mm | $\phi_w = 22^\circ$ | $\psi = 5^\circ$ | $d_g = 250$ |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|------------------|-------------|

Une simulation des essais d'interface avec l'élasticité non linéaire est représentée dans les figures 2.8 et 2.9. Lors des essais à contrainte normale constante, l'interface atteint rapidement l'écoulement plastique (0,1 mm de déplacement relatif tangentiel). De ce fait, les simulations sont peu différentes de celles obtenues avec un comportement élastique et linéaire de l'interface. Par contre, K_{n0} et d_g étant couplés, lors de l'essai à déplacement normal bloqué, on obtient une différence entre les deux types de comportement (partie élastique du modèle linéaire et non linéaire). Toutefois, la simulation des essais est acceptable.

Cette modification nous a permis d'éviter les problèmes numériques liés au de décollement/recollement des joints situés dans les zones de faibles contraintes. En effet, avec une modélisation non linéaire de la partie élastique du modèle, on calcule un module de rigidité des joints dont le rapport avec celui du solide est cohérent vis à vis de l'état de contrainte.

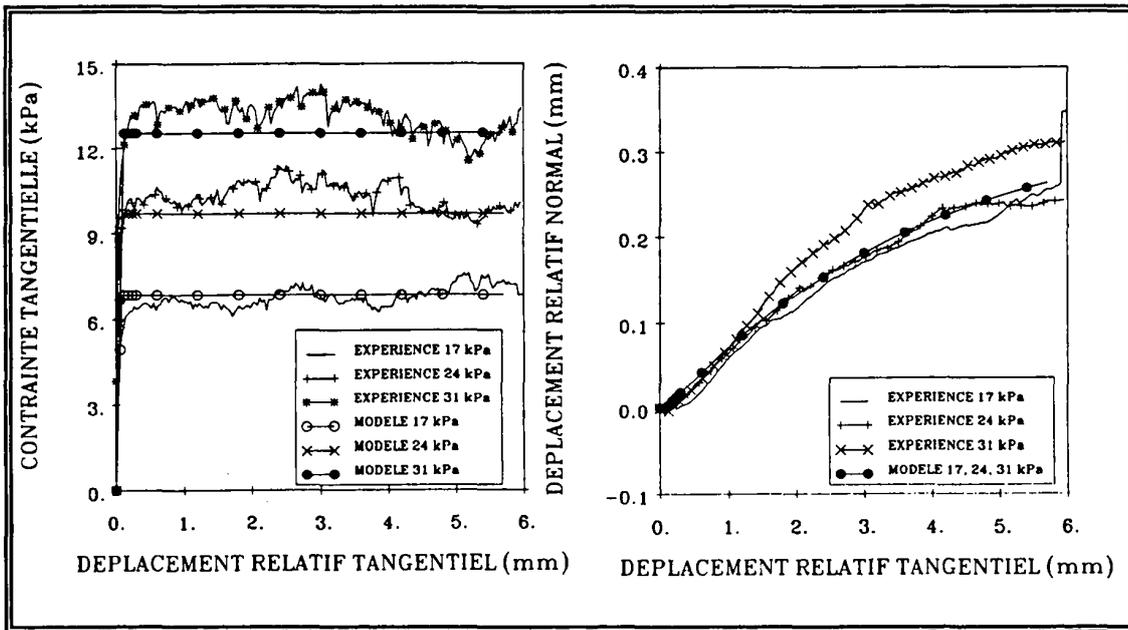


Fig. 2.8 Simulation des essais à contrainte normale constante

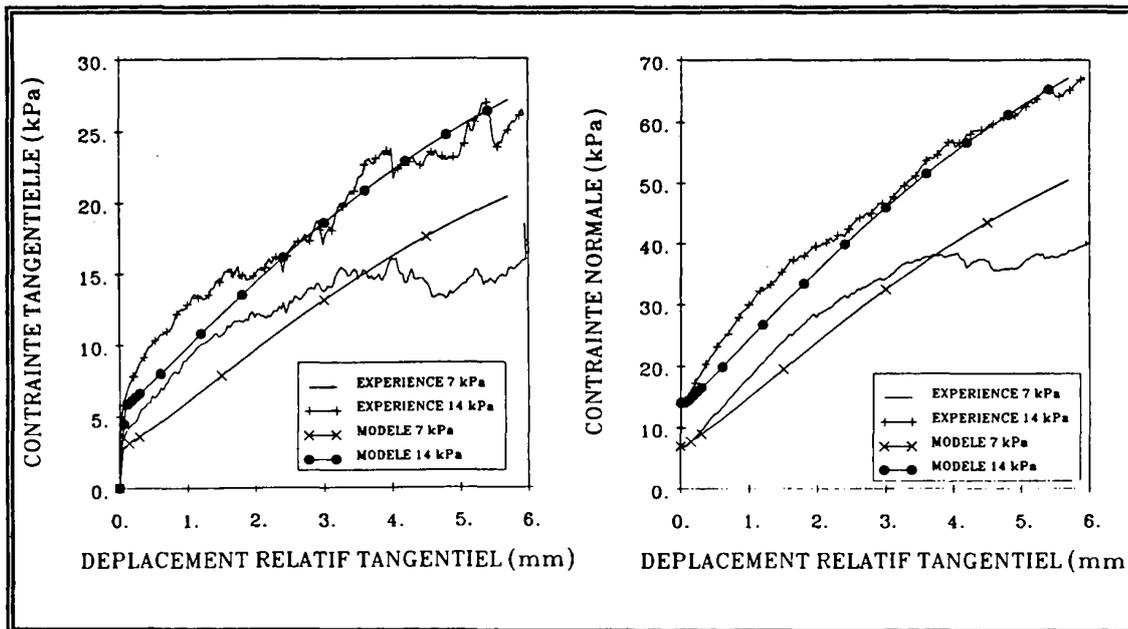


Fig. 2.9 Simulation des essais à déplacement normal bloqué

Nous avons ensuite optimisé la discrétisation du chargement volumique pour éviter des problèmes de divergence liés à l'intégration des lois de comportement non linéaire. Pour cela, nous avons découpé le chargement volumique en cinq pas. Des tests préliminaires ont montré qu'un découpage plus important entraîne une augmentation du temps de calcul sans modifier les résultats.

Nous avons voulu tester une autre méthode de chargement. Elle consistait à simuler le remplissage par activation des couches successives. Ainsi, pour simuler l'activation de la couche (i+1), on repartait du calcul de remplissage de la hauteur H (figure 2.10). On appliquait au solide concerné par cette hauteur le poids volumique final et à la couche ajoutée (zone activée) un poids volumique qui variait de 10% à 100% du poids volumique final. Cependant, dès l'activation d'une nouvelle couche, un phénomène de décollement/recollement des joints est encore apparu au cours des itérations du premier pas de chargement pourtant très faible (10% du poids volumique final) et quelque soit le modèle de comportement du catalyseur utilisé (élastique linéaire ou le modèle développé). Il a donc été impossible de simuler le remplissage complet de la structure par cette méthode.

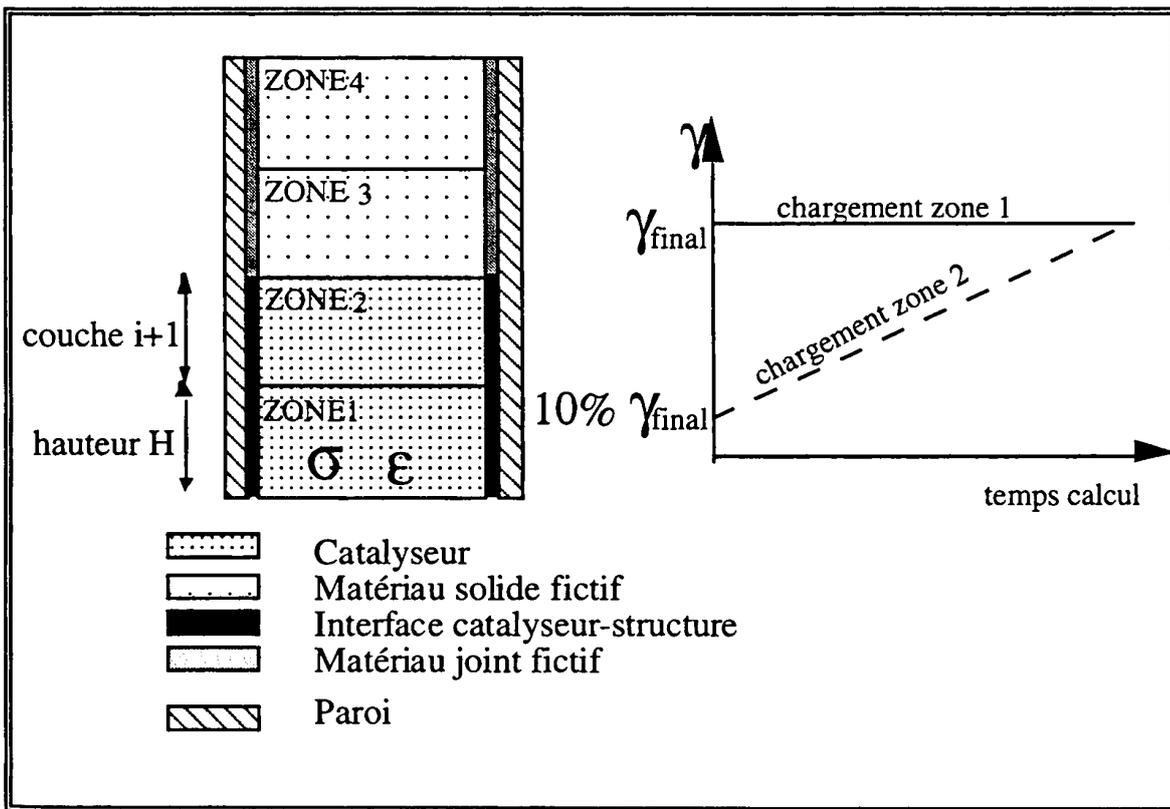


Fig. 2.10 *Chargement par couche*

2.3.3. Études de sensibilité

On se propose d'étudier l'influence des contraintes initiales, du maillage, des paramètres du modèle d'interface et du modèle de comportement du catalyseur sur la détermination du poids apparent. Pour cela, nous allons effectuer une étude du remplissage d'un tube de 5,3 cm de diamètre de hauteur maximum 20 cm dont le maillage de référence est représenté dans la figure 2.11. Nous avons supposé pour le catalyseur un comportement élastique linéaire ($E=1000 \text{ kPa}$, $\nu=0,4$) et pour l'interface le modèle développé. Le poids volumique du solide est de 7300 N/m^3 .

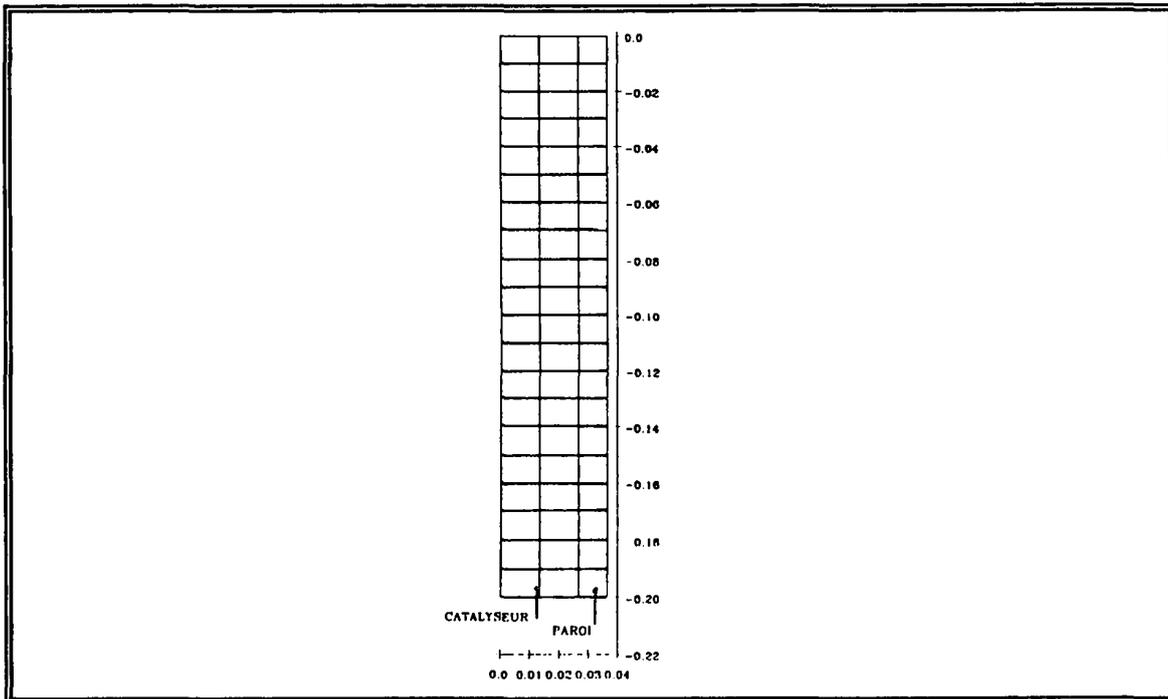


Fig. 2.11 Maillage utilisé pour modéliser le remplissage de la structure sur 20 cm de haut

2.3.3.1. Influence des contraintes initiales

En appliquant plus de 80% du poids volumique final comme contraintes initiales, on obtient après la phase de calcul un état de contrainte presque hydrostatique dans la structure. De ce fait, le poids apparent ne s'amortit pas en fonction de la hauteur de remplissage car le frottement au paroi est peu mobilisé. Nous avons donc analysé l'influence de l'état initial de contrainte imposé en simulant le remplissage du cylindre sur une hauteur de 20 cm. Trois calculs ont été effectués avec des contraintes initiales équivalentes à 5%, 10% et 50% du poids volumique final pour lesquels nous avons obtenu un poids apparent de 103 gr, 103 gr et 156 gr. On montre donc que les contraintes initiales ont une influence sur la détermination du poids apparent. Du fait de la mobilisation de l'interface, celui-ci se stabilise lorsqu'on applique des contraintes initiales faibles : on se propose de traiter les futures applications avec un état de contraintes initiales équivalent à 10% du poids volumique final.

2.3.3.2. Sensibilité du maillage

Comme le gradient du champ de déplacement est prépondérant dans la direction verticale, nous avons testé l'influence de la finesse du maillage dans cette direction. Ainsi, on caractérise le maillage utilisé par rapport à la longueur des éléments joints.

Pour cela, nous avons déterminé le poids apparent correspondant à un remplissage du cylindre sur une hauteur de 20 cm à partir de quatre maillages différents (figure 2.12). Le pas de discrétisation dans la direction verticale est de 0,5 cm pour le maillage 1, de 1 cm pour le deuxième, de 2 cm pour le troisième et de 4 cm pour le quatrième.

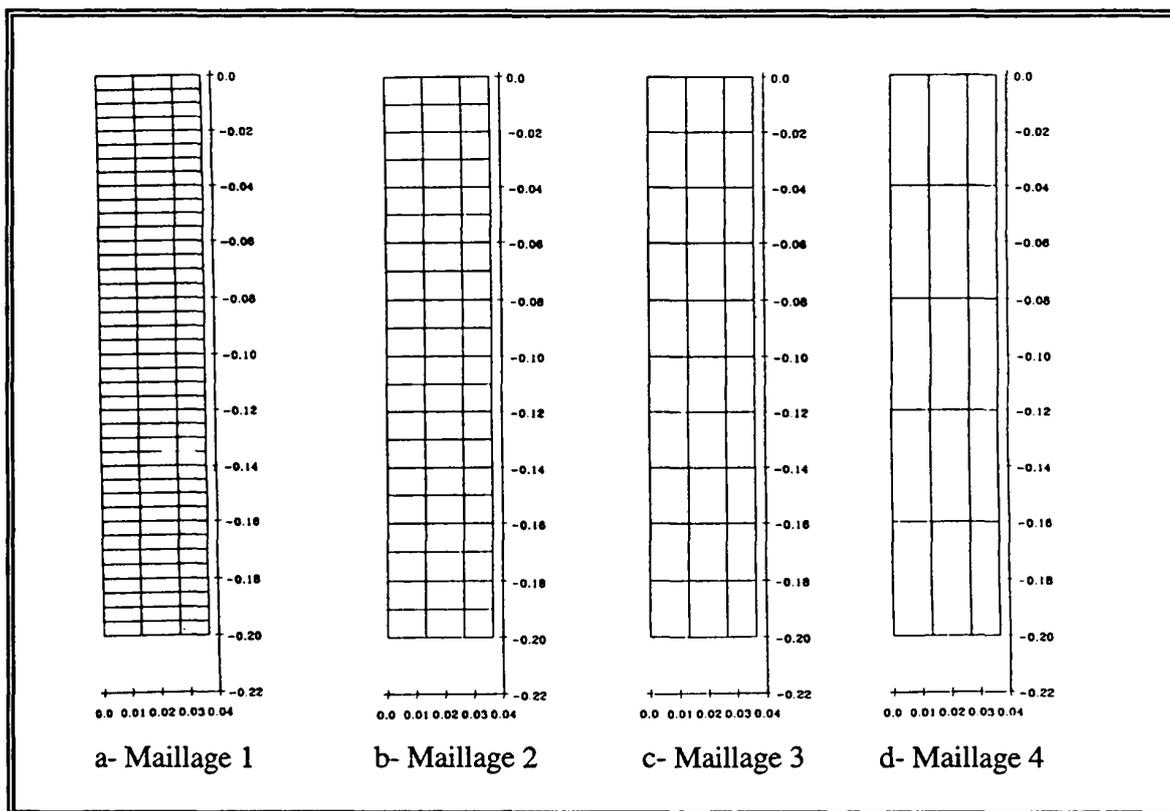


Fig. 2.12 Étude de sensibilité du maillage (discretisation différente dans la direction verticale)

En choisissant comme calcul de référence le maillage 1, cette étude a montré qu'on obtenait une variation du poids apparent de +2% avec le maillage 2, de +6% avec le maillage 3 et de +16% avec le maillage 4.

Cela montre que dans le cas d'un maillage grossier l'intégration devient moins précise. Inversement, un maillage fin donne un résultat plus précis mais nécessite un temps de calcul important. De ce fait, pour des raisons d'économie de temps de calcul tout en gardant une précision correcte des résultats, nous avons décidé de faire les études suivantes avec des joints de 1 cm (longueur égale à 1/20 de la hauteur totale de la structure).

2.3.3.3. Sensibilité aux paramètres d'interface

Dans cette étude, nous avons fait varier les paramètres du modèle de comportement de l'interface pour apprécier leur influence sur la détermination du poids apparent. Pour cela, nous avons déterminé le poids apparent pour un remplissage de la structure précédente (maillage 2) de 3 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm et 20 cm.

Pour réaliser cette étude, nous avons perturbé dans le modèle d'interface la rigidité normale et tangentielle de $\pm 50\%$, l'angle de dilatance de $\pm 50\%$ et l'angle de frottement de $\pm 30\%$. Les valeurs correspondantes à ces variations sont représentées dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 Perturbation des paramètres du modèle d'interface

| K_{n0} kPa/mm | | K_{s0} kPa/mm | | Ψ | | ϕ_w | |
|-----------------|------|-----------------|------|--------|------|----------|------|
| -50% | +50% | -50% | +50% | -50% | +50% | -30% | +30% |
| 175 | 525 | 100 | 300 | 2° | 6° | 15°4 | 28°6 |

Cette étude a montré que les rigidités et l'angle de dilataance pour les variations retenues ont peu d'influence (figure 2.13, 2.14 et 2.15) alors que l'angle de frottement à une influence très importante (figure 2.16). Ainsi, pour un remplissage du cylindre sur une hauteur de 20 cm, on obtient une variation du poids apparent de -17,85% pour une variation de l'angle de frottement de +30 % et de +25% pour une variation de l'angle de frottement de -30%.

Il sera donc très important, pour simuler les essais de l'expérience de la balance, de déterminer avec une bonne précision l'angle de frottement catalyseur-paroi.

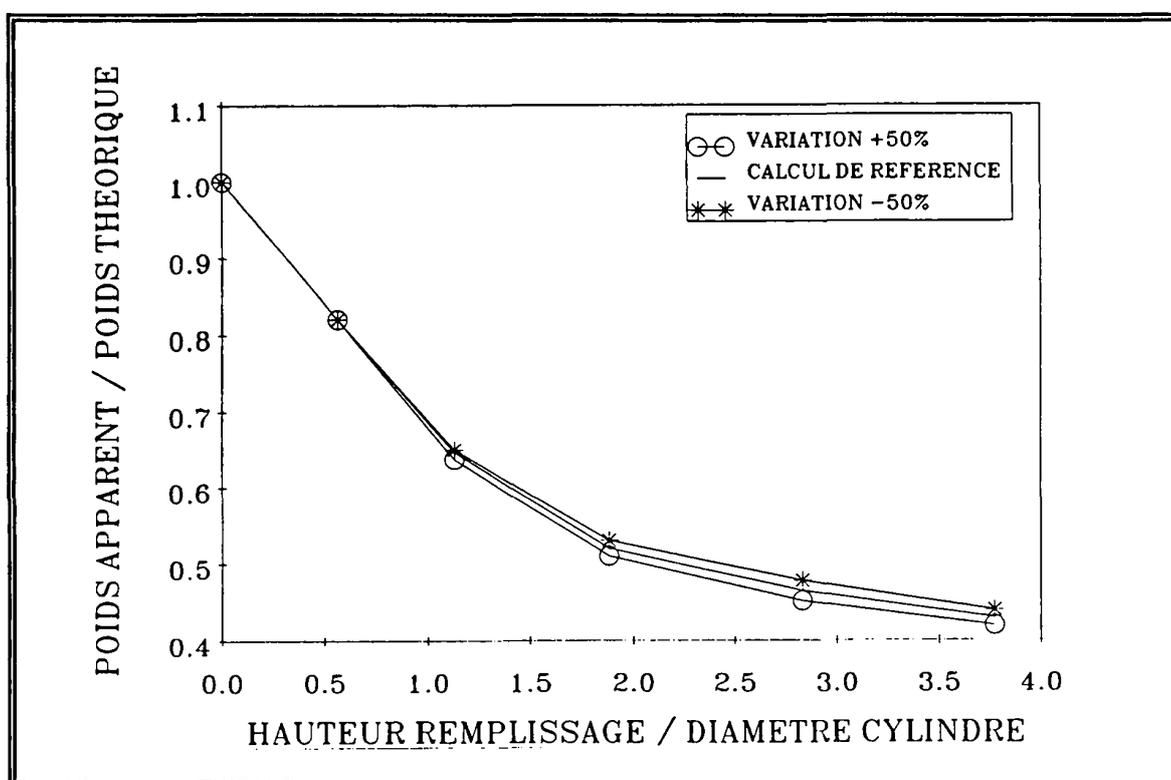


Fig. 2.13 Évolution du poids apparent en fonction de la hauteur de remplissage pour différentes valeurs de la rigidité normale des joints

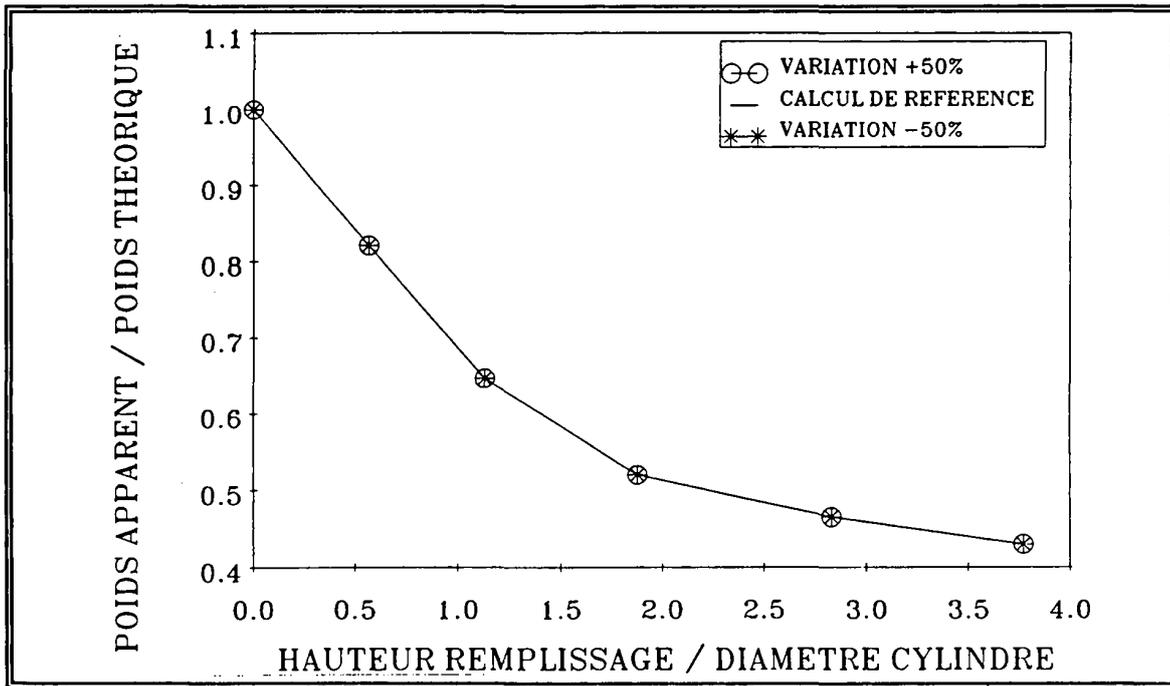


Fig. 2.14 Évolution du poids apparent en fonction de la hauteur de remplissage pour différentes valeurs de la rigidité tangentielle des joints

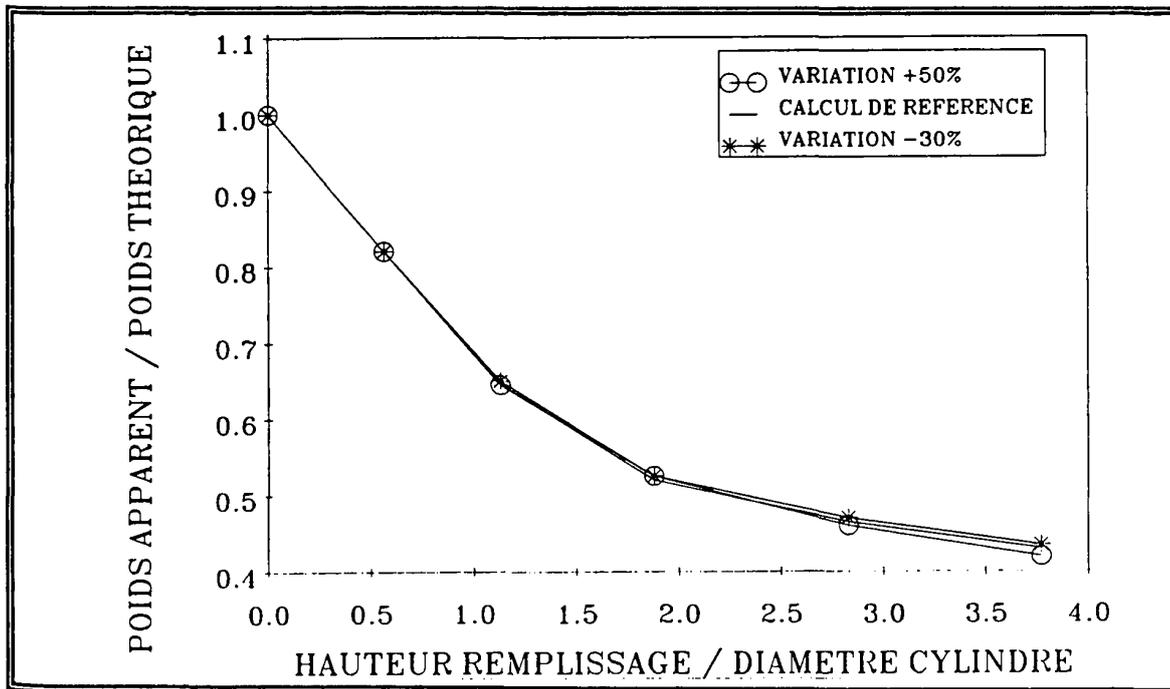


Fig. 2.15 Évolution du poids apparent en fonction de la hauteur de remplissage pour différentes valeurs de l'angle de dilatance

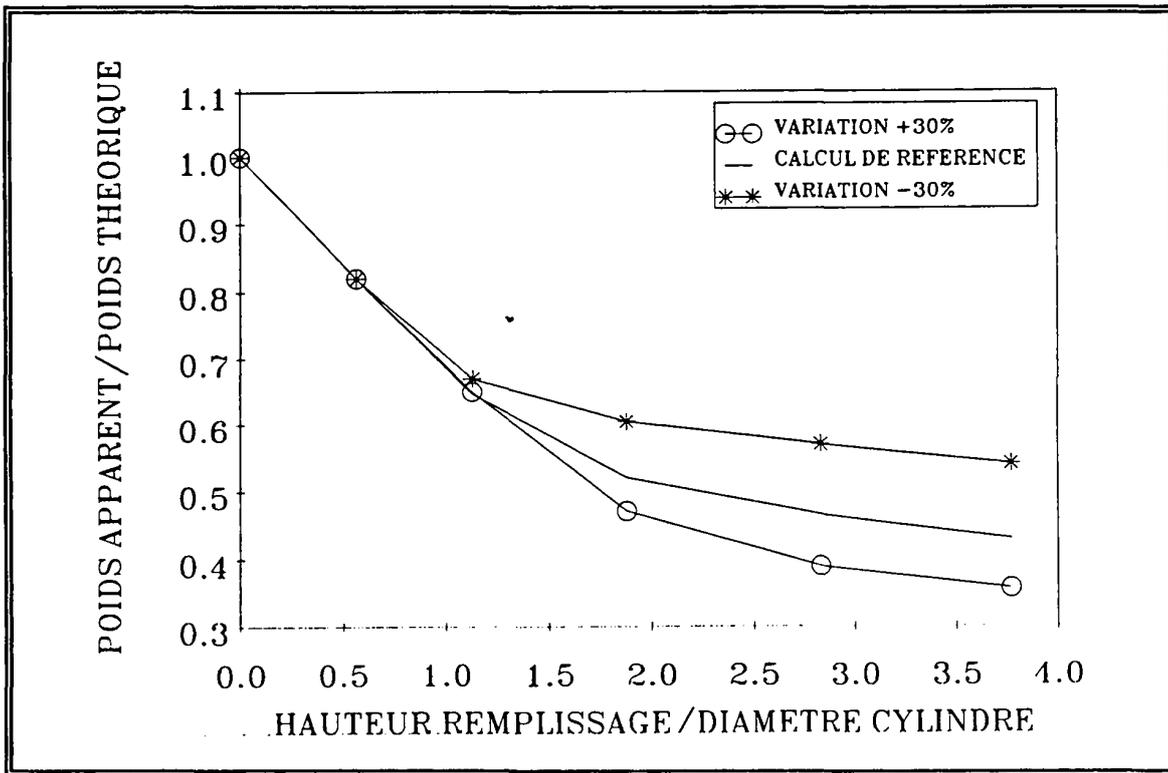


Fig. 2.16 Évolution du poids apparent en fonction de la hauteur de remplissage pour différentes valeurs de l'angle de frottement

2.3.3.4. Influence du modèle de comportement du catalyseur

Dans ce paragraphe, on cherche à étudier l'influence de la loi de comportement du catalyseur sur la détermination du poids apparent et analyser son degré de sophistication pour ajuster au mieux les résultats expérimentaux.

