

Numéro d'ordre 2331

50376
1998
203

THESE



présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE DE LILLE

pour obtenir de grade de

DOCTEUR EN MECANIQUE

par

Hassan OUAZZANI TOUHAMI

**MODELISATION PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS
DU PHENOMENE DE CONTACT DANS LES MOTEURS PIEZOACTIFS**

Soutenue le 24 septembre 1998 devant la commission d'examen:

Président	D. BUISINE	Professeur
Rapporteurs	P. KAPSA	Directeur de recherche
	J.M. ROËLANDT	Professeur
Examineurs	L. BUCHAILLOT	Chargé de recherche
	J.C. DEBUS	Professeur
	R. LE LETTY	Ingénieur de recherche



Cette thèse a été préparée à l'**TEMN**
(Institut d'Electronique et de Microélectronique du Nord)
(UMR - CNRS 9929),
au sein de l'équipe d'acoustique du département **ISEN**
(Institut Supérieur d'Electronique du Nord)

Le code éléments finis ATILA utilisé et développé à été conçu pour le GERDSM
(Groupe d'Etude et de Recherche en Détection Sous Marine)
Son développement a été financé par la DCAN
(Direction des Constructions et Armes Navales).

ADAPTATION DE MAILLAGE

L'homme raisonnable s'adapte au monde, l'homme déraisonnable s'obstine à essayer d'adapter le monde à lui-même, tout progrès dépend donc de l'homme déraisonnable.

G.B. SHAW

REMERCIEMENTS

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur le professeur D. BUISINE qui a accepté la présidence de ce Jury.

Messieurs les professeurs P. KAPSA et J.M. ROËLANDT qui ont bien voulu juger ce travail dans sa version provisoire, avec un sérieux et une grande sympathie.

Je remercie monsieur J. C. DEBUS qui a suivi de près l'intégralité de ce travail. Cette thèse n'aurait vraisemblablement pas abouti sans ses multiples suggestions scientifiques. Je le remercie aussi de m'avoir accueilli au sein du laboratoire d'acoustique de l'Institut d'Electronique et de Microélectronique du Nord département Institut Supérieur d'Electronique du Nord.

Je remercie vivement monsieur B. DUBUS pour son soutien moral, sa fraternité et ses qualités humaines.

J'exprime toute ma reconnaissance à messieurs L. BUCHAILLOT et R. LE LETTY de m'avoir aidé à réaliser la partie application de ce travail et surtout pour leur sympathie et leur disponibilité.

J'exprime mes sincères remerciements à l'égard des tous les membres du laboratoires et à mes collègues doctorants ou ex-doctorants pour l'ambiance de travail chaleureuse qu'ils ont su créer.

Enfin je remercie toute ma famille pour le soutien qu'elle a su me porter durant toute la durée de cette thèse et tout particulièrement à ma mère qui m'a supporté durant ces années passées à étudier et à devenir ce que je suis,

Je dédie ce travail à la mémoire de mon père qui m'a appris la sagesse et le sérieux dans tout travail accompli

SOMMAIRE

Introduction	1
CHAPITRE I : Présentation générale des moteurs piézoactifs et des problèmes de contact	3
I - 1 Introduction	5
I - 2 Notions de bases des effets piézoélectriques et magnétostrictifs	5
I - 2.1 Effets piézoélectriques	5
I - 2.1.1 Equations de la piézoélectricité	5
I - 2.2 Effets magnétostrictifs	6
I - 2.2.1 Introduction	6
I - 2.2.2 Equations du piézomagnétisme	6
I - 3 Principe de base des moteurs piézoactifs	7
I - 4 Historique	9
I - 5 Le but de la recherche	14
I - 6 Propriété des moteurs piézoactifs ou USM (Ultrasonic motors)	15
I - 7 Classification des différents types de moteurs piézoélectriques	16
I - 7.1 USM n'utilisant qu'un seul mode de vibration:	16
I - 7.1.1 Moteurs à onde stationnaire - Stationnary Wave Ultrasonic Motors (SWUM):	16
I - 7.1.2 Moteurs à onde progressive - Travelling Wave Ultrasonic Motors (TWUM):	17
I - 7.2 Dispositif piézoélectrique et obtention d'une onde progressive.	19
I - 7.3 USM utilisant deux modes de vibrations:	21
I - 7.3.1 Moteurs à conversion de mode - Mode Conversion Ultrasonic Motors (MCUM) :	21
I - 7.3.2 Moteurs à rotation de mode - Mode Rotation Ultrasonic Motors (MRUM):	22
I - 7.3.3 Moteurs à couplage de vibration - Multi Mode Ultrasonic Motors (MMUM):	23
I - 7.3.4 Moteurs Hybrides -Hybrid Type Ultrasonics Motors (HTUM):	25
I - 8 Description du contact dans les moteurs piézoactifs	25
I - 8.1 Intérêt de l'étude	27
I - 8.2 Problèmes posés par le contact entre deux solides	27
I - 8.3 Aire de contact	28

I - 8.4	Pression de contact entre solides	28
I - 8.5	Raideur de contact	29
I - 8.6	Modélisation du contact élastique	30
I - 9	Différents types de contact	31
I - 9.1	Contact en grande surface (large ou étendue)	31
I - 9.2	Contact étroit, ponctuel ou linéique (théorie de Hertz)	32
I - 10	Mécanismes tribologiques	35
I - 10.1	Les différents types d'usure	36
I - 10.2	Matériaux utilisés en tant que couche de frottement d'un moteur piézoélectrique.	37
I - 10.2.1	Résultats pratiques	38
I - 10.3	Les différentes origines du frottement	39
I - 10.4	Les différents types de frottement	40
I - 10.5	Coefficient de frottement	40
I - 11	Etude numérique du problème de contact	42
I - 11.1	Présentation de la méthode des éléments finis	43
I - 11.2	Modélisation du contact par la méthode des éléments finis	45
I - 11.2.1	Application de la méthode des multiplicateurs de lagrange sur le phéno- mène de contact	45
I - 11.2.2	Application de la méthode de pénalisation sur le phénomène de con- tact	48
I - 11.2.3	La méthode mixte (ou hybride)	49
I - 11.2.4	Les techniques de programmation mathématique	49
I - 11.2.5	La méthode BEM	51
I - 12	Conclusion	52

CHAPITRE II : Etude du phénomène de contact par la méthode des éléments finis 53

II - 1	Introduction	55
II - 2	Principes de l'algorithme de contact sans frottement	55
II - 2.1	Position du problème	56
II - 2.2	Méthode de calcul de l'effort normal.....	56
II - 2.3	Méthode de condensation statique	59
II - 2.4	Description de l'algorithme de contact	59
II - 3	Modélisation du contact bicouche	61
II - 3.1	Traitement des problèmes bicouches (théorie de Gupta et Walowit)	61
II - 3.2	Développement du calcul par la méthode de Gupta-Walowit	62
II - 3.3	Calcul de la déformation de la surface due à une charge linéaire unitaire	63
II - 3.4	Etude numérique du problème de contact bicouche	64
II - 4	Problèmes de contact avec frottement	66
II - 4.1	Modèle de COULOMB	67
II - 4.2	Etude numérique du phénomène de frottement	71
II - 4.3	Principes de l'algorithme de contact avec frottement	73
I - 4.3.1	Méthode de calcul de l'effort tangentiel	71
I - 4.3.2	Description de l'algorithme de contact avec frottement	72
II - 5	Conclusion	74

CHAPITRE III : Validation	75
III - 1 Introduction	77
III - 2 Influence du maillage sur les résultats de calcul	77
III - 3 Validation de l'algorithme de contact sans frottement	79
III - 3.1 Etude du contact surfacique ou large	79
III - 3.1.1 Résultats et discussions	80
III - 3.2 Etude du contact étroit	83
III - 3.3 Conclusion	89
III - 3.4 Etude du contact bicouche	90
III - 3.5 Conclusion	95
III - 4 Validation de l'algorithme de contact avec frottement	96
III - 4.1 Etude du contact surfacique avec frottement	96
III - 4.1.1 Test 1 : Chargement ponctuel	96
III - 4.1.2 Test 2 : Pression uniforme	98
III - 4.1.3 Conclusion	101
III - 4.2 Etude du contact étroit	101
III - 4.3 Etude du contact bicouche	105
III - 4.3.1 Conclusion	109
III - 5 Conclusion	109
CHAPITRE IV : Applications	111
IV - 1 Introduction	113
IV - 2 Intérêt de l'étude pour les moteurs piézoactifs	113
IV - 3 Application sur le moteur magnétostrictif FLEX-M1	114
IV - 3.1 Etude électromécanique du contact dans le moteur FLEX-M1	114
IV - 3.1.1 Description du moteur	114
IV - 3.1.2 Etude du moteur FLEX-M1	115
IV - 3.1.3 Etude éléments finis de l'actionneur magnétostrictif	115
IV - 3.1.4 Etude éléments finis du stator	116
IV - 3.1.5 Schéma électromécanique du stator	118
IV - 3.1.6 Schéma électromécanique du moteur complet	118
IV - 3.1.7 Conclusion	119
IV - 3.2 Modélisation par éléments finis du contact dans le moteur FLEX-M1	119
IV - 3.2.1 Problème normal	120
IV - 3.2.2 Problème tangentiel	126
IV - 3.2.3 Conclusion	129
IV - 3.3 Aspects dynamiques du moteur FLEX-M1	130
IV - 4 Modélisation du contact dans le moteur piézoactif USR60 de Shinsei	130
IV - 4.1 Description du moteur	131
IV - 4.2 Modélisation par éléments finis du contact dans le moteur USR60	132
IV - 4.3 Traitement du problème de contact par le méthode des éléments finis	132
IV - 4.3.1 Problème normal	133
IV - 4.3.2 Problème tangentiel	136

IV - 4.3.3 Conclusion	139
IV - 4.4 Aspects dynamiques du moteur USR60 de Shinsei	139
IV - 4.4.1 Caractéristiques du moteur	139
IV - 4.4.2 Discussion	143
IV - 5 Conclusion	143
Conclusion.....	145
Références Bibliographiques.....	147
Annexe A : Principaux résultats de la théorie de Hertz	155
Annexe B : Formulation éléments finis du code ATILA	161

Introduction

Connu depuis le 19^{ème} siècle, l'effet piézoélectrique est depuis couramment employé dans l'horlogerie (quartz), les capteurs (pressions, déplacement) et... l'allume-gaz., l'ancêtre du moteur utilisant cet effet correspond peut-être au moteur de la montre à diapason, développé par Bulova Watch Co.Ltd dans les années 1960, c'est en 1973 que H.V. Barth décrit pour la première fois un moteur électrique fondé sur l'exploitation d'une vibration mécanique excitée par effet piézoélectrique. Les conditions de contact relativement sévères mises en jeu dans ce moteur conduisent alors T. Sashida à proposer, en 1982, la structure à onde progressive qui constitue à ce jour la solution la plus avancée techniquement. Cette motorisation est ainsi industrialisée par la firme Shinsei Co. Ltd à la fin des années 1980. Tandis que Canon Co. Ltd commercialise, en même temps, un objectif autofocus doté d'une motorisation de même type et propose ensuite une nouvelle série de zooms équipée d'un moteur piézoélectrique de type différent.

Les nouveaux marchés engendrés par ce nouveau type de moteur dans des secteurs variés ont suscité l'intérêt de plusieurs industriels, et justifié l'opportunité d'entreprendre rapidement des recherches. Les secteurs de l'automobile de la domotique et de l'aéronautique s'intéressent à ce type de moteur, dans les dimensions classiques, tandis que la miniaturisation intéresse particulièrement les industriels de l'horlogerie et du génie biologique et médical. L'intérêt de ces nouveaux moteurs, par rapport aux solutions classiques, réside dans un certain nombre d'avantages qui s'expriment, essentiellement, par un fort couple à faible vitesse, un couple de maintien à l'arrêt permettant d'intégrer la fonction de frein et/ou d'embrayage, des transitoires très courts, un faible encombrement et une discrétion acoustique. Cependant, un certain nombre de difficultés technologiques freinent encore le développement industriel de ces moteurs. Evoquons, en particulier, les problèmes liés au coût des céramiques piézoélectriques ainsi qu'à leur collage au sein de la structure vibrante et les difficultés inhérentes à la transmission par friction des efforts d'entraînement, c'est pourquoi il a paru utile de développer un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis, permettant de caractériser les différents paramètres qui interviennent dans le phénomène de contact rotor-stator où a lieu la conversion de la vibration du stator en mouvement de corps rigide du rotor.

Au sein de notre laboratoire le code élément finis ATILA a été développé, ce code permet de simuler le comportement électromécanique des moteurs piézoactifs en traitant l'élément piézoactif comme un générateur de vibrations dans le stator, aussi l'introduction de ce nouveau module de contact dans le logiciel permettrait de modéliser le phénomène de contact dans les moteurs piézoactifs.

Le présent rapport est divisé en quatre chapitres, le premier décrit l'historique et l'état de l'art des moteurs piézoactifs, ainsi qu'une étude bibliographique sur les différentes méthodes numériques utilisées pour traiter le problème de contact de façon général, le second détaille les deux algorithmes de contact avec et sans frottement implémentés dans le code élément finis ATILA, le troisième chapitre permet de valider les deux algorithmes proposés en comparant les résultats éléments finis à des résultats de modèles analytiques classiques pour tous les cas de contact; unilatéral, bilatéral, en déformation plane (et contrainte plane) et axisymétrique, enfin le problème bicouche est traité dans la perspective de l'application sur les moteurs piézoactifs. le quatrième chapitre s'intéresse à l'application du modèle de contact développé sur deux types de moteur piézoactifs, le première est le moteur magnétostrictif FLEX-M1 réalisé en 1994 par CEDRAT-RECHERCHE, le second est le moteur ultrasonore à onde progressive Shinsei USR60. L'exploitation des résultats obtenus par la méthode des éléments finis permet de déterminer les caractéristiques en charge de ces moteurs. Enfin, les enseignements à extraire de cette étude et les perspectives envisagées sont résumés dans la conclusion.

CHAPITRE I

Présentation générale des moteurs piézoactifs et des problèmes de contact

L'objet de ce chapitre est de présenter les moteurs piézoactifs et les problèmes de contact rencontrés. Dans un premier temps la théorie de Hertz est décrite pour un problème de contact statique. Ensuite, les différentes méthodes numériques utilisées sont analysées avec les limitations qui leurs sont propres.

I - 1 Introduction

En marge des matériaux traditionnellement utilisés dans les machines électriques, les matériaux actifs se caractérisent par leur aptitude à produire une action mécanique issue de leur propre déformation sous l'effet d'un couplage généralement réversible de type électrostatique (électrostriction, piézoélectricité), magnétoélastique (magnétostriction, piézomagnétisme), voire thermoélastique (alliage à mémoire de forme). Les progrès récemment réalisés dans ce domaine ouvrent la voie à une nouvelle génération de moteurs électriques, regroupés sous la dénomination de piézomoteurs. Le principe de fonctionnement de ces actionneurs est fondé sur la déformation alternative d'une structure élastique fixe à base de matériaux actifs, capable de communiquer par friction un mouvement d'entraînement uniforme à une partie mobile. Si les moteurs à base d'alliages métalliques magnétostrictifs, ou d'alliages à mémoire de forme appartiennent encore au domaine de la recherche, les moteurs piézoélectriques constituent d'ores et déjà une alternative performante pour certaines applications.

I - 2 Notions de bases des effets piézoélectriques et magnétostrictifs

L'ensemble des moteurs piézoactifs développés récemment utilisent l'un des deux effets de transduction, piézoélectriques ou magnétostrictifs. Une description de ces effets ainsi que les équations régies par ces phénomènes sont présentées dans cette partie du chapitre.

I - 2.1 Effets piézoélectriques

La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains corps de se polariser électriquement sous l'action d'une force mécanique (effet direct) et de se déformer lorsqu'un champ électrique leur est appliqué (effet inverse). La piézoélectricité ne peut se manifester, ni pour des corps conducteurs, ni pour des corps à haut degré de symétrie, et on démontre que l'absence de centre de symétrie dans la maille élémentaire est nécessaire à l'apparition de ce phénomène.

Une céramique piézoélectrique peut être caractérisée par son coefficient de couplage qui permet de déterminer sa fréquence de résonance et sa fréquence d'antirésonance [1].

I - 2.1.1 Equations de la piézoélectricité

Une représentation de cet effet peut être donnée par plusieurs couples d'équations constitutives [1], reliant les tenseurs de déformation et de contrainte $[S]$ et $[T]$, et les vecteurs champ électrique et excitation du champ électrique E et D : en choisissant $[S]$ et E comme variables indépendantes, on a :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= c_{ijkl}^E \cdot S_{kl} - e_{kij} \cdot E_k \\ D_i &= e_{ikl} \cdot S_{kl} + \epsilon_{ij}^S \cdot E_j \end{aligned} \quad (I, 1)$$

où $[c^E]$ est le tenseur des rigidités à champ électrique constant, $[e]$ est le tenseur des constantes piézoélectriques, $[\epsilon^S]$ est le tenseur des constantes diélectriques à déformation constante. En utilisant la notation d'Einstein et les propriétés des tenseurs $[S]$ et $[T]$, le système d'équation (I.1) s'écrit:

$$\begin{aligned} T_i &= c_{ij}^E \cdot S_j - e_{ji} \cdot E_j \\ D_i &= e_{ij} \cdot S_j + \epsilon_{ij}^S \cdot E_j \end{aligned} \quad (I, 2)$$

où la notation de $[S]$ et $[T]$ est condensée sous la forme de vecteurs à 6 composantes.

I - 2.2 Effets magnétostrictifs

Depuis la découverte de nouveaux alliages à base de Terres Rares-Fer, la magnétostriction a pu bénéficier d'intérêt considérable dans la transduction électromécanique. Dans cette première partie de chapitre, notre but essentiel est de montrer l'analogie avec la piézoélectricité et d'exposer les avantages et les inconvénients que pourrait présenter l'emploi de ces matériaux en pleine évolution dans l'application moteur.

I - 2.2.1 Introduction

L'effet magnétostrictif est le phénomène qui conduit à une déformation d'un solide lorsqu'il est soumis à un champ magnétique. Cette déformation est prise en première approximation comme une fonction quadratique de l'induction magnétique B , elle peut être positive (magnétostriction positive) ou négative (magnétostriction négative); elle est maximale à la saturation magnétique (figure I.1), il s'agit donc d'un phénomène non-linéaire. Un effet réciproque et quasi-linéaire peut être obtenu, si on applique au matériau et préalablement à l'excitation dynamique, un champ magnétique statique H_0 (appelé champ de polarisation) et une précontrainte mécanique statique (appelé précontrainte). On parle dans ces conditions de piézomagnétisme (figure I.2).

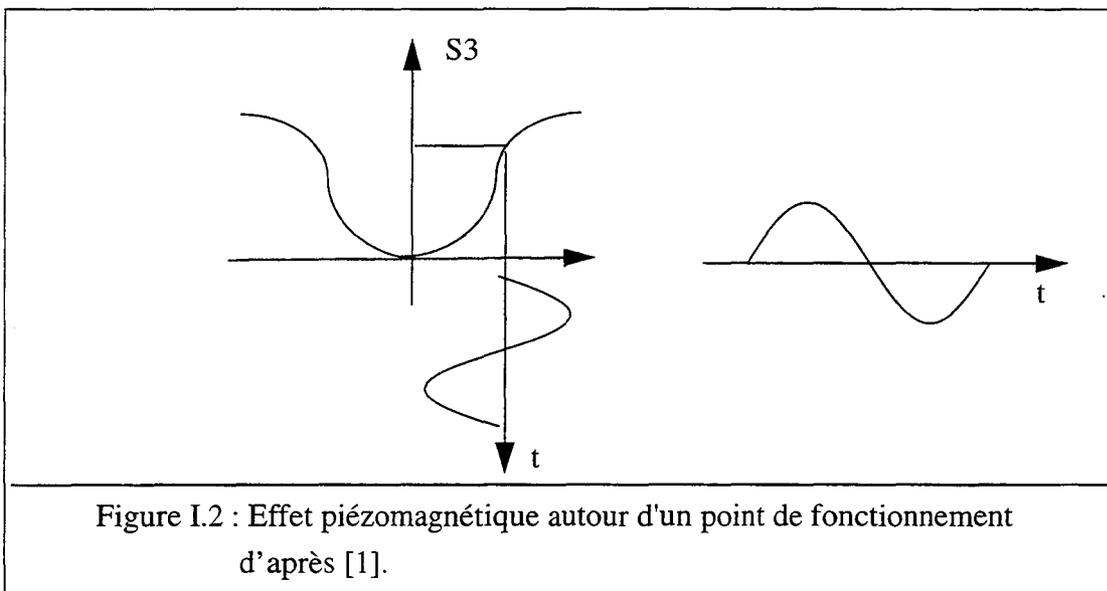
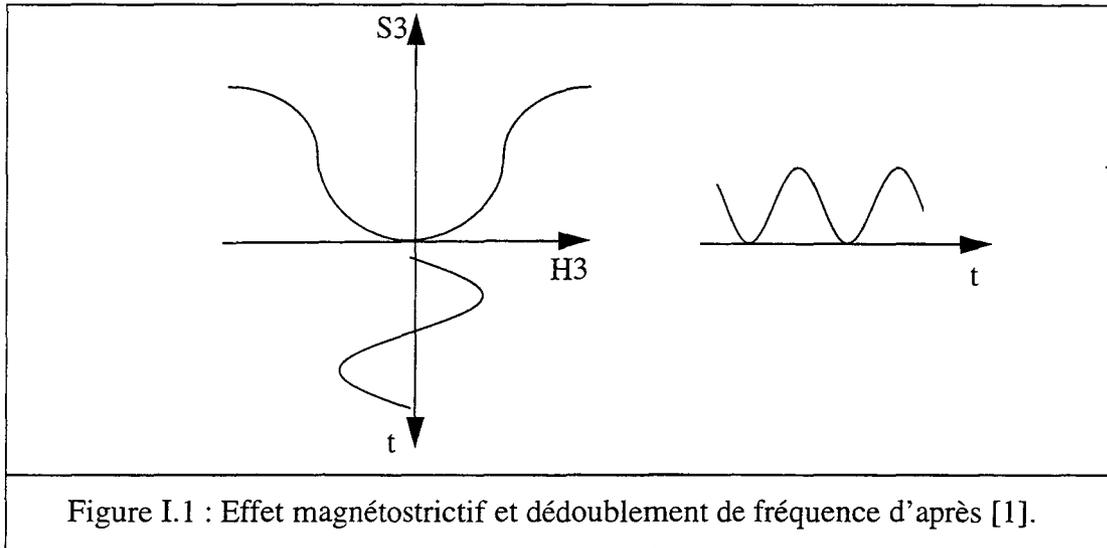
I - 2.2.2 Equations du piézomagnétisme

Par analogie avec les équations de la piézoélectricité (I.1), les équations constitutives du piézomagnétisme sont obtenues en échangeant respectivement le champ électrique et l'induction électrique par le champ magnétique et l'induction magnétique, ces équations s'écrivent sous formes tensorielles :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= c_{ijkl}^H \cdot S_{kl} - e_{kij} \cdot H_k \\ B_i &= e_{ikl} \cdot S_{kl} + \mu_{ij}^S \cdot H_j \end{aligned} \quad (I, 3)$$

où H est le vecteur champ magnétique, B est le vecteur induction magnétique, $[c^H]$ est le tenseur des rigidités à champ magnétique constant, $[e]$ est le tenseur des constantes piézomagnétiques et $[\mu^S]$ est le tenseur des permittivités magnétiques à déformation constante.

Toutefois l'analogie n'est pas totale car il existe des différences au niveau des équations de Maxwell (électrostatique et magnétostatique).

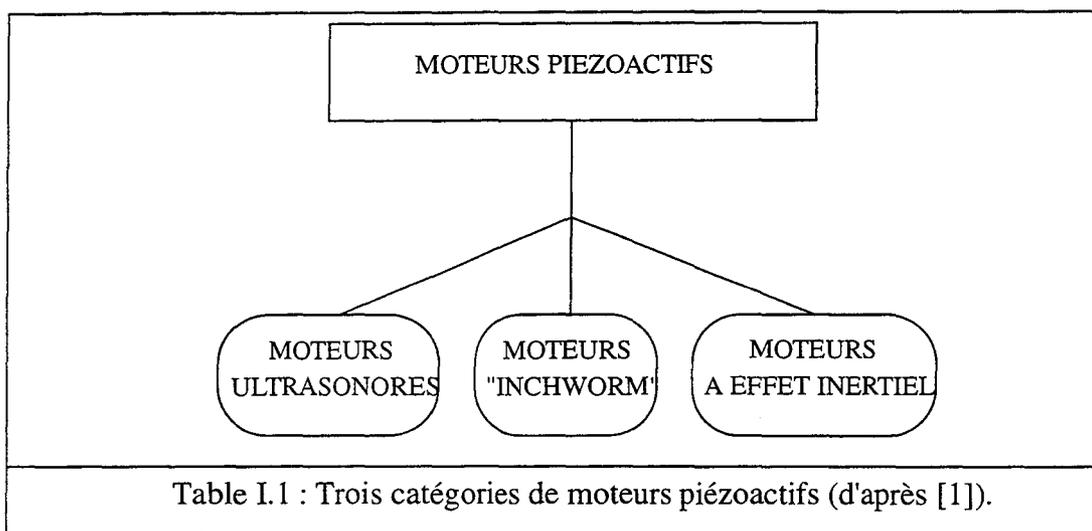


I - 3 Principe de base des moteurs piézoactifs

Les moteurs piézoactifs dont le principe a été proposé il y a près de trente ans, suscitent à l'heure actuelle un intérêt considérable surtout depuis leurs premières applications industrielles (lève-vitre, toit ouvrant,...), ils offrent les avantages d'une grande flexibilité de formes et de structures, d'un couple de maintien élevé, d'un fonctionnement silencieux sans génération de champ électromagnétique et d'un couple élevé à faible vitesse de rotation, ce qui

évite l'emploi de réducteurs et permet un gain de poids et de place. Ses perspectives d'avenir semblent donc très prometteuses.

Les moteurs piézoactifs peuvent être classés en trois grandes catégories (table I.1). La première correspond aux moteurs ultrasonores utilisant une excitation électrique périodique et l'effet de résonance. Basée sur un mécanisme du contact, elle fait l'objet d'une description détaillée dans ce chapitre. La seconde catégorie correspond aux moteurs Inchworm [2], qui allient un système de pinces actives et la déformation quasistatique d'un matériau actif. Enfin, la dernière catégorie regroupe les moteurs à effets inertiels [3,4], dans ce chapitre on s'intéresse plutôt aux moteurs ultrasonores.



Le principe de base d'un moteur piézoactif (figure I.3) repose sur l'association de deux mécanismes de conversion d'énergie. Dans un premier stade, l'énergie électrique haute fréquence qui alimente le moteur est convertie en énergie mécanique de vibration élastique par l'intermédiaire de transducteurs piézoélectriques utilisant l'effet piézoélectrique inverse. Ces éléments piézoactifs sont en général associés à des résonateurs mécaniques dont le but est d'amplifier les vibrations produites; cet ensemble vibrant constitue le stator.

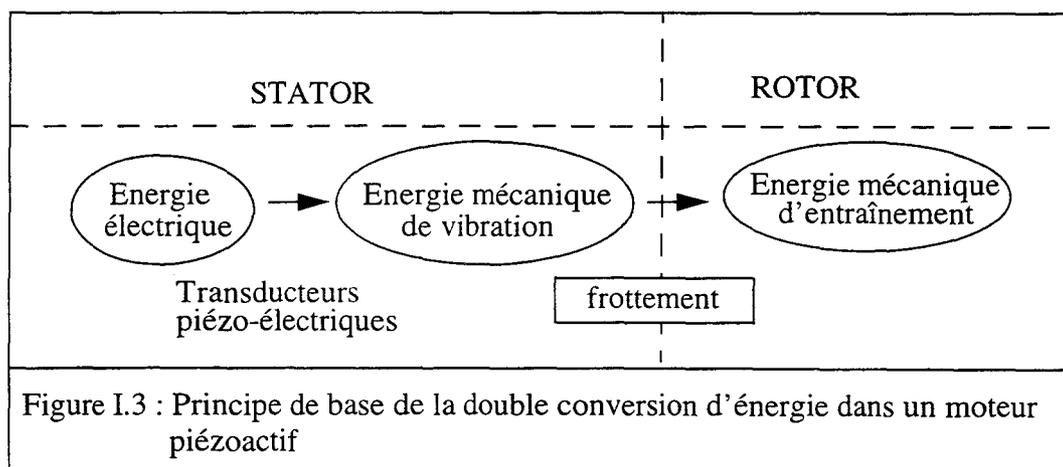


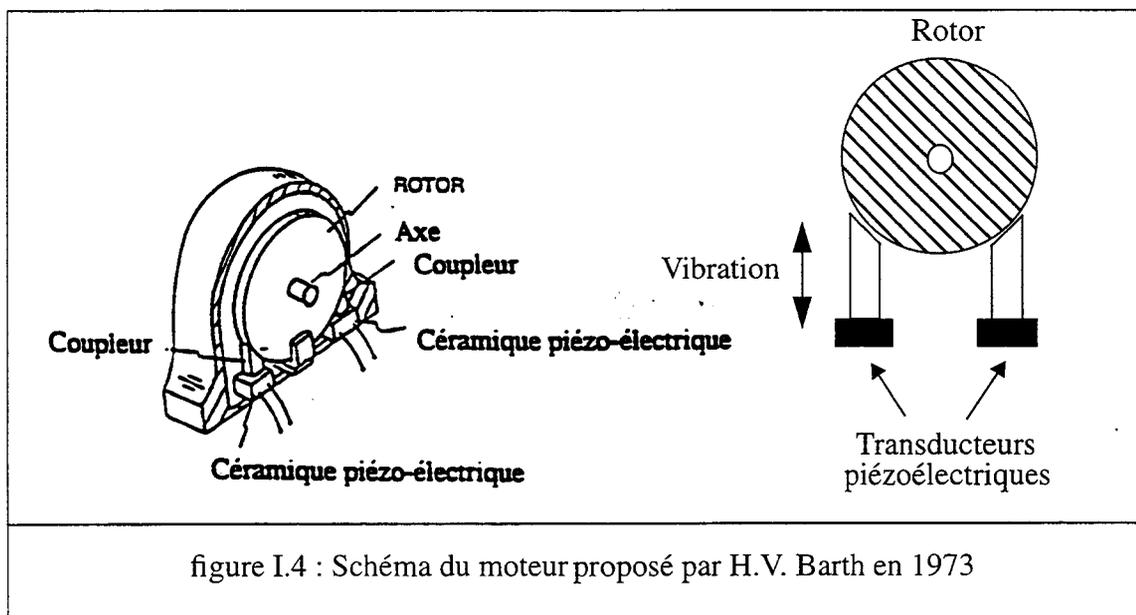
Figure I.3 : Principe de base de la double conversion d'énergie dans un moteur piézoactif

On presse contre ce stator une pièce appelée rotor et c'est par frottement entre les points vibrants à la surface du stator et le rotor, le plus souvent recouvert d'une couche de matériau de frottement, qu'est réalisée la conversion de l'énergie mécanique de vibration du stator en énergie mécanique de rotation ou de translation du rotor, selon les géométries de moteur adoptées.

I - 4 Historique

Les moteurs électromagnétiques ont été inventés il y a plus de cent ans, ces moteurs dominent encore l'industrie, une amélioration importante ne peut pas être attendue sauf à travers de nouvelles découvertes dans les matériaux aimantés ou supraconducteurs. Produire des moteurs électromagnétiques minuscules, plus petit que 1 cm³, ayant une énergie suffisante est plutôt difficile. Par conséquent, une nouvelle classe de moteurs utilisant l'énergie acoustique constitue une alternative intéressante. Ils mettent en jeu une conversion d'énergie par frottement, dont les recherches actuelles [5,6] tendent à démontrer la pertinence à l'échelle millimétrique et à fortiori submillimétrique. Ces moteurs connaissent un développement considérable [7].

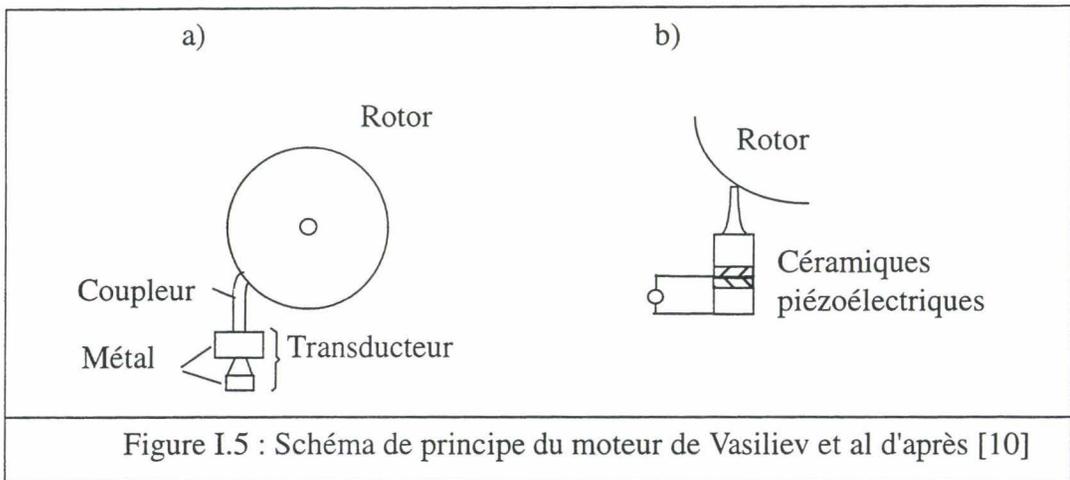
Le premier vrai moteur piézoélectrique peut être attribué à un chercheur d'IBM, H.V. Barth [8], qui en 1973 propose le principe d'un moteur utilisant un doigt mis en vibration longitudinale par des éléments piézoélectriques : le rotor est entraîné par frottement soit en utilisant un rotor "lisse" (figure I.4) soit muni de dents (système d'engrenage). On peut obtenir les deux sens de rotation selon que l'on excite le transducteur de droite ou celui de gauche.



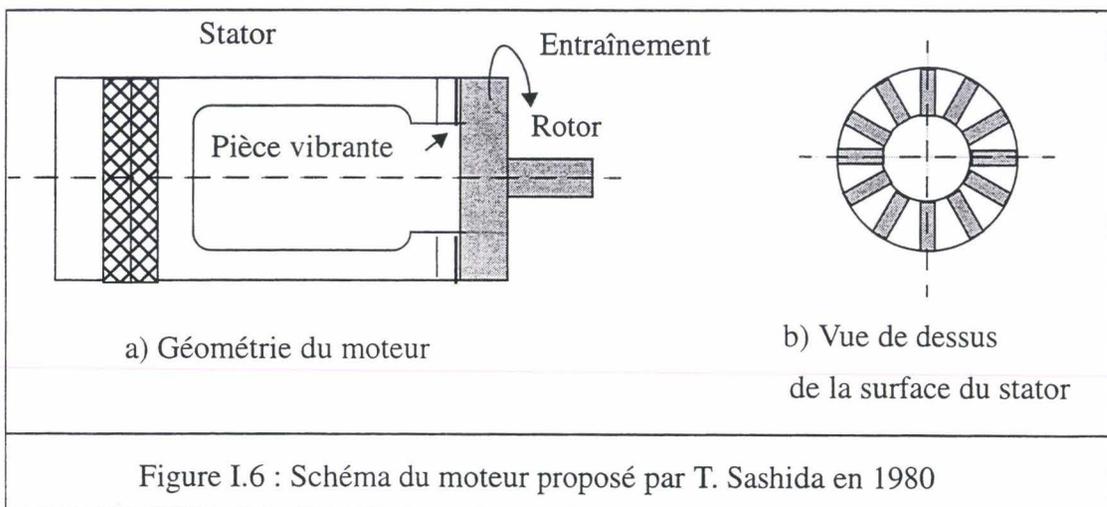
Des dispositifs basés sur le même principe de doigt vibrant ont également été proposés par V.V. Iavrinenko [9] en 1976, à travers ces deux réalisations, les propriétés caractéristiques des moteurs à ultrasons piézoélectriques sont mises en évidence :

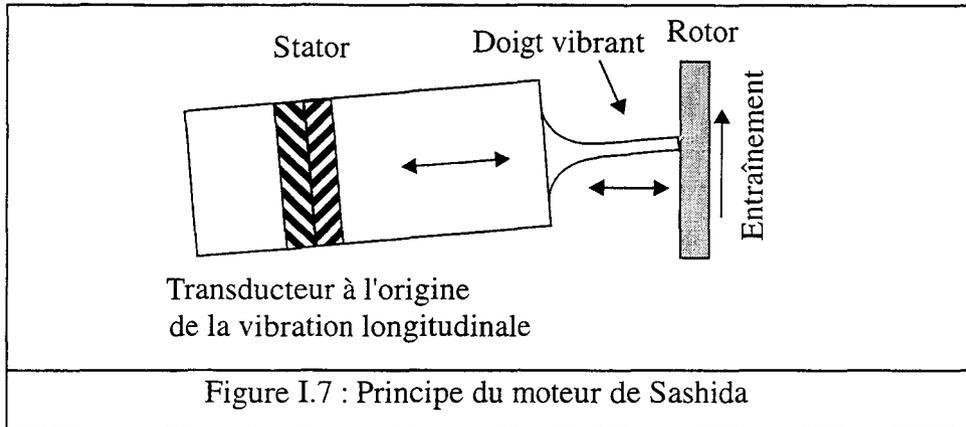
- une architecture simple d'un faible coût,
- un couple important délivré à faible vitesse,
- un fort couple massique,
- possibilité de réaliser des positionnement précis, etc....

En 1978 P. E. Vasiliev et al [10] conçoivent un moteur utilisant un transducteur à ultrasons formé d'éléments piézoélectriques situés entre deux pièces métalliques servant non seulement à abaisser la fréquence de résonance, mais aussi à augmenter l'amplitude de la vibration. Un asservissement permet par ailleurs de contrôler cette amplitude, dans cette réalisation, la vibration longitudinale du transducteur est transmise à une pièce vibrante en contact avec le rotor, la vibration de flexion entraîne le rotor par frottement (figure I.5).



En 1980, T. Sashida [11] fabrique un moteur de géométrie assez différente puisque le stator et le rotor partagent cette fois un axe commun et que le contact rotor-stator ne se fait plus sur un seul point comme dans le cas précédent, mais par un nombre discret de pièces vibrantes disposés à la surface du stator, les figures (I.6 et I.7) donnent une idée de la géométrie de ce moteur et de son principe de fonctionnement.





Ce moteur a été le premier dont les performances permettaient d'envisager des applications pratiques d'utilisation. Cependant les pièces vibrantes faisaient quasiment un angle droit avec le rotor (figure I.7), cette géométrie de moteur conduit à d'importants problèmes d'usure et de rupture de la surface de contact.

Deux ans après T. Sashida développe un moteur de type rotatif [12], similaire à la structure fondamentale, avec quatre doigts vibrants placés sur la surface latérale d'un transducteur cylindrique et pressés contre un rotor. C'est un des prototypes qui a permis le développement des moteurs ultrasonores. Une vitesse de rotation de 1500 rpm, un couple de 0.08 N.m et un rendement de 40% à 35kHz. Ce type de moteur ultrasonique peut tourner à une vitesse beaucoup plus élevée que le moteur inchworm, à cause d'une fréquence élevée et d'un grand déplacement de vibration à la fréquence de résonance.

En 1985 Hitachi Maxel améliore considérablement le couple et l'efficacité en utilisant un coupleur torsionnel remplaçant les doigts vibrants de T. Sashida et en augmentant la force de serrage avec un boulon [13], le coupleur torsionnel (consiste en deux pattes) transforme la vibration longitudinale générée par le transducteur de Langevin en un mode de flexion du disque comme illustré sur la figure I.8

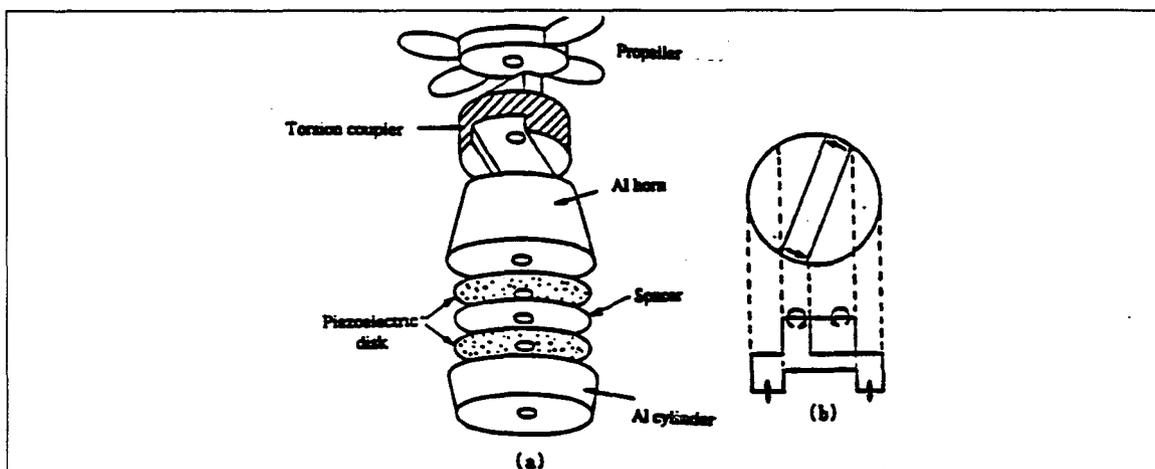


Figure I.8 : Schéma de principe du moteur "torsional coupler" (d'après [7]).

K. Uchino a inventé en 1988 un moteur linéaire [14], c'est un moteur en forme de π , il est équipé d'un actionneur piézoélectrique multicouche et de deux pattes métalliques en forme de fourchettes comme montré sur la figure I.9. Puisqu'il y a une différence légère dans la fréquence de résonance entre les deux pattes, la différence de phase des vibrations de flexion (bending vibrations) entre les deux pattes peut être contrôlée en changeant la fréquence de fonctionnement. Un moteur test de dimension $20 \times 20 \times 5$ mm³ fournit une vitesse maximale de 20 cm/s et une poussée maximale de 0.2 kgf avec un rendement maximal de 20% quand il fonctionne à 98 kHz et à 6 V (puissance réel = 0.7W).

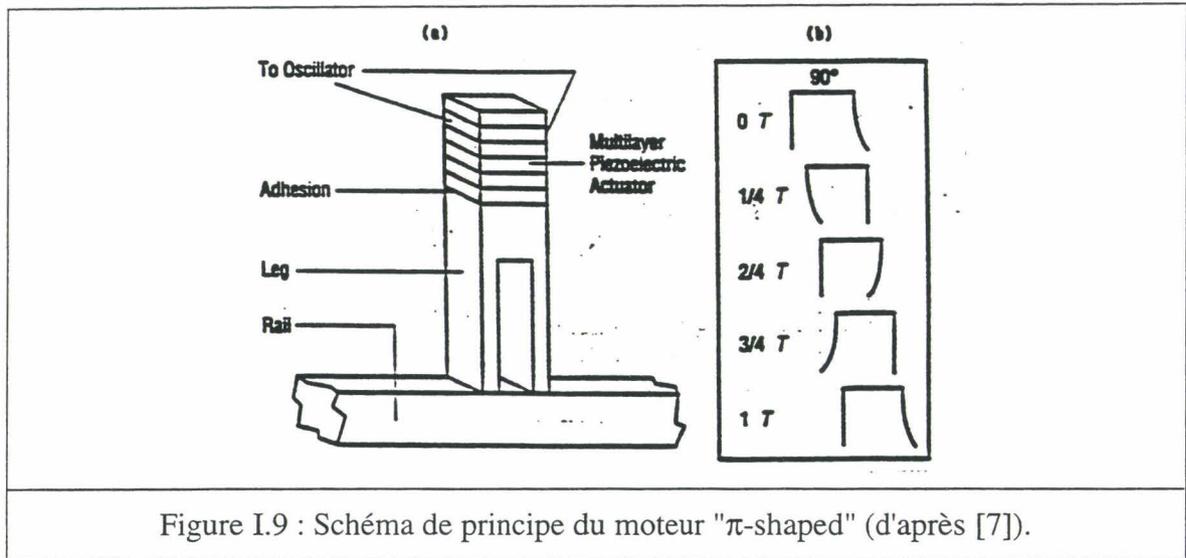


Figure I.9 : Schéma de principe du moteur " π -shaped" (d'après [7]).

Le moteur rectangulaire plaque de Tomikawa [15] est étonnant aussi (figure I.10), la combinaison de deux modes, forme un mouvement de déplacement elliptique. Les modes choisis sont le 1er mode longitudinal L1 et le 8eme mode de flexion B8, dont les fréquences de résonance sont presque les mêmes. En appliquant une tension avec une différence de phase de 90 degrés au L-mode et B-mode électrodes, un mouvement elliptique dans la même direction peut être obtenu aux deux extrémités de cette plaque.

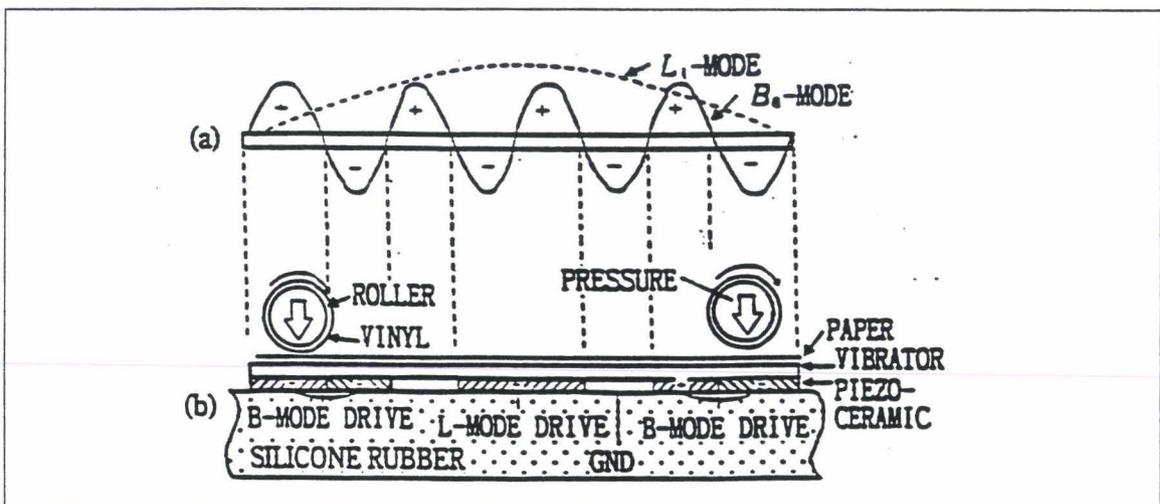


Figure I.10 : Schéma de principe du moteur "L1 and B8 double-mode vibrator" (d'après [7]).

En 1997, à l'Université de l'Etat de Pennsylvanie a été développé un moteur rotatif compact ultrasonore [16] de diamètre 3 mm, le stator consiste en un anneau piézoélectrique et deux plaques de métal concave/convexe en formes de "ailes de moulin" (figure I.11) , afin de générer une vibration couplée de type torsionnel. A 160 kHz un moteur de 11 mm de diamètre fournit une vitesse de 600 rpm et un couple de 1mN.m.

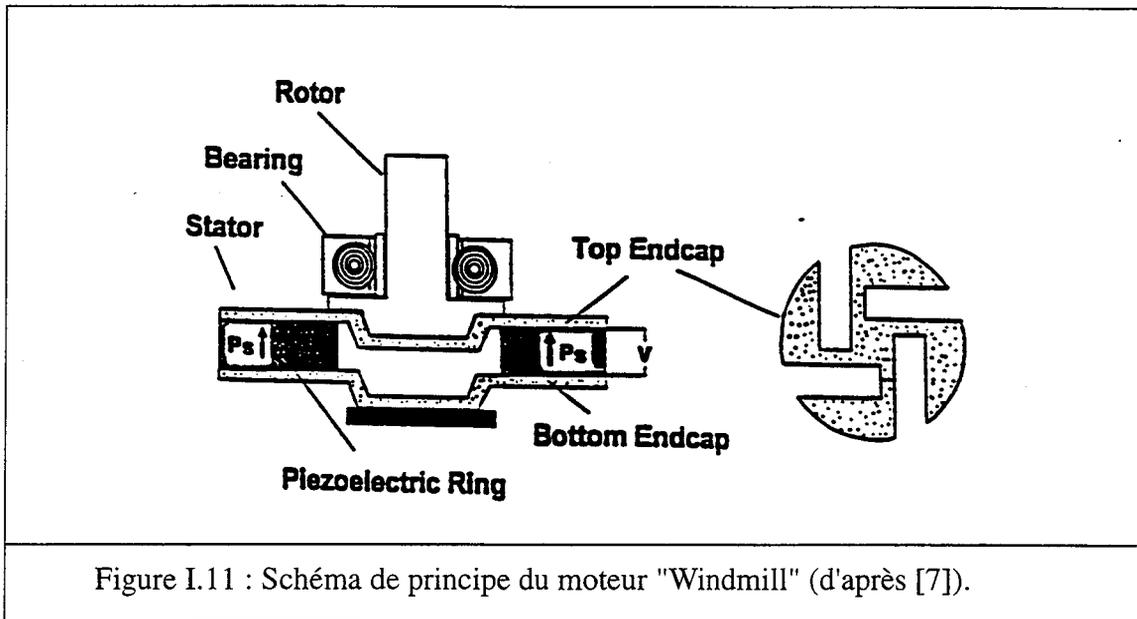


Figure I.11 : Schéma de principe du moteur "Windmill" (d'après [7]).

Depuis les années 1980, de nombreuses équipes universitaires et industrielles de par le monde travaillent sur le sujet, plus d'une centaine de brevets ont été déposés au Japon où est apparue la première application industrielle. Des moteurs innovants ont été développés ces dernières années aux Etats-Unis. Les deux premiers ouvrages de synthèse [17-18] sur les moteurs piézoélectriques ont été publiés en 1993 par Sashida et Kenjo d'une part et Ueha et Tomikawa d'autre part. Une synthèse des dernières inventions jusqu'à ce jour de moteurs ultrasonores a été publiée au USA par K. Uchino [19] en 1998.

Il faut signaler aussi qu'un mode de fonctionnement à l'antirésonance des moteurs ultrasonores, plutôt qu'à la résonance a été étudié récemment par Uchino [19], pour réduire la charge sur le piézo-céramique et l'alimentation. Le facteur mécanique de qualité Q_m et la hausse de température ont été étudiés sur une barre rectangulaire de céramique PZT et les résultats pour la résonance (A-type) et antirésonance (B-type) sont donnés dans la figure I.18 en fonction de la vitesse de vibration. On voit bien que Q_b est plus élevé que Q_a quelque soit la vitesse de vibration ce qui veut dire que le mode d'antirésonance peut fournir le même niveau de vibration sans générer de chaleur. De plus l'usage de l'antirésonance nécessite un courant faible et un voltage élevé par contre la résonance nécessite un courant élevé et un faible voltage. Cela signifie qu'une alimentation conventionnelle peu coûteuse peut être utilisée pour faire fonctionner le moteur ultrasonore.

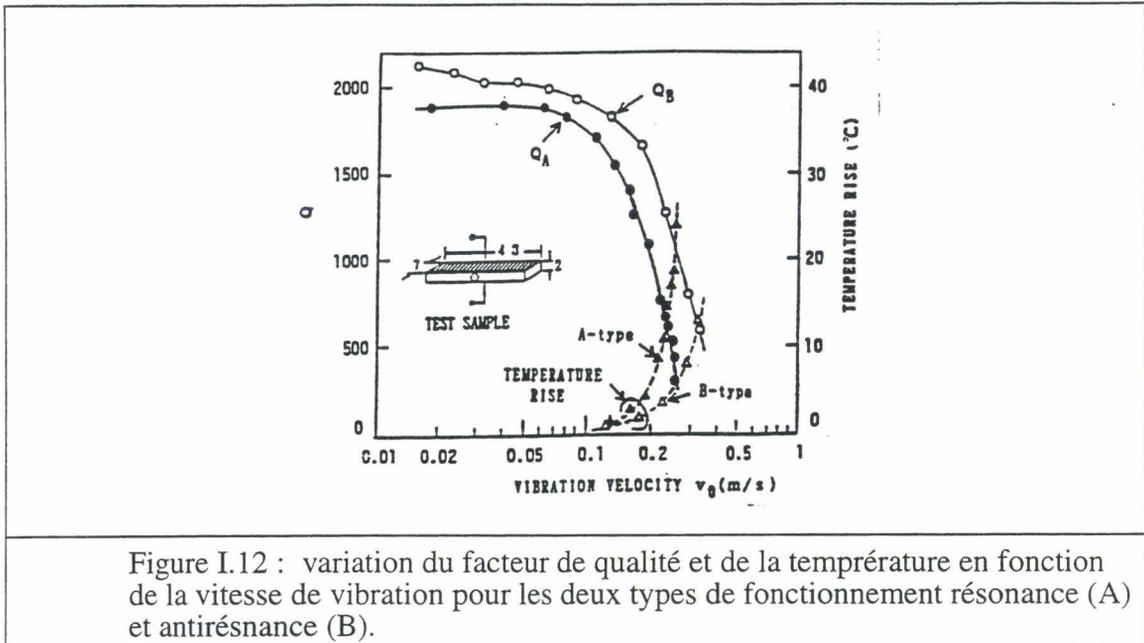


Figure I.12 : variation du facteur de qualité et de la température en fonction de la vitesse de vibration pour les deux types de fonctionnement résonance (A) et antirésnance (B).

I - 5 Le but de la recherche

Le but essentiel des travaux de recherche est de pouvoir produire des moteurs fiables, d'une durée de vie compatible avec les impératifs industriels et à des coûts raisonnables, elle porte sur deux axes :

- la modélisation du fonctionnement des moteurs qui permet une meilleure compréhension fondamentale de leur comportement, la prévision de leurs performances et l'optimisation des structures pour une application donnée. Les principales difficultés de cette modélisation viennent de ce que tous les phénomènes sont couplés et de ce qu'il est difficile de prendre en compte les effets d'instabilité de contact liés à des vibrations d'amplitude micro-métrique se propageant à des vitesses supersoniques.

- l'optimisation du choix des matériaux utilisés (transducteurs piézoélectriques, matériaux de frottement déposés à la surface du rotor) afin d'améliorer les performances (couple, puissance mécanique) et par là, la gamme d'utilisation des moteurs. Un des problèmes rencontrés, tant pour l'aspect piézoélectrique que pour l'aspect frottement est la non-linéarité des comportements des matériaux lorsque les conditions varient (pression, température). De plus le choix des matériaux est rendu plus difficile par le fait qu'il faut faire des compromis entre plusieurs paramètres et ce choix dépendra donc de l'application visée.

I - 6 Propriété des moteurs piézoactifs ou USM (Ultrasonic motors)

Bien qu'exclusivement développés au Japon depuis le début des années 1980, les moteurs piézoélectriques suscitent actuellement de plus en plus d'intérêt comparativement aux moteurs électromagnétiques classiques grâce aux avantages suivants :

- rapport couple/masse important,

- contrôle facile (positionnement, arrêt) en raison de la faible inertie de la partie mobile,
- pas de démultiplication de vitesse nécessaire: entraînement direct,
- existence d'un couple de maintien hors alimentation,
- grande diversité de moteurs possibles (forme du stator, choix des modes de vibration...),
- faisabilité de moteurs linéaires,
- silencieux,
- pas d'interférences électromagnétiques,
- simplicité de conception.

Ces avantages permettent des applications pour la microrobotique mobile (rapport couple/masse important) et pour la réalisation de micro-actionneurs rapides et précis (pas d'engrenages donc pas de problèmes de jeu), enfin leur fonctionnement dans des conditions extrêmes peut être envisageable, en particulier dans le vide (ne nécessitent pas forcément de lubrifiant).

Contrairement aux moteurs électromagnétiques pour lesquels la miniaturisation pose le problème de la saturation magnétique des matériaux, la taille des moteurs piézoactifs n'est à priori limitée que par les tolérances de fabrication et par la longueur d'onde utilisée (qui doit être également diminuée avec la taille du moteur).

De plus, ils peuvent être mis en oeuvre dans de nombreux domaines (domotique, automobile, loisirs, horlogerie...), en regard de ces avantages il faut citer quelques inconvénients :

- la durée de vie limitée due aux problèmes de friction,
- alimentation haute tension des céramiques,

Il existe de nombreuses manières d'exploiter le principe général de double transfert d'énergie, qui conduisent à une multitude de moteurs qu'ils soient linéaires ou rotatifs. Cette diversité correspond principalement aux différentes façons d'exciter une structure piézoélectrique et à la variété des formes données au stator, comme en témoigne la classification suivante.

I - 7 Classification des différents types de moteurs piézoélectriques

À notre connaissance, la seule tentative de classification systématique des USM a été proposée par S. Ueha lors du congrès IEEE Ultrasonics en 1989. Elle a l'inconvénient d'être issue de la culture des USM rotatifs (et donc d'être peu adapté aux moteurs linéaires) d'une part, et de ne pas constituer de classes disjointes au sein de la grande famille des USM d'autre part.

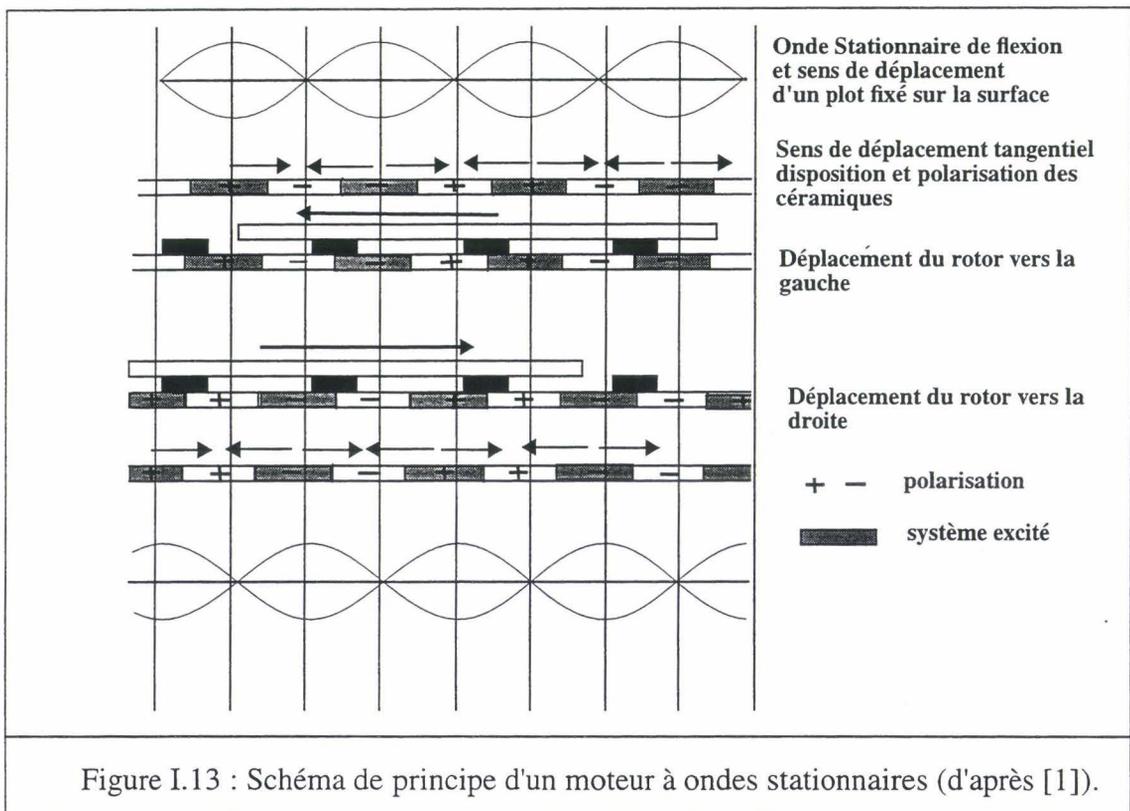
Il existe de nombreux critères de classement des moteurs piézoélectriques comme par exemple la fonction à laquelle on les destine où l'on distingue entre les moteurs linéaires ou rotatifs, ceux de moyenne ou de faible puissance, ayant la possibilité de tourner dans les deux sens ou pas.

Cependant la classification que nous allons adopter est davantage basée sur le principe de fonctionnement et concerne la manière dont est obtenu le mouvement des points de la surface du stator qui vont entraîner le rotor par frottement.

