$N^{\circ}$  d'ordre : 2332

## UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE LABORATOIRE DE MECANIQUE DE LILLE (U.R.A 1441) ECOLE UNIVERSITAIRE D'INGENIEURS DE LILLE ECOLE CENTRALE DE LILLE

Année 1998

#### <u>THESE</u>



Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

#### Discipline : GENIE CIVIL

Présentée et soutenue publiquement

Par

LAFHAJ Zoubeir

le 02 octobre 1998

#### <u>Titre :</u>

## Détermination de la perméabilité des sols in situ : étude expérimentale et numérique du facteur de forme

## Jury

Messieurs :

R. KASTNER P. DELAGE J-M. FLEUREAU E. CARLIER P. MORIN A. DHOUIB I. SHAHROUR Président Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Examinateur Directeur de thèse Professeur, INSA Lyon, Lyon Docteur-Habilité, ENPC, Paris Professeur, ECP, Paris Professeur, Université d'Artois, Lens Directeur de recherche, LCPC, Paris Ingénieur, SOLEN-ETUDES, Paris Professeur, EUDIL-USTL, Lille

#### - 1 -

## **Avant-propos**

Ce travail a été effectué au département Sols - Structures du Laboratoire de Mécanique de Lille à l'Ecole Centrale de Lille et à l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille sous la direction du Professeur Isam SHAHROUR. L'aide quotidienne qu'il m'a apportée, ses encouragements et sa confiance m'ont été d'un très grand confort. Je tiens à le remercier vivement et à lui exprimer ma grande considération.

M Richard KASTNER, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Je tiens à lui témoigner mes remerciements les plus sincères.

M Pierre DELAGE, Directeur de recherche à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, et M Jean-Marie FLEUREAU, Professeur à l'Ecole Centrale de Paris, ont accepté de rapporter ce travail et me faire profiter de leurs grandes expériences. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Je remercie M Eric CARLIER, Professeur à l'Université d'Artois à Lens, M Pierre MORIN, Directeur de recherche au Laboratoire des Ponts et Chaussées et M Ammar DHOIB qui se sont intéressés à ce travail en acceptant d'être membres du jury.

Je remercie également M Jean-Yves DAUPHIN, Maître de conférences à l'Ecole Centrale de Lille, pour l'aide qu'il m'a procuré s'agissant de la conception et du montage du dispositif expérimental. Ses conseils, sa disponibilité m'ont été d'un grand soutien. Je tiens à le remercier et l'assure de ma reconnaissance.

Mes remerciements ne sauraient être complets si je n'y incluais l'ensemble du personnel du laboratoire et mes collègues chercheurs pour leurs remarques, leurs conseils et leurs amabilité en particulier, Mlle Christelle Léonard, M Laurent Lancelot et M Saeid Ghorbanbeigi. Je tiens à remercier vivement toutes les personnes qui m'ont aidé directement ou indirectement pour l'avancement de ce travail :

Pour l'aide technique messieurs Baronowski D., Dubois T. et Lesaffre F.

Pour l'envoi des articles messieurs Carlier E., Cassan M., Chapuis R.P., Brebbia C.A., Delage P., Fredlund D.G. et Leroueil S.

Enfin, j'adresse une pensée particulière et pleine de gratitude à ma mère, mon père, mes sœurs, mes frères, à Habib et à mon épouse Sophie pour leurs affection, leurs aide et leurs encouragements tout au long de ces années. à ma mère, mon père, mes sœurs, mes frères. à Sophie et à Habib.

# SOMMAIRE

•

.

Introduction générale	.12
Liste des figures et tableaux	.9
Notations	.7
Abstract	.6
Résumé	. 5

# <u>Chapitre 1</u>

# Détermination de la perméabilité des sols in situ à l'aide de l'essai Lefranc : analyse bibliographique

1.1 Introduction	. 14
1.2 Présentation de l'essai Lefranc	. 15
1.2.1 Principe	. 15
1.2.2 Difficultés et sources d'erreurs	. 17
1.3 Notion du facteur de forme	. 18
1.3.1 Cavité sphérique dans un milieu infini	. 18
1.3.2 Cavité cylindrique dans un milieu infini	. 19
1.3.3 Cavité cylindrique dans un milieu semi-infini	. 19
1.3.4 Méthodes expérimentales	. 23
1.3.5 Méthodes numériques	. 24
1.4 Interprétation pratique de l'essai Lefranc	. 25
1.4.1 Méthodes d'interprétation	. 25
1.4.2 Application	. 27
1.5 Conclusion	. 30

# Chapitre 2

# Etude du facteur de forme à l'aide d'un dispositif fondé sur l'analogie électrique

2.1 Introduction	31
2.2 Dispositif expérimental et mode opératoire	32
2.2.1 Principe de l'analogie électrique	32
2.2.2 Dispositif expérimental	32
2.2.3 Mode opératoire et interprétation	36
2.2.4 Répétabilité des essais	37
2.3 Etude du facteur de forme	38
2.3.1 Influence de la proximité de la surface de la nappe ou du substratum 3	38
2.3.2 Influence de la présence d'un obstacle latéral	41
2.3.3 Influence de la proximité d'un forage	42
2.3.4 Influence de la présence d'une hétérogénéité	43
2.4 Conclusion	45

# Chapitre 3

# Etude numérique du facteur de forme

3.1 Introduction	46
3.2 Modélisation par la méthode des frontières	47
3.2.1 Problème posé	47
3.2.2 Résolution par la méthode des frontières	48
3.3 Calcul du facteur de forme	50
3.4 Exemple de référence	52
3.4.1 Description	52
3.4.2 Résultats	52
3.4.3 Modélisation par éléments finis	54
3.5 Etude paramétrique.	55
3.5.1 Influence de la profondeur et de l'étendue latérale du domaine	55
3.5.2 Influence de la présence d'un substratum imperméable	57
3.5.3 Influence de l'élancement de la cavité	58
3.5.4 Influence des surfaces d'infiltration	59
3.5.5 Influence de la stratification	61
3.5.6 Influence de l'anisotropie	67
3.6 Conclusion	70

.

.

# <u>Chapitre 4</u>

# Interprétation de l'essai Lefranc dans un sol partiellement saturé

4.1 Introduction	71
4.2 Ecoulement dans les sols saturés	71
4.3 Ecoulement dans les sols partiellement saturés	73
4.4 Courbes de rétention	75
4.4.1 Généralités	.75
4.4.2 Choix du modèle	.76
4.5 Intégration du modèle dans un code de calcul par éléments finis	77
4.5.1 Formulation	.77
4.5.2 Intégration numérique	77
4.6 Vérification du programme de calcul développé	78
4.7 Application au calcul du facteur de forme	81
4.7.1 Méthodologie	81
4.7.2 Analyse d'un cas de référence	82
4.7.3 Etude de l'influence de l'épaisseur de la zone partiellement saturée	85
4.8 Conclusion	92

Conclusion générale	93
Références bibliographiques	95
Annexe 1.1 Modèles proposés pour la courbe de rétention	99
Annexe 1.2 Modèles proposés pour la perméabilité relative	100

#### Résumé

Ce travail porte sur la détermination de la perméabilité des sols in situ à l'aide de l'essai Lefranc. Il comporte une étude expérimentale et numérique du facteur de forme qui intervient dans l'interprétation de cet essai. Le travail est présenté en quatre chapitres :

Le premier constitue une étude bibliographique où l'on présente une synthèse des travaux réalisés sur la mesure de la perméabilité des sols à l'aide de l'essai Lefranc. Après une description de cet essai et de ses sources d'erreurs, on présente les différentes méthodes de détermination du facteur de forme. Ensuite, en se basant sur un essai in situ, on montre les difficultés de l'interprétation théorique de cet essai.

Dans le deuxième chapitre, on présente une étude du facteur de forme à l'aide d'un dispositif fondé sur l'analogie électrique. Après une description de ce dispositif et du mode opératoire, on étudie l'influence sur le facteur de forme de certains paramètres tels que la position de la cavité par rapport à la nappe et au substratum, et la présence d'un écran imperméable ou d'une hétérogénéité.

Le troisième chapitre est relatif à l'étude du facteur de forme à l'aide de la méthode des frontières. Après une discussion sur l'intérêt de cette méthode, on décrit la méthodologie suivie pour le calcul numérique du facteur de forme. Ensuite, on étudie l'influence sur le facteur de forme de l'élancement de la cavité et de l'extension du massif de sol. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'étude du facteur de forme dans des sols anisotropes et stratifiés.

Le dernier chapitre comporte une étude du facteur de forme lorsque la cavité d'infiltration est placée au voisinage d'une couche de sol partiellement saturé. Après une description du modèle numérique choisi et de son intégration dans un programme de calcul par éléments finis, on étudie l'influence sur le facteur de forme de l'épaisseur de la couche de sol partiellement saturé et de sa position par rapport à la cavité.

#### Mots clés :

Analogie électrique, éléments finis, essai Lefranc, facteur de forme, in situ, méthode des frontières, perméabilité, partiellement saturé, saturé.

#### Abstract

The study concerns the determination of the soil permeability from Lefranc field test. Numerical and experimental methods are used to evaluate the shape factor necessary for the interpretation of this test en complex configurations.

The work is presented in for parts :

In the first part, we describe the «Lefranc test». Then we give an analysis of works carried out on the determination of the shape factor.

In the second part, we present an experimental study on the shape factor. After a description of the experimental apparatus which is based on electric analogy, we examine the influence on the shape factor of the presence of a heterogeneity in the proximity of the cavity (impermeable wall, blocs, cavities,...).

The third part is carried using the boundary element method. It includes a study of the shape factor in stratified and anisotropic soils. For each case, we give a method for the interpretation of field measurements.

In the forth part, we study the interpretation of the field test in unsaturated soil. We describe the numerical model and its integration in a finite element program. This program is then used to analyze the influence of the presence of an unsaturated layer in the proximity of the cavity.

Key words : Boundary element method, electric analogue model, field tests, finite element method, Lefranc test, permeability, saturated soil, shape factor, unsaturated soil.

# Notations

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce rapport.

٠

L	:	Longueur de la cavité,
D	:	Diamètre de la cavité,
Zn	:	Distance de la surface de la nappe au toit de la cavité,
Zs	:	Distance entre le substratum et le fond de la cavité,
Re	:	Extension latérale du domaine d'écoulement,
H(t), h	:	Charge hydraulique,
d H		Vitago amparente de rementée en de descente d'any dans le forece.
dt	•	vitesse apparente de remontee ou de descente d'eau dans le forage,
Ho	:	Charge hydraulique initiale,
Hp	:	Charge hydraulique correspondant au régime permanent,
k	:	Coefficient de perméabilité,
m	:	Facteur de forme,
mo	:	Facteur de forme pour une cavité dans un milieu infini,
Q(t)	:	Débit traversant la paroi de la cavité à un instant donné,
Qa .	:	Débit d'apport constant (par injection ou par pompage),
S	:	Aire de la section droite horizontale du tubage,
Z	:	Distance entre le centre de la cavité sphérique et la discontinuité,
ρ	:	Résistivité,
1/ρ	:	Conductibilité électrique,
I	:	Intensité du courant,
U	:	Tension du courant,
Γ	:	Frontière du domaine,
w	:	Fonction régulière,
MF	:	Méthode des frontières,
MEF	:	Méthode des éléments finis,
v <sub>n</sub>	:	Vitesse normale à la paroi,
FP	:	Fond perméable,
FI	:	Fond imperméable,
k <sub>h</sub>	:	Perméabilité horizontale,
kv	:	Perméabilité verticale,
Zi	:	Distance entre le toit de la cavité et l'interface,
Qi	:	Débit calculé dans un milieu isotrope,
Qi	:	Débit calculé avec une cavité d'élancement L/D=1,
n	:	Porosité,
g	:	Accélération de la pesanteur,
γw	:	Poids volumique de l'eau,

$\rho_w$	:	Masse volumique de l'eau,
v	:	Vitesse d'écoulement,
S	:	Degré de saturation,
Ss	:	Coefficient d'emmagasinement spécifique,
θ	:	Teneur en eau volumique,
$\theta_{r}$	:	Teneur en eau résiduelle,
θs	:	Teneur en eau à saturation,
Θ	:	Teneur en eau normalisée,
$\alpha_v$	:	Paramètre du modèle Mualem-van Genuchten,
n <sub>v</sub>	:	Paramètre du modèle Mualem-van Genuchten,
$\alpha_v$	:	Paramètre du modèle Mualem-van Genuchten,
k <sub>s</sub>	:	Perméabilité à saturation,
k <sub>r</sub>	:	Perméabilité relative,
Ψ	:	Succion,
р	:	Pression interstitielle,
Ns	:	Epaisseur de la zone partiellement saturée,
$C(\psi)$	:	Capacité capillaire du sol.

-

#### Liste des figures et des tableaux

- Figure 1.1 : Essai Lefranc : principe et notations
- Figure 1.2 : Détermination du facteur de forme dans une cavité sphérique dans un domaine infini : notations
- Figure 1.3 : Influence de la proximité d'un substratum sur le facteur de forme (a) Géométrie et notations
  - (b) Variation du facteur de forme en fonction de la distance

cavité-substratum (L = 1m, D = 0,12 m, L/D = 8,33)

- Figure 1.4 : Influence de la proximité de la surface d'une nappe d'eau sur le facteur de forme
  - (a) Géométrie et notations
  - (b) Variation des valeurs du facteur de forme en fonction

de la distance cavité-nappe (L = 1 m, D = 0.12 m et L/D = 8.33)

- Figure 1.5 : Facteurs de forme obtenus à partir de différents essais
  - (a) Valeurs obtenues par Smiles & Young et Wilkinson
  - (b) Ecarts entre les valeurs expérimentales et celles de Hvorslev
- Figure 1.6a : Valeurs numériques du facteur de forme d'après divers auteurs
- Figure 1.6b : Comparaison entre les valeurs numériques et analytiques
- Figure 1.7 : Bilan d'eau dans la cavité
- Figure 1.8 : Résultats d'un essai Lefranc réalisé à charge variable
- Figure 1.9 : Calcul de la perméabilité par ajustement en coordonnées semi-logarithmiques

Figure 1.10 : Calcul de la perméabilité à partir de la pente initiale dans le plan (t, H)

Figure 1.11 : Interprétation à partir de l'équation différentielle

Figure 2.1 : Dispositif expérimental utilisé pour l'étude du facteur de forme

- Photo 2.1 : Vue d'ensemble du dispositif de l'analogie électrique
- Figure 2.2 : Détermination de la conductibilité globale (L/D = 5, Zn = 60D)
- Figure 2.3 : Répétabilité des mesures expérimentales
- Figure 2.4 : Influence de la position de la cavité sur le facteur de forme
- Figure 2.5a : Variation du facteur de forme en fonction de la distance nappe-cavité (valeurs expérimentales et analytiques)
- Figure 2.5b : Variation du facteur de forme avec la distance cavité-substratum (valeurs expérimentales et analytiques)
- Figure 2.6 : Influence de la paroi latérale sur le facteur de forme
  - (a) Schéma du dispositif

(b) Variation du facteur de forme en fonction de la distance Xp

Figure 2.7a : Position d'un forage antérieur par rapport à un essai en cours Figure 2.7b : Variation du facteur de forme en présence d'un autre forage

- Figure 2.8 : Etude de l'influence de la présence d'une hétérogénéité à proximité d'une cavité
  - (a) Configuration
  - (b) Résultats de mesures
- Figure 3.1 : Valeurs numériques du facteur de forme
- Figure 3.2 : Problème axisymétrique : notations
- Figure 3.3 : Calcul du facteur de forme : Géométrie et notations
- Figure 3.4a : Maillage pour la méthode des frontières
- Figure 3.4b : Réseau d'écoulement
- Figure 3.5 : Profils des vitesses pour l'exemple de référence
  - (a) Surface latérale de la cavité
  - (b) Fond de la cavité
- Figure 3.6a : Maillage pour la méthode des éléments finis
- Figure 3.6b : Comparaison entre les flux de la paroi latérale de la cavité
- Figure 3.7a : Influence de l'étendue du domaine et de la profondeur
  - de la cavité sur le facteur de forme (L = 1 m, D = 0,12 m, Zs/D = 30)
- Figure 3.7b : Influence de la profondeur sur le facteur de forme (Re = 100 D)
- Figure 3.8 : Influence de la présence d'un substratum sur le facteur de forme
  - (a) Valeurs obtenues avec la méthode des frontières
    - (b) Comparaison avec la méthode de Cassan
- Figure 3.9 : Influence de l'élancement de la cavité sur le facteur de forme
  - (a) Comparaison avec les autres méthodes
  - (b) Ecart avec la méthode de Hvorslev
- Figure 3.10 : Influence de la condition d'infiltration au fond de la cavité
  - (a) Sur le flux latéral
  - (b) Sur le facteur de forme
  - (c) Ecart entre les deux conditions
- Figure 3.11 : Exemple retenu pour analyser l'essai Lefranc dans un sol bicouche
- Figure 3.11a : Variation du débit normé dans une cavité placée dans un sol stratifié (cavité dans la couche inférieure, k2>k1)
- Figure 3.11b : Evolution du débit normé dans une cavité placée dans un sol stratifié (cavité dans la couche supérieure, k2>k1)
- Figure 3.11c : Valeurs du débit quand la cavité est placée entre -30D et 30D
- Figure 3.11d : Evolution du rapport des perméabilités en fonction du rapport des débits
- Figure 3.12 : Evolution du débit en fonction de la position de la cavité
  - (a) Débit normé par rapport à  $k_2$  D H, essai dans la 2<sup>ème</sup> couche
  - (b) Débit normé par rapport à  $k_1$  D H, essai dans la l<sup>ère</sup> couche
  - (c) Débit dans la cavité

