UNIVERSITE DE LILLE I
U.F.R. DE PHYSIQUE

THÈSE

N° d'ordre: 2915

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE LILLE I
Discipline : LASERS, MOLÉCULES ET RAYONNEMENT ATMOSPHÉRIQUE

présentée et soutenue publiquement

par

Hélène WARD

le 23/03/2001

Instabilités spatio-temporelles des oscillateurs paramétriques optiques : couplage walk-off/diffraction

Spatio-temporal instabilities of optical parametric oscillators : walk-off/diffraction coupling

Directeur de thèse :

Majid TAKI

JURY

Rapporteurs :	
Emmanuel ROSENCHER	École Polytechnique et LAERTE/ONERA, Palaiseau
Maxi SAN MIGUEL	IMEDEA, Universitat de les Illes Balears, Espagne
Examinateurs :	
Arnaud COUAIRON	LIRM, CEA, Bruyères-le-Châtel
Thierry DEBUISSCHERT	LCR, THOMSON-CSF, Orsay
Pierre GLORIEUX	Laboratoire PhLAM, Université de Lille I
Najib OUARZAZI	LML, Université de Lille I
Majid TAKI	Laboratoire PhLAM, Université de Lille I

Table des matières

Table des figures

Introduction

En 1958, Ch. Townes et A.L. Schawlow décrivent le principe du laser (acronyme de *light amplification by stimulated emission of radiation*). Deux ans plus tard, le premier laser était construit, ouvrant le vaste champ de l'optique non linéaire. En effet, le laser n'est pas seulement une source de lumière cohérente, mais aussi une source électromagnétique puissante. Grâce au champ fort émis par le laser, des phénomènes de saturation apparaissent dans la matière et sa réponse à l'action de l'onde électromagnétique (laser) devient forcément non linéaire. En 1961, Franken [1] met en évidence le doublement de fréquence optique en éclairant un cristal de quartz avec un laser focalisé à 694,3 nm : c'est le premier processus d'optique non linéaire observé expérimentalement. L'idée de placer un cristal non linéaire dans un résonateur optique [2] a été introduite pour la première fois en 1962. Cette même année, les premiers travaux théoriques sur les oscillateurs paramétriques optiques (OPO) [3] sont publiés. Trois ans plus tard Giordmaine et Miller [4] mettent au point le premier OPO.

Ces OPO sont des sources optiques susceptibles de produire, par interaction non linéaire à trois ondes au sein d'un cristal, des faisceaux de lumière cohérente et accordable en fréquences. Un faisceau intense, dit "de pompage", de fréquence ω_p est converti dans l'OPO en deux faisceaux de plus faibles fréquences ω_s et ω_i. La qualité des faisceaux générés par l'OPO dépend fortement de la qualité de ce pompage optique (inhomogénéités spatiales, diamètre, phase). Deux régimes temporels du laser de pompe sont couramment utilisés dans les OPO : le régime continu et le régime impulsionnel. Le plus facile à mettre en oeuvre, et donc le plus répandu, est l'OPO à impulsions longues (de l'ordre de la nanoseconde). Les OPO à impulsions courtes (de l'ordre de la picoseconde, ou même de la femtoseconde) nécessitent un réglage plus complexe pour qu'un maximum de l'impulsion de pompe soit synchronisé avec les impulsions des signaux se propageant dans la cavité. Les OPO en régime continu nécessitent des intensités de pompage plus faibles qu'en régime impulsionnel. Cependant, pour en améliorer le rendement [1], leur section transverse doit être "grande", pour qu'un maximum de modes s'enrichisse lors du processus d'oscillation paramétrique. Ils ont connu ces dix dernières années un renouveau d'intérêt, notamment grâce à leurs propriétés quantiques, en particulier, lorsqu'ils sont dégénérés en fréquence, leur capacité à produire des "faisceaux jumeaux" (de même fréquence).

Les OPO construits actuellement sont de plus en plus puissants et maniables, et émettent des radiations allant du domaine du visible à l'infrarouge. La grande accordabilité des OPO en fait des sources de lumière "tout solide" aux applications très prometteuses, en particulier dans les gammes de longueur d'onde où il n'existe pas de laser. Déjà, le développement de technologies mettant en jeu de nouveaux cristaux non linéaires et un polissage ultraperformant des miroirs de cavité a permis d'utiliser les OPO efficacement dans divers domaines tels que la spectroscopie à haute résolution [5] ou le diagnostic d'écoulements gazeux [6]. Ils apparaissent comme très prometteurs pour des utilisations telles que la télémétrie à sécurité oculaire [2], le stockage d'information (voir par exemple le dernier chapitre de la référence [7]), les communications "tout optique", ou encore l'amplification d'images [8]. Actuellement ils font l'objet d'une recherche technologique très active, notamment en ce qui concerne le contrôle précis de la fréquence et de la distribution spatiale d'intensité des faisceaux émis.

Les OPO émettent un rayonnement cohérent accordable tant que le gain paramétrique compense les pertes d'énergie : lorsque le pompage est suffisamment fort, le seuil d'oscillation est atteint. En dessous du seuil, l'OPO n'émet non pas un rayonnement cohérent, mais de la fluorescence paramétrique. La structure transverse du rayonnement émis au-delà du seuil, c'est à dire ses variations d'intensité et de phase dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation

1. Pour éviter de peupler de nombreux modes transverses, on utilise une cavité stable et on adapte le mode du faisceau de pompe au paramètre confocale de la cavité.

2. émission de lumière cohérente de longueur d'onde de 1,55 μm

des faisceaux, dépend de phénomènes comme la diffraction ou la biréfringence des cristaux utilisés. Des structures spatiales dissipatives, *i.e.* hors équilibre thermodynamique, peuvent apparaître dans la section transverse des faisceaux en interaction dans le cristal. Ces structures spatiales ont un rôle crucial dans l'efficacité de conversion d'énergie et du processus de gain paramétrique. Pour mieux comprendre et contrôler le fonctionnement de sources de lumière cohérente à grande section transverse, comme les OPO, une étude du mécanisme de formation de ces structures et de leur dynamique spatio-temporelle s'avère nécessaire.