I - 7.1 USM n'utilisant qu'un seul mode de vibration:

I - 7.1.1 Moteurs à onde stationnaire - Stationary Wave Ultrasonic Motors (SWUM) :

Le principe consiste à exploiter les déplacements de certains points à la surface d'une barre soumise à une onde de flexion stationnaire [20]. La direction de déplacement de ces points dépend de leur position par rapport aux noeuds de vibration (figure I.13). Des plots placés judicieusement permettent de sélectionner des points vibrants dans une même direction

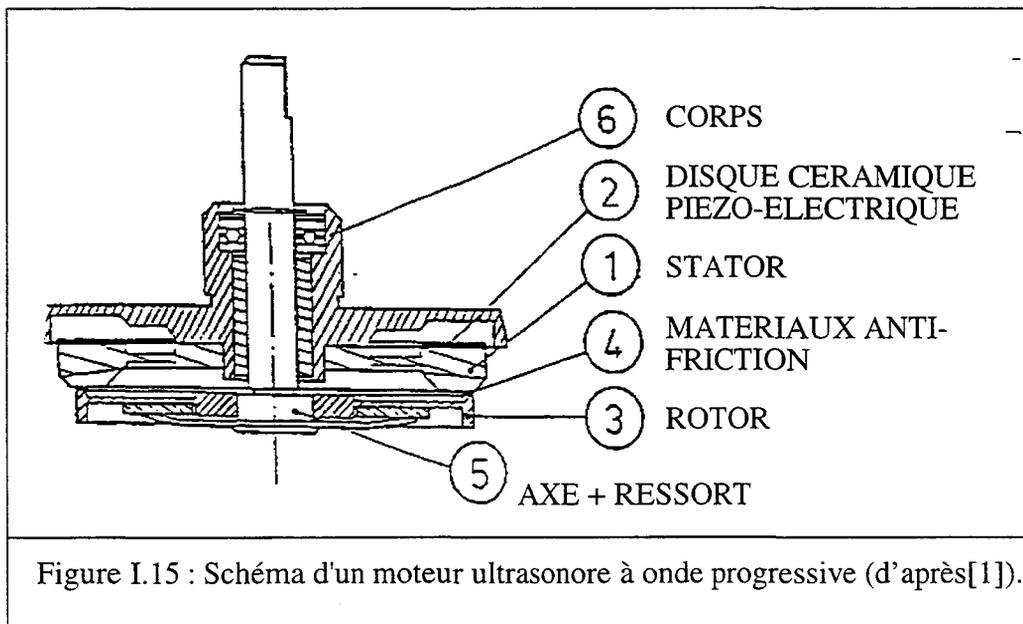
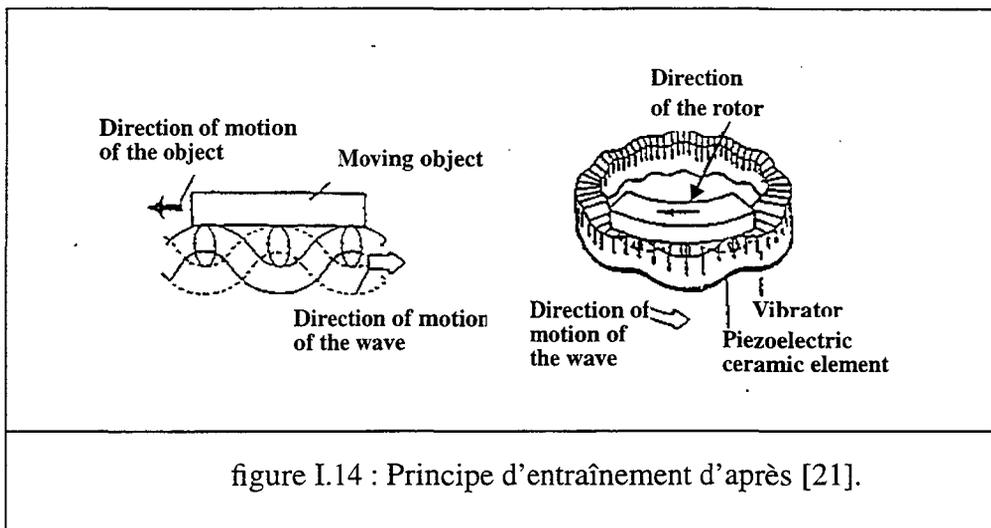


L'exploitation d'une onde de flexion dans un disque ou d'une onde radiale nonaxisymétrique dans un anneau conduit à des moteurs rotatifs. Les deux sens de rotation sont possibles si on pourvoit le stator de deux systèmes d'excitations permettant de déplacer la position des noeuds de vibration.

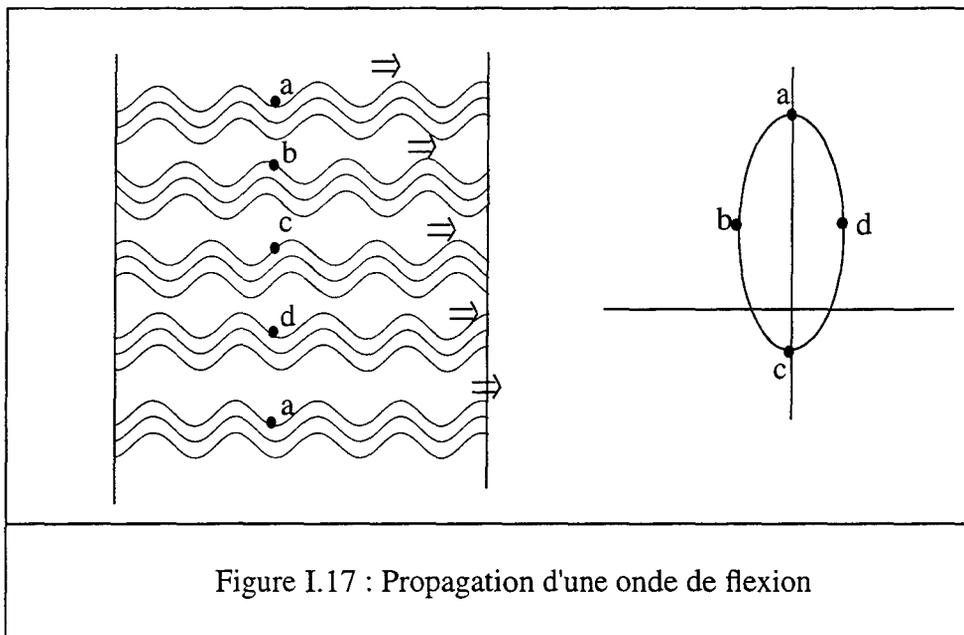
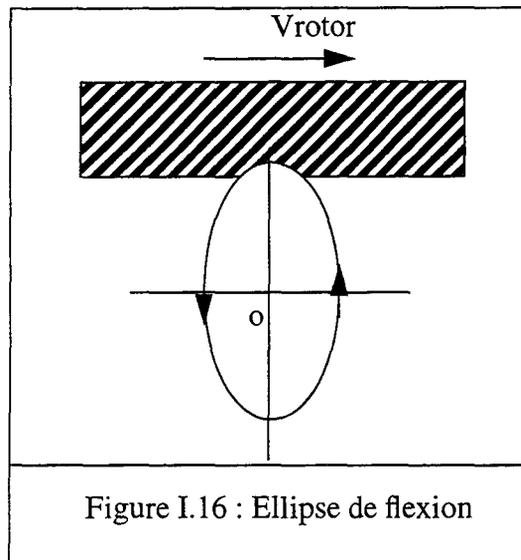
I - 7.1.2 Moteurs à onde progressive - Traveling Wave Ultrasonic Motors (TWUM) :

La partie active du moteur est constituée d'un anneau de bronze et d'une couronne piézoélectrique. La déformation du stator au passage d'une onde progressive occasionne un mouvement elliptique des points situés à la surface dans le sens opposé à la direction de propagation, ce qui entraîne le rotor (figure I.14).

Pour obtenir cette onde progressive, la couronne piézoélectrique a été segmentée en plusieurs éléments et l'excitation, qui lui est appliquée, est appelée excitation à déphasage alterné. En effet, pour alimenter ce stator deux ondes en quadrature de phase dans l'espace sont requises. Il faut également ajouter que l'onde progressive est obtenue à la fréquence de résonance du stator (figure I.15). Ainsi, un rotor pressé sur l'une de ces circonférences pourra être entraîné par frottement.



Les ellipses servant à l'entraînement du rotor, appelées ellipses de flexion, peuvent être décomposées en deux composantes de vibrations orthogonales suivant θ et z . La première agit comme force motrice et la seconde contrôle l'intensité de la force de frottement. Il est à noter qu'un point situé sur le stator n'est pas toujours en contact avec le rotor (figure I.16) et que suivant la forme de l'ellipse la valeur de la vitesse peut varier (figure I.17). Il est généralement considéré que la force suivant θ détermine la vitesse angulaire et la force suivant z le couple.



L'ellipse de flexion nous montre que l'énergie mécanique est transmise au rotor par contact. Il faut que la largeur de contact soit la même dans la direction radiale sinon il y aura détérioration du matériau antifrottement. L'ellipse de torsion qui est obtenue par les deux composantes de vibration orthogonales r et z , occasionne aussi cette détérioration. Il va de soi que pour une longue vie du moteur ultrasonore, il faut que le rapport du déplacement suivant z entre le rayon extérieur et le rayon intérieur ainsi que l'ellipse de torsion soient minimums.

I - 7.2 Dispositif piézoélectrique et obtention d'une onde progressive.

Le principe de base de ces moteurs repose sur la production de deux ondes stationnaires de flexion décalées dans le temps et dans l'espace dont la combinaison conduit à une onde progressive, et sur l'axisymétrie sans laquelle la génération de l'onde progressive ne se fait pas naturellement.

Pour obtenir une onde stationnaire il suffit de prendre une céramique dont deux secteurs de longueur $\lambda/2$ ont été polarisés dans les directions opposées (signe + et - sur la figure I.18), l'expansion de l'un des secteurs correspond à la contraction de son voisin (figure I.19).

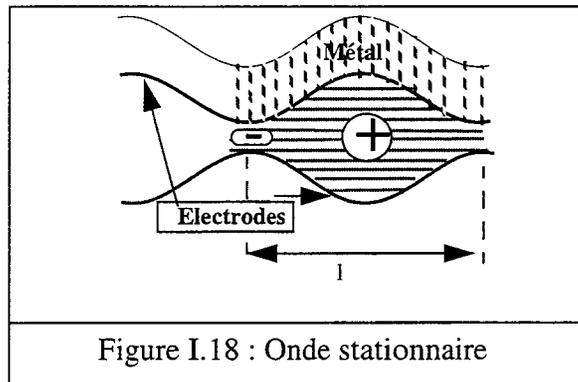


Figure I.18 : Onde stationnaire

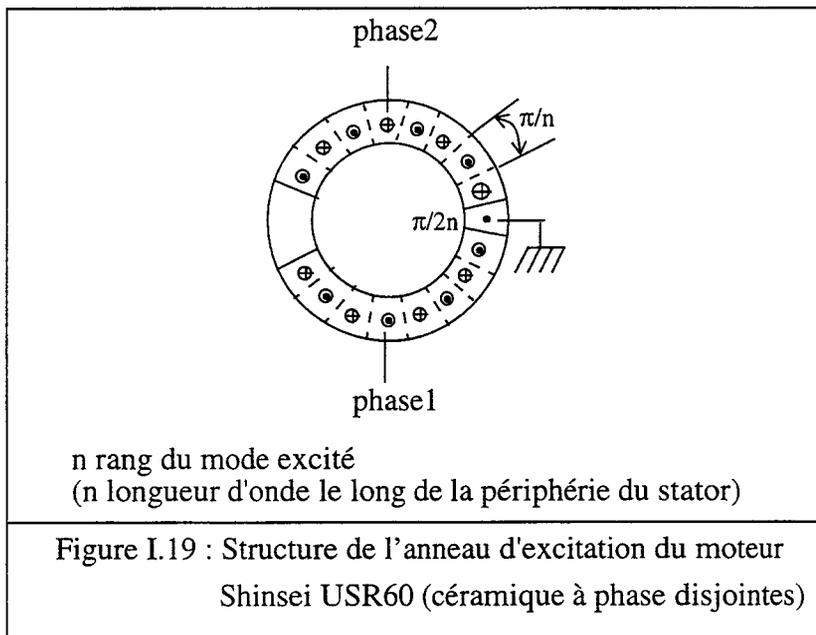


Figure I.19 : Structure de l'anneau d'excitation du moteur Shinsei USR60 (céramique à phase disjointes)

Soient deux ondes stationnaires de pulsation ω , de longueur d'onde λ (nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$), de même amplitude w_0 vibrant suivant l'axe Oz. Ces deux ondes sont décalées de $\pi/2$ dans le temps et de $\lambda/4$ dans l'espace. Leur déplacement est décrit par les relations suivantes:

$$w_1 = w_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(kx) \quad (\text{I, 4})$$

$$w_2 = w_0 \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \cdot \cos(k(x + \lambda/4)) \quad (\text{I, 5})$$

La combinaison de ces deux ondes stationnaires conduit à une onde progressive selon la relation :

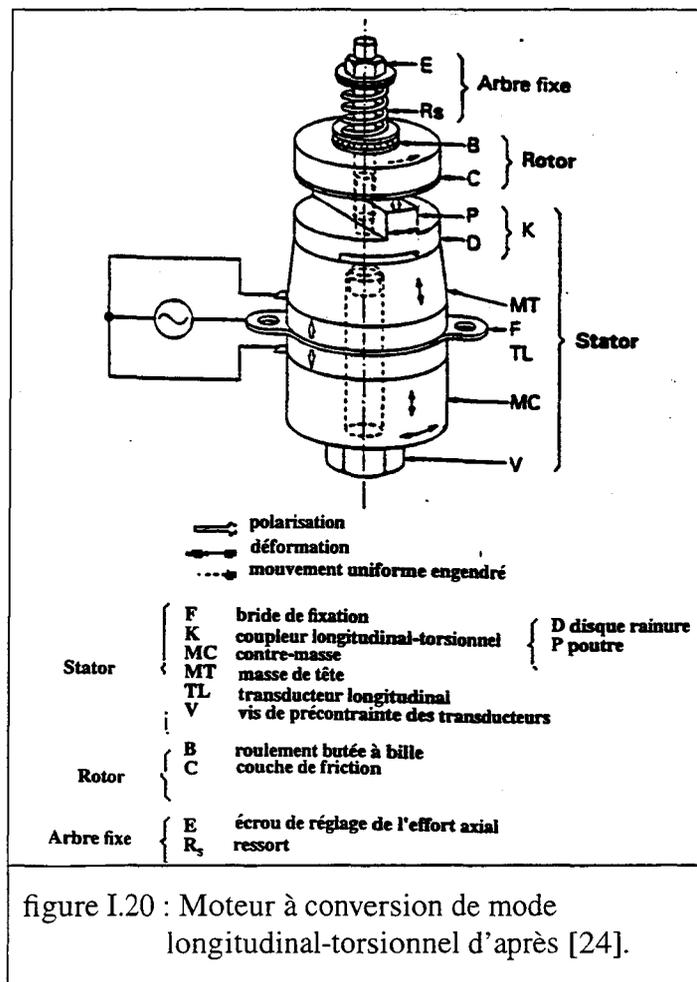
$$w_3 = w_1 + w_2 = w_o \sin(\omega t - kx) \quad (I, 6)$$

Il faut noter aussi que ce moteur a la possibilité de tourner dans les deux sens selon le signe de l'excitation, en décalant dans le temps les deux ondes stationnaires de π .

I - 7.3 USM utilisant deux modes de vibrations :

I - 7.3.1 Moteurs à conversions de mode - Mode Conversion Ultrasonic Motors (MCUM):

Ce type de moteur est fondé sur la combinaison de deux vibrations dont l'une, directement entretenue par transduction électromécanique, est à même d'induire l'autre sous l'effet d'une architecture mécanique assurant la conversion du mode vibratoire initial. Ces moteurs bénéficient ainsi d'une alimentation monophasée.



L'effet de conversion de mode est, en pratique, réalisé de deux manières dans les piézo-moteurs.

- La première solution consiste à utiliser les actions de contact exercées par la partie mobile sur la partie vibrante pour produire la déformation qui n'est pas directement générée par le transducteur. En admettant par exemple que la partie vibrante est constituée d'un doigt excité en vibration par un transducteur longitudinal suivant un axe oblique vis-à-vis de la direction d'entraînement, la réaction normale agissant lors de la phase de contact est à même d'exciter un mode de flexion dans le doigt, engendrant la composante transversale du déplacement recherché. Cette technique du doigt vibrant est également utilisée dans les moteurs à lamelles inclinées [11].

- Une seconde approche consiste à implanter, dans le stator, un élément assurant un couplage vibratoire entre le mode directement entretenu et le mode induit. Le moteur à conversion de mode longitudinal-torsionnel, schématisé sur la figure I.20, illustre ce principe [1]. Le stator est constitué d'une structure de type "Langevin" vibrant en mode longitudinal associée à un coupleur de torsion. La vibration longitudinale excite, sous l'action des forces d'inertie, une vibration de flexion dans l'épaisseur du disque rainuré que comporte le coupleur. Une poutre implantée transversalement sur cet élément subit alors un mouvement de torsion sous l'effet du décalage angulaire mis en jeu entre l'axe de la rainure et l'axe de la poutre.

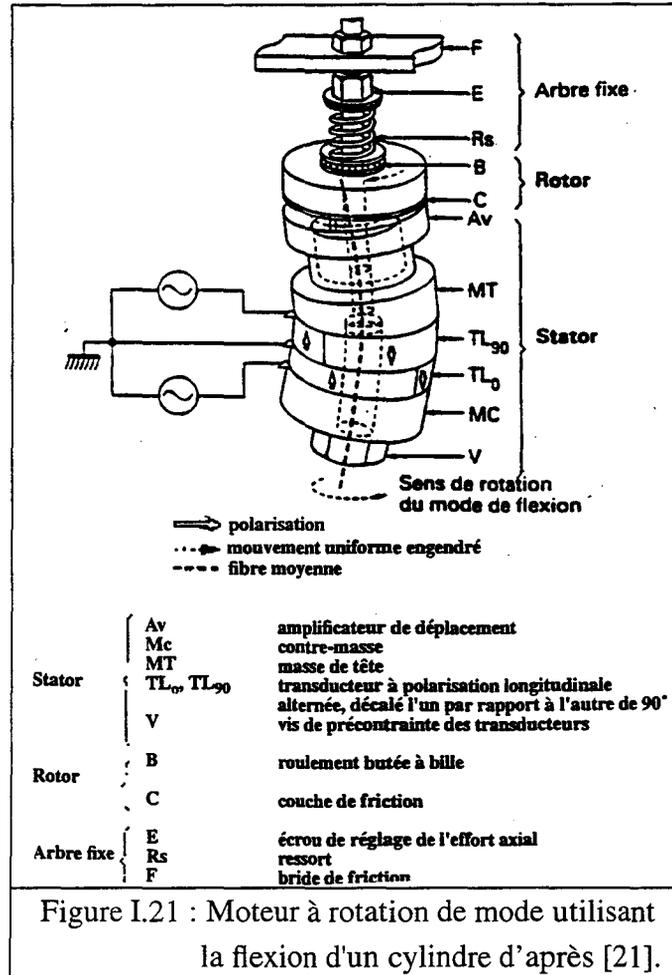
Il est à noter que le sens de ce décalage, de même que le sens de l'inclinaison de l'axe d'attaque du doigt vibrant par rapport à la direction d'entraînement, déterminent un sens de rotation unique pour les structures considérées.

I - 7.3.2 Moteurs à rotation de mode - Mode Rotation Ultrasonics Motors (MRUM) :

D'une manière analogue au principe de génération des champs tournants dans les machines électromagnétiques, l'excitation en quadrature de phase de deux modes de résonance de forme identique et relatifs à deux directions perpendiculaires conduit à la mise en rotation du mode excité autour de l'axe de symétrie de la structure vibrante.

Ce principe repose en fait sur la possibilité d'entretenir conjointement dans certaines structures deux modes orthogonaux de même forme résultant d'une dégénérescence de mode. Les modes de flexion ou d'extension radiale non axisymétriques d'un barreau cylindrique ou d'un disque correspondent ainsi aux déformations le plus souvent utilisées dans les moteurs à rotation de modes [18].

La figure (I.21) présente l'architecture électromécanique d'un moteur à contact axial utilisant la rotation d'un mode de flexion d'un cylindre autour de son axe. La déformation de flexion est produite par le biais d'anneaux de céramique PZT subdivisés, par inversion de la polarisation, en deux secteurs de 180° engendrant selon un couplage longitudinal des déformations en sens opposés. Un système formé de deux anneaux (ou d'un multiple de deux), décalés de 90° et dont les électrodes sont alimentées en quadratures de phase, assure la mise en rotation du mode de flexion. Le roulement de cette déformation le long de l'interface du stator et du rotor conduit à l'entraînement de ce dernier en sens inverse du sens de rotation du mode.



I - 7.3.3 Moteurs à couplage de vibration - Multi Mode Ultrasonics Motors (MMUM) :

Le principe de ces moteurs, souvent dénommés moteurs multimodes, repose sur la composition des déplacements vibratoires résultant de l'excitation de deux modes de vibration différents d'une même structure déformable, en utilisant deux transducteurs piézoélectriques synchronisés à partir d'une alimentation diphasée.

L'exploitation de ce principe est à la base du développement de nombreux moteurs linéaires, les plus répandus utilisant la combinaison de deux vibrations longitudinales excitées par des transducteurs fonctionnant en mode piston et travaillant dans des directions orthogonales.

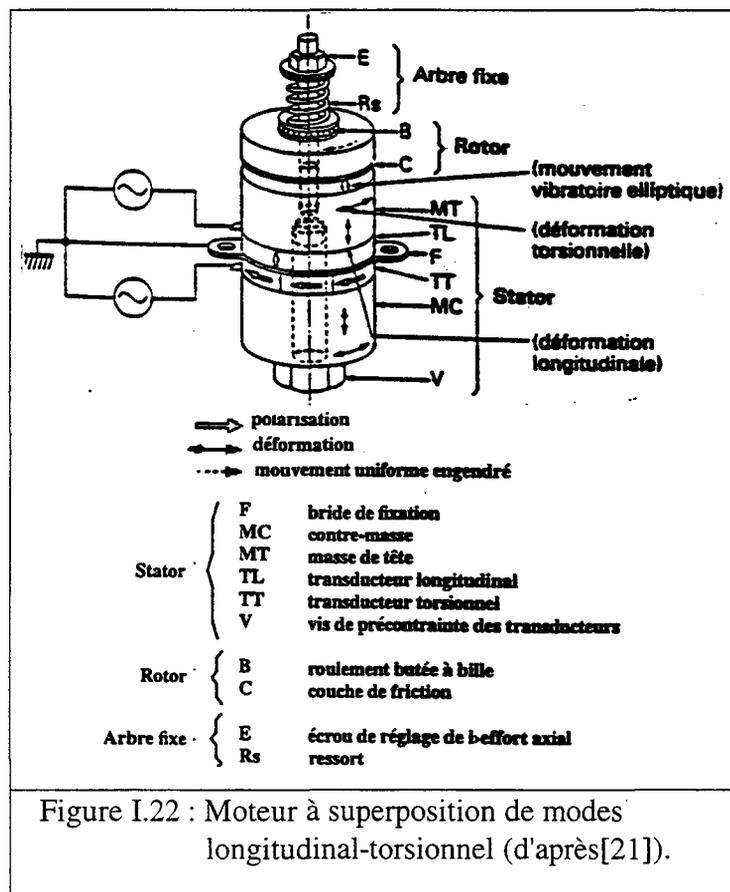
En dépit du grand nombre de possibilités offertes par la variété des modes de vibration susceptibles d'être exploités, la structure la plus représentative, à l'heure actuelle, de la classe des moteurs à superposition de modes est fondée sur le couplage d'un mode longitudinal et d'un mode torsion.

Une structure d'actionneur rotatif fonctionnant suivant ce principe est schématisée sur la figure (I.22). Le stator vibrant est constitué d'une structure résonante de type Langevin [26],

utilisant deux éléments annulaires de céramiques PZT associés à deux masses au moyen d'une vis de précontrainte. Le premier élément TT, polarisé circulairement, correspond au transducteur torsionnel et fonctionne suivant un mode de couplage piézoélectrique qui s'apparente au mode de cisaillement 15, le deuxième élément TL, constituant le transducteur longitudinal, travaille en mode longitudinal 33.

Notons que chacun de ces éléments est souvent formé d'un empilement d'anneaux de céramiques et d'électrodes intercalaires dont le couplage en parallèle permet, pour un champ électrique donné, de réduire le niveau des tensions d'alimentation mises en jeu.

Par ailleurs, l'obtention de déformation d'amplitude suffisante suppose un fonctionnement résonant des transducteurs, ce qui impose qu'un accord fréquentiel rigoureux soit réalisé entre les deux modes de vibration exploités. Cette difficulté de conception peut cependant être contournée en générant une des deux déformations d'un élément à base de céramiques piézoélectrique multicouches permettant d'engendrer, hors résonance et sous des niveaux de tension raisonnables, des déformations d'amplitude exploitable.



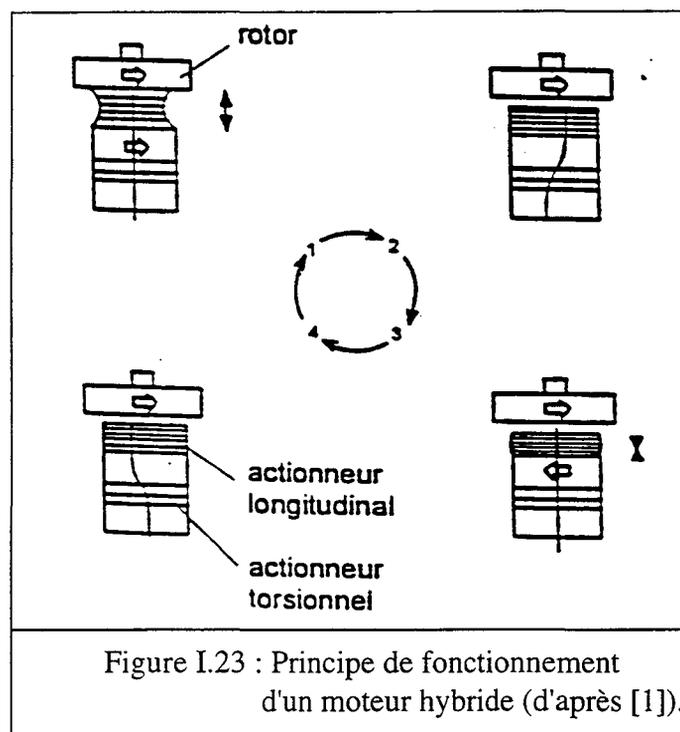
Cette solution consiste, dans le cas de la structure présentée sur la figure (I.21), à remplacer le transducteur longitudinal par un actionneur multicouche, tout en conservant la structure torsionnelle de type Langevin. Le découplage réalisé entre les deux vibrations autorise alors un contrôle indépendant très souple des deux composantes du mouvement d'entraînement, cependant il faut noter que l'usage des céramiques multicouches demeure, pour l'instant,

très limité en raison des difficultés d'ordre technologique et de coûts prohibitifs.

On utilise une vibration couplée ou un stator multi-mode, excité par un ou deux éléments piézoélectriques. Cette définition relativement générale donne une grande diversité de moteurs multi-modes possible, et ce particulièrement parmi les moteurs rotatifs. puisque tous les modes imaginables sont utilisés (le plus souvent sur des cylindres).

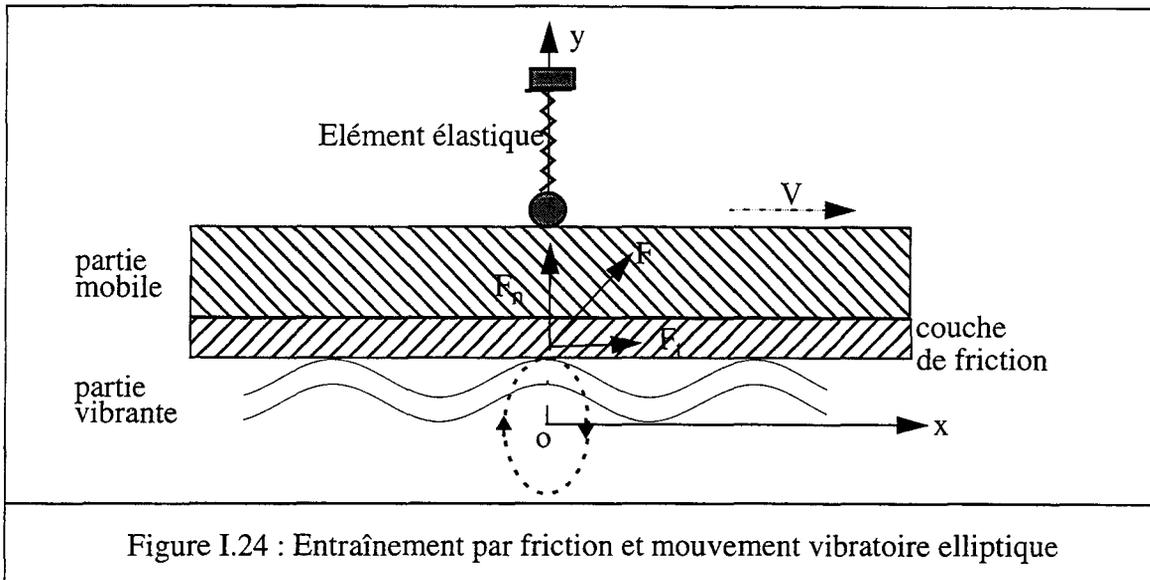
I - 7.3.4 Moteurs Hybrides -Hybrid Type Ultrasonics Motors (HTUM):

Cette classe s'approche de celle des MMUM et concerne les moteurs utilisant deux vibrations découplées entre elles et excitées indépendamment [22]. les plus courants d'entre eux exploitent les modes longitudinales et de torsion d'un cylindre. Malgré des problèmes technologiques leur fonctionnement est simple et illustré sur la figure (I.23) suivante:



I - 8 Description du contact dans les moteurs piézoactifs

Le mouvement particulière généré à la surface du stator est à même de communiquer au rotor une vitesse moyenne non nulle, par le biais des actions de contact s'exerçant sous l'effet de la force maintenant en appui les deux éléments, produite le plus souvent au moyen d'un élément élastique (figure I.24). Notons que l'élément entraîné est supposé immobile dans la direction perpendiculaire à son déplacement. Cette condition est naturellement assurée s'il existe un contact permanent entre les parties vibrantes et mobiles, par contre dans le cas d'un contact intermittent, elle est réalisée, grâce à l'inertie de l'élément entraîné face à la haute fréquence du mouvement vibratoire exploité.



- Sur le plan cinématique, la détermination précise de la vitesse communiquée à la partie mobile (rotor) est une opération très délicate compte tenu du glissement et des déformations locales mises en jeu lors du contact. Néanmoins, si l'on suppose de manière idéale que le contact est ponctuel (dans le plan contenant la trajectoire d'entraînement) et s'effectue sans glissement, la vitesse maximale théorique susceptible d'être communiquée se trouve être égale à la vitesse d'un point matériel de la surface active, à l'instant de son contact avec la partie mobile.

- Sur le plan dynamique, les actions de contact qui s'exercent sur la partie mobile peuvent être caractérisées, en première approximation, par les lois de Coulomb sur le frottement solide. La résultante F des efforts surfaciques s'exerçant sur la partie mobile se décompose ainsi en une composante normale F_n calibrée par la compression d'un élément élastique, et une composante tangentielle F_t correspondant à l'effort d'entraînement dont la valeur maximale est définie à la limite du glissement par :

$$F_{tmax} = \mu_d \cdot F_n \tag{I, 7}$$

μ_d : coefficient de frottement dynamique (facteur corrigé dépendant des conditions de contact et généralement inférieur au coefficient de frottement statique μ_s).

F_n : norme de l'effort normal extérieur.

Le coefficient de frottement statique μ_s caractérise les phénomènes de contact en l'absence de glissement. Les conditions de contact complexes mises en jeu dans les piézomoteurs conduisent à considérer une valeur corrigée dénommée coefficient de frottement cinétique. Cette correction, qui permet notamment de prendre en compte les microglissements

intervenant à l'interface stator-rotor, varie sensiblement en fonction du type de moteur et du matériau de friction utilisé.

Les conditions de contact mises en jeu, qui sont encore assez mal caractérisées, et varient beaucoup en fonction du moteur considéré, imposent la mise en jeu d'une couche de friction fixée sur l'une ou l'autre des surfaces en regard. La déformation finale de cette couche détermine en fait l'aire de la zone de contact. Dès lors, le choix des caractéristiques du matériau utilisé permet d'optimiser les performances du moteur, en recherchant un compromis entre la force d'entraînement produite, favorisée par une zone de contact importante, et la vitesse maximale communiquée. Un bon compromis est généralement obtenu à l'aide d'une couche à base de matériau polymère (une couche de 200 μm d'épaisseur de polyestère chargée en Téflon, par exemple). Ce type de revêtement conduit à un coefficient de frottement dynamique compris entre 0.1 et 0.2, et assure en outre, dans des conditions nominales, une durée de vie acceptable pour le moteur (plusieurs milliers d'heures dans le cas des structures actuellement les plus évoluées), on verra dans le paragraphe suivant les différents matériaux utilisés à l'interface dans les moteurs piézoélectriques.

La tenue en température du revêtement et sa résistance à l'abrasion conduisent cependant à limiter l'effort normal à des valeurs qui peuvent atteindre 300N dans le cas des moteurs piézoélectriques de plus grande taille.

Les ordres de grandeurs des vitesses et des forces susceptibles d'être générées dans les piézomoteurs en font des structures particulièrement attractives dans le domaine des actionneurs de dimensions centimétriques, voire millimétriques, à forces ou couples élevés et vitesses lentes.

I - 8.1 Intérêt de l'étude

Dans tous ces moteurs, si on fait l'hypothèse selon laquelle les déformations du stator restent inchangées avec le chargement du rotor, le contact rotor-stator intervenant dans ces moteurs peut être approché par un contact élastique entre deux corps déformables.

Au sein de notre laboratoire le code éléments finis ATILA a été développé, ce code permet de prendre en compte des effets piézoélectriques et magnétostrictifs, aussi nous proposons de modéliser le phénomène de contact dans son ensemble et d'introduire ce module dans le logiciel, ce qui permet de résoudre le problème de contact rotor-stator qui se pose dans les moteurs piézoactifs.

I - 8.2 Problèmes posés par le contact entre deux solides

Dans un mécanisme, la transmission des efforts se fait par les surfaces de contact au niveau des liaisons, ce qui constitue un des problèmes essentiels du concepteur pour dimensionner correctement ces liaisons. En outre, l'étude du contact entre les solides est délicate à

mettre en oeuvre car les paramètres ci-dessous sont difficilement maîtrisables :

- forme et état des surfaces en contact,
- vitesse relative,
- condition de lubrification,
- température,
- répartition des pressions de contact.

L'aire de contact et la distribution de la pression à l'interface constituent les principaux résultats pour valider les méthodes numériques proposées. Lors de l'étude des moteurs à ultrasons, on s'intéresse aussi à la rigidité de contact qui caractérise la transformation de la vibration (déplacement) en effort.

Il faut aussi noter que dans ces moteurs les hypothèses de travail sont :

- contact élastique en petites déformations,
- frottement sec non lubrifié.

Dans le cas général, le phénomène de contact est caractérisé par sa propre non linéarité due à la variation de la surface de contact avec la déformation, et par l'effet de frottement .

I - 8.3 Aire de contact

En pratique, cet aire de contact est définie par la surface où les deux solides paraissent en contact. Le contact réel se faisant seulement sur le sommet des aspérités : cette surface est comprise entre 1/100 et 1/10 000 de la surface nominale [23].

I - 8.4 Pression de contact entre solides

Quelques modèles simples pour la détermination de la pression de contact sont donnés dans la référence [23] pour les deux cas où la surface commune est petite (contact étroit) et dans celui où elle est grande (contact large ou étendu).

Ces modèles ont permis d'estimer les contraintes de surface de manière à les comparer à des valeurs déterminées empiriquement (pression conventionnelle de contact) dans des conditions similaires, et dans certains cas de déterminer les contraintes au sein des matériaux. Sachant que la pression de contact engendre des contraintes et des déformations dans les solides au voisinage de leur surfaces communes, il est prudent de tenir compte du fait que les contraintes ne doivent pas dépasser une certaine limite sinon elles entraînent des détériorations irréversibles (écillages, écrouissage, jeu,...) néfastes au bon fonctionnement du mécanisme.

I - 8.5 Raideur de contact

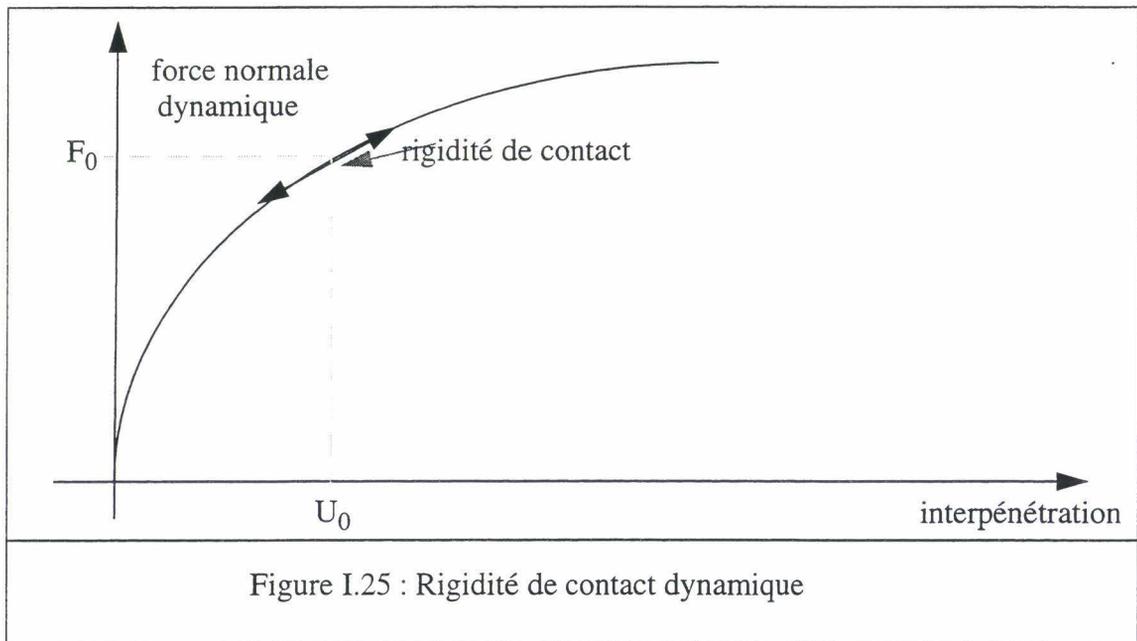
Ce paramètre physique caractérise la relation entre l'effort normal dynamique et l'interpénétration du matériau. Lorsque deux corps sont pressés entre eux avec un effort normale statique F_0 , et qu'il y a une variation dynamique de la force d'interface (qui peut provenir d'une excitation piézoélectrique inverse), la rigidité de contact K_{cn} est définie par la relation

$$k_{cn} = \frac{dF_o}{d\delta} \quad (I, 8)$$

où δ définit l'interpénétration du matériau

Cette relation étant non linéaire, la raideur de contact est alors une linéarisation autour du point de repos statique. Dans la figure (I.25) suivante, on définit ce paramètre comme étant coefficient directeur de la tangente au point (U_0, F_0) .

$$k_{cn} = \frac{F_o}{U_o} \quad (I, 9)$$



Cette rigidité conduit alors au phénomène de résonance de contact [24] si le système est excité au voisinage de la pulsation de contact ω_c simplement donnée par :

$$\omega_c = \left(\frac{k_{cn}}{m} \right)^{1/2} \quad (I, 10)$$

où m correspond à la masse du corps alors supposée en mouvement de translation rigide (rotor). Cette relation tend à sous-estimer l'amortissement dû à la propagation d'ondes élasti-

ques. Concrètement, ce phénomène peut être rencontré sur les rails, quand la roue est excitée périodiquement par les irrégularités du rail, et entraîner une réduction apparente du coefficient de frottement.

Une rigidité de contact tangentiel K_{ct} est également induite dans le problème de contact tangentiel, cette rigidité relie la force de traction tangentielle au déplacement dans la direction tangentielle. Dans le problème de Hertz (dont on verra la théorie par la suite), les rigidités de contact dans les directions normales et tangentielles sont liés par la relation de Mindlin [25]

$$\frac{K_{ct}}{K_{cn}} = \frac{1 - \nu}{1 - \nu/2} \quad (\text{I, 11})$$

en supposant que les deux corps ont le même coefficient de Poisson ν .

On retient de cette présentation que l'approche la plus simple consiste à "localiser" les effets : l'interface se comporte, dans les directions normales et tangentielles, comme une rigidité non-linéaire, fonction des caractéristiques des matériaux et de la géométrie de la surface de contact.

I - 8.6 Modélisation du contact élastique

Un contact élastique se réalise lorsque deux corps élastiques sont appliqués l'un contre l'autre avec un mouvement tangentiel relatif ou non.

L'étude du contact doit déterminer :

- 1 - la sollicitation supportée par les corps en volume (fatigue),
- 2 - l'usure et les déperditions énergétiques.

Le point 1 se prête aux modélisations théoriques et conduit à étudier le contact élastique de deux corps limités par des surfaces géométriquement lisses.

Le point 2 concerne un volume limité aux zones surfaciques où les conditions géométriques et les compositions physiques de matériaux sont mal connues. L'étude de ce point est un problème de tribologie qui se traite actuellement de façon phénoménologique [26,27].

La modélisation d'un contact élastique correspond à :

- la mise en conformité normale des corps sous l'action du chargement normal, c'est une condition bien établie, de nature géométrique. Ceci détermine pour l'essentiel l'étendue du contact et la distribution de pression à l'interface.

- la nécessité d'autoriser le mouvement relatif des deux corps ou de réaliser un charge-

ment tangentiel, ce qui conduit à déterminer des zones d'adhérences et des zones de glissements dans l'interface de contact.

Deux conditions sont donc nécessaires pour modéliser le contact :

- une condition d'adhérence définie par des relations géométriques,
- une condition de glissement définie par la loi de Coulomb qui conduit à un glissement contrôlé et permet d'avoir une vue moyenne des phénomènes et de résoudre correctement le problème volumique dans bien des applications.

La première difficulté pour la modélisation provient donc du fait qu'il est difficile de traduire simplement, pour un contact élastique idéalisé, la complexité des phénomènes surfaciques.

La deuxième difficulté concerne le traitement des équations de l'élasticité dans le cas du contact. Cette difficulté est bien connue, elle provient de la nature des conditions aux limites. Aussi, les solutions de ces équations sont bien souvent obtenues grâce à des hypothèses simplificatrices supplémentaires. C'est le cas de l'hypothèse bidimensionnelle, et de l'hypothèse massif semi-infini [1]. Dans certains cas, ces hypothèses ne sont plus valables, on cite par exemple les cas où on utilise des revêtements minces et celui où les dimensions de la surface de contact sont comparables à celles des corps en contact.

I - 9 Différents types de contact

On appelle action de contact entre deux solides, ou par extension entre un solide et un fluide l'action qu'ils exercent l'un sur l'autre au niveau de leur surface.

On distingue deux types de contact :

- le contact surfacique : il se produit suivant une surface nominale importante,
- le contact dit ponctuel ou linéique : il a lieu lorsque les deux solides sont tangents en un point ou suivant un segment de droite.

I - 9.1 Contact en grande surface (large ou étendue)

Lorsque l'étendue de la surface nominale devient importante, le contact entre les structures se fait de manière aléatoire sur les aspérités. Quantifier avec précision les pressions réelles reste un problème délicat.

Plusieurs modèles ont été proposés [23] pour déterminer la distribution des pressions de contact à l'interface, ces modèles ne sont valables que sous certaines conditions qui ne rentrent pas dans le cadre de notre étude.

Le problème de la détermination des pressions de contact est complexe dans certains domaines d'applications comme par exemple le cas de frottement ou de contact en grande déformation. Par contre, ceci est possible dans le cas des contacts ponctuels (théorie de Hertz [28]) et des problèmes bicouches (théorie de Gupta et Walowit [29]).

I - 9.2 Contact étroit, ponctuel ou linéique (théorie de Hertz)

Hertz dans les années 1880 s'est penché sur le problème de contact existant entre les solides élastiques en fonction de la charge (module et orientation) et des matériaux constituant ces deux solides.

Une démonstration globale de la théorie du contact de Hertz (aspects géométriques, déformations, distribution des contraintes, indentation, modélisation dynamique) ainsi qu'une étude de l'influence de la friction à l'interface ont été réalisées par K.L., Johnson [27]. Les étapes de cette démonstration sont les suivantes :

- Dans un premier temps, on caractérise les surfaces; on les suppose lisses afin d'éviter toute discontinuité de contact et de pression (il est à noter qu'au niveau microscopique, la qualité de l'état de surface des solides pourrait remettre en cause cette hypothèse). Au niveau macroscopique, cela implique une continuité de ces surfaces jusqu'à la deuxième dérivée au voisinage de la région de contact. Un choix correct des axes permet de calculer les deux rayons de courbure principaux de chacune des deux surfaces et le rayon de courbure équivalent.
- Une charge normale est appliquée : le point de contact théorique devient une surface de contact.
- Ensuite, on prend en compte les caractéristiques élastiques des solides en étudiant l'évolution de la surface de contact (linéique ou circulaire) et de la pression de contact en fonction de la charge appliquée.
- Par la suite, on considère que chacun des deux solides peut être traité comme un demi-espace élastique chargé au niveau de sa surface.
- On suppose aussi, que le contact est sans frottement.

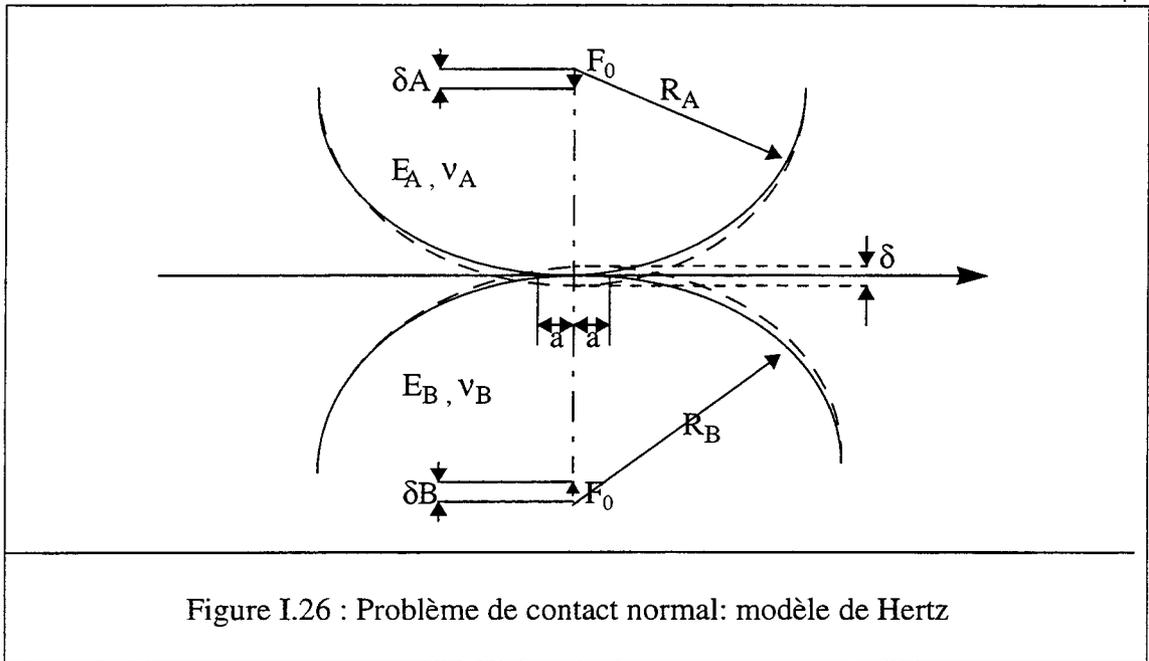
Appliqué au contact sphère/sphère, le modèle de Hertz peut reproduire l'évolution de l'écrasement δ entre les deux corps, en fonction de l'effort normal F_0 et de la demi largeur de contact "a".

Le module d'Young équivalent du problème est défini par:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_A^2}{E_A} + \frac{1-\nu_B^2}{E_B}, \quad (\text{I, 12})$$

A et B étant les indices relatifs aux deux solides considérés, E le module d'Young, ν le coefficient de Poisson, et R le rayon de courbure équivalent du problème tel que:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}, \quad (\text{I, 13})$$



on peut montrer que la demi-largeur de contact "a" s'exprime par :

$$a = \left(\frac{3 \cdot F_0 \cdot R}{4 \cdot E^*} \right)^{1/3} \quad (\text{I, 14})$$

Enfin, l'écrasement total δ varie avec l'effort normal F_0 suivant la relation :

$$F_0 = \frac{4R^{1/2}E^*}{3} \delta^{3/2} \quad (\text{I, 15})$$

ce qui permet de définir une rigidité non-linéaire appelée K_{cn} , donnée par

$$K_{cn} = \frac{F_0}{\delta}. \quad (\text{I, 16})$$

Le modèle s'étend à des surfaces elliptiques de contact prenant alors en compte deux rayons de courbure. A l'extrême, le contact cylindre/cylindre peut être mis en équation de la même manière

$$F_0 = \frac{\pi \cdot E^*}{2} \delta. \quad (\text{I, 17})$$

Par ailleurs, deux conditions sont nécessaires pour justifier les approximations faites dans cette théorie. D'une part, les grandeurs significatives de la surface de contact doivent être petites devant les dimensions de chaque solide, d'autre part, ces mêmes grandeurs doivent être petites devant le rayon de courbure relatif des deux surfaces. Ces deux conditions sont toujours remplies pour les métaux (ce qui ne serait pas, par exemple, le cas des caoutchoucs ou des matériaux dans lesquels on peut produire des déformations dépassant le domaine des petites déformations).

Le but essentiel du modèle de Hertz est de déterminer :

- les dimensions de la surface de contact,
- le rapprochement des deux solides,
- la pression de contact nominale,
- les contraintes normales et tangentielles engendrées en surface et en profondeur.

Les résultats de cette théorie ne sont pas sans erreurs, mais ils donnent un ordre d'idée qui permet avec l'expérience de dimensionner les liaisons ponctuelles ou linéiques et de choisir les matériaux et les traitements thermiques adaptés. Par ailleurs, cette théorie va servir de pré-dimensionnement du mécanisme de contact dans les moteurs piézoactifs.

Cette théorie n'est valable qu'en tenant compte des hypothèses suivantes :

- l'aire de contact est très petite par rapport aux surfaces latérales respectives des solides en contact,
- les corps sont semi-infinis,
- les rayons de courbure sont connus aux points de contact,
- les corps sont élastiques, homogènes et isotropes,
- le contact se fait sans frottement, et les solides sont sans mouvements relatifs.

Dans le cas le plus général, Hertz a démontré que la surface de contact a un contour elliptique et que cette surface devient un rectangle étroit dans le cas de deux cylindres dont les axes sont parallèles. De plus il ressort de cette étude que la distribution des pressions le long de la largeur de la surface de contact est représentée par une demi-ellipse, la pression maximale P_0 se trouvant, comme dans le cas général, au centre de la surface de contact. Dans les tableaux [A.1] et [A.2] de l'annexe A, on récapitule les principaux résultats de la théorie de Hertz.

Le principe de fonctionnement des moteurs à ultrasons, est fondé principalement sur le problème de contact tangentiel qui ne peut être caractérisé que par la loi de Coulomb.

Cette loi permet de limiter la force de traction tangentielle F_T en fonction du coefficient de frottement μ et de la force normale F_n , cette loi s'écrit :

$$|F_t| \leq \mu_s \cdot F_n \quad (I, 18)$$

En fait, généralement le problème tangentiel n'est explicite que pour cette loi parce qu'elle offre des possibilités de résolutions adaptées aux techniques et aux moyens de calculs numériques, d'autant plus qu'elle est applicable localement en faisant intervenir les contraintes, ce qui permet dans les calculs numériques de connaître l'état d'adhérence ou de glissement d'un point en utilisant la condition d'adhérence

$$\tan \alpha \leq \mu_s \quad (I, 19)$$

où α est l'angle de frottement (angle que fait la force F avec la normale à la surface de contact) et μ_s est le coefficient de frottement statique.

I - 10 Mécanismes tribologiques

De nombreux systèmes mécaniques mettent en contact divers éléments avec ou non présence de glissement. Les contacts ainsi créés peuvent, de façon plus ou moins forte, influencer le comportement global du système. Les caractéristiques du contact en glissement peuvent par exemple déterminer le rendement de l'ensemble, sa durée de vie, sa discrétion acoustique....

L'étude des multiples aspects liés à cette situation correspond à la tribologie, science pluridisciplinaire traitant des surfaces solides en contact. C'est une science relativement peu ancienne dont les progrès récents permettent des avancées technologiques importantes dans de nombreux secteurs industriels : spatial, aéronautique, électronique, mécanique, matériaux, automobile,.....Elle correspond à l'étude du frottement, de l'usure et de la lubrification. La tribologie concerne à la fois des aspects fondamentaux et des aspects appliqués.

Contrairement à d'autres branches de la mécanique, il existe encore en tribologie de nombreux problèmes qui ne sont pas complètement formalisés et pour lesquels il n'y a donc pas de moyens de calcul prédictif. Cet état de fait résulte d'une part du très grand nombre de paramètres macroscopiques et microscopiques qui régissent les problèmes de tribologie et d'autre part du couplage entre ces paramètres.

Lorsque deux corps en contact sont en déplacement relatif sous l'effet de forces extérieures, il en résulte des interactions dont les conséquences sont la force de frottement et l'usure. Lors du glissement, un matériau interfacial est créé entre les deux corps initiaux frot-

tants; l'analyse de cette situation permet de mieux préciser l'origine de la force de frottement et de la perte de matière. Le glissement relatif des deux corps est permis grâce à une accommodation des vitesses qui se produit dans l'interface. Différents modes d'accommodation existent :

- cisaillement,
- roulement,
- rupture.

Ceux-ci ont lieu soit dans le matériau interfacial soit en surface des corps frottants. Les phénomènes d'usure sont généralement complexes mais ils font intervenir différents processus élémentaires d'usure.

I - 10.1 Les différents types d'usure

- L'usure par adhésion :

Sous l'effet des conditions de contact, des phénomènes d'adhésion entre corps frottants conduisent à des transferts de matière d'un corps sur l'autre ou microgrippage. Ce phénomène est particulièrement important en frottement sec et sous vide.

- L'usure par abrasion :

Les corps en contact vont être le siège de déformations plastiques soit parce qu'un corps est plus dur que l'autre, c'est l'abrasion à deux corps, soit parce que des particules "dures" sont présentes dans l'interface c'est l'abrasion à trois corps, ou encore parce que les particules du matériau "dure" sont transférés dans le matériau "mou" qui devient abrasif. Tous ces phénomènes conduisent à des déformations du matériau le plus tendre puis à une perte de matière.

- L'usure par réaction tribochimique, ou corrosive :

L'énergie dissipée en frottement peut conduire à activer ou créer une réaction chimique dans l'interface entre les corps frottants ou les débris d'usure, et l'environnement, liquide ou gaz. Dans le cas de la lubrification limite, les propriétés des phases réactionnelles formées, adhérentes aux surfaces frottantes, sont responsables de la réduction de l'usure.

- L'usure par fissuration :

Dans de nombreux cas, le frottement cause l'apparition et la propagation de fissures. Pour les matériaux fragiles, les contraintes de tension conduisent rapidement à une fissuration, à l'arrière du contact, perpendiculairement au plan de frottement. Dans d'autres situations, les fissures sont parallèles à la surface de frottement et se propagent de façon analogue à un essai de fatigue.

I - 10.2 Matériaux utilisés en tant que couche de frottement d'un moteur piézoélectrique.

La plupart des matériaux utilisés jusqu'à présent en tant que couche de frottement d'un moteur piézoélectrique sont des composites associant divers polymères ou des charges granulaires ou fibreuses dans une matrice polymère. Dans le cas particulier du moteur piézoélectrique, l'adjonction de charges au polymère constituant la couche de frottement doit répondre à trois préoccupations principales :

- augmenter le coefficient de frottement et donc les caractéristiques mécaniques du moteur (couple, vitesse),
- diminuer la vitesse spécifique d'usure de façon à augmenter la durée de vie du moteur et à lui assurer des performances stables dans le temps,
- produire des débris d'usure facilement éliminables, qui ne viennent pas perturber le mécanisme de transmission du couple d'entraînement au rotor.

Les premiers composites utilisés pour cette application ont été des élastomères chargés de fibres d'amiante. Ils présentaient l'avantage d'avoir un coefficient de frottement élevé, mais l'inconvénient de s'user rapidement et d'utiliser de l'amiante, substance dangereuse pour la santé. Un certain nombre de brevets japonais indiquent des modifications notables par rapport à ce choix initial et font état d'une amélioration très nette des caractéristiques d'usure sans dégradation des performances du moteur.

Parmi ces composites, on peut citer des résines thermodurcissables bismaleinide-triazine, phénoliques, époxy, ou des élastomères chargés en fibres courtes de carbone, de polyester, de Kevlar, ou en tissu constitué de ces fibres, Ces brevets font également état de formulation contenant du PTFE (polytétrafluoroéthylène) ce qui a pour effet de faire diminuer la valeur du coefficient de frottement (aux alentours de 0.3) mais produit une surface de contact très lisse et un couple de démarrage et de maintien stable.

A titre d'exemple, avec une composition comprenant 10% en masse de fibres de Kevlar dispersés dans une matrice de bismaleimide-triazine, les auteurs obtiennent un coefficient de frottement égal à 0.6 associé à une usure de 4.8 microns au bout d'un million de rotation comparée à 60 microns au bout de 500.000 rotations pour un échantillon de référence chargé en amiante.

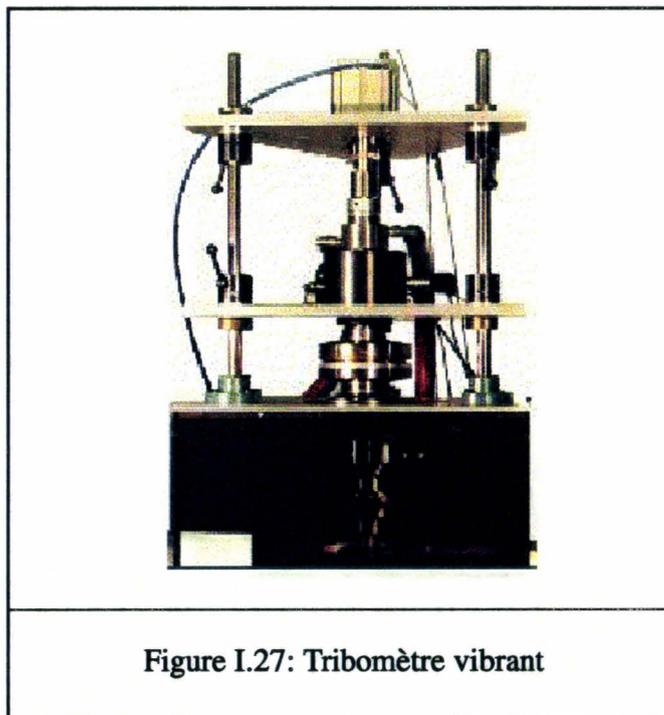
Un des brevets annonce une amélioration obtenue en donnant une certaine orientation aux fibres constituant la charge. Les coefficients de frottement obtenus sont stables dans le temps (de 0.25 à 0.44 selon les matériaux) et l'usure est très faible. il est à noter qu'à performances à peu près équivalente à celles obtenues avec des fibres orientées selon la direction de frottement, l'arrangement des fibres dans la direction normale au plan de frottement diminue l'usure d'un facteur proche de 2 après dix million de rotations.

D'autres auteurs indiquent l'existence d'une gamme de dureté optimale (97-100 JIS A) de la couche de frottement pour obtenir de bonnes performances du moteur. En deçà de cette

gamme, l'entraînement est quasi nul et au delà, le moteur commence à faire du bruit [30].

Afin d'obtenir les données nécessaires à la prévision des performances d'un moteur à ultrason, Ph. Kapsa et al [31] ont mené deux types d'expériences, des essais en tribométrie sphère/plan permettant de simuler le fonctionnement des moteurs à onde progressive par la prise en compte de l'évolution du coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement. La prise en compte de cet aspect a permis d'une part, d'interpréter les courbes couples/vitesse des moteurs à onde progressive, et d'autre part de mieux analyser les mécanismes d'entraînement de la deuxième conversion d'énergie entre le rotor et le stator.

Le deuxième type d'expérience ont été menés sur "tribomètre vibrant" (figure I.27) pour simuler le contact dans les moteurs à conversion de mode, ce qui a permis d'une part, d'estimer le coefficient de frottement sous sollicitations périodiques pour des revêtements applicables aux moteurs piézoélectriques, et d'autre part d'estimer l'évolution de l'usure de matériaux, de frottement pour différentes sollicitations (température, environnement...) en étant plus près des conditions de fonctionnement réelles.