- Figure 3.13a : Influence du débit dans un sol anisotrope
- Figure 3.13b : Evolution du débit normé en fonction du degré d'anisotropie
- Figure 3.13c : Variation du débit normé en fonction de l'élancement de la cavité dans un sol anisotrope
- Figure 4.1 : Profil de la pression et de la saturation dans un massif naturel
- Figure 4.2 : Courbe de la perméabilité
- Figure 4.3 : Courbe de la succion
- Tableau 4.1 : Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem pour différents types de sol
- Tableau 4.2 : Caractéristiques du sable de l'exemple de vérification
- Figure 4.4 : Géométrie et maillage de l'exemple de vérification
- Figure 4.5 : Vérification du programme PECPLAS sur l'écoulement dans une colonne de sol partiellement saturé
- Figure 4.6 : Domaine d'étude : configuration géométrique et notations
- Tableau 4.3 : Caractéristiques hydrodynamiques du sable de l'exemple de référence
- Figure 4.7 : Courbes des caractéristiques hydrodynamiques du sable
  - (a) Variation de la succion en fonction de la teneur en eau
  - (b) Evolution de la capacité capillaire en fonction de la succion
  - (c, d) Variation de la perméabilité relative en fonction de la teneur en eau
- Figure 4.8a : Variation de la charge hydraulique en fonction du temps
- Figure 4.8b : Variation de la charge semi-logarithmique en fonction du temps

Figure 4.9 : Influence de la zone non saturée sur le facteur de forme

- (exemple d'un sable)
- (a) Variation de la charge hydraulique en fonction du temps
- (b) Variation de la charge semi-logarithmique au cours du temps
- Figure 4.9 : Influence de la zone non saturée sur le facteur de forme (exemple d'un sable)
  - (a) Valeurs des facteurs de forme
  - (b) Valeurs normées des facteurs de forme
- Tableau 4.4 : Caractéristiques hydrodynamiques de l'argile

Figure 4.8 : Courbes des caractéristiques hydrodynamiques d'une argile

- (a) Variation de la succion en fonction de la teneur en eau
- (b) Evolution de la capacité capillaire en fonction de la succion
- (c, d) Variation de la perméabilité relative en fonction de la teneur en eau
- Figure 4.11 : Influence de la zone non saturée sur le facteur de forme

(exemple d'une argile)

- (a) Variation de la charge semi-logarithmique en fonction du temps
- (b) Valeurs des facteurs de forme
- (c) Valeurs normées des facteurs de forme.

## **Introduction générale**

La perméabilité des sols constitue un élément majeur dans la conception et le calcul de nombreux ouvrages en génie civil (ouvrages de soutènement, digues, tunnels, barrages...). Elle intervient également dans les problèmes d'environnement (diffusion de polluants, sites de stockage, contamination de la nappe...). Aussi, d'importants travaux ont été consacrés à sa mesure que ce soit en laboratoire ou in situ.

La mesure en laboratoire de la perméabilité des sol posant de nombreuses difficultés (remaniement de l'échantillon, représentativité du site...), les ingénieurs utilisent de plus en plus les essais in situ. Ils permettent d'intégrer dans la mesure de la perméabilité un volume de sol plus représentatif du site et de réduire le problème de remaniement. L'essai Lefranc (Lefranc 1936) est parmi les essais le plus utilisé. Il consiste à suivre l'écoulement de l'eau à travers une cavité cylindrique préalablement créée dans le sol. La mesure de l'évolution de la charge hydraulique dans la cavité et du débit d'eau échangé avec la cavité permet de déterminer la perméabilité du sol (Hvorslev 1951, Gibson 1963 1966, Weber 1968, Wilkinson 1968, Bjerrum et al 1972).

L'interprétation théorique de cet essai fait intervenir un paramètre appelé «facteur de forme» qui caractérise l'interaction entre la cavité et le sol. La détermination de ce facteur a fait l'objet des travaux fondés sur trois approches, analytique (Hvorslev 1951, Cassan 1979 1994), numérique (Al-Dhahir et Morgenstern 1969, Brand et Premchitt 1980, Tavenas et al 1990) et expérimentale (Smiles et Young 1956, Brand et Premchitt 1980). La comparaison des valeurs obtenues avec ces différentes approches a révélé de très grands écarts qui peuvent aller du simple au double (Chapuis 1989). L'un des objectifs du présent travail est d'analyser l'origine de ces écarts afin de rendre plus aisé le choix des valeurs du facteur de forme.

Par ailleurs, les travaux antérieurs ont été consacrés à des configurations simples (sol saturé, homogène et isotrope). Or dans la pratique, les ingénieurs sont confrontés à des conditions plus complexes telles que les sols anisotropes, stratifiés, non saturés ou incluant des hétérogénéités. L'interprétation des essais réalisés dans ces conditions requiert la détermination du facteur de forme pour des configurations particulières. Ceci constitue le second objectif de la thèse.

Compte tenu des difficultés de détermination du facteur de forme, nous avons entrepris un travail expérimental et numérique. Le travail expérimental a permis d'étudier l'influence de certains paramètres sur le facteur de forme, notamment la présence d'un obstacle ou d'une hétérogénéité au voisinage de la cavité. La modélisation numérique a été utilisée pour analyser l'influence sur ce facteur de différents paramètres, notamment l'extension du domaine, l'anisotropie et la stratification des sols, et la présence d'un sol partiellement saturé au voisinage de la cavité.

Le travail réalisé est présenté en quatre chapitres :

Le premier constitue une étude bibliographique où l'on présente une synthèse des travaux réalisés sur la mesure de la perméabilité des sols à l'aide de l'essai Lefranc. Après une description de cet essai et de ses sources d'erreurs, on présente les différentes méthodes de détermination du facteur de forme. Ensuite, en se basant sur un essai in situ, on montre les difficultés de l'interprétation théorique de cet essai.

Dans le deuxième chapitre, on présente une étude du facteur de forme à l'aide d'un dispositif fondé sur l'analogie électrique. Après une description de ce dispositif et du mode opératoire, on étudie l'influence sur le facteur de forme de certains paramètres tels que la position de la cavité par rapport à la nappe et au substratum, et la présence d'un écran imperméable ou d'une hétérogénéité.

Le troisième chapitre est relatif à l'étude du facteur de forme à l'aide de la méthode des frontières. Après une discussion sur l'intérêt de cette méthode, on décrit la méthodologie suivie pour le calcul numérique du facteur de forme. Ensuite, on étudie l'influence sur le facteur de forme de l'élancement de la cavité et de l'extension du massif de sol. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'étude du facteur de forme dans des sols anisotropes et stratifiés.

Le dernier chapitre comporte une étude du facteur de forme lorsque la cavité d'infiltration est placée au voisinage d'une couche de sol partiellement saturé. Après une description du modèle numérique choisi et de son intégration dans un programme de calcul par éléments finis, on étudie l'influence sur le facteur de forme de l'épaisseur de la couche de sol partiellement saturé et de sa position par rapport à la cavité.

# Chapitre 1

# Détermination de la perméabilité des sols in situ à l'aide de l'essai Lefranc : analyse bibliographique

Dans ce chapitre, on présente une synthèse des travaux réalisés sur la mesure de la perméabilité des sols en place. L'accent sera mis sur l'essai Lefranc qui est de loin le plus pratiqué en mécanique des sols. On présentera le principe de cet essai et les difficultés de son utilisation. Une partie importante de ce chapitre sera consacrée à l'analyse des travaux effectués sur le facteur de forme qui intervient dans l'interprétation de cet essai.

#### **1.1 Introduction**

La détermination de la perméabilité des sols est d'une grande importance en génie civil. Elle intervient dans le calcul des ouvrages souterrains (tunnels, excavations, fouilles...) et dans les problèmes de protection des sols contre le risque de pollution.

La perméabilité d'un sol peut être déterminée en laboratoire ou in situ. Les méthodes de laboratoire consistent à prélever un échantillon de sol et à mesurer sa perméabilité à l'aide d'un perméamètre. Les mesures sont effectuées soit avec un perméamètre à charge constante, quand il s'agit de grandes perméabilités (graves et sables qui ont généralement une perméabilité k >  $10^{-5}$  m/s), soit avec un perméamètre à charge variable, quand il s'agit de mesurer de faibles perméabilités (argiles et marnes où l'on peut avoir une perméabilité k <  $10^{-8}$  m/s) (Costet et Sanglerat 1981).

La perméabilité mesurée en laboratoire peut être différente de celle mesurée in situ à cause de différents facteurs, notamment :

(i) le remaniement de l'échantillon au cours du prélèvement et de sa préparation en laboratoire,

(ii) les faibles dimensions de l'échantillon par rapport au domaine étudié, ce qui peut remettre en cause la représentativité du site, notamment dans le cas des sols hétérogènes,

(iii) la direction de l'écoulement qui s'effectue dans des conditions idéales de percolation suivant l'axe de l'éprouvette.

Plusieurs études ont montré que la perméabilité mesurée en laboratoire peut être 1000 fois inférieure à celle mesurée in situ (Hvorslev 1951, Schneebeli 1966, Rat et al 1970 1974, Cassan 1980).

Par ailleurs, avec le développement des moyens de mesure, on assiste à un large développement des essais d'eau en place. Ces essais présentent un moyen efficace d'appréhender les terrains dans leur globalité. Ils consistent à créer une cavité à la base d'un forage, pour y générer un écoulement, à partir duquel on cherche à déterminer la perméabilité du sol.

La mesure de la perméabilité des sols peut être effectuée à l'aide des essais ponctuels où le niveau de la nappe est supposé constant (Essai Lugeon, Essai Lefranc) ou par des essais de pompage où le niveau de la nappe est rabattu (Essai de pompage). L'essai de pompage (Dupuit 1863) permet de couvrir un volume de sol suffisant pour intégrer les conditions réelles d'alimentation de la nappe. Il est souvent utilisé dans des sols acquifères grenus, fins ou rocheux traversés par un réseau de discontinuités. La réalisation de cet essai en site urbain, se heurte à des difficultés majeures. En effet, l'opération de pompage peut entraîner les fines et conduire, dans certains cas, à des tassements importants qui peuvent mettre en péril la stabilité des structures existantes.

L'essai Lefranc (Lefranc 1936 1937) constitue de nos jours une solution intermédiaire entre les essais de laboratoire et les essais de pompage car il permet de s'affranchir des problèmes de boulance. Il s'applique à tous les sols sous la nappe et il est relativement rapide et peu coûteux.

## 1.2 Présentation de l'essai Lefranc

## 1.2.1 Principe

L'essai Lefranc s'effectue en trois phases (Figure 1.1). Tout d'abord, on réalise un forage cylindrique jusqu'à la profondeur où l'on souhaite mesurer la perméabilité. Ensuite, on introduit un tube étanche jusqu'au toit de la cavité où s'effectue l'écoulement. Enfin, on mesure la variation du niveau d'eau dans le forage et le volume d'eau échangée (apportée ou prélevée). L'analyse des résultats de mesures permet de déterminer la perméabilité du sol.



Figure 1.1 : Essai Lefranc : principe et notations

La réalisation de l'essai varie selon le type de sol rencontré (NF P 94-132 1992). Dans le cas des matériaux très perméables (sables et graviers, graves, remblais de décharge), on exécute des essais à charge constante; l'essai peut durer une à deux heures.

Pour les sols moyennement perméables, on procède en général à des essais à charge constante, mais il arrive qu'il soit difficile sur le plan pratique de garder la charge constante pendant une durée suffisante. Il est alors possible de procéder à un essai à charge variable, avec de faibles intervalles de temps de mesure allant de 30 secondes à 2 minutes.

Dans les sols fins et peu perméables (argiles et marnes fermes, calcaires non fissurés, craies saines), on exécute des essais à charge variable où l'on mesure la descente ou la remontée d'eau dans le forage. Généralement, on procède plutôt à des essais d'absorption; l'essai peut durer entre une et dix heures. La mesure de la variation de la charge hydraulique se fait à l'aide d'un capteur de pression de haute précision muni d'un appareil d'enregistrement automatique.

Sur le plan expérimental, l'essai Lefranc nécessite des dispositions particulières. Pour un sol très cohérent, comme les argiles ou les marnes, il n'est pas nécessaire de tuber le forage. Par contre, si la cohésion n'est pas forte, le tubage est très important car c'est grâce à lui que l'on assure l'étanchéité des parois et l'isolation de la lanterne. Le cas extrême se présente lorsqu'il s'agit d'un terrain pulvérulent, où l'on utilise un dispositif pour protéger les terrains : manchon, filtre en gravillon reposant sur un bouchon étanche (en argile ou en sobranite) ou trépan.

Le forage doit être réalisé à l'air ou à l'eau claire. L'emploi d'une boue de forage est à proscrire car elle conduit inévitablement à un colmatage préalable de la cavité. Après la mise en place du tubage, la lanterne doit être curée avec un carottier de même diamètre que la cavité pour éliminer les "cuttings" dus au grattage. En plus, elle doit être soufflée à l'air sous pression pour éviter l'expansion des particules fines qui favorisent le colmatage, en prenant garde à ne pas déstabiliser la cavité (cas des sables).

La détermination du coefficient de perméabilité à l'aide de l'essai Lefranc ne concerne qu'un volume restreint du sol autour de la cavité. C'est pour cette raison que la norme NF P 94-132 (1992), stipule que "cet essai ne doit pas être utilisé seul pour dimensionner un rabattement important de la nappe". Il est alors conseillé de réaliser plusieurs essais pour une estimation globale de la perméabilité des terrains.

#### 1.2.2 Difficultés et sources d'erreurs

L'interprétation de l'essai Lefranc doit tenir compte des conditions expérimentales délicates et parfois trompeuses (Milligan 1975, Canadian Foundation Engineering Manual 1985, Dhouib et al 1998) : phénomènes de colmatage, communication de nappes, suivi peu précis de la variation de la charge hydraulique et arrêt hâtif de l'essai avant la stabilisation.

Comme indiqué ci-dessus, cet essai peut être réalisé avec injection ou pompage. Lors de l'injection, la cavité peut être colmatée par la présence de particules très fines, ce qui engendre une diminution de la valeur de la perméabilité. Par contre, lors du pompage, il est très difficile d'éviter la remontée du tubage voire l'effondrement de la cavité surtout dans le cas des sables. Dachler (1936), Hvorslev (1951), Boersma (1965), Gibson (1966 1970), Wilkinson (1968) et Bjerrum et al (1972) mettent en garde contre certains problèmes qui peuvent fausser les mesures de la perméabilité comme la mauvaise isolation de la lanterne ou l'instabilité des parois de la cavité.

Les fuites d'eau peuvent fausser considérablement la mesure de la perméabilité. Ces fuites peuvent avoir lieu soit entre le tubage et le sol, dans le cas de l'injection avec un débit d'apport, soit par la communication entre deux nappes, quand l'essai est effectué dans un sol reposant sous des couches de perméabilités différentes.

Dans le cas d'une communication entre nappes, la cavité doit être réalisée avec un diamètre inférieur à celui du tubage. Le diamètre extérieur de ce dernier doit être suffisamment grand afin d'assurer l'isolation complète de la cavité et d'éliminer les éventuelles fuites.

Concernant la valeur du débit d'apport  $Q_a$ , elle est choisie à partir d'une phase préliminaire, en procédant de telle sorte que la variation du niveau d'eau dans le forage soit au moins de 10 cm pendant la première minute. Si cette condition ne peut être satisfaite, le forage est vidé.

## 1.3 Notion de facteur de forme

L'interprétation de l'essai Lefranc est basée sur l'utilisation du facteur de forme qui caractérise l'interaction entre la cavité et le sol environnant. La détermination de ce facteur requiert la résolution du problème d'écoulement entre la cavité et le massif du sol. D'importants travaux ont été réalisés pour l'étude de ce facteur. Nous allons donner dans les sections suivantes une synthèse de ces travaux.

## 1.3.1 Cavité sphérique dans un milieu infini

Hvorslev (1951) a étudié l'infiltration d'eau à travers une cavité sphérique de diamètre D, placée dans un milieu de perméabilité k, isotrope et infini (Figure 1.2) sous l'effet d'une charge hydraulique H imposée dans la cavité (H est nulle à l'infini). Il a montré que le débit traversant la cavité peut être exprimé sous la forme :

$$Q = 2\pi D k H$$
 1.1

Cette expression peut être écrite sous la forme :

#### Q = m k D H

où m  $(=2\pi)$  est appelé le facteur de forme pour une cavité sphérique. Ce coefficient permet de relier le débit d'infiltration à la charge hydraulique imposée dans la cavité.





1.2

#### 1.3.2 Cavité cylindrique dans un milieu infini

Le calcul du facteur de forme pour une cavité cylindrique a été effectué par la résolution du problème d'écoulement à partir d'un ellipsoïde placé dans un milieu infini. L'hypothèse de base repose sur l'idée que le potentiel de l'ellipsoïde est constant. La surface d'infiltration est considérée comme une surface équipotentielle particulière. Les autres équipotentielles sont donc des ellipsoïdes de révolution ayant le même foyer et le même axe que l'ellipsoïde d'infiltration. L'intégration de l'équation de Laplace, dans le repère de coordonnées curvilignes orthogonales, permet de calculer le débit d'écoulement en fonction de la charge hydraulique H imposée dans la cavité, on obtient :

$$Q = m D k H$$

avec :

m : le facteur de forme,

D : le diamètre de la cavité,

k : le coefficient de perméabilité et

H : la différence de la charge hydraulique entre l'eau dans la cavité et la nappe dans le sol.

