

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : GENIE ELECTRIQUE

par

Bertrand HELFER

CONTRIBUTIONS A L'ETUDE DES PHENOMENES DE VIBRATIONS ET DE BROUTAGE SUR UN TRAIN TANDEM DE LAMINAGE A FROID

Soutenu le 11 Février 1999, devant la commission d'examen:

Rapporteurs:	Mr	D.LE HOUEDÉC	Professeur, Ecole Centrale de Nantes.
	Mr	B.TRANNOY	Professeur, ENSEEIHT.
Examineurs:	Mr	J.P.CAMBRONNE	Professeur, Université P.SABATIER de Toulouse.
	Mr	R.MIEZE	Ingénieur Principal, SOLLAC Dunkerque.
	Mr	P.QUAEGEBEUR	Maître de Conférences, Ecole Centrale de Lille.
	Mr	C.ROMBAUT	Directeur de recherche. Professeur, responsable du L2EP Ecole Centrale de Lille.
	Mme	B.SEMAIL	Professeur, EUDIL.

Avant Propos

Le travail de recherche présenté dans cette thèse a été effectué pour le compte de la société SOLLAC. L'encadrement universitaire de ces travaux a été assuré par le Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance (L2EP) de l'Ecole Centrale de Lille, dirigé par Monsieur le Professeur C.ROMBAUT.

Par la présence de Monsieur P.QUAEGEBEUR, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, le Laboratoire de Mécanique des Matériaux de Lille a contribué activement à l'encadrement de cette Thèse.

Je tiens à remercier avant tout et tout particulièrement Monsieur le Professeur C.ROMBAUT qui, en m'accordant sa confiance, a accepté de m'accueillir dans son Laboratoire et d'être le directeur de cette recherche. Sans cette confiance qu'il a bien voulu m'accorder, je n'aurais pas pu effectuer cette thèse. Je lui dois toute ma reconnaissance.

Mes remerciements vont ensuite à Monsieur P.LEMOIGNE, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, ainsi qu'à Monsieur J.P.CAMBRONNE, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lille, nommé Professeur au Laboratoire de Génie Electrique de l'Université PAUL SABATIER de Toulouse pendant le déroulement de ces travaux. Je les remercie de la grande autonomie qu'ils m'ont accordée pendant le déroulement de cette thèse et dans les choix de la direction à donner à ces travaux. Je remercie particulièrement J.P.CAMBRONNE et P.QUAEGEBEUR pour les conseils et les interrogations qu'ils m'ont renvoyés, m'amenant à m'interroger moi-même, notamment à la fin de cette recherche et au moment de la rédaction de ce mémoire. Celui-ci est largement marqué de leurs empreintes.

Je remercie F.DUGELAY, Ingénieur, responsable du Service Méthode de DUNKERQUE au démarrage de cette thèse, ainsi que P.M.PRINS, Ingénieur ayant pris sa succession à la direction du Service Méthode, de m'avoir parrainé au niveau industriel et d'avoir facilité ainsi mes démarches, notamment dans les phases expérimentales sur le site. Je leur suis reconnaissant de l'accueil amical qu'ils m'ont réservé, des excellents contacts que j'ai pu avoir avec eux et des encouragements qu'ils m'ont promulgués, m'aidant ainsi à poursuivre la démarche dans des moments parfois plus difficiles.

Je tiens à remercier le personnel du service Méthodes de DUNKERQUE pour leur accueil chaleureux et sympathique et la disponibilité qu'ils ont bien voulu m'accorder, notamment dans la phase où j'ai eu à acquérir une partie de leur savoir faire dans le domaine de la mesure vibratoire. Je tiens à remercier tout particulièrement Messieurs M.BEURET, J.P.MELONI et J.VANLERBERGHE.

Je remercie M.SEIGNEURBIEUX, Ingénieur Responsable du laminoir à froid de SOLLAC MARDYCK et B.SPARTY, Ingénieur au Service Technique Automatisation (S.T.A.) de MARDYCK pour avoir facilité mon intégration sur le site de MARDYCK lors de l'approche pratique sur le laminoir.

Mes remerciements vont également aux Ingénieurs du département LAMEF [Laminage et Mise En Forme] de l'IRSID, et tout particulièrement à C.SILVY-LELIGOIS. Les échanges que j'ai eu avec ces personnes tout au long de ce travail de recherches ont facilité l'avancée de ces travaux.

Je remercie Messieurs G.ROBERT, D.PIQUET, G.ANDRE pour le soutien logistique qu'ils m'ont accordé.

Mes remerciements ne seraient pas complets si j'oubliais le personnel du train à froid de SOLLAC MARDYCK. Je les remercie de m'avoir chaleureusement accueilli et accordé de leur disponibilité lors de mes démarches pratiques sur le site, notamment lorsque «j'avais juste encore une petite question». Un merci tout particulier et chaleureux à Messieurs M.DAZIN et A.VALUN.

Un merci particulier à Laure, pour le soutien que celle-ci a bien voulu m'accorder lors de la phase finale de la rédaction de ce mémoire.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
-----------------------------	---

SOMMAIRE CHAPITRE 1

NOTATIONS CHAPITRE 1	5
----------------------------	---

1.1. DESCRIPTION DES PHENOMENES DE VIBRATIONS ET DE BROUORAGE-PRESENTATION D'UN LAMINOIR A FROID..... 6

1.1.1. LE BROUORAGE.....	6
1.1.2. LES VIBRATIONS:.....	8
1.1.3. DESCRIPTION DU LAMINOIR A FROID DE SOLLAC MARDYCK	8
1.1.4. PRODUITS LAMINES	10
1.1.5. DESCRIPTION D'UNE CAGE:.....	10
1.1.5.1. <i>Cylindres</i>	12
1.1.5.2. <i>Empoises</i> :.....	12
1.1.5.3. <i>Lubrification et refroidissement des cylindres de travail</i>	13
1.1.5.4. <i>Définition des caractéristiques et des paramètres de fonctionnement d'une cage</i>	13
1.1.6. DESCRIPTION DE L'EMPRISE CYLINDRES	14
1.1.7. REGULATIONS D'ÉPAISSEUR	17
1.1.7.1. <i>Loi des débits</i>	17
1.1.7.2. <i>Courbe de cé dage</i>	18
1.1.7.3. <i>Position des régulations d'épaisseur sur un train à froid</i>	19

1.2. MODELISATION DE L'EMPRISE CYLINDRES 20

1.2.1. INTRODUCTION	20
1.2.2. PRESENTATION GENERALE DES MODELES DE LAMINAGE.....	20
1.2.3. PRESENTATION DE LA METHODE DES TRANCHES:	21
1.2.4. MODELE DE FROTTEMENT:.....	22
1.2.5. HYPOTHESES UTILISEES:	22
1.2.6. EQUATIONS DE BASE :	22
1.2.6.1. <i>Expression de la contrainte horizontale exercée sur un tronçon élémentaire de bande ($\sigma_{(x)}$)</i>	23
1.2.6.2. <i>Expression de la contrainte verticale exercée sur un tronçon élémentaire de bande ($\sigma_{(y)}$)</i>	25
1.2.7. LOI D'ECROUISSAGE UTILISEE	28
1.2.8. CALCUL DE LA CONTRAINTE VERTICALE EXERCEE SUR LE MATERIEL LAMINE ($\tau_Y(\varphi)$):.....	29
1.2.8.1. <i>Equation sans second membre</i>	30
1.2.8.2. <i>Solution particulière</i>	30
1.2.8.3.1. Calcul de la constante d'intégration côté entrée.....	32
1.2.8.3.2. Calcul de la constante d'intégration côté sortie	33
1.2.8.3.3. Expressions de σ_Y en entrée et en sortie d'intercylindres	33
1.2.9. DETERMINATION DE L'ANGLE D'ENTREE φ_A :	34
1.2.10. RAYON DES CYLINDRES DE TRAVAIL	34

1.3. CALCUL DES PARAMETRES POSITION DU POINT NEUTRE, GLISSEMENT, EFFORT DE SERRAGE, COUPLE DE LAMINAGE, NECESSAIRES POUR DEFINIR UN POINT DE FONCTIONNEMENT D'UNE CAGE..... 37

1.3.1. CALCUL DE LA POSITION DU POINT NEUTRE DANS L'INTERCYLINDRE	37
1.3.1.1. <i>Calcul de la contrainte verticale exercée sur la bande (σ_Y) en linéarisant au second ordre</i>	37
1.3.1.1.1. Calcul de la constante d'intégration en sortie d'emprise.....	41
1.3.1.1.2. Calcul de la constante d'intégration en entrée d'emprise.....	42
1.3.1.2. <i>Calcul de la position du point neutre dans l'intercylindre</i>	43
1.3.2. CALCUL DU GLISSEMENT BANDE-CYLINDRE	44
1.3.3. CALCUL DE LA FORCE DE SERRAGE	45
1.3.4. COUPLE DE LAMINAGE EXERCE PAR UN CYLINDRE DE TRAVAIL.....	46
1.3.5. CONCLUSION DU CHAPITRE 1.....	49

SOMMAIRE CHAPITRE 2

NOTATIONS CHAPITRE 2	52
2.1 INTRODUCTION	53
2.1.1. APPROCHE EXPERIMENTALE ET ORIENTATION DE L'ETUDE VIBRATOIRE	53
2.1.2. DEVELOPPEMENT DU CHAPITRE	54
2.2 EQUATIONS DES EFFORTS S'EXERÇANT SUR LES CYLINDRES D'APPUI, DE TRAVAIL ET DE LA BANDE EN REGIME STATIONNAIRE.....	54
2.2.1. SCHEMA DES EFFORTS S'EXERÇANT SUR LES CYLINDRES D'APPUI, DE TRAVAIL ET LA BANDE.....	55
2.2.2 HYPOTHESES	57
2.2.3 ACTIONS MECANQUES EXERCEES PAR LA BANDE ET LES MOTEURS SUR LE CYLINDRE DE TRAVAIL EN REGIME STATIONNAIRE	57
2.2.4 EQUATIONS D'EQUILIBRE DE L'ENSEMBLE (BANDE-CYLINDRE DE TRAVAIL-CYLINDRE D'APPUI)	59
2.2.5 EXPRESSIONS DE $R_{1/2}$ ET $R_{3/4}$ EN REGIME STATIONNAIRE.....	60
2.2.5.1 <i>Données connues et recherchées.</i>	60
2.2.5.1.1. Détermination de la force de frottement appui-travail (F_{fat}).....	60
2.2.5.2 <i>Expression de $R_{1/2}$ en régime stationnaire</i>	62
2.2.5.3 <i>Expression de $R_{3/4}$ en régime stationnaire</i>	62
2.2.5.4 <i>Expression et valeur de l'offset</i>	62
2.2.5.5 <i>Valeur de la force de frottement au point de contact cylindre d'appui-cylindre de travail</i>	63
2.2.5.6 <i>Approximations</i>	63
2.2.5.7 <i>Expression de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ en régime stationnaire quand F_{fat} non limitée par $F_{fat\ max}$</i>	64
2.2.5.8 <i>Expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ en régime stationnaire quand F_{fat} limitée par $F_{fat\ max}$</i>	64
2.2.5.9. <i>Valeurs de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$</i>	65
2.3 ETUDE DES PHENOMENES POUVANT ENGENDRER DES VIBRATIONS SUR UNE CAGE....	66
2.3.1 DESCRIPTION PHYSIQUE DES PHENOMENES ETUDIES ET HYPOTHESES DE TRAVAIL.....	66
2.3.1.1 <i>Hypothèses de travail</i>	66
2.3.2. VARIATION FUGITIVE DES EFFORTS DE FROTTEMENTS ET INFLUENCE SUR LES VITESSES CYLINDRES	67
2.3.2.1. <i>Cylindres d'appuis</i>	67
2.3.2.2. <i>Cylindres de travail</i>	68
2.3.3. VARIATION DES EFFORTS DE FROTTEMENTS ET INFLUENCE SUR LES FORCES HORIZONTALES EXERCEES SUR LES COLONNES	68
2.3.3.1. <i>Variation de $\mu_{c(t)}$ quand F_{fat} est sur le cône de frottement</i>	70
2.3.3.2. <i>Variation des efforts de frottement dans les paliers hydrodynamiques.</i>	70
2.3.4. PHASES D'ACCELERATION ET DE DECELERATION ET VIBRATIONS DES CAGES	71
2.4 DETECTION DES VARIATIONS DES EFFORTS HORIZONTAUX ET DIMINUTION DES VIBRATIONS.	73
2.4.1. MESURES DES VARIATIONS DES EFFORTS HORIZONTAUX PAR LA VITESSE CYLINDRE	73
2.4.2. MESURES PAR ACCELEROMETRES SUR LE BATI DE LA CAGE.....	73
2.4.2. MESURES PAR ACCELEROMETRES OU JAUGES DE CONTRAINTES SUR LES PLAQUES D'USURES	75
2.5. CONCLUSION DU CHAPITRE 2	76

SOMMAIRE CHAPITRE 3

NOTATIONS CHAPITRE 3	78
3.1 INTRODUCTION.....	80
3.1.1 DESCRIPTION DU BROUTAGE ET ORIENTATION DE L'ETUDE	80
3.2 APPROCHE STATISTIQUE	85
3.2.1. CONDITIONS DE L'ETUDE	85
3.2.2. CONCLUSIONS DE L'APPROCHE.....	85
3.3 MODELE DE COMPORTEMENT D'UNE CAGE EN REPONSE A UNE EXCITATION.....	86
3.3.1. HYPOTHESES GENERALES	86
3.3.2. CONTEXTE DE L'ETUDE.....	88
3.3.3. EXPRESSIONS DES FONCTIONS DE TRANSFERT.....	89
3.3.4. MODELISATION D'UNE CAGE.....	91
3.3.4.1. <i>Equations modélisant la bande et l'emprise cylindres.</i>	93
3.3.4.1.1. Equations aux dérivées partielles.....	93
3.3.4.1.2. Loi des débits.....	93
3.3.4.1.3. Relation vitesse de sortie-glissement	94
3.3.4.1.4. Elasticité de la bande	94
3.3.4.2. <i>Equations modélisant la mécanique d'une cage.</i>	95
3.3.4.2.1. Détermination des différentes grandeurs mécaniques d'une cage	96
3.4. FONCTION DE TRANSFERT DE LA VARIATION DE L'EPaisseur SORTIE EN FONCTION D'UNE VARIATION D'EPaisseur ENTREE	100
3.4.1. HYPOTHESES EFFECTUEES	100
3.4.2. EXPRESSION ET RESULTATS DE LA FONCTION DE TRANSFERT	102
3.5. FONCTION DE TRANSFERT DE LA VARIATION DE L'EPaisseur SORTIE EN FONCTION D'UNE VARIATION DU FROTTEMENT DANS L'INTERCYLINDRE	102
3.5.1 HYPOTHESES EFFECTUEES	102
3.5.2 EXPRESSION DE LA FONCTION DE TRANSFERT	103
3.5.3 EXPLOITATION ET RESULTATS ISSUS DE LA FONCTION DE TRANSFERT	107
3.5.3.1. <i>Etude du polynôme $[p+w_{1(p)}]$</i>	107
3.5.3.2. <i>Transfert amont du broutage</i>	111
3.6. FONCTION DE TRANSFERT DE LA VARIATION DE L'EPaisseur SORTIE EN FONCTION D'UNE VARIATION DU SEUIL D'ECOULEMENT DU PRODUIT EN ENTREE C_1.....	112
3.6.1. HYPOTHESES	112
3.6.2 EXPRESSION DE LA FONCTION DE TRANSFERT	112
3.7. FONCTION DE TRANSFERT DE LA VARIATION DE L'EPaisseur SORTIE EN FONCTION D'UNE VARIATION DE SERRAGE.	113
3.7.1. HYPOTHESES	114
3.7.2. EXPRESSION DE LA FONCTION DE TRANSFERT	114
3.8. VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE.....	115
3.9. CONCLUSIONS DE L'ETUDE SUR LE BROUTAGE.....	117
CONCLUSION GENERALE	120
BIBLIOGRAPHIE.....	123

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale

L'acier constitue la matière première de nombreux secteurs industriels. Parmi ces secteurs industriels gros consommateurs d'acier, on peut notamment citer l'industrie automobile et les fabricants de boîtes boissons ou alimentaires. Ces industries ont besoin d'un acier préformé ayant des caractéristiques mécaniques et dimensionnelles très précises. Leurs processus de fabrication imposent que ces caractéristiques mécaniques et dimensionnelles soient respectées avec des tolérances très faibles.

Pour obtenir ces tôles préformées, un procédé est couramment employé: Le LAMINAGE.

Ce procédé consiste, partant d'un acier coulé, à écrouir le métal à l'aide de cylindres en lui donnant des caractéristiques mécaniques et dimensionnelles voulues.

Le laminage des produits plats est l'activité principale de la SOCIETE SOLLAC.

La SOCIETE SOLLAC fait partie du groupe USINOR.

Avant de devenir carrosserie automobile ou boîte alimentaire on peut résumer succinctement la fabrication de l'acier de la façon suivante :

Aciérie, où l'on fusionne les différents éléments constituant le métal.

Le Laminage à chaud, première mise en forme par écrouissage.

Le Laminage à froid, qui réduit davantage l'épaisseur du produit et donne à l'acier un meilleur fini de surface.

Le Recuit qui redonne au matériel certaines caractéristiques mécaniques internes.

L'étamage qui donne un fini de surface au produit.

L'augmentation de la productivité des usines de laminage et donc de leur vitesse de production à fait apparaître, il y a une vingtaine d'années, un phénomène nouveau en laminage à froid : LE BROUTAGE.

Ce phénomène appréhendé de tous les lamineurs, limite à la fois la productivité et la qualité du produit travaillé. Sur le site de Mardyck, un des sites SOLLAC de laminage à froid, le coût engendré par un tel phénomène est de 1 M.F./An.

Un second phénomène, moins pénalisant en terme de coût et de productivité que le broutage affecte les laminoirs à froid : Les VIBRATIONS.

Les vibrations, n'affectent pas ou peu l'épaisseur du produit travaillé. Celles-ci provoquent néanmoins une dégradation progressive de l'outil de production, ainsi qu'une limitation de la vitesse de laminage (moins importante que celle imposée par le broutage). Ce phénomène augmente les coûts de maintenance et pénalise la productivité.

Malgré l'importance de ces deux phénomènes, et les préjudices causés par ceux-ci sur la productivité des usines de laminage à froid, ce secteur se trouvant dans un marché mondial fortement concurrentiel, peu de publications traitant des phénomènes de broutage se trouvent actuellement dans le domaine public. Aucune publication n'a été réalisée traitant des problèmes de vibrations sur les trains à froid.

Afin d'essayer de comprendre et de remédier à ces deux phénomènes, une étude a été engagée. Elle se place dans le cadre d'une synergie entre deux sites très proches l'un de l'autre : SOLLAC DUNKERQUE et SOLLAC MARDYCK.

Un travail de recherche a été décidé par les 2 sites. Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une thèse en contrat CIFRE, d'une durée de 3 ans, en partenariat entre la société SOLLAC et l'ECOLE CENTRALE de LILLE.

Des enseignants-chercheurs de deux laboratoires, le L2EP (Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance) et le LML (Laboratoire de Mécanique de Lille), ont suivi ce travail.

1 Objectif de l'étude :

L'étude consiste à tenter de comprendre puis de remédier aux phénomènes de vibrations et de broutage.

Bien que celle-ci porte sur ces deux phénomènes, étant donné l'importance plus grande des pertes engendrées par le broutage, la priorité a été donnée à l'étude de ce phénomène par rapport aux vibrations.

L'objectif fixé dans cette recherche est de comprendre la (ou les) causes provoquant ces phénomènes de vibrations et de broutage et de tenter de dégager des "critères optimaux de laminage" devant permettre de mieux piloter l'outil et d'augmenter ainsi sa vitesse de laminage.

Les différents chapitres développés dans ce mémoire peuvent se résumer de la façon suivante :

- ① L'étude des phénomènes de vibrations et de broutage sur un train tandem de laminage à froid nécessite de disposer d'un modèle permettant, connaissant les caractéristiques de fonctionnement, grandeurs connues sur une cage, de calculer l'ensemble des paramètres, position du point neutre, glissement bande cylindre, force de serrage, couple de laminage, permettant de simuler le fonctionnement d'une cage en régime stationnaire.
Pour ce faire, il est nécessaire de développer un outil permettant de modéliser la partie de la bande prise dans l'emprise cylindres.
Dans le chapitre I, nous expliciterons la modélisation de l'emprise cylindres que nous avons bâtie, qui nous a permis d'obtenir un modèle permettant de simuler le fonctionnement d'une cage en régime stationnaire.
- ② Une approche expérimentale nous a montré que les vibrations sur une cage se traduisaient par une augmentation dans le plan horizontal des vibrations de ses différents éléments mécaniques et ce sans affecter l'épaisseur du produit travaillé. Dans le chapitre II, consacré aux vibrations sur les trains tandem de laminage à froid, nous expliciterons certains phénomènes, indépendant des efforts s'exerçant à la liaison bande-cylindres, créant des efforts pulsatoires dans le plan horizontal sur les différents éléments mécaniques d'une cage et susceptibles de générer des vibrations.

③ Dans le chapitre III, consacré au broutage, nous avons bâti un modèle permettant de prévoir l'instabilité éventuelle de l'épaisseur de sortie d'une cage, soumise à une perturbation. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer d'un outil permettant de modéliser, lors d'une perturbation, le comportement de la bande dans l'emprise cylindres, le comportement de la partie de la bande située dans deux intercages successifs, et le comportement de l'ensemble des différents éléments mécaniques (hors bande) d'une cage.

Pour décrire le comportement de la partie de la bande prise dans l'emprise cylindres, nous utiliserons le modèle de fonctionnement d'une cage développé dans le chapitre I. Nous expliciterons dans le chapitre III la démarche utilisée permettant de modéliser, suite à une perturbation, le comportement de la partie de la bande dans deux intercages successifs, le comportement de la partie de la bande dans l'emprise cylindres, le comportement des différents éléments mécaniques d'une cage, et d'arriver ainsi à un modèle de simulation de fonctionnement d'une cage soumise à une perturbation. Nous développerons également dans ce chapitre les résultats obtenus à l'aide de ce modèle.

2 Sites d'expériences et d'expérimentations

Les sites de production SOLLAC en laminage à froid sont:

SOLLAC MARDYCK
SOLLAC BASSE - INDRE
SOLLAC FLORANGE
SOLLAC MONTATAIRE
SOLLAC BIACHE S^t VAAST

Des expérimentations ont eu lieu sur le site de FLORANGE.

Néanmoins, le train de laminage à froid de SOLLAC MARDYCK a plus particulièrement servi de support à l'étude.

De tous les sites Sollac de laminage à froid, c'est celui le plus affecté par les problèmes de VIBRATIONS et de BROUTAGE.

**CHAPITRE 1: Modèle de simulation de fonctionnement
d'une cage**

Description des phénomènes de Vibrations et de Broutage

Présentation d'un laminoir à froid

Modélisation de l'Emprise cylindre

**Calcul des paramètres permettant de définir un point de
fonctionnement d'une cage**

NOTATIONS CHAPITRE 1

- (1): L'indice 1 est utilisé pour désigner l'entrée d'une cage.
- (2): L'indice 2 est utilisé pour désigner la sortie d'une cage.
- F: Force de serrage sur une cage.
- C_1 : Couple de laminage exercé sur un cylindre de travail.
- g: Glissement aval de la bande sur les cylindres de travail.
- T_1 : Traction en entrée d'une cage.
- T_2 : Traction en sortie d'une cage.
- T_{ij} : Traction dans un intercage ij (ex: T_{12} = traction entre les cages 1 et 2).
- e_1 : Epaisseur en entrée d'une cage.
- e_2 : Epaisseur en sortie d'une cage.
- réd: Réduction d'une cage.
- e_{ij} : Epaisseur dans un intercage ij (ex: e_{12} = épaisseur en sortie de cage 1).
- L: Largeur de la bande.
- f: Coefficient de frottement à la liaison bande cylindre.
- R_a : Rayon des cylindres d'appui.
- R: Rayon des cylindres de travail.
- $\sigma_{s(x)}$: Seuil d'écoulement du matériel laminé au point d'abscisse x.
- σ_y : Contrainte verticale exercée sur la bande.
- σ_x : Contrainte horizontale exercée sur la bande.
- t: Traction spécifique exercée sur la bande.
- φ : Position angulaire d'un tronçon élémentaire de bande.
- φ_N : Position de l'angle neutre dans l'intercylindre.
- φ_A : Angle d'entrée dans l'emprise.
- a: Offset (décalage de la verticale des axes des cylindres de travail et d'appui).
- P_{mot} : Puissance moteurs fournie sur une cage de laminoir.
- v_{cyl} : Vitesse linéaire d'un cylindre de travail.
- s: Serrage de la cage.
- p: Contrainte normale s'exerçant sur un tronçon élémentaire de bande.
- τ : Contrainte tangentielle s'exerçant sur un tronçon élémentaire de bande.
- m: Module de cédage d'une cage.

Chapitre 1: **Modèle de simulation de fonctionnement** **d'une cage**

Dans ce chapitre, nous allons développer les thèmes suivants :

- ① La première partie est consacrée à expliciter les phénomènes de vibrations et de broutage ainsi que la description des éléments à connaître d'un laminoir à froid (en s'appuyant sur celui de MARDYCK).
- ② Dans une seconde partie nous expliciterons l'outil que nous avons développé, permettant de modéliser l'emprise cylindre.
- ③ Dans une troisième partie, nous développerons, comment à l'aide de l'outil modélisant l'emprise cylindre, nous avons calculé les grandeurs permettant de définir le point de fonctionnement d'une cage, en régime stationnaire.

1.1.Description des phénomènes de Vibrations et de Broutage-Présentation d'un Laminoir à froid

Le travail de recherche effectué et développé dans ce mémoire a comme objectif la compréhension des phénomènes provoquant les vibrations et le broutage sur un train tandem de laminage à froid.

On peut définir ces deux phénomènes de la façon suivante:

1.1.1.Le Broutage

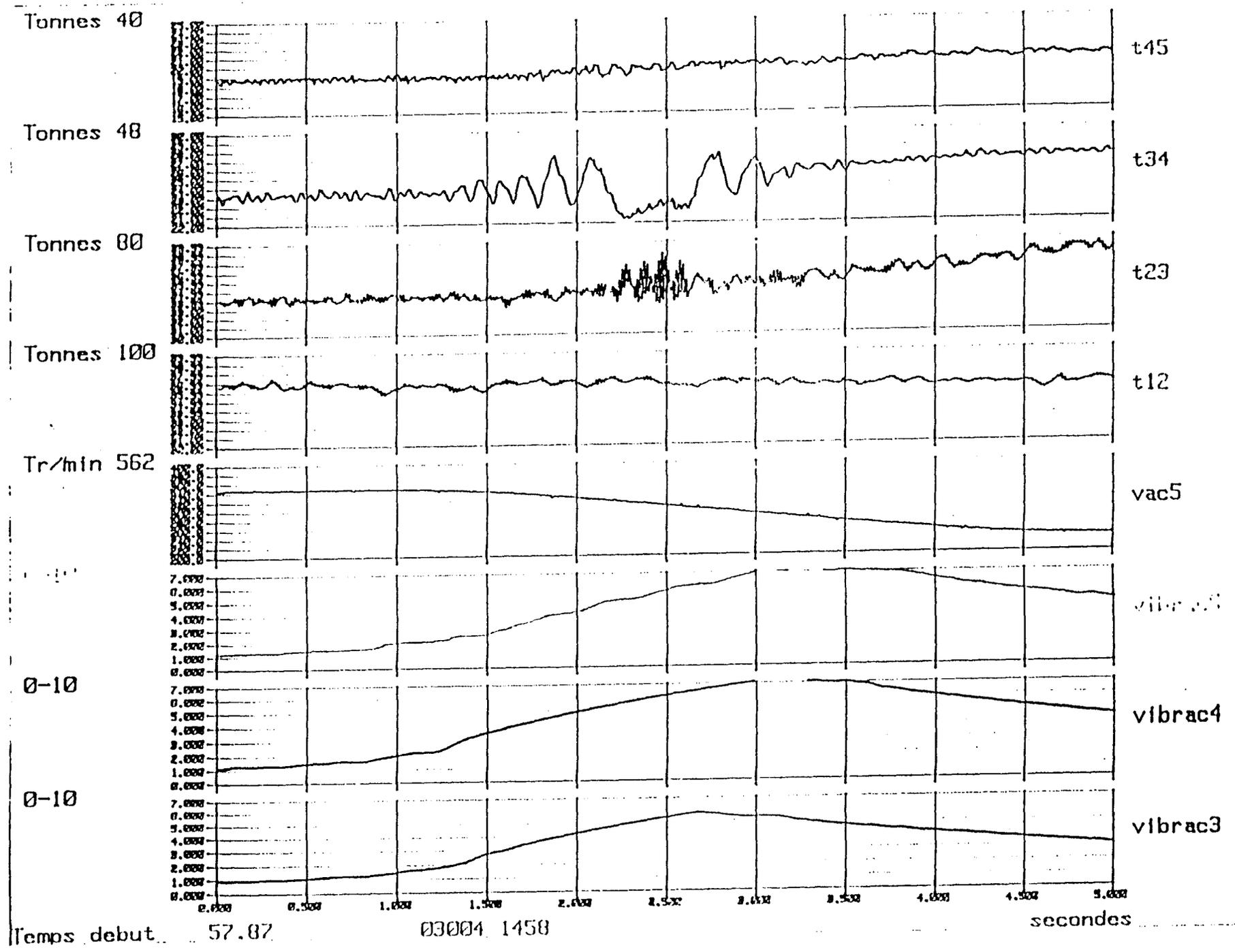
Le phénomène dit de "broutage" se caractérise par une augmentation très forte et très rapide (quelques dixièmes de secondes) du niveau vibratoire des cages terminales du train. On a pu constater que lorsque ce phénomène se produit, il démarre sur l'une des cages terminales 3, 4 ou 5. Le niveau vibratoire de la cage considérée augmente. Dans un délai très court, voir quasi instantané, le niveau vibratoire des cages adjacentes monte également à un niveau équivalent à la cage génératrice du phénomène. Il est toujours difficile, au vue du simple niveau vibratoire des cages de distinguer laquelle a généré le phénomène. Un tel cas de broutage est illustré sur les courbes 1.

Les trois graphiques du bas représentent l'évolution temporelle du niveau vibratoire des cages 3, 4, et 5.

C'est le tracé de l'évolution du niveau global vibratoire dans une plage de 150hz + ou - 20hz.

La mesure est prise sur des capteurs situés en haut de colonnes.

On peut nettement distinguer que la montée vibratoire des cages est quasi simultanée. Ceci est tout à fait caractéristique des cas de broutage.



I-YARITA [YAR 76] a le premier mis en évidence que le phénomène de broutage se traduisait par une vibration en opposition de phase, de part et d'autre de la bande, des deux blocs, cylindre d'appui-cylindre de travail, supérieurs et inférieurs.
Cette vibration en opposition de phase, des cylindres supérieurs et inférieurs, affecte alors la bande laminée de fortes variations d'épaisseurs.

Le seul moyen connu et appliqué à aujourd'hui pour enrayer le phénomène est de diminuer la vitesse du train au moment où le broutage apparaît.

Avant l'utilisation de cette technique pour enrayer un broutage, il était fréquent que ce phénomène se traduise par une casse de la bande dans le laminoir, provoquant ainsi des dégâts importants sur l'outil. La diminution de la vitesse du train, au moment où un broutage apparaît, a permis d'éviter les casses de la bande dans le laminoir. Cependant, cette technique, si elle est efficace pour stopper le broutage, ne permet cependant pas d'éviter que la bande soit affectée de fortes variations d'épaisseurs sur plusieurs dizaines de mètres de produits.

Ceci nécessite des réparations coûteuses sur les unités de production aval ou une mise au mille pure et simple de la partie de bande affectée (perte de vente égale à 1 MF/an uniquement sur le site de MARDYCK).

1.1.2.Les Vibrations:

Les vibrations, contrairement au broutage, consistent en un phénomène non fugitif et durable dans le temps (plusieurs heures, voir plusieurs équipes).

Elles n'affectent pas ou peu l'épaisseur de la bande laminée.

Leur ampleur est suffisamment importante pour endommager progressivement l'outil de travail. Afin de mieux comprendre cette étude, il nous a semblé nécessaire d'exposer succinctement ce qu'est un laminoir à froid et les principaux principes de laminage. C'est ce qui est décrit dans les paragraphes qui suivent.

1.1.3.Description du laminoir à froid de Sollac Mardyck

La mise en service du train à froid de Sollac Mardyck a été effectuée en 1973.

C'est un train mixte laminant à la fois de la Tôle Mince et du Fer Blanc.

Il est constitué de 5 cages quarto.

La représentation simplifiée des principaux éléments d'un train à froid est donnée sur le schéma "schéma simplifié d'un train à froid 5 cages quarto" de la page suivante.

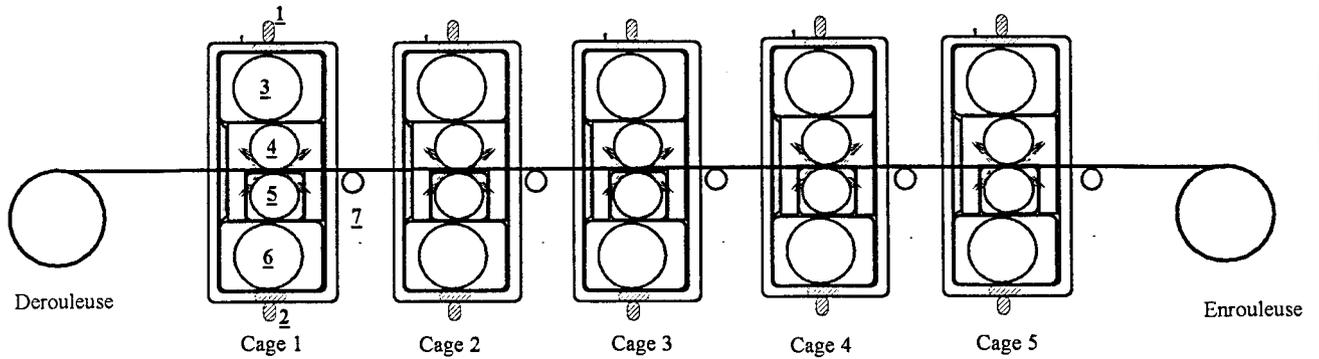
C'est un train "discontinu": Le produit arrive en entrée de la cage 1 sous forme de bobines qui viennent du décapage, il est débobiné en amont de la cage 1 par la dérouleuse.

Il passe successivement dans les 5 cages pour réduire l'épaisseur du produit.

En sortie du tandem, le produit laminé est à nouveau reconstitué en bobines qui sont véhiculées vers les unités de production en aval.

N.B: Pour les trains continus (à opposer aux trains discontinus), le produit ne subit pas de rupture et arrive et sort du laminoir sous forme de bande, en continuité des unités de productions adjacentes.

La vitesse train en sortie C5 est de 1800 m/min maximum (108 km/h).



- 1: Vis de serrage
- 2: Pot de serrage
- 3: Cylindre d'Appui Supérieur
- 4: Cylindre de Travail Supérieur
- 5: Cylindre de Travail Inférieur
- 6: Cylindre d'Appui Inférieur
- 7: Tracteriomètre Cage 1

fig 1-1: Schéma simplifié d'un Train à Froid 5 cages quarto

Ligne de motorisation:

Chaque cage est entraînée par deux moteurs à courant continu accouplés mécaniquement sur un même arbre. Ce sont des moteurs à excitation indépendante. Les inducts sont alimentés par un pont redresseur à thyristors. La puissance disponible sur une cage est de 8000 CV. Chaque moteur peut fournir une puissance de 3,1 MW.

Les cylindres de travail supérieurs et inférieurs sont motorisés par la même ligne moteur.

Un boîtier réducteur se situe entre l'arbre moteur et les allonges supérieures et inférieures des cylindres de travail. Celui-ci augmente la vitesse angulaire des cylindres de travail par rapport à la vitesse angulaire des moteurs.

Les rapports de multiplications sont donnés dans le tableau suivant :

Cage	Rapport de multiplication
1	1
2	1
3	1,296
4	1,555
5	1,74

Efforts exercés sur la bande:

Le produit laminé est soumis à deux types d'efforts. Un premier type d'effort, compressif, dont la direction privilégiée est la verticale. Cet effort est appelé force de serrage. La force de serrage est assurée sur chaque cage à l'aide de pots et de vis de serrage.

Les vis, situées en haut de colonnes, assurent le pré réglage de la force de serrage avant le laminage de la bobine. Celles-ci sont inactives pendant le laminage.

Les pots de serrage, situés en bas de cages, agissent sur le serrage pendant le laminage.

Un deuxième type d'effort résulte de la bande en traction en entrée et en sortie de chaque cage.

Ces efforts sont, la traction dérouleuse, les tractions intercages, la traction enrouleuse.

Des tractionmètres, situés en sortie de chaque cage, mesurent ces efforts de tractions.

1.1.4. Produits laminés

De façon générale les trains à froid sont susceptibles de travailler trois types de produits différents.

La Tôle Mince (TM), destinée à l'industrie automobile.

Le Fer Blanc (FB), destiné à la boîte alimentaire.

Le DWI (Draw Wall Iron) sous groupe du Fer Blanc, destiné à la boîte boisson.

La plupart des trains à froid dans le monde, et en particulier ceux de SOLLAC ne travaillent que l'un ou l'autre de ces produits (ou éventuellement deux sur les trois). Le train de MARDYCK est le seul train à travailler les trois produits à la fois.

Ces produits sont affectés de façon très différente par le broutage. Pour le site de MARDYCK le pourcentage de bobines touchées par le broutage est:

TÔLE MINCE	2 ‰
DWI	3 %
FER BLANC	13 %

Pour ces trois produits, les caractéristiques de fonctionnement sur une même cage sont sensiblement différentes et ceci pour les 5 cages du train.

Dans cette étude, nous nous sommes appuyés sur la "richesse" de la disparité de ces caractéristiques de fonctionnement sur chaque cage, pour confronter aux résultats expérimentaux les tendances données par le modèle que nous développerons dans le chapitre 3.

De façon générale, les caractéristiques principales des produits travaillés sur le train de MARDYCK sont:

- L'épaisseur entrée du train est typiquement située dans une fourchette allant de 2 à 3,2 mm.
- Les épaisseurs en sortie cage 5 se situent typiquement aux alentours de 800 μ m pour la Tôle Mince et à 250 μ m pour le Fer Blanc.
- La largeur des bobines peut être comprise entre 0,5 m et 1,930 m.
- Le poids maximum des bobines est de 42 tonnes.

1.1.5. Description d'une cage:

Pour comprendre le fonctionnement d'une cage de laminoir nous allons maintenant décrire les principaux éléments physiques constituant une cage de laminoir à froid. Ceux-ci sont représentés sur le schéma suivant:

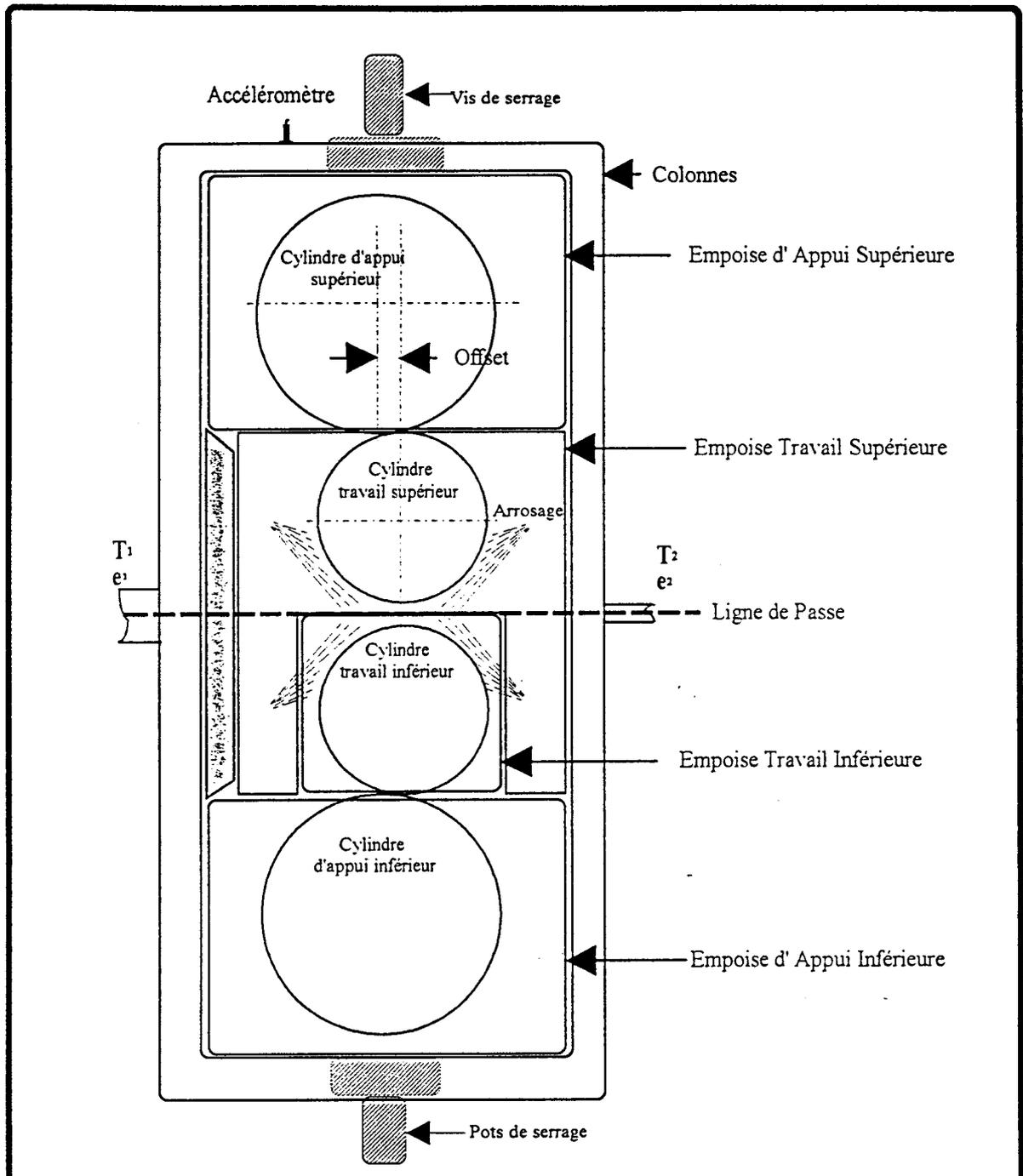


fig 1.2: Schéma simplifié d'une cage de laminoir quarto

L'ensemble des éléments constituant une cage est maintenu solidaire par une structure métallique: les colonnes.

