N° d'ordre : 2253

THESE

présentée et soutenue le 28 Avril 1998

à

I'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN ELECTRONIQUE

par

Pierre FIOROT

AMELIORATION DE LA THEORIE UNIFORME DE LA DIFFRACTION DANS LE CAS DE L'INCIDENCE RASANTE OU D'UN CHAMP DOUBLEMENT DIFFRACTE.

Membres du jury :

P. COMBES G. CHASSAY P. DEGAUQUE P. MARIAGE M. MALAQUIN Président, Rapporteur Rapporteur Directeur de thèse Co-directeur de thèse Invité



the loss of15

Remerciements

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre deux organismes: Le premier de ces organismes est le Laboratoire de Radio - Propagation et Electronique (LRPE) de l'Université de Lille I. Le second est le Site d'Etudes et de Recherches en TELécommunications (SERTEL), à Toulon, rattaché au Centre Technique des Systèmes Navals (CTSN) de la Délégation Générale pour l'Armement (DGA).

Au LRPE, j'adresse de vifs remerciements au Professeur DEGAUQUE, directeur du laboratoire, qui a accepté de diriger ma thèse. Je remercie aussi particulièrement Philippe MARIAGE, maître de conférence, pour ses remarques, sa présence constante et son soutien durant ces années.

Au SERTEL, mes remerciements sont dirigés vers Mr MALAQUIN pour m'avoir accueilli au sein de son service et m'avoir fait confiance.

Au SERTEL, je souhaite remercier encore nommément Maurice Colombani, Luc Poirier, Philippe Lacour, François Mellon, Alain Remy, Christianne Pignatel, Michel Pellet, Philippe Portala, Pierre Cangialeoni. Chacun pour des raisons que j'espère ils reconnaîtront.

Au CTSN, je remercie Fabrice Pellestor pour son soutien et ses encouragements.

Je remercie bien sûr mes rapporteurs, Messieurs les professeurs CHASSAY et COMBES. Mr Chassay est professeur à l'INSA de Rennes. Mr Combes est professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse.

Je remercie toutes les personnes que j'ai côtoyé de prés ou de loin durant ces années.

Mes derniers remerciements sont dirigées vers SOPHIE qui m'a accompagnée durant une bonne partie de la préparation de cette thèse.



Sommaire

TABLE DES MATIERES

I

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....1

CHAPITRE I

SIMPLE DIFFRACTION PAR UN DIÈDRE MÉTALLIQUE À BORD DROIT, CAS GÉNÉRAL ET CAS DE L'INCIDENCE RASANTE......4

1. G	ÉNÉRALITÉS SUR L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE (OG) ET SUR LA THÉORIE GÉOMÉTRIQUE	
Uni	FORME DE LA DIFFRACTION (TUD).	.5
2. Ir	TRODUCTION AU CHAPITRE	.7
3. E	CRITURE SCALAIRE DES CHAMPS DE RAYON INCIDENT, RÉFLÉCHI ET DIFFRACTÉ1	0
3.	1 Introduction	0
3.	2 Représentation du dièdre et écriture du coefficient de diffraction $D_{s,h}$ 1	1
3.	3 Ecriture synthétique, dans le cas général, des champs de rayon incident, réfléchi et	
d	ffracté1	3
4. L	IMITES D'OMBRE DES CHAMPS DE RAYON INCIDENT ET RÉFLÉCHI1	6
4	1 Introduction	6
4	2 Cas généraux : Les rayons de la source n'illuminent pas le dièdre en Incidence	
R	asante	17
	4.2.1 Schémas démonstratifs pour l'ISB:	17
	4.2.2 Schémas démonstratifs pour la RSB:1	8
	4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence	
	4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante	20
4	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca 	20 as
4 li	4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante.	20 as 20
4 li	4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 2 4.3.1 Introduction.	20 as 20 20
4 li	4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 2 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 2 4.3.1 Introduction. 2 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 2	20 as 20 20 21
4 li	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ. 	20 as 20 20 21 21
4 li	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ. 4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : φ' = 0. 	20 as 20 20 21 21 21
4 li	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ 4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : φ' = 0 4.3.2.3 Conclusion. 	20 AS 20 20 21 21 21 21
4 li	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ 4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : φ' = 0 4.3.2.3 Conclusion. 4.3.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre. 	20 as 20 20 21 21 21 21 22 22
4 li	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le ca nite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ 4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : φ' = 0 4.3.2.3 Conclusion. 4.3.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre. 4.3.3.1 Cas de la source dans le prolongement de la face_n : φ' = (n-1)π 	20 as 20 20 21 21 21 22 22 22 23
4 li	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le canite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ. 4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : φ' = 0. 4.3.2.3 Conclusion. 4.3.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre. 4.3.3.1 Cas de la source est dans le prolongement de la face_n : φ' = π	20 as 20 20 21 21 21 22 22 23 23
4 1 1	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en incidence Rasante	20 as 20 20 21 21 21 22 22 23 23 24
4 1i	 4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante. 3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le canite : l'incidence rasante. 4.3.1 Introduction. 4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre. 4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : φ' = nπ. 4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : φ' = 0. 4.3.2.3 Conclusion. 4.3.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre. 4.3.3.2 Cas où la source est dans le prolongement de la face_n : φ' = π	20 as 20 20 21 21 21 22 23 23 24 25

5. Etude du coefficient de diffraction ${ m D}_{{ m s},{ m h}}$ du dièdre à bord droit parfaitemen	Т
CONDUCTEUR AUX COMBINAISONS D'ANGLES ϕ', ϕ OÙ IL N'EST PAS IMPLICITEMENT DÉFIN	1.26
5.1 Introduction.	26
5.2 Combinaisons d'angles (ϕ', ϕ) où le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ n'est pas défini.	.26
5.3 Calcul du développement limité des coefficients D'_1, D'_2, D'_3, D'_4 à la limite d'ombre	e où
ils sont indéterminés.	28
5.3.1 Introduction	28
5.3.2 Développement Limité de D'_1 en $\varphi = \varphi_{ISB1} = \varphi' - \pi$: La face_o du dièdre est	à
l'ombre.	29
5.3.3 Développement Limité de D', en $\phi = \phi_{1SB2} = \phi' + \pi$. La face n du dièdre à	
l'ombre.	31
5.3.4 Développement Limité de D' ₂ en $\varphi = \varphi_{PSP2} = (2n-1)\pi - \varphi'$. La réflexion se	
produit sur la face n du dièdre	
5.3.5 Développement Limité de D', en $\varphi = \varphi_{PSPA} = \pi - \varphi'$, réflexion sur la face o c	łu
dièdre	
5.3.6 Conclusion sur la levée de l'indétermination des coefficients D', D', D', D', à	
leur limite d'ombre respective (ISB ou RSB).	37
5.4 Valeur du coefficient de diffraction aux limites d'ombre. Incidence Non Rasante et	t
Incidence Rasante	38
5.4.1 Introduction.	38
5.4.2 Cas de l'Incidence Non Rasante.	39
5.4.3 Cas de l'Incidence Rasante.	39
5.4.3.1 Cas de la source située sur une des faces du dièdre	39
5.4.3.2 Cas de la source dans le prolongement de l'une des faces du dièdre	40
5.4.4 Remarque sur la valeur du coefficient de diffraction $D_{s,h}$ aux limites d'ombre	41
6. CALCUL DES CHAMPS INCIDENT, RÉFLÉCHI, DIFFRACTÉ ET CONTINUITÉ DU CHAMP TOTA	٩L
AUX LIMITES D'OMBRE DU DIÈDRE.	42
6.1 Introduction	42
6.2 Ecriture du champ diffracte aux limites d'ombre.	43
Uncidence Resente	эн Л 5
6 3 1 Introduction	رج 45
6.3.2 Calcul des champs au voisinage d'une ISB.	46
6.3.3. Calcul des champs au voisinage d'une RSB	47
6.3.4 Conclusion.	48
6.4 Ecriture de la continuité du champ total lorsque la source est en situation d'incider	nce
rasante	48
6.4.1 Introduction	48
6.4.2 Cas où la source est sur une des faces du dièdre	49
6.4.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre	51
6.4.4 Conclusion.	53
/. CONCLUSION SUR LE DIEDRE	54

CHAPITRE II

1. INTRODUCTION AU CHAPITRE II.	57
2. INTRODUCTION À LA COMPENSATION DES CHAMPS ET PRÉSENTATION DES	
CONFIGURATIONS ÉTUDIÉES.	59
3. PRÉSENTATION DU CHAMP DOUBLEMENT DIFFRACTÉ MÉCANIQUE	63
3.1 Généralités sur le Champ Doublement Diffracté Mécanique - Domaine de validité.	63
3.2 Ecriture du champ doublement diffracté mécanique dans le cas où la position des	
points source et d'observation est quelconque.	65
3.3 Explication du coefficient 1/2 qui apparaît dans l'expression du Champ Doublemen	ıt
Diffracté lorsque les deux dièdres ont une face commune	68
4. DÉTAIL DE LA COMPENSATION DES CHAMPS À LA DSB POUR CHAQUE CAS D'ÉTUDE	71
4.1 Introduction.	71
4.2 Cas le plus simple : cas de la figure II.1.a - Mise en évidence du paramètre de dista	nce
modifié qui permet la continuité du champ total à la DSB :	71
4.3 Cas de la figure II.2.a.	75
4.4 Cas de la figure II.1.b.	75
4.5 Cas de la figure II.2.b.	77
4.6 Cas de la figure II.3.a.	77
4.7 Cas de la figure II.4.a.	81
4.8 Cas de la figure II.3.b.	84
4.9 Cas de la figure II.4.b.	89
4.10 Synthèse sur la compensation des champs à la DSB.	92
5. LA DOUBLE DIFFRACTION MECANIQUE AUGMENTEE DE LA DIFFRACTION DE PENTE	94
5.1 Introduction.	94
5.2 Ecriture du Champ Doublement Diffracté Mécanique avec le terme de Diffraction d	de
Pente	95
5.3 Calcul des dérivées $\frac{\partial D_s(\phi',\phi,L)}{\partial \phi',\phi,L}$ et $\frac{\partial D_s(\phi',\phi,L)}{\partial \phi',\phi,L}$	97
$\partial \phi'$ $\partial \phi$	
5 1 Lioux d'indétermination des coefficients D ^s D ^s D ^s	08
5.4 Eleux d'indetermination des coefficients D_1 , D_2 , D_3 , D_4	70
5.5 Calcul du développement limité des coefficients D_1^3 , D_2^3 , D_3^3 , D_4^3 à leur limite	_
d'ombre respective.	98
5.6 Développement Limité, à la DSB, du Champ Doublement Diffracté Mécanique	
augmenté du Coefficient de Diffraction de Pente, dans le cas où la source n'est pas dar	15
l'axe de la tace commune aux deux diedres A et B	99
5./ Developpement Limité du Champ Doublement Diffracté augmenté du Coefficient d	1e
Diffraction de Pente à la DSB, dans le cas où la source est dans le prolongement de la	100
race commune.	100

5.8 Développement Limité du Champ Doublement Diffracté augmenté du Coeffic	ient de
Diffraction de Pente à la DSB, dans le cas où la source est dans le prolongement d	le deux
arêtes de dièdres distincts	102
5.9 Conclusion sur la Double Diffraction Mécanique avec la Diffraction de Pente.	105
6. LE CHAMP DOUBLEMENT DIFFRACTÉ UNIFORME.	107
7. LA TRIPLE DIFFRACTION MÉCANIQUE	109
8. CONCLUSION.	110

CHAPITRE III

1. INTRODUCTION	
2. COMPLÉMENT THÉORIQUE SUR SIMBA ET POLYGONE	113
2.1 Eléments théoriques sur SIMBA	113
2.1.1 Généralités.	113
2.1.2 Remarque sur la taille de la matrice du système linéaire et les limitations d	le la
Méthode des Moments.	114
2.2 Complément théorique sur POLYGONE.	115
2.3 Différences entre SIMBA et POLYGONE	115
2.3.1 Introduction	
2.3.2 Différence entre un logiciel 2D et un logiciel 3D.	116
2.3.3 Définition du champ rerayonné et du champ total par les deux méthodes	117
2.3.3.1 Introduction	117
2.3.3.2 SIMBA	117
2.3.3.3 POLYGONE.	118
2.3.4 Différence de source entre SIMBA et POLYGONE. Décroissance des ch	amps.119
2.4 Conclusion sur SIMBA et POLYGONE.	120
3. RÉSULTATS DU CALCUL DE CHAMP POUR DES CYLINDRES À SECTION CARRÉE	121
3.1 Introduction.	121
3.2 Etude du cylindre infini à section carrée de 1.6 lambda de côté illuminé par un	le source
linéique à 1.6 lambda du centre du carré	124
3.2.1 Introduction	124
3.2.2 Illumination à 45 degrés du cylindre à section carrée de 1.62 de côté	125
3.2.3 La source linéique est au dessus du milieu de la face supérieure à 1.6λ du	ı centre
du carré (position 'DE')	128
3.2.4 La source en position d'Incidence Rasante (position 'IR')	130
3.2.4.1 Cas de la polarisation E	130
3.2.4.2 Cas de la polarisation H	133
3.2.5 Conclusion.	138
3.2.6 Cartographies.	138

 3.3.1 Introduction. Conditions dans laquelle l'étude paramétrique est réalisée		3.3 Etude paramétrique sur l'arête du cylindre à section carrée en polarisation E	146
 3.3.2 Quelques repères pour faciliter la lecture des courbes présentées		3.3.1 Introduction. Conditions dans laquelle l'étude paramétrique est réalisée	146
 3.3.3 Cas de la section du carré où l'arête a = 1.6λ		3.3.2 Quelques repères pour faciliter la lecture des courbes présentées	148
 3.3.4 Cas de la section du carré où l'arête a = 0.6λ		3.3.3 Cas de la section du carré où l'arête $a = 1.6\lambda$	149
 3.3.5 Cas de la section du carré où l'arête a = 0.3λ		3.3.4 Cas de la section du carré où l'arête $a = 0.6\lambda$	150
 3.3.6 Conclusion sur l'étude paramétrique et la comparaison du champ total entre POLYGONE et SIMBA. 4. CONCLUSION. 		3.3.5 Cas de la section du carré où l'arête $a = 0.3\lambda$	150
POLYGONE et SIMBA		3.3.6 Conclusion sur l'étude paramétrique et la comparaison du champ total entre	
4. Conclusion		POLYGONE et SIMBA.	169
	4.	CONCLUSION	170

CONCLUSION GENERALI	E1	72	2
---------------------	----	----	---

REFERENCES.		.17	8
-------------	--	-----	---

INTRODUCTION GENERALE

Les ondes électromagnétiques, bien qu'elles soient le plus souvent invisibles, nous permettent parfois d'en ressentir naturellement les effets : le soleil nous envoie ses rayons et fait naître la vie, un être humain émet de la chaleur, deux aimants se repoussent ou s'attirent. Il est intéressant de savoir que la moindre particule émet des ondes électromagnétiques. Nous sommes constamment illuminés et nous illuminons constamment. L'homme trouve une utilisation domestique à ces ondes. Nous téléphonons, nous regardons la télévision, le médecin utilise des radiographies pour ses diagnostics, la cuisinière utilise parfois le chauffage par induction.

Dans le domaine militaire, la marine, par exemple, utilise l'électromagnétisme pour la communication et la détection. Il existe une centaine d'antennes sur un porte-avions, près de cinquante sur une frégate. Les systèmes associés à ces antennes couvrent une gamme de fréquence très large.

La cohabitation de tous ces systèmes dans un espace restreint n'est pas immédiate. Il faut tenir compte des interférences électromagnétiques entre les appareils et sur les hommes, des espaces de champ de tir des radars et des systèmes d'armes, etc.... Pour des raisons de coûts et de contraintes physiques, il est nécessaire de limiter au maximum tout déplacement d'antennes ou de systèmes pendant ou après la construction du navire. C'est pourquoi, des études sont indispensables à l'optimisation du fonctionnement de l'ensemble.

Pour positionner les aériens de communication, le CTSN¹ dispose de quelques outils de simulation. Une plate-forme de mesure avec plateau tournant permet d'évaluer l'impédance des antennes et leur diagramme de rayonnement dans un espace à trois dimensions. Les mesures sont aussi réalisées sur les maquettes des navires à l'échelle 1/50, ou sur des parties de navire jusqu'à l'échelle 1/7.5. La fréquence de travail doit être multipliée par le facteur d'échelle.

Outre des modèles de propagations en espace libre, rapides et faciles à mettre en place, des logiciels de simulations plus sophistiqués prennent en compte l'architecture des navires ou des parties de navires. Le logiciel "SIMBA" est basé sur la résolution de l'équation intégrale du champ électrique par la Méthode des Moments. C'est un outil 3D surfacique très performant jusqu'à la HF (30 MHz), puisqu'il permet de traiter, sur un navire complet, le rayonnement d'antennes HF. En VHF (100-162 MHz), seules des parties de navire peuvent être modélisées.

Pour traiter l'UHF (225 MHz - 1 GHz) et la SHF (domaine radar et télécommunications satellites), d'autres outils logiciels sont nécessaires. La méthode des moments devient trop lourde, les calculateurs ne peuvent plus suivre. Un autre logiciel "SOPRANO" est basé sur la méthode du spectre d'ondes planes. Cette méthode s'appuie sur la transformée de Fourier

¹ CTSN: Centre Technique des Systèmes Navals.

discrète et sur l'Optique Physique ou la Théorie Physique de la Diffraction. SOPRANO donne des informations de rayonnement mais n'est pas toujours suffisant pour déterminer le champ derrière des obstacles qui ont une épaisseur.

Dans ce domaine, la Théorie Uniforme de la Diffraction (TUD), avec la prise en compte des multiples diffractions, apparaît comme une solution intéressante. Elle s'applique théoriquement lorsque les obstacles sont plus grands que la longueur d'onde. Des auteurs [Kouyoumjian et Wang, 1974] considèrent qu'elle est applicable à des obstacles dont l'arête est supérieure à 0.6λ . Sur un navire, son utilisation peut s'envisager à partir de 300 MHz. Actuellement, un des débouchés majeur de la TUD est le domaine de la téléphonie cellulaire. La TUD est un moyen fiable pour connaître les zones de couverture des relais dans les rues des villes ou à l'intérieur des bâtiments.

L'étude de la TUD fait l'objet de cette thèse. Le présent rapport est composé de <u>trois chapitres</u>. Les deux premiers sont théoriques. Le dernier compare des simulations calculées à la fois par la TUD et par la Méthode des Moments.

La Théorie Uniforme de la Diffraction complète celle de l'Optique Géométrique. Ainsi, aux champs de rayon incident, réfléchi et réfracté, la TUD ajoute le champ de rayon diffracté <u>par</u> <u>l'arête d'un dièdre</u>. Le champ diffracté a un comportement particulier dans les zones dites de transition, c'est-à-dire dans des paraboles autour des limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi. A l'intérieur de ces zones, une fonction de transition permet <u>au champ</u> <u>diffracté de compenser les discontinuités de champs incident et réfléchi en assurant un champ total continu</u>.

Au <u>premier chapitre</u>, nous allons étudier la compensation des champs aux limites d'ombre dans le cas d'une source illuminant un dièdre. Dans la littérature, cette compensation est rapidement expliquée, d'autant plus lorsque la source est en situation d'incidence rasante par rapport aux faces du dièdre. La source est en situation d'incidence rasante <u>lorsqu'elle est sur une des deux</u> faces du dièdre ou lorsqu'elle se situe dans le prolongement de l'une de ces faces. Ici, la démonstration de la compensation des champs incident et réfléchi, à leur limite d'ombre, par le champ simplement diffracté, est généralisée non seulement en incidence non rasante mais surtout en incidence rasante. Toutes les étapes menant à la continuité du champ total sont détaillées.

Le <u>second chapitre</u> s'appuie sur tous les résultats du premier chapitre pour traiter de la double diffraction. Lorsqu'un second dièdre est présent, une nouvelle limite d'ombre est créée. Le champ simplement diffracté par la première arête est discontinu dans l'axe formé par les deux arêtes, après la première arête. Le champ qui permet de compenser cette nouvelle discontinuité est <u>le champ doublement diffracté</u>.

Le champ doublement diffracté étudié est le champ doublement diffracté <u>mécanique</u>. Le terme mécanique signifie que la diffraction par un dièdre, examinée au premier chapitre, est appliquée successivement sur chacun des dièdres. Cette façon de procéder est possible, d'après la théorie, tant que la seconde arête n'est pas dans la zone de transition de la première. Dans le cas contraire, le champ doublement diffracté mécanique n'a pas de sens et surtout ne compense pas parfaitement la discontinuité de champ simplement diffracté [Luebbers, 1984; Schneider, Luebbers, 1991].

Nous allons pourtant montrer que l'introduction d'un nouveau paramètre de distance dans un des coefficients de diffraction de la double diffraction mécanique permet de systématiser la continuité du champ total. En s'insérant aussi dans le calcul de la diffraction de pente, ce nouveau paramètre permet, sous certaines conditions, de retrouver la valeur du champ doublement diffracté calculé de façon exacte.

La compensation du champ simplement diffracté par le champ doublement diffracté mécanique augmenté ou non de la diffraction de pente est démontrée <u>dans huit configurations de source et</u> <u>de dièdre</u>. La source est ou non dans l'alignement des arêtes, les deux dièdres ou sont distincts ou ont une ou deux faces communes. Le cas où les deux faces sont communes correspond à l'étude de la bande.

Au <u>chapitre III</u>, un programme informatique, baptisé "POLYGONE" et basé sur la TUD a été réalisé. Ce programme prend en compte les résultats obtenus dans les deux premiers chapitres pour calculer le champ rayonné par des cylindres à section polygonale convexe dans un plan perpendiculaire au cylindre contenant la source.

La première partie de ce chapitre explique dans quelle mesure il est possible de comparer les résultats obtenus par un logiciel 3D basé sur la Méthode des Moments (SIMBA) et les résultats obtenus par un logiciel TUD 2D (POLYGONE).

La seconde partie de ce chapitre est réservée à l'application numérique.

Tout d'abord, fréquemment traité dans la littérature, le cas du cylindre à section carrée d'arête de largeur 1.6λ illuminé par une source linéique située à 0.8λ de l'arête, est repris, détaillé et complété. L'objectif ici est de montrer l'effet de chacune des diffractions : simple diffraction, double diffraction avec ou sans diffraction de pente et triple diffraction. Il est encore de montrer l'effet du paramètre de distance modifié du chapitre II sur le rayonnement de la structure.

Finalement, une étude paramétrique sur la dimension du carré et sur la distance de la source au carré est réalisée. Cette étude est destinée à éprouver les limites de validité de la TUD, sachant que la théorie indique qu'elle est valide pour des structures dont les dimensions sont grandes devant la longueur d'onde. Les dimensions d'arêtes des sections carrées présentées sont 1.6λ , 0.6λ , 0.3λ . Elles sont de l'ordre de la longueur d'onde.

Chapitre I : Etude du dièdre aux limites d'ombre : Incidence non rasante et Incidence Rasante. Page N°4

CHAPITRE I

Simple Diffraction par un dièdre métallique à bord droit.

Cas Général et Cas de l'Incidence Rasante.

1. Généralités sur l'Optique Géométrique (OG) et sur la Théorie Géométrique Uniforme de la Diffraction (TUD):

Tout au long de ce rapport, le calcul du rayonnement électromagnétique par des structures considérées parfaitement conductrices est déterminé à l'aide de <u>l'Optique Géométrique (OG)</u> et de la Théorie Géométrique Uniforme de la Diffraction encore appelée la <u>Théorie Uniforme</u> <u>de la Diffraction (TUD)</u>.

L'OG et la TUD sont des méthodes dites <u>asymptotiques</u>: <u>Elles sont valides théoriquement</u> <u>lorsque la longueur de l'onde est petite devant la plus petite dimension d'une structure</u>. C'est pourquoi elles sont aussi classées comme des <u>méthodes 'haute fréquence'</u>. <u>Ces conditions sur</u> <u>la structure et la longueur de l'onde permettent au champ électromagnétique d'être associé à</u> <u>un rayon</u>. Le rayon suit une trajectoire rectiligne dans un milieu homogène. Une fois le champ connu en un point du rayon, il devient connu en tout point du rayon (à part quelques points particuliers du rayon appelés 'caustiques').

Les champs de rayon de l'OG sont les champs de rayon incident, réfléchi et réfracté. Dans notre étude, les structures sont toujours parfaitement conductrices. Le rayon réfracté n'existe pas.

L'OG ne suffit pas toujours à décrire les phénomènes. <u>Keller [1962] est le premier à décrire un</u> champ diffracté par l'arête d'un dièdre qui soit un champ de rayon. Ainsi est née la <u>Théorie</u> <u>Géométrique de la Diffraction (TGD)</u>.

Le champ de rayon diffracté proposé par Keller a pourtant un inconvénient majeur : Il est faux au voisinage des limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi. Sur les limites elles mêmes, il prend une valeur infinie. Kouyoumjian et Pathak améliorent le coefficient de diffraction de Keller en y incorporant des fonctions dites de transition [1974]. La TGD devient alors la TUD, la Théorie Géométrique devient Uniforme : Le champ de rayon diffracté n'admet plus une valeur infinie erronée aux limites d'ombre du champ incident et du champ réfléchi, il y admet une forme indéterminée, dont la levée par un développement limité permet d'obtenir une juste valeur de champ total.

En plus de la propriété énoncée sur les dimensions des structures par rapport à la longueur d'onde, d'autres propriétés inhérentes à l'OG et la TUD méritent d'être évoquées :

• Les champs de l'OG et de la TUD n'ont pas de composante dans la direction de propagation.

- Le chemin du rayon s, le champ électrique E, le champ magnétique H, l'admittance Y sont liés par la relation vectorielle H(s) = Ys ∧ E(s).
- L'OG et la TUD sont valides pour des variations de champ lentes sur une longueur d'onde.
- La théorie liée à la TUD indique que le calcul de la diffraction par l'arête d'un dièdre est valide si l'arête et ses faces sont infinies.
- Le champ total en un point de l'espace est la somme des champs de rayons passant par ce point. Nous avons vu qu'il existe les champs de rayon incident, réfléchi par une surface, réfracté au travers d'un volume, diffracté par une arête infinie. Il existe aussi des champs de rayon diffracté par un coin, rampant sur une surface concave ou convexe. Différencons ici l'étude de structures parfaitement conductrices, partiellement conductrices, de diélectriques. Il existe encore les champs multiplement diffractés. Nous étudierons au chapitre II les champs de rayon doublement et triplement diffractés.

Toutes les références concernant la manière dont sont obtenus les différents champs de rayon à partir des équations de maxwell sont disponibles dans l'ouvrage conjointement écrit par McNamara, Pistorius et Malherbe [1990].

2. Introduction au chapitre.

Ce premier chapitre traite de la continuité du champ total aux limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi lorsque une source illumine un dièdre.

Rappelons qu'un dièdre est constitué de deux demi-plans se joignant par une arête. Le dièdre est la structure de base de la TUD. Lorsqu'une source illumine un dièdre, il existe des zones de l'espace où les champs de rayon incident et réfléchi existent ou n'existent pas. La demi-droite qui prend son origine sur l'arête et qui est la frontière entre la présence et l'absence de ces champs se nomme 'limite d'ombre'. Il existe donc la limite d'ombre du champ de rayon incident et la limite d'ombre du champ de rayon réfléchi (voir figure I.1). Cependant, une discontinuité de champ électromagnétique dans un milieu homogène (ici, l'air) n'a pas de réalité physique : le champ de rayon qui compense les discontinuités de champ incident et réfléchi aux limites d'ombre est le champ diffracté.

Les grandes lignes de la compensation de la discontinuité des champs incident et réfléchi par la discontinuité du champ diffracté peuvent être trouvées dans la littérature. Le sujet, pourtant, n'a a priori jamais été traité de façon exhaustive. C'est ce travail que ce chapitre se propose de réaliser. Kouyoumjian et Pathak [1974, page 1454] et Kouyoumjian et Wang [1974, pages 6 et 7] par exemple se contentent d'écrire en quelques lignes le développement limité du coefficient de diffraction aux limites d'ombre pour traiter de la compensation des champs. Ces auteurs indiquent aussi qu'il faut appliquer en polarisation H un coefficient 1/2 lorsque la source est sur une face du dièdre. McNamara, Pistorius et Malherbe [1990, chapitre 4, pages 191 à 208], quant à eux, ont réalisé un travail plus fourni. Ils décrivent les valeurs angulaires des quatre limites d'ombre associées au dièdre (pages 175 à 178), ils annoncent une étroite relation entre ces quatre limites d'ombre et les quatre parties du coefficient de diffraction. McNamara, Pistorius et Malherbe décrivent encore de façon complète, lorsque la source n'est pas en position d'incidence rasante par rapport à l'une des faces du dièdre, la compensation du champ incident à une des deux limites d'ombre du champ incident et la compensation du champ réfléchi à une des deux limites d'ombre du champ réfléchi (pages 191 à 197). Ils traitent encore le cas particulier du demi-plan (qui est un dièdre d'angle nul) dans un cas d'incidence rasante, lorsque la source est sur la surface de ce demi-plan (pages 206 à 208).

Le travail présent reprend le travail de McNamara, Pistorius et Malherbe et lui ajoute un ensemble d'éléments qui répondent, je l'espère, à la plupart des questions sur la compensation de la discontinuité des champs incident et réfléchi à leur limite d'ombre par la discontinuité du champ diffracté. En incidence non rasante comme en incidence rasante.

Quatre étapes significatives sont présentées : La première est l'écriture mathématique des champs de rayon incident, réfléchi et diffracté dans le cas où le point source et le point champ ont une position quelconque dans l'espace. La seconde est l'étude des limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi et de leur écriture mathématique. La troisième est l'étude du comportement du coefficient de diffraction aux limites d'ombre. Cette troisième étape se décompose en deux parties : la première exprime le lien étroit entre les quatre coefficients

constituant le coefficient de diffraction et les limites d'ombre. Le développement complet de cette partie se trouve dans mon rapport sur la modélisation de la bande [25/04/1995, § III.1]. La seconde partie calcule l'expression du coefficient de diffraction à chacune des quatre limites d'ombre. La quatrième étape est la présentation de l'écriture des champs incident, réfléchi et diffracté aux limites d'ombre et de la continuité du champ total à ces limites.

L'intérêt majeur des trois dernières étapes est qu'elles traitent de la compensation des champs aux limites d'ombre non seulement dans tous les cas <u>d'incidence non rasante</u> mais surtout dans l'ensemble des cas <u>d'incidence rasante</u>. <u>Dans ce chapitre</u>, <u>l'incidence rasante signifie que la</u> <u>source est soit sur une des faces du dièdre</u>, <u>soit dans le prolongement de l'une de ces faces</u>. En incidence rasante, nous verrons qu'il y a toujours conjonction d'une limite d'ombre du rayon incident et d'une limite d'ombre du rayon réfléchi. Le dièdre peut avoir un angle intérieur nul (cas du demi-plan), aigu ou plat.

Ce chapitre sur le dièdre et la simple diffraction servira d'élan à l'étude des phénomènes de compensation liés à la double diffraction du second chapitre, et, aux multiples diffractions en général.



Figure I.1: Représentation 2D des rayons intervenant lors du calcul du rayonnement électromagnétique d'un dièdre parfaitement conducteur. S symbolise la source de rayonnement, A l'arête du dièdre et le point de diffraction, Q_r est un point de réflexion du champ réfléchi sur une des faces du dièdre.

3. Ecriture scalaire des champs de rayon incident, réfléchi et diffracté.

3.1 Introduction.

Rappelons que les champs électromagnétiques de l'Optique Géométrique (OG) et de la TUD sont associés à un rayon optique qui décrit une trajectoire linéaire dans un milieu isotrope. Ce paragraphe donne les expressions mathématiques générales des champs de rayon incident, réfléchi par une surface et diffracté par l'arête d'un dièdre. Les champs de rayon n'ont pas de composantes dans la direction de propagation.

Seules deux polarisations sont à considérer : la polarisation E et la polarisation H. Toute autre polarisation est combinaison linéaire de ces deux premières. <u>En 2D, la polarisation E correspond à un champ électrique parallèle aux arêtes du ou des dièdres; La polarisation H correspond au champ magnétique parallèle aux arêtes.</u>

La valeur du champ sur un rayon est déterminée si le champ est connu en un point du rayon. Le champ ne peut être connu en certains points particuliers appelés caustiques. Les caustiques peuvent être, suivant le type de l'onde incidente, le point source, le point de réflexion, le point de diffraction sur l'arête. L'expression d'un champ de rayon en un point P, tant qu'il ne rencontre pas d'obstacle, est le produit de la valeur du champ en un point P' par un <u>facteur de dispersion</u> et par un terme de phase. Le facteur de dispersion et le terme de phase tiennent compte du trajet P'P. Le facteur de dispersion tient compte du type de l'onde incidente qui est une onde ou plane ou cylindrique ou sphérique (voir le tableau I.1). Comme son nom le sous-entend, le facteur de dispersion représente la décroissance du champ avec la distance P'P.

Lorsqu'un champ de rayon atteint une surface réfléchissante, alors <u>un coefficient de réflexion</u> $R_{s,h}$, <u>au point de réflexion</u>, fait le lien entre le champ incident et le champ réfléchi. De même, lorsqu'un champ de rayon atteint une arête diffractante, alors <u>un coefficient de diffraction</u> $D_{s,h}$, <u>au point de diffraction</u>, fait le lien entre le champ incident et le champ diffracté. Les indices 's' et 'h' sont classiquement utilisés par les anglo-saxons dans les coefficients $R_{s,h}$ et $D_{s,h}$. Ils désignent respectivement les termes 'soft', ici en 2D pour la polarisation E et 'hard', en 2D pour la polarisation H.

Pour des structures parfaitement métalliques en dimension deux, l'expression du coefficient de réflexion est simple :

En polarisation E, $R_{s,h} = R_s = -1$ En polarisation H, $R_{s,h} = R_h = +1$.

3.2 Représentation du dièdre et écriture du coefficient de diffraction D_{1,1}.

Rappelons qu'un dièdre est composé de deux demi-plan raccordés par une arête. Considérons un dièdre dont l'angle d'ouverture α est égal à $(2-n)\pi$, n étant un réel compris entre 1 et 2.

$$\alpha = (2-n)\pi , \ 1 \le n \le 2$$

Ainsi, pour n = 2, l'angle intérieur du dièdre est nul, le dièdre est un demi-plan. Le dièdre est un plan quand n = 1. Pour toutes les autres valeurs de n comprises entre 1 et 2, le dièdre est aigu.

Dans ce rapport, les angles obtus ne sont pas traités $(0 \le n < 1)$ bien que Kouyoumjian et Pathak [1974] signalent que leur formule est aussi valide pour ces angles.



Figure I.2 : Caractérisation du dièdre pour la diffraction.

La figure I.2 représente un dièdre et les différents paramètres qui lui sont associés dans le calcul du champ diffracté. Les faces du dièdre se nomment face_o et face_n. Nous verrons au paragraphes § I.4 et § I.5 qu'il est important de les différencier.

Soient S, la source de rayonnement ou le point-source, P, le point de calcul du champ ou le point-champ, A symbolise l'arête du dièdre.

 φ' est l'angle du rayon incident, rayon de chemin SA, φ est l'angle du rayon diffracté, rayon de chemin AP. <u>Ce n'est que par convention que les angles</u> φ' <u>et</u> φ <u>ont pour origine la face o.</u>

Il est à noter que $0 \le \varphi' \le n\pi$, $0 \le \varphi \le n\pi$.

Le coefficient de diffraction de Kouyoumjian et Pathak [1974] pour des structures parfaitement conductrices 2D s'écrit:

$$D_{s,h} = D_{1}' + D_{2}' + R_{s,h} (D_{3}' + D_{4}') = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}} [D_{1} + D_{2} + R_{s,h} (D_{3} + D_{4})]$$

où : k est le nombre d'onde, n est l'indice lié à l'angle intérieur du dièdre, R_{sh} est le coefficient de réflexion,

et,

→ D₁ = cot an
$$\left[\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right]$$
 $F[kLa^+(\phi - \phi')]$
D₂ = cot an $\left[\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right]$ $F[kLa^-(\phi - \phi')]$
D₃ = cot an $\left[\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right]$ $F[kLa^+(\phi + \phi')]$
D₄ = cot an $\left[\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right]$ $F[kLa^-(\phi + \phi')]$

 \rightarrow L désigne le <u>paramètre de distance</u> dépendant de la nature de l'onde incidente (plane, cylindrique ou sphérique). Ce paramètre est décrit dans les tableaux I.1 et I.2 du paragraphe suivant (§ I.3.3).

Condition à respecter: kL>1, sauf si n proche de 1 : kL>3 (Voir l'ouvrage de Mac Namara, Pistorius et Malherbe [p.182, 1990]).

→
$$a^{\pm}(\beta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \beta}{2}\right)$$
 avec $\beta = \phi \pm \phi'$
et N^{\pm} , l'entier qui satisfait de la meilleure façon
 $2\pi nN^{+} - (\phi \pm \phi') = \pi$
 $2\pi nN^{-} - (\phi \pm \phi') = -\pi$

→ F(x) est la fonction de transition définie par $F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-ju^2} du$. Le détail et le programme de cette fonction se trouve dans l'ouvrage de Mc Namara, Pistorius et Malherbe [p.184 et annexes B2, F2, 1990].

Il existe une autre façon de calculer F(x). Si le détail des calculs se trouve dans mon rapport sur la BANDE [1995, paragraphe II.5.7], le résultat est présenté ci dessous :

$$F(x) = \sqrt{2\pi x} \left[f\left(\sqrt{\frac{2x}{\pi}}\right) + jg\left(\sqrt{\frac{2x}{\pi}}\right) \right]$$

avec
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 + 0.926x}{2 + 1.792x + 3.104x^2} + \varepsilon(x) \\ g(x) = \frac{1}{2 + 4.142x + 3.492x^2 + 6.670x^3} + \varepsilon(x) \end{cases}, |\varepsilon(x)| \le 2.10^{-3} \end{cases}$$

Il faut noter cependant que d'après les travaux effectués au LRPE par Johan Vandamme [1996], cette approximation n'est pas suffisante pour le calcul du coefficient de diffraction de pente (paragraphe § II.5).

3.3 Ecriture synthétique, dans le cas général, des champs de rayon incident, réfléchi et diffracté.

Les équations des champs de rayon incident, réfléchi et diffracté de ce rapport sont données sans explication sur le raisonnement théorique qui les génère. Les références théoriques peuvent être trouvées dans le Mac Namara, Pistorius et Malherbe [1990].

La majuscule U désigne indifféremment la polarisation E et la polarisation H.

Les notations suivantes sont adoptées :

 U_0 est l'amplitude du champ électrique ou magnétique à un point de référence sur le rayon, ϕ_0 est la phase du champ électrique ou magnétique au point de référence,

 $U^{i}(P)$, $U^{r}(P)$, $U^{d}(P)$ désignent respectivement les champs électriques ou magnétiques incident, réfléchi et diffracté au point-champ P,

Aⁱ, A^r, A^d sont respectivement les facteurs de dispersion des champs incident, réfléchi et diffracté. Leurs expressions sont décrites sur le tableau I.1

 Q_r est le point de réflexion sur une des faces du dièdre,

A est le point de diffraction sur l'arête du dièdre d'arête A, ainsi $U_A^d(P)$ est le champ diffracté par l'arête A au point-champ P et A_A^d est le facteur de dispersion associé.

 L_A est le paramètre de distance L associé à la diffraction par le dièdre d'arête A (cf. paragraphe § I.3.2).

