

gen 200-6805

N° d'ordre : 2267

50376
1998
57

Université des Sciences et Technologies de Lille

THESE DE DOCTORAT



Préparée au

Laboratoire de Mécanique de Lille (U.R.A. CNRS 1441)

Département Sols – Structures

Ecole Centrale de Lille

Spécialité

GENIE CIVIL

Titre

**TUNNELS EN SITE URBAIN : MODELISATION NUMERIQUE
ET INTERACTION CREUSEMENT - OUVRAGES EXISTANTS**

Par

MROUEH Hussein

Présentée et soutenue publiquement le **27 mai 1998** devant le jury constitué de :

MM.	J.P. MAGNAN	Laboratoire Central des Ponts et Chaussés	Président
	R. KASTNER	INSA Lyon	Rapporteur
	E. LECA	SCETAUROUTE	Rapporteur
	B. CAMBOU	Ecole Centrale de Lyon	Examineur
	Y. MEIMON	Institut Français du Pétrole (IFP)	Examineur
	I. SHAHROUR	EUDIL – USTL	Directeur de thèse

AVANT-PROPOS

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire de Mécanique de Lille, département Sols et Structures. A ce titre, qu'il me soit permis d'en remercier en premier lieu son responsable et mon directeur de thèse, M. I. SHAHROUR, professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille, pour le plus grand intérêt qu'il a toujours témoigné envers mon travail, mais également pour ses grandes qualités humaines et professionnelles qui m'ont constamment motivé. De tout cela, et de sa présence au jury, je lui formule ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance.

J'adresse mes plus sincères remerciements à M. J.P. MAGNAN, professeur au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, qui en dépit de ses lourdes responsabilités, m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

M. R. KASTNER, professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, a bien voulu être rapporteur de ce travail, et me faire profiter de sa grande expérience. Je lui en suis profondément reconnaissant.

Je tiens également à adresser mes plus sincères remerciements à M. E. LECA, Directeur adjoint de la division des tunnels et travaux souterrains à la société SCETAUROUTE, pour avoir accepté d'être rapporteur de ce travail, malgré ses importantes contraintes professionnelles.

M. B. CAMBOU, professeur à l'Ecole Centrale de Lyon, a bien voulu participer au jury en tant qu'examinateur, et ainsi me faire profiter de sa grande connaissance dans le domaine de la mécanique des sols. Je l'en remercie très franchement.

M. Y. MEIMON, Ingénieur principal à l'Institut Français du Pétrole, m'a également fait l'honneur d'être examinateur de ce travail, et me faire part ainsi de sa grande expérience dans le domaine du calcul numérique. Qu'il me soit permis de le remercier très sincèrement.

Ces remerciements ne sauraient être complets si je n'incluait pas tous ceux, collègues et amis, qui m'ont apporté leur soutien au cours de ces années de thèse.

Je tiens à adresser une pensée toute particulière à mon épouse, qui avec tout son amour et beaucoup de dévotion m'a soutenu jusqu'au bout de mes travaux. Ce travail lui est dédié de tout mon cœur.

Qu'il me soit enfin permis de dédier mon travail à mes très chers parents et à mes sœurs, en témoignage de tout mon amour.

SOMMAIRE

Résumé	1
Abstract	2
Notations	3
Introduction générale	6

CHAPITRE I.

Méthodes numériques pour les problèmes tridimensionnels et non linéaires

I.1	Introduction	8
I.2	Méthodes itératives pour la résolution des grands systèmes linéaires	9
	<i>I.2.1 Généralités</i>	9
	<i>I.2.2 Les méthodes de décomposition : recherche du point fixe</i>	9
	<i>I.2.3 Méthodes de descente : minimisation d'une fonction convexe</i>	11
	<i>I.2.4 Méthodes de Petrov-Galerkin-Krylov P.G.K.</i>	14
	<i>I.2.5 Synthèse des méthodes de résolution</i>	14
I.3	Préconditionnement	15
	<i>I.3.1 Principe</i>	15
	<i>I.3.2 Techniques de preconditionnement</i>	16
I.4	Critères d'arrêt et de convergence	17
	<i>I.4.1 Critères de convergence</i>	18
	<i>I.4.2 Critères d'arrêt ou de redémarrage</i>	19
I.5	Implantation dans le code de calcul PECPLAS 3D	19
I.6	Etude des méthodes sur des exemples types	20
	<i>I.6.1 Calcul d'une fondation superficielle</i>	20
	<i>I.6.2 Calcul d'un pieu isolé soumis à un chargement latéral</i>	27
	<i>I.6.3 Creusement d'un tunnel peu profond</i>	31
I.7	Conclusion	35

CHAPITRE II.

Analyse tridimensionnelle du creusement de tunnels dans les terrains meubles

II.1	Introduction	36
II.2	Modélisation du creusement	37
II.2.1	<i>Principe du tunnelier à front pressurisé</i>	37
II.2.2	<i>Mise en œuvre numérique</i>	37
II.3	Etude d'un cas de référence	39
II.3.1	<i>Présentation de l'ouvrage</i>	39
II.3.2	<i>Modélisation du creusement</i>	40
II.3.3	<i>Analyse et discussion des résultats</i>	42
II.3.4	<i>Prise en compte du coulis d'injection</i>	50
II.4	Influence des paramètres de creusement	53
II.4.1	<i>Influence du taux de déconfinement α_{dec}</i>	53
II.4.2	<i>Influence de la longueur de la zone non soutenue L_{dec}</i>	55
II.5	Influence de la profondeur du tunnel et des caractéristiques des terrains	59
II.5.1	<i>Influence de la profondeur du tunnel</i>	59
II.5.2	<i>Influence des caractéristiques géomécaniques du terrain</i>	63
II.6	Conclusion	66

CHAPITRE III.

Interaction creusement - ouvrages existants

III.1	Introduction	68
III.2	Interaction creusement - fondation profonde	68
III.2.1	<i>Travaux antérieurs</i>	68
III.2.2	<i>Exemple de référence</i>	69
III.2.3	<i>Etude paramétrique</i>	79
III.2.4	<i>Interaction creusement - groupe de pieux</i>	84
III.3	Interaction tunnel - tunnel	86
III.3.1	<i>Travaux antérieurs</i>	86

III.3.2	<i>Exemple de référence.....</i>	87
III.3.3	<i>Présentation et discussion des résultats</i>	88
III.3.4	<i>Influence de la distance entre axes.....</i>	99
III.4	Interaction creusement - structure en surface _____	102
III.4.1	<i>Introduction.....</i>	102
III.4.2	<i>Exemple étudié</i>	105
III.5	Conclusion _____	119
	Conclusion générale _____	121
	Références bibliographiques _____	123
	Annexes _____	132

RESUME

Le présent travail porte sur l'analyse de l'interaction du creusement d'un tunnel avec des ouvrages existants, problème majeur lorsqu'on se situe en site urbain. L'étude est réalisée par une modélisation tridimensionnelle et non linéaire par éléments finis. Elle a nécessité le développement des outils spécifiques pour la résolution des systèmes non linéaires et la mise au point d'une méthodologie pour la modélisation du phasage des travaux de creusement.

Le rapport de thèse comporte trois chapitres.

Dans le premier chapitre, on présente les travaux réalisés pour le développement d'outils de résolution des grands systèmes linéaires émanant de la discrétisation par éléments finis des problèmes tridimensionnels et non linéaires en géomécanique. Une synthèse des méthodes itératives récemment développées est présentée suivie d'une description de l'implantation de ces méthodes dans le code de calcul PECPLAS 3D. On présente ensuite des tests de performances de ces méthodes sur des problèmes classiques de géomécanique. Ces tests ont permis le choix d'une méthode pour l'analyse des problèmes d'interaction.

Le deuxième chapitre décrit la méthodologie de calcul tridimensionnel adoptée pour simuler le phasage des travaux au bouclier pressurisé. Le modèle développé comporte deux paramètres de creusement pour prendre en compte le phasage des travaux. Cette méthodologie est ensuite appliquée à l'analyse du comportement tridimensionnel et non linéaire d'un tunnel revêtu de faible profondeur. Une étude de sensibilité est effectuée sur les paramètres du creusement et sur les paramètres mécaniques de terrains.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude tridimensionnelle de l'interaction du creusement avec des ouvrages existants. On traitera en particulier de l'influence du creusement sur des fondations profondes, sur un tunnel existant et sur une structure en surface. Chaque problème fera l'objet d'une analyse des mouvements de sols induits par le creusement et des sollicitations transmises à la structure. On présentera également une analyse paramétrique sur l'influence des principaux paramètres d'interaction.

MOTS CLES : éléments finis, interaction, méthode itérative, modélisation, non linéaire, pieu, préconditionnement, QMR-CGSTAB, site urbain, SSOR, structure, tridimensionnel, tunnel bi-tubes, tunnels.

ABSTRACT

This thesis describes a study of the interaction between tunnels and nearby existing structures encountered in urban areas. The work is realised using a three dimensional non linear finite element analysis, and needed the development of specific tools for the resolution of large scale non linear systems and for the modelling process of advanced shield tunnelling.

The presentation of this work is carried out in three parts :

In a first part, we present numerical tools developed for the resolution of the large scale unsymmetrical systems of linear equations arising from the discretisation of three dimensional non linear problems in geomechanics using finite element method. A overview of the recent iterative methods developed in numerical analysis field is presented. Some of these methods are implemented in the computation code PECPLAS 3D, and tested to a variety of some classical geomechanical problems. Numerical results are presented and discussed, and allow us to keep a method to study our problem of tunnelling interaction.

The second part describes the numerical model used for the design of advanced shield tunnelling. This model contains two parameters to take into account the stage procedure during construction. An application of this method is carried out and show the three dimension non linear response during construction of a shallow lining tunnel. Then we present a parametric survey of the model parameters and soil characteristics.

The third chapter deals with some analyses of the interaction between tunnelling and existing nearby structures. These concern interaction with foundation piles, interaction between closely spaced tunnels, and interaction with a surface structure. Each problem is carried out with a description of soil movements induced by tunnelling and solicitations that affect the structure.

KEYS WORDS : Finite element method, interaction, iterative methods, modelling, non linear, piles, preconditioning, QMR-CGSTAB, shield, SSOR, structure, tridimensional, tunnel, twin tunnels, urban areas.

NOTATIONS

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire.

a_s	espacement des poteau de la structure
b	vecteur second membre du système initial
\tilde{b}	vecteur second membre du système préconditionné
e	épaisseur du revêtement
h_s	hauteur d'un niveau de la structure
i	abscisse du point d'inflexion de la cuvette de tassement en surface
i_{tp}	distance verticale entre la base du pieu et le centre du tunnel
$r^{(k)}$	résidu réel du système linéaire à l'itération "k"
$r_g^{(k)}$	résidu du système préconditionné à gauche à l'itération "k"
u	déplacement suivant l'axe x
v	déplacement suivant l'axe y
w	déplacement suivant l'axe z
$w^{(clef)}$	déplacement en clef de voûte du tunnel
$w^{(max)}$	tassement maximal
$w^{(pieu)}$	tassement en tête du pieu
$w^{(RP)}$	déplacement au point RP
$w^{(surf)}$	tassement en surface
w_0	tassement au front de taille
w_a	part de tassement induite au front de taille
w_b	part de tassement induit le long du bouclier
w_c	part de tassement induit après la pose du revêtement
x	vecteur inconnu du système initial
\tilde{x}	vecteur inconnu du système préconditionné
$x^{(k)}$	solution approchée du système linéaire à l'itération "k"
x^*	solution théorique du système
x, y, z	repère global du domaine (y axe de creusement, z axe vertical)
x_p, y_p, z_p	repère local du pieu (x_p axe du pieu)
x_s, y_s, z_s	repère local d'un élément de la structure (x_s axe de l'élément considéré)

A	matrice du système linéaire
\tilde{A}	matrice du système préconditionné $\tilde{A} = Q^{-1}.A$
B_e	matrice des déformations
B_p	dimension de l'arête du pieu
C	hauteur de couverture ($C = H - D/2$)
D	diamètre du tunnel
D_A	diagonale de A
E	module de Young
$F^{(incr)}$	vecteur des forces totales à l'incrément "incr"
H	profondeur de l'axe du tunnel
K_0	coefficient de poussée des terres au repos
L_A	matrice de la partie inférieure stricte de A
L_{dec}	longueur de la zone non soutenue
L_p	longueur de pieu
L_s	½ largeur de la cuvette de tassement
Mf_{Gx}^f	moment fléchissant par rapport au centre de gravité autour de l'axe (x)
Mf_{Gz}^f	moment fléchissant par rapport au centre de gravité autour de l'axe (z)
Mf_y	moment fléchissant dans le revêtement suivant l'axe (y)
$Mf_{y_p}^f$	moment fléchissant autour de l'axe (y_p)
$Mf_{y_s}^f$	moment fléchissant autour de l'axe local (y_s)
$Mf_{z_p}^f$	moment fléchissant autour de l'axe (z_p)
Mt	moment de torsion
N	effort normal
Q	matrice de préconditionnement
R_{dif}	coefficient de diffusion des déplacements vers la surface $R_{dif} = w^{(surf)}/w^{(def)}$
T_x	effort tranchant suivant l'axe (x)
T_z	effort tranchant suivant l'axe (z)
U_A	matrice de la partie supérieure stricte de A
V_{exc}	volume de terrain excavé
V_s	volume de terrain déplacé en surface

α_{dec}	taux de déconfinement partiel
γ	poids volumique du sol
ϕ	angle de frottement interne du sol
ν	coefficient de poisson
σ	tenseur des contraintes
ω	paramètre de relaxation de la méthode du SOR
Δ_{fp}	distance du front de taille au plan médian du pieu
Δ_{ft}	distance du front de taille à la travée centrale de la structure
Δ_{tp}	distance entre axes tunnel – pieu
Δ_{tt}	distance entre axes des tunnels du bi-tubes
ΔF	incrément de force
$\langle x, y \rangle$	produit scalaire des deux vecteurs x et y

INTRODUCTION GENERALE

Tunnels en site urbain : interaction creusement - ouvrages existants

Dans la conception et la construction des ouvrages souterrains en site urbain, les ingénieurs sont confrontés à un problème majeur concernant la protection des ouvrages existants contre les risques induits par le creusement. En effet, compte tenu de la nature meuble et hétérogène des sols urbains et de la faible profondeur des tunnels construits dans ces sites, on assiste à une forte interaction entre le creusement et les structures existantes, qu'elles soient en surface (bâtiments, chaussées, monuments, ponts) ou en profondeur (canalisations, fondations profondes, tunnels existants). Cette interaction est due principalement aux mouvements de sols induits par le creusement, qui peuvent mettre en péril le fonctionnement, voire même, la stabilité de certains ouvrages.

Aussi, les premiers travaux dans ce domaine ont été orientés vers la détermination des mouvements de sols induits par le creusement en l'absence de ces ouvrages. Pour cela, diverses approches ont été abordées. La première concerne l'auscultation et les mesures in situ. Cette approche apporte des renseignements précieux sur les mouvements de terrains induits par le creusement et elle constitue une bonne base des connaissances acquises dans ce domaine (ATKINSON *et al.* 1977, ATTEWELL 1977, ATTEWELL *et* FARMER 1975, CORDING *et* HANSMIRE 1975, CLOUGH *et* SCHMIDT 1981, DAVIS *et al.* 1980, HANYA 1977, MAIR *et al.* 1993, PECK 1969, ROWE *et* KACK 1983, SCHLOSSER *et al.* 1985, WARD *et* PENDER 1981). La deuxième concerne les expériences menées en laboratoire (centrifugeuse, modèle réduit) (ALABRAM 1995, CHAMBON 1990, KIMURA *et* MAIR 1981). Cette approche soulève des difficultés dans la mise en œuvre du dispositif expérimental et pose, dans certains cas, le problème de la représentativité des résultats. La dernière approche concerne les méthodes numériques qui permettent d'apporter des informations complémentaires et précieuses sur les mouvements de sols au cours du creusement (AFTES 1983, CLOUGH *et al.* 1985, EISENSTEIN *et* EZZEDINE 1994, FINNO *et* CLOUGH 1985, LECA 1997, KASALI 1981, KIELBESSA *et* DUDDECK 1991, LEE *et* ROWE 1990a, 1990b, 1991, PANET 1995, RANKEN *et* GHABOUSSI 1975, ROMO *et* DIAZ 1981, ROWE *et al.* 1983, SWOBODA 1979, WITTKE *et* GELL 1980).

Modélisation numérique de l'interaction creusement - ouvrages existants

La modélisation numérique de l'interaction creusement - ouvrages existants reste à nos jours très complexe. Cette complexité résulte de différents facteurs, notamment : (i) l'aspect tridimensionnel de l'interaction, (ii) les non linéarités liées au comportement du sol, des interfaces et à l'évolution de la géométrie, (iii) la difficulté de rendre compte des sollicitations induites par le sol au cours du creusement, en particulier lors de l'utilisation d'un bouclier à front pressurisé, à cause des interactions complexes dans la chambre d'abattage, entre la jupe et le sol, entre le sol et le revêtement et entre le sol et le coulis d'injection.

Aussi, avant d'aborder le problème d'interaction, une partie de ce travail a été consacrée au développement d'un outil numérique performant pour la résolution de systèmes de grandes dimensions non symétriques et mal conditionnés. Cette partie du travail a été réalisée en profitant des développements récents, notamment dans le domaine de calculs de structures et de l'analyse numérique (AXELSSON 1996, BARRET *et al.* 1993, BATHE *et al.* 1993, DICKINSON 1993, MEIER *et GALLIVAN* 1995, PAPADRAKASIS 1993, POMMERELL 1992, ROTTNER *et al.* 1996).

Compte tenu de la complexité des phénomènes intervenant lors du creusement de tunnels à l'aide d'un bouclier à font pressurisé, une deuxième partie de ce travail a été consacrée à l'élaboration d'une méthodologie "simplifiée" et fiable pour la modélisation numérique du phasage de creusement.

Avec l'outil numérique et la méthodologie mise au point, nous avons analysé divers problèmes d'interaction en modélisant le massif de sol et l'ouvrage, et nous avons étudié l'influence de la présence de la structure sur les mouvements de sols induits par le creusement.

Contenu de notre travail

Le mémoire est présenté de la manière suivante.

Le premier chapitre est consacré au développement des outils de calcul pour la résolution des grands systèmes linéaires émanant de la discrétisation par éléments finis des problèmes tridimensionnels et non linéaires en géomécanique. Ces outils apportent un gain substantiel au niveau des temps de calcul, et permettent d'optimiser l'espace réservé en mémoire des machines. Une synthèse des méthodes itératives récemment développées est présentée dans ce chapitre. Après une description de l'implantation de ces méthodes dans le code de calcul PECPLAS 3D développé dans notre laboratoire (SHAHROUR 1992, GHORBANBEIGI 1995), on présente des tests de leurs performances sur des problèmes classiques de géomécanique. Ces tests nous permettent de retenir une méthode pour la suite du travail.

Le deuxième chapitre décrit la méthodologie de calcul adoptée pour décrire le phasage des travaux au bouclier pressurisé. Le modèle développé comporte deux paramètres, le premier permet de prendre en compte le déconfinement partiel dans la chambre d'abattage et le long du bouclier, le deuxième détermine la position de la pose de revêtement. Ce modèle est ensuite appliqué à l'analyse du comportement tridimensionnel et non linéaire d'un tunnel revêtu de faible profondeur.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude numérique de l'interaction du creusement avec des ouvrages existants. On traitera en particulier de l'influence du creusement sur des fondations profondes, sur un tunnel existant et sur une structure en surface. Chaque problème fera l'objet d'une analyse des mouvements de sols induits par le creusement et des sollicitations transmises à la structure. On présentera également une étude paramétrique de l'influence des principaux paramètres sur les problèmes d'interaction traités.

CHAPITRE I.

METHODES NUMERIQUES POUR LES PROBLEMES TRIDIMENSIONNELS ET NON LINEAIRES

Ce chapitre est consacré à l'élaboration d'un outil de résolution pour les systèmes de grandes dimensions et très mal conditionnés émanant de la discrétisation des problèmes de géomécanique par la méthode des éléments finis. On présente dans un premier temps une synthèse des méthodes itératives et des techniques de préconditionnement récemment développées en analyse numérique. Les algorithmes implantés dans le code de calcul PECPLAS 3D ont été testés sur des exemples types de géomécanique. Les performances obtenues ont permis de retenir une méthode de résolution pour la suite de notre travail.

I.1 Introduction

De nombreux problèmes en géomécanique conduisent à résoudre des calculs tridimensionnels et non linéaires. L'aspect tridimensionnel est rencontré dans le calcul des tunnels en site urbain, des barrages voûtes, des fondations profondes ou superficielles sous chargement excentré ou incliné. Les non linéarités peuvent avoir diverses origines, notamment le comportement des géomatériaux, les conditions de contact entre matériaux à forts contrastes de rigidité, les grandes déformations et (ou) les grands déplacements. Pour la résolution des systèmes non linéaires associés à ces problèmes, on a généralement le choix entre la méthode de Newton - Raphson (matrice de rigidité tangente) ou la méthode de Newton - Raphson modifiée (matrice de rigidité initiale). Cependant, dans la résolution des problèmes d'excavation de tunnels avec évolution de la géométrie (résultant du phasage des travaux), la première méthode est généralement utilisée à cause de la modification de la de la matrice de rigidité due au changement de géométrie.

Dans le choix d'un modèle de sol avec une règle d'écoulement non associée, on est appelé à résoudre un système linéaire non symétrique à chaque incrément de chargement. Compte tenu de la taille importante des systèmes mis en œuvre et de la nature très creuse de la matrice de rigidité, il est recommandé d'utiliser les méthodes itératives qui donnent une plus grande précision de résultats que les méthodes directes et qui permettent des économies substantielles de place mémoire (grâce à la possibilité d'un stockage des termes non nuls uniquement) et de temps de calcul (GHORBANBEIGI 1995). La présence des matériaux à forts contrastes de rigidités (sol, roche, acier, béton) et la variation du niveau de plastification dans le domaine considéré peuvent également conduire à des systèmes très mal conditionnés.

Ce chapitre présente une synthèse des travaux réalisés sur les méthodes itératives et les techniques de préconditionnement adaptées aux systèmes non symétriques de grandes dimensions. Les méthodes retenues sont implantées dans le code de calcul PECPLAS 3D (SHAHROUR 1992, GHORBANBEIGI 1995). L'application de ces algorithmes à des problèmes tridimensionnels de géomécanique est ensuite présentée au travers de trois exemples. Les performances obtenues nous permettent de retenir une méthode de résolution qui sera utilisée dans la suite du travail.

I.2 Méthodes itératives pour la résolution des grands systèmes linéaires

I.2.1 Généralités

On considère le système linéaire de taille "n" suivant:

$$A \cdot x = b \quad \text{I.1}$$

Le principe des méthodes itératives repose sur la recherche de la solution du système [I.1] par itérations successives d'une suite qui converge sous certaines conditions vers une valeur notée x^* . Cette suite est généralement définie par :

$x^{(0)}$: vecteur quelconque fixé dans \mathcal{R}^n

$$x^{(k+1)} = f(x^{(k)})$$

f est une fonction de $\mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$.

Dans la littérature, les méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires peuvent être classées en trois grandes familles, à savoir :

- les méthodes de décomposition ;
- les méthodes de descente ;
- les méthodes de Petrov - Galerkin - Krylov (P.G.K.).

I.2.2 Les méthodes de décomposition : recherche du point fixe

Le principe de ces méthodes est de décomposer la matrice A sous la forme :

$$A = M - N \quad \text{I.2}$$

où M est une matrice "simple à inverser". En injectant l'équation [I.2] dans [I.1], on définit la suite itérative suivante :

$x^{(0)}$ vecteur quelconque dans \mathcal{R}^n , par exemple $x^{(0)} = M^{-1} \cdot b$

$$x^{(k+1)} = M^{-1} (b + N \cdot x^{(k)})$$

On présente dans cette section les principales méthodes de décomposition proposées dans la littérature. Une description plus détaillée de ces méthodes est donnée dans

(HAGEMAN et YOUNG 1981). Afin d'exprimer facilement les matrices M et N en fonction de la matrice A, on propose de décomposer A sous la forme $A = L_A + D_A + U_A$, D_A étant la matrice diagonale des termes de A, L_A et U_A étant respectivement les matrices triangulaire inférieure stricte et supérieure stricte des termes de A.

Méthode de Jacobi : ($M = D_A$, $N = -(L_A + U_A)$)

$$x^{(k+1)} = D_A^{-1} \left(b - (L_A + U_A)x^{(k)} \right) \quad \text{I.3}$$

Méthode de Gauss-Seidel (GS) : ($M = (D_A + L_A)$, $N = -U_A$)

$$x^{(k+1)} = (D_A + L_A)^{-1} \left(b - U_A x^{(k)} \right) \quad \text{I.4}$$

Méthode de Gauss-Seidel symétrique (SGS) :

Dans cette méthode, on alterne les itérations avec $M = (D_A + L_A)$ et $M = (D_A + U_A)$:

$$\begin{cases} x^{(k+1/2)} = (D_A + L_A)^{-1} \left(b - U_A x^{(k)} \right) \\ x^{(k+1)} = (D_A + U_A)^{-1} \left(b - L_A x^{(k+1/2)} \right) \end{cases} \quad \text{I.5}$$

Méthode de sur-relaxation successive (SOR) :

On définit D_A comme barycentre de deux matrices diagonales :

$$D_A = \frac{D_A}{\omega} - \left(\frac{1-\omega}{\omega} \right) D_A \quad \text{I.6a}$$

On peut alors écrire : $A = \left(\frac{D_A}{\omega} + L_A \right) - \left(\frac{1-\omega}{\omega} D_A - U_A \right) = M - N$.

Le système itératif s'exprime par :

$$x^{(k+1)} = (D_A + \omega L_A)^{-1} \left(\omega b - ((1-\omega)D_A - \omega U_A)x^{(k)} \right) \quad \text{I.6b}$$

ω est le paramètre de relaxation qui permet d'optimiser les performances de la méthode. Diverses expressions existent pour définir ce paramètre ; à titre d'exemple, AXELSSON (1996) propose :

$$\omega = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \rho_{\text{jacobi}}^2}} \quad \text{I.7}$$

où ρ_{jacobi} est le rayon spectral de la matrice de Jacobi, notée B et définie par $B = I - D_A^{-1} A$.

Méthode de sur-relaxation successive symétrique (SSOR) :

La méthode est définie par la combinaison des deux précédentes. Le système itératif s'écrit :

$$\begin{cases} x^{(k+1/2)} = (D_A + \omega L_A)^{-1} \left(\omega b - ((1-\omega)D_A - \omega U_A)x^{(k)} \right) \\ x^{(k+1)} = (D_A + \omega U_A)^{-1} \left(\omega b - ((1-\omega)D_A - \omega L_A)x^{(k+1/2)} \right) \end{cases} \quad I.8$$

Ces méthodes de résolution ont l'avantage d'être simples à mettre en œuvre et peu coûteuses en mémoire additionnelle. Cependant, elles requièrent dans certains cas un nombre important d'itérations pour assurer la convergence et ne conviennent pas aux systèmes mal conditionnés.

1.2.3 Méthodes de descente : minimisation d'une fonction convexe

Les méthodes de descente sont des méthodes de minimisation, applicables à des fonctions convexes dont les courbes de niveau sont supposées "régulières". Il s'agit d'approcher le minimum de la fonctionnelle quadratique J :

$$J(x) = \langle Ax, x \rangle - 2 \langle x, b \rangle \quad I.9$$

par une suite récurrente qui descend sur les courbes de niveaux de J, jusqu'à atteindre le minimum. Si le pas et la direction de descente sont bien choisis, alors les calculs peuvent être très efficaces.

Application à des systèmes symétriques

Dans le cas où A est symétrique définie positive, il est démontré que la fonctionnelle J est convexe, et qu'elle admet donc un point unique x^* comme minimum global. Minimiser J revient à annuler son gradient :

$$\text{Min}_{x \in \mathfrak{R}^n} J(x) \Leftrightarrow \nabla J(x^*) = 0 \Leftrightarrow Ax^* - b = 0 \quad I.10$$

La résolution du système linéaire est alors ramenée à un problème de minimisation, défini par le système itératif suivant :

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha p^{(k)} \quad I.11$$

α est le pas de descente (> 0), et $p^{(k)}$ est la direction de descente. Le principe de convergence, schématisé dans la figure I.1, consiste à définir une direction de descente optimale qui soit tangente à la prochaine courbe de niveau pour assurer la convergence du processus.

La méthode de descente la plus connue est la méthode du **gradient conjugué (CG)** (HESTENES et STIEFEL 1952). Dans cette méthode, l'idée de base consiste à définir le pas de

descente à l'itération "k" comme une combinaison linéaire entre le gradient et l'ancien pas de descente.

De ce fait, il est démontré que lorsque cette méthode est employée pour la résolution des systèmes linéaires symétriques, elle présente des qualités de robustesse qui se résument par :

- convergence monotone et régulière ;
- convergence assurée en un nombre fini d'itérations ;
- faible coût en mémoire additionnelle ;
- faible coût en nombre d'opérations donc en temps de calcul.

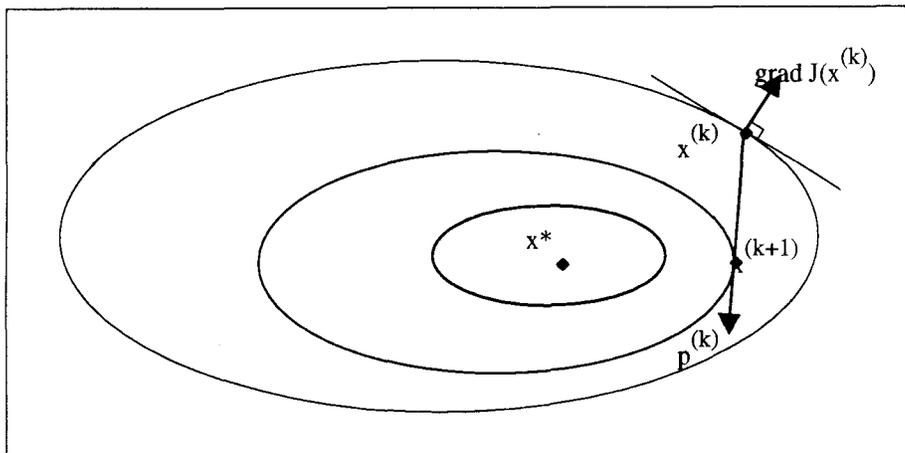


Figure I.1 Principe de convergence des méthodes de descente

Généralisation du Gradient Conjugué à des matrices non symétriques

De nombreux auteurs ont proposé de généraliser la méthode du CG à des matrices régulières quelconques.

L'application du CG au système $({}^tA.A).x = {}^tA.b$ conduit à la méthode du CGNR (HESTENES et STIEFEL 1952). De même, on peut appliquer le CG au système $A.({}^tA.y) = b$ et déduire l'inconnu x par $x = {}^tA.y$, ce qui correspond à la méthode du CGNE (CRAIG 1955). Cependant, le calcul du double produit ${}^tA.A$ (ou $A.{}^tA$) dans les méthodes du CGNR (ou CGNE) ralentit sensiblement la convergence du processus, ce qui les rend peu attrayantes.

En appliquant la procédure de LANCZOS (1952) aux systèmes non symétriques, on définit une classe de méthodes appelée "méthodes des gradients conjugué dérivées" ("conjugate gradient-like methods family"). Le procédé de LANCZOS permet de définir une

base de travail dans laquelle le résidu du système $r^{(k)}$ garde des propriétés d'orthogonalité, mais, malheureusement, au détriment des propriétés de minimisation, ce qui ne garantit plus une convergence monotone (FABER et MANTEUFFEL 1982). La méthode du **bi-CG** (double gradient conjugué) introduite par LANCZOS (1952) puis reprise par FLETCHER (1976) est la méthode la plus connue parmi celles employées pour les systèmes non symétriques. L'algorithme de cette méthode est fourni en annexe I.1. Grâce à sa propriété d'orthogonalité des résidus, l'algorithme, lorsqu'il converge, se termine en un nombre fini d'itérations, ce qui permet d'éviter la stagnation du processus et un coût de résolution élevé. Cependant, le bi-CG fait intervenir deux types de produits matrice - vecteur, l'un avec la matrice A et l'autre avec la matrice tA . De ce fait, il apparaît que la méthode double le temps de résolution, et pose le problème de l'emploi de la matrice tA qui n'est pas directement accessible (à cause de la méthode de stockage de la matrice A). D'autre part, la méthode présente un comportement en convergence tout à fait irrégulier dû au manque de propriété de minimisation du résidu. Enfin, l'expérience montre que des divisions par "zéro", appelées "*break-downs*", peuvent survenir dans de nombreux cas (BREZINSKI et al. 1995, TONG 1992).

Présentée comme une amélioration du bi-CG, la méthode du CGS (SONNEVELD 1989) se propose de remédier aux défauts du double gradient conjugué : supprimer la matrice tA de l'algorithme, et "concentrer" la convergence de l'algorithme sur le résidu. En effet, on démontre pour la méthode du bi-CG que le résidu initial d'un système s'écrit, à l'itération "k", comme un polynôme de degré "k" de la matrice A, appliqué au vecteur résidu initial $r^{(0)}$:

$$r^{(k)} = \varphi_k(A)r^{(0)} \tag{I.12}$$

De ce fait, lorsque le bi-CG converge, on dira que les matrices $\varphi_k(A)$ se comportent comme des opérateurs de contraction vis-à-vis du vecteur $r^{(0)}$. La méthode du CGS se propose de profiter de l'effet contractant des matrices $\varphi_k(A)$, en exprimant le résidu à l'itération "k" sous la forme :

$$r^{(k)} = [\varphi_k(A)]^2 . r^{(0)} \tag{I.13}$$

Bien que conduisant à des vitesses de convergence souvent deux fois plus importantes, la méthode du CGS possède un comportement en convergence très irrégulier, car elle a aussi pour effet de "doubler" les irrégularités de convergence du bi-CG à cause du manque de minimisation du résidu. Ceci peut provoquer des divergences du processus d'itérations.

Tenant compte de ces considérations, Van der VORST (1992) proposa la méthode du **bi-CGSTAB**, qui a un meilleur comportement en convergence (plus lisse et plus régulier) que la méthode du CGS sur un grand nombre de problèmes. Le bi-CGSTAB, dont l'algorithme est donné en Annexe I.2, se propose de remplacer l'écriture du résidu à l'itération "k" de

l'équation [I.13] par une formule faisant intervenir un polynôme ξ_k de degré inférieur à "k", dépendant d'un certain nombre de paramètres qui serviront à contrôler la minimisation du résidu à l'itération "k" :

$$r^{(k)} = \xi_k(A)\varphi_k(A)r^{(0)} \quad \text{I.14}$$

Toutefois, le bi-CGSTAB ne garanti pas la convergence du processus et fait de plus intervenir un nouveau risque de "break-downs".

D'autres travaux (BREZINSKI et RADIVO-ZAGLIA 1994, CHAN et SZETO 1994, GUTKNECHT 1993, SLEIJPEN et FOKKEMA 1993, SLEIJPEN et Van der VORST 1995, Van der VORST et CHAN 1994a) proposent des versions modifiées du bi-CGSTAB, pour accélérer le processus de convergence. Celle qui a retenu notre attention est la méthode du **QMR-CGSTAB** (CHAN et al. 1994). Cette dernière combine le procédé du QMR (Quasi Minimal Residual) (FREUND et NACHTIGAL 1991, FREUND et al. 1991), pour éviter un certains nombre de "break-downs", à la méthode du bi-CGSTAB. Son algorithme est fourni en Annexe I.3. Elle conduit au meilleur comportement en convergence parmi toutes les méthodes dérivées du CG, mais n'annule pas tous les risques de "break-downs" qui peuvent survenir (TONG 1992).

I.2.4 Méthodes de Petrov-Galerkin-Krylov P.G.K.

Les méthodes du P.G.K. consistent à minimiser le résidu du système sur un espace vectoriel de Krylov. Elles peuvent être généralisées à des matrices quelconques, grâce à leur propriété d'optimalité. Les plus répandues, les méthodes du GMRES et sa version redémarrée le GMRES(m) (SAAD et SCHULTZ 1986) sont déjà employées dans certains codes de calcul par éléments finis (logiciel ADINA) (TAN et BATHE 1991). La méthode du GMRES(m) dont l'algorithme est fourni en Annexe I.4, requiert une mémoire additionnelle proportionnelle au paramètre m de redémarrage, qui permet d'optimiser les performances en stockage de la méthode. Pour des grands systèmes, l'expérience montre que m doit être suffisamment grand ($m \gg 10$), ce qui rend la méthode du GMRES(m) très coûteuse.

I.2.5 Synthèse des méthodes de résolution

On présente dans le tableau I.1 une synthèse des méthodes itératives présentées précédemment. On donne pour chaque méthode le coût de stockage additionnel, ainsi que le nombre d'opérations effectuées sur les matrices et vecteurs.

On note que la méthode du QMR-CGSTAB est légèrement plus coûteuse que les autres méthodes de la famille du gradient conjugué, mais on a montré que c'est elle qui offre le meilleur comportement en convergence. Le choix d'une méthode pour la suite de nos calculs reposera donc sur un compromis entre le temps de calcul, le nombre d'itérations atteint pour assurer la convergence et l'espace nécessaire pour le stockage additionnel.

Méthode	Mémoire additionnelle	Nombre d'opérations / itération
CG	2.n	1a+2b+6c
CGNR ou CGNE	2.n	2a+2b+6c
bi-CG	4.n	2a+2b+10c
CGS	6.n	2a+2b+12c
bi-CGSTAB	6.n	2a+4b+12c
QMR-CGSTAB	8.n	2a+6b+12c
GMRES(m)	(m+3).n	1a + (k+2)b + k.c

a : produit matrice - vecteur

b : produit scalaire de deux vecteurs

c : combinaison linéaire de deux vecteurs $z = x + \alpha y$

k : itération atteinte par la méthode pour assurer la convergence

Tableau I.1 Coût des méthodes itératives (POMMERELL 1992)

I.3 Préconditionnement

Dans la résolution de certains problèmes de géomécanique, les matrices de rigidité mises en jeu présentent parfois un mauvais conditionnement initial et nécessitent, tel que nous l'avons vu en introduction, l'emploi de techniques de preconditionnement.

I.3.1 Principe

La technique de preconditionnement consiste à transformer le système linéaire initial [I.1] en un système preconditionné de la forme :

$$\tilde{A} \cdot \tilde{x} = \tilde{b} \tag{I.15}$$

où \tilde{A} présente des caractéristiques proches de la matrice identité. Généralement, on définit une matrice Q de preconditionnement, qui soit une bonne approximation de A, dans le sens où $\tilde{A} = Q^{-1} \cdot A \approx I$. La matrice Q doit être facilement calculable, inversible, et ne doit pas occasionner de stockage additionnel important.

La littérature présente pour cela diverses formes pour traduire l'équation [I.15] (AXELSSON 1996, BARRETT *et al.* 1993, MEIER 1995, POMMERELL 1992). Une première forme de preconditionnement, dite preconditionnement à gauche se présente comme suit :

$$[Q^{-1} \cdot A]x = [Q^{-1}b] \tag{I.16}$$

De même, si $Q^{-1} \cdot A \approx I$, alors on a aussi $A \cdot Q^{-1} \approx I$, et on définit le preconditionnement à droite :

$$[A \cdot Q^{-1}][Q \cdot x] = b \tag{I.17}$$

Enfin, la décomposition de Q en $Q = Q_1.Q_2$ conduit au système préconditionné suivant, appelé préconditionnement mixte :

$$[Q_1^{-1}.A.Q_2^{-1}][Q_2.x] = [Q_1^{-1}.b] \quad \text{I.18}$$

I.3.2 Techniques de préconditionnement

De nombreuses techniques de préconditionnement existent dans la littérature, dont on retrouve une bonne synthèse dans (AXELSSON 1996, BARRET *et al.* 1993, MEIER 1994, 1995, MEIER *et* GALLIVAN 1995, PAPADRAKASIS 1993, POMMERELL 1992). Parmi ces techniques, on retrouve les méthodes de décomposition présentées dans le paragraphe I.2.2, employées pour “préconditionner” le système initial avant la résolution par une méthode itérative plus performante. Cette combinaison est très simple à mettre en œuvre et peut conduire à des très bons résultats. La mise en œuvre de ces méthodes correspond aux principes suivants.

Méthode de Jacobi

La méthode la plus simple consiste à retenir la matrice D_A des termes de la diagonale de A comme matrice de préconditionnement ; on parle de *préconditionnement de Jacobi* :

$$Q = D_A \quad \text{I.19}$$

Méthode du SSOR

Une deuxième méthode consiste à définir la matrice Q par la méthode de décomposition du SSOR, tel que $Q = Q_1.Q_2$, avec :

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{\omega}{2-\omega} \left(\frac{D_A}{\omega} + L_A \right) D_A^{-1} \\ Q_2 = \left(\frac{D_A}{\omega} + U_A \right) \end{cases} \quad \text{I.20}$$

L_A et U_A sont respectivement les matrices triangulaires inférieure et supérieure de A et ω est le paramètre de relaxation. Cette technique est appelée *préconditionnement du SSOR*. L'avantage de ce préconditionnement est qu'il ne nécessite aucune mémoire additionnelle, les coefficients de Q_1 et Q_2 étant directement obtenus à partir des termes de la matrice A . Il est nettement plus performant que le préconditionnement de Jacobi, et nécessite peu d'opérations supplémentaires. En effet, Q_1 et Q_2 sont facilement inversibles car elles sont respectivement matrices triangulaires inférieure et supérieure. Le seul inconvénient est le choix de ω , puisqu'il dépend de la nature du problème traité. Ne disposant pas de plus d'expériences sur la détermination de la valeur optimale de ce paramètre ω , en dehors de la formule donnée par l'équation [I.7] (AXELSSON 1996) qui nécessite par ailleurs la détermination des valeurs propres de A , les algorithmes sont démarrés avec la valeur $\omega = 1$. Cette simplification conduit au préconditionnement parfois appelé *préconditionnement du SSOR simple*.

Factorisation incomplète ou SSOR généralisée

Une autre méthode particulièrement efficace et très répandue (MEIER 1995, POMMERELL 1992, TONG 1992, Van der VORST et CHAN 1994b, de ZEEUW 1992) consiste à calculer les matrices L, D et U issues de la factorisation incomplète de A, tel que $Q = LDU$. Les termes des matrices L, D et U sont définis comme suit :

$$\forall i : d_{ii} = a_{ii} - \sum_{k=0}^{i-1} l_{ik} d_{kk} u_{kj} \quad \text{I.21a}$$

$$\forall i > j : l_{ij} = \frac{1}{d_{jj}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} d_{kk} u_{kj} \right) \quad \text{I.21b}$$

$$\forall i < j : u_{ij} = \frac{1}{d_{ii}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} d_{kk} u_{kj} \right) \quad \text{I.21c}$$

L'avantage de cette décomposition est d'approcher la factorisation complète de A (en tant que méthode d'inversion directe) sans pour autant perturber la "creusité" de la matrice. Elle s'avère très performante, mais son inconvénient principal est le coût supplémentaire apporté en terme de nombre d'opérations.

Une des variantes de cette décomposition est de négliger les termes en somme dans les équations [I.21b] et [I.21c]. Cette méthode porte le nom de *ILLU* (abréviation de l'anglais *Incomplete Line LU*) ou méthode du *D-ILU* (POMMERELL 1992). Il est alors facile de vérifier que cela revient à remplacer la matrice D_A dans la méthode du SSOR par une matrice D diagonale, définie par :

$$\text{Diag}(Q) = \text{Diag}(A) \quad \text{I.22}$$

Cette méthode est parfois appelée méthode du *SSOR généralisée*, et elle s'avère très performante lorsque la matrice du système A est à diagonale dominante. Dans les autres cas, certains auteurs (Van der VORST 1992) proposent le choix d'une matrice D^* définie par :

$$d_{ii}^* = \text{Max} \left(d_{ii}, \sum_{j>i} |a_{ij}|, \sum_{j<i} |a_{ij}| \right) \quad \text{I.23}$$

où d_{ii} correspond à l'expression des termes de la matrice D définis dans l'équation [I.21a]. Cette méthode a pour but de "concentrer" les termes dans la diagonale de la matrice préconditionnée, afin de la rendre à diagonale dominante, sachant que ce type de matrice a des propriétés intéressantes.

I.4 Critères d'arrêt et de convergence

L'emploi de méthodes itératives pour la résolution de systèmes linéaires nécessite des critères de convergence pour arrêter le processus itératif lorsque la solution est jugée suffisante. Ces critères peuvent être écrit sur le résidu réel de l'algorithme ou alors sur le résidu préconditionné lors de l'emploi de technique de préconditionnement. D'autre part,

dans le cas où l'algorithme ne converge pas, pour des raisons de stagnation ou de "break-downs", il est utile de définir des critères d'arrêt ou de redémarrage aux itérations où les risques peuvent survenir.

1.4.1 Critères de convergence

Lorsque les algorithmes de résolution sont implantés en machine, les performances des méthodes dépendent de caractéristiques numériques, telles que la précision des variables employées et la précision de la dernière décimale (qui dépend du processeur de la machine). De ce fait, si la convergence arithmétique d'une méthode est assurée, il n'en est pas autant pour la convergence numérique. Il faut alors définir un critère de convergence sur l'approximation de la solution du système $x^{(k)}$. On considère que la convergence d'une méthode est assurée si :

$$\|x^* - x^{(k)}\| < \varepsilon \|x^*\| \quad \text{I.24}$$

x^* étant la solution exacte du système, $x^{(k)}$ l'approximation atteinte à l'itération "k", et ε la précision souhaitée.

Diverses possibilités sont proposées dans la littérature pour définir un critère de convergence (MEIER 1994, POMMERELL 1992, TONG 1992). Dans notre cas, nous avons implanté les deux critères suivants :

Critère basé sur le résidu réel atteint à l'itération "k"

Ce critère est retenu dans le cas de l'emploi d'une technique de préconditionnement mixte ou à droite. En raison des critères d'arrêts implantés dans notre programme et présentés dans le paragraphe suivant, il est raisonnable de simplifier le critère de convergence présenté dans [I.24] par le test suivant (MEIER 1995) :

$$\frac{\|b - A.x^{(k)}\|}{\|b - A.x^{(0)}\|} < \varepsilon \quad \text{I.25}$$

Ce critère présente l'avantage de vérifier la valeur de $x^{(k)}$ à partir des termes du système initial, mais il nécessite à chaque itération le calcul du produit $A.x^{(k)}$.

Critère basé sur le résidu préconditionné

Pour palier au calcul du résidu réel à chaque itération, il est possible pour des systèmes préconditionnés à gauche d'écrire (de ZEEUW 1992) :

$$Q^{-1}.r^{(k)} = Q^{-1}[b - A.x^{(k)}] \approx x^* - x^{(k)} \quad \text{I.26}$$

Si on note $r_g^{(k)}$ le résidu préconditionné à gauche à l'itération "k", c'est-à-dire $r_g^{(k)} = Q^{-1} \cdot r^{(k)}$, on a en simplifiant [I.24] :

$$\frac{\|r_g^{(k)}\|}{\|x^*\|} \approx \frac{\|r_g^{(k)}\|}{\|x^{(k)}\|} < \varepsilon \quad \text{I.27}$$

Ce deuxième test d'arrêt a l'avantage de ne nécessiter aucun calcul supplémentaire, mais il est préférable, lorsque le critère [I.27] est validé, de vérifier que l'approximation obtenue satisfait aussi au critère sur le résidu réel [I.25].

I.4.2 Critères d'arrêt ou de redémarrage

Il est indispensable de définir des critères de redémarrage là où les risques de "break-downs" peuvent survenir. Pour cela, nous avons répertorié trois types de problèmes liés à nos algorithmes. Il s'agit de :

- (i) Division par "0" dans le calcul du pas de descente $\alpha^{(k)}$; ce problème est propre à tous les algorithmes de descente basés sur le procédé de Lanczos (bi-CG, bi-CGSTAB et QMR-CGSTAB);
- (ii) La valeur du scalaire $\rho_k = \left\langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(k-1)} \right\rangle$ dans les algorithmes du bi-CG et du bi-CGSTAB qui peut être nulle ou très petite sans que l'un ou l'autre des vecteurs ne soit nul ;
- (iii) $\omega^{(k)}$ qui peut être nul dans les algorithmes du bi-CGSTAB et du QMR-CGSTAB.

Pour éviter l'arrêt du calcul par l'un des trois "break-downs", le principe retenu consiste à redémarrer dans certains cas l'algorithme avec un vecteur $\tilde{r}^{(0)}$ différent, tel que $\left\langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(k)} \right\rangle \neq 0$. Après plusieurs tests numériques, nous avons fixé dans les algorithmes $\tilde{r}^{(0)} = k_{mul} \cdot r^{(k)}$, k_{mul} étant un coefficient multiplicateur "très grand".

I.5 Implantation dans le code de calcul PECPLAS 3D

Parmi les méthodes itératives présentées dans le paragraphe I.2, les plus citées dans la littérature scientifique et les plus récentes ont été implantées dans notre code de calcul PECPLAS 3D (SHAHROUR 1992, GORBANBEIGHI 1995, MROUEH 1997). Il s'agit des méthodes du bi-CG, qui est la méthode de référence dans la résolution des systèmes linéaires non symétriques, du GMRES(m), du bi-CGSTAB et de sa version améliorée le QMR-CGSTAB. La méthode du CGS n'a pas été retenue en raison de ses performances attendues entre celles du bi-CG et du bi-CGSTAB.

Les techniques de préconditionnement retenues ont été choisies pour leur facilité d'implantation et leur faible coût en mémoire additionnelle. On retiendra ainsi les méthodes de Jacobi, du SSOR simple à gauche (SSOR-G) et du SSOR simple en implantation mixte (SSOR-M). La méthode du SSOR généralisée n'a pas été retenue, en raison des calculs supplémentaires liés à la détermination des termes de la factorisation incomplète. Les critères de convergence retenus sont ceux présentés dans les équations [I.25] et [I.27]. Enfin, les critères de redémarrage présentés dans la section I.4.2 sont implantés pour éviter les risques de "break-downs" qui peuvent survenir.

