N° ordre : 3324

THESE

présentée à

L'Université des Sciences et Technologies de Lille

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR EN MECANIQUE

par

Antoine DAZIN

CARACTERISATION DE L'INSTABILITE DU TOURBILLON TORIQUE PAR DIFFERENTES METHODES OPTIQUES QUANTITATIVES

Thèse soutenue le 11 septembre 2003

Membres du jury :

Président :	D.BUISINE (Professeur, LML, Université de Lille I)
Rapporteurs :	M.ROSSI (Chargé de Recherche, LMM-CNRS, Paris VI)
	J.P.SCHON (Professeur, IUT de Saint-Etienne)
Directeur de thèse :	M.STANISLAS (Professeur, LML, Ecole Centrale de Lille)
Examinateurs :	P.DUPONT (Maître de Conférences, LML, Ecole Centrale de Lille)
	P.PETITJEANS (Chargé de Recherche, ESPCI, Paris)

REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu à remercier le CNRS et la région Nord-Pas-Calais pour avoir cofinancé cette thèse.

Je remercie sincèrement Monsieur Stanislas d'avoir dirigé mes travaux de thèse.

Je remercie également Patrick Dupont pour m'avoir co-encadré, mais surtout pour avoir supporté mon mauvais caractère pendant quatre ans.

Mes remerciements vont ensuite vers Guy Caignaert, directeur du Laboratoire de Mécanique de Lille et Jean-Claude Gentina, directeur de L'Ecole Centrale de Lille pour m'avoir accueilli au sein de leurs établissements.

Je tiens également à remercier Messieurs Rossi et Schon qui m'ont fait l'honneur de juger mon travail, ainsi que Monsieur Buisine pour avoir présidé mon jury et Monsieur Petitjeans pour avoir accepté d'y participer.

Je tiens à remercier chaleureusement les membres de ma famille, collègues et amis (la liste serait longue...) qui m'ont soutenu ou aidé dans les moments difficiles de cette thèse.

Table des matières

Nomenclature

Alphabet latin

a : rayon du noyau d'un tourbillon torique

a_e : rayon effectif du noyau du tourbillon défini tel que $V = \frac{\Gamma}{4\pi R}\left(\ln\frac{8R}{a_e} - \frac{1}{4}\right)$

a_i : rayon interne du noyau ; rayon auquel la vitesse tangentielle est maximale

b : distance entre deux filaments tourbillonnaires

d_e : diamètre de la figure de diffraction d'une particule

d_i : diamètre d'une image de particule

d_p : diamètre d'une particule

D : diamètre du tourbillon

D_p : diamètre intérieur du tube

f : ouverture de l'objectif

k : nombre d'onde de l'instabilité

k_1 : valeur de k pour le premier mode instable

k_2 : valeur de k pour le deuxième mode instable

k_3 : valeur de k pour le troisième mode instable

k_c : nombre d'onde de l'instabilité prévue par la théorie

h : distance du plan laser (H) au plan médian du tourbillon

L_p : course du piston

n : nombre de modes de l'instabilité n=kR

m : nombre de modes d'une instabilité sur les vitesses azimutales

M : grandissement

N : nombre de points autour du cercle

P (suivant le contexte) : - pression

- nombre sans dimension dépendant de la structure du tourbillon

P_1 : valeur de P pour le premier mode instable

P_2 : valeur de P pour le deuxième mode instable

P_3 : valeur de P pour le troisième mode instable

Q : paramètre homogène à une vitesse et dépendant de la structure du tourbillon.

Q_1 : valeur de Q pour le premier mode instable

Q_2 : valeur de Q pour le deuxième mode instable

Q_3	: valeur de Q pour le troisième mode instable
p'	: fluctuation de pression
R	: rayon du tourbillon
R_0	: rayon du tourbillon pleinement formé (quand il a parcoure 2,5 D_p)
Re_p	: nombre de Reynolds basé sur les grandeurs d'injection $Re_p = \frac{V_p D_p}{\nu}$
Re_0	: nombre de Reynolds basé sur le diamètre et la vitesse du tourbillon lorsqu'il a parcouru 2,5 D_p. $Re_0 = \frac{V_0 D_0}{\nu}$
Re_Γ	: nombre de Reynolds basé sur la circulation du tourbillon lorsqu'il a parcouru 2,5 D_p : $Re_{\Gamma_0} = \frac{\Gamma_0}{\nu}$.
Re_s	: nombre de Reynolds caractéristique de l'instabilité $Re_s = \frac{\sigma a_i^2}{\nu}$
t	: temps ; l'origine des temps dans les expériences est prise au début de l'injection du tourbillon.
t_m	: temps de passage du plan médian dans le plan laser
T	: période de l'onde $T = \frac{2\pi}{\omega}$
U_q	: vitesse débitante
u_i	: composantes de la vitesse
u'_i	: fluctuation de vitesse
u_r	: composante radiale de la vitesse dans le repère lié au tourbillon
u_θ	: composante tangentielle de la vitesse dans le repère lié au tourbillon
u_ρ	: composante radiale de la vitesse dans le repère lié au noyau du tourbillon
u_φ	: composante tangentielle de la vitesse dans le repère lié au noyau du tourbillon
V	: vitesse du tourbillon
V_o	: vitesse du tourbillon pleinement formé (quand il a parcouru 2,5 D_p)
V_p	: vitesse moyenne du piston
$\tilde{V}$	: vitesse de translation adimensionnée du tourbillon : $\tilde{V} = \frac{V}{\Gamma / 4\pi R}$

w : composante axiale (suivant la direction de translation du tourbillon) de la vitesse

x_i : coordonnées

Z : distance à l'orifice du tube

Z_c : distance adimensionnée du plan laser (H) au plan médian du tourbillon $Z_c = \frac{h}{R}$

Alphabet grec

α : taux d'accroissement de l'instabilité

α_1 : correction visqueuse au taux d'accroissement

$\alpha_{\text{théo}}$: taux d'accroissement prévue par la théorie en fluide idéal

α_{vis} : taux d'accroissement relevé en fluide visqueux

Δt : écart de temps entre deux flash lasers

ε : - rapport du rayon du noyau sur le rayon du tourbillon $\varepsilon = a/R$

ξ - paramètre caractéristique du profil de vitesse hypergéométrique défini par Saffman (1978))

χ - perturbation dans le modèle géométrique.

Γ : circulation du tourbillon

Γ_0 : circulation du tourbillon pleinement formé (quand il a parcouru 2,5 D_p)

Γ_p : circulation estimé du tourbillon à partir du flux de vorticité à la sortie du tube

$\Gamma_{p,c}$: circulation estimé du tourbillon à partir du flux de vorticité à la sortie du tube après correction

λ (suivant le contexte) : - longueur d'onde de l'instabilité
- longueur d'onde du laser

ν : viscosité cinématique

ρ : masse volumique

σ : intensité du champ en point-selle

ω (suivant le contexte) : - pulsation de l'instabilité
- vorticité

Ω : rotation auto-induite

Repères

Le repère de référence est un repère $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié au laboratoire (l'axe $\vec{z}$ est vertical et dirigé vers le haut). L'origine du 0 du repère est prise au centre du tube d'injection. Les tourbillons se déplacent vers les z négatifs.

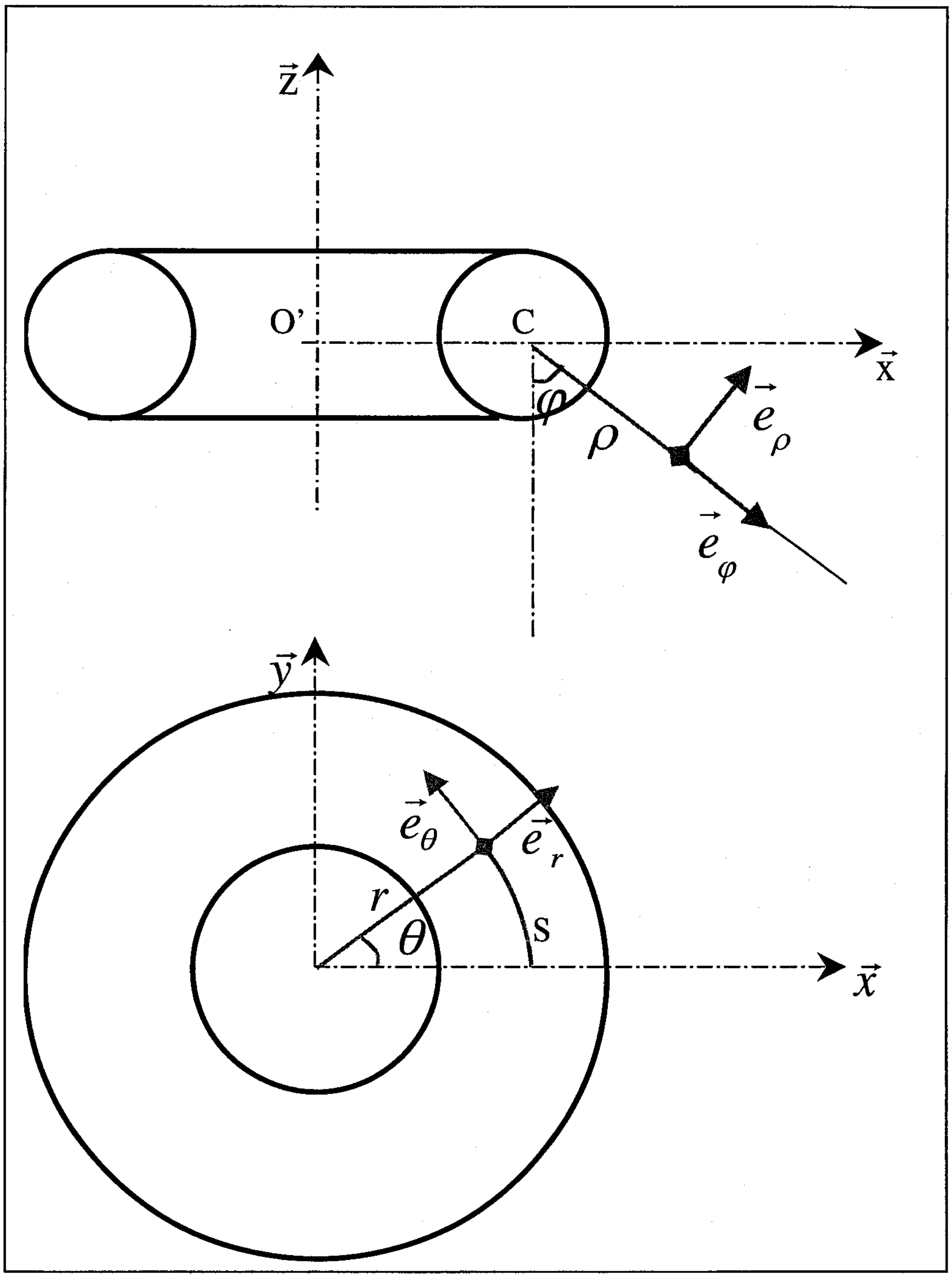


Figure R.1 : Repères

On définit ensuite un repère cylindrique $(O',\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z})$ lié au tourbillon. θ est l'angle entre les directions $\vec{x}$ et $\vec{e}_r$. r est la distance à l'axe $O\vec{z}$. s est l'abscisse curviligne sur un cercle de rayon r centré sur l'axe $O\vec{z}$ ($s = r\theta$). Dans ce repère les vitesses radiales sont notées u_r et les vitesses tangentielles (ou azimutales) u_θ.

Le dernier repère utilisé est un repère polaire $(C, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$ centré sur le centre du C d'un noyau du tourbillon. ρ est la distance au point C, et φ l'angle entre les directions $-\vec{z}$ et $\vec{e}_\rho$. Dans ce repère les vitesses radiales sont notées u_ρ et les vitesses tangentielles u_φ.

1- INTRODUCTION

Toute l'importance des tourbillons en Mécanique des Fluides est résumée dans la remarque de Kücheman (1965) qui observait qu'ils sont "les nerfs et les muscles des écoulements des fluides". Ils sont connus depuis l'Antiquité et ont été décrits notamment par Léonard de Vinci. Pourtant l'intérêt qui leur est porté ne décroît pas. Ils sont présents dans la plupart des problèmes d'aérodynamique, dans les phénomènes météorologiques, dans les turbomachines. Les progrès récents du calcul numérique et des méthodes expérimentales ont permis d'affiner les connaissances de l'organisation tourbillonnaire dans la turbulence, dont la compréhension reste l'un des défis majeurs de la Mécanique des Fluides. Les exemples d'écoulement qui viennent d'être cités sont en général assez complexes et il est extrêmement tentant de vouloir isoler un tourbillon pour pouvoir l'étudier seul. Théoriquement ou numériquement, c'est une manipulation aisée. Expérimentalement, il en va tout autrement. On peut citer le cas de production de filament tourbillonnaire par la mise en mouvement impulsive d'une plaque plane (Béguier et al (2001)). Mais l'une des façons les plus simples de générer un tourbillon seul est encore le tourbillon torique. Pour ce faire, il suffit d'effectuer une brève décharge de fluide à travers un orifice circulaire ou encore plus simplement de faire tomber une goutte de liquide coloré dans de l'eau. On retrouve également ce phénomène dans de nombreux écoulements naturels. L'exemple le plus classique est celui du fumeur qui expulse un anneau de fumée (en fait un tourbillon torique) de sa bouche, mais on en voit aussi se former à l'intérieur du cœur humain. Il apparaît lors de l'éjection du sang de l'oreillette gauche vers le ventricule gauche. On a pu en observer au-dessus des volcans en éruption et des dauphins ont été filmés alors qu'ils jouaient avec des bulles toriques qu'ils avaient créées (voir figure 1.1) .

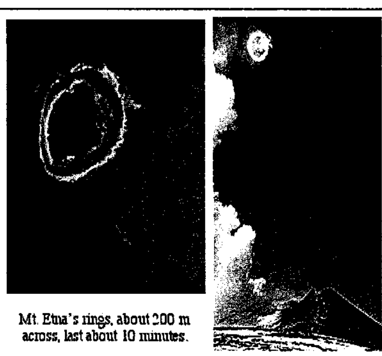
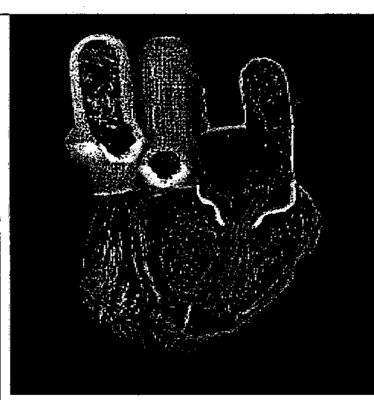
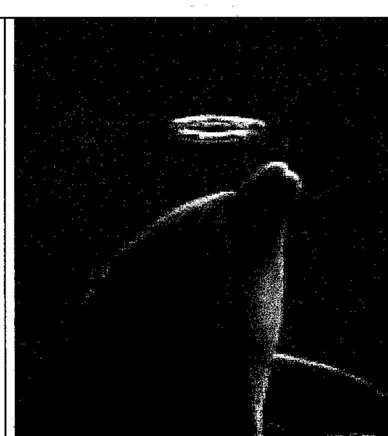
		
Eruption de l'Etna	Fonctionnement du Cœur	Dauphin

Figure 1. 1 : Exemples de tourbillon torique

Le tourbillon torique a été largement étudié, que ce soit durant sa phase de formation (Didden (1979), Glezer (1988), Maxworthy (1972), Allen et Auvity (2002)), son état laminaire (Maxworthy (1972), Fraenkel (1972)) ou turbulent (Maxworthy (1974), Glezer et Coles (1990)) et son interaction avec d'autres tourbillons Shariff (1989). Citons par ailleurs les travaux de Chu et Falco (1988) qui simulent l'interaction de structures tourbillonnaires avec une couche limite turbulente par celle d'un tourbillon torique avec une couche de Stokes. Un certain nombre des phénomènes observés dans les couches limites turbulentes ont ainsi pu être retrouvés (en particulier la formation de tourbillons en épingle à cheveux). Ces travaux ont été repris au sein du Laboratoire de Mécanique de Lille (Dupont et al (2002)) et ont également initié d'autres travaux sur l'interaction d'un tourbillon torique avec une paroi plane fixe ou mobile : Verzicco et Orlandi (1996), Chu et Wang (1995).

Les tourbillons toriques ont ainsi été illustrés dans de nombreux domaines de la Mécanique des Fluides, ce qui a permis à Saffman (1981) de déclarer « Le tourbillon torique est un problème complet de Mécanique des Fluides. Sa formation est un problème de dynamique des nappes tourbillonnaires, son état stable un problème d'existence, sa pérennité un problème de stabilité » .

Le problème de la stabilité est au cœur de la Mécanique des Fluides et à l'origine de la turbulence. Il est difficile de parler de transition vers la turbulence sans évoquer l'expérience de Reynolds : considérons l'écoulement d'un fluide, de viscosité connue ν, à la vitesse débitante U_q dans une conduite circulaire de diamètre D. Il existe une solution analytique simple à ce problème, démontrée par Poiseuille (figure 1.2): la vitesse du fluide à la distance r du centre de la conduite est donnée en fonction de la vitesse maximum U_{max}, au centre de la conduite par :

$$u(r) = \left(1 - \frac{4r^2}{D^2}\right) U_{max} . \qquad \textbf{(1. 1)}$$

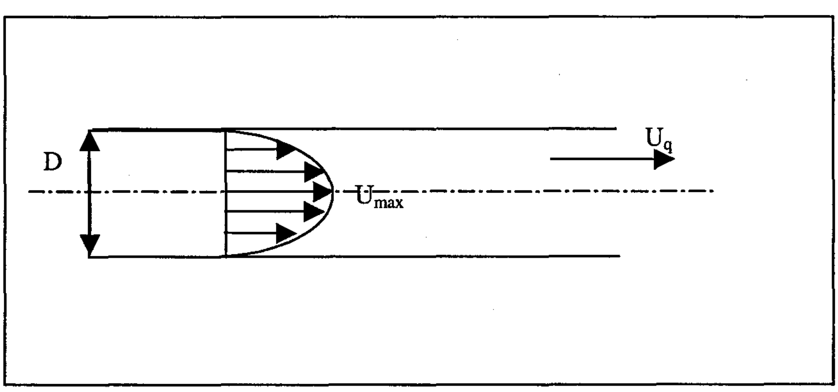


Figure 1. 2 : Ecoulement de Poiseuille

C'est un écoulement laminaire, permanent et par droites parallèles : si on introduit un filet de colorant dans la conduite, il se déplacera en ligne droite. Par contre, si l'on augmente suffisamment la vitesse débitante, il arrive un moment où le colorant va se mélanger avec le reste du fluide. La solution de Poiseuille n'est plus valable (l'écoulement est devenu turbulent).

Reynolds a fait varier indépendamment les paramètres U_q, D et ν et il a constaté que le changement de régime se produisait toujours aux alentours de la même valeur critique Re_c du nombre sans dimension $Re = \frac{U_q D}{\nu}$ (appelé depuis nombre de Reynolds). On montre classiquement que ce nombre représente le rapport entre les termes d'inertie et de viscosité dans les équations de Navier-Stokes.

Les équations de Navier-Stokes, qui sont les équations de base de la Mécanique des Fluides, s'écrivent, sous forme locale, dans le cas d'un fluide isovolume, non pesant et de viscosité cinématique ν :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \underbrace{\dfrac{\partial u_i}{\partial t}}_{\substack{terme \\ instationnaire}} + \underbrace{u_j . \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\substack{terme \quad convectif \\ non-linéaire}} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x_i} + \underbrace{\dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)}_{terme \quad diffusif} \end{cases} \tag{1.2}$$

La première équation est dite de continuité, elle exprime la conservation de la masse. La deuxième équation est l'équation de la dynamique appliquée à une particule de fluide. Dans cette dernière, le terme convectif est non-linéaire. C'est lui qui empêche pour le moment d'aboutir à une solution mathématique générale. C'est aussi ce terme qui est à l'origine des instabilités. Le terme diffusif, a tendance, lui, à stabiliser l'écoulement, du fait de la viscosité. Si l'on se donne une vitesse U et une longueur D, caractéristiques de l'écoulement, on peut comparer les ordres de grandeur de ces deux termes :

$$\frac{u_j \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}}{\dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)} \cup \frac{UD}{\nu} = Re \tag{1.3}$$

On montre ainsi que le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie qui ont tendance à déstabiliser l'écoulement et les forces de viscosité qui le stabilisent.

L'étude théorique complète de la stabilité des écoulements de fluides est un problème extrêmement difficile au plan mathématique car les équations qui la régissent sont non-linéaires. Une méthode classique pour aborder ces phénomènes consiste à linéariser les équations afin de décrire l'apparition et la phase initiale de l'instabilité (quand son amplitude est petite).

Prenons l'exemple des équations du mouvement d'un fluide idéal, les équations d'Euler, qui lient la pression P aux composantes u_i de la vitesse :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + u_j . \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial P}{\partial x_i} \end{cases} \tag{1. 4}$$

Afin d'étudier la stabilité, on considère le champ de vitesse et le champ de pression comme la somme d'une solution stable (supposée connue) et d'une petite perturbation.

$$\left.\begin{aligned} u_i(\vec{x},t) &= U_{0_i}(\vec{x}) + u_i'(\vec{x},t) \\ P(\vec{x},t) &= P_0(\vec{x}) + p'(\vec{x},t) \end{aligned}\right\} \text{ avec } \begin{aligned} \|u_i'(\vec{x},t)\| &<< \|U_{0_i}(\vec{x})\| \\ \|p'(\vec{x},t)\| &<< \|P_0(\vec{x})\| \end{aligned}$$

On trouve aisément les équations pour la perturbation. Elles deviennent linéaires, si en première approximation, on néglige les termes du second ordre en u_i' :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial u_i'}{\partial t} + \underbrace{U_{0_j} . \dfrac{\partial u_i'}{\partial x_j} + u_j' . \dfrac{\partial U_{0_i}}{\partial x_j}}_{\text{termes linéarisés}} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial p'}{\partial x_i} \end{cases} \tag{1. 5}$$

Il est alors possible d'étudier le comportement des perturbations au cours du temps et dans l'espace.

La méthode classique consiste à les représenter sous forme d'ondes sinusoïdales de fréquence et de longueur d'onde déterminées; c'est la décomposition en modes normaux :

$\vec{u}'(\vec{x},t) = \sum\limits_k \vec{u}_0' e^{((\alpha + i\omega)t + i\vec{k}.\vec{x})}$.

Où k est le nombre d'onde, lié à la longueur d'onde λ par la relation : $\lambda = 2\pi / k$.

$(\alpha + i\omega)$ détermine le comportement temporel de l'onde. ω est la pulsation, liée à la période par la relation : $T = 2\pi/\omega$.

Pour déterminer la stabilité de chacun des modes, on étudie le signe de α, le taux d'accroissement de l'onde :

Si $\alpha > 0$ le mode est instable, la perturbation croît exponentiellement.

Si $\alpha = 0$ le mode est de stabilité neutre, la perturbation garde son amplitude initiale.

Si $\alpha < 0$ le mode est stable, la perturbation décroît avec le temps.

L'équation typique de l'instabilité en Mécanique des Fluides est celle établie par Orr et Sommerfield pour les couches limites laminaires.

Pour en revenir au tourbillon torique, comme l'écoulement de tuyau étudié par Reynolds et comme nombre d'autres écoulements (couche limite, Couette, Couette-Taylor, Rayleigh-

Benard ...) il présente un phénomène d'instabilité lorsque le nombre de Reynolds qui le caractérise dépasse une valeur critique. Ce phénomène a fait l'objet de nombreuses études qui seront détaillées dans le chapitre 2. La synthèse de ces travaux antérieurs montrera pourquoi une étude expérimentale supplémentaire pouvait être utile. Au plan local, ce sont essentiellement des travaux antérieurs réalisés au laboratoire sur l'interaction d'un tourbillon avec une paroi fixe ou mobile (Dupont et al (2002)) qui ont conduit à s'intéresser à la stabilité de ce vortex. Pour ce faire, il a fallu adapter une installation d'essai et des systèmes de visualisation et de mesure. Ceux-ci sont décrits au chapitre 3. Les résultats obtenus ont permis de caractériser de manière qualitative et quantitative la phase linéaire de développement de l'instabilité qui est détaillée au chapitre 4. Ils ont également permis d'étudier la phase non linéaire, moins connue. Elle est décrite au chapitre 5. Une conclusion tente de synthétiser les résultats de ce mémoire et de dresser des perspectives à ce travail.

2- ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Le but de ce chapitre est de présenter quelques caractéristiques connues des tourbillons toriques (§ 2-1), de faire une synthèse bibliographique des travaux réalisés sur l'instabilité du vortex (§ 2-3 et 2-4) et de montrer, à la lumière de cette synthèse, l'intérêt de l'étude envisagée.

2-1 Grandeur caractéristique du tourbillon

2-1.1 Fluide idéal

Un tourbillon torique est caractérisé par différents paramètres (figure 2.1). Tout d'abord des paramètres géométriques : son rayon R (ou son diamètre D) et le rayon du noyau a (ε étant le rapport a/R) puis, des caractéristiques dynamiques : sa vitesse de translation V_0 et sa circulation Γ_0. En fluide idéal, ces deux paramètres sont constants dès que le tourbillon est pleinement formé. On les indice donc par 0. Ils sont liés entre eux par une formule démontrée par Saffman (1970) :

$$V_0 = \frac{\Gamma_0}{4\pi R}\left[\log 8\varepsilon - \frac{1}{4} + O(\varepsilon \ln \varepsilon)\right] \tag{2.1}$$

pour un tourbillon torique en fluide idéal, dont la vorticité est constante dans le noyau. Fraenkel (1972) donne le même résultat, mais à un ordre supérieur :

$$V_0 = \frac{\Gamma_0}{4\pi R}\left[\log 8\varepsilon - \frac{1}{4} + \varepsilon^2\left[-\frac{3}{8}\log\frac{8}{\varepsilon} + \frac{15}{32}\right] + O\left(\varepsilon^4 \log\frac{8}{\varepsilon}\right)\right]. \tag{2.2}$$

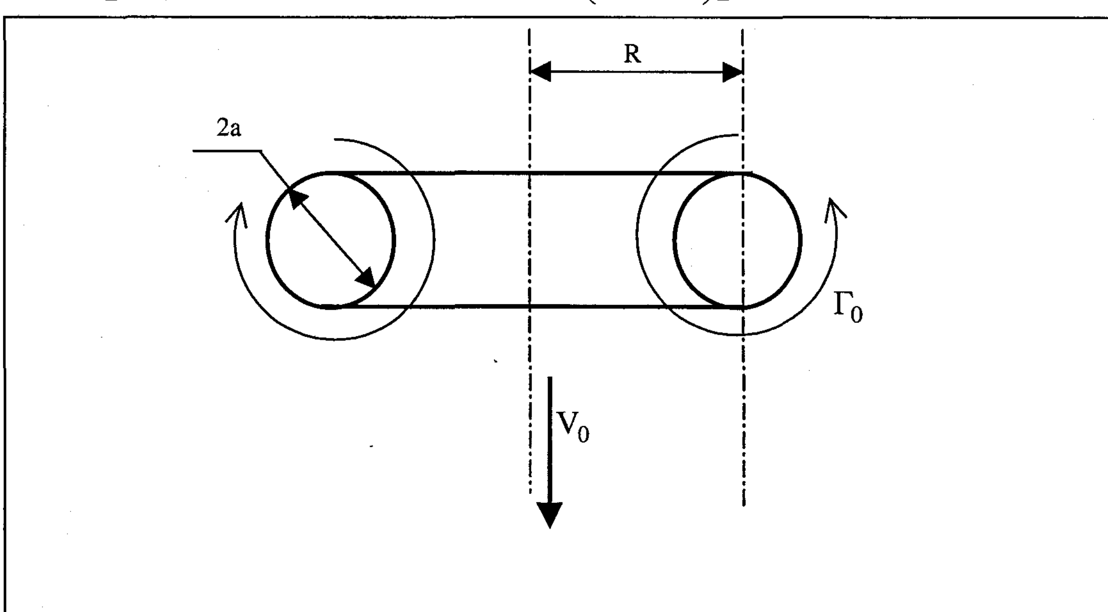


Figure 2.1: Définition des caractéristiques du tourbillon torique

2-1.2 Fluide réel

Dans le cas d'un fluide visqueux, la répartition de vitesse au sein du tourbillon est modifiée par la diffusion. De plus, en écartant pour le moment les phénomènes d'instabilité, la vitesse de translation et le diamètre du noyau varient en fonction du temps. Saffman (1970) étend son calcul précédent dans le cas d'un noyau visqueux, en utilisant une distribution de vorticité de type Lamb-Oseen (dont la définition est donnée en Annexe 1), et pour un tourbillon à petit noyau (ie a<<R). Il trouve :

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R}\left[\log\frac{8R}{4\sqrt{\nu t}} - 0.558 + O\left[\left(\frac{\nu t}{R^2}\right)^{1/2}\log\frac{\nu t}{R^2}\right]\right]. \quad \textbf{(2.3)}$$

En fluide idéal, le rayon du noyau est assez simple à définir : il s'agit de la partie de l'espace dans laquelle est contenue toute la vorticité.

Par contre, en fluide visqueux, cette définition est inutilisable car la vorticité se diffuse et ne reste pas confinée dans une région déterminée. Saffman (1978) introduit alors d'autres définitions du rayon de noyau.

a_i: le rayon interne du noyau est le rayon pour lequel la vitesse tangentielle autour du noyau est maximale.

a_e: le rayon effectif du noyau est défini de façon à ce que $V = \frac{\Gamma}{4\pi R}\left[\log\frac{8R}{a_e} - \frac{1}{4}\right]$.

En fluide réel, deux nombres de Reynolds caractérisent l'écoulement : l'un basé sur la circulation $Re_\Gamma = \frac{\Gamma_0}{\nu}$ et l'autre sur la vitesse et le diamètre du tourbillon: $Re_0 = \frac{V_0 D_0}{\nu}$ où l'indice 0 indique ici la valeur de V et de D à la fin de la phase de formation, qui correspond à une distance parcourue par le tourbillon de l'ordre de 2,5 D_p. Les théoriciens utilisent en général le premier nombre de Reynolds. Mais il n'est pas toujours accessible expérimentalement ; dans ce cas c'est le deuxième nombre de Reynolds qui est utilisé.

2-2 Moyens expérimentaux

Les différents dispositifs expérimentaux et les différentes techniques d'observation utilisés pour étudier l'instabilité du tourbillon torique vont être présentés. Comme ce phénomène est relativement sensible aux conditions initiales, les méthodes de génération de tourbillon seront tout d'abord détaillées. Ensuite, les techniques d'observation et de mesure mises en œuvre dans les travaux précédents seront présentées.

2-2.1 Dispositif d'injection

La technique générale utilisée pour créer des tourbillons toriques consiste à produire une décharge de fluide à travers un orifice circulaire. Seul Naitoh et al (2002) utilisent un orifice de forme ondulée afin de favoriser l'instabilité. Le nombre de ces ondulations est de 9 et leur amplitude vaut 5% du diamètre du trou.

Dans l'eau, si l'on excepte la première expérience de Maxworthy (1972) sur les tourbillons instables où la décharge de fluide était obtenue par l'utilisation manuelle d'une seringue hypodermique, elle est en général produite par le déplacement d'un piston dans un tube cylindrique plongé dans un aquarium. Ce déplacement peut être réalisé à l'aide d'un moteur (Maxworthy (1977), Schneider (1980), Weigand et Gharib (1994), Meng (1995)) ou par l'intermédiaire d'un réservoir sous pression connecté au piston par une électrovanne (Glezer (1990)).

L'injection est alors caractérisée par la vitesse moyenne et la course du piston ainsi que par le diamètre du tube. Ces caractéristiques sont résumées par deux paramètres sans dimension (§ 1-2.2.3) : le rapport course du piston sur diamètre du tube L_p/D_p et le nombre de Reynolds basé sur les grandeurs d'injection $Re_p = \frac{V_p D_p}{\nu}$ qui sont rassemblées pour les différentes expériences de la littérature dans le tableau 2.1. Différents modèles ont été proposés dans la littérature pour évaluer les caractéristiques du tourbillon en fonction de ces grandeurs d'injection. Weigand et Gharib (1996) proposent une estimation de la circulation du tourbillon en utilisant le flux de vorticité sortant du tube :

$$\Gamma_p = \int_0^{t_0} \frac{1}{2} U_p^2(t)dt \,. \tag{2.4}$$

Cette formule sous-estime la circulation du tourbillon et peut être corrigée par deux formules empiriques (Weigand et Gharib (1996)) :

$$\frac{\Gamma_{p,c}}{\Gamma_p} = 1.14 + 0.32\left(\frac{L_p}{D_p}\right)^{-1} \tag{2.5}$$

$$\frac{\Gamma_{p,c}}{\Gamma_p} = 1.41\left(\frac{L_p}{D_p}\right)^{-2/3} . \tag{2.6}$$

Saffman (1978) utilise un modèle d'enroulement d'une nappe tourbillonnaire en fluide visqueux qui lui permet d'évaluer le rayon du noyau, le diamètre du tourbillon et la circulation du tourbillon en fonction des paramètres d'injection :

$$\frac{a}{D_p} = 0.28\left(\frac{L_p}{D_p}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{2.7}$$

$$\frac{D}{D_e} = 1 + 0.22\left(\frac{L_p}{D_p}\right) \tag{2.8}$$

$$\Gamma = 0.86.\nu.Re_p\left(\frac{L_p}{D_p}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{2.9}$$

Toutes ces équations sont valables pour le cas d'une injection par piston. Ce n'est pas cette méthode qui est utilisée généralement dans l'air. Dans ce cas, le plus souvent, c'est le déplacement de la membrane d'un haut-parleur placé d'un côté d'une cloison percée d'un trou qui produit une décharge de fluide et donc la formation du tourbillon de l'autre côté de la cloison (Naitoh et al (2002), Sullivan et al (1973), Widnall et al (1973)). La durée et l'intensité du signal envoyé au haut-parleur permettent de contrôler les paramètres du tourbillon injecté. Toutefois, avec cette méthode, on ne peut pas définir les caractéristiques d'injection (L_p/D_p et $\frac{V_p D_p}{\nu}$) de la méthode piston/cylindre. Seul Dziedzic et Lenthesser (1996), en plus de cette technique, utilisent aussi une méthode d'injection qui consiste à produire la décharge de fluide à l'aide d'un réservoir sous pression et d'une électrovanne.

2-2.2 Techniques d'observation et de mesure

La technique la plus couramment utilisée est la simple visualisation du tourbillon. Pour cela, on ajoute un colorant dans l'eau (Maxworthy (1972), Maxworthy (1977), Didden (1977), Schneider (1980), Glezer (1990), Weigand et Gharib (1994)) et de la fumée dans l'air (Sullivan et al (1973), Widnall et al (1973), Dziedzic et Leutheusser (1996), Naitoh et al (2002)).

Naitoh et al (2002) ont combiné cette technique de visualisation simple à la technique du fil à fumée. Ceci leur a permis de mettre en évidence plus particulièrement la présence de vitesses azimutales dans le tourbillon.

Ces méthodes expérimentales permettent d'obtenir une appréciation qualitative des phénomènes instables et de mesurer quelques grandeurs caractéristiques du tourbillon telles que la vitesse de translation ou le diamètre. Les auteurs utilisant uniquement ces méthodes caractérisent en conséquence le tourbillon par un nombre de Reynolds basé sur ces grandeurs $Re_0 = \frac{V_0 D_0}{\nu}$.

Des méthodes de mesures plus élaborées ont aussi été mises en œuvre dans le cadre de l'étude des instabilités. Signalons tout d'abord le fil chaud Dziedzic et Leutheusser (1996) et la Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) (Sullivan et al (1973), Widnall et al (1973), Maxworthy (1977), Didden (1977), Glezer (1990)) qui ont en commun de fournir une mesure ponctuelle de la vitesse. Ces travaux ont permis de tracer des profils de vitesse dans le tourbillon et ainsi, de déterminer des caractéristiques telles que le rayon interne du noyau ou la circulation. La LDV a l'avantage sur le fil chaud d'être non-intrusive et donc de ne pas perturber un écoulement très sensible dans le cas de l'étude des instabilités. Ces méthodes ont l'inconvénient majeur de ne fournir l'information que sur une ligne parallèle à l'axe dans un repère lié au tourbillon. Ceci rend difficile l'étude poussée d'un phénomène dont les caractéristiques spatiales sont primordiales. C'est la raison pour laquelle, récemment, deux autres méthodes optiques quantitatives ont aussi été utilisées pour étudier l'instabilité : Weigand et Gharib (1990), pour un tourbillon torique généré dans de l'eau, en plus de visualisation dans le plan normal à la direction de translation du tourbillon font une étude de PIV dans le plan contenant l'axe de symétrie du vortex. Ils utilisent un laser pulsé et une caméra CCD (768x484 pixels). Les fenêtres d'analyse font 32x32 pixels avec un recouvrement de 75 %. Au final, ils obtiennent 15 champs, de 96x60 vecteurs vitesse, par seconde, dans un domaine de 110x80 mm^2 (pour un diamètre de tube d'injection D_p = 20 mm). Cette méthode a permis de suivre le tourbillon dans son évolution et d'observer l'évolution de ses caractéristiques (vitesse, circulation) avec le développement de l'instabilité. Cependant, le plan qu'ils ont choisi pour effectuer leurs mesures de PIV n'est pas le plus adapté pour observer l'instabilité. La méthode de mesure ne sert donc qu'à connaître les caractéristiques de l'instabilité, et pas à quantifier l'instabilité. Meng (1995) fait une étude par HPIV du phénomène dans de l'eau. Le faisceau passe dans l'aquarium à une distance égale à $10D_p$ de l'orifice du tube d'injection. La reconstruction est faite avec un laser Argon-Ion continu. L'hologramme est interrogé deux fois, sous deux angles différents, afin d'avoir des vues stéréoscopiques. Il permet d'obtenir un seul champ de vitesse. La région d'interrogation couvre un domaine de 21x40x11 mm^3 et contient la moitié du tourbillon torique. Le pas de maillage est de 1 mm, ce qui représente, un total de 10 824 vecteurs. La méthode permet d'avoir une représentation tridimensionnelle du phénomène d'instabilité, mais ne permet d'avoir qu'un seul champ de vitesse. Elle ne permet donc pas de suivre le développement de l'instabilité.

Les auteurs utilisant ces méthodes de mesure ont accès à la circulation du tourbillon et le caractérisent en général par son nombre de Reynolds basé sur la circulation $Re_\Gamma = \frac{\Gamma}{\nu}$.

2-2.3 Synthèse

Les différentes caractéristiques des expériences de la littérature sont regroupées dans le tableau 2.1 : on y retrouve le fluide utilisé, la technique d'injection, le diamètre de l'orifice d'injection, les nombres de Reynolds caractéristiques du tourbillon et les techniques d'observation et de mesure mises en œuvres.

Réf	Injection	Fluide	D_p (mm)	L_p/D_p	Re_p	Re_0	Re_Γ	Technique
Didden (1970)	Piston	Eau	50	1,4	de 1800 à 8000			LDV/Visu
Dziedzic et Leutheusser (1996)	HP ou Réservoir	Air	20			De 390 à 1280		Fil chaud/visu
Glezer (1990)	Piston	Eau	19	3.42	24200		41650	LDV/Visu
Naitoh et al (2002)	HP	Air	50			1600		Fil à fumée/visu
Maxworthy (1972)	Seringue	Eau	12,7			de 600 à 10000		Visu
Maxworthy (1977)	Piston	Eau	50	De 0.66 à 1.51	De $4{,}5.10^4$ à $7{,}9.10^4$	de $1{,}8.10^4$ à 3.10^4		Visu/LDV
Meng (1995)	Piston	Eau	13	2,3			1360	HPIV
Schneider (1980)	Piston	Eau	70	0,7	7000			Visu
Sullivan et al (1973), Widnall et al (1973)	HP	Air					de 5790 à 45200	Visu/LDV
Weigand et Gharib (1994)	Piston	Eau	20	2,3	3660	3660	7500	

Tableau 2.1: Récapitulatif des expériences réalisées sur l'instabilité du tourbillon torique.

2-3 Phase linéaire de l'instabilité

Dans son état laminaire, le tourbillon torique est instable à des ondes azimutales tridimensionnelles, stationnaires, se développant autour du noyau (la figure 2.2 présente ce type d'ondes sur un tore). Ces ondes, décomposées en modes normaux, peuvent se mettre sous la forme $Ae^{(\alpha+i\omega)t+ks}$ où α est le taux d'amplification de la perturbation, k le nombre d'onde, ω la pulsation et s l'abscisse curviligne autour du cercle des centres des noyaux du tourbillon non perturbé (s est la longueur d'un arc du cercle; figure 2.3).

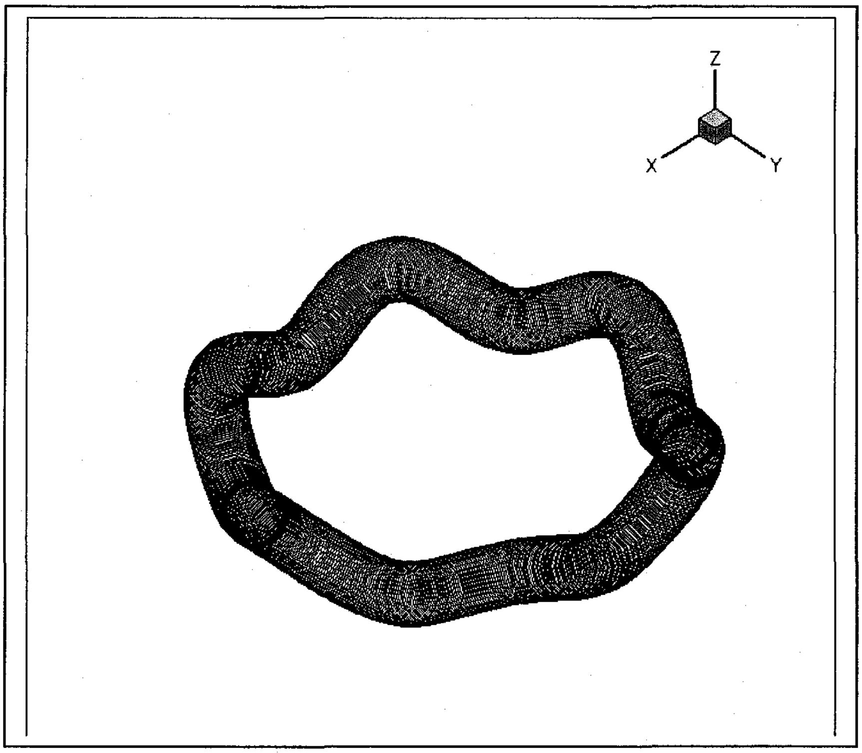


Figure 2.2 : Onde azimutale tridimensionnelle autour d'un tore

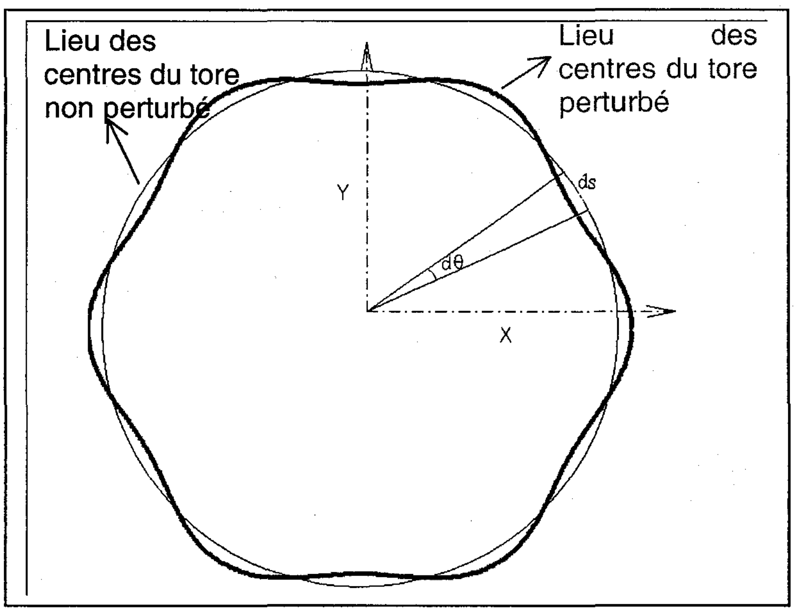


Figure 2.3 : Lieux des centres des noyaux du tore perturbé et non perturbé.

On note généralement n, le nombre de modes de l'onde, c'est-à-dire le nombre de "creux" ou de "bosses" qui se forment autour du tourbillon (dans le cas des figures 2.2 et 2.3, n=6). On a, si R est le rayon du tore, n=kR. On peut alors mettre l'onde sous la forme $Ae^{(\alpha+i\omega)t+n\theta}$.

Les études expérimentales, théoriques et numériques de la phase linéaire de l'instabilité du tourbillon torique sont présentées dans cette partie.

2-3.1 Etudes expérimentales

2-3.1.1 Développement d'une onde azimutale.

La première observation de l'instabilité du tourbillon torique est due à Krutchz (1939), cité par Saffman (1978). Depuis, les différents travaux portant sur ce phénomène s'accordent à montrer que celle-ci se développe autour du tourbillon sous la forme d'une onde azimutale stationnaire. Les auteurs l'observent en général à l'aide de simples visualisations (voir par exemple la figure 2.4, d'après Sullivan et al (1973)). Meng (1995) est le seul à la mettre en évidence de manière quantitative grâce à son étude par HPIV : il observe une déformation tridimensionnelle des contours d'iso-vorticité.

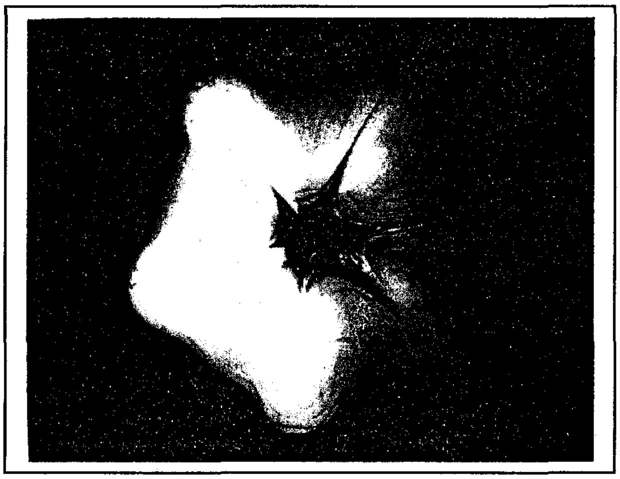


Figure 2.4 : Visualisation de l'instabilité d'après Sullivan et al (1973)

Deux auteurs, Maxworthy (1977) et Didden (1977) mesurent la direction de l'instabilité et constatent qu'elle se développe à 45° avec la direction de translation du tourbillon (figure 2.5).

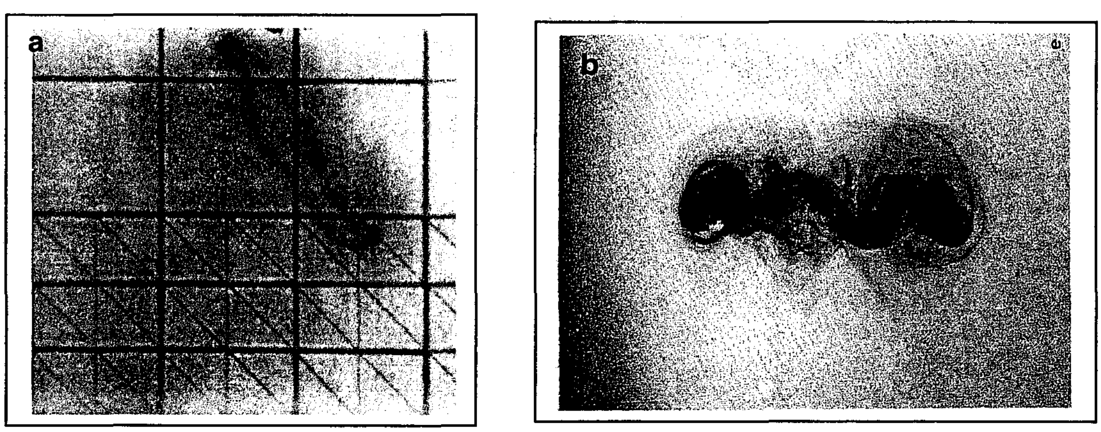


Figure 2.5 : Angle de l'instabilité d'après Maxworthy (1977) (a) et Didden (1977) (b)

Enfin, dans un plan normal à la direction de translation du tourbillon Didden (1977), observe un déphasage entre les phénomènes se produisant au niveau du noyau et à la périphérie du tourbillon.

Figure 2.6, quand le noyau (partie colorée la plus foncée), se déplace radialement vers l'extérieur, les zones périphériques se déplacent vers l'intérieur et réciproquement.

Figure 2.6 : Comparaison de la perturbation du noyau et à la périphérie du tourbillon d'après Didden (1977)

2-3.1.2 Nombre de modes et taux d'accroissement

La détermination du nombre de modes effectuée par Sullivan et al (1973) et Widnall et Sullivan (1973) servira à valider la théorie de Widnall et Tsai (1977) pour des tourbillons dont le nombre de Reynolds Re_Γ varie de 5790 à 45200. Meng (1995) et Weigand et Gharib (1994) trouvent, eux aussi, des nombres de modes en accord avec les résultats théoriques de Widnall et al (1977) pour des tourbillons à nombres de Reynolds modérés, respectivement Re_Γ=1360 et 7500.

Pour des tourbillons à plus large nombre de Reynolds, Maxworthy (1977) montre une dépendance du nombre de modes avec le nombre de Reynolds d'injection $\mathrm{Re_p}$. Il trouve une dépendance du nombre de modes vis-à-vis du nombre de Reynolds de la forme : $n = 0.25\ \mathrm{Re_p}^{0.4}$. Didden (1977) retrouve une loi similaire, mais où le nombre de modes est fonction du nombre de Reynolds basé sur la vitesse et le diamètre initial du tourbillon : $n \approx 0.44\ \mathrm{Re_0}^{0.38}$ (figure 2.7).

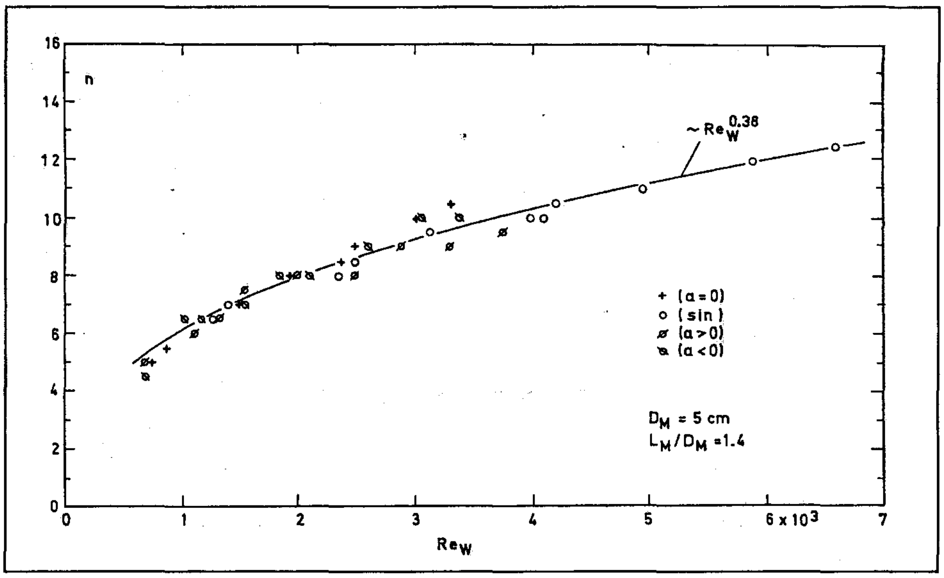
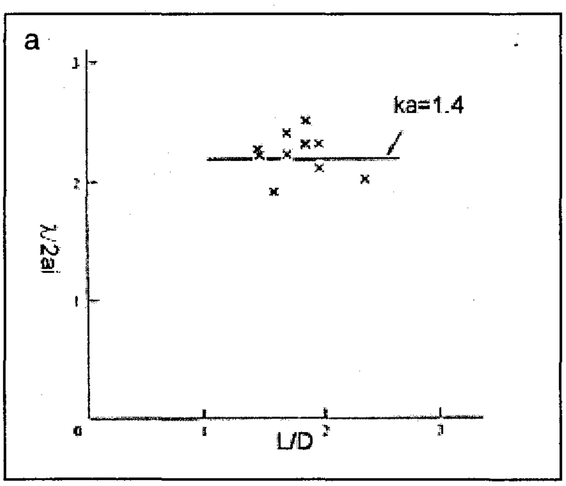


Figure 2.7 : Nombre de modes en fonction du nombre de Reynolds obtenu par Didden (1977) ($Re_w = Re_0$)

Par ailleurs, ces deux auteurs montrent une dépendance du nombre de modes par rapport au rayon du noyau. Maxworthy trouve un rapport entre le nombre d'onde k et le rayon interne du noyau qui s'étale autour de $ka_i = 1.4$ (figure 2.8a). Didden trouve une dépendance linéaire du nombre de modes en fonction du rapport rayon interne du noyau a_i sur rayon du tourbillon (figure 2.8 b). Ceci donne un nombre d'onde qui vérifie : $ka_i = 1.76$.



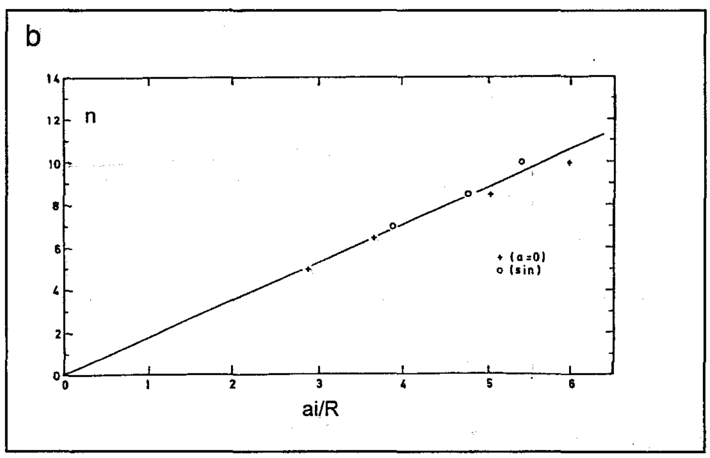


Figure 2.8 : Dépendance du nombre de modes de l'instabilité en fonction du rayon interne d'après Maxworthy (1977) (a) et Didden (1977) (b)

Par contre, Maxworthy (1977) n'observe pas de dépendance entre la longueur d'onde de l'instabilité et le rapport de la course au diamètre du piston L_p / D_p (figure 2.8a).