Dans le cas d'une cavité allongée (L/D  $\geq 1,2$ ), Hvorslev (1951) propose l'approximation suivante pour le facteur de forme :

$$m = \frac{2\pi (L/D)}{Ln ((L/D) + \sqrt{(L/D)^{2} + 1})}$$

#### 1.3.3 Cavité cylindrique dans un milieu semi-infini

Dans certains cas pratiques, la cavité peut se trouver à proximité de la surface de la nappe ou d'un substratum imperméable. Pour étudier l'influence de ces paramètres sur le facteur de forme, Cassan (1979) a utilisé la théorie des images en adoptant la solution donnée dans l'équation 1.3 à des cavités sphériques. On donne ci dessous une synthèse des principaux résultats proposés.

1.3

1.4

#### Cavité proche d'un substratum imperméable

Le potentiel de ce problème peut être obtenu par la superposition du potentiel  $H_0$  dans une cavité placée dans un domaine infini et d'un potentiel perturbateur  $(H_p)$  résultant d'une cavité sphérique placée symétriquement par rapport au substratum (Figure 1.3a). On obtient :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{0} + \mathbf{H}_{p}$$
 1.5a

avec

$$H_0 = \frac{Q}{m_0 \, k \, D}$$
1.5b
1.5b

$$H_p = \frac{1.5c}{8\pi kZ}$$

où  $m_0$  est le facteur de forme de la cavité dans un milieu infini, Z la distance entre la cavité et le substratum.

En reportant les expressions 1.5b et 1.5c dans l'équation 1.5a, on obtient :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} + \frac{D}{8\pi Z}$$
 1.6

où m désigne le facteur de forme de la cavité placée à proximité du substratum.

La Figure 1.3b présente l'influence de la distance entre la cavité et le substratum sur le facteur de forme. On remarque que ce facteur décroît en se rapprochant du substratum imperméable. A titre d'exemple, il passe de 18,5 à 16,2 quand la distance du substratum (Z) decroît de 100D à 5D.

#### Cavité proche de la surface de la nappe

Dans le cas où la cavité est proche de la surface de la nappe (Figure 1.4a), la surface libre de la nappe est assimilée à une surface équipotentielle. En suivant la démarche présentée dans la section précédente (Figure 1.4a), on obtient :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} - \frac{D}{8\pi Z}$$
 1.7

La figure 1.4b illustre la variation du facteur de forme en fonction de la distance entre la cavité et la surface de la nappe. On remarque que ce facteur décroît quand la cavité s'éloigne de la surface de la nappe. A titre d'exemple, il décroît de 21,8 à 18,7, quand la distance entre la cavité et la nappe augmente de 5D à 100D.



(b)

Figure 1.3 : Influence de la proximité d'un substratum sur le facteur de forme (a) Géométrie et notations

(b) Variation du facteur de forme en fonction de la distance cavité-substratum (L = 1m, D = 0,12 m, L/D = 8,33)



Figure 1.4 : Influence de la proximité de la surface d'une nappe d'eau sur le facteur de forme (a) Géométrie et notations

(b) Variation des valeurs du facteur de forme en fonction de la distance cavité-nappe (L = 1 m, D = 0.12 m et L/D = 8.33)

#### **1.3.4 Méthodes expérimentales**

Smiles et Young (1956) ont effectué une étude en laboratoire du facteur de forme. Dans leur étude, ils ont utilisé deux dispositifs. Le premier est un réservoir de dimensions [1 x 1 x 1,5 m] rempli avec du sable, le second est fondé sur l'analogie électrique. Les auteurs ont étudié des cavités cylindriques ayant des élancements entre 1 et 4. La figure 1.5a présente les valeurs du facteur de forme obtenues. Il est à noter que l'écart entre ces valeurs et celles de Hvorslev est de l'ordre de 10%. Les auteurs ont montré également que l'influence de la nappe d'eau sur le facteur de forme est significative quand la cavité est très proche de la nappe (distance ente la cavité et la nappe inférieure à 1D).

En se basant sur des mesures expérimentales réalisées dans des sols moyennement anisotropes ( $k_h/k_v < 5$ ), Wilkinson (1968) a proposé de nouvelles valeurs du facteur de forme (Figure 1.5a). Les valeurs obtenues surestiment d'une manière sensible celles de Hvorslev, l'écart entre les résultats expérimentaux et de Hvorslev croît avec l'élancement de la cavité et atteint 36% pour un élancement L/D = 14.



Figure 1.5 : Facteurs de forme obtenus à partir de différents essais

(a) Valeurs obtenues par Smiles & Young et Wilkinson(b) Ecarts entre les valeurs expérimentales et celles de Hvorslev

#### 1.3.5 Méthodes numériques

Al-Dhahir et Morgenstern (1969) ont déterminé le facteur de forme à l'aide de la méthode des différences finies. Une étude paramétrique sur l'influence de l'étendue du domaine a montré que le facteur de forme est stable quand la distance entre la cavité et la frontière du domaine est de l'ordre de 100D (D est le diamètre de la cavité). Les auteurs ont également étudié l'effet des conditions aux limites imposées sur la surface de la cavité. Ils ont montré que l'hypothèse d'une surface imperméable imposée sur le fond de la cavité affecte très légèrement la valeur de ce facteur : l'écart entre les valeurs du facteur de forme obtenues respectivement avec un fond perméable et un fond imperméable est inférieur à 1%. La figure 1.6a donne une comparaison entre les résultats numériques et la solution de Hvorslev. On note que l'écart entre ces résultats atteint 13% pour les cavités de grand élancement.

Brand et Premchitt (1980) ont aussi utilisé un modèle de différences finies. La distance entre la frontière extérieure du modèle et le rayon de la cavité a été fixé à 300D. Les figures 1.6 (a et b) présentent les résultats obtenus. On note un bon accord entre les résultats numériques et ceux de Hvorslev pour un élancement proche de 1. Pour des élancements plus élevés, l'écart entre ces résultats augmente et atteint 17% à partir d'un élancement de l'ordre de 6.





Figure 1.6b : Comparaison entre les valeurs numériques et analytiques -

Tavenas et al. (1986 1990) ont étudié le facteur de forme à l'aide d'une modélisation par éléments finis. Ils ont adopté un domaine carré de 62D de côté et des cavités ayant un fond imperméable. Les valeurs du facteur de forme obtenues sont présentées dans la figure 1.6a. On note que les valeurs obtenues par cette méthode surestiment celles obtenues par la méthode des différences finies et par la formule de Hvorslev, notamment pour les cavités de grand élancement pour lesquelles l'écart peut atteindre 25%.

#### 1.4 Interprétation pratique de l'essai Lefranc

#### 1.4.1 Méthodes d'interprétation

L'interprétation de l'essai Lefranc est fondée sur la formule de Hvorslev :

Q = m k D H

La conservation de la masse dans la cavité conduit à l'équation suivante :

$$S \frac{dH}{dt} + m k D H = Q_a$$
 1.8

où Qa est le débit d'apport,  $S\frac{dH}{dt}$  représente la variation du volume d'eau dans la colonne et le terme m k D H correspond au débit d'eau échangée entre la cavité et le sol (Figure 1.7).



Figure 1.7 : Bilan d'eau dans la cavité

- 25 -

L'équation 1.8 est une équation à variables séparées que l'on peut écrire sous la forme :

$$dt = \frac{dH}{\frac{Q_a}{S} - \frac{m k D}{S} H}$$
1.9

Dans le cas où le débit d'apport  $Q_a$  est constant, l'intégration de cette équation est immédiate, on obtient :

$$H(t) - H_p = (H_0 - H_p) e^{-\frac{mkD}{S}t}$$
 1.10

 $H_0$  est la charge hydraulique initiale dans la cavité (H = 0 à la surface de la nappe),  $H_p = \frac{Q_a}{m k D}$  désigne la charge hydraulique en régime permanent.

ou encore :

$$t = -\frac{S}{m k D} Ln(\frac{H(t) - H_p}{H_0 - H_p})$$
 1.11

L'essai Lefranc peut être interprété par les méthodes suivantes :

#### Calage sur les valeurs expérimentales

Connaissant la valeur de la charge hydraulique en régime permanent Hp, on peut tracer la courbe de variation de H dans un plan semi-logaritmique (t,  $Ln(\frac{H(t)-H_p}{H_0-H_p})$ ). Une régression linéaire sur les points de mesure permet de déterminer la pente  $\Delta_1$  $(\Delta_1 = -\frac{S}{m k D})$  à partir de laquelle on calcule la perméabilité du sol.

Dans le cas où le sol est peu perméable (faible perméabilité k), on peut effectuer un développement limité de l'équation 1.10 au début de l'essai (t est faible), ce qui donne :

$$H(t) - H_0 = -(H_0 - H_p)(\frac{m k D}{S} t)$$
 1.12

La perméabilité peut être déterminée à partir d'une régression linéaire sur les mesures dans le plan (t, H). Pour cela, il suffit de déterminer la pente  $\Delta_2$  ( $\frac{\mathbf{m k D}}{\mathbf{S}}$ ).

## Exploitation à partir de l'équation différentielle

L'interprétation de l'essai Lefranc à partir de l'équation différentielle consiste à tracer la courbe représentative de la charge hydraulique H(t) en fonction de la vitesse apparente de remontée ou de descente d'eau (**d** H/**d**t) dans le forage. L'équation (1.8) montre que H(t) est une fonction linéaire de **d** H/**d**t. On peut alors reporter les résultats de mesure dans le plan ( $\Delta$ H/ $\Delta$ t, H). Les résultats de mesures étant régis par l'équation :  $\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Q_a}{S} - \frac{m k D}{S}$ H, une régression linéaire sur les points de mesure permet de calculer la pente  $\Delta_3$  ( $\Delta_3 = \frac{m k D}{S}$ ) et de déterminer ainsi le coefficient de perméabilité.

#### 1.4.2 Application

Dans cette section, on applique les méthodes présentées ci-dessus pour la détermination de la perméabilité d'un sol à partir d'un essai à charge variable (Dhouib et al 1998). La cavité est placée à une profondeur de 16,5 m, sa longueur est égale à 2m (L/D = 26,7). La charge hydraulique initiale H<sub>0</sub> est de 5 m et le débit d'apport est nul (essai d'absorption). Les résultats de mesures sont illustrés dans la figure 1.8.

Le facteur de forme de Hvorslev a été adopté pour l'interprétation de cet essai. Avec un élancement L/D égal à 26,7, le facteur de forme est égal à 42,1.



Figure 1.8 : Résultats d'un essai Lefranc réalisé à charge variable

## Ajustement linéaire semi-logarithmique

Les résultats de l'essai d'absorption est reproduit dans le diagramme semilogarithmique (Figure 1.9). On note deux parties linéaires :

- la première correspond au début de l'essai, elle donne un coefficient de perméabilité k = 2,61 10<sup>-7</sup> m/s,
- la seconde correspond à la fin de l'essai, elle donne un coefficient de perméabilité plus faible,  $k = 1, 13 \ 10^{-8} \text{ m/s}$ .

On note une réduction de la perméabilité mesurée au cours de l'essai. Cette réduction apparente correspond à un colmatage de la cavité au cours de l'infiltration.

Dans la figure 1.10, on a reporté les résultats du début de l'essai dans le plan (t, H). La pente initiale de cette courbe permet de calculer la perméabilité, on obtient  $k = 2,8510^{-7}$  m/s. Cette valeur est proche de celle calculée par ajustement linéaire semi-logarithmique (k = 2,61 10<sup>-7</sup> m/s).

#### Interprétation à partir de l'équation différentielle

Les résultats de l'essai permettent de distinguer deux zones à peu près linéaires (Figure 1.11). On obtient un coefficient de perméabilité k égal à 1,1 10<sup>-7</sup> m/s en début d'essai et un second coefficient k égal à 2,9 10<sup>-5</sup> m/s en fin d'essai où une grande dispersion des résultats est notée.



Figure 1.9 : Calcul de la perméabilité par ajustement en coordonnées semi-logarithmiques (Equation 1.11)



Figure 1.10 : Calcul de la perméabilité à partir de la pente initiale dans le plan (t, H) (Equation 1.12)



Figure 1.11 : Interprétation à partir de l'équation différentielle

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse des travaux réalisés sur l'essai Lefranc qui est largement utilisé pour la mesure de la perméabilité des sols in situ. Une description détaillée de cet essai et les tendances actuelles de son utilisation ont été exposées. Les sources d'erreurs ont été analysées et les méthodes d'interprétation de cet essai ont été développées. L'accent a été mis sur la détermination du facteur de forme qui intervient dans l'analyse de cet essai.

Les travaux réalisés sur le calcul du facteur de forme ont été consacrés à des sols homogènes et isotropes. Dans la pratique, les ingénieurs sont confrontés à des configurations de sol plus complexes (sols anisotropes, hétérogènes, non saturés, présence de fuites ou d'obstacles). L'interprétation de l'essai Lefranc dans ce type de configurations requiert la détermination du facteur de forme en prenant en compte leurs spécificités.

Les chapitres suivants seront consacrés à la détermination de ce facteur pour diverses configurations. Dans un premier temps, on cherchera à déterminer le facteur de forme en laboratoire en utilisant un dispositif fondé sur l'analogie électrique, ensuite on étudiera ce facteur à l'aide d'une modélisation numérique utilisant la méthode des frontières. Dans le dernier chapitre, on abordera l'interprétation de cet essai dans un sol partiellement saturé.

# Chapitre 2

# Etude du facteur de forme à l'aide d'un dispositif fondé sur l'analogie électrique

Dans ce chapitre, on propose d'étudier le facteur de forme à l'aide d'un dispositif expérimental basé sur l'analogie électrique. Après une description de ce dispositif et du mode opératoire, on présente la méthodologie suivie pour la détermination du facteur de forme. Ensuite, on étudie l'influence sur ce facteur des principaux paramètres, notamment la proximité de la nappe ou du substratum et la présence d'un obstacle ou d'une hétérogénéité.

#### 2.1 Introduction

L'analogie électrique a été largement utilisée pour étudier le problème d'écoulement d'eau dans les sols, notamment dans les barrages ou autour des rideaux de soutènement (Mandel 1939, Schneebeli 1966). Elle a été également utilisée pour étudier le facteur de forme des cavités sphériques ou de petits élancements dans des sols homogènes (Smiles et Young 1956 et Wilkinson 1980). Or, le développement des méthodes numériques permettant la résolution des problèmes d'écoulement a réduit considérablement l'intérêt de cette méthode et son utilisation dans la résolution de ces problèmes.

Dans ce chapitre, on propose d'utiliser l'analogie électrique pour déterminer le facteur de forme lorsque la cavité d'infiltration se trouve à proximité de la surface de la nappe ou du substratum. Elle servira également à analyser l'influence, sur ce facteur, de la présence d'un obstacle ou d'une hétérogénéité au voisinage de la cavité. Dans ce cas, le problème posé par le calcul du facteur de forme est tridimensionnel. Sa résolution numérique nécessite une discrétisation fine d'un large domaine, ce qui rend les calculs fastidieux.

Le travail réalisé sur la détermination du facteur de forme à l'aide de l'analogie électrique est présenté en deux parties. Dans la première, on décrit le dispositif expérimental utilisé et le mode opératoire suivi. La seconde est consacrée à l'étude du facteur de forme dans des configurations complexes.

## 2.2 Dispositif expérimental et mode opératoire

#### 2.2.1 Principe de l'analogie électrique

Un conducteur électrique de résistivité  $\rho$ , soumis à une tension électrique U est le siège d'un courant dont le vecteur densité i est donné par la loi d'Ohm généralisée :

$$i = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad}(U)$$
 2.1

Puisque la répartition des densités de courant est telle que :

$$\operatorname{div}(\mathbf{i}) = \mathbf{0} \tag{2.2}$$

on peut déduire que l'équation fondamentale du phénomène s'écrit :

$$\Delta U = 0 \tag{2.3}$$

Cette dernière équation est analogue à l'équation de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux saturé.

Entre ces deux phénomènes, on a une correspondance entre :

- (i) la perméabilité k du milieu poreux et la conductibilité électrique  $1/\rho$  du matériau,
- (ii) la vitesse d'infiltration v de l'eau dans le sol et la densité du courant i,
- (iii) la tension électrique U et la charge hydraulique h.

D'autres correspondances fondamentales peuvent être déduites comme celle entre l'intensité du courant et le débit d'eau.

#### 2.2.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé comporte une cuve à surface isolante ayant la forme d'un parallélépipède dont les dimensions sont : longueur = 120 cm, largeur = 80 cm et profondeur = 60 cm. La figure 2.1 illustre le principe de ce dispositif. La cuve est remplie avec une eau de résistivité  $\rho$  représentant le sol.

Pour reproduire la cavité d'infiltration, nous avons utilisé un cylindre en zinc de 5mm de diamètre (D) collé à l'extrémité d'un tube isolant. La partie isolante permet de reproduire le tubage du forage (surface imperméable). Le courant électrique arrive par le biais d'un fil conducteur passant à travers le tube, ce fil étant soudé à la cavité en zinc. Les essais sont réalisés sur des cavités ayant trois élancements L/D (2, 5 et 10, L désigne la longueur de la cavité).