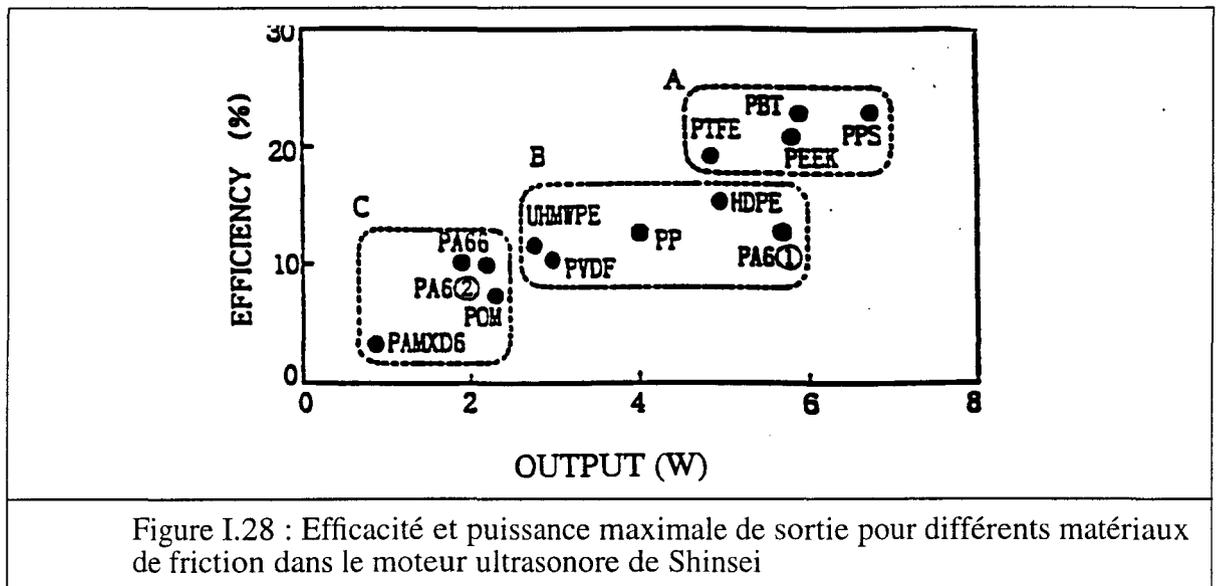


Ces expériences ont permis de confirmer que, la conversion d'énergie mécanique-mécanique des moteurs piézoélectriques par les forces de frottement ne peut être appréhendée d'une manière identique suivant les structures de moteurs que l'on veut optimiser. Si pour certains, une approche quasistatique théorique et expérimentale est suffisante (moteurs à onde progressive), pour d'autres, il s'avère nécessaire de mettre en place des outils spécifiques (moteurs à conversion de mode).

I - 10.2.1 Résultats pratiques

Que ce soit pour augmenter le rendement des moteurs ou pour en limiter le bruit, la qualité du contact stator/rotor est un facteur important dans l'élaboration des moteurs ultrasonores. De nombreuses recherches expérimentales ont déjà été effectuées en ce qui concerne les matériaux de friction (plastiques, résines.....).

MM. Ishikawa (Yamagata University), Tada et Sagara (Kukoku Co. Ltd) ont effectué en 1991 le test d'un certain nombres de polymères comme matériaux de friction (pour des conditions expérimentales identiques) :



Les résultats présentés sur la figure I.28, ont été interprétés de la manière suivante : la dégradation des matériaux de friction étant inévitable, on considère que pendant le fonctionnement certaines parties de matières se détachent du matériau. Si ces éléments sont suffisamment petits et peuvent être évacués de la surface de contact au cours du fonctionnement du moteur, alors la caractéristique sera bonne. Des détachement d'éléments trop gros sont donc à éviter. Il est également possible d'utiliser un lubrifiant entre le rotor et le stator. L'expérience montre que même s'ils ne permettent pas d'améliorer l'efficacité du moteur dans les domaines de forte pression, ils augmentent considérablement la durée de vie de ce dernier.

I - 10.3 Les différentes origines du frottement

Ses origines sont très variées et l'on peut recenser de nombreux paramètres; ils proviennent surtout des phénomènes liés aux surfaces de contact :

- Irrégularités des surfaces de contact

Les aspérités des surfaces s'enchevêtrent et s'opposent au glissement relatif, lorsque la vitesse de glissement augmente le verrouillage des aspérités intervient beaucoup moins.

- Déformation des aspérités

Un bourrelet frontal se forme devant les deux corps, par refoulement de la matière et freine leur mouvement relatif.

- Adhésion mutuelle

Entre les deux surfaces existent des forces d'attraction moléculaires d'origine électrique qui s'opposent à leur décollement.

- Formation de soudures :

* Soudures froides : elles sont dues à la diffusion des métaux en contact,

* Micro-soudures : lorsque deux corps glissent l'un sur l'autre de l'énergie est dissipée: la surface de contact réelle est très petite. il se produit des échauffements très localisés qui peuvent entraîner la fusion de l'un des métaux. Pour rompre ces soudures il faut des efforts de cisaillement. Suivant le type de frottement, ces phénomènes sont plus ou moins prépondérants.

I - 10.4 Les différents types de frottement

- Frottement sec

Les surfaces sont directement en contact, une expérimentation pour ce type de frottement est délicate à mettre en oeuvre, et nécessite l'utilisation de dispositifs expérimentaux destinés à déterminer les caractéristiques tribologiques des matériaux potentiellement intéressants en tant que couche de frottement.

- Frottement mixte

C'est le cas le plus souvent rencontré, les aspérités se touchent mais un troisième corps est interposé : il vient réduire le frottement et l'usure, s'il s'agit d'un lubrifiant, ou au contraire l'augmenter s'il s'agit d'un corps abrasif.

- Frottement hydrodynamique

Une couche continue de lubrifiant est maintenue entre les deux surfaces de contact de manière à ce que les aspérités ne se touchent pas : la perte d'énergie est ainsi minimisée.

Notre étude concerne le frottement sec sans lubrifiant pour lequel nous utiliserons la loi de Coulomb. Cette loi est capable de décrire correctement les problèmes numériques impliquant un frottement sec, comme c'est le cas du contact rotor-stator dans les moteurs piézoacoustiques.

I - 10.5 Coefficient de frottement

La formulation de Coulomb a l'avantage d'être très simple, mais elle prend en compte seulement la nature des matériaux en contact.

Des paramètres tels que:

- la pression de contact (constante ou variable en intensité),
- la vitesse relative (mouvement continue ou alternatif),
- la température,
- les actions d'adhésion,

ne sont pas considérés et peuvent pourtant avoir une grande importance. Il existe d'autres modélisations du coefficient de frottement en particulier à partir de la pression de contact.

- formulation hyperbolique

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{\alpha}{P_m} + \beta \quad (\text{I, 20})$$

α : défini la résistance au cisaillement des jonctions intermétalliques (cette valeur est liée à la nature des matériaux en contact)

β : coefficient lié à la géométrie du contact

P_m : pression moyenne du contact

- formulation tenant compte des micro-déformations

Sous l'effet d'une charge, les aspérités des surfaces se plastifient jusqu'à ce qu'il y ait une surface de contact dénommée S suffisamment grande pour la supporter. Pour ce nouveau modèle, le coefficient de frottement est égal à :

$$\mu = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{Re^2}{p^2} - 1 \quad \text{avec} \quad p = \frac{N}{S} \quad (\text{I, 21})$$

$\Omega = 3$ pour les métaux

S : surface de contact sous charge;

Re : résistance élastique du matériau le plus tendre.

Dans le cas du frottement sec (qui est celui des moteurs piezoactifs) les lois de Coulomb s'appliquent assez bien (on le vérifie expérimentalement) car les propriétés caractéristiques des matériaux et des surfaces en contact jouent un rôle prépondérant, alors que dans le cas

de frottement lubrifié le coefficient de frottement dépend largement des vitesses relatives entre les solides. En outre, on note que le coefficient de frottement dépend de la dureté des surfaces, de la rugosité et des ondulations, de la résistance à la fatigue, de la résistance au grippage.

I - 11 Etude numérique du problème de contact

En dépit des hypothèses assez limitatives de la théorie de Hertz, les solutions obtenues ont été utilisées pour traiter de nombreux problèmes de contact dépassant les hypothèses initiales et les solutions calculées se sont avérées relativement satisfaisantes. Ces dernières années, des méthodes numériques se sont développées pour permettre d'étendre l'étude à des contacts avec frottement ou à des contacts en grande déformation, ou encore à des problèmes bicouches.

Les premières méthodes par éléments finis consacrées à ce sujet, et utilisant une base variationnelle, furent développées par de nombreux auteurs [31-37], en exploitant soit la méthode des multiplicateurs de Lagrange, soit la méthode des fonctions de pénalisation, ou encore la méthode du lagrangien augmenté. D'autres techniques se sont développées utilisant la méthode des éléments frontières ou de contact [38]; cependant l'introduction de tels éléments ne semble pas devoir se généraliser.

Concernant les lois de frottements utilisées, celles-ci dérivent généralement du modèle de Coulomb, de lois de frottement non locales [39], de modèle avec surface seuil de frottement avec loi d'écroûissage et formulation incremental associée [40-42], ou bien encore de lois de frottement viscoplastiques. Le modèle le plus connu étant le modèle de Tresca obtenu par passage à la limite lorsque le coefficient de sensibilité à la vitesse tend vers zéro. Ces derniers modèles sont couramment et traditionnellement employés en mise en forme des métaux [43].

Dans ce domaine, plusieurs approches sont possibles et relèvent principalement de trois catégories distinctes :

- Les approches «point à point» imposent, par projection orthogonales, ou par des méthodes implicites, aux points de contour de la pièce à mettre en forme, de ne pas pénétrer dans l'outil de mise en forme, qui le plus souvent considéré comme rigide [44-46].

- Les approches intégrales ou variationnelles étudient le problème dans son ensemble et sont basées sur la résolution de conditions de contact de type unilatéral, la condition de non-pénétration et la condition de frottement de type Coulomb.

Enfin certains programmes de calcul utilisent des éléments de frontières pour résoudre le problème de contact unilatéral, ou bien encore des "gap éléments" [47]. Une présentation de la méthode des éléments finis ainsi que des méthodes numériques existantes font l'objet des paragraphes suivants.

I - 11.1 Présentation de la méthode des éléments finis

Pour étudier un problème à l'aide de la méthode des éléments finis, on découpe le domaine étudié en sous domaines appelés éléments, interconnectés par des points appelés noeuds (figure I.15). Par exemple, si on considère une structure élastique, le déplacement d'un point quelconque situé à l'intérieur de l'élément "e" peut être relié aux valeurs nodales du déplacement U^e à l'aide des fonctions d'interpolation dont la description est donnée dans l'annexe B :

$$\underline{u} = [N^e] \underline{U}^e \quad (I, 22)$$

où $[N^e]$ est une matrice ligne regroupant les fonctions d'interpolations. L'état de déformation \underline{S} de ce même point s'exprime en fonction des dérivées des fonctions d'interpolations, regroupées dans la matrice $[B^e]$ sous la forme :

$$\underline{S} = [B^e] \underline{U}^e \quad (I, 23)$$

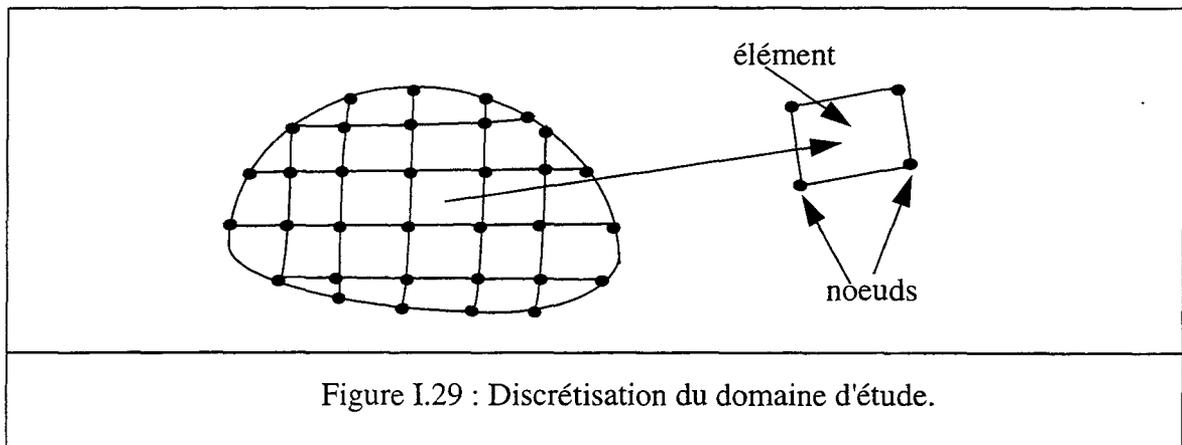


Figure I.29 : Discrétisation du domaine d'étude.

La loi de Hooke nous permet d'écrire l'état de contrainte T sous la forme :

$$\underline{T} = [D] \underline{S} \quad (I, 24)$$

où $[D]$ s'obtient par condensation du tenseur c_{ijkl} (annexe B), toutes ces équations permettent d'exprimer la partie élastique de la fonctionnelle sous la forme :

$$L = \sum_e \frac{1}{2} \iint_{\Omega_e} \underline{U}^{eT} [B^e]^T [D] [B^e] \underline{U}^e d\Omega_e - \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \omega^2 \rho \underline{U}^{eT} [N^e]^T [N^e] \underline{U}^e d\Omega_e - \iint_S \underline{U}^{eT} [N^e]^T \underline{f} dS_{Te} \quad (I, 25)$$

où ω est la pulsation dans le cas où le problème est dynamique. Si on se place dans le cas statique qui nous intéresse, cette fonctionnelle s'écrira :

$$L = \sum_e \frac{1}{2} \iiint_{\Omega_e} \underline{U}^e T [B^e]^T [D] [B^e] \underline{U}^e d\Omega_e - \iint_S \underline{U}^e T [N^e]^T \underline{f} dS_{Te} \quad (I, 26)$$

L'intégrale relative à la surface S_U a été éliminée dans cette quantité du fait que le déplacement d'un point d'une face d'élément est uniquement fonction des déplacements des noeuds de cette face, compte tenue des propriétés des fonctions d'interpolations choisies. L'expression de cette intégrale sur un élément ne dépend que des valeurs prises par \underline{u} sur les noeuds de ce même élément.

$$\int_{S_{Ue}} (u_i - u'_i) n_j T_{ij} dS_{Ue} \quad (I, 27)$$

Dans le cas statique, il est possible d'exprimer la fonctionnelle L à l'aide de la matrice de rigidité élémentaire mécanique $[K^e_{uu}]$

$$[K^e_{uu}] = \int_{\Omega_e} [B^e]^T [D] [B^e] d\Omega_e \quad (I, 28)$$

et du vecteur de force nodale appliquées \underline{F}^e :

$$\underline{F}^e = \int_{S_{Te}} [N^e]^T \underline{f} dS_{Te} \quad (I, 29)$$

cette fonctionnelle s'écrira donc:

$$L = \sum_e \left[\frac{1}{2} \cdot (\underline{U}^{eT} \cdot [K^e_{uu}] \cdot \underline{U}^e) - \underline{U}^{eT} \cdot \underline{F}^e \right] \quad (I, 30)$$

L'application du principe variationnel permet de minimiser cette fonctionnelle par rapport aux valeurs nodales de \underline{u} , le système d'équation linéaire obtenu est :

$$[K_{uu}] \underline{U} = \underline{F} \quad (I, 31)$$

Ces matrices réelles symétriques proviennent de la sommation de l'ensemble des éléments des matrices de rigidité définies précédemment, ce qu'on appelle assemblage. \underline{U} est le vecteur des valeurs nodales du champ de déplacement et \underline{F} le vecteur des valeurs nodales des

forces appliquées. Pour des problèmes faisant intervenir un domaine piézoélectrique, l'utilisation de la formulation éléments finis et l'application du principe variationnel conduisent de la même manière à des équations linéaires.

I - 11.2 Modélisation du contact par la méthode des éléments finis

Plusieurs approches numériques ont été développées pour modéliser le phénomène de contact avec ou sans frottement, unilatéral ou bilatéral, parmi lesquels on cite:

- la méthode des multiplicateurs de Lagrange,
- la méthode de pénalisation,
- la méthode mixte ou hybride,
- les techniques de programmation mathématiques,
- la méthode des éléments frontières (BEM).

Toutes ces approches, bien que différentes en concept sont étroitement liées. Nous allons dans les paragraphes suivants expliquer en détail chacune de ces méthodes.

I - 11.2.1 Application de la méthode des multiplicateurs de lagrange sur le phénomène de contact

Le problème général de contact est non linéaire, il peut être résolu par une technique de chargement incremental qui consiste à appliquer plusieurs incréments de chargement suffisamment faibles sur l'un ou l'autre des corps en contact.

Considérons l'énergie potentielle associée avec le déplacement $\{u^P\}$ due à l'ensemble des chargements incrementaux appliqués $\sum_{h=1}^p \{f^h\}$, qui s'écrit :

$$\Pi^P = \frac{1}{2} \{u^P\}^T [K^P] \{u^P\} + \{u^P\}^T \sum_{h=1}^{P-1} [K^h] \{u^h\} - \{u^P\}^T \sum_{h=1}^P \{f^h\} \quad (I, 32)$$

où :

p : nombre total des chargements appliqués,

h : étape de l'incréméntation,

$\{f^h\}$: vecteur de chargement incremental à l'étape h,

$\{u^h\}$: vecteur déplacement à l'étape h,

$[K^h]$: matrice de rigidité correspondante.

L'équation d'équilibre obtenue à partir de la minimisation de l'équation précédente (I.20) s'écrit :

$$0 = \sum_{h=1}^p [K^h]\{u^h\} - \sum_{h=1}^p \{f^h\} \quad (\text{I, 33})$$

Cependant les composantes de $[K^h]$ sont généralement fonction du déplacement et du chargement, il est donc courant d'écrire cette équation itérativement, à l'itération $(i+1)$, on trouve :

$$[K_i^p]\{\Delta u_{i+1}^p\} = \sum_{h=1}^p \{f^h\} - \sum_{h=1}^{p-1} [K^h]\{u^h\} - [K_i^p] \sum_{j=1}^i \{\Delta u_j^p\} \quad (\text{I, 34})$$

avec

$$\{u^p\} = \sum_{j=1}^i \{\Delta u_j^p\} \quad (\text{I, 35})$$

où $\{u^p\}$ est le déplacement après N itérations.

Il est clair que l'itération doit cesser quand le déplacement incremental atteint une valeur suffisamment faible, pour imposer les conditions aux déplacements dans les deux cas d'adhérence et de glissement, on a introduit [48] l'équation :

$$\{\delta_i\} - [L_i]\{\Delta u_{i+1}\} = 0 \quad (\text{I, 36})$$

où $\{\delta_i\}$ contient des termes correctifs de déplacement correspondant aux noeuds interpénétrant, $\{\Delta u_{i+1}\}$ est l'incrément de déplacement à l'itération $(i+1)$ et $[L_i]$ est la matrice qui contient les coefficients des vecteurs de déplacement, les déplacements correctifs des itérations précédentes sont dus aux forces de contact notés par :

$$\sum_{h=1}^{p-1} \{C^h\} + \sum_{j=1}^i \{C_j^p\} \quad (\text{I, 37})$$

L'application de la méthode du multiplicateur de Lagrange permet d'obtenir une forme modifiée de l'équation(I,34) qui s'écrit :

$$\Pi^p = \frac{1}{2} \left[\left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T [K_i^p] \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right) \right] + \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T \sum_{h=1}^{p-1} [K^h]\{u^h\}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T \sum_{h=1}^p \{f^h\} - \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T \left(\sum_{h=1}^{p-1} \{C^h\} + \sum_{j=1}^i \{C_j^p\} \right) + \\
& \lambda_{i+1}^T (\{\delta_i\} - [L_i] \{\Delta u_{i+1}\})
\end{aligned} \tag{I, 38}$$

où λ_{i+1} est le paramètre de Lagrange à l'itération (i+1), ce multiplicateur de Lagrange représente la contribution des forces de contact et il est considéré comme une variable additionnelle du problème, la minimisation de l'équation (I,38) par rapport aux variables Δu_{i+1} et λ_{i+1} donne les deux équations :

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_h^{p-1} ([K^h] \{u^h\}) + [K_i^p] \sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} - \sum_{h=1}^p \{f^h\} - \\
& \sum_{h=1}^{p-1} \{C^h\} - \sum_{j=1}^i \{C_j^p\} - [L_i^T] \{\lambda_{i+1}\}
\end{aligned} \tag{I, 39}$$

et

$$0 = \delta_i - L_i \Delta u_{i+1}^p \tag{I, 40}$$

Cette méthode a été souvent utilisée pour résoudre le problème de contact soit pour traiter le problème de contact tridimensionnelle axisymétrique et plan [49], soit pour résoudre le problème de contact élastodynamique avec frottement [50], ou encore pour introduire l'aspect transitoire dans le problème de contact [51].

Remarque:

L'inconvénient majeur de cette approche est que la dimension du système résultant va être augmentée. Ceci est dû à l'utilisation de la variable de Lagrange indépendante. De plus, la matrice de rigidité est indéfinie et contient des termes diagonaux nuls, ce qui demande des procédures spéciales de résolutions d'équations linéaires.

I - 11.2.2 Application de la méthode de pénalisation sur le phénomène de contact

De la même façon que la méthode des multiplicateurs de Lagrange, on modifie le potentiel d'énergie associé aux déplacements mais en introduisant un nombre de pénalité arbitraire $\alpha/2$:

$$\begin{aligned}
\Pi^p = & \frac{1}{2} \left[\left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T [K_i^p] \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right) \right] + \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T \sum_{h=1}^{p-1} [K^h] \{u^h\} \\
& - \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T \sum_{h=1}^p \{f^h\} - \left(\sum_{j=1}^{i+1} \{\Delta u_j^p\} \right)^T \left(\sum_{h=1}^{p-1} \{C^h\} + \sum_{j=1}^i \{C_j^p\} \right) + \\
& \frac{\alpha}{2} (\{\delta_i\} - [L_i] \{\Delta u_i^p\})^T (\{\delta_i\} - [L_i] \{\Delta u_i^p\})
\end{aligned} \tag{I, 41}$$

où $\sum_{h=1}^{p-1} C^h$ est le vecteur des forces de contact accumulées aux étapes précédentes.

Après minimisation par rapport à Δu_{i+1} , l'équation d'équilibre s'écrira à l'étape p :

$$\begin{aligned}
[[K_i^p] + \alpha [L_i]^T [L_i]] \{\Delta u_{i+1}^p\} = & - \sum_{h=1}^p [K^h] \{u^h\} - [K_i^p] \sum_{j=1}^i \{\Delta u_j^p\} + \\
& \alpha [L_i]^T \{\delta_i\} + \sum_{h=1}^p \{f^h\} + \sum_{h=1}^{p-1} \{C^h\} + \sum_{j=1}^i \{C_j^p\}
\end{aligned} \tag{I, 42}$$

Dans cette expression, les deux premiers termes de droite peuvent être interprétés comme étant les contraintes nodales élémentaires résultantes, le terme $\alpha L_i^T L_i$ peut être interprété comme matrice de rigidité de certains éléments du "gap".

Avec cette hypothèse on peut obtenir l'équation de rigidité qui ne contient pas des variables additionnelles comme dans la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

Cette formulation a été fréquemment utilisée soit pour introduire le frottement de Coulomb [52] en forme d'inégalité variationnelle, soit pour introduire l'aspect transitoire par intégration explicite. Le contrôle du phénomène d'instabilité numérique se fait par le biais d'un schéma d'intégration réduite [53-55].

Remarque:

La précision des résultats de cette méthode dépend essentiellement du paramètre de pénalisation choisi par l'utilisateur, le choix de ce paramètre peut se faire en utilisant un schéma implicite prédiction-correction d'où perte du temps de calcul considérable, ce qui constitue l'inconvénient majeur de cette méthode.

I - 11.2.3 La méthode mixte (ou hybride)

La méthode mixte ou appelée encore méthode de Lagrange perturbée a été utilisée pour résoudre les problèmes de contact [56-63], ce qui a donné naissance à des éléments nouveaux comme par exemple, l'élément bidimensionnel de contact [56] dans lequel les champs de déplacements et de contraintes sont approximés indépendamment et l'élément de contact hybride [57,58] qui provient du principe d'énergie complémentaire modifié par introduction de la continuité de la surface de contact comme une condition de contrainte et traitant les forces de contact comme un champ de variable additionnel.

La méthode mixte est basée sur la formulation du Lagrange perturbée [59-61]. Dans cette formulation, le champ de déplacement est présumé [64], la pression de contact est calculée par procédure itérative et les variables déplacements et contraintes sont conservées dans la matrice globale [62,63]. Plusieurs études [65,66] ont été élaborées pour déterminer les propriétés de convergence des formulations : Lagrange augmentée et perturbée.

Remarque:

La clé de succès de cette méthode est le choix approprié de la fonction pression en conjonction avec le déplacement polynomial supposé, or il n'existe pas de moyen efficace pour guider le choix de cette fonction.

I - 11.2.4 Les techniques de programmation mathématique

Comme alternative aux approches précédentes, les techniques de programmation mathématique ont été utilisées pour la solution des problèmes de contact. Le principe de la méthode est le suivant :

Deux corps élastiques A et B en contact doivent satisfaire la condition de non inter-pénétration suivante

$$\Omega_A \cap \Omega_B = S_C \quad (\text{I, 43})$$

où Ω_A et Ω_B désignent les domaines des corps A et B respectivement et S_C est la surface de contact. Considérons l'équation de la surface de contact F qui satisfait aux conditions suivantes

$$\mathcal{F}(X_{Ai}) \geq 0 \quad \text{pour} \quad X_{Ai} \in \Omega_A \quad (\text{I, 44})$$

$$\mathcal{F}(X_{Bi}) \leq 0 \quad \text{pour} \quad X_{Bi} \in \Omega_B \quad (\text{I, 45})$$

et

$$\mathcal{F}(X_{Ci}) = 0 \quad \text{pour} \quad X_{Ci} \in S_C \quad (\text{I, 46})$$

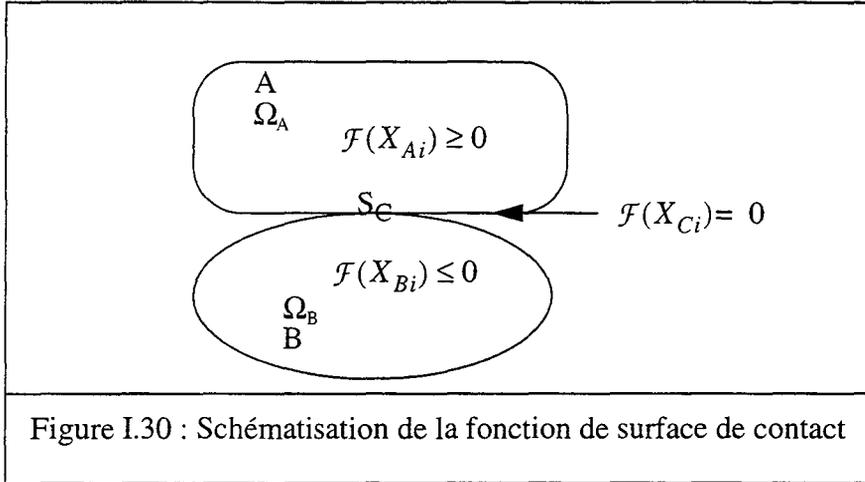


Figure I.30 : Schématisation de la fonction de surface de contact

où X_{Ai} , X_{Bi} et X_{Ci} désignent les coordonnées cartésiennes des points matériels situés sur les surfaces de contact A et B et sur la surface de contact possible S_c respectivement, il est à noter que la surface de contact physique s_c est inférieure à la surface de contact possible S_c , les équations [I,44] à [I,46] permettent d'écrire la condition de non interpénétration :

$$\mathcal{F}(X_{Ai}) - \mathcal{F}(X_{Bi}) \geq 0 \quad (\text{I, 47})$$

Cette équation peut aussi s'écrire

$$\mathcal{F}(X_{Ai}) - \mathcal{F}(X_{Bi}) - \omega^2 = 0 \quad (\text{I, 48})$$

avec ω un réel quelconque.

Dans le cas où il n'y a pas de glissement entre deux noeuds, leurs déplacements relatifs dans la direction tangentielle sont identiques.

$$\Delta u_{As} = \Delta u_{Bs} \quad (\text{I, 49})$$

Dans cette méthode, on introduit les équations (I,48) et (I,49) dans la fonctionnelle par l'intermédiaire des multiplicateurs de Lagrange λ et T_s .

Pour une meilleure approximation, le principe variationnel pour les problèmes de contact avec glissement est écrit sous forme incremental.

$$\begin{aligned} \Pi_M = & \int_{(\Omega_A + \Omega_B)} \left(\sigma_{ij}^{(N)} \Delta \varepsilon_{ij} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij} \right) d\Omega \\ & - \int_{(S_{SA} + S_{SB})} \overline{T_i^{N+1}} \Delta u_i dS - \int_{S_c} T_s^{N+1} (\Delta u_{As} - \Delta u_{Bs}) dS \end{aligned}$$

$$-\int_{S_c} \lambda (\mathcal{F}(X_{Ai}^{N+1}) - \mathcal{F}(X_{Bi}^{N+1}) - \omega_s^2) dS \quad (I, 50)$$

Dans cette approche on désigne par σ_{ij} , ε_{ij} et u_i respectivement les contraintes, déformations et déplacement du corps A et du corps B, en outre les déplacements nodaux et le paramètre de Lagrange sont traités comme des variables indépendantes et le multiplicateur de Lagrange T_s est interprété physiquement comme la pression de contact tangentielle due au frottement introduit, si les noeuds de contact glissent la valeur de T_s est donnée par :

$$T_s = \mp \mu_d |T_n| \quad (I, 51)$$

μ_d est le coefficient de frottement dynamique et T_n est la pression de contact normale correspondante, λ est un multiplicateur de Lagrange qui est utilisé pour relaxer la condition de non interpénétration sur S_c , Δu_i est le déplacement incremental, les paramètres Δu_i , λ , ω_s et T_s sont traités comme des variables indépendantes de la fonctionnelle Π_M , la minimisation de cette fonctionnelle par rapport à ses variables donne un système d'équation différentielle qu'on résoud par la technique de programmation mathématique.

I - 11.2.5 La méthode BEM

Un des mérites de la méthode dite Boundary Element Method (BEM) ou méthode des éléments frontières, concerne le nombre restreint d'inconnues qui sont limitées aux frontières d'un domaine et qu'elle met en oeuvre pour formuler certains problèmes aux limites. Par rapport à la méthode des éléments finis, cette méthode exige une discrétisation de tout le domaine concerné, cependant elle a la qualité de préserver les propriétés très favorables de symétrie et de définie-positivité des opérateurs associés à cette formulation. Ceci n'est pas souvent le cas pour les méthodes BEM.

Pour le traitement des problèmes de contact, cette méthode est particulièrement adaptée à la résolution des problèmes ouverts comme dans le cas du contact entre deux corps massifs semi-infinis.

I - 12 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les principales études concernant les problèmes de contact élastique. On a distingué deux grandes parties : la première traite le problème en utilisant des modèles analytiques, il en ressort que la théorie de Hertz reste toujours une théorie de base pour les problèmes de contact avec certaines conditions limitatives. La seconde traite le problème de façon numérique en utilisant des méthodes variées qu'on trouve souvent dans le domaine de l'analyse numérique, la plus utilisée est la méthode des éléments finis associée à

des techniques de programmation (multiplicateurs de lagrange, pénalisation,.....).

Pour une modélisation automatique du phénomène de contact par élément fini trois étapes seront nécessaires :

- détecter l'interpénétration des mailles,
- enlever une telle interpénétration,
- fournir un processus logique par lequel un état de contact correct peut être identifié.

A l'issue de cette étude bibliographique, on constate que les différentes méthodes numériques demandent des moyens informatiques "lourds", ce qui peut augmenter la difficulté quand à l'étude du contact dans les moteurs piézoactifs, qui eux impliquent déjà plusieurs paramètres, Tout ceci nous a pousser à proposer un algorithme permettant de déterminer de manière simple et précise, tout les paramètres nécessaires à l'étude du phénomène de contact avec ou sans frottement ce qui fera l'objet du chapitre II.

CHAPITRE II

Etude du phénomène de contact par la méthode des éléments finis

Dans ce chapitre, on présente dans une première partie l'algorithme de contact élastique sans frottement ainsi qu'une étude du contact bicouche souvent rencontré dans les moteurs piézoactifs. Dans une seconde partie l'algorithme de contact avec frottement est introduit. Les deux algorithmes sont implémentés dans le logiciel éléments finis ATILA.

II - 1 Introduction

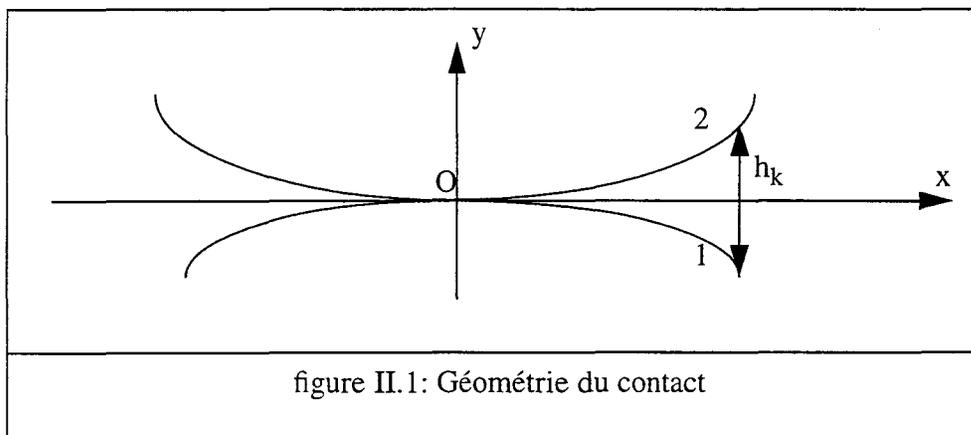
Les phénomènes de contact avec ou sans frottement entre deux milieux déformables, ou entre un milieu déformable et un milieu rigide, interviennent dans de nombreuses applications industrielles (moteurs piézoélectriques, soudages ultrasonores). Ainsi nous proposons d'introduire le module de contact statique dans le logiciel éléments finis ATILA (annexe C).

En conjonction avec le contact, ce logiciel permettrait de cerner les problèmes qui se posent dans les nouvelles applications sur les matériaux actifs. Il s'agit notamment des moteurs piézoactifs dans lesquels le contact entre le rotor et le stator détermine ses caractéristiques (force, vitesse) et limite sa durée de vie par usure du matériau de friction.

Les géométries intervenant dans ces moteurs sont rarement bidimensionnelles pratiquement toujours bicouches, pour lesquelles les techniques analytiques ou intégrales de frontière trouvent leurs limites. Ainsi l'association d'un module de contact avec la résolution de l'effet piézoélectrique trouverait des applications originales. Cependant, le phénomène de contact est non linéaire. On propose donc de restreindre l'étude à un contact sec, bidimensionnel, avec ou sans frottement, entre milieux élastiques linéaires, isotropes et supposant toujours l'hypothèse des petites déformations.

II - 2 Principes de l'algorithme de contact sans frottement

L'algorithme proposé pour résoudre le problème de contact sans frottement pour une analyse statique se situe parmi les techniques de programmation mathématique énoncé au chapitre I. La figure (II,1) présente une schématisation simple du phénomène de contact entre deux corps déformables.



II - 2.1 Position du problème

Le traitement du problème de contact par éléments finis nécessite un maillage des deux structures, l'application d'un effort sur l'un d'eux induit une interpénétration des mailles, cet état de chose est incorrecte physiquement, par conséquent, on propose d'imposer une con-

dition géométrique qu'on appellera «condition de non-interpénétration». Cette condition est la suivante : *la position géométrique dans la direction verticale, après chargement, de deux points en contact doit être la même.*

Aux points de contact k (c'est à dire $x = 0$ dans la figure II.1), on aura donc :

$$(h_k)_y = 0 \quad (\text{II, 1})$$

où h_k : est la distance qui sépare deux noeuds de la paire k.

Les indices sup et inf désignent respectivement les surfaces supérieures et inférieures, v_k, y_k sont le déplacement et la position initiale dans la direction y, l'indice k désigne la paire de noeuds qu'on étudie, l'expression de h_k est donnée par :

$$(h_k)_y = [(v_k)_{\text{sup}} + (y_k)_{\text{sup}} - (v_k)_{\text{inf}} - (y_k)_{\text{inf}}] \quad (\text{II, 2})$$

Pour bien savoir ce qui se passe à l'interface, on cherchera à calculer l'effort juste nécessaire qu'on appellera $(f_k)_y$ pour satisfaire cette condition. On l'applique non pas à l'interface mais au point d'application de l'effort normal. Dans le paragraphe suivant, on verra la manière de calculer cet effort.

II - 2.2 Méthode de calcul de l'effort $(f_k)_y$

On se propose de calculer l'effort nécessaire à appliquer sur une structure constituée de deux plaques rectangulaires identiques caractérisées par a et b, pour annuler le chevauchement des mailles (voir figure II.2)

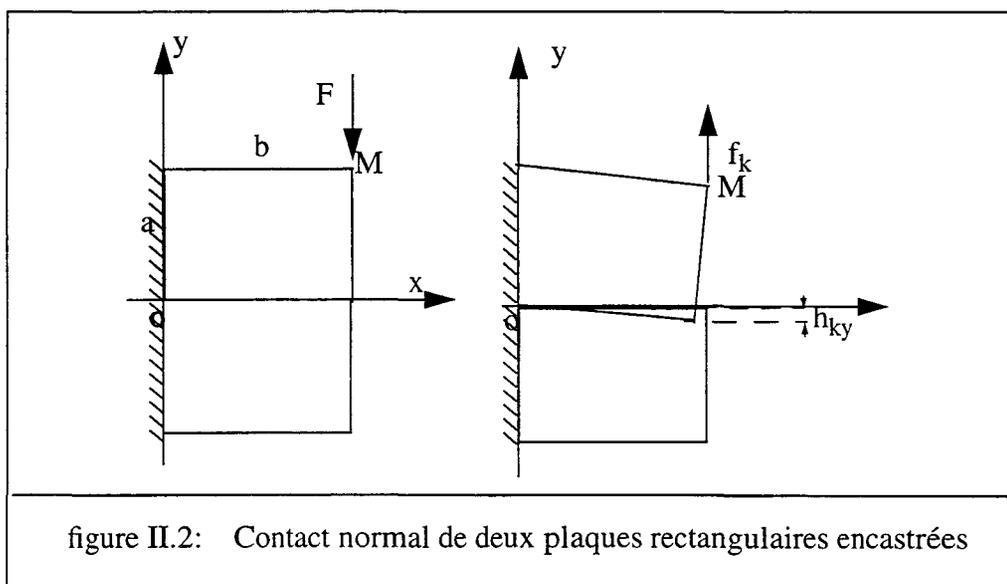


figure II.2: Contact normal de deux plaques rectangulaires encastées

On impose une condition d'encastrement sur les deux plaques qui s'exprime par un déplacement nul de tous les points d'abscisses ($x = 0$) :

$$u = v = 0 \quad \text{en} \quad x = 0$$

On applique l'effort F au point M ($x = b$) de la plaque supérieure, le déplacement est calculé par la méthode des éléments finis en résolvant l'équation statique :

$$[K_{uu}]\{U\} = \{F\} \quad (\text{II, 3})$$

$[K_{uu}]$: matrice de rigidité mécanique,

$\{F\}$: vecteur des forces nodales appliquées,

$\{U\}$: vecteur des valeurs nodales du champ de déplacement de composante u et v .

La connaissance de $\{U\}$ permet de déterminer à l'aide des matrices d'interpolation (annexe B), le déplacement, les déformations et les contraintes en tout point.

Ensuite, on suppose que cette même structure est soumise à un effort f_k (inconnu) mais qu'elle doit respecter la condition de non interpénétration :

$$(h_k)_y = 0 \quad (\text{II, 4})$$

Pour ce deuxième cas, l'équation statique est :

$$[K_{uu}]\{U'\} = \{f_k\} \quad (\text{II, 5})$$

$[K_{uu}]$: matrice de rigidité mécanique,

$\{f_k\}$: vecteur des forces nodales appliquées,

$\{U'\}$: vecteur des valeurs nodales du champ de déplacement de composante u' et v'

Par conséquent la condition de non interpénétration s'écrit :

$$(v_k')_{\text{sup}} + (y_k)_{\text{sup}} = (v_k')_{\text{inf}} + (y_k)_{\text{inf}} \quad (\text{II, 6})$$

En passant à une notation indicée, les deux efforts F et f_k peuvent être reliés par un paramètre qu'on appellera α tel que :

$$(f_k)_j = \alpha \cdot F_j \quad (\text{II, 7})$$

En remplaçant cette équation dans les équations (II,3) et (II, 5) on peut déduire que quelque soient les termes de rigidité K_{ij} , on obtient les deux relations suivantes :

sur la surface supérieure :

$$(v_k')_{\text{sup}} = \frac{(f_k)_j}{F_j} \cdot (v_k)_{\text{sup}} \quad (\text{II, 8})$$

et sur la surface inférieure :

$$(v_k')_{\text{inf}} = \frac{(f_k)_j}{F_j} \cdot (v_k)_{\text{inf}} \quad (\text{II, 9})$$

En remplaçant les équations (II, 8) et (II,9) dans l'équation (II, 6) on obtient la relation :

$$(f_k)_j = -F_j \cdot \left(\frac{(y_k)_{\text{sup}} - (y_k)_{\text{inf}}}{(v_k)_{\text{sup}} - (v_k)_{\text{inf}}} \right) \quad (\text{II, 10})$$

L'avantage de cette expression est que l'effort soit appliqué au même degré de liberté j où on applique l'effort normal et non à l'une ou à l'autre des surfaces de contact.

Une fois, cet effort appliqué on obtient deux noeuds ayant la même position finale dans la direction y , il serait utile pour la suite, que ces deux noeuds aient le même degré de liberté dans cette même direction, c'est ce qu'on appelle la condensation statique.

II - 2.3 Méthode de condensation statique

Cette méthode fait partie de celles utilisées en éléments finis, elle permet une réduction de la taille de la matrice de rigidité; pour deux noeuds ayant la même position suivant y (ou x) avec des degrés de liberté différents, la technique de condensation statique consiste à mettre en commun un degré de liberté suivant y (ou x) pour les deux noeuds. Un exemple de deux plaques en contact est schématisé dans la figure (II.3), dans ce graphique on représente les degrés de liberté avant et après condensation des deux noeuds de la première paire, on suppose que la base de la plaque A est fixée.

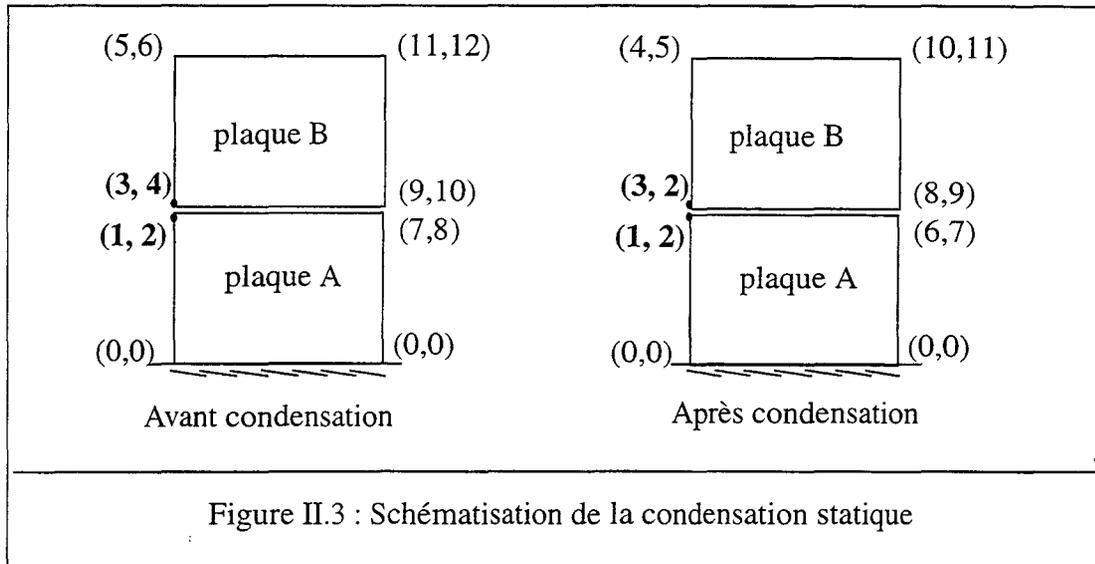


Figure II.3 : Schématisation de la condensation statique

II - 2.4 Description de l'algorithme de contact

La première étape de cet algorithme consiste à identifier le numéro des noeuds susceptibles d'appartenir à la surface de contact, qu'on appelle aussi noeuds potentiellement en contact. On note le nombre de ces noeuds N_p , et on note le nombre de ceux qui vont être effectivement en contact N_{eff} (inconnu au préalable). Ensuite, on applique l'effort normal F et on calcule les déplacements en résolvant l'équation statique :

$$[K_{uu}]\{U\} = \{F\} \quad (II, 11)$$

$[K_{uu}]$: matrice de rigidité mécanique,

$\{F\}$: vecteur des forces nodales appliquées,

$\{U\}$: vecteur des valeurs nodales du champ de déplacement de composante u et v

et l'interpénétration de la paire de noeud k

$$(h_k)_y = [(v_k)_{sup} + (y_k)_{sup} - (v_k)_{inf} - (y_k)_{inf}] \quad (II, 12)$$

Si cette différence est positive alors l'effort normal F appliqué n'est pas suffisant pour mettre en contact les noeuds de la paire k , ce qui veut dire que l'effort normal F est inférieur à l'effort f_k (calculé précédemment) juste nécessaire pour avoir le contact. Si la différence $(h_k)_y$ est nulle, les deux efforts F et f_k sont identiques et on passe à la paire de noeuds suivante $k+1$. Si la différence $(h_k)_y$ est négative, on a une interpénétration des mailles.

Pour empêcher cette interpénétration, on applique l'effort juste nécessaire f_k sur la structure au point d'application de l'effort normal :

$$[K_{uu}] \cdot \{U\} = \left\{ (f_k)_y \right\} \quad (\text{II, 13})$$

On calcule la pression $(P_k)_y$ (ce calcul se fait par l'intermédiaire du calcul des contraintes normales σ_{yy} dues à l'effort $(f_k)_y$), à cette étape on procède à une condensation statique des degrés de liberté verticaux de la paire de noeuds k, cette condensation statique est décrite en (II.2.3), puis on résoud l'équation statique :

$$[K_{uu}] \cdot \{U\} = \{F\} - \sum_{i=1}^k \left\{ (f_j)_y \right\} \quad (\text{II, 14})$$

On calcule la pression $(P_{\text{eff}})_k$ due à cet effort et on vérifie la condition de compressibilité à savoir $(P_{\text{eff}})_k \geq 0$. Si cette condition n'est pas vérifiée on relâche les degrés de liberté verticaux de la paire k.

Si k est le nombre de paires effectivement en contact, la pression réelle en chaque

paire de noeuds mise en contact est donc la somme des pressions $\sum_{i=1}^k (P_i)_y$ dues aux efforts

$\sum_{i=1}^k \left\{ (f_i)_y \right\}$ et celle due à l'effort $\{F\} - \sum_{i=1}^k \left\{ (f_i)_y \right\}$ qu'on a appelé $(P_{\text{eff}})_k$ c'est à dire :

$$(P_{\text{reelle}})_k = (P_{\text{eff}})_k + \sum_{i=1}^k (P_i)_y \quad (\text{II, 15})$$

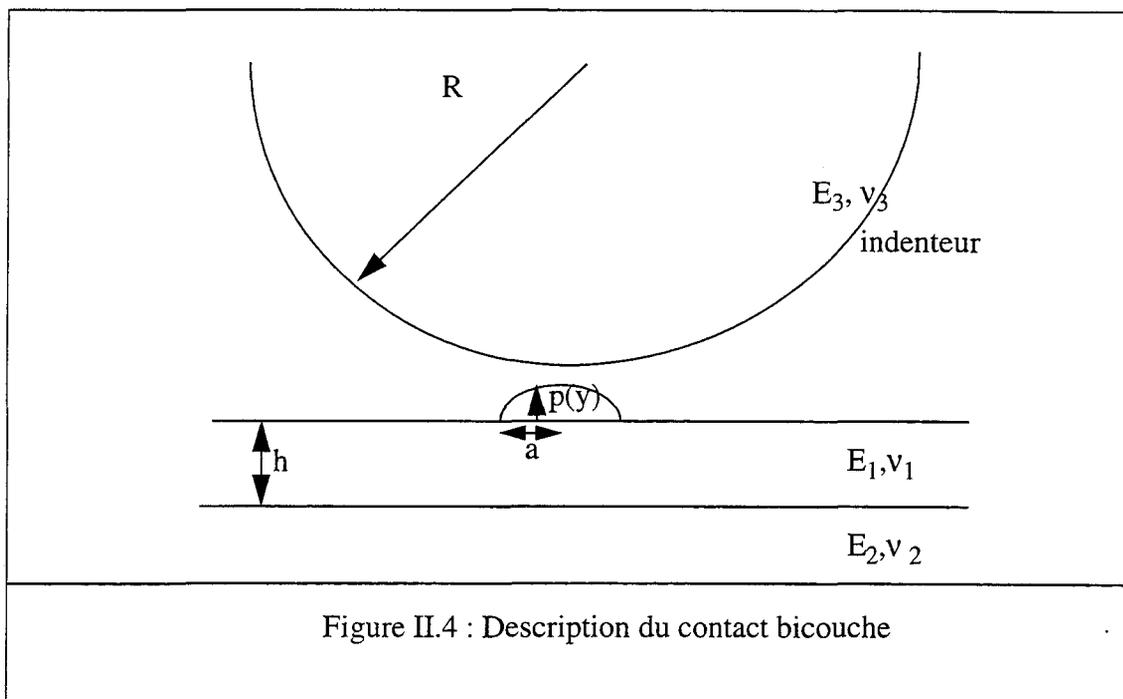
II - 3 Modélisation du contact bicouche

L'étude que nous entreprenons dans ce paragraphe concerne le problème de contact en utilisant des couches minces. Ces dernières servent à améliorer le frottement sec et augmenter ainsi la surface d'adhérence entre rotor et stator du moteur piézoactif.

II - 3.1 Traitement des problèmes bicouches (théorie de Gupta et Walowit)

Le problème de contact de couche élastique mince a un intérêt considérable dans différents domaines scientifiques et d'ingénierie. De nombreuses méthodes analytiques ont été présentées dans la littérature; ces méthodes utilisent généralement les transformées des inté-

grales pour former la solution du calcul des déplacements et des contraintes de la structure.



La théorie d'élasticité nécessaire pour résoudre le problème de contact avec une couche unique sous un chargement axisymétrique a été développée [67] et étendue pour les chargements non-axisymétriques avec deux couches [68], puis d'autres auteurs [69] ont utilisé l'approche des moindres carrés pour résoudre les problèmes de contact et d'impact normal.

De même une théorie des déformations planes [70] pour un chargement arbitraire a été développée, et des résultats de la distribution de pression et de la demi-largeur de contact sous un indenteur de différentes géométries cylindriques avec des matériaux différents, ont été présentés.

Récemment des études traitant le contact glissant en trois dimensions se sont développés en utilisant une méthode quasi-statique, lorsque le système est soumis à une force normale et une force transversale [71].

L'étude du contact établi entre un poinçon rigide et un milieu élastique constitué d'une couche mince et d'un substrat de caractéristiques différentes, est un problème d'actualité. Il s'agit soit d'étudier le comportement et la tenue d'un film solide mince déposé à des fins de protection ou pour ses qualités de frottement, soit de modéliser un milieu qui a subit un traitement de surface. Dans toutes ses applications, les rapports dimensionnels entre l'épaisseur de la couche et la dimension de la zone de contact peuvent être très variables; dans ce cas la modélisation d'un contact avec une couche mince demande une discrétisation spatiale très fine au voisinage des surfaces en contact.

Le modèle de Gupta-Walowit a été particulièrement exploité par J.F. Rouchon [31],

pour résoudre le problème de contact cylindre-plan, ce travail a été ensuite développé pour permettre de résoudre le problème du contact dans le moteur à ultrasons en considérant un indenteur sinusoïdal.

Pour pouvoir valider notre algorithme, on a retenu ce modèle [29] car il est facilement adaptable à un indenteur cylindrique. Dans le paragraphe suivant on présente les hypothèses de travail, ainsi que le développement de calcul de cette méthode. Quant aux autres méthodes, elles nécessitent le développement d'outils mathématiques complexes.

II - 3.2 Développement du calcul par la méthode de Gupta-Walowit

Cette méthode est soumise à des hypothèses qui sont :

- le système étudié est élastique, isotrope et linéaire,
- il n'y a pas de frottement entre l'indenteur et la surface,
- la couche adhère parfaitement au substrat,
- l'indenteur est un cylindre,
- le contact entre l'indenteur et la surface est continu,
- la rugosité des surfaces est négligée.

Dans la partie suivante, on n'expose que les grands traits du principe de calcul élaboré à partir de cette méthode.

II - 3.3 Calcul de la déformation de la surface due à une charge linéaire unitaire

Pour un solide bidimensionnel la solution générale a été exprimée en fonction des intégrales de Fourier [90]. En utilisant la fonction de contrainte d'Airy ψ qui vérifie l'équation biharmonique :

$$\nabla^4 \psi = 0 \quad (\text{II, 16})$$

où $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ avec :

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \text{ opérateur de Laplace exprimé en coordonnées cartésiennes.}$$

On peut exprimer les déformations et les contraintes en fonction de G qui définit la transformée de Fourier de ψ

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} \psi e^{i\omega y} \quad (\text{II, 17})$$

Ensuite, en éliminant ψ entre ces deux dernières équations et en résolvant l'équation différentielle résultante, on obtient :

$$G = (A + Bx) \cdot e^{-|\omega| \cdot x} + (C + Dx) \cdot e^{|\omega| \cdot x} \quad (\text{II, 18})$$

où A,B,C et D sont des fonctions de ω . On peut les trouver en appliquant les conditions limites pour la couche et le substrat :

$$\begin{aligned} \left(\sigma_{x_1} \right)_{x_1=0} &= p(y); & \left(\tau_{x_1 \cdot y_1} \right)_{x_1=0} &= q(y) \\ \left(\sigma_{x_1} \right)_{x_1=h} &= \left(\sigma_{x_2} \right)_{x_2=0}; & \left(\tau_{x_1 \cdot y_1} \right)_{x_1=h} &= \left(\tau_{x_2 \cdot y_2} \right)_{x_2=0} \\ \left(u_1 \right)_{x_1=h} &= \left(u_2 \right)_{x_2=0}; & \left(v_1 \right)_{x_1=h} &= \left(v_2 \right)_{x_2=0} \\ \left(\sigma_{x_2} \right)_{x_2 \rightarrow \infty} &= \left(\tau_{x_2 \cdot y_2} \right)_{x_2 \rightarrow \infty} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II, 19})$$

où σ et τ sont respectivement les contraintes normales et tangentielles.

En employant l'indice 1 pour la couche et l'indice 2 pour le substrat on obtient six équations équivalentes en $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, (C_2 \text{ et } D_2 \text{ sont nuls})$. De ces équations, on peut trouver G et ses dérivées pour tout ω , l'étape suivante consiste à écrire la solution pour une charge linéaire unitaire pour cela on introduit les variables sans dimensions :

$$\zeta = y_1/h \quad \xi = x_1/h \quad \text{et} \quad s = \omega \cdot h \quad (\text{II, 20})$$

et la résolution des équations équivalentes permet d'écrire l'équation donnant le déplacement relatif u_1 , au point $y_1 = h$

Le déplacement normal de la surface ($x_1 = 0$) est donné par :

$$u = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} \cdot \int_0^\infty \left[\frac{d^3 G_1}{d\xi^3} \cdot \left(\frac{2 - \nu}{1 - \nu} \right) \cdot s^2 \cdot \frac{dG_1}{d\xi} \right] \cdot \cos s \zeta \cdot \frac{ds}{s} \quad (\text{II, 21})$$

où E et ν sont les caractéristiques du matériau.

Pour éviter la singularité à $\zeta = 0$, on a utilisé le déplacement relatif à la place du déplacement absolu ce qui donne :

$$u - u_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} \left\{ \int_0^\infty \left[\frac{d^3 G_1}{d\xi^3} + \left(\frac{2 - \nu_1}{1 - \nu_1} \right) \cdot s^2 \cdot \frac{dG_1}{d\xi} \right] \cdot \frac{\cos s\xi - \cos s}{s^2} ds - 2\beta \ln \zeta \right\} \quad (\text{II, 22})$$

II - 3.4 Etude numérique du problème de contact bicouche

Les résultats numériques (abaques) obtenus à partir de cette théorie [31] nous ont permis d'écrire une expression de la distribution de pression à partir de la théorie de Hertz, la procédure consiste à considérer en premier le cas du contact cylindre-plan, les données du problème sont :

- pour le demi-espace, les caractéristiques de la couche E_1, ν_1
- pour l'indenteur, le rayon R
- la force d'appui F_0 .

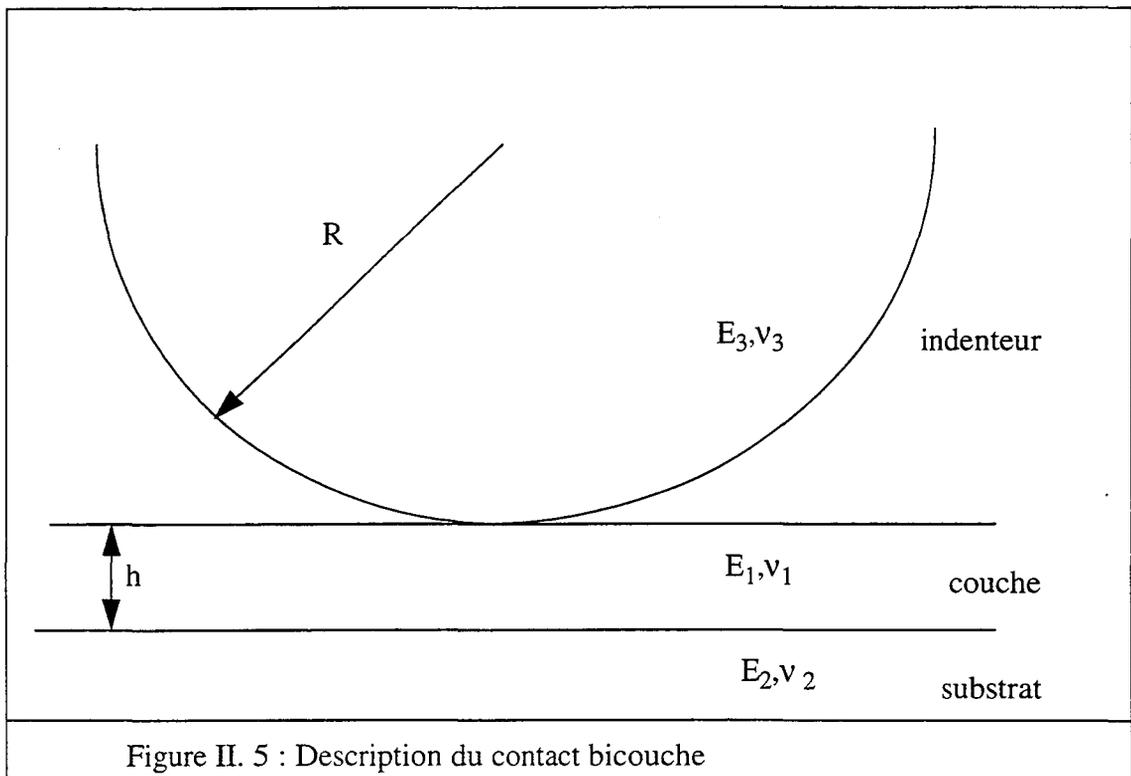


Figure II. 5 : Description du contact bicouche

Dans ce cas la demi largeur de contact hertzien a_0 (quand $h \rightarrow \infty$), et la pression maximale hertzienne p_0 (quand $h \rightarrow \infty$) sont données par :

$$a_0 = \left(\frac{4 \cdot F_0 \cdot R}{\pi \cdot E^*} \right)^{1/2} \quad (\text{II, 23})$$

et

$$p_0 = \left(\frac{F_0 \cdot E^*}{\pi \cdot R} \right) \quad (\text{II, 24})$$

avec

$$E^* = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \quad (\text{II, 25})$$

les paramètres qui interviennent dans les abaques sont :

$$\alpha_0 = \frac{a_0}{h} = \left(\frac{4 \cdot F_0 \cdot R}{\pi \cdot E^*} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{h} \quad (\text{II, 26})$$

$$\beta = E_1/E_3 \quad (\text{II, 27})$$

et

$$\gamma = E_1/E_2 \quad (\text{II, 28})$$

Grâce à ces paramètres, ces abaques permettent de calculer la valeur de

$$\bar{a} = a/a_0 \quad (\text{II, 29})$$

l'interpénétration

$$\delta = a^2/2R \quad (\text{II, 30})$$

la raideur de contact

$$k_{cn} = F_0/\delta \quad (\text{II, 31})$$

et la valeur de $\bar{p}_0 = p_m/p_0$ avec p_m est la pression vraie centrale ($y=0$), en portant des corrections sur la théorie de Hertz, on déduit que la distribution de pression peut s'écrire dans le cas de problème bicouche

$$p(x) = \bar{p}_0 \cdot p_0 (1 - x^2/(\bar{a} \cdot a_0)^2)^{1/2} \quad (\text{II, 32})$$

Dans la table suivante, on donne les résultats obtenus par cette théorie pour un contact cylindre-plan avec les conditions limites qui imposent.

a/h	p0(unite)	a0(unite)
0.50	1.02	0.980
1.0	1.07	0.946
2.0	1.13	0.905
3.0	1.17	0.872

Table II.1 : Résultats de Gupta-Walovit [31]

II - 4 Problèmes de contact avec frottement

Le frottement joue un rôle primordial dans les procédés de mise en forme, ce rôle est d'autant plus important que le produit formé est plus mince. Au-delà de la mesure, toujours délicate pour des questions de similitude, l'objectif que se fixent aujourd'hui l'industrie comme la recherche est la prédiction du frottement. On a donc besoin d'élucider les causes premières du frottement, les variables appropriées, les mécanismes de contact et de frottement.