A l'intérieur des colonnes, se trouvent les cylindres et les empoises de ces cylindres.

1.1.5.1. Cylindres

Une cage comporte quatre cylindres: deux cylindres de travail et deux cylindres d'appui.

- Les cylindres de travail sont montés sur roulements coniques, aussi bien côté moteur que côté opérateur.

La lubrification des roulements se fait par brouillard d'huile, chaque cage est équipée de sa propre centrale.

- Les cylindres d'appuis sont montés sur paliers à film d'huile. Une centrale gère les cages 1, 2, et 3, une seconde centrale lubrifie les paliers des cages 4 et 5.

Pour les faibles vitesses, cinq centrales de lubrification hydrostatique (une par cage) permettent de maintenir constante l'épaisseur du film d'huile dans les paliers.

Les fourchettes des diamètres cylindres appliquées depuis mars 96 sont les suivantes :

	Diamètre cylindre appui inférieur(mm)		Diamètre cylindres travail (mm)		Diamètre cylindre appui supérieur (mm)	
	Mini	Maxi	Mini	Maxi	Mini	Maxi
Cage 1	1502	1518	523	555	1437	1510
Cage 2	1489	1528	515	530	1445	1535
Cage 3	1474	1498	530	545	1430	1520
Cage 4	1469	1480	535	565	1425	1500
Cage 5 T.M	1450	1462	555	583	1405	1465
F.B	1430	1460	575	600	1405	1465

1.1.5.2. Empoises:

Les cylindres appui et travail doivent avoir à la fois un mouvement de translation et de rotation :

- Translation: pour permettre aux cylindres un mouvement vertical entre les colonnes.
- Rotation: pour entraîner la bande laminée.

Ceci est réalisé grâce à un ensemble mécanique appelé empoise. Les cylindres sont maintenus dans les colonnes par l'intermédiaire de ces empoises.

Les empoises des cylindres d'appuis forment chacune un élément mécanique indépendant.

Les empoises des cylindres de travail forment un bloc solidaire: l'empoise du cylindre de travail inférieure est imbriquée dans l'empoise de travail supérieure.

Sur les empoises d'appui et de travail, les surfaces verticales en contact, empoise travail inférieure-empoise travail supérieure; empoise travail supérieure-colonnes; empoises d'appui-colonnes, sont équipées de plaques démontables, dites plaques d'usure.

1.1.5.3. Lubrification et refroidissement des cylindres de travail

Contrairement à la plupart des trains équivalents dans le monde, la lubrification du train de Mardyck est de type recirculé.

Un mélange eau-huile est stocké dans des cuves. Ce mélange est maintenu mécaniquement en émulsion par des agitateurs.

Le lubrifiant est appliqué sur la bande en entrée et en sortie de chaque cage. La partie ne se fixant pas sur le produit laminé est récupérée dans les cuves pour être réappliquée sur la bande.

Le lubrifiant est constitué de 4 % d'huile d'origine animale, en émulsion dans de l'eau.

Le type d'huile utilisé est différent en Tôle Mince et en Fer Blanc.

Les buses d'arrosage supérieures et inférieures sont complètement symétriques par rapport à la bande.

Il est possible de piloter indépendamment l'arrosage au centre et sur les bords de la bande.

En cage 5, un arrosage fractionné permet de modifier la lubrification buse par buse.

Ce type de lubrification, dite en recirculée, est à opposer à un deuxième type de lubrification dite "en application directe".

Dans cette méthode, le mélange eau-huile de laminage est appliqué directement sur la bande et n'est pas récupéré pour être réutilisé.

Il n'existe pas d'étude à aujourd'hui permettant de mettre en évidence la supériorité technique de l'un ou l'autre type d'application.

Le choix du type d'application est avant tout commercial.

1.1.5.4. Définition des caractéristiques et des paramètres de fonctionnement d'une cage

L'ensemble des paramètres permettant de définir un point de fonctionnement sur une cage est:

- e_1 : épaisseur d'entrée d'une cage.
- e_2 : épaisseur sortie d'une cage.
- f : frottement à la liaison bande-cylindre.
- $\sigma_{s(x)}$: loi de variation du seuil d'écoulement du matériel caractérisant la dureté du produit.
- T_1 : traction en entrée de la cage.
- T_2 : traction en sortie de la cage.
- L : largeur de la bande.
- R : rayon des cylindres de travail.
- v_{cyl} : vitesse linéaire des cylindres de travail.
- φ_n : position du point neutre dans l'intercylindre.
- g : glissement bande-cylindre.
- F : force de serrage.
- C_1 : couple de laminage exercé sur un cylindre de travail.
- P_{mot} : puissance fournie par les moteurs.
- s : serrage de la cage.

-Les grandeurs F , g , C_1 , se calculent à l'aide des paramètres e_1 , e_2 , f , σ_s , T_1 , T_2 , R , L , φ_n .

-La position du point neutre dans l'intercylindre, φ_n , se calcule à l'aide des paramètres e_1 , e_2 , f , $\sigma_{s(x)}$, T_1 , T_2 , R , L .

*Connaissant C_1 et v_{cyl} on peut calculer P_{mot} .

*La courbe de cépage (voir paragraphe 1.1.7.2.) permet, connaissant e_2 et F , de déterminer le serrage s de la cage.

Par conséquent, les caractéristiques permettant de déterminer l'ensemble des paramètres déterminant le fonctionnement d'une cage sont e_1 , e_2 , f , σ_s , T_1 , T_2 , R , L , v_{cyl} .

-Une relation couramment utilisée en laminage, relie l'épaisseur entrée et l'épaisseur sortie d'une cage. Cette relation s'écrit:

$$\boxed{\text{réd} = \frac{e_1 - e_2}{e_1}} \quad 1.1.5.4.$$

ou encore $e_2 = (1 - \text{réd})e_1$

Les caractéristiques, e_1 , réd , f , σ_s , T_1 , T_2 , R , L , v_{cyl} , que nous appellerons par la suite, caractéristiques de fonctionnement d'une cage, permettent de déterminer l'ensemble des paramètres définissant le point de fonctionnement d'une cage.

1.1.6. Description de l'emprise cylindres

Pour désigner la partie de la bande se trouvant prise entre les cylindres de travail supérieurs et inférieurs on utilisera indifféremment les termes d'emprise cylindres et d'intercylindres.

En arrivant dans l'emprise cylindres, la bande est soumise aux efforts suivants:

- Un premier type d'effort, compressif, dont la direction privilégiée est la verticale. Cet effort est appliqué par l'intermédiaire des pots et vis de serrage.

Localement cet effort peut se décomposer en un effort normal et un effort tangentiel, l'effort tangentiel représentant les efforts de scissions dûs aux frottements au contact bande cylindre.

-un deuxième type d'effort résulte de la bande en traction en entrée et en sortie de chaque cage. Ceci applique sur la bande, dans l'emprise cylindre, des efforts de traction et contre-traction.

En sortie de cylindre, la bande est soumise à un effort de traction T_2 .

En entrée cylindre, la bande est soumise à un effort de contre-traction T_1 .

La bande rentre dans l'emprise cylindre avec une vitesse v_1 .

Elle ressort à une vitesse v_2 ($v_2 > v_1$).

Entrée d'emprise:

Dans une première partie de l'intercylindre, la vitesse de la bande est inférieure à la vitesse des cylindres. Ce sont les cylindres qui entraînent la bande.

Les efforts de frottement exercés par les cylindres sur la bande sont moteurs.

La bande est soumise à une accélération positive, sa vitesse augmente.

Point neutre :

Arrivée à un point dit "point neutre", la vitesse de la bande est égale à la vitesse des cylindres.

En ce point, le glissement relatif entre la bande et les cylindres est nul.

Sortie d'emprise:

Après le point neutre la vitesse de la bande continue d'augmenter.

La vitesse du métal laminé est supérieure à celle des cylindres.

Les efforts de frottement exercés par les cylindres sur la bande sont résistants.

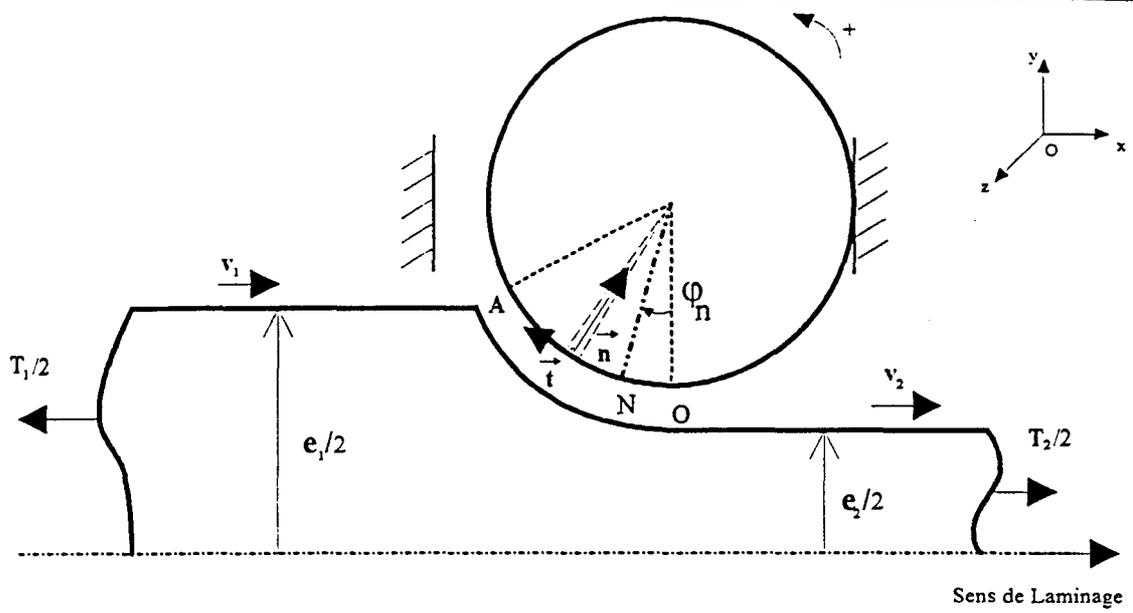
C'est la bande qui entraîne les cylindres.

Le sens des efforts tangentiels à la bande change de part et d'autre du point neutre.

La bande rentre avec une épaisseur e_1 .

En sortie elle a une épaisseur e_2 ($e_2 < e_1$).

Les grandeurs et les efforts que nous venons de décrire sont représentés sur les schémas "Efforts s'exerçant dans l'emprise cylindre avant le point neutre" et " Efforts s'exerçant dans l'emprise cylindre après le point neutre "de la page suivante:



Efforts s'exerçant dans l'emprise cylindres avant le Point Neutre

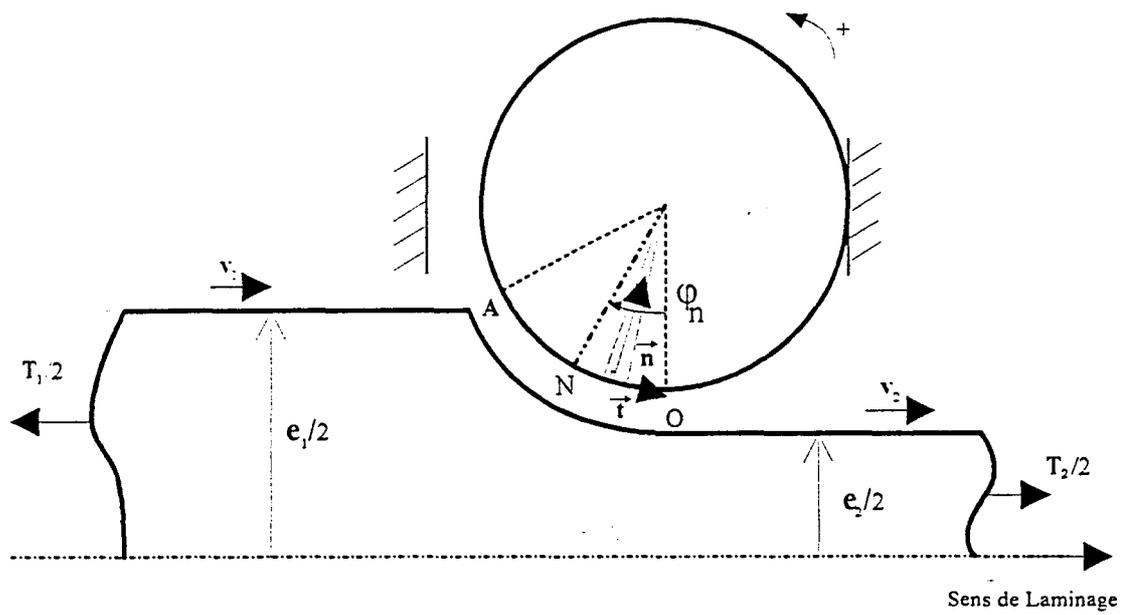


Fig 1.3: Efforts s'exerçant dans l'emprise cylindres après le Point Neutre

1.1.7. Régulations d'épaisseur

1.1.7.1. Loi des débits

Une loi fondamentale en laminage à froid permet d'expliquer le principe de la réduction d'épaisseur du métal dans une cage et donc dans le laminoir: la loi des débits [ESP 85].

En passant dans l'intercylindre, le métal subit une déformation plastique.

Si on isole un tronçon de bande de longueur dx , sa déformation se traduit par une diminution de son épaisseur et une augmentation de sa longueur dx .

En laminage à froid, on a pu vérifier, indépendamment de ce travail de recherche, que les variations de largeur de la bande sont inférieures au 1%. Ces variations sont donc physiquement négligeables. La totalité de la diminution de l'épaisseur de la bande se traduit par un allongement de ce tronçon.

La température de la bande en sortie de laminoir se situe typiquement aux alentours de 150°C. Bien que l'écroûissage de la bande se traduise en partie par un échauffement de celle-ci, celui-ci est suffisamment faible en laminage à froid pour que les effets de dilatation thermique puissent être négligés.

La conservation de la matière implique donc, que lors de l'écroûissage d'un tronçon de métal dx , il y ait conservation de son volume.

Soit τ , le temps de transfert d'un même tronçon de bande d'une position x_1 à une position x_2 .

On peut écrire :

LOI des DEBITS

$$e_1(t) \cdot v_1(t) = e_2(t+\tau) \cdot v_2(t+\tau)$$

1.1.7.1.1

Avec: $v_{1(t)}$: vitesse de la bande à l'instant t .

$v_{2(t+\tau)}$: vitesse de la bande à l'instant $t + \tau$.

$e_1(t)$: épaisseur de la bande à l'instant t à la position x_1 .

$e_{2(t+\tau)}$: épaisseur de la bande à l'instant $(t + \tau)$ à la position x_2 .

Soit τ_n : temps de transit d'une portion de bande dx de l'entrée cage 1 à la sortie de la cage n .
Pour les cinq cages d'un train, la loi des débits s'écrit:

$$e_{0(t)} \cdot v_{0(t)} = e_{1(t+\tau_1)} \cdot v_{1(t+\tau_1)} = e_{2(t+\tau_2)} \cdot v_{2(t+\tau_2)} = e_{3(t+\tau_3)} \cdot v_{3(t+\tau_3)} = e_{4(t+\tau_4)} \cdot v_{4(t+\tau_4)} = e_{5(t+\tau_5)} \cdot v_{5(t+\tau_5)}$$

1.1.7.1.2.

avec: $e_0(t)$: épaisseur de la bande en entrée de laminoir à l'instant t .

$v_0(t)$: vitesse de la bande en entrée de laminoir à l'instant t .

$e_n(t+\tau_n)$: épaisseur de la bande à la sortie de la cage n à l'instant τ_n .

$v_n(t+\tau_n)$: vitesse de la bande à la sortie de la cage n à l'instant τ_n .

La loi des débits montre que l'on peut réguler l'épaisseur de sortie d'une cage, en faisant varier la vitesse de sortie de la bande. C'est ce que l'on fait en faisant varier la vitesse des cylindres de travail [MIE 95].

==> *La vitesse cylindre est un premier actionneur permettant de réguler l'épaisseur de la bande en sortie de laminoir.*

1.1.7.2. Courbe de cé dage.

Une deuxième façon de réguler l'épaisseur est d'agir directement sur celle-ci. C'est ce qui est fait par le serrage.

Une relation relie la force de serrage sur une cage, à l'épaisseur sortie de cette même cage. Cette relation est donnée par le cé dage de la cage [FRO 89].

Cette relation s'écrit:

$$F = (e_2 - s) \cdot m \quad 1.1.7.2.1.$$

avec: s : serrage de la cage

m : module de cé dage de la cage.

Le serrage de la cage, s , est une grandeur définie par la position des pots et vis de serrage, par rapport à un zéro. Ce zéro correspond à la position des pots et des vis de serrage, au moment où, avant le laminage de la bobine, et sans bande dans l'emprise cylindre, les cylindres de travail supérieurs et inférieurs arrivent en contact.

Une variation des pots ou des vis de serrage par rapport à ce zéro consistant à serrer la cage, se traduit par une valeur de s négative.

Dans la relation précédente, la grandeur s correspondant au serrage de la cage est une grandeur négative.

Sur une cage, le module de cé dage, dépendant des raideurs des différents éléments mécaniques d'une cage, est une grandeur connue.

Connaissant les paramètres de fonctionnement e_1 , e_2 , f , σ_s , T_1 , T_2 , R , L , données connues pour chaque cage, on calcule F .

La relation 1.1.7.2.1. permet, connaissant l'épaisseur de sortie voulue sur une cage, de déterminer le serrage, s , nécessaire pour obtenir cette épaisseur de sortie.

En dynamique, la relation 1.1.7.2.1. peut s'écrire:

$$dF = (de_2 - ds) \cdot m \quad 1.1.7.2.2.$$

soit encore pour une épaisseur de sortie visée ($de_2 = 0$)

$$dF = -ds \cdot m \quad 1.1.7.2.3.$$

Cette relation, permet, connaissant une variation d'épaisseur entrée, que l'on souhaite corriger en sortie d'une cage, en calculant dF , de déterminer la variation de serrage nécessaire pour obtenir l'épaisseur voulue en sortie de cage.

Le serrage de la cage est le deuxième actionneur permettant de réguler l'épaisseur sur un train à froid [MIE 95].

Pour réguler l'épaisseur en sortie d'un train à froid, on dispose de deux actionneurs: la vitesse cylindres et le serrage.

1.7.3.3. Position des régulations d'épaisseur sur un train à froid

La relation 1.1.7.1.2. permet d'écrire:

$$e_{0(t)} \cdot v_{0(t)} = e_{1(t+\tau_1)} \cdot v_{1(t+\tau_1)} = e_{5(t+\tau_5)} \cdot v_{5(t+\tau_5)}$$

1.7.3.3.

Cette relation montre, que l'épaisseur sortie d'un train, dépend des produits épaisseur-vitesse en entrée de train, en sortie de cage 1, et en sortie de la cage 5, et en particulier, que l'épaisseur sortie de train est indépendante des produits épaisseur-vitesse des cages intermédiaires d'un train [SIL 93].

Les régulations d'épaisseur sur un train se trouvent en cage 1 et en cage 5.

1.2. MODELISATION DE L'EMPRISE CYLINDRES

1.2.1. Introduction

Notre modèle permettant de simuler le fonctionnement d'une cage nécessite de disposer d'un outil qui permette, connaissant l'épaisseur entrée (e_1) d'une cage, l'épaisseur sortie (e_2), les tractions intercages, le rayon des cylindres, la largeur de la bande, les lois de frottement et de variation du seuil d'écoulement dans l'intercylindre, de pouvoir calculer les grandeurs de fonctionnement:

- Position du point neutre dans l'intercylindre (φ_N)
- Glissement bande-cylindre (g)
- Force de serrage (F)
- Couple de laminage (C_1).

Nous allons expliciter les calculs développés ayant permis de bâtir cet outil modélisant l'emprise cylindre, qui a permis d'arriver aux grandeurs qui nous intéressent.

1.2.2. Présentation générale des modèles de laminage

Les modèles de laminage à froid visent l'analyse des phénomènes se produisant dans la bande dans l'emprise des cylindres.

Pour bâtir ces modèles de connaissance, on doit faire appel à des notions de mécanique, de plasticité, d'élasticité et procéder à un certain nombre d'hypothèses physiques ou mathématiques.

Toutes ces méthodes nécessitent l'introduction de certaines données :

- les caractéristiques de laminage: rayon des cylindres de travail, épaisseurs entrée-sortie, tractions intercages.
- la loi d'évolution de la contrainte d'écoulement dans l'intercylindre.
- la loi de frottement à l'interface tôle-cylindres.

Les calculs permettent alors, à l'aide du modèle d'emprise choisi, d'obtenir les valeurs du glissement, de la force de serrage et du couple de laminage.

Plusieurs méthodes d'analyse sont utilisées.

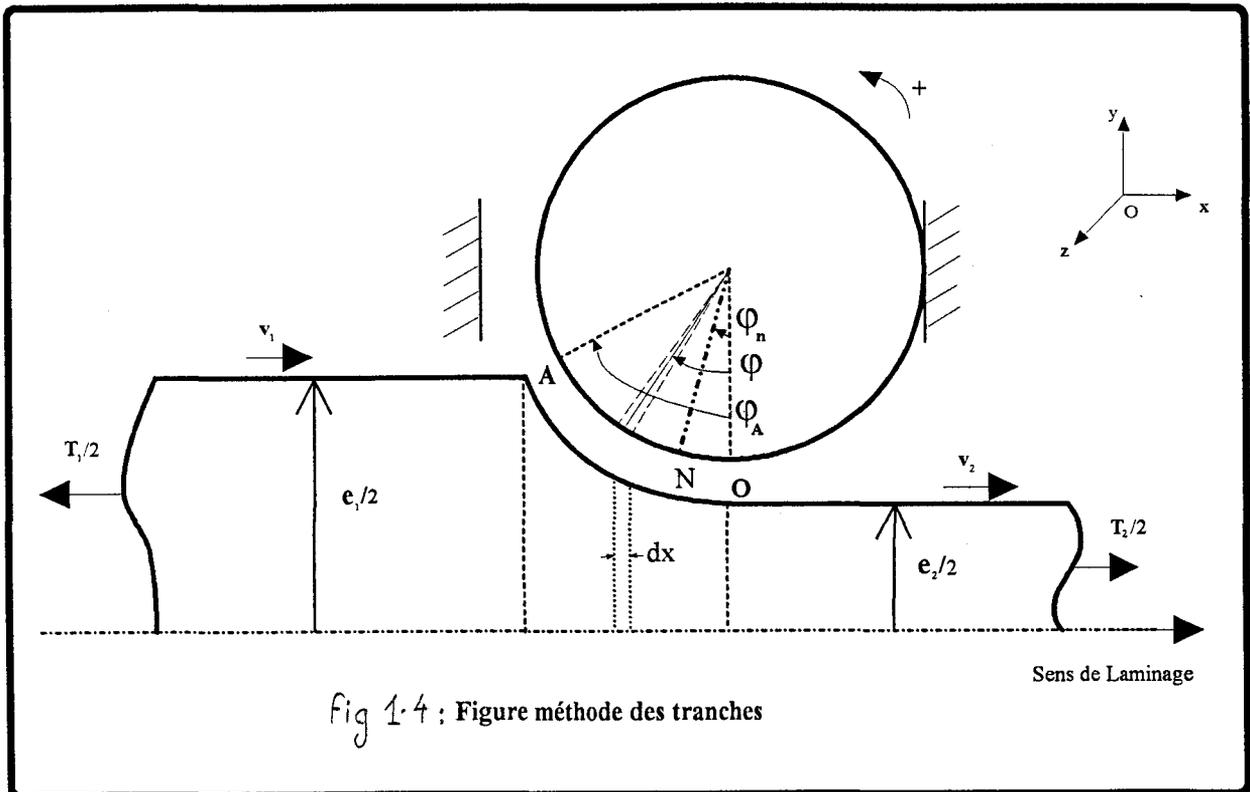
Parmi les méthodes utilisées, on peut citer :

- la méthode des tranches
- la méthode de la borne supérieure
- la méthode des lignes de glissement
- la méthode des éléments finis

La méthode que nous avons utilisée est celle de la méthode des tranches. Celle-ci, aujourd'hui couramment utilisée pour modéliser, en laminage à froid, la partie de la bande dans l'emprise cylindre, est reconnue pour donner de bons résultats [HEU 89].

1.2.3. Présentation de la méthode des tranches:

La méthode dite méthode des tranches, consiste à découper la partie de la bande prise dans l'intercylindre, en tranches élémentaires de longueur dx . On considère que les scissions entre ces différentes tranches sont négligeables. On effectue le bilan des forces s'exerçant sur un tronçon élémentaire. La sommation sur toute la longueur de l'arc de contact permet d'arriver aux grandeurs qui nous intéressent (voir figure: méthode des tranches).



La tôle laminée se présente à l'entrée de la cage avec une épaisseur d'entrée e_1 et est réduite à une épaisseur e_2 ($e_2 < e_1$).

La bande a une largeur L ($L \gg e_1$).

En amont de la cage la tôle est soumise à un effort de contre traction T_1 , en aval à une traction de sortie T_2 .

La bande a une vitesse d'entrée v_1 et ressort à une vitesse v_2 ($v_2 > v_1$).

A l'interface matière laminée-cylindre de travail, les deux matières n'allant pas à la même vitesse, il existe un glissement relatif.

Dans la première partie de l'emprise, la vitesse de la bande est inférieure à la vitesse des cylindres. Les efforts de frottements exercés par les cylindres sur la bande sont donc moteurs.

Arrivée à un point, dit point neutre (N), la vitesse de la bande est égale à la vitesse du cylindre.

A cet endroit le glissement bande-cylindre est nul.

Dans la deuxième partie de l'emprise la bande va plus vite que les cylindres. Les efforts de frottements exercés sur la bande sont donc résistants.

1.2.4. Modèle de frottement:

Pour définir les contraintes s'exerçant à la liaison bande-cylindres, il est nécessaire de définir une loi caractérisant les frottements s'exerçant à la liaison bande-cylindres.

Plusieurs lois peuvent schématiser ce frottement:

- modèle de Coulomb
- de Tresca
- d'Orowan
- de Newton
- de Norton Hoff.

La loi de Coulomb est généralement employée et permet de modéliser correctement le frottement au niveau local en laminage à froid [REY 89]. Celle-ci a été utilisée pour notre modèle d'emprise.

1.2.5. Hypothèses utilisées:

Pour modéliser l'emprise cylindre les hypothèses suivantes ont été faites:

- * L'opération se fait en déformation plane; il n'y a pas de variation de largeur de la tôle.
- * On suppose que les contraintes tangentielles de frottement au contact matière cylindre ne perturbent pas les contraintes au sein de la tranche, où les axes \bar{x} et \bar{y} sont les axes principaux du tenseur des contraintes et des déformations.
- * Le frottement local matière-cylindres est modélisé par le modèle de Coulomb ($\vec{\tau} = f\vec{n}$)
- * Les efforts de traction et contre-traction génèrent des contraintes uniformes de traction t_2 et t_1 respectivement en sortie et en entrée d'emprise.
- * Le matériau laminé obéit au critère de Von-Mises.

1.2.6. Equations de base :

Une tranche élémentaire est soumise aux contraintes suivantes :

- frottement τ sur les bords de la tranche
- contrainte p , réaction normale aux cylindres
- actions des tranches voisines représentées par des contraintes horizontales $\sigma(x)$ et $\sigma(x+dx)$.

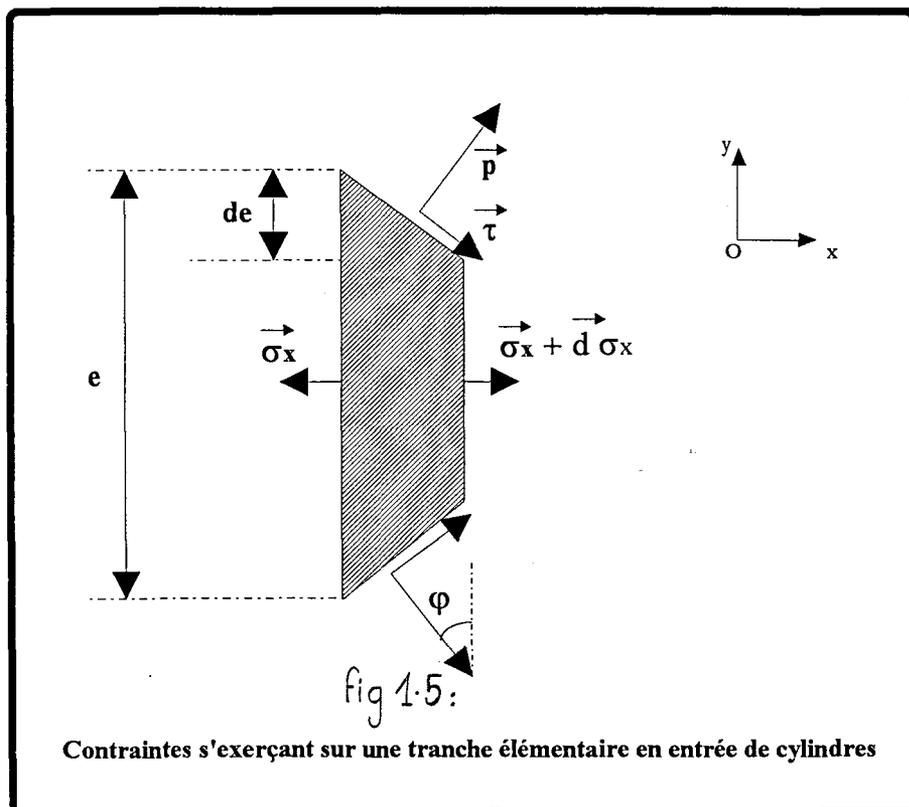
Pour arriver aux grandeurs qui nous intéressent (force de serrage F , couple de laminage C_1 , position du point neutre φ_N , glissement g) il est nécessaire de connaître l'expression analytique de la contrainte verticale σ_y s'exerçant sur un tronçon élémentaire de bande. Les développements qui suivent ont pour but le calcul de σ_y , permettant d'arriver aux expressions de F , C_1 , φ_N et g .

1.2.6.1 Expression de la contrainte horizontale exercée sur un tronçon élémentaire de bande ($\sigma_{(x)}$)

L'équilibre de la tranche sur Ox s'écrit :

a) En entrée : $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$

Les contraintes s'exerçant sur une tranche élémentaire en entrée de cylindres sont représentées sur la figure suivante:



On peut écrire:

$$-\sigma_x \cdot e \cdot L + (\sigma_x + d\sigma_x) (e + de) \cdot L + 2 \cdot (p \sin \varphi + \tau \cos \varphi) \frac{dx}{\cos \varphi} \cdot L = 0$$

En entrée, le frottement tôle-cylindre étant moteur, du fait des orientations choisies, on peut écrire :

$$\tau = f \cdot |p| = -f \cdot p$$

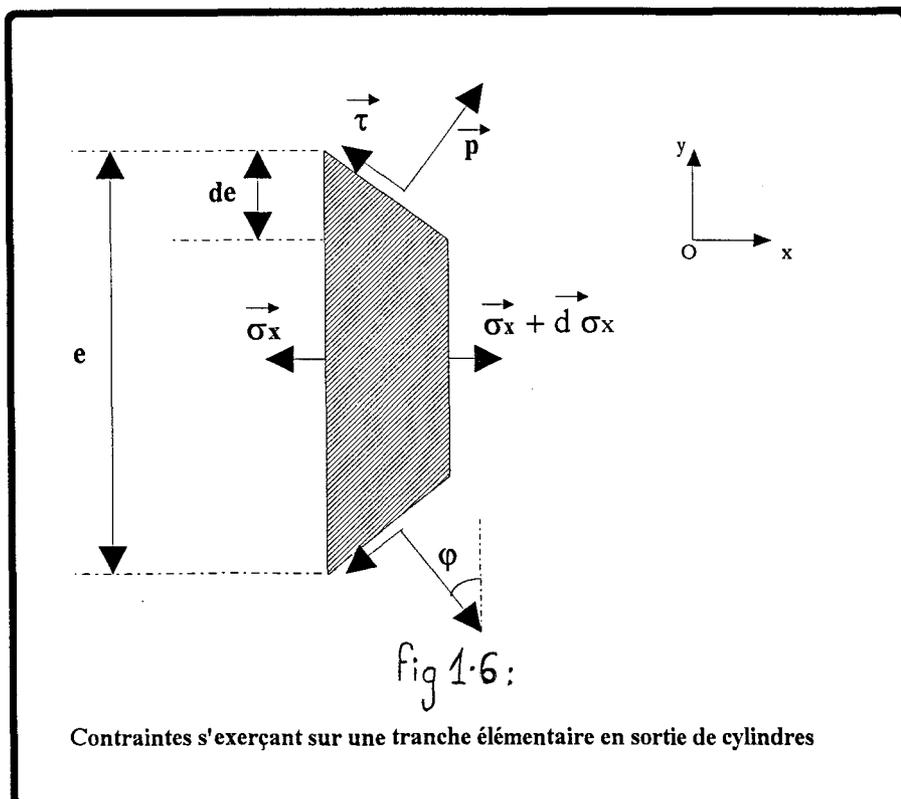
Remarque: Les efforts verticaux exercés sur la bande étant compressifs, p est négatif.

En négligeant les infiniment petits du second ordre, on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_x \cdot de + e d\sigma_x + 2p(-f + tg\varphi) dx &= 0 \\ \varphi \in [\varphi_N, \varphi_A] \end{aligned}} \quad 1.2.6.1.1.$$

b) En sortie: $\varphi \in [0, \varphi_N]$

Les contraintes s'exerçant sur une tranche élémentaire en sortie de cylindres sont représentées sur le schéma suivant:



En aval du point neutre, les cylindres du laminoir freinent la sortie de la matière. τ est physiquement orienté comme choisi sur la figure.

Le frottement s'exerçant sur la bande est résistant.

$$\tau = -f \cdot p$$

De la même façon que précédemment on obtient :

$$\boxed{\sigma_x \cdot de + e \cdot d\sigma_x + 2p(f + tg\varphi) dx = 0} \quad 1.2.6.1.2.$$

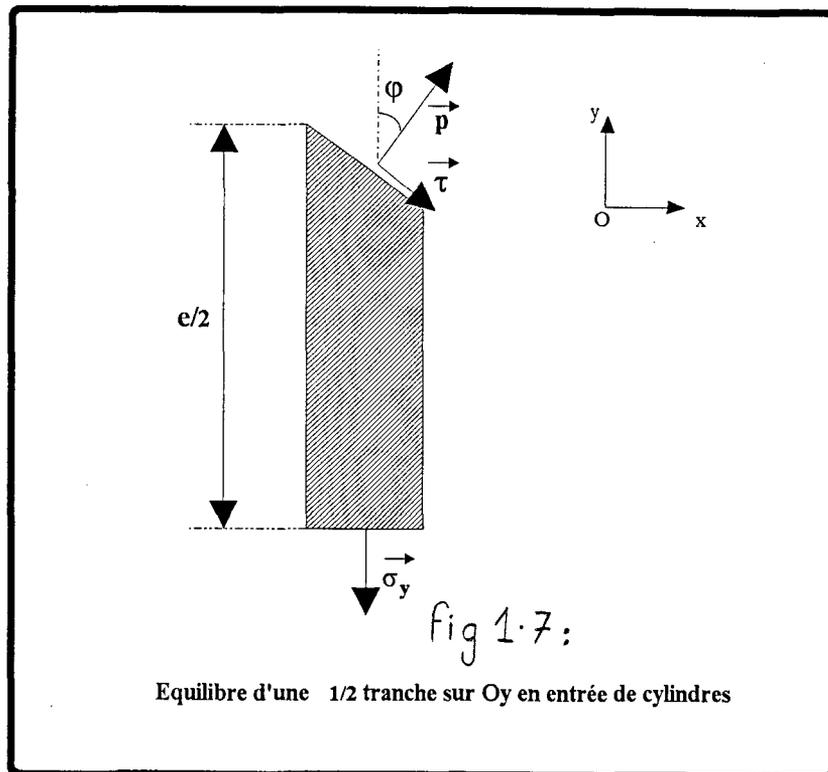
$$\boxed{\varphi \in [0, \varphi_N]} \quad \text{avec } p < 0$$

1.2.6.2. Expression de la contrainte verticale exercée sur un tronçon élémentaire de bande ($\sigma_{(y)}$)

L'équilibre d'une demi-tranche suivant Oy s'écrit:

a) En entrée : $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$

Les contraintes s'exerçant sur une tranche élémentaire en entrée de cylindre, sur l'axe Oy, sont représentées sur le schéma suivant:



En projetant sur l'axe Oy, on peut écrire:

$$-\sigma_y dx L + p \cos \varphi \frac{dx}{\cos \varphi} L - \tau \sin \varphi \frac{dx}{\cos \varphi} L = 0$$

$$\tau = -f \cdot p$$

⇒

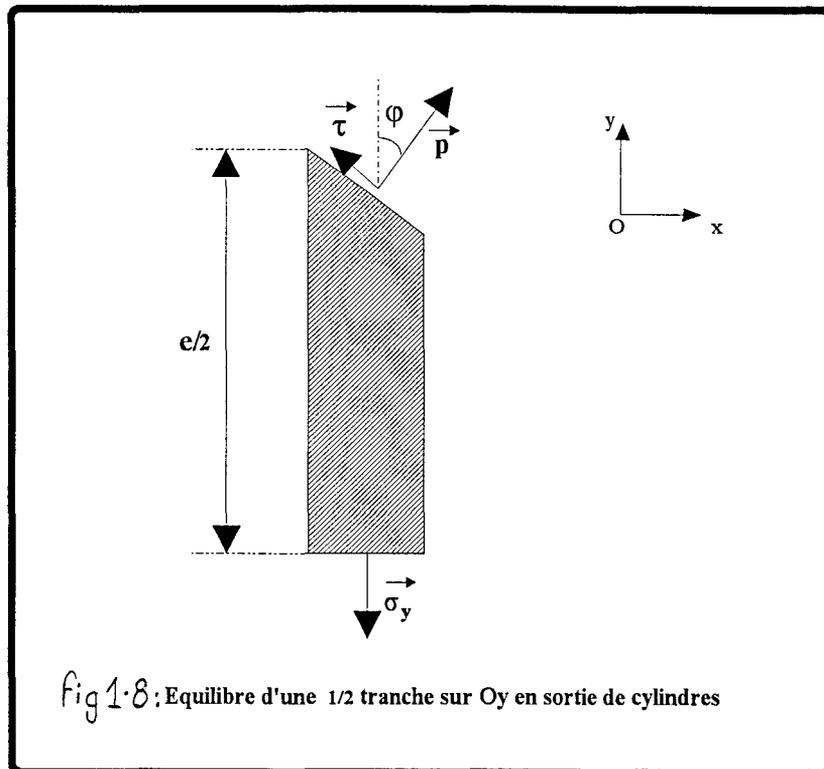
$$\boxed{-\sigma_y + p(1 + f \operatorname{tg} \varphi) = 0} \quad 1.2.6.2.1.$$

$$\boxed{\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]}$$

Remarque: p étant négatif (effort compressif), σ_y est négatif.

b) en sortie: $\varphi \in [0, \varphi_N]$

Les contraintes s'exerçant sur une tranche élémentaire en sortie de cylindres, sur l'axe Oy, sont représentées sur le schéma suivant:



$$-\sigma_y dx L + p \cos \varphi \frac{dx}{\cos \varphi} L + \tau \sin \varphi \frac{dx}{\cos \varphi} L = 0$$

$$\tau = -f \cdot p$$

⇒

$$\boxed{-\sigma_y + p(1 - f \operatorname{tg} \varphi) = 0} \quad 1.2.6.2.2.$$

$$\boxed{\varphi \in [0, \varphi_N]}$$

Approximations:

*Quelles que soient les cages étudiées, le coefficient de frottement f est toujours strictement inférieur à 0,3.

