

juin 2000 4312

Université des Sciences et des Technologies de Lille
Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne

THESE

pour obtenir le grade de DOCTEUR EN SCIENCES

par

David Wilkowski

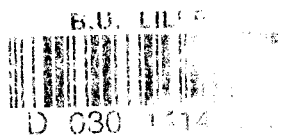


Sujet :

Dynamique du nuage d'atomes froids dans un piège magnéto-optique

Soutenue le 5 décembre 1997 devant le jury composé par :

- | | |
|----------------------|--------------------|
| P. Glorieux | Président |
| E. Arimondo | Rapporteur |
| J.A. Levenson | Rapporteur |
| G. Grynberg | Examineur |
| R. Kaiser | Examineur |
| C. Salomon | Examineur |
| D. Hennequin | Directeur de thèse |
| J.C. Garreau | Directeur de thèse |



A Liliane et Valerie

une confiance, que j'espère n'avoir pas trahir au cours de mes trois années passées sous leur direction.

Je remercie chaleureusement Ariel Levenson et Ennio Arimondo de l'intérêt qu'ils ont suscité pour mon travail en acceptant d'être rapporteurs.

Tout ma reconnaissance va aussi aux équipes « atomes froids » de l'école normale supérieure de Paris, qui de part leurs conseils scientifiques ont contribué à la réussite de ses travaux. Deux d'entre eux, et pas des moindres, ont accepté de faire partie du jury ; un grand merci à Gilbert Grynberg et Christophe Salomon. Merci aussi à Robin Kaiser et tout mes vœux de succès à Nice.

Quiconque ayant déjà travaillé sur une expérience de refroidissement d'atomes par Laser, sait combien la qualité des éléments mécaniques et électroniques est importante. De ce fait tout ma gratitude va aux ingénieurs et aux techniciens du laboratoire pour avoir contribué souvent très directement au développement des expériences. Merci à vous, Jean-Marc, Gilles et tout les autres...

Merci aussi à Jean Ringot pour son aide, ainsi qu'à Pascal Szriftgiser qui, malgré son arrivée tardive au laboratoire, a beaucoup apporté aux travaux présentés dans cette thèse.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, dont je remercie son directeur ; Pierre Glorieux, de m'y avoir accueilli et d'avoir bien voulu présider le jury.

Je tiens tout particulièrement à rendre hommage à Jean-Claude Garreau et Daniel Hennequin d'avoir tenu le pari risqué de monter une expérience de refroidissement d'atome par Laser à Lille. Cette entreprise a permis d'ouvrir un nouveau thème de recherche au Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne qui, depuis trois ans, n'a cessé de progresser tant au niveau des expériences qui y sont menées qu'au niveau des chercheurs qui y sont impliqués. En ce qui me concerne plus directement, Jean-Claude Garreau et Daniel Hennequin m'ont, dès les premiers temps, permis de prendre part aux décisions tant techniques que scientifiques. Et de ce fait, j'en suis convaincu, ils m'ont témoigné

Table des matières

TABLE DES MATIÈRES	3
INTRODUCTION GÉNÉRALE	9
INTRODUCTION THÉORIQUE.....	13
1. INTRODUCTION	15
2. ATOME À NIVEAU FONDAMENTAL NON DÉGÉNÉRÉ : REFROIDISSEMENT DOPPLER ET PIÉGEAGE	
MAGNÉTO-OPTIQUE.....	17
2.1. <i>Force de pression de radiation</i>	17
2.1.1. Cas d'une transition saturée.....	19
2.1.2. Cas non résonnant et déplacement Doppler	19
2.2. <i>Refroidissement Doppler</i>	20
2.2.1. Limite des faibles vitesses : régime final.....	22
a. Effet de friction	22
b. Température finale.....	23
2.3. <i>Piégeage magnéto-optique</i>	25
2.3.1. Principe du piégeage magnéto-optique	25
2.3.2. Régime final et distribution spatiale des atomes.....	26
3. ATOME À SOUS-NIVEAUX ZEEMAN MULTIPLES : REFROIDISSEMENT SUB-DOPPLER	29
3.1. <i>Limite du refroidissement Doppler</i>	29
3.2. <i>Refroidissement sub-Doppler</i>	30
3.2.1. Position du problème	30
3.2.2. Force de pression de radiation.....	31
3.2.3. Etats internes à l'équilibre pour un atome au repos	32
a. Etats propres du système	32
b. Populations à l'équilibre	34
3.2.4. Atome en mouvement	36
a. Passage au référentiel tournant	36
b. Couplage des états et déséquilibre des populations	37
c. Discussion physique	38
d. Force liée à la redistribution	38
e. Force de pression de radiation	39
f. Régime final	39
g. Comparaison avec le refroidissement Doppler	40
3.3. <i>Influence du gradient de champ magnétique</i>	41

4. CARACTÉRISATION DU NUAGE ATOMIQUE.....	43
4.1. Effets collectifs.....	43
4.1.1. Absorption dans le nuage atomique et effet d'ombre	43
4.1.2. Effet de la diffusion multiple	46
4.1.3. Dynamique du nuage atomique	48
a. Equilibre des forces.....	48
b. Densité maximale	49
4.2. Effets de désalignement des faisceaux.....	51
4.2.1. Déplacement transverse des faisceaux.....	51
a. Profils des intensités.....	52
b. Force de pression de radiation	53
c. Equation d'évolution	54
4.2.2. Déplacement angulaire des lasers	55
5. CONCLUSION	56
MONTAGE ET CARACTÉRISATION DU PIÈGE MAGNÉTO-OPTIQUE.....	57
1. INTRODUCTION	59
2. LASERS ET MONTAGE OPTIQUE.....	61
2.1. Diode sur réseau.....	62
2.1.1. Principe du montage	62
2.1.2. Auto-injection de la diode.....	63
2.2. Asservissement en fréquence des diodes lasers	64
2.2.1. Absorption saturée sur le césium.....	64
a. Principe du montage.....	64
b. La raie d'absorption saturée	66
2.2.2. Asservissement des diodes lasers.....	67
2.3. Injection d'une diode laser : Laser esclave.....	71
2.4. Balayage en fréquence.....	73
2.4.1. Montage en « oeil de chat ».....	73
2.5. Autres aspects du montage optique.....	75
3. CHAMP MAGNÉTIQUE ET MONTAGE ULTRAVIDE	77
3.1. Champ magnétique de piégeage.....	77
3.2. Cellule et pompage ultravide.....	78
4. MÉTHODES DE DÉTECTION ET CARACTÉRISATION DU PMO.....	80
4.1. Méthodes de détection.....	80

4.1.1. Calcul du signal de fluorescence	80
4.1.2. Photodiode quatre quadrants	81
4.2. <i>Caractérisation du nuage</i>	82
4.2.1. Temps de remplissage et taux de renouvellement du nuage	83
4.2.2. Population totale du nuage	84
4.2.3. Géométrie du nuage	85
5. CONCLUSION	89
ETUDE DE LA DYNAMIQUE DU NUAGE.....	91
1. INTRODUCTION	93
2. POSITION DU PROBLÈME	95
3. FAISCEAUX ALIGNÉS	98
3.1. <i>Dynamique du nombre d'atomes</i>	98
3.2. <i>Dynamique du centre du nuage</i>	104
3.2.1. Caractérisation des instabilités	104
3.2.2. Régime de dérive dynamique	109
3.2.3. Rôle de l'effet d'ombre	113
3.2.4. Analyse de la composante \vec{r}_l	113
3.3. <i>Effets parasites</i>	114
4. FAISCEAUX DÉALIGNÉS	117
4.1. <i>Introduction</i>	117
4.2. <i>Dynamique de \vec{r}_l</i>	118
4.2.1. Analyse des instabilités	118
4.2.2. Liens entre les évolutions des composantes lente et rapide	124
4.2.3. Origines possibles des instabilités	124
5. CONCLUSION	126
CONCLUSION ET PERSPECTIVES	127
BIBLIOGRAPHIE	131
ANNEXES.....	137

Introduction générale

Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour but de décrire la dynamique d'un nuage d'atomes froids obtenu dans un piège magnéto-optique en cellule (PMO) [1]. Depuis le début des années 1990, le PMO est couramment utilisé pour refroidir un gaz atomique à quelques microKelvin. Les applications à l'origine d'un tel système sont nombreuses. Citons par exemple les expériences de collisions atomiques ultra froides [2], d'optique atomique [3], de spectroscopie à très haute résolution [4].

Le principe du refroidissement d'atomes dans le PMO est basé sur l'échange d'impulsion entre des atomes et des photons issus d'ondes laser [5]. Lors d'un processus d'absorption, l'impulsion de l'atome varie d'une quantité $\hbar\vec{k}_L$ ($\cong 10^{-27}$ kgms⁻¹), où \hbar est la constante de Planck et \vec{k}_L le vecteur d'onde associé aux faisceaux. Grâce aux lasers et en utilisant une transition atomique avec un moment dipolaire important, on peut répéter les processus d'absorption avec une cadence suffisante pour obtenir un effet appréciable sur l'impulsion d'un atome à température ambiante. L'émission spontanée ne rajoute pas de composante moyenne aux mécanismes de refroidissement puisque toutes les directions d'émission sont équiprobables et qu'en moyenne la variation en impulsion de l'atome est nulle. Par contre elle rajoute une composante fluctuante à l'impulsion de l'atome [6], et de ce fait limite en température le refroidissement [7]. Le confinement spatial des atomes dans le PMO est assuré grâce à l'action combinée des faisceaux laser et d'un gradient constant de champ magnétique [8]. En tenant compte à la fois du refroidissement et du confinement spatial des atomes, la force moyenne subie par un atome est de type harmonique amortie. Pour les paramètres utilisés dans nos expériences, le produit final d'un PMO est un nuage d'atomes froids de faible densité confiné dans un volume de 0,01 mm³ à 10 mm³, ayant les caractéristiques suivantes :

- Un nombre total d'atomes de 10^6 à 10^8
- Une densité atomique moyenne de 10^{14} à 10^{17} m⁻³
- Une température de 10 à 100 μ K.

Pour décrire correctement le régime final du nuage dans le PMO, il nous faut aussi tenir compte des couplages entre les atomes dans le nuage (effets collectifs) [9]. Ces effets collectifs modifient les propriétés statiques du nuage. Ils tendent en outre à éloigner les atomes les uns des autres, et donc à augmenter la taille du nuage [10]. La position de l'atome à l'intérieur du nuage résulte alors de l'équilibre entre une force externe attractive, et une force « collective » répulsive dépendant de la distribution atomique dans le piège. Intuitivement, la dynamique d'un tel système doit être riche. En effet, à cause du couplage entre atomes, une perturbation locale du système, par exemple, peut entraîner une

recomposition complète de la distribution atomique du nuage. Il s'avère que, pour certaines valeurs des paramètres, le nuage est spontanément instable. L'un des principaux enjeux de nos travaux sera de préciser l'origine de ces instabilités : sont elles dues aux effets collectifs, à d'autres mécanismes intrinsèques au système ou (et) à des perturbations externes ? Dans ce but nous nous proposons d'étudier, à partir de grandeurs caractéristiques du nuage observées expérimentalement, les régimes dynamiques qui découlent de ces instabilités. Dans le cas de régimes erratiques, en utilisant les outils de la théorie du chaos déterministe [11], nous tenterons notamment d'en déduire une origine déterministe ou bruyante aux instabilités. Si la dynamique est déterministe, l'étude plus poussée des régimes dynamiques observés peut s'avérer utile afin de déterminer les propriétés physiques du système [12].

Les deux premiers chapitres seront consacrés à la description du PMO, et le troisième aux études expérimentales sur la dynamique du nuage atomique :

- sous la forme d'une introduction théorique (chapitre 1), nous présenterons les mécanismes de refroidissements et de piégeages des atomes dans le PMO. Nous insisterons surtout sur la description du régime final, en tenant compte des effets collectifs dans le nuage.

- Dans le second chapitre, après avoir décrit le dispositif expérimental, nous nous attacherons à introduire les méthodes de détections et à caractériser le nuage d'atomes froids en fonction des paramètres.

- Enfin nous étudierons de manière phénoménologique la dynamique du nuage, et plus particulièrement les instabilités. Nous mettrons notamment en évidence deux composantes dynamiques du système, observées sur la variation de la population totale du nuage et sur le déplacement du centre de masse du nuage.

Introduction théorique

1. Introduction

Nous allons dans ce chapitre exposer les mécanismes de refroidissement et de piégeage présents dans le piège magnéto-optique (PMO). Tous ces mécanismes sont basés sur l'échange d'impulsion entre les photons des faisceaux laser du PMO et les atomes [5].

Nous nous limiterons d'abord à un atome ayant un état fondamental non dégénéré (§ 2). Un mécanisme de refroidissement, appelé refroidissement Doppler, tire parti du décalage Doppler des pulsations laser (§ 2.2), de telle sorte qu'en moyenne, l'atome subira une force de pression de radiation opposée à la vitesse de l'atome [13]. A l'équilibre, les atomes sont englués dans un bain de photons formé par les faisceaux : on parle de « mélasse optique » (§ 2.2.1). Le refroidissement Doppler n'agissant que sur la vitesse de l'atome, celui-ci, une fois refroidi, diffuse lentement à l'intérieur du bain de photons et fini par sortir de la zone d'interaction. Une idée originale de J. Dalibard et réalisée expérimentalement en 1987 par l'équipe de D.E. Pritchard [8] fut d'introduire une force de pression de radiation dépendant de la position au moyen d'un gradient constant de champ magnétique (§ 2.3). Les atomes sont alors piégés dans un espace fini autour du zéro du champ magnétique. Le PMO ainsi formé a un double avantage par rapport à la mélasse optique : tout d'abord les atomes étant piégés, leur durée de confinement est plus grande ; ensuite la densité atomique y est supérieure de trois ordres de grandeur.

Nous utilisons dans nos expériences l'atome de césium sur la transition $F_g=4-F_e=5$ de la raie D_2 . Nous montrerons que le couplage radiatif entre les sous-niveaux Zeeman fondamentaux introduit un mécanisme de refroidissement additionnel en dessous de la limite du refroidissement Doppler (sub-Doppler) [14, 15]. Le principe du refroidissement sera exposé à l'aide d'une transition $J_g=1-J_e=2$ (§ 3) [16, 17].

Après avoir décrit les mécanismes de refroidissement et de piégeage d'un atome unique, nous verrons que cette description n'est pas suffisante pour caractériser l'état final du nuage atomique avec les quelques 10^8 atomes qui le composent. De nombreuses expériences ont en effet montré que les interactions entre les atomes refroidis jouent un rôle important dans la description du régime final du PMO (§ 4.1). La taille anormalement grande du nuage (jusqu'à plusieurs ordres de grandeur par rapport aux prévisions théoriques) est l'une des manifestations les plus immédiates du comportement collectif des atomes dans le PMO (chap. 2 § 4.2). Le groupe du N.I.S.T. à Boulder [9, 18], a alors montré que la densité atomique à l'intérieur du nuage est limitée à une valeur maximale. Cela a eu

notamment comme conséquence de mettre hors course le PMO pour les expériences sur des gaz quantiques dégénérés et plus spécialement pour la condensation de Bose-Einstein [19]. Citons aussi pour la manifestation des effets collectifs, une expérience menée par C.J. Cooper et al. [20] qui ont montré que la température du nuage est une fonction linéaire de la population totale du nuage à la puissance un tiers.

Nous étudierons pour finir les effets du désalignement des faisceaux du PMO sur le comportement dynamique du nuage atomique (§ 4.2). La géométrie du piège est très sensible à l'alignement des faisceaux laser si bien que lorsqu'un (ou plusieurs) faisceau laser est désaligné, on observe généralement une déformation spatiale du nuage. Un déplacement transverse des faisceaux laser entraîne aussi un mouvement de rotation des atomes autour du centre du nuage.

Tout au long de ce chapitre, nous nous placerons dans le cadre de la théorie semiclassique de l'interaction onde-matière. Ainsi nous supposerons que le paquet d'onde atomique, lié aux degrés externes de liberté, est suffisamment localisé pour être traité classiquement [6]. Les opérateurs de position \vec{R} et d'impulsion \vec{P} seront alors remplacés par leurs équivalents classiques \vec{r} et \vec{p} . Nous supposerons aussi que les évolutions des grandeurs externes de l'atome à l'équilibre dans le piège sont lentes par rapport aux évolutions de ces grandeurs internes. Ainsi nous ne nous intéresserons qu'aux valeurs à l'équilibre des états internes ([16] chap. 1).

2. Atome à niveau fondamental non dégénéré : refroidissement Doppler et piégeage magnéto-optique

Dans la section 2.1 nous analyserons l'effet d'une absorption et d'une émission sur les degrés externes de liberté de l'atome. Nous en déduisons alors la force moyenne dite « de pression de radiation » que subit un atome à deux niveaux en interaction avec une onde plane monochromatique résonante.

Nous tirons partie de la dépendance en vitesse de la force de pression de radiation (§ 2.1.2) pour introduire le principe du refroidissement Doppler (§ 2.2). Ici l'atome interagit avec deux ondes planes contrapropageantes de même pulsation. Le régime final du refroidissement résulte d'un équilibre entre un terme dissipatif associé à la force de pression de radiation et un terme de chauffage dû au caractère aléatoire de l'émission spontanée (§ 2.2.1).

La section 2.3.1 est consacrée au principe du piégeage magnéto-optique. De l'action conjuguée du refroidissement Doppler et du piégeage magnéto-optique, nous en déduisons la dispersion en position de l'atome à l'équilibre (§ 2.3.2).

2.1. Force de pression de radiation

Le refroidissement Doppler est basé sur l'échange d'impulsion entre l'atome et les photons de plusieurs ondes électromagnétiques. Nous allons commencer notre description par le plus simple des systèmes, c'est à dire un atome d'impulsion \vec{p} , de masse M , possédant un niveau fondamental g et un niveau excité e de durée de vie $\tau_{rad}=1/\Gamma$, avec

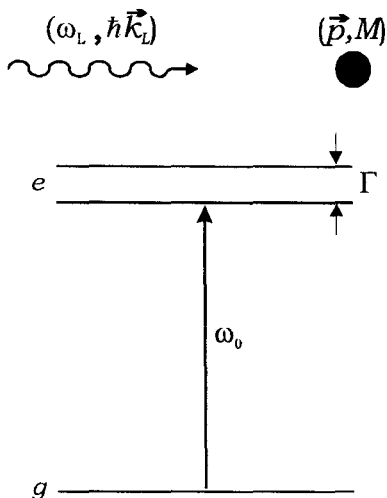


Figure 1 **Interaction entre une onde plane monochromatique résonante et un atome à deux niveaux** d'impulsion \vec{p} et de masse M . A chaque processus d'absorption ou d'émission, \vec{p} varie de $\hbar \vec{k}_L$ (où \vec{k}_L est le vecteur d'onde associé au photon incident). A chaque absorption (ou émission induite) la variation de \vec{p} se fait toujours dans le même sens, et les effets s'ajoutent. Pour l'émission spontanée la variation moyenne de \vec{p} est nulle, à cause de l'isotropie spatiale du processus

$E_e - E_g = \hbar\omega_0$. Cet atome interagit avec une onde plane monochromatique de pulsation ω_L proche de ω_0 et de vecteur d'onde \vec{k}_L (Figure 1).

Lorsque l'atome absorbe un photon de l'onde laser, son impulsion varie de :

$$\Delta\vec{p}_{abs} = \hbar\vec{k}_L \quad (2-1)$$

Si le photon est réémis par émission stimulée, il le sera dans le même mode que le photon absorbé et la variation de l'impulsion de l'atome sera :

$$\Delta\vec{p}_{sti} = -\hbar\vec{k}_L \quad (2-2)$$

Lorsqu'on fait le bilan sur un cycle d'absorption et d'émission stimulée, on remarque que l'impulsion de l'atome reste inchangée.

Si le photon est réémis par émission spontanée, toutes les directions d'émission sont équiprobables et la variation en impulsion de l'atome sera en moyenne nulle :

$$\langle \Delta\vec{p}_{spo} \rangle = 0 \quad (2-3)$$

Ainsi, après un cycle d'absorption et d'émission spontanée, l'impulsion moyenne finale de l'atome sera :

$$\langle \vec{p}_f \rangle = \vec{p}_i + \vec{p}_R \quad (2-4)$$

avec \vec{p}_i l'impulsion initiale de l'atome, et \vec{p}_R l'impulsion de recul de l'atome associée à une absorption d'un photon :

$$\vec{p}_R = \hbar\vec{k}_L \quad (2-5)$$

correspondant, pour l'atome de césium, à une vitesse de recul v_R égale à $0,35 \text{ cms}^{-1}$, et à une énergie cinétique appelée énergie de recul,

$$E_R = \frac{Mv_R^2}{2} = \frac{(\hbar k_L)^2}{2M} \quad (2-6)$$

égale à $1,4 \times 10^{-30}$ Joule.

Bien entendu l'action d'un seul cycle de fluorescence est négligeable sur un atome à température ambiante. Mais grâce aux lasers, on peut répéter les cycles de fluorescence à une cadence suffisante pour obtenir des variations significatives de vitesse sur de courtes distances. Le taux de fluorescence, correspondant au nombre de cycle de fluorescence par unité de temps, est maximal lorsque la transition est saturée et vaut $\Gamma/2$. Le taux de fluorescence ne dépend plus alors de l'intensité de l'onde.

2.1.1. Cas d'une transition saturée

Sur un temps long par rapport au temps τ_{rad} de l'évolution interne de l'atome, nous pouvons décrire l'action mécanique moyenne de la lumière sur un atome par une force de pression de radiation qui s'exprime simplement comme la variation de l'impulsion de l'atome par unité de temps. On en déduit alors que la force de pression de radiation est égale au produit du taux de fluorescence par l'impulsion de recul. Lorsque la transition est saturée, la force de pression de radiation est maximale et vaut :

$$\bar{F}_{max} = \frac{\Gamma}{2} \hbar \vec{k}_L \quad (2-7)$$

Pour l'atome de césium, l'accélération due à la force de pression de radiation est égale à 1000 fois l'accélération de la pesanteur, avec des puissances lasers tout a fait accessibles puisque l'intensité de saturation I_s est de 2,2 mWcm⁻² pour la transition utilisée dans le PMO. Un atome à la température ambiante (de vitesse moyenne égale à 300 ms⁻¹) peut être arrêté sur 5 m.

2.1.2. Cas non résonnant et déplacement Doppler

Lorsque la transition n'est pas saturée et en tenant compte d'un désaccord $\hat{\delta}$ entre la pulsation de l'onde vue par l'atome et la transition atomique, le taux de fluorescence en régime stationnaire est obtenu en résolvant les équations de Bloch optiques ([21] chap. V). On montre qu'il dépend de la population du niveau excité Π_e de la manière suivante :

$$\Gamma \Pi_e = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{s+1} \quad (2-8)$$

avec

$$s = \frac{\Omega_1^2 / 2}{\hat{\delta}^2 + \Gamma^2 / 4} \quad (2-9)$$

soit le paramètre de saturation et Ω_1 la pulsation de Rabi caractérisant le couplage entre l'atome et le champ électromagnétique :

$$\Omega_1 = \frac{dE}{\hbar} \quad (2-10)$$

où d est le moment dipolaire de la transition et E l'amplitude de champ électrique. On relie le carré de la pulsation de Rabi à l'intensité I de l'onde par la relation suivante :

$$\Omega_1^2 = 2 \frac{I}{I_s} \Gamma^2 \quad (2-11)$$

La force de pression de radiation s'écrit :

$$\vec{F} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2 / 2}{\hat{\delta}^2 + \Omega_1^2 / 2 + \Gamma^2 / 4} \hbar \vec{k}_L \quad (2-12)$$

Le module de la force de pression de radiation est proportionnel à l'absorption de l'onde par le milieu atomique. Son profil en fonction du désaccord est lorentzien, centré sur $\hat{\delta} = 0$ et de largeur à mi-hauteur (Figure 2) :

$$\Delta\hat{\delta} = \Gamma\sqrt{1+s_0} \quad (2-13)$$

s_0 étant la valeur du paramètre de saturation s à la résonance.

Bien que ça n'apparaisse pas explicitement dans l'expression (2-12), il est important de noter que la force de pression de radiation dépend de la vitesse longitudinale de l'atome via le déplacement Doppler : en effet, en posant $\delta = \omega_L - \omega_0$, le désaccord s'écrit :

$$\hat{\delta} = \delta - \vec{k}_L \cdot \vec{v} \quad (2-14)$$

De l'interaction entre un atome et une onde plane résulte donc une force de pression de radiation qui agit sur l'atome suivant le sens de propagation de l'onde. Nous allons maintenant montrer comment la dépendance de la force de pression de radiation en fonction du désaccord et de la vitesse de l'atome permet de ralentir l'atome.

2.2. Refroidissement Doppler

Par rapport au dispositif précédent, on ajoute une seconde onde plane de même

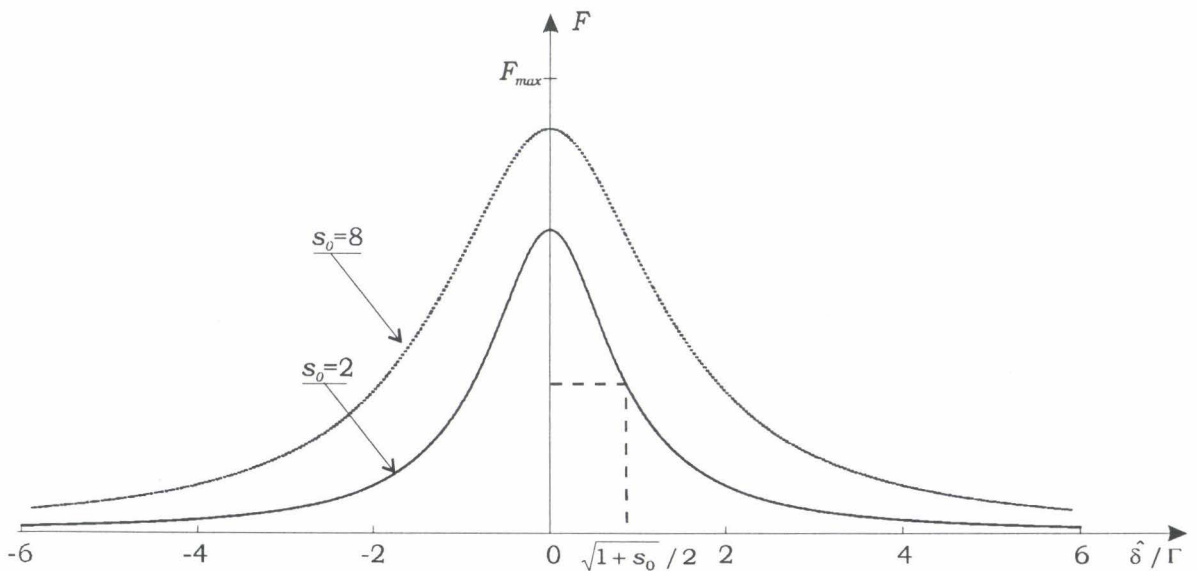


Figure 2 **Profil de la force de pression de radiation** exercée par une onde plane monochromatique sur un atome en fonction de $\hat{\delta}$. F_{max} correspond à la force de pression de radiation lorsque la transition est saturée. La largeur à mi-hauteur de la lorentzienne vaut $\Gamma\sqrt{1+s_0}$.

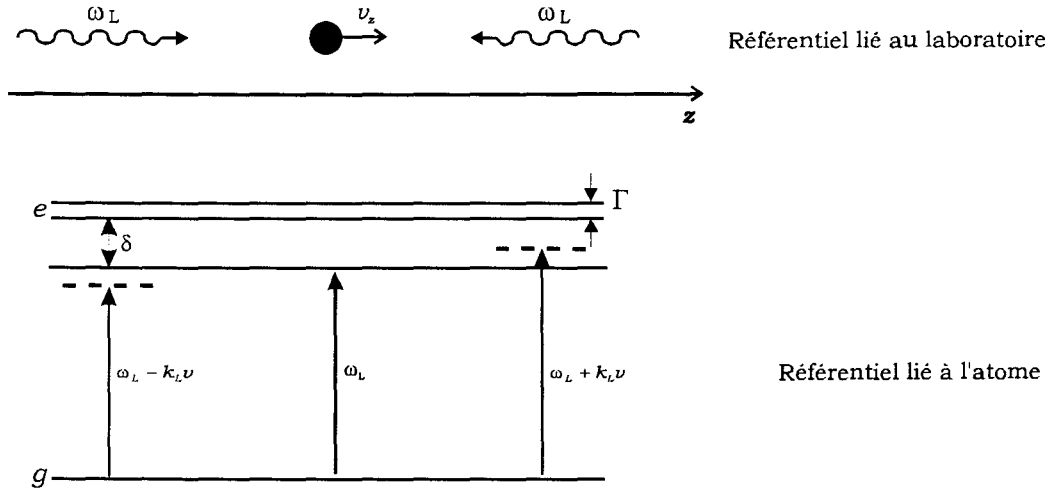


Figure 3 **Refroidissement Doppler unidimensionnel.** L'atome interagit avec des ondes planes contrapropageantes de même fréquence. Si $\delta < 0$, par effet Doppler l'atome est toujours plus résonnant avec l'onde plane s'opposant à son mouvement. La force de pression de radiation qui en découle est purement dissipative et tend à ralentir l'atome.

pulsation et de même intensité se propageant en sens opposé (Figure 3). Pour simplifier les calculs nous nous placerons dorénavant dans la limite des faibles saturations ($s \ll 1$), le cas $s \gg 1$ est traité dans la référence [22]. Nous restons toujours dans un espace unidimensionnel décrit par la direction z . Dans la suite du chapitre, les grandeurs associées à l'onde plane se déplaçant vers les z positifs (resp. négatifs) seront repérées par un indice + (resp. -).

En rajoutant à l'expression (2-12) la contribution de la seconde onde plane, et pour $s \ll 1$, la force de pression de radiation vue par l'atome s'écrit ^[1] :

$$F_D(v) = \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{\Omega_+^2 / 2}{\hat{\delta}_+^2 + \Gamma^2 / 4} - \frac{\Omega_-^2 / 2}{\hat{\delta}_-^2 + \Gamma^2 / 4} \right) \hbar k_L \tag{2-15}$$

où,

$$\hat{\delta}_\pm = \delta \mp k_L v \tag{2-16}$$

La Figure 4 montre la variation de F_D en fonction de v . Lorsque $\delta < 0$, la force est toujours de signe opposé à la vitesse de l'atome, elle est purement dissipative et ralentit l'atome. Si $\delta > 0$, la force de pression de radiation accélère les atomes. Le refroidissement Doppler impose donc que le désaccord soit négatif. Nous aurions pu trouver ce résultat de manière

^[1] On suppose ici que les interactions entre chaque onde plane et l'atome peuvent être traitées indépendamment, on néglige ainsi les effets de redistribution entre ondes planes ([21] chap. V). Ceux-ci n'intervenant pas dans le refroidissement Doppler.

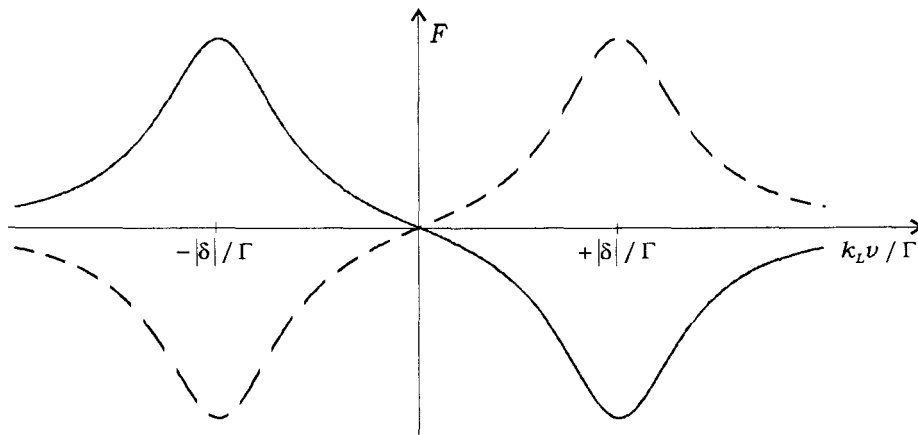


Figure 4 **Variation de la force de pression de radiation en fonction de la vitesse** suivant l'axe de propagation des deux ondes planes. La courbe en trait plein correspond à $\delta < 0$, la courbe discontinue à $\delta > 0$. Lorsque $\delta < 0$, la force et la vitesse sont de signe opposé, la force est donc dissipative et les atomes sont ralentis.

intuitive en remarquant que si $\delta < 0$, l'atome est toujours plus résonnant avec l'onde plane s'opposant à son déplacement, et absorbe préférentiellement des photons issus de cette même onde plane (Figure 3).

Notons que la force a toujours le bon signe quelque soit la valeur de la vitesse, et il n'existe pas de limite supérieure en $|v|$ au refroidissement Doppler. Il est néanmoins évident que plus la vitesse initiale de l'atome est grande, plus la distance nécessaire pour l'arrêter sera grande. En pratique, c'est la dimension finie de la zone d'interaction qui limite la vitesse de capture du refroidissement Doppler. Dans nos expériences le diamètre de la zone d'interaction est d'environ 1,5 cm, la vitesse de capture calculée numériquement est typiquement de 30 ms^{-1} .

2.2.1. Limite des faibles vitesses : régime final

a. Effet de friction

La limite des faibles vitesses (lorsque $k_L v \ll \Gamma, \delta$) est particulièrement intéressante puisque qu'elle correspond au régime final du refroidissement. On développe alors l'expression (2-15) de F_D jusqu'au premier ordre en v ,

$$F_D(v) \approx -\alpha v \quad (2-17)$$

avec

$$\alpha = -2\delta\Gamma \frac{\Omega_1^2 / 2}{(\delta^2 + \Gamma^2 / 4)^2} \hbar k_L^2 \tag{2-18}$$

F_D s'exprime comme une force de friction où le coefficient de friction α dépend des paramètres δ et Ω_1 . La valeur maximale de α est obtenue lorsque $\delta = -\Gamma/\sqrt{12}$ puis décroît rapidement avec $|\delta|$ (Figure 5). Signalons que α est proportionnel à l'intensité de l'onde.

α est relié au temps moyen d'amortissement τ_{fric} de la vitesse atomique par la relation suivante :

$$\tau_{fric} = \frac{M}{\alpha} \approx \frac{2\hbar}{E_R} \tag{2-19}$$

où E_R est l'énergie de recul. τ_{fric} vaut environ 100 μ s.

b. Température finale

Si la force de pression de radiation donnée par l'expression (2-17) était la seule force agissant sur les atomes, on pourrait s'attendre à ce que la température tende vers zéro. En réalité, il faut se souvenir qu'il s'agit d'une force moyenne où les fluctuations associées au caractère aléatoire de l'émission spontanée n'apparaissent pas [23]. L'émission spontanée joue un rôle essentiel dans le refroidissement puisqu'elle dissipe l'énergie cinétique de l'atome sous forme d'énergie lumineuse, mais elle impose aussi la limitation majeure du refroidissement Doppler et plus généralement de tout refroidissement basé sur l'échange d'impulsion entre photons et atomes selon des cycles de fluorescence.

Quelle est alors la température finale du refroidissement Doppler ? Puisque l'atome absorbe et émet des photons en permanence, on pourrait penser que la température finale correspond à la dispersion en vitesse due à l'échange d'un seul photon. Cette limite est appelée « limite recul » et correspond à une température T_R dite de recul, tel que :

$$\frac{k_B T_R}{2} = E_R \tag{2-20}$$

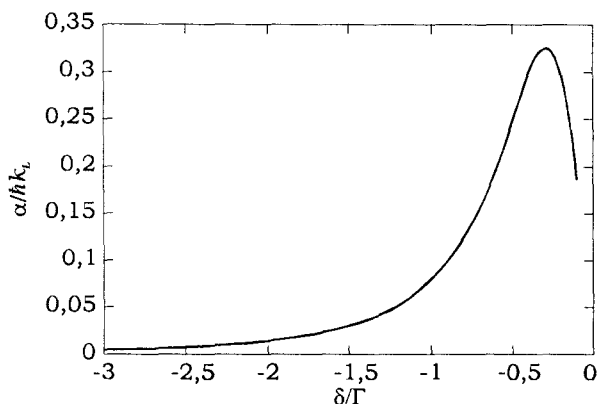


Figure 5 **Coefficient de friction α en fonction de δ avec $\Omega_1 = 0,5\Gamma$**

où k_B est la constante de Boltzman. Pour l'atome de césium, la température de recul vaut $0,2 \mu\text{K}$.

Cette limite intrinsèque du refroidissement par cycle de fluorescence n'est généralement pas atteinte par le refroidissement Doppler [24]. Le calcul de la température Doppler est complexe, mais nous pouvons en obtenir une valeur approchée par un raisonnement intuitif : la température Doppler résulte d'un équilibre entre un terme de chauffage dû à l'émission spontanée et un terme de refroidissement provenant de l'effet de friction décrit précédemment. Evaluons maintenant ces deux termes :

- terme de chauffage : le mouvement de l'atome dans le bain de photons est similaire à un mouvement brownien avec un pas d'impulsion $\hbar k_L$ tous les $(\Gamma \Pi_e)^{-1}$. On en déduit alors que la variation de vitesse quadratique moyenne de diffusion s'écrit :

$$\left(\frac{dv_{rms}^2}{dt} \right)_{dif} = 2 \frac{D}{M^2} = \frac{(\hbar k_L)^2 \Gamma}{M^2} \frac{\Omega_1^2}{4 \delta^2 + \Gamma^2 / 4} \quad (2-21)$$

où D , le coefficient de diffusion en impulsion, mesure le taux de croissance de la dispersion en impulsion. Notons que l'expression (2-21) n'est valable que si la vitesse de l'atome est une grandeur continue, il faut donc que l'inégalité :

$$T \gg T_R \quad (2-22)$$

soit vérifiée, ce qui est le cas, nous le verrons, à la température Doppler.

- terme de refroidissement : de l'expression (2-17), on en déduit une équation équivalente à (2-21) mais correspondant cette fois au terme de refroidissement :

$$\left(\frac{dv_{rms}^2}{dt} \right)_{ref} = -2\alpha \frac{v_{rms}^2}{M} \quad (2-23)$$

A l'équilibre les termes de diffusion (2-21) et de friction (2-23) vérifient l'équation suivante :

$$\left(\frac{dv_{rms}^2}{dt} \right)_{ref} + \left(\frac{dv_{rms}^2}{dt} \right)_{dif} = 0 \quad (2-24)$$

En insérant les expressions (2-21) et (2-23) dans (2-24) et en utilisant (2-18), on en déduit la température Doppler T_D suivante :

$$\frac{k_B T_D}{2} = \frac{M v_{rms}^2}{2} = \frac{D}{2\alpha} = -\frac{\hbar}{8\delta} (\delta^2 + \Gamma^2 / 4) \quad (2-25)$$

La température limite Doppler est obtenue lorsque $\delta = -\Gamma/2$ et vaut [24] :

$$\frac{k_B T_D}{2} = \frac{7}{40} \hbar \Gamma \tag{2-26}$$

Remarque : La principale approximation menant au résultat (2-25) provient du coefficient de diffusion en impulsion D . Nous n'avons en effet tenu compte dans son expression que du caractère aléatoire de l'émission spontanée alors qu'il existe aussi une composante aléatoire associée à l'absorption [16].

On peut comprendre qualitativement que la limite du refroidissement Doppler soit supérieure à la limite recul à l'aide d'un raisonnement physique simple : le niveau excité instable de la transition est caractérisé par une largeur homogène Γ . Si la vitesse de l'atome est telle que le produit $k_L v$ devient négligeable devant Γ , l'atome ne sera plus sensible à la différence de fréquence entre l'onde + et l'onde -. Le rapport $\epsilon = k_L v / \Gamma$ est donc un paramètre clef, qui mesure la sensibilité d'un atome de vitesse v au refroidissement Doppler. Le refroidissement sera d'autant plus efficace que Γ sera petit. La valeur de Γ dépend bien évidemment de l'espèce atomique et de la transition utilisées. Dans notre cas Γ vaut $3 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, et la température Doppler limite est autour de 100 μK soit 500 fois plus élevée que la température recul. A la température Doppler, le paramètre ϵ vaut 2×10^{-2} . Remarquons que le refroidissement est sensible bien au delà de la largeur homogène de la transition.

2.3. Piégeage magnéto-optique

Nous allons maintenant décrire le piégeage magnéto-optique d'un atome à niveau fondamental non dégénéré. Après avoir exposé le principe du piégeage magnéto-optique (§ 2.3.1), nous étudierons le régime final d'un atome dans le piège (§ 2.3.2).

2.3.1. Principe du piégeage magnéto-optique

Pour piéger dans l'espace les atomes refroidis, il faut introduire une dépendance en position de la force de pression de radiation. Une configuration satisfaisant cette condition et compatible avec le refroidissement Doppler, est celle d'une transition atomique $J_g=0 - J_e=1$ excitée par deux ondes planes contrapropageantes de polarisation respective σ^+ et σ^- . Ainsi la transition $g_0 - e_1$ est couplée à l'onde σ^+ et la transition $g_0 - e_{-1}$ à l'onde σ^- (Figure 6). On applique un champ magnétique $B = bz$ (avec b constant) qui lève la dégénérescence du niveau excité. Si le signe de b est correctement choisi, les atomes sont ramenés vers le zéro du champ magnétique par une force de rappel. Sur la Figure 6, l'onde

σ^+ (resp. σ^-) est d'autant plus résonnante que z est négatif (resp. positive) et donc pousse les atomes vers la droite (resp. gauche). Le piégeage magnéto-optique peut être décrit par une force de pression de radiation de même expression que celle du refroidissement Doppler, en rajoutant aux désaccords (2-16) les termes de déplacements Zeeman du niveau excité (l'origine des z est définie par le zéro du champ magnétique et μ_B est le magnéton de Bohr) :

$$\hat{\delta}_{\pm} = \delta \mp k_L v \mp \frac{\mu_B b}{\hbar} z \quad (2-27)$$

A vitesse nulle, la force est conservative, et correspond au potentiel magnéto-optique suivant (Figure 7) :

$$V(z) = 2k_L \mu_B b \Omega_1^2 \left[\text{Arctg} \left(2 \frac{\delta - \frac{\mu_B b}{\hbar} z}{\Gamma} \right) + \text{Arctg} \left(2 \frac{\delta + \frac{\mu_B b}{\hbar} z}{\Gamma} \right) - 2 \text{Arctg} \left(2 \frac{\delta}{\Gamma} \right) \right] \quad (2-28)$$

avec $z=0$ comme origine des potentiels. On remarque que la profondeur du potentiel de quelques Kelvin est grande par rapport à la température Doppler.

2.3.2. Régime final et distribution spatiale des atomes

Dans le régime final, z est petit ($\mu_B b z / \hbar \ll \Gamma, \delta$) et la force de pression de radiation est proche de :

$$F_D(z) \approx -\alpha v - kz \quad (2-29)$$

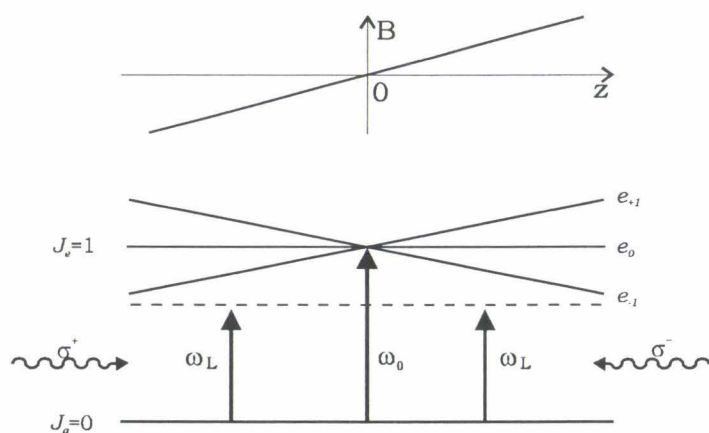


Figure 6 **Principe du piégeage magnétique.** On considère une transition $J_g=0-J_e=1$ en interaction avec deux ondes planes contrapropageantes de polarisation respective σ^+ et σ^- . On applique un champ magnétique B à gradient constant qui lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman du niveau excité. Les atomes sont ramenés vers le zéro du champ magnétique par un différentiel de pression de radiation.

où k , la constante de raideur du piège, a pour expression :

$$k = \frac{\alpha}{k_L} \frac{\mu_B b}{\hbar} \tag{2-30}$$

Dans le régime final, lorsque l'on tient compte du refroidissement Doppler et du piégeage magnéto-optique, la force de pression de radiation est de type harmonique amortie.

Si le gaz d'atomes refroidis suit les lois de la physique statistique classique, alors en appliquant le théorème d'équipartition, on trouve que :

$$\frac{k}{2} z_{rms}^2 = \frac{M v_{rms}^2}{2} = \frac{D}{2\alpha} \tag{2-31}$$

où z_{rms}^2 est la position quadratique moyenne du piège. Des expressions (2-30) et (2-31) on en déduit que :

$$z_{rms} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{D \frac{k_L \hbar}{\mu_B b}} \tag{2-32}$$

La taille du nuage d'atomes froids observée expérimentalement est plus grande d'environ deux ordres de grandeur que la dispersion en position d'un atome (Figure 8). Ce décalage entre la théorie et l'expérience est dû à des effets collectifs qui seront discutés dans la section 4.1.

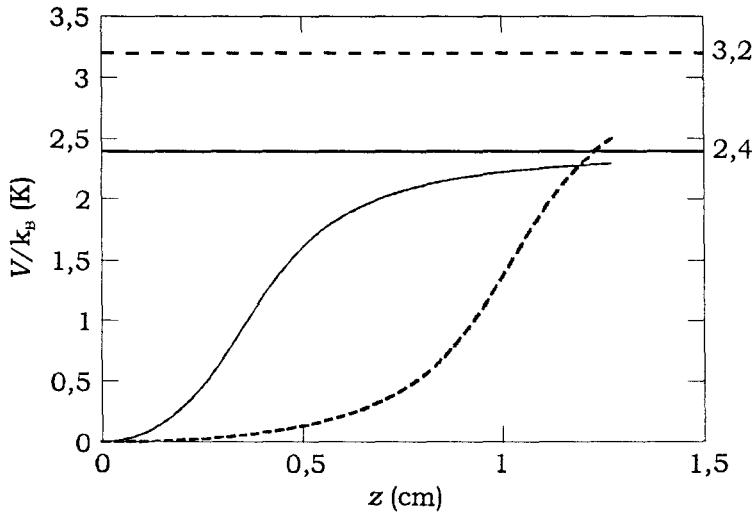


Figure 7 **Potentiel magnéto-optique** vu par un atome de vitesse nulle avec $b=10 \text{ Gcm}^{-1}$ et $\Omega_1=0,5\Gamma$. La courbe en trait plein correspond à $\delta=-\Gamma$ et celle en trait discontinu à $\delta=-3\Gamma$. La profondeur du puits de quelques Kelvin est grande devant la température Doppler. Les valeurs asymptotiques du potentiel sont respectivement de 2,4 K pour $\delta=-\Gamma$ (trait plein), et de 3,2 K pour $\delta=-3\Gamma$ (trait discontinu).

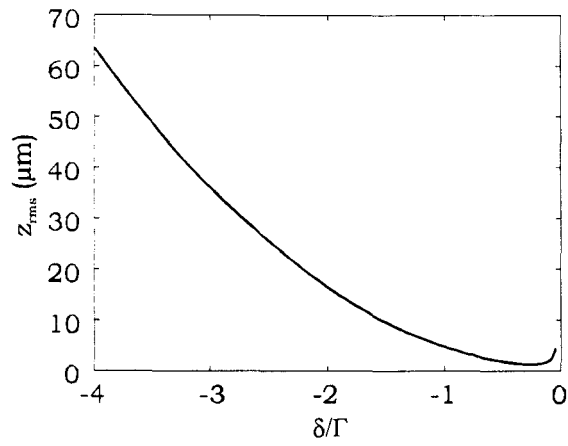


Figure 8 **Dispersion en position d'un atome dans le piège, avec $b=10 \text{ Gcm}^{-1}$ et $\Omega_1=0,5\Gamma$.**

3. Atome à sous-niveaux Zeeman multiples : refroidissement sub-Doppler

Nous allons maintenant considérer le cas d'un atome à sous-niveaux Zeeman dégénérés. Cette nouvelle approche, plus complexe, est essentiellement motivée par le manque d'accord entre la théorie Doppler et l'expérience (§ 3.1). Nous étudierons une transition $J_g=1-J_e=2$ excitée par deux ondes contrapropageantes de polarisation $\sigma^+-\sigma^-$ (§ 3.2.1). Nous définirons tout d'abord la force de pression de radiation subit par un atome (§ 3.2.2). Après avoir décrit les états internes à l'équilibre de l'atome au repos (§ 3.2.3), nous nous intéresserons à l'évolution de ces grandeurs lorsque l'atome est en mouvement (§ 3.2.4). Nous mettrons alors en évidence des mécanismes de refroidissement sensibles en dessous de la limite Doppler (sub-Doppler). Nous discuterons ensuite des domaines de validité de la théorie, et du régime final. Au refroidissement sub-Doppler vient s'ajouter un piégeage magnéto-optique (§ 3.3) dû aux déplacements Zeeman des sous-niveaux fondamentaux.

3.1. Limite du refroidissement Doppler

Dès les premières expériences sur les mélasses optiques, les températures prédites par le modèle Doppler semblaient être atteintes [25]. Les mesures de température étaient obtenues par une méthode appelée « lâcher et recapture », dont les résultats étaient douteux puisque l'incertitude sur la mesure était du même ordre de grandeur que la valeur mesurée. Avec la mise au point d'une nouvelle technique de mesure plus précise dite de « temps de vol », les températures mesurées expérimentalement se sont avérées être en dessous de la limite Doppler [26].

La principale différence entre le modèle Doppler et les expériences résidait dans l'utilisation d'atomes à sous-niveaux Zeeman multiples. En effet, si seulement deux niveaux sont suffisants pour écrire le refroidissement Doppler, les expériences étaient, quant à elles, menées sur des transitions dégénérées. Une explication fut donnée simultanément par les groupes de C. Cohen-Tannoudji [14] et de S. Chu [15] qui mirent en évidence de nouveaux mécanismes de refroidissement sur des atomes à multiplicités Zeeman mettant en jeu des gradients de polarisation de la lumière. La dépendance en position de la polarisation du champ électrique engendre des processus de redistribution entre sous-niveaux fondamentaux qui augmentent l'efficacité du refroidissement. L'idée fut vérifiée expérimentalement par les équipes du N.I.S.T. [27] et du L.K.B. [28].

3.2. Refroidissement sub-Doppler

Nous développerons ici uniquement le refroidissement par gradient d'orientation de polarisation dit « refroidissement $\sigma^+-\sigma^-$ », compatible avec le piégeage magnéto-optique. Il existe néanmoins d'autres mécanismes de refroidissement sub-Doppler mettant en jeu des gradients d'ellipticité de polarisation : on parle alors de refroidissement Sisyphes [14].

3.2.1. Position du problème

Le principe du refroidissement sub-Doppler $\sigma^+-\sigma^-$ est présenté sur un modèle unidimensionnel suivant l'axe Oz . On considère deux ondes planes contrapropageantes de pulsation ω_L et de polarisations respectives σ^+ et σ^- . Le champ électrique total en z et à un instant t s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = E_0(\vec{e}_+ e^{ik_L z} + \vec{e}_- e^{-ik_L z})e^{i\omega_L t} + c.c. \quad (3-1)$$

On suppose que les amplitudes des champs sont égales. L'onde de polarisation σ^+ se propage selon les z positifs et inversement pour l'onde de polarisation σ^- . Les vecteurs de polarisation respectifs aux deux ondes lasers s'écrivent :

$$\vec{e}_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \quad (3-2a)$$

$$\vec{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \quad (3-2b)$$

En insérant les équations (3-2) dans (3-1), on trouve que :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \vec{e}_Y e^{i\omega_L t} + c.c. \quad (3-3)$$

avec :

$$\vec{e}_Y = \vec{e}_x \sin k_L z + \vec{e}_y \cos k_L z \quad (3-4)$$

Le champ électrique total est polarisé linéairement suivant un axe OY coïncidant avec Oy en $z=0$. L'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse caractérisée par un angle $\phi = -k_L z$ avec l'axe Oy et de pas correspondant à la longueur d'onde λ (Figure 9).

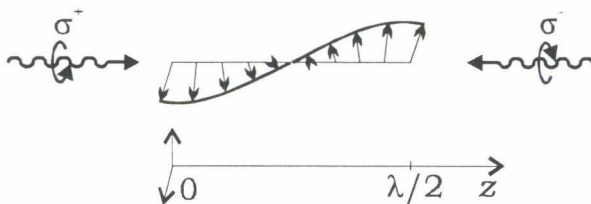


Figure 9 **Représentation graphique du champ électrique total vu par un atome.** L'extrémité du vecteur décrit le long de l'axe Oz une hélice d'angle $\phi = -k_L z$ par rapport à l'axe Oy et de pas λ .

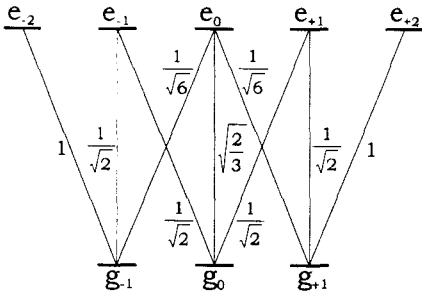


Figure 10 Structure des sous-niveaux Zeeman et coefficients de Clebsh-Gordan pour une transition $J_g = 1 - J_e = 2$.

Le champ électromagnétique interagit avec un atome se déplaçant suivant Oz. Nous étudierons la transition $J_g=1-J_e=2$ (Figure 10), la plus simple faisant apparaître le refroidissement sub-Doppler $\sigma^+-\sigma^-$ ([16] chap. 10).

On choisit l'axe de quantification suivant l'axe de propagation des ondes, et on pose que les états $|g_m\rangle$ sont états propres de J_z . L'atome quitte alors l'un des niveaux g_m en absorbant soit un photon σ^+ soit un photon σ^- .

Les temps d'évolution associés aux populations des niveaux g_m et aux cohérences entre niveaux g_m sont les variables lentes du système : nous nous limiterons en effet au cas des faibles saturations ($s \ll 1$). Nous éliminons donc adiabatiquement les évolutions des cohérences entre les niveaux g_m et e_m et des populations des niveaux e_m ([16] chap. 8).