Lorsque deux surfaces en contact se déplacent l'une par rapport à l'autre, une force s'établit entre elles. Cette force est appelée friction. La friction résiste ou s'oppose au mouvement. Elle crée un frottement et de la chaleur entre deux objets. Lorsque la friction augmente, les surfaces ralentissent et peuvent adhérer l'une à l'autre et s'immobiliser.

La modélisation d'un contact élastique avec frottement correspond à la nécessité d'autoriser le mouvement relatif des deux corps ou plus modérément à réaliser un chargement tangentiel.

Dans le cas de contact avec frottement deux conditions sont utilisées :

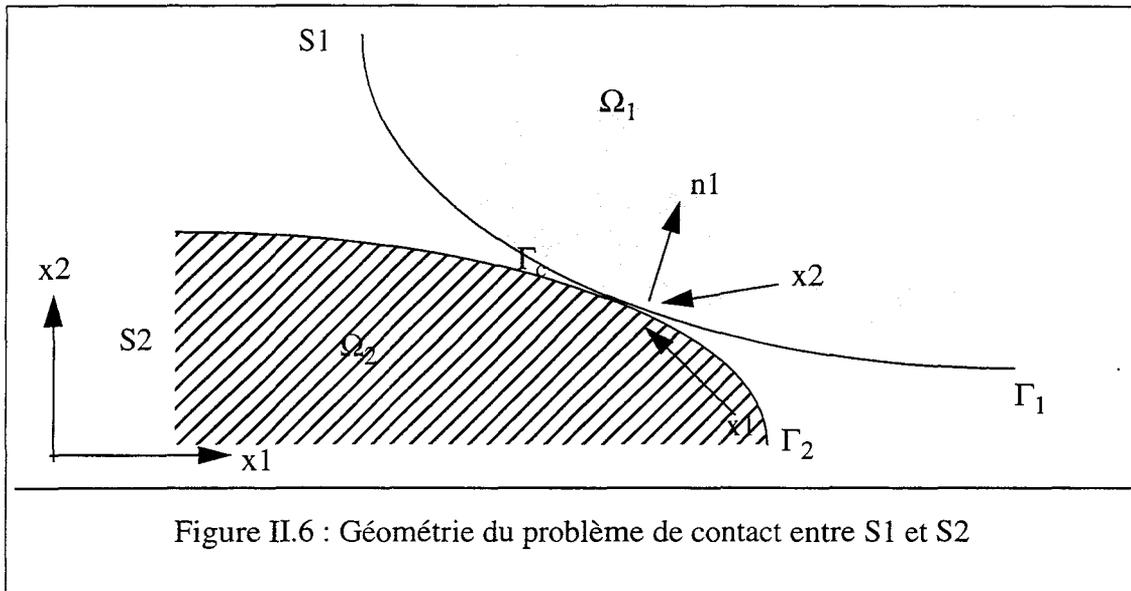
- une condition d'adhérence, géométrique et bien établie,
- une condition de glissement donnée par la loi de Coulomb qui permet d'avoir une vue moyenne des phénomènes et de résoudre correctement le problème volumique dans beaucoup d'applications.

II - 4.1 Modèle de COULOMB

En 1781 l'ingénieur français C.A. Coulomb a publié sa théorie des machines simples dans laquelle il a présenté sa loi célèbre de frottement, ces travaux lui ont valu le double prix de l'académie royale française des sciences en 1785. La loi classique de Coulomb des frottements statique et sec indique que *«le glissement relatif entre deux corps en contact le long d'une surface plane est possible quand la force tangentielle parallèle au plan de contact atteint une valeur critique proportionnelle à la force normale de pression entre les deux corps,*

le coefficient de proportionnalité est appelé coefficient de frottement»

La géométrie du problème est résumée sur la figure (II.5), on considère en effet deux solides S1 et S2 occupant respectivement un domaine Ω_1 et Ω_2 de \mathbf{R}^3 de frontière Γ_1 et Γ_2 et en contact le long de Γ_c .



Les composantes normales et tangentielles du vecteur déplacement le long de Γ_c sont données par :

$$\vec{U}_n = (\vec{U} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N} \quad (\text{II, 33})$$

$$\vec{U}_t = \vec{U} - \vec{U}_n \quad (\text{II, 34})$$

Les composantes normales et tangentielles du vecteur traction surfacique sont données par :

$$\vec{\sigma}_n = (\vec{t} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n} \quad (\text{II, 35})$$

$$\vec{\sigma}_t = \vec{t} - \vec{\sigma}_n \quad (\text{II, 36})$$

et les conditions de frottement de type COULOMB sont données par :

$$|\sigma_t| < \mu |\sigma_n| \Rightarrow u_t = 0 \quad (\text{II, 37})$$

$$|\sigma_t| = \mu |\sigma_n| \Rightarrow u_t = -\lambda \sigma_t, \quad \lambda > 0 \quad (\text{II, 38})$$

L' équation (II.37) exprime que dans le cas où il y a adhérence, les deux corps en contact ont un mouvement relatif nul et l'équation (II.38) correspond au cas où il y a glissement; le mouvement relatif se fait dans le sens opposé du vecteur traction tangentielle d'ou le signe négatif.

Dans une région de contact, trois cas de figure peuvent se présenter :

1 - le première correspond à une adhérence totale. Dans ce cas la condition (II.37) est vérifiée dans toute la zone de contact, c'est à dire que les deux corps peuvent être considérés comme collés l'un avec l'autre,

2 - le second cas correspond à un glissement partiel. Dans la région de contact, il y a deux régions : une où il y a glissement, la condition (II.38) est vérifiée, et une où il y a adhérence, la condition (II.37) est vérifiée.

3 - enfin, le troisième cas correspond à un glissement total dans la surface de contact. Les contraintes tangentielles sont donc dans toute la zone de contact proportionnelles aux contraintes normales, et le coefficient de proportionnalité est le coefficient de frottement μ (II.38).

La prépondérance de l'une ou de l'autre ou des deux à la fois des cas précédents dépend de l'effort appliqué et de la valeur du coefficient de frottement.

On ajoute à ces équations les conditions géométriques et physiques du contact qui sont données par :

La condition de non-interpénétration du solide S1 par rapport au solide S2 :

$$(h_k)_y = 0 \quad (\text{II, 39})$$

et la condition de contact compressive :

$$\sigma_n < 0 \quad (\text{II, 40})$$

Les deux conditions de Coulomb et la condition de contact compressif peuvent s'écrire sous la forme :

$$\sigma_t \cdot u_t + \mu |\sigma_n| u_t = 0 \quad (\text{II, 41})$$

Les relations sont illustrées sur la figure (II.6) et il est aisé de s'apercevoir que la prise en compte numérique de la condition de type Coulomb est délicate [35-40], elle est en effet de nature discontinue :

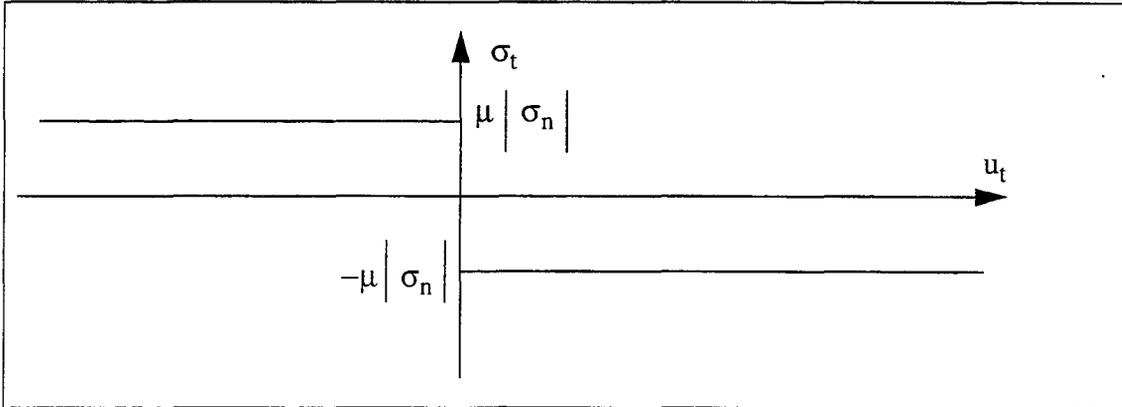


Figure II.7 : Représentation de la loi classique de frottement de Coulomb

Un modèle de frottement non-linéaire qui permet de remplacer cette relation discontinu par une loi régularisée a été présenté [40] en supposant que :

$$\sigma_t = -\mu \cdot |\sigma_n| \varphi_\varepsilon(|u_t|) \cdot u_t / |u_t| \quad (\text{II, 42})$$

où φ_ε est une fonction suffisamment régulière de la valeur absolue du déplacement u_t et respectant les propriétés suivantes :

$$0 \leq \varphi_\varepsilon(|u_t|) \leq 1 \quad (\text{II, 43})$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varphi_\varepsilon(|u_t|) = 1 \quad \forall |u_t| > 0 \quad (\text{II, 44})$$

$$\lim_{|u_t| \rightarrow \infty} \varphi_\varepsilon(|u_t|) = 1 \quad \forall \varepsilon > 0 \quad (\text{II, 45})$$

Des exemples de telles fonctions satisfaisant les propriétés indiquées sont données ci-dessous :

$$\varphi_\varepsilon(|u_t|) = \begin{cases} 1 & \text{si } |u_t| > \varepsilon \\ \frac{|u_t|}{\varepsilon} & \text{si } |u_t| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (\text{II, 46})$$

et

$$\varphi_\varepsilon(|u_t|) = \tanh\left(\frac{|u_t|}{\varepsilon}\right) \quad (\text{II, 47})$$

Le graphe de ces fonctions est donné sur la figure (II.8), il est clair que plus la valeur de ε est petite, plus la condition dite régularisée s'approche de la condition initiale de frottement de Coulomb. De plus d'autres auteurs [73] ont d'ailleurs remarqué que la condition de déplacement tangentiel nul pour des faibles valeurs de contraintes tangentielles n'est pas strictement vérifiée. Il existe toujours un faible déplacement tangentiel, la figure (II.8) présente les formes de lois de frottement régularisées.

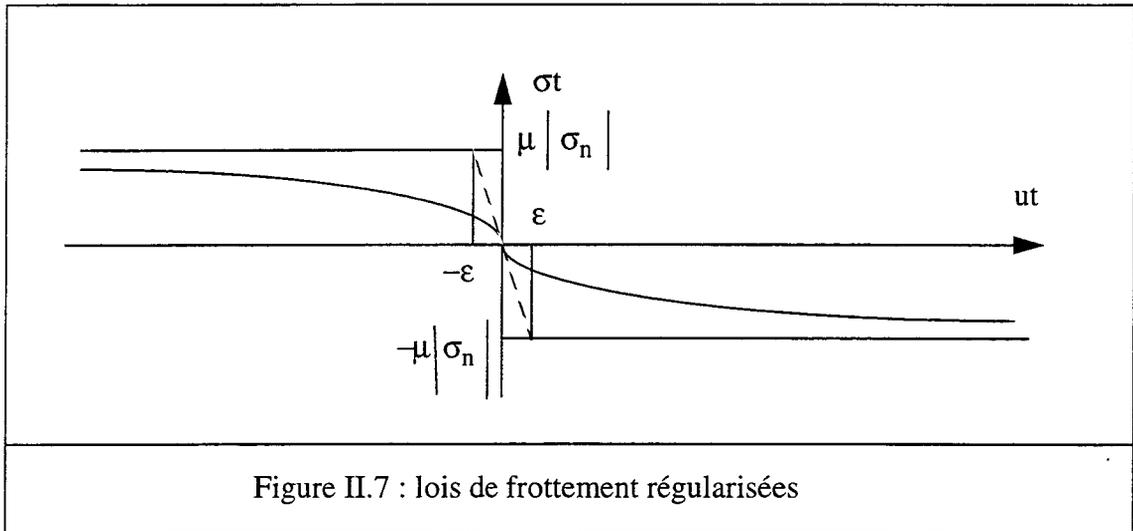


Figure II.7 : lois de frottement régularisées

La loi régularisée présentée ci-dessus exprime l'aspect non linéaire du frottement. Pour prendre en compte aussi l'aspect non local, une loi de frottement non classique [40] a été introduite dans le principe variationnel pour les problèmes de contact avec frottement. Ainsi, le modèle de contact de Coulomb décrit dans cette représentation n'est pas unique et on pourra trouver d'autres lois de frottement usuellement utilisées en mise en forme des métaux [74].

II - 4.2 Etude numérique du phénomène de frottement

Des procédures numériques habituelles ont été utilisées pour modéliser le phénomène de frottement en prenant comme base le modèle de Coulomb. Les conditions de Coulomb ont été introduites dans la formulation éléments finis soit par pénalisation soit par adjonction des multiplicateurs de Lagrange [75,76].

Le problème de contact élastique peut être séparé en trois types de problèmes [77] :

- contact sans séparation et sans frottement, ce problème est linéaire et réversible,
- contact avec séparation mais sans frottement: ce problème est non linéaire mais réversible,
- contact avec séparation et frottement : ce problème est non linéaire et irréversible.

Pour une modélisation du phénomène de contact avec frottement, on utilise le modèle de Coulomb cité précédemment. Dans la partie suivante, on présente la procédure numérique développée pour résoudre le problème de contact élastique bidimensionnel avec frottement, cet-

te procédure s'inspire pour l'essentiel de l'idée de base de l'algorithme de contact sans frottement présenté dans le paragraphe [II.2].

II - 4.3 Principes de l'algorithme de contact avec frottement

Après l'étude entreprise du cas de contact sans frottement dans lequel on a pris en compte les deux conditions géométriques et physiques, on considère maintenant le cas où les effets de frottements ne sont plus négligés et dans lequel on doit prendre en compte les conditions de Coulomb de glissement ou d'adhérence.

Le cas de contact sans frottement peut être considéré comme un cas particulier du contact avec frottement pour lequel l'effort tangentiel est nul et par conséquent $\mu = 0$, c'est ce qu'on appelle glissement parfait.

Dans le cas sans frottement, la mise en contact dans la direction normale de deux points séparés d'une distance $(h_k)_y$ (les deux points ont même position normale) a été possible grâce au calcul de l'effort $(f_k)_y$. Dans le cas du frottement où on doit prendre en compte la condition d'adhérence, on doit avoir pour les deux points, qui ont déjà la même position normale, aussi la même position tangentielle, pour cela un calcul de l'effort $(f_k)_x$ est nécessaire.

II - 4.3.1 Méthode de calcul de l'effort $(f_k)_x$

En utilisant dans la direction horizontale la même procédure que dans II.2.2 avec les mêmes conditions aux limites, on trouve l'expression de l'effort nécessaire est donnée par l'équation :

$$(f_k)_j = -F_j \cdot \left(\frac{(x_k)_{\text{sup}} - (x_k)_{\text{inf}}}{(u_k)_{\text{sup}} - (u_k)_{\text{inf}}} \right) \quad (\text{II, 48})$$

pour que les deux noeuds de la paire k aient la même position finale :

$$(h_k)_x = 0 \quad (\text{II, 49})$$

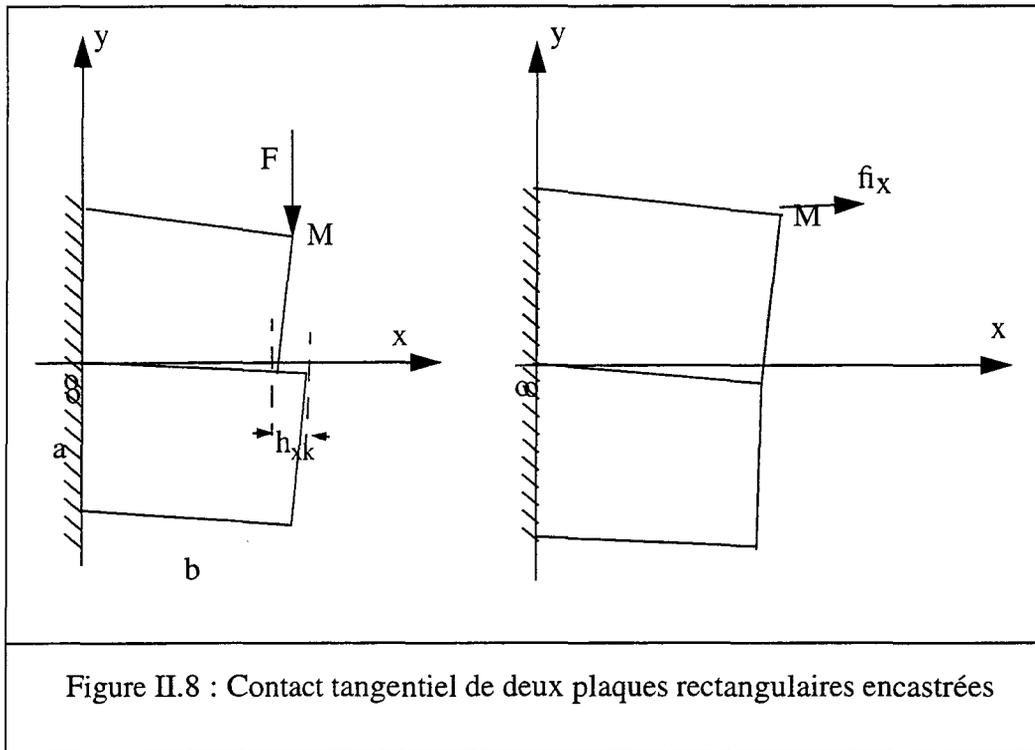


Figure II.8 : Contact tangential de deux plaques rectangulaires encastrees

II - 4.3.2 Description de l'algorithme de contact avec frottement

Pour modéliser le phénomène de contact avec frottement on propose un algorithme dont la première partie consiste à étudier le contact normal et la seconde à étudier le contact tangential et cela pour chaque paire de noeud k.

L'étude du contact tangential consiste en premier lieu à imposer un coefficient de frottement μ , puis à calculer pour la paire de noeud k la différence $(h_k)_x$. Ensuite on calcule par la méthode citée dans le paragraphe précédent, l'effort $(f_k)_x$ qui permet d'annuler $(h_k)_x$. Une fois cet effort calculé, on résoud l'équation statique :

$$[K] \cdot \{U\} = \left\{ (f_k)_x \right\} \quad (\text{II, 50})$$

Ce qui permet de calculer la pression $(P_k)_x$ due à cet effort, on applique la technique de condensation statique sur les degrés de liberté horizontaux de la paire k.

En maintenant la structure dans cette position finale on lui applique l'effort :

$$\left(\{F\} - \sum_{j=1}^k \left\{ (f_j)_y \right\} - \sum_{j=1}^k \left\{ (f_j)_x \right\} \right) \quad (\text{II, 51})$$

Ensuite, on calcule les pressions normales et tangentielles qui sont dues à cet effort pour la paire de noeuds k, on passe maintenant à une vérification des conditions de Coulomb : si pour la paire de noeuds k on a

$$\frac{|P_{efft}|}{|P_{effn}|} < \mu \quad (II, 52)$$

il s'agit d'une adhérence alors que si

$$\frac{|P_{efft}|}{|P_{effn}|} \geq \mu \quad (II, 53)$$

il s'agit d'un glissement, il faut donc relâcher les degrés de liberté horizontaux de la paire k et écrire pour cette paire

$$\frac{|P_{efft}|}{|P_{effn}|} = \mu \quad (II, 54)$$

et on passe à la paire de noeuds k+1.

A la fin de l'étude, les pressions réelles seront donc la somme des pressions dans les deux directions normales et tangentielles P_{eff} dues à l'effort :

$$F - \sum_{i=1}^k (f_i)_x - \sum_{i=1}^k (f_i)_y \quad (II, 55)$$

des pressions $\sum_{i=1}^k (P_i)_x$ dues aux efforts $\sum_{i=1}^k (f_i)_x$, et des pressions $\sum_{i=1}^k (P_i)_y$ dues aux efforts $\sum_{i=1}^k (f_i)_y$.

II - 5 Conclusion

Ce chapitre a présenté les deux algorithmes pour le traitement du contact statique avec ou sans frottement. Par rapport aux autres méthodes numériques pour le traitement du contact, ces deux algorithmes ne nécessitent pas de schéma itérative d'où un gain en temps de calcul considérable et présentent, en outre, l'avantage indéniable de traiter différents types de contact

large ou ponctuel, avec ou sans couche de friction sans modification supplémentaire, il faut noter aussi que ces algorithmes sont facilement implémentés sur tout type de logiciel éléments finis.

Dans le chapitre suivant, nous proposons une série de tests pour valider les algorithmes développés en comparant nos résultats suivant les cas de tests, avec ceux de la théorie de Hertz pour le contact sans frottement et avec des références bibliographiques pour le contact avec frottement.

CHAPITRE III

Validation

Ce chapitre a pour objet de valider l'algorithme proposé en comparant les résultats éléments finis à des résultats de modèles analytiques classiques, comme la théorie de Hertz pour le contact statique sans frottement ou la théorie de Gupta-Walowit pour les problèmes bicouches. Les courbes de distribution de pression sur la surface de contact obtenues par éléments finis et à l'aide des modèles analytiques sont présentées pour tous les cas de contact unilatéral, bilatéral, en déformation plane et axisymétrique, enfin le problème bicouche est traité dans la perspective de l'application de l'algorithme aux moteurs piézoactifs. L'ensemble des tests montre la précision et la fiabilité de cette approche numérique pour l'étude du problème de contact.

III - 1 Introduction

Le modèle, basé sur la méthode des éléments finis et présenté au chapitre précédent, fournis pour les deux types de contact avec et sans frottement, les algorithmes qui permettent de déterminer la largeur de contact et la pression de contact.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à valider ces deux algorithmes en comparant les résultats obtenus soit avec la théorie soit avec des références bibliographiques, les représentations graphiques des pressions de contact obtenues sont construites selon la convention suivante :

- les points ou traits pointillés correspondent aux résultats obtenus par le code ATILA et les traits pleins aux résultats obtenus par la théorie ou par la bibliographie.

L'ensemble des tests effectués nous a montré l'influence de la discrétisation du maillage des deux structures en contact sur les résultats obtenus.

III - 2 Influence du maillage sur les résultats de calcul

Une discrétisation spatiale fine au voisinage de la région de contact est nécessaire pour obtenir des résultats satisfaisants en comparant soit avec la théorie de Hertz soit avec celle de Gupta-Walowit qui sera présentée dans le paragraphe suivant. Pour affirmer ceci, on utilise trois maillages très simples d'un quart de cylindre sur un plan rigide, appelés respectivement M1, M2 et M3 dans le cas où les éléments sont triangulaires à 6 noeuds, et M4, M5 et M6 dans le cas où les éléments sont quadratiques à 8 noeuds comme schématisés sur les deux figures (III.1 et III.2). Les caractéristiques physiques et géométriques utilisées dans ce cas sont :

module d'Young $E = 500 \text{ Pa}$
coefficient de poisson $\nu = 0,3$
rayon du cylindre $R = 8.0 \text{ m}$
effort appliqué par unité de longueur $F = 50 \text{ N}$

Le modèle numérique développé exige que l'on fasse une étude de la convergence vers la solution en fonction de la densité du maillage et pour les deux types d'éléments. Pour évaluer l'erreur, on définit l'erreur quadratique moyenne E donnée par la formule suivante :

$$E = \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N \left\| \frac{P_{i(\text{analytique})}^2 - P_{i(\text{numerique})}^2}{P_{i(\text{analytique})}^2} \right\|^2} \quad (\text{III, 1})$$

où N est le nombre de noeuds qui se trouvent dans la région de contact

éléments triangulaires	M1	M2	M3
erreur quadratique (%)	0.17	0.15	0.07
temps CPU (en secondes)	28.16	384.23	6542.59
nombre de degré de liberté	640	2480	9760

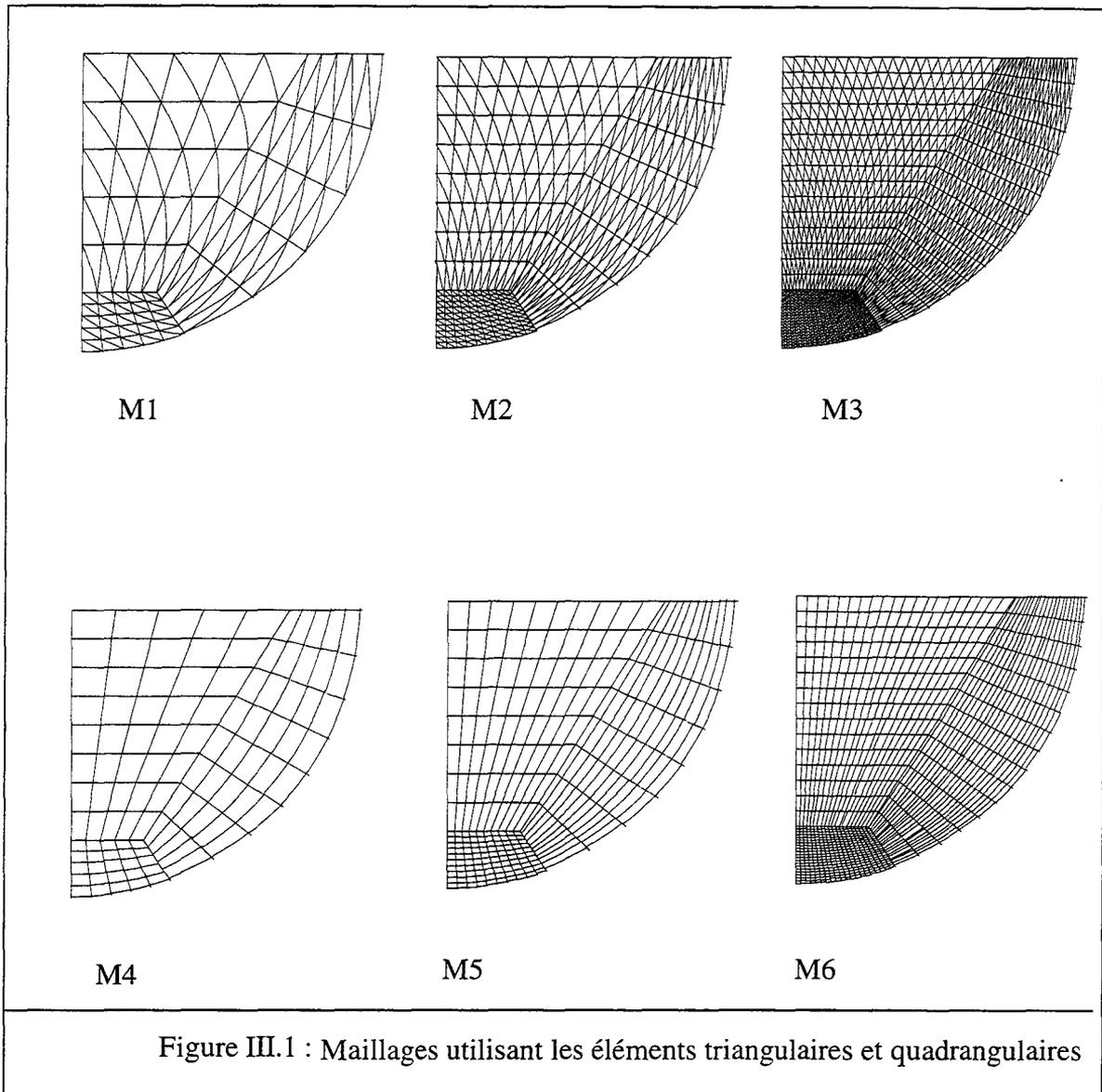
Tableau III.1 : Calcul de l'erreur quadratique en fonction de la densité du maillage en utilisant les éléments triangulaires à 6 noeuds

éléments quadrangulaires	M4	M5	M6
erreur quadratique (%)	0.15	0.10	0.07
temps CPU (en secondes)	18.03	244.18	5981.19
nombre de degré de liberté	490	1880	7360

Tableau III.2 : Calcul de l'erreur quadratique en fonction de la densité du maillage en utilisant les éléments quadratiques à 8 noeuds

L'analyse de ces résultats confirme que la précision des calculs augmente avec la densité de discrétisation dans la région de contact, cette précision est plus importante en utilisant les éléments quadrangulaires, cela est dû au fait que les éléments triangulaires mettent en évidence le problème de discontinuité aux frontières d'éléments [78], par conséquent il est nécessaire de raffiner le maillage en utilisant des éléments triangulaires. Par ailleurs le temps de calcul est d'autant plus important que le maillage est fin.

Après de nombreux tests, on a constaté une liaison étroite entre temps de calcul et précision des résultats. Cependant, on a pu trouver un compromis entre ces deux paramètres, puisque les résultats sont influencés par le type d'éléments uniquement au voisinage de la région de contact, il est préférable alors d'utiliser des éléments quadrangulaires à 8 noeuds au voisinage de cette région pour avoir une précision suffisante sur les résultats obtenus et d'utiliser des éléments triangulaires à l'extérieur de cette zone pour permettre une discrétisation progressive du maillage qui est reliée directement au temps de calcul (tableaux III.1 et III.2).



III - 3 Validation de l'algorithme de contact sans frottement

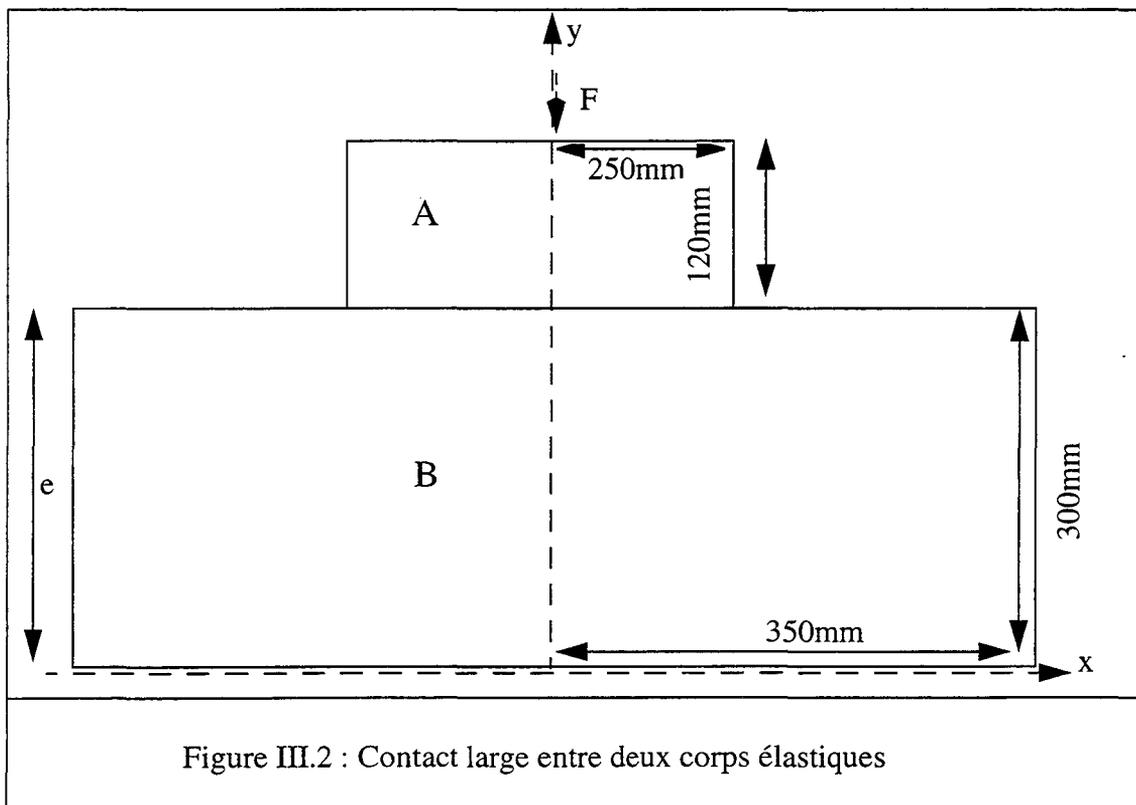
III - 3.1 Etude du contact surfacique ou large

Appliquons l'algorithme de contact sans frottement décrit dans le chapitre précédent à l'étude du contact surfacique entre deux corps A et B (figure III.2), le corps A est soumis à un effort normal et le corps B est fixé à la base. Les dimensions des deux corps en contact sont données sur cette figure, le matériau choisi pour effectuer les tests a pour caractéristiques :

$$E = 9.31 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$$

$$\nu = 0,3$$

Le problème est de type déformation plane.



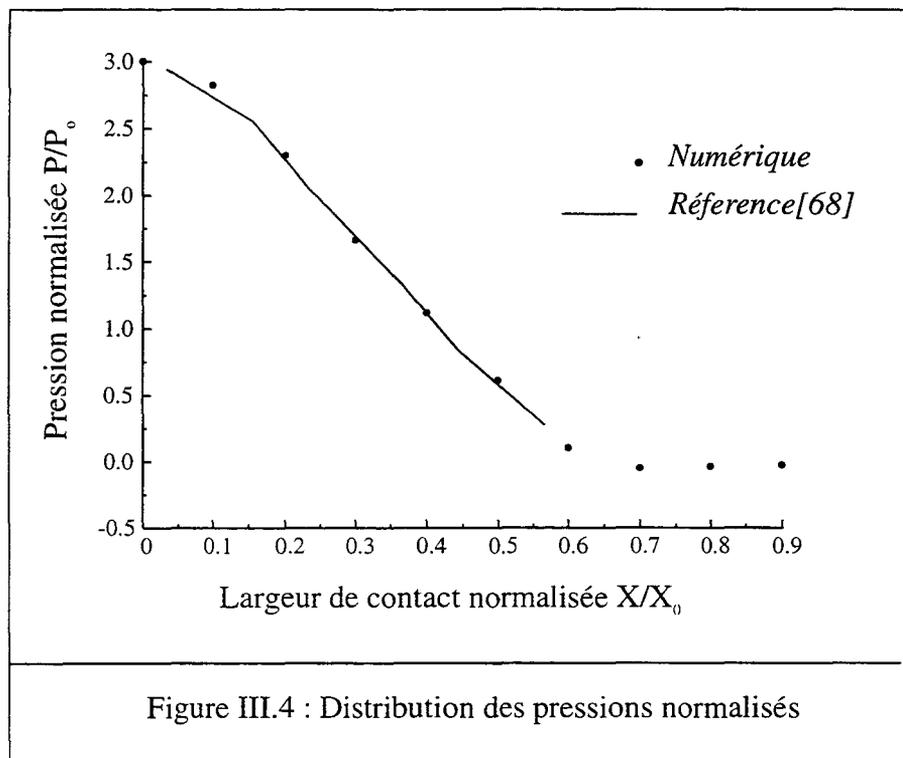
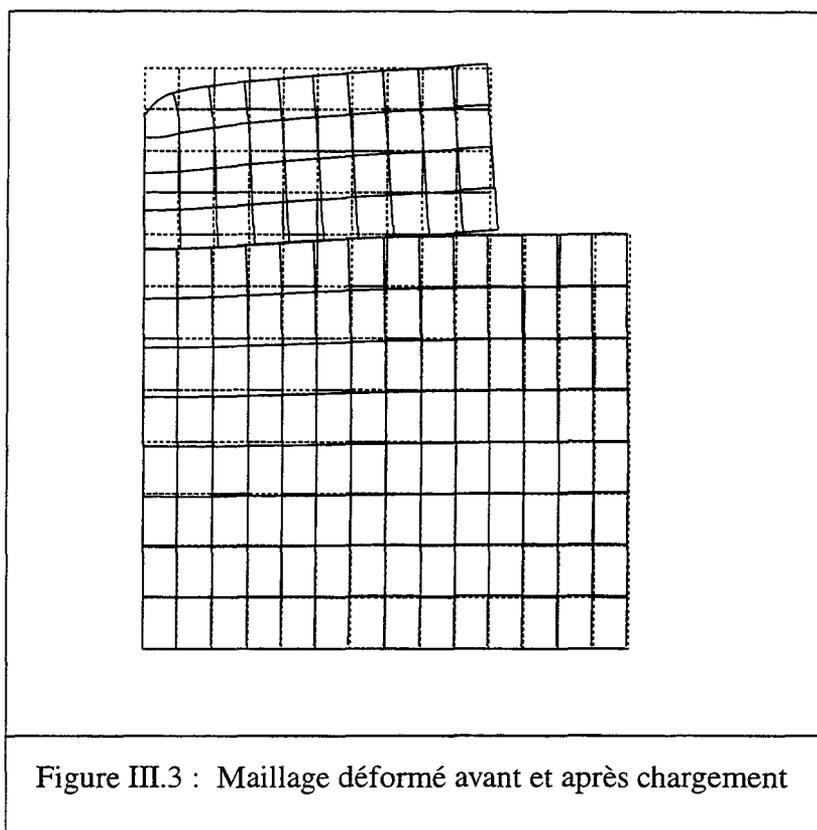
Le premier gain de mémoire et de temps de calcul réalisable consiste à utiliser les plans et les axes de symétrie de la structure analysée. Par conséquent on ne maille que la moitié des deux corps en contact (figure III.3), le maillage éléments finis est constitué de 152 éléments quadrilatères à huit noeuds et de 530 noeuds. Le chargement normal est appliqué au milieu des deux plaques, et a pour valeur $F=1960$ N. On suppose que le corps B est fixé à la base : ceci se traduit par les conditions $u=v=0$ en $y=0$, et la symétrie par rapport à l'axe y est exprimée par les conditions $u=0$ en $x=0$, où u et v sont respectivement le déplacement normale et tangentiel.

III - 3.1.1 Résultats et discussions

Comme la surface du corps B est comprimée, la contrainte σ_{yy} est négative, la pression de contact P exercée sur cette surface étant une grandeur positive, elle est telle que $P = -\sigma_{yy}$ ($y=e$), cette expression n'est valable que sur la longueur où les surfaces sont en contact, c'est-à-dire tant que $|x| < |a|$, où "a" est la demi-largeur de contact. En dehors de cette zone de contact, la pression sur la face supérieure du corps B est nulle ainsi que sur la face inférieure du corps A.

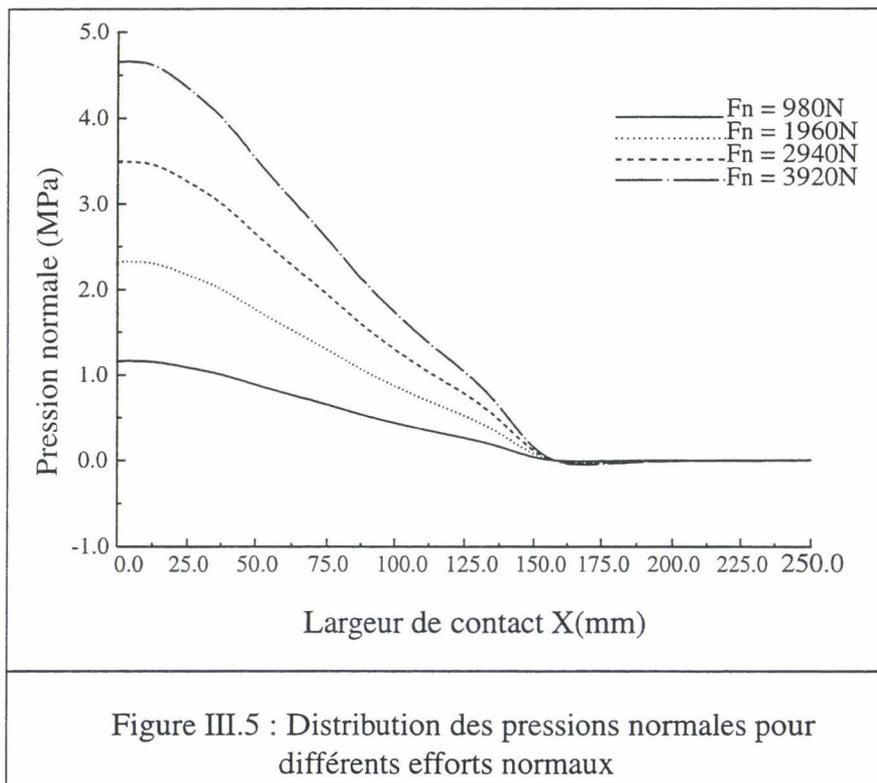
Sur la figure (III.4) est représentée la variation de la pression de contact en fonction de la largeur de contact, pour cela on a utilisé la technique qui consiste à effectuer la moyenne sur les différents éléments auxquels appartient la paire de noeuds en contact, cette technique a été utilisée avec succès par B.DUBUS [78] pour calculer les contraintes à l'intérieur d'une

même structure. Il faut cependant noter que les contraintes renseignent directement sur l'erreur de discrétisation, et montrent donc la nécessité de mailler plus finement.



Afin de comparer, on a représenté sur les figures III.3 et III.4, les résultats exposés dans la référence [79], ces résultats sont normalisés par rapport à la pression nominale d'interface le long de la surface de contact ($X_0 = 0.25\text{m}$) qui vaut $P_0 = 3.92 \cdot 10^5 \text{Pa}$. D'excellentes corrélations sont obtenues entre les résultats de notre algorithme et ceux de la référence. Sous l'effet du chargement, la déformée (figure III.3) présente un décollement de la surface de contact à l'extrémité ce qui annule la pression de contact.

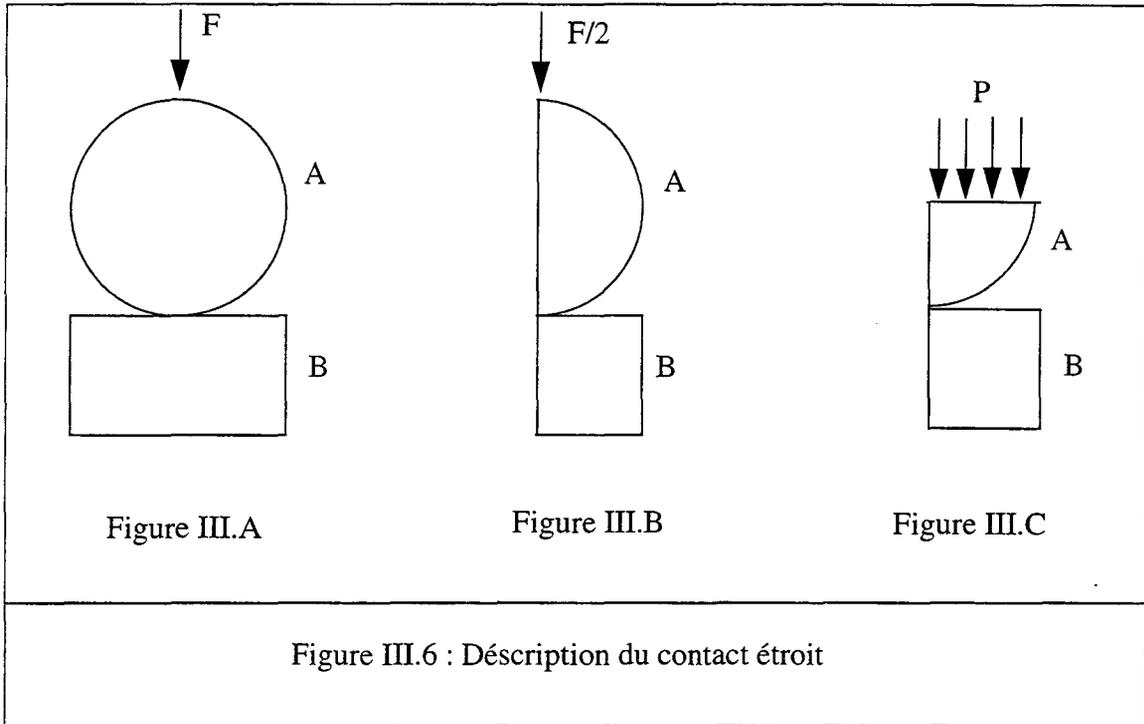
On s'intéresse maintenant à montrer l'influence d'une augmentation du chargement ponctuel sur le phénomène de contact. Comme on peut le constater sur la figure III.5, une augmentation de l'effort normal ne modifie pas la largeur de contact, par contre la pression maximale augmente rapidement ce qui peut être néfaste pour le matériau de contact. Par conséquent il est préférable d'appliquer une pression uniforme pour répartir la charge à l'interface de contact.



Dans ce cas il est inutile de modifier le maillage en fonction de l'effort appliqué puisque la largeur de contact reste la même quelle que soit la valeur de l'effort appliqué, on peut conclure dans ce cas de contact large sans frottement sous chargement ponctuel, que le maillage choisi dépend uniquement des dimensions des corps en contact.

III - 3.2 Etude du contact étroit

L'exemple test que nous proposons d'étudier est celui du contact étroit entre un corps A (qui est un cylindre dans le cas de déformation plane et une sphère dans le cas axisymétrique) et un corps B (plan rigide ou déformable) (figure III.A). Pour des raisons de symétrie on n'a discrétisé que la moitié du corps A (figure III.B) et pour éviter de prendre en compte la raideur locale au point d'application de l'effort, on applique un chargement uniforme sur le quart du corps A (figure III.C).



L'étude de ce type de contact permet de faire la comparaison avec les résultats de la théorie de Hertz. Puisque le contact est établi entre surfaces non conforme qui constitue l'une des hypothèses de cette théorie (voir chapitre I), deux cas peuvent se présenter : celui où le corps B est déformable, et celui où il est rigide. Pour ce type de contact la théorie de Hertz permet d'écrire la distribution de pression sur la surface de contact :

$$p(x) = P_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (\text{III, 2})$$

Dans le cas du problème plan (déformation plane ou contrainte plane), F désigne la force par unité de longueur dans l'expression de la pression maximale P_0 :

$$P_0 = \left(\frac{F \cdot E^*}{\pi \cdot R}\right)^{1/2} \quad (\text{III, 3})$$

avec $R = R_A$ et "a" est la largeur de contact donnée par :

$$a = \left(\frac{4 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot E^*} \right)^{1/2} \quad (\text{III, 4})$$

Dans le cas où le problème est axisymétrique F désigne l'effort ponctuel dans l'expression de P_0 :

$$P_0 = \left(\frac{6 \cdot F \cdot E^{*2}}{\pi^3 \cdot R^2} \right)^{1/3} \quad (\text{III, 5})$$

et la largeur de contact "a" a pour expression :

$$a = \left(\frac{3 \cdot F \cdot R}{4 \cdot E^*} \right)^{1/3} \quad (\text{III, 6})$$

Dans le cas où le corps B est déformable l'expression de E^* est donnée dans l'équation (I.6), par contre si celui-ci est rigide l'expression de E^* devient :

$$E^* = \frac{E_A}{1 - \nu_A^2} \quad (\text{III, 7})$$

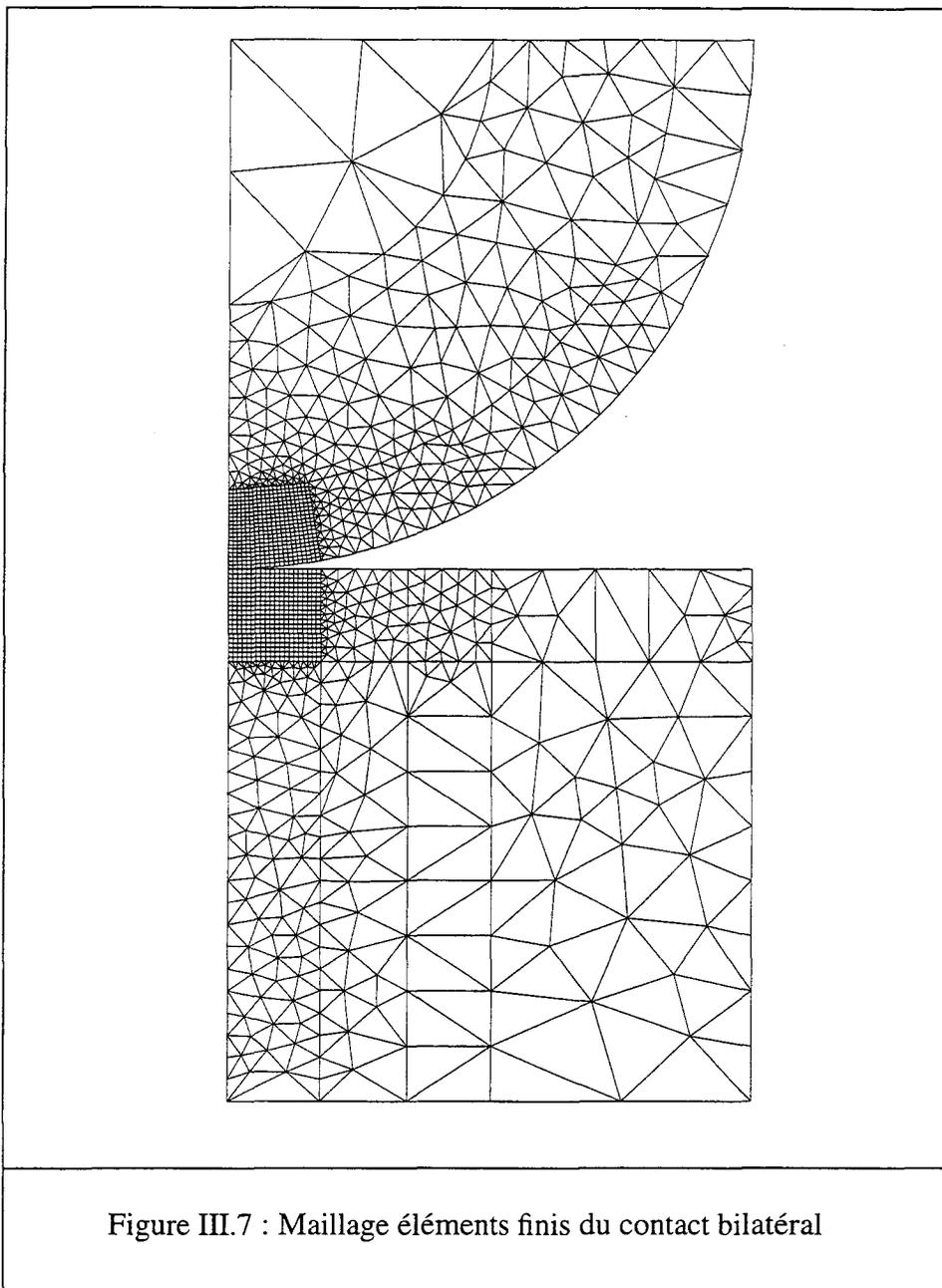
Les hypothèses de travail considérées pour chacun des types de contact sont les suivantes :

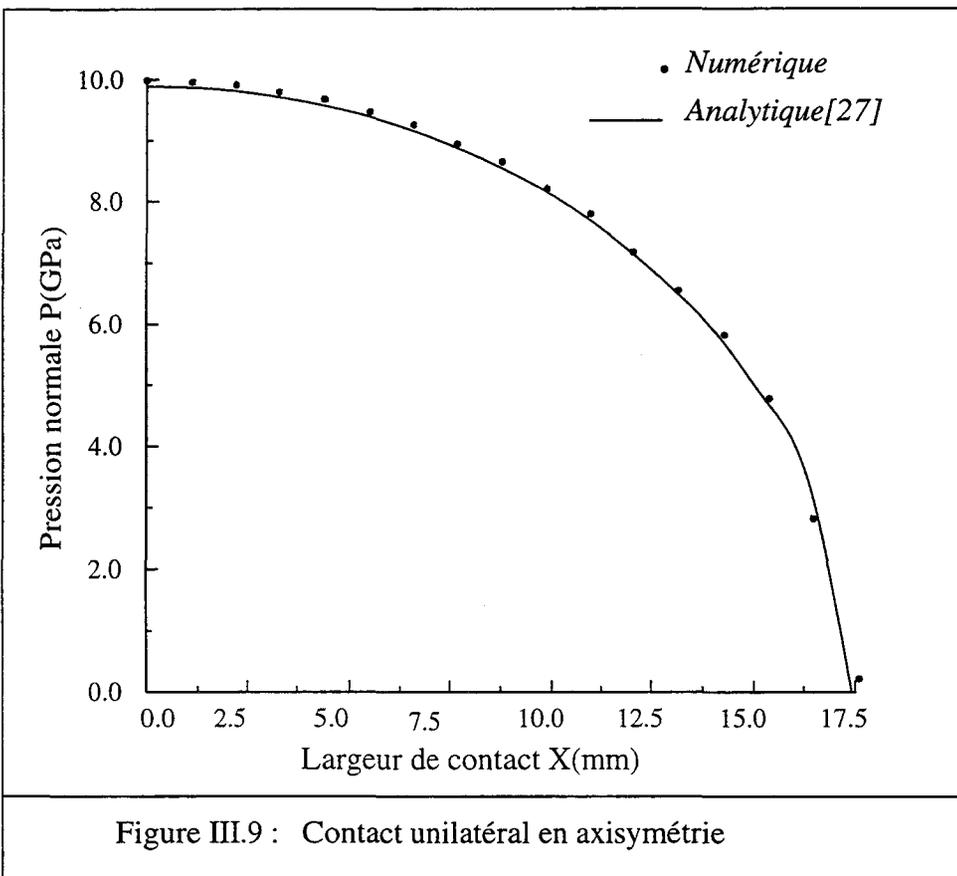
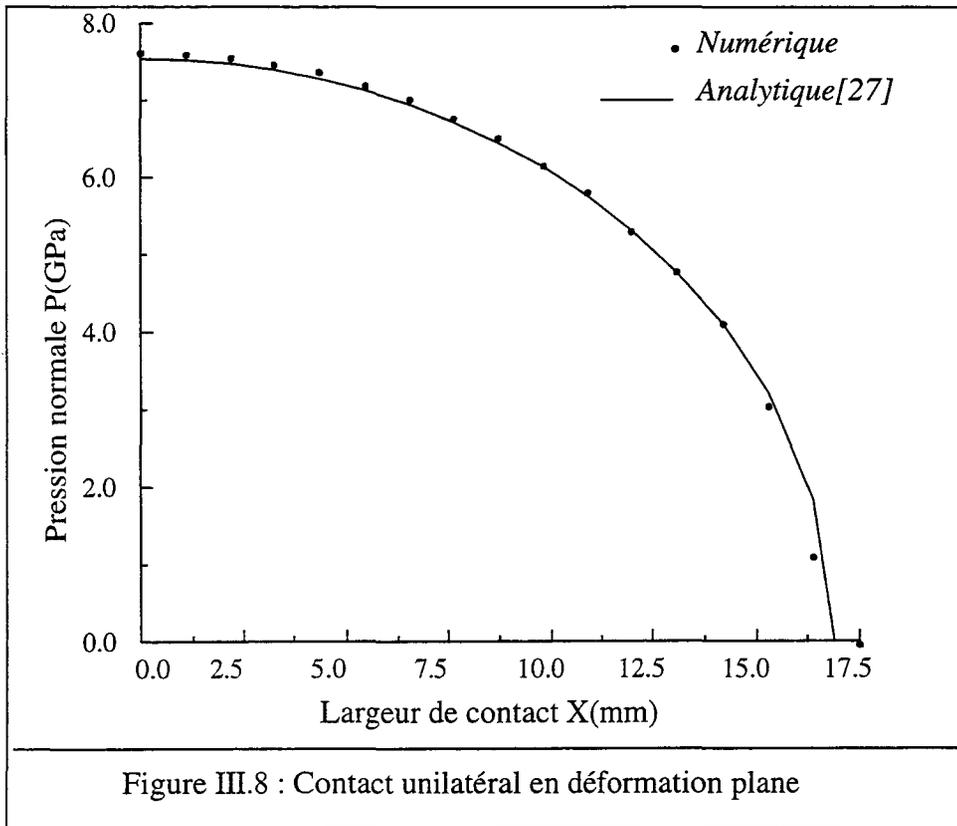
- dans le cas de contact unilatéral on ne maille que le corps A, le corps B étant considéré rigide,
- dans le cas de déformation plane, l'effort appliqué est un chargement uniforme de 1.10^8N ,
- dans le cas axisymétrique le chargement est ponctuel et de valeur 1.10^6N ,
- dans tous les cas on ne maille que la moitié de la structure pour profiter de la symétrie axial dans le cas déformation plane, et de la symétrie de révolution dans la cas axisymétrique,
- on utilise des éléments quadrangulaires dans la région de contact pour augmenter la précision des résultats,
- tous les tests présentés dans cette partie ont été réalisés en utilisant un matériau possédant les caractéristiques mécaniques suivantes :

Module d'Young : $E = 20,6 \cdot 10^{10}$ Pa

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

On présente dans les figures (III.8 à III.12) les résultats obtenus par l'algorithme de contact implémenté dans ATILA en comparaison avec ceux de la théorie de Hertz, le maillage éléments finis utilisé est donné dans la figure III.7





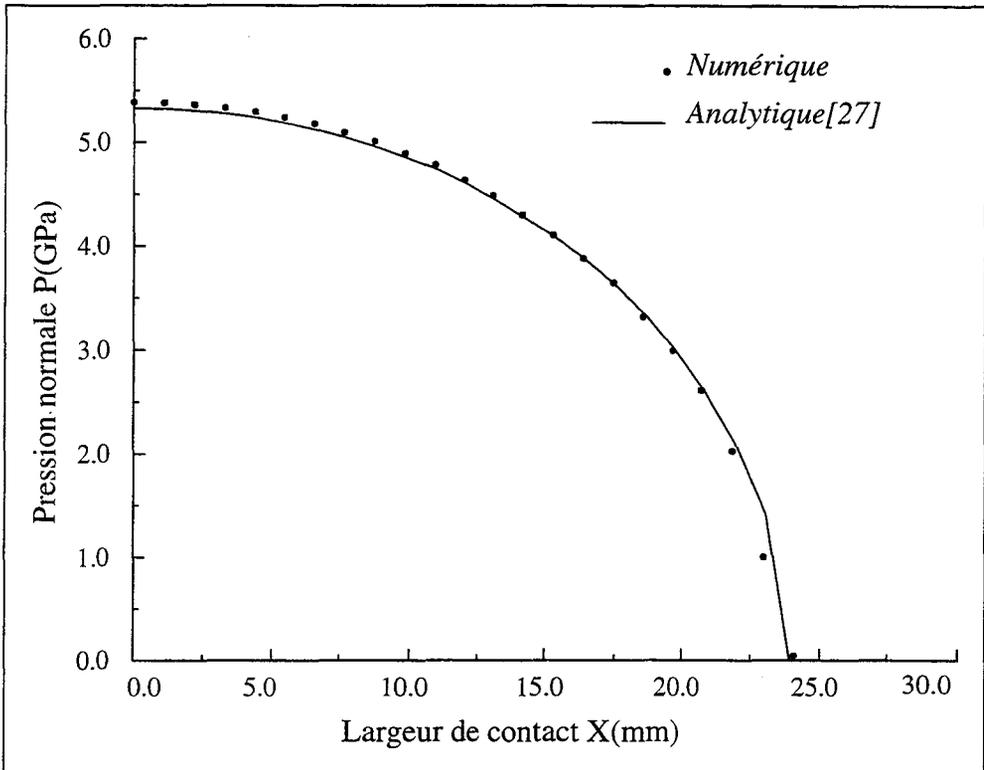


Figure III.10 : Contact bilatéral en déformation plane

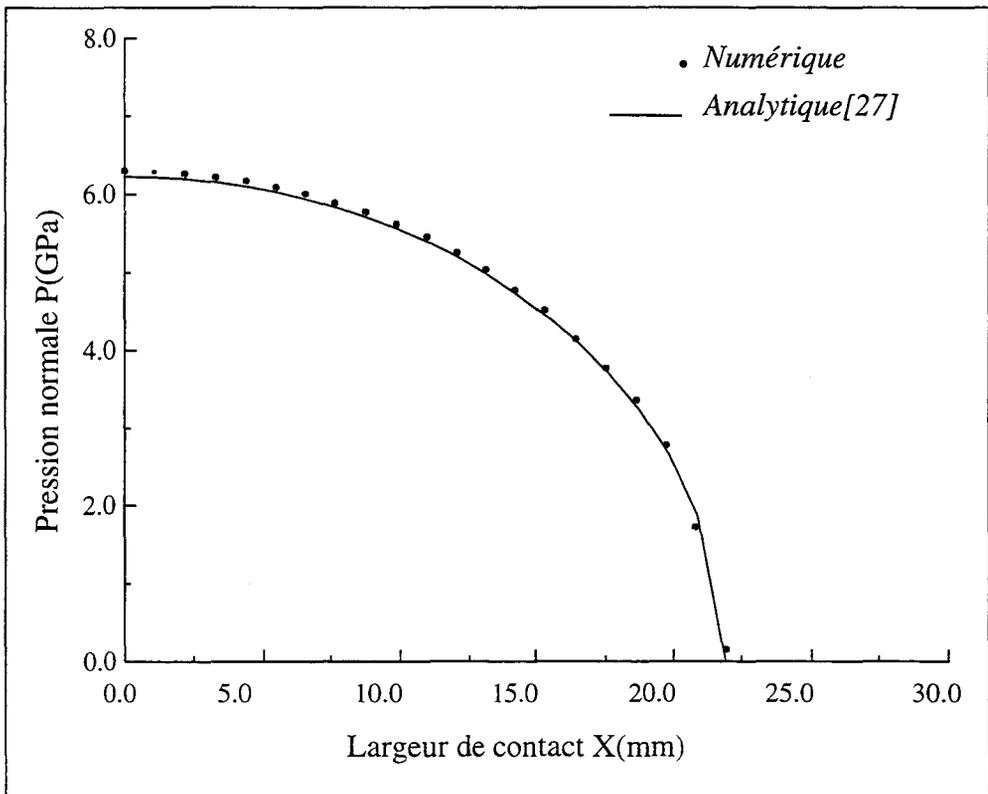


Figure III.11 : Contact bilatéral en axisymétrie

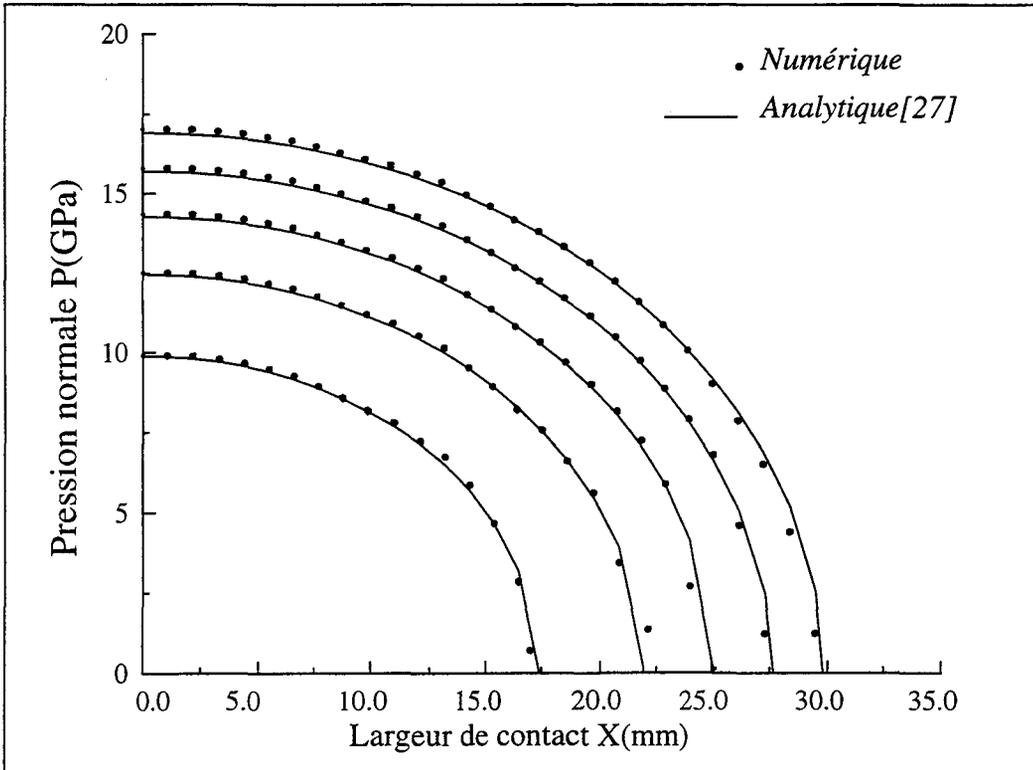


Figure III.12 : Distribution de la pression de contact pour différents chargements

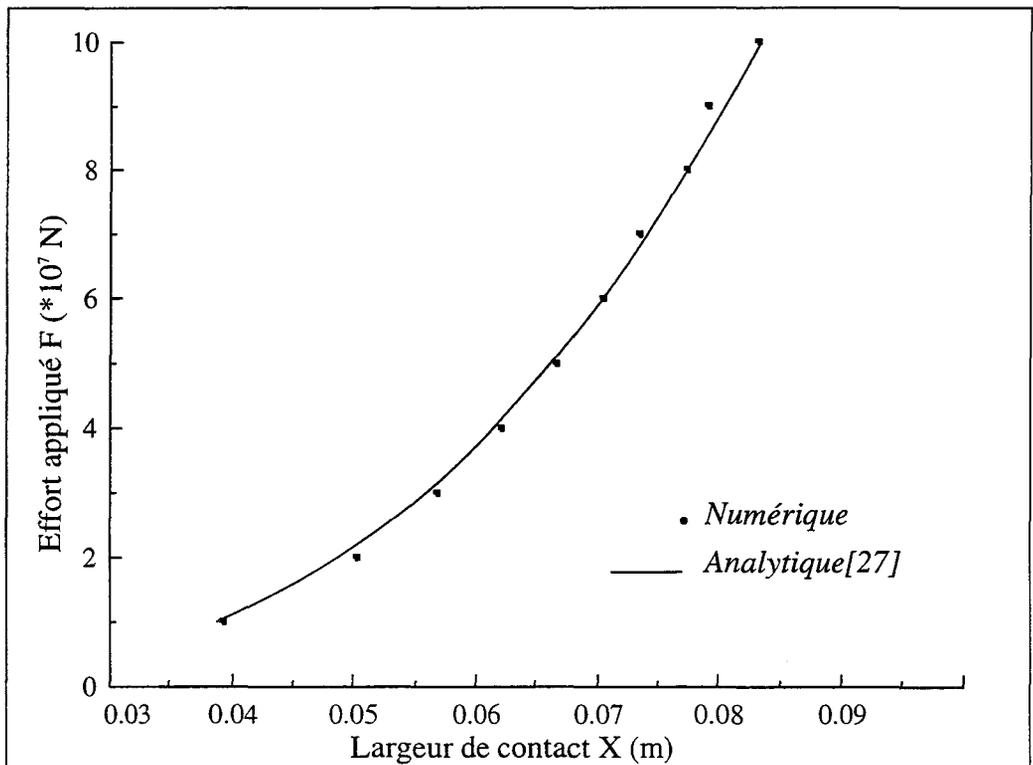


Figure III.13 : Augmentation de la largeur de contact en fonction du chargement

L'ensemble des résultats obtenu montre un accord satisfaisant entre les pressions normales calculées par l'algorithme de contact développé dans ATILA et celles issues de la théorie de Hertz. Sur la figure (III.13) est représentée l'augmentation de la surface de contact en fonction de l'effort appliqué; un effort faible implique une faible largeur de contact donc un maillage fin dans cette zone de contact s'impose pour en déterminer avec précision les limites, par contre pour un effort élevé, un maillage relâché est suffisant pour donner des résultats satisfaisants.