Type d'onde incidente	Facteur de dispersion de l'onde incidente A ⁱ (SA)	Facteur de dispersion de l'onde réfléchie A ^r (SQ _r , Q _r P)	Facteur de dispersion de l'onde diffractée A ^d _A (SA, AP)	Paramètre de distance L _A
Plane	1	1	$\frac{1}{\sqrt{AP}}$	AP
Cylindrique	$\frac{1}{\sqrt{SA}}$	$\sqrt{\frac{SQ_r}{SQ_r + Q_r P}}$	$\frac{1}{\sqrt{AP}}$	$\frac{SA.AP}{SA+AP}$
Sphérique	$\frac{1}{SA}$	$\frac{SQ_r}{SQ_r + Q_rP}$	$\sqrt{\frac{SA}{AP(SA + AP)}}$	$\frac{SA.AP}{SA+AP}$

Tableau I.1 : Facteurs de dispersion des champs incident, réfléchi et diffracté pour une onde incidente plane, cylindrique ou sphérique.

Rappel : Les champs de l'OG et de la TUD en un point donné P s'écrivent à partir de la connaissance de la valeur de champ en un autre point du rayon, en tenant compte de la dispersion en amplitude de l'onde (facteur de dispersion) et du déphasage, causés par la distance entre les deux points. Les coefficients de réflexion et de diffraction font la transition entre la valeur de champ juste avant le point de réflexion ou de diffraction, et la valeur de champ juste après.

Les champs électromagnétiques au point P s'écrivent :

$$\Rightarrow U^{i}(P) = U_{0}.A^{i}(SP).exp[-jk.SP + \phi_{0}],$$

$$\Rightarrow U^{r}(P) = U^{r}(Q_{r}) \cdot A^{r}(SQ_{r}, Q_{r}P) \cdot \exp[-jk \cdot Q_{r}P]$$

avec $U^{r}(Q_{r}) = R_{s,h} \cdot U^{i}(Q_{r})$
 $U^{i}(Q_{r}) = U_{0} \cdot A^{i}(SQ_{r}) \cdot \exp[-jk \cdot SQ_{r} + \varphi_{0}]$
d'où,
 $U^{r}(P) = U_{0} \cdot R_{s,h} \cdot A^{i}(SQ_{r}) \cdot A^{r}(SQ_{r}, Q_{r}P) \cdot \exp[-jk \cdot (SQ_{r} + Q_{r}P) + \varphi_{0}]$

Le tableau I.2 montre que $A^{i}(SQ_{r}) \cdot A^{r}(SQ_{r}, Q_{r}P) = A^{i}(SQ_{r} + Q_{r}P)$ si bien que, $U^{r}(P) = U_{0} \cdot R_{s,h} \cdot A^{i}(SQ_{r} + Q_{r}P) \cdot exp[-jk \cdot (SQ_{r} + Q_{r}P) + \varphi_{0}]$

$$\Rightarrow U_A^d(P) = U_A^d(A) \cdot A_A^d(SA, AP) \cdot \exp[-jk \cdot AP]$$

avec $U_A^d(A) = D_{s,h} \cdot U^i(A)$
 $U^i(A) = U_0 \cdot A^i(SA) \cdot \exp[-jk \cdot SA + \varphi_0]$
d'où,
 $U_A^d(P) = U_0 \cdot D_{s,h} \cdot A^i(SA) \cdot A_A^d(SA, AP) \cdot \exp[-jk \cdot (SA + AP) + \varphi_0]$

Type d'onde incidente	Facteur de dispersion de l'onde incidente A ⁱ (SA)	$A^{i}(SQ_{r})A^{r}(SQ_{r},Q_{r}P) = A^{i}(SQ_{r}+Q_{r}P)$	A ⁱ (SA).A ^d _A (SA,AP)	Paramètre de distance L _A
Plane	1	1	$\frac{1}{\sqrt{AP}}$	AP
Cylindrique	$\frac{1}{\sqrt{SA}}$	$\frac{1}{\sqrt{SQ_r + Q_r P}}$	$\frac{1}{\sqrt{SA.AP}}$	$\frac{SA.AP}{SA+AP}$
Sphérique	$\frac{1}{SA}$	$\frac{1}{SQ_r + Q_rP}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{SA.AP}(\text{SA} + \text{AP})}}$	$\frac{SA.AP}{SA+AP}$

Tableau I.2 : Produit de facteurs de dispersion que l'on trouve dans les expressions du champ réfléchi et du champ diffracté.

Remarques :

Les facteurs de dispersion des champs réfléchi et diffracté, A^r et A^d , sont fonctions de deux variables, le chemin de rayon incident d'une part et les chemins de rayon réfléchi et diffracté d'autre part (voir tableau § I.1).

Nous verrons au paragraphe § I.6.2 que le paramètre de distance L_A , qui est un paramètre du coefficient de diffraction décrit au paragraphe § I.3.2, est lié aux facteurs de dispersion du champ diffracté lorsqu'il s'agit de la continuité du champ total aux limites d'ombre. Nous pouvons déjà noter que $\sqrt{L_A} \cdot A^i(SA) \cdot A^d_A(SA, AP) = A^i(SA + AP)$.



4.1 Introduction.

Lorsqu'une source S illumine un dièdre, il existe des zones de l'espace où le champ de rayon incident et le champ de rayon réfléchi existent ou n'existent pas. Ces zones de l'espace sont délimitées par les <u>limites d'ombre</u>.

Une limite d'ombre du rayon incident est désignée par l'abréviation ISB. L'abréviation RSB désigne une limite d'ombre du rayon réfléchi. En Anglais, les initiales ISB et RSB signifient « Incident Shadow Boundary » et « Reflexion Shadow Boundary ».

Lorsque l'angle intérieur du dièdre est inférieur à 180° et si chacune des faces est considérée de façon distincte alors nous verrons dans ce paragraphe § I.4 que quatre limites d'ombre se distinguent: Il existe deux ISBs et deux RSBs. Notons ISB1, ISB2, RSB3, RSB4 les limites d'ombre du dièdre.

Pour étudier la façon dont le champ diffracté compense les discontinuités de champ incident et de champ réfléchi, il est important de connaître chacune des positions des limites d'ombre. Les positions angulaires de ISB1, ISB2, RSB3 et RSB4 sont respectivement données par φ_{ISB1} , φ_{ISB2} , φ_{RSB3} et φ_{RSB4} . Ces angles se comportent comme l'angle φ du champ diffracté de la figure I.2 du paragraphe § I.3.2. Ils ont pour sommet l'arête A et pour origine la face_o du dièdre.

Dans ce paragraphe § I.4, nous montrerons que φ_{ISB1} , φ_{ISB2} , φ_{RSB3} et φ_{RSB4} sont fonctions de l'angle intérieur du dièdre (α ou n) et de la position de la source par rapport au dièdre (l'angle φ'). Le côté de la limite d'ombre où le champ incident ou réfléchi est présent ou absent sera clairement mis en évidence par des inégalités angulaires, <u>que la source soit en position quelconque ou qu'elle soit en situation d'incidence rasante</u>.

En incidence rasante, nous montrerons qu'il y a conjonction de deux limites d'ombre, une ISB et une RSB.

Définissons les côtés 'lumière' et 'ombre'. Le '<u>côté lumière</u>' est le côté de la limite d'ombre du rayon incident (ou réfléchi) où le champ incident (réfléchi) est présent. Le '<u>côté ombre</u>' est le côté de la limite d'ombre du rayon incident (ou réfléchi), où le champ incident (réfléchi) est absent. <u>Dans ce rapport, le choix est fait d'être du côté lumière sur une limite d'ombre : le</u> champ incident est présent sur une ISB, le champ réfléchi est présent sur une RSB. Nous démontrerons ultérieurement (paragraphe § I.5.1) que les indices 1, 2, 3 et 4 des limites d'ombre ISB1, ISB2, RSB3 et RSB4 sont directement corrélés aux indices des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 et D'_4 du coefficient de diffraction $D_{s,h}$.

Les conventions d'écriture suivantes sont adoptées pour annoter les figures des paragraphes § I.4, § I.5 et § I.6. Les initiales 'OI', pour 'Onde Incidente' signifient la présence (ou « lumière ») du champ de rayon incident. OI barré signifie son absence (ou « ombre »). De même, les initiales 'OR', pour 'Onde Réfléchie', signifient la présence (ou « lumière ») du champ de rayon réfléchi (Onde Réfléchie). OR barré signifie son absence (ou « ombre »). L'indice 'n' ou 'o' qui se trouve contre les initiales 'OR' indique la face du dièdre sur laquelle l'onde se réfléchie.

4.2 Cas généraux : Les rayons de la source n'illuminent pas le dièdre en Incidence Rasante.

Ce paragraphe met en évidence les limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi lorsque la source n'est pas en situation d'incidence rasante.

4.2.1 Schémas démonstratifs pour l'ISB:

Selon que la face_o ou la face_n est à l'ombre du champ incident, la limite d'ombre du champ incident et la présence de ce champ s'écrivent différemment (Figures I.3.a et I.3.b). Distinguons deux limites d'ombre du champ de rayon incident : ISB1 et ISB2.

Si $\pi \le \varphi' \le n.\pi$ alors l'ISB1 est repérée par $\varphi_{ISB1} = \varphi' - \pi$ (Figure I.3.a). La face_o est à l'ombre sauf en $\varphi' = \pi$. Si $\varphi \ge \varphi_{ISB1}$, alors il y a du champ incident (côté lumière de l'ISB1).

Si $0 \le \varphi' \le (n-1).\pi$ alors l'ISB2 est repérée par $\varphi_{ISB2} = \varphi' + \pi$ (Figure I.3.b). La face_n est à l'ombre sauf en $\varphi' = (n-1)\pi$. Si $\varphi \le \varphi_{ISB2}$, alors il y a du champ incident (côté lumière de l'ISB2).

Remarque : Si $(n-1)\pi < \varphi' < \pi$ alors il n'y a pas de limites d'ombre du champ de rayon incident, il y a du champ incident partout à l'extérieur du dièdre (Figure I.3.c)



Figure I.3 : Limites d'ombre du champ de rayon incident pour différentes position de source par rapport au dièdre.

4.2.2 Schémas démonstratifs pour la RSB:

Selon que la face_o ou la face_n est illuminée par le champ incident, la limite d'ombre du champ réfléchi et la présence du champ réfléchi s'écrivent différemment (Figures I.4). Distinguons les deux limites d'ombre du champ de rayon réfléchi par RSB3 et RSB4.

Si $(n-1)\pi \le \varphi' \le n.\pi$ (Figure I.4.a) alors il y a réflexion sur la face_n et, la RSB3 est repérée par $\varphi_{RSB3} = (2n-1).\pi - \varphi'$. Si $\varphi \ge \varphi_{RSB3}$, alors il y a du champ réfléchi sur la face_n (côté lumière de la RSB3)



Figure I.4 : Limites d'ombre du champ de rayon réfléchi pour différentes positions de source par rapport au dièdre.

Si $0 \le \varphi' \le \pi$ (Figure I.4.b) alors il y a réflexion sur la face_o et la RSB4 est repérée par $\varphi_{RSB4} = \pi - \varphi'$. Si $\varphi \le \varphi_{RSB4}$, alors il y a du champ réfléchi sur la face_o (côté lumière de la RSB4).

Remarque :

Si $(n-1)\pi \le \varphi' \le \pi$ (Figure I.4.c), alors il y a à la fois réflexion sur la face_o et sur la face_n. Si $\varphi \ge \varphi_{RSB3}$, alors il y a du champ réfléchi sur la face_n (côté lumière de la RSB3). Si $\varphi \le \varphi_{RSB4}$, alors il y a du champ réfléchi sur la face_o (côté lumière de la RSB4).

Page N°20

4.2.3 Conclusion sur les limites d'ombre lorsque la source n'est pas en Incidence Rasante.

Dans le cas général du dièdre où les rayons de la source ne sont pas en incidence rasante sur une des faces du dièdre, <u>il y a toujours deux limites d'ombre distinctes</u>, soient une ISB et une RSB, soient deux RSBs avec réflexion sur chacune des faces. Nous avons déterminé de quel côté des limites d'ombre se trouvent les champs de rayon incident et réfléchi. La présence des champ de rayon sur leur limite d'ombre est traduite par l'égalité dans les inégalités relatives aux angles ϕ et ϕ_{ISB1} , ϕ_{ISB2} , ϕ_{RSB3} , ϕ_{RSB4} .

4.3 Etude des limites d'ombre et de la présence des champs incident et réfléchi dans le cas limite : l'incidence rasante.

4.3.1 Introduction.

Les cas étudiés du paragraphe § I.4.3 sont une synthèse des cas particuliers du paragraphe § I.4.2.

Il y a deux possibilités pour se trouver en situation d'Incidence Rasante (ou IR): Lorsque la source est sur une des deux faces du dièdre ou lorsque la source est située dans le prolongement de l'une des faces.

Alors qu'en Incidence Non Rasante (ou INR), les figures I.3 et I.4 montrent que les limites d'ombre sont distinctes, en Incidence Rasante, une ISB et une RSB convergent jusqu'à se confondre.

Lorsque la source est sur une face du dièdre, afin de déterminer la présence ou l'absence des champs incident et réfléchi, il est pratique de définir de part et d'autre de la conjonction des limites d'ombre les 'côté +' et 'côté -'.

Lorsque l'une des faces du dièdre est dans le prolongement de la source, nous ne distinguerons plus comme précédemment le côté + et le côté -. Le côté -, à l'intérieur du dièdre, ne présente pas d'intérêt pour un dièdre métallique. Il faut par contre, pour traiter convenablement la présence et l'absence des champs, considérer la conjonction de limite d'ombre, comme un côté particulier.

Nous savons d'après le paragraphe § I.4.2 que les champs incident et réfléchi sont présents aux limites d'ombre, donc a fortiori aux conjonctions de limites d'ombre.

4.3.2 Cas où la source est située sur une des deux faces du dièdre.

4.3.2.1 Cas où la source est située sur la face_n : $\phi' = n\pi$.

Lorsque la source est placée sur la face_n du dièdre, la face_o est à l'ombre (Figure I.5). D'après le paragraphe § I.4.2 nous avons :

- du champ incident si $\phi \ge \phi_{ISB1}$, $\phi_{ISB1} = (n-1)\pi$.
- une réflexion sur la face_n si $\varphi \ge \varphi_{RSB3}$, $\varphi_{RSB3} = (n-1)\pi$.

Remarquons dans ce cas que les limites d'ombre se confondent ($\phi_{ISB1} = \phi_{RSB3}$). Les champs incident et réfléchi sont présents sur la conjonction des limites d'ombre et dans le 1/2 plan contenant la source (côté +). Ils sont absents côté -.



Figure I.5 : Présence et absence des champ incident et réfléchi lorsque la source est située sur la face_n du dièdre: ($\varphi' = n\pi$).

4.3.2.2 Cas où la source est située sur la face_o : $\varphi' = 0$.

Lorsque la source est placée sur la face_o du dièdre, la face_n est à l'ombre (Figure I.6). D'après le paragraphe § I.4.2 nous avons :

- du champ incident si $\phi \leq \phi_{\text{ISB2}} \, , \; \phi_{\text{ISB2}} = \pi \, .$
- une réflexion sur la face_o si $\phi \le \phi_{RSB4}$, $\phi_{RSB4} = \pi$.

Remarquons que de même qu'au paragraphe § I.4.3.2.1, les limites d'ombre se confondent (cette fois, $\varphi_{ISB2} = \varphi_{RSB4}$) et, que les champs incident et réfléchi sont encore sur la conjonction des limites d'ombre, et, du côté + contenant la source.



Figure I.6 : Présence et absence des champ incident et réfléchi lorsque la source est située sur la face_o du dièdre: $(\phi'=0)$.

4.3.2.3 Conclusion.

Lorsque la source est située sur une des faces du dièdre, le côté + et la conjonction des limites d'ombre ISB=RSB correspondent à la lumière du champ incident et du champ réfléchi, le côté - correspond à l'ombre du champ incident et du champ réfléchi. Ce résultat se retrouve sans difficulté par la théorie des images.

4.3.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre.

Rappel : Dans le cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre, il faut distinguer le côté + qui correspond à l'extérieur du dièdre, et la conjonction des limites d'ombre, comme un côté particulier. Le côté -, à l'intérieur du dièdre, ne présente pas d'intérêt pour un dièdre métallique.

4.3.3.1 Cas de la source dans le prolongement de la face_n : $\varphi' = (n-1)\pi$.

D'après le paragraphe § I.4.2 et la figure I.7, nous avons:

- du champ incident si $\varphi \le \varphi_{ISB2}$, $\varphi_{ISB2} = n\pi$. Autrement dit, le champ incident existe sur les faces du dièdre et partout à l'extérieur du dièdre.
- du champ réfléchi sur la face_n si $\phi \ge \phi_{RSB3}$. Comme $\phi_{RSB3} = n\pi$, le champ réfléchi par la face_n n'est présent que sur la face_n elle même.

Remarquons que $\varphi_{ISB2} = \varphi_{RSB3}$ et insistons sur le fait qu'il n'y a de champ réfléchi par la face_n que sur la face_n. Notons que le champ incident se réfléchi aussi sur la face_o lorsque $\varphi \leq \varphi_{RSB4}$ avec $\varphi_{RSB4} = (2 - n)\pi$, mais ce n'est pas cette réflexion qui nous intéresse ici.



Figure I.7 : Présence et absence des champ incident et réfléchi lorsque la source est située dans le prolongement de la face_n du dièdre ($\varphi' = (n-1)\pi$).

4.3.3.2 Cas où la source est dans le prolongement de la face_o : $\phi' = \pi$.

D'après le paragraphe § I.4.2 et la figure I.8, nous avons:

- du champ incident si $\phi \ge \phi_{ISB1}$, $\phi_{ISB1} = 0$. Autrement dit, le champ incident existe sur les faces du dièdre et partout à l'extérieur du dièdre.
- du champ réfléchi sur la face_o si φ ≤ φ_{RSB4}. Comme φ_{RSB4} = 0, le champ réfléchi par la face_o n'est présent que sur la face_o elle même.

Remarquons que $\varphi_{ISB1} = \varphi_{RSB4}$ et insistons sur le fait qu'il n'y a de champ réfléchi par la face_o que sur la face_o. Notons que le champ incident se réfléchi aussi sur la face_n quand $\varphi \ge \varphi_{RSB3}$ avec $\varphi_{RSB3} = 2(n-1)\pi$, mais ce n'est pas cette réflexion qui nous intéresse ici.



Figure I.8 : Présence et absence des champ incident et réfléchi lorsque la source est située dans le prolongement de la face_o du dièdre: ($\varphi' = \pi$).

4.3.3.3 Cas où la source est dans le prolongement d'un demi-plan : $\varphi' = \pi$ et n=2.

Le demi-plan est un dièdre qui a un angle intérieur nul ($\alpha = 0$ ou n=2). Etre dans le prolongement d'un demi-plan signifie être à la fois dans le prolongement de la face_o et de la face_n (Figure I.9).



Figure I.9 : Présence et absence des champ incident et réfléchi lorsque la source est située dans le prolongement d'un demi-plan: ($\phi' = \pi$ et n = 2).

Le cas du demi-plan doit être considéré comme la réunion des deux cas précédents (paragraphes I.4.3.3.1 et I.4.3.3.2). Il existe une conjonction de limites d'ombre sur chacune des faces. A l'extérieur du demi-plan (côté +), le champ incident est présent partout, le champ réfléchi lui n'est présent que sur chacune des faces.

4.3.3.4 Conclusion.

Lorsque la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre, le côté + correspond à la lumière du champ incident et à l'ombre du champ réfléchi. Le côté - correspond à l'intérieur du dièdre métallique, les champs y sont absents. La conjonction des limites d'ombre ISB=RSB est illuminée par les champs incident et réfléchi.

4.4 Conclusion

Le paragraphe § I.4 énonce les positions des limites d'ombre et la présence ou l'absence des champs incident et réfléchi de part et d'autre de ces limites d'ombre.

De façon générale, nous avons défini quatre limites d'ombre, deux limites d'ombre du rayon incident, ISB1 et ISB2, et deux limites d'ombre du rayon réfléchi, RSB3 et RSB4. Dans le cas où la source n'illumine pas une des faces du dièdre en incidence rasante, il y a toujours deux limites d'ombre distinctes : soient une ISB et une RSB, soient deux RSBs. Lorsque la source illumine une des faces du dièdre en incidence rasante, il y a conjonction d'une ISB et d'une RSB. A chacune des quatre configurations d'incidence rasante, il existe une des quatre associations possibles dans la conjonction d'une ISB et d'une RSB.

Si la source est dans le prolongement de l'une des faces, alors en plus de la conjonction d'une ISB et d'une RSB, il y a une autre RSB générée par l'autre face.

5. Etude du coefficient de diffraction D_i, du dièdre à bord droit parfaitement conducteur aux combinaisons d'angles φ', φ où il n'est pas implicitement défini.

5.1 Introduction.

Le paragraphe I.5 est composé de trois parties. La première énonce les combinaisons d'angles où le coefficient de diffraction n'est pas défini. Nous y apprenons que ce dernier est indéterminé aux limites d'ombre. La seconde partie de ce paragraphe lève l'indétermination du coefficient de diffraction, pour chaque limite d'ombre, par un développement limité jusqu'au second ordre. Finalement, la valeur du coefficient de diffraction est écrite au voisinage des limites d'ombre, en incidence non rasante, et en incidence rasante.

5.2 Combinaisons d'angles (ϕ', ϕ) où le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ n'est pas défini.

L'étude complète de la détermination des combinaisons d'angles où le coefficient de diffraction n'est pas défini se trouve dans mes rapports sur la BANDE [1995, paragraphes § III.1 et § III.2] et sur le DIEDRE [1996, paragraphe § II.7]. Ce paragraphe ne rappelle que les résultats principaux.

Rappelons que le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ (§ I.3.2) est une somme de quatre coefficients D_1 , D_2 , D_3 , D_4 dont chacun est le produit d'une fonction cotangente avec une fonction de transition F.

La fonction de transition F et son argument $kLa^{\pm}(\phi \pm \phi')$ sont toujours définis. Par contre, la fonction cotangente n'est pas définie en 0 modulo π .

Lorsque la fonction cotangente tend vers l'infini, la fonction de transition tend vers 0. Le produit des deux fonctions donne une Forme Indéterminée.

 D'_1 est indéterminé lorsque :

- φ-φ' = -π. D'après le paragraphe I.4.2.1, cette équation correspond au point champ sur l'ISB1. La face_o est à l'ombre sauf lorsque φ' = π et φ = 0 où elle est illuminée en incidence rasante.
- n=1 et φ' = 0 et φ = π, c'est à dire sur une ISB du dièdre plan quand la source est sur la face_o et le point champ sur la face_n. C'est un cas d'ISB2.

D'₂ est indéterminé lorsque :

- φ-φ' = π. D'après le paragraphe I.4.2.1, cette équation correspond au point champ sur l'ISB2. La face_n est à l'ombre sauf lorsque φ' = (n-1)π et φ = nπ où elle est illuminée en incidence rasante.
- n=1 et φ' = π et φ = 0 c'est à dire sur une ISB du dièdre plan lorsque la source est sur la face_n et le point champ sur la face_o. C'est un cas d'ISB2.

 D_3 est indéterminé lorsque $\varphi + \varphi' = (2n - 1).\pi$, c'est à dire sur une RSB lorsque la réflexion se produit sur la face_n. D'après le paragraphe I.4.2.2, cette RSB se nomme RSB3.

 D'_4 est indéterminé lorsque $\varphi + \varphi' = \pi$, c'est à dire sur une RSB lorsque la réflexion se produit sur la face_0. D'après le paragraphe I.4.2.2, cette RSB se nomme RSB4.

Remarque : Le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ est nul quels que soient φ' ou φ dans le cas où n=1. Le cas n=1 est sans intérêt dans l'étude de la compensation des champs.

En conclusion, les coefficients D'_1 et D'_2 sont indéterminés chacun à une ISB, respectivement ISB1 et ISB2. Les coefficients D'_3 et D'_4 sont quand à eux indéterminés chacun à une RSB, respectivement RSB3 et RSB4. Notons la correspondance entre la numérotation des limites d'ombre et celle des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 et leur indétermination.

5.3 Calcul du développement limité des coefficients D'_1, D'_2, D'_3, D'_4 à la limite d'ombre où ils sont indéterminés.

5.3.1 Introduction.

Chacun des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 constituant le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ est indéterminé respectivement à une des quatre limites d'ombre associées au dièdre, soient ISB1, ISB2, RSB3, RSB4. L'indétermination est de la forme 'zéro fois l'infini'.

Dans ce paragraphe § I.5.3, nous allons montrer qu'à chacune des quatre limites d'ombre, l'indétermination de chaque coefficient D_1 , D_2 , D_3 , D_4 est levée par le calcul de développements limités. Pour être plus précis, ces développements limités peuvent être calculés de part et d'autre des limites d'ombre ; <u>ce n'est que par extension que des valeurs sont données</u> <u>sur les limites d'ombre.</u>

Nous nous plaçons d'abord en Incidence Non Rasante afin que chaque coefficient D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 soit traité séparément. <u>Par extension</u>, au paragraphe § 1.5.4, nous serons alors en mesure d'écrire le coefficient de diffraction, en incidence non rasante et en incidence rasante.

Dans ce paragraphe § I.5.3, les côtés lumière et ombre définis au paragraphe § I.4.1 sont toujours les zones de présence et d'absence des champs incident et réfléchi. <u>Particulièrement</u>, ils désigneront les zones directement adjacentes à la limite d'ombre.

Rappelons que le calcul de ces développements limités est classique. McNamara, Pistorius et Malherbe [1990, paragraphe § 4.4.3], par exemple, ont calculé les développements limités de D_1 et D_4 . Ici, le calcul est étendu et détaillé à chacun des coefficients D_1 , D_2 , D_3 , D_4 . Les développements limités ne non plus seulement calculés au premier ordre mais jusqu'au second.

<u>Considérons</u> ε , un angle infiniment petit. φ est l'angle du champ de rayon diffracté par le dièdre. φ a toujours pour sommet l'arête du dièdre et pour origine la face o. Dans ce paragraphe, le champ de rayon diffracté est toujours proche d'une limite d'ombre, à ε près.

Le coefficient D₁ est indéterminé sur l'ISB1. Soit $\varphi_{ISB1} = \varphi + \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow 0$ (Voir la figure I.10).



Figure I.10 : Limite d'ombre du rayon incident lorsque la face_o du dièdre est à l'ombre.

- Si $\varepsilon > 0$, le champ de rayon diffracté se trouve dans la zone d'ombre du champ incident (côté ombre).
- Si $\varepsilon = 0$, le champ de rayon diffracté se trouve sur l'ISB1.
- Si $\varepsilon < 0$, le champ de rayon diffracté se trouve dans la zone illuminée par le champ incident (côté lumière).

D'après le paragraphe § I.5.2, D'_1 n'est pas défini lorsque $\varphi_{ISBI} - \varphi' = -\pi$, soit lorsque $\varphi + \varepsilon - \varphi' = -\pi$ avec $\varepsilon \to 0$. Autrement dit si $\varphi - \varphi' = -\pi - \varepsilon$, $\varepsilon \to 0$.

La partie de D'_1 correspondant à la fonction cotangente (paragraphe § I.3.2) devient :

$$\cot \operatorname{an}\left[\frac{\pi + (\varphi - \varphi')}{2n}\right] = \cot \operatorname{an}\left[-\frac{\varepsilon}{2n}\right] \cong -\frac{2n}{\varepsilon}, \quad \varepsilon \to 0.$$

Lorsque ɛ tend vers zéro, la fonction cotangente tend vers l'infini.
La fonction a^+ , liée à D'_1 , définie au paragraphe § I.3.2 (ici $N^+ = 0$), devient :

$$a^{+}(\varphi-\varphi')=2\cos^{2}\left(\frac{\pi+\varepsilon}{2}\right)=\cos(\pi+\varepsilon)+1=-\cos(\varepsilon)+1\cong\frac{\varepsilon^{2}}{2}, \ \varepsilon\to 0.$$

Lorsque ε tend vers zéro, la fonction a⁺ tend aussi vers zéro.

L'argument de la fonction $x \to F(x)$ devient donc $x = kLa^+(\varphi - \varphi') = \frac{kL\epsilon^2}{2}, \quad \epsilon \to 0$. Cet argument tend vers zéro.

La fonction de transition $x \rightarrow F(x)$ valide si x < 0.3 (x petit), a pour développement l'expression 4.73 proposée par Mc Namara, Pistorius et Malherbe [1990] :

$$F(x) \approx \left(\sqrt{\pi x} - 2xe^{j\frac{\pi}{4}} - \frac{2x^2e^{-j\frac{\pi}{4}}}{3}\right)e^{j\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}.$$

Notons que si x est nul, la fonction $x \rightarrow F(x)$ prend une valeur nulle. Nous retrouvons bien le produit d'un nombre qui tend vers l'infini (la fonction cotangente) par un nombre qui tend vers zéro (la fonction de transition).

Le développement limité de D'_1 au premier ordre devient:

 $F(x) \approx \sqrt{\pi x} e^{j\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$ d'où $F\left(\frac{kL\epsilon^2}{2}\right) = \sqrt{\frac{\pi k}{2}} \cdot \sqrt{L} \cdot |\epsilon| \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$

d'où
$$D_1 = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cdot D_1 = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cdot -\frac{2n}{\epsilon} \cdot \sqrt{\frac{\pi k}{2}} \cdot \sqrt{L} \cdot |\epsilon| \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} = +\frac{|\epsilon|}{2\epsilon} \cdot \sqrt{L}$$

Il est donc possible de définir la limite de D_1 lorsque le champ diffracté est du côté lumière de l'ISB1 ($\varepsilon < 0$) et lorsqu'il est du côté ombre ($\varepsilon > 0$) :

A<u>u premier ordre</u>, quand φ tend vers $\varphi_{ISB1} = \varphi' - \pi$ (face_0 du dièdre à l'ombre),

 $D'_{1} = +\frac{1}{2}\sqrt{L} \text{ dans la zone d'ombre du champ de rayon incident } (\varepsilon > 0).$ $D'_{1} = -\frac{1}{2}\sqrt{L} \text{ du côté illuminé par le champ incident } (\varepsilon < 0).$

Le développement limité de D'_1 au second ordre s'obtient en prenant le développement de la fonction de transition à l'ordre supérieur :

$$F(\mathbf{x}) \approx \left(\sqrt{\pi \mathbf{x}} - 2\mathbf{x}e^{j\frac{\pi}{4}}\right) \cdot e^{j\left(\mathbf{x} + \frac{\pi}{4}\right)} \quad d'o\dot{\mathbf{u}} \qquad F\left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{L}\varepsilon^{2}}{2}\right) = \sqrt{\frac{\pi \mathbf{k}}{2}} \cdot \sqrt{\mathbf{L}} \cdot |\varepsilon| \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{L} \cdot \varepsilon^{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$d'o\dot{\mathbf{u}} \quad D_{1}^{'} = \frac{|\varepsilon|}{2\varepsilon} \cdot \sqrt{\mathbf{L}} - \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{k}}{2\pi}} \cdot \mathbf{L} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \operatorname{car} \quad -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi \mathbf{k}}} \cdot -\frac{2n}{\varepsilon} \cdot -\mathbf{k} \cdot \mathbf{L} \cdot \varepsilon^{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = -\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{k}}{2\pi}} \cdot \mathbf{L} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$A\underline{\mathbf{u}} \text{ second ordre, quand } \phi \text{ tend vers } \phi_{\mathrm{ISB1}} = \phi' - \pi \text{ (face_o du dièdre à l'ombre),}$$

$$D_{1}^{'} = +\frac{1}{2}\sqrt{\mathbf{L}} - \varepsilon \sqrt{\frac{\mathbf{k}}{2\pi}} \cdot \mathbf{L} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \mathrm{dans \ la \ zone \ d'ombre \ du \ champ \ de \ rayon \ incident}$$

$$(\varepsilon > 0) \cdot$$

$$D_{1}^{'} = -\frac{1}{2}\sqrt{\mathbf{L}} - \varepsilon \sqrt{\frac{\mathbf{k}}{2\pi}} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \mathrm{du \ côt\acute{e} \ illumin\acute{e} \ par \ le \ champ \ incident \ (\varepsilon < 0) \ .$$

Notons que si le développement limité de D'_1 est <u>fini</u> et <u>discontinu</u> de part et d'autre de la limite d'ombre ISB1, <u>il n'est pas défini sur la limite d'ombre elle même</u> ($\varepsilon = 0$). Nous verrons aux paragraphes § I.5.4.4, § I.6.3 et § I.6.4 comment la valeur de D'_1 se définie sur l'ISB1.

5.3.3 Développement Limité de D'_2 en $\phi = \phi_{ISB2} = \phi' + \pi$. La face_n du dièdre à l'ombre.

Le calcul du développement limité de D_2 sur l'ISB2 se calque sur celui de D_1 sur l'ISB1.

Soit $\varphi_{ISB2} = \varphi + \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow 0$ (Voir la figure I.11).

- Si $\varepsilon > 0$, le champ de rayon diffracté se trouve du côté illuminée par le champ incident (côté lumière).
- Si $\varepsilon = 0$, le champ de rayon diffracté se trouve sur l'ISB2.

Si $\varepsilon < 0$, le champ de rayon diffracté se trouve dans la zone d'ombre du champ incident (côté ombre).

Notons la signification inversée de $\varepsilon > 0$ et $\varepsilon < 0$ par rapport au paragraphe § I.5.3.2.

D'après le paragraphe § I.5.1, D'_2 n'est pas défini lorsque $\varphi_{ISB2} - \varphi' = \pi$, soit lorsque $\varphi + \varepsilon - \varphi' = \pi$ avec $\varepsilon \rightarrow 0$. Autrement dit si $\varphi - \varphi' = \pi - \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow 0$.



Figure I.11 : Limite d'ombre du rayon incident lorsque la face_n du dièdre est à l'ombre.

La partie de D'_2 correspondant à la fonction cotangente (paragraphe § I.3.2) devient :

$$\cot \operatorname{an}\left[\frac{\pi - (\varphi - \varphi')}{2n}\right] = \cot \operatorname{an}\left[\frac{\varepsilon}{2n}\right] \cong \frac{2n}{\varepsilon}, \ \varepsilon \to 0$$

Remarquons que le développement de la fonction cotangente de D_2 au voisinage de l'ISB2 $(+\frac{2n}{\epsilon})$ est de signe opposé à celui de D_1 au voisinage de l'ISB1 $(-\frac{2n}{\epsilon})$.

La fonction a⁻ liée à D'_2 , définie au paragraphe § I.3.2 (ici $N^- = 0$), devient :

$$a^{-}(\varphi - \varphi') = 2\cos^{2}\left(\frac{\pi - \varepsilon}{2}\right) = \cos(\pi - \varepsilon) + 1 = -\cos(\varepsilon) + 1 \cong \frac{\varepsilon^{2}}{2}, \ \varepsilon \to 0$$

L'expression de la fonction de transition $x \to F(x)$ est identique à celle du paragraphe précédent (§ I.5.2.1) et est indépendant de ε . L'argument de la fonction $x \to F(x)$ est encore $x = \frac{kL\varepsilon^2}{2}, \ \varepsilon \to 0$.

Au premier ordre, $D_2 = -\frac{|\varepsilon|}{2\varepsilon}\sqrt{L}, \ \varepsilon \to 0$

Au second ordre,
$$D'_{2} = -\frac{|\varepsilon|}{2\varepsilon}\sqrt{L} + \varepsilon \sqrt{\frac{k}{2\pi}} Le^{j\frac{\pi}{4}}, \ \varepsilon \to 0$$

L'inversion de signification sur ε et le signe opposé de la fonction cotangente se compensent : le développement limité du coefficient D₂ <u>du côté lumière</u> de l'ISB2 est égal au développement limité de D₁ <u>du côté lumière</u> de l'ISB1. Les développements sont aussi égaux <u>sur leur côté ombre</u>. Comme D₁ sur l'ISB1, D₂ n'est pas défini sur l'ISB2 ($\varepsilon = 0$).

Au <u>premier ordre</u>, quand φ tend vers $\varphi_{ISB2} = \varphi' + \pi$ (face_n du dièdre à l'ombre),

 $D'_{2} = +\frac{1}{2}\sqrt{L}$ dans la zone d'ombre du champ de rayon incident ($\varepsilon < 0$). $D'_{2} = -\frac{1}{2}\sqrt{L}$ du côté illuminé par le champ incident ($\varepsilon > 0$).

Au second ordre, quand φ tend vers $\varphi_{ISB2} = \varphi' + \pi$ (face_n du dièdre à l'ombre),

$$\begin{split} D_{2}^{'} &= +\frac{1}{2}\sqrt{L} + \varepsilon \sqrt{\frac{k}{2\pi}} Le^{j\frac{\pi}{4}} \text{ dans la zone d'ombre du champ de rayon incident} \\ &(\varepsilon < 0) \,. \\ D_{2}^{'} &= -\frac{1}{2}\sqrt{L} + \varepsilon \sqrt{\frac{k}{2\pi}} Le^{j\frac{\pi}{4}} \text{ du côté illuminé par le champ incident } (\varepsilon > 0) \,. \end{split}$$

5.3.4 Développement Limité de \mathbf{D}_3 en $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}_{\text{RSB3}} = (2\mathbf{n} - 1)\pi - \boldsymbol{\varphi}'$. La réflexion se produit sur la face_n du dièdre.

Le coefficient D'₃ est indéterminé sur la RSB3. Soit $\varphi_{RSB3} = \varphi + \varepsilon, \varepsilon \rightarrow 0$ (Figure I.12).



Figure I.12 : Limite d'ombre du rayon réfléchi lorsque la réflexion se produit sur la face_n du dièdre. 2 cas de figure.

- Si $\varepsilon > 0$, le champ de rayon diffracté se trouve dans la zone d'ombre du champ réfléchi (côté ombre).
- Si $\varepsilon = 0$, le champ de rayon diffracté se trouve sur la RSB3.
- Si $\varepsilon < 0$, le champ de rayon diffracté se trouve dans la zone illuminée par le champ réfléchi (côté lumière).

D'après le paragraphe § I.5.1, D'₃ n'est pas défini lorsque $\varphi_{RSB3} + \varphi' = (2n-1)\pi$, soit lorsque $\varphi + \varepsilon + \varphi' = (2n-1).\pi$ avec $\varepsilon \to 0$. Autrement dit si $\varphi + \varphi' = (2n-1).\pi - \varepsilon$, $\varepsilon \to 0$.

La partie de D'_3 correspondant à la fonction cotangente (paragraphe § I.3.2) devient :

$$\cot \operatorname{an}\left[\frac{\pi + (\varphi + \varphi')}{2n}\right] = \cot \operatorname{an}\left[\pi - \frac{\varepsilon}{2n}\right] = \cot \operatorname{an}\left[-\frac{\varepsilon}{2n}\right] \cong -\frac{2n}{\varepsilon}, \quad \varepsilon \to 0$$

La fonction a^+ liée à D'_3 , définie au paragraphe § I.3.2 (ici $N^+ = 1$), devient:

$$a^{+}(\varphi + \varphi') = 2\cos^{2}\left(\frac{2n\pi - (2n-1)\pi + \varepsilon}{2}\right) = 2\cos^{2}\left(\frac{\pi + \varepsilon}{2}\right) = \cos(\pi + \varepsilon) + 1 = -\cos(\varepsilon) + 1 \cong \frac{\varepsilon^{2}}{2},$$
$$\varepsilon \to 0$$

<u>Conclusion sur</u> D'_3 : Compte tenu des valeurs identiques de la fonction cotangente et de la fonction a^+ pour D'_3 et D'_1 , de la signification identique de ϵ pour ces deux coefficients, alors l'étude de D'_3 au voisinage de la RSB3 se calque sur l'étude de D'_1 au voisinage de l'ISB1. Le Développement Limité de D'_3 au voisinage de la RSB3 est égale à celui de D'_1 au voisinage de l'ISB1.

5.3.5 Développement Limité de D'_4 en $\phi = \phi_{RSB4} = \pi - \phi'$, réflexion sur la face_o du dièdre.

Le coefficient D'₄ est indéterminé sur la RSB4. Soit $\varphi_{RSB4} = \varphi + \varepsilon, \varepsilon \rightarrow 0$ (Figure I.13).

- Si $\varepsilon > 0$, le champ de rayon diffracté se trouve du côté illuminée par le champ réfléchi (côté lumière).
- Si $\varepsilon = 0$, le champ de rayon diffracté se trouve sur la RSB4.
- Si $\varepsilon < 0$, le champ de rayon diffracté se trouve dans la zone d'ombre du champ réfléchi (côté ombre).