Pour cela, nous avons simulé le remplissage du cylindre sur une hauteur de 20 cm en considérant un comportement du catalyseur élastique linéaire ($E=1000$ kPa, $\nu=0,4$) et élastoplastique (modèle développé).

On présente dans les tableaux 2.3 et 2.4 un récapitulatif des caractéristiques mécaniques utilisées pour chacune des rhéologies :

Tableau 2.3 Paramètres mécaniques du solide

- Modèle élastique linéaire :

| | |
|----------------|-------------|
| $E = 1000$ kPa | $\nu = 0,4$ |
|----------------|-------------|

- Modèle développé :

| | | | | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------|------------------------|
| $E_0 = 30$ | $P_r = 100 \text{ kPa}$ | $\lambda = 0,25$ | $\nu = 0,4$ | | |
| $\varphi_B = 30^\circ$ | $\Delta\varphi = 7,8^\circ$ | $\varphi_{cv} = 22^\circ$ | $a_f = 0,001$ | $\beta_g = 9,5$ | $P_n = 10 \text{ kPa}$ |

Tableau 2.4 Paramètres mécaniques de l'interface

| | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------|-------------|
| $K_{n0} = 350 \text{ kPa/mm}$ | $K_{s0} = 200 \text{ kPa/mm}$ | $\varphi_w = 22^\circ$ | $\psi = 5^\circ$ | $d_g = 250$ |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------|-------------|

Nous avons obtenu un poids apparent de 103 gr et de 60 gr avec le modèle élastique linéaire et le modèle développé. On montre donc que la loi de comportement du catalyseur à une influence sur la détermination du poids apparent. Pour savoir si cette différence provient de la partie élastique ou de la partie plastique du modèle, nous avons simulé le remplissage du cylindre en considérant seulement le modèle élastique non linéaire du modèle. Dans ces conditions, nous avons obtenu un poids apparent de 100 gr. En fait, au cours du remplissage, le matériau peut se plastifier ce qui rend nécessaire l'utilisation du modèle élastoplastique. On se propose donc d'utiliser les modèles développés à la fois pour le solide et pour l'interface pour simuler les expériences de la balance.

2.4. Simulation de l'expérience de la balance

2.4.1. Présentation des essais

Des expériences de la balance ont été réalisées au C.E.D.I. Elles concernent la détermination du poids apparent correspondant au remplissage de catalyseur des tubes en acier rugueux de diamètre 8,2 cm et 10,5 cm. Les résultats des essais sont représentés dans les figures 2.17 et 2.18.

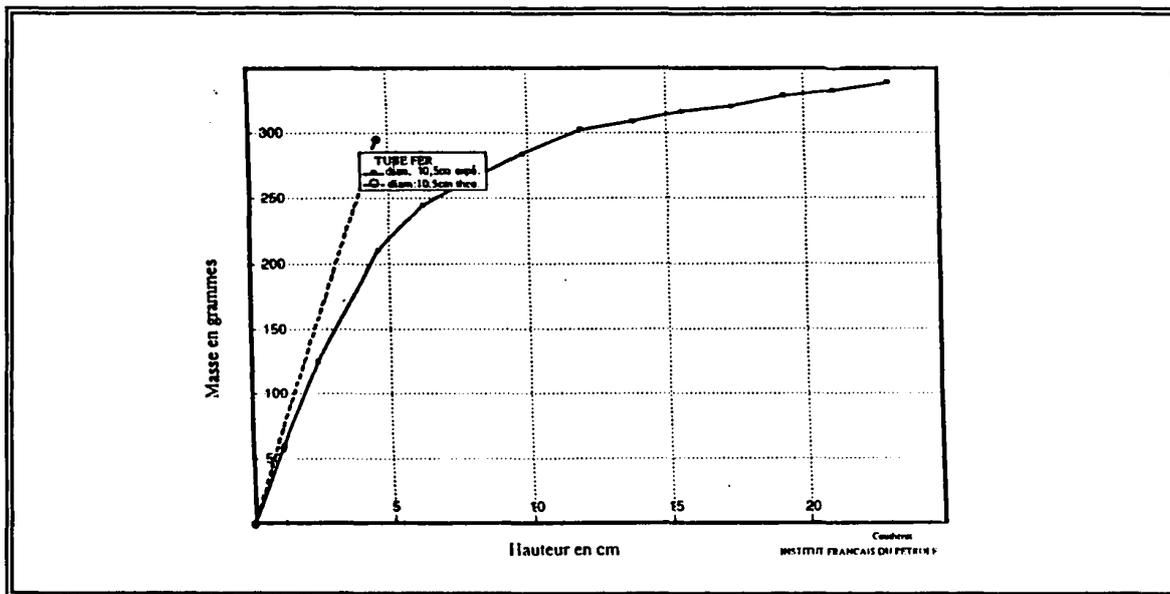


Fig. 2.17 Résultats des essais de l'expérience de la balance effectués sur un tube de 10,5 cm de diamètre

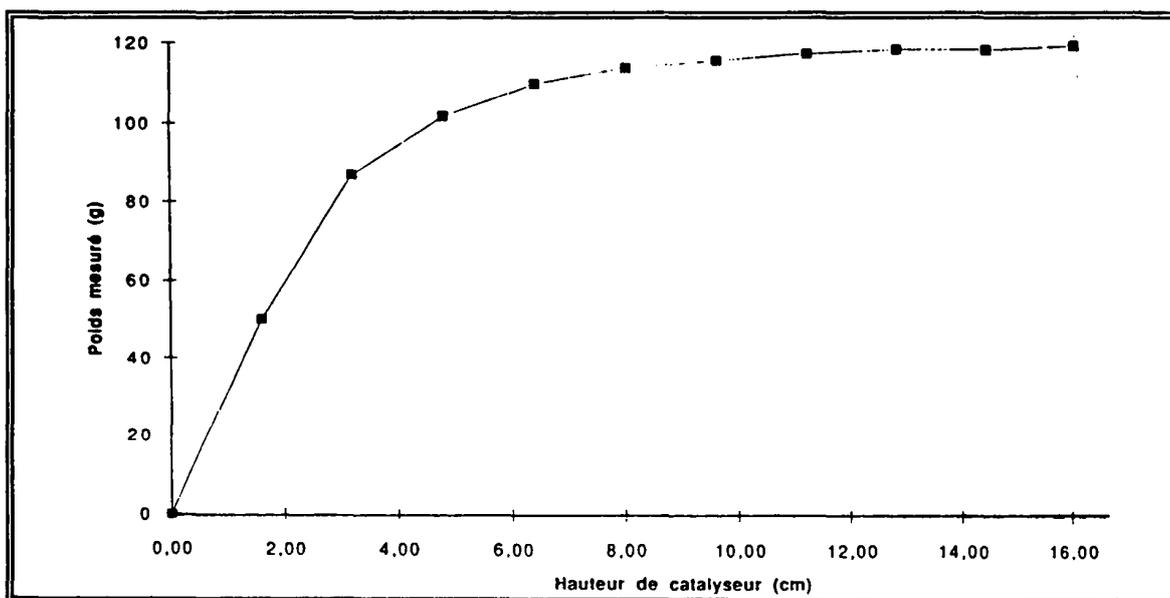


Fig. 2.18 Résultats des essais de l'expérience de la balance effectués sur un tube de 8,2 cm de diamètre

2.4.2. Détermination des paramètres

Comme les tubes sont en acier rugueux, il a fallu réaliser des essais à la boîte de cisaillement pour caractériser les paramètres de l'interface catalyseur-acier rugueux. On a montré que les rigidités et l'angle de dilatace de l'interface avaient peu d'influence sur la

détermination du poids apparent : nous les avons donc supposés identiques à ceux de l'interface catalyseur-grille Johnson. Un essai à contrainte normale constante réalisé à l'I.F.P. a donc suffi pour caractériser l'angle de frottement de l'interface catalyseur-acier rugueux. Celui-ci vaut $\varphi_w = 32^\circ$.

On présente dans le tableau 2.5, les paramètres mécaniques utilisés dans chacun des modèles (catalyseur et interface) pour simuler les expériences de la balance.

Tableau 2.5 Paramètres mécaniques du solide et de l'interface

• Matériau granulaire (catalyseur) :

| | | | |
|------------|-------------------------|------------------|-------------|
| $E_0 = 30$ | $P_r = 100 \text{ kPa}$ | $\lambda = 0,25$ | $\nu = 0,4$ |
|------------|-------------------------|------------------|-------------|

| | | | | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------|------------------------|
| $\varphi_B = 30^\circ$ | $\Delta\varphi = 7,8^\circ$ | $\varphi_{cv} = 22^\circ$ | $a_f = 0,001$ | $\beta_g = 9,5$ | $P_n = 10 \text{ kPa}$ |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------|------------------------|

• Interface :

| | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------|-------------|
| $K_{n0} = 350 \text{ kPa/mm}$ | $K_{s0} = 200 \text{ kPa/mm}$ | $\varphi_w = 32^\circ$ | $\psi = 5^\circ$ | $d_g = 250$ |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------|-------------|

2.4.3. Confrontation expérience-simulation numérique

Dans ce paragraphe, nous confrontons les résultats des simulations numériques avec les résultats expérimentaux et ceux des théories de Janssen et de Walters (*figures 2.19 et 2.20*). On présente dans le tableau 2.6, les données utilisées pour simuler les expériences avec ces théories.

Tableau 2.6 Données utilisées pour les théories de Janssen et de Walters

| | | |
|----------------------|------------|-------------|
| γ | φ | φ_w |
| 7300 N/m^3 | 34° | 32° |

On montre que les théories de Janssen et de Walters surestiment les poids apparents mesurés et que cette surestimation s'accroît avec l'augmentation du diamètre du tube. De même, on montre que la théorie de Walters surestime d'avantage le poids apparent que la théorie de Janssen.

En ce qui concerne les simulations numériques, on constate qu'elles surestiment les poids apparents mesurés avec néanmoins une solution plus proche que celles des théories de Janssen et de Walters.

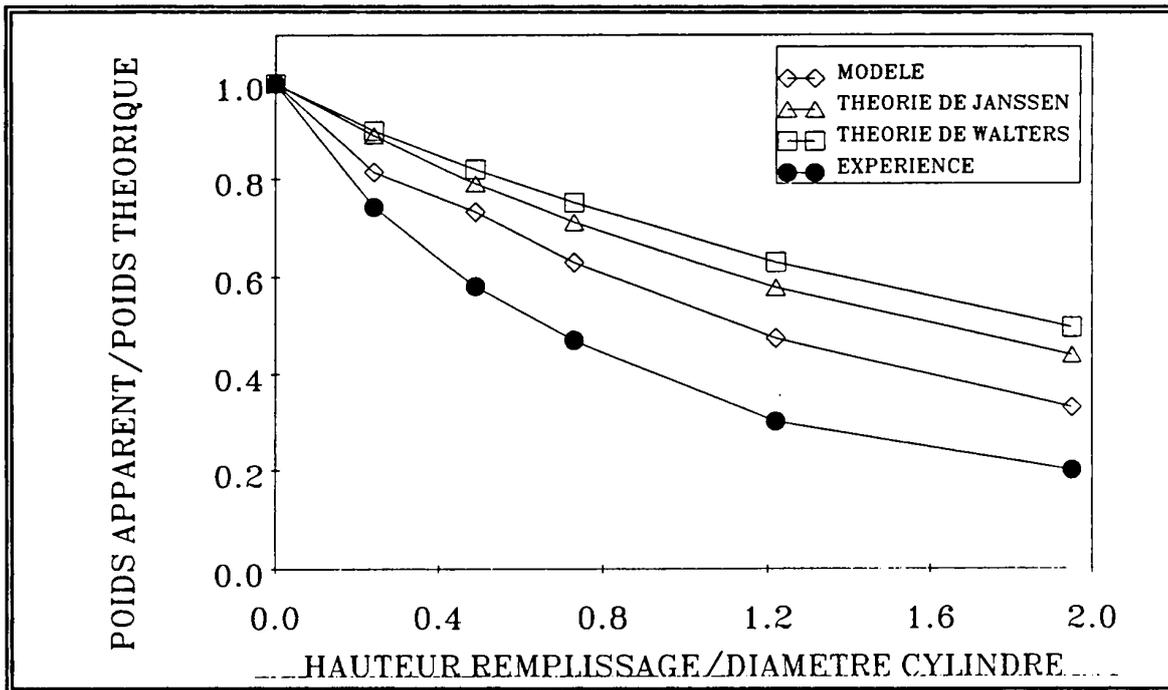


Fig. 2.19 Simulation des essais de l'expérience de la balance effectué sur le tube de diamètre 8.2 cm

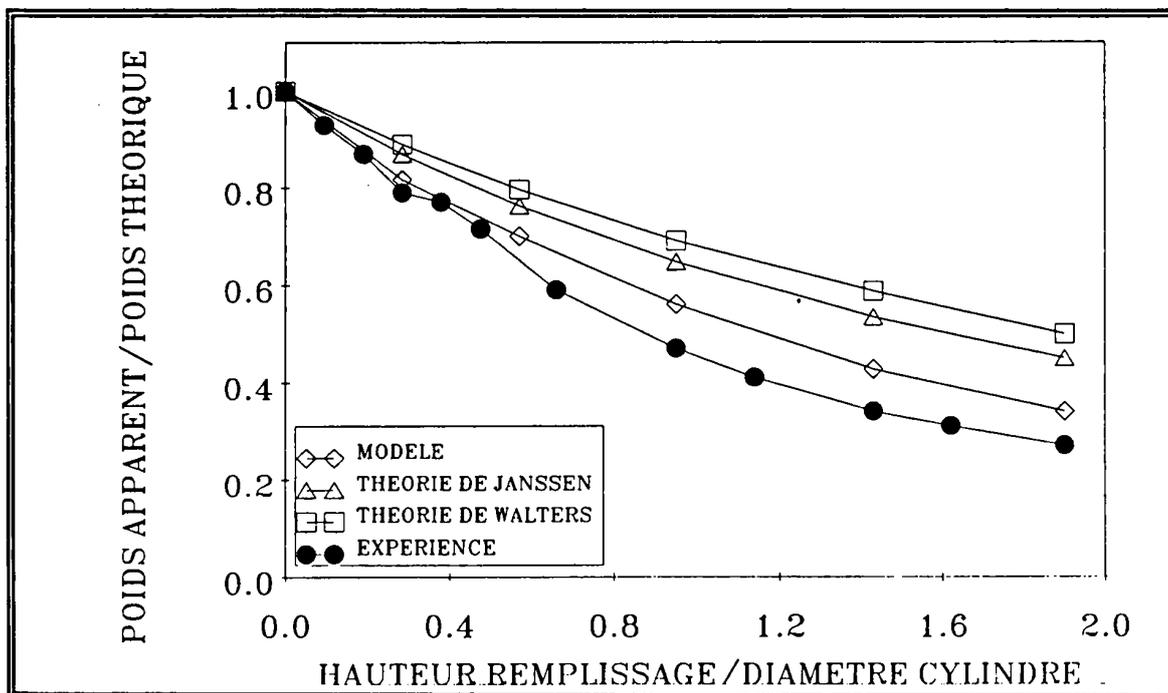


Fig. 2.20 Simulation des essais de l'expérience de la balance effectué sur le tube de diamètre 10.5 cm

2.5. Conclusions

Pour simuler numériquement l'expérience de la balance, nous avons dû modifier la partie élastique du modèle de comportement de l'interface qui passe d'une élasticité linéaire à une élasticité non linéaire. Cette modification nous a permis de mener l'ensemble des calculs ce qui évite aux joints situés dans la zone des faibles contraintes de passer par des états successifs de décollement/recollement.

Pour simuler correctement l'expérience de la balance, on montre qu'il faut appliquer des contraintes initiales faibles équivalentes à 10% du poids volumique final et que les calculs doivent être menés à partir d'un maillage assez fin.

Une étude sur la sensibilité des paramètres mécaniques de la loi de comportement de l'interface a révélé que seul l'angle de frottement avait une influence sur le calcul du poids apparent.

Dans le cadre de cette étude, nous avons montré que les théories de Janssen et de Walters pouvait apprécier rapidement l'état de contrainte à la paroi. De même, on montre que la théorie de Janssen donne des meilleurs résultats que la théorie de Walters.

En ce qui concerne nos simulations numériques, on montre, en comparant nos résultats avec les résultats expérimentaux, que l'utilisation d'un modèle de comportement du solide élastique linéaire ou élastique non linéaire ne suffit pas. Par contre, on s'aperçoit que le modèle de comportement du solide que nous avons développé donne des résultats satisfaisants. On propose alors de le figer dans l'état actuel pour traiter les applications pratiques qu'on présente dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Étude des réacteurs à lit mobile

3.1. Introduction

On présente dans ce chapitre la méthode de calcul développée pour étudier les réacteurs à lit mobile et en particulier l'apparition de blocage du lit ("Pinning Effect"). Cette méthode se décompose en trois étapes de calcul.

On montre les difficultés numériques qu'il a fallu résoudre pour traiter l'écoulement gravitaire lent du catalyseur. On présente alors l'état de contrainte qui lui correspond et on le compare avec celui donné par la théorie de Janssen.

On présente le critère de blocage adopté qui permet de détecter et de quantifier le début de blocage du lit. Une étude de sensibilité des paramètres de modélisation permet de vérifier la fiabilité du critère de blocage adopté. On présente également les paramètres physiques qui influencent le blocage du lit.

On présente, dans le cas des structures toriques, les relations entre la perte de charge de blocage et les dimensions de la structure. Nous avons aussi étudié l'influence du mode d'injection.

Pour tous les cas étudiés, nous avons utilisé les modèles de comportement développés. On rappelle dans les tableaux 3.1 et 3.2 la valeur des paramètres mécaniques pour chacun des modèles. Le poids volumique de référence du catalyseur est de 7300 N/m^3 .

Tableau 3.1 Paramètres mécaniques du solide

| | | | | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------|-----------------|------------------------|
| $E_0 = 30$ | $P_r = 100 \text{ kPa}$ | $\lambda = 0,25$ | $\nu = 0,4$ | | |
| $\varphi_B = 30^\circ$ | $\Delta\varphi = 7,8^\circ$ | $\varphi_{cv} = 22^\circ$ | $a_f = 0,001$ | $\beta_g = 9,5$ | $P_n = 10 \text{ kPa}$ |

Tableau 3.2 Paramètres mécaniques de l'interface

| | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------|-------------|
| $K_{n0} = 350 \text{ kPa/mm}$ | $K_{s0} = 200 \text{ kPa/mm}$ | $\varphi_w = 22^\circ$ | $\psi = 5^\circ$ | $d_g = 250$ |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------|-------------|

3.2. Méthodologie de calcul

On développe une méthodologie de calcul qui reproduit l'utilisation industrielle du procédé. Ainsi, nous devons reproduire la reprise des efforts par les parois, l'écoulement gravitaire lent du catalyseur et le flux transversal d'un gaz. Une fois que l'on aura simulé ces différents aspects en utilisant les modèles de comportement développés et par des conditions aux limites et des chargements appropriés, nous devons traiter le "Pinning Effect". Pour cela, on met en place une méthode de calcul en trois étapes (*figure 3.1*).

Dans la première, on modélise le remplissage de la structure. Pour cela, on utilise les résultats du second chapitre dans lequel cette phase de calcul a été largement étudiée.

Dans la seconde, on reproduit le mouvement gravitaire lent stationnaire du catalyseur en imposant aux nœuds du fond de la structure un déplacement vertical. De cette façon, on mobilise le frottement sur les parois et on aboutit à l'état de contrainte de l'écoulement gravitaire stationnaire du catalyseur.

Dans la dernière étape, on injecte progressivement le gaz de manière à obtenir un flux transversal jusqu'à l'apparition du blocage. On pense que celui-ci apparaît lorsque le gaz induit une contrainte normale sur la paroi de sortie suffisamment importante pour contrebalancer la contrainte de cisaillement générée par le mouvement gravitaire du catalyseur. De ce fait, nous avons développé une méthode de détection en deux phases. Dans la première, on injecte le gaz avec un certain débit et dans la seconde, on impose un déplacement vertical aux nœuds du fond de la structure. On aura alors le début de blocage du lit lorsque le déplacement imposé ne se propagera pas jusqu'en haut de la structure.

3.2.1. Phase de remplissage

La mise en œuvre des calculs de cette phase a été largement développée dans le second chapitre pour étudier l'expérience de la balance. Dans ces études, on démontre que l'angle de dilatance de l'interface a peu d'importance puisque les déplacements relatifs tangentiels obtenus par la simulation numérique sont faibles. En traitant des structures de plus grandes dimensions, nous avons constaté que ces déplacements étaient plus importants, d'environ 3 mm pour des structures de 10 m de hauteur. Il existe donc un effet d'échelle qui peut être non négligeable. Pour l'étudier, nous avons réalisé une étude de remplissage de deux structures cylindriques en faisant varier l'angle de dilatance du modèle d'interface.

Nous avons choisi un angle de dilatance de 0° (AD0), de 3° (AD3) et de 7° (AD7). La première structure a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 1 m (ST1) et la seconde est dix fois plus grande avec un diamètre de 1 m et une hauteur de 10 m (ST2).

Pour déterminer la hauteur d'une maille, nous nous sommes inspirés des résultats de l'étude du remplissage dans laquelle on obtenait une précision acceptable pour un rapport, longueur des joints sur hauteur de la structure, de 1/20.

Le maillage de la structure ST1 comporte 262 nœuds, 60 éléments solides et 20 éléments joints et le maillage de la structure ST2 comporte 330 nœuds, 80 éléments solides et 20 éléments joints (*figure 3.2*).

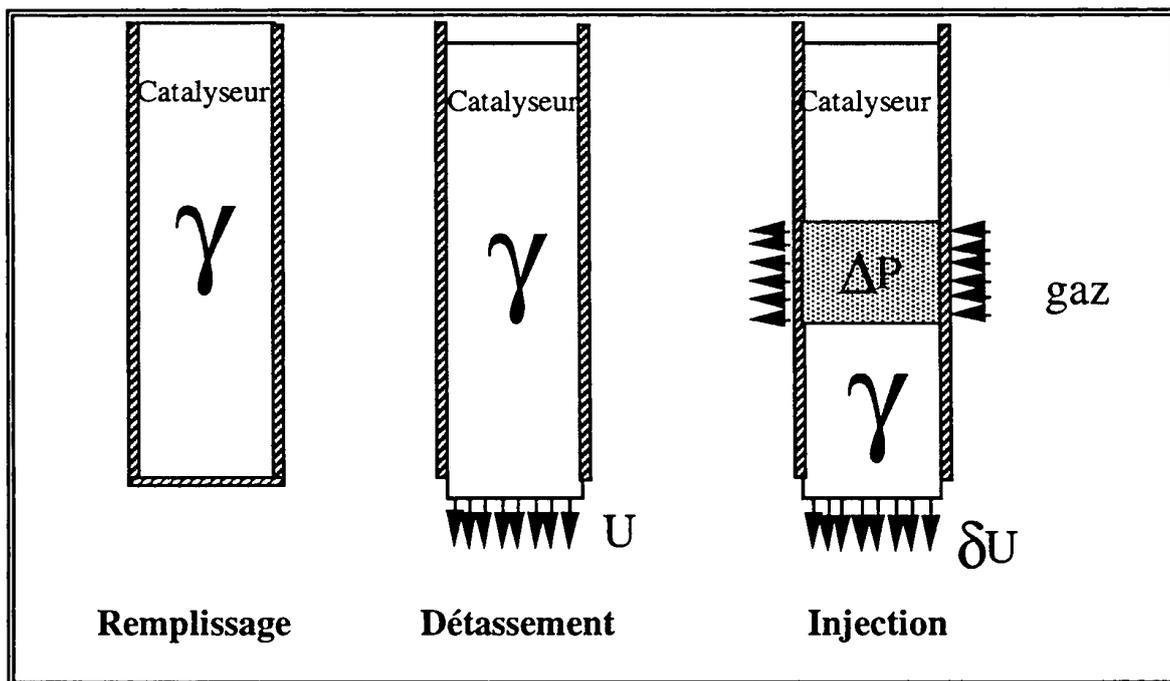


Fig. 3.1 Schéma de principe des trois étapes de calculs

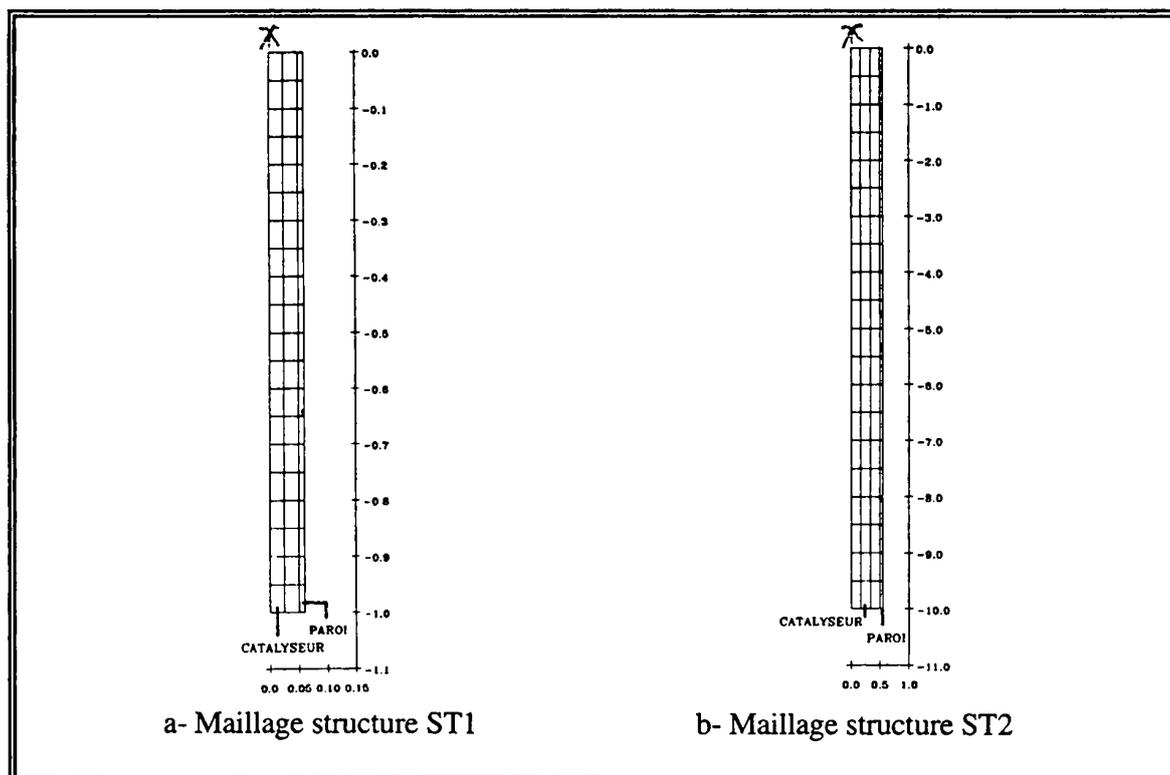


Fig. 3.2 Maillage des structures étudiées

Pour la structure ST1, on montre que lorsque l'angle de dilataance est différent de zéro, on obtient des états de contrainte normale et tangentielle à la paroi qui s'amortissent plus rapidement. De plus, ces états de contraintes sont moins élevés que ceux obtenus avec un angle de dilataance nul. De même, ils sont peu différents lorsqu'on utilise un angle de dilataance de 3° ou de 7° (figure 3.3). Pour la structure ST2, quel que soit l'angle de dilataance étudié, il n'apparaît aucune différence de l'état de contrainte à la paroi (figure 3.4).

Pendant cette étape de calcul, plus l'angle de dilataance est élevé plus le déplacement relatif tangentiel de l'interface catalyseur-paroi est faible. En effet, les joints en se dilatant compriment le solide du fait de ce fait présente un faible déplacement vertical (figure 3.5).

On constate aussi une variation importante de l'état de contrainte en bas de la structure. Ce résultat est lié aux conditions aux limites imposées. En effet, on bloque le déplacement vertical du premier nœud du premier élément joint situé en bas de la structure (nœud de la paroi métallique). De ce fait, on obtient une variation importante du déplacement relatif tangentiel et du déplacement relatif normal au point de Gauss se trouvant près du nœud bloqué.

On montre donc que l'angle de dilataance, dans la gamme des valeurs qui nous intéressent, a très peu d'influence sur l'état de contrainte obtenu après la phase de remplissage quel que soit la dimension de la structure.

On choisit alors d'étudier la phase de détassement avec la structure ST1.