*D'autre part, $tg\varphi \leq tg\varphi_A < 0,1$

$$\Rightarrow f \cdot tg\varphi < 0,03$$

On peut négliger $f \cdot tg\varphi$ devant 1. Les équations précédentes peuvent se simplifier pour donner une seule et même équation en entrée comme en sortie:

$$\boxed{\sigma_Y \cong p \quad \forall \quad \varphi \in [0, \varphi_A]} \quad 1.2.6.2.3.$$

1.2.6.3. Relations entre σ_X et σ_Y :

Soit $\sigma_{s(x)}$: contrainte d'écoulement du matériel laminé au point d'abscisse x .

Le critère de Von Mises en déformation plane se traduit par [ADI 89]:

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 = \frac{4}{3} \sigma_{s(x)}^2$$

σ_Y étant inférieur à σ_x , on peut lever l'indétermination du signe de $\sigma_X - \sigma_Y$ et l'on peut écrire :

$$\boxed{\sigma_X - \sigma_Y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(x)}} \quad 1.2.6.3.1.$$

Bilan des équations:

Les équations permettant d'accéder au calcul de σ_Y sont donc:

$$\boxed{\begin{array}{l} \sigma_X \cdot de + ed\sigma_X + 2p(\pm f + tg\varphi) dx = 0 \\ \sigma_Y \cong p \\ \sigma_X - \sigma_Y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(x)} \end{array}} \quad 1.2.6.3.2.$$

- en entrée $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$

+ en sortie $\varphi \in [0, \varphi_N]$

On voit que de ce système d'équations, (e , f , et $tg\varphi$ étant des données connues), il est possible d'accéder à la grandeur σ_y qui nous intéresse.

Néanmoins, pour ce faire, il est nécessaire de connaître le seuil d'écoulement $\sigma_{s(x)}$ du matériel laminé, en chaque point d'abscisse x .

Il est nécessaire d'utiliser une loi d'écrouissage permettant d'explicitier la grandeur $\sigma_{s(x)}$.

1.2.7. Loi d'écrouissage utilisée

Le matériel laminé n'est pas parfaitement plastique. Le seuil d'écoulement dépend alors de la déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}_p$ et varie constamment le long d'un même intercylindre.

Il est donc nécessaire d'utiliser une loi de la forme $\sigma_{s(x)} = g(\bar{\varepsilon}_p(x))$ avec g la loi d'écrouissage du matériel laminé.

La loi utilisée dans ce modèle d'emprise est celle mise au point par l'IRSID [BAS 89] et qui tourne dans le modèle SMATCH utilisé dans le prééclage du train à froid de Sollac Mardyck.

Cette loi est de la forme: $\sigma_{s(x)} = (A + B\bar{\varepsilon}_{p(x)}) (1 - C \exp(-D\bar{\varepsilon}_{p(x)}))$

Sauf pour le tout début de l'emprise en Cage 1, le terme $C \exp(-D\bar{\varepsilon}_{p(x)})$ est complètement négligeable devant 1. Cette approximation, au maximum de l'ordre de 1 pour mille, est donc parfaitement légitime.

La loi d'écrouissage que nous avons utilisée dans le modèle d'emprise est donc de la forme :

$$\boxed{\sigma_{s(x)} = A + B\bar{\varepsilon}_{p(x)}} \quad 1.2.7.1.$$

avec $\bar{\varepsilon}_{p(x)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \log \frac{e_0}{e_{(x)}}$

avec $e_0 =$ épaisseur de la tôle en entrée du train
 $e_{(x)} =$ épaisseur de la tôle à la position x considérée

Les coefficients A et B sont des constantes propres à chaque nuance d'acier travaillée sur le laminoir. Ceux-ci sont caractérisés pour chaque bobine travaillée et sont renseignés dans la base de données du laminoir à froid de Mardyck.

1.2.8. Calcul de la contrainte verticale exercée sur le matériel laminé ($\tau_y(\varphi)$):

Le système à résoudre s'écrit:

$$\begin{cases} \sigma_x \cdot de_{(x)} + e_{(x)} d\sigma_x + 2p (\pm f + tg\varphi) dx = 0 & (1) \\ \sigma_y \cong p & (2) \\ \sigma_x - \sigma_y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s(x) & (3) \end{cases}$$

On choisit φ comme variable principale. On va exprimer x et e en fonction de φ :
On peut écrire:

$$\begin{aligned} x_{(\varphi)} &= -R \sin \varphi \\ \Rightarrow dx_{(\varphi)} &= -R \cos \varphi \cdot d\varphi \end{aligned}$$

De la même façon on peut écrire:

$$\begin{aligned} e_{(\varphi)} &= e_2 + 2 \cdot (R - R \cos \varphi) = e_2 + 2R(1 - \cos \varphi) \\ \Rightarrow de_{(\varphi)} &= 2R \sin \varphi d\varphi \end{aligned}$$

Toutes les variables du système d'équations s'expriment alors en fonction de φ .

$$(3) \Rightarrow \sigma_x = \sigma_y + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s(\varphi) \quad (3')$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{d\sigma_x}{d\varphi} &= \frac{d\sigma_y}{d\varphi} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{d\sigma_s(\varphi)}{d\varphi} = \frac{d\sigma_y}{d\varphi} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{d}{d\varphi} \left(A + B \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \log \frac{e_{\tan \varphi}}{e_{(\varphi)}} \right) \\ &= \frac{d\sigma_y}{d\varphi} - \frac{4}{3} \cdot B \frac{d}{d\varphi} (\log e_{(\varphi)}) = \frac{d\sigma_y}{d\varphi} - \frac{4}{3} B \cdot \frac{2R \sin \varphi}{e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d\sigma_x = d\sigma_y - \frac{4}{3} B \cdot \frac{2R \sin \varphi}{e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)} \cdot d\varphi \quad (4)$$

En reportant (2), (3') et (4) ainsi que les expressions de $dx_{(\varphi)}$, $e_{(\varphi)}$ et $de_{(\varphi)}$ dans (1) on obtient:

$$\left[\sigma_y + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s(\varphi) \right] \cdot 2R \sin \varphi d\varphi + [e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)] \cdot \left(d\sigma_y - \frac{4B}{3} \frac{2R \sin \varphi d\varphi}{e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)} \right) - 2\sigma_y (\pm f + tg\varphi) R \cos \varphi d\varphi = 0$$

Soit encore:

$$\frac{d\sigma_Y}{d\varphi} - \pm \frac{2fR \cos \varphi}{e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)} \cdot \sigma_Y = \frac{-4R}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_{S(\varphi)} \cdot \sin \varphi}{e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)} - \frac{2B}{\sqrt{3}} \frac{\sin \varphi}{e_2 + 2R(1 - \cos \varphi)} \right) \quad 1.2.8.1.$$

avec
$$\sigma_{S(\varphi)} = A + B\varepsilon_{(\varphi)}$$

Pour arriver à la grandeur σ_Y qui nous intéresse, il est nécessaire de résoudre cette équation différentielle.

On ne peut pas résoudre directement celle-ci de façon analytique. Néanmoins φ étant petit, on peut linéariser à l'ordre 1

$$\begin{aligned} \sin \varphi &\cong \varphi \\ \cos \varphi &\cong 1 \end{aligned}$$

$\sigma_{S(\varphi)}$ devient égale à une constante que l'on notera σ_{S2} .

Cette constante correspond à la valeur du seuil d'écoulement en sortie d'emprise. On arrive donc à l'équation:

$$\frac{d\sigma_Y}{d\varphi} - \pm \frac{2fR}{e_2} \sigma_Y = \frac{-4R}{\sqrt{3}e_2} \left(\sigma_{S2} - \frac{2B}{\sqrt{3}} \right) \cdot \varphi \quad 1.2.8.2.$$

Celle-ci est une équation différentielle du premier ordre, à coefficients constants, avec second membre.

La solution générale est la somme de l'équation sans second membre et de la solution particulière.

1.2.8.1. Equation sans second membre

La solution est de la forme:

$$\sigma_Y = C \exp \left[\pm \frac{2fR}{e_2} \cdot \varphi \right]$$

1.2.8.2. Solution particulière

On recherche la solution de l'équation différentielle complète par la méthode de la variation de la constante.

La solution particulière est de la forme:

$$\sigma_{Y(\varphi)} = C(\varphi) \cdot \exp\left(\frac{\pm 2fR}{e_2} \varphi\right)$$

d'où

$$\frac{d\sigma_Y}{d\varphi} = C'_{(\varphi)} \exp\left(\pm \frac{2fR}{e_2} \cdot \varphi\right) + \pm \frac{2fR}{e_2} C_{(\varphi)} \exp\left(\frac{\pm 2fR}{e_2} \cdot \varphi\right)$$

On reporte les expressions de $\sigma_Y(\varphi)$ et $\frac{d\sigma_Y}{d\varphi}$ dans l'équation différentielle générale avec second membre.

$$\text{On pose } \sigma_{s2*} = \sigma_{s2} - \frac{2B}{\sqrt{3}}$$

il découle:

$$C'_{(\varphi)} \exp\left(\frac{\pm 2fR}{e_2} \cdot \varphi\right) = \frac{-4}{\sqrt{3}} \frac{R}{e_2} \sigma_{s2*} \cdot \varphi$$

$$\Leftrightarrow C'_{(\varphi)} = \frac{-4}{\sqrt{3}} \frac{R}{e_2} \sigma_{s2*} \cdot \varphi \cdot \exp\left(-\frac{\pm 2fR}{e_2} \cdot \varphi\right)$$

En intégrant par partie on arrive à l'expression de $C_{(\varphi)}$:

$$C_{(\varphi)} = \frac{2\sigma_{s2*}}{\sqrt{3}} \cdot \left[\pm \frac{1}{f} \cdot \varphi + \frac{e_2}{2f^2R} \right] \exp\left(-\frac{\pm 2fR}{e_2} \cdot \varphi\right) + cste$$

d'où la solution particulière:

$$\boxed{\sigma_{y(\varphi)p} = C_{(\varphi)} \cdot \exp\left(\pm \frac{2fR\varphi}{e_2}\right) = \frac{2\sigma_{s2*}}{\sqrt{3}} \cdot \left[\pm \frac{1}{f} \cdot \varphi + \frac{e_2}{2f^2R} \right]} \quad 1.2.8.2.$$

1.2.8.3. Solution générale

Celle-ci est la somme de la solution de l'équation différentielle sans second membre et de la solution particulière.

On a donc:

$$\sigma_Y = K \exp\left(\pm \frac{2fR}{e_2} \cdot \varphi\right) + \pm \frac{2\sigma_{S2*}}{\sqrt{3}f} \cdot \varphi + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S2*} \frac{e_2}{2f^2R}$$

$$\text{et } \sigma_X = \sigma_Y + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S(\varphi)}$$

- en entrée $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$
+ en sortie $\varphi \in [0, \varphi_N]$

1.2.8.3

On a donc deux équations pour σ_Y .

L'une valable en entrée de l'emprise, de $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$.

L'autre, valable en aval du point neutre, de $\varphi \in [0, \varphi_N]$.

La constante d'intégration doit être déterminée pour le côté entrée et pour le côté sortie.

1.2.8.3.1. Calcul de la constante d'intégration côté entrée

Côté entrée: signe -, $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$.

Avant le passage de la bande entre les cylindres, la contrainte de traction σ_X exercée sur la bande est égale à t_1 .

Soit K_1 , la valeur de la constante K en entrée de l'emprise.

Soit σ_{S1} , la valeur du seuil d'écoulement en entrée de cylindres au point $\varphi = \varphi_A$.

On peut écrire:

$$\sigma_X = t_1 = \sigma_Y + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S1}$$

$$\text{et } t_1 = \frac{T_1}{e_1 \cdot L}$$

que l'on reporte dans l'équation de σ_Y :

$$\Rightarrow t_1 = K_1 \exp\left(\frac{2fR}{e_2} \cdot \varphi_A\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{S2*}}{f} \left(-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \cdot \frac{\sigma_{S1}}{\sigma_{S2*}}\right)$$

==>

$$K_1 = \left\{ t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{S2*}}{f} \left[-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{S1}}{\sigma_{S2*}} \right] \right\} \exp\left(\frac{2fR}{e_2} \cdot \varphi_A\right)$$
1.2.8.3.1.

En reportant K_1 dans l'expression de σ_Y , on obtient l'expression en entrée d'emprise de la grandeur σ_Y recherchée.

1.2.8.3.2. Calcul de la constante d'intégration côté sortie

Côté sortie: signe +; $\varphi \in [0, \varphi_N]$

En sortie de cylindres, la contrainte de traction σ_X exercée sur la bande est égale à t_2 .

Soit K_2 , la valeur de la constante K en sortie de l'emprise.

Soit σ_{S_2} , la valeur du seuil d'écoulement en sortie de cylindres.

En $\varphi = 0$, on peut écrire :

$$\sigma_X = t_2 = \sigma_Y + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S_2}$$

$$\text{et } t_2 = \frac{T_2}{e_2 \cdot L}$$

$$\Rightarrow \sigma_Y = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S_2}$$

En égalant les deux expressions de σ_Y :

$$t_2 = K_2 + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S_2^*} \left(\frac{e_2}{2f^2 R} + \frac{\sigma_{S_2}}{\sigma_{S_2^*}} \right)$$

$$\text{Soit } \boxed{K_2 = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{S_2^*} \left(\frac{e_2}{2f^2 R} + \frac{\sigma_{S_2}}{\sigma_{S_2^*}} \right)} \quad 1.2.8.3.2.$$

1.2.8.3.3. Expressions de σ_Y en entrée et en sortie d'intercylindres

En remplaçant les expressions de K_1 et K_2 dans la formule de σ_Y on obtient:

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_{Y \text{ entrée } e} &= \left\{ t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{S_2^*}}{f} \left[-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{S_1}}{\sigma_{S_2^*}} \right] \right\} \exp\left(\frac{2fR}{e_2} \cdot (\varphi_A - \varphi) \right) - \frac{2 \cdot \sigma_{S_2^*}}{\sqrt{3} \cdot f} \left(\varphi - \frac{e_2}{2fR} \right) \\ \sigma_{Y \text{ sortie}} &= \left\{ t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{S_2^*}}{f} \left[\frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{S_2}}{\sigma_{S_2^*}} \right] \right\} \exp\left(\frac{2fR}{e_2} \cdot \varphi \right) + \frac{2 \cdot \sigma_{S_2^*}}{\sqrt{3} \cdot f} \left(\varphi + \frac{e_2}{2fR} \right) \end{aligned}} \quad 1.2.8.3.3.$$

La contrainte exercée par les cylindres sur la bande étant compressive, $\sigma_{Y \text{ entrée}}$ et $\sigma_{Y \text{ sortie}}$ sont négatifs.

Ces deux formules, permettent de calculer la contrainte compressive exercée par les cylindres sur la bande, en entrée et en sortie, de part et d'autre du point neutre.

En les intégrant le long de l'intercylindre elles permettent de calculer les grandeurs force de serrage (F) et de couple de laminage (C_l).

1.2.9. Détermination de l'angle d'entrée φ_A :

La formule de $\sigma_{y \text{ entrée}}$ dépend de l'angle d'entrée φ_A . Celui-ci est l'angle que forme l'entrée de l'emprise avec la verticale.

On peut écrire:

$$e_1 - e_2 = 2(R - R \cos \varphi_A) = 2R(1 - \cos \varphi_A)$$

$$\Rightarrow 1 - \cos \varphi_A = \frac{e_1 - e_2}{2R} \Rightarrow \cos \varphi_A = 1 + \frac{e_1 - e_2}{2R}$$

Comme φ_A est petit: $\cos \varphi_A \cong 1 - \frac{\varphi_A^2}{2}$

==>

$$\boxed{\varphi_A \cong \sqrt{\frac{e_1 - e_2}{R}}}$$

1.2.9.1.

Cette expression permet de calculer l'angle d'entrée φ_A intervenant dans l'expression de $\sigma_{y \text{ entrée}}$.

Soit l, la longueur de l'arc de contact de l'emprise:

$$\boxed{l = R \varphi_A \cong \sqrt{R(e_1 - e_2)}}$$

1.2.9.2.

1.2.10. Rayon des cylindres de travail

Sous l'effet des pressions locales de laminage, les cylindres de travail se déforment de façon élastique.

Ceci est vrai aussi bien au contact bande-cylindres de travail qu'au contact cylindre appui-cylindre de travail.

Les calculs développés dans les modèles de déformation des cylindres utilisent les résultats issus de la théorie du contact élastique de Hertz.

De tels travaux en laminage à froid ont été développés par JORTNER, HITCHCOCK, FLECK et COLL, de façon analytique, et par GOHAR par voie numérique [GUI 85], [JOR 60].

La formulation issue des travaux de HITCHCOCK est généralement utilisée dans les modèles de laminage à froid.

Celui-ci a montré, que si la distribution des pressions le long de l'intercylindre était elliptique, le rayon de courbure du cylindre déformé élastiquement était constant, c'est à dire que la déformée des cylindres restait circulaire.

Les travaux de HITCHCOCK ont conduit à l'expression [LEM 78]:

$$R = R_0 \left(1 + \frac{F'}{c\Delta e} \right) \quad 1.2.10.$$

avec : R_0 : rayon initial du cylindre de travail

F' : effort de laminage par unité de largeur de la tôle

Δe : $e_1 - e_2$: différence d'épaisseurs en entrée et sortie d'emprise

$$c : \text{constante élastique des cylindres} = \frac{\pi E}{16(1 - \nu^2)}$$

E : module d'Young des cylindres de travail

ν : coefficient de Poisson

$c \cong 4,1.10^3 \text{ kg/mm}^2$ pour un acier à cylindre.

L'hypothèse de la distribution elliptique des pressions le long de l'intercylindre est fautive en laminage à froid.

Afin de juger de l'intérêt d'inclure le rayon déformé dans notre modèle de simulation de fonctionnement d'une cage, nous avons, au départ de la conception de notre modèle, pris la possibilité de travailler avec ou sans rayon déformé.

Une fois notre modèle réalisé, pour quarante cas de bobines différentes (20 bobines en Tôle Mince, 20 en Fer Blanc), nous avons comparé les résultats théoriques de force de laminage et de couple, donnés par notre modèle, aux données pratiques stockées dans la base de données de Mardyck.

Nous avons fait ceci avec et sans rayon déformé pour les cages 1 à 5.

Les écarts sans rayon déformé entre la théorie et la pratique sont donnés dans le tableau qui suit. Celui-ci représente, pour la force de serrage (F) et le couple exercé sur un cylindre de travail, l'écart en pourcentage et en tonnes entre les résultats modèles et les données pratiques.

L'écart en pourcentage est égal à $\frac{\text{théorique-pratique}}{\text{pratique}}$ en %.

		C ₁			C ₂			C ₃			C ₄			C ₅		
		ΔF (%)	$\Delta C/R_0$ (%)	$\Delta C/R_0$ (t)	ΔF (%)	$\Delta C/R_0$ (%)	$\Delta C/R_0$ (t)	ΔF (%)	$\Delta C/R_0$ (%)	$\Delta C/R_0$ (t)	ΔF (%)	$\Delta C/R_0$ (%)	$\Delta C/R_0$ (t)	ΔF (%)	$\Delta C/R_0$ (%)	$\Delta C/R_0$ (t)
T.M.	Ecart %	-11 %	-135%	-22	12%	17%	2	5%	17 %	4	0 %	30 %	4	-20%	-35 %	-5
	Ecart type	12 %	-50%	5	0 %	25 %	6	0 %	20 %	4	20 %	30 %	5	10%	8%	2,5
F.B.	Ecart %	-15 %	-70%	-19	15%	12 %	3	10 %	12 %	2,5	-2 %	-2 %	0	-15%	-15 %	-2
	Ecart type	0 %	0 %	0	0 %	10 %	0	0 %	12 %	2,5	8 %	10 %	1	5 %	10 %	1

On peut voir que les écarts sont globalement bons sauf pour le couple de façon générale, en Tôle Mince, où l'écart en % est assez important ($>$ à 20% en général) et surtout avec un écart type généralement supérieur à 20% et allant jusqu'à 50% en C₁ Tôle Mince.

Dans tous les autres cas, pour la force et pour le couple, les résultats sont bons voire très bons (écarts de l'ordre de 10% ou inférieurs, avec des écarts types proches de 10% voir régulièrement proches de 0%).

La force et rayon déformé dépendant l'un de l'autre, l'utilisation éventuelle du rayon déformé présente l'inconvénient de devoir procéder par itération en faisant converger F et R.

L'utilisation du rayon déformé augmente sensiblement les temps de calculs et aurait rendu le modèle visant à la compréhension et à la prévention des phénomènes de broutage que nous développerons dans le chapitre 3, moins exploitable sur site.

Pour ces deux raisons, nous n'avons pas utilisé le rayon déformé de HITCHCOCK.

1.3.Calcul des paramètres position du point neutre, glissement, effort de serrage, couple de laminage, nécessaires pour définir un point de fonctionnement d'une cage.

Notre modèle de simulation de fonctionnement d'une cage, nécessite, connaissant les caractéristiques de fonctionnement e_1 , e_2 , f , $\sigma_{s(x)}$, T_1 , T_2 , R , L d'une cage, de pouvoir calculer les grandeurs φ_N , g , F , C_1 définissant son point de fonctionnement.

Nous avons, à l'aide de notre outil modélisant l'emprise, calculé et introduit dans notre modèle simulant le fonctionnement d'une cage, les formules analytiques de ces grandeurs.

Les paragraphes développés jusqu'à la fin de ce chapitre ont pour but d'explicitier la démarche et les calculs permettant d'arriver aux formules analytiques que nous avons utilisées, [CHA 81], ayant permis d'établir notre modèle permettant de simuler le fonctionnement d'une cage.

1.3.1.Calcul de la position du point neutre dans l'intercylindre

Ces calculs de force, couple et glissement nécessitent de connaître la position du point neutre dans l'intercylindre (φ_N).

Les calculs qui suivent dans ce paragraphe ont pour but de déterminer φ_N .

Cette grandeur se déduit des calculs conduisant aux formules de σ_y .

La contrainte compressive $\sigma_{Y\text{ entrée}}$ est de plus en plus compressive de l'entrée vers le milieu de l'emprise.

La contrainte compressive $\sigma_{Y\text{ sortie}}$ diminue du point neutre vers la sortie.

La position du point neutre est donnée par $\sigma_{Y\text{ entrée}}(N) = \sigma_{Y\text{ sortie}}(N)$

Le calcul de σ_y en linéarisant $\cos\varphi$ et $\sin\varphi$ au premier ordre présente l'avantage d'arriver à des formulations de σ_y qui permettent une intégration analytique.

Le calcul de la force de serrage et du couple de laminage a été fait dans le modèle, de façon analytique, en se servant des formules de σ_y en linéarisant au premier ordre.

Ceci a permis de gagner en temps de calcul.

Au premier ordre l'égalité $\sigma_{Y\text{ entrée}}(N) = \sigma_{Y\text{ sortie}}(N)$ n'est pas solvable analytiquement.

En linéarisant au deuxième ordre on arrive à des formulations de σ_y qui ne permettent pas de trouver F et C_1 de façon analytique.

Néanmoins elles présentent l'avantage de pouvoir trouver la position du point neutre en résolvant analytiquement l'égalité $\sigma_{Y\text{ entrée}}(N) = \sigma_{Y\text{ sortie}}(N)$.

Pour le calcul de φ_N , nous avons utilisé cette résolution, dans notre modèle d'emprise.

1.3.1.1.Calcul de la contrainte verticale exercée sur la bande (σ_y) en linéarisant au second ordre.

Le bilan des équations permettant d'arriver au calcul de σ_y s'écrit:

$$\begin{cases} \sigma_X \cdot de + ed\sigma_X + 2p(\pm f + tg\varphi) dx = 0 \\ \sigma_Y \cong p \\ \sigma_X - \sigma_Y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \end{cases}$$

On peut écrire:

$$\sigma_X \cdot de + ed\sigma_X + 2\sigma_Y(\pm f + tg\varphi) dx = 0$$

$$x = -R \sin \varphi \Rightarrow dx = -R \cos \varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \sigma_X \cdot de + ed\sigma_X - 2\sigma_Y(\pm f + tg\varphi) R \cos \varphi d\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_X \cdot de + ed\sigma_X - \pm 2f \sigma_Y R \cos \varphi d\varphi - 2\sigma_Y R \sin \varphi d\varphi = 0$$

$$\Rightarrow d(e\sigma_X) = \pm 2f \sigma_Y R \cos \varphi d\varphi + 2\sigma_Y R \sin \varphi d\varphi$$

en posant $h = \frac{e}{2}$:

$$d(h\sigma_X) = \pm f \sigma_Y R \cos \varphi d\varphi + \sigma_Y R \sin \varphi d\varphi$$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\varphi}(h\sigma_X) = \sigma_Y R \sin \varphi \pm f \sigma_Y R \cos \varphi$$

$$\text{avec } \sigma_X = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s + \sigma_Y$$

$$\text{On peut poser } \sigma_{s0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s$$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\varphi}[h(\sigma_{s0} + \sigma_Y)] = \sigma_Y R \sin \varphi \pm f \sigma_Y R \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{d\varphi}(\sigma_{s0} + \sigma_Y) + h \left[\frac{d}{d\varphi}(\sigma_{s0}) + \frac{d\sigma_Y}{d\varphi} \right] = \sigma_Y R \sin \varphi \pm f \sigma_Y R \cos \varphi$$

soit:

$$\boxed{\frac{d\sigma_Y}{d\varphi} = -\frac{d}{d\varphi}(\sigma_{s0}) - (\sigma_{s0} + \sigma_Y) \frac{1}{h} \frac{dh}{d\varphi} + \sigma_Y \frac{R}{h} \sin \varphi \pm f \sigma_Y \frac{R}{h} \cos \varphi}$$

1.3.1.1.1.

L'équation à résoudre est une équation différentielle linéaire.

$$h = h_2 + R(1 - \cos \varphi) \quad \text{soit} \quad \frac{dh}{d\varphi} = R \sin \varphi$$

L'équation devient:

$$\frac{d\sigma_Y}{d\varphi} + \frac{d\sigma_{s0}}{d\varphi} + \frac{d\sigma_{s0}}{h} \frac{dh}{d\varphi} = \pm \sigma_Y \frac{R}{h} \cos \varphi$$

Pour résoudre analytiquement cette équation il est intéressant de la mettre sous la forme d'une équation linéaire avec pour inconnue σ_Y / σ_{s0} .

En divisant l'équation par σ_Y on obtient:

$$\boxed{\frac{1}{\sigma_Y} \frac{d\sigma_Y}{d\varphi} + \frac{1}{\sigma_Y} \frac{d}{d\varphi}(\sigma_{s0}) + \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{1}{h} \frac{dh}{d\varphi} = \pm f \frac{R}{h} \cos \varphi} \quad 1.3.1.1.2.$$

On peut faire apparaître la dérivée logarithmique du rapport $\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}}$ en transformant l'équation de la façon suivante:

$$\frac{\frac{1}{\sigma_Y} \frac{d\sigma_Y}{d\varphi} - \frac{1}{\sigma_{s0}} \frac{d\sigma_{s0}}{d\varphi}}{\frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} \right)} + \frac{\frac{1}{\sigma_{s0}} \frac{d\sigma_{s0}}{d\varphi} + \frac{1}{\sigma_Y} \frac{d\sigma_{s0}}{d\varphi} + \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{1}{h} \frac{dh}{d\varphi} + \frac{1}{h} \frac{dh}{d\varphi}}{\left(1 + \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \right) \frac{1}{h\sigma_{s0}} \frac{d(h\sigma_{s0})}{d\varphi}} = \frac{\frac{1}{h} \frac{dh}{d\varphi} \pm f \frac{R}{h} \cos \varphi}{\frac{R}{h} (\sin \varphi \pm f \cos \varphi)}$$

Bland et Ford négligent le deuxième terme du membre de gauche devant le premier [CHA 81]:

$$\left(1 + \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \right) \frac{1}{h\sigma_{s0}} \frac{d(h\sigma_{s0})}{d\varphi} \ll \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} \right)$$

Cette approximation de Bland et Ford se justifie par le fait que la variation relative de σ_Y / σ_{s0} est beaucoup plus importante que celle de $h\sigma_{s0}$.

En effet $h\sigma_{s0}$ est le produit de deux facteurs variant en sens inverse dans un rapport de moins de 50% chacun.

Le rapport de ces deux termes est de l'ordre de 4 à 5%.

L'approximation est donc tout à fait légitime.

φ étant petit on développe $\sin \varphi$ et $\cos \varphi$ au second ordre:

$$\sin \varphi \cong \varphi$$

$$\cos \varphi \cong 1 - \frac{\varphi^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = h_2 + R(1 - \cos \varphi) \cong h_2 + R \frac{\varphi^2}{2}$$

L'équation peut alors s'écrire:

$$\boxed{\frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} \right) = R \cdot \frac{\varphi \pm f}{h_2 + R\varphi^2 / 2}} \quad 1.3.1.1.3.$$

Cette équation est intégrable analytiquement:

$$\int \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} \right) d\varphi = \int R \cdot \frac{\varphi \pm f}{h_2 + R\varphi^2 / 2} d\varphi$$

$$\text{or } \int \frac{1}{1 + (x/a)^2} \cdot dx = a \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{a} \right)$$

$$\text{et } \int \frac{x}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{Ln}(a^2 + x^2)$$

En se servant de ces deux égalités, il découle:

$$\int \frac{\sigma_{s0}}{\sigma_Y} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} \right) d\varphi = \frac{R}{R/2} \cdot \int \frac{\varphi}{\left(\sqrt{\frac{2h_2}{R}} \right)^2 + \varphi^2} \cdot d\varphi \pm \int \frac{Rf}{h_2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \cdot \varphi \right)^2} \cdot d\varphi$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \operatorname{Ln} \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} \right) &= \operatorname{Ln} \left(\frac{2h_2}{R} + \varphi^2 \right) \pm \frac{Rf}{h_2} \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{R}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi \right) + cste \\ &= \operatorname{Ln} \left(\frac{2h_2 + R\varphi^2}{R} \right) \pm f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \cdot \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi \right) + cste \\ &= \operatorname{Ln} \left(2 \cdot \frac{h_2 + R\varphi^2 / 2}{R} \right) \pm f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \cdot \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \cdot \varphi \right) + cste \end{aligned}$$

Avec les orientations choisies, la contrainte compressive σ_Y est négative.

$$\Rightarrow -\frac{\sigma_Y}{\sigma_{s0}} = 2 \cdot \frac{h_2 + R\varphi^2 / 2}{R} \cdot \exp(cste) \cdot \exp\left(\pm f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \cdot \arctg\left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi\right)\right)$$

$$\text{or } h \cong h_2 + R \frac{\varphi^2}{2}$$

==>

$$\boxed{\sigma_Y = -\frac{h}{R} \cdot \sigma_{s0} \cdot C \exp\left(\pm f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \cdot \arctg\left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi\right)\right)}$$

1.3.1.1.4.

signe - en entrée

signe + en sortie

avec $h_n = e_n / 2$

Cette formule, permet de connaître la contrainte compressive exercée sur une portion élémentaire de bande dans l'emprise cylindres.

Elle se décompose en deux expressions:

- l'une valable en entrée de cylindres de $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$, affectée du signe -

- l'autre valable en sortie de cylindres de $\varphi \in [0, \varphi_N]$, affectée du signe +

Il est donc nécessaire de déterminer la constante C pour l'entrée et la sortie d'emprise.

On peut la déterminer par les conditions aux limites.

1.3.1.1.1. Calcul de la constante d'intégration en sortie d'emprise.

A la sortie: $\varphi = 0$

La contrainte horizontale σ_X est égale à la traction spécifique appliquée à la bande en sortie.

$$\sigma_X = t_2 \text{ et } t_2 = \frac{T_2}{e_2 \cdot L}$$

$$\text{soit } \sigma_Y = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(2)}$$

On en déduit la valeur de la constante valable pour l'équation de σ_Y en sortie:

$$\sigma_{Y(2)} = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(2)} = -\frac{h_2}{R} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(2)} \cdot C$$

$$\Rightarrow C = \frac{R}{h_2} \left(1 - \frac{t_2}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(2)} \right)} \right)$$

Soit $\sigma_{Y \text{ sortie}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \frac{h}{h_2} \left(1 - \frac{t_2}{\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(2)}} \right) \cdot \exp \left(+f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \cdot \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi \right) \right)$ 1.3.1.1.1.1.

1.3.1.1.2. Calcul de la constante d'intégration en entrée d'emprise.

En entrée: $\varphi = \varphi_A$

La contrainte horizontale σ_x exercée en entrée d'emprise est égale à la contre-traction t_1 appliquée à la bande.

$$\sigma_{x(1)} = t_1$$

$$t_1 = \frac{T_1}{e_1 \cdot L}$$

$$\sigma_{Y(1)} = t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(1)} = -\frac{h_1}{R} \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(1)} \cdot C \cdot \exp \left(-f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_A \right)$$

$$\Rightarrow C = \left(1 - \frac{t_1}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(1)}} \right) \frac{R}{h_1} \cdot \exp \left(f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_A \right)$$

==>

$$\sigma_{Y \text{ entrée}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \frac{h}{h_1} \left(1 - \frac{t_1}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(1)}} \right) \exp \left(f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} (\varphi_A - \varphi) \right)$$
 1.3.1.1.2.1.

Les deux expressions de σ_y , en entrée et sortie d'emprise, permettent de calculer la valeur de la contrainte compressive exercée sur la bande tout le long de l'emprise cylindres.

Ce sont les expressions auxquelles on arrive, en linéarisant dans l'équation différentielle de départ, $\sin \varphi$ et $\cos \varphi$ au deuxième ordre.

Ces expressions ont été introduites dans notre modèle de simulation de fonctionnement d'une cage, pour permettre de déterminer l'expression analytique de φ_N .

1.3.1.2 Calcul de la position du point neutre dans l'intercylindre

Le positionnement du point neutre est donné par $\sigma_{Y \text{ entrée } (N)} = \sigma_{Y \text{ sortie } (N)}$ soit:

$$-\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(N)} \frac{h_{(N)}}{h_2} \left(1 - \frac{t_2}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(2)}} \right) \exp \left(f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_N \right) =$$

$$-\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s(N)} \frac{h_{(N)}}{h_1} \left(1 - \frac{t_1}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(1)}} \right) \exp \left(f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} (\varphi_A - \varphi_N) \right)$$

$$\Rightarrow \exp \left(2f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_N \right) = \frac{h_2}{h_1} \frac{\left(1 - \frac{t_1}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(1)}} \right)}{\left(1 - \frac{t_2}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(2)}} \right)} \cdot \exp \left(f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_A \right)$$

$$\Rightarrow f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_N = \frac{1}{2} L_N \frac{h_2}{h_1} \cdot \frac{\left(1 - \frac{t_1}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(1)}} \right)}{\left(1 - \frac{t_2}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(2)}} \right)} + \frac{1}{2} f \sqrt{\frac{2R}{h_2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_A$$

\Rightarrow

$$\varphi_N = \sqrt{\frac{2h_2}{R}} \cdot \text{tg} \left[\frac{1}{2f} \sqrt{\frac{h_2}{2R}} L_N \frac{h_2}{h_1} \frac{\left(1 - \frac{t_1}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(1)}}} \right)}{\left(1 - \frac{t_2}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{s(2)}} \right)} \right] + \frac{1}{2} \text{arctg} \sqrt{\frac{R}{2h_2}} \varphi_A$$

1.3.1.2.

avec

$$h_x = \frac{e_x}{2}$$

$$t_x = \frac{T_x}{e_x \cdot L}$$

$$\cos \varphi_A = 1 + \frac{e_2 - e_1}{2R} \quad \text{soit} \quad \varphi_A \cong \sqrt{\frac{e_1 - e_2}{R}}$$

Les calculs de la force de serrage, de couple, de glissement utilisés dans le modèle de simulation de comportement de cage nécessitent de connaître la valeur de la position du point neutre φ_N dans l'intercylindre. Cette expression analytique de φ_N a été introduite dans le modèle de simulation de fonctionnement d'une cage et utilisée pour les calculs de g , F , C_1 .

1.3.2. Calcul du glissement bande-cylindre

Le glissement est la différence relative entre la vitesse de sortie de la bande sur une cage (v_2) et la vitesse des cylindres de travail (v_{cyl}).

On peut écrire:

$$g = \frac{v_2 - v_{cyl}}{v_{cyl}}$$

soit également $v_2 = v_{cyl} (1+g)$

au point neutre, la vitesse de la bande est égale à celle des cylindres.

$$\implies g = \frac{v_2 - v_N}{v_N}$$

La loi des débits permet d'écrire: $e_2 v_2 = e_N v_N$

$$\implies g = \frac{e_N}{e_2} - 1$$

d'autre part:

$$e_{(\varphi)} = e_2 + 2R (1 - \cos \varphi)$$

$$\implies e_N = e_2 + 2R (1 - \cos \varphi_N)$$

$$\implies \boxed{g = \frac{2R}{e_2} (1 - \cos \varphi_N)} \quad 1.3.2.1.$$

Cette formule permet, connaissant la position du point neutre calculé avec la formule 1.3.1.2, de pouvoir calculer le glissement bande-cylindre.

1.3.3. Calcul de la force de serrage

De même que pour le glissement, notre modèle de simulation de comportement d'une cage nécessite de pouvoir calculer la force de serrage. Nous allons expliciter dans ce paragraphe, le calcul permettant d'arriver à la formule de la force de serrage.

La force F, est la somme des projections sur Oy, pour toutes les tranches élémentaires, des efforts normaux et tangentiels aux points de contact bande-cylindres:

$$F = L \left\{ \int_0^{x_N} \sigma_{y_{sortie}}(x) dx + \int_{x_N}^{x_A} \sigma_{y_{entrée}}(x) dx \right\}$$

$$\text{or } x = -R \sin \varphi \Rightarrow dx = -R \cos \varphi d\varphi$$

$$\implies \frac{F}{L} = \int_0^{\varphi_N} -\sigma_{y_{sortie}} R \cos \varphi d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} -\sigma_{y_{entrée}} R \cos \varphi d\varphi$$

$$\text{Or } \cos \varphi \cong 1$$

On reporte les expressions de $\sigma_{y_{entrée}}$ et $\sigma_{y_{sortie}}$ trouvées précédemment:

$$\text{On pose: } a = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s_2^*}}{f} \left[\frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{s_2}}{\sigma_{s_2^*}} \right]$$

$$b = t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s_2^*}}{f} \left[-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{s_1}}{\sigma_{s_2^*}} \right]$$

$$\implies \frac{F}{L.R} = -\int_0^{\varphi_N} \left\{ a \exp\left(\frac{2fR\varphi}{e_2}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s_2^*}}{f} \varphi + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s_2^*} \frac{e_2}{2f^2R} \right\} d\varphi \rightarrow$$

$$\begin{aligned}
& \rightarrow \int_{\varphi_n}^{\varphi_A} \left\{ b \exp\left(\frac{2fR(\varphi_A - \varphi)}{e_2}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma s_{2*}}{f} \varphi + \frac{\sigma s_{2*}}{\sqrt{3}} \frac{e_2}{f^2 R} \right\} d\varphi \\
& = - \left\{ \frac{ae_2}{2fR} \left[\exp\left(\frac{2fR}{e_2}\right) \times \varphi \right]_0^{\varphi_n} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma s_{2*}}{f} \frac{\varphi_n^2}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma s_{2*} \frac{e_2}{2f^2 R} \varphi_n + \right. \\
& \left. \rightarrow \left(b \exp\left(\frac{2fR}{e_2} \varphi_A\right) \int_{\varphi_n}^{\varphi_A} \exp\left(-\frac{2fR}{e_2} \varphi\right) d\varphi \right) - \frac{2\sigma s_{2*}}{\sqrt{3} f} \left(\frac{\varphi_A^2}{2} - \frac{\varphi_n^2}{2} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F}{LR} = & - \left\{ \left(+ \frac{ae_2}{2fR} \exp\left(\frac{2fR}{e_2} \varphi_n\right) \right) - \frac{ae_2}{2fR} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma s_{2*}}{f} \varphi_n^2 + \frac{\sigma s_{2*}}{\sqrt{3}} \frac{e_2}{f^2 R} \varphi_n - \frac{be_2 \exp\frac{2fR}{e_2} \varphi_A}{2fR} * \right. \\
& \left. \rightarrow * \left(\exp\left(\frac{-2fR}{e_2} \varphi_A\right) - \exp\left(\frac{-2fR}{e_2} \varphi_n\right) \right) - \frac{\sigma s_{2*} \varphi_A^2}{\sqrt{3} f} \right\}
\end{aligned}$$

1.3.3.

$$\text{Avec: } a = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma s_{2*}}{f} \left[\frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma s_2}{\sigma s_{2*}} \right]$$

$$b = t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma s_{2*}}{f} \left[-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma s_1}{\sigma s_{2*}} \right]$$

$$\sigma s_{2*} = \sigma s_2 - \frac{2B}{\sqrt{3}}$$

Cette formule de F, introduite dans le modèle de simulation de fonctionnement d'une cage, permet, connaissant les caractéristiques de fonctionnement d'une cage, de calculer la force de serrage pour un point de fonctionnement donné.