D'après le paragraphe § I.5.1, D'₄ n'est pas défini lorsque $\varphi_{RSB4} + \varphi' = \pi$, soit lorsque $\varphi + \varepsilon + \varphi' = \pi$ avec $\varepsilon \rightarrow 0$. Autrement dit si $\varphi + \varphi' = \pi - \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow 0$.

La partie de D'_4 correspondant à la fonction cotangente (paragraphe § I.3.2) devient :

$$\cot \operatorname{an}\left[\frac{\pi - (\varphi + \varphi')}{2n}\right] = \cot \operatorname{an}\left[\frac{\varepsilon}{2n}\right] \cong \frac{2n}{\varepsilon}, \ \varepsilon \to 0$$

La fonction a⁻ liée à D'_4 , définie au paragraphe § I.3.2 (ici N⁻ = 0), devient :



$$a^{-}(\phi + \phi') = 2\cos^2\left(\frac{\pi - \varepsilon}{2}\right) \cong \frac{\varepsilon^2}{2}, \quad \varepsilon \to 0$$

Figure I.13 : Limite d'ombre du rayon réfléchi lorsque la réflexion se produit sur la face_o du dièdre. 2 cas de figure.

<u>Conclusion sur</u> D'_4 : Compte tenu des valeurs identiques de la fonction cotangente et de la fonction a^+ pour D'_4 et D'_2 , de la signification identique de ε pour ces deux coefficients, le Développement Limité de D'_4 à sa limite d'ombre RSB4 se comporte de la même façon que le Développement Limité de D'_2 à sa limite d'ombre ISB2

5.3.6 Conclusion sur la levée de l'indétermination des coefficients D'_1, D'_2, D'_3, D'_4 à leur limite d'ombre respective (ISB ou RSB).

Nous avions appris au paragraphe § I.5.2 que le coefficient D_1 est indéterminé sur l'ISB1, que le coefficient D_2 est indéterminé sur l'ISB2, que le coefficient D_3 est indéterminé sur la RSB3 et que le coefficient D_4 est indéterminé sur la RSB4.

Le paragraphe § I.5.3 nous apprend que l'indétermination du type 'zéro fois l'infini' de ces coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 est levée par le calcul d'un développement limité, non juste sur leur limite d'ombre respective mais juste de part et d'autre des limites, au côté lumière et au côté ombre.

Le développement limité des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 à leur limite d'ombre a été calculé jusqu'au second ordre. Sa valeur est identique du côté lumière pour chacun des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 . Du côté ombre, elle est aussi identique pour chacun des coefficients mais de signe opposé à celle du côté lumière.

Ainsi, le développement limité de D'_1 à la lumière du champ incident à l'ISB1, de D'_2 à la lumière du champ incident à l'ISB2, de D'_3 à la lumière du champ réfléchi à la RSB3, de D'_4 à la lumière du champ réfléchi à la RSB4 est égal, au premier ordre à $D_{lim} = -\frac{1}{2}\sqrt{L}$, et, au

second ordre, à
$$D_{lim} = -\frac{1}{2}\sqrt{L} + \epsilon_1 \sqrt{\frac{k}{2\pi}} L e^{j\frac{\pi}{4}}$$
.

De même, le développement limité de D_1 à l'ombre du champ incident à l'ISB1, de D_2 à l'ombre du champ incident à l'ISB2, de D_3 à l'ombre du champ réfléchi à la RSB3, de D_4 à l'ombre du champ réfléchi à la RSB4 est égal, au premier ordre à $D_{lim} = +\frac{1}{2}\sqrt{L}$. Au second ordre, il est égal à $D_{lim} = +\frac{1}{2}\sqrt{L} - \varepsilon_1\sqrt{\frac{k}{2\pi}}Le^{j\frac{\pi}{4}}$.

Notons que $\varepsilon_1 = |\phi_{lim} - \phi|$ et que ε_1 s'écrit en radians. ϕ_{lim} est l'angle pointant sur une des limites d'ombre. L'angle ϕ doit être très proche de ϕ_{lim} . ϕ et ϕ_{lim} ont pour sommet l'arête du dièdre et pour origine la face_o du dièdre. L est le <u>paramètre de distance</u> associé au coefficient de diffraction du paragraphe § I.3.2 qui dépend du front de l'onde incidente et des chemins de rayon incident et diffracté (tableau I.1).

Constatons que le développement limité du côté ombre a une valeur positive et que le développement limité du côté lumière a une valeur négative.

Dans ce paragraphe § I.5.3, nous avons encore appris que s'il est possible d'écrire un développement limité à gauche ou à droite d'une limite d'ombre, autrement dit sur le côté lumière ou sur le côté ombre, il n'est pas possible de le définir mathématiquement sur la limite proprement dit. La valeur que doit prendre un coefficient D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 sur une limite d'ombre nous paraîtra plus claire au paragraphe § I.6 lorsque nous étudierons la compensation de l'apparition ou de la disparition des champs incident et réfléchi par le champ de rayon diffracté. Pour l'instant, contentons nous de dire que le choix de la présence des champs incident et réfléchi sur leur limite d'ombre fait que les coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 sur leur limite d'ombre prennent la valeur de leur développement limité côté lumière, soit $D_{lim} = -\frac{1}{2}\sqrt{L}$.

Il n'y a plus d'obstacle maintenant pour écrire la valeur du coefficient de diffraction $D_{s,h}$ aux limites d'ombre, que la source soit ou non en situation d'incidence rasante.

5.4 Valeur du coefficient de diffraction aux limites d'ombre. Incidence Non Rasante et Incidence Rasante.

5.4.1 Introduction.

Au paragraphe § I.3.2, nous avons appris que $D_{s,h} = D_1 + D_2 + R_{s,h} (D_3 + D_4)$.

En Incidence Non Rasante, les limites d'ombre sont distinctes : un seul coefficient parmi D_1 , D_2 , D_3 , D_4 est indéterminé pour une limite d'ombre ; les trois autres sont parfaitement déterminés.

En Incidence Rasante, une ISB est confondue à une RSB : ce sont deux coefficients qui seront indéterminés à la conjonction des limites d'ombre : un coefficient parmi D'_1 , D'_2 qui représente l'ISB et un coefficient parmi D'_3 , D'_4 qui représente la RSB. Les deux coefficients restants sont parfaitement déterminés.

Dans $D_{s,h}$, la somme des coefficients parmi D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , parfaitement déterminés à une limite d'ombre ou à une conjonction de limites d'ombre, forme le coefficient D^t . Affirmons sans le démontrer que D^t est très petit par rapport aux coefficients indéterminés $(D^t \ll \sqrt{L})$.

Seul le développement limité D_{lim} au premier ordre des coefficients D_1 , D_2 , D_3 , D_4 est utilisé dans ce paragraphe : $D_{lim} = -\frac{1}{2}\sqrt{L}$ du côté lumière d'une limite d'ombre, $D_{lim} = +\frac{1}{2}\sqrt{L}$ du côté ombre.

5.4.2 Cas de l'Incidence Non Rasante.

L'expression du coefficient de diffraction D_{s.h} au voisinage d'une ISB est donnée par :

côté ombre: $D_{s,h} = +\frac{1}{2}\sqrt{L} + D^{t}$ côté lumière: $D_{s,h} = -\frac{1}{2}\sqrt{L} + D^{t}$

L'expression du coefficients de diffraction D_{s.h} au voisinage d'une RSB est donnée par :

côté ombre: $D_{s,h} = +\frac{1}{2}R_{s,h}\sqrt{L} + D^{t}$ côté lumière: $D_{s,h} = -\frac{1}{2}R_{s,h}\sqrt{L} + D^{t}$

5.4.3 Cas de l'Incidence Rasante.

5.4.3.1 Cas de la source située sur une des faces du dièdre.

Si la source est sur la face_n alors le paragraphe § I.4.3.2.1 nous rappelle que la conjonction de limites d'ombre est formée de ISB1 et RSB3 (Figure I.5). Le paragraphe § I.5.1 lui, nous indique que ce sont les coefficients D_1 et D_3 qui sont indéterminés respectivement sur ISB1 et RSB3.

De même, si la source est sur la face_o alors le paragraphe § I.4.3.2.2 nous rappelle que la conjonction de limites d'ombre est formée de ISB2 et RSB4 (Figure I.6). Le paragraphe §

I.5.1 lui, nous indique que ce sont les coefficients D_2 et D_4 qui sont indéterminés respectivement sur ISB2 et RSB4.

Rappelons encore qu'au paragraphe § I.4.3.1, nous avions défini. pour le cas où la source est sur une des faces du dièdre le coté + et le côté - pour désigner les deux côtés de la conjonction. Le paragraphe § I.4.3.2.3 nous apprend que le côté + est à la lumière du champ incident et du champ réfléchi et que le côté - est à l'ombre du champ incident et du champ réfléchi. Ainsi, à l'aide du paragraphe § I.5.3.6, nous écrivons le développement limité du coefficient de diffraction $D_{s,h}$ au voisinage de la conjonction :

Côté +:
$$D_{s,h} = -\frac{1}{2}(1 + R_{s,h})\sqrt{L} + D^{t}$$

Côté -: $D_{s,h} = +\frac{1}{2}(1 + R_{s,h})\sqrt{L} + D^{t}$

5.4.3.2 Cas de la source dans le prolongement de l'une des faces du dièdre.

Si la source est dans le prolongement de la face_n alors le paragraphe § I.4.3.3.1 nous rappelle que la conjonction de limites d'ombre est formée de ISB2 et RSB3 (Figure I.7). Le paragraphes § I.5.1 lui, nous indique que ce sont les coefficients D_2 et D_3 qui sont indéterminés respectivement sur ISB2 et RSB3.

Si la source est dans le prolongement de la face_o alors le paragraphe § I.4.3.3.2 nous rappelle que la conjonction de limites d'ombre est formée de ISB1 et RSB4 (Figure I.8). Le paragraphe § I.5.1 lui, nous indique que ce sont les coefficients D'_1 et D'_4 qui sont indéterminés respectivement sur ISB1 et RSB4.

Notons encore qu'au paragraphe § I.4.3.1, nous avions différencié, pour le cas où la source est dans le prolongement d'une des faces du dièdre, le coté + et la conjonction de limite d'ombre elle même comme zones de présence ou d'absence des champs incident et réfléchi. Le paragraphe § I.4.3.3.4 nous apprend que le côté + est à la lumière du champ incident et à l'ombre du champ réfléchi. Sur la conjonction, le champ incident et le champ réfléchi sont présents (ou autrement dit du côté lumière). Rappelons qu'au paragraphe § I.4.1, nous avions postulé la présence des champs incident et réfléchi sur les limites d'ombre ISB et RSB. Le côté - lui est à l'intérieur du dièdre, il ne présente pas d'intérêt. Ainsi, à l'aide du paragraphe § I.5.3.6, nous écrivons que le développement limité du coefficient de diffraction $D_{s,h}$ au voisinage de la conjonction s'écrit :

•Côté +:
$$D_{s,h} = -\frac{1}{2} (1 - R_{s,h}) \sqrt{L} + D^{t}$$

ISB=RSB :
$$D_{s,h} = -\frac{1}{2}(1+R_{s,h})\sqrt{L} + D^{t}$$

Côté - : $D_{s,h} = 0$, puisqu'on est à l'intérieur du dièdre.

5.4.4 Remarque sur la valeur du coefficient de diffraction $D_{{}_{s,h}}$ aux limites d'ombre.

Nous savons depuis le paragraphe § I.5.3 que le développement limité des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 ne peut être calculé mathématiquement juste sur leur limite d'ombre associée (il n'est calculé que de part et d'autre des limites). Le paragraphe suivant, le paragraphe § I.6, va mettre en évidence que si le choix est de considérer les champs de rayon incident et réfléchi présents sur leur limite d'ombre (soit du côté lumière), alors les développements limités de D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 doivent prendre la valeur du côté lumière. Inversement, si les champs de rayon incident et réfléchi sont absents sur leur limite d'ombre (soit du côté ombre, les développements limités de D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 doivent prendre la valeur du côté neur limite d'ombre (soit du côté ombre), alors les développements limités de D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 doivent prendre la valeur du côté neur prendre la valeur du côté ombre. L'idée est toujours d'assurer la continuité du champ total.

Ainsi, si les champs sont présents sur leur limite d'ombre, alors sur l'ISB : $D_{s,h} = -\frac{1}{2}\sqrt{L} + D^{t}$, sur la RSB : $D_{s,h} = -\frac{1}{2}R_{s,h}\sqrt{L} + D^{t}$, et sur une conjonction de limite d'ombre : $D_{s,h} = -\frac{1}{2}(1+R_{s,h})\sqrt{L} + D^{t}$.

Si les champs sont absents sur leur limite d'ombre, alors sur l'ISB : $D_{s,h} = +\frac{1}{2}\sqrt{L} + D^{t}$, sur la RSB : $D_{s,h} = +\frac{1}{2}R_{s,h}\sqrt{L} + D^{t}$, et sur une conjonction de limites d'ombre : $D_{s,h} = +\frac{1}{2}(1+R_{s,h})\sqrt{L} + D^{t}$.



6.1 Introduction.

Les expressions des champs de rayon incident, réfléchi, diffracté pour une configuration de point source et de point champ quelconques ont été présentées au paragraphe § I.3.3.

<u>Du côté lumière d'une limite d'ombre</u> du rayon incident, le champ de rayon incident est par définition présent, l'expression de ce champ présentée au paragraphe § I.3.3 reste valide. Le même raisonnement s'applique pour le champ de rayon réfléchi sur le côté lumière d'une limite d'ombre du rayon réfléchi.

Du côté ombre d'une limite d'ombre du rayon incident ou du rayon réfléchi, les champs respectifs de rayon incident et réfléchi n'existent pas : ils sont donc nuls.

Le champ qui compense les discontinuités de champs incident et réfléchi à leurs limites d'ombre est le champ de rayon diffracté. Le champ de rayon diffracté est composé d'un coefficient de diffraction $D_{s,h}$ lui même composé des coefficients D_1 , D_2 , D_3 , D_4 (paragraphes § I.3.2 et § I.3.3)

Au paragraphe § I.5.3.6, nous avons conclu que si les coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 sont indéterminés sur leur limite d'ombre respective, ISB1, ISB2, RSB3, RSB4, un développement limité peut se calculer de part et d'autre de la limite d'ombre considérée, à son côté lumière et à son côté ombre. Le développement limité change de signe entre le côté lumière et le côté ombre. <u>Ce développement est lui même indéterminé juste sur la limite d'ombre</u>.

Nous allons montrer dans ce paragraphe § I.6 que la valeur des coefficients D_1, D_2, D_3, D_4 sur leur limite d'ombre doit être égale au développement limité côté lumière ou côté ombre pour assurer la continuité du champ total. Le choix est conditionnée par la présence ou l'absence du champ incident sur une ISB, du champ réfléchi sur une RSB (§ I.5.4.4).

Le champ de rayon diffracté est réécrit au voisinage d'une limite d'ombre (pour l'incidence non rasante) ou d'une conjonction de deux limites d'ombre (pour l'incidence rasante) à l'aide du développement limité du coefficient de diffraction $D_{s,h}$ (Voir paragraphe § I.5.4). Les changements de signe de $D_{s,h}$ au passage des limites d'ombre se répercutent sur le champ de rayon diffracté. Nous allons montrer que le champ diffracté s'écrit en fonction du champ

incident, à une ISB et à une conjonction de limites d'ombre (ISB=RSB). Ce champ s'écrit en fonction du champ réfléchi à une RSB.

Finalement, en sommant les champs présents aux limites d'ombre ou aux conjonctions de limites d'ombre, nous allons retrouver la continuité du champ total.

6.2 Ecriture du champ diffracté aux limites d'ombre.

De façon générale, l'expression du champ diffracté par l'arête A s'écrit, d'après le paragraphe § I.3.3 (Si $U_0 = 1$):

$$U_{A}^{d}(P) = D_{s,h} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP) \cdot \exp[-j.k.(SA + AP)],$$

SA est la distance entre la source et l'arête du dièdre. AP est la distance entre l'arête du dièdre et le point champ.

Le paragraphe § I.5.4 décrit le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ aux limites d'ombre : $D_{s,h}$ est la somme d'un terme en $\sqrt{L_A}$ et d'un coefficient D^t . D^t est très inférieur à $\sqrt{L_A}$.

$$\mathbf{D}_{_{\mathrm{s},\mathrm{h}}} = \mathbf{K} \sqrt{\mathbf{L}_{_{\mathrm{A}}}} + \mathbf{D}^{\mathrm{t}}$$

En Incidence Non Rasante : à une ISB, $K = \pm \frac{1}{2}$; à une RSB, $K = \pm \frac{1}{2}R_{s,h}$. En Incidence Rasante, $K = \pm \frac{1}{2}(1 \pm R_{s,h})$.

En reportant $\sqrt{L_A}$ dans l'expression du champ diffracté $U_A^d(P)$, la simplification suivante s'opère :

$$\sqrt{L_{A}}$$
. Aⁱ(SA). A^d_A(SA, AP). exp $\left[-j.k.(SA + AP)\right] = U^{i}(SA + AP)$

En effet le tableau I.3 montre que quel que soit le front de l'onde incidente, $\sqrt{L_A} \cdot A^i(SA) \cdot A^d_A(SA, AP) = A^i(SA + AP)$. De plus, $A^i(SA + AP) \cdot \exp[-j \cdot k \cdot (SA + AP)]$ se simplifie en Uⁱ(SA + AP).

Type d'onde incidente	Facteur de dispersion de l'onde incidente A ⁱ (SA)	Facteur de dispersion de l'onde diffractée A ^d _A (SA,AP)	Paramètre de distance L _A	$\sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A^{d}_{A}(SA, AP)$ $= A^{i}(SA + AP)$
Plane	1	$\frac{1}{\sqrt{AP}}$	АР	1
Cylindrique	$\frac{1}{\sqrt{SA}}$	$\frac{1}{\sqrt{AP}}$	$\frac{\text{SA.AP}}{\text{SA} + \text{AP}}$	$\frac{1}{\sqrt{SA + AP}}$
Sphérique	$\frac{1}{SA}$	$\sqrt{\frac{SA}{AP(SA + AP)}}$	$\frac{SA.AP}{SA+AP}$	$\frac{1}{SA + AP}$

Tableau I.3 : Paramètres intervenant dans la simplification du champ simplement diffracté par une arête aux limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi.

La partie du champ diffracté correspondant au coefficient D^t génère un champ U^{dt}(P). Comme D^t $\ll \sqrt{L_A}$ alors U^{dt}(P) $\ll U^i(SA + AP)$.

Le champ diffracté aux limite d'ombre est donc la somme d'un terme proportionnel au champ incident qui aurait parcouru le trajet SA puis le trajet AP avec un terme $U^{at}(P)$.

$$U_{A}^{d}(P) = K.U^{i}(SA + AP) + U^{a}(P)$$

6.3 Ecriture de la continuité du champ total lorsque la source n'illumine pas le dièdre en Incidence Rasante.

6.3.1 Introduction.

La continuité du champ total est démontrée au paragraphe § I.6.3 lorsque la source n'est pas en situation d'incidence Rasante. Dans ce cas, les limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi sont distinctes.

A une limite d'ombre du champ de rayon incident (ISB) ou à une limite d'ombre du champ de rayon réfléchi (RSB), la continuité du champ total est démontrée si le champ total a même valeur non seulement sur les côtés lumière et ombre de la limite d'ombre, mais encore sur la limite d'ombre elle même.

Nous avons vu au paragraphe § I.5.4.2 que le coefficient de diffraction a une forme identique pour chacune des deux ISBs : $D_{s,h} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{L} + D^t$. Le coefficient de diffraction a aussi une forme identique pour chacune des deux RSBs : $D_{s,h} = \pm \frac{1}{2}R_{s,h}\sqrt{L} + D^t$. Le signe -

correspond, pour les quatre limites d'ombre, au côté lumière de la limite d'ombre, le signe + au côté ombre. Il devient donc inutile d'étudier la continuité du champ total aux quatre limites d'ombre. Une étude à une ISB et une étude à une RSB suffisent. Autrement dit, la distinction entre face_o et face_n du dièdre n'a dans ce paragraphe plus d'importance. La figure I.14 rappelle une ISB et une RSB en incidence non rasante.



Figure I.14 : Limites d'ombre lorsque la source est en incidence non rasante. Indifférence entre la face_o et la face_n du dièdre.

La figure I.14 rappelle que le champ de rayon incident est discontinu en traversant l'ISB et que le champ de rayon réfléchi est discontinu en traversant la RSB. Le champ de rayon incident étant présent et continu de part et d'autre de la RSB, il ne perturbe en rien la continuité du champ total à la RSB.

6.3.2 Calcul des champs au voisinage d'une ISB.

Du côté lumière de l'ISB, le champ incident est décrit au paragraphe § I.3.3. Du côté ombre, le champ incident est absent (voir paragraphe § I.4.2.1). Ainsi,

Coté lumière:
$$U^{i}(P) = A^{i}(SP).exp[-j.k.(SP)]$$

Coté ombre: $U^{i}(P) = 0$

En ce qui concerne le champ diffracté à une ISB, la valeur K du paragraphe § I.6.2 est égale d'après le paragraphe § I.5.4.2 à $-\frac{1}{2}$ du côté lumière et $+\frac{1}{2}$ du côté ombre.

A l'ISB, le champ diffracté par l'arête A, U^d_A , devient :

Coté lumière:
$$U_{A}^{d}(P) = -\frac{1}{2}U^{i}(SA + AP) + U^{dt}(P) = -\frac{1}{2}U^{i}(P) + U^{dt}(P)$$

Coté ombre: $U_{A}^{d}(P) = +\frac{1}{2}U^{i}(SA + AP) + U^{dt}(P) = +\frac{1}{2}U^{i}(P) + U^{dt}(P)$

Remarquons qu'à une ISB, les points S, A, P sont alignés et $\underline{SA + AP = SP}$. Ainsi, $U^{i}(SA + AP) = U^{i}(SP) = U^{i}(P)$.

Remarquons encore que
$$D^{t} = D_{2}^{'} + R_{s,h}(D_{3}^{'} + D_{4}^{'})$$
 au voisinage de l'ISB1,
que $D^{t} = D_{1}^{'} + R_{s,h}(D_{3}^{'} + D_{4}^{'})$ au voisinage de l'ISB2 et,
que $U^{dt}(P) \ll U^{i}(P)$

La somme du champ incident et du champ diffracté est égale, à la fois du côté lumière et du côté ombre de l'ISBA, à $U^i(P) + U^d_A(P) = +\frac{1}{2}U^i(P) + U^{dt}(P)$. Le champ total se trouve donc identique à ces deux côtés. Pour assurer totalement la continuité du champ total, il faut que ce dernier ait aussi la même valeur <u>sur</u> l'ISB. Cette condition est accomplie dans deux cas. Le premier est de considérer sur l'ISB le champ incident présent (côté lumière) et le champ diffracté (ou le développement limité du coefficient de diffraction) côté lumière (signe -). Le second est de considérer sur l'ISB le champ incident absent (côté ombre) et le champ diffracté côté ombre (signe +).

Le champ total au voisinage d'une ISB et sur l'ISB est la somme du champ incident et du champ diffracté. Cette somme est à peu près égale à la moitié du champ incident.

6.3.3. Calcul des champs au voisinage d'une RSB.

L'expression du champ réfléchi du paragraphe § I.3.3 est reprise pour le côté lumière de la RSB en remarquant qu'à une RSB, le point de réflexion Q_r et le point de diffraction A sont confondus. Du côté ombre, le champ réfléchi est absent (voir paragraphe § I.4.2.1). Ainsi,

Coté lumière:
$$U^{r}(P) = R_{s,h} \cdot A^{i}(SA + AP) \cdot exp[-j.k.(SA + AP)]$$

d'où $U^{r}(P) = R_{s,h} \cdot U^{i}(SA + AP)$
Coté ombre: $U^{r}(P) = 0$

Remarque: Ce n'est qu'en Incidence Rasante que S, A, P sont alignés sur une RSB.

En ce qui concerne le champ diffracté à une RSB, la valeur K du paragraphe § I.6.2 est égale d'après le paragraphe § I.5.4.2 à $-\frac{1}{2}R_{s,h}$ au côté lumière et $+\frac{1}{2}R_{s,h}$ au côté ombre.

A la RSB, le champ diffracté par l'arête A, U^d_A , devient :

Coté lumière:
$$U_{A}^{d}(P) = -\frac{1}{2}R_{s,h}U^{i}(SA + AP) + U^{dt}(P) = -\frac{1}{2}U^{r}(P) + U^{dt}(P)$$

Coté ombre: $U_{A}^{d}(P) = +\frac{1}{2}R_{s,h}U^{i}(SA + AP) + U^{dt}(P) = +\frac{1}{2}U^{r}(P) + U^{dt}(P)$

Remarquons que $D^t = D_1 + D_2 + R_{s,h}$. D_4 au voisinage de la RSB3, $D^t = D_1 + D_2 + R_{s,h}$. D_3 au voisinage de la RSB4 et, que $U^{dt}(P) \ll U^r(P)$.

La somme du champ réfléchi et du champ diffracté est égale, à la fois du côté lumière et du côté ombre de l'ISBA, à $U^{r}(P) + U^{d}_{A}(P) = +\frac{1}{2}U^{r}(P) + U^{dr}(P)$. Le champ total se trouve donc identique sur ces deux côtés. Pour assurer totalement la continuité du champ total, il faut que ce dernier ait aussi la même valeur <u>sur</u> la RSB. Cette condition est accomplie dans deux cas. Le premier est de considérer sur la RSB le champ réfléchi présent (côté lumière) et le champ diffracté (ou le développement limité du coefficient de diffraction) côté lumière (signe -). Le second est de considérer sur la RSB le champ réfléchi absent (côté ombre) et le champ diffracté côté ombre (signe +).

La somme du champ réfléchi et du champ diffracté à une RSB est à peu près égale à la moitié du champ réfléchi.

6.3.4 Conclusion.

C'est la discontinuité du champ simplement diffracté à une limite d'ombre qui compense la discontinuité du champ incident à une ISB et du champ réfléchi à une RSB. La discontinuité du champ simplement diffracté aux limites d'ombre permet la continuité du champ total.

Le module du champ diffracté est à U^{dt} près égal à la moitié du champ incident à une ISB et à la moitié du champ réfléchi à une RSB. Le développement limité du coefficient de diffraction associé au champ diffracté est affecté du signe + à l'ombre des champs incident et réfléchi, et du signe - à la lumière de ces champs.

Pour postuler que le champ incident est présent sur l'ISB et que le champ réfléchi est présent sur une RSB, alors le développement du champ diffracté sur les limites d'ombre doit prendre lui aussi la valeur du côté lumière.

La continuité du champ total peut aussi être obtenue en considérant que le champ incident est absent sur l'ISB, que le champ réfléchi est absent sur une RSB, et, que le développement du champ diffracté sur les limites d'ombre prend sa valeur côté ombre.

6.4 Ecriture de la continuité du champ total lorsque la source est en situation d'incidence rasante.

6.4.1 Introduction.

L'étude de l'incidence rasante se ramène à deux configurations. Il n'est plus nécessaire de différencier les faces du dièdre. La première configuration est obtenue lorsque la source est située sur l'une des faces du dièdres. La seconde s'obtient lorsque la source est située dans le prolongement de l'une des faces du dièdres.

En incidence rasante, la limite d'ombre des rayons incidents se confond avec la limite d'ombre des rayons réfléchis. Nous savons d'après le paragraphe § 1.5.4 que le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ a un coefficient indéterminé parmi D_1 et D_2 (correspondant à l'ISB), et, un autre

coefficient indéterminé parmi D_3 et D_4 (correspondant à la RSB). Il s'écrit $D_{s,h} = \pm \frac{1}{2} (1 \pm R_{s,h}) \sqrt{L_A} + D^t$.

A la conjonction, une partie du champ diffracté traite de la compensation du champ incident, une autre partie de ce champ traite de la compensation du champ réfléchi. Chacune des deux compensations peut être considérée séparément, comme en incidence non rasante.

En incidence rasante, les points S, A, Q_r et P sont alignés.

L'écriture des champs incident et réfléchi à la conjonction des limites d'ombre est:

Côté lumière: $U^{i}(P) = A^{i}(SP).exp[-j.k.(SP)]$ Coté ombre: $U^{i}(P) = 0$ Côté lumière: $U^{r}(P) = R_{s,h}.U^{i}(P)$ Coté ombre: $U^{r}(P) = 0$

L'objectif est de démontrer que le champ total, constitué des champs incident, réfléchi et diffracté $(U_T(P) = U^i(P) + U^r(P) + U^d(P))$ est continu au voisinage de la conjonction des limites d'ombre.

6.4.2 Cas où la source est sur une des faces du dièdre.

La figure I.15 rappelle les côtés + et - définis au paragraphe § I.4.3.1 lorsque la source est sur une des faces du dièdre. Au paragraphe § I.4.3.2, nous apprenons que les champs incident et réfléchi sont présents côté + et absents côté -.



Figure I.15 : Rappel des côtés + et - lorsque la source est sur une face du dièdre.

En ce qui concerne le champ diffracté à la conjonction des limites d'ombre (ISB=RSB), la valeur K du paragraphe § I.6.2 est égale d'après le paragraphe § I.5.4.3.1 à $-\frac{1}{2}(1+R_{s,h})$ du côté + et $+\frac{1}{2}(1+R_{s,h})$ du côté-.

A la conjonction des limites d'ombre, le champ diffracté par l'arête A, U^d_A, devient :

Côté +:
$$U_{A}^{d}(P) = -\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(SP) + U^{dt}(P)$$

Côté -: $U_{A}^{d}(P) = +\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(SP) + U^{dt}(P)$

Remarquons que $D^{t} = D_{2} + R_{s,h}.D_{4}$, au voisinage de la conjonction ISB1=RSB3 obtenue lorsque la source est sur la face_n du dièdre (avec $D_{2} = D_{4}$). De même, $D^{t} = D_{1} + R_{s,h}.D_{3}$ au voisinage de la conjonction ISB2=RSB4 lorsque la source est sur la face_o du dièdre (avec $D_{1} = D_{3}$). Rappelons que $U^{i}(SP) = U^{i}(P)$ et que $U^{dt}(P) << U^{i}(P)$.

De chaque côté, + et -, le calcul du champ total $U_{T}(P)$ s'écrit :

<u>Côté + :</u>

$$U_{T}(P) = U^{i}(P) + U^{r}(P) + U_{A}^{d}(P) = U^{i}(P) + R_{s,h} \cdot U^{i}(P) - \frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$$

d'où $U_{T}(P) = +\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$

Côté -:
$$U_{T}(P) = U_{A}^{d}(P) = +\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$$

De part et d'autre de la conjonction de limites d'ombre, le champ total est continu. Il s'écrit en fonction du champ incident.

En polarisation E, $U_T(P) = E_T(P) = E^{dt}(P) = 0$ En polarisation H, $U_T(P) = H_T(P) = H^i(P) + H^{dt}(P)$ De même qu'en incidence non rasante sur une limite d'ombre (ISB ou RSB), le champ diffracté (ou le coefficient de diffraction) sur la conjonction prend la valeur du côté lumière (ici valeur du côté +) si les champs incident et réfléchi sont présents. Il prend la valeur du côté ombre (ici valeur du côté -) si les champs incident et réfléchi sont absents.

6.4.3 Cas où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre.

La figure I.16 rappelle, lorsque la source est située dans le prolongement de l'une des faces du dièdre, les côtés + et - définis au paragraphe § I.4.3.1. Au paragraphe § I.4.3.3, nous apprenons que seul le champ incident est présent côté + ; les champs incident et réfléchi sont absents côté -. Ils sont présents sur la conjonction des limites d'ombre.



Figure I.16 : Rappel des côtés + et - lorsque la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre.

En ce qui concerne le champ diffracté à la conjonction des limites d'ombre, la valeur K du paragraphe § I.6.2 est égale d'après le paragraphe § I.5.4.3.2 à $-\frac{1}{2}(1-R_{s,h})$ du côté + et $+\frac{1}{2}(1+R_{s,h})$ sur la conjonction (ISB=RSB).

A la conjonction des limites d'ombre, le champ diffracté par l'arête A, U^d_A, devient :

Côté +:
$$U_{A}^{d}(P) = -\frac{1}{2} \cdot (1 - R_{s,h}) \cdot U^{i}(SP) + U^{dt}(P)$$

ISB=RSB : $U_{A}^{d}(P) = -\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(SP) + U^{dt}(P)$
Côté -: $U_{A}^{d}(P) = 0$

Remarquons que $D^{t} = D_{1} + R_{s,h}.D_{4}$, au voisinage de la conjonction ISB2=RSB3 obtenue lorsque la source est située dans le prolongement de la face_n du dièdre. De même, $D^{t} = D_{2} + R_{s,h}.D_{3}$, au voisinage de la conjonction ISB1=RSB4 lorsque la source est située dans le prolongement de la face_o du dièdre. Rappelons que $U^{dt}(P) << U^{i}(P)$ et que $U^{i}(SP) = U^{i}(P)$ lorsque S, A et P sont alignés.

Nous détaillons ci-dessous le calcul du champ total $U_T(P)$ lorsque le point champ P est situé du côté + puis quand il est sur la conjonction.

<u>Côté + :</u>

$$U_{T}(P) = U^{i}(P) + U^{r}(P) + U^{d}_{A}(P) = U^{i}(P) - \frac{1}{2} \cdot (1 - R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$$

d'où $U_{T}(P) = +\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$

ISB=RSB : (cas où les champs incident et réfléchi sont présents sur la conjonction)

$$U_{T}(P) = U^{i}(P) + U^{T}(P) + U^{d}_{A}(P) = U^{i}(P) + R_{s,h} \cdot U^{i}(P) - \frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$$

d'où $U_{T}(P) = +\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$
(le coefficient de diffraction prend sa valeur côté lumière)

ISB=RSB : (cas où les champs incident et réfléchi sont absents sur la conjonction)

$$U_{T}(P) = U^{i}(P) + U^{r}(P) + U^{d}_{A}(P) = +\frac{1}{2} \cdot (1 + R_{s,h}) \cdot U^{i}(P) + U^{dt}(P)$$

(le coefficient de diffraction change de signe, il prend sa valeur côté ombre)

Ainsi, lorsque la source est située dans le prolongement de la conjonction des limites, le champ total est continu entre la conjonction et le côté +. Remarquons que le champ total à la conjonction s'écrit en fonction du champ incident, de la même façon que lorsque la source est sur une des faces du dièdre. Ainsi,

En polarisation E, $U_T(P) = E_T(P) = E^{dt}(P) = 0$ En polarisation H, $U_T(P) = H_T(P) = H^i(P) + H^{dt}(P)$ En Incidence Rasante, que la source soit sur une face du dièdre ou dans le prolongement d'une face du dièdre, le champ total est nul en polarisation E, il est de l'ordre de grandeur du champ incident (à $U_{\tau}^{dt}(P)$ près) en polarisation H.

En Incidence Rasante $D_{s,h}$ (= D_s) et D^t sont nuls en polarisation E.

De façon générale, $U_z^{dt}(P)$ est le terme résiduel du champ diffracté qui intègre D^t. D^t comprend le coefficient parmi D'₁, D'₂ et le coefficient parmi D'₃, D'₄ qui sont parfaitement définis à la conjonction des limites d'ombre. On a $U_z^{dt}(P) << U_z^i(P)$.

Comme en Incidence Non Rasante, c'est la discontinuité du champ diffracté qui permet la continuité du champ total.

Notons qu'en Incidence Rasante, il est facile de vérifier sur une courbe la valeur du champ total à la conjonction des limites d'ombre. En polarisation E, le champ total est nul. En polarisation H, le champ total est de l'ordre de grandeur de grandeur du champ incident.



Nous avons mis en évidence dans ce chapitre la correspondance entre le coefficient de diffraction et les limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi : chacun des quatre coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 constituant le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ permet de compenser une discontinuité sur l'une des quatre limites d'ombre associée au dièdre.

En incidence non rasante, les limites d'ombre sont distinctes : un coefficient parmi D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 change de signe au passage d'une limite d'ombre.

En incidence rasante, une limite d'ombre du rayon incident (ISB) est confondue à une limite d'ombre du rayon réfléchi (RSB) : deux coefficients parmi D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 changent de signe à la conjonction des limites d'ombre, un coefficient parmi D'_1 , D'_2 pour l'ISB et un coefficient parmi D'_3 , D'_4 pour la RSB.

Le changement de signe des coefficients D'_1 , D'_2 , D'_3 , D'_4 au passage des limites d'ombre permet au champ diffracté de compenser d'une part l'apparition ou la disparition brutale du champ de rayon incident à une limite d'ombre du champ incident et d'autre part de compenser l'apparition ou la disparition brutale du champ de rayon réfléchi à une limite d'ombre du champ réfléchi.

La partie du champ diffracté, correspondant à la compensation du champ incident, est, au signe près, égale à la moitié du champ incident. De même, la partie du champ diffracté correspondant à la compensation du champ réfléchi est au signe près égale à la moitié du champ réfléchi. Ces parties sont de signe négatif en présence du champ incident ou du champ réfléchi, positif en leur absence. Le champ total devient continu au passage des limites d'ombre.

Remarque sur le champ diffracté : le module du champ diffracté est de façon générale en $k^{-\nu_2}$ (paragraphe I.3.2). Aux limites d'ombre, il est du même ordre de grandeur que le module des champs incident et réfléchi.

Dans ce chapitre, le choix a été fait au paragraphe § I.4 de considérer le champ incident présent sur une ISB, le champ réfléchi présent sur une RSB. De ce fait, le développement limité du coefficient de diffraction aux limites d'ombre doit prendre la valeur du côté lumière (paragraphe § I.5.4).

Dans les programmes que j'ai construit autour de la TUD, au voisinage des limites d'ombre, la forme générale du coefficient de diffraction du paragraphe § I.3.2 a systématiquement été remplacée par le développement limité du paragraphe § I.5.3.6. Le calculateur, dans le cas

contraire, produisait, aux limites d'ombre, des valeurs erronées de champ diffracté ou des interruptions de programme. Au paragraphe § I.5, nous avons en effet montré que le coefficient de diffraction admet une valeur indéterminée sur les limites d'ombre.

CHAPITRE II

Compensation de la discontinuité du champ simplement diffracté à la DSB par le champ Doublement Diffracté. Incidences Non Rasantes et Incidences rasantes.



Au premier chapitre, nous avons étudié pour le dièdre, la compensation du champ incident aux limites d'ombre du champ de rayon incident (ISB) et la compensation du champ réfléchi aux limites d'ombre du champ de rayon réfléchi (RSB). Cette compensation est permise par le champ de rayon qui est diffracté par l'arête du dièdre.

Dans ce chapitre II, un second dièdre est présent dans l'espace dont l'arête est parallèle au premier dièdre. Les deux dièdres peuvent être distincts, avoir une face commune, avoir les deux faces communes (cas de la bande). La source de rayonnement est placée soit en dehors de l'axe formé par les deux arêtes, soit sur cet axe. En tout, huit configurations de source et de dièdres sont présentées et étudiées.

Le second dièdre introduit une nouvelle limite d'ombre : le champ de rayon diffracté par une première arête est brutalement interrompu par la seconde arête, après la seconde arête, sur l'axe formé par les deux arêtes. Dès à présent, nous appelons cette discontinuité, <u>limite</u> d'ombre du champ de rayon simplement diffracté ou encore limite d'ombre du champ de rayon diffracté ou encore plus simplement DSB. Les initiales DSB signifient 'Diffraction Shadow Boundary'. Elles permettent de conserver une homogénéité en rapport avec l'écriture anglosaxone de l'ISB et de la RSB.