Une plaque d'aluminium est placée à la surface de la cuve pour imposer à cette surface un potentiel constant et reproduire ainsi la condition de la surface de la nappe.

Le zinc a été choisi comme anode car ce métal s'oxyde en produisant des ions solubles dans l'eau, sans phénomène de protection par passivation (recouvrement par une couche protectrice). De plus, le zinc est connu pour présenter une très faible polarisation anodique (variation du potentiel avec le débit électronique) et constitue une électrode très stable. Ainsi, malgré son ionisation, cette électrode présente toujours le même potentiel électrochimique. En ce qui concerne le choix de la cathode en aluminium, il est moins critique puisque ce métal ne s'oxyde pas du fait de sa polarité négative qui interdit toute oxydation. La polarisation cathodique est négligeable grâce à la grande surface de la cathode utilisée dans notre montage.

La différence de charge entre le cylindre en zinc (la cavité) et la plaque d'aluminium (la nappe phréatique) est imposée au moyen d'un générateur de tension (0-20 V) placé entre la plaque d'aluminium qui joue le rôle de la cathode (polarité négative de l'alimentation) et le cylindre en zinc qui joue le rôle de l'anode. Deux multimètres sont utilisés pour mesurer d'une part la tension entre la plaque d'aluminium et le cylindre en zinc correspondant à la différence de charge hydraulique et d'autre part le courant électrique passant dans le cylindre de zinc qui correspond au débit d'eau traversant la cavité.


Figure 2.1 : Dispositif expérimental utilisé pour l'étude du facteur de forme

L et D	: Longueur et diamètre de la cavité,
Zn	: Distance entre la cavité et la surface de la nappe et

Zs : Distance entre la cavité et le substratum.



Sonde utilisée pour représenter la cavité d'infiltration et le forage



Photo 2.1 : Vue d'ensemble du dispositif de l'analogie électrique

- 35 -

## 2.2.3 Mode opératoire et interprétation

Nous exposons dans ce paragraphe le mode opératoire suivi pour la réalisation des essais.

La cuve est remplie par une eau minéralisée. La plaque d'aluminium est posée doucement au dessus de la cuve afin de chasser l'air et éviter ainsi la présence de bulles entre la plaque et l'eau qui peuvent affecter la reproduction de la condition de surface de charge imposée.

Le tube portant à son extrémité le cylindre en zinc est placé dans l'eau à une profondeur donnée. Il est ensuite maintenu fixe à l'aide des deux supports qui assurent sa verticalité. On connecte les fils électriques liants les différents éléments : la plaque d'aluminium joue le rôle de la cathode (pole -) et la cavité en zinc celui de l'anode (pole +). L'ampèremètre mesurant le courant électrique passant à travers la cavité est raccordé en série, tandis que, le voltmètre est raccordé en parallèle, ce dernier mesure la tension entre la plaque et la cavité.

On impose une différence de potentiel entre la plaque d'aluminium et le cylindre en zinc (entre 0 et 20 V) et on mesure le courant électrique passant entre les deux éléments. Cette mesure est réalisée pour différentes valeurs du potentiel. La courbe des points expérimentaux (U = f(I)) permet de calculer la pente. On détermine le facteur de forme d'après l'expression suivante :

$$m = \frac{1}{(1/\rho)D} \frac{\Delta I}{\Delta U}$$
 2.4

On note que dans cette équation, l'évaluation du facteur de forme nécessite la connaissance de la conductibilité électrique de l'eau  $(1/\rho)$ .

Afin de réduire les erreurs de mesure de cette conductibilité et celles dues aux défauts du dispositif expérimental, nous avons déterminé cette conductibilité à partir d'un essai réalisé au centre de la cuve. En ce point, la cavité d'infiltration se trouve très éloignée de la surface de la nappe (Zn = 60D), du substratum (Zs = 55D) et des frontières latérales (Xl = 120D). Par conséquent, son facteur de forme (m<sub>0</sub>) peut être déterminé par la relation de Hvorslev; ce qui nous permet de déterminer une 'conductibilité électrique globale' d'après l'expression :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\Delta I}{m_0 D \Delta U}$$
 2.5

A titre d'exemple, on donne dans cette section la détermination du coefficient de conductibilité globale pour une cavité ayant un élancement L/D = 5.

La figure 2.2 montre la variation du courant électrique mesurée en fonction de la tension électrique imposée lorsque la cavité est placée au centre de la cuve.

Sur cette figure, on vérifie bien que le potentiel électrique imposé est proportionnel à l'intensité du courant mesurée, ceci indique que la conductibilité de l'eau n'a pas évolué au cours de l'essai. Le calcul de la pente de la courbe (U, f(I)) donne 149,5 V/A. La conductibilité globale est calculée d'après l'expression 2.5 en utilisant le facteur de forme de Hvorslev ( $m_0 = 13,5$  pour L/D = 5). On obtient  $1/\rho = 984,68 \ 10^{-4}$  S/m.



Figure 2.2 : Détermination de la conductibilité globale (L/D = 5, Zn = 60D)

# 2.2.4 Répétabilité des essais

Afin de vérifier le mode opératoire et le dispositif de mesure, nous avons réalisé trois essais sur une cavité ayant un élancement L/D égal à 5 (D = 5 mm) placée au centre de la cuve. Les résultats obtenus sont représentés dans la figure 2.3. On remarque un très bon accord entre les résultats de ces essais. Par ailleurs, on note que les courbes (quasi linéaires) de ces tests ne passent pas par l'origine.

En effet, en l'absence de courant extérieur, c'est une différence de potentiel (ddp) de la pile (Zn /Al) contenant des ions  $Zn^{2+}$  que l'on mesure (effet de pile). Sans effectuer de mesures électrochimiques fines, cette ddp peut être déterminée en comparant les potentiels de dissolution des deux métaux. La ddp du zinc est de l'ordre de -1000 mV par contre celle de l'aluminium varie entre -700 et -400 mV. Ces valeurs justifient bien la tension résiduelle de 1 V mesurée.



Figure 2.3 : Répétabilité des mesures expérimentales

# 2.3 Etude du facteur de forme

Dans cette section, on propose d'étudier le facteur de forme lorsque la cavité d'infiltration se trouve à proximité de la surface de nappe ou du substratum. On étudiera également l'influence sur ce facteur de la présence d'un obstacle ou d'une hétérogénéité au voisinage de la cavité d'infiltration.

#### 2.3.1 Influence de la proximité de la surface de la nappe ou du substratum

Afin d'étudier l'influence de la position de la cavité sur le facteur de forme, nous avons réalisé des essais avec des cavités cylindriques ayant différents élancements (L/D = 10, L/D = 5 et L/D = 2) en faisant varier la profondeur de la cavité (Zn).

Les résultats obtenus pour les trois cavités sont illustrés dans la figure 2.4. On note que le facteur de forme décroît avec la profondeur de la cavité en particulier pour les faibles et grandes valeurs de la profondeur. La diminution de ce facteur dans la première partie (jusqu'à une profondeur de l'ordre de 40D) est due à l'éloignement de la surface libre, tandis que celle dans la seconde partie (à partir d'une profondeur de l'ordre de 90D) est due au rapprochement entre la cavité et le substratum.

La réduction du facteur de forme, pour une cavité ayant un élancement L/D égal à 10, atteint 20% lorsque la profondeur de la cavité passe de 5D à 110D. Dans la partie centrale de la cuve, on note une zone de quasi stabilisation du facteur de forme pour les cavités de faible élancement (L/D = 2 ou L/D = 5). Ce résultat montre que pour ces cavités, l'hypothèse du domaine infini est respectée lorsque la cavité se trouve dans la zone centrale de la cuve.



Figure 2.4 : Influence de la position de la cavité sur le facteur de forme

Dans les figures 2.5a-b on présente une comparaison des résultats obtenus avec la solution de Cassan (1979). La Figure 2.5a montre la variation du facteur de forme en fonction de la distance nappe-cavité, on trouve dans cette zone un bon accord entre les résultats expérimentaux et la formule de Cassan.

La variation du facteur de forme due à la proximité du substratum est illustrée dans la Figure 2.5b, on note également dans ce cas le bon accord entre les résultats expérimentaux et analytiques, l'écart est inférieur à 2,5%.



Figure 2.5a : Variation du facteur de forme en fonction de la distance nappe-cavité (valeurs expérimentales et analytiques)



Figure 2.5b : Variation du facteur de forme avec la distance cavité-substratum (valeurs expérimentales et analytiques)

#### 2.3.2 Influence de la présence d'un obstacle latéral

Afin d'étudier l'influence de la présence d'un obstacle latéral imperméable sur le facteur de forme, nous avons réalisé des essais en faisant varier la distance (Xp) entre la cavité cylindrique et la paroi latérale de la cuve (Figure 2.6a).

Les essais ont été réalisés avec la cavité ayant un élancement L/D égal à 10 placée à mihauteur de la cuve. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 2.6b. On peut remarquer que le facteur de forme décroît quand la cavité se rapproche de la paroi latérale. A titre d'exemple, le facteur de forme décroît de 21 à 16,2 quand la distance entre la cavité et la paroi latérale passe de 120D à 20D. Ce résultat indique que des précautions doivent être prises dans l'interprétation des essais réalisés à proximité d'un obstacle imperméable.



Figure 2.6 : Influence de la paroi latérale sur le facteur de forme



# 2.3.3 Influence de la proximité d'un forage

Dans un programme de reconnaissance géotechnique, on est généralement amené à effectuer plusieurs forages. Dans cette section, on propose d'étudier à l'aide de notre dispositif l'influence, sur le facteur de forme, de la présence d'un forage au voisinage de la cavité d'infiltration.

Le dispositif utilisé est illustré dans la figure 2.7a. Les essais ont été réalisés avec une cavité d'élancement L/D = 10 placée au centre de la cuve. Le forage existant a été modélisé par un tube en cuivre de grande conductivité et de 15 mm de diamètre (3D). Les essais ont été réalisés en faisant varier la distance entre la cavité d'infiltration et le forage existant. Les résultats obtenus sont illustrés dans la figure 2.7b. On remarque que la présence d'un forage a une influence négligeable sur le facteur de forme quand la distance cavité-forage est supérieure à 10D. Dans les applications pratiques, l'influence de la présence du forage à proximité de la cavité d'infiltration peut donc être négligée.



Figure 2.7a : Position d'un forage antérieur par rapport à un essai en cours



Figure 2.7b : Variation du facteur de forme en présence d'un autre forage

## 2.3.4 Influence de la présence d'une hétérogénéité

Dans cette partie, on étudie l'influence, sur le facteur de forme, de la présence d'une hétérogénéité au voisinage de la cavité d'infiltration. Cette hétérogénéité peut correspondre à la présence d'un bloc imperméable ou éventuellement à une poche de sol décomprimée (très perméable).

La modélisation de l'hétérogénéité a été réalisée en plaçant dans la cuve un cylindre de 12D de diamètre et de 20D de longueur (Figure 2.8a). Deux matériaux ont été utilisés pour le cylindre : le premier est en nylon pour modéliser le bloc imperméable, le second est en aluminium pour modéliser la poche de sol décomprimée.

L'étude a été réalisée en faisant varier la distance entre la cavité et le cylindre représentant l'hétérogénéité. La figure 2.8b donne les résultats obtenus. On constate que la présence d'une hétérogénéité perméable (cavité conductrice) n'affecte que très légèrement le facteur de forme. En ce qui concerne la présence d'un bloc imperméable (cavité isolante), on note un effet important lorsque celui-ci se trouve au voisinage de la cavité (distance entre axes de l'ordre de 9D).



Figure 2.8 : Etude de l'influence de la présence d'une hétérogénéité à proximité d'une cavité (a) Configuration (b) Résultats de mesures

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude du facteur de forme à l'aide d'un dispositif expérimental fondé sur l'analogie électrique. Ce dispositif offre certains avantages, notamment la possibilité d'étudier le facteur de forme pour des configurations tridimensionnelles dont la résolution numérique est fastidieuse.

Les résultats obtenus montrent que le facteur de forme d'une cavité dépend de la position de cette dernière par rapport à la surface de la nappe ou du substratum. Lorsque la cavité (L/D = 10) se rapproche de la surface de la nappe, on note une augmentation du facteur de forme de l'ordre de 10%. Une réduction du même ordre est observée lorsque la cavité se rapproche du substratum.

Ce dispositif a été utilisé pour étudier l'influence de la présence d'un obstacle imperméable (écran ou bloc) sur le facteur de forme. L'étude a montré que cette présence réduit le facteur de forme lorsque l'objet est proche de la cavité d'infiltration. Dans le cas d'un écran imperméable, une réduction de 30% du facteur de forme est observée lorsque l'écran se trouve à 20D. Dans le cas d'un bloc de 20D de longueur et de 12D de diamètre, on note une réduction de l'ordre de 25% lorsque l'axe du bloc se trouve à 9D de l'axe de la cavité.

Des essais réalisés avec ce dispositif ont montré que la présence d'un matériau perméable au voisinage de la cavité d'infiltration (forage existant ou poche de sol décomprimée) n'affecte que très légèrement le facteur de forme.

# Chapitre 3

# Etude numérique du facteur de forme

Ce chapitre comporte une étude numérique du facteur de forme à l'aide de la méthode des frontières. Il est composé de deux parties. Dans la première, on présente le calcul du facteur de forme pour une configuration simple. Dans la seconde, on analyse l'influence des principaux paramètres sur ce facteur, notamment, la présence d'un substratum imperméable, la proximité du niveau de la nappe, la stratification et l'anisotropie.

# 3.1 Introduction

L'étude numérique du facteur de forme a été principalement menée avec la méthode des différences finies (Al-Dhahir et Morgenstern 1969, Brandt et Premchitt 1980). D'autres travaux ont été effectués en utilisant la méthode des éléments finis (Tavenas et al 1986). Les résultats obtenus avec ces méthodes sont récapitulés dans la figure 3.1. L'analyse de ces résultats révèle un écart important. Les origines de cet écart sont nombreuses; on peut citer principalement, le maillage et les dimensions du domaine utilisé dans les calculs numériques.

Dans ce chapitre, on propose d'étudier le facteur de forme à l'aide de la méthode des frontières. Cette méthode présente de grands avantages pour la résolution du problème d'écoulement de l'eau à travers une petite cavité placée dans un domaine de grandes dimensions :

- La discrétisation du domaine se fait sur le contour et non sur le domaine comme dans la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies, ceci conduit à de substantielles économies en temps de calcul.
- (ii) Cette méthode est bien adaptée à la résolution des problèmes dans les milieux infinis.
- (iii) Les inconnues avec cette méthode sont mixtes (charge hydraulique et flux), ce qui permet d'améliorer la précision du calcul.

Dans la première partie de ce chapitre, on présente le calcul du facteur de forme pour un cas simple à l'aide de la méthode des frontières. Les performances de cette méthode seront présentées à travers sa confrontation à une modélisation par la méthode des éléments finis. L'influence sur le facteur de forme de l'élancement de la cavité et de la proximité d'un substratum ou de la surface de la nappe sera analysée. Ce chapitre s'achève par une étude du facteur de forme pour des configurations plus complexes, notamment les sols stratifiés et anisotropes.



Figure 3.1 : Valeurs numériques du facteur de forme

## 3.2 Modélisation par la méthode des frontières

#### 3.2.1 Problème posé

La détermination du facteur de forme requiert la résolution du problème d'écoulement d'eau à travers une cavité cylindrique placée dans un massif de sol saturé. On cherche dans ce problème à déterminer la relation entre la charge hydraulique dans la cavité et le débit d'infiltration. Le problème posé est régi par l'équation d'écoulement en milieux poreux avec des conditions aux limites en charge et flux imposés. Appelons  $\Gamma_h$  la frontière sur laquelle on impose une charge hydraulique (surface de la cavité et surface de la nappe) et  $\Gamma_q$  la frontière sur laquelle on impose le flux (substratum, tubage et limite latérale du massif). Pour résoudre ce problème, il faut établir l'équation générale de l'écoulement. On suppose que l'écoulement est régi par la loi de Darcy :

$$v = -k \operatorname{grad}(h)$$
 3.1

k est la perméabilité du sol (m/s), h est la charge hydraulique (m) et v est la vitesse d'écoulement (m/s).

En supposant que le sol soit saturé et en négligeant la compressibilité du sol et de l'eau, la conservation de la masse en régime stationnaire conduit à l'expression suivante :

$$\operatorname{div}\left(\mathbf{v}\right)=\mathbf{0}$$

La combinaison de équations 3.1 et 3.2 donne l'équation générale de l'écoulement dans les milieux poreux saturés :

$$\nabla^2 (\mathbf{k} \mathbf{h}) = \mathbf{0} \tag{3.3}$$

#### 3.2.2 Résolution par la méthode des frontières

#### **Formulation**

L'application de la méthode des frontières est fondée sur une double intégration par partie du produit de l'équation de Laplace (3.3) avec une fonction régulière w (Brebbia et Dominguez 1980):

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 \mathbf{k} \, \mathbf{h}) \, \mathbf{w} \, \mathrm{d}\Omega = \mathbf{0} \tag{3.4}$$

Cette intégration conduit à l'équation :

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 w) k h d\Omega + \int_{\Gamma} \frac{\partial h}{\partial n} k w d\Gamma - \int_{\Gamma} h k \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma = 0 \qquad 3.5$$

qui constitue le point de départ de l'application de la méthode des frontières.