La seule tentative expérimentale pour déterminer le taux d'accroissement a été réalisée par Widnall et Sullivan (1973) en évaluant la déformation des tourbillons à partir des visualisations. Ils trouvent un résultat qui est en accord avec le calcul théorique du taux d'accroissement de Widnall et al (1977).

2-3.2 Etudes théoriques

Les premiers travaux théoriques traitant de l'instabilité, effectués par Kelvin en 1880, démontraient (à tort) que le tourbillon torique était stable à des perturbations azimutales. Ceci est évidemment en contradiction avec les observations expérimentales des années 1970 (paragraphe précédent) qui ont motivé de nouvelles études. La première démonstration théorique du phénomène est due à Widnall et Sullivan (1973). Elle prouve, à l'aide d'un calcul par la loi de Biot et Savart de la vitesse induite en un point du tourbillon, que le tourbillon torique est instable à des perturbations azimutales tridimensionnelles. Ce calcul s'appuie sur une hypothèse de grandes ondes ($\mathrm{ka} \to 0$) pour des résultats d'ondes courtes ($\mathrm{ka} = \mathrm{O}(1)$), et est donc incorrect, comme cela est démontré par Widnall et al (1974).

Après avoir donné une justification physique du phénomène (Widnall et al (1974)), Widnall et Tsai (1977) font une étude rigoureuse du phénomène, en fluide idéal, pour des tourbillons à vorticité constante dans le noyau. Saffman (1978) étudiera l'influence de la distribution de vorticité et de la viscosité sur le nombre de modes. Citons par ailleurs les travaux de Margerit et Brancher (2000) qui examinent les perturbations de la fibre centrale d'un tourbillon torique de faible épaisseur en utilisant l'équation du mouvement de Callegari et Ting (1978). Ils trouvent une perturbation oscillante qui ne correspond pas aux observations expérimentales.

Les résultats de ces travaux sont présentés dans les parties suivantes : on y détaillera l'origine de l'instabilité du tourbillon torique, qui est un champ en point-selle comme pour l'instabilité d'une paire de filaments, puis la détermination du nombre de modes n du mode le plus instable et enfin les résultats concernant le taux d'accroissement de la perturbation.

2-3.2.1 Cause de l'instabilité

Widnall et al (1974) font une analogie entre l'instabilité du tourbillon torique et l'instabilité d'une paire de filaments contrarotatifs. Le développement d'une perturbation dans ces deux cas est dû à la combinaison de deux champs de vitesse. Le premier, induit par l'autre tourbillon, dans le cas de la paire de filaments tourbillonnaires et par la courbure du tourbillon dans le cas du tore est un champ en point-selle. Son équation, dans le cas de filaments tourbillonnaires de circulation Γ et espacés d'une distance b, s'écrit, en coordonnée cylindrique dans un repère centré sur le filament :

$$\begin{cases} u_\rho = \dfrac{\Gamma}{2\pi b^2}\rho \sin 2\varphi \\ u_\rho = \dfrac{\Gamma}{2\pi b^2}\rho \cos 2\varphi \end{cases} \qquad \textbf{(2.10)}$$

Un tel champ de vitesse est représenté figure 2.9

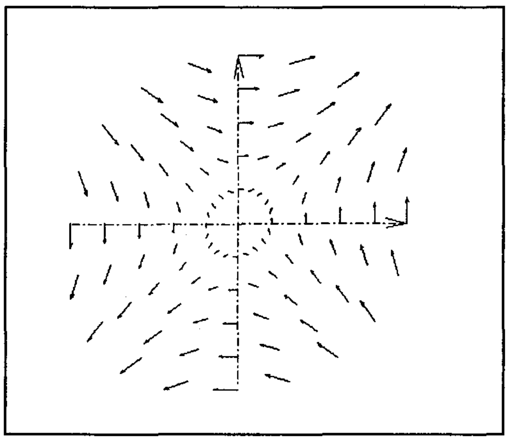


Figure 2.9 : Champ en point-selle

Dans le cas du tourbillon torique, Widnall et Tsai (1977) donnent le champ de vitesse dans le noyau du tourbillon à vorticité constante, en fluide parfait:

$$\begin{cases} u_\rho = \varepsilon\frac{5}{8}(1-\rho^2)\cos\varphi + \varepsilon^2\left[\left(\frac{15}{16}-\frac{3}{4}\ln\frac{8}{\varepsilon}\right)\rho + \frac{\rho^3}{8}\right]\sin 2\varphi + \ldots \\ v_\varphi = \rho + \varepsilon\left(-\frac{5}{8}+\frac{7}{8}\rho^2\right)\sin\varphi + \varepsilon^2\left[\left(\frac{15}{16}-\frac{3}{4}\ln\frac{8}{\varepsilon}\right)\rho + \frac{\rho^3}{16}\right]\cos 2\varphi + \ldots \end{cases} \quad \textbf{(2.11)}$$

Dans cette expression, les vitesses sont adimensionnées par $\frac{\Gamma_0}{2\pi a}$ et les distances par a.

On voit apparaître dans les termes d'ordre 2 en ε un champ du type point-selle. Ce n'est pas un champ en point-selle « pur » puisque les termes devant le $\sin 2\varphi$ et le $\cos 2\varphi$ ne sont pas égaux. Cependant, ils sont très proches, et le champ résultant est voisin de celui représenté figure 2.9.

Le deuxième champ qui intervient aurait tendance à faire tourner le tourbillon sur lui-même. Il induit un mouvement du tourbillon semblable à celui d'un solide et on peut le caractériser par une vitesse angulaire Ω. La vitesse induite par ce champ est en tout point orthoradiale et vaut :

$$u_\varphi = \rho\Omega. \quad \textbf{(2.12)}$$

Ce champ est appelé rotation auto-induite.

L'hypothèse de Widnall et Tsai consiste à dire que si la composante orthoradiale des équations 14 et 15 est opposée à Ω, la vitesse résultante est u_ρ (figure 2.10). La perturbation diverge alors à la vitesse u_ρ. Vu l'expression de u_ρ, cette divergence est maximum pour $\varphi = 45°$; on a alors $u_\varphi = 0$ et donc la condition nécessaire à l'apparition de l'instabilité est d'avoir $\Omega = 0$. Widnall prévoit donc une instabilité qui se développe à 45° du tourbillon et pour laquelle la rotation auto-induite est nulle.

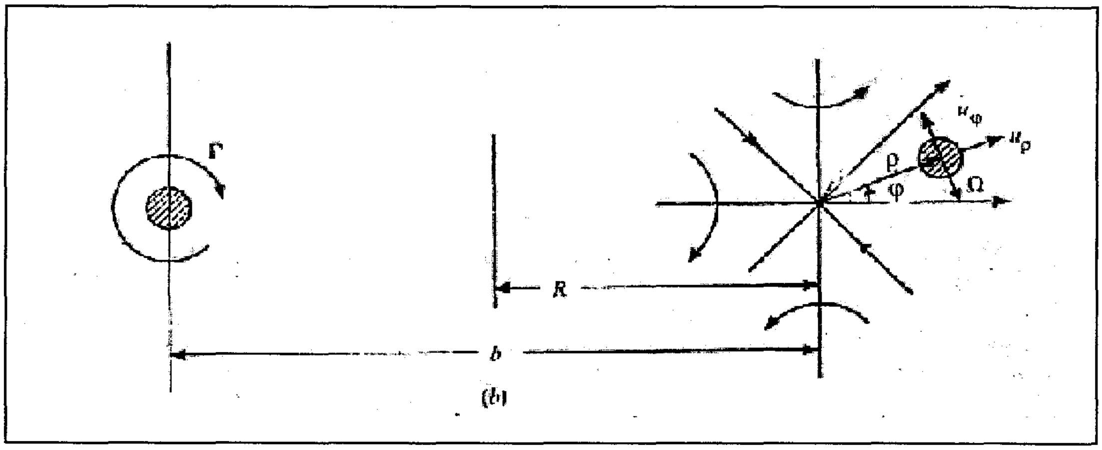


Figure 2.10 : Champ en point-selle et rotation auto-induite, d'après Widnall et al (1974)

Le champ qui déstabilise le tourbillon est donc le champ en point-selle. Saffman (1978) peut ainsi définir un nombre de Reynolds comparant l'intensité σ de ce champ à l'amortissement visqueux. Il définit alors un nombre caractéristique de l'instabilité $Re_s = \frac{\sigma a_1^2}{\nu}$, où il estime :

$$\sigma = \frac{3\Gamma_0}{16\pi R^2}\left[\ln\frac{8R}{a_e} - \frac{17}{12}\right] \qquad \textbf{(2.13)}$$

2-3.2.2 Nombre de modes

Compte tenu des résultats du paragraphe précédent, rechercher le nombre de modes de l'instabilité revient à chercher pour quelles valeurs de n, la rotation auto-induite est nulle. Tsai et Widnall (1976) calculent pour quel nombre d'onde k on a la rotation auto-induite qui s'annule dans un filament tourbillonnaire en fluide parfait et dont la vorticité est constante dans le noyau. Ils trouvent plusieurs modes instables: k_1a=2,51 (premier mode instable), k_2a=4,35 (deuxième mode instable), k_3a= 6,17 (troisième mode instable). Widnall et al (1977) montrent que ces modes instables pour un filament tourbillonnaire sont les mêmes pour un tourbillon torique de vorticité constante.

On peut alors chercher n pour ces modes instable. On le calcule généralement en utilisant la vitesse adimensionnée de translation du tourbillon: $\tilde{V} = \frac{V_0}{\Gamma/4\pi R} = \ln\frac{8R}{a_e} - \frac{1}{4}$. Comme $n = kR$, on a alors $\tilde{V} = \ln\frac{8n}{ka_e} - \frac{1}{4}$. On en déduit l'expression du nombre de modes $n = \frac{ka_e}{8} e^{\tilde{V}+\frac{1}{4}}$. Ce qui donne pour le premier mode instable (ka=2,51), $n \approx 0.4 e^{\tilde{V}}$.

Les résultats sont présentés figure 2.11 pour les trois hypothèses suivantes : noyau à vorticité constante, modèle asymptotique de Widnall et Sullivan (1973) et pour une variation continue de vorticité dans le noyau du tourbillon $\omega(\rho) = (\rho^2 - a^2)^2$. Ils sont comparés aux résultats expérimentaux de Widnall et Sullivan (1973).

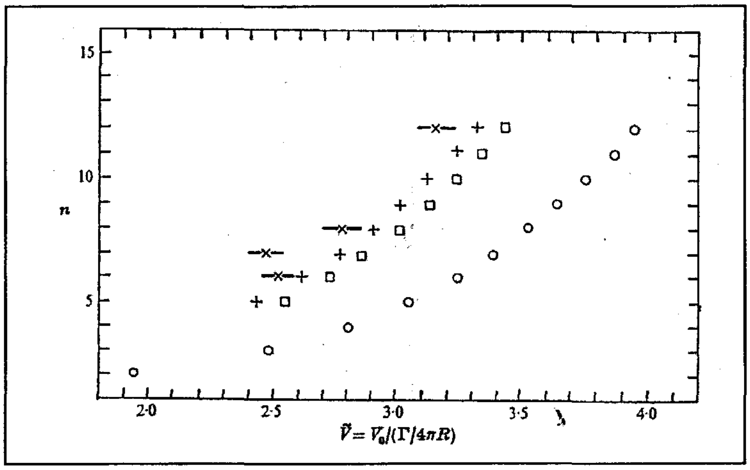


Figure 2.11 : Nombre de modes dans un tourbillon torique d'après Widnall et Tsai (1977). : $_0$ modèle asymptotique; $_\square$ vorticité constante; + distribution continue de vorticité ; x résultats expérimentaux.

Saffman (1978) reprend ces calculs, mais en considérant des noyaux visqueux. Il va utiliser des profils de vitesse hypergéométriques basés sur un modèle d'enroulement d'une nappe tourbillonnaire et qui sont caractérisés par le paramètre $\xi = \frac{\sqrt{4\nu t}}{a}$. $\xi \to \infty$ correspond au cas où la vorticité est constante dans le noyau et $\xi \to 0$ à un profil de vorticité très pointu. Pour le type de profil utilisé, ξ permet aussi de définir le rapport entre les rayons internes et effectifs par la formule :

$$\frac{a_i}{a_e} = \frac{1.45\xi}{0.47 + 0.63\xi}.$$

Les modes instables sont calculés pour plusieurs valeurs de ξ. Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.2 pour les 3 premiers modes instables.

ξ	k_1a_i	k_2ai	k_3a_i
∞	2.51	4.35	6.17
5	2.51	4.36	6.2
1	2.74	4.76	6.75
0.9	2.79	4.86	6.89
0.8	2.88	5.01	7.1
0.7	3.01	5.22	7.4
0.6	2.79	4.84	6.84
0.5	2.56	4.44	6.25
0.4	2.37	4.09	5.74
0.3	2.19	3.78	5.29
0.2	2.02	3.45	4.78
0.1	1.81	2.97	4.06
0.05	1.65	2.42	3.59

Tableau 2.2: Produit du nombre d'onde et du rayon interne du noyau pour les 3 premiers modes d'instabilités d'après Saffman (1978).

Pour $\xi \to \infty$, on retrouve le résultat de Widnall et al (1977). Par contre, quand ξ décroît, les nombres d'onde des trois premiers modes instables augmentent (jusque ξ = 0.7) puis baissent. Finalement, l'équation qui donne le nombre de modes de l'instabilité se trouve modifiée pour faire apparaître le terme ka_i qui est donné dans le tableau 2.2:

$$n = \frac{ka_e}{8} e^{\tilde{V}+\frac{1}{4}} = \frac{ka_i}{8}\frac{a_e}{a_i} e^{\tilde{V}+\frac{1}{4}}. \qquad \textbf{(2.14)}$$

Dans cette équation, on voit que la structure du noyau du tourbillon va influer sur le nombre de modes de l'instabilité de deux manières : tout d'abord, par la valeur de nombre d'onde des modes instables (k), mais aussi, par la valeur du rapport du rayon effectif sur le rayon interne.

Cette évolution par rapport au modèle de Widnall et Tsai (1977) lui permet de retrouver les nombres de modes observés par Didden (1977) (figure 2.8b). Elle permet également de relier le nombre de modes aux paramètres d'injection et de retrouver la dépendance du nombre de modes par rapport au nombre de Reynolds d'injection constaté par Maxworthy (1977) (§1-3.1.2).

2-3.2.3 Taux d'accroissement

Dans le modèle de Widnall et Tsai (1977), le taux d'accroissement est défini pour un mode normal de la forme $e^{(\alpha+i\omega)t+ks}$ par la valeur de α. Ils le calculent, dans le cas d'un noyau à vorticité constante en fluide parfait, pour les premier (k_1a = 2.51) et deuxième modes instables (k_2a = 4.35) et trouvent :

- pour le premier mode instable : $\alpha = \frac{\Gamma}{2\pi R^2}\left[\left(0.428\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 0.4549\right)^2 - 0.1134\right]^{1/2}$
- pour le deuxième mode instable : $\alpha = \frac{\Gamma}{2\pi R^2}\left[\left(0.427\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 0.4851\right)^2 - 0.1162\right]^{1/2}$

Ces deux expressions sont du même ordre de grandeur. Cependant, expérimentalement, un seul mode instable est en général observé. D'après Widnall et al (1974), ce sont les effets visqueux qui vont favoriser le premier mode instable au détriment des autres.

Saffman (1978) propose un taux d'accroissement qui tient compte à la fois de la structure du tourbillon torique et du fait que le nombre de modes prévu par les modèles théoriques ne donne en principe pas une valeur entière. Il présente alors le taux d'accroissement sous la forme :

$$\alpha = \left[\sigma^2 P^2 - (k - k_c)Q^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \textbf{(2.15)}$$

où σ est l'intensité du champ en point-selle qui est responsable de l'instabilité (sa valeur est donnée par l'équation 17). P, un nombre sans dimension, et Q, homogène à une vitesse, dépendent de la structure du noyau et sont présentés dans le tableau 2.3. Enfin k_c représente le nombre d'onde de la perturbation prédite par la théorie (qui ne correspond pas nécessairement à un nombre de modes n entier) et k le nombre d'onde de la perturbation qui correspond au nombre de modes n effectivement observé (k = n/R).

P varie peu avec ξ (entre 1,220 et 1,718 pour le premier mode instable par exemple). Q diminue fortement pour les valeurs basses de ξ. C'est-à-dire pour les profils de vitesse dans le noyau les plus "pointus".

Les ordres de grandeur de P et Q sont les mêmes pour les trois modes instables. Or expérimentalement, on ne voit que le premier mode se développer ; comme Widnall et Tsai (1977), Saffman suggère que ce sont les effets visqueux qui bloquent les modes autres que le premier.

ε	P_1	$2\pi a Q_1/\Gamma$	P_2	$2\pi a Q_2/\Gamma$	P_3	$2\pi a Q_3/\Gamma$
∞	1.142	0.27	1.139	0.16	1.136	0.12
5	1.145	0.27	1.143	0.16	1.14	0.12
1	1.220	0.27	1.217	0.17	1.213	0.12
0.9	1.234	0.27	1.231	0.17	1.227	0.12
0.8	1.252	0.27	1.248	0.17	1.245	0.12
0.7	1.274	0.26	1.271	0.17	1.267	0.12
0.6	1.303	0.26	1.3	0.16	1.297	0.12
0.5	1.341	0.25	1.340	0.15	1.338	0.11
0.4	1.392	0.22	1.397	0.13	1.396	0.092
0.3	1.465	0.18	1.475	0.094	1.476	0.061
0.2	1.563	0.11	0.566	0.045	1.558	0.026
0.1	1.670	0.034	1.646	0.009	1.623	0.006
0.05	1.718	0.007	1.684	0.002	1.653	0.001

Tableau 2.3 : Valeur de P et Q pour les trois premiers modes instables d'après Saffman (1978)

Enfin, cette définition du taux d'accroissement permet de définir une bande passante de modes instables. En fait, il existe des modes instables tant que le taux d'accroissement de l'équation 19 est défini, c'est-à-dire tant que $\sigma^2 P^2 - (k - k_c)Q^2 > 0$. En conséquence, $(k - k_c)$ doit être compris entre $\pm \sigma P/Q$. Comme $n = kR$, finalement, n doit vérifier :

$$k_c R - \sigma PR/Q < n < kcR + \sigma PR/Q \qquad \textbf{(2.16)}$$

2-3.3 Etude numérique

Shariff et al (1994) ont réalisé une étude de l'instabilité des tourbillons toriques à partir d'un calcul par différences finies des équations de Navier-Stokes. Ils utilisent des tourbillons toriques ayant un profil de vorticité gaussien. Le rapport rayon de noyau sur rayon du tourbillon $\varepsilon = a/R$ varie de 0.2066 à 0.4131 et le nombre de Reynolds Re_Γ de 1200 à 10000. Une perturbation azimutale est ajoutée à ces tourbillons initialement stables. Celle-ci est soit une simple sinusoïde à un nombre d'onde donné, soit une somme de modes de même amplitude et déphasés de manière quelconque (somme de n=1 à 32). L'objectif de cet article est de vérifier les prédictions théoriques de Widnall et Tsai (1977).

Les résultats d'un essai pour lequel Re_Γ=5500 et ε=0.4131 et pour une perturbation sur une somme de modes montrent dans les premiers temps de l'instabilité un mode dominant n = 6 et un mode moins fort en n=10. Les modes adjacents à ces deux derniers (i.e.: n=5,7,9,11) sont aussi assez forts (figure 2.12).

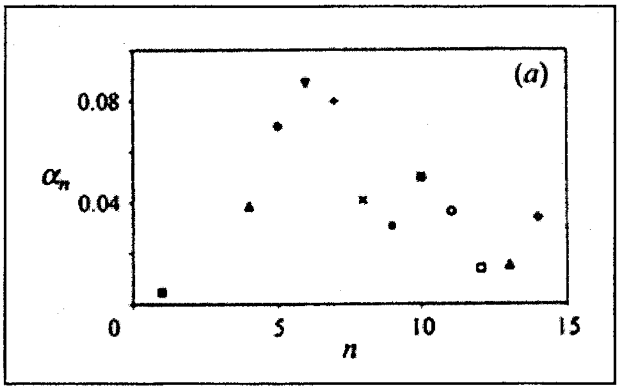


Figure 2.12 : Taux d'accroissement en fonction de n d'après Shariff et al (1994)

Cela cadre relativement bien avec la théorie (Widnall et Tsai (1977)) : celle-ci prévoit un premier mode instable à n=5 et un deuxième mode instable à n= 9 ou 10. Ils mesurent ensuite un angle de perturbation de 48°, résultat comparable aux expériences de Maxworthy (1977) qui observe une perturbation à 45°.

Pour ce qui est du taux d'accroissement, Shariff et al (1994) suggèrent une correction visqueuse au taux d'accroissement théorique de la forme:

$$\alpha_{\text{vis}} = \alpha_{\text{théo}}\left(1-\frac{\alpha_1}{\text{Re}_s}\right) \qquad \textbf{(2.17)}$$

Il mesure pour ces tourbillons $\alpha_1 \approx 20$.

2-3.4 Synthèse

L'ensemble des auteurs s'accordent à observer une onde azimutale stationnaire qui se développe dans le tourbillon à 45° environ avec la direction de translation du vortex. Cette instabilité est due à la présence d'un champ en point-selle produit par la courbure du tourbillon. Le nombre de modes n s'accorde bien entre les expériences et la théorie, principalement si l'on tient compte du profil de vitesse dans le noyau du tourbillon (Saffman (1978)). Seule l'étude numérique de Shariff et al (1994) montre le développement d'une bande de modes instables et non d'un mode unique. Ce résultat pourrait s'accorder avec les résultats théoriques de Saffman (1978) qui permettent de calculer la bande des modes instables.

La seule mesure du taux d'accroissement (Widnall et al (1973)) donne un résultat assez proche des prédictions théoriques. Par contre, l'étude de Shariff et al (1994) suggère une correction visqueuse.

2-4 Phase non linéaire de l'instabilité.

2-4.1 Etudes expérimentales

Les premières observations de tourbillons toriques instables (Maxworthy (1972)) ont montré que, après le développement de l'onde azimutale autour du tourbillon, celui-ci amorçait une transition vers la turbulence. Des études suivantes se sont attachées à mettre en évidence les phénomènes non-linéaires qui la caractérisent. Ceux-ci sont l'apparition de vitesses azimutales dans le tourbillon (Maxworthy (1977), Naitoh et al (2002)), le rejet de vorticité à l'arrière de celui-ci (Schneider (1980), Weigand et Gharib (1994)) et l'apparition de structures tourbillonnaires s'enroulant autour du tourbillon (Didden (1977), Glezer (1990)).

2-4.1.1 Vitesses azimutales.

Dans ses visualisations sur des tourbillons à grand nombre de Reynolds ($4,5.10^4 < Re_p < 7,9.10^4$), Maxworthy (1977) constate des mouvements azimutaux du colorant près de l'axe des noyaux du tourbillon après que l'onde azimutale ait arrêté son développement. Il observe par ailleurs une vitesse azimutale de direction opposée plus loin du noyau. Il constate simultanément des pulsations sur le diamètre du noyau du tourbillon et conclut à la propagation d'une onde azimutale. Il suggère que cette onde pourrait être une onde solitaire, d'amplitude finie, se propageant autour du tourbillon. Ce phénomène ne se produit que pour des grands nombres de Reynolds. Pour des valeurs plus modérées (de l'ordre de 10^4), il ne détecte pas de vitesses azimutales.

Naitoh et al (2002) observent aussi des vitesses azimutales, pour des nombres de Reynolds plus modérés ($Re_0 = 1600$), en combinant des visualisations simples ou par fil à fumée. Là aussi, la direction des vitesses varie en fonction de la distance à l'axe des noyaux du tourbillon comme cela est illustré figure 2.13.

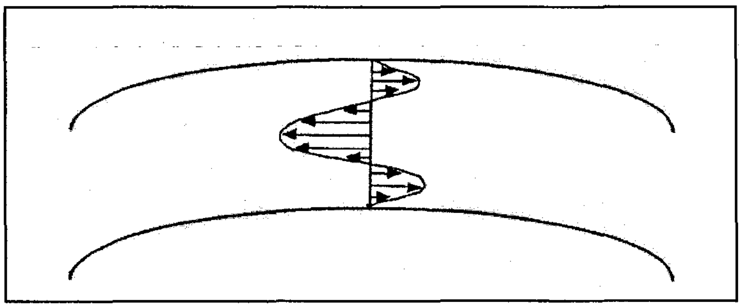


Figure 2.13 : Direction des vitesses azimutales dans le noyau d'un tourbillon torique instable d'après Naitoh et al (2002)

Ces vitesses augmentent graduellement, et, contrairement aux observations de Maxworthy (1977), elles apparaissent avant la fin du développement de l'onde azimutale. Il distingue deux types de développement de ces vitesses : l'un correspondant à un mode m =

0 (c'est-à-dire, à une vitesse azimutale constante autour du tourbillon – figure 2.14a), et l'autre à un mode m =1 (c'est-à-dire à des vitesses de direction opposées sur deux moitiés du tourbillon figure 2.14b). Dans les deux cas, les vitesses sont de l'ordre de 25% de la vitesse de translation du tourbillon.

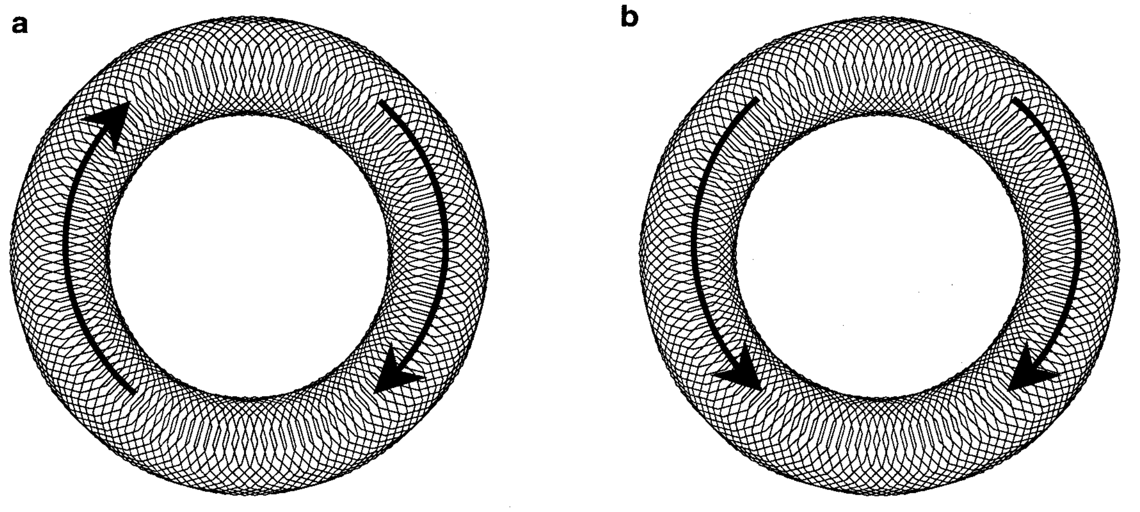


Figure 2.14 : Mode m = 0 (a) et m = 1 (b)

2-4.1.2 Vorticité à l'arrière du tourbillon.

Schneider (1980) étudie par visualisation la transition vers la turbulence du tourbillon torique. Il constate le rejet vers l'arrière du tourbillon de structures qui sont sans doute comparables à celles rejetées par un tourbillon torique turbulent (figure 2.15).

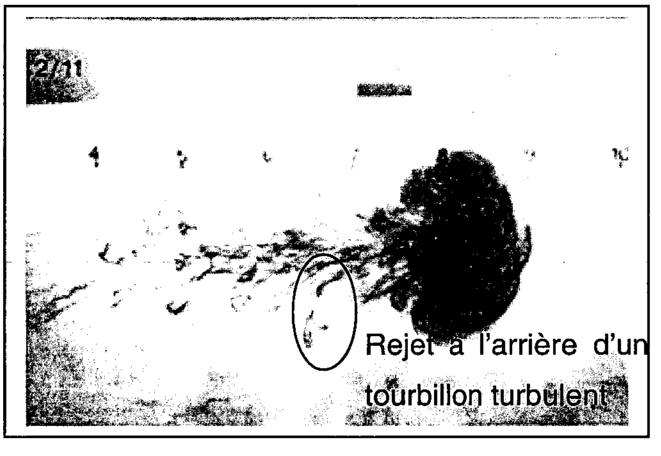
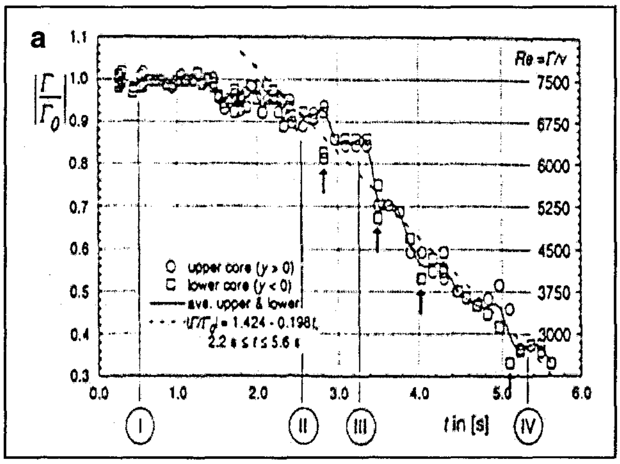


Figure 2.15 : Tourbillon torique turbulent d'après Schneider (1980)

Weigand et Gharib (1994) étudient par PIV ce phénomène. Ils observent à l'arrière du tourbillon des zones allongées contenant de la vorticité

Ils mesurent aussi la vitesse de translation et la circulation dans le noyau du tourbillon en intégrant la vitesse sur les iso-contours de vorticité. Ces deux grandeurs commencent à décroître franchement à partir du début de l'instabilité (point II) jusqu'à l'apparition de la turbulence (point IV) (figure 2.16a). Cette décroissance ainsi que celle observée sur la vitesse (figure 2.16b) se produit par palier et correspond sans doute à l'éjection de structures tourbillonnaires observées précédemment.



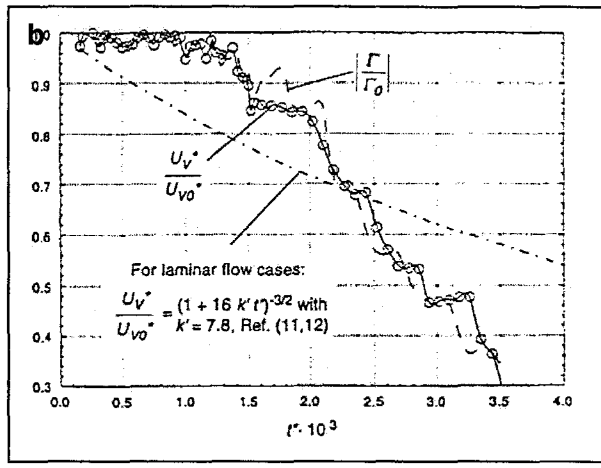


Figure 2.16 : Evolution de la circulation du tourbillon torique d'après Weigand et Gharib (1994)

2-4.1.3 Structures tourbillonnaires secondaires

Didden (1977) observe l'instabilité de tourbillons toriques. Après le développement de l'onde azimutale autour du tourbillon, il constate l'apparition de structures tourbillonnaires secondaires au sommet des ondes (repère a - 2.17) et d'autres enveloppant le noyau du tourbillon (repère b - figure 2.17) .

Figure 2.17 :Développement de structures tourbillonnaires dans le tourbillon torique d'après Didden (1977).

Ces phénomènes précèdent de peu la transition vers la turbulence qui se caractérise par un mélange entre les zones très colorées du cœur du tourbillon et celles qui le sont moins dans la zone plus loin du noyau (figure 2.17, repère c).

Dans la partie visualisation de leur étude de tourbillons turbulents, Glezer et Coles (1990) suggèrent que des tubes tourbillonnaires secondaires, de signes alternés s'enroulent autour du noyau principal. Bien que ces observations soient faites sur des tourbillons turbulents, ils les comparent à celles de Didden (1977), décrites plus haut, sur la dernière phase de l'instabilité du tourbillon torique. Ils suggèrent que l'apparition de ces tubes dans son expérience est la conséquence d'une instabilité du type Görtler-Taylor.

2-4.1.4 Autres phénomènes non-linéaires

Pour des nombres de Reynolds Re_p compris entre $2,5.10^4$ et 5.10^4, Maxworthy (1977) observe deux ondes azimutales qui coexistent. La première à apparaître a la plus petite longueur d'onde. L'autre est deux fois plus longue. Mais les détails de cette instabilité ne se répètent pas à chaque essai. Quand le nombre de Reynolds augmente, l'onde la plus courte domine puis le processus cesse.
Par ailleurs, à de hauts nombres de Reynolds, l'onde commence à tourner autour de l'axe des noyaux du tourbillon et le fluide dans le noyau se mélange et devient turbulent.

2-4.2 Etude Numérique

L'étude numérique (décrite § 1-2.3.3) de Shariff et al (1994) explore aussi la phase non-linéaire de l'instabilité.
Le spectre de Fourier des vitesses azimutales est modifié (figure 2.18). Les harmoniques des modes instables de la phase linéaire se développent (le mode le plus instable était le mode n = 6; la figure montre le développement d'une bande de mode autour de n = 12). Sur cette même figure on voit le développement du mode m = 1 qui apparaît selon les auteurs suite à l'interaction de deux premiers modes instables voisins (n = 6 et n = 7).

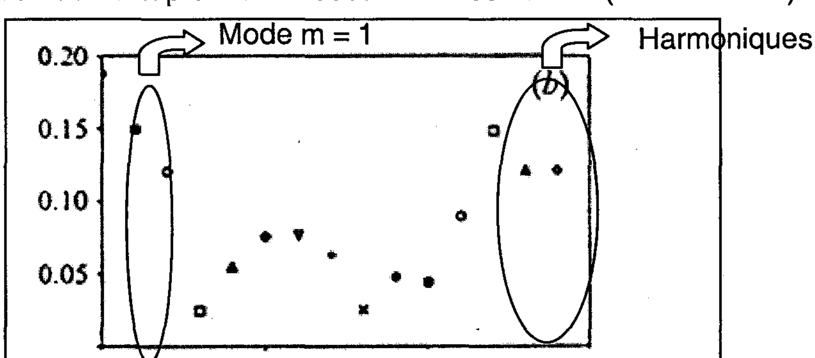


Figure 2. 18 : Taux d'accroissement en fonction de n (phase non-linéaire) d'après Shariff et al (1994) pour les vitesses azimutales.

Le deuxième phénomène instable qui se développe est l'apparition d'un écoulement azimutal moyen. La figure 2.19 montre qu'il est composé de zones de vitesse de directions opposées qui s'imbriquent l'une dans l'autre. Ceci est en contradiction avec les observations expérimentales de Maxworthy et de Naitoh et al (2002) qui observaient une modification de la direction de la vitesse en fonction de la distance au noyau (figure 2.19).

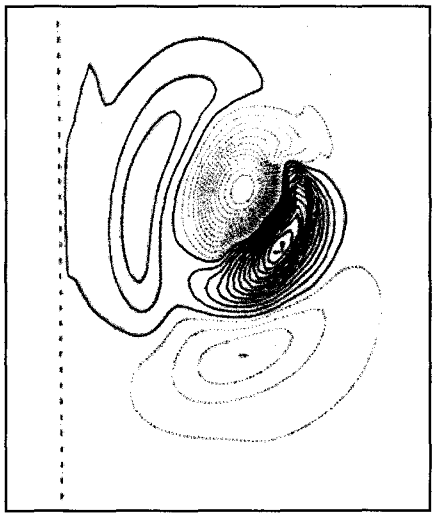


Figure 2.19 : vitesse azimutale dans un plan de symétrie du tourbillon d'après Shariff et al (1994). Les lignes de niveaux en trait plein indiquent des vitesses dans le sens de la vorticité azimutale et celles en pointillé dans le sens inverse.

Le dernier phénomène observé est une élongation vers l'arrière des iso-contours de vorticité axiale (figure 2.20). Cet événement peut conduire à l'apparition des structures tourbillonnaires observées à l'arrière du tourbillon.

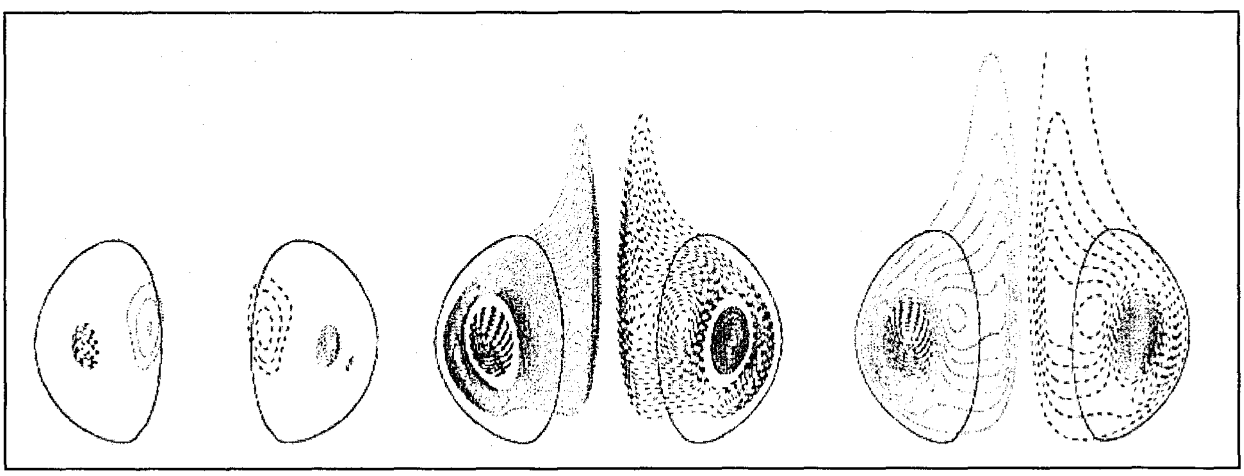


Figure 2.20 : Iso-contours de vorticité axiale : le contour en trait plein représente l'iso-contour de vorticité azimuthal et les contours en tirets/pointillés représentent des iso-contours de vorticité radiale positifs/négatifs

2-4.3 Instabilité et injection

Plusieurs phénomènes instables peuvent être observés pendant l'injection. Pour de grands Re_p, les tourbillons formés sont tout de suite turbulents (Maxworthy (1994). Dans ces conditions, Glezer (1988) observe une instabilité similaire à l'instabilité de Kelvin-Helmoltz à l'arrière du tourbillon. Lim (1997) suggère que ces tourbillons pourraient interagir avec le tourbillon primaire et accélérer la transition classique vers la turbulence.

Un autre phénomène est intéressant à noter, (Maxworthy (1977)). Lors de l'arrêt brutal du piston, il se forme un tourbillon torique secondaire qui peut interagir avec le tourbillon primaire. On l'appelle "tourbillon piston" (figure 2.21).

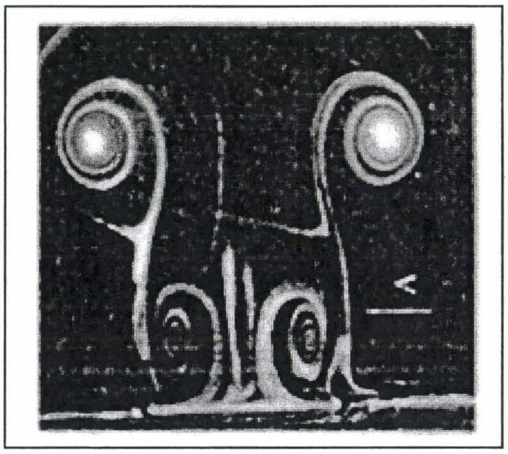


Figure 2.21 : Tourbillon primaire et tourbillon piston d'après Allen et Auvity (2002)

Allen et Auvity (2002) observe l'instabilité de ce tourbillon piston et son influence sur le tourbillon primaire. Il constate dès la fin de l'injection que le tourbillon piston présente des ondulations. Il est ensuite entraîné par le tourbillon primaire. Arrivé à l'avant de ce dernier, il s'enroule autour de l'extérieur de celui-ci, comme le feraient les doigts d'une main autour d'un globe (figure 2.22). Ces "doigts" sont visibles dans un plan normal à l'axe du tourbillon (figure 2.23). Ils apparaissent sous forme de filaments tourbillonnaires. Ces structures sont peut-être similaires à celles observées dans la phase non-linéaire de l'instabilité du tourbillon torique.

Cette ingestion du tourbillon piston ne change pas le nombre de modes de l'instabilité mais accélère son développement.

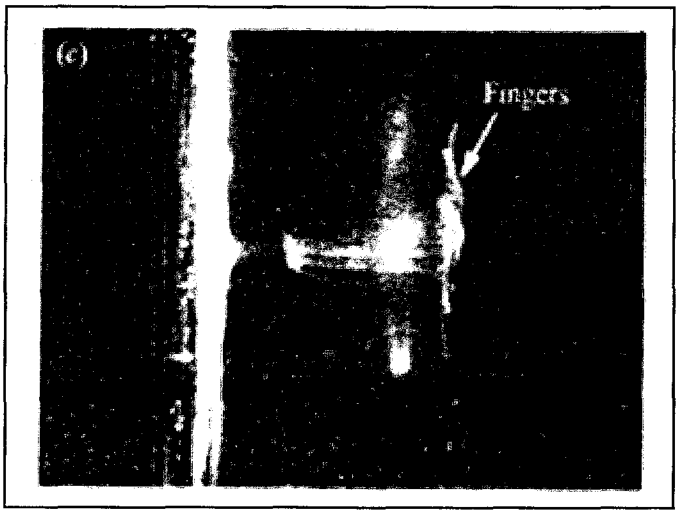


Figure 2.22 : Interaction du tourbillon primaire avec le tourbillon piston (d'après Allen et Auvity (2002))

Figure 2.23 : Vue en coupe de l'interaction (d'après Allen et Auvity (2002))

2-4.4 Synthèse

Plusieurs auteurs observent l'apparition de vitesses azimutales dans le tourbillon. Pour Shariff et al (1994), elles prennent la forme d'une vitesse moyenne correspondant à un mode m=0 et un mode m=1. Dans les expériences de Naitoh et al (2002), c'est l'un ou l'autre mode qui se développe mais les deux ne paraissent pas coexister. Maxworthy (1977) conclut, lui, à la présence d'une onde solitaire d'amplitude finie. Les expériences suggèrent que ces vitesses sont dans des directions opposées selon que l'on soit proche ou non de l'axe des noyaux du tourbillon, tandis que l'étude numérique de Shariff et al (1994) montre que les zones de vitesses positives et négatives s'imbriquent les unes dans les autres (figure 2.21).
Ces derniers observe aussi une modification du spectre de Fourier et en particulier le développement des harmoniques du premier mode instable. Cette même étude montre un allongement des contours d'iso-vorticité vers l'arrière du tourbillon qui est sans doute l'étape qui précède le rejet de structures tourbillonnaires vers l'arrière. Ce dernier phénomène s'accompagne d'une chute de la circulation du tore Weigand et Gharib (1994). Enfin, juste avant l'apparition de la turbulence, des structures tourbillonnaires secondaires se développent dans le vortex et pourraient s'enrouler autour du noyau principal.
La plupart des auteurs traitant de l'instabilité (Maxworthy (1972), Maxworthy (1977), Schneider (1980) , Weigand et Gharib (1994)) observent que l'instabilité du tourbillon torique s'achève par la création d'un tourbillon torique turbulent stable. Parmi eux, deux d'entre eux (Maxworthy (1972), Weigand et Gharib (1994)) observent que ce tourbillon redevient

laminaire. Enfin, on peut observer à l'injection certains phénomènes qui viennent modifier le mécanisme d'instabilité.

2-5 Conclusion

Ainsi, on constate que de nombreuses études théoriques, numériques et expérimentales ont été menées sur l'instabilité du tourbillon torique. Durant la phase linéaire, l'ensemble des auteurs s'accorde à observer une onde azimutale qui se développe autour du tourbillon. Une étude numérique (Shariff et al (1994)) suggère que c'est une bande de modes instables qui apparaît et non un mode unique (résultat cohérent avec l'étude théorique de Saffman (1978)). Aucune étude expérimentale n'est venue, à ce jour, confirmer ce résultat. Les études théoriques prédisent le nombre de modes de l'instabilité qui sera comparé à nos résultats. Elles donnent aussi le taux d'accroissement de l'instabilité. Une seule évaluation expérimentale (basée sur la mesure des déformations observées par visualisation et donc assez imprécise) a donné un taux d'accroissement comparable à celui prévu par la littérature. Par contre, une étude numérique suggère une correction visqueuse.
Durant la phase non-linéaire, les travaux des différents auteurs font apparaître un certain nombre de phénomènes : croissance d'harmoniques des premiers mode instable, développement de vitesses azimutales (vitesse moyenne ou mode m=1 selon les auteurs), développement de tourbillons secondaires, rejet de vorticité vers l'arrière du tourbillon qui s'accompagne d'une chute de la vitesse et de la circulation du tourbillon. Mais ces phénomènes ont été observés isolément et aucune étude n'a tenté de les rassembler et de comprendre leurs interactions et de mettre en évidence les différentes étapes qui mènent à la turbulence.

La plupart des études expérimentales sur le sujet datent de la fin des années 70 (Maxworthy (1972) , Sullivan et al (1973), Widnall et al (1973) , Maxworthy (1977), Didden (1977)) par simple visualisation ou avec des méthodes de mesure (Fil chaud, LDV) qui ont en commun de fournir une mesure ponctuelle de la vitesse. Depuis de nouvelles méthodes de mesure ont été développées :

- Meng (1994) a mené une étude par HPIV. Cette méthode lui a fourni un champ de vitesse 3D complet d'un tourbillon instable. Il n'a obtenu, par contre, qu'un seul champ et n'a donc pas pu observer le développement de l'instabilité.
- Weigand et Gharib (1994) ont prouvé l'intérêt de la PIV l'étude de l'instabilité du tourbillon torique en obtenant des champs de vitesses dans un plan avec une résolution temporelle suffisante pour suivre le développement des perturbations. Le plan qu'ils ont choisi, plan contenant l'axe du tourbillon, leur a permis de suivre

l'évolution de la vitesse et de la circulation du vortex. Par contre, ce n'est pas le plan le plus adapté pour observer l'instabilité qui est principalement azimutale. Enfin, ils ne disposaient, dans ce plan que de deux composantes de vitesses.

En conséquence, nous allons, dans les travaux présentés dans ce mémoire étendre l'utilisation de la PIV à l'étude de l'instabilité du tourbillon torique. Pour cela, cette méthode sera utilisée dans le plan contenant l'axe du tourbillon (comme dans le cas de Weigand et Gharib (1994)), mais aussi dans un plan normal cet axe, ce qui devrait nous permettre de mesurer directement l'instabilité. Dans ce plan, on utilisera la méthode de PIV 2C,2D mais aussi la PIV stéréoscopique qui nous donnera accès à la troisième composante de la vitesse. A cela s'ajouteront des visualisations par tomoscopie qui compléteront les observations de la littérature (par simple visualisation) en fournissant des coupes du tourbillon qui vont nous permettre d'observer ce qui se passe dans celui-ci. Mais avant cela, il a été nécessaire de modifier le dispositif expérimental de génération de tourbillon utilisé dans les expériences précédentes au Laboratoire de Mécanique de Lille (Dupont (2002)) au vu des expériences réalisées sur l'instabilité (§ 2-2.1). Le nouveau dispositif devra atteindre des nombres de Reynolds de l'ordre de quelques milliers, afin de générer un tourbillon torique instable mais non turbulent. On y ajoutera par ailleurs un piston, afin de pouvoir comparer de manière satisfaisante nos grandeurs d'injection à celles de la littérature.

Les objectifs seront, dans la phase linéaire, de tenter de mettre en évidence le champ de type point-selle, responsable de l'instabilité, de mesurer à l'aide des méthodes quantitatives les instabilités, c'est-à-dire les modes instables et leur taux d'accroissement. Dans la phase non-linéaire de l'instabilité, on s'attachera à mettre en évidence les différents phénomènes qui se développent et à les comparer afin de comprendre les différents mécanismes qui précèdent la transition vers la turbulence.

Ainsi, ce mémoire :

- va débuter par la présentation du dispositif expérimental (chapitre 3), à savoir le système de génération du tourbillon conçu pour notre étude ainsi que les différentes méthodes de mesure et les caractéristiques des tourbillons qui sont formés
- s'intéressera à la phase linéaire de l'instabilité (chapitre 4),
- et enfin à sa phase non-linéaire (chapitre 5).

3- DISPOSITIF EXPERIMENTAL

L'étude de l'instabilité du tourbillon torique a été menée dans l'eau, sur des tourbillons à gros noyaux, dans des aquariums du Laboratoire de Mécanique de Lille. Trois méthodes expérimentales ont été utilisées : la visualisation par tomoscopie dans deux plans simultanés coupant le tourbillon, la vélocimétrie par images de particules (PIV) dans deux plans coupant le tourbillon et la PIV stéréoscopique dans un plan normal à l'axe du tourbillon. Ce chapitre a pour but de décrire le générateur de tourbillons toriques (§ 3-1), ainsi que les différentes techniques de visualisation (§ 3-2) et de mesure (§ 3-3 et 3-4) mises en œuvre : leur principe de base, leur mise en place dans le cadre de notre étude, et l'incertitude de mesure liée aux méthodes quantitatives. Enfin, ce chapitre s'achèvera par la mesure des principales caractéristiques des tourbillons qui sont étudiés dans notre travail (§ 3-5).

3-1 Injection du tourbillon torique

Le générateur (figure 3.1) produit des tourbillons toriques laminaires instables ($Re_p > 600$).

3-1.1 Présentation du dispositif

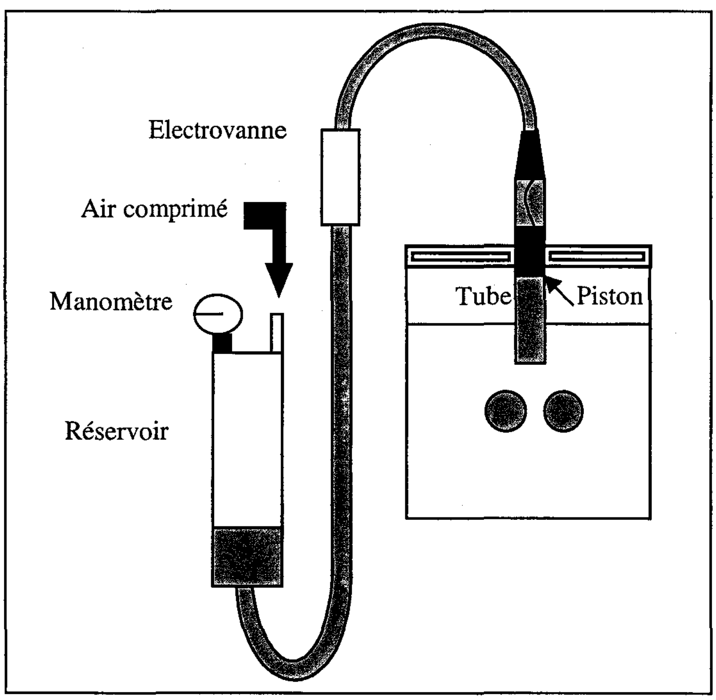


Figure 3.1: Dispositif d'injection

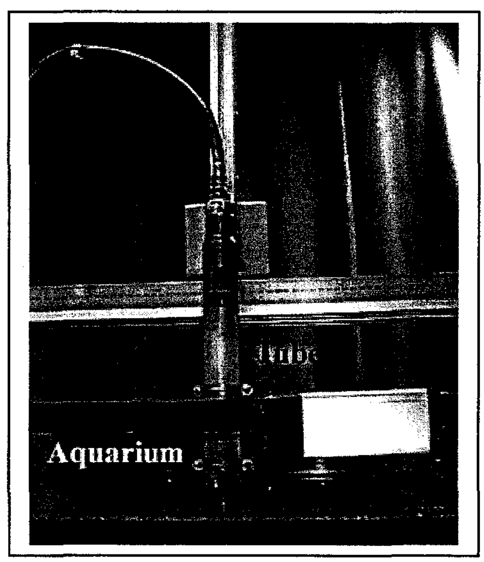


Figure 3.2: Tube et aquarium

Le tourbillon est obtenu par décharge du fluide à travers un tube cylindrique en plexiglas plongé dans l'eau d'un aquarium (figure 3.2). La décharge de fluide est obtenue à l'aide d'un réservoir pressurisé et d'une électrovanne. La pression dans le réservoir et le temps d'ouverture de l'électrovanne sont ajustables. Un piston en polystyrène retenu par un fil placé dans le tube isole l'aquarium des perturbations du circuit extérieur et permet de contrôler la quantité de fluide injecté par réglage de la course du piston.

Deux aquariums ont été utilisés : un aquarium de dimension Lxlxh = 2,4x0.6x0.6 m^3 pour les expériences de tomoscopie et de PIV 2C,2D, et un aquarium de dimension Lxlxh = 1x1x1.5 m^3 pour la PIV stéréoscopique.

Le diamètre intérieur du tube est D_p = 35 mm et son diamètre extérieur 40 mm.

Au cours des essais, la vitesse moyenne U_p du piston a varié de 75 mm/s à 175 mm/s et le rapport course sur diamètre du piston L_p/D_p de 1,25 à 2,5. En conséquence, le nombre de Reynolds basé sur les conditions d'injection ($Re_p = (U_p x D_p)/\nu$) a varié de 2650 à 6100.

Sept types de tourbillons ont été générés durant les essais de tomoscopie et deux types pour les expériences de PIV. Les tableaux 3.1 et 3.2 présentent leurs caractéristiques.

	U_p(mm/s)	L_p/D_p	Re_p
A	110	1.25	3800
B	145	1.25	5125
C	140	1.95	4900
D	75	2.4	2650
E	110	2.5	3800
F	145	2.5	5070
G	175	2.5	6100

Tableau 3.1: Caractéristiques d'injection des tourbillons en tomoscopie

	U_p(mm/s)	L_p/D_p	Re_p
A'	100	1.25	3500
C'	132	1.9	4600

Tableau 3.2 : Caractéristiques d'injection des tourbillons en PIV

Les caractéristiques des tourbillons A' et C' sont légèrement différentes de celles des tourbillons A et C, le dispositif d'injection ayant été légèrement modifié entre les campagnes d'essais de tomoscopie et de PIV suite à la pollution de certains de ses composants par la fluorescéine, utilisée en tomoscopie.