L'étude théorique de ces mécanismes repose sur la description de l'évolution du champ électromagnétique des radiations émises : lors de la modélisation de l'OPO, on est amené à résoudre les équations de Maxwell avec les conditions aux limites imposées par les miroirs de la cavité optique. Deux approches sont alors possibles pour prendre en compte les variations transverses du champ électromagnétique E dans la cavité résonnante. La première consiste à projeter le champ E sur une base de modes orthonormés de la cavité vide, ce qui est suffisant pour expliquer les observations expérimentales des systèmes optiques à faible nombre de modes. Lorsque la section transverse du faisceau laser s'élargit, le nombre de modes présentant de faibles pertes dans la cavité augmente. Dans les systèmes optiques à grand nombre de Fresnel[3] ($F \sim 100$), cette approche ne convient plus : les structures spatiales (qui peuvent être périodiques, en rouleaux, en hexagones, ou encore localisées) ne se décomposent plus de manière simple en modes de cavités. On aborde alors la dynamique transverse par des équations globales vérifiées par l'amplitude lentement variable du champ électrique. Cette technique s'avère très fructueuse pour étudier les phénomènes non linéaires non seulement en ce qui concerne les OPO, mais de manière générale dans le contexte de l'optique (voir par exemple [7,30]).

Les systèmes optiques sont très maniables (par rapport aux systèmes hydrodynamiques, par exemple), accessibles expérimentalement et présentent l'avantage d'une dynamique aux échelles de temps très courtes, permettant de distinguer

3. F= $S_T/\lambda_p L$, où S_T est la section transverse, L la longueur de cavité, et λ_p la longueur d'onde du pompage laser.

leurs propriétés déterministes des phénomènes stochastiques lors de l'analyse des données expérimentales. L'étude de la formation des structures apparaissant dans la section transverse des faisceaux est devenue un des champs les plus actifs de l'optique non linéaire. Une grande variété de structures a été prédite théoriquement et observée expérimentalement dans les systèmes optiques à grande section transverse comme les OPO, les milieux Kerr en cavité, ou encore la génération intracavité de seconde harmonique (SHG) [9]. Dans les résonateurs SHG, on a prédit, entre autre, que les solutions stationnaires se structurent en rouleaux, carrés et hexagones, par sélection non linéaire. Récemment, Longhi [10] a prédit l'apparition de quasistructures d'orientation arbitraire dans les résonateurs SHG à accord de phase de type II. Celles-ci sont issues d'une instabilité due à une brisure de symétrie de la polarisation, qui peut aussi mener à la formation de solitons dans les résonateurs SHG non dégénérés en polarisation [11]. Dans les milieux Kerr, citons, entre autres, les travaux de Hoyuelos *et al.* [12] qui montrent que la sélection d'hexagones déformés dans la structure transverse des faisceaux est possible grâce à un choix convenable de la polarisation du champ électrique, propriété spécifique aux systèmes optiques. Une étude récente de l'interaction, en régime de propagation, de fronts reliant deux états stables du champ électrique, qui peuvent former des structures en labyrinthe, ou encore mener, par effondrement, à des structures localisées, a été réalisée par Gallego *et al.* [13] dans un milieu de type Kerr.

Malgré la richesse et la diversité des travaux actuels, la sélection et le contrôle de ces structures transverses, qui constituent une étape nécessaire dans le développement technologique d'applications utilisant des appareils optiques spatialement étendus, restent un problème ouvert. La dynamique des OPO a également suscité de nombreuses recherches tant théoriques qu'expérimentales [14, 15] et reste un champ très actif. Le modèle global de l'OPO, qui décrit l'évolution spatio-temporelle de l'amplitude lentement variable des champs en interaction dans la cavité, ne se prête pas à une étude analytique en raison de sa complexité. On peut bien sûr confronter les simulations numériques aux résultats issus de l'expérience, pour des valeurs de paramètres pertinentes. Mais une approche analytique est quand même possible au prix d'une simplification de ce modèle. Elle s'avère utile pour prévoir et analyser les différents mécanismes qui régissent le comportement spatio-temporel des faisceaux émis par l'OPO. Ainsi, les premières études théoriques de l'OPO portaient sur la propagation des faisceaux sans tenir compte des effets transverses. Par la suite, le rôle de la diffraction dans la formation des structures spatiales a été considéré, par exemple par Kutz *et al.* [16] et Leberre *et al.* [17], qui ont étudié la stabilité des interfaces qui relient des solutions du champ électrique de même intensité mais de phases opposées, connues sous le nom de "Ising walls" ou parois de domaines. Par ailleurs, plusieurs auteurs [26, 28, 29] ont introduit le modèle dit de "champ moyen" de l'OPO, avec diffraction, qui néglige la dispersion chromatique et prend en compte les conditions aux limites introduites par la cavité, réduisant la description de la propagation longitudinale des champs à celle du mode fondamental (longitudinal). L'étude analytique de l'OPO, en particulier l'étude de sa dynamique transverse, est alors simplifiée considérablement. Très récemment, Vaupel *et al.* [18] ont mis au point un OPO triplement résonnant en cavité confocale, pompé en régime continu et fonctionnant en régime longitudinal proche du régime monomode.