3.2.2. Force de pression de radiation

Nous savons que la force de pression de radiation correspond au produit de l'impulsion du photon par le taux de fluorescence (2-12). A la limite des faibles saturations, le taux de fluorescence est proche du taux de départ du niveau fondamental^[2]. La force de pression de radiation totale pour une transition $J-J+1$ excitée par des ondes $\sigma^+-\sigma^-$, s'écrit alors comme la somme sur m des probabilités de transition par unité de temps partant du sous-niveau g_m vers $e_{m'}$ (où $m'=m\pm 1$), multipliée par l'impulsion du photon [29] :

$$\bar{F}_{J \rightarrow J+1} = \frac{\Gamma}{2} s \sum_{m=-J}^{+J} \Pi_m \left[(C_m^{m+1})^2 - (C_m^{m-1})^2 \right] \hbar k_L \bar{e}_z \quad (3-5)$$

Dans le crochet, le premier et le deuxième terme correspondent respectivement à l'onde de polarisation σ^+ et à l'onde de polarisation σ^- . C_m^m est le coefficient de Clebsh-Gordan de la transition $g_m - e_m$. Les populations Π_m correspondent aux états $|g_m\rangle$.

^[2] Le taux de départ du niveau fondamental correspond à la probabilité de quitter ce niveau par unité de temps.

Pour une transition $J_g=1-J_e=2$, les coefficients de Clebsh-Gordan sont indiqués sur la Figure 10, et on obtient :

$$\bar{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{5\Gamma}{12} s(\Pi_1 - \Pi_{-1}) \hbar k_L \bar{e}_z \quad (3-6)$$

La force de pression de radiation est proportionnelle à la différence entre les populations Π_1 et Π_{-1} . La population Π_0 n'apparaît pas dans l'expression de la force de pression de radiation car les taux de départ, correspondant aux couplages entre le niveau g_0 et les ondes σ^+ et σ^- , sont respectivement identiques.

3.2.3. Etats internes à l'équilibre pour un atome au repos

Nous allons maintenant développer une théorie semiclassique du couplage entre les états $|g_m\rangle$ par les ondes $\sigma^+-\sigma^-$. Nous ne tiendrons donc pas compte de l'émission spontanée, ce qui revient à dire que nous étudierons le système {atome au repos+laser} (que l'on notera {AR+L}) (§ a). Nous calculerons ensuite les populations à l'équilibre des niveaux g_m de l'atome au repos (§ b). Dans la section suivante (§ 3.2.4), nous montrerons que le mouvement de l'atome induit un couplage entre les états propres du système {AR+L}

a. Etats propres du système

Nous n'entrerons pas dans les détails du calcul de l'hamiltonien effectif associé au système {AR+L} ([16] chap. 10), et nous admettrons que pour une transition $J_g=1-J_e=2$, son expression est :

$$H_{eff} = \frac{\hbar\delta}{2} s \left[|g_0\rangle\langle g_0| + \frac{7}{6} (|g_1\rangle\langle g_1| + |g_{-1}\rangle\langle g_{-1}|) + \frac{1}{6} (|g_1\rangle\langle g_{-1}| e^{2ik_L z} + |g_{-1}\rangle\langle g_1| e^{-2ik_L z}) \right] \quad (3-7)$$

Physiquement, on peut comprendre aisément la forme de cet hamiltonien : le terme en facteur correspond au déplacement lumineux du niveau fondamental. Dans le crochet, les termes $|g_m\rangle\langle g_m|$ représentent les couplages possibles entre les sous-niveaux d'un niveau $J_g=1$. Chaque terme $|g_m\rangle\langle g_m|$ est pondéré par la somme des coefficients de Clebsh-Gordan au carré de toutes les transitions possibles de $|g_m\rangle$ vers $|g_m\rangle$. Notons que les seuls termes dépendant de z sont ceux contenant $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$. En effet ces termes impliquent les deux ondes contrapropageantes dont la phase relative varie comme $\pm 2ik_L z$.

Utilisons les symétries du problème pour déterminer les états propres du système {AR+L}. En effet l'hamiltonien effectif (3-7) reste inchangé lorsque l'on effectue les transformations suivantes :

$$\begin{aligned} |g_1\rangle &\rightarrow |g_{-1}\rangle \\ |g_{-1}\rangle &\rightarrow |g_1\rangle \\ z &\rightarrow -z \end{aligned} \tag{3-8}$$

On en déduit alors que les états propres sont de la forme :

$$|\Psi_S(z)\rangle = A_S [|g_1\rangle e^{ik_L z} + |g_{-1}\rangle e^{-ik_L z}] \tag{3-9a}$$

$$|\Psi_A(z)\rangle = A_A [|g_{-1}\rangle e^{-ik_L z} - |g_1\rangle e^{ik_L z}] \tag{3-9b}$$

La condition de normalisation donne $A_S = 1/\sqrt{2}$ et $A_A = -1/\sqrt{2}$, où le signe (-) a été choisi par commodité. Notons que les états $|\Psi_S(z)\rangle$ et $|\Psi_A(z)\rangle$ dépendent de z .

Les valeurs propres respectivement associées à $|g_0\rangle$, $|\Psi_S(z)\rangle$ et $|\Psi_A(z)\rangle$,

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\hbar\delta}{2} s \\ E_S &= \frac{2\hbar\delta}{3} s \\ E_A &= \frac{\hbar\delta}{2} s \end{aligned} \tag{3-10}$$

correspondent aux déplacements lumineux des niveaux g_0 , $\Psi_A(z)$ et $\Psi_S(z)$. Notons qu'elles ne dépendent pas de z et que les états $|g_0\rangle$ et $|\Psi_A(z)\rangle$ restent dégénérés (Figure 11).

Les états $|g_0\rangle$, $|\Psi_S(z)\rangle$ et $|\Psi_A(z)\rangle$ étant les états propres du système {AR+L}, l'atome initialement au repos dans un de ces états, ne pourra pas le quitter par couplage cohérent avec les ondes lasers. Notons qu'il pourra cependant le faire par pompage optique (absorption d'un photon suivie d'une émission spontanée).

Les valeurs et les états propres de H_{eff} auraient pu être obtenus aussi en utilisant la base $\{|g_m\rangle_Y\}$ définie par l'opérateur J_Y (OY est l'axe contenant le vecteur champ électrique local). On peut alors facilement montrer que les états $|g_m\rangle_Y$ sont états propres de H_{eff} et que :

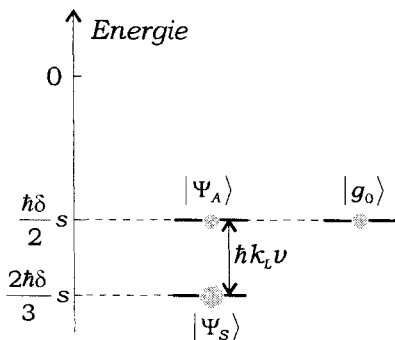


Figure 11 **Déplacement lumineux des sous-niveaux $J_g = 1$ en interaction avec deux ondes lasers contrapropageantes de polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$, avec $\delta < 0$. Les ronds pleins correspondent à la population d'équilibre des sous-niveaux. La double flèche représente le couplage des états induit par le mouvement de l'atome, caractérisé par une pulsation $k_L v$.**

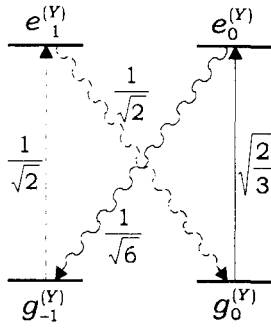


Figure 12 **Pompage optique et équilibre entre sous-niveaux.** Ici l'exemple porte sur le niveau $g_{-1}^{(Y)}$, le cycle en pointillé dépeuple le niveau tandis que le cycle en trait plein le peuple. A l'équilibre les taux de transitions correspondants sont égaux

$$|g_0(z)\rangle_Y = |\Psi_S(z)\rangle$$

$$|g_1(z)\rangle_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} [|g_0\rangle - i |\Psi_A(z)\rangle] \quad (3-11)$$

$$|g_{-1}(z)\rangle_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} [|g_0\rangle + i |\Psi_A(z)\rangle]$$

Nous allons maintenant utiliser les relations (3-11) pour calculer les populations à l'équilibre des niveaux g_0 , $\Psi_A(z)$ et $\Psi_S(z)$ puis des niveaux g_{-1} et g_1 .

b. Populations à l'équilibre

Plaçons nous dans la base $\{|g_m\rangle_Y\}$ et nommons $\Pi_{-1}^{(Y)}$, $\Pi_0^{(Y)}$ et $\Pi_1^{(Y)}$ les populations à l'équilibre correspondant respectivement aux niveaux $g_{-1}^{(Y)}$, $g_0^{(Y)}$ et $g_1^{(Y)}$.

Cherchons trois relations liant les populations à l'équilibre :

- La première relation est immédiate, et découle de la normalisation des populations :

$$\sum_{m=-1}^1 \Pi_m^{(Y)} = 1 \quad (3-12)$$

- Pour déterminer les deux autres relations, rappelons que la population d'un niveau résulte d'un équilibre entre le taux de départ et le taux d'arrivée du niveau en question. Prenons par exemple le niveau $g_{-1}^{(Y)}$: il est dépeuplé vers $g_0^{(Y)}$ par absorption d'un photon π puis par émission spontanée d'un photon σ^+ alors qu'il est peuplé à partir du niveau $g_0^{(Y)}$ par absorption d'un photon π puis par émission spontanée d'un photon σ^- (Figure 12)^[3]. Ainsi les populations $\Pi_{-1}^{(Y)}$ et $\Pi_0^{(Y)}$ vérifient la relation suivante :

^[3] Rappelons que dans la base des états associée à J_Y où OY est l'axe contenant le vecteur champ électrique, les photons sont polarisés linéairement.

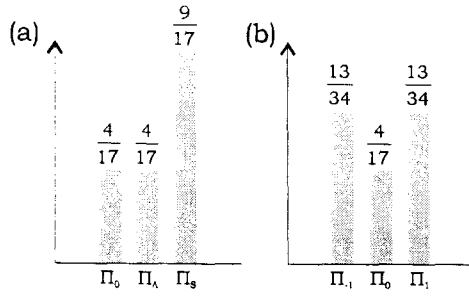


Figure 13 **Populations des sous-niveaux à l'équilibre.** Le graphe (a) correspond aux états propres de H_{eff} . Les populations des états $|g_m\rangle$ sont présentées sur le graphe (b).

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \Pi_{-1}^{(Y)} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 \Pi_0^{(Y)} \quad (3-13)$$

Pour des raisons de symétrie entre les coefficients de Clebsch-Gordan, on obtient immédiatement la dernière relation, liant les populations $\Pi_1^{(Y)}$ et $\Pi_{-1}^{(Y)}$:

$$\Pi_{-1}^{(Y)} = \Pi_1^{(Y)} \quad (3-14)$$

D'après les relations (3-11), (3-12), (3-13) et (3-14), on déduit que :

$$\Pi_A = \Pi_0 = \frac{4}{17}$$

$$\Pi_s = \frac{9}{17} \quad (3-15)$$

En utilisant les équations (3-9), on exprime les états $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$ en fonction des états $|\psi_A(z)\rangle$ et $|\psi_S(z)\rangle$, et on en déduit les populations à l'équilibre des niveaux g_m (Figure 13) :

$$\Pi_{-1} = \Pi_1 = \frac{13}{34}$$

$$\Pi_0 = \frac{4}{17} \quad (3-16)$$

Pour une transition $J_g=1-J_e=2$, les ondes $\sigma^+ - \sigma^-$ tendent à peupler les sous-niveaux extrêmes. Avec la même configuration, ce résultat peut se généraliser à une transition $J-J+1$ [29]. Notons aussi que Π_1 est égale à Π_{-1} , ce qui implique que lorsque l'atome est au repos, la force de pression de radiation est nulle. L'état de vitesse nulle est donc un état d'équilibre en l'absence d'émission spontanée.

3.2.4. Atome en mouvement

Nous allons maintenant étudier l'évolution des états $|g_0\rangle$, $|\Psi_S(z)\rangle$ et $|\Psi_A(z)\rangle$ lorsque l'atome est en mouvement. Grâce à un changement de référentiel nous garderons un hamiltonien indépendant du temps où le mouvement de l'atome sera décrit en rajoutant un terme d'interaction V_{rot} (§ a). Nous montrerons ensuite que V_{rot} couple les états $|\Psi_S\rangle$, $|\Psi_A\rangle$ et induit un déséquilibre entre les populations Π_1 et Π_{-1} (§ b). Nous en déduisons la force de pression de radiation associée au nouveau mécanisme de refroidissement (§ e), et nous comparerons la théorie à celle développée pour un atome à niveau fondamental non dégénéré (Doppler) (§ g).

a. Passage au référentiel tournant

Dans le référentiel lié au laboratoire, un atome se déplaçant à une vitesse v selon Oz voit une polarisation qui tourne autour de Oz avec une pulsation $-k_L v$. L'idée est d'introduire un référentiel tournant à la même pulsation que la polarisation de sorte que celle-ci garde une direction fixe. Un tel changement de référentiel est réalisé en appliquant la transformation unitaire suivante ([16] chap. 10) :

$$T(t) = \exp\left(-i \frac{k_L \omega_J z}{\hbar} t\right) \quad (3-17)$$

Le nouvel hamiltonien s'écrit alors :

$$\bar{H} = T(t)HT^+(t) + \dot{T}\left[\frac{dT(t)}{dt}\right]T^+(t) \quad (3-18)$$

En utilisant (3-17) et (3-18) on en déduit que :

$$\dot{T}\left[\frac{dT(t)}{dt}\right]T^+(t) = V_{rot} = k_L \omega_J z \quad (3-19)$$

Ce terme indépendant du temps a la même forme qu'une interaction hamiltonienne créée par un champ magnétique, parallèle à Oz , et de pulsation de Larmor égale à $k_L v$. Ainsi la dynamique d'un atome en mouvement est la même que celle d'un atome au repos en $z=0$ auquel on soumet un champ magnétique parallèle à Oz . Nous nous servirons dans la suite de cette analogie pour décrire l'influence du gradient de champ magnétique du piège sur un atome à multiplicité Zeeman (§ 3.3).

b. Couplage des états et déséquilibre des populations

Etudions l'effet de V_{rot} sur les états $|g_0\rangle$, $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$ ^[4]. A partir de (3-9) et de (3-19), on montre facilement que V_{rot} n'admet qu'un élément non nul couplant $|\Psi_A\rangle$ à $|\Psi_S\rangle$:

$$\langle \Psi_S | V_{rot} | \Psi_A \rangle = \hbar k_L v \quad (3-20)$$

représenté par la double flèche sur la Figure 11.

A la limite des faibles vitesses ($k_L v \ll s\delta$), V_{rot} est petit par rapport au décalage en énergie $E_S - E_A$ de $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$:

$$E_S - E_A = \frac{\hbar s \delta}{6} \quad (3-21)$$

Aussi l'effet de V_{rot} peut être traité par la théorie des perturbations indépendante du temps [30]. Pour simplifier les calculs, nous supposerons que le décalage en énergie des états $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$ est grand par rapport à la largeur des niveaux. Ainsi l'inégalité suivante doit être satisfaite :

$$|\delta| \gg \Gamma \quad (3-22)$$

A l'ordre le plus bas en $k_L v / s\delta$, l'état $|\Psi_A\rangle$ (resp. $|\Psi_S\rangle$) est contaminé par $|\Psi_S\rangle$ (resp. $|\Psi_A\rangle$), alors que les populations Π_A et Π_S restent inchangées.

Nommons $|\bar{\Psi}_A\rangle$ et $|\bar{\Psi}_S\rangle$ les états contaminés associés à $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$. On trouve alors :

$$|\bar{\Psi}_A\rangle = |\Psi_A\rangle - \frac{\hbar k_L v}{E_S - E_A} |\Psi_S\rangle \quad (3-23a)$$

$$|\bar{\Psi}_S\rangle = |\Psi_S\rangle + \frac{\hbar k_L v}{E_S - E_A} |\Psi_A\rangle \quad (3-23b)$$

En insérant les expressions (3-9) et (3-21) dans (3-23), nous obtenons :

$$|\bar{\Psi}_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(1 - \frac{6k_L v}{s\delta} \right) |g_{+1}\rangle - \left(1 + \frac{6k_L v}{s\delta} \right) |g_{-1}\rangle \right] \quad (3-24a)$$

$$|\bar{\Psi}_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(1 + \frac{6k_L v}{s\delta} \right) |g_{+1}\rangle + \left(1 - \frac{6k_L v}{s\delta} \right) |g_{-1}\rangle \right] \quad (3-24b)$$

Alors que les poids des états $|g_1\rangle$ et $|g_{-1}\rangle$ sont égaux dans les états $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$, ceci n'est plus vrai pour les états $|\bar{\Psi}_A\rangle$ et $|\bar{\Psi}_S\rangle$. Comme Π_S est différent de Π_A , le mouvement de

^[4] Les états $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$ correspondent aux états $|\Psi_A(z)\rangle$ et $|\Psi_S(z)\rangle$. Le changement de référentiel les a rendus indépendant de z .

l'atome induit une différence de population entre Π_1 et Π_{-1} , et donc une force de pression de radiation non nulle. A partir des relations (3-24), on trouve que :

$$\Pi_1 - \Pi_{-1} = \frac{60}{17} \frac{k_L v}{s\delta} \quad (3-25)$$

c. Discussion physique

Nous avons montré que le couplage des sous-niveaux fondamentaux via le mouvement de l'atome induit une différence de population entre les niveaux g_1 et g_{-1} . Plaçons nous à $\delta < 0$ et supposons que $v > 0$, alors d'après (3-25) on a $\Pi_{-1} > \Pi_1$. Prenons le cas limite où $\Pi_{-1} \gg \Pi_1$ et intéressons nous uniquement à l'évolution du niveau g_{-1} . Compte tenu des valeurs des coefficients de Clebsh-Gordan, l'atome effectuera un cycle de fluorescence préférentiellement en absorbant un photon σ^- plutôt qu'un photon σ^+ (Figure 14). Si maintenant $v < 0$, on a l'effet inverse. Ainsi l'atome absorbe préférentiellement des photons de l'onde laser s'opposant à son mouvement. Ce processus est à l'origine de la force de pression de radiation dissipative qui peut conduire à des températures sub-Doppler, dont l'expression est donnée par la relation (3-6).

d. Force liée à la redistribution

Le déséquilibre des populations à l'origine du refroidissement sub-Doppler s'accompagne d'un processus de redistribution entre les niveaux g_1 et g_{-1} : un photon d'une onde laser est absorbé puis réémis dans l'autre onde laser. Dans cet échange d'un photon entre les ondes, l'énergie est conservée, mais l'impulsion de l'atome varie de $\pm 2\hbar k_L$ selon le sens de la redistribution. Le caractère cohérent de la redistribution implique que son sens (d'une onde vers l'autre ou vice versa) dépend de la phase relative entre les ondes et du signe du désaccord δ ([21] chap. V, [16] chap. 3). La force qui en découle, appelée force dipolaire ou réactive, est conservative.

On peut montrer que, pour le refroidissement sub-Doppler $\sigma^+ - \sigma^-$, la force réactive qui

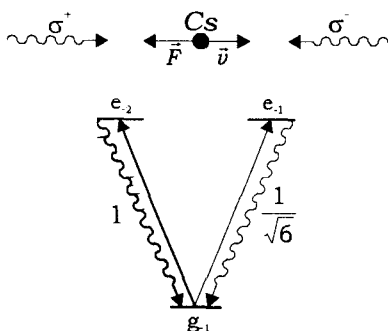


Figure 14

Effet de friction. Avec $\delta < 0$ et $v > 0$, on suppose que $\Pi_{-1} \gg \Pi_1$, et on s'intéresse uniquement à l'évolution de g_{-1} . Compte tenu des coefficients de Clebsh-Gordan, l'atome absorbera préférentiellement des photons de l'onde σ^- , ce qui génère une force de pression de radiation dissipative.

découle des effets de redistribution s'oppose au mouvement de l'atome. Elle contribue pour un sixième à la force totale exercée par les ondes laser sur l'atome ([16] chap. 10).

e. Force de pression de radiation

A la limite des faibles vitesses, l'expression (3-25) de $\Pi_1 - \Pi_{-1}$, généralisée à un désaccord quelconque et en tenant compte des effets dissipatif et de redistribution, s'écrit de la manière suivante ([16] chap. 10) :

$$\Pi_1 - \Pi_{-1} = \frac{240}{17s} \frac{\delta}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} k_L v \quad (3-26)$$

En insérant (3-26) dans (3-6), la force s'écrit :

$$F = -\alpha v \quad (3-27)$$

où le coefficient de friction est donné par :

$$\alpha = -\frac{120}{17} \hbar k_L^2 \frac{\Gamma \delta}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} \quad (3-28)$$

Le coefficient de friction est donc indépendant de l'intensité des ondes et atteint sa valeur maximale lorsque $\delta = \sqrt{5/4}\Gamma$ puis diminue lentement avec $|\delta|$ (Figure 15). A grand désaccord ($|\delta| \gg \Gamma$), le coefficient de friction sub-Doppler est généralement plus grand que le coefficient de friction Doppler (Figure 5).

f. Régime final

Comme pour le refroidissement Doppler, le régime final résulte d'un équilibre entre le terme de friction et un terme de chauffage dû au caractère aléatoire des processus d'absorption et d'émission, ce dernier se caractérise par un coefficient de diffusion en impulsion D ([14, 31]) :

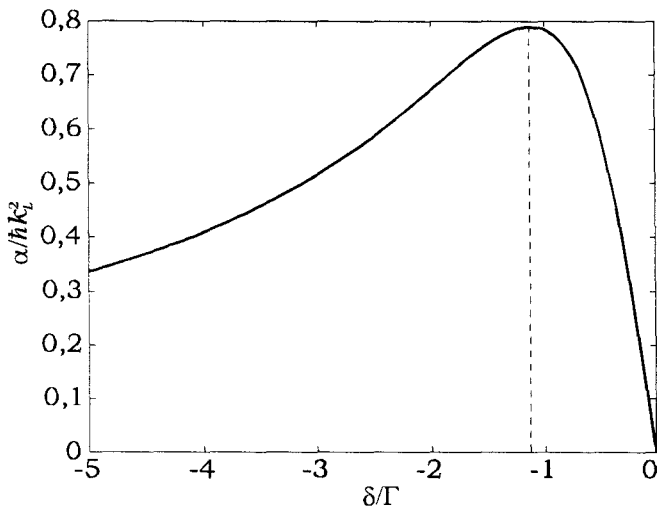


Figure 15 **Variation du coefficient de friction** en fonction de δ . α atteint sa valeur maximale lorsque $\delta = -\sqrt{5/4}\Gamma$.

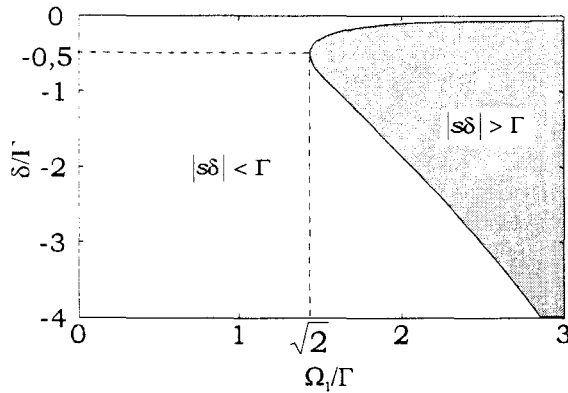


Figure 16 **Type du refroidissement en fonction de δ et de Ω_1 .** Lorsque $|s\delta| < \Gamma$ le refroidissement sub-Doppler est plus sensible en vitesse que le refroidissement Doppler, et inversement si $|s\delta| > \Gamma$ (zone grisée).

$$D = (\hbar k_L)^2 \Gamma s \left[\frac{58}{170} + \frac{36}{17} \frac{5\Gamma^2}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} \right] \quad (3-29)$$

Lorsque $|\delta| \gg \Gamma$, on a $\alpha \propto 1/\delta$ et $D \propto \Omega_1^2/\delta^2$. On peut donc, en diminuant l'intensité, garder un terme de friction constant tout en diminuant le terme de diffusion, et ainsi obtenir une température plus basse. A partir des expressions (3-28) et (3-29), on trouve que la température d'équilibre a pour expression :

$$\frac{k_B T}{2} = \frac{D}{2\alpha} = \frac{\hbar \Omega_1^2}{2|\delta|} \left[\frac{29}{300} + \frac{254}{75} \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \right] \quad (3-30)$$

La température d'équilibre est donc proportionnelle à l'intensité des faisceaux laser.

On remarque que la température telle qu'elle est définie en (3-30) n'admet pas de valeur minimale, alors que l'on sait qu'il existe une limite intrinsèque correspondant à la température de recul (§ 2.2). Cette contradiction est due au traitement semiclassique, qui n'est plus valable lorsque la température devient proche de la température de recul, le mouvement de l'atome devant alors être quantifié [32]. Il n'est pas utile dans le cadre de ce mémoire d'introduire l'approche quantique, car comme nous le verrons plus tard, l'essentiel du travail a été fait proche de la résonance ($-3\Gamma < \delta < 0$) où l'approche semiclassique reste valable. Retenons que la température minimale est d'environ 2,5 μK à $\delta = -3\Gamma$, c'est à dire autour de treize fois la température de recul et d'un quarantième de la température Doppler.

g. Comparaison avec le refroidissement Doppler

La sensibilité en vitesse du refroidissement $\sigma^+ - \sigma^-$ dépend de l'intensité du couplage V_{rot} entre les états $|\Psi_A\rangle$ et $|\Psi_S\rangle$ par rapport à leur décalage en énergie $E_S - E_A$. Elle varie donc en $k_L v / s\delta$ et non en $k_L v / \Gamma$ comme pour le refroidissement Doppler (§ 2.2.1.a). Ainsi lorsque l'inégalité,

$$|s\delta| > \Gamma \quad (3-31)$$

est vérifiée, le modèle simple de l'atome à deux niveaux est suffisant pour décrire le refroidissement dans le PMO. La Figure 16 présente en fonction de δ et Ω_1 le domaine de validité de l'inégalité (3-31). Nous verrons dans le chapitre 3 que nos études sur les instabilités du nuage correspondent à une région de l'espace des paramètres où le refroidissement est essentiellement Doppler.

3.3. Influence du gradient de champ magnétique

L'effet du mouvement de l'atome dans la configuration $\sigma^+ - \sigma^-$ est traité en rajoutant un terme de couplage $V_{rot} = k_L v J_z$ à l'hamiltonien décrivant les états du système {AR+L} (§ 3.2.4.a). L'action de V_{rot} est équivalente à celle d'un champ magnétique le long de l'axe Oz de pulsation de Larmor $k_L v$. Si maintenant on rajoute un champ magnétique réel B le long de l'axe Oz, le terme de couplage devient :

$$V'_{rot} = k_L (v + v_B) J_z \quad (3-32)$$

avec

$$v_B = \frac{\mu_B B}{\hbar k_L} \quad (3-33)$$

Dans l'expression (3-27) de la force de friction on remplace v par $v + v_B$, et à la limite où $|k_L (v + v_B)| \ll |s\delta|$, la force de friction devient :

$$F = -\alpha (v + v_B) \quad (3-34)$$

Avec un champ magnétique constant suivant Oz, on obtient donc une mélasse refroidie autour de $-v_B$ au lieu d'être refroidie autour de la vitesse nulle [33].

Supposons maintenant que le champ magnétique soit à gradient constant $b > 0$, compatible avec le piégeage magnéto-optique (§ 2.3). Dans ce cas v_B devient une fonction linéaire de z car $B = bz$. Ainsi un atome en un point z subit une force de rappel proportionnelle à la valeur du champ magnétique qui le ramène vers le centre du piège.

De l'expression (3-33), on trouve immédiatement la constante de raideur k associée à la force de rappel du piège :

$$k = \frac{\alpha}{k_L} \frac{\mu_B b}{\hbar} \quad (3-35)$$

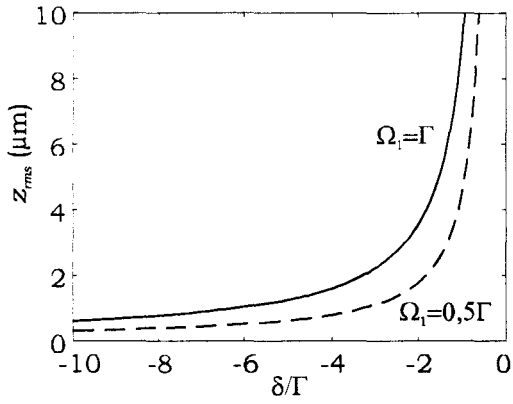


Figure 17 **Taille du nuage dans le cas d'un refroidissement sub-Doppler.** La taille du piège est une fonction décroissante en δ et croissante en Ω_1 .

En suivant le même raisonnement que pour le piège Doppler, z_{rms} est égale à (Figure 17) :

$$z_{rms} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{D \frac{k_L \hbar}{\mu_B b}} \quad (3-36)$$

z_{rms} est une fonction croissante de Ω_1 et décroissante de δ . La taille du nuage mesurée expérimentalement est en réalité plus grande que z_{rms} . Ce désaccord entre la théorie et l'expérience est dû à des effets collectifs entre les atomes du nuage qui seront discutés dans la section 4.1.

4. Caractérisation du nuage atomique

Le refroidissement Doppler et sub-Doppler ainsi que le piégeage magnéto-optique décrits dans les sections précédentes nous permettent de comprendre comment un atome est refroidi et piégé dans le PMO par une force de type harmonique amortie. Nous allons maintenant montrer comment le comportement d'un atome piégé est modifié par la présence de ces voisins. Deux effets interviennent dans le comportement collectif du nuage atomique. Le premier, appelé « effet d'ombre », a pour origine le déséquilibre des intensités des faisceaux du PMO induit par l'absorption du nuage. Cet effet tend à rapprocher les atomes les uns des autres, et donc à comprimer le nuage (§ 4.1.1). Si les ondes sont rétro-réfléchies, l'effet d'ombre tend aussi à déplacer le centre du nuage par rapport au centre du piège (défini par le zéro du champ magnétique). Le second effet, dû à la diffusion multiple dans le nuage, tend à éloigner les atomes les uns des autres et donc à dilater le nuage (§ 4.1.2). On montrera que généralement, l'effet de diffusion multiple est dominant par rapport à l'effet d'ombre, et limite la densité atomique dans le piège (§ 4.1.3).

L'alignement des faisceaux du PMO joue aussi un rôle important dans la dynamique du nuage d'atomes froids. Nous montrerons qu'un déplacement transverse des faisceaux induit un mouvement de rotation du nuage (§ 4.2.1) alors qu'un désalignement angulaire des faisceaux déplace le centre du nuage (§ 4.2.2).

Pour simplifier les calculs, nous ne tiendrons pas compte dans cette section de la multiplicité Zeeman du niveau fondamental de l'atome de césium, et on se placera dans la limite des faibles saturations ($s \ll 1$). On considérera des atomes ayant une transition $J_g=0-J_e=1$ en interaction avec des faisceaux en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$.

4.1. Effets collectifs

4.1.1. Absorption dans le nuage atomique et effet d'ombre

Considérons deux atomes 1 et 2 en interaction avec une onde plane comme présenté sur la Figure 18. L'atome 1 diffuse les photons de l'onde plane, ainsi l'atome 2 voit une intensité plus faible que l'atome 1. Soit $F(1)$ (resp. $F(2)$) la pression de radiation subie par l'atome 1 (resp. 2). Comme la force de pression de radiation croît avec l'intensité de l'onde, on a $F(1) > F(2)$. Cet effet peut être interprété comme générant une force fictive

$$F(2 - 1) = F(2) - F(1) \quad (4-1)$$

qui rapproche les deux atomes.

Evaluons maintenant la force de pression de radiation à l'équilibre selon une direction pour la totalité du nuage atomique en tenant compte de l'effet d'ombre. Notons d'abord que dans notre montage, les deux ondes contrapropageantes sont constituées d'une onde incidente et d'une onde rétro-réfléchie par un miroir. Ainsi à cause de l'absorption du nuage, les intensités à l'entrée du nuage, pour l'onde incidente (indice +) et l'onde réfléchie (indice -), sont différentes et reliées par la relation (Figure 19) :

$$I_{-}(+\infty) = I_{+}(+\infty) \quad (4-2)$$

La force de pression de radiation en z vaut :

$$F(z) = \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{I_{+}(z)/I_s}{\delta_{+}^2/\Gamma^2 + 1/4} - \frac{I_{-}(z)/I_s}{\delta_{-}^2/\Gamma^2 + 1/4} \right) \hbar k_L \quad (4-3)$$

avec :

$$I_{+}(z) = I_{+}(-\infty) \exp\left(-\int_{-\infty}^z n(z)\sigma_A dz\right) \quad (4-4a)$$

$$I_{-}(z) = I_{-}(+\infty) \exp\left(+\int_{+\infty}^z n(z)\sigma_A dz\right) \quad (4-4b)$$

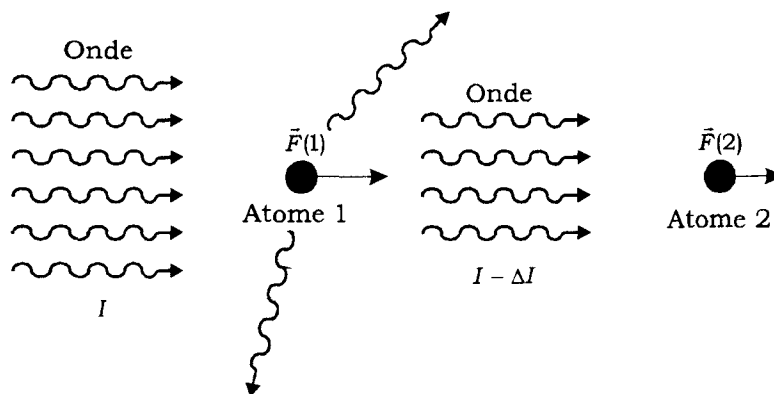


Figure 18 **Effet d'ombre.** A cause de la diffusion de l'onde par l'atome 1, l'atome 2 subit une force de pression de radiation moins importante que l'atome 1.

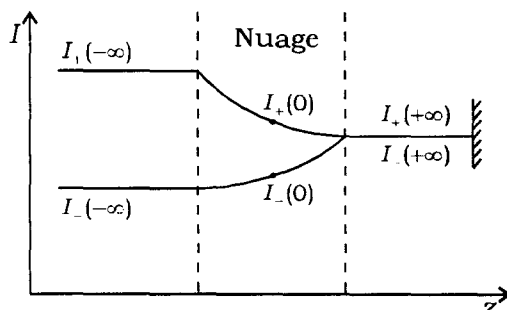


Figure 19 **Variation de l'intensité à l'intérieur du piège.** L'onde passe une première fois dans le piège (onde +) puis est rétro-réfléchie avant de repasser une seconde fois dans le piège (onde -).

$n(z)$ est la densité atomique en z et σ_A la section efficace d'absorption :

$$\sigma_A = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \frac{1}{\delta^2 / \Gamma^2 + 1/4} \quad (4-5)$$

On rappelle que I_s est l'intensité de saturation. Réécrivons la force de pression de radiation afin de faire apparaître le terme lié au déséquilibre des intensités. De l'expression (4-3), on obtient immédiatement :

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{I_+(z)/I_s}{\delta_+^2 / \Gamma^2 + 1/4} - \frac{I_+(z)/I_s}{\delta_-^2 / \Gamma^2 + 1/4} \right) \hbar k_L \\ &\quad - \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{I_-(z) - I_+(z)}{\delta^2 / \Gamma^2 + 1/4} \right) \hbar k_L \\ &= F_D(z) + F'(z) \end{aligned} \quad (4-6)$$

Le terme $F_D(z)$ dans l'expression (4-6) est la force harmonique amortie du refroidissement Doppler, le second terme $F'(z)$ contient l'effet du déséquilibre des intensités. Pour simplifier la description, nous avons omis, dans l'expression de $F'(z)$, la dépendance en z du désaccord associée au gradient du champ magnétique. A l'aide des expressions (4-2) et (4-4), on reformule $F'(z)$ de la manière suivante :

$$F'(z) = -\frac{\Gamma}{2} \frac{I_+(0)/I_s}{\delta^2 / \Gamma^2 + 1/4} \hbar k_L \left[(G-1) \exp\left(2 \int_0^z \sigma_A n(z') dz'\right) \right] \quad (4-7)$$

avec :

$$G = \exp\left(-2 \int_0^{+\infty} n(z) \sigma_A dz\right) \quad (4-8)$$

Supposons que le milieu soit optiquement fin, l'absorption est faible et

$$\exp\left(-\int_0^{+\infty} n(z) \sigma_A dz\right) \approx 1 - \int_0^{+\infty} n(z) \sigma_A dz \quad (4-9)$$

En tenant compte de l'approximation (4-9), on trouve que la force associée à l'effet d'ombre a pour expression :

$$\begin{aligned} F'(z) &= -\Gamma \frac{I/I_s}{\delta^2 / \Gamma^2 + 1/4} \hbar k_L \int_0^z \sigma_A n(z') dz' \\ &\quad + \Gamma \frac{I/I_s}{\delta^2 / \Gamma^2 + 1/4} \hbar k_L \int_0^{+\infty} \sigma_A n(z') dz' \\ &= F_A(z) + F'_A \end{aligned} \quad (4-10)$$

Par commodité, on a posé que $I_+(0)=I$.

Pour des raisons de symétrie, F_A est une force interne n'agissant pas sur le centre du nuage et dirigée vers le centre du nuage (Figure 20a).

La force F'_A ne dépend pas de la position, et déplace le centre du piège vers les miroirs de renvoi (Figure 20b). Lorsque le nombre d'atomes piégés varie, le nuage se déplace selon la première bissectrice formée par les faisceaux allers du PMO (chap. 2 § 3.). Le centre du nuage ne coïncide donc plus avec le centre du piège défini par le zéro du champ magnétique. Insistons sur le fait que cette force déplace le centre du nuage, et est donc facile à mettre en évidence expérimentalement. Elle peut être un bon indicateur de l'importance de l'absorption dans le nuage, et de son rôle dans la dynamique du nuage (chap. 3 § 3).

4.1.2. Effet de la diffusion multiple

Qu'en est-il maintenant de l'influence sur les degrés de liberté externes de l'atome, des photons diffusés par ses voisins ? Supposons qu'un photon émis spontanément par un atome 1 soit réabsorbé par un atome 2. Dans ce processus, l'impulsion de l'atome 2 aura varié d'une quantité $\hbar k_{spo}$, et la force Φ_R qui en découle sera répulsive puisqu'elle tend à éloigner les deux atomes l'un de l'autre (Figure 21). Si les deux atomes sont distants de d , la force Φ_R a pour expression :

$$\Phi_R(d) = \Gamma \Pi_e \frac{\sigma_d}{4\pi d^2} \hbar k_{spo} \quad (4-11)$$

$\Gamma \Pi_e$ est le nombre de photons spontanés émis par unité de temps par l'atome 1 et σ_d est la section efficace d'absorption des photons diffusés.

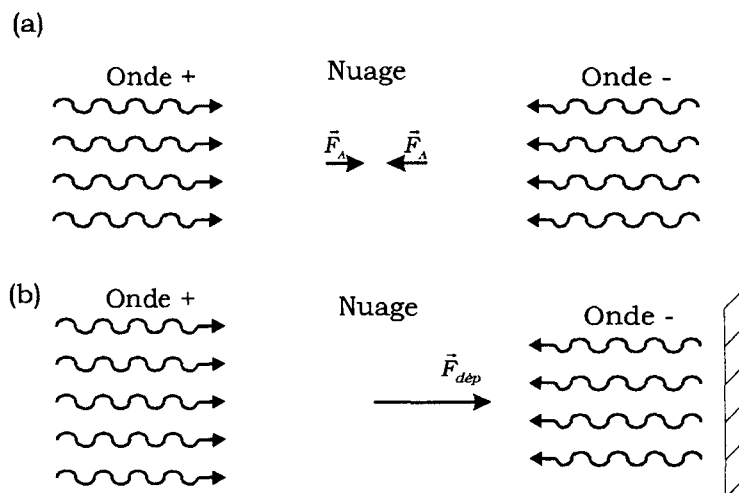


Figure 20 **Mise en évidence du déséquilibre des intensités sur le comportement global du piège.** Sur le graphe (a), la force interne F'_A qui découle de l'effet d'ombre comprime le nuage. Sur le graphe (b), le déséquilibre des intensités déplace le centre du nuage car l'onde rétro-réfléchie est moins intense que l'onde incidente.

La valeur de la section efficace d'absorption des photons diffusés σ_d est généralement différente de la valeur de la section efficace d'absorption de l'onde plane incidente σ_A . Ceci est dû aux modifications des propriétés spectrales de la lumière diffusée induit par les déplacements lumineux des niveaux (article original [34], par la méthode de l'atome habillé [21] chap. VI). Le calcul complet de σ_d a été effectué dans la référence [35]. En reprenant les mêmes notations, son expression est :

$$\begin{aligned} \sigma_d = & \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\Gamma}{2} \frac{\cos^4 \theta - \sin^4 \theta}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta} \left[\frac{(\cos^4 \theta - \sin^4 \theta)^3}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta} \frac{\Gamma_{coh}}{\Omega^2 + \Gamma_{coh}^2} \right. \\ & + \frac{4 \cos^4 \theta \sin^4 \theta (\cos^4 \theta - \sin^4 \theta)}{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta} \frac{\Gamma_{coh} + \Gamma_{pop}}{\Omega^2 + (\Gamma_{coh} + \Gamma_{pop})^2} \\ & \left. + \frac{1}{2} \cos^2 \theta \sin^2 \theta (\cos^4 \theta - \sin^4 \theta) \left(\frac{1}{\Gamma_{coh}} + \frac{\Gamma_{coh}}{\Omega^2 + \Gamma_{coh}^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4-12)$$

où

$$2\Gamma_{coh} = \Gamma(1 + 2\cos^2 \theta \sin^2 \theta) \quad (4-13)$$

$$\Gamma_{pop} = \Gamma(\cos^4 \theta - \sin^4 \theta) \quad (4-14)$$

$$\cot g 2\theta = -\frac{\delta}{\Omega_1} \quad (4-15)$$

$$\Omega = \sqrt{\delta^2 + \Omega_1^2} \quad (4-16)$$

Généralisons l'expression (4-11) à une distribution arbitraire d'atomes. Si on suppose qu'un photon incident ne peut être diffusé plus de deux fois, la force répulsive pour une densité atomique $n(\vec{r})$ s'écrit, par analogie avec le théorème de Gauss en électrostatique :

$$\vec{F}_R(\vec{r}) = \hbar k_{spo} \Gamma \frac{\sigma_d}{4\pi} \int \Pi_e n(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}' \quad (4-17)$$

La force répulsive est donc de la même forme qu'une force coulombienne créée par une distribution de charges ayant le même signe. Comme la force F_A due à l'effet d'ombre, elle est non locale, et dépend de la distribution atome.

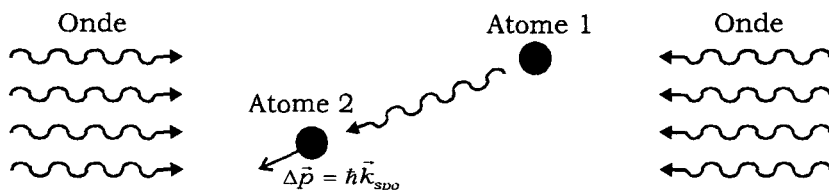


Figure 21

Effet de diffusion multiple. Le photon émis spontanément par l'atome 1 est réabsorbé par l'atome 2. Il en résulte une force répulsive entre les deux atomes.

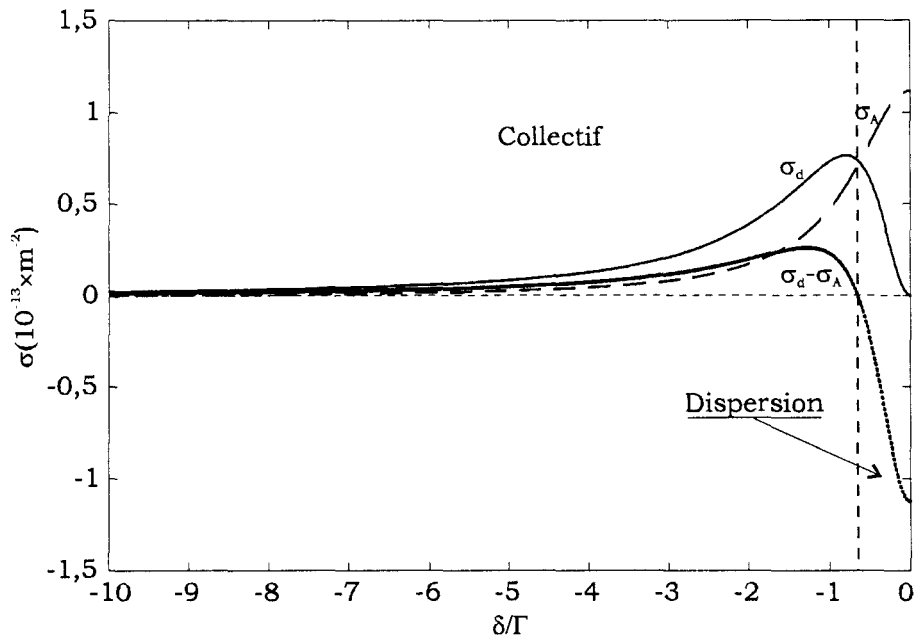


Figure 22 **Sections efficaces d'absorption de l'onde incidente σ_A et des photons diffusés σ_d , avec $\Omega_1=0,5\Gamma$ Si $\sigma_d-\sigma_A>0$ (resp. <0) la force résultante des effets collectifs est répulsive (resp. attractive).**

4.1.3. Dynamique du nuage atomique

On s'intéresse ici à l'état interne du nuage, et on ne tiendra donc pas compte de la force F'_A découlant à la fois de l'effet d'ombre et du montage en rétro-réflexion des faisceaux laser du PMO. Cette force n'agit que sur le centre du nuage (§ 4.1.1).

a. Equilibre des forces

Des effets d'ombre et de diffusion multiple, il découle respectivement une force attractive et une force répulsive agissant sur le nuage atomique. Pour savoir laquelle des deux forces prédomine, calculons la divergence de la force totale,

$$\vec{F}_T(\vec{r}) = \vec{F}_A(\vec{r}) + \vec{F}_R(\vec{r}) \quad (4-18)$$

Si la divergence est positive (resp. négative) alors la force sera répulsive (resp. attractive). Or on a [35] :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_A(\vec{r}) = -3\hbar k_L \Gamma \frac{I/I_s}{\delta^2/\Gamma^2 + 1/4} \sigma_A n(\vec{r}) \quad (4-19)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R(\vec{r}) = 3\hbar k_{spo} \Gamma \frac{I/I_s}{\delta^2/\Gamma^2 + 1/4} \sigma_d n(\vec{r}) \quad (4-20)$$

En prenant $k_L \approx k_{spo}$, la divergence de la force totale est donc :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_T(\vec{r}) = 3\hbar k_L \Gamma \frac{I/I_s}{\delta^2/\Gamma^2 + 1/4} (\sigma_d - \sigma_A) n(\vec{r}) \quad (4-21)$$

La nature de la force dépend du signe de $\sigma_d - \sigma_A$. La Figure 22 présente l'allure des variations de σ_d , σ_A et $\sigma_d - \sigma_A$ en fonction du désaccord^[5]. On observe trois comportements distincts :

A la limite des grands désaccords ($|\delta| \gg \Gamma$), $\sigma_d - \sigma_A$ tend vers zéro et les effets collectifs deviennent négligeables. La taille du nuage résulte de l'équilibre entre le terme de friction et le terme de diffusion d'un atome (§ 2.2).

Si δ est proche de la résonance ($|\delta| < \Gamma$), σ_d tend vers zéro et $\sigma_d - \sigma_A$ devient négatif. Les effets collectifs tendent à comprimer le nuage. Comme à la limite des grands désaccords, la taille du nuage est alors donnée par la dispersion en position d'un atome. Ajoutons aussi que proche de la résonance, l'hypothèse d'un milieu optiquement fin (4-9), qui a conduit à l'expression (4-21), n'est généralement plus valable. Or d'après l'expression (4-9), l'approximation d'un milieu optiquement fin tend à surestimer le terme d'absorption et donc la valeur de σ_A . Un calcul exact de la divergence de la force totale pour une absorption quelconque du milieu est difficile, à cause du caractère non local des effets collectifs.

Pour une situation intermédiaire aux deux cas présentés ci-dessus, $\sigma_d - \sigma_A$ est positif et passe par un maximum. La force due aux effets collectifs est alors répulsive et dilate le nuage. La taille du nuage peut devenir alors bien plus grande que la dispersion moyenne d'un atome dans le piège (chap. 2 § 3).

b. Densité maximale

Calculons la densité du nuage atomique lorsque $\sigma_d - \sigma_A$ est proche de son maximum. Dans ce cas, les mesures de température du nuage conduisent à l'inégalité suivante [18] :

$$k_B T \ll kR^2 \quad (4-22)$$

où R est le rayon du piège. On considère ainsi que le nuage est à la température nulle, c'est à dire que la dispersion d'un atome dans le piège est négligeable par rapport à la taille du nuage.

^[5] On rappelle que $2I/I_s = \Omega_1^2/\Gamma^2$

L'état stationnaire du nuage résulte de l'équilibre entre la force piégeante et les forces répulsive et attractive dues aux effets collectifs. Si la somme des forces est nulle alors la somme de la divergence des forces est nulle aussi :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{F}_D(\vec{r}) + \vec{F}_A(\vec{r}) + \vec{F}_R(\vec{r})) = 0 \quad (4-23)$$

où les forces correspondent respectivement à la force harmonique amortie du piège (\vec{F}_D), à la force associée à l'effet d'ombre (\vec{F}_A) et à la force de diffusion multiple (\vec{F}_R). En insérant les expressions (2-30) (4-19), et (4-20) dans l'égalité (4-23), on obtient une équation d'équilibre donnant la densité atomique dans le nuage :

$$n_{\max} = -2 \frac{\delta}{\Gamma^2} \frac{\mu_B b}{\hbar} \frac{\delta^2 / \Gamma^2 + 1 / 4}{\sigma_d - \sigma_A} \quad (4-24)$$

En réalité il s'agit d'une valeur maximale de la densité puisque nous n'avons pas tenu compte de la dispersion en position de l'atome.

Atteint-on cette valeur expérimentalement ? Une méthode indirecte de vérification consiste à mesurer la variation du volume du nuage en fonction de la variation du nombre

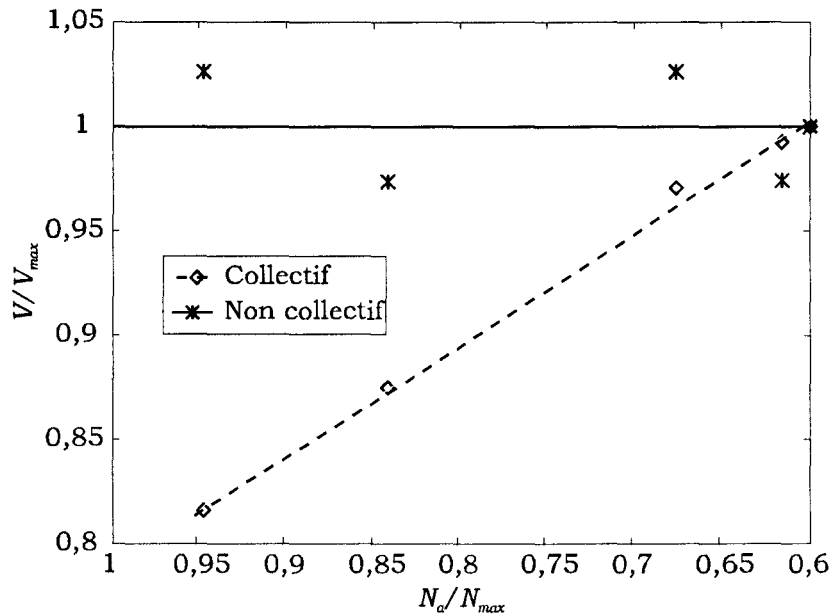


Figure 23 **Mise en évidence des effets collectifs dans le PMO.** Lorsque les effets collectifs sont dominants (ici $\delta = -2,5\Gamma$ $I = 0,5I_s$ et $b = 10 \text{ Gcm}^{-1}$), le volume du nuage est une fonction linéaire du nombre d'atomes N_a (courbe en trait discontinu). Dans le cas contraire (ici $\delta = -5\Gamma$ $I = 0,5I_s$ et $b = 10 \text{ Gcm}^{-1}$), la taille du nuage correspond à la dispersion en position d'un atome. Les différentes valeurs de N_a ont été obtenues en modifiant le diamètre des faisceaux du piège. Le nuage étant 100 fois plus petit pour $\delta = -5\Gamma$ qu'à $\delta = -2,5\Gamma$, l'incertitude sur la mesure du volume est plus grande pour ces valeurs, ce qui explique la dispersion des valeurs obtenues pour $\delta = -5\Gamma$.

d'atomes N_A dans le piège. En effet, si $n=n_{max}$, le volume du nuage ne dépend que du nombre d'atomes selon la relation suivante :

$$V = \frac{N_A}{n_{max}} \quad (4-25)$$

En dérivant V par rapport à N_A , on obtient :

$$\frac{dV}{dN_A} = \text{Constante} \quad (4-26)$$

Mesurer dV / dN_A permet de s'affranchir des erreurs systématiques liées à la mesure du volume et de la population du nuage. La relation (4-26) a été vérifiée expérimentalement avec une bonne précision (Figure 23). Lorsque l'égalité (4-26) est vérifiée, on définit alors ce que l'on appellera le « régime de diffusion multiple »

En revanche, en mesurant directement la densité atomique dans le régime de diffusion multiple, ses valeurs sont un ordre de grandeur plus basses que celles obtenues analytiquement à partir de l'expression (4-24). Plusieurs raisons peuvent expliquer le désaccord quantitatif entre les résultats expérimentaux et les valeurs théoriques :

- L'approximation du milieu optiquement fin n'est plus valable.
- Les expériences sont menées sur la transition $F_g=4-F_e=5$ de l'atome césium, et les caractéristiques d'absorption et de diffusion sont sans aucun doute différentes de celles d'un atome à deux niveaux.
- La solution $n=n_{max}$ n'est mathématiquement valable que si elle est satisfaite dans tout l'espace. Or, dans le PMO, le nuage est de dimension finie. Ainsi les atomes à la bordure du nuage voient une lumière de fluorescence dirigée vers l'extérieur du nuage, et non pas isotrope comme celle du modèle. Il faudrait mesurer la densité atomique au centre du nuage, ce qui n'est pas possible avec les méthodes de détection dont nous disposons (chap. 2 § 4.1).

4.2. Effets de désalignement des faisceaux

Nous allons maintenant étudier l'effet du désalignement transverse (§ 4.2.1) et angulaire (§ 4.2.2) des faisceaux du PMO sur la géométrie et la dynamique du nuage atomique.

4.2.1. Déplacement transverse des faisceaux

Considérons un atome avec une transition $J_g=0-J_e=1$ se déplaçant dans un plan Oxy , en interaction avec deux paires orthogonales de faisceaux en configuration $\sigma^+ \cdot \sigma^-$.