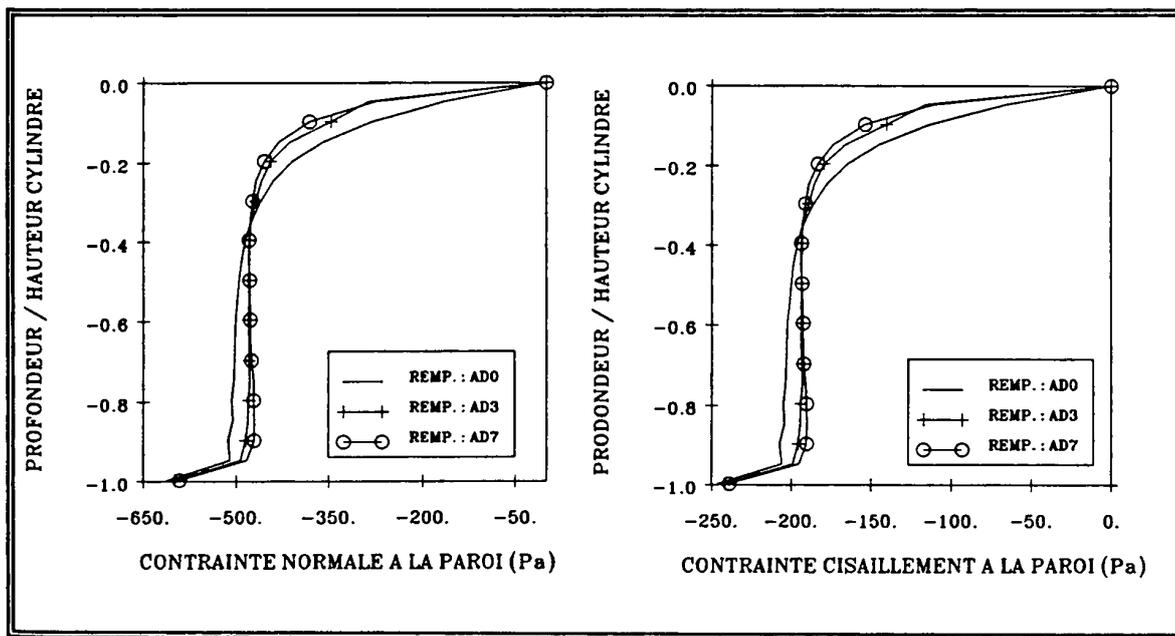


Fig. 3.3 Influence de l'angle de dilataance : contraintes obtenues dans les joints (structure ST1)

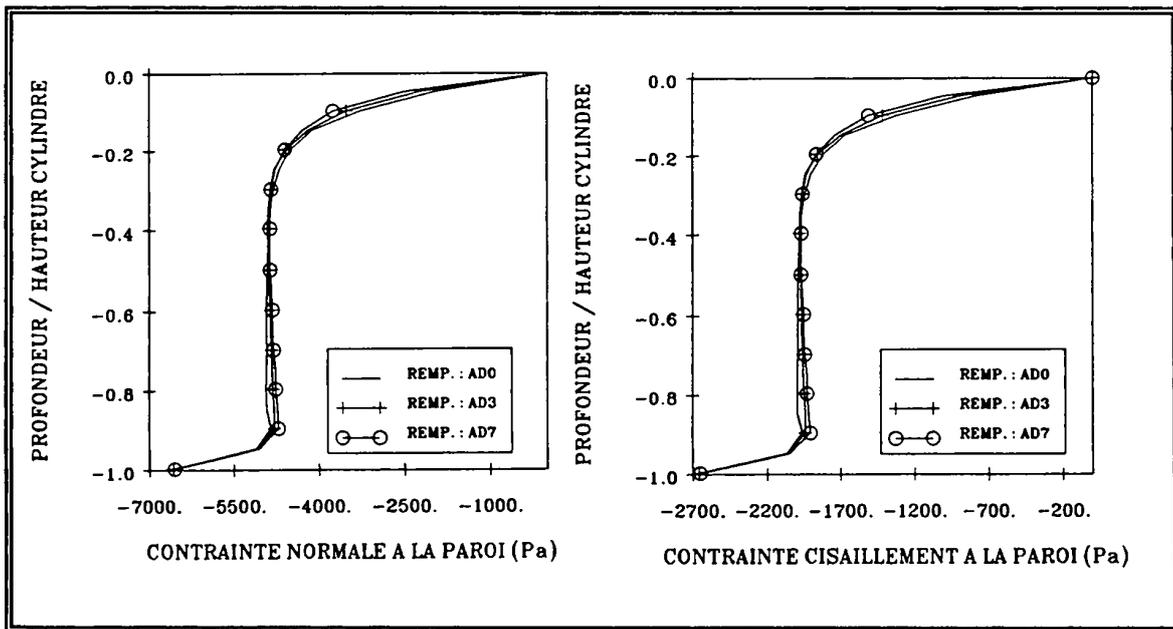


Fig. 3.4 Influence de l'angle de dilatance : contraintes obtenues dans les joints (structure ST2)

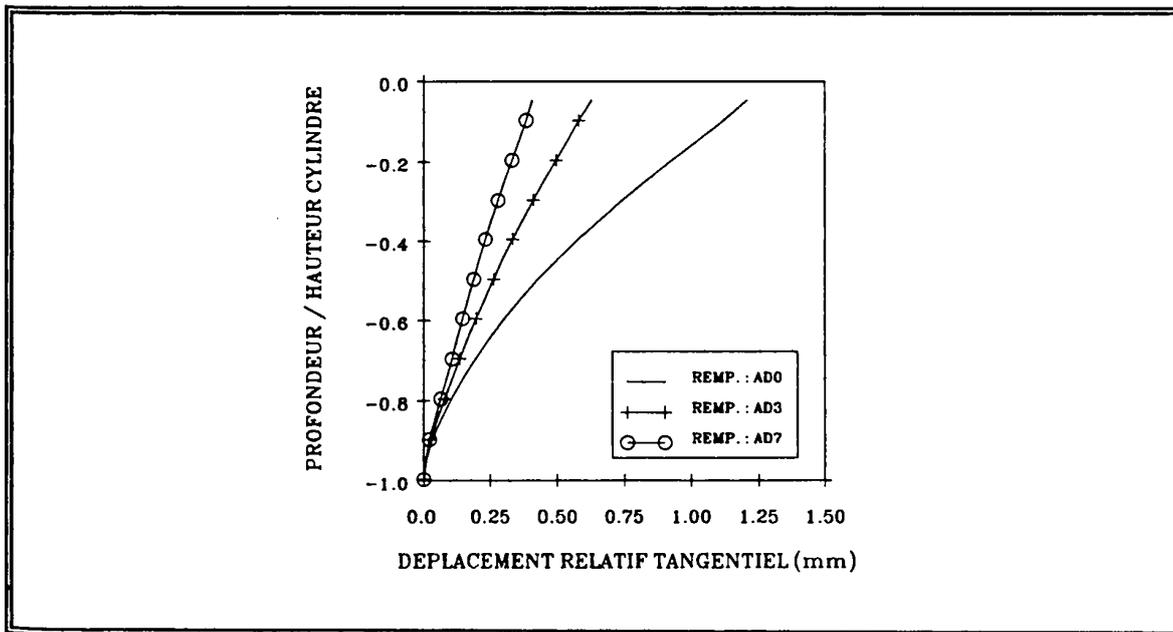


Fig. 3.5 Influence de l'angle de dilatance : déplacements relatifs tangentiels obtenus (structure ST1)

3.2.2. Phase de détassement

3.2.2.1. Modélisation

Dans l'enceinte torique, le catalyseur circule par gravité à une vitesse d'environ 1m/h et est alimenté en continu. Son débit d'extraction est régulé par un procédé que l'on appelle "lift pot". Celui-ci permet le transport des billes vers le réacteur suivant. On obtient alors, à l'intérieur de la structure, un écoulement globalement stationnaire pour lequel on peut supposer l'existence d'un état de contrainte stationnaire. Pour modéliser cet écoulement, nous avons développé une phase de calcul : le détassement.

Celle-ci consiste, en repartant des résultats du calcul du remplissage, à imposer aux nœuds du fond de la structure un déplacement vertical important (environ 2 cm pour une structure de 2 m de haut) et aux éléments solides un chargement volumique constant équivalent au poids volumique du catalyseur. On provoque de cette façon le déplacement du solide sur toute la hauteur en mobilisant au maximum les joints (déformations tangentielles importantes).

Les conditions aux limites et le chargement de la phase de détassement sont schématisées dans la figure 3.6.

Nous avons appliqué cette méthode sur la structure ST1 (*figure 3.2-a*) en imposant aux nœuds du fond de la structure un déplacement vertical de 2 cm découpé en 20 pas de chargement égaux.

Pour cette étape de calcul, l'analyse à l'état local de l'évolution de l'état de contrainte se trouve en annexe I.

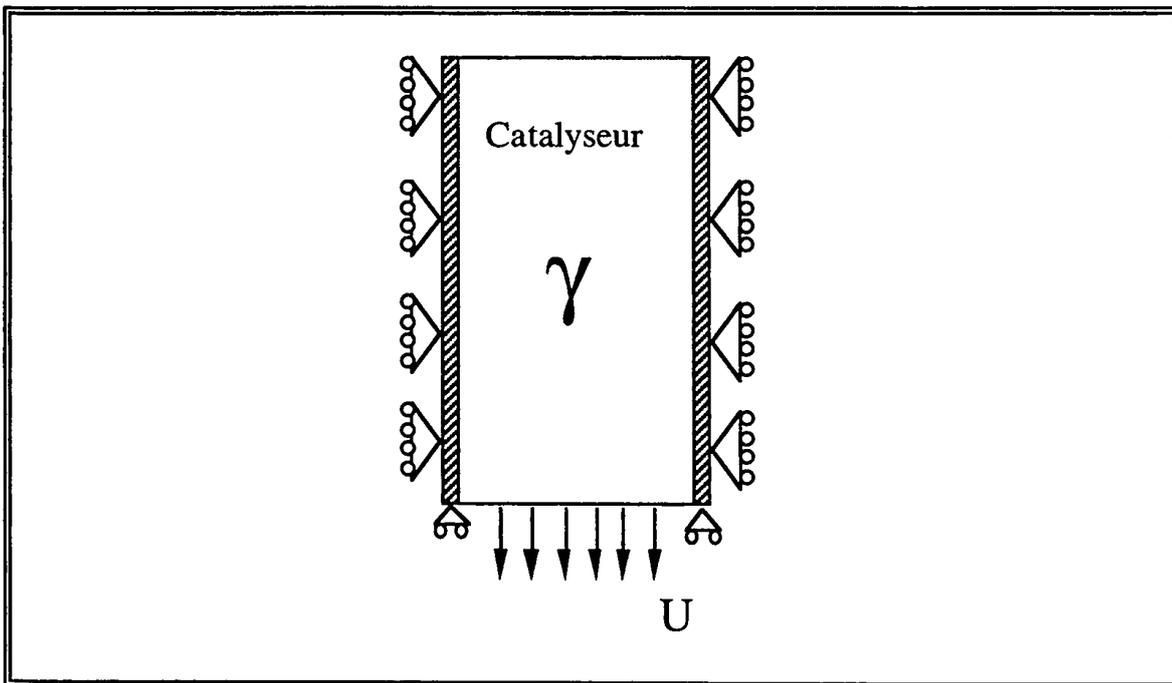


Fig. 3.6 Conditions aux limites du calcul de la phase de détassement et chargement appliqué

3.2.2.2. Difficultés numériques

• Prise en compte de la traction

Le frottement mobilisé par les joints lors de l'application de la charge empêche le déplacement imposé de se propager rapidement jusqu'en haut de la structure. Dans ces conditions, il apparaît un état de contrainte moyen négatif (traction) en bas de la structure aux points de Gauss proches des nœuds sur lesquels est appliqué le chargement. En ces points, nous avons imposé un état de contrainte isotrope faible. Ce procédé permet de poursuivre l'intégration des modèles (solide plus interface) pour des niveaux de chargement plus élevés.

• Optimisation de l'algorithme de calcul

Nous avons dû optimiser l'algorithme de résolution du système d'équation d'équilibre mécanique pour traiter le détassement des structures de grande hauteur (environ 10 m). En effet, en voulant détasser la structure ST2 (hauteur 10 m), nous nous sommes aperçus que pour un pas de chargement et pendant la procédure itérative, les forces de déséquilibre n'évoluaient pas rapidement. De ce fait, il a été impossible de faire converger les calculs vers un état détassé.

Lors des itérations, nous résolvons l'équation :

$$R \cdot \Delta U = \Delta F \quad (3.1)$$

où ΔU sont les déplacements des nœuds de la structure correspondant à l'ensemble des forces extérieures appliquées ΔF et R est l'opérateur auxiliaire. On obtient une faible évolution des forces de déséquilibre au cours des itérations lorsque ΔU calculé est faible. Il semble donc que l'opérateur auxiliaire soit trop élevé.

C'est à partir de l'intégration des rigidités élémentaires élastiques du solide et de l'interface que l'on calcule cet opérateur. Il faut donc modifier le calcul des rigidités élémentaires.

Lors des calculs non linéaires, nous avons noté que la convergence est difficile à assurer à cause de la plastification des joints. Ainsi, pour accélérer la convergence, on propose d'utiliser la matrice tangente (élastoplastique) pour les éléments joints. En appliquant la règle de consistence, on peut établir analytiquement la matrice tangente pour un problème plan. Elle est donnée par la relation :

$$D^{ep} = \frac{K_s \cdot K_n}{d} \cdot \begin{bmatrix} \tan(\varphi_w) \cdot \tan(\psi) & -\tan(\varphi_w) \cdot \frac{|\tau|}{\tau} \\ -\tan(\psi) \cdot \frac{|\tau|}{\tau} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

avec :

$$d = K_s + K_n \cdot \tan(\varphi_w) \cdot \tan(\psi) \quad (3.3)$$

Comme cette matrice est non symétrique, nous devons considérer la matrice de rigidité globale. Pour tester cette méthode, nous avons réalisé deux calculs de remplissage et de détassement, l'un en utilisant la matrice tangente et l'autre en utilisant la matrice tangente initiale. Le premier a mis 1,75 heures et le second 30 heures de calcul sur station Alpha DEC 3000.

On montre donc que l'utilisation de la matrice tangente améliore considérablement les temps de calcul et nous permet de traiter le détassement des structures de grandes dimensions.

3.2.2.3. Analyse de la phase de détassement

Les résultats montrent que l'état de contrainte obtenu à l'axe de la structure après 1.5 cm ou 2 cm de déplacement imposé sont pratiquement identiques et uniforme sur une grande partie de la hauteur (figure 3.7). Ce résultat est obtenu par le fait que les joints, très sollicités en cisaillement, finissent par ne plus se dilater lors d'un incrément de déplacement relatif tangential. On obtient alors un mouvement de corps rigide à ce niveau de déplacement imposé.

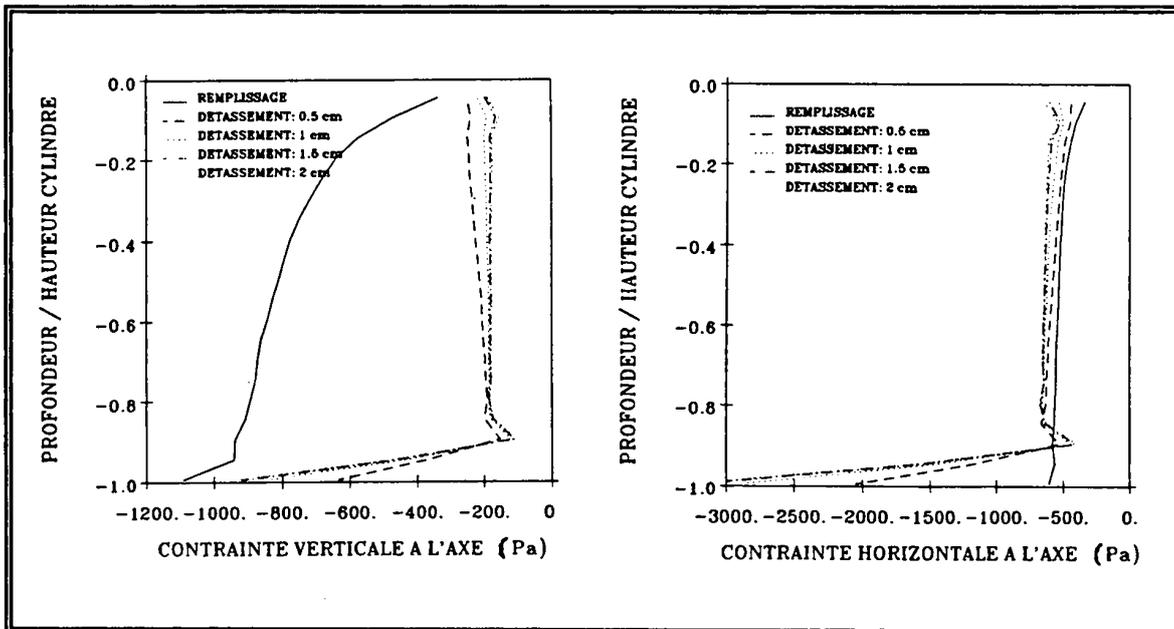


Fig. 3.7 Présentation de l'état de contrainte à l'axe de la structure pendant la phase de détassement

3.2.2.4. Influence de la partie élastique du modèle de comportement du catalyseur

Afin d'étudier l'influence de la partie élastique du modèle de comportement du catalyseur sur la phase de détassement, nous avons effectué un deuxième calcul en supposant une élasticité linéaire pour le modèle (DE2). Dans ce cas, nous avons choisi un module de Young de 1000 kPa et un coefficient de Poisson de 0,4.

Les résultats de ce calcul (DE2) et ceux du paragraphe précédent (DE1) montrent que l'état de contrainte obtenu après un détassement est identique (figures 3.8 et 3.9).

Cette étude montre que la partie élastique du modèle de comportement du catalyseur a peu d'influence sur l'état de contrainte obtenu après détassement.

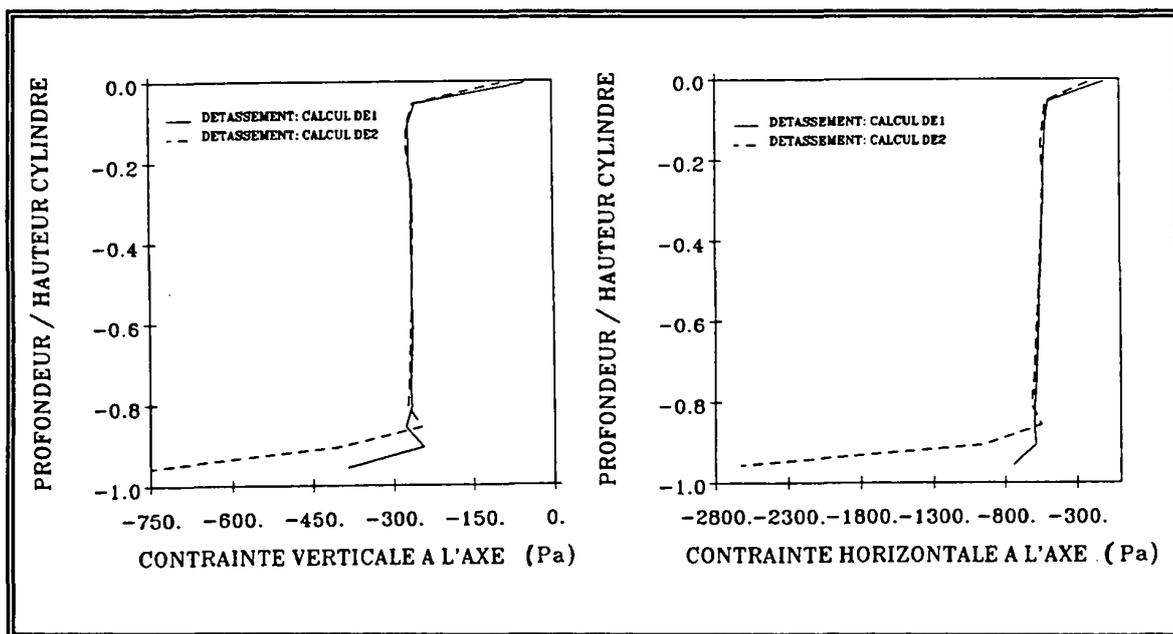


Fig. 3.8 État de contrainte obtenu dans le solide après la phase de détassement pour le calcul DE1 et DE2

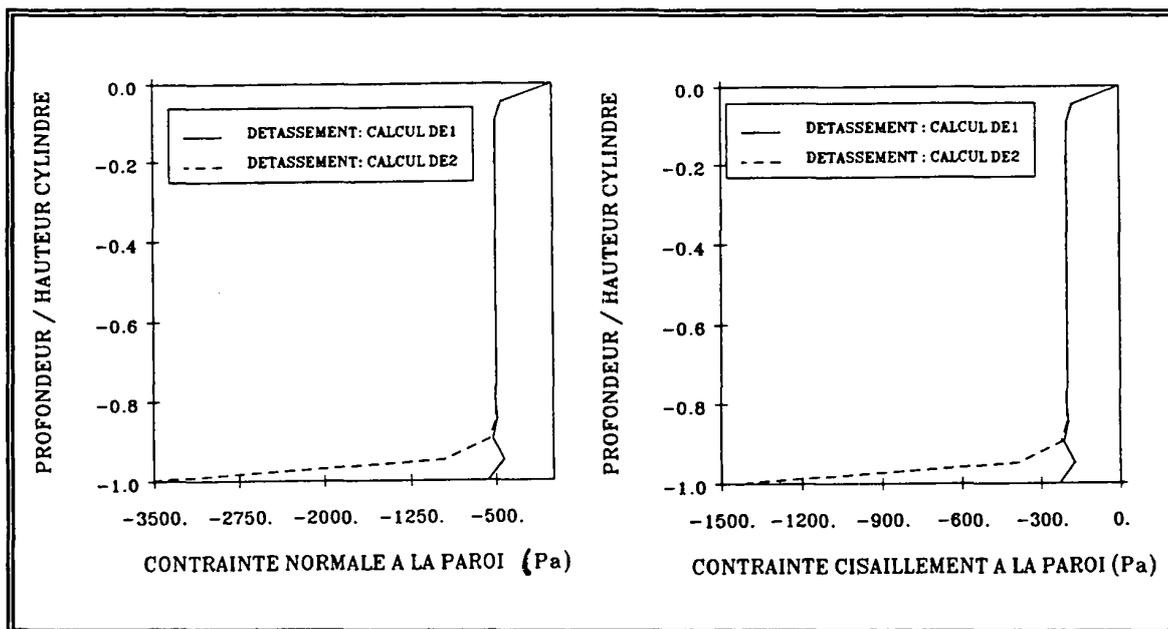


Fig. 3.9 État de contrainte obtenu dans les joints après la phase de détassement pour le calcul DE1 et DE2

3.2.2.5. Comparaison calcul éléments finis-théorie de Janssen

On se propose de comparer l'état de contrainte stationnaire des structures ST1 et ST2 obtenu par le calcul par éléments finis et par la théorie de Janssen. On rappelle que la structure ST2 fait 1 m de diamètre et 10 m de hauteur (*figure 3.2-b*).

Pour déterminer l'état de contrainte stationnaire avec la théorie de Janssen, nous avons utilisé les données suivantes :

- Poids volumique du solide granulaire : 7300 N/m³ ;
- Angle de frottement interne : 34° ;
- Angle de frottement matériau-paroi : 22°.

On montre que quelque soit la structure, avec le calcul par éléments finis et la théorie de Janssen, on estime dans les joints pratiquement le même état de contrainte stationnaire (écart d'environ 10 %) (*figure 3.10*). Par contre, dans le solide, on obtient un état de contrainte stationnaire très différent entre le calcul par éléments finis et la théorie de Janssen. Cette différence s'explique par le fait que la théorie de Janssen suppose un état de contrainte constant sur le diamètre alors qu'il évolue lorsqu'on l'estime avec le code de calcul (écart de 30% pour la structure ST1 et 200% pour la structure ST2).

On montre tout de même qu'il est possible de prédire à la paroi l'état de contrainte stationnaire avec la théorie de Janssen. Son utilisation peut dans ce cas être intéressante pour déterminer rapidement les états de contraintes sur les parois d'une structure cylindrique.

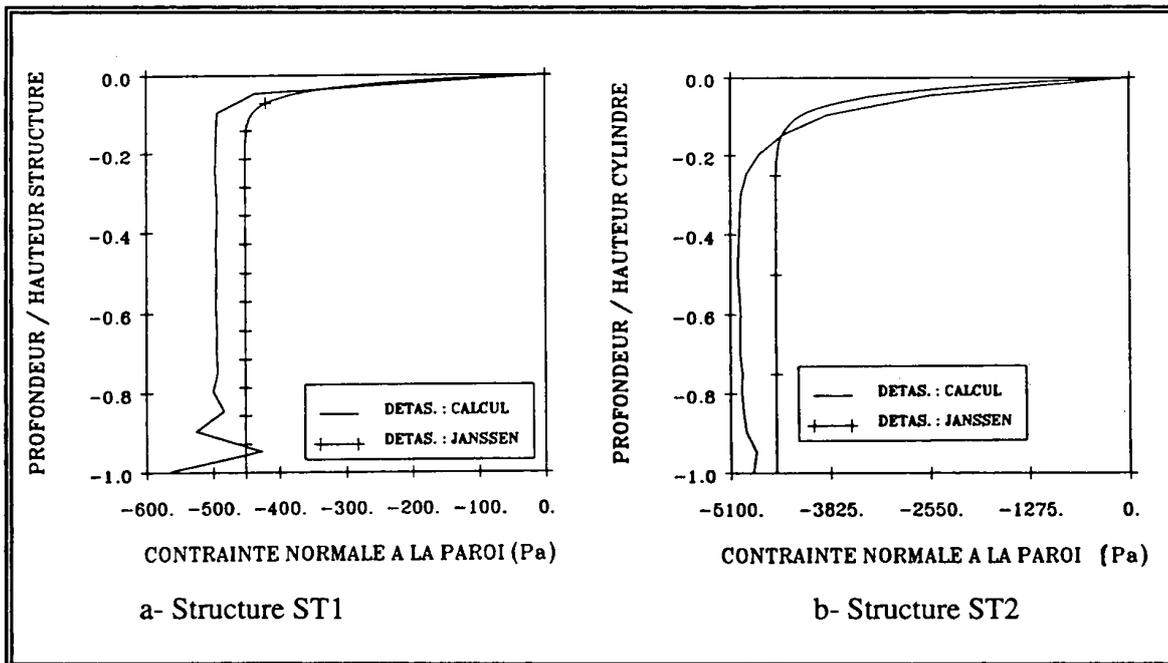


Fig. 3.10 Comparaison de l'état de contrainte normale stationnaire obtenu dans les joints par le calcul et par la théorie de Janssen pour les structures ST1 et ST2

3.2.3. Phase d'injection

3.2.3.1. Introduction

On présente dans ce chapitre le critère de blocage que nous avons développé et les calculs nécessaires à sa détection. On montre aussi les résultats d'une étude de sensibilité de certains paramètres qui interviennent dans la détermination du début de blocage ainsi qu'une étude sur l'influence des dimensions de la structure.

Pour mettre au point le calcul de la détection de blocage et réaliser les différentes études paramétriques, nous avons utilisé une structure 2D de 10 cm de large et de 1.4 m de haut. Le maillage représenté dans la figure 3.11 comporte 687 nœuds, 168 éléments solides et 56 éléments joints. Nous avons estimé que le découpage de la structure dans la direction horizontale était suffisant car une étude préliminaire avait montré que le gradient de pression variait linéairement dans cette direction.

Pour cette étape de calcul, l'analyse à l'état local de l'évolution de l'état de contrainte se trouve en annexe II.

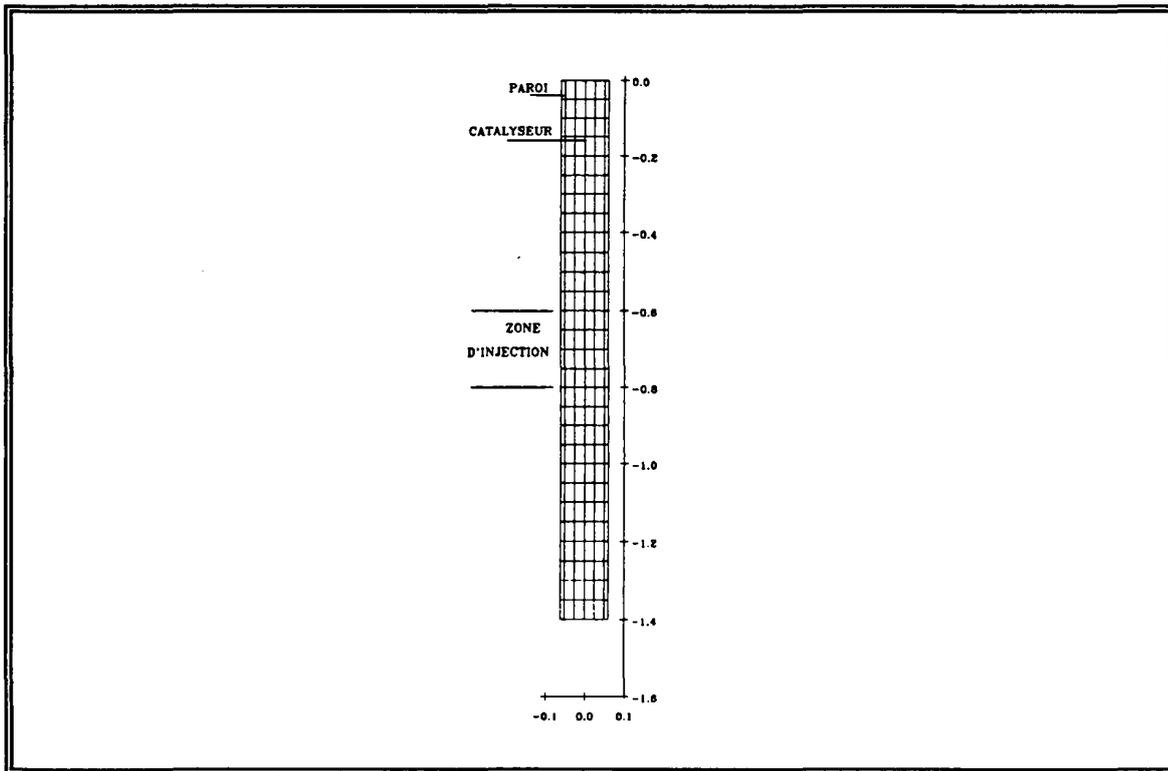


Fig. 3.11 *Maillage de la structure*

3.2.3.2. Critère de blocage

Pour détecter le début de blocage du lit, on procède en deux phases. Dans la première (PH1), on injecte transversalement le gaz avec un certain débit, dans la seconde (PH2), on impose aux nœuds du fond du cylindre un petit déplacement vertical. Le calcul consiste à appliquer successivement ces deux phases en augmentant progressivement le débit de gaz. On aura alors le début de blocage, lorsque pour un débit de gaz (PH1), le déplacement vertical imposé (PH2) ne se propagera pas jusqu'en haut de la structure. À ce moment, on évaluera la perte de charge du début de blocage du lit (ΔP) qui correspond à la variation de pression existante entre les zones d'entrée et de sortie du gaz.

Afin de déterminer ΔP lorsque le lit est dans un état de contrainte stationnaire, nous avons limité la hauteur de la zone d'injection et nous l'avons située au milieu de la structure.

Nous avons appliqué la méthode de détection de blocage du lit sur la structure plane en injectant le gaz sur une zone haute de 20 cm centrée à 70 cm. Pour obtenir une injection transversale du gaz, nous avons introduit des perméabilités au gaz particulières dans les parois. Ainsi, les parois qui font partie de la zone d'injection sont perméables contrairement aux autres parois de la structure (hors zone d'injection) qui sont supposées imperméables. La loi de diffusion utilisée est celle d'Ergun avec les paramètres du tableau 3.3. Pour déterminer la perméabilité initiale, nous avons négligé le terme cinétique de la formulation. On obtient dans ce cas une perméabilité initiale de $3,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Pa.s}$.