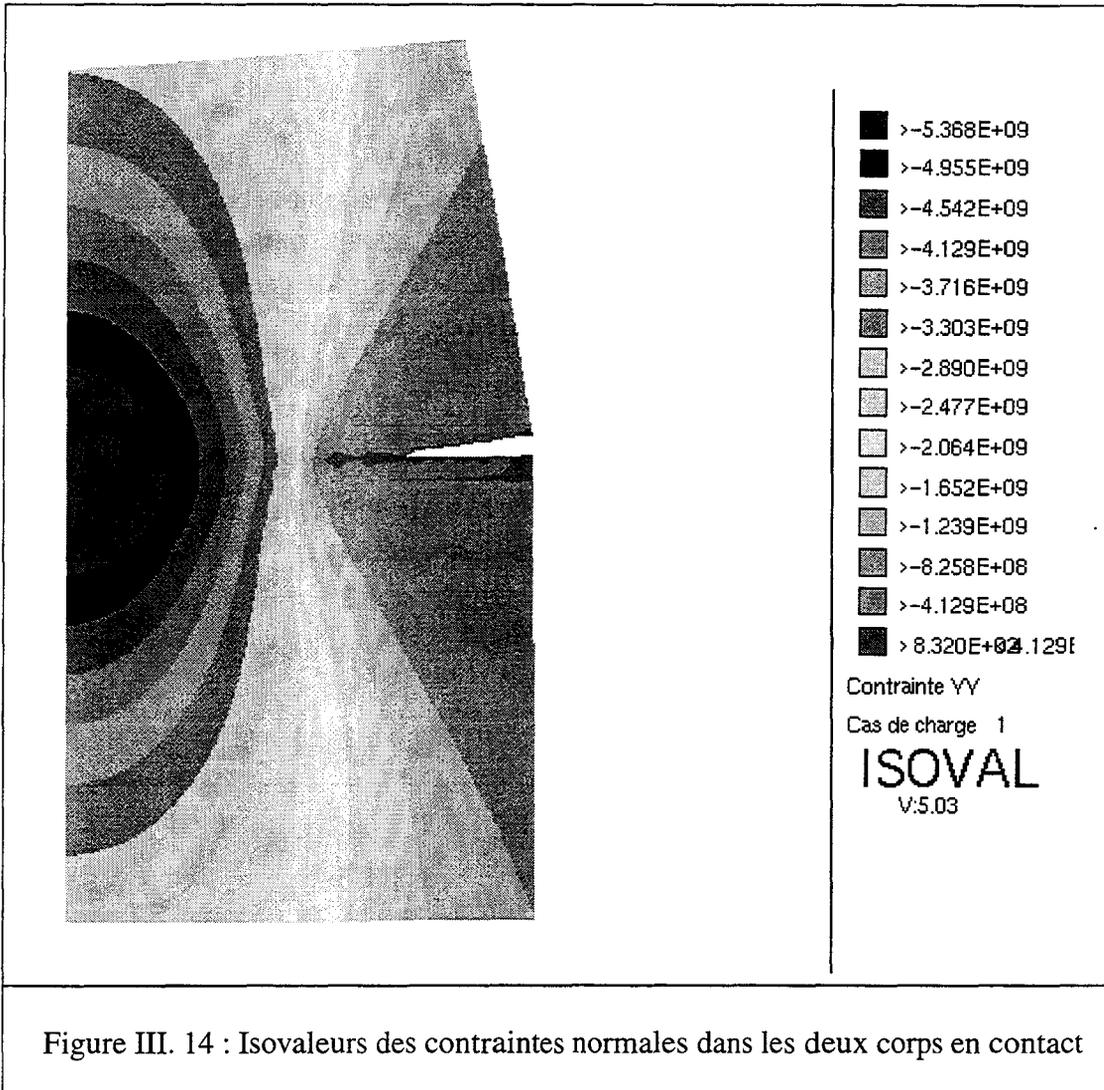


Figure III. 14 : Isovaleurs des contraintes normales dans les deux corps en contact

III - 3.3 Conclusion

Dans cette partie du chapitre on a validé l'algorithme de contact sans frottement pour deux types de contact; contact large et contact étroit, le premier est comparé avec des résultats de la bibliographie, le second est comparé avec la théorie de Hertz, les résultats obtenus sont très satisfaisants.

Trois remarques importantes concernant le maillage à utiliser sont tirées de cette étude :

- mailler uniquement la moitié des deux corps pour profiter de la symétrie du problème de contact sans frottement et sans effort tangentiel appliqué, ainsi que de la symétrie axiale de nature géométrique,

- utiliser des éléments quadrangulaires pour augmenter la précision des résultats,

- le maillage adopté lors de l'étude du contact étroit sans frottement en l'absence de l'effort tangentiel appliqué dépend essentiellement des conditions de contact (effort normal appliqué), ce qui n'est pas le cas du contact large.

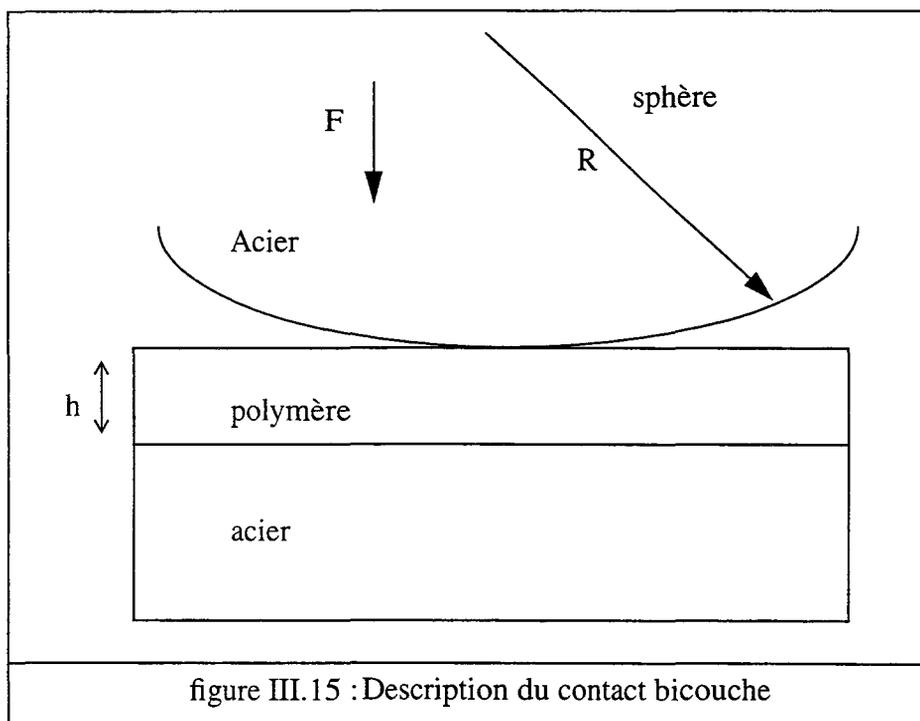
III - 3.3 Etude du contact bicouche

Dans cette section, notre objectif sera d'étudier le phénomène de contact dans le cas où il y a présence de couche mince à l'interface dont les caractéristiques physiques sont différentes de celles des corps en contact. Par conséquent, la théorie de Hertz n'est plus valable, et l'algorithme sera donc validé par le modèle analytique de Gupta-Walowit présenté dans le chapitre II.

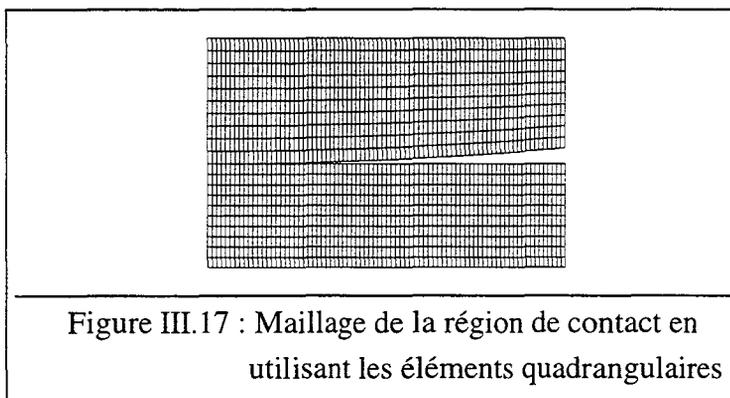
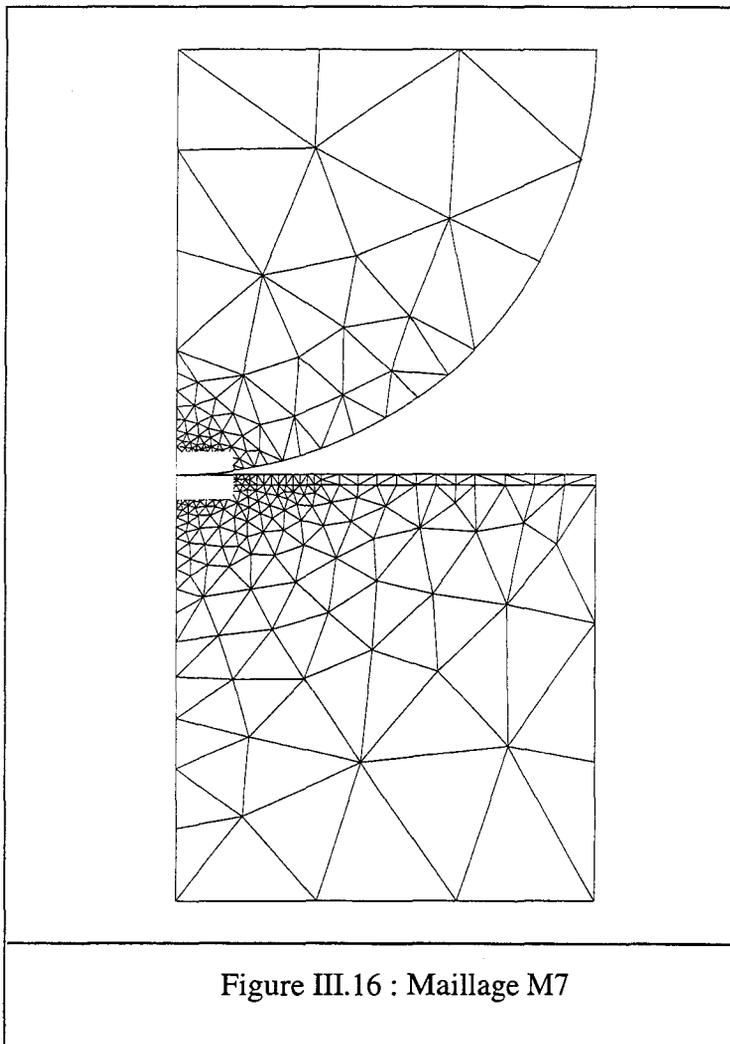
Le test proposé dans ce cas est celui du contact entre un cylindre de rayon $R = 20mm$ et un plan présentant une couche mince d'épaisseur $h = 400\mu m$, l'effort appliqué est de 4000N puis de 8000N, les caractéristiques mécaniques des corps en contact sont :

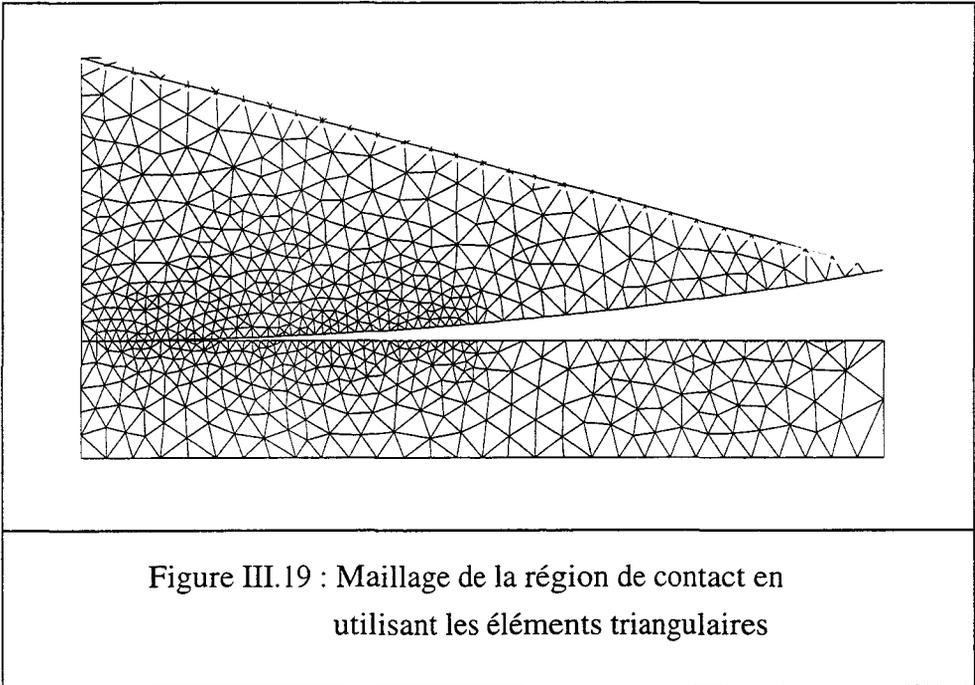
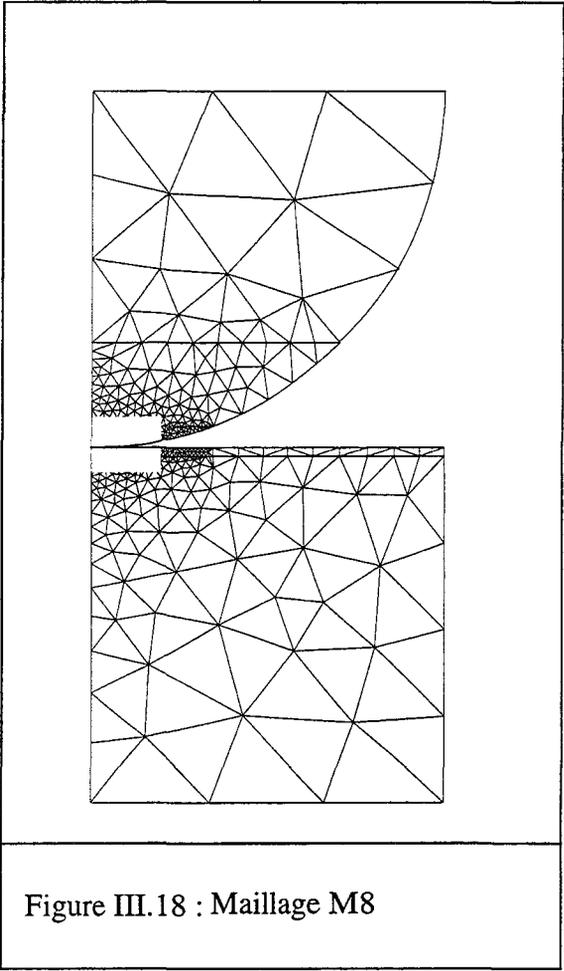
polymère :
 $E = 5 * 10^9 Pa$
 $\nu = 0.33$

acier :
 $E = 21 * 10^{10} Pa$
 $\nu = 0.3$



Etant donnée les faibles épaisseurs de la couche mince et de la largeur de contact (de l'ordre du μm), il est nécessaire de mailler très finement cette couche ainsi que le cylindre avec lequel elle est en contact. Deux maillages éléments finis sont considérés, on maille la région de contact avec des éléments quadrangulaires dans le premier et avec des éléments triangulaires dans le second, pour montrer l'influence du types d'éléments dans la région de contact sur le problème bicouche, Les maillages éléments finis sont donnés dans les figures (III.16 - III.19), pour des raisons de symétrie seule la moitié de la structure est maillée.





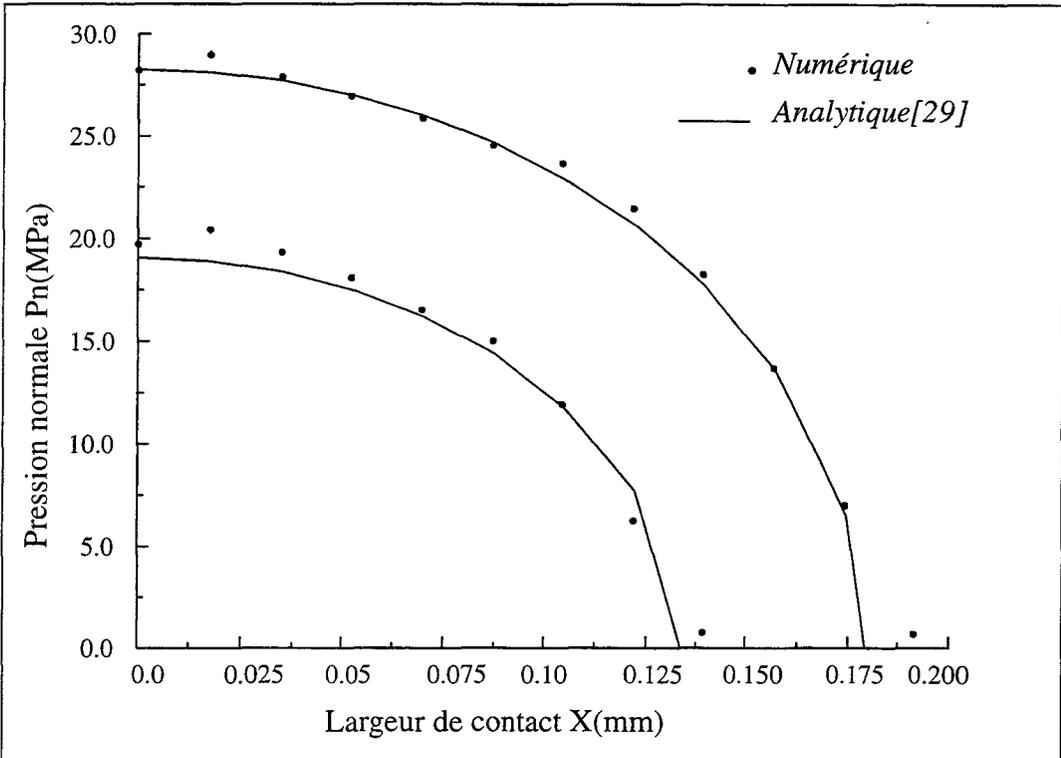


Figure III.20 : Distribution de la pression normale pour le maillage M7

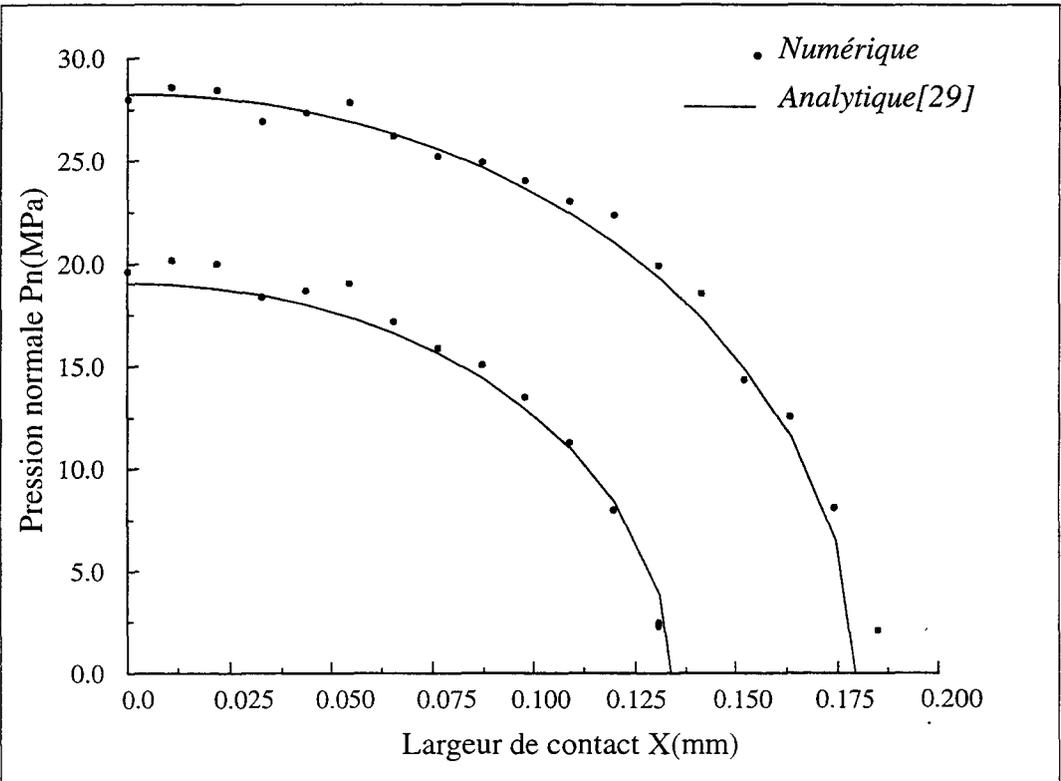


Figure III.21 : Distribution de la pression normale pour le maillage M8

Par la théorie de Hertz on trouve :

pour $F = 4000\text{N}$

$$a_0 = 1.361 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$P_0 = 18.7 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

pour $F = 8000\text{N}$

$$a_0 = 1.90 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$P_0 = 26.7 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$F_0=4000\text{N}$	$\bar{a} = a/a_0$	$\bar{P}_0 = P_m/P_0$	$\delta = a^2/2R$ (μm)	$k_{cn} = F_0/\delta$ (N/m)* 10^7
ANALYTIQUE (G.W)	0.98	1.02	0.44	9.00
NUMERIQUE(M7)	1.02	1.05	0.48	8.27
NUMERIQUE(M8)	1.06	1.05	0.52	7.64
L'écart (M7)	0.04	0.03	0.04	0.73
L'écart (M8)	0.08	0.03	0.08	1.36

Tableau III.3: Calcul de l'écart pour différents paramètres et pour $F = 4000 \text{ N}$

$F_0=8000\text{N}$	$\bar{a} = a/a_0$	$\bar{P}_0 = P_m/P_0$	$\delta = a^2/2R$ (μm)	$k_{cn} = F_0/\delta$ (N/m)* 10^8
ANALYTIQUE (G.W)	0.93	1.07	0.78	1.02
NUMERIQUE(M7)	1.00	1.05	0.91	0.88
NUMERIQUE(M8)	1.03	1.06	0.95	0.84
L'écart (M7)	0.07	0.02	0.13	0.14
L'écart (M8)	0.1	0.01	0.17	0.18

Tableau III.4: Calcul de l'écart pour différents paramètres et pour $F = 8000 \text{ N}$

Dans les tableaux III.3 et III.4, on compare les résultats obtenus par notre algorithme à ceux obtenus par le modèle de Gupta-Walowit. On remarquera que la rigidité de contact augmente en augmentant l'effort car le polymère se trouve écrasé et le contact a lieu entre deux corps ayant les mêmes propriétés élastiques.

L'analyse de ces deux tableaux permet de faire les remarques suivantes :

- plus l'effort augmente plus l'écart est faible, ceci est dû principalement à l'influence du maillage qui se fait moins ressentir pour des efforts élevés que pour des efforts faibles.
- l'écart est moins important pour des éléments quadrangulaires que pour des éléments triangulaires (cf III.2).

Les résultats obtenus par notre algorithme sont très proches des résultats de Gupta-Walowit, l'imprécision au niveau de la valeur de "a" et de "p" vient de la discrétisation du maillage. Il est certain qu'avec un maillage encore plus fin, les valeurs numériques seraient encore plus proches des valeurs de Gupta-Walowit, l'allure générale des calculs de pression présente bien une distribution elliptique (figure III.20 et figure III.21).

III - 3.4 Conclusion

L'ensemble des exemples présenté précédemment concerne le contact sans frottement et valide donc l'algorithme proposé pour les deux types de contact large et étroit. Les comparaisons avec les modèles analytiques sont effectuées pour les pressions normales à l'interface de contact. Dans tous les cas, l'accord entre les résultats analytiques et numériques est très satisfaisant.

Cependant il faut tenir compte de l'influence du maillage encore plus importante dans le cas où les surfaces en contact ont des propriétés matérielles différentes et où les dimensions de la largeur de contact et de l'épaisseur de la couche de friction sont de l'ordre du micromètre. Un maillage très fin dans la région de contact s'impose pour obtenir des résultats satisfaisants.

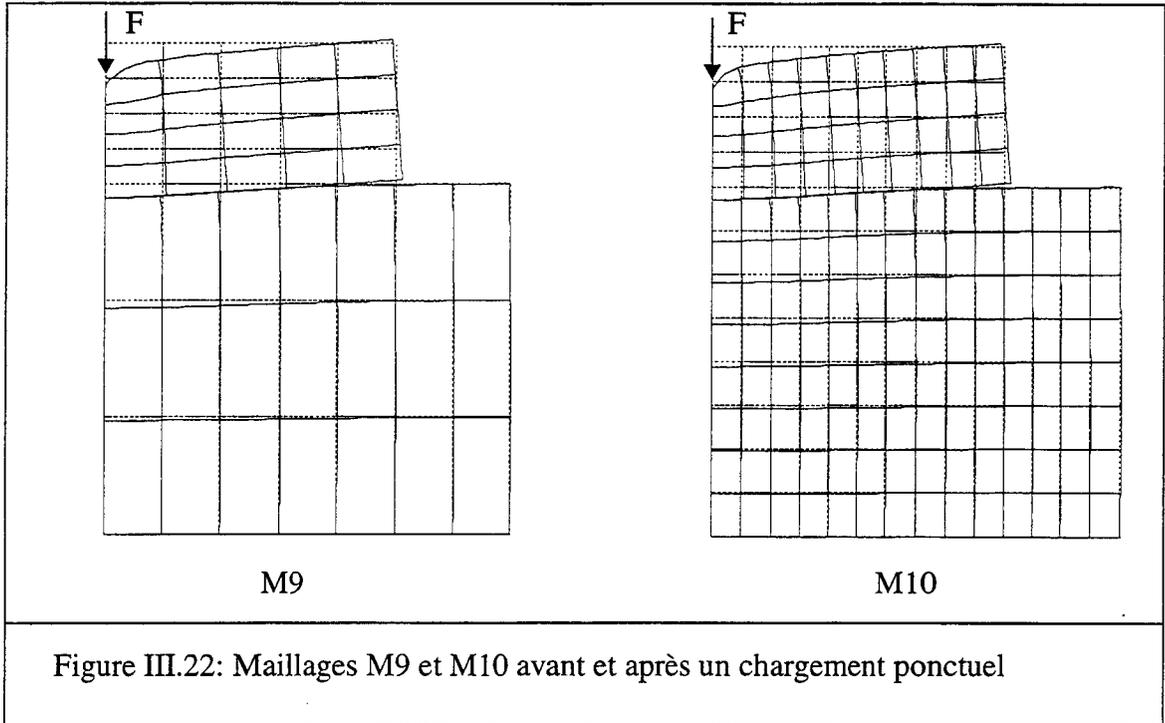
III - 4 Validation de l'algorithme de contact avec frottement

Dans cette deuxième partie du chapitre, on s'intéresse à valider l'algorithme de contact avec frottement implémenté dans le code ATILA. Pour cela, on est amené à comparer avec d'autres références bibliographiques qui traitent le même problème en utilisant d'autres méthodes numériques.

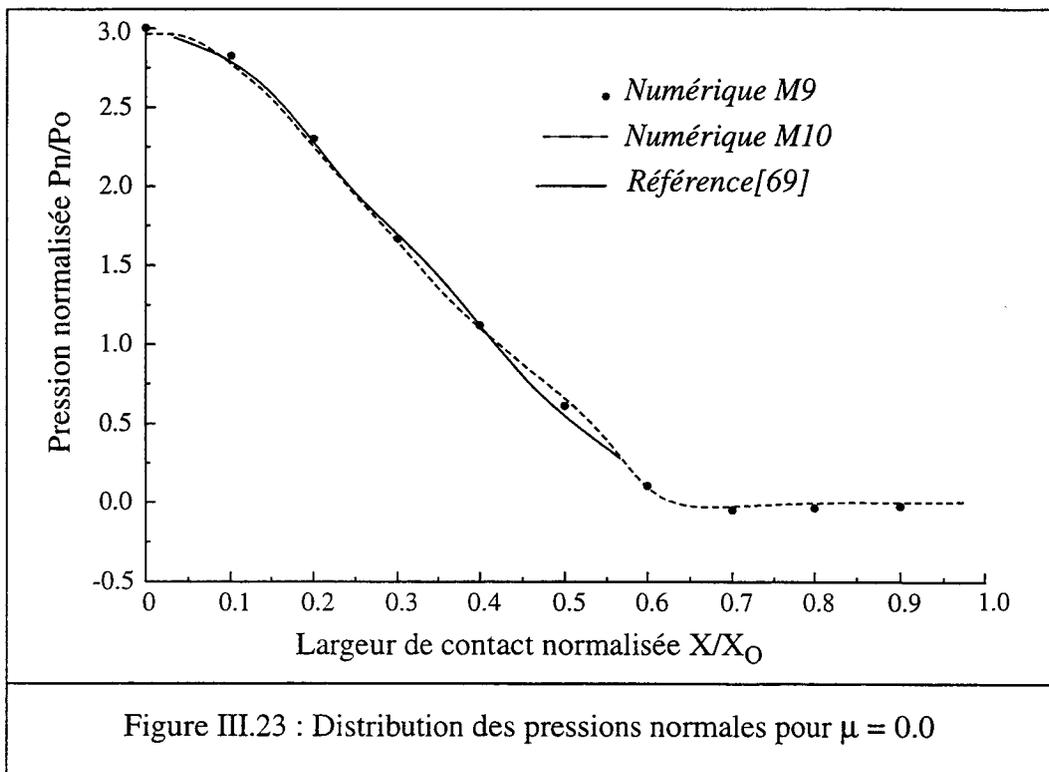
III - 4.1 Etude du contact surfacique avec frottement

III - 4.1.1 Test 1 : Chargement ponctuel

Le test que nous proposons dans ce paragraphe est le même que celui du paragraphe (III.3.1) avec les mêmes propriétés mécaniques et géométriques des corps en contact, avec un chargement ponctuel (figure III.22) de valeur $F = 1960\text{N}$, dans ce cas on tient compte de l'effet de frottement à l'interface en faisant varier le coefficient de frottement et en faisant intervenir l'algorithme de frottement détaillé dans le chapitre précédent. Deux maillages M9 et M10 sont adoptés afin de mettre en évidence l'influence de la discrétisation sur les résultats obtenus en tenant compte du frottement.



On représente dans les figures (III.23 - III.25) la distribution des pressions normales normalisées par rapport à la pression nominale P_0 ($P_0 = 3.92 \cdot 10^5$ Pa) en fonction de la largeur de contact normalisée par rapport à X_0 ($X_0 = 0.25$ m) et ceci pour différentes valeurs du coefficient de frottement $\mu = 0.0$, $\mu = 0.2$ et $\mu = 0.4$.



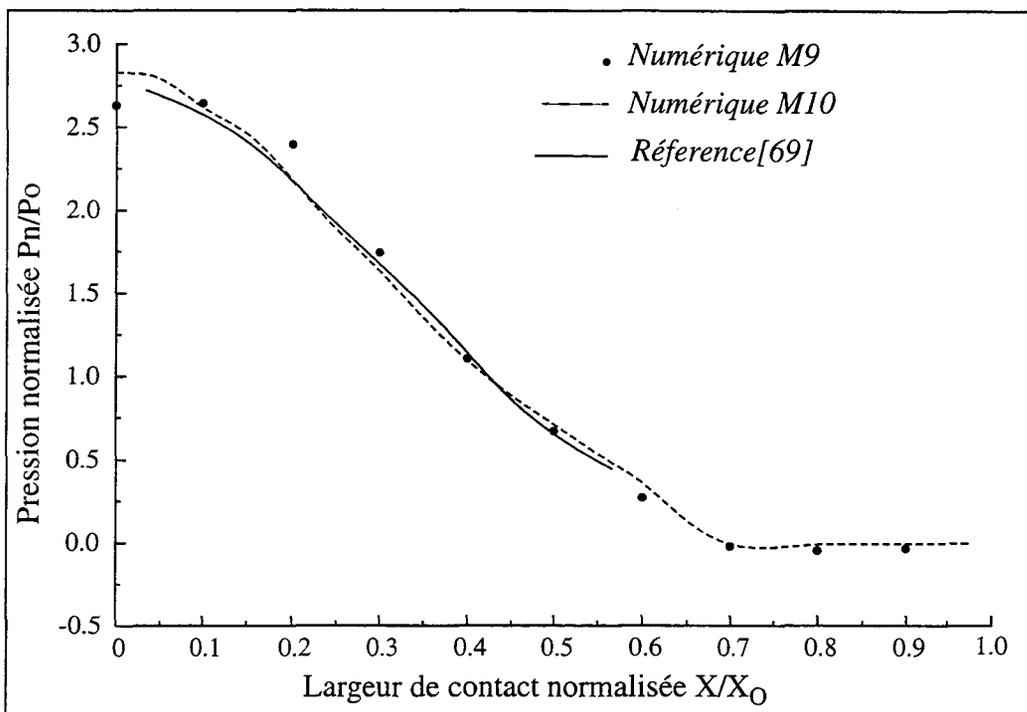


Figure III.24 : Distribution des pressions normales pour $\mu = 0.2$

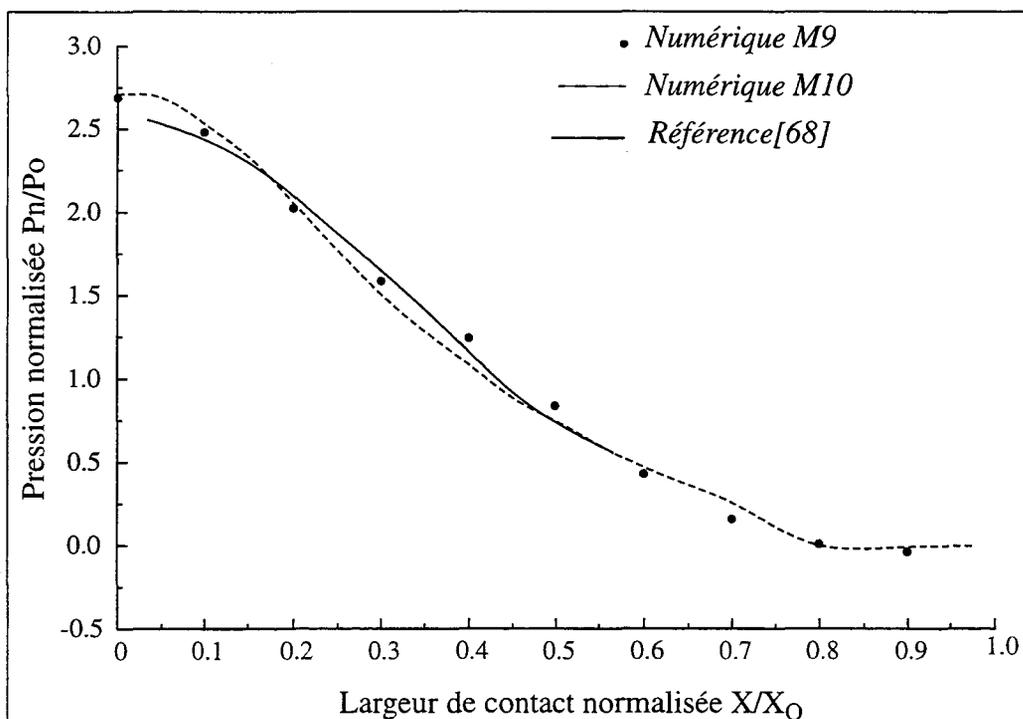


Figure III.25 : Distributions des pressions normales pour $\mu = 0.4$

L'analyse de ces figures permet de remarquer que d'une part un maillage plus fin donne des résultats plus précis ceci a été déjà démontré dans le paragraphe III.2, et d'autre part

une augmentation du coefficient de frottement implique une augmentation de la largeur de contact et une diminution de la pression maximale ce qui est physiquement correcte. Il faut noter aussi qu'une augmentation de la largeur de contact permet d'utiliser un maillage relâché et les résultats obtenus restent satisfaisants

III - 4.1.2 Test 2 : Pression uniforme

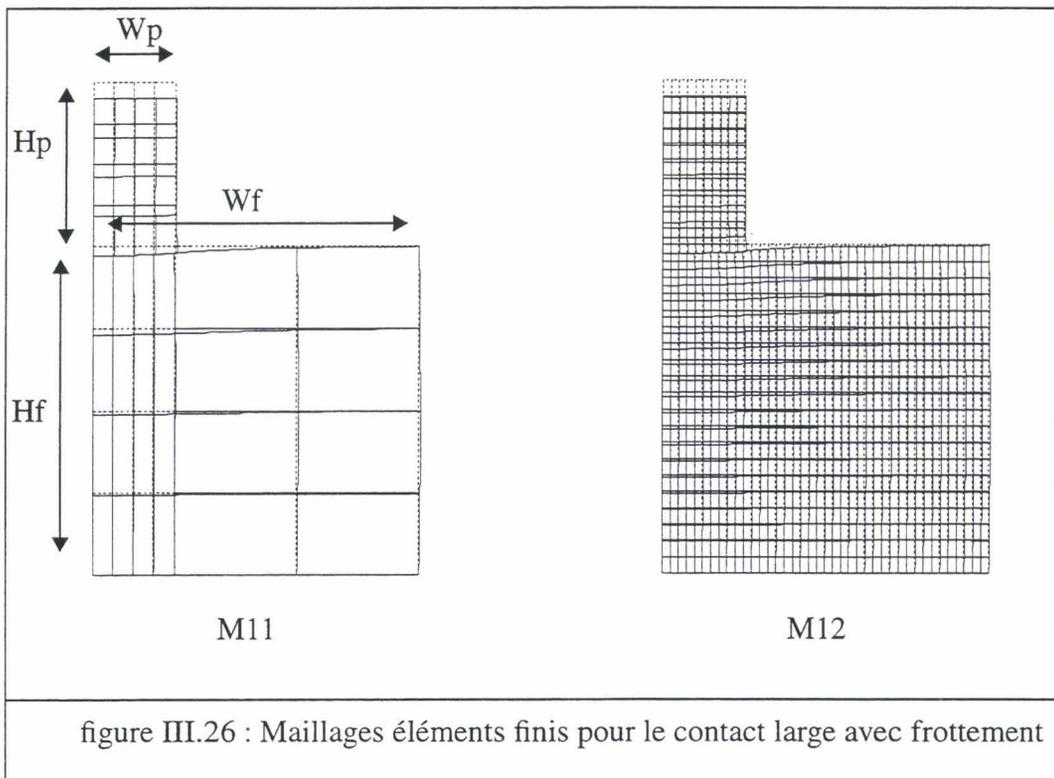
Ce deuxième test permet de mettre en évidence la distribution des pressions tangentielles en fonction de la largeur de contact et par conséquent, de déterminer la région de glissement et celle d'adhérence tout au long de la surface de contact. Cet exemple est tiré de la référence [79] pour permettre la comparaison avec nos résultats.

Considérons une plaque rectangulaire élastique de hauteur H_p et de demi largeur W_p qui s'appuie sur une autre plaque élastique de hauteur H_f et de demi largeur W_f . Pour ce problème l'hypothèse de déformation plane est prise en compte. Un chargement uniforme de valeur $F_0 = 294\text{N}$, est appliqué sur la surface supérieure de la structure en contact, les caractéristiques de cette structure sont les suivantes :

Module d'Young : $E = 20,6 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

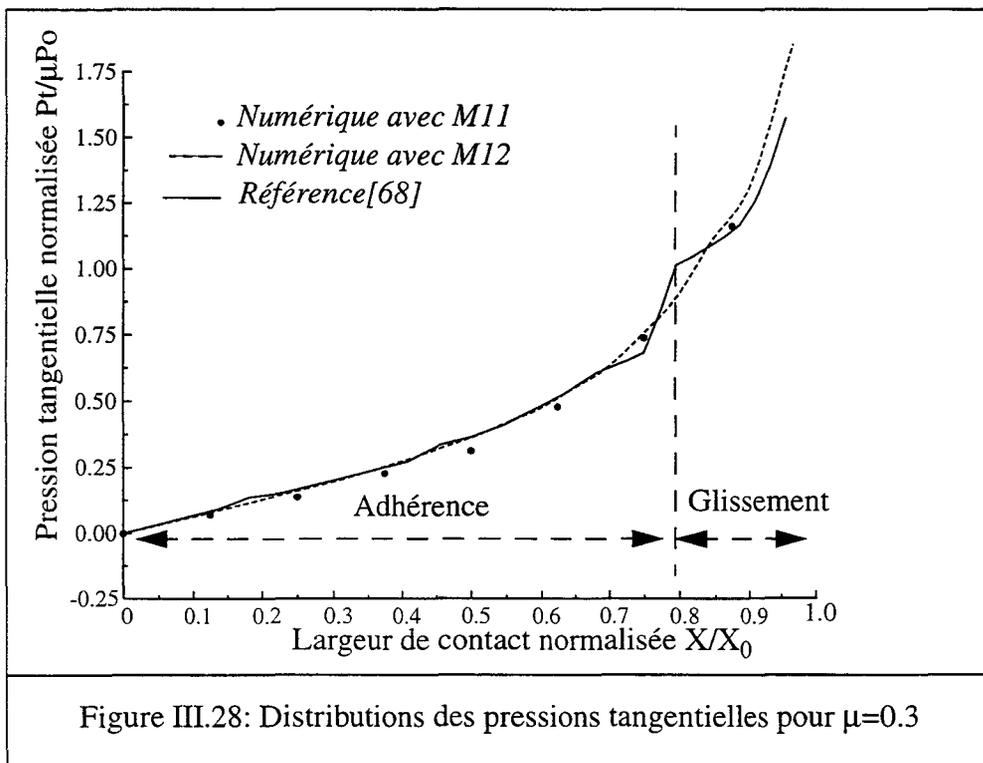
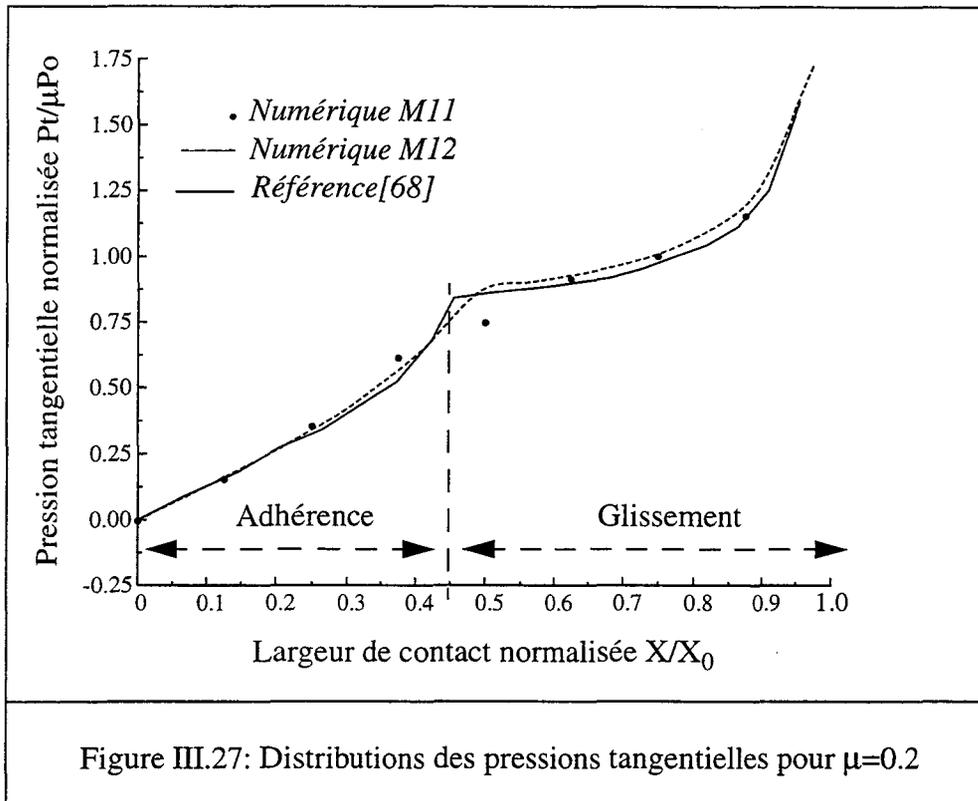
Coefficient de frottement : $\mu = 0.2$



avec :

$$H_p/W_p = 2, \quad W_f/W_p = 4 \quad \text{et} \quad H_f/W_p = 4$$

Les distributions des pressions tangentielles pour $\mu = 0.2$ et $\mu = 0.3$ sont données dans la figure III.27 et III.28, en comparaison avec la référence [79]. Les régions de glissement et d'adhérence sont bien visibles sur ces figures, la région de glissement est située entre 0.45 et 1.0 pour $\mu = 0.2$ et entre 0.8 et 1.0 pour $\mu = 0.3$.



Trois remarques importantes peuvent être déduites de ces graphiques :

- un maillage plus fin permet de différencier, de façon plus précise, les zones d'adhérences des zones de glissements,
- la largeur de la zone de glissement diminue quand le coefficient de frottement augmente,
- la largeur de contact n'est pas modifiée en fonction du coefficient de frottement ce qui n'est pas le cas d'un chargement ponctuel.

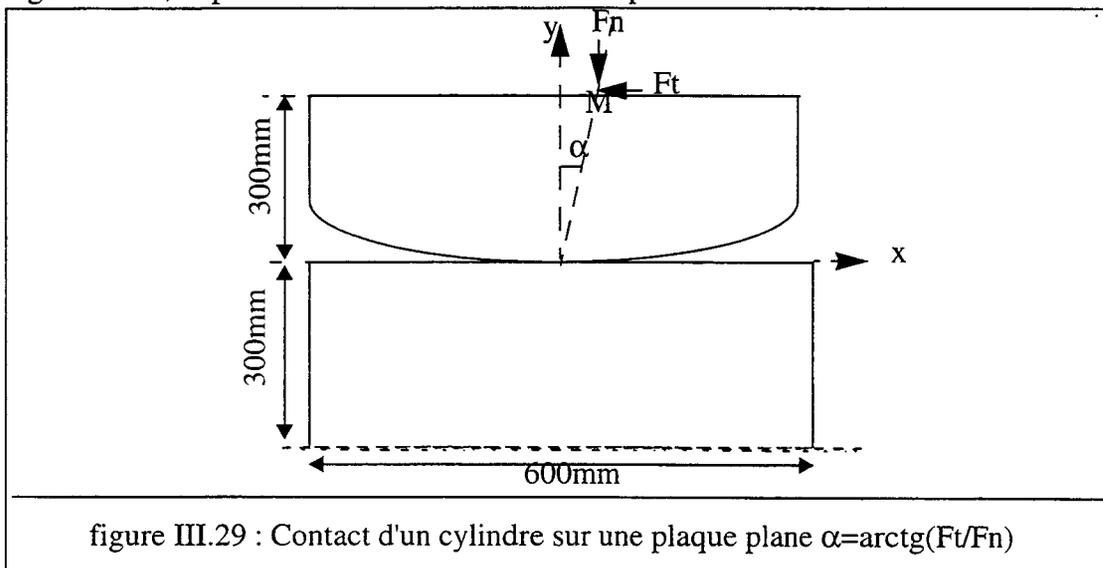
III - 4.1.3 Conclusion

Dans ce paragraphe on a traité le cas de contact large avec frottement pour deux types de chargements, chargement ponctuel et chargement répartie ou pression uniforme. Dans le premier cas, on a vu que la largeur de contact dépend du coefficient de frottement, par conséquent, pour un coefficient de frottement faible il faut mailler finement l'interface de contact puisque la largeur de contact se trouve diminuée. Dans le second cas, quelle que soit la valeur du coefficient de frottement, la largeur de contact reste constante par contre les zones d'adhérence et de glissement varient, donc avec un maillage plus fin ces zones sont mieux identifiées.

III - 4.2 Etude du contact étroit

Le test présenté concerne le contact entre un cylindre et un plan dans le cas où un effort tangentiel est appliqué, cet exemple a été traité dans deux références [79-80]. Pour pouvoir comparer on a repris ce test avec les mêmes données concernant les caractéristiques mécaniques et géométriques des corps en contact $E = 20.6 \cdot 10^{10}$ Pa et $\nu = 0.33$.

On considère un cylindre de rayon $R = 1.0$ m, sur lequel on applique un effort normal $F_n = 2,352 \cdot 10^6$ N et un effort tangentiel $F_t = 3,528 \cdot 10^5$ N, tous deux appliqués en un point M (figure III.29), qui fait un angle α avec l'axe vertical y tel que $\text{tg}(\alpha) = F_t/F_n = 0.15$, le coefficient de frottement est choisi égal à $\mu = 0.155$, ces conditions sont suffisantes pour prévenir le glissement, le problème est traité en contrainte plane.

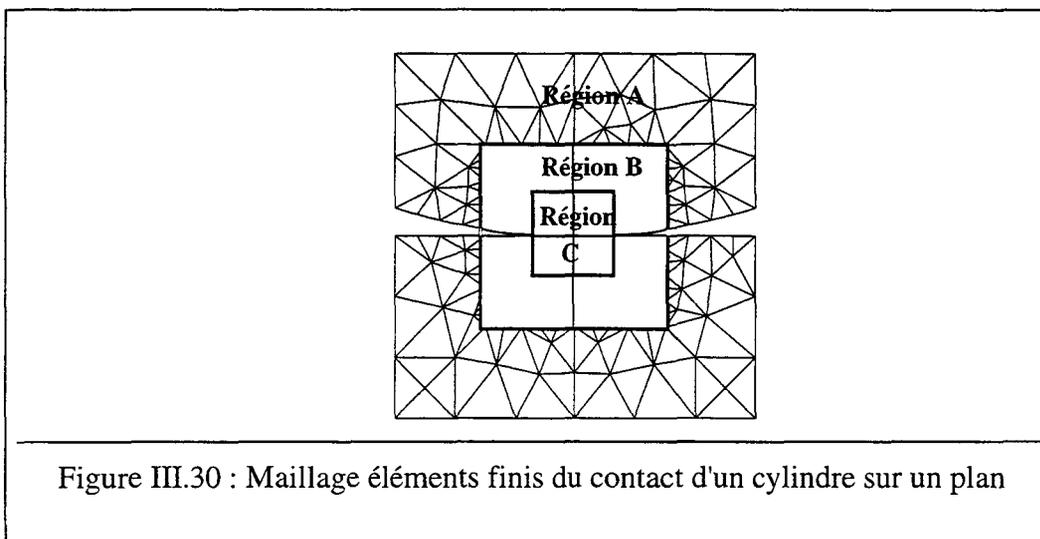


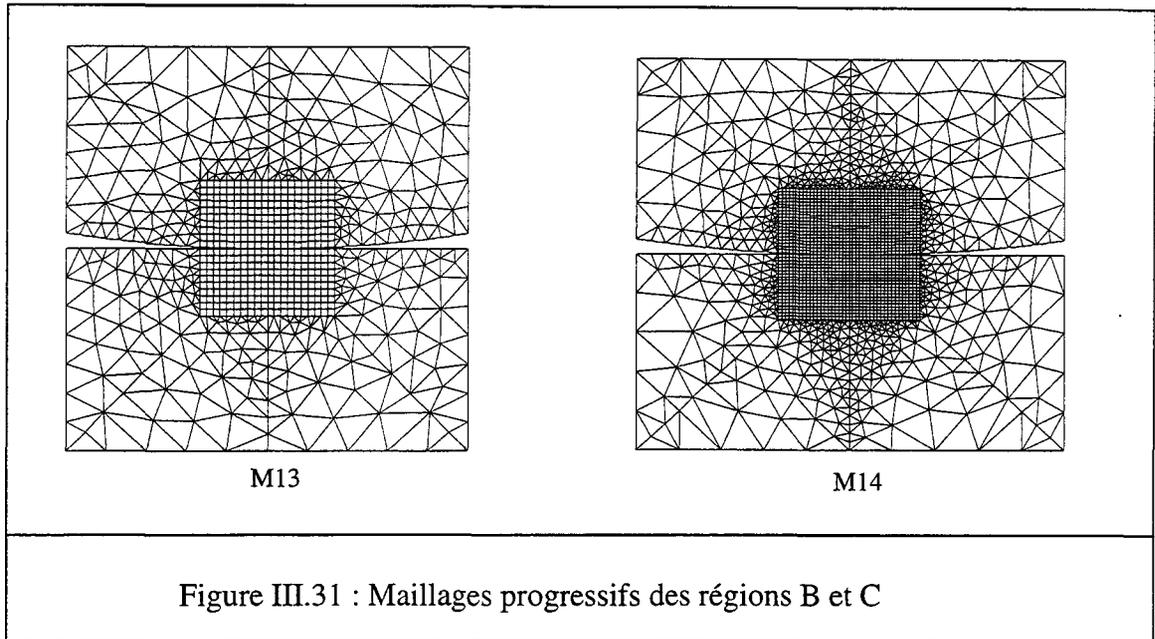
Dans ce cas de contact avec effort tangentiel appliqué, le maillage éléments finis élaboré tient compte des conditions suivantes :

- toute la structure doit être maillée puisque le contact n'est plus symétrique, le maillage déformé le démontre bien (figure III.32),
- on fait adhérer la paire de noeud où le contact est susceptible d'avoir lieu en premier et ceci dans les deux directions normale et tangentielle sinon tout le chargement tangentiel sera retrouvé dans le déplacement tangentiel du cylindre,
- on adopte un maillage symétrique par rapport à l'axe x pour assurer une mise en regard d'éléments de même taille dont les noeuds situés sur la surface de contact seront en regard à leurs tours,
- la première étape de l'algorithme étant l'identification des paires de noeuds susceptibles d'être en contact, nous lirons en premier la paire de noeud centrale, puis la première de droite puis la première de gauche, ainsi jusqu'à la "N"ième de droite puis la "M"ième de gauche. Cette méthode permet de progresser en largeur de contact pendant les itérations. Le choix de la paire de noeuds au centre est relatif à l'effort central appliqué dans le cas de calcul considéré. Si par contre l'effort est appliqué à l'extrémité, il faut commencer par la paire de noeuds susceptible d'être en contact et faire évoluer le calcul en utilisant la méthode décrite plus haut.