Dans la plupart des configurations de source et de dièdres que nous étudierons, le champ total est discontinu à la DSB. Le champ qui compense cette nouvelle discontinuité est <u>le champ</u> <u>doublement diffracté</u>. Le champ doublement diffracté est, comme son nom l'indique, diffracté par la première arête, puis rediffracté par la seconde. Nous développerons dans ce chapitre <u>le</u> <u>champ</u> <u>doublement</u> <u>diffracté mécanique</u>. Le terme 'mécanique' utilisé par Luebbers [1984] signifie que la diffraction par le dièdre, la TUD, est utilisée sur chacune des deux arêtes. La double diffraction mécanique a été et est encore traitée dans la littérature : Luebbers [1984, 1989], Legendre [1995], Holm [1996], Andersen [1996]. Nous nous proposons ici d'éclairer le lecteur sur la compensation des champs à la DSB dans huit configurations différentes de source est dans l'axe des arêtes, qu'une face soit commune ou non aux deux dièdres. Le cas de la bande est aussi étudiée en illumination rasante. Le rôle des différents champs qui contribuent à la DSB est détaillé.

Après modification par rapport à Luebbers [1984] du paramètre de distance du coefficient de diffraction du premier dièdre, de la même façon que le champ simplement diffracté se transforme en champ incident à une ISB et en champ réfléchi à une RSB, nous verrons que le champ doublement diffracté mécanique se transforme à la DSB en champ simplement diffracté si la source n'est pas dans l'axe des arêtes, et, jusqu'au champ incident si la source est sur cet axe. Ces transformations contribuent à la continuité du champ total.

Le domaine de validité du champ doublement diffracté mécanique est discuté.

Il existe des configurations de source et de dièdres où le champ total n'est pas discontinu à la DSB. C'est le cas de la polarisation E lorqu'au moins une face est commune au dièdre. Dans ce type de configuration, le champ simplement diffracté par une première arête s'annule sur la face commune et ne crée donc pas de discontinuité à la DSB. Le champ doublement diffracté mécanique est nul a fortiori. Cependant, la valeur du champ total obtenue n'est pas représentative de la réalité. Une façon de pallier ce défaut est de considérer un champ de rayon doublement diffracté à un ordre supérieur. Ce champ tient compte des variations angulaires rapides du champ simplement diffracté par la première arête au voisinage de la face commune, il tient compte de la <u>diffraction de pente</u> (RG Kouyoumjian, [1975]). Le champ doublement diffracté avec diffraction de pente est détaillé au paragraphe § II.5 pour différentes positions de source et de point champ, qu'une face soit commune ou non aux deux dièdres. Ce champ se simplifie à la DSB lorsque la source est alignée avec les deux arêtes. Son domaine de validité est aussi discuté.

Nous verrons au paragraphe § II.6, bien qu'elle ne soit pas développée dans ce rapport pour être mis en application, qu'il existe une façon plus globale, non mécanique, de calculer le champ doublement diffracté. Le champ doublement diffracté devient <u>uniforme</u>.

Au paragraphe § II.7, quelques mots sont donnés sur la façon de calculer les multiples diffractions mécaniques.



Dans ce chapitre II, un second dièdre est présent dans l'espace, dont l'arête est parallèle au premier dièdre. Les deux dièdres peuvent être distincts, avoir une face commune, avoir les deux faces communes (cas de la bande). La source de rayonnement est placée à la fois en dehors de l'axe formé par les deux arêtes et à la fois sur cet axe. Dans ce paragraphe, huit configurations de source et de dièdres sont présentées. Elles représentent la plupart des configurations de structures 2D composées d'une source et de deux dièdres dont les arêtes sont parallèles.

La figure II.1 représente deux dièdres avec la source en dessous de l'axe formé par les deux arêtes. Sur la figure II.2, la source est au dessus de l'axe. Sur la figure II.3, la source est sur l'axe. L'indice 'a' de ces figures signifie que les dièdres sont distincts, l'indice 'b' signifie qu'une face est commune aux deux dièdres.

La bande est représentée par la figure II.4. Une bande est un assemblage de deux demi-plans partageant la même face commune. Un demi-plan est aussi un dièdre d'angle nul. Au sens de la TUD, la bande est un assemblage de deux dièdres ayant deux faces communes. La figure II.4.a la représente en incidence quelconque. La source est dans l'axe de la bande sur la figure II.4.b.



Figure II.1 : La source est en dessous de l'axe AB.





Figure II.2 : La source est au dessus de l'axe AB.

Dans ce chapitre, nous allons retrouver les limites d'ombre des champs de rayons incident et réfléchi du chapitre I, l'ISB et la RSB, associées à chacun des dièdres A et B. Lorsque la source n'est pas sur l'axe AB (figures II.1, II.2, II.4.a), il est assez logique de penser que le champ simplement diffracté par l'arête A va compenser les discontinuités de champ incident et réfléchi à l'ISBA et la RSBA. De même lors que la source est au dessus de l'axe AB (figures II.2 et II.4.a), le champ simplement diffracté par l'arête B compense les discontinuités de champ incident et réfléchi à l'ISBB et la RSBB. Pour ces configurations, l'intérêt ne se porte pas sur les limites d'ombre des champs de rayons incident et réfléchi mais sur la compensation de la discontinuité du champ simplement diffracté par la première arête A est discontinu au niveau de l'axe AB (figures II.2 et II.4.a), il existe une seconde limite d'ombre du champ simplement diffracté par la DSBA. Lorsque la source est au dessus de l'axe AB (figures 1 a RSBB. Pour ces configurations, l'intérêt ne se porte pas sur les le champ simplement diffracté par la DSB par le champ doublement diffracté : le champ simplement diffracté par la première arête A est discontinu au niveau de l'axe AB (figures II.2 et II.4.a), il existe une seconde limite d'ombre du champ simplement diffracté par l'arête B. Nous nous intéresserons davantage dans ce chapitre aux compensations de la DSBA ; les compensations à la DSBB reposent sur le même principe.

Lorsque la source est sur l'axe AB (figures II.3 et II.4.b), les limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi liées à chacun des dièdres (ISBA, RSBA, ISBB, RSBB) se confondent à la limite d'ombre du champ simplement diffracté (DSB). La compréhension de la compensation des champs et de la continuité du champ total à la DSB devient plus délicate. Faut-il, à la DSBA, prendre en compte le champ simplement diffracté par l'arête B ? La discontinuité du champ incident est-elle compensée par le champ simplement diffracté par l'arête B ? La discontinuité du champ simplement diffracté par l'arête B ? La même question se pose pour le champ réfléchi quand une face est commune aux deux dièdres (figures II.3.b et II.4.b). Le rôle du champ doublement diffracté est-il toujours de compenser la discontinuité du champ simplement diffracté par la première arête ? Faut-il encore parler de DSB ? Dans quelle mesure, le champ total est-il continu ? Nous nous proposons dans ce chapitre d'approfondir ce

cas particulier d'incidence. Pour cela, nous nous appuierons sur les développements concernant l'incidence rasante au chapitre I.



Figure II.3 : La source est sur l'axe AB.

Le cas de la bande génère des questions qui lui sont propres. A t'-on des champs simplement diffractés par les arêtes qui se propagent sur les deux faces de la bande ? En incidence rasante, la même question se pose pour les champs de rayon incident et réfléchi. Si le champ se propage sur les deux faces, dans quel cas l'étude peut-elle se simplifier ?





Notons que l'ajout d'un second dièdre ne crée pas de nouvelle discontinuité de champ total dans la zone entre les deux dièdres. L'étude du chapitre I suffit dans cette zone à éclairer la compensation des champs. Le champ doublement diffracté apporte un affinage mais n'est pas discontinu.

Notons encore que Keller [1962] ou Kouyoumjian et Wang [1974] ont élaboré leur coefficient de diffraction pour un dièdre en espace libre, avec une arête et des faces infinies. Le chapitre III nous montre que la présence d'autres dièdres avec des faces finies n'empêche pas l'utilisation du coefficient de diffraction sur chacun des dièdres.



3.1 Généralités sur le Champ Doublement Diffracté Mécanique -Domaine de validité.

L'action la plus évidente à mener lorsque la double diffraction est abordée, est d'appliquer consécutivement le coefficient de la simple diffraction de la TUD. C'est le travail effectué par exemple par Luebbers [1984] au travers de la Double Diffraction Mécanique.

L'intérêt de l'article de Luebbers est de présenter des paramètres de distance et des facteurs de dispersion non seulement pour le Champ Doublement Diffracté Mécanique, mais encore pour le Champ Triplement Diffracté Mécanique. A partir de ces données, il devient facile d'imaginer des coefficients pour les diffractions supérieures.

Le domaine théorique de validité d'une application mécanique du coefficient de diffraction est régit par deux contraintes, même si la pratique n'est pas toujours si sévère.

La première contrainte a déjà été abordée au paragraphe § II.2. Elle est liée au fait que le champ diffracté de la TUD est valide pour un dièdre isolé dans l'espace dont l'arête et les faces sont infinies. En présence de plusieurs dièdres, l'isolation n'est pas respectée, les faces ne sont plus infinies. L'application pratique ne pose pas de problème si les arêtes sont séparées par une distance 'suffisante' qui dépend de la longueur d'onde. La bonne concordance des résultats du chapitre III entre la TUD et la Méthode des Moments en est une illustration.

La seconde contrainte est liée au fait que le champ diffracté n'est pas un champ de rayon à l'intérieur de paraboles définissant des zones de transition autour des limites d'ombre des champs incident et réfléchi. L'Optique Géométrique et la TUD s'appliquent aux champs de rayon. Alors, si une seconde arête est dans la parabole de transition de la première, le champ de rayon doublement diffracté mécanique par la première arête puis par la seconde n'a pas de sens physique. Cette contrainte tend à se prononcer si la source, les deux arêtes et le point champ sont alignés.

Dans la pratique, cet inconvénient n'est pas grandement critique. A titre d'exemple citons les travaux de Schneider-Luebbers [1991, figures 3 à 10] ou encore de Legendre [1995, figures 57, 58, 61] qui montrent que si le champ doublement diffracté mécanique au sens de Luebbers peut créer des discontinuités de champ total au passage de la DSB, il permet au moins d'avoir une valeur approchée de ce champ, d'autant plus que le point champ est en dehors de la zone de transition de la seconde arête.

Notons que l'équation des paraboles de transitions peut se trouver dans l'ouvrage de Mc Namara, Pistorius et Malherbe [1990, § 4.4.4] et qu'une définition quantitative de ces paraboles est donnée par Menendez et Lee [1976, Section 2.2].

Rapidement, la parabole de transition se définit lorsque la fonction de transition n'est plus égale à 1, c'est à dire lorsque l'argument de cette fonction, $kLa^{\pm}(\phi \pm \phi')$ est inférieur à 2π . Il est facile de montrer que $a^{\pm}(\phi \pm \phi')$ est compris entre la valeur zéro, sur la limite d'ombre, et la valeur deux. La largeur de la parabole diminue lorsque le paramètre L croit.

Nous proposons dans ce chapitre, <u>de supprimer</u>, à l'aide du champ doublement diffracté mécanique, <u>les discontinuités de champ total à la DSB</u>, pour toutes configurations de source et de dièdres. Nous verrons qu'il suffit de modifier <u>un paramètre de distance</u> d'un des coefficients de diffraction de la double diffraction. Remarquons pourtant, que si cette astuce permet d'obtenir un champ total continu, la valeur de ce champ n'est pas forcément exacte. Au fur et à mesure du chapitre, nous discuterons de sa validité. Ce nouveau paramètre est appliqué avec succès ainsi que le montrent les résultats numériques du chapitre III.

L'avantage certain de la Diffraction Mécanique est sa facilité de mise en œuvre, peu coûteuse en temps de calcul et applicable à un nombre illimité d'arêtes. Dans certaines configurations comme celles de la figure II.1 où la source est en dessous de l'axe formé par les deux arêtes, elle illumine des zones inaccessibles aux autres champs de l'OG et de la TUD. Lorsque la seconde arête n'est pas dans la zone de transition de la première, alors le champ doublement diffracté mécanique est continu et augmente systématiquement la précision sur le champ total.

3.2 Ecriture du champ doublement diffracté mécanique dans le cas où la position des points source et d'observation est quelconque.

L'expression mathématique du champ doublement diffracté mécanique est écrite pour un point source S et un point champ (ou d'observation) P ayant des positions quelconques dans l'espace. Les deux dièdres sont distincts sur la figure II.5. Ils ont une face commune sur la figure II.6. Les notations angulaires pour chacun des dièdres s'inspirent du chapitre I.



Figure II.5 : S et P quelconques ; Cas de deux dièdres distincts.



Figure II.6 : S et P quelconques ; Une face est commune aux deux dièdres.
Le champ doublement diffracté mécanique par le dièdre A puis par le dièdre B pour les points S et P quelconques s'écrit,

pour la figure II.5 :

$$U_{AB}^{dd}(P) = D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}^{'}) \cdot D_{s,h}^{B}(\phi_{B}^{'},\phi_{B},L_{B}^{'}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP) \cdot exp[-jk(SA+AB+BP)]$$

pour la figure II.6 :

$$U_{AB}^{dd}(P) = \frac{1}{2} \cdot D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) \cdot D_{s,h}^{B}(\phi_{B},\phi_{B},L_{B}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP) \cdot exp\left[-jk(SA+AB+BP)\right]$$

L'expression du champ doublement diffracté mécanique $(U_{AB}^{dd}(P))$ s'obtient à l'aide des équations suivantes :

- Le champ de rayon incident sur le trajet SA : $U^{i}(A) = A^{i}(SA).exp[-jk.SA]$
- La diffraction sur l'arête A : $U_A^d(A) = D_{s,h}^A(\varphi_A, \varphi_A, L_A) U^i(A)$
- Le champ de rayon diffracté par l'arête A sur le trajet AB : U^d_A(B) = U^d_A(A). A^d_A(SA, AB). exp[-jk. AB]
- La diffraction sur l'arête B : $U_{AB}^{dd}(B) = D_{s,h}^{B}(\phi_{B},\phi_{B},L_{B}) \cdot U_{A}^{d}(B)$ si les dièdres sont distincts. $U_{AB}^{dd}(B) = \frac{1}{2} \cdot D_{s,h}^{B}(\phi_{B},\phi_{B},L_{B}) \cdot U_{A}^{d}(B)$ si au moins une face est commune aux dièdres.
- Le champ de rayon doublement diffracté sur le trajet BP : $U_{AB}^{dd}(P) = U_{AB}^{dd}(B) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk \cdot BP]$

Le tableau II.1 donne les expressions des facteurs de dispersion A^i , A^d_A , A^{dd}_{AB} et des paramètres de distance L_A^i , L_B^i associés à chacun des dièdres. Dans la double diffraction mécanique au sens de Luebbers [1984], le paramètre de distance du premier dièdre est L_A^i et non L_A^i (tableau I.1), parce que le chemin du rayon de la première diffraction est AB et non AP. Nous verrons pourtant dès le paragraphe § II.4.2 pourquoi il peut être intéressant de remplacer L_A^i par L_A^i .

Le tableau II.1 nous enseigne aussi que si une onde arrive avec un front d'onde plan ou cylindrique sur une arête, le champ diffracté par cette arête a un front d'onde cylindrique. Après une nouvelle diffraction, le front de l'onde est toujours cylindrique. Quand le front de l'onde incidente est sphérique, les valeurs L_B et $A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP)$ sont données par Luebbers [1984].

Au paragraphe	§ II.3.3	, il est	donné	une	justification	au	coefficient	1/2	qui	se	trouve	dans
l'expression de	$U_{AB}^{dd}(P)$	lorsqu	'une fac	e est	commune au	ıx c	leux dièdres	5.				

Source d'onde	A ⁱ (SA)	Ĺ	A ^d _A (SA,AB)	L _B	$A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP)$
Plane	1	AB	1	AB.BP	1
			$\overline{\sqrt{AB}}$	AB + BP	$\sqrt{\mathrm{BP}}$
Cylindrique	1	SA.AB		AB.BP	1
	\sqrt{SA}	$\overline{SA + AB}$	\sqrt{AB}	AB+BP	$\sqrt{\mathrm{BP}}$
Sphérique		SA.AB	SA	AB.BP	SA + AB
	SA	SA + AB	$\sqrt{AB(SA + AB)}$	AB+BP	$\sqrt{BP(SA + AB + BP)}$

Tableau II.1: Facteurs de dispersion et paramètres de distance pour la double diffraction.

En polarisation E, lorsqu'une face est commune aux deux dièdres (figure II.6), le champ simplement diffracté, qui est sur ou dans le prolongement de la face commune, et, le champ doublement diffracté mécanique, sont nuls. Mathématiquement, il est assez facile de montrer à l'aide du paragraphe § I.3.2, que,

 $D_s^A(\phi_A, \phi_A = 0, L_A) = D_s^A(\phi_A, \phi_A = 0, L_A) = D_s^B(\phi_B = 0, \phi_B, L_B) = 0$: Le champ simplement diffracté n'a donc pas besoin d'être compensé à la DSB en polarisation E.

Lorsque nous étudierons l'expression du champ doublement diffracté mécanique avec ou sans diffraction de pente, à la DSB, nous aurons besoin des simplifications qui s'opèrent au sein du tableau II.2. Notons que ces simplifications sont du même genre qu'au paragraphe § I.6.2. Le tableau II.2 donne la valeur de produits de facteurs de dispersion avec la racine carrée de paramètres de distance.

Source d'onde	$\sqrt{\dot{L}_{A}}$. $A^{i}(SA)$. $A^{d}_{A}(SA,AB)$	$\sqrt{L_A} \cdot A^i$ (SA) $\cdot A^d_A$ (SA,AP)	$\sqrt{L_{B}}.A_{A}^{d}(SA,AB).A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP)$
	$= A^{i}(SA + AB)$	$= A^{i} (SA + AP)$	$= A_A^d (SA, AB + BP)$
Plane	1	1	$\frac{1}{\sqrt{AB+BP}}$
Cylindrique	$\frac{1}{\sqrt{SA + AB}}$	$\frac{1}{\sqrt{SA + AP}}$	$\frac{1}{\sqrt{AB + BP}}$
Sphérique	$\frac{1}{SA + AB}$	$\frac{1}{SA + AP}$	$\sqrt{\frac{SA}{(AB + BP)(SA + AB + BP)}}$

Tableau II.2: Produit de facteurs de dispersion avec la racine carrée de paramètres de distance.

3.3 Explication du coefficient 1/2 qui apparaît dans l'expression du Champ Doublement Diffracté lorsque les deux dièdres ont une face commune.

Dans le cas où au moins une face est commune aux deux dièdres, l'expression du Champ Doublement Diffracté Mécanique doit être multipliée par 1/2.

L'explication du coefficient 1/2 passe par un complément d'information sur la compensation des champs décrite au chapitre I lorsque la source est sur la face d'un dièdre :

- le champ diffracté compense la double apparition/disparition des champs incident et réfléchi de part et d'autre de la conjonction des limites d'ombre ISB et RSB. Le résultat est la continuité du champ total (paragraphe § I.6.4.2).
- le champ incident Hⁱ et le champ réfléchi H^r sont égaux en polarisation H (La somme de ces deux champs est nulle en polarisation E). Ainsi du côté illuminé, le champ incident peut être considéré égale à 2Hⁱ. Il est toujours nul du côté ombre.
- Lorsque la source est sur une face du dièdre alors D₁ = D₃ et D₂ = D₄ quelle que soit la position du point champ. Ainsi le coefficient de diffraction se simplifie en D_{s,h} = D_h = 2(D₁ + D₂). A la conjonction, si la source est sur la face_o alors c'est D₁ (ou D₃) qui est indéterminé. Si la source est sur la face_n alors c'est D₂ (ou D₄) qui est indéterminé. D_h se divise par deux sans difficulté.



Figure II.7 : Répartition des champs incident, réfléchi et diffracté lorsque la source est sur une face des dièdres - Schémas équivalents

Les deux façons d'écrire qui suivent sont équivalentes lorsque la source est sur la face d'un dièdre (voir figure II.7): Si la source est égale à $2H^i$ (ou $H^i + H^r$), le champ diffracté est égale à H^d . $H^d = \mp H^i(+H^{dt})$ à la conjonction. Maintenant si la source a pour niveau H^i (ou $\frac{H^i}{2} + \frac{H^r}{2}$), le champ diffracté s'écrit $\frac{H^d}{2}$ ou $\mp \frac{H^i}{2}(+\frac{H^{dt}}{2})$ à la conjonction. Le coefficient de diffraction est divisé par deux.

Appliquons maintenant ces remarques concernant le dièdre, au calcul du champ doublement diffracté lorsqu'une face est commune aux deux dièdres :

Sur la figure II.8, le champ incident sur le dièdre B est le champ diffracté par l'arête A noté H_A^d . Le champ diffracté par l'arête B est le champ doublement diffracté par l'arête A puis par l'arête B, noté H_{AB}^{dd} .



Figure II.8 : Explication du coefficient ½ associé au champ doublement diffracté lorsqu'une face est commune aux deux dièdres. Champs équivalents. Vue du dièdre B.

Vu du dièdre B, le champ réfléchi est absent et ne peut donc pas participer à la continuité du champ total. Pour compenser son absence, l'astuce consiste à multiplier le champ doublement diffracté H^{dd}_{AB} par 1/2, le champ simplement diffracté H^{d}_{A} restant inchangé. H^{d}_{A} fait office, dans l'esprit du schéma équivalent du dièdre de la figure II.7, à la fois de champ incident et de champ réfléchi pour le dièdre B.

Remarques :

1. Dans le cas de dièdres distincts, le coefficient 1/2 pour le champ doublement diffracté n'a pas lieu d'être. Du fait de l'absence d'incidence rasante sur le second dièdre B, le dièdre B n'a pas besoin de voir de champ réfléchi.

- 2. Si la source S illumine en incidence rasante la face commune aux deux dièdres, les deux dièdres sont alors illuminés en incidence rasante. Nous verrons au paragraphe § II.4.8 que l'expression du champ doublement diffracté est toujours affectée du coefficient 1/2. Elle n'est pas affectée du coefficient 1/4 comme on pourrait l'imaginer. Le coefficient 1/2 permet la continuité du champ total à la DSB.
- 3. Dans le cas d'une triple diffraction où les dièdres sont reliés deux à deux par une face commune, le champ triplement diffracté est selon le même principe que pour le champ doublement diffracté affecté de deux fois de suite du coefficient 1/2. Il est donc affecté du coefficient 1/4.



4.1 Introduction.

Nous allons expliquer en détail les processus de compensation des champs à la DSB dans un ordre de difficulté croissante, c'est à dire dans l'ordre des figures II.1.a, II.2.a, II.1.b, II.2.b, II.3.a, II.4.a, II.3.b, II.4.b.

A chaque fois, nous recherchons la continuité du champ total à la DSBA : la continuité du champ total à la DSBB, quand elle existe, découle du travail effectué à la DSBA.

4.2 Cas le plus simple : cas de la figure II.1.a - Mise en évidence du paramètre de distance modifié qui permet la continuité du champ total à la DSB :

Rappelons que sur la figure II.1.a les deux dièdres sont distincts et la source est en dessous de l'axe formé par les deux arêtes. Le cas de la figure II.1.a est similaire au cas de la figure II.5 lorsque le point P est sur la DSBA.

Le champ simplement diffracté par l'arête A compense la discontinuité du champ incident à l'ISBA et la discontinuité du champ réfléchi à la RSBA. Les seuls champs présents à la DSBA sont le champ simplement diffracté par l'arête A et le champ doublement diffracté par les arêtes A et B.

En ce qui concerne l'expression du champ doublement diffracté <u>mécanique</u> du paragraphe § II.3.2, le coefficient de diffraction associé à l'arête B peut être remplacé à la DSBA par son développement limité présenté au paragraphe § I.5.4.2. En effet, la DSBA correspond à une ISB liée au dièdre B si le champ diffracté par la première arête A est considérée comme un champ incident illuminant l'arête B.

Ainsi, $D_{s,h}^{B} \approx -\frac{1}{2}\sqrt{L_{B}}$ à la lumière du champ simplement diffracté par l'arête A, $D_{s,h}^{B} \approx +\frac{1}{2}\sqrt{L_{B}}$ à l'ombre du champ simplement diffracté par l'arête A.

Ici, le terme D^t dans $D_{s,h}^B$ est supprimé puisqu'il est continu et négligeable. Le champ doublement diffracté mécanique au voisinage de la DSBA devient :

$$U_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{2} \cdot D_{s,b}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP) \cdot \exp[-jk(SA + AB + BP)]$$

à la lumière du rayon simplement diffracté par A,

$$U_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2} \cdot D_{s,h}^{A} (\phi_{A}^{'}, \phi_{A}, L_{A}^{'}) \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk(SA + AB + BP)]$$

à l'ombre du rayon simplement diffracté par A,

La dernière colonne du tableau II.2 nous montre que quelle que soit l'onde incidente (plane, cylindrique ou sphérique) $\sqrt{L_B} \cdot A^d_A(SA, AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^d_A(SA, AB + BP) \cdot A^d_A(SA, AB + BP) = A^d_A(SA, AP)$ du fait que A, B, P sont alignés sur la DSBA.

Par conséquent, nous obtenons :

$$U_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{2} \cdot D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AP) \cdot \exp[-jk(SA+AP)], \text{ côté lumière.}$$
$$U_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2} \cdot D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AP) \cdot \exp[-jk(SA+AP)], \text{ côté ombre.}$$

Rappelons nous que d'après le paragraphe § I.3.3, le champ simplement diffracté par A s'écrit:

$$U_{A}^{d}(P) = D_{s,h}^{A}(\phi_{A}^{'},\phi_{A},L_{A}) A^{i}(SA) A_{A}^{d}(SA,AP) exp[-jk(SA + AP)], côté lumière U_{A}^{d}(P) = 0, côté ombre, en raison du masquage par le dièdre B.$$

Le champ total à la limite d'ombre du champ simplement diffracté par A, provoquée par l'arête B (soit la DSBA), s'écrit $U_T(P) = U_A^d(P) + U_{AB}^{dd}(P)$. Ainsi, du côté lumière,

$$U_{T}(P) = \left(D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) - \frac{1}{2}.D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A})\right).A^{i}(SA).A_{A}^{d}(SA,AP).exp[-jk(SA+AP)]$$

et, du côté ombre,

$$U_{T}(P) = +\frac{1}{2} D_{s,h}^{A}(\varphi_{A},\varphi_{A},L_{A}) A^{i}(SA) A_{A}^{d}(SA,AP) exp[-jk(SA+AP)]$$

Rappelons que le paramètre de distance L_A (tableau I.1), de la simple diffraction par l'arête A, est associé au trajet AP, et que L'_A (tableau II.1), est associé au trajet AB et à la double diffraction.

La discontinuité du champ total au passage de la DSBA s'exprime par le rapport suivant:

$$R_{d} = \frac{\left(U_{T}\right)_{lumière}}{\left(U_{T}\right)_{ombre}} = \frac{2D_{s,h}^{A}(L_{A}) - D_{s,h}^{A}(L_{A})}{D_{s,h}^{A}(L_{A})}$$

• Le champ total au passage de la DSBA est continu $(R_d = 1)$ si: $D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) = D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}).$

Cette égalité est vérifiée à condition que les paramètres L_A et L_A ne modifient pas la valeur du coefficient de diffraction $D_{s,h}^A$. C'est possible si la fonction de transition F de $D_{s,h}^A$ reste égale à 1. <u>Autrement dit, si la seconde arête B n'est pas la zone de transition de la première arête A</u>.

Nous savons encore que c'est dans cette condition que le champ doublement diffracté mécanique par l'arête A puis par l'arête B est légitimement calculé.

Remarque: Puisque L_A est supérieur à L_A , la parabole est plus fine avec L_A qu'avec L_A . Ainsi, en toute rigueur, pour que $D_{s,h}^A$ soit indépendant de L_A et L_A , il faut que l'arête B soit en dehors de la zone de transition de l'arête A, formée par L_A .

Ainsi si l'arête B est en dehors de la zone de transition de l'arête A, formée par L_A , le champ total au passage de la DSBA est continu est égale à la moitié du champ simplement diffracté par l'arête A :



Figure II.9 : La source est en dessous de l'axe AB : Cas de dièdres distincts. Continuité du champ total à la DSBA.

A la DSBA, côté ombre comme côté lumière,

$$U_{T}(P) = U_{A}^{d}(P) + U_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2} \cdot D_{s,h}^{A}(L_{A}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A^{d}(SA, AP) \cdot \exp[-jk(SA + AP)] = +\frac{1}{2} \cdot U_{A}^{d}(P)$$

Si la seconde arête B est dans la zone de transition de l'arête A, le champ total est discontinu au passage de la DSBA. On peut toutefois forcer la discontinuité du champ total à la DSBA en remplaçant le coefficient L_A de Luebbers [1984] par L_A ou L_A dans l'expression du champ doublement diffracté U^{dd}_{AB}(P). L_A et L_A sont rappelés dans le tableau II.3. L_A y est donné pour la première fois.

Type d'onde incidente	L _A	L _A	L _A
Plane	AP	AB	AB + BP
Cylindrique ou Sphérique	$\frac{SA.AP}{SA+AP}$	$\frac{SA.AB}{SA + AB}$	$\frac{SA.(AB + BP)}{SA + AB + BP}$

Tableau II.3: Expressions des paramètres de distance L_A , L_A , L_A .

Si l'arête B est dans la parabole de transition de la première arête A, le champ doublement diffracté mécanique calculé avec L_A ou L_A ne donne pas forcément la bonne valeur de champ à la DSBA, <u>mais il permet tout au moins la continuité du champ total (égale à la moitié du champ simplement diffracté par l'arête A).</u>

Au paragraphe § II.4.6, nous étudierons le cas particulier où l'arête B est juste sur l'axe formé par la source S et la première arête A. Nous pourrons alors nous rendre compte ainsi qu'au paragraphe § II.5.8, que la modification du paramètre de distance L_A par L_A ou L_A est d'autant plus intéressante qu'elle permet de se rapprocher de la solution exacte, lorsque S, A, B et le point champ P sont alignés.

L'inconvénient de remplacer L_A par L_A ou L_A dans $U_{AB}^{dd}(P)$ est que la valeur de $U_{AB}^{dd}(P)$ n'est pas seulement modifiée pour un point champ P sur la DSBA, mais pour tout point champ P de l'espace, et cela d'autant plus que S, A et B s'alignent.

<u>Remarque</u>: Ce n'est que sur la DSBA que A, B et P sont alignés et donc que $L_A = L_A^*$. Si bien qu'en théorie, le fait de remplacer $L_A^{'}$ par $L_A^{'}$ ou $L_A^{'}$ dans $U_{AB}^{dd}(P)$ donne des résultats différents. Dans les cas que j'ai pu traiter au chapitre III ou sur d'autres configurations de polygones qui ne figurent pas dans ce rapport, aucune différence significative n'a été constatée.

4.3 Cas de la figure II.2.a.

L'étude de la figure II.2.a découle directement de l'étude de la figure II.1.a. Les deux dièdres sont toujours distincts. Seule la source qui était en dessous de l'axe formé par les arêtes se retrouve maintenant au dessus. La source voit l'arête B en plus de l'arête A.

Toutes les limites d'ombre sont distinctes : ISBA, RSBA, ISBB, RSBB, DSBA, DSBB.

De même qu'au chapitre I, le champ simplement diffracté par l'arête A compense la discontinuité du champ incident à l'ISBA et la discontinuité du champ réfléchi à la RSBA. Le champ simplement diffracté par l'arête B, quant à lui, compense la discontinuité de champ incident à l'ISBB et la discontinuité du champ réfléchi à la RSBB.

A la DSBA, le seul champ discontinu est le champ simplement diffracté par A. Comme pour le cas de la figure II.1.a, c'est le champ doublement diffracté par l'arête A puis par l'arête B qui compense cette discontinuité. Ici, pour le cas de la figure II.2.a, le champ simplement diffracté par B est discontinu à la DSBB. Il est compensé par le champ doublement diffracté par l'arête B puis par l'arête A.

En plus du champ simplement diffracté par une première arête et du champ doublement diffracté par la première arête puis par la seconde, le champ total à la DSB est constitué du champ incident et du champ simplement diffracté par la seconde arête, tous deux continus à la DSB.

4.4 Cas de la figure II.1.b.

La source est à nouveau située en dessous de l'axe formé par les arêtes A et B. Cette fois, une face est commune aux deux dièdres. Comme pour la figure II.1.a, seul le dièdre A est illuminé directement par la source.

Le champ simplement diffracté par l'arête A compense toujours la discontinuité du champ incident à l'ISBA et la discontinuité du champ réfléchi à la RSBA. Le champ simplement diffracté par A est discontinu à la DSBA, tout au moins en polarisation H (il est nul à la DSBA en polarisation E).

De même qu'au paragraphe § II.4.2, le champ doublement diffracté est calculé à la DSBA à partir de son expression au paragraphe § II.3.2. L'expression à considérer est celle associée à la figure II.6 où une face est commune aux deux dièdres. Cette expression est affectée d'un coefficient 1/2.

Le deuxième dièdre, le dièdre B, est illuminé en incidence rasante par le champ simplement diffracté par la première arête. Ainsi, à la DSB, le coefficient de diffraction $D_{s,h}^{B}$ dans

l'expression de $U_{AB}^{dd}(P)$ est remplacé par son développement limité en considérant que la source est sur une des faces du dièdre (voir le paragraphe § I.5.4.3.1).

$$D_{s,h}^{B} \approx -\frac{1}{2} (1 + R_{s,h}) \sqrt{L_{B}}$$
 à la lumière du champ de rayon diffracté par A,
 $D_{s,h}^{B} \approx +\frac{1}{2} (1 + R_{s,h}) \sqrt{L_{B}}$ à l'ombre du champ de rayon diffracté par A.

La conjonction de limites d'ombre (ISB=RSB) pour le second dièdre est confondue à la DSB.

De même qu'au paragraphe § II.4.2, le terme D^t dans $D_{s,h}^{B}$ est supprimé puisqu'il est continu et négligeable.

Remarquons que:

- En polarisation E, R_{s,h} = R_s = -1, donc D^B_{s,h} = D^B_s = 0. Le champ doublement diffracté est bien nul à la DSBA, comme d'ailleurs dans tout l'espace, conformément au paragraphe § II.3.2.
- En polarisation H, $R_{s,h} = R_h = 1$, donc $D_{s,h}^B = D_h^B = \pm \sqrt{L_B}$.

A la DSBA, le champ doublement diffracté mécanique en polarisation H devient, en s'inspirant de la simplification du paragraphe § II.4.2 (ou de la dernière colonne du tableau II.2) :

$$H_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{2} D_{h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) A^{i}(SA) A_{A}^{d}(SA,AP) \exp[-jk(SA+AP)], \text{ côté lumière.}$$

$$H_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2} D_{h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}) A^{i}(SA) A_{A}^{d}(SA,AP) \exp[-jk(SA+AP)], \text{ côté ombre.}$$

Ces expressions sont identiques à celles obtenues au paragraphe § II.4.2, bien qu'elles n'aient pas été obtenues rigoureusement de la même façon.

Le champ simplement diffracté par A est toujours:

$$H_{A}^{d}(P) = D_{h}^{A}(\phi_{A}^{'}, \phi_{A}, L_{A}^{'}) A^{i}(SA) A_{A}^{d}(SA, AP) exp[-jk(SA + AP)], côté lumière.$$

$$H_{A}^{d}(P) = 0, côté ombre.$$

<u>La conclusion sur la continuité du champ total à la DSBA est identique à celle du paragraphe §</u> <u>II.4.2</u>: Si la seconde arête B est en dehors de la zone de transition de l'arête A, alors il y a continuité du champ total à la DSBA. Remplacer le paramètre L'_A par L_A ou L'_A dans $H^{dd}_{AB}(P)$ permet d'obtenir la continuité du champ total à la DSBA, même lorsque la seconde arête B est dans la zone de transition de l'arête A. Notons que cette continuité de champ total serait ici impossible sans le coefficient 1/2 du paragraphe § II.3.3.

Au paragraphe § II.4.8, la continuité du champ total à la DSBA est montrée lorsqu'une face est commune aux deux dièdres et lorsque le point source, les deux arêtes et le point champ sont parfaitement alignés. Dans ce cas encore, en polarisation E, la valeur du champ doublement diffracté est développée à un ordre supérieur, avec la diffraction de pente, au paragraphe § II.5.7.

4.5 Cas de la figure II.2.b.

Le cas de la figure II.2.b est une application directe du cas de la figure II.1.b, de la même façon que le cas de la figure II.2.a découle du cas de la figure II.1.a.

La source est située au dessus de l'axe AB, elle illumine directement les deux dièdres reliés par une face commune. Il existe donc une DSBA et une DSBB.

Toutes les limites d'ombre du premier ordre sont distinctes : ISBA, RSBA, ISBB, RSBB. La discontinuité des champs incident et réfléchi y est compensée par les champs simplement diffractés par les arêtes A et B.

Les champs simplement diffractés par les arêtes A et B sont eux mêmes respectivement discontinus à la DSBA et la DSBB et compensés par les champs doublement diffractés d'une part par les arêtes A et B et d'autre part par les arêtes B et A. Les champs doublement diffractés sont affectés du coefficient 1/2 selon l'explication du paragraphe II.3.3.

La DSBA et la DSBB sont distinctes des limites d'ombre du premier ordre.

4.6 Cas de la figure II.3.a.

Sur la figure II.3.a, la source est située sur la droite AB, à gauche du dièdre A. Les deux dièdres sont distincts. L'espace entre les deux dièdres ne pose pas de problème de discontinuité particulier. Nous continuons de nous intéresser ici à la continuité du champ total au passage de la droite AB, à droite de B.

Dans l'introduction, c'est à dire au paragraphe § II.2, une question posée concernait l'existence de la DSB dans le cas où la source est sur l'axe des arêtes. En l'occurrence a-t'-on

toujours une DSBA, une DSBB ? La réponse positive à cette question va nous apparaître au fur et à mesure de l'avancée du travail.

Remarquons que si les limites d'ombre ISBA et RSBA sont distinctes, si les limites d'ombre ISBB et RSBB sont aussi distinctes, l'ISBA et l'ISBB se confondent à la DSBA.

La compensation des champs s'effectue en deux temps. Comme les quatre points S, A, B et P sont alignés, tous les champs vont se simplifier et s'écrire en fonction du champ incident $U^{i}(P)$.

<u>Premier temps</u>: Considérons le dièdre B seul : Le champ incident et le champ diffracté par l'arête B assurent une continuité partielle à l'ISBB (ou DSBA), selon les règles de continuité aux limites d'ombre énoncée au chapitre I (paragraphe § I.6.3.2) pour les incidences non rasantes.

La figure II.10 regroupe les informations qui montrent la continuité partielle liée au dièdre B :



Figure II.10 : La source est sur l'axe AB : Cas de dièdres distincts. Continuité partielle liée à la deuxième arête B.

<u>Second temps :</u> Considérons maintenant le champ diffracté par l'arête A : comme dans les cas précédents, il est discontinu à la DSBA (qui est aussi l'ISBA (et l'ISBB)) du fait de la présence de l'arête B. Il s'écrit de la même façon que le champ diffracté par B au dessus de la DSBA, en fonction du champ incident (car les distances SB+BP et SA+AP sont identiques lorsque S, A, B et P sont alignés). Masqué par le dièdre B, il est nul en dessous de la DSBA (voir figure II.10).

Intéressons nous maintenant au champ doublement diffracté par les arêtes A et B et voyons comment il compense la discontinuité du champ diffracté par l'arête A à la DSBA.

Le champ simplement diffracté étant considéré présent sur l'ISBA, l'arête B étant sur l'ISBA alors le coefficient de diffraction associé au premier dièdre A devient d'après le paragraphe § I.5.4.2 $D_{s,h}^{A} = -\frac{1}{2}\sqrt{L_{A}}$: Remarquons que $D_{s,h}^{A}$ s'écrit en fonction de L_{A} et non de L_{A} car la partie de champ simplement diffracté par A dans le champ doublement diffracté par A et B parcourt le trajet AB et non le trajet BP.

Toujours d'après le paragraphe § I.5.4.2, le point P étant sur la DSBA, mais aussi sur l'ISBB alors,

$$D_{s,h}^{B} = -\frac{1}{2}\sqrt{L_{B}}$$
, à la lumière du champ simplement diffracté par A,
 $D_{s,h}^{B} = +\frac{1}{2}\sqrt{L_{B}}$, à l'ombre du champ simplement diffracté par A.