Tableau 3.3 Paramètres utilisés dans la loi d'Ergun

| Dp (mm) | n | μ (Pa.s) | γ_g (g/cm ³) |
|---------|------|----------------------|---------------------------------|
| 2 | 0,43 | $0,18 \cdot 10^{-4}$ | $1,29 \cdot 10^{-3}$ |

Les conditions aux limites du problème et le chargement sont schématisés dans la figure 3.12. Nous avons représenté dans les figures 3.13 et 3.14 l'état de contrainte stationnaire obtenu pour la structure à la fois à l'axe et dans les joints.

Nous avons alors réalisé un calcul de détection de blocage du lit en appliquant successivement les deux phases de calcul PH1 puis PH2.

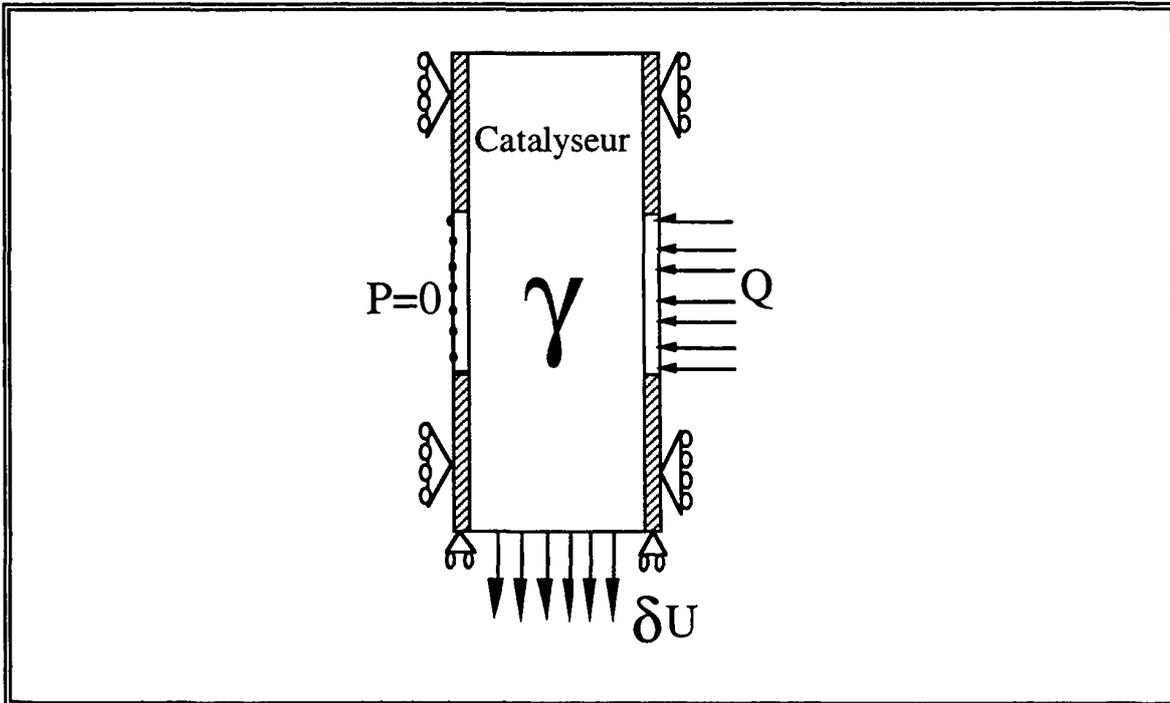


Fig. 3.12 Conditions aux limites du problème et chargement

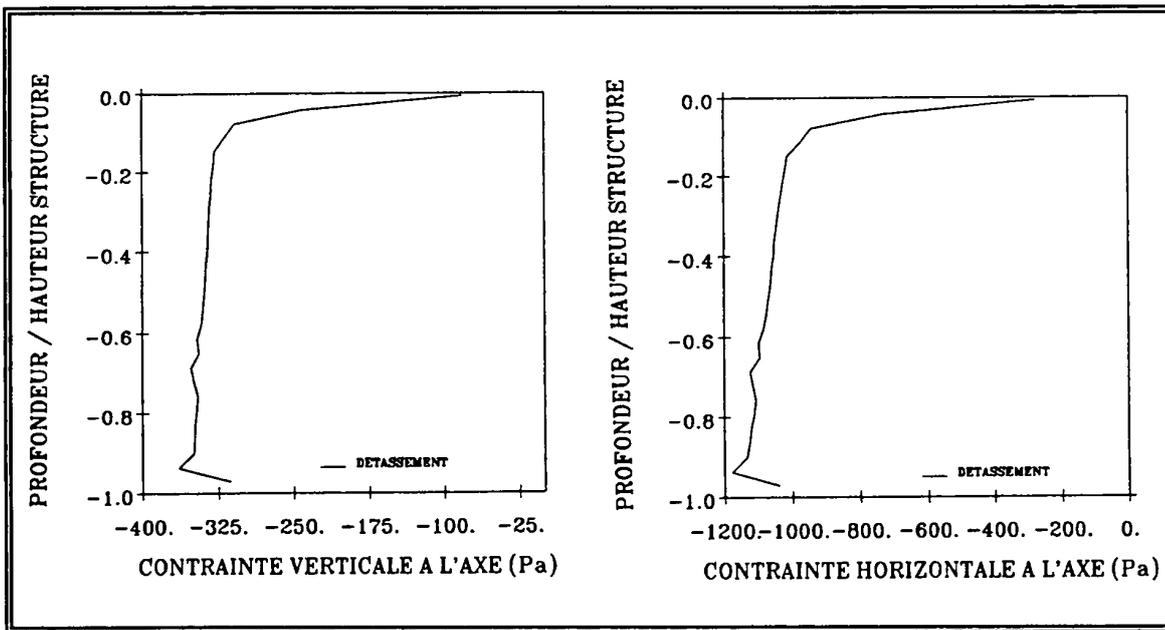


Fig. 3.13 État de contrainte stationnaire à l'axe

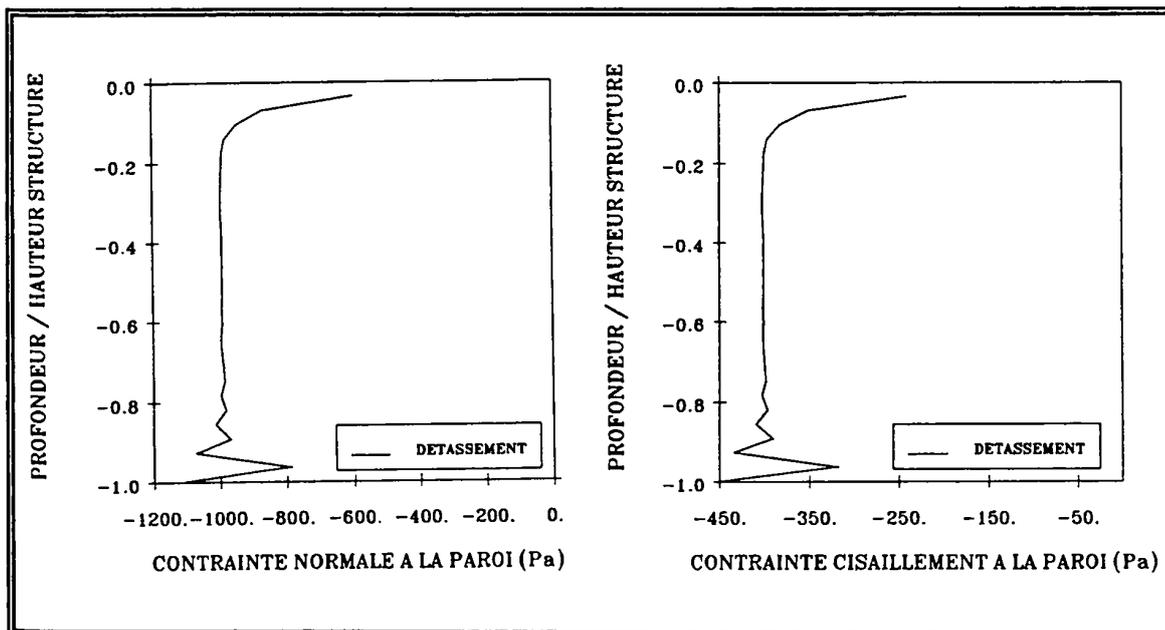


Fig. 3.14 État de contrainte stationnaire dans les joints

- **Phase PH1**

L'un des problèmes rencontrés concerne le choix du pas de débit d'injection. En effet, pour des pas importants, les joints situés à l'entrée du gaz décollent avant même l'apparition du blocage. À ce moment, on remarque que les calculs divergent. Ainsi, une stratégie a été adoptée

: on commence par des pas réguliers jusqu'à l'apparition du premier décollement, ensuite on réduit le pas jusqu'à l'apparition du début de blocage.

On propose donc, pour établir ce chargement à chaque structure étudiée, de faire un calcul préliminaire d'injection afin de détecter le débit qui provoque le décollement des joints.

Avec la structure actuelle et les paramètres de la loi d'Ergun, nous avons injecté le gaz par des pas de $0,01 \text{ m}^3/\text{s}$ après le premier décollement des joints. Une étude préliminaire a montré qu'en choisissant des pas de débit plus faibles, on ne modifiait pas la valeur de ΔP .

- **Phase PH2**

En ce qui concerne la phase PH2, on impose un déplacement vertical faible aux nœuds du fond de la structure (0,5 mm).

On présente dans la figure 3.15-a le déplacement des nœuds du solide au droit de la paroi de sortie du gaz, obtenu après chaque phase de calcul PH2 ainsi qu'un agrandissement de la zone d'injection (figure 3.15-b). On constate que pour le débit d'injection 5, le déplacement imposé ne s'est pas propagé jusqu'en haut de la structure. Ceci correspond au blocage du lit tel que nous l'avons défini. Le ΔP qui lui correspond est de 1558 Pa.

Le blocage apparaît de la manière suivante : lors de la phase PH1, l'injection du gaz provoque une augmentation de la contrainte normale sur les joints situés en aval de la zone d'injection. Lorsqu'on applique la phase PH2, on génère un cisaillement le long des parois. Si celui-ci est supérieur à la contrainte normale du joint multiplié par la tangente de l'angle de frottement matériau-paroi, le déplacement va se propager jusqu'en haut de la structure. Dans le cas contraire, on aura le début de blocage du lit. On remarque qu'il apparaît lorsque au moins un point de Gauss d'un élément joint situé sur la paroi de la zone de sortie du gaz subit une décharge de sorte qu'il revient dans un état élastique.

Au cours cette phase de calcul, on constate dans la zone d'injection qu'on sépare progressivement le solide en deux parties selon la valeur des déplacements verticaux des nœuds du solide. Une partie avec des déplacements verticaux des nœuds du solide importants et l'autre partie avec des déplacements verticaux des nœuds du solide beaucoup plus faibles (figure 3.16).

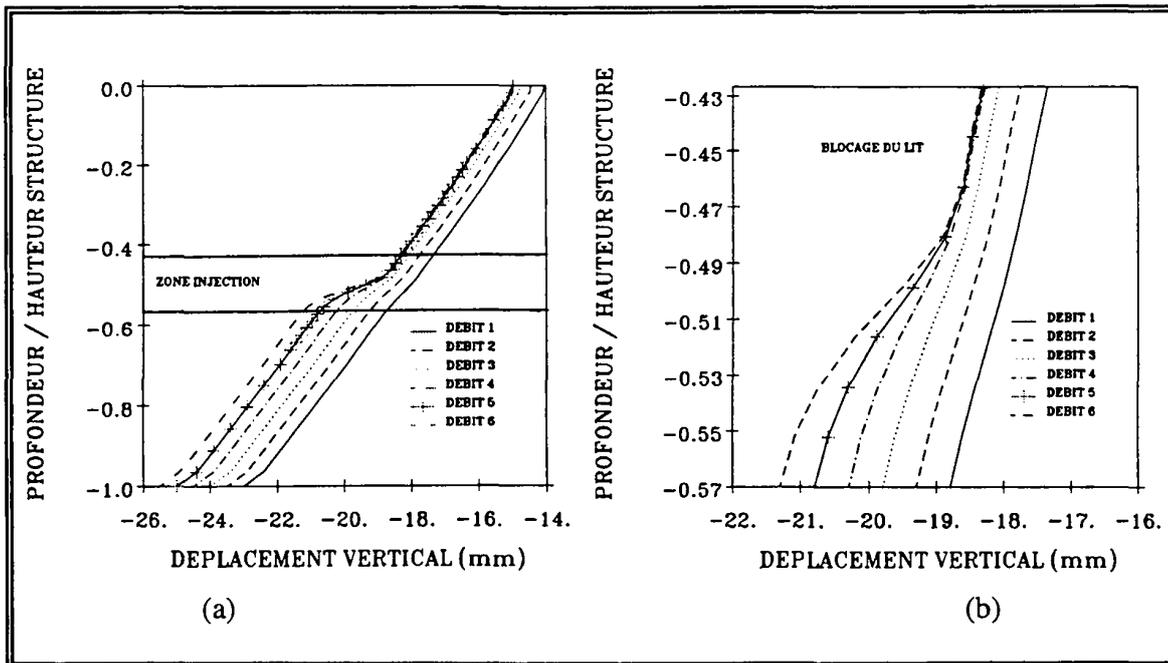


Fig. 3.15 Déplacements verticaux au droit de la paroi située à la sortie du gaz

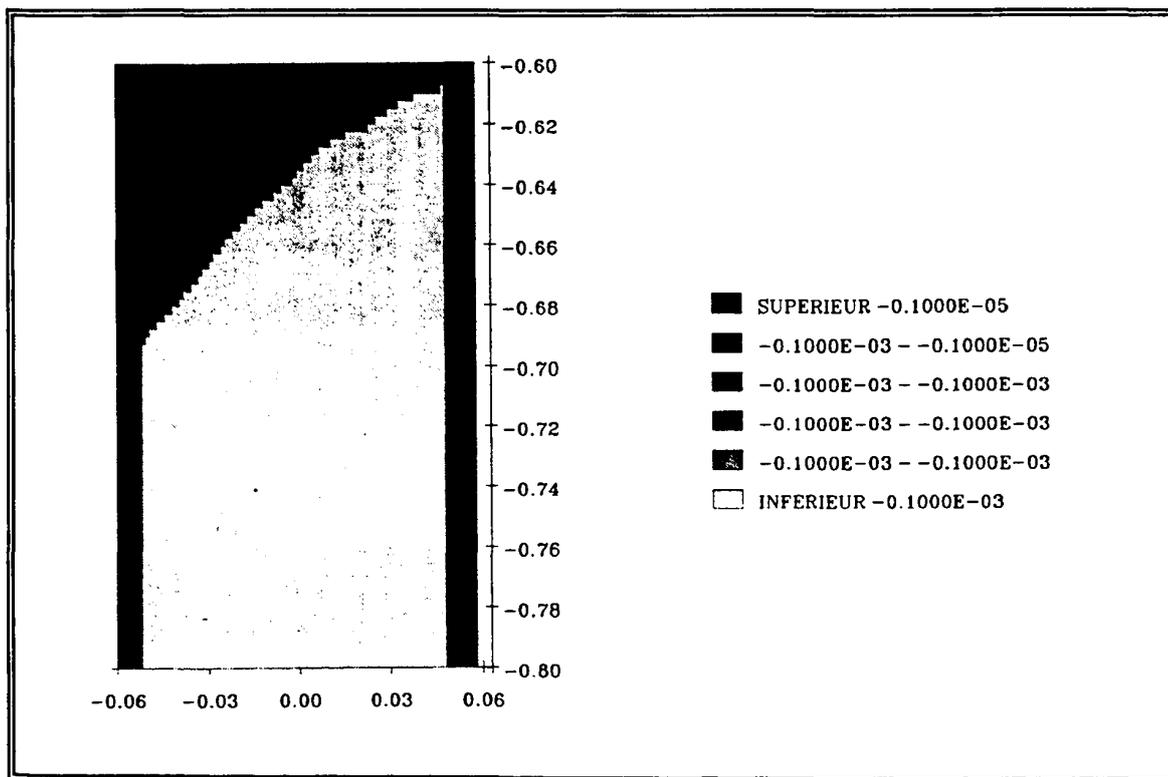


Fig. 3.16 Isovaleurs du Déplacement des nœuds du solide situés dans la zone d'injection à l'approche du début de blocage

3.2.3.3. Influence de la loi de diffusion

On se propose d'étudier l'influence de la loi de diffusion du fluide sur la détermination du ΔP . Pour cela, nous avons effectué une phase d'injection en utilisant la loi de Darcy. Pour choisir la perméabilité isotrope, nous avons arrondi la valeur initiale calculée lors de l'utilisation de la loi d'Ergun. Dans ce cas, la perméabilité est de $4,10^{-4} \text{ m}^2/\text{Pa.s}$.

En utilisant la loi de Darcy, nous avons obtenu le début de blocage du lit pour un ΔP de 1537 Pa contre 1558 Pa avec la loi d'Ergun. On prouve donc que la loi de diffusion a peu d'influence sur la détermination du ΔP et que la valeur trouvée est indépendante de la perméabilité choisie.

Avec la loi de Darcy, la perméabilité choisie n'est pas représentative de celle du matériau. De ce fait, nous n'avons aucun renseignement réaliste sur la vitesse de circulation du gaz et sur la quantification du débit d'injection qui provoque le début de blocage du lit. Ainsi, on trouve que le début de blocage du lit est obtenu pour un débit de $74 \text{ m}^3/\text{s}$ alors qu'il vaut $1,8 \text{ m}^3/\text{s}$ avec la loi d'Ergun.

En fait, ce qui nous intéresse dans l'étude des réacteurs à lit mobile, c'est la détection du début de blocage et la variation de pression qui lui correspond. Par rapport à la loi de Darcy, l'utilisation de la loi d'Ergun impose des temps de gestion des calculs et des temps de calcul supplémentaires (+20%) pour obtenir à peu près la même valeur de ΔP . On propose donc de poursuivre toutes les études sur la détection du début de blocage avec la loi de Darcy. Dans ce cas, on choisit une perméabilité isotrope de $4,10^{-4} \text{ m}^2/\text{Pa.s}$.

3.2.3.4. Sensibilité de la perte de charge de blocage aux paramètres de modélisation

• Influence du déplacement imposé lors de la phase PH2

Dans la méthode de calcul que nous avons développée pour détecter le début de blocage, on remarque que le déplacement imposé aux nœuds du fond de la structure a une importance non négligeable. En effet, c'est à partir de la valeur imposée que l'on va générer plus ou moins de cisaillement dans les joints. Il nous a alors paru important d'analyser son influence.

Dans cette étude nous avons appliqué différents déplacements aux nœuds du fond de la structure lors de la phase PH2 sans modifier le chargement de la phase PH1. Nous avons appliqué un déplacement de 0,1 mm ; 0,25 mm ; 0,5 mm ; 1 mm et 2 mm.

En imposant un déplacement de 2 mm, le calcul a présenté une divergence à l'approche du débit de blocage car un grand nombre de points de Gauss du solide dans la zone d'injection sont passés brusquement en traction. Ce phénomène a persisté même en modifiant la phase PH1 par des pas de débit d'injection plus faibles. Ceci nous donne donc une limite supérieure de déplacement vertical à imposer au-dessus de laquelle l'intégration de la loi de comportement du solide devient difficile.

Les résultats obtenus avec les autres valeurs de pas de déplacement imposé montrent que la pression du début de blocage du lit dépend du pas choisi (tableau 3.4).

Tableau 3.4 Influence du pas de déplacement imposé sur la perte de charge de blocage

| N° calcul | Δu mm | ΔP kPa |
|-----------|---------------|----------------|
| 1 | 0.1 | 1455 |
| 2 | 0.25 | 1496 |
| 3 | 0.5 | 1537 |
| 4 | 1 | 1620 |

On obtient un écart de 10,2% entre le calcul n°1 et le calcul n°4. On admet alors que cet écart reste acceptable et on choisit pour traiter les applications futures de fixer le déplacement aux nœuds du fond de la structure lors de la phase PH2 à 1/1400 de la hauteur de la structure (ici 1 mm).

• Influence de la hauteur de la zone d'injection

Nous avons réalisé une étude de l'influence de la hauteur de la zone d'injection en réalisant trois calculs HI1, HI2 et HI3 auxquels correspondent les hauteurs d'injection de 20 cm, 40 cm et 60 cm (figure 3.17).

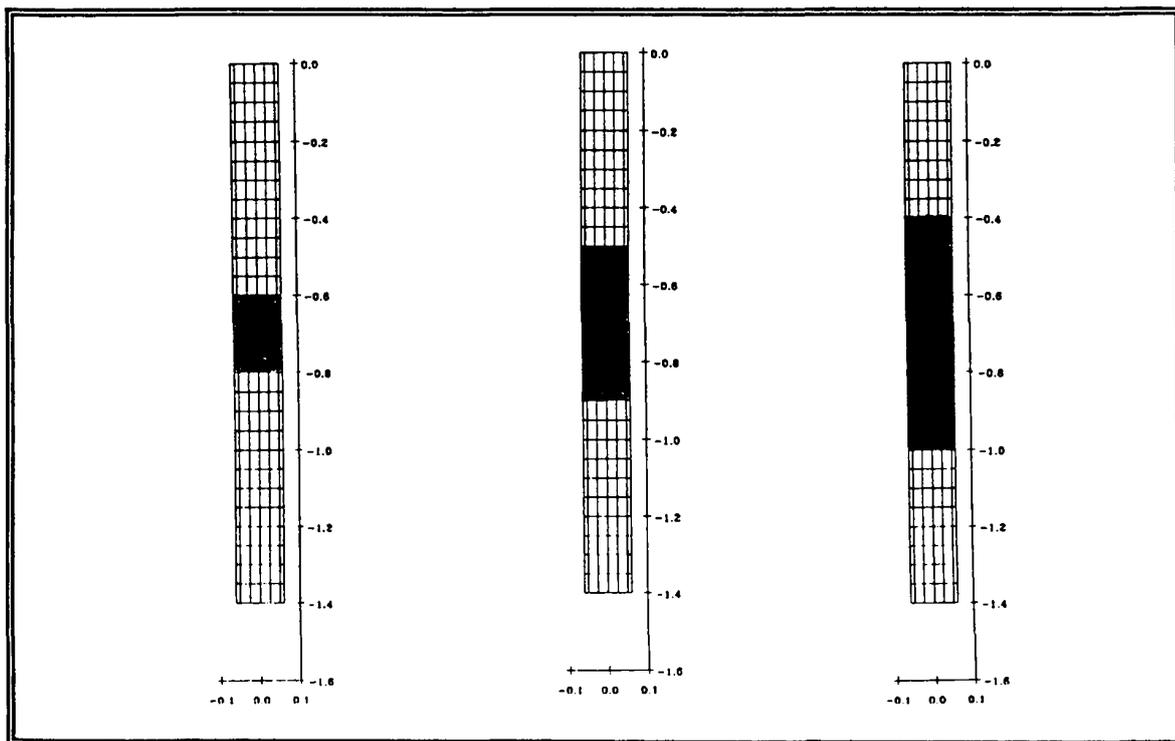


Fig. 3.17 Maillage des trois études : HI1, HI2 et HI3

Les valeurs de ΔP obtenues pour chacune des hauteurs d'injection sont représentées dans le tableau 3.5.

Tableau 3.5 *Influence de la hauteur d'injection. Résultats obtenus*

| Hauteur d'injection (cm) | ΔP du début de blocage (Pa) |
|--------------------------|-------------------------------------|
| 20 | 1620 |
| 40 | 1543.9 |
| 60 | 1551.2 |

Si l'on choisit comme référence le calcul HI1, on trouve un écart du ΔP de 4,7% avec le calcul HI2 et de 4,3% avec le calcul HI3. On s'aperçoit donc qu'en augmentant la zone d'injection, ΔP se stabilise rapidement et que l'écart obtenu entre le calcul HI1 et les calculs HI2 et HI3 est faible. Ceci est dû au fait qu'on a un état de contrainte stationnaire sur une grande partie de la structure. Ainsi, quelle que soit la hauteur de la zone d'injection, ΔP doit toujours compenser les mêmes efforts pour bloquer le lit.

On conclut donc que la hauteur de la zone d'injection a peu d'influence sur la détermination du début de blocage.

3.2.3.5. Sensibilité de la perte de charge de blocage aux paramètres physiques

Dans ce paragraphe, nous allons étudier les paramètres physiques qui influencent la perte de charge de blocage ΔP . Song [43] montre à partir d'une étude expérimentale que les paramètres importants sont l'angle de frottement matériau-paroi, le poids volumique du catalyseur et l'épaisseur du lit. En particulier, il démontre analytiquement que le rapport entre le coefficient de frottement matériau-paroi et le poids volumique du catalyseur influence la valeur du ΔP qui provoque le début de la cavitation. On se propose d'étudier ce rapport sur la détection du blocage, noté :

$$\Omega = \frac{\tan(\varphi_w)}{\gamma} \quad (3.4)$$

Pour cela, on fait varier le coefficient de frottement et le poids volumique du catalyseur en gardant pour chacune des variations le rapport Ω constant. De ce fait, en faisant varier le coefficient de frottement de $\pm 30\%$, on obtient une variation du poids volumique de -76.92% et de $+143\%$.

On a réalisé pour chacune des variations, un calcul de remplissage suivi d'un calcul de détassement afin d'obtenir l'état de contrainte stationnaire. À partir de cet état de contrainte, nous avons injecté le gaz sur une hauteur de 20 cm centrée à 0,7 m.

- **Influence du coefficient de frottement**

Nous avons réalisé un calcul de remplissage suivi d'un calcul de détassement en appliquant un angle de frottement de $15^\circ,8$ (calcul PPHI-), 22° (calcul PREF) et $27^\circ,7$ (calcul PPHI+) ce qui correspond à une variation de $\pm 30\%$ du coefficient de frottement.

L'augmentation de l'angle de frottement engendre une amplification de la variation de l'état de contrainte verticale avec le rayon de sorte que la contrainte est plus élevée au droit de la paroi qu'à l'axe de la structure (figure 3.18). La contrainte horizontale qui diminue avec l'augmentation de l'angle de frottement matériau-paroi reste homogène suivant le rayon (figure 3.19). Dans les joints, on obtient un état de contrainte plus faible (figure 3.20).

La variation de l'état de contrainte obtenu après la phase de détassement pour les différentes valeurs de l'angle de frottement matériau-paroi est non linéaire. En effet, pour une variation du coefficient de frottement de +30% ou de -30%, on obtient un état de contrainte à la fois dans le solide et dans les joints de -20% et de +30%. Il semble donc que plus on va augmenter l'angle de frottement matériau-paroi plus on va tendre vers un état de contrainte stationnaire limite.

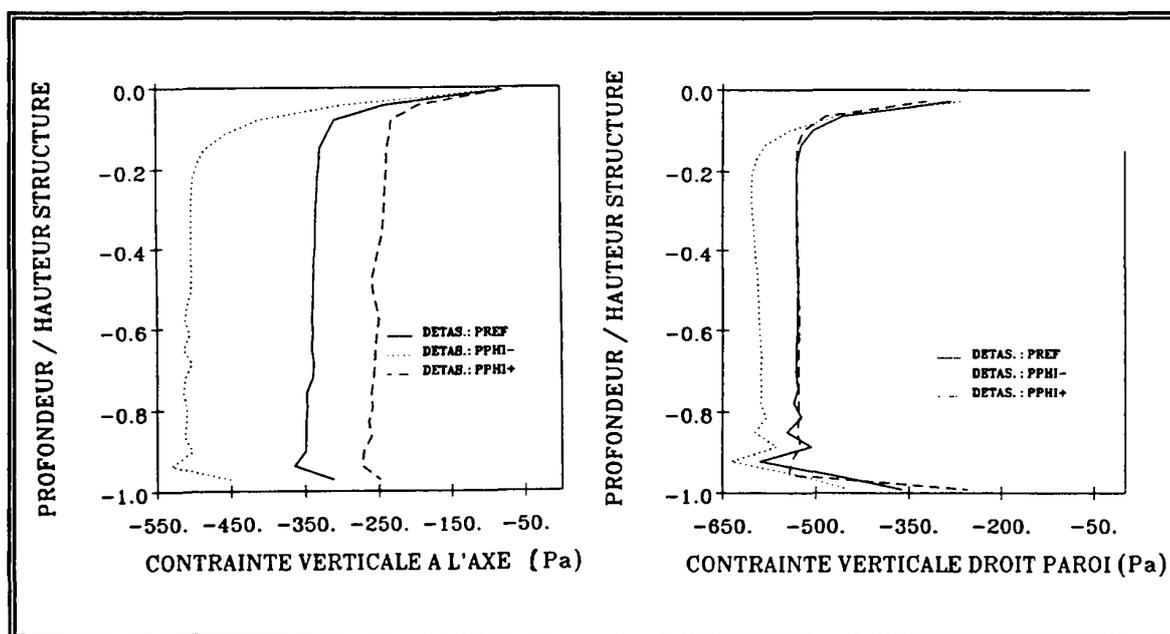


Fig. 3.18 État de contrainte stationnaire verticale à l'axe de la structure et à la paroi

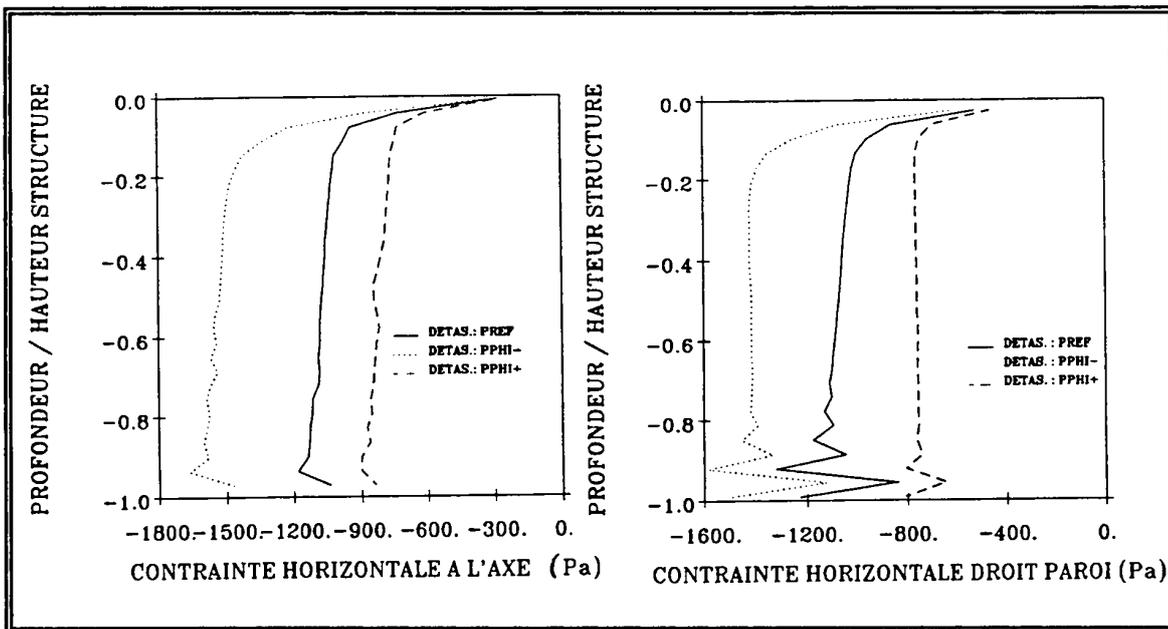


Fig. 3.19 État de contrainte stationnaire horizontale à l'axe de la structure et à la paroi

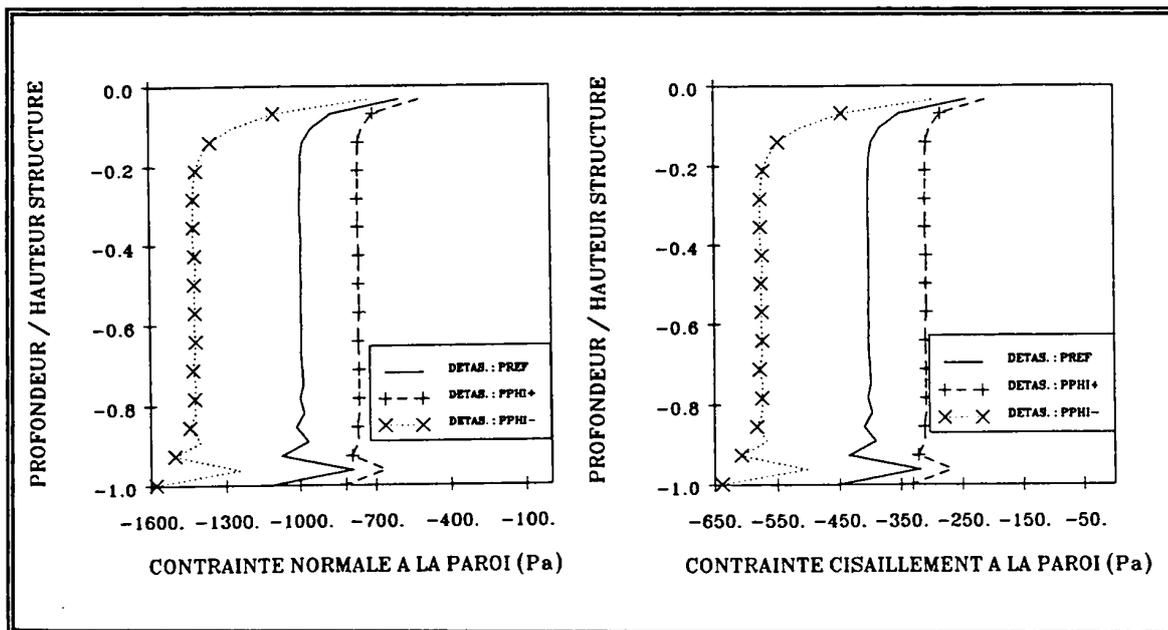


Fig. 3.20 État de contrainte stationnaire dans les joints

Sur ces états de contrainte, nous allons injecter transversalement le gaz en appliquant successivement les phases de calcul PH1 et PH2. Pour le chargement PH1, nous avons appliqué des pas de débits d'injection de $2 \text{ m}^3/\text{s}$ (en rapport avec la perméabilité choisie) jusqu'au début du décollement des joints puis de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ jusqu'au blocage. Pour le calcul PH2, nous avons appliqué un déplacement des nœuds du fond de la structure de 1 mm .