I.6 Etude des méthodes sur des exemples types

Dans cette section, on présente des tests de performance des algorithmes implantés dans notre code de calcul PECPLAS 3D. Des calculs tridimensionnels et non linéaires ont été effectués sur des exemples types de géomécanique. Il s'agit (i) du calcul d'une fondation superficielle sous un chargement uniforme, (ii) du calcul d'un pieu isolé sous chargement latéral et (iii) du calcul du creusement d'un tunnel peu profond. Ces exemples ont été choisis pour leur caractère tridimensionnel et non linéaire, et comportent des niveaux de difficultés différents.

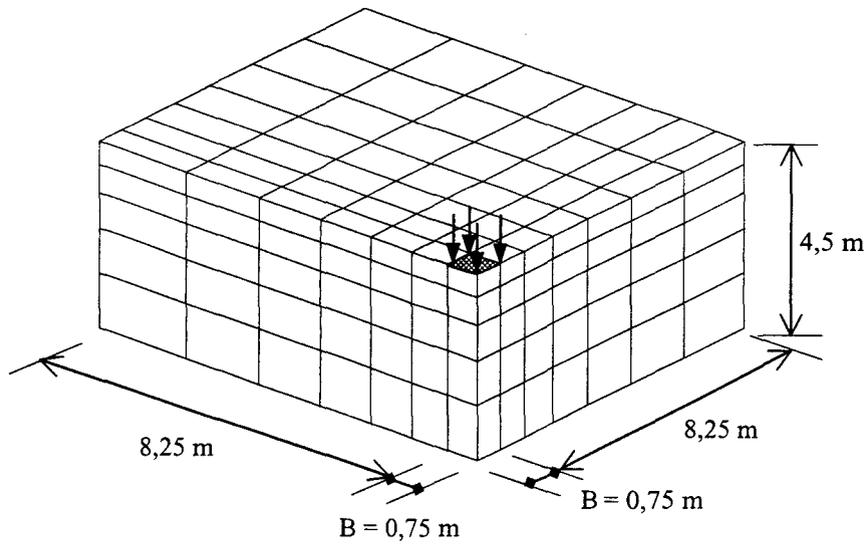
Les calculs sont effectués sur une station de travail standard DIGITAL - OSF dotée d'un processeur ALPHA 5 / 400 MHz.

1.6.1 Calcul d'une fondation superficielle

Le premier exemple porte sur le calcul d'une fondation superficielle soumise à un chargement uniforme en surface. Le comportement du sol est décrit par un modèle élastique-parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr-Coulomb avec une règle d'écoulement associée. Le sol est supposé non pesant.

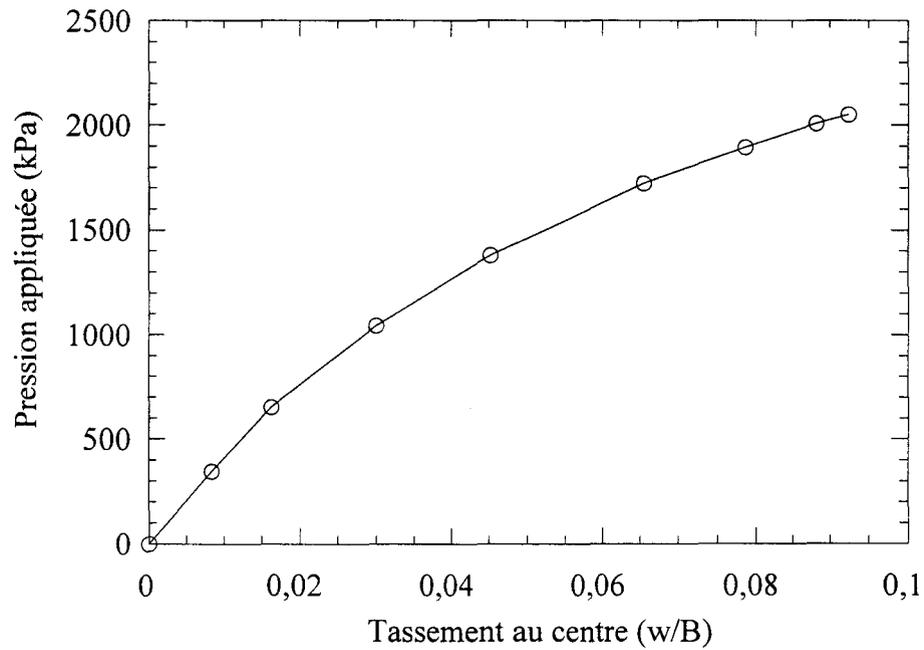
La géométrie, le maillage et les caractéristiques mécaniques du sol sont montrés dans la figure I.2a. En raison de la symétrie du problème, seul le quart du domaine est étudié. Le maillage retenu comporte 210 éléments hexaédriques à 20 nœuds, soit 2955 degrés de liberté. La matrice de rigidité mise en jeu comporte 376387 termes non nuls, soit 16% des termes stockés avec la méthode de lignes de ciel.

Le calcul non linéaire est effectué par la méthode de Newton-Raphson. Il comporte 8 incréments de chargement. La figure I.2b et le tableau I.2 montrent à titre d'exemple l'évolution du déplacement vertical au centre de la fondation en fonction de la pression appliquée et l'évolution des points plastifiés au cours du calcul. On note que le nombre de points plastifiés dans le massif croît régulièrement et représente 8% en fin de calcul.



$E = 69 \text{ MPa}$	$\nu = 0,3$	$c = 0,1 \text{ MPa}$	$\phi = \psi = 20^\circ$
----------------------	-------------	-----------------------	--------------------------

(a)



(b)

Figure I.2 Calcul d'une fondation superficielle :

(a) Géométrie, maillage et propriétés mécaniques

(b) Evolution du tassement au centre de la fondation

Incrément	P (kPa)	Tassement (w/B)	Nombre d'itérations*	% de points plastifiés
1	345	$8,4 \cdot 10^{-3}$	1	0
2	650	0,016	7	0,6
3	1043	0,030	13	2,2
4	1379	0,045	17	3,9
5	1724	0,066	27	5,8
6	1896	0,078	29	6,9
7	1998	0,088	27	7,6
8	2050	0,092	33	8,4

* : Résolution avec la méthode de Newton-Raphson modifiée

Tableau I.2 Calcul d'une fondation superficielle : Evolution de la plasticité au cours du chargement

Performances des méthodes dans la phase élastique

On présente à la figure I.3a et au tableau I.3a les résultats du processus de convergence en supposant un comportement élastique pour les sols, en terme de nombre d'itérations et de temps de calcul CPU requis pour résoudre le système linéaire. L'analyse de ces résultats montre que :

- (i) La méthode du GMRES(m) redémarrée, avec $m = 10$ ou 20 , présente un comportement en convergence tout à fait régulier, mais s'avère très coûteuse en place mémoire par rapport aux autres méthodes.
- (ii) Les méthodes du bi-CG et du bi-CGSTAB sans préconditionnement nécessitent un plus grand nombre d'itérations pour converger par rapport à la méthode du GMRES(m). Mais elles sont plus rapides et surtout moins coûteuses en mémoire additionnelle.
- (iii) L'emploi d'un préconditionnement améliore sensiblement le processus de convergence. Il réduit le nombre d'itérations du bi-CG (respectivement du bi-CGSTAB) de 41% (respectivement 57%) et le temps de calcul de 37% (respectivement 57%) avec la méthode de Jacobi. L'application du préconditionnement mixte du SSOR simple (SSOR-M) améliore davantage les performances de la méthode du bi-CGSTAB, en réduisant le nombre d'itérations de 70% par rapport aux performances obtenues avec le préconditionnement de Jacobi. Cependant, la méthode du SSOR nécessite des calculs supplémentaires pour le calcul des termes de la matrice préconditionnée, ce qui a pour effet d'augmenter légèrement le temps de calcul par rapport au préconditionnement de Jacobi.
- (iv) La méthode du QMR-CGSTAB préconditionnée à gauche avec la méthode du SSOR simple (notée SSOR-G) conduit aux meilleurs résultats, surtout appréciables par le temps de calcul qui est réduit de plus de 60% par rapport aux résultats de la combinaison {bi-CGSTAB/SSOR-M}. Ce gain est notamment réalisé grâce à l'emploi du critère de

convergence sur le résidu préconditionné, qui évite le calcul à chaque itération du résidu réel $\|A \cdot x^{(k)} - b\| / \|A \cdot x^{(0)} - b\|$.

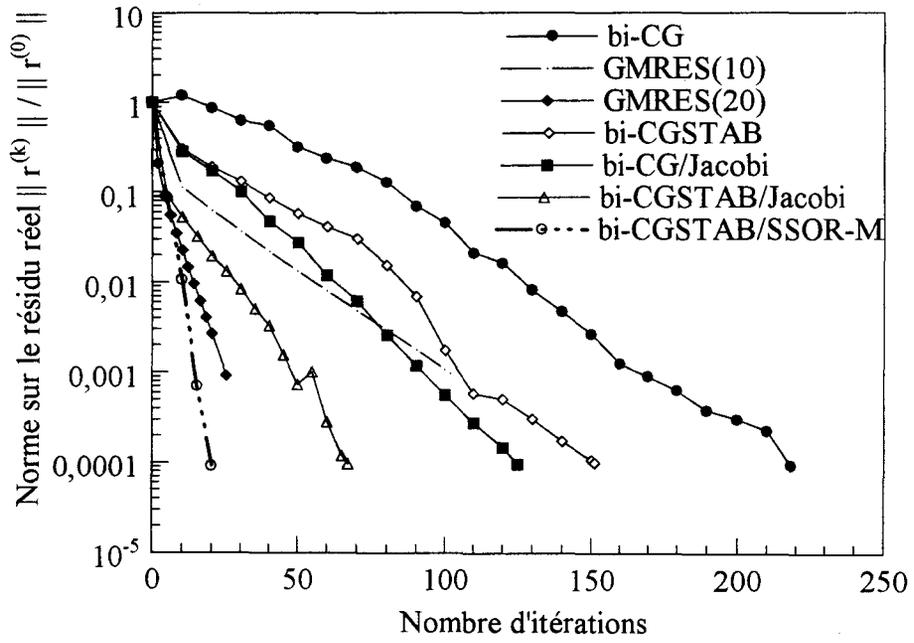
Notons que dans l'emploi de la technique du SSOR, nous avons choisi par défaut le paramètre de relaxation $\omega = 1$. Une étude paramétrique sur les performances du préconditionnement en fonction de ω est présentée dans la figure I.3b. On constate que la méthode admet une valeur optimale du coefficient de relaxation égale à 1,1, pour laquelle le nombre d'itérations atteint avec la méthode QMR-CGSTAB est minimal. Il n'est pas pour autant indiqué que ce coefficient de relaxation soit optimal pour les autres incréments de chargement, et c'est la raison pour laquelle on préfère garder $\omega = 1$ pour la suite du calcul.

Performances des méthodes dans la phase plastique

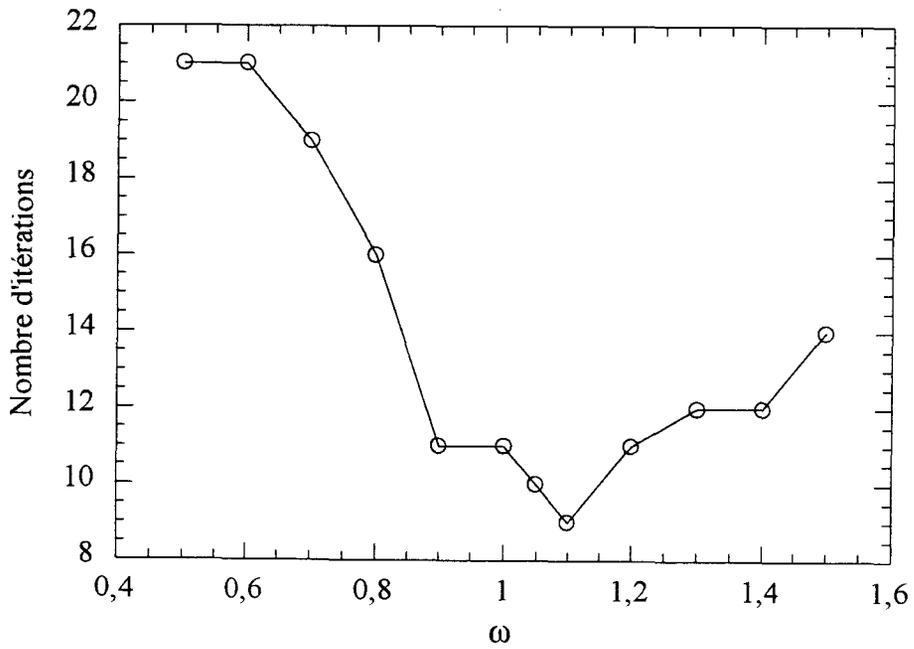
On présente à la figure I.3c l'évolution du nombre d'itérations nécessaires pour la convergence des systèmes linéaires à chaque incrément de la méthode de Newton-Raphson. On observe que les résultats obtenus avec la combinaison {bi-CGSTAB/Jacobi} évoluent légèrement au cours du calcul, de 64 à 78 itérations. De même, les combinaisons {bi-CGSTAB/SSOR-M} et {QMR-CGSTAB/SSOR-G} conduisent à des performances similaires, c'est-à-dire que le nombre d'itérations évolue peu au cours du calcul. Ceci peut être dû au matériau frottant et à l'emploi d'un critère d'écoulement associé qui, lors de la mise en plasticité du domaine, altèrent peu le conditionnement des matrices de rigidité.

Le tableau I.3b donne une comparaison des temps de calculs consommés avec les méthodes itératives et celui mis par la méthode directe de Gauss. Les résultats indiqués montrent que l'emploi des méthodes itératives préconditionnées sur ce problème reste plus avantageux que l'emploi de la méthode directe de Gauss pour la résolution des systèmes linéaires. On note à titre d'illustration que la méthode du QMR-CGSTAB préconditionnée par le SSOR-G est presque 4 fois plus rapide que la méthode de Gauss.

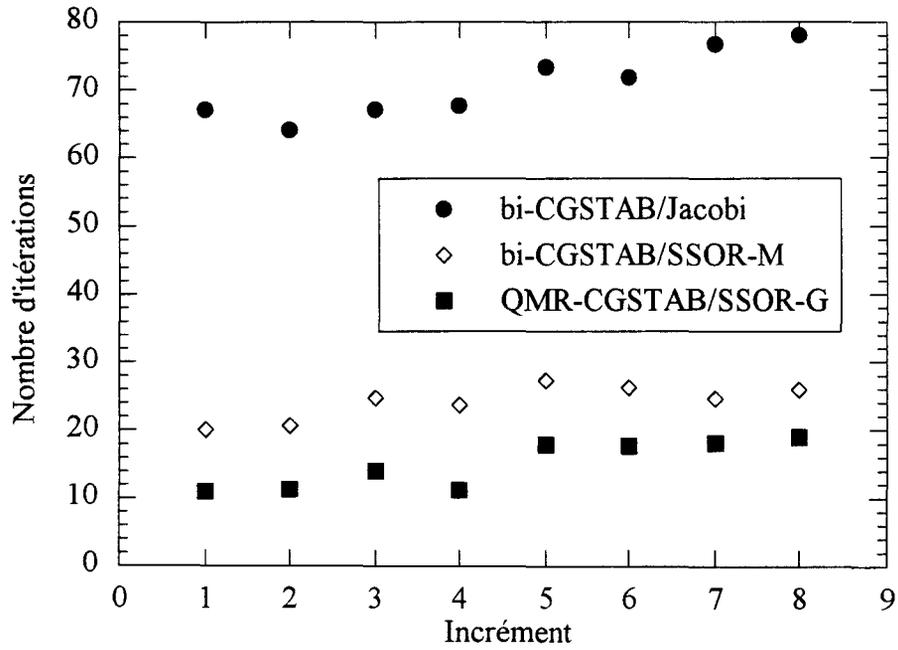
Ce premier exemple montre que la méthode du QMR-CGSTAB préconditionnée avec la technique du SSOR-G conduit aux meilleures performances dans la résolution des systèmes linéaires mis en jeu au cours du calcul, avec un bon compromis entre le temps de calcul et la place mémoire supplémentaire requise.



(a)



(b)



(c)

Figure I.3 Calcul d'une fondation superficielle : Performances globales

- (a) Performances des méthodes itératives dans la phase élastique
- (b) Influence du paramètre de relaxation sur les performances du SSOR
- (c) Performances des méthodes itératives au cours du calcul non linéaire

Méthode	Préconditionnement	Itérations	temps CPU (s)	Mémoire additionnelle
GMRES(10)	-	102	55,7	38 415 termes
GMRES(20)	-	25	27,1	67 965 -
bi-CG	-	223	20,4	11 820 -
Bi-CGSTAB	-	155	16,7	17 730 -
bi-CG	Jacobi	130	12,9	11 820 -
Bi-CGSTAB	Jacobi	67	7,25	17 730 -
Bi-CGSTAB	SSOR-M	20	7,9	20 685 -
QMR-CGSTAB	SSOR-M	19	8	23 640 -
QMR-CGSTAB	SSOR-G	11	3,1	23 640 -

(a)

Méthode	temps de calcul CPU (s)
bi-CGSTAB / Jabobi	342s
bi-CGSTAB / SSOR-M	399s
QMR-CGSTAB / SSOR-G	232s
directe (Gauss)	909s

(b)

Tableau I.3 Calcul d'une fondation superficielle :

- (a) Performances des différentes méthodes dans la phase élastique
- (b) Comparaison des temps de calcul entre les différentes méthodes

1.6.2 Calcul d'un pieu isolé soumis à un chargement latéral

La deuxième application porte sur le calcul d'un pieu isolé soumis à un chargement latéral. Le comportement du massif de sol est décrit par un modèle élastique-parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr-Coulomb avec une règle d'écoulement non associé. Le comportement du matériau du pieu est supposé élastique-linéaire.

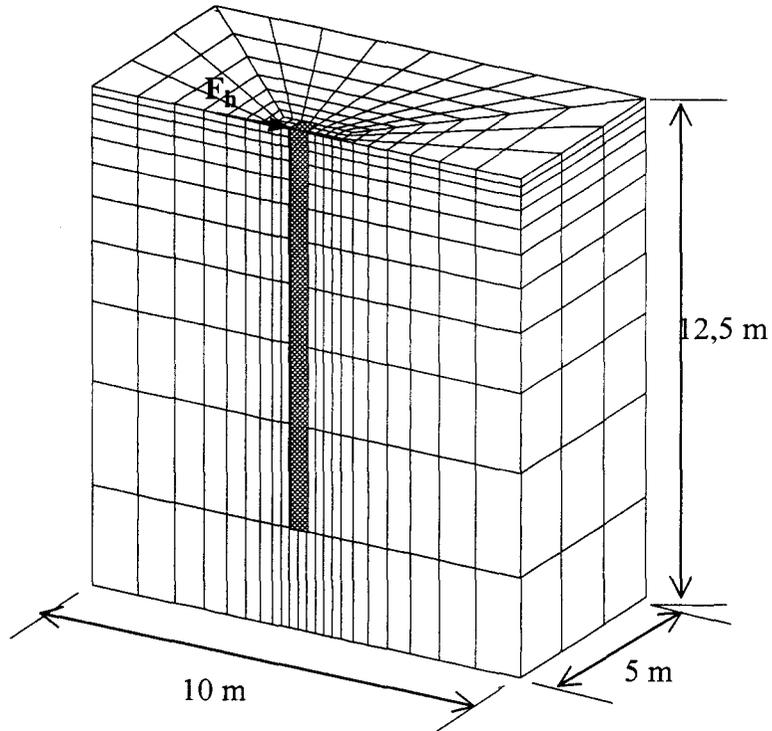
La géométrie du problème, le maillage et les propriétés mécaniques sont donnés dans la figure I.4a. Le maillage comporte 1331 éléments hexaédriques à 20 nœuds, soit 17268 degrés de liberté. La matrice de rigidité mise en jeu comporte $2,6 \cdot 10^6$ termes non nuls, soit 5,6% des termes stockés avec la méthode de lignes de ciel. En raison du fort contraste de rigidité des matériaux mis en jeu et de l'élançement du maillage à proximité du pieu, la matrice de rigidité présente des propriétés pénalisantes vis-à-vis des méthodes de résolution.

Le calcul est effectué en 7 incréments de chargement avec la méthode de Newton-Raphson. La figure I.4b montre l'évolution du déplacement horizontal en tête de pieu en fonction de la force appliquée. On note l'aspect non linéaire de la réponse du pieu au cours du chargement. Le tableau I.4a résume les performances obtenues à chaque incrément en temps de calcul. On note une évolution constante du nombre d'itérations effectuées avec la méthode de Newton-Raphson et du temps de résolution de l'incrément, en raison de la mise en plasticité du domaine.

Performance des méthodes dans la phase élastique

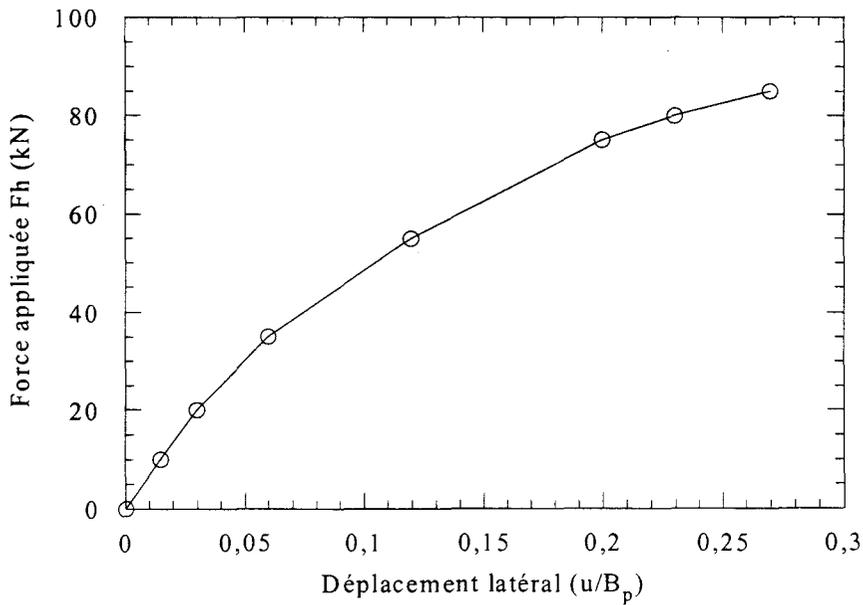
On présente dans la figure I.5a les processus de convergence des méthodes du bi-CGSTAB et du QMR-CGSTAB avec les préconditionnements de Jacobi, du SSOR-M et du SSOR-G. Les performances en termes de nombre d'itérations et temps de calcul sont résumées dans le tableau I.4b. Ces résultats montrent que :

- (i) La méthode du bi-CGSTAB, avec le préconditionnement simple de Jacobi, nécessite 1966 itérations pour atteindre la convergence, et environ 2024s en temps de calcul CPU. Il apparaît donc que le préconditionnement de Jacobi soit insuffisant, en raison du mauvais conditionnement initial de la matrice de rigidité, lié au contraste de rigidité entre les matériaux mis en jeu et dans une moindre mesure à la forte hétérogénéité du maillage.
- (ii) L'emploi du préconditionnement du SSOR mixte (SSOR-M) avec la méthode du bi-CGSTAB réduit effectivement le nombre d'itérations du calcul (980 itérations). Mais ces performances restent peu attrayantes, notamment en raison du temps de calcul CPU, sensiblement équivalent au précédent, à cause de la complexité de la technique de préconditionnement qui fait appel des calculs supplémentaires à chaque itération.
- (iii) La méthode du QMR-CGSTAB, préconditionnée à gauche à l'aide de la technique du SSOR (SSOR-G) apporte des améliorations très sensibles au niveau des temps de calcul et de la convergence. Le nombre d'itérations nécessaire pour assurer la convergence du calcul est 6 fois moins important que celui mis avec la méthode du {bi-CGSTAB/Jacobi}, tandis que le temps de calcul est 4 fois plus rapide.



Sol	$E = 8 \text{ MPa}$	$\nu = 0,35$	$c = 0,04 \text{ MPa}$	$\varphi = 25^\circ$	$\psi = 5^\circ$
Pieu	$E = 40\,000 \text{ MPa}$	$\nu = 0,3$	$L_p = 10 \text{ m}$	$B_p = 1 \text{ m}$	

(a)



(b)

Figure I.4 Calcul d'un pieu isolé sous chargement latéral :

- (a) Géométrie, maillage et propriétés mécaniques
- (b) Evolution du déplacement horizontal en tête de pieu

Force (kN)	Déplacement (u/B_p)	Nombre d'itérations *	Temps CPU de l'incrément (s)
10	0,015	1	617
20	0,03	3	1656
35	0,06	3	2156
55	0,12	4	3221
75	0,20	5	4123
80	0,23	6	7147
85	0,27	6	4277

* : pour la résolution du système non linéaire avec Newton-Raphson

(a)

Méthode	Précond.	itérations	temps CPU (s)
Bi-CGSTAB	Jacobi	1966	2024
Bi-CGSTAB	SSOR-M	980	2151
QMR-CGSTAB	SSOR-G	336	538

(b)

Tableau I.4 Calcul d'un pieu isolé :

(a) Performance du calcul non linéaire

(b) Performances de la résolution du système linéaire dans la phase élastique

Performance des méthodes dans la phase plastique

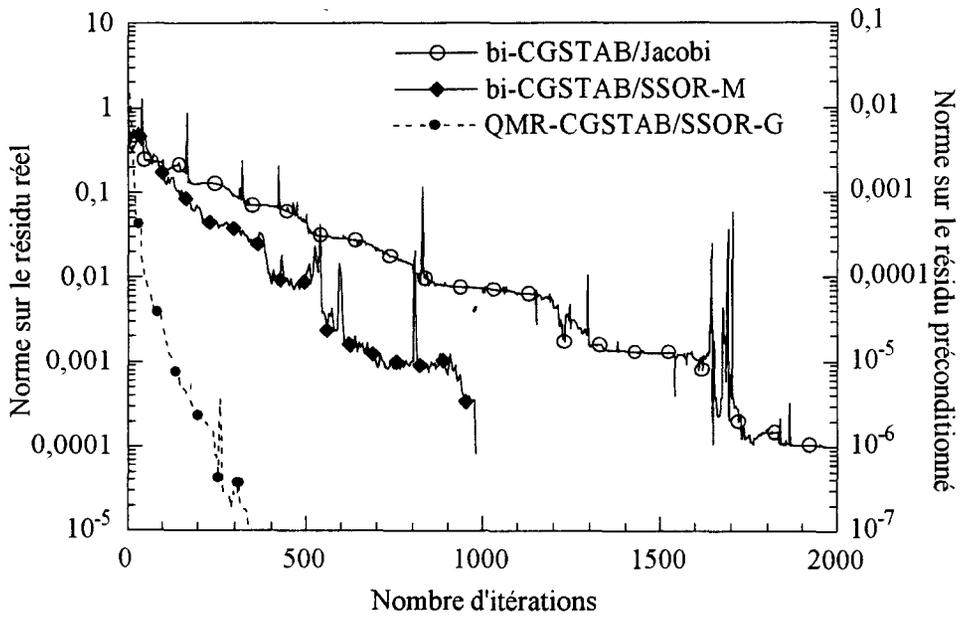
La figure I.5b montre le nombre d'itérations nécessaires à chaque incrément pour effectuer la résolution du système linéaire.

Avec la méthode du bi-CGSTAB préconditionnée avec la technique de Jacobi, on note au deuxième incrément que le calcul n'a pas convergé au bout de 2000 itérations et il a dû être arrêté car les temps de résolution devenaient trop importants.

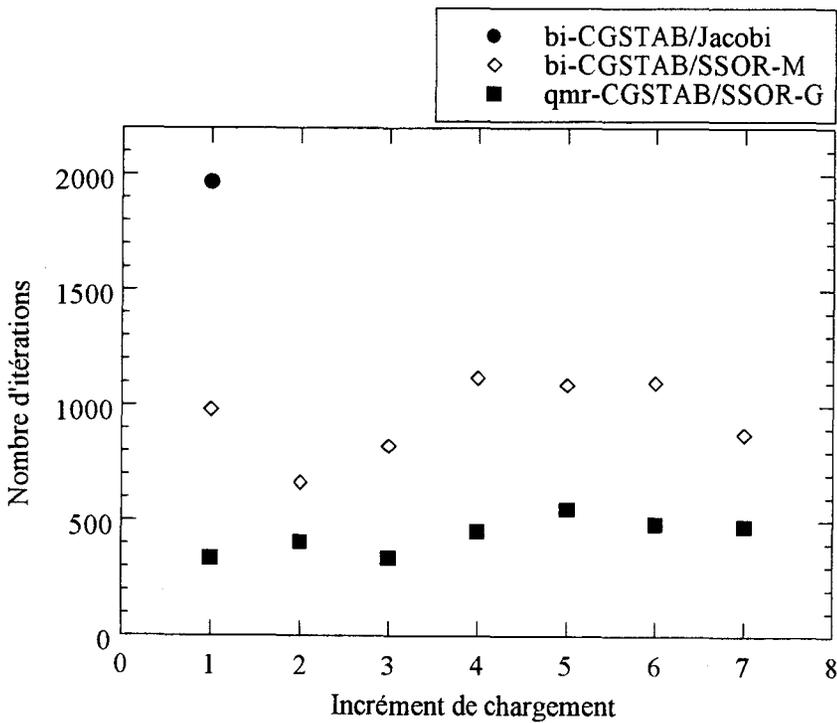
Avec la combinaison {bi-CGSTAB; SSOR-M}, on observe des résultats qui varient entre 650 à 1100 itérations, ce qui représente des temps de calcul encore trop élevés.

Par contre, les résultats obtenus avec la combinaison {QMR-CGSTAB; SSOR-G} montrent que le nombre d'itérations dans chaque incrément de chargement est très inférieur à ceux précédemment obtenus et qu'il évolue peu (de l'ordre de 500 itérations).

Les évolutions obtenues sont en fait liées à la mise en plasticité du domaine, avec une règle d'écoulement non associée qui affecte sensiblement le conditionnement des matrices de rigidité. Ceci montre donc que le préconditionnement du SSOR-G est suffisamment efficace pour palier au mauvais conditionnement des matrices mises en jeu.



(a)



(b)

Figure I.5 Calcul d'un pieu isolé : Performances des algorithmes de résolution

(a) Au premier incrément (phase élastique)

(b) Au cours du chargement (phase plastique)

1.6.3 Creusement d'un tunnel peu profond

La troisième application porte sur le calcul tridimensionnel d'un tunnel peu profond et revêtu dans un terrain meuble. Le comportement du sol est décrit par un modèle élastique-parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr-Coulomb avec une règle d'écoulement non associée. Le comportement du matériau du revêtement est supposé élastique-linéaire.

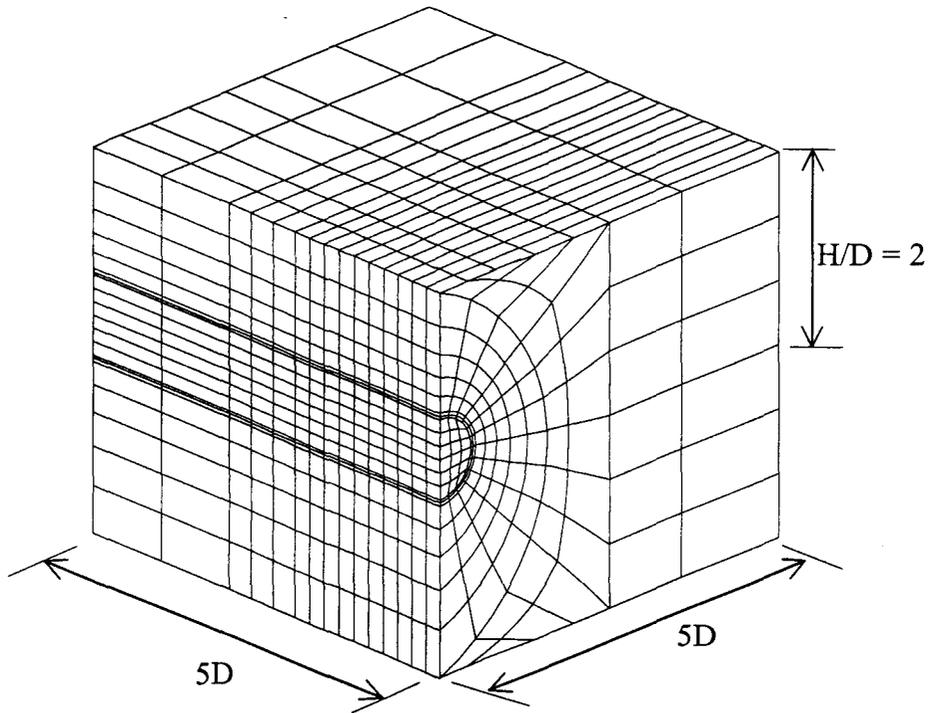
La géométrie du problème, le maillage et les propriétés mécaniques retenus sont présentés dans la figure I.6a. Le maillage comporte 1890 éléments hexaédriques à 20 nœuds, soit 23574 degrés de liberté. Le nombre de termes non nuls de la matrice de rigidité est égal à $3,610^6$, soit 5% des termes stockés avec la méthode de lignes de ciel.

Le calcul consiste à simuler numériquement le creusement du tunnel. A chaque incrément, on procède à la désactivation des éléments représentant la tranche de terrain à excaver. Cette tranche excavée est ensuite revêtue à l'incrément suivant. On procède ainsi pour simuler le creusement sur une longueur de 2D en 10 incréments. La complexité dans ce calcul est liée à l'évolution de la géométrie et au comportement non linéaire du terrain. La figure I.6b montre à titre d'exemple l'étendue de la zone plastique obtenue au front de taille en fin de calcul. On observe une localisation des points plastiques autour du piédroit du tunnel.

Performances des méthodes au premier incrément d'excavation

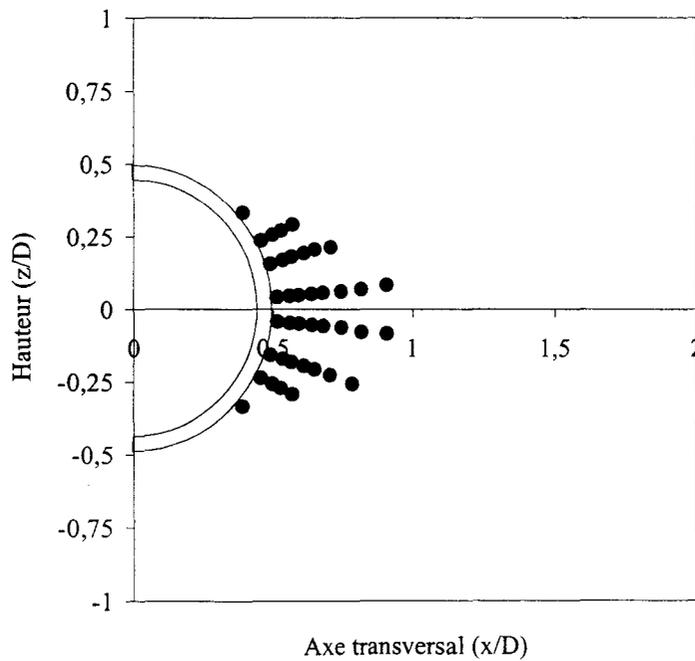
On présente dans la figure I.7a les processus de convergence des méthodes du bi-CGSTAB et du QMR-CGSTAB avec les préconditionnements de Jacobi, du SSOR-M et du SSOR-G. Les performances en termes de nombre d'itérations et de temps de calcul sont résumées dans le tableau I.5. Ces résultats montrent que :

- (i) Les méthodes itératives du bi-CGSTAB et QMR-CGSTAB présentent des performances équivalentes en terme de convergence, quelque soit le préconditionnement employé. Ceci s'explique par la modélisation retenue qui consiste au premier incrément à excaver une tranche de terrain, sans activer les éléments représentant le revêtement. De ce fait, le problème ne présente pas à cet incrément une hétérogénéité de matériaux, qui serait susceptible d'altérer le conditionnement du système linéaire mis en jeu.
- (ii) L'emploi du préconditionnement du SSOR-G avec la méthode du QMR-CGSTAB permet de réduire d'une manière significative le temps de calcul, grâce à l'emploi du critère de convergence sur le résidu préconditionné. Ceci permet d'assurer la convergence du calcul itératif plus rapidement, avec une réduction du nombre d'itérations de 18%, et d'éviter le calcul à chaque itération du résidu réel, conduisant à une réduction du temps de calcul de 48%.



Sol	$E = 30 \text{ MPa}$	$\nu = 0,4$	$c = 1 \text{ kPa}$	$\varphi = 30^\circ$	$\psi = 5^\circ$
Revêtement	$E = 20\,000 \text{ MPa}$	$\nu = 0,25$	$D = 6,5 \text{ m}$	$e = 25 \text{ cm}$	

(a)



(b)

Figure I.6 Creusement d'un tunnel :

(a) Maillage et propriétés mécaniques

(b) Points plastifiés au front de taille

Performances des méthodes au cours du creusement

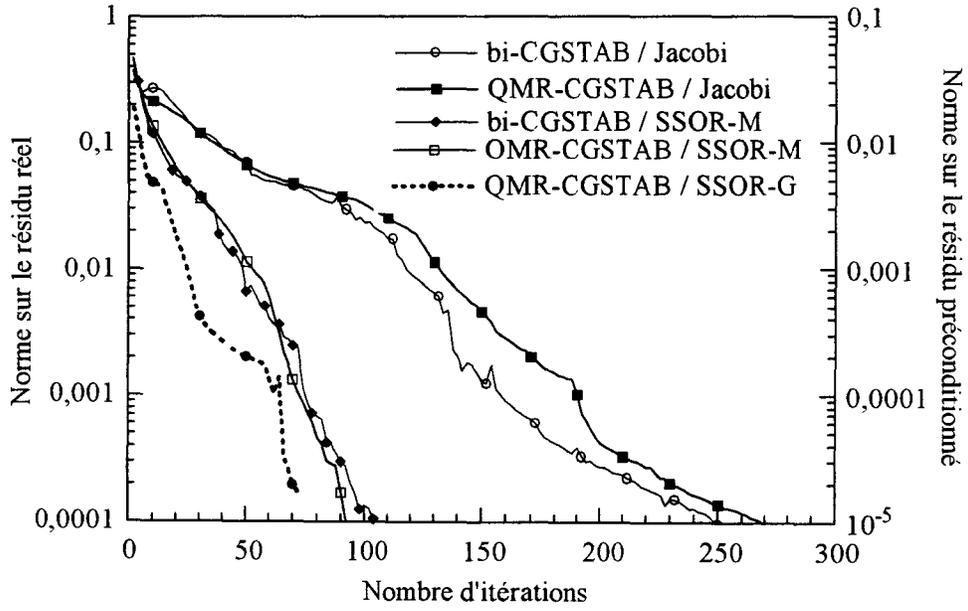
La figure I.7b présente l'évolution du nombre d'itérations nécessaires à la convergence au cours du creusement. Le problème particulier de l'évolution de la géométrie au cours du calcul, qui comporte l'excavation d'une tranche de terrain et la mise en place d'un revêtement rigide, affecte de manière significative le conditionnement des matrices de rigidité.

On observe que la méthode du bi-CGSTAB employée avec le préconditionnement du Jacobi conduit à des résultats qui évoluent de manière exponentielle, en raison des mauvaises performances de cette méthode pour des systèmes mal conditionnés. L'emploi du préconditionnement de SSOR-M conduit à des résultats meilleurs, mais l'évolution du nombre d'itérations au cours du calcul est très sensible, et le nombre d'itérations dépasse 2000 à partir du 8^{ème} incrément.

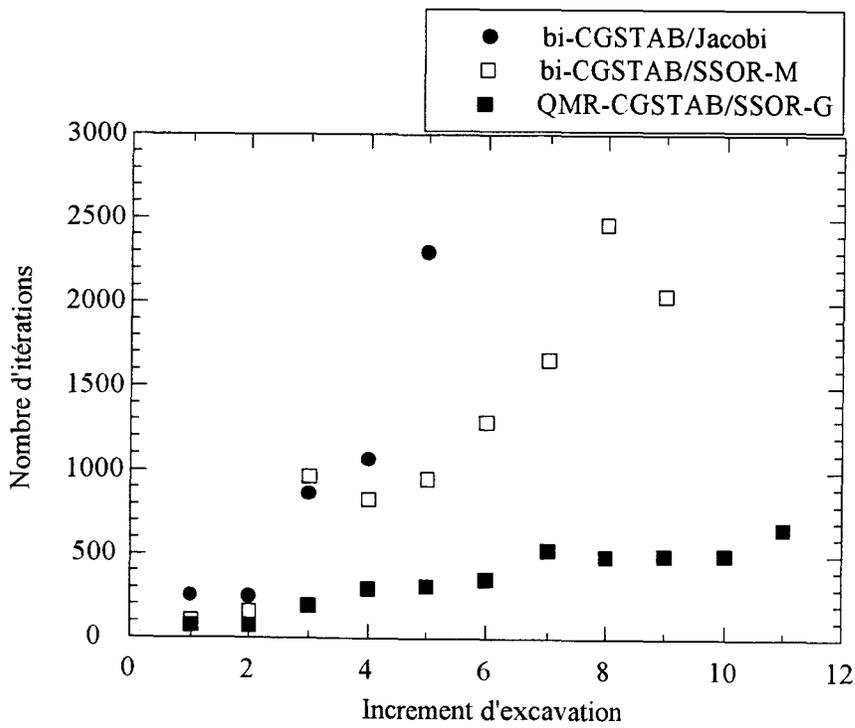
Les résultats obtenus avec la méthode du QMR-CGSTAB préconditionnée avec le SSOR-G montrent une légère évolution du nombre d'itérations au cours du calcul, avec des valeurs qui n'excèdent pas 600 itérations. Ce préconditionnement conduit aux meilleures performances.

Méthode	Préconditionnement	itérations	temps CPU (s)
Bi-CGSTAB	Jacobi	252	536
bi-CGSTAB	SSOR-M	106	750
QMR-CGSTAB	Jacobi	270	564
QMR-CGSTAB	SSOR-M	93	639
QMR-CGSTAB	SSOR-G	76	334

Tableau I.5 Creusement d'un tunnel peu profond :
Performances pour la résolution du système linéaire au premier incrément



(a)



(b)

Figure I.7 Creusement d'un tunnel : Performances des méthodes itératives

(a) Au premier incrément d'excavation

(b) Au cours du creusement

I.7 Conclusion

Des outils spécifiques ont été développés pour la résolution des grands systèmes linéaires non symétriques émanant d'une discrétisation par éléments finis de problèmes tridimensionnels en géomécanique. Ces outils font appel à des méthodes itératives récemment développées, combinées à des techniques de préconditionnement courantes. L'implantation de ces méthodes dans le code de calcul PECPLAS 3D nous permet de disposer d'un outil de calcul performant et opérationnel pour la résolution des problèmes tridimensionnels et non linéaires en géomécanique.

Les tests réalisés sur trois exemples de géotechnique montrent que la méthode du QMR-CGSTAB préconditionnée avec la méthode du SSOR-G conduit aux meilleurs résultats pour la résolution des systèmes linéaires de grandes dimensions et mal conditionnés.

Pour la résolution des problèmes tridimensionnels de grandes dimensions, la méthode itérative retenue s'avère plus rapide que la méthode directe de Gauss, et permet, grâce au stockage des seuls termes non nuls de la matrice, une économie substantielle de la place mémoire nécessaire.

CHAPITRE II.

ANALYSE TRIDIMENSIONNELLE DU CREUSEMENT DE TUNNELS DANS LES TERRAINS MEUBLES

Ce chapitre est consacré à une modélisation tridimensionnelle du creusement de tunnels en site urbain. Il comporte deux parties. Dans la première, nous présentons la méthodologie utilisée pour la simulation numérique du creusement. Dans la deuxième partie, cette méthodologie est appliquée pour étudier le creusement d'un tunnel revêtu et peu profond dans un sol homogène. On présente également une étude de l'influence des principaux paramètres sur les mouvements de terrains induits par le creusement.

II.1 Introduction

Dans le creusement des tunnels en site urbain, les ingénieurs sont confrontés à un problème délicat, celui de la stabilité du terrain, en particulier au front de taille, et des ouvrages avoisinants. Ces problèmes résultent de deux origines, à savoir (i) la nature hétérogène et meuble des terrains rencontrés en site urbain, et (ii) la faible profondeur de ces tunnels qui implique une forte interaction entre le creusement et les ouvrages existants.

Aussi, il paraît nécessaire pour la détermination des tassements induits par le creusement de disposer d'un outil de calcul fiable et d'une méthodologie correcte qui permettent de prendre en compte la complexité du problème résultant à la fois de la forte non linéarité (comportement du sol et conditions d'interface) et de l'évolution de la géométrie.

Dans ce chapitre, on se propose d'élaborer une méthodologie pour la simulation numérique du creusement par la technique du tunnelier à front pressurisé, intégrant les différents aspects évoqués ci-dessus. Cette méthodologie servira par la suite à étudier l'interaction entre le creusement et les ouvrages avoisinants.

Le travail présenté dans ce chapitre comporte deux parties :

Dans la première, on présente une synthèse des principales fonctions du tunnelier à front pressurisé. A partir de cette synthèse, on propose une méthodologie "simplifiée" pour la simulation numérique du creusement.

Dans la deuxième partie, on applique cette méthodologie à un exemple de référence (SHAHROUR ET MROUEH 1997b). Une série de calculs est ensuite réalisée pour étudier l'influence des principaux paramètres sur les tassements induits par le creusement.

II.2 Modélisation du creusement

II.2.1 Principe du tunnelier à front pressurisé

L'emploi du tunnelier à front pressurisé (BEJUI 1989) s'est développé ces dernières décennies pour l'exécution des travaux souterrains de faible profondeur et en zone sensible (site urbain, terrain meuble et aquifère). En raison de ces contraintes, le tunnelier à pression comprend un fonctionnement qui permet d'assurer à la fois la stabilité du front de taille et des parois latérales (figure II.1a). La figure II.1b illustre le principe de creusement par le tunnelier à front pressurisé. On distingue principalement deux phases :

La première consiste à excaver une tranche complète de terrain. Cette excavation induit une perturbation du champ de contraintes initiales, qui se traduit par un déconfinement au front de taille. Dans le même temps, la jupe métallique du bouclier assure le soutènement provisoire des parois latérales. On assiste néanmoins à un déconfinement partiel et tridimensionnel. Ce déconfinement provient du vide annulaire créé par la forme conique de la jupe, de son diamètre qui est inférieur au diamètre d'excavation et des difficultés de guidage de la machine. Enfin, on applique une pression au front et on procède à l'évacuation des déblais.

Dans la deuxième phase du creusement, le tunnelier prend appui sur le revêtement déjà mis en place pour avancer. On assiste à la mise en contact de l'anneau de revêtement avec le terrain, et au remplissage du vide annulaire par injection de coulis. Ce vide provient essentiellement de l'épaisseur de la jupe, et il induit aussi un déconfinement partiel des terrains avant le contact définitif sol-revêtement.

II.2.2 Mise en œuvre numérique

La simulation du creusement dans le calcul par éléments finis requiert la prise en compte d'une évolution de la géométrie. Elle est effectuée à l'aide d'un calcul incrémental. La figure II.2 montre le principe de la modélisation retenue. Elle comprend les étapes suivantes :

(i) A un instant donné, on souhaite modéliser l'excavation d'une tranche complète de terrain. Pour cela, on détermine l'incrément de forces induites par la désactivation des éléments représentant cette tranche à partir de l'équation globale d'équilibre. Cet incrément est égal à la différence entre les forces totales appliquées (poids propre, forces de surface, pression d'eau, ...), notées $F^{(incr)}$, et les forces aux nœuds résultant des contraintes dans le massif obtenues à la fin du dernier incrément. Il est calculé d'après l'expression suivante :

$$\Delta F = F^{(incr)} - \int_{V^{(incr)}} {}^t B_e \sigma^{(incr-1)} dV \quad \text{II.1}$$

$V^{(incr)}$ désigne le volume de terrain à l'incrément (*incr*), B_e désigne la matrice qui relie le tenseur de déformation aux déplacements nodaux ($\epsilon = B_e \cdot U$; U déplacements aux nœuds), et $\sigma^{(incr-1)}$ désigne le champ de contraintes total à la fin du dernier incrément.