Si bien que le champ doublement diffracté par les arêtes A et B s'écrit :

$$U_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{4}\sqrt{L_{A}} \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk.SP], \text{ côté lumière.}$$
$$U_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{4}\sqrt{L_{A}} \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk.SP], \text{ côté ombre.}$$

De même qu'au paragraphe § II.4.2 ou au tableau II.2, nous avons : $\sqrt{L_B} \cdot A_A^d (SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd} (SA, AB, BP) = A_A^d (SA, AP) \cdot$

d'où

$$U_{AB}^{dd}(P) = \frac{1}{4}\sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP) \cdot \exp[-jk.SP], \text{ côté lumière.}$$
$$U_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{4}\sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP) \cdot \exp[-jk.SP], \text{ côté ombre.}$$

Le champ simplement diffracté à la DSBA s'écrit en fonction du champ incident du côté lumière, au dessus de la DSBA. Pour que le champ doublement diffracté compense sa discontinuité à la DSBA, il faut au moins qu'il s'écrive aussi en fonction du champ incident. Cette condition se produit si à nouveau L_A est remplacé par L_A dans $U_{AB}^{dd}(P)$. L'avant colonne tableau I.3 dernière du tableau П.2 le ou montrent que $\sqrt{L_A}$. Aⁱ(SA). A^d_A(SA, AP) = Aⁱ(SP).

On obtient alors :

$$U_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{4} \cdot A^{i}(SP) \cdot \exp[-jk \cdot SP] = +\frac{1}{4} \cdot U^{i}(P), \text{ côté lumière.}$$
$$U_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{4} \cdot A^{i}(SP) \cdot \exp[-jk \cdot SP] = -\frac{1}{4} \cdot U^{i}(P), \text{ côté ombre.}$$





La figure II.11 montre à la DSBA la compensation partielle du champ simplement diffracté par la première arête A, par le champ doublement diffracté par les arêtes A et B.

Les figures II.10 et II.11 donnent deux continuités partielles de champ au voisinage de la DSBA. Le champ total à la DSBA est la somme de ces continuités, soit $U_{T}(P) = +\frac{1}{2} U^{i}(P) - \frac{1}{4} U^{i}(P) = +\frac{1}{4} U^{i}(P)$. La figure II.12 récapitule les valeurs des différents champs à la DSBA lorsque la source est sur l'axe AB :



Figure II.12 : La source est sur l'axe AB : Cas de dièdres distincts. Continuité du champ total à la DSBA.

La continuité du champ total à la DSBB est plus simple que la continuité à la DSBA ; elle se produit de la même façon qu'au paragraphe § II.4.2.

Rappelons que le champ diffracté par l'arête A n'est pas un champ de rayon sur l'ISBA. Ainsi, dans notre cas, l'application mécanique de la double diffraction par les arêtes A et B n'est en théorie pas utilisable. Pourtant, des chercheurs qui ont obtenu une formule asymptotique plus précise pour le champ doublement diffracté, lorsque les points S, A, B, P sont alignés retrouvent au premier ordre le quart du champ incident. C'est le cas de Lee et Boersma [1975, équation (IV.27)] au travers de l'UAT (l'UAT signifie en Anglais 'Uniform Asymptotic Theory') ou encore de Schneider [1988, équation (95)] qui a développé pour la TUD un coefficient de double diffraction uniforme (voir paragraphe § II.6). L'expression que ces auteurs obtiennent est :

$$U_{AB}^{dd}(P) = U^{i}(P) \cdot \left(\pm \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctan \sqrt{\frac{SA.BP}{AB.SP}}\right)$$

Remarquons que cette formule est indépendante de la fréquence. Nous verrons au paragraphe § II.5.8 que la double diffraction mécanique augmentée de la diffraction de pente, en prenant en compte la modification sur le paramètre de distance, L'_A en L_A , donne un résultat qui s'approche davantage de la solution donnée par ces deux auteurs.

<u>Remarque</u>: Discontinuité du champ total à la DSBA dans le cas où L_A n'est pas remplacé par L_A dans $U_{AB}^{dd}(P)$. Elle s'exprime par le rapport :

$$\mathbf{R}_{d} = \frac{\left(\mathbf{U}_{A}^{d} + \mathbf{U}_{AB}^{dd}\right)_{\text{humière}}}{\left(\mathbf{U}_{AB}^{dd}\right)_{\text{ombre}}} = \frac{2\sqrt{\mathbf{L}_{A}} - \sqrt{\mathbf{L}_{A}}}{\sqrt{\mathbf{L}_{A}}} = 2\sqrt{\frac{\mathbf{L}_{A}}{\mathbf{L}_{A}}} - 1$$

Si l'onde incidente est plane, $R_d = 2\sqrt{\frac{AP}{AB}} - 1$.

Si l'onde incidente est cylindrique ou sphérique, $R_d = 2\sqrt{\frac{AP.SB}{AB.SP}} - 1$

4.7 Cas de la figure II.4.a.

La bande AB est illuminée par une source qui n'est pas dans l'axe AB. La bande est l'assemblage de deux dièdres demi-plan. Les deux faces des deux dièdres sont communes. Les deux arêtes sont distinctes.

Toutes les limites d'ombre sont distinctes : ISBA, ISBB, RSBA, RSBB, DSBA, DSBB. Les champs simplement diffractés par A et par B compensent les discontinuités du premier ordre, à l'ISBA, l'ISBB, la RSBA, la RSBB. Ces derniers sont toutefois respectivement discontinus à la DSBA et la DSBB.

Occupons nous de la compensation du champ simplement diffracté par l'arête A à la DSBA. Pour les mêmes raisons que la figure II.1.a, <u>l'étude de cette compensation ne présente d'intérêt</u> <u>qu'en polarisation H</u>. En polarisation E, les champs simplement diffractés n'ont pas besoin d'être compensés aux DSBs.

Le champ simplement diffracté par l'arête A illumine tout l'espace autour de la bande. <u>Une</u> particularité de ce champ de rayon, sur la DSBA et <u>uniquement sur la DSBA</u>, est de circuler à la fois au dessus et à la fois en dessous de la bande.

Contrairement au champ simplement diffracté par l'arête A, il existe <u>dans tout l'espace</u> autour de la bande, un champ doublement diffracté par l'arête A puis par l'arête B passant au dessus du segment AB et un même champ passant en dessous. Ces champs sont $H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus}$ et $H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus}$.

Les champs simplement diffractés par A sur la DSBA se propageant au dessus et en dessous de la bande dans la direction de la DSBA sont différents $\left(H_{A}^{d}(P)\Big|_{dessous} \neq H_{A}^{d}(P)\Big|_{dessous}\right)$ car leurs coefficients de diffraction sont différents : $D_{h}^{A}(\phi'_{A},\phi_{A}=0,n=2) \neq D_{h}^{A}(\phi'_{A},\phi_{A}=2\pi,n=2)$. Pour cette même raison, les champs doublement diffractés sont aussi différents sur la DSBA $\left(H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessous} \neq H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessous}\right)$.

Si le champ incident et le champ diffracté par B sont présents à la DSBA, ils ne sont pas discontinus à la DSBA.

La figure II.13 fait le bilan des champs discontinus à la DSBA. Désignons par côté + le demi plan au dessus de l'axe AB et côté -, le demi-plan en dessous. Côté + et côté - sont supposés très proche de la DSBA. Tous les champs à l'intérieur de l'ellipse sont sur la DSBA.



Figure II.13 : Bilan des champs discontinus à la DSBA.

Les expressions des champs simplement et doublement diffractés sont

$$\begin{split} H^{d}_{A}(P)\Big|_{dessus} &= D^{A}_{h}\Big(\phi^{'}_{A},\phi_{A}=2\pi,L_{A}\Big).A^{i}(SA).A^{d}_{A}\big(SA,AP\big).exp\Big[-jk(SA+AP)\Big],\\ &\quad c \hat{o}t \acute{e}+ \ et \ DSBA,\\ &\quad c \hat{o}t \acute{e}-. \end{split}$$

$$\begin{aligned} H^{d}_{A}(P) \Big|_{dessous} &= 0, & côté+ \\ H^{d}_{A}(P) \Big|_{dessous} &= D^{A}_{h}(\phi'_{A}, \phi_{A} = 0, L_{A}). A^{i}(SA). A^{d}_{A}(SA, AP). exp[-jk(SA + AP)], \\ & côté- et DSBA. \end{aligned}$$

$$H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus} = -\frac{1}{2} \cdot D_{h}^{A}(\phi'_{A}, \phi_{A} = 2\pi, L'_{A}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP) \cdot \exp\left[-jk(SA + AP)\right],$$

côté+ et DSBA.

$$H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus} = +\frac{1}{2} \cdot D_{h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A}=2\pi,L_{A}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AP) \cdot \exp\left[-jk(SA+AP)\right], c\hat{o}t\acute{e}.$$

$$\begin{split} H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessous} &= +\frac{1}{2} \cdot D_{h}^{A}(\phi_{A}^{'},\phi_{A}=0,L_{A}^{'}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AP) \cdot \exp\left[-jk(SA+AP)\right], \ c\hat{o}t\acute{e}+. \\ H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessous} &= -\frac{1}{2} \cdot D_{h}^{A}(\phi_{A}^{'},\phi_{A}=0,L_{A}^{'}) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AP) \cdot \exp\left[-jk(SA+AP)\right], \\ c\hat{o}t\acute{e}- \ et \ DSBA. \end{split}$$

Les expressions $H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus}$ et $H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus}$ sont obtenues de la même manière qu'au paragraphe § II.4.4 (figure II.1.b). Le coefficient 1/2 de ces expressions vient du fait que le deuxième dièdre, le dièdre B, est illuminé en incidence rasante (paragraphe § II.3.3).

De la même façon que dans les paragraphes précédents, remplacer L_A par L_A ou L_A dans les expressions $H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus}$ et $H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus}$ permet d'obtenir une continuité du champ total.

Le bilan de la somme des champs simplement diffractés par A et doublement diffractés par A et B est identiquecôté+, sur la DSBA etcôté-. Il est égal à

$$H_{A}^{d}(P) + H_{AB}^{dd}(P) = H_{A}^{d}(P)\Big|_{dessus} + H_{A}^{d}(P)\Big|_{dessus} + H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus} + H_{AB}^{dd}(P)\Big|_{dessus} \text{ soit,}$$

$$H_{A}^{d}(P) + H_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2} \cdot \left(D_{h}^{A}(\varphi_{A}, \varphi_{A} = 2\pi, L_{A}) + D_{h}^{A}(\varphi_{A}, \varphi_{A} = 0, L_{A}) \right) \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP) \cdot \exp\left[-jk(SA + AP) \right]$$

Le champ total est continu autour de la DSBA et est donné par la relation : $H_T = H^i + H^d_B(P) + H^{dd}_A(P) + H^{dd}_{AB}(P)$. La compensation des champs à la DSBB suit le même principe que la compensation à la DSBA.

4.8 Cas de la figure II.3.b.

La source S est dans l'axe de la face commune aux deux dièdres A et B.

De même que pour la figure II.3.a, tous les champs vont se simplifier en une fraction du champ incident. A la différence de la figure II.3.a où les deux dièdres étaient illuminées en incidence non rasante, les deux dièdres de la figure II.3.b sont illuminés en incidence rasante.

Toutes les limites d'ombre sont confondues, même celles des champs de rayons réfléchis : ISBA=RSBA=ISBB=RSBB=DSBA.

Comme une face est commune aux deux dièdres, seule la polarisation H présente ici de l'intérêt.

Comment la continuité du champ total à la DSBA est elle obtenue ? Quels sont les champs présents sur et au voisinage de la DSBA?

La figure II.14 présente les différents champs présents ou absents dans la zone éclairée, sur la DSBA et dans la zone d'ombre. CI désigne le champ incident, CR le champ réfléchi, CDA le champ simplement diffracté par l'arête A, CDB le champ simplement diffracté par l'arête B, CDAB, le champ doublement diffracté par l'arête A puis par l'arête B. Barré, ces champs sont nuls (ou absents).



Figure II.14 : La source est sur l'axe AB: Cas où une face est commune aux deux dièdres. Présence des champs sur et autour de la DSBA.

La présence du Champ Réfléchi sur la DSBA et son absence de la zone éclairée mérite une explication :

Sur la figure II.2.b, le champ réfléchi est présent entre les limites RSBA2 et RSBB. Si la source S de la figure II.2.b tend à se confondre à l'axe AB, à gauche de A, alors la RSBA2 et la RSBB se confondent à la DSBA : le champ réfléchi n'est présent que sur la DSBA.

Une autre façon de voir les choses est de reprendre le paragraphe § I.4.3.3 où la source est dans le prolongement de l'une des faces du dièdre. Il n'y a de champ réfléchi que sur la face illuminée en Incidence Rasante.

Le fait qu'il n'y a du champ réfléchi que sur la DSBA nous oblige à différencier la DSBA de la zone éclairée.

Expression des champs simplement diffractés par A et par B au voisinage de la DSBA :

Le premier dièdre A est illuminé lorsque la source est dans le prolongement du segment commun AB. Le champ diffracté par l'arête A est donné au chapitre I dans le paragraphe § I.6.4.3. Il est à noter que ce champ est nul dans la zone d'ombre du dièdre B.

Le second dièdre B est illuminé par une source considérée sur la face commune AB. Le champ diffracté par l'arête B est donné au chapitre I dans le paragraphe § I.6.4.2. Remarquons que c'est aussi parce que la source n'est pas véritablement sur la face AB qu'il n'y a pas de champ réfléchi dans la zone éclairée.

Expression du champ doublement diffracté par les arêtes A et B à la DSBA :

Le premier dièdre, le dièdre A est dans la situation d'un dièdre dont la source est dans le prolongement d'une de ces faces et où le point champ B est sur cette face. Ainsi, d'après le paragraphe § I.5.4.3.2, $D_h^A = -\sqrt{L_A}$ sur la conjonction ISBA=RSBA. D_h^A s'écrit en fonction de L_A et non de L_A car la partie de champ simplement diffracté par A du champ doublement diffracté par A et B parcourt le trajet AB et non le trajet AP.

De la même façon qu'au paragraphe II.4.4, le paragraphe § I.5.4.3.1 nous enseigne que :

 $D_h^B = -\sqrt{L_B}$, à la lumière du champ incident, $D_h^B = +\sqrt{L_B}$, à l'ombre du champ incident,

Ainsi,

$$H_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2}\sqrt{L_{A}} \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk.SP], côté lumière (qui comprend la DSB).$$
$$H_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{2}\sqrt{L_{A}} \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk.SP], côté ombre.$$

En remplaçant \dot{L}_A par L_A ou \dot{L}_A , et en considérant soit le tableau II.2 ou soit le paragraphe § II.4.6, alors :

$$\sqrt{L_{B} \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP)} = A_{A}^{d}(SA, AP)$$

et $\sqrt{L_{A} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP)} = A^{i}(SP)$

Il vient :

 $H_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{2}.U^{i}(P), \text{ côté lumière.}$ $H_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{2}.U^{i}(P), \text{ côté ombre.}$

Le coefficient 1/2 du Champ Doublement Diffracté Mécanique ne vient pas des coefficients de diffraction mais vient du fait que le dièdre B est illuminé en Incidence Rasante (paragraphe § II.3.3).

Rappels sur les compensations aux limites d'ombre :

Au paragraphe § II.4.6 (cas de la figure II.3.a), la source est aussi dans l'axe des deux arêtes A et B. Les deux dièdres sont distincts. A la DSBA, la discontinuité du champ incident est compensée par le champ simplement diffracté par la seconde arête B de la même façon qu'au chapitre I en incidence non rasante. Le champ doublement diffracté par les arêtes A et B compense la discontinuité du champ simplement diffracté par l'arête A.

Dans ce paragraphe, la différence géométrique avec le cas précédent est la face commune aux deux dièdres. Il serait logique de penser qu'à la DSBA, les discontinuités du champ incident et du champ réfléchi sont compensées par le champ diffracté par l'arête B comme au chapitre I, cette fois en incidence rasante. De même, il serait logique de penser qu'à la DSBA, le champ doublement diffracté par les arêtes A et B compense une fois encore la discontinuité du champ simplement diffracté par l'arête A. C'est effectivement exact à deux détails près que nous allons expliquer.

Le premier de ces détails est que le champ réfléchi est absent de la zone éclairée, du fait que la face AB soit finie. Le champ diffracté par l'arête B ne peut donc pas compenser normalement la discontinuité liée à l'arête B. La figure II.15 rend compte de ce phénomène.



Figure II.15 : La source est sur l'axe AB : Cas où une face est commune aux deux dièdres. Compensation à la DSBA au niveau du dièdre B.

Le second détail est la valeur nulle du champ simplement diffracté par l'arête A du côté lumière, la source étant dans le prolongement de la face AB du dièdre A (paragraphe § I.6.4.3). Le champ doublement diffracté U_{AB}^{dd} ne parvient pas à compenser le champ simplement diffracté par A du côté lumière.



Figure II.16 : La source est sur l'axe AB : Cas où une face est commune aux deux dièdres. Compensation à la DSBA du champ simplement diffracté par l'arête A par le champ doublement diffracté par les arêtes A et B.

La continuité du champ total à la DSBA est assurée toutefois par la compensation de ces deux détails.

En effet, la figure II.15 montre une carence côté éclairé de $H^r = +H^i$ pour avoir une continuité partielle de $H_B^T = H^i$.

La figure II.16, quand à elle, montre une carence côté éclairé de $H_A^d = -H^i$ pour avoir une continuité partielle de $H_A^T = -\frac{H^i}{2}$. Ces deux carences du côté éclairé se compensent car $+H^i - H^i = 0$: il y a donc continuité du champ total à la DSBA.

La figure II.17 rappelle les valeurs des champs à la DSBA et la continuité du champ total.



Figure II.17 : La source est sur l'axe AB : Cas où une face est commune aux deux dièdres. Valeur des champs au voisinage de la DSBA. Continuité du champ total.

Le champ total à la DSBA est dans le cas de la figure II.3.b (une face commune) égale à la moitié du champ incident alors que dans le cas de la figure II.3.a (dièdres distincts), il est égal au quart du champ incident. Le cas où une face est commune aux deux dièdres constitue donc un meilleur écran au rayonnement électromagnétique.

Remarque : Les deux dièdres étants illuminés en incidence rasante, nous pourrions penser que le champ doublement diffracté mécanique doit être multiplié par 1/4 plutôt que par 1/2. Il n'en est rien, le champ doublement diffracté mécanique doit dans tous les cas être multiplié par 1/2 lorsqu'une face est commune aux deux dièdres. Les paragraphes § II.3.3 et § II.4 nous enseignent que ce coefficient 1/2 vient du fait que le champ diffracté par la première arête A n'émet pas de champ réfléchi.

Remarque sur la continuité du champ total à la DSBB : ce cas ne présente pas de difficulté particulière, du fait que le champ diffracté par A n'est pas discontinu à la DSBB et que le champ diffracté par B n'est pas calculé à une limite d'ombre. Le champ doublement diffracté doit être, comme dans tous les cas de dièdres avec une face commune, affecté du coefficient 1/2.

4.9 Cas de la figure II.4.b.

La bande AB est illuminée par la source S qui est dans l'axe AB. Cette configuration est géométriquement très simple mais aurait été très difficile à traiter si les études précédentes n'avaient pas été réalisées en détail.

En se référant à la figure II.3.b, tous les champs se propagent au dessus de la face commune et se compensent autour de la DSBA. Dans la figure II.4.b, ces mêmes champs se propagent aussi en dessous de la bande, de façon symétrique. Comme la continuité du champ total a été démontrée pour la figure II.3.b (paragraphe § II.4.8), elle est évidente pour la figure II.4.b.

Nous pouvons donc considérer qu'il existe deux conjonctions de limite d'ombre confondues à la DSBA, soit deux conjonctions du type ISBA=RSBA=ISBB=RSBB=DSBA : celle qui correspond aux champs circulant au dessus de la bande et celle qui correspond aux champs en dessous de la bande.

Remarquons que le champ incident et le champ réfléchi se propagent à la fois au dessus et en dessous de la bande si le point champ est sur la DSBA. Les autres champs, le champ diffracté par A, le champ diffracté par B, le champ doublement diffracté par les arêtes A et B se propagent à la fois au dessus et en dessous de la bande pour tout point champ de l'espace.

La figure II.18 montre l'ensemble des champs à prendre en compte à la DSBA.

	CI	cī			CDAdessus	CDAtiestous	CDBdessus	CDBdessous	CDABdessus	CDAB _{dessous}	
1	CIdessus	Cldessous	CRdessus	CRdessous	CDAdessus	CD Adessous	CDBdessus	CDBdessous	CDABiessus	CDABdessous -	
	CIX_		CR		CD 28 ssus	CDAdessous	CDBiessus	CDBdessous	CDABlessus	CDABiessons	
IS	BA=RSBA	=ISBB=RSE	3 B= DSBA								

Figure II.18 : La source est sur l'axe AB : Cas de deux dièdres dont les deux faces sont communes : la bande. Présence des champs sur et au voisinage de la DSBA.

Dans ce paragraphe § Π .4.9, comme nous sommes conscients de la continuité du champ total, nous allons considérer les champs par groupes, au voisinage de la DSBA : la somme des champs simplement diffractés par l'arête A (figure Π .19), la somme des champs simplement diffractés par l'arête B (figure Π .20), et, la somme des champs doublement diffractés par les arêtes A et B (figure Π .21).



Figure II.19 : La source est sur l'axe AB : Cas de deux dièdres dont les deux faces sont communes : la bande. Somme des champs simplement diffractés par l'arête A circulants au dessus et en dessous de la bande.



Figure II.20 : La source est sur l'axe AB : Cas de deux dièdres dont les deux faces sont communes : la bande. Somme des champs simplement diffractés par l'arête B circulants au dessus et en dessous de la bande.



Figure II.21 : La source est sur l'axe AB : Cas de deux dièdres dont les deux faces sont communes : la bande. Somme des champs doublement diffractés par l'arête A puis par l'arête B circulants au dessus et en dessous de la bande.

La figure II.21 donne la valeur du champ doublement diffracté par les arêtes A et B à la DSBA, en ayant modifié maintenant classiquement le paramètre de distance L_A par L_A ou L_A^{*} .

Le détail du calcul des différents champs peut se retrouver dans les paragraphes § 1.6.4.3 et § II.4.8.

Le tableau de la figure II.22 récapitule la valeur des champs sur et au voisinage de la DSBA. Le Champ Incident et le Champ Réfléchi sont chacun multipliés par 2 sur la DSBA pour prendre en compte les circulations au dessus et en dessous de la bande.

	CI	CR	CDAdessus + CDAdessous	CDBdessus + CDBdessous	CDABdessus + CDABdessous	Total sans DD	Total avec DD
for a lab frage lab	+H ⁱ	0	0	0	0	+H ⁱ	$+H^{i}$
	H ⁱ (*2)	H ⁱ (*2)	$-2H^{i}$	$-2H^{i}$	$+H^{i}$	0	$+H^{i}$
DSBB face 'o' face 'n'	$+H^{i}$	0	0	0	0	$+ H^{i}$	$+H^{i}$
DièdreA DièdreB							
				ISBA=RSE	BA=ISBB=RSBB=	DSBA	

Figure II.22 : La source est sur l'axe AB : Cas de deux dièdres dont les deux faces sont communes : la bande. Valeur des groupe de champs sur et au voisinage de la DSBA. Champ total avec ou sans double diffraction.

Avec la simple diffraction, le champ total est égal de part et d'autre de la DSBA, à son voisinage, mais pas sur la DSBA elle même. L'ajout de la double diffraction dans le cas de la bande illuminée en Incidence Rasante ne fait qu'affirmer, au voisinage de la DSBA, la continuité du champ total sur la DSBA.

Le champ total à la DSBA est égal au champ incident. Il est bien égal à deux fois le champ total obtenu dans le cas de la figure II.3.b.

4.10 Synthèse sur la compensation des champs à la DSB.

Il ressort finalement du paragraphe § II.4 des réponses aux questions posées en introduction, des règles assez simples

Dans chacun des cas de structures à deux dièdres, il existe une limite d'ombre du champ simplement diffracté par la première arête, causée par la seconde arête, la DSB, indépendante des limites d'ombre du champ incident (ISB) et réfléchi (RSB).

La compensation du champ simplement diffracté par la première arête à sa limite d'ombre (DSB) est à chaque fois réalisée par le champ doublement diffracté d'abord par la première arête puis par la seconde.

Nous appellerons cette compensation la compensation liée à la première arête.

En dehors du cas de la bande, lorsque la source est en dessous de l'axe formé par les deux arêtes, il n'y a pas de simple diffraction par la deuxième arête. La compensation liée à la première arête suffit à la DSB.

Lorsque la source est au dessus de l'axe formé par les deux arêtes, il y a une simple diffraction par la deuxième arête <u>continue</u> au voisinage de la DSB. Cette diffraction ne pose donc pas de problème particulier à la DSB. La compensation liée à la première arête suffit à la DSB.

Par contre, lorsque la source est sur l'axe formé par les deux arêtes, la compensation liée à la première arête ne suffit plus à la DSB.

Le champ simplement diffracté par la seconde arête est, à la DSB, aussi sur l'ISB du second dièdre. Le champ simplement diffracté par la seconde arête est compensé de la même façon qu'un simple dièdre. Ce champ compense en fait la disparition du champ incident seul si le second dièdre n'est pas illuminé en incidence rasante (dièdres distincts). Il compense le champ incident et le champ réfléchi si le second dièdre est illuminé en incidence rasante (une ou deux faces communes).

Nous appellerons cette compensation, la compensation liée à la seconde arête.

Dans le cas d'une source dans l'axe des deux arêtes reliées par une face commune ou deux faces communes (la bande), les compensations sont en fait un peu plus compliquées que pour des dièdres distincts : les compensations liées à la première et la seconde arête sont légèrement imbriquées.

Dans le cas de la bande, il ne faut pas oublier que les champs peuvent se propager des deux côtés de la bande. Nous avons montré que les champs passants au dessus de la bande se compensent, les champs passants en dessous se compensent aussi. Le champ total est doublé à la DSB.

Une règle complémentaire concerne le champ doublement diffracté mécanique

Il se calcule très facilement, même à la DSB, même en situations d'incidences rasantes. Il suffit de faire attention à chacun des coefficients de diffraction qui le compose. Il faut aussi le multiplier par 1/2 lorsqu'au moins une face est commune aux deux dièdres.

Pour que le champ doublement diffracté mécanique compense la discontinuité de champ simplement diffracté à la DSB, et surtout lorsque la seconde arête est dans la zone de transition de la première, il faut remplacer le paramètre de distance L_A dans $U_{AB}^{dd}(P)$ par L_A ou L_A^{-} . Cette modification si elle permet la continuité du champ total ne signifie en aucune manière que la valeur du champ doublement diffracté mécanique $U_{AB}^{dd}(P)$ a une valeur exacte sur le plan physique. Dans la pratique, elle ne présente que des avantages, puisqu'elle ne perturbe pas le champ doublement diffracté en dehors de la zone de transition autour de la DSB.

Au chapitre I, nous avons montré que le champ simplement diffracté varie en $k^{-\nu/2}$ et qu'il se simplifie aux limites d'ombre ISB et RSB en fonction du champ incident. Le champ doublement diffracté mécanique varie en k^{-1} . Il se simplifie en champ simplement diffracté à la DSB ($k^{-\nu/2}$). Il se simplifie en champ incident si en plus la source est sur l'axe formé par les deux arêtes.



5.1 Introduction.

Nous avons déjà noté au paragraphe § I.3.2 que lorsqu'au moins une face est commune aux deux dièdres, le champ doublement diffracté mécanique est nul en polarisation E. C'est pourquoi seule la polarisation H a été étudiée au paragraphe § II.4 dans le cas des figures II.1.b, II.2.b, II.3.b et II.4. Le champ doublement diffracté mécanique en polarisation E n'est pas toujours une approximation suffisante. Par exemple, si une source et un point champ P sont en dessous de l'axe formé par les deux arêtes (figure II.23), le champ total est nul au point P en polarisation E avec la prise en compte du champ doublement diffracté mécanique. Ce champ n'est pourtant pas nul dans la réalité.



Figure II.23 : Cas où une face est commune aux deux dièdres. Le point source S et le point champ P sont en dessous de l'axe formé par les deux arêtes.

La double diffraction mécanique à l'ordre supérieur prend en compte la <u>Diffraction de Pente</u> ('Slope Diffraction', en anglais) de Kouyoumjian [1975, pages 165-215]. Mc Namara, Pistorius et Malherbe l'utilisent dans leur ouvrage [1990, paragraphes § 4.5 et § 4.6].

Le <u>Coefficient de Diffraction de Pente</u>, comme son nom peut le suggérer calcule des dérivées. Il s'applique dans le cas de diffraction où la variation angulaire de champ est importante. Dans le cas de la figure II.23, le champ simplement diffracté par l'arête A subit de fortes variations en polarisation E lorsqu'il s'approche de la face commune AB.

5.2 Ecriture du Champ Doublement Diffracté Mécanique avec le terme de Diffraction de Pente.

En polarisations E et H, le champ doublement diffracté mécanique avec le terme de diffraction de pente, s'écrit sur l'arête B de la façon suivante :

$$U_{AB}^{dd}(B) = \frac{1}{2} \left(D_{s,h}^{B}(\phi_{B},\phi_{B},L_{B}), U_{A}^{d}(B) + \frac{1}{jk}, \frac{\partial D_{s,h}^{B}(\phi_{B},\phi_{B},L_{B})}{\partial \phi_{B}}, \frac{\partial U_{A}^{d}(B)}{\partial u} \right)$$

Le coefficient 1/2 apparaît parce qu'une face est commune aux deux dièdres (voir le paragraphe II.3.3). Dans le cas de deux dièdres distincts, le coefficient 1/2 n'existe pas.

 \vec{u} est la normale à la face commune orientée vers l'extérieur.

Rappelons que le champ simplement diffracté par A au point B s'écrit :

$$\begin{split} U^{d}_{A}(B) &= U^{d}_{A}(A).A^{d}_{A}(SA,AB).exp[-jk.AB] \\ &= D^{A}_{s,h}(\phi^{'}_{A},\phi_{A},L^{'}_{A}).U^{i}(A).A^{d}_{A}(SA,AB).exp[-jk.AB] \\ &= D^{A}_{s,h}(\phi^{'}_{A},\phi_{A},L^{'}_{A}).A^{i}(SA).A^{d}_{A}(SA,AB).exp[-jk.(SA+AB)] \end{split}$$

si bien que,

$$\frac{\partial U_{A}^{d}(B)}{\partial u} = A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot \exp\left[-jk \cdot (SA + AB)\right] \cdot \frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A}, \phi_{A}, L_{A})}{\partial u}$$

Mc Namara, Pistorius et Malherbe [1990, page 222] nous apprennent que :

$$\frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A})}{\partial u} = \frac{1}{AB} \cdot \frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A})}{\partial \phi_{B}} \bigg|_{\phi_{B}=0} = -\frac{1}{AB} \cdot \frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A})}{\partial \phi_{A}}$$
$$d'où \frac{\partial U_{A}^{d}(B)}{\partial u} = -\frac{1}{AB} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AB) \cdot \exp[-jk \cdot (SA + AB)] \cdot \frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A})}{\partial \phi_{A}}$$

Sachant que $U_{AB}^{dd}(P) = U_{AB}^{dd}(B) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp[-jk \cdot BP]$, l'expression du champ doublement diffracté par les arêtes A et B, en tenant compte du coefficient de diffraction de pente devient:

$$U_{AB}^{dd}(P) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A}^{'}).D_{s,h}^{B}(\phi_{B}^{'},\phi_{B},L_{B}^{'})\\ -\frac{1}{jk.AB}.\frac{\partial D_{s,h}^{B}(\phi_{B}^{'},\phi_{B},L_{B}^{'})}{\partial \phi_{B}^{'}}.\frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A}^{'},\phi_{A},L_{A}^{'})}{\partial \phi_{A}^{'}} \end{pmatrix}$$

$$(1)$$

$$.A^{i}(SA).A_{A}^{d}(SA,AB).A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP).\exp[-jk.(SA + AB + BP)]$$

En posant
$$DD_{s,h}^{AB}(\phi'_{A},\phi_{B},L'_{A},L_{B}) = \begin{pmatrix} D_{s,h}^{A}(\phi'_{A},\phi_{A},L'_{A}).D_{s,h}^{B}(\phi'_{B},\phi_{B},L_{B}) \\ -\frac{1}{jk.AB}.\frac{\partial D_{s,h}^{B}(\phi'_{B},\phi_{B},L_{B})}{\partial \phi'_{B}}.\frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi'_{A},\phi_{A},L'_{A})}{\partial \phi_{A}} \end{pmatrix},$$

le champ doublement diffracté s'écrit :

$$U_{AB}^{dd}(P) = \frac{1}{2} .DD_{s,b}^{AB} .A^{i}(SA) .A_{A}^{d}(SA, AB) .A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) .exp[-jk.(SA + AB + BP)]$$

Nous retrouvons ainsi l'allure de l'expression du champ doublement diffracté mécanique du paragraphe § I.3.2. $DD_{s,h}^{AB}$ est un coefficient de double diffraction plus complet que le produit $D_{s,h}^{A}(\phi'_{A},\phi_{A},L'_{A}).D_{s,h}^{B}(\phi'_{B},\phi_{B},L_{B})$. Il prend en compte la diffraction de pente.

Remarque sur la polarisation E :

Dans le cas de la figure II.23 où une face est commune aux deux dièdres, $\phi_A = n_A \pi$ et $\phi_B = 0$. Si bien qu'en polarisation E, $D_s^A(\phi_A, \phi_A = n_A \pi, L_B) = D_s^B(\phi_B = 0, \phi_B, L_B) = 0$. Il ne reste au champ doublement diffracté que la partie correspondant au coefficient de diffraction de pente, soit :

$$E_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{2jk.AB} \cdot \frac{\partial D_{s}^{A}(\phi_{A},\phi_{A}=n_{A}\pi,L_{A})}{\partial \phi_{A}} \cdot \frac{\partial D_{s}^{B}(\phi_{B}=0,\phi_{B},L_{B})}{\partial \phi_{B}}$$

$$(2)$$

$$A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA,AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA,AB,BP) \cdot \exp[-jk(SA+AB+BP)]$$

5.3 Calcul des dérivées
$$\frac{\partial D(\phi',\phi,L)}{\partial \phi'}$$
 et $\frac{\partial D(\phi',\phi,L)}{\partial \phi}$.

Posons

$$D_{1}^{s} = \cos \operatorname{ec}^{2} \left(\frac{\pi + (\varphi - \varphi')}{2n} \right) \cdot F_{s} \left[kLa^{+}(\varphi - \varphi') \right]$$
$$D_{2}^{s} = \cos \operatorname{ec}^{2} \left(\frac{\pi - (\varphi - \varphi')}{2n} \right) \cdot F_{s} \left[kLa^{-}(\varphi - \varphi') \right]$$
$$D_{3}^{s} = \cos \operatorname{ec}^{2} \left(\frac{\pi + (\varphi + \varphi')}{2n} \right) \cdot F_{s} \left[kLa^{+}(\varphi + \varphi') \right]$$
$$D_{4}^{s} = \cos \operatorname{ec}^{2} \left(\frac{\pi - (\varphi + \varphi')}{2n} \right) \cdot F_{s} \left[kLa^{-}(\varphi + \varphi') \right]$$

avec

$$F_{s}(x) = 2jx.(1 - F(x)),$$

$$\cos ec^{2}(x) = 1 + \cot an^{2}(x) = \frac{1}{\sin^{2}(x)},$$

F, a⁺ et a⁻ ont déjà été définis pour le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ au paragraphe § I.3.2.

D'après Luebbers [1989],

$$\frac{\partial D_{s,h}(\phi',\phi,L)}{\partial \phi'} = + \frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{4n^2\sqrt{2\pi k}} \left[-D_1^s + D_2^s + R_{s,h}\left(D_3^s - D_4^s\right)\right]$$
(3)

$$\frac{\partial D_{s,h}(\phi, \phi, L)}{\partial \phi} = + \frac{\exp\left(-J\frac{-}{4}\right)}{4n^2\sqrt{2\pi k}} \cdot \left[+D_1^s - D_2^s + R_{s,h}\left(D_3^s - D_4^s\right)\right]$$
(4)

k est le nombre d'onde.

n est l'indice lié à l'angle intérieur du dièdre d'angle intérieur $\alpha = (2 - n)\pi$ avec $1 \le n \le 2$.

5.4 Lieux d'indétermination des coefficients D₁^{*}, D₂^{*}, D₃^{*}, D₄^{*}.

Il est facile de constater que les coefficients D_1^s , D_2^s , D_3^s , D_4^s admettent une forme indéterminée aux mêmes combinaisons d'angles φ' et φ que les coefficients D_1 , D_2 , D_3 , D_4 qui constituent le coefficient de diffraction $D_{s,h}$ de la TUD. Ces combinaisons d'angles correspondent pour chacun des coefficients respectivement à une des quatre limites d'ombre du dièdre (se référer au paragraphe § I.5.2 pour plus de détails).

En effet, à une limite d'ombre, nous avons,

- Comme $a^{\pm}(\phi \pm \phi') = 0$, F(0) = 0 et la valeur x dans $F_s(x)$ est nulle si bien que $F_s(x) = 0$.
- La fonction $\csc^2 \left[\frac{\pi \pm (\varphi \pm \varphi')}{2n} \right]$ a une valeur infinie aux mêmes combinaisons d'angles que $\cot \operatorname{an} \left[\frac{\pi \pm (\varphi \pm \varphi')}{2n} \right].$

5.5 Calcul du développement limité des coefficients D_1^s , D_2^s , D_3^s , D_4^s à leur limite d'ombre respective.

- Quels que soient D_1^s , D_2^s , D_3^s , D_4^s , l'argument x de $F_s(x)$ à une limite d'ombre (comme celui de F(x)) est égal à $x = \frac{kL\epsilon^2}{2}$, avec ϵ l'écart angulaire infiniment petit autour de la limite d'ombre (Voir paragraphe § I.5.3).
- En prenant l'approximation de F(x) pour les x petits $\left(F(x) \approx \sqrt{\pi x} \cdot \exp\left(+j \cdot \frac{\pi}{4}\right)\right)$ (Voir paragraphe § I.5.3), alors au voisinage d'une limite d'ombre,

$$F_{s}\left(\frac{kL\epsilon^{2}}{2}\right) \approx jkL\epsilon^{2} - 2j\sqrt{\pi}\left(\frac{kL\epsilon^{2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(+j\frac{\pi}{4}\right).$$

• La relation $\csc^2(x) = \frac{1}{\sin^2(x)}$ permet de montrer, suivant le même principe qu'au paragraphe § I.5.3, qu'aux limites d'ombre, le terme en \csc^2 est toujours environ égal à $\left(\pm \frac{2n}{\epsilon}\right)^2 = \frac{4n^2}{\epsilon^2}$.

Ainsi, à une limite d'ombre, nous avons l'approximation suivante :

$$+\frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{4n^{2}\sqrt{2\pi k}}\cdot\cos ec^{2}\left[\frac{\pi\pm\left(\phi\pm\phi'\right)}{2n}\right]\cdotF_{s}\left[kLa^{\pm}\left(\phi\pm\phi'\right)\right]\approx+\frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}}\cdot jkL-|\epsilon|\cdot\frac{jkL^{3/2}}{2}$$
(5)

5.6 Développement Limité, à la DSB, du Champ Doublement Diffracté Mécanique augmenté du Coefficient de Diffraction de Pente, dans le cas où la source n'est pas dans l'axe de la face commune aux deux dièdres A et B.

Sur la figure II.23, le Champ Simplement Diffracté par l'arête A éclaire le dièdre B en Incidence Rasante sur sa face_o. Le paragraphe § I.5.4.3.1 nous rappelle que ce sont les coefficients D_2 et D_4 qui sont indéterminés. Il en est donc de même pour les coefficients D_2^s et D_4^s .