Les ΔP obtenus pour chacun des calculs sont représentés dans le tableau 3.6.

Tableau 3.6 Influence de l'angle de frottement. Résultats obtenus

| Angle de frottement matériau-paroi | ΔP du début de blocage (Pa) |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 15°8 | 1912 |
| 22° | 1620 |
| 27°7 | 1288 |

On constate que plus l'angle de frottement matériau-paroi est important plus le ΔP est faible. On remarque aussi que pour une variation de $\pm 30\%$ du coefficient de frottement, on obtient une variation de -20.5% et de $+15\%$ du ΔP . Ce résultat est lié à l'état de contrainte stationnaire dont l'évolution en fonction de l'angle de frottement est non linéaire.

• **Influence du poids volumique**

Nous avons réalisé un calcul de remplissage suivi d'un calcul de détassement en appliquant un poids volumique de 5615 N/m^3 (calcul PVOL-), 7300 N/m^3 (calcul PREF) et 10428 N/m^3 (calcul PVOL+). On rappelle que ces valeurs ont été calculées pour montrer l'influence du rapport Ω sur la détermination de ΔP . L'angle de frottement catalyseur-paroi est de 22° .

On présente l'état de contrainte stationnaire obtenu après la phase de détassement à l'axe du cylindre et dans les joints (figures 3.21, 3.22).

On observe logiquement que plus le catalyseur à un poids volumique important, plus l'état de contrainte dans le solide et dans les joints est élevé. On remarque aussi que l'état de contrainte obtenu dans le solide et dans les joints est identique pour un rapport Ω , c'est à dire pour les couples (poids volumique ; angle de frottement) suivants :

$$[\gamma = 10428 \text{ N/m}^3 - \varphi_w = 22^\circ] \text{ et } [\gamma = 7300 \text{ N/m}^3 - \varphi_w = 15^\circ 8]$$

ou

$$[\gamma = 5615 \text{ N/m}^3 - \varphi_w = 22^\circ] \text{ et } [\gamma = 7300 \text{ N/m}^3 - \varphi_w = 27^\circ 71]$$

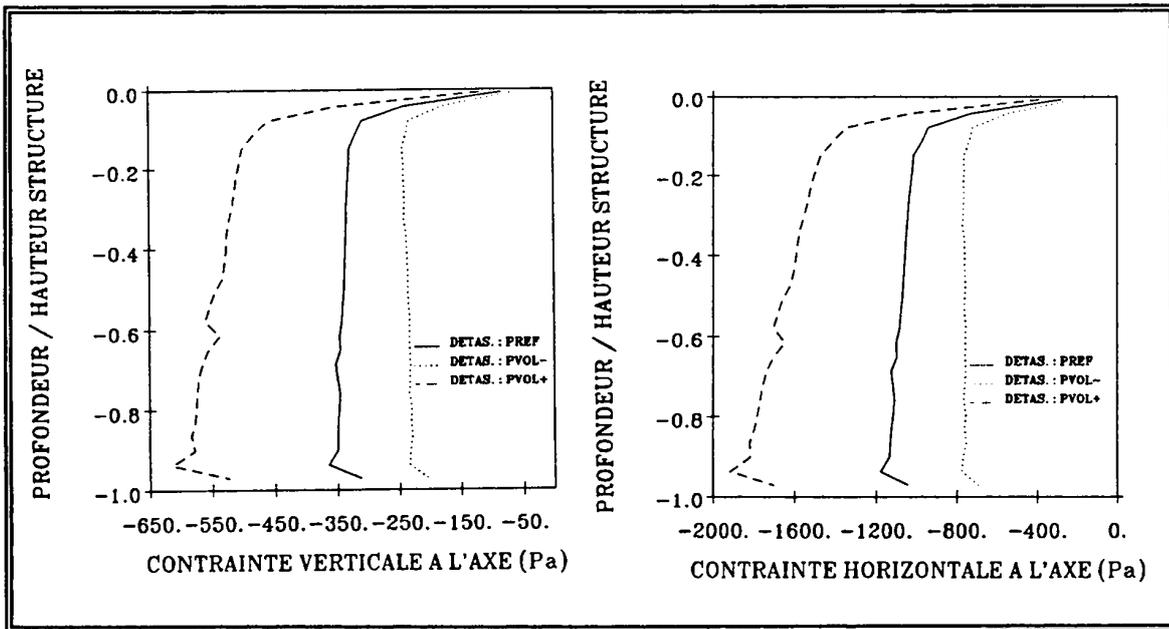


Fig. 3.21 État de contrainte stationnaire à l'axe de la structure

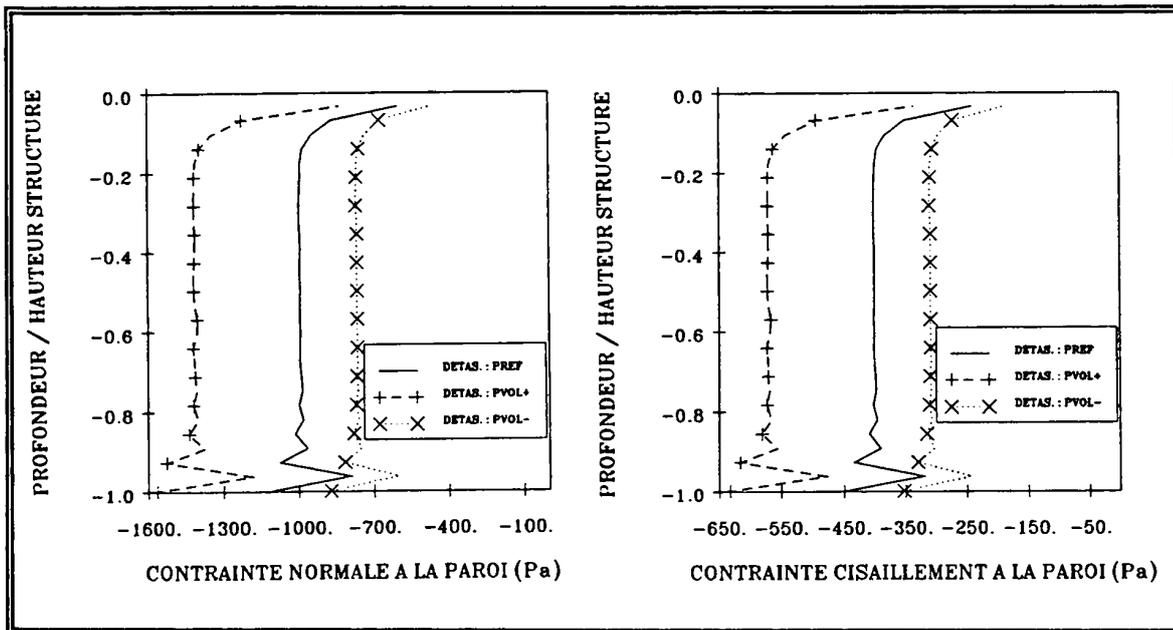


Fig. 3.22 État de contrainte stationnaire dans les joints

En repartant de ces états de contrainte, nous avons injecté le gaz. Les ΔP obtenus par les calculs sont représentés dans le tableau 3.7. On remarque que l'on obtient les mêmes pertes de charge de blocage pour un rapport Ω donné.

Tableau 3.7 *Influence du poids volumique. Résultats obtenus*

| Poids volumique du catalyseur (N/m ³) | ΔP du début de blocage (Pa) |
|---|-------------------------------------|
| 10428 | 1912 |
| 7300 | 1620 |
| 5615 | 1288 |

Cette étude montre que le rapport Ω intervient directement sur la détermination de ΔP . Cependant, la relation ΔP en fonction de Ω est non linéaire.

Ce résultat est intéressant pour traiter expérimentalement le "Pinning Effect". En effet, il montre que l'on peut étudier l'influence de l'angle de frottement matériau-structure sur la détermination de ΔP sans modifier les parois de la maquette. Il suffit juste d'utiliser un matériau granulaire de poids volumique équivalent à la variation étudiée. L'analyse inverse est aussi possible.

• **Influence de l'épaisseur du lit**

Pour tester l'influence de l'épaisseur du lit sur ΔP , nous avons réalisé les trois phases de calcul (remplissage, détassement, injection) pour deux autres structures STE1 et STE2. La première a une épaisseur de 20 cm et la seconde de 40 cm. Compte tenu de ces largeurs, les hauteurs doivent être choisies de manière à obtenir l'état de contrainte stationnaire après la phase de détassement. En faisant un calcul préliminaire par la théorie de Janssen, écrite en déformation plane, nous avons choisi pour la structure STE1 une hauteur de 5 m et pour la structure STE2 une hauteur de 10 m.

En ce qui concerne la hauteur de la zone d'injection, nous avons remarqué qu'elle n'avait pas d'importance sur la valeur du ΔP . On a alors choisi approximativement la valeur en fonction du rapport, hauteur de la zone d'injection sur la hauteur de la structure, utilisé lors du calcul H11 (paragraphe 3.2.3.4). On injecte donc le gaz sur une hauteur de 80 cm pour la structure STE1 et sur une hauteur de 1,6 m pour la structure STE2. Les maillages sont représentés dans la figure 3.23. Ces structures (STE1 et STE2) ont le même découpage vertical et horizontal. Elles comportent 615 nœuds, 150 éléments solides et 50 éléments joints.

Pour obtenir l'état de contrainte stationnaire, nous avons appliqué aux nœuds du fond de la structure un déplacement vertical de 7 cm pour la structure STE1 et de 14 cm pour la structure STE2.

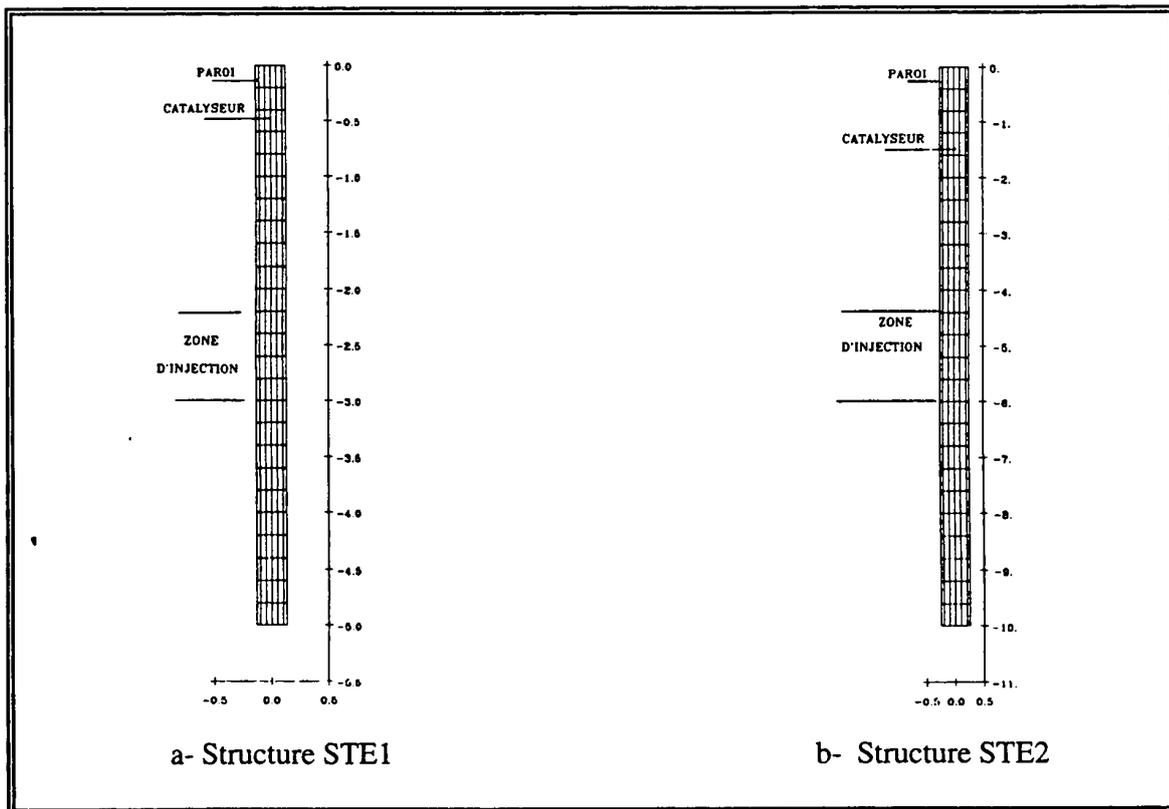


Fig. 3.23 *Maillage des structures STE1 et STE2*

Les valeurs des états de contraintes stationnaires obtenus à l'axe de la structure et dans les joints sont représentées dans le tableau 3.8.

Tableau 3.8 *Influence de l'épaisseur du lit. État des contraintes stationnaires à l'axe de la structure et dans les joints après le détassement*

| | Structure STE1 | Structure STE2 |
|---|----------------|----------------|
| Contrainte verticale à l'axe (Pa) | 900 | 3200 |
| Contrainte horizontale à l'axe (Pa) | 2050 | 4005 |
| Contrainte normale dans les joints (Pa) | 1992 | 4034 |
| Contrainte de cisaillement dans les joints (Pa) | 805 | 1630 |

En repartant de l'état de contrainte stationnaire, nous avons effectué le calcul d'injection. Pour le chargement de la phase PH1, nous avons appliqué des pas de débits d'injection de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ (en rapport avec la perméabilité choisie) lorsque les joints ont commencé à décoller. Pour le chargement de la phase PH2, nous avons appliqué un pas de déplacement vertical de 3 mm aux nœuds du fond de la structure STE1 et de 7 mm aux nœuds du fond de la structure STE2.

En ajoutant la valeur trouvée de ΔP de la structure du paragraphe précédent (10 cm de large), nous avons tracé dans la figure 3.24, ΔP en fonction de l'épaisseur du lit. On constate

que la relation est linéaire de sorte qu'il semblerait que plus le lit s'élargit plus ΔP augmente. Ce résultat serait lié au fait que lorsqu'on double la largeur du lit, l'état de contrainte stationnaire dans les joints est pratiquement doublé. Dans cette condition, ΔP doit compenser deux fois plus de contrainte de cisaillement. C'est en tout cas ce que l'on observe pour les dimensions étudiés.

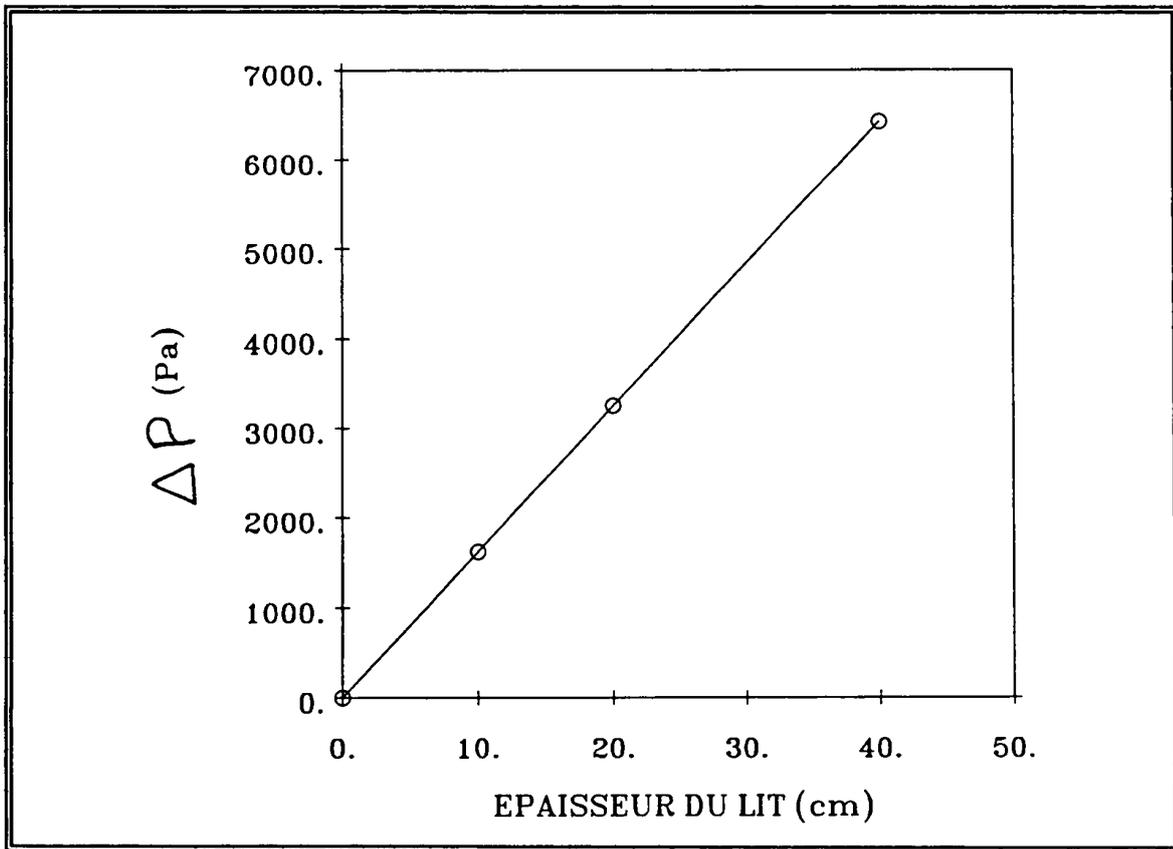


Fig. 3.24 ΔP en fonction de l'épaisseur du lit

- **Conclusion**

Nous avons montré que le ΔP de blocage était d'une part inversement proportionnel au rapport Ω et d'autre part proportionnel à l'épaisseur du lit (pour les épaisseurs étudiées).

À partir des différentes études réalisées, on propose une méthode de mise en œuvre des calculs. Celle-ci permettra de traiter la détection du début de blocage du lit pour des structures toriques ou en déformation plane. Elle concerne la détermination de la hauteur de la zone d'injection, le déplacement à imposer aux nœuds du fond de la structure lors de la phase de détassement et le pas de déplacement vertical à imposer aux nœuds du fond de la structure lors de la phase PH2 du calcul d'injection.

Dans la suite, afin de pouvoir comparer les résultats, on applique les rapports des dimensions suivants :

- La hauteur de la zone d'injection n'a pas d'influence sur la détermination du ΔP . Cependant, elle sera choisie égale à 1/7 de la hauteur de la structure ;

- Le déplacement appliqué aux nœuds du fond de la structure lors de la phase de détassement sera égal à 1/70 de la hauteur de la structure ;

- Le pas de déplacement vertical imposé aux nœuds du fond de la structure lors de la phase PH2 du calcul d'injection sera au moins inférieur à 1/1400 de la hauteur de la structure.

En l'absence de système de gestion automatique du pas de chargement, lors de la phase PH1 du calcul d'injection, il sera important d'injecter, au moment où les joints qui se situent dans la zone d'injection à l'entrée du gaz commencent à se détacher, des pas de débit faibles jusqu'au blocage. Ceci nous permettra d'une part d'éviter la divergence des calculs lorsque les joints se détachent et d'autre part de détecter efficacement le début de blocage du lit.

3.3. Structures toriques

Pour mettre au point nos calculs de détection du début de blocage des structures toriques, nous nous sommes inspirés des études numériques réalisées sur les structures en déformation plane. Nous avons donc appliqué la méthode d'élaboration des calculs proposée précédemment.

Comme dans le cas de la déformation plane, pour économiser du temps de gestion des calculs, nous avons utilisé la loi de Darcy. La perméabilité est alors choisie isotrope et vaut $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Pa.s}$.

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats d'une étude de l'influence du rapport R_i/R_e du tore. Celle-ci consiste à évaluer le ΔP pour un tore de largeur de lit constante que l'on déplace progressivement de l'axe.

Nous avons aussi évalué l'influence de la méthode d'injection. Pour cela, nous avons injecté le gaz de la paroi intérieure vers la paroi extérieure du tore et quantifié le ΔP .

3.3.1. Influence du rapport R_i/R_e

Nous avons effectué une étude de détection du début de blocage du lit pour trois structures d'épaisseur de lit 20 cm. Le rapport, rayon intérieur (R_i) sur rayon extérieur du tore (R_e) est de 0,2 pour la première structure (structure TR1), de 0,33 pour la seconde (structure TR2) et de 0,5 pour la troisième (structure TR3).

La discrétisation du domaine de chaque structure (*figure 3.25*) ainsi que les chargements appliqués sont identiques. La hauteur des structures est de 5 m. Elle a été choisie de manière à obtenir l'état de contrainte stationnaire du lit en détassement. La hauteur de la zone d'injection (80 cm), le déplacement vertical appliqué aux nœuds du fond de la structure lors de la phase de détassement (7 cm) et le pas de déplacement vertical imposé aux nœuds du fond de la structure pendant la phase PH2 du calcul d'injection (3 mm) ont été choisis en fonction des rapports indiqués dans le paragraphe précédent.

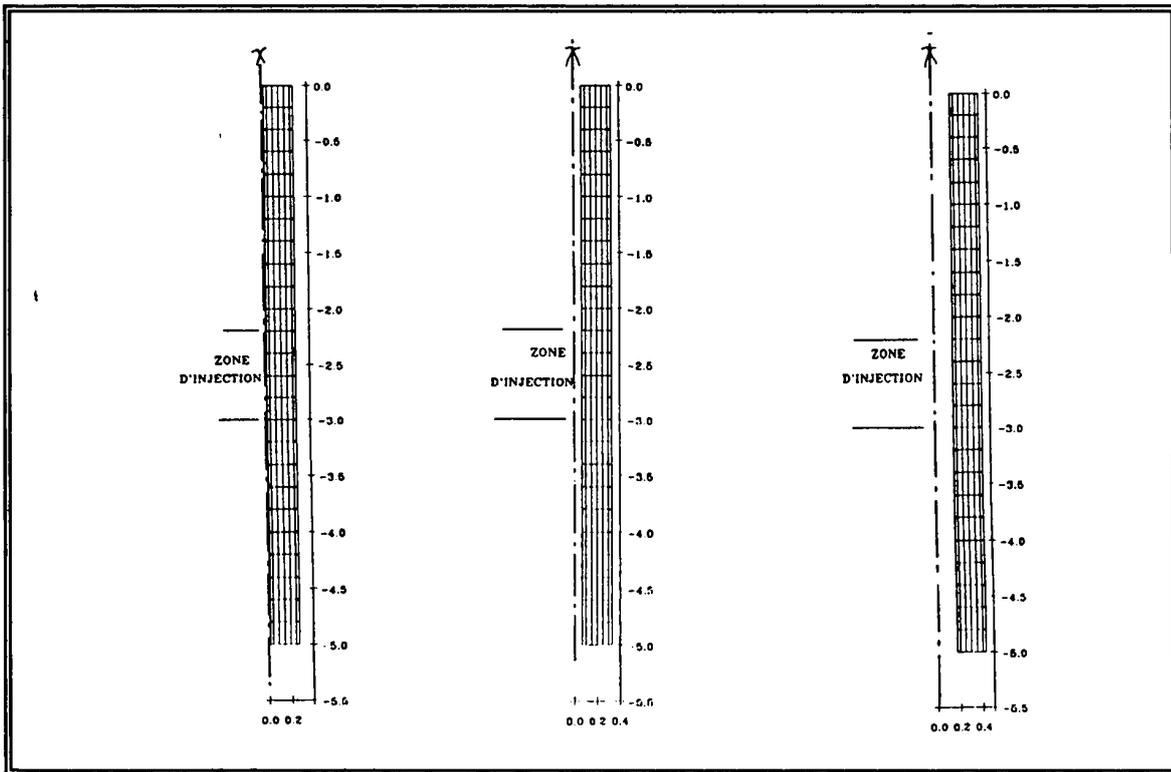


Fig. 3.25 Maillage des trois structures TR1, TR2 et TR3

On présente dans les figures 3.26 et 3.27, l'état de contrainte dans les joints situés sur les rayons interne et externe du tore.

On montre qu'aux joints situés sur le rayon extérieur, les contraintes stationnaires, normales et tangentielles sont indépendantes du rapport R_i/R_e . Par contre, la différence est plus importante sur le rayon intérieur. En effet, pour une augmentation du rapport R_i/R_e de 40% (ou de 60%), l'état de contrainte stationnaire dans les joints diminue de 13,7% (ou de 24%).

Il semble donc qu'en augmentant le rapport R_i/R_e avec une épaisseur de lit constante, on stabilise l'état de contrainte à la fois sur la paroi extérieure du tore et sur la paroi intérieure. Pour le vérifier, nous avons détassé une quatrième structure (TR4), discrétisée de la même façon que les précédentes, de rapport R_i/R_e égal à 0,6. On présente dans la figure 3.28 l'état de contrainte dans les joints situés sur le rayon R_i . On vérifie alors que celui-ci se stabilise avec l'augmentation du rapport R_i/R_e .