1.3.4. Couple de laminage exercé par un cylindre de travail

Il est nécessaire pour définir complètement un point de fonctionnement de connaître le couple de laminage exercé sur un cylindre.

Les calculs développés dans ce paragraphe explicitent la démarche permettant d'arriver à l'expression analytique du couple de laminage utilisée dans le modèle pour le calcul de celui-ci.

En régimes stationnaires, les cylindres tournent à vitesse constante.

Le couple de laminage exercé par un cylindre de travail sur la bande est l'intégrale des scissions avec bras de levier R.

Soit C_l , le couple de laminage exercé sur un cylindre.

$$C_l = L.R \left\{ \int_0^{\varphi_N} f p_{\text{sortie}} R d\varphi - \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} f p_{\text{entrée}} R d\varphi \right\}$$

$$\sigma_{y(x)} = p(x)(1 \pm f \tan \varphi)$$

L'approximation $f \tan \varphi$ négligeable devant 1 étant tout à fait légitime quelles que soient les cages, on peut écrire:

$$p(x) \cong \sigma_{y(x)}$$

$$\Rightarrow C_l \cong L.R \left\{ \int_0^{\varphi_N} f \sigma_{y_{\text{sortie}}} R d\varphi - \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} f \sigma_{y_{\text{entrée}}} R d\varphi \right\}$$

En entrée, de $\varphi \in [\varphi_N, \varphi_A]$, les forces de frottement à la liaison bande-cylindres sont moteur pour la bande.

En sortie, de $\varphi \in [0, \varphi_N]$, les efforts de frottement exercent sur la bande un moment résistant.

$$\Rightarrow \frac{C_l}{L.R^2 f} = \int_0^{\varphi_N} \sigma_{y_{\text{sortie}}} d\varphi - \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \sigma_{y_{\text{entrée}}} d\varphi$$

$$\sigma_{y_{\text{entrée}}} = b \exp\left(\frac{2fR(\varphi_A - \varphi)}{e_2}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \varphi + \frac{\sigma_{s2^*}}{\sqrt{3}} \frac{e_2}{f^2 R}$$

$$\sigma_{y_{\text{sortie}}} = a \exp\left(\frac{2fR\varphi}{e_2}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \varphi + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2^*} \frac{e_2}{2f^2 R}$$

$$\text{avec } a = t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \left[\frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s2^*}} \right]$$

$$b = t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \left[-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \cdot \frac{\sigma_{s1}}{\sigma_{s2^*}} \right]$$

$$\sigma_{s2^*} = \sigma_{s2} - \frac{2B}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{C_l}{L \cdot R^2 f} &= \int_0^{\varphi_N} \left(a \exp\left(\frac{2fR \varphi}{e_2}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \varphi + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2^*} \frac{e_2}{2f^2 R} \right) d\varphi - \mapsto \\
\mapsto \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} &\left(b \exp\left(\frac{2fR (\varphi_A - \varphi)}{e_2}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \varphi + \frac{2\sigma_{s2^*}}{\sqrt{3}} \frac{e_2}{2f^2 R} \right) d\varphi \\
= \frac{a \cdot e_2}{2fR} &\left[\exp\left(\frac{2fR}{e_2}\right) \right]_0^{\varphi_N} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \left(\frac{\varphi_A^2}{2}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{s2^*} \frac{e_2}{2f^2 R} \cdot (2\varphi_N - \varphi_A) - \mapsto \\
\mapsto b \exp\left(\frac{2fR \varphi_A}{e_2}\right) &\cdot \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \exp\left(-\frac{2fR \varphi}{e_2}\right) d\varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{C_l}{L \cdot R^2 f} &= \frac{ae_2}{2fR} \cdot \exp\left(\frac{2fR \varphi_N}{e_2}\right) - \frac{ae_2}{2fR} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \left(\frac{\varphi_A^2}{2}\right) + \frac{2\sigma_{s2^*}}{\sqrt{3}} \frac{e_2}{2f^2 R} (2\varphi_N - \varphi_A) + \rightarrow \\
\rightarrow \frac{b \exp\left(\frac{2fR \varphi_A}{e_2}\right) \cdot e_2}{2fR} &\cdot \left(\exp\left(-\frac{2fR \varphi_A}{e_2}\right) - \exp\left(-\frac{2fR \varphi_N}{e_2}\right) \right)
\end{aligned} \tag{1.3.4}$$

$$\begin{aligned}
\text{avec } a &= t_2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \left[\frac{e_2}{2fR} + f \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s2^*}} \right] \\
b &= t_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{s2^*}}{f} \left[-\varphi_A + \frac{e_2}{2fR} + f \cdot \frac{\sigma_{s1}}{\sigma_{s2^*}} \right] \\
\sigma_{s2^*} &= \sigma_{s2} - \frac{2B}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

Connaissant les caractéristiques de fonctionnement sur une cage, cette expression permet, pour un point de fonctionnement donné, de calculer le couple fourni par un cylindre à la bande au niveau de l'emprise cylindres.

1.3.5. Conclusion du chapitre 1

Les calculs développés dans ce chapitre nous ont permis d'arriver à un modèle permettant de simuler le fonctionnement d'une cage. Celui-ci permet, connaissant les caractéristiques e_1 , e_2 , f , $\sigma_{s(x)}$, T_1 , T_2 , L , R , de calculer les paramètres de fonctionnement φ_N , g , F et C_l .

Sur les cages d'un train, les paramètres force de serrage et couple de laminage sont des grandeurs connues et mesurées. Nous avons comparé pour quarante cas pratiques différents, vingt bobines en Tôle Mince, vingt bobines en Fer Blanc, et ce pour les cinq cages du train, les résultats théoriques de force et de couple, donnés par notre modèle à ces mêmes grandeurs mesurées sur les cages.

Les écarts entre les résultats théoriques donnés par notre modèle et les mesures sur les cages sont faibles, voire très faibles. Ce modèle donne des résultats théoriques fiables.

Ce modèle de simulation de fonctionnement d'une cage a été utilisé pour notre étude des phénomènes de vibrations et de broutage sur un train tandem de laminage à froid.

CHAPITRE 2 : VIBRATIONS
**INFLUENCE DE LA VARIATION DE LA RESULTANTE
HORIZONTALE
DES EFFORTS S'EXERCANT SUR LES CYLINDRES
D'APPUI,
DE TRAVAIL, ET LES COLONNES, SUR LES VIBRATIONS
D'UNE CAGE**

NOTATIONS CHAPITRE 2

s: surface de contact élémentaire à la liaison bande - cylindre pour un tronçon élémentaire de bande de longueur dx.

$$s = \frac{|dx|}{\cos \varphi} \times L = R \cdot d\varphi \cdot L$$

$R_{3/4}$: Composante horizontale de l'action de l'empoise sur un cylindre de travail.

F_c : Composante normale de l'action exercée par le cylindre de travail sur le cylindre d'appui.

F_{fat} : Composante tangentielle de l'action exercée par le cylindre de travail sur le cylindre d'appui (force de frottement appui - travail).

C_{fea} : Couple résistant exercé sur le cylindre d'appui par l'empoise dans les paliers hydrodynamiques.

$R_{1/2}$: Composante horizontale de l'action de l'empoise sur un cylindre d'appui.

F: Effort vertical dû au serrage.

C_{mot} : Couple fourni par les moteurs à un cylindre de travail.

P_{mot} : Puissance absorbée par un moteur.

a: Offset, correspondant à un décalage dans le plan horizontal des axes des cylindres d'appui et de travail.

m_a : Masse d'un cylindre d'appui.

m: Masse d'un cylindre de travail.

J_a : Moment d'inertie d'un cylindre d'appui.

J_t : Moment d'inertie de l'ensemble ligne moteur - cylindre de travail, ramené au niveau du cylindre de travail.

$\ddot{\theta}_a$: Accélération angulaire d'un cylindre d'appui.

$\ddot{\theta}_t$: Accélération angulaire d'un cylindre de travail.

$\mu_{c(t)}$: Coefficient de frottement au contact cylindre d'appui - cylindre de travail.

v_{cyl} : Vitesse linéaire d'un point à la circonférence du cylindre de travail.

R_a : Rayon d'un cylindre d'appui.

R: Rayon d'un cylindre de travail.

Chapitre 2: **Vibrations**

Nous allons nous intéresser dans ce chapitre aux vibrations sur une cage de laminage d'un laminoir à froid.

2.1 Introduction

2.1.1. Approche expérimentale et orientation de l'étude vibratoire

Au début de cette étude, afin de tenter de comprendre les phénomènes susceptibles de générer des vibrations sur une cage de laminoir, nous avons effectué une approche expérimentale. Les mesures que nous avons effectuées sur les cages, ont notamment été réalisées à l'aide d'accéléromètres, placés sur les empoises d'appui et de travail, côté opérateur, en vertical et en horizontal, ainsi que sur les hauts de colonnes en vertical. Cette approche expérimentale nous a permis de faire un certain nombre de constats, qui ont orienté nos travaux. Ces principaux constats sont les suivants:

Les mesures effectuées montrent, que contrairement au broutage, qui se caractérise par l'apparition en vertical d'une fréquence particulière ($110 \text{ Hz} \pm \text{qq. Hz}$, pour le train de Mardyck), les vibrations se caractérisent par une augmentation dans le plan horizontal du niveau vibratoire de la cage concernée, et ceci sans qu'il y ait apparition systématique d'une ou plusieurs fréquences particulières.

Ces montées en vibration se produisent aussi bien sur les empoises des cylindres d'appui que de travail. Les spectres vibratoires mesurés sur ces deux types de cylindres sont assez semblables, tant par le niveau, pour des fréquences identiques, que par les fréquences existantes dans les spectres respectifs.

Contrairement au broutage qui sur un train à froid affecte exclusivement les cages 3, 4 et 5 d'un train, et touche d'avantage les produits Fer Blanc, que DWI, que Tôle Mince, les vibrations affectent toutes les cages d'un train et ceci quels que soient les produits travaillés.

Lors des campagnes de mesures, nous avons pu constater que quel que soit le niveau vibratoire de la cage en régime de vitesse stabilisée, lors des phases d'accélération et de décélération (engagement-dégagement), on observait une montée systématique des vibrations dans le plan horizontal.

Les vibrations sur une cage, quelles que soient leurs ampleurs, ne provoquent pas de variations d'épaisseur au niveau de la bande. Nous en avons déduit que les vibrations ne sont pas générées par des phénomènes au niveau de la liaison bande-cylindre de travail. En effet, si tel était le cas, des variations autour d'un régime stationnaire, au niveau de la bande, auraient pour conséquence une modification de l'équilibre bande-cylindre, ayant une incidence au niveau de l'épaisseur du produit travaillé.

L'augmentation du niveau vibratoire d'une cage se faisant de façon privilégiée dans le plan horizontal, et affectant toutes les cages quels que soient les produits travaillés et autant les cylindres d'appui que de travail, nous avons cherché à mettre en évidence certains phénomènes généraux, indépendants du produit travaillé et de phénomènes dans l'emprise cylindre, faisant varier les efforts horizontaux s'exerçant sur les cylindres d'appui, de travail et par conséquent

les colonnes. Ces variations provoquant une pulsation des efforts, s'exerçant sur les colonnes et les cylindres, constituent une source d'excitation susceptible de faire vibrer l'ensemble mécanique cylindres-colonnes.

2.1.2. Développement du chapitre

La démarche adoptée pour l'étude des phénomènes vibratoires est la suivante:

- *Premier temps*: modélisation mécanique de l'ensemble de la cage en régime stationnaire. Il s'agit de pouvoir donner l'expression analytique de la résultante horizontale des efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui et de travail, en régime stationnaire.
- *Deuxième temps*: étude de l'origine et de l'influence de certains phénomènes entraînant une variation de la composante horizontale de ces efforts.
- *Troisième temps*: Dans la dernière partie de ce chapitre, servant de conclusion, nous apporterons des propositions permettant de quantifier les phénomènes décrits et donc de les prévenir, afin de maîtriser les vibrations sur une cage. Ces propositions ont pour but de compléter les approches expérimentales ponctuelles déjà effectuées et de permettre un suivi systématique des phénomènes étudiés.

2.2 Equations des efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui, de travail et de la bande en régime stationnaire

Remarque 1 :

Une cage présente un plan de symétrie par rapport au plan médian de la tôle. Nous avons développé notre étude en la restreignant à la partie haute de la cage. Les phénomènes décrits dans ce chapitre pour la demi-partie supérieure sont bien évidemment susceptibles de se produire de la même façon sur la demi-partie inférieure et de façon rigoureusement identique à ce que nous allons décrire par la partie supérieure de la cage.

Remarque 2 :

Dans le chapitre précédent, nous avons explicité comment, en utilisant une méthode permettant de modéliser l'emprise cylindre (Méthode des tranches) nous arrivons au calcul du glissement (g), de la force (F), et du couple (C). Pour ce faire nous avons notamment introduit 3 grandeurs:

- p : Contrainte normale s'exerçant sur un tronçon élémentaire de bande à la liaison bande-cylindre
- τ : Contrainte tangentielle s'exerçant sur un tronçon élémentaire de bande à la liaison bande-cylindre
- σ_y : Réaction normale de la demi-bande pour un tronçon élémentaire de bande, correspondant à la projection de p et τ sur l'axe des y .

Les orientations que nous avons choisies pour ces grandeurs dans le chapitre 1 et donc les valeurs algébriques qui en découlent, correspondent aux orientations que l'on trouve classiquement dans les ouvrages de plasticité. Ces orientations conduisent à des valeurs

négatives de p et de σ_y . Dans les équations qui suivent et que nous allons utiliser et commenter, nous aurons notamment besoin d'utiliser ces mêmes grandeurs. Dans ce chapitre pour faciliter la lecture des schémas et des équations nous orienterons toutes les grandeurs dans le sens physique réel. Nous appellerons η la grandeur équivalente à la grandeur p du chapitre 1.

2.2.1. Schéma des efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui, de travail et la bande.

Les efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui, de travail et la bande en régime stationnaire ont été représentés sur la figure " Efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui-travail et la bande en régime stationnaire " de la page suivante.

-Les cylindres d'appui et de travail ont été représentés plaqués contre les colonnes. Les côtés sur lesquelles les cylindres sont plaqués correspondent à priori à leurs positions "naturelles" en cours de laminage. En cours de laminage, les efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui et de travail peuvent être tels que les cylindres viennent se plaquer sur les côtés opposés à ceux présentés sur le schéma. Dans ce cas, l'action de l'empoise, sur le cylindre concerné ($R_{1/2}$ ou $R_{3/4}$), passe par 0, pour devenir négative quand le (les) cylindre(s) sont plaqués sur la partie opposée à celle représentée sur le schéma.

Nous définirons respectivement par "entrée des colonnes" et "sortie des colonnes" les deux faces opposées d'une cage, rencontrées successivement par la verticale de la bande, en fonction du sens de laminage.

ENTREE
COLONNES

SORTIE
COLONNES

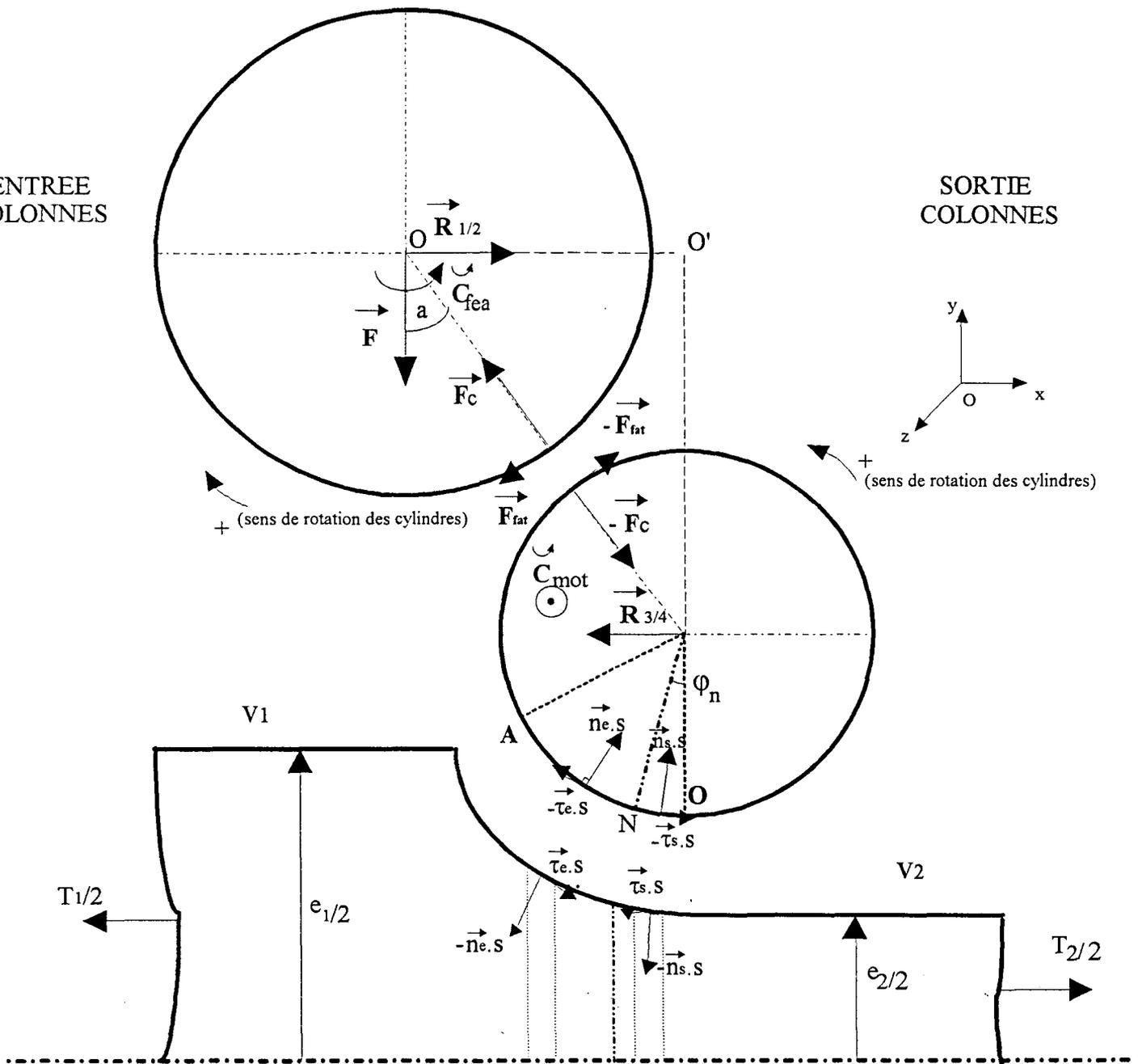


Fig 2-1: Efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui - travail et la bande en régime stationnaire

2.2.2 Hypothèses

Pour l'étude des efforts s'exerçant sur les différents éléments mécaniques d'une cage, nous avons pris les hypothèses suivantes:

Hypothèse 1: Efforts de frottements aux contacts (plaques d'usure des cylindres appuis et de travail \Leftrightarrow colonnes).

Le coefficient de frottement aux contacts plaques d'usures des empoises cylindres appuis et de travail \Leftrightarrow plaques d'usures colonnes est faible (ceci d'autant plus que les surfaces de contact sont naturellement lubrifiées par l'huile de laminage existante dans tout l'environnement de l'intérieur de la cage). Les efforts normaux s'exerçant entre les empoises et les colonnes sont faibles (quelques tonnes à quelques dizaines de tonnes maximum). Nous avons négligé les composantes tangentielles des actions empoises \Leftrightarrow colonnes, celles-ci étant extrêmement faibles devant les efforts verticaux dûs au serrage.

Hypothèse 2: Efforts de frottements dans les empoises de travail

L'effort de serrage est transmis par l'intermédiaire de l'empoise d'appui au cylindre d'appui, puis du cylindre d'appui au cylindre de travail. Cet effort de serrage est appliqué directement par le cylindre de travail à la bande sans passer par l'empoise de travail. Contrairement aux empoises d'appui, les empoises de travail ne transmettent donc pas l'effort vertical de serrage. Les efforts auxquels sont soumis les empoises de travail étant faibles, nous avons négligé les efforts de frottements, dûs à la rotation des cylindres de travail dans leurs empoises.

Hypothèse 3: Composante verticale des efforts de frottement dans les paliers hydrodynamiques

Nous avons négligé devant l'effort de serrage, la composante verticale des efforts de frottements, s'exerçant dans les paliers hydrodynamiques, sur l'empoise et le cylindre d'appui.

Hypothèse 4: Efforts de pesanteur

Les efforts de pesanteur dûs à la masse des cylindres sont faibles devant l'effort de serrage. Ces efforts de pesanteur ont été négligés.

2.2.3 Actions mécaniques exercées par la bande et les moteurs sur le cylindre de travail en régime stationnaire

Nous allons d'abord écrire les équations des efforts s'exerçant sur le cylindre de travail au contact bande - cylindre de travail, les référencer et introduire ces références dans les équations globales cylindre d'appui - travail - bande en régime stationnaire.

**Equations sur Ox:*

La projection sur Ox des efforts s'exerçant sur le cylindre de travail au contact bande - cylindre s'écrit :

$$\left(\int_0^{\varphi_N} \eta_S \cdot \frac{R \cos(\varphi) d\varphi}{\cos(\varphi)} \cdot L \cdot \sin(\varphi) + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \eta_e \cdot \frac{R \cos(\varphi) d\varphi}{\cos(\varphi)} \cdot L \cdot \sin(\varphi) \right) + \left(\int_0^{\varphi_N} \tau_S \cdot \frac{R \cos(\varphi) d\varphi}{\cos(\varphi)} \cdot L \cdot \cos(\varphi) + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} (-\tau_e) \cdot \frac{R \cos(\varphi) d\varphi}{\cos(\varphi)} \cdot L \cdot \cos(\varphi) \right)$$

On pose :

$$\textcircled{1} = \text{proj}_x(\text{efforts normaux}) = L \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} \eta_S \cdot R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \eta_e \cdot R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi \right) \quad (>0)$$

$$\textcircled{2} = \text{proj}_x(\text{efforts tangentiels}) = L \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} \tau_S \cdot R \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} (-\tau_e) \cdot R \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi \right) \quad (<0)$$

* Equations sur Oy:

Cette équation correspond à celle de la force F, dont le calcul a été développé dans le chapitre 1

$$F = L \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} \eta_S \cdot R \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \eta_e \cdot R \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi \right) + L \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} (-\tau_S) \cdot R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \tau_e \cdot R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi \right)$$

On pose :

$$\textcircled{1}' = \text{proj}_y(\text{efforts normaux}) = L \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} \eta_S \cdot R \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \eta_e \cdot R \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi \right) \quad (>0)$$

$$\textcircled{2}' = \text{proj}_y(\text{efforts tangentiels}) = L \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} (-\tau_S) \cdot R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} \tau_e \cdot R \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi \right) \quad (>0)$$

* Equations sur Oz:

Couple exercé par la bande sur un cylindre de travail:

L'expression qui suit correspond au moment résistant exercé au niveau de la bande sur le cylindre de travail. Cette expression est négative en fonctionnement normal.

Expression du moment résistant :

$$M_T = L \cdot R \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} \tau_S \cdot R \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} (-\tau_e) \cdot R \cdot d\varphi \right) \quad (<0)$$

On pose :

$$\textcircled{3} = L \cdot R \cdot \left(\int_0^{\varphi_N} \tau_S \cdot R \cdot d\varphi + \int_{\varphi_N}^{\varphi_A} (-\tau_e) \cdot R \cdot d\varphi \right)$$

φ étant petit, on peut linéariser $\cos \varphi$ au 1^{er} ordre, d'où $\cos \varphi = 1$

$$\implies \textcircled{3} \cong R. \textcircled{2}$$

Couple fourni par les moteurs au cylindre de travail:

Soit P_{mot} la puissance absorbée par un moteur. Les pertes entre la puissance absorbée au niveau moteur et la puissance fournie à un cylindre de travail sont principalement dûes à :

P_1 : Pertes électriques dans les moteurs

P_2 : Pertes au niveau des réducteurs

P_3 : Pertes éventuelles si on tient compte d'un rayon déformé

Soit P_{cyl} , la puissance fournie à un cylindre de travail, celle-ci peut s'écrire:

$$P_{\text{cyl}} = P_{\text{mot}} - \sum_{i=1}^3 P_i$$

Le couple C_{mot} fournit à un cylindre de travail par les moteurs s'écrit:

$$C_{\text{mot}} = [(P_{\text{mot}} - \sum_{i=1}^3 P_i) / v_{\text{cyl}}] \cdot R$$

2.2.4 Equations d'équilibre de l'ensemble (bande-cylindre de travail-cylindre d'appui)

Les équations des efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui, de travail et la demi-bande en régime stationnaire s'écrivent :

Cylindre d'appui :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Ox :} \\ \text{Oy :} \\ \text{Oz :} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 0 + R_{1/2} - F_c \cdot \sin a - F_{\text{fat}} \cdot \cos a \\ -F + 0 + F_c \cdot \cos a - F_{\text{fat}} \cdot \sin a \\ C_{\text{fea}} \end{array} \quad \begin{array}{l} = 0 \\ = 0 \\ - F_{\text{fat}} \cdot R_a \end{array} \quad \begin{array}{l} = 0 \\ = 0 \\ = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array}$$

$$F_{\text{fat max}} \leq \mu_{c(t)} \cdot F_c \quad (4)$$

Cylindre de travail :

$$\left| \text{Ox :} \right. \quad F_c \cdot \sin a + F_{\text{fat}} \cdot \cos a - R_{3/4} + \textcircled{1} - |\textcircled{2}| = 0 \quad (1')$$

$$\left| \text{Oy :} \right. \quad -F_c \cdot \cos a + F_{\text{fat}} \cdot \sin a + 0 + \textcircled{1}' + \textcircled{2}' = 0 \quad (2')$$

$$\left| \text{Oz :} \right. \quad C_{\text{mot}} - F_{\text{fat}} \cdot R - |\textcircled{2}| \cdot R = 0 \quad (3')$$

Bande:

$$O_x : \frac{-T_1}{2} + \frac{T_2}{2} - \textcircled{1} + \textcircled{2} = 0 \quad (1'')$$

2.2.5 Expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ en régime stationnaire

A partir des équations écrites au paragraphe précédent, nous allons établir les expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ en régime stationnaire

2.2.5.1 Données connues et recherchées.

Dans les équations précédentes écrites en régime stationnaire, les grandeurs suivantes sont des données connues :

$$\mu_{c(t)}, \sum_{i=1}^3 p_i, P_{\text{mot}}, v_{\text{cyl}}, a, C_{\text{fea}}, R_a, R$$

La somme des efforts normaux et tangentiels au niveau du contact bande-cylindre travail sont connus :- $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, connus.

- $\textcircled{1}'$, $\textcircled{2}'$ (donc F) connus.

$T_1/2$ et $T_2/2$ sont des données connues

2.2.5.1.1. Détermination de la force de frottement appui-travail (F_{fat})

Le couple de frottement dans les empoises d'appui, C_{fea} , et le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ peuvent être tels, que la force de frottement F_{fat} , s'opposant au couple résistant dû aux frottements dans les empoises d'appui, soit limitée par la valeur de $\mu_{c(t)}$, et portée par le cône de frottement. Connaissant $\mu_{c(t)}$ (donnée) la valeur de $F_{\text{fat}_{\text{max}}}$, limitant le cône de frottement se calcule à l'aide des équations (2) et (4) du paragraphe 2.2.4.

$$F_{\text{fat}_{\text{max}}} = \frac{\mu_{c(t)}}{\cos a - \mu_{c(t)} \cdot \sin a} \cdot F \quad 2.2.5.1.1.a$$

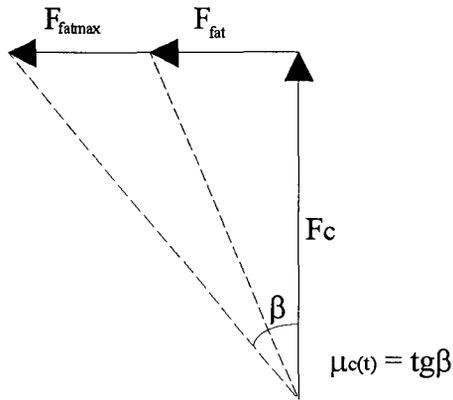
Il faut distinguer deux types de fonctionnement sur une cage:

a) Un premier type de fonctionnement, où le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ et le couple résistant C_{fea} , s'exerçant sur les cylindres d'appui, sont tels que la Force F_{fat} ne soit pas limitée et portée par le cône de frottement.

La valeur de F_{fat} correspondant à ce type de fonctionnement se déduit de la relation (3):

$$F_{\text{fat}} = C_{\text{fea}}/R_a \quad 2.2.5.1.1.b$$

et $F_{\text{fat}} < F_{\text{fat}_{\text{max}}}$



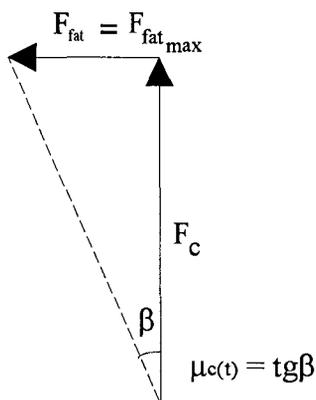
b) Un deuxième type de fonctionnement est à envisager. Celui-ci correspond au cas, où le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ et le couple résistant C_{fea} , s'exerçant sur les empoises d'appui, sont tels que la Force F_{fat} nécessaire pour s'opposer au couple résistant, soit portée par le cône de frottement. La valeur de F_{fat} , égale dans ce cas à $F_{fat_{max}}$, est donnée par la relation 2.2.5.1.1.a.

$$F_{fat_{max}} = \frac{\mu_{c(t)}}{\cos a - \mu_{c(t)} \cdot \sin a} \cdot F$$

2.2.5.1.1.c

La valeur de $F_{c(max)}$ correspondant à cette valeur de $F_{fat} = F_{fat_{max}}$, se calcule à l'aide de la relation (4):

$$F_{c(max)} = \frac{F_{fat_{max}}}{\mu_{c(t)}} = \frac{1}{\cos a - \mu_{c(t)} \cdot \sin a} \cdot F$$



Les grandeurs recherchées sont $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$. Nous allons établir les expressions permettant de calculer celles-ci.

2.2.5.2 Expression de $R_{1/2}$ en régime stationnaire

$$(1) \implies R_{1/2} = F_c \sin a + F_{fat} \cos a$$

$$(2) \implies F_c = F / \cos a + F_{fat} \cdot \operatorname{tg} a$$

$$\implies F_c \cdot \sin a = (F + F_{fat} \cdot \sin a) \cdot \operatorname{tg} a$$

$$\implies R_{1/2} = (F + F_{fat} \cdot \sin a) \cdot \operatorname{tg} a + F_{fat} \cdot \cos a \\ = F \cdot \operatorname{tg} a + F_{fat} / \cos a$$

$$\boxed{R_{1/2} = F \cdot \operatorname{tg} a + F_{fat} / \cos a}$$

2.2.5.2

$$\text{avec : } F_{fat} = C_{fea} / R_a \text{ ou } F_{fat} = F_{fat \max} = \mu_{c(t)} \cdot F_{c(\max)} = \mu_{c(t)} \cdot F / (\cos a - \mu_{c(t)} \cdot \sin a)$$

2.2.5.3 Expression de $R_{3/4}$ en régime stationnaire

$$(1') \implies R_{3/4} = F_c \cdot \sin a + F_{fat} \cdot \cos a + \textcircled{1} - |\textcircled{2}|$$

$$(2) \implies F_c \cdot \sin a = (F + F_{fat} \cdot \sin a) \cdot \operatorname{tg} a$$

$$\implies R_{3/4} = (F + F_{fat} \cdot \sin a) \cdot \operatorname{tg} a + F_{fat} \cdot \cos a + \textcircled{1} - |\textcircled{2}|$$

En régime stabilisé, $(1'') \implies \textcircled{1} - |\textcircled{2}| = T_2/2 - T_1/2$

$$\boxed{R_{3/4} = F \cdot \operatorname{tg} a + F_{fat} / \cos a + (T_2 - T_1)/2}$$

2.2.5.3

$$\text{avec : } F_{fat} = C_{fea} / R_a \text{ ou } F_{fat} = F_{fat \max} = \mu_{c(t)} \cdot F_{c(\max)} = \mu_{c(t)} \cdot F / (\cos a - \mu_{c(t)} \cdot \sin a)$$

Ces deux expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ permettent de calculer, en régime stationnaire, l'effort qu'exercent par l'intermédiaire des empoises, les cylindres d'appui et de travail sur les colonnes.

Afin de quantifier ces deux grandeurs, nous allons nous intéresser aux différents termes intervenant dans ces deux expressions.

2.2.5.4 Expression et valeur de l'offset

L'offset correspond au décalage dans le plan horizontal des axes des cylindres d'appui et de travail. Ce décalage a pour but de créer une force horizontale, qui vienne plaquer les cylindres, sur le côté entrée ou sortie des colonnes, afin d'éviter que ceux-ci ne soient pas «flottants» pendant le laminage sur une cage. En laminage stabilisé, les cylindres sont normalement plaqués comme représentés sur le schéma du paragraphe 2.2.1. Avec les orientations choisies, les valeurs de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ sont normalement positives.

Valeur de l'offset :

$$\text{On peut écrire : } \sin a = \frac{\overline{OO'}}{(R_a + R)}$$

Le décalage de O et de O' sur les laminoirs est de quelques millimètres (+ 6 mm pour le site de Mardyck, + 3 mm pour le site de Florange). La somme $(R_a + R)$ est généralement très peu différente de 1000 mm et ceci quelles que soient les cages. L'angle a est donc petit, on peut linéariser $\cos a$ au 1^{er} ordre soit :

$$\cos a \cong 1 \text{ et } \text{tg } a \cong \frac{\overline{OO'}}{(R_a + R)}$$

Pour le site de Mardyck, $\text{tg } a$ et $\sin a \cong 0,006$, et ceci quelles que soient les cages.

2.2.5.5 Valeur de la force de frottement au point de contact cylindre d'appui-cylindre de travail

Pour quantifier la valeur de la force de frottement F_{fat} , en fonctionnement non limité par le coefficient de frottement au contact appui-travail, nous avons utilisé une loi de variation déterminée et utilisée par CLECIM. CLECIM, important constructeur pour les parties mécaniques de laminoir à froid, a notamment réalisé la construction du 5 Cages de Mardyck.

La loi de variation de F_{fat} utilisée est la suivante:

$$\boxed{F_{\text{fat}} = k.F} \quad 2.2.5.5.$$

$$\text{avec } 0.001 \leq k \leq 0.003$$

Cette loi permet, quand la force F_{fat} , s'opposant au couple de frottements dans les paliers hydrodynamiques, n'est pas limitée par le coefficient de frottement au contact appui-travail, de déterminer la valeur de F_{fat} en régime stabilisé.

2.2.5.6 Approximations

Dans les expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ établies précédemment, nous avons procédé aux approximations suivantes:

1) $\cos a \cong 1$

2) La valeur de $\sin a$ est faible ($\sin a \cong 0.006$). Sur une cage, les valeurs maximales de F sont de l'ordre de 1800 t. En laminage normal la force F_{fat} , de la forme $k.F$, avec $0.001 \leq k \leq 0.003$, est inférieure à $0.003.1800$ t, soit $F_{\text{fat}} \leq 5,4$ t. Le terme $F_{\text{fat}}. \sin a$ est donc au maximum égal à $0,03_2$ t

Dans l'équation (2) paragraphe 2.2.4 nous avons négligé le terme $F_{\text{fat}}. \sin a$ devant F, de telle sorte que :

$$F_c = (F + F_{\text{fat}} . \sin a) / \cos a \cong F / \cos a \cong F$$

L'équation (4) du paragraphe 2.2.4 devient :

$$\boxed{F_{\text{fat}_{\text{max}}} \cong \mu_{c(t)} \cdot F} \quad 2.2.5.6.$$

Ces approximations permettent de simplifier et de réécrire les expressions de $R_{1/2}$ et de $R_{3/4}$. Deux types de fonctionnement sont à distinguer, suivant que le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ limite ou non la valeur de F_{fat} , nécessaire pour s'opposer au couple de frottements dans les paliers hydrodynamiques des empoises d'appui. Nous allons écrire les expressions de $R_{1/2}$ et de $R_{3/4}$ en distinguant ces deux cas.

2.2.5.7 Expression de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ en regime stationnaire quand F_{fat} non limitée par $F_{\text{fat}_{\text{max}}}$.

En regime stationnaire les expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ sont :

$$\boxed{R_{1/2} = F \cdot \text{tg } a + F_{\text{fat}}} \quad 2.2.5.7.a$$

$$\boxed{R_{3/4} = F \cdot \text{tg } a + F_{\text{fat}} + \frac{T_2 - T_1}{2}} \quad 2.2.5.7.b$$

avec : $F_{\text{fat}} = C_{\text{fea}} / R_a$ et $F_{\text{fat}} \leq F_{\text{fat}_{\text{max}}} = \mu_{c(t)} \cdot F$

2.2.5.8 Expressions de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ en regime stationnaire quand F_{fat} limitée par $F_{\text{fat}_{\text{max}}}$.

Si les efforts de frottements dans les empoises d'appui et le coefficient $\mu_{c(t)}$ sont tels que la force F_{fat} ne soit plus à l'intérieur du cône de frottement, mais porté par celui ci, on peut écrire:

$$\boxed{R_{1/2} = F \cdot \text{tg } a + F_{\text{fat}_{\text{max}}}} \quad 2.2.5.8.a$$

$$\boxed{R_{3/4} = F \cdot \text{tg } a + F_{\text{fat}_{\text{max}}} + \frac{T_2 - T_1}{2}} \quad 2.2.5.8.b$$

avec $F_{\text{fat}_{\text{max}}} = \mu_{c(t)} \cdot F$

On peut remarquer que dans un tel mode de fonctionnement, il y a patinage permanent du cylindre d'appui sur le cylindre de travail. Ce mode de fonctionnement que nous qualifierons de «dégradé» est à éviter. En effet, ce patinage provoque l'usure intempestive des cylindres.

2.2.5.9. Valeurs de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$

Les expressions de $R_{1/2}$ et de $R_{3/4}$ que nous avons établies, permettent de quantifier les efforts horizontaux s'exerçant entre les cylindres d'appui et de travail et leurs empoises, et par conséquent les efforts horizontaux exercés sur les colonnes. Dans le tableau suivant, nous avons quantifié les valeurs de $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ pour les trois types de produits travaillés sur le site de MARDYCK, Tôle Mince, DWI, Fer Blanc, et ceci pour les cinq cages du train. Ces valeurs ont été calculées en prenant pour chaque type de produit les valeurs moyennes types de forces de serrage et de tractions entrées-sorties de chaque cage.

La valeur de F_{fat} a été calculée, en considérant cette force, non limitée et portée par le cône de frottement, avec une valeur de $k=0,002$.

		C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
Tôle Mince	$R_{1/2}$ (t)	11.8	8.5	9.3	8.5	10.0
	$R_{3/4}$ (t)	-3.7	8.0	3	6.5	2
DWI	$R_{1/2}$ (t)	8.8	6.0	6.0	5.6	5.6
	$R_{3/4}$ (t)	2.3	3.7	3.4	4	3.8
Fer Blanc	$R_{1/2}$ (t)	8.5	5.6	5.7	5.4	6.0
	$R_{3/4}$ (t)	3.4	3.9	3.8	4.3	4.2

2.3 Etude des phénomènes pouvant engendrer des vibrations sur une cage

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons établi les expressions des efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui et de travail en régime stationnaire. La composante sur l'axe horizontal de ces efforts, que nous avons déterminée, correspond à l'effort qu'exercent par l'intermédiaire des empoises, les cylindres sur les colonnes.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous allons décrire certains phénomènes se produisant autour d'un point de fonctionnement, en régime de vitesse établie. Nous allons nous intéresser aux variations des forces horizontales $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$, générées par ces phénomènes, ces variations engendrant un effort pulsatoire générant des vibrations sur une cage.