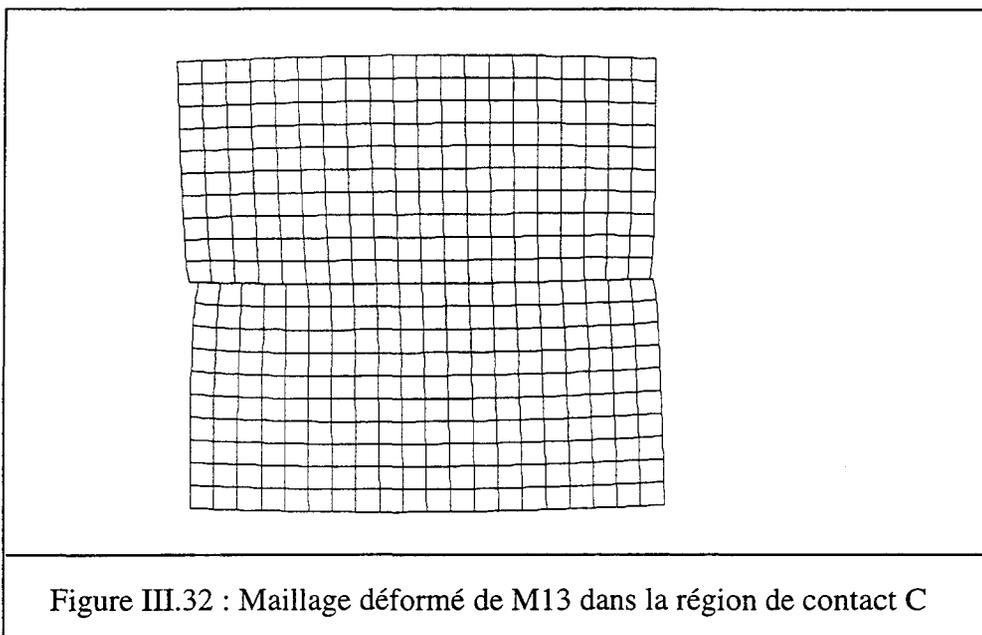
Afin de montrer l'influence du maillage dans la région de contact sur l'effet de frottement, on a séparé la structure en contact en trois régions (figure III.31) :

- région A située loin du contact et maillée par des éléments triangulaires,
- région B située entre la région A et la région C, cette région est maillée par des éléments triangulaires qui vont servir d'intermédiaire entre le maillage grossier dans la région A et le maillage fin dans la région C.
- région C, où le contact est susceptible d'avoir lieu, elle est maillée par des éléments quadrangulaires qui donnent une meilleure précision de calcul.





Pour le traitement de cet exemple, on a utilisé cette technique en élaborant deux maillages progressifs M13 et M14 (figure III.31). Les variations des pressions normales et tangentielles (normalisées par rapport à $P_o = 2.911 \cdot 10^9$ Pa) le long de la largeur de contact (normalisées par rapport à $X_o = 0.3$ m) sont données dans les deux figures (III.33) et (III.34). Sur la première est présentée la variation des pressions normales en fonction de la largeur de contact pour $\mu = 0.155$ en comparaison avec la théorie de Hertz pour $\mu = 0.0$, et sur la seconde la variation des contraintes tangentielles le long de la surface de contact pour $\mu = 0.155$ en comparaison avec la référence [79].



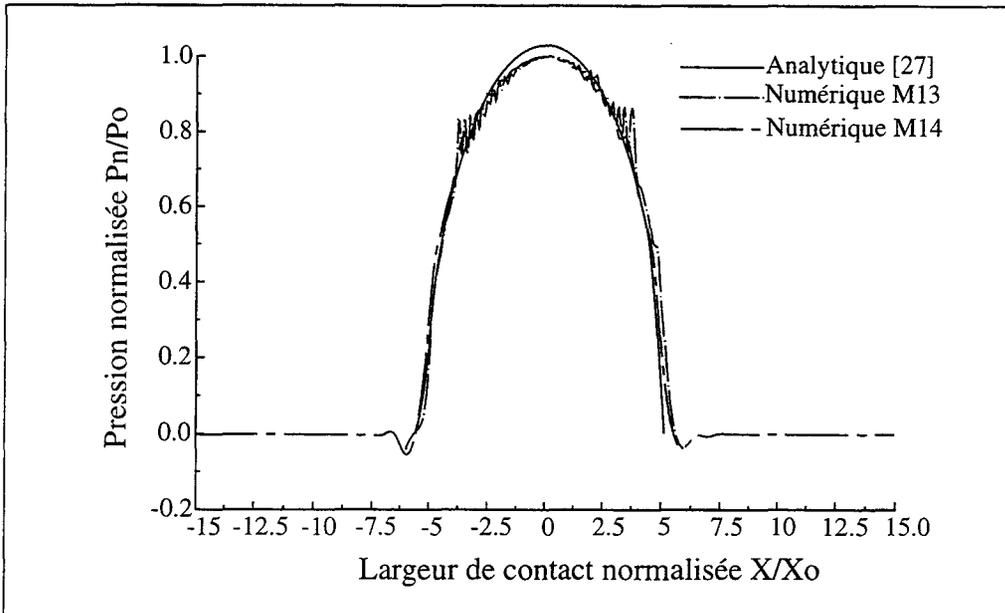


figure III.33: Distribution des pressions normales en fonction de la largeur de contact en comparant avec la théorie de Hertz pour $\mu = 0.0$

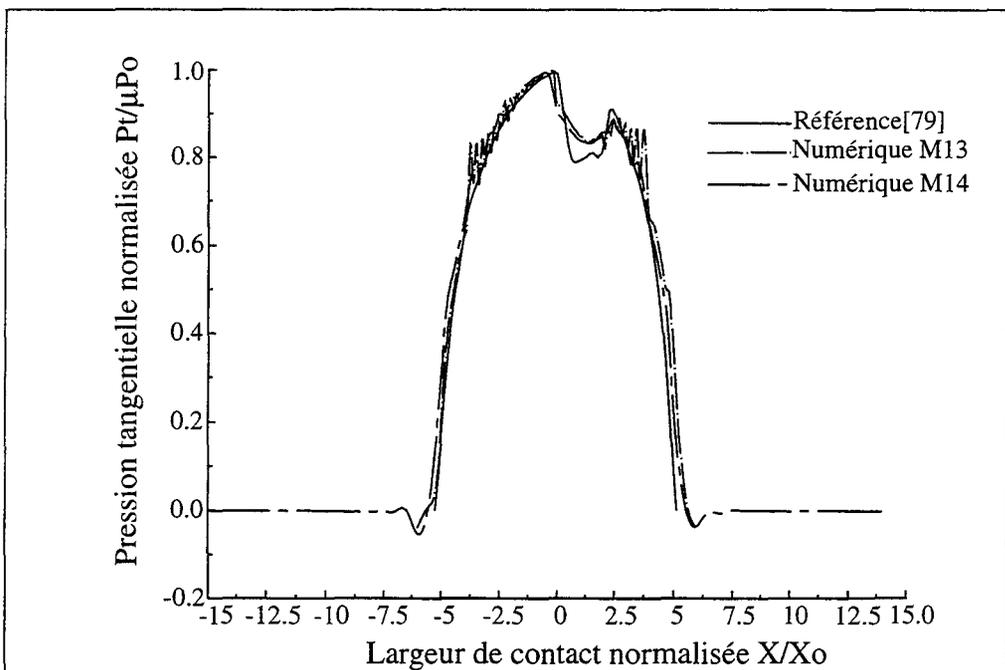


figure III.34 : Distribution des pressions tangentielle en comparaison avec la référence[79] pour $\mu = 0.155$

A partir des figures obtenues on constate :

- une réduction d'environ 3% de la pression maximale par rapport à la théorie de Hertz avec le même chargement normal, résultat conforme à la référence [79].

- un glissement le long de la largeur de contact sauf pour la région située entre $-0,4 \leq 100x/R \leq 2,1$, où les deux surfaces adhèrent mutuellement.

Ces observations sont les mêmes que celles de la référence [79], ce qui valide nos résultats. De plus on remarque que la finesse du maillage augmente la précision et l'exactitude des résultats et on peut nettement distinguer les zones d'adhérences et les zones de glissements, une idée de maillage progressif peut être donnée :

- Pour augmenter la finesse du maillage dans la région de contact, on commence par mailler la région au loin qu'on garde en mémoire puis on utilise différents maillages progressifs en augmentant le nombre d'éléments quadrangulaires dans la région de contact.

III - 4.3 Etude du contact bicouche

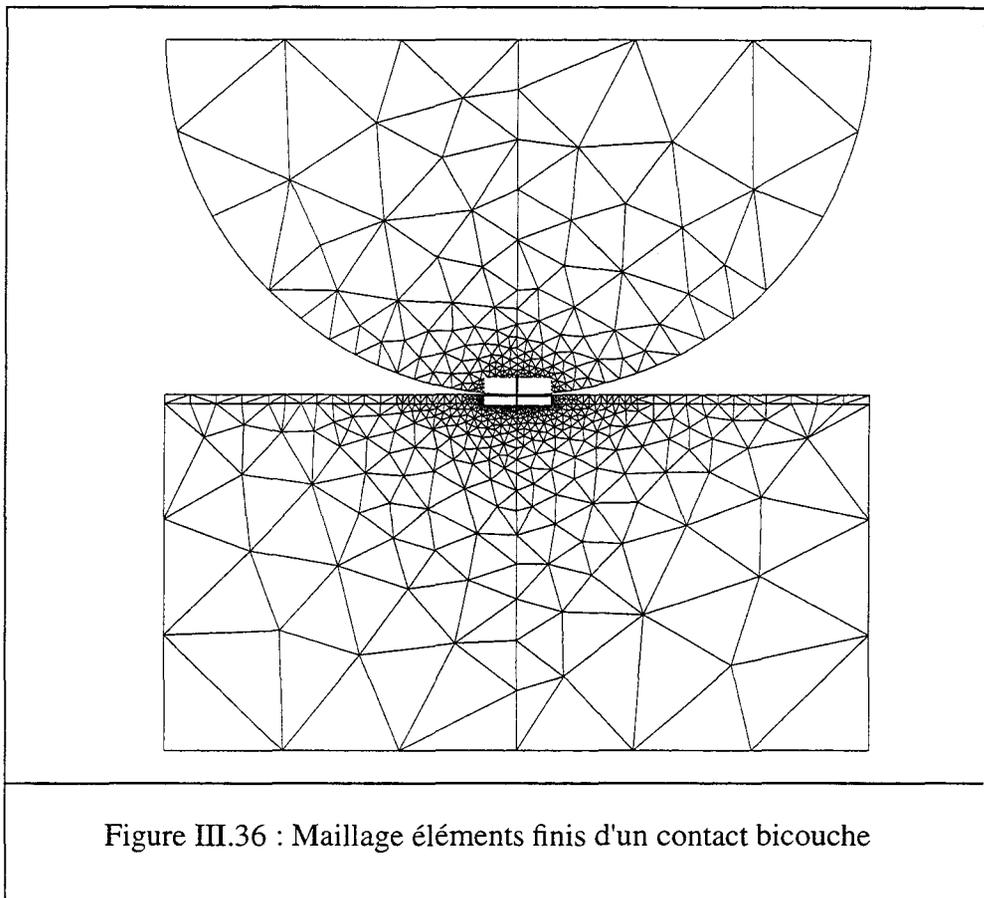
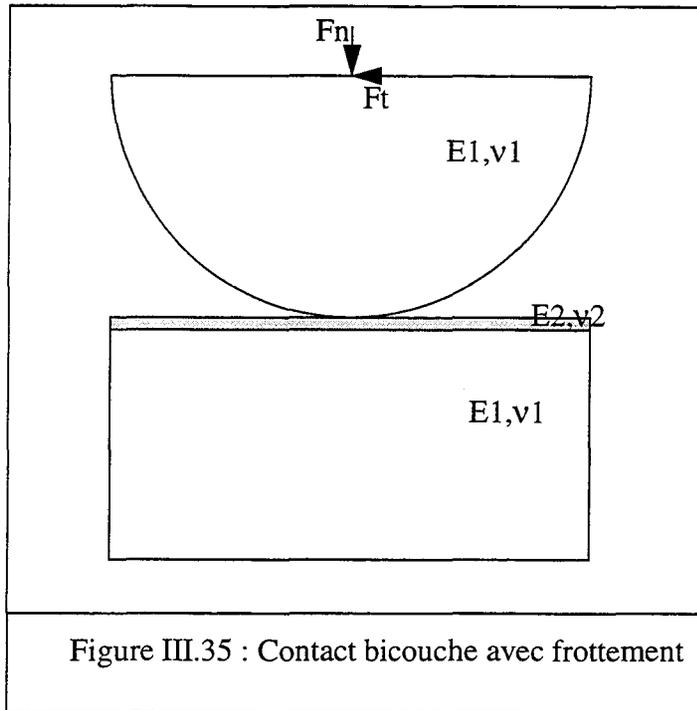
Dans cette partie, on s'intéresse à valider l'algorithme de contact avec frottement pour le cas bicouche présenté dans le chapitre II, pour cela nous considérons le cas d'un cylindre posé sur un plan muni d'une couche mince (figure III.35), les caractéristiques géométriques et mécaniques des corps en contact sont données dans le tableau suivant :

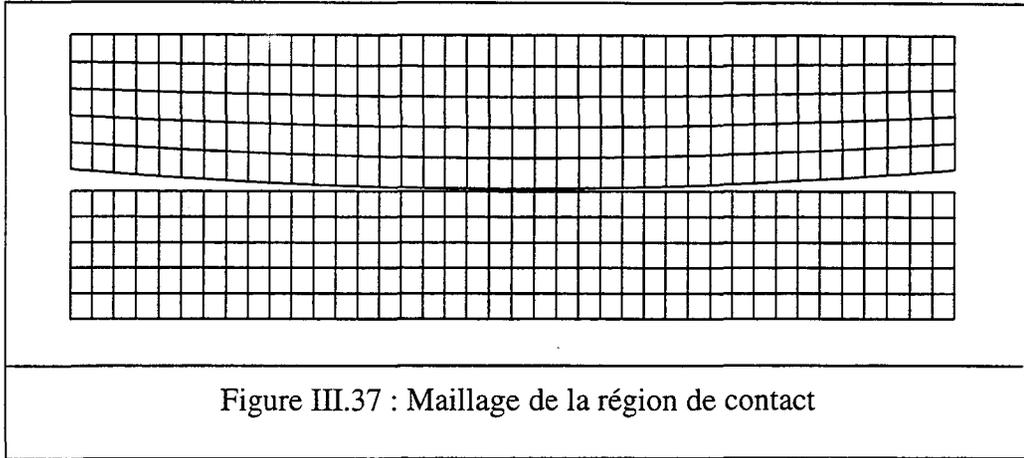
Module d'Young du plan	$E1 = 21 \cdot 10^{10} \text{Pa}$
Coefficient de poisson du plan	$\nu1 = 0.3$
Module d'Young du cylindre	$E2 = 5 \cdot 10^9 \text{Pa}$
Coefficient de poisson du cylindre	$\nu2 = 0.33$
Epaisseur de la couche de friction	$e = 0.4 \text{ mm}$
Rayon du cylindre	$R = 20 \text{ mm}$
Coefficient de frottement	$\mu = 0.1$

Tableau III.5 : Caractéristiques mécaniques et géométriques des corps en contact

Le maillage éléments finis élaboré pour traiter ce cas de contact bicouche, prend en compte les mêmes conditions que celles présentées dans le paragraphe précédent, cependant l'étude de l'influence du maillage n'a pas été traité dans ce cas, puisqu'elle l'a été largement dans les paragraphes précédents.

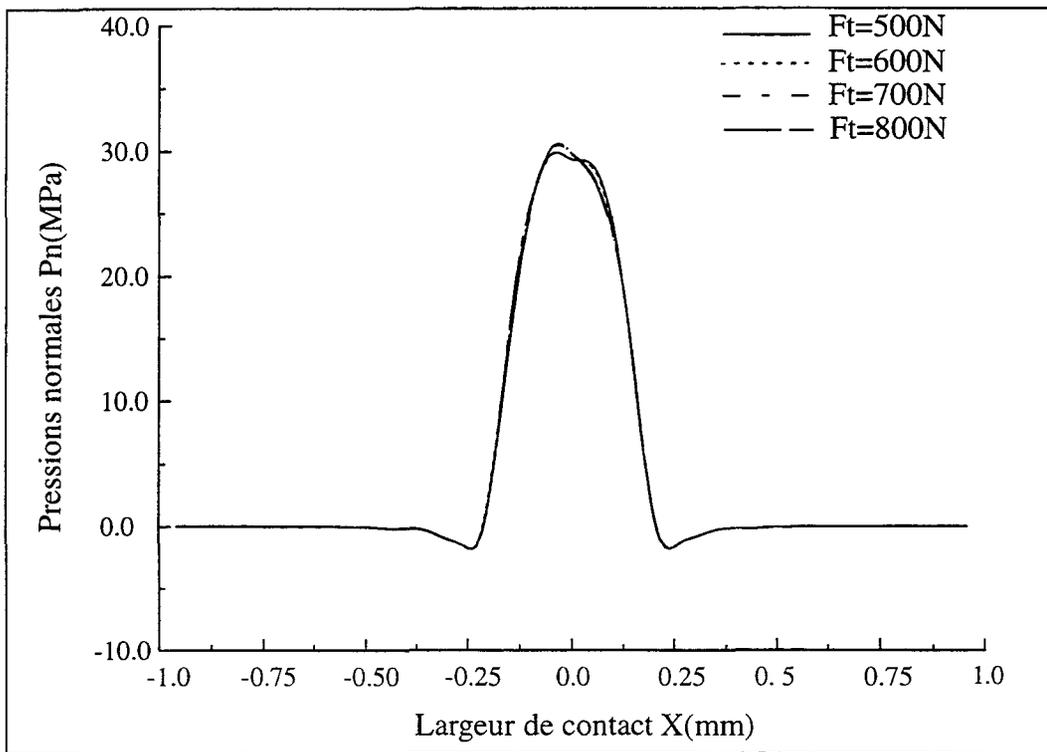
Dans le cas de contact bicouche, la largeur de contact est de l'ordre du micron ainsi que l'épaisseur de la couche de frottement donc un maillage très fin dans la zone de contact est nécessaire.

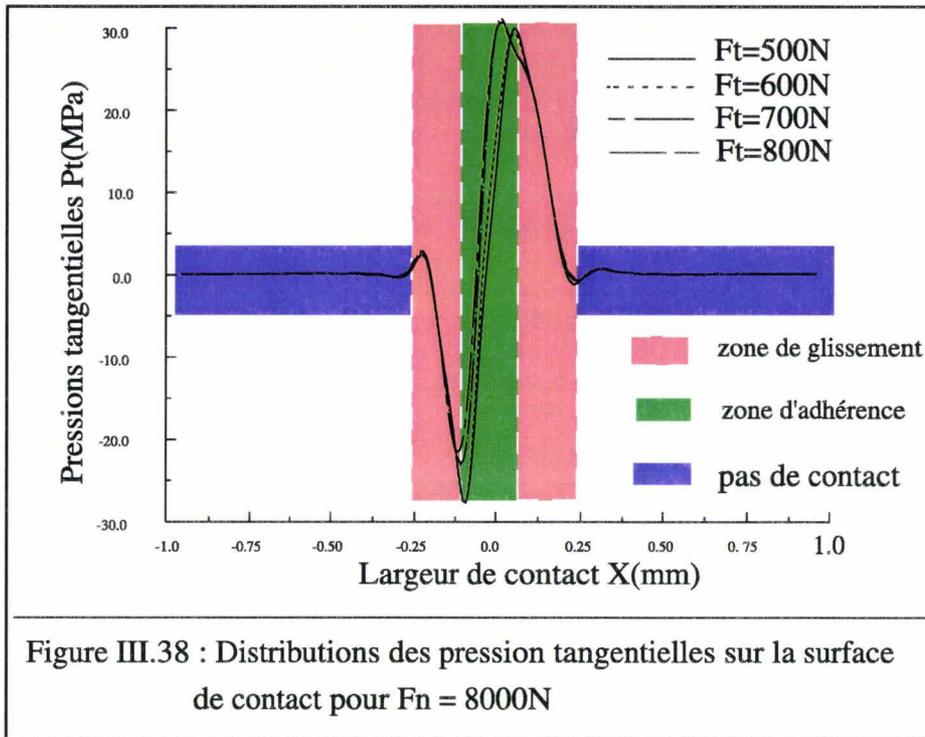




On présente dans les figures (III.38 et III.39), les distributions des pressions normales et tangentielle pour un effort normal de 8000N et pour différents efforts tangentiels, dans ce cas on ne peut comparer avec la théorie de Gupta-Walowit puisqu'on considère un contact avec frottement en présence d'un effort tangentiel appliqué.

La validité de ces résultats peut être vérifiée en utilisant le principe de l'équilibre statique à l'interface, cet équilibre doit être vérifié dans les deux directions, normale et tangentielle.





L'analyse de la figure III.37 permet de conclure que le problème normal n'est pas influencé par le problème tangentiel, cela a été pris comme hypothèse par K. L Johnson [27]. La figure (III.38) permet de distinguer entre les deux zones d'adhérence et de glissement dans l'interface de contact, la zone d'adhérence est celle qui se situe entre les deux pics et les deux zones de glissements se trouvent en dehors de cette zone jusqu'à la limite du contact où les pressions normale et tangentielle s'annulent. Il faut signaler aussi que plus on augmente la force tangentielle, plus la zone d'adhérence diminue.

On présente dans les deux tableaux suivants, les valeurs obtenues de l'erreur relative entre la somme des pressions normales et l'effort normal appliqué, puis l'erreur relative entre la somme des pressions tangentielles et l'effort tangentiel appliqué, l'expression de l'erreur relative moyenne est donnée par :

$$e = \frac{|F - S|}{F} \cdot 100 \quad (\text{I}, 1)$$

$F_n=4000N$	$F_t=100N$	$F_t=200N$	$F_t=300N$	$F_t=400N$
Somme des pressions tangentielles S_n (N)	96.96	198.82	295.19	408.26
Somme des pressions normales S_t (N)	4040.63	4048.60	4055.94	4074.02
Erreur sur la pression tangentielle (%)	3.04	0.60	1.60	2.07
Erreur sur la pression normale (%)	1.02	1.22	1.40	1.85

Tableau III.6 : Calcul de l'erreur relative en fonction de l'effort tangentiel pour un effort normal de 4000N

$F_n=8000N$	$F_t=500N$	$F_t=600N$	$F_t=700N$	$F_t=800N$
Somme des pressions tangentielles $S_t(N)$	503.42	605.09	705.68	814.91
Somme des pressions normales $S_n(N)$	7999.77	7998.84	8027.39	8034.91
Erreur sur la pression tangentielle (%)	0.69	0.85	0.81	1.86
Erreur sur la pression normale (%)	0.003	0.02	0.34	0.44

Tableau III.7 : Calcul de l'erreur relative en fonction de l'effort tangentiel pour un effort normal de 8000N.

L'analyse de ces tableaux permet de valider notre modèle numérique pour ce type de contact bicouche avec frottement, deux conclusions peuvent être tirées:

- plus l'effort normal augmente, plus l'erreur relative diminue ceci confirme que l'influence du maillage est moins apparente pour des efforts normaux élevés.

- pour un effort normal donné, l'erreur sur P_n ainsi que l'erreur sur P_t fluctuent mais restent faibles et ne dépassent pas 3% ceci permet de dire que les résultats obtenus numériquement sont très satisfaisants.

III - 4.3.1 Conclusion

Dans ce cas de contact avec frottement on a étudié trois types de contact : contact large, contact étroit et contact avec couche mince. Pour les deux premiers types de contact, les résultats obtenus sont très satisfaisants en comparaison avec des références bibliographiques, dans le dernier cas de contact bicouche aucune comparaison n'est possible, cependant, on a utilisé le principe de l'équilibre statique dans les directions normales et tangentielles comme moyen de contrôle des résultats qui s'avèrent très satisfaisants.

III - 4 Conclusion

Dans ce chapitre, deux études ont été validées, le cas de contact avec frottement et le cas de contact sans frottement pour les trois types de contact; large, étroit et bicouche, les tests réalisés montrent qu'un très bon accord est toujours obtenu lors de la comparaison entre les résultats éléments finis et les résultats de modèles analytiques ou de la bibliographie. La souplesse et la fiabilité de cette approche numérique dépend essentiellement de la finesse du maillage, Dans tous les cas cette condition est nécessaire lorsque la largeur de contact tend à diminuer soit en fonction de l'effort appliqué ou en fonction du coefficient de frottement à l'exception du cas contact large, sans frottement avec chargement ponctuel où la largeur de contact reste constante. Puisqu'il n'y a pas de conditions restrictives sur les matériaux et la géométrie, l'application sur des cas réels de contact dans les moteurs piézoactifs sera abordée dans le chapitre IV.

CHAPITRE IV

Applications

L'objet de ce chapitre est d'appliquer le modèle de contact sur les moteurs piézoactifs. La première application concerne le moteur magnétostrictif FLEX-M1 réalisé dans la société CEDRAT-RECHERCHE, la seconde s'intéresse au moteur ultrasonore à onde progressive USR60 de SHINSEI, les résultats numériques sont comparés à des résultats analytiques ou expérimentaux extraits de la littérature.

IV - 1 Introduction

Dans ce chapitre, l'objectif principal est d'appliquer l'algorithme de contact proposé et validé dans ce rapport, sur les moteurs piézoactifs, pour cela deux exemples vont être traités: le moteur magnétostrictif FLEX-M1, et le moteur ultrasonore à onde progressive USR60. Le premier est basé sur une conception réalisable à l'aide de la technologie piézo-électrique, alors que le second est celui pour lequel on dispose de nombreux résultats expérimentaux.

IV - 2 Intérêt de l'étude pour les moteurs piézoactifs

L'absence d'effet d'inertie directement associé permet de traiter le mécanisme du contact comme un phénomène quasistatique. L'association dans un même modèle des deux conversions d'énergie, l'une quasistatique, et l'autre dynamique -vibrations du stator obtenus par transductions électromécanique- peut surprendre, cependant cette approche a été largement appréhendée par les électromécaniciens et les mécaniciens.

- Les premiers caractérisent le comportement du moteur à partir de schémas électromécaniques équivalents [1] qui constitue un moyen performant pour en optimiser la commande. La combinaison de l'effet statique du contact et celui dynamique du fonctionnement moteur a permis de déterminer les caractéristiques en charges du moteur en utilisant la méthode de superposition modale [81], ce qui a donné naissance au logiciel CACTUS (Code d'Analyse du ConTact UltraSonore),

- les seconds ce sont plutôt orientés vers le développement de modèles analytiques [82] encore peu nombreux dans la littérature en raison de la forte non linéarité des mécanismes impliqués. De la même manière, la modélisation cinématique et dynamique du stator, combinée à une représentation statique du comportement à l'interface stator-rotor, autorise l'évaluation des caractéristiques en charge des moteurs à onde progressive en utilisant un algorithme spécifique concrétisé par le développement d'un logiciel CASIMMIRE (Conception Assisté par SIMulation Mécanique des Micromoteurs Résonnants) [83]

Comme cela a été signalé auparavant, nous disposons au sein de notre laboratoire d'un code élément finis ATILA, ce code permet de prendre en compte des effets piézoélectriques et magnétostrictifs ce qui constitue déjà un atout considérable en soi. Cependant, les modèles cités ci-dessus ne permettent pas une détermination précise des contraintes tangentielles qui sont présentes à l'interface, et qui interviennent dans l'entraînement du rotor par frottement. La détermination des contraintes tangentielles est un critère de sélection important pour le matériau de friction à employer à l'interface.

L'approche numérique développée dans ce rapport constitue donc une alternative intéressante pour caractériser avec une précision suffisante les paramètres mécaniques du contact (distribution de pression, largeur de contact) dans les moteurs piézoactifs, et pour déterminer les zones d'adhérence et les zones de glissement.

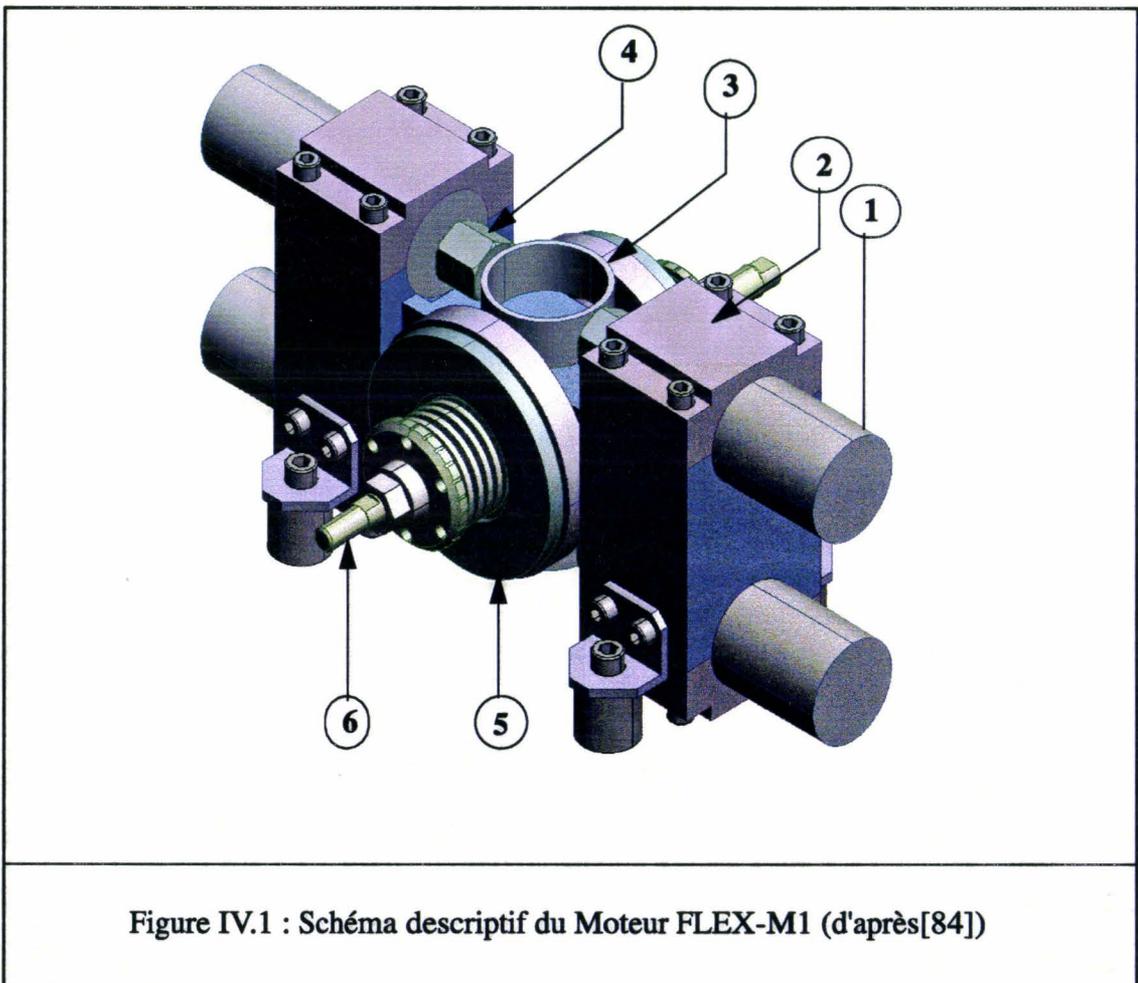
IV - 3 Application sur le moteur magnétostrictif FLEX-M1

Bien qu'à ce jour, très peu de moteurs utilisant l'effet piézo-magnétique aient été réalisés, l'utilisation de la magnétostriction peut être envisagée dans les applications moteurs, en effet, un moteur magnétostrictif nommé FLEX-M1 a été réalisé à CEDRAT RECHERCHE en 1994. L'algorithme de contact proposé et validé dans ce rapport peut être appliqué sur ce moteur. Le contact qui intervient dans ce moteur est de type bicouche : une comparaison avec la théorie de Gupta-Walowit est possible dans le cas de contact normal et dans le cas général de contact avec frottement, les résultats seront validés par le principe de l'équilibre statique dans les directions normale et tangentielle.

IV - 3.1 Etude électromécanique du contact dans le moteur FLEX-M1

Dans cette partie on s'intéresse tout d'abord à la présentation du moteur ainsi qu'à son mode de fonctionnement ensuite on abordera les travaux déjà réalisés à savoir la modélisation éléments finis du stator et le schéma électromécanique du moteur complet.

IV - 3.1.1 Description du moteur



- 1 : Actionneur linéaire magnétostrictif
- 2 : Bâti de fixation des modules statoriques
- 3 : Coupleur d'un module statorique
- 4 : Partie vibrante de l'actionneur linéaire actionnant le coupleur
- 5 : Rotor entraîné par les vibrations des coupleurs
- 6 : Axe de transmission

IV - 3.1.2 Etude du moteur FLEX-M1

Le moteur étudié repose sur deux modules statoriques, comprenant chacun deux actionneurs magnétostrictifs coopérant avec un coupleur. L'étude du stator se fait en deux étapes: la première concerne l'étude éléments finis de l'actionneur magnétostrictif et le calcul d'un schéma électromécanique équivalent. La seconde étape concerne l'étude du module statorique, pour lequel la même démarche est adoptée.

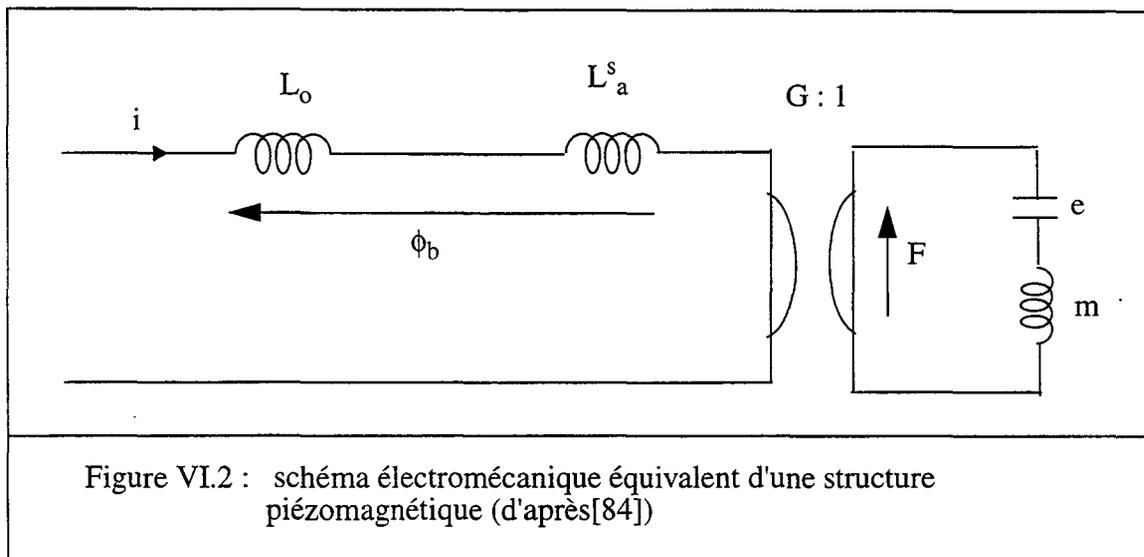
IV - 3.1.3 Etude éléments finis de l'actionneur magnétostrictif

Dans la maquette réalisée, l'actionneur utilisé est l'actionneur Etrema (50/6 - MP) qui possède les caractéristiques rappelées dans le tableau IV.1. Cet actionneur a fait l'objet d'une étude détaillée consignée dans la référence [84].

Amplitude de déplacement crête	25 μ m
Effort nominal	490N
Courant	1.5 A
Résistance de bobinage	6.4 Ω
Inductance basse-fréquence	6.6 mH
Impédance à 500 Hz	21.6 Ω
Fréquence d'antirésonance électrique	4.44 kHz
Fréquence de résonance électrique	5.26 kHz
Coefficient de couplage effectif	53%

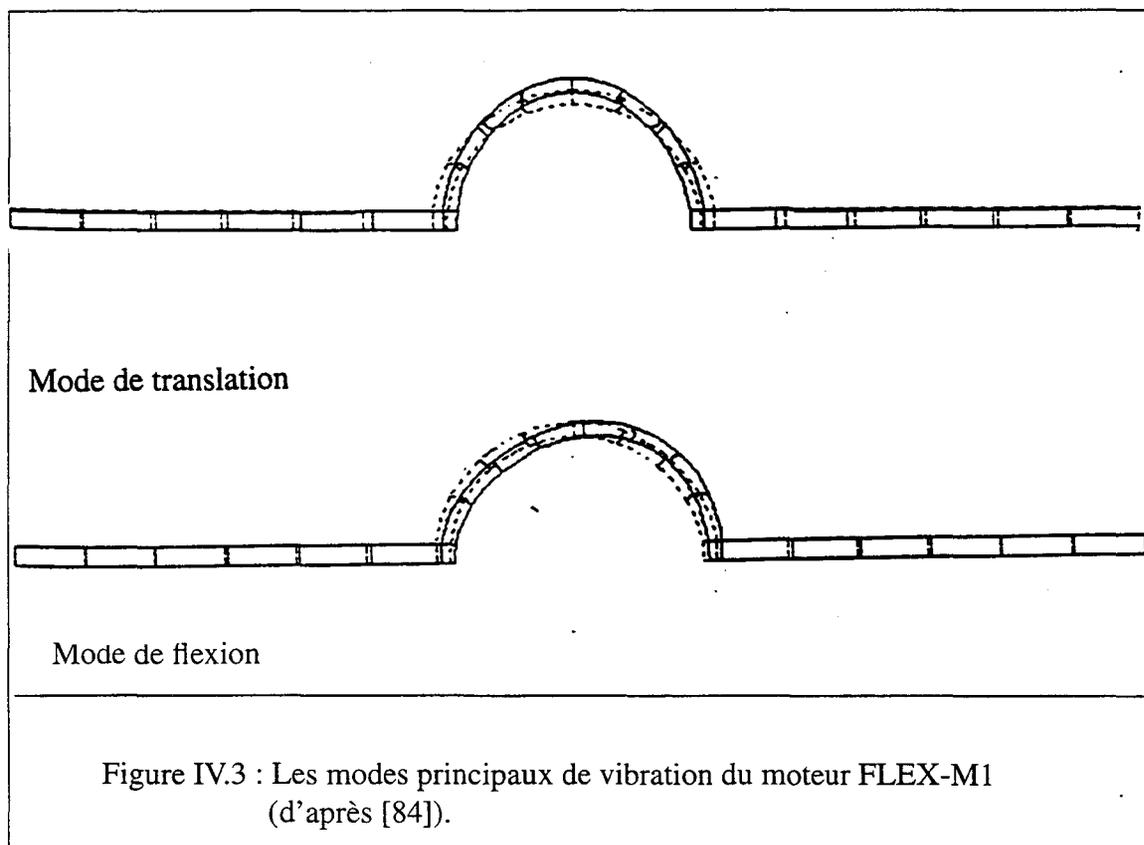
Tableau IV.1 : Caractéristiques électromécaniques du moteur FLEX-M1 (d'après [84]).

Le comportement de tout actionneur magnétostrictif peut être représenté par un schéma électromécanique équivalent. Son comportement quasistatique au voisinage du mode principal peut être représenté par le schéma électromécanique donné dans figure VI.2



IV - 3.1.4 Etude éléments finis du stator

Le module statorique est basé sur deux actionneurs placés sur un même axe et séparés par un coupleur de forme cylindrique. Ce coupleur possède deux modes de vibrations principaux un mode de translation et un mode de flexion (figure IV.3), le principe de ce moteur est illustré dans la figure IV.4



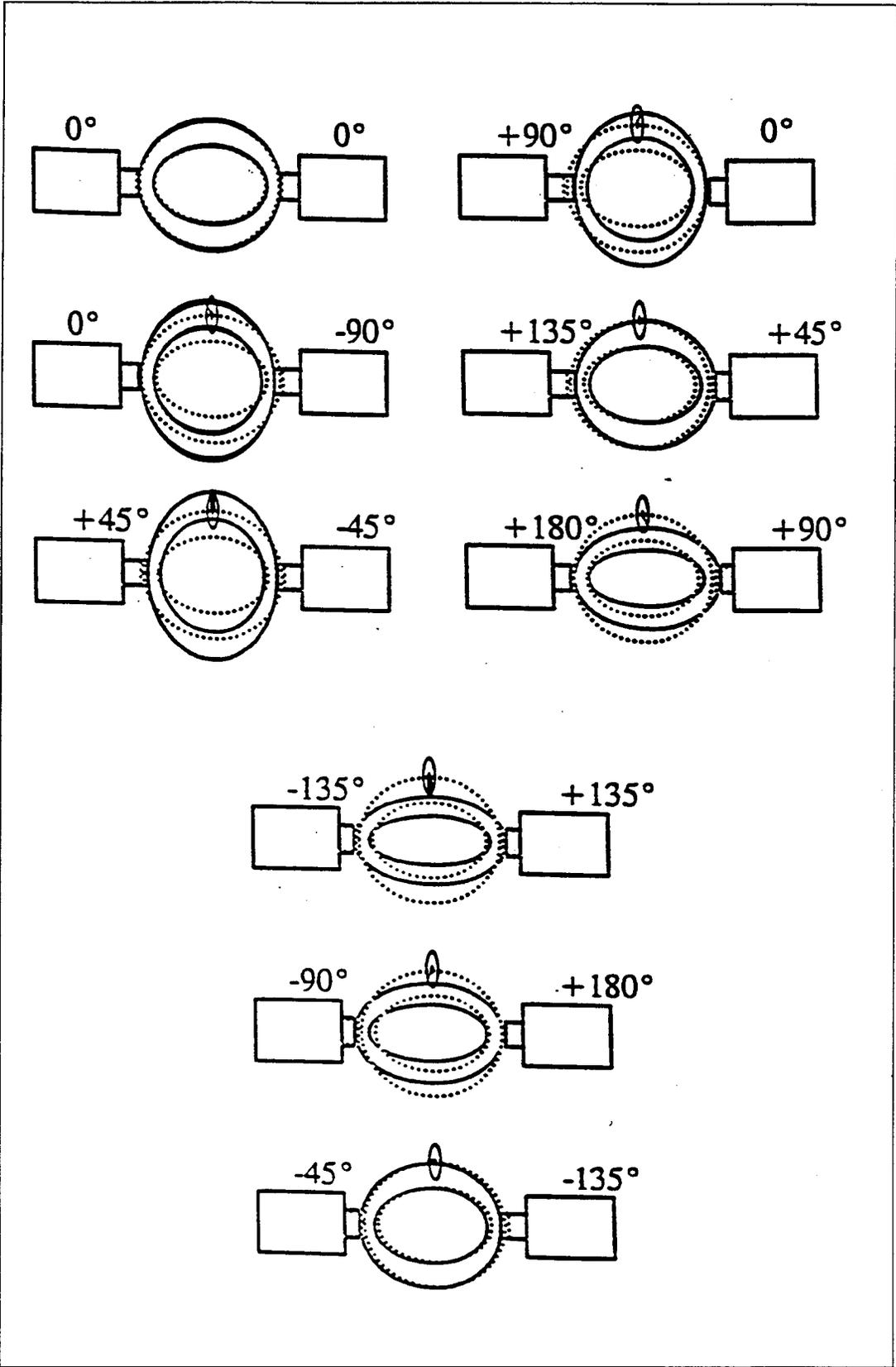
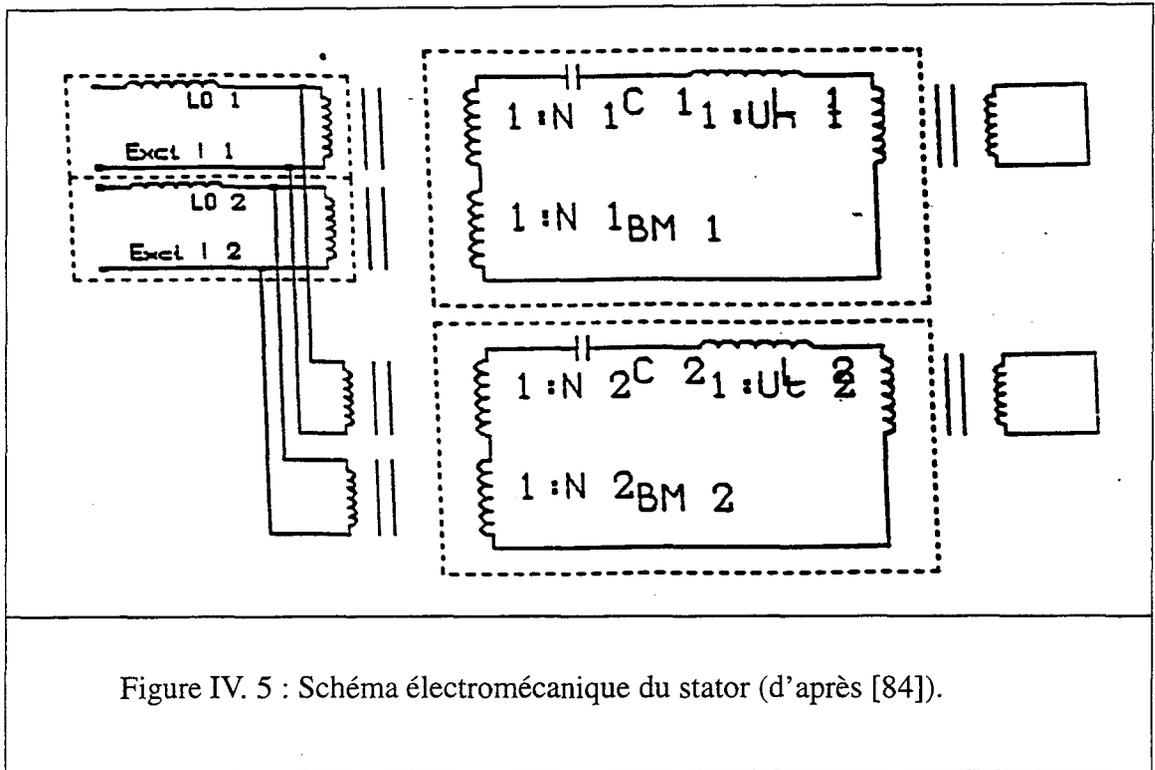


Figure IV.4 : Principe du moteur FLEX-M1 développé (d'après [84]).

IV - 3.1.5 Schéma électromécanique du stator

A l'aide du schéma électromécanique équivalent, on peut représenter le comportement du stator en incluant deux modes de vibration; le premier est le mode de flexion du stator qui correspond à une action en phase des deux actionneurs coopérant avec le coupleur, le second mode est le mode de translation du coupleur qui est sollicité par une action en opposition des actionneurs. En jouant sur la phase relative entre les deux actionneurs on pourra exciter l'un ou/et l'autre de ces deux modes de vibration.



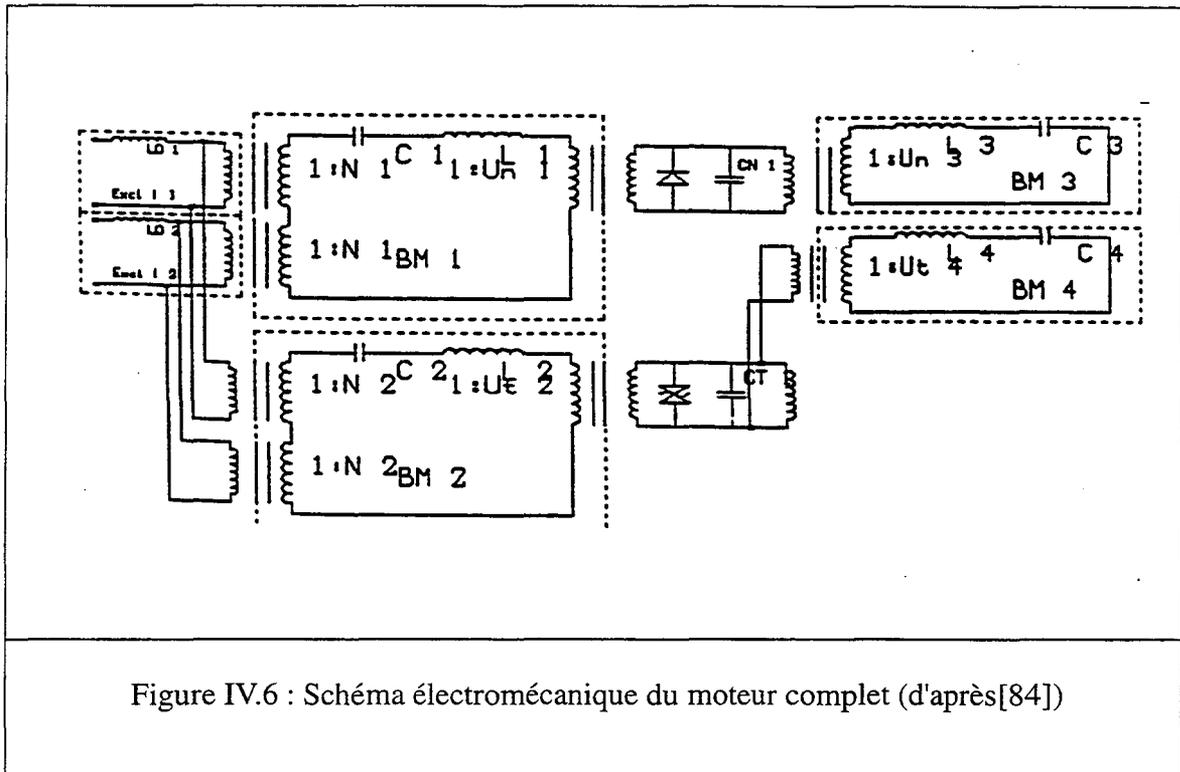
IV - 3.1.6 Schéma électromécanique du moteur complet

La modélisation du moteur complet est possible à l'aide de la méthode de superposition modale [81]. Il n'est pas aisé d'étudier le fonctionnement du moteur car il doit prendre en compte le phénomène de contact intervenant entre le rotor et le stator, ce problème peut être décomposé en deux problèmes : le premier est le problème de contact normal dans lequel intervient le mode de flexion, et qui contrôle le frottement, le second est le problème tangentiel, dans lequel intervient le mode de translation qui assure la mise rotation du rotor. Ces deux représentations sont illustrées dans le schéma de la figure (IV.6) par :

- une diode interdisant les forces de traction entre le stator et le rotor, dans le cas du contact normal;
- une double-diode Zéner, qui représente la loi de frottement, dans le cas du contact tangentiel.

Quant au rotor il est représenté par ses deux modes principaux :

- dans la direction normale, la masse du rotor coopère avec le ressort servant à appliquer l'effort de compression entre le rotor et le stator,
- dans la direction tangentielle, l'inertie en rotation du stator intervient.



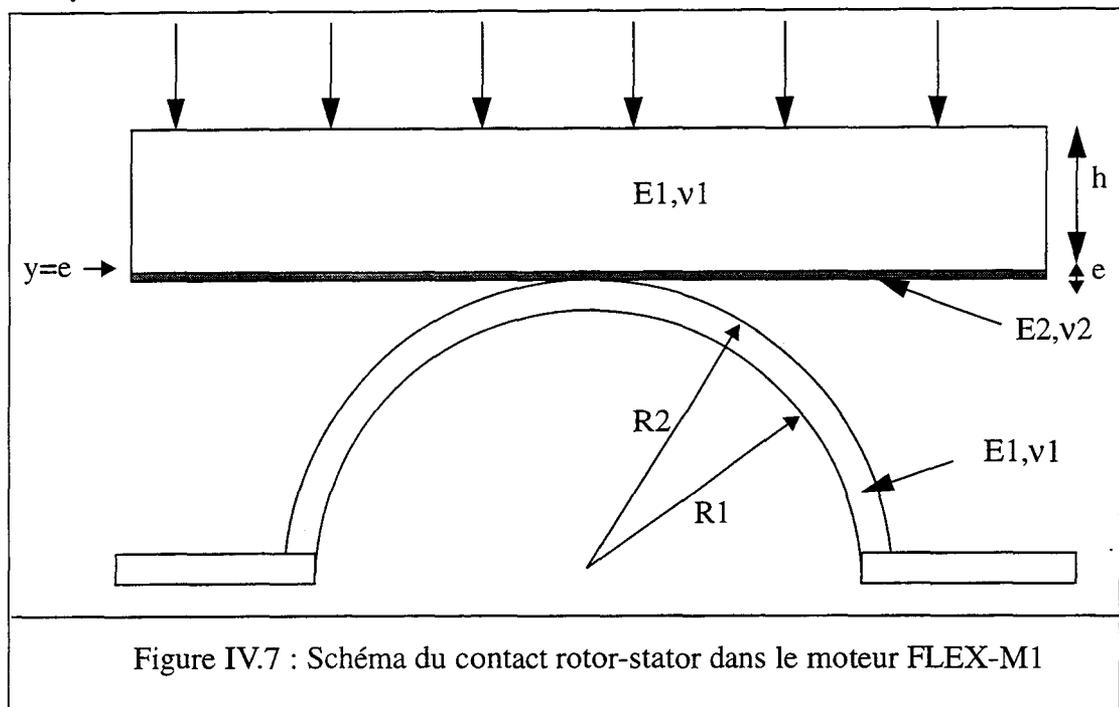
IV - 3.1.7 Conclusion

Cette étude confirme que l'exploitation de matériaux magnétostrictifs en électrotechnique peut conduire à des concepts innovants. Du point de vue de la modélisation électromécanique globale, la méthode de superposition modale [81] déjà utilisée pour la modélisation des moteurs piézoélectriques, est appliquée pour la première fois à un moteur magnétostrictif en exploitant les analogies fortes entre les transducteurs magnétostrictifs et piézoélectriques. Cependant, l'utilisation de cette technique ne permet pas de déterminer les distributions des pressions normale et tangentielle dans la zone de contact ni de remonter aux zones d'adhérence et de glissement, c'est ce à quoi nous allons nous intéresser dans le paragraphe suivant.

IV - 3.2 Modélisation par éléments finis du contact dans le moteur FLEX-M1

L'étude menée dans ce paragraphe a pour objectif d'appliquer l'algorithme éléments finis développé et validé dans ce rapport au contact rotor-stator qui intervient dans le moteur FLEX-M1. Dans ce type moteur, il y a quatre zones de contact, chacune pouvant être étudiée comme un contact entre un anneau cylindrique (stator) et un plan muni d'une couche mince (rotor), le contact entre rotor et stator est assuré par l'intermédiaire d'une force répartie

agissant selon une direction parallèle à l'arbre moteur.



Module d'Young du rotor	$E1 = 21 \cdot 10^{10} \text{Pa}$
Coefficient de poisson du rotor	$\nu1 = 0.3$
Module d'Young du stator	$E2 = 5 \cdot 10^9 \text{Pa}$
Coefficient de poisson du stator	$\nu2 = 0.33$
Rayon interne du stator	$R1 = 18 \text{ mm}$
Rayon externe du stator	$R2 = 20 \text{ mm}$
Hauteur du rotor	$h = 10 \text{ mm}$
Epaisseur de la couche de friction	$e = 0.4 \text{ mm}$

Tableau IV.2 : Caractéristiques physiques et géométriques des corps en contact

IV - 3.2.1 Problème normal

La seule comparaison possible dans ce cas est celle qu'on peut faire avec la méthode de Gupta-walowit, cependant cette méthode ne concerne que le contact cylindre-plan [70] ou sphère-plan [71] et pas le contact anneau-plan qui est considéré ici. Pour évaluer l'hypothèse selon laquelle l'anneau peut être assimilé à un cylindre massif semi-infini, une étude a été entreprise afin de démontrer la validité de cette hypothèse en se basant sur le principe de l'équilibre statique.

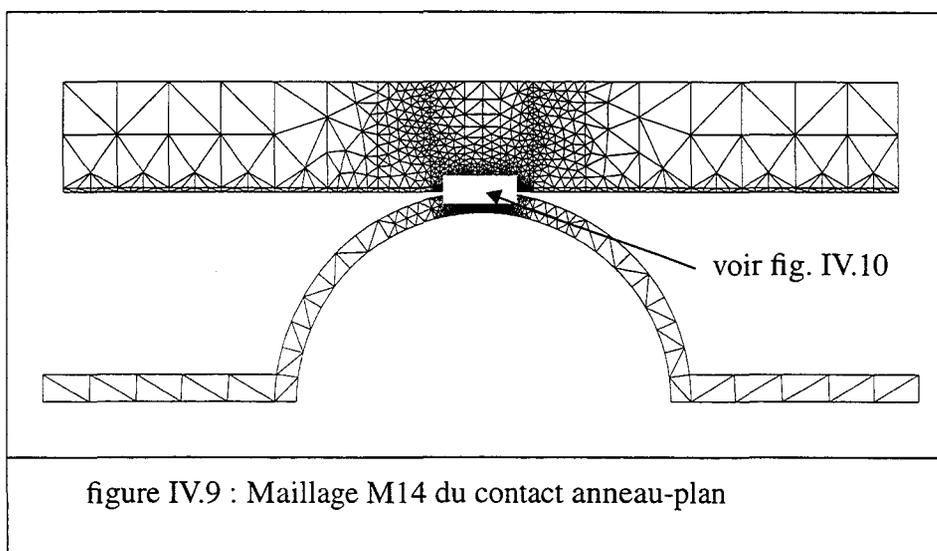
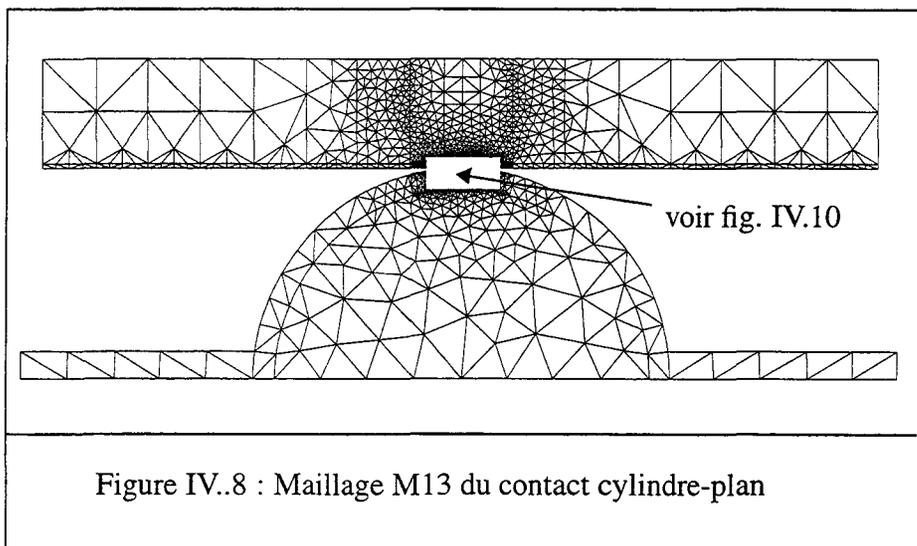
- Vérification de l'équilibre statique

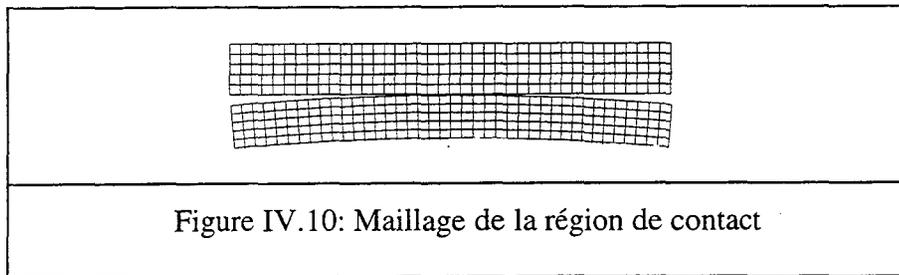
Pour mettre en évidence la validité de cette hypothèse, on a présenté les résultats de simulations pour les deux cas de figures cylindre-plan et anneau-plan. Les maillages éléments finis sont identiques dans la région de contact pour éviter de prendre en compte l'influence de ce dernier, ces deux maillages sont données dans les figures (IV.8, IV.9).