Nommons $I_{x_+}(y)$ (resp. $I_{y_+}(x)$) les intensités des faisceaux se propageant vers les x positifs ou négatifs (resp. y positifs ou négatifs). Soit d la valeur du déplacement des lasers selon Ox et Oy comme indiqué sur la Figure 24. Remarquons qu'il existe une symétrie de rotation d'angle $\pi/2$ par rapport au centre O . Nous utiliserons cette symétrie pour simplifier les calculs.

a. Profils des intensités

La distribution transverse gaussienne de l'intensité des faisceaux, selon Oy est :

$$I_{x_+}(y) = I_0 \exp\left[-\frac{(y \mp d)^2}{\rho^2}\right] \quad (4-27)$$

où I_0 est l'intensité maximale et ρ le rayon du faisceau ($\rho \approx 0,5$ cm). Supposons que y reste petit par rapport au rayon et au déplacement du faisceau ($y \ll \rho, d$). On simplifie ainsi l'expression de l'intensité en ne gardant que les termes constant et linéaire par rapport à y :

$$I_{x_+}(y) = I \left[1 \pm 2 \frac{d}{\rho^2} y \right] \quad (4-28)$$

où

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{d^2}{\rho^2}\right) \quad (4-29)$$

Par symétrie on obtient le profil transverse des lasers se propageant selon Ox :

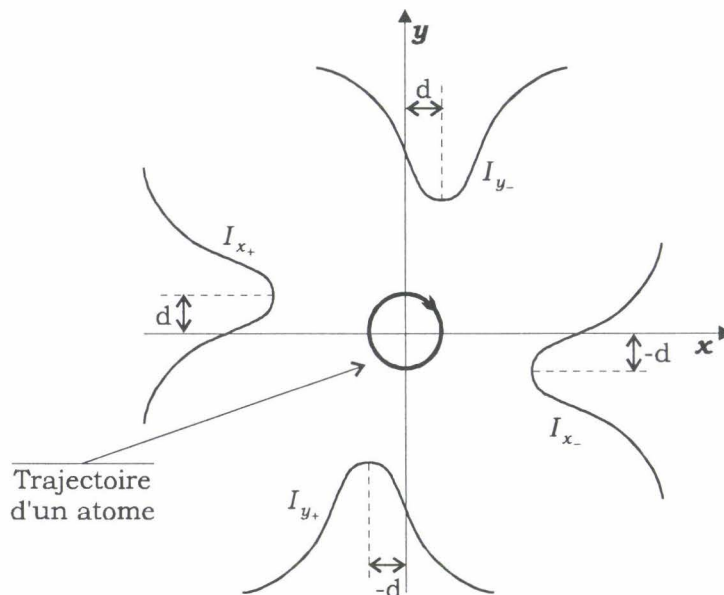


Figure 24 **Désalignement transverse des faisceaux du PMO.** Les faisceaux de profil gaussien sont déplacés transversalement d'une quantité d .

$$I_{y_z}(x) = I \left[1 \mp 2 \frac{d}{\rho^2} x \right] \quad (4-30)$$

Au premier ordre, l'intensité radiative totale vue par un atome est constante dans l'espace et la composante réactive de la force est alors nulle^[6].

b. Force de pression de radiation

Selon la dimension Ox , la force de pression de radiation s'écrit alors :

$$\vec{F}_x(x, y) = \vec{F}_D(x) + \vec{F}_{at}(y) \quad (4-31)$$

tel que :

$$\vec{F}_D(x) = -(\alpha v_x + kx)\vec{e}_x \quad (4-32a)$$

$$\vec{F}_{at}(y) = -Ay\vec{e}_x \quad (4-32b)$$

et

$$A = 2\hbar k\Gamma \frac{d}{\rho^2} \frac{I / I_s}{\delta^2 / \Gamma^2 + 1 / 4} \quad (4-33)$$

Par symétrie, on en déduit l'expression de la force de pression de radiation selon Oy , puis l'expression de la force totale à deux dimensions en r suivante :

$$\vec{F}(\vec{r}) = -(\alpha \vec{v} + k\vec{r}) + A(\vec{e}_z \wedge \vec{r}) \quad (4-34)$$

Le premier terme correspond à la force harmonique amortie du PMO. Le second terme, dû au déplacement transverse des faisceaux du piège, est équivalent à un couple normal au plan Oxy .

Dans l'expression de la force finale, il nous faut aussi tenir compte des effets d'ombre et surtout de diffusion multiple qui, nous l'avons vu, peuvent avoir une influence importante sur le comportement du nuage atomique (§ 4.1.3). Ecrivons cette force de la manière suivante :

$$\vec{F}_R(\vec{r}) = F_R(r)\vec{e}_r \quad (4-35)$$

Nous ne faisons ici aucune hypothèse sur la dépendance en r de $\vec{F}_R(\vec{r})$, mais nous supposons en revanche qu'il s'agit d'une force centrale et que $F_R(r)$ est positif (régime de

^[6] Nous ne tenons pas compte ici des phénomènes d'interférence qui modulent l'intensité laser vue par les atomes à l'échelle de la longueur d'onde optique.

diffusion multiple). Nous avons négligé en outre le déplacement du centre du nuage dû au montage en rétro-réflexion des lasers du PMO.

c. Equation d'évolution

Des expressions (4-34) et (4-35), on déduit l'équation d'évolution pour un atome du nuage :

$$M \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \left(\alpha \frac{d\vec{r}}{dt} + k\vec{r} \right) + A(\vec{e}_z \wedge \vec{r}) + F_R(r)\vec{e}_r \quad (4-36)$$

Cette équation admet une solution du type $|\vec{r}| = R \neq 0$ et $\theta = \omega t$ où R et ω sont des constantes, tel que :

$$\omega = -\frac{A}{\alpha} \quad (4-37)$$

$$\frac{F_R(R)}{R} = k - M\omega^2 > 0 \quad (4-38)$$

La dépendance de ω en fonction de δ est présentée sur la Figure 25. D'après la relation (4-38), les atomes se déplacent sur des orbites circulaires si la condition $\omega < \sqrt{k/M}$ est vérifiée. La fréquence de rotation doit donc être inférieure à la fréquence propre du piège, ce qui est effectivement le cas dans nos expériences ($\sqrt{k/M} \geq 1$ KHz). Signalons que $F_R(R)$ dépend de la distribution atomique du nuage. Ainsi la résolution de l'équation (4-38) est un problème complexe que nous laissons à l'écart. Expérimentalement, nous avons observé des nuages en anneau si le déplacement transverse des faisceaux d est important, c'est à dire supérieur au rayon ρ des faisceaux. Lorsque d est inférieur à ρ , la forme du nuage reste proche de celle obtenue avec des faisceaux alignés (de forme à peu près sphérique). Le nuage est il alors en rotation sur lui-même ? Une expérience résolue en vitesse de type diffusion Compton stimulée [36] par

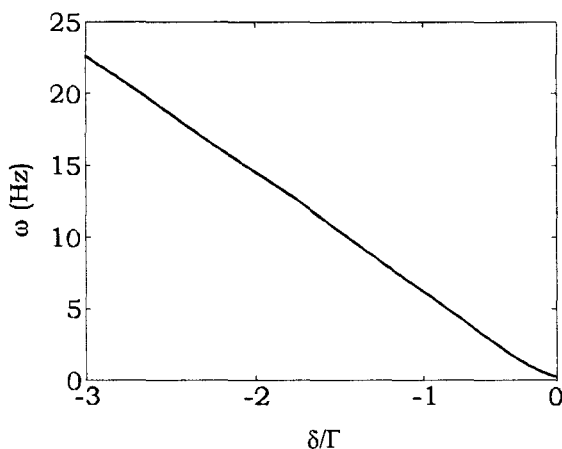


Figure 25 **Pulsation de rotation du nuage en fonction de δ , avec $I=0,2I_s$, $\rho=5$ mm et $d=3$ mm.**

exemple, permettrait de répondre à cette question. En pratique, à cause des inhomogénéités du potentiel du PMO et de l'effet d'ombre, la rotation du nuage s'accompagne d'une rotation du centre du nuage aisément détectable à l'aide d'une photodiode quatre quadrants (chap. 2 § 4.1). Les résultats sont présentés dans le chapitre 3 section 4.

4.2.2. Déplacement angulaire des lasers

Etudions maintenant le cas où deux lasers contrapropageants, initialement selon l'axe Ox , sont déplacés d'un angle θ dans le plan Oxy , comme indiqué sur la Figure 26. La force résultante subie par un atome à l'équilibre est alors :

$$\vec{F}(x) = \vec{F}_D(x) + \vec{F}_{ang} \quad (4-39)$$

avec,

$$\vec{F}_D(x) = -(\alpha v_x + kx) \cos \theta \vec{e}_x \quad (4-40a)$$

$$\vec{F}_{ang} = -2\hbar k_L \Gamma \frac{I/I_s}{\delta^2/\Gamma^2 + 1/4} \sin \theta \vec{e}_y \quad (4-40a)$$

Le premier terme correspond à la force harmonique amortie du piège. Le second terme tient compte du désalignement des ondes. Sous l'action de \vec{F}_{ang} , les atomes du nuage se déplacent le long de l'axe Oy . A l'équilibre \vec{F}_{ang} est compensée par la composante suivant \vec{e}_y de la force de rappel du piège et le centre du nuage se déplace d'une quantité :

$$y_A = -2 \frac{\hbar k_L \Gamma}{k} \frac{I/I_s}{\delta^2/\Gamma^2 + 1/4} \sin \theta \quad (4-41)$$

Un déplacement angulaire induit donc un déplacement du centre du nuage fixe, et par conséquent n'influe pas sur la dynamique du nuage. Contrairement à un déplacement transverse des faisceaux laser du PMO, cet effet n'a donc pas fait l'objet d'études particulières dans le cadre de ce mémoire.

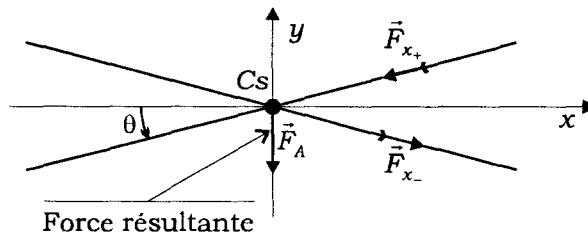


Figure 26 **Effet d'un déplacement angulaire des lasers.** La force résultante déplace le centre du piège.

5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les mécanismes de refroidissement Doppler et sub-Doppler et de piégeage magnéto-optique pour un atome unique. L'atome est alors piégé en un point correspondant au zéro du champ magnétique avec une vitesse et une position quadratiques moyennes respectivement de 4 cm s^{-1} à 40 cm s^{-1} et de $1 \text{ }\mu\text{m}$ à $10 \text{ }\mu\text{m}$. Dans le régime final, nous avons ensuite tenu compte des interactions entre atomes froids pour mettre en évidence les effets collectifs, d'ombre et de diffusion multiple.

Ces effets devraient jouer un rôle essentiel dans la dynamique du nuage. En effet, à cause du couplage entre atomes, le mouvement d'un atome unique dans le nuage va entraîner aussi celui de ces voisins et ainsi de suite. Nous verrons dans le chapitre 3 de ce mémoire que, en fonction des paramètres, le nuage peut être instable. Bien que l'influence des effets collectifs sur la dynamique du nuage ne pourra être entièrement précisée, on montrera néanmoins que leur rôle est déterminant. Afin justement de mieux comprendre leur rôle dans la dynamique du nuage, nous comptons à l'avenir développer plus en avant la théorie et l'étendre à des problèmes dépendants du temps. Une approche possible serait alors de résoudre une équation cinétique (de type Fokker-Planck par exemple) du système. Cette approche s'avère néanmoins difficile à cause du caractère non local des interactions. Une autre approche plus simple de type perturbatif consisterait à étudier les conditions de stabilité d'une solution indépendante du temps du système.

**Montage et caractérisation du piège
magnéto-optique**

1. Introduction

Lors des premières expériences sur les pièges magnéto-optiques (PMO), le piège était rempli avec un jet atomique préalablement ralenti par laser [8]. Ces expériences lourdes et coûteuses furent remplacées dans le début des années 1990 par des PMO dans une cellule contenant un gaz à basse pression (10^{-8} mbar à 10^{-9} mbar) [1]. Les expériences ont ainsi gagné en simplicité. Dans les PMO en cellule, les atomes capturés sont dans la zone centrale de la distribution thermique de Maxwell-Boltzmann (ayant des vitesses inférieures à 30 ms^{-1}). Les atomes chauds du gaz, de par leurs collisions avec les atomes refroidis, contribuent pour l'essentiel aux pertes du PMO. Alors que seulement une fraction des atomes (les plus lents) du gaz constituent le nuage d'atomes froids, il est tout à fait étonnant que le PMO puisse « survivre » à un tel environnement, ce qui prouve la grande efficacité du refroidissement. Une fois rempli, le piège contient autour de 10^8 atomes perpétuellement renouvelés avec des constantes de temps de l'ordre de la seconde.

Nous commencerons par décrire brièvement le montage optique tout en mettant l'accent sur quelques points clefs comme par exemple les caractéristiques optiques du laser du piège (§ 2).

La section 3 est consacrée au champ magnétique du piège et au dispositif ultravide. Le champ magnétique inhomogène à gradient constant du PMO est créé par deux bobines parcourues par des courants inverses. Les gradients de champ magnétique sont de l'ordre de 10 Gcm^{-1} , ce qui ne présente pas de difficultés techniques majeures. Une pompe ionique permet d'entretenir le vide à l'intérieur de la cellule. Le gaz à basse pression est directement obtenu par sublimation du césium solide dans un réservoir. Le débit de gaz entrant dans la cellule du piège est contrôlé au moyen d'une vanne.

La section 4 introduit les méthodes de détection utilisées dans nos expériences et présente les performances du PMO. Les mesures effectuées sur le nuage sont basées uniquement sur la détection et le traitement de l'intensité du signal de fluorescence du nuage. Néanmoins la plupart des grandeurs du nuage d'atomes froids comme sa population totale, sa taille et sa position, ainsi que la densité atomique, peuvent être caractérisées en fonction des paramètres (pression du gaz résiduel, désaccord, intensités des faisceaux laser, et gradient du champ magnétique).

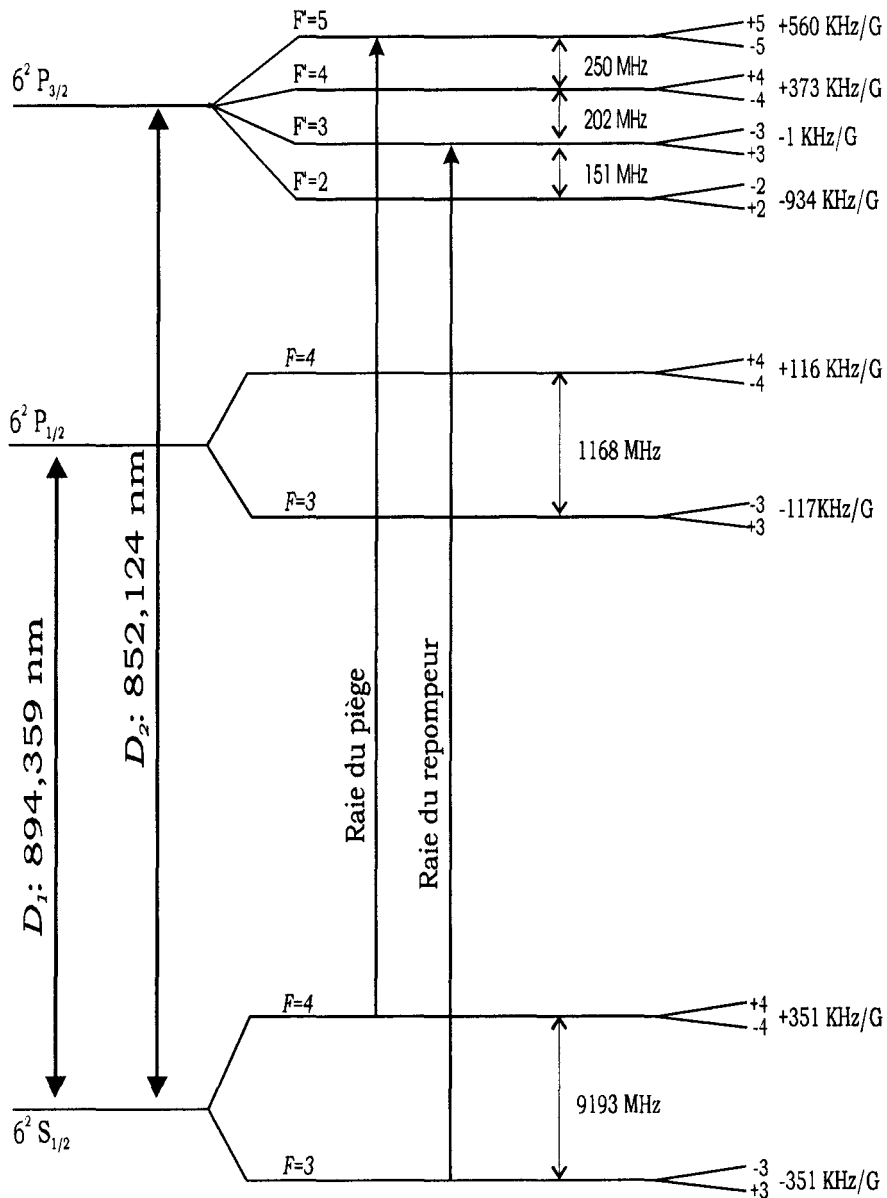


Figure 27 **Schéma de la structure électronique de l'atome de césium.** La transition $F_g=4-F_e=5$ est utilisée pour le refroidissement. Un laser repompe les atomes non résonants à partir du niveau $F_g=3$ vers le niveau $F_e=3$.

2. Lasers et montage optique

Pour le refroidissement d'atomes par laser, nous utilisons la transition hyperfine $6^2S_{1/2} (F_g=4) - 6^2P_{3/2} (F_e=5)$, de la raie D_2 du césium (Figure 27). Notons que cette transition n'est pas fermée, et il est notamment possible d'exciter la transition $F_g=4 - F_e=4$ décalée de -50Γ par rapport à la transition $F_g=4 - F_e=5$ (Figure 28). La probabilité d'absorption d'un photon par unité de temps vaut

$$\Gamma' = \frac{\Gamma}{2} s \tag{2-1}$$

où s est le paramètre de saturation. Elle implique que dans des conditions standard d'utilisation du PMO, un atome effectue une transition vers $F_e=4$ toutes les $10 \mu s$ environ. Ainsi, pendant le temps moyen de capture d'un atome par le piège ($100 \mu s$), celui-ci effectuera environ 10 transitions vers $F_e=4$. Si l'atome se désexcite vers le niveau $F_g=3$, il ne sera plus couplé avec le laser accordé sur la transition $F_g=4 - F_e=5$ (1800Γ séparent $F_g=4$ de $F_g=3$) et sera de ce fait perdu pour le refroidissement. Pour récupérer cet atome, on utilise un laser qui le « repompe » de $F_g=3$ vers les niveaux supérieurs $F_e=3$ ou 4 . L'atome a ainsi une chance de retomber dans le cycle du refroidissement par émission d'un photon de fluorescence vers le niveau $F_g=4$ (Figure 28).

Les sources de rayonnement utilisées dans cette expérience sont des diodes lasers à 852 nm. Les principaux intérêts des diodes lasers sont d'être des sources lasers de faible

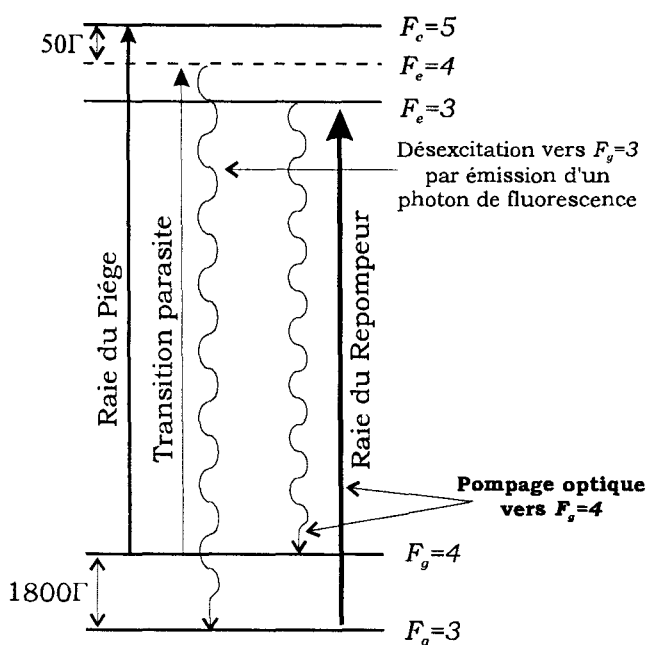


Figure 28 **Processus de désexcitation**, par émission d'un photon de fluorescence à partir de $F_e=4$ vers le niveau non résonnant $F_g=3$. Un second laser repompe les atomes du niveau $F_g=3$ vers le niveau $F_g=4$ via le niveau $F_e=3$.

coût, accordables sur environ 10 nm. En régime monomode et à la longueur d'onde qui nous intéresse, leur puissance optique maximale est de 150 mW. Leur inconvénient majeur dans cette expérience est leur largeur spectrale (1 GHz), très grande devant Γ . Pour affiner la largeur spectrale de la diode laser, on la place dans une cavité étendue [37] (§ 2.1). La fréquence de la diode laser est ensuite maintenue constante en asservissant la longueur de la cavité étendue (§ 2.2).

Le rayonnement utile issu de la diode laser (appelée diode maître) en cavité étendue n'est plus assez puissant pour être utilisé directement pour le PMO. En pratique, on prélève une partie de son rayonnement pour injecter une autre diode laser (appelée diode esclave). Le rayonnement de la diode laser ainsi injectée aura les mêmes propriétés spectrales que le faisceau d'injection tout en ayant la puissance nécessaire (§ 2.3).

En résumé, pour réaliser le piège magnéto-optique, on a besoin au minimum de trois diodes lasers : deux diodes montées en cavité étendue (faisceaux maître et du repompeur) et une dernière injectée (faisceaux du piège).

2.1. Diode sur réseau

2.1.1. Principe du montage

Un schéma de principe du montage de la diode laser en cavité étendue est présenté sur la Figure 29. La cavité est fermée d'une part par un réseau de diffraction et d'autre part par la face arrière de la diode laser. Les réseaux que nous utilisons sont blasés de façon à avoir un taux de diffraction proche de 100 % dans l'ordre +1. Lorsque le réseau est monté en inverse par rapport au blase, on injecte 70 % de la puissance dans la diode laser par l'ordre -1 et 30 % sort de la cavité par réflexion, il peut alors être utilisé comme coupleur.

La cavité ainsi formée a une longueur totale de 10 cm, et un intervalle spectral libre

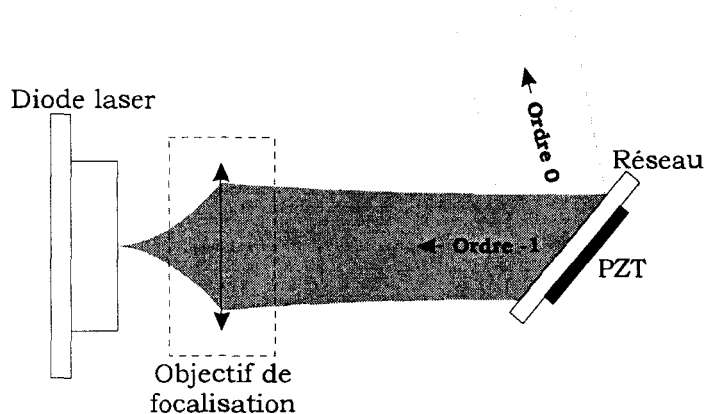


Figure 29 **Schéma de principe du montage de la diode laser en cavité étendue.** La cavité est formée d'une part par la face arrière de la diode et d'autre part par le réseau, qui renvoie 70% de la puissance dans la diode.

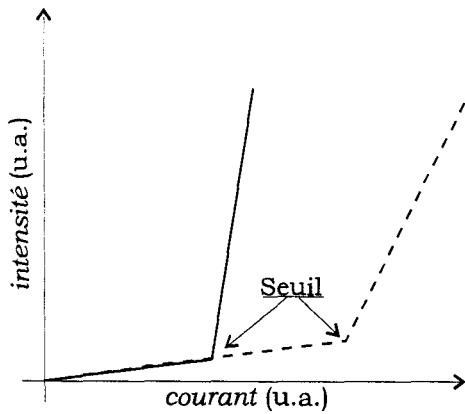


Figure 30

Intensité caractéristique du faisceau en fonction du courant appliqué à la diode laser. L'injection est optimisée lorsque le seuil d'oscillation est minimum. La courbe en trait plein (resp. discontinu) correspond à la diode laser injectée (resp. libre).

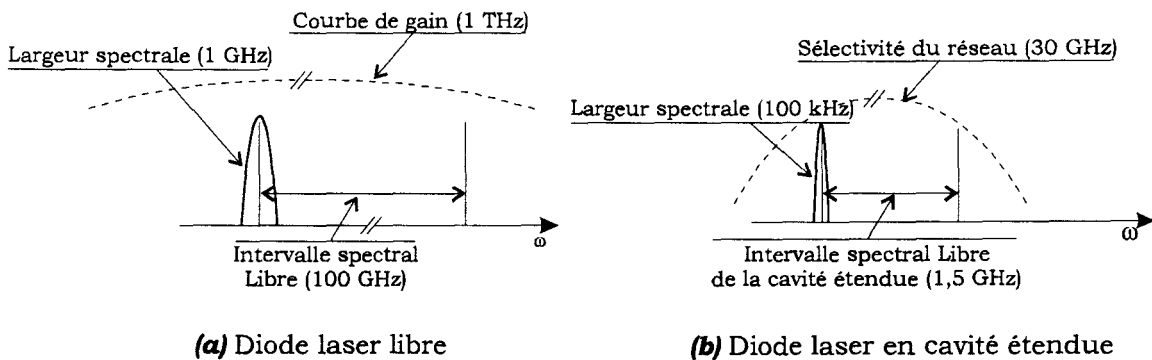


Figure 31 **Comparaison entre une diode laser libre et une diode laser montée en cavité étendue.** La largeur spectrale du laser passe de 1 GHz à 100 KHz. La sélectivité du réseau assure un fonctionnement monomode de la diode laser.

de 1,5 GHz. Le réseau est monté sur une cale piézo-électrique (PZT), ce qui permet de régler la longueur de la cavité étendue, et donc la fréquence du laser.

2.1.2. Auto-injection de la diode

L'alignement de la cavité étendue est réalisé lorsque le maximum de puissance issue de l'ordre -1 du réseau est renvoyé dans la diode. En pratique on cherche à minimiser le seuil d'oscillation du laser (Figure 30). A l'optimum, celui-ci est typiquement abaissé de 30 %.

Remarque : En injectant dans la diode laser le faisceau diffracté par l'ordre -1, on s'assure que la diode fonctionnera en régime monomode^[7]. En effet la sélectivité du réseau de 30 GHz est plus petite que l'intervalle spectral libre de la diode laser (environ 100 GHz).

^[7] Il s'agit des modes propres de la cavité laser et non pas des modes de la cavité étendue.

La Figure 31 compare les caractéristiques spectrales de la diode laser en cavité étendue et de la diode libre. La largeur spectrale de la diode laser en cavité étendue est d'environ 100 KHz [38], donc bien inférieure à la largeur $\Gamma/2\pi=5$ MHz de la transition atomique.

2.2. Asservissement en fréquence des diodes lasers

Les sources d'élargissement à basse fréquence comme les vibrations mécaniques (0-1 KHz) et les dérives thermiques (0-10 Hz), doivent être corrigées pour une stabilité à long terme (plusieurs heures) du système. Dans ce but, on asservit la fréquence du laser sur une raie du césium [39]. La longueur de la cavité étendue est notre paramètre de correction pour l'asservissement en fréquence du laser.

2.2.1. Absorption saturée sur le césium

a. Principe du montage

On utilise un montage en absorption saturée pour s'affranchir de l'élargissement Doppler et asservir le laser sur la largeur homogène d'une raie du césium. Décrivons brièvement le montage optique (Figure 32). Le faisceau est d'abord séparé en deux par un cube polariseur. La partie réfléchie est la partie utile du faisceau. La partie transmise est celle qui nous intéresse pour l'instant. Le faisceau traverse un modulateur acousto-optique (MAO) et une lame $\lambda/4$ avant d'être réfléchi sur lui-même par un miroir de renvoi. Ayant traversé deux fois la lame $\lambda/4$, la polarisation du faisceau est tournée de 90° et le faisceau est donc réfléchi par le cube polariseur. Ensuite, le faisceau passe deux fois dans une cellule de césium. Le signal est collecté par une photodiode en bout de chaîne.

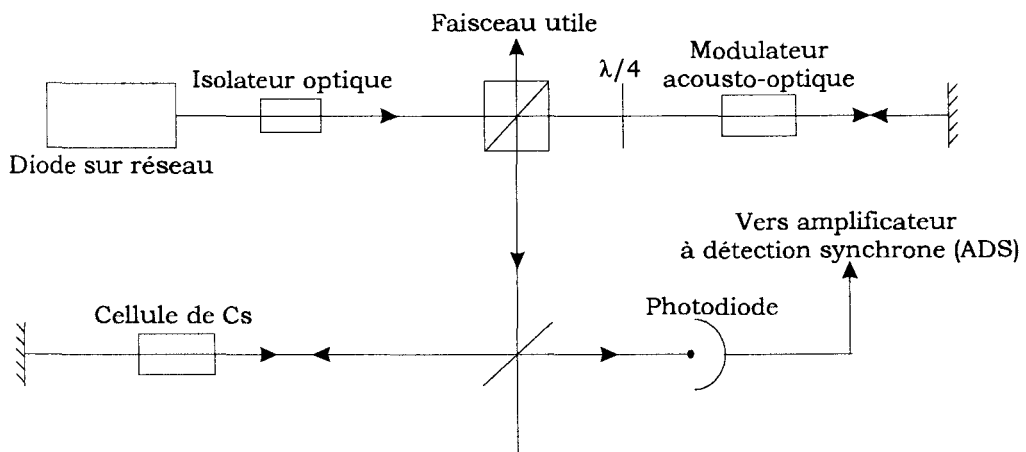


Figure 32 **Schéma de principe du montage d'absorption saturée.** Le faisceau laser passe deux fois dans une cellule contenant de la vapeur de césium, le signal est ensuite collecté à l'aide d'une photodiode.

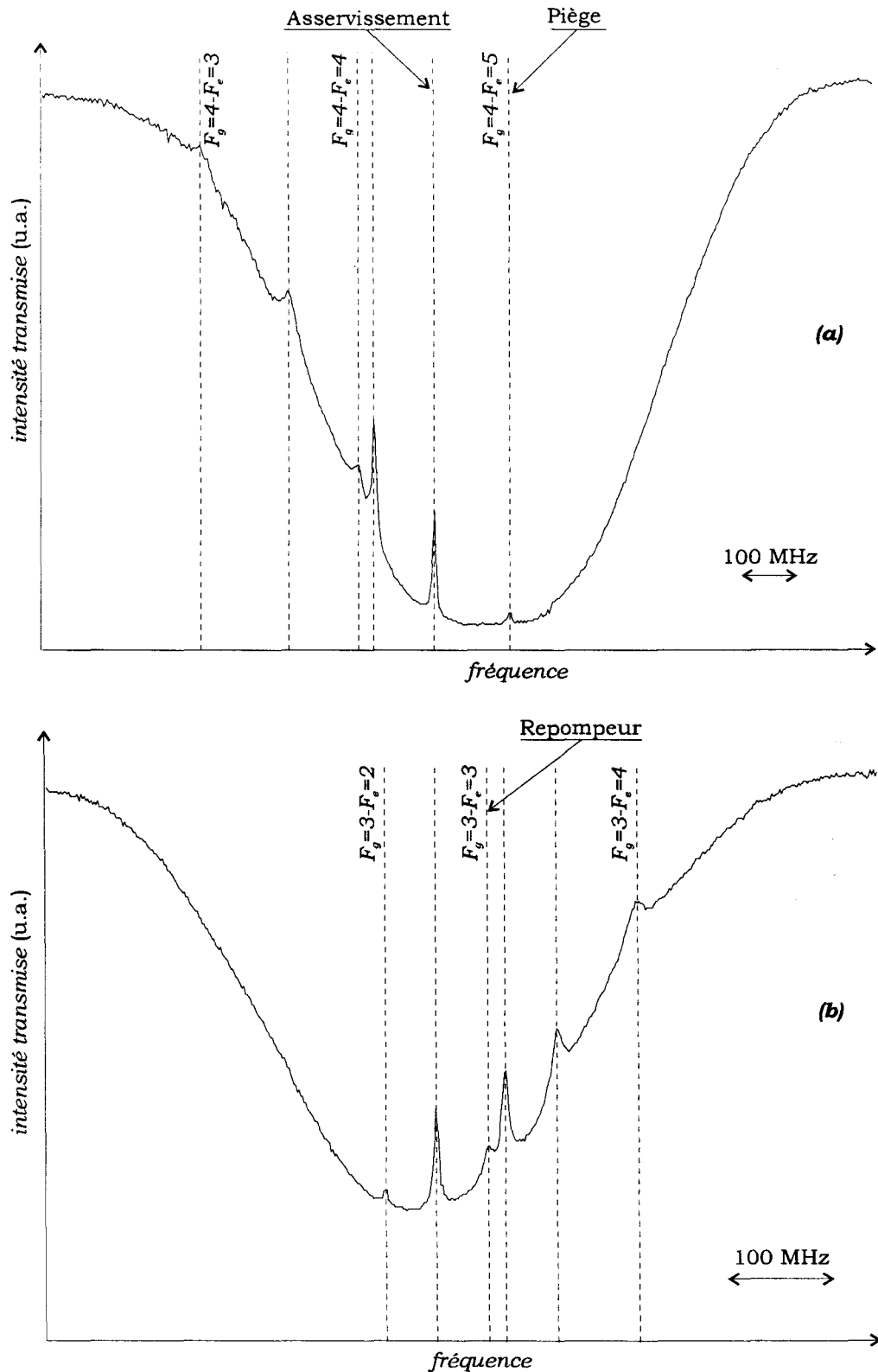


Figure 33 **Profils d'absorption saturée.** Le graphe (a) (resp. (b)) correspond aux transitions partant du niveau $F_g=4$ (resp. $F_g=3$). Sur chacun des profils on voit apparaître six pics correspondant respectivement trois raies hyperfines non résolues en spectroscopie Doppler, et aux absorptions saturées croisées.

Comme nous le verrons plus loin, pour asservir en fréquence la diode laser, il faut moduler en fréquence le faisceau (§ 2.2.2). Dans notre montage, le faisceau est modulé via le MAO (Figure 32). Ainsi la modulation n'est présente que sur une branche annexe du montage, et n'affecte pas la partie utile du faisceau. Pour le repompeur, une modulation faible du faisceau utile est moins critique, car celui-ci n'interagit pas avec les niveaux atomiques utilisés pour le refroidissement. On peut donc faire l'économie d'un MAO, et moduler le courant de la diode laser.

b. La raie d'absorption saturée

La Figure 33 présente les profils d'absorption obtenus respectivement pour la raie du piège et du repompeur. L'enveloppe des profils d'absorption pour chacune des deux raies correspond à l'élargissement Doppler de la transition (≈ 500 MHz). Elle résulte des trois transitions hyperfines permises à partir des niveaux $F_g=4$ et $F_g=3$, non résolues en spectroscopie Doppler. Partant du niveau $F_g=4$ (resp. $F_g=3$), le pic au fond du profil correspond à la transition vers le niveau $F_e=5$ (resp. $F_e=2$).

Sur chacun des profils d'absorption, il y a six pics d'absorption saturée. Chacun des

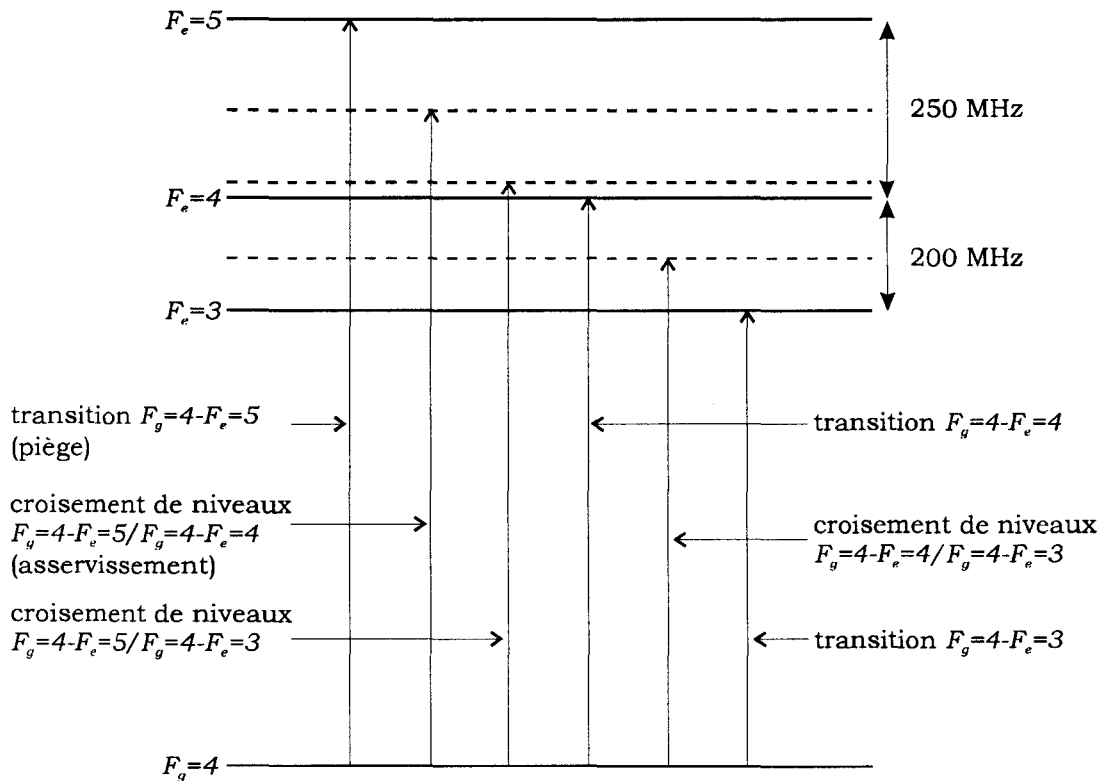


Figure 34 Identification des pics obtenus par absorption saturée sur les transitions. $F_g=4-F_e=3, 4, \text{ et } 5$.

pics correspond à une fréquence du laser où les atomes d'une classe de vitesse sont à la fois en résonance avec le faisceau aller (pompe) et le faisceau retour (sonde).

Pour les trois raies, ce sont les atomes de la classe de vitesse nulle (« Lamb Dip ») qui sont en résonance avec les faisceaux pompe et sonde. Partant du niveau $F_g=4$, il s'agit des transitions $F_g=4-F_e=5$, $F_g=4-F_e=4$ et $F_g=4-F_e=3$ séparées en fréquence respectivement de 250 MHz, 200 MHz, et 150 MHz.

Les trois autres pics résultent des absorptions saturées croisées entre niveaux hyperfins [40] (Figure 34). Les croisements de niveaux correspondent à une fréquence laser ω_L intermédiaire entre deux transitions ω_1 et ω_2 . Prenons $\omega_2 > \omega_1$, et considérons la classe de vitesse v telle que la pompe soit en résonance avec la transition 1, et la sonde en résonance avec la transition 2. v et ω_L vérifient alors les inégalités suivantes :

$$\omega_L = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (2-2a)$$

$$|v| = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2k} \quad (2-2b)$$

On calcule ainsi facilement toutes les fréquences de transition des croisements de niveaux. Aux conditions de température et de pression dans la cellule, l'élargissement collisionnel ($\cong 10$ KHz) est négligeable devant l'élargissement naturel. La largeur des pics d'absorption saturée correspond donc à l'inverse de la durée de vie du niveau excité Γ .

Les pics les plus intenses sont ceux correspondant aux croisements de niveaux. En effet, contrairement aux « Lamb-dip », deux classes de vitesses (de signe opposé) contribuent aux croisements de niveaux et le nombre d'atomes mis en jeu peut être plus important. Pour augmenter la sensibilité de la boucle d'asservissement, on aura intérêt à verrouiller le laser sur une transition intense. C'est pourquoi on asservit le laser sur le croisement de niveaux $F_g=4-F_e=5/F_g=4-F_e=4$ à -125 MHz de la raie hyperfine du piège ($F_g=4-F_e=5$).

2.2.2. Asservissement des diodes lasers

Le schéma de principe de l'asservissement en fréquence de la diode laser est présenté sur la Figure 35. Un signal de référence, généré par l'amplificateur à détection synchrone (ADS), permet de moduler le signal radiofréquence du MAO. Il en résulte une modulation en fréquence du faisceau dédié au montage en absorption saturée. Le signal collecté par la photodiode, après le montage en absorption saturée, est envoyé dans l'ADS (pour un rappel sur le principe de fonctionnement de l'ADS voir [41]). Le signal de sortie de

l'ADS est connecté à l'amplificateur haute tension de la PZT commandant la longueur de la cavité laser étendue.

Les résultats ainsi obtenus se sont révélés insuffisants du point de vue de la stabilité du laser (dérive thermique lente notamment). La seule augmentation du gain de boucle afin de diminuer ces dérives ne pouvait être effectuée sans entraîner des oscillations en boucle fermée. En effet la variation de phase de l'asservissement en boucle ouverte (Figure 36), supérieure à 90 degrés au delà de 900 Hz, montre à l'évidence que le système n'est pas du premier ordre et donc pas inconditionnellement stable. Les perturbations que doit corriger l'asservissement étant de fréquences basses, la solution retenue fut d'introduire entre l'ADS et l'amplificateur HT de la PZT un filtre intégrateur actif. Celui-ci a permis d'augmenter considérablement le gain statique (environ d'un facteur 100 dans notre montage) tout en gardant pour les fréquences plus élevées une réponse du premier ordre évitant les instabilités constatées précédemment en boucle fermée.

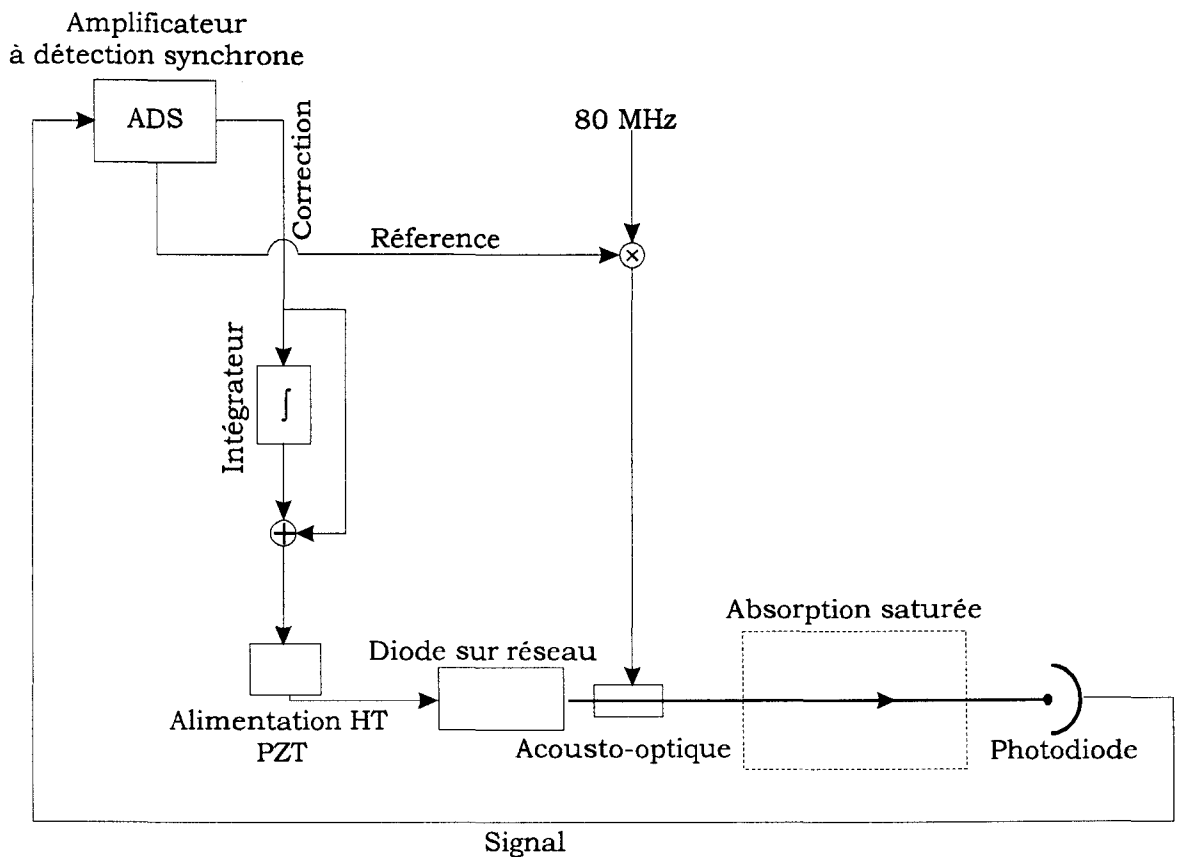


Figure 35 Schéma de principe de l'asservissement de la diode laser.

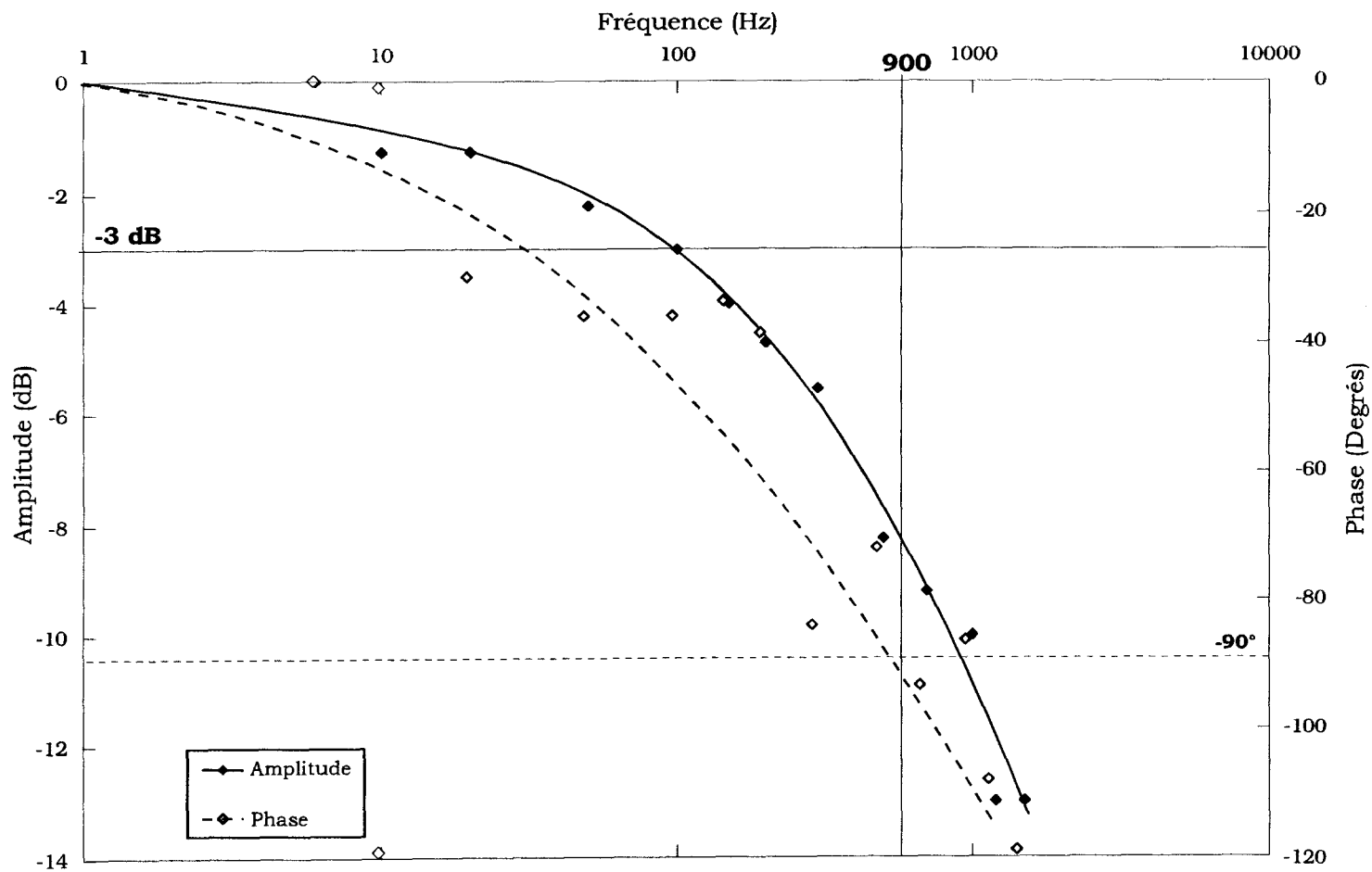


Figure 36 **Réponse en amplitude et en phase de l'asservissement en boucle ouverte, avant introduction dans la boucle d'un filtre intégrateur actif.**

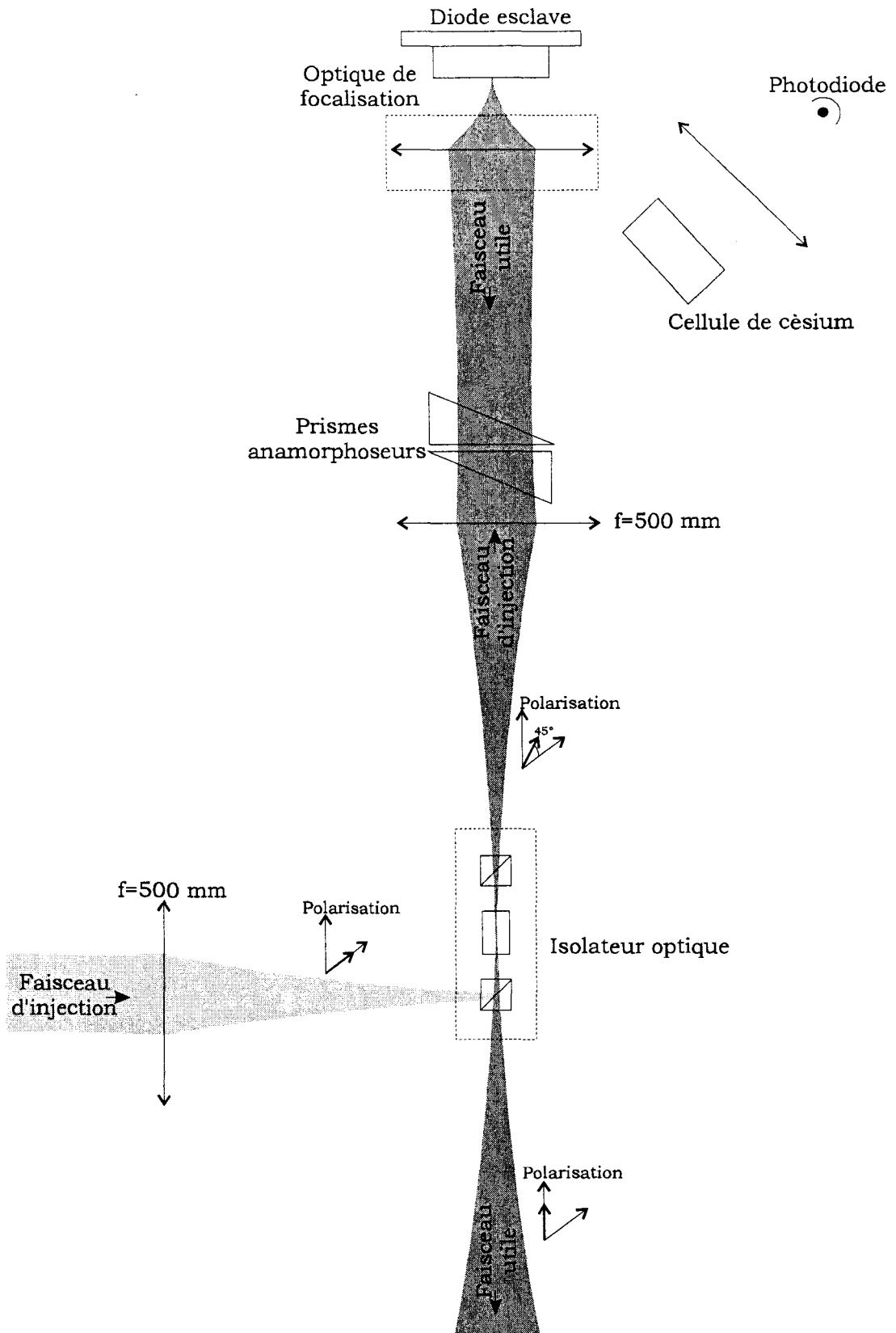


Figure 37 **Schéma de l'injection de la diode esclave par un faisceau stabilisé.**
 Les deux faisceaux doivent avoir la même géométrie et la même polarisation

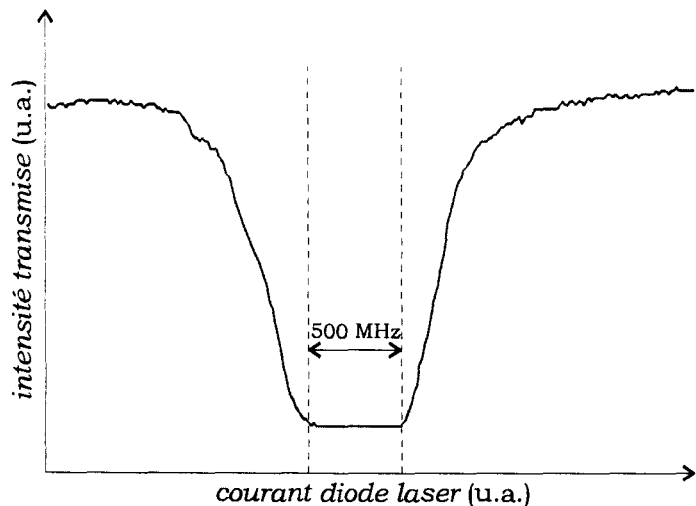


Figure 38 **Intensité transmise par le faisceau injecté à travers une cellule de césium**, lorsque le courant de la diode laser est balayé. La plage d'injection correspond à la brusque diminution du signal, le faisceau est alors en résonance avec la raie du césium.