#### **Approximation**

La technique d'approximation consiste à choisir des fonctions w qui vérifient l'équation générale à l'intérieur du domaine. Ce choix permet de simplifier l'équation 3.5 en faisant disparaître l'intégrale de volume. On voit ainsi que le problème se réduit uniquement à la détermination des inconnues sur les frontières.

Dans la pratique, on choisit des fonctions, dites fondamentales, qui vérifient l'équation suivante :

$$\nabla^2 w_i + \Delta^i = 0 \tag{3.6}$$

où  $\Delta^{i}$  désigne la fonction de Dirac définie en un point de coordonnées (x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>, z<sub>i</sub>).

L'expression de cette fonction pour un problème plan est donnée par :

$$w_p = \frac{1}{2\pi} Log(\frac{1}{r})$$

où r désigne la distance à partir du point d'application de la fonction de Dirac.

Pour un problème tridimensionnel, l'expression de cette fonction s'écrit sous la forme :

 $w_{3d} = \frac{1}{4\pi r}$ 

Pour les problèmes axisymétriques (Figure 3.2), la solution fondamentale est déterminée en intégrant la solution obtenue pour le cas tridimensionnel (Brebbia et Dominguez 1980).

$$w_{ax} = \int_{0}^{2\pi} w_{3d} \, d\theta = \frac{4 \, K(m)}{\sqrt{a+b}}$$
  
Avec :  $K(m)$  l'intégrale de première espèce,  $m = \frac{2b}{a+b}$ ,  $0 \le m \le 1$ ,  
 $a = \rho_i^2 + \rho^2 + (Z_i - Z)^2$  et  $b = 2\rho_i \rho$ 



Figure 3.2 : Problème axisymétrique : notations

- 49 -

Pour la résolution du problème d'écoulement, on effectue une discrétisation du contour du domaine (Figure 3.2) et on suppose que la charge hydraulique et le flux sont constants sur chaque élément. On obtient à partir de l'équation 3.5, l'expression suivante :

$$\frac{1}{2}\mathbf{h}^{i} + \sum_{j=1}^{N} \left(\int_{\Gamma_{j}} \frac{\partial w_{i}}{\partial n} d\Gamma\right) \mathbf{h}^{j} = \sum_{j=1}^{N} \left(\int_{\Gamma_{j}} w_{i} d\Gamma\right) q^{j}$$
3.7

que l'on peut écrire sous la forme :

$$\sum_{j=1}^{N} K^{ij} h^{j} = \sum_{j=1}^{N} G^{ij} q^{j}$$
3.8

avec

$$K^{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial w_i}{\partial n} d\Gamma + \frac{1}{2} \delta_{ij}$$
$$G^{ij} = \int_{\Gamma_i} w_i d\Gamma$$

L'introduction des conditions aux limites dans le système d'équations 3.8, conduit au système d'équations suivant :

$$[A][X] = [F]$$

où :

[X] est le vecteur d'inconnues h et q,

[F] étant le vecteur des conditions appliquées au contour et

[ A ] la matrice globale.

Les simulations numériques ont été effectuées avec le code de calcul BEASY (Computational Mechanics Publications, 1994). Ce programme comporte trois parties : un pré – processeur permettant la création et l'introduction des données, le corps d'exécution et un post – processeur qui permet l'interprétation graphique des résultats obtenus.

# 3.3 Calcul du facteur de forme

Du fait de la symétrie du problème (Figure 3.3), le calcul est effectué dans le plan méridien. La cavité cylindrique est caractérisée par une longueur L et un diamètre D. La distance entre le toit de la cavité et la surface de la nappe est notée Zn, la distance entre le fond de la cavité et le substratum est notée Zs, la frontière latérale est placée à une distance Re de l'axe de symétrie.

Les conditions aux limites de ce problème sont (Figure 3.3) :

- Flux nul sur la frontière AB (axe de symétrie), DE (tubage), FG (limite latérale du domaine) et GA (substratum imperméable).
- Charge hydraulique imposée : h = 0 sur EF (surface de la nappe) et h = H sur BC et CD (surface de la cavité).



Figure 3.3 : Calcul du facteur de forme : Géométrie et notations

Les résultats du calcul par la méthode des frontières permet d'obtenir les valeurs de la charge hydraulique et de la vitesse d'écoulement en chaque point du domaine, en particulier sur la surface de la cavité. Le débit Q traversant la cavité est calculé d'après l'expression :

$$Q = \int_{\Gamma_{cav}} \vec{v} \cdot \vec{n} \, d\Gamma$$

 $\vec{v}$  étant le vecteur vitesse et  $\vec{n}$  la normale sortante,  $\Gamma_{cav}$  désigne la frontière de la cavité.

Le facteur de forme est ensuite calculé d'après l'équation de Hvorslev :

$$m = \frac{Q}{k D H}$$
 3.9

k est la perméabilité du milieu et D le diamètre de la cavité.

# 3.4 Exemple de référence

# 3.4.1 Description

L'objectif de cette section est d'illustrer la démarche adoptée pour la détermination numérique du facteur de forme. On a choisi une cavité placée dans un domaine de petites dimensions afin de pouvoir confronter cette méthode à la méthode des éléments finis.

L'exemple retenu concerne une cavité cylindrique de longueur L = 1 m et de diamètre D = 0,12 m (L/D = 8,33) placée dans un sol isotrope dont la perméabilité k est égale à 2,0 10<sup>-7</sup> m/s. Sur la surface de la cavité, on a imposé une charge hydraulique constante (H = 1 m). La distance entre le fond de la cavité et le substratum imperméable (Zs) a été fixée à 6D, la distance séparant le toit de la cavité et la surface de la nappe (Zn) a été imposée à 10D; l'extension latérale Re du domaine a été prise égale à 10D.

# 3.4.2 Résultats

Le maillage adopté est constitué de 76 éléments constants, il est fin du côté de la cavité d'infiltration (au niveau de sa base et au niveau de ses parois latérales), il est plus lâche sur les autres contours (Figure 3.4a).

La figure 3.4b présente les lignes de courants et les équipotentielles obtenues dans le massif. On peut noter que les équipotentielles sont concentrées au voisinage de la cavité, les gradients hydrauliques étant plus élevés dans cette zone.







Figure 3.4b : Réseau d'écoulement

Les figures 3.5a-b illustrent les profils de vitesse le long de la surface latérale et le fond de la cavité. On remarque que ces vitesses ont un profil parabolique. Sur la surface latérale la vitesse d'infiltration varie entre 6,5  $10^{-7}$  m/s au centre de la cavité et 1,9  $10^{-6}$  m/s sur le coin supérieur. Sur le fond de la cavité, la vitesse croît de 7,0  $10^{-7}$  m/s au centre à 2,0  $10^{-6}$ m/s sur l'extrémité.



Figure 3.5 : Profils des vitesses pour l'exemple de référence (a) Surface latérale de la cavité (b) Fond de la cavité

Le calcul du débit total traversant la cavité donne  $Q = 3,1 \ 10^{-7} \ m^3$ /s. Le calcul du facteur de forme d'après l'expression 3.9 conduit à m = 12,9. Ce facteur est inférieur à celui donné par Hvorslev (m = 18,58). Cet écart entre les deux résultats est dû aux faibles dimensions du domaine considéré dans cet exemple (cf. section suivante).

## 3.4.3 Modélisation par éléments finis

Afin d'illustrer les avantages de l'utilisation de la méthode des frontières (MF) pour le calcul du facteur de forme, nous avons traité l'exemple de référence par la méthode des éléments finis (MEF). Le maillage adopté est présenté dans la figure 3.6a. Il est constitué de 1110 éléments isoparamétriques à huit nœuds (Q8). Il est fin du coté de la cavité à cause d'une concentration de flux et lâche dans les autres zones.

Dans la figure 3.6b, on donne les flux obtenus sur la surface latérale de la cavité avec les deux méthodes. On remarque que les résultats des deux méthodes sont en bon accord. Le calcul du facteur de forme à partir des résultats obtenus par éléments finis conduit à m = 12,6. Cette valeur est très proche de celle déterminée avec la méthode des frontières (m = 12,9), l'écart entre les deux méthodes est de l'ordre de 2,5%.

Ce résultat montre que la méthode des éléments finis peut être utilisée pour le calcul du facteur de forme, mais elle nécessite une discrétisation fine et par conséquent un temps de calcul important. Dans l'exemple traité, les nombres de degrés de liberté retenus pour la méthode des éléments finis et la méthode des frontières sont respectivement égaux à 3485 et 76, ce qui nous donne un rapport de l'ordre de 45. A noter que ce rapport augmente rapidement avec les dimensions du domaine du modèle (Shahrour et al 1996).





Figure 3.6a : Maillage pour la méthode des éléments finis

Figure 3.6b : Comparaison entre les flux de la paroi latérale de la cavité

# 3.5 Etude paramétrique

Après avoir présenté la méthodologie suivie pour le calcul du facteur de forme, on va étudier l'influence des principaux paramètres sur celui-ci, notamment les dimensions du massif de sol, l'élancement de la cavité et le type de condition hydraulique imposée sur le fond de la cavité. Après cette étude, on abordera le calcul du facteur de forme pour des configurations plus complexes, notamment ceux des sols anisotropes et stratifiés.

# 3.5.1 Influence de la profondeur et de l'étendue latérale du domaine

Des simulations numériques ont été effectuées pour différentes valeurs de la profondeur et de l'extension latérale du domaine (Re) en faisant varier la distance entre la cavité et la surface de la nappe (Zn). La distance qui sépare la cavité au substratum (Zs) a été fixée à 30D.

Les résultats obtenus sont donnés dans la figure 3.7a. On constate que le facteur de forme dépend sensiblement de la profondeur de la cavité et de l'extension de la frontière latérale. Il croît rapidement avec l'extension du domaine Re, ensuite il se stabilise à une valeur qui dépend de la profondeur de la cavité d'infiltration. Les résultats obtenus concordent bien avec la solution de Hvorslev quand la largeur du domaine est grande, par contre l'écart entre les deux solutions est important quand la cavité est placée dans un petit domaine ou au voisinage de la surface de la nappe. A titre d'exemple, pour une profondeur Zn = 10D, on note une stabilisation du facteur de forme à une valeur m = 21 à partir d'une extension de l'ordre de 40D. Par contre, pour une profondeur de Zn = 50D, on note une stabilisation de ce facteur à une valeur m = 20 à partir d'une distance plus grande (de l'ordre de Zn = 70D). On remarque que la modélisation numérique sous-estime le facteur de forme de Hvorslev quand le rapport des distances Zn/Re est supérieur à 1 et le surestime quand ce rapport est inférieur à 1.

Ces résultats montrent que le facteur de forme dépend sensiblement de l'extension latérale du domaine sur laquelle on impose une condition de flux nul (frontière imperméable). Ceci montre que la présence d'une paroi latérale au voisinage de la cavité peut affecter les valeurs du facteur de forme.

Dans la figure 3.7b, on montre l'influence de la distance entre la nappe et la cavité sur l'évolution du facteur de forme (pour une grande extension du domaine). Sur la même figure, on a reporté les résultats de Cassan. On note que le facteur de forme croît quand la cavité se rapproche de la surface de la nappe. L'équation de Cassan concorde bien avec la solution numérique et présente la même allure, l'écart entre les deux méthodes ne dépasse pas 5%.



Figure 3.7a : Influence de l'étendue du domaine et de la profondeur de la cavité sur le facteur de forme (L = 1 m, D = 0.12 m, Zs/D = 30)



Figure 3.7b : Influence de la profondeur sur le facteur de forme (Re = 100 D)  $m_{\infty}$  : facteur de forme obtenu dans un domaine infini

## 3.5.2 Influence de la présence d'un substratum imperméable

L'influence de la présence d'un substratum imperméable sur le facteur de forme a été analysée sur une cavité ayant un élancement L/D = 8,33 placée à une profondeur Zn = 50D. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 3.8a.

On remarque que le facteur de forme augmente avec la distance qui sépare la cavité du substratum, puis il se stabilise à partir d'une distance Zs de l'ordre de 30D. L'accroissement du facteur de forme reste cependant faible. La figure 3.8b montre une comparaison entre les valeurs numériques et celles proposées par Cassan. On note un bon accord entre ces méthodes, la méthode de Cassan prévoit une réduction du facteur de forme de l'ordre de 6% alors que les résultats numériques donnent une réduction de 5%.



Figure 3.8 : Influence de la présence d'un substratum sur le facteur de forme(a) Valeurs obtenues avec la méthode des frontières(b) Comparaison avec la méthode de Cassan

## 3.5.3 Influence de l'élancement de la cavité

Dans cette section, on propose d'étudier l'influence de l'élancement de la cavité sur le facteur de forme. Des simulations numériques ont été effectuées sur des cavités ayant différents élancements (L/D entre 1 et 14) placées dans un domaine de grande dimension : extension latérale Re = 80D, profondeur de la cavité Zn = 50D et distance séparant la cavité du substratum Zs = 30D.

Les résultats de cette étude sont illustrés dans la figure 3.9a. Sur cette figure, nous avons également reporté la solution de Hvorslev et les résultats des calculs par différences finies d'Al-Dhahir et Morgenstern (1969). On note globalement un bon accord entre ces résultats qui indiquent que le facteur de forme augmente d'une manière sensible avec l'élancement. Il passe d'une valeur de l'ordre de 6 pour un élancement L/D = 1 à une valeur de l'ordre de 27 pour un élancement L/D = 14. La figure 3.9b montre les écarts obtenus entre les résultats numériques et les valeurs proposées par Hvorslev. On note que la méthode des frontières donne un faible écart pour un élancement proche de 1 (écart de l'ordre de 3%). Pour des élancements plus importants, l'écart entre les résultats obtenus et la solution de Hvorslev est de l'ordre de 10%.





(a) Comparaison avec les autres méthodes

(b) Ecart avec la méthode de Hvorslev

#### 3.5.4 Influence des surfaces d'infiltration

Selon la nature du sol rencontré, on est amené parfois à réaliser des essais en utilisant un obturateur. Ce dernier empêche l'eau de s'infiltrer à travers le fond de la cavité. Pour étudier ce phénomène, des calculs ont été effectués avec deux types de condition sur le fond de la cavité : fond perméable (charge hydraulique imposé h = H) et fond imperméable (flux imposé q = 0). La figure 3.10a donne les résultats obtenus. On note que la condition d'un fond imperméable affecte le profil de flux uniquement au voisinage du fond.

Dans la figure 3.10b, on donne la variation du facteur de forme avec l'élancement de la cavité en considérant un fond perméable ou imperméable (FP et FI désignent respectivement un fond perméable et un fond imperméable). L'analyse de ces résultats montre que la condition imposée sur le fond de la cavité n'affecte que très légèrement le facteur de forme, sauf pour les faibles élancements. En effet, l'écart entre les résultats obtenus avec les deux conditions sur le fond de la cavité reste de l'ordre de 20% pour les cavités de petits élancements, par contre, il est inférieur à 5% pour celles ayant un grand élancement.





- 59 -



(b)



(c)

Figure 3.10 : Influence de la condition d'infiltration au fond de la cavité (a) Sur le flux latéral (b) Sur le facteur de forme

(c) Ecart entre les deux conditions

# 3.5.5 Influence de la stratification

L'objectif de cette section est d'analyser l'essai Lefranc lorsque la cavité est placée dans un sol bicouche. L'exemple étudié et les paramètres retenus sont illustrés dans la figure 3.11. L'épaisseur de chaque couche est fixée à 50D et la distance entre la paroi latérale et l'axe de la cavité est égale à 80D. La cavité choisie est cylindrique, de longueur L = 1,2 m et de diamètre D = 0,12 m. Cette cavité est placée à une profondeur variable ( $Z_i$ ) par rapport à l'interface entre les deux couches du sol. Dans un premier temps, nous allons analyser le cas d'un sol où la couche inférieure est plus perméable que la couche supérieure, ensuite on examinera le cas où la couche supérieure est plus perméable.



Figure 3.11 : Exemple retenu pour analyser l'essai Lefranc dans un sol bicouche

# <u>Couche inférieure plus perméable que la couche supérieure $(k_2 > k_1)$ </u>

Une étude paramétrique concernant à la fois la position de la cavité par rapport à l'interface et le rapport des perméabilités entre les deux couches a été menée (la perméabilité  $k_2$  de la deuxième couche est maintenue fixe). Les résultats sont présentés à travers l'évolution du débit d'infiltration en faisant varier le rapport de perméabilité  $k_1/k_2$  et la distance entre la cavité et l'interface.

La figure 3.11a montre l'évolution du débit normé par  $(\mathbf{k}, \mathbf{D}, \mathbf{H})$  lorsque la cavité est placée dans la deuxième couche. On note que la distance entre la cavité et l'interface n'a pas d'influence sur l'évolution du débit normé alors que le rapport de perméabilité affecte sensiblement ce débit. A titre d'exemple, quand  $k_2/k_1$  croît de 1 à 100, le débit normé chute de 23 à 3. En effet, la présence en surface d'une couche de faible perméabilité gène l'écoulement et réduit par conséquent le débit. Du fait que le rapport Q/k<sub>2</sub>DH est égal au facteur de forme lorsque le milieu est homogène, l'interprétation de l'essai Lefranc doit être faite avec précaution, car la valeur de ce facteur est très influencée par le rapport des perméabilités.