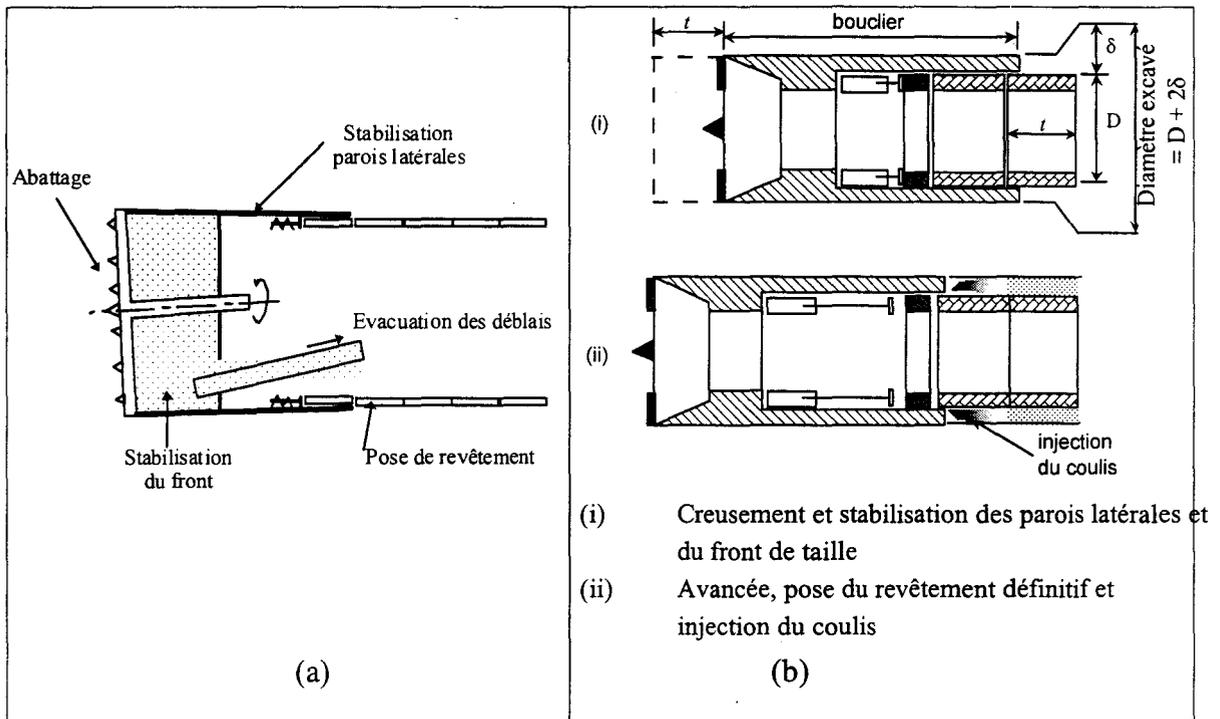


Figure II.1 Principe de fonctionnement du tunnelier à pression

a) fonctions du tunnelier

b) Principe de creusement

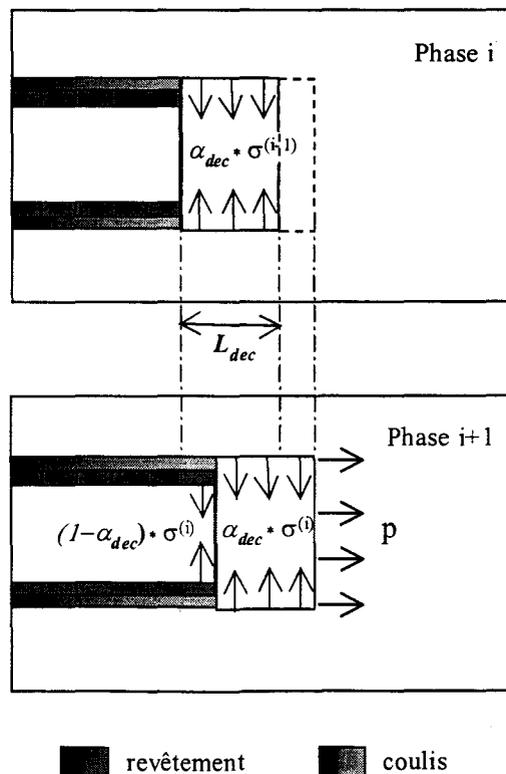


Figure II.2 Principe de la méthodologie du creusement retenue

(ii) Afin de prendre en compte le vide annulaire et les mouvements de sols avant la pose du revêtement qui induisent un déconfinement partiel du terrain (difficilement quantifiable), on propose une démarche simple qui consiste à appliquer un coefficient “global” de décompression noté α_{dec} ($\alpha_{dec} < 1$) qui s’applique sur une partie excavée de longueur L_{dec} . Cette longueur est approximativement équivalente à la longueur du bouclier, autour duquel se produit la décompression de terrain. L’incrément de force utilisé dans le calcul s’écrit alors :

$$\Delta F' = \alpha_{dec} \cdot \Delta F \quad \text{II.2}$$

La partie complémentaire de cette force $(1 - \alpha_{dec}) \cdot \Delta F$ est appliquée après la pose du revêtement. Enfin, la pression de soutènement est appliquée en totalité sur le front de taille pour assurer sa stabilité.

(iii) En arrière du bouclier, la modélisation du phasage des travaux comprend la pose du revêtement et le remplissage du vide annulaire. Pour le soutènement définitif, on procède simplement à l’activation des éléments correspondants. Par contre, la phase d’injection de coulis est très délicate à mettre en œuvre, car il faut tenir compte de la pression d’injection, de la nature fluide du coulis à l’injection et de son durcissement. Une modélisation rigoureuse de cette phase nécessiterait le développement d’éléments spécifiques, et un modèle rhéologique capable de reproduire le comportement du coulis. Aussi en l’absence de données fiables et pour permettre une modélisation simple de cette phase, nous avons modélisé l’injection de coulis par une simple modification des propriétés mécaniques des éléments à la périphérie du revêtement, en supposant que leur comportement obéit à une loi élastique avec une faible rigidité par rapport à celle du terrain (cf. section II.3.4).

Finalement, la modélisation du creusement comporte deux paramètres α_{dec} et L_{dec} qui permettent de reproduire le déconfinement partiel sur une zone de terrain non soutenue.

II.3 Etude d’un cas de référence

II.3.1 Présentation de l’ouvrage

On propose d’étudier le creusement d’un tunnel circulaire de diamètre extérieur $D = 7,5\text{m}$ creusé dans un sol homogène à une profondeur $H = 2,5D$. La géométrie et les propriétés mécaniques sont présentées dans la figure II.3. Le tunnel est revêtu d’un anneau en béton, d’épaisseur $e = 0,5\text{m}$. Le comportement du sol est décrit par un modèle élastique-parfaitement plastique, basé sur le critère de Mohr-Coulomb non associé. Le comportement du revêtement est supposé élastique-linéaire.

La distribution des contraintes initiales est calculée en supposant un état œdométrique, avec un coefficient de pression des terres au repos $K_0 = 0,5$ et un poids volumique $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$.

Le maillage et les conditions aux limites sont présentés dans la figure II.4. Le maillage comprend 2214 éléments hexaédriques à 20 nœuds (10494 nœuds au total) représentant 28471 degrés de liberté; il est raffiné au voisinage du centre du tunnel. Le tunnel est excavé suivant l'axe noté (y) représentant l'axe longitudinal. Les dimensions du domaine sont fixées dans le sens transversal à 4D du centre du tunnel, dans le sens longitudinal à 8D et dans le sens de la hauteur à 4,5D. Le dimension latérale $x = 4D$ peut sembler en deçà des recommandations usuelles citées dans la littérature, mais une étude paramétrique menée pour une distance variant de 4D à 8D nous a montré que les résultats de tassements en surface variaient peu (écarts de moins de 5% lorsque la distance latérale passe de 8D à 4D). Aussi, pour des raisons d'optimisation de place mémoire et de temps de calcul, nous avons retenu une distance de 4D.

Les déplacements selon les normales aux facettes extérieures du domaine sont bloqués. La place mémoire occupée par la matrice de rigidité est de $4,3.10^6$ termes, soit 5% des termes stockés par la méthode de lignes de ciel.

II.3.2 Modélisation du creusement

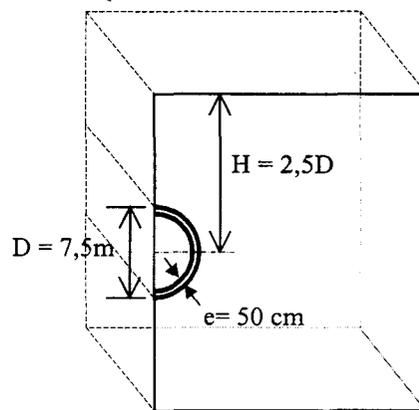
La méthode de Newton-Raphson est retenue pour effectuer le calcul non linéaire. Le temps de calcul global sur une station de travail standard DEC Alpha 5/400 MHz a été de **15414 s CPU** (environ 4h30min). Le nombre moyen d'itérations du système non linéaire a été de 4. Enfin, la méthode itérative du **QMR-CGSTAB** préconditionnée avec le **SSOR-G** a nécessité en moyenne **205 itérations** pour la résolution du système linéaire.

Le calcul comporte 12 incréments, représentant l'excavation de 12 tranches de longueur $L = D/3$, ce qui correspond à des dimensions courantes de voussoirs. La longueur totale excavée est égale à 4D. L'excavation d'une tranche de terrain est réalisée suivant la méthodologie décrite dans la section II.2. Les paramètres du creusement sont :

- un déconfinement partiel $\alpha_{dec} = 0,5$;
- une zone non soutenue de longueur $L_{dec} = 1D$.

On applique dans cet exemple une pression uniforme au front de taille équivalente à la pression des terres au centre de la galerie.

D'autre part, on néglige dans un premier temps la mise en place du coulis. Un calcul sera réalisé par la suite pour étudier l'influence du coulis sur les tassements (cf. section II.3.4).



Matériau	E (MPa)	ν	c' (MPa)	ϕ (°)	ψ (°)	γ (kN/m ³)
Sol	30	0,3	0,005	27	5	20
Revêtement	35000	0,25				25

(Modèle de Mohr-Coulomb non associé pour le sol)

Figure II.3 Définition du problème de référence

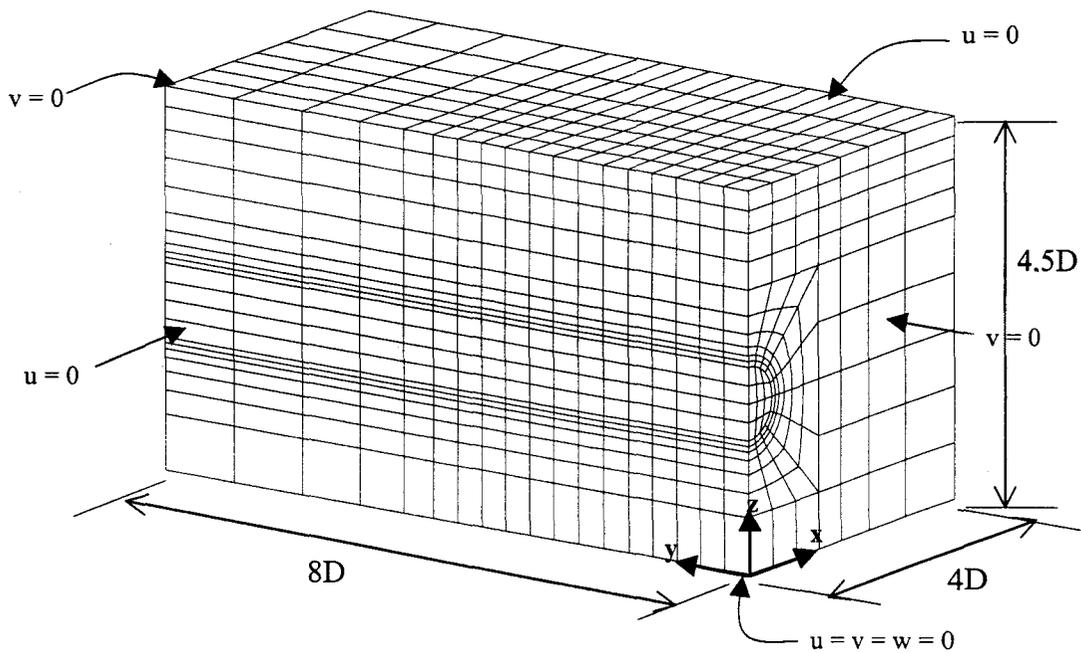


Figure II.4 Modèle éléments finis retenu pour l'exemple de référence
(2214 éléments HEX20 ; 10494 nœuds ; 28471 ddl)

II.3.3 Analyse et discussion des résultats

Dans la présentation des résultats, on s'intéresse aux tassements et déplacements induits au cours du creusement, car la notion de sécurité en construction souterraine porte davantage sur les déplacements que sur les contraintes.

La figure II.5 montre la répartition générale des tassements induits par le creusement du tunnel jusqu'à une distance de $4D$. On note le caractère tridimensionnel de ces tassements qui affectent une partie importante du massif de sol.

Pour étudier plus en détail l'allure des tassements et déplacements dans le massif, on propose quelques profils et sections de dépouillement, présentés dans la figure II.6. Cela concerne :

- le déplacement vertical induit suivant l'axe longitudinal en surface (A-A') et en clef de voûte du tunnel (B-B'). Selon les recommandations de l'AFTES (1995), on fera apparaître également les trois parts de déplacements notés w_a , w_b et w_c (figure III.7), qui représentent respectivement (i) la part des tassements induits au front de taille, (ii) la part des tassements induits le long du bouclier (ou depuis le front jusqu'à la pose du revêtement), et (iii) la part des tassements induits après la pose du revêtement ;
- le déplacement vertical induit suivant les profils transversaux (C-C') et (D-D') ;
- le déplacement vertical induit au point RP au cours du creusement ;
- le déplacement latéral le long du profil vertical (I-I') situé à $y = 2D$.

II.3.3.1 Déplacements verticaux dans le plan longitudinal

Dans la figure II.8, nous avons reporté l'évolution des tassements le long de l'axe longitudinal, suivant les profils (A-A') et (B-B').

Tassements en surface le long de (A-A')

La figure II.8a présente l'évolution des tassements le long du profil (A-A'). En arrière du front de taille, on note que les tassements au cours du creusement augmentent puis tendent à se stabiliser vers une valeur $w_{\max}^{\text{surf}} = 0,07\%D$, et ceci à partir d'une distance de creusement égale à $3D$. Au niveau du front de taille, on note que les tassements obtenus (w_0) au cours du creusement sont sensiblement constants, de l'ordre de $0,03\%D$, et représentent 45% de w_{\max}^{surf} lorsque le front de taille est à $y = 4D$. Les tassements obtenus au niveau de la pose du revêtement sont de même sensiblement constants (de l'ordre de $0,05\%D$), et représentent 75% de w_{\max}^{surf} . En avant du front de taille, on observe que les tassements induits sont significatifs jusqu'à une distance de l'ordre de $+2D$. En effet, on note que les tassements à $+1D$ et $+2D$ en avant du front tendent respectivement vers 17% et 5% de la valeur maximale des tassements.

Le tableau II.1a présente la répartition des tassements en fin de calcul. On note que la part des tassements la plus importante est celle induite en avant du front de taille (45%), tandis que la part des tassements le long du bouclier et après la pose de revêtement représente respectivement 30% et 25%.

A titre de comparaison, on présente dans le tableau II.1b quelques résultats publiés dans la littérature. Ces résultats concernent les ratios w_a , w_b et w_c obtenus avec la technique du tunnelier à front pressurisé. Globalement, on note que l'essentiel des tassements se produit au cours du passage du bouclier. Les valeurs obtenues dans notre calcul montrent que le tassement en avant du front de taille est plus important que ceux donnés dans le tableau II.1b, tandis que la valeur du tassement cumulé ($w_a + w_b$) est concordante. La part de tassement calculée après la pose du revêtement (w_c) est inférieure à ce qui est rencontré dans la réalité. Ceci peut être attribué à la non prise en compte du coulis dans le calcul. Il faut d'autre part signaler que les parts des tassements w_a et w_b issues du calcul dépendent fortement des paramètres de creusement, c'est-à-dire du choix du taux de déconfinement α_{dec} et de la longueur de la zone non soutenue L_{dec} (cf. analyse paramétrique dans le paragraphe II.4), et que la part des tassements w_c dépend du choix de la modélisation du coulis.

	w_a / w (%)	w_b / w (%)	w_c / w (%)
Surface	45	30	25
Clef	30	55	15

(a)

	w_a / w_{max}^{surf} (%)	w_b / w_{max}^{surf} (%)	w_c / w_{max}^{surf} (%)
AFTES (1995)	10 - 20	40 - 50	30 - 40
Métro de Lille (PANTET 1991)	15 - 35 (moyenne 27)	20 - 65 (moyenne 48)	9 - 55 (moyenne 25)

(b)

Tableau II.1 Répartition du déplacement vertical dans le profil longitudinal

- (a) Résultat du calcul
- (b) Valeurs proposées par divers auteurs

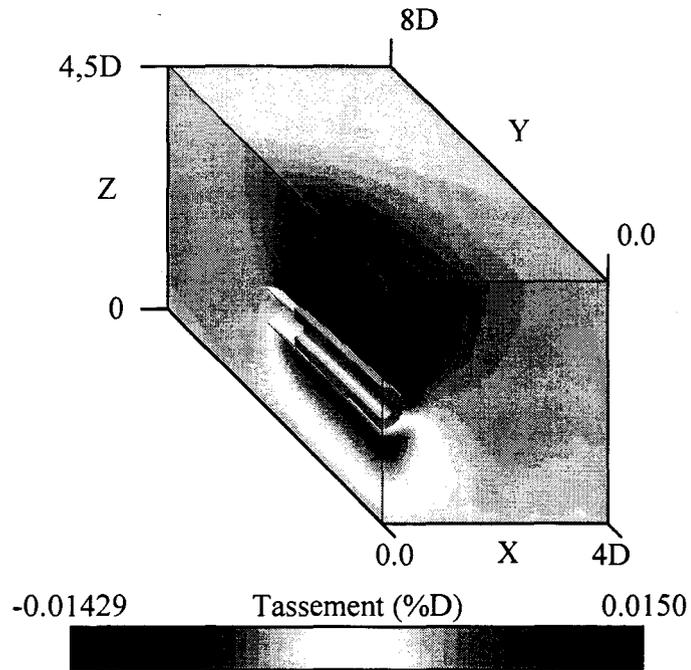


Figure II.5 Calcul de référence - Répartition des tassements dans le massif

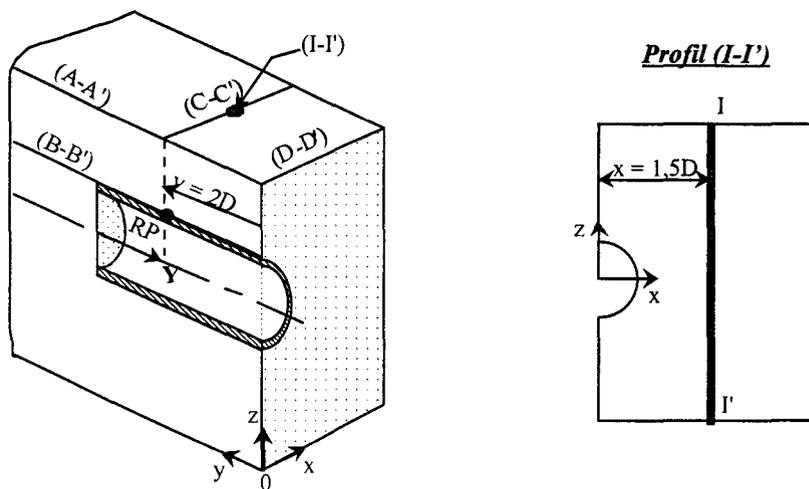


Figure II.6 Profils et sections de dépouillement

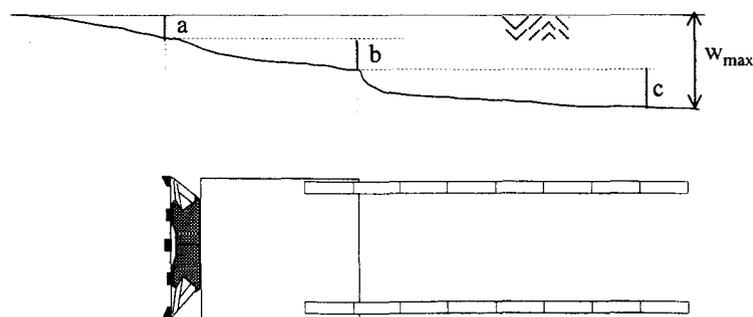


Figure II.7 Répartition des tassements dans le profil longitudinal (AFTES 1995)

Déplacement vertical en clef de voûte

Dans la figure II.8b, on présente l'évolution du déplacement vertical suivant le profil (B-B'). On constate que l'essentiel des déplacements se produit entre le front de taille et la pose du revêtement. En effet, on note que 55% des tassements se produit le long de la zone non soutenue (tableau II.1a). En avant du front de taille, les mouvements de terrains sont peu significatifs, avec une valeur obtenue à +1D du front qui représente moins de 3% du déplacement maximal w_{\max}^{clef} . Après la pose du revêtement, on constate que les déplacements se stabilisent très rapidement à $w_{\max}^{\text{clef}} = 0,18\%D$.

Par rapport au tassement maximal obtenu en surface, on peut définir un coefficient de diffusion du déplacement vertical dans le terrain par l'expression :

$$R_{\text{dif}} = w_{\max}^{\text{surf}} / w_{\max}^{\text{clef}} \quad \text{III.3}$$

Le calcul conduit à une valeur de R_{dif} de l'ordre de 0,4, ce qui indique que le terrain sus-jacent au tunnel diffuse 40% (ou amorti 60%) du déplacement initié en profondeur.

Ces aspects ont par ailleurs fait l'objet de nombreux travaux dans la littérature. Certains auteurs ont proposé des relations empiriques ou semi-empiriques permettant de déduire le rapport $w_{\max}^{\text{surf}} / w_{\max}^{\text{clef}}$ en fonction d'un faible nombre de paramètres, dont H/D (Annexe II). A titre d'exemple :

- (i) *WARD et PENDER (1981)* proposent des valeurs du coefficient de diffusion comprises entre 0,2 (pour les sables) et 0,74 (pour les argiles surconsolidées) ;
- (ii) *SAGASETA (1987)* propose des valeurs comprises entre 0,2 (matériau frottant) et 0,67 (terrain argileux peu frottant).

La confrontation de nos résultats avec les valeurs proposées dans la littérature montre que le coefficient de diffusion obtenu dans le calcul est en accord avec les prédictions empiriques présentées ci-dessus.

II.3.3.2 Tassement en surface dans le plan transversal

On présente dans la figure II.9 l'évolution des tassements le long du profil (C-C') quand la position du front de taille varie entre -2D et +2D par rapport à la position du profil. Sur cette figure, on représente également la cuvette des tassements le long du profil (D-D').

On constate qu'avant le passage du front, la cuvette des tassements initiés en surface présente un profil relativement plat. Les tassements deviennent prépondérants au franchissement du profil et à l'éloignement du front de taille et on note peu d'évolution dans la forme générale de la cuvette au delà d'une position du front supérieure à +2D. On note aussi que la cuvette obtenue le long du profil (C-C') est proche de celle obtenue le long du profil (D-D') à la fin du creusement.

Le modèle proposé par *PECK (1969)* pour approximer la cuvette (Annexe II) permet de déduire l'abscisse du point d'inflexion i , la largeur de cuvette L_s , et d'estimer le volume de

sol déplacé en surface V_s par unité de longueur excavée. Les valeurs de ces paramètres ont été déterminées à partir de nos résultats (tableau II.2a). On note que l'abscisse du point d'inflexion i et la largeur de la cuvette L_s diminuent au cours du creusement, et tendent à se stabiliser à partir d'une distance $y = +1D$ du front.

D'autres résultats sont présentés dans le tableau II.2b, issus des formules semi-empiriques proposées dans la littérature pour la prédiction des tassements en surface (Annexe II). Ces formules font intervenir un faible nombre de paramètres (généralement la profondeur H , le volume d'excavation V_{exc}), bien qu'elles dépendent fortement de la nature du terrain et des conditions d'exécution des travaux. A titre d'exemple :

- (i) *ATTEWELL (1977)* propose des valeurs de i allant de $0,8D$ (sables) à $1,25D$ (argiles) et un rapport de V_s/V_{exc} variant entre 1 et 5%;
- (ii) *O'REILLY et NEW (1982)* proposent des valeurs pour i de $0,7D$ (sol pulvérulent) à $1,22D$ (sol cohérent), et pour le rapport V_s/V_{exc} des valeurs comprises entre 0,5 et 3% ;
- (iii) *OTEO et SAGASETA (1982)* proposent des valeurs de i comprises entre $0,77D$ et $1,43D$.

Le calcul de la valeur de i à partir des résultats de la simulation donne $i = 1,17$. Cette valeur est bien dans la fourchette des valeurs proposées dans la littérature. Le volume de sol déplacé en surface obtenu à partir de notre calcul est $V_s / V_{exc} = 0,26\%$. On note que cette valeur est inférieure aux valeurs proposées dans la littérature.

Position du front	w_{max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)
-1D	0,01	1,31	3,28	0,04
0D	0,03	1,21	3,03	0,12
+1D	0,05	1,18	2,96	0,19
+2D	0,06	1,18	2,96	0,23
Profil (D-D')	0,07	1,17	2,93	0,26

(a)

	Calcul	<i>ATTEWELL (1977)</i>	<i>O'REILLY et NEW (1982)</i>	<i>OTEO et SAGASETA (1982)</i>
i/D	1,17	1,25	0,68 – 1,22	0,77 – 1,43
V_s / V_{exc}	0,26%	1 - 5%	0,5 - 20%	

(b)

Tableau II.2 Cuvette de tassement le long des profils (C-C') et (D-D')

- (a) Détermination des paramètres de *PECK* à partir des résultats de calcul
- (b) Comparaison calcul - modèles proposés dans la littérature

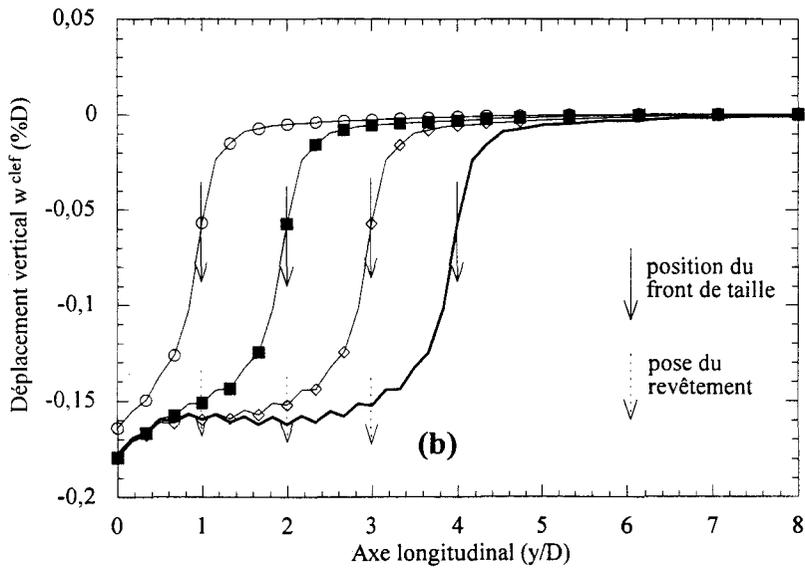
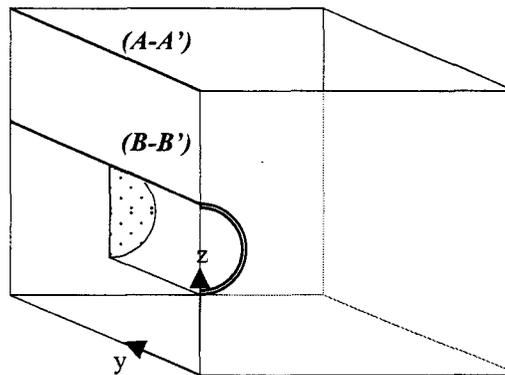
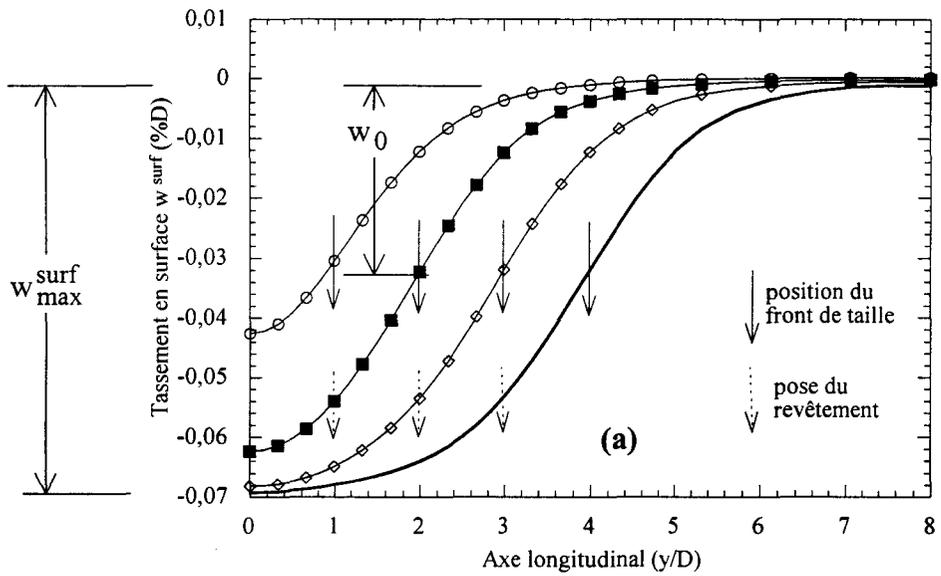


Figure II.8 Calcul de référence : Déplacement vertical le long de différents profils

- a) profil (A-A') (surface)
- b) profil (B-B') (clef de voûte)

II.3.3.3 Déplacement latéral au voisinage du tunnel

On présente dans la figure II.10 l'évolution au cours du creusement du déplacement latéral le long du profil vertical (I-I') situé à $1,5D$ du centre du tunnel. On met en évidence trois phases dans l'évolution de ce déplacement :

- (i) Avant le passage du front, on note une légère convergence du terrain vers l'axe du tunnel en surface comme en profondeur.
- (ii) Au passage du front, le mouvement de terrain est accentué dans les zones éloignées du centre du tunnel, tandis qu'on note un léger refoulement du terrain au voisinage du piédroit.
- (iii) Enfin, à l'éloignement, le refoulement de terrain s'accroît autour du tunnel, tandis que la convergence en surface tend à se stabiliser. Le refoulement obtenu peut s'expliquer par l'ovalisation du revêtement qui tend à repousser le terrain au niveau du piédroit.

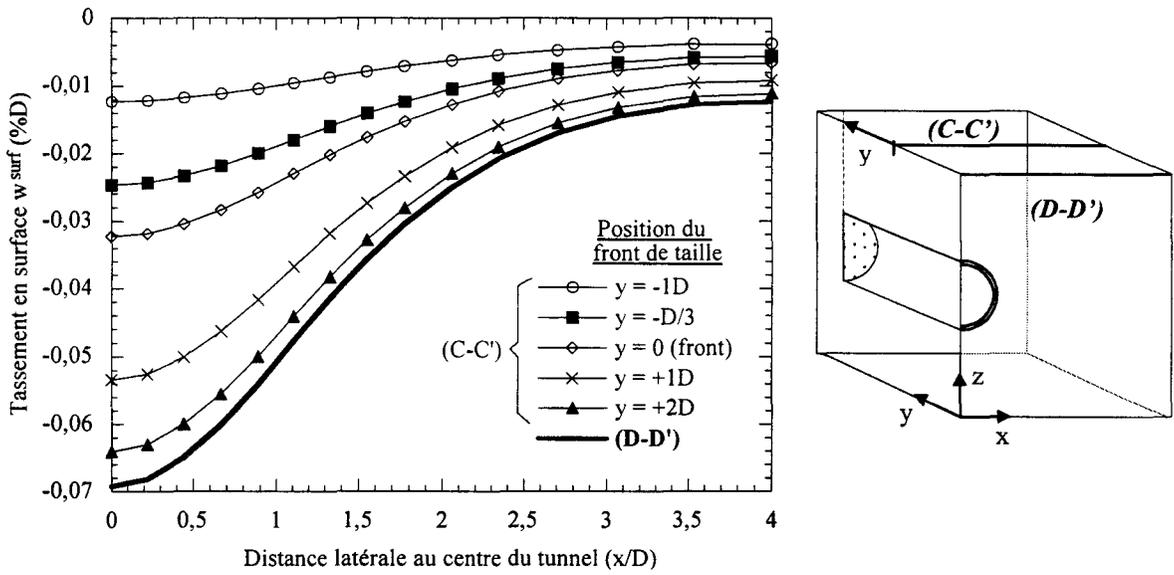


Figure II.9 Calcul de référence : Cuvette de tassement le long des profils (C-C') et (D-D')

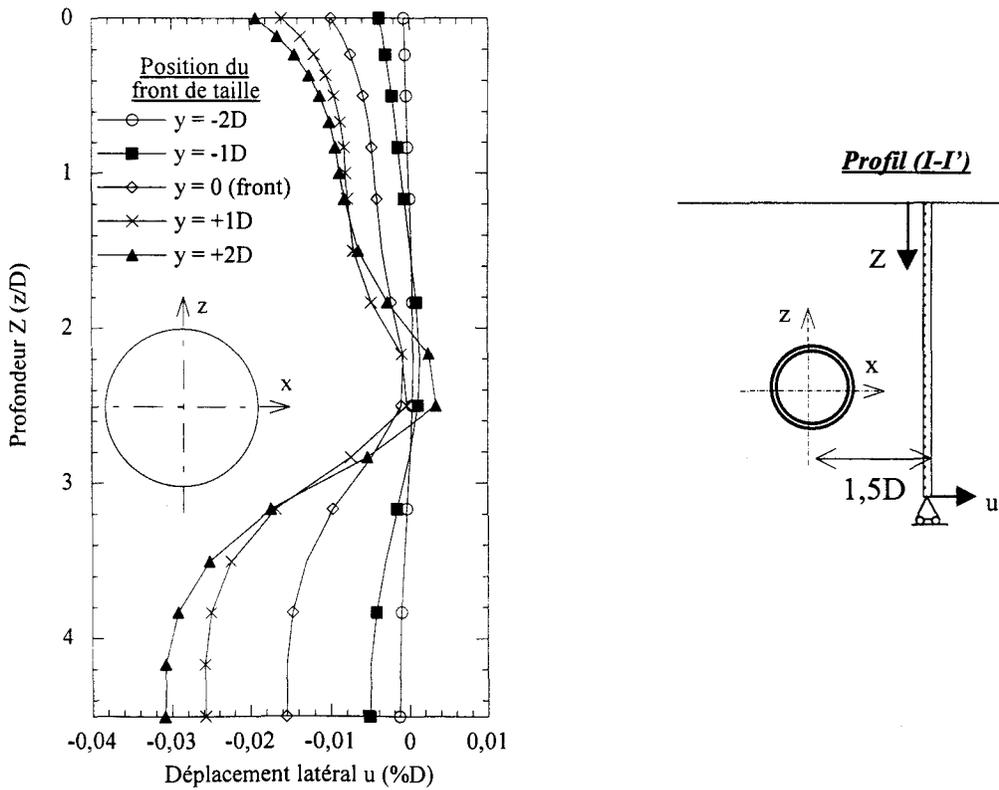


Figure II.10 Calcul de référence : Evolution du déplacement latéral le long du profil (I-I')

II.3.3.4 Développement de la plasticité dans le massif

La figure II.11 présente la répartition des zones plastifiées à la fin du calcul dans certaines sections du massif. On note une différence significative entre les zones plastifiées dans la section du front de taille et la section transversale située à $y = -1D$ de ce front (section où sont activés les éléments du revêtement). Au front, on observe une concentration des points plastifiés autour du piédroit du tunnel à $\pm 40^\circ$ de l'axe horizontal, et qui s'étend sur une distance de $1D$ environ, couvrant une zone dont l'aire est de l'ordre de $0,39D^2$. Dans la section transversale située à $y = -1D$ du front, la plastification est plus importante ; elle affecte principalement deux zones situées de part et d'autre de l'axe horizontal du tunnel, qui s'étendent suivant deux directions à environ $\pm 30^\circ$, et couvrant une zone dont l'aire est de l'ordre de $0,55D^2$. Cette différence peut s'expliquer par le déconfinement qui affecte davantage la section située à $y = -1D$.

La figure III.11 montre également les points plastifiés dans la section longitudinale (x, y) située à une profondeur $z = 2,5D$ (plan médian du tunnel). On note que la plastification est concentrée au voisinage de la zone non soutenue, et qu'une zone plastifiée persiste le long du tunnel après la mise en place du revêtement.

II.3.4 Prise en compte du coulis d'injection

Afin d'étudier l'influence de la présence d'un coulis, nous avons réalisé un nouveau calcul en modélisant le coulis par une zone de faible rigidité à la périphérie du revêtement. L'épaisseur de cette zone est égale à $0,2m$, et elle est activée avec les éléments du revêtement. On suppose que le comportement de cette zone est élastique-linéaire. Ses propriétés sont données par : module de Young $E = 100 \text{ kPa}$, et coefficient de Poisson $\nu = 1/3$ (BERNAT 1996).

On présente dans la figure II.12a les tassements le long des profils (A-A') et (B-B'). On note que la présence du coulis affecte principalement les tassements de surface en arrière du front. On note une augmentation du tassement maximal w_{\max}^{surf} de l'ordre de 30% par rapport au résultat du calcul de référence, tandis que l'augmentation du déplacement vertical en clef w_{\max}^{clef} n'excède pas 10%. La répartition des tassements obtenus en surface en fonction de la position du front de taille (tableau II.3a) montre une évolution sensible des parts de tassements induites au profit de celle obtenue après la pose du revêtement (w_c). En effet, on obtient environ 35% des tassements à l'activation du revêtement, contre 25% dans le calcul de référence. On peut noter que ce résultat va dans le sens des résultats publiés dans la littérature (PANTET 1991, AFTES 1995).

La figure II.12b et le tableau II.3b donnent respectivement l'allure de la cuvette des tassements le long du profil (D-D') et les paramètres du modèle de PECK (1969). Ces résultats montrent un profil plus élargi lorsqu'on prend en compte la présence du coulis, avec une augmentation moyenne de la largeur de la cuvette d'environ 5% par rapport à la valeur obtenue avec le calcul de référence. De même, le volume déplacé en surface V_s augmente de 45% par rapport à la valeur du calcul de référence.

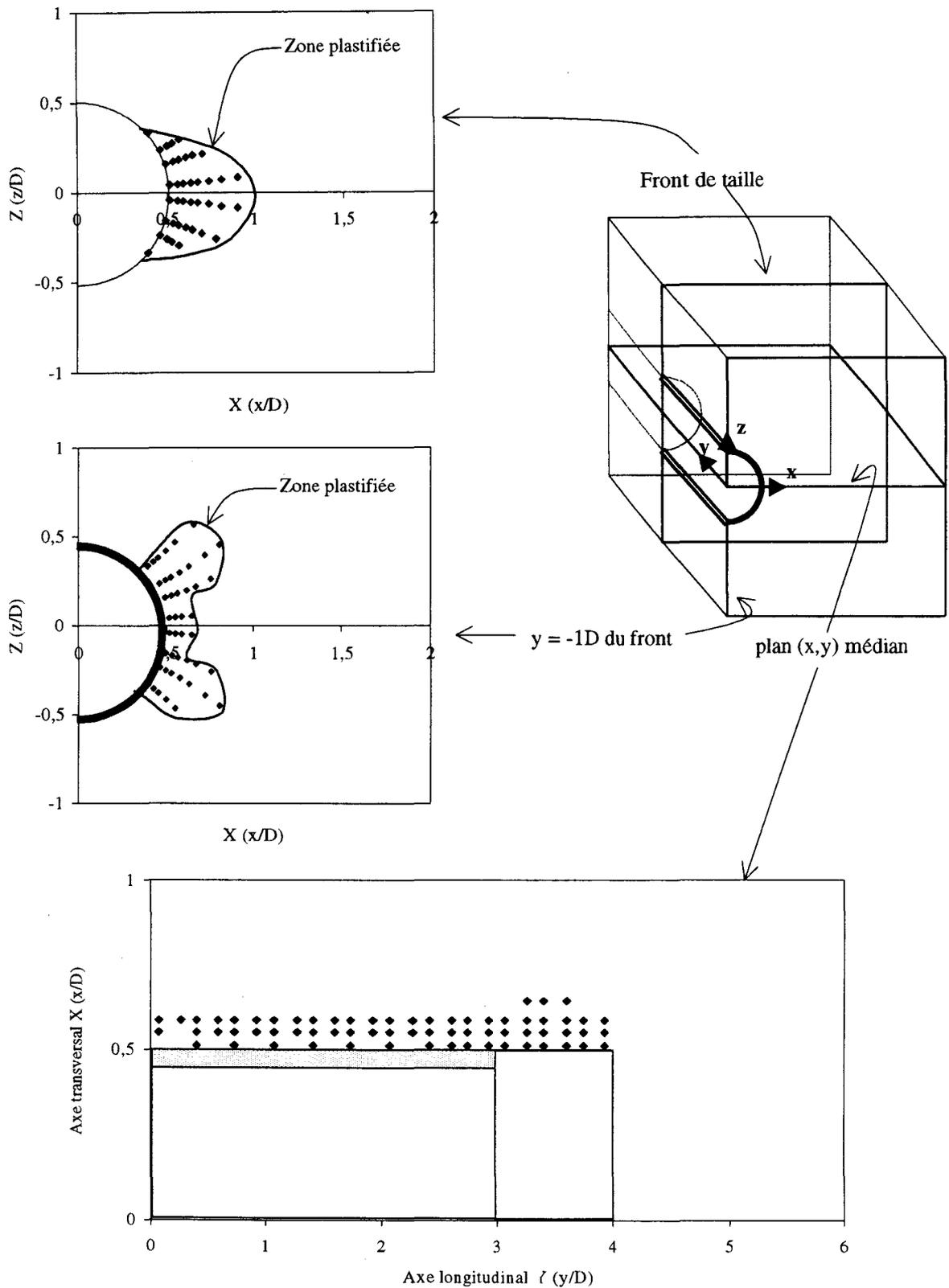
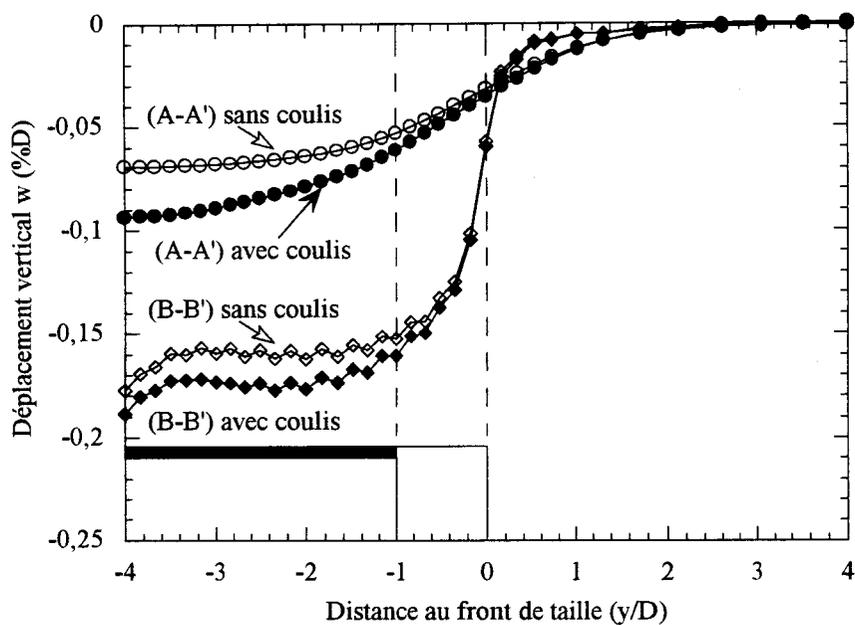
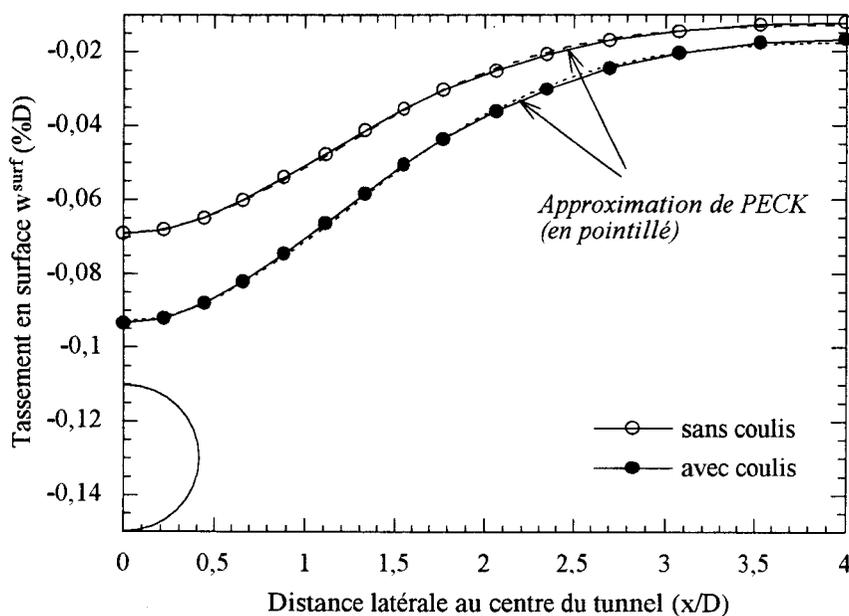


Figure II.11 Calcul de référence – Zones plastifiées dans différents plans



(a)



(b)

Figure II.12 Prise en compte du coulis dans la modélisation : influence sur les mouvements de terrain

(Propriétés mécaniques retenues pour le coulis : $E = 100 \text{ kPa}$; $\nu = 1/3$)

(a) Déplacements le long des profils (A-A') et (B-B')

(b) Tassements le long du profil (D-D') (front de taille à $y = +4D$)

Enfin, l'analyse du coefficient de diffusion R_{dif} (tableau II.3b) montre une diffusion plus importante des déplacements vers la surface lorsqu'on prend en compte la présence d'un coulis. En effet, la valeur de R_{dif} en présence de coulis est de 0,5 alors que le calcul de référence a donné une diffusion de 0,4.

Calcul	w_a / w_{max}^{surf} (%)	w_b / w_{max}^{surf} (%)	w_c / w_{max}^{surf} (%)
Référence	45	30	25
avec coulis	38	28	34

(a)

Calcul	w_{max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
Référence	-0,07	1,17	2,93	0,25	0,4
Avec coulis	-0,09	1,23	3,08	0,36	0,5

(b)

Tableau II.3 Prise en compte du coulis dans la modélisation

(a) Répartition du tassement le long du profil (A-A')

(b) Paramètres de l'approximation de PECK sur le profil (D-D') et coefficient de diffusion des tassements

II.4 Influence des paramètres de creusement

On propose dans cette section d'étudier l'influence sur le déplacement vertical des paramètres du creusement : le taux de déconfinement partiel α_{dec} et la longueur de la zone non soutenue L_{dec} .

II.4.1 Influence du taux de déconfinement α_{dec}

Afin d'étudier l'influence du taux de déconfinement, nous avons réalisé deux calculs en faisant varier la valeur de α_{dec} utilisée dans le calcul de référence de $\pm 40\%$, soit $\alpha_{dec} = 0,3$ et $0,7$. On présente l'influence du taux de déconfinement sur les déplacements en surface, en profondeur et sur la répartition des zones plastifiées.

II.4.1.1 Tassements le long des profils longitudinaux

On présente dans la figure II.13a l'évolution des tassements le long du profil (A-A'). On observe qu'une faible valeur du déconfinement ($\alpha_{dec} = 0,3$) a pour effet de limiter fortement les tassements en surface, avec une réduction du tassement maximal w_{max}^{surf} d'environ 70% par rapport au calcul de référence. Au contraire, un déconfinement

élevé ($\alpha_{dec} = 0,7$) amplifie considérablement les tassements, donnant une augmentation de w_{max}^{surf} de l'ordre de 160% par rapport au calcul de référence.

II.4.1.2 Déplacements verticaux en profondeur

Dans la figure II.13b, on présente l'évolution au cours du creusement du déplacement vertical au point RP situé à la même profondeur que la clef de voûte du tunnel. Un accroissement du taux de déconfinement α_{dec} de 40% a pour effet d'augmenter le déplacement vertical w_{max}^{clef} de 95%, tandis qu'une réduction de α_{dec} de 40% atténue le déplacement en clef d'environ 50%. L'analyse du coefficient de diffusion R_{dif} ($w_{max}^{surf} / w_{max}^{clef}$) montre que la diffusion des tassements vers la surface s'amplifie avec le taux de déconfinement : 20% du déplacement en profondeur est diffusé dans le terrain lorsque $\alpha_{dec} = 0,3$ contre 50% pour $\alpha_{dec} = 0,7$.

II.4.1.3 Tassements en surface dans la section transversale

L'approximation par le modèle de PECK de la cuvette des tassements le long du profil (D-D') conduit aux paramètres i , L_s et V_s donnés dans le tableau II.4. On montre que l'abscisse du point d'inflexion i et le volume perdu en surface V_s augmentent avec le taux de déconfinement. La cuvette est élargie de 50% lorsque α_{dec} passe de 0,3 à 0,7. L'estimation de V_s (liée au tassement w_{max}^{surf}) conduit à une grande variation des valeurs, avec un volume presque 3 fois plus important lorsque le taux de déconfinement α_{dec} passe de 0,5 à 0,7, et inversement un volume réduit de 8 fois lorsque α_{dec} passe de 0,5 à 0,3.

Calcul	w_{max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
$\alpha_{dec} = 0,3$	-0,02	0,823	2,06	0,03	0,2
$\alpha_{dec} = 0,5$ (réf.)	-0,07	1,17	2,93	0,26	0,4
$\alpha_{dec} = 0,7$	-0,18	1,25	3,13	0,7	0,5

Tableau II.4 Influence du taux de déconfinement (α_{dec}) sur les tassements en surface

II.4.1.4 Plastification dans le massif

L'analyse de la plastification au front de taille et dans la section ($y = 0$) montre que le taux de déconfinement partiel affecte d'une manière sensible l'extension de la zone plastifiée (figures II.14a-d).

Pour un faible taux de déconfinement ($\alpha_{dec} = 0,3$), on note au front de taille une zone plastifiée très réduite autour du piédroit du tunnel (figure III.14a), et dans la section située à $-4D$ du front ($y = 0$) une concentration des points plastifiés dans une zone à la périphérie de la galerie localisée au voisinage d'un axe faisant 40° avec l'axe horizontal (figure III.14b).