Le choix de ces deux maillages est basé sur deux impératifs :

- On utilise des éléments quadrangulaires dans la région de contact pour obtenir de meilleurs résultats (cf.III.2).

- La faible épaisseur de la région de contact par rapport aux dimensions des corps en contact ainsi que la faible épaisseur de la couche de friction de l'ordre du micron impose une discrétisation très fine du maillage pour permettre de caractériser au mieux cette région de contact.





Effort normal appliqué $F_n(N)$	3200	6400	9600	12800	16000
Somme des pression normales $S_n(N)(M13)$	3316.48	6349.02	9712.36	12922.10	16003.23
Somme des pressions normales $S_n(N)(M14)$	3319.38	6351.35	9701.40	12903.14	15994.76
Erreur relative moyenne pour l'effort normal en(%) $(M13)$	3.64	0.80	1.17	0.95	0.02
Erreur relative moyenne pour l'effort normal en(%) $(M14)$	3.73	0.76	1.06	0.80	0.03

Tableau IV.2 : Calcul de l'erreur relative pour différents efforts normaux

Dans le tableau précédent sont donnés les résultats de l'équilibre statique, les calculs sont effectués en déformation plane, on remarque bien

- que la comparaison avec la théorie de Gupta Walowit est justifiée dans le cas de contact anneau-plan, puisque pour un effort donné l'erreur est la même pour les deux maillages M13 et M14,

- que l'erreur relative moyenne entre l'effort appliqué et la somme des pressions obtenues à l'interface est faible, ce qui montre la fiabilité de notre algorithme,

- que cette erreur diminue au fur et à mesure que l'effort normal augmente pour les deux types d'exemples.

En effet plus l'effort augmente plus la largeur de contact augmente et plus l'influence du maillage diminue donc on obtient une erreur relative plus faible.

- Comparaison avec la théorie de Gupta-Walowit

Dans le tableau suivant on récapitule les paramètres nécessaires pour comparer avec la théorie de Gupta-walowit.

Effort normal appliqué Fn(N)	3200	6400	9600	12800	16000
Largeur de contact (Hertz) ao(mm)	0.122	0.172	0.211	0.244	0.273
Pression maximale (Hertz) P _{max} (MPa)	16.7	23.6	28.9	33.4	37.3
ao/h(h=0.4mm)	0.30	0.43	0.53	0.61	0.68
Coefficient de pression \bar{p}_0	1.03	1.05	1.08	1.10	1.12
Coefficient de largeur de contact \bar{a}_0	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90

Tableau IV.3 : Tableau récapitulatif des résultats de Gupta-Walowit

Les valeurs de \bar{a}_0 et \bar{p}_0 sont obtenues par une interpolation des valeurs données dans la référence [70].

Les résultats de simulation pour les deux configurations en comparaison avec la théorie de Gupta-Walowit sont donnés (tableaux (IV.4 à IV.6)) pour la pression maximale, la largeur et la raideur de contact.

Effort normal appliqué Fn(N)	3200	6400	9600	12800	16000
Pression maximale (G-W) P _{max} = \bar{p}_0 *p ₀ (MPa)	17.2	26.0	31.1	36.7	41.8
Pression maximale (Atila) P _{max} *(MPa)(M13)	18.4	25.4	32.0	37.5	42.5
Pression maximale (Atila) P _{max} (MPa)(M14)	18.4	25.4	32.0	37.5	42.5
Ecart Atila-G-W Δ (P _{max})(MPa)(M13)	1.2	0.6	0.9	0.8	0.7
Ecart Atila-G-W Δ (P _{max})(MPa)(M14)	1.2	0.6	0.9	0.8	0.7

Tableau IV.4 : Comparaison des résultats éléments finis et Gupta-Walowit pour la pression maximale

Effort normal appliqué Fn(N)	3200	6400	9600	12800	16000
Largeur de contact (G-W) $a=a_0*a_0$ (μm)	119	164	197	224	247
Largeur de contact (Atila) $a(\mu\text{m})$ (M13)	130	184	212	255	270
Largeur de contact (Atila) $a(\mu\text{m})$ (M14)	130	184	213	255	269
Ecart Atila - G-W $\Delta a(\mu\text{m})$ (M13)	11	20	15	31	23
Ecart Atila - G-W $\Delta a(\mu\text{m})$ (M14)	11	20	16	31	22

Tableau IV.5 : Comparaison des résultats éléments finis et Gupta-Walowit pour la largeur de contact

Effort normal appliqué Fn(N)	3200	6400	9600	12800	16000
Rigidité de contact (G-W) $k_{cn}*10^8$ (N/m)	1.82	1.90	1.97	2.04	2.10
Rigidité de contact (Atila) $k_{cn}*10^8$ (N/m)(M13)	1.51	1.51	1.70	1.57	1.77
Rigidité de contact (Atila) $k_{cn}*10^8$ (N/m)(M14)	1.51	1.50	1.70	1.57	1.77
Ecart Atila - G-W $\Delta k_{cn}*10^8$ (N/m)(M13)	0.31	0.39	0.27	0.47	0.33
Ecart Atila - G-W $\Delta k_{cn}*10^8$ (N/m)(M14)	0.31	0.40	0.27	0.47	0.33

Tableau IV.6 : Comparaison des résultats éléments finis et Gupta-Walowit pour la rigidité de contact

On conclut de ces tableaux : pour les trois paramètres pressions maximale, largeur de contact et raideur de contact que :

- plus l'effort augmente, plus l'écart entre les résultats éléments finis et Gupta-Walowit diminue; comme pour l'équilibre statique plus l'effort augmente plus la largeur de contact augmente et plus l'influence du maillage diminue,

- l'écart entre les résultats de Gupta-Walowit et ceux obtenus par la méthode des éléments finis est très faible pour les paramètres; pression maximale, largeur de contact et rigidité de contact, ce qui montre bien la fiabilité de nos résultats.

Sur les figures IV.11 et IV.12 sont données les distributions des pressions normales en augmentant l'effort axial pour les deux maillages M13 et M14

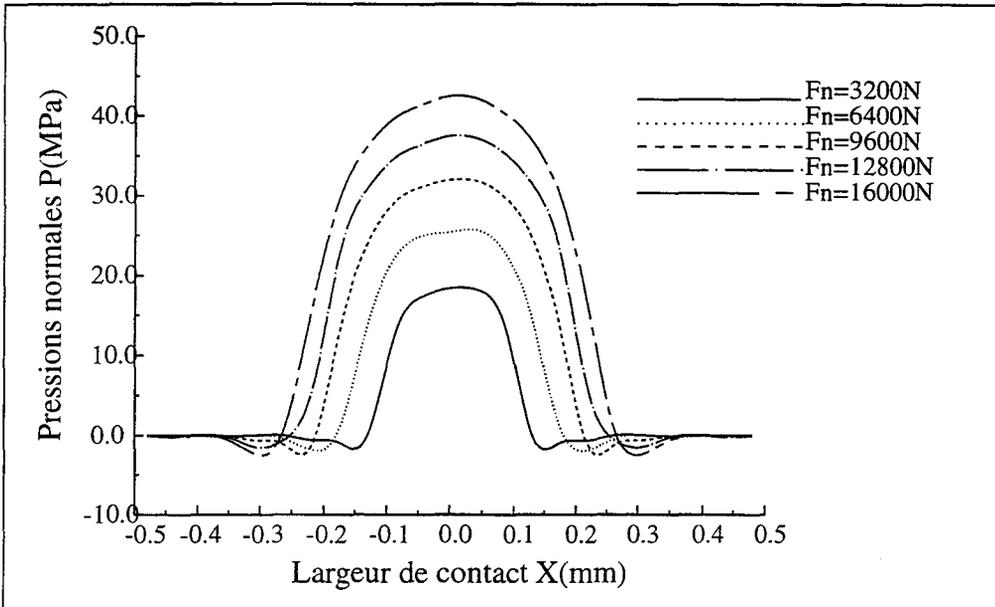


Figure IV.11 : Distributions des pressions normales pour M13

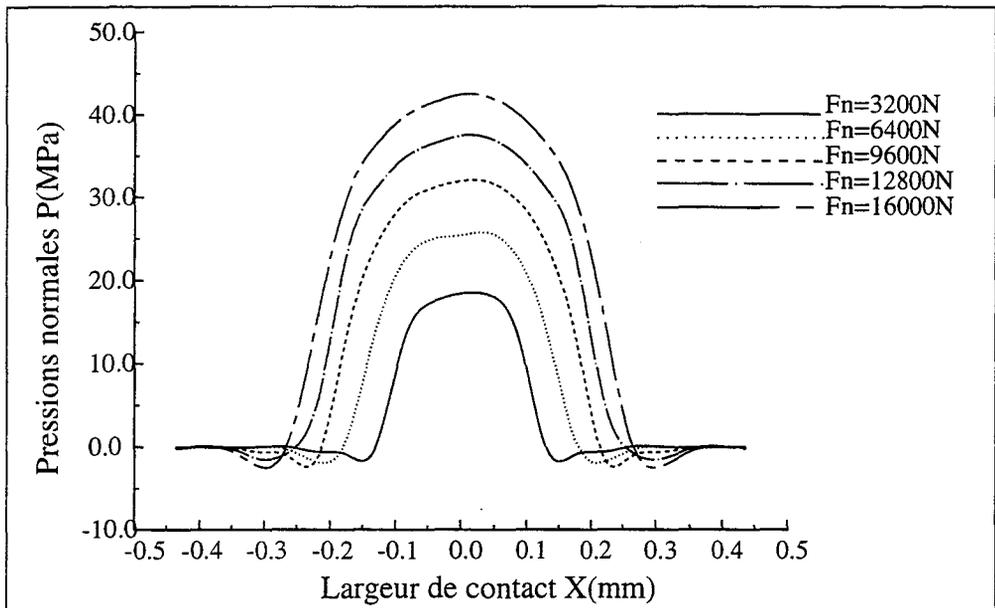


Figure IV.12 : Distribution des pressions normales pour M14

Il n'apparaît pas de différence entre les deux études cylindre et anneau

Il apparaît tout d'abord que le rayon réduit de l'anneau ne favorise pas une zone de contact importante à l'interface stator-rotor. La puissance mécanique générée par l'effet magnétostrictif inverse doit être fournie au rotor sur une surface réduite, ce qui conduit à des pressions de contact particulièrement importante.

Au début, on écrase la couche de frottement, la raideur de contact étant faible devant la raideur de flexion de l'anneau, ensuite, en augmentant l'effort normal la raideur de contact augmente; elle devient d'un ordre de grandeur comparable à celle de l'anneau, par conséquent la largeur de contact est gouvernée autant par les propriétés élastiques de l'anneau que par celles de l'interface de contact.

IV - 3.2.2 Problème tangentiel

Dans le cas tangentiel, la théorie de Gupta-Walowit n'est plus valable, donc la seule comparaison possible est celle qu'on peut faire en utilisant le principe de l'équilibre statique. Le maillage utilisé pour la simulation du contact rotor-stator est le même que celui donné dans la figure (IV.9) du paragraphe précédent, les caractéristiques physiques et géométriques sont les mêmes que celles de l'exemple précédent, le coefficient de frottement statique $\mu_s = 0,18$. Pour étudier le problème de contact dans la direction tangentielle, on bloque le noeud central ($x = 0$) dans la direction x , cette condition est nécessaire sinon tout le chargement tangentiel sera retrouvé dans le déplacement tangentiel de l'anneau.

Dans les tableaux suivants sont récapitulés les résultats de l'erreur relative moyenne sur S_n et sur S_t , avec S_n et S_t les sommes respectives des pressions normale et tangentielle obtenues à l'interface. Pour chaque valeur de l'effort normal, on fait augmenter le coefficient de

frottement dynamique $\mu_d = \frac{F_t}{F_n}$ en augmentant l'effort tangentiel.

	Fn=3200N			
Effort tangentiel appliqué (N)	Ft=112	Ft=224	Ft=336	Ft=448
Somme des pression normales $S_n(N)$	3323.92	3327.22	3355.71	3503.38
Somme des pressions tangentielles $S_t(N)$	125.52	240.59	359.53	537.49
Erreur relative moyenne sur l'effort normal en(%)	3.87	3.98	4.87	9.48
Erreur relative moyenne sur l'effort tangentiel et(%)	12.07	7.41	7.00	19.97

	Fn=6400N			
Effort tangentiel appliqué (N)	Ft=224	Ft=448	Ft=672	Ft=896
Somme des pression normales $S_n(N)$	6396.51	6410.16	6535.48	6566.11
Somme des pressions tangentielles $S_t(N)$	219.87	468.05	897.39	1004.47
Erreur relative moyenne sur l'effort normal en(%)	0.05	0.16	2.12	2.59
Erreur relative moyenne sur l'effort tangentiel et(%)	1.84	4.48	33.54	12.11

	Fn=9600N			
Effort tangentiel appliqué (N)	Ft=336	Ft=672	Ft=1008	Ft=1344
Somme des pression normales Sn(N)	9625.78	9875.57	9938.69	9938.05
Somme des pressions tangentielles St(N)	352.37	729.72	1245.35	1457.08
Erreur relative moyenne sur l'effort normal en(%)	0.27	2.87	3.79	3.52
Erreur relative moyenne sur l'effort tangentiel et(%)	4.87	8.59	23.55	8.41

	Fn=16000N			
Effort tangentiel appliqué (N)	Ft=560N	Ft=1120	Ft=1680	Ft=2240
Somme des pression normales Sn(N)	16111.72	16191.83	16199.67	16217.10
Somme des pressions tangentielles St(N)	561.42	1190.74	1937.87	2369.71
Erreur relative moyenne sur l'effort normal en(%)	0.70	1.20	1.25	1.36
Erreur relative moyenne sur l'effort tangentiel et(%)	0.25	6.32	15.35	5.79

A partir de ces tableaux on constate que :

- pour un effort normal donné, l'erreur sur Sn reste faible quand on augmente l'effort tangentiel alors que l'erreur sur St est faible pour un coefficient de frottement dynamique faible et oscille quand ce dernier augmente, ceci est dû principalement à la finesse du maillage, on constate une fois de plus que l'influence du maillage intervient de façon plus importante quand on traite le problème tangentiel,

- plus l'effort normal augmente plus l'erreur sur Sn diminue ainsi que l'erreur sur St, de la même manière qu'auparavant, plus l'effort est élevé plus l'influence du maillage diminue et plus l'erreur est faible,

Dans les figures (IV. 13) à (IV.15), on détermine les distributions des pressions normales et des pressions tangentielles à l'interface et en $y=e$ (voir figure IV.9) en fonction de la largeur de contact.

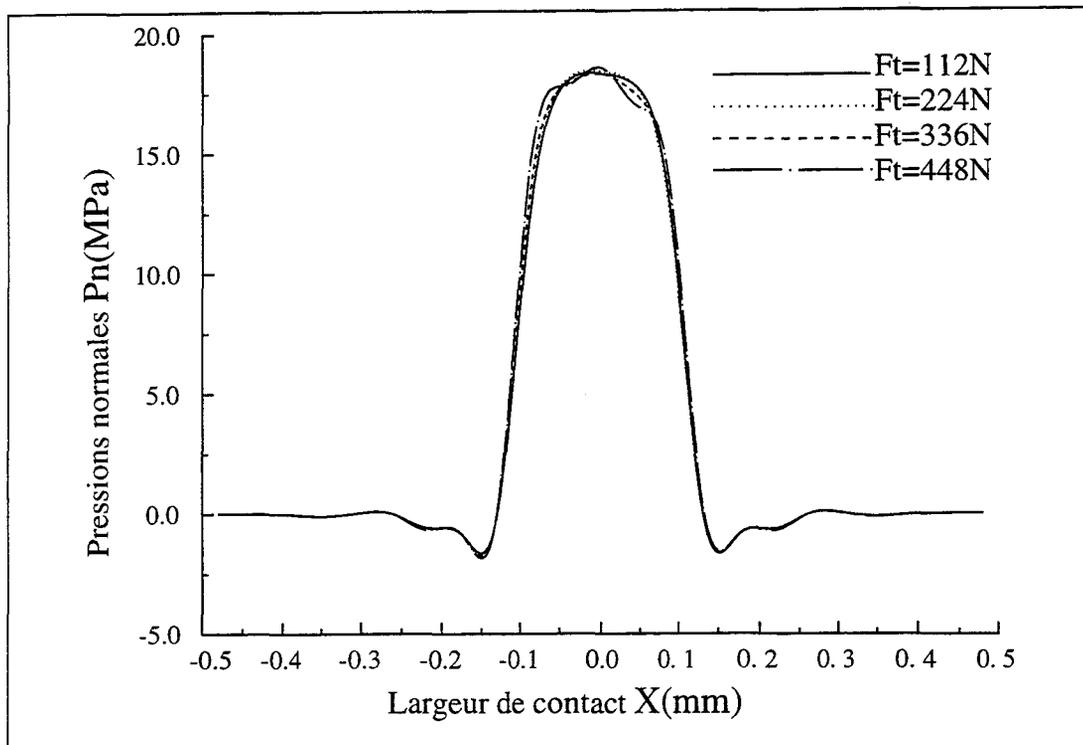


Figure IV.13 : Distribution des pressions normales pour différents efforts tangentiels et pour $F_n=3200\text{N}$

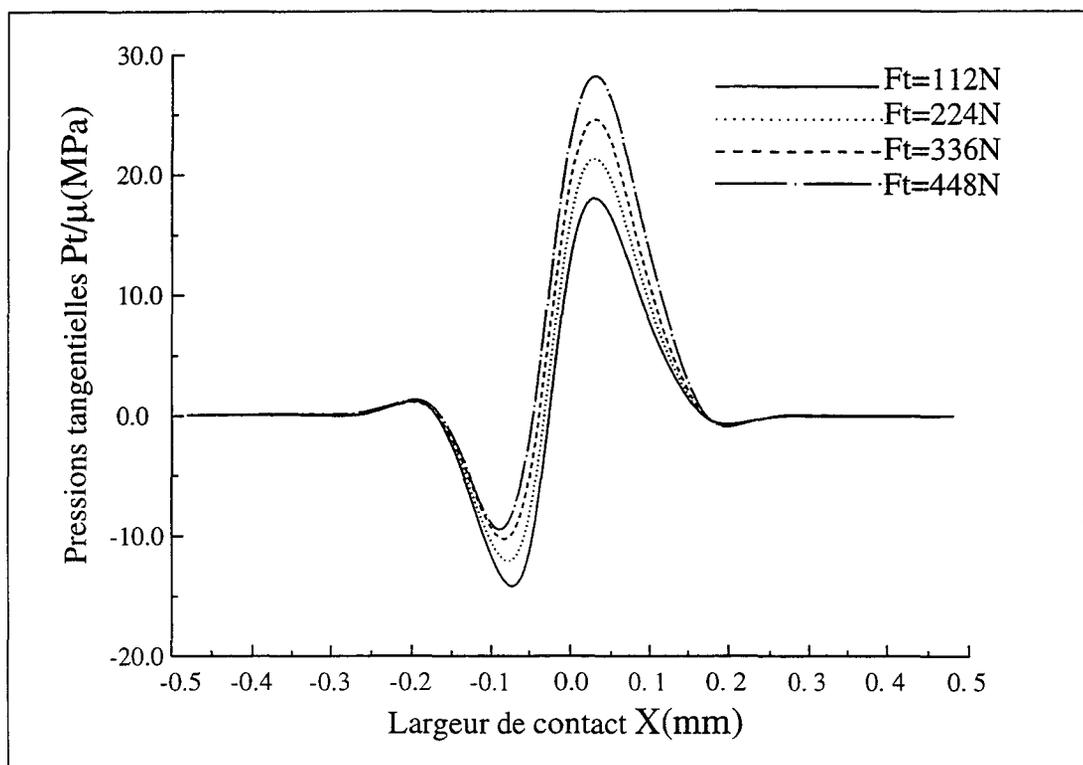
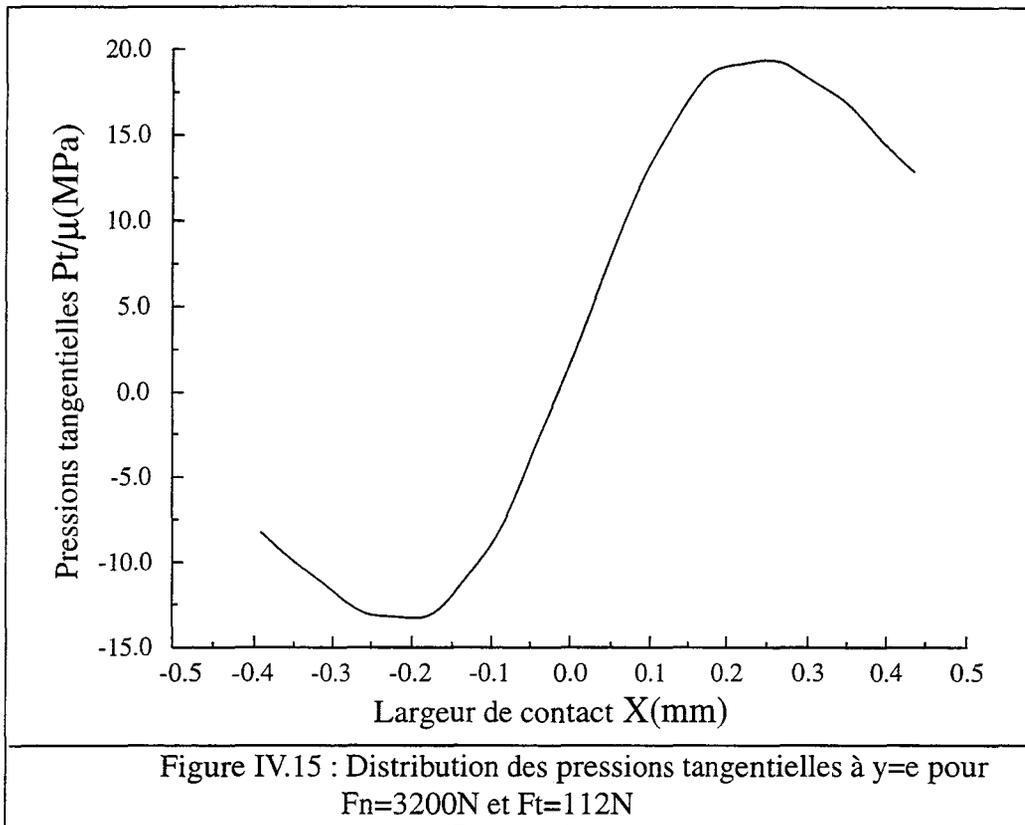


Figure IV.14 : Distributions des pressions tangentielle à l'interface pour $F_n=3200\text{N}$



De ces figures on conclu que :

- pour un effort normal donné , l'augmentation de l'effort tangentiel implique des distributions de pressions normales identiques (figure (IV.13)), ce qui permet d'affirmer que le problème normal n'est pas influencé par le problème tangentiel,
- la prise en compte de l'effet de frottement favorise l'apparition d'une zone d'adhérence et d'une zone de glissement dans l'interface de contact stator/rotor du moteur (figure IV.14).
- une augmentation de l'effort tangentiel implique une augmentation de la zone de glissement et une diminution de la zone d'adhérence.

IV - 3.2.3 Conclusion

Le fonctionnement original du moteur magnétostrictif FLEX-M1 a été appréhendé par une approche statique du problème de contact rotor-stator, le système substrat plus revêtement que compose le rotor, mis en contact avec un indenteur cylindrique ne peut pas être traité par des lois simples issues de la théorie de Hertz. En revanche, dans le cas de contact normal, la méthode décrite par Gupta-Walowit semble être bien adaptée pour évaluer l'aire de contact et la distribution des pressions normales dans l'interface rotor-stator du moteur et valide ainsi l'algorithme de contact développé. Dans le cas de contact tangentiel la validation par le principe de l'équilibre statique aboutit à des conclusions satisfaisantes statistiquement.

IV - 3.3 Aspects dynamiques du moteur FLEX-M1

Les résultats précédents concernant la raideur de contact peuvent être exploités en dynamique pour appréhender le fonctionnement dynamique du moteur, celui-ci peut par exemple être entrepris à l'aide du schéma électromécanique introduit à la section IV.3.1.6

Quelques données peuvent être analysées simplement :

- Avec un effort normal de 250N par rotor , correspondant à un effort de 12500N en déformation plane; on déduit de l'étude précédente une raideur de contact de $1.6 \cdot 10^8$ N/m pour chaque rotor.

- le couple statique du moteur est simplement donné par la formule :

$$\Gamma = 2 \cdot \mu \cdot F \cdot r \quad (\text{IV, 1})$$

où μ est le coefficient de frottement, r le rayon moyen du rotor et F l'effort appliqué, donc pour $r=35\text{mm}$ et $\mu=0.18$, le couple statique obtenu est de 3.15N.m

- le couple dynamique est limité par la force d'inertie du rotor:

A la fréquence de fonctionnement de $f=1\text{Khz}$, le déplacement vibratoire " u " du stator est de 20 μm , le stator communique au rotor un effort d'inertie F_I donné par :

$$F_I = m_{\text{rotor}} \cdot u \cdot (2\pi f)^2 \quad (\text{IV, 2})$$

où $m_{\text{rotor}} = 190$ g, avec cet effort on obtient un couple de 1.89 N.m, cohérent avec le couple moteur maximal obtenu expérimentalement de 2.1 N.m

Par ailleurs, la distribution de contraintes tangentielles fait apparaître une pression maximale particulièrement importante de 40 MPa, préjudiciable à la durée de vie de l'interface.

IV - 4 Modélisation du contact dans le moteur piézoactif USR60 de Shinsei

Parmi les différentes structures de piézomoteurs, nous nous intéressons plus particulièrement à un moteur de géométrie circulaire à onde progressive, du type Shinsei USR60. L'avantage de ce type de moteur par rapport à ceux présentés dans le chapitre I, est d'avoir un contact de type continu sur les dents du stator (figure VI.16). Ces moteurs constituent à ce jour la solution la plus avancée techniquement, ils ont bénéficié d'un effort de recherche important au Japon et aux Etats Unis, où ils ont été tout d'abord mis au point, et plus tard en France [82], ces moteurs ont été préférés dans la plupart des applications ayant débouché sur une industrialisation [80,1].

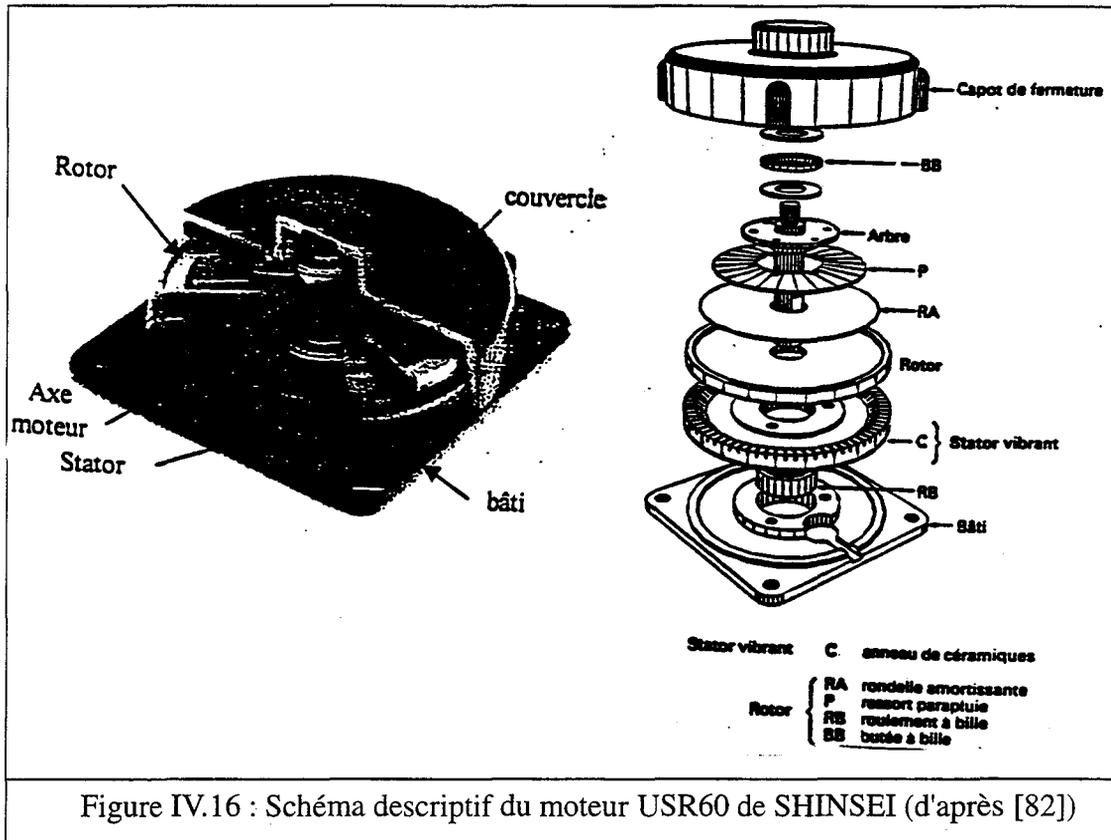


Figure IV.16 : Schéma descriptif du moteur USR60 de SHINSEI (d'après [82])

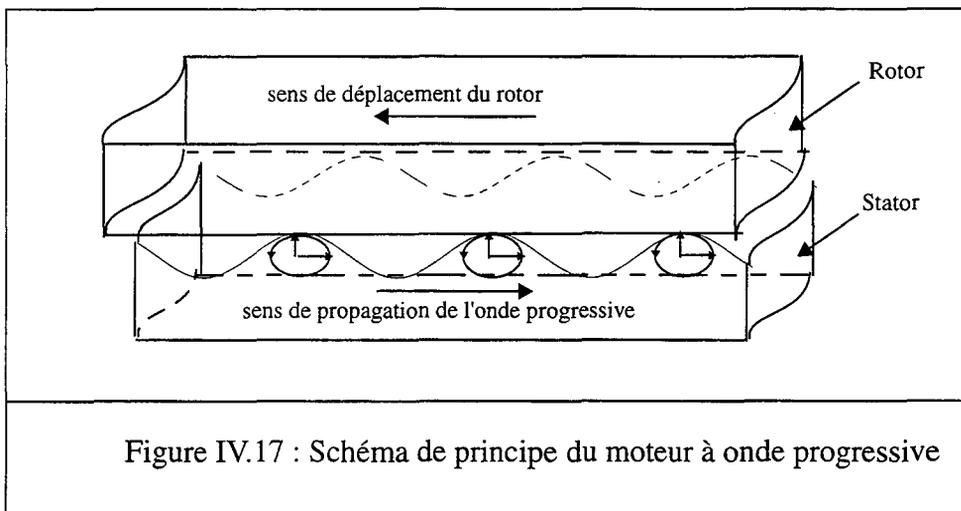


Figure IV.17 : Schéma de principe du moteur à onde progressive

IV - 4.1 Description du moteur

La figure (IV.16) présente une vue éclatée du moteur USR60 de Shinsei (à stator de 60mm de diamètre extérieur). La structure de ce moteur, dont le principe de fonctionnement est schématisé sur la figure (IV.17), fait intervenir trois sous-ensembles principaux que sont le stator vibrant, le rotor associé à son arbre et le bâti recevant le capot de fermeture.

- Le **stator** consiste en un anneau de bronze béryllium à l'arrière duquel est collé un anneau de céramique PZT assurant la mise en rotation d'un mode de flexion hors plan de rang ($n=9$) pour l'USR60. L'anneau est pourvu de dents dont le rôle est d'augmenter l'épaisseur

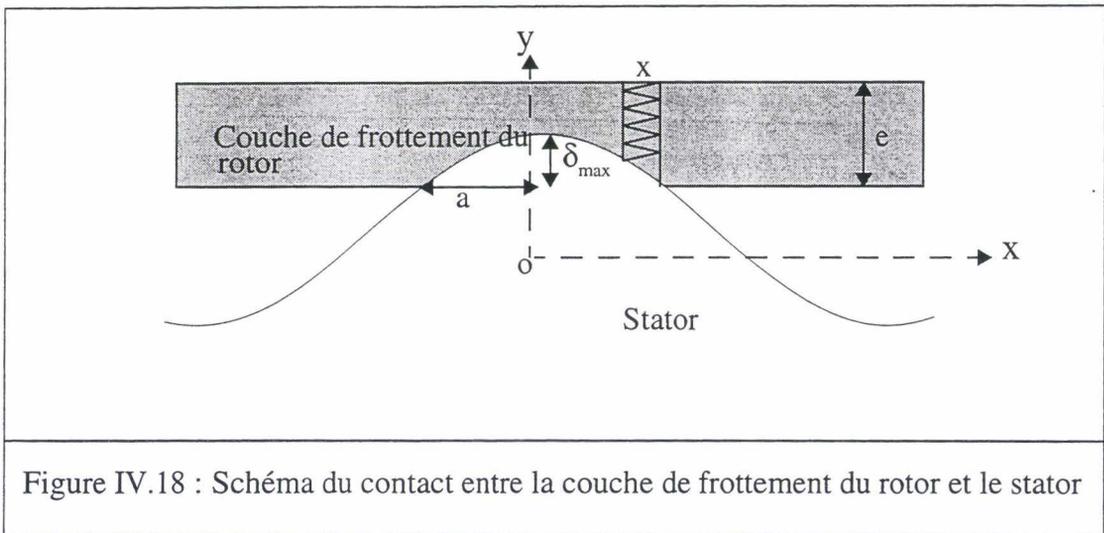
apparente de la structure, sans pour autant réduire son élasticité.

- Le **rotor** est constitué d'un disque en duralumin dont la jante extérieure est revêtue d'une couche de matériau polymère (cf. I.7.1.2). L'effort axial est calibré par la compression d'un ressort rendu solidaire du disque d'appui de l'arbre. Une rondelle amortissante en caoutchouc, interposée entre le disque rotorique et le ressort, assure la transmission du couple. En ce qui concerne le guidage de l'arbre, il est réalisé à l'avant au moyen d'un roulement à bille et à l'arrière par le biais d'une butée à bille transmettant l'effort axial [21].

IV - 4.2 Modélisation par éléments finis du contact dans le moteur USR60

Dans cette partie nous commençons par étudier le cas le plus simple d'un moteur dans lequel le stator parcouru par une onde progressive de flexion est pressé contre une couche de frottement constituée d'un matériau élastique.

La figure IV.18 représente (avec une échelle verticale amplifiée) le contact entre une des crêtes du stator et la couche de frottement. Les métaux ayant en moyenne des modules de deux à trois ordres de grandeurs supérieurs à ceux des polymères, on conçoit aisément que le métal s'enfonce dans le polymère. Enfin, ayant pris comme hypothèse que notre matériau était élastique et ne ressentait donc pas d'effets liés à la vitesse de propagation de l'onde, le contact est donc symétrique.



Sur la figure IV.18, les ordres de grandeurs dans la direction verticale ne sont pas respectés : en réalité l'enfoncement maximal δ_{\max} est de l'ordre de quelques microns, l'épaisseur du film de polymère " e " est de l'ordre de la fraction de millimètre et la longueur de contact " $2a$ " est de l'ordre du centimètre.

IV - 4.3 Traitement du problème de contact par le méthode des éléments finis

L'application de l'algorithme de contact, implémenté dans le code ATILA, permet de déterminer la géométrie du contact (longueur de contact $2a$) et la distribution de pression au sein des zones en contact. Il existe par ailleurs différents modèles analytiques qui fournissent des solutions à ce problème et qui sont plus au moins adaptés selon la géométrie. Hertz, (chapi-

tre I) par exemple, a établi, dans le cas d'un massif semi-infini indenté par un cylindre rigide, les équations permettant de déterminer la distribution de pressions et la relation entre la force et la longueur de contact. Mais les hypothèses du modèle de Hertz impliquent que les dimensions des deux corps sont grandes devant celles du contact. En particulier si l'on indente une couche d'épaisseur "e" conduisant à un contact de largeur "2a", il faut que "a" soit très petit devant "e". Ce n'est pas notre cas et c'est la raison pour laquelle nous ne pouvons comparer avec cette théorie.

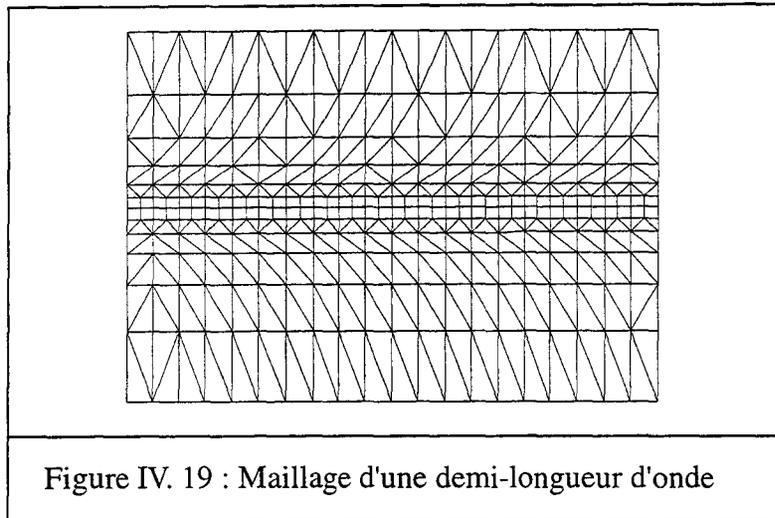
Un modèle analytique théorique, a été développé au LMARC (Laboratoire de mécanique appliquée de R.Chaléat). Ce modèle a permis, d'une part d'accéder aux distributions de pressions dans la zone de contact ainsi qu'à la largeur de contact en fonction des caractéristiques géométriques et physiques du moteur USR60 de Shinsei (tableau IV.7), et d'autre part de déterminer les caractéristiques dynamiques du moteur. Le taux de contact et la pression maximale sont comparés aux résultats obtenus à l'aide du modèle analytique du LMARC.

e	200 μm	Epaisseur de la couche de friction
E_1	800MPa	Module d'Young du polymère
E_2	73000MPa	Module d'Young du rotor
I_r	$4,5 \cdot 10^{-12} \text{m}^4$	Inertie section transversale du rotor
λ	$2 \cdot 10^{-2} \text{m}$	Longueur d'onde de la vibration mécanique
Λ	0,7	Facteur d'ellipse
(k,n)	(9,0)	Rang du mode de vibration
R_0	27 mm	Rayon intérieur du rotor
R_1	29 mm	Rayon extérieur du rotor
μ	0,23	Coefficient de frottement statique
$\omega_{k,n}$	$2,5 \cdot 10^5 \text{ rd/s}$	Pulsation mécanique
$A_{\text{crête}}$	1,875 μm	Amplitude crête de vibration

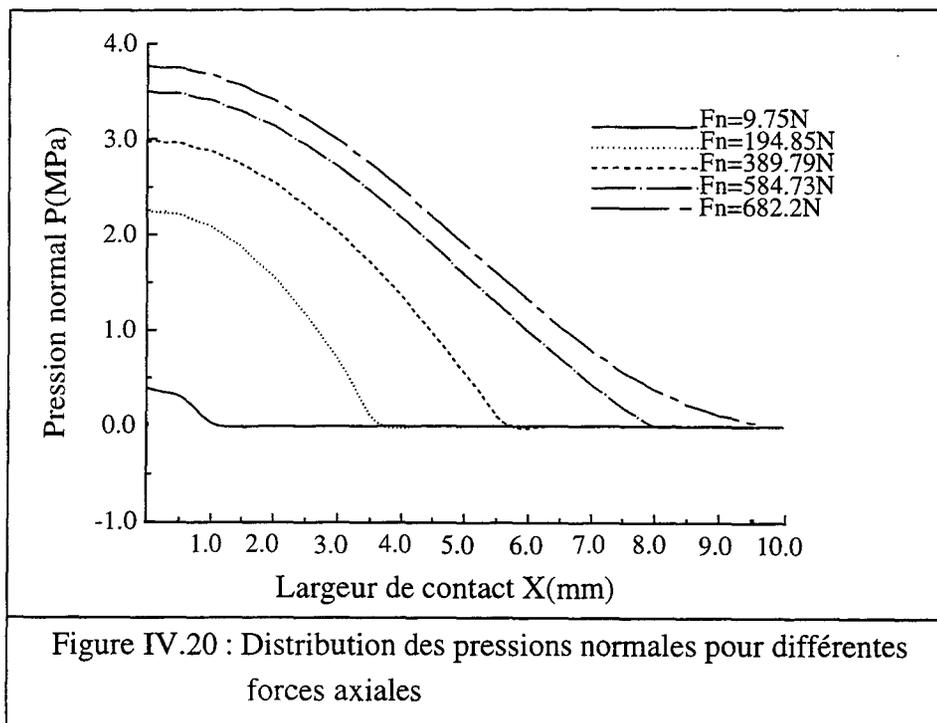
Tableau IV.7 : Paramètres mécaniques du moteur SHINSEI USR 60

IV - 4.3.1 Problème normal

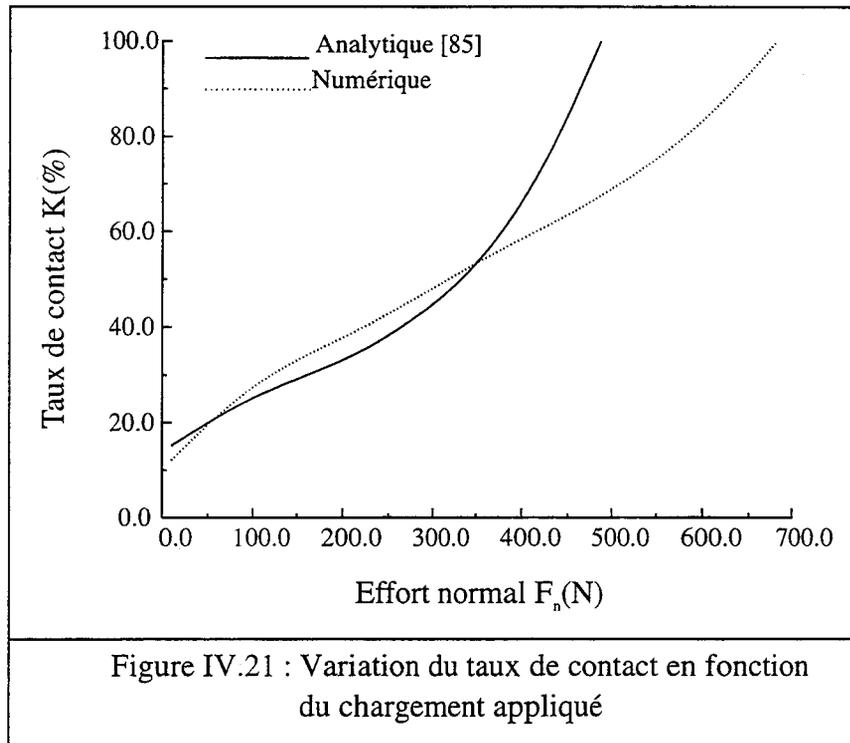
Le maillage éléments finis choisi (figure IV.19) pour étudier le contact normal dans le moteur USR60 de Shinsei repose sur le fait que le contact s'effectue sur une largeur de dimension comparable à celle des corps en contact. Par conséquent, un maillage relâché au voisinage de la région de contact est suffisant pour décrire le phénomène, avec ce maillage le nombre de paires de noeuds impliquées dans le contact est peu élevé et le temps de calcul est moins important. Toutefois, l'utilisation d'éléments quadrangulaires est nécessaire (cf. III.1) pour augmenter la précision des résultats. Dans ce cas on ne maillera que la moitié de la structure puisque le contact est symétrique et l'effet de frottement n'est pas pris en considération.



La caractère non linéaire du contact est bien visible dans la figure IV.20 ou sont présentés les distributions des pressions normales pour différentes forces axiales :

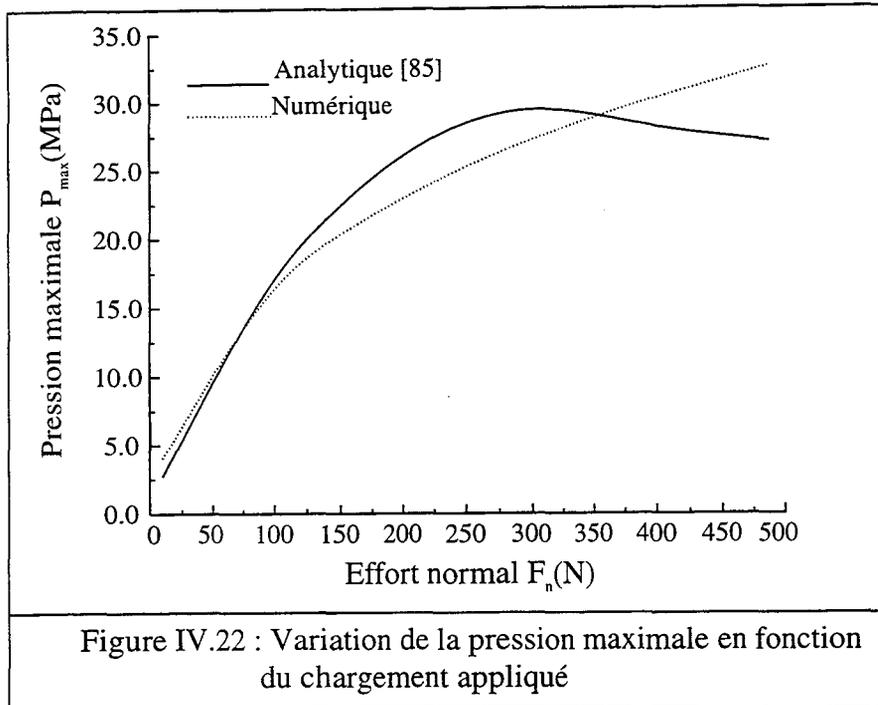


Si on considère que le contact s'effectue sans frottement, les résultats illustrés dans les figures IV.21 et IV.22, représentent le taux de contact ($k=2a/\lambda$) en fonction de l'effort appliqué et la pression maximale en fonction de l'effort, ces résultats sont comparés avec ceux de la référence [85].



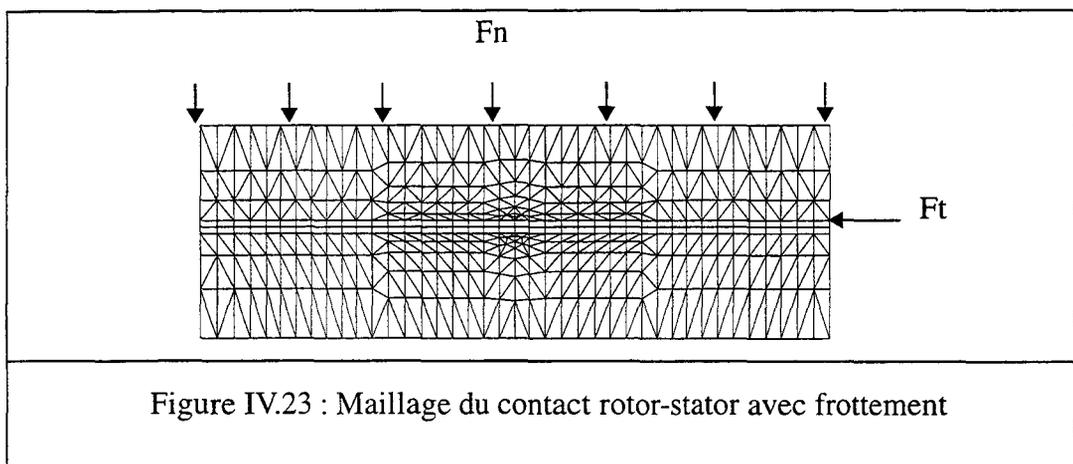
Les modèles analytique et numérique donnent des résultats comparables jusqu'à une valeur d'effort de l'ordre de 350N avant de diverger. Ceci s'explique en constatant que c'est précisément pour cette intensité (~350N) de l'effort normal que le mécanisme du contact est davantage influencé par la déformation de flexion du substrat rotorique que par celle du revêtement de frottement.

En effet, les hypothèses retenues pour traiter la flexion du substrat rotorique sont différentes d'un modèle à l'autre. Le modèle numérique considère un substrat rectiligne avec une condition de symétrie à chaque extrémité, alors que le modèle analytique se base sur une correction de la longueur entre appuis apparente, elle-même fondée sur le calcul de la déformée d'une poutre de ligne moyenne circulaire encastrée à chaque extrémité [85].



IV - 4.3.2 Problème tangentiel

Le traitement par éléments finis du problème tangentiel ne peut se faire qu'avec un maillage complet de toute une longueur d'onde puisque le contact n'est plus symétrique dans ce cas, le maillage éléments finis choisi est basé sur les mêmes impératifs que précédemment (IV.3.2.1), on donne dans la figure suivante les distributions des pressions normales et pressions tangentielles en incrémentant l'effort tangentiel pour une valeur déterminée de l'effort normal, e.g., 140N (figure IV.23).



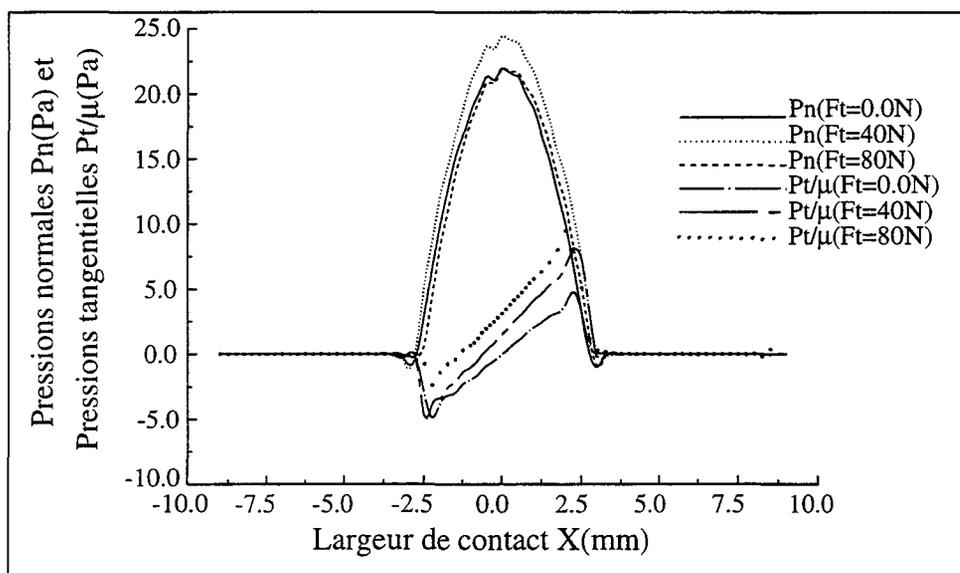


Figure IV.23 : Distribution des pressions normale et tangentielle pour un effort normal de 140N

A partir de cette figure on constate :

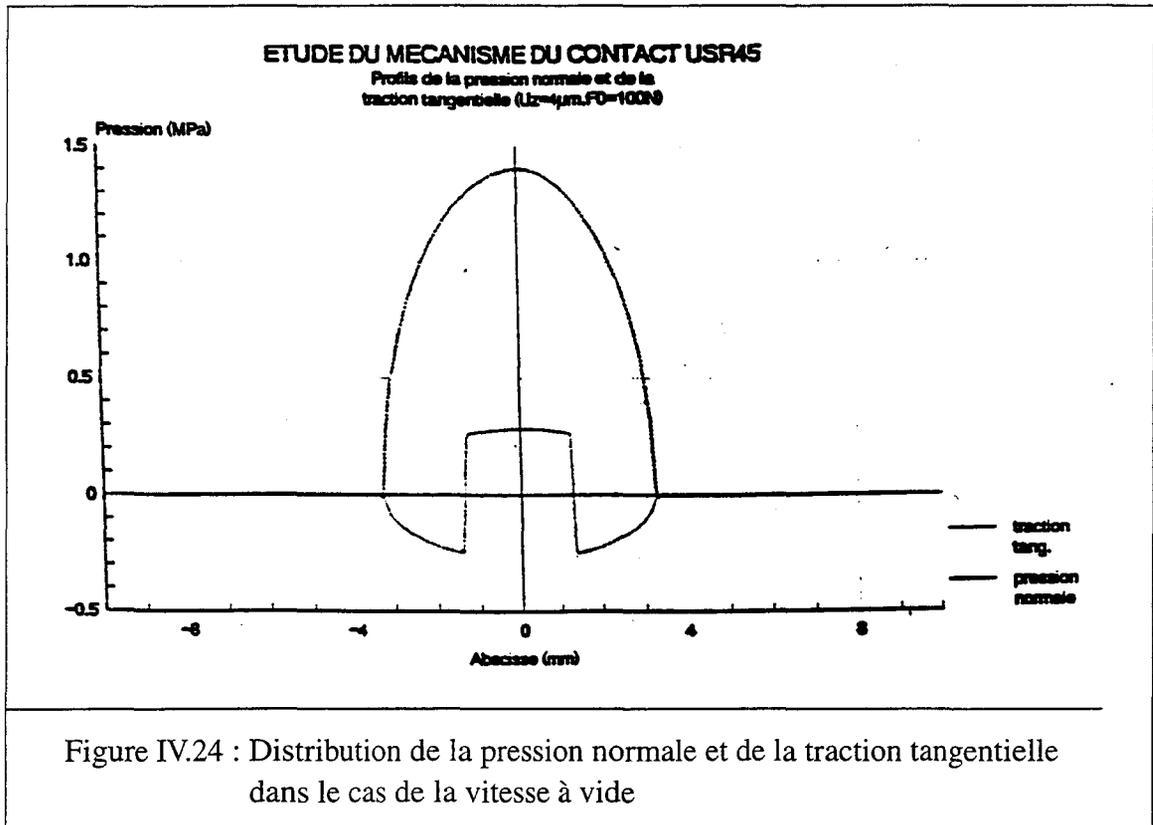
- d'une part, que la prise en compte de l'effet de frottement dans la modélisation par éléments finis permet la détermination d'une zone d'adhérence et d'une zone de glissement : si $Pt = \pm \mu \cdot Pn$, il s'agit d'une zone de glissement, par contre si $Pt < \mu \cdot Pn$ c'est une zone d'adhérence, c'est à dire la zone grâce à laquelle la conversion d'énergie acoustique/mouvement de corps rigide peut réellement avoir lieu,

- d'autre part, qu'une augmentation de l'effort tangentiel implique l'augmentation de la zone de glissement et diminution de la zone d'adhérence.

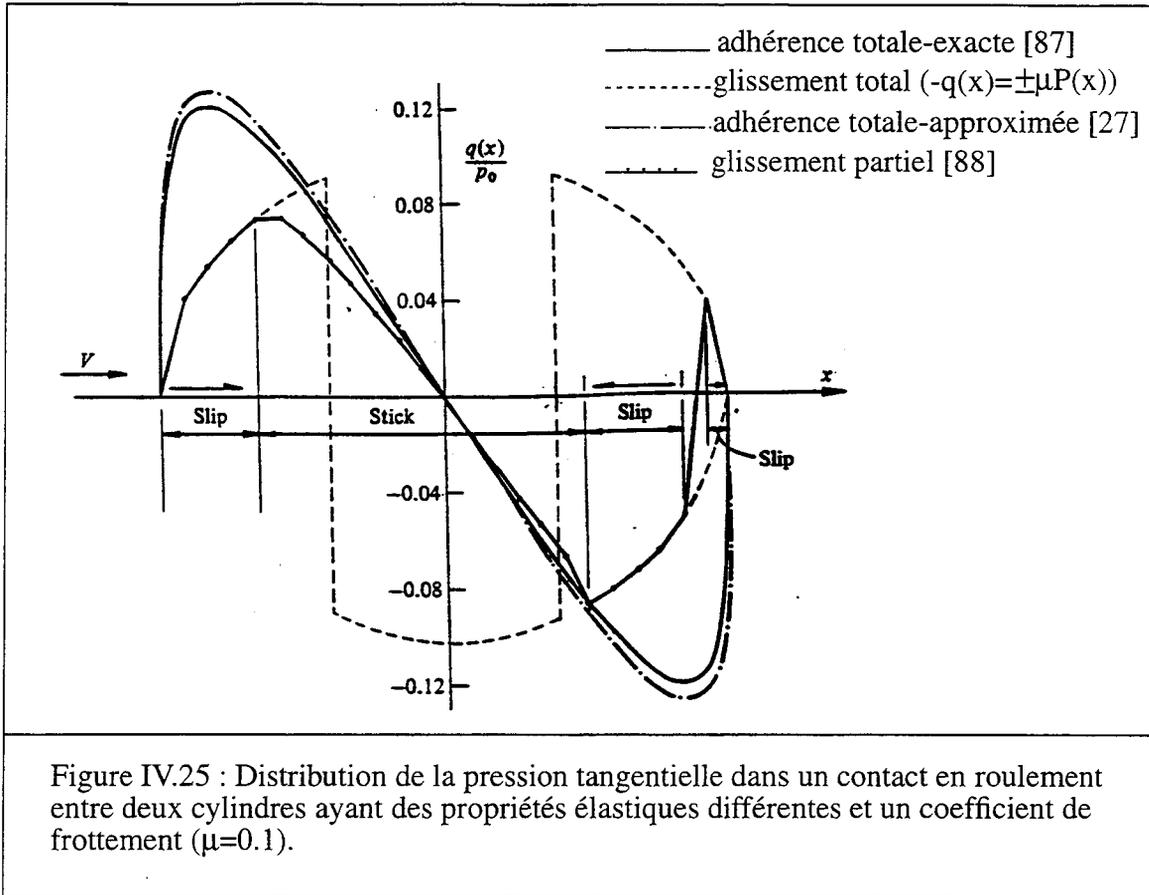
Cette augmentation de la force tangentielle est l'image d'un couple résistant croissant appliqué à l'arbre moteur. L'influence de cette augmentation sur la zone d'adhérence (diminution de cette dernière) est en parfait accord avec l'observation expérimentale du fonctionnement des moteurs à onde progressive [86]. En effet, lorsqu'un couple résistant croissant est appliqué à l'arbre moteur (la force tangentielle augmente et la zone d'adhérence diminue), la vitesse de rotation est peu affectée (elle reste quasiment constante), jusqu'à une valeur de couple pour laquelle l'arbre moteur s'arrête instantanément. Ceci correspond à une intensité de l'effort tangentiel dans la zone de contact pour laquelle il n'existe pas de zone d'adhérence, le contact est entièrement glissant.

Dans ce cas de frottement tangentiel, aucune comparaison n'est possible avec les modèles analytiques [72,82] puisque le contact a été supposé glissant dans toute la zone d'interface dans ces deux modèles (sauf en deux points), les résultats d'une application sur le moteur USR45 sont illustrés dans la figure IV.24 d'après R.Leletty [1], dans ce graphique sont

donnés les distributions des pressions normales et des contraintes tangentielles à l'interface de contact.



Une analogie est trouvée avec une étude faite par K. L. Johnson [27] sur le contact entre deux cylindres en roulement libre ayant des propriétés élastiques différentes, dans cette étude la pression normale est déterminée par la théorie de Hertz (chapitre I) et la pression tangentielle a été obtenue en considérant deux types extrêmes de contact; le contact glissant et le contact adhérent. Le premier est basé sur le même principe que celui des modèles analytiques développés au LMARC et le second est trouvé à partir d'une étude théorique développée par Buffler [87], le cas intermédiaire de glissement partiel a été résolu par Bentall & Johnson [88] en utilisant des techniques numériques, les résultats obtenus à partir de ces développements sont illustrés sur la figure suivante :



Ce type de fonctionnement (stick/slip), est certainement plus proche de la réalité physique du mécanisme du contact dans les moteurs à onde progressive, qu'une approche où seul un point de contact adhérent entre le stator et le rotor est pris en compte. Cette dernière approche conduit à des valeurs de la contrainte tangentielle très supérieures aux limites admissibles par les matériaux de frottement employés.

IV - 4.3.3 Conclusion

Avec le modèle numérique développé dans ATILA, la prise en compte de l'effet de frottement permet de remonter aux zones d'adhérence et aux zones de glissement dans la surface de contact, ceci n'est possible ni avec le modèle de Gupta-walowit appliqué aux moteur USR60 par J.F.ROUCHON [72], ni avec le modèle analytique développé au LMARC.