La figure 3.11b montre l'évolution du débit normé par  $(\mathbf{k}_1 \mathbf{D} \mathbf{H})$  lorsque la cavité d'infiltration est placée dans la première couche. On note dans ce cas que le débit n'est influencé que très légèrement par le rapport de perméabilité  $\mathbf{k}_1/\mathbf{k}_2$ . En effet, dans ce cas, l'écoulement vers la surface est régi principalement par la première couche. La faible augmentation du débit observée quand la cavité est proche de l'interface (de l'ordre de 5%) peut être expliquée par une extension plus large de l'écoulement dans le domaine via la couche profonde (plus perméable), ce qui facilite l'écoulement et fait augmenter le débit. Ces résultats indiquent que dans le cas où on réalise un essai Lefranc dans une couche de faible perméabilité couvrant une couche perméable, on peut interpréter cet essai en utilisant le facteur de forme développé pour les sols homogènes.

On présente dans la figure 3.11c l'évolution du débit lorsque la profondeur de la cavité Zi varie entre -30D et 30D. On note que cette évolution est caractérisée par une augmentation brutale au franchissement de l'interface. Le rapport entre les débits stabilisés mesurés dans les deux couches  $(Q_1/Q_2)$  dépend principalement du rapport des perméabilités. Dans la figure 3.11d, on a reporté l'évolution de ce rapport en fonction de celui des perméabilités. Cette figure peut ainsi aider les ingénieurs à déterminer la perméabilité de la couche inférieure. Pour cette interprétation on procède de la manière suivante :

- (i) On détermine la perméabilité k<sub>1</sub> à partir d'une interprétation classique de l'essai Lefranc
   (Q<sub>1</sub>/mDH) réalisé dans la première couche.
- (ii) On détermine  $k_2$  à partir du rapport  $Q_1/Q_2$  en utilisant la figure 3.11d.



Figure 3.11a : Variation du débit normé dans une cavité placée dans un sol stratifié (cavité dans la couche inférieure, k2>k1)



Figure 3.11b : Evolution du débit normé dans une cavité placée dans un sol stratifié (cavité dans la couche supérieure, k2>k1)



Figure 3.11c : Valeurs du débit quand la cavité est placée entre -30D et 30D



Figure 3.11d : Evolution du rapport des perméabilités en fonction du rapport des débits

#### Couche supérieure plus perméable que la couche inférieure

Cette étude est menée de la même manière que dans la section précédente. Des simulations numériques ont été effectuées pour différents rapports de perméabilité  $(k_1/k_2)$  et pour différentes positions de la cavité par rapport à l'interface.

La figure 3.12a présente les résultats lorsque la cavité est placée dans la première couche. On note dans ce cas que le débit normé décroît lorsque la cavité s'approche de l'interface. Cette évolution est peu influencée par le rapport des perméabilités. Elle est semblable à celle obtenue lorsque la cavité s'approche d'un substratum imperméable (section 3.5.3). L'essai dans la première couche peut donc être interprété en utilisant le facteur de forme calculé pour une cavité proche d'un substratum imperméable.

La figure 3.12b illustre l'évolution du débit normé lorsque l'essai est réalisé dans la deuxième couche. Dans ce cas, on note une faible évolution du débit avec la distance entre l'interface et la cavité lorsque la distance passe de 10D à 30D, le débit normé décroît de 26 à 24 (de l'ordre de 4%). Ce résultat signifie que l'essai dans la deuxième couche peut être interprété également en utilisant le facteur de forme pour un milieu homogène.

La figure 3.12c montre l'évolution du débit en fonction de la profondeur de la cavité (Zi varie entre -30D et 30D). On remarque une variation brusque de débit quand la cavité passe de la première couche à la seconde.



( a )



(b)



Figure 3.12 : Evolution du débit en fonction de la position de la cavité
(a) Débit normé par rapport à k<sub>2</sub> D H, essai dans la 2<sup>ème</sup> couche
(b) Débit normé par rapport à k<sub>1</sub> D H, essai dans la 1<sup>ère</sup> couche
(c) Débit dans la cavité

# 3.5.6 Influence de l'anisotropie

Les sols en place présentent généralement une anisotropie qui se traduit par une perméabilité verticale plus faible que la perméabilité horizontale. L'interprétation de l'essai Lefranc dans ce type de sol doit prendre en compte la nature anisotrope des sols car celle-ci peut affecter d'une manière sensible l'écoulement de l'eau. Dans cette section, on va analyser l'essai Lefranc dans ce type de sols dont le but de proposer des recommandations pour son interprétation.

L'étude est fondée sur des simulations numériques de l'infiltration à travers des cavités de différents élancements L/D = (1, 3, 5 et 8,33) placées dans des sols ayant différents rapports d'anisotropie  $k_h/k_v = (4, 9, 16, 25 \text{ et } 100)$ , les calculs ont été effectués en supposant que la perméabilité dans la direction horizontale  $k_h$  est fixe. La figure 3.13a donne l'évolution du débit Q, normé par le débit en milieu isotrope Q<sub>i</sub>, avec le rapport d'anisotropie  $k_h/k_v$  et ceci pour les différents élancements.

On note que le débit normé décroît d'une manière sensible quand le rapport d'anisotropie augmente, ceci est dû à la diminution de la perméabilité dans la direction verticale qui gène l'écoulement de l'eau. On note également que cette diminution s'accentue avec l'élancement L/D. A titre d'exemple, quand l'élancement de la cavité est égal à 1, le débit normé passe de 1 à 0,58 quand le rapport d'anisotropie  $(k_h/k_v)$  augmente de 1 à 10, par contre quand la cavité a un élancement égal à 8,33, le débit normé chute de 1 à 0,5.

La figure 3.13b illustre la variation du rapport Q/k<sub>h</sub>DH (l'équivalent du facteur de forme pour un milieu isotrope) avec le rapport d'anisotropie  $k_h/k_v$  pour les différents élancements. On note que ce rapport décroît quand le rapport  $k_h/k_v$  augmente. Ce résultat montre que l'interprétation d'un essai réalisé dans un milieu anisotrope par le facteur de forme calculé en milieu isotrope (k = Q/mDH) peut conduire à des erreurs élevées.

La figure 3.13c montre l'évolution du débit (Q) normé par le débit calculé pour une cavité d'élancement L/D = 1 (Q<sub>1</sub>) avec le rapport d'élancement et ceci pour les différents rapports d'anisotropie. On note que le débit normé Q/Q<sub>1</sub> décroît quand l'élancement et le rapport d'anisotropie augmentent. Cette figure peut être utilisée pour la détermination du rapport d'anisotropie du sol. Pour cela, il suffit de réaliser des essais pour différents élancements et de reporter les résultats de mesures dans la figure 3.13c et déterminer ainsi le rapport d'anisotropie. Ensuite, on peut utiliser la figure 3.13b pour déterminer le rapport Q/k<sub>x</sub>DH, connaissant Q, D et H, on peut alors calculer la perméabilité k<sub>b</sub>.



Figure 3.13a : Influence du débit dans un sol anisotrope



Figure 3.13b : Evolution du débit normé en fonction du degré d'anisotropie  $(k_h \text{ est fixée}, k_v \text{ varie})$ 




# 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé une étude numérique du facteur de forme à l'aide de la méthode des frontières. L'étude a comporté une analyse de l'influence des principaux paramètres sur le facteur de forme, notamment l'étendue latérale du domaine, la proximité d'un substratum imperméable ou de la surface de la nappe et la stratification et l'anisotropie des sols.

L'étude numérique a montré une influence importante de l'extension du domaine sur le calcul du facteur de forme. L'extension à retenir dans le calcul dépend de la profondeur de la cavité. A titre d'exemple, pour une cavité de profondeur égale à 50D, la frontière latérale doit être située à une distance de l'ordre de 80D de l'axe de la cavité.

Une comparaison des résultats de calcul avec la méthode de Hvorslev montre que cette dernière sous-estime le facteur de forme de l'ordre de 10%, sauf pour les petits élancements.

L'étude a également montré que la condition d'écoulement imposée sur le fond de la cavité affecte très légèrement le débit d'écoulement, notamment pour les grands élancements.

L'étude de l'écoulement dans un sol bicouche montre que lorsque la première couche est plus perméable, l'interprétation de l'essai peut être réalisée en utilisant les facteurs de forme des sols homogènes. Dans le cas où la seconde couche est plus perméable que la première, des précautions doivent être prises dans l'interprétation de l'essai quand ce dernier est effectué dans la deuxième couche. Une méthode a été proposée pour analyser ce cas.

L'interprétation des essais réalisés dans des sols anisotropes est délicate car l'anisotropie affecte d'une manière sensible l'écoulement. L'interprétation de ces essais à l'aide des formules développées pour les sols isotropes peut conduire à des erreurs élevées. Les résultats des simulations numériques ont permis de proposer une méthode pour la détermination de la perméabilité dans ce cas. Cette méthode est fondée sur la réalisation des essais avec des cavités ayant différents élancements. Les perméabilités horizontale et verticale peuvent être ensuite déterminées en utilisant des abaques que nous avons proposés à partir des simulations numériques.

# Chapitre 4

# Interprétation de l'essai Lefranc dans un sol partiellement saturé

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'influence de la non saturation du sol sur l'essai Lefranc. Dans un premier temps, on présente les équations régissant l'écoulement dans un sol partiellement saturé et l'intégration de ces équations dans un programme de calcul par éléments finis. Ce programme est ensuite utilisé pour étudier l'influence de la présence d'une couche de sol partiellement saturé sur le facteur de forme utilisé dans l'interprétation de l'essai Lefranc.

#### 4.1 Introduction

Dans certaines applications, notamment pour les problèmes d'environnement, on peut être amené à mesurer la perméabilité des sols dans des zones proches de la surface de la nappe. Dans ce cas, les mesures réalisées peuvent être affectées par le comportement hydrodynamique des sols partiellement saturés.

Dans ce chapitre, on propose d'analyser l'essai Lefranc lorsqu'il est pratiqué au voisinage d'une couche de sol non saturé. Cette analyse est réalisée par la résolution à l'aide d'une modélisation par éléments finis du problème d'écoulement dans un massif comportant une couche de sol partiellement saturé. Après une description du modèle d'écoulement choisi et de son intégration dans un programme de calcul par éléments finis, on présente une étude de l'influence de la non saturation du sol sur le facteur de forme.

#### 4.2 Ecoulement dans les sols saturés

On considère un volume élémentaire représentatif (VER) qui rassemble un nombre suffisant de pores pour être représentatif de la structure de la matière. Pour cet élément, le principe de conservation de la masse stipule que la variation de flux massique à travers la frontière de l'élément se traduit par une variation égale à la masse emmagasinée dans cet élément.

$$\operatorname{div}\left(\rho_{w} v\right) = -\frac{\partial\left(\rho_{w} n\right)}{\partial t}$$

$$4.1$$

où n désigne la porosité du milieu,  $\rho_w$  la masse volumique du fluide et v la vitesse d'écoulement.

L'équation de diffusion d'un fluide dans un milieu poreux s'écrit en utilisant la loi de Darcy généralisée :

$$\mathbf{v} = -\mathbf{k} \operatorname{grad}(\mathbf{h}) \tag{4.2}$$

h et k désignent respectivement la charge hydraulique et la perméabilité.

Si on prend en compte la compressibilité de l'eau et du squelette, on écrit le second membre de l'équation 4.1 sous la forme suivante :

$$\frac{\partial (\rho_{w} \mathbf{n})}{\partial t} = \rho_{w} S_{s} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}$$

$$4.3$$

S<sub>s</sub> désigne le coefficient d'emmagasinement spécifique qui s'écrit sous la forme :

 $S_s = \rho_w g(\alpha + n\beta)$ 

g est l'accélération de la pesanteur,  $\alpha$  et  $\beta$  désignent respectivement la compressibilité verticale du terrain et la compressibilité volumique de l'eau.

$$\frac{\mathrm{d}\,V}{\mathrm{V}} = \alpha\,\mathrm{d}p \qquad \qquad \frac{\mathrm{d}\,\rho_{\mathrm{w}}}{\rho_{\mathrm{w}}} = \beta\,\mathrm{d}p$$

p est la pression interstitielle.

La combinaison des équations 4.1 à 4.3 conduit à l'équation générale de l'écoulement dans un milieu saturé :

div (k grad (h)) = 
$$S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$
 4.4

# 4.3 Ecoulements dans les sols partiellement saturés

Dans de nombreuses applications, la surface de la nappe se trouve en dessous de la surface du sol. Dans ce cas, la nappe d'eau sépare le sol en deux parties :

une zone saturée qui se trouve en dessous de la nappe et une zone non saturée qui se trouve au dessus de la nappe. La figure 4.1 présente un exemple de variations de la pression d'eau et de la saturation dans ce type de sol (Marsily 1981).



Figure 4.1 : Profil de la pression et de la saturation dans un massif naturel

Si, par référence à la pression atmosphérique, on considère nulle la pression d'eau sur la surface de la nappe, cette pression est positive sous la nappe et croît linéairement avec la profondeur du sol; par contre, elle est négative au dessus de la nappe.

En regardant de plus près la zone non saturée, on trouve juste au dessus de la nappe une zone saturée appelée frange capillaire, ensuite une zone où la succion augmente quand la saturation en eau diminue. A proximité de la surface du sol, la situation dépend des conditions hydrologiques (sol humidifié après une pluie ou sol desséché après une période de sécheresse).

Les deux phénomènes majeurs qui caractérisent un sol partiellement saturé sont la perméabilité k et la succion  $\Psi$  qui varient en fonction du degré de saturation (Muskat 1946, Thony 1970, Vauclin 1975). A titre d'exemple, on donne dans les figures 4.2 et 4.3 les variations de ces deux grandeurs avec la teneur en eau dans le sol.





Figure 4.3 : Courbe de la succion

La perméabilité d'un sol partiellement saturé peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{s} \, \mathbf{k}_{r} \left( \boldsymbol{\theta} \right) \tag{4.5}$$

où  $k_s$ ,  $k_r$  et  $\theta$  désignent respectivement la perméabilité du sol saturé, la perméabilité relative et la teneur en eau volumique.

La succion est généralement très grande pour les faibles valeurs du degré de saturation. Ensuite, elle décroît avec la saturation. La relation succion-teneur en eau est appelée courbe de rétention. Elle présente généralement un phénomène d'hystéresis.

Dans un sol partiellement saturé, l'équation de conservation de la masse de la phase fluide s'écrit sous la forme :

$$\operatorname{div}\left(\rho_{w} v\right) = -\frac{\partial(\rho_{w} \theta)}{\partial t}$$
4.6

La loi de Darcy s'écrit sous la forme suivante (Bolt 1969, Vauclin 1975) :

$$\mathbf{v} = -\mathbf{k}\left(\boldsymbol{\theta}\right) \mathbf{grad}\left(\mathbf{h}\right) \tag{4.7}$$

Si on néglige la compressibilité de l'eau, l'équation 4.6 s'écrit sous la forme :

div 
$$(k_r k_s \operatorname{grad}(h)) = C(\Psi) \frac{\partial h}{\partial t}$$
 4.8

 $C(\psi) = \partial \theta / \partial \psi$  représente la capacité capillaire du sol.

Nous avons choisi d'écrire l'équation générale de l'écoulement 4.8 en fonction de la charge hydraulique et non en fonction de la teneur en eau pour deux raisons. D'une part, la charge hydraulique est continue entre les zones saturée et non saturée. D'autre part, la charge hydraulique reste continue même quand le milieu n'est pas homogène, en revanche il y a une discontinuité des teneurs en eau au contact de deux matériaux de caractéristiques différentes.

## 4.4 Courbes de rétention

#### 4.4.1 Généralités

L'équation générale de l'écoulement dans un sol non saturé est définie dans l'équation 4.8. Cette relation fait intervenir deux fonctions : la courbe de rétention  $\psi(\theta)$  et la perméabilité relative  $\mathbf{k}_r(\theta)$ .

La relation succion-teneur en eau a été étudiée en laboratoire à l'aide de différentes méthodes : la tensiométrie, la méthode osmotique, les appareils de Richards, la méthode du papier filtre, la psychrométrie et les dessicateurs (Delage 1987, Fry 1989, Fredlund et al 1994). Ainsi diverses formulations ont été proposées pour cette relation (Brooks et Corey 1964, Mckee et Bumb 1984 1987). Une description détaillée de ces formulations est donnée en annexe 1.1.

En ce qui concerne la détermination de la perméabilité d'un sol non saturé, il existe deux procédés : les méthodes expérimentales ou les modèles statistiques. Pour les premières, différentes équations basées sur des résultats expérimentaux (la colonne double source, le perméamètre osmotique, le perméamètre à surpression d'air (Fry 1989)) ont été proposées (Averjanov 1950, Davidson et al 1969, Campbell 1973) (Annexe 1.2). Les secondes consistent à déduire, à partir de la courbe de rétention et d'un modèle statistique, la relation entre la perméabilité relative et la succion (Burdine 1953, Mualem 1976, Fredlund et Xing 1994). L'approche est basée sur le fait que la perméabilité ainsi que les caractéristiques de la courbe de rétention sont déterminées à partir de la distribution des dimensions des pores.