Lorsque le taux de déconfinement est important ($\alpha_{dec} = 0,7$), les zones plastifiées au front (figure III.14c) et dans la section ($y = 0$) (figure III.14d) sont environ 6 fois plus importantes que celles obtenues avec un faible déconfinement. A titre d'exemple, l'estimation de la surface plastifiée au front lorsque $\alpha_{dec} = 0,3$ est de l'ordre de $0,2D^2$, tandis que dans le cas où $\alpha_{dec} = 0,7$, la zone plastifiée représente environ $1,1D^2$.

On constate aussi dans la figure II.14d une concentration et une diffusion de la zone plastifiée selon deux directions faisant un angle de $\pm 40^\circ$ avec l'axe (x), et qui affecte davantage la zone sus-jacente au tunnel.

II.4.2 Influence de la longueur de la zone non soutenue L_{dec}

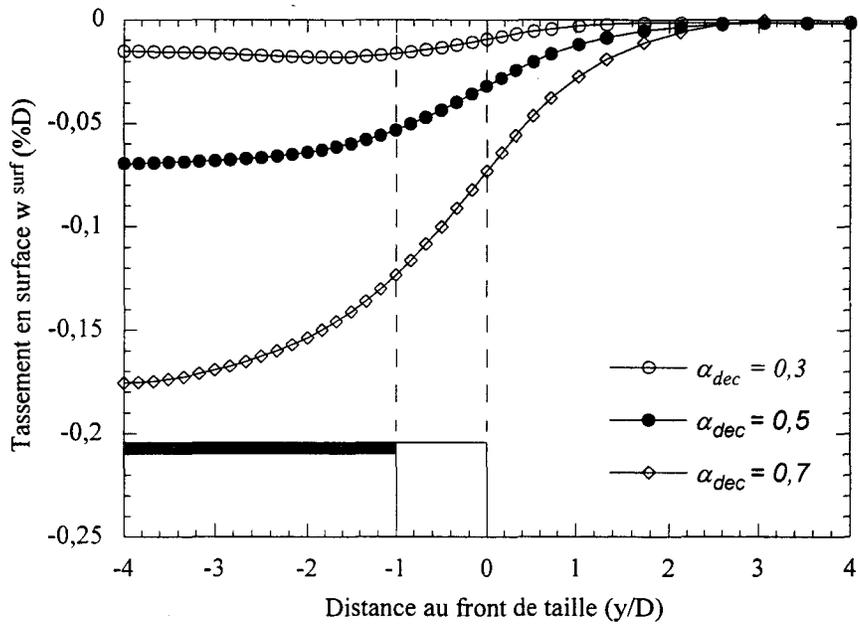
Afin d'analyser l'influence de la longueur de la zone non soutenue L_{dec} sur les résultats des simulations, nous avons réalisé deux calculs supplémentaires, en faisant varier la valeur du calcul de référence ($L_{dec} = 1D$) de $\pm 2D/3$. Les calculs sont effectués en conservant l'épaisseur des tranches excavées ($D/3$) du calcul de référence.

La figure II.15a montre les résultats obtenus le long du profil (A-A'). On note que le paramètre L_{dec} affecte d'une manière sensible les tassements. En effet, les tassements en surface sont réduits d'environ 85% lorsque L_{dec} passe de $1D$ à $D/3$, c'est-à-dire lorsque le revêtement est très rapidement mis en place. Par contre, pour des valeurs de L_{dec} supérieures ou égales à $1D$, on note une augmentation moyenne des tassements de l'ordre de 15% par rapport au calcul de référence.

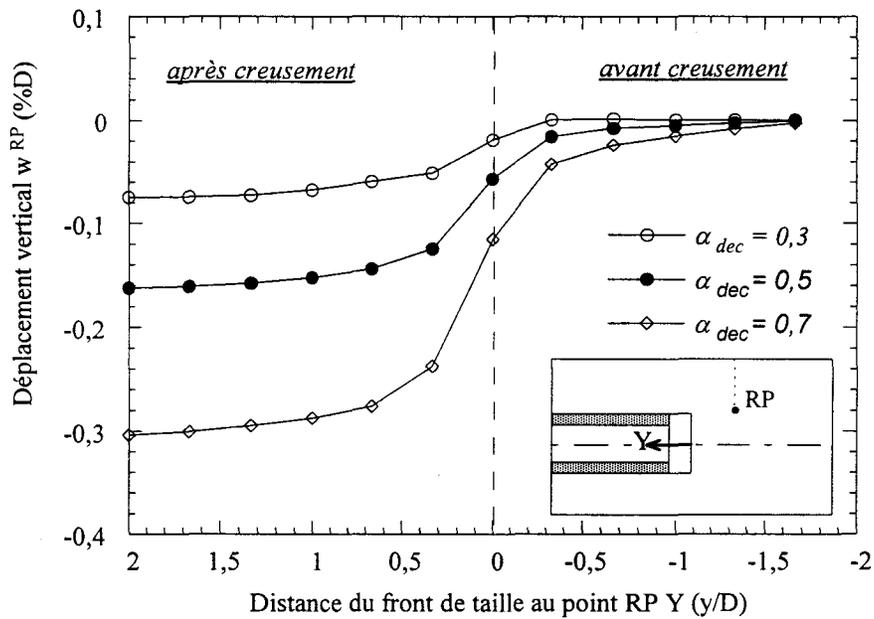
La figure II.15b présente l'évolution du déplacement vertical au point RP. On note qu'une réduction de la longueur de la zone non soutenue a pour effet de limiter sensiblement le déplacement, notamment après le passage du front de taille. En effet, pour $L_{dec} = D/3$ le déplacement vertical final au point RP ($w_{+2D}^{RP} = -0,05\%$) est réduit d'environ 70% par rapport à la valeur du calcul de référence. Par contre, un accroissement de la longueur non soutenue L_{dec} de 67% par rapport au calcul de référence ($L_{dec} = 5D/3$) induit une augmentation moyenne du déplacement de 10%.

L'approximation de la cuvette des tassements du profil (D-D') par le modèle de PECK conduit aux paramètres présentés dans le tableau II.5. On observe que l'abscisse du point d'inflexion i diminue de 40% lorsque la longueur L_{dec} décroît de $1D$ à $D/3$, tandis qu'elle reste quasi constante pour des valeurs de L_{dec} supérieures à $1D$. Enfin, le volume perdu en surface V_s diminue de 90% lorsque L_{dec} passe de $1D$ à $D/3$.

L'analyse du coefficient de diffusion R_{dif} (tableau II.5) montre que la diffusion du déplacement vers la surface est réduite de 50% lorsque la longueur de la zone non soutenue L_{dec} décroît de $1D$ à $D/3$. Une augmentation de L_{dec} de $1D$ à $5D/3$ conduit à une diffusion plus importante (augmentation du coefficient de diffusion de l'ordre de 15%).



(a)



(b)

Figure II.13 Influence du taux de déconfinement α_{dec} sur les mouvements de terrains

(a) Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de 4D

(b) Déplacement vertical au point RP (clef) pendant le creusement

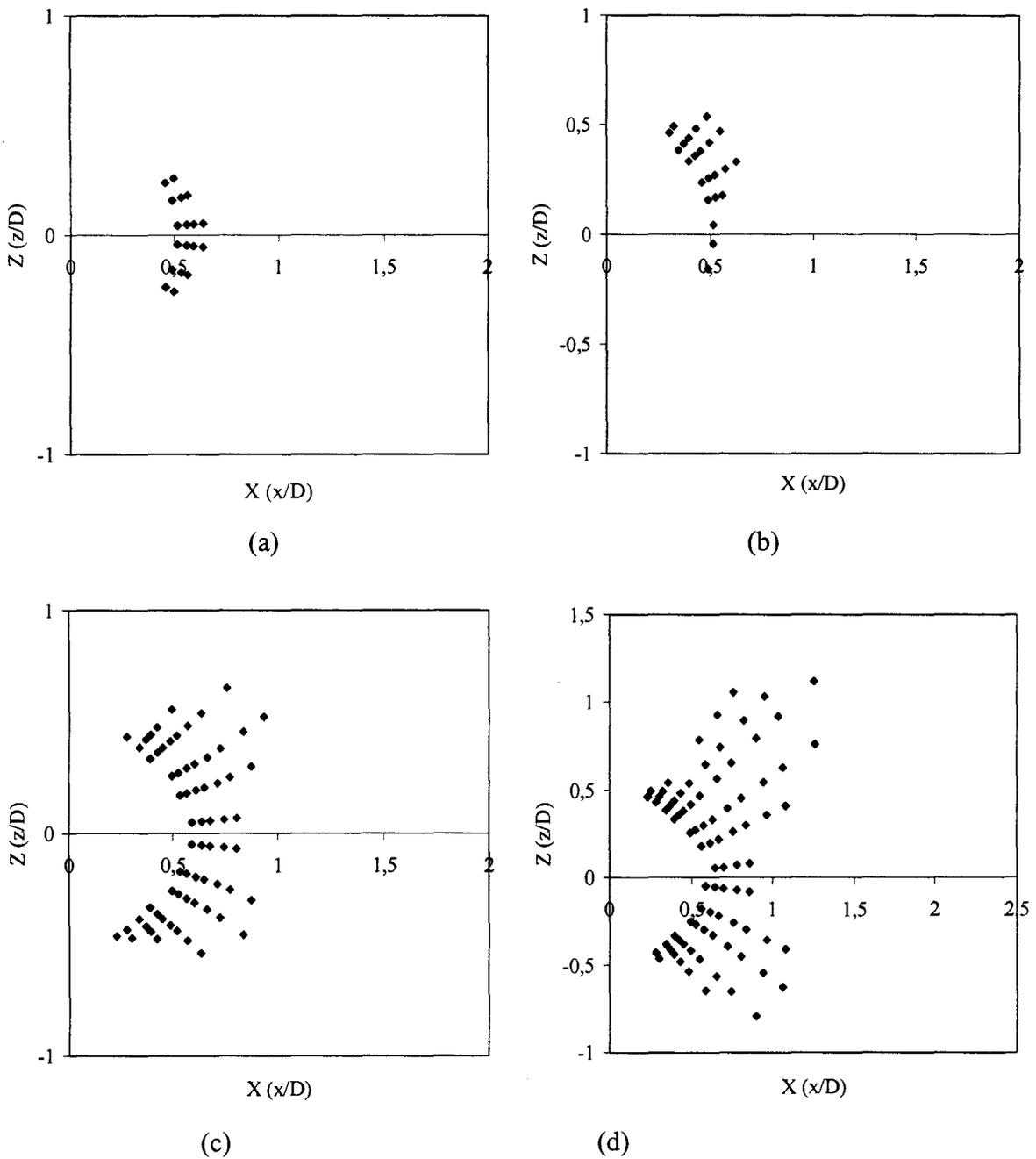
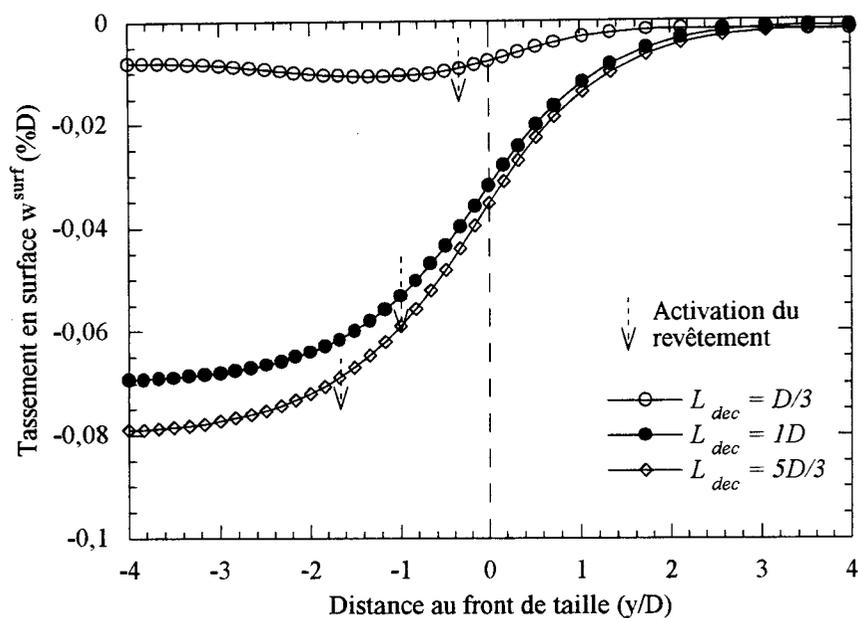
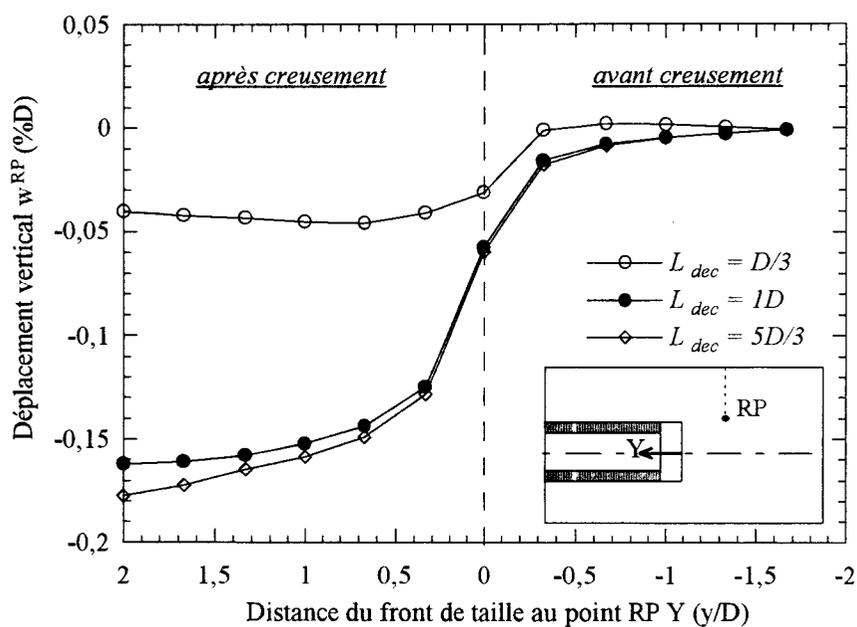


Figure II.14 Influence du facteur de déconfinement α_{dec} sur l'extension de la zone plastifiée

- a) Zone plastifiée au front pour $\alpha_{dec} = 0,3$
- b) Zone plastifiée dans la section ($y = 0$) pour $\alpha_{dec} = 0,3$
- c) Zone plastifiée au front pour $\alpha_{dec} = 0,7$
- d) Zone plastifiée dans la section ($y = 0$) pour $\alpha_{dec} = 0,7$



(a)



(b)

Figure II.15 Influence de la longueur de la zone non soutenue L_{dec} sur les mouvements de terrains

- (a) Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de 4D
- (b) Déplacement vertical au point RP (clef) pendant le creusement

Calcul	w_{\max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
$L_{\text{dec}} = D/3$	-0,01	0,70	1,75	0,02	0,2
$L_{\text{dec}} = 1D$ (réf.)	-0,07	1,17	2,93	0,26	0,4
$L_{\text{dec}} = 5D/3$	-0,08	1,18	2,95	0,30	0,45

Tableau II.5 Influence de la longueur non soutenue (L_{dec}) sur les tassements en surface

II.5 Influence de la profondeur du tunnel et des caractéristiques des terrains

Dans cette section, on étudie l'influence de la profondeur du tunnel et de certaines caractéristiques mécaniques de terrain (coefficient de poussée des terres au repos, module de Young et angle de frottement interne) sur les mouvements de terrains induits par le creusement.

II.5.1 Influence de la profondeur du tunnel

Afin d'étudier l'influence de la profondeur du tunnel, nous avons réalisé deux calculs pour des profondeurs du tunnel de 2D et 3D. Les autres données du problème sont les mêmes que celles retenues dans le calcul de référence ($H = 2,5D$), en particulier les paramètres du creusement $\alpha_{\text{dec}} = 0,5$ et $L_{\text{dec}} = 1D$.

La figure II.16a montre les résultats obtenus le long du profil (A-A'). On note qu'une réduction de la profondeur de tunnel affecte d'une manière sensible les tassements. En surface, le tassement maximal est réduit d'environ 20% lorsque la profondeur passe de 2,5D à 2D, tandis que ce tassement reste quasi constant lorsque H passe de 2,5D à 3D (*ce résultat est en contradiction avec les observations de chantiers ; il sera justifié ultérieurement*).

En arrière du front de taille, les tassements se stabilisent plus rapidement lorsque la profondeur est plus faible, tandis qu'en avant du front de taille, les mouvements tendent à se concentrer au voisinage du front (la valeur obtenue à $y = +1D$ du front lorsque $H = 2D$ est celle qui correspond à $y = +2D$ dans le calcul de référence). Par contre, le tableau II.6a montre que la répartition des tassements par rapport au front de taille reste inchangée pour les profondeurs étudiées.

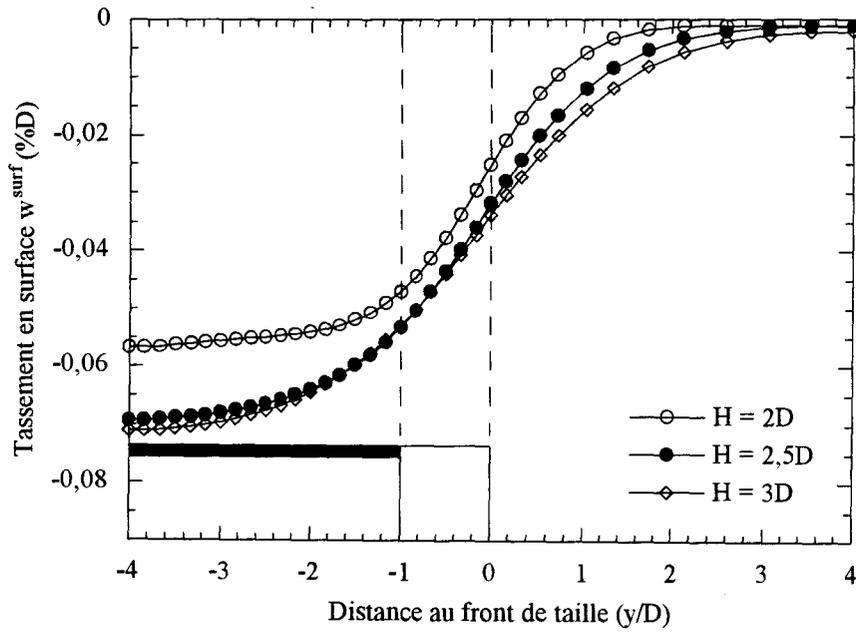
L'approximation de la cuvette des tassements du profil (D-D') (Tableau II.6b) montre que celle-ci s'amplifie avec la profondeur du tunnel. L'abscisse du point d'inflexion i diminue de 22% lorsque la profondeur du tunnel passe de 2,5D à 2D, tandis qu'elle augmente de 13% lorsque la profondeur croît de 2,5D à 3D. Il en est de même pour le volume déplacé en surface (lorsque les tassements sont stabilisés) qui augmente de 70% lorsque la profondeur du tunnel passe de 2D à 3D.

En profondeur, l'évolution du déplacement vertical au point RP montre que le déplacement vertical en ce point croît avec la profondeur (figure II.16b). On note qu'une réduction de la profondeur de $0,5D$ induit une diminution du déplacement (w_{+2D}^{RP}) d'environ 27%, tandis qu'une augmentation de la profondeur de $2,5D$ à $3D$ amplifie le déplacement d'environ 20%.

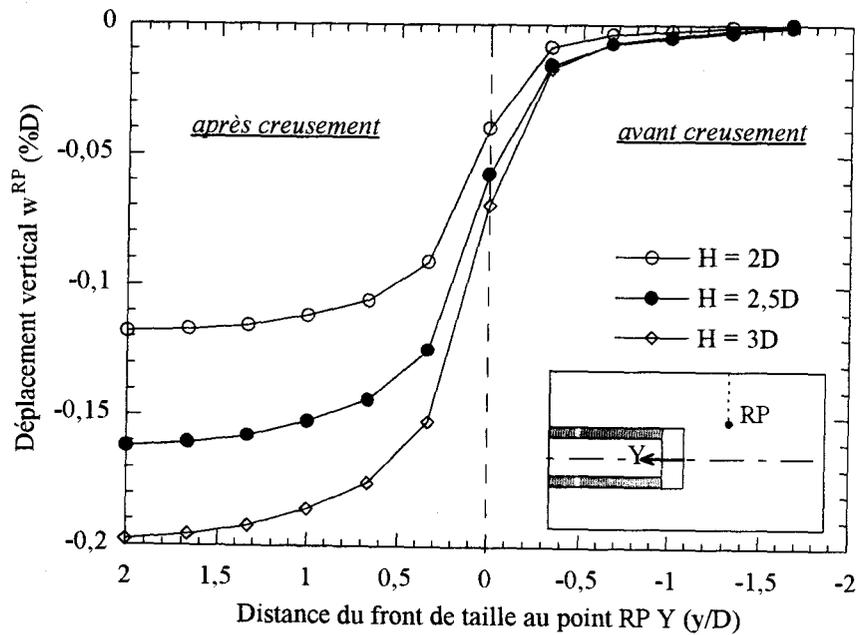
L'analyse du coefficient de diffusion R_{dif} (tableau II.6b) montre que la diffusion du déplacement vers la surface décroît avec la profondeur ; on obtient une diminution du coefficient de diffusion de 25% lorsque la profondeur passe de $2D$ à $3D$.

Comme cela a été signalé précédemment, certains résultats obtenus dans les calculs sont à première vue contradictoires avec les résultats cités dans la littérature. En effet, des mesures sur chantiers montrent que le tassement maximal augmente lorsque la profondeur du tunnel diminue (AITES 1989, PANTET 1991, SAGASETA 1987), tandis que la largeur de cuvette admet un profil plus étroit (ATTEWELL 1977, PECK 1969). Au contraire, les simulations numériques reproduisent une diminution à la fois des tassements en surface et de la largeur de la cuvette lorsque la profondeur du tunnel diminue. Cette différence peut être attribuée aux valeurs des paramètres de creusement (α_{dec} et L_{dec}), et plus particulièrement à α_{dec} . En effet, les calculs précédents ont été réalisés avec la même valeur du taux de déconfinement α_{dec} . Or on s'attend à ce que pour les tunnels proches de la surface, la valeur de ce paramètre (qui représente le taux de "libération des contraintes") soit plus élevée. Si on se réfère à l'influence de ce paramètre sur les tassements (section II.4.1), on peut expliquer, en partie, le désaccord entre nos résultats et ceux de la littérature. Afin de vérifier le fondement de cette justification, nous avons réalisé un nouveau calcul en considérant un taux de déconfinement $\alpha_{dec} = 0,6$ pour $H = 2D$.

Les résultats obtenus sont donnés dans la figure II.17 présentant le profil des tassements le long de (A-A'). On note que lorsque le déconfinement α_{dec} est égal à 0,6 pour $H = 2D$, le tassement maximal obtenu en surface est de l'ordre de 45% plus important que celui obtenu dans le calcul de référence, et de 75% plus important que celui obtenu à la même profondeur avec un déconfinement de $\alpha_{dec} = 0,5$. Ces résultats confortent l'hypothèse d'une variation du coefficient de déconfinement α_{dec} avec la profondeur du tunnel.



(a)



(b)

Figure II.16 Influence de la profondeur du tunnel sur les mouvements de terrains
(paramètres de déconfinement $\alpha_{dec} = 0,5$; $L_{dec} = 1D$)

(a) Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de 4D

(b) Déplacement vertical au point RP (clef) pendant le creusement

Calcul	a / w_{\max}^{surf} (%)	b / w_{\max}^{surf} (%)	c / w_{\max}^{surf} (%)
H/D = 2	44	34	22
H/D = 2,5 (réf.)	46	31	23
H/D = 3	46	31	23

(a)

Calcul	w_{\max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
H/D = 2	-0,06	0,96	2,41	0,17	0,44
H/D = 2,5 (réf.)	-0,07	1,17	2,93	0,26	0,39
H/D = 3	-0,07	1,32	3,32	0,29	0,33

(b)

Tableau II.6 Influence de la profondeur du tunnel sur les tassements en surface

- a) Répartition du tassement le long du profil (A-A')
- b) Paramètres du modèle de PECK sur le profil (D-D') et coefficient de diffusion des tassements

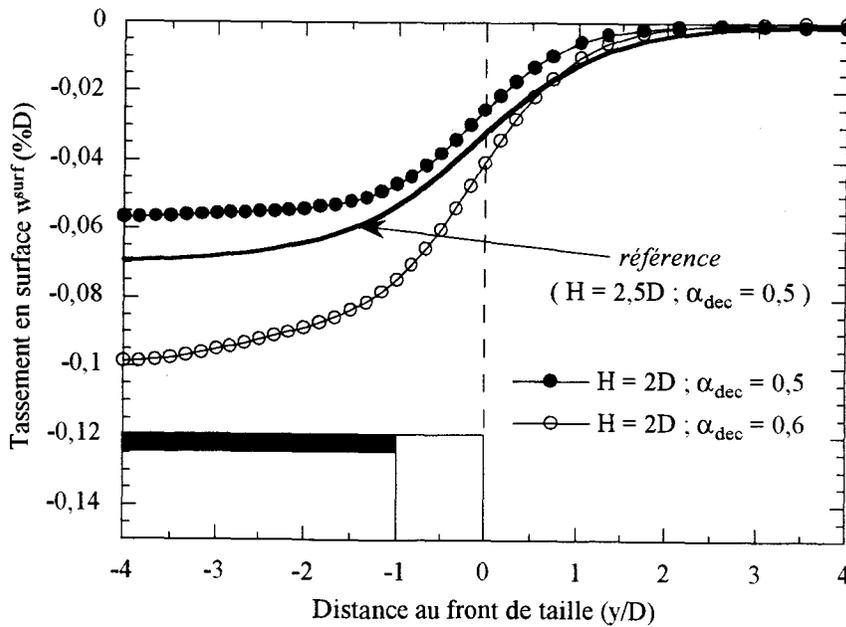


Figure II.17 Variation du déconfinement partiel α_{dec} avec la profondeur H : Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de 4D

II.5.2 Influence des caractéristiques géomécaniques du terrain

II.5.2.1 Coefficient des terres au repos

Afin d'étudier l'influence de l'anisotropie des contraintes initiales, deux nouveaux calculs ont été réalisés avec des valeurs de coefficient de poussée des terres au repos (K_0) de 0,4 et 0,8 (la valeur du calcul de référence est $K_0 = 0,5$).

Dans la figure II.18a, on présente les résultats obtenus le long du profil (A-A'). On note que les tassements en surface sont sensiblement influencés par le coefficient (K_0). En effet, on note une réduction du tassement maximal w_{\max}^{surf} de l'ordre de 50% lorsque K_0 passe de 0,5 à 0,8, tandis qu'une diminution de K_0 de 0,5 à 0,4 induit un accroissement du tassement de l'ordre de 85%.

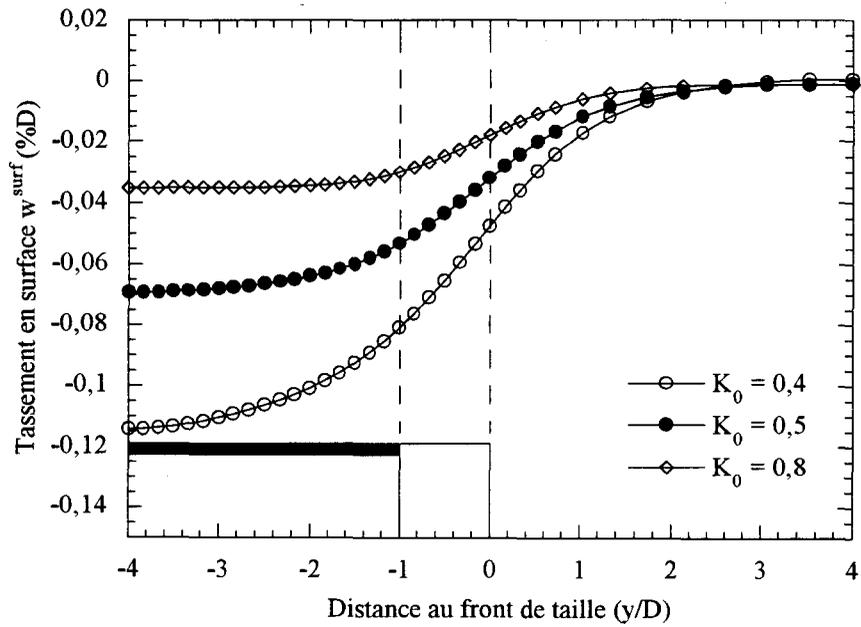
Les paramètres du modèle de PECK pour le profil de tassement (D-D') sont présentés dans le tableau II.7. On note que l'augmentation de l'anisotropie des contraintes initiales (ie. réduction de K_0) s'accompagne d'un élargissement de la cuvette des tassements : la largeur de cuvette L_s et le volume déplacé en surface V_s augmentent respectivement de 10% et 250% lorsque K_0 passe de 0,8 à 0,4.

Le tracé du déplacement latéral (u) le long du profil (I-I') est présenté dans la figure II.18b. On distingue deux types de comportements. Lorsque l'anisotropie des contraintes est faible ($K_0 = 0,8$), on n'observe ni convergence en surface vers le centre du tunnel, ni refoulement au niveau de la galerie. Le mouvement prépondérant est noté dans la partie sous-jacente du tunnel où on observe une convergence des terrains vers le tunnel. Par contre, lorsque l'anisotropie des contraintes s'amplifie (K_0 passe de 0,5 à 0,4), le refoulement des terrains au niveau de la galerie (déjà observé dans le calcul de référence) devient plus prononcé, et la convergence des terrains en surface vers le centre du tunnel est plus importante.

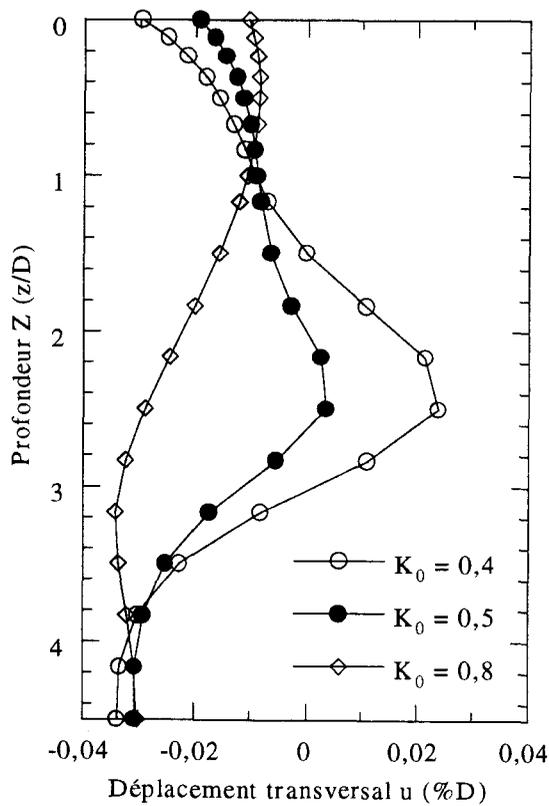
Enfin, l'analyse du rapport de diffusion R_{dif} (tableau II.7) montre que la diffusion des déplacements vers la surface augmente avec l'anisotropie ; on note une augmentation de l'ordre de 55% de la diffusion lorsque K_0 passe de 0,8 à 0,4.

Calcul	w_{\max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
$K_0 = 0,4$	-0,15	1,22	3,06	0,445	0,48
$K_0 = 0,5$ (réf.)	-0,07	1,17	2,93	0,26	0,39
$K_0 = 0,8$	-0,04	1,11	2,78	0,124	0,31

Tableau II.7 Influence du coefficient de poussée des terres au repos sur les tassements



(a)



(b)

Figure II.18 Influence du coefficient de poussée des terres K_0 sur les mouvements de terrains

- (a) Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de $4D$
- (b) Déplacement latéral le long du profil (I-I') (front situé à $y = +2D$)

II.5.2.2 Rigidité relative sol - revêtement (Module de Young)

Afin d'étudier l'influence de la rigidité relative sol - revêtement sur les mouvements induits par le creusement, nous avons réalisé deux calculs avec des valeurs de module de Young du sol de 15 MPa et 60 MPa (la valeur du calcul de référence est de $E = 30$ MPa).

La figure II.19 présente les tassements le long du profil (A-A') après une excavation de 4D. On note que les tassements en surface s'amplifient avec la réduction de la rigidité relative. En effet, on observe une augmentation du tassement maximal en surface w_{\max}^{surf} de l'ordre de 85% lorsque le module d'Young passe de 30 MPa à 15MPa et inversement une réduction d'environ 45% lorsque le module de Young du sol croît de 30 MPa à 60MPa.

L'approximation de la cuvette de tassements le long du profil (D-D') par le modèle de PECK (tableau II.8) montre que la largeur de la cuvette n'est pas affectée par la variation de la rigidité du sol. Par contre, le volume déplacé en surface suit les mêmes variations que les tassements. Enfin, il apparaît que le module de Young n'influe pas sur la diffusion des déplacements dans le massif, avec un rapport R_{dif} qui reste inchangé pour les trois simulations (cf. tableau II.8).

Calcul	w_{\max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
$E = 15$ MPa	-0,13	1,16	2,91	0,48	0,40
$E = 30$ MPa (réf.)	-0,07	1,17	2,93	0,26	0,39
$E = 60$ MPa	-0,04	1,17	2,93	0,15	0,39

Tableau II.8 Influence du module d'Young du sol sur les tassements en surface

II.5.2.3 Angle de frottement du sol φ

Afin d'étudier l'influence de l'angle de frottement sur les mouvements induits par le creusement, nous avons réalisé deux nouveaux calculs avec des angles de frottement de 22° et 33°, soit une perturbation de l'angle de frottement dans le calcul de référence de $\pm 20\%$.

La figure II.20 montre les résultats obtenus le long du profil (A-A'). On note que le tassement en surface croît sensiblement avec la diminution de l'angle de frottement du terrain. En effet, on note une augmentation de w_{\max}^{surf} de l'ordre de 70% lorsque l'angle de frottement passe de 27° à 22°, et une réduction de l'ordre de 20% lorsque φ passe de 27° à 33°.

L'approximation de la cuvette des tassements le long du profil (D-D') par le modèle de PECK (tableau II.9) montre que la largeur de la cuvette est légèrement affectée par la modification de l'angle de frottement du terrain. On observe que l'abscisse du point d'inflexion i et le volume déplacé en surface V_s diminuent respectivement de 10% et 55% lorsque l'angle de frottement φ passe de 22° à 33°.

L'analyse du coefficient de diffusion R_{dif} (tableau II.9) montre que la diffusion des déplacements vers la surface s'amplifie avec la réduction de l'angle de frottement. On note une augmentation du coefficient de diffusion de l'ordre de 45% lorsque φ passe de 33° à 22° .

Calcul	w_{max}^{surf} (%D)	i / D	L_s / D	V_s / V_{exc} (%)	R_{dif}
$\varphi = 22^\circ$	-0,12	1,24	3,11	0,46	0,51
$\varphi = 27^\circ$ (réf.)	-0,07	1,17	2,93	0,26	0,39
$\varphi = 33^\circ$	-0,05	1,13	2,83	0,20	0,35

Tableau II.9 Influence de l'angle de frottement sur les tassements en surface

II.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthodologie "simplifiée" pour le calcul de tunnels construits en site urbain à l'aide du tunnelier à front pressurisé. Afin de prendre en compte le vide annulaire et les tassements induits le long du bouclier, nous avons défini dans la modélisation deux paramètres de creusement, à savoir le coefficient de déconfinement et la longueur de la zone non soutenue.

L'application de cette méthodologie au creusement d'un tunnel simple a donné des mouvements de sol qualitativement comparables à ceux observés en chantiers. Les calculs ont également montré que l'influence des paramètres de creusement est très importante. Pour leur détermination, un calage avec des mesures sur chantiers paraît donc nécessaire. Au vue des résultats obtenus, on suggère de fixer L_{dec} à une longueur équivalente à celle du bouclier, et de déterminer le taux de déconfinement partiel α_{dec} par calage.

D'autre part, les calculs ont montré que les paramètres du creusement sont en rapport avec la profondeur du tunnel, et qu'il faut envisager pour des faibles profondeurs d'augmenter le taux de déconfinement partiel appliqué dans la zone non soutenue.

Enfin, l'étude paramétrique sur l'influence des paramètres rhéologiques a montré que le module de Young et le coefficient de poussée des terres au repos sont très influents, d'où la nécessité d'une bonne détermination de ces paramètres.

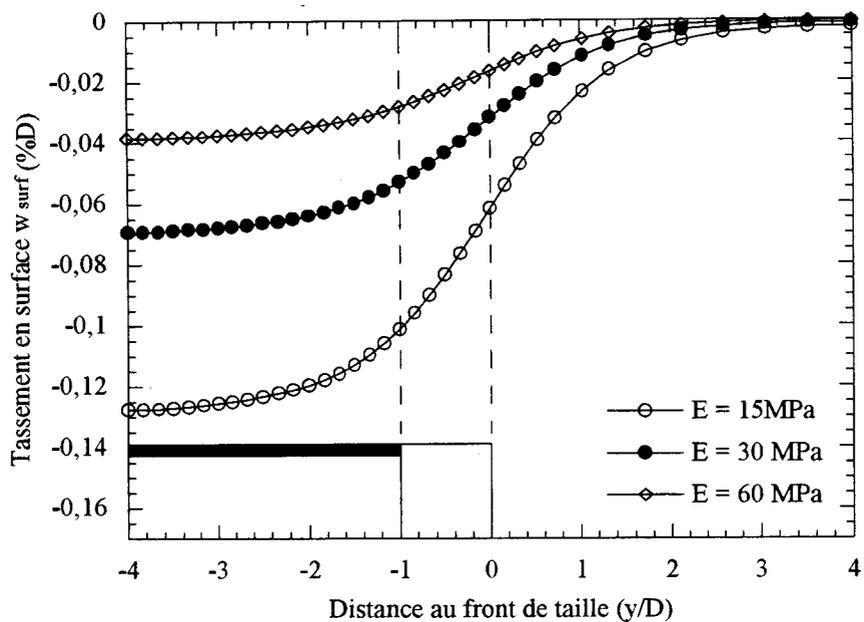


Figure II.19 Influence du module de Young du sol :

Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de 4D

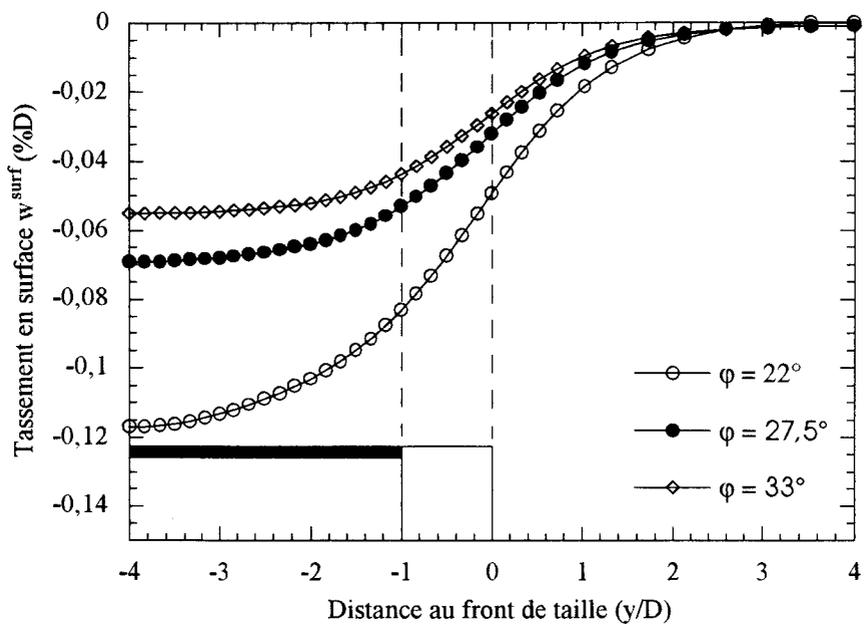


Figure II.20 Influence de l'angle de frottement du sol :

Tassements le long du profil (A-A') après excavation sur une longueur de 4D

CHAPITRE III.

INTERACTION CREUSEMENT - OUVRAGES EXISTANTS

On présente dans ce chapitre une étude de l'interaction entre le creusement d'un tunnel et des ouvrages existants. Trois types d'ouvrages sont considérés. Il s'agit de fondations profondes, d'un tunnel existant et d'une structure en surface. Pour chaque problème, on présentera une étude d'un cas de référence suivie d'une analyse de l'influence des principaux paramètres.

III.1 Introduction

Le creusement de tunnels en site urbain induit des tassements et des déplacements qui peuvent affecter les structures avoisinantes, qu'elles soient en profondeur (canalisations, galeries de métro, fondations profondes) ou en surface (bâtiments, chaussées, ponts). Il est donc nécessaire dans ce type de projets de disposer d'outils adéquats pour analyser l'interaction entre le creusement et les ouvrages avoisinants.

Dans ce chapitre, on propose d'étudier l'interaction du creusement avec trois types d'ouvrages : fondation profonde, tunnel existant et structure en surface composée d'un portique tridimensionnel reposant sur des fondations superficielles. Ces trois problèmes sont traités en analyse tridimensionnelle et non linéaire avec le code de calcul PECPLAS 3D, en utilisant la méthodologie présentée au deuxième chapitre pour la modélisation du creusement. Pour chaque ouvrage, on présentera une synthèse des travaux antérieurs, puis la méthodologie retenue pour le calcul et les résultats obtenus.

III.2 Interaction creusement - fondation profonde

Il s'agit d'étudier l'impact d'un creusement de tunnel en terrain meuble sur des fondations profondes existantes (MROUEH et SHAHROUR 1997). Dans un premier temps, on présente une synthèse des travaux antérieurs. On présente par la suite un exemple de référence pour lequel on s'attache à suivre l'évolution des efforts induits sur un pieu isolé au cours du creusement. Une étude paramétrique sur l'influence des principaux paramètres est présentée. Elle concerne la position relative tunnel - pieu, et l'effet de groupe.

III.2.1 Travaux antérieurs

Ce thème a fait l'objet d'études expérimentales en centrifugeuse. On peut citer pour exemple les travaux de (BEZUIJEN et VAN DER SCHRIER 1994, HERGARDEN et al. 1996, VAN DER SCHRIER et al. 1993), dans lesquels les auteurs se sont intéressés aux tassements induits et à la perte de capacité portante d'un groupe de pieux au cours du creusement d'un tunnel. Le

modèle réduit est présenté à la figure III.1a. L'essai a comporté deux étapes. La première concernait la mise en place des pieux dans le sol. La deuxième étape concernait la simulation du creusement, par réduction progressive du diamètre du tunnel. Les auteurs ont montré dans une première série de mesures que les pieux situés à moins de $1,5D$ du centre du tunnel (D diamètre du tunnel) subissent des tassements importants et une forte réduction de leur capacité portante (figure III.1b). Ils ont aussi établi que les pieux situés à plus de $2,5D$ du centre du tunnel sont peu affectés. Par ailleurs, les auteurs ont mis en évidence l'apparition d'un frottement négatif dans les pieux lorsque les pertes de volume liées au creusement sont importantes. Ils se sont aussi intéressés à l'effet de la profondeur du tunnel par rapport à la base du pieu. Ils ont montré que le maximum de tassement en tête de pieu avait lieu dans une configuration où le centre du tunnel est à la même profondeur que la base du pieu. Dans une configuration où le centre du tunnel est au-dessus de la base, les mesures ont montré des tassements en tête de pieu moins importants que dans les autres configurations. Dans le cas où le centre du tunnel est situé sous la base du pieu, les auteurs ont montré que les pieux éloignés (de plus de $2,5D$) étaient davantage affectés qu'un pieu isolé à la même distance.

III.2.2 Exemple de référence

III.2.2.1 Présentation de l'exemple

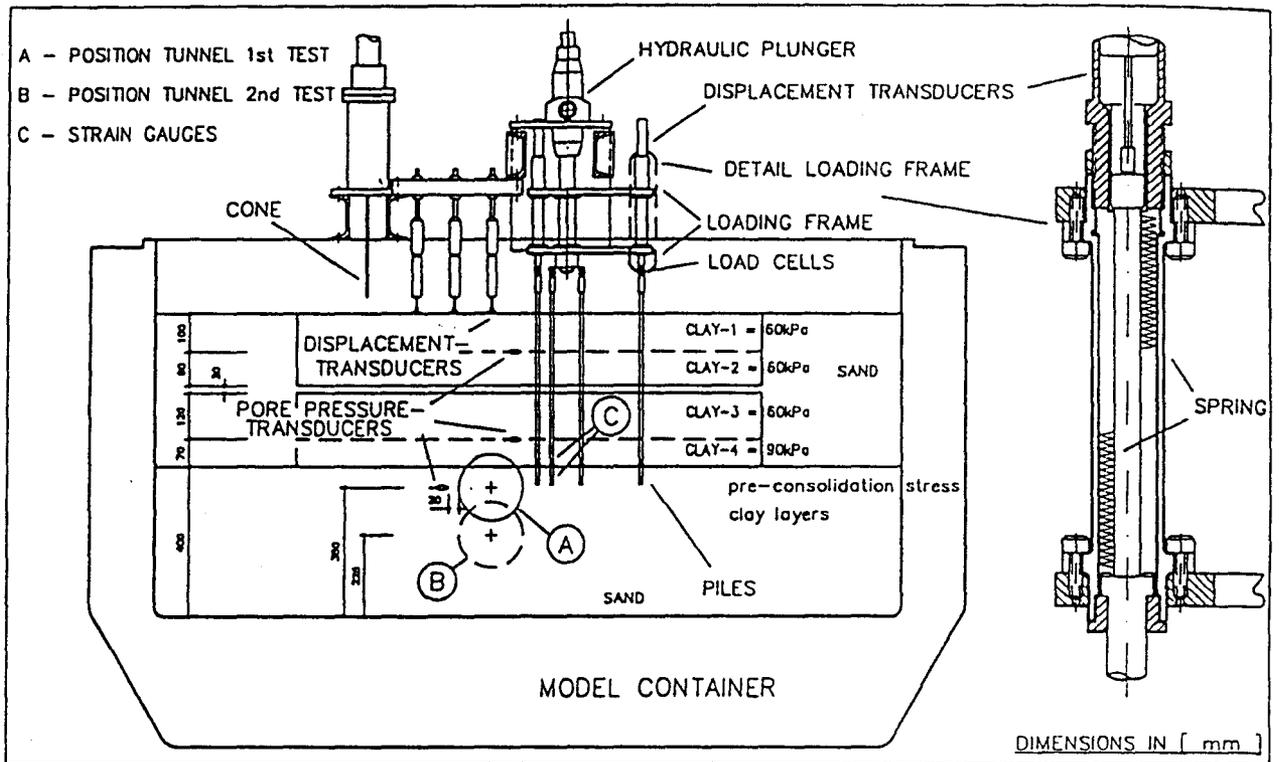
Le problème traité est présenté dans la figure III.2. Il s'agit d'étudier les efforts induits dans un pieu isolé par le creusement d'un tunnel revêtu et circulaire. La géométrie du tunnel et les caractéristiques mécaniques du problème sont identiques à celles retenues dans le deuxième chapitre pour l'étude du creusement d'un tunnel simple. On rappelle les caractéristiques : diamètre $D = 7,5$ m, profondeur $H = 2,5D$ et revêtement d'épaisseur (e) égale à $0,5m$. Le pieu est de section carrée de côté $B_p = 1m$ et de longueur $L_p = 22,5m$.

Le comportement du sol est supposé obéir à une loi élastique-parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr-Coulomb non associé. Le revêtement est supposé en béton et son comportement est décrit par un modèle élastique-linéaire. Le pieu est supposé en béton armé et son comportement est également décrit par un modèle élastique-linéaire. Les propriétés mécaniques des matériaux mis en jeu sont données dans la figure III.2.

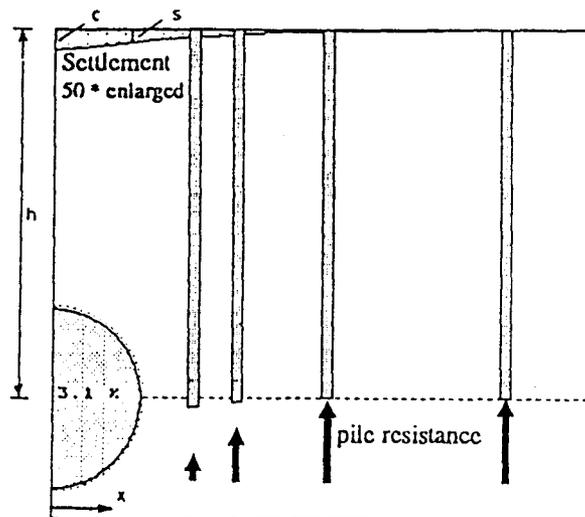
On définit deux paramètres pour repérer la position du tunnel par rapport au pieu (figure III.2) :

- Δ_{tp} qui désigne la distance entre axes tunnel - pieu,
- i_{tp} qui correspond à la distance entre les plans horizontaux passant respectivement par la base du pieu et le centre du tunnel.

Dans notre exemple, les paramètres retenus sont $\Delta_{tp} = 1D$ et $i_{tp} = +0,5D$.