2.3. Injection d'une diode laser : Laser esclave

Une fois que la diode laser est montée en cavité étendue puis asservie en fréquence, nous disposons d'une source laser ayant les qualités spectrales requises pour le refroidissement d'atomes^[8]. En revanche, l'intensité du faisceau utile est insuffisante pour le PMO, et ceci pour deux raisons :

- Pour limiter la puissance intra-cavité qui, si elle est trop importante, peut endommager la diode laser, la puissance maximale en sortie de la cavité étendue est divisée environ par deux par rapport à celle d'une diode laser libre.
- Une partie du faisceau (environ 5 mW) est utilisée pour l'asservissement en fréquence de la diode laser.

La partie utile du faisceau de la diode laser montée en cavité étendue (Figure 32) est injectée dans une seconde diode laser par la sortie de l'isolateur optique (Figure 37). Ce montage assure la concordance en polarisation des deux faisceaux. Les différentes lentilles du montage permettent en outre d'adapter la géométrie des deux faisceaux. Lorsque l'injection est réalisée, la fréquence et la largeur spectrale de la seconde diode, appelée dans ce cas diode « esclave », sont imposées par la diode d'injection dite « maître ».

^[8] Le balayage en fréquence des faisceaux est assurée par les différents modulateurs acousto-optiques du montage (§ 2.4)

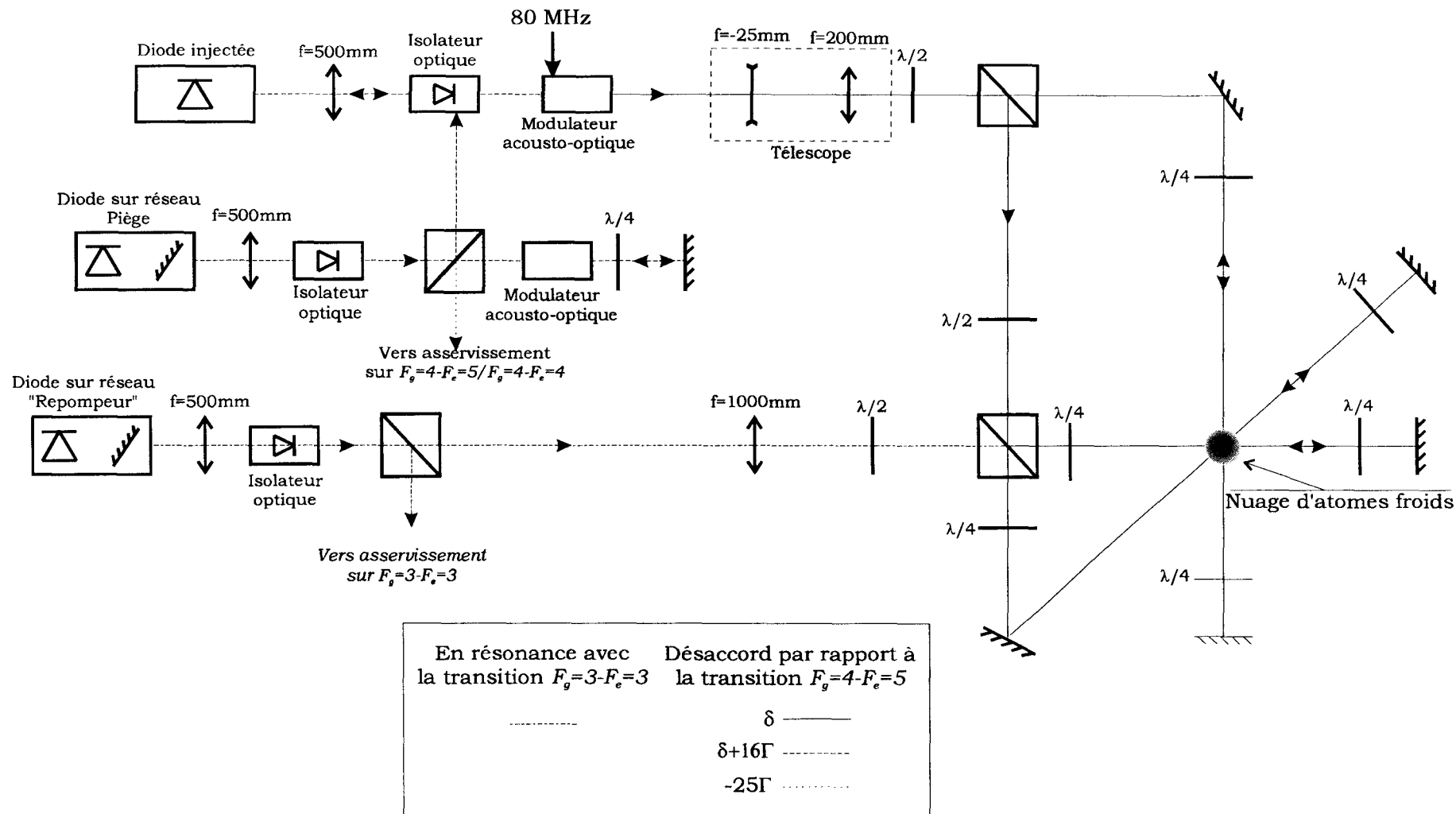


Figure 39 Schéma général du montage optique du PMO.

Sur une réflexion parasite du faisceau esclave, on place devant une photodiode de contrôle une cellule de césium. La courbe de la Figure 38 montre le signal obtenu quand le courant de la diode esclave est balayé. Lorsque la diode est injectée, son rayonnement, comme celui du faisceau injecté, est en résonance avec le gaz de la cellule de césium, ce qui correspond à la brusque diminution de l'intensité collectée par la photodiode. La largeur de la plage d'injection dépend de la puissance injectée. Elle atteint sa valeur maximale pour une puissance injectée de 2 à 4 mW. La diode est alors injectée sur une plage de courant qui, si la diode était en fonctionnement libre, correspondrait à une excursion en fréquence d'environ 500 MHz.

2.4. Balayage en fréquence

Une fois la diode laser asservie ou injectée, il est impossible de changer la fréquence du laser en modifiant la longueur de la cavité ou bien le courant de la diode laser. On se prive ainsi de la possibilité de changer un paramètre important du PMO. En effet les caractéristiques du nuage d'atomes froids (la température et la distribution d'atomes en particulier), dépendent du désaccord δ entre les lasers et la fréquence de transition atomique (§ 4.2). En pratique, il est utile de pouvoir faire varier δ entre 0 et -10Γ ($\Gamma=2\pi\times 5,3\times 10^6$ s⁻¹). C'est le MAO en double passage qui joue ce rôle (Figure 32). Le MAO a une fréquence centrale de 80 MHz et une excursion de ± 25 MHz. Ces valeurs sont doublées puisque le MAO est utilisé en double passage, ce qui mène à une excursion de 20Γ . Rappelons que la diode maître est asservie sur un croisement de niveaux à -25Γ de la transition $F=4-F'=5$. En utilisant le MAO en double passage sur l'ordre -1, le désaccord est alors compris entre -3Γ et 17Γ . Nous plaçons sur le faisceau esclave un second MAO à 80 MHz en simple passage pour atteindre la gamme désirée (Figure 39).

2.4.1. Montage en « oeil de chat »

Pour le MAO, la condition de Bragg fixe la valeur de l'angle de diffraction θ entre l'onde incidente et l'onde diffractée. On a :

$$\theta = \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (2-3)$$

où λ et Λ sont respectivement les longueurs d'ondes optique et acoustique dans le cristal.

Si l'on se contentait d'un simple retour du faisceau sur lui-même dans le montage en double passage, alors le faisceau serait dévié d'environ 0,5 mrad sur la gamme d'excursion en fréquence. Cette déviation est suffisante pour perdre l'alignement du montage en absorption saturée situé après le MAO ; c'est pourquoi nous utilisons un montage dit en « oeil de chat » (Figure 40). Ce montage consiste à placer le MAO au foyer objet d'une

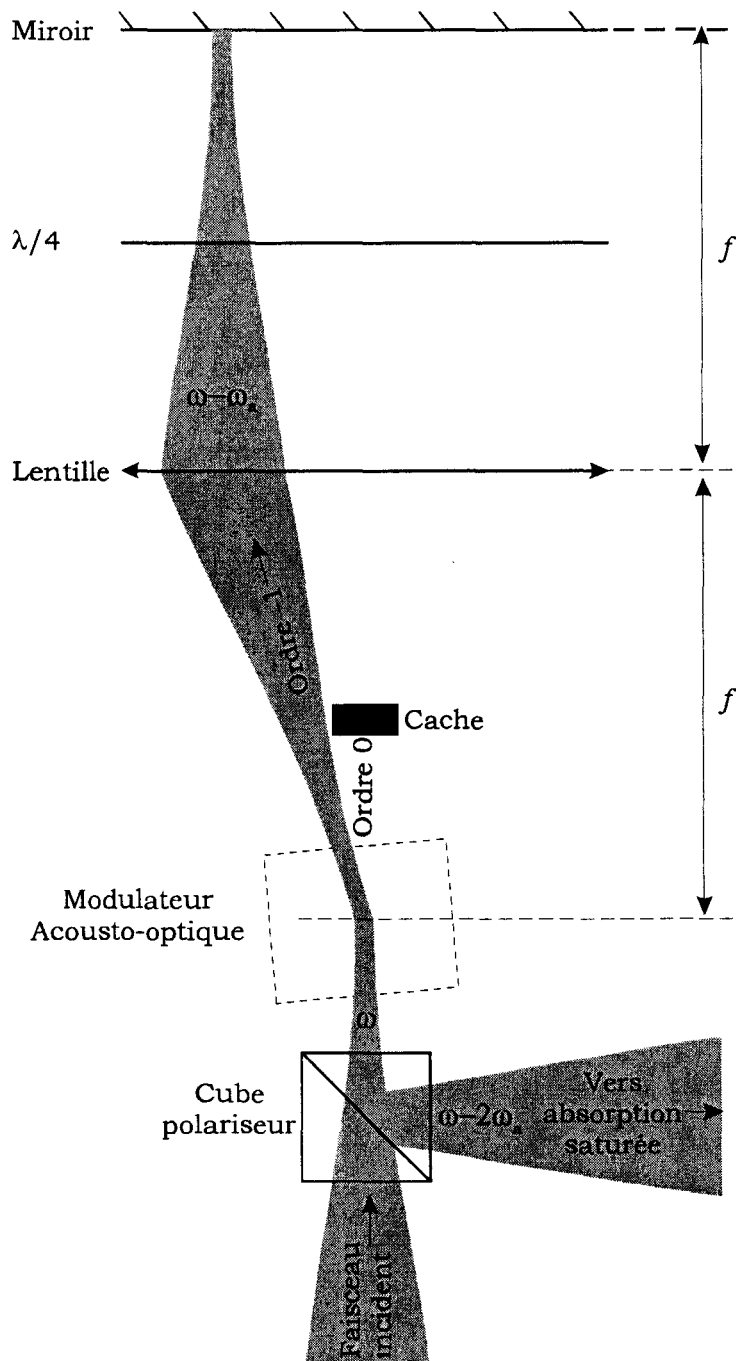


Figure 40 **Montage en « œil de chat » du modulateur acousto-optique.** Dans ce montage le faisceau revient sur lui-même car le modulateur acousto-optique et le miroir de renvoi sont respectivement aux foyers objet et image de la lentille (de focale f). Les fréquences optiques sont indiquées sur chacun des faisceaux.

lentille. Dans ce cas, du point de vue de l'optique géométrique, les rayons sortant du modulateur sont collimatés, et donc renvoyés sur eux-mêmes. Il ne reste plus qu'à conjuguer les faisceaux gaussiens entrant et sortant. Cette condition est satisfaite quand le miroir de renvoi est placé au foyer image de la lentille^[9].

Avec ce type de montage, l'alignement du faisceau après le modulateur est assuré sur la gamme d'excursion en fréquence.

2.5. Autres aspects du montage optique

La Figure 39 présente une vue d'ensemble du montage optique du PMO. Sur le trajet du faisceau issu de la diode laser esclave, après le MAO, le faisceau est agrandi par un télescope. Son diamètre utile est de 1,5 cm. Deux montages, constitués d'une lame $\lambda/2$ et d'un cube polariseur, séparent le faisceau en trois. Chacune de ces trois branches forme un faisceau d'un des bras du piège. Les faisceaux retours s'obtiennent par réflexion des trois premiers, après un passage dans la cellule du piège (Figure 41).

Compte tenu de la puissance à la sortie de la diode et de la taille des faisceaux du piège, on dispose d'un flux maximum par faisceau de 9 mWcm^{-2} , ce qui correspond à quatre fois l'intensité de saturation I_s de la raie utilisée. Le contrôle de la puissance RF de l'onde acoustique dans le MAO permet d'ajuster le flux des faisceaux du piège sur la gamme $0\text{-}9 \text{ mWcm}^{-2}$.

Nous avons vu dans le chapitre 1 que le piégeage des atomes dans le PMO impose une configuration en polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$ des faisceaux laser. Sur chaque bras, on place donc une lame retard $\lambda/4$ avant et après le piège. La première lame transforme le faisceau de polarisation linéaire en un faisceau de polarisation circulaire. La seconde lame $\lambda/4$ est traversée deux fois, et transforme la polarisation circulaire gauche (resp. droite) en une polarisation circulaire droite (resp. gauche).

Ajoutons aussi que le gradient de champ magnétique change de signe suivant les directions perpendiculaires ou normale à l'axe des bobines. Ceci implique que les polarisations des faisceaux sont fixées les unes par rapport aux autres.

^[9] Pour que cette condition soit satisfaite, il faut un waist dans le modulateur acousto-optique.

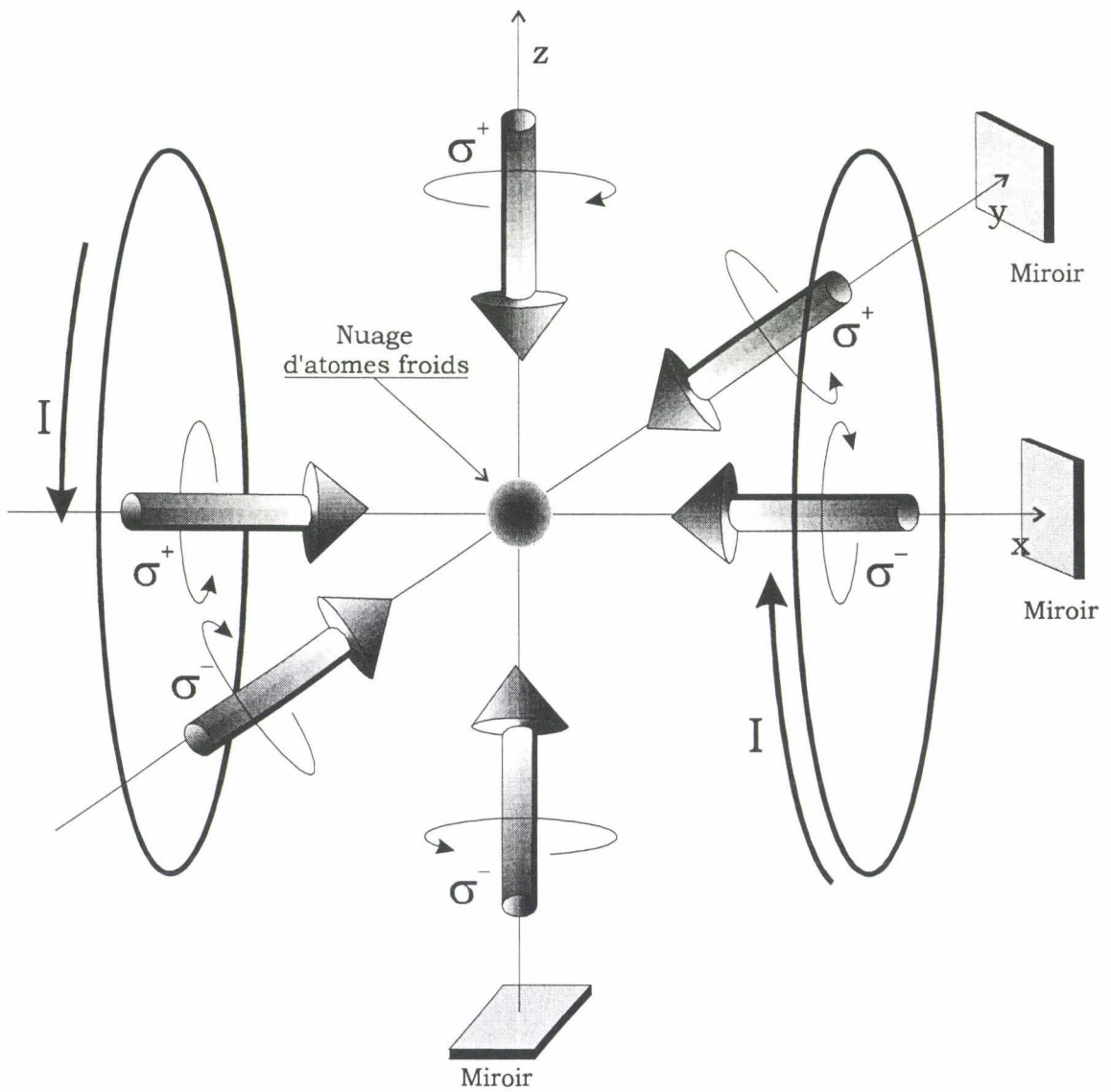


Figure 41 Schéma du piège magnéto-optique.

3. Champ magnétique et montage ultravide

3.1. Champ magnétique de piégeage

Rappelons que l'action combinée des faisceaux et d'un gradient de champ magnétique s'annulant au centre des faisceaux crée une force de rappel qui pousse les atomes vers le centre du piège (chap. 1 § 2.3).

Le gradient constant de champ magnétique b est créé par deux bobines parcourues par des courants de signes opposés (bobines anti-Helmoltz). Dans notre montage la valeur de b est comprise entre 0 et 14 Gcm^{-1} .

En l'absence des deux bobines anti-Helmoltz, le champ magnétique n'est pas nul, car il existe aussi un champ parasite d'origine terrestre ou créé artificiellement par certains appareils. Ce champ magnétique parasite est compensé par trois paires de bobines de Helmholtz perpendiculaires entre elles. En l'absence de bobines de compensation, le champ parasite déplace le nuage d'environ 1 mm. Les bobines de compensation ne sont donc pas nécessaires pour créer le nuage d'atomes froids. Elles sont néanmoins utiles, car de nombreuses mesures sur le nuage (spectroscopie Raman, par exemple) se font en coupant le champ magnétique. Dans ce cas il faut éviter non seulement que la mesure soit faussée par un déplacement des sous-niveaux Zeeman, mais aussi une fuite rapide des atomes. On a donc tout intérêt à compenser le champ magnétique résiduel.

Nous ne disposons pas de sonde magnétique suffisamment sensible au laboratoire, et la contribution du champ magnétique parasite n'a pas été directement mesurée. La mesure a été effectuée a posteriori sur le nuage lui-même. En effet, si on coupe brusquement le courant des bobines du PMO en absence de champ magnétique résiduel, le nuage diffuse de façon isotrope. S'il existe un champ magnétique résiduel, les atomes sont accélérés selon la direction du champ, et ont donc une direction de fuite privilégiée. Le bon réglage des courants de compensation est obtenu lorsque la diffusion du nuage est isotrope. Nous en déduisons ainsi la valeur du champ parasite suivante :

$$B_{rés} = 0,85 \pm 0,09 \text{ G} \quad (3-1)$$

La contribution la plus importante provient sans doute de l'aimant permanent de la pompe ionique, bien que celle-ci soit entourée par un blindage magnétique. Parmi d'autres sources de champ magnétique continu, signalons les aimants permanents des isolateurs optiques.

Remarque : Seule la composante continue du champ magnétique peut être compensée. Les sources de champ magnétique alternatif comme les tubes cathodiques des écrans d'ordinateurs ou de télévisions doivent être placés loin du PMO.

3.2. Cellule et pompage ultravide

Nous avons vu dans l'introduction de ce chapitre que le nuage d'atomes froids est réalisé dans une cellule contenant un gaz basse pression de césium. Cette section décrit le dispositif ultravide permettant d'entretenir les basses pressions dans la cellule.

Les principaux éléments du dispositif ultravide sont les suivants (Figure 42) :

- Une entrée pour vide secondaire.
- Une pompe ionique.
- Un réservoir à césium.
- Une cellule en quartz.

Chacun de ces éléments est isolé du reste du montage par une vanne.

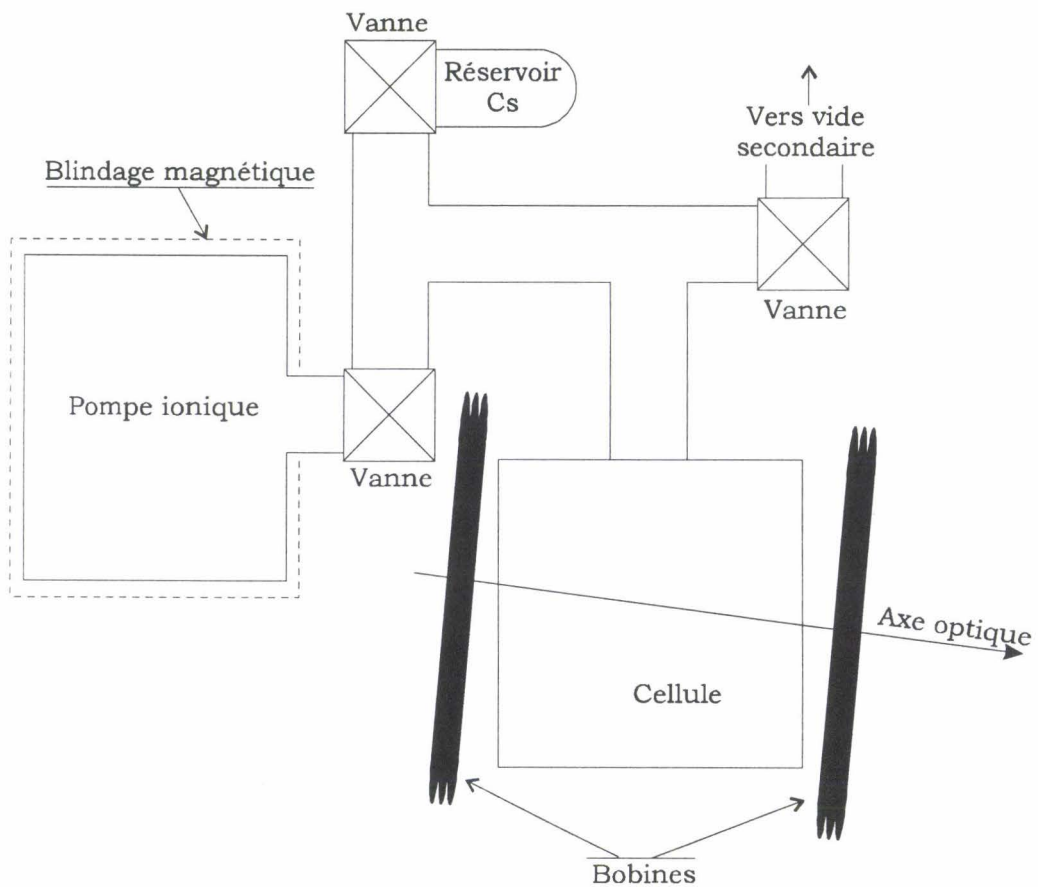


Figure 42 Schéma du montage ultravide.

L'ensemble du montage a d'abord été pompé jusqu'à 10^{-5} mbar avec une pompe à diffusion d'huile isolée par un piège à azote liquide. Ensuite, une pompe ionique nous a permis d'atteindre un vide approchant 10^{-9} mbar. Durant le pompage, l'ensemble des éléments ultravides a été étuvé à 120°C .

La mesure du courant traversant la pompe ionique donne un ordre de grandeur de la pression dans la cellule. Mais cette mesure n'est pas fiable, pour deux raisons principales :

- Il existe des courants de fuite dans la pompe.
- La mesure du courant donne la pression à l'intérieur de la pompe. A cause du gradient de pression, elle est inférieure à celle dans la cellule.

Une valeur précise de la pression de césium dans la cellule est obtenue en mesurant l'absorption d'un faisceau à travers la vapeur [35].

La vapeur de césium est produite dans un réservoir par sublimation de césium solide. La pression de vapeur saturante du césium à 21°C est de 10^{-6} mbar. Une vanne, à la sortie du réservoir permet de contrôler le débit d'atomes vers le reste du montage. La pression à l'intérieur de la cellule résulte d'un équilibre entre le flux d'atomes sortant du réservoir et le flux pompé par la pompe ionique. En raison des longs temps de réponse, l'équilibre thermodynamique du gaz n'est atteint qu'au bout de plusieurs jours. La pression à l'intérieur de la cellule est donc un paramètre difficilement contrôlable.

La cellule du PMO est un cube de quartz de 10 cm d'arête. Les six faces formant le cube ont été soudées entre elles par adhérence optique. Cette technique donne une bonne tenue de la cellule au vide, mais à cause des hautes températures qu'elle nécessite, les faces internes de la cellule ne peuvent pas être traitées antireflet. Afin d'éviter au maximum les réflexions parasites dans le nuage, les faces de la cellule sont inclinées de quelques degrés par rapport aux lasers.

4. Méthodes de détection et caractérisation du PMO

4.1. Méthodes de détection

Dans cette section, nous allons introduire les méthodes de détection nécessaires à la caractérisation statique (§ 4.2) et dynamique (chap. 3) du nuage atomique. Ces méthodes sont basées sur le traitement du signal de fluorescence émis par le nuage atomique :

- A l'aide d'une caméra CCD, nous déterminons la taille et la distribution spatiale du nuage, projetées sur un plan. Nous pouvons ainsi calculer la densité atomique, et la position du centre de masse du nuage et son déplacement en fonction des paramètres.

- Avec une photodiode calibrée, nous mesurons l'intensité totale de fluorescence émise par le nuage et nous en déduisons la population totale du nuage. Lorsque l'on branche soudainement les lasers du PMO, la mesure du niveau du signal de fluorescence en fonction du temps nous renseigne sur le temps de chargement du piège.

- A partir d'une photodiode quatre quadrants, nous suivons l'évolution du centre du nuage (toujours sur un plan) de façon moins précise qu'avec la caméra CCD, mais avec un temps d'échantillonnage plus rapide, 0,1 ms contre 40 ms avec la caméra. En rajoutant une seconde photodiode quatre quadrants perpendiculaire à la première, on reconstruit l'évolution du centre du nuage dans l'espace réel. L'information redondante issue de la dimension commune aux deux photodiodes, nous a permis de calibrer mutuellement les gains des photodiodes.

4.1.1. Calcul du signal de fluorescence

Calculons le signal de fluorescence collecté par un détecteur suivant le montage présenté sur la Figure 43.

Le nombre de photons de fluorescence N_{flu} émis par le nuage par unité de temps s'exprime comme le produit du nombre total d'atomes N_a et du taux de fluorescence par atome. On a ainsi :

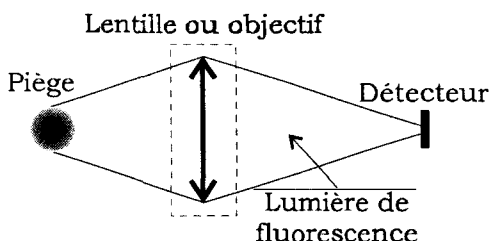


Figure 43 **Détection du signal de fluorescence.** Le détecteur peut être la caméra CCD, la photodiode, et la photodiode quatre quadrants

$$N_{flu} = N_a \frac{\Gamma}{2} \frac{s'}{1+s'} \quad (4-1)$$

avec

$$s' = 6C^2s \quad (4-2)$$

le paramètre de saturation total tenant compte des six faisceaux laser du PMO. $C^2 \cong 0,4$ correspond au carré du coefficient de Clebsh-Gordan moyenné sur la totalité des transitions permises [35]. Le signal collecté par le détecteur dans un angle solide $d\Omega/4\pi$ est donc :

$$S = A \frac{d\Omega}{4\pi} \hbar\omega N_a \frac{\Gamma}{2} \frac{s'}{1+s'} \quad (4-3)$$

avec S exprimé en Volt. A est un coefficient prenant en compte la sensibilité de la détection. A partir de S , on déduit alors la population totale du nuage N_a en fonction des paramètres δ et I . Signalons que la détermination de la population totale par cette méthode reste approximative, essentiellement pour les raisons suivantes :

- Nous n'avons pas pris en compte en compte la dépendance en position du paramètre de saturation, induite notamment par le gradient du champ magnétique.
- La correction C^2 apportée s a été effectuée en supposant que la probabilité de transition dépend uniquement des coefficients de Clebsh-Gordan. Or nous savons que la population des sous-niveaux Zeeman fondamentaux n'est pas homogène (chap. 1 § 3.2). Un calcul rigoureux de C^2 devrait alors tenir compte de ces différences de population.
- Nous avons supposé ici que les six faisceaux pouvaient être pris indépendamment lors du calcul du taux de fluorescence. Or, il existe dans le PMO des phénomènes d'interférence et de saturation croisée [42], et il n'est pas sûr que l'intensité totale vue par un atome peut se réduire à la somme des intensités de chaque faisceau, comme le laisse supposé la relation (4-2), surtout lorsque la transition est saturée.

Gardons donc à l'esprit que la comparaison quantitative de la population totale pour différents paramètres est à prendre avec précaution.

4.1.2. Photodiode quatre quadrants

La photodiode quatre quadrants est une matrice 2×2 de détecteurs SiO_2 . Les signaux sont combinés entre eux pour former deux voies satisfaisant les relations suivantes :

Voie 1 :

$$V_1 = A(I_{11} + I_{12} - I_{22} - I_{21}) \quad (4-4a)$$

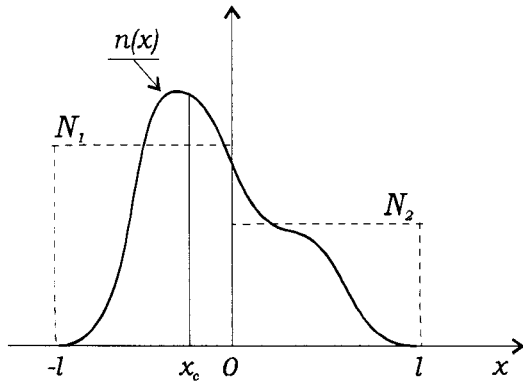


Figure 44 **Position du centre du nuage x_c selon une direction déterminée à l'aide de la photodiode quatre quadrants.** N_1 et N_2 représentent le nombre d'atomes vu par les deux détecteurs pour une distribution arbitraire $n(x)$

Voie 2 :

$$V_2 = A(I_{11} + I_{21} - I_{22} - I_{12}) \quad (4-4b)$$

où V_1 et V_2 s'expriment en Volt et I_{ij} , avec $ij=1,2$, sont les courants traversant chacun des quatre détecteurs. A est un coefficient prenant en compte le gain des convertisseurs courant-tension. Ainsi, V_1 et V_2 mesurent des variations de la fluorescence du nuage selon deux directions orthogonales.

Calculons l'évolution du signal suivant une dimension Ox (Figure 44). Soit une distribution atomique dans le nuage telle que le signal reçu par le détecteur 1 (resp. 2) correspond à un nombre d'atomes N_1 (resp. N_2). Le centre du nuage obéit alors à la relation suivante :

$$x_c = \frac{l}{2} \frac{N_2 - N_1}{N_a} \quad (4-5)$$

où l est la dimension d'un détecteur. On en déduit que le signal sur la voie correspondant à Ox est :

$$V = A \frac{2}{l} x_c N_a \quad (4-6)$$

Le position du centre du nuage est alors obtenue en divisant le signal sur chacune des voies de la photodiode quatre quadrants par le nombre d'atomes total au même instant (à un facteur $l/2$ près).

4.2. Caractérisation du nuage

Nous ne décrivons dans cette section que les caractéristiques statiques du nuage atomique. L'étude de la dynamique du nuage sera développée dans le chapitre 3.

La caractérisation du nuage d'atomes froids obtenu à l'aide d'un PMO a fait l'objet depuis le début des années 1990 de nombreuses publications. Citons quelques références :

- pour les notions de bases [1, 8].
- sur les effets collectifs [9, 10, et 18].
- les pertes par collisions chaudes ou froides [10, 43 et 44].
- les articles traitant particulièrement de la température [20, 45] obtenue par des techniques de mesure de type balistique [26] ou in situ par diffusion Compton stimulée [36].
- sur les mesures de densité atomique [19 et 46].
- sur les caractéristiques du nuage [10 et 45].

Nous nous contenterons dans cette section de rappeler quelques caractéristiques importantes du nuage, utiles pour l'étude de sa dynamique.

4.2.1. Temps de remplissage et taux de renouvellement du nuage

Une expérience simple consiste à allumer soudainement le laser du piège et à suivre l'évolution du nombre total d'atomes capturés en fonction du temps. Pendant la phase de remplissage, la population totale du nuage suit une loi exponentielle croissante (Figure 45), que l'on déduit de l'équation du mouvement suivante [9] :

$$\frac{dN_a}{dt} = C_R - C_p N_a \quad (4-7)$$

où C_R est le taux de remplissage et C_p le taux de perte par atome. De la solution de

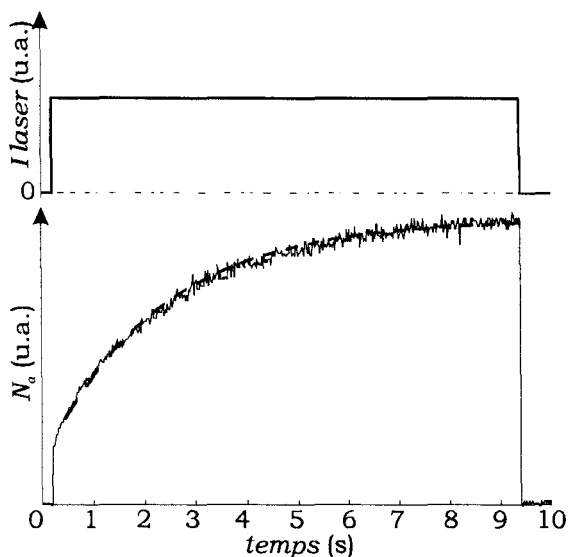


Figure 45 **Remplissage du piège.** Lorsque le laser du piège est allumé, le signal augmente rapidement avant de suivre une loi de type exponentielle (trait discontinu). A l'allumage du laser, les atomes de la vapeur contribuent à la montée rapide du signal. Ensuite ce sont essentiellement les atomes du nuage qui sont détectés.

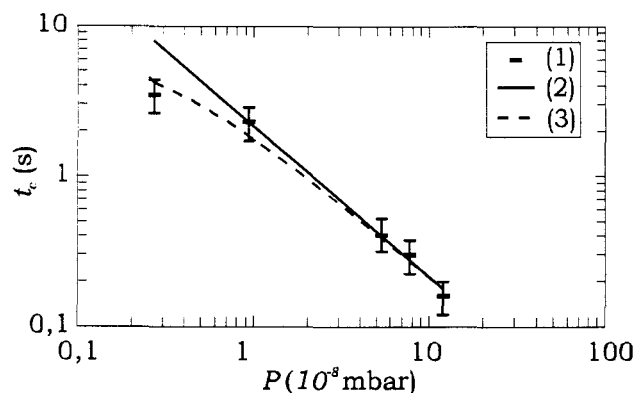


Figure 46 **Temps de remplissage du PMO en fonction de la pression P de césium à l'intérieur de la cellule ;**
 - (1) : mesures expérimentales
 - (2) : fit : $t_c = 1/aP$ avec a constant
 - (3) : fit : $t_c = 1/(aP + \beta n)$ où n et la densité atomique et β le taux de collisions entre atomes froids

l'équation (4-7), on tire alors un temps caractéristique de remplissage,

$$t_c = \frac{1}{C_p} \quad (4-8)$$

défini comme le temps nécessaire pour que $1/e$ des atomes soient capturés. t_c correspond aussi au temps de renouvellement des atomes du nuage. Si les pertes du nuage sont uniquement dues aux collisions entre les atomes du nuage et les atomes de la vapeur (collisions chaudes), alors t_c varie comme l'inverse de la pression de césium à l'intérieur de la cellule (Figure 46) [35]. On remarque que cette loi n'est plus valable à faible pression ($P < 5 \times 10^{-9}$ mbar). Dans ce cas, la contribution au terme de perte due aux collisions entre atomes du nuage n'est plus négligeable par rapport aux collisions chaudes et on a [43] :

$$C_p = aP + \beta n \quad (4-9)$$

où $a = 4,7 \times 10^7 \text{ mbar}^{-1} \text{ s}^{-1}$ est une constante indépendante de P , n est la densité atomique du nuage et $\beta = 1,1 \times 10^{-17} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ est une constante caractérisant les collisions entre atomes froids.

4.2.2. Population totale du nuage

Contrairement au temps de remplissage, le nombre total d'atomes N_a capturés dans le piège ne dépend pas de la pression de la vapeur dans la gamme 5×10^{-8} mbar à 10^{-9} mbar [8]. Comme le coefficient de friction lié à la force de pression de radiation est maximal lorsque $\delta = -\Gamma/\sqrt{12}$ (chap. 1 § 1), on pourrait s'attendre à avoir pour cette valeur le plus grand nombre d'atomes capturés. En fait il n'en est rien, et N_a est maximum lorsque δ est autour de -2Γ , cette valeur dépendant de l'intensité des faisceaux (Figure 47). Pour lever cette contradiction, il faut se souvenir que la force de pression de radiation dépend de la vitesse. Ainsi pour $\delta = -\Gamma/\sqrt{12}$, la capture des atomes par le PMO est la plus efficace mais n'implique que les atomes les plus lents de la distribution de Maxwell-Boltzmann de la vapeur. N_a est maximum quand on a le meilleur compromis entre la force de pression de

radiation et le nombre d'atomes de la vapeur impliqués dans le refroidissement. Notons aussi que tant que la transition n'est pas saturée, le module de la force de pression de radiation et donc la population totale du nuage est une fonction croissante de l'intensité des faisceaux laser. La Figure 48 présente le nombre d'atomes du nuage en fonction de δ et b . On observe que N_a croît avec b , puis sature quand b est supérieur à 10 Gcm^{-1} [46].

4.2.3. Géométrie du nuage

Nous allons maintenant nous intéresser à la géométrie du nuage en fonction des paramètres. Sur la Figure 49 sont présentées quelques images du nuage en fonction du désaccord. L'axe Oz correspond aux faisceaux verticaux, tandis que l'axe Ox' est selon une bissectrice formée par les faisceaux horizontaux. La focale et la position de la caméra n'ont pas été modifiées et ces images peuvent donc être directement comparées. En raison des propriétés de symétrie du PMO, on s'attend à ce que le nuage ait la forme d'un ellipsoïde ayant comme axes de symétrie les faisceaux laser, l'axe des bobines anti-Helmoltz étant confondu avec une branche du piège. Si à grand désaccord ($|\delta| > 4\Gamma$), le nuage respecte à

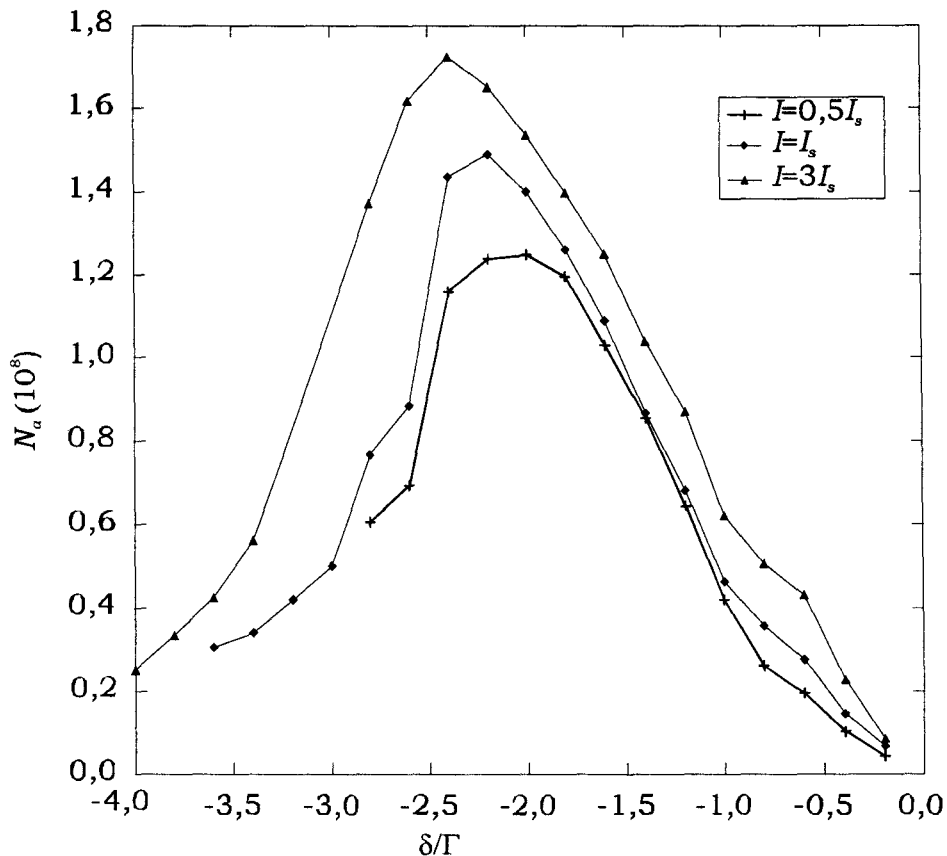


Figure 47 **Nombre d'atomes capturés** en fonction du désaccord δ pour une intensité d'un faisceau respectivement égale à $0,5I_s$, I_s et $3I_s$. Le gradient de champ magnétique est fixé à 14 Gcm^{-1} . Le nombre d'atomes maximal est obtenu quand δ est compris entre 2Γ et $2,5\Gamma$, et augmente avec l'intensité.

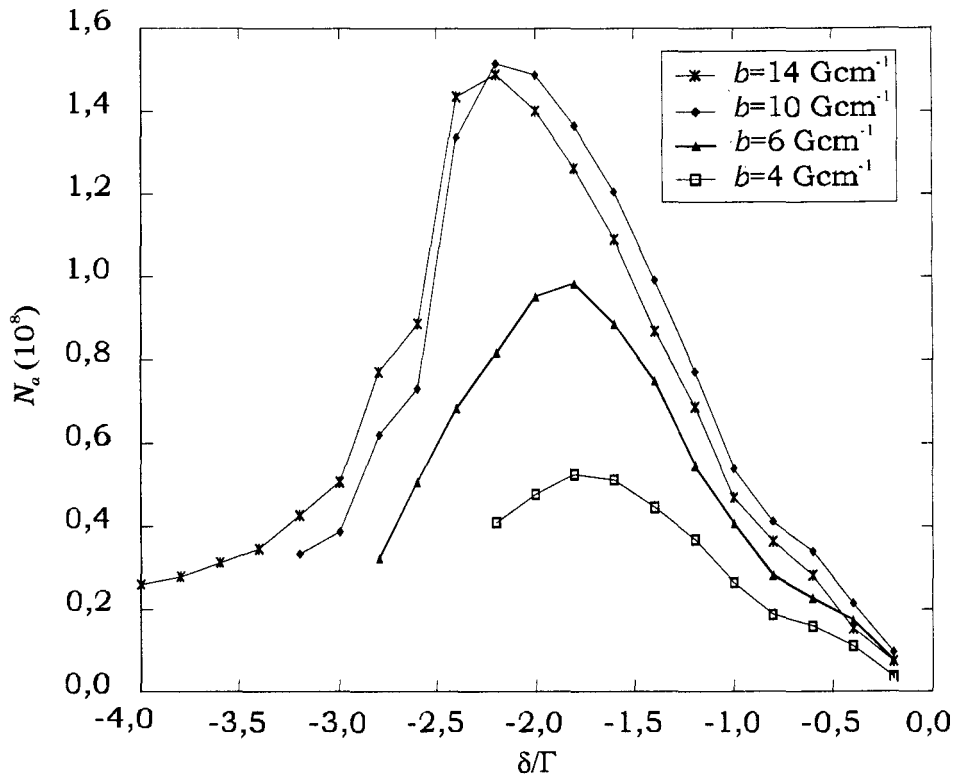


Figure 48 **Nombre d'atomes capturés** en fonction de δ pour différentes valeurs de b avec $I=I_s$. On remarque que le nombre d'atomes croît avec b puis sature lorsque b devient supérieur à 10 Gcm^{-1} .

peu près cette symétrie, c'est de moins en moins vrai lorsque le désaccord diminue. Plusieurs mécanismes peuvent expliquer la géométrie des nuages observés :

- Les inhomogénéités des faisceaux laser et du gradient du champ magnétique rendent le potentiel du PMO irrégulier. Bien entendu, ces effets sont plus visibles lorsque la taille du nuage est grande (Figure 50), c'est à dire dans le régime de diffusion multiple (chap. 1 § 4).
- A trois dimensions, il existe des phénomènes d'interférence entre les faisceaux laser du PMO qui modulent spatialement l'intensité des faisceaux et donc le nuage. Bien qu'à l'évidence, ces effets interviennent sur la distribution des atomes dans le piège, nous ne savons pas dans quelle proportion ils jouent sur la forme générale du nuage.
- Les atomes absorbent les faisceaux (effet d'ombre), ainsi le potentiel du PMO et donc le profil du nuage se déforment.

A partir du volume et du nombre d'atomes du nuage, nous pouvons déduire la densité atomique moyenne (Figure 51). La longueur d'onde de de Broglie est très petite

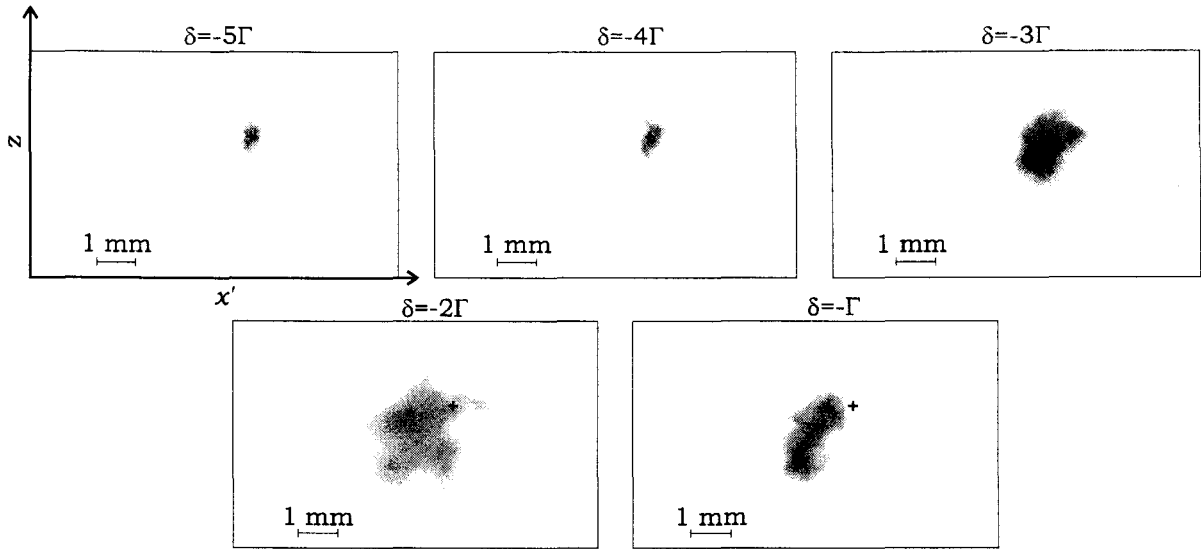


Figure 49 **Images du nuage** en fonction de δ (avec $I=I_s$ et $b=10 \text{ Gcm}^{-1}$). La croix pointe le centre du nuage à $\delta=-5\Gamma$.

devant l'intervalle moyen entre deux atomes, ce qui implique que le gaz d'atomes froids peut être décrit par la statistique de Boltzmann.

A cause du montage en rétro-réflexion des faisceaux lasers et de l'effet d'ombre, le centre du nuage ne coïncide pas avec le centre du piège (défini par le zéro du champ magnétique), et se déplace selon la première bissectrice $\Delta x'$ formée par les faisceaux aller (Figure 52). L'origine de $\Delta x'$ correspond au centre du piège qui coïncide avec le centre du nuage pour $\delta \geq -4\Gamma$ (Figure 49). La courbe en traits plein correspond à une mesure directe du déplacement avec une caméra. La courbe en traits discontinus a été obtenue en calculant le déplacement théorique à l'aide des équations (4-10) et (2-29) du chapitre 1, pour les valeurs de la densité mesurés expérimentalement (Figure 51). On observe que les deux valeurs divergent à faible désaccord ($\delta > -2\Gamma$). Dans ce cas l'approximation du milieu optiquement fin qui nous a permis de calculer le déplacement théorique n'est plus valable (chap. 1 § 4.1.1).

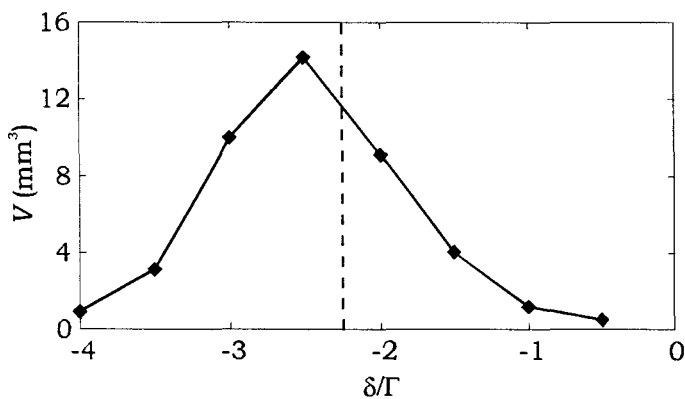


Figure 50 **Volume du nuage** en fonction de δ avec $b=14 \text{ Gcm}^{-1}$ et $I=3I_s$. Le volume du nuage résulte des effets collectifs. Le trait discontinu correspond à la valeur maximale de la répulsion entre atomes associée à la diffusion multiple.

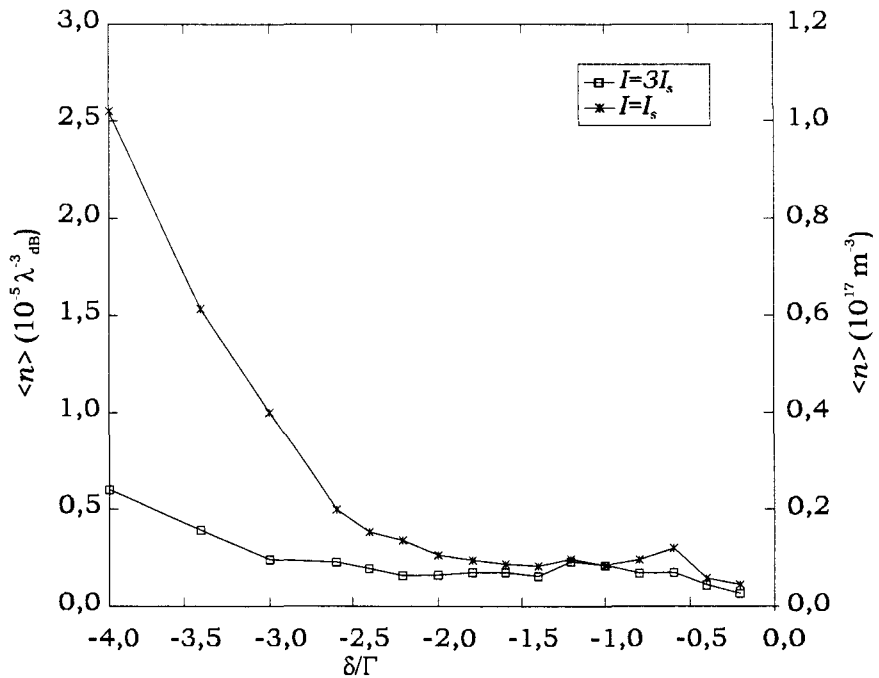


Figure 51 **Densité atomique moyenne du nuage** en fonction de δ pour $I=I_s$ et $I=3I_s$ (avec $b=14 \text{ Gcm}^{-1}$). Les valeurs sont données en m^{-3} ou par unité de longueur d'onde de de Broglie au cube (pour une température minimale de $2,5 \mu\text{K}$).

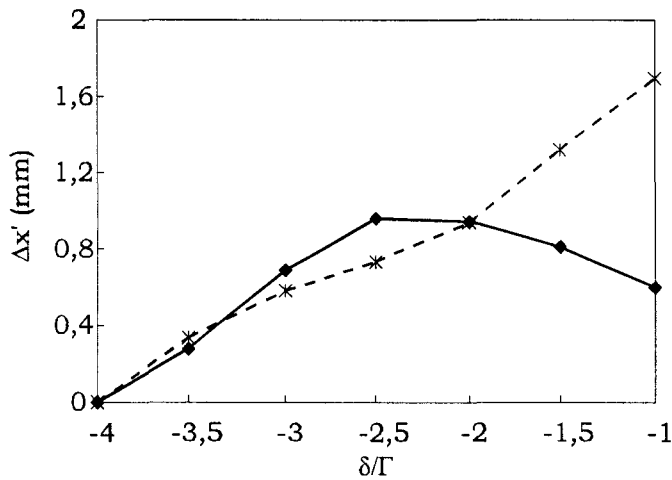


Figure 52 **Mesures du déplacement selon la première bissectrice**, en fonction de δ avec $I=I_s$ et $b=14 \text{ Gcm}^{-1}$. La courbe en traits pleins correspond au déplacement mesuré, alors que la courbe en traits discontinus est calculée à partir de résultats théoriques.

5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dispositif expérimental du piège magnéto-optique et ses performances.

Le rayonnement laser est issu d'une diode laser montée en cavité étendue. Le laser est asservi en fréquence sur une raie d'absorption saturée croisée. Les différents modulateurs acousto-optiques permettent de contrôler la fréquence et l'intensité du laser du piège. Deux bobines parcourues par des courants électriques en sens inverse, créent un champ magnétique à gradient constant s'annulant au centre des six faisceaux du piège. Le PMO est réalisé dans une cellule où est maintenue une vapeur de césium basse pression. Dans le Tableau 1 sont résumés les valeurs des principaux paramètres du PMO.

Paramètres	Désaccord δ	Intensité I	Gradient magnétique (Gcm ⁻¹) b	Pression (mbar) P
Valeur maximale	0	$4I_s$	14	10^{-8}
Valeur minimale	-10Γ	0	0	10^{-9}

Tableau 1 Valeurs des principaux paramètres.

Les mesures moyennées dans le temps de la distribution spatiale et de la densité atomique dans le nuage sont obtenues à l'aide de cameras CCD, tandis que le nombre total d'atomes et la position du centre du nuage sont donnés à l'aide d'une photodiode calibrée et d'une photodiode quatre quadrants.

Pour finir nous avons présenté succinctement quelques caractéristiques du nuage utiles, résumées dans le Tableau 2.