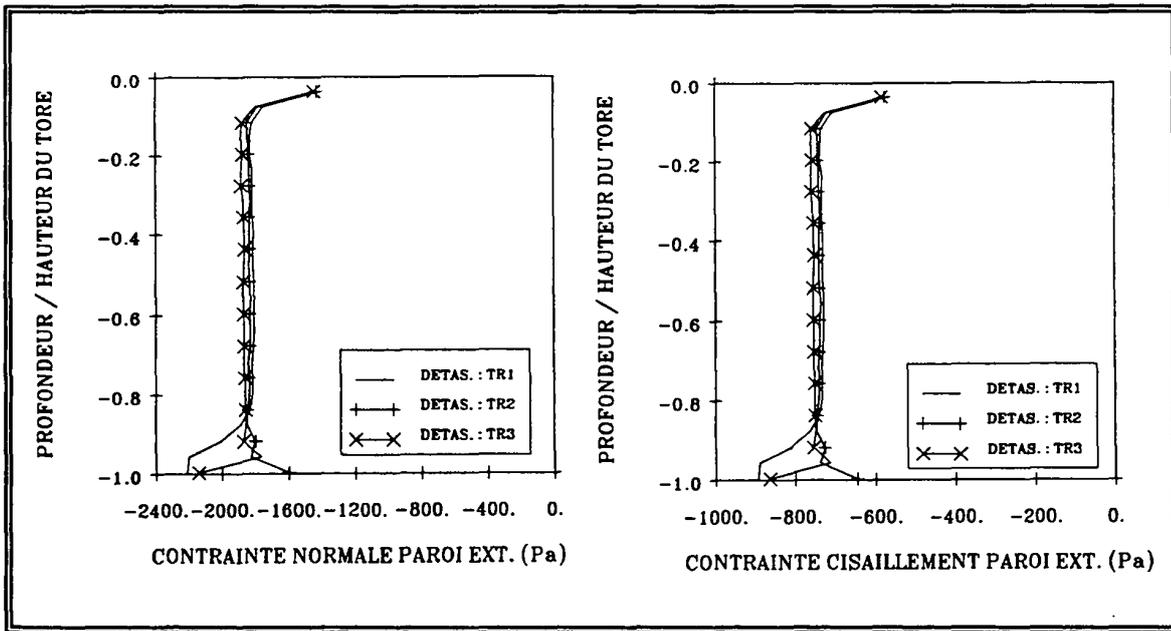


Fig. 3.26 État de contrainte normale et tangentielle stationnaire dans les joints situés sur le rayon R_e du tore pour les structures TR1, TR2 et TR3

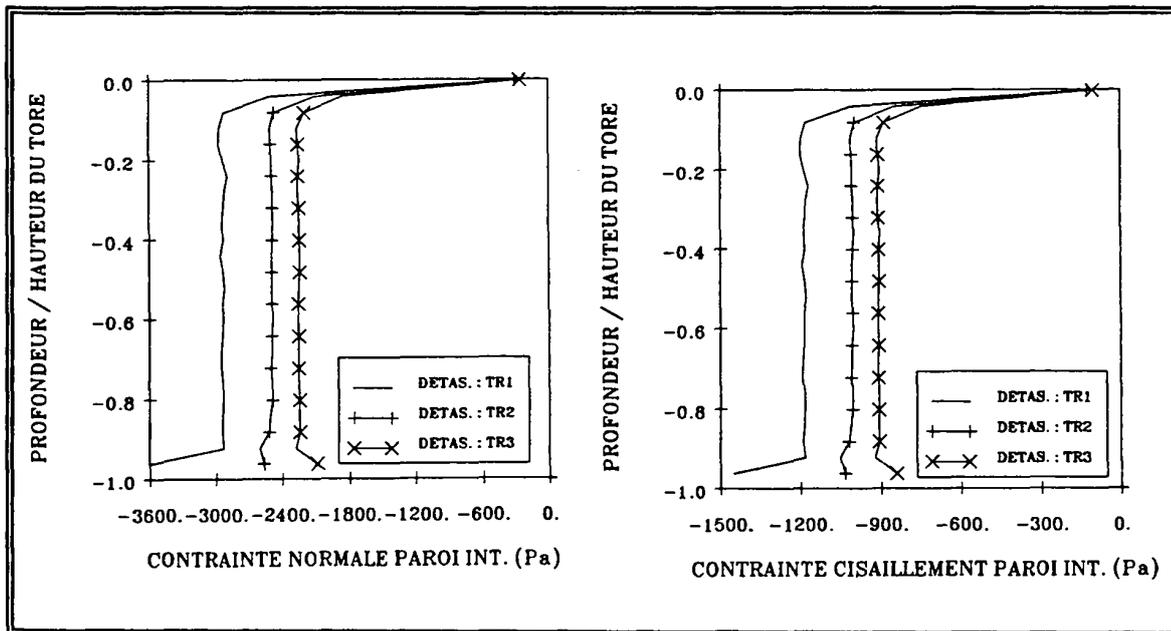


Fig. 3.27 État de contrainte normale et tangentielle stationnaire dans les joints situés sur le rayon R_i du tore pour les structures TR1, TR2 et TR3

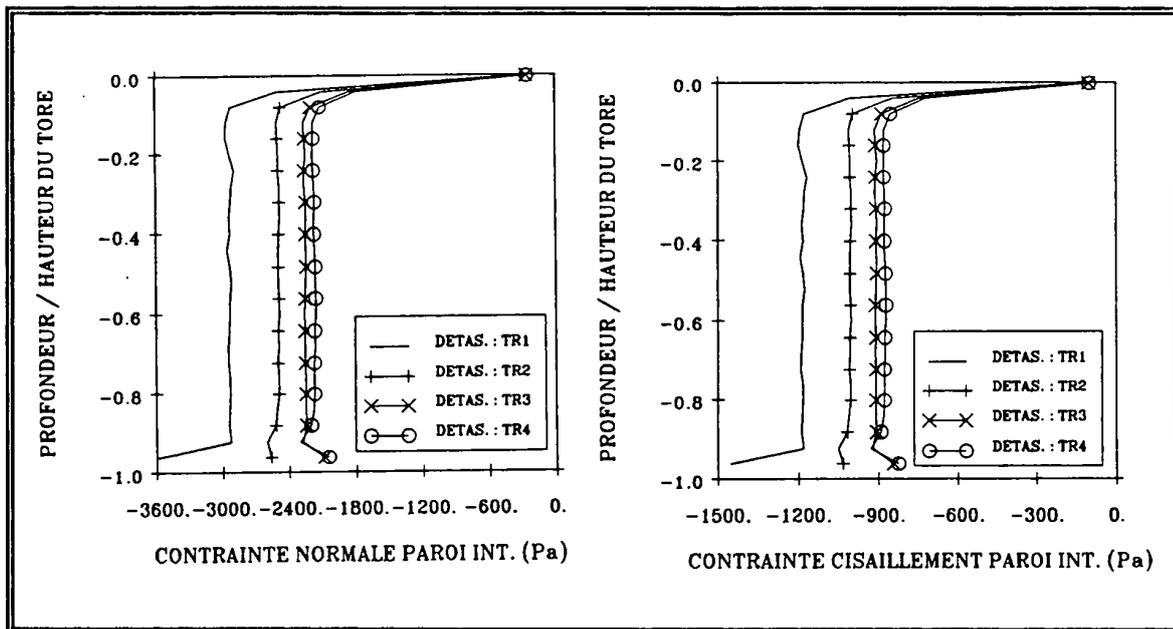


Fig. 3.28 État de contrainte normale et tangentielle dans les joints situés sur le rayon R_i du tore obtenu après détassement et pour les quatre structures TR1, TR2, TR3 et TR4

Nous allons à présent appliquer la phase d'injection sur les états de contraintes stationnaires des structures TR1, TR2 et TR3.

Pour étudier le début de la cavitation des structures toriques Song [43] définit le rapport suivant :

$$\Pi_0 = \frac{\Delta P_0 \cdot \tan(\varphi_w)}{\gamma \cdot e} \quad (3.5)$$

Où ΔP_0 correspond à la perte de charge de l'écoulement de gaz qui provoque le début de la cavitation. Il montre que ce rapport est linéaire en fonction du rapport des rayons du tore.

En s'inspirant de ces travaux, on définit le rapport Π :

$$\Pi = \frac{\Delta P \cdot \tan(\varphi_w)}{\gamma \cdot e} \quad (3.6)$$

L'évaluation de ce rapport avec le rapport R_i/R_e est donné dans la figure 3.29. On note que cette évolution est linéaire et de ce fait, plus le rapport R_i/R_e sera important plus la perte de charge du début de blocage sera faible.

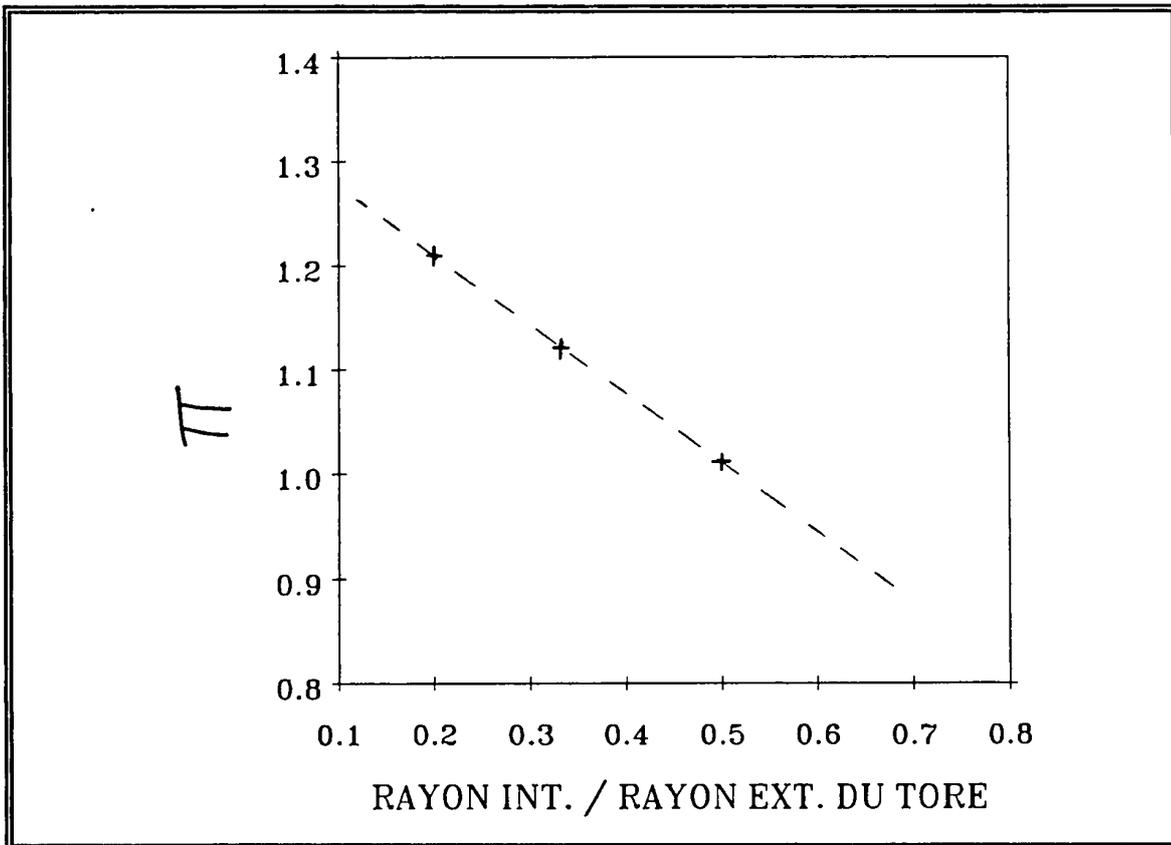


Fig. 3.29 Détection du début de blocage : variation de Π en fonction du rapport R_i/R_e

3.3.2. Influence de l'épaisseur du tore

Pour tester l'influence de l'épaisseur du tore, nous avons analysé des tores de rapport R_i/R_e constant (0,4) avec des épaisseurs de lit de 10 cm, 20 cm, 40 cm, 50 cm, 70 cm et 1,4 m.

Dans la figure 3.30, nous avons représenté ΔP en fonction de l'épaisseur du lit. Comme dans le calcul de détection du début de blocage d'une structure en déformation plane, la relation est linéaire si l'on exclut la valeur qui correspond à l'épaisseur du lit de 1,4 m. Pour cette dimension, nous avons obtenu de la traction dans le solide avant même que la valeur de ΔP ne puisse bloquer le lit sur la paroi de sortie du gaz. Nous n'avons donc pas obtenu le blocage du lit. On en conclut qu'il est difficile de faire apparaître le blocage du lit pour des structures de très grandes épaisseurs. Ce résultat est lié à l'intégration du modèle qui devient délicate compte tenu du faible niveau des contraintes effectives qui résulte d'un champ de pression élevé à l'entrée de la zone d'injection. Néanmoins, ces dimensions de tore ne concerne pas les unités industriels.

Dans le cas du procédé, les deux premiers réacteurs ont les mêmes épaisseurs de lit tandis que l'épaisseur augmente progressivement pour les deux autres. De même, les rapports R_i/R_e égaux pour les deux premiers réacteurs diminuent progressivement pour les suivants. De ce fait, à partir des résultats obtenus, on peut affirmer que les conditions d'apparition du "Pinning Effect" sont plus favorables pour les deux premiers réacteurs que pour les derniers.

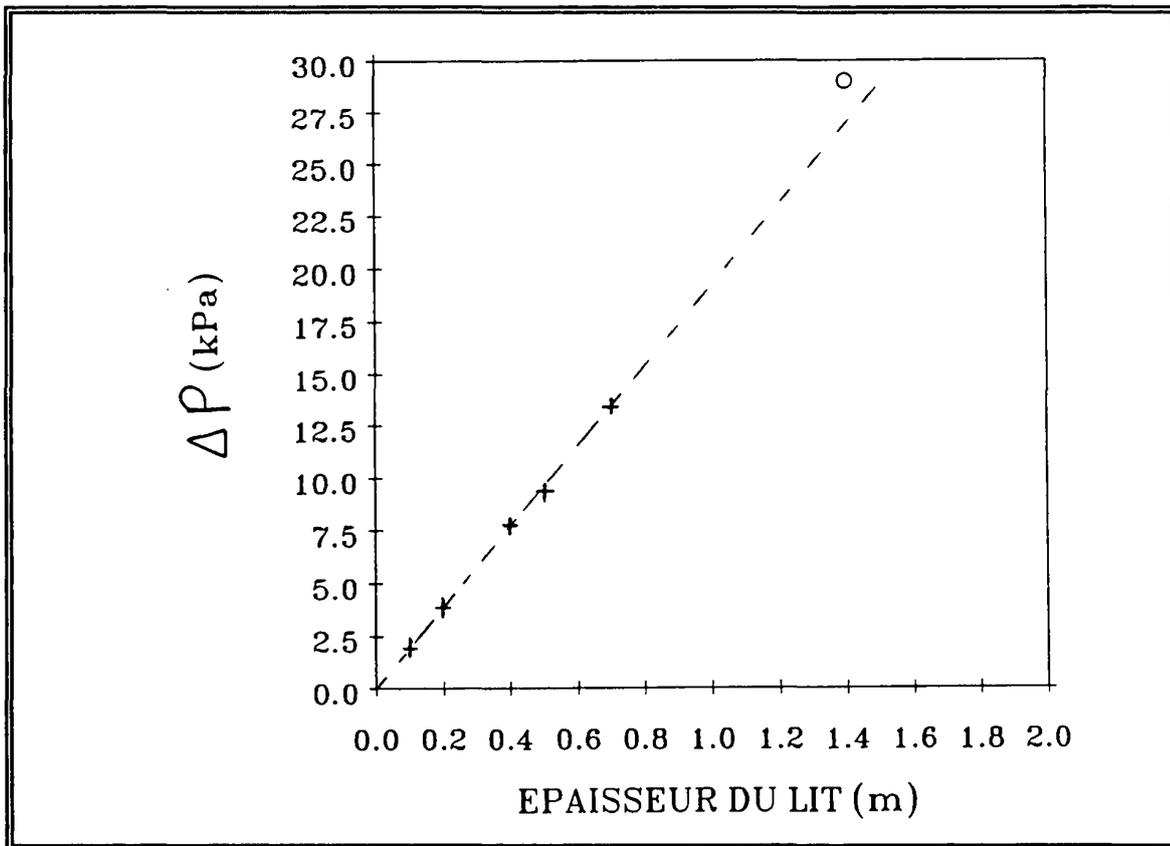


Fig. 3.30 Variation de ΔP en fonction des épaisseurs du lit pour un rapport R_i/R_e de 0,4

Nous avons représenté dans le tableau 3.9, le rapport Π calculé pour les cas étudiés.

Tableau 3.9 Valeur de Π pour différentes épaisseurs

| Épaisseur du lit | Valeur de Π |
|------------------|-----------------|
| 10 cm | 1,08 |
| 20 cm | 1,07 |
| 40 cm | 1,074 |
| 50 cm | 1,03 |
| 70 cm | 1,06 |

On constate sur l'ensemble des épaisseurs que la valeur de Π est constante. De ce fait, connaissant le poids volumique du catalyseur (7300N/m^3) et l'angle de frottement matériau-structure (22°), à partir du graphique de la figure 3.29, nous pouvons déterminer le ΔP pour différents rapports R_i/R_e (lorsque le blocage apparaît sur la paroi en aval de la zone d'injection).

3.3.3. Influence du mode d'injection

L'I.F.P. désire étudier expérimentalement sur des structures toriques la perte de charge de blocage. Il se propose de tester l'opportunité d'injecter le gaz de la paroi intérieure vers la paroi extérieure du tore. De ce fait, nous avons testé ce mode d'injection ("outflow").

Nous avons appliqué ce mode d'injection aux structures TR1, TR2 et TR3. On présente dans ce paragraphe le ΔP de blocage en fonction du rapport R_i/R_e et une comparaison des deux modes d'injection.

Nous avons tracé, dans la figure 3.31, Π en fonction du rapport R_i/R_e . On constate que la relation est encore linéaire avec une amplification ΔP avec R_i/R_e .

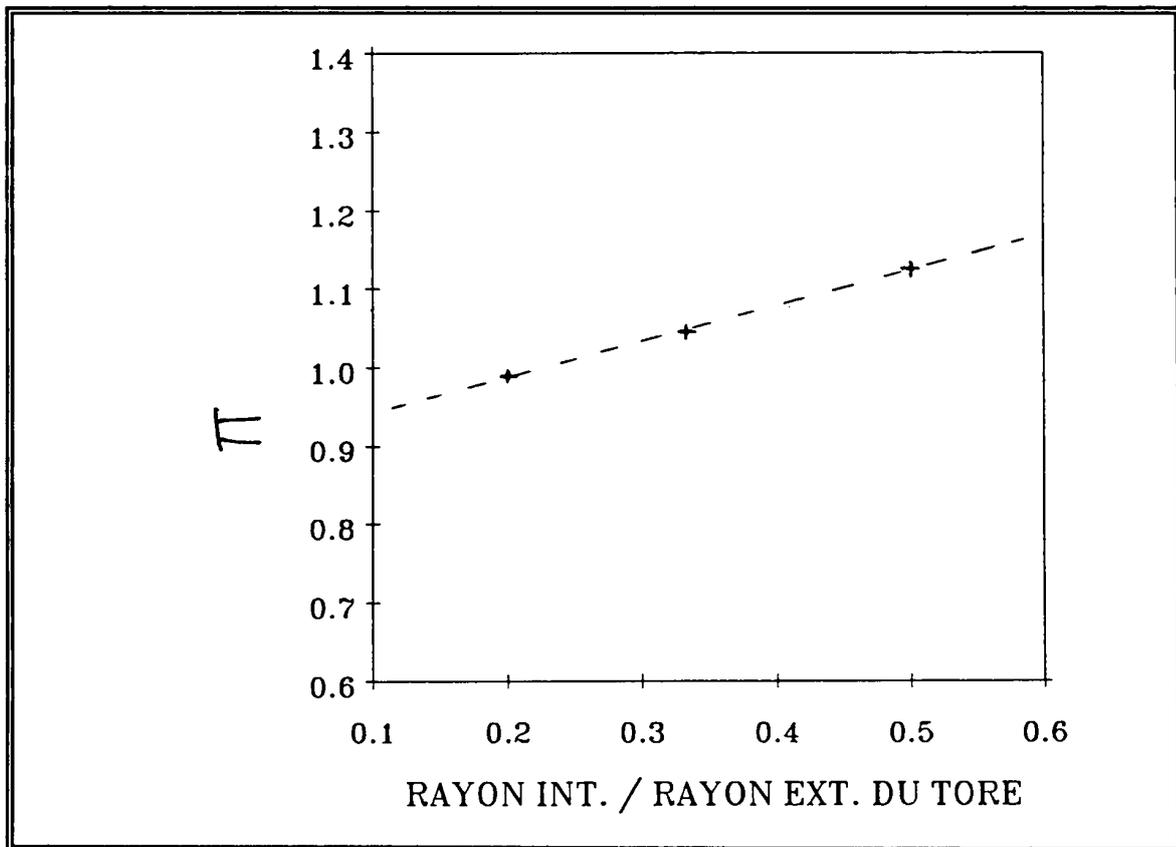


Fig. 3.31 Injection "outflow" : variation de Π en fonction du rapport R_i/R_e

Les résultats obtenus montrent une différence importante entre les deux modes d'injection. En ce qui concerne le début de blocage, les gradients de pressions sont plus faibles lors de l'injection "outflow" que lors de l'injection "inflow". De plus, la pente qui relie Π en fonction de R_i/R_e est inversée. De ce fait, plus le rapport R_i/R_e augmente, plus ΔP est faible lors de l'injection "inflow" et important lors de l'injection "outflow".

Pour éviter le "Pinning Effect", lors d'une utilisation en injection "inflow", il sera souhaitable de diminuer au maximum le rapport R_i/R_e tandis qu'il sera préférable de l'augmenter pour une utilisation en injection "outflow".

Lors de l'injection "inflow", pour une augmentation du rapport R_i/R_e , nous avons remarqué qu'il fallait augmenter le débit de gaz pour atteindre le blocage du lit. En effet, si l'on prend comme référence le débit d'injection du début de blocage de la structure TR1, nous avons obtenu une variation du débit de +9% pour la structure TR2 et de + 11% pour la structure TR3.

On constate donc qu'en injection "inflow", on évitera le début de blocage du lit en diminuant le rapport R_i/R_e mais au détriment du débit d'injection.

Lors d'une injection "outflow", pour une augmentation du rapport R_i/R_e , le début de blocage du lit est atteint pour des débits plus faibles. Toutefois, ce débit est largement plus élevé que celui obtenu avec l'autre mode d'injection. Cette différence est liée à la surface d'extraction du fluide. Ainsi, en comparant le débit du début de blocage entre l'injection "outflow" et "inflow", on constate une variation de +70% avec la structure TR1, de +60% avec la structure TR2 et de +53% avec la structure TR3.

En injection "outflow", on évitera le début de blocage du lit en augmentant le rapport R_i/R_e mais encore une fois au détriment du débit d'injection.

3.4. Conclusion

La méthodologie mise au point nous a permis de détecter le début de blocage et de quantifier la variation de pression, entre la paroi en aval et en amont de la zone d'injection, qui le provoque. Cette méthodologie de calcul se décompose en trois étapes, le remplissage, le détassement et l'injection.

Le remplissage a été abordée dans le chapitre précédent. Cependant, les structures réelles que nous devons étudier sont beaucoup plus grandes que celles utilisées lors de l'expérience de la balance. Nous avons donc présenté la phase de remplissage sur ces structures.

Dans l'étape du détassement, on montre qu'il faut prendre en compte la traction et modifier l'algorithme de calcul pour traiter efficacement cette étape de calcul pour des structures réelles. On montre que l'état de contrainte obtenu est homogène sur une grande partie de la hauteur, comme le prédit la théorie de Janssen. En comparant les résultats obtenus avec cette théorie, on remarque que celle-ci peut donner une bonne approximation de l'état de contrainte aux parois. Toutes ces études nous ont permis de mettre au point une méthode de calcul qui permet de détasser le lit. On arrive donc à simuler l'écoulement gravitaire stationnaire du catalyseur et à quantifier l'état de contrainte qui lui correspond.

Ensuite, nous avons étudié la phase d'injection. En partant de l'état de contrainte stationnaire, cette étape de calcul nous permet de quantifier ΔP . Nous avons alors établi une procédure de calcul sur une structure en déformation plane. Après avoir présenté le critère de blocage, on montre que pour étudier le début de blocage, nous ne sommes pas obligés de traiter l'écoulement du gaz avec la loi d'Ergun. Avec celle-ci, on peut néanmoins apprécier la perméabilité du milieu lors de l'injection et évaluer les vitesses de circulation du gaz et les débits. Cependant, l'utilisation d'une telle loi engendre des coûts des calculs importants. Pour

diminuer ces coûts, il faudrait établir une gestion automatique du chargement. Ainsi, pour simplifier les calculs, nous avons étudié le début de blocage du lit avec la loi de Darcy en considérant une perméabilité isotrope du milieu. En effet, nous avons montré qu'il n'y avait aucune relation entre le ΔP et la perméabilité choisie.

Différentes études de détection du début de blocage prouvent que la hauteur de la zone d'injection a peu d'influence sur la valeur ΔP qui lui correspond. Par contre, on remarque que le rapport du coefficient de frottement sur le poids volumique du catalyseur est important et qu'il influence directement la valeur de ΔP . On montre aussi que la relation entre ΔP et l'épaisseur du lit semble être linéaire.

À partir des résultats de ces travaux, nous avons mis au point une procédure de mise en donnée des calculs pour optimiser la détection du début de blocage. Nous l'avons alors appliqué à l'étude des structures toriques

Pour ces structures, on montre que le rapport R_i/R_e , l'épaisseur du lit et le mode d'injection ont une influence sur l'apparition du début de blocage. Ainsi, pour un rapport constant et une injection "inflow" (de la paroi extérieure vers la paroi intérieure du tore), on trouve que la relation entre l'épaisseur du lit et le ΔP est linéaire de sorte que plus le lit est épais plus le ΔP est élevé.

Toujours pour une injection "inflow", lorsque le rapport R_i/R_e augmente, nous avons montré que pour une épaisseur de lit constante, le ΔP diminuait linéairement.

De ce fait, la solution idéale pour éviter le "Pinning Effect", pour ce mode d'injection, est d'avoir une épaisseur de lit importante et de rapprocher le tore le plus près possible de l'axe du réacteur.

Nous avons ensuite analysé un mode d'injection "outflow" (de la paroi intérieure vers la paroi extérieure du tore) sur la détection du début de blocage. Dans ce cas et pour une épaisseur de lit constante, on montre que l'on obtient encore une relation linéaire entre ΔP et le rapport R_i/R_e . Cependant, cette fois ci, plus le tore est éloigné de l'axe plus le ΔP est important.

Pour réaliser une étude de blocage du lit, c'est à dire l'étape de remplissage, de détassement et d'injection, il faut environ sept heures de calcul sur station Alpha DEC 3000. Il serait alors intéressant d'optimiser les algorithmes de calcul ou gérer automatiquement le mode de chargement pour développer un logiciel utilisable par les industriels.

Conclusion générale et perspectives

L'I.F.P. a mis au point un procédé de raffinage appelé "reformeur régénératif (réacteur à lit mobile) qui permet d'augmenter le pourcentage d'octane dans les essences. Il consiste à faire circuler par gravité du catalyseur dans une enceinte torique et à injecter transversalement à ce lit, de l'extérieur vers l'intérieur, une charge gazeuse. Le but de cette étude était de déterminer numériquement, par une approche utilisant la mécanique des milieux continus, la perte de charge de l'écoulement de gaz bloquant le mouvement gravitaire lent du lit de catalyseur, phénomène appelé "Pinning Effect" imposant l'arrêt de l'unité .

Des modèles de comportement mécanique du catalyseur et de l'interface catalyseur-paroi ont été développés. L'interprétation des résultats des études expérimentales effectuées sous faibles confinements sur le catalyseur a révélé une certaine analogie avec le comportement des sables. Nous avons donc fait appel aux concepts utilisés dans la modélisation des sols pour aboutir aux modèles suivants :

- Le modèle de comportement du catalyseur :

Il est composé d'une partie élastique non linéaire de type hyperélastique et d'un mécanisme de plastification. Le mécanisme plastique déviatorique a été développé à partir du modèle MODSOL. Il nous permet de caractériser les principaux phénomènes du comportement du catalyseur (écrouissage, état caractéristique et contrôle de la dilatace).

- Le modèle d'interface catalyseur-paroi :

Il est élastique non linéaire-parfaitement plastique. L'élasticité non linéaire a été nécessaire pour éviter les phases de recollement/décollement des joints apparues au cours des différentes applications numériques. Le contrôle de la dilatace des joints est particulièrement utile pour représenter l'écoulement stationnaire du catalyseur dans les réacteurs.

Une méthode de détermination des paramètres des modèles, à partir des essais standards (essais triaxiaux pour le catalyseur et essais à la boîte de cisaillement pour l'interface catalyseur-paroi), a été présentée.

Ces modèles ont été intégrés dans le code de calcul par éléments finis FONDOP. Comme ils sont non linéaires, les calculs sont réalisés incrémentalement. Pour les itérations d'équilibre, on utilise une variante de l'algorithme de Newton-Raphson modifié.

La validation des modèles sur des problèmes aux limites a été réalisée sur l'expérience de la balance. Cette expérience concerne le remplissage des structures cylindriques. On a montré la capacité des modèles à traiter correctement cette expérience.

Pour la simuler correctement, nous avons analysé les contraintes initiales et le type de chargement à appliquer. Une étude de sensibilité des paramètres de la loi de comportement a montré que seul l'angle de frottement catalyseur-paroi avait une influence sur les résultats obtenus.

Une comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats numériques montre que les modèles développés permettent de reproduire cette expérience.

La confrontation des résultats numériques et expérimentaux avec ceux obtenus par les théories de Janssen et de Walters montre que celles-ci sont basées sur des hypothèses trop restrictives dès que le diamètre de la structure simulée devient faibles. En effet, dans ces conditions la contrainte verticale n'est plus constante suivant le rayon.

Pour traiter l'écoulement du gaz, on montre l'intérêt d'utiliser la loi d'Ergun pour laquelle on a développé un algorithme simple d'intégration. Cette loi a été couplée au comportement mécanique à la fois du catalyseur et de l'interface catalyseur-paroi et intégrée dans le code de calcul par éléments finis FONDOP afin de traiter le "Pinning Effect".

On propose une méthodologie de calcul pour traiter l'apparition du blocage dû à l'écoulement transversal de gaz dans les réacteurs 2D et toriques. La méthodologie mise au point a permis de détecter le début de blocage du lit et de quantifier la perte de charge qui le provoque. Pour réaliser un calcul, on enchaîne trois phases : la phase de remplissage, la phase de détassement et la phase d'injection.

- La phase de remplissage fournit l'état initial du catalyseur en prenant en compte la reprise d'une partie des efforts par les parois. On montre que la dilatance des joints a peu d'influence sur cet état initial même lorsqu'on traite des structures de grandes dimensions.

- La phase de détassement a pour but d'évaluer l'état de contrainte correspondant à l'écoulement gravitaire lent du catalyseur dans le réacteur. Pour simuler cet écoulement, nous avons imposé des déplacements verticaux aux nœuds du fond de la structure. Comme cela génère de la traction dans le catalyseur, il a été nécessaire de la prendre en compte lors de l'intégration du modèle de comportement. Afin de traiter l'écoulement gravitaire lent du catalyseur dans les réacteurs de grandes dimensions avec des temps de calcul faibles, nous avons été obligés de proposer un opérateur adéquat pour résoudre le système d'équations non linéaires devenu compliqué.

Dans le cas du réacteur, on montre que l'état de contrainte est stationnaire sur une grande partie de la hauteur mais qu'il est impératif de contrôler la dilatance des joints pour l'obtenir.

- La phase d'injection sert à quantifier le blocage du lit de catalyseur. Nous avons établi une procédure de calcul en deux étapes, l'une d'injection l'autre de détassement. Le blocage est obtenu lorsque, pour un débit de gaz, le détassement appliqué au catalyseur ne se propage pas jusqu'en haut de la structure. Les études de sensibilité concernant la hauteur de la zone d'injection lors de la phase d'injection et le déplacement vertical appliqué aux nœuds du fond de la structure lors de la phase de détassement montrent que la méthode de calcul pour évaluer la perte de charge de blocage est fiable.

À partir des études de détection de blocage du lit des structures 2D et toriques, on remarque que le rapport du coefficient de frottement catalyseur-paroi sur le poids volumique du catalyseur a une influence sur la perte de charge de blocage. Pour analyser les résultats, nous avons établi un rapport liant la perte de charge de blocage, le coefficient de frottement catalyseur-paroi, l'épaisseur du lit et le poids volumique du catalyseur. On montre que celui-ci, pour les structures toriques, est en relation linéaire avec le rapport du rayon intérieur sur le rayon extérieur. On montre également qu'en inversant la circulation du gaz, de l'intérieur vers l'extérieur, on obtient le début de blocage avec une perte de charge du gaz plus faible mais pour des débits d'injection nettement plus élevés.

Les perspectives de ce travail sont multiples :

- Le matériau :

- L'étude de l'influence de l'attrition des grains sur l'apparition du début de blocage est un problème important (baisse de la rentabilité de la réaction chimique). Pour cela, il faut effectuer de nouveaux essais (essais triaxiaux, essais à la boîte de cisaillement) pour redéfinir les paramètres des lois de comportement et réaliser un calcul de détection du début de blocage.
- Pour juger de la capacité prédictive du modèle de comportement du catalyseur développé, il faudrait réaliser des essais sur d'autres chemins comme le chemin d'extension par exemple.