IV - 4.4 Aspects dynamiques du moteur USR60 de Shinsei

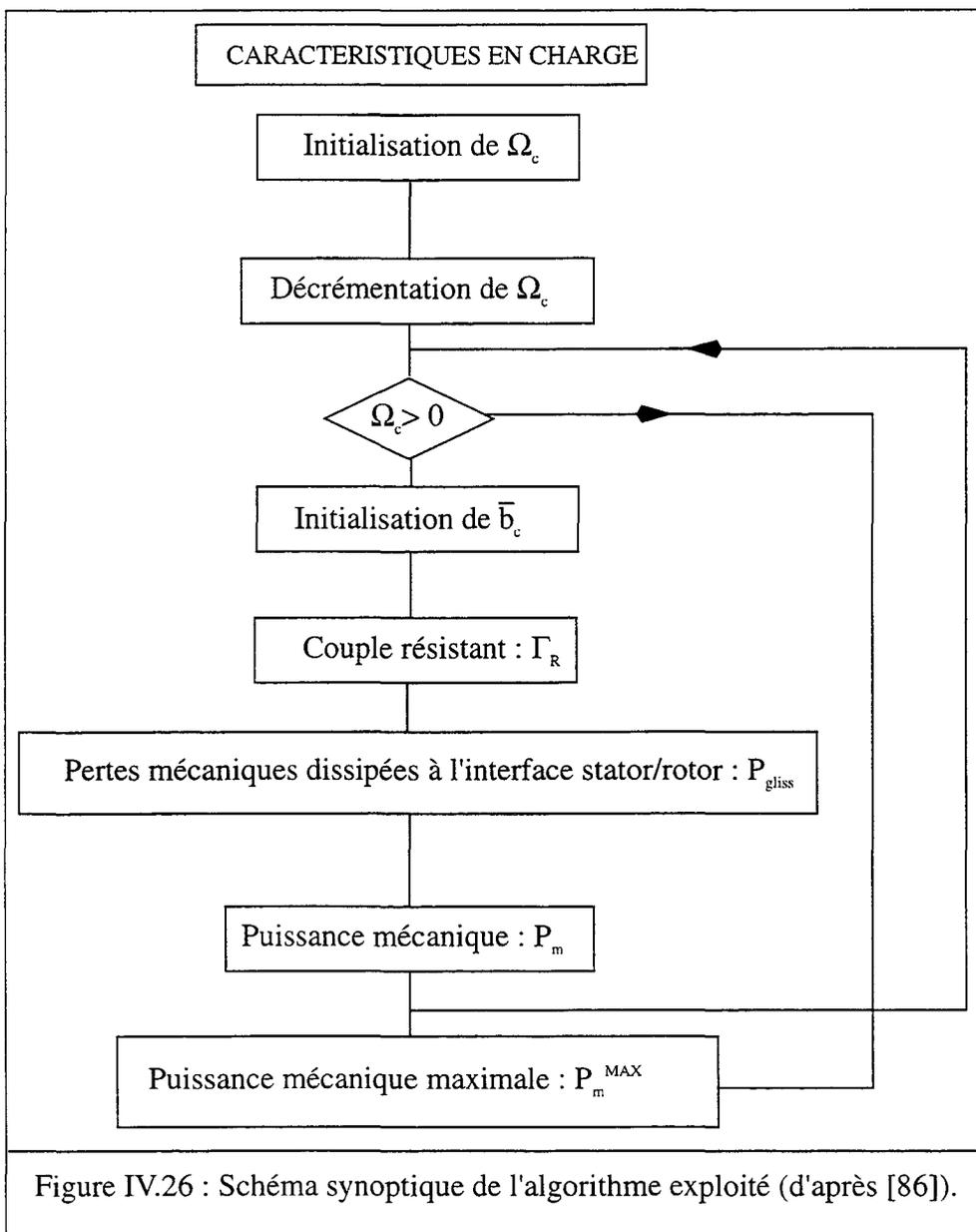
IV - 4.4.1 Caractéristiques du moteur

Dans cette partie on s'intéresse à la détermination des caractéristiques du moteur à l'aide de l'algorithme présenté sur la figure IV.24 [86], en considérant comme paramètres d'entrée la largeur de contact et la pression maximale calculées par ATILA, les résultats obtenus sont donnés dans les figures IV.25 et IV.26

Les résultats des essais expérimentaux sont consignés dans le tableau IV.8 avec asservissement à la vitesse vibratoire maximale pour un effort normal de 140N,

Fréquence (kHz)	39300	39350	39380	39500	39580	39670	39800	40000	40100	40370
Couple résistant Γ (N.m)	0.02	0.15	0.234	0.35	0.45	0.55	0.63	0.7	0.75	0.79
Vitesse de rotation (tr/mn)	101	98	95	92	83	60	44	18	6	0
Puissance mécanique (W)	0.21	1.54	2.32	3.37	3.9	3.46	2.9	1.32	0.47	0

Tableau IV. 8 : Mesures effectuées avec asservissement à la vitesse vibratoire maximale [86].



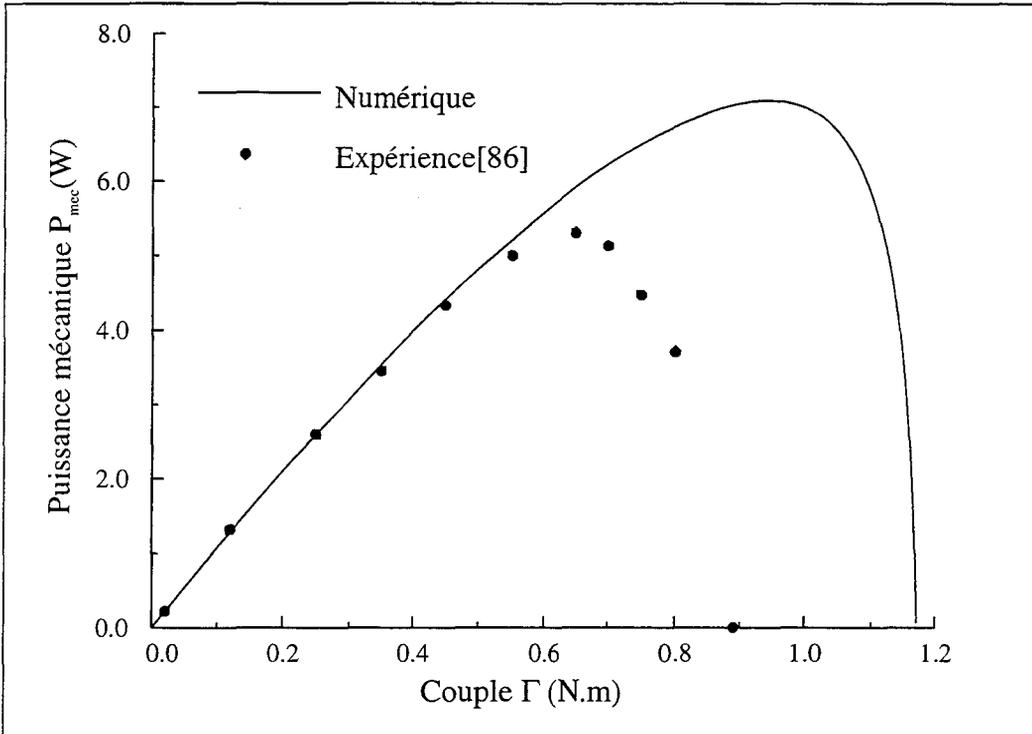


Figure IV.27 : Variation de la puissance mécanique en fonction du couple avec asservissement à la vitesse vibratoire maximale

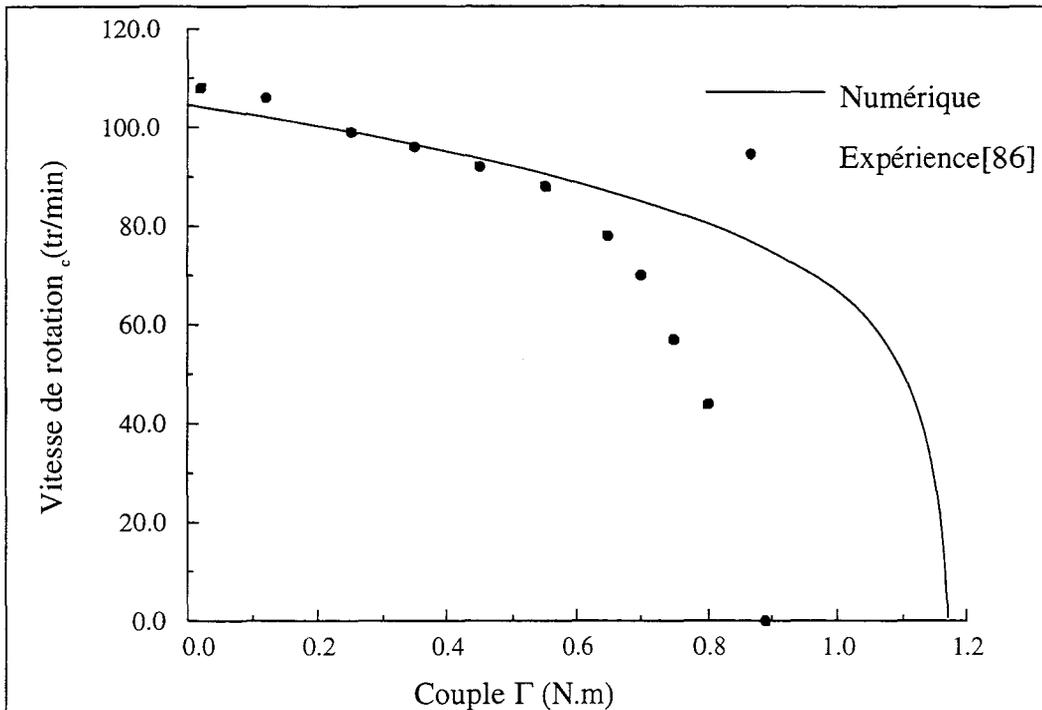


Figure IV.28 : Variation de la vitesse de rotation en fonction du couple avec asservissement à la vitesse vibratoire maximale

IV - 4.4.2 Discussion

Tous les résultats (figures IV.27 et IV.28) sont calculés pour un effort normal de 140N, à partir de ces résultats on constate que les courbes expérimentale et numérique coïncident jusqu'à une valeur du couple de 0.6N.m ensuite les courbes divergent. Ceci est dû principalement au fait que dans l'algorithme développé [82], on suppose que l'adhérence entre le stator et le rotor a eu lieu en un seul point noté \bar{b}_c en charge, si tel était le cas, cela impliquerait des niveaux de contraintes tangentielles tels que le matériau de frottement serait détérioré prématurément or la durée de vie des moteurs piézoélectriques à onde progressive est de l'ordre de 2500 heures, ce qui est incompatible avec des contraintes tangentielles élevées. Par conséquent, le fonctionnement réel du mécanisme de contact entre le stator et le rotor impliquent des zones de contact adhérent et des zones de contact glissant conduisant à une répartition des contraintes tangentielles.

L'algorithme numérique proposé dans cette étude permet de déterminer une largeur de contact théorique, issue d'hypothèses statiquement admissibles. Le fonctionnement du moteur à onde progressive est évidemment lié à un comportement dynamique, faisant intervenir des phénomènes complexes, comme la relaxation du revêtement de frottement, et jusqu'alors peu étudiés dans le contexte des moteurs à onde progressive[30].

D'autre part, le contact entre le stator et le revêtement de frottement ne s'opère pas sur toute la surface dans la direction radiale de l'interface, mais, dans les moteurs de type SHINSEI USR60, le contact s'établit sur une surface proche du rayon intérieur de l'anneau rotorique [31, 89], cela a été vérifié expérimentalement et provient de la conception du rotor. Une hypothèse complémentaire concernant le mécanisme du contact dans les moteurs à onde progressive peut être émise:

Dans la direction circonférentielle, le contact réel est établi intégralement, mais avec des pressions inégales qui peuvent être utilement calculées dans la zone de contact théorique grâce à l'algorithme présenté dans ce document. Les pressions rencontrées en dehors de cette zone de contact théorique sont faibles et conduisent à un contact purement dissipatif par glissement, ceci se justifie en considérant que les défauts de surfaces et de formes du revêtement de frottement et de la surface active du stator sont du même ordre de grandeur que l'amplitude de la vibration.

IV - 5 Conclusion

Une comparaison entre les deux applications s'impose; au niveau de la distribution des pressions normale et tangentielle, des allures analogues sont obtenues pour les deux moteurs. Cependant, la flexion du rotor dans le moteur à onde progressive influence rapidement la surface de contact et donc la raideur de contact. Ce n'est pas le cas dans le moteur FLEX-M1 car le rayon de courbure de l'anneau statorique est d'origine géométrique (par opposition au rayon d'origine déformation dans le moteur à onde progressive).

L'intérêt d'utiliser l'algorithme présenté dans ce document lors de la conception d'un moteur à onde progressive a été démontré. Les simulations effectuées permettent la mise en évidence de surfaces de contact adhérent et glissant à l'interface stator/rotor. L'intégration dans le code éléments finis ATILA permet en outre un couplage aisé avec la simulation électromécanique du stator.

Conclusion

Le modèle numérique proposé dans cette thèse pour l'analyse du phénomène de contact dans les moteurs piézoactifs, permet de traiter le problème de contact avec et sans frottement sans recours aux techniques numériques usuelles. Il a été testé, avec succès sur plusieurs exemples simples pour différents types de contact. Ce modèle a permis de déterminer numériquement les zones de glissement et d'adhérence qui existent dans une zone de contact

Après avoir décrit le fonctionnement des différents moteurs piézoactifs existants, et le principe des différentes méthodes numériques, on a souligné l'intérêt d'un modèle numérique simple permettant de caractériser le phénomène de contact. Les possibilités offertes par ce modèle sont :

La modélisation du phénomène de contact sans frottement qui consiste à déterminer avec une précision suffisante la largeur de la zone de contact ainsi que la distribution des pressions normale et tangentielle à l'interface. Cette étude a été appliquée à différents types de contact; large, ponctuel, bicouche, en déformation plane, en contrainte plane ou en axisymétrique. Les résultats obtenus sont en bon accord avec la théorie de Hertz dans le cas de contact ponctuel, avec la théorie de Gupta-Wallowit dans le cas de contact bicouche et avec des références bibliographiques dans le cas de contact large.

L'étude du phénomène de contact avec frottement qui permet de déterminer en plus de la largeur de la zone de contact et de la distribution des pressions normale et tangentielle, les zones de glissement et d'adhérence qui existent à l'interface. Ce modèle a été appliqué et testé, sur deux types de moteurs piézoactifs, le premier est le moteur magnétostrictif FLEX-M1 de Cedrat-Recherche, le second est le moteur USR60 de Shinsei. Les résultats obtenus sont très satisfaisants en comparaison avec le principe de l'équilibre statique pour le moteur FLEX-M1, et avec des résultats expérimentaux pour le moteur USR60.

Le principe général développé ici peut s'appliquer à d'autres types de moteurs piézoactifs.

Les limites du modèle résident dans le fait que le maillage éléments finis utilisé joue un rôle très important dans l'exactitude des résultats surtout dans le cas où la largeur de contact est très faible devant les dimensions des corps en contact.

Les perspectives de ce travail peuvent être divisées en deux parties :

- Etude du problème de contact en dynamique permettant de traiter tous les types de moteurs piézoélectriques,
- Application du modèle proposé à la science émergente des microsystèmes en simulant des essais de micro et de nano indentation sur les matériaux obtenus en couche mince. Ceci implique l'introduction de lois de comportement non linéaires dans le code de calcul ATILA..

Références Bibliographiques.

- 1 R. LE LETTY,
"Conception de moteurs piézoactifs à l'aide de la modélisation", Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 216p, (1994).
- 2 BURLEIGH INSTRUMENTS Inc.,
"Micropositioning Systems", Fishers, Burleigh Park (U.S.A) : Burleigh Instruments Inc., 44 p, (1989).
- 3 POHL., D. W.,
"Dynamic piezoelectric translations devices", Rev.Sci., Instrum.,vol., 58, n°1, p 54-57, (1987).
- 4 HIGUCHI, T., YAMAGATA, Y., FURUTANI, K. KUDOCH, K.,
"Precise positioning mechanism utilizing rapid deformations of piezoelectric elemnts", I.E.E.E., Micro-Electro-Mechanical Systems Proc., Napa Valley (U.S.A), p.222-226. (1990).
- 5 P. MINOTTI, P. LANGLET, G. BOURBON, H. FUJITA, T. MASUZAWA,
"Design and fabrication of high torque electrostatic micromotors using micromachining of thin polysilicon sheets", Smart Electronics and MEMS, 11-13 Décembre,Adélaïde (Australie), pp. 354-363, (1997).
- 6 M. BEXELL, S. JOHANSSON,
"Charateristics of a piezoelectric miniature motor", 5th International Conference on New Actuators, 26-28 Juin, Brême (Allemagne), pp. 173-176,(1996).
- 7 UCHINO,
"Piezoelectric ultrasonic motors : overview", J. Smart Materials and Structures - Special Issue, (1998).
- 8 BARTH, H.V., IBM
"Technical Disclosure Bulletin", vol. 16, p. 2263, (1973).
- 9 LAVRINENKO, V.V., VISHNEVSKI, V.S., and KARKSHEV, I.K.,
"Izvestya Vysshikh Uchebnylek Zavedenii, Radioelektonika, vol 13, p.57, (1976).

- 10 VASILIEV, P.E. et al,
"UK Patent Application GB 2020857 A. (1979).
- 11 T. SASHIDA, T.KENJO,
"An introduction to ultrasonic motor", Oxford: Clarendon Press, vol 28, Monographs in
Electrical and Electronics Engineering 242 p, (1993).
- 12 T. SASHIDA : Oyo Butsuri 51. 713 (1982).
- 13 A. KUMADA : Jpn. J. Appl. Phys., 24, Suppl, 24-2, 739 (1985).
- 14 K. UCHINO, K. KATO and M. TOHDA : Ferroelectrics 87, 331 (1988).
- 15 Y. TOMIKAWA, T. NISHITUKA, T. OGASAWARA and T. TAKANO,
"Sensors and Mater" ., 1, 359 (1989).
- 16 B. KOC : Ph. D. Thesis, Electrical Engineering Dept., The Pennsylvania State University
(1997).
- 17 T. SASHIDA, T. KENJO,
"An introduction to ultrasonic motors", Oxford Science Publication, (1993).
- 18 S.UEHA, Y. TOMKAWA,
"Ultrasonic motors theory and applications", Oxford Science Publication, (1993).
- 19 K. UCHINO,
"Piezoelectric actuators", J. Smart Materials and Structures - Special Issue, (1998).
- 20 TOMIKAWA, Y., TAKANO, T., TODA, K.,
"Same phase drive type ultrasonic motors", J. Appl, Phys., vol., 28, suppl. 28, n°2, p,
198-201, (1989).
- 21 B. NOGAREDE,
"Moteurs piézoélectriques", Techniques de l'ingénieur, Traité Génie électrique D 3 765
- 22 UEHA, S., NAGASHIMA, H., MASUDA, M.,
"Longitudinal-torsional composite transducer type ultrasonic motor", IEEE trans. on
Ultr. Fer. and Freq. Contr., vol, 26, suppl. 26, n°2, p. 188-190, (1987).
- 23 M.AUBLIN, R.BONCOMPAIN, M.BOULATON, D.CARON, E.JEAY, B.LACAGE,
J.REA,
"Systèmes mécaniques-théorie et dimensionnement", edition Dunod, (1992).
- 24 NAYAK, R.P.,
"Contact vibrations", J.Sound and Vib., vol 22, n°3, 297-322, (1972).
- 25 MINDLIN, R.D.,
"Compliance of elastic bodies in contact", A.S.M.E. Trans, Serie E, J.Appl.Mech., vol
16, p.259, (1949).

- 26 M.L.GLADWELL,
"Contact problems in the classical theory of elasticity", Sijthoff-Nordhoff, (1980).
- 27 K.L.JOHNSON,
"Contact mechanics", Cambridge University Press, (1985).
- 28 H.HERTZ,
"Uber die beryhrung fester elastischer korper (On the contact of elastic solids)", J.reine angewndte mathematik, 92, 156-171, (1982), (for english translation see Jones and schott (eds) Miscellaneous Papers by H.Hertz Macmillan Press London 1896)
- 29 GUPTA, P.K., WALOWIT, J.A.,
"Contact Stress between an elastic cylinder and a layered elastic solid", A.S.M.E., Trans., serie F, J.Lubr. Tech., vol 96, 250-257 (1974).
- 30 L. VANEL,
"Le contact stator-rotor dans un moteur piézoélectrique : Modélisation mécanique et étude du frottement métal-polymère en vue de l'optimisation du choix de la couche de frottement", Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris en science et génie des matériaux (Paris, 1996).
- 31 J. F. ROUCHON, S. CRESPIAN, Ph. KAPSA, "Approche tribologique des piézo-moteurs", Magelec 98, 1° colloque sur les Matériaux ElectroActifs, p. 47-54 (1998).
- 32 A. SIGNORINI,
"Questini di elastostatica linearizzata e semilinearizzata ", Rend . di Matem e sur Appl 18 (1959).
- 33 FICHERA,
"Un theorema generale de semicontinuita par gli integrali e sue applicazioni alla fiscamatematica", Ahi del convergo lagrangiano, Turino 138-151 (1963).
- 34 B. FREDRIKSSON, G. RYDHOM et P. SJOBLOM,
"Variational inequalities in structural mechanics with emphasis on contact problems", Int Conf on Finite Elements in non-linear solids and Structural mechanics 863-883 (1978).
- 35 N. KIKUCHI, J. T. ODEN,
"Contact problems in elasticity", SIAM, Philadelphia PA (1981).
- 36 J. T. ODEN, N. KIKUCHI,
"Finite elements for constrained problems in elasticity", Int. J. Numer. Meth. Eng vol 18, 701-725 (1982).
- 37 I. HLAVECK, J. LOSIVEK,
"A finite element analysis for the signorini problems in plan elastostatics", Aplikace Matematiky, vol 22, 215-218 (1982).
- 38 Y. YAMADA, E. EZAWA et AL,
"handy incorporation of bond and singular elements in finite elements solution routines ", Trans.5th.Internat.Conf.on SMIRT(1979).

- 39 H. SCHAFER,
"A contribution to the solution of contact problems with the aid bond of elements",
Comput. Meth. Appl. Mech. Eng, vol 6, 335-354 (1975).
- 40 J. T. ODEN, E. B. PIRES,
"Nonlocal and Nonlinear friction laws and variational principles for contact problems in
elasticity", J. Appl. Mech. vol 50, 67-76 (1983).
- 41 Y. SEGUCHI et AL,
"Sliding rule of friction in plastic forming of metals", Comp.Meth.in Nonlinear Mecha-
nics (University of Texas at Austin),, 683-697 (1974).
- 42 B. FREDRIKSSSEN,
"Finite element solution of surface nonlinearities in structural mechanics with special
emphasis to contact and fracture mechanics problems", Comp and Structures, vol 6, 281-
290 (1976).
- 43 R. MICHALOWSKI, Z. MROZ,
"Associated and non-associated sliding rules in contact and friction problems", Arch.
Mech. vol 30, 259-276 (1978).
- 44 P. BACK, E. FELDER, J. HYFAL, Y. DESGATHA,
"Mise en forme des metaux, calcul par la plasticité", Dunod (1973).
- 45 S. I. OH,
"Finite element analysis of metal forming processes with arbitrary shaped dies", Int. J.
Mech. Sci 24,(1982).
- 46 J. L. CHENOT,
"Finite element calculation of unilateral contact with friction in no-steady state proces-
ses", Proc of the intern. Conf. on Num. Meth. Eng., Pineridge Press,T1 (1987).
- 47 J. C. GELIN, P. PICART,
"On the automatic simulation of two-dimentionnal metal forming processes by the finite
element method", In Structural Analysis Systems, vol 4 133-147 (1986).
- 48 N. REBELO, Y. NACTEGAAL,
"On the development of a general purpose finite element program for the analysis of for-
ming processes", Proc NUMIFORM 86, Ed by K.MATTIASSON et AL., (1987).
- 49 J.E.MONTTERSHEAD, S.K. PASCOE, AND R.G.ENGLISH,
"A general finite element approach for contact stress analysis", International Journal For
Numerical Methods In Engineering, vol 33, 765-779, (1992).
- 50 K. J. BATHE et A. CHAUDHARY,
"A solution method for elastic and dynamic analysis for three-dimentional contact pro-
blems with friction", Comp. Meth., vol 24, 855-873 (1986).

- 51 WEN-HUA CHEN et PWU TSAI ,
"Finite element analysis of elastodynamic sliding contact problems with friction", *Comp. Struct.* vol 22, 925-938 (1986).
- 52 JAMES G. MALONE AND NANCY L. JOHNSON,
"A parallel finite element contact/impact algorithm for non-linear explicit transient analysis: part I - The search algorithm and contact mechanics", *Inter., Jour., for Num., Meth., in Eng.*, vol 37, 559-590, (1994).
- 53 G. DUVAUT AND J. L. LIONS,
"Inequalities in mechanics and physics", Springer, Berlin, (1976).
- 54 N. KIKUCHI,
"A smooting technique for reduced integration penalty methods in contact problems", *Int. J. Num. Meth. Eng.* vol 18, 343-350 (1982).
- 55 N. KIKUCHI, J. T. ODEN et Y. J. SONG,
"Reduced integration and exterior penalty methods, for finite element approximation of contact problems in incompressible elasticity", TICOM Repport 80-2, The University of Texas at Austin, Austin, TX, (1980).
- 56 J. T. ODEN, Y. J. SONG et N. KIKUCHI,
"Rip-methods for contact problems in incomperssible elasticity", TICOM Repport 80-7, The University of Texas at Austin, Austin, TX, (1980).
- 57 J. TSENG et M. D. OLSON,
"The mixed finite element method applied to two-dimentional elstic contact problems", *Int. J. Num. Meth. Eng.* vol 17, 991-1014 (1980).
- 58 K. KUBOMURA et T. H. H. PIAN,
"Solution of contact problems by the assumed stress hybrid model", in T.Chang et al.(eds)., *Research in Nonlinear Structural Solid Mechanics*, NASA Conf Publication 2148, 211-224, (1980).
- 59 T. H. H. PIAN et K. KUBOMURA,
"Formulation of contact problems by assumed stress hybrid elements", in W. Wunderlich et al (eds)., *Nonlinear Finite element Analysis in Structural Mechanics*, Springer, Berlin (1981).
- 60 I. BABUSKA, J. T. ODEN et J. K. LEE,
"Mixed hybrid finite element approximations of second ordre elliptic boudary-value problems, Part II", *Comp. Meth. Appl. Mech. eng.* vol 14, 1-22, (1978).
- 61 A. F. SALEEB, T. Y. P. CHANG et S. C. SHUY,
"Finite element solutions of two-dimentional contact problems based on a consistent mixed formulation", *Comp. Struct.* vol 27, 455-466,(1987).
- 62 S. C. SHUY, T. Y. P. CHANG et A. F. SALEEB,
"Friction contact analysis using a mixed finite element method", *Comp. Struct.* vol 33, 223-242,(1989).

- 63 P. R. HEYLIGER et J. N. REDDY,
"A mixed computational algorithm for plane elastic contact problems-I, formulation",
Comp. Struct. vol 26, 621-634 (1987).
- 64 P. R. HEYLIGER et J. N. REDDY,
"A mixed computational algorithm for plane elastic contact problems-II, numerical
examples", Comp, Struct, vol 26, 635-653, (1987).
- 65 K. H. SCHWEIZORHOF, J. C. SIMO, P. WRIGGERS et R. L. TAYLOR,
"Finite deformation post-buckling analysis involving inelasticity and contact cons-
traint", Int. J. Num. Meth. Eng. vol 23, 779-800 (1986).
- 66 J. W. JU et R. L. TAYLOR,
"A perturbed lagrangian formulation for the finite element solution of nonlinear frictional
contact problems", J. de Mécanique théorique et appliquée, Special issue, Supple-
ment, 7,1-14 (1988).
- 67 BURMISTER, D. M.,
"The general theory of stress and displacement layered systems", Journal of appl. phys,
vol 16, 89-94, (1945).
- 68 CHEN, W. T.,
"Computation of stresses displacements in a layered systems", Int, Jour, of Eng, Science,
vol 9, 775-799, (1971).
- 69 CHEN, W. T., AND ENGEL P.,
"Impact and contact stress analysis multilayered media", Int, Jour, Solids Structures, vol
8, (1972).
- 70 GUPTA, P.K., WALOWITT, J.A., FINKIN, E.F.,
"Stress distribution in plane stain layered elastic solids subjected to arbitrary boundary
loading", A.S.M.E., Trans., serie F, J.Lubr. Tech.,vol 93, 427-433 (1973).
- 71 T. C. O'SULLIVAN, R. B. KING,
"Sliding Contact stress field due to a spherical indenter on a layered elastic half-space",
Journal of tribology, vol 110, 235-240, (1988)
- 72 J.F.ROUCHON,
"Approche tribologique du fonctionnement des moteurs à ultrasons à onde progressive",
Thèse Doctorat : Ecole centrale de Lyon 1996.
- 73 J. T. ODEN et J. A. C. MARTINS,
"Models and computational methods for dynamic friction phenomena", Comp. Meth.
Appl. Mech. Eng. vol 52, 527-634,(1985).
- 74 IPSI vol 9 n°2 (1987).
- 75 D. PERIC et D. R. OWEN,
"Computational model for 3-D contact problems with friction based on the penalty
method", Int. J. Num. Meth. Eng. vol 35, 1289-1309 (1992).

- 76 ANIL B. CHAUDHARY, KLAUS-JÜRGEN BATHE,
"A solution method for static and dynamic analysis of three-dimensional contact problems with friction", *Computers & Structures*, vol 27 n 6, 855-873, (1986).
- 77 T.TSCITA AND S. YMAJI,
"Finite element analysis of elastic contact problems", Univ, Tokyo Press, (1973).
- 78 B.DUBUS
"Analyse des limitations de puissance des transducteurs piézoélectriques", Thèse de doctorat en sciences des Matériaux à l'université des Sciences et techniques de lille (1989).
- 79 T.D. SACHDEVA. AND C.V. RAMAKRISHNAN,
"A finite element solution for the two-dimensionnal elastic contact problems with friction", *Int. J. Num. Meth. Eng.* vol 17, 1257-1271 (1981).
- 80 O.A. OLUKOKO AND A.A. BECKER,
"A new boundary element approach for contact problems with friction", *Int. J. Num. Meth. Eng.* vol 36, 2625-2642 (1993).
- 81 R. LE LETTY, F. CLAEYSSSEN, N. LHERMET, B. HAMONIC, J. N. DECARPIGNY et R. BOSSUT,
"Combined finite element-normal mode expansion methods in electroelasticity and their application to piezoactive motors", *Int. J. Num. Meth. Eng.* vol 40, 3385-3403 (1997).
- 82 L. BUCHAILLOT,
"Modélisation mécanique théorique des moteurs piezo-electriques à onde progressive", Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté (Besançon, 1995).
- 83 P. MINOTTI, P. Le MOAL, L. BUCHAILLOT et A. FERREIRA,
"Moteurs piézo-électrique à onde progressive : I. Modélisation de la conversion d'énergie mécanique à l'interface stator/rotor", *J. Phys. III france* 6, p. 1315-1337 (1996).
- 84 F.CLAESSEN, N.LHERMET, R. LE LETTY, R. BOSSUT, B. HAMONIC. J. C. DEBUS, R. LEDOEF, F. ANDRIANOELISON, LARGE,
"Application des matériaux actifs nouveaux à l'électrotechnique", *Compte rendu de fin d'opération d'une recherche financée par le Ministère de la Recherche et de l'Espace.* (1995).
- 85 P. LE MOAL, P. MINOTTI, A. FERREIRA et J. DUFFAUD,
"Moteurs piézo-électrique à onde progressive: II. Modélisation analytique bidimensionnelle du contact stator/rotor", *J. Phys. III france* 6, p. 1339-1361 (1996).
- 86 A. FERREIRA, P. CUSIN, P. MINOTTI et P. Le MOAL,
"Moteurs piézo-électrique à onde progressive : III. Limites de validité des modèles 2-D et perspectives actuelles", *J. Phys. III france* 6, p. 1363-1388 (1996).
- 87 BUFFLER, H.,
"Zur theorie der rollenden Reibung", *Ing., Arch.*, 27, 137 (1959).

- 88 BENTALL, R, H, et JOHNSON, K. L.,
"An elastic strip in plane rolling contact", Int., Jour., Mech., Scie., 10, 637, (1968).
- 89 P. Le MOAL, P. CUSIN,
"Modélisation mécanique théorique des moteurs piézoélectrique à onde progressive :
vers une optimisation du comportement radial de l'interface", Magelec98, 1° colloque sur
les Matériaux ElectroActifs, p. 119-124 (1998).
- 90 SNEDDON, I. N.,
"Fourier Transforms", McGraw-Hill Book Co., (1951).
- 91 O.C. ZIENKIENWICZ,
"La méthode des éléments finis", McGraw-Hill, (1979).
- 92 G.DHATT et G.TOUZOT,
"Introduction aux éléments finis", Collection Université de Compiègne, Maloigne, (1982).

Annexe A

Principaux résultats de la théorie de Hertz

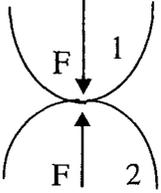
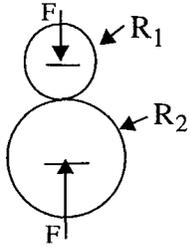
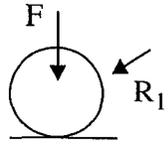
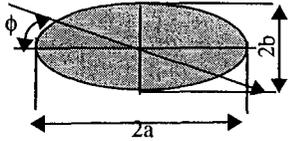
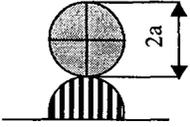
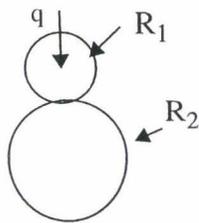
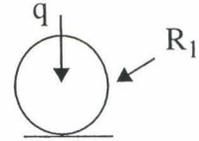
Tableau A.1 : Tableau récapitulatif des résultats de la théorie de Hertz dans le cas de liaison ponctuelle	Types de contact	surfaces quelconques $C_1 = \frac{1}{R_1}$ $C_1' = \frac{1}{R_1'}$ $C_2 = \frac{1}{R_2}$ $C_2' = \frac{1}{R_2'}$  R_1, R_1', R_2, R_2' sont les rayons de courbure principaux de 1 et 2	sphère/sphère		Sphère/plan	 $R_2 = \text{infini}$
	Forme	Ellipse $k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi \cdot E_i}$ 	Cercle		Cercle	rayon a
	Dimension	$a = m \cdot 3 \sqrt{\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{k_1 + k_2}{C_1 + C_1' + C_2 + C_2'} \cdot F^2}$ $b = \frac{n}{m} a$	$a = 3 \sqrt{\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{(k_1 + k_2) R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot F^2}$	$a = 3 \sqrt{\frac{3\pi}{4} \cdot (k_1 + k_2) \cdot R \cdot F^2}$		
	Rapprochement δ	$\delta = r \cdot \frac{3\pi}{4a} (k_1 + k_2) F$	$\delta = 3 \sqrt{\frac{9\pi^2 (k_1 + k_2)^2 (R_1 + R_2)}{16 R_1 R_2} \cdot F^2}$	$\delta = 3 \sqrt{\frac{9\pi^2 (k_1 + k_2)^2}{16 R} \cdot F^2}$		
	P_{\max}	$P_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a \cdot b}$	$P_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a^2}$	$P_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a^2}$		

Tableau A.2: Tableau récapitulatif de la théorie de Hertz dans le cas de liaison linéique

Tableau A.2: Tableau récapitulatif de la théorie de Hertz dans le cas de liaison linéique	Types de contact		cylindre/cylindre 	Cylindre/plan  R2=infini
	surface de contact	Forme	Rectangle longueur supposé infini; largeur 2a; q: charge par unité de longueur	Rectangle longueur infini; largeur 2a; q: charge par unité de longueur
		Dimension	$a = 2 \cdot \sqrt{q \cdot \frac{(k_1 + k_2) R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$	$a = 2 \cdot \sqrt{(k_1 + k_2) \cdot q \cdot R}$
	Rapprochement δ		pas de valeur par la théorie de Hertz	pas de valeur par la théorie de hertz
P_{max}		$P_{max} = 0,59 \sqrt{q \cdot \frac{E_1 \cdot E_2 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2 \cdot (E_1 + E_2)}}$ si $\nu=0.3$ $P_{max} = \frac{2 \cdot q}{\pi \cdot a} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{q}{k_1 + k_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}}$	$P_{max} = 0,59 \sqrt{q \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{(E_1 + E_2)}}$ si $\nu=0.3$ $P_{max} = \frac{2 \cdot q}{\pi \cdot a} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{q}{k_1 + k_2} \cdot \frac{1}{R}}$	

Annexe B

Formulation éléments finis du code ATILA

B - 1 Méthode des éléments finis

A l'intérieur de chaque élément fini, les variables champ de déplacement, potentiel électrique ou champ de pression sont définies de manière unique par les valeurs qu'elles prennent aux noeuds de l'élément. Cette définition est assurée à l'aide de fonction d'interpolation, cette annexe présente les fonctions d'interpolation utilisées dans les éléments d'un code éléments finis ainsi que la formulation des différents tenseurs qui en découle.

B - 1.1 Fonctions d'interpolation

On considère un élément triangulaire dont les trois sommets sont les trois noeuds et $\Phi^{(e)}$ le vecteur des valeurs nodales du potentiel électrique sur ces trois noeuds. A partir de ces valeurs et des coordonnées des sommets, il est possible d'exprimer la valeur de Φ par une interpolation linéaire :

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 N_i^{(e)}(x, y) \cdot \Phi_i^{(e)} \quad (\text{A}, 117)$$

dont les coefficients $N_i^{(e)}$, appelés fonctions d'interpolation ou de pondération, sont représentés à la figure (A.1). Ces fonctions sont des polynômes en x et y dont les neuf coefficients constant (3x3) sont définis par les relations :

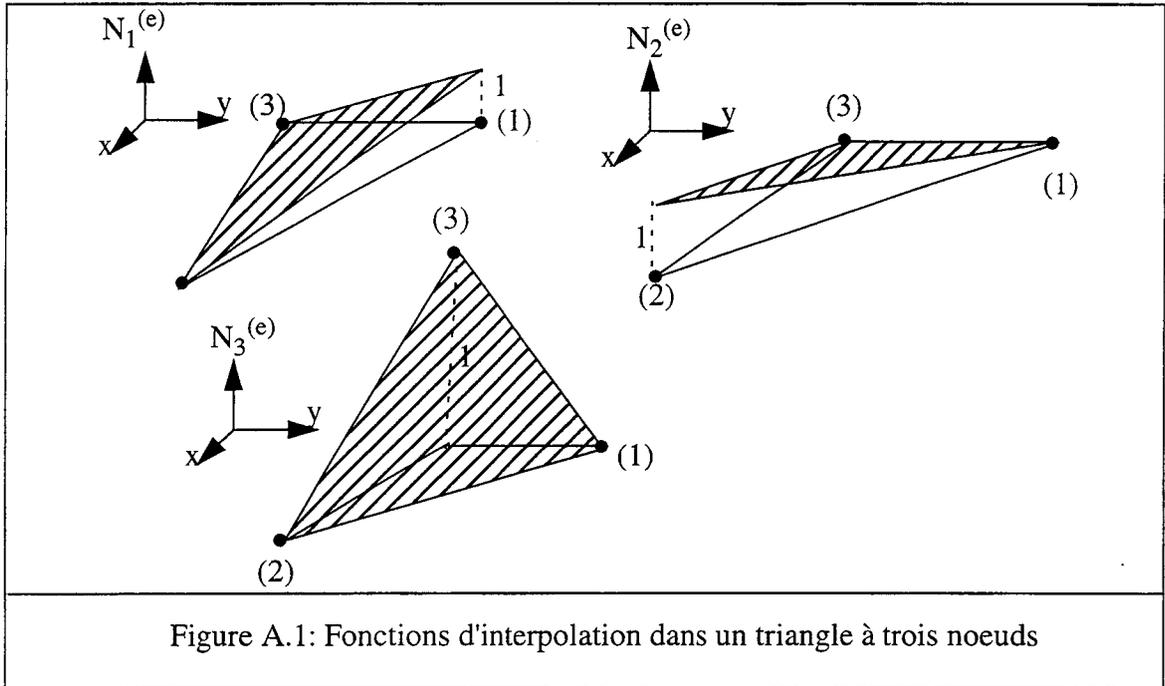
$$\begin{aligned} N_i^{(e)}(x_i, y_j) &= 1 & \text{si} & \quad i = j \\ N_i^{(e)}(x_i, y_j) &= 0 & \text{si} & \quad i \neq j \end{aligned} \quad (\text{A}, 118)$$

où les indices i et j varient de 1 à 3. Pour ce même élément, si on s'intéresse au champ de déplacement \underline{u} dont le vecteur des valeurs nodales $\underline{U}^{(e)}$ s'écrit :

$$\underline{u} = [N^{(e)}] \cdot \underline{U}^{(e)} \quad (\text{A}, 119)$$

avec :

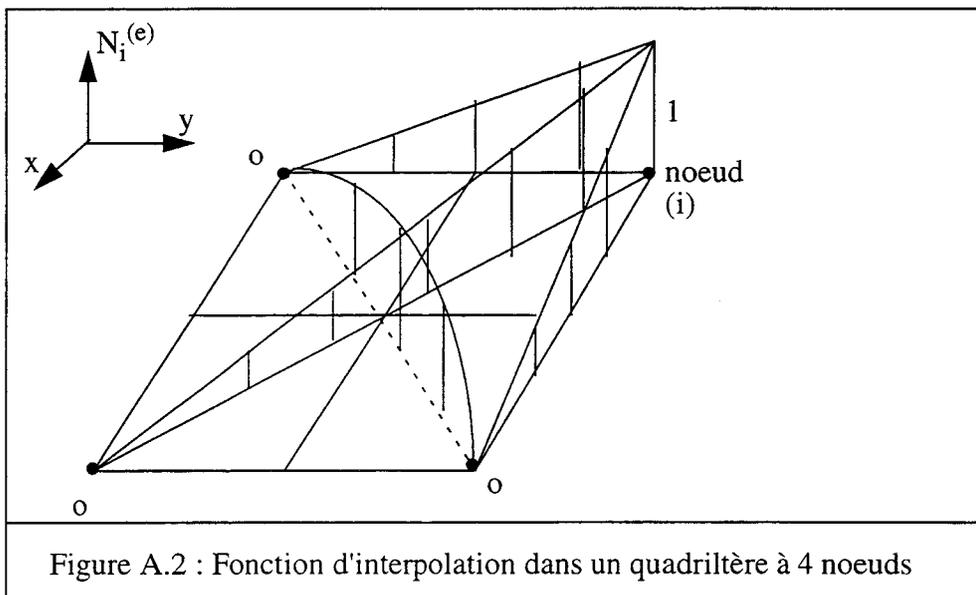
$$N^{(e)} = \left[N_1^{(e)}(x, y) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} N_2^{(e)}(x, y) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} N_3^{(e)}(x, y) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right]$$

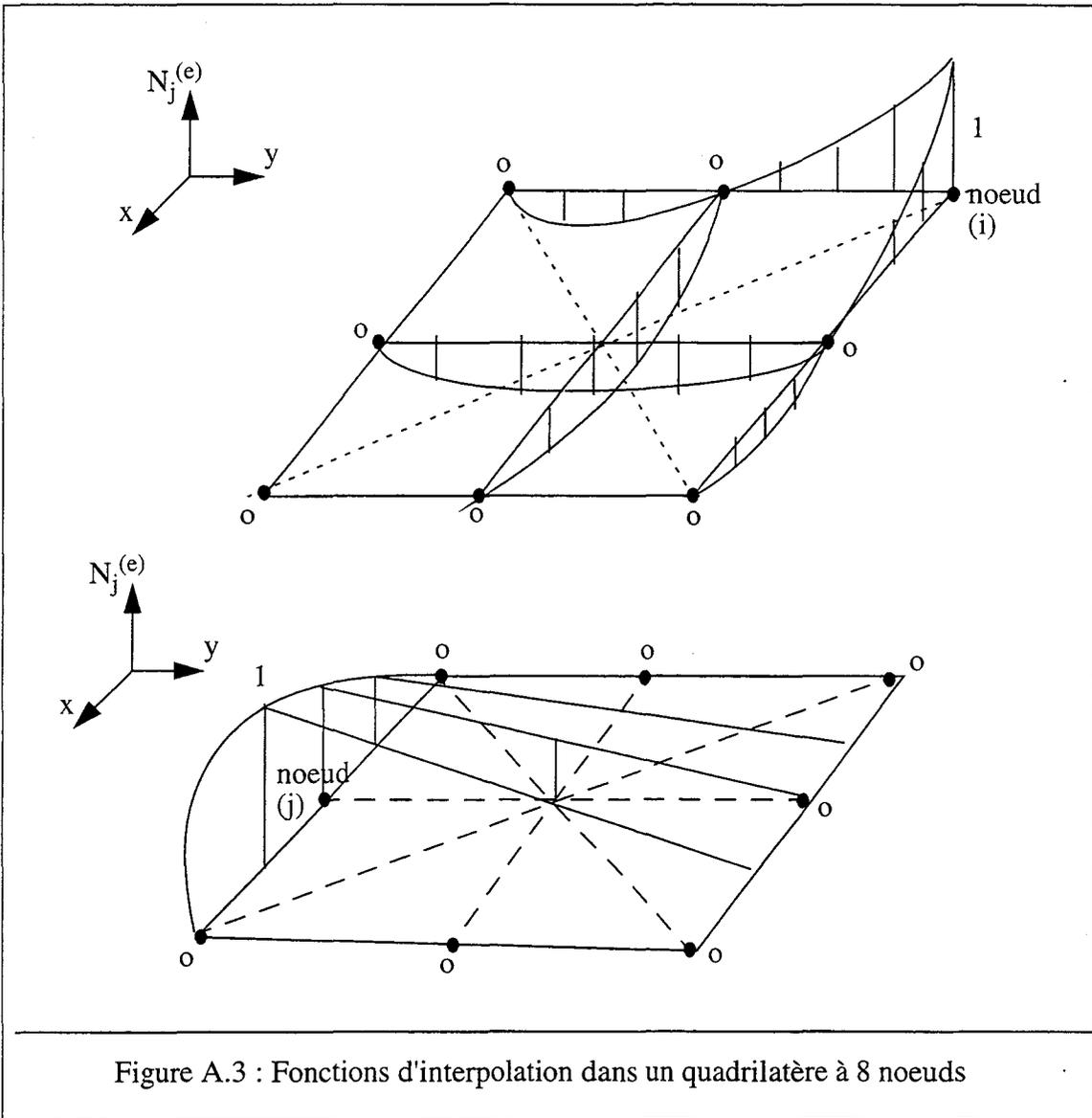


Pour un élément quadrilatère dont les quatre coins sont les noeuds, les relations précédentes restent valables à condition de faire varier les indices i et j de 1 à 4. Les fonctions d'interpolations restent linéaires sur les côtés de l'élément mais deviennent quadratiques à l'intérieur (figure A.2).

Pour un élément quadratique dont les quatre coins et les milieux des quatre côtés sont les huit noeuds, les relations précédentes restent valables en faisant varier les indices i et j de 1 à 8. Cette fois, les fonctions d'interpolations deviennent quadratiques sur les côtés (figure A.3).

Cette procédure est évidemment généraliste à des interpolations d'ordre plus élevé ou à des éléments tridimensionnels. Tous les détails peuvent être trouvés dans les livres de O.C. ZIENKIEWICZ [91] et de G.Dhatt et al [92].





B - 1.2 Formulation des différents tenseurs

Dans le cas d'un problème bidimensionnel avec symétrie de révolution, le champ électrique s'écrit :

$$\underline{\underline{E}} = -\overrightarrow{\text{grad}}(\Phi) \tag{A, 120}$$

ou encore, pour un élément à p noeuds:

$$\underline{\underline{E}} = -[\overrightarrow{\text{grad}}(N_1^{(e)}), \dots, \overrightarrow{\text{grad}}(N_p^{(e)})] \underline{\underline{\Phi}} \tag{A, 121}$$

En posant :

$$B_{\Phi_i}^{(e)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (A, 122)$$

et :

$$[B_{\Phi}^{(e)}] = [B_{\Phi_1}^{(e)}, B_{\Phi_2}^{(e)}, \dots, B_{\Phi_p}^{(e)}] \quad (A, 123)$$

le champ électrique peut s'écrire :

$$\underline{E} = -[B_{\Phi}^{(e)}] \cdot \underline{\Phi} \quad (A, 124)$$

Pour les déformations, on obtient, en utilisant la notation à six composantes :

$$\underline{S} = [B^{(e)}] \cdot \underline{U}^{(e)} \quad (A, 125)$$

avec :

$$[B^{(e)}] = [[B_1^{(e)}], [B_2^{(e)}], \dots, [B_p^{(e)}]] \quad (A, 126)$$

et :

$$[B_i^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} & \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (A, 127)$$

Dés lors, les relations constitutives de la piézoélectricité s'écrivent dans l'élément sous la forme :

$$\begin{aligned}\underline{T} &= [c^E][B^{(e)}]\underline{U}^{(e)} + [e]^T[B_\Phi^{(e)}]\underline{\Phi}^{(e)} \\ \underline{D} &= [e][B^{(e)}]\underline{U}^{(e)} - [\epsilon^S][B_\Phi^{(e)}]\underline{\Phi}^{(e)}\end{aligned}\tag{A. 128}$$

où $[c^E]$, $[e]$ et $[\epsilon^S]$ sont respectivement le tenseur des rigidités élastiques à champ électrique constant condensé, le tenseur piézoélectrique condensé et le tenseur des permittivités diélectriques à déformation constantes

B - 2 Description du code éléments finis ATILA

Le code éléments finis ATILA est un logiciel développé et élaboré au sein du laboratoire d'acoustique de l'ISEN, ce code a été destiné initialement à l'acoustique sous marine et à l'étude des transducteurs d'où le nom ATILA (acronyme de: ANALYSE DE TRANSDUCTEURS PAR INTEGRATION DES EQUATIONS DE LAPLACE). il peut être utilisé pour effectuer l'analyse statique, modale ou harmonique de structure élastiques, piézoélectrique ou magnétostrictif immergé ou non, proposant deux couplages forts (couplages électro-mécanique et fluide-structure), il permet la conception de l'ensemble des matériaux actifs : actionneurs, transducteurs, capteurs....

B - 3 Couplage électro-mécanique

ATILA permet le calcul des structures à base de matériaux actifs en couplage fort électro-mécanique. Les structures sont directement excitées par des potentiels électriques sur les électrodes, des courants dans les inducteurs ou par des chargements mécaniques (déplacements, forces...)

B - 4 Couplage fluide-structure

Il est capable aussi de résoudre en couplage fort des problèmes incluant à la fois des domaines solides et fluides. Il possède des éléments dédiés au rayonnement acoustique vers l'infini. Le couplage fluide-structure est cumulable avec le couplage électro-mécanique, ce qui autorise la modélisation de transducteurs électroacoustiques immergés.

B - 5 Multi-excitations

Il autorise dans un même calcul l'utilisation de plusieurs excitations électriques, magnétiques et acoustiques, pouvant être déphasées les unes par rapport aux autres. Il permet ainsi l'analyse des structures à couplage de vibrations.

B - 6 Tout type d'analyse

Il propose des solveurs couvrant l'ensemble des analyses envisageable: statique, modale, harmonique et transitoire, il permet également l'étude de structures périodiques. En analyse modale, il fournit, pour chaque mode, la fréquence de résonance, le coefficient de couplage effectif, quantifiant l'efficacité de la conversion électro-mécanique et bientôt l'amortissement modal.

B - 7 Anisotropies

Il permet la description complète de l'anisotropie des matériaux actifs. Jusqu'à 145 coefficients peuvent être utilisés pour la définition d'un matériau. des polarisations particulières (radiales, sphériques....) peuvent être modélisées.

B - 8 Pertes

Il intègre les pertes diélectriques, magnétiques, mécaniques et fluidiques ainsi que les pertes de couplage piézoactif et l'énergie dissipée par rayonnement.

B - 9 Maillage

Le préprocesseur PREATI du logiciel ATILA intègre les outils de description géométrique et de maillage les plus avancés:

- description graphique de géométries 2D ou 3D paramétrées,
- maillages 2D et 3D: automatiques, réglés ou couplés,
- éléments 2D: triangles, quadrangles....
- éléments 3D: tétraèdres, prismes, hexaèdres, pyramides...

Des structures extrêmement complexes peuvent ainsi être traités avec précision tout en offrant un compromis optimal entre les temps de préparation de maillage et les temps de calcul.

B - 10 Interfaces

Atila est couplé avec le logiciel CACTUS dédié à la modélisation de la mécanique du contact en utilisant la technique des schémas équivalents, ainsi qu'avec les logiciels EQI et CHIEF spécialisés dans le rayonnement ou la diffraction acoustique.

B - 11 Présentation des éléments de la bibliothèque du code ATILA

Les éléments du code ATILA sont, en majorité, des éléments isoparamétriques à interpolations quadratique [doc ATILA] qui permettent une description simple de surfaces courbes. Pour ces éléments, il est nécessaire de distinguer le repère global, le repère local et le

repère réduit. Les coordonnées des noeuds du maillage sont exprimés dans le repère global. Le repère local est un repère intermédiaire attaché à l'élément considéré. Le repère réduit est utilisé pour calculer les intégrales relatives aux matrices et vecteurs élémentaires à l'aide d'une technique numérique dite à quadrature de Gauss. La transformation des coordonnées des noeuds du repère réduit au repère local (figure A.5) est réalisée à l'aide d'une transformation ponctuelle utilisant les fonctions d'interpolation.

Les éléments disponibles dans le code peuvent être à deux ou trois dimensions et de formes variées, parmi lesquels on cite :

B - 11.1 Eléments mécaniques

Ces éléments peuvent décrire le comportement de structures élastiques isotropes. ils peuvent être bidimensionnels (triangle à 6 noeuds ou quadrilatère à 8 noeuds). Les éléments à deux dimensions permettent des analyses en contraintes planes, déformations planes ou à symétrie axiale.

B - 11.2 Elément piézoélectriques

Ces éléments décrivent des structures constituées d'un matériau piézoélectrique. Ils peuvent être bidimensionnels (triangle à 6 noeuds ou quadrilatère à 8 noeuds) ou tridimensionnels (tétraèdre à 10 noeuds, prisme à 15 noeuds ou hexaèdre à 20 noeuds). Les éléments à deux dimensions permettent des analyses en déformation planes ou à symétrie axiale. Tout type de matériau piézoélectrique, quel que soit son tenseur représentatif, peut être décrit.

B - 11.3 Eléments fluides

Ces éléments servent à modéliser un fluide homogène. Ils peuvent être bidimensionnels (triangle à 6 noeuds ou quadrilatère à 8 noeuds) ou tridimensionnels (tétraèdre à 10 noeuds, prisme à 15 noeuds ou hexaèdre à 20 noeuds). Les éléments à deux dimensions permettent l'analyse d'un champ de pression ne dépendant que de deux coordonnées d'espace ou à symétrie axiale.

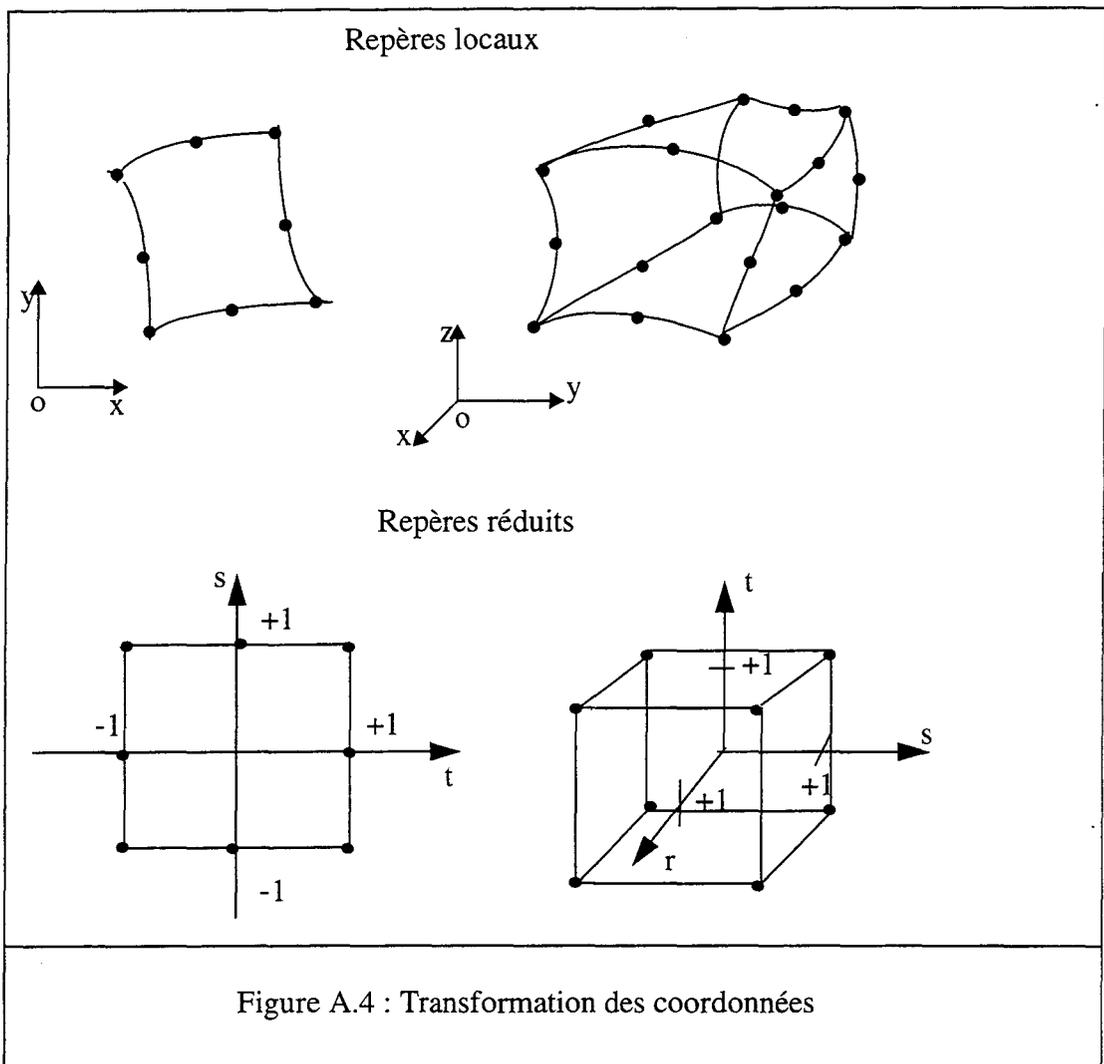
B - 11.4 Eléments interface

Ces éléments imposent conditions de continuité cinématique et dynamique à l'interface des maillages solide et fluide. Ils peuvent être bidimensionnels (éléments à 6 noeuds) ou tridimensionnels (triangles à 12 noeuds ou quadrilatère à 16 noeuds). Les éléments bidimensionnels permettent des analyses en déformation planes et en symétrie axiale.

B - 11.5 Eléments rayonnants

Ces éléments imposent une conditions de rayonnement monopolaire ou dipolaire sur la surface fluide limitant le maillage. ils permettent des modélisations bidimensionnelles

(éléments à 3 noeuds) ou tridimensionnelles (triangle à 6 noeuds ou quadrilatère à 8 noeuds).



RESUME DE THESE

Les moteurs piézoactifs à base de matériaux piézoélectriques, électrostrictifs ou magnétostrictifs révolutionnent le monde de la recherche en France depuis quelques années. Ce nouveau type de moteur permet l'obtention d'un couple élevé à faible vitesse, un fort couple de maintien à l'arrêt et fonctionne grâce à la combinaison de deux transductions d'énergie : la première a lieu entre la céramique piézoélectrique et le résonateur métallique, formant tous deux le stator, où l'énergie électrique est transformée en énergie acoustique, la seconde se produit à l'interface stator-rotor où se produit la conversion par frottement de l'énergie acoustique de stator en mouvement de corps rigide du rotor, grâce au revêtement de friction collé à l'élément rotorique.

Cette thèse apporte une contribution au développement d'une approche numérique pour modéliser le contact avec ou sans frottement à l'aide de la méthode des éléments finis. Deux grands axes de travaux sont menés : le premier est le développement du code éléments finis ATILA déjà capable de simuler le comportement électromécanique des transducteurs piézoélectriques, pour modéliser les phénomènes impliquant la mécanique du contact. L'approche numérique proposée a été testée avec succès sur plusieurs exemples simples pour différents types de contact large, étroit, bicouche, en déformation plane, en contrainte plane ou en axisymétrique, elle a permis de déterminer numériquement les zones de glissement et d'adhérence dans une zone de contact. Le second axe a concerné l'application de ce modèle sur deux types de moteurs piézoactifs, le premier est le moteur magnétostrictif FLEX-M1 de Cedrat-Recherche, le seconde est le moteur piézoélectrique URS60 de Shinsei.

Mots-clefs

Moteurs piézoactifs

Contact mécanique

Tribologie

Modélisation numérique

Méthode des éléments finis