#### 4.4.2 Choix du modèle

Dans ce travail, on a adopté le modèle de van Genuchten (1980) pour la courbe de rétention et le modèle de Mualem (1976) pour la perméabilité relative. Les expressions de ces modèles sont données par :

$$k_{r}(\psi) = \frac{(1 - (\alpha_{v}\psi)^{m_{v}n_{v}} \left[1 + (\alpha_{v}\psi)^{n_{v}}\right]^{-m_{v}})^{2}}{(1 + (\alpha_{v}\psi)^{n_{v}})^{m_{v}/2}} \qquad si \qquad \psi > 0$$

$$k_r(\psi) = 1$$
 si  $\psi \le 0$ 

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)(1 + (\alpha_v \psi)^{n_v})^{-m_v} \qquad \text{si} \qquad \psi > 0$$

$$\theta = \theta_s$$
 si  $\psi \le 0$ 

 $n_v = 1/(1-m_v)$ 

 $n_v$ ,  $\alpha_v \cdot \theta_r$  et  $\theta_s$  sont des paramètres caractéristiques du sol.

Le choix de ce modèle est motivé par les facteurs suivants :

- (i) les deux fonctions retenues modélisent correctement une grande variété de sols allant des sables aux argiles (Vauclin 1975, Humbert 1984);
- (ii) le modèle nécessite peu de paramètres  $(\theta_r, \theta_s, k_s, \alpha_v, n_v)$  qui ont l'avantage également d'être flexibles et permettent de retrouver des modèles proposés dans la littérature;
- (iii) ce modèle est largement utilisé dans différentes disciplines telles que la géotechnique, l'hydrologie et l'agronomie.

Dans le tableau 4.1, on donne les paramètres du modèle pour différents types de sols (Rawls et al 1982).

	θ <sub>r</sub>	θ <sub>s</sub>	$k_s(m/s)$	$\alpha_{\rm V}({\rm m}^{-1})$	n <sub>v</sub>
sable	0,02	0,417	5,83E-05	13,8	1,592
sable argileux	0,109	0,321	3,33E-07	3,4	1,168
Argile	0,09	0,385	1,66E-07	2,7	1,131

Tableau 4.1 : Valeurs des paramètres du modèle de van Genuchten-Mualem pour différents types de sol

#### 4.5 Intégration du modèle dans un code de calcul par éléments finis

#### 4.5.1 Formulation

L'application de la méthode de Galerkin à l'équation d'écoulement 4.8 et l'utilisation d'une discrétisation classique par éléments finis conduisent au système d'équations différentielles (Zienkiewicz 1977) :

$$K H + C \frac{dH}{dt} = F$$

$$4.9$$

où K et C désignent respectivement les matrices de rigidité et d'emmagasinement, H est le vecteur des charges hydrauliques et F représente le vecteur des flux imposés.

K, C et F sont obtenues par les intégrales suivantes :

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{t} \mathbf{k} \mathbf{B} \, d\Omega, \qquad \mathbf{C} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{t} \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \mathbf{N} \, d\Omega, \qquad \mathbf{F} = \int_{\Gamma_{q}} \mathbf{N}^{t} \mathbf{q} \, d\Gamma$$

où N désigne la matrice des fonctions d'interpolation, B le gradient de N et q le flux imposé.

#### 4.5.2 Intégration numérique

L'intervalle de temps [0, T]est divisé en n intervalles I<sub>i</sub>:

 $I_i = [t_{i-1} - t_i] \text{ avec } t_0 = 0, \qquad t_n = T.$ 

En faisant l'hypothèse que la charge hydraulique varie linéairement sur chaque l'intervalle, on obtient :

$$H(t) = (1 - \alpha) H^{i-1} + \alpha H^{i}$$

$$\frac{d H}{d t} = \frac{H^{i} - H^{i-1}}{\Delta t}$$
4.10
4.11

avec  $\alpha = \frac{t - t_{i-1}}{\Delta t}$ , H<sup>i-1</sup> et H<sup>i</sup> sont les valeurs de la charge hydraulique aux bornes de

l'intervalle I<sub>i</sub>.

De la même manière, on suppose que le vecteur F varie linéairement sur chaque intervalle, soit :

$$F = (1 - \alpha) F^{i-1} + \alpha F^{i}$$
 4.12

Différentes valeurs de  $\alpha$  peuvent être choisies :

-  $\alpha = 0.5$  correspond à un schéma d'intégration dans le temps utilisant la méthode de différences finies,

-  $\alpha = 0.66$  correspond à l'utilisation de la méthode de Galerkin.

Dans nos simulations, la valeur de  $\alpha$  a été fixée à 0,75. Ceci correspond à un schéma implicite inconditionnellement stable généralement recommandé pour ce type de problèmes (Vauclin 1975, van Genuchten, 1980, Humbert, 1984).

En reportant les équations 4.10 à 4.12 dans l'équation 4.9, on obtient le système d'équations :

$$\overline{\mathbf{K}} \mathbf{H}^{\mathbf{i}} = \overline{\mathbf{F}}$$
 4.13

avec

 $\overline{\mathbf{K}} = \mathbf{C} + \boldsymbol{\alpha} \, \Delta \mathbf{t} \, \mathbf{K}$ 

 $\overline{F} = \left[ -(1-\alpha) \Delta t \ K + C \right] H^{i-1} + \alpha \Delta t \ F^{i} + (1-\alpha) \Delta t \ F^{i-1}$ 

La non saturation du sol implique que les matrices C et K varient avec la succion et la teneur en eau, ce qui rend le système d'équations 4.13 non linéaire. Pour la résolution de ce problème, nous avons utilisé un schéma incrémental couplé avec un processus itératif. Ainsi, à chaque itération les matrices C et K sont calculées d'après les valeurs de la succion et de la teneur en eau calculées à l'itération précédente. La résolution du système 4.13 permet de calculer une nouvelle valeur du vecteur de charge hydraulique et de redémarrer une nouvelle itération. Le calcul itératif est arrêté lorsque l'évolution du vecteur de charge hydraulique entre deux itérations successives est inférieure à une certaine tolérance.

Le modèle d'écoulement présenté dans la section 4.5.1 a été introduit dans le programme de calcul par éléments finis PECPLAS développé dans notre laboratoire (Shahrour 1992). Nous allons ci-après présenter un exemple de validation de ce programme. Ensuite, ce programme est utilisé pour l'étude du facteur de forme dans un sol partiellement saturé.

#### 4.6 Vérification du programme de calcul développé

Le programme développé a été vérifié sur un exemple d'infiltration unidimensionnelle dans une colonne soumise à une charge constante (Figure 4.4). Pour cet exemple, on dispose d'une solution numérique qui a été obtenue à l'aide du code du calcul CHAINE\_2D (Simunek et van Genuchten 1994). Cette solution servira à vérifier le programme développé. Le matériau utilisé est un sable homogène et isotrope. Les caractéristiques de ce sable sont données dans le tableau 4.2. La colonne est soumise à une charge hydraulique constante à sa surface. Le sable dans la colonne est supposé initialement en état de pression constante (-150 cm). Les conditions aux limites de ce problème sont :

- un flux nul sur la frontière AB, AD et CD ;

- une charge hydraulique constante (h = 0.8 cm) sur BC.

Le calcul a été réalisé avec une discrétisation de la colonne en 61 éléments isoparamétriques à quatre nœuds (figure 4.4) avec un pas de temps  $\Delta t = 1$ s. Ce dernier a été déterminé après des calculs préliminaires.

θ <sub>r</sub>	θ	k <sub>s</sub> (cm/s)	$\alpha_{v}(cm^{-1})$	n <sub>v</sub>
0,02	0,35	7,22E-04	0,041	1,967

Tableau 4.2 : Caractéristiques du sable de l'exemple de vérification



Figure 4.4 : Géométrie et maillage de l'exemple de vérification

Les figures 4.5a-d donnent les profils de pression dans la colonne à différents instants, obtenus avec les programmes PECPLAS et CHAINE\_2D (Simunek et van Genuchten 1994). Le bon accord entre ces résultats permet de vérifier le programme développé.







Figure 4.5 : Vérification du programme PECPLAS sur l'écoulement dans une colonne de sol partiellement saturé

# 4.7 Application au calcul du facteur de forme dans un sol partiellement saturé

Dans cette section, on propose d'utiliser le code de calcul PECPLAS pour étudier l'influence de la présence d'une couche de sol partiellement saturé sur l'écoulement de l'eau à travers une cavité cylindrique. Cette étude a été réalisée en considérant deux matériaux, un sable et une argile, et pour différentes positions de la cavité par rapport à la surface de la nappe.

#### 4.7.1 Méthodologie

La figure 4.6 montre la configuration étudiée. Il s'agit d'une cavité cylindrique de longueur L et de diamètre D. La distance entre le toit de la cavité et la surface de la nappe d'eau est notée Zn, la distance entre le fond de la cavité et le substratum imperméable est notée Zs, la distance entre la cavité et la paroi latérale est notée Re et la distance entre la surface de la nappe et le toit du domaine (surface du sol) est notée Ns.

Les conditions aux limites de ce problème sont :

- flux nul sur les surfaces AB, DF, FG, GI et IA,

- charge hydraulique constante (h = H) sur les surfaces BC et CD.

Pour les conditions initiales, on suppose que le sol est en équilibre hydrostatique.

La simulation numérique consiste à suivre l'infiltration d'eau à travers la cavité. L'infiltration est supposée avoir lieu à partir d'une hauteur initiale de l'eau dans le forage sans apport d'eau au cours de l'écoulement (Q = 0). Le calcul est réalisé par incréments. A chaque incrément, la hauteur de la colonne d'eau dans le forage est actualisée pour prendre en compte la quantité d'eau infiltrée dans le sol.



Figure 4.6 : Domaine d'étude : configuration géométrique et notations

#### 4.7.2 Analyse d'un cas de référence

#### Présentation de l'exemple

L'exemple de référence concerne une cavité de longueur L = 1 m et de diamètre D = 0,12 m. Le toit de la cavité est supposé coïncider avec la surface de la nappe. L'épaisseur de la couche de sol partiellement saturé est égale à Ns = 15,8D. Les autres grandeurs sont données par Zs = 6D et Re = 30D. Le niveau initial de la colonne d'eau dans le forage est supposé à 2m au dessus de la surface de la nappe (16,7D), la différence de charge hydraulique initiale entre la nappe et l'eau dans la colonne est égale à H<sub>0</sub> = 2m. Les caractéristiques hydrodynamiques du sable retenues dans cet exemple sont présentées dans le tableau 4.3. Les figures 4.7 a et c montrent respectivement les courbes de rétention et de perméabilité relative de ce sable. Sur la figure 4.7b, on montre les valeurs initiales de la capacité dans la couche de sol partiellement saturé. On note que le calcul a été réalisé avec un maillage constitué de 2044 éléments isoparamétriques à huit nœuds.

	θ <sub>r</sub>	θ	k <sub>s</sub> (m/s)	$\alpha_{\rm V}({\rm m}^{-1})$	n <sub>v</sub>
sable	0,02	0,417	5,83e-5	13,8	1,592

Tableau 4.3 : Caractéristiques hydrodynamiques du sable de l'exemple de référence



(a)

(b)



Figure 4.7 : Courbes des caractéristiques hydrodynamiques du sable

(a) Variation de la succion en fonction de la teneur en eau
(b) Evolution de la capacité capillaire en fonction de la succion
(c) et (d) Variation de la perméabilité relative en fonction de la teneur en eau

#### **Résultats**

La figure 4.8a montre la variation de la charge hydraulique en fonction du paramètre adimensionnel T (T = k D t / S). On remarque que la charge hydraulique décroît au cours du temps jusqu'à la stabilisation qui a lieu quand le niveau d'eau dans la colonne coïncide avec celui de la nappe dans le sol. La figure 4.8b présente l'évolution de la charge hydraulique en fonction du logarithme du paramètre T. On note que cette évolution est linéaire sur une bonne partie de l'intervalle d'infiltration. La pente de la partie linéaire de cette courbe est égale à 22,8. Dans le cas d'un écoulement dans un sol saturé, cette pente est égale au facteur de forme (cf. équation 3.9). Afin d'illustrer l'influence de la non saturation du sol sur le facteur de forme, nous avons déterminé, par un calcul par éléments finis, le facteur de forme du cas étudié en supposant que le niveau de la nappe se situe au niveau de la surface du sol (on néglige la présence de la couche située au dessus de la nappe), la valeur du facteur de forme obtenue est égale à 28,1. Ce résultat montre que la présence d'une zone non saturée au dessus de la cavité réduit le facteur de forme. Pour le cas étudié, on obtient une réduction de ce facteur de l'ordre de 25%.



Figure 4.8a : Variation de la charge hydraulique en fonction du temps



Figure 4.8b : Variation de la charge semi-logarithmique en fonction du temps

#### 4.7.3 Etude de l'influence de l'épaisseur de la zone partiellement saturée

Dans cette section, on présente une étude de l'influence de l'épaisseur de la zone partiellement saturée sur le facteur de forme. La configuration adoptée est identique à celle de l'exemple de référence (Figure 4.6). Quatre cas ont été analysés. Ils correspondent à des cavités avec une épaisseur de la zone non saturée (Ns) variant entre 5D et 15,8D (Zn = 0; 0,8D; 5,8D et 10,8D). Les calculs ont été effectués pour deux matériaux, à savoir un sable et une argile. Les caractéristiques du sable sont celles utilisées dans l'exemple de référence.

#### 4.7.3.1 Cavité dans un sable

La figure 4.9a présente l'évolution de la charge hydraulique en fonction du paramètre adimensionnel T pour les différentes positions de la nappe. On constate que la charge hydraulique diminue jusqu'à la stabilisation. Le taux de diminution dépend de la position de la nappe. Il augmente avec le rapprochement entre la surface de la nappe et la cavité. La figure 4.9b donne l'évolution de la charge hydraulique en fonction de ln(T) pour les différentes positions de la surface de la nappe.

On constate que cette évolution est quasi linéaire sur une bonne partie de l'intervalle d'observation. Le calcul des pentes des parties linéaires permet de déterminer le facteur de forme. Les résultats obtenus sont illustrés dans la figure 4.9c. On note que ce facteur diminue de 22,8 à 19,2 lorsque la distance entre la nappe et le toit de la cavité croît de 0 à 15,8D.

Afin d'illustrer l'influence de la présence de la zone non saturée sur le facteur de forme, nous avons déterminé les valeurs de ce facteur en négligeant la présence de la couche de sol non saturé (on suppose que la surface du sol coïncide avec le niveau de la nappe). La figure 4.9d montre la variation du rapport  $m/m_{sature}$  (m désigne le facteur de forme en prenant en considération une colonne de sol partiellement saturé,  $m_{sature}$  désigne le facteur de forme en négligeant la présence de cette colonne). On note que ce rapport augmente de 0,81 à 0,99 lorsque la distance entre la nappe et la cavité croît de 0 à 6D. Ceci signifie que la présence d'une couche de sol partiellement saturé réduit la valeur du facteur de forme, en particulier quand cette couche est proche de la cavité.





- (a) : Variation de la charge hydraulique en fonction du temps
- (b) : Variation de la charge semi-logarithmique au cours du temps





- (c) : Valeurs des facteurs de forme
- (d) : Valeurs normées des facteurs de forme

#### 4.7.3.2 Cavité dans une argile

Dans cette section, on propose d'élargir l'étude présentée ci-dessus à l'argile. Les caractéristiques retenues pour ce matériau sont données dans le tableau 4.4. Les figures 4.10 a et c montrent les courbes de rétention et de perméabilité relative de cette argile. Sur la figure 4.10 b, on montre les valeurs initiales de la capacité capillaire dans la couche d'argile partiellement saturée.

	θ	θ	k <sub>s</sub> (m/s)	$\alpha_{\rm V}({\rm m}^{-1})$	n,
argile	0,09	0,385	1,66e-7	2,7	1,131

Tableau 4.4 :	Caractéristiq	ues hydrody	ynamiques (	de l'a	rgile
			/		- 0



Figure 4.10 : Courbes des caractéristiques hydrodynamiques d'une argile

(a) Variation de la succion en fonction de la teneur en eau

(b) Evolution de la capacité capillaire en fonction de la succion



Figure 4.10 : Courbes des caractéristiques hydrodynamiques d'une argile (c) et (d) Variation de la perméabilité relative en fonction de la teneur en eau

Les résultats des simulations sont illustrés dans la figure 4.11. On constate que le taux de diminution de la charge hydraulique diminue avec la distance entre la nappe et la cavité. Ceci indique que le facteur de forme décroît avec cette distance. Afin d'étudier l'influence de la présence de la couche d'argile partiellement saturée, nous avons, comme dans le cas du sable, calculé le facteur de forme en négligeant la présence de cette couche. Les résultats obtenus sont donnés dans la figure 4.11c.

On note que le rapport  $m/m_{saturé}$  croît avec la distance entre la surface de la nappe et la cavité (Zn). Il passe de 0,76 à 0,93 lorsque Zn croît de 0 à 6D. Ceci signifie que la présence d'une couche d'argile non saturée réduit le facteur de forme de 24% lorsque la nappe est au niveau du toit de la cavité et de 7% lorsque la cavité se trouve à une profondeur Zn = 6D sous la nappe. Cette réduction est plus importante que celle observée avec le sable.







(b)

- 90 -



(c)

Figure 4.11 : Influence de la zone non saturée sur le facteur de forme (exemple d'une argile)

(a) : Variation de la charge semi-logarithmique en fonction du temps

(b) : Valeurs des facteurs de forme

(c) : Valeurs normées des facteurs de forme

# 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude de l'influence de la présence d'une couche de sol non saturé sur le facteur de forme.