C'est dans le cadre de cette aproximation "champ moyen", que s'inscrit l'étude, à la fois théorique et numérique, menée dans cette thèse. Elle concerne plus particulièrement les OPO en fonctionnement continu. Les effets spatiaux (diffraction et phénomènes de propagation transverse) modifient qualitativement et quantitativement son seuil d'oscillation, qui peut être étudié grâce aux techniques d'analyse de stabilité linéaire et non linéaire. Cette thèse bénéficie des avancées apportées par les concepts d'instabilités convectives/absolues à la fois en physique des plasmas et en hydrodynamique. Ces concepts intègrent l'effet de propagation (ici dans le plan transverse) à l'analyse de stabilité linéaire. L'étude classique, c'est-à-dire purement temporelle, de stabilité linéaire nous informe si une solution apparaît (est stable) ou non (est instable) dans l'OPO. Les notions de stabilité convective/absolue affinent ces critères en distingant deux classes de solutions instables. Dans le régime convectif, le phénomène de transport l'emporte sur l'amplification spatiale : la solution est instable de façon transitoire, mais redevient stable après un temps caractéristique. Dans le régime absolu, la propagation est compensée par l'amplification et la solution est instable de façon permanente. La distinction entre ces instabilités de nature différente est pertinente dans les systèmes physiques où l'invariance Galiléenne est brisée, comme, en hydrodynamique, dans les écoulements en présence d'advection. Cette invariance Galiléenne peut aussi être brisée en optique [31, 32]. Dans un milieu Kerr, par exemple, un terme de type advection (propagation) peut apparaître quand le laser de pompe est incliné (incidence non normale) par rapport à l'axe optique de la cavité [19]. Dans les OPO, seuls concernés dans cette thèse, la dérive du rayon lumineux lors de la réfraction extraordinaire, c'est à dire l'effet " walk-off" dû à la biréfringence optique du cristal intracavité, équivaut à une advection dans le plan transverse. Plusieurs auteurs ont pris en compte l'anisotropie du cristal dans la modélisation de systèmes optiques [20]. Citons les travaux théoriques de Fleck *et al.* [21] et Dreger *et al.* [22] sur l'amplification paramétrique optique et dans le cas de la génération de seconde harmonique (SHG). À partir des équations de Maxwell, ils montrent que la biréfringence introduit non seulement un terme de type advection (c'est l'effet "walk-off"), mais également une asymétrie dans le terme de diffraction transverse (laplacien). Ce modèle a été intégré numériquement, sans les termes de diffraction, par Nishikawa et Uesugi [23], pour décrire l'amplification paramétrique dans un cristal de type $KTiOPO_4$. Leurs résultats sont en bon accord avec les caractéristiques des profils transverses des champs pompe, signal et idler obtenues expérimentalement [24]. La configuration qu'ils utilisent, aussi bien expérimentalement que numériquement, est telle que seul l'idler est soumis à l'effet walk-off (polarisation extraordinaire), le laser de pompe fonctionnant en régime impulsionnel court (de l'ordre de la picoseconde). Les structures observées deviennent fortement asymétriques en présence du walk-off, qui réduit la section du faisceau idler. Smith *et al.* [25] ont également comparé leurs données expérimentales aux solutions numériques de ce modèle, en négligeant toutefois l'asymétrie de diffraction due à la biréfringence. Ils étudient un OPO dont les caractéristiques sont : un pompage en régime impulsionnel long (de l'ordre de la nanoseconde), un résonateur formé par une cavité en anneau, et un cristal de type KTP coupé pour un accord de phase de type II. Seul le champ signal est alors soumis à l'effet walk-off, qui entraîne un étalement asymétrique de sa section transverse.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux. Elle apporte une contribution théorique, visant à analyser les mécanismes responsables de l'asymétrie des structures spatiales dans les OPO en présence de walk-off. L'étude est menée en termes d'instabilités spatio-temporelles, en tenant compte à la fois de la diffraction des faisceaux et des phénomènes de propagation dans le plan transverse. Les travaux effectués dans cette thèse sont organisés en chapitres de la façon suivante :

Le **Chapitre 1** détaille les étapes de la modélisation d'un OPO en régime continu, monomode longitudinal et multimode transverse. Ce modèle décrit l'évolution spatio-temporelle des enveloppes lentement variables des trois champs en interaction dans l'OPO, en tenant compte de la diffraction des faisceaux et de la biréfringence du cristal.

Le **Chapitre 2** est consacré à l'analyse linéaire des instabilités transverses spatio-temporelles, à partir du modèle bidimensionnel développé dans le Chapitre 1. Cette étude tient compte de la propagation transverse due au walk-off *i.e.* distingue la nature convective ou absolue des instabilités. Cette démarche met en valeur les répercussions à la fois qualitatives et quantitatives du couplage walk-off/diffraction sur la dynamique des structures au seuil.

Le **Chapitre 3** est dédié à l'étude faiblement non linéaire de l'OPO à partir de modèles réduits, dits équations d'amplitudes. Ceux-ci permettent, d'une part, de caractériser le rôle des non linéarités dans le mécanisme de formation de structures dans la section transverse des faisceaux lorsque l'intensité du pompage s'éloigne du seuil d'oscillation. D'autre part, ils ont l'avantage d'être universels : ils décrivent la dynamique non linéaire de nombreux phénomènes physiques, dans des domaines aussi variés que l'hydrodynamique, la physique des plasmas, ou encore la biologie.

Le **Chapitre 4** examine la stabilité des structures modulées qui apparaissent dans l'OPO au-delà du seuil. Cette étude est menée en terme d'instabilités de phase qui se décomposent en deux types : les instabilités de compression/dilatation du nombre d'onde (Eckhaus) et celles de cisaillement (zigzag). Cette approche permet d'envisager les solutions modulées déstabilisées par une interférence entre les rouleaux comprimés/dilatés et les rouleaux cisaillés.

Résumé de la thèse

Le **premier chapitre** de ce travail détaille les étapes nécessaires à la mise en place d'un modèle de l'OPO monomode longitudinal et multimode transverse, en régime continu, constitué d'un cristal biréfringent placé dans une cavité à miroirs plans. Dans la première section (1.1), un modèle global régissant l'amplitude lentement variable du champ électrique des trois faisceaux en interaction dans le cristal (pompe, signal et idler) est développé à partir des équations de Maxwell. Ce modèle se situe dans le cadre de l'approximation paraxiale, qui suppose que les faisceaux ne s'éloignent "pas trop" de la direction de propagation. Il prend en compte la diffraction des faisceaux et la double réfraction due à la biréfringence du cristal. Cette démarche permet de comprendre l'origine de l'effet "walk-off" et de relier les coefficients des équations constituant le modèle aux paramètres physiques en jeu. La dispersion chromatique des faisceaux, dont l'impact est important sur la dynamique des impulsions, est négligée dans cette modélisation qui concerne le régime continu. Dans la deuxième section de ce chapitre (2.2), les conditions aux limites imposées par les miroirs de la cavité sont intégrées au modèle de l'OPO. On aboutit à une description multimode longitudinal (les miroirs étant plans, les modes de cavité sont des modes de Fourier) de l'OPO. On se place alors dans le cadre de l'approximation de champ moyen, *i.e.* on ne garde que la contribution à l'ordre dominant du mode fondamental longitudinal (le modèle est alors monomode longitudinal mais multimode transverse). C'est à partir de ce modèle bidimensionnel de l'OPO, que l'influence du couplage walk-off/diffraction est abordée en termes d'instabilités convectives/absolues.