3-1.2 Répétitivité des injections

Une première expérience a permis de déterminer pour chaque cas la course du piston et ses variations lors d'injections différentes, afin de vérifier la répétitivité des caractéristiques d'injection d'un tourbillon. Une caméra filme le mouvement du piston pour déterminer sa position en fonction du temps. Pour chaque type de tourbillon (A à G ainsi que A' et C') dix injections ont été réalisées, permettant le tracé des courbes de déplacement et de vitesse, et de connaître la vitesse moyenne du piston, la durée de l'injection, la course du piston et l'écart type de ces différentes valeurs.

Le tableau 3.3 regroupe les valeurs moyennes et écarts types de la course du piston et du temps d'injection.

	Course Moyenne (mm)	Course Ecart type (mm)	Temps d'injection Moyenne (s)	Temps d'injection Ecart type (s)
A	44	0,32	0,37	$3,1.10^{-2}$
B	45	0,18	0,30	$2,1.10^{-2}$
C	69	0,39	0,49	$1,8.10^{-2}$
D	87	1,5	1,05	$4,1.10^{-2}$
E	88	0.28	0,77	$4,0.10^{-2}$
F	89	0.40	0,59	$3,2.10^{-2}$
G	89	0.22	0,50	$3,4.10^{-2}$
A'	43	0.69	0,43	$2,2.10^{-2}$
C'	68	0.18	0,55	$2,7.10^{-2}$

Tableau 3.3 : Temps d'injection et course du piston : valeurs moyennes et écarts types.

L'écart type est donc d'environ 5% de la valeur moyenne pour le temps d'injection et de 1% pour la course du piston. On a ainsi une bonne répétitivité des injections.

Les courbes de position et de vitesse (dérivée de la position) sont présentées, à titre d'exemple, sur la figure 3.3. Les autres courbes de vitesse du piston son présentées en Annexe2. Signalons enfin que le tourbillon G, produit en tomoscopie, a vu, lors de son injection la génération d'un tourbillon piston (Ce phénomène a déjà été observé dans la littérature et est décrit § 2-4.3). Les conséquences de ce phénomène sur la formation du tourbillon et son instabilité ultérieure sont décrits en Annexe 3.

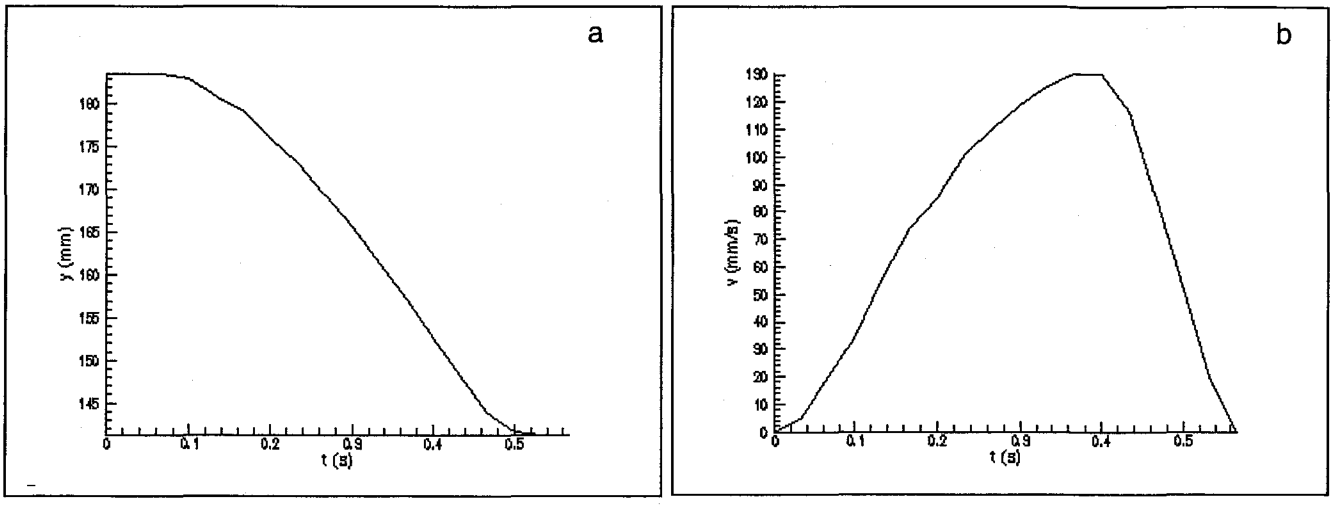


Figure 3. 3 : Courbe de position (a) et de vitesse (b) pour le tourbillon A'.

3-2 Tomoscopie

La tomoscopie est une méthode de visualisation qui, en utilisant un plan laser et un colorant fluorescent, permet d'obtenir des vues en coupe d'écoulement. Dans notre cas, deux types de plan ont été utilisés : un plan horizontal (plan (H)) normal à la direction de propagation du tourbillon et un autre vertical (plan (V)) situé dans un des plans de symétrie du tourbillon (figure 3.4).

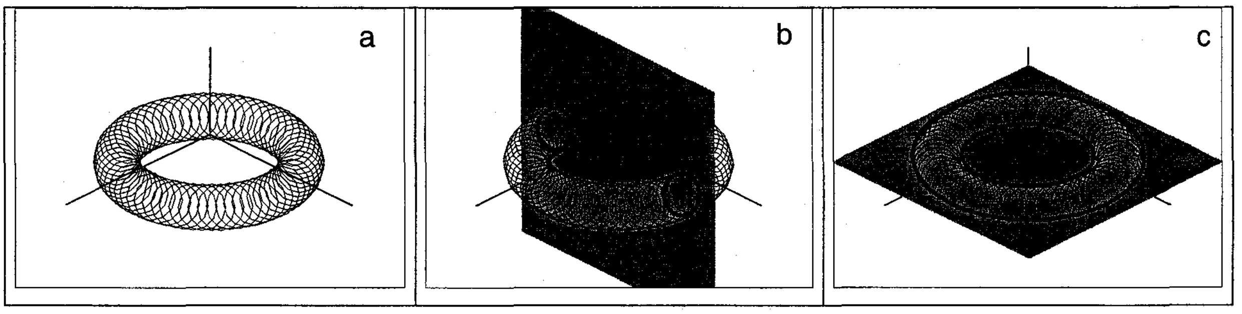


Figure 3. 4 : Tore (a) coupé par un plan vertical (b) et horizontal (c)

Trois campagnes d'essais ont été menées. Une première, dans le plan (V) uniquement, a caractérisé les différents tourbillons injectés. La deuxième campagne, menée dans le plan (H), a permis d'observer les figures d'instabilité et ainsi d'en appréhender les mécanismes. La dernière campagne, la plus complète, a été réalisée simultanément dans les deux plans, et a permis d'affiner les conclusions précédentes et de comparer les observations faites dans les deux plans. Pour toutes ces expériences, il est nécessaire de disposer d'un laser, d'un dispositif optique permettant la réalisation d'un plan et d'un dispositif d'acquisition des images. Ces différents outils sont présentés dans la section 3-2.1, et un bilan des essais dans la section 3-2.2.

3-2.1 Matériel utilisé

3-2.1.1 Illumination et ensemencement

Lors des trois campagnes d'essais, un laser Argon-Ion de 5W (Spectra-Physic Series 2000 Ion-Argon Laser system) a été utilisé.

Une solution de fluorescéine diluée ensemence le circuit d'injection. Ainsi, le fluide coloré sortant du tube débouche dans l'eau non colorée de l'aquarium.

3-2.1.2 Dispositif optique

Pour obtenir un plan , le faisceau lumineux émis par le laser traverse une série de lentilles. L'une d'entre elles, cylindrique, transforme le faisceau en nappe laser (d'autres lentilles sont généralement utilisées pour régler l'épaisseur de cette nappe). Les bancs optiques sont constitués par assemblage de profilés en aluminium Bosch de section 90x90 mm^2.

3-2.1.2.1 Première campagne

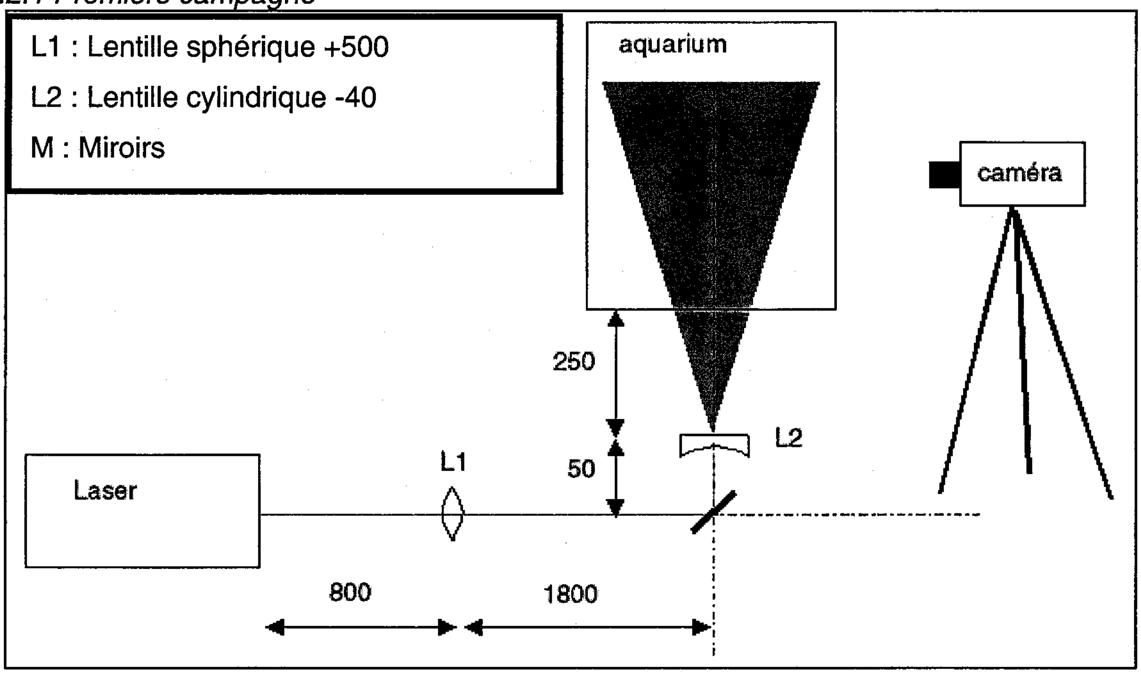


Figure 3. 5 : Dispositif optique de la première campagne (les longueurs sont exprimées en mm).

Lors de la première campagne (dispositif optique, figure 3.5), le faisceau laser traversait une première lentille L1 sphérique de focale +500 mm puis une lentille cylindrique L2 de focale –40 mm. Le plan pénètre par le dessous de l'aquarium. L'épaisseur du plan était de 1 mm et faisait 16 cm de large au milieu de l'aquarium.

3-2.1.2.2 Deuxième campagne

Pour la deuxième campagne, deux lentilles identiques ont été utilisées, mais placées différemment, (figure 3.6).

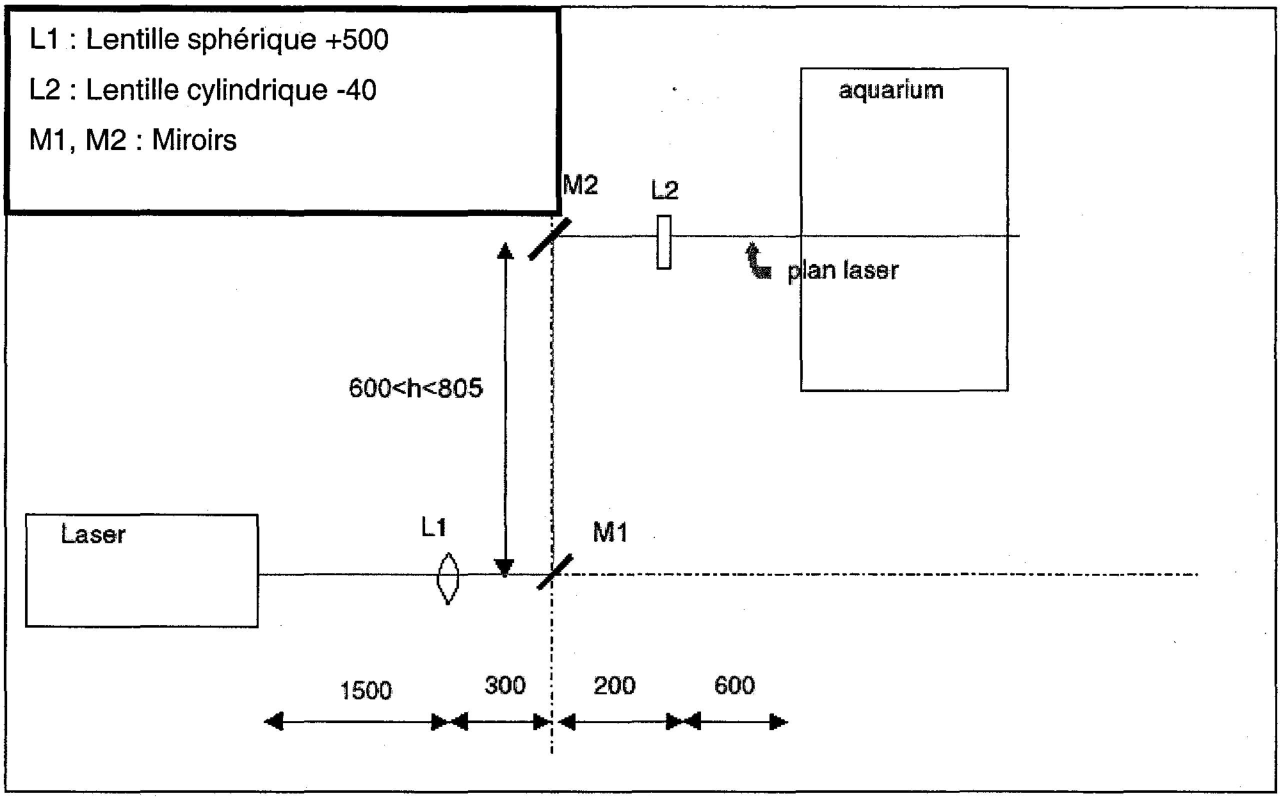
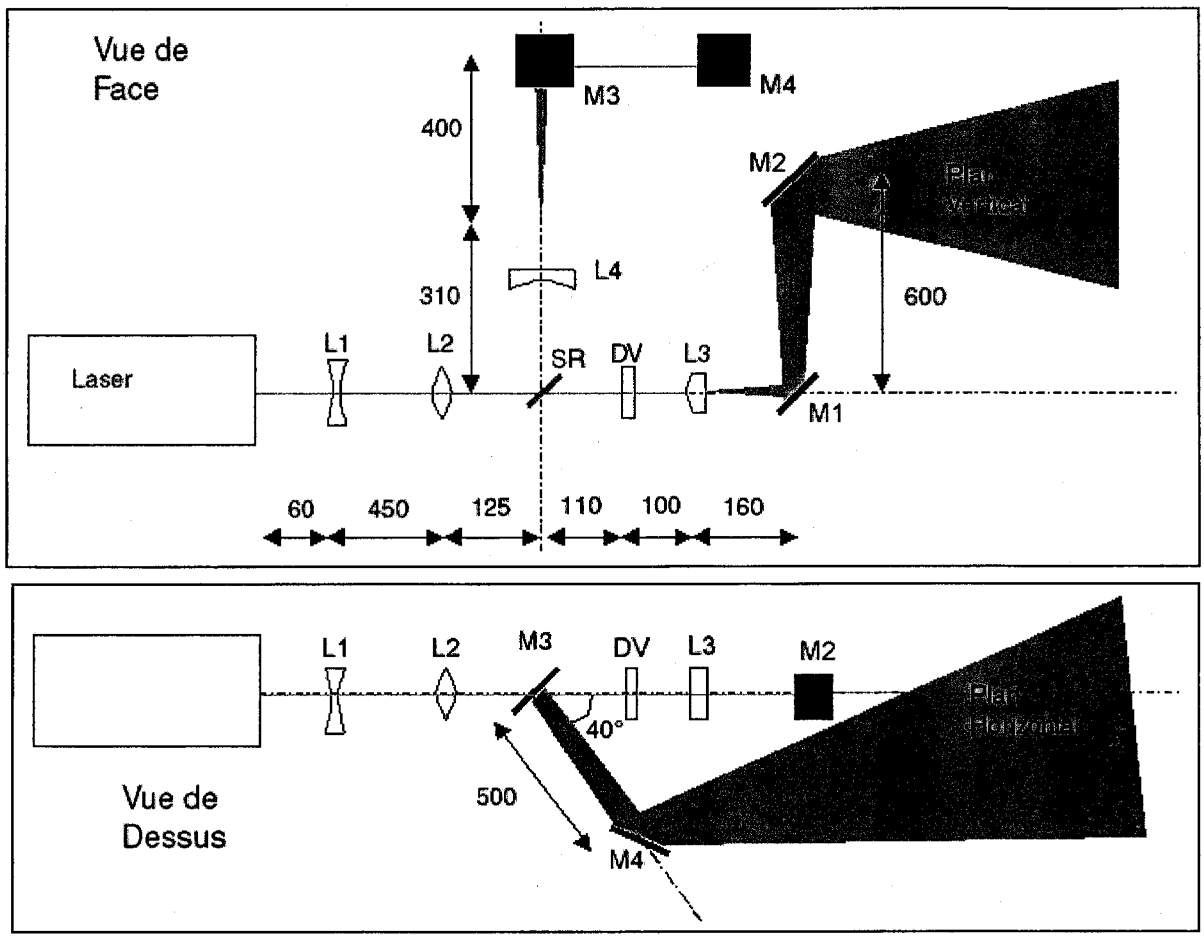


Figure 3. 6 : Dispositif optique de la deuxième campagne (les longueurs sont exprimées en mm).

Le plan est dans ce cas horizontal et rentre par un des côtés de l'aquarium. Des plans à différentes hauteurs ont été réalisés afin d'obtenir des vues du tourbillon à différents instants. Ceci est obtenu en modifiant la position de la lentille L2 et du miroir M2. La hauteur h (figure 3.6) est alors variable.

3-2.1.2.3 Troisième campagne

Pour cette dernière campagne, deux plans ont été nécessaires. Or, le laser utilisé ne délivre qu'un seul faisceau. Une lame semi-réfléchissante a donc été utilisée. Celle-ci sépare le faisceau en deux. Le faisceau transmis est utilisé pour former le plan (V) et le faisceau réfléchi pour former le plan (H). Une densité linéaire variable a aussi été utilisée pour réduire l'intensité du plan (V) qui s'était révélée plus forte que celle du plan (H) (dispositif figures 3.7 et 3.8).



L1 : Lentille sphérique -100
L 2 : Lentille sphérique +500
L3 : Lentille cylindrique +40
L4 : Lentille cylindrique -40

SR : Lame semi réfléchissante
DV : Densité linéaire variable
M1, M2, M3, M4 : Miroirs

Figure 3. 7 : Dispositif optique de la troisième campagne (les longueurs sont exprimées en mm).

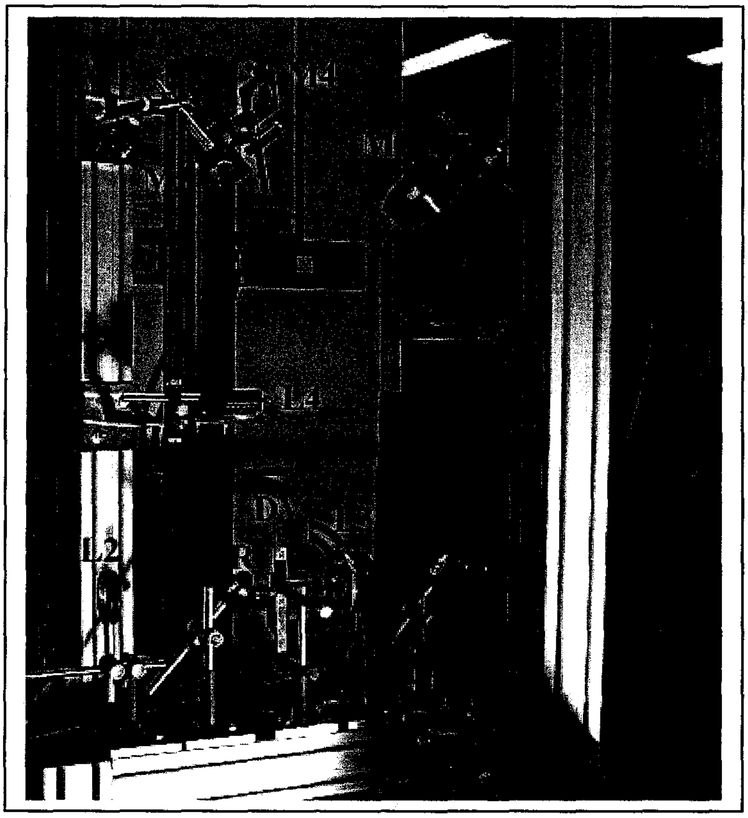


Figure 3. 8 : Photo du dispositif optique

3-2.1.3 Acquisition des images

3-2.1.3.1 Caméra Panasonic

La caméra utilisée lors des deux premières campagnes était une caméra Panasonic dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau 3.4.

Modèle	Panasonic
Type d'images	Entrelacées, couleurs
Fréquence d'acquisition (Hz)	25
Taille du CCD (pxl^2)	681x582
Taille du CCD (mm^2)	6.6x4.9
Taille du pixel (μm^2)	9.7x9.7

Tableau 3.4 : Caractéristiques de la caméra Panasonic

Le signal était transmis au PC par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition vidéo Miro DC20.

La caméra était placée sur un des côtés de l'aquarium (voir figure 3.10) et pour la deuxième campagne sous l'aquarium. Elle était munie d'un objectif de 50 mm ouvert à 2.8.

Les images enregistrées étaient entrelacées. Pour chaque image, une ligne sur deux est acquise à un temps t et les lignes intermédiaires un cinquantième de seconde plus tard. Un programme informatique a permis de séparer les deux trames des images, d'interpoler bilinéairement les deux images détramées pour obtenir deux images de meilleure qualité que la première et séparés d'un cinquantième de seconde (figure 3.9).

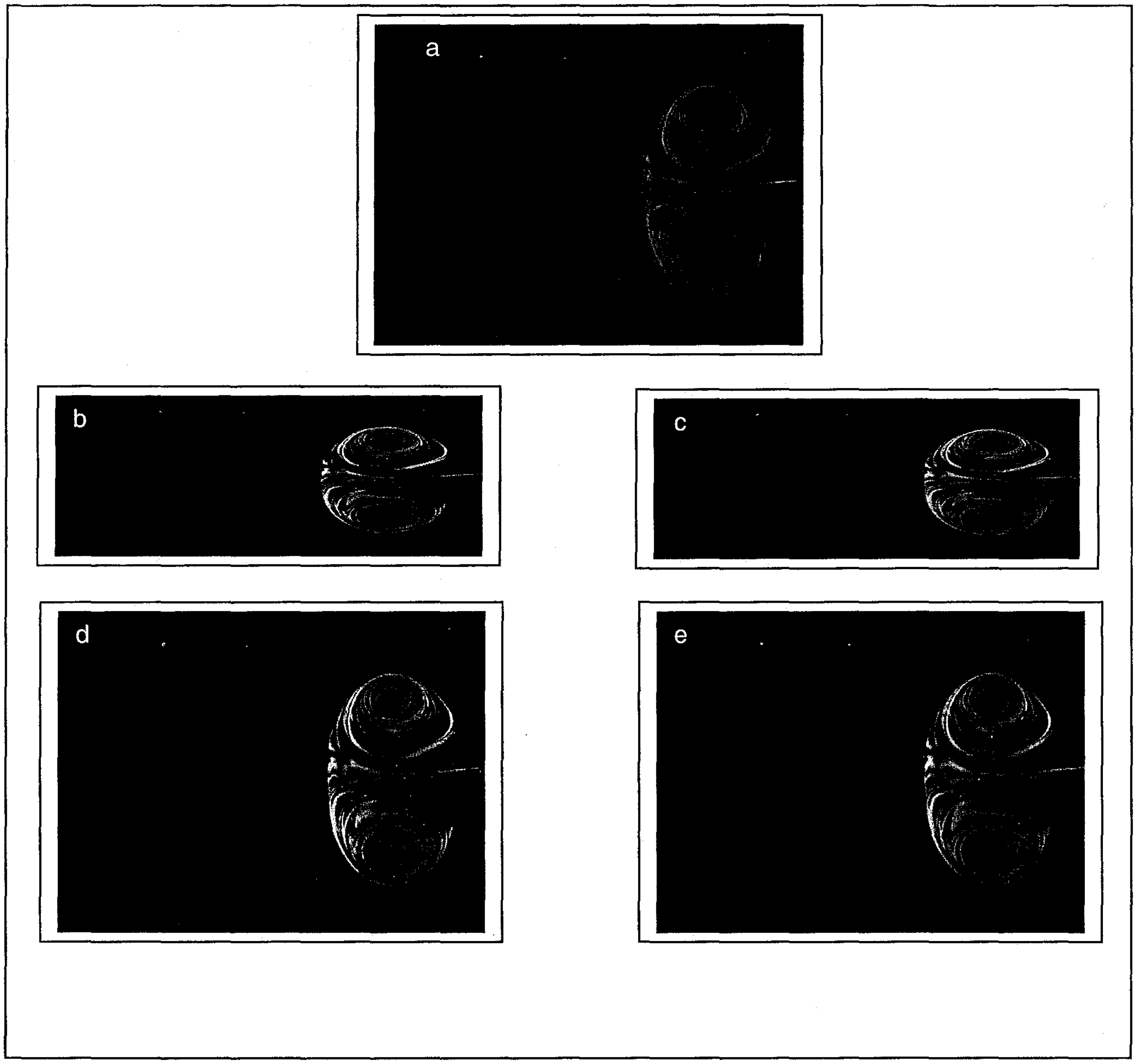


Figure 3.9 : Détramage et interpolation (a) : image brute; (b) et (c) : images détramées; (d) et (e) : images interpolées.

3-2.1.3.2 Caméra PULNIX

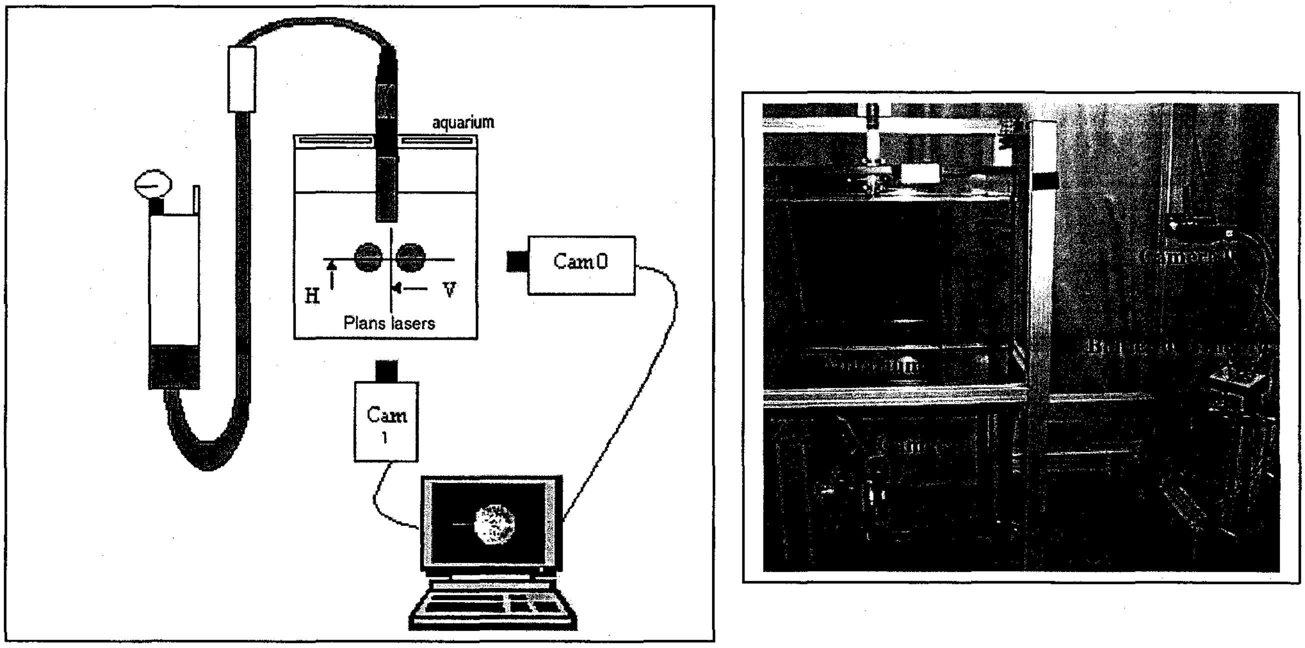


Figure 3.10 : position des caméras (troisième campagne d'essais).

Pour la troisième campagne d'essais, les enregistrements vidéo ont été réalisés avec deux caméras CCD identiques (caractéristiques dans le tableau 3.5). On constate que les pixels ne sont pas carrés, donc l'échelle n'est pas la même suivant les deux directions des images, à moins de redimensionner celles-ci. Une caméra a été placée sous l'aquarium et l'autre sur un des côtés (figure 3.10).

Modèle	Pulnix TM-9701
Type d'images	Non entrelacées, niveau de gris
Taille du CCD (px^2)	768x484
Taille du CCD (mm^2)	8,9x6,6
Taille du pixel (μm^2)	11,6x13,6
Fréquence d'acquisition (Hz)	30

Tableau 3.5 : Caractéristiques des caméras Pulnix

Les deux caméras sont synchronisées à l'aide d'un boîtier qui délivre un signal de synchro ligne et un signal de synchro trame. L'information est ensuite envoyée des caméras vers deux cartes d'acquisition Imaging Technology ICPCI, de 2 Mo de mémoire, avec module analogique, connectées à un PC. La caméra 0 est équipée d'un objectif de 50 mm et la caméra 1 d'un objectif de 35 mm. Les deux objectifs sont ouverts à 2.8 et la vitesse d'obturation était réglée à 1/125 s.

3-2.2 Essais effectués

Pour chaque type de tourbillon, des essais sont effectués à différentes étapes de la vie du tourbillon, c'est-à-dire à différentes distances Z du bord du tube. Ces altitudes sont reportées dans le tableau 3.6. Pour les deuxième et troisième campagnes, Z correspond à la distance entre le plan horizontal et le bord du tube. Pour la première campagne (où il n'y a pas de plan (H)), Z est la distance du milieu de l'image au bord du tube.

Type de tourbillon	A	B	C	D	E	F	G
Altitude Z (mm)	35	30	30	35	41	35	34
1ère campagne - plan (V)	138	128	133	112	128	133	133
	229	231	232	191	214	226	228
	329	328					
Altitude Z (mm)	238	279	139	182	238	151	151
2ème campagne - plan(H)	280	310	180	206	262	190	184
	315	342	212	244	291	230	209
	345		225	270	320	297	239
			248	284			
			260				
			280				
			294				
Altitude Z (mm)	98	98	89	80	80	80	80
3ème campagne - plan(H) et	257	257	233	204	180	164	200
(V)	287	287	262	232	220	204	250
	312	312	295	262	274	254	274
	349	349	324	280	309	309	317
				300			

Tableau 3.6 : Z(mm) pour les différents essais

Pour la première campagne, chaque essai est constitué d'une centaine d'images de taille 141x106 mm^2.

Pour la deuxième campagne, chaque essai est constitué de 20 à 25 images de taille variable : plus le plan est bas, plus il est près de la caméra et donc, plus l'échelle est grande. Cette taille varie de 215x160 mm^2 à 225x168mm^2.

Pour la troisième campagne, les essais donnaient environ 25 images exploitables dans le plan (H) dont la taille variait de 100x81 mm^2 à 149x116 mm^2 et une centaine d'images de 144x111 mm^2 dans le plan (V).
Les figures ci-dessous présentent le type de résultats obtenus lors des différentes campagnes.

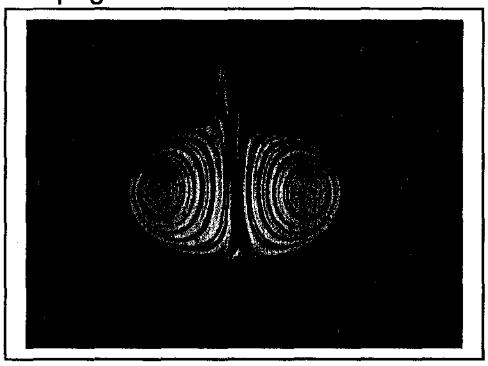


Figure 3.11 : Première campagne

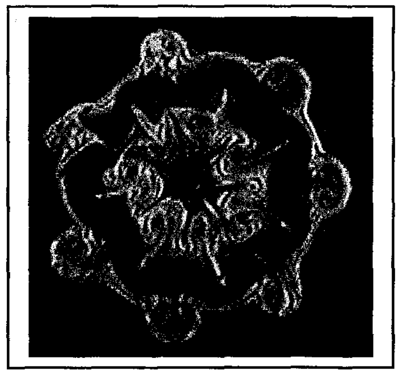


Figure 3.12: Deuxième campagne

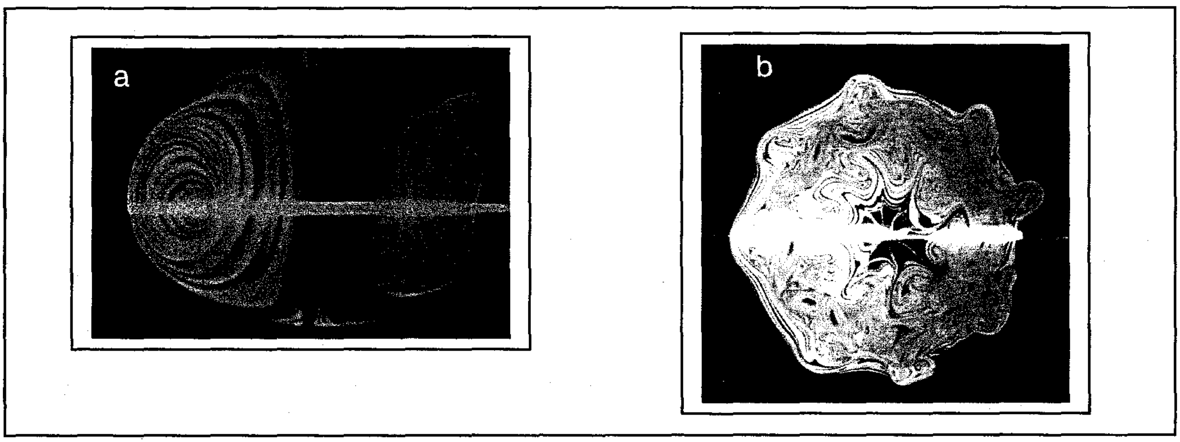


Figure 3.13 : Troisième campagne. (a) : Plan (V) ; (b) : Plan (H)

3-3 Vélocimétrie par Images de Particules

Une étude quantitative par Vélocimétrie par Images de Particules (PIV pour Particle Image Velocimetry) a été réalisée dans deux plans coupant le tourbillon torique (plan (V) et plan (H) définis précédemment). Le principe de la PIV ainsi que les principaux outils techniques et algorithmiques servant à sa mise en œuvre sont décrits en § 3-3.1. Le dispositif expérimental est présenté en § 3-3.2 ainsi qu'un calcul d'incertitude sur les résultats obtenus en § 3-3.3. Enfin, un bilan des essais est présenté en § 3-3.4.

3-3.1 Généralités

La mesure de la vitesse a toujours été l'un des objectifs majeurs de la Mécanique des Fluides expérimentale, dès lors que l'on désire quantifier des phénomènes. Plusieurs techniques ont été développées : tube de Pitot, fil chaud, et plus récemment une première technique de mesure non-intrusive : la Vélocimétrie Laser Doppler (LDV). Une des méthodes les plus récentes, qui a considérablement amélioré la connaissance des écoulements étudiés, est la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV). Cette technique, non-intrusive, permet d'obtenir deux composantes de la vitesse instantanée dans un plan de l'écoulement (C'est pourquoi, on l'appelle aussi PIV 2D2C, pour deux dimensions et deux composantes). Elle a été développée en s'inspirant des techniques de Speckle qui sont utilisées en Mécanique des Solides pour mesurer les déformations. Meynart et al (1983), Adrian (1991) et Lourenco et al (1984) ont été les premiers à développer la PIV au début des années 80. Les progrès techniques (caméra CCD, laser) ont contribué à l'expansion de cette méthode qui est aujourd'hui couramment utilisée dans les laboratoires de recherche et dans l'industrie.

3-3.1.1 Principe

Le principe de la PIV consiste à mesurer le déplacement de particules (traceurs) placées dans le fluide pendant un temps Δt. (figure 3.14)

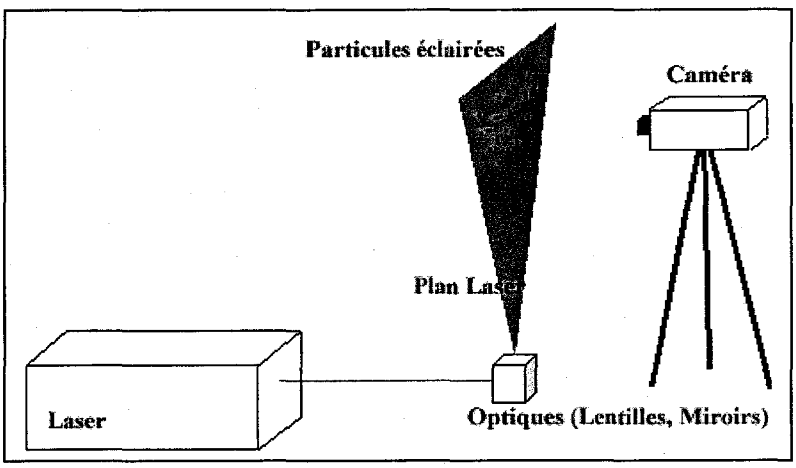


Figure 3.14 : Principe de la PIV

Les particules sont éclairées par un plan laser. Les images de particules sont acquises par un capteur photosensible (appareil photographique, caméra CCD). Si plusieurs images sont acquises sur un même cliché, on parle d'exposition multiple ; par contre, si une seule image est acquise par cliché, on parle d'exposition simple.

Il est ensuite nécessaire de calculer le déplacement des particules entre deux expositions : cela se fait par auto ou inter-corrélation des images, selon que l'on est dans un cas d'exposition multiple ou simple. Des algorithmes plus ou moins élaborés permettent ensuite d'améliorer la précision de la mesure.

3-3.1.2 Matériel

3-3.1.2.1 Traceurs

Les traceurs ont une importance primordiale dans un système de PIV ; ce sont eux qui vont permettre d'évaluer la vitesse du fluide. Il est donc nécessaire que les particules suivent parfaitement l'écoulement. Pour cela, on utilise généralement des petites particules (1 à 10 µm dans l'eau), de densité comparable à celle du fluide.

Il est à noter que l'on observe, non pas directement la particule, mais son image de diffraction. Le diamètre de l'image de diffraction d_i est donné par la formule :

$$d_i = \sqrt{M^2 d_p{}^2 + d_e{}^2} \qquad \textbf{(3.1)}$$

où d_p est le diamètre de la particule, M le grandissement et d_e le diamètre du pic principal de la figure de diffraction (Adrian (1985)):

$$d_e = 2.44(1+M).f.\lambda \qquad \textbf{(3.2)}$$

où f est l'ouverture de l'objectif et λ la longueur d'onde de la lumière .

La densité des traceurs est aussi importante ; si elle est trop faible (moins de 10^{10} particules par m^3), on suit chaque particule individuellement, on parle alors de PTV (particle tracking velocimetry) et si elle est trop forte (supérieure à 10^{12} particules par m^3) on ne distingue plus chaque particule individuellement mais on observe le résultat de l'interférence de la lumière diffusée par chaque particule, le speckle : on peut aussi mesurer un champ de vitesses à partir des images de speckle en utilisant la LSV (Laser Speckle Velocimetry).

3-3.1.2.2 Illumination

Les mesures sont effectuées dans un plan ; en conséquence, la source de lumière la plus couramment utilisée en PIV est le laser puisqu'il fournit une lumière monochromatique de haute énergie qui peut être aisément transformée en nappe laser. Pour des écoulements très lents, on peut utiliser un laser continu (type Argon-Ion), mais la plupart des applications de PIV se font avec des laser pulsés qui délivrent des impulsions très courtes (10 ns environ) et très énergétiques (jusqu'à plus de 1J par impulsion pour certains lasers et plutôt quelques centaines de millijoules la plupart du temps). Le type de laser le plus utilisé pour les expériences de PIV est le laser Nd:Yag, mais on peut trouver certaines applications avec des lasers rubis ou à vapeurs de cuivre. (Pour plus d'informations sur les lasers utilisés en PIV, se reporter à Raffel et al (1998) §2.2).

3-3.1.2.3 Acquisition des images

Les premières expériences de PIV ont été réalisées à l'aide d'appareils photographiques. Cependant, depuis que Willert et Gharib (1991) ont présenté une première expérience de PIV utilisant des caméras CCD à trames non entrelacées, l'utilisation de ces dernières s'est généralisée puisqu'elles offrent l'avantage de pouvoir visualiser en temps réel les images (donc d'ajuster les paramètres de l'expérience) et d'accélérer considérablement le traitement des résultats.

3-3.1.3 Analyse de clichés

La technique d'inter-corrélation, présentée ici, se rapporte aux images à exposition simple (les deux clichés aux instants t et t+Δt sont pris sur des images différentes). Son usage est aujourd'hui quasiment exclusif. L'autre technique d'analyse des clichés (auto-corrélation) est utilisée pour les images avec exposition multiple, qui ne sont plus beaucoup employées.

3-3.1.3.1 Inter-corrélation

En PIV, la vitesse est déterminée à partir d'une corrélation qui estime le déplacement des particules entre deux images prises aux instants t et t+Δt (Kean et Adrian (1992)).
La première étape consiste à diviser les images en petites fenêtres qui vont être analysées (les figures 3.15 a et b présentent les images aux instants t et t+Δt et les figures 3.15 c et d deux fenêtres issues de chacune des images): les tailles typiques de ces fenêtres varient généralement entre 16x16 pixels et 64x64 pixels. Le découpage de ces fenêtres peut s'effectuer avec un certain recouvrement (ou overlapping, exprimé généralement en pourcentage de la taille de fenêtre). On travaille alors avec des fenêtres qui se chevauchent. Si on note $I_1(i,j)$ et $I_2(i,j)$ l'intensité lumineuse dans des fenêtres des images 1 et 2 au point i et j ; la fonction d'inter-corrélation discrète est donnée par (pour des fenêtres de dimension KxL pixels) :

$$R(x,y)=\sum_{i=-K}^{K}\sum_{j=-L}^{L}I_1(i,j)*I_2(i+x,j+y) \qquad \textbf{(3.3)}$$

Ce calcul s'effectue directement ou, pour gagner du temps de calcul, par transformée de Fourier discrète ou rapide (FFT). Quelle que soit la méthode, le résultat de l'inter-corrélation va présenter un pic en x_0 ,y_0 (où x_0 et y_0 sont des entiers) qui représente le déplacement moyen des particules dans cette fenêtre (figure 3.15 e). Ce résultat donne un déplacement au pixel près.

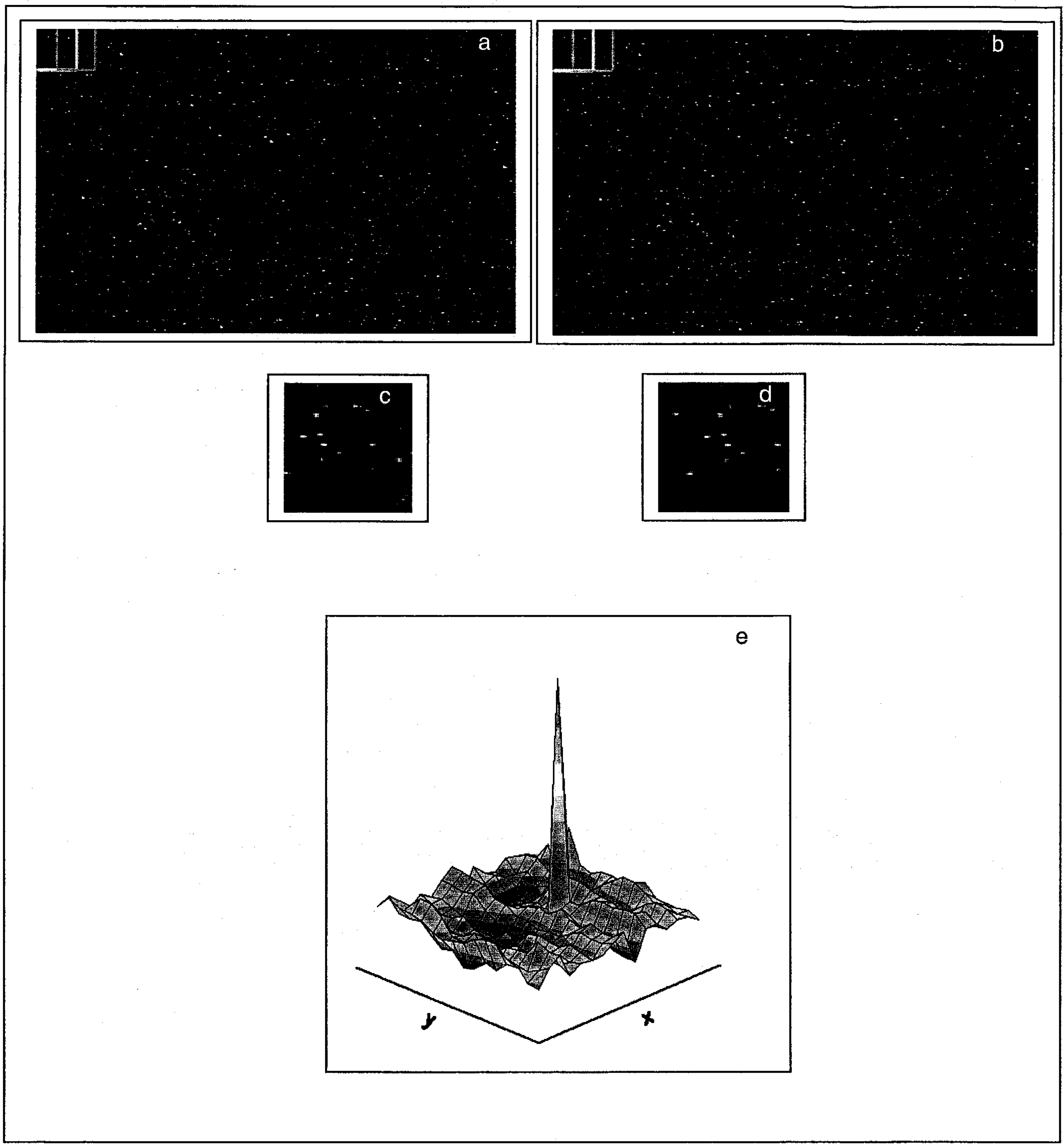


Figure 3.15 : Calcul du déplacement par inter-corrélation des images de particules - a : image à l'instant t - b : image à l'instant t + Δt - c : fenêtre de 64x64 pixels à l'instant t - d : fenêtre de 64x64 pixels à l'instant t + Δt - e : résultat de l'inter-corrélation

3-3.1.3.2 Interpolation sub-pixel

Willert et Gharib (1991) ont montré que l'on pouvait avoir une précision inférieure au pixel en interpolant les valeurs entières de la fonction de corrélation.

Si le maximum de la fonction d'inter-corrélation est au pixel i, l'idée est de faire passer une courbe par les points $(i-1;R(i-1)),(i,R(i)),(i+1,R(i+1))$ (figure 3.16) et de chercher le maximum de cette courbe : l'abscisse de ce point correspond au déplacement des particules Δu en pixels (figure 3.16).

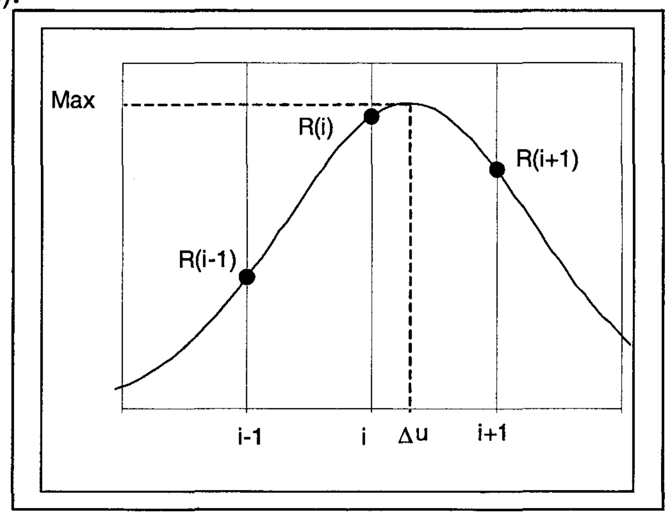


Figure 3.16 : Fonction gaussienne passant par trois points

Différentes fonctions ont été testées (centroïde, parabolique, gaussienne : cf Willert et Gharib (1991), Fincham et Spedding (1997)). Il en ressort que la gaussienne donne les résultats les plus précis. (L'explication théorique viendrait du fait que les images de diffraction des particules sont des fonctions d'Airy, qui sont bien approchées par des gaussiennes. Leur inter-corrélation doit donc l'être aussi (Raffel et al (1998)).

Ainsi la technique la plus courante, proposé par Lourenco et Krothopali (1995) est l'utilisation de deux gaussiennes mono dimensionnelles (l'une suivant l'axe des abscisses et l'autre suivant l'axe des ordonnées) passant par trois points donnant donc les deux composantes du déplacement. Cependant d'autres fonctions sont utilisées : deux gaussiennes mono dimensionnelles sur 5 points, gaussienne bidimensionnelle sur 9 ou 25 points.

3-3.1.3.3 Méthode de translation de fenêtre (shift local)

Une erreur dans les calculs de corrélation survient lorsque des particules sortent de ou entrent dans la fenêtre d'interrogation entre les instants t et t+Δt. Cela diminue l'amplitude du pic de corrélation et augmente le bruit (le rapport signal sur bruit diminue fortement). Une méthode introduite par Westerweel (1997b) et Lecordier (1997) consiste à déplacer les fenêtres de l'image 2 par rapport à l'image 1. Cette méthode nécessite plusieurs étapes. Une première passe de PIV permet de connaître le déplacement des particules dans chaque fenêtre. Lors de la deuxième passe, chaque fenêtre de l'image 2 est déplacée de la valeur locale du déplacement obtenu précédemment. La fenêtre "suit" donc les particules dans leur déplacement (figure 3.17).

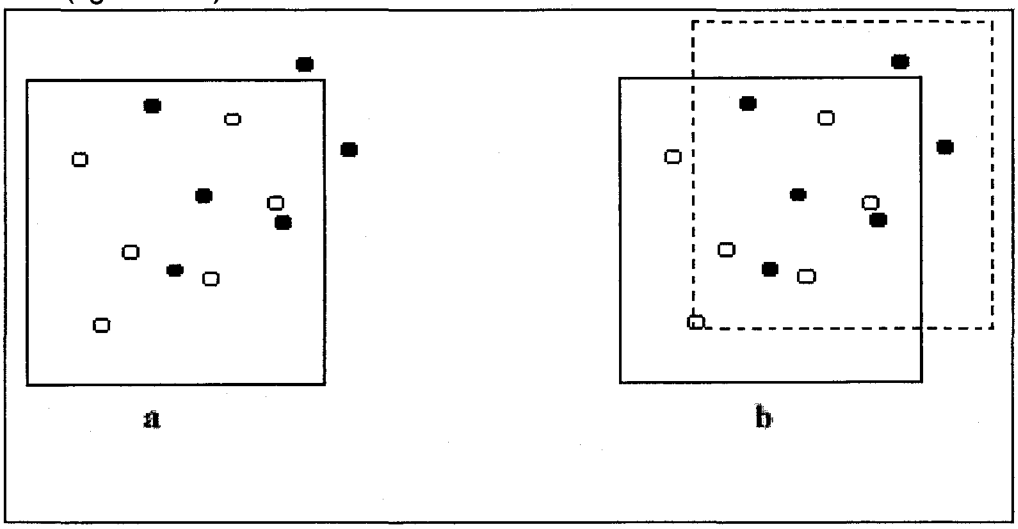


Figure 3.17 : Particules à l'instant t (○) et t+Δt (•) sans décalage de fenêtre (a) et avec décalage de fenêtre (b - fenêtre décalée en pointillé).

La méthode la plus simple consiste à déplacer les fenêtres d'un nombre entier de pixels (Westerweel et al (1997)). Notons qu'il est cependant possible d'utiliser une méthode de décalage sub-pixel, qui nécessite toutefois de recalculer (par interpolation) les points des fenêtres déplacées (Lecordier (1997)).

3-3.1.3.4 Suppression des vecteurs aberrants

Après le calcul d'une carte de vitesse, il n'est pas rare d'avoir des vecteurs dont le module ou la direction sont aberrants par rapport au reste de l'écoulement (figure 3.18 a). L'idée est de repérer ces vecteurs, de les supprimer et de les remplacer par des vecteurs plus cohérents avec le reste de l'écoulement (Foucault et al (200)).

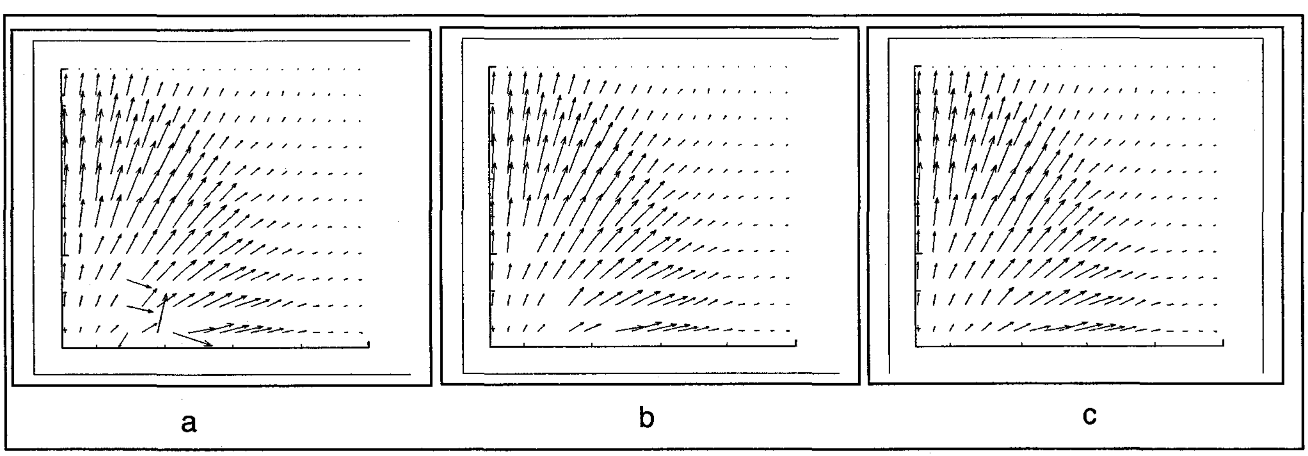


Figure 3.18 : Cartes de vitesses brute (a), nettoyée (b), interpolée (c)

Une première méthode pour tester si ces vecteurs sont bons ou non, est de valider la qualité du calcul qui les a produits. Cela se fait en analysant le rapport signal sur bruit des pics principaux (Kean et Adrian (1992)). Toutefois cette méthode, guère efficace, est peu utilisée en PIV. La méthode la plus couramment utilisée consiste à comparer chaque vecteur avec ses voisins (Carlier (2001)).