- La validation de la méthode de détection de blocage :

- Le manque de résultats expérimentaux pour la validation de la méthodologie de calcul nécessite le développement d'une étude expérimentale capable de traiter l'écoulement gravitaire lent du catalyseur et l'injection transversale de gaz à partir d'une structure torique de dimension modulable.

• La structure réelle :

- Il serait alors intéressant d'étudier le blocage du lit sur la structure complète en considérant la forme concave du fond du réacteur.
- Les importants gradients de température entre la zone d'injection et la zone de sortie du gaz devraient être pris en compte.
- Pour l'ingénierie, il faudrait établir des abaques qui donnent la perte de charge du gaz de blocage de structures toriques pour différentes dimensions. Celui-ci devra prendre en compte l'épaisseur du lit, le rapport R_i/R_e du tore, le poids volumique du catalyseur et l'angle de frottement catalyseur-paroi.

L'état actuel du code de calcul permet d'imaginer à terme l'élaboration d'un code dédié à cette application. C'est en tout cas ce que l'on souhaite.

Annexe I : Analyse du détassement à l'état local

Dans cette partie, on propose d'analyser à l'état local l'évolution de l'état de contrainte à la fois dans les joints et dans le solide pendant la phase de détassement.

- **État local dans les joints**

Nous avons représenté dans la figure A-I.2 l'évolution au cours du détassement de la contrainte normale et de la contrainte de cisaillement en fonction du déplacement relatif tangentiel pour trois points de Gauss (*figure A-I.1*). Le premier point de Gauss se situe en bas de la structure à 20 cm du fond (PT1), le second se situe à 50 cm du fond (PT2) et le troisième se situe à 90 cm du fond (PT3). Le premier point de Gauss a été choisi assez éloigné du fond de la structure pour éviter de faire apparaître des oscillations.

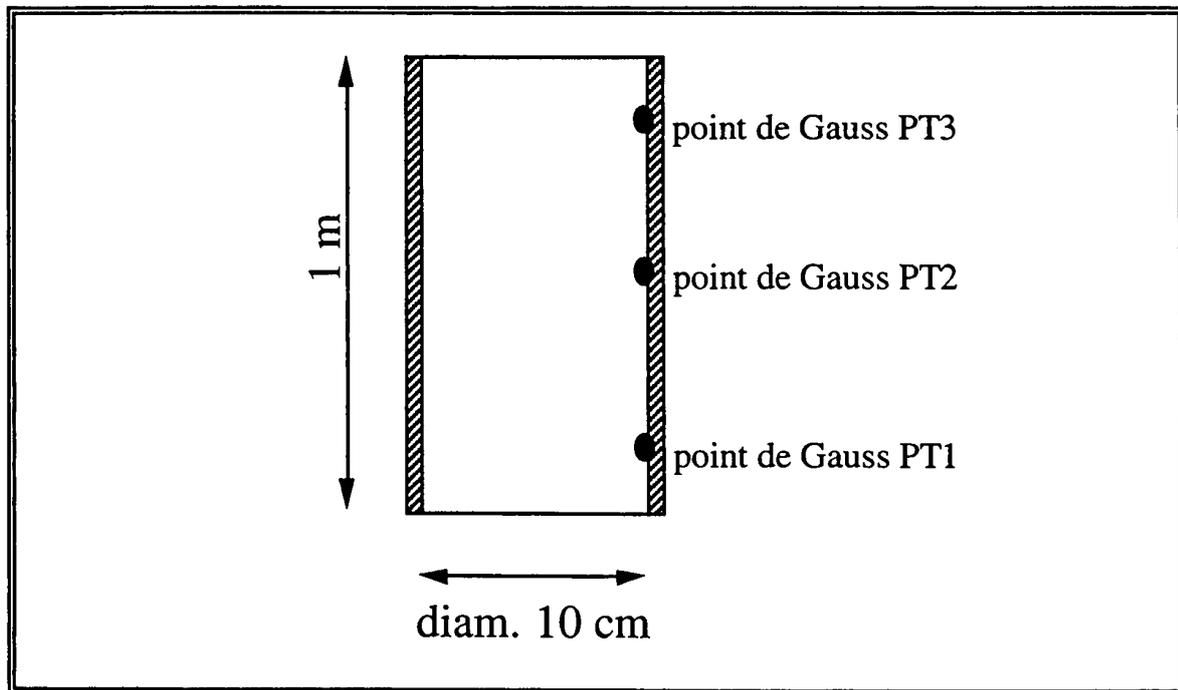


Fig. A-I.1 État de contrainte obtenu dans les joints au cours de la phase de détassement

L'évolution des contraintes normales et des contraintes de cisaillement sont identiques car tous les joints sont plastifiés. On a alors la contrainte de cisaillement égale à la contrainte normale multipliée par la tangente de l'angle de frottement.

On remarque que les contraintes de cisaillement et les contraintes normales obtenues aux trois points de Gauss tendent vers un état de contrainte identique en fin de détassement. Au début du détassement, on observe un comportement différent entre le point PT3 et les deux autres : ce point présente une augmentation progressive de la contrainte de cisaillement vers un état asymptotique, alors qu'au point PT2 l'état de contrainte augmente très faiblement au début du détassement puis il diminue vers l'état de contrainte stationnaire. Quant au point PT1, il ne présente pas d'augmentation de la contrainte de cisaillement mais une diminution progressive de celle-ci vers l'état de contrainte stationnaire. Il y a donc une sollicitation différente des joints selon que ceux-ci se situent en haut de la structure ou en bas. Ce résultat est dû à la propagation du chargement du bas de la structure vers le haut.

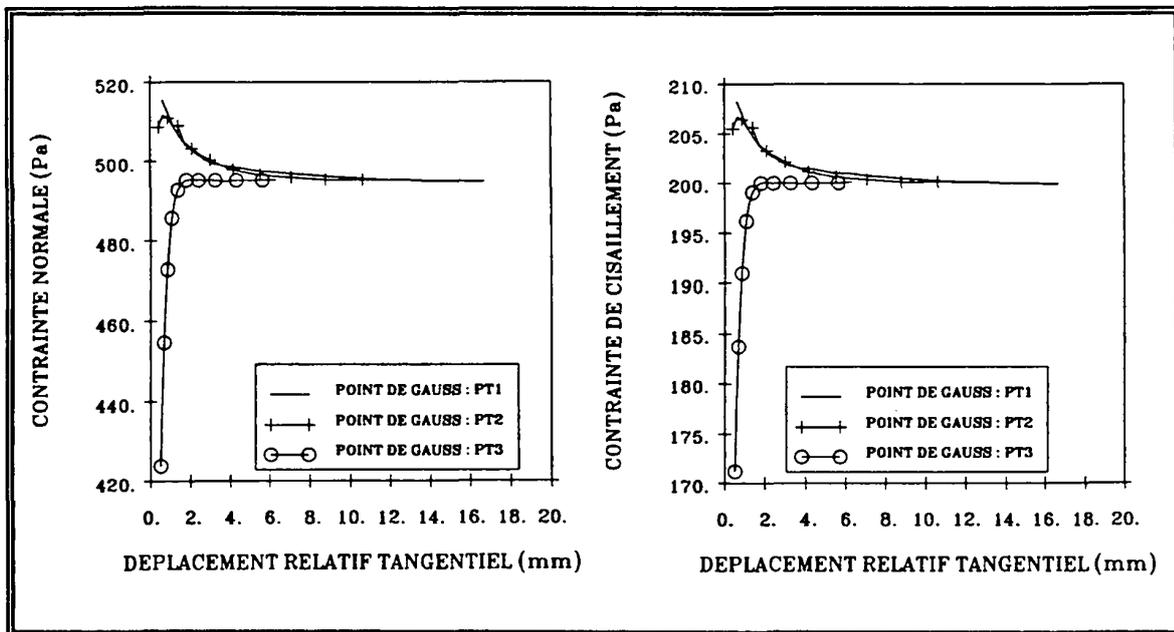


Fig. A-I.2 État de contrainte obtenu dans les joints au cours de la phase de détassement

- État local dans le solide

Nous avons analysé la phase de détassement à l'état local sur six points de Gauss (PT1, PT2, PT3, PT4, PT5 et PT6). Leur position est représentée dans le schéma de la figure A-I.3. L'évolution des contraintes dans les figures compte à partir de la fin de la phase de remplissage. Nous avons choisi la déformation axiale comme variable significative du chargement appliqué.

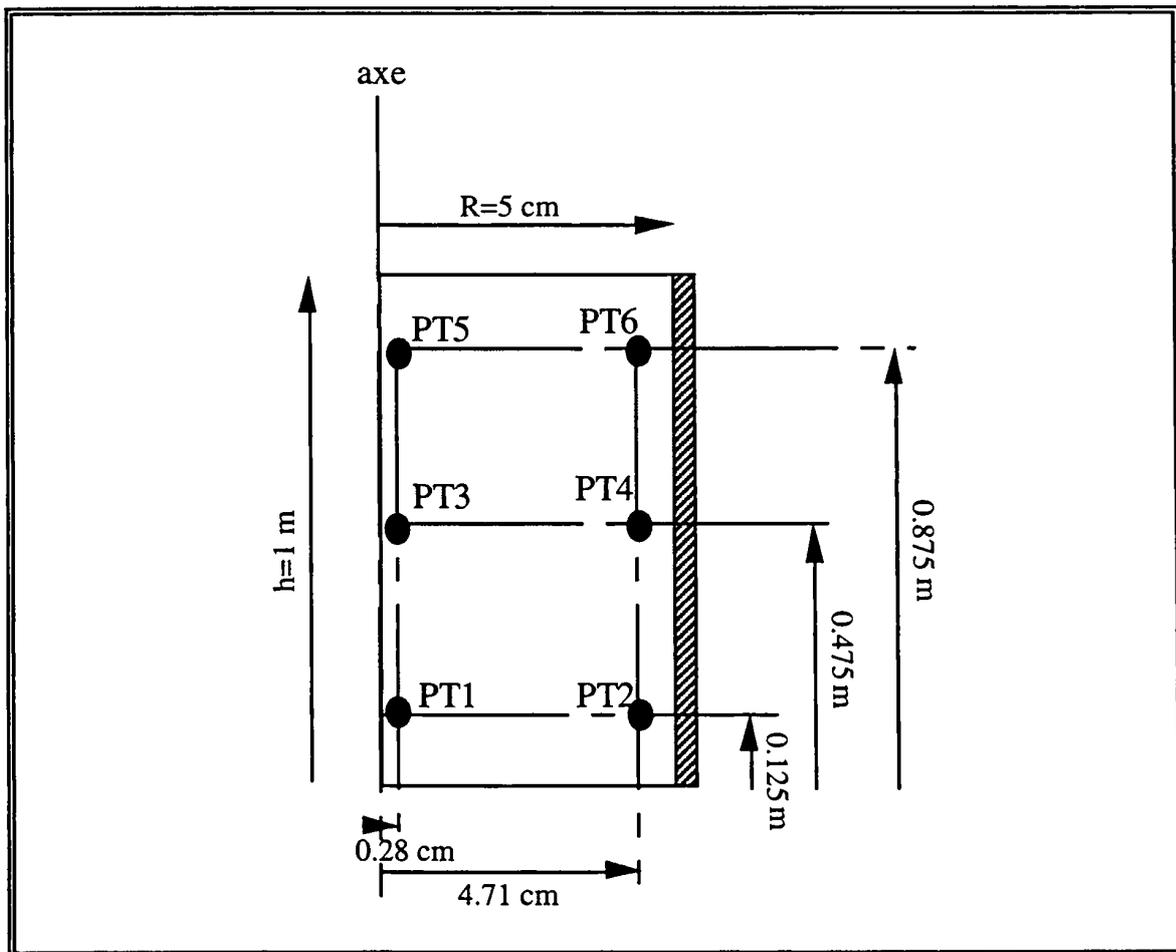


Fig. A-I.3 Position des points analysés

On remarque que près de l'axe de la structure le déviateur diminue au début de la phase de détassement (*figure A-I.4-a*) puis il réaugmente vers un palier. Le déviateur obtenu aux points situés au droit de la paroi présente une évolution progressive dès le début du chargement pour atteindre un palier dont la valeur est plus importante que celle obtenue sur l'axe (*figure A-I.4-b*). Le niveau du palier du déviateur est plus important en bas de la structure qu'en haut. Le déviateur du point PT2 présente même un radoucissement. Cela est dû à la propagation du chargement du bas de la structure vers le haut.

Comme l'effet du déplacement imposé se propage du bas de la structure vers le haut, on constate une évolution différente du déviateur selon la côte verticale du point dans la structure. Ainsi, le déviateur évolue plus rapidement en bas de la structure qu'en haut. De même, au droit des parois le déviateur atteint plus rapidement le palier qu'à l'axe. Ceci vient du frottement qui sur une zone limitée sollicite, dès le calcul de la phase de remplissage, le solide en cisaillement.

Dès l'application du chargement, les contraintes verticales diminuent et les contraintes horizontales augmentent vers un palier (*figures A-I.5 et A-I.6*). On obtient de ce fait une permutation rapide des axes principaux. Cette permutation provoque la chute rapide du déviateur au début du chargement.

Cette phase de calcul provoque de la dilatance dans le matériau (figure A-I.7).

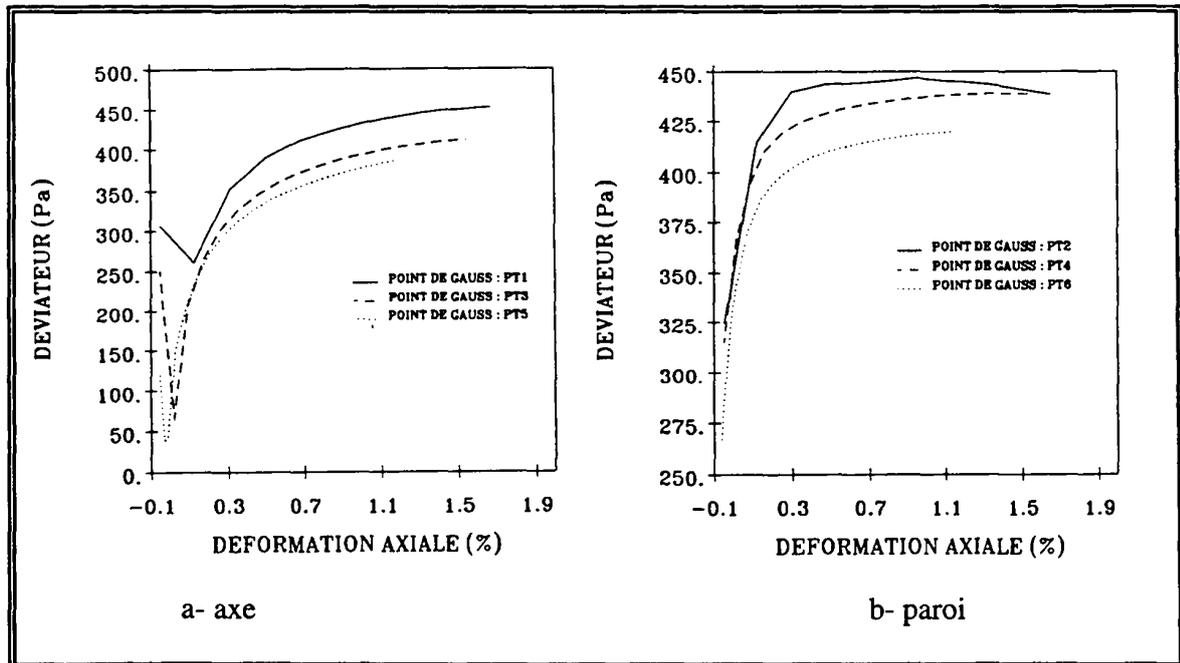


Fig. A-I.4 Évolution du déviateur au cours de la phase de détassement

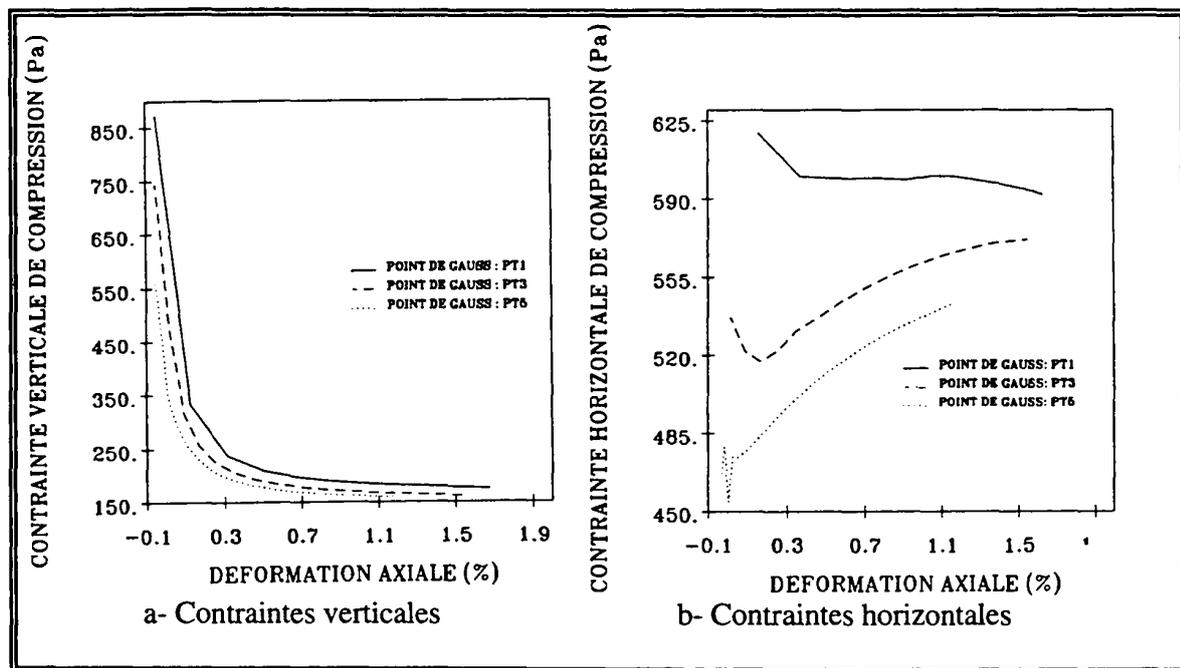


Fig. A-I.5 Évolution des contraintes verticales et horizontales au cours de la phase de détassement à l'axe de la structure

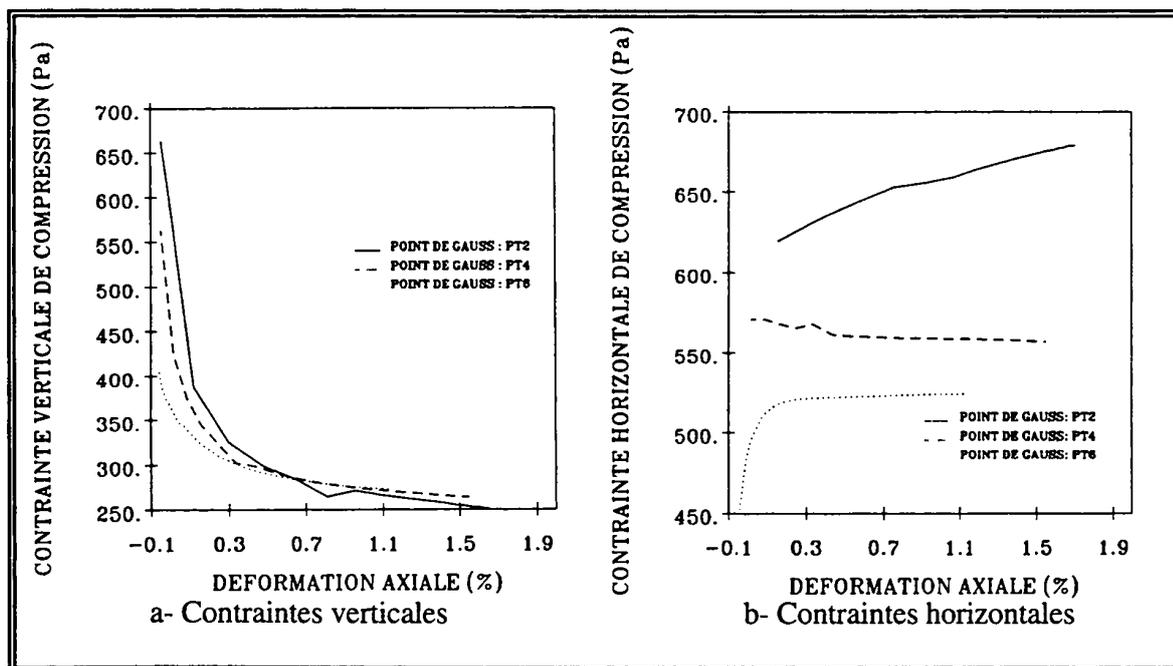


Fig. A-I.6 Évolution des contraintes verticales et horizontales au cours de la phase de détassement à la paroi de la structure

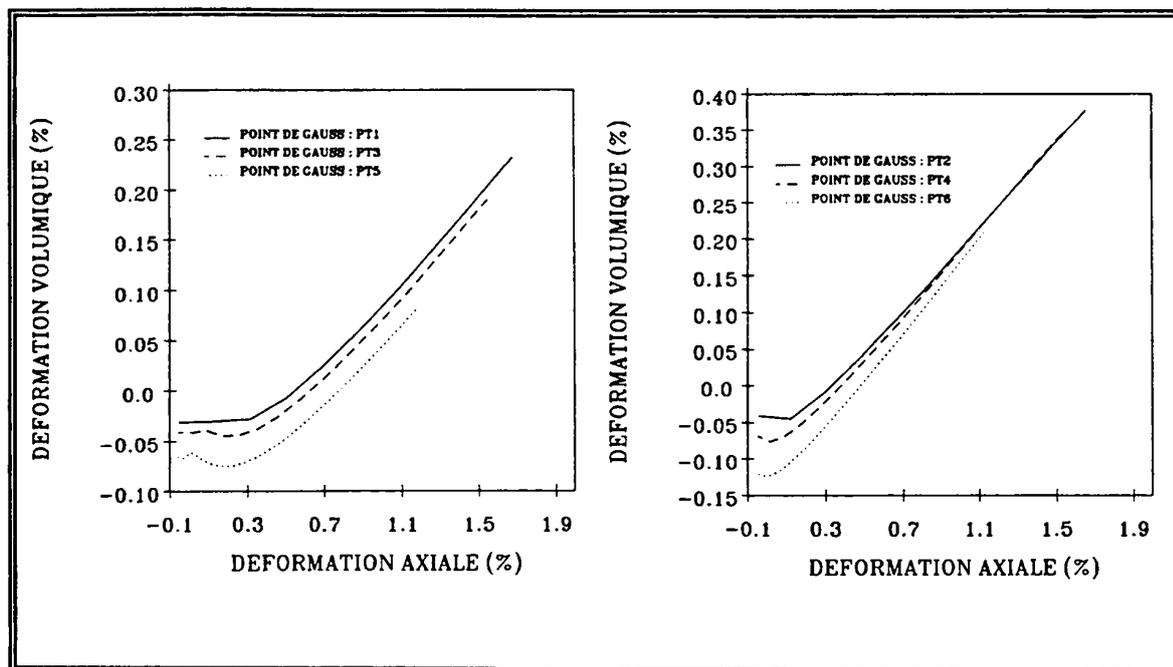


Fig. A-I.7 Évolution de la déformation volumique au cours de la phase de détassement

Annexe II : Analyse de l'injection à l'état local

Dans ce paragraphe, on se propose d'analyser à l'état local l'évolution de l'état de contrainte à la fois dans les joints et dans le solide lors de la phase d'injection (phase PH2). Pour faire l'analyse dans le solide, nous avons considéré la déformation axiale comme variable significative du chargement appliqué (phase PH2).

• État local dans les joints

Hors de la zone d'injection, les joints sont peu mobilisés et les contraintes normales et tangentielles évoluent très faiblement. Dans la zone d'injection, les joints situés à l'entrée du gaz se décolent et, de ce fait, leur état de contrainte devient nul. Nous avons alors analysé la phase d'injection à l'état local sur deux points de Gauss. Le premier (PT1) se trouve en bas de la zone d'injection à 61.65 cm du fond de la structure, et le second (PT2) se trouve en haut de la zone d'injection à 79.65 cm du fond de la structure. On rappelle que la zone d'injection se situe entre 60 cm et 80 cm du fond de la structure.

On présente dans la figure A-II.1, l'état de contrainte normale et tangentielle obtenu après chaque phase de calcul PH2.

En bas de la zone d'injection (PT1), la contrainte normale et tangentielle augmentent progressivement puis diminuent à l'apparition du début du blocage. Le changement de pente que l'on observe au début de la courbe est provoqué par la modification des pas de débit d'injection. En haut de la zone d'injection (PT2), les contraintes normale et tangentielle diminuent un peu au début du chargement puis se stabilisent pour augmenter rapidement à l'approche du début du blocage.

On montre qu'on obtient deux comportements entre le haut et le bas de la zone d'injection. En haut, par l'effet du gaz, le solide s'appuie progressivement sur la paroi et à l'approche du début du blocage cela génère une augmentation importante de l'état de contrainte dans les joints. En bas de la zone d'injection et à l'approche du début du blocage, on sépare le solide en deux parties (*figure 3.16*). Ce comportement se manifeste dans les joints par un relâchement de l'état de contrainte.

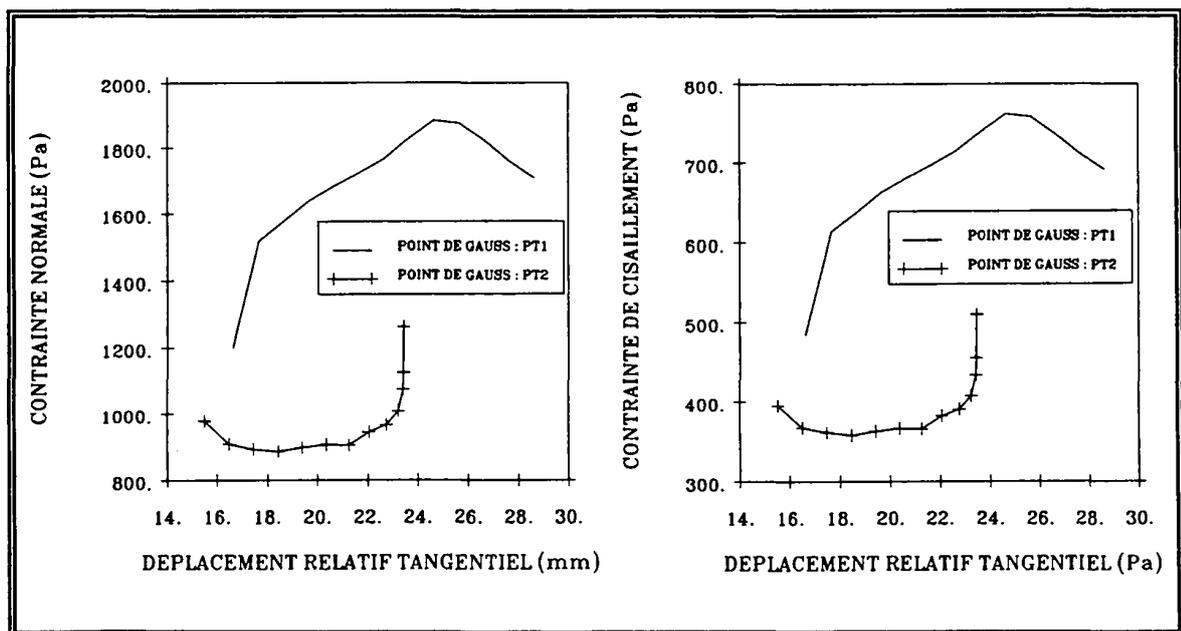


Fig. A-II.1 État de contrainte obtenu dans les joints situés à la sortie du gaz pendant l'injection

• État local dans le solide

Nous avons analysé la phase d'injection à l'état local dans le solide sur sept points de Gauss (PT1, PT2, PT3, PT4, PT5, PT6, PT7). Leur position est représentée dans le schéma de la figure A-II.2. La valeur à l'origine des courbes présentées correspond au résultat du calcul de la phase de détassement et la fin des courbes correspond au début du blocage du lit.

On constate sur les figures A-II.3 et A-II.4 que seul le déviateur et l'écroissage des points situés dans la zone d'injection évoluent. On propose alors d'étudier la phase d'injection à l'état local sur aux trois points PT5, PT7, PT4 situés sur l'axe de la zone d'injection.