2.3.1 Description physique des phénomènes étudiés et hypothèses de travail

La force due au frottement au contact appui-travail (F_{fat}) peut varier, si le couple de frottement dans les paliers hydrodynamiques des empoises d'appui varie, ou si le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ au contact appui-travail, n'est plus suffisamment important pour que la force F_{fat} s'opposant au couple de frottements dans les empoises d'appui, soit dans le cône de frottement. Nous allons nous intéresser aux phénomènes suivants :

- 1) Variation du coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ autour d'un point de fonctionnement tel que $F_{fat} = F_{fat_{max}}$ (F_{fat} est portée par le cône de frottement)
- 2) Variations du couple de frottements dans les paliers hydrodynamiques des empoises d'appui

2.3.1.1 Hypothèses de travail

Hypothèse 1: Vitesses cylindres

Nous nous intéressons aux phénomènes intervenant autour d'un point de fonctionnement de départ où les cylindres d'appui, de travail et la bande sont en régime stationnaire. Les cylindres tournent initialement à vitesse constante.

Hypothèse 2: Caractère cyclique de la variation des efforts considérés

Une variation importante de la rugosité d'un cylindre d'appui, le long de la génératrice (barres de rugosité variable), où des modifications du film d'huile, existant au contact appui-travail, du fait de l'arrosage arrière sur une cage, entraîne une variation du coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ au contact appui-travail.

Un problème au niveau de l'alimentation en fluide des paliers hydrodynamiques, entraîne une variation du couple résistant dans ces paliers.

Nous prendrons pour hypothèses de travail, que les variations du coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ au contact appui-travail, ainsi que du couple de frottement C_{fea} dans les paliers hydrodynamiques, sont cycliques et de courte durée (quelques dixièmes de secondes).

2.3.2. Variation fugitive des efforts de frottements et influence sur les vitesses cylindres

Dans ce paragraphe, nous allons quantifier l'influence d'une variation fugitive de la somme des moments des efforts de frottements s'exerçant sur les cylindres d'appui et de travail sur la vitesse de ces cylindres .

2.3.2.1. Cylindres d'appuis

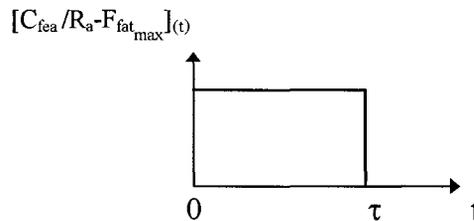
Soit $v_t = R \cdot \dot{\theta}_t$, vitesse linéaire d'un point à la circonférence du cylindre de travail .
 $v_a = R_a \dot{\theta}_a$, vitesse linéaire d'un point à la circonférence du cylindre d'appui .

De façon générale on peut écrire :

$$(3) \implies [C_{fea} / R_a - F_{fat}] \cdot R_a = J_a \ddot{\theta}_a = \frac{1}{2} m_a R_a^2 \ddot{\theta}_a$$

$$\implies R_a \ddot{\theta}_a = \frac{2}{m_a} [C_{fea} / R_a - F_{fat}] \implies \int_0^\tau R_a \cdot \frac{d\dot{\theta}_a}{dt} \cdot dt = \int_0^\tau \frac{2}{m_a} [C_{fea} / R_a - F_{fat}]_{(t)} dt$$

Si l'on considère une variation de la somme des moments des efforts s'exerçant sur un cylindre de type échelon:



on peut écrire:

$$R_a [\dot{\theta}_a(\tau) - \dot{\theta}_a(t=0)] = \frac{2}{m_a} \cdot \Delta [C_{fea} / R_a - F_{fat \max}] \cdot \tau$$

Lors d'une telle variation des moments des efforts de frottements s'exerçant sur les cylindres, autour d'un point de fonctionnement en régime stationnaire, on peut écrire :

$$\Delta (R_a \dot{\theta}_a) = \frac{2}{m_a} \Delta [C_{fea} / R_a - F_{fat \max}] \cdot \tau \quad 2.3.2.1.a$$

A titre indicatif, une variation, même forte de la force de frottement au contact appui-travail (3t par ex.), dûe à une annulation complète de $\mu_{c(t)}$ pendant $1/10^{\text{ième}}$ de seconde, entraîne une variation de la vitesse d'appui de 0.1₁ m/s.

2.3.2.2. Cylindres de travail

Soit m_t , masse équivalente de la ligne moteur, réducteur, cylindre de travail ramenée au cylindre de travail .

Par analogie d'écriture avec les cylindres d'appui, nous allons écrire l'inertie de l'ensemble ligne moteur, réducteur, cylindre de travail ramenée au cylindre de travail sous la forme $J_t = \frac{1}{2} m_t R^2$

L'inertie de la ligne moteur est $J_t = \frac{1}{2} m_t R^2 = \frac{1}{2} m R^2 + \frac{J_{mot}}{(red)^2}$.

$J_{mot} = 14 \text{ Tm}^2$ et R est typiquement de l'ordre de 0.28m.

En cage 5, où le rapport de multiplication des réducteurs est le plus élevé (1.55), la masse équivalente ramenée au cylindre est donc la plus faible, m_t vaut:

$$m_t = m + \frac{2}{R^2} \frac{J_{mot}}{(red)^2} = 153^t \text{ en cage 5 .}$$

De la même façon que précédemment on peut écrire :

$$\Delta(R \cdot \dot{\theta}_t) = \frac{2}{m_t} \cdot \Delta[-F_{fat}] \cdot \tau \quad 2.3.2.2.a$$

A titre indicatif, une variation identique de F_{fat} (3t pendant 1/10^{ième} de seconde) entraîne une variation de 0.038 ms⁻¹ de la vitesse du cylindre de travail.

Pour des variations autour d'un régime stationnaire de courtes durées (\leq au 1/10^{ième} de sec.), les moments d'inertie importants des cylindres d'appuis, ou de l'ensemble ligne moteur, réducteur, cylindre de travail, ramenés au niveau des cylindres de travail, font que même des variations importantes des efforts de frottements, entraînent des variations faibles des vitesses cylindres.

Par conséquent, des pulsations, mêmes importantes, des forces $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ sur les colonnes, ne sont pas physiquement mesurables, et donc décelables, par la mesure vitesses cylindres.

2.3.3. **Variation des efforts de frottements et influence sur les forces horizontales exercées sur les colonnes**

Dans les variations de frottements étudiées, nous avons vu que plusieurs cas de figures sont à distinguer. Dans ce paragraphe nous allons décrire ces différents cas de figures avec leurs influences sur les grandeurs $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ qui nous intéressent.

Il faut distinguer deux types de variations des efforts de frottements sur les cylindres:

*variation du coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ autour d'un point de fonctionnement tel que $F_{fat} = F_{fat_{max}} = \mu_{c(t)} \cdot F$ porté par le cône de frottement.

*variation du couple de frottement dans les paliers hydrodynamiques des empoises d'appui.

Remarques :

** Variation éventuelle du terme dû à l'offset.*

Dans les cas où la résultante horizontale des efforts s'exerçant sur un cylindre à tendance à s'annuler puis à devenir négative (cylindre « flottant » , mobile entre les colonnes), le terme $F.tga \cong F \cdot \frac{\overline{OO'}}{R + R_a}$ varie . En effet dans le cas où le cylindre se déplace d'un côté de colonne à un autre , l'écart entre O et O' varie de l'équivalent de la somme des jeux existants entre l'axe du cylindre et les plaques d'usure des colonnes .

Au niveau des plaques d'usure des cylindres de travail nous avons mesuré ce jeu en cage 4 du train de MARDYCK. Ce jeu, cage serrée à 1000 t , est de l'ordre de $10/10^{\text{ième}}$ de mm entre les plaques d'usure cylindre travail-plaques d'usure colonnes .
En cas de mobilité des cylindres, l'importance des jeux rend non négligeable la variation de l'écart entre O et O'.

**Phase transitoire due au déplacement éventuel du fluide dans les paliers hydrodynamiques.*

Pendant la phase transitoire suivant une perturbation, il peut y avoir un déplacement du cylindre d'appui, consécutif à un déplacement du fluide dans les paliers hydrodynamiques: Etant donné la faible épaisseur du film d'huile dans les paliers hydrodynamiques ces déplacements éventuels sont faibles et ont une incidence négligeable sur la variation de l'écart entre O et O'.

Etant donnée la faible épaisseur du film d'huile dans les paliers hydrodynamiques, les termes transitoires d'accélération, dûs aux déplacements éventuels du fluide dans les paliers hydrodynamiques, suite à une perturbation, seront considérés achevés ou devenus négligeables (déplacements nuls, terminés, ou générant des termes dûs aux déplacements suffisamment faibles pour être négligés devant les autres termes)

Autour d'un point de fonctionnement en régime stationnaire, si F_{fat} est à l'intérieur du cône de frottement, les équations 2.2.5.7.a et 2.2.5.7.b peuvent s'écrire :

$$\Delta R_{1/2} = \Delta(F \cdot tga) + \Delta F_{fat} \quad 2.3.3.a$$

$$\Delta R_{3/4} = \Delta(F \cdot tga) + \Delta F_{fat} \quad 2.3.3.b$$

avec $\Delta F_{fat} = \Delta \left(\frac{C_{fea}}{Ra} \right) \quad 2.3.3.c$

Ces équations s'appliquent dans le cas d'une variation du couple de frottements dans les paliers hydrodynamiques telle que la force F_{fat} ne soit pas limitée par le cône de frottement.

Si le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ varie autour d'un point de fonctionnement où la force F_{fat} est portée par le cône de frottement, les équations 2.2.5.8.a et 2.2.5.8.b permettent d'écrire:

$$\Delta R_{1/2} = \Delta(F \cdot tga) + \Delta(F_{fat_{max}}) \quad 2.3.3.h$$

$$\Delta R_{3/4} = \Delta(F \cdot tga) + \Delta(F_{fat_{max}}) \quad 2.3.3.i$$

$$\text{avec } \Delta F_{fat_{max}} = \Delta(\mu_{c(t)} \cdot F) \quad 2.3.3.j$$

Une telle configuration, durable dans le temps, entraîne un patinage permanent du cylindre d'appui sur le cylindre de travail, provoquant une usure intempestive des cylindres d'appui et de travail.

2.3.3.1. Variation de $\mu_{c(t)}$ quand F_{fat} est sur le cône de frottement

1- $\mu_{c(t)} \searrow$
 $F_{fat} \searrow ; \Delta F_{fat_{max}} < 0 ; R_{1/2} \searrow ; R_{3/4} \searrow$

2- $\mu_{c(t)} \nearrow$ (après une \searrow de $\mu_{c(t)}$, telle que F_{fat} limitée par $F_{fat_{max}}$)

$$F_{fat} \nearrow ; \Delta F_{fat_{max}} > 0 ; R_{1/2} \nearrow ; R_{3/4} \nearrow$$

$\ddot{\theta}_a$: Si l'augmentation de $\mu_{c(t)}$ est suffisamment forte pour que $F_{fat_{max}} = \frac{C_{fea(va)}}{Ra} + \frac{1}{2} m_a Ra \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{R}{Ra} \dot{\theta} - \dot{\theta}_a \right]$, la vitesse des cylindres d'appui revient à la vitesse des cylindres de travail.

2.3.3.2. Variation des efforts de frottement dans les paliers hydrodynamiques.

a) si $C_{fea} \searrow$
 $C_{fea} \searrow ; F_{fat} \searrow ; \Delta F_{fat} < 0 ; R_{1/2} \searrow ; R_{3/4} \searrow$

b) si $C_{fea} \nearrow$

Deux cas sont à envisager:

- La variation de C_{fea} est intégralement suivie par celle de F_{fat} .
- L'augmentation de C_{fea} peut-être telle que $\mu_{c(t)}$ limite l'augmentation de F_{fat} à $F_{fat_{max}}$.

*si F_{fat} non limitée par $F_{fat_{max}}$

la variation de F_{fat} est donnée par 2.3.3.c

$$C_{fea} \nearrow ; \Delta F_{fat} > 0 \text{ (non limitée par } F_{fat_{max}}); R_{1/2} \nearrow ; R_{3/4} \nearrow$$

*si F_{fat} limitée par $F_{fat_{max}}$

si $\mu_{c(t)}$ limite l'augmentation de F_{fat} consécutive à l'augmentation de C_{fea} , $F_{fat} = F_{fat_{max}}$ portée par le cône de frottement :

$$C_{fea} \nearrow, \Delta F_{fat_max} > 0; R_{1/2} \nearrow; R_{3/4} \nearrow$$

Les phénomènes que nous venons de décrire, se reproduisant de façon cyclique, engendrent des efforts pulsatoires sur les colonnes générant des vibrations sur une cage. La mesure des efforts horizontaux au niveau des empoises d'appui et de travail permettrait de détecter ces phénomènes.

Le mode de fonctionnement d'une cage à la limite du cône de frottement, rend celle-ci sensible à toute variation de $\mu_{c(t)}$. Ces variations entraînent alors à la fois en plus d'un effort pulsatoire sur les colonnes, un patinage permanent du cylindre d'appui sur le cylindre de travail. Ce patinage entraîne une usure prématurée de l'état de surface des cylindres. Un tel mode de fonctionnement peut se détecter par la mesure de la vitesse des cylindres d'appui.

La mesure de l'effort horizontal exercé par les appuis sur les colonnes est proportionnelle au couple de frottements dans les paliers hydrodynamiques (sous réserve que F_{fat} ne soit pas limitée par F_{fat_max}). La mesure de l'effort horizontal exercé sur les colonnes au niveau des appuis permettrait de détecter un dysfonctionnement éventuel de l'hydrodynamique entraînant une augmentation intempestive des efforts de frottements dans les paliers.

2.3.4. Phases d'accélération et de décélération et vibrations des cages

Les mesures effectuées au début de cette étude nous ont montré que lors de la phase de montée en vitesse du train, on observe systématiquement une entrée en vibration importante des cages. Cette augmentation des vibrations se fait essentiellement dans le plan horizontal. Ces vibrations, une fois la phase d'accélération terminée, diminuent très fortement et reviennent à un niveau vibratoire «normal», correspondant à l'état vibratoire du train du moment.

En phase de décélération nous avons pu constater que la même augmentation a lieu. Néanmoins, par rapport à la phase d'accélération, la montée en vibration est moins systématique (quoique très fréquente) et d'un niveau généralement moins élevé.

Les montées et descentes en vitesses se font normalement en automatique. Pour pallier à ces phénomènes, les opérateurs procèdent manuellement à des montées en vitesse par paliers successifs.

Dans ce paragraphe, pour tenter d'expliquer ces vibrations en phases transitoires de vitesses, nous allons regarder la conséquence des accélérations-décélérations sur la force F_{fat} et donc le coefficient de frottement nécessaire pour que la force F_{fat} soit à l'intérieur du cône de frottement.

La condition de non patinage des cylindres d'appui sur les cylindres de travail est:

$$-v_a = v_t \text{ soit } -R_a \dot{\theta}_a = R_t \dot{\theta}_t \text{ ou encore } -R_a \ddot{\theta}_a = R_t \ddot{\theta}_t$$

$$(3) \quad \iff \left[\frac{C_{fea}}{R_a} - F_{fat} \right] = \frac{1}{2} m_a R_a \ddot{\theta}_a$$

en phase d'accélération, si l'on veut que la condition de non patinage soit vérifiée:

$$\left[\frac{C_{fea}}{R_a} - F_{fat} \right] = \frac{1}{2} m_a R_a \ddot{\theta}_a = -\frac{1}{2} m_a R \cdot \ddot{\theta}_t$$

soit encore :

$$\boxed{F_{fat} = \frac{C_{fea}}{R_a} + \frac{1}{2} m_a \cdot R \cdot \ddot{\theta}_t} \quad 2.3.4$$

La relation 2.3.4. permet de calculer en phase d'accélération-décélération, la valeur que doit avoir F_{fat} pour respecter la condition de non patinage des cylindres d'appui sur les cylindres de travail. On voit qu'en phases d'accélération, un terme lié à l'accélération des cylindres vient se rajouter algébriquement au terme dû au couple de frottements. Des accélérations fortes nécessitent d'avoir une force de frottement F_{fat} et donc un coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ élevé afin d'éviter le patinage. Si cette valeur de F_{fat} est telle que $F_{fat} \geq F_{fat_{max}} = \mu_{c(t)} \cdot F$, il y a un « décrochage » de la vitesse des cylindres d'appuis et les phénomènes décrits au paragraphe précédent se produisent, provoquant de ce fait une variation des efforts $R_{1/2}$ et $R_{3/4}$ qui viennent pulser sur les colonnes.

Nous allons, en phases d'accélération et de décélération, quantifier le terme lié à l'accélération:

Sur le site de MARDYCK, la montée en vitesse, pour passer de 0 à 1800m/mm, se fait en 24 secondes.

$$\implies R \ddot{\theta}_t = \frac{30}{24} = 1,25 \text{ ms}^{-2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_a \cdot R \cdot \ddot{\theta}_t = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 1,25 \cdot \frac{1}{10} = 2,5^t \text{ en phase d'accélération}$$

En phase de décélération, la descente en vitesse est deux fois plus rapide soit $\frac{1}{2} m_a R \ddot{\theta}_t = -5^t$.

En laminage normal, en régime de vitesse stabilisé, la force F_{fat} est typiquement comprise entre 0,8 et 4,5t au maximum ($0,001 \leq k \leq 0,003$ et $800t \leq F \leq 1500t$ suivant les produits). Les termes liés à l'accélération en phases d'engagement ou de déengagement modifient donc sensiblement le coefficient $\mu_{c(t)}$ nécessaire pour éviter une limitation de la force F_{fat} par le cône de frottement.

Etant donné l'apparition systématique dans le plan horizontal, en phases transitoires de vitesse, des vibrations, tant au niveau des empoises d'appui que de travail, on peut supposer que le terme $\mu_{c(t)}$ en laminage normal est tel que F_{fat} n'est éloigné de $F_{fat_{max}}$ que de quelques tonnes.

La variation de F_{fat} par limitation de cette force à $F_{fat_{max}}$ du fait d'une variation de $\mu_{c(t)}$ semble physiquement possible. La mesure préconisée de la vitesses cylindres, permettrait de détecter, en phases d'accélération, un fonctionnement à la limite du cône de frottement.

En phases d'accélération-décélération, étant donné les conséquences néfastes d'un fonctionnement à la limite du cône de frottement, il pourrait être judicieux d'envisager des phases d'accélération-décélération avec une pente plus faible. Celles-ci se traduiraient par une perte de productivité pendant les phases d'engagement-déengagement qui serait à comparer aux gains dus à des changements de cylindres de travail moins fréquents et à une meilleure marche du train.

2.4 Détection des variations des efforts horizontaux et diminution des vibrations.

L'objectif général des sites dont les laminoirs sont sujets aux vibrations est la diminution de celles-ci du fait de leur effet dégradant à moyen terme sur les installations mécaniques de la cage. Nous avons vu, paragraphe 2.3.4., que les phénomènes que nous avons décrits, en plus de leurs effets sur les vibrations d'une cage, pouvaient avoir une incidence sur l'état de surface des cylindres d'appui et de travail.

La détection et la mesure des phénomènes que nous avons étudiés présentent donc un double intérêt: en plus de quantifier les efforts pulsatoires des cylindres pour éviter l'apparition des vibrations, elle permet d'éviter l'usure prématurée éventuelle des cylindres d'appui et de travail.

Les mesures des efforts horizontaux effectuées jusqu'à présent ont été des mesures ponctuelles. Pour mieux appréhender les phénomènes vibratoires, étant donné leur importance, nous pensons que des mesures permanentes systématiques sont souhaitables. Nous allons envisager les possibilités de mesures et faire un point sur certaines propositions et leur état d'avancement.

2.4.1. Mesures des variations des efforts horizontaux par la vitesse cylindre

Nous avons vu (paragraphe 2.3.2) que les inerties importantes des cylindres d'appui et de l'ensemble ligne moteur-cylindre de travail ramené au cylindre de travail, étaient trop importantes pour que des variations fugitives de moments des forces s'exerçant sur les cylindres pendant des intervalles de temps petits (quelques $10^{\text{ième}}$ de seconde) soient mesurables par les vitesses cylindres. Les phénomènes vibratoires décrits dans ce chapitre ne sont pas quantifiables par la vitesse des cylindres.

Néanmoins, la comparaison de la vitesse des cylindres d'appui et de travail, permet de détecter un fonctionnement où F_{fat} est limitée par le coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ au contact appui-travail. Ce type de fonctionnement étant préjudiciable, nous pensons qu'il serait utile de mesurer la vitesse des appuis (la vitesse travail étant une donnée déjà connue) afin de pouvoir détecter un éventuel fonctionnement en limite du cône de frottement.

2.4.2. Mesures par accéléromètres sur le bâti de la cage

Dans le cadre à la fois de l'étude des vibrations et du broutage, treize accéléromètres ont été installés en C_3 , C_4 , C_5 du train de MARDYCK. Ces capteurs sont reliés à une station d'analyse vibratoire BRUEL et KJAER.

Cette station permet d'effectuer tous les traitements usuels, utilisés pour l'étude de signaux (F.F.T.; niveau global...)

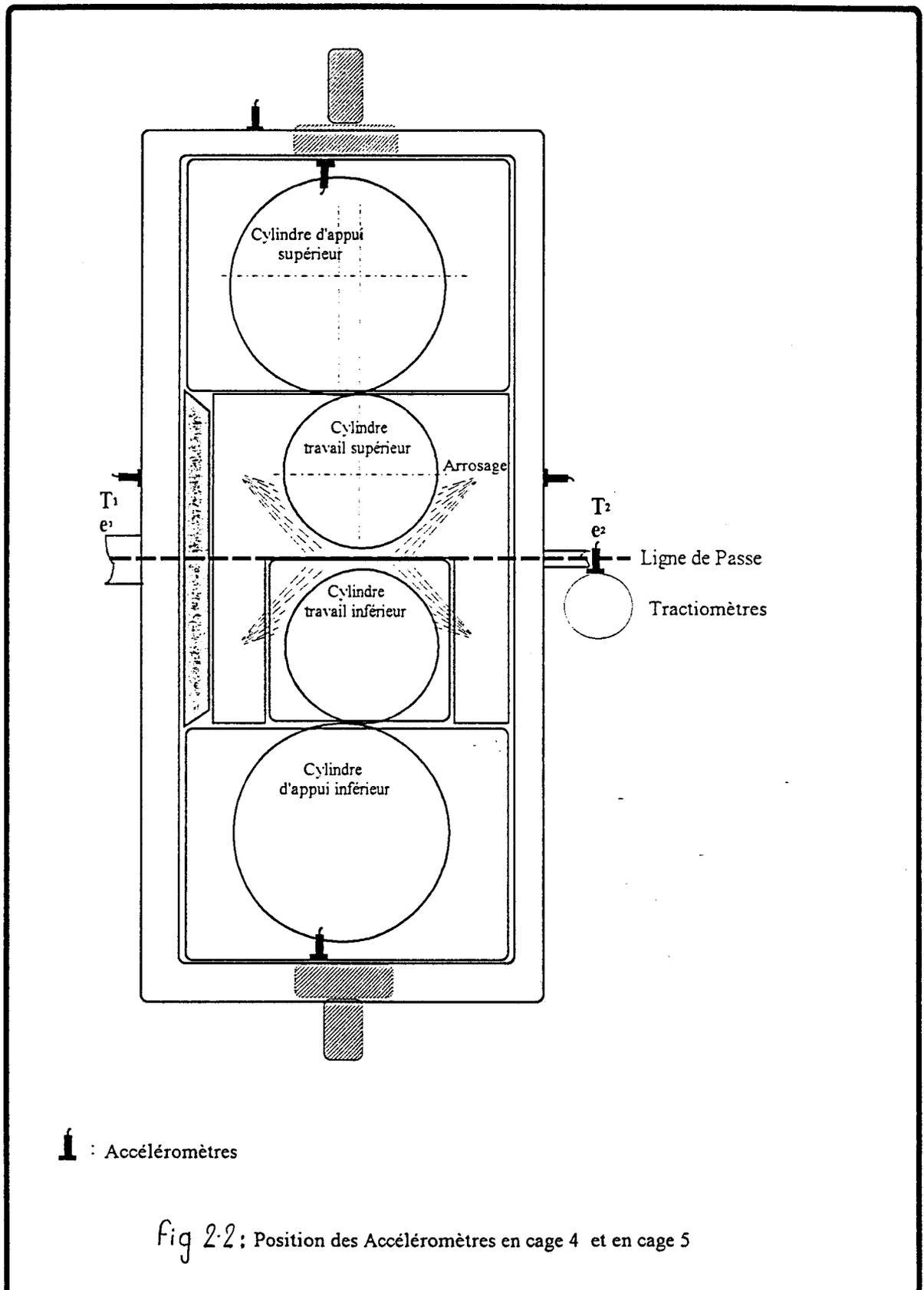
Pour relier sur cette station, les informations vibratoires données par ces accéléromètres, aux informations process des cages, un câblage a été réalisé. Ceci permettra, en utilisant les possibilités de traitement de la station d'analyse vibratoire, de corréler les informations vibratoires, aux informations données par le process. Pour pouvoir éventuellement déplacer les accéléromètres en différents endroits sur les cages, une longueur de câble suffisante a été prévue.

La disposition des accéléromètres est la suivante:

-un capteur, en vertical, sur chacun des hauts de colonnes en cage 3, 4 et 5.

Les cages 4 et 5 ont été instrumentées de façon identique:

- deux capteurs, en horizontal, sur les colonnes, côté moteur, au niveau de l'axe des cylindres de travail supérieurs, en entrée et en sortie de cage.
- deux capteurs, en vertical, sur le bâti des pots et vis de serrage.
- un capteur sur le bâti des tractiomètres en sortie de cage.



L'interfaçage accéléromètres / station d'analyse vibratoire, n'est pas opérationnel à aujourd'hui . Ces capteurs devraient être opérationnels dans les mois à venir (suivis du projet B.SPARTY-S.T.A de MARDYCK). Les approches expérimentales ponctuelles que nous avons effectuées, étant donné les difficultés de terrain inhérentes à un laminoir, ne sont pas toujours faciles. Cette instrumentation à demeure, permettra une approche expérimentale plus facile et plus systématique, qui permettra de compléter l'approche ponctuelle que nous avons réalisée.

2.4.2. Mesures par accéléromètres ou jauges de contraintes sur les plaques d'usures

Une instrumentation directe des plaques d'usure sur les colonnes est en cours d'étude par le service M.C.A (Mesures-Contrôles-Automatismes) de l'IRSID. Une telle instrumentation permettrait de mesurer les efforts au plus près des cylindres et d'éviter ainsi l'amortissement dû aux colonnes.

2.5. Conclusion du chapitre 2

Dans ce chapitre notre approche expérimentale nous ayant montré que les vibrations sur une cage, se faisaient essentiellement dans le plan horizontal, et ceci de façon égale, sur les cylindres d'appui et de travail, et sans affecter l'épaisseur du produit travaillé, nous avons étudié certains phénomènes susceptibles de faire varier les efforts à la liaison cylindre d'appui-cylindre de travail et de générer des vibrations sur une cage. Nous avons étudié l'influence de ces variations sur la résultante horizontale des efforts s'exerçant sur les cylindres d'appui et de travail et par conséquent par l'intermédiaire des empoises, la variation des efforts exercés sur les colonnes.

La variation de ces efforts a été étudiée:

- dans le cas d'une variation des frottements dans les chemises des empoises d'appui (ΔC_{fea}). Ce cas se produit lors de problèmes liés à l'hydrodynamique
- dans le cas d'une variation du coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ à la liaison appui-travail telle que la force de frottement s'exerçant au contact appui-travail soit limitée et portée par le cône de frottement. Ce type de fonctionnement se produit en cas d'usure cylindres et est fonction de la pénétration du lubrifiant au contact appui-travail (remarque: l'usure des cylindres peut être ponctuelle (marquage) ou uniforme sur tout le cylindre (usure régulière))

Nous avons vu qu'un fonctionnement où la force de frottement à la liaison appui-travail F_{fat} est limitée par la valeur du coefficient de frottement $\mu_{c(t)}$ au contact appui-travail ($F_{fat} = F_{fat_{max}}$) rend la cage sensible à toute variation de $\mu_{c(t)}$, qui se répercute sur la force F_{fat} . Dans ce type de fonctionnement, en plus de l'effort pulsatoire $\Delta R_{1/2}$ et $\Delta R_{3/4}$ généré sur les colonnes, par la variation de $\mu_{c(t)}$, le fonctionnement à la limite du cône de frottement provoque un patinage permanent du cylindre d'appui sur le cylindre de travail. Ce patinage entraîne une usure prématurée des cylindres. Ce type de fonctionnement peut être détecté par la mesure des vitesses cylindres que nous préconisons. La vitesse des cylindres de travail étant déjà une donnée connue, cela suppose de réaliser la mesure de la vitesse des cylindres d'appuis.

Nous avons vu que les accélérations-décélérations trop importantes, en phase d'engagement-dégagement, nécessitent une force de frottement F_{fat} à la liaison appui-travail d'autant plus forte que l'accélération ou la décélération est importante. Si cette valeur de F_{fat} est telle que $F_{fat} \geq F_{fat_{max}} = \mu_{c(t)} \cdot F$, il y a décrochage de la vitesse des cylindres d'appui et un patinage de ceux-ci, avec les conséquences au niveau du fonctionnement de la cage que nous avons décrites plus haut.

Il pourrait être judicieux d'envisager des phases d'accélérations-décélérations avec une pente plus faible. Ces phases d'accélérations-décélérations se traduiraient par une perte de productivité pendant les phases d'engagement-dégagement. Cette perte de productivité serait à comparer aux gains dus à des changements de cylindres de travail moins fréquents et une meilleure marche du train.

La mesure des efforts horizontaux ($R_{1/2}$ et $R_{3/4}$) exercés par les cylindres d'appui et de travail sur les colonnes, actuellement en cours d'étude à l'IRSID, permettrait de quantifier l'effort pulsatoire qu'exercent les cylindres sur les colonnes.

Cette mesure permettrait également de repérer une augmentation intempestive du couple de frottements dans les paliers hydrodynamiques des empoises d'appui. Cette augmentation est à détecter, en effet, en plus de l'aspect rendement, l'augmentation du couple de frottements favorise un fonctionnement à la limite du cône de frottement.

CHAPITRE 3: LE BROUTAGE
MODELE DE SIMULATION
DE LA REPONSE
D'UNE CAGE SOUMISE
A UNE EXCITATION.
ETUDE DES CONDITIONS DE STABILITE DE
FONCTIONNEMENT D'UNE CAGE

NOTATIONS CHAPITRE 3

- i : l'indice i désigne les grandeurs de la cage i étudiée.
- $(i-1)$: l'indice $(i-1)$ désigne les grandeurs de la cage $(i-1)$ en amont de la cage i .
- $(i+1)$: l'indice $(i+1)$ désigne les grandeurs de la cage $(i+1)$ en aval de la cage i .
- indice e : (ex: e_e, T_e), désigne de façon générale la grandeur d'entrée d'une ou des cages.
- indice s : (ex: e_s, T_s) désigne de façon générale la grandeur de sortie d'une ou des cages.
- indice e_i : (ex: T_{ei}, e_{ei}) désigne la traction ou l'épaisseur d'entrée de la cage i .
- indice s_i : (ex: T_{si}, e_{si}) désigne la traction ou l'épaisseur de sortie de la cage i .
- indice ij : (ex: T_{ij}) Nous employons l'indice i, j pour désigner une traction dans une intercage i, j spécifique (ex: T_{34} , traction entre la cage 3 et la cage 4).
- Remarque: quels que soient t : $T_{si}=T_{ei+1}=T_{i, i+1}$.
- Ces trois notations, représentent physiquement une seule et même grandeur.
- Nous avons choisi d'adopter cette notation, dans la mesure où dans la suite de ce chapitre, nous aurons besoin pour la clarté de la compréhension du texte, de désigner de façon spécifique, soit une traction entrée, soit une traction sortie, soit une traction intercage.
- F : frottement intercylindre.
- E : module d'Young.
- S_i : section de la bande en entrée d'intercylindre cage i .
- $D_{(i-1,i)}$: Distance intercage.
- $$\lambda_i : \lambda_i = \frac{Es_i}{D_{(i-1,i)}}$$
- p : opérateur de Laplace.
- m_a : masse d'un cylindre d'appui.
- m : masse d'un cylindre de travail.
- k_1 : raideur dûe aux fluides, dans les paliers hydrostatiques et hydrodynamiques des empoises d'appui.
- c_1 : amortissement dû aux fluides dans les paliers hydrostatiques et hydrodynamiques des empoises d'appui.
- c : amortissement dû à la bande et à l'emprise cylindres.
- k_{cyl} : raideur du contact cylindre d'appui-cylindre de travail.
- $k_{cyl(w/b)}$: raideur du contact cylindre de travail-bande.
- $k_{cyl(w/w)}$: raideur du contact cylindre de travail-cylindre de travail.
- k_2 : raideur des colonnes.
- x_b : déplacement de l'ensemble bâti supérieur-vis d'une cage.
- x_{ma} : déplacement vertical d'un cylindre d'appui.
- x_m : déplacement vertical d'un cylindre de travail.
- x_{es} : déplacement vertical de la bande.
- x_s : déplacement des pots de serrage.

$\mathbf{m}_{c(p)}$: impédance mécanique complexe de l'ensemble des différents éléments mécaniques d'une cage.

$$M_{c(p)}: M_{c(p)} = \mathbf{m}_{c(p)} + pc.$$

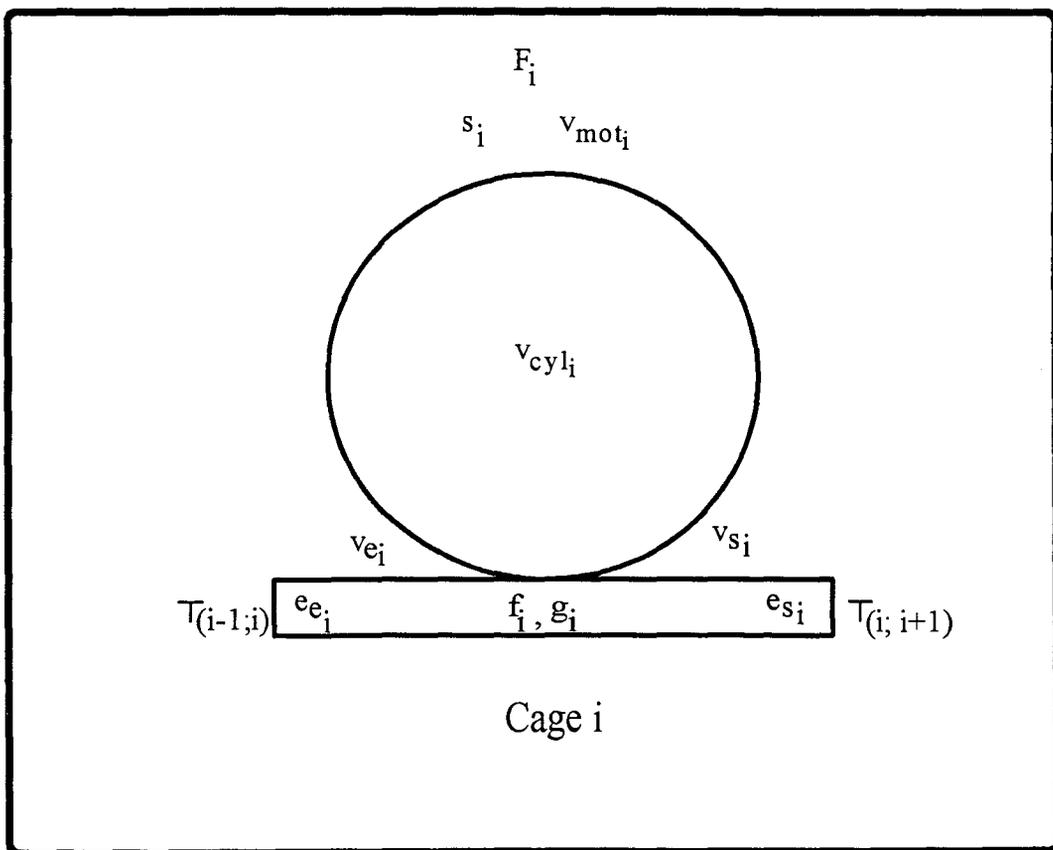
\mathbf{m}_c : valeur statique de cette impédance complexe.

indice 1: l'indice 1 est utilisé pour désigner les déplacements relatifs aux éléments situés au dessus de la bande.

indice 2: l'indice 2 est utilisé pour désigner les déplacements relatifs aux éléments situés en dessous de la bande.

X: les majuscules sont utilisées pour désigner la transformée de Laplace d'une variable temporelle (ex: X_{b1} représente la transformée de Laplace de $x_{b1(t)}$).

avec les notations adoptées une cage peut se schématiser de la façon suivante:



Chapitre 3: **Le Broutage**

Après avoir étudié les vibrations, nous allons consacrer ce chapitre à la compréhension des phénomènes susceptibles de provoquer du broutage sur les trains tandem de laminage à froid.

3.1 Introduction

3.1.1 Description du broutage et orientation de l'étude

Les manipulations que nous avons effectuées sur le train de MARDYCK montrent que le broutage, se traduit physiquement par une augmentation très rapide, (en quelques $1/10^{\text{ème}}$ de secondes) des vibrations verticales, des cages terminales d'un train. Ces vibrations entraînent systématiquement une variation de l'épaisseur du produit travaillé en sortie de train. Ces variations d'épaisseur se produisent toujours à une fréquence fixe, qui, pour le train de MARDYCK est située autour de $110\text{Hz} \pm$ quelques Hertz. Le phénomène, systématiquement initié sur une des cages terminales du train, se propage très rapidement et affecte les cages 3, 4 et 5.

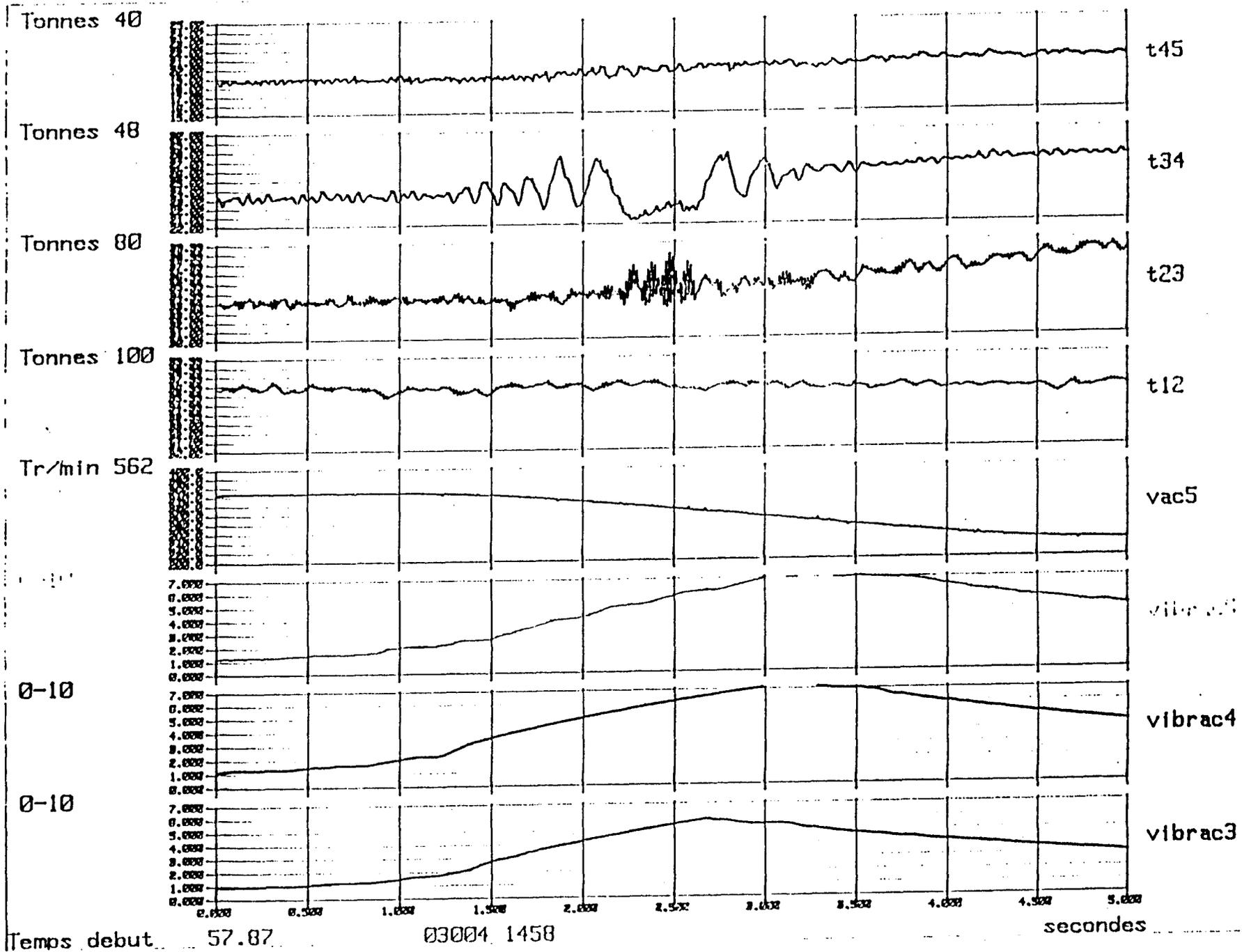
Il est souvent difficile, au vue du simple niveau vibratoire des cages, de distinguer laquelle a généré le phénomène.