(a)



(b)

Figure III.1 Interaction creusement – fondations profondes : Problème étudié en centrifugeuse à l'Université de DELFT (BEZUIJEN ET VAN DER SCHRIER 1994)

(a) Mode opératoire retenu

(b) Réduction de la capacité portante observée

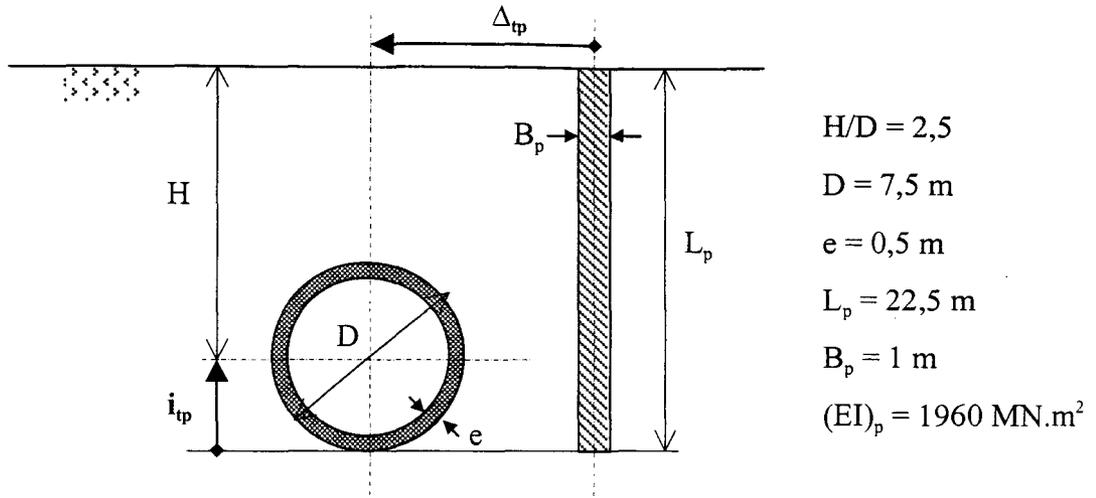
III.2.2.2 Modélisation par éléments finis

Le maillage utilisé est présenté dans la figure III.3. Il comporte 3111 éléments hexaédriques à 20 nœuds, soit 38222 degrés de liberté. Le maillage est raffiné au voisinage du pieu pour prendre en compte la concentration des contraintes et la grande variation de rigidité entre le sol et le pieu. Le nombre de termes non nuls de la matrice de rigidité est de $5,9 \cdot 10^6$, représentant 4,7% des termes stockés par la méthode de lignes de ciel.

Le calcul est réalisé en considérant deux phases :

- (i) La première consiste à mettre en service le pieu, en le sollicitant axialement à environ 50% de sa capacité portante (déterminée au préalable par un calcul tridimensionnel), soit une charge verticale de 1000 kN. La distribution des contraintes initiales est déduite à partir des contraintes œdométriques, avec un coefficient de poussée des terres au repos $K_0 = 0,5$ et un poids volumique $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$.
- (ii) La deuxième étape du calcul consiste à simuler le creusement du tunnel en 16 incréments selon la méthodologie décrite dans le deuxième chapitre. Les paramètres du creusement sont identiques à ceux retenus dans le calcul de référence dans le deuxième chapitre, à savoir un taux de déconfinement $\alpha_{dec} = 0,5$ et une longueur de la zone non soutenue $L_{dec} = 1D$. La largeur des tranches excavées est variable ; elle est raffinée au voisinage de la section contenant le pieu (section $y = 3D$) pour permettre une bonne reproduction des efforts induits dans le pieu au cours du creusement.

Pour faciliter le dépouillement des résultats, on définit le paramètre Δ_{fp} , qui correspond à la distance entre le front de taille et le plan médian du pieu. Dans notre calcul, les dimensions retenues permettent de suivre l'évolution des efforts induits dans le pieu lorsque Δ_{fp} varie de $-3D$ à $+4D$.



Elément	E (MPa)	ν	c (MPa)	ϕ (°)	ψ (°)
Sol	30	0,3	0,005	27	5
Revêtement	35000	0,25			
Pieu	23500	0,25			

Figure III.2 Interaction tunnel – fondation profonde : Exemple de référence

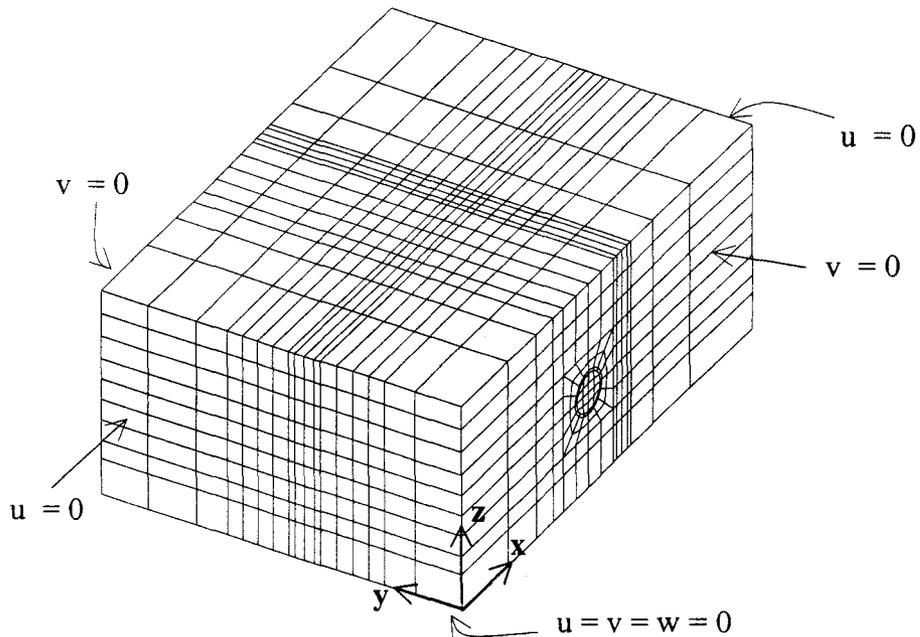


Figure III.3 Interaction tunnel - fondation profonde : Modèle éléments finis retenu pour le calcul
 (3111 éléments HEX20 ; 14300 nœuds ; 38222 ddl)

III.2.2.3 Présentation et discussion des résultats

Dans notre analyse l'accent est mis sur les déplacements et les efforts internes induits dans le pieu.

Déformée du pieu

Les figures III.4a-b présentent l'évolution de la déformée du pieu dans les sections transversale (x, z) et longitudinale (y, z). Selon la distance au front de taille Δ_{fp} , on distingue deux types de comportement :

- (i) Avant le passage du front de taille ($\Delta_{fp} < 0$), on note que le pieu réagit principalement aux mouvements de terrains dans le sens longitudinal, avec un léger refoulement en profondeur dans le sens du creusement et une convergence du pieu en surface vers le front de taille.
- (ii) Lorsque le front de taille franchit le plan médian du pieu et s'en éloigne ($\Delta_{fp} > 0$), ce dernier réagit principalement aux mouvements des terrains induits dans le sens transversal. On observe un refoulement du pieu au voisinage du tunnel, accentué lorsque le revêtement est mis en place en raison de sa déformabilité, et une convergence de la tête du pieu vers le centre du tunnel.

L'évolution des tassements en tête de pieu au cours du creusement est également présentée dans la figure III.5. On note des tassements significatifs induits par le creusement au-delà d'une position $\Delta_{fp} = -1D$, et qui évoluent jusqu'à une position $\Delta_{fp} = +2D$ où le tassement se stabilise à environ $w^{pieu} = 0,2 \%B_p$.

Efforts internes dans le pieu

On présente dans la figure III.6 l'évolution des efforts internes induits dans le pieu au cours du creusement. Les efforts sont présentés dans le repère local du pieu, dans lequel la longueur est définie suivant l'axe x_p et la section transversale par les axes y_p et z_p . On note que l'effet du creusement est perceptible à partir d'une distance du front de taille de $-1D$ par rapport à l'axe du pieu ($\Delta_{fp} = -1D$). On constate également que les efforts internes sont conformes aux mouvements de terrains créés par le creusement. En effet, l'analyse des diagrammes de l'effort normal N et des moments fléchissants Mf_{yp} et Mf_{zp} montre que :

- (i) L'effort normal induit dans le pieu est un effort de compression. Cet effort présente essentiellement deux types d'évolution (figure III.6a). Dans la partie supérieure de pieu (profondeur x_p comprise entre 0 et $0,7L_p$), on note une augmentation progressive de l'effort normal, dont le maximum est atteint pour la section située à une distance $x_p = 0,7L_p$ et pour une valeur de l'ordre de 540 kN. Ce résultat traduit l'existence d'un frottement négatif dans 70% de la longueur du pieu, qui peut être attribué aux mouvements de terrain descendants induits par le creusement, comme cela est schématisé dans la figure III.6b. Dans la partie inférieure du pieu (distance $x_p > 0,7L_p$), l'effort de compression induit est atténué par les mouvements de terrain ascendants induits dans la zone sous-jacente du tunnel.

(ii) Le creusement induit un moment fléchissant autour des axes (y_p) et (z_p). Le moment $M_{f_{yp}}$ (figure III.6c) est important lorsque ($\Delta_{fp} \leq 0$), c'est-à-dire avant le passage du front de taille. Il affecte essentiellement les sections du pieu situées au voisinage de l'axe du tunnel et il représente au maximum 65 kN.m (pour $\Delta_{fp} = 0$). Le moment fléchissant $M_{f_{zp}}$ (figure III.6d) est provoqué par les mouvements de terrain dans la section transversale, c'est-à-dire qu'il devient prépondérant au franchissement et à l'éloignement du front de taille. Le moment fléchissant induit admet un pic à une distance $x_p = 0,8L_p$ proche de la position du centre du tunnel ; le maximum du moment obtenu est égal à 170 kN.m.

Afin de déterminer si les sollicitations induites par le creusement sont significatives, nous avons tracé dans un diagramme ($N, M_{f_{zp}}$) les efforts internes prépondérants en fin de creusement (figure III.7). Les valeurs reportées pour l'effort normal correspondent aux efforts combinés de la mise en charge du pieu, de la réaction du sol et des efforts induits par le creusement. On trace également la courbe d'état limite de service du pieu déterminée en considérant un ferrailage type (section de ferrailage $A_{st} = 25,4\text{cm}^2$ selon les recommandations du DTU13.2). On note que la combinaison des efforts N et $M_{f_{zp}}$ conduit à des sollicitations non négligeables qui dépassent la courbe des états limites en service du pieu, indiquant une "plastification" dans cette section du pieu située à $x_p = 0,8L_p$.

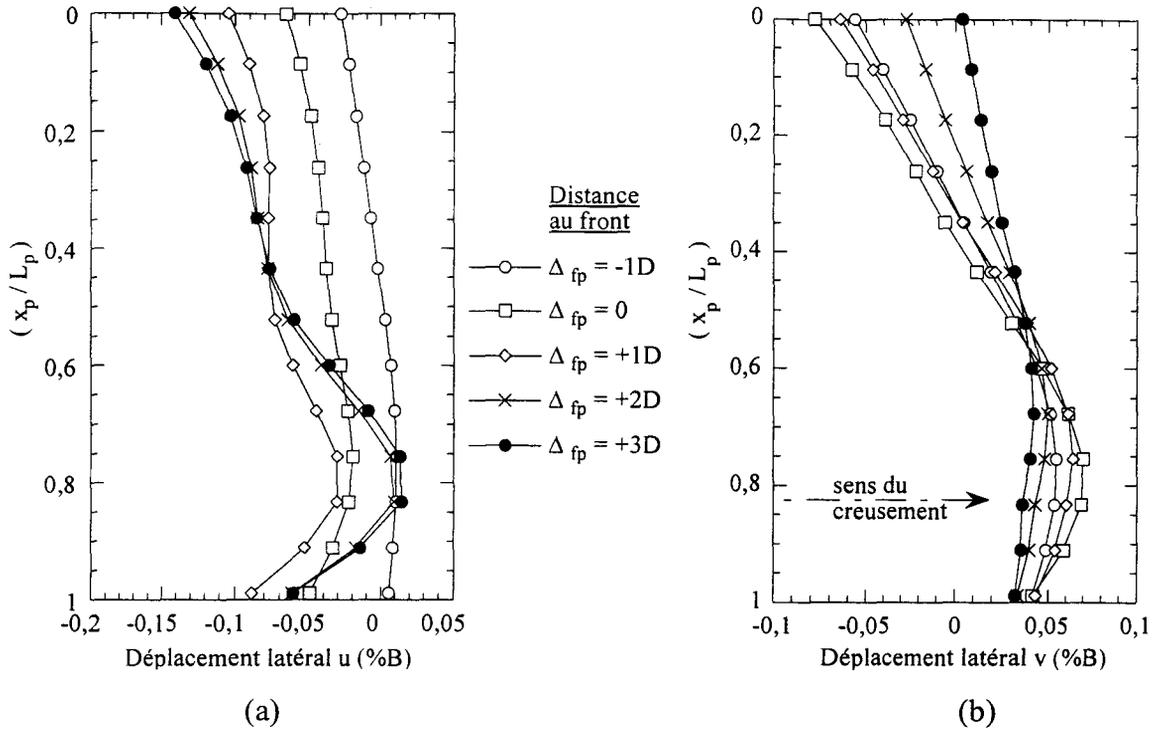


Figure III.4 Interaction tunnel - fondation profonde :
Evolution de la déformée du pieu au cours du creusement

(a) Dans la section transversale (x, z)

(b) Dans la section longitudinale (y, z)

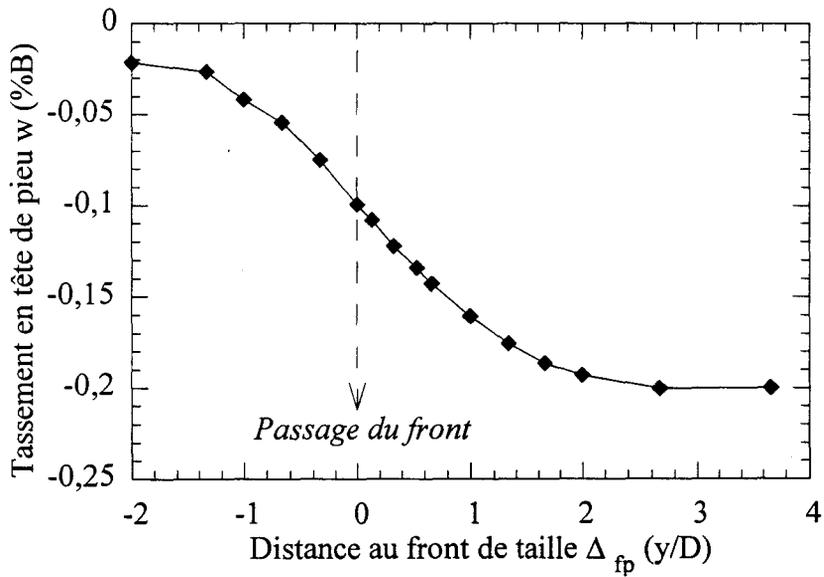


Figure III.5 Interaction tunnel - fondation profonde :
Tassements induits en tête de pieu

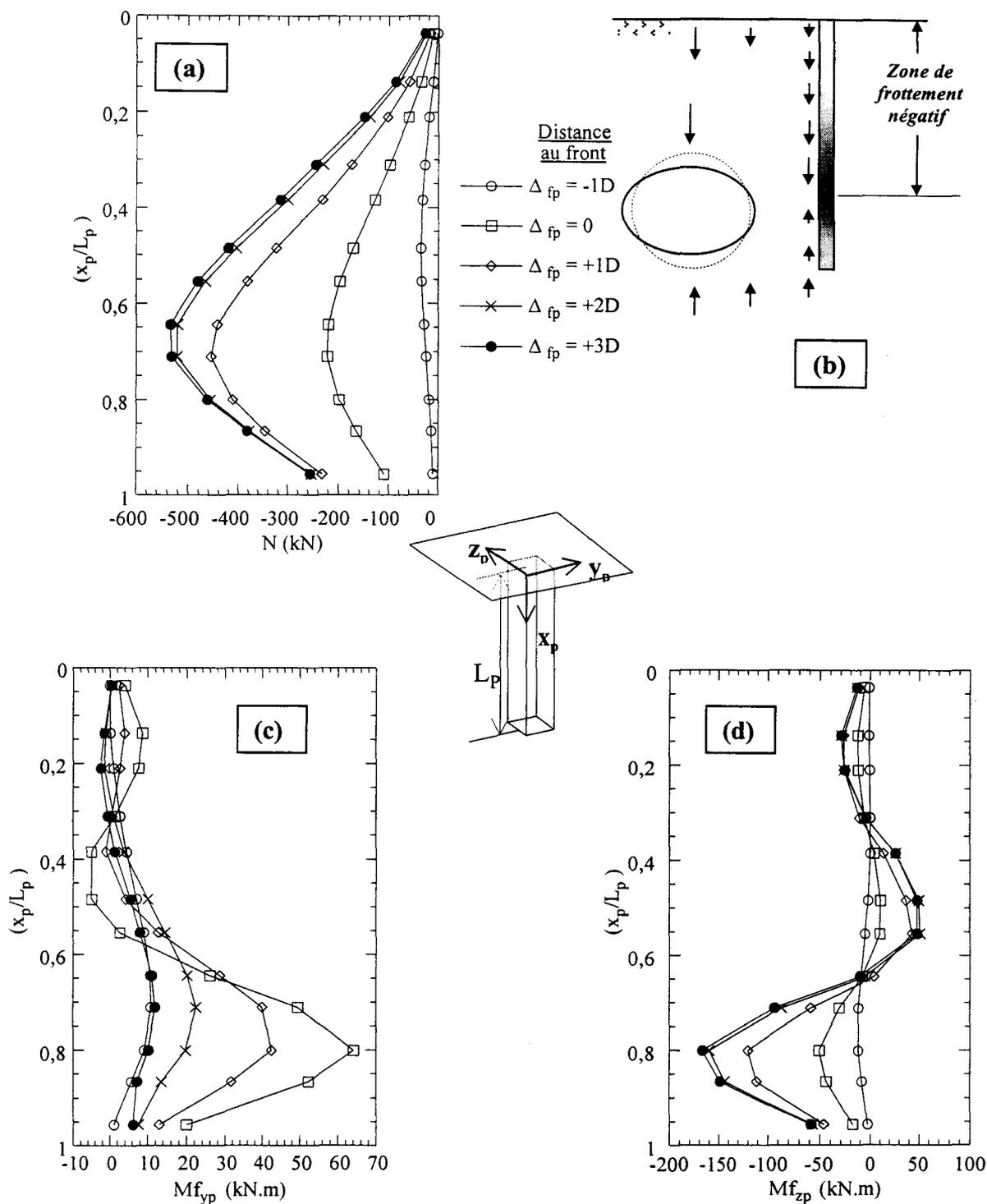


Figure III.6 Interaction tunnel - fondation profonde :

Efforts induits dans le pieu par le creusement

(a) Effort normal N

(b) Illustration des mouvements de sols induits par le creusement

(c) Moment fléchissant Mf_{y_p}

(d) Moment fléchissant Mf_{z_p}

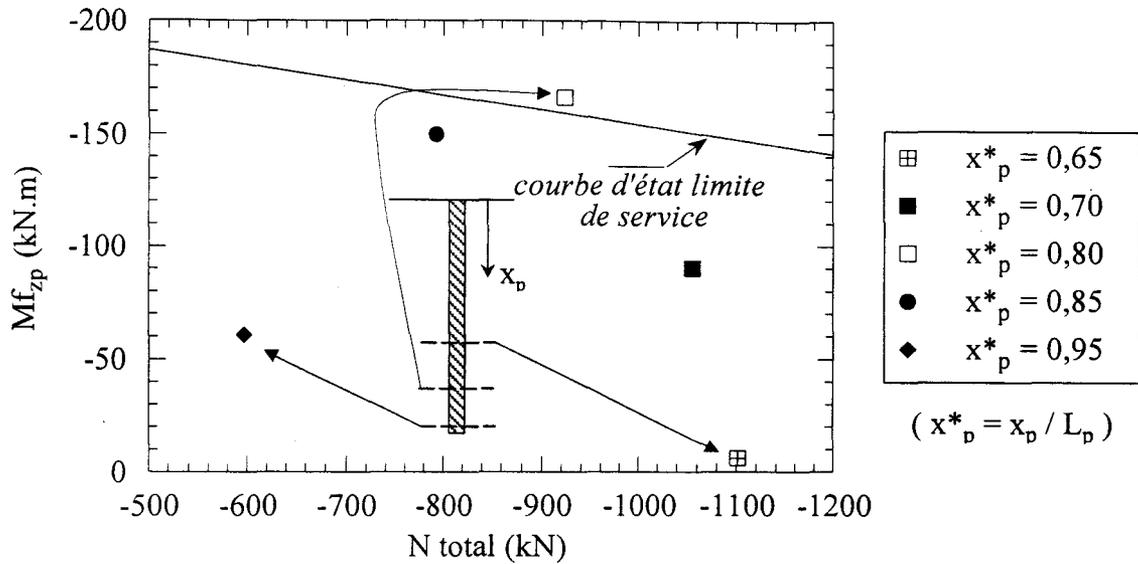
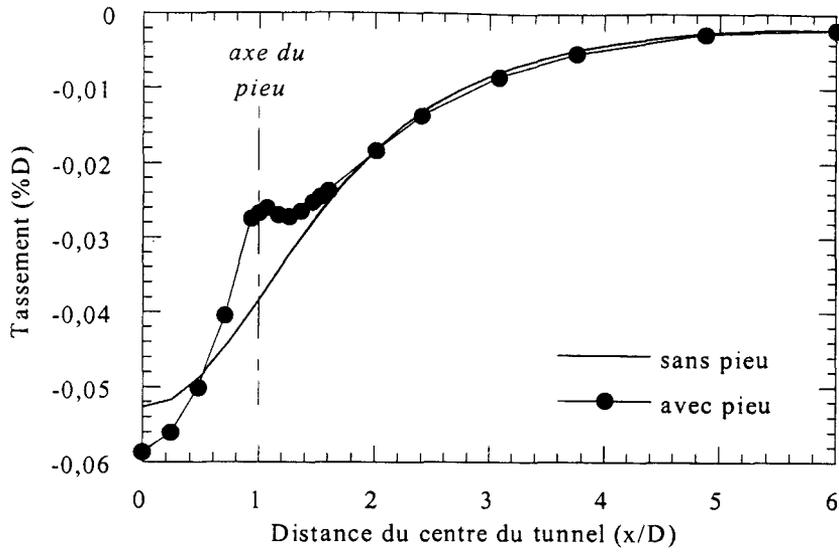


Figure III.7 Efforts internes dans certaines sections du pieu en fin de creusement – Courbe d'état limite de service du pieu avec un ferrailage type ($A_{st} = 25,4 \text{ cm}^2$ selon recommandations DTU13.2)

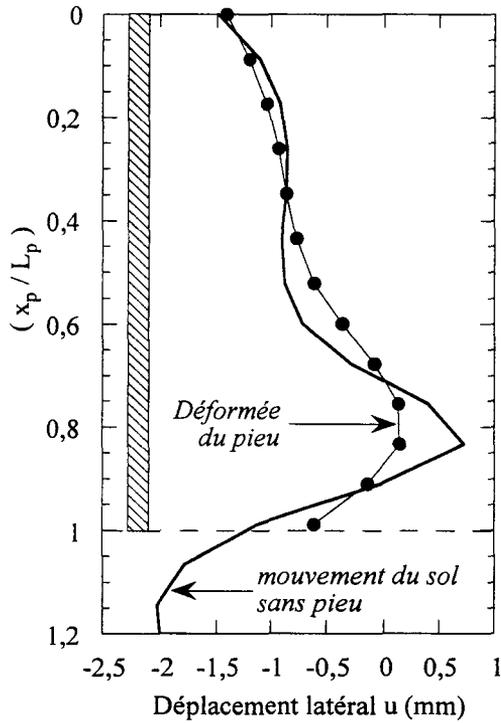
Influence de la présence du pieu

Afin d'étudier l'influence de la présence du pieu sur les mouvements du sol, on présente dans la figure III.8a la cuvette des tassements dans la section ($y = 3D$) comparée à celle obtenue dans le calcul de référence du deuxième chapitre (avec les mêmes géométrie de tunnel et paramètres de creusement). On constate que la présence du pieu affecte les tassements jusqu'à une distance de l'ordre de $1D$ de son axe. En effet, en présence du pieu, on note une réduction du tassement en tête de l'ordre de 35%, tandis que le tassement au droit de l'axe du tunnel est de 15% plus important.

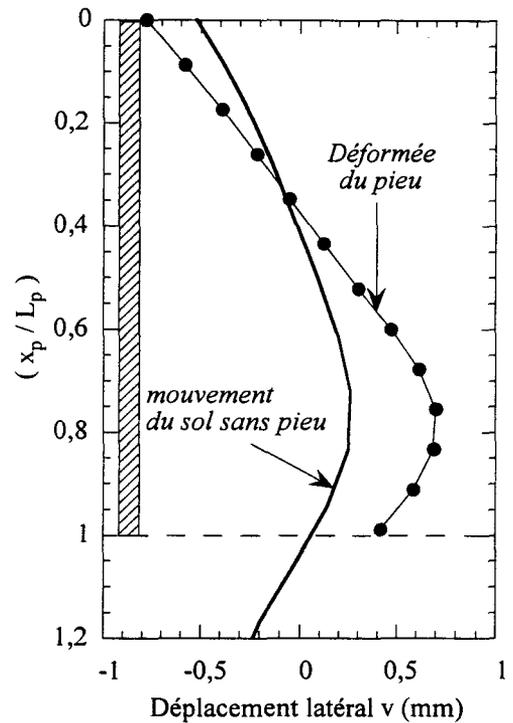
En terme de déplacement latéral, on montre dans les figures III.8b-c que les mouvements de terrains en l'absence de pieu sont proches de la déformée du pieu, avec cependant des faibles écarts que l'on peut attribuer à la rigidité apportée par le pieu.



(a)



(b)



(c)

Figure III.8 Interaction tunnel – fondation profonde :
Influence de la présence d'un pieu sur les déplacements induits par le creusement

- (a) Cuvette des tassements dans la section transversale ($y = 3D$)
- (b) Déplacement latéral dans la section transversale ($y = 3D$)
- (c) Déplacement latéral dans la section longitudinale à ($x = 1D$) de l'axe du tunnel

III.2.3 Etude paramétrique

Pour étudier l'effet de la position du pieu par rapport au tunnel sur les efforts induits dans le pieu, on propose de réaliser une étude paramétrique sur la distance entre axes tunnel-pieu (Δ_{tp}) et sur la position relative de la base du pieu par rapport au centre du tunnel (i_p).

III.2.3.1 Influence de la distance entre axes tunnel-pieu

Un calcul est réalisé en plaçant l'axe du pieu à $1,5D$ de l'axe du tunnel ($\Delta_{tp} = 1,5D$). On présente dans les figures III.9a-c les évolutions du tassement en tête de pieu, de l'effort normal et du moment fléchissant Mf_{zp} induits au cours du creusement.

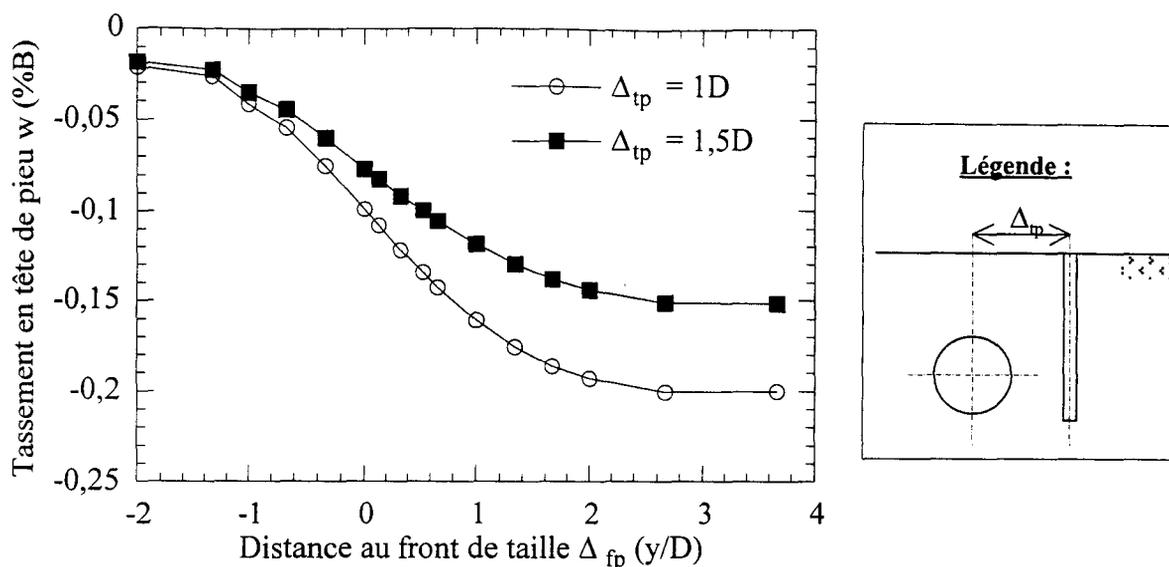
On note que lorsque la position du pieu passe de $1D$ à $1,5D$ de l'axe du tunnel, le tassement obtenu en tête de pieu passe de $0,2\%B_p$ à $0,15\%B_p$, soit une réduction de tassements de 25%.

Les efforts internes induits dans le pieu sont également affectés. Lorsque la position du pieu passe de $1D$ à $1,5D$, l'effort normal dans la section $x_p = 0,55L_p$ et le moment fléchissant dans la section $x_p = 0,8L_p$ passent respectivement de 540 kN à 225 kN et de 170 kN.m à 70 kN.m, soit une réduction approximative de 60% pour les deux grandeurs.

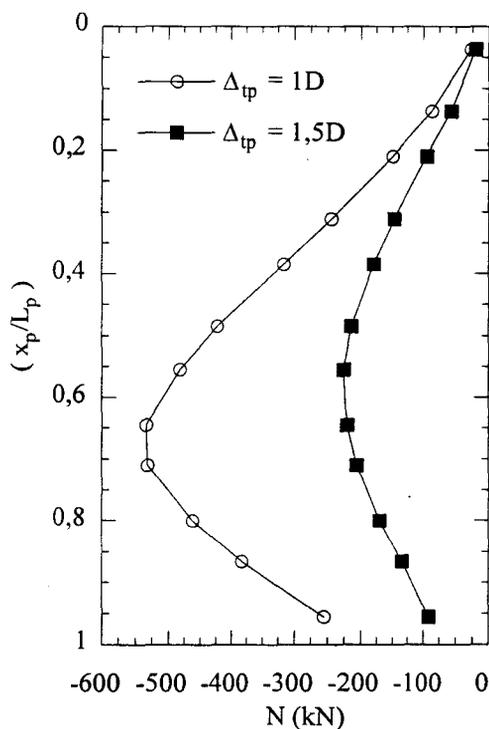
III.2.3.2 Influence de la position de la base du pieu par rapport au centre du tunnel

Afin d'étudier l'influence de la position de la base du pieu par rapport au centre du tunnel i_p , on propose de réaliser deux nouveaux calculs en modifiant la profondeur du tunnel, avec des valeurs respectives de $H = 1,5D$ et $H = 3D$, et en conservant la longueur du pieu. Les trois cas présentés sont les suivants :

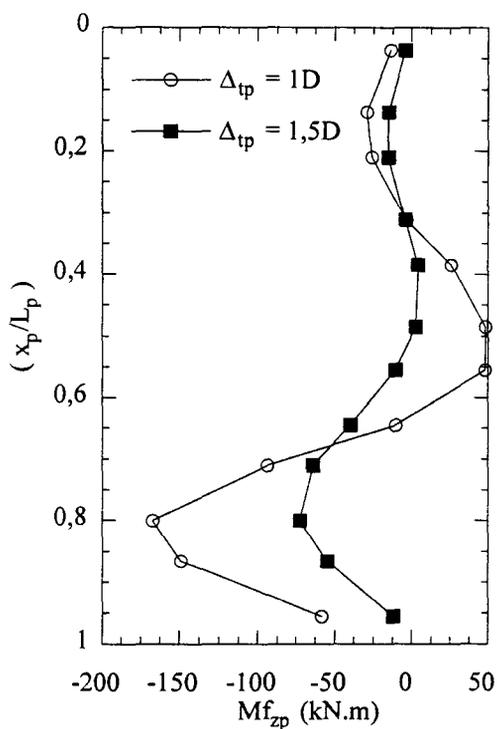
- (i) $i_{tp} = +0,5D$ (cas de référence),
- (ii) $i_{tp} = +1,5D$ ($H = 1,5D$),
- (iii) $i_{tp} = -0,5D$ ($H = 3D$).



(a)



(b)



(c)

Figure III.9 Influence de la distance tunnel – pieu (Δ_{tp})

(a) Tassement induit en tête de pieu au cours du creusement

(b) Effort normal induit en fin de creusement

(c) Moment fléchissant $M_{f_{zp}}$ induit en fin de creusement

Tassements en surface

On présente dans les figures III.10a-b les tassements induits en tête de pieu au cours du creusement et les cuvettes de tassements le long de la section ($y = 3D$). On distingue deux types de mouvements de sol suivant la position de la base du pieu :

- (i) Lorsque la base du pieu est située au-dessus de l'axe du tunnel ($i_{tp} = -0,5D$), le tassement de la tête du pieu est aussi important que les mouvements de sols en surface induits par le creusement. L'effet du pieu est peu ressenti dans le profil des tassements transversal.
- (ii) Lorsque la base du pieu est située très en-dessous du centre du tunnel ($i_{tp} = +1,5D$), le tassement en tête du pieu est opposé aux mouvements de sols induits par le creusement. Cela se traduit par un faible soulèvement de la tête du pieu en fin de creusement, tandis que les mouvements de terrain au droit du tunnel sont effectivement descendants. Ce résultat traduit que le pieu est davantage sollicité par les mouvements de terrains ascendants que descendants.

Efforts internes dans le pieu

On présente dans la figure III.11a les diagrammes de moment fléchissant obtenus en fin de creusement pour les trois cas. Dans une configuration où la base du pieu est située au-dessus du centre du tunnel ($i_{tp} = -0,5D$), on note que le pieu est peu affecté par le moment fléchissant induit par le creusement ; celui-ci n'admet pas de zone de concentration de moment fléchissant. Par contre, dans le cas où la base du pieu est en-dessous de l'axe du tunnel, on note un pic de moment fléchissant obtenu au voisinage de la zone excavée.

On note que les efforts normaux induits dans le pieu pour les diverses configurations confirment les observations faites dans la section précédente. En effet, lorsque la base du pieu est au-dessus de l'axe du tunnel, on note que l'effort de compression induit dans le pieu par le creusement augmente progressivement avec la profondeur (figure III.11b). Cela signifie que le pieu est totalement affecté par les mouvements de terrain descendants induits par le creusement, et indique la présence d'un frottement négatif dans l'ensemble du pieu. Par contre, lorsque la base du pieu est située très en-dessous du centre du tunnel, le pieu est affecté de manière sensible par les mouvements de terrain ascendants. Ces deux tendances sont illustrées dans la figure III.11c.

Ces résultats montrent que les efforts induits dans le pieu dépendent sensiblement de la position de sa base par rapport au centre du tunnel. Dans le cas où la position de la base du pieu est au-dessus du centre du tunnel, l'effort prépondérant est un effort de compression, tandis que lorsque la position de la base du pieu est en-dessous du centre du tunnel, il faut tenir compte de sollicitations en flexion composée.

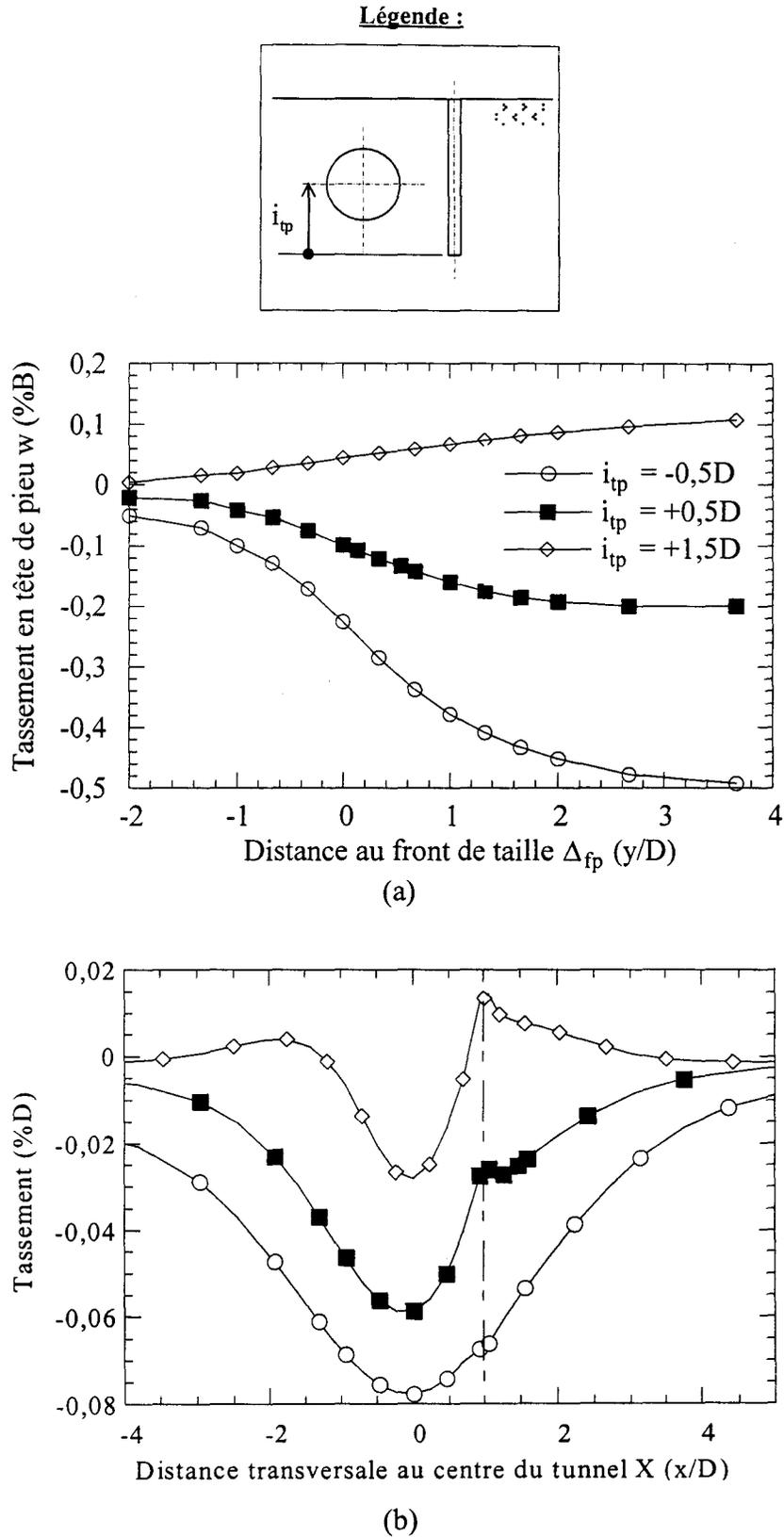


Figure III.10 Influence de la position de la base du pieu par rapport au tunnel (i_{tp}) :

(a) Tassements en tête de pieu

(b) Cuvette des tassements en surface dans la section transversale ($y = 3D$)

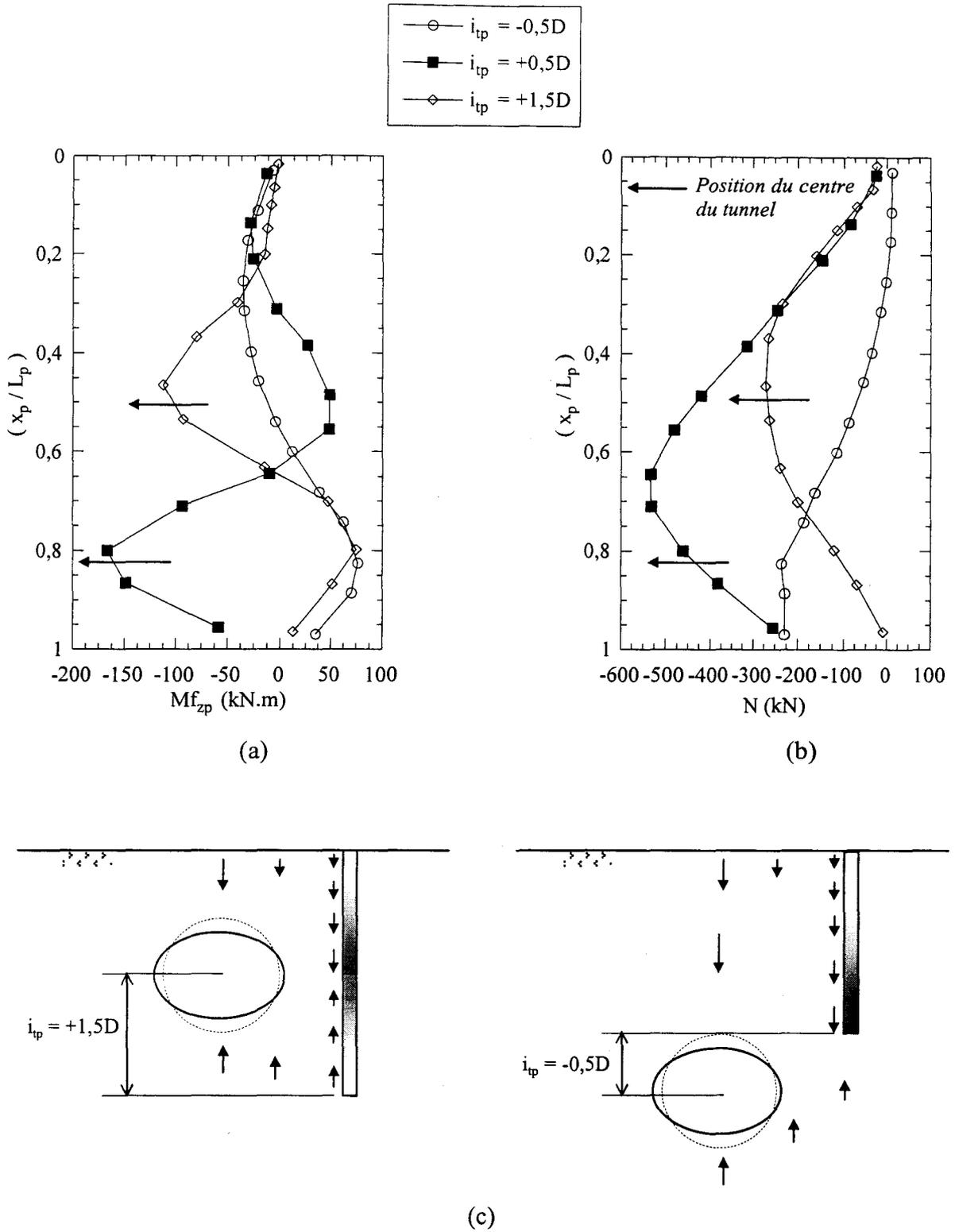


Figure III.11 Influence de la position de la base du pieu par rapport au tunnel (i_{tp})

(a) Moment fléchissant Mf_{zp} induit par le creusement

(b) Effort normal induit par le creusement

(c) Schéma explicatif

III.2.4 Interaction creusement - groupe de pieux

Dans la pratique, les fondations profondes sont utilisées en groupe. On propose d'étudier dans cette section l'interaction du creusement sur un groupe de quatre pieux disposés suivant la configuration de la figure III.12a. On présente les résultats des efforts induits sur les pieux avant (pieu le plus proche de l'axe du tunnel) et arrière, en comparaison aux efforts induits dans le pieu isolé respectivement situé à $\Delta_{tp} = +1D$ de l'axe du tunnel (position identique au pieu avant) et $\Delta_{tp} = +1,5D$ (position identique au pieu arrière).

On présente dans la figure III.12b les efforts normaux N induits dans les pieux avant et arrière en fin de creusement. On note que dans la configuration du groupe, l'effort normal induit dans le pieu avant est moyennement réduit (de l'ordre de 20%) par rapport au diagramme d'effort normal du pieu isolé (situé à la même distance du tunnel). Dans le pieu arrière du groupe, la réduction de l'effort normal est plus importante : elle représente un écart de plus de 60% par rapport au diagramme du pieu isolé (situé à la même distance du tunnel).

Par ailleurs, on note que le pieu arrière subit un effort normal maximal (égal à 80 kN dans la section $x_p = 0,6 L_p$) qui représente 20% de l'effort normal maximal subi par le pieu avant (égal à 420 kN dans la section $x_p = 0,7 L_p$).

La figure III.12c présente le moment fléchissant M_{fzp} . On note que l'influence du groupe sur le pieu avant est peu marquée sur les valeurs de moments, avec des profils quasi identiques. Par contre, on note pour le pieu arrière que la réduction due au groupe représente 30% des valeurs du moment fléchissant par rapport au diagramme du pieu isolé (situé à $\Delta_{tp} = 1,5D$).

De même, il apparaît que le pieu arrière subit un moment fléchissant maximal (de l'ordre de 50 kN.m) égal à 30% de celui induit dans le pieu avant (de l'ordre de 170 kN.m).

Ces résultats montrent que dans les pieux utilisés en groupe, les sollicitations induites par le creusement concernent essentiellement le pieu avant (proche du tunnel), qui subit des efforts équivalents à ceux du pieu isolé. L'effet de la distance entre axes tunnel-pieu justifie en partie la réduction des efforts induits par le creusement sur le pieu arrière. On note également que le pieu avant fait office "d'écran" pour le pieu arrière, ce qui contribue à réduire davantage les efforts induits sur le pieu arrière. Ces résultats sont en accord avec les observations expérimentales relevées dans (BEZUIJEN et VAN DER SCHRIER 1994, HERGARDEN et al. 1996, VAN DER SCHRIER et al. 1993).

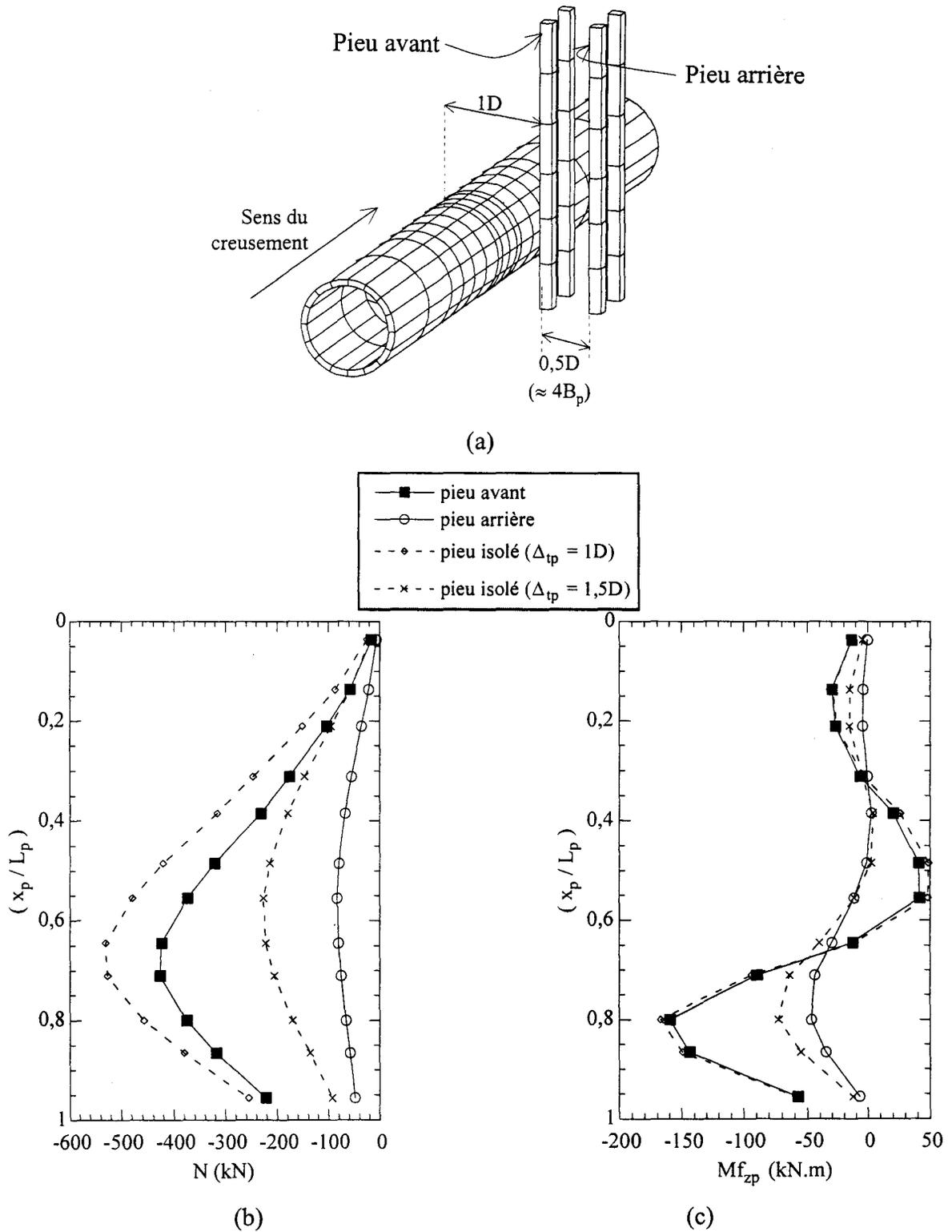


Figure III.12 Analyse de l'interaction tunnel – groupe de pieux :

- (a) Configuration étudiée
- (b) Effort normal induit par le creusement
- (c) Moment fléchissant M_{fzp} induit par le creusement

III.3 Interaction tunnel - tunnel

La réalisation de tunnels de très grands diamètres ($D > 10$ m) dans certains projets d'aménagement peut poser des problèmes majeurs en site urbain, notamment à cause des risques élevés de tassements en surface et des coûts de réalisation de ces ouvrages. Pour ces raisons, la solution d'un ouvrage bi-tubes peut être préférée. Cependant, la densité des infrastructures existantes et (ou) la configuration de certains sites peuvent conduire à des solutions avec des tunnels très rapprochés. Cette configuration peut alors poser des problèmes d'interaction lors de la construction du deuxième tunnel sur le tunnel existant, en particulier dans les terrains meubles.