Valeur	Nombre d'atomes N_a	Densité (m ⁻³) $\langle n \rangle$	Température (μK) τ [20]
	$10^6 - 10^8$	$10^{15} - 10^{17}$	2,5-100
$\partial / \partial \delta$	>0 si $\delta < -2\Gamma$ <0 si $\delta > -2\Gamma$	<0	>0
$\partial / \partial \Omega_1$	>0	<0 si $\delta < -1,5\Gamma$	>0
$\partial / \partial b$	>0	>0	>0

Tableau 2 Valeurs et variations des principales grandeurs. Les variations en fonction des paramètres du piège sont données à titre indicatif et il n'est pas impossible qu'elles soient parfois mises en défaut.

Etude de la dynamique du nuage

1. Introduction

Nous allons dans ce chapitre étudier de manière phénoménologique la dynamique du nuage atomique dans le piège magnéto-optique (PMO). Il s'agit de la dynamique propre du nuage non forcé. Nous nous intéresserons en particulier aux régimes d'instabilités.

Nous commencerons par préciser le cadre expérimental de ces études. Nous nous attacherons en outre à caractériser les grandeurs physiques accessibles dans nos expériences (§ 2). Certaines instabilités du nuage sont très simples à mettre en évidence : il suffit de visualiser le nuage à l'aide d'une caméra CCD pour s'apercevoir que pour certaines valeurs des paramètres, la forme du nuage évolue au cours du temps. Nous verrons que ces instabilités peuvent être associées aux mécanismes de remplissage du piège, et donc à la population totale du nuage N_a . Nous étudierons donc en détail l'évolution de N_a en fonction des paramètres (§ 3.1). Cette étude révèle que la dynamique du centre du nuage ne peut être entièrement associée à la variation de la population totale du nuage, mais qu'il existe aussi d'autres types d'instabilités (§ 3.2). Ces instabilités se caractérisent notamment par une échelle de temps qui peut être plus rapide (jusqu'à 10 ms). Nous montrerons que le régime dynamique associé à ces nouvelles instabilités est perturbé par l'évolution de la population totale du nuage et conduit à un régime dit de dérive dynamique. Nous analyserons pour finir la nature des instabilités propres au mouvement du centre du nuage.

Dans la section 4, nous nous intéresserons à la dynamique du nuage lorsque les faisceaux laser du PMO sont désalignés. Nous avons alors mis en évidence un mouvement de rotation du centre du nuage mais aussi d'autres régimes dynamiques plus complexes non prévus par la théorie. Une instabilité de type sous-harmonique pourrait être à l'origine de la dynamique du centre du nuage.

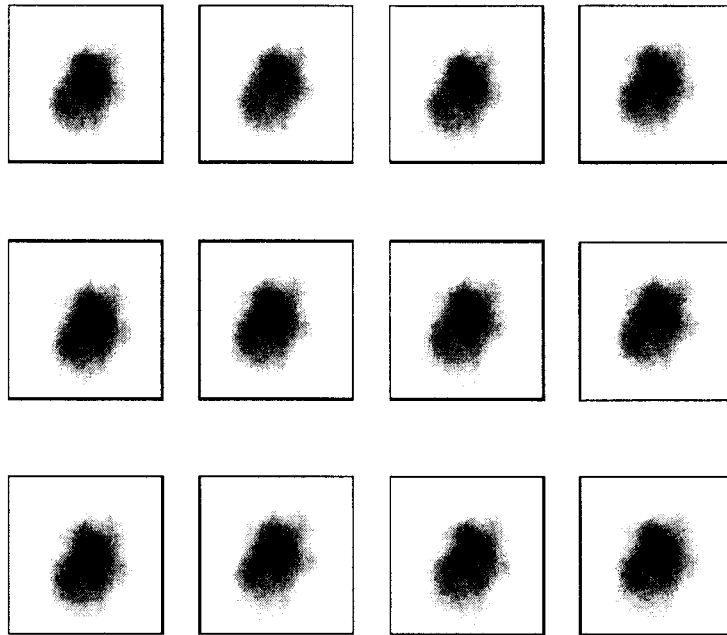


Figure 53 **Séquence d'images du nuage correspondant à un piège stable**, avec $\delta=-5\Gamma$, $I=3I_s$ et $b=14 \text{ Gcm}^{-1}$. Le temps d'échantillonnage est de 40 ms. La taille moyenne du nuage est de $0,10\pm 0,01 \text{ mm}$.

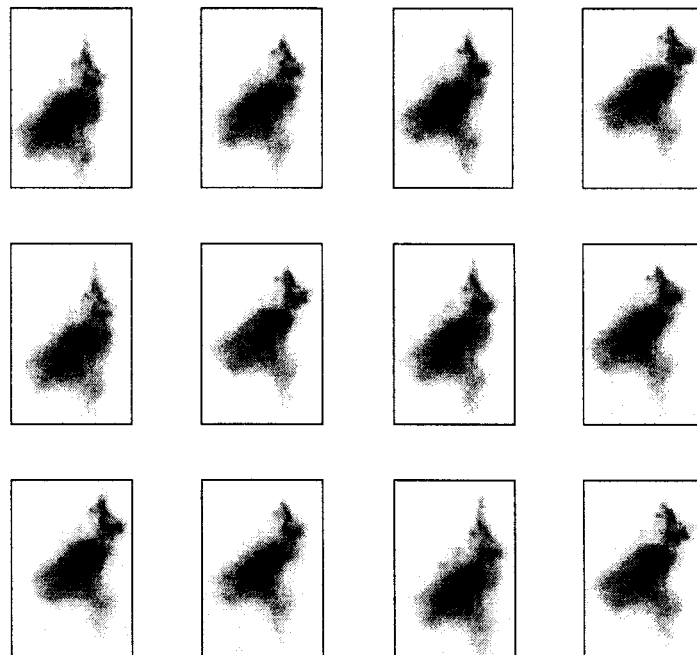


Figure 54 **Séquence d'images du nuage correspondant à un piège instable**, avec $\delta=-1,5\Gamma$, $I=3I_s$ et $b=14 \text{ Gcm}^{-1}$. Le temps d'échantillonnage est de 40 ms. La taille moyenne du nuage est de $0,95\pm 0,05 \text{ mm}$.

2. Position du problème

La façon la plus simple de visualiser les instabilités du nuage d'atomes froids consiste à l'observer à l'aide d'une caméra vidéo ou d'un visualisateur infrarouge. La Figure 53 et la Figure 54 présentent deux séquences d'images prises à l'aide d'une caméra CCD. Le temps séparant deux images est de 40 ms. Sur la Figure 53, le nuage est stable : l'intensité I_{flu} de la lumière de fluorescence recueillie en chaque point est constante au cours des 440 ms de la séquence. Sur la Figure 54, obtenue pour des paramètres différents, il n'en est plus de même : pour la plupart des points, I_{flu} dépend du temps. Ajoutons que cette dépendance ne prend pas la même forme en tout point de l'espace. La dynamique de I_{flu} , et donc de la distribution des atomes dans le nuage, est fonction à la fois du temps et de l'espace. L'objectif de la présente étude est de caractériser cette évolution. Pour cela il nous faut : (i) identifier les variables d'état $\bar{\xi}$ et les paramètres de contrôle $\bar{\mu}$ du flot permettant de décrire la dynamique du système ; (ii) identifier le type de dynamique en fonction des régimes observés (stationnaire, périodique, quasi périodique, chaotique, bruyant...). L'étape suivante serait de construire un modèle permettant de reproduire cette dynamique, ce qui n'a pu être effectué dans le cadre de cette thèse. Détaillons maintenant les deux premières étapes :

(i) les composantes de $\bar{\xi}$ accessibles dans nos expériences sont respectivement :

- le nombre total d'atomes du nuage N_a
- la densité atomique n et sa moyenne spatiale $\langle n \rangle$
- le volume du nuage V
- le vecteur position du centre de masse du nuage $\vec{r}_c(x_c, y_c, z_c)$

Le nombre d'atomes est proportionnel, à paramètres constants, à la lumière de fluorescence du nuage. La population totale du nuage N_a est donc obtenue grâce à une photodiode mesurant la lumière de fluorescence totale émise par le nuage. La densité atomique et le volume du nuage sont déduits à partir d'images du nuage prises à l'aide d'une caméra CCD. Enfin, le mouvement en trois dimensions du centre du nuage est obtenu à l'aide de deux photodiodes quatre quadrants orthogonales (chap. 2 § 4). Notons que le choix de classer les quantités ci-dessus dans les variables $\bar{\xi}$ du problème, et non dans les paramètres $\bar{\mu}$, est arbitraire. Le nombre total d'atomes, par exemple, pourrait très bien être une constante de la dynamique, et se révéler être un mauvais choix. Mais c'est précisément l'un des objectifs de cette étude d'identifier les variables et les paramètres « pertinents » du problème. Parmi les composantes de $\bar{\mu}$, certaines sont bien maîtrisées et

peuvent servir de paramètres de contrôle expérimentaux : ce sont le désaccord entre la pulsation des faisceaux et la transition atomique, l'intensité des faisceaux laser et le gradient du champ magnétique. D'autres paramètres sont plus difficiles à maîtriser, comme la polarisation des faisceaux, leur alignement ou la pression de la vapeur dans la cellule. Parmi ces paramètres, nous verrons que l'alignement des faisceaux joue un rôle crucial dans la dynamique, et on s'efforcera de le fixer lors d'une série de mesures. La section 3 (resp. 4) traitera de la dynamique du nuage lorsque les faisceaux sont alignés (resp. désalignés). (ii) Pour identifier la dynamique du système, nous utiliserons les outils standards introduits dans le cadre de l'étude du chaos déterministe [11]. Dans le cas de régimes erratiques, notre principal objectif sera de mettre en évidence leur nature déterministe ou bruyante. Par bruyante, on entend soit une dynamique aléatoire, soit une dynamique à grand nombre de degrés de liberté, dépendant éventuellement de paramètres externes, non pris en compte dans la description du système.

Pour déterminer l'origine des instabilités dans le nuage, il est important de pouvoir rattacher leur temps d'évolution à des temps propres du système. Ces derniers sont résumés sur la Figure 55. Les temps les plus rapides correspondent à l'évolution des états internes de l'atome, qui se traduisent à l'équilibre par un mouvement stochastique associé au caractère aléatoire de l'absorption et de l'émission spontanée (chap. 1 § 1). Cet effet est moyenné à l'échelle macroscopique, et n'intervient donc pas dans la dynamique du nuage. Tous les autres temps peuvent être associés à un mouvement collectif des atomes, et donc sont susceptibles d'intervenir dans la dynamique du nuage. Signalons qu'il existe certainement d'autres temps propres, par exemple associés aux effets d'ombre et de diffusion multiple, plus difficiles à évaluer. Ces échelles de temps montrent que les moyens de détection expérimentaux à faible fréquence d'échantillonnage - tels que les caméras CCD - sont à utiliser avec précaution, puisqu'ils ne couvrent a priori pas toute la bande

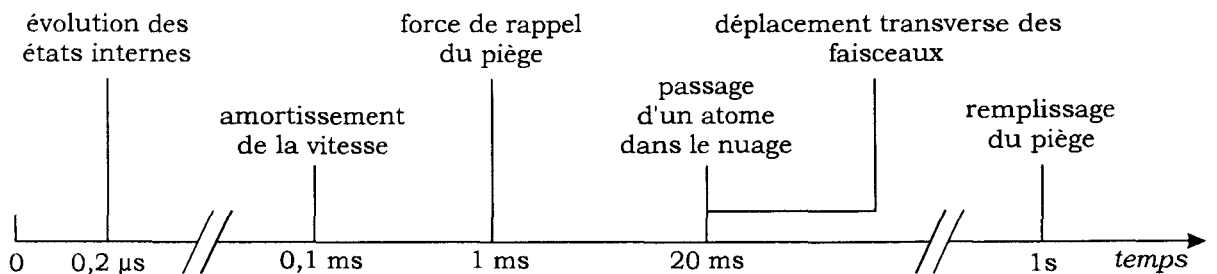


Figure 55 **Temps propres dans le PMO.** Le temps le plus rapide pouvant intervenir dans la dynamique du nuage correspond au temps d'amortissement de la vitesse d'un atome. Le temps le plus lent correspond au remplissage du piège.

passante du système dynamique. C'est pour cette raison que nous avons préféré ici décrire la dynamique en termes de variables globales (N_a, \bar{r}_c) accessibles par des photodiodes à large bande passante, et que nous avons laissé de côté pour cette première approche les variables locales, telles que n , qui ne peuvent être obtenues qu'avec une caméra.

3. Faisceaux alignés

Comme nous venons de le voir, l'alignement des faisceaux n'est pas un paramètre de contrôle expérimental, et l'étude de la dynamique du nuage s'effectue à alignement fixé. Nous étudierons en détail dans cette section le cas où les faisceaux sont alignés. Une autre situation sera traitée dans la section 4. Nous avons vu également que parmi les variables accessibles expérimentalement, la population totale du nuage N_a et la position du centre du nuage \bar{r}_c présentent l'avantage de pouvoir être enregistrées avec une large bande passante. Nous examinerons donc successivement dans la section 3.1 et la suivante la dynamique de N_a et de \bar{r}_c .

3.1. Dynamique du nombre d'atomes

La Figure 56 montre l'évolution temporelle de la population totale du nuage N_a lorsque le PMO est dans une zone instable de l'espace des paramètres. Comme on peut le constater sur cet exemple, cette évolution apparaît erratique. Cependant, le spectre du signal (Figure 57) fait nettement apparaître que la dynamique reste confinée à des fréquences inférieures à 5 Hz. Les composantes supérieures à 5 Hz, plus faibles d'un ordre

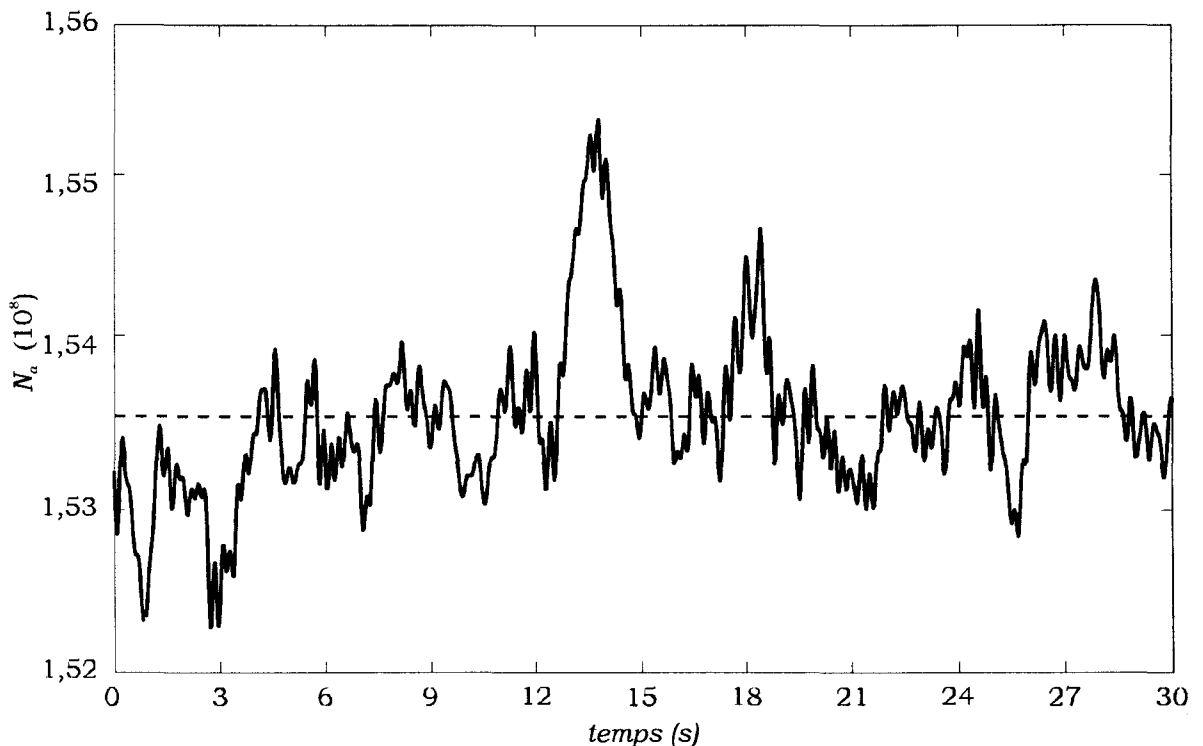


Figure 56 **Evolution temporelle du nombre d'atomes.** Signal typique de l'évolution de N_a dans la zone instable du PMO ($\delta = -2\Gamma$, $I = 1,5 I_s$, et $b = 14 \text{ Gcm}^{-1}$).

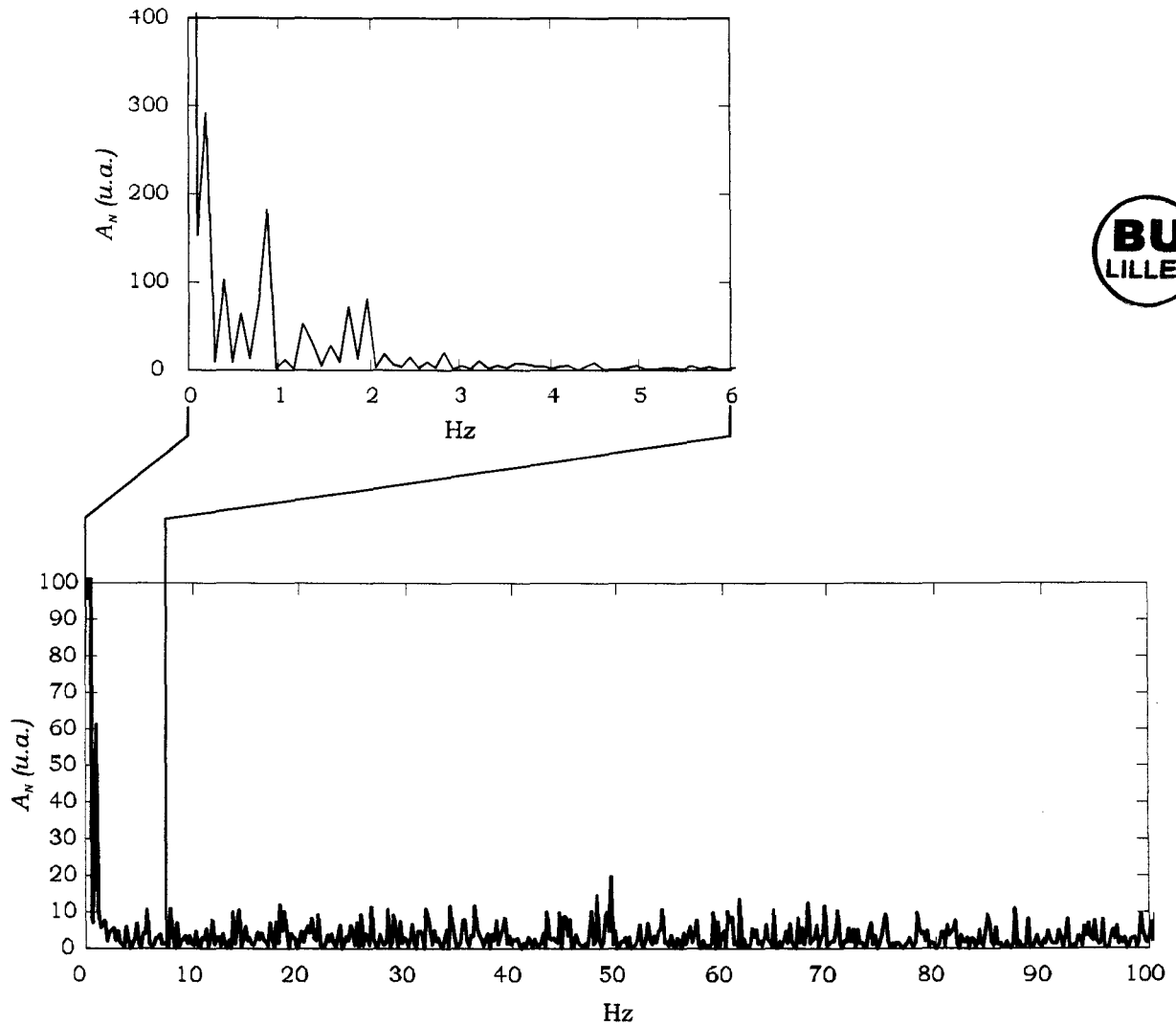


Figure 57 **Spectre du signal associé à la population totale du nuage N_a (échelle linéaire).** Les composantes de grande amplitude comprises entre 0 et 2 Hz correspondent à l'évolution de la population totale.

de grandeur, proviennent de bruits (fluctuations du nombre de photons émis par les atomes, bruit thermique, bruit des composants électroniques à l'aval du détecteur, etc...).

Ce résultat n'est pas surprenant compte tenu du temps de réponse caractéristique τ_N de N_a . L'expérience schématisée sur la Figure 58 nous permet d'évaluer τ_N : un laser résonnant modulé en intensité à la fréquence ν est envoyé dans le nuage. Les pertes du piège sont alors modulées, et entraînent une variation du nombre d'atomes. La gamme d'excursion en intensité I du laser est choisie de telle sorte qu'à l'équilibre N_a soit une fonction linéaire de I . La réponse du piège à la perturbation est présentée sur la Figure 59, où les valeurs de l'excursion ΔN_a du nombre d'atomes sont reportées en fonction de la fréquence de la perturbation. La réponse du nuage correspond à celle d'un filtre du

premier ordre (courbe en trait plein). La fréquence caractéristique associée à N_a est donc celle pour laquelle $\log(\Delta N_a/N_a)$ est égale à -3 dB. En fonction des paramètres du piège, cette fréquence varie entre 1 Hz et 5 Hz.

La fonction d'autocorrélation de la population totale du nuage,

$$\overline{R_{NN}}(\tau) = \langle N_a(t) \cdot N_a(t + \tau) \rangle_t = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} N_a(t) \cdot N_a(t + \tau) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |N_a(t)|^2 dt} \quad (3-1)$$

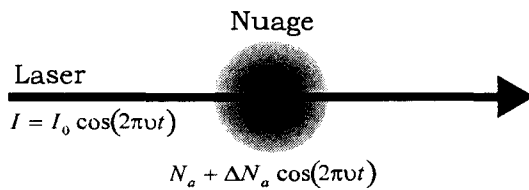


Figure 58 **Modulation des pertes dans le PMO.** On perturbe le nuage à l'aide d'un laser résonnant modulé en intensité à la fréquence ν . La réponse du piège est linéaire avec une excursion ΔN_a du nombre d'atomes.

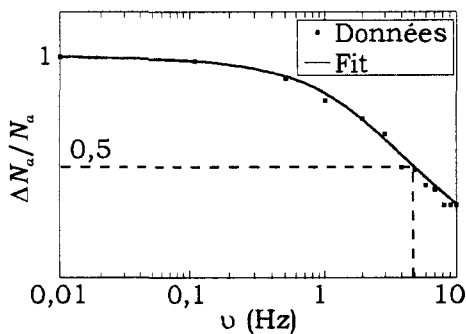


Figure 59 **Réponse du piège à une modulation du terme de pertes atomiques.** Les valeurs de l'excursion du nombre d'atomes ΔN_a sont reportées en fonction de la fréquence ν de la modulation. La réponse est équivalente à celle d'un filtre du premier ordre de fréquence de coupure égale à 5 Hz (courbe en trait plein).

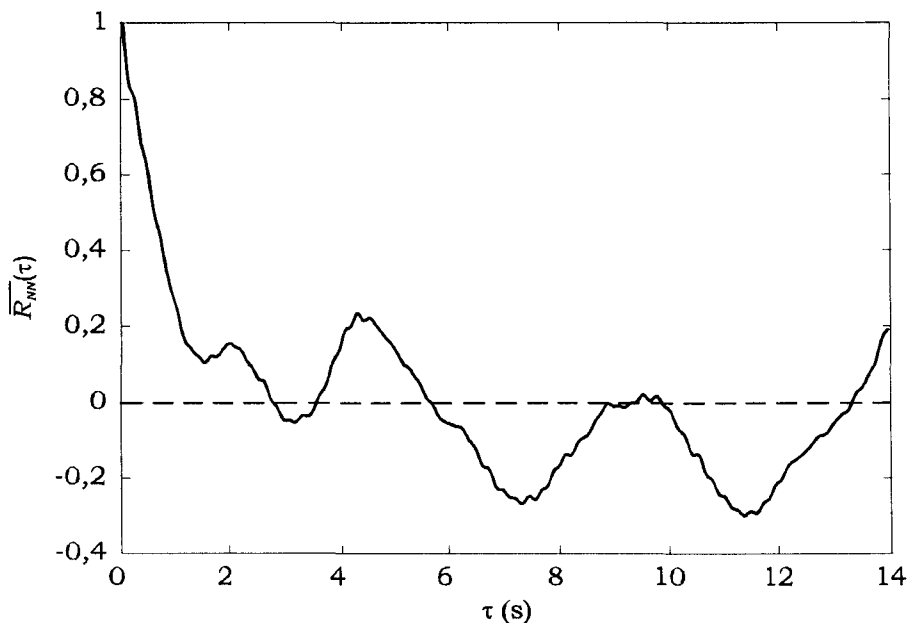


Figure 60 **Fonction d'autocorrélation correspondant à l'évolution du nombre d'atomes.** La décroissance rapide (0,5 s) de la fonction d'autocorrélation $\overline{R_{NN}}(\tau)$ est caractéristique d'un signal aperiodique.

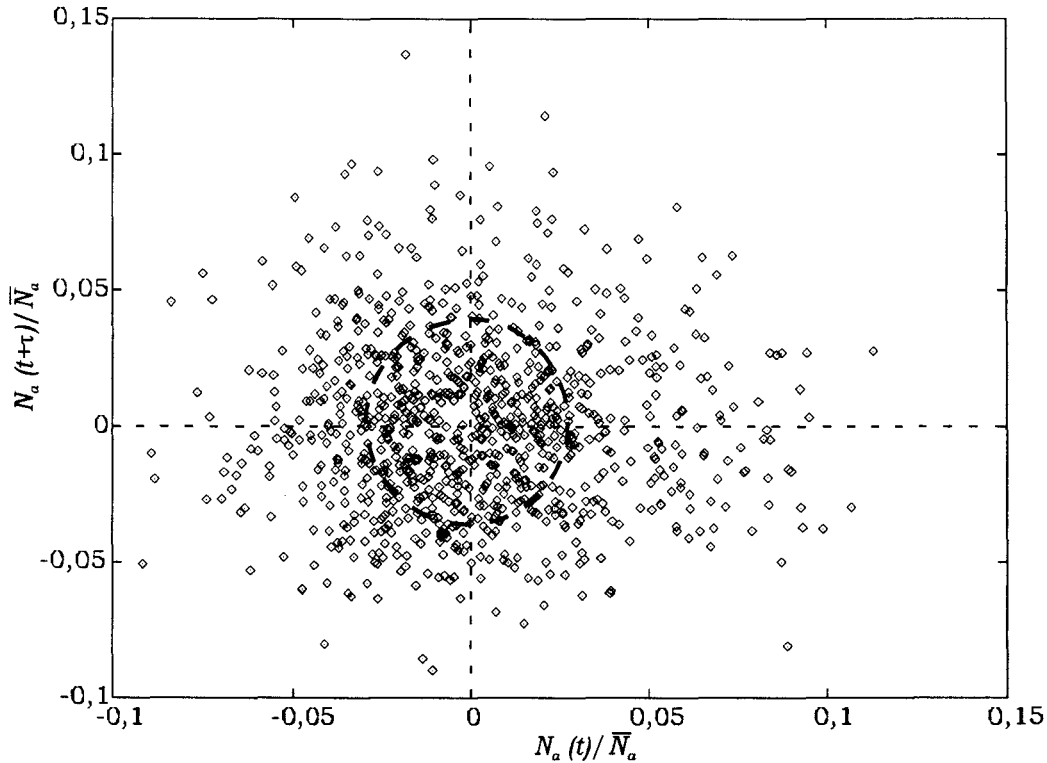


Figure 61 **Section de Poincaré correspondant à l'évolution de la population totale du nuage.** Cette section a été reconstruite à l'aide de la méthode du retard et correspond au plan $(N_a(t), N_a(t+\tau))$ avec $N_a(t+2\tau)$ nulle et sa dérivé par rapport au temps positive. Dans cet exemple on a pris $\tau=1s$. Le cercle en trait discontinu correspond à Δ_N , la dispersion relative de N_a , donnant un ordre de grandeur d'une éventuelle structure caractérisant un chaos déterministe dans un espace des phases à trois dimensions. Ici aucune structure n'est visible, et la dynamique erratique de N_a est soit aléatoire, soit de type chaos déterministe à grand nombre de degrés de liberté (supérieurs à trois)

montre une décroissance rapide (Figure 60), signe d'un régime bruyant ou de type chaos déterministe. Nous avons reconstruit, par la méthode du retard^[10] [11], l'attracteur associé à la dynamique. Son analyse n'a pu révéler l'existence d'une dynamique de type déterministe à faible nombre de degrés de liberté. Par exemple, sur la Figure 61 est présentée la section de Poincaré, obtenue dans le cas d'une reconstruction dans un espace des phases à trois dimensions. Aucune structure n'apparaît, signe d'une dynamique soit de type chaos déterministe à plus grand nombre de degrés de liberté soit de type bruyante. Pour compléter cette étude, nous avons tenté d'évaluer la dimension de l'attracteur et les

^[10] Les n variables indépendantes utilisées pour reconstruire l'attracteur sont respectivement $N_a(t)$, $N_a(t+\tau)$, ..., $N_a(t+(n-1)\tau)$, où τ est un retard temporel plus grand que le temps de corrélation de $N_a(t)$. Cette méthode de reconstruction de l'attracteur est appelé méthode du retard.

exposants de Lyapunov dans des espaces des phases de 3 à 5 dimensions. Aucun des algorithmes utilisés n'a donné de résultats convergents.

Une autre signature d'un régime de chaos déterministe est la façon dont il apparaît lorsque l'on fait varier un paramètre. En effet, de telles « routes vers le chaos » passent en général par des bifurcations spécifiques (bifurcation sous-harmonique, bifurcation de Hopf, etc...) [11]. Dans le cas présent, de telles bifurcations n'ont pas été observées. Au contraire, la dynamique présente partout les mêmes caractéristiques, l'amplitude mise à part. La Figure 62 et la Figure 63 montrent l'évolution de la dispersion relative $\sqrt{\Delta N_a^2} / \bar{N}_a$, notée Δ_N , en fonction des différents paramètres. Signalons que les valeurs maximales de la

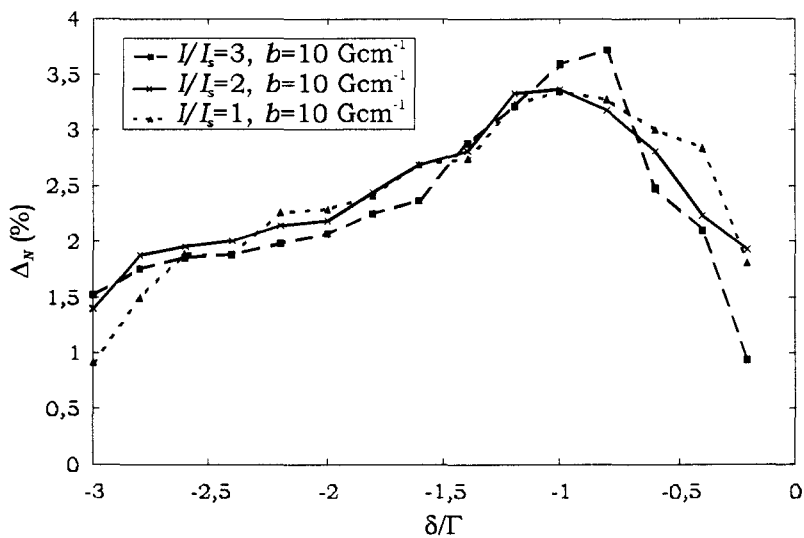


Figure 62 **Dispersion relative du nombre d'atomes** en fonction du désaccord δ , pour différentes valeurs de l'intensité I des faisceaux.

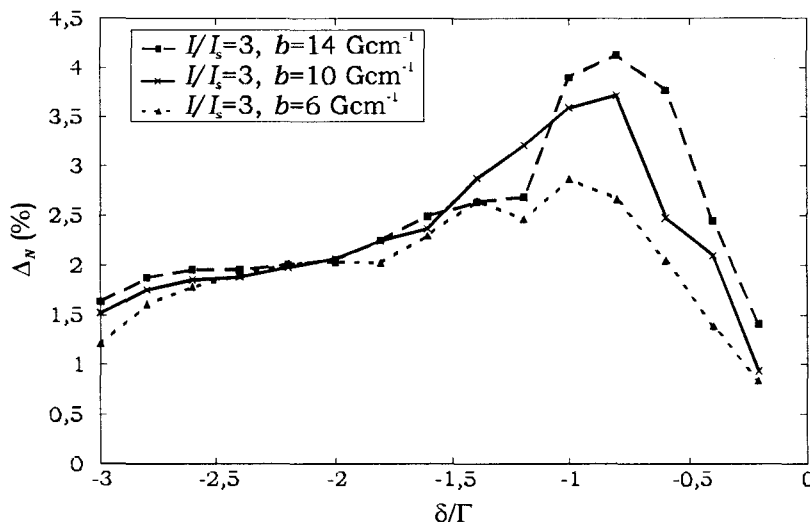


Figure 63 **Dispersion relative du nombre d'atomes** en fonction de δ , pour différentes valeurs b du gradient du champ magnétique.

dispersion relative correspondent à un domaine de l'espace des paramètres où le piège est bien rempli (chap. 2 § 4) et où les effets collectifs sont importants (chap. 1 § 4).

Comme nous venons de le voir, il n'a pas été possible de mettre en évidence une origine déterministe aux instabilités observées sur l'évolution de la population du nuage. Essayons maintenant de déterminer une contribution bruyante à l'évolution du nombre d'atomes. Si l'on considère que les probabilités de capture et de perte d'un atome par unité de temps sont constantes, alors on peut montrer que la dispersion relative du nombre d'atomes dans le nuage vaut [47, 48] :

$$\frac{\sqrt{\Delta N_a^2}}{\bar{N}_a} = \sqrt{\frac{1}{\bar{N}_a}} \quad (3-2)$$

Comme $\bar{N}_a \cong 10^8$ atomes, on obtient une dispersion de l'ordre de 10^{-4} , soit deux ordres de grandeur en dessous des valeurs expérimentales. Ces mécanismes ne peuvent donc pas, à eux seuls, expliquer les fluctuations de N_a observées. Il faut donc rechercher d'autres origines qui seront discutés dans la section 3.3.

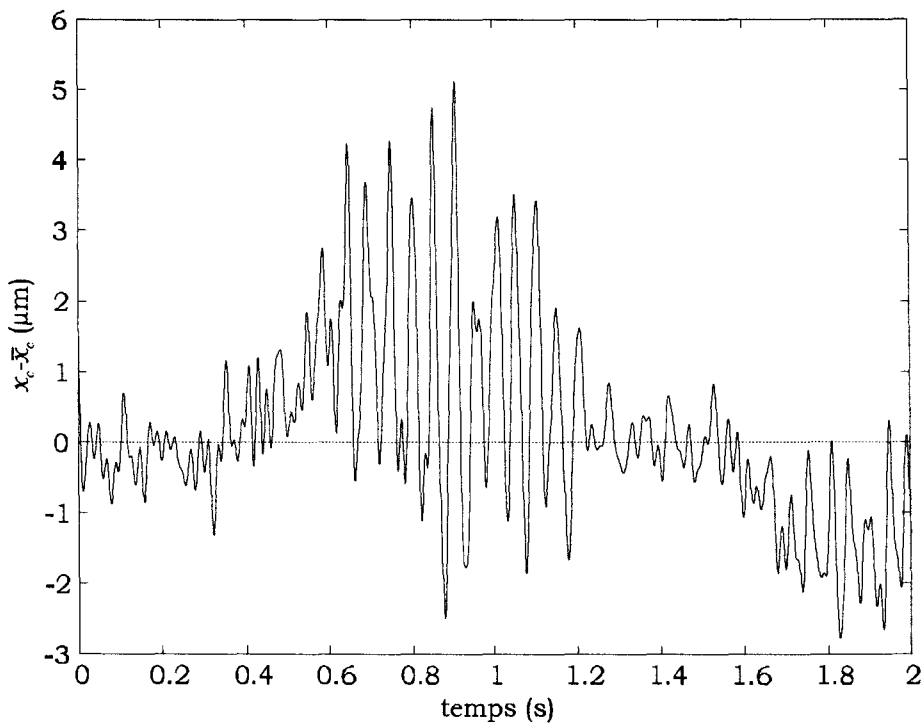


Figure 64 **Signal typique associé au mouvement du centre du nuage**, selon une dimension. La valeur nulle de $x_c - \bar{x}_c$ correspond à la valeur moyenne du mouvement et ne coïncide donc pas avec le centre du piège. On remarque que la variation de x_c est plus riche que celle de N_a (Figure 56).

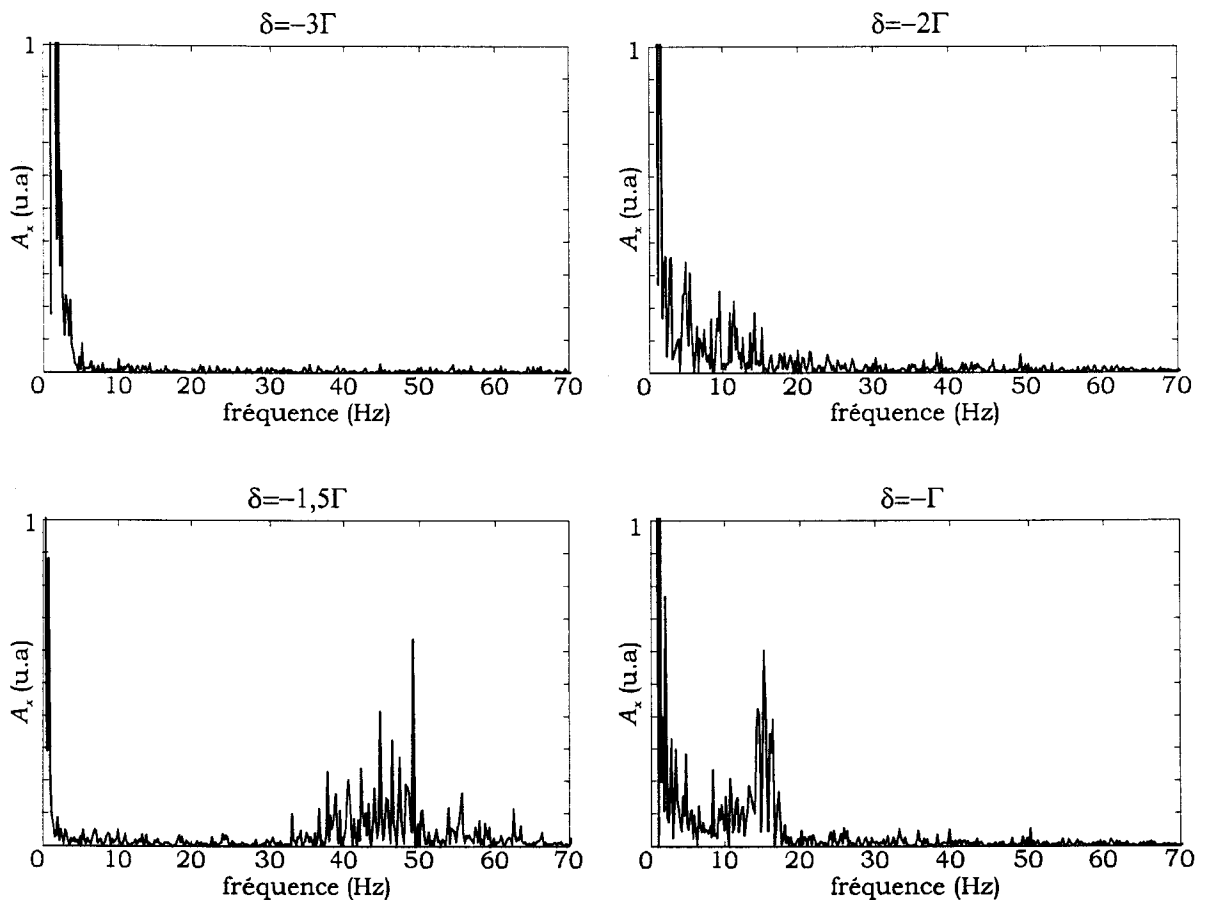


Figure 65 **Spectres associés au mouvement du centre du nuage (échelle linéaire), en fonction du désaccord.** Le mouvement du centre du nuage est caractérisé par des composantes spectrales comprises entre 0 Hz et 70 Hz.

3.2. Dynamique du centre du nuage

Comme nous venons de le voir, l'évolution de la population totale N_a est de type erratique et se caractérise par un temps supérieur à 0,2 s. Nous allons maintenant étudier l'évolution du vecteur position du centre du nuage \vec{r}_c .

3.2.1. Caractérisation des instabilités

La Figure 64 présente un signal typique du mouvement selon une direction x_c du centre du nuage par rapport à sa valeur moyenne^[11] selon une direction de l'espace. On remarque que l'évolution du centre du nuage est plus complexe que celle de la population totale (Figure 56), et fait apparaître des instabilités plus rapides. Sur la Figure 65 sont

[11] Rappelons qu'à cause de l'effet d'ombre et du montage en rétro-réflexion des faisceaux, la valeur moyenne de x_c ne coïncide pas avec le zéro du champ magnétique (chap. 2 § 4.2).

représentés des exemples des transformées de Fourier de signaux associées au mouvement de x_c . Les spectres sont calculés à partir de signaux longs (50 s) par rapport au temps caractéristique associé aux déplacements collectifs des atomes du nuage (Figure 55). Si $\delta < -3\Gamma$, la dynamique de x_c , comme celle de N_a , ne présente que des composantes spectrales inférieures à 5 Hz. Lorsque δ est supérieur à -3Γ , la dynamique de x_c devient plus riche et l'on voit apparaître des composantes spectrales de plus hautes fréquences. Le temps caractéristique associé à ces composantes dépend du désaccord, et passe par un minimum lorsque δ est autour de $-1,5\Gamma$.

Les variables N_a et x_c décrivent la dynamique d'un même système, mais elles évoluent à des échelles de temps différentes (Figure 56 et Figure 64). L'évolution de ces deux grandeurs à leur échelle de temps commune est-elle néanmoins similaire ? Dans ce but, nous avons filtré les composantes spectrales supérieures à 5 Hz des signaux correspondant à x_c . La Figure 66 montre l'évolution temporelle lente de x_c et de N_a . Il y apparaît nettement que la dynamique lente des deux variables est corrélée. Par exemple,

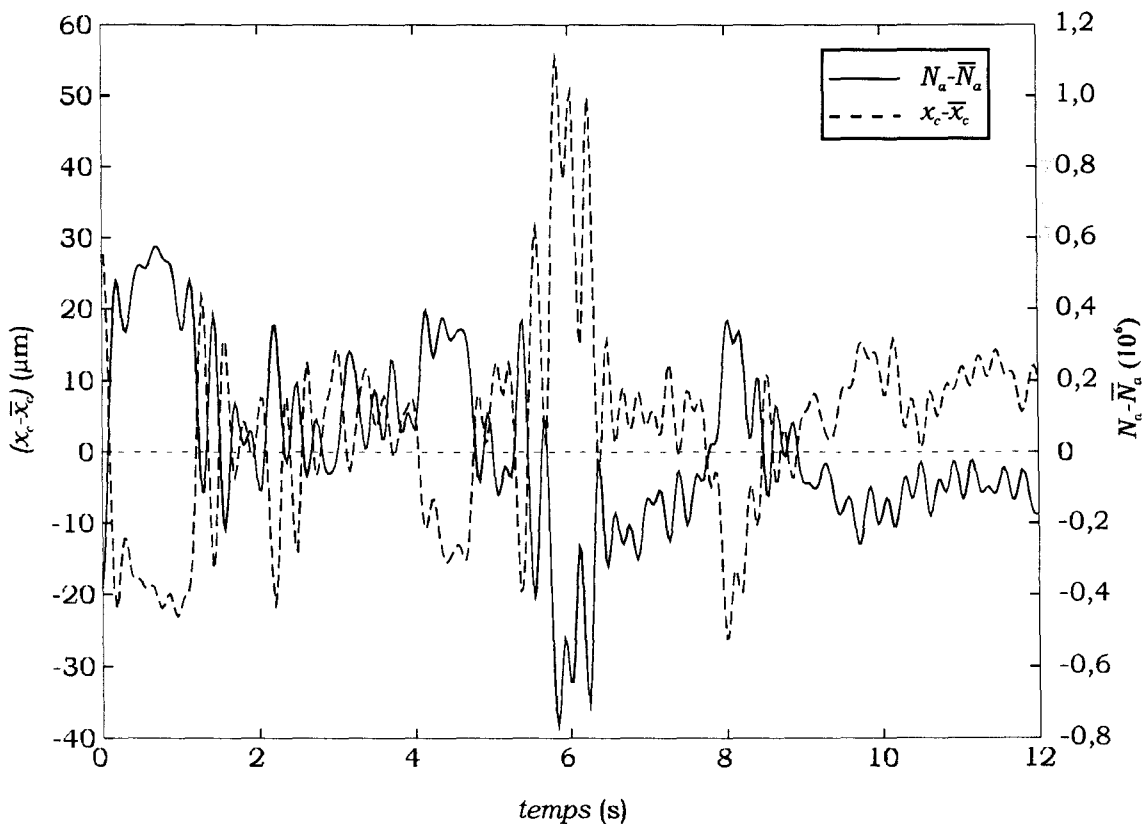


Figure 66 **Comparaison entre l'évolution du nombre d'atomes N_a et de la position du centre du nuage x_c selon une direction** ($\delta = -1,5\Gamma$, $I = 3I_s$, $b = 14 \text{ Gcm}^{-1}$). Les composantes spectrales aux dessus de 5 Hz des deux signaux ont été filtrées. Le mouvement du centre du nuage est alors anticorrélé (ou corrélé selon la direction choisie) au nombre d'atomes dans le nuage.

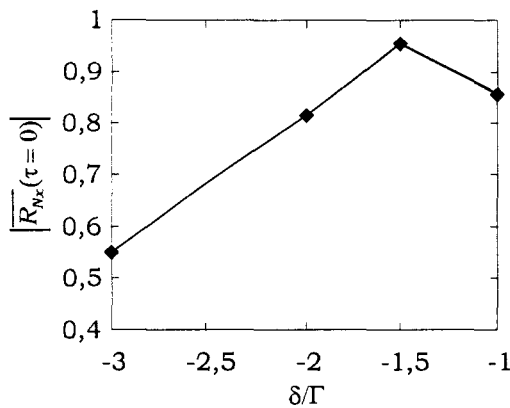


Figure 67 **Fonction de corrélation entre le nombre d'atomes et le mouvement du centre du nuage.** Les composantes spectrales supérieures à 5 Hz ont été filtrées. Les deux grandeurs sont bien corrélées lorsque δ est compris entre -2Γ et $-\Gamma$.

dans le cas de la Figure 66, le module de la fonction de corrélation vaut :

$$\left| \overline{R_{N_x}}(\tau=0) \right| = \left| \langle N_a(t) \cdot x_c(t+\tau) \rangle_t (\tau=0) \right|_{v < 5 \text{ Hz}} = 0,95 \quad (3-1)$$

La Figure 67 présente les valeurs du module de la fonction de corrélation $\left| \overline{R_{N_x}}(\tau=0) \right|$ en fonction du désaccord. On remarque que les deux grandeurs sont bien corrélées dans les régions où le spectre de x_c possède aussi des composantes supérieures à 5 Hz (Figure 65). Par contre en $\delta = -3\Gamma$, la corrélation est faible. Ceci s'explique bien si l'on suppose qu'il existe deux composantes dynamiques associées à l'évolution de x_c : la première, notée \bar{r}_N , corrélée à la variation de N_a , ne présente que des composantes spectrales à basse fréquence (inférieures à 5 Hz) ; la seconde, notée \bar{r}_I , évolue à des fréquences comprises entre 0 et 70 Hz, dépendant de δ (Figure 65). Lorsque le désaccord est autour de $-1,5\Gamma$, les deux composantes évoluent à des échelles de temps bien séparées, et $\left| \overline{R_{N_x}}(\tau=0) \right|$ est maximum. Autour de $\delta = -3\Gamma$, $\left| \overline{R_{N_x}}(\tau=0) \right|$ est faible, car il y a un recouvrement en fréquence important entre les deux composantes.

Dans la suite de ce mémoire nous choisirons les paramètres tels que les deux composantes de l'évolution du centre du nuage aient des échelles de temps bien séparées. La composante \bar{r}_N (resp. \bar{r}_I) est alors lente (resp. rapide) et corrélée (resp. non corrélée) à la variation du nombre d'atomes. Dans la section suivante, nous tenterons de déterminer si l'évolution de \bar{r}_I dépend de \bar{r}_N .

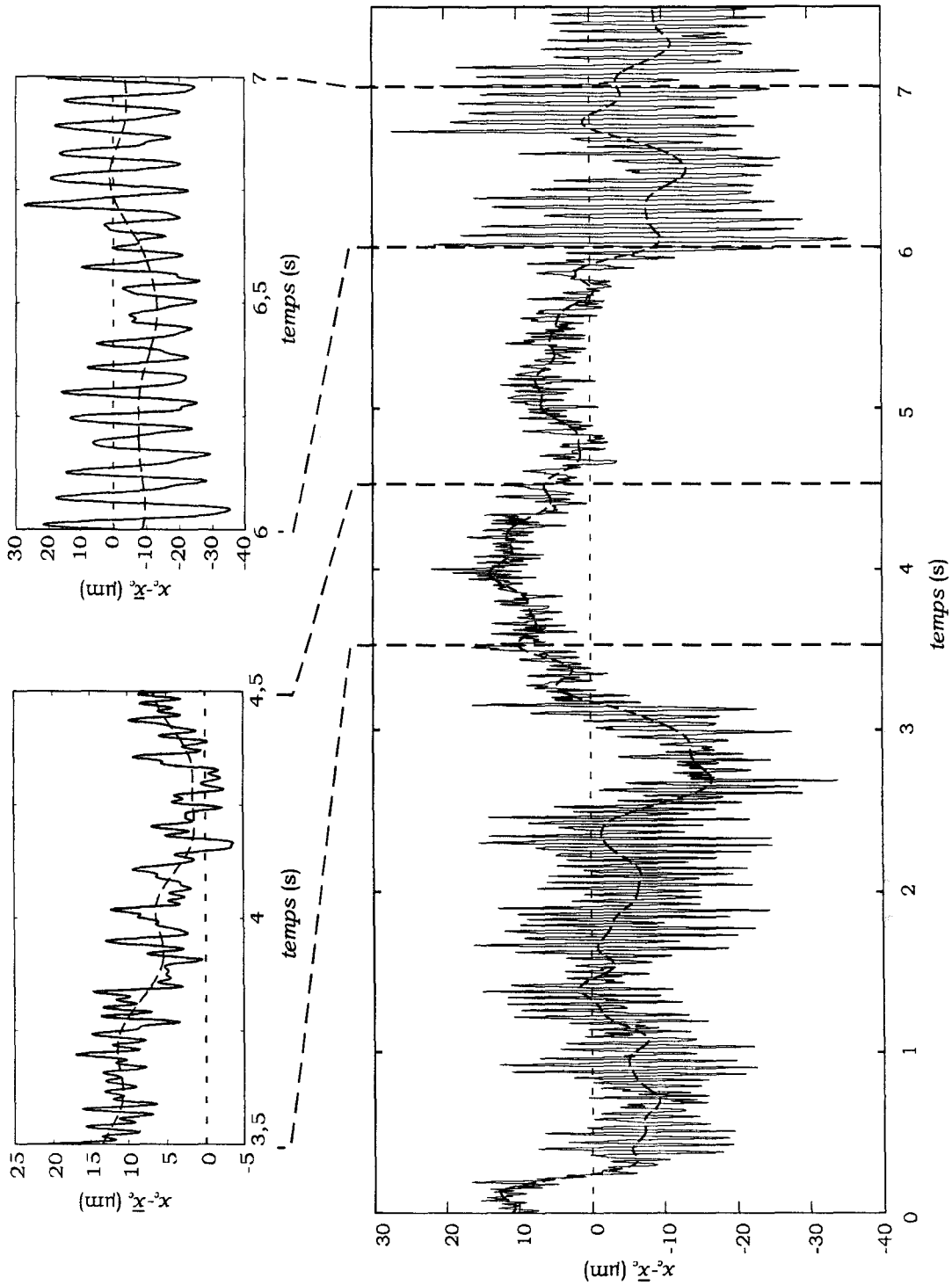


Figure 68 Régime de dérive dynamique, mis en évidence sur l'évolution de $x_c - \bar{x}_c$. Le régime dynamique rapide associé à $x_c - \bar{x}_c$ dépend de son évolution lente (courbe en trait en pointillés). Sur cet exemple, lorsque la variation lente de $x_c - \bar{x}_c$ est négative (resp. positive), la dynamique du centre du nuage se caractérise par un type de régime de grande (resp. faible) amplitude.