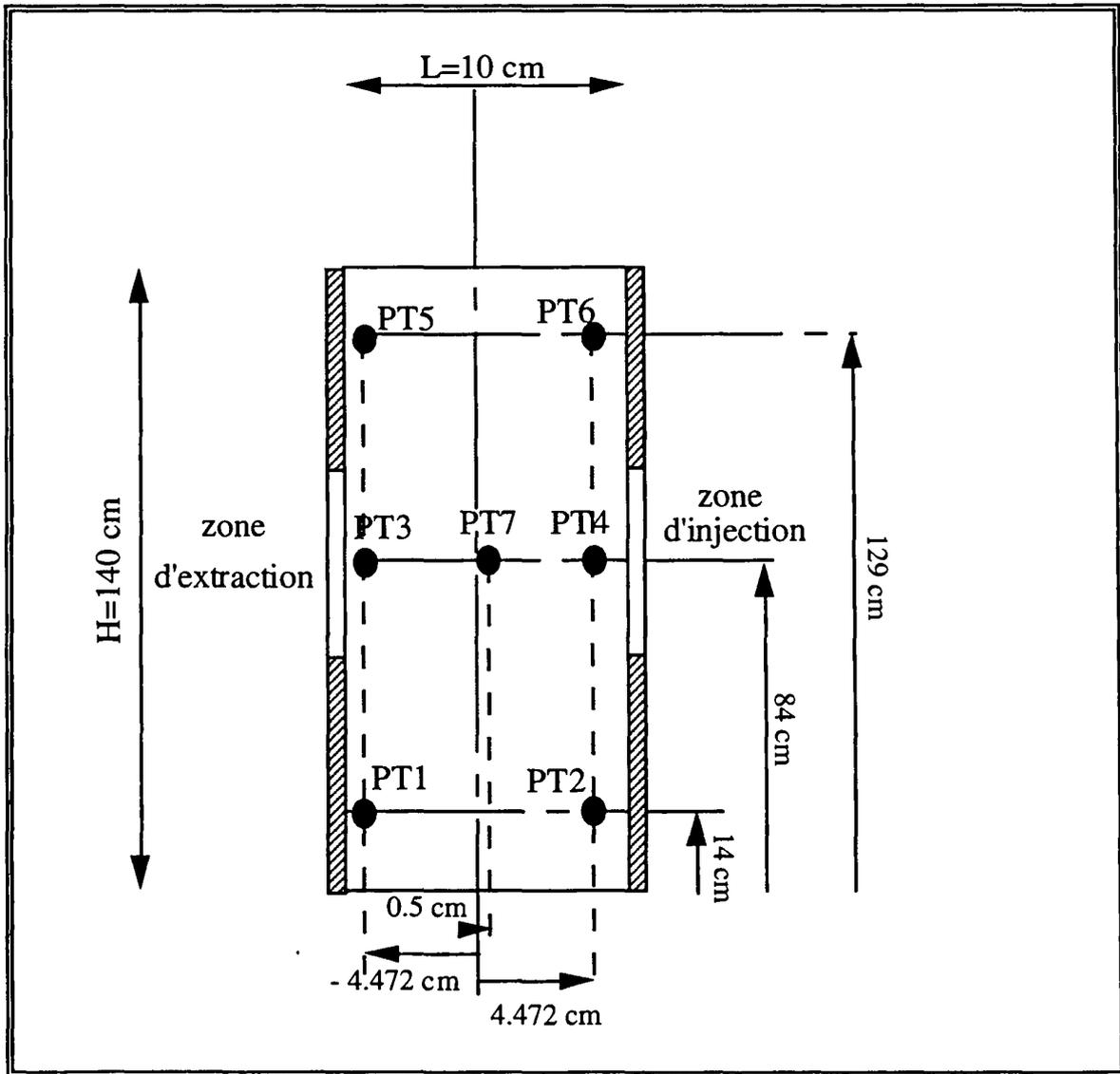


Fig. A-II.2 Position des points analysés

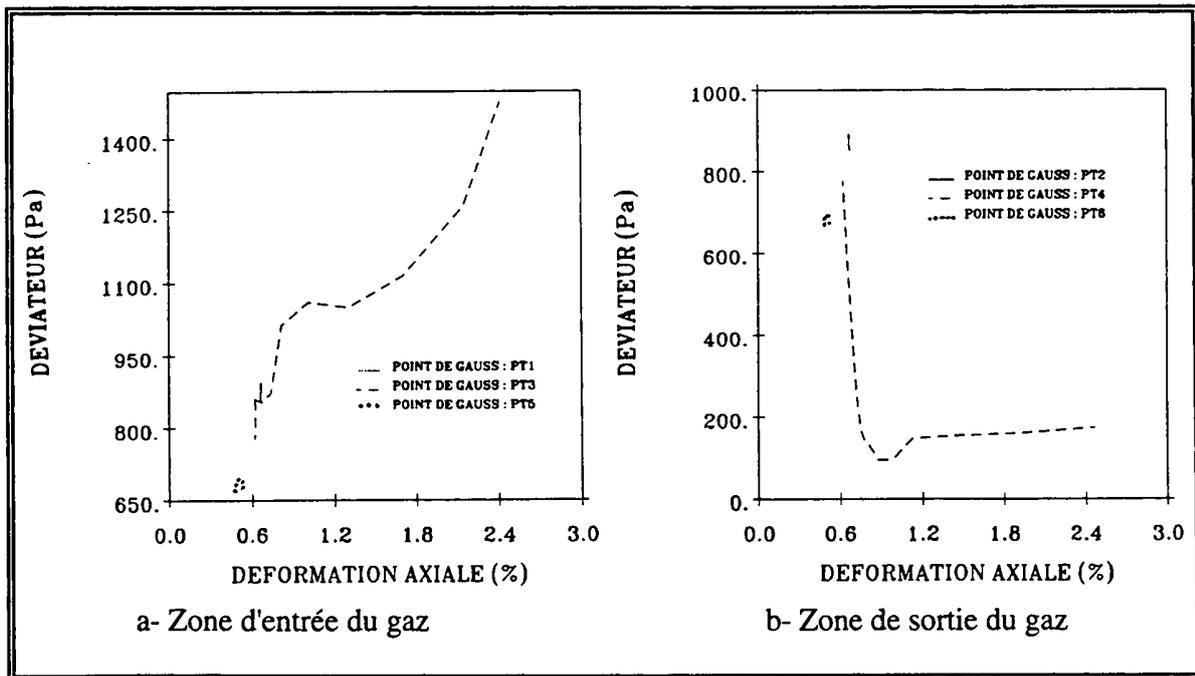


Fig. A-II.3 Évolution du déviateur au cours de l'injection

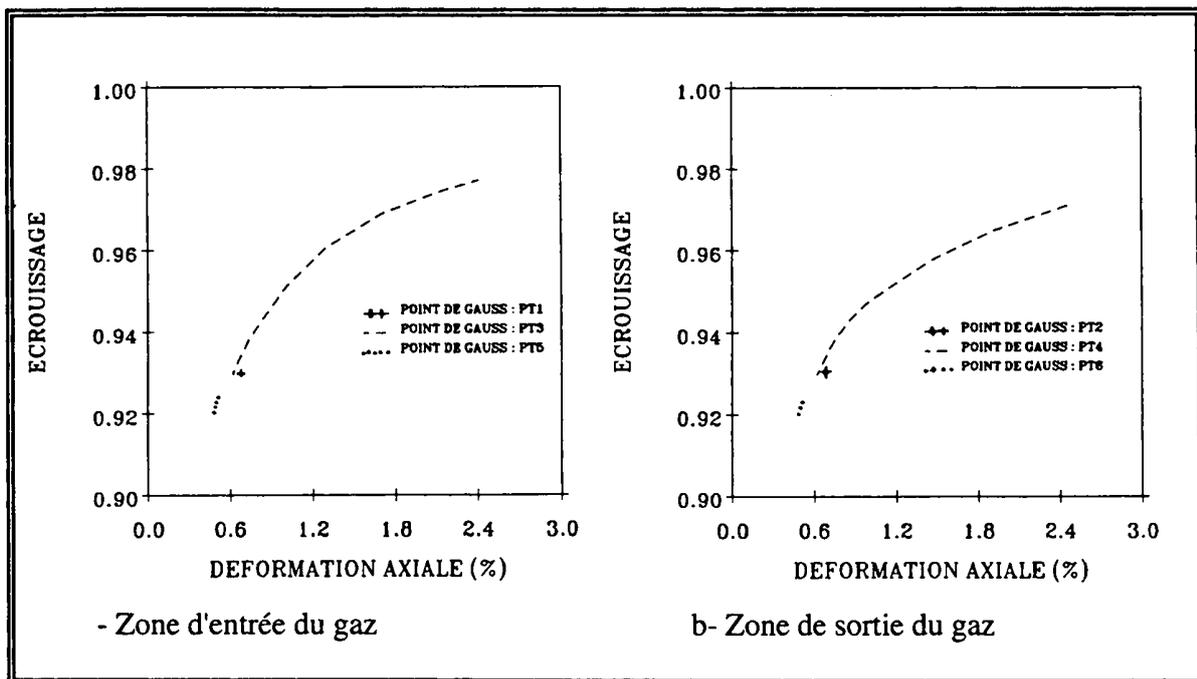


Fig. A-II.4 Évolution de l'écroûissage au cours de l'injection

On remarque pour le point proche de la paroi de sortie du gaz que le déviateur croît jusqu'à 1% de déformation axiale puis il présente un palier et croît de nouveau très rapidement (figure A-II.5-a). Pour les deux autres points, le déviateur diminue très rapidement vers un

palier (*figure A-II.5-a*). Cette diminution est d'autant moins rapide que l'on s'éloigne de la zone d'entrée du gaz. On constate d'ailleurs qu'il présente aussi un léger décrochement vers 1% de déformation axiale. Cela vient du chargement appliqué. En effet, c'est le moment où, à l'approche du décollement des joints, on diminue le pas de débit d'injection. Il suffit de tracer l'évolution de la pression interstitielle pour s'en rendre compte (*figure A-II.6-a*). On remarque ainsi qu'elle évolue suivant deux pentes et qu'elle varie pratiquement linéairement à travers le lit. Elle atteint alors des valeurs très élevées près de la zone d'entrée du gaz et beaucoup plus faibles près de la zone de sortie du gaz.

La contrainte effective moyenne évolue de la même manière que le déviateur (*figure A-II.5-b*) de sorte que la relation entre eux est pratiquement linéaire (*figure A-II.6-b*). Ceci correspond à un chemin proportionnel de contrainte (rapport : contrainte axiale sur contrainte latérale constant). On remarque qu'aux points de Gauss proche de la zone d'entrée du gaz, comme la pression interstitielle est très élevée, la contrainte effective moyenne est très faible et l'état de contrainte est très proche de la traction. Par contre, dans la zone de sortie du gaz, elle atteint des valeurs très élevées.

L'angle de frottement qui dépend de la contrainte effective moyenne subit la même évolution. On obtient alors un angle de frottement qui tend vers 37° dans la zone proche de l'entrée du gaz et un angle de frottement qui diminue très faiblement vers 36° dans la zone de sortie du gaz (*figure A-II.7-a*). L'évolution de l'angle de frottement a été établie à partir des essais triaxiaux dont les pressions de confinement étaient nettement supérieures à celles que l'on rencontre dans les différentes études de détection du blocage. Il semble que l'utilisation d'un angle de frottement constant suffirait.

On remarque que l'écroutissage, pourtant très élevé à la fin du détassement, continue d'évoluer au cours de cette phase de calcul (*figure A-II.7-b*).

Au cours de la phase de calcul d'injection et dans la zone d'entrée du gaz, la chute à la fois du déviateur et de la contrainte effective moyenne caractérisent la désolidarisation du solide des parois. De plus, l'importante pression interstitielle qui règne dans cette zone compense une partie de la contrainte verticale. Par contre, dans la zone de sortie du gaz, l'augmentation à la fois du déviateur et de la contrainte effective moyenne prouvent que le solide est plaqué sur la paroi.

On remarque sur l'ensemble des courbes que la déformation axiale est beaucoup plus élevée au point PT7. Nous avons alors tracé les isovaleurs, au début du blocage et dans la zone d'injection, à la fois de la déformation axiale et de la déformation horizontale (*figure A-II.8*). On s'aperçoit que leur valeur est très élevée dans une zone inclinée qui sépare les déplacements importants des déplacements faibles (*figure 3.16*).

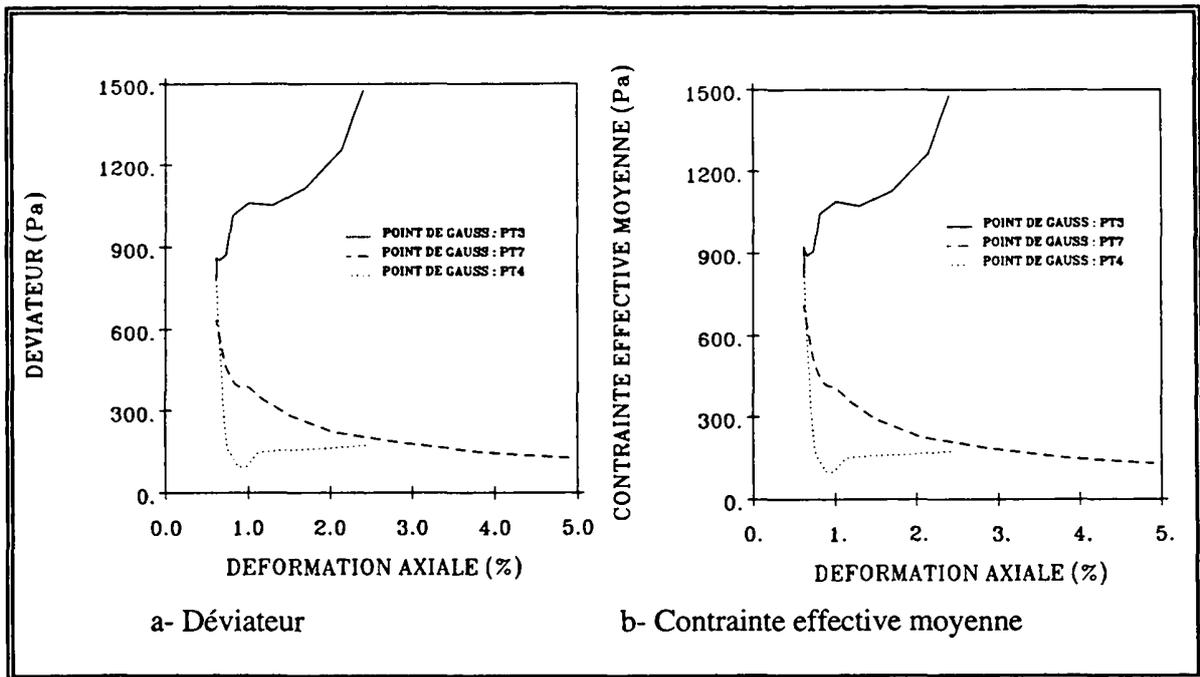


Fig. A-II.5 Évolution du déviateur et de la contrainte effective moyenne au cours de l'injection

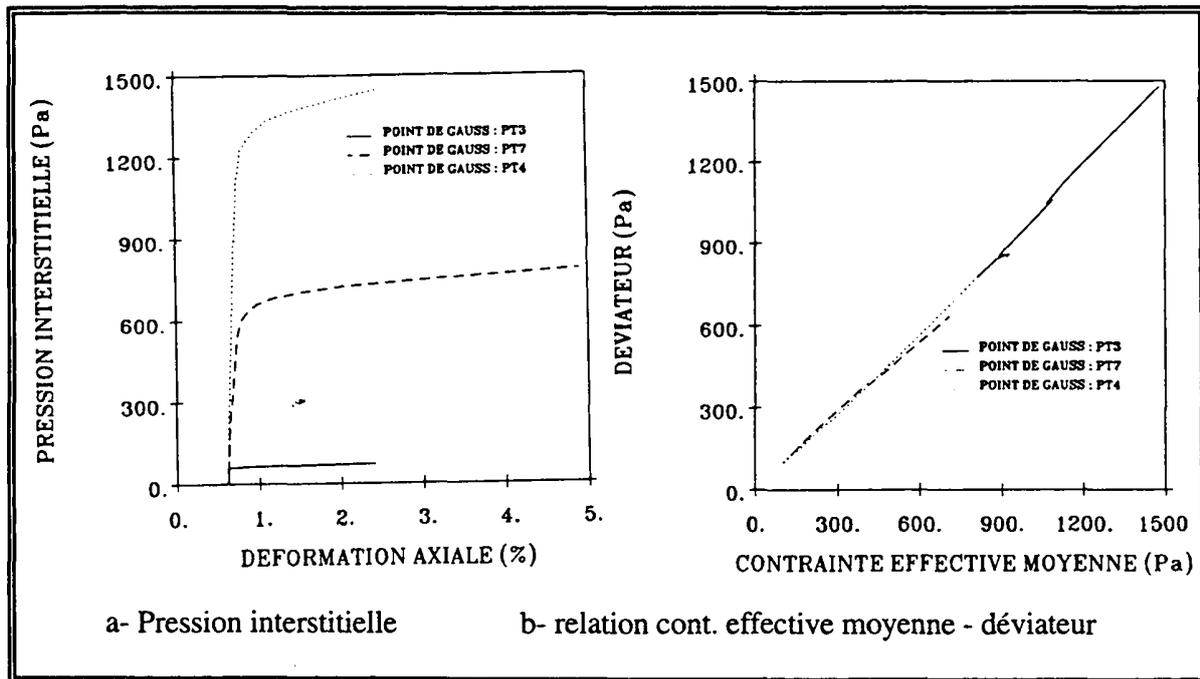


Fig. A-II.6 Évolution de la pression interstitielle et relation entre la contrainte effective moyenne et le déviateur au cours de l'injection

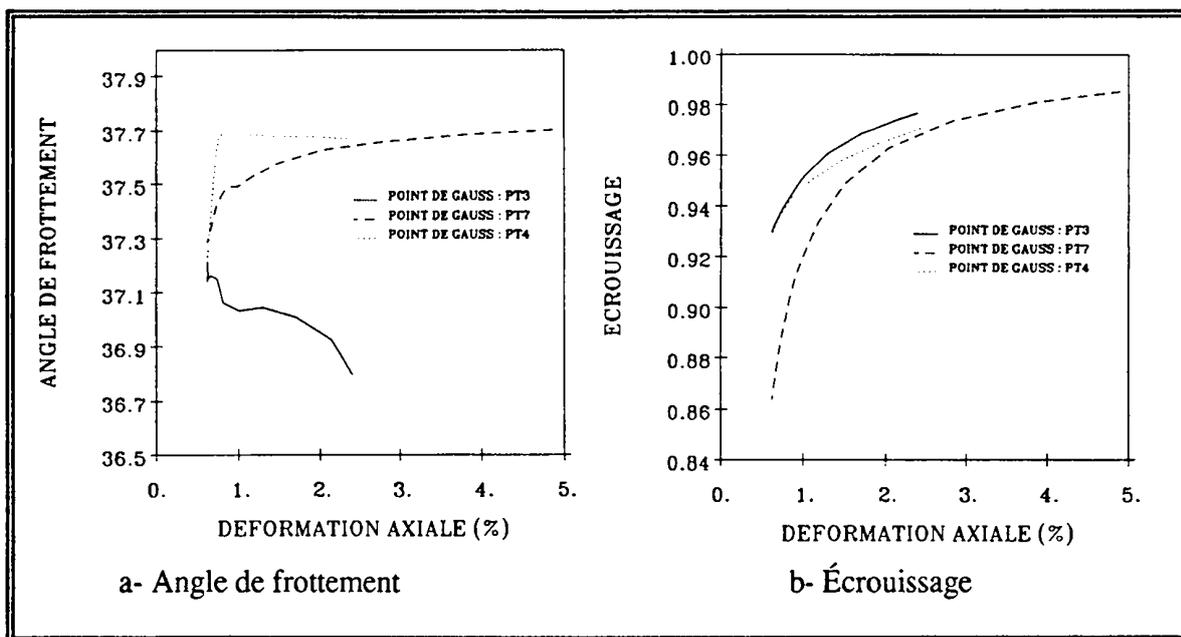


Fig. A-II.7 Évolution de l'angle de frottement et de l'écrouissage au cours de l'injection

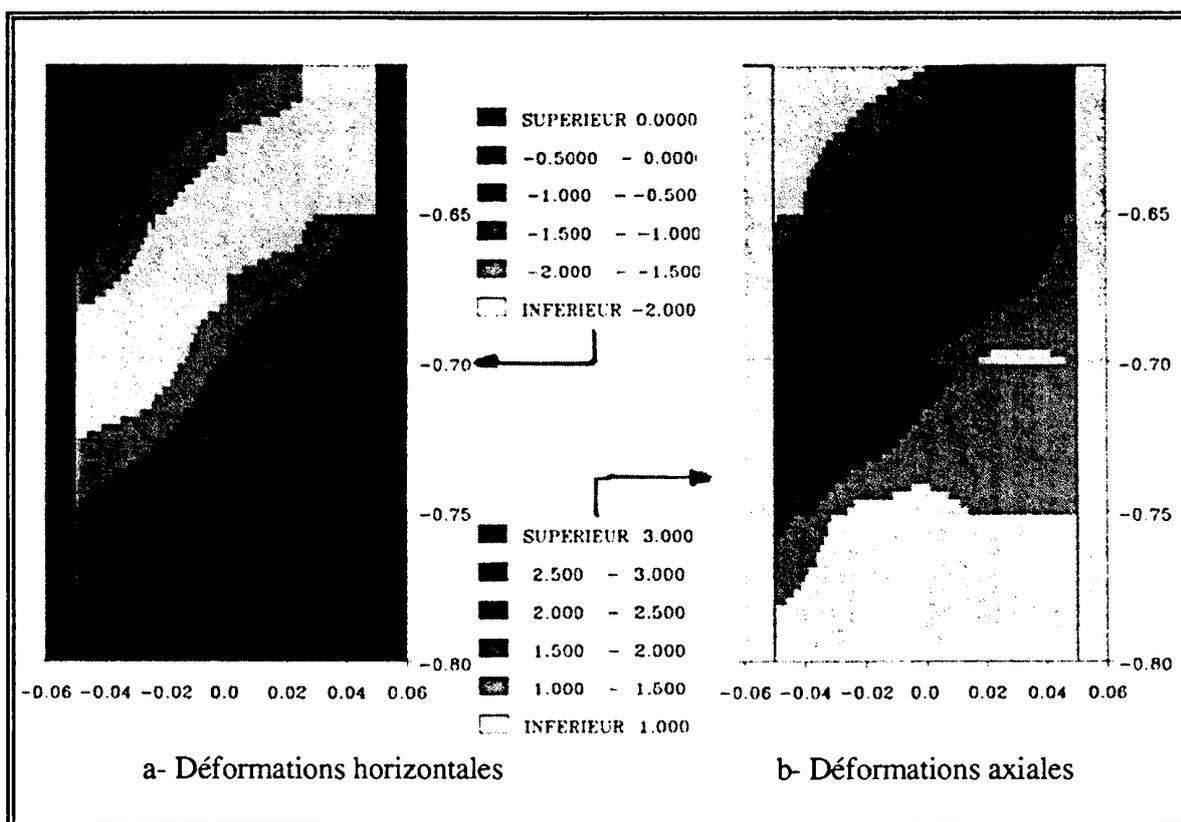


Fig. A-II.8 Isovaleurs des déformations horizontales et axiales à l'apparition du début du blocage

Bibliographie

- [1] **BATHE, K.J.**, *Numerical methods in finite element analysis*, Prentice Hall, 1976.
- [2] **BENCHEIKH, B.**, *Intéraction sols-structures: modélisation et résolution numérique*, Thèse, Université des Sciences et Techniques de LILLE, France, 1991.
- [3] **BIOT, M.A.**, "General theory of three-dimensional consolidation", *Jour. Appli. Phys.*, Vol. 12, 1941, pp. 155-164.
- [4] **BIOT, M.A.**, "Consolidation settlement under a rectangular load", *Jour. Appli. Phys.*, Vol. 12, 1941, pp. 426-430.
- [5] **BIOT, M.A.**, "General solution of the equation of elasticity and consolidation for a porous material", *Jour. Appli. Phys.*, Vol. 23, 1956, pp. 91-96.
- [6] **BOYCE, H.R.**, "A non linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading", *Proc. Int. Symp. Soils under cyclic and transient loading, Swansea*, 1, 1980, pp. 285-294.
- [7] **BRIDGWATER, J.**, "Fluid effects in powder mechanics", *Powder Technology*, Vol. 7, 1984, pp. 245-254.
- [8] **BUISSON, A., VAN LANDEGHEM, H. et VUILLEMOT, D.**, *Reforming régénératif : Compte rendu des essais de circulation de solides*, Rapport I.F.P, 1972, Ref. 20494.
- [9] **CAMBOU, B.**, "Analyses du comportement des milieux granulaires basées sur leur nature discontinue", *Revue Française de Geotechnique*, Vol. 14, 1978, pp. 5-24.
- [10] **CAMBOU, B. and JAFARI, K.**, A constitutive model for granular materials based on two plasticity mechanisms. *Proc. INT. Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-cohesive soils*. A. Saada and G. Bianchini, ed. Balkema Publ. Rotterdam, 1987.
- [11] **CARTER, J.P., BOOKER, J.R. et SMALL, J.C.**, "The analyse of finite elasto-plastic consolidation", *Int. Jour. for Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 3, 1979, pp. 107-129.

- [12] **CHEHADE, W.**, *Méthodologie pour la validation des modèles des géomatériaux- Application aux modèles élastoplastiques des sols*, Thèse, Université des Sciences et Techniques de LILLE, France, 1992.
- [13] **COUSSY, O.**, *Mécanique des milieux poreux*, Editions Technip, Paris, 1991.
- [14] **DAVIS, R.O. and MULLENGER, G.**, "A rate-type constitutive model for soil with a critical state", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol.2, 1978, pp. 255-282.
- [15] **DESAI, C.S. and LIGHTNER, J.G.**, "Mixed finite element procedure for soil-structure interaction and construction sequences", *Inter. Jour. for Num. Meth. in Engineering*, Vol. 21, 1985, pp. 801-824.
- [16] **DESAI, C.S., ZAMAN, M.M., LIGHTNER, J.G. and SIRIWARDANE H.J.**, "Thin layer elements for interfaces and joints", *Inter. Jour. for num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 8, 1984, pp. 19-43.
- [17] **DHATT, G. et TOUZOT, G.**, *Une présentation de la méthode des éléments finis*, Editions Maloine, 1984.
- [18] **ELAMRANI, K.**, *Contributions à la validation du modèle C.J.S pour les matériaux granulaires*, Thèse, Ecole Centrale de LYON, France, 1992.
- [19] **ERGUN, S.**, "Fluid flow through packed columns", *Chem. Eng. Progress*, Vol. 48, 1952, pp. 89-94.
- [20] **FOERSTER, E. et MODARESSI, H.**, *Consolidation : schémas numériques et analyses de stabilité*, GRECO géomatériaux, rapport annuel, 1990.
- [21] **HANCKOK, A. W. and NEDDERMAN, R.M.**, "Prediction of stresses on vertical bunker walls", *Trans. Inst. Chem. Eng.*, Vol. 52, 1974, pp. 177-179.
- [22] **LADE, P.V. and NELSON, R.B.**, "Modelling the elastic behaviour of granular materials", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 11, 1987, pp. 521-542.
- [23] **LADE, P.V. and DUNCAN, J.M.**, "Cubical triaxial tests on cohesionless soil", *Jour. Soil. Mech. Found. Div, ASCE*, Vol. 99, No 7, 1973, pp. 793-812.
- [24] **LANCELOT, L.**, *Étude expérimentale et modélisation du comportement des poudres de l'industrie chimique*, Thèse, Université des Sciences et Techniques de LILLE, France, 1990.
- [25] **LANCELOT, L.**, "Comportement du sable d'Hostun sous faibles contraintes", *Revue Française de Géotechnique*, N° 74, 1996, pp. 63.

- [26] **LEWIS, W.** et **SCHREFLER, A.**, *The finite element method in the deformation and consolidation porous media*, John Wiley & Sons Ltd., 1987.
- [27] **LORET, B.**, "On the choice of elastic parameters for sand", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 9, 1985, pp. 285-292.
- [28] **LUONG, M.P.**, "Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents", *Revue Française de Géotechnique*, Vol. 10, 1980, pp. 39-53.
- [29] **MAKSIMOVIC M.**, "A non linear failure for soils", *Jour. of Geotechnical Eng.*, Vol 115, N°4, 1989, pp. 581-588.
- [30] **MEIMON, Y.**, *Modèles pour le comportement des fondations d'ouvrages types marins*, Habilitation à diriger des recherches, Université des Sciences et Techniques de LILLE, France, 1992.
- [31] **MEIMON, Y.**, **LASSOUDIÈRE, F.** and **KODAISSI, E.**, "FONDOF : a FEM software for the calculation of offshore foundations", *Int. Conf. on Offshore Mechanics and Artic Eng.*, OMAE'87, Houston, Computer Book, 1987, pp. 141-149.
- [32] **MOHKAM, M.**, *Contribution à l'étude expérimentale et théorique du comportement des sables sous chargements cycliques*, Thèse, Université Médicale et l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1983.
- [33] **NOVA, R.** and **WOOD, D.M.**, "A constitutive model for sand in triaxial compression", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 3, 1978, pp. 255-278.
- [34] **PASTOR, M.**, **ZIENKIEWICZ, O.C.** and **LEUNG, K.H.**, "Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. II. Non associative models for sands", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 9, 1985, pp. 477-498.
- [35] **PILCHER, K.A.** and **BRIDGWATER, J.**, "Pinning in a rectangular moving bed reactor with gas cross-flow", *Chem. Eng. Science*, Vol. 45, No 8, 1990, pp. 2535-2542.
- [36] **POULIQUEN, O.**, "Écoulement granulaire du catalyseur dans un réacteur à lit mobile", rapport de l'Institut Français du Pétrole, No 42 201, 1995.
- [37] **RANBIR, S.**, **HONHO, L.** et **KAMAR, J.**, "Numerical performance of some finite element schemes for analysis of seepage in porous elastic media", *Int. Jour. for Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 1, 1977, pp. 177-194.
- [38] **REED, H. E.** and **HEGEMIER, G.A.**, "Strain softening of rock, soil and

- concrete", a review article, *Mech. mater.*, Vol. 26, 1984, pp. 271-294.
- [39] **SHAHROUR, I., DRONSART, F.**, Décembre 1992, *Etude en Laboratoire et Modélisation du Comportement Mécanique d'un Catalyseur sous Faible Confinement*, Laboratoire de Mécanique de Lille, Dépt. Sols-Structures
- [40] **SHAHROUR, I. et CHEHADE, W.**, "Development of a constitutive elastoplastic model for soils", *Int. Congress on Rheology*, Bruxelles, 1992.
- [41] **SHAHROUR, I. et KARAMI, M.**, Janvier 1994, *Étude en laboratoire du comportement d'un catalyseur soumis à une circulation d'air*, Laboratoire de Mécanique de Lille, Département sols-structures, Ecole Centrale de Lille.
- [42] **SHAHROUR, I. et REZAIE, F.**, Juin 1993, *Etude en Laboratoire du Comportement d'Interface Catalyseur Grille-Johnson sous Faible Confinement*, Laboratoire de Mécanique de Lille, Département Sols-Structures, Ecole Centrale de Lille.
- [43] **SONG, XQ., JIN, Y. and YU ZQ.**, "Influence of outward radial gas-flow on particle movement in an annular moving-bed", *Powder Technology*, 1994, Vol. 79, pp. 247-256.
- [44] **TAN, C.H.**, *Développement d'un modèle élastoplastique pour le comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non monotones complexes*, Thèse, Université des Sciences et Techniques de LILLE, France, 1990.
- [45] **TATSUOKA, F. and ISHIHARA, K.**, "Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction", *Soils and Foundations*, Vol. 14, No 3, 1974, pp. 51-65
- [46] **VERMEER, P.A.**, "A double hardening model for sand", *Geotechnique*, Vol.28, No 4, 1978, pp. 413-433.
- [47] **WALTERS, J.K.**, "A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 28, 1973, pp. 261-266.
- [48] **VUILLEMOT**, Étude de l'expérience de la balance C.E.D.I
- [49] **ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H. and PASTOR, M.**, "Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. I. Basic model and its application", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 9, 1985, pp.453-476.
- [50] **ZIENKIEWICZ, O.C. and PANDE, G.N.**, "Some useful forms of isotropic yield surfaces for soil and rock mechanics", C/R/248/75, Karlsruhe, 1975

- [51] **ZIENCKIEWICZ, O.C.**, *The finite element method*, McGraw-Hill, London, 1979.
- [52] **ZYTYSKI, M, RANDOLPH, M.F., NOVA R. and WROTH C.P.**, "On modelling the unloading-reloading behaviour of soils", *Int. Jour. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 2, 1978, pp.87-94.