Ce phénomène est représenté sur la courbe 1. Ces courbes sont issues de mesures effectuées sur le train de MARDYCK, lors de l'apparition d'un broutage.

Les graphiques t_{ij} du haut représentent l'évolution temporelle des tractions intercages, de la traction intercage des cages 1 et 2, jusqu'à la traction intercage des cages 4 et 5. Les trois graphiques du bas représentent l'évolution temporelle du niveau global vibratoire des cages 3, 4 et 5 dans la gamme de fréquence du phénomène.

La mesure est effectuée sur des accéléromètres situés en vertical, sur les hauts de colonnes. On peut nettement distinguer que la montée vibratoire des cages est quasi simultanée. Ceci est tout à fait caractéristique des cas de broutage.

Courbe 1.



Pour stopper, ou éviter l'apparition de ce phénomène, le seul moyen d'action connu à ce jour est de diminuer la vitesse. Si l'on ne diminue pas très rapidement celle-ci, le phénomène s'amplifie et conduit à la casse de la bande. Ceci peut s'interpréter physiquement par le fait que le fonctionnement d'une cage, stable en fonctionnement normal, passe au moment du broutage, dans un état de fonctionnement instable. L'épaisseur de sortie de cette cage diverge. Ces variations d'épaisseurs, sinusoïdales, ($f \approx 110$ Hz), augmentent et tendraient mathématiquement vers l'infini, s'il n'y avait pas une diminution de la vitesse pour arrêter le phénomène (ou une limitation physique se traduisant par une casse de la bande si la vitesse ne diminue pas suffisamment rapidement). On peut donc penser que le broutage peut s'expliquer par l'existence d'une fonction de transfert, dont la sortie est l'épaisseur sortie de la cage, cette fonction de transfert possédant au dénominateur un pôle complexe conjugué dont l'amortissement deviendrait très faible, puis négatif, au moment du broutage. La diminution de la vitesse re-stabiliserait ce système devenu divergent.

Pour comprendre le broutage et mettre en évidence un phénomène de ce type, nous avons construit un modèle permettant de simuler le comportement d'une cage soumise à une perturbation. A l'aide de ce modèle, nous avons établi différentes fonctions de transfert:

Les caractéristiques de fonctionnement d'une cage, propres à la bande ou à l'intercylindre, variant en permanence en cours de laminage représentent autant de sources d'excitations permanentes, avec des fonctions de transfert différentes, donc des pôles à priori différents, susceptibles de déstabiliser le fonctionnement d'une cage.

Par hypothèse (voir paragraphe hypothèses), la vitesse cylindre est constante, les caractéristiques de fonctionnement propres à la bande ou à l'intercylindre, susceptibles de générer une perturbation sur une cage i , sont l'épaisseur entrée de la cage (e_{ei}), le frottement intercylindre (f_i), ou la variation de la loi d'écoulement du matériel laminé ($\sigma_{s(x)}$).

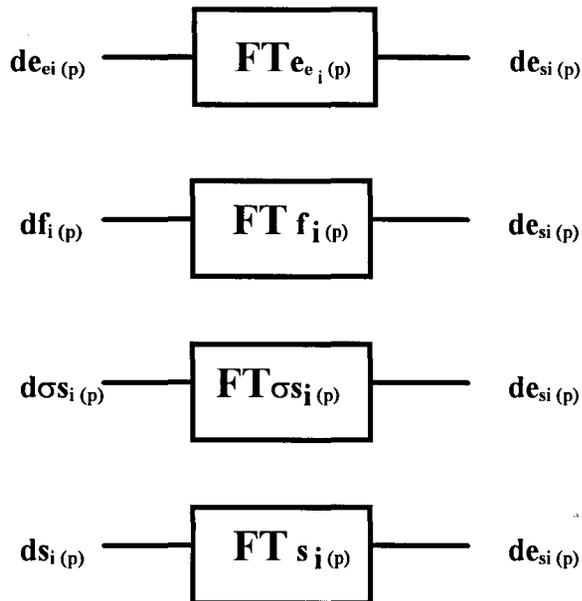
Afin de mettre les dénominateurs de ces différentes Fonctions de Transfert en évidence, nous avons établi leurs différentes fonctions de transfert, par rapport à la grandeur de sortie de_{si} qui nous intéresse.

Les cylindres d'appui et de travail dans un laminoir ne sont jamais parfaitement cylindriques et présentent ce que l'on appelle couramment en laminage des faux ronds. Ces faux ronds, typiquement de quelques dizaines de microns se traduisent par une variation des rayons des cylindres, équivalente à une variation de serrage, et qui peut être simulée par une variation de celui-ci. Ces faux ronds présents en permanence, quelles que soient les cages représentent une source d'excitation permanente extérieure à la bande. Pour mettre en évidence les pôles de cette source d'excitation extérieure à la bande, présente en permanence, nous avons établi la fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie d'une cage i soumise à une variation de son serrage.

La grandeur de sortie étudiée est la variation de l'épaisseur de sortie d'une cage i (de_{si}). Pour comprendre les causes susceptibles de déstabiliser le fonctionnement d'une cage, et de provoquer le broutage nous avons construit quatre fonctions de transfert distinctes:

La fonction de transfert reliant les variations de l'épaisseur entrée d'une cage i , de_{ei} , aux variations de l'épaisseur de sortie de cette cage de_{si} : $de_{si(p)} = FT_{ei(p)} \cdot de_{ei(p)}$; les fonctions de transfert reliant les variations de l'épaisseur sortie, dans le cas d'une perturbation provoquée

par une variation du frottement dans l'intercylindre df_i , une variation du seuil d'écoulement du produit en entrée d'une cage $d\sigma_{si}$, d'une variation de serrage ds_i



Les valeurs des pôles des différentes fonctions de transfert que nous allons établir dépendent, de la mécanique des cages, et des valeurs des caractéristiques de fonctionnement e_{e_i} , red_i , f_i , T_{e_i} , T_{s_i} , σ_{s_i} , R_i , L , v_{cyl_i} .

La mécanique des cages, quels que soient les cages et les produits est identique. Notre étude consiste, une fois les polynômes des différentes fonctions de transfert, susceptibles de déstabiliser le fonctionnement d'une cage mis en évidence, à étudier l'influence de chacune des caractéristiques de fonctionnement e_{e_i} , red_i , f_i , T_{e_i} , T_{s_i} , σ_{s_i} , R_i , L , v_{cyl_i} sur les pôles des polynômes de ces différentes fonctions de transfert.

De façon générale, les trains à froid sont susceptibles de travailler trois types de produits différents:

- La Tôle Mince (T.M.).
- Le DWI (DWI).
- Le Fer Blanc (F.B.).

Le train de MARDYCK, qui nous a servi de principal site d'expérimentation, travaille ces trois types de produits.

Le pourcentage des bobines travaillées affecté par le broutage est le suivant:

- 2% des bobines travaillées en Tôle Mince
- 3% des bobines travaillées en DWI.
- 13% des bobines travaillées en Fer Blanc

La Tôle Mince et le Fer Blanc sont touchés de façon radicalement différente par le broutage. Pour ces deux produits, les valeurs des caractéristiques de fonctionnement sont très

sensiblement différentes et ceci quelles que soient les cages. Nous nous sommes servis des cages 2, 3 et 4 en Tôle Mince et en Fer Blanc, pour effectuer notre étude.

Notre objectif est d'obtenir un modèle qui en plus de dégager des tendances générales permettant d'optimiser le choix des caractéristiques de fonctionnement paramétrables sur chaque cage d'un train (e_{ci} , red_i , f_i , T_{ei} , T_{si} , R_i) et d'améliorer ainsi les schémas de laminage, soit suffisamment rapide pour permettre, pour chaque bobine travaillée, de tourner en parallèle du process et de prévoir ainsi un risque éventuel de broutage.

Pour obtenir un outil rapide, nous avons choisi par l'établissement de fonctions de transfert, l'approche analytique.

Les expressions analytiques des pôles que nous mettrons en évidence, à l'aide des fonctions de transfert, comme étant susceptibles de déstabiliser le fonctionnement d'une cage, permettent une exploitation numérique rapide.

Ceci permet d'utiliser notre outil final sur le site, en le faisant tourner en parallèle du process.

Nous allons développer dans ce chapitre ce modèle de simulation et les résultats auxquels il a permis d'aboutir.

3.2 Approche statistique

Afin de mieux cerner le phénomène par une approche pratique, nous avons profité de la disparité des produits travaillés sur le site de MARDYCK, pour réaliser une étude statistique.

3.2.1. Conditions de l'étude

Pour chaque bobine travaillée, un grand nombre de paramètres sont stockés dans une base de données du site de MARDYCK. Pour chaque paramètre susceptible de varier en cours de laminage, la valeur stockée correspond à la moyenne de trois mesures différentes effectuées sur état stable (en vitesse stabilisée).

La population étudiée est de 1825 bobines.

Pour chacun des produits travaillés, Tôle Mince, Fer Blanc et DWI, nous avons et ceci pour les cinq cages du train, effectué une moyenne avec écart type des caractéristiques de fonctionnement d'une cage.

3.2.2. Conclusions de l'approche

En regardant ces différents paramètres dans un même type de produits, Tôle Mince, Fer Blanc, DWI, aucune tendance nette sur l'influence éventuelle d'un paramètre ne se dégage.

En effet pour la totalité des paramètres considérés, avec et sans broutage, on constate des moyennes quasi égales, avec des écarts types généralement faibles (quelques %).

En comparant les valeurs moyennes de chaque paramètre d'un type de produit à un autre, on constate que seuls certains paramètres diffèrent.

Ces paramètres différents, classés par types de produits et par cage, sont précisés dans le tableau suivant:

Seuil d'écoulement du matériau en entrée de train (N/mm ²)	TM	367
	DWI	322
	FB	358
Largeur de la bande (m)	TM	1.48
	DWI	1.14
	FB	1.01
Réduct. totale	TM	68.5 %
	DWI	91.2 %
	FB	89.1 %

		C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
frottement intercylindre	TM	0.145	0.095	0.097	0.077	0.152
	DWI	0.115	0.059	0.049	0.037	0.027
	FB	0.097	0.040	0.032	0.023	0.018
Rédu. cage (%)	TM	25.7	27.1	25.1	21.0	6.7
	DWI	37.7	42.7	41.6	39.5	32.9
	FB	34.5	41.2	39.2	36.5	30.5

		e _{dérouleuse}	e ₁₂	e ₂₃	e ₃₄	e ₄₅	e _{enrouleuse}
épaisseurs (microns)	TM	3150	2358	1771	1346	1076	1021
	DWI	3146	1959	1144	668	404	276
	FB	2259	1481	892	543	346	246

		T _{dérouleuse}	T ₁₂	T ₂₃	T ₃₄	T ₄₅
Tractions (t)	TM	7.9	39.7	38.7	26.0	22.3
	DWI	6.3	19.5	15.0	9.7	8.5
	FB	4.0	12.3	10.8	7.0	6.7

En regardant le tableau ci-dessus, on peut constater que la tendance à l'apparition au broutage est d'autant plus élevée pour des produits réunissant les caractéristiques suivantes:

- largeur bande faible.
- coefficient de frottement intercylindre faible.
- réduction sur les cages élevées.
- épaisseur en entrée d'intercage faible.
- tractions intercages faibles.

Nous reviendrons sur ces constats dans la suite de notre étude.

3.3 Modèle de comportement d'une cage en réponse à une excitation

3.3.1. Hypothèses générales

Pour l'établissement des différentes fonctions de transfert nous avons pris un certain nombre d'hypothèses communes. Celles-ci sont les suivantes:

**Hypothèse 1: Perturbations:*

*Notre modèle de simulation de la réponse d'une cage soumise à une perturbation a pour but d'étudier la stabilité d'une cage i , soumise à une perturbation. Le modèle, par l'intermédiaire de la bande en traction entre les cages ($i-1$); i ; ($i+1$) tient compte des cages ($i-1$) et ($i+1$).

Seule la cage i est soumise à une perturbation. Les variations en cage ($i-1$) et ($i+1$) sont uniquement dues à la perturbation en cage i .

*Les différentes perturbations étudiées seront introduites séparément sur la cage i .

La cage i à un instant t n'est perturbée que par une seule des perturbations envisagées.

**Hypothèse 2: Régulations:*

la bande passante de la régulation de vitesse est de 0-1 Hz

la bande passante de la régulation par le serrage est de 0-15 Hz.

La fréquence du broutage ($110\text{Hz} \pm$ quelques Hz) est largement supérieure aux bandes passantes des régulations.

Nous avons pris pour hypothèse que les régulations de vitesse et de serrage n'interviennent plus à la fréquence du phénomène étudié et donc dans les équations que nous avons utilisées pour bâtir les différentes fonctions de transfert.

**Hypothèse 3: Variations de la vitesse cylindres*

Les variations dues aux perturbations étudiées engendrent une variation des efforts résistants appliqués au niveau de l'intercylindre, sur un cylindre de travail.

Etant donné l'inertie importante de l'ensemble ligne moteur-réducteur-cylindre de travail, ramenée aux cylindres de travail, nous avons pris pour hypothèse que la vitesse des cylindres de travail ne varie pas pendant les phénomènes étudiés. [Voir paragraphe 2.3.2.2.].

Les variations de la vitesse des cylindres de travail seront considérées comme négligeables:

$$dv_{\text{cyl}(i-1)} = dv_{\text{cyl}_i} = dv_{\text{cyl}(i+1)} = 0 .$$

Remarque: A titre indicatif une variation des efforts résistants au niveau de l'intercylindre de 1t ($\approx 10\%$ de la force typique en Fer Blanc) pendant 10^{-2} secondes (ordre de grandeur de la période du phénomène étudié), engendre une variation de la vitesse cylindre, dv_{cyl} , de $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ms}^{-1}$.

Les vitesses, en laminage normal sont au minimum de l'ordre du ms^{-1} , quelles que soient les cages. Cette approximation, est donc largement respectée.

Le schéma du modèle que nous avons bâti pour simuler la réponse d'une cage soumise à une perturbation est représenté sur le schéma de la page suivante:

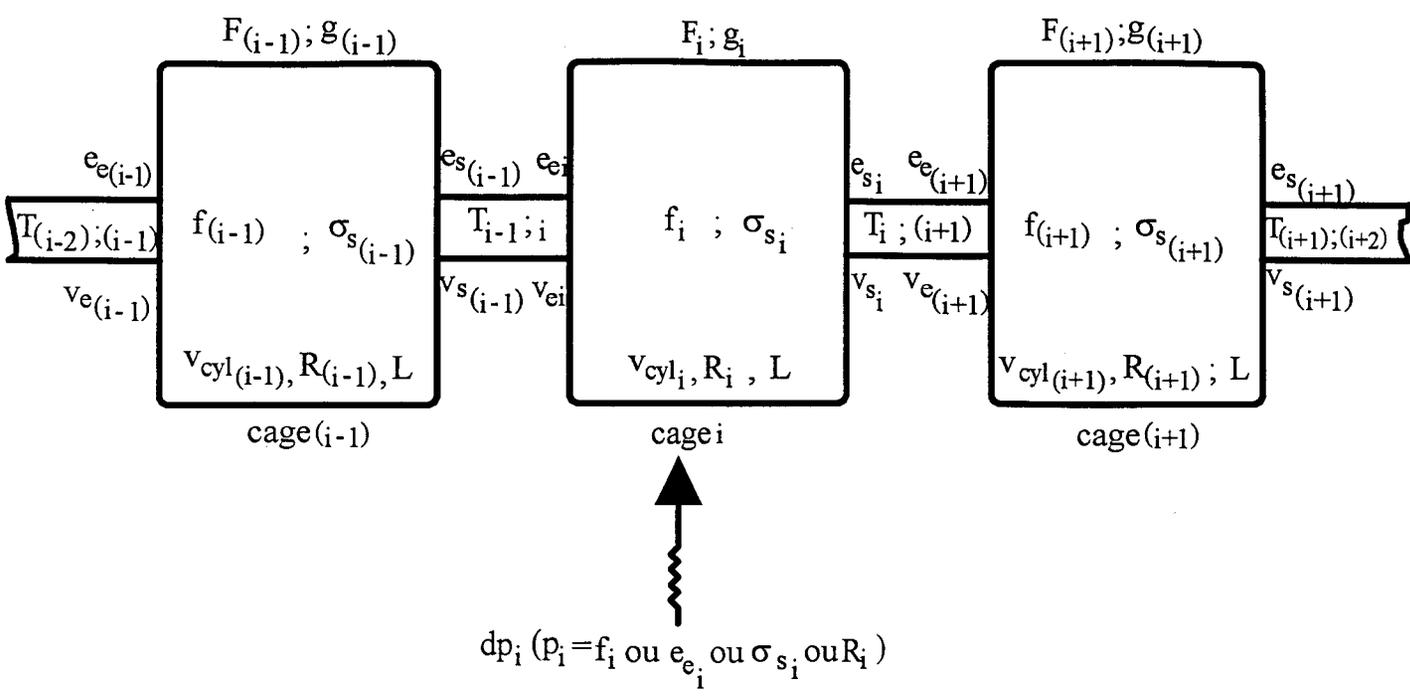


Fig 3.1 : Modèle de simulation de la réponse d'une cage soumise à une perturbation

3.3.2. Contexte de l'étude

Les auteurs ayant traité des causes susceptibles de générer le phénomène de broutage sur un train tandem de laminage à froid, ont tous bâti un modèle de cage, basé sur un système masse ressort, tenant compte des vibrations verticales d'une cage. Seul GUO, [GUO 93], a bâti un modèle de cage 3D, à l'aide d'une modélisation aux éléments finis, son modèle visant à modéliser finement l'amortissement dû à l'emprise cylindres.

Tous les modèles prennent en compte, d'une part la modélisation des éléments mécaniques de la cage, d'autre part la modélisation de la bande en traction entre deux cages, et la partie de la bande dans l'emprise des cylindres.

-Parmi les auteurs ayant publié sur le sujet, certains, CHEFFNEUX [CHEF 82], PAWELSKI [PAW 87], NIEB [NIEB 91] ont choisi une approche numérique. Leur méthode consiste, une fois leur modèle de cage bâti, à l'intégrer dans un ordinateur et à simuler, après avoir introduit une perturbation sur une cage i , le comportement complet des cinq cages d'un train. La forme des signaux temporels de l'épaisseur sortie des cages permet de déterminer un fonctionnement avec ou sans broutage.

Cette méthode numérique de simulation, nécessite de nombreuses itérations et demande un temps de calcul très long.

-Les autres auteurs, TAMIYA [TAM 80], TLUSTY [TLU 82], PATON [PAT 85] ont choisi l'approche analytique. Celle-ci consiste à déduire, de la fonction de transfert correspondant à

une perturbation introduite sur une cage i , la déstabilisation éventuelle du fonctionnement de la cage.

Le traitement numérique nécessaire au calcul des pôles d'une fonction de transfert est rapide. L'approche analytique permettant d'obtenir un outil rapide, capable de tourner en parallèle du process, nous avons choisi cette approche.

Le modèle bâti par les auteurs ayant choisi l'approche analytique, bien que tenant compte de la bande en traction entre deux cages, est un système monocage, ne tenant pas compte, lors d'une perturbation sur une cage i , des réactions des cages $(i-1)$ et $(i+1)$.

Afin de tenir compte des réactions des cages adjacentes, lors d'une perturbation sur une cage i , nous avons bâti un modèle analytique multicage, tenant compte des réactions des cages $(i-1)$ et $(i+1)$.

Le modèle modélisant la mécanique de la cage que nous allons développer, est un modèle masse-ressort, inspiré du modèle de cage utilisé par TAMIYA. En effet, cette modélisation permet de prendre en compte les principales raideurs élastiques et amortissement de la mécanique d'une cage.

GUO calcule l'amortissement de l'emprise à partir de la sensibilité du seuil d'écoulement à la vitesse de déformation du matériau écroui dans l'emprise, donc indirectement à la vitesse de la cage. La force de serrage étant une fonction dépendante du seuil d'écoulement du matériel laminé, devient une fonction dépendante de la vitesse de déformation, donc de la vitesse de la cage.

En nous inspirant des travaux de GUO, nous avons pris un amortissement lié à la variation de la force de serrage, en fonction de la variation de la vitesse de la cage.

3.3.3. Expressions des fonctions de transfert

Nous donnerons les expressions détaillées des différentes fonctions de transfert dans les paragraphes consacrés à ces différentes fonctions de transfert. Auparavant nous allons donner ici leurs principales expressions analytiques.

**Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation d'épaisseur entrée.*

L'expression de la fonction de transfert à laquelle on aboutit, dans le cas d'une perturbation due à une variation de l'épaisseur entrée d'une cage i est simple. Celle-ci s'écrit:

$$de_{si(p)} = \frac{e_{si}}{e_{ei}} \cdot de_{ei(p)} \quad 3.3.3.a.$$

**Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation du frottement dans l'intercylindre.*

Les principales expressions déterminant la fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie d'une cage en fonction d'une variation du frottement dans l'intercylindre sont:

$$de_{si(p)} = \frac{1}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right)} \cdot \left[\frac{\delta F_i}{\delta f_i} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \cdot F \cdot T_{Tei(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{si}} \cdot F \cdot T_{Tsi(p)} \right] df_{i(p)} \quad 3.3.3.b.$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction entrée est de la forme:

$$F. T_{Tei(p)} = \frac{dT_{ei(p)}}{df_i(p)} = k_{3f(p)} \frac{1}{(p + w_{1(p)})} \quad 3.3.3.c.$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction sortie s'écrit:

$$F. T_{Tsi(p)} = \frac{dT_{si(p)}}{df_i(p)} = k_{3f} \frac{(p + w_{phf(p)})}{(p + w_{1(p)})(p + w_{3(p)})} \quad 3.3.3.d.$$

**Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation des caractéristiques du matériau.*

Les principales expressions déterminant la fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie d'une cage en fonction d'une variation du seuil d'écoulement sont:

$$de_{si(p)} = \frac{1}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right)} \cdot \left[\frac{\delta F_i}{\delta \sigma_{si}} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \cdot F. T_{Tei(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{si}} \cdot F. T_{Tsi(p)} \right] d\sigma_{si(p)} \quad 3.3.3.e.$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction entrée est de la forme:

$$F. T_{Tei(p)} = \frac{dT_{ei(p)}}{d\sigma_{si(p)}} = k_{i\sigma s(p)} \frac{1}{(p + w_{1(p)})} \quad 3.3.3.f.$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction sortie s'écrit:

$$F. T_{Tsi(p)} = \frac{dT_{si(p)}}{d\sigma_{si(p)}} = k_{3\sigma s} \frac{(p + w_{phf(p)})}{(p + w_{1(p)})(p + w_{3(p)})} \quad 3.3.3.g.$$

**Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation de serrage.*

Les principales expressions déterminant la fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie d'une cage en fonction d'une variation du serrage sont:

$$de_{si(p)} = \frac{1}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right)} \cdot \left[m_{c(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \cdot FT_{Tei(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{si}} \cdot FT_{Tsi(p)} \right] ds_{i(p)} \quad 3.3.3.h.$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction entrée est de la forme:

$$FT_{Tei(p)} = k_{1s(p)} \cdot \frac{1}{p + w_{1(p)}} \quad 3.3.3.i.$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction sortie s'écrit:

$$FT_{Tsi(p)} = k_4 \cdot k_{1s(p)} \frac{1}{(p + w_{1(p)})(p + w_{3(p)})}$$

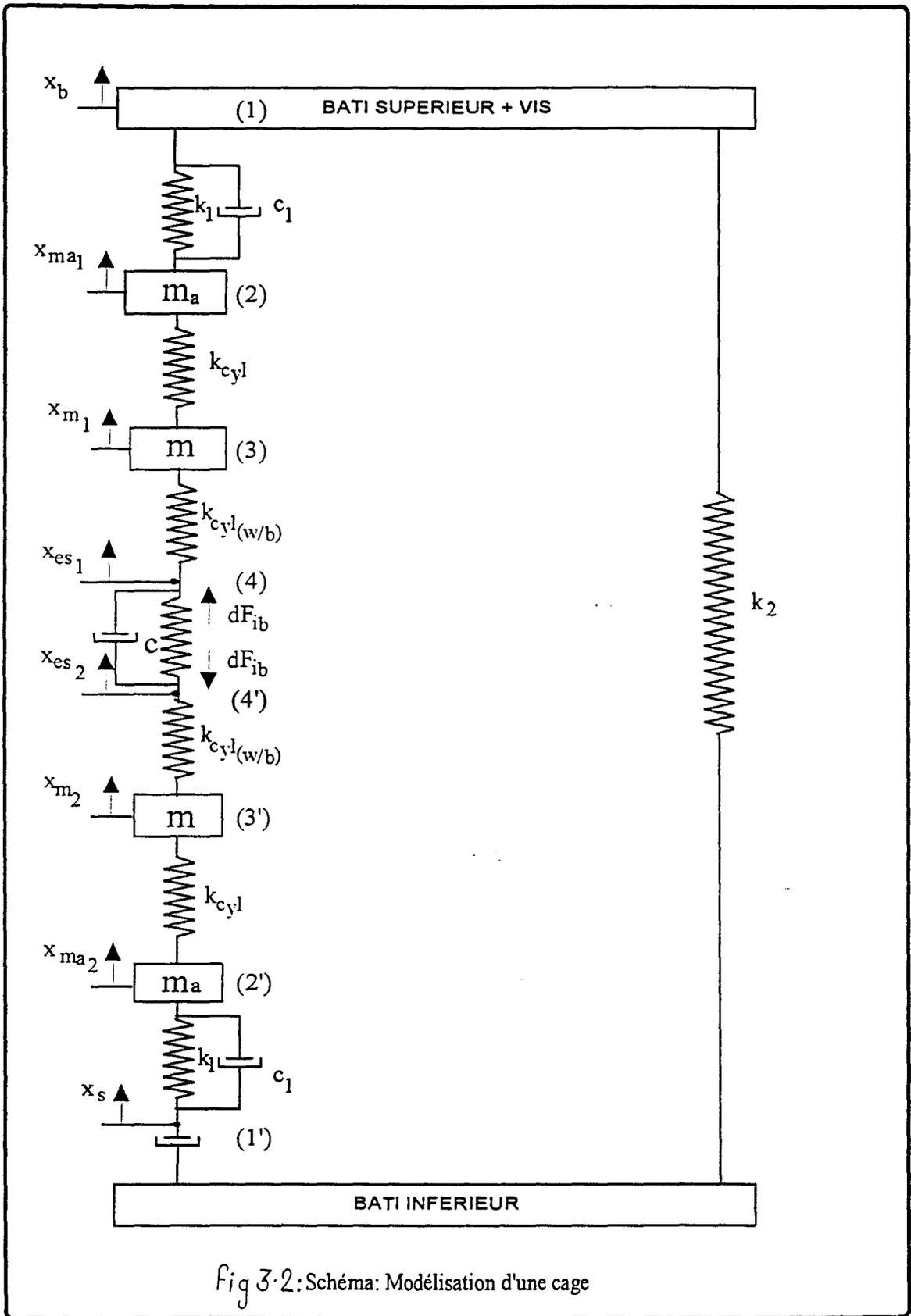
3.3.3.j.

3.3.4. Modélisation d'une cage

Le modèle de cage que nous avons bâti est représenté sur le schéma "Modélisation d'une cage" de la page suivante.

Le développement de notre modèle de simulation de la réponse d'une cage soumise à une perturbation nécessite, d'une part une mise en équation des différents éléments mécaniques constituant une cage, et, d'autre part, des équations modélisant le comportement de la bande et de l'emprise cylindre.

Nous allons expliciter dans un premier temps la mise en équation que nous avons utilisée, modélisant le comportement de la bande et l'emprise cylindre.



3.3.4.1. Equations modélisant la bande et l'emprise cylindres

Connaissant les caractéristiques de fonctionnement d'une cage, il est nécessaire tout d'abord de calculer son point de fonctionnement en régime stationnaire. Pour ce faire nous avons utilisé les formules analytiques de notre modèle de simulation de fonctionnement d'une cage explicitées au chapitre 1.

Une perturbation entraîne une variation, autour du point de fonctionnement, des grandeurs de fonctionnement de la cage. Pour calculer ces variations nous avons notamment utilisé le calcul des dérivées partielles de la force de serrage et du glissement. Celles-ci ont été calculées de façon numérique, à partir des formules de la force et du glissement, établies dans le chapitre 1.

3.3.4.1.1. Equations aux dérivées partielles.

**Force dans l'intercylindre:*

La variation de l'effort exercé par la bande sur les cylindres dans l'intercylindre, en fonction des variations des caractéristiques de fonctionnement s'écrit:

$$dF_{ib}(t) = \frac{\delta F_{ib}}{\delta e_{ei}} de_{ei}(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta e_{si}} de_{si}(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta f_i} df_i(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta T_{ei}} dT_{ei}(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta T_{si}} dT_{si}(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta \sigma_{si}} d\sigma_{si}(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta \dot{e}_{si}} d\dot{e}_{si}(t)$$

soit encore en écriture opérationnelle:

$$dF_{ib}(p) = \frac{\delta F_{ib}}{\delta e_{ei}} de_{ei}(p) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta e_{si}} de_{si}(p) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta f_i} df_i(p) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta T_{ei}} dT_{ei}(p) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta T_{si}} dT_{si}(p) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta \sigma_{si}} d\sigma_{si}(p) + p \frac{\delta F_{ib}}{\delta \dot{e}_{si}} de_{si}(p)$$

3.3.4.1.1.a.

Cette expression permet, pour une perturbation donnée, en exprimant les variations des autres caractéristiques de fonctionnement, en fonction de cette perturbation, de calculer la variation générée, de l'effort exercé par la bande sur les cylindres de travail, lors d'une perturbation.

$p \frac{\delta F_{ib}}{\delta \dot{e}_{si}} de_{si}(p)$ représente le terme d'amortissement, de la bande et de l'emprise cylindre.

Nous appellerons c, le terme $\left| \frac{\delta F_{ib}}{\delta \dot{e}_{si}} \right|$

**Glissement:*

De la même façon pour le glissement C_i on peut écrire:

$$dg_i(p) = \frac{\delta g_i}{\delta e_{ei}} de_{ei}(p) + \frac{\delta g_i}{\delta e_{si}} de_{si}(p) + \frac{\delta g_i}{\delta f_i} df_i(p) + \frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} dT_{ei}(p) + \frac{\delta g_i}{\delta T_{si}} dT_{si}(p) + \frac{\delta g_i}{\delta \sigma_{si}} d\sigma_{si}(p)$$

3.3.4.1.1.b.

3.3.4.1.2. Loi des débits

La loi des débits nous permet d'écrire:

$$e_{ei(t)} v_{ei(t)} = e_{si(t+\tau)} \cdot v_{si(t+\tau)}$$

Le temps de transfert τ d'un tronçon de bande dx de l'entrée à la sortie d'une cage est inférieur à 10^{-3} secondes quelles que soient les cages. Ce temps est suffisamment faible pour être négligé par rapport à la période du broutage. On peut considérer que $\tau \approx 0$.

Il n'y a pas de retard de passage d'un tronçon de bande dx de l'entrée à la sortie d'une cage. Dans ce cas, la loi des débits permet d'écrire:

$$\frac{de_{ei(p)}}{e_{ei}} + \frac{dv_{ei(p)}}{v_{ei}} = \frac{de_{si(p)}}{e_{si}} + \frac{dv_{si(p)}}{v_{si}} \quad 3.3.4.1.2.$$

3.3.4.1.3. Relation vitesse de sortie-glissement

Nous avons utilisé la relation reliant la vitesse de sortie de la bande à la vitesse cylindre et au glissement.

Celle-ci s'écrit:

$$v_{si(t)} = v_{cyli(t)} \cdot (1 + g_i(t))$$

soit encore:
$$\frac{dv_{si(p)}}{v_{si(p)}} = \frac{dv_{cyli(p)}}{v_{cyli}} + \frac{dg_i(p)}{(1 + g_i)} \quad 3.3.4.1.3.$$

3.3.4.1.4. Elasticité de la bande

Comme tous les autres auteurs ayant étudié le broutage, nous avons utilisé la loi de HOOKE, qui relie la dérivée de la variation de la traction dans un intercage à une variation de vitesse bande.

Pour la bande en traction entre deux cages ($i-1$) et i , la bande étant dans le domaine élastique, on peut écrire:

$$T_{(i-1;i)(t)} = \frac{E \cdot S_i}{D_{(i-1;i)}} [y_{e_{ei}(t)} - y_{e_{s(i-1)}(t)}]$$

avec $y_{e_{ei}(t)} - y_{e_{s(i-1)}(t)}$: allongement de la bande par rapport à sa longueur au repos.

E : module d'Young.

S_i : section de la bande en entrée d'intercylindre cage i .

$D_{(i-1;i)}$: Distance intercage. Celle-ci, identique pour toutes les cages est égale à 4.75m pour le train de MARDYCK.

soit en dérivant:

$$\frac{d}{dt} \cdot T_{(i-1;i)(t)} = \frac{E \cdot S_i}{D_{(i-1;i)}} (v_{ei(t)} - v_{s(i-1)(t)})$$

$$\text{soit : } d \dot{T}_{(i-1;i)}(t) = \frac{E \cdot S_i}{D_{(i-1;i)}} (dv_{ei}(t) - dv_{s(i-1)}(t))$$

ou encore en écriture opérationnelle:

$$\boxed{p \cdot dT_{(i-1;i)}(p) = \frac{E \cdot S_i}{D_{(i-1;i)}} \cdot (dv_{ei}(p) - dv_{s(i-1)}(p))} \quad 3.3.4.1.4.$$

Nous appellerons λ_i le terme $\frac{E \cdot S_i}{D_{(i-1;i)}}$.

Pour décrire le comportement d'une cage, il faut rajouter aux équations se rapportant à la bande et à l'intercylindre, les équations propres au bâti de la cage et aux cylindres.

3.3.4.2. Equations modélisant la mécanique d'une cage

Une cage présente un plan de symétrie au niveau de la ligne de passe de la bande. On peut restreindre le système d'équations décrivant le comportement d'une cage soumise à une perturbation à la demi-partie supérieure ou la demi-partie inférieure.

Nous allons écrire les équations pour la demi-partie supérieure.

Remarque: excepté pour l'équation (1), qui dans le cas de la fonction de transfert du serrage est spécifique à celle-ci, les équations qui vont suivre sont identiques et communes aux autres fonctions de transfert. L'équation (1) spécifique à la fonction de transfert au serrage sera donnée dans le paragraphe spécifique à celle-ci.

En isolant le bâti supérieur+vis, les masses des cylindres d'appui et de travail supérieures, un point au contact bande-cylindre supérieur, et, en appliquant le théorème de la résultante dynamique, projeté sur l'axe vertical, on obtient:

$$\begin{cases} (1) & 0 = -k_1(x_{b1(t)} - x_{m_{a1}(t)}) - c_1(\dot{x}_{b1(t)} - \dot{x}_{m_{a1}(t)}) - k_2(x_{b1(t)} - x_{b2(t)}) \\ (2) & m_a \ddot{x}_{m_{a1}} = -k_{cyl}(x_{m_{a1}(t)} - x_{m_{1}(t)}) + k_1(x_{b1(t)} - x_{m_{a1}(t)}) + c_1(\dot{x}_{b1(t)} - \dot{x}_{m_{a1}(t)}) \\ (3) & m \ddot{x}_{m1} = k_{cyl}(x_{m_{a1}(t)} - x_{m_{1}(t)}) - k_{cyl(w/b)}(x_{m_{1}(t)} - x_{e_{s1}(t)}) \\ (4) & 0 = k_{cyl(w/b)}(x_{m_{1}(t)} - x_{e_{s1}(t)}) + dF_{ib}(t) \end{cases}$$

avec:

$$dF_{ib}(t) = \frac{\delta F_{ib}}{\delta eei} deei(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta esi} desi(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta fi} dfi(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta Tei} dTei(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta Tsi} dTsi(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta \sigma si} d\sigma si(t) + \frac{\delta F_{ib}}{\delta \delta si} d\delta si(t)$$

$$de_{si}(t) = x_{es1(t)} - x_{es2(t)} = 2x_{es1(t)}$$

$$+X_{b1(t)} = -X_{b2(t)} = \frac{X_b(t)}{2}$$

soit encore en utilisant la transformée de Laplace:

$$\begin{cases} (1) & 0 = -(k_1 + pc_1)(X_{b_1} - X_{m_{a1}}) - k_2(X_{b_1} - X_{b_2}) \\ (2) & m_a p^2 X_{m_{a1}} = -k_{cyl}(X_{m_{a1}} - X_{m_1}) + (k_1 + pc_1)(X_{b_1} - X_{m_{a1}}) \\ (3) & m p^2 X_{m_1} = k_{cyl}(X_{m_{a1}} - X_{m_1}) - k_{cyl(w/b)}(X_{m_1} - X_{e_{s1}}) \\ (4) & 0 = k_{cyl(w/b)}(X_{m_1} - X_{e_{s1}}) + dFi_{b(p)} \end{cases}$$

avec:

$$dFi_{b(p)} = \frac{\delta Fi_b}{\delta e_{ei}} de_{ei}(p) + \frac{\delta Fi_b}{\delta e_{si}} de_{si}(p) + \frac{\delta Fi_b}{\delta f_i} df_i(p) + \frac{\delta Fi_b}{\delta T_{ei}} dT_{ei}(p) + \frac{\delta Fi_b}{\delta T_{si}} dT_{si}(p) + \frac{\delta Fi_b}{\delta \sigma_{si}} d\sigma_{si}(p) - pc de_{si}(p)$$

$$de_{si(p)} = X_{e_{s1}} - X_{e_{s2}} = 2X_{e_{s1}}$$

$$+X_{b1} = -X_{b2} = \frac{X_b}{2}$$

La démarche générale pour établir les différentes fonctions de transfert consiste, à l'aide des équations (1) à (3), à établir la relation $x_{m_1} = f(x_{e_{s1}})$. En remplaçant l'expression de x_{m_1} ainsi trouvée dans la relation (4), on peut établir la relation $dFi_{b(p)} = \mathbf{m}_{c(p)} \cdot de_{si(p)}$ reliant la variation de la force au niveau de la bande à la variation de l'épaisseur de sortie de cette même cage, en fonction de $\mathbf{m}_{c(p)}$. Le polynôme $\mathbf{m}_{c(p)}$ ainsi déterminé, dépend des différentes grandeurs mécaniques de la cage ($k_1, \dots, k_{cyl(w/b)}$). Il représente l'impédance mécanique complexe des différents éléments mécaniques d'une cage, hors bande.

En remplaçant dFi_b par $\mathbf{m}_{c(p)} \cdot de_{si(p)}$ dans l'équation 3.3.4.1.1.a et en se servant des équations propres à la bande et à l'intercylindre écrites pour les cages (i-1); i, et (i+1), on exprime les variations des différentes caractéristiques de fonctionnement de la cage, autres que l'épaisseur de sortie, en fonction de la perturbation étudiée. Cette relation ainsi établie reliant la variation de l'épaisseur sortie d'une cage i à la perturbation étudiée, représente la fonction de transfert du système pour la perturbation étudiée. Cette démarche, répétée pour chaque perturbation, permet d'arriver aux différentes fonctions de transfert que nous avons établies.

3.3.4.2.1. Détermination des différentes grandeurs mécaniques d'une cage

Pour exploiter les équations propres à la cage, il faut déterminer les différents termes de raideur et d'amortissement liés à la cage. Nous allons expliciter les relations que nous avons utilisées pour définir ces différents termes.

* k_2 représente la raideur liée au bâti de la cage. Sa valeur est calculée à l'aide de la relation $k_2=4.(E.S).l$; avec S la section d'une colonne et l sa longueur.