Rappelons que lors d'un calcul de PIV, le vecteur vitesse choisi correspond au pic le plus haut du corrélogramme. Mais on peut définir aussi d'autres "candidats" pour être le bon vecteur vitesse, qui correspondent par exemple au deuxième ou au troisième pics le plus intense.

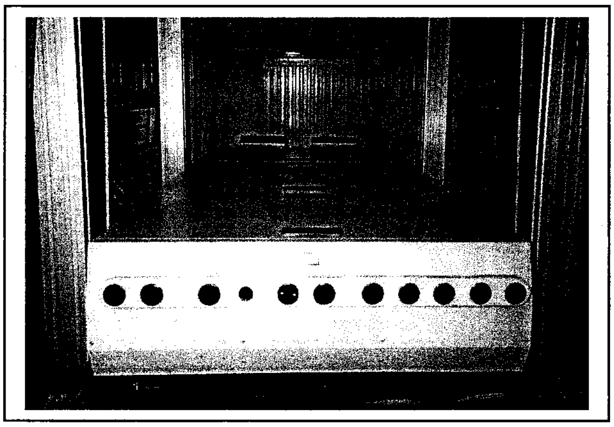
La première étape consiste à comparer chaque vecteur à ses huit voisins. En pratique, on compare la valeur du vecteur avec la médiane des huit voisins (Westerweel (1994)) et non avec la valeur moyenne, qui pourrait induire un biais si une des données était largement fausse.

On compare aussi les deux autres candidats ; si l'un des trois convient, on le garde. Si aucun des trois pics ne convient, on supprime le vecteur. On obtient une carte dite nettoyée avec des vecteurs manquant à certains points de maillage (figure 3.18 b). Il peut être gênant d'avoir des trous dans les cartes de vitesses pour calculer des grandeurs telles que la vorticité : on peut les remplacer en interpolant les vecteurs voisins (figure 3.18 c).

Comme pour toute méthode de mesure, il est nécessaire, avant de l'utiliser, d'identifier les sources d'erreur et leur influence. Les principales sont identifiées en Annexe 4.

3-3.2 Dispositif

La source de lumière est un laser Nd:Yag PVL spécial série 5000 de chez BMI (figure 3.27). Il est composé de quatre lasers modèle 5013 DNS 10. La longueur d'onde la plus énergétique émise par ce laser est λ=1064 nm (infra rouge). Pour émettre un faisceau visible par l'œil humain et détectable par les capteurs photosensibles il passe dans un doubleur de fréquence qui permet d'obtenir un faisceau vert (λ=532 nm). L'énergie est alors de 330mJ/impulsion à 10Hz. La durée de l'impulsion est d'environ 5 ns. Les quatre voies du laser ont été utilisées lors des expériences (2 voies pour le plan horizontal et 2 voies pour le plan vertical). Les voies 2 et 4 (plan(V)) avaient pour énergie 225 mJ par impulsion et les voies 1et 3 (plan(H)) 200 mJ. Le Δt était de 15 ms entre les impulsions 2 et 4 et de 10 ms pour les voies 1 et 3. L'énergie était plus faible car le laser travaillait à 15 Hz pour être synchronisé avec les caméras.



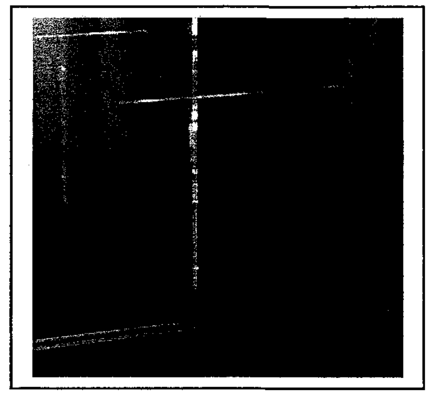


Figure 3.19 : Laser

Figure 3.20 : Plans lasers

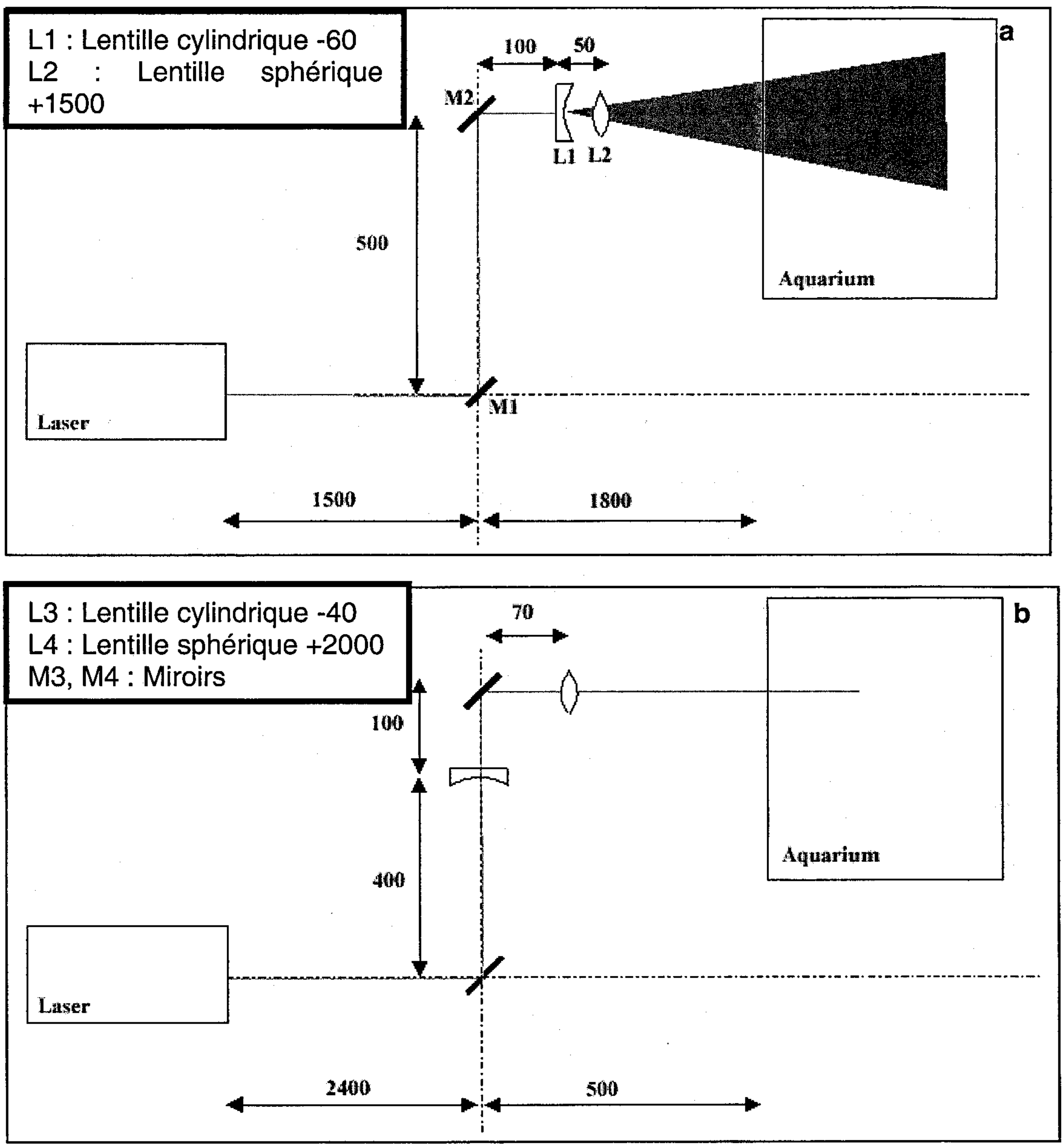


Figure 3.21 : Dispositif optique PIV pour les plans (V), figure a et (H), figure b

Deux plans lasers étaient générés, l'un horizontal et l'autre vertical (figure 3.20). La figure 3.21 présente le dispositif.

Contrairement aux expériences de tomoscopie, les plans lasers ici ne bougeaient jamais. Pour pouvoir observer les tourbillons à différents stades de leur évolution, on changeait l'altitude du tube d'injection. De cette façon, les réglages caméras et laser étaient faits une fois pour toute.

Les particules utilisées sont celles naturellement présentes dans l'eau du robinet. (comme c'est le cas pour certaines expériences en eau (Raffel et al (1998), Dupont et al (2002), lorsque l'on dispose d'un laser assez puissant). Elles présentent l'avantage d'avoir un diamètre assez petit (de l'ordre du micron) et une densité voisine de celle de l'eau. Les caméras utilisées sont les deux caméras PULNIX (tableau 3.5) Elles sont synchronisées par un boîtier de synchronisation qui commande aussi l'horloge du laser. Comme lors des expériences de tomoscopie, une caméra (caméra 0) a été placée sur un des côtés de l'aquarium et l'autre (caméra 1) sous l'aquarium. La caméra 0 est équipée d'un objectif de 50 mm ouvert à 2.8 et la caméra 1 d'un objectif de 35 mm ouvert à 2.8.

3-3.3 Méthode de dépouillement

Le logiciel utilisé pour dépouiller les résultats a été développé par le laboratoire (PIV_GML). Il calcule l'inter-corrélation par transformée de Fourier rapide. L'interpolateur sub-pixel utilisé consiste en deux fonctions gaussiennes mono dimensionnelles sur trois points. Le logiciel permet de réaliser des translations de fenêtres (shift) discrètes (pour des nombres entiers de pixels).

Le dépouillement dans le plan (H) a été assez difficile car deux facteurs défavorables se sont conjugués :

- On travaillait sur des tourbillons dont le centre était très peu ensemencé.
- Il existait une forte composante normale puisque l'on était dans une direction normale à la direction du plan laser.

Par conséquent, certaines zones ne contenaient que très peu de vecteurs corrects.

3-3.3.1 Prédiction temporelle

Détaillons la méthode classique de dépouillement en PIV (Scarano et Riethmuller (1999)). Considérons, par exemple, le cas où l'on désire obtenir un dépouillement sur des fenêtres de 32x32 pixels. On commencera par une première passe en 64x64 sans décalage de fenêtre (pour cette taille de fenêtre, on a une bonne corrélation puisqu'elle contient un grand nombre de particules). On se sert alors de ces résultats pour créer un maillage qui va servir à décaler les fenêtres pour une passe en 32x32.

On parle dans ce cas d'une méthode de "prédiction spatiale" puisqu'un vecteur défini sur une zone de 64x64 pixels sert à prédire quatre vecteurs dans des zones de 32x32.
Dans notre cas, cette méthode ne fonctionne pas bien, car il existe des zones où quelle que soit la taille de la fenêtre, on obtient des vecteurs aberrants. Il faudrait pour ces zones connaître l'ordre de grandeur de la vitesse afin de pouvoir appliquer un décalage de fenêtre qui améliore la corrélation.

La démarche utilisée est partie du constat de la similarité entre deux cartes consécutives (figure 3.22).

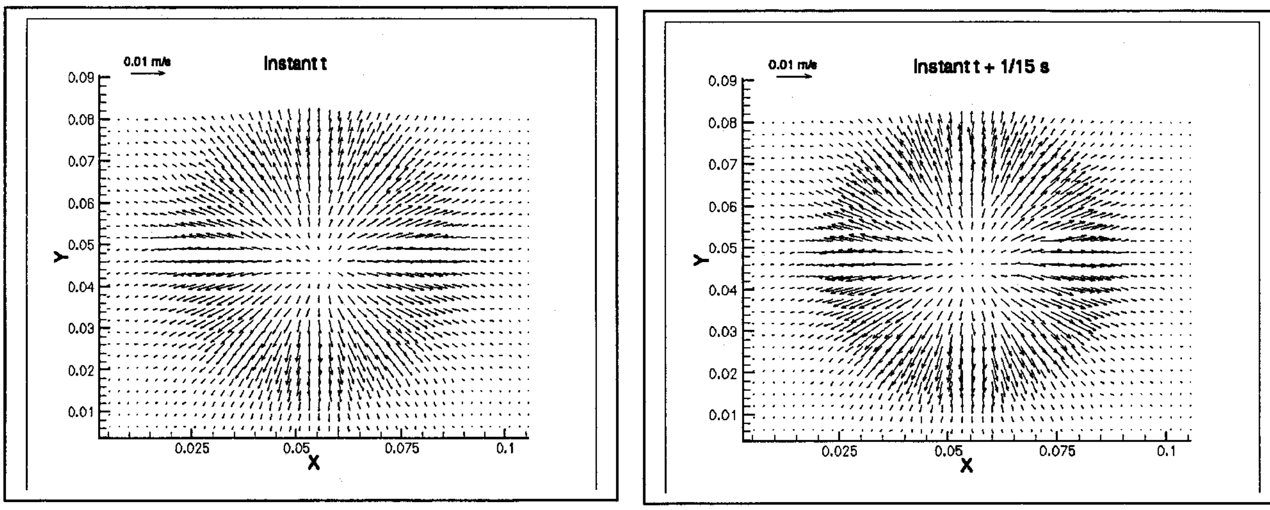


Figure 3.22 : Cartes de vitesses consécutives dans le plan (H)

L'idée est alors de se servir d'une carte pour prédire la suivante. On démarre donc de cartes où le mouvement est très lent (en amont du tourbillon), donc la corrélation très bonne, pour aller progressivement vers des vitesses élevées (dans le tourbillon). Pour cette méthode on peut alors parler de prédiction temporelle, puisque c'est une carte à un instant donné qui sert à prédire la vitesse au même endroit à l'instant suivant.

3-3.3.2 Traitement d'images.

Les cœurs de tourbillons sont des zones très peu ensemencées ; par conséquent, la détermination de la vitesse dans ces zones est particulièrement ardue. Cela est surtout vrai pour les plans horizontaux puisque ces zones sont très grandes. L'idée est d'essayer de faire participer à la corrélation des particules très peu lumineuses.
Les images des caméras sont codées sur 8 bits : à chaque pixel de l'image correspond une valeur comprise entre 0 et 255 donnant son niveau de gris. 0 correspond au noir et 255 au blanc. L'histogramme de nos images de particules fait apparaître un niveau de bruit environ à 60, les particules très lumineuses sont supérieures à 90. Mais le plus grand nombre de particules est compris entre 60 et 90. L'idée est donc de rehausser le niveau de ces particules par rapport au bruit.

La première étape du calcul consiste à évaluer le niveau de bruit pour chaque pixel. Il correspond au niveau de bruit des caméras plus la lumière diffusée par les particules, plus les lumières parasites. Pour chaque pixel, on analyse une série d'images consécutives, pour un fluide en mouvement, et on retient la valeur minimale de niveau de gris pour ce pixel. Cette valeur correspond à un instant ou il n'y pas de particules sur le pixel. Ce niveau b(i,j) correspond uniquement à du bruit de mesure.

La deuxième étape est le traitement d'images à proprement parler : on note N(i,j) le niveau de gris dans l'image brute et T(i,j) le niveau de gris dans l'image traitée pour le pixel en position i,j.

On effectue alors l'opération :

$$T(i,j) = 255 - E\left(\frac{255 * b(i,j)}{N(i,j)}\right) \quad \textbf{(3.4)}$$

où E est l'opérateur partie entière.

Le terme $\left(\frac{b(i,j)}{N(i,j)}\right)$ est l'opération fondamentale (le reste ne sert qu'à recoder chaque pixel en un entier compris entre 0 et 255). C'est elle qui permet d'accentuer le niveau par rapport au bruit des particules peu lumineuses . Pour illustrer notre propos, considérons trois cas pour lesquels le niveau de bruit $b(i,j)$ est à 60 (ce qui correspond globalement à nos images):

- Cas 1 : le pixel est au niveau du bruit à 60 : $N_1(i,j) = b(i,j)$. On a $T_1(i,j)=0$ (le bruit est ramené au niveau le plus bas).
- Cas 2 : une particule très lumineuse se trouve sur le pixel : $N_2(i,j) = 160$. On a alors $T_2(i,j)=160$ (les particules lumineuses restent lumineuses).
- Cas 3 : une particule peu lumineuse se trouve sur le pixel : $N_3(i,j) = 75$. Dans ce cas, $T_3(i,j)=51$. Son niveau absolu baisse, mais son niveau relatif par rapport au bruit augmente (la différence entre cette particule peu éclairée et le bruit était de 15 niveaux de gris, elle est maintenant de 51). Elle apparaît donc plus lumineuse.

L'effet de cette opération est visible si l'on compare le niveau de gris sur une ligne d'une image traitée et d'une image non traitée (figure 3.23); les petits pics ressortent plus sur une image traitée. Alors que l'on ne pouvait dénombrer que 3 pics, et donc 3 particules sur l'image non traitée (figure 3.23a) sur l'image non traitée, on en a 8 sur l'image traitée (figure 3.23 b)

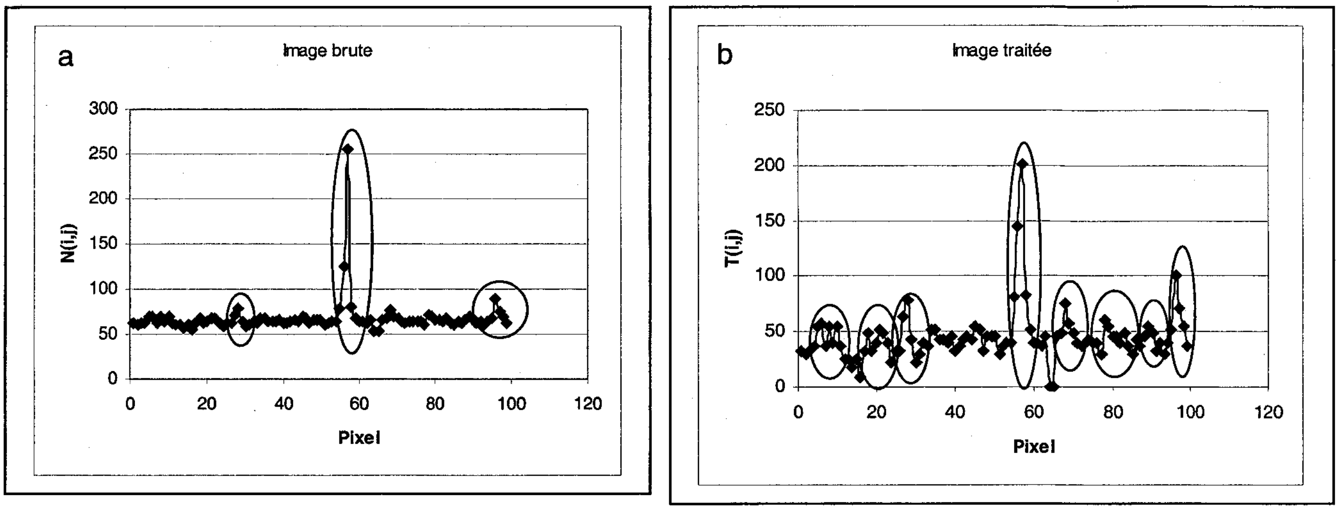


Figure 3.23 : Niveau de gris d'une image brute (a) et d'une imagée traitée (b)

Le traitement est visible sur les images de particules (figure 3.24) : le fond de l'image traitée est beaucoup plus noir et les particules ressortent plus.

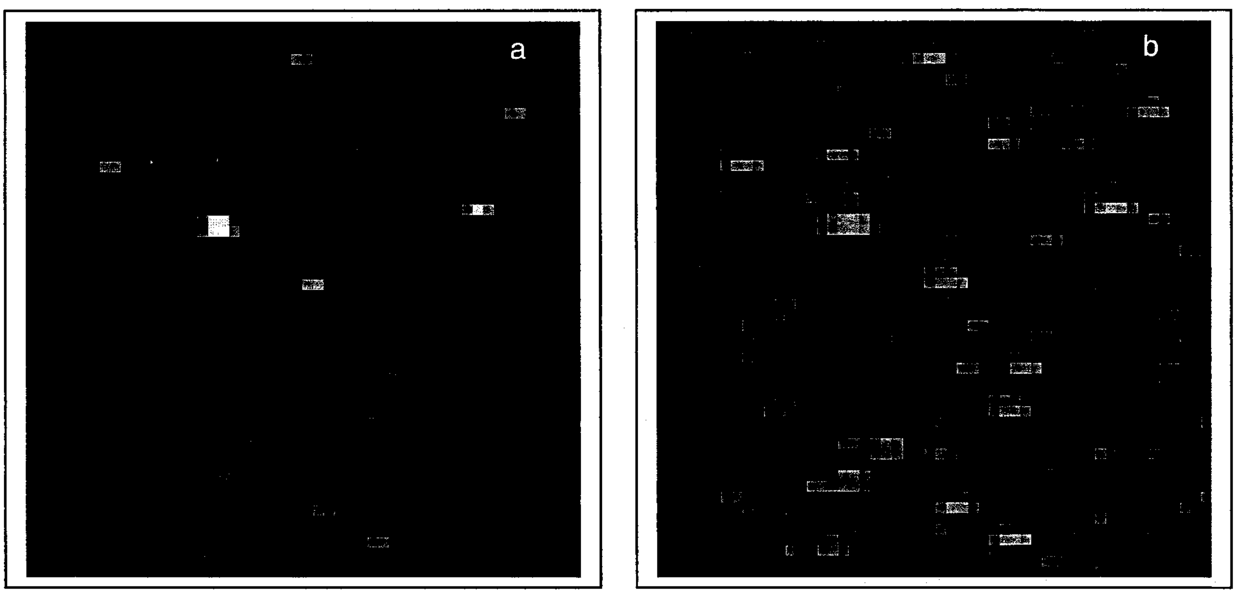


Figure 3.24 : Images de particules brute (a) et traitée (b)

Le nombre de vecteurs faux diminue (figure 3.25), passant d'une centaine de vecteurs faux par carte à une dizaine.

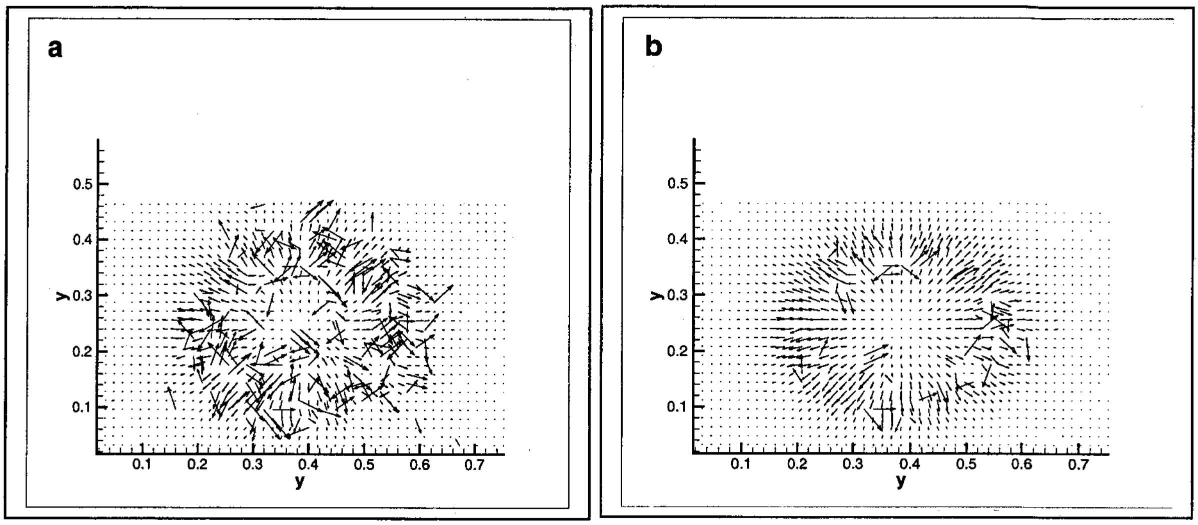


Figure 3. 25 : Cartes de vitesses réalisées à partir d'images brutes (a) et d'images traitées (b)

Une légère variation, de l'ordre du dixième de pixel, des résultats obtenus pour les images traitées ou non est observée. Cette différence apparaît donc au niveau du calcul sub-pixel. En conséquence, nous allons étudier l'influence du peak-locking (définition en Annexe 4 § A4-1) sur les images traitées et non-traitées en regardant l'histogramme de la partie décimale du déplacement des particules en pixels. Sous l'effet du peak-locking, il y a plus de vecteurs pour des déplacements proches des entiers. Entre les images brutes et traitées, les différences sont minimes. Le traitement semble même atténuer légèrement le peak-locking et donc améliorer la qualité de nos résultats.

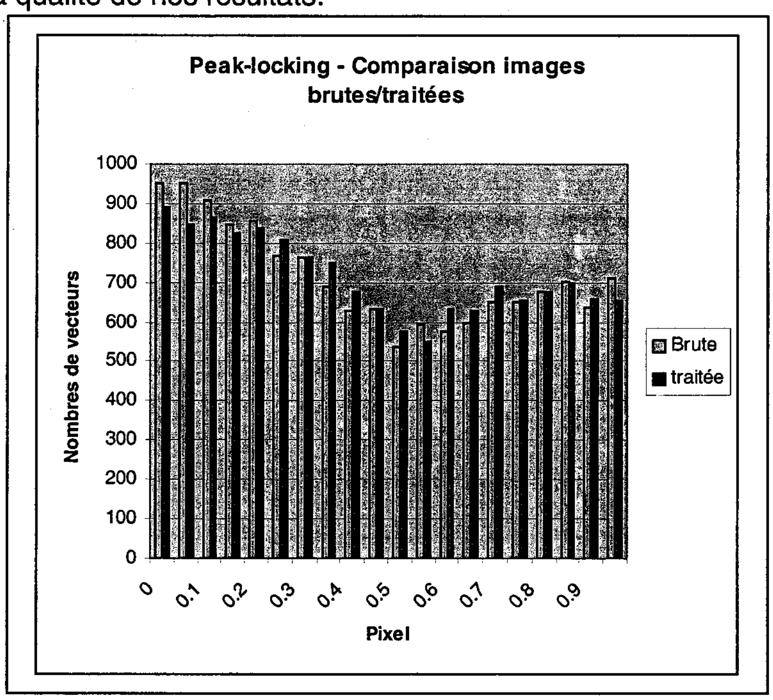


Figure 3. 26 : Peak-locking : comparaison entre les images brutes et les images traitées

3-3.3.3 Vue d'ensemble de la méthode.

Le calcul de PIV n'a pas été mené de la même manière dans le plan (V) et dans le plan (H) (ou le dépouillement des résultats a été difficile). Dans les deux cas, les images ont d'abord été transformées par le traitement défini en § 3-3.3.2. Dans le plan (V), une première passe en 64x64 avec un recouvrement de 50% est utilisée pour définir un shift local sur un maillage de 32x32 avec recouvrement de 50 %. Trois passes successives sont ensuite réalisées en 32x32 avec recouvrement de 50% et shift local (figure 3.27). Pour le plan (H), chaque carte était calculée par trois passes successives en 32x32 avec shift local. Elle sert ensuite pour prédire la carte suivante (figure 3.28). Alors que les calculs dans le plan (V) autorisent un traitement par lot, dans le plan (H), ils devaient être menés carte par carte.

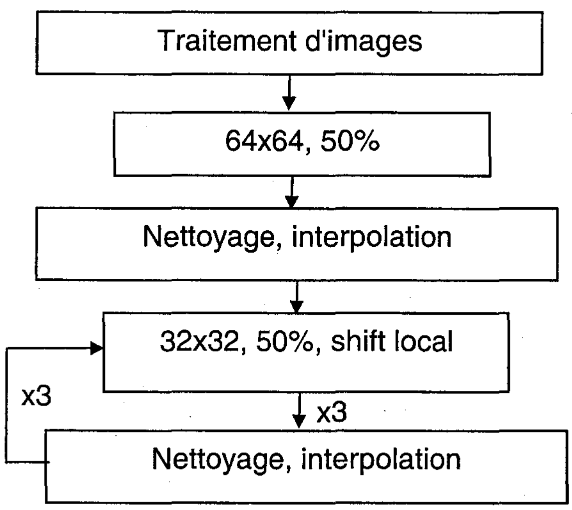


Figure 3.27 : Méthode de dépouillement plan (V)

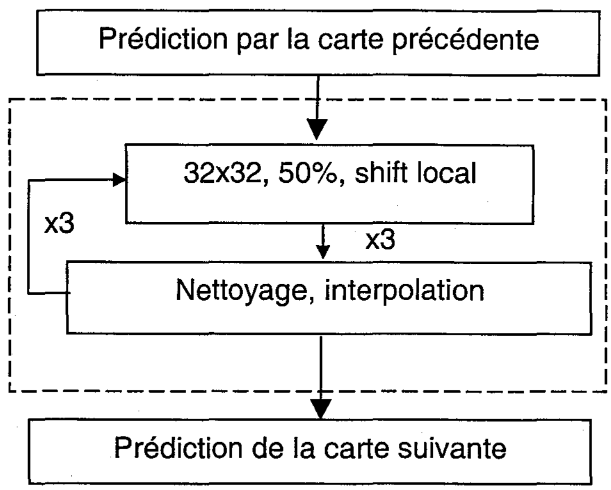


Figure 3.28: Méthode plan (H)

3-3.4 Calcul d'erreur

3-3.4.1 Plan vertical

Un calcul de l'erreur RMS a été effectué sur 100 images de particules, fluide au repos. On trouve suivant x une erreur $\varepsilon_{\text{Rms,x,repos}} = 0.11$ pxl et suivant y $\varepsilon_{\text{Rms,y,repos}} = 0.05$ pxl. L'erreur de biais, dans ce cas était très faible $\varepsilon_{biais,x,repos} = 0.022$ pxl et $\varepsilon_{\text{biais,y,repos}} = 0.004$ pxl . On suppose que ce calcul tient compte de l'influence du diamètre des particules, de leur densité, du bruit de fond des caméras, des aberrations optiques. Le reste de l'erreur est dû au mouvement des particules.

Les particules naturellement en suspension dans l'eau ont un diamètre de l'ordre de 1 micron. La formule 2 (§ 3-3.1.2.1) permet de calculer la taille de la tache de diffraction de l'objectif. Dans notre cas, on trouve environ 4 microns, ce qui correspond à 0.3 pixel environ. L'analyse des clichés montre des images de particules dont la taille varie de 1 pixel à 5 pixels avec une valeur moyenne de 1,7 pixels. Ceci s'explique par le fait que l'objectif fonctionne à pleine ouverture (2,8) et qu'il existe certainement une aberration sphérique non-négligeable qui augmente la taille des images de particules. Le nombre total de particules par images a été évalué. On a environ 8 particules par fenêtre. Pour une telle densité et pour des particules de cette taille, le peak-locking (défini en Annexe 4) va introduire une erreur de biais variant entre 0 et 0.02 pixel. On néglige l'erreur due au mouvement de translation des particules, puisque l'on a utilisé une technique de décalage de fenêtre qui permet de suivre les particules dans leur mouvement.

Cette technique ne permet pas de gérer l'erreur due aux gradients de vitesse présents dans l'écoulement. Afin d'évaluer ce gradient de vitesse, la figure 3.29 reporte le niveau de $\frac{\partial u}{\partial y}$ pour une carte en plan vertical.

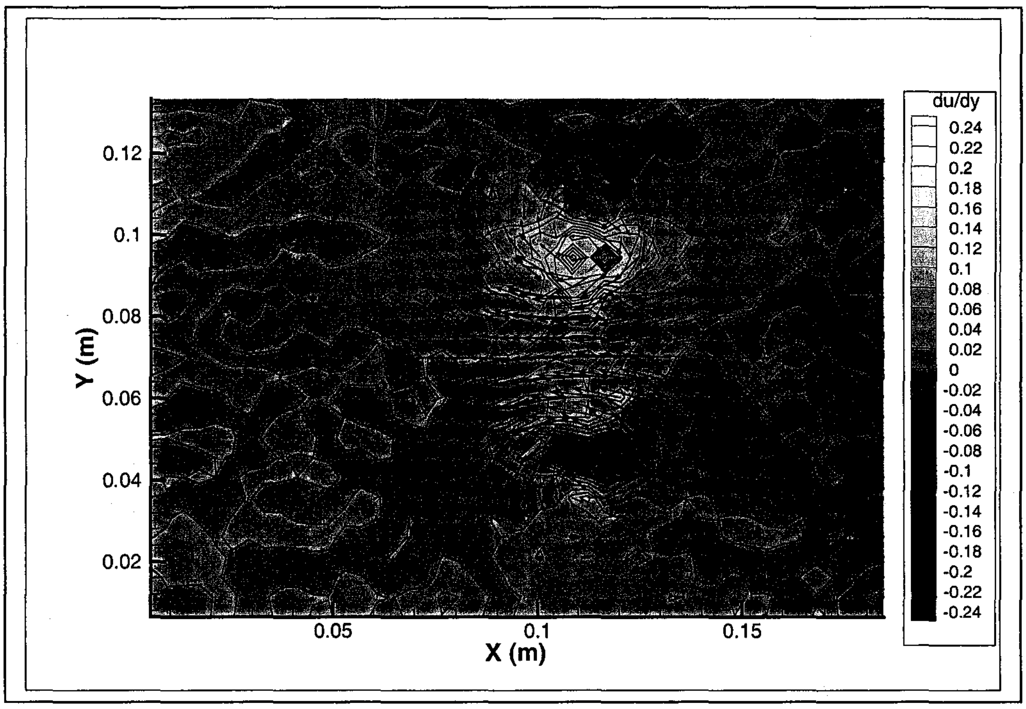


Figure 3.29 : Gradient de vitesse (en mm/mm) – plan(V) 32x32 pxl

On peut distinguer trois zones :

- Une zone à l'extérieur du cœur du tourbillon où le gradient de vitesse est inférieur à 0.04 et donc l'erreur qui lui est associée $\varepsilon_{gradient} < 0.09$ pxl (voir figure A4.6).
- Une zone intermédiaire où le gradient de vitesse est inférieur à 0.1 et donc l'erreur de l'ordre de quelque dixième de pixel
- La zone proche du cœur du tourbillon où le gradient est supérieur à 0.14 et donc l'erreur associée $\varepsilon_{gradient} > 1$ pxl.

Dans le plan (V), on est dans un plan de symétrie du tourbillon donc il n'y a pas de composante de vitesse normale au plan.

Les différentes erreurs sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

Le déplacement moyen des particules dans la zone où se trouve le tourbillon est de 7 pixels.

	Zone extérieure		Zone intermédiaire		Cœur du tourbillon	
	ε_x	ε_y	ε_x	ε_y	ε_x	ε_y
ε_{repos} (pxl) (en pixel)	0.11	0.05	0.11	0.05	0.11	0.05
Peak-locking (pxl)	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
$\varepsilon_{gradient}$ (pxl)	0.09	0.09	0.3	0.3	1	1
Total (pxl)	0.22	0.16	0.43	0.37	1.13	1.07
Erreur (%)	3.1	2.3	6.1	5.3	16.1	15.3

Tableau 3.7 : Sources d'erreur dans le plan (V)

Dans la zone extérieure du tourbillon, les résultats sont de bonne qualité (erreur de 2 à 3%), dans la zone intermédiaire, les résultats sont corrects (erreur de 5 à 6 %), par contre dans le cœur du tourbillon, les résultats seront à interpréter avec prudence puisque l'erreur est de l'ordre de 16%. Le facteur qui détermine la valeur de l'erreur est le gradient de la vitesse.

3-3.4.2 Plan horizontal

Un calcul de l'erreur RMS a été effectué sur 100 images de particules, fluide au repos. On trouve suivant x une erreur $\varepsilon_{\mathrm{Rms,x,repos}} = 0.13$ pxl et suivant y $\varepsilon_{\mathrm{Rms,y,repos}} = 0.06$ pxl. Le biais vaut $\varepsilon_{\mathrm{biais,x,repos}} = 0.023$ et $\varepsilon_{\mathrm{biais,y,repos}} = 0.005$. Le peak-locking introduit comme dans le plan vertical une erreur de l'ordre de 0.02 pixels. On néglige les particules sortant de la fenêtre par mouvement de translation. La figure 3.30 indique que le gradient de vitesse reste partout inférieur à 0.01. Il va induire une erreur de l'ordre de 0.02 pixels.

Par contre, il y a une forte composante normale au plan. Etudions tout d'abord l'influence de cette composante sur les pertes de particules. La vitesse de translation des tourbillons est d'environ 65 mm/s. Le Δt entre deux impulsions est de 10 ms; donc entre les deux impulsions, les particules se déplacent en moyenne de 0.65 mm. Comme les deux plans sont décalés de 1 mm, les particules se déplacent en fait de 0.35 mm par rapport au plan. L'épaisseur des plans est de 3 mm. Le rapport déplacement des particules sur épaisseur du plan est de l'ordre de 0,1. Cela va introduire une erreur de l'ordre de 0.02 pixels (figure A4.4 de l'annexe 4).

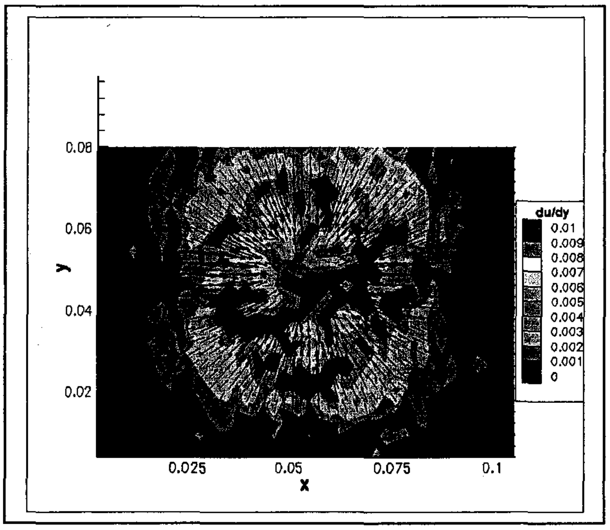


Figure 3.30 : Gradient de vitesse dans le plan H

La composante normale va induire aussi une erreur de projection. Cette dernière est fonction de la valeur du déplacement normal des particules entre les instants t et $t+\Delta t$, et de la distance de la particule à l'axe optique de notre système (cf équation 2 de l'annexe 4). Cette information peut être déterminée à partir des résultats en plan (V) en faisant des coupes de vitesse perpendiculairement à l'axe du tourbillon. Etudions tout d'abord ce qui se passe dans le plan médian du tourbillon, (plan qui contient les centres des noyaux du tourbillon, qui est aussi celui pour lequel la vitesse w est la plus importante). Une coupe dans le plan (V) nous donne accès en chaque point à la composante de la vitesse suivant $\vec{z}$, et donc à l'erreur de projection. Les résultats sont reportés figure 3.31.

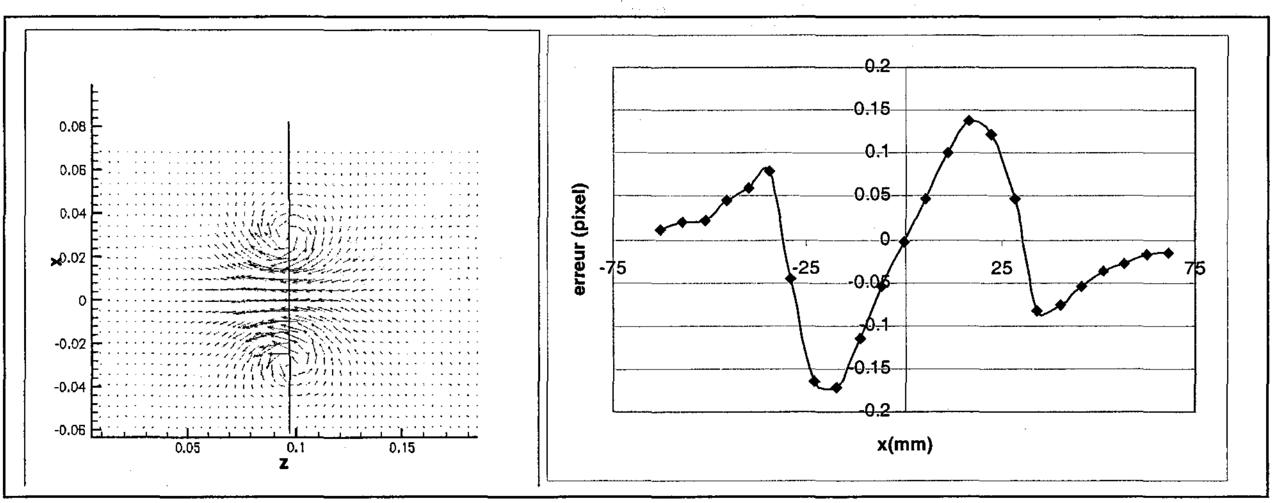
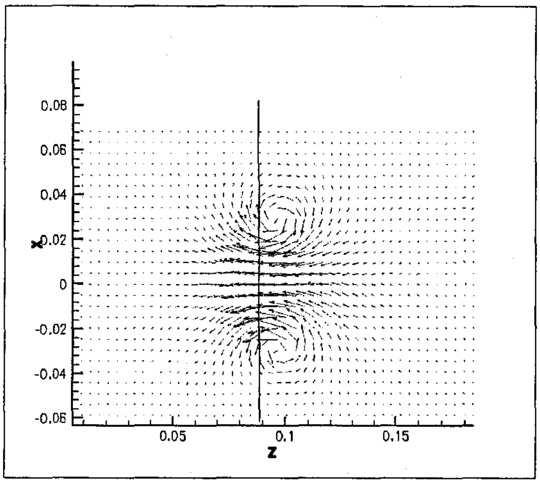


Figure 3.31 : Erreur de projection pour un plan dans le cœur du tourbillon

Dans la pratique (comme on le verra dans les chapitres suivants), on a le plus souvent travaillé sur des cartes situées avant ou après le plan médian. Considérons ce qui se passe à 9 mm du plan médian (figure 3.40). Dans ce cas, on constate que l'erreur est moins importante.



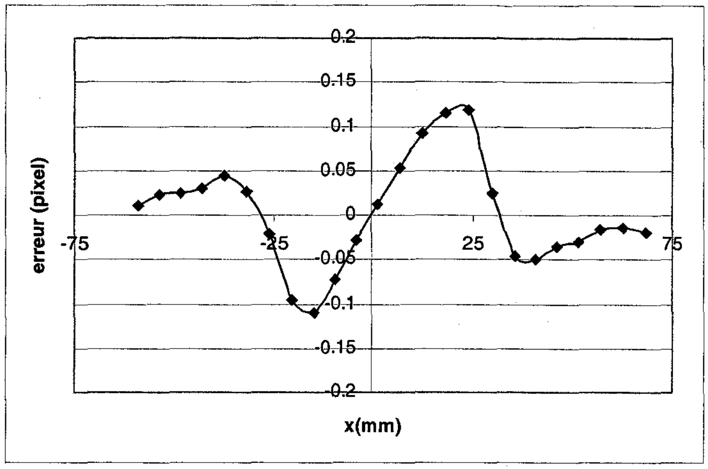


Figure 3.32 : Erreur de projection à 9 mm du cœur du tourbillon.

Le tableau 3.8 récapitule les différentes sources d'erreur dans le plan (H). Afin de déterminer l'erreur relative effectuée sur le calcul des vecteurs vitesses, il est nécessaire de connaître l'ordre de grandeur du déplacement des particules. Il est d'environ 6 pixels dans un plan décalé de 9 mm par rapport au plan médian et beaucoup plus faible dans le plan médian, de l'ordre de 2 pixels.

	9 mm du plan médian		Plan médian	
	ε_x	ε_y	ε_x	ε_y
ε_{repos} (pxl)	0.13	0.06	0.13	0.06
Peak-locking (pxl)	0.02	0.02	0.02	0.02
$\varepsilon_{gradient}$ (pxl)	0.02	0.02	0.02	0.02
W (perte de particules-pxl)	0.02	0.02	0.02	0.02
Erreur de projection	0.1	0.1	0.15	0.15
Total (pxl)	0.29	0.22	0.34	0.27
Erreur (%)	4.8	3.6	17	13.5

Tableau 3.8 : Sources d'erreur dans le plan (H)

On constate que l'erreur relative est très importante dans le plan médian (17%) mais devient tout à fait tolérable quand on s'en éloigne un peu (de l'ordre de 5%).

3-3.4.3 Bilan

On a montré que dans nos mesures de PIV, le bruit restait tout à fait tolérable (de l'ordre de 5 voire de 2%) dans la plupart des cas. Cependant on a aussi mis en évidence des zones très bruitées. Cela est dû, dans le plan vertical, à un gradient de vitesse important, et dans le plan horizontal à une forte composante normale au plan et une faible composante dans le plan. Cela illustre parfaitement la difficulté de travailler en PIV dans le cœur des tourbillons et dans des cas où la composante normale au plan est importante. Notre recherche porte sur l'étude des instabilités, le niveau de bruit est primordial. On ne pourra détecter les instabilités que lorsqu'elles seront supérieures au bruit et donc supérieures à 5% de la vitesse.

3-3.5 Bilan des essais réalisés.

Des essais ont été réalisés à différentes distances du tube d'injection afin de pouvoir observer l'évolution des instabilités. Pour chaque altitude trois réalisations ont été répétées. Les différentes altitudes sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

Type de tourbillon	A'	C'
Altitude (mm)	105	101
	201	211
	246	231
	276	261
	306	296
	336	326

Tableau 3.9 : Essais PIV

3-4 Vélocimétrie par Images de Particules Stéréoscopique.

3-4.1 Principe de la stéréoscopie

La Vélocimétrie par Images de Particules Stéréoscopique est une évolution de la PIV permettant de mesurer les 3 composantes de la vitesse dans un plan (Prasad (2000) en a fait la synthèse). Comme toute méthode stéréoscopique, elle utilise deux caméras observant le même champ mais sous 2 angles différents (procédé qui imite la vision binoculaire humaine). Il s'agit donc de reconstituer la troisième composante W (suivant $\vec{z}$) d'un vecteur connaissant les projections de celui-ci sur le plan $(\vec{x},\vec{y})$ depuis la caméra gauche : (U_g,V_g), et depuis la caméra droite : (U_d,V_d). Les coordonnées U et V jouant un rôle symétrique dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$, on commencera par établir les formules relatives à U en se plaçant dans le plan $(\vec{x},\vec{z})$ (cf figure 3.33). Les formules faisant intervenir V sont les mêmes, en remplaçant U, U_g et U_d par V, V_g et V_d.

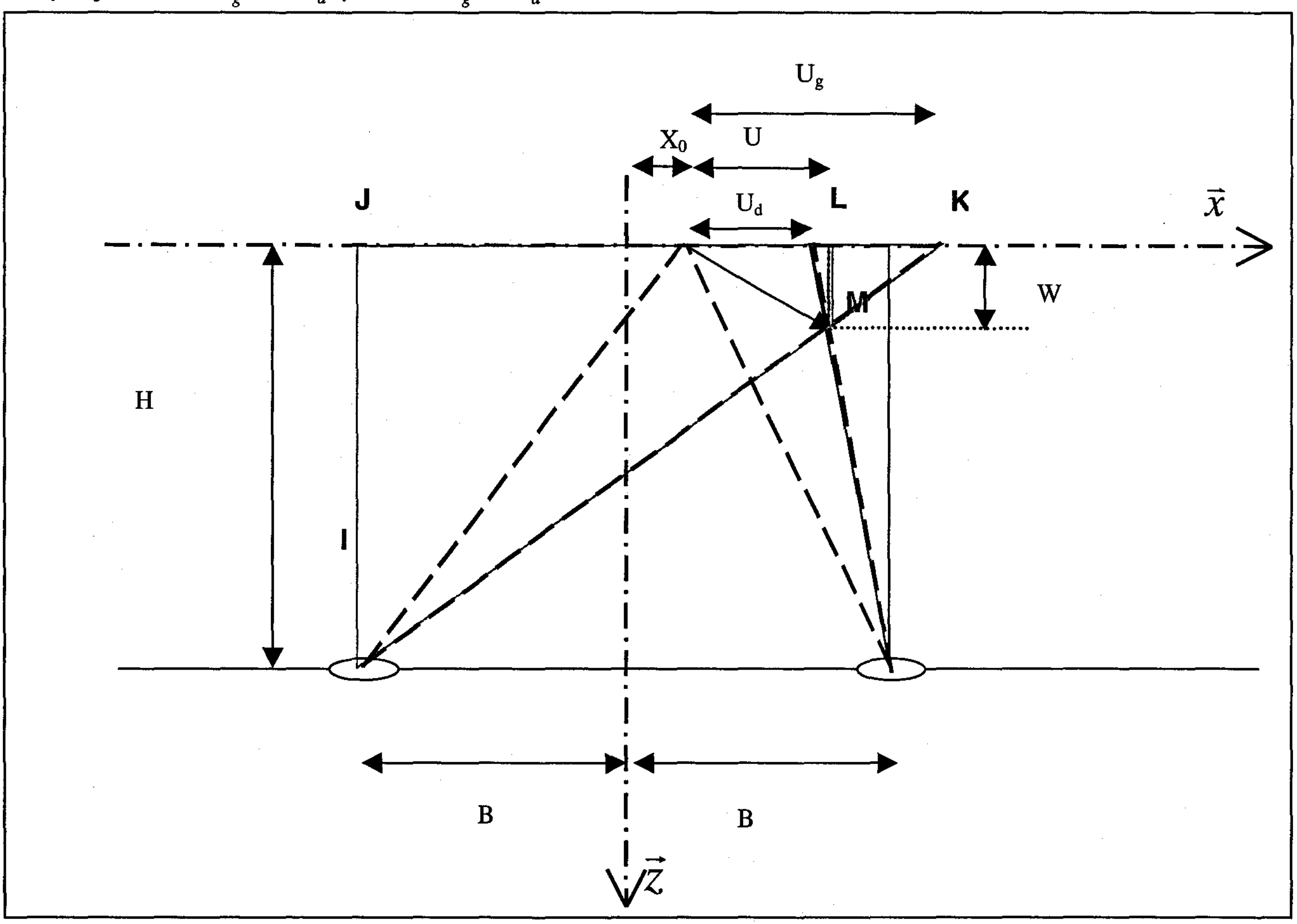


Figure 3. 33 : Principe de la stéréoscopie

H est la distance du plan objet aux objectifs. B est la distance entre l'axe passant par le centre du champ observé et les lentilles.

L' application du théorème de Thalès aux triangles semblables (IJK et KLM figure 3.33) donne :

$$\begin{cases} \dfrac{U_g - U}{W} = \dfrac{B + X_0 + U_g}{H} \\ \dfrac{U - U_d}{W} = \dfrac{B - X_0 - U_d}{H} \end{cases} \quad \textbf{(3.5)}$$

A partir de ces deux égalités, on peut reconstruire Westerweel et Van Oord (1999) les coordonnées réelles du vecteur connaissant U_g et U_d

$$\begin{cases} U = \dfrac{B(U_g + U_d) - X_0(U_g - U_d)}{2B + U_g - U_d} \\ W = \dfrac{H(U_g - U_d)}{2B + U_g - U_d} \end{cases} \quad \textbf{(3.6)}$$

Les systèmes stéréoscopiques peuvent se classer globalement en deux catégories. Les systèmes dits à « déplacement latéral » et les systèmes dits à « déplacement angulaire». Ceux-ci, ainsi que les différentes techniques de calibration et les sources d'erreur propres à la stéréscopie sont présentées en Annexe 5.

3-4.2 Dispositif

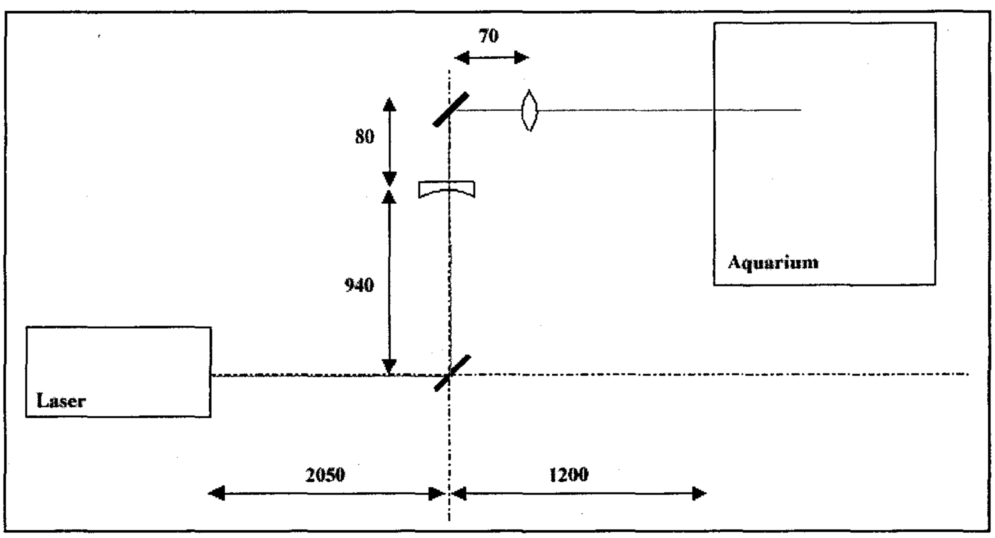


Figure 3. 34 : Dispositif optique stéréo

Le laser est le même que celui des expériences de PIV 2D2C. Deux voies (2 et 4) ont été utilisées. Elles délivraient 225 mJ/impulsion. L'intervalle de temps entre les deux impulsions était de 10 ms. Le dispositif optique utilisé pour obtenir le plan est présenté figure 3.34. Les plans, horizontaux, avaient une épaisseur de 3 mm et étaient décalés de 1 mm (comme pour la PIV 2C,2D).