Ainsi, d'après le paragraphe § I.5.4.3.1, $D_{s,h}^{B} = \pm \frac{1}{2} (1 + R_{s,h}) \sqrt{L_{B}}$

D'autre part, d'après les formules (3) et (5),

$$\frac{\partial D_{s,h}^{B}(\phi_{B}=0,\phi_{B}=\pi,L_{B})}{\partial \phi_{B}} = \left(1-R_{s,h}\right) \left[+\frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}}, jkL_{B}-|\varepsilon|,\frac{jkL_{B}^{3/2}}{2}\right]$$
(6)

Remarques :

- De même qu'à la conjonction ISB2=RSB4, les coefficients D₁ et D₃ de D_{s,h} sont continus et considérés négligeables, les coefficients D₁^s et D₃^s sont continus et considérés négligeables.
- D'après les paragraphes § I.5.3.3 et § I.5.3.5, si ε est positif, le point champ est à la DSB du côté illuminé par le champ simplement diffracté par l'arête A ; si ε est négatif, le point champ est du côté ombre.
- En polarisation H, R_{s,h} = R_h = 1, si bien que le champ doublement diffracté n'a pas de diffraction de pente à la DSB.

Ainsi, l'expression (2) du champ doublement diffracté mécanique augmenté de la diffraction de pente, à la DSB, en polarisation E $(R_{s,h} = R_s = -1)$, dans le cas où une face est commune aux deux dièdres (figure II.23) devient :

$$E_{AB}^{dd}(P) = -\frac{2}{2jk.AB} \cdot \left(+ \frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}} \cdot jkL_{B} - |\varepsilon| \cdot \frac{jkL_{B}^{3/2}}{2} \right) \cdot \frac{\partial D_{s,b}^{A}(\varphi_{A},\varphi_{A} = n_{A}\pi, L_{A})}{\partial \varphi_{A}}$$
$$\cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp\left[-jk.(SA + AB + BP)\right]$$

Après simplification et en isolant $\sqrt{L_{\scriptscriptstyle B}}$, le champ devient :

$$E_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{AB} \cdot \left(+ \frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \sqrt{L_{B}} - |\varepsilon| \cdot \frac{L_{B}}{2} \right) \cdot \frac{\partial D_{s,h}^{A}(\varphi_{A}^{'}, \varphi_{A} = n_{A}\pi, L_{A}^{'})}{\partial \varphi_{A}}$$
$$\cdot A^{i}(SA) \cdot \sqrt{L_{B}} \cdot A_{A}^{d}(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) \cdot \exp\left[-jk \cdot (SA + AB + BP)\right]$$

Si $\varepsilon = 0$, le point champ P est strictement sur la DSB. En considérant comme au tableau II.2 que $\sqrt{L_B} \cdot A_A^d(SA, AB) \cdot A_{AB}^{dd}(SA, AB, BP) = A_A^d(SA, AP)$, nous obtenons finalement l'expression :

$$E_{AB}^{dd}(P) = -\frac{1}{AB} \cdot \left(+ \frac{\exp(-j\pi/4)}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \sqrt{L_B} \right) \cdot \frac{\partial D_{s,h}^A(\phi_A, \phi_A = n_A \pi, L_A)}{\partial \phi_A}$$
(7)
$$\cdot A^i(SA) \cdot A_A^d(SA, AP) \cdot \exp[-jk \cdot (SA + AP)]$$

5.7 Développement Limité du Champ Doublement Diffracté augmenté du Coefficient de Diffraction de Pente à la DSB, dans le cas où la source est dans le prolongement de la face commune.

Le dièdre A de la figure II.23 est illuminé en Incidence Rasante lorsque la source est dans le prolongement de sa face_n. En se référant au paragraphe § I.5.4.3.2, alors les coefficients D_2 et

 D'_3 sont indéterminés. Il en est donc de même d'après le paragraphe § II.5.4 pour les coefficients D^s_2 et D^s_3 .

S, A, B étant alignés, $D_{s,h}^{A}$ est calculé sur la conjonction ISB2=RSB3, ainsi d'après le paragraphe § I.5.4.3.2, $D_{s,h}^{A} = -\frac{1}{2}(1+R_{s,h})\sqrt{L_{A}}$.

D'après les formules (4) et (5),

$$\frac{\partial D_{s,h}^{A} \left(\dot{\phi}_{A} = (n_{A} - 1)\pi, \phi_{A} = n_{A}\pi, \dot{L}_{A} \right)}{\partial \phi_{A}} = \left(R_{s,h} - 1 \right) \left[+ \frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}} . jk\dot{L}_{A} \right]$$
(8)

En polarisation E, $R_{s,h} = R_s = -1$. ainsi, l'expression (7) à laquelle le terme en ε est réintégré devient :

$$E_{AB}^{dd}(P) = +\frac{2}{AB} \cdot \left(+\frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \sqrt{L_{B}} - |\varepsilon| \cdot \frac{L_{B}}{2} \right) \cdot \left(+\frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi k}} \cdot jk \cdot \sqrt{L_{A}} \right)$$
$$\cdot \sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A_{A}^{d}(SA, AP) \cdot \exp\left[-jk \cdot (SP)\right]$$

Notons la transformation $L_A = \sqrt{L_A} \sqrt{L_A}$. Comme $\exp(-j\pi/4) \exp(-j\pi/4) j = 1$, nous obtenons,

$$E_{AB}^{dd}(P) = \left(+\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{L_A} \sqrt{L_B}}{AB} - |\varepsilon| \cdot \frac{\sqrt{L_A} L_B}{AB} \cdot \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \cdot \exp(-j\frac{\pi}{4}) \right)$$
$$\cdot \sqrt{L_A} \cdot A^i(SA) \cdot A_A^d(SA, AP) \cdot \exp[-jk \cdot (SP)]$$

Si le point champ P est strictement sur la DSB alors $\varepsilon = 0$. Si L_A est remplacé par L_A ou L_A (tableau II.3), comme nous l'avons fait plusieurs fois au paragraphe § II.4, alors d'après le tableau I.3 ou le tableau II.2, $\sqrt{L_A} \cdot A^i(SA) \cdot A^d_A(SA, AP) = A^i(SP)$. Nous obtenons finalement pour le champ doublement diffracté en polarisation E sur la DSB l'expression :

$$E_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{L_A L_B}}{AB} \cdot A^i(SP) \cdot \exp\left[-jk \cdot SP\right] = +\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{L_A L_B}}{AB} \cdot E^i(P)$$
(9)
Les tableaux II.1 et II.3 permettent l'écriture du champ doublement diffracté à la DSB en fonction des distances physiques SA, AB, BP. En effet,

si l'onde incidente est plane alors
$$\frac{\sqrt{L_A L_B}}{AB} = \sqrt{\frac{BP}{AB}}$$

si l'onde incidente est cylindrique ou sphérique alors $\frac{\sqrt{L_A L_B}}{AB} = \sqrt{\frac{SA.BP}{AB.SP}}$ (10)

5.8 Développement Limité du Champ Doublement Diffracté augmenté du Coefficient de Diffraction de Pente à la DSB, dans le cas où la source est dans le prolongement de deux arêtes de dièdres distincts.

La figure II.24 est la reprise de la figure II.3 étudiée au paragraphe § II.4.6. C'est aussi un cas particulier de la figure II.5 lorsque S, A, B, P sont alignés.



Figure II.24 : Cas de deux dièdres distincts S, A, B, P sont alignés.

<u>L'expression définie en (1)</u> du champ doublement diffracté mécanique augmenté de la diffraction de pente <u>est reprise sans son coefficient multiplicatif 1/2</u>.

Les coefficients de diffraction $D_{s,h}^{A}$ et $D_{s,h}^{B}$ ne sont plus nuls en polarisation E. Ils ne sont pas plus nuls en polarisation H. C'est pourquoi nous avons obtenus sur la DSB, au paragraphe § II.4.6, <u>un champ doublement diffracté mécanique égale à</u> $U_{AB}^{dd}(P) = \frac{1}{4}U^{i}(P)$.

Le champ incident éclaire le dièdre A en Incidence Non Rasante avec sa face_n à l'ombre. Le champ simplement diffracté par l'arête A éclaire le dièdre B de la même façon. Le paragraphe § I.5.2 nous rappelle que c'est le coefficient D_2 qui est indéterminé sur l'ISB2. Il en est donc de même, d'après le paragraphe § II.5.4, pour le coefficient D_2^s .

Comme un seul coefficient parmi D_1^s , D_2^s , D_3^s , D_4^s est indéterminé, les développements limités

des dérivées $\frac{\partial D_{s,h}^{B}(\phi_{B},\phi_{B},L_{B})}{\partial \phi_{B}}$ et $\frac{\partial D_{s,h}^{A}(\phi_{A},\phi_{A},L_{A})}{\partial \phi_{B}}$ se trouvent allégées du facteur $(1-R_{s,h})$ par rapport aux expressions (6) et (8).

A l'aide de ces remarques, sans refaire les calculs des paragraphes § II.5.6 et § II.5.7, l'expression sur la DSB du champ doublement diffracté mécanique augmenté du coefficient de diffraction de pente, pour les polarisations E et H, devient.

$$U_{AB}^{dd}(P) = \left(+\frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{L_A L_B}}{AB} \right) \cdot A^i(SP) \cdot \exp\left[-jk \cdot SP\right] = \left(+\frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{L_A L_B}}{AB} \right) \cdot U^i(P)$$
(11)

Remarques :

- Le champ doublement diffracté mécanique augmenté de la diffraction de pente est indépendant de la fréquence et des angles intérieurs des dièdres.
- Au paragraphe § II.4.5, le champ doublement diffracté mécanique sur la DSB est de $U_{AB}^{dd}(P) = +\frac{1}{4}.U^{i}(P)$. Le terme correspondant à la diffraction de pente calculé dans ce paragraphe est $\frac{1}{2\pi}.\frac{\sqrt{L_{A}L_{B}}}{AB}U^{i}(P)$.
- Rappelons que si une seconde arête se trouve dans la zone de transition d'une première arête, alors l'application mécanique de la double diffraction, par la première arête puis par la seconde, n'est pas physique.

Des auteurs ont traité le problème de la double diffraction de façon plus globale, et non plus mécanique, par différentes méthodes. Ils aboutissent lorsque les points S, A, B, P sont alignés, comme nous l'avons déjà fait remarqué au paragraphe § II.4.6, à une expression assez semblable au champ doublement diffracté mécanique augmenté de la diffraction de pente : Ils obtiennent en effet l'expression :

$$U_{AB}^{dd}(P) = U^{i}(P) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctan \sqrt{\frac{SA.BP}{AB.SP}}\right)$$
(12)

Ces auteurs sont par exemple Lee et Boersma [1975, équation (IV.27)] au travers de l'UAT (pour 'Uniform Asymptotic Theory', en Anglais), Rahmat-Samii et Mittra [1977, équation (82)], Vogler [1982, équation (A4)], Tiberio et Kouyoumjian [1984, équations (18) et (25)], Michaeli [1985, équation (75)], Schneider [1988, équation (95) avec un oubli d'une racine carrée à partir de l'expression (92)]. Notons qu'à cette expression (12), les auteurs présentent souvent des termes complémentaires d'ordre supérieurs. Ces termes ne sont pas identiques. Ils différent suivant la méthode utilisée.

Nous pouvons constater, après avoir inséré l'équation (10) dans l'équation (11), que l'expression obtenue avec la diffraction de pente tend vers la solution plus globale (12) pour de faibles valeurs de $\sqrt{\frac{SA.BP}{AB.SP}}$. C'est à dire, lorsque la distance inter-arête est légèrement inférieure à la distance source point - champ.

• <u>Dernière minute :</u>

Le résultat de l'équation (11) pour le champ doublement diffracté quand les quatre points sont alignés est identique à celui trouvé par JB Andersen [1994, équation (11)] dans le cas de deux demi-plans. Dans sa démarche, Andersen a modifié, par rapport à Luebbers [1984], le paramètre $L_B (L_2)$ alors que dans ce rapport, le paramètre modifié est $L_A (L_1)$.

Ce que Andersen ne signale pas dans sa publication, c'est que la modification de L_B en L_{B2} ou L_{B3} (Tableau II.4) est d'autant moins intéressante que la source S s'écarte de l'axe AB. En effet, si B n'est plus dans la zone de transition de A, la modification de L_B en L_{B2} ou L_{B3} va nuire à la valeur de $U_{AB}^{dd}(P)$ dans la zone de transition de l'arête B, jusqu'à supprimer la continuité du champ total à la DSBA. Par contre, si S, A et B sont alignés, non seulement $U_{AB}^{dd}(P)$ permet la continuité du champ total à la DSBA, mais encore, sa valeur n'est pas perturbée en dehors de la zone de transition de l'arête B.

Une étude plus poussée serait nécessaire pour déterminer la position limite de la source pour laquelle la modification de L_B en L_{B2} ou L_{B3} n'est plus intéressante.

Type d'onde incidente	L _B	L _{B2}	L _{B3}
Plane	$\frac{AB.BP}{AB+BP}$	BP	BP
Cylindrique ou Sphérique	$\frac{AB.BP}{AB+BP}$	$\frac{\text{SB.BP}}{\text{SB} + \text{BP}}$	$\frac{(SA + AB).BP}{SA + AB + BP}$

Tableau II.4 : Expressions des paramètres de distance L_B , L_{B2} , L_{B3} .

Sans rentrer dans la démonstration, Les produits qui permettent d'éclairer l'intérêt de L_{B2} et L_{B3} sur L_{B} sont :

$$\begin{split} \sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A^{d}_{A}(SA, AB) &= A^{i}(SA + AB) (= A^{i}(SB)) \\ & (L_{A} \text{ n'apparaît que si S, A, B sont alignés}) \\ \sqrt{L_{B2}} \cdot A^{i}(SB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) &= A^{i}(SB + BP) \\ & (S, A, B \text{ doivent être alignés si l'onde incidente est sphérique}) \\ \sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) &= A^{i}(SB + BP) \\ & (S, A, B \text{ doivent être alignés si l'onde incidente est cylindrique ou sphérique}) \end{split}$$

 Afin d'illustrer l'intérêt de la diffraction de pente, JB Andersen [1994] généralise son utilisation aux multiples diffractions. Il obtient des résultats satisfaisants avec une source dans l'axe des arêtes de demi-plans (jusqu'à 15 arêtes). Sa comparaison s'effectue avec la solution exacte connue pour des demi-plans équidistants.

5.9 Conclusion sur la Double Diffraction Mécanique avec la Diffraction de Pente.

La diffraction de pente intervient lorsqu'un champ incident sur une arête varie rapidement au voisinage de cette arête.

Puisque dans les cas que nous avons étudié, le champ incident émit par la source S n'a pas de variations angulaires à l'approche d'une arête d'un dièdre, la diffraction de pente ne s'applique pas à la simple diffraction mais à la double (ou aux multiples diffractions) : c'est le champ diffracté par la première arête qui varie rapidement au voisinage de la seconde arête. Pour information, dans l'ouvrage de Mc Namara, Pistorius et Malherbe [1990, § 4.5, page 220], la diffraction de pente est présentée dans un cas où elle s'applique à la simple diffraction.

Nous savons qu'en dehors des zones de transition, la fonction de transition F est proche de la valeur 1 (d'où Fs proche de zéro) si bien que le champ de diffraction de pente tend vers zéro. La partie correspondant à la diffraction de pente dans la double diffraction est d'autant plus présente que S, A, B et P sont alignés.

Nous avons relevé que la diffraction de pente apporte en précision à la double diffraction mécanique, en polarisation E, lorsqu'une face est commune aux deux dièdres, et, en polarisation E et H, lorsque les deux dièdres sont distincts.

Dans ce dernier cas, la modification du paramètre de distance associé au premier dièdre permet au champ doublement diffracté mécanique augmenté de la diffraction de pente de ressembler à une formulation plus globale de la double diffraction. En revanche, la diffraction de pente dans la double diffraction n'apporte rien en polarisation H lorsqu'une face est commune aux deux dièdres, comme c'est le cas dans les modélisations du chapitre III.

Le coefficient de diffraction de pente est facile à mettre en œuvre. Son calcul ne consomme guère plus de temps que le coefficient de diffraction de la TUD. L'intérêt de son utilisation est de supplanter le calcul du coefficient de double diffraction uniforme (voir paragraphe § II.6).

Signalons que PD Holm [1996] donne des expressions de champs diffractés d'ordres encore supérieurs. Il obtient une bonne continuité du champ total même aux limites d'ombre. Son travail est applicable en 2D sur un nombre illimité de dièdres.

6. Le Champ Doublement Diffracté Uniforme.

Nous savons que la double diffraction mécanique ne s'applique pas en théorie lorsque la seconde arête est dans la zone de transition de la première arête. Dans toute autre configuration, la double diffraction mécanique donne la bonne valeur de champ.

Nous avons vu encore que la double diffraction mécanique peut être affinée dans certains cas dans les zones de transition, par la diffraction de pente.

D'autres auteurs sont allés encore plus loin et se sont penchés sur <u>le champ de rayon doublement</u> <u>diffracté</u> de façon plus rigoureuse. <u>Leurs travaux ont permis d'élaborer différents coefficients de</u> <u>double diffraction dits uniformes</u>. Ils sont <u>uniformes</u> parce qu'ils sont valides dans les zones de transitions, même lorsque le point-source, les deux arêtes et le point-champ sont alignés. Les champs doublement diffractés uniformes sont des champs de rayon, ils s'intègrent en complément à l'Optique géométrique et à la TUD.

Les principaux travaux sur le sujet ont été effectués par les équipes suivantes : Tiberio et Kouyoumjian [1982, 1984], Michaeli [1985], Tiberio et al [1989], Schneider et Luebbers [1991], Ivrissimtzis et Marhefka [1991].

Cependant, des restrictions sont à considérer dans chacun des cas :

La solution de Tiberio et Kouyoumjian [1982, 1984] nécessite que la source et les deux arêtes ou les deux arêtes et le point champ soient dans le même plan. Dans les autres configurations c'est la diffraction mécanique avec la diffraction de pente qui est utilisée.

La solution de Michaeli [1985] suppose d'avoir l'espace entre les arêtes petit par rapport à la position de la source et du point champ.

La solution de Tiberio et al [1989] implique d'être en champ lointain.

La solution de Schneider [1988] ou de Schneider et Luebbers [1991] ne présente a priori pas de contrainte particulière. Elle semble relativement simple dans sa formulation d'autant qu'elle est reliée au produit de deux coefficients de diffraction de la TUD (soient 4*4=16 produits). Toutefois, malgré cette simplicité apparente, mes diverses tentatives de mises en œuvre n'ont pu aboutir. Schneider [1988] préconise dans son introduction l'optimisation du calcul. Il explique que pour gagner en temps de calcul, il ne sert à rien de calculer les seize produits, mais seulement ceux où l'application de la double diffraction mécanique crée des coefficients indéterminés.

La solution de Ivrissimtzis et Marhefka [1991] est selon les résultats obtenus par la mise en œuvre de Legendre [1995, figures 57, 58, 61] la plus performante entre la double diffraction mécanique, avec ou sans diffraction de pente, et la solution de Tiberio.

La plupart de ces auteurs soulignent ou démontrent que leur coefficient de double diffraction uniforme se ramène à la double diffraction mécanique (avec ou sans la diffraction de pente) si la seconde arête n'est pas dans la zone de transition de la première.

Cette remarque permet de valider le coefficient de la double diffraction mécanique.

La difficulté de la double diffraction uniforme consiste à calculer selon le cas une Double Intégrale de Fresnel (exemple : Luebbers-Schneider) ou une Intégrale de Fresnel Généralisée (exemple : Ivrissimtzis-Marhefka). La Double Intégrale de Fresnel de Luebbers-Schneider [1991], par exemple, se ramène au calcul d'une série composée de fonctions de Bessel du premier ordre. Différents articles traitent du calcul de ces intégrales : il s'agit des articles de Clemmow [1953], Jones [1971], Savov et Andersen [1995].

Le calcul des intégrales de la double diffraction uniforme est coûteux en temps de calcul. Si bien qu'il est intéressant de rappeler qu'en dehors des transitions, la double diffraction mécanique suffit. Dans les zones de transitions, la double diffraction mécanique augmentée de la diffraction de pente suffit lorsque la distance inter-arête est légèrement inférieure à la distance source point champ.

Remarquons encore qu'il n'existe pas de coefficient de diffraction uniforme au delà de la double diffraction. Les auteurs que nous avons cités préconisent, pour la triple diffraction, l'application mécanique de la diffraction avec ou sans diffraction de pente.



Plus l'ordre de la diffraction est élevée, plus les champs diffractés sont faibles. Par exemple, sur les figures du chapitre III (figures III.2.b, III.4.b, III.8), la double diffraction apporte considérablement à la simple diffraction. Elle même n'est que régulée par la triple diffraction.

Nous avons étudié la façon dont le champ doublement diffracté compense la discontinuité du champ simplement diffracté à la limite d'ombre du champ simplement diffracté, causée par la présence de la seconde arête (DSB).

De la même façon, le champ doublement diffracté est discontinu. Il est discontinu d'une part, par la présence éventuelle d'une troisième arête, dans l'axe formé par la deuxième et la troisième arête, après la troisième arête. Il est discontinu d'autre part, tout simplement, par la présence de la première arête, dans l'axe formé par les deux premières arêtes, avant la première arête.

Le champ qui compense les discontinuités du champ doublement diffracté est le champ triplement diffracté.

Il n'existe pas de coefficient de triple diffraction uniforme. Le champ triplement diffracté mécanique, quant à lui est facile à mettre en œuvre.

La dernière remarque du paragraphe § II.3.3 fait observer la présence d'un coefficient 1/4 dans l'expression de ce champ, dans le cas où les dièdres sont reliés deux à deux par une face commune. Il n'y a pas de tel coefficient si les dièdres sont distincts.

Pour que le champ triplement diffracté mécanique compense parfaitement les discontinuités du champ doublement diffracté mécanique, il faut aussi modifier ses paramètres de distance. Comme pour le champ doublement diffracté mécanique, il est nécessaire de remplacer L_A par L_A . Au sens de Luebbers [1984], le paramètre de distance du second dièdre pour le champ triplement diffracté mécanique est L_B (trajet BC). Il doit être remplacé par L_B (trajet BP) ou L_B (trajet BC+CP). L_B considère le trajet du second au troisième dièdre. L_B considère le trajet du second dièdre au point champ. L_B considère le même trajet en passant par le troisième dièdre.

Le lecteur qui a bien compris les mécanismes d'écriture et de compensation de la double diffraction mécanique, décrits au paragraphes § II.3 et § II.4, ne devrait pas avoir trop de difficulté à les étendre à la multiple diffraction mécanique. L'objectif ici n'est pas d'écrire le champ triplement diffracté mécanique. Il est de donner un minimum d'information sur son intérêt et sur la façon dont il est calculé au chapitre III.



Ce chapitre II passe en revue différents types de doubles diffractions :

- La double diffraction mécanique qui est l'application de deux fois la TUD.
- La double diffraction mécanique augmentée de la diffraction de pente. La diffraction de pente est le développement asymptotique de la diffraction à un ordre supérieur.
- La double diffraction uniforme. La double diffraction est considérée de façon plus globale. Elle est conçue pour être valide dans les zones de transition.

Le champ de rayon doublement diffracté donne une précision supérieure par rapport à un calcul réalisé avec la simple diffraction. Il permet aussi la continuité du champ total à la limite d'ombre du champ simplement diffracté par une première arête, causée par une seconde arête. Cette limite d'ombre, nous l'avons aussi appelée DSB.

La double diffraction uniforme n'a pas été fortement développée dans ce chapitre. L'étude s'est davantage portée sur la double diffraction mécanique avec ou sans diffraction de pente. En ce qui concerne la double diffraction mécanique seule, la continuité du champ total à la DSB a été étudiée dans huit configurations de source et de dièdres. La source est ou non dans l'axe des arêtes, les deux dièdres sont ou distincts ou reliés par une face commune ou reliés par deux faces communes.

La simplification du champ doublement diffracté mécanique à la DSB et la continuité du champ total sont permises par la modification par rapport à Luebbers [1984] du paramètre de distance du coefficient de diffraction associé au premier dièdre. La modification de ce paramètre ne perturbe pas la valeur du champ doublement diffracté en dehors du voisinage de la DSB.

Du fait que le champ simplement diffracté n'est pas un champ de rayon dans les zones de transition, au voisinage des limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi, le champ doublement diffracté mécanique n'est en théorie pas valide lorsque la seconde arête diffractante est dans la zone de transition de la première. Toutefois, nous avons démontré que le champ doublement diffracté mécanique est dans ce cas une première approximation.

Une première approximation qui dans la plupart des huit configurations étudiées est complétée par l'écriture de la diffraction de pente. Nous avons montré que dans la situation critique où le point source, les deux arêtes et le point champ sont alignés, alors le champ doublement diffracté mécanique augmenté de la diffraction de pente prend pour une distance inter-arêtes grande devant les longueurs source - première arête et seconde arête - point champ, la même valeur que le champ doublement diffracté uniforme. Il faut dans la diffraction de pente, là encore, utiliser le paramètre de distance modifié.

A la différence de la diffraction uniforme, valide dans les zones de transition, la diffraction mécanique avec ou sans diffraction de pente peut être utilisée sans limite aux multiples diffractions.

CHAPITRE III

<u>Comparaison entre la Méthode des</u> <u>Moments 3D et la TUD 2D :</u>

Application au cylindre métallique à section carrée.

1. Introduction

La première partie de ce chapitre est consacrée aux méthodes de calcul du champ électromagnétique que sont la Méthode des Moments et la Théorie Géométrique Uniforme de la Diffraction.

La méthode des Moments est utilisée au travers du logiciel SIMBA (SIMulation des Bâtiments et Aériens). SIMBA est un logiciel 3D, développé au SERTEL, basé sur la résolution de l'Equation Intégrale du Champ Electrique (Electric Field Integration Equation ou EFIE pour les anglo-saxons).

La TUD est utilisée au travers du programme que j'ai réalisé et baptisé POLYGONE. POLYGONE modélise le champ électromagnétique lorsque la source et le point-champ sont dans un plan perpendiculaire à un cylindre de longueur infinie à section polygonale convexe. C'est donc un logiciel 2D.

Nous verrons dans quelle mesure SIMBA peut être utilisé pour comparer les champs calculés par POLYGONE. (paragraphe § III.2).

Ces réflexions nous amèneront à la seconde partie de ce chapitre qui est une étude sur le rayonnement de cylindres à section carrée. (paragraphe § III.3).

Dans un premier temps, le cas du cylindre à section carrée d'arête de largeur 1.6λ illuminé par une source linéique située à 0.8λ de l'arête, traité dans la littérature, est repris, détaillé et complété. L'objectif ici est de montrer l'effet de chacune des diffractions (simple, double, triple et diffraction de pente) et l'effet des paramètres de distance modifiés du chapitre II sur le rayonnement de la structure.

Dans un second temps, c'est une étude paramétrique sur la dimension du carré et sur la distance de la source au carré qui est réalisée. Cette étude est destinée à éprouver les limites de validité de la TUD. Nous savons en effet que la théorie indique que la TUD est valide pour des structures dont les dimensions sont grandes devant la longueur d'onde. Les dimensions d'arêtes des sections carrées étudiées sont 1.6λ , 0.6λ , 0.3λ . Elles sont donc voisines de la longueur d'onde.

La fréquence de travail utilisée pour ce chapitre est de 300 MHz. A cette fréquence, la longueur d'onde est de 1 mètre. Ainsi, nous considérerons pour ce chapitre que $1\lambda = 1m$. Les comparaisons entre les méthodes de calcul de champ sont réalisées sur des diagrammes de rayonnement. Des cartographies de champ sont aussi présentées.

2. Complément théorique sur SIMBA et POLYGONE.

2.1 Eléments théoriques sur SIMBA.

2.1.1 Généralités.

SIMBA est un logiciel qui résout l'Equation Intégrale du Champ Electrique (EFIE) par la Méthode des Moments.

C'est un logiciel 3D surfacique. Toutes les dimensions sont donc finies.

Une modélisation sous SIMBA s'effectue de la manière suivante :

- Une structure en trois dimensions est définie par des points puis des fils, puis des surfaces.
- Les éléments surfaciques sont maillés avec des triangles, les éléments filaires (antennes) sont divisés en segments. Les arêtes des triangles et les segments des éléments filaires se mesurent en fractions de longueur d'onde, en général respectivement λ/5 et λ/10.
- Une excitation U est définie : Il peut s'agir d'un générateur de tension en un point donné de la structure (par exemple, au centre d'un dipôle), ou d'une onde plane. La fréquence d'excitation est définie.
- Les courants sur la structure sont calculés par la résolution d'un système linéaire du type U=ZI. Z est la matrice d'impédance qui tient compte de toutes les interactions entre les éléments discrétisés. Dans une interaction entre deux éléments discrétisés, la position spatiale de ces éléments est prise en compte. I est une matrice colonne liée aux courants.
- Par intégration des courants de la structure, les champs électrique et magnétique, proche ou lointain, sont calculés sous forme de Diagramme de Rayonnement ou de Cartographie.

Si l'excitation est un générateur de tension, le champ électromagnétique calculé est un champ total. (Les courants de la structure et de l'antenne sont pris en compte).

Si l'excitation est une onde plane, le champ électromagnétique calculé est un champ rerayonné. (Il n'existe que les courants de la structure).

2.1.2 Remarque sur la taille de la matrice du système linéaire et les limitations de la Méthode des Moments.

Le nombre d'inconnues (N) du système linéaire est égal au nombre de segments élémentaires de la structure (arêtes des triangles + segments filaires).

Ce nombre N croit avec le carré de la fréquence (N₂ = N₁ $\left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2$).

Le temps de calcul lui croit avec le cube du nombre d'inconnues N $(T_2 = T_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3)$.

L'emplacement mémoire nécessaire au stockage de la matrice est en $4N^2$ octets. Il se calcule de la façon suivante :



1 : N*N est le nombre d'éléments de la matrice.

- 2 : L'emplacement mémoire est divisé par deux parce que la matrice est symétrique.
- 3 : L'emplacement mémoire est multiplié par deux parce que les nombres sont complexes.
- 4 : L'emplacement mémoire est multiplié par quatre parce qu'un nombre réel en simple précision tient sur quatre octects.

A titre indicatif, une frégate de type Lafayette (130 mètres de long) 'coûte' 3600 inconnues à 17 MHz.

Le tableau suivant donne une idée de la mémoire nécessaire (M) en MégaOctets (MO), au calcul du rayonnement d'une antenne en fonction de la fréquence F ou de la longueur d'onde λ sur un tel navire :

F (MHz)	10	15	17	20	30	35	50	100	150
λ (mètres)	30	20	17.6	15	10	8.6	6	3	2
N (*1000)	1.25	2.8	3.6	5	11	15	31	124	280
M (MO)	6.2	31	52	100	502	1 000	4 000	62 000	313000

Actuellement, la mémoire vive d'un bon ordinateur est de 1 GigaOctect (GO). Un tel ordinateur permet donc de modéliser un navire type Lafayette entier à la fréquence de 35 MHz.

SIMBA est donc limité par la dimension des structures et la fréquence de rayonnement. La Méthode des Moments est considérée comme une méthode basse fréquence.

2.2 Complément théorique sur POLYGONE.

POLYGONE est le logiciel TUD que j'ai réalisé. Il modélise le champ électromagnétique lorsque la source et le point-champ sont dans un plan perpendiculaire à un cylindre de longueur infinie, à section polygonale convexe. Ces conditions, appliquées au cylindre montrent que POLYGONE est un logiciel 2D.

Rappelons que la TUD implique que les surfaces réfléchissantes soient grandes devant la longueur d'onde. Elle implique aussi que les arêtes soient de longueur infinie.

Comme POLYGONE est un logiciel 2D, cette dernière condition est facilement respectée.

Dans POLYGONE, plusieurs types d'illuminations sont possibles : la Source Ponctuelle, la Source Linéique et le Faisceau d'Ondes Cylindriques, Sphériques ou Planes.

La façon dont est construit le faisceau n'est pas développé ici du fait que seule les excitations par des sources linéique et sphérique seront utilisées dans ce chapitre.

Le choix est possible entre les polarisations E et H.

Rappelons qu'en polarisation E, le champ électrique est parallèle aux arêtes infinies, en polarisation H, c'est le champ magnétique qui est parallèle aux arêtes infinies.

2.3 Différences entre SIMBA et POLYGONE.

2.3.1 Introduction.

Nous avons présenté les grands principes des logiciels SIMBA et POLYGONE. Ce paragraphe met l'accent sur leur différence et explique ce qui est véritablement calculé lorsque l'un ou l'autre des logiciels est utilisé. Il ne faut pas perdre de vue que lors d'une comparaison des champs calculés par les deux méthodes, les configurations ne sont pas strictement identiques.

Dans la première partie de ce paragraphe § III.3, c'est la différence entre un logiciel 2D et un logiciel 3D qui est expliquée. La seconde partie explique quels sont les champs comparés et comment ils sont calculés. La troisième partie rappelle la différence de source et s'interroge sur la décroissance des champs. En dernier lieu, une synthèse est réalisée.

2.3.2 Différence entre un logiciel 2D et un logiciel 3D.

Pour le logiciel POLYGONE (TUD_2D), les arêtes sont infinies. Avec SIMBA (MM_3D), elles sont finies.

En toute rigueur, pour comparer la TUD à SIMBA, il faudrait un logiciel TUD_3D qui prenne en compte les diffractions sur les arêtes des faces inférieures et supérieures du cylindre, voir les diffractions par les sommets.

Les doubles diffractions possibles sont la double diffraction par deux arêtes parallèles (voir l'ensemble des références données au chapitre II) ou encore la double diffraction par des arêtes non parallèles mais coplanaires (LP Ivrissimtzis, RJ Marhefka [1991], F Capolino, M Albani, S Maci, R Tiberio [1997]). Le cas d'arêtes non parallèles non coplanaires ne semble pas encore publié à ce jour.

Remarquons que pour des cylindres à section polygonale, les arêtes des polygones aux extrémités du cylindre ne sont pas toujours parallèles.

J'ai aussi pu constater avec SIMBA, sur la bande de 3λ de côté illuminée par un faisceau d'ondes planes, ou sur le cylindre dont l'arête de la section carrée est de 1.6λ que la hauteur du cylindre a finalement peu d'importance sur le calcul du champ dans le plan perpendiculaire au milieu du cylindre, quelle que soit la polarisation, pour peu que la hauteur du cylindre dépasse quelques longueurs d'onde (> 5λ). L'exemple du cylindre à section carrée dont l'arête de la section carrée est de 1.6λ est présenté au paragraphe III.3.2 (figures III.3.a, III.3.b, III.5.b).

En prenant le problème à l'envers, un logiciel Méthode des Moments 2D dont la source serait linéique aurait pu permettre de lever tout doute sur l'effet de la différence de dimension et de la différence de source.

Pour information, la différence majeure entre un logiciel 2D et un logiciel 3D de Méthode des Moments porte sur la fonction de Green G. En 3D, $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\exp[-j \cdot k|\vec{r} - \vec{r}'|]}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ alors qu'en 2D, $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4j} \cdot H_0^{(2)}[k|\vec{r} - \vec{r}'|]$. La fonction $x \to H_0^{(2)}(x)$ est une fonction de Hankel. La

fonction de Green 2D s'obtient en intégrant la fonction de Green 3D sur une dimension de l'espace infini.

Nota : La fonction de Green est solution de l'équation de propagation sans second membre.

En champ lointain, la fonction de Hankel devient $H_0^{(2)}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot r}} \exp\left[-j\left(r - \frac{\pi}{4}\right)\right]$.

2.3.3 Définition du champ rerayonné et du champ total par les deux méthodes.

2.3.3.1 Introduction.

Les champs calculés dans cette étude sont le champ rerayonné par la structure et le champ total. Ce paragraphe définit ces champs pour chacune des deux méthodes.

Ce paragraphe permet aussi d'éviter la confusion entre le <u>champ rerayonné</u> ('scattered', en Anglais) et le <u>champ diffracté</u> ('diffracted', en Anglais).

2.3.3.2 SIMBA.

Soit une structure (S) excitée par un champ incident \overline{U}_i . Je choisis ici délibérément, dans l'expression ' \overline{U}_i ' d'écrire 'i' en indice et non en exposant, pour signifier que \underline{U}_i est le champ incident en absence d'obstacle.

La Méthode des Moments repose sur le <u>principe d'équivalence</u> qui fait qu'en un point de l'espace, le champ total s'écrit $\vec{U}_T = \vec{U}_i + \vec{U}_s$, avec \vec{U}_s le champ rerayonné par la structure (l'indice 's' étant employé pour le mot anglais 'scattered').

Si le champ incident est un faisceau d'onde alors le champ rerayonné par la structure S s'obtient directement en intégrant les courants induits sur S par \overline{U}_i .

Si l'excitation est produite par un dipôle alors le dipôle est considéré comme faisant parti de la structure S. En intégrant les courants induits sur S, c'est le champ total qui est calculé.

Dans notre étude, l'excitation sous SIMBA étant le dipôle, c'est le champ total qui est toujours calculé par SIMBA.

2.3.3.3 POLYGONE.

Les champs de la TUD sont des champs de rayon. Le champ total en un point est la somme des champs de rayon en ce point. Chaque rayon peut suivre un parcourt assez différent.

Rappelons que,

- ⁱ est le champ incident uniquement présent dans les zones illuminées par le champ incident. Ce champ Uⁱ, avec 'i' en exposant est à ne pas confondre avec U_i du paragraphe précédent (§ III.2.3.2.1) qui est le champ incident en absence d'obstacle.
- \vec{U}^r est le champ réfléchi,
- \vec{U}^{d} est la somme des champs simplement diffractés,
- \overline{U}^{dd} est la somme des champs doublements diffractés,
- \overline{U}^{u} est la somme des champs triplements diffractés,
- représente tous les autres champs de rayons qui n'ont pas été développés ici tels que les champs de rayons diffractés par des sommets, les champs de rayons rampants sur des surfaces courbes, etc.

Ainsi le champ total de la TUD est défini par : $\vec{U}_{T} = \vec{U}^{i} + \vec{U}^{r} + \vec{U}^{d} + \vec{U}^{dd} + \vec{U}^{id} + \dots$

Nous avons vu que pour SIMBA $\vec{U}_{T} = \vec{U}_{i} + \vec{U}_{s}$, et que pour POLYGONE $\vec{U}_{T} = \vec{U}^{i} + \vec{U}^{r} + \vec{U}^{d} + \vec{U}^{dd} + \vec{U}^{td}$.

Ainsi, le champ rerayonné s'obtient de la façon suivante :

$$\vec{U}_{\mathrm{S}} = \vec{U}_{\mathrm{T}} - \vec{U}_{\mathrm{i}} = \vec{U}^{\mathrm{r}} + \vec{U}^{\mathrm{d}} + \vec{U}^{\mathrm{dd}} + \vec{U}^{\mathrm{td}} + \vec{U}^{\mathrm{i}} - \vec{U}_{\mathrm{i}}$$

Cette dernière expression signifie qu'avec la TUD, le champ rerayonné par une structure s'obtient en retranchant le champ incident, dans la zone non illuminée par ce champ, à la somme des champs réfléchi, diffractés, doublement diffractés, triplement diffractés.

Le champ rerayonné par la structure est continu dans tout l'espace.

Nota : Dans la zone illuminée par le champ incident, $\vec{U}^i = \vec{U}_i$. Dans la zone d'ombre, $\vec{U}^i = 0$.

2.3.4 Différence de source entre SIMBA et POLYGONE. Décroissance des champs.

Pour valider POLYGONE, je suis parti d'un exemple largement traité dans la littérature, l'exemple du cylindre à section carré d'arête 1.6λ illuminé par une source linéique située à 0.8λ de l'arête. Les auteurs qui ont traités ce cas sont Kouyoumjian et Wang [1974, figures 8 à 13], Mautz et Harrington [1976, figure 10], Nan Wang [1976, figures 6 et 7], Tiberio et Kouyoumjian [1984], Holm [1996, figure 16].