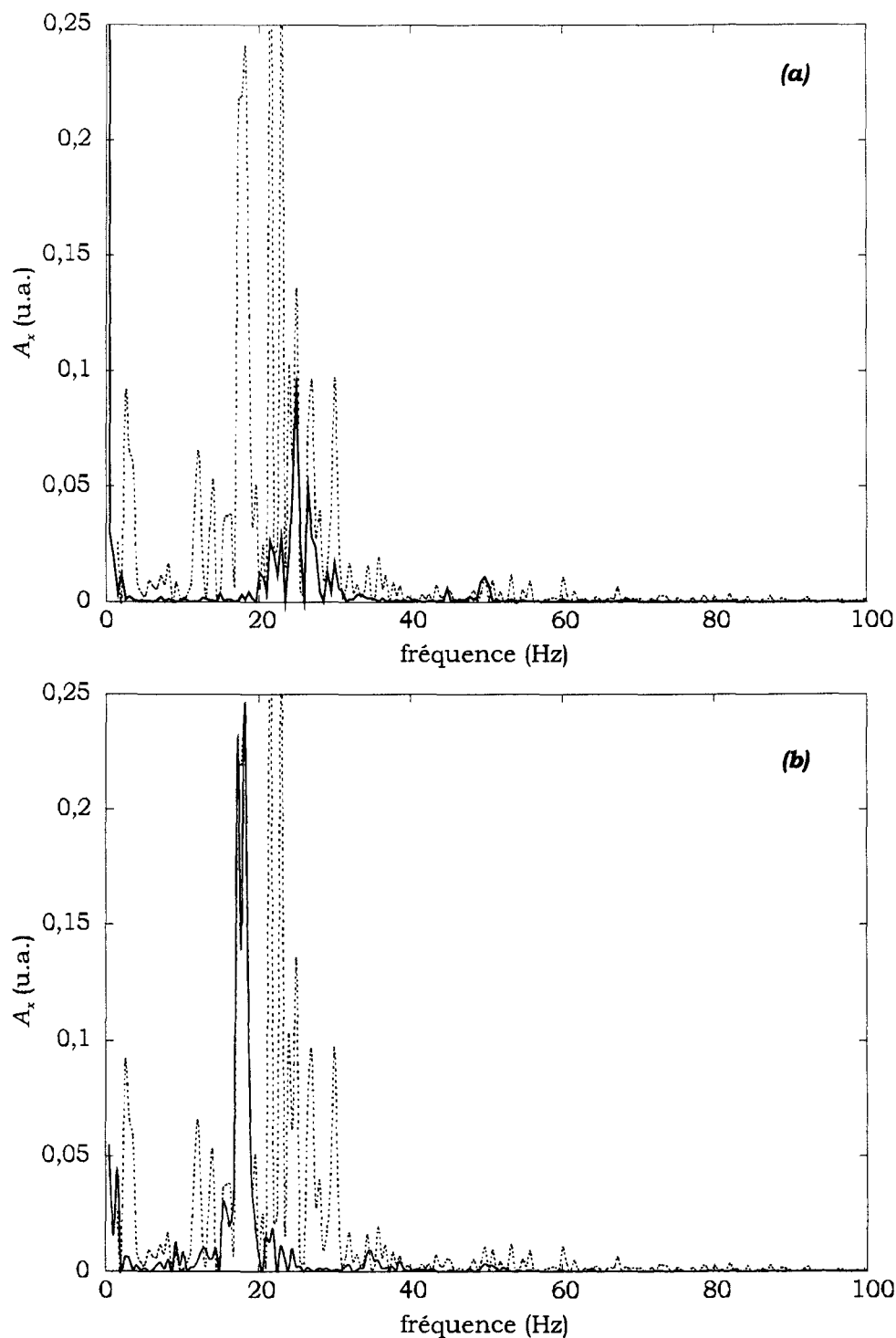


Figure 69 **Spectres associés au régime de grande amplitude.** Les spectres correspondent au signal de la Figure 68. Le spectre du graphe (a) (resp. (b)) en trait plein est la transformée de Fourier du signal compris entre 1 s et 2,5 s (resp. 6 s et 7,5 s). Les deux spectres en pointillés correspond à un même signal long (50 s) par rapport à l'évolution de la population du nuage.

3.2.2. Régime de dérive dynamique

Sur la Figure 68 est présentée l'évolution unidimensionnelle du centre du nuage x_c , par rapport à sa valeur moyenne, sur un temps suffisamment long pour visualiser à la fois les évolutions de x_N (courbe en trait pointillés) et de x_I . Sur cet exemple, il apparaît nettement que la dynamique associée à x_I est fonction de x_N . Caractérisons tout d'abord les régimes dynamiques de x_I en fonction de l'amplitude des oscillations : un premier type de régime, ayant des oscillations de grande amplitude, correspond à x_N inférieure à sa valeur moyenne. Un second type de régime se caractérise par une dynamique, de faible amplitude et correspond à l'évolution de x_N au dessus de sa valeur moyenne. Intéressons-nous maintenant aux régimes dynamiques de x_I caractérisés par une grande amplitude. On remarque qu'ils n'oscillent pas à la même fréquence : sur la Figure 69, sont présentés les spectres associés aux deux zones de grandes amplitudes du signal de la Figure 68. Le spectre (a) (resp. (b)) correspond au signal compris entre 1 s et 2,5 s (resp. 6 s et 7,5 s). Notons le faible recouvrement des spectres (a) et (b). Les deux spectres en pointillés correspondent à un même signal dont le temps d'acquisition est long par rapport à la variation de la population totale (50 s). Ainsi tous les régimes dynamiques associées à x_I contribuent à ce spectre (en pointillés). L'apparente complexité du spectre associé à x_c sur les signaux longs (par rapport à l'évolution de N_d) est donc due en partie au recouvrement des spectres associés à des régimes dynamiques de x_I différents (Figure 65). Les résultats de ce paragraphe montrent que l'évolution de x_c se compose d'une succession de régimes dynamiques associés à x_I . Ces changements de régime dépendent de l'évolution de x_N et donc de l'évolution erratique de la population totale du nuage. L'évolution du centre du nuage se caractérise alors par un régime que l'on appellera « dérive dynamique ».

La reconstruction dans l'espace réel du mouvement du centre du nuage, permet d'associer le régime de dérive dynamique à un changement d'attracteur dans l'espace réel. Sur la Figure 70 sont représentées l'évolution à trois dimensions du centre du nuage et l'évolution simultanée du nombre d'atomes. La partie du signal en trait pointillés, caractérisée par un nombre d'atomes supérieur à la moyenne correspond à un régime dynamique, est associée à un certain attracteur. A 0,4 s, le nombre d'atomes devient inférieur à la moyenne (courbe en trait plein) et le système change d'attracteur.

Nous avons vu que l'évolution de la composante x_I dépend de x_N . Cherchons la forme de cette dépendance. Dans ce but, tentons de mettre en évidence des relations (linéaires ou non linéaires) entre l'évolution de x_N et respectivement l'amplitude et le temps caractéristique de x_I . Ce dernier a été obtenu en mesurant l'intervalle de temps Δt_{min} entre

deux maximums successifs, et correspond donc à la fréquence la plus rapide de x_i (analyse en temps de retour). Les résultats de l'analyse graphique sont présentés sur la Figure 71. Les graphes (a) et (b) reportent respectivement A_i et Δt_{min} en fonction de x_N . Afin de s'affranchir des fluctuations dues au bruit, nous avons supprimé les valeurs de A_i inférieures à $12 \mu\text{m}$ et les valeurs de Δt_{min} associées. Aucune structure ne ressort clairement de ce graphique, et il n'existe donc pas de relation simple liant A_i et Δt_{min} à x_N .

Il apparaît donc que l'évolution de \bar{r}_N affecte celle de \bar{r}_i , et conduit à un régime de dérive dynamique où le système change continuellement d'attracteur. Néanmoins nous n'avons pu mettre en évidence de fonction simple décrivant cette perturbation.

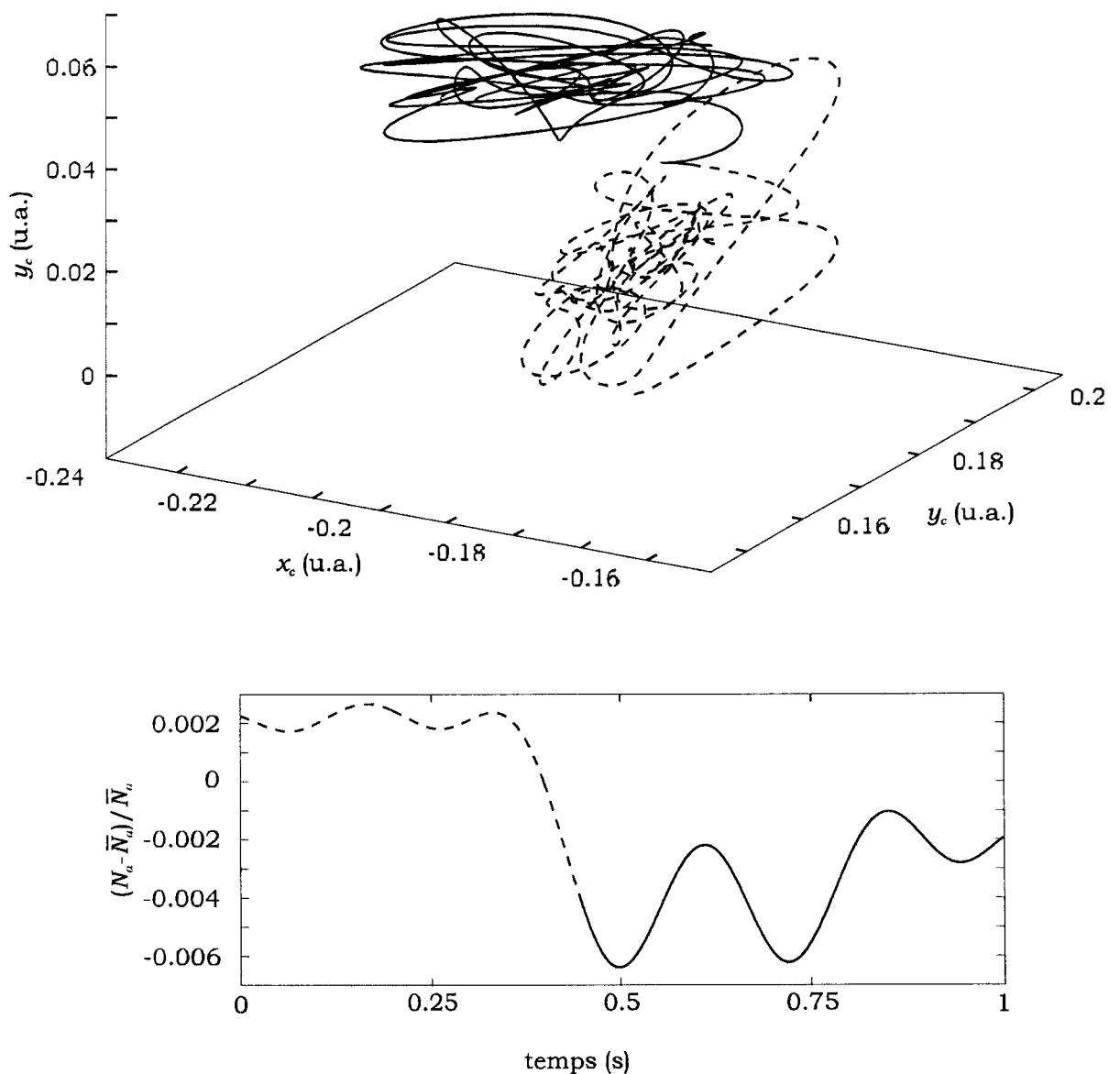


Figure 70 **Régime de dérive dynamique**, mis en évidence sur une reconstruction à trois dimensions du mouvement du centre du nuage. On observe deux attracteurs, correspondant à un nombre d'atomes respectivement supérieur à la moyenne (courbe en trait pointillés) et inférieur à la moyenne (courbe en trait plein).

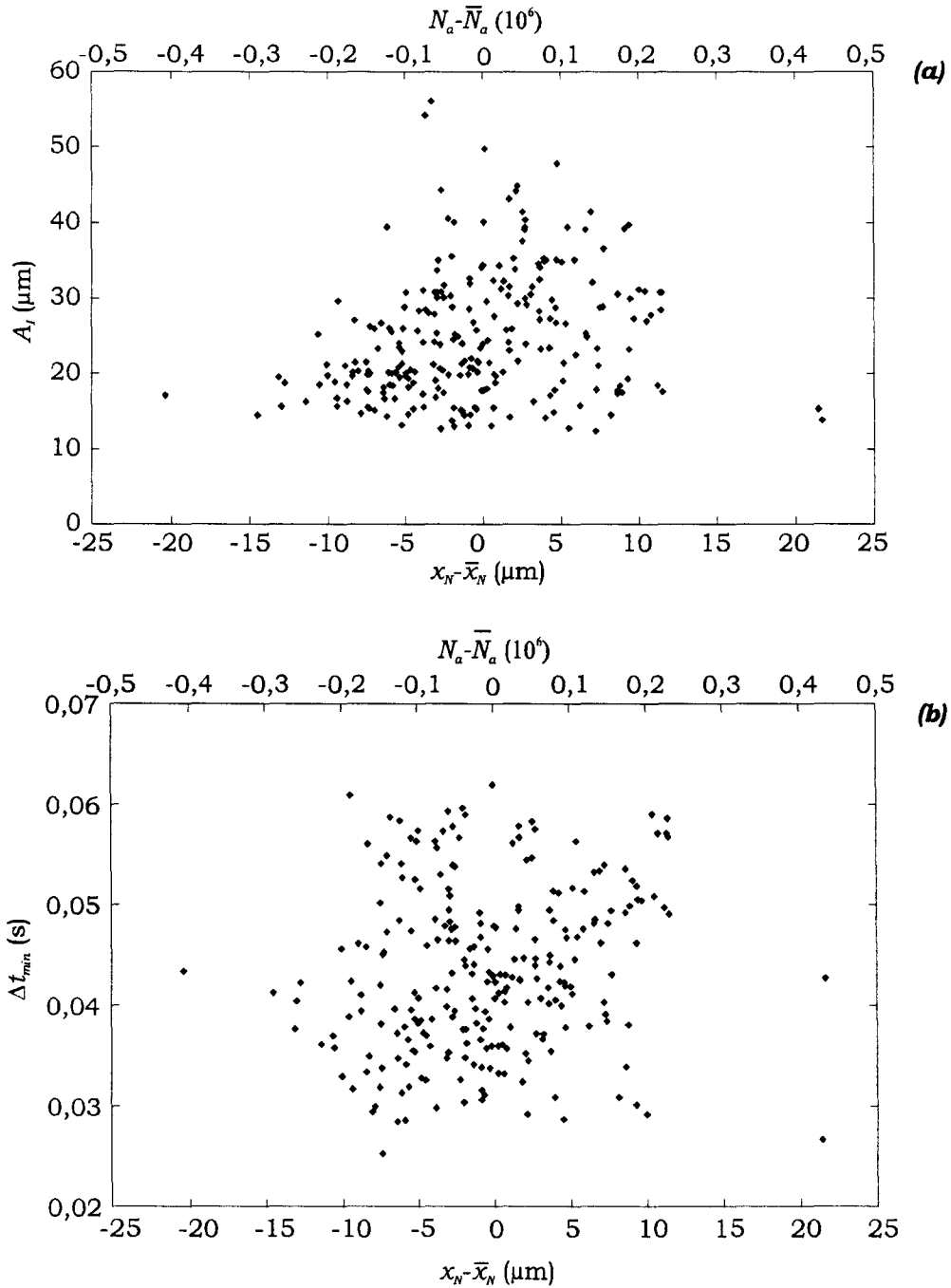


Figure 71 **Caractérisation de la dynamique rapide en fonction de l'évolution lente unidimensionnelle du centre du nuage x_N .** Le graphe (a) reporte l'amplitude des oscillations A_i en fonction de x_N . Le graphe (b) reporte l'intervalle de temps Δt_{\min} entre deux maximums en fonction de x_N . Les points des graphes correspondent à des amplitudes supérieures à $12 \mu\text{m}$, on s'affranchit ainsi des oscillations noyées dans le bruit.

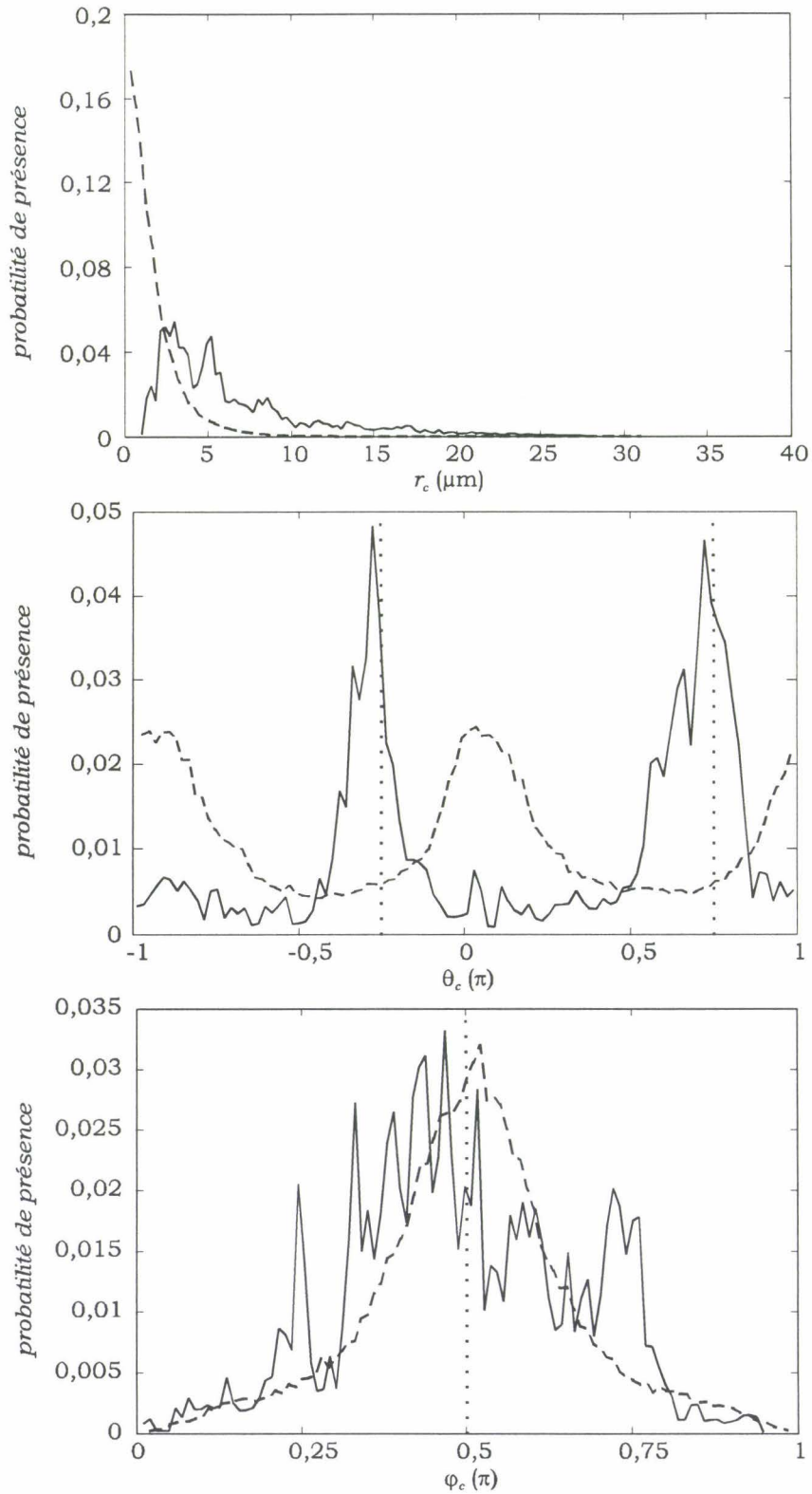


Figure 72 **Probabilité de présence du centre du nuage en coordonnée sphérique.** Les distributions en traits pleins (resp. discontinus) correspondent au mouvement du centre du nuage dont les composantes du spectre supérieures (resp. inférieures) à 5 Hz ont été filtrées. La direction privilégiée correspondant à la première bissectrice formée par les trois faisceaux allers du PMO est matérialisée par les traits verticaux en pointillés.

3.2.3. Rôle de l'effet d'ombre

Nous savons que si l'effet d'ombre intervient dans la dynamique du nuage alors, à cause du montage en rétro-réflexion des faisceaux du PMO, le mouvement du centre du nuage admet comme direction privilégiée la première bissectrice formée par les trois faisceaux allers du PMO (chap. 2 § 4.2). Dans le cas contraire, nous ne connaissons pas de direction privilégiée à priori. Ainsi, en étudiant les distributions angulaires de la position du centre du nuage, nous avons un moyen simple de mettre en évidence le rôle de l'effet d'ombre dans la dynamique.

La Figure 72 présente les probabilités de présence dans l'espace du centre du nuage en coordonnées sphériques r_c , θ_c et φ_c . Les courbes en traits pleins (resp. discontinus) correspondent à \bar{r}_N (resp. \bar{r}_I). Les traits verticaux en pointillés définissent la première bissectrice. Intéressons nous d'abord aux distributions correspondant à \bar{r}_N . Les distributions angulaires θ_c et φ_c sont centrées sur des valeurs correspondant à la première bissectrice. Ce résultat n'est pas surprenant car nous avons montré que la variation de N_a induit une variation de \bar{r}_c selon la première bissectrice (chap. 1 § 4.1). Ainsi ce sont les fluctuations de N_a qui entraînent la dynamique de \bar{r}_N . Signalons aussi que la probabilité de présence du centre du nuage n'est pas maximale autour de sa position moyenne ($r_c=0$). Pour les distributions correspondant à \bar{r}_I , la direction d'évolution privilégiée change et se caractérise par un angle $\theta_c=0\pm\pi$. Cette direction correspond à l'axe vertical du PMO, et n'est pas reliée à un mécanisme connu. Elle peut être simplement due à une brisure de symétrie du système liée à des défauts du dispositif expérimental. Néanmoins, ce changement de direction signifie que l'effet d'ombre n'est pas l'effet dominant à l'origine de la dynamique de \bar{r}_I , et que l'origine physique des deux dynamiques est donc différente.

3.2.4. Analyse de la composante \bar{r}_I

Nous avons vu que l'évolution de \bar{r}_I ne pouvait être reliée à la variation de la population totale du nuage (lorsque les deux évolutions ont des temps caractéristiques bien séparés). De plus leur origine physique est différente. Dans ce cas l'étude des instabilités liées à \bar{r}_I indépendamment des fluctuations lentes corrélées à N_a a réellement un sens. Néanmoins cette étude est difficile à entreprendre car il est impossible de suivre l'évolution du centre du nuage x_I selon une direction pendant un temps long par rapport à son temps caractéristique, sans que celle-ci soit perturbée par les fluctuations de N_a (régime de dérive dynamique). Limitons-nous donc à des temps courts, typiquement égaux à quelques dizaines de périodes : parfois x_I semble être périodique, comme par exemple sur

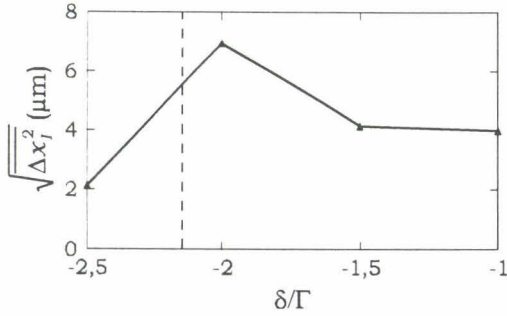


Figure 73 **Dispersion du mouvement rapide du centre du nuage** en fonction de δ , avec $I=3I_s$ et $b=14 \text{ Gcm}^{-1}$. Nous avons filtré les composantes du spectre inférieures à 5 Hz dues à la variation du nombre d'atomes. Le trait en pointillés correspond à un effet de la diffusion multiple maximale.

la Figure 68 dans la fenêtre 6 s à 7,5 s. Le spectre correspond alors à la Figure 69b. Pour d'autres valeurs de N_a , le signal et le spectre sont plus complexes et peuvent correspondre à une dynamique erratique. L'évolution rapide du centre du nuage est-elle liée à des instabilités de type déterministe ? Contrairement à N_a , la caractérisation de l'attracteur dans l'espace des phases n'a pas été possible à cause des longs temps d'acquisition que nécessite cette caractérisation (environ 1000 périodes), incompatible avec le régime de dérive dynamique.

La Figure 73 présente $\sqrt{\Delta x_t^2}$, la dispersion de x_t , en fonction de δ . Les valeurs de $\sqrt{\Delta x_t^2}$ correspondent à un domaine de l'espace des paramètres où les évolutions x_N et x_t ont des temps caractéristiques différents. La suppression de la partie basse fréquence du spectre a donc réellement un sens, et permet de séparer les deux dynamiques (§ 3.2.1). Notons que la dispersion est maximale lorsque $\delta=-2\Gamma$, et que sa variation ne coïncide pas avec celle de $\sqrt{\Delta N_a^2} / \bar{N}_a$ (§ 3.1). Signalons aussi que la valeur où l'effet de diffusion multiple est maximum, symbolisée par le trait en pointillés sur la Figure 73, est proche du maximum de la dispersion $\sqrt{\Delta x_c^2}$. Rappelons que la force issue de l'effet de diffusion multiple est interne (chap. 1 § 4.1), néanmoins la présence de défauts dans le système n'exclue pas qu'elle puisse intervenir dans la dynamique de grandeurs externes comme \bar{r}_t . Une étude de la dynamique locale du nuage pourrait alors préciser le rôle de la diffusion multiple dans la dynamique du nuage.

3.3. Effets parasites

Nous avons montré que les instabilités du nuage se caractérisent par une dynamique à deux composantes : une composante associée à la variation de la population totale du nuage et une autre apparaissant uniquement sur le mouvement du centre du nuage, dont le temps caractéristique dépend nettement du désaccord δ . Nous n'avons pas pu mettre en évidence une origine déterministe aux instabilités. Ce résultat négatif ne nous permet pas d'associer les instabilités du nuage à des non linéarités du système comme les effets

d'ombre et de diffusion multiple. Gardons tout de même à l'esprit que les instabilités apparaissent lorsque ces effets sont importants.

Bien qu'il existe d'autres mécanismes pouvant conduire à des instabilités cette fois de type bruyantes, nous n'avons pu montrer que ces mécanismes jouent un rôle. Nous savons notamment que le mouvement de l'atome possède une composante stochastique liée au caractère aléatoire de l'absorption et de l'émission spontanée. Cette composante est moyennée à l'échelle du nuage et se caractérise par des temps d'évolution très rapides de l'ordre de la nanoseconde (Figure 55), et de ce fait ne peut être à l'origine des instabilités du nuage. D'autres mécanismes proviennent de perturbations externes. Analysons les maintenant un par un :

- les fluctuations en intensité des faisceaux et du gradient de champ magnétique : l'analyse de leurs spectres de bruit ne montre pas de composantes plus importantes aux fréquences caractéristiques des instabilités observées. De plus, des résonances n'ont pu être observées sur N_a et \bar{r}_c , lorsque l'on module l'un de ces deux paramètres.

- Les instabilités thermique ou mécanique du montage : la principale conséquence de ces instabilités est d'introduire des fluctuations sur les phases relatives entre les

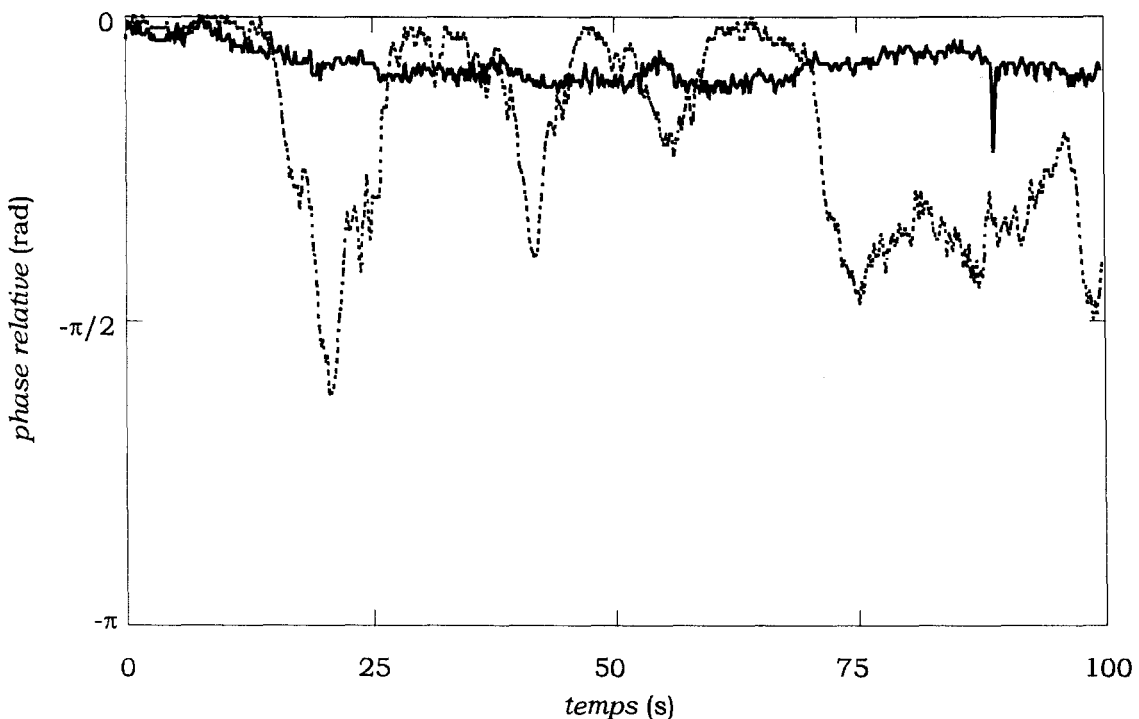


Figure 74 **Fluctuation d'une phase relative entre deux faisceaux d'une branche du PMO.** Lorsque le système est isolé des déplacements de l'air (courbe en trait plein), la phase relative varie peu, sa dispersion sur 100 s vaut alors 0,09 rad contre 0,50 rad lorsque le système n'est pas isolé (courbe en trait pointillés).

faisceaux. A cause des phénomènes d'interférence et de la nature du refroidissement sub-Doppler [14], le nuage est sensible à ce type d'instabilité. En modulant l'un des faisceaux, nous avons effectivement observé une réponse du nuage dans la gamme des fréquences correspondant aux instabilités. Si la modulation est de plus haute fréquence (≈ 1 KHz), le nuage ne répond plus, et les fluctuations de phases sont moyennées, nous avons alors constaté que la dynamique du nuage n'en était pas affectée. De plus, une cage en Plexiglas isole notre système des vibrations mécaniques induites par les mouvements de l'air et de ce fait les fluctuations des phases relatives sont faibles (Figure 74).

D'autres sources d'instabilités non déterministes, comme les fluctuations en fréquence des faisceaux, n'ont pu être correctement analysées, et ne sont donc pas à exclure.

4. Faisceaux désalignés

4.1. Introduction

Comme nous l'avons souligné dans la section 2, l'alignement des faisceaux du PMO joue un rôle important dans les instabilités du nuage. Nous n'avons malheureusement pas pu effectuer une étude systématique des instabilités en fonction de l'alignement des faisceaux : d'une part le dispositif expérimental nécessitait quelques modifications afin de contrôler finement ce paramètre, d'autre part (et surtout), cela revient à étendre les analyses présentées ici à une dimension supplémentaire de l'espace des paramètres, et donc à la répéter un grand nombre de fois. Nous avons préféré étudier deux cas typiques : le premier correspond aux faisceaux parfaitement alignés, discuté dans la section 3. Pour le second, nous avons choisi une situation où les faisceaux retours sont déplacés par rapport aux faisceaux allers.

En pratique, nous désalignons les faisceaux à l'aide des miroirs de renvoi (chap. 2 § 1). Le désalignement se compose alors d'un déplacement transverse et d'un déplacement angulaire, reliés par la relation suivante :

$$\theta = 0,003 \times d \quad (4-1)$$

où d est exprimé en mm et θ en radian. Dans l'intervalle des valeurs de d et de θ choisis, l'évolution de la dynamique semble être monotone et continue, et les instabilités analysées dans la suite peuvent être considérées comme typiques d'un piège avec des faisceaux légèrement désalignés. La valeur de d du déplacement, fixée à 3 mm, est plus faible que le rayon des lasers (≈ 5 mm). La valeur de θ entraîne un déplacement théorique du centre du nuage (chap. 1, équation 4-41) de 200 μm . Ce déplacement du centre du nuage étant petit devant la taille du nuage, nous supposons que le déplacement angulaire n'influe pas sur la dynamique du nuage (chap. 1 § 4.2.2). D'autre part, les déplacements transverses entre les faisceaux allers et retours induisent, dans le régime de diffusion multiple, un mouvement de rotation du nuage (chap. 1 § 4.2.1). Des différences devraient donc apparaître dans la dynamique du nuage par rapport au cas aligné (θ nul) précédemment étudié. Nous nous attacherons dans ce chapitre à mettre en lumière ces différences. Par contre, à paramètres constants, les valeurs moyennes du nombre d'atomes, de la taille du nuage et de la densité atomique restent inchangées. Le désalignement faible des faisceaux n'influe pas sur les caractéristiques statiques du nuage.

Comme dans le cas θ nul, la dynamique a deux composantes : la première, qualifiée de « lente », est liée aux fluctuations de N_a , et évolue sur une échelle de fréquence inférieure à 5 Hz. La seconde, non corrélée aux fluctuations de N_a , apparaissant sur le déplacement du centre du nuage, peut évoluer à des fréquences atteignant 100 Hz (Figure 75). Il s'avère que la dynamique associée aux fluctuations de N_a reste identique à celle du cas θ nul, aussi nous intéresserons nous dorénavant à la dynamique de \bar{r}_I , et à ses liens avec \bar{r}_N .

4.2. Dynamique de \bar{r}_I

4.2.1. Analyse des instabilités

La dynamique du centre du nuage semble ici plus riche que pour le nuage d'un PMO à θ nul, car les composantes spectrales sont plus nombreuses (Figure 75). Cependant la complexité du spectre associé au déplacement de \bar{r}_c est trompeuse puisqu'elle est aussi due, comme dans le cas θ nul, au recouvrement des différents régimes dynamiques de \bar{r}_I perturbés par la variation de la population totale du nuage.

L'analyse des régimes de \bar{r}_I , sur des temps plus courts où N_a varie peu, permet de

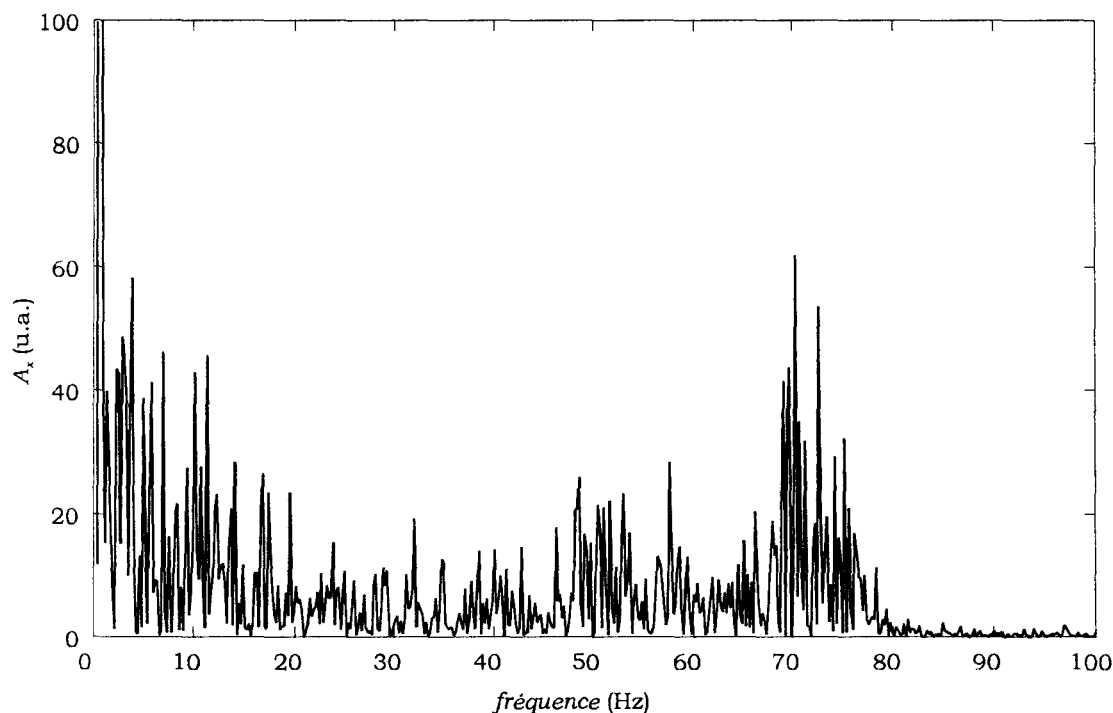


Figure 75 **Spectre associé au déplacement du centre du nuage lorsque les faisceaux laser sont désalignés (échelle linéaire).** Le déplacement transverse entre les faisceaux allers et retours est d'environ 3 mm, avec $\delta = -1,2\Gamma$, $I = 3I_s$ et $b = 14 \text{ Gcm}^{-1}$. Les composantes spectrales sont comprises entre 0 Hz et 80 Hz.

détecter des séquences beaucoup plus typées que dans le cas θ nul, comme par exemple des régimes périodiques et de doublement de période. La Figure 76 et la Figure 77 présentent un régime T périodique respectivement dans l'espace réel et sur le plan Oxy . Les graphes (a), (b) et (c) correspondent respectivement à 1, 3 et 12 périodes. La fréquence de rotation est de 53 Hz et la durée totale du signal est de 0,2 s. Le système change ensuite d'attracteur et se caractérise par un autre régime dynamique. Nous avons aussi pu mettre en évidence un doublement de période (Figure 78 et Figure 79). Comme pour le régime périodique précédent, le régime de doublement de période (2T périodique) est représenté dans l'espace réel et sur le plan Oxy . Les graphes (a), (b), et (c) correspondent respectivement à 1, 2 et 3 périodes. La fréquence de base de l'instabilité est de 40 Hz, et la durée totale du signal est de 0,15 s avant que le système change d'attracteur.

Les régimes périodiques et de doublement de périodes observés expérimentalement lors de l'évolution de N_a , peuvent être la signature d'une dynamique déterministe rapide du centre du nuage. Ces deux régimes correspondent en effet aux régimes les plus simples de la cascade sous-harmonique (ou de doublement de période) qui mène vers le chaos déterministe ([11] chap. VIII). Dans un tel scénario de route vers le chaos, lorsque l'on fait varier un paramètre de contrôle, le système subit une série de bifurcations sous harmoniques qui le font passer d'un régime périodique initial de période T, à des régimes 2T périodiques, 4T, 8T, etc... Les intervalles entre les bifurcations diminuent avec la fréquence, jusqu'à un point d'accumulation où le régime devient chaotique.

Dans le PMO, seuls des régimes T et 2T ont pu être observés avant des régimes plus complexes probablement de type erratique. Il faut donc être prudent avant de conclure à l'existence de chaos déterministe. Toutefois, si tel était le cas, il est facile d'expliquer le fait que les régimes de période supérieure à 2T ne sont pas observés. En effet, le bruit intrinsèque d'un système physique « gomme » les derniers régimes de la cascade de doublement de période [49]. Or le bruit propre au système est ici important, principalement à cause des fluctuations de N_a . Ainsi il paraît nécessaire, pour conclure sur l'existence d'une dynamique de type déterministe, de diminuer le bruit propre du système, en cherchant si possible un domaine de l'espace des paramètres où les instabilités liées à \bar{r}_1 sont importantes, alors que celles liées aux fluctuations de N_a sont faibles.

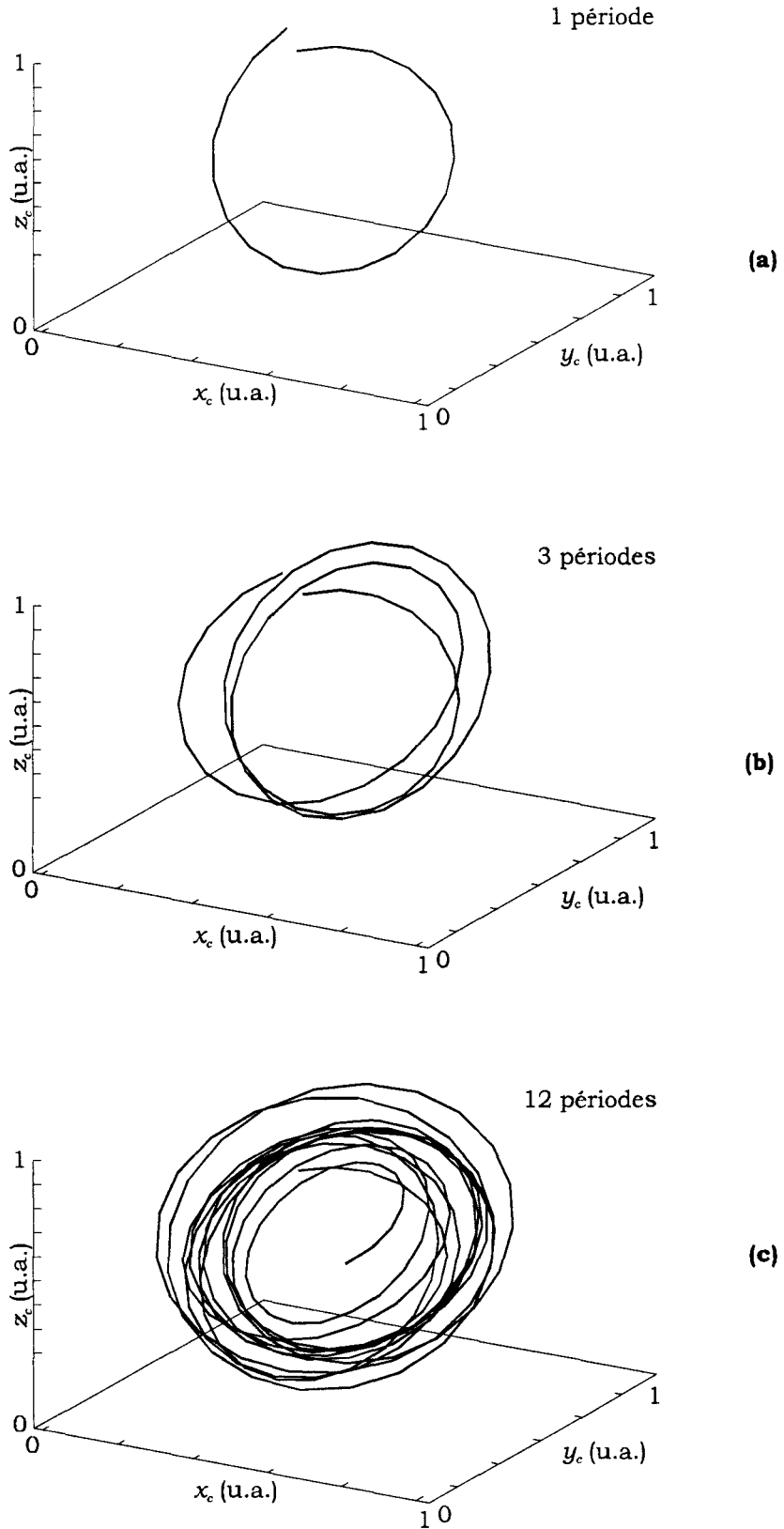


Figure 76 **Reconstruction dans l'espace d'un régime périodique.** Les graphes (a), (b), et (c) font apparaître respectivement 1, 3 et 12 périodes. La fréquence propre est de 53 Hz.

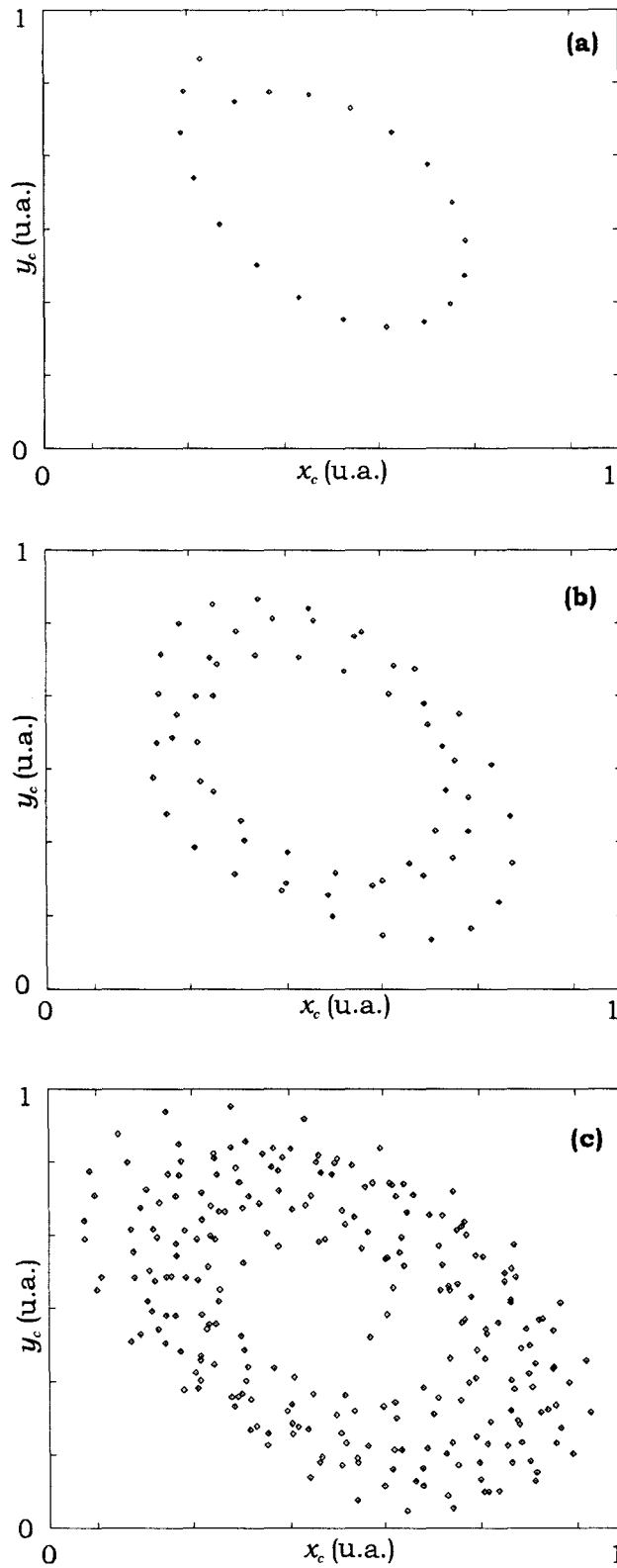


Figure 77 **Projection dans un plan d'un régime périodique.** Les graphes (a), (b), et (c) correspondent aux projections dans le plan $Ox_c y_c$ des graphes (a), (b), et (c) de la Figure 76.

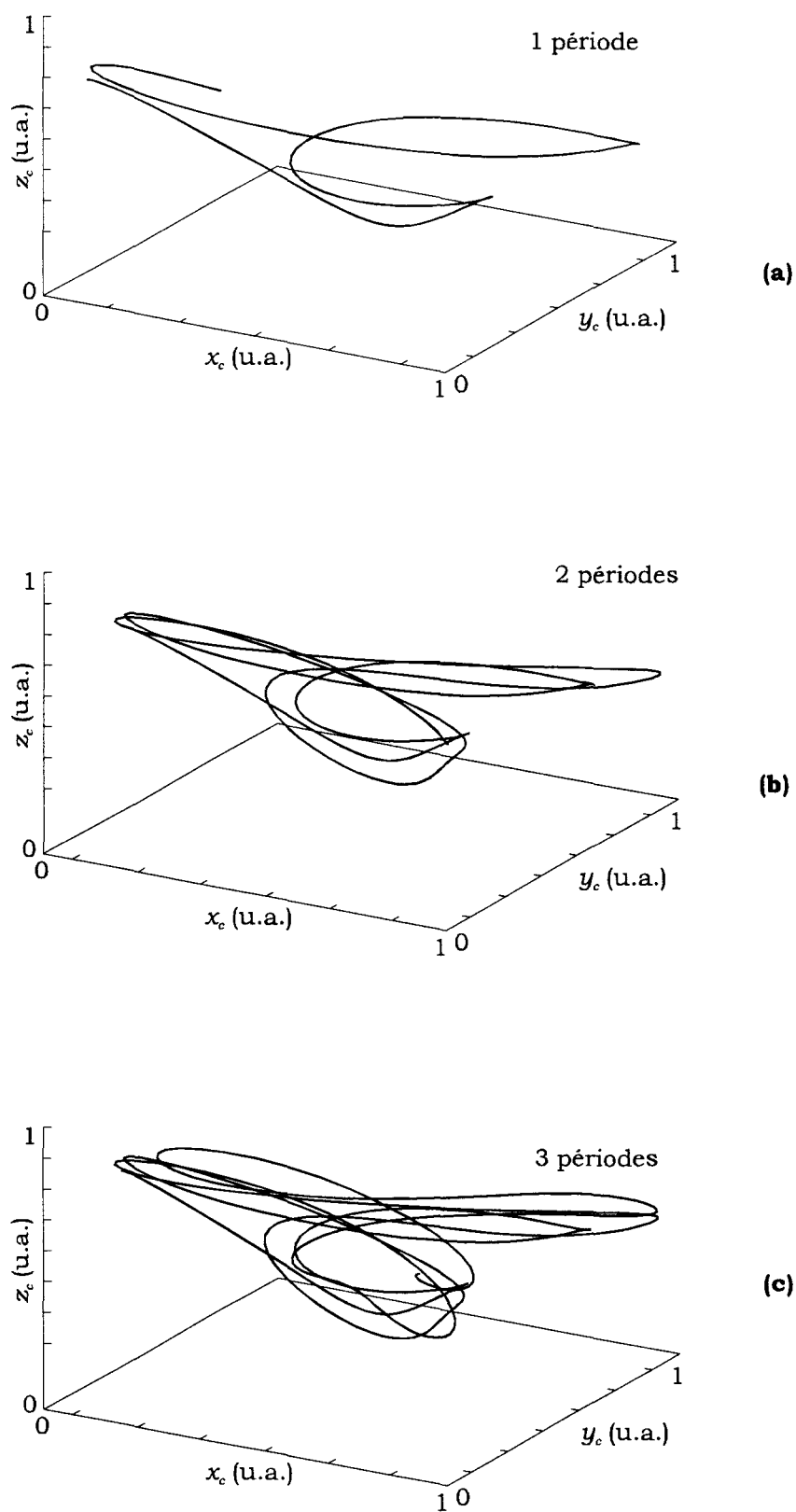


Figure 78 **Reconstruction dans l'espace d'un régime de doublement de période.** Les graphes (a), (b), et (c) font apparaître respectivement 1, 2 et 3 périodes doubles. La fréquence propre de base est de 40 Hz.

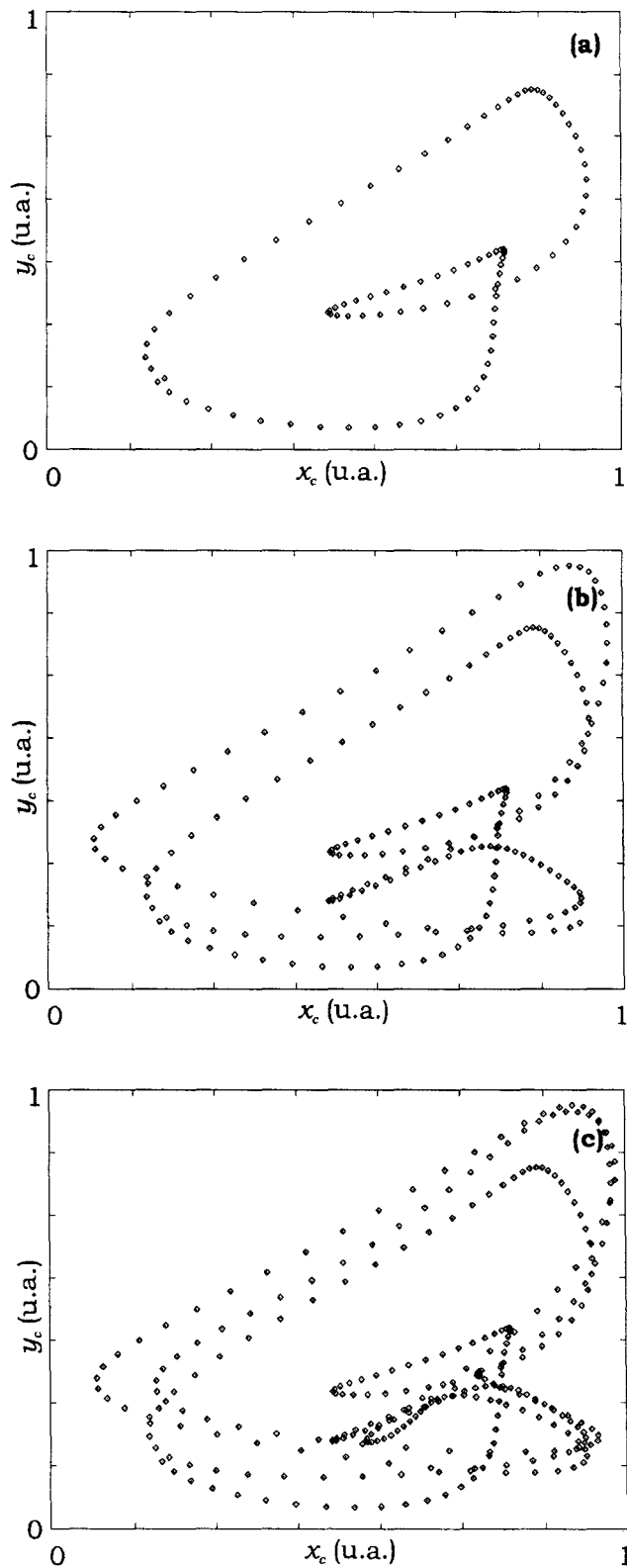


Figure 79 **Projection dans un plan d'un régime de doublement de période.** Les graphes (a), (b), et (c) correspondent aux projections dans le plan Oxy des graphes (a), (b), et (c) de la Figure 78.

4.2.2. Liens entre les évolutions des composantes lente et rapide

Dans le cas d'un PMO à θ nul, grâce à une analyse graphique, nous avons montré qu'il n'existait pas de relation simple liant l'amplitude et la fréquence de x_I à x_N . Qu'en est-il du cas θ non nul ? L'analyse graphique est présentée sur la Figure 80. Le graphe (a) reporte l'amplitude A_I de x_I en fonction de x_N . Sur le graphe (b) est reporté l'intervalle de temps entre deux maximums Δt_{min} de x_I en fonction x_N (analyse en temps de retour). Les points des deux graphes correspondent à des amplitudes supérieures à $12 \mu\text{m}$, afin de s'affranchir des oscillations noyées dans le bruit. Comme pour le nuage du PMO à θ nul, l'analyse graphique ne fait pas apparaître de relation (linéaire ou non linéaire) entre A_I et x_N . Notons que l'amplitude moyenne de x_I est de $45 \mu\text{m}$, donc supérieure au cas θ nul (où l'amplitude moyenne de x_I est égale à $25 \mu\text{m}$). Sur le graphe (b) on voit apparaître une structure délimitée par les courbes en pointillés. Aux valeurs les plus grandes de x_N correspond le temps d'évolution le plus lent de x_I et inversement. La fréquence maximale du déplacement du centre du nuage semble croître avec le nombre d'atomes.

Les résultats du paragraphe précédant rejoignent les résultats décrit dans la section 4.2.1. En effet, lors d'une cascade sous harmonique, la fréquence $1/T$ reste la composante la plus rapide du spectre, et une analyse en temps de retour ne fait pas apparaître de bifurcations. Par contre, une analyse en amplitude va détecter une modification. Ainsi, si l'hypothèse de la cascade sous harmonique se confirme, on trouverait effectivement, sur un signal faisant apparaître tout les régimes de la cascade, une relation liant Δt_{min} à x_N , et aucune relation liant l'amplitude de x_I à x_N , x_N étant ici un paramètre de contrôle.