Les caméras utilisées sont les caméras Pulnix. Elles étaient installées sur des platines "Scheimpflug" qui facilitent le réglage de l'angle entre l'objectif et la caméra (figure 3.35). Elles étaient toutes deux équipées d'un objectif de 35 mm ouvert à 2,8.
L'aquarium de dimension Lxlxh=1x0.6x1m^3 a été équipé de deux prismes à 45° sur les côtés afin que les caméras puissent voir le plan laser avec un angle de 45° sans subir les distorsions de l'interface air-eau (figures 3.35 et 3.36).

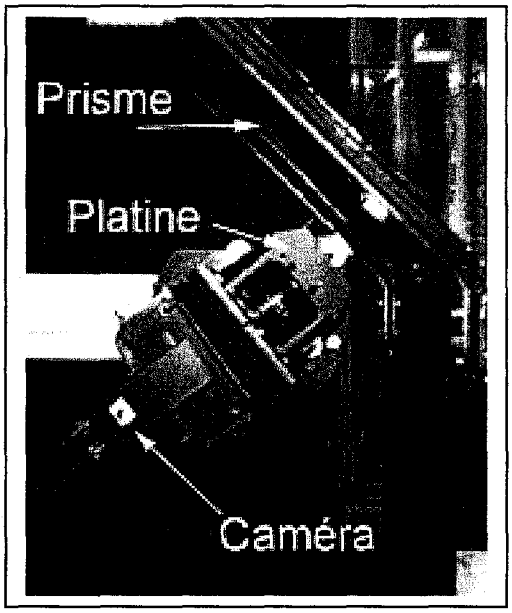


Figure 3.35 : Platine Scheimpflug et prisme à 45 °

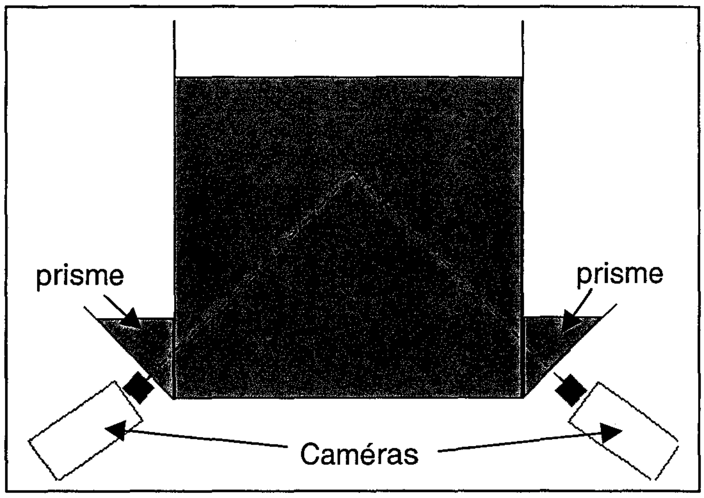


Figure 3. 36 : Aquarium stereo

3-4.3 Méthode de dépouillement

Le logiciel utilisé pour le calcul de PIV est PIV_GML. Celui utilisé pour la partie stéréoscopique a également été développé au Laboratoire de Mécanique de Lille. La technique de reconstruction utilisée est le redressement d'images.
Chaque image est traitée (§ 2-3.3.1) puis redressée. Trois passes sur des fenêtres de 16x16 pixels avec un recouvrement de 50%, et un shift local sont appliquées. Chaque carte sert à la fois à prédire la suivante et à construire une carte à 3 composantes (figure 3.37).

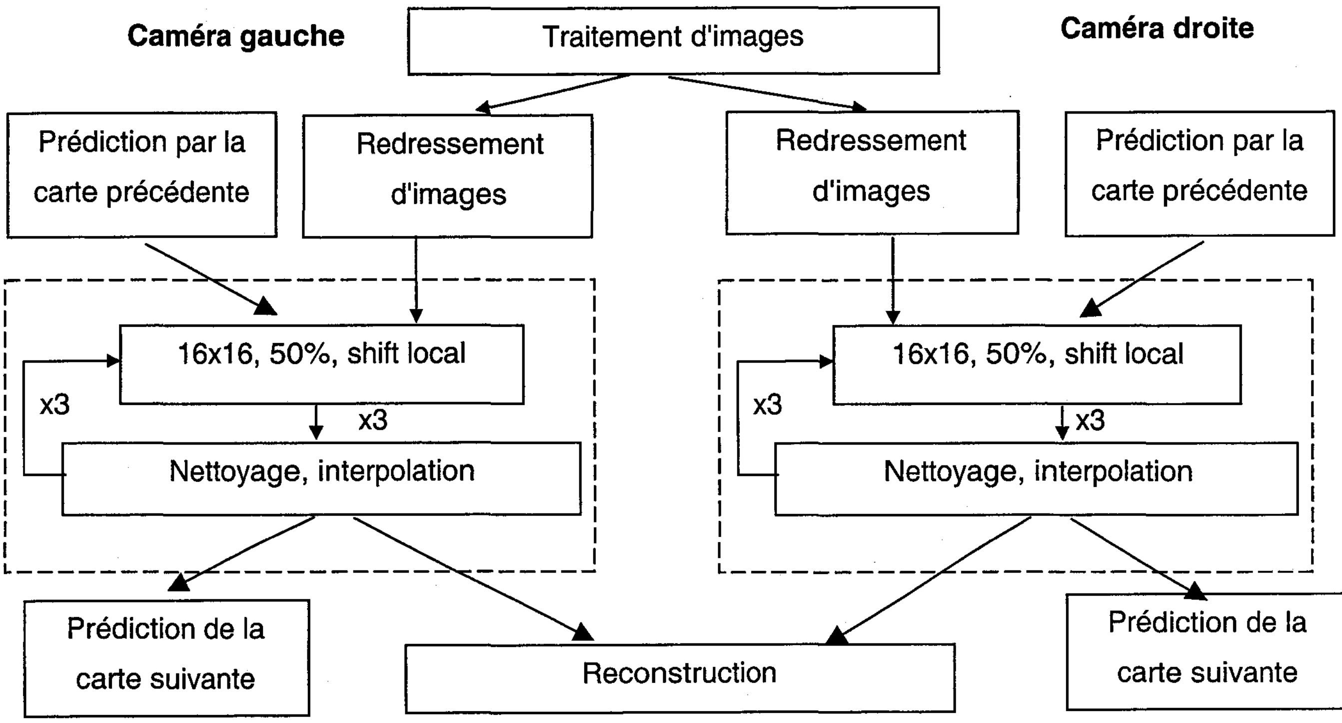


Figure 3. 37 : Méthode de dépouillement pour la PIV stéréoscopique

3-4.4 Estimation de l'erreur

3-4.4.1 Erreur PIV

Un calcul de l'erreur RMS a été effectué sur 100 images de particules, fluide au repos. On trouve suivant x une erreur $\varepsilon_{Rms,x,repos} = 0.14$ pxl, suivant y $\varepsilon_{Rms,y,repos} = 0.12$ pxl et suivant z $\varepsilon_{Rms,z,repos} = 0.09$ pxl. L'erreur de biais, dans ce cas était très faible $\varepsilon_{biais,x,repos} = 0.026$, $\varepsilon_{biais,y,repos} = 0.007$ et $\varepsilon_{biais,z,repos} = 0.004$.

Comme dans le cas des calculs de PIV, on néglige l'influence de la perte des particules par translation. Le gradient de vitesse est du même ordre de grandeur que pour les images de PIV plan horizontal. Ce qui implique une erreur de 0.02 pixel.

Les plans ont une épaisseur de 3 mm et sont décalés de 1 mm. Le déplacement moyen des particules est de 0.65 mm, comme pour la PIV. L'erreur induite par la perte des particules à cause de la composante normale au plan est de 0.02 pixel.

Il n'y a pas d'erreur de projection en PIV stéréoscopique ; au contraire, on se sert de la projection pour déterminer la troisième composante de la vitesse.

3-4.4.2 Calibration

Par contre une erreur peut survenir lors de la calibration. Pour la mettre en évidence, on calcule la corrélation des images redressées prises au même instant par la caméra droite et la caméra gauche.

On constate que l'on n'obtient pas le même résultat suivant que l'on regarde des images prises à un instant t ou à un instant t+Δt. Pour les images prises à un instant t on constate que les vecteurs ont une valeur moyenne de 7 pixels vers la gauche, ce qui signifie que le premier plan laser est 0.5 mm au-dessus de la mire. Par contre, pour les images prises au moment du deuxième flash laser, les vecteurs ont une direction moyenne de 7 pixels vers la droite. Cela signifie que le deuxième plan laser est 0.5 mm en dessous de la mire. Cela est dû à la configuration expérimentale pour laquelle on a décalé les deux plans de 1 mm ; et la mire a bien été placée entre les deux plans.

On ne peut pas appliquer dans notre cas de correction de calibration puisque celle-ci a été conçue pour traiter des cas où les plans lasers sont superposés et tous deux décalés par rapport à la mire.

Enfin, il est difficile de conclure quant à l'erreur induite par cette calibration. Cependant, les particules qui vont se corréler lors d'un calcul de PIV sont des particules qui se trouvaient dans le premier plan laser à l'instant t et dans le deuxième plan laser lors de l'instant t+Δt. Leur position moyenne est donc entre les deux plans, soit au niveau où se trouvait la mire. La calibration ne doit donc pas induire d'erreur significative.

3-4.4.3 Récapitulatif

Le déplacement des particules est d'environ 4 pixels dans les directions x, y et z.

	ε_x	ε_y	ε_x
ε_{repos} (pxl)	0.14	0.12	0.09
Peak-locking (pxl)	0.02	0.02	0.02
$\varepsilon_{gradient}$ (pxl)	0.02	0.02	0.02
W (perte de particules-pxl)	0.02	0.02	0.02
Total (pxl)	0.2	0.18	0.15
Erreur (%)	5	4.5	3.75

Tableau 3. 10 : Sources d'erreur dans les essais de PIV stéréoscopique.

On a ainsi une erreur de l'ordre de 5% sur les résultats de PIV stéréoscopique. Cependant, le bruit au repos est plus important (en fait, on travaille sur des fenêtres plus petites) et donc les résultats vont apparaître plus bruités.

3-4.5 Essais réalisés en PIV stéréoscopique

Des essais ont été réalisés à différentes distances du tube d'injection. Pour chaque altitude, six réalisations ont été répétées. Les différentes altitudes sont reportées dans le tableau ci-dessous.

Type de tourbillon	A'	C'
Altitude Z (mm)	100	100
	200	210
	245	230
	275	260
	305	295
	335	325

Tableau 3. 11 : Essais stéréo-PIV

3-5 Caractéristiques générales des tourbillons.

Ce chapitre s'achève par la mesure des caractéristiques des tourbillons (vitesse de translation V, diamètre D, circulation Γ, rayon du noyau interne a_i et effectif a_e). Ces valeurs sont calculées à partir des résultats de tomoscopie et de PIV dans le plan vertical. Le tourbillon est pleinement formé quand il a parcouru une distance égale à 2,5 fois le diamètre D_p du tube d'injection Chu et al (1993). C'est à cette distance que l'on définit les caractéristiques de référence du tourbillon. Elles sont indicées par 0 (Γ_0, D_0, V_0). On donnera aussi l'évolution générale de ces valeurs avec le temps. Enfin, on précise les valeurs des rayons interne et effectif du noyau.

3-5.1 Circulation

La circulation est déterminée à partir des résultats de Vélocimétrie par Images de Particules en intégrant la vitesse sur un contour bien choisi. Par contre, en tomoscopie, aucune information quantitative n'est accessible. On estimera donc la circulation à partir des modèles de flux de vorticité à l'injection.

3-5.1.1 Calcul de la circulation en PIV

La technique classique pour calculer la circulation d'un tourbillon consiste à intégrer la vitesse sur un contour contenant toute la vorticité. Dans notre étude, nous avons utilisé deux méthodes basées sur cette technique et tenant compte des particularités de l'écoulement.

3-5.1.1.1 Méthode 1

Cette première méthode consiste à calculer Γ, en intégrant la vitesse sur l'axe du tourbillon (figure 3.38).

On a :

$$\Gamma = \int \vec{u}\,d\vec{l} = \int w d_z \qquad \textbf{(3.7)}$$

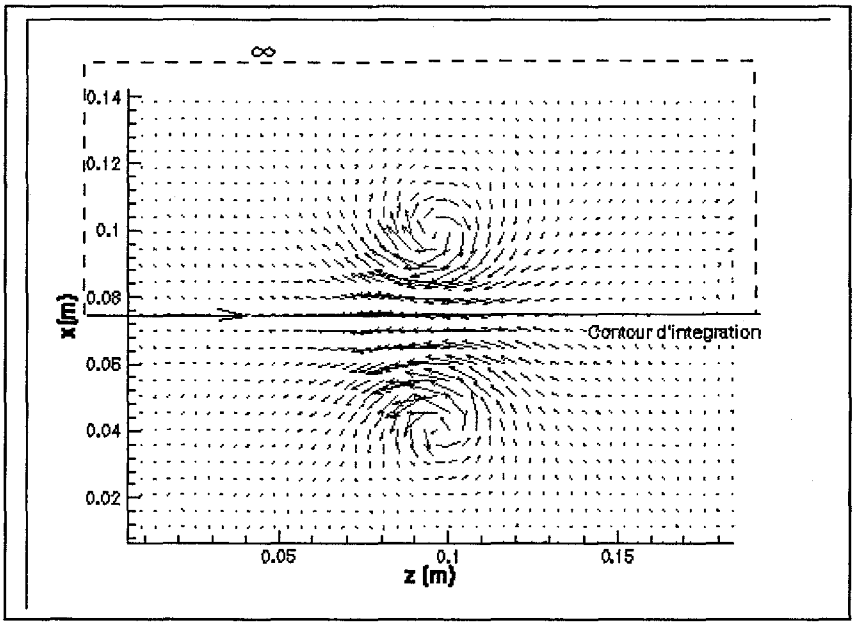


Figure 3. 38 : Définition du contour d'intégration

L'idée est d'utiliser comme contour un rectangle, entourant le tourbillon, passant par son axe et de dimension infinie. Sur cette ligne, la vitesse est nulle partout, sauf sur l'axe du tourbillon. C'est pourquoi on n'intègre finalement que sur cet axe.

En appliquant cette méthode, on ne calcule pas l'intégrale sur tout l'axe du tourbillon, mais sur la portion d'axe contenue dans la carte de vitesse. Une erreur est ainsi commise. Celle-ci est cependant très faible, car la vitesse en bord de cartes est négligeable devant celle dans la zone tourbillonnaire.

3-5.1.1.2 Méthode 2

La deuxième méthode s'inspire des calculs de circulation effectués sur les résultats de Vélocimétrie Laser Doppler (Weigand et Gharib (1997), Sullivan et al (1973)). On intègre sur plusieurs cartes consécutives, toujours sur l'axe du tore, mais en restant au même point, qui voit passer le tourbillon. En considérant la vitesse de translation V_0 constante, le calcul de circulation donne :

$$\Gamma = \int w d_z = \int w(V_0 dt) = V_0 \int w dt \qquad \textbf{(3.8)}$$

3-5.1.1.3 Comparaison des deux méthodes

Les deux méthodes ont été testées sur le tourbillon A'. On trouve pour la méthode 1 $\Gamma_{A',\text{méthode1}} = 6040 \ \text{mm}^2.\text{s}^{-1}$; et pour la méthode 2 : $\Gamma_{A',\text{méthode1}} = 6160 \ \text{mm}^2.\text{s}^{-1}$, ce qui fait moins de 2% d'écart. En conséquence, dans la suite, on utilisera toujours la méthode 1 qui a l'avantage de n'utiliser qu'une carte et qui permet de suivre le tourbillon au cours du temps.

3-5.1.2 Valeurs de Γ_0.

Les résultats pour les tourbillons A' et C' sont reportés dans le tableau 3.12.

Type de tourbillon	$\Gamma_0 (\text{mm}^2.\text{s}^{-1})$
A'	6000
C'	6500

Tableau 3. 12 : Valeur de Γ_0 pour les tourbillons A' et C'

3-5.1.3 Circulation et injection

Il existe des méthodes qui permettent d'estimer la circulation d'un tourbillon torique à partir du flux de vorticité en sortie de tube. Ces calculs sous-estiment en général la circulation réelle du tourbillon. Des méthodes empiriques permettent de corriger ces calculs (voir §1-2.2.3). Ces méthodes sont utilisées pour estimer la circulation des tourbillons générés lors des expériences de tomoscopie. Deux étapes sont nécessaires : tout d'abord évaluer ces méthodes en les utilisant sur les tourbillons de PIV et en comparant les résultats aux valeurs de la circulation (Γ_0) obtenues au paragraphe précédent, puis les appliquer aux tourbillons de tomoscopie.

3-5.1.3.1 Evaluation des méthodes

L'estimation Γ_p de la circulation à partir du flux de vorticité à la sortie du tube d'injection s'obtient en fonction de la vitesse $u_p(t)$ du piston :

$$\Gamma_p = \frac{1}{2}\int u_p{}^2(t)dt \qquad \textbf{(3.9)}$$

Il existe plusieurs méthodes (§ 1-2.2.3) de correction dans la littérature qui font intervenir le rapport course sur diamètre du piston $\frac{L_p}{D_p}$. Elles donnent des résultats corrigés que l'on appellera $\Gamma_{p,c1}$ et $\Gamma_{p,c2}$:

$$\frac{\Gamma_{p,c1}}{\Gamma_p} = 1.14 + 0.32\left(\frac{L_p}{D_p}\right)^{-1} \qquad \textbf{(3.10)}$$

$$\frac{\Gamma_{p,c2}}{\Gamma_p} = 1.41\left(\frac{L_p}{D_p}\right)^{-2/3} \qquad \textbf{(3.11)}$$

Les résultats sont reportés dans le tableau 3.13 :

Type de tourbillon	$\frac{L_p}{D_p}$	Γ_p (mm^2.s^{-1})	$\Gamma_{p,c1}$ (mm^2.s^{-1})	$\Gamma_{p,c2}$ (mm^2.s^{-1})	Γ_0 (mm^2.s^{-1})
A'	1.25	2500	3400	3000	6000
C'	1.9	4240	5800	4050	6500

Tableau 3.13 : Comparaison entre les estimations de la circulation ($\Gamma_{p,c1}, \Gamma_{p,c2}$) avec le résultat exact (Γ_0) pour les tourbillons A' et C'

La seconde méthode de correction sous-estime largement la circulation et est donc écartée. La première méthode donne un résultat correct (10% d'erreur) pour le tourbillon C', et un résultat faux pour le tourbillon A'. En fait, d'après Weigand et Gharib (1997), la méthode 1 est plus efficace pour des tourbillons pour lesquels $\frac{L_p}{D_p}$ est grand. On l'utilisera donc dans le cas de tourbillons pour lesquels ce rapport est supérieur à celui de C' (tourbillon C, D, E, F, G). Pour les autres tourbillons (A et B), on s'appuiera sur la remarque suivante : leurs caractéristiques d'injection sont assez proches de celles du tourbillon A'. On se limite à multiplier Γ_p par le facteur correctif $\frac{\Gamma_0}{\Gamma_p}$ du tourbillon A'.

3-5.1.3.2 Estimation de la circulation

Les résultats sont regroupés dans le tableau 3.14. On a ainsi une estimation de la circulation pour les tourbillons de tomoscopie. Ces résultats n'étant pas des valeurs mesurées mais des estimations, ils devront toujours être utilisés avec prudence.

Type de tourbillon	$\frac{L_p}{D_p}$	Γ_p ($mm^2.s^{-1}$)	$\Gamma_{p,c}$ ($mm^2.s^{-1}$)
A	1.25	2700	6500
B	1.25	3500	8400
C	1.95	5000	6500
D	2.4	3800	4800
E	2.5	5100	6500
F	2.5	7000	8900
G	2.5	7500	9500

Tableau 3.14 : Circulations estimées à partir du modèle de flux de vorticité et corrigées pour les tourbillons de tomoscopie.

3-5.2 Diamètre

3-5.2.1 Calcul du diamètre

Le diamètre D du tourbillon torique est la distance entre les centres des deux noyaux des tourbillons contrarotatifs qu'on voit apparaître dans une coupe dans un plan de symétrie (plan V) du tourbillon. Sur les images de tomoscopie, il s'agit du centre des spirales visibles sur la figure 3.39a. On voit aussi apparaître les deux tourbillons sur les champs de vitesses (figure 3.39b), à condition de soustraire la vitesse de convection du tourbillon sur toute la carte. Les centres sont alors les points où la vitesse est nulle. On peut également les définir comme les centres des pics de vorticité des cartes de vitesse dans le plan (V).

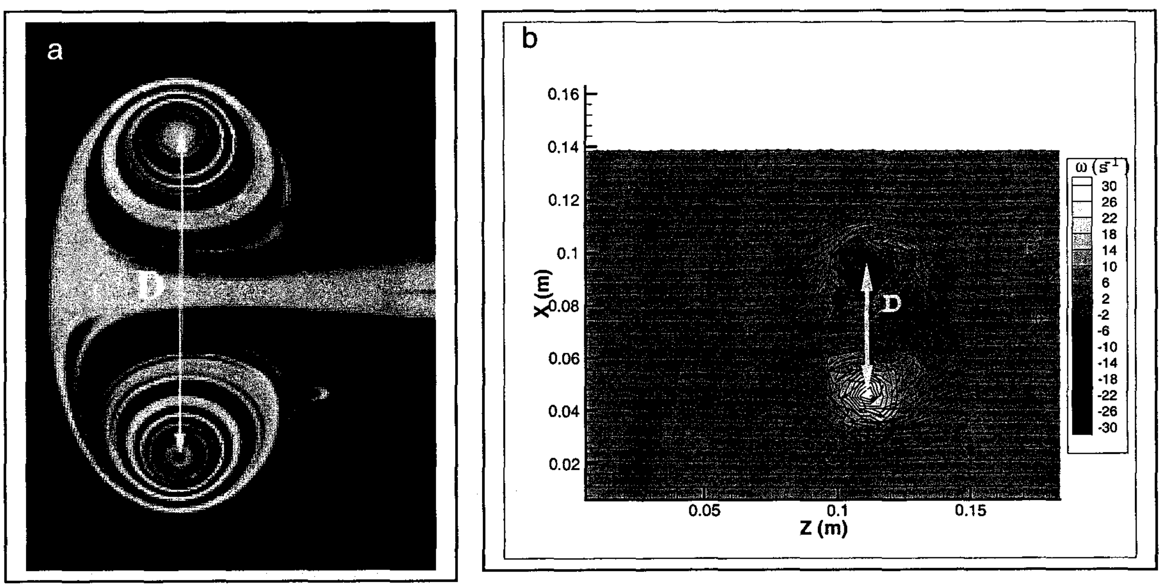


Figure 3.39: Définition du diamètre en tomoscopie (a) et en PIV (b).

Ces deux définitions du centre des noyaux observées sur les cartes de vitesse se retrouvent sur des profils de vitesse ou de vorticité extraits des cartes (figure 3.39).

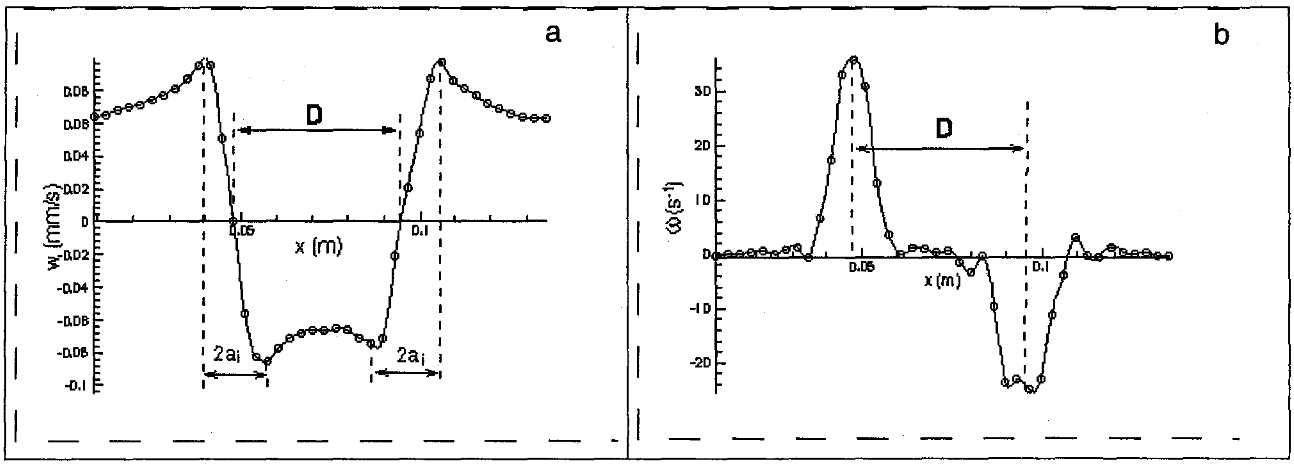


Figure 3.40 : Définition du diamètre par le profil de vitesse (a) ou celui de vorticité (b).

Sur le profil de vitesse w (composante du vecteur vitesse dans la direction $\vec{z}$), les centres des deux noyaux sont les points où la vitesse s'annule. Le diamètre du tourbillon correspond à la distance entre ces deux points (figure 3.40 a). Sur le profil de vorticité (figure 3.40b), les centres des noyaux sont les lieux des deux pics. L'un de deux pics est parfaitement défini (à gauche). L'autre est moins net. En fait, le cœur du tourbillon est une zone à fort gradient, donc où le bruit de mesure de PIV est important. Ces deux définitions donnent des résultats en bonne concordance.

Afin de comparer les définitions des diamètres utilisées en PIV et en tomoscopie, on superpose une carte de vitesse ou des lignes de courant issues d'un champ de PIV avec une image dans le plan V (figure 3.41). On a pris une image d'un tourbillon de type A et une carte d'un tourbillon de type A' prises au même instant. Le champ de vitesse se superpose bien avec les spirales dessinées par le colorant. Le champ de vitesse donne un tourbillon un peu plus large (en fait du fluide est entraîné autour du tourbillon), par contre, les noyaux des deux tourbillons se superposent parfaitement. Par conséquent les définitions du diamètre issues des images de tomoscopie et des cartes de PIV sont cohérentes entre elles.

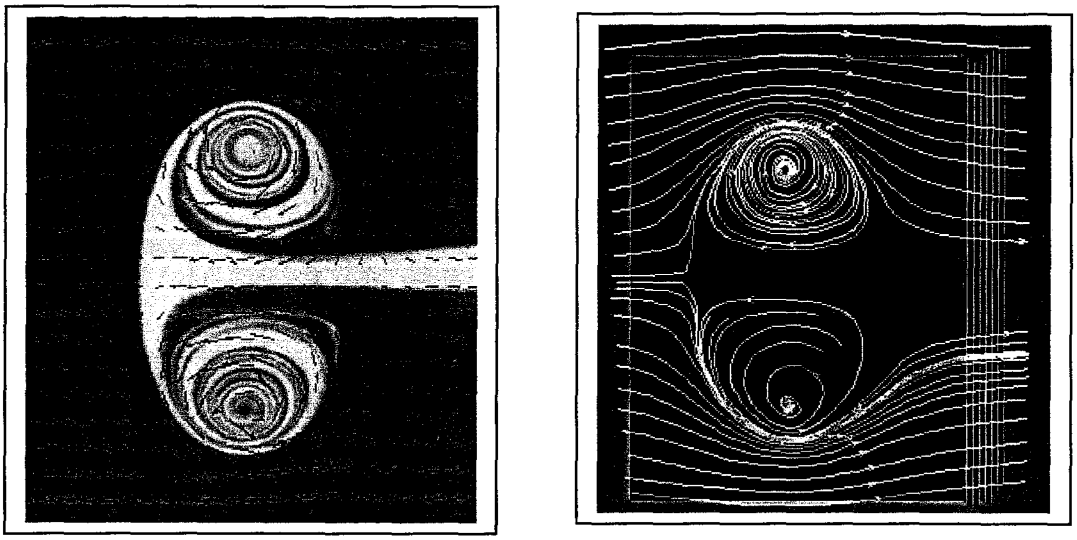


Figure 3.41 : Superposition d'une carte de vitesse (Tourbillon A') et d'une image de tomoscopie (Tourbillon A) à t=1,4 s après le début de l'injection.

3-5.2.2 Valeur du diamètre D_0

Les diamètres D_0 des tourbillons sont reportés dans le tableau suivant.

Type	A	B	C	D	E	F	G	A'	C'
D_0 (mm)	48	48,5	49	48	49.5	49.5	50.5	48	48.5
L_p / D_p	1.25	1.25	1.95	2.4	2.5	2.5	2.5	1.25	1.9
Re_p	3800	5125	4900	2650	3800	5070	6100	3500	4600

Tableau 3.15 : Diamètre des tourbillons toriques

Le diamètre des tourbillons toriques varie peu selon le type d'essai (moins de 5%). Il augmente cependant avec le rapport $\frac{L_p}{D_p}$ et avec le nombre de Reynolds d'injection $Re_p = \frac{U_p D_p}{\nu}$ comme cela a déjà été rapporté dans la littérature (Saffman (1978)).

3-5.2.3 Evolution du diamètre

En tomoscopie, il n'est pas évident de repérer les centres des noyaux des tourbillons et donc de calculer le diamètre D du tourbillon. Pour estimer son évolution, on a mesuré la distance D' qui correspond à la distance entre le point le plus à gauche et le point le plus à droite du tourbillon (figure 3.42). Les résultats sont reportés en Annexe 6. On y voit qu'après une phase de croissance correspondant à la formation du tourbillon à la sortie du tube, le diamètre décroît mais très légèrement. Ceci est cohérent avec les précédents résultats expérimentaux (Didden (1979), Weigand et Gharib (1997)) et numériques (Wakelin et Riley (1997)) sur le diamètre du tourbillon torique.

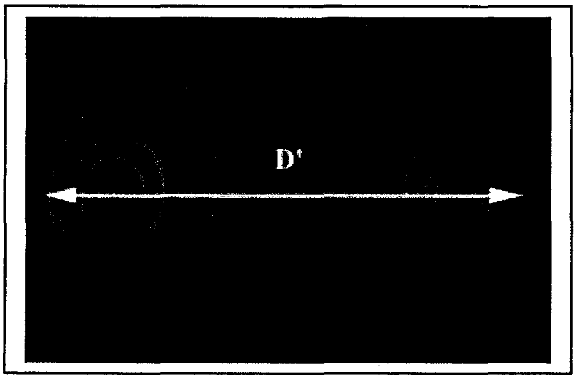


Figure 3.42 : Définition du diamètre D'

3-5.3 Vitesse

La vitesse du tourbillon est déterminée à partir de sa position mesurée à chaque instant. Les valeurs de V_0 sont données pour les neuf types de tourbillon étudiés. Une évolution de la vitesse en fonction du temps est donnée. Enfin, cette évolution est comparée avec les résultats théoriques.

3-5.3.1 Détermination de la position du tourbillon

Que ce soit en tomoscopie ou en PIV, la détermination de la vitesse s'est effectuée en mesurant la position du tourbillon en fonction du temps, puis en la dérivant.
En tomoscopie, la position du tourbillon est déterminée à partir de points particuliers : point le plus bas, point le plus à droite, point le plus à gauche (figure 3.43).

Figure 3.43 : Définition des points particuliers du tourbillon sur une image de tomoscopie en plan (V).

Les résultats de PIV donnent le champ de vitesse dans tout le tourbillon, mais paradoxalement, pas la vitesse de translation du tourbillon.

Sur une carte du plan (V), le changement de signe de la composante vitesse normale à l'axe du tourbillon torique correspond à la ligne passant par l'axe des deux noyaux (figure 3.44). C'est la recherche des points de cette ligne qui a permis de détecter la position du tourbillon à chaque instant.

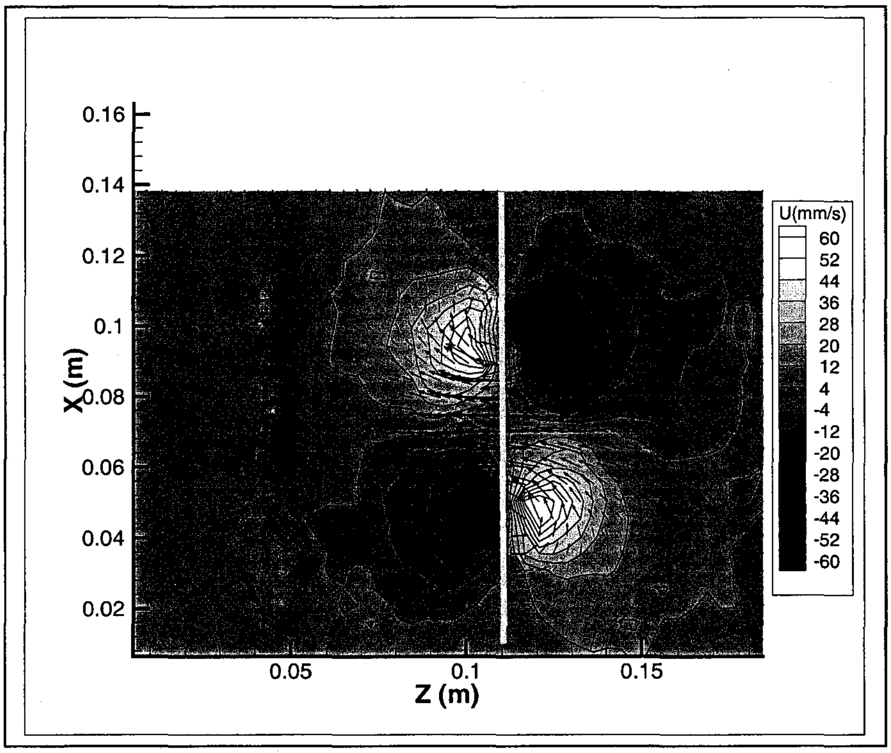


Figure 3.44: Champ de vitesse et niveau de la vitesse U dans le plan (V)

3-5.3.2 Valeurs de la vitesse V_0

Les vitesses de convection du tourbillon à 2,5 D_p sont regroupées dans le tableau suivant.

Type	A	B	C	D	E	F	G	A'	C'
V_0 (mm/s)	52	66	64	45	58	77	83	57	65

Tableau 3.16 : Vitesse des tourbillons

3-5.3.3 Evolution des vitesses

L'évolution de la vitesse du tourbillon avec le temps est reportée en Annexe 7. On a pris les résultats quelque temps après le début de l'injection. On y voit une légère baisse de la vitesse sans doute due à la viscosité du fluide.

3-5.3.4 Comparaison avec la théorie

Saffman (1970) donne la vitesse théorique d'un tourbillon torique à noyau visqueux

$$V = \frac{\Gamma_0}{4\pi R_0}\left(\log\frac{8R_0}{4\sqrt{\nu t}} - 0.558\right) \qquad \textbf{(3.12)}$$

Pour comparer ce résultat à ceux de nos expériences, on a tracé les courbes de la vitesse adimensionnée $\tilde{V}(t) = \frac{V}{\Gamma_0 / 4\pi R_0}$, que l'on compare à la courbe théorique $\left(\log\frac{8R_0}{4\sqrt{\nu t}} - 0.558\right)$ La comparaison entre les courbes expérimentales et théoriques est présentée en Annexe 8.

Les vitesses théoriques surestiment en général les vitesses exprimentales sauf pour les tourbillons D et E. L'allure de la décroissance de la vitesse est correctement prévue par la théorie à ceci près que les pentes réelles sont moins importantes que celles prévues par la théorie. En fait le calcul de Saffman se base sur des noyaux de type Lamb-Oseen qui ne correspondent pas nécessairement aux noyaux des tourbillons expérimentaux.

3-5.4 Rayon du noyau

3-5.4.1 Rayon interne

A partir des résultats de PIV, on définit le rayon interne du noyau (§ 2-1.2), qui correspond au rayon pour lequel la vitesse tangentielle est maximale (figure 3.40a (§ 3-5.2.1)); les valeurs sont regroupées dans le tableau suivant.

Type de tourbillon	a_i (mm)
A'	8.4 mm
C'	7.7 mm

Tableau 3.17 : Rayon interne des tourbillons en PIV

3-5.4.2 Rayon effectif

Le rayon effectif (§ 2-1.2) est défini de façon à ce que l'on ait : $V_0 = \frac{\Gamma_0}{4\pi R_0}\left(\log\frac{8R_0}{a_e} - \frac{1}{4}\right)$.

Connaissant la valeur de la circulation et de la vitesse des tourbillons, on peut aisément le calculer.

	A	B	C	D	E	F	G	A'	C'
Γ_0 (mm²/s)	6500	8400	6500	4800	6500	8900	9500	6000	6500
R_0 (mm)	24	24.25	24.5	24	24.75	24.75	25.25	24	24.25
V_0 (mm/s)	52	66	64	45	58	77	83	57	65
a_e (mm)	13.4	13.8	7.4	8.9	9.6	10.5	9.8	8.5	7.2

Tableau 3.18 : Rayon effectif des noyaux des tourbillons

Cependant, les résultats de tomoscopie sont à utiliser avec prudence, car ils s'appuient sur les calculs de la circulation qui, en tomoscopie, ne sont pas très fiables.

3-5.5 Récapitulatif

Nous avons, dans cette partie, mesuré les diverses caractéristiques des tourbillons étudiés. Elles sont regroupées dans le tableau suivant. Les nombres de Reynolds, $Re_0 = \frac{V_0 D_0}{\nu}$, basé sur la vitesse et le diamètre du tourbillon et, $Re_\Gamma = \frac{\Gamma_0}{\nu}$ basé sur la circulation, ont été calculées. On a par ailleurs ajouté les grandeurs d'injection L_p / D_p et Re_p afin de retrouver dans un tableau unique toutes les grandeurs caractéristiques des vortex.

	A	B	C	D	E	F	G	A'	C'
Γ_0 (mm²/s)	6500	8400	6500	4800	6500	8900	9500	6000	6500
V_0 (mm/s)	52	66	64	45	58	77	83	57	65
D_0 (mm)	48	48.5	49	48	49.5	49.5	50.5	48	48.5
a_e (mm)	13.4	13.8	7.4	8.9	9.6	10.5	9.8	8.5	7.2
a_i (mm)								8	9
Re_0	2496	3200	3140	2160	2870	3810	4190	2740	3150
Re_Γ	6500	8400	6500	4800	6500	8900	9500	6000	6500
Re_p	3800	5125	4900	2650	3800	5070	6100	3500	4600
L_p / D_p	1.25	1.25	1.95	2.4	2.5	2.5	2.5	1.25	1.9

Tableau 3.19 : Récapitulatif complet des caractéristiques des tourbillons

3-6 Conclusion

Un générateur de tourbillon torique a été conçu. Il a été utilisé pour produire neuf types de vortex différents dont les nombres de Reynolds $(2650 < \mathrm{Re}_p < 6100)$ doivent permettre d'observer les instabilités. Un système de visualisation par tomoscopie a été mis au point qui permet la visualisation dans deux plans différents et à différentes étapes de l'évolution des instabilités, permettant de bien connaître les tourbillons et leur comportement instable. Des techniques de mesures quantitatives ont été mises en place sur deux types de tourbillons. Ces mesures ont été réalisées par PIV dans deux plans et par PIV stéréoscopique dans un plan normal à l'axe du tourbillon. Par ailleurs, le niveau d'erreur de mesure pour ces deux techniques (de l'ordre de 5%) est tout à fait raisonnable et doit permettre d'observer des instabilités, même si, toutefois, la naissance de celles-ci restera inaccessible, noyée dans le bruit. Ces deux types de mesure sont complémentaires : la PIV 2D2C dans le plan (V) va permettre de connaître les caractéristiques générales du tourbillon. La mesure des instabilités va se faire dans le plan (H). La PIV 2D2C y est en général, dans nos expériences, moins bruitée que la PIV stéréoscopique suite à un mouvement des particules plus important (l'erreur relative est donc faible) sauf dans le plan médian. La PIV stéréoscopique va donner des informations sur la troisième composante, très importante pour comprendre ce phénomène tridimensionnel. Cette technique va, par ailleurs, permettre de s'approcher du plan médian : avec cette méthode de mesure, on n'a pas d'erreur de projection et le mouvement des particules est plus important que celui que l'on observe avec la PIV 2D2C.

4- PHASE LINEAIRE DE L'INSTABILITE

Dans ce chapitre, nous allons étudier la première phase de l'instabilité du tourbillon torique : la phase linéaire. La littérature a montré qu'elle se caractérise par le développement d'une onde azimutale stationnaire autour du tourbillon due à la présence d'un champ en point-selle centré sur les noyaux du tourbillon. L'onde se développe à 45° environ de la direction de translation du tourbillon, et vers l'arrière de celui-ci. La théorie linéaire donne aussi un taux d'accroissement de l'instabilité en fluide idéal, taux d'accroissement pour lequel Shariff et al (1994) proposent une correction visqueuse. Les objectifs de ce chapitre sont de mettre en évidence le champ en point-selle responsable de l'instabilité (§ 4-2), d'observer le développement de l'onde azimutale dans nos différentes expériences (§ 4-3), d'analyser la perturbation et les différences de comportement de celle-ci près du noyau et à la périphérie du tourbillon (§ 4-4), et de déterminer dans chaque cas le nombre de modes (§ 4-5) et le taux d'accroissement (§4-6) de l'instabilité pour les comparer avec les données de la littérature. Avant cette étude, il est nécessaire de présenter les outils d'analyse des résultats (§ 4-1).

4-1 Moyens de caractérisation du tourbillon torique

4-1.1 Paramètres de position

Les paramètres nécessaires pour positionner les observations dans le temps et dans l'espace sont introduits dans cette partie. L'origine des temps (t=0) est prise au début de l'injection du tourbillon. Le plan d'observation (plan (H)) est positionné par rapport à l'orifice de sortie du tube d'injection par son altitude Z.

Pour analyser les résultats dans le plan (H), il est nécessaire de situer ce plan par rapport au tourbillon. A cet effet, on définit la distance adimensionnée Z_c. Celle-ci est le rapport entre la distance h du plan (H) au plan médian du tourbillon (plan qui passe par les centres des noyaux du tore) et le rayon R du tourbillon ($Z_c = \frac{h}{R}$). Dans les essais de tomoscopie où deux plans simultanés ont été réalisés, cette distance est facilement mesurable en utilisant l'image dans le plan (V) (figure 4.1) et quand le tourbillon est stable. On repère le plan médian qui passe par le centre des deux tourbillons contrarotatifs et le plan (H), puis on mesure la distance h entre ceux-ci. Par convention, h (et donc Z_c) est négatif en amont du tourbillon (partie en dessous du plan médian de la figure 4.1) et positif en aval (partie au dessus du plan médian de la figure 4.1). Cette méthode, très simple quand le tourbillon est stable, présente une certaine imprécision quand l'instabilité est développée. La position des tourbillons évolue, ce qui rend la localisation du plan médian moins précise.

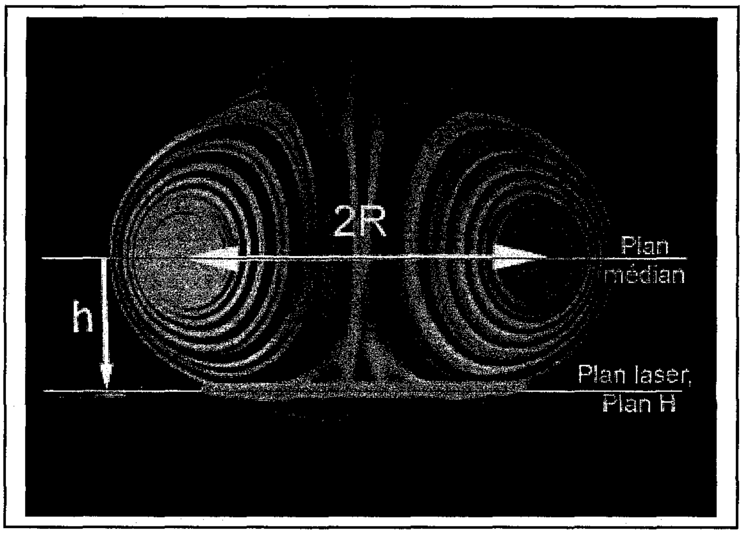


Figure 4.1 : Définition de la distance h entre le plan médian du tourbillon et le plan (H)

Cette méthode n'est pas applicable aux essais de PIV et de PIV stéréoscopique réalisés dans le plan (H) puisque l'on ne dispose pas de résultats simultanés dans le plan (V). Dans ce cas, on part du constat que la vitesse radiale dans le plan médian est nulle : sur chaque carte de ces essais, la vitesse radiale moyenne est calculée sur un cercle de diamètre D (D=2R), diamètre du tourbillon (figure 4.2a), ce qui permet le tracé d'un graphe qui donne la vitesse radiale correspondant à chaque carte en fonction du temps (figure 4.2b). Le point d'intersection de cette courbe avec l'axe des temps (où la vitesse radiale est nulle) donne le temps t_m qui correspond au moment où le plan médian est confondu avec le plan laser. Connaissant la vitesse V de translation du tourbillon, on peut alors déduire la position relative du tourbillon à chaque instant :

$$h=(t-t_m)*V. \quad \textbf{(4.1)}$$

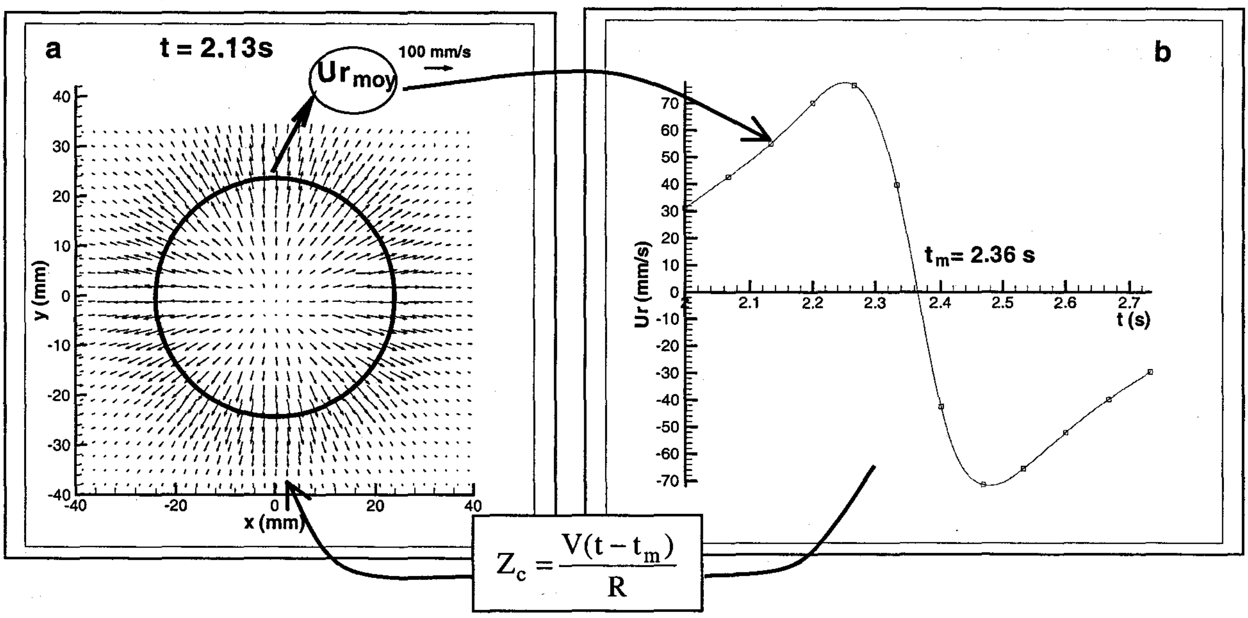
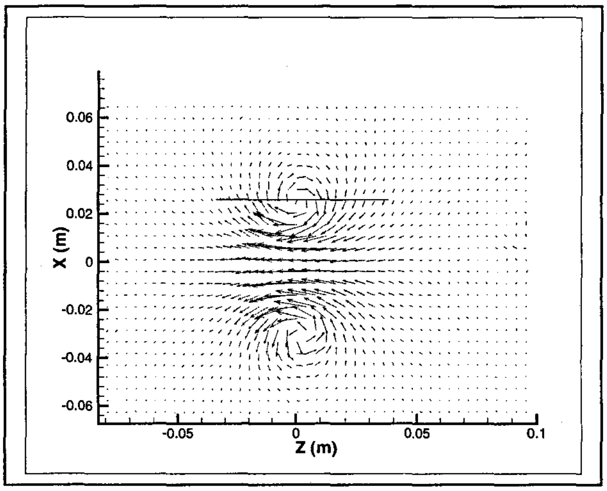


Figure 4.2: Définition de Zc pour les essais de PIV et de PIV-stéréo. a : carte de vitesse dans le plan (H). b : courbe de la vitesse radiale en fonction du temps

L'évolution de la figure 4.2b est confirmée par les résultats de la figure 4.3b qui correspond à la même grandeur, mais mesurée dans le plan (V) le long d'une droite parallèle à $O\vec{z}$ et passant par le centre du noyau (figure 4.3a).



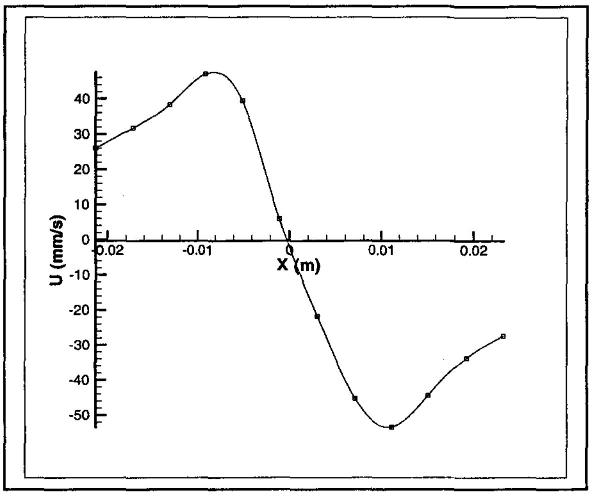


Figure 4.3 : Tourbillon en plan (V) (a) et courbe de variation de la composante U en fonction de (Z) le long d'une droite passant par le centre d'un noyau (b)

4-1.2. Vitesse radiale, vitesse azimutale

D'après la littérature, l'instabilité est une onde azimutale se développant dans les directions radiale et axiale. Les effets de cette onde sont visibles surtout dans le plan (H). Les résultats de PIV 2C, 2D dans le plan (H) ne nous donnent pas accès à la vitesse axiale, par contre la vitesse radiale est obtenue simplement. Dans un repère centré sur l'axe du tourbillon, les formules de passage des composantes de la vitesse en coordonnées cartésiennes à celles en coordonnées polaires sont bien connues. Pour un point M, dont les coordonnées cartésiennes sont (x, y) et les coordonnées polaires (r, θ), et pour lequel la vitesse du fluide $\vec{u}$ a pour composantes (u, v) dans le repère cartésien, et (u_r, u_θ) dans le repère polaire, les formules de passages sont :

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{x}{r}u + \dfrac{y}{r}v \\ u_\theta = -\dfrac{y}{r}u + \dfrac{x}{r}v \end{cases} \qquad (4.2)$$

Ainsi, comme on peut le voir sur la figure 4.4, alors que la présence de l'instabilité n'est pas du tout évidente sur le champ de vecteurs (figure 4.4a), une onde azimutale est clairement mise en évidence sur une carte représentant la vitesse radiale (figure 4.4b). Les vitesses azimutales sont nulles quand le tourbillon est stable et restent nettement inférieures aux vitesses radiales quand les perturbations se développent (figure 4.4c).

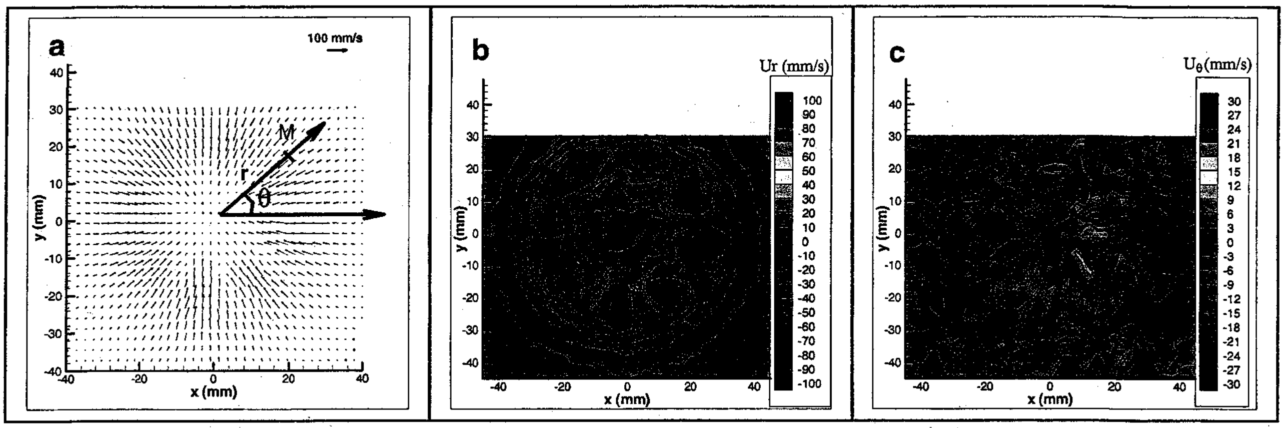


Figure 4.4 : Champ de vecteur vitesse (a) et de vitesse radiale (b) et azimutale (c) au même instant.

4-1.3 Vitesse moyenne - Vitesse fluctuante.

La vitesse en un point du tourbillon peut être décomposée en une partie due à la perturbation et donc variable avec θ, et une partie, indépendante de θ, qui serait celle de l'écoulement s'il était stable. Tant que cette perturbation présente une symétrie suffisante, on peut calculer la partie indépendante de θ en moyennant la vitesse sur un cercle centré sur l'axe du tourbillon. On peut alors écrire, à une distance r donnée de l'axe du tourbillon :

$$\vec{u}(\theta) = \vec{u}_{moy} + \vec{u}'(\theta) \qquad \textbf{(4.3)}$$

Le terme fluctuant de la vitesse ($\vec{u}'$) est alors obtenu en soustrayant à la vitesse totale la vitesse moyenne. La figure 4.5 donne la décomposition de la vitesse radiale de la carte de la figure 4.4 en vitesse moyenne (figure 4.5a) et vitesse fluctuante (figure 4.5b). Les vitesses moyennes sont négatives puisqu'elles sont issues d'une carte où elles étaient négatives. Les iso-contours sont répartis en cercles qui traduisent la variation de la vitesse quand on se déplace radialement dans le tourbillon. Les fluctuations sont alternativement positives et négatives, traduisant les variations de la vitesse autour de sa valeur moyenne.