* k_{cyl} représente la raideur du contact appui-travail. Pour calculer sa valeur nous avons utilisé une relation établie et déjà utilisée par le département LAMEF [Laminage et Mise en Forme] de l'IRSID. Cette relation issue de la théorie du contact de HERTZ, permet de calculer la raideur de contact d'un contact cylindre-cylindre.

Cette relation s'écrit:

$$k_{cyl(F, L)} = \frac{F}{q \left[0,47.(K_1 + K_2) + K_1 \ln \left(\frac{2R_1}{a} \right) + K_2 \ln \left(\frac{2R_2}{a} \right) \right]} \quad 3.3.4.2.1.a.$$

avec: $R_1; R_2$: rayons des cylindres en contact.

q: Force linéique de rapprochement des cylindres (=F/L)

$$K_1, K_2: K_1 = K_2 = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi \cdot E}$$

ν : coefficient de Poisson.

a: longueur du contact entre les deux cylindres telle que

$$a^2 = 2q (K_1 + K_2) \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)}$$

En remplaçant R_1 par R et R_2 par R_a , on obtient la raideur du contact appui-travail.

* $k_{cyl(w/b)}$ représente la raideur du contact cylindre de travail-bande. Pour calculer sa valeur nous avons utilisé une relation établie par le département LAMEF de l'IRSID. Cette relation est issue de la théorie de HITCHCOCK, permettant de calculer le rayon déformé d'un cylindre en contact avec la bande et la longueur de l'arc de contact cylindre de travail-bande.

L'aplatissement d'un cylindre de travail en contact avec la bande s'écrit:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{8} \cdot q \cdot \ln \left(\frac{2D}{(e_s - e_s) + C \cdot q} \right)$$

avec $C: C = \frac{16(1-\nu^2)}{\pi \cdot E}$

ν : coefficient de Poisson

E: module d'Young d'un cylindre

q: Force linéique de rapprochement des cylindres (=F/L)

D: Diamètre du cylindre

La raideur du contact cylindre de travail-bande s'obtient par le calcul de la dérivée $\frac{\delta A}{\delta q}$

$$k_{cyl(w/b)} = L \left[\frac{\delta A}{\delta q} \right]^{-1} = L \left[\frac{1}{2} \left\{ \frac{C}{8} \ln \left(\frac{2D}{(e_e - e_s) + C.q} \right) - \frac{C^2}{8} \cdot \frac{q}{(e_e - e_s) + C.q} \right\} \right]^{-1} \quad 3.3.4.2.1.b.$$

* k_1 , représente la raideur due aux films d'huile dans les paliers hydrostatiques et hydrodynamiques des empoises d'appui.

Pour déterminer k_1 , nous avons procédé à un essai de serrage. Celui-ci consiste, sans bande dans l'emprise cylindre, à serrer la cage, afin d'établir une force de serrage donnée (1000t par exemple). Cet essai se fait en faisant tourner les cylindres, afin d'établir le film d'huile dans les paliers hydrodynamiques. On révèle la valeur x_s du déplacement des pots, correspondant à la force de serrage établie. On détermine ainsi le gain statique m_c d'une cage, égal à la force établie dans la cage, divisée par le déplacement x_s correspondant des pots. Le schéma d'une cage correspondant à un tel essai est représenté sur le schéma suivant:

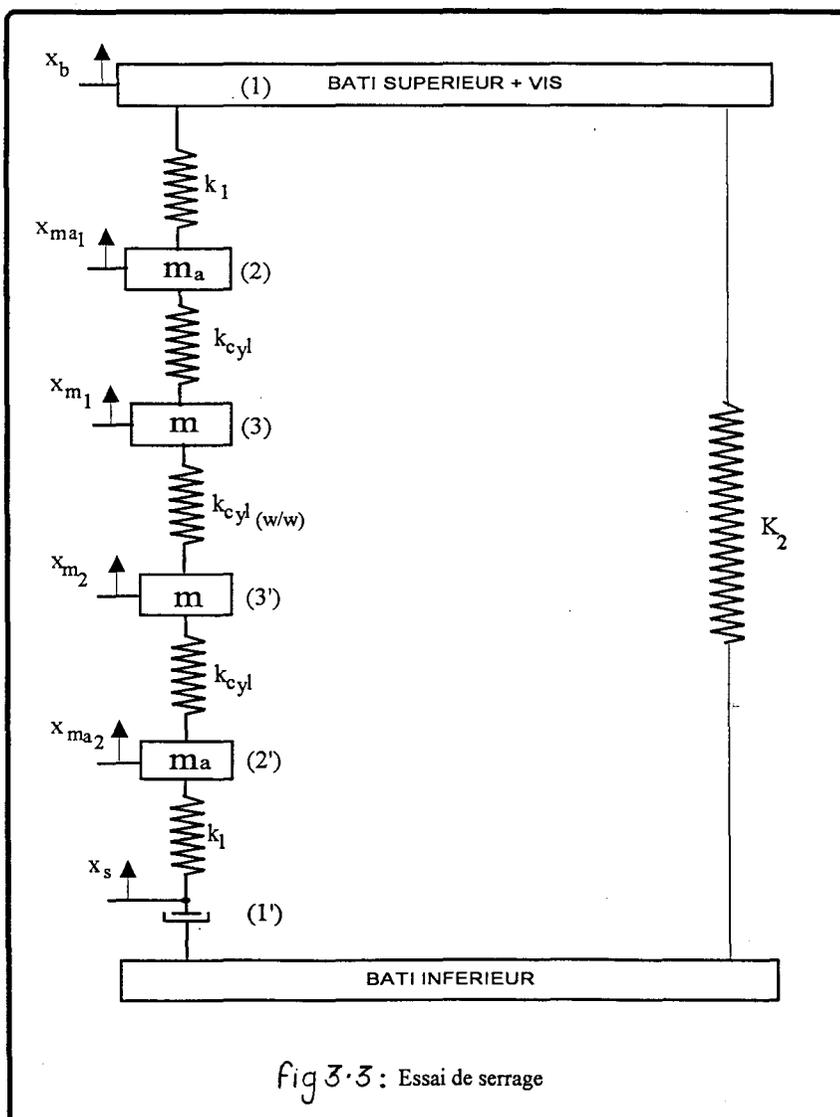


fig 3.3 : Essai de serrage

Pour cet essai de serrage, en isolant le bâti supérieur + vis, les masses des cylindres d'appui et de travail, supérieures et inférieures, un point à la surface du pot de serrage, et en appliquant le théorème de la résultante dynamique, projeté sur l'axe vertical, on obtient:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 0 = -k_1(x_b - x_{m_{a1}}) - k_2 x_b \\
 (2) \quad & 0 = k_1(x_b - x_{m_{a1}}) - k_{cyl}(x_{m_{a1}} - x_{m_1}) \\
 (3) \quad & 0 = k_{cyl}(x_{m_{a1}} - x_{m_1}) - k_{cyl(w/w)}(x_{m_1} - x_{m_2}) \\
 (3') \quad & 0 = k_{cyl(w/w)}(x_{m_1} - x_{m_2}) - k_{cyl}(x_{m_2} - x_{m_{a2}}) \\
 (2') \quad & 0 = k_{cyl}(x_{m_2} - x_{m_{a2}}) - k_1(x_{m_{a2}} - x_s) \\
 (1') \quad & 0 = k_1(x_{m_{a2}} - x_s) + m_c x_s
 \end{aligned}$$

La raideur du contact cylindre de travail-cylindre de travail $k_{cyl(w/w)}$, intervenant dans ces équations, est calculée avec la relation 3.3.4.2.1.a permettant de calculer la raideur d'un contact cylindre-cylindre.

La résolution de ce système d'équations conduit à la relation suivante:

$$\boxed{\frac{1}{m_c} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_{cyl}} + \frac{1}{k_{cyl(w/w)}} + \frac{1}{k_{cyl}} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \quad 3.3.4.2.1.c.$$

Cette relation, où la seule inconnue est k_1 , permet de calculer la valeur de cette grandeur.

*amortissements dûs aux paliers hydrostatiques et hydrodynamiques des empoises d'appui.

c_1 représente l'amortissement lié aux paliers hydrostatiques et hydrodynamiques dans les empoises d'appui.

Les paliers hydrostatiques ont pour rôle de maintenir aux faibles vitesses un film d'huile entre l'arbre des cylindres et leurs logements. Le fluide circulant dans ces paliers est sous fortes pressions (minimum 350 bars) et possède un faible débit.

Les paliers hydrodynamiques ont pour rôle de maintenir un film d'huile entre l'arbre des cylindres et leurs logements aux vitesses plus importantes. Le fluide qui y circule est sous faible pression (0,7 à 1 bars) et possède un gros débit. L'amortissement de ces paliers est grand.

M. AUBLIN [AUB 92] dans un ouvrage consacré à la théorie du dimensionnement des systèmes mécaniques, dans la partie consacrée aux paliers hydrodynamiques et hydrostatiques, précise que l'épaisseur relativement importante du film d'huile (0,05 à 0,1mm) dans les paliers hydrostatiques, leur donne une très bonne capacité d'amortissement. Néanmoins, celui-ci n'est pas quantifié.

Pour quantifier l'amortissement c_1 nous nous sommes servis de notre modèle. La relation $dFi_{b(p)} = m_{c(p)} \cdot de_{si(p)}$ peut encore s'écrire $de_{si(p)} = \frac{1}{m_{c(p)}} \cdot dFi_{b(p)}$. L'impédance complexe

$\frac{1}{m_{c(p)}}$, fonction des différentes raideurs et masses liées à la cage, et de l'amortissement c_1 , caractérise la mécanique d'une cage indépendamment de la bande.

Nous nous sommes servis du dénominateur de $\frac{1}{m_{c(p)}}$ pour caler la valeur de c_1 . Pour ce faire nous avons procédé numériquement de la façon suivante:

Dans ce dénominateur, mis à part c_1 , toutes les grandeurs ayant été déterminées comme précisé plus haut, sont numériquement connues.

En faisant varier la valeur de c_1 , et, en calculant pour chacune de ces valeurs, les racines de ce dénominateur, on se rend compte que la valeur de c_1 intervient sur l'amortissement d'une paire de pôles conjugués, dont la fréquence naturelle, située autour de 100Hz est constituée de la raideur k_1 et de la masse des appuis. La valeur de c_1 n'influe pas sur la valeur de la fréquence située à ≈ 100 Hz et n'intervient pas non plus sur les autres racines de ce dénominateur. Notre objectif est d'étudier l'influence des valeurs des caractéristiques de fonctionnement d'une cage, sur la déstabilisation de celle-ci. Pour caler la valeur de c_1 , nous avons choisi sa valeur de telle sorte que la paire de pôles sur laquelle influe c_1 , soit formée d'une paire de pôles complexes conjugués, dont le coefficient d'amortissement soit égal à 1. Nous avons ainsi établi un polynôme de référence caractérisant une cage, commun à chaque cage (hors bande).

Dans les fonctions de transfert finales, l'influence de la bande fait baisser le coefficient d'amortissement que nous avons au départ choisi égal à 1. Nous avons vérifié pour des valeurs standards en cage 2, 3, 4, en Tôle Mince et en Fer Blanc que cet amortissement final ne devenait pas trop faible. La valeur d'amortissement ainsi obtenue la plus faible étant voisine de 0.5, nous avons maintenu la valeur de c_1 ainsi déterminée.

*amortissement c :

Nous avons pris un amortissement, c , représentant l'amortissement dû à la bande et au film d'huile dans l'emprise cylindres.

Pour estimer sa grandeur nous nous sommes également servis de l'exploitation numérique de notre modèle. Dans les dénominateurs des fonctions de transfert que nous avons établis, en faisant varier la valeur de c , on constate en calculant les racines pour ces différentes valeurs, que la valeur de l'amortissement c , influe uniquement sur la valeur d'une paire de pôles conjugués, sans influencer sur les autres racines (en particulier, elle n'influe pas sur la paire de pôles complexes conjugués dépendant de c_1). Cette paire de pôles conjugués, dont la fréquence naturelle est fonction de la raideur du contact appui-travail et de la masse des cylindres de travail est située autour de 480Hz.

La valeur de l'amortissement dû à la bande est faible, nous avons choisi sa valeur de telle sorte que la paire de pôles complexes conjugués dépendant de celle-ci ait un coefficient d'amortissement de 0,1.

3.4.Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation d'épaisseur entrée

3.4.1.Hypothèses effectuées

*les hypothèses générales posées au paragraphe 3.3.1 se traduisent par :

$$de_{ei-1(t)}=0; de_{ei(t)}\neq 0; de_{ei+1(t)}=0; df_{i-1(t)}=0; df_{i(t)}=0; df_{i+1(t)}=0; d\sigma_{s\ i-1(t)}=0; d\sigma_{si(t)}=0; d\sigma_{s\ i+1(t)}=0$$

$$dR_{i-1}=dRa_{i-1}=0; dR_i=dRa_i=0; dR_{i+1}=dRa_{i+1}=0$$

$$dv_{\text{cyl } i-1}(t) ; dv_{\text{cyl } i}(t) ; dv_{\text{cyl } i+1}(t) = 0$$

*Hypothèse 1: $dT_{ei} = 0$ et $dT_{si} = 0$

Nous avons vérifié cette hypothèse par un essai pratique sur le laminoir de MARDYCK. Pour ce faire, nous avons réalisé un échelon de vitesse sur une cage: En créant un échelon de vitesse, en cage $i-1$ ($\nearrow v_{ei-1}$), cet échelon de vitesse génère un créneau d'épaisseur sortie en cage $i-1$ ($\searrow e_{si-1}$), ainsi qu'un créneau de traction $i-1, i$ ($\searrow T_{i-1,i}$). Quand l'échelon d'épaisseur sortie, crée en C_{i-1} arrive en C_i , la traction entrée de la cage i , $T_{i-1,i}$, ainsi que la traction sortie $T_{i,i+1}$, restent constantes.

\implies Une variation d'épaisseur entrée en C_i ne provoque pas de variations de traction entrée $T_{i-1,i}$ et de traction sortie $T_{i,i+1}$.

$$*Hypothèse 2: \left(\frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta e_{ei}} \right)}{(1+g_i)} \ll \left(\frac{1}{e_{ei}} \right) \text{ et } \left(\frac{\delta g_i}{\delta e_{si}} \right) \ll \left(\frac{1}{e_{si}} \right) \right)$$

De façon générale pour l'établissement des fonctions de transfert et notamment pour la réalisation de la fonction de transfert en fonction d'une variation de l'épaisseur entrée d'une cage, nous avons utilisé la relation 3.3.4.1.b pour l'introduire dans la relation 3.3.4.1.3. elle-même insérée dans l'équation 3.3.4.1.2.

On aboutit à la relation suivante:

$$\frac{de_{ei(p)}}{e_{ei}} - \frac{dv_{ei(p)}}{v_{ei}} = \frac{de_{si(p)}}{e_{si}} + \left(\frac{\frac{\delta g_i}{\delta e_{ei}} de_{ei(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta e_{si}} de_{si(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta f_i} df_{i(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} dT_{ei(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta T_{si}} dT_{si(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta \sigma_{si}} d\sigma_{si}}{(1+g_i)} \right)$$

soit encore:

$$\left(\frac{1}{e_{ei}} + \frac{\delta g_i}{\delta e_{ei}} \right) \cdot \frac{de_{ei(p)}}{e_{ei}} + \frac{dv_{ei(p)}}{v_{ei(p)}} = \left(\frac{1}{e_{si}} + \frac{\delta g_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot \frac{de_{si(p)}}{e_{si}} + \left(\frac{\frac{\delta g_i}{\delta f_i} df_{i(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} dT_{ei(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta T_{si}} dT_{si(p)} + \frac{\delta g_i}{\delta \sigma_{si}} d\sigma_{si}}{(1+g_i)} \right)$$

Dans cette équation nous avons utilisé les approximations $\frac{\delta g_i}{\delta e_{ei}} \ll \frac{1}{e_{ei}}$ et $\frac{\delta g_i}{\delta e_{si}} \ll \frac{1}{e_{si}}$

En effet, le calcul de ces différentes dérivées partielles, utilisées a priori au départ dans l'établissement de nos fonctions de transfert, montre que ces approximations, quelles que soient les cages, sont au minimum respectées dans un rapport de 1 à 15.

3.4.2. Expression et résultats de la fonction de transfert

Pour arriver à l'expression de la fonction de transfert, on remplace $dF_{i(b(p))}$ par $m_{c(p)} de_{si(p)}$ dans l'équation 3.3.4.1.1.a En se servant des équations propres à la bande et à l'intercylindre, écrites pour les cages (i-1), i, (i+1), on exprime dans l'équation 3.3.4.1.1.a les variations des différentes caractéristiques de fonctionnement de la cage autres que l'épaisseur sortie, en fonction de la variation de l'épaisseur d'entrée. On arrive ainsi à la fonction de transfert que nous avons établie.

L'expression de la fonction de transfert est la suivante:

$$\boxed{de_{si(p)} = \frac{e_{si}}{e_{ei}} \cdot de_{ei(p)}} \quad 3.4.2.$$

Cette fonction de transfert. simple ne possède pas de pôles susceptibles de déstabiliser l'épaisseur sortie.

Elle montre que les variations de l'épaisseur entrée d'une cage provoquent une variation d'épaisseur sortie proportionnelle à la réduction effectuée par la cage.

Les variations éventuelles d'épaisseurs entrées sur une cage ne peuvent pas provoquer la déstabilisation du fonctionnement de celle-ci.

3.5. Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation du frottement dans l'intercylindre

3.5.1 Hypothèses effectuées

*les hypothèses générales précisées au paragraphe 3.3.1 se traduisent par:

$$de_{ei-1(t)}=0; de_{ei(t)}=0; de_{ei+1(t)}=0; df_{i-1(t)}=0; df_{i(t)} \neq 0; df_{i+1(t)}=0; d\sigma_{si-1(t)}=0; d\sigma_{si(t)}=0; d\sigma_{si+1(t)}=0$$

$$dR_{i-1} = dR_{a_{i-1}} = 0; dR_i = dR_{a_i} = 0; dR_{i+1} = dR_{a_{i+1}} = 0$$

$$dv_{cyl(i-1)(t)} = dv_{cyl(i)(t)} = dv_{cyl(i+1)(t)} = 0.$$

$$* \text{hypothèse 1: } \frac{\frac{\delta g(i-1)}{\delta e_{s(i-1)}}}{1 + g(i-1)} \ll \frac{1}{e_{s(i-1)}}; \quad \frac{\frac{\delta g_i}{\delta e_{si}}}{1 + g_i} \ll \frac{1}{e_{si}}; \quad \frac{\frac{\delta g(i+1)}{\delta e_{s(i+1)}}}{1 + g(i+1)} \ll \frac{1}{e_{s(i+1)}}$$

(même explication que hypothèse paragraphe 3.6.1).

* hypothèse 2: $dT_{ei-1} = 0$.

Nous n'avons pas vérifié cette hypothèse en réalisant une variation de frottement dans un intercylindre. En effet, comme l'a montré PAWELSKI expérimentalement [PAW 84] une variation du frottement dans l'intercylindre est susceptible de déstabiliser cette cage et donc de provoquer un broutage. Un tel essai, susceptible d'altérer fortement l'épaisseur finale n'est pas neutre pour le produit travaillé, il n'a pas été réalisé.

Pour valider cette hypothèse nous nous sommes servis des essais de serrage [SIL 96] que nous avons effectués, pour confronter les résultats issus de notre modèle de comportement d'une cage soumise à une excitation, à des résultats pratiques.

(Pour les conditions et les détails de ces essais, voir paragraphe 3.8, validation expérimentale du modèle).

Ces essais montrent que lors d'un créneau de serrage en C_i , la traction intercage (i-1; i) varie, la traction entrée (i-1) restant constante. Quelles que soient les excitations envisagées, de frottement ou de serrage, (ou de seuil d'écoulement) en C_i , la traction intercage (i-1; i) varie. Les variations des grandeurs de fonctionnement de la cage (i-1), et en particulier sa traction entrée, cette cage n'étant pas excitée par une perturbation, sont uniquement dûes à la variation de sa traction sortie. En remarquant que la réaction de la cage (i-1) à la variation de sa traction sortie, est indépendante de la cause ayant généré en C_i cette variation de traction intercage (i-1; i), nous avons extrapolé le constat expérimental fait lors d'essais de serrage, à une excitation de frottement intercylindre C_i (ou une excitation due à la variation du seuil d'écoulement du matériel en entrée C_i).

3.5.2 Expression de la fonction de transfert

La démarche pour établir cette fonction de transfert consiste à remplacer $dF_{ib(p)}$ par $m_{c(p)} de_{si(p)}$ dans l'équation 3.3.4.1.1.a. En se servant des équations propres à la bande et à l'intercylindre, écrites pour les cages (i-1), i, (i+1), on exprime dans l'équation 3.3.4.1.1.a les variations des différentes caractéristiques de fonctionnement de la cage, autres que l'épaisseur sortie, en fonction de la variation du frottement dans l'intercylindre C_i . On arrive ainsi à la fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie d'une cage en fonction d'une variation du frottement dans l'intercylindre C_i .

La résolution du système d'équations posé pour les cages i-1, i, i+1, avec les hypothèses émises, nous conduit à la fonction de transfert suivante:

$$de_{si(p)} = \frac{1}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right)} \cdot \left[\frac{\delta F_i}{\delta f_i} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \cdot F \cdot T_{Tei(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{si}} \cdot F \cdot T_{Tsi(p)} \right] df_{i(p)} \quad 3.5.2.a$$

Cette fonction de transfert, avec la relation $dF_{ib(p)} = m_{c(p).i} \cdot de_{si(p)}$, peut se schématiser de la façon suivante:

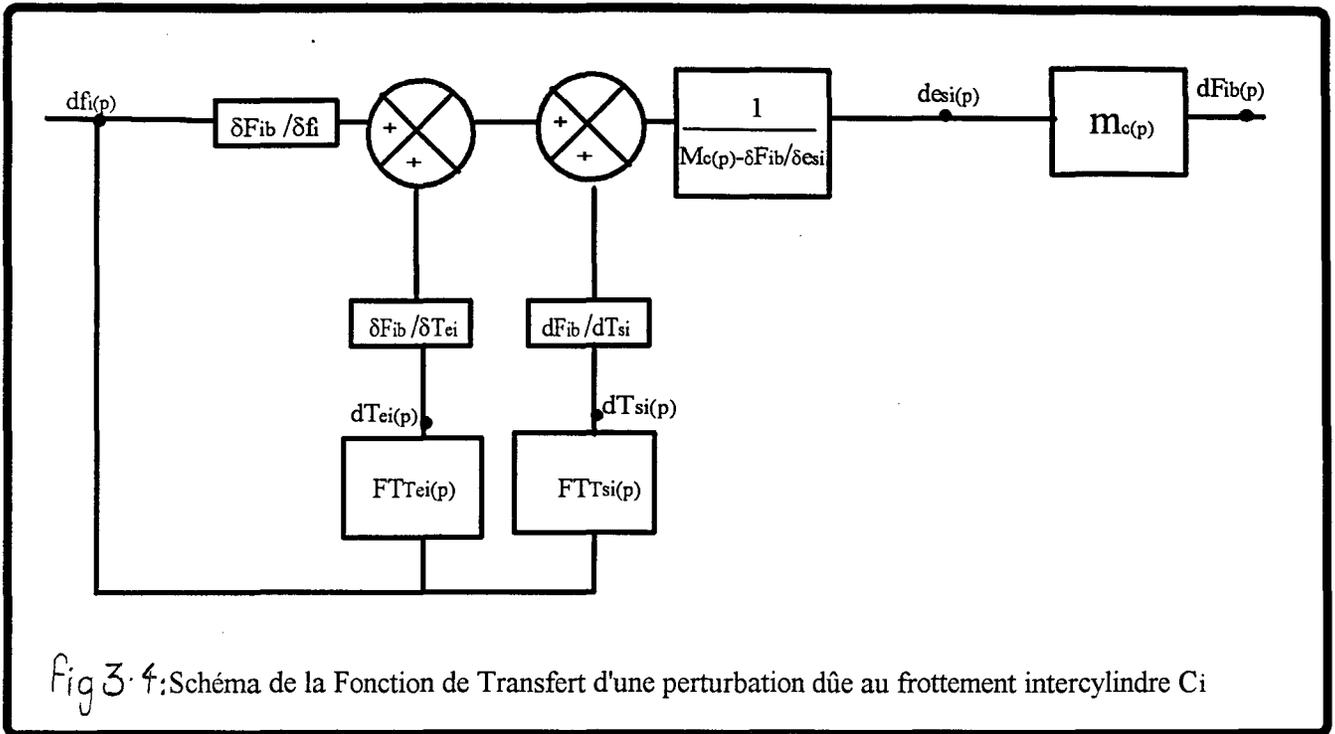


Fig 3. 4: Schéma de la Fonction de Transfert d'une perturbation due au frottement intercylindre Ci

Dans l'expression de $d e_{si}(p)$, $F.T_{Tei}(p)$ représente la fonction de transfert de la variation de la traction entrée de la cage i en fonction de la variation du frottement dans l'intercylindre cage i. Le produit $F.T_{Tei}(p).d f_{i}(p)$ permet de déterminer la variation de traction entrée consécutive à une variation de frottement C_i .

*Expression de $F.T_{Tei}(p)$:

L'expression de $F.T_{Tei}(p)$ est de la forme:

$$F.T_{Tei}(p) = \frac{dT_{ei}(p)}{df_i(p)} = k_{if}(p) \frac{1}{(p + w_{1(p)})} \quad 3.5.2.b$$

$k_{if}(p)$ est une expression dépendante de p qui s'écrit:

$$k_{if}(p) = \lambda_{i \text{ Vei}} \frac{a + b \left[\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) e_{si}} \quad 3.5.2.c$$

avec $a = \frac{\delta F_i}{\delta f_i}$; $b = \frac{\delta g_i}{\delta f_i} \cdot \frac{1}{1 + g_i}$

L'expression de $w_{1(p)}$ est:

$$w_{1(p)} = \lambda_{i \text{ v}_{ei}} \frac{\left[d_1 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) e_{si} - \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) e_{si}} \quad 3.5.2.d$$

$$\text{avec } d_1 = \frac{\frac{\delta g^{(i-1)}}{\delta T_{s(i-1)}}}{(1 + g^{(i-1)})} - \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}}}{(1 + g_i)}$$

La fonction de transfert de la traction d'entrée de la cage i par rapport à une perturbation due au frottement peut donc s'écrire:

$$FT_{T_{ei}(p)} = \frac{dT_{ei}(p)}{df_i(p)} = \lambda_{i \text{ v}_{ei}} \frac{\left\{ a + b \left[M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right] e_{si} \right\}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}} \cdot \frac{1}{p + \lambda_{i \text{ v}_{ei}} \frac{d_1 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si} - \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}}} \quad 3.5.2.e.$$

$$\text{avec } a = \frac{\delta F_i}{\delta f_i} ; \quad b = \frac{\frac{\delta g_i}{\delta f_i}}{1 + g_i} ; \quad d_1 = \frac{\frac{\delta g^{(i-1)}}{\delta T_{si}}}{(1 + g^{(i-1)})} - \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}}}{(1 + g_i)} ; \quad M_{c(p)} = m_{c(p)} + p \cdot c$$

*Expression de $F \cdot T_{T_{si}(p)}$:

Dans l'expression de $de_{si(p)}$, $F \cdot T_{T_{si}(p)}$ représente la fonction de transfert de la variation de la traction sortie de la cage i en fonction de la variation du frottement dans l'intercylindre cage i. Le produit $F \cdot T_{T_{si}(p)} \cdot df_i(p)$ permet de déterminer la variation de traction sortie consécutive à la variation de frottement.

$$F \cdot T_{T_{si}(p)} = \frac{dT_{si}(p)}{df_i(p)} = k_{3f} \frac{(p + w_{phf}(p))}{(p + w_{1(p)})(p + w_{3(p)})} \quad 3.5.2.f$$

Les différents termes intervenant dans l'expression de $FT_{T_{si}(p)}$ s'écrivent:

$$k_{3f} = -\lambda_{i+1 \text{ v}_{si}} \frac{\frac{\delta g_i}{\delta f_i}}{(1 + g_i)} \in \mathfrak{R}$$

l'expression de $w_{phf(p)}$ s'écrit:

$$w_{phf}(p) = \lambda_i v_{ei} \cdot \frac{\left[\left(-\frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \right) + a \cdot \frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} \right)}{\left(\frac{\delta g_i}{\delta f_i} \right)} \right] + \left(d_1 + b \cdot \frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} \right)}{\left(\frac{\delta g_i}{\delta f_i} \right)} \right) \cdot \left[\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \right] \cdot e_{si}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}} \quad 3.5.2.g.$$

$$w_{3(p)} = \lambda_{(i+1)} \cdot v_{e(i+1)} \cdot \frac{\left[d_3 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F(i+1)}{\delta e_{s(i+1)}} \right) \cdot e_{s(i+1)} - \frac{\delta F(i+1)}{\delta T_{e(i+1)}} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F(i+1)}{\delta e_{s(i+1)}} \right) e_{s(i+1)}} \quad 3.5.2.h.$$

avec

$$d_3 = \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{si}}}{(1 + g_i)} - \frac{\frac{\delta g(i+1)}{\delta T_{e(i+1)}}}{(1 + g(i+1))}$$

La fonction de transfert de la traction sortie de la cage i peut donc s'écrire:

$$FT_{Tsi}(p) = \frac{dT_{si}(p)}{df_i(p)} = k_{3f} \cdot \left[\frac{p + \lambda_i v_{ei} \cdot \frac{\left[\left(-\frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \right) + a \cdot \frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} \right)}{\left(\frac{\delta g_i}{\delta f_i} \right)} \right] + \left(d_1 + b \cdot \frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} \right)}{\left(\frac{\delta g_i}{\delta f_i} \right)} \right) \cdot \left[\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \right] e_{si}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) e_{si}} \right] \cdot \left[\frac{p + \lambda_{(i+1)} v_{e(i+1)} \cdot \frac{\left[d_3 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F(i+1)}{\delta e_{s(i+1)}} \right) e_{s(i+1)} - \frac{\delta F(i+1)}{\delta T_{e(i+1)}} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F(i+1)}{\delta e_{s(i+1)}} \right) e_{s(i+1)}} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) e_{si}} \right]$$

3.5.2.i.

avec

$$k_{3f} = -\lambda_{(i+1)} v_{si} \frac{\frac{\delta g_i}{\delta f_i}}{(1 + g_i)} \in \mathfrak{R}; a = \frac{\delta F_i}{\delta f_i}; b = \frac{\frac{\delta g_i}{\delta f_i}}{i + g_i}$$

$$d_1 = \frac{\frac{\delta g(i-1)}{\delta T_{si}}}{(1 + g(i-1))} - \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}}}{(1 + g_i)}; d_3 = \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{s(i+1)}}}{(1 + g(i+1))} - \frac{\frac{\delta g(i+1)}{\delta T_{e(i+1)}}}{(1 + g(i+1))}$$

Ces différentes expressions permettent de déterminer la réponse d'une cage i soumise à une variation du coefficient de frottement dans son intercyllindre.

L'étude des différents pôles permet d'étudier l'influence des caractéristiques de fonctionnement sur la stabilité d'une cage i, soumise à une perturbation due à une variation du frottement dans son intercyllindre.

Remarque générale: Les principales expressions des différentes fonctions de transfert que nous avons données au paragraphe 3.3.3, montrent que les dénominateurs des fonctions de transfert, dans le cas d'une variation du frottement, des caractéristiques matériaux et du serrage sont identiques. L'ensemble des résultats que nous allons ici développer dans le cadre spécifique d'une perturbation due au frottement, est générale à ces trois fonctions de transfert.

3.5.3 Exploitation et résultats issus de la fonction de transfert

Les expressions 3.5.2.a, 3.5.2.e et 3.5.2.i montrent que l'étude de la stabilité d'une cage consiste en l'étude de l'influence des caractéristiques de fonctionnement de la cage i , sur les polynômes $\left[M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right]$ et $[p+w_{1(p)}]$.

Pour étudier la stabilité d'une cage i , il faut étudier la variation des pôles de ces différents polynômes, en fonction de chacune des caractéristiques de fonctionnement de la cage i .

**Exploitation numérique du polynôme $\left[M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right]$*

L'exploitation numérique du modèle montre que le polynôme $\left[M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right]$ ne contient qu'un pôle complexe conjugué dont l'amortissement varie de façon non négligeable avec les valeurs des caractéristiques de fonctionnement. Celui-ci a une fréquence naturelle située autour de 100Hz. Son amortissement quels que soient les cas, n'est jamais inférieur à 0,65. Le deuxième pôle complexe conjugué dont la fréquence naturelle se situe autour de 480Hz possède un coefficient d'amortissement faible ($\approx 0,1$): cet amortissement quels que soient les cas, varie peu et reste proche de 0.1. Les autres pôles réels de $\left[M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right]$ restent toujours négatifs.

Ce polynôme, quelles que soient les valeurs des différentes caractéristiques de fonctionnement, ne se déstabilise jamais. L'étude de la déstabilisation du fonctionnement d'une cage ne dépend par conséquent que de $[p+w_{1(p)}]$. Nous allons développer cette étude dans le paragraphe suivant.

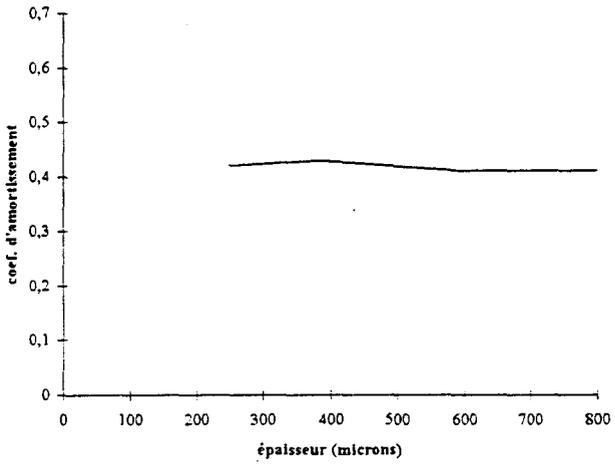
3.5.3.1. Etude du polynôme $[p+w_{1(p)}]$

Hormis pour le pôle complexe conjugué, dont la fréquence naturelle est située à ≈ 100 Hz, la variation des caractéristiques de fonctionnement ne fait rien ressortir de particulier quant à la déstabilisation éventuelle d'une cage. L'amortissement du pôle complexe, dont la fréquence est située à 480Hz, varie peu et reste proche de 0.1 quels que soient les cas; celui-ci reste donc toujours stable. Les autres pôles restent toujours négatifs.

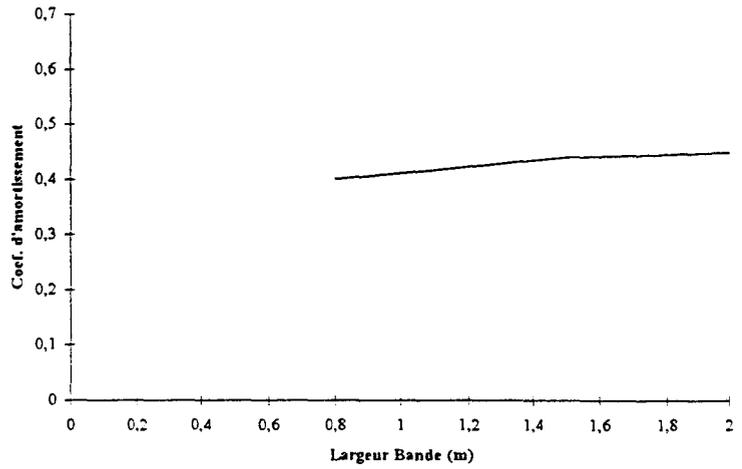
L'exploitation numérique montre que suivant les caractéristiques de fonctionnement, seul l'amortissement du pôle complexe conjugué situé à ≈ 100 Hz varie sensiblement. La cage 4 en Fer Blanc est une cage terminale pivot, fréquemment sujette au broutage. Nous avons représenté sur les graphiques qui suivent, l'influence des différentes caractéristiques de fonctionnement, sur cette cage. Les tendances, illustrées sur ces graphiques pour la cage 4 en Fer Blanc, sont générales aux différentes cages étudiées.

Ces graphiques représentent la variation de l'amortissement du pôle complexe conjugué nous intéressant, en fonction des variations de chacune des caractéristiques de fonctionnement.