Le **deuxième chapitre** est consacré à l'étude linéaire des instabilités transverses spatio-temporelles en vue de caractériser le seuil d'oscillation de l'OPO

(pompage critique, vecteur d'onde transverse et caractère propagatif de la structure spatiale au seuil) en présence de walk-off qui brise l'invariance Galiléenne du plan transverse. La première section (2.1) introduit les notions d'instabilités convectives/absolues en terme de croissance temporelle d'un paquet d'onde bidimensionnel. La section (2.2) est consacrée à l'analyse de stabilité linéaire, menée à partir du modèle bidimensionnel de l'OPO. La section (2.3) rappelle le critère analytique d'instabilité convective. Ce critère, appliqué à l'OPO en présence de walk-off, permet de déterminer les régions de paramètres où le seuil d'oscillation de l'OPO n'est atteint que de façon transitoire. La section (2.4) est dédiée au régime d'instabilité absolue : c'est dans cette région de paramètres que vont apparaître des structures spatiales dissipatives dans la section transverse des faisceaux. Le critère d'instabilité absolue permet d'obtenir la contribution linéaire des vecteurs d'onde transverses, et de la fréquence de ces structures.

Le **troisième chapitre** est consacré à l'étude faiblement non linéaire de l'OPO. En effet, l'analyse linéaire, basée sur la croissance spatio-temporelle des paquets d'ondes instables, permet de décrire les structures dissipatives, mais reste insuffisante : elle ne permet pas de déterminer le rôle des non-linéarités dans la dynamique de ces structures ni les effets de saturation sur leur croissance linéaire. Des techniques de développements asymptotiques et d'échelles multiples permettent de décrire leur comportement non linéaire par des modèles simples, dits "équations d'amplitude". Celles-ci incluent les non-linéarités dominantes dans la description de la dynamique des paquets d'ondes instables. Elles permettent de mettre en évidence la selection non linéaire des structures dans certaines régions de paramètres, et leur déstabilisation éventuelle. Le point de départ de ce chapitre est la réduction du modèle bidimensionnel de l'OPO à des équations d'amplitude, suivant la même démarche que Longhi [33,34], mais cette fois-ci en tenant compte du walk-off. Cette réduction va dépendre de la nature de la bifurcation au seuil d'oscillation de l'OPO. Lorsque la bifurcation est supercritique (*i.e.* quand les non-linéarités dominantes n'ont qu'un rôle de saturation), l'amplitude de la structure qui apparaît au seuil est régie par une équation de type Ginzburg-Landau convective. Dans la région où la bifurcation est sous-critique, l'OPO est bistable *i.e.* deux solutions peuvent coexister dans la section transverse des faisceaux. Les non-linéarités à l'ordre le plus bas ne sont alors plus saturantes mais contribuent à la croissance temporelle des paquets d'onde instables. L'équation d'amplitude dans cette zone de paramètres est de type Ginzurg-Landau quintique (ce sont les non-linéarités d'ordre cinq qui ont un rôle de saturation). Une analyse de stabilité non linéaire est alors menée à partir des conjectures de Van Saarloos *et al.* [35] étendues aux régimes non linéaires convectifs par Couairon *et al.* [36]. Elle permet de caractériser les structures dissipatives qui existent dans une région de paramètres où le critère de stabilité linéaire tombe en défaut. Les résultats analytiques obtenus à partir des équations d'amplitude sont comparés à l'intégration numérique du modèle bidimensionnel de l'OPO dans diverses zones pertinentes de paramètres. Cette confrontation des résultats théoriques et numériques permet de valider cette étude pour des puissances du laser de pompe proches du seuil d'oscillation.

Lorsque la puissance de pompe est augmentée, les structures spatiales qui existent près du seuil d'oscillation de l'OPO peuvent, à leur tour, se déstabiliser. Des instabilités de phase, déclenchées par les fluctuations du vecteur d'onde de ces structures, peuvent faire bifurquer l'OPO vers une nouvelle classe de solutions. Le **Chapitre 4** est consacré à l'analyse de stabilité des solutions modulées de l'OPO. On décompose alors les instabilités de phase en deux catégories : celles de compression/dilatation du vecteur d'onde (dites instabilités d'Eckhaus) et celles de cisaillement (dites instabilités zigzag). Dans ce chapitre, les critères d'Eckhaus et zigzag sont développés en termes d'instabilités convectives et absolues, ce qui permet de caractériser les conséquences de l'effet de propagation transverse sur la stabilité des solutions modulées de l'OPO.

Plusieurs annexes complètent ce travail. La première (**Annexe A**) récapitule les notations utilisées. Dans la deuxième (**Annexe B**), on développe les calculs qui mènent au modèle multimode longitudinal de l'OPO introduit dans le Chapitre 1. L'**Annexe C** rassemble les publications issues de ce travail. Finalement, l'**Annexe D** détaille l'établissement des équations de Ginzburg-Landau complexes couplées à partir du modèle bidimensionnel de l'OPO.

Conclusion

Les oscillateurs paramétriques optiques (OPO) sont de plus en plus utilisés comme sources cohérentes accordables en fréquence. La maîtrise de la qualité des faisceaux émis, en particulier leur homogénéité spatiale et leur finesse spectrale, nécessite une connaissance approfondie des mécanismes responsables de la formation de structures dissipatives dans leur section transverse.