Ces auteurs ont comparé leur résultat de TUD avec la Méthode des Moments. Après avoir constaté que POLYGONE me donnait les mêmes résultats pour une configuration de diffraction identique, j'ai souhaité aussi valider les résultats de POLYGONE par SIMBA. Or SIMBA ne dispose pas de la source linéique, mais de l'excitation par un faisceau d'ondes planes ou l'excitation par un générateur de tension.

J'ai fait le choix d'exciter un dipôle accordé par un générateur de tension. La fréquence de travail étant de 300 MHz, chacun des deux brins du dipôle fait 25 cm.

Or le rayonnement d'un dipôle décroit en 1/r en champ lointain, alors qu'une source linéique décroit en $1/\sqrt{r}$. Le diagramme de rayonnement d'un dipôle est un tore alors que celui de la source linéique est un cylindre.

Pourtant en dépit de ces différences de source, il se trouve qu'en polarisation E, pour le cylindre à section carrée d'arête 1.6λ illuminé par une source située à 0.8λ de l'arête, j'obtiens, à 20λ du centre du carré, avec SIMBA et son dipôle la même variation relative de champ qu'avec POLYGONE et sa source linéique (paragraphe § III.3.2)

Pour cette raison, ces conditions de comparaisons ont d'abord toutes été reprises pour toute l'étude paramétrique de ce chapitre (paragraphe § III.3.3).

Cependant, intrigué par des distorsions entre les champs comparés lorsque la source s'éloigne du carré, je suis passé d'une source linéique à une source sphérique (décroissance en 1/r). La source sphérique permet d'obtenir une bonne comparaison.

Quelles explications donner?

Lorsque la source est <u>linéique</u> alors les tableaux des chapitres I et II montrent que tous les champs (incident, réfléchi, diffractés) ont un facteur de dispersion en $1/\sqrt{r}$. Par contre, lorsque la source est <u>sphérique</u>, les champs incident et réfléchi ont un facteur de dispersion en 1/r mais pas forcément les champs diffractés, doublement diffractés, triplement diffractés. Ces derniers sous certaines conditions peuvent décroître en $1/\sqrt{r}$ ou $1/\sqrt{2r}$. C'est le cas par exemple du champ diffracté si son chemin est respectivement petit et de l'ordre de grandeur du chemin de rayon incident. Voir l'annexe I.

La seule différence entre un champ diffracté calculé par une source linéique et une source sphérique porte sur le facteur de dispersion. Il en est de même pour les champs incident, réfléchi, doublement diffracté, triplement diffracté.

Le cas traité par les auteurs précédemment cités se place dans les conditions où tous les champs décroissent en 1/r lorsque la source est sphérique. Si bien que si deux diagrammes de rayonnement sont comparés à une distance fixe du centre du carré, l'un avec une source linéique, l'autre avec une source sphérique, ils auront même allure relative. La valeur absolue des champs est bien sûr différente, elle dépend de la distance à laquelle sont calculés les diagrammes de rayonnement.

Par contre, dans le cas d'une illumination par une source sphérique où un champ diffracté décroît en $1/\sqrt{r}$ ou $1/\sqrt{2r}$, alors la décroissance des champs de la TUD n'est plus homogène puisqu'il y aura des champs en $1/\sqrt{r}$ ou $1/\sqrt{2r}$ et des champs en 1/r. Dans ce cas, l'allure du diagramme de rayonnement n'est plus identique à celle qui est obtenue par une source linéique.

En ce qui concerne l'étude paramétrique du paragraphe III.3.3, les comparaisons de la TUD avec SIMBA sont réalisées avec des sources linéiques lorsque ces dernières donnent des résultats satisfaisants. Dans le cas contraire, les comparaisons sont réalisées avec une source sphérique dans l'esprit de l'explication qui est donnée ci dessus sur la décroissance des champs.

En ce qui concerne la différence de diagramme de rayonnement entre une source linéique (ou sphérique) et un dipôle, la pratique montre qu'elle n'a que peu d'effet sur les comparaisons de diagrammes de rayonnement quand elles sont calculées dans le plan perpendiculaire au milieu du cylindre contenant le centre du dipôle.

Les comparaisons entre SIMBA et POLYGONE ne sont réalisées qu'en polarisation E. Notons que les comparaisons Méthode des moments - TUD des auteurs cités au début de ce paragraphe fonctionnent pour les deux polarisations.

2.4 Conclusion sur SIMBA et POLYGONE.

Les paragraphes précédents ont abordé les différences théoriques entre le logiciel 3D SIMBA basé sur la Méthode des Moments et le programme 2D POLYGONE basé sur la TUD. Ils ont montré que des configurations <u>strictement identiques</u> ne pouvait être comparées. Les différences portent sur la forme de la structure (3D/2D), sur la forme de la source (dipôle accordé/Source linéique ou sphérique) et sur le principe (conception globale du rayonnement/déterminations de rayons).

Pourtant, la pratique va nous montrer qu'en dépit de ces différences, les diagrammes de rayonnement calculés par les deux méthodes sont souvent superposables.



3.1 Introduction.

L'étude de cas s'articule sur deux axes. Le premier est la reprise détaillée et complétée d'une configuration traitée par de nombreux auteurs dans la littérature (paragraphe § III.2.3.4), la configuration du cylindre à section carrée d'arête 1.6λ illuminé par une source linéique située à 0.8λ de la section. L'effet de chacune des diffractions (simple, double, triple et diffraction de pente) et l'effet des paramètres de distance modifiés sur le rayonnement de la structure est étudié. Des cartographies de champ sont aussi présentées autour des cylindres. Les polarisations E et H sont étudiées.

Le second axe est une étude paramétrique en polarisation E qui s'est articulée autour de la précédente configuration, c'est à dire sur la dimension de la section du carré et sur la distance de la source à cette section. Les dimensions d'arêtes étudiées sont 1.6λ , 0.6λ , 0.3λ . Nous nous plaçons donc pour cette étude aux limites théoriques de la TUD. Les positions de la source varient du voisinage immédiat du cylindre (0.15λ) à quelques longueurs d'onde (10λ) .

Nous allons pouvoir constater la précision des résultats de la TUD avec ceux de la Méthode des Moments pour des longueurs d'arête de carré qui sont donc de l'ordre de la longueur d'onde et des sources plus ou moins proches des carrés, avec différentes incidences.

Pour chaque dimension d'arête et de longueur source-arête, trois positions de source sont étudiées. La première correspond à une source au dessus du milieu de la face supérieure du carré (position 'DE'), la seconde est en incidence rasante par rapport à la face verticale droite du carré (position 'IR'), la dernière illumine l'angle supérieur gauche du carré à 45° (position '45°'). Ces trois positions sont illustrées sur la figure III.1.

Les valeurs des champs des diagrammes de rayonnement sont présentées en dBV/m pour le champ électrique E, en dBA/m pour l'excitation magnétique H. Les valeurs de champ sont portées par une échelle linéaire (V/m ou A/m) en ce qui concerne les cartographies.

Les diagrammes de rayonnement sont calculés à 20 mètres (soit 20λ) du centre des carrés, avec un point de calcul par degrés (soit 360 points pour 360 degrés).

Les cartographies font 40 mètres (ou 40λ) sur 40 mètres autour du centre du carré, un point champ est calculé tous les 0.5 mètres (soit 0.5λ).



Figure III.1 : les trois positions de la source S par rapport au cylindre à section carrée étudiées au chapitre III. a est l'arête du carré, d caractérise la distance de S par rapport au carré, ϕ est l'angle lié au calcul des diagrammes de rayonnement en tout point-champ P à R=20 mètres de O.

Que soient lus un Diagramme de Rayonnement ou une Cartographie, c'est toujours le module d'un champ qui est représenté.

La valeur d'un champ calculé par POLYGONE lue sur un Diagramme de Rayonnement ou une Cartographie montre directement l'atténuation de ce champ par rapport au champ émis en un point situé à 1 mètre du point source. Si la source est linéique, le champ incident décroît en fonction de la distance en U_0 / \sqrt{r} . Si la source est sphérique, le champ incident décroît en U_0 / r . Dans les deux cas $U_0 = 1$.

Nous avons vu au paragraphe § III.2 que les conditions de comparaison des champs ne sont pas totalement identiques entre POLYGONE et SIMBA. La différence de source entre les deux logiciels implique que si une comparaison de l'allure des Diagrammes de Rayonnement est possible (comparaison relative), ces diagrammes ne peuvent être comparés de façon absolue. Ainsi au paragraphe § III.3.2 (figures III.3.a, III.3.b, III.5.b), le Diagramme de Rayonnement en champ total calculé par POLYGONE est ajusté artificiellement sur les Diagrammes de Rayonnement en champ total calculés par SIMBA <u>pour différentes longueurs</u> <u>de cylindre.</u> Par contre, pour les autres figures des paragraphes § III.3.3 et § III.3.3, l'ajustement inverse est réalisé : c'est le Diagramme de Rayonnement calculé par POLYGONE qui sert de référence.

Sous SIMBA, le champ total est obtenu en appliquant une excitation de 1V sur le dipôle accordé en $\lambda / 2$ sur 300 MHz. L'impédance calculée des dipôles n'est pas présentée ici.

En polarisation H les champs calculés sont les suivants : les champs incident et réfléchi, les champs simplement diffractés, les champs doublement diffractés mécaniques, les champs triplement diffractés mécaniques. Le terme de diffraction de pente dans la double diffraction est nul pour un cylindre à section carrée puisque les faces des quatre dièdres sont communes.

En polarisation E, ce sont les champs incident et réfléchi, les champs simplement diffractés, et la partie des champs doublement diffractés qui correspond à la diffraction de pente, qui sont calculés. Les champs doublement diffractés mécaniques et triplement diffractés mécaniques sont nuls.

Le symbolisme des champs dans la présentation des résultats est le suivant :

- Etot et Htot représentent respectivement le champ électrique total et l'excitation magnétique totale.
- Es et Hs représentent respectivement le champ électrique rerayonné et l'excitation magnétique rerayonnée. 's', nous l'avons déjà signalé est l'abréviation du terme anglais 'scattered' signifiant 'rerayonné'. La traduction 'rerayonné' est préférable à celle de 'diffracté' parce ce que ce dernier terme signifie que la diffraction se fait sur une ou plusieurs arêtes, un ou plusieurs sommets. La traduction 'rerayonné' permet de comprendre que c'est la structure dans son ensemble qui retourne de l'énergie.

Chapitre III : Comparaisons entre la MM3D et la TUD2D. Champs électromagnétiques.

- '1D' symbolise un calcul jusqu'à la simple diffraction, '2D' jusqu'à la double, '3D' jusqu'à la triple et '1D+DP' la simple diffraction améliorée de la partie correspondant à la diffraction de pente dans la double diffraction.
- Uref et Uinc représentent le champ réfléchi et le champ incident calculés par la TUD. Ces champs sont présents sur les Diagrammes de Rayonnement. Il est toujours intéressant de situer le champ total ou le champ rerayonné par rapport au niveau du champ incident. La présence des champs incident et réfléchi permet encore de visualiser leur limites d'ombre. La TUD, nous avons pu l'observer dans les deux premiers chapitres est très dépendante des limites d'ombre.
- le préfixe 'Mod' symbolise le module d'un champ électrique ou d'une excitation magnétique.

Ainsi, pour exemple, 'ModHs_3D' représente le module de l'excitation magnétique rerayonné calculé en prenant en compte les simples, doubles et triples diffractions.

3.2 Etude du cylindre infini à section carrée de 1.6 lambda de côté illuminé par une source linéique à 1.6 lambda du centre du carré.

3.2.1 Introduction.

Ce type de cylindre a été étudié par de nombreux auteurs s'intéressant à la TUD. A chaque fois, ces auteurs comparent leur résultat à la Méthode des Moments.

Seuls Kouyoumjian et Wang [1974, figures 8 à 13] ont traité les trois incidences (figure III.1). La polarisation E est traitée avec la Diffraction de Pente, la polarisation H jusqu'à la Double Diffraction Mécanique. Kouyoumjian et Wang n'ont pas réalisé de modifications sur le paramètre de distance dans la Double Diffraction Mécanique, qu'elle soit ou pas augmentée de la Diffraction de Pente.

Les autres auteurs ont fait le choix de ne traiter que l'incidence rasante. Il s'agit de Mautz et Harrington [1976, figure 10], Nan Wang [1976, figures 6 et 7], Tiberio et Kouyoumjian [1984, figures 10 et 11], Holm [1996, figure 16].

Mautz et Harrington traitent de la polarisation H avec de multiples diffractions mécaniques, sans modification des paramètres de distance dans la multiple diffraction.

Nan Wang traite des polarisations E et H jusqu'à la Double Diffraction Mécanique avec Diffraction de Pente, sans modification du paramètre de distance dans la multiple diffraction.

Quand à Tiberio et Kouyoumjian, ils traitent des polarisations E et H avec leur propre coefficient de Double Diffraction Uniforme (voir paragraphe § II.6).

Finalement, Holm traite les deux polarisations avec un coefficient de multiple diffraction original.

Bien que les résultats de ces différents auteurs ne soient pas présentés dans ce rapport, ils ont servi à la validation du logiciel POLYGONE.

J'ai souhaité dans ce travail détailler les effets de chacun des groupes, 'simple diffraction', 'double diffraction', 'triple diffraction', 'diffraction de pente' sur le champ total et le champ rerayonné afin que leur intérêt puisse être mesuré.

Pour chacune des incidences, les Double et Triple Diffractions sont calculées avec les paramètres de distance modifiés, respectivement L_A et L_B , parce ce qu'ils permettent la continuité du champ total et du champ rerayonné. (Se reporter aux paragraphes § II.4 et § II.5).

Dans le cas particulier de l'incidence rasante, le champ total et le champ rerayonné sont comparés, autour du prolongement des faces du carré, d'une part, <u>avec les paramètres de distance modifiés</u>, et d'autre part, avec <u>les paramètres de distance découlant de l'application</u> <u>mécanique de la double ou de la triple diffraction</u>. Ces paramètres sont L_A pour la Double Diffraction et L_A, L_B pour la Triple Diffraction. L'objectif est de montrer l'apport des paramètres de distance modifiés sur les paramètres implicites. Ce travail est présenté au paragraphe III.3.2.4. Il commente les figures III.6, III.7, III.9 et III.10.

Notons que pour la configuration $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, et bien que les résultats ne soient pas présentés ici, le choix des paramètres de distance n'a pas (ou très peu) d'effet sur les résultats de champ pour l'incidence à 45°, et pour l'incidence en position DE.

3.2.2 Illumination à 45 degrés du cylindre à section carrée de 1.6 λ de côté.

Il n'apparaît pas de différence visuelle entre les résultats de champ total de Kouyoumjian et Wang [1974, figures 8 (Polarisation H) et 11 (Polarisation E)] et ceux obtenus par le logiciel POLYGONE (figure III.2).

De même, les courbes de champ total obtenues <u>en polarisation E</u> par POLYGONE et par SIMBA pour différentes longueurs de cylindre (L= 3, 6, 10 mètres) se superposent (figure III.3.a). On notera toutefois une différence de l'ordre du dB à l'ombre de la source (autour de



(a) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.

Figure III.2 : Diagrammes de rayonnement du cylindre infini à section carrée calculés par la TUD, illuminés par une source linéique en position ' 45° ', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) Polarisation E. (b) Polarisation H.



(a) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.

Figure III.3 : Comparaison relative en polarisation E de Diagrammes de Rayonnement du cylindre à section carrée ($a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$). Comparaison de la Méthodes des Moments 3D avec différentes hauteurs de cylindre (L=3, 6, 10 mètres) et de la TUD_2D (hauteur infinie). (a) : Position '45°'. (b) : Position 'DE'.

315°). Il est intéressant de constater que les différentes longueurs de cylindre n'affecte pas le diagramme de rayonnement dans le plan perpendiculaire au cylindre, passant par le milieu de ce cylindre.

Pour cette illumination, en polarisation E, la diffraction de pente n'apporte rien à la simple diffraction (figure III.2.a).

<u>En polarisation H</u>, la simple diffraction suffit pour une précision de 2.5 dB (figure III.2.b). Les discontinuités correspondent aux limites optiques des champs simplement diffractés. La double diffraction compense ces discontinuités comme le prévoit la théorie (chapitre II). La triple diffraction n'a aucun effet sur cette illumination.

3.2.3 La source linéique est au dessus du milieu de la face supérieure à 16λ du centre du carré (position 'DE').

Il n'y a pas de différences visuelles en polarisations E et H entre les résultats de champ total de Kouyoumjian et Wang [1974, figures 9 et 12] et ceux du logiciel POLYGONE (figure III.4).

<u>En polarisation E</u>, l'apport de la diffraction de pente par rapport à la simple diffraction (figure III.4.a) est très utile derrière l'obstacle (autour de 270°).

En effet sur la figure 12 de Kouyoumjian et Wang [1974], comme sur la figure III.4.a, le champ total tend vers zéro lorsque le point champ se rapproche des faces parallèles non illuminées par le champ incident. Il est nul derrière l'obstacle. Kouyoumjian et Wang [1974, figure 12] montrent avec leur Méthode des Moments que le champ n'est pourtant pas nul derrière l'obstacle, bien que le choix de leur échelle ne permet pas véritablement d'en apprécier le niveau.

Sur la figure III.3.b, la configuration présente est comparée à la modélisation de SIMBA pour différentes longueurs de cylindre (toujours L= 3, 6, 10 mètres).

Les courbes se superposent à celle de la TUD (avec diffraction de pente) dans toute la zone illuminée par la source. Autour de la bande non illuminée par les champs simplement diffractés (autour de 270°), le même type de rebroussement se produit, avec pourtant des différences avec la TUD pouvant atteindre jusqu'à 7dB quand L=10 mètres. Autour de cette bande, la longueur du cylindre modélisée sous SIMBA influe sur le champ total.

Lorsque L=3 mètres, la déformation du champ total devient importante derrière l'obstacle. Il est raisonnable de penser que le cylindre n'est plus suffisamment long pour simuler un cylindre infini et que les diffractions par les faces parallèles inférieures contribuent au champ total.



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.

Figure III.4 : Diagrammes de Rayonnement du cylindre à section carrée ($\mathbf{a} = 1.6\lambda$, $\mathbf{d} = 0.8\lambda$) calculés par la TUD. Illumination par une source linéique en Position '**DE**'. (a) : Polarisation E. (b) : Polarisation H.

Ainsi derrière l'obstacle, où la simple diffraction ne crée pas de champ, la diffraction de pente crée un champ total inférieur de 30 dB par rapport au champ maximum. La simple diffraction est suffisante partout ailleurs.

En ce qui concerne <u>la polarisation H</u> (figure III.4.b), pour obtenir une précision sur le champ total inférieure à 7 dB entre 250° et 290°, la simple diffraction ne suffit pas. De même que pour la polarisation E, la double diffraction s'impose juste derrière l'obstacle (à 270°).

L'apport de la double diffraction limite les discontinuités à 0.5 dB à 0° et 180°, avec ou sans le paramètre de distance modifié. La triple diffraction permet d'avoir un lissage parfait du champ total et du champ rerayonné.

Le champ triplement diffracté compense les petites discontinuités de champ causées par le champ doublement diffracté aux limites d'ombre du champ doublement diffracté.

3.2.4 La source en position d'Incidence Rasante (position 'IR').

3.2.4.1 Cas de la polarisation E.

Comme pour la source en position 'DE' (paragraphe § III.3.2.3), la diffraction de pente est nécessaire à l'ombre du champ incident, particulièrement dans l'espace angulaire 235° - 275°. Au lieu d'avoir un champ total nul, la diffraction de pente permet de retrouver les oscillations obtenues avec la Méthode des Moments tel SIMBA (figure III.5.b) ou encore les résultats publiés par différents auteurs tel que Kouyoumjian et Wang [1974, figure 13], Wang [1976, figure 6], Tiberio et Kouyoumjian [1984, figure 11] et PD Holm [1996, figure 16]

Il est à noter que Tiberio et Kouyoumjian [1984, figure 11] retrouvent aussi ces oscillations avec leur coefficient de Double Diffraction Uniforme (voir chapitre II).

De même que pour la position 'DE', la longueur de cylindre L = 3 mètres, sous SIMBA, est un peu juste pour modéliser un cylindre de longueur infinie (figure III.5.b). Au voisinage de la zone non illuminée par les champs simplement diffractés (autour de 265°), la longueur du cylindre modifie la valeur de champ : 7.5 dB à 255° entre L = 6 mètres et L=10 mètres.

La figure III.6 présente le champ total et le champ rerayonné, avec d'une part, le paramètre de distance résultant de l'application mécanique de la double diffraction (soit L_A) et le paramètre de distance modifié (L_A) du chapitre II, et, d'autre part, lorsque la source est linéique (ou SL) ou lorsqu'elle est sphérique (soit SS).



(a) : Position 'IR', TUD2D, $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', MM3D/TUD2D, $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.

Figure III.5 : Diagrammes de Rayonnement du cylindre à section carrée ($\mathbf{a} = 1.6\lambda$, $\mathbf{d} = 0.8\lambda$) en polarisation E et position 'IR'. (a) Champs de la TUD. Illumination par une source linéique. (b) Comparaison de la Méthode des Moments 3D avec différentes hauteurs de cylindre (L=3, 6, 10 mètres) et de la TUD_2D (hauteur infinie).



TUD2D : Polarisation E, Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$.

Figure III.6 : Diagrammes de Rayonnement en champs total et rerayonné du cylindre à section carré ($a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$) en polarisation E et position 'IR', calculé par la TUD. Pour chaque excitation, la Source Linéique (SL) et la Source Sphérique (SS), les paramètres de distance implicite (LA') et modifié (LA) sont étudiés.



TUD2D : Polarisation H, Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$.

Figure III.7 : Agrandissement au voisinage de 90° des diagrammes de Rayonnement en champs total et rerayonné du cylindre à section carrée ($a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$) en polarisation H et position 'IR', calculés par la TUD. Représentation avec les paramètres de distance implicites (LA', LB') et modifiés (LA,LB).

Entre les champs issus d'une source linéique et d'une source sphérique, l'allure est la même, une différence relative de quelques décibels les sépare.

En ce qui concerne l'effet des paramètres de distance, il n'y a de différence qu'à l'ombre du champ incident. Cette différence, pour le champ total, passe par une valeur maximale de 6 dB vers 250° et est inférieure à 2dB ailleurs. Il n'y a pas vraiment de différence pour le champ rerayonné, du fait que derrière l'obstacle, les champs diffractés sont bien inférieurs au champ incident.

3.2.4.2 Cas de la polarisation H.

La polarisation H, dans le cas de l'incidence rasante, avec les paramètres de distance modifiés (L_A, L_B) , est représentée figure III.8.

La simple diffraction (courbe jaune) n'est pas une très bonne approximation dans l'intervalle angulaire 180°-280°. Par exemple, les écarts de champ total les plus importants entre la simple et la double diffraction (courbe rouge) sont de 10 dB à 230° et de 15 dB à 255°. De façon générale, l'écart est de 3-4 dB.

La double diffraction s'impose dans la zone angulaire 180-280°. Elle permet de retrouver les résultats de la méthode des moments, publiés par Kouyoumjian et Wang [1974, figure 10], Mautz et Harrington [1976, figure 10], Wang [1976, figure 7], Tiberio et Kouyoumjian [1984, figure 10] et Holm [1996, figure 16].

De même que pour la position DE, la triple diffraction sert à lisser les petites discontinuités des champs doublement diffractés, discontinuités qui se manifestent dans le prolongement des faces (voir paragraphe § II.7).

Des grossissements du champ total et du champ rerayonné sont réalisés autour des angles 90° (figure III.7), 180° (figures III.9) et 270° (figures III.10) afin d'une part de mieux évaluer l'effet des champs doublement et triplement diffractés sur la continuité des champs et d'autre part de mieux visualiser les effets des paramètres de distance modifiés (L_A , L_B) sur les paramètres implicites de la double et de la triple diffraction (L_A , L_B).

Au voisinage de 88° (figure III.7), c'est à dire dans le prolongement de la face verticale droite les champs total et rerayonné calculés par la simple diffraction sont discontinus (~ 1 dB). Le champ doublement diffracté contribue à lisser ces discontinuités mais n'est toujours pas suffisant puisque l'on peut constater deux discontinuités de 0.5 dB dans le prolongement des faces verticales. Le champ triplement diffracté complète lui aussi le lissage mais un saut de 0.25 dB est toujours constaté dans le prolongement de la face verticale gauche.



TUD2D : Polarisation H, Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$.

Figure III.8 : Diagrammes de Rayonnement en champs total et rerayonné du cylindre à section carrée ($\mathbf{a} = 1.6\lambda$, $\mathbf{d} = 0.8\lambda$) calculés par la TUD en polarisation **H** et position '**IR**' avec les paramètres de distance modifiés LA et LB. Effet des multiples diffractions.

Il est à noter que dans ce cas, les paramètres de distance modifiés (L_A, L_B) n'ont que peu d'influence. Les mêmes résultats sont obtenus avec les paramètres de distance implicites (L_A, L_B) .

C'est cette remarque qui peut raisonnablement nous amener à penser qu'il faille aller jusqu'à la diffraction supérieure, la quadruple diffraction, pour obtenir un lissage parfait. La quadruple diffraction compenserait les discontinuités des champs triplements diffractés. Ce travail n'a pas été fait.

Au voisinage de 178° et 182° (figure III.9), c'est à dire dans le prolongement des faces horizontales, les champs total et rerayonné calculés par la simple diffraction sont discontinus (~ 1.5 dB pour le champ total, ~ 18 dB pour le champ rerayonné). Le champ doublement diffracté annule le saut de champ dans le prolongement de la face horizontale supérieure et le réduit dans le prolongement de la face horizontale inférieure (~ 0.75 dB pour le champ total, ~ 5 dB pour le champ rerayonné). Il faut attendre le champ triplement diffracté pour obtenir un lissage parfait et l'allure de la courbe de champ total obtenu par la Méthode des Moments.

De même que dans le cas précédent, les paramètres de distance modifiés (L_A, L_B) ont peu d'influence par rapport aux paramètres de distance implicites (\dot{L}_A, \dot{L}_B) .

Notons que dans ce cas encore, les sauts de champ sont plus importants pour le champ rerayonné que pour le champ total. Le champ rerayonné est directement lié aux champs diffractés. Si les sauts de champ diffracté sont importants, alors les sauts de champ rerayonné sont importants. Le niveau des champs diffractés au voisinage de 180° est faible par rapport au champ incident, c'est pourquoi le champ total a des discontinuités moindres.

Au voisinage de 267° et 272° (figure III.10), c'est à dire dans le prolongement des faces verticales du carré, le champ total calculé par la simple diffraction est discontinu. Nous nous intéressons davantage au prolongement de la face verticale droite (272°), c'est à dire dans le prolongement de l'incidence rasante.

La discontinuité de champ total par la simple diffraction est de 19 dB, celle du champ rerayonné est de 27 dB. Le champ doublement diffracté annule toute discontinuité de champ dans le cas du paramètre de distance modifié L_A . Dans le cas du paramètre standard L'_A , la discontinuité est de 3dB pour le champ total, 3.5 dB pour le champ rerayonné.

La triple diffraction réintroduit dans le cas des paramètres de distance modifiés (L_A, L_B) une légère discontinuité de 0.3 dB pour le champ total, 0.6 dB pour le champ rerayonné. Les discontinuités sont supérieures dans le cas des paramètres de distance standards (L_A, L_B) . Elle est de 2.5 dB pour le champ total et le champ rerayonné.

Il faudrait aller jusqu'à la diffraction supérieure, la quadruple diffraction, pour obtenir à nouveau un lissage parfait. La quadruple diffraction compenserait les discontinuités des champs triplements diffractés.



(a) : TUD2D : Polarisation H, Position 'IR', Champ total.



(b) : TUD2D : Polarisation H, Position 'IR', Champ rerayonné.

Figure III.9 : Agrandissements au voisinage de 180° des diagrammes de Rayonnement du cylindre à section carrée ($\mathbf{a} = 1.6\lambda$, $\mathbf{d} = 0.8\lambda$) en polarisation **H** et position 'IR', calculés par la TUD. Représentation pour les paramètres de distance implicites (LA', LB') et modifiés (LA, LB).

(a) : Champ total.

(b) : Champ rerayonné.



(a) : TUD2D : Polarisation H, Position 'IR', Champ total.



(b) : TUD2D : Polarisation H, Position 'IR', Champ rerayonné.

Figure III.10 : Agrandissements au voisinage de 270° des diagrammes de Rayonnement du cylindre à section carrée ($\mathbf{a} = 1.6\lambda$, $\mathbf{d} = 0.8\lambda$) en polarisation **H** et position '**IR**', calculés par la TUD. Représentation pour les paramètres de distance implicites (LA', LB') et modifiés (LA,LB).

(a) : Champ total.

(b) : Champ rerayonné.
3.2.5 Conclusion.

Plus la source se rapproche de l'incidence rasante, plus les multiples diffractions et l'utilisation des paramètres de distance modifiés sont importantes pour assurer une bonne représentation des champs total et rerayonné.

Lorsque la source illumine à 45° le cylindre à section carrée, la simple diffraction peut suffire. Lorsque la source est au dessus du milieu d'une face ou lorsque la source est en incidence rasante, la double diffraction donne une bonne approximation des champs. La triple diffraction parfait cette approximation.

Le paramètre de distance modifié n'a d'utilité dans notre cas que lorsque la source, deux arêtes et le point champ sont alignés. La figure III.10 correspond aux conclusions du chapitre II concernant la continuité du champ total.

Notons les bonnes comparaisons de champs entre la Méthode des Moments et la TUD, même dans le prolongement de l'incidence rasante où les champs ne sont pourtant pas des champs de rayon, donc dans les zones où l'application mécanique de la double diffraction n'est en théorie pas réalisable.

Toutefois, aux positions de source 'DE' et 'IR', dans la bande à l'ombre des champs simplement diffractés, la comparaison avec SIMBA est imprécise du fait de l'influence de la longueur du cylindre modélisée. Dans cette bande l'allure du champ semble être préservée, le niveau quant à lui varie de quelques décibels.

3.2.6 Cartographies.

Une cartographie ajoute une dimension spatiale à la représentation des champs sous forme de diagramme de rayonnement. Elle permet de se rendre compte en outre de la décroissance des champs en fonction de la distance.

Des cartographies de champ total calculées à partir du logiciel POLYGONE sont présentées dans le cas du cylindre à section carrée de 1.6 λ de coté, excité par une source linéique située à 1.6 λ du centre du carré, pour les trois types d'incidence ('45°', 'DE' et 'IR'), en polarisation E et H.

Rappelons que ce sont les modules du champ électrique E et de l'excitation magnétique H qui sont représentés, en échelle linéaire, c'est à dire en V/m et en A/m. La source linéique émet uniformément dans l'espace en U_0 / \sqrt{r} avec $U_0 = 1$.

En polarisation E, le champ total est calculé avec la diffraction de pente, en polarisation H, il est calculé en prenant en compte les champs jusqu'à la triple diffraction.

Les cartographies représentent une surface de 40 mètres carré (ou encore $40\lambda * 40\lambda$) autour du centre du carré. Un point champ est calculé tous les 0.5 mètres (soit tous les 0.5 λ).

Les figures III.11 à III.13 représentent la polarisation E, les figures III.14 à III.16 représentent la polarisation H.

Les figures III.11 et III.14 représentent la source en position '45°', les figures III.12 et III.15 représentent la source en position 'DE' et finalement, les figures III.13 et III.16 représentent la source en position 'IR'.

Pour chaque figure, deux niveaux de détails sont donnés. L'allure des Diagrammes de Rayonnement se retrouve sur les cartographies.

Remarquons que des lobes importants existent dans les zones illuminées par les champs de rayon réfléchi. Une exception existe pourtant lorsqu'en polarisation E, la source est en position '45°'. Dans ce dernier cas, la zone de réflexion correspond à un creux de champ total.



(a) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.

Figure III.11 : Champ Electrique en V/m du cylindre de longueur infinie à section carrée illuminé par une source linéique en position '45°'. Elle émet un champ incident en E_0 / \sqrt{r} avec $E_0 = 1V/m$. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) : Allure générale du champ. (b) : Détail à l'ombre du carré.



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.

Figure III.12 : Champ Electrique en V/m du cylindre de longueur infinie à section carrée illuminé par une source linéique en position 'DE'. Elle émet un champ incident en E_0 / \sqrt{r} avec $E_0 = 1V/m$. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) : Allure générale du champ. (b) : Détail à l'ombre du carré.



(a) : Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation E.

Figure III.13 : Champ Electrique en V/m du cylindre de longueur infinie à section carrée illuminé par une source linéique en position 'IR'. Elle émet un champ incident en E_0 / \sqrt{r} avec $E_0 = 1V/m$. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) : Allure générale du champ. (b) : Détail à l'ombre du carré.



(a) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.



(b) : Position '45°', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.

Figure III.14 : Excitation Magnétique en A/m du cylindre de longueur infinie à section carrée illuminé par une source linéique en position '45°'. Elle émet un champ incident en H_0 / \sqrt{r} avec $H_0 = 1A/m$. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) : Allure générale du champ. (b) : Détail à l'ombre du carré.



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.



(b) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.

Figure III.15 : Excitation Magnétique en A/m du cylindre de longueur infinie à section carrée illuminé par une source linéique en position 'DE'. Elle émet un champ incident en H_0 / \sqrt{r} avec $H_0 = 1A/m$. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) : Allure générale du champ. (b) : Détail à l'ombre du carré.



(a) : Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.



(b) : Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$, Polarisation H.

Figure III.16 : Excitation Magnétique en A/m du cylindre de longueur infinie à section carrée illuminé par une source linéique en position "IR". Elle émet un champ incident en $H_0 / \sqrt{\Gamma}$ avec $H_0 = 1A/m$. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$. (a) : Allure générale du champ. (b) : Détail à l'ombre du carré.

.4

3.3 Etude paramétrique sur l'arête du cylindre à section carrée en polarisation E.

3.3.1 Introduction. Conditions dans laquelle l'étude paramétrique est réalisée.

Nous savons que d'après la théorie, l'Optique Géométrique s'applique lorsque les dimensions des structures sont grandes devant la longueur d'onde et que la diffraction se calcule sur des arêtes infinies. Les cylindres à section carrée que nous étudions ici avec POLYGONE sont de longueur infinie. Leur longueur est donc bien en adéquation avec la contrainte sur les dimensions de structure. C'est au niveau des arêtes de la section que l'étude s'effectue puisque les arêtes étudiées ont pour longueur 1.6λ , 0.6λ , 0.3λ . Ces longueurs d'arête sont donc soit légèrement supérieures à la longueur d'onde $(a = 1.6\lambda)$, soit légèrement inférieures $(a = 0.6\lambda, 0.3\lambda)$.

L'étude paramétrique est menée en polarisation E. A chaque longueur d'arête 'a' correspond plusieurs positions de source 'd', conformément à la figure III.1.

Pour le cylindre dont la section a pour longueur d'arête $a = 1.6\lambda$, les positions étudiées de la source sont données par $d = 9.2\lambda$, 4.2λ , 0.8λ , 0.5λ , 0.2λ . Le cas $a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$ est le cas du paragraphe § III.3.2.

Pour le cylindre dont la section a pour longueur d'arête $a = 0.6\lambda$, les positions étudiées de la source sont $d = 2.7\lambda$, 1.3λ , 0.5λ , 0.2λ .

Pour le cylindre dont la section a pour longueur d'arête $a = 0.3\lambda$, les positions étudiées de la source sont $d = 0.85\lambda$, 0.35λ , 0.15λ .

Les champs totaux de la TUD (avec ou sans diffraction de pente) sont comparés au champ total obtenu par SIMBA en polarisation E. Les comparaisons sont présentées sous forme de Diagramme de Rayonnement calculés à 20 mètres du centre du carré.

Afin de faciliter la comparaison des champs, le niveau des Diagrammes de Rayonnement calculés par SIMBA est ajusté de façon artificielle sur les Diagrammes de Rayonnement calculés par POLYGONE (Revoir paragraphe § III.3.1). Il va sans dire que l'allure générale de la courbe n'est pas touchée.

En ce qui concerne la source utilisée sous POLYGONE, elle peut être linéique ou sphérique conformément aux explications fournies au paragraphe III.2.3.3 et dans l'annexe I. Rappelons toutefois que la source sphérique est utilisée à chaque fois que la source linéique est insuffisante.

Pour chaque configuration du couple (a, d), les trois incidences de la figure III.1 sont étudiées : la position '45°, la position 'DE' et la position 'IR'.

La longueur des cylindres modélisée sous SIMBA est de 10λ pour les cylindres dont la section carrée a pour arête 1.6λ . Elle est de 12λ pour les cylindres dont la section carrée a pour arête 0.6λ , 0.3λ . Ces longueurs de cylindre ont été choisies pour simuler un cylindre infini. Elles dépendent des possibilités en ressource mémoire et du temps de calcul du calculateur Silicon Graphics Power Challenge du SERTEL. J'ai choisi de ne guère dépasser une heure de calcul pour une configuration de la source et du cylindre (calcul pour une unique fréquence, à 300MHz).

Pour information, la modélisation du cylindre de longueur 10 λ à section carrée d'arête 1.6 λ coûte 6005 inconnues pour un maillage en $\lambda/5$. Le calcul pour une position de dipôle prend 1 heure et 10 minutes.

Il est difficile dans l'état actuel des configurations matérielles (voir tableau du paragraphe § III.2.1.1) de modéliser sous SIMBA des cylindres de longueurs suffisantes (pour des comparaisons avec POLYGONE) dont l'arête de la section carrée est supérieure à 1.6λ . Par exemple, un cylindre dont l'arête fait 3λ et la longueur 6λ coûte 7498 inconnues. Finalement, les possibilités de modélisation de SIMBA rejoignent directement la mise en œuvre d'une étude paramétrique aux limites de validité de la TUD sur l'arête de la section d'un cylindre considéré comme infini.

Le cas du cylindre d'arête 3λ n'est pas traité dans ce rapport.

Remarquons qu'en position 'DE' ou 'IR', plus la source s'éloigne du cylindre ou plus l'arête du carré est petite, plus le champ incident tend vers l'incidence rasante sur deux faces parallèles.

Dans les rapports et publications que j'ai pu examiner, les études paramétriques ne sont pas présentées. Kouyoumjian et Wang, nous l'avons vu au paragraphe III étudient en détail le cas où $a = 1.6\lambda$ et $d = 0.8\lambda$. En ce qui concerne la ou les limites de validité de la TUD, ces auteurs indiquent rapidement en une ligne que la TUD s'applique au cylindre à section carrée pour des arêtes de section supérieure à 0.6λ . L'étude réalisée ici présente d'une part un panaché de courbes qui permet d'apprécier visuellement les comparaisons en champ total, avec la Méthode des Moments, elle permet encore de visualiser le champ rerayonné par le cylindre avec ou sans diffraction de pente, le champ réfléchi et le champ incident. D'autre part, l'étude montre que pour le cylindre à section carrée, les comparaisons sont encore satisfaisantes lorsque l'arête de la section carrée est 0.3λ .

3.3.2 Quelques repères pour faciliter la lecture des courbes présentées.

Sur une figure, la courbe calculée par SIMBA est symbolisée par 'MM3D :ModEtot'. 'MM3D' est l'abréviation de Méthode des Moments 3D, 'ModEtot' pour le module du champ électrique total.

Les courbes calculées par POLYGONE sont : le module du champ total avec diffraction de pente (ModEtot_1D+DP) ou sans diffraction de pente (ModEtot_1D), le module du champ rerayonné avec diffraction de pente (ModEs_1D+DP) ou sans diffraction de pente (ModEs_1D), et les modules des champs réfléchi (ModEref) et incident (ModEinc).

L'illumination en position '45°', quelle que soit la configuration, ne pose pas de problème particulier. La simple diffraction suffit, la diffraction de pente est inutile, même à l'ombre du champ incident. Il n'y a pas d'espace en position '45°' qui ne soit illuminé par une simple diffraction. Cette dernière est donc prépondérente.