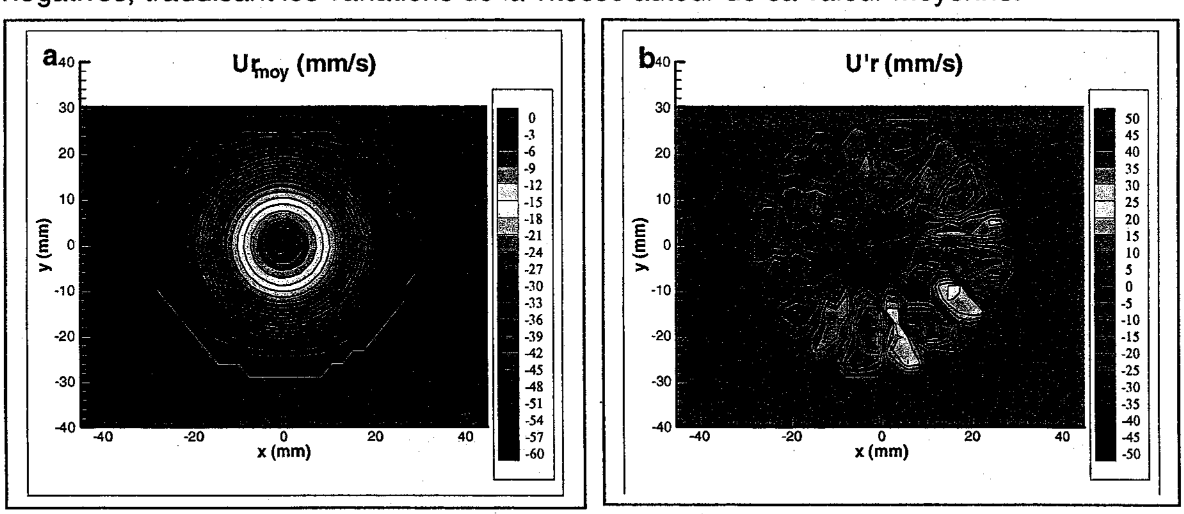


Figure 4.5 : Carte de vitesse radiale moyenne (a) et fluctuante (b)

4-1.4 Analyse de Fourier.

L'instabilité se développe autour du tourbillon. Elle est surtout visible sur la composante radiale (et axiale en PIV stéréoscopique) de la vitesse. Un outil adapté à l'étude quantitative de cette instabilité a été développé.

Il consiste à bâtir un spectre des variations de vitesse autour du tourbillon. Pour cela, des points régulièrement espacés sur un cercle centré sur l'axe du tourbillon (figure 4.6a) sont utilisés. Naturellement, ces points ne sont pas nécessairement des points du maillage de PIV. Il est alors nécessaire d'interpoler la vitesse par rapport aux points voisins. Deux interpolateurs ont été testés : un interpolateur bilinéaire et un interpolateur de Whittaker. Le problème est ensuite de choisir le nombre de points sur le cercle. Si ce nombre est insuffisant, certains phénomènes risquent de nous échapper ; par contre, il serait artificiel de prendre un nombre de points trop grands : ceux-ci sont créés par interpolation sur les données du maillage existant, issu de la PIV. En prenant un espacement entre les points inférieur au pas de la PIV, aucune information nouvelle n'est apportée. La bonne solution consiste à choisir l'espacement de façon à ce qu'il soit de l'ordre de grandeur du pas du maillage de la PIV. On utilise alors un échantillonnage qui est cohérent avec celui des résultats de la méthode expérimentale.

Si N est le nombre de points sur le cercle, R le rayon de ce cercle et P le pas de maillage des cartes de vitesse, on a :

$$N = \frac{2\pi R}{P}. \tag{4.4}$$

On travaillera avec R égal au rayon du tourbillon, car c'est là que les instabilités sont le plus facilement détectables. Le tableau 4.1 donne le nombre de points à utiliser en PIV et en PIV stéréoscopique.

	P (mm)	N
PIV	2.55	59
PIV stéréoscopique	2.4	63

Tableau 4.1: Nombre de points à utiliser pour l'analyse de Fourier.

Une soixantaine de points doivent être utilisés. Pour pouvoir utiliser une transformée de Fourier rapide (FFT), il est nécessaire d'avoir un nombre de points en puissance de 2. En pratique, 64 points ont donc été utilisés.

Les figures 4.6 et 4.7 présentent les résultats obtenus pour une carte de PIV 2C,2D dans le plan (H). On y voit la carte, représentant les niveaux de vitesse radiale (figure 4.6a), les courbes présentant la vitesse radiale en fonction de l'angle azimutal θ pour les deux interpolateurs (figure 4.6b) et le spectre de ces vitesses (figure 4.7).

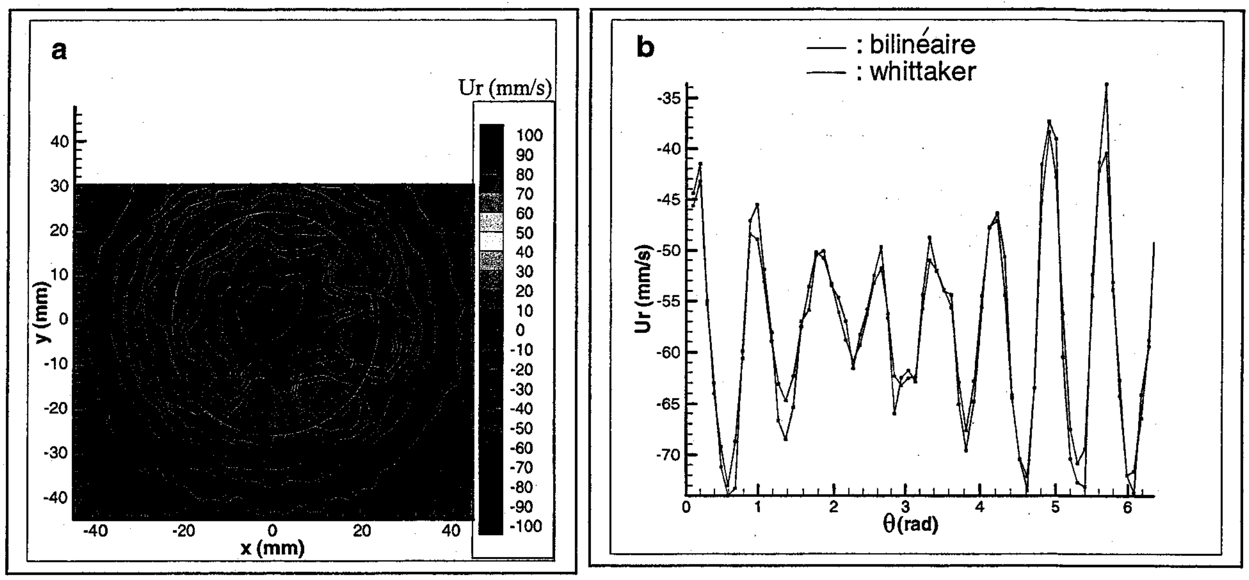


Figure 4.6 : Carte de la vitesse radiale (a) et variation de la vitesse radiale sur un cercle de rayon 24 mm en fonction de l'angle azimutal θ pour deux interpolateurs (b).

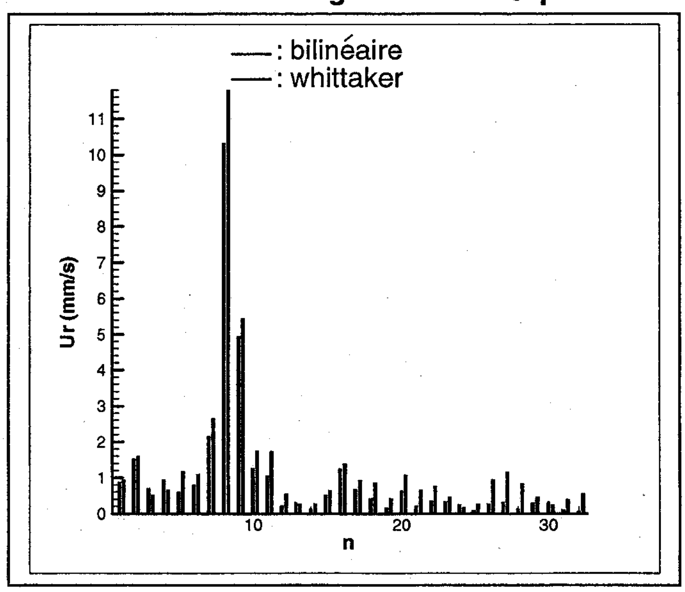


Figure 4.7 : Résultat donnant le module de la transformée de Fourier

On constate (figure 4.6b) que l'interpolateur bilinéaire filtre un peu plus les résultats en coupant les pics de vitesse. Cela se répercute (figure 4.7) sur l'amplitude des différents modes qui est plus importante pour l'interpolateur de Whittaker. Dans la suite, on a utilisé ce dernier.

4-1.5 Modèle géométrique d'analyse des visualisations dans le plan (H).

Les observations précédentes de l'instabilité, dans la littérature, ont en général été réalisées par simple visualisation. Ici, l'utilisation de la tomoscopie dans le plan (H) va mettre en évidence des figures d'instabilité assez complexes. Un modèle géométrique simple a été conçu pour permettre de relier les observations expérimentales à la théorie.

Il est bien établi dans la littérature que l'instabilité se développe sous forme d'une onde azimutale autour du tourbillon. Pour la modéliser, nous considérons que cette onde est une simple sinusoïde. Le tourbillon apparaît, dans nos expériences, sous la forme d'un

enroulement en spirale d'une nappe de colorant qui sera modélisé par un tore. L'onde déforme la surface torique que l'on coupe par un plan normal à son axe. On compare les résultats obtenus avec les observations expérimentales.
En coordonnées cylindriques, l'équation d'un tore de centre O (0,0,0), de rayon R et dont le rayon du noyau est a (figure 4.8 a) s'écrit :

$$z^2 + (R - r)^2 = a^2 \qquad \textbf{(4.5)}$$

Le lieu des centres des noyaux du tore est $\begin{cases} r = R \\ z = 0 \end{cases}$.

Une onde perturbatrice azimutale est introduite. Son intensité est χ et on la dirige à 45° par rapport à l'axe du tore. On peut l'orienter suivant les directions $(\vec{u}_r + \vec{u}_z)$ ou $(\vec{u}_z - \vec{u}_r)$ (où $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_z$ sont respectivement les vecteurs directeurs des directions radiales et axiales).

L'équation des centres des noyaux devient : $\begin{cases} r = R \pm \chi \sin(n\theta) \\ z = \chi \sin(n\theta) \end{cases}$,

et l'équation du tore déformé (figure 4.8 b) s'écrit :

$$(z + \chi \sin(n\theta))^2 + ((R \pm \chi \sin(n\theta) - r)^2 = a^2 \qquad \textbf{(4.6)}$$

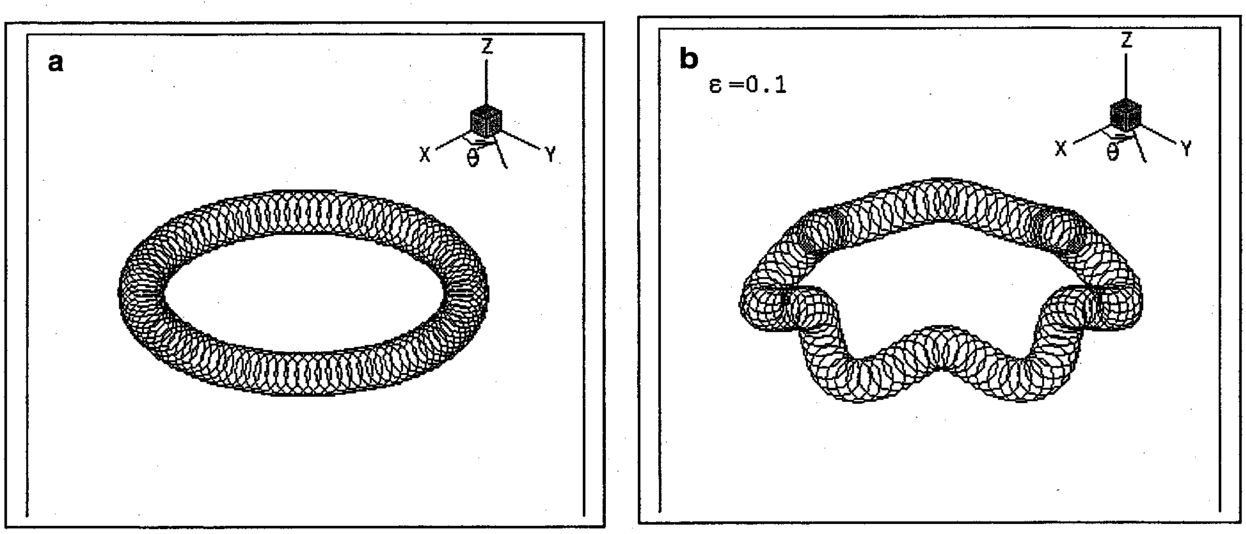


Figure 4.8 : Tore non déformé (a) et déformé (b) dans la direction $(\vec{u}_z - \vec{u}_r)$

Il est maintenant facile de couper le tore par des plans normaux à $O\vec{z}$ et localisés à différentes altitudes Z_c, ce qui permettra de comparer les résultats du modèle géométrique aux résultats de visualisation dans le plan (H).
Ce modèle prédit correctement les figures observées lors du développement de l'instabilité mais montre toutefois rapidement des limites qui tiennent principalement à la différence entre la modélisation qui utilise un tore et la répartition en spirale du colorant. Finalement, il servira surtout à décrire les phénomènes de façon qualitative.

4-2 Structure du champ de vitesse à proximité du noyau

Après avoir calculé les caractéristiques générales des tourbillons étudiés, nous allons analyser le champ de vitesse engendré par le tourbillon torique, en particulier autour du noyau. En comparant nos résultats expérimentaux à la théorie, nous pourrons comprendre la structure du champ de vitesse à proximité du noyau, et en particulier, faire apparaître le champ en point-selle, responsable de l'instabilité.

4-2.1 Données théoriques

Pour caractériser le champ de vitesse à proximité du noyau, les résultats théoriques de Widnall et Tsai (1977) ont été utilisés. Ils donnent la valeur du potentiel de vitesse Φ en fluide parfait à l'extérieur du noyau du tourbillon torique.

Dans un repère polaire centré sur un noyau, Φ est donné par :

$$\Phi=\varphi+\varepsilon(\frac{1}{8}\rho-\frac{3}{8}\frac{1}{\rho}-\frac{1}{2}\rho\ln\rho)\cos\varphi+\varepsilon^2\left[\frac{5}{32}\rho^2-\frac{9}{32}\frac{1}{\rho^2}+\frac{3}{32}+\frac{3}{16}\rho^2\ln\rho-\frac{3}{16}\ln\frac{8}{\varepsilon}(\rho^2-\frac{1}{\rho^2})\right]\sin2\varphi \quad \textbf{(4.7)}$$

où $\varepsilon=\dfrac{a}{R}$ est le rapport entre le rayon du noyau et le rayon du tourbillon.

La coordonnée ρ est adimensionnée par a et les vitesses par $\dfrac{\Gamma}{2\pi a}$. On en déduit la valeur des vitesses radiale et tangentielle dans ce système en dérivant le potentiel :

$$\begin{cases} u_{\rho\Phi}=0+\varepsilon\left(-\frac{3}{8}+\frac{3}{8\rho^2}-\frac{1}{2}\ln\rho\right)\cos\varphi+\varepsilon^2\left[\frac{1}{2}\rho+\frac{9}{16\rho^3}+\frac{3}{8}\rho\ln\rho-\frac{3}{8\rho}\ln\frac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2+\frac{1}{\rho^2}\right)\right]\sin2\varphi \\ u_{\varphi\Phi}=\frac{1}{\rho}+\varepsilon\left(-\frac{1}{8}+\frac{3}{8\rho^2}+\frac{1}{2}\ln\rho\right)\sin\varphi+\varepsilon^2\left[\frac{5}{16}\rho-\frac{9}{16\rho^3}+\frac{3}{8}\rho\ln\rho+\frac{3}{16\rho}-\frac{3}{8\rho}\ln\frac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2-\frac{1}{\rho^2}\right)\right]\cos2\varphi \end{cases} \quad \textbf{(4.8)}$$

Widnall et Tsai (1977) travaillent dans un repère lié au tourbillon. Pour se placer dans un repère fixe, il faut ajouter la vitesse de convection V_0 qui vaut, en fluide parfait (§ 2-1.1) et en adimensionnant correctement :

$$V_0=\frac{\varepsilon}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right) \quad \textbf{(4.9)}$$

Ce qui donne dans le repère local :

$$\begin{cases} u_{\rho V}=\frac{\varepsilon}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right)\cos\varphi \\ u_{\varphi V}=-\frac{\varepsilon}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right)\sin\varphi \end{cases} \quad \textbf{(4.10)}$$

On remarque que ces vitesses sont d'ordre 1 en ε.

Pour obtenir la vitesse totale dans le repère local, il faut sommer les composantes de la vitesse dérivant du potentiel et celles du champ de convection.

$$\left\{\begin{aligned} u_{\rho th\acute{e}o} &= u_{\rho\Phi} + u_{\rho V} = 0 + \varepsilon\left[\left(-\frac{3}{8}+\frac{3}{8\rho^2}-\frac{1}{2}\ln\rho\right)+\frac{1}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right)\right]\cos\varphi \\ &\quad + \varepsilon^2\left[\frac{1}{2}\rho+\frac{9}{16\rho^3}+\frac{3}{8}\rho\ln\rho-\frac{3}{8\rho}\ln\frac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2+\frac{1}{\rho^2}\right)\right]\sin 2\varphi \\ u_{\varphi th\acute{e}o} &= u_{\varphi\Phi} + u_{\varphi V} = \frac{1}{\rho} + \varepsilon\left[\left(-\frac{1}{8}+\frac{3}{8\rho^2}+\frac{1}{2}\ln\rho\right)-\frac{1}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right)\right]\sin\varphi \\ &\quad + \varepsilon^2\left[\frac{5}{16}\rho-\frac{9}{16\rho^3}+\frac{3}{8}\rho\ln\rho+\frac{3}{16\rho}-\frac{3}{8\rho}\ln\frac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2-\frac{1}{\rho^2}\right)\right]\cos 2\varphi \end{aligned}\right. \quad \textbf{(4.11)}$$

4-2.2 Comparaison des vitesses expérimentales et théoriques

Pour comparer ces vitesses aux résultats expérimentaux, nous nous sommes placés sur des cartes dans le plan (V) et dans un repère polaire dont l'origine est au centre d'un des noyaux du tourbillon (figure 4.9). Ces cartes ont été choisies alors que le tourbillon avait parcouru $2{,}5\,D_p$: le tourbillon est alors pleinement formé et l'instabilité ne s'y est pas encore développée.

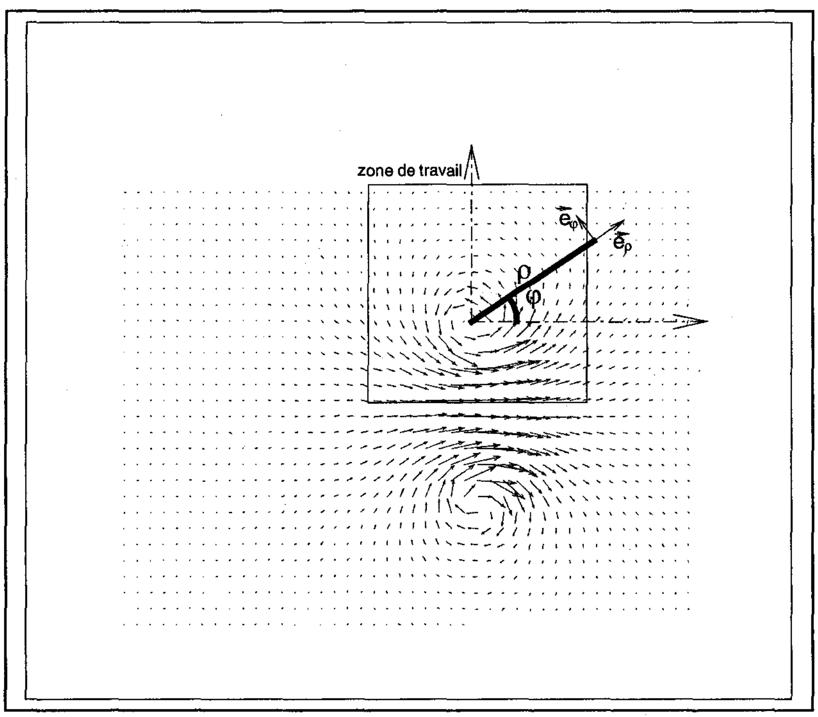


Figure 4.9 : Définition d'un repère local polaire centré sur un des noyaux du tourbillon

On ne considère que les vecteurs vitesse situés dans une zone autour du noyau du tourbillon. Pour comparer les résultats expérimentaux à la théorie, il est nécessaire de les adimensionner. La théorie de Widnall et Tsai (1977) est basée sur un calcul en fluide parfait avec des noyaux de rayon dans lesquels est contenue toute la vorticité. Il nous faut donc choisir un rayon de noyau expérimental. Le choix s'est porté sur le rayon effectif a_e, qui a l'avantage de vérifier la relation $V_0 = \frac{\Gamma_0}{4\pi R_0}\left(\log\frac{8R_0}{a_e} - \frac{1}{4}\right)$, et de donner une vitesse de convection égale à celle de la théorie en fluide parfait. Finalement, les vitesses ont été adimensionnées par $\frac{\Gamma_0}{2\pi a_e}$ et les distances par a_e.

Les graphes présentés ci-dessous (§ 4-2.1.1 et 4-2.1.2) donnent les variations expérimentales et théoriques des composantes u_ρ et u_φ de la vitesse en fonction de ρ et φ. Les variations en fonction de φ sont, dans l'équation 4.11, en $\cos\varphi$, $\sin\varphi$, $\cos 2\varphi$ ou $\sin 2\varphi$, et vont apparaître clairement sur les graphes 4.10 et 4.11 donnant u_ρ et u_φ (§ 4-2.1.1). Par contre, les variations en fonction de ρ sont plus complexes et nécessiteront des moyennes sur φ pour isoler les composantes de la vitesse à l'ordre 0,1 ou 2 (§ 4-2.1.2).

4-2.2.1 Composantes de la vitesse en fonction de φ.

Les quatre graphes ci-dessous reportent pour les tourbillons A' et C' les valeurs des composantes de la vitesse en fonction de φ. Les résultats théoriques et expérimentaux sont comparables. Sur les courbes donnant la composante radiale de la vitesse en fonction de φ (figure 4.10), on voit clairement apparaître une concurrence entre les termes du premier ordre qui sont en $\cos(\varphi)$ et les termes du deuxième ordre, en $\sin(2\varphi)$, dont les effets s'additionnent pour $\varphi < 0$ et s'opposent pour $\varphi > 0$.

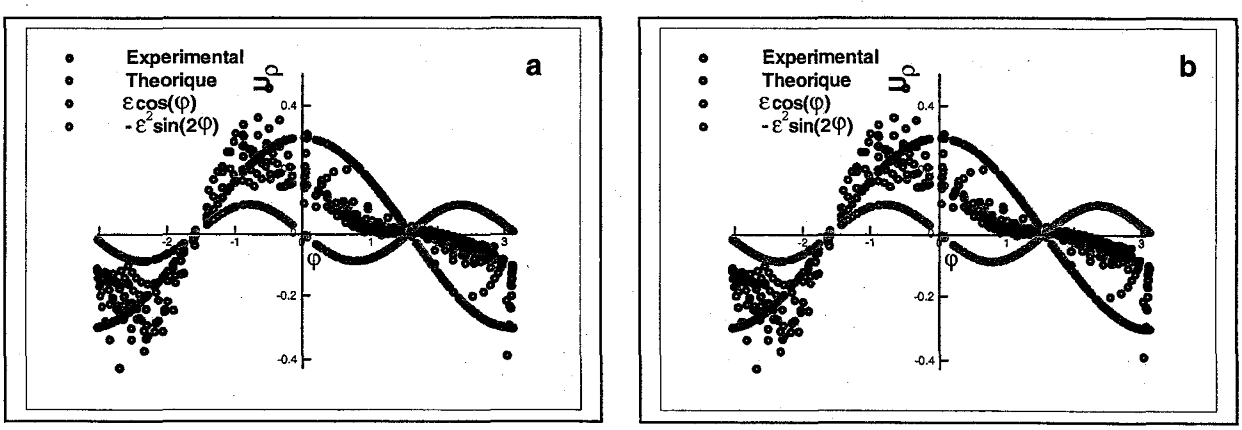


Figure 4.10 : Vitesse u_ρ en fonction de φ pour les tourbillons A' (a) et C' (b)

Les courbes donnant la composante tangentielle de la vitesse en fonction de φ (figure 4.11) donnent des vitesses toujours positives à cause du terme dominant dans u_φ, d'ordre 0 en ε, qui est toujours positif. A cela s'ajoutent les effets des termes d'ordre 1, en $\sin(\varphi)$, et d'ordre 2, en $\cos(2\varphi)$, qui s'additionnent pour $\varphi < 0$ et se concurrencent pour $\varphi > 0$.

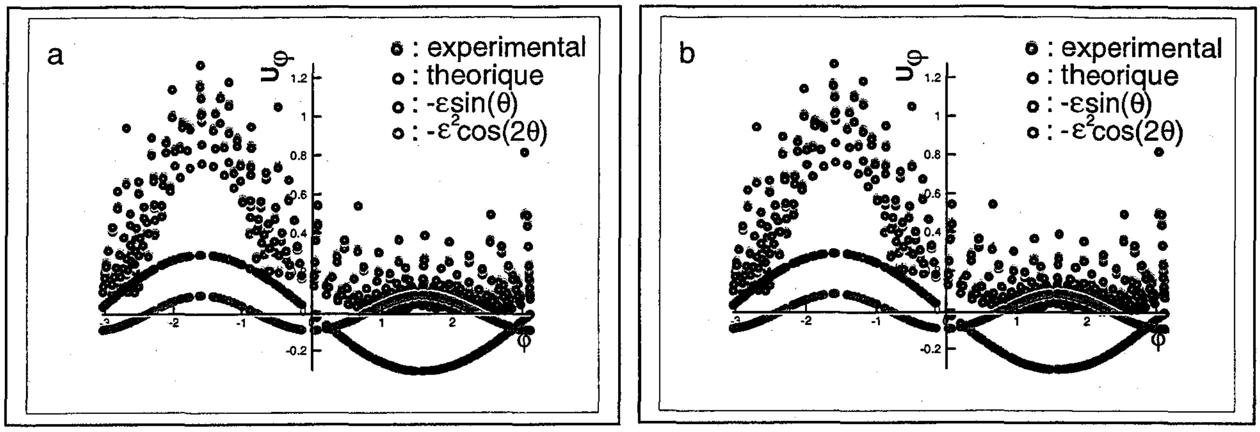


Figure 4.11 : Vitesse u_φ en fonction de φ pour les tourbillons A' (a) et C' (b)

Enfin, sur toutes ces courbes, on voit que les résultats expérimentaux et théoriques sont similaires : les différences viennent sans doute de la modélisation théorique qui néglige les termes d'ordre supérieur à 2 et qui considère un fluide non visqueux.

4-2.2.2 Composantes de la vitesse en fonction de ρ.

Dans l'équation 4.11 , les termes d'ordre 1 et 2 sont en cosinus et sinus φ ou 2φ. Leur moyenne sur un cercle centré sur le noyau du vortex et de rayon ρ est donc nulle. La moyenne de la vitesse se limitera donc aux termes d'ordre 0. Ce calcul a été effectué dans les données expérimentales sur 64 points et pour différentes valeurs de ρ. Les résultats de ce calcul sont notés $\overline{u}_{\rho 0\exp}$ et $\overline{u}_{\varphi 0\exp}$. Ils sont comparés aux valeurs théoriques :

$$\begin{cases} u_{\rho 0 th\acute{e}o} = 0 \\ u_{\varphi 0 th\acute{e}o} = \dfrac{1}{\rho} \end{cases} \qquad \textbf{(4.12)}$$

Pour obtenir le terme à l'ordre 1 dans u_ρ, on multiplie cette composante par $\cos\varphi$. Sur les valeurs théoriques, on obtient :

$$\begin{aligned} u_{\rho th\acute{e}o}\cdot\cos\varphi = 0 + \varepsilon&\left[\left(-\frac{3}{8}+\frac{3}{8\rho^2}-\frac{1}{2}\ln\rho\right)+\frac{1}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right)\right]\cos^2\varphi \\ &+\varepsilon^2\left[\frac{1}{2}\rho+\frac{9}{16\rho^3}+\frac{3}{8}\rho\ln\rho-\frac{3}{8\rho}\ln\frac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2+\frac{1}{\rho^2}\right)\right]\cos\varphi\sin2\varphi \end{aligned} \qquad \textbf{(4.13)}$$

Dans 4.13, la moyenne du terme à l'ordre 0 est évidemment nulle, de même que celle du terme à l'ordre 2 en $\cos\varphi\sin2\varphi$ qui est une fonction périodique de période 2π et paire.

Seule la moyenne du terme à l'ordre 1 est non nulle puisque celle de $\cos^2\varphi$ est égale à ½. En effectuant ce calcul sur les résultats expérimentaux, on accède au terme à l'ordre 1 dans u_ρ, qu'on note : $\bar{u}_{\rho 1\exp}$ et que l'on comparera à la valeur théorique :

$$\bar{u}_{\rho 1th\acute{e}o} = \varepsilon\left[\left(-\frac{3}{8}+\frac{3}{8\rho^2}-\frac{1}{2}\ln\rho\right)+\frac{1}{2}\left(\ln\frac{8}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right)\right] \quad \textbf{(4.14)}$$

De même, on peut accéder aux termes à l'ordre 2 dans u_ρ et à l'ordre 1 ou 2 dans u_φ en multipliant les composantes de la vitesse par $\sin 2\varphi$, $\sin\varphi$ ou $\cos 2\varphi$ puis en calculant leur moyenne. On accède ainsi aux valeurs $\bar{u}_{\rho 2\exp}, \bar{u}_{\varphi 1\exp}, \bar{u}_{\varphi 2\exp}$ à comparer aux valeurs théoriques :

$$\begin{cases} \bar{u}_{\rho 2th\acute{e}o} = \varepsilon^2\left[\dfrac{1}{2}\rho+\dfrac{9}{16\rho^3}+\dfrac{3}{8}\rho\ln\rho-\dfrac{3}{8\rho}\ln\dfrac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2+\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right] \\ \bar{u}_{\varphi 1th\acute{e}o} = \varepsilon\left[\left(-\dfrac{1}{8}+\dfrac{3}{8\rho^2}+\dfrac{1}{2}\ln\rho\right)-\dfrac{1}{2}\left(\ln\dfrac{8}{\varepsilon}-\dfrac{1}{4}\right)\right] \\ \bar{u}_{\varphi 2th\acute{e}o} = \varepsilon^2\left[\dfrac{5}{16}\rho-\dfrac{9}{16\rho^3}+\dfrac{3}{8}\rho\ln\rho+\dfrac{3}{16\rho}-\dfrac{3}{8\rho}\ln\dfrac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2-\dfrac{1}{\rho^2}\right)\right] \end{cases} \quad \textbf{(4.15)}$$

Les courbes 4.12 et 4.13 présentent les courbes $u_\rho(\rho)$ et $u_\varphi(\rho)$.

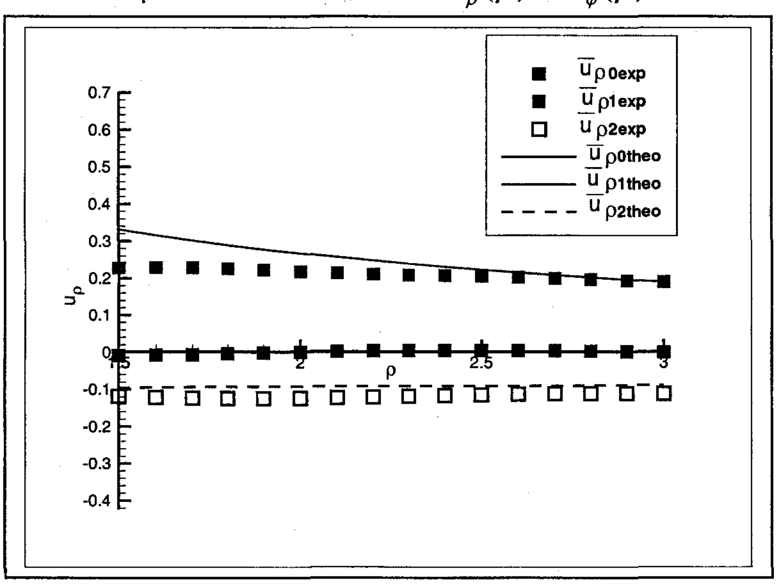


Figure 4.12 : Vitesses u_ρ en fonction de ρ. Termes à l'ordre 0, 1 et 2 expérimentaux et théoriques.

Les vitesses radiales (figure 4.12) sont nulles à l'ordre 0. La courbe théorique, à l'ordre 1, surestime légèrement les vitesses pour les faibles valeurs de ρ ($\rho < 2$). Pour de plus grandes valeurs de ρ, les résultats expérimentaux et théoriques convergent. A l'ordre 2, les données théoriques sont, en valeur absolue, légèrement inférieures aux résultats expérimentaux.

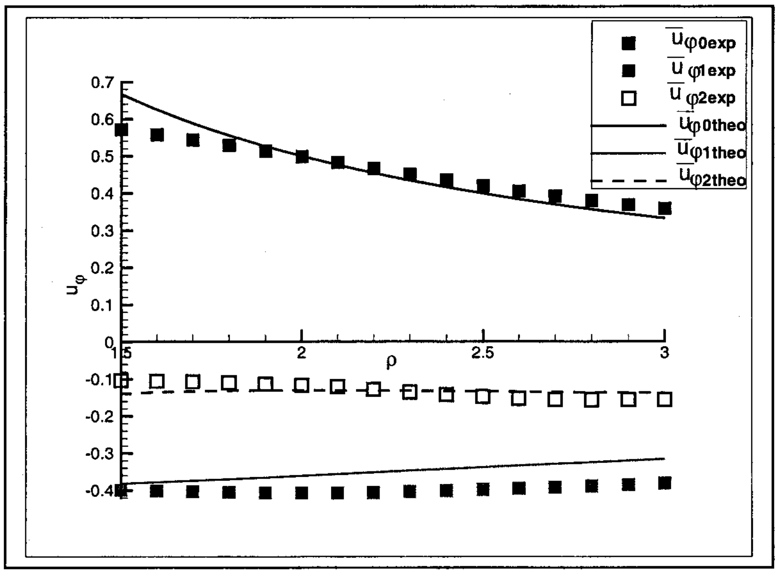


Figure 4.13 : Vitesses u_φ en fonction de ρ. Termes à l'ordre 0,1 et 2 expérimentaux et théoriques

La courbe théorique de la composante u_φ est en $1/\rho$ à l'ordre 0 (fig 4.13). Expérimentalement, l'allure générale de la courbe est similaire, mais avec une pente plus faible. A l'ordre 1, les deux courbes présentent une légère croissance, mais les vitesses expérimentales sont inférieures aux vitesses théoriques. A l'ordre 2, les deux courbes sont très proches.

Sur toutes les figures, les courbes expérimentales et théoriques sont très similaires. Les différences doivent provenir essentiellement de la modélisation en fluide parfait, et du bruit de mesure des expériences.

Enfin, les résultats théoriques ont été reportés sur une carte de vitesse (figure 4.14), et comparés aux vecteurs expérimentaux. Ici également, on constate une bonne similitude des résultats.

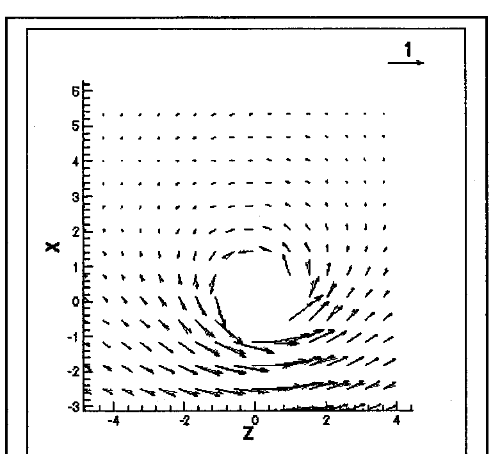


Figure 4.14 : Champs de vitesse à proximité du noyau d'un tourbillon ; comparaison entre le champ théorique (noir) et le champ expérimental (gris)

4-2.3 Structure du champ à proximité du noyau.

Le paragraphe précédent montre que les champs théoriques et expérimentaux sont similaires. On peut donc se servir de la théorie pour comprendre le champ de vitesse à proximité du tourbillon.

On peut décomposer le champ à proximité du noyau du tourbillon en plusieurs champs.

Tout d'abord un champ à l'ordre 0 en ε (figure 4.15). Ces composantes sont

$$\begin{cases} u_{\rho 0} = 0 \\ u_{\varphi 0} = \dfrac{1}{\rho} \end{cases} \tag{4.16}$$

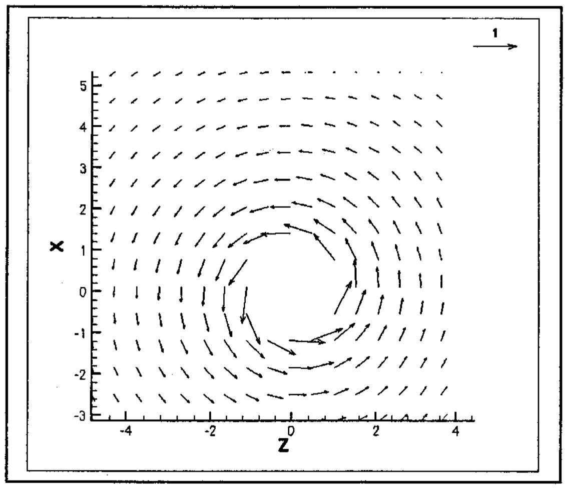


Figure 4.15 : Champ à l'ordre 0 théorique

Il correspond au champ de vitesse à l'extérieur d'un tourbillon. Il est tangentiel et décroît en $1/\rho$.

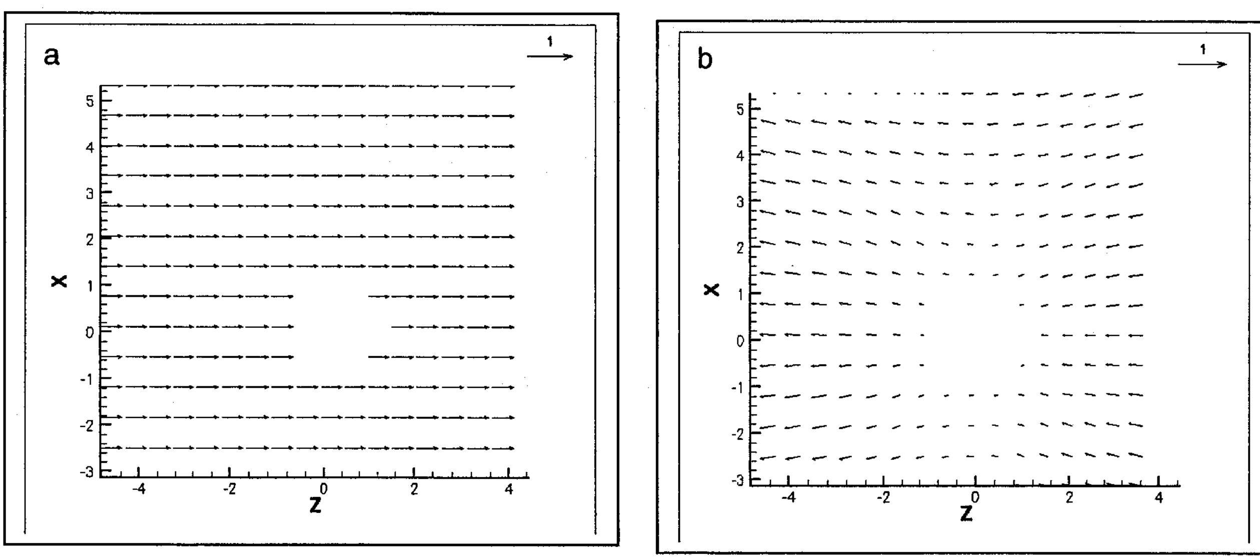


Figure 4.16 : Champs à l'ordre 1 théorique: Champ de convection (a) et champ issu du potentiel de vitesse (b)

Ensuite un champ à l'ordre 1 (figure 4.16). Il se décompose en 2 parties. Tout d'abord un champ uniforme (figure 16 a), qui correspond au mouvement de translation du tourbillon :

$$\begin{cases} u_{\rho V} = \dfrac{\varepsilon}{2}\left(\ln\dfrac{8}{\varepsilon} - \dfrac{1}{4}\right)\cos\varphi \\ u_{\varphi V} = -\dfrac{\varepsilon}{2}\left(\ln\dfrac{8}{\varepsilon} - \dfrac{1}{4}\right)\sin\varphi \end{cases} \tag{4.17}$$

A celui-ci, s'ajoute un champ issu du potentiel de vitesse (figure 4.16 b). Ce champ est dû à la courbure du tourbillon ; on trouve des champs similaires dans le cas de colonnes tourbillonnaires courbées (Widnall et al (1977)).

Enfin, on trouve un champ à l'ordre 2 (figure 4.17a). C'est le champ de type point-selle :

$$\begin{cases} u_{\rho 2} = \varepsilon^2\left[\dfrac{1}{2}\rho + \dfrac{9}{16\rho^3} + \dfrac{3}{8}\rho\ln\rho - \dfrac{3}{8\rho}\ln\dfrac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2 + \dfrac{1}{\rho^2}\right)\right]\sin 2\varphi \\ u_{\varphi 2} = \varepsilon^2\left[\dfrac{5}{16}\rho - \dfrac{9}{16\rho^3} + \dfrac{3}{8}\rho\ln\rho + \dfrac{3}{16\rho} - \rho\ln\dfrac{8}{\varepsilon}\left(\rho^2 - \dfrac{1}{\rho^2}\right)\right]\cos 2\varphi \end{cases} \tag{4.18}$$

Pour le faire apparaître dans nos résultats expérimentaux, nous avons représenté, sur la carte de vitesse de la figure 4.17b, les vitesses réelles auxquelles nous avons soustrait les champs théoriques à l'ordre 0 et à l'ordre 1. On constate que le champ créé est bien de type point-selle. C'est ce champ qui, d'après la théorie, est à l'origine de l'instabilité.

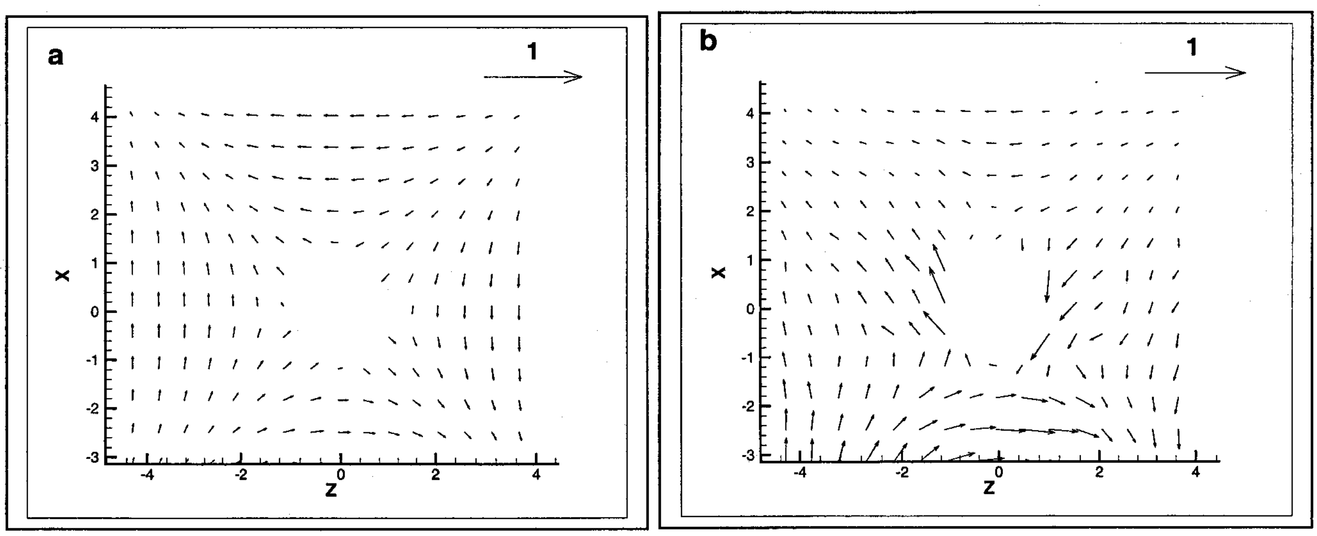


Figure 4.17 : Champ à l'ordre 2 théorique: champ du type point-selle théorique (a) et expérimental (b)

4-3 Développement d'une onde azimutale.

4-3.1 Observations de tomoscopie.

Lorsque le tourbillon torique est stable, on observe, en tomoscopie, et dans le plan (V) (figure 4.18a), une alternance en spirale de fluide coloré et de fluide sain, qui correspond à l'enroulement de la nappe tourbillonnaire lors de la formation du tourbillon. Dans le plan (H) (figure 4.18b), on obtient une série de cercles concentriques qui correspondent aux spirales du plan (V).

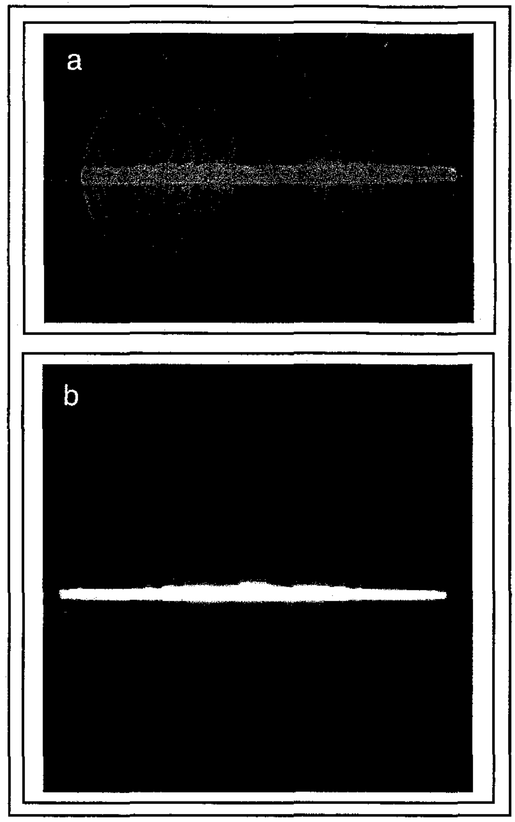


Figure 4.18 : Tourbillon stable dans le plan (V) (a) et dans le plan (H) (b)

Les visualisations dans le plan (V) ne sont pas bien adaptées à l'observation de l'instabilité. La figure 4.19 montre que, alors que des figures d'instabilité se développent dans le plan (H), seule une légère dissymétrie est observée entre les deux noyaux contrarotatifs dans le plan (V).

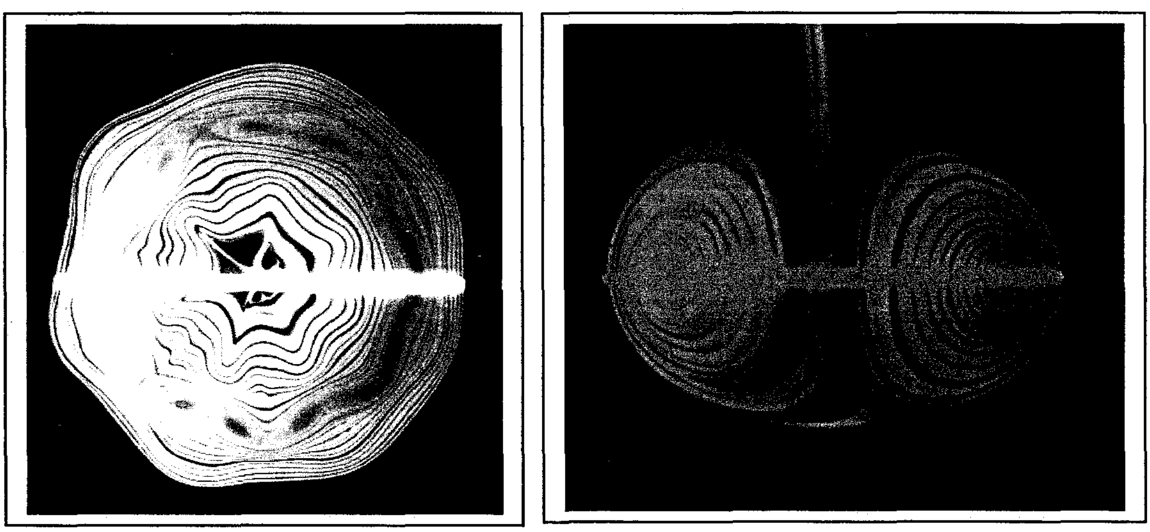


Figure 4.19 : Images simultanées du tourbillon D en plan (H) (a) et en plan (V) (b) durant la phase linéaire de l'instabilité - t = 4.33s

Deux phénomènes ont lieu durant la phase linéaire de l'instabilité : tout d'abord une déformation des cercles concentriques observés quand le tourbillon est stable, puis l'apparition de figures (appelées ici type I à type VI) qui sont caractéristiques de l'instabilité azimutale. Le nombre de ces figures autour du tourbillon donne le nombre de modes n de la perturbation. La forme de ces figures d'instabilité dépend de la position du plan (H) dans le tourbillon et du temps t de l'observation. Ces figures se retrouvent dans tous les tourbillons réalisés en tomoscopie. Elles seront d'abord présentées ici pour le tourbillon E, puis leur apparition dans le temps et dans l'espace sera décrite pour les autres tourbillons.
Dans la partie basse du tourbillon (en amont), l'instabilité démarre avec une déformation des cercles concentriques. Ceux à l'extérieur prennent la forme de polygone et ceux à l'intérieur prennent une forme d'étoile dont les branches s'étendent peu à peu jusqu'à la frontière extérieure du tourbillon (figure 4.20 a). Entre ces branches, apparaissent les figures de type I, d'allure triangulaire (figure 4.20 b).

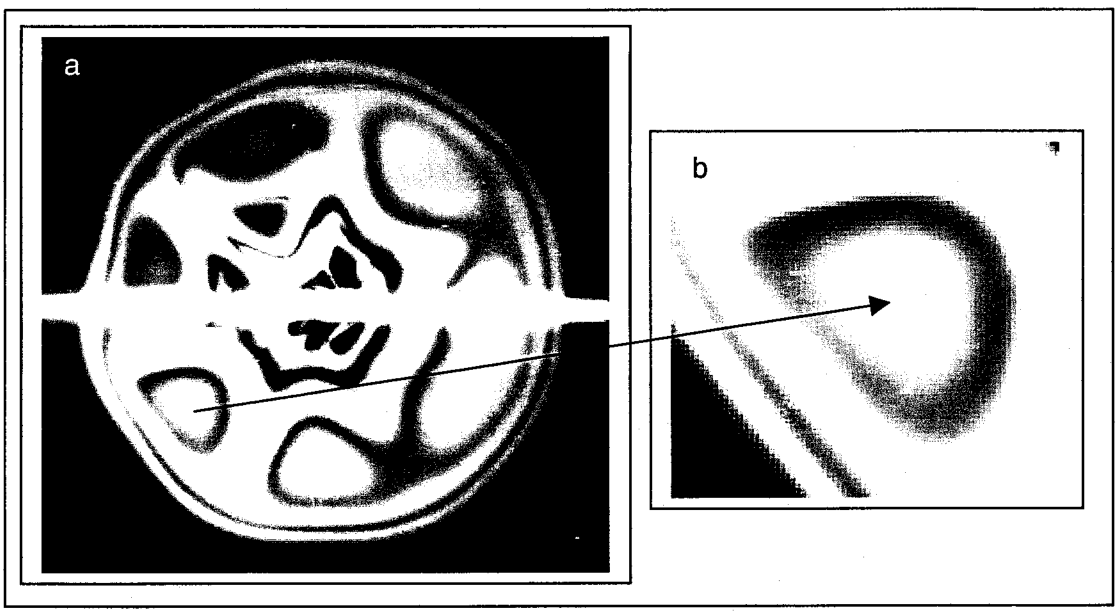


Figure 4.20 : Type I t = 4.1s Zc = -0.56

Plus tard et plus près du plan médian, les figures de type I se changent en figures de type II qui ont une forme de cœur (figure 4.21 a et b).

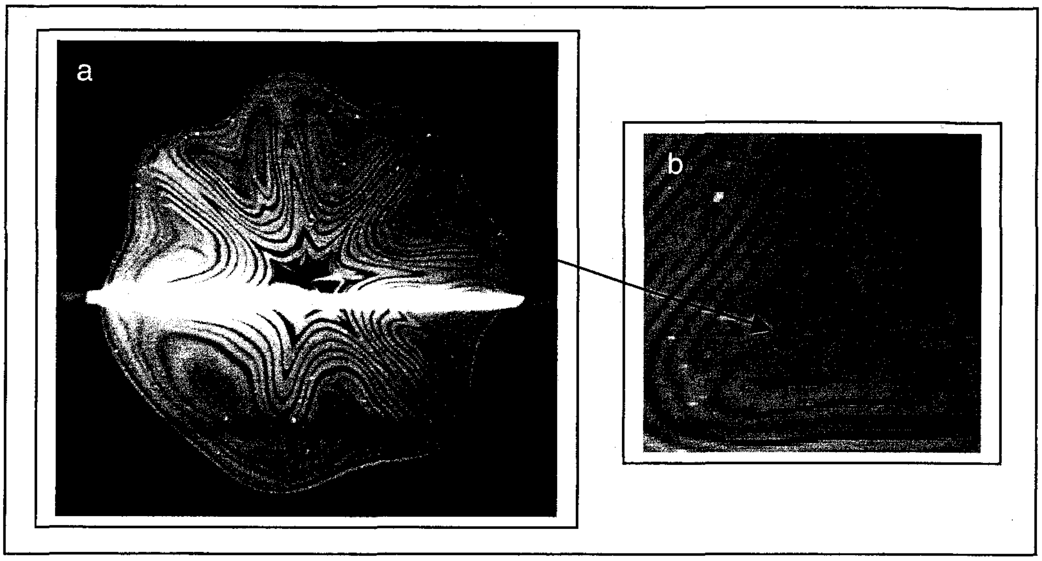


Figure 4.21 : type II t = 5.7 s Zc = -0.31

Dans le plan médian, le début de l'instabilité est également caractérisé par la déformation des cercles concentriques en polygones, et ce, dans tout le tourbillon. Cette déformation est cependant plus marquée pour les cercles intérieurs que pour les cercles extérieurs (figure 4.22).