Cette thèse est une contribution à la description théorique du comportement dynamique d'un OPO en régime continu. C'est au seuil d'oscillation, c'est-à-dire pour des puissances de pompage faibles (de l'ordre du Watt en régime continu) que naissent ces structures. Les techniques analytiques choisies dans ce travail restent valable pour des puissances "proches du seuil". Typiquement, elles concernent des puissances de pompe n'excédant pas cinq à dix pour cent de leur valeur critique (à titre d'exemple, l'OPO en régime continu est couramment utilisé avec des puissances quatre fois supérieures à la puissance critique). Cependant, les analyses menées sur d'autres systèmes (par exemple les lasers) montrent que ce domaine de validité pourra s'avérer bien plus étendu.

Nous nous sommes concentrés sur l'effet du couplage walk-off/diffraction dans l'OPO supposé triplement résonnant, en régime monomode longitudinal et multimode transverse. La première technique mise en oeuvre est une approche linéaire en termes d'instabilités convectives/absolues. Elle présente l'avantage d'aboutir à une description des structures spatio-temporelles au seuil qui prend en compte les effets de propagation transverse. La seconde est une approche faiblement non linéaire caractérisant les structures saturées au delà du seuil.

En absence de walk-off, deux comportements dynamiques de l'OPO sont possibles en fonction du désaccord de la cavité. Lorsque celui-ci est négatif, la section transverse des faisceaux signal et idler générés est homogène. Lorsqu'il est positif, des structures spatiales bidimensionnelles apparaissent dans l'amplitude et/ou la phase de ceux-ci, près du seuil. On a montré que le walk-off modifie les fréquences d'oscillation et induit des structures transverses unidimensionnelles, et ce quel que soit le désaccord en fréquence. Les structures spatiales prennent alors la forme de rouleaux alignés perpendiculairement à la direction du walk-off. Mais la conséquence la plus surprenante du walk-off est l'existence d'une région de paramètres où il **diminue le seuil d'instabilité**, c'est-à-dire le seuil d'émission des faisceaux signal et idler. En effet, la dérive des faisceaux due au walk-off devrait intuitivement diminuer leur région de recouvrement, et donc limiter le gain paramétrique. Or l'étude analytique menée à la fois sur le modèle bidimensionnel linéarisé de l'OPO et l'équation d'amplitude non linéaire régissant sa dynamique au voisinage du seuil, montre que **l'effet de dérive diminue l'étendue de la diffraction des faisceaux**. La région de gain, et donc l'efficacité de l'OPO augmente alors avec le walk-off. Cette diminution du seuil d'oscillation est confirmée par une intégration numérique du modèle bidimensionnel non linéaire de l'OPO pour différentes zones de paramètres. Ce résultat est contre-intuitif et illustre la complexité des réglages utiles pour optimiser le rendement de l'OPO.

Les techniques d'instabilités utilisées dans ce travail permettent, en outre, de caractériser deux régimes de fonctionnement qualitativement très différents : le régime convectif et le régime absolu. Les structures spatiales du régime convectif ont la particularité d'être transitoires (elles dérivent hors de la région de gain paramétrique), sauf en présence d'une source de bruit continu. Le bruit est amplifié sous la forme de structures macroscopiques : l'OPO pourra alors être vu comme un microscope des fluctuations quantiques. Dans le régime absolu, les structures sont auto-entretenues *i.e.* liées à la dynamique de l'OPO.

Dans un OPO triplement résonnant, l'étendue de la diffraction n'est pas la même pour chaque faisceau (de fréquence différente). Cette asymétrie de l'étalement des faisceaux signal et idler se répercute sur la distribution spatiale transverse du gain paramétrique, pouvant créer un phénomène de dérive. Le walk-off et la diffraction entrent alors en compétition et on montre qu'il existe une **valeur**

critique du walk-off qui fait **disparaître la région convective**. Encore une fois, l'effet du walk-off est contre-intuitif : il peut annuler l'effet de dérive des faisceaux réfractés extraordinairement.

Les équations d'amplitude trouvées lors de l'étude faiblement non linéaire de l'OPO montrent qu'il existe une zone de paramètres où le **critère de stabilité linéaire tombe en défaut** : c'est-à-dire où les non-linéarités ne sont plus uniquement saturantes, mais contribuent à l'amplification temporelle des structures spatiales. L'OPO peut alors être bistable. Grâce aux notions d'instabilités convectives/absolues, on montre qu'il existe une valeur critique du walk-off au-delà de laquelle **le cycle d'hystérésis disparaît** : l'OPO perd alors sa bistabilité. Ce résultat offre un moyen pratique pour l'expérimentateur de vérifier la transition du régime convectif au régime absolu (pour des faibles puissances de pompage, dans des configurations proches du fonctionnement monomode longitudinal [18]). En effet, il n'est pas toujours évident, notamment quand les fluctuations d'intensité sont importantes, de distinguer ces deux régimes.

La suite logique de ce travail est de caractériser les structures dissipatives qui se forment dans la structure transverse des faisceaux lorsque le pompage augmente. C'est dans cette optique que l'instabilité de type d'Eckhaus ou zig-zag des solutions modulées de l'OPO a été envisagée. On montre que le walk-off diminue la zone d'instabilité absolue des structures modulées. Des simulations numériques sur le modèle bidimensionnel de l'OPO sont en cours pour renforcer ces résultats analytiques et mettre en évidence les transitions entre structures bidimensionnelles et unidimensionnelles. L'analyse de stabilité des solutions stationnaires non nulles existant loin du seuil reste à faire. Elle permettrait de lever la condition de faible puissance de pompage. Plusieurs effets sont à inclure dans le modèle de l'OPO pour étendre ce travail aux configurations expérimentales effectivement utilisées : les variations longitudinales de la puissance de pompe et la dispersion chromatique des faisceaux. Un travail similaire à celui mené dans cette thèse, qui prend en compte la propagation longitudinale vient de débuter dans notre équipe.