En position 'DE' ou 'IR', la situation se complique, puisqu'une zone d'ombre supplémentaire existe. Il existe en effet une bande dans laquelle le champ simplement diffracté est nul. Cette bande est le prolongement des arêtes parallèles verticales (verticales sur la figure plan III.1) de la section ou autrement dit des faces parallèles du cylindre.

La zone non illuminée par le champ incident est très visible sur les figures puisque le champ incident et ses limites d'ombres sont représentés. Par contre, la bande non illuminée par un champ simplement diffracté est moins facilement repérable. Elle se situe évidemment dans la direction 270°. Elle est à l'intérieur de la zone non illuminée par le champ incident. L'astuce consiste à se rappeler qu'elle se trouve dans l'espace ou le champ total sans la diffraction de pente (ModEtot_1D) tend vers moins l'infini (échelle en dB) ou encore lorsque le champ rerayonné sans la diffraction de pente (ModEs_1D) est égal à la valeur du champ incident en absence d'obstacle.

Plus la source est loin de la section carrée, plus les limites d'ombre du champ incident (ISBs) tendent à se confondre avec les limites de la bande non illuminée par le champ simplement diffracté. Inversement plus la source se rapproche, plus les ISBs s'écartent de la bande.

De façon générale, la diffraction de pente n'a pas ou peu d'effet sur le champ rerayonné et le champ total dans l'espace illuminé par le champ incident. L'effet est encore moindre sur le champ total du fait que dans cet espace, le niveau de champ total est plus fort que celui du champ rerayonné.

L'effet de la diffraction de pente se fait sentir dans tout l'espace non illuminé par le champ incident lorsque la source s'éloigne de la section carrée. Lorsque la source est proche de la section carrée, la diffraction de pente fait effet dans et à proximité de la bande non illuminée par le champ incident.

Autre généralité : Plus la source est éloignée du carré, plus le champ total et le champ rerayonné oscillent. La phase est plus sensible aux variations angulaires.

Aux paragraphes III.3.3.3 à III.3.3.5, les tableaux représentent les différences de champ total entre SIMBA et POLYGONE lorsque le point champ est à l'ombre du champ incident. A la lumière du champ incident, les champs calculés par les deux méthodes se superposent parfaitement. Dans ces tableaux, l'espace angulaire où des différences sont constatées est écrit, ainsi que le niveau en décibels de cette différence.

3.3.3 Cas de la section du carré où l'arête $a = 1.6\lambda$.

Les positions de la source étudiées sont à 1λ (d = 0.2 λ), 1.3 λ (d = 0.5 λ), 1.6 λ (d = 0.8 λ), 5 λ (d = 4.2 λ), 10 λ (d = 9.2 λ) du centre du carré.

Les figures concernées sont les figures III.18 à III.23.

Pour $d = 9.2\lambda$ (figures III.18a, III.18b et III.19a) et $d = 4.2\lambda$ (figures III.19b, III.20a et III.20b), c'est une source sphérique (SS) qui est utilisée sous POLYGONE. La source pour $d = 0.8\lambda$ (figures III.2a, III.3, III.4a, III.5), $d = 0.5\lambda$ (figures III.21a, III.21b et III.22a) et $d = 0.2\lambda$ (figures III.22b, III.23a et III.23b) est une source linéique (SL).

Le tableau suivant donne les écarts en dB entre les champs totaux calculés par SIMBA et POLYGONE :

d	9.2λ	4.2λ	0.8λ	0.5λ	0.2λ
d+a/2	10λ	5λ	1.6λ	1.3λ	1λ
Type de source (SS/SL)	SS	SS	SL	SL	SL
'DE'	3 dB à 270°	255°- 280° ≠ jusqu'à 1.8 dB.	7 dB à 263° et 283°	3.5 dB à 258° et 255°	4.5 dB entre 255° - 285°
'IR'	250° - 275 ≠jusqu'à 5.5 dB.	245° - 275° 6.5 dB à 250°, 2 dB ailleurs	10 dB à 255°	8 dB à 245°	215° - 240° ≠ jusqu'à 8 dB
'45°'	305° - 325 ≠jusqu'à 2.3 dB	1.5 dB à 308° et 302°	ок	ОК	3 dB entre 303° - 325°

3.3.4 Cas de la section du carré où l'arête $a = 0.6\lambda$.

Les positions de la source étudiées sont à 0.5 λ (d = 0.2 λ), 0.8 λ (d = 0.5 λ), 1.6 λ (d = 1.3 λ), 3 λ (d = 2.7 λ) du centre du carré.

Les figures concernées sont les figures III.24 à III.29.

Pour $d = 2.7\lambda$ (figures III.24a, III.24b et III.25a) c'est une source sphérique qui est utilisée sous POLYGONE. La source pour $d = 1.3\lambda$ (figures III.25b, III.26a et III.26b), $d = 0.5\lambda$ (figures III.27a, III.27b et III.28a) et $d = 0.2\lambda$ (figures III.28b, III.29a et III.29b) est une source linéique.

Le tableau suivant donne les écarts en dB entre les champs totaux calculés par SIMBA et POLYGONE :

d	2.7λ	1.3λ	0.5λ	0.2λ
d+a/2	3λ	1.6λ	0.8λ	0.5λ
Type de source				
(SS/SL)	SS	SL	SL	SL
	255°- 285°	250°- 290°		
'DE'	≠ jusqu'à	≠ jusqu'à	OK	2 dB entre
	3 dB à 270°	3 dB à 270°		240° - 305°
	250° - 280°	240°- 282°		
'IR'	≠ jusqu'à	≠ jusqu'à	OK	1 dB entre
	4.2 dB à 262°	3 dB à 258°		215° - 280°
'45°'	OK	1 dB entre	OK	OK
		295° et 330°		

3.3.5 Cas de la section du carré où l'arête $a = 0.3\lambda$.

Les positions de la source étudiées sont à 0.3λ $(d = 0.15\lambda)$, 0.5λ $(d = 0.35\lambda)$, 1λ $(d = 0.85\lambda)$ du centre du carré. Toutes les sources sont linéiques.

Les figures concernées sont les figures III.30 à III.34.

Le cas $d = 0.85\lambda$ est représenté sur les figures III.30a, III.30b et III.31a. Le cas $d = 0.35\lambda$ sur les figures III.31b, III.32a et III.32b et le cas où $d = 0.15\lambda$ sur les figures III.33a, III.33b et III.34.

Le tableau suivant donne les écarts en dB entre les champs totaux calculés par SIMBA et POLYGONE :

d	0.85λ	0.35λ	0.15λ
d+a/2	1λ	0.5λ	0.3λ
Type de source			
(SS/SL)	SL	SL	SL
	245°- 290°	240°- 290°	235°- 300°
'DE'	≠jusqu'à	≠ jusqu'à	≠ jusqu'à
	3.2 dB à 270°	1 dB à 270°	1.8 dB
	235°- 290°	225°- 285°	220°- 270°
'IR'	≠ jusqu'à	≠ jusqu'à	≠ jusqu'à
	3 dB à 260°	1 dB	0.65 dB
	295° et 325°		
'45°'	≠ jusqu'à	OK	OK
	0.75 dB		

Le paragraphe suivant, le paragraphe § III.3.3.6, se trouve page 168.



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 9.2\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 9.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.18 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 1.6\lambda$, $d = 9.2\lambda$. Excitations : SIMBA :Dipôle. POLYGONE : Source Sphérique.

(a) : Position 'DE'.



(a) : Position '45', $a = 1.6\lambda$, $d = 9.2\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45', $a = 1.6\lambda$, $d = 4.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.19 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 1.6\lambda$. Position '45°'. Excitations : SIMBA :Dipôle. POLYGONE : Source Sphérique.

(a) :
$$d = 9.2\lambda$$
 . (b) : $d = 4.2\lambda$



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 4.2\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a=1.6\lambda\,,\,d=4.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.20 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 1.6\lambda$, $d = 4.2\lambda$. Excitations : SIMBA :Dipôle · POLYGONE : Source Sphérique.

(a): Position 'DE'.

(b) : Position 'IR'.



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$, Polarisation E.

Figure III.21 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$. Excitations : SIMBA :Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b) : Position 'IR'.



(a) : Position '45', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.22 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 1.6\lambda$. Position '45°'. Excitations : SIMBA :Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) :
$$d = 0.5\lambda$$
. (b) : $d = 0.2\lambda$.



(a) : Position 'DE', $a = 1.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a=1.6\lambda\,,\,d=0.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.23 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 1.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$. Excitations : SIMBA :Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b) : Position 'IR'.



(a) : Position 'DE', $a = 0.6\lambda$, $d = 2.7\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 0.6\lambda$, $d = 2.7\lambda$, Polarisation E.

Figure III.24 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $\mathbf{a} = 0.6\lambda$, $\mathbf{d} = 2.7\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Sphérique.

(a) : Position 'DE'.



(a) : Position '45°', $a=0.6\lambda$, $d=2.7\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45°', $a = 0.6\lambda$, $d = 1.3\lambda$, Polarisation E.

Figure III.25 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.6\lambda$. Position '45°'. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE :

(a) : Source Sphérique, $d = 2.7\lambda$. (b) : Source Linéique, $d = 1.3\lambda$.



(a) : Position 'DE', $a = 0.6\lambda$, $d = 1.3\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 0.6\lambda$, $d = 1.3\lambda$, Polarisation E.

Figure III.26 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.6\lambda$, $d = 1.3\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b): Position 'IR'.



(a) : Position 'DE', $a = 0.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 0.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$, Polarisation E.

Figure III.27 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b) : Position 'IR'.



(a) : Position '45°', $a = 0.6\lambda$, $d = 0.5\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45', $a = 0.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.28 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.6\lambda$. Position '45°'. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) :
$$d = 0.5\lambda$$
. (b) : $d = 0.2\lambda$.



(a) : Position 'DE', $a = 0.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 0.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$, Polarisation E.

Figure III.29 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.6\lambda$, $d = 0.2\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.



(a) : Position 'DE', $\mathbf{a} = 0.3\lambda$, $\mathbf{d} = 0.85\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 0.3\lambda$, $d = 0.85\lambda$, Polarisation E.

Figure III.30 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.3\lambda$, $d = 0.85\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b): Position 'IR'.



(a) : Position '45°', $a = 0.3\lambda$, $d = 0.85\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position '45', $a = 0.3\lambda$, $d = 0.35\lambda$, Polarisation E.

Figure III.31 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.3\lambda$. Position '45°'. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) :
$$d = 0.5\lambda$$
. (b) : $d = 0.35\lambda$



(b) : Position 'IR', $a = 0.3\lambda$, $d = 0.35\lambda$, Polarisation E.

Figure III.32 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.3\lambda$, $d = 0.35\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b) : Position 'IR'.



(a) : Position 'DE', $a = 0.3\lambda$, $d = 0.15\lambda$, Polarisation E.



(b) : Position 'IR', $a = 0.3\lambda$, $d = 0.15\lambda$, Polarisation E.

Figure III.33 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.3\lambda$, $d = 0.15\lambda$. Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

(a) : Position 'DE'.

(b): Position 'IR'.



Position '45°', $a=0.3\lambda\,,\,d=0.15\lambda$, Polarisation E.

Figure III.34 : Comparaison de Diagrammes de Rayonnement du Champ Electrique Total du cylindre à section carrée, en dBV/m. $a = 0.3\lambda$, $d = 0.15\lambda$. Position '45°'.

Excitations : SIMBA : Dipôle. POLYGONE : Source Linéique.

3.3.6 Conclusion sur l'étude paramétrique et la comparaison du champ total entre POLYGONE et SIMBA.

La diffraction de pente est dans tous les cas un outil précieux pour avoir une estimation de la valeur de champ dans l'espace à l'ombre du champ incident, lorsque la source est en position 'DE' ou 'IR'. La diffraction de pente est inutile lorsque la source est en position '45°' ou lorsque le champ est calculé dans la zone illuminée par le champ incident.

En effet, pour la source en position 'DE' ou 'IR', la diffraction de pente est très intéressante parce qu'elle permet d'avoir un champ total non nul dans l'espace à l'ombre du champ incident ou dans la bande non illuminée par le champ simplement diffracté. Dans ces zones, le champ total calculé par POLYGONE colle assez bien au champ total calculé par SIMBA.

Toutefois, toujours dans ces zones, des différences allant de 0 dB à 10 dB ont été constatées. Du fait que les configurations ne sont pas identiques pour SIMBA et POLYGONE, il est assez difficile d'évaluer la cause de cette différence. Rappelons que les sources sont différentes et que le cylindre est fini sous SIMBA. L'effet de la longueur du cylindre peut être constaté aux figures III.3 et III.5.b.

Bien que n'ayant pas été tellement détaillé dans ce rapport, le paramètre de distance modifié donne de façon générale une allure plus proche de la modélisation de SIMBA que le paramètre de distance implicite. L'unique présentation de la figure III.6 n'est pas le meilleur exemple pour illustrer cette affirmation.

Une des conclusions intéressante de ce chapitre est aussi de constater que la TUD reste valide tout au moins sur des cylindres infinis de section carrée en polarisation E, pour des arêtes de la section de l'ordre de 0.3λ . Bien entendu, il faut considérer le niveau de précision souhaité.

D'autres modélisations qui ne sont pas présentées ici sur un cylindre à section carrée d'arête $a = 0.08\lambda$ montrent une bonne corrélation de la TUD avec la Méthode des Moments pour des distances source - cylindre égales à $d = 0.1\lambda$ et $d = 0.3\lambda$. La comparaison diverge dans le cas de $d = 2\lambda$, d'autant plus si la diffraction de pente est utilisée.



Un logiciel TUD_2D baptisé POLYGONE a été réalisé. Il permet de tester le rayonnement de cylindres infinis à section polygonale convexe. Les résultats de POLYGONE pour des cylindres infinis à section carrée sont comparés en polarisation E avec un autre logiciel basé sur la Méthode des Moments : SIMBA. SIMBA est un outil 3D. Nous avons discuté dans ce chapitre des différences de dimension (2D/3D) et de source (Source Linéique ou Sphérique / Dipôle) entre les deux logiciels. En dépit de ces différences, nous savons maintenant sous quelles conditions les comparaisons peuvent être réalisées ; des conditions sur le choix entre une source linéique ou sphérique, une imprécision à l'ombre du cylindre qui est au moins liée à la longueur finie de ce cylindre sous SIMBA.

La polarisation H n'est développée dans cette partie qu'à travers le cas où l'arête a de la section du cylindre est égale à 1.6λ et la distance de la source au cylindre est donnée par $d = 0.8\lambda$. La double diffraction mécanique et la triple diffraction mécanique sont appliquées et donnent des résultats validés par la Méthode des Moments (trouvés dans les publications). Les diffractions d'ordres supérieures réduisent et suppriment les discontinuités de champ total et de champ rerayonné. La double diffraction suffit pour obtenir un lissage parfait quand la source illumine le cylindre à 45°. Dans le cas de la source au dessus du milieu d'une face du cylindre (position 'DE'), c'est la triple diffraction qui permet d'obtenir un lissage parfait. Dans le cas de la source en situation d'incidence rasante par rapport à l'une des faces du cylindre (position 'IR'), la triple diffraction donne des résultats très satisfaisants, mais pour obtenir un lissage parfait, il faudrait tester la quadruple diffraction. Ce dernier résultat est intéressant parce ce que nous savons qu'en incidence rasante, le champ diffracté par la première arête, rasant la face pour toucher la deuxième arête est aussi sur une limite d'ombre du champ incident. Ce champ diffracté n'étant donc pas un champ de rayon, la double diffraction mécanique n'est en théorie pas applicable. La pratique montre le contraire dans ce cas de cylindre ($a = 1.6\lambda$, $d = 0.8\lambda$).

Avant de commencer une modélisation, il est toujours important de connaître d'une part la précision nécessaire et d'autre part la précision que peuvent offrir les outils à disposition. En l'occurrence pour la TUD, jusqu'à quel ordre de diffraction est-il nécessaire de faire les calculs.

La polarisation E a non seulement été testée sur le cas précédent de la polarisation H $(a = 1.6\lambda, d = 0.8\lambda)$ mais a fait l'objet d'une étude paramétrique sur l'arête 'a' de la section du cylindre carré et sur la distance de la source au cylindre 'd'.

Les arêtes étudiées sont $a = 1.6\lambda$, $a = 0.6\lambda$, $a = 0.3\lambda$, les positions de la source vont de $d = 0.15\lambda$ à $d = 9.2\lambda$.

Nous avons pu constater que la TUD offre des résultats de champ total acceptables pour des structures ayant des dimensions qui sont inférieures à la longueur d'onde, alors que cette méthode est prévue pour des structures grandes devant la longueur d'onde.

Ces résultats sont encourageants, notamment pour la modélisation des antennes V/UHF qui se trouvent sur les mâtures des navires. Des investigations supplémentaires sont nécessaires pour apporter des explications rationnelles.

La Diffraction de Pente est absolument nécessaire en polarisation E lorsque des parties de l'espace ne sont pas illuminées par un champ simplement diffracté (Position 'DE' et position 'IR'). La Diffraction de Pente est inutile pour une source illuminant le cylindre carré à 45°.

CONCLUSION GENERALE

Les premier et second chapitres de ce travail sont théoriques. Ils ont été consacrés, respectivement, à la simple et à la double diffraction.

Il a été montré que le coefficient de simple diffraction uniforme de Kouyoumjian et Pathak [1974] assure la continuité du champ total aux limites d'ombre des champs de rayon incident et réfléchi même lorsque la source est en incidence rasante par rapport à l'une des faces du dièdre.

Il était connu jusqu'à présent que la double diffraction mécanique colle à la double diffraction uniforme, en dehors des zones de transition. Le paramètre de distance modifié par rapport au paramètre de Luebbers permet d'espérer, dans ces zones, une extension de son usage en association avec la diffraction de pente. Il est clair que les comparaisons du chapitre III ne suffisent pas à valider la double diffraction mécanique augmentée de la diffraction de pente avec le paramètre de distance modifié. Des tests complémentaires sur des configurations comme celles présentées sur les figures II.22 et II.23 seraient très intéressants. Il faudrait alors comparer les résultats de champs avec la double diffraction uniforme, la mesure ou d'autres méthodes numériques. Une telle validation impliquerait de paramétrer les distances SA, AB, BP et de jouer sur la position de la source.

Il reste que les mécanismes de compensations des champs liés à la simple et à la double diffraction ont été examinés dans le détail. Le rôle, la présence ou l'absence des champs de rayon dans l'espace ou aux limites d'ombre ont été définis.

Le troisième chapitre a mis en évidence les différences entre un logiciel Méthode des Moments 3D et un outil logiciel TUD 2D. La TUD a été mise en application sur des cylindres à section carrée. Les courbes montrent les effets des différents champs diffractés. La simple diffraction compense les discontinuités de champs incident et réfléchi. En polarisation H, la double diffracté. La triple diffraction compense les discontinuités du champ simplement diffracté. La triple diffraction compense les discontinuités du champ doublement diffracté. En polarisation E, la diffraction de pente, associée au champ doublement diffracté, permet d'obtenir une valeur de champ non nulle derrière des obstacles qui ont une épaisseur.

La TUD est en théorie valide pour des structures grandes devant la longueur d'onde. Or, nous avons montré une bonne corrélation entre le champ total calculé par la TUD et le champ total calculé par la Méthode des Moments dans le cas d'un cylindre dont l'arête de la section carrée est de 0.3λ . Ce résultat est surprenant d'autant plus que, dans la littérature, des auteurs parlent de dimension minimale d'arête à 0.6λ ou 0.7λ . Notons que ces auteurs se contentent d'écrire ces limites sans pour autant présenter des résultats. C'est le cas de Kouyoumjian et Wang [1974]. Il serait intéressant de comparer les résultats de champs sur des structures plus complexes que de simples cylindres à section carrée. Nous avons présenté dans ce rapport la Théorie Uniforme de la Diffraction dans un espace à deux dimensions. Les résultats obtenus sont facilement extensibles à une TUD 3D. L'intérêt de la TUD est de pouvoir modéliser des structures relativement complexes. La difficulté bien souvent reste de déterminer l'ensemble des rayons significatifs parvenant au point d'observation.
ANNEXE I

Décroissance des champs de rayon diffractés en fonction des positions du point source S et du point champ P.

Soient :

- r le chemin du rayon incident,
- r' le chemin du rayon réfléchi ou diffracté,
- r'' le chemin du rayon doublement diffracté
- r''' le chemin du rayon triplement diffracté.

Le tableau suivant récapitule les facteurs de dispersion (FD) et les paramètres de distance non modifiés (L) des champs de rayon incident, réfléchi, diffracté, doublement diffracté, triplement diffracté.

Туре	FD du	FD du	FD du Champ	FD du Champ	FD du Champ	
d'Onde	Champ	Champ	Simplement	Doublement	Triplement	
Incidente	Incident	Réfléchi	Diffracté	Diffracté	Diffracté	
			Paramètre de	Paramètre de	Paramètre de	
			Distance L	Distance L	Distance L	
Plane	1	1	1	1	1	
			$\sqrt{r'}$	$\sqrt{\mathbf{r''}}$	$\sqrt{\mathbf{r}'''}$	
			-	_ r'r''		
			T!	$L = \frac{1}{m! + m!!}$	$L = \frac{1}{1}$	
			L = r	1+1	<u>r''+r'''</u>	
Cylindrique	1	1	1	1	1	
-	\sqrt{r}	$\sqrt{\mathbf{r'}}$	$\overline{\sqrt{r'}}$	$\sqrt{r''}$	$\sqrt{\mathbf{r'''}}$	
			_ 1 1	r'r''		
			L =	$L = \frac{1}{1}$	$L = \frac{1}{2}$	
			I + I	<u>r'+r''</u>	<u>r''+r'''</u>	
Sphérique	1	1	r	r + r'	r + r' + r''	
	r	r'	$\sqrt{r'(r+r')}$	$\sqrt{r''(r+r'+r'')}$	$\sqrt{\mathbf{r}^{\prime\prime\prime}(\mathbf{r}+\mathbf{r}^{\prime}+\mathbf{r}^{\prime\prime}+\mathbf{r}^{\prime\prime\prime})}$	
]					r''r'''	
			$L = -\frac{11}{1}$	L =	$L = \frac{1}{1}$	
1			r+r'	r'+r''	r''+r'''	

- Si la source est Linéique, le front de l'onde incidente est Cylindrique. Tous les champs décroissent en $1/\sqrt{r}$.
- Dans le cas où la source est Sphérique, les champs incident et réfléchi décroissent en 1/r.

Annexe I : Décroissance des champs de rayon diffractés.

<u>Décroissance du Champ Simplement Diffracté</u>: $A_d(\mathbf{r},\mathbf{r'}) = \sqrt{\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r'}(\mathbf{r}+\mathbf{r'})}} = \sqrt{\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r'}^2 + \mathbf{rr'}}}$.

Si	r'>> r	alors	$A_{d}(r,r') = \frac{\sqrt{r}}{r'}$
Si	r'= r	alors	$A_{d}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{1}{\sqrt{2\mathbf{r}'}}$
Si	r'<< r	alors	$A_{d}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{r}'}}$

Pour que le champ simplement diffracté décroisse en 1/r', il faut donc respecter r' >> r. Le chemin du rayon diffracté doit être bien supérieur au chemin du rayon incident.

Remarquons que dans ce cas L = r.

Décroissance du Champ Doublement Diffracté :

$$A_{dd}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\mathbf{r}'') = \sqrt{\frac{\mathbf{r}+\mathbf{r}'}{\mathbf{r}''(\mathbf{r}+\mathbf{r}'+\mathbf{r}'')}} = \sqrt{\frac{\mathbf{r}+\mathbf{r}'}{\mathbf{r}''^2+\mathbf{r}''(\mathbf{r}+\mathbf{r}')}}.$$

r' devient le chemin du rayon entre les arêtes.

Si
$$r'' >> r + r'$$
 alors $A_{dd}(r, r', r'') = \frac{\sqrt{r + r'}}{r''}$
Si $r'' = r + r'$ alors $A_{dd}(r, r', r'') = \frac{1}{\sqrt{2r''}}$
Si $r'' << r + r'$ alors $A_{dd}(r, r', r'') = \frac{1}{\sqrt{r''}}$

Pour que le champ doublement diffracté décroisse en en 1/r", il faut donc respecter r">> r + r'. Le chemin du rayon doublement diffracté doit être bien supérieur à la somme du chemin de rayon incident et du chemin entre les deux arêtes.

Remarquons que dans ce cas L = r'.

Décroissance du Champ Triplement Diffracté :

$$A_{ddd}(r,r',r'',r''') = \sqrt{\frac{r+r'+r''}{r'''(r+r'+r''+r''')}} = \sqrt{\frac{r+r'+r''}{r'''^2+r'''(r+r'+r'')}}$$

Le même raisonnement s'applique au champ triplement diffracté.

r' est le chemin du rayon entre les deux premières arêtes, r'' le chemin du rayon entre les deux dernières arêtes.

Si
$$r''' >> r + r' + r''$$
 alors $A_{ddd}(r, r', r'', r''') = \frac{\sqrt{r + r' + r''}}{r'''}$
Si $r''' = r + r' + r''$ alors $A_{ddd}(r, r', r'', r''') = \frac{1}{\sqrt{2r'''}}$
Si $r''' << r + r' + r''$ alors $A_{ddd}(r, r', r'', r''') = \frac{1}{\sqrt{r'''}}$

Pour que le champ triplement diffracté décroisse en 1/r'', il faut donc respecter r'' >> r + r' + r''. Le chemin du rayon triplement diffracté doit être bien supérieur à la somme du chemin de rayon incident avec les chemins entre les deux premières arêtes et les deux dernières.

Remarquons que dans ce cas L = r''.

<u>Conclusion sur la décroissance des champs lorsque la source est</u> <u>sphérique :</u>

Si r'' > r + r' + r'' alors les champs, triplement diffracté, doublement diffracté et simplement diffracté, décroissent en 1/r.

Si r'' >> r + r' alors les champs, doublement diffracté et simplement diffracté, décroissent en 1/r.

Si r'>> r alors le champ simplement diffracté décroît en 1/r.

La condition pour obtenir avec la TUD un champ total ou rerayonné qui décroît en 1/r est d'une part que la source soit sphérique et d'autre part que le chemin de la diffraction la plus haute entre la dernière arête et le point champ soit très grand devant la somme des chemins composés du chemin de rayon incident avec les chemins entre arêtes.

ANNEXE II

Expression des paramètres de distance pour la simple et la double diffraction,

et, expression des produits se simplifiant aux limites d'ombre.

Type de l'onde incidente	L _A	L'A	L _A	L _B	L _{B2}	L _{B3}
Plane	АР	AB	AB + BP	AB.BP	BP	BP
			· · · · ·	AB + BP		
Cylindrique	SA.AP	SA.AB	SA.(AB + BP)	AB. BP	SB.BP	(SA + AB).BP
ou Sphérique	SA + AP	$\overline{SA + AB}$	$\overline{SA + AB + BP}$	$\overline{AB + BP}$	SB + BP	$\overline{SA + AB + BP}$

$$\begin{split} &\sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A^{d}_{A}(SA, AP) = A^{i}(SA + AP) \\ &\sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A^{d}_{A}(SA, AP) = A^{i}(SA + AP) \\ &\sqrt{L_{A}} \cdot A^{i}(SA) \cdot A^{d}_{A}(SA, AB) = A^{i}(SA + AP) \\ &\sqrt{L_{B}} \cdot A^{i}_{A}(SA) \cdot A^{d}_{A}(SA, AB) = A^{i}(SA + AB) \\ &\sqrt{L_{B}} \cdot A^{d}_{A}(SA, AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{d}_{A}(SA, AB + BP) \\ &\sqrt{L_{B2}} \cdot A^{i}(SB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B2}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{dd}_{AB}(SA, AB, BP) = A^{i}(SB + BP) \\ &\sqrt{L_{B3}} \cdot A^{i}(SA + AB) \cdot A^{i}(SA + AB) +$$

(S, A, B doivent être alignés si l'onde incidente est sphérique)

(S, A, B doivent être alignés si l'onde incidente est cylindrique ou sphérique)

(S, A, B doivent être alignés si l'onde incidente est cylindrique ou sphérique)

REFERENCES

Les références sont présentées dans l'ordre chronologique.

PC Clemmow, TBA Senior

A note on the Generalised Fresnal Integral. Proc. Cambridge Phil. Soc., vol. 49, pp.570-572,1953.

JB Keller

Geometrical Theory of Diffraction. J. Opt. Soc. Of America, Vol. 52, N°2, pp.116-130, February 1962.

DS Jones

A uniform asymptotic expension of a certain double integral. Proc. Roy. Soc. Edim. (A), vol.69, n°15, pp. 205-226, 1971.

RG Kouyoumjian et PH Pathak

A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. Proceedings of IEEE, Vol.62, pp. 1448,1461, Nov. 1974.

RG Kouyoumjian et DS Wang

Diffraction by a perfectly conducting rectangular cylinder which is illuminated by an array of line sources.

- The Ohio State University, Electroscience Laboratory for NASA CR-2405, June 1974.

Tiberio and R. G. Kouyoumjian

A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. Proceedings of the IEEE, vol. 62, pp. 1448-1461, Nov. 1974.

RG Kouyoumjian

The geometrical theory of diffraction and its application.

In Numerical and Asymptotics Techniques in Electromagnetics, R Mittra, Ed. NY: Springer Verlag, 1975.

SW Lee and J.Boersma

Ray-optical analysis of fields on shadow boundaries of two parallel plates. Journal of Math. Physics, Vol.16, No 9, Sept. 1975.

JR Mautz, RF Harrington

Radiation and scattering from large polygonal cylinders, transverse electric fields. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-24, pp. 469-477, Jul. 1976.

N Wang

Self-consistent GTD formulation for conducting cylinders with arbitrary convex cross section.

IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-24, pp. 463-468, Jul. 1976.

R Menendez, SW Lee

Uniform Asymptotic Theory applied to aperture diffraction. Univ. of Illinois, Urbana, IL, Scientific Report 76-3, Aug. 1976.

Y Rahmat-Samii et R.Mittra

On the investigation of diffracted fields at shadow boundaries of staggered parallel plates - A spectral domain approach. Radio-Sc., vol.12, N° 5, pp. 659-670, September-October 1977.

SW Lee, Y Rahmat-Samii, RC Menendez

GTD, ray field, and comments on two papers. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-26, pp. 352-354, Mar. 1978.

R Tiberio and RG Kouyoumjian

A uniform GTD solution for the diffraction by strips illuminated at grazing incidence. Radio Sci., vol. 14(6), pp. 933-941, Nov-Dec. 1979.

R Tiberio and RG Kouyoumjian

An Analysis of Diffraction at edges illuminated by transition region fields. Radio Sci., vol. 17(2), pp. 323-336, Mar-Apr. 1982.

LE Vogler

An attenuation function for multiple knife-edge diffraction. Radio Sci., vol. 17(6), pp. 1541-1546, Nov.-Dec. 1982.

RJ Luebbers

Propagation prediction for hilly terrain using GTD wedge diffraction. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-32, pp. 851_955, Sept. 1984.

R Tiberio and RG Kouyoumjian

Calculation of the High Frequency Diffraction by Two Nearby Edges illuminated at Grazing Incidence.

IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-32, pp. 1186-1196, Nov. 1984.

A. Michaeli

A new asymptotic high frequency analysis of electromagnetic scattering by a pair of parallel wedges: closed form results.

Radio Sci., vol. 20, pp. 1537-1548, Nov-Dec. 1985.

A. Michaeli

Comments on "Calculation of the High-Frequency Diffraction by Two Nearby Edges Illuminated at Grazing Incidence.

IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-34, pp. 122-123, Jan. 1986.

H Shirai, LB Felsen

Modified GTD for generating complex resonances for flat strips and disks. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-34, pp.779-790, Jun. 1986.

H Shirai, LB Felsen

High Frequency Multiple Diffraction by a flat strip: Higher order asymptotics. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-34, pp. 1106-1112, Sep. 1986.

A Michaeli

A uniform GTD solution for the far field scattering by polygonal cylinders and strips. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-35, pp. 983-986, Aug. 1987.

MI Herman, JL Volakis

Analytic expressions for a function occuring in diffraction theory. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-35, pp. 1083-1086, Sep. 1987.

M Schneider

A uniform solution of double wedge diffraction. Pennsylvania State University, December 1988. Ph.D. Order Number: 8910057.

RJ Luebbers

A Heuristic UTD Slope Diffraction Coefficient for Rough Lossy Wedges. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-37, pp. 206-211, Feb. 1989.

R Tiberio, G Manara, G Pelosi, R. G. Kouyoumjian

High-frequency electromagnetic scattering of plane waves from double wedges. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-37, pp. 1172-1180, Sept. 1989.

DA McNamara, CWI Pistorius, JAG Malherbe

Introduction to the Uniform Geometrical Theory of diffraction. ISBN 0-89006-301-X, Artech House, 1990.

LP Ivrissimtzis, RJ Marhefka

Double Diffraction at a coplanar skewed edge configuration. Radio Sci., vol. 26, pp. 821-830, 1991.

M Schneider, RJ Luebbers

A General, Uniform Double Wedge Diffraction Coefficient IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-39, pp. 8-14, Jan. 1991.

LP Ivrissimtzis, RJ Marhefka

A note on double edge diffraction for parallel wedges. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-39, pp. 1532-1537, Oct. 1991.

JB Andersen

Transition zone diffraction by multiple edges. IEE Proc. Microw. Antennas. Propag., vol. 141, pp. 382-384, Oct.1994.

S Savov, JB Andersen

Efficient method for calculation of Fresnel Double Integral Electronics Letters, 31, pp. 435-437, 1995.

JF Legendre

Etude de modèles de prédiction de la propagation basés sur la théorie géométrique de la diffraction.

Univ. de Rennes I. Thèse de Doctorat soutenue le 18 janvier 1995. N°d'ordre : D9501.

P Fiorot

Diagramme de rayonnement d'une bande infinie par la Théorie Uniforme de la Diffraction. Repère : N° 0588/CTSN/TIRN/NP/95 du 25/04/1995. N° CR: 0017/CTSN/TIRN. CTSN/DCE - Site de Pipady - BP28 - 83800 Toulon Naval.

J Vandamme

Modélisation des perturbations engendrées par la présence d'obstacles sur la propagation des ondes hyperfréquences en milieu urbain. Application à la localisation de véhicules et aux télécommunications en tunnel.

Univ. des Sc. et Tech. de Lille. Thèse de Doctorat soutenue le 7 Mai 1996.

P Fiorot

Rayonnement 2D du DIEDRE à bord droit parfaitement conducteur par la Théorie Uniforme de la Diffraction

Repère: N° 0666/CTSN/TIRN/NP/96 du 22/05/1996. N° CR: 0035/CTSN/TIRN. CTSN/DCE - Site de Pipady - BP28 - 83800 Toulon Naval.

PD Holm

UTD-diffraction coefficients for higher order wedge diffracted fields. IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-44, pp. 879-888, Jun. 1996.

JB Andersen

UTD multiple edge diffraction in transition zones. F10: Mobile and personal communications, URSI 96, 28 Aout-5 Sept. 1996, Lille.

F Capolino, M Albani, S Maci, R Tiberio

Double diffraction at a pair of coplanar skew edges.

IEEE Trans. Antennas. Propagat., vol. AP-45, pp. 1219-1226, Aug. 1997.

<u>Résumé :</u>

Ce rapport traite d'une méthode de calcul du rayonnement électromagnétique utilisée en haute fréquence, la Théorie Uniforme de la Diffraction (TUD). La compensation des discontinuités de champ total aux limites d'ombre des champs de rayon est détaillée au niveau de la simple diffraction et de la double diffraction dite 'mécanique'. La source illumine le ou les dièdres en incidence non rasante ou en incidence rasante. Pour la double diffraction mécanique, les deux dièdres sont ou distincts, ou ont une face commune. Le terme 'mécanique' signifie que la simple diffraction est appliquée successivement sur chacune des deux arêtes. Cette double diffraction est théoriquement valide si la seconde arête n'est pas dans la zone de transition de la première. Dans le cas contraire, la pratique montre qu'elle peut donner une approximation intéressante mais toutefois génère une discontinuité de champ total à la DSB, la limite d'ombre du champ simplement diffracté, causée par la présence de la seconde arête. Pour pallier cet inconvénient, le paramètre de distance, lié au coefficient de diffraction du premier dièdre, a été modifié. De plus, ce paramètre de distance modifié, en s'insérant dans le calcul de la diffraction de pente, permet au champ doublement diffracté mécanique de ressembler à l'expression exacte du champ doublement diffracté lorsque la source, les deux arêtes et le point champ sont alignés. Des comparaisons de calcul sont réalisées avec la Méthode des Moments. Une étude paramétrique sur la section carrée de cylindres infinis permet de montrer que la TUD reste valide même pour des longueurs d'arêtes inférieures à trois dixièmes de longueur d'onde, lorsque la source est à proximité du cylindre.

Mots clefs : TUD, Théorie Uniforme de la diffraction, double diffraction, incidence rasante.

<u>Title</u>: Improvement of the UTD in the case of grazing incidence or double diffraction.

Abstract :

This report deals with a high frequency calculation method in electromagnetism, the Uniform Theory of Diffraction (UTD). Compensation of total field discontinuities at ray fields shadow boundaries is detailed for simple diffraction and 'mechanical' double diffraction. The source illuminates the dihedrals with any incidence, even grazing incidence. For mechanical double diffraction, dihedrals are separated or have a common face. 'Mechanical' means simple diffraction is applied successively on the edges of two wedges. This double diffraction is theoriticaly valid if the second edge is not in the transition zone of the first one. If it is, practice can give an interesting approximation but create a total field discontinuity at the DSB, the simply diffracted field shadow boundary, caused by the presence of the second edge. To prevent this discontinuity, the distance parameter of the first dihedral diffraction coefficient is modified. Moreover, when this new parameter is inserted in the slope diffraction, the 'mechanical' double diffraction is similar to the exact solution, when the source, the two edges and the field point are on a straight line. Comparison of fields is realized by use of the Method of Moments. A parametrical study on the square section of infinite cylinders has shown UTD remains valid even for edge lengths less than 0.3*wavelength, when the source is closed to the cylinder.

Keywords : UTD, Uniform Theory of Diffraction. Double Diffraction, Grazing Incidence.

Laboratoire de RadioPropagation et Electronique (LRPE). Université des Sciences et Technologies de Lille (USTL) - UFR d'IEEA - Bât. P3 - 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex.

Remerciements

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre deux organismes: Le premier de ces organismes est le Laboratoire de Radio - Propagation et Electronique (LRPE) de l'Université de Lille I. Le second est le Site d'Etudes et de Recherches en TELécommunications (SERTEL), à Toulon, rattaché au Centre Technique des Systèmes Navals (CTSN) de la Délégation Générale pour l'Armement (DGA).

Au LRPE, j'adresse de vifs remerciements au Professeur DEGAUQUE, directeur du laboratoire, qui a accepté de diriger ma thèse. Je remercie aussi particulièrement Philippe MARIAGE, maître de conférence, pour ses remarques, sa présence constante et son soutien durant ces années.

Au SERTEL, mes remerciements sont dirigés vers Mr MALAQUIN pour m'avoir accueilli au sein de son service et m'avoir fait confiance.

Au SERTEL, je souhaite remercier encore nommément Maurice Colombani, Luc Poirier, Philippe Lacour, François Mellon, Alain Remy, Christianne Pignatel, Michel Pellet, Philippe Portala, Pierre Cangialeoni. Chacun pour des raisons que j'espère ils reconnaîtront.

Au CTSN, je remercie Fabrice Pellestor pour son soutien et ses encouragements.

Je remercie bien sûr mes rapporteurs, Messieurs les professeurs CHASSAY et COMBES. Mr Chassay est professeur à l'INSA de Rennes. Mr Combes est professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse.

Je remercie toutes les personnes que j'ai côtoyé de prés ou de loin durant ces années.

Mes derniers remerciements sont dirigées vers SOPHIE qui m'a accompagnée durant une bonne partie de la préparation de cette thèse.