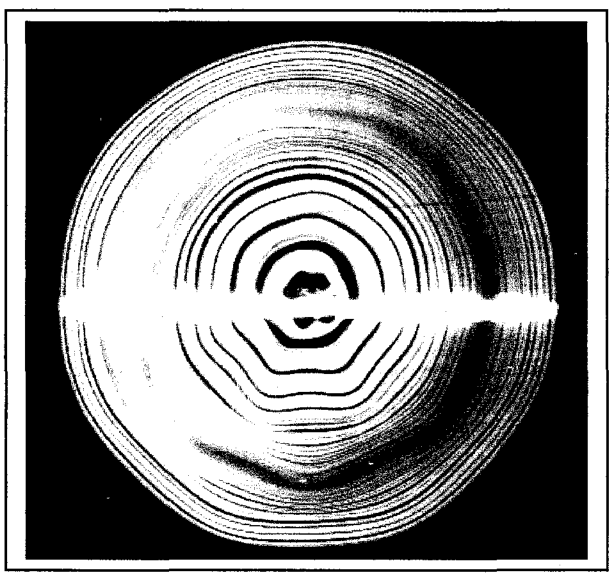


Figure 4.22 : Instabilité dans le plan médian ; t = 3.67 s Zc = 0

Plus tard, dans le plan médian, les lignes de colorant entourant le noyau se joignent pour former de petites figures (type III) dont le nombre est le double du nombre de modes de l'instabilité (figure 4.23 a et b) ; en même temps, les cercles à l'intérieur prennent la forme d'une étoile (figure 4.23 a). Ces figures de type III correspondent à la déformation du cœur du tourbillon causée par l'instabilité. Elles apparaissent déphasées de 180° par rapport aux lignes extérieures et intérieures du tourbillon (quand les figures sont dirigées radialement vers l'intérieur du tourbillon, les lignes de la périphérie le sont vers l'extérieur et inversement). On retrouve ainsi le déphasage observé par Didden (1977) entre les phénomènes se produisant près du noyau du tourbillon et ceux qui se développent à la périphérie.

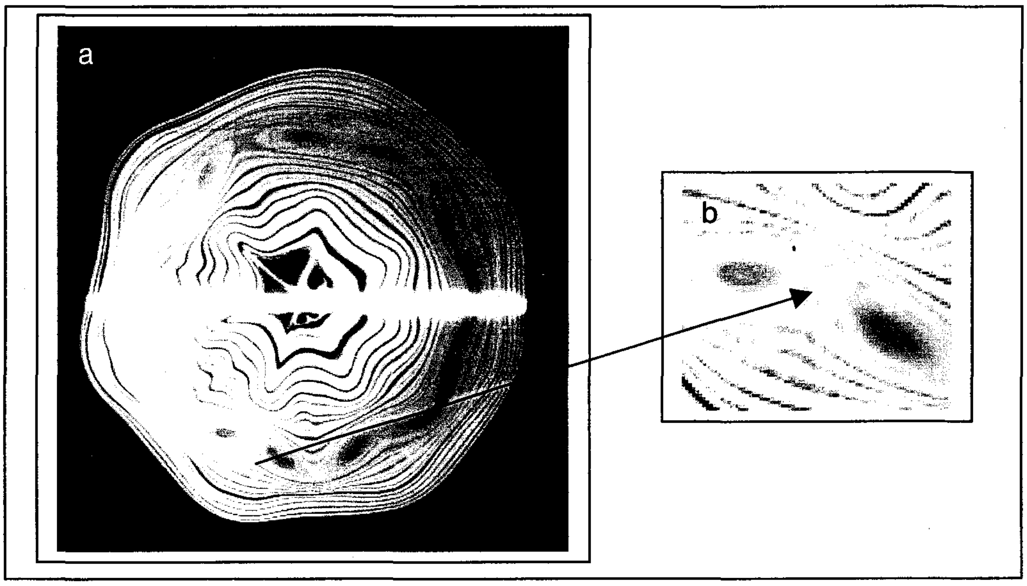


Figure 4.23 : type III t = 4.33 s Zc = 0

Dans la partie aval du tourbillon, l'instabilité démarre aussi avec une déformation des lignes extérieures, comme dans la partie amont. Ensuite, les lignes intérieures prennent rapidement la forme de pétale (figure 4.24a) tandis que dans la zone du cœur du tourbillon, les lignes de colorant se joignent pour former des figures presque circulaires (type IV, figure 4.24 b).

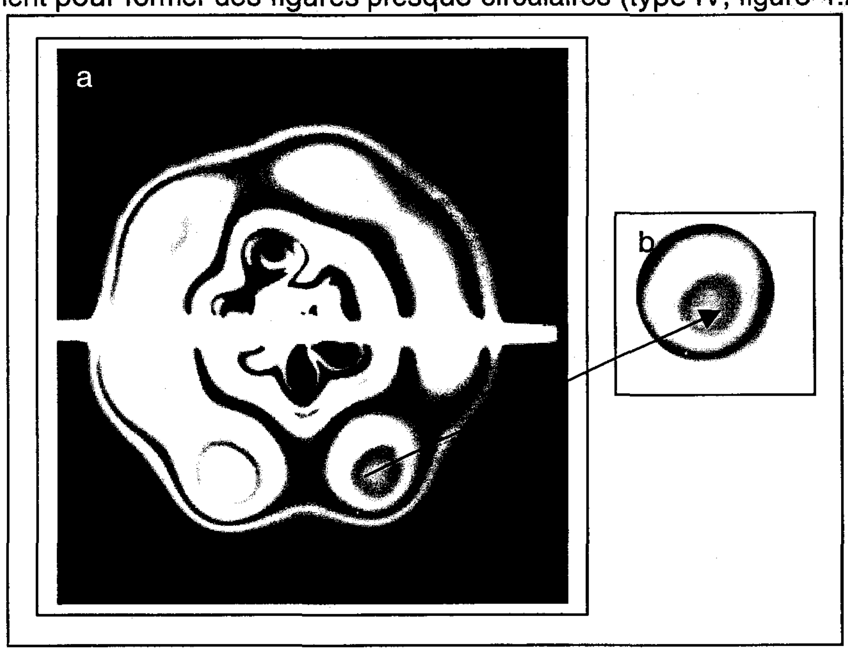


Figure 4.24 : Type IV t = 3.97 s Zc = 0.58

Plus tard, ces figures se transforment en type V (figure 4.25) qui sont aussi en forme de cœur, mais qui pointe vers l'extérieur, et non vers l'intérieur, comme sur la figure 4.21.

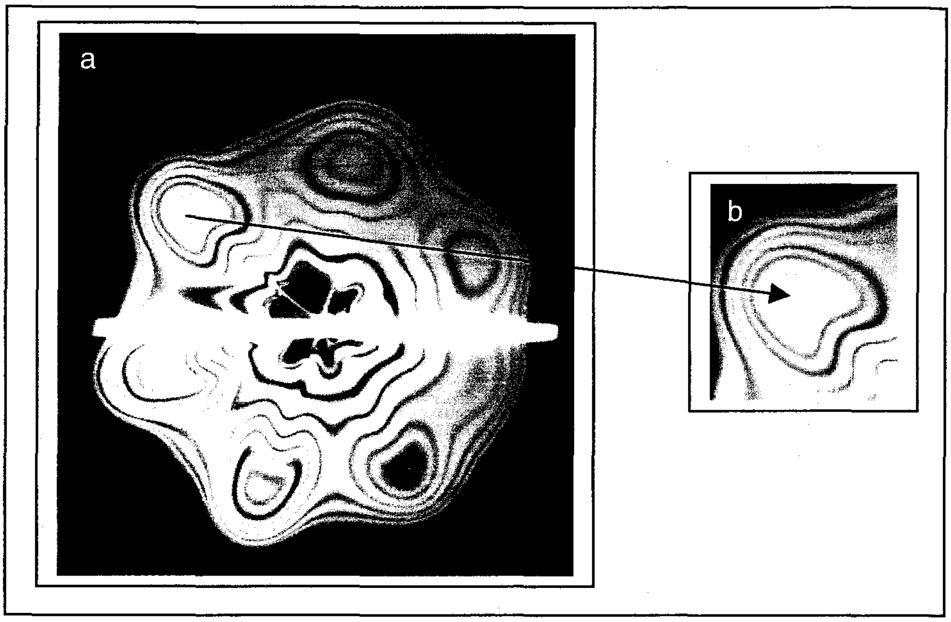


Figure 4.25 : Type V t = 4.53 s Zc = 0.41

L'instabilité est aussi observable dans la queue du tourbillon. Là, elle s'organise en pétales (type VI, figure 4.26 b).

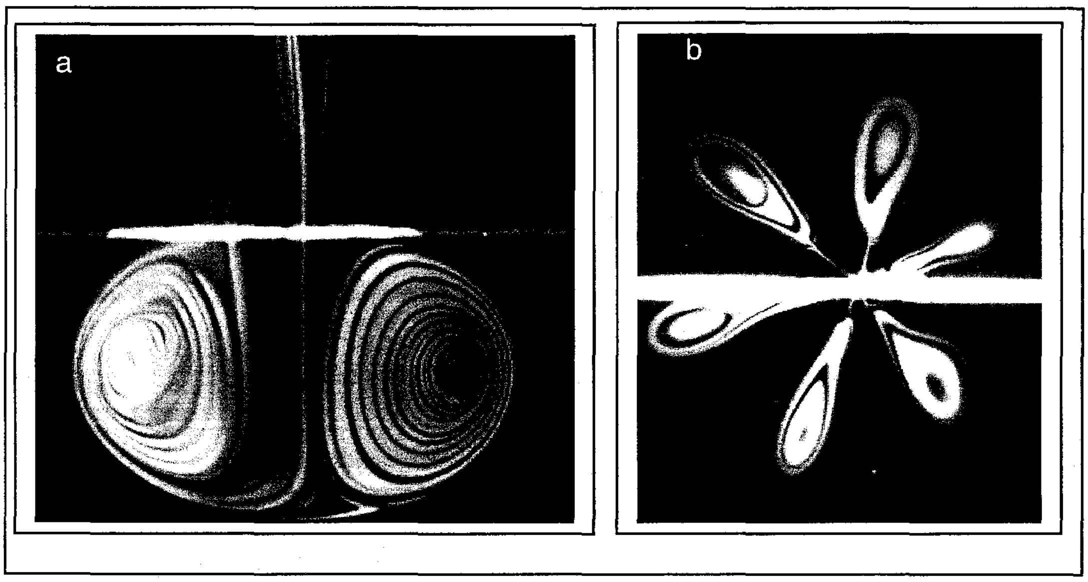


Figure 4.26 : Type VI t = 4.77 s Zc = 0.82

Un essai complet de la phase linéaire de l'instabilité est présenté en Annexe 9. Il permet de mieux comprendre comment apparaissent les différentes figures décrites ci-dessus.

Ces figures d'instabilité apparaissent pour tous les types de tourbillon sauf pour le cas G. Celui-ci présente des instabilités dès l'injection et sera traité en Annexe 3. Pour les autres cas (A à F), les résultats concernant l'apparition de ces figures sont regroupés en Annexe 10. Les figures y indiquent, pour chaque tourbillon, le nombre de modes de l'instabilité, ainsi que le temps et la position Zc dans le tourbillon pour lesquels les différentes figures caractéristiques (I à VI) sont observées. On y retrouve toutes les caractéristiques présentées ci-dessus dans le cas du tourbillon D. Les figures de type I et II apparaissent toujours dans la partie amont du tourbillon. Le type I, en premier, pour -0.8 < Zc < -0.3. Le type II apparaît plus tard (quand l'instabilité est plus développée) et plus près du plan médian (-0.6 < Zc < -

0.2) . L'instabilité de type III apparaît toujours au voisinage du plan médian (-0.1 < Zc < 0.1). Les figures de type IV et V sont dans la partie aval. Le type IV pour 0.25 < Zc < 0.6. Le type V apparaît quand l'instabilité est plus développée et plus près du plan médian. (0.2 < Zc < 0.5). Enfin, le type VI, se trouvant dans la queue du tourbillon, apparaît toujours pour des valeurs de Zc importantes (Zc > 0.7) et dès la naissance de l'instabilité.

Pour pouvoir lier l'apparition de ces figures à la présence d'une onde azimutale dans le tourbillon, elles sont comparées aux résultats obtenus avec le modèle géométrique. Il est utilisé avec comme direction de perturbation $\vec{u}_z - \vec{u}_r$, le rayon du tore est pris égal à 1 et le nombre de modes n = 6 . En faisant varier ε pour simuler le développement de l'instabilité, σ pour les différents rayons de nappes de colorant et Z_c pour différentes altitudes de coupe, nous avons obtenu des figures semblables à celles obtenues lors de nos expériences (figure 4.27).

Les résultats sont en bon accord avec les observations expérimentales : les figures de type I et II apparaissant pour $Z_c < 0$, et le type II pour une instabilité plus développée et un plan plus proche du plan médian. La figure de type III apparaît bien dans le plan médian. Les figures de type IV et V apparaissent pour $Z_c > 0$ et le type V pour une instabilité plus développée et plus près du plan médian.

Enfin la figure de type VI apparaît pour de grands Z_c.

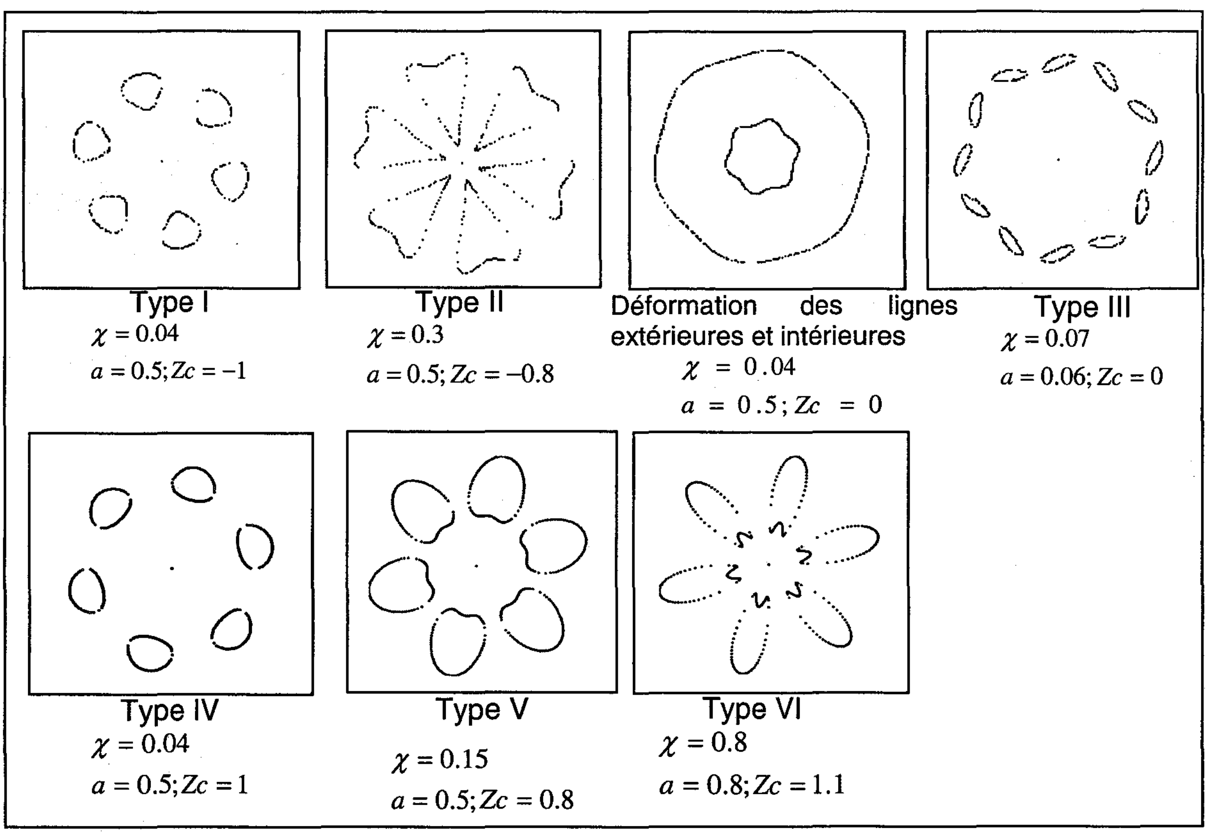


Figure 4.27 : Exemples de figures obtenues à l'aide du modèle géométrique

4-3.2 Observation de PIV et de PIV stéréoscopique

Les résultats de PIV 2D,2C et de PIV stéréoscopique sont complémentaires. Ceux de PIV 2C,2D sont en général moins bruités (sauf près du plan médian) et les figures d'instabilité y apparaissent plus clairement. Par contre, les résultats de PIV stéréoscopique apportent des informations sur la troisième composante de la vitesse et sont de meilleure qualité dans le plan médian.

Un cas de PIV 2C,2D pour le tourbillon A' est analysé de manière détaillée. A la première altitude où nous avons effectué nos essais (Z = 105 mm), l'instabilité n'est pas encore visible. Ce sont donc les résultats à l'altitude suivante Z= 201 mm qui vont être utilisés. Les perturbations ne sont pas observables directement sur les champs de vecteurs. Par contre, elle apparaissent sur les champs de vitesse radiale ainsi que sur les champs de vitesse fluctuante. Quelques résultats de PIV stéréoscopique sont ensuite présentés pour connaître le comportement de la composante de vitesse axiale et pour pouvoir se rapprocher du plan médian.

4-3.2.1 Tourbillon A', Z=201 mm

4-3.2.1.1 Cartes de vitesse

Sur les cartes représentant les champs de vecteurs, on observe que pour Zc < 0 (figure 4.28a), c'est à dire en amont du tourbillon, la vitesse est radiale et dirigée vers l'extérieur. Près du plan médian (figure 4.28 b), les vitesses sont quasiment nulles : en fait dans cette zone, la vitesse est principalement axiale et cette composante n'apparaît pas sur les cartes de vitesse .Enfin, pour Zc > 0 (figure 4.28 c), les vitesses sont radiales mais dirigées cette fois vers l'intérieur du tourbillon.

L'influence de l'instabilité est difficilement détectable sur ces cartes.

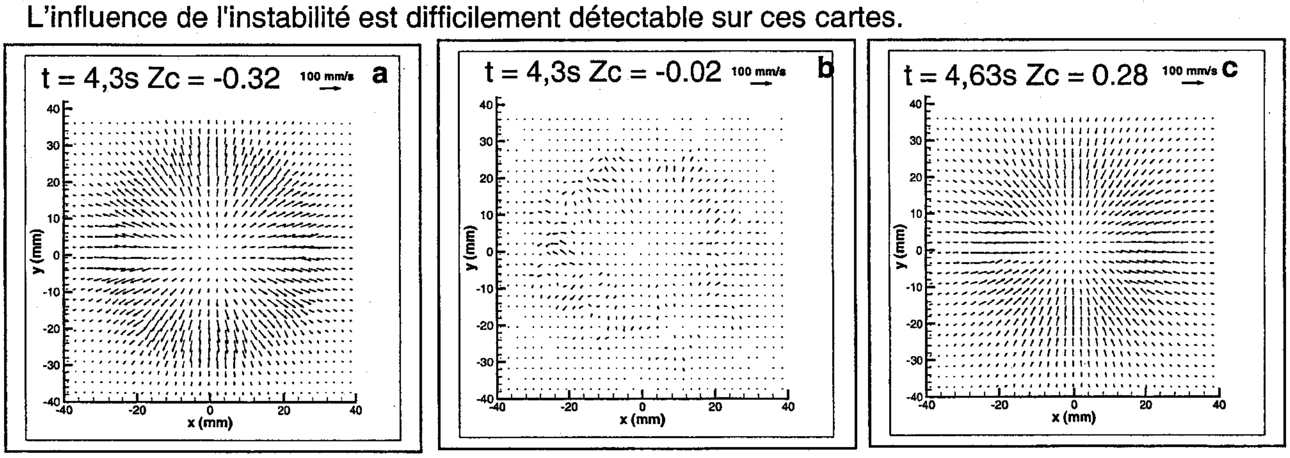


Figure 4.28 : Champ de vitesse pour différentes positions du plan (H) dans le tourbillon

4-3.2.1.2 Vitesse radiale

A condition de n'être ni trop près ni trop loin du plan médian, les perturbations sont détectables en traçant les courbes de niveau de la vitesse radiale. Ainsi pour $0.15 < |Z_c| < 0.45$, l'instabilité se développe sous la forme d'une onde azimutale autour du tourbillon (figure 4.29).

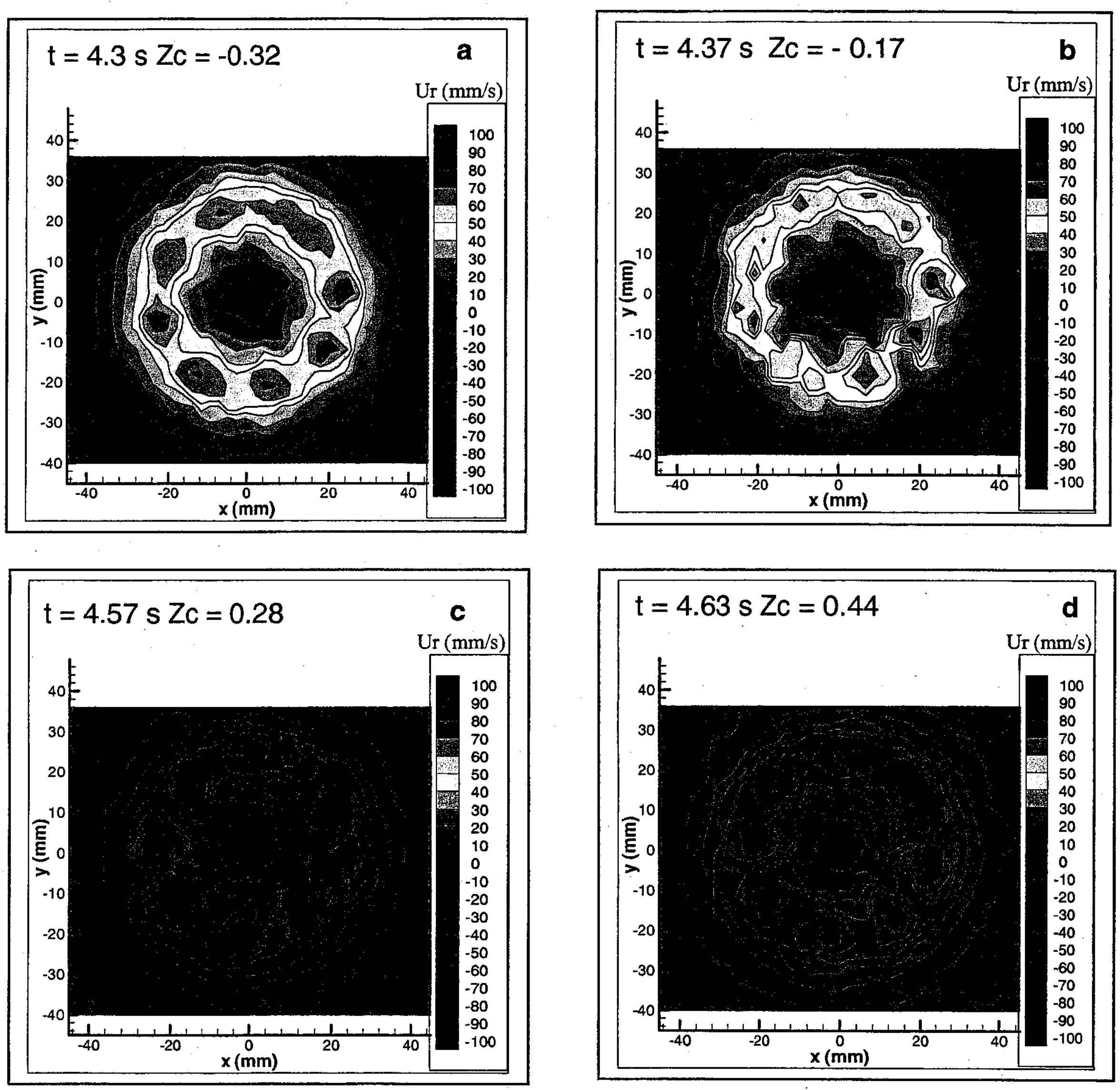


Figure 4.29 : Champs de vitesse radiale du tourbillon A' : Z = 201 mm et 0.15 < |Zc| <0.45

A une distance de l'axe du tourbillon égale à R, rayon du tore, elle est particulièrement visible sous la forme de zones de survitesse quasiment circulaires qui se répartissent autour du tourbillon. On dénombre 8 de ces zones ce qui donne le nombre de modes n, du mode le plus instable. Ces zones sont visibles aussi bien en amont (figure 4.29 a et b) qu'en aval du tourbillon (figure 4.29 c et d) ; cependant, elles sont plus marquées pour $Z_c > 0$. Ces cartes sont prises quelques instants après celles pour $Z_c < 0$ (0,33 s se sont écoulées entre les cartes à $Z_c = -0.32$ et celle à $Z_c = 0.44$), instants qui correspondent au temps mis par le tourbillon pour traverser le plan laser : pendant cet intervalle de temps, l'instabilité a pu se développer. Par ailleurs les pics dans les cartes en aval sont déphasés par rapport aux pics des cartes en amont du tourbillon. En fait, en amont, ils correspondent à des zones de maximum de vitesse tandis qu'en aval, ils correspondent à des zones de minimum de vitesse. Finalement les zones de sur et de sous vitesse par rapport à la vitesse moyenne se correspondent bien en amont et en aval du tourbillon.

Les cartes plus proches du plan médian du tourbillon ($|Z_c| < 0.15$) apparaissent très bruités (figure 4.30) : en fait, pour ces cartes, la vitesse radiale est très faible tandis que la vitesse normale au plan est importante. En conséquence l'instabilité n'est plus visible, noyée dans le bruit.

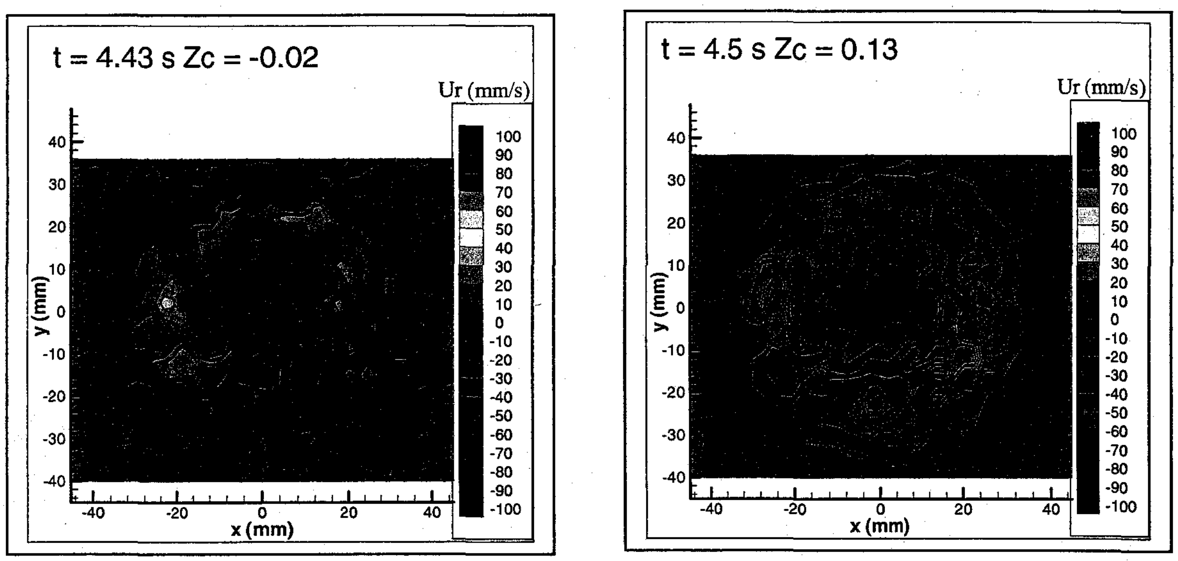


Figure 4.30 : Champs de vitesse radiale du tourbillon A' : Z = 201 mm et |Zc| <0.15

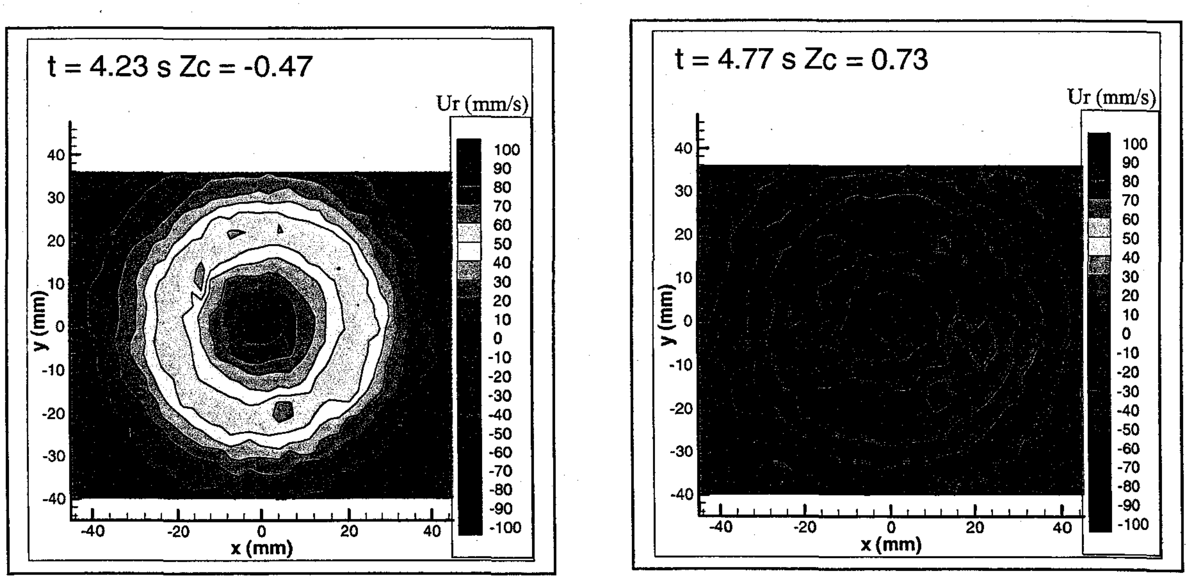


Figure 4.31 : Champs de vitesse radiale du tourbillon A' : Z = 201 mm et |Zc| >0.45

Pour des valeurs de $|Z_c| > 0.45$ (figure 4.31), les vitesses radiales sont relativement faibles et les perturbations ne sont pas visibles non plus. On observe alors des cercles concentriques qui traduisent la variation de la vitesse lorsque l'on se déplace radialement dans le tourbillon.

4-3.2.1.3 Vitesse fluctuante

Sur les cartes où l'instabilité est bien visible $(0.15 < |Z_c| < 0.45)$ (figure 4.32) les vitesses radiales fluctuantes s'organisent en bandes alternativement positives et négatives.

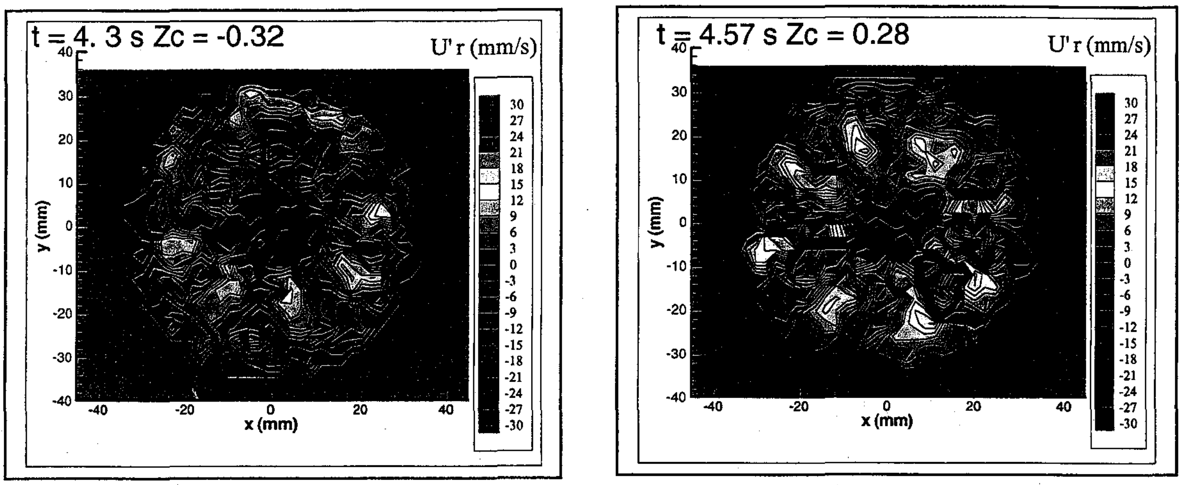


Figure 4.32 : Champs de vitesse radiale fluctuante du tourbillon A' : Z = 201 mm et 0.15<|Zc| <0.45

4-3.2.2 Tourbillon A', Z=275 mm – PIV stéréoscopique.

Nos résultats de PIV stéréoscopique sont en général plus bruités que ceux de PIV 2C,2D. L'instabilité n'est donc vraiment détectable que quand elle est bien développée. C'est pourquoi il est nécessaire d'attendre d'être à une altitude plus basse pour pouvoir l'observer.

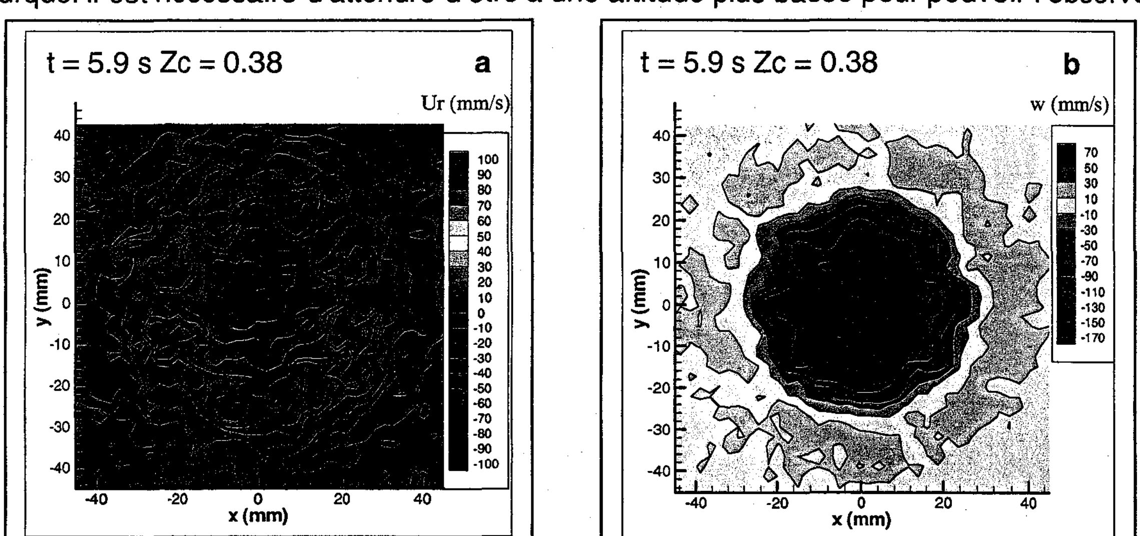
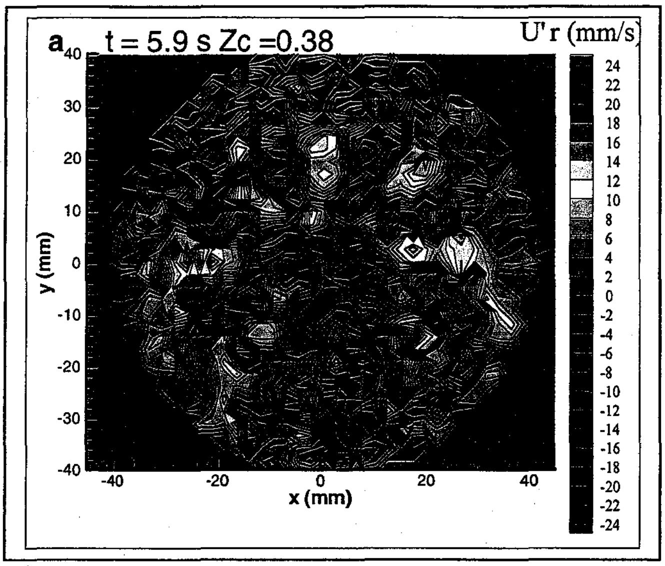


Figure 4.33 : Champs de vitesse radiale (a) et axiale (b) du tourbillon A' : Z = 275 mm Zc = 0.38

En ce qui concerne les vitesses radiales (figure 4.33 a), on observe une structure similaire aux résultats précédents. Les vitesses axiales laissent apparaître, elles aussi, une onde azimutale qui se traduit par une déformation des cercles iso-w (figure 4.33 b).
Les vitesses fluctuantes axiales, comme radiales, s'organisent en bandes se répartissant autour du tourbillon, alternativement positives et négatives.



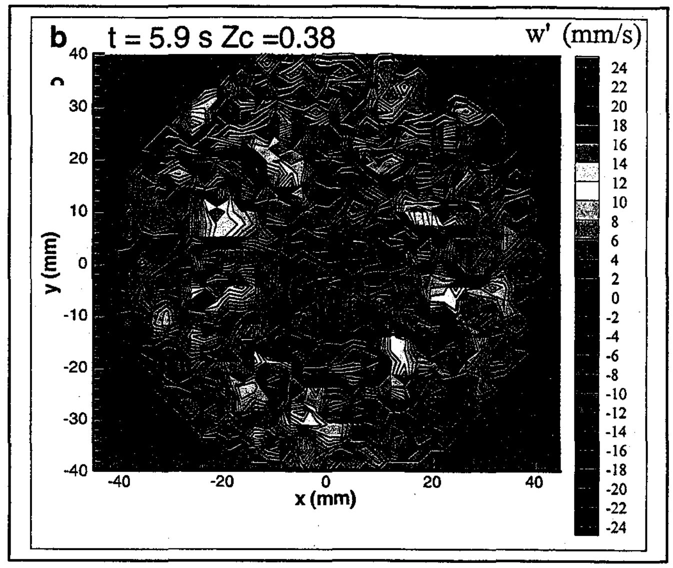
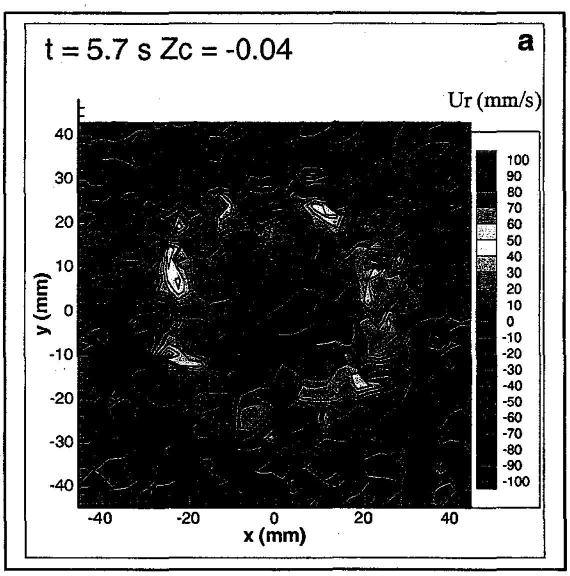


Figure 4.34 : Champs de vitesse perturbée radiale (a) et axiale (b) du tourbillon A' : Z = 275 mm Zc = 0.38

Les résultats de PIV stéréoscopique permettent aussi de s'approcher du plan médian. La perturbation s'y organise, pour les vitesses radiales (figure 4.35 a), en petites structures de survitesse qui se répartissent au niveau du rayon du tourbillon. Par contre, les vitesses axiales (figure 4.35 b) sont difficilement exploitables à cause de la vitesse d'ensemble, qui masque l'instabilité.



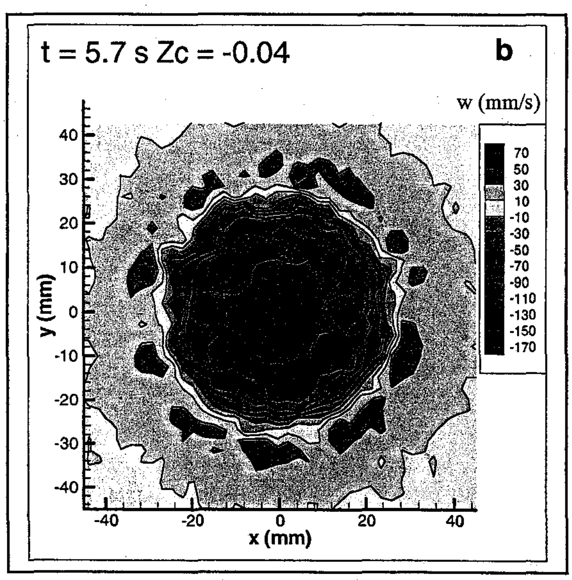


Figure 4.35 : Champs de vitesse radiale (a) et axiale (b) du tourbillon A' : Z = 275 mm Zc = -0.04

Les vitesses fluctuantes permettent de s’affranchir de ce problème. A proximité du plan (figure 4.36), elles s'organisent en plus petites zones de sur et de sous vitesse se répartissant au niveau des centres du tore. La forme de ces zones n'est pas sans rappeler la forme des figures d'instabilité de type III qu'on observe dans les visualisations dans le plan médian du tourbillon.

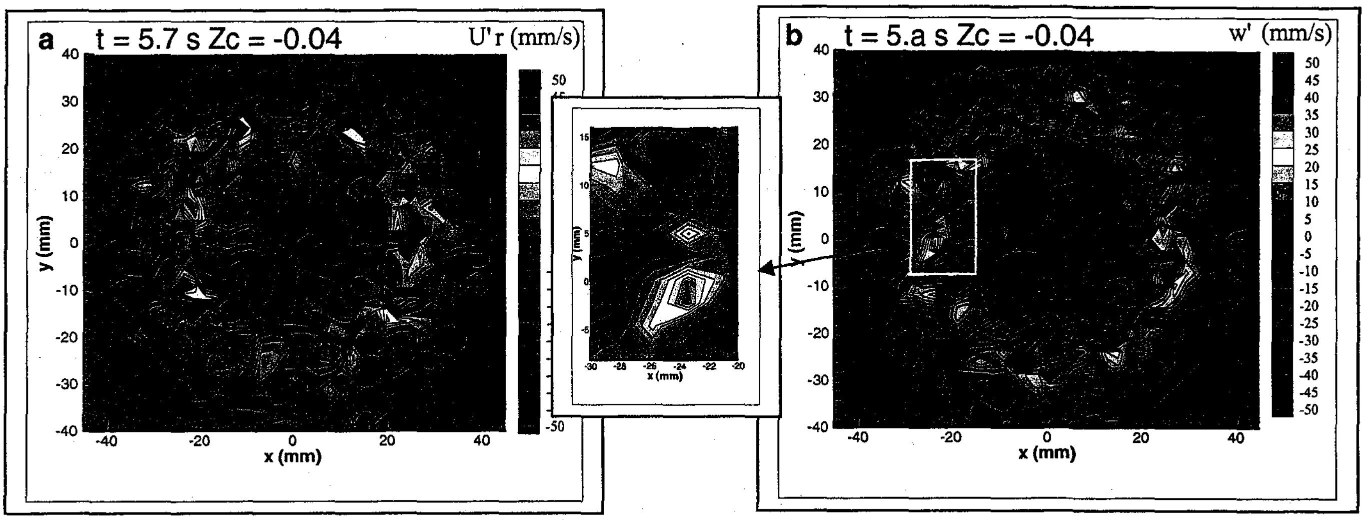


Figure 4.36 : Champs de vitesse perturbée radiale (a) et axiale (b) du tourbillon A' : Z = 275 mm Zc = -0.04

Les résultats des autres essais confirment les observations précédentes. Par exemple, en Annexe 11, on trouve les observations faites en PIV, à l'altitude Z=246 mm pour le tourbillon A'. On y retrouve des figures d'instabilité comparables et le même nombre de modes (n=8) (Annexe 11 - figure A11.1) qu'à l'altitude Z=201 mm (§ 4-3.2.1). Toutefois l'instabilité s'est développée puisqu'elle est observable plus loin dans le tourbillon (jusqu'à Z_c = 0.54 – Annexe 11 - figure A11.2a) et que ses effets commencent à être détectable dans le plan médian (Annexe 11 - figure A11.2b). Pour le tourbillon C', les observations sont comparables à celles du tourbillon A' mais avec un nombre de modes n = 9 (Annexe 11- figure A11.3)

4-3.3 Phase du nombre de modes le plus instable

Les résultats de l'analyse spectrale nous permettent de connaître l'amplitude de chacun des modes instables. La figure 4.37 donne un exemple de résultat pour le tourbillon A'. Ce spectre va nous permettre d'identifier le mode le plus instable (n = 8 dans notre cas) qui correspond au nombre de figures qui apparaissent autour du tourbillon sur la carte de vitesse (figure 4.37 a).

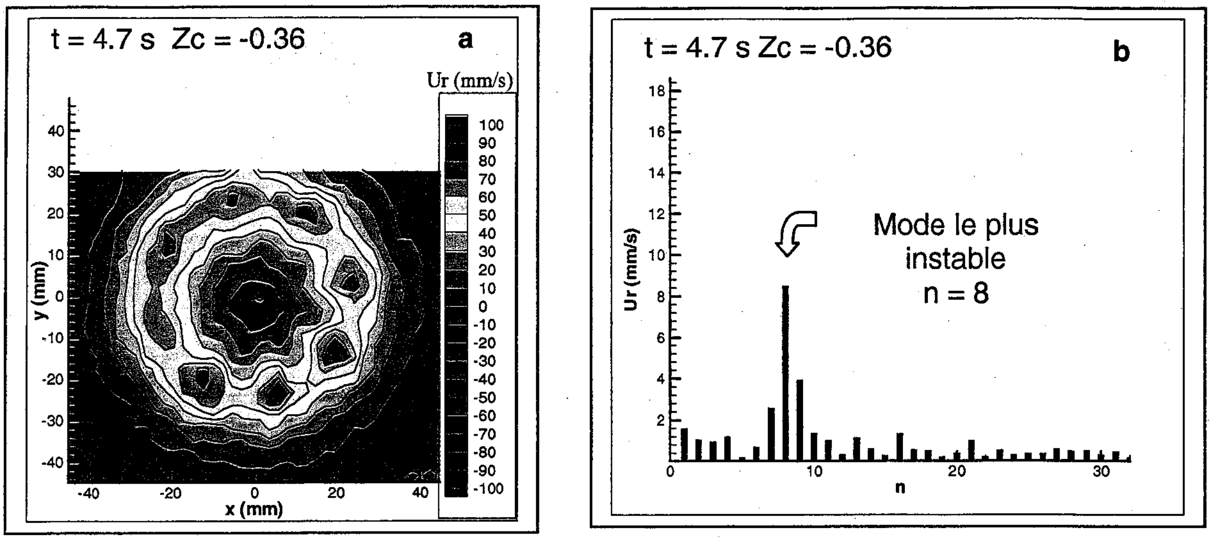


Figure 4.37 : Carte de vitesse radiale (a) et spectre associé (b)

(tourbillon A' – Z = 246 mm)

Afin de constater comment évolue la perturbation dans le temps et dans l'espace, nous avons tracé la phase de ce mode le plus instable en fonction du temps pour le tourbillon A'. Seules les cartes où la perturbation est bien développée ont été utilisées à chaque essai afin de ne pas fausser les résultats par le bruit de mesure (cartes à Z_c=-0.32, 0.28 et 0.44 à l'altitude Z = 201 mm et Zc = -0.36, 0.24, 0.39, 0.54 et 0.69 à l'altitude Z = 246 mm). Par ailleurs, les cartes proches du plan médian n'ont pas été reportées sur le graphique. Il s'y produit un déphasage qui sera analysé plus tard dans ce chapitre (§ 4-42)

La phase ne varie pas avec le temps (figure 4.38), ce qui confirme les précédentes observations expérimentales (Maxworthy (1972), Widnall et al (1973)) et les prédictions théoriques (Widnall et al (1974)) affirmant que l'instabilité est stationnaire.

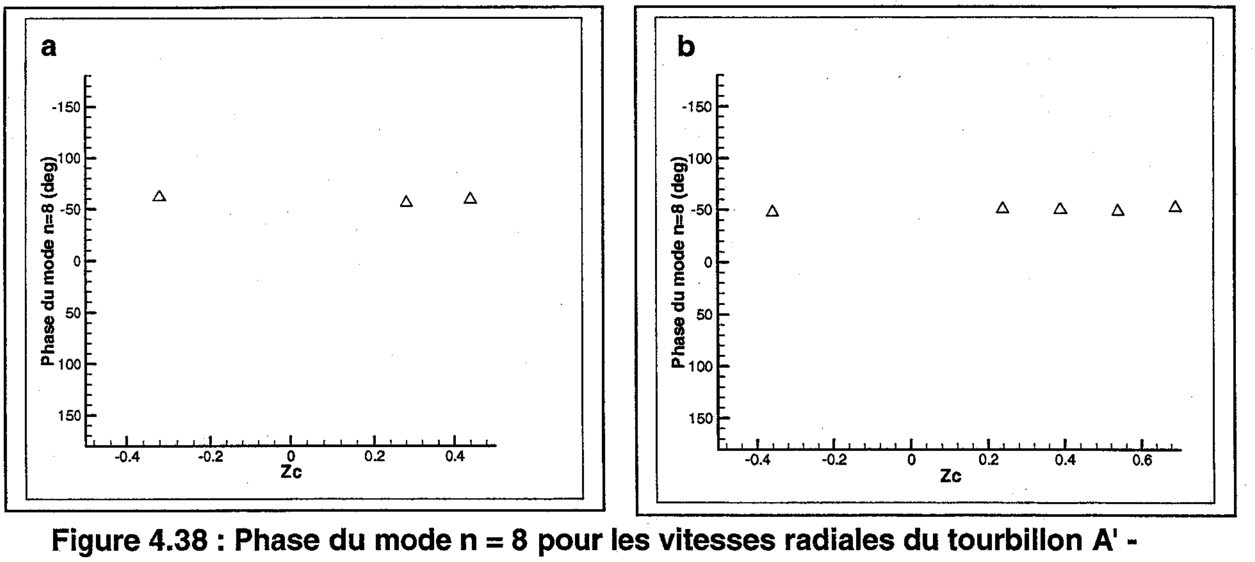


Figure 4.38 : Phase du mode n = 8 pour les vitesses radiales du tourbillon A' - Z = 201 (a) et Z = 246 mm (b)

4-3.4 Synthèse

Les observations de tomoscopie laissent apparaître sur tous les essais des figures d'instabilité dont le développement a été attribué à une onde azimutale déformant le tourbillon. La présence de cette onde azimutale a été aussi observée sur les essais de PIV 2C,2D et de PIV stéréoscopique. L'analyse de la phase du mode le plus instable a permis d'établir que cette onde est stationnaire. Enfin, les visualisations ont fait apparaître un déphasage entre les phénomènes se produisant à proximité du noyau du tourbillon et à la périphérie du tourbillon. Ce déphasage va être étudié plus en détails dans la partie suivante.

4-4 Direction de perturbation, déphasage

4-4.1 Tomoscopie

A l'aide du modèle géométrique, la direction de la perturbation est étudiée. Pour pouvoir obtenir les figures d'instabilité loin du cœur du tourbillon (Type I, II, IV, V et VI), le modèle géométrique a été utilisé avec une perturbation dans la direction $\vec{u}_z - \vec{u}_r$ et a donné de bons résultats. Par contre, près du cœur (dans le plan médian), les figures de type III qui sont observées peuvent être obtenues à l'aide du modèle géométrique aussi bien avec une perturbation dans la direction $\vec{u}_z - \vec{u}_r$ que dans la direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$. (figure 4.39)

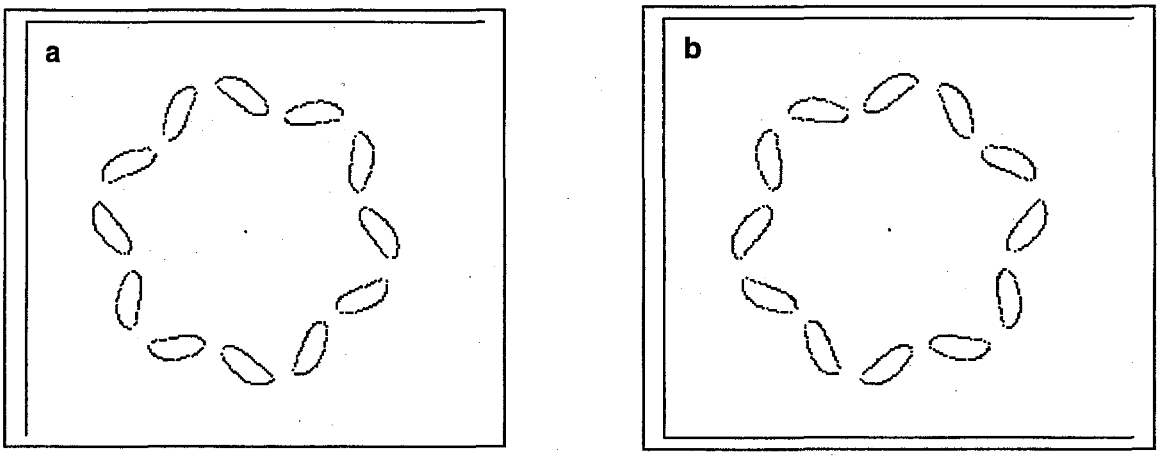


Figure 4.39 : Modèle géométrique $\chi = 0.11$, $a = 0.1$, $Z_c = 0$ - a : perturbation dans la direction $\vec{u}_z - \vec{u}_r$. b : perturbation dans la direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$.

Pour trouver la bonne direction de perturbation, les images de tomoscopie juste au-dessous et au-dessus du plan médian vont être exploitées (figure 4.40 a, b et c).