Une autre perspective, dans la continuité de ce travail, est de prendre en compte l'inhomogénéité dans les paramètres de l'OPO. On pourra, par exemple, tenir compte des effets thermiques [74] dans le cristal en intégrant l'équation de diffusion à la modélisation. Le pompage a été délibérément considéré comme homogène pour permettre une première approche de la dynamique transverse de l'OPO continu. Un pompage inhomogène Gaussien est à considérer [51] pour obtenir des résultats encore plus proches des situations expérimentales. Si l'on considère une cavité à miroirs sphériques, c'est le désaccord en fréquence de la cavité qui va dépendre des variables transverses, modifiant la dynamique de l'OPO. Finalement, la légère asymétrie dans les termes de diffraction due à la biréfringence a été négligée dans un premier temps. Sa prise en compte dans le modèle permettrait la mise en évidence de la légère différence des longueurs d'onde transverses dans la direction (x) du walk-off et dans la direction (y) perpendiculaire à celui-ci [21].

En conclusion, nous pouvons dire que le contrôle des structures dissipatives qui apparaissent dans la section transverse des faisceaux de l'OPO est un problème complexe. De nombreux phénomènes entrent en compétition et contribuent à la naissance et à l'évolution de ces structures. Leur stabilité et leur transition éventuelle vers le chaos ou la turbulence est régie par des mécanismes universels, que l'on retrouve, non seulement dans les systèmes optiques non linéaires, mais aussi de manière générale dans de nombreux systèmes dynamiques évoluant hors équilibre thermodynamique, dans des branches aussi diverses que l'électronique, l'hydrodynamique, la physique des plasmas ou encore la biologie.

Bibliographie

[1] P. Franken, A.E. Hill, C.W. Peters, and G. Weinreich, *Generation of optical harmonics*, Phys. Rev. Lett. **7**, 118 (1961).

[2] S.A. Akhmanov and R.V. Khokhlov, *Concerning one possibility of amplification of light waves*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **43**, 351 (1962) [Sov. Phys. JETP **16**, 252 (1963)] ; R.H. Kingston, *Parametric amplification and oscillation at optical frequencies*, Proc. IRE **50**, 472 (1962) ; N.M. Kroll, *Parametric amplification in spatially extended media and the application to the design of tunable oscillators at optical frequencies*, Phys. Rev. **127**, 1207 (1962).

[3] J.A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P.S. Pershan, *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev. **127**, 1918 (1962).

[4] J.A. Giordmaine and R.C. Miller, *Tunable coherent parametric oscillation in $LiNbO_3$ at optical frequencies*, Phys. Rev. Lett. **14**, 973 (1965).

[5] I.Ledoux, J. Badan, J. Zyss, A. Migus, D. Hulin, J. Etchepare, G. Grillon, and A. Antonetti, *Generation of high-peak-power tunable infrared femtosecond pulses in an organic crystal : application to time resolution of weak infrared signals* J. Opt. Soc. Am. B **4**, 987 (1987).

[6] B. Scherrer, *Développement d'un oscillateur paramétrique optique monomode pour des mesures de température et de vitesse par DRASC temporellement résolue*, thèse de l'Université de Paris XIII (11 février 1998).

[7] P. Mandel, *Theoretical problems in cavity nonlinear optics* (Cambridge University Press, 1997), Chap. 1.3.

[8] G. Le Tolguenec *Two-dimensional time-resolved direct imaging through thick biological tissues : a new step toward noninvasive medical imaging*, Opt. Lett. **24**, 1047 (1999).

[9] Issue spéciale de Quantum Semiclass. Opt. B **10** (1998) : *Special issue on patterns in nonlinear optical systems (part 1)* ; Issue spéciale de Jour. Opt. B **1** (1999) : *Special issue on patterns in nonlinear optical systems (part 2).*

[10] S. Longhi, *Transverse patterns in nondegenerate intracavity second-harmonic generation*, Phys. Rev. A **59**, 4021 (1999).

[11] U. Peschel, D. Michaelis, C. Etrich, and F. Lederer, *Formation, motion, and decay of vectorial cavity solitons*, Phys. Rev. E **58**, R2745 (1998).

[12] M. Hoyuelos, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef, *Polarization patterns in Kerr media*, Phys. Rev. E **58**, 2992 (1998).

[13] R. Gallego, M. San Miguel, and R. Toral, *Self-similar damain growth, localized structures, and labyrinthine patterns in vectorial Kerr resonators*, Phys. Rev. E **61**, 2241 (2000).

[14] G.-L. Oppo, M. Brambilla, and L. Lugiato, *Formation and evolution of roll patterns in optical parametric oscillators*, Phys. Rev. A **49**, 2028 (1994) ; K. Staliunas and V.J. Sanchez-Morcillo, *Spatial localized structures in degenerate optical parametric oscillators*, Phys. Rev. A **57**, 1454 (1998) ; M. Tlidi, P. Mandel, and R. Lefever, *Kinetics of localized pattern formation in optical systems*, Phys. Rev. Lett. **81**, 979 (1998).

[15] Issue spéciale de J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1475 (1999) : *Optical parametric devices and processes.*

[16] J. N. Kutz, Th. Erneux, S. Trillo, and M. Healterman, *Curvature dynamics and stability of topological solitons in the optical parametric oscillator*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1936 (1999).

[17] M. Leberre, D. Leduc, and A. Tallet, *Striped and circular domain walls in the DOPO*, Jour. Opt. B **1**, 153 (1999).

[18] M. Vaupel, A. Maître, and C. Fabre, *Observation of pattern formation in optical parametric oscillators*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5278 (1999).

[19] M. Haelterman and G. Vitrant, *Drift instability and spatiotemporal dissipative structures in a nonlinear Fabry-Perot resonator under oblique incidence*, J. Opt. Soc. B **9**,1563 (1992).

[20] G.D. Boyd and D.A. Kleinmann, *Parametric interaction of focused Gaussian light beams*, J. Appl. Phys. **39** (3), 3597 (1968).

[21] J.A. Fleck, Jr., and M.D. Feit, *Beam propagation in uniaxal anisotropic media*, J. Opt. Soc. Am. B **73**, 920 (1983).

[22] M.A. Dreger and J.K. McIver, *Second-harmonic generation in a nonlinear, anisotropic medium with diffraction and depletion*, J. Opt. Soc. Am. B **17**, 776 (1990).