On propose dans cette section d'étudier le problème de l'interaction du creusement d'un tunnel sur un tunnel existant (SHAHROUR et MROUEH 1997a). On présente dans un premier temps une synthèse des travaux antérieurs menés dans ce domaine. On propose ensuite d'étudier un exemple de référence suivi par une analyse de l'influence de la distance entre les deux tunnels sur leur interaction.

III.3.1 Travaux antérieurs

Le problème d'interaction tunnel - tunnel a fait l'objet de nombreuses observations sur chantiers (ATTEWELL 1977, CORDING et HANSMIRE 1977, FANG et al. 1994, HISATAKE 1994, KAWATA et al. 1993). Dans ces travaux, les auteurs ont surtout étudié les tassements, et ils ont noté les difficultés d'une évaluation simple de la forme des cuvettes en surface (SCHLOSSER et al. 1985).

Certains auteurs ont étudié l'influence de la distance des tunnels sur les cuvettes de tassements initiées en surface (figure III.13a), et les effets de ces tassements sur des structures existantes (figure III.13b) (HEMERRIJCKX et WEIDENER 1995). Ils ont ainsi distingué deux cas d'interaction :

- (i) La cuvette des tassements présente un palier maximal au centre des deux tunnels lorsque ceux-ci sont très rapprochés. Dans cette configuration, les sollicitations sur des bâtiments en surface mettent en jeu des contraintes de compression.
- (ii) La cuvette des tassements présente au centre des deux tunnels des déplacements moins importants que le tassement observé au droit du premier tunnel. Cette forme de cuvettes peut être à l'origine des contraintes de traction dans les bâtiments pouvant causer des dégâts importants.

Au niveau numérique, on peut citer les travaux de SOLIMAN et al. (1993) qui ont porté sur l'analyse du creusement d'un tunnel bi-tubes dans un massif de roches dont le comportement a été modélisé par un modèle élastique. En se basant sur les solutions du calcul tridimensionnel d'un tunnel simple, les auteurs ont établi des abaques pour estimer l'effet de l'interaction tunnel - tunnel. Ils ont ainsi montré qu'on peut appliquer des coefficients pondérateurs aux résultats du creusement d'un tunnel simple pour estimer les résultats du creusement de tunnels bi-tubes. A titre d'exemple, les auteurs proposent pour

déterminer le déplacement radial en clef de voûte du premier tunnel un coefficient variant de 1,09 à 1,18 en fonction de la distance entre axes des tunnels, et pour le deuxième tunnel un coefficient variant de 1,04 à 1,08. D'autres coefficients ont également été proposés pour déduire les efforts internes dans les piédroits des revêtements des deux tunnels.

ADDENBROOKE et POTTS (1996) ont réalisé une analyse bidimensionnelle et non linéaire par éléments finis du problème d'interaction du creusement d'un tunnel bi-tubes. Les auteurs ont étudié en particulier l'influence de la position relative (vis-à-vis ou l'un au dessus de l'autre) et de la distance entre axes des tunnels. Ils ont ainsi montré que le creusement d'un nouveau tunnel au dessus d'un tunnel existant conduit à des interactions moins fortes que lorsque les tunnels sont creusés en vis-à-vis. Dans ce dernier cas, les auteurs ont montré que la distance entre axes est le paramètre le plus influant qui régit l'interaction. Ceci a par ailleurs été confirmé par des récents travaux expérimentaux menés en centrifugeuse (KIM 1996).

D'autres analyses numériques ont enfin conclu sur la nécessité de disposer d'un outil de calcul tridimensionnel pour étudier le problème de creusement d'un tunnel bi-tubes, en raison principalement de la prise en compte de l'évolution complexe de l'état des contraintes après le creusement du premier tunnel et de la rigidité tridimensionnelle induite dans le massif par le revêtement du premier tunnel (KANZKAI et al. 1992, PERRI 1994, WANG et al. 1992).

III.3.2 Exemple de référence

La configuration retenue dans l'exemple de référence est présentée à la figure III.14. Il s'agit du creusement de deux tunnels avec une distance entre axes $\Delta_{tt} = 2D$. Cette distance est généralement considérée suffisante pour que l'interaction soit significative. Les deux tunnels présentent les mêmes caractéristiques : diamètre $D = 7,5\text{m}$, profondeur $H = 2,5D$ et revêtement en béton d'épaisseur $e = 50\text{ cm}$.

Le comportement du sol est décrit par un modèle élastique-parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr-Coulomb non associé. Le comportement du matériau du revêtement est décrit par un modèle élastique-linéaire. Les propriétés mécaniques des matériaux mis en jeu sont données dans la figure III.15.

Le maillage retenu (figure III.15) comporte 4080 éléments hexaédriques à 20 nœuds, soit 50163 degrés de liberté. Le nombre de termes non nuls de la matrice de rigidité est de $8,95 \cdot 10^6$ représentant 4,2% des termes stockés par la méthode de lignes de ciel. Les limites du domaine dans le plan transversal sont fixées à $\pm 4D$ des axes des tunnels, les dimensions sont fixées dans la direction du creusement à $7D$ et dans la direction verticale à $5D$.

Le calcul est réalisé en deux étapes. La première étape consiste à simuler le creusement du premier tunnel sur toute la longueur du domaine. Dans la deuxième phase, on procède à l'excavation du deuxième tunnel en 9 incréments à partir de l'état de contraintes résultant de la fin du creusement du premier tunnel. La simulation du creusement est réalisée sur une longueur de $4D$.

Pour le creusement des deux tunnels, nous avons pris les mêmes paramètres de déconfinement, à savoir un taux de déconfinement $\alpha_{dec} = 0,5$ et une longueur de zone non soutenue $L_{dec} = 1D$.

III.3.3 Présentation et discussion des résultats

III.3.3.1 Tassements en surface

On présente dans les figures III.16a-b l'évolution des tassements en surface entre la fin du creusement du premier tunnel et après une excavation d'un tronçon du deuxième tunnel de longueur $4D$. La forme des cuvettes de tassements montre une extension sensible de la zone affectée par les mouvements de terrain, avec une concentration des déplacements dans la zone située entre les deux axes des tunnels en arrière du front de taille du deuxième tunnel.

La figure III.17a montre les tassements induits par le creusement du deuxième tunnel le long du profil longitudinal (A-A') situé au-dessus de l'axe du premier tunnel. On note que la part des tassements induits en arrière du front de taille est non négligeable car elle représente plus de 30% des tassements de la première phase (creusement du premier tunnel). Par contre, en avant du front de taille du deuxième tunnel, les tassements induits sont plus faibles puisqu'ils représentent de 15% (au front de taille) à 8% (+3D en avant du front) des tassements induits dans la première phase.

Dans la section transversale ($y = 0$), on note que la cuvette des tassements le long du profil (B-B') évolue tant que l'influence du front de taille se manifeste et se stabilise par la suite (figure III.17b). On peut noter également que le profil des tassements est dissymétrique, avec un tassement légèrement accentué vers l'axe du deuxième tunnel. L'approximation de la forme des cuvettes par la formule de Gauss permet par ailleurs d'estimer l'abscisse du point d'inflexion, la largeur de cuvette et le volume de terrains déplacé en surface par unité de volume excavée (tableau III.1). On note que la cuvette des tassements après excavation du deuxième tunnel présente un profil élargi (augmentation de L_s de 40%). Le volume déplacé en surface a par contre peu évolué lorsqu'il est comparé au volume total excavé (moins de 1% d'écart).

	w_{max} (%D)	i/D	L_s (/D)	V_s/V_{exc} (%)
Fin tunnel 1	0,065	1,30	3,25	0,268
Fin tunnel 2	0,092	1,81	4,54	0,266

Tableau III.1 Paramètres de l'approximation de PECK (1969) sur le profil (B-B')

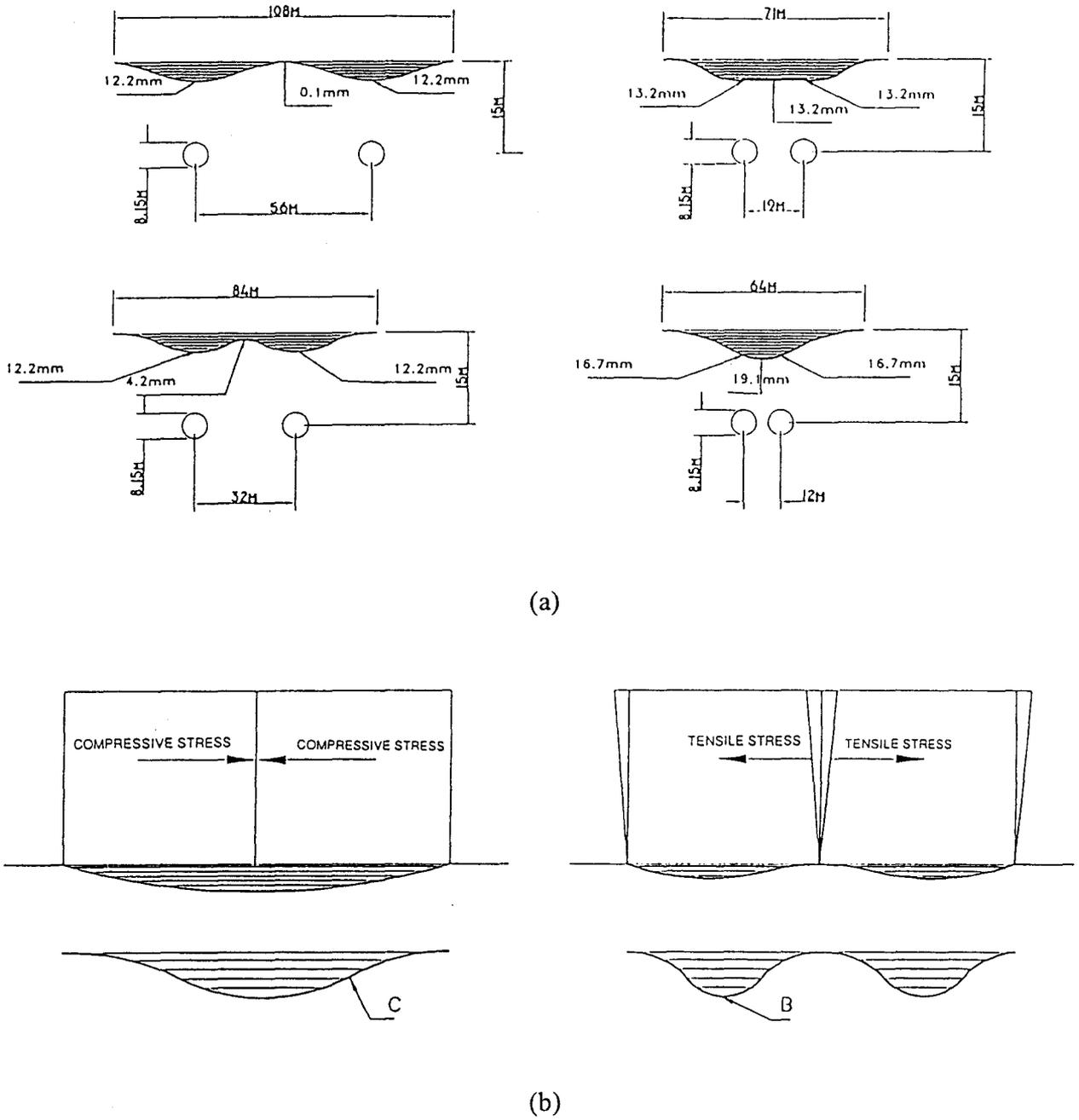
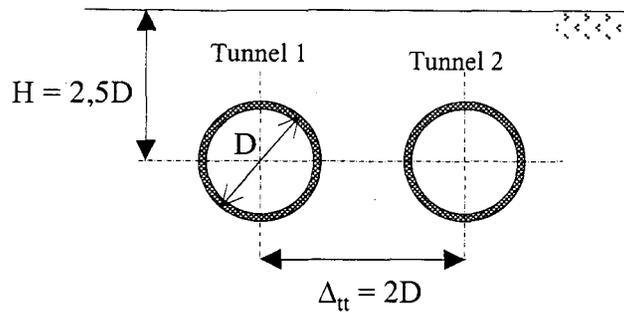


Figure III.13 Interaction tunnel – tunnel : Cuvettes de tassement observées en surface
(HEMERRIJCKX et WEIDENER 1995)

- (a) Cuvette de tassement suivant l'espacement des tunnels
- (b) Effet sur des structures en surface



Matériau	E (MPa)	ν	c' (MPa)	ϕ (°)	ψ (°)	γ (kN/m ³)
Sol	30	0,3	0,005	27	5	20
Revêtement	35000	0,25				25

Figure III.14 Interaction tunnel – tunnel: Configuration retenue

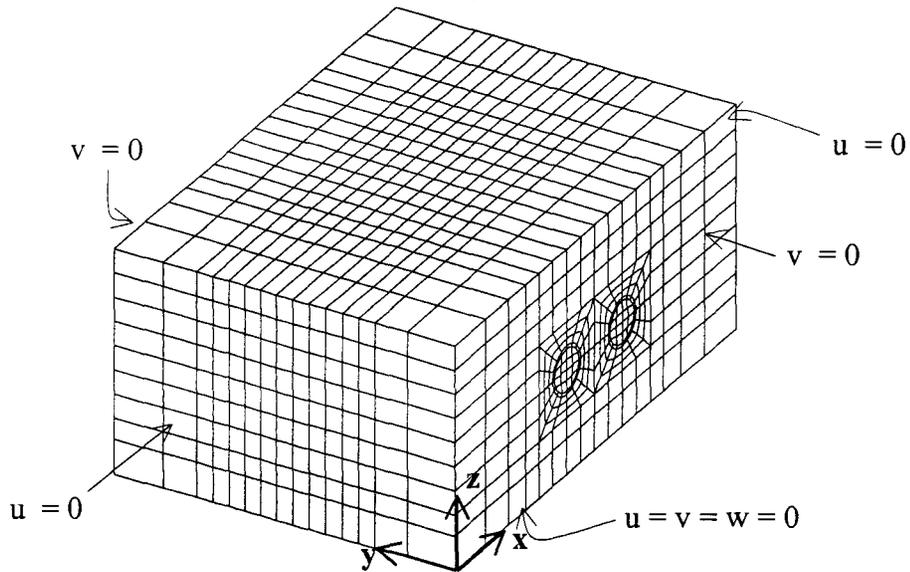
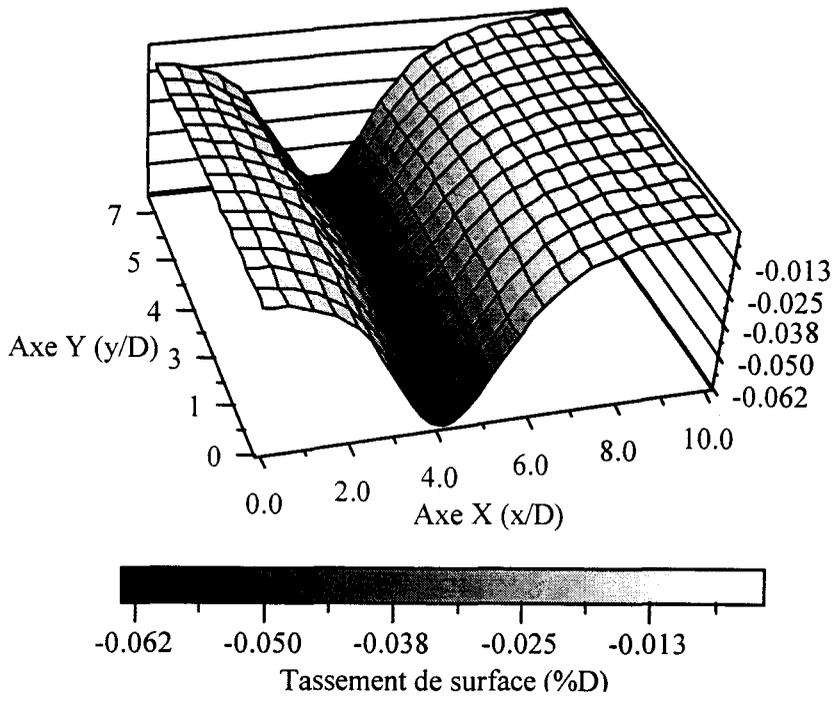
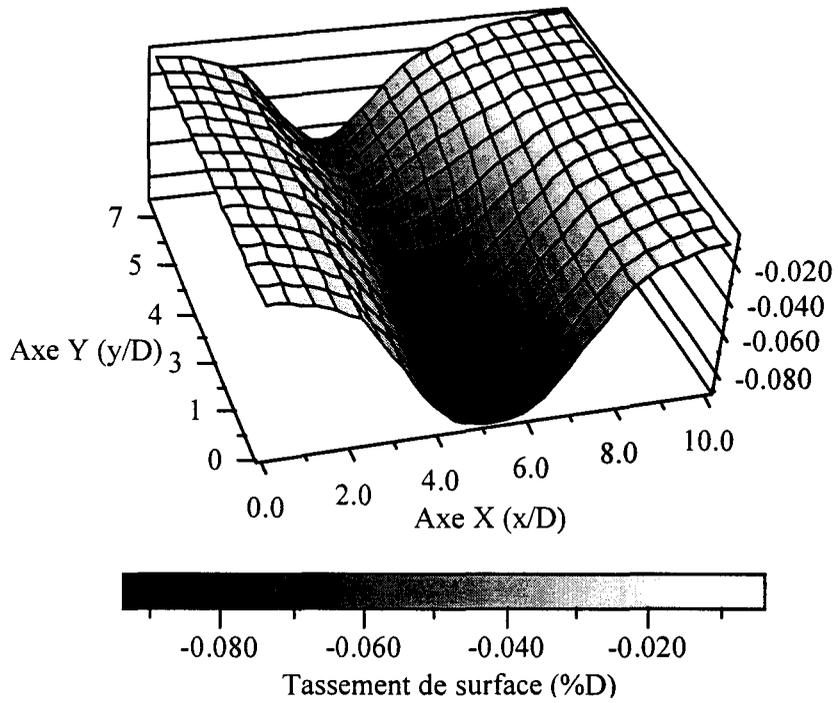


Figure III.15 Interaction tunnel – tunnel: Modèle éléments finis
(4080 éléments HEX20 ; 18342 nœuds ; 50163 ddl)



(a)

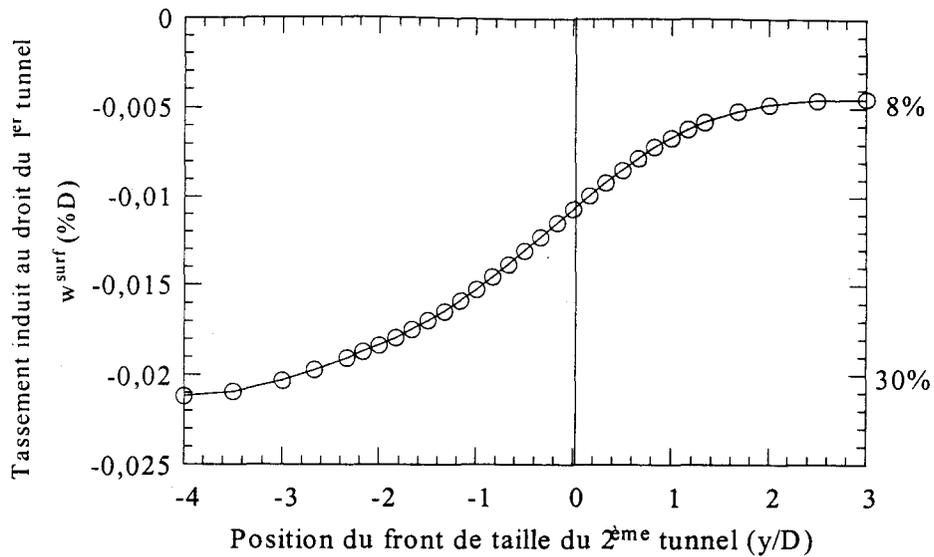


(b)

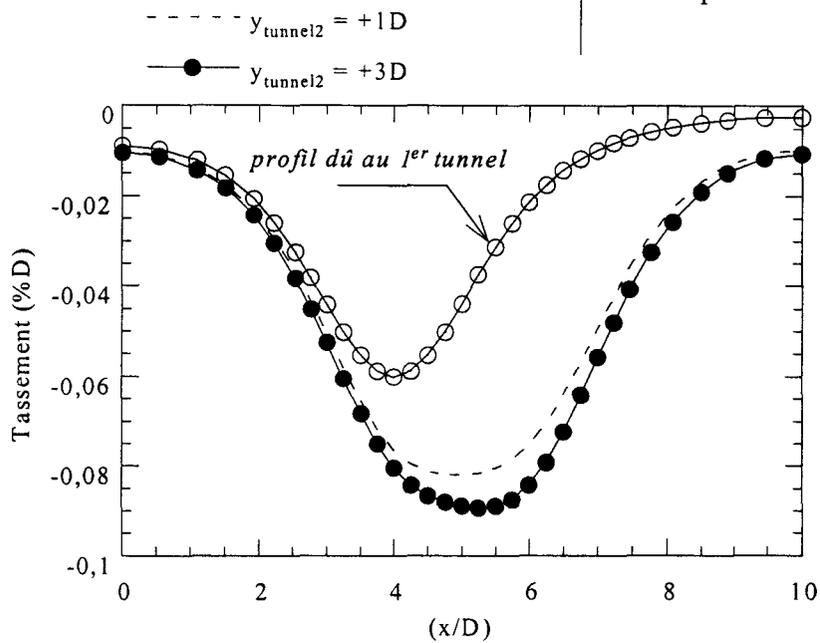
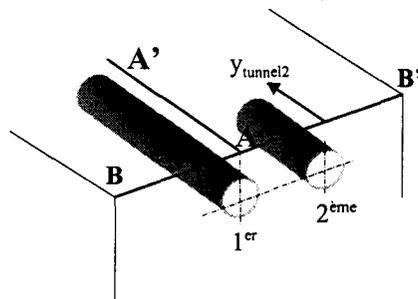
Figure III.16 Interaction tunnel – tunnel : Tassements en surface

(a) Fin du creusement du premier tunnel

(b) Après le creusement du 2^{ème} tunnel sur une longueur de 4D



(a)



(b)

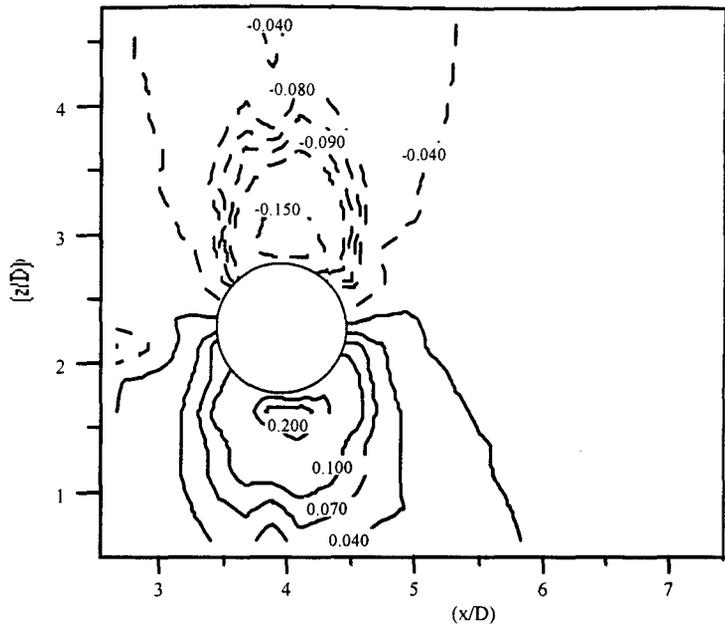
Figure III.17 Interaction tunnel – tunnel : Tassements en surface

- (a) Tassements induits le long du profil (A-A') par le creusement du 2^{ème} tunnel
- (b) Evolution de la cuvette des tassements dans la section $(y = 0)$ (profil B-B')

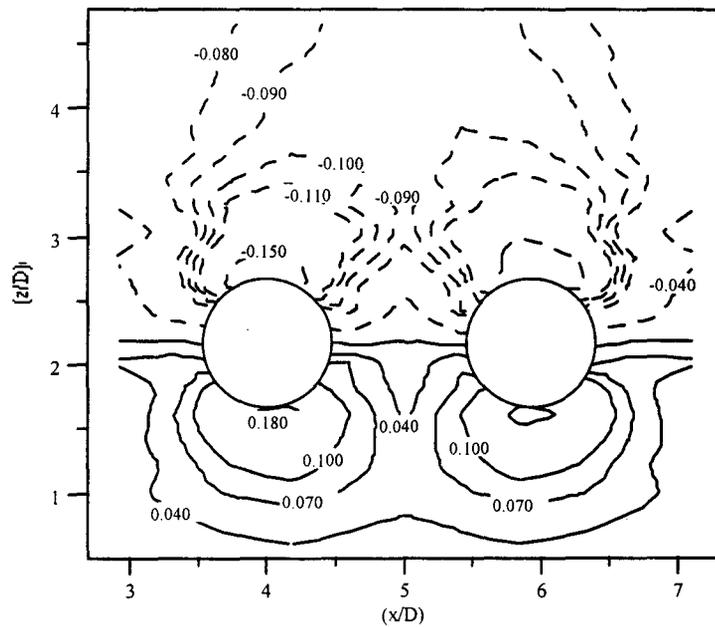
III.3.3.2 Déplacements dans le massif

On présente dans la figure III.18 les courbes d'iso-valeurs de déplacement dans la section transversale ($y = 0$). La configuration initiale est celle présentée dans la figure III.19a après excavation du premier tunnel. On note que le creusement du deuxième tunnel modifie sensiblement le champ de déplacements, avec des déplacements après excavation davantage concentrés dans une zone située au milieu et autour des deux tunnels (figure III.19b). Les valeurs atteintes sont par contre peu affectées à proximité du tunnel, tandis que lorsqu'on se rapproche de la surface, on note que les tassements atteignent des valeurs plus importantes.

La figure III.19 montre l'évolution des tassements en surface et en clef du premier tunnel dans la section ($y = 0$). On note que le creusement du deuxième tunnel affecte davantage la surface : le déplacement induit en clef de voûte par le creusement du deuxième tunnel représente 5% du déplacement induit dans la première phase (creusement du premier tunnel), tandis qu'en surface on note plus de 30% d'augmentation.



(a)



(b)

Figure III.18 Interaction tunnel – tunnel :
Iso-valeurs du déplacement vertical dans la section transversale ($y = 0$)

(a) Fin du creusement du 1^{er} tunnel

(b) Fin du creusement du 2^{ème} tunnel

III.3.3.3 Déplacement latéral

On présente dans la figure III.20 le mouvement latéral induit au cours du creusement du deuxième tunnel le long du profil (I-I') situé à mi-distance des axes des deux tunnels, dans la section transversale ($y = 2D$). On étudie les déplacements induits lorsque le front de taille du deuxième tunnel passe d'une position de $-2D$ à $+2D$, avec une allure initiale qui correspond au profil obtenu en fin de creusement du premier tunnel. On peut observer avant le passage du front de taille du deuxième tunnel que le profil (I-I') réagit peu au creusement. Au franchissement et à l'éloignement du front, on note une convergence des mouvements vers le centre du deuxième tunnel. Ces mouvements sont opposés à ceux obtenus à la fin du creusement du premier tunnel. Ceci a pour effet d'atténuer le refoulement obtenu au niveau de l'excavation, et de retrouver un profil sensiblement symétrique.

III.3.3.4 Développement de la plasticité

On présente dans la figure III.21 l'évolution des zones plastifiées dans la section ($y = 0$). L'état présenté dans la figure III.22a correspond aux zones plastifiées à la fin du creusement du premier tunnel. La figure III.22b montre que le creusement du deuxième tunnel induit dans la zone située entre les deux tunnels une concentration importante de points plastifiés qui affectent davantage la zone sus-jacente aux tunnels où se produit le maximum des tassements.

III.3.3.5 Efforts induits dans le revêtement du premier tunnel

Dans la figure III.22, on donne les efforts internes (effort normal N et moment fléchissant M_f) induits dans le revêtement situé dans la section transversale ($y = 3D$).

On peut constater que l'effort normal dans le revêtement du premier tunnel évolue peu au cours du creusement, avec des efforts induits par le creusement du deuxième tunnel qui représentent moins de 5% des efforts induits dans le revêtement à la fin du creusement du premier tunnel. De même, on note que le moment dans le revêtement évolue très peu au cours du creusement.

Il existe des efforts induits dans le sens longitudinal du creusement, que nous pouvons déterminer en assimilant le tunnel à une poutre. Cette approche permet d'obtenir les efforts dits tridimensionnels, qui sont présentés dans la figure III.23a.

On présente dans la figure III.23b l'évolution des efforts internes (effort axial N et les efforts tranchants T_x et T_z) induits dans la section ($y = 3D$) lorsque le front de taille du deuxième tunnel passe d'une position de $-3D$ à $+1D$. On note que l'effort tranchant T_z et l'effort axial N commencent à se développer à partir d'une position du front de taille de $-2D$. On peut aussi noter que l'effort axial induit dans la section est un effort de compression avant le passage du front et au franchissement de la section, il devient un effort de traction. Le calcul des contraintes dues à l'effort normal conduit à une contrainte normale maximale de l'ordre de 25 kPa qui peut être négligée vis-à-vis de la résistance mécanique du béton.

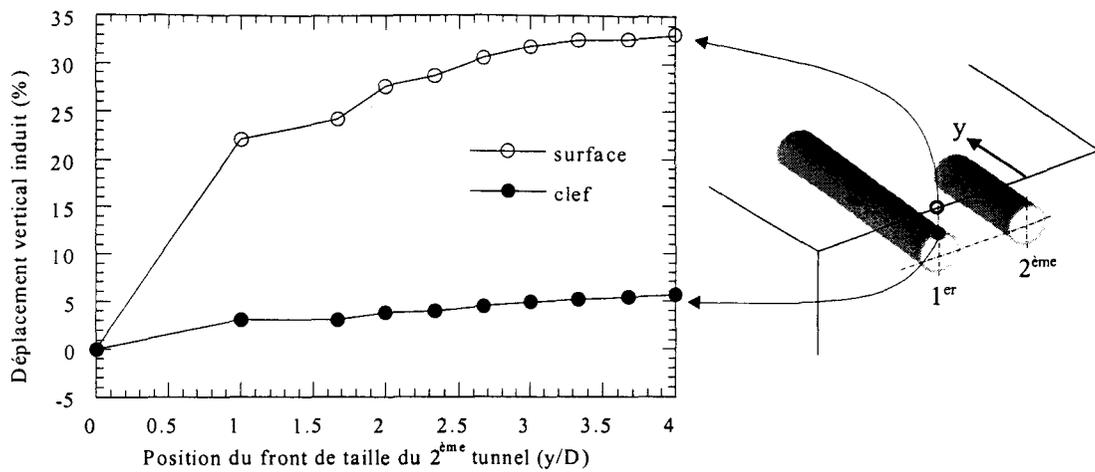


Figure III.19 Interaction tunnel – tunnel: Déplacements induits en surface et en clef du 1^{er} tunnel dans la section ($y = 0$) au cours du creusement du 2^{ème} tunnel

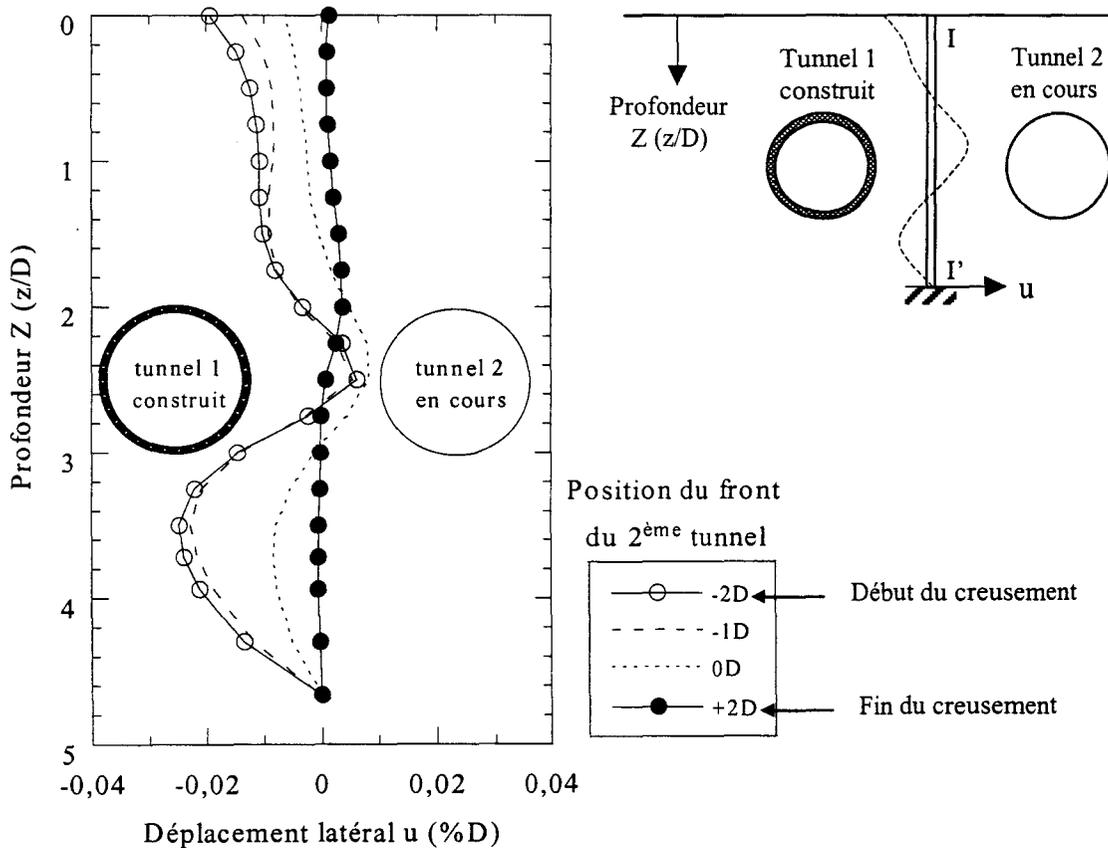


Figure III.20 Interaction tunnel – tunnel : Déplacement latéral induit par le creusement du 2^{ème} tunnel (Section transversale $y = 2D$)

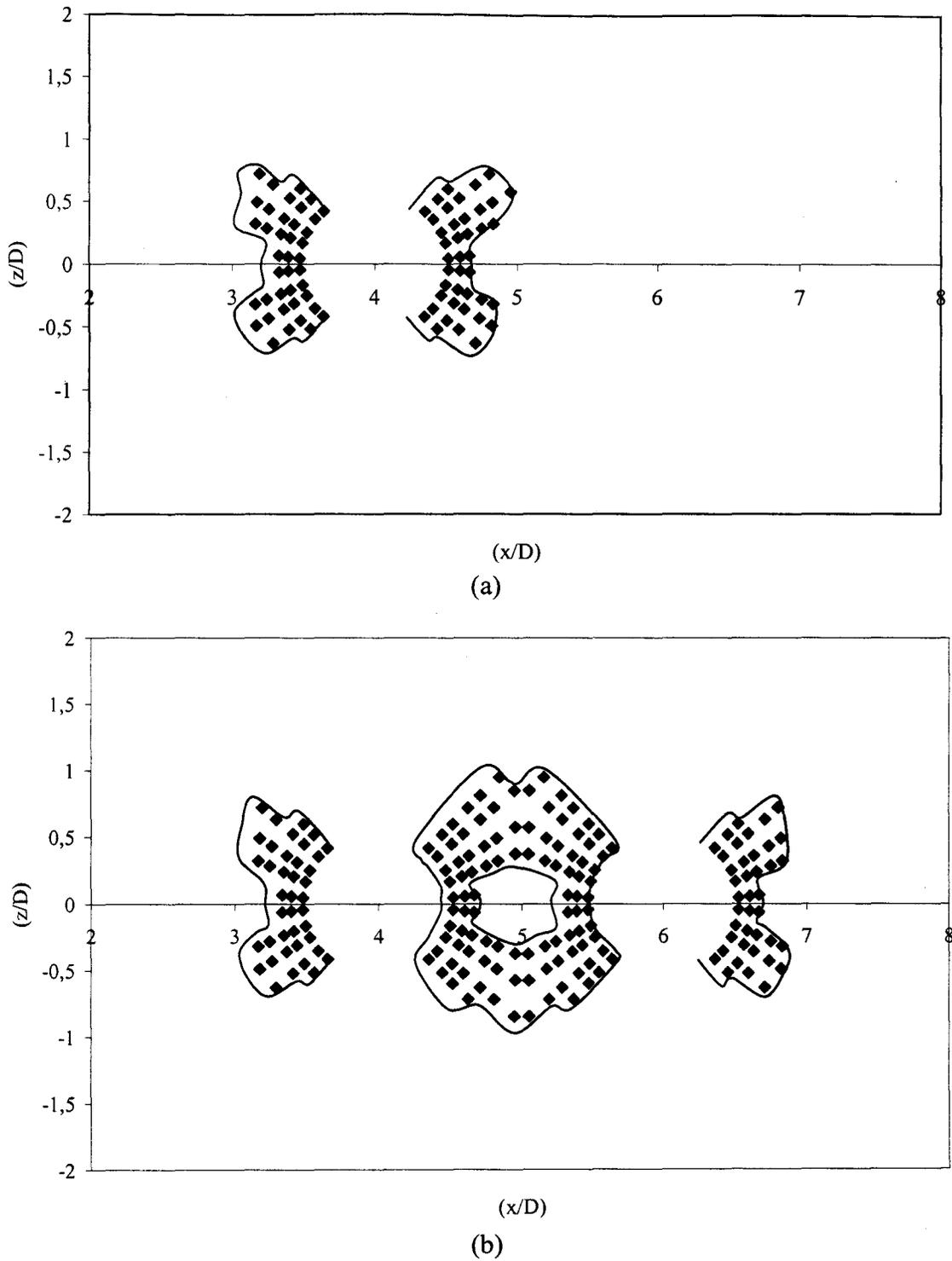
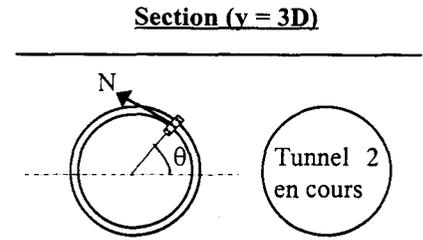
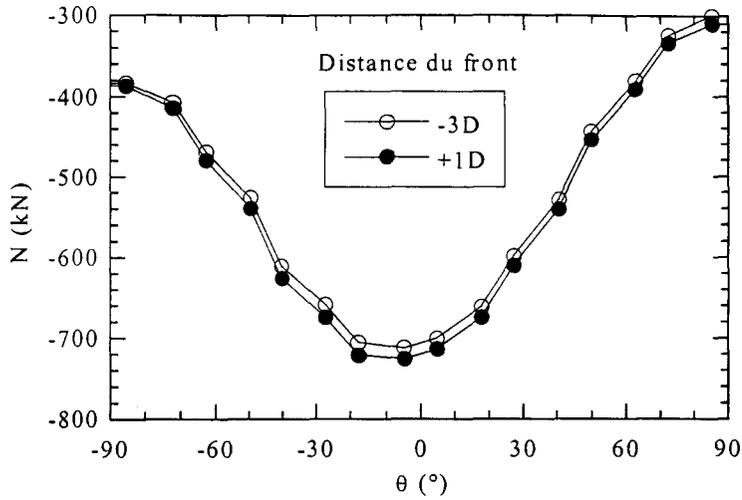
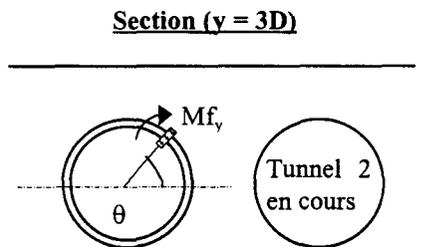
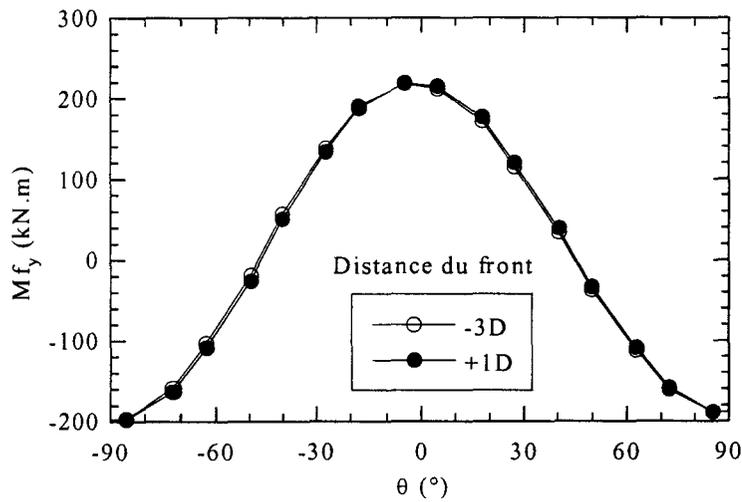


Figure III.21 Interaction tunnel – tunnel : Développement des zones plastifiées dans la section transversale ($y = 0$)

- (a) Fin de creusement du 1^{er} tunnel
- (b) Fin de creusement du 2^{ème} tunnel



(a)



(b)

Figure III.22 Interaction tunnel – tunnel : Efforts induits dans le revêtement du 1^{er} tunnel (section transversale $y = 3D$)

(a) Effort normal N

(b) Moment fléchissant M_y

De même, on présente dans la figure III.23c les moments fléchissants Mf_{Gx} , Mf_{Gz} et le moment de torsion Mt induits par le creusement du deuxième tunnel. On note que le moment fléchissant Mf_{Gx} prépondérant vis-à-vis des autres moments induit une contrainte à la flexion de l'ordre de 100 kPa, qui est également faible.

Finalement, on peut considérer que le creusement du deuxième tunnel induit peu d'efforts et de contraintes supplémentaires dans le revêtement du tunnel existant.

III.3.4 Influence de la distance entre axes

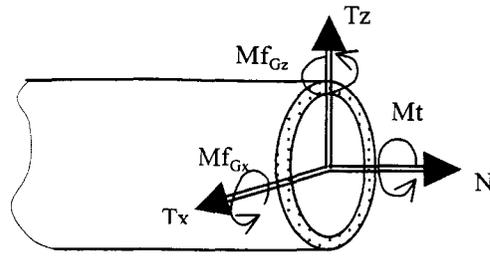
On souhaite étudier dans ce paragraphe l'influence de la distance entre axes des tunnels sur leur interaction. Deux nouveaux cas ont été considérés avec des distances entre axes Δ_{tt} respectives de 1,5D et 3D. On réalise pour ces calculs deux nouveaux maillages, en respectant la concentration des éléments autour des cavités et les dimensions des tranches excavées.

La figure III.24 présente une comparaison des cuvettes des tassements obtenues dans la section ($y = 0$) à la fin du creusement du deuxième tunnel. On constate que les tassements en surface sont plus concentrés et plus importants lorsque la distance Δ_{tt} est réduite. En effet, lorsque la distance entre axes passe de 2D à 1,5D, on note une augmentation du tassement au centre des deux tunnels et en surface du premier tunnel de l'ordre de 25%, tandis que lorsque la distance entre axes passe de 2D à 3D, le tassement au dessus du premier tunnel est réduit de 20% et le tassement au centre des deux tunnels est réduit de 30%.

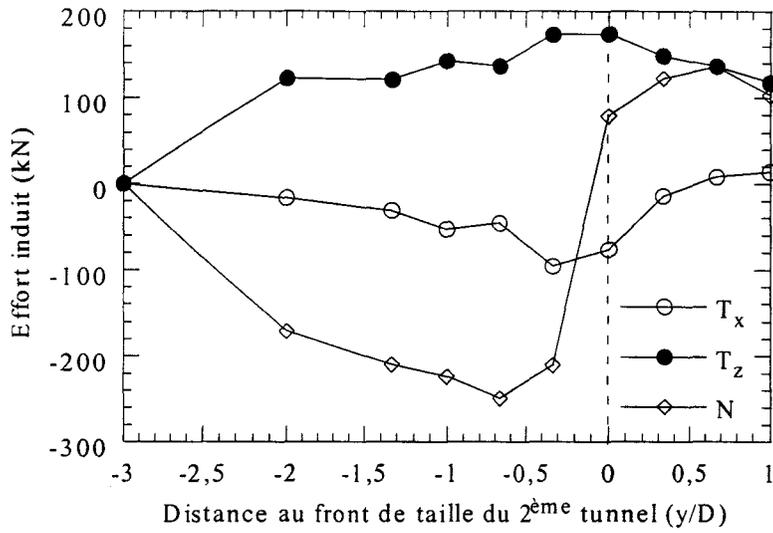
D'autre part, on note pour la configuration où $\Delta_{tt} = 3D$ l'apparition d'une zone au milieu des deux tunnels où les tassements sont moins importants. Cette zone a été décrite dans (HEMERRIJCKX et WEIDENER 1995) comme étant à l'origine d'efforts de traction susceptibles d'endommager des structures situées en surface.

On présente dans la figure III.25 une superposition des points plastiques développés dans la section transversale ($y = 0$) dans les cas où $\Delta_{tt} = 1,5D$ et $\Delta_{tt} = 2D$. On note que lorsque les deux tunnels sont très proches, la zone située au centre des deux tunnels est entièrement plastifiée, contrairement au calcul de référence où il subsistait une zone non plastifiée.

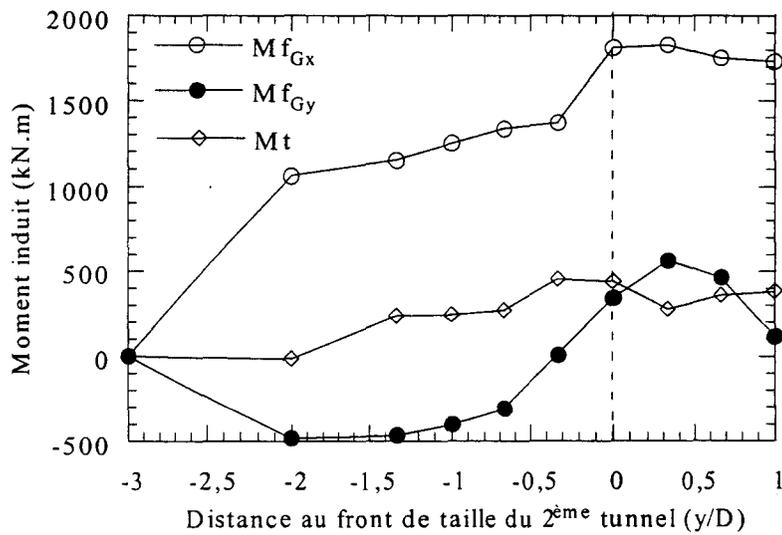




(a)



(b)



(c)

Figure III.23 Interaction tunnel – tunnel : Efforts internes induits dans le 1^{er} tunnel (section transversale $y = 3D$)

- (a) Torseur des éléments de réduction
- (b) Efforts normal N et tranchant T_x et T_z
- (c) Moments fléchissants $M_{f_{Gx}}$, $M_{f_{Gz}}$ et de torsion M_t

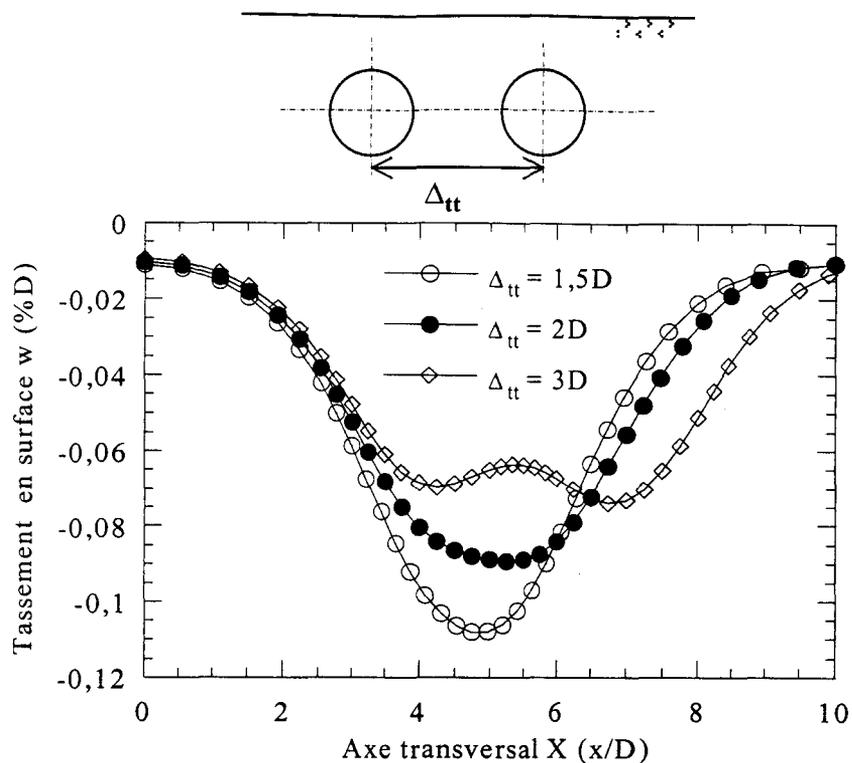


Figure III.24 Influence de la distance entre-axes des tunnels (Δ_{tt}) :
Cuvette des tassements dans la section transversale ($y = 0$)

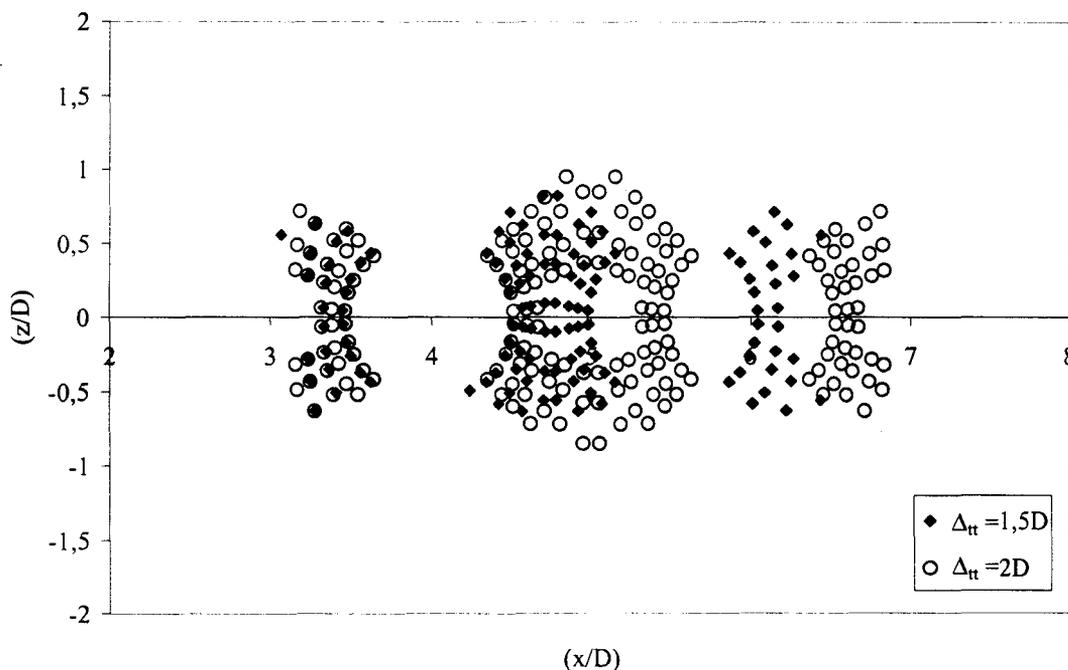


Figure III.25 Influence de la distance entre – axes des tunnels (Δ_{tt}) :
Développement des points plastiques

III.4 Interaction creusement - structure en surface

III.4.1 Introduction

L'interaction du creusement de tunnels avec des structures en surface pose des problèmes majeurs en site urbain, car cette interaction peut être à l'origine d'importants dommages au niveau des structures. La figure III.26 illustre les principales sollicitations que peut induire le creusement sur des bâtiments en surface (AFTES 1995, ATTEWELL et al. 1986). Ainsi, une structure peut être soumise à des efforts variés et complexes en fonction de sa position sur la cuvette des tassements.