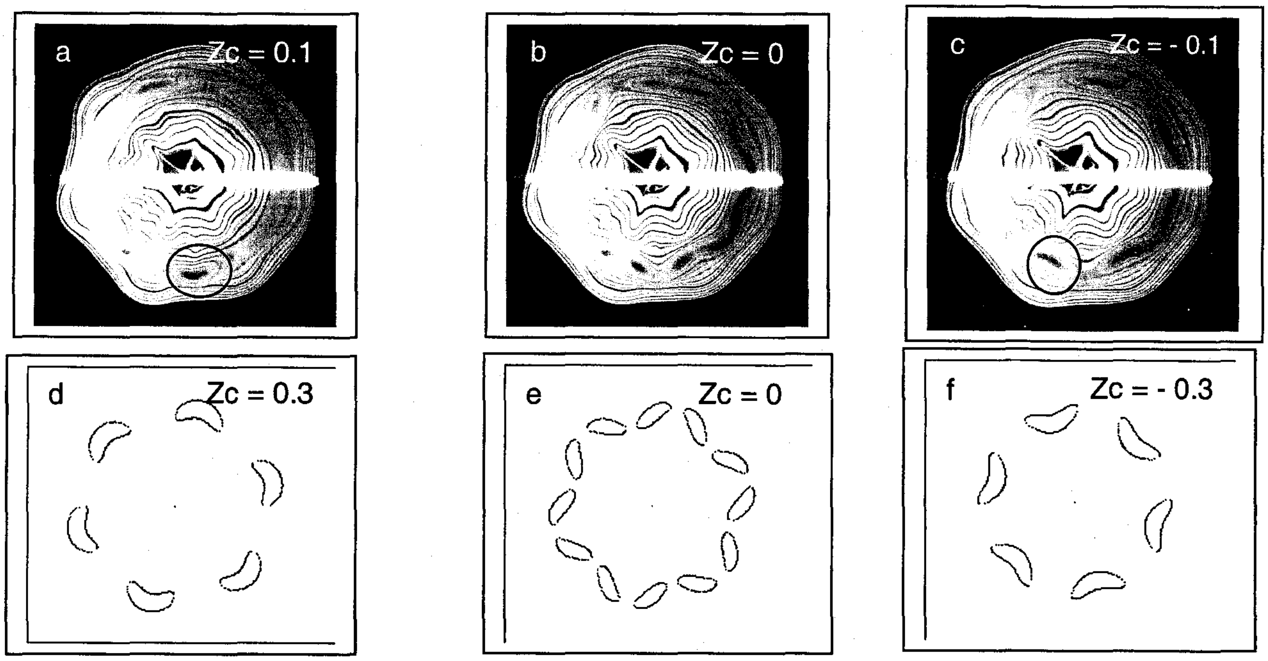


Figure 4.40 : Comparaison entre les images de tomoscopie (tourbillon E) et les résultats obtenus avec le modèle géométrique $\chi = 0.11$, $a = 0.1$, perturbation dans la direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$.

Juste au dessus du plan médian (figure 4.40 a), on observe que la trace du cœur du tourbillon s'oriente radialement vers l'extérieur, tandis que sous le plan médian (figure 4.40 c), elle s'oriente vers l'intérieur ; cela implique une perturbation dans la direction $(\vec{u}_z + \vec{u}_r)$. Cela est confirmé par les résultats du modèle géométrique (figure 4.40 d, e et f) qui prédit correctement la forme des figures d'instabilité. Enfin, en combinant des tores de plusieurs rayons différents et en utilisant des directions de perturbation différentes pour les tores de petit rayon et de grand rayon, on arrive à produire des figures qui s'accordent bien avec les observations expérimentales, puisqu'elles présentent un déphasage entre les phénomènes qui se passent près du cœur et à la périphérie du tourbillon (figure 4.41).

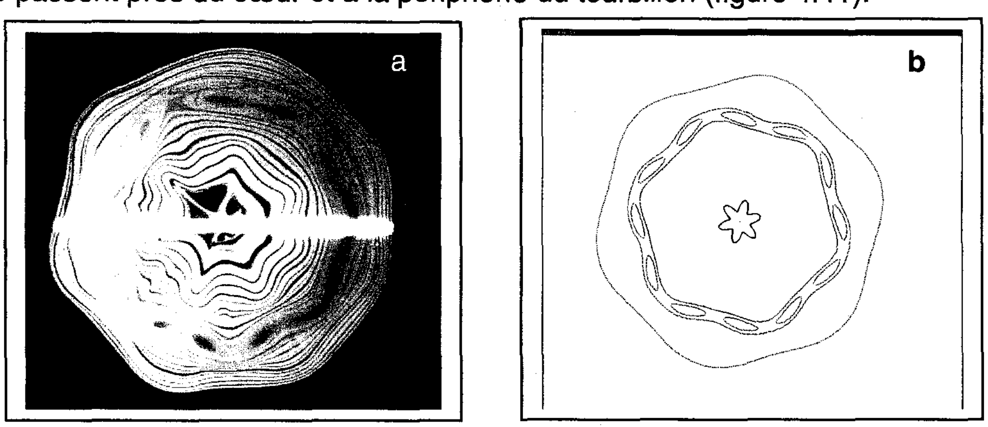


Figure 4.41 : Comparaison entre (a) une image de visualisation et (b) un résultat obtenu avec le modèle géométrique combinant trois tores de rayons différents ($a_1 = 0.06$, $a_2 = 0.08$, $a_3 = 0.5$, $\chi = 0.1$, $Zc = 0$) direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$ pour les deux petits rayons et $\vec{u}_z - \vec{u}_r$ pour le plus grand

Ainsi, la périphérie du tourbillon subit une déformation dans la direction $\vec{u}_z - \vec{u}_r$ tandis que le noyau subit une déformation dans la direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$. Cela peut être visualisé sur la figure 4.42 qui montre la déformation d'un tore à petit noyau dans la direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$ et d'un tore à gros noyau dans la direction $\vec{u}_z - \vec{u}_r$. La direction de translation des tourbillons expérimentaux (suivant $-\vec{u}_z$) a été ajoutée.

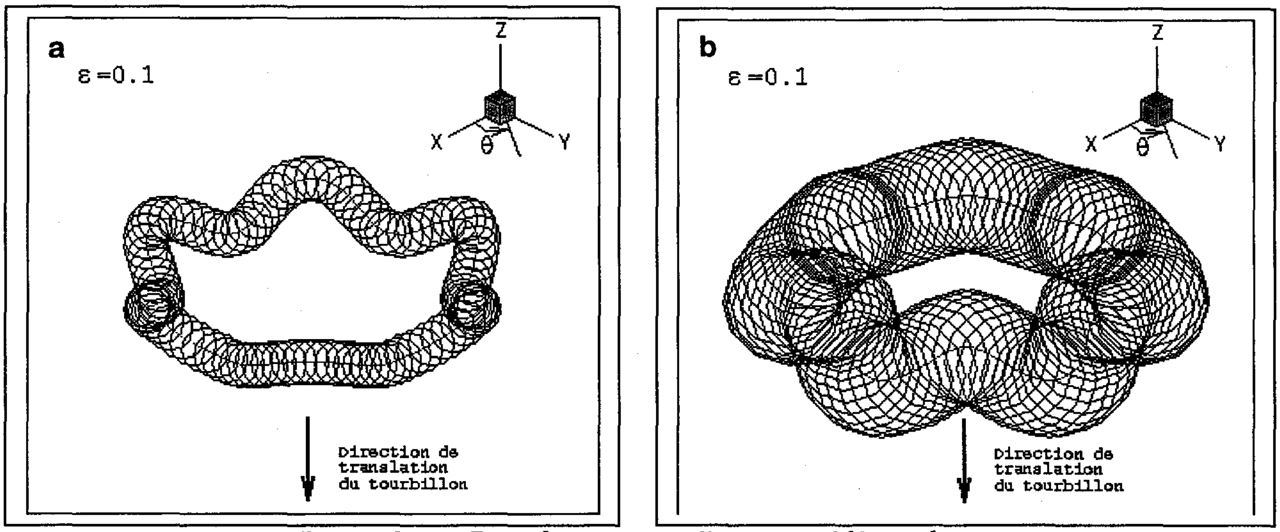


Figure 4.42 : Représentation d'un tore déformé dans la direction $\vec{u}_z + \vec{u}_r$(a) et $\vec{u}_z - \vec{u}_r$(b)

En coupe, dans un plan contenant l'axe du tore, les déplacements des tourbillons sont comparées avec la direction de translation et la direction du champ en point-selle responsable de l'instabilité d'après la littérature (figure 4.43).

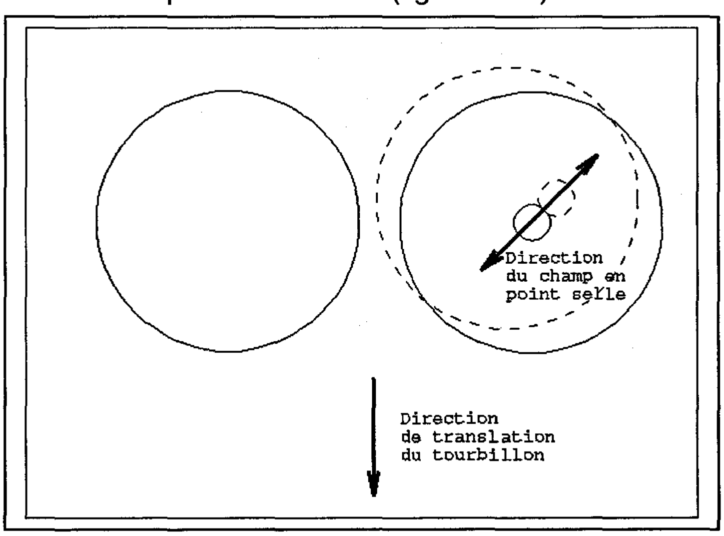


Figure 4.43 : Schéma représentant le déplacement du noyau du tourbillon (petit cercle) et de la périphérie (grand cercle) dans le cadre de l'instabilité du tourbillon torique. Les figures en trait plein représentent les positions initiales et celles en pointillés les positions suite à la déformation.

Le noyau du tourbillon subit une déformation dans la direction du champ en point-selle, ce qui est cohérent avec les précédentes observations expérimentales et les modèles de la littérature. Par contre la périphérie subit un déplacement dans une direction normale au champ en point-selle. Cela est cohérent avec les observations de Didden (1977) qui constate une opposition de phase des phénomènes dans les directions radiales. Notre analyse, qui combine des visualisations et l'utilisation d'un modèle géométrique, a de plus, précisé l'évolution tridimensionnelle de cette instabilité.

4-4.2 PIV stéréoscopique.

Les résultats de PIV stéréoscopique peuvent être utilisés pour comparer les vitesses axiale et radiale. Loin du plan médian, on observe (figure 4.44) que les zones de vitesse radiale fluctuante positive correspondent à des zones de vitesse fluctuante axiale négative et réciproquement.

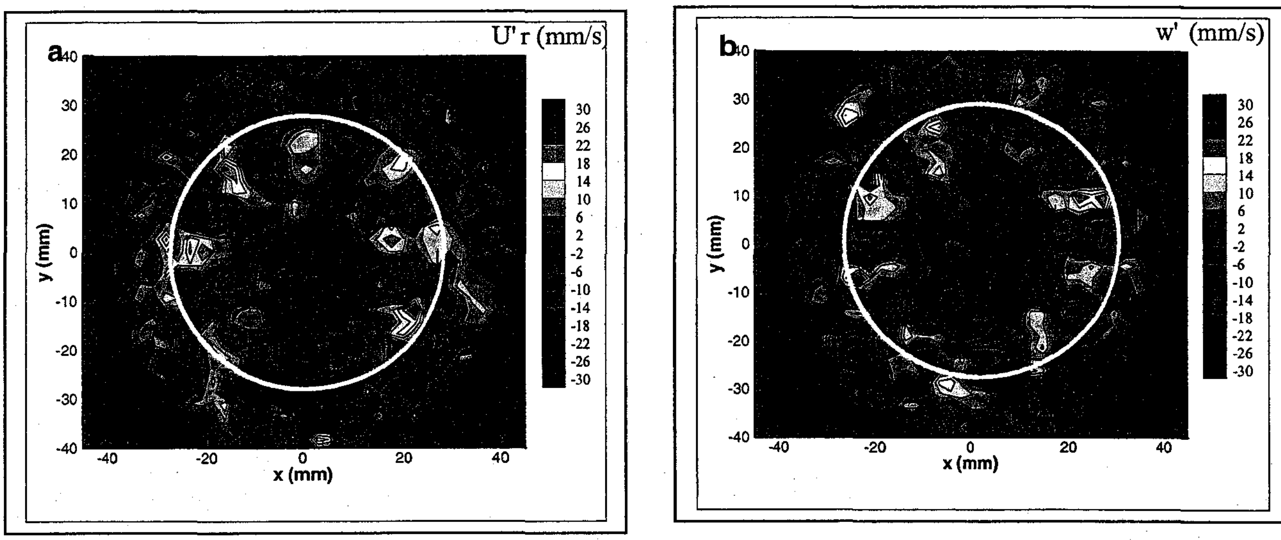


Figure 4.44 : Vitesse radiale (a) et axiale (b) fluctuante

L'évolution de ces deux vitesses à un rayon constant et en fonction de θ (figure 4.45) confirme ce résultat. Les zones de vitesse fluctuante radiale positive, (donc vers l'extérieur du tourbillon) correspondent aux zones de vitesse axiale négative, c'est à dire de survitesse locale par rapport à la vitesse de translation du tourbillon. En conséquence, les vitesses fluctuantes sont orientées à 45° environ par rapport à la direction de translation du tourbillon et de manière cohérente avec le mouvement de la zone externe sur la figure 4.43.

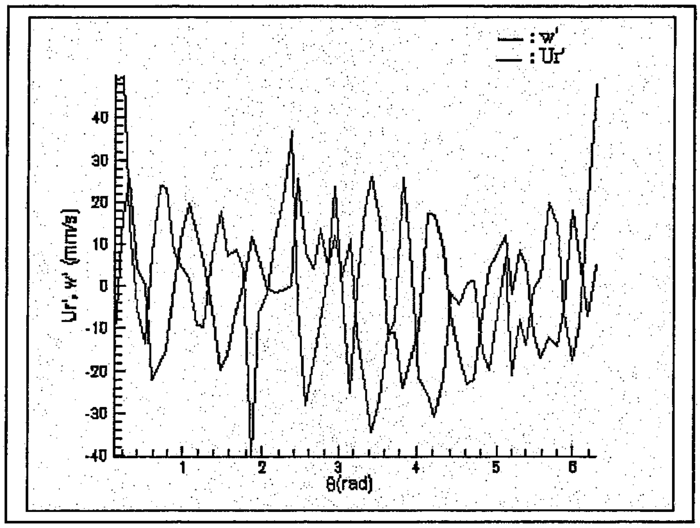


Figure 4.45 : Vitesses fluctuantes axiale et radiale en fonction de θ

En étudiant la phase du mode le plus instable, en fonction de la position Zc dans le tourbillon (figure 4.46), on constate que les vitesses axiales et radiales, en opposition de phase loin du noyau, vont toutes deux se déphaser de 180° pour se retrouver à nouveau en opposition de phase dans le plan médian.

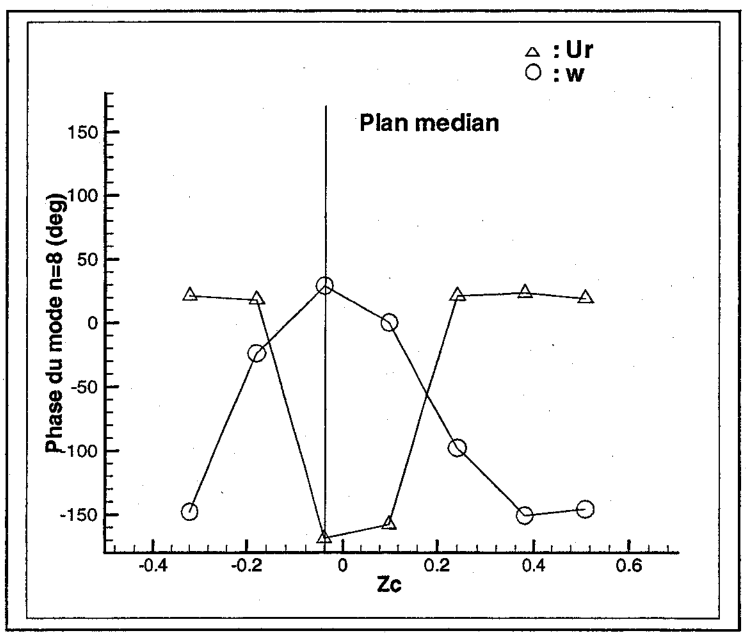


Figure 4.46 : Phase du mode n = 8 pour les vitesses radiale et axiale du tourbillon A' incluant les cartes proches du cœur du tourbillon Z = 275 mm

On retrouve ainsi un déphasage entre la périphérie et le cœur du tourbillon. Par contre, alors que dans le déplacement du colorant, on a un déphasage dans la direction radiale uniquement, ici, sur les vitesses le déphasage se produit sur les vitesses axiale et radiale. Les directions des vitesses fluctuantes au cœur du tourbillon et à sa périphérie sont résumées sur la figure 4.47 ainsi que les déplacements observés sur le colorant.

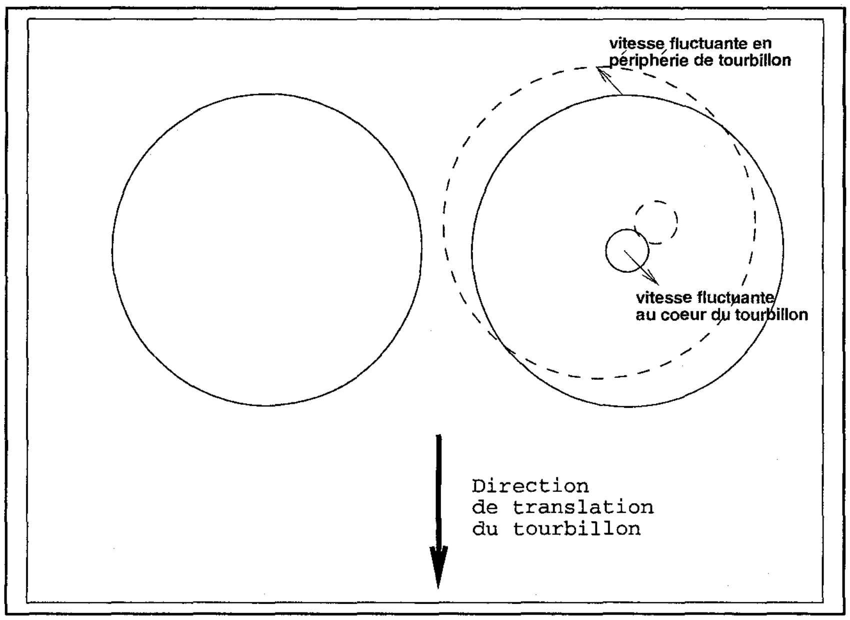


Figure 4.47 : Déplacement du colorant et vitesse fluctuante dans le tourbillon

La direction des vitesses observée au niveau du noyau du tourbillon peut s'expliquer simplement. Avant l'instabilité, la vitesse y est égale à la vitesse de translation du tourbillon, donc nulle si l'on se place dans un repère lié au tourbillon. Par la suite, si la positon du noyau est modifiée dans la direction indiquée sur la figure 4.47, le noyau va induire un champ de vitesse dont la direction dans le plan médian est celle indiquée sur la figure 4.47. Ce modèle simple permet d'expliquer la direction des vitesses au niveau de la position du noyau non perturbé. Il fonctionne car dans cette zone proche du noyau, les vitesses dominantes sont induites par celui-ci. A la périphérie du tourbillon, il en va tout autrement. Le champ de vitesse y est induit par l'ensemble du tourbillon perturbé. Il est plus difficile d'analyser la direction des vitesses. On constate seulement que la direction de déplacement des lignes de colorant correspond à celle des vitesses relevées.

4-4.3 Synthèse

L'analyse de la direction des vitesses axiale et radiale confirme que la perturbation est orientée à 45° environ avec la direction de translation du tourbillon. L'observation du déplacement du colorant à proximité du noyau indique que celui-ci se déplace dans la direction du champ en point-selle responsable de l'instabilité et mis en évidence dans la partie précédente. Ce déplacement induit dans cette zone des vitesses dont la direction est orientée dans une direction normale au sens de déplacement du noyau. Cette perturbation entraîne, à la périphérie du tourbillon, des vitesses fluctuantes et un déplacement du colorant normal à la direction du champ en point-selle et de direction opposée aux vitesses fluctuantes dans le cœur.

4-5 Nombre de modes de l'instabilité.

L'analyse de Fourier a été utilisée pour observer les différents modes instables. On met en évidence expérimentalement le fait que c'est une bande de modes qui est excitée et non un mode unique. Ce résultat est confirmé par des constatations faites sur les visualisations. Enfin, pour chaque essai, le mode le plus instable est comparé avec les prédictions de la littérature.

4-5.1 Bande de modes instables

4-5.1.1 Analyse spectrale

Les résultats de l'analyse spectrale montrent que ce n'est jamais un mode unique qui est excité mais une bande de modes (figure 4.48 et 4.49). Le mode le plus instable, n = 8, se dégage, mais autour de lui, les modes n = 7, 9 et 10 sont aussi excités. Cette observation se retrouve à la fois sur les vitesses radiales (figure 4.48 a et 4.49 a) et axiales (figure 4.48 b et 4.49 b), ceci aussi bien loin (figure 4.48) que près du noyau (figure 4.49).

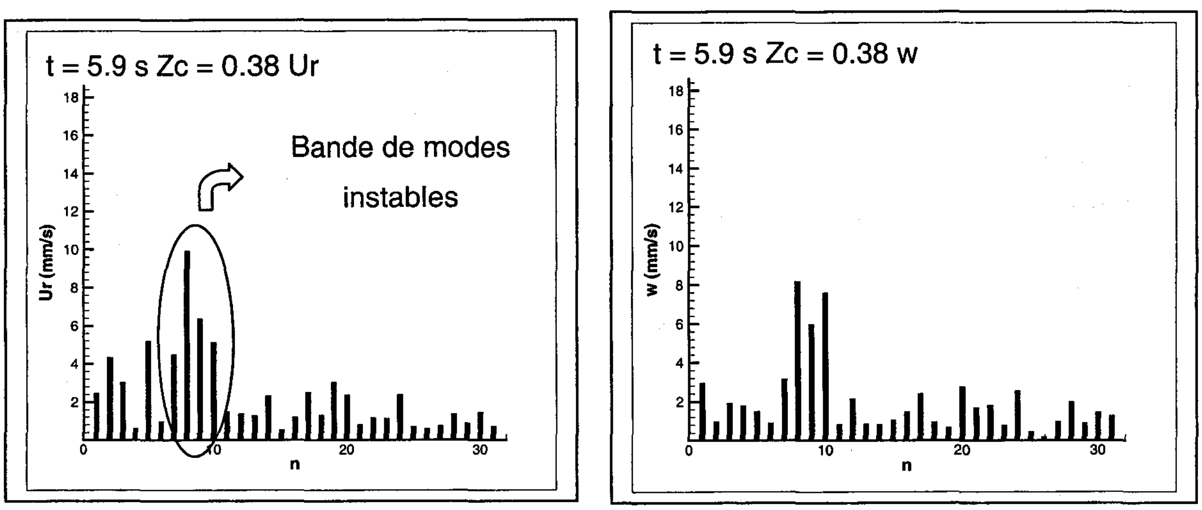


Figure 4.48 : Module des modes de Fourier pour les vitesses radiales (a) et axiales (b) – Tourbillon A' – Z = 275 mm - Zc = 0.38

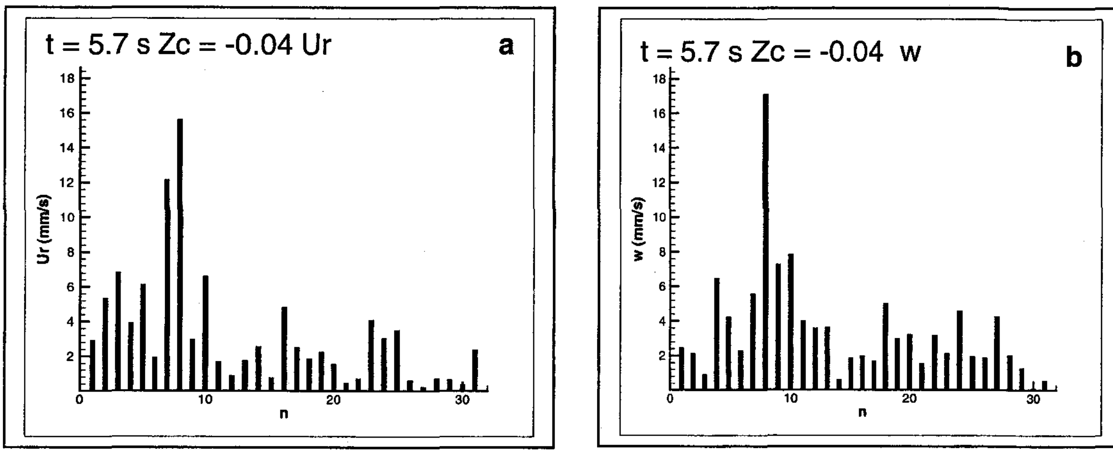


Figure 4.49 : Module des modes de Fourier pour les vitesses radiales (a) et axiales (b) – Tourbillon A' – Z = 275 mm - Zc = -0.04

Les résultats sur les autres essais (Annexe 12) confirment ces observations. Pour le tourbillon A', on retrouve toujours une bande autour du mode le plus instable (n = 8) tandis que pour le tourbillon C', c'est autour du mode n = 9 (mode 8, 9 et 10) que ce phénomène apparaît.

4-5.1.2 Tomoscopie

Le modèle géométrique proposé plus haut étant basé sur une seule sinusoïde, il présente toujours des figures symétriques. En fait, les figures d'instabilité qui apparaissent dans les visualisations dans le plan (H) sont rarement réparties symétriquement autour du tourbillon. En général, elles apparaissent plus développées sur une partie du tourbillon (figure 4.50 a) que sur l'autre. A la lumière de l'analyse précédente, pour tenter de représenter cette dissymétrie, on a essayé d'améliorer le modèle en combinant deux modes voisins. On retrouve alors les principales dissymétries présentes dans les visualisations (figure 4.50 b). Ce résultat conforte donc l'idée (avancée par Shariff et al (1994)) qu'il y a plusieurs modes en compétition.

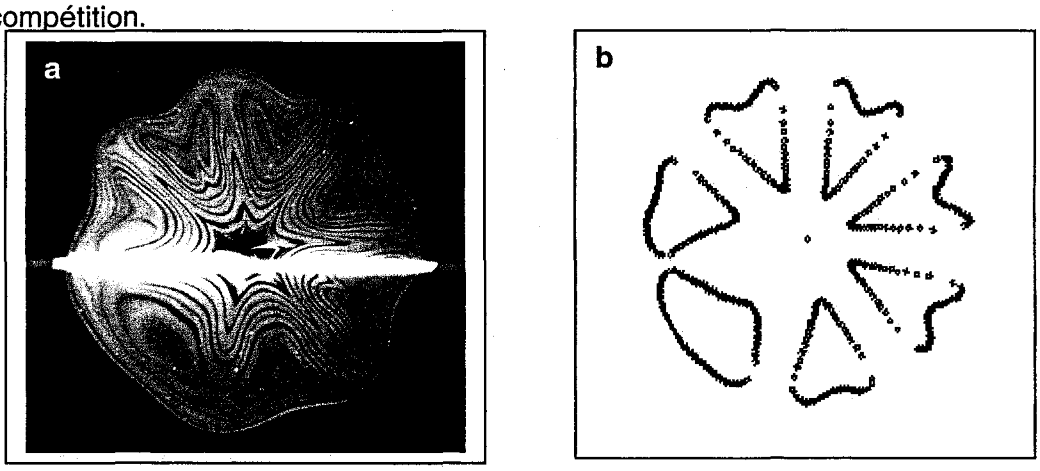


Figure 4.50 : Comparaison entre une image expérimentale (a) (tourbillon D, t=5.7 s Zc = - 0.31) et un résultat du modèle géométrique combinant deux modes instables (b)
$(n_1 = 7, n_2 = 8, \chi_1 = 0.19, \chi_2 = 0.14, \sigma = 0.3, Zc = -0.6)$

4-5.2 Comparaison avec la littérature

Les précédentes expériences menées sur l'instabilité du tourbillon torique (Didden (1977), Maxworthy (1977)) ont tenté de lier le nombre de modes n de l'instabilité aux paramètres expérimentaux (nombre de Reynolds, rayon du noyau). Nous allons comparer leurs relations à nos résultats. Ces résultats expérimentaux sont en grande partie expliqués par les modèles théoriques disponibles dans la littérature qui donnent le nombre de modes n le plus instable en fonction des paramètres caractéristiques du tourbillon. Deux modèles principaux ont été retenus : celui de Widnall et Tsai (1977) qui propose un modèle non-visqueux et celui de Saffman (1978), qui propose un modèle pour lequel le nombre de modes dépend de la structure du noyau.

4-5.2.1 Comparaison avec les expériences.

Afin de pouvoir comparer nos résultats aux modèles de la littérature, les nombres de modes n, ainsi que les principaux paramètres, sont présentés dans le tableau 4.2 suivant pour les différents tourbillons.

Tourbillon	L_p / D_p	Re_p	Re_0	a_i (mm)	n
A	1.25	3800	2495		9
B	1.25	5125	3200		10
C	1.95	4900	3140		8
D	2.4	2650	2160		7
E	2.5	3800	2870		7
F	2.5	5070	3810		7
G	2.5	6100	4190		9
A'	1.25	3500	2740	8.4	8
C'	1.95	4600	3150	7.7	9

Tableau 4.2 : Nombre de modes en fonctions de différents paramètres des tourbillons expérimentaux

Maxworthy (1977) observe une dépendance du nombre de modes n par rapport au nombre de Reynolds basé sur les paramètres d'injection $Re_p = \frac{U_p D_p}{\nu}$ de la forme

$$n = 0.28 {Re_p}^{0.4} \qquad \textbf{(4.19)}$$

La figure 4.51 a compare nos résultats à la loi 4.15. L'allure générale de cette courbe cadre bien avec nos observations expérimentales qui sont néanmoins assez dispersées. Toutefois, notons que les résultats de Maxworthy étaient eux aussi dispersés autour de l'allure générale de cette courbe et qu'il travaillait sur une gamme de nombre de Reynolds beaucoup plus large. Ainsi, si l'on utilise la même échelle que lui pour tracer le graphe, nos résultats sont beaucoup moins dispersés (figure 4.51 b).

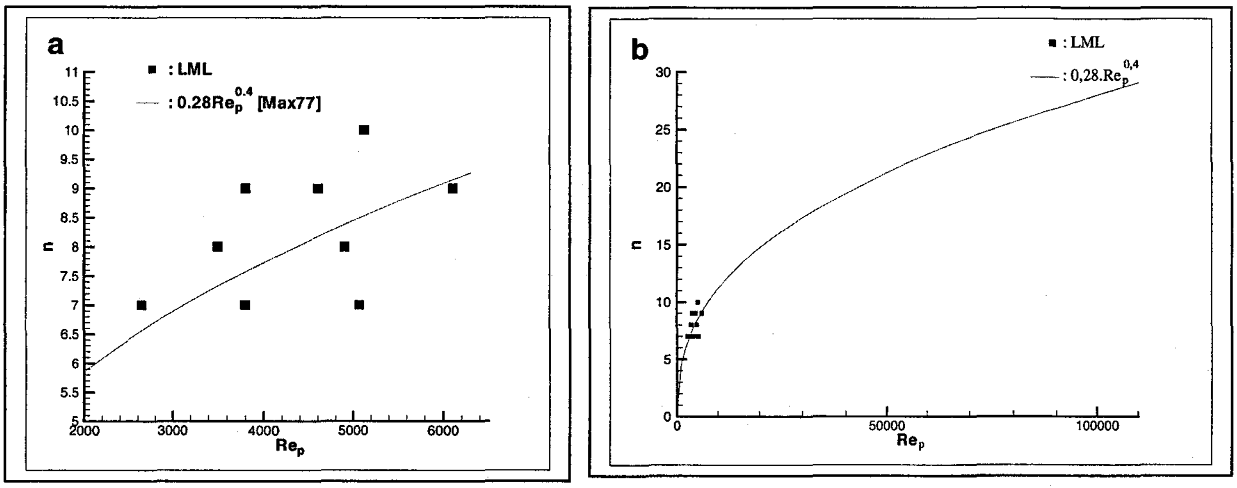


Figure 4.51 : Comparaison du nombre de modes au nombre de Reynolds Re_p et aux observations de Maxworthy (1977) .

Didden (1977) propose une relation de forme similaire, mais en fonction du nombre de Reynolds Re_0

$$n = 0.44{Re_0}^{0.38} \quad \textbf{(4.20)}$$

Cette courbe est tracée figure 4.52, ainsi que nos résultats. L'allure générale est correcte bien que surestimant légèrement nos résultats qui sont encore assez dispersés autour de la courbe.

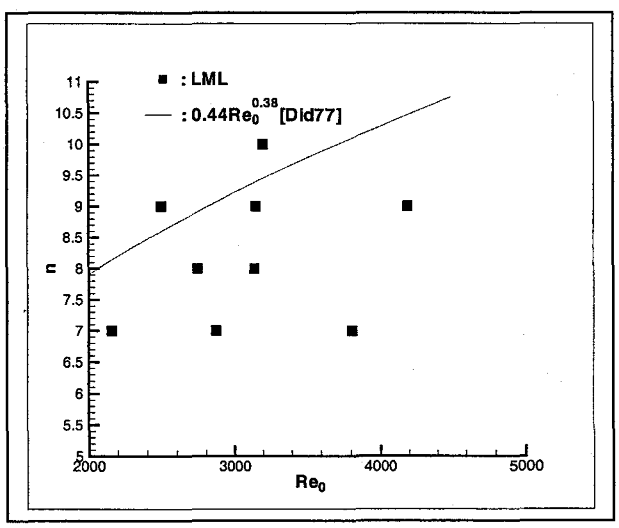


Figure 4.52 : Comparaison du nombre de modes au nombre de Reynolds Re_0 et aux observations de Didden (1977).

Maxworthy (1977) ne trouve aucune dépendance entre le nombre de modes et le rapport course sur diamètre du piston,. L_p / D_p. Nos résultats montrent une légère décroissance de n avec ce paramètre (figure 4.53 a). Cela est particulièrement net si l'on regarde des essais faits à Reynolds d'injection constant (figure 4.53 b)

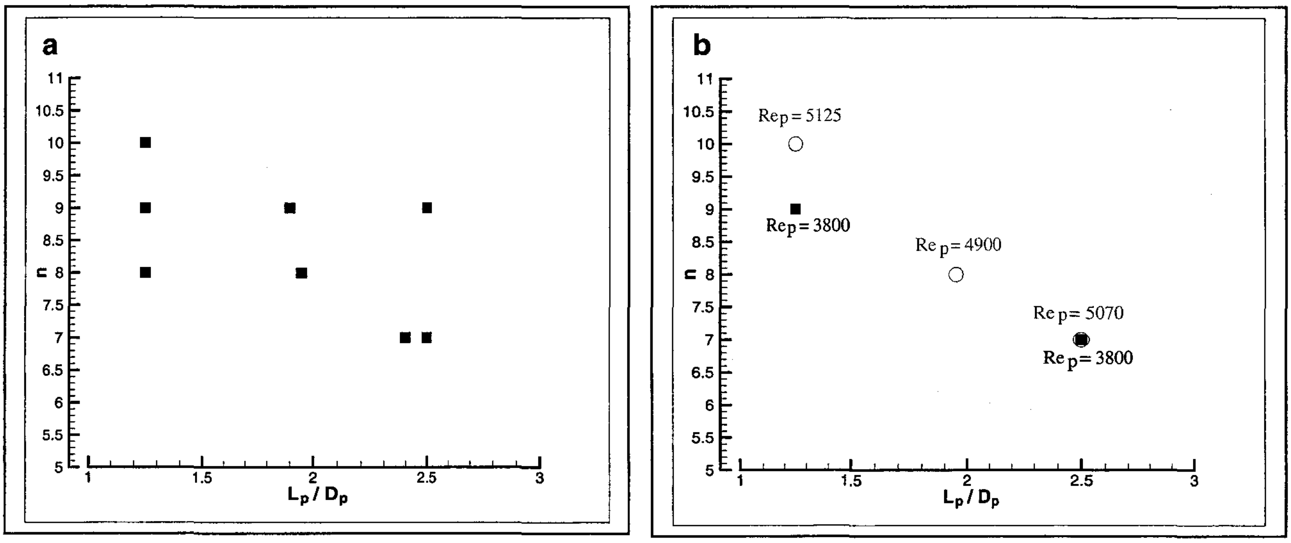


Figure 4.53 : Comparaison du nombre de modes au rapport course du piston sur diamètre du piston

Par ailleurs Maxworthy (1977) et Didden (1977) donnent le produit du nombre d'onde de l'instabilité par le rayon interne du noyau. Ils trouvent respectivement $ka_i = 1.4$ et $ka_i = 1.76$. En conséquence ce produit a été calculé pour les deux tourbillons de PIV (pour lesquels on a pu calculer le rayon interne). On trouve $ka_i = 2.8$ pour le tourbillon A' et $ka_i = 2.85$ pour le tourbillon C'. On constate que le produit ka_i est quasiment constant pour nos deux tourbillons. Par contre, la valeur obtenue est différente de celles des deux auteurs. La théorie non visqueuse (Widnall et Tsai (1977)) pour un noyau à vorticité constante donne $ka = 2,51$. Saffman (1978) apporte des corrections à cette valeur en tenant compte des profils de vitesse dans le tourbillon. La différence entre nos résultats et ceux de Didden et Maxworthy provient donc probablement de différences de structure des tourbillons. Ces différences viennent sans doute des conditions d'injection. Par exemple, les tourbillons de Didden et Maxworthy étaient générés dans des tubes dont les bords étaient biseautés, tandis que le bord de notre tube était droit.

4-5.2.2 Comparaison avec la théorie

4-5.2.2.1 Description des modèles

Le modèle de Widnall et Tsai (1977) indique que le nombre de modes n de l'instabilité dépend de la vitesse adimensionnée

$$\tilde{V} = \frac{V_0}{\Gamma_0 / 4\pi R_0}. \qquad \textbf{(4.21)}$$

Pour un noyau à vorticité constante le nombre de modes est donné par :

$$n = 2{,}51.e^{(\tilde{V}+1/4)}. \qquad \textbf{(4.22)}$$

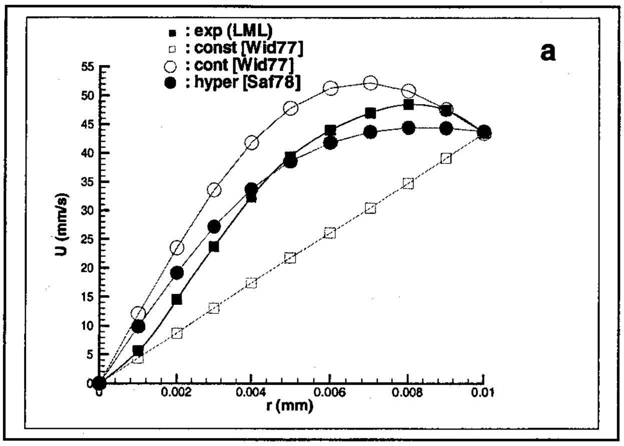
Pour un noyau de rayon a pour lequel la vorticité ω varie en fonction de la distance radiale r au centre du noyau suivant l'équation $\omega(r) = (r^2 - a^2)^2$, le nombre de modes est donné par :

$$n = 2.65.e^{(\tilde{V}+1/4)}. \qquad \textbf{(4.23)}$$

Saffman (1978) propose de prédire le nombre de modes de l'instabilité en fonction de la structure du noyau du tourbillon. Il utilise des profils de vitesse hypergéométrique qui tiennent compte des effets visqueux dans les tourbillons toriques produits par des générateurs à piston comme le nôtre. Pour cela, il introduit un paramètre ε qui caractérise le profil de vitesse, et donne le nombre de modes en fonction de ε et de $\tilde{V}$. Le paramètre ε permet aussi d'évaluer le rapport du rayon interne sur le rayon effectif du noyau : $\frac{a_i}{a_e} = \frac{1{,}45\xi}{0.47 + 0.63\xi}$. Cette formule va nous permettre de calculer la valeur de ε pour les tourbillons A' et C', et ensuite d'en déduire un nombre de modes théorique. Ce calcul ne peut être fait que pour les résultats de PIV (A' et C') puisque ce sont les seuls pour lesquels nous connaissons la valeur du rayon interne. Ce modèle permet aussi d'évaluer la largeur de la bande de modes instables. Ces différentes approches théoriques vont être comparées à nos résultats. Mais avant cela, nous allons comparer les différents profils de vitesse issus des modèles proposés à ceux qui existent dans nos tourbillons.

4-5.2.2.2 Profils de vitesse

Les figures 4.54 a et b comparent les profils de vitesse issus de nos champs de PIV pour les tourbillons A' et C' à ceux qui sont proposés par les modèles de la littérature. On y retrouve les modèles de noyau à vorticité constante et à variation continue de vorticité proposés par Widnall et Tsai (1977), ainsi que le profil de vitesse hypergéométrique de Saffman (1978).



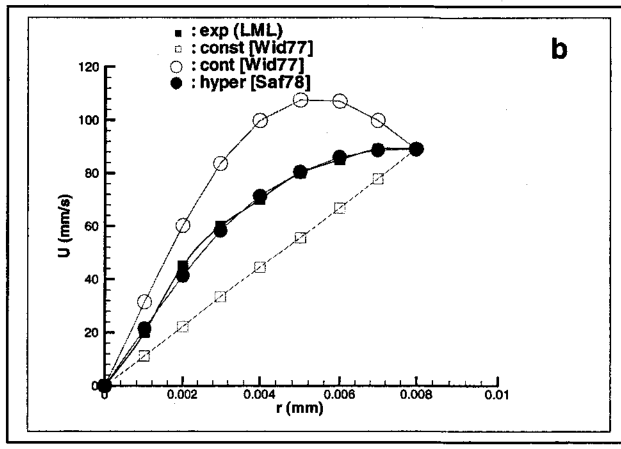


Figure 4. 54 : Comparaison des profils expérimentaux A' (a) et C' (b) aux profils de vitesse proposés par les modèles de la littérature.

Un noyau à vorticité constante donne naturellement une variation linéaire du profil de vitesse dans le tourbillon. Ce modèle simple donne des résultats assez éloignés des profils expérimentaux. Le modèle à variation continue de vorticité donne une meilleure allure de courbe mais surestime la vitesse dans le noyau. Par contre, le profil hypergéométrique proposé par Saffman (1978) donne des vitesses très proches de nos résultats.

4-5.2.2.3 Modèle de Widnall

Les nombres de modes mesurés expérimentalement et prédits par la théorie de Widnall et Tsai (1978) sont reportés dans le tableau suivant et sur la figure 4.55.

	$\tilde{V}$	n_{exp}	n_{wid1}	n_{wid2}
A	2.61	9	5.5	5.8
B	3.09	10	8.9	9.4
C	3.03	8	8.35	8.8
D	2.83	7	6.8	7.2
E	2.78	7	6.46	6.8
F	2.69	7	5.94	6.27
G	2.77	9	6.44	6.8
A'	2.87	8	7	7.5
C'	3.14	9	9.3	9.7

Tableau 4.3 : Comparaison des nombres de modes expérimentaux avec ceux prédits par Widnall et Tsai (1978)

Nous remarquons que le nombre de modes expérimental est bien entendu un entier, tandis que les résultats des modèles ne donnent pas nécessairement des valeurs entières.

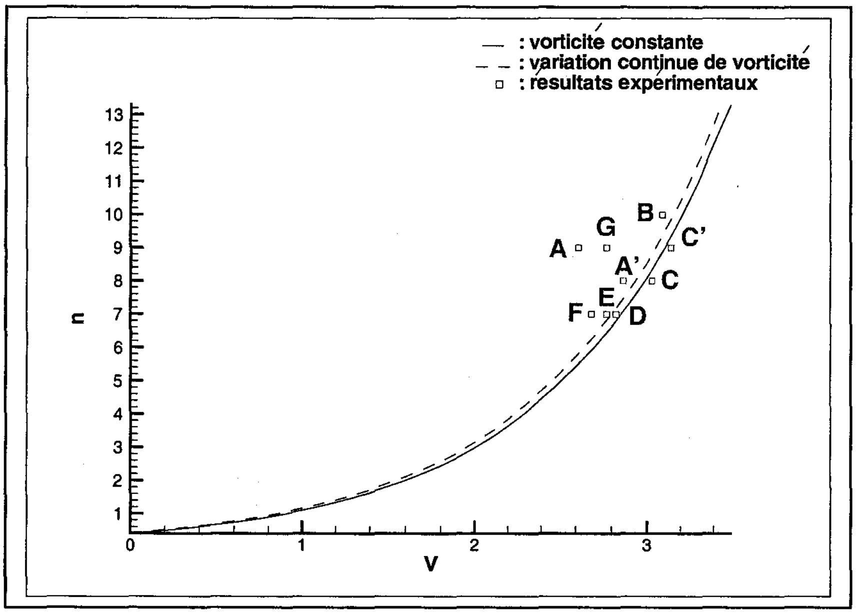


Figure 4.55 : Comparaison des nombres de modes expérimentaux avec ceux prédits par Widnall et Tsai (1977)

L'allure des courbes prédit correctement le nombre de modes de l'instabilité, sauf pour les tourbillons A et G. Le tourbillon G est le tourbillon pour lequel on a observé une interaction avec le tourbillon piston. Cette interaction change le comportement du développement de l'instabilité (voir Annexe 3), et pourrait entraîner un changement du nombre de modes.

Il est surprenant de constater que le modèle prédit correctement le nombre de modes pour le tourbillon A' et mal celui du tourbillon A, alors que ces deux tourbillons ont des caractéristiques d'injection très proches. Le calcul du nombre de modes est basé sur la connaissance du paramètre $\tilde{V}$ et donc de Γ_0. Rappelons à ce propos que la circulation des tourbillons de tomoscopie n'est pas issue d'une mesure mais d'une estimation par des modèles basés sur les conditions de génération des tourbillons. Cette estimation peut introduire une erreur dans nos calculs.

Pour les autres tourbillons (B à F, A' et C'), les modèles de Widnall et Tsai (1977) donnent de bons résultats, sans toutefois prévoir toujours exactement le nombre de modes de l'instabilité.

4-5.2.2.4 Modèle de Saffman

Le tableau suivant nous donne le premier mode instable prédit par la théorie de Saffman.

	a_i	a_e	ξ	$\tilde{V}$	n_{exp}	n_{saf}
A'	8.4	8.5	0.56	2.87	8	8
C'	7.7	7.2	0.65	3.14	9	9.66

Tableau 4. 4 : Comparaison des nombres de modes expérimentaux (en PIV) avec ceux prédits par Saffman (1978)

Le modèle de Saffman prédit parfaitement le nombre de modes de l'instabilité pour le tourbillon A' et donne un résultat assez proche pour le tourbillon C'. Ce modèle prévoit aussi la largeur de la bande de nombre de modes qui apparaît. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant.

	Expérimental	Théorie (Saffman (1978))
A'	7-10	7-9
C'	8-10	8-10

Tableau 4. 5 : Comparaion des bandes de nombre de mode expérimentales et théoriques pour les tourbillons A' et C'

La théorie prévoit la bande exacte pour le tourbillon C' et donne une bande légèrement trop étroite pour le tourbillon A'.

4-5.3 Synthèse

L'étude spectrale a mis en évidence, pour la première fois expérimentalement, que c'est une bande de modes instables qui se développe, et non un mode instable unique comme cela avait été observé numériquement par Shariff et al (1994). Les nombres de modes observés ont permis de confirmer leurs relations avec les nombres de Reynolds $\mathrm{Re_p}$ et $\mathrm{Re_0}$ données par Maxworthy (1977) et Didden (1977). On a par ailleurs mis en évidence une légère décroissance du nombre de modes avec le rapport course sur diamètre du piston. La comparaison avec les modèles théoriques a donné de bons résultats, que ce soit pour le nombre de modes instables, ou pour la largeur de la bande de modes observée, spécialement si l'on utilise des tourbillons dont les noyaux ont un profil de vitesse hypergéométrique comme suggéré par Saffman (1978).

4-6 Taux d'accroissement

Le taux d'accroissement de l'instabilité va être déterminé pour le mode le plus instable, à l'aide de l'analyse spectrale. Les résultats seront comparés avec les modèles de la littérature.

4-6.1 Détermination expérimentale

Pour chaque altitude Z où ont été effectués les essais, on a calculé la moyenne du module du mode le plus instable sur les douze cartes les plus proches du plan médian. Les résultats sont reportés figures 4.56 et 4.57 pour les différents essais réalisés. Après une phase de croissance, les amplitudes chutent. Cette chute est due à des phénomènes non-linéaires et sera analysée dans le chapitre suivant. La phase de croissance est d'allure exponentielle. En conséquence, nous avons fait passer une courbe de la forme $Ae^{\alpha t}$ par les points correspondants (où A est une perturbation initiale de la vitesse et α le taux d'accroissement). Les résultats sont reportés dans le tableau suivant.

	A' - PIV 2C,2D	A' - Stéréo	C' - PIV 2C, 2D	C' - Stéréo
A (mm/s)	0.125	0.075	0.125	0.08
$\alpha (s^{-1})$	0.78	0.78	0.91	0.91

Tableau 4.6 : Perturbation initiale et taux d'accroissement pour les différents essais de PIV 2C,2D et de PIV stéréoscopique pour les tourbillons A' et C'.

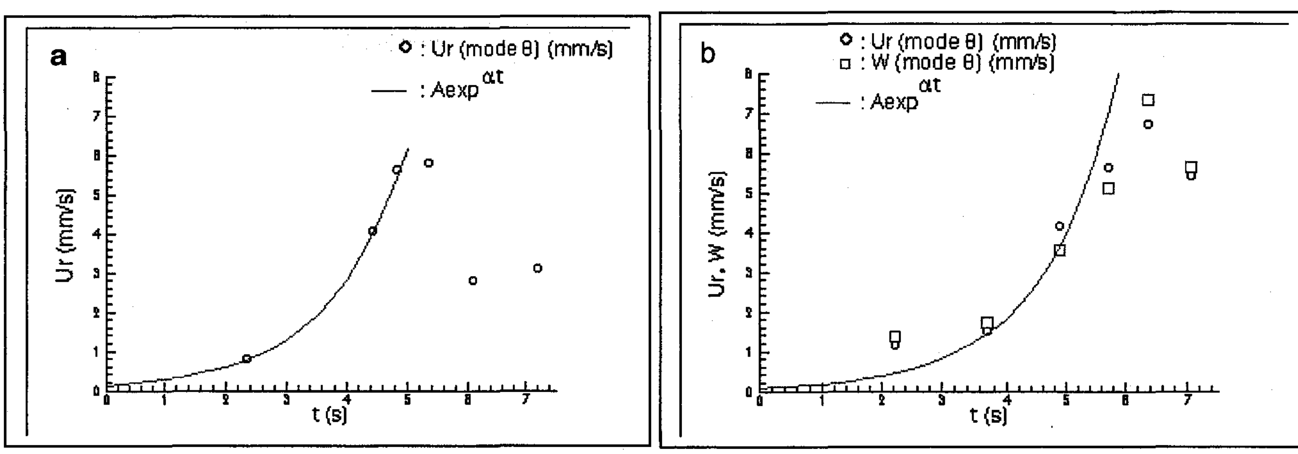


Figure 4.56 : Evolution du mode le plus instable pour le tourbillon A' et pour les essais de PIV 2C,2D (a) et de PIV stéréoscopique (b).

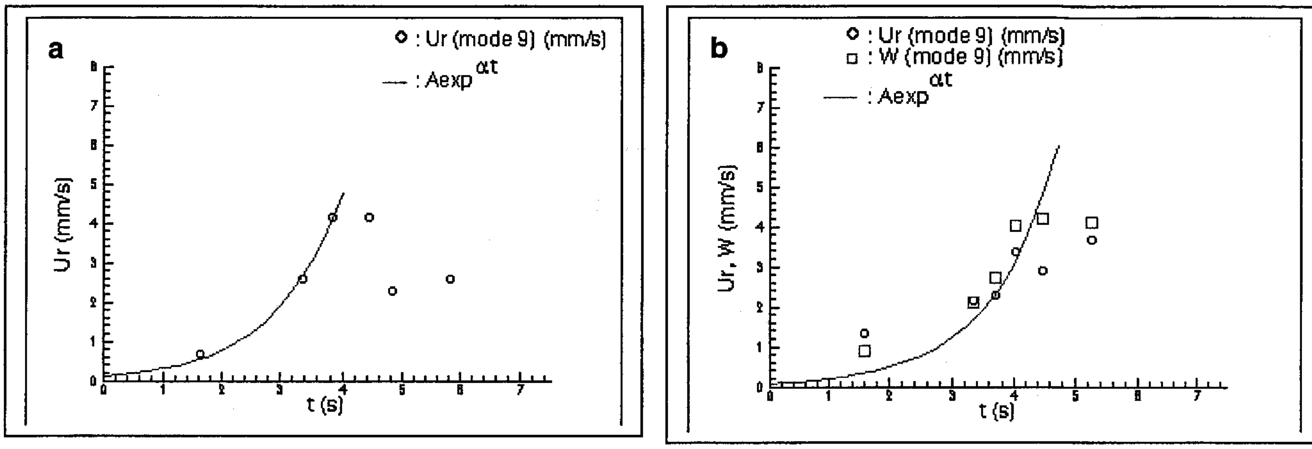


Figure 4.57 : Evolution du mode le plus instable pour le tourbillon C' et pour les essais de PIV 2C,2D (a) et de PIV stéréoscopique (b).

On trouve le même taux d'accroissement pour les essais de PIV 2C,2D et de PIV stéréoscopique. Par contre, les premiers points des essais de PIV stéréoscopique sont légèrement au-dessus des courbes aux premières altitudes. A ce stade, l'instabilité n'est pas encore très développée et le niveau de bruit en stéréoscopie est assez élevé. Quoiqu'il en soit, les taux d'accroissement expérimentaux ont pu être définis par cette méthode.

4.6.2 Comparaison avec la littérature.

4-6.2.1 Présentation des modèles

Les deux modèles que nous avons utilisés pour calculer le nombre de modes proposent aussi une valeur du taux d'accroissement.

Pour Widnall et Tsai (1978), pour un noyau à vorticité constante, en fluide parfait, il se met sous la forme :

$$\alpha_{wid} = \frac{\Gamma}{2\pi R^2}\left[\left(0.428\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 0.4549\right)^2 - 0.1134\right]^{1/2} \quad \textbf{(4.24)}$$

Saffman (1978) exprime le taux d'accroissement sous la forme :

$$\alpha_