L'étude a été réalisée en utilisant le modèle Mualem-van Genuchten pour l'écoulement dans des sols partiellement saturés. Ce modèle a été intégré dans le code de calcul par éléments finis PECPLAS développé dans notre laboratoire.

Les simulations numériques ont été effectuées avec deux types de sols, à savoir un sable et une argile. Dans chaque cas, nous avons considéré différentes positions de la nappe par rapport au toit de la cavité (différentes épaisseurs d'une couche de sol partiellement saturé). Les résultats des simulations ont montré que la présence de la couche de sol partiellement saturé affecte le facteur de forme d'une manière moins sensible que la distance entre la surface de la nappe et la cavité. En effet, en considérant la présence de sol partiellement saturé, nous avons montré que le facteur de forme croît lorsque la nappe se rapproche du toit de la cavité (ceci correspond à une augmentation de l'épaisseur de la couche non saturée). Nous avons également montré que la présence d'une couche de sol partiellement saturé proche de la cavité réduit le facteur de forme. Cette réduction est de l'ordre de 20% lorsque le toit de la cavité coïncide avec la surface de la nappe, mais elle est de l'ordre de 2% (respectivement 7%) lorsque le toit de la cavité est à 6D sous la nappe dans un sol sableux (respectivement argileux).

# **Conclusion générale**

Ce travail a été consacré à une étude numérique et expérimentale du facteur de forme utilisé pour l'interprétation de l'essai Lefranc, qui sert à mesurer la perméabilité des sols in situ.

L'étude expérimentale a été réalisée à l'aide d'un dispositif tridimensionnel basé sur l'analogie électrique. Les essais réalisés à l'aide de ce dispositif ont montré que le facteur de forme dépend de la position de la cavité par rapport à la surface de la nappe et du substratum. A titre d'exemple, pour une cavité ayant un élancement L/D = 10 (L et D étant la longueur et le diamètre de la cavité d'infiltration), le facteur de forme augmente de 10% lorsque la cavité se rapproche de la surface de la nappe, et diminue du même ordre quand la cavité se rapproche du substratum.

Par ailleurs, les résultats expérimentaux ont également montré que la présence d'un écran imperméable à une distance de l'ordre de 20D de la cavité réduit de 30% le facteur de forme. La présence d'une hétérogénéité perméable n'affecte que très légèrement le facteur de forme alors que la présence d'un bloc imperméable réduit ce facteur. A titre d'exemple, la présence d'un bloc de 20D de longueur et de 12D de diamètre placé à une distance de 9D de la cavité a réduit le facteur de forme de 25%.

L'étude du facteur de forme à l'aide de la méthode des frontières a montré que la méthode de Hvorslev conduit à sous-estimer ce facteur d'une valeur de l'ordre de 10% pour les grands élancements.

L'analyse de l'essai Lefranc dans un sol stratifié a montré que des précautions doivent être prises lors de l'interprétation des essais réalisés dans une couche de sol couverte par une couche de perméabilité plus faible. Des recommandations ont été proposées pour aider à l'interprétation de ces essais.

L'étude numérique a montré que l'anisotropie affecte d'une manière sensible l'essai Lefranc. L'interprétation des essais réalisés dans des sols anisotropes à l'aide des formules développées pour les sols isotropes peut conduire à des erreurs importantes. Une méthode a été proposée pour l'interprétation de ces essais. Elle est fondée sur la réalisation des essais avec des cavités de différents élancements. Les perméabilités horizontale et verticale peuvent être ensuite déterminées en utilisant les abaques proposés. L'influence de la non saturation du sol sur l'essai Lefranc a été étudiée à l'aide du modèle de Mualem-van Genuchten qui a été intégré dans le code de calcul par éléments finis PECPLAS. Les simulations numériques ont montré que la présence d'une couche de sol partiellement saturé réduit le facteur de forme. Cette réduction est de l'ordre de 20% lorsque le toit de la cavité se situe au niveau de la surface de la nappe. Il est à noter que l'influence de la présence de cette couche est moins sensible que l'influence de la distance entre la cavité d'infiltration et la surface de la nappe.

# **Références bibliographiques**

AL DHAHIR Z.A., MORGENSTERN N.R. (1969) - "Intake factors for cylindrical piezometer tips" - Soil Science, vol. 107, nº. 1, pp. 17-21.

**AVERJANOV S.F.** (1950) - "About permeability of subsurface soils in case of incomplete saturation" – in English Collection as Quoted by Palubarinova P. Ya, The theory of ground water movement, vol. 7, pp. 19-21.

**BEASY** (1994) - "Boundary Element Analysis System" - Manuel d'utilisation, Computational Mechanics, Southampton, UK.

**BJERRUM L., NASH J.K.T.L., KENNARD R.M., GIBSON R.E.** (1972) - "Hydraulic fracturing in field permeability testing" - Géotechnique, vol. 22, nº. 2, pp. 319-322.

**BOERSMA L.** (1965) - "Field measurement of hydraulic conductivity below a water table" - Methods of Soil Analysis, Editions C. A. Black. American Society of Agronomy, Madison, W1. pp. 222-233.

**BOLT G.H.** (1969) - "On the magnitude of coupling effects between differents fluxes in porous media" – Publi, AIHS XIV.3.

BRAND E.W., PREMCHITT J. (1980) - "Shape factors of cylindrical piezometers" - Géotechnique. vol. 30, nº. 4, pp. 369-384.

**BREBBIA C.A, DOMINGUEZ J.** (1980) - "Boundary Element : An Introductory Course", CMP, Southampton, Boston.

**BURDINE N.T.** (1953) - "Relative permeability calculation size distribution data" – Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, vol. 198, pp. 71-78.

CAMPBELL J.D. (1973) - "Pore pressures and volume changes in unsaturated soils" – Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign.

CANADIAN FOUNDATION ENGINEERING MANUAL (1985) - "The Canadian Geotechnical Society - Bitech Publishers", Vancouver. p. 47.

CASSAN M. (1979) - "Filtration dans les cavités souterraines : Application à l'épuisement des fouilles superficielles, Première partie : Cavités sphériques" - ANNALES de l'ITBTP, nº. 371, p. 51.

**CASSAN M.** (1979) - "Filtration dans les cavités souterraines : Application à l'épuisement des fouilles superficielles et au rabattement par puits filtrants, Deuxième partie : Cavités ellipsoïdes" - Annales de l'ITBTP, nº. 371.

CASSAN M. (1980) - "Les essais d'eau dans la reconnaissance des sols" - Ed. Eyrolles; Paris, p. 127.

CASSAN M. (1994) - "Aide-Memoire de l'hydraulique des sols" - Presse des ponts et chaussées, Paris, p. 193.

CHAPUIS R.P. (1989) - "Shape factors for permeability tests in boreholes and piezometers" - GroundWater, vol. 27, nº. 5, pp. 647-654.

**COSTET J., SANGLERAT G.** (1981) - "Cours de mécanique des sols" – Dunod, 3<sup>ème</sup> édition, Paris, p. 283

DACHLER R. (1936) - "Groundwasserstromung (Flow of Ground Water)" - Julius Springer, Vienna, p. 141.

**DAVIDSON J.M, STONE L.R, NIELSON D.R., AND LARUE M.E.** (1969) - "Field measurement and use of soil-water properties" – Water Ressources Research, vol. 5, pp. 1312-1321.

**DELAGE P.** (1987) - "Aspects du comportement des sols non saturés" – Revue Française de Géotechnique, vol. 40, n<sup>o</sup>. 3, pp. 33-43.

**DHOUIB A., SHAHROUR I., LAFHAJ Z, DELFAUT A.** (1998) - "Essais Lefranc pour la mesure de la perméabilité in-situ : Etude théorique et interprétation pratique" - Revue Française de Géotechnique, p. 15 (accepté).

**DUPUIT J.** (1863) - "Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux ouverts et à travers les terrains perméables" - Dunod, Paris, p. 304.

**FRY J.J.** (1989) - "Les calculs d'écoulement transitoire dans les sols. A la recherche d'une méthodologie" – Actes du colloque Bilan et Perspectives du GRECO géomateriaux, Edité par Félix Darve, pp.95-130.

**FREDLUND D. G., XING A.** (1994) - "Equations for the soil-water characteristic curve" – Canadian Geotechnical journal, vol. 31 pp. 521-532.

**FREDLUND D. G., XING A., HUANG S.** (1994) - "Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil water characteristic curve" – Canadian Geotechnical journal, vol. 31 pp. 533-546.

GIBSON R. E. (1963) - "An analysis of system flexibility and its effect on time lag in pore-water measurement" - Géotechnique, vol. 13, nº. 1, pp. 1-11.

. GIBSON R. E. (1966) - "A note on the constant head test to measure soil permeability in situ" - Géotechnique, vol. 16, nº. 3, pp. 256-257.

**GIBSON R. E.** (1970) - "An extension to the theory of the constant head in situ permeability test" - Géotechnique, vol. 20, nº. 2, pp. 193-197.

**HUMBERT P.** (1984) - "Application de la méthode des éléments finis aux écoulements en milieux poreux" – Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, nº. 132, pp. 21-37.

**HVORSLEV M.J.** (1951) - "Time lag and soil permeability in ground water levels and pressures" - U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, MS, Bulletin 36, p. 50.

**LEFRANC E.** (1936) - "Procédé de mesure de la perméabilité des sols dans les nappes aquifères et application au calcul du débit des puits" - Le génie Civil, vol. CIX, nº. 15, pp. 306-308.

**LEFRANC E.** (1937) - "La théorie des poches absorbantes et son application à la détermination du coefficient de perméabilité en place et au calcul du débit des nappes d'eau" - Le génie Civil, vol. CXI, nº. 20, pp. 409-413.

MANDEL J. (1939) - "Note sur le calcul des infiltrations" - Annales des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 57-110.

, MARSILY G. (1981) - "Hydrogéologie quantitative" – Masson, Paris, p.213.

MILLIGAN V. (1975) - "Field measurement of permeability in soil and rock" - Proc. ASCE Conf. In Situ Measurement of Soils Properties; Raleigh, NC. vol. 2, pp. 3-36.

MUALEM Y. (1976) - "A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media" – Water Ressources Rechearch, vol. 12, pp. 513-522.

MUSKAT M. (1946) - "The flow of homogeneous fluids throungh porous media" – J.W. Edwards Am. Arbor. Michigan.

NORME FRANÇAISE NF P 94-132. (1992) - "Sols : Reconnaissance et essais, Essai d'eau Lefranc" - AFNOR, p. 16.

RAT M., LAVIRON F., JOREY J.C. (1970) - "Essai Lefranc" - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, nº. Spécial N, «Hydraulique des Sols», pp. 56-66.

RAT M., LAVIRON F. (1974) - "Mesures du coefficient de perméabilité par essais ponctuels" - 2ème Congrès International de Géologie de l'Ingénieur, Sao Paulo, Bull. Liaison Labo. P. et Ch. 73, pp. 179-182.

**RAWLS, W.J., BRAKENSIEK D.L., SAXTON K.E.** (1982) - "Estimating soil water properties" – Transactions, ASAE, 25(5), pp. 1316-1320 et 1328.

SCHNEEBELI, G. (1966) - "Hydraulique Souterraine" - Editions Eyrolles, Paris. P. 362.

SHAHROUR I. (1992) - "PECPLAS : A finite élément software for the resolution of earthwork problems" – Colloque International Géotechnique, informatique, Edition presse ENPC, Paris, France. pp. 327-334.

SHAHROUR I., LAFHAJ Z., DHOUIB A. (1996) - "Étude numérique du coefficient de forme utilisé dans l'interprétation des essais in situ pour la mesure de la perméabilité des sols" - Colloque du réseau des Laboratoires GEO, Aussois, pp. 37-40.

SIMUNEK J., VAN GENUCHTEN M.T. (1994) - "The CHAINE\_2D code for simulating the Two-Dimensional Movement of Water, Heat and Multiple Solutes in Variably-Saturated Porous Media, Research Rapport N°136. US Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, CA, p. 194.

SMILES, D.E, YOUNG G. (1956) - "Hydraulic conductivity determination by several field methods in sand tank" - Soil Science. vol. 99, pp. 83-87.

TAVENAS F., TREMBLAY M., LAROUCHE G., LEROUEIL S. (1986) - "In situ measurement of permeability in soft clays" - Proc., ASCE Speciality Conf. In Situ'86, Blacksburg, VA. pp. 1034-1048.

**TAVENAS F., DIENE M., LEROUEIL S.** (1986) - "Analysis of in situ constant head permeability test" - Proc., 39th Canadian Geotechnical Conf. Ottawa. pp. 71-77.

TAVENAS F., DIENE M., LEROUEIL S. (1990) - "Analysis of in situ constant head permeability test in clays" - Canadian géotechnical Journal. Vol. 27, pp. 305-314.

THONY J.L. (1970) - "Etude expérimentale des phénomènes d'hystérsis dans les écoulements en milieu poreux non saturés " – Thèse de docteur –Ingénieur, Grenoble.

**VAUCLIN M.** (1975) - "Etude expérimentale et numérique du drainage des nappes à surface libre : Influence de la zone non saturée" – Thèse de doctorat de l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble.

**Van GENUCHTEN M.T.** (1980) - "A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsatered soils" – Soil Science Society of America Journal, vol. 44, pp. 892-898.

WEBER W.G. (1968) - "In situ permeabilities for determining rates of consolidation" - Highway Research Record, v. 243, pp. 49-61.

WILKINSON W.B. (1968) - "Constant head in situ permeability tests in clay strata" - Géotechnique. vol. 18, nº. 2, pp.172-194.

**ZIENKIEWICZ O. C.** (1977) - "The finite element method" – Mc Graw-Hill, London, p. 787.

## Annexe 1.1

#### Modèles proposés pour la courbe de rétention

- Gardner (1958) :  $\Theta = \frac{1}{1 + q \psi^n}$ 

n, q sont deux paramètres du sol.

- Brooks et Corey (1964) :  $\Theta = (\frac{\Psi_a}{\Psi})^{\lambda}$ 

 $\psi_a$  est la valeur de pression d'entrée d'air et  $\lambda$  dépend du type de sol.

- Roger et Hornberger (1978) :  $\psi = -a(\Theta - b)(\Theta - 1)$ a, b deux paramètres.

- Van Genuchten (1980) :  $\Theta = \frac{1}{(1 + (\alpha \psi)^{n})^{m}}$ 

 $\alpha$ , n et m sont des paramètres empiriques.

- Williams et al (1983) :  $\ln(\psi) = a_1 + b_1 \ln(\theta)$ 

a<sub>1</sub>, b<sub>1</sub> sont des paramètres.

- McKee et Bumb (1984) :  $\Theta = e^{-(\psi - a_2)/b_2}$ a<sub>2</sub>, b<sub>2</sub> sont des paramètres du sol.

- McKee et Bumb (1987) : 
$$\Theta = \frac{1}{1 + e^{(\psi - a_3)/b_3}}$$

a<sub>3</sub>, b<sub>3</sub> sont des paramètres du sol.

- Fredlund et Xing (1994) :  $\Theta = \frac{1}{\operatorname{Ln}(e + (\frac{\Psi}{a})^n)^m}$ 

a, n et m sont des paramètres empiriques.

BU

## Annexe 1.2

# Modèles proposés pour la perméabilité relative

- Richards (1931) :  $k = a\psi + b$ 
  - a, b sont deux paramètres.

# - Averjanov (1950) : $\mathbf{k} = \Theta^{\mathbf{n}}$

n est un paramètre.

-Burdine (1953): 
$$\mathbf{k} = \Theta^2 \left( \int_{\theta_r}^{\theta} d\theta / (\psi(\theta))^2 \right) / \int_{\theta_r}^{\theta_s} d\theta / (\psi(\theta))^2$$

- Wind (1955) : 
$$\mathbf{k} = \frac{\alpha}{\psi^n}$$

 $\alpha$ , n sont deux parmètres.

- Gardner (1958) : 
$$\mathbf{k} = \mathbf{e}^{-\alpha \psi}$$

 $\alpha$  est un paramètre.

- Gardner (1960):  $k = k_s \frac{a}{a + \psi^n}$ 

a et n sont deux paramètres.

 $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{s} \qquad \text{si} \quad \psi \leq \psi_{a}$ - Brooks et Corey (1964) : :  $\mathbf{k} = \left(\frac{\psi}{\psi_{a}}\right)^{-n} \qquad \text{si} \quad \psi \geq \psi_{a}$ 

n est paramètre.

- 100 -

- Rijtema (1965): 
$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= \mathbf{k}_{s} & \text{si } \psi \leq \psi_{a} \\ \mathbf{k} &= e^{-\alpha(\psi - \psi_{a})} & \text{si } \psi \geq \psi_{a} \end{aligned}$$

 $\alpha$  est un paramètre.

- Davidson et al (1969) : 
$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{s} \mathbf{e}^{\alpha(\theta - \theta_{s})}$$

 $\alpha$  est un paramètre.

- Campbell (1973) : 
$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{s} \left(\frac{\mathbf{\theta}}{\mathbf{\theta}_{s}}\right)^{n}$$

n est un paramètre.

- Mualem (1976)

$$k(\theta) = k_s \Theta^p (1 - (1 - \Theta^{1/m})^m)^2$$

0 < m < 1 et p = 0,5.