Compte tenu des difficultés à modéliser d'une manière correcte l'interaction creusement - structure en surface, l'AFTES (1995) précise qu'une évaluation acceptable en première analyse consiste à calculer les déformations et les efforts du bâti en imposant sur ses fondations les mouvements du terrain induits par le creusement dans le massif en négligeant la présence de la structure. POTTS et ADDENBROKE (1996) ont retenu une démarche similaire, tout en proposant une procédure simple pour modifier le champs de déplacements induits en surface par le creusement en l'absence de la structure. Leur travaux ont été basés sur des calculs bidimensionnels et non linéaires par éléments finis. Ils ont ainsi défini des coefficients pondérateurs à appliquer aux tassements et déplacements latéraux en surface en fonction de la rigidité de la structure. En dépit des difficultés à évaluer les facteurs de rigidité correctement, les auteurs ont montré que leur approche conduit à des résultats acceptables en première analyse.

D'autres travaux, basés sur des critères de déformations des structures, apportent des éléments de réponse au problème de l'interaction creusement - ouvrages (BOSCARDIN et CORDING 1989, BURLAND et al. 1977, BURLAND et WROTH 1975). Ces travaux proposent une relation simplifiée entre le critère de dommages aux constructions (ϵ_{crit}) et la pente moyenne de la cuvette des tassements (β_{moy}) sous les constructions (tableau III.2). Cette relation est basée sur la valeur de l'extension critique (ϵ_{crit}) qui permet d'établir une classification des dommages subis par la structure. Le tableau III.3 donne à titre d'illustration les règles retenues pour l'évaluation de ces dommages. Cependant, l'AFTES (1995) précise qu'il faut rester critique et prudent sur les résultats obtenus, en raison de la difficulté de mesurer cette extension, et qu'une analyse à posteriori des résultats des observations sur site reste indispensable.

On peut enfin citer les travaux numériques de AUGARDE (1997) et LIU (1997) qui se sont intéressés aux dommages subis par des bâtiments en maçonnerie au cours du creusement de tunnels adjacents. Ces travaux ont été basés notamment sur des calculs tridimensionnels et non linéaires par éléments finis ; ils ont montré que l'interaction dépend sensiblement de la localisation du bâti en surface dans le plan transversal au creusement.

Dans notre travail, on propose d'analyser l'interaction creusement - structure en surface en se référant à la proposition de l'AFTES (1995), à savoir étudier les efforts induits au bâti en imposant à ses fondations les mouvements de terrains induits par le creusement, mais

en prenant en compte la rigidité de la structure. Pour cela, on réalisera un premier calcul avec le code PECPLAS 3D dans lequel on évaluera les mouvements de sols induits par l'excavation en présence de la structure, puis, à l'aide d'un programme de calcul des structures (ROBOT), on étudiera les efforts induits aux éléments de la structure par les déplacements imposés aux fondations (résultant du calcul tridimensionnel par élément finis).

Construction	Faible élancement (hauteur < longueur)	fort élancement (hauteur > longueur)
Située au voisinage de l'axe du tunnel (dans la zone de compression)	$\varepsilon_{crit} = 1/3 \beta_{moy}$	$\varepsilon_{crit} = 1/2 \beta_{moy}$
Située au voisinage de l'axe du tunnel (dans la zone d'extension)	$\varepsilon_{crit} = \beta_{moy}$	$\varepsilon_{crit} = 2/3 \beta_{moy}$

Tableau III.2 Relation entre les déformations de la construction et les mouvements de terrain (AFTES 1995)

ε_{crit} (‰)	Classe de dommages	degré de dommages	description
$\leq 0,50$	0	Négligeable	Microfissures
$0,50 \leq \leq 0,75$	1	Très léger	Esthétiques
$0,75 \leq \leq 1,50$	2	Léger	Esthétiques, à traiter
$1,50 \leq \leq 3,00$	3	Modéré	Fonctionnels
$3,00 <$	4 et 5	Sérieux	structurels

Tableau III.3 Classification des dommages aux constructions courantes (BURLAND et al. 1977, AFTES 1995)

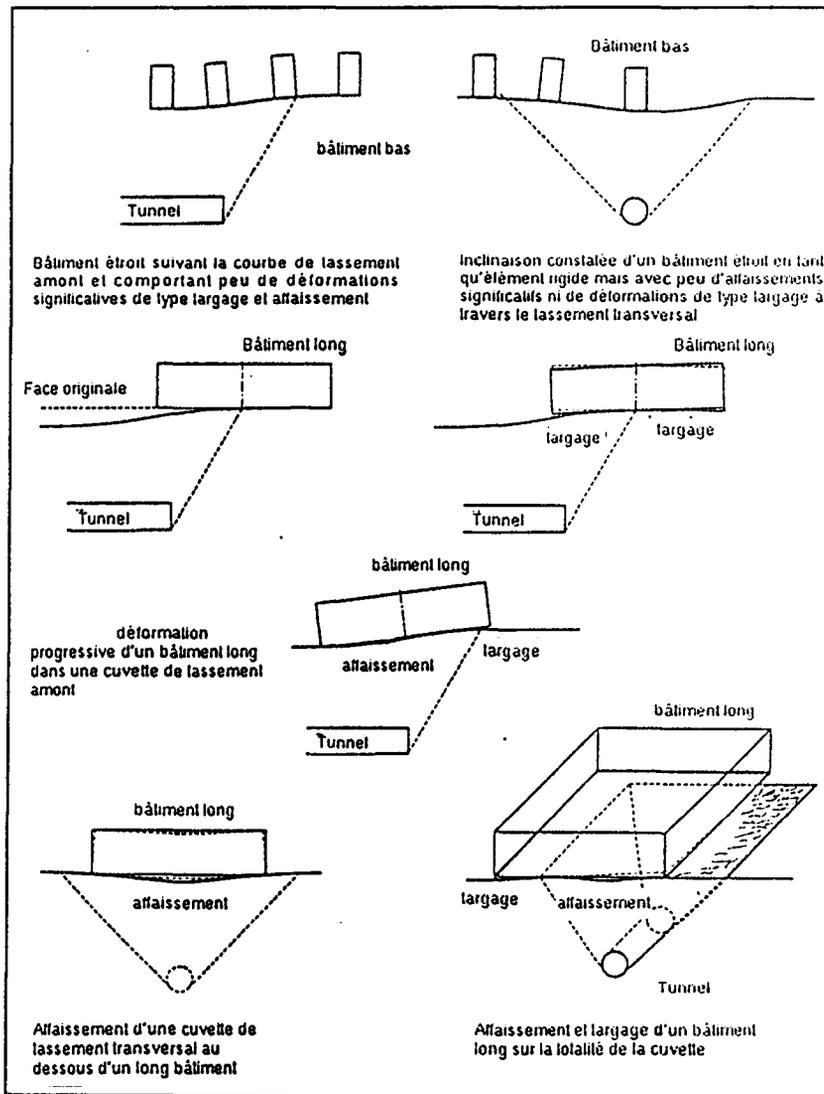


Figure III.26 Mouvements de bâtiments idéalisés sous l'effet du creusement
(ATTEWELL *et al.* 1986, AFTES 1995)

III.4.2 Exemple étudié

III.4.2.1 Géométrie et données du problème

L'exemple retenu pour étudier l'interaction creusement - structure en surface est présenté dans la figure III.27. Il concerne un tunnel ayant les mêmes caractéristiques que celles de l'exemple de référence du deuxième chapitre, à savoir : profondeur $H = 2,5D$; diamètre extérieur $D = 7,5$ m ; revêtement d'épaisseur $e = 50$ cm.

L'ouvrage est constitué de deux niveaux de hauteur $h_s = 4$ m avec une dalle de 20 cm d'épaisseur (figure III.28). Les poteaux sont de section carrée de 40 cm de côté et reposent sur des fondations superficielles carrées de 1,2 m de côté et de 50 cm d'épaisseur. Ils sont espacés de $a_s = 5$ m. On suppose que la structure est centrée autour du tunnel, ce qui nous permet d'étudier la moitié du domaine par symétrie.

Les caractéristiques mécaniques des matériaux mis en jeu sont données dans le tableau III.4. Le comportement du sol est décrit par une loi élastique parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr-Coulomb non associé. Les éléments du revêtement et de la structure (poteaux, travées, dalles et fondations) sont supposés en béton ; leur comportement est décrit par un modèle élastique - linéaire.

Matériau	E (MPa)	ν	c (MPa)	ϕ (°)	ψ (°)
Sol	30	0,3	0,005	22	5
Revêtement	35000	0,25			
Structure	20000	0,2			

Tableau III.4 Propriétés mécaniques des matériaux mis en jeu

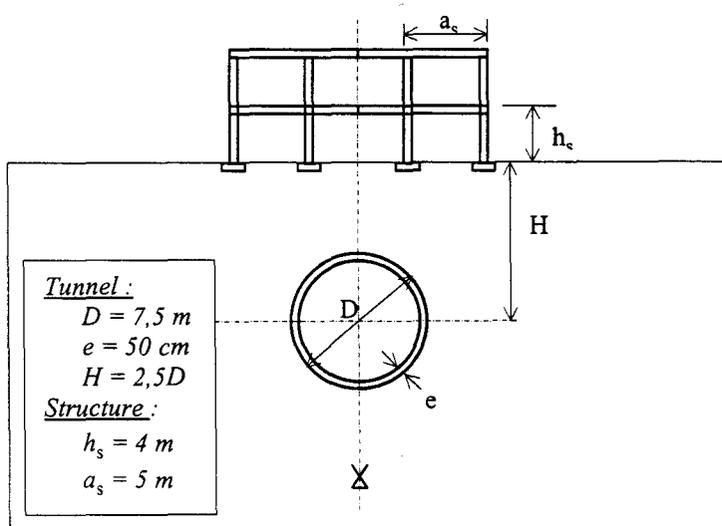


Figure III.27 Interaction creusement - structure : Description du problème étudié

III.4.2.2 Modélisation par éléments finis

Le maillage retenu est présenté dans la figure III.29. Il comporte 3912 éléments hexaédriques à 20 nœuds (19017 nœuds) et 52533 degrés de liberté. La structure est maillée avec des éléments massifs tridimensionnels. Le maillage du massif est raffiné au voisinage du tunnel et de la structure. Le nombre de termes non nuls de la matrice de rigidité est de $9,4 \cdot 10^6$, représentant environ 4,6% des termes stockés par la méthode de lignes de ciel.

La modélisation du creusement est réalisée avec les paramètres de creusement suivants : $\alpha_{dec} = 0,7$ et $L_{dec} = 1D$. Le creusement est réalisé en 14 d'incrément, représentant une longueur totale excavée de $7D$.

Dans l'exemple retenu, on n'a pas pris en compte le préchargement du massif par le poids propre de la structure. Cette hypothèse permet d'étudier l'incidence de la rigidité apportée par la structure sur les mouvements de terrain induits le creusement, et de comparer les efforts ainsi obtenus avec ceux d'une approche classique qui consiste à appliquer aux fondations de la structure les mouvements de terrain induits en son absence.

III.4.2.3 Présentation et discussion des résultats

Dans cette étude, on présentera les résultats en terme de tassements induits par le creusement, de déformées de la structure et d'efforts internes induits. Pour cela, on a considéré les profils de dépouillement et les éléments de structure suivants (figure III.30) :

- profil longitudinal (A-A') au droit du tunnel ;
- profil transversal (B-B') situé à $y \approx 4D$, qui correspond à la cuvette des tassements sous la travée centrale de la structure ;
- travée centrale de la structure, correspondant à la travée la plus sollicitée par les charges permanentes (en terme de répartition du poids de la structure). Les éléments de la travée les plus proches du centre du tunnel portent le dénominateur "avant" et les autres "arrière".

Pour faciliter le dépouillement des résultats, on définit le paramètre Δ_{ft} qui donne la distance entre le front de taille du tunnel et la travée centrale de la structure.

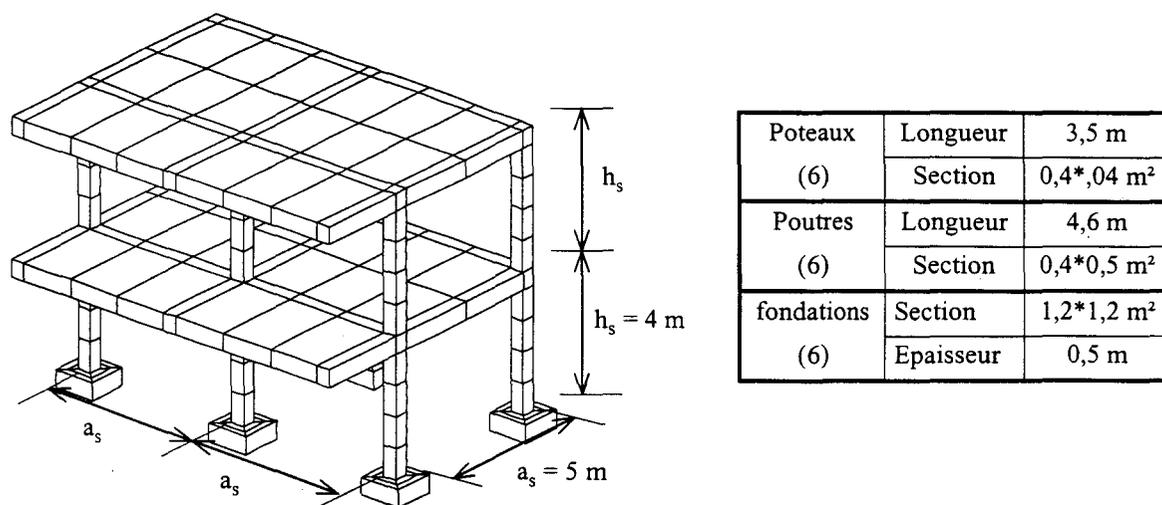


Figure III.28 Interaction creusement - structure : Détails de la structure étudiée

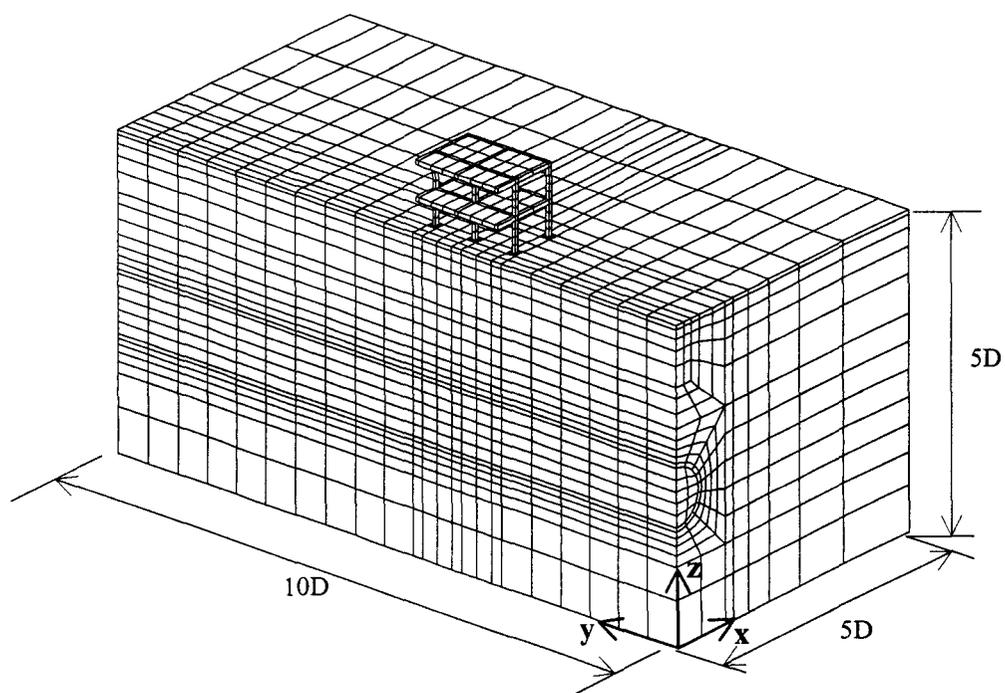


Figure III.29 Interaction creusement - structure: Modèle éléments finis retenu pour le calcul
(3912 éléments HEX20 ; 19017 nœuds ; 52533 degrés de liberté)

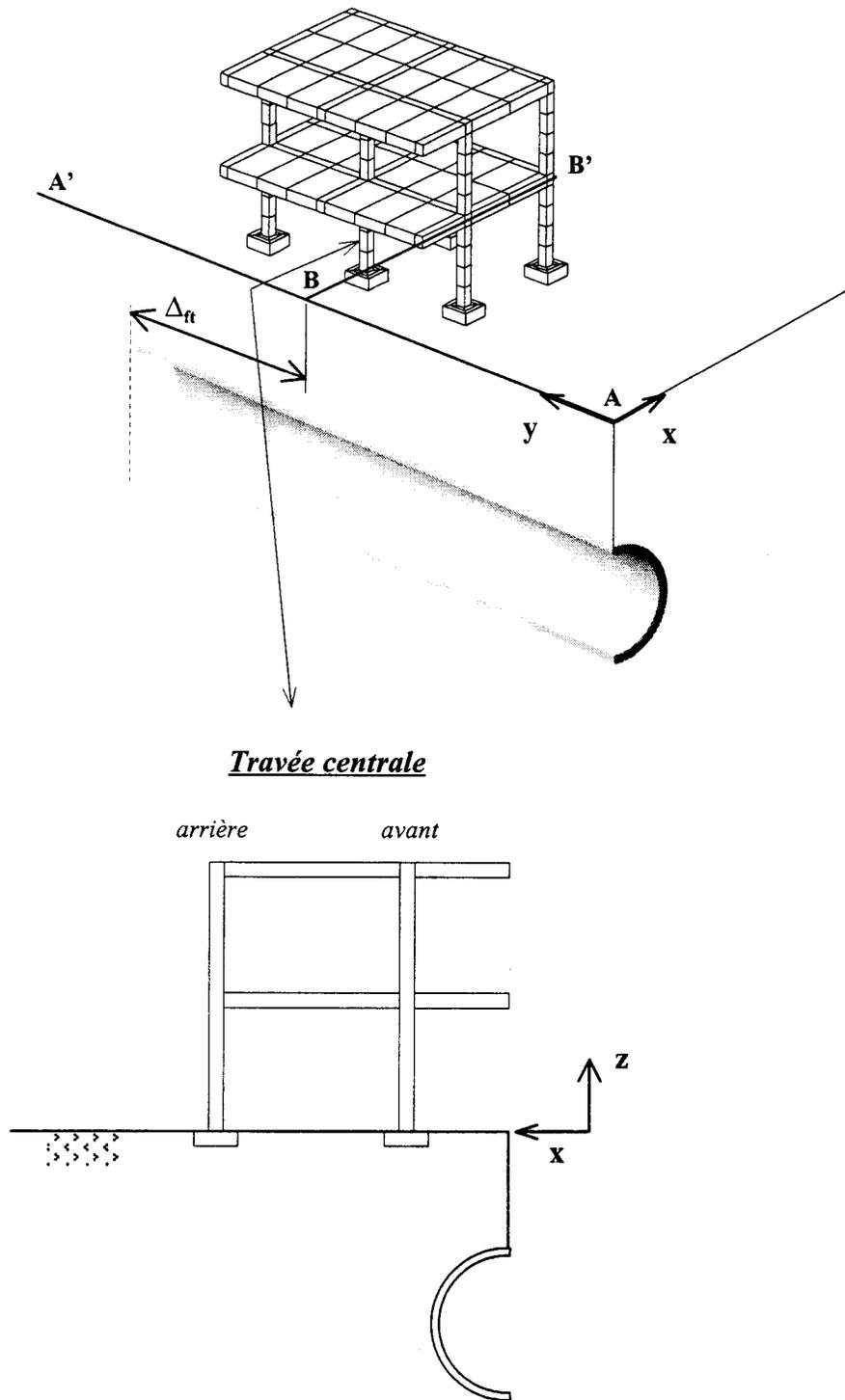


Figure III.30 Interaction creusement – structure : Profils de dépouillement

Tassements dans le massif

On présente dans la figure III.31 les tassements en surface le long des profils (A-A') et (B-B') après excavation sur une longueur de $7D$. Afin d'étudier l'influence de la présence de la structure en surface sur ces tassements, on trace également les tassements obtenus en son absence.

Dans le plan longitudinal, la figure III.31a montre que la présence de la structure limite d'une manière significative les tassements de terrains. En effet, on note une réduction des tassements au droit de la structure de l'ordre de 30% par rapport aux tassements du massif seul. Cet effet est concentré autour de la structure, car on relève à $\pm 1D$ de ses limites des écarts de tassements qui n'excèdent pas 10%. Loin de la structure, on observe en arrière de celle-ci une reprise de tassements qui tendent vers des valeurs proches du tassement maximal induit en l'absence de la structure, et en avant de celle-ci, on note des profils sensiblement identiques.

Dans le plan transversal au creusement (figure III.31b), on note que les écarts de tassements en surface sont également concentrés autour de la structure. Ils sont plus importants au centre de structure (+30%), et sont de l'ordre de 15% au droit du poteau arrière de la travée centrale.

Ces mouvements de terrain montrent que la présence de la structure rigidifie le massif de sol, et réduit par conséquent les mouvements de terrain en surface. Ce résultat a été souligné par l'*AFTES* (1995).

Mouvements de la structure

On présente dans cette section les mouvements induits par le creusement sur la travée centrale de la structure. Ces mouvements concernent le déplacement latéral dans le sens transversal au creusement (u^{fond}), le déplacement latéral dans le sens longitudinal (v^{fond}), les tassements (w^{fond}) et les rotations d'appuis (θ^{fond}) (figures III.32a-d). L'analyse de ces mouvements montre que :

(i) Le déplacement (u^{fond}) dans la section transversale au creusement augmente avec l'avancée du front de taille ; il est égal à $0,032\%D$ pour la fondation arrière lorsque $\Delta_{ft} = +3D$. Les valeurs obtenues traduisent par ailleurs une convergence des deux fondations de la travée vers l'axe du tunnel, avec cependant un mouvement deux fois plus important de la fondation arrière. Ceci est à l'origine d'un déplacement différentiel δu de l'ordre de $0,017\%D$ en fin de creusement.

(ii) Le déplacement (v^{fond}) dans la section longitudinale augmente lorsque le front de taille se rapproche de la travée (Δ_{ft} tend vers 0). Le déplacement maximal est obtenu pour $\Delta_{ft} = 0$; il est de l'ordre de $0,035\%D$ pour la fondation avant et il traduit une convergence de la structure vers le front de taille. Par ailleurs on peut noter que les écarts entre les fondations arrière et avant sont faibles (δv petit) ; ceci traduit un mouvement d'ensemble de la structure. Lorsque le front s'éloigne ($\Delta_{ft} > 0$), ce déplacement diminue de manière

symétrique par rapport au mouvement induit initialement et il devient négligeable pour une distance Δ_{ft} supérieure à $2D$.

(iii) Les tassements des fondations avant et arrière augmentent avec l'avancée du creusement puis tendent à se stabiliser à environ $0,12\%D$. On note également qu'il existe un tassement différentiel δw en fin de creusement de l'ordre de $(0,02\%D)$. Ce tassement différentiel donne une inclinaison moyenne de la structure, de l'ordre de $0,3\%$. Selon les recommandations des tableaux III.2&3, les efforts induits par le tassement peuvent être négligeables.

(iv) Enfin, on note que les rotations des appuis augmentent au cours du creusement. Ils atteignent des valeurs de l'ordre de $2,5 \cdot 10^{-4}$ rd et sont quasi identiques pour les fondations avant et arrière.

Efforts internes dans la structure

Les déplacements au niveau des fondations de la travée centrale ont mis en évidence trois types de mouvement. Il s'agit du déplacement latéral différentiel δu , du tassement différentiel δw et des rotations des appuis obtenus en fin de creusement. Les déplacements v^{fond} sont négligeables en fin de creusement, et c'est la raison pour laquelle on ne les retient pas.

Afin de déterminer le niveau des efforts induits par le creusement, on a étudié à l'aide d'un programme de calcul de structures (logiciel ROBOT) les efforts induits dans la structure par les chargements suivants :

- (i) Le premier correspond aux mouvements de sols induits par le creusement en prenant en compte la présence de la structure (figure III.33a) ;
- (ii) Le second correspond aux mouvements de sols obtenus par le creusement en l'absence de la structure (on néglige l'interaction creusement - structure) (figure III.33b) ;
- (iii) Le troisième correspond au poids propre de la structure.

Une comparaison des efforts obtenus par le premier et deuxième chargement permet de vérifier la validité de la méthode simplifiée du calcul qui consiste à imposer aux fondations de la structure les mouvements de sols en l'absence de celle-ci.

Une comparaison des efforts obtenus par le premier et troisième chargement permet de situer les efforts dus au creusement par rapport à ceux dus au poids propre de la structure.

Les résultats obtenus sont présentés dans les figures III.34, III.35 et III.36. On présente également une synthèse des efforts maximaux dans certains éléments de la structure dans le tableau III.5. Une analyse de ces résultats montre que :

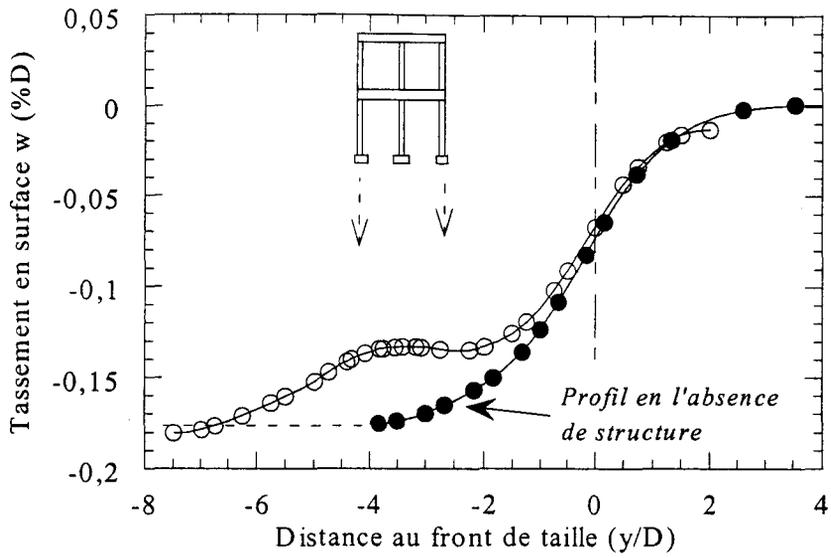
- (i) Le premier chargement induit un effort normal prépondérant dans les poteaux avant et arrière du premier niveau de 30 kN, ce qui représente de l'ordre de 40% de l'effort normal induit par le deuxième chargement et de l'ordre de 20% de l'effort normal induit par le troisième chargement. On note également que le creusement induit un effort normal dans la poutre du premier niveau d'environ 15 kN, ce qui représente environ 12% de l'effort normal

induit par le deuxième chargement, tandis que le troisième chargement n'induit pas d'effort normal dans la poutre. A noter enfin que le creusement induit globalement une contrainte normale de l'ordre de 180 kPa (dans les poteaux) qui peut être considérée faible par rapport à la résistance mécanique du béton.

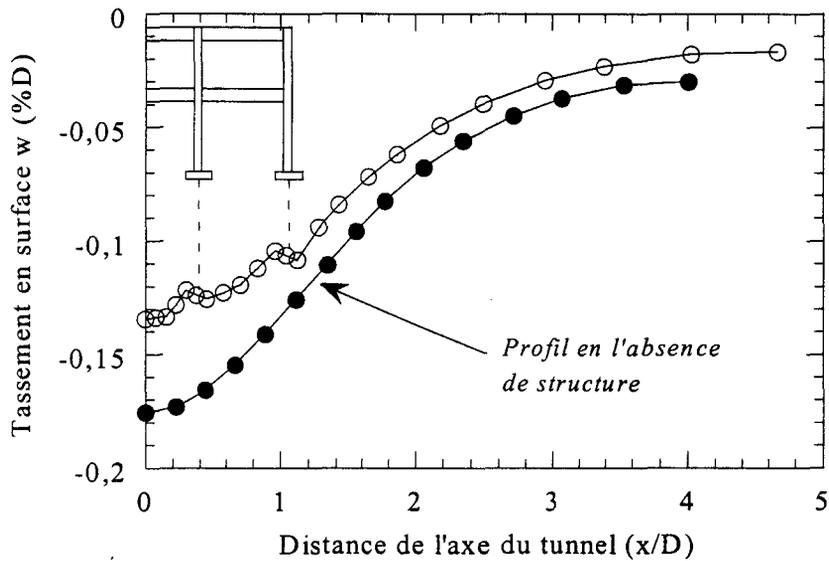
(ii) L'effort tranchant induit par le premier chargement est de l'ordre de 12 kN dans les poteaux : il représente 17% de l'effort tranchant induit par le deuxième chargement. A noter que le troisième chargement induit un effort tranchant négligeable. Dans la poutre du premier niveau, l'effort tranchant induit par le premier chargement est prépondérant ; il vaut 20 kN et représente environ 40% de l'effort tranchant induit par le deuxième chargement et 33% de celui induit par le troisième chargement. A noter que l'effort tranchant induit par le creusement représente une contrainte tangentielle faible (de l'ordre de 150kPa).

(iii) Le moment fléchissant induit par le premier chargement est présent dans la plupart des éléments de la travée. Dans les poteaux, on relève une valeur maximale de l'ordre de 44 kN.m, ce qui représente 25% environ du moment fléchissant induit par le deuxième chargement. On note que le troisième chargement induit de très faibles valeurs de moments fléchissants dans les poteaux. Dans la poutre du premier niveau, le moment fléchissant dû au premier chargement est de l'ordre de 52 kN.m, ce qui représente environ 35% du moment maximal induit par le deuxième chargement, et il est du même ordre de grandeur que le moment induit par troisième chargement. A noter enfin que cet effort est prépondérant, car le moment obtenu en présence de la structure induit dans certains éléments de la structure (liaisons poutres-poteaux) une contrainte normale supérieure à 3 MPa.

Ces analyses montrent que la non prise en compte de la structure en surface dans le calcul d'interaction creusement - structure a pour effet de surestimer d'une manière sensible les efforts induits dans les éléments de la structure. La comparaison des efforts induits par le creusement avec ceux induits par le poids propre de la structure montre que le creusement induit des efforts de flexion significatifs, notamment dans les éléments du premier niveau de la structure.



(a)

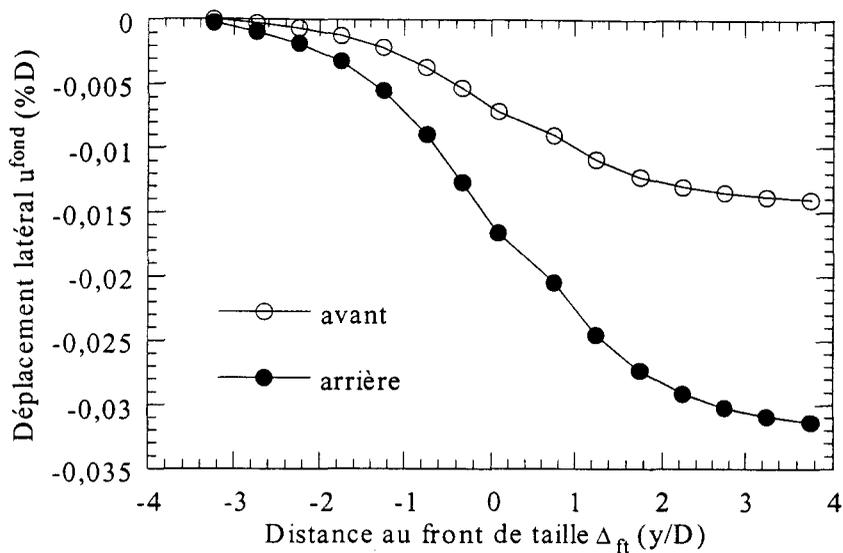


(b)

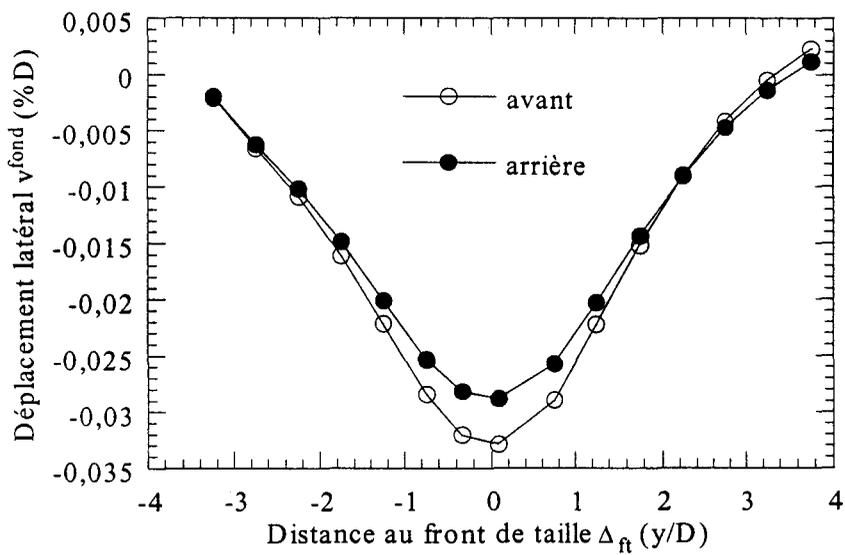
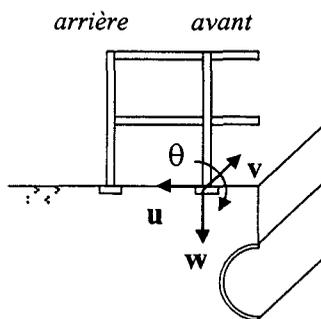
Figure III.31 Interaction creusement – structure : Tassements dans le massif induits par le creusement – Comparaison avec les tassements en l’absence de structure

(a) Profil longitudinal (A-A')

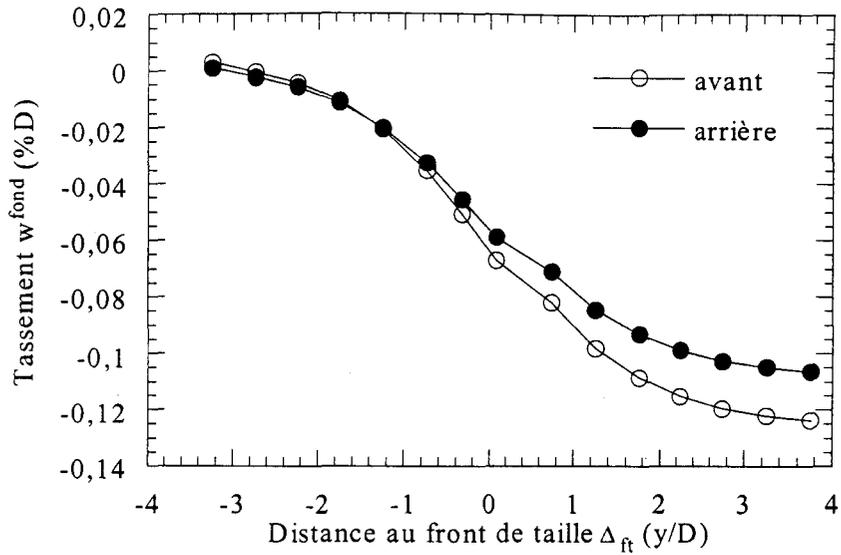
(b) Profil transversal (B-B')



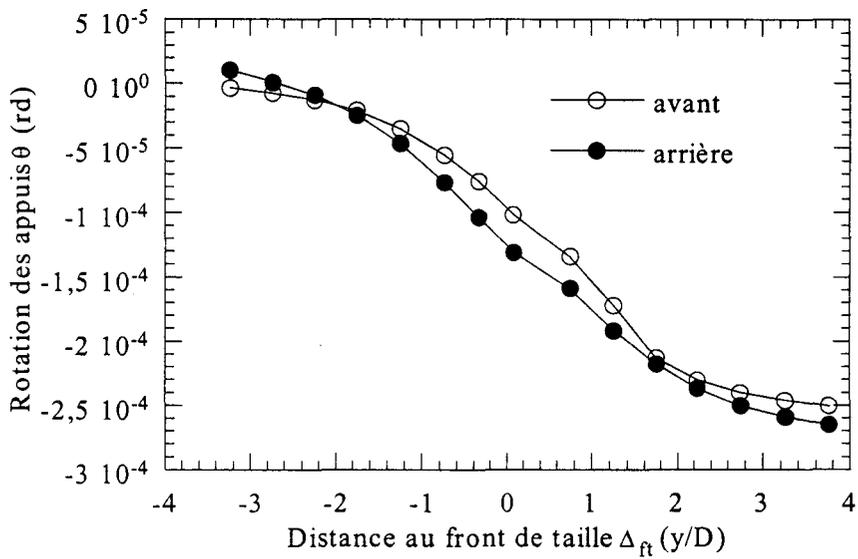
(a)



(b)



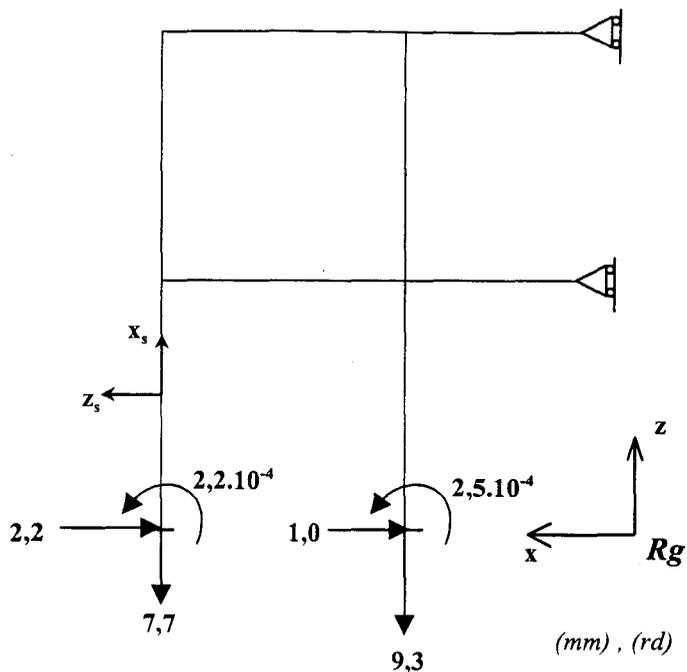
(c)



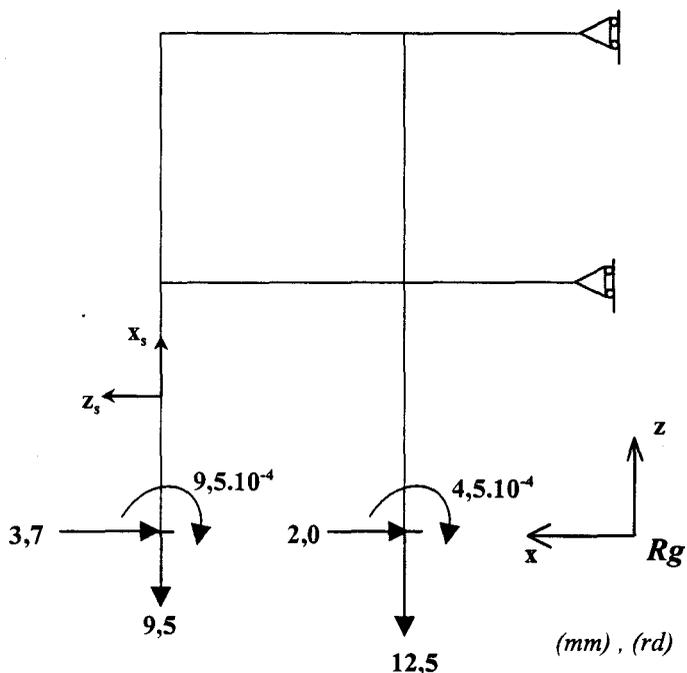
(d)

Figure III.32 Interaction creusement – structure : Mouvements induits par le creusement sur les fondations de la travée centrale de la structure

- (a) Déplacement latéral (u)
- (b) Déplacement latéral (v)
- (c) Tassement (w)
- (d) Rotation des appuis(θ)



(a)



(b)

Figure III.33 Interaction creusement – structure : Déplacements et rotations induits à la travée centrale en fin de calcul ($\Delta_{ft} = +3D$)

(a) Résultats du calcul éléments finis avec interaction

(b) Résultats du calcul éléments finis sans interaction

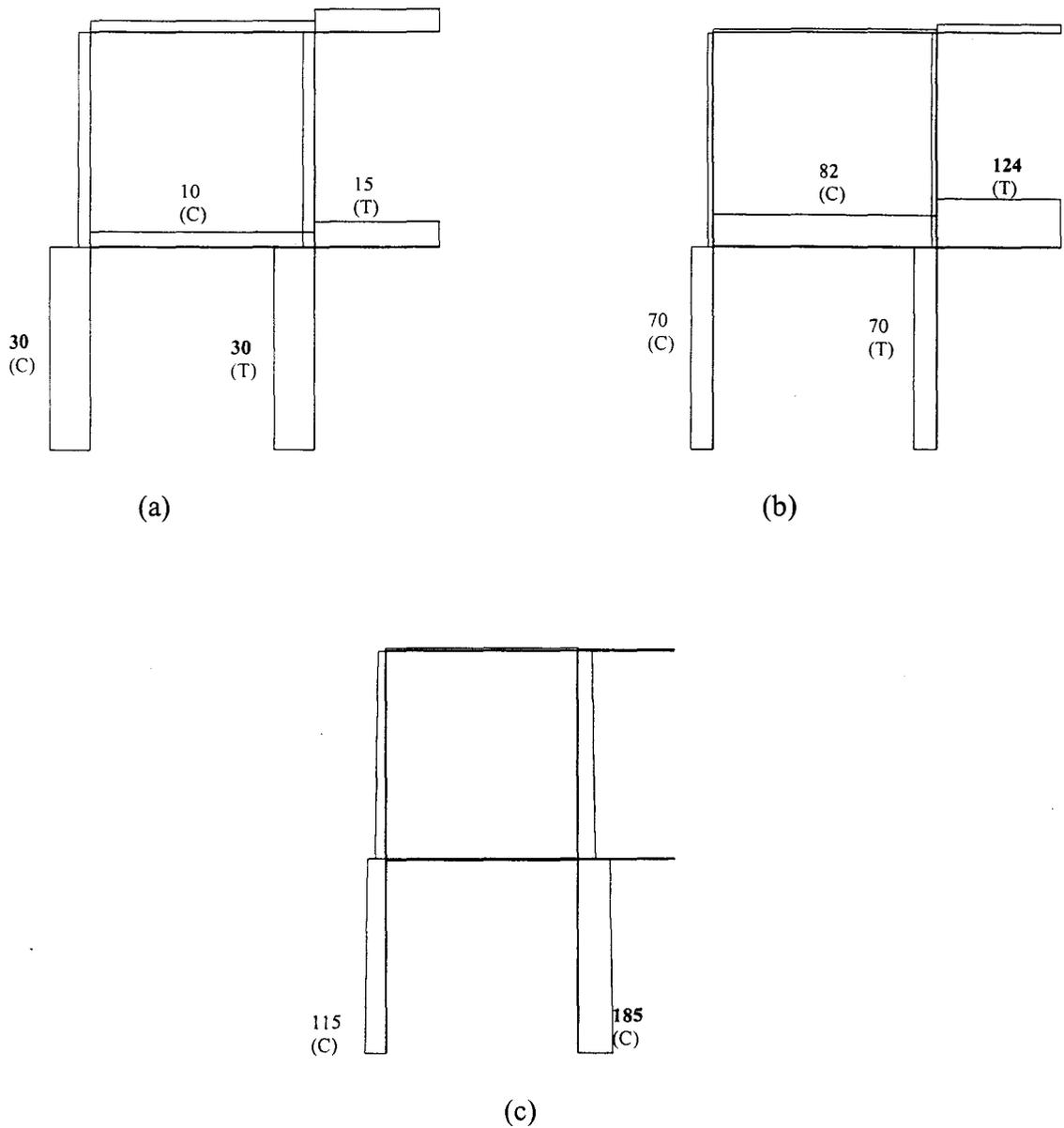


Figure III.34 Interaction creusement - structure :
Diagrammes de l'effort normal induit dans la structure

- (a) 1^{er} chargement : mouvements de sols en prenant en compte la présence de la structure
- (b) 2^{ème} chargement : mouvements de sols en négligeant la présence de la structure
- (c) 3^{ème} chargement : poids propre de la structure

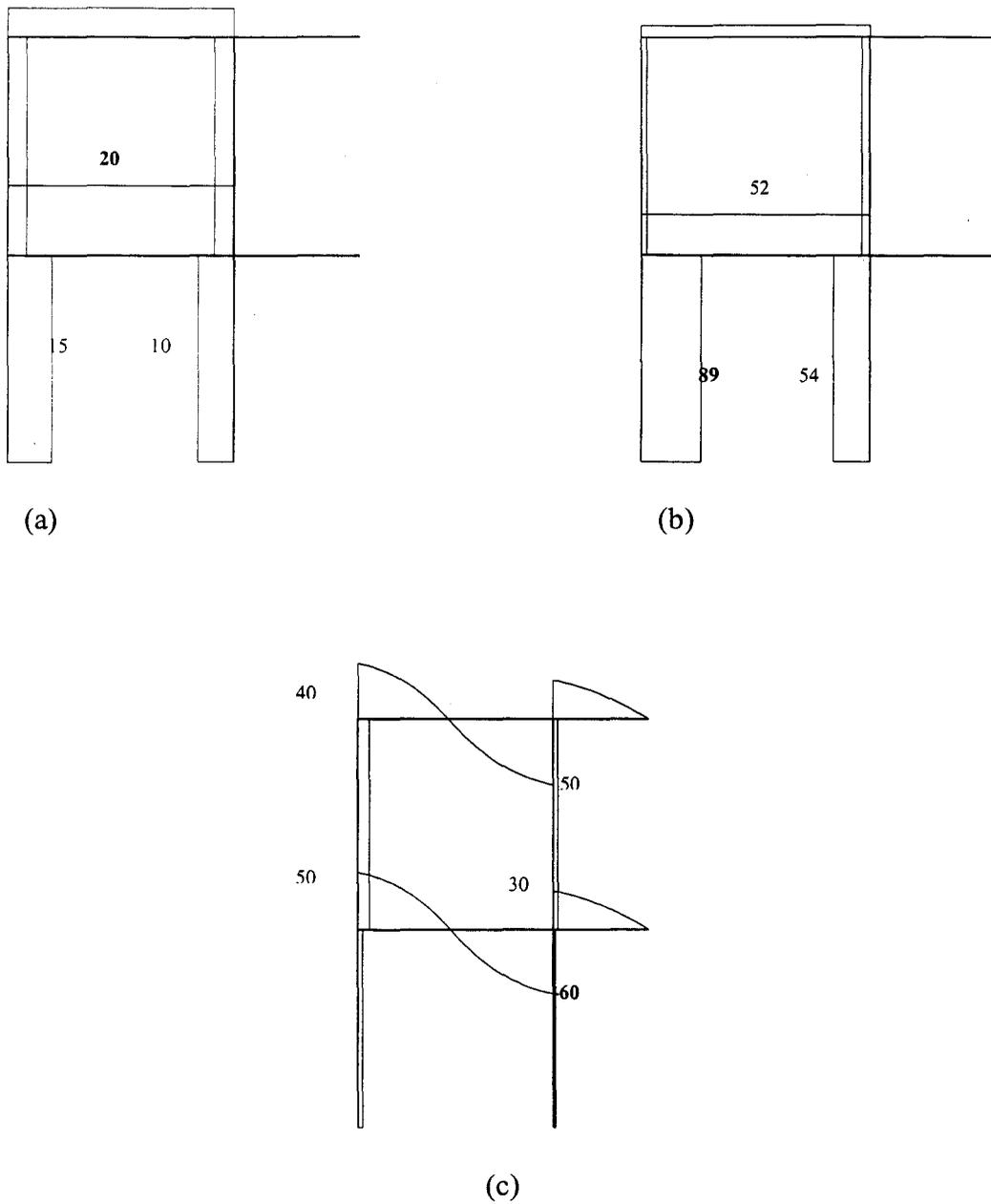


Figure III.35 Interaction creusement - structure :
Diagrammes de l'effort tranchant induit dans la structure

- (a) 1^{er} chargement : mouvements de sols en prenant en compte la présence de la structure
- (b) 2^{ème} chargement : mouvements de sols en négligeant la présence de la structure
- (c) 3^{ème} chargement : poids propre de la structure

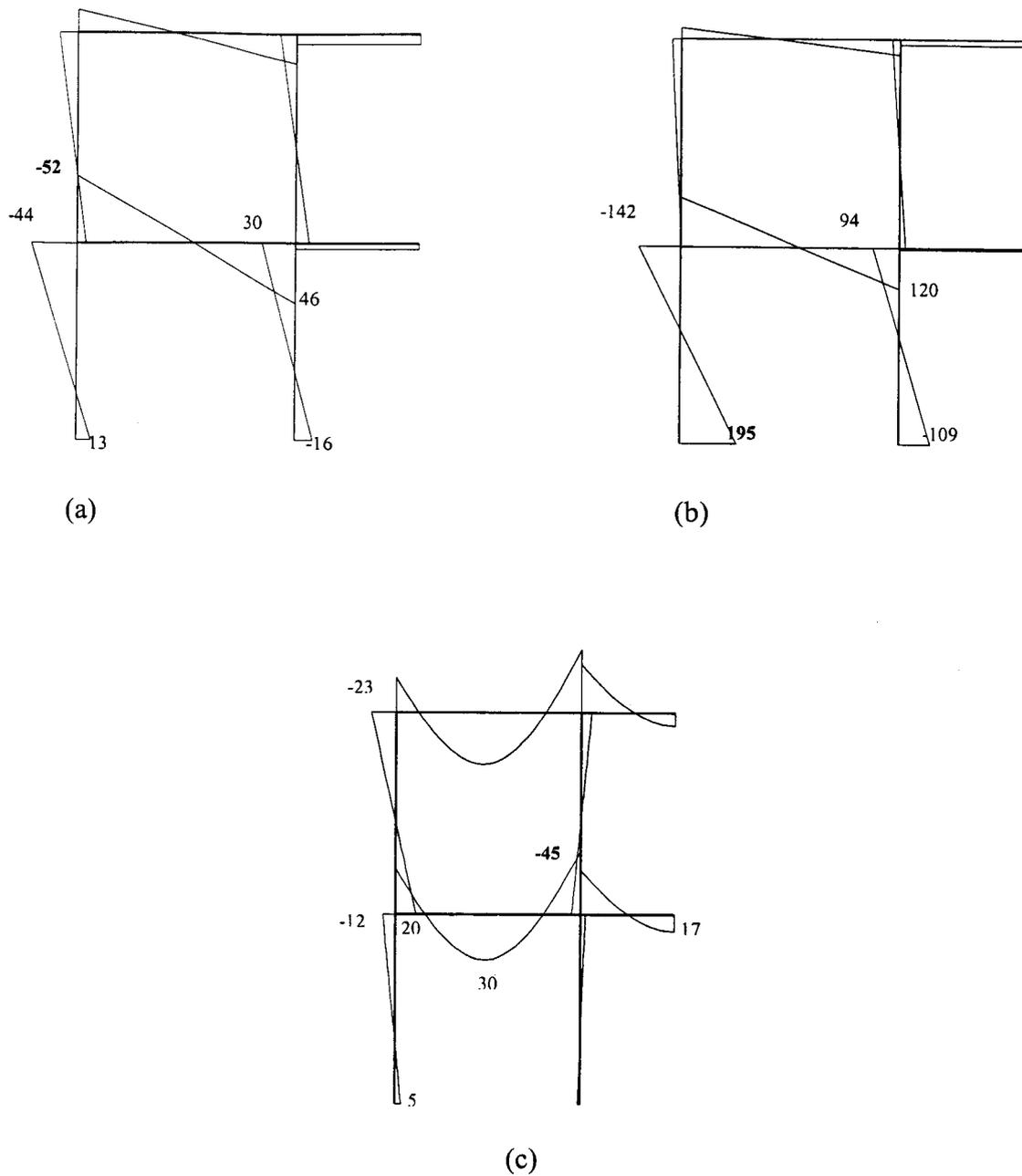


Figure III.36 Interaction creusement - structure :
 Diagrammes de moment fléchissant induit dans la structure

- (a) 1^{er} chargement : mouvements de sols en prenant en compte la présence de la structure
- (b) 2^{ème} chargement : mouvements de sols en négligeant la présence de la structure
- (c) 3^{ème} chargement : poids propre de la structure

Effort maximal	N (kN)	T (kN)	Mf _{vs} (kN.m)
Poteau avant			
1 ^{er} chargement	30 (T)	10	30
2 ^{ème} chargement	70	54	-109
3 ^{ème} chargement	185	1	-4
Poteau arrière			
1 ^{er} chargement	30 (C)	15	-44
2 ^{ème} chargement	70	89	195
3 ^{ème} chargement	115	-4	-12
poutre 1^{er} niveau			
1 ^{er} chargement	15 (C)	20	-52
2 ^{ème} chargement	124	52	142
3 ^{ème} chargement	0	-60	-45

Tableau III.5 Interaction creusement - structure : Synthèse des efforts maximaux induits par trois cas de chargement

(1^{er} chargement : mouvements de sols en prenant en compte la présence de la structure;

2^{ème} chargement : mouvements de sols dans le calcul en négligeant la présence de la structure;

3^{ème} chargement : poids propre de la structure)

III.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre trois exemples d'interaction du creusement avec des ouvrages existants. Les ouvrages retenus concernaient des fondations profondes, un tunnel existant et une structure en surface.