[23] T. Nishikawa and N. Uesugi, *Effects of walk-off and group velocity difference on the optical parametric generation in $KTiOPO_4$ crystals*, J. Appl. Phys. **77**, 4941 (1995) ; *Walk-off and pump energy dependence of transverse beam profiles on traveling-wave parametric generation*, Opt. Comm. **140**, 277 (1997).

[24] T. Nishikawa and N. Uesugi, *Transverse beam profile characteristics of traveling-wave parametric generation in $KTiOPO_4$ crystals*, Opt. Comm. **124**, 512 (1996) ; *Pulse narrowing characteristics in traveling-wave optical parametric generation in $KTiOPO_4$ crystals*, J. Appl. Phys. **80**, 2589 (1996).

[25] A. V. Smith, W. J. Alford, and T. D. Raymond, *Comparison of a numerical model with measured performance of a seeded, nanosecond KTP optical parametric oscillator*, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 2253 (1995).

[26] L.A. Lugiato and C. Oldano, *Stationary spatial patterns in passive optical systems : Two-level atoms*, Phys. Rev. A **37**, 3896 (1988) ; L.A. Orozco, H.J.

Kimble, A.T. Rosenberger, L.A. Lugiato, M.L. Ascquini, M. Brambilla, and L.M. Narducci, *Single-mode instability in optical bistability*, Phys. Rev. A **39**, 1235 (1989); L.A. Lugiato, G.L. Oppo, J.R. Tredicce, L.M. Narducci, and M.A. Pernigo, *Instabilities and spatial complexity in a laser*, J. Opt. Soc. Am. B **7**, 1019 (1990) ; L.A. Lugiato, W. Kaige, and N.B. Abraham, *Spatial pattern formation and instabillities in resonators with nonlinear dispersive media*, Phys. Rev. A **49**, 2049 (1994).

[27] M. Le Berre, D. Leduc, S. Patrascu, E. Ressayre, and A. Tallet, *Beyond the mean-field model of the ring cavity*, Chaos, Solitons & Fractals **10** (4-5), 627 (1999).

[28] C. Schwob, P.F. Cohadon, C. Fabre, M.A.M. Marte, H. Ritsch, A. Gatti, and L. Lugiato, *Transverse effects and mode coupling in OPOS*, App. Phys. B **66**, 685 (1998).

[29] L.A. Lugiato, C. Oldano, C. Fabre, E. Giacobino and R.J. Horowicz, *Bistability, self-pulsing and chaos in optical parametric oscillators*, Il Nuovo Cimento D **8**, 959.

[30] A.C. Newell and J.V. Moloney, *Nonlinear optics* (Addison-Wesley Publishing Compagny, Redwood City CA, 1992), Chap. 6.

[31] M. Santagiustina, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef, *Two-dimensional noise-sustained structures in optical parametric oscillators*, Phys. Rev. E **58**, 3843 (1998) ; *Walk-off and pattern selection in optical parametric oscillators*, Opt. Lett. **23**, 1167 (1998).

[32] M.N. Ouarzazi, P.A. Bois, and M. Taki, *Global-stability analysis of transverse modes in laser systems under inhomogeneous pumping*, Phys. Rev. A **53**, 4408 (1996).

[33] S. Longhi, *Traveling-wave states and secondary instabilities in optical parametric oscillators*, Phys. Rev. A **53**, 4488 (1996).

[34] S. Longhi, *Spatial solitary waves in nondegenerate optical parametric oscillators near an inverted bifurcation*, Opt. Comm. **149**, 335 (1998).

[35] W. van Saarloos and P.C. Hohenberg, *Fronts, pulses and sinks in generalized complex Ginzburg-Landau equations*, Physica D **14**, 303 (1992).

[36] A. Couairon and J. M. Chomaz, *Absolute and convective instabilities, front velocities and global modes in nonlinear systems*, Physica D **108**, 236 (1997).

[37] A. Yariv, *Optical electronics*, 3rd ed. (Holt, Rinehart & Winston, New York, 1985).

[38] Y.R. Shen, *The principles of nonlinear optics* (Wiley, New York, 1984).

[39] N. Bloembergen, *Nonlinear optics* (World Scientific Publishing, Singapour, 1996), réédition de l'édition originale de 1965 (Benjamin, New York).

[40] G. Breitenbach, S. Schiller, and J. Mlynek, *81 % conversion efficiency in frequency-stable continuous-wave parametric oscillation*, J. Opt. Soc. Am. B **12**, 2095 (1995).

[41] D. Lee, and N.C. Wong, *Stabilization and tuning of a doubly resonant optical parametric oscillator*, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 1659 (1993).

[42] Y. Tang, Y. Cui, and M.H. Dunn, *Lithium triborate optical parametric oscillator pumped at 266 nm*, Opt. Lett. **17**, 192 (1992).

[43] K. Kato, *Second-harmonic and sum-frequency generation in $KTiOAsO_4$*, IEEE J. Quant. Electr. **30**, 881 (1994).

[44] J. Falk, and J.E. Murray, *Single-cavity noncollinear optical parametric oscillation*, App. Phys. Lett. **14**, 245 (1969).

[45] F. Hanson and D. Diek, *Blue parametric generation from temperature-tuned LiB_3O_5*, Opt. Lett. **16**, 205 (1991).

[46] M. Scheidt, B. Beier, K.J. Boller, and R. Wallenstein *Frequency-stable operationof a diode-pumped continuous-wave $RbTiOAsO_4$ optical parametric oscillator*, Opt. Lett **22**, 1287 (1997).

[47] V.G. Dmitriev, G.G. Gurzadyan, and D.N. Nikogosian, *Handbook of nonlinear optical crystals* (Springer-Verlag, Berlin, 1991) ; C.C. Davis, *Lasers and electro-optics, fundamentals and engineering* (Cambridge University Press, Cambridge, 1996), Chap. 21.

[48] R.A. Baumgartner and R.L. Byer, *Optical parametric amplification*, IEEE J. Quant. Electr. **15**, 432 (1979) ; V. Dmitriev and L. Tarasov, *Optique non linéaire appliquée* (Mir, Moscou, 1987).