4.2.3. Origines possibles des instabilités

Nous avons vu dans le chapitre 1 que dans le cas θ non nul et dans le régime de diffusion multiple, le nuage est intrinsèquement instable et rentre en rotation sur lui-même. On peut donc penser que cet effet est à l'origine des instabilités observées. La fréquence de rotation du nuage calculée théoriquement (chap. 1, équation 4-37) vaut, dans ce cas, 18 Hz. Ainsi la valeur théorique et les composantes spectrales expérimentales sont du même ordre de grandeur. Evidemment le modèle simpliste développé dans le chapitre 1 est incapable de rendre compte de la structure du spectre expérimental. La forme irrégulière de la distribution atomique doit notamment jouer un rôle important qu'il est difficile d'évaluer théoriquement. Signalons aussi que les instabilités pour θ nul et non nul apparaissent dans le même domaine de l'espace des paramètres, et de ce fait ne peuvent être traitées indépendamment.

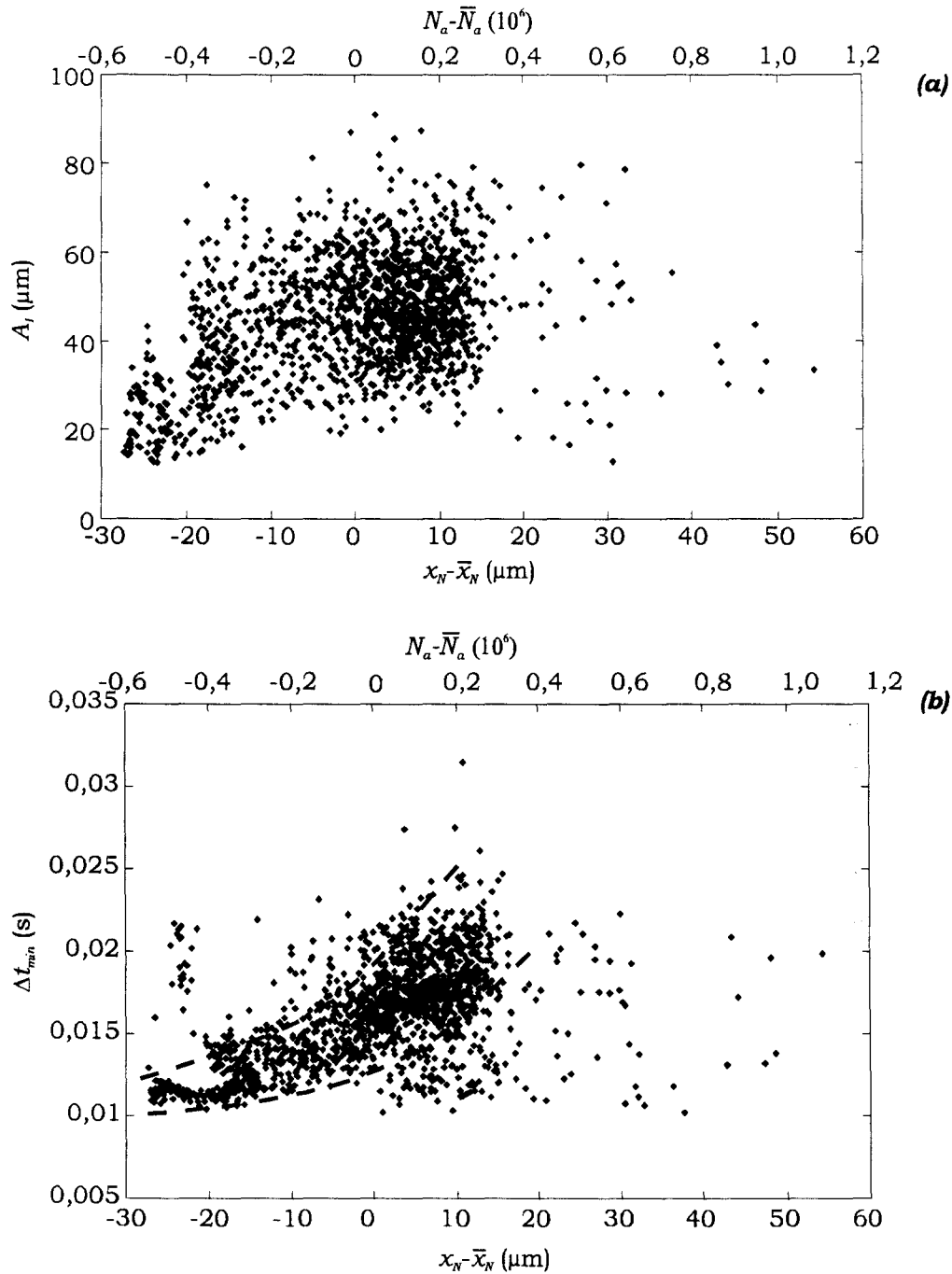


Figure 80 **Caractérisation de la dynamique rapide en fonction de l'évolution lente unidimensionnelle du centre du nuage x_N .** Les points des graphes correspondent à des amplitudes supérieures à $12 \mu\text{m}$, on néglige ainsi les oscillations noyées dans le bruit. Le graphe (a) reporte l'amplitude A_l des oscillations en fonction de l'évolution lente de x_N . Le graphe (b) reporte l'intervalle de temps Δt_{\min} entre deux maximums en fonction de l'évolution lente de x_N .

5. Conclusion

Nous avons dans ce chapitre décrit les instabilités spontanées responsables d'une dynamique globale du nuage. Ces instabilités apparaissent dans un domaine de l'espace des paramètres correspondant au régime de diffusion multiple, où le couplage entre les atomes du nuage est important. Un premier type d'instabilités caractérisé par une constante de temps supérieure à 0,2 s, se traduit par des fluctuations du nombre d'atomes. L'évolution de la population du nuage est erratique et ne semble pas provenir d'instabilités de type déterministe à faible nombre de degrés de liberté. Un deuxième type d'instabilité, dont le temps caractéristique est supérieur 10 ms, a été observé sur le mouvement du centre du nuage. Cette nouvelle instabilité ne semble pas de même nature que celle liée à la dynamique lente du nuage. Malgré tout, son évolution est perturbée par les fluctuations du nombre d'atomes, ainsi il n'a pas été possible de l'étudier sur un temps suffisamment long afin de caractériser sa dynamique.

Dans le cas où les faisceaux du PMO sont désalignés (θ non nul), une instabilité de type sous-harmonique pourrait être à l'origine de la dynamique du centre du nuage. Il existe de fortes similitudes à θ nul et θ non nul : l'allure des signaux et des spectres, les mêmes temps caractéristiques, et des diagrammes de phase proches. Les résultats ne permettent pas pour autant de conclure que l'origine des instabilités est la même. Si tel était le cas, on peut supposer par exemple que pour θ nul, le nuage est aussi en rotation sur lui-même, et que les amplitudes des rotations résiduelles sont faibles. Du coup, un autre effet déterministe ou bruyant, pourrait prendre le pas. Cet effet peut être aussi présent à θ non nul, et dans ce cas il serait soit masqué par l'effet de désalignement, soit à l'origine des dynamiques complexes observées (2T périodique et erratique) non prévues par la théorie. Une analyse plus poussée des instabilités en fonction du désalignement pourrait vérifier cette hypothèse.

Conclusion et perspectives

Après avoir caractérisé théoriquement et expérimentalement, dans les chapitres 1 et 2, le nuage d'atomes froids d'un piège magnéto-optique (PMO), nous avons étudié de manière phénoménologique sa dynamique (chap. 3). Nous avons mis en évidence des régimes instables du nuage, dont la dynamique se décompose en deux types : le premier relié aux variations de la population totale, se caractérise par une évolution erratique probablement d'origine bruyante ; le second se manifeste sur le mouvement du centre de masse du nuage. Son évolution est perturbée par les fluctuations du nombre d'atomes, ce qui ne nous a pas permis de déterminer sa nature déterministe ou bruyante. Il faudra donc à l'avenir diminuer l'influence de la variation du nombre d'atomes, sur la dynamique du centre du nuage. Dans ce but, au moins trois solutions sont envisageables :

- analyser de façon systématique les instabilités en fonction des paramètres afin de trouver des situations où : soit la fluctuation du nombre d'atomes est faible, alors que la dynamique associée uniquement au centre du nuage reste importante ; soit les deux types de régimes dynamiques évoluent à des temps suffisamment différents pour permettre l'étude de l'évolution rapide sur un temps long (≈ 1000 périodes).

- Modifier le montage du PMO, afin d'étudier la dynamique du nuage lorsque les six faisceaux laser sont indépendants. Dans ce cas, la force liée à l'effet d'ombre serait uniquement interne au nuage, et le mouvement du centre du nuage ne devrait plus dépendre de la variation de la population du nuage.

- Nous pouvons enfin asservir le nombre d'atomes dans le nuage, sans pour autant modifier les paramètres. Cette expérience peut être réalisée en comparant la valeur du signal de fluorescence du nuage à une valeur de référence. La différence entre ces deux valeurs sera utilisée pour ajuster l'intensité du faisceau du laser repompeur dans le nuage. Bien évidemment cette expérience n'est possible que si le rapport entre l'intensité de fluorescence et le nombre d'atomes du nuage reste constant lorsque l'intensité du repompeur varie.

Ensuite nous comptons entreprendre l'étude du caractère local de la dynamique à l'aide d'une barrette de photodiodes suffisamment rapide pour accéder aux échelles de temps intervenant dans la dynamique. Dans le cas du nuage avec les faisceaux du PMO alignés, nous espérons préciser l'origine physique des instabilités. En ce qui concerne le PMO aux faisceaux désalignés, nous comptons vérifier l'hypothèse de la rotation du nuage sur lui-même.

Parallèlement aux études expérimentales, nous tâcherons de développer un modèle rendant compte des instabilités observées expérimentalement. Ainsi nous espérons

préciser le rôle des effets collectifs dans la dynamique du nuage. Nous avons vu en effet que les instabilités du nuage apparaissaient lorsque ces effets, et plus particulièrement la diffusion multiple, sont importants. De plus il existe de fortes similitudes entre l'effet de diffusion multiple dans le PMO, et l'interaction coulombienne dans un fluide chargé. Or il existe dans ce type de système des instabilités qu'il serait intéressant de comparer à celles du nuage d'atomes froids dans le PMO.

Bibliographie

- [1] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, et C. Wieman, *Very cold trapped atoms in a vapor cell*, Phys. Rev. Lett. 65, 1571 (1990)
- [2] S. Grego, M. Colla, A. Fioretti, J.H. Müller, P. Verkerk, et E. Arimondo, *A cesium magneto-optical trap for cold collisions studies*, Opt. Comm. 132, 519 (1996)
- [3] P. Szriftgiser, D. Guéry-Odelin, M. Arndt, et J. Dalibard, *Atomic wave diffraction and interference using temporal slits*, Phys. Rev. Lett. 77, 4 (1996)
- [4] J.W.R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R.B. Lee et H.J. Kimble, *Nonlinear Spectroscopy of cold atoms in a spontaneous-force optical trap*, Phys. Rev. Lett. 66, 3245 (1991)
- [5] A. Einstein, *Théorie quantique du rayonnement*, Phys. Z. 18, 121 (1917)
- [6] R.J. Cook, *Theory of resonance-radiation pressure*, Phys. Rev. A 22, 1078 (1980)
- [7] Y. Castin, et K. Molmer, *Monte Carlo wave-function analysis of 3D optical molasses*, Phys. Rev. Lett. 74, 3772 (1995)
- [8] E.L. Raad, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, et D.E. Pritchard, *Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. 59, 2631 (1987)
- [9] T. Walker, D. Sesko, et C. Wieman, *Collective behavior of optically trapped neutral atoms*, Phys. Rev. Lett. 64, 408 (1990)
- [10] A.M. Steane, M. Chowdhury, et C.J. Foot, *Radiation force in the magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. Am. B 9, 2142 (1992)
- [11] P. Bergé, Y. Pomeau, et Ch. Vidal, *L'ordre dans le chaos*, Hermann (1995)
- [12] M. Lefranc, *Caractérisation du chaos dans les lasers CO₂*, Thèse de doctorat, Lille I (1992)
- [13] S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable, et A. Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. 55, 48 (1985)
- [14] J. Dalibard, et C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023 (1989)
- [15] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, et S. Chu, *Optical molasses and multilevel atoms: theory*, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2058 (1989)
- [16] C. Cohen-Tannoudji, - *Atomic motion in laser light - In les Houches, Session LIII*, J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin eds. (1990)

- [17] H. Wallis, *Quantum theory of atomic motion in laser light*, Phys. Rep. 255, 203 (1995)
- [18] D. Sesko, T. Walker, et C. Wieman, *Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap*, J. Opt. Soc. Am. B 8, 946 (1991)
- [19] C.G. Townsend, N.H. Edwards, C.J. Cooper, K.P. Zetie, C.J. Foot, A.M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, et J. Dalibard, *Phase-space density in the magneto-optical trap*, Phys. Rev. A 52, 1423 (1995)
- [20] C.J. Cooper, G. Hillenbrand, J. Rink, C.G. Townsend, K. Zetie, et C.J. Foot, *The temperature of atoms in a magneto-optical trap*, Europhys. Lett. 28, 397 (1994)
- [21] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, et G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, Edition du CNRS (1988)
- [22] A. Aspect, J. Dalibard, A. Heidmann, C. Salomon, et C. Cohen-Tannoudji, *Cooling Atoms with stimulated emission*, Phys. Rev. Lett. 57, 215 (1986)
- [23] R.J. Cook, *Quantum-mechanical fluctuations of the resonance-radiation force*, Phys. Rev. Lett. 44, 976 (1980)
- [24] Y. Castin, H. Wallis, et J. Dalibard, *Limit of Doppler cooling*, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2046 (1989)
- [25] D. Phillips, J.V. Prodan, et H.J. Metcalf, *Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms*, J. Opt. Soc. Am. B 2, 1751 (1985)
- [26] P.D. Lett, R.N. Watts, I. Westbrook, D. Phillips, P.L. Gould, et H.J. Metcalf, *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit*, Phys. Rev. Lett. 61, 169 (1988)
- [27] P.D. Lett, D. Phillips, S.L. Rolston, C.E. Tanner, R.N. Watts, et I. Westbrook, *Optical molasses*, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2084 (1989)
- [28] C. Salomon, J. Dalibard, D. Phillips, A. Clairon, et S. Guellati, *Laser cooling of atoms below 3 μ K*, Europhys. Lett. 12, 683 (1990)
- [29] A.M. Steane, G. Hillenbrand, et C.J. Foot, *Polarization gradient cooling in one-dimensional $\sigma^+-\sigma^-$ configuration for any atomic transition*, J. Phys. B 25, 4721 (1992)
- [30] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, et F. Laloë, *Mécanique quantique II*, Hermann (1986)
- [31] Y. Castin, et K. Molmer, *Atomic momentum diffusion in a $\sigma^+-\sigma^-$ laser configuration : influence of an internal sublevel structure*, J. Phys. B 23, 4101 (1990)

- [32] Y. Castin, et J. Dalibard, *Quantization of atomic motion in optical molasses*, Europhys. Lett. 14, 761 (1991)
- [34] B.R. Mollow, *Power spectrum of light scattered by two-level systems*, Phys. Rev. Lett. 188, 1969 (1969)
- [35] D. Grison, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microKelvins: Un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*, Thèse de doctorat, Paris VI (1992)
- [36] D.R. Meacher, D. Boiron, H.J. Metcalf, C. Salomon, et G. Grynberg, *Method for velocimetry of cold atoms*, Phys. Rev. A 50, 1992 (1994)
- [37] C. Wieman, et L. Hollberg, *Using diode lasers for atomic physics*, Rev. Sci. Inst. 62, 1 (1991)
- [38] M. De Labachellerie, et P. Cerez, *An 850 nm Semiconductor laser tunable over a 300 Å range*, Opt. Comm. 55, 174 (1985)
- [39] H. Hori, Y. Kitayama, M. Kitano, T. Yabuzaki, et T. Ogawa, *Frequency stabilization of GaAlAs laser using a Doppler-free spectrum of the Cs-D₂ line*, IEEE J. of Q. Elec. QE-19, 169 (1983)
- [40] T.W. Hänsch, I.S. Shahin, et A.L. Schawlow, *High-resolution saturation spectroscopy of the Sodium D lines with a pulsed tunable dye laser*, Phys. Rev. Lett. 27, 707 (1971)
- [41] J. Max, *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques, chap. XV*, Masson & Cie (1987)
- [42] B.R. Mollow, *Stimulated emission and absorption near resonance for driven systems*, Phys. Rev. A 5, 2217 (1972)
- [43] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, et C. Wieman, *Collisional losses from a light-force atom trap*, Phys. Rev. Lett. 63, 961 (1989)
- [44] D. Hoffmann, P. Feng, R.S. Williamson, et T. Walker, *Excited-state collisions of Trapped 85Rb Atoms*, Phys. Rev. Lett. 69, 753 (1992)
- [45] M. Drewsen, et al., *Investigation of sub-Doppler cooling effects in cesium magneto-optical trap*, App. Phys. B 59, 283 (1994)
- [46] W. Petrich, M.H. Anderson, J.R. Ensher, et E.A. Cornell, *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. Am. B 11, 1332 (1994)

-
- [47] D.W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods*, Springer-Verlag, Berlin (1983)
- [48] F. Ruschewitz, D. Bettermann, J.L. Peng, et W. Ertmer, *Statistical investigations on single trapped neutral atoms*, *Europhys. Lett.* 34, 651 (1996)
- [49] E. Arimondo, D. Hennequin, et P. Glorieux, - *Noisy dynamics in optically bistable systems* - In *Noise in nonlinear dynamical systems*, F. Moss & P.V.E McCintock eds., Cambridge University Press (1989)

Annexes

Annexe A : Observation de bistabilité dans un piège magnéto-optique perturbé

A cause de l'effet d'ombre et du montage en rétro-réflexion des faisceaux du PMO, la position du nuage dans le piège dépend de sa population totale (chap. 2 § 4.2). En plus du dispositif expérimental décrit dans le chapitre 2, plaçons un faisceau perturbateur (PB) focalisé à $10\ \mu\text{m}$ au centre du piège (zéro du champ magnétique) suffisamment intense pour saturer la transition $F_y=4-F_x=5$ du PMO, et donc pour expulser les atomes du centre du piège. On observe alors un comportement bistable entre un nuage contenant respectivement beaucoup et peu d'atomes. En effet, lorsque le nuage est bien rempli, sa position est décalée par rapport au centre du piège, et de ce fait il n'interagit que peu avec PB. Par contre, lorsque le nuage est peu rempli, il interagit fortement avec le PB car son centre coïncide avec celui du piège. A l'aide d'une équation en taux décrivant l'évolution de la population totale du nuage, nous retrouvons le comportement bistable du PMO perturbé. Si l'on suppose maintenant que l'atome reste piégé tant que sa vitesse le long du PB est inférieure à la vitesse de capture du PMO, alors en comparant les valeurs expérimentales au modèle théorique, nous en déduisons la vitesse de capture de l'atome selon l'axe du PB. Cette méthode nous a permis en outre de montrer expérimentalement que la vitesse de capture n'est pas isotrope.

Observation of bistability in a perturbed magneto-optical trap

D. Wilkowski, J. C. Garreau and D. Hennequin
*Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, associé au CNRS
Centre d'Etudes et de Recherches Laser et Applications
Université des Sciences et Technologies de Lille
F-59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France*
(November 4, 1997)

We report on the experimental observation of bistability in a magneto-optical trap perturbed by a focalized laser beam. This bistability is theoretically interpreted by studying the atomic losses induced by the perturbing beam. A simple numerical model allows us to deduce the trap capture velocity *along* the perturbing beam.

I. INTRODUCTION

The dynamics of the magneto-optical trap (MOT) is a subject of great interest. The most direct theoretical approach describing the atomic cloud inside a trap consists in writing a Fokker-Planck equation [1] taking into account the mean dissipative effect of fluorescence cycles and the restoring force due to the magnetic field gradient. This approach leads to a stationary temperature, called “Doppler temperature”, of order of a fraction of millikelvin and to a size of the cloud of order of tenths of microns. The very first experiments of atom trapping in a MOT have in fact shown much lower temperatures and much larger cloud sizes. The first theoretical efforts were then concentrated in understanding why the equilibrium temperature was so low (of order of a few microkelvins), and lead to the polarization-dependent mechanisms of the Sisyphus effect or the alignment effect [2]. Two kinds of collective effects, not included in the Fokker-Planck approach, have also been identified [3,4]. The first one is the so-called “shadow effect”: due to the optical thickness of the atomic cloud, different atoms inside the cloud see different beam intensities, and this generates a force pushing the atoms one against the other, and thus contributes to *reduce* the size of the cloud. In the usual MOT configuration, using three retro-reflected beams, this effect also displaces the center of mass of the atomic cloud with respect to the center of the trap, that is, the zero-magnetic field point. As we will see, this displacement plays an essential role in the phenomenon studied in the present paper. The second collective effect is called “multiple scattering” effect, and arises from the fact that an atom inside the cloud can scatter a photon spontaneously emitted by another atom of the cloud. This effect can be modeled as an effective repulsive coulombian interaction among the atoms and thus contributes to *increase* the size of the atomic cloud. In fact, the abnormally large cloud size has been attributed to this effect.

Aside the collective effects discussed above, unusual spatial cloud structures have been observed, in the case of misaligned traps, and theoretical explanations based on the generation of vortex forces by the beam misalignment have been proposed [5,6].

Despite of these progresses in the understanding of the stationary state of the atomic cloud, relatively few works have been consecrated to detailed studies of the dynamics of the atomic cloud, and the most of the existing literature is dedicated to MOTs with only one atom [7]. There have been very few experimental results concerning properties of the MOT as essential as its capture velocity, i.e. the maximum velocity allowed for an atom to be trapped into the MOT. In particular, the evident anisotropy of the MOT (constituted of three mutually orthogonal pairs of counter-propagating beams) was never studied in detail to the best of our knowledge.

In this paper we describe an experiment in which we voluntarily perturbed the MOT by focalizing a laser beam into the atomic cloud. This controllable perturbation allows us to induce an imbalance effect on the MOT behavior and results in bistability with respect to the population of the trap. This bistability is related to a changing in the global dynamics of the MOT and a simple theoretical model allows us to deduce an interesting parameter of the trap, namely the capture velocity along the perturbing laser beam.

II. EXPERIMENTAL SET-UP AND RESULTS

We work with the cesium D2 line ($\lambda = 852$ nm). The MOT is formed by three mutually orthogonal retro-reflected laser beams with orthogonal circular polarization (the so-called $\sigma^+ - \sigma^-$ configuration), whose intensity (I_T) can be chosen between zero and four times the saturation intensity for the cesium ($I_S = 2.2$ mW/cm²). The trapping is obtained by applying a gradient of magnetic field of 14 G/cm. The MOT detuning (δ_T) can also be varied between 0 and -6Γ ($\Gamma = 2\pi \times 5.3$ MHz is the natural width of the cesium line). The maximum population of the trap is

$N = 2 \times 10^8$ atoms. in a volume of about 1 mm^3 . The trapping diode laser is injected by a master diode laser, which is locked on a cross-over of the saturated absorption profile. The master diode is also used to inject the additional laser diode that supplies the independent beam used to perturb the trap. We will call, in what follows, this additional beam the *perturbing beam* (PB). This beam is coplanar with two arms of the magneto-optical trap. In order to be precise, let us define spatial axes (x, y, z) along the arms of the trap, with z being the vertical axis and the origin coinciding with the zero magnetic-field point, that we shall call the *center of the trap*. The PB defines another spatial frame (x', y', z) . The direction of propagation of the PB defines the axis x' , making an angle θ with the x axis of the trap, whereas the transverse direction with respect to the PB defines the y' . The vertical axes are the same in the two frames. The PB is focalized to a waist of $10 \mu\text{m}$ at the zero-magnetic field point, and its typical power is a few mW, which, due to the strong focalization, gives Rabi frequencies as high as 1000Γ . An acousto-optical modulator allows us to sweep the detuning δ_P of the PB with respect to the cesium resonance. The trap is imaged by two CCD cameras, in a direction close to the axis of the PB and orthogonal to this axis, and its population is monitored by focalizing onto a photodiode the fluorescence light of the trap collected over a solid angle of 0.2 sr by a lens.

A crucial role in the bistability phenomenon described below is played by the coupling between the population and the displacement (due to the shadow effect) of the center-of-mass (CM) of the atomic cloud with respect to the center of the trap. This coupling originates in the fact that each arm of the trap is formed by a retro-reflected laser beam: the “on-going” beam is absorbed by the atoms into the cloud, then retro-reflected before passing again inside the cloud. This means that the back-reflected beam is always weaker than the on-going beam. Thus there is an imbalance in the radiation pressure seen by a given atom into the cloud. The consequence is a net force acting on the atoms inside the cloud, that pushes the atoms in the direction of the retro-reflection mirror until the effect of the restoring force generated by the magnetic-field gradient re-equilibrates the radiation pressures. In three dimensions, the CM of the atomic cloud is displaced along the bisector of the tri-orthogonal trap arms. One easily understands that the displacement is proportional to the optical thickness of the cloud, and one expects it to increase with the cloud population, which can be verified experimentally. A maximum displacement is observed for a detuning around -2.5Γ .

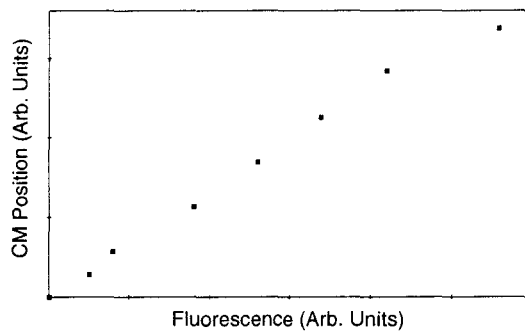


FIG. 1. Experimental measurement of the position of the center-of-mass of the atomic cloud as a function of the total fluorescence, in the absence of the perturbing beam. There is an almost linear relation between the two quantities.

We experimentally studied the dependence of the position of the CM of the atomic cloud on the population of the trap in the absence of the PB. This is done by imaging the atomic cloud over a “four-quadrants” photodiode, which consists of four adjacent photosensitive surfaces arranged as a 2×2 array (say A, B, C, D , as in a 2×2 matrix, A and B forming the first horizontal row, C and D the second one). Each quadrant yields an independent signal. The $(A + B - C - D)$ signal measures the vertical position of the CM of the cloud¹. In the same way, the $(A + C - B - D)$ signal measures the horizontal position of the CM. We simultaneously recorded these two signals, together with the total intensity $(A + B + C + D)$ which is proportional to the cloud population. The result is shown in Fig. 1, revealing an almost linear relation between the CM position and the population. This result will be useful in the following of the paper.

We show in Fig. 2 a typical bistability cycle observed in our experiment by monitoring the fluorescence of the cloud as a function of the perturbing beam intensity (I_P). The recording time is 5 minutes. We start from a low intensity PB, and so from a highly-populated trap, corresponding to the upper branch of the bistability cycle. The atomic cloud is shifted with respect to the center of the trap, and thus with respect to the PB, that interacts essentially with

¹More rigorously, it measures the vertical position of the “center of fluorescence” of the cloud, but for the relatively homogenous conditions of the experiment, this is analogous to the vertical position of the CM.

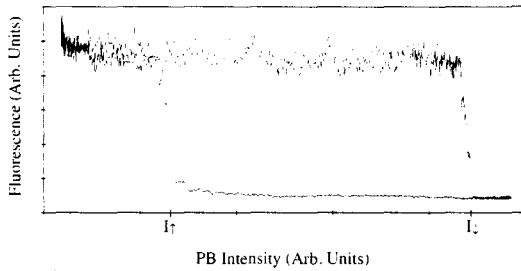


FIG. 2. Experimentally observed bistability cycle obtained by sweeping the intensity of the perturbing beam and simultaneously recording the atomic cloud fluorescence.

the periphery of the atomic cloud, as one can see in Fig. 3a, and has a limited efficiency in expelling atoms from the cloud. When the intensity of the PB reaches a transition value I_{\downarrow} , we observe a strong decreasing of the fluorescence, corresponding to the transition to the lower branch of the cycle. One then sees, in the plane orthogonal to the PB, a ring-shaped atomic cloud, with hole at the center (Fig. 3b). At the same time, in the plane parallel to the PB, a jet of atoms pushed out from the cloud appears (Fig. 4), showing that important losses are now induced by the PB. An important point to be noted is that the CM of the atomic cloud now coincides with the PB, and so has moved as the transition occurs. This fact is not surprising: as the system is now in its low population branch, its optical thickness is low, and so is the shadow effect. At the same time, this also explains the increased efficiency of the PB in expelling atoms from the cloud: it crosses the center of the atomic cloud instead of its periphery, as it was the case when the system was in the upper branch.

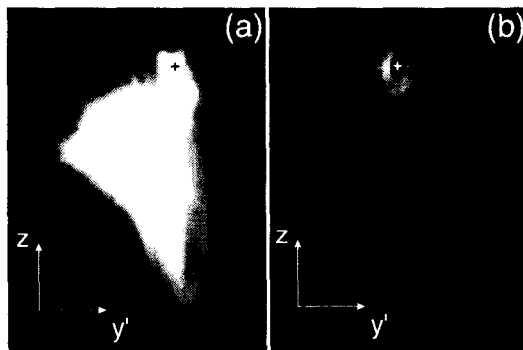


FIG. 3. CCD camera images of the atomic cloud in the plane orthogonal to the perturbing beam. (a) Trap in the high-population state. (b) Trap in the low-population state. The crosses show the location of the trap center.

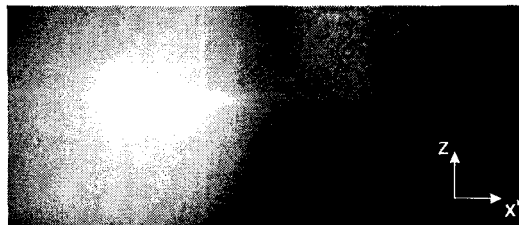


FIG. 4. CCD camera image of the trap in its low-population state in a plane parallel to the perturbing beam, showing the jet of atoms expelled from the trap.

As the intensity of the perturbing beam is decreased from its maximum value, we observe a decreasing of the diameter of the hole at the center of the cloud, together with a progressive disappearance of the atomic jet along the perturbing beam. Finally a transition from the lower to the upper branch of the cycle occurs, but at an intensity I_{\uparrow} lower than I_{\downarrow} , giving rise to the characteristic shape of a bistability (or hysteresis) cycle. We experimentally verified that there is no bistability if the PB is displaced with respect to the center of the trap.

We performed a study of the transition point I_{\downarrow} as a function of the detuning δ_P of the perturbing beam, for two values of the angle θ . The result is presented in Fig. 5. We found that the transition intensity is lower if the angle approaches 45° , which is not surprising as the trap confinement is weaker along the bisectors of the trap beams. The reason we choose to study the up-low rather than the low-up transition point is that this transition occurs for a cloud

whose shape is not too different from that of an unperturbed MOT, which is relatively homogenous, and thus easier to modelize. As we will see in Sect. IV, a numerical model describing the interaction of the trapped atoms with the PB allows us to deduce the trap capture velocity along the perturbing beam.

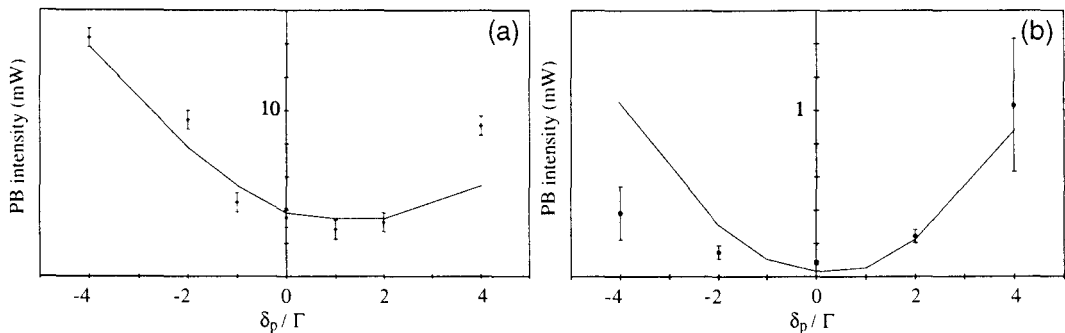


FIG. 5. Perturbing beam intensity I_{\downarrow} corresponding to the up-down transition point as a function of the detuning of the PB. The solid curves correspond to the numerical fit described in Sec. IV. (a) $\theta = 23^{\circ}$. (b) $\theta = 35^{\circ}$. The fits give the following values: (a) $v_c(23^{\circ}) = 54.0$ m/s and $D_{th}(23^{\circ}) = 0.255$. (b) $v_c(35^{\circ}) = 15.1$ m/s and $D_{th}(35^{\circ}) = 0.254$.

In the next section we will introduce a theoretical model that can explain the bistability and gives a simple physical interpretation of this phenomenon.

III. THEORETICAL MODEL

In this section we will develop a simple theoretical model, which put into light the physical origin of the bistability phenomenon. Our model is based on the following assumptions:

1. The population N of the trap is governed by a “feed-loss” equation:

$$\frac{dN}{dt} = R - bN. \quad (1)$$

where R is the feed term and b is the total loss coefficient.

2. The perturbing beam removes atoms from the trap, increasing the losses. The equilibrium population N_s of the trap is determined by the equilibrium between the feed term and the losses. The loss term includes both the losses induced by the PB, $b_P(I_P, \delta_P)$, and the normal losses of the trap in the absence of the PB, b_0 :

$$N_s = \frac{R}{b} = \frac{R}{b_0 + b_P} \quad (2)$$

3. The efficiency of the PB in inducing losses depends on the effective number of atoms interacting with it. As the PB is focalized into the trap to a waist that is about a hundred times smaller than the size of the atomic cloud, this effective number clearly depends on the alignment of the PB with respect to the atomic cloud. This means that the shadow effect couples the losses due to the PB to the population of the cloud. This coupling is the nonlinearity at the origin of the bistability.

We will work here with a one-dimensional model. Let us suppose that the atomic cloud of total population N obeys a gaussian distribution centered on the origin of the x-axis²:

$$N(x) = \frac{N}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp(-x^2/\sigma^2). \quad (3)$$

²The particular shape of the cloud profile is not essential, as it only appears in the following theory as a term in an integrand, and it plays no special role in the origin of the bistability phenomenon.

The transition rate for an atom at the position x inside the cloud, to absorb a photon from the perturbing beam³ of waist w_0 centered at the position x_0 is given by:

$$S(X) = \frac{\Gamma}{2} \frac{I \exp[-2(X - X_0)^2/W_0^2]}{\Delta^2 + 1/4 + I \exp[-2(X - X_0)^2/W_0^2]} \quad (4)$$

where we introduced the normalized variables:

$$I = I_P/I_S \quad (5)$$

$$X = x/\sigma \quad (6)$$

$$\Delta = \delta_P/\Gamma \quad (7)$$

$$W_0 = w_0/\sigma . \quad (8)$$

The total transition rate is thus given by:

$$\bar{S} = \frac{N}{\sqrt{8\pi}} \Gamma W_0 e^{-X_0^2} F(Z) \quad (9)$$

where

$$F(Z) = Z e^{X_0^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \exp\left[-\frac{W_0^2}{2} \left(y + \frac{\sqrt{2}X_0}{W_0}\right)^2\right] \frac{e^{-y^2}}{1 + Ze^{-y^2}} \quad (10)$$

and

$$Z \equiv \frac{I}{\Delta^2 + 1/4} . \quad (11)$$

Consider now the two terms under the integral sign. The first one is a displaced gaussian with a width of order of $W_0^{-1} \approx 100$, whereas the second is concentrated around $y = 0$. We can thus take the first term out of the integral, with its value at $y = 0$, which is $e^{-X_0^2}$, and write:

$$F(Z) \approx Z \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{e^{-y^2}}{1 + Ze^{-y^2}} . \quad (12)$$

We now write the loss term in Eq. (1) as

$$bN = b_0N + \sqrt{8\pi}\alpha\bar{S} = \left[b_0 + \alpha\Gamma W_0 e^{-X_0^2} F(Z)\right] N \quad (13)$$

where α is an unknown constant (which depends on the details of how the perturbing beam expels atoms from the trap - this question will be addressed in the next section) and the factor $\sqrt{8\pi}$ is introduced for later convenience. Let us define the scaled population variable $n = N/N_0$, with $N_0 = R/b_0$ being the unperturbed population of the trap and a scaled time $\tau = b_0t$. We can thus write the equation of motion of the trap population (1) as:

$$\frac{dn}{d\tau} = 1 - \left[1 + \alpha\Gamma W_0 e^{-X_0^2} F(Z)\right] n . \quad (14)$$

Let us now look for the stationary solution of this equation. It can formally be written as

³As the PB intensity is much higher than the intensity of the trap beams, we neglect the effect of the trapping beams in this calculation.

$$n = \frac{1}{1 + \alpha\Gamma W_0 e^{-X_0^2} F(Z)}. \quad (15)$$

If X_0 does not depend on the population of the trap, this equation gives the exact stationary solution for the trap population, which depends on the parameters of the PB only through W_0 and Z . As Z is proportional to the intensity of the PB, it will give rise to a simple dependence of the population on the intensity of the beam, a curve starting from 1 as $I = 0$ and decreasing roughly with $1/I$, showing no bistability. However, a key feature of our system is the fact that position of the atomic cloud *depends* on the population of the trap. As we mentioned in the previous section, the position of the CM of the cloud depends linearly on the population of the trap:

$$X_0 = an. \quad (16)$$

We can now invert Eq.(15) and obtain:

$$\beta F(Z) = \frac{1-n}{n} \exp(a^2 n^2) \equiv G(n) \quad (17)$$

with $\beta \equiv \alpha\Gamma W_0$. A graphical representation of each side of this equation shows how bistability arises from the dependence of the position of the CM on the population of the cloud. In Fig. 6 we plotted the function $F(Z)$ and in Fig. 7 the function $G(n)$ for different values of the parameter a . The function $F(Z)$ has a simple shape: it grows as $\sqrt{\pi}Z$ near zero and goes asymptotically as $2\sqrt{\ln Z}$. On the other hand, the general shape of $G(n)$ critically depends on the “non-linearity control parameter” a . If $a = 0$, $G(n) = (1-n)/n$, and one easily sees that there can be one and only one intersection between $\beta F(Z)$ and $G(n)$. As the parameter a increases, the shape of $G(n)$ changes, and, for certain values of the parameters, three possible solutions can appear. As

$$\frac{dG}{dn} = -\frac{2a^2}{n^2} \left(n^3 - n^2 + \frac{1}{2a^2} \right) \exp(a^2 n^2) \quad (18)$$

a necessary but not sufficient condition for the bistability is that the equation $g(n) \equiv n^3 - n^2 + 1/(2a^2) = 0$ have at least two distinct physically acceptable roots (i.e. with $0 \leq n \leq 1$). This condition is fulfilled if the minimum value $g_{\min}(n_{\min} = 2/3)$ of $g(n)$ is negative, from which one finds the equivalent condition on the nonlinearity control parameter a :

$$a > (27/8)^{1/2} \simeq 1.84 \quad (19)$$

in which case $G(n)$ presents a maximum G_{\max} and a minimum G_{\min} . If this condition is satisfied, bistability should always arise: for a given value of β , it will show-up for some interval of Z values, $Z_{\uparrow} < Z < Z_{\downarrow}$, with the transition points satisfying $\beta F(Z_{\uparrow}) = G_{\min}$ and $\beta F(Z_{\downarrow}) = G_{\max}$.

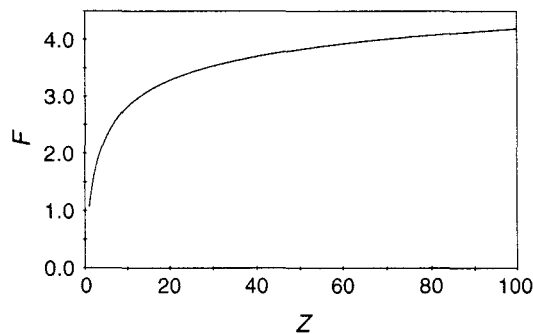


FIG. 6. The function $F(Z)$.

A standard linear stability analysis shows that, among the three possible solutions of Eq. (17), the intermediate one is always unstable, whereas the two other solutions are linearly stable. One thus finds, plotting the stationary value of n as a function of Z , the usual structure of bistability, presenting two stable branches connected by an unstable branch. Fig. 8 shows a typical bistability cycle obtained from the above model.

The theoretical model presented above is useful to put into light the mechanism leading to the bistability phenomenon, but it does not take into account the details of the interaction of the PB with the trapped atoms. For this reason, comparison with the experimental data is not useful: it cannot reproduce them in detail, what is not surprising regarding its extreme simplicity. In the next section, we present a more detailed model of this interaction, considering the particular case of the up-down transition of the cycle. We will show that the confrontation of the calculations with the experimental measurements of the value of the I_{\downarrow} transition point as a function of the detuning of the PB allows us to deduce the trap capture velocity along the PB.

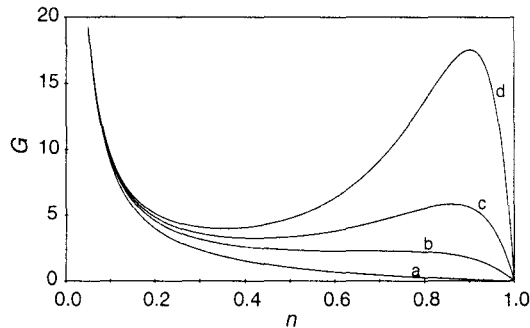


FIG. 7. The function $G(n)$ for different values of the parameter a . The general shape of the function changes for $a = 1.84$. For a greater than this threshold value, the function presents two local extrema, leading to the bistability. The values of a are (a) 0; (b) 1.84; (c) 2.0; (d) 2.2.

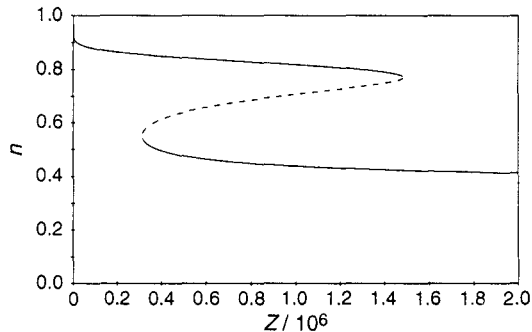


FIG. 8. Cycle of bistability obtained from the model developed above. The values of the parameters are $a = 1.916$ and $\alpha = 0.35$.

IV. STUDY OF THE INTERACTION OF THE PERTURBING BEAM WITH THE TRAPPED ATOMS

The interaction of the perturbing beam with the trapped atoms is a rather complex process. A trapped atom inside the PB absorbs photons preferentially in this beam, because of its high intensity, and is thus accelerated. If it absorbs enough photons, it is finally ejected from the trap. However, an atom should typically absorb thousands of photons before escaping the trap. At the same time, the atom is moving and, as the high-intensity region inside the PB is spatially small, there are important chances for the atom to exit this region before escaping.

In this section, we will develop a numerical “classical Monte-Carlo” simulation for the motion of the atom inside the PB. The comparison of the numerical simulation with experimental data allows us to deduce the trap capture velocity along the PB. Two sets of experimental data corresponding to different angles of the PB with the trap beams will be considered, showing that capture velocity decreases as this angle approaches 45° , as expected intuitively.

The capture velocity v_c of a magneto-optical trap is an important parameter. From simple arguments, one can deduce that the feeding rate R of the trap scales as $(v_c/\bar{v})^4$ where \bar{v} is the mean velocity of the hot atoms feeding the trap. However, due to the anisotropy of the trap, one easily conceives that this velocity depends also on the direction of the motion of an atom entering the trapping region: if its motion is almost parallel to one of the trapping beams, it has greater chances of being captured than if its motion is parallel to the bisector of the trapping beams. To our knowledge, there is no other experimental method allowing *directional* determination of the capture velocity inside a MOT.

The model we develop in this section is based in the following assumptions:

1. The effect of the trap on the atom is modeled by a unique parameter, the capture velocity along the PB. An atom remains trapped as long as its velocity v is less than the capture velocity along its direction of motion, otherwise it escapes from the trap. The capture velocity along the PB, $v_c(\theta)$, will be considered as the first free parameter of the model.
2. Inside the regions where the PB is intense, the ratio of absorption of photons from the trap beams is negligible as compared with the ratio of absorption of photons from the PB.
3. As suggested by the model presented in the preceding section, we suppose that the system shifts from its high-population state to its low-population state if the loss rate induced by the perturbing beam becomes greater

than a threshold value b_{th} . Using Eq. (2), one sees that the transition condition $b_P > b_{th}$ corresponds to $N < N_{th}$, with

$$N_{th} = \frac{R}{b_0 + b_{th}} \simeq \frac{R}{b_0} \left(1 - \frac{b_{th}}{b_0}\right) = N_0 \left(1 - \frac{b_{th}}{b_0}\right). \quad (20)$$

Let us introduce an easily accessible parameter, the depletion of the trap population, given by:

$$D \equiv 1 - \frac{N}{N_0} \quad (21)$$

The transition condition thus reads

$$D > D_{th} \quad (22)$$

with

$$D_{th} = \frac{b_{th}}{b_0 + b_{th}}. \quad (23)$$

that will be the second free parameter in our model.

In order to calculate the depletion of the trap, and so the transition intensity I_{\downarrow} , we perform a classical Monte-Carlo calculation. We consider a two-dimensional motion, which is justified by the symmetry of the PB: we take into account the motion along the PB (x' direction, as defined in Sect. II) and the transverse motion with respect to this beam (y' direction). We start from a set of atoms having a gaussian velocity distribution corresponding to the trap temperature, in an arbitrary direction with respect to the PB, and to a gaussian spatial distribution corresponding to the diameter of the cloud we observe experimentally (about 1 mm). We consider that the PB only affects the atomic motion along the x' direction. This is justified by the fact, verified by the numerical simulation, that the typical number of fluorescence cycles necessary to expel an atom from the trap is a few thousands⁴, and thus consider that the global effect of the spontaneous emitted photon on the atomic motion averages to zero. We can thus take into account only its free “drift” motion along the y' direction. We let the atom evolve along the PB until one of the two following things happens:

- a) If the velocity of the atom becomes greater than the capture velocity, we consider that this atom is expelled from the trap.
- b) If the transverse motion of the atom takes it outside the PB, the atom remains trapped. In order to precisely decide when the atom exits the PB, we calculate the photon absorption transition rate given by Eq. (4), whose maximum value is $S_{\max} = \Gamma/2$. We consider that the atom is outside the PB at the position x if $S(x) < \eta S_{\max}$, for a fixed value of η . We numerically verified that the results are not affected if the value of η is decreased. In our calculations we used $\eta = 0.01$.

Taking into account a statistically representative number of atoms ($\simeq 10^4$), whose initial conditions have been chosen in order to satisfy the velocity and the spatial distributions described above, we can evaluate the depopulation parameter D introduced above, and thus search for the value of the intensity of the perturbing beam for which $D = D_{th}$, for a given value of D_{th} which corresponds to the predicted up-low transition point.

Experimentally, we have measured the function $I_{\downarrow}(\Delta)$ (Fig. 5). We then fit the experimental data with the numerical results, taking the capture velocity $v_c(\theta)$ and the threshold population depletion D_{th} as free parameters. The numerical results are materialized by the full curves in the figure, showing a reasonable agreement with the experimental values. The value obtained for D_{th} (0.25 ± 0.02) is the same in the two cases, which confirms that the condition for the transition is a threshold depletion of the trap by the PB. Note that this is close to the value obtained from the simple theory of the preceding section (0.23). This result is physically evident if one remarks that

⁴This can also be seen by an order of magnitude argument. The changing in the atomic velocity corresponding to the absorption of a photon is 3.5 mm/s. The velocity of capture, as we find below, is of order of tenths of meter per second. Thus the number of absorptions needed to accelerate an atom from rest to the velocity of capture is roughly ten thousand.

the transition occurs when the displacement of the cloud with respect to the center of the trap (and thus with the center of the PB) becomes small enough, which corresponds to a threshold value for the optical thickness of the cloud. On the other hand, as expected, the value for the capture velocity we obtain strongly depends on the value of the angle θ that the PB makes with the arms of the trap. We obtained $v_c(23^\circ) = 54 \pm 3$ m/s and $v_c(35^\circ) = 15 \pm 2$ m/s. The uncertainties are almost equally due to the experimental uncertainty and to the numerical simulation⁵. The obtained values show that the magneto-optical trap is much more efficient in slowing and capturing atoms that enters it along one of its arms than in trapping atoms that enters it along a bisector. This also shows, as it is often verified experimentally by simply monitoring a MOT with a CCD camera, that the bisector of the trap beams is a privileged loss direction for the atoms.

Unfortunately, the geometry of our MOT prevents us to make measurements for very small angles or for angles very close to the bisector, which would be very interesting in order to give us an idea of the minimum and maximum velocities of captures. Nevertheless, the results presented above show that the study of the bistability cycles obtained with the experimental scheme described in this paper is a powerful method to study the capture properties of the MOT.

V. CONCLUSION

The bistability phenomenon presented above has its origin in a non-linearity, namely the atomic cloud displacement due to the *shadow effect*, related a collective effect displayed by the standard magneto-optical trap configuration, namely three orthogonal arms formed each one by a retro-reflected laser beam. This configuration is by far the most common in the world; yet its dynamical properties have been astonishingly seldom studied in detail. It is well known that this configuration is unstable for highly populated traps, in which case one easily observes a sort of “pulsation” of the atomic cloud, whose physical mechanism is still unknown, but is clearly related to the dynamical properties of the cloud, and, probably, to the collective effects inside it [8]. Aside the mentioned shadow effect, multiple photon diffusion has been identified, and is a potential cause of such instabilities.

The results presented here are intend to be a first step in the comprehension of the complex dynamics of the MOT atomic cloud, allowing the study of its basic mechanism: the ability for capturing and trapping atoms.

VI. ACKNOWLEDGMENTS

The authors are indebted to G. Grynberg, S. Guibal, C. Salomon and P. Verkerk, for many fruitful discussions and help with the set-up of the magneto-optical trap. P. Szriftgiser is also acknowledged for interesting discussions and suggestions. Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne is Unité de Recherche Associée au CNRS. Centre d'Etudes et Recherches Lasers et Applications (CERLA) is supported by Ministère de la Recherche, Région Nord-Pas de Calais and Fonds Européen de Développement Economique des Régions.

-
- [1] R. J. Cook, Phys. Rev. A **22**, 1078 (1980); A. Steane and C. Foot, Europhys. Lett. **14**, 231 (1991).
 - [2] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am., B **6**, 2023 (1989);
 - [3] T. Walker, D. Sesko, and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **64**, 408 (1990).
 - [4] D. W. Sesko, T. G. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, C. E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **63**, 961 (1989);
 - [5] D. W. Sesko, T. G. Walker, and C. E. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 946 (1991).
 - [6] V. S. Bagnato, L. G. Marcassa, M. Oria, G. I. Surdutovich, R. Vitlina, and S. C. Zilio, Phys. Rev. A **48**, 3771 (1993); I. Guedes, M. T. Araujo, D. M. P. Milori, G. I. Surdutovich, V. S. Bagnato, and S. C. Zilio, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 1935 (1994).

⁵We evaluate the uncertainty associated to the experimental errors by changing the velocity of capture until the curve globally moves upward or downward of a value corresponding to the mean of the experimental errors. We evaluate the uncertainty associated to the numerical simulation by calculating the dispersion of the values corresponding to 5 runs starting from exactly the same initial conditions.

- [7] Z. Hu and H. J. Kimble, *Opt. Lett.* **19**, 1888 (1994); P. A. Willemens, R. A. Boyd, J. L. Bliss, and K. G. Libbrecht, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1660 (1997)
- [8] D. Wilkowski, Thèse de Doctorat, Lille, France, 1997 (unpublished).

Annexe B : Sélection d'une classe de vitesse par interférence quantique

Le travail présenté dans cet annexe est indépendant de l'étude de la dynamique du nuage d'atomes froids dans un piège magnéto-optique exposée dans les parties précédentes de ce mémoire. Il s'agit d'un travail théorique proposant une nouvelle méthode de refroidissement, non limitée en température, basée sur un effet d'interférence quantique. La configuration des niveaux électroniques la plus simple faisant apparaître cet effet est composée d'un niveau fondamental f non dégénéré, de deux niveaux intermédiaires e_1 et e_2 , et d'un niveau final h_I qui est soit le continuum d'ionisation soit un niveau fortement couplé à ce continuum. L'atome est en interaction avec deux ondes contrapropageantes telles que l'onde 1 (resp. 2) soit couplée avec les transitions $f-e_1$ et e_2-h_I (resp. $f-e_2$ et e_1-h_I). Il existe alors deux chemins possibles faisant intervenir à chaque fois les deux ondes qui, selon les intensités des différents couplages entre les transitions et les ondes, peuvent interférer de manière destructive. A cause de l'effet Doppler, l'interférence quantique dépend de la vitesse de l'atome. Ajustons les paramètres du système de sorte que le niveau f ne soit pas couplé au continuum pour les atomes de vitesse nulle. Les atomes de vitesse non nulle, seront ionisés et s'échapperont du piège, refroidissant ainsi l'échantillon piégé. La principale limitation de ce type de refroidissement est le caractère irréversible de l'ionisation. Ce refroidissement par interférence quantique peut être combiné avec des mécanismes de refroidissement plus "classiques" comme le refroidissement Doppler ou bien, dans le cas de niveaux dégénères, d'un refroidissement sub-Doppler.

Atomic-velocity class selection using quantum interference

D. Wilkowski, J. C. Garreau, D. Hennequin, and V. Zehnle

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, associé au CNRS, Centre d'Études et de Recherches Lasers et Applications, Université des Sciences et Technologies de Lille, F-59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

(Received 27 October 1995; revised manuscript received 11 March 1996)

A method enabling atomic velocity class selection by means of quantum interference in the two-photon ionization of an atom through two quasidegenerate intermediate levels is studied. This method is compatible with the Doppler cooling in optical molasses, and it is able to attain temperatures colder than the Doppler limit. The advantages and limitations of this method are discussed. We study the effect of the competition with the Doppler cooling for temperatures lower than the Doppler limit, when the usual Doppler process *heats* the atoms rather than cools them. The method is shown to be limited essentially by the loss of ground-state atoms due to ionization. We also propose and study a "source" scheme in which new atoms are continuously injected into the system, leading to a nonvanishing stationary number of cold atoms. Finally, we propose generalizations of the method that allows us to combine it with Sisyphus-type mechanisms. [S1050-2947(96)00610-5]

PACS number(s): 32.80.Pj, 42.50.Vk, 32.80.Rm

I. INTRODUCTION

In the last ten years, laser cooling of atoms has become one of the major and most promising subjects in atomic physics and quantum optics, and a great deal of both theoretical and experimental effort has been done in this field. The theoretical limits for the minimum temperature have been progressively overcome. The so-called Doppler limit (typically a hundred of microkelvins) has been beaten by Sisyphus-type mechanisms [1] and the minimum temperature pushed down to the photon recoil limit (or spontaneous emission limit), of the order of a few microkelvins. Two methods relying on laser-atom interactions have been experimentally demonstrated to allow cooling below the photon recoil limit: velocity selection by coherent population trapping (VSCPT) [2] and Raman subrecoil cooling [3]. A third method, the so-called "evaporative cooling" [4-7] that is not based on laser-atom interactions, and thus not limited by spontaneous emission effects, has led to record low temperatures of a few nanokelvins and has recently allowed experimental observations of degenerate-gas Bose-Einstein condensation [5-7].