Pour l'étude de l'interaction tunnel - fondations profondes, on a montré que le creusement peut induire des efforts significatifs dans un pieu isolé situé à proximité ($\Delta_{tp} \approx 1D$). Les efforts induits sont essentiellement des efforts de flexion composée (effort normal + moment fléchissant). D'autre part, on a montré que le creusement peuvent induire un frottement négatif dans certaines sections du pieu, ce qui a pour effet de réduire la capacité portante des pieux. L'étude paramétrique a montré que ce résultat dépend essentiellement de la distance entre le pieu et le tunnel et de la position de la base du pieu par rapport au tunnel. Lorsque les pieux sont utilisés en groupe, les calculs ont montré que le pieu avant (le plus proche de l'axe du tunnel) est fortement sollicité et qu'il fait office d'écran de protection du pieu arrière.

L'étude du creusement d'un ouvrage bi-tubes a montré que l'interaction affecte principalement les tassements en surface et que la distance qui sépare les deux tunnels affecte d'une manière sensible la forme des cuvettes de tassements. Par contre, on a noté que l'interaction induit peu d'efforts supplémentaires dans les éléments du revêtement du tunnel existant.

Enfin, l'analyse de l'interaction creusement - structure en surface a été abordée en considérant une structure constituée d'un portique reposant sur des fondations superficielles. Cette étude a montré que les efforts induits dans la structure par les mouvements de sols déterminés en l'absence de celle-ci conduit à surestimer d'une manière sensible les efforts internes dans les éléments de la structure. D'autre part, le calcul d'interaction a montré que le creusement induit dans les éléments du premier niveau des efforts de flexion significatifs par rapport à ceux induits par le poids de la structure.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail a été réalisé dans le but d'étudier à l'aide d'une modélisation numérique le problème d'interaction creusement - ouvrages existants rencontré lors de la construction de tunnels en site urbain.

Afin d'atteindre cet objectif, nous avons réalisé des développements spécifiques pour la résolution des grands systèmes non symétriques et mal conditionnés. Ainsi différentes méthodes itératives de résolution ont été intégrées dans le programme de calcul par éléments finis PECPLAS 3D. Les tests réalisés sur des exemples types ont montré que la méthode du QMR-CGSTAB et le préconditionnement du SSOR-G offrent les meilleures performances pour la résolution des problèmes rencontrés en géomécanique.

L'étude de l'interaction tunnel – ouvrages existants a nécessité le développement d'une méthodologie "simplifiée" mais fiable pour la simulation du creusement. Pour cela, nous avons défini deux paramètres pour prendre en compte les phénomènes complexes qui interviennent autour de l'excavation (excavation de tranches, soutènement partiel du front et des parois latérales, pose de revêtement, injection de coulis). Les calculs réalisés sur un exemple type ont montré que la méthodologie proposée reproduit correctement les mouvements de terrains induits par le creusement. Une étude paramétrique a montré que ces mouvements dépendent sensiblement des valeurs des paramètres de déconfinement. Afin de déterminer ces paramètres, il est nécessaire de disposer de mesures sur chantiers. Pour un projet donné, il est également possible d'ajuster ces paramètres à partir des mesures enregistrées au cours du creusement.

Enfin trois exemples d'interaction creusement - ouvrages existants ont été traités. Les ouvrages retenus sont des fondations profondes, un tunnel existant et une structure en surface.

Le calcul d'interaction creusement - fondations profondes a montré que des efforts significatifs peuvent affecter un pieu isolé, notamment lorsque celui-ci est proche du tunnel. Les mécanismes mis en jeu ont montré l'importance de la position de la base du pieu par rapport à la profondeur du tunnel sur le type de sollicitations induites (compression prépondérante ou flexion composée). De même, lorsque les pieux sont utilisés en groupe, les calculs ont montré que le pieu avant (le plus proche de l'axe du tunnel) est sensiblement sollicité et qu'il fait office d'écran de protection du pieu arrière.

Le calcul d'interaction lors du creusement d'un ouvrage bi-tubes a montré que l'interaction se manifeste davantage sur la cuvette des tassements en surface que sur les efforts induits dans le revêtement du tunnel existant. Les calculs ont également mis en évidence diverses formes de cuvettes de tassements en fonction de la distance entre axes tunnel - tunnel.

Le calcul d'interaction tunnel - structure en surface a montré que des efforts de flexion significatifs peuvent être induits dans certains éléments de la structure. Ces efforts

peuvent être plus importants que ceux induits par le poids propre de la structure. De même, les calculs ont mis en évidence que l'approche simplifiée qui consiste à imposer aux fondations de la structure les mouvements de sols induits par le creusement en l'absence de la structure conduit à surestimer d'une manière sensible les efforts internes.

Ce travail présente des perspectives intéressantes pour l'étude de l'interaction du creusement avec des ouvrages existants en surface, notamment des monuments ou des ouvrages en maçonnerie. En effet, pour ce dernier type d'ouvrages, on sait que les fissures peuvent être préjudiciables et que le comportement des éléments "blocs" se distingue particulièrement du comportement des structures en béton. Pour les ouvrages en profondeur, il est intéressant d'étudier l'interaction du creusement avec des canalisations et conduites enterrées qui présentent des rigidités plus faibles qu'un tunnel de grand diamètre et qui peuvent se comporter comme des poutres soumises à un chargement complexe. Enfin, les outils développés peuvent être utilisés d'une manière efficace pour étudier les techniques de renforcement utilisées en site urbain pour assurer la stabilité des ouvrages et (ou) du tunnel lors du creusement.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ADDENBROOKE T.I. & POTTS D.M. (1996), "Twi tunnel construction – ground movements and lining behaviour", *Int. Symp. on Geotechnical Aspects of Underground Construction in soft ground*, City University, London, R. Mair & R. Taylor (eds), Rotterdam.

AFTES (1983), "L'emploi de la méthode de Convergence – Confinement", Texte des recommandations du groupe de travail No. 7 (Soutènement et Revêtement) animé par P. GESTA, avec la collaboration de A. BOUVARD, G. COLOMBET, J. COSTE, A. GUENOT, J. GUILLAUME, M. LESOT, J.P. MAGNAS, F. NELVA, M. PANET, M. RAUZY, *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, No. 59, pp. 218-238.

AFTES (1995), "Tassements liés au creusement des ouvrages en souterrain", Texte des Recommandations du groupe de travail No. 16, animé par Y. LEBLAIS, avec la collaboration de D. ANDRE, C. CHAPEAU, P. DUBOIS, J.P. GIGAN, J. GUILLAUME, E. LECA, A. PANTET, G. RIONDY, *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, N°132, pp. 373-395.

AITES (1989), "Applicability of the shield method to urban tunnelling", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 4, No. 1, pp. 53-81.

ALABRAM I., MATHIEU PH., KASTNER R. & DESRUES J. (1995), "Modèle réduit bidimensionnel de tunnel", *2^{ème} Réunion annuelle du réseau GEO*, Aussois, France.

ATKINSON J.H. & POTTS D.M. (1977), "Subsidence above shallow tunnels in soft ground", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE GT4, pp. 307-325.

ATKINSON J.H., BROW E.T. & POTTS D.M. (1977), "Ground movements near shallow model tunnels in sand", *1st Conf. on Large Ground Movements and Structures*, Cardiff, J.D. Geddes, Pentech Press, London, pp. 372-386.

ATTEWELL P.B. & FARMER I.W. (1975), "Ground settlement above shield driven tunnels in clays", *Tunnels and Tunneling*, January, pp. 58-62.

ATTEWELL P.B. (1977), "Ground movements caused by tunnelling in soil", *1st Conf. on Large Ground Movements and Structures*, Cardiff, J.D. Geddes, Pentech Press, London, pp. 812-948.

ATTEWELL P.B., YEATES J. & SELBY A.R. (1986), "Soil movements induced by tunnelling and their effects on pipelines and structures", Blackies & Sons Ltd, London.

AUGARDE C.E. (1997), "Numerical modelling of tunnelling processes for assesment of damage to buildings, D.Phil. Thesis, University of Oxford, Keble College, Michaelmas Term.

AXELSSON O. (1996), "Iterative solution methods", *Cambridge Univ. Press*, England, ISBN 0-521-44524-8

BARRETT R., BERRY M., CHAN T.F., DEMMEL J., DONATO J., DONGARRA J., ELJKHOUT V., POZO R., ROMINE C. & Van der VORST H.A. (1993), "Templates for the solution of linear systems : Building blocks for iterative methods", *SIAM publication*, Philadelphia (disponible sur internet <http://www.netlib.org/templates/templates.ps>).

BATHE K.J., WALCZAK J. & ZHANG H. (1993), "Some recent advances for pratical finite element analysis", *Computers and Structures*, Vol. 47, No. 4/5, pp. 511-521.

BEJUI H. (1989), "Creusement des tunnels en terrain meuble et aquifère", *Annales de l'ITBTP*, No. 473, pp.83-90.

BERNAT S. (1996), "Modélisation du creusement d'un tunnel en terrain meuble. Qualification sur chantier expérimental", Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon.

BEZUIJEN A. & Van der SCHRIER J.S. (1994), "The influence of bored tunnel on pile foundations", *CENTRIFUGE'94*, Leung, Lee & Tan (eds), Balkema, Rotterdam, ISBN 90-5410-352-3, pp. 681-686.

BOSCARDIN M.D. & CORDING E.J. (1989), "Building response to excavation-induced settlement", *ASCE Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 115, No. 1, pp. 1-21.

BREZINSKI C. & REDIVO-ZAGLIA M. (1994), "Look-Ahead in bi-CGSTAB and other product methods for linear systems", *Rapport ANO-326, Dept. Anal. Num. et Opt.*, Université de Lille I.

BREZINSKI C., REDIVO-ZAGLIA M. & SADOK. H. (1995), "Breakdowns in the implementation of the Lanczos method for solving linear systems", *Rapport ANO-320, Dept. Anal. Num. et Opt.*, Université de Lille I.

BURLAND J.B. & WROTH C.P. (1977), "Settlements on buildings and associated damage", *Conference on Settlement of structures*, BTS, Cambridge, pp. 611-654.

BURLAND J.B., BROMS B.B. & de MELLO V.F. (1977), "Behaviour of foundations and structures", *9th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Tokyo, State-of-the-art Report, pp. 495-546.

CHAMBON P. (1990), "Etude sur modèles réduits centrifugés. Application aux tunnels à faible profondeur en terrain meuble et pulvérulent", Thèse de doctorat, Université de Nantes, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique.

CHAN T. F., GALLOPOULOS E., SIMONCINI V., SZETO T. & TONG C.H. (1994), "A Quasi-Minimal Residual variant of Bi-CGSTAB algorithm for nonsymmetric systems", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 15, No. 2, pp. 338-347.

CHAN T.F. & SZETO T. (1994), "Composite step product methods for solving nonsymmetric linear systems", *Rapport CAM-94-18, Dept. Math.*, University of California, Los Angeles, Etats-Unis.

CLOUGH G.W. & SCHMIDT B. (1981), "Design and performance of excavations and tunnels in soft clays, Soft Clay Engineering", Brand & Brenner (Eds), Elsevier, Chapter 8, pp. 569-631.

CLOUGH G.W., SHIRASUNA T. & FINNO R.J. (1985), "Finite element analysis of advanced shield tunneling", *5th Int. Symp. on Numerical Methods in Geomechanics*, Nagoya, Vol. 2, pp. 1167-1174.

CORDING E. J. & HANSMIRE W. H. (1975), "Displacement around soft ground tunnels – General report", *5th Pan American Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Buenos Aires, Session VI, pp. 571-632.

CRAIG E. (1955), "The N-step iteration procedures", *Jour. Math. Phys.*, No. 34, pp. 64-73.

DAVIS E.H., GUNN M.J., MAIR R.J. & SENEVIRATNE H.N. (1980), "The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material", *Géotechnique*, Vol. 30, No. 4, pp. 397-419.

de ZEEUW P.M. (1992), "Incomplete Line LU for discretized coupled PDEs as preconditioner in Bi-CGSTAB", *Report NM-R9213, Centre for Mathematics and Computer Science, Dept. Num. Math., CWI, Hollande.*

DICKINSON J.K. (1993), "Preconditioned conjugate gradient methods for three dimensional linear elasticity", Master of Mathematics, University of Waterloo, Ontario, Canada.

EISENSTEIN Z. & EZZELDINE O. (1994), "The role of face pressure for shields with positive ground control", *Int. Cong. on Tunnelling and Ground conditions*, le Caire, pp. 557-571.

FABER V. & MANTEUFFEL T. (1982), "Necessary and Sufficient conditions for the existence of a Conjugate Gradient method", *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 21, pp. 352-362.

FANG Y.S., LIN J.S. & SU C.S. (1994), "An estimation of ground settlement due to shield tunnelling by the Peck-Fujita method", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 31, No. 3, pp. 431-443.

FINNO R.J. & CLOUGH G.W. (1985), "Evaluation of soil response to EPB shield tunneling", *Jour. of Geotechnical Eng.*, ASCE, Vol. 111, No. 2, pp. 153-173.

FLETCHER R. (1976), "Conjugate Gradient methods for indefinite systems", *Lecture Notes in Mathematics*, Vol. 506, G.A. Watson (ed.), Springer-Verlag, Berlin, pp. 73-79.

FREUND R.W. & NACHTIGAL N.M. (1991), "QMR : a Quasi-Minimal Residual method for non hermitian linear systems", *Numerical Mathematics*, No. 60, pp. 315-339.

FREUND R.W., GUTKNECHT M.H. & NACHTIGAL N.M. (1991), "An implementation of the look-ahead Lanczos Algorithm for non-Hermitian matrices", *Rapport 91-09, RIACS, NASA AMES Research Center, Moffet Field, Etats-Unis.*

GHORBANBEIGI S. (1995), "Développement et validation d'un programme tridimensionnel pour le calcul des ouvrages souterrains : Application aux tunnels peu profonds", Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille.

GUTKNECHT M.H. (1993), "Variants of bi-CGSTAB for matrices with complex spectrum", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 14, No. 5, pp. 1020-1033.

HAGEMAN L.A. & YOUNG D.M. (1981), "Applied Iterative Methods", *Computer Science and Applied Mathematics, Academic Press, New York.*

HANYA T. (1977), "Ground movements due to construction of shield driven tunnel", *9th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Tokyo, pp. 759-770.

HEMERRIJCKX E. ET WEIDENER D. (1995), "Some subsidence experiences with hydroshields", *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, No. 128, pp. 102-111.

HERGARDEN H.J.A.M., Van der POEL J.T. & Van der SCHRIER J.S. (1996), "Ground movements due to tunnelling : Influence on pile foundations", *Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground*, Mair & Taylor (eds.), Balkema, Rotterdam, ISBN 90-5410-856-8, pp. 519-524.

HESTENES M.R. & STIEFEL E. (1952), "Methods of conjugate gradients for solving linear systems", *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, No. 49, pp. 409-436.

HISATAKE M. (1994), "Ground surface settlement due to shield tunnels", *Soil Structure Interaction : Numerical analysis and modelling*, John W. Bull (ed.), publié par E&FN Spon, pp. 647-672.

KANZKAI Y, YAMADA Y. & ASAI K. (1992), "Construction of main tunnel entrance of two crossing tunnels subject to unsymmetrical earth pressures", *Towards New Worlds in Tunnelling*, Utesa V. and Cararaxo M. (eds), Balkema, Rotterdam, pp. 373-380.

KASALI G. (1981), "Three dimensional finite element analysis of shallow soil tunneling", PhD Thesis, Stanford University, Stanford, Etats-Unis.

KAWATA T., OHTSUKA M. & KOBAYASHI M. (1993), "Observational construction of large-scaled twin road tunnels with minimum interval", *Infrastructures souterraines de transport*, Reith (ed.), Balkema, Rotterdam, ISBN 90-5410-315-9, pp. 241-248.

KIELBESSA S. & DUDDECK H. (1991), "Stress-Strain fields at the tunnelling face. Three-dimensional analysis for two-dimensional technical approach", *Rock Mechanics and Rock Engineering*, No. 24, pp. 115-132.

KIM S.H. (1996), "Model testing and analysis of interactions between tunnels in clay", D.Phil. Thesis, University of Oxford, Brasenose College, Trinity Term.

KIMURA T. & MAIR R.J. (1981), "Centrifugal testing of model tunnel in soft clay", *10th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, Vol. 1, pp. 319-322.

LANCZOS C. (1952), "Solution of systems of linear equations by minimized iterations", *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, No. 49, pp. 33-53.

LECA E. (1997), "Développements d'outils de calcul pour le dimensionnement des tunnels creusés en terrain meubles", Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université des Sciences et Technologies de Lille.

LEE K.M. & ROWE R.K. (1990a), "Finite element modelling of the three dimensional ground deformations due to tunnelling in soft cohesive soils. Part I : Methods of analysis", *Computers and geotechnics*, Vol. 2, pp. 87-110.

LEE K.M. & ROWE R.K. (1990b), "Finite element modelling of the three dimensional ground deformations due to tunnelling in soft cohesive soils. Part II : Results", *Computers and geotechnics*, Vol. 2, pp. 111-138.

LEE K.M. & ROWE R.K. (1991), "An analysis of three-dimensional ground movements : the Thunder Bay tunnel", *Canadian Geotechnical Journal*, No. 28, pp. 25-41.

- LIU G.** (1997), "Numerical modelling of settlement damage to masonry buildings caused by tunnelling, D.Phil. Thesis, University of Oxford, Brasenose College, Trinity Term.
- MAIR R.J., TAYLOR R.N. & BRACEGIRDLE A.** (1993), "Subsurface settlement profiles above tunnels in clays", *Géotechnique*, Vol. 43, No. 2, pp. 315-320.
- MEIER Y.U. & GALLIVAN K.A.** (1995), "A new family of preconditioned iterative solvers for sparse linear systems", *IMACS Applied Num. Math.*, No.19, pp. 287-317.
- MEIER Y.U.** (1994), "Preconditioned Conjugate Gradient-Like Methods for nonsymmetric linear systems", *Rapport CSRD 1210, Center for Research and Development*, University of Illinois, Urbana Champaign, IL, Etats-Unis.
- MEIER Y.U.** (1995), "A family of preconditioned iterative solvers for sparse linear systems", Ph-D thesis, *Report UIUCDCS-R-95-1904, Dept. Of Comp. Science*, University of Illinois, Urbana Champaign, IL, Etats-Unis.
- MROUEH H.** (1997), "Modélisation tridimensionnelle dans le calcul des ouvrages souterrains", *XV^{ème} rencontres universitaires de Génie civil*, Prix Jeunes Chercheurs René Houpert, Strasbourg, 22-23 mai, pp. 133-140.
- MROUEH H. ET SHAHROUR I.** (1997), "Tunnels en site urbain : étude de l'interaction creusement – fondations profondes", *4^{ème} Réunion annuelle du réseau GEO*, Aussois, France, 24-28 novembre.
- O'REILLY M.P. & NEW B.M.** (1982), "Settlements above tunnels in the United Kingdom – their magnitude and prediction", *Tunnelling '82*, London, IMM, pp. 173-181.
- OTEO C.S & SAGASETA C.** (1982), "Prediction of settlements due to underground openings", *Int. Symp. on Numerical Methods in Geomechanics*, Zurich, 13-17 septembre, pp. 653-659.
- PANET M.** (1995), "Le calcul des tunnels par la méthode Convergence-Confinement", *Presses de l'ENPC*, Paris, ISBN 2-85978-230-3.
- PANTET A.** (1991), "Creusement des galeries à faible profondeur à l'aide d'un tunnelier à pression de boue. Mesures in-situ et étude théorique du champ de déplacement", Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- PAPADRAKAKIS M.** (1993), "Solving large-scale problems in mechanics", *John Wiley & sons Ltd*, England, ISBN 0-471-93809-2 .

PECK R.B. (1969), "Deep excavations and tunnelling in soft ground", *7th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Mexico City, State-of-the-Art Volume, pp. 225-290.

PERRI G. (1994), "Analysis of the effects of the two new twin tunnels excavation very close to a big diameter tunnel of the Caracas subway", *Tunnelling and Ground Conditions*, Salem A. (ed.), Balkema, Rotterdam, pp. 523-530.

POMMERELL C. (1992), "Solution of large unsymmetric systems of linear equations", *Series in Micro-electronics*, Vol. 17, Hartung-Gorre, Konstanz, ISBN 3-89191-583-7.

POTTS D.M. & ADDENBROOKE T.I. (1996), "The influence of an existing surface structure on the ground movements due to tunnelling ", *Int. Symp. on Geotechnical Aspects of Underground Construction in soft ground*, City University, London, R. Mair & R. Taylor (eds), Rotterdam, pp. 573-578.

RANKEN R.E. & GHABOUSSI J. (1975), "Tunnel design considerations: Analysis of stresses and deformations around advanced tunnels", *Report U.S. Dept. Of Transportation*, No. UILU-ENG 75-2016, University of Illinois, IL, Etats-Unis.

ROMO M.P & DIAZ C.M. (1981), "Face stability and ground settlement in shield tunneling", *10th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, Vol. 1, pp. 357-360.

ROTTNER TH., LENHARDT I., ALEFELD G. & SCHWEIZERHOF K. (1996), "Nonlinear structural finite element analysis using the preconditioned lanczos method on serial and parallel computers", *Int. Conf. of Linear Algebra Year, Workshop on iterative methods*, Toulouse, France, également dans BIT 37, pp. 759-769, 1997.

ROWE R. K. & KACK G. J. (1983), "A theoretical examination of the settlements induced by tunnelling : four cases histories", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 20, pp. 299-314.

ROWE R.K., LO K.Y., KACK G.J. (1983), "A method of estimating surface settlement above tunnels constructed in soft ground", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 20, pp. 11-22.

SAAD Y. & SCHULTZ M. H. (1986), "GMRES : a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 7, pp.856-869.

SAGASETA C. (1987), "Evaluation of surface movements above tunnels : A new approach", *Colloque ENPC Interactions sols-structures*, Paris, pp. 445-452.

SCHLOSSER F., MAGNAN J.P. & HOLTZ R.D. (1985), "Construction géotechnique", Rapport général, *11th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, San Fransisco, Vol. 1, pp. 211-254.

SHAHROUR I. & MROUEH H. (1997a), "Three-dimensional nonlinear analysis of a closely twin tunnel", *6th Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics (NUMOG VI)*, Montreal, Quebec, Canada, 2-4 juillet, pp. 481-487.

SHAHROUR I. & MROUEH H. (1997b), "Calcul tridimensionnel des tunnels en site urbain, modélisation du phasage des travaux", *13^{ème} congrès français de Mécanique*, Poitiers-Futuroscope, 1-5 septembre 1997, Vol. 2, pp. 213-217.

SHAHROUR I. (1992), "PECPLAS : un programme de calcul par éléments finis pour la résolution des problèmes de géotechnique", *Colloque International Géotechnique Informatique*, Presses de l'ENPC, Paris, pp. 327-334.

SLEIJPEN G.L.G. & FOKKEMA D.R. (1993), "BiCGSTAB(L) for linear equations involving unsymmetric matrices with complex spectrum", *ETNA*, Vol. 1, pp. 11-32.

SLEIJPEN G.L.G. & Van der VORST H.A. (1995), "An overview of approaches for the stable computation of hybrid Bi-CG methods", *Report 908, Dept. Math.*, University of Utrecht, Hollande.

SOLIMAN E., DUDDECK H. & AHRENS H. (1993), "Two- and three-dimensional analysis of closely spaced double-tube tunnels", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 8, No. 1, pp. 13-18.

SONNEVELD P. (1989), "CGS : a fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear systems", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 10, pp.36-52.

SWOBODA G. (1979), "Finite element analysis of the new austrian tunneling method (NATM)", *3rd Int. Symp. on Numerical Methods in Geomechanics*, Aachen, Vol. 2, pp 581-586.

TAN L. H. & BATHE K. J. (1991), "Studies of finite element procedures- The Conjugate Gradient and GMRES methods in Adina and Adina-F", *Computers and Structures*, Vol. 40, N°2, pp.441-449.

TONG C.H. (1992), "A comparative study of preconditioned lanczos methods for nonsymmetric system", *Report SAND91-8240B*, Sandia National Laboratories, Livermore, CA, Etats-Unis.

- Van der SCHRIER J.S., BEZUIJEN A., van der BERG P. & HERGARDEN H.J.A.M.** (1993), "Tunneling in urban areas, interaction with loaded foundation piles", *Options for tunnelling 1993*, H. Burger (ed.), Developments in Geotechnical Engineering, Elsevier Science Publishers, pp. 761-770.
- Van der VORST H.A. & CHAN T.F.** (1994a), "Linear systems solvers : sparse iterative methods", *Report 869, Dept. Math.*, University of Utrecht, Hollande.
- Van der VORST H.A. & CHAN T.F.** (1994b), "Approximate and incomplete factorizations", *Report 871, Dept. Math.*, University of Utrecht, Hollande.
- Van der VORST H.A.** (1992) , "Bi-CGSTAB : A fast and smoothing converging variant of bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol.13, No. 2, pp.631-644.
- WANG JJ. & CHANG C.T.** (1992), "Numerical method in analysis of staked tunnels", *Towards New Worlds in Tunnelling*, Utesa V. and Cararaxo M. (eds), Balkema, Rotterdam, pp. 197-202.
- WARD W.H. & PENDER M.J.** (1981), "Tunneling in soft ground - General report", *10th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, Vol. 4, pp. 261-275.
- WITTKKE W. & GELL K.** (1980), "Three dimensional stability analyses for a shallow tunnel section of the subway of the city of Bochum - Construction Lot B3", *Geotechnik*, No. 3, pp. 111-119.

ANNEXES

**ANNEXE I : Algorithmes de résolution des systèmes linéaires non symétriques
Implantés dans PECPLAS 3D**

**ANNEXE II : Evaluation des mouvements de terrain induits par le creusement par des
méthodes empiriques et semi-empiriques**

ANNEXE I

ALGORITHMES DE RESOLUTION DES SYSTEMES LINEAIRES NON SYMETRIQUES IMPLANTES DANS PECPLAS 3D

On présente dans cette annexe les méthodes itératives implantées dans le code de calcul PECPLAS. Il s'agit des méthodes du bi-CG, du bi-CGSTAB, du QMR-CGSTAB et de la version redémarrée du GMRES, appelée GMRES(m). Les méthodes de préconditionnement ne figurent pas dans cette annexe.

Annexe I.1 : Algorithme du bi-CG

$x^{(0)}$: vecteur initial

$$r^{(0)} = b - A.x^{(0)}$$

$$\tilde{r}^{(0)} \text{ tel que } \langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(0)} \rangle \neq 0$$

$$p^{(-1)} = \tilde{p}^{(-1)} = 0$$

$$\rho^{(-1)} = 1$$

Pour $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\rho^{(k)} = \langle \tilde{r}^{(k)}, r^{(k)} \rangle$$

$$\beta^{(k)} = \frac{\rho^{(k)}}{\rho^{(k-1)}}$$

$$p^{(k)} = r^{(k)} + \beta^{(k)} p^{(k-1)}$$

$$\tilde{p}^{(k)} = \tilde{r}^{(k)} + \beta^{(k)} \tilde{p}^{(k-1)}$$

$$\sigma = \langle \tilde{p}^{(k)}, A.p^{(k)} \rangle$$

$$\alpha = \frac{\rho^{(k)}}{\sigma}$$

$$r^{(k+1)} = r^{(k)} - \alpha A.p^{(k)}$$

$$\tilde{r}^{(k+1)} = \tilde{r}^{(k)} - \alpha^t A.\tilde{p}^{(k)}$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha p^{(k)}$$

Si $x^{(k+1)}$ satisfaisant, alors fin.

Annexe I.2 : Algorithme du bi-CGSTAB

$x^{(0)}$: vecteur initial

$$r^{(0)} = b - A.x^{(0)}$$

$\tilde{r}^{(0)}$ vecteur arbitraire, tel que $\langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(0)} \rangle \neq 0$

$$v^{(-1)} = p^{(-1)} = 0$$

$$\rho^{(-1)} = \alpha = \omega^{(0)} = 1$$

Pour $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\rho^{(k)} = \langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(k)} \rangle ; \text{vérifier que } \rho^{(k)} \neq 0$$

$$\beta = \left(\rho^{(k)} / \rho^{(k-1)} \right) \left(\alpha / \omega^{(k)} \right)$$

$$p^{(k)} = r^{(k)} + \beta \left(p^{(k-1)} - \omega^{(k)} \cdot v^{(k-1)} \right)$$

$$v^{(k)} = A.p^{(k)}$$

$$\sigma = \langle \tilde{r}^{(0)}, v^{(k)} \rangle ; \text{vérifier que } \sigma \neq 0$$

$$\alpha = \rho^{(k)} / \sigma$$

$$s = r^{(k)} - \alpha \cdot v^{(k)}$$

$$t = A.s$$

$$\omega^{(k+1)} = \frac{\langle t, s \rangle}{\langle t, t \rangle}$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha \cdot p^{(k)} + \omega^{(k)} \cdot s$$

Si $x^{(k+1)}$ satisfaisant, alors fin.

$$r^{(k+1)} = s - \omega^{(k+1)} \cdot t$$

Annexe I.3 : Algorithme du OMR-CGSTAB préconditionné à gauche

(Q la matrice de préconditionnement)

Soit $x^{(0)}$ vecteur initial

$$r^{(0)} = \mathbf{Q}^{-1}(b - A.x^{(0)})$$

$\tilde{r}^{(0)}$ arbitraire, tel que $\langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(0)} \rangle \neq 0$

$$v^{(-1)} = p^{(-1)} = d^{(0)} = 0$$

$$\rho^{(-1)} = \alpha = \omega^{(0)} = 1$$

$$\tau = \|r^{(0)}\|; \theta = \eta = 0$$

Pour $k = 0, 1, 2, \dots, n$

$$\rho^{(k)} = \langle \tilde{r}^{(0)}, r^{(k)} \rangle; \text{vérifier que } \rho_k \neq 0$$

$$\beta = \left(\rho^{(k)} / \rho^{(k-1)} \right) \left(\alpha / \omega^{(k)} \right)$$

$$p^{(k)} = r^{(k)} + \beta \left(p^{(k-1)} - \omega^{(k-1)} . v^{(k-1)} \right)$$

$$v^{(k)} = \mathbf{Q}^{-1} \left(A.p^{(k)} \right)$$

$$\sigma = \langle \tilde{r}^{(0)}, v^{(k)} \rangle; \text{vérifier que } \sigma \neq 0$$

$$\alpha = \rho^{(k)} / \sigma$$

$$s = r^{(k)} - \alpha.v^{(k)}$$

Première phase du QMR

$$\bar{\theta} = \|s\|/\tau; c = 1/\sqrt{1 + \bar{\theta}^2}; \bar{\tau} = \tau.\bar{\theta}.c; \bar{\eta} = c^2.\alpha; \mu = \frac{\theta^2.\eta}{\alpha}$$

$$\bar{d}^{(k)} = p^{(k)} + \mu.d^{(k-1)}$$

$$\bar{x}^{(k+1)} = x^{(k)} + \bar{\eta}.\bar{d}^{(k)}$$

* fin première phase

Si $\|s\| \approx 0$ alors vérifier si $x^{(k+1)}$ est satisfaisant

$$t = \mathbf{Q}^{-1}(A.s)$$

$$\omega^{(k+1)} = \frac{\langle t, s \rangle}{\langle t, t \rangle}$$

$$r^{(k+1)} = s - \omega^{(k+1)} \cdot t$$

Deuxième phase du QMR

$$\theta = \|r_k\| / \bar{\tau}; c = 1 / \sqrt{1 + \theta^2}; \tau = \bar{\tau} \cdot \theta \cdot c; \eta = c^2 \cdot \omega^{(k+1)}; \mu = \frac{\bar{\theta}^2 \cdot \bar{\eta}}{\omega^{(k+1)}}$$

$$d^{(k)} = s + \mu \cdot \bar{d}^{(k-1)}$$

$$\bar{x}^{(k+1)} = \bar{x}^{(k)} + \eta \cdot d^{(k)}$$

Fin deuxième phase

Si $\bar{x}^{(k+1)}$ satisfaisant, alors fin.

Annexe I.4 : Algorithme du GMRES (m)

1 – Initialisation :

$x^{(0)}$: vecteur initial

$$r^{(0)} = b - A.x^{(0)}$$

$$v^{(1)} = \frac{r^{(0)}}{\|r^{(0)}\|}$$

2 – Itérations dans la base d'Arnoldi par le procédé de Gram-Schmidt

Pour $i = 1, \dots, m$

$$\omega = A.v^{(i)}$$

Pour $k = 1, \dots, i$

$$h_{k,i} = \langle \omega, v^{(k)} \rangle$$

$$\omega = \omega - h_{k,i}v^{(k)}$$

fin de boucle k

$$h_{i+1,i} = \|\omega\|$$

$$v^{(i+1)} = \omega / h_{i+1,i}$$

3 – Solution approchée

$x^{(m)} = x^{(0)} + v^{(m)}y^{(m)}$, où $y^{(m)}$ est solution du problème :

$$\text{Min}_{y \in \mathcal{R}^m} \|\beta e^{(1)} - \bar{H}^{(m)}y\|$$

4 – Reprise des itérations

$$r^{(m)} = f - A.x^{(m)}$$

Si le résidu est satisfaisant, alors fin de calcul.

Sinon :

$$x^{(0)} = x^{(m)} ; v^{(1)} = \frac{r^{(m)}}{\|r^{(m)}\|} ; \text{ retour à l'étape (2).}$$

ANNEXE II

EVALUATION DES MOUVEMENTS DE TERRAIN PAR DES METHODES EMPIRIQUES ET SEMI-EMPIRIQUES

On présente dans cette annexe un résumé des principales méthodes empiriques d'évaluation des mouvements de terrain induits par le creusement d'un tunnel circulaire. L'origine de ces méthodes remonte à Peck (1969) et s'est fortement développée en Grande Bretagne pour les tunnels creusés dans l'argile de Londres.

Les méthodes empiriques sont basées sur des observations de chantiers, à partir desquels des équations relativement simples sont établies pour estimer les mouvements de terrain. Ces méthodes présentent l'avantage d'être rapides et peu coûteuses, et de ce fait elles conviennent pour une préliminaire. Néanmoins, ces méthodes tiennent compte d'un faible nombre de paramètres, ce qui rend les résultats très probabilistes. D'autre part, ces méthodes sont souvent liées à une méthode d'exécution des travaux et des conditions géologiques et hydrauliques particulières, et sont difficilement généralisables.

II.1 Détermination des tassements induits en surface

II.1.1 Formulation de Peck

L'approximation de Peck (1969) repose sur une représentation des tassements transversaux en surface selon la figure II.1a. Le profil considéré suit une distribution selon une loi approximativement normale formulée par :

$$w(x) = w_{\max} \exp\left(\frac{-x^2}{2.i^2}\right) \quad \text{A.II.1}$$

i est l'abscisse du point d'inflexion de la courbe, à partir de laquelle on définit :

$$L_s = \sqrt{2\pi}.i \approx 2,5.i : \frac{1}{2} \text{ largeur de la cuvette de tassement}$$

$$V_s = w_{\max}.L_s : \text{Volume de terrain déplacé en surface par unité de longueur}$$

Plusieurs auteurs proposent une détermination de l'abscisse du point d'inflexion i et une estimation du volume V_s en fonction d'un faible nombre de paramètres liés essentiellement à la géométrie du projet (H/D) et à la qualité des terrains. Ces formules sont données dans les paragraphes suivants.

II.1.2 Estimation de i

(i) O'REILLY et NEW (1982) proposent en fonction de la qualité du sol :

$$i = 0,43.H + 1,1 \text{ pour un sol cohérent} \quad \text{A.II.2a}$$

$$i = 0,28.H - 0,1 \text{ pour un sol pulvérulent} \quad \text{A.II.2b}$$

(ii) ATTEWELL (1977) suggère la formule suivante faisant intervenir deux paramètres α et n pour tenir compte de la nature du terrain et du mode d'excavation :

$$\frac{2i}{D} = \alpha \left(\frac{H}{D}\right)^n \quad \text{A.II.3}$$

Généralement, on prend $\alpha = 1$, et $n = 1$ pour des argiles et 0,5 pour les sables. CLOUGH et SCHMIDT (1981) proposent pour les argiles de prendre $\alpha = 1$, $n = 0,8$

(iii) ATKINSON et POTTS (1977) proposent pour les sables :

$$i = 0,25.(1,5.C + D) \text{ pour les sables denses avec surcharge en surface} \quad \text{A.II.4a}$$

$$i = 0,25.(C+D) \text{ pour les sables sans surcharges} \quad \text{A.II.4b}$$

(iv) OTEO et SAGASETA (1982) proposent la formule [A.II.5], à laquelle ils suggèrent d'appliquer un coefficient correcteur de 0,7 à 1,3 selon la nature du terrain :

$$\frac{2i}{D} = 1,05 \frac{H}{D} - 0,42 \quad \text{A.II.5}$$

(v) Enfin, on peut également retenir l'abaque de PECK (1969) donné par la figure II.1b.

II.1.3 Estimation de V_s

Une synthèse de plusieurs chantiers a permis de proposer une fourchette de valeurs du volume déplacé en surface V_s en fonction du volume excavé V_{exc} , en tenant compte de la nature du terrain (terrains meubles) et du mode d'excavation (O'REILLY et NEW 1982). Ces données sont présentées dans le tableau II.1. On note que les fourchettes proposées varient sensiblement en fonction de la nature du terrain considéré. Pour des argiles raides, les auteurs proposent un rapport V_s/V_{exc} compris entre 0,5 et 3%, tandis que pour des argiles limoneuses, la fourchette varie de 5 à 20% pour un bouclier à front pressurisé, et de 30 à 45% lorsque le front est ouvert.

ATTEWELL (1977) propose pour les sables la fourchette de valeurs suivante :

$$\begin{aligned} V_s / V_{exc} &= 1\% \text{ pour des sables denses, dilatants} \\ &= 5\% \text{ pour des sables lâches.} \end{aligned}$$

II.2 Diffusion des déplacements vers la surface

Certains auteurs ont proposé des formules permettant de relier le tassement induit en clef de voûte de tunnel, noté w^{clef} , au tassement en surface w^{surf} . On définit pour cela le coefficient de diffusion R_{dif} , introduit dans le deuxième chapitre, qui représente la part de tassement diffusé à la surface. Les formules suivantes sont les fréquemment employées :

- $R_{dif} = 1 - \alpha \frac{C}{D}$ (ATKINSON et POTTS 1977, WARD et PENDER 1981) A.II.6

avec α compris entre 0,13 (argiles sur-consolidées) et 0,4 (sables).

- $R_{dif} = \alpha \left(\frac{H}{D} \right)^n$ (CLOUGH et SCHMIDT 1977) A.II.7

α et n dépendent des caractéristiques mécaniques du terrain (des auteurs proposent $n = -0,5$ pour des sables, et $n = -0,8$ pour des argiles, avec $\alpha = 1$).

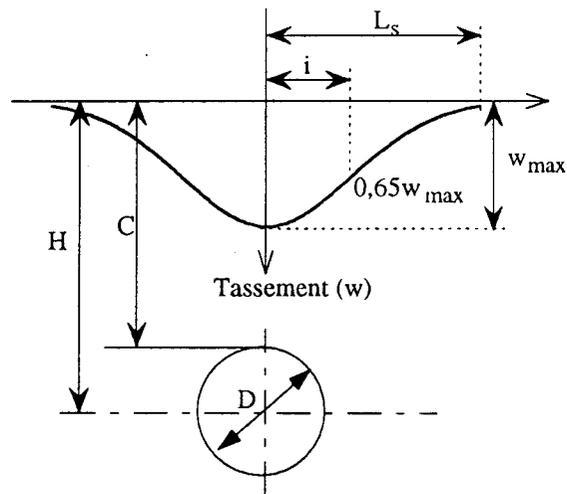
- $R_{dif} = \left(1 + \alpha \frac{C}{D} \right)^{-1}$ (SAGASETA 1987) A.II.8

avec α compris entre : 0,7 et 0,8 pour des terrains maintenus sans rupture apparente;
0,25 et 0,5 pour des terrains argileux peu frottants ;
1 et 2 pour des terrains frottants.

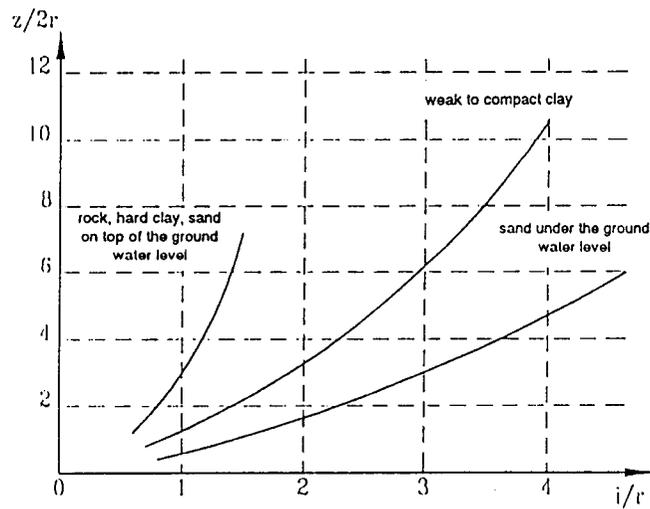
Enfin l'AFTES (1995) propose le diagramme donné à la figure II.2, qui résulte d'une synthèse de mesures de plusieurs chantiers.

type de sol	type d'excavation	Vs / Vexc
argile raide fissurée	bouclier ou non	0,5 - 3 %
dépôts glacières	bouclier front ouvert	2 - 2,5 %
	bouclier front air pressurisé	1 - 1,25 %
argile limoneuse	bouclier front ouvert	30 - 45 %
	bouclier front air pressurisé	5 - 20 %

Tableau II.1. Estimation de V_s par (O'REILLY et NEW 1982)



(a)



(b)

Figure II.1 Tassement en surface (PECK 1969)

(a) Forme de la cuvette

(b) Relation entre l'abscisse du point d'inflexion i et le rapport H/D

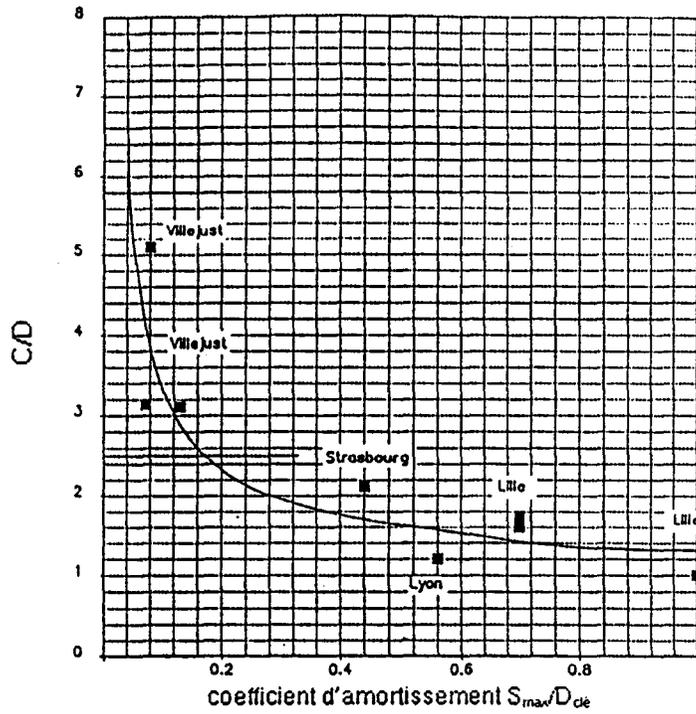


Figure II.2 Diffusion des tassements en fonction la profondeur du tunnel (AFTES 1995).
 (Dans cette figure $S_{max}/D_{clé}$ représente le rapport de diffusion R_{dif})