[49] J. Yao, W. Sheng, and W. Shi, *Accurate calculation of the optimum phase-matching parameters in three-wave interactions with biaxal nonlinear-optical crystals*, J. Opt. Soc. B. **9**, 891(1991).

[50] V.G. Dmitriev and D.N. Nikogosyan, *Effective nonlinearity coefficients for three-wave interactions in biaxal crystals of $mm2$ point group symmetry*, Opt. Comm. **95**, 173 (1993).

[51] T. Debuisschert, A. Sizmann, E. Giacobino, and C. Fabre, *Type-II continuous-wave optical parametric oscillators : oscillation and frequency-tuning characteristics*, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 1668 (1993).

[52] M. Marte, H. Ritsch, K.I. Petsas, A. Gatti, L.A. Lugiato, C. Fabre and D. Leduc, *Spatial patterns in optical parametric oscillators with spherical mirrors : classical and quantum effects*, optics express **3**, 71 (1998).

[53] P. Manneville, *Structures dissipatives, chaos et turbulence* (Collection Aléa-Saclay, Gif-sur-Yvette, 1991), Chap. 4.

[54] R. J. Briggs, *Electron-stream interaction with plasmas* (MIT Press, Cambridge, 1964).

[55] P. Huerre and P.A. Monkewitz, *Absolute and convective instabilities in free shear layers*, J. Fluid. Mech. **159**, 151 (1985).

[56] P. Huerre and P.A. Monkewitz, *Local and global instabilities in spatially developing flows*, Ann. Rev. Fluid Mech. **22**, 473 (1990), E. Infeld, G. Rowlands, *Nonlinear waves, solitons and chaos* (Cambridge University Press, 1990),

Chap. 3 ; A. Bers, *Handbook of plasma physics* (North-Holland, Amsterdam, 1983).

[57] M. Gaster, *The development of three-dimensional wave packets in a boundary layer*, J. Fluid Mech. **32**, 173 (1968).

[58] R.J. Deisler, *Noise-sustained convective structures, intermittency, and the Ginzburg-Landau equation*, J. Stat. Phys. **40**, 376 (1985) ; M. Santagiustina, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef, *Noise-sustained structures in nonlinear optics*, Phys. Rev. Lett. **79**, 3633 (1997).

[59] H. Ward, M.N. Ouarzazi, M. Taki, and P. Glorieux, *Influence of walk-off on pattern formation in non degenerate optical parametric oscillators*, Phys. Rev. E **64**, 016604-13 (2001).

[60] Voir par exemple R. Tagg, W. Stuart Edwards, and H.L. Swinney, *Convective versus absolute instability in flow between conterrotating cylinders*, Phys. Rev. A **42**, 831 (1990) et les références s'y trouvant.

[61] L. Brevdo, *A study of absolute and convective instabilities with an application to the eady model*, Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. **40**, 1 (1988).

[62] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling, *Numerical recipes : The art of scientific computing* (Cambridge University Press, 1986), Chap. 9 et 16.

[63] M. Taki, M. San Miguel, and M. Santagiustina, *Order parameter description of walk-off effect on pattern selection in degenerate optical parametric oscillators*, Phys. Rev. E **61,** 2133 (2000).

[64] M. Taki, N. Ouarzazi, H. Ward, and P. Glorieux, *Nonlinear front propagation in optical parametric oscillators*, J. Opt. Soc. Am B **17**, 997 (2000).

[65] G. Izùs, M. Santagiustina, M. San Miguel, and P. Colet, *Pattern formation in presence of walk-off for a type II optical parametric oscillator*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1592 (1999).

[66] A. Beržanskis, A. Matijošius, A.Piskarskas,V. Smilgevičius, and A. Stabinis, *Sum-frequency mixing of optical vortices in nonlinear crystals*, Opt. Comm. **150**, 372 (1998).

[67] A. Couairon and J.M. Chomaz, *Pattern selection in presence of a cross flow*, Phys. Rev. E **79,** 2666 (2000) ; X. Nicolas, A. Mojtabi, and J.K. Platten, *Two-dimensional numerical analysis of the Poiseuille-Bénard flow in a rectangular channel heated from below*, Phys. Fluids **9,** 337 (1997).

[68] H. Ward, M.N. Ouarzazi, M. Taki, and P. Glorieux, *Transverse dynamics of optical parametric oscillators in presence of walk-off*, Eur. Phys. J. D **3**, 275 (1998).

[69] P.G. Drazin and W.H. Reid, *Hydrodynamic Stability*, (Cambridge University Press, 1981).

[70] H. Ward, M. Taki, P. Glorieux, et M.N. Ouarzazi, *Dynamique non linéaire des oscillateurs paramétriques optiques en termes d'instabilités convectives*

et absolues, Comptes Rendus de la Rencontre du Non-Linéaire 2000 **L168** 159 (Paris Onze Editions, Orsay, 2000).

[71] A.C. Newell and J.A. Whitehead, *Finite bandwidth, finite amplitude convection*, J. Fluid Mech. **38**, 279 (1969) ; L.A. Segel, *Distance side-walls cause slow amplitude modulation of cellular convection*, J. Fluid Mech. **38**, 203 (1969).

[72] J. M. Chomaz, A. Couairon, and S. Julien, *Absolute and convective nature of the Eckhaus and zigzag instability with throughflow*, Phys. Fluids. **11**, 3369 (1999).

[73] S. Coen, M. Tlidi, Ph. Emplit, and M. Haelterman, *Convection versus dispersion in optical bistability*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2328 (1999).

[74] P. Kerkoc, S. Horinouchi, K. Sasaki, Y. Nagae, and D. Pugh, *Thermal effects on second-harmonic generation in biaxal molecular crystals*, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 1686 (1999) ; P. Suret, D. Derozier, M. Lefranc, J. Zemmouri, and S. Bielaski, *Self-pulsing instabilities in an optical parametric oscillator : Experimental observation and modeling of the mechanism*, Phys. Rev. A **61**, 021805R1-4 (2000).