In a recent paper [8], the possibility of using quantum interference in the two-photon ionization of an atom through two quasidegenerate intermediate levels in order to generate quantum coherence has been suggested. In particular, it has been shown that quantum coherence can be generated between internal and external degrees of freedom of the atom, thanks to the Doppler effect, allowing selection of a particular velocity class in a velocity distribution profile.

In the present paper we shall study the performances of this velocity selection method. We show that the redistribution of atoms among the velocity classes due to the spontaneous emission from the intermediate levels does not limit the lowest temperature obtainable, provided that a sufficiently high ionization rate can be achieved. There is, nevertheless, another limitation: as the method is based on the irreversible ionization of the atoms, the ions eventually escape the volume of interaction with the laser and are lost.

The lower the temperature, the smaller the number of remaining, cold, ground-state atoms. The present method is compatible with the usual laser cooling schemes, so that this depopulation effect can be reduced by first cooling the atoms by the usual methods. However, if the temperature becomes lower than the Doppler limit, the Doppler mechanism tends to heat the atoms. We shall study how the competition of these two effects influences the performances of the quantum interference velocity selection.

II. VELOCITY SELECTION BY QUANTUM INTERFERENCE

In this section we recall the basic mechanism of velocity class selection using quantum interference in the two-photon atomic ionization. For a discussion of this process as a mean of generating quantum coherence see Ref. [8]. We shall restrict ourselves here to the one-dimensional case.

Consider the atomic system shown in Fig. 1. The ground state is coupled to the continuum by two modes of the electromagnetic field (characterized by photon numbers n_1 and n_2 and wave numbers k_1 and k_2) through two quasidegenerate intermediate levels, having the same natural width Γ . Mode 1 (2) couples the ground state to the intermediate level $|e_1\rangle$ ($|e_2\rangle$), with a dipole matrix element v_1 (v_2) and the intermediate level $|e_2\rangle$ ($|e_1\rangle$) to the continuum, with a dipole matrix element v'_2 (v'_1) and laser-atom detuning δ_1 (δ_2). We take the two modes to be counterpropagating ($k_2 = -k_1 = k = \omega/c$) and the atomic center-of-mass velocity to be v . In order to simplify formulas, we will also take $v_1 v'_1 = -v_2 v'_2$, but this hypothesis is not at all essential: the same interference effect can be obtained by adjusting the detunings. We neglect noninterfering terms corresponding to the ionization due to the absorption of two photons from the same mode [8] (see also Sec. VI).

As a consequence of these couplings, the atomic ground state acquires a finite lifetime corresponding to an ionization rate given by [8]

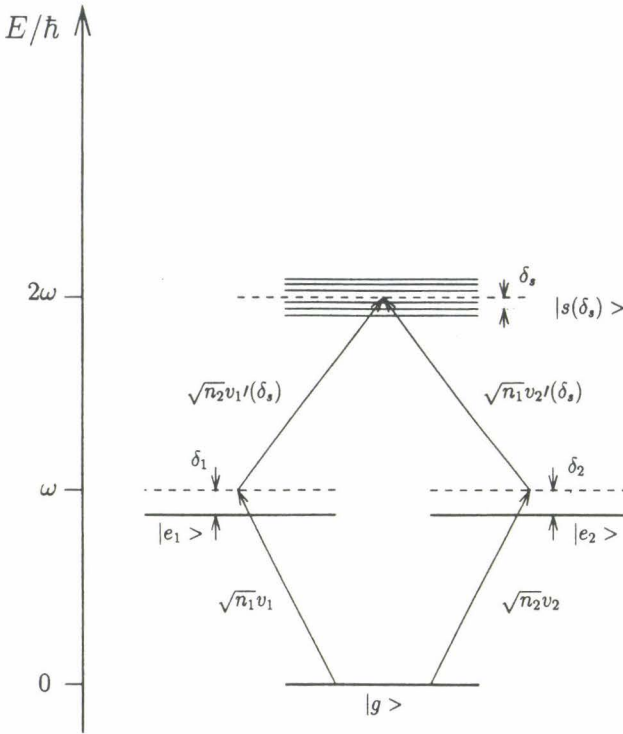


FIG. 1. Level structure and electromagnetic couplings for the "atom."

$$\Gamma_g = \Gamma_0 \omega^2 \frac{(\delta_2 - \delta_1 - 2kv)^2}{[(\delta_1 + kv)^2 + \Gamma^2/4][(\delta_2 - kv)^2 + \Gamma^2/4]}, \quad (2.1)$$

where we took into account the Doppler shifts ($\pm kv$) of the atomic transitions, and defined the constant $\Gamma_0 = (2\pi/\hbar^2)f_0\omega^2 n_1 n_2 |v_1/(\hbar\omega)|^2 |v_2/(\hbar\omega)|^2$, where f_0 is the density of states of the continuum. We also regularized the denominators by adding the term $\Gamma^2/4$, which corresponds to add a negative imaginary part $-i\hbar\Gamma/2$ to the energy of the intermediate levels in order to take into account their finite lifetime Γ^{-1} . This procedure is usual in scattering theory and corresponds to a renormalization of the evolution operator by taking into account its coupling to the vacuum modes (which is responsible for spontaneous emission).

Equation (2.1) shows that the ionization rate can vanish (corresponding to an infinite lifetime for the ground state) if the condition

$$\delta_2 - \delta_1 = 2kv \quad (2.2)$$

is satisfied. The vanishing of the transition rate is due to quantum interference between the two paths connecting the ground state to the continuum via the intermediate states [8]. This interference is at the heart of the velocity selection method studied in this paper. The atoms in the velocity class $v = (\delta_2 - \delta_1)/2k$ will stay in the ground state, whereas all other atoms will be eventually ionized. Obviously, the velocity selection is obtained at the price of a decrease of the number of atoms in the ground state. The creation of a coherence between the ground state and a particular velocity

class allows us, thus—by subsequent filtering of the ground-state atoms—to select this particular velocity class.

The ionization being an irreversible process (we neglect the usually very small recombination probability), the velocity selection mechanism proposed here is in principle not limited by spontaneous emission, and is thus able to cool the system to a temperature below the photon-recoil limit (see Sec. VI).

In order to have an insight into the velocity selection process, we consider a simple concrete example: let us take equal detunings ($\delta_1 = \delta_2 = \delta$) and suppose that $|\delta| \gg \Gamma$, so that the population of the intermediate levels is very small, and the effect of redistribution of atoms among the velocity classes by the spontaneous emission can be neglected. The system will thus select the $v=0$ velocity class. Suppose that the atoms have initially a Maxwellian distribution

$$n_0(v) = \frac{N_0}{v_0 \sqrt{2\pi}} \exp[-(v/\sqrt{2}v_0)^2] \quad (2.3)$$

corresponding to an initial temperature $T_0 = Mv_0^2/k_B$ (k_B is Boltzmann's constant and M the mass of the atom). If the initial velocity dispersion v_0 is small enough ($kv_0 \ll \delta$), the transition rate given by Eq. (2.1) can be expanded to the lowest order in v , namely, v^2 : $\Gamma_g = G(v/v_0)^2 + O(v^4)$. The time evolution of the velocity distribution for the remaining ground-state atoms is given by

$$n(v,t) = \frac{N_0}{v_0 \sqrt{2\pi}} \exp[-(1+2Gt)(v/\sqrt{2}v_0)^2], \quad (2.4)$$

showing that the distribution keeps a Gaussian shape. The kinetic temperature $T(t)$ of the system is thus reduced by the factor $(T/T_0) = 1/(1+2Gt)$. The number of remaining atoms at time t is also easily computed

$$N(t) = \int n(v,t) dv = \frac{N_0}{\sqrt{1+2Gt}}, \quad (2.5)$$

from which one deduces that the relative decrease in the temperature is proportional to the square of the relative decrease of the number of atoms: $[T(t)/T_0] = [N(t)/N_0]^2$.

These results show that in the case considered here, where the redistribution of atoms among the atomic velocity classes by spontaneous emission is absent, there is no lower limit for the temperature, and that the process is limited only by the decrease in the number of remaining ground-state atoms. In practice, however, one should work closely to resonance in order to have high ionization probabilities, and the process of redistribution of velocities by spontaneous emission is no longer negligible. The influence of this process in the velocity selection method described above will be studied in the next section.

III. EFFECT OF THE SPONTANEOUS EMISSION FROM THE INTERMEDIATE LEVELS

The level scheme shown in Fig. 1 is, if we neglect the coupling to the continuum, a usual one for Doppler cooling in optical molasses, provided the detunings are negative. The

atoms are cooled by preferential absorption of photons in the laser wave counterpropagating with respect to their motion [9]. This absorption is followed by spontaneous emission in a random direction, so that after many fluorescence cycles there is a net reduction of the velocity until the system attains an equilibrium temperature called "Doppler limit temperature" T_D . It is clear that if the selective ionization discussed in the preceding section continues to cool the system below this limit, the existence of the fluorescence cycles involving the intermediate states and the ground state will tend to *heat* the system. In other words, for temperatures below the Doppler limit there will be *competition* between the two processes.

We shall deal with the effect of spontaneous emission using a Fokker-Planck type approach. For a rigorous derivation of the Fokker-Planck equation for the optical molasses and a discussion of the limits of this approach, see Refs. [10–12]. We consider here what we shall call an "ionization-assisted" optical molasses (IAOM), with no trapping system, so that we do not have to take into account the atomic positions. We also consider that, once ionized, the atom escapes the molasses and is lost, thus effectively performing the velocity selection. The two laser waves have the same intensity ($n_1 = n_2$), and the dipole matrix elements are equal for the two intermediate states ($|v_1\rangle = |v_2\rangle$, $|v'_1\rangle = |v'_2\rangle$), which is the case if the intermediate levels are magnetic sublevels of the same atomic level. It is useful to define the resonant Rabi frequency corresponding to the transitions connecting the ground state to the intermediate states

$$\hbar\Omega = \sqrt{n_1}|v_1\rangle = \sqrt{n_2}|v_2\rangle. \quad (3.1)$$

For low laser power, the transition rate from the ground state to the intermediate state $|e_i\rangle$ is given by

$$\Gamma_i = \frac{\Gamma}{2} s_i(v) \quad (i=1,2), \quad (3.2)$$

where $s_i(v)$ is the so-called "saturation parameter":

$$s_i(v) = \frac{\Omega^2/2}{(\delta \pm kv)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (3.3)$$

where the + (–) sign on the denominator corresponds to mode 1 (2).

Let us denote the velocity distribution for ground-state atoms at time t by $n(v,t)$ and the velocity distribution for excited atoms by $n^*(v,t) = n_1^*(v,t) + n_2^*(v,t)$. It turns out that only the total number of excited atoms n^* is relevant, due to the fact that the intermediate states are coupled only through the unique ground state. This would not be the case if the ground state was degenerate.

The velocity shift due to the absorption or the emission of a photon is $\Delta = \hbar k/M$. The rate equation for the velocity distribution of the intermediate-state atoms is thus (we drop in the following the parameter t in the arguments of n and n^*)

$$\begin{aligned} \frac{\partial n^*(v)}{\partial t} = \dot{n}^*(v) = & \frac{\Gamma}{2} s_1(v+\Delta)n(v+\Delta) \\ & + \frac{\Gamma}{2} s_2(v-\Delta)n(v-\Delta) - \Gamma n^*(v). \end{aligned} \quad (3.4)$$

The first two terms on the right-hand side correspond to the atoms arriving at the intermediate states $|e_1\rangle$ and $|e_2\rangle$, respectively, whereas the last term describes the depopulation of these levels by spontaneous emission.

A corresponding rate equation can be written for ground-state atoms

$$\begin{aligned} \dot{n}(v) = & -\frac{\Gamma}{2} s_1(v)n(v) - \frac{\Gamma}{2} s_2(v)n(v) - \Gamma_g(v)n(v) \\ & + \frac{\Gamma}{2} n^*(v+\Delta) + \frac{\Gamma}{2} n^*(v-\Delta). \end{aligned} \quad (3.5)$$

The first two terms on the right-hand side correspond to the transitions to the intermediate states, the third term represents the depopulation due to the two-photon ionization and the last two terms are due to the repopulation of the ground state by spontaneous emission from the intermediate states.

For the weak couplings encountered in laser cooling, the population of the intermediate states can be adiabatically eliminated, giving an expression for $n^*(v)$ that is easily obtained by putting $\dot{n}^* = 0$ in Eq. (3.4). The substitution of the resulting expression in Eq. (3.5) produces the following rate equation for the ground-state velocity distribution:

$$\begin{aligned} \dot{n}(v) = & -\frac{\Gamma}{4} \left[[s_1(v) + s_2(v)]n(v) + \frac{4\Gamma_g(v)}{\Gamma} n(v) \right. \\ & \left. - s_1(v-2\Delta)n(v-2\Delta) + s_2(v+2\Delta)n(v+2\Delta) \right]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

With respect to the velocity, this is a finite difference equation connecting velocity classes 2Δ apart. In order to transform this rather awkward equation in a partial differential equation, we follow the standard procedure used to obtain a Fokker-Planck equation [13], based on the assumption that the velocity shift Δ is small compared to the width of the velocity profile ("limit of small jumps"). This is actually the case if the kinetic temperature satisfies $T \gg M\Delta^2/k_B$ (i.e., well above the photon recoil limit). One can then expand the expressions for $s_i(v \pm 2\Delta)$ and $n(v \pm 2\Delta)$ up to the order Δ^2 , leading to the following equation:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\alpha}{M} \frac{\partial}{\partial v} (vn) + \frac{D}{M^2} \frac{\partial^2 n}{\partial v^2} - \Gamma_g n, \quad (3.7)$$

where α is the momentum damping coefficient given by

$$\alpha = -2\hbar k^2 \frac{\delta\Gamma\Omega^2/2}{[\delta^2 + (\Gamma/2)^2]^2} \quad (3.8)$$

and D is the momentum diffusion coefficient

$$D = \hbar^2 k^2 \frac{\Gamma \Omega^2 / 2}{\delta^2 + (\Gamma/2)^2}. \quad (3.9)$$

Equation (3.7) is *not* a Fokker-Planck equation, due to the presence of the ionization term (it does not conserve the total number of particles). If we drop the ionization term, the resulting equation is the Fokker-Planck equation describing the behavior of the Doppler optical molasses. The corresponding equilibrium temperature is given by $k_B T_D = D/\alpha$

$$k_B T_D = -\frac{\hbar \Gamma}{4} \left(\frac{\delta}{\Gamma/2} + \frac{\Gamma/2}{\delta} \right) \quad (3.10)$$

from which one can deduce the well-known result that the minimum temperature condition for the optical molasses is $\delta = -\Gamma/2$ corresponding to the Doppler limit temperature $k_B T_D = \hbar \Gamma/2$.

Let us now consider the complete equation with the ionization term. The problem in which we are interested here is that of the competition between the velocity selection by ionization vs Doppler cooling for temperatures of the order of, or smaller than, the Doppler limit. We will thus suppose that the system has previously been cooled to the Doppler limit temperature; we begin with a Maxwellian velocity profile of the form (2.3), with a temperature corresponding to the Doppler limit: $T_0 = T_D$, or $v_0 = v_D = \sqrt{k_B T_D / M} = \sqrt{D/M\alpha}$. It is then useful to rewrite Eq. (3.7) in terms of the dimensionless scaled variables

$$V = v/v_D \quad (3.11)$$

for the velocity, and

$$\tau = \alpha t / M = t/\tau_v \quad (3.12)$$

for the time. $\tau_v = M/\alpha$ can be interpreted as the time constant characterizing the velocity damping under the action of the Doppler cooling alone. As the initial velocity dispersion is supposed small, we consider only the first term in the expansion of Γ_g in powers of V , i.e., the term of order V^2

$$\Gamma_g = (\alpha/M) g V^2 + O(V^4), \quad (3.13)$$

where the coefficient (α/M) has been introduced for later convenience. The dimensionless constant g is given by

$$g = \frac{\Gamma_0}{2\Gamma} \left(\frac{\omega}{\delta} \right)^2 \frac{1 + (2\delta/\Gamma)^2}{(\Omega/\Gamma)^2} = \pi f_0 \Gamma \omega^2 \left| \frac{v_1'}{v_1} \right|^2 [1 + (2\delta/\Gamma)^2] \frac{\Omega^2}{\delta^2}. \quad (3.14)$$

The physical meaning of g becomes clear if one writes the relation between Γ_g and g in the following equivalent form:

$$\Gamma_g = g \left(\frac{v}{v_D} \right)^2 \frac{1}{\tau_v} + O(v^4) \quad (3.15)$$

showing that g is a proportionality factor relating the ionization rate to the inverse of the characteristic time constant $\tau_v = M/\alpha$ through a particle-dependent factor equal to the ratio of the particle's kinetic energy to the equilibrium Doppler thermal energy.

In these scaled units Eq. (3.7) takes a simpler form [14]

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = \frac{\partial(Vn)}{\partial V} + \frac{\partial^2 n}{\partial V^2} - g V^2 n. \quad (3.16)$$

This equation has an analytical solution. It preserves the Maxwellian form, thanks to the approximation (3.13), but with a time-dependent width, describing the velocity selection effect. Let us write the solution in the form

$$n(V, \tau) = f(\tau) \exp[-\beta(\tau) V^2]. \quad (3.17)$$

Substituting this ansatz back in Eq. (3.16) we find, after some algebra, the expressions for $f(\tau)$ and $\beta(\tau)$. The temperature is related to the function $\beta(\tau)$: $T(\tau)/T_D = [2\beta(\tau)]^{-1}$ (the factor T_D is a consequence of the scalings introduced above). One finds

$$T(\tau) = T_D \frac{2}{\lambda \tanh(\lambda \tau + \phi) + 1}, \quad (3.18)$$

where we introduced the notations

$$\lambda = \sqrt{4g + 1}, \quad (3.19)$$

$$\phi = \tanh^{-1} \left(\frac{2T_D - T_0}{\lambda T_0} \right), \quad (3.20)$$

and $T_0 = T(0)$. The temperature thus tends asymptotically to a stationary value, in contrast with the result obtained in the absence of spontaneous emission (see Sec. II). This stationary value is given by

$$\frac{T_{st}}{T_D} = \frac{2}{\lambda + 1} \quad (3.21)$$

and goes to zero as $\lambda^{-1} \approx g^{-1/2}$ for large g . The minimum temperature is thus not limited by the spontaneous emission from the intermediate levels, provided that the ionization rate is high enough. Note, however, that the above expression for the temperature [Eq. (3.18)] is valid only if $T_0 > T_{st}$. Asymptotically ($\tau \rightarrow \infty$), the temperature approaches the stationary value as

$$T(\tau) \approx T_{st} + \frac{4\lambda T_D}{(\lambda + 1)^2} e^{-2\lambda \tau}. \quad (3.22)$$

The time constant for the relaxation of the temperature towards its stationary value is 2λ .

The solution for the function $f(\tau)$ is

$$f(\tau) = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T_D}{T_0}} \cosh \phi e^{\tau/2} \operatorname{sech}(\lambda \tau + \phi), \quad (3.23)$$

where N_0 is the initial number of atoms. The total number of ground-state atoms at time τ is given by the integral over V of the velocity distribution and reads

$$N(\tau) = N_0 \cosh \phi \sqrt{1 + \lambda \tanh \phi} \frac{e^{\tau/2} \operatorname{sech}(\lambda \tau + \phi)}{\sqrt{1 + \lambda \tanh(\lambda \tau + \phi)}}. \quad (3.24)$$

Asymptotically, the number of ground-state atoms goes to zero as

$$N(\tau) \approx N_0 (1 + e^{-2\phi}) \left(\frac{1 + \lambda \tanh \phi}{1 + \lambda} \right)^{1/2} \exp \left[- \left(\lambda - \frac{1}{2} \right) \tau \right], \quad (3.25)$$

showing that the time constant for the decreasing of the number of atoms is $\lambda - 1/2$. For large ionization rates ($g \gg 1$ or, equivalently, $\lambda \gg 1$), it can be seen from the asymptotic expressions above that $(T - T_{st})/T_D \approx [N/N_0]^2$, in analogy with the result found in the case where there is no velocity redistribution by spontaneous emission (Sec. II).

Concluding this section, we can resume our main results: a Fokker-Planck-like equation has been written and solved describing the behavior of an ionization-assisted optical molasses in the limit of weak laser powers and low velocities. The solution shows that due to the velocity redistribution by spontaneous emission the temperature tends to an asymptotic value that is roughly proportional to the inverse of the square root of the ionization strength. In the next section we will compare the results of the above theory to Monte Carlo simulations of the behavior of an IAOM.

IV. COMPARISON OF THE THEORY WITH MONTE CARLO SIMULATIONS

In order to verify the theory developed in the preceding section, in particular, the approximations made, we performed Monte Carlo simulations [15] for the IAOM. We begin with a Maxwellian distribution of atoms at $T_0 = T_D$. For each atom in the ground state moving with a given velocity $v(0)$ inside the distribution profile, we calculate the transition rates Γ_1 and Γ_2 for absorbing a photon in modes 1 and 2 [given by Eq. (3.2)] and the rate Γ_g for the two-photon ionization [given by Eq. (2.1)]. The probability for the atom to stay in the ground state thus decreases as $e^{-\Gamma_i t}$ with $\Gamma_i = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_g$. We then pick a random number $0 \leq r \leq 1$ and consider that the atom will leave the ground state after a time t given by

$$t = - \frac{\ln r}{\Gamma_i}. \quad (4.1)$$

We then compare the normalized probabilities $P_i = \Gamma_i / \Gamma_i$, with $i = (1, 2, g)$ to a new random value r' in order to decide what kind of transition the atom will make. If the transition is the ionization, this atom is eliminated from the distribution. If it is a transition to an intermediate state, we compute its new velocity: $v(t) = v(0) \pm \Delta$, taking into account the velocity shift due to the absorption of a photon in mode 1 or 2.

An analogous procedure is applied to the excited atoms in order to decide when they will decay by spontaneous emission to the ground state emitting a photon in a random direction and to correct their velocities. After a few thousands of fluorescence cycles, we approach the stationary condition.

We show in Fig. 2 the dependence of the stationary temperature on the ionization strength parameter g . The individual points correspond to the results of the Monte Carlo simulation and the solid line is the plot of Eq. (3.21). The results are seen to be in very good agreement, even for high values of the ionization rate.

Figure 3 shows the dependence of the stationary temperature on the detuning, for negative detunings. For positive

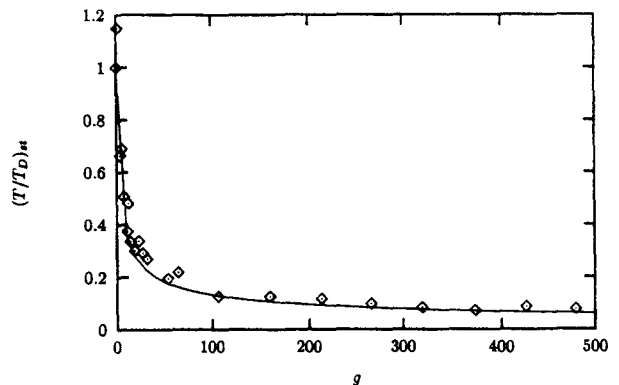


FIG. 2. Dependence of the stationary temperature on the ionization rate. These data correspond to $\delta = -\Gamma/2$ and $\Omega = \Gamma$. The full line is a plot of Eq. (3.21), whereas the individual points correspond to the Monte Carlo simulation.

detunings the Doppler process leads to a nonstationary heating of the system, but the Monte Carlo simulations have shown that the selective ionization is still able to cool the system below the Doppler limit.

The Monte Carlo results have an uncertainty of about $\pm 10\%$ essentially due to the relatively small number of atoms (a few hundreds) that can be dealt with in reasonable computing times. This is the cause of the dispersion of the points seen in Fig. 3.

As mentioned above, the main limitation of the IAOM is the decrease of the number of ground-state atoms as the temperature decreases. In Fig. 4 we plotted the number of remaining atoms after a time $\tau_0 = 2\lambda^{-1}$ as a function of the temperature. As we have seen, the time constant for the temperature relaxation is $(2\lambda)^{-1}$ [see Eq. (3.22)], and $T(\tau_0)/T_{st} \approx 1.04$. A diminution of a factor of 50 in the temperature (which is the typical rate between the Doppler and the photon-recoil temperature) can thus be obtained at the price of a reduction of a factor of 20 in the number of atoms. Concluding this section, we can say that there is a good agreement between the theory introduced above and the Monte Carlo simulations, describing the IAOM below the Doppler limit temperature.

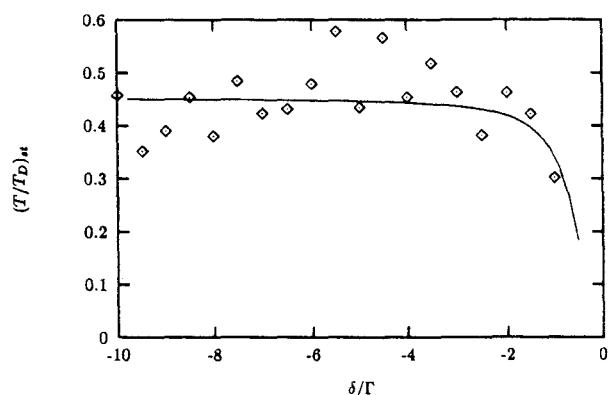


FIG. 3. Dependence of the stationary temperature on the detuning. $\Omega = \Gamma, g = 100$. The full line is obtained from Eqs. (3.21), (3.19), (3.14); the individual points correspond to the Monte Carlo simulation.

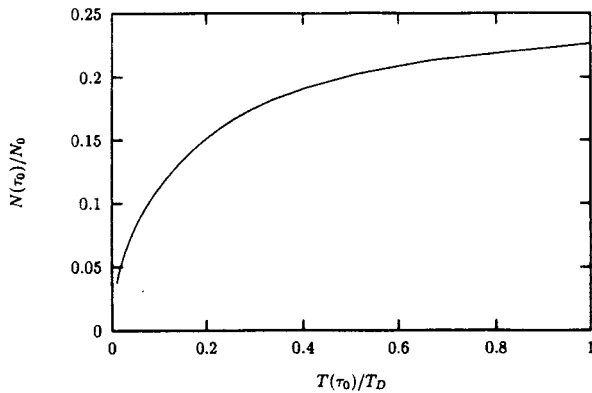


FIG. 4. Number of remaining atoms at time $\tau_0 = 2\lambda^{-1}$ as a function of the temperature.

V. IONIZATION ASSISTED OPTICAL MOLASSES WITH A SOURCE OF ATOMS

As we have seen in Sec. III, the IAOM leads to a stationary temperature below the Doppler equilibrium temperature that is roughly proportional to $g^{-1/2}$. On the other hand, it has been seen that the number of cold atoms tends asymptotically to zero, which constitutes the main limitation of the proposed method. In the present section we shall study the case where “new” ground-state atoms are continuously injected into the system in order to replace the atoms lost by ionization. We suppose that these new atoms have been previously cooled by a standard Doppler molasses to the Doppler temperature.

Within this hypothesis, the kinetic equation for the IAOM can be easily generalized by adding a source term

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = \frac{\partial(Vn)}{\partial V} + \frac{\partial^2 n}{\partial V^2} - gV^2 n + \frac{s}{\sqrt{2\pi}} e^{-v^2/2}, \quad (5.1)$$

where s is a scaled source intensity (in usual units s is the atom flux per velocity damping time $\tau_v = M/\alpha$).

We did not find an analytical solution for this equation, but a certain number of relevant information can be obtained by deriving evolution equations for the temperature and the total number of atoms. The total number of ground-state atoms at time τ is given by

$$N(\tau) = \int dV n(V, \tau) \quad (5.2)$$

and thus

$$\dot{N} = \int dV \frac{\partial n(V, \tau)}{\partial \tau}, \quad (5.3)$$

whereas the mean quadratic velocity (that is equal to T/T_D in our normalized units) is

$$x(\tau) = \langle V^2 \rangle = \frac{1}{N} \int dV V^2 n(V, \tau) \quad (5.4)$$

leading to

$$\dot{N}x + N\dot{x} = \int dV V^2 \frac{\partial n(V, \tau)}{\partial \tau}. \quad (5.5)$$

One can then substitute the kinetic equation (5.1) into these expressions. The terms containing partial derivatives with respect to the velocity can be integrated by parts, and the following equations are obtained for the time evolution of x and N :

$$\dot{N} = -gxN + s \quad (5.6)$$

and

$$N\dot{x} = -g(\langle V^4 \rangle - x^2)N - 2Nx + 2N + s(1 - x). \quad (5.7)$$

This equation shows that, due to the presence of the ionization term, the equation for $\langle V^2 \rangle$ involves $\langle V^4 \rangle$. Let us thus define the quantity z possibly depending on τ and g

$$z = \frac{\langle V^4 \rangle}{\langle V^2 \rangle^2}. \quad (5.8)$$

We now search for the stationary solutions of Eqs. (5.6) and (5.7). The quantity $z(\tau)$, being the ratio of two mean values, should also approach a stationary value z_{st} if the velocity distribution does so. We thus keep z as a free parameter inside the resulting equations. We find, for $g > 2$,

$$x_{st} = \frac{g-2}{2gz_{st}} \left(1 + \left[1 + \frac{8gz_{st}}{(g-2)^2} \right]^{1/2} \right) \quad (5.9)$$

and

$$N_{st} = \frac{2sz_{st}}{g-2} \frac{1}{1 + \left[1 + \frac{8gz_{st}}{(g-2)^2} \right]^{1/2}}, \quad (5.10)$$

where we note that x_{st} does not depend on s . This result is not surprising: the original kinetic equation (5.1) can be divided by s , which corresponds to a renormalization of the velocity distribution $n(V, \tau) \rightarrow n(V, \tau)/s$ that does not affect the mean values. *This means that we can have as many atoms as we want in the stationary state (taking a large enough source term) without changing the limit temperature.* On the other hand, the time necessary to attain the stationary state will be correspondingly increased.

Asymptotically ($g \rightarrow \infty$), $x_{st} \rightarrow 1/z_{st}$. Thus, the asymptotic value of the temperature depends on g only implicitly, which means that this dependence is due to the fact that the stationary velocity distribution changes shape with g . For a Gaussian-shaped distribution $z = 3$ regardless of the value of the velocity dispersion.

The important point now is that the stationary solution for the total number of ground-state atoms does not vanish as was the case in the absence of a source of new atoms: $N_{st} \rightarrow s/(gz_{st})$. Our main problem is thus to determine the dependence of z_{st} on g .

In principle, there is no general relation between $\langle V^2 \rangle$ and $\langle V^4 \rangle$ for an arbitrary distribution. We thus used the Monte Carlo method discussed in Sec. IV, in which we have included the source term, to determine numerically the relation between z_{st} and g . It turns out (see Fig. 5) that the numerical

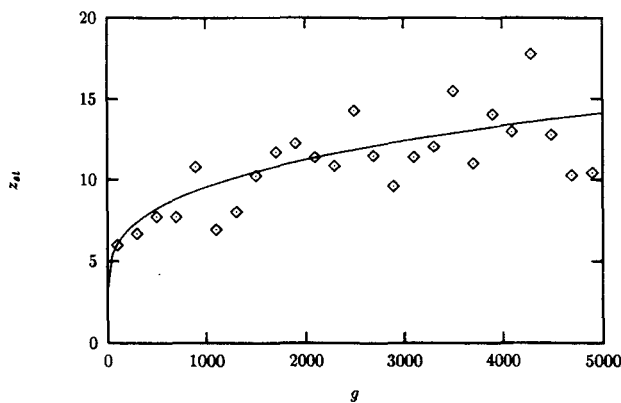


FIG. 5. Dependence of $z_{st} = \langle V^4 \rangle_{st} / \langle V^2 \rangle_{st}^2$ on g . The fitting curve is $z_{st} = 3 + (2/3)g^{1/3}$. The increasing fluctuations of the numerical results for high g are due to the decrease in the number of atoms at the stationary state (cf. text). These data correspond to $\delta = -\Gamma/2$, $\Omega = \Gamma/2$, and $g \geq 100$. The source term corresponds to 10^8 atoms/s. The full curve corresponds to Eq. (5.11) and the points to the Monte Carlo results.

results are correctly fitted by the following relation (remember that $z = 3$ corresponds to a Gaussian distribution):

$$z_{st} = 3 + \frac{2}{3}g^{1/3}. \quad (5.11)$$

As one sees in the figure, there is an increasing uncertainty on the results of the numerical simulation when the ionization rate increases. This is due to the decrease in the number of remaining ground-state atoms when the stationary state is attained, for high ionization rates. As we have mentioned before, these results are independent of the value of the source intensity s . This has been confirmed by the numerical simulation.

Once we have determined the dependence of z_{st} on g , we can insert this expression back in Eqs. (5.9) and (5.10). We thus see that the temperature goes asymptotically ($g \rightarrow \infty$) as $g^{-1/3}$. We plotted in Fig. 6 the dependence of the stationary temperature on the ionization rate. The curve fits rather well the results of the Monte Carlo simulation. Figure 7 shows the

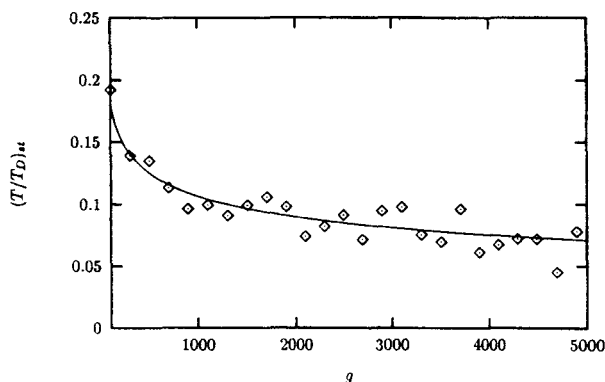


FIG. 6. Comparison between the stationary-state temperature obtained from Eqs. (5.9) and (5.11) and the numerical simulation. $\delta = -\Gamma/2$, $\Omega = \Gamma/2$, $g \geq 100$. The source intensity is 10^8 atoms/s.

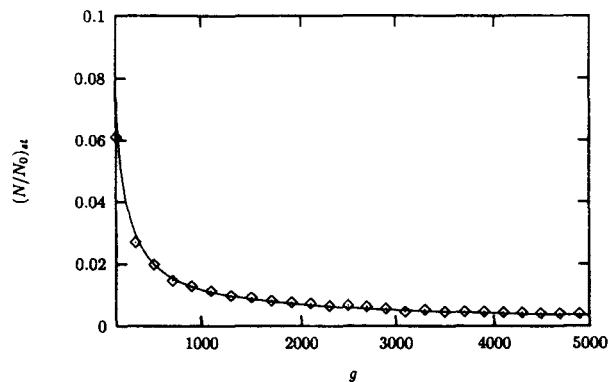


FIG. 7. Comparison between the stationary-state number of atoms obtained from Eqs. (5.10) and (5.11) and the numerical simulation. $\delta = -\Gamma/2$, $\Omega = \Gamma/2$, $g \geq 100$. The source intensity is 10^8 atoms/s.

same for the number of atoms relative to the initial value N_0 . Once again there is a good agreement with the simulation.

A good parameter characterizing the performance of the velocity selection is the phase-space density defined as the ratio of the number of atoms per unit velocity interval (we are supposing that there is no trapping effect, so that the spatial coordinates are not affected by the velocity selection process), that can be approximated by

$$\rho \approx \frac{N}{\Delta V} \approx \frac{N}{\sqrt{x}}. \quad (5.12)$$

We can thus calculate the time derivative of the phase-space density

$$\dot{\rho} = \frac{N}{\sqrt{x}} \left(\frac{s}{N} - gx - \frac{\dot{x}}{2x} \right), \quad (5.13)$$

where we used Eq. (5.6) in order to eliminate the time derivative of the number of atoms. One sees that the phase-space density will *increase* as the temperature diminishes provided

$$\frac{s}{N} > gx + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln x}{\partial \tau}. \quad (5.14)$$

As the temperature tends to its stationary value, the second term in the right-hand side tends to zero, and the lowering of the temperature tends to decrease the first term, so that it becomes easier and easier to fulfill the density-increasing condition. For example, let us take $g = 10^4$. Then $x_{st} \approx 0.02$ which is of the order of the photon-recoil temperature; the density increasing condition is fulfilled if $s \approx 200$, which, in usual units, means that in order to have 10^8 atoms in the stationary state (the usual value obtained with other methods), one must have a source term of about 2×10^{13} atoms per second (we take $\tau_v = 1$ ms), which is a realistic flux in a laser-cooled atomic beam experiment.

Concluding this section, we can say that the "source" scheme for the IAOM shows interesting characteristics: although the stationary value of the temperature decreases with

the power $1/3$ of the ionization rate instead of $1/2$ as was the case in the absence of the source, the number of cold atoms does not vanish, but tends to a stationary value that decreases with $g^{-2/3}$. We have also shown that the condition for an increasing of the phase-space density during the velocity selection process can be fulfilled in realistic conditions.

VI. TWO-DIMENSIONAL SCHEME FOR GROUND-STATE DEGENERATE ATOMS

The method proposed in this paper is in principle able to cool atoms to temperatures comparable or even smaller than the ‘‘photon-recoil energy limit’’—naturally at the price of either an important decrease in the number of atoms or of coupling the velocity selection scheme to a relatively bright source of Doppler-temperature atoms. These limitations can be overcome by starting with the atoms close to the photon-recoil energy in a molasses presenting the so-called ‘‘Sisyphus effect’’ [1,16,17]. Nevertheless, the analysis presented here does not apply to such a molasses, because the Sisyphus effect exists only for ground-state degenerate atoms. Moreover, the Fokker-Planck type approach leads, in the case of a degenerate ground state, to coupled equations [16] that are difficult to solve, although the inclusion of the ionization effect turns out to be straightforward. Also, the numerical analysis of such problems involves the using of quantum Monte Carlo techniques [17]. For these reasons, we shall restrict ourselves in the present section to proposing schemes for combining the present velocity selection method with Sisyphus-type mechanisms for a ground-state degenerate atom. We shall study the destructive interference conditions, without giving a quantitative analysis of the performances of such system; a thorough semiclassical analysis will be published elsewhere [18].

An interesting ground-state degenerate system is a $J_g=1$ atom with a $J_e=1$ intermediate state (J being the angular momentum), which is the case of metastable $^4\text{He}^*$ or ^{87}Rb . We show in Fig. 8 the allowed transitions and the respective Clebsch-Gordan coefficients for such a system. This scheme presents a two-photon coupling to a *discrete* upper level, itself coupled to the continuum, instead of a direct coupling to the continuum. This has many advantages [8]: first, it allows one to get rid of the possible paths leading from the ground state to the continuum via the absorption of two photons in the *same* mode, which are not subjected to interference effects, simply by choosing a $J_s=0$ upper level, as shown in Fig. 8. Moreover, it allows us to turn the ionization on and off by switching the ionizing laser; one can thus wait for the system to attain the Sisyphus equilibrium temperature before switching on the ionization. It is easy to understand (and this can be rigorously demonstrated [18]) that if ionizing coupling between the upper level $|s\rangle$ and the continuum is high enough (i.e., if the ionization rate is large compared to the natural width of the upper level), once the system arrives on the upper level it will have a great probability of being ionized, and the dynamics of this system will be much like that of the system shown in Fig. 1.

We propose here a two-dimensional scheme allowing a combination with Sisyphus mechanisms. It is worth mentioning that Sisyphus-type mechanisms in one dimension for a $J=1 \rightarrow J=1$ transition present a certain number of ‘‘patho-

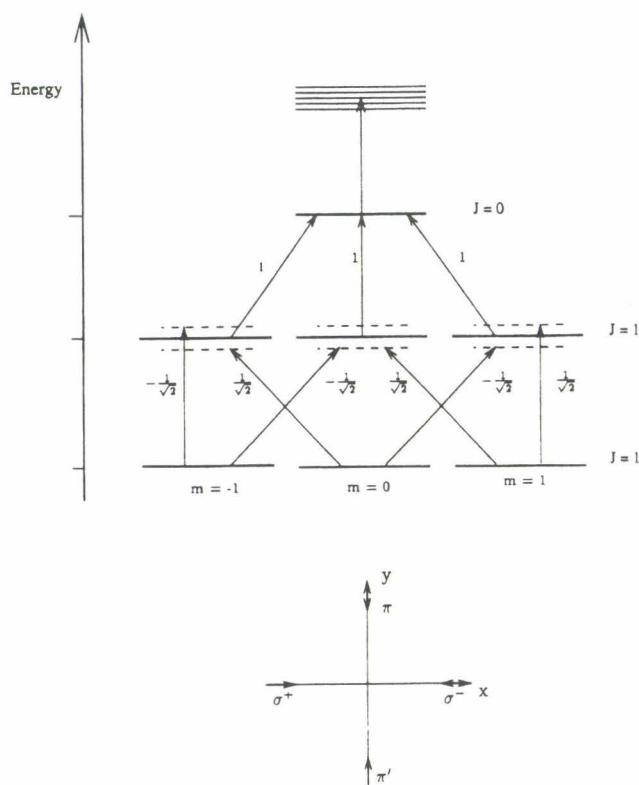


FIG. 8. Two-dimensional arrangement for the combination of velocity selection by ionization with Sisyphus-type mechanisms in a $J_g=1 \rightarrow J_e=1 \rightarrow J_s=0$ level structure.

logical cases,’’ in which there is no Sisyphus effect, that should be avoided. In general, it is easier to obtain Sisyphus configurations in two or three dimensions. For more details, see Refs. [16,19]. For simplicity, we shall call, in what follows, ‘‘Sisyphus mechanisms’’ both the proper Sisyphus mechanism obtained with counterpropagating, orthogonally polarized, laser waves, based on light-shift effects, and the alignment, motion-sensitive, mechanism obtained in $\sigma^+ - \sigma^-$ schemes [1].

Many different schemes can be conceived. The important points are: (1) One must have polarization-alignment gradients in order to obtain the Sisyphus effect; (2) one must combine circularly and linearly polarized beams in order that the ionization be effective for all ground-state sublevels; and (3) one must find destructive interference conditions in the two-photon transitions able to select the desired velocity class. As an illustration, consider, for example, a scheme where one uses $\sigma^+ - \sigma^-$ counterpropagating waves along the x axis and orthogonally polarized counterpropagating waves along the y axis (Fig. 8). The $m_g=0$ atoms interact with the $\sigma^+ - \sigma^-$ waves and velocity selection along the x axis is performed as before. Moreover, the selected $m_g=0$ atoms can be optically pumped in the other sublevels. The atoms in the $m_g=\pm 1$ sublevels can also make two-photon transitions by absorption of one photon from one of the σ -polarized, x -propagating waves and another photon from one of the π -polarized, y -propagating waves. In order to study the interference conditions, consider, for definiteness, the case of the $m_g=1$ level. We show in Fig. 9 the Feynman diagrams for all possible two-photon processes starting from

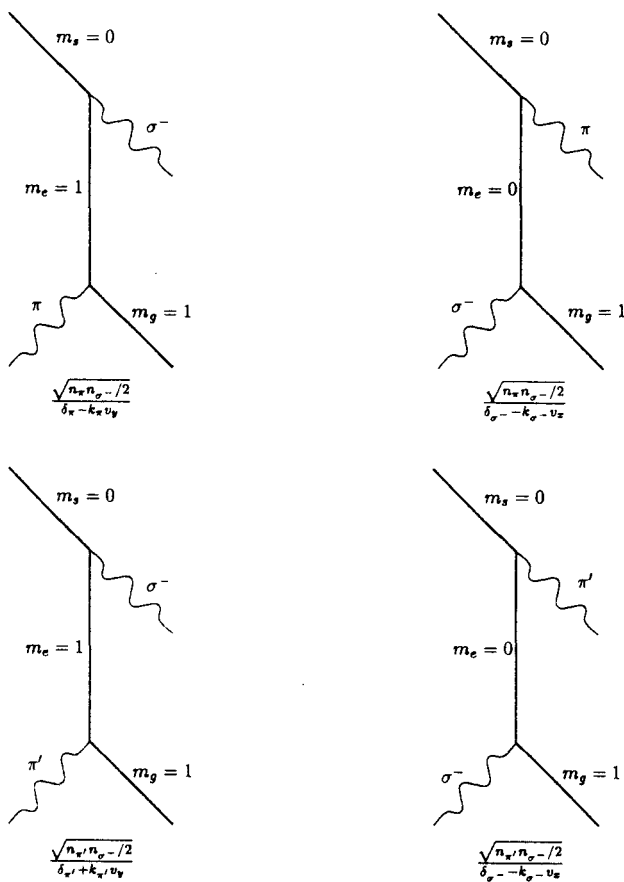


FIG. 9. Feynman diagrams corresponding to the two photon processes starting from the sublevel $m_g = 1$ of Fig. 8, with the corresponding transition amplitudes.

this level, together with the related probability amplitudes. One sees that there are four possible paths, leading to two different final states: the atom can absorb a σ^- and a π photon, and the temporal order of these absorptions can be exchanged. This corresponds to the two top diagrams in Fig. 9, that lead to the *same* global (atom+field) final state. The two bottom diagrams are analogous, except that the linearly polarized photon comes from the π' wave, and leads to a final state distinct of the preceding one. The ionization rate for this state thus consists of four terms interfering two by two

$$\Gamma_g(m_g = 1) = \bar{\Gamma} \omega^2 \left[\frac{n_{\sigma^-} - n_{\pi}}{2} \left| \frac{1}{\delta_{\pi} - k_{\pi} v_y} + \frac{1}{\delta_{\sigma^-} - k_{\sigma^-} v_x} \right|^2 + \frac{n_{\sigma^-} - n_{\pi'}}{2} \left| \frac{1}{\delta_{\pi'} + k_{\pi'} v_y} + \frac{1}{\delta_{\sigma^-} - k_{\sigma^-} v_x} \right|^2 \right]. \quad (6.1)$$

One then sees that the ionization rate vanishes if the atom satisfies *two* destructive interference conditions.

$$\delta_{\pi} - k_{\pi} v_y = -\delta_{\sigma^-} + k_{\sigma^-} v_x, \quad (6.2a)$$

$$\delta_{\pi'} + k_{\pi'} v_y = -\delta_{\sigma^-} + k_{\sigma^-} v_x. \quad (6.2b)$$

Furthermore, these conditions, that mix the v_x and v_y components of the atomic velocity, are simultaneously satisfied for zero velocity atoms (and only zero velocity atoms) if the detunings are such that $\delta_{\pi'} = \delta_{\pi} = -\delta_{\sigma^-}$. It can be easily shown that the same condition is valid for the $m_g = -1$ level. The σ -polarized waves should thus have opposite detunings with respect to the π -polarized waves. It can be thus necessary to readjust the detunings at the same time as the ionizing laser is turned on, once the system attains the Sisyphus equilibrium temperature. Note, moreover, that this scheme can be extended to three dimensions simply by adding a third couple of $\sigma^+ - \sigma^-$ or orthogonally polarized waves along the z axis.

Before concluding this section, let us note that other similar two- or three-dimensional schemes can be conceived; for example, one can use counterpropagating $\sigma^{\pm} - \pi$ waves along each axis. This system also satisfies the three conditions mentioned above: it leads to polarization gradients, it allows optical pumping among the various ground-state sublevels, and one can easily work out the destructive interference conditions for selecting $v = 0$ atoms.

VII. CONCLUSION

The aim of this paper was to study a process of velocity class selection using quantum interference in the two-photon ionization of an atomic ground state. In particular, we studied the effect of the velocity redistribution due to spontaneous emission from the intermediate atomic levels in a ‘‘ionization-assisted’’ optical molasses. The main result we obtained is that the temperature tends to a stationary value, in contrast with the case where spontaneous emission is negligible. This stationary value is asymptotically proportional to the inverse square root of the ionization strength; it is thus in principle possible to have arbitrarily low temperature if the ionization strength is high enough. We saw, however, that due to the irreversible nature of the ionization process, low temperatures correspond to small numbers of remaining atoms, and this is the major limitation of this method. We have also shown that this limitation can be eliminated by using a source regime in which ‘‘new’’ atoms at the Doppler temperature are continuously injected into the system. This leads to a stationary state at a higher temperature but with a constant number of ground-state atoms. Moreover, we showed that one can find realistic conditions in which the cooling by velocity selection is accompanied by an increasing of the phase-space density.

We also proposed a generalization of the velocity selection by quantum interference for ground-state degenerate atoms, and we are presently working on a semiclassical analysis of such a system. It is, however, worthwhile to note that the photon-recoil energy is the limit of validity of the semiclassical approaches, and a full quantum analysis would be desirable.

The main difficulty with the present method is naturally the depopulation of the ground state by the ionization, that imposes the use of a high initial atomic density or the coupling of the system to a relatively bright source of Doppler-temperature atoms. However, let us mention that the other methods that have been experimentally demonstrated to produce sub-recoil temperatures are also plagued by consider-

able losses in the number of cooled atoms. In VSCPT, for example, it can be shown theoretically that the probability of trapping an atom increases linearly with the interaction time [20], so that eventually all atoms are trapped. However, this method is based on the creation of a ground-state quantum coherence that is very sensitive to external perturbations, so that the efficiency of the trapping is limited by, e.g., collisions with untrapped atoms. With the Raman method, the efficiency of the cooling is limited, among other factors, by the quality of the shaping of the laser pulses necessary to avoid off-resonant excitations. Subrecoil temperatures have been obtained in this way together with an increasing of a factor of about 20 in the phase-space density [21]. This is, to our knowledge, the best performance yet obtained. Finally, in evaporative cooling experiments, that are based on selective ejection of hot atoms by elastic collisions, there is also an important decreasing in the number of trapped atoms. Hulet and co-workers have observed a number of trapped atoms proportional to $T^{-3/2}$ [6]. Such performances are arguably attainable with the source version of the present method.

On the other hand, the method proposed here is very robust: it is insensitive to collisions, it does not depend on highly stabilized lasers and the ionizing laser powers, although high, are available from commercial lasers. Moreover, the crucial factor g (the ionization strength) is proportional to $(\Omega/\delta)^2$ [Eq. (3.14)]. This means that it can be very high even for modest laser intensities (that are proportional to Ω^2) by choosing a small enough detuning (quasiresonant process). In this case, the maximum value of g is limited only by the natural lifetime of the intermediate level.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge useful discussions with Y. Castin. Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne is Unité de Recherche associé au CNRS. Centre d'Études et de Recherches Lasers et Applications is supported by the Ministère de la Recherche, Région Nord-Pas de Calais, and Fonds Européen de Développement Économique des Régions.

-
- [1] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. D. Phillips, P. Gould, and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 168 (1988); Y. Shevy, D. S. Weiss, P. J. Ungar, and S. Chu, *ibid.* **62**, 1118 (1989); J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989); P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *ibid.* **6**, 2058 (1989).
- [2] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
- [3] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [4] H. F. Hess, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986); K. B. Davis, M. O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [5] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [6] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [7] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. Vandrueten, D. M. Kuru, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [8] J. C. Garreau, *Phys. Rev. A* **53**, 486 (1996).
- [9] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow, *Opt. Commun.* **22**, 373 (1975).
- [10] R. J. Cook, *Phys. Rev. A* **22**, 1078 (1980).
- [11] C. Cohen-Tannoudji, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Les Houches School 1990, edited by J. Dalibard, J. M. Raimond, and J. Zinn-Justin (North-Holland, Amsterdam, 1992).
- [12] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. B* **18**, 1661 (1985).
- [13] F. Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* (MacGraw-Hill, Kogakusha, Tokyo, 1965).
- [14] Equation (3.16) is valid only if $\alpha > 0$, i.e., if $\delta < 0$ (which corresponds to the case of Doppler cooling; if $\delta > 0$ the laser heats the atoms). If $\delta > 0$, the equation takes the form
- $$\frac{\partial n}{\partial \tau} = -\frac{\partial(Vn)}{\partial V} + \frac{\partial^2 n}{\partial V^2} - gV^2 n$$
- with the same scaling conventions taken with $\alpha \rightarrow |\alpha|$.
- [15] The Monte Carlo method was first introduced by M. N. Rosenbluth and A. W. Rosenbluth, *J. Chem. Phys.* **31**, 369 (1959). For an application to the magneto-optical trap, see Delphine Grison, thèse de doctorat, Paris, 1992 (unpublished).
- [16] Y. Castin, K. Berg-Sorensen, J. Dalibard, and K. Mølmer, *Phys. Rev. A* **50**, 5092 (1994).
- [17] Y. Castin and K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3772 (1995).
- [18] V. Zehnle and J. C. Garreau (unpublished).
- [19] P. Marte, R. Dum, R. Taieb, P. Zoller, M. S. Shahriar, and M. Prentiss, *Phys. Rev. A* **49**, 4826 (1994); M. Weidemüller, T. Esslinger, M. A. Ol'shanii, A. Hemmerich, and T. W. Hänsch, *Europhys. Lett.* **27**, 109 (1994).
- [20] F. Bardou, J. P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 203 (1994).
- [21] N. Davidson, H. J. Lee, M. Kasevich, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).

Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour but de décrire la dynamique d'un nuage d'atomes froids dans un piège magnéto-optique. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux instabilités spontanées que développe le système pour certains paramètres. Dans ce cas, par une approche phénoménologique, nous avons pu mettre en évidence deux composantes dynamiques ; lente et rapide, respectivement liées à la variation du nombre d'atomes et au mouvement du centre de masse du nuage. L'évolution de la dynamique lente (supérieure à 0,2 s) apparaît toujours erratique. L'évolution de la composante rapide du système (supérieure à 10 ms) montre, quant à elle, de nombreux régimes, dont des régimes périodiques et erratiques, dépendant des paramètres. L'évolution rapide du système est aussi fortement affectée par son évolution lente. Nous n'avons pu mettre en évidence une origine déterministe aux instabilités associées aux composantes dynamiques du système. Ce résultat ne nous a en outre pas permis de conclure sur les mécanismes physiques à l'origine des instabilités du nuage.

Summary

The goal of the works presented is to study the dynamic of a cooled atoms cloud in a magneto-optical trap. The spontaneous instabilities of this system was of particular interest. A phenomenological approach indicated that the dynamic can slip in two components ; slow and fast, witch are respectively linked to the evolution of the total number of atoms and the movement of the center of mass of the cloud. The slow evolution (greater than 0,2 s) is always erratic. Whilst on a other hand, the fast evolution (greater than 10 ms) exhibits a number of different regimes, such as periodical and erratic, witch dependent on the parameters. The fast evolution is also strongly affected by the slow one. The inability to illustrate that the dynamic is determinist prevented the identification of the physical mechanisms at the origin of these instabilities.