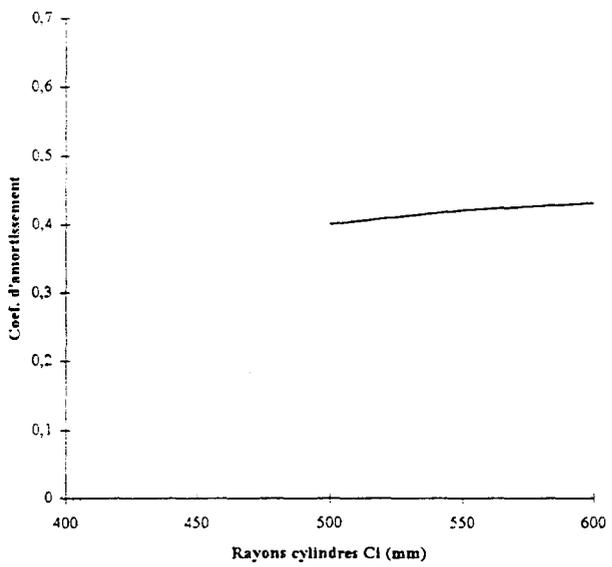
Influence de l'épaisseur entrée CI



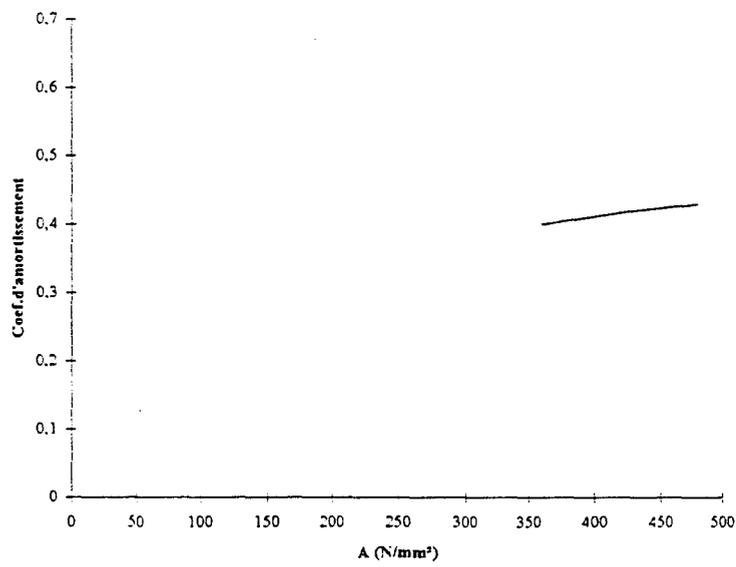
Influence de la largeur bande



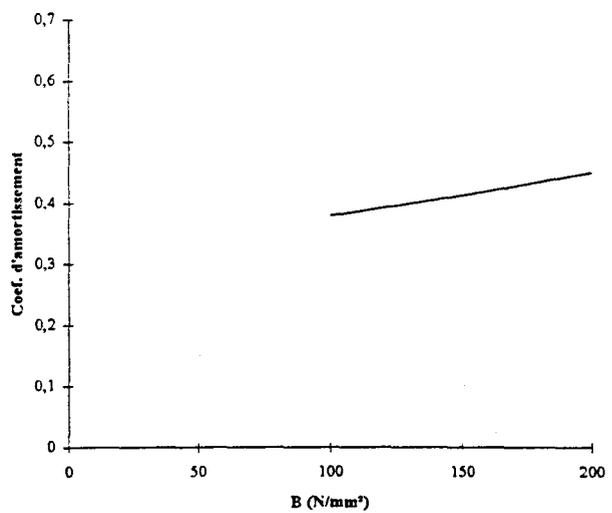
Influence du rayon des cylindres de travail CI



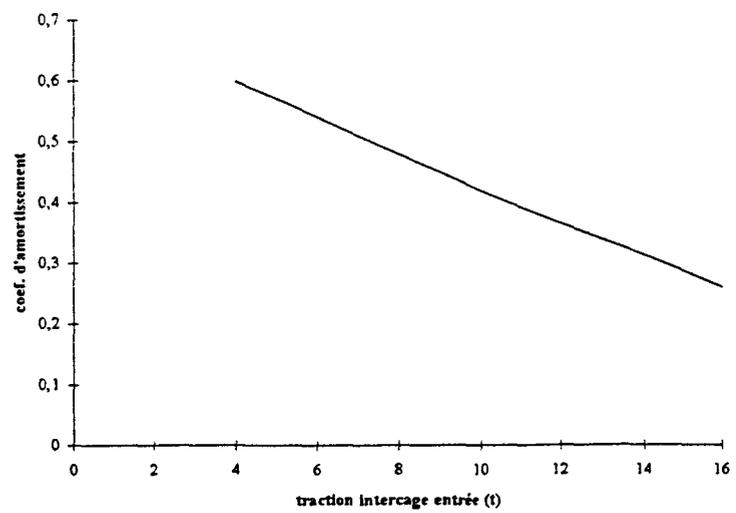
Influence de la caractéristique matériau A



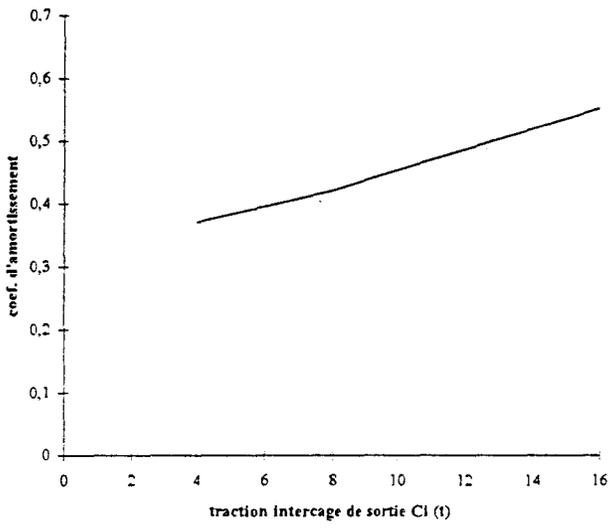
Influence de la caractéristique matériau B



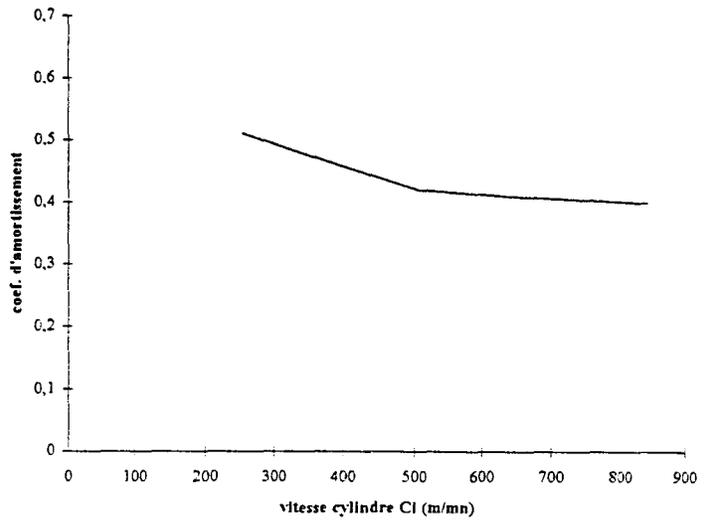
Influence de la traction interstage entrée CI



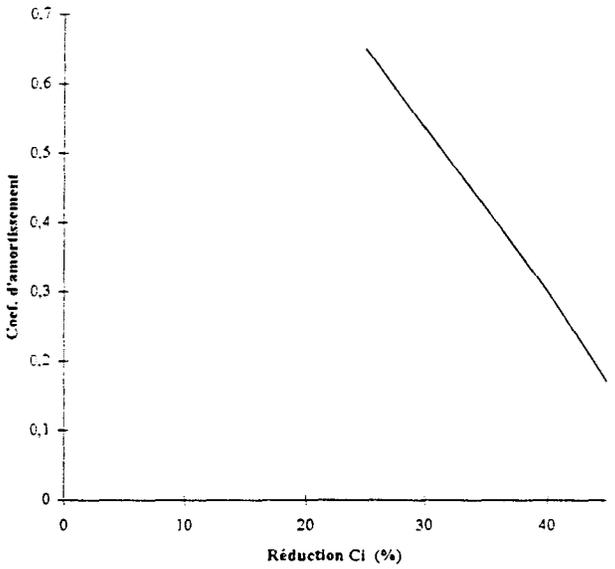
Influence de la traction interstage sortie CI



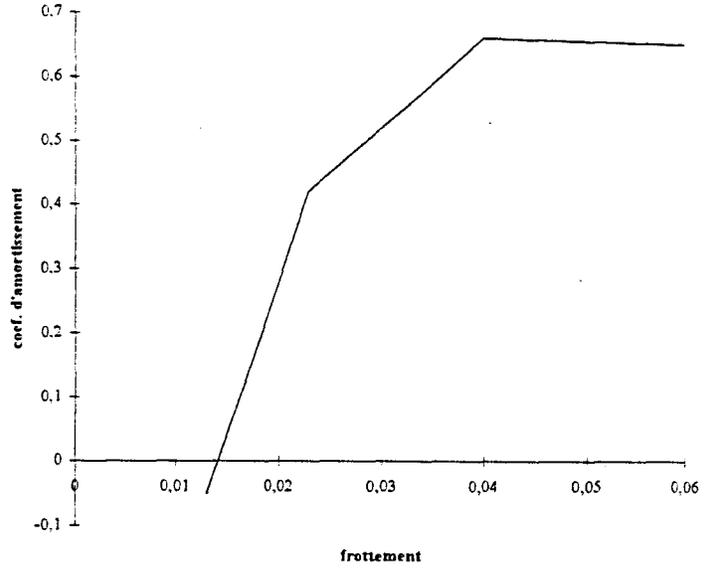
Influence de la vitesse cylindre CI



Influence de la réduction CI



Influence du frottement intercylindre CI



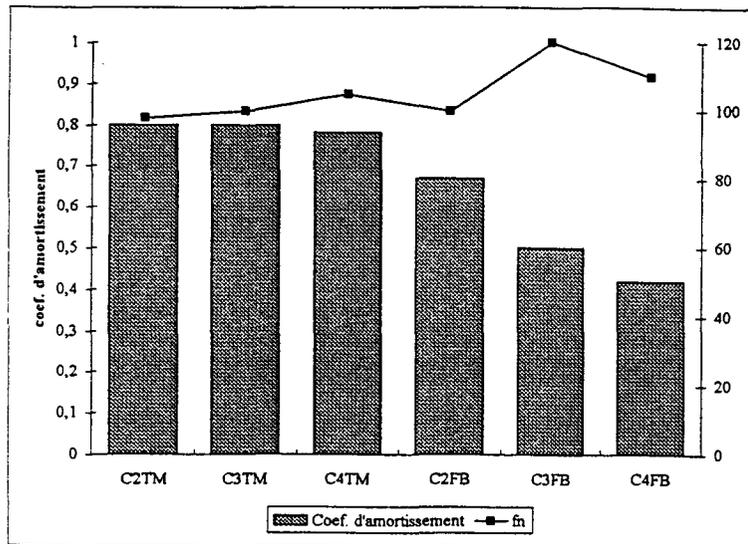
Ces graphiques mettent en évidence les tendances suivantes:

- l'épaisseur entrée d'une cage i n'influe pas ou peu sur le coefficient d'amortissement du pôle complexe.
- la diminution de la largeur de la bande diminue l'amortissement. La diminution de la largeur du produit travaillé, sans être un facteur prépondérant à la déstabilisation d'une cage, contribue à la déstabilisation de celle-ci.
- la diminution de la valeur des caractéristiques matériaux A et B diminue l'amortissement du pôle complexe, rendant les produits à faibles valeurs des caractéristiques matériaux plus sensible au broutage. Ces tendances sur la largeur de la bande et les caractéristiques matériaux confirment ce que l'on sait par la pratique: les produits mous et de faibles largeurs, sont plus sensibles au broutage.
- le rayon des cylindres de travail, bien que n'étant pas un facteur prépondérant, influe sur l'amortissement. Une augmentation du rayon des cylindres sur les cages terminales, sensibles au broutage, contribuerait à optimiser le fonctionnement de celles-ci.
- La diminution de la traction intercage d'entrée tend à stabiliser le fonctionnement de la cage i . La diminution de sa traction intercage de sortie tend à déstabiliser celle-ci. Ces deux paramètres, influent sur la stabilité de la cage i , de façon non prépondérante, mais néanmoins sensible. Ils peuvent être utilisés pour restabiliser une cage devenue sensible au broutage. Il faut néanmoins remarquer que l'effet de ces deux paramètres sur la cage i influe de façon inverse sur les cages $(i-1)$ et $(i+1)$: la restabilisation de la cage i par sa traction intercage entrée, tend à déstabiliser la cage $(i-1)$; la restabilisation de la cage i par sa traction intercage de sortie tend à déstabiliser la cage $(i+1)$.
- La diminution de la vitesse augmente le coefficient d'amortissement d'une cage et permet de restabiliser une cage à la limite du broutage. La tendance issue de notre modèle est bien conforme à l'influence pratique connue de ce paramètre sur le broutage.
- L'augmentation de la réduction sur une cage est un paramètre influant fortement sur la diminution de son coefficient d'amortissement.
- Le frottement est un paramètre qui apparaît comme prépondérant sur la déstabilisation d'une cage. Une diminution de celui-ci diminue de façon très sensible le coefficient d'amortissement du pôle complexe conjugué.

*Ces constats expliquent la forte sensibilité au broutage des produits Fer Blanc et la faible sensibilité des produits Tôle Mince: des coefficients de frottement intercylindres faibles, associés à une réduction élevée, rend le Fer Blanc plus sensible que les produits Tôle Mince; la largeur de la bande plus faible en Fer Blanc qu'en Tôle Mince accentue cette tendance.

*La forte diminution des frottements intercylindres, des cages entrées vers les cages sorties en Fer Blanc, tout en maintenant des réductions élevées sur les cages terminales, expliquent la forte tendance au broutage de ces cages en Fer Blanc.

*Les valeurs des coefficients d'amortissement et de la fréquence naturelle du pôle complexe provoquant la déstabilisation du fonctionnement d'une cage sont représentées, pour les cage 2, 3, et 4 respectivement en Tôle Mince et en Fer Blanc sur le graphique suivant:



3.5.3.2. Transfert amont du broutage

L'expression de $w_{3(p)}$ étant identique à celle de $w_{1(p)}$, à condition d'incrémenter les indices de $w_{1(p)}$ d'une unité, le polynôme $[p+w_{3(p)}]_{(i-1)}$, polynôme contenu dans la fonction de transfert écrite pour une cage $(i-1)$ est égal au polynôme $[p+w_{1(p)}]_i$.

Lorsque les valeurs des caractéristiques de fonctionnement de la cage i , deviennent telles que le polynôme $[p+w_{1(p)}]_i$ devient instable, la cage $i-1$, par son terme $[w_{3(p)}]_{(i-1)}$, égal à $[w_{1(p)}]_i$ de la cage i , fonctionnera dans les mêmes conditions que la cage i .

Notre approche analytique met en évidence par l'écriture des deux fonctions de transfert, écrites pour deux cages successives $(i-1)$ et i , l'existence d'un transfert amont, créé par la simultanéité de déstabilisation du fonctionnement des cages $i-1$ et i .

En plus de ce transfert amont, il existe un transfert aval. Celui-ci est produit par le passage de la bande affectée de variations d'épaisseurs, dûes aux déstabilisations des cages i et $(i-1)$, sur les cages aval à la cage i . Le passage des variations d'épaisseurs générées en cage $i-1$ et i fait que les signaux de force, observables sur les cages aval se mettent également à osciller à la fréquence du broutage.

Ceci confirme et explique les constatations expérimentales décrites en introduction.

La simultanéité de la déstabilisation des cages i et $(i-1)$ associée au transfert aval, fait que les signaux de forces des C_{i-1} et C_i , de la Traction intercage commune des C_{i-1} et C_i ainsi que les signaux de force des cages aval, se mettent à osciller à la fréquence du broutage de façon simultanée.

Il est donc difficile a priori de distinguer quelle cage broute.

Notre approche permet de déterminer quelle cage initie le broutage: la cage initiant le phénomène est celle la plus en amont, dont la traction entrée s'est mise à osciller au démarrage du phénomène.

3.6. Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation du seuil d'écoulement du produit en entrée C_i

3.6.1. Hypothèses

Le principe des hypothèses posées est identique aux hypothèses posées dans le cas d'une variation du frottement en intercylindre C_i .

*Les hypothèses générales précisées au paragraphe 3.3.1 se traduisent par:

$$de_{e(i-1)(t)}=0; de_{ei(t)}=0; de_{e(i+1)(t)}=0; df_{(i-1)(t)}=0; df_{i(t)}=0; df_{(i+1)(t)}=0; d\sigma_{s(i-1)(t)}=0; d\sigma_{si(t)}\neq 0; d\sigma_{s(i+1)(t)}=0$$

$$dR_{i-1}=dRa_{i-1}=0; dR_i=dRa_i=0; dR_{i+1}=dRa_{i+1}=0$$

$$dv_{cyl(i-1)(t)}=dv_{cyl(i)(t)}=dv_{cyl(i+1)(t)}=0.$$

$$*Hypothèse 1: \quad \frac{\left(\frac{\delta g(i-1)}{\delta e_{s(i-1)}}\right)}{1+g(i-1)} \ll \frac{1}{e_{s(i-1)}}; \quad \frac{\frac{\delta g_i}{\delta e_{si}}}{1+g_i} \ll \frac{1}{e_{si}}; \quad \frac{\frac{\delta g(i+1)}{\delta e_{s(i+1)}}}{1+g(i+1)} \ll \frac{1}{e_{s(i+1)}}$$

$$*Hypothèse 2: \quad dT_{e(i-1)} = 0$$

3.6.2 Expression de la fonction de transfert

Nous allons donner ici l'ensemble des expressions déterminant la fonction de transfert:

$$de_{si(p)} = \frac{1}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}}\right)} \cdot \left[\frac{\delta F_i}{\delta \sigma_{si}} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \cdot F \cdot T_{Tei(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{si}} \cdot F \cdot T_{Tsi(p)} \right] d\sigma_{si(p)} \quad 3.6.2.a$$

avec:

$$F \cdot T_{Tei(p)} = \frac{dT_{ei(p)}}{d\sigma_{si(p)}} = k_{i\sigma s(p)} \frac{1}{(p + w_{1(p)})} \quad 3.6.2.b$$

La fonction de transfert de la traction d'entrée de la cage i par rapport à un $d\sigma_{si(p)}$ s'écrit:

$$FT_{Tei(p)} = \frac{dT_{ei(p)}}{d\sigma_{si(p)}} = \lambda_i v_{ei} \frac{\left\{ a + b \left[M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right] e_{si} \right\}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}} \cdot \frac{1}{p + \lambda_i v_{ei} \cdot \frac{d_1 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si} - \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}}} \quad 3.6.2.c$$

$$\text{avec } a = \frac{\delta F_i}{\delta \sigma_{si}}; \quad b = \frac{\frac{\delta g_i}{1 + g_i}}{\frac{\delta \sigma_{si}}{1 + g_i}}; \quad d_1 = \frac{\frac{\delta g^{(i-1)}}{\delta T_{si}}}{(1 + g^{(i-1)})} - \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}}}{(1 + g_i)}; \quad M_{c(p)} = m_c(p) + p.c$$

La fonction de transfert de la traction sortie de la cage i par rapport à un $d\sigma_{si(p)}$ s'écrit:

$$F.T_{Tsi(p)} = \frac{dT_{si(p)}}{d\sigma_{si(p)}} = k_3 \sigma_s \frac{(p + w_{phf}(p))}{(p + w_{1(p)})(p + w_{3(p)})} \quad 3.6.2.d$$

ou encore:

$$F.T_{Tsi(p)} = \frac{dT_{si(p)}}{d\sigma_{si(p)}} = k_3 \sigma_s \cdot \frac{\left[\left(\frac{-\delta F_i}{\delta T_{ei}} + a \cdot \frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} \right)}{\left(\frac{\delta g_i}{\delta \sigma_{si}} \right)} \right) + \left(d_1 + b \cdot \frac{\left(\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}} \right)}{\left(\frac{\delta g_i}{\delta \sigma_{si}} \right)} \right) \cdot \left[\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta \sigma_{si}} \right) \right]_{esi} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta \sigma_{si}} \right)_{esi}} \cdot \frac{\left[\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F^{(i+1)}}{\delta \sigma_{si(i+1)}} \right)_{es(i+1)} - \frac{\delta F^{(i+1)}}{\delta T_{e(i+1)}} \right]}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F^{(i+1)}}{\delta \sigma_{si(i+1)}} \right)_{es(i+1)}}$$

3.6.2.e.

$$\text{avec } k_3 \sigma_s = -\lambda (i+1) v_{si} \frac{\frac{\delta g_i}{\delta \sigma_s}}{(1 + g_i)} \in \mathfrak{R}; \quad a = \frac{\delta F_i}{\delta \sigma_{si}}; \quad b = \frac{\frac{\delta g_i}{1 + g_i}}{\frac{\delta \sigma_{si}}{1 + g_i}}$$

$$d_1 = \frac{\frac{\delta g^{(i-1)}}{\delta T_{si}}}{(1 + g^{(i-1)})} - \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{ei}}}{(1 + g_i)}; \quad d_3 = \frac{\frac{\delta g_i}{\delta T_{s(i+1)}}}{(1 + g^{(i+1)})} - \frac{\frac{\delta g^{(i+1)}}{\delta T_{e(i+1)}}}{(1 + g^{(i+1)})}$$

Remarque:

On sait que le passage à grande vitesse d'une soudure provoque systématiquement un broutage. Pour éviter ceci, les soudures sont repérées et passées sur un laminoir à faibles vitesses. Hormis un passage de soudure, cas particulier bien repéré sur un laminoir, la variation brutale en cours de laminage des caractéristiques A et B dont dépend la loi de variation du seuil d'écoulement du matériel laminé, n'est pas un phénomène à l'origine des broutages. En effet une telle variation éventuelle de la loi de variation du seuil d'écoulement du matériel, provoquerait systématiquement en entrée de train, une variation d'épaisseur du produit laminé. Si une variation importante du seuil d'écoulement du matériel était une cause de broutage, la régulation d'épaisseur située en entrée de train signifierait, lors de cas de broutage, une variation d'épaisseur, ce qui n'est pas le cas.

3.7. Fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie en fonction d'une variation de serrage.

Cette fonction de transfert a été bâtie pour simuler les faux-ronds des cylindres d'appui et de travail, source d'excitation extérieure à la bande, présente en permanence dans un

laminoir, quelles que soient les cages. Cette fonction de transfert simule bien évidemment par ailleurs de façon générale, la réaction d'une cage soumise à une variation de son serrage.

3.7.1. Hypothèses

*Les hypothèses générales précisées au paragraphes 3.3.1 se traduisent par:

$$de_{e(i-1)(t)}=0; de_{ei(t)}=0; de_{e(i+1)(t)}=0; df_{i(i-1)(t)}=0; df_{i(t)}=0; df_{i(i+1)(t)}=0; d\sigma_{s(i-1)(t)}=0; d\sigma_{s(i)(t)}=0; d\sigma_{s(i+1)(t)}=0$$

$$dR_{i-1}=dR_{ai-1}=0; dR_i \neq 0; dR_{ai} \neq 0; dR_{i+1}=dR_{ai+1}=0$$

$$dv_{cyl(i-1)(t)}=0; dv_{cyl(i)(t)}=0; dv_{cyl(i+1)(t)}=0$$

$$*Hypothèse 1: \quad \frac{\left(\frac{\delta g_{(i-1)}}{\delta e_{s(i-1)}}\right)}{1+g_{(i-1)}} \ll \frac{1}{e_{s(i-1)}}; \quad \frac{\frac{\delta g_i}{\delta e_{si}}}{1+g_i} \ll \frac{1}{e_{si}}; \quad \frac{\frac{\delta g_{(i+1)}}{\delta e_{s(i+1)}}}{1+g_{(i+1)}} \ll \frac{1}{e_{s(i+1)}}$$

$$*Hypothèse 2: \quad dT_{e(i-1)} = 0$$

3.7.2. Expression de la fonction de transfert

Les équations de départ utilisées, à l'exception de l'équation (1) paragraphe 3.3.4.2, sont les mêmes que celles utilisées pour les fonctions de transfert précédentes.

Cette équation dans le cas d'une variation du serrage devient:

$$(1)s: \quad 0 = -k_1((xb_{1(t)} + ds_{1(t)}) - x_{ma1(t)}) - c_1((\dot{x}b_{1(t)} + \dot{d}s_{1(t)}) - \dot{x}_{ma1(t)}) - k_2(xb_{1(t)} - xb_{2(t)}) \quad 3.7.2.1.s$$

$$\text{avec:} \quad ds_i = -d[2(R_{ai} + R_i)_{sup} + 2.(R_{ai} + R_i)_{inf}] \quad \text{et} \quad ds_1 = \frac{ds_i}{2}$$

A l'aide des équations (1s); (2); (3); (4) on obtient la relation $dF_{ib(p)} = m_{c(p)} \cdot [de_{si(p)} - ds_{i(p)}]$.

En suivant la même démarche que celle explicitée pour les fonctions de transfert précédentes, on aboutit à l'expression de la fonction de transfert de la variation de l'épaisseur sortie d'une cage, en fonction de la variation de son serrage.

L'expression de la fonction de transfert est la suivante:

$$de_{si(p)} = \frac{1}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}}\right)} \cdot \left[m_{c(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}} \cdot FT_{Tei(p)} + \frac{\delta F_i}{\delta T_{si}} \cdot FT_{Tsi(p)} \right] ds_{i(p)} \quad 3.7.2.a$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction entrée est de la forme:

$$FT_{Tei(p)} = k_{1s(p)} \cdot \frac{1}{p + w_{1(p)}} \quad 3.7.2.b$$

avec
$$k_{1s(p)} = \lambda_i v_{ei} \frac{m_{c(p)}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right)}$$

soit:

$$FT_{T_{ei}(p)} = \frac{\lambda_i v_{ei} m_{c(p)}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}} \cdot \frac{1}{\frac{p + \lambda_i v_{ei} \cdot d1 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si} - \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}}} \quad 3.7.2.c$$

L'expression de la fonction de transfert de la traction sortie s'écrit:

$$FT_{T_{si}(p)} = k_4 \cdot k_{1s(p)} \frac{1}{(p + w_{1(p)})(p + w_{3(p)})} \quad 3.7.2.d$$

avec
$$k_4 = -\lambda_{(i+1)} v_{e_{i+1}} \frac{\delta g_i}{(1 + g_i) \delta T_{ei}}$$

soit:

$$FT_{T_{si}(p)} = k_4 \cdot \frac{\lambda_i v_{ei} m_{c(p)}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}} \cdot \frac{1}{\frac{p + \lambda_i v_{ei} \cdot d1 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si} - \frac{\delta F_i}{\delta T_{ei}}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_i}{\delta e_{si}} \right) \cdot e_{si}}} \cdot \frac{1}{\frac{p + \lambda_{(i+1)} \cdot v_{e(i+1)} \cdot d3 \left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_{(i+1)}}{\delta e_{s(i+1)}} \right) \cdot e_{s(i+1)} - \frac{\delta F_{(i+1)}}{\delta T_{e(i+1)}}}{\left(M_{c(p)} - \frac{\delta F_{(i+1)}}{\delta e_{s(i+1)}} \right) \cdot e_{s(i+1)}}}} \quad 3.7.2.e$$

avec
$$k_4 = -\lambda_{(i+1)} v_{e_{i+1}} \frac{\delta g_i}{(1 + g_i) \delta T_{ei}}$$

3.8. Validation expérimentale du modèle

Pour valider expérimentalement notre modèle, nous nous sommes servis de la fonction de transfert réalisée dans le cas d'une perturbation due au serrage. Cette fonction de transfert permet de calculer, en fonction d'une variation donnée de serrage sur une cage i, les variations de sa traction entrée, de sa traction sortie, de son épaisseur sortie et, en utilisant la relation $dF_{ib(p)} = m_{c(p)} [de_{si(p)} - ds_{i(p)}]$, la variation de l'effort de serrage généré par cette variation de serrage.

Elle permet par conséquent de comparer les valeurs calculées de ces différentes grandeurs, issues de la fonction de transfert, à des cas pratiques. Pour effectuer cette comparaison nous avons procédé sur le train de MARDYCK à des essais de serrage. Ceux-ci ont consisté, pour

trois cas différents où les valeurs des caractéristiques de fonctionnement sont suffisamment éloignées, à réaliser un créneau de serrage, pendant le laminage d'une bobine.

Cette comparaison ne valide pas séparément chacune des dérivées partielles que nous avons utilisées. Elle permet néanmoins de vérifier la cohérence des valeurs de l'ensemble des dérivées partielles utilisées dans cette fonction de transfert et donc notamment, la cohérence des résultats issus du pôle $[p+w_{1(p)}]$.

Les trois essais pratiques ont été réalisés avec des bobines pour lesquelles des valeurs de caractéristiques de fonctionnement correspondent aux valeurs types en Tôle Mince et en Fer Blanc. Nous avons réalisé ces essais de serrage en Cage 3 en Tôle Mince, Cage 4 en Tôle Mince, Cage 4 en Fer Blanc.

Les cages intermédiaires d'un train ne sont pas régulées en épaisseur. Elles possèdent cependant une régulation de traction destinée à maintenir les contraintes spécifiques exercées sur la bande entre deux cages, dans une plage donnée. Cette régulation possède une bande morte, correspondant à une plage de valeurs autour de la valeur moyenne de fonctionnement de la traction, où ces régulations n'interviennent pas.

Pour éviter que ces régulations n'interviennent, nous avons momentanément élargi les bandes mortes de cette régulation.

La comparaison des résultats pratiques et théoriques est résumée dans le tableau suivant:

		$dT_{ei(t)}$	$dT_{si(t)}$	$dF_{i(t)}$	$de_{si(\mu)}$
C ₄ Fer Blanc	Pratique	-2,0	0	65	-5
	Calculée	-3,0	-0,2	61	-5,6
C ₃ Tôle Mince	Pratique	-5,0	-0,3	60	-5
	Calculée	-4,7	-0,8	62	-4,6
C ₄ Tôle Mince	Pratique	-2,3	-1,4	65	-2
	Calculée	-4,3	-2,3	64	-2,7

On peut constater que les résultats théoriques sont très proches des résultats pratiques. Les fonctions de transfert établies pour une perturbation due au serrage, donnent des résultats tout à fait cohérent avec la pratique et indiquent que les tendances que nous avons établies par l'étude du pôle $[p+w_{1(p)}]$ sont fiables.

3.9. Conclusions de l'étude sur le broutage

*L'établissement des différentes fonctions de transfert, et l'exploitation numérique des deux polynômes des dénominateurs, communs à toutes ces fonctions de transfert, a mis en évidence que la stabilité de fonctionnement d'une cage i ne dépendait que des pôles d'un polynôme: $[p+w_{1(p)}]_i$.

*L'exploitation numérique de ce polynôme a mis en évidence que celui-ci ne comportait qu'un pôle, de fréquence naturelle $\approx 110\text{Hz}$, susceptible de devenir instable et de déstabiliser le fonctionnement d'une cage. Les tendances de l'influence des caractéristiques de fonctionnement sur l'amortissement de ce pôle, et par conséquent sur la déstabilisation d'une cage, sont les suivantes:

- L'épaisseur entrée d'une cage n'influe pas ou peu sur l'amortissement de ce pôle.
- La diminution de la largeur de la bande, diminue, mais de façon non prépondérante l'amortissement de ce pôle, et contribue ainsi à déstabiliser une cage.
- L'augmentation du rayon des cylindres de travail augmente de façon non déterminante mais néanmoins sensible, l'amortissement d'une cage.
- La diminution des caractéristiques matériaux A et B diminue de façon non prépondérante l'amortissement d'une cage.
- La diminution de la traction intercage d'entrée d'une cage i , augmente sensiblement le coefficient d'amortissement de la cage i , mais diminue le coefficient d'amortissement de la cage $i-1$.
- L'augmentation de la traction intercage de sortie de la cage i contribue à restabiliser cette cage, mais tend à déstabiliser la cage $i+1$.
- La diminution de la vitesse d'une cage permet de restabiliser une cage devenue instable.
- L'augmentation de la réduction ressort comme un facteur important susceptible de déstabiliser une cage.
- Le frottement intercylindre apparaît comme le facteur prépondérant influant sur la stabilité d'une cage. Une diminution de celui-ci diminue très sensiblement le coefficient d'amortissement.

*Ces constats, expliquent la forte sensibilité au broutage des produits Fer Blanc, et la faible sensibilité des produits Tôle Mince: des coefficients de frottement intercylindres faibles, associés à une réduction élevée, rend les produits Fer Blanc plus sensibles que les produits Tôle Mince. La largeur de la bande, plus faible en Fer Blanc qu'en Tôle Mince, accentue cette tendance.

La forte diminution des frottements intercylindres des cages entrées vers les cages sorties, en Fer Blanc, tout en maintenant des réductions élevées sur les cages terminales, expliquent la forte tendance au broutage des cages terminales 3, 4 et 5 en Fer Blanc.

*Les constats issus de cette exploitation permettent d'améliorer de façon générale, avant le laminage de la bobine, le choix des caractéristiques de fonctionnement sur les cages en produits Fer Blanc (ou DWI).

- Des rayons de cylindres de travail plus élevés, sur les cages terminales, permettraient d'augmenter le coefficient d'amortissement de ces cages, qui gagneraient en marge de stabilité.
- L'épaisseur entrée n'influe pas sur l'amortissement, et les cages entrées, du fait d'un frottement plus élevé, étant plus robustes, la diminution pour les produits Fer Blanc (DWI), sensibles au broutage, des réductions des cages terminales, pour un report de ces

réductions vers les cages entrées, permettrait d'augmenter le coefficient d'amortissement des cages terminales et améliorerait ainsi le fonctionnement du train lors du travail de ce(s) produit(s).

Ce constat issu du modèle, mis en pratique à MARDYCK, a permis d'améliorer la marche du train.

Le calcul numérique des pôles du polynôme $[p+w_{1(p)}]_i$, dont nous avons établi l'expression, est rapide. L'exploitation numérique de ce polynôme en parallèle du process, avant le laminage de chaque bobine, permettrait en plus des constats généraux cités plus haut, d'optimiser, suivant la configuration du train à un instant t , le choix des caractéristiques de fonctionnement sur chaque cage.

Lors d'un broutage, il pourrait permettre, par le calcul de l'amortissement de chaque cage aux instants ayant précédé un broutage, de déterminer quelle est la cage ayant provoqué celui-ci. Par l'action sur les caractéristiques de fonctionnement, dont nous avons mis les influences en évidence, ce modèle permettrait d'agir sur la cage concernée, (de changer éventuellement les cylindres), et (ou) de rééquilibrer la marche du train.

Le frottement étant un paramètre susceptible de dériver rapidement sur une cage, un broutage provoqué par une variation rapide de celui-ci, ne serait pas détectable par le calcul de l'amortissement que nous préconisons.

Nous avons montré qu'un broutage, généré par la variation d'une caractéristique de fonctionnement sur une cage i , se traduisait par la simultanéité de la déstabilisation du fonctionnement des cages i et $(i-1)$, leur traction intercage commune, $T_{(i-1; i)}$, devenant instable (transfert amont), se mettait à osciller, la traction intercage entrée de la cage $(i-1)$, restant stable. Ce constat permet de discriminer quelle cage initie le broutage: la cage initiant le broutage est celle la plus en amont, dont la traction intercage entrée s'est mise à osciller au démarrage du phénomène.

La visualisation des signaux des tractions intercages, au moment d'un broutage, permettrait, en complément de l'utilisation du calcul du coefficient d'amortissement de chaque cage, de discriminer dans tous les cas, quelle cage a initié le phénomène.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale:

Nous avons bâti un modèle permettant de simuler le fonctionnement d'une cage et comparé les résultats calculés donnés par ce modèle de simulation, à quarante cas réels de fonctionnement d'une cage.

Ce modèle donne des résultats théoriques fiables. Celui-ci a été utilisé pour notre étude des phénomènes de vibrations et de broutage sur un train tandem de laminage à froid.

Notre approche expérimentale nous ayant montré que les vibrations sur une cage se faisaient essentiellement dans le plan horizontal, et ceci de façon égale, sur les cylindres d'appui et de travail, et sans affecter l'épaisseur du produit travaillé, nous avons étudié certains phénomènes susceptibles de faire varier les efforts, à la liaison cylindre d'appui-cylindre de travail et de générer des vibrations sur une cage.

L'influence de la variation de ces efforts a été étudiée dans le cas d'une variation des efforts de frottement dans les empoises d'appui ainsi que dans le cas d'une variation du coefficient de frottement à la liaison appui-travail, telle que la force de frottement s'exerçant au contact appui-travail soit limitée et portée par le cône de frottement.

Nous avons vu qu'un fonctionnement où la force de frottement à la liaison appui-travail est limitée par la valeur du coefficient de frottement au contact appui-travail, rend la cage sensible à toute variation de celui-ci. Dans ce type de fonctionnement, en plus de l'effort pulsatoire généré sur les colonnes, le fonctionnement à la limite du cône de frottement provoque un patinage permanent du cylindre d'appui sur le cylindre de travail. Ce patinage entraîne une usure prématurée des cylindres. Ce type de fonctionnement peut être détecté par la mesure de la vitesse des cylindres d'appui que nous préconisons.

La mesure permanente des efforts horizontaux exercés sur les colonnes et les empoises des cylindres d'appui et de travail, soit avec des plaques d'usure instrumentées (étude en cours à l'IRSID) ou par l'utilisation de la station d'analyse vibratoire BRUEL et KJAER (en phase de réalisation pendant notre étude) permettrait, en s'appuyant sur les travaux théoriques effectués, de compléter, par une approche expérimentale systématique, l'approche expérimentale ponctuelle que nous avons réalisée.

Notre étude des phénomènes de broutage sur un train tandem de laminage à froid, a mis en évidence que la stabilité de fonctionnement d'une cage i dépendait des pôles d'un polynôme $[p+w_{1(p)}]_i$.

-L'étude de l'influence des caractéristiques de fonctionnement sur l'amortissement de ce pôle et par conséquent sur la déstabilisation d'une cage, nous a permis d'expliquer la forte sensibilité au broutage des produits Fer Blanc (et DWI) et la faible sensibilité des produits Tôle Mince, et de dégager des tendances générales permettant d'optimiser le choix des caractéristiques de fonctionnement sur les différentes cages d'un train, pour ces produits sensibles au broutage.

-Le calcul numérique des pôles du polynôme $[p+w_{1(p)}]_i$, avant le laminage de chaque bobine, permettrait d'optimiser, suivant la configuration du train à un instant t , le choix des caractéristiques de fonctionnement de chaque cage et de limiter ainsi les risques de broutage.

-La visualisation des signaux des tractions intercages au moment d'un broutage, permettrait en complément de l'utilisation du calcul du coefficient d'amortissement de chaque cage, de discriminer dans tous les cas quelle cage est à l'origine du phénomène.

Perspective:

Les moyens de détection utilisés aujourd'hui sur un train, pour prévenir d'un broutage, consistent à effectuer une mesure vibratoire en verticale sur les bâtis supérieurs des cages.

Nous avons montré que la déstabilisation du fonctionnement d'une cage était initiée par la déstabilisation de ses tractions intercages d'entrée et de sortie. La bande passante des tractionmètres, mesurant les tractions intercages, est supérieure à la fréquence du phénomène étudié. Une mesure, des tractions intercages, filtrée dans la gamme de fréquence du broutage, permettrait de détecter le phénomène directement à sa source.

Un système permettant d'apporter un amortissement au niveau de la bande, dans la gamme de fréquence du broutage, permettrait de ralentir l'augmentation des variations de tractions et par la même de diminuer l'aspect fuyant des broutages, voir de supprimer le phénomène. Si ce constat est une piste, il nécessite, avant d'être un jour opérationnel sur un laminoir, d'être étayé par des travaux théoriques approfondis...

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

[ADI 89] A.ADINE ; "Comportement mécanique du matériau" , Théorie du laminage à froid , Centre d'études Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , pp5-6 , 1989.

[AUB 92] AUBLIN,R.BONCOMPAIN ; "Lubrification hydrodynamique et hydrostatique" , Systèmes mécaniques. Théorie du dimensionnement , DUNOD 92 ,pp420-458, 1992.

[BAQ 73] P.BAQUE, E.FELDER ; Mise en forme des métaux, calcul par plasticité , DUNOD Tome 1, Tome 2 , 1973.

[BAS 89] G.BASEOTTO ; "Comportement mécanique du matériau" , Théorie du laminage à froid , pp22-27 , 1989.

[CHA 81] M.CHABOUD ; Force-Couple-Puissance en laminage à froid , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , 1981.

[CHEF 82] L.CHEFFNEUX, H.GOUZOU ; "Etude des phénomènes de vibrations entretenues et du frottement dans un train tandem pour Fer Blanc" , Rapport CECA EUR 7725 , 1982.

[ESP 85] F.ESPINASSE ; "Automatisation du tandem à froid à l'aide des modèles" , Laminage à froid. Mise en oeuvre des modèles pour la conduite des laminoirs , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , pp22-24 , 1985.

[FRO 89] C.FROMHOLZ ; "Equilibre d'une cage" , Théorie du laminage à froid , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , pp102-110 , 1989.

[GUI 85] J.P.GUILLERAUT, F.ESPINASSE ; "Modèles développés en laminage à froid" , Laminage à froid. Mise en oeuvre des modèles pour la conduite des laminoirs , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , pp8-9 , 1985.

[GUO 93] R.M.GUO, A.C.URSO, H.SCHUNK ; "Analysis of chatter vibration phenomene of rolling mills using finite elements methods" , Iron and steel Engineer , janvier 1993.

[HEU 89] S.HEURTAULT, M.O.REYNAUD ; "La mécanique du laminage et sa modélisation" , Théorie du laminage à froid , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , pp74-79 , 1989.

[JOR 58] D.JORTNER ; "An analysis of the mecanics of cold strip rolling" , Carnagie Institute of Technologie. Pittsburgh Mars 58 , 1958.

[JOR 60] D.JORTNER, J.F.OSTERLE, C.F.ZOROWSKI ; "An analysis of the mecanics of cold strip rolling" , International Journal Mecanical Science , pp170-194 , 1960.

- [LEM 78] Ph.LEMBLE ; "Hypothèse sur la forme de l'emprise" , Modèles de laminage à froid dans le cas de petites déformations , Institut de Recherche de la Sidérurgie Française , pp7-8 , 1978.
- [MIE 95] R.MIEZE, C.SILVY-LELIGOIS ; "Les régulations en laminage à froid" , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , 1995.
- [NIEB 91] J.R.NIEB, V.T.NICHOLAS ; "Automated monitoring and control of vibration and chatter in rolling processes" , Iron and Steel Engineer , juillet 1991.
- [PAT 85] D.L.PATON, S.CRITCHLEY ; "Tandem Mill Vibration: its cause and control" , Iron Steelmaker , mars 1985.
- [PAT 87] D.L.PATON, S.CRITCHLEY ; "Tandem mill vibration" , Congrès Deauville , 1987.
- [PAW 84] O.PAWELSKI, F.WEBER, F.GRIESER ; "Einfluß der Oberflächenfeingestalt der Arbeitswalzen auf die Maßgenauigkeit und Oberflächengüte von kaltgewalztem Stahlband" , Stahl und Eisen 104 , pp609-616 , juin 1984.
- [PAW 87] O.PAWELSKI, W.RASP, K.FRIEDENWALD ; "Chattering in cold rolling - Theory of interaction of plastic and elastic deformation" , Congrès Deauville , 1987.
- [REY 89] M.O.REYNAUD ; "La mécanique du laminage et sa modélisation" , Théorie du laminage à froid , Centre d'Etudes Supérieures de la Sidérurgie Française Tome 1 , pp80-81 , 1989.
- [SIL 93] C.SILVY-LELIGOIS, C.LEPAVEC ; "Les régulations d'épaisseur" , Diminution des hors tolérance épaisseur sur le laminoir à froid de Sollac Basse Indre , Institut de Recherche de la Sidérurgie Française , pp13-16 , 1993.
- [SIL 96] C.SILVY-LELIGOIS, B.HELPER, G.ROBERT, D.PIQUET ; "Echelons de serrage sur les cages 4 et 5 du laminoir de Sollac-Mardyck" , Institut de Recherche de la Sidérurgie Française , octobre 1996.
- [SIL 97] C.SILVY-LELIGOIS, R.MIEZE ; Régulation d'entrefer de la cage 1 d'un laminoir à froid , Institut de Recherche de la Sidérurgie Française , 1997.
- [TAM 80] T.TAMIYA, K.FURNI, H.IIDA ; "Analysis of chattering phenomenon in cold rolling" , 1980.
- [TLU 82] J.TLUSTY, G.CHANDRA, D.PATON, S.CRITCHLEY ; "Chatter in cold rolling" , Annals of CIRP , 1982.
- [YAR 76] YATITA Ikuo, FURUKAWA Kusuo, SEINO Yoshikazu ; "Analyse du phénomène de broutage en laminage à froid de tôles extra fines" , KAWASAKI STEEL CORPORATION, 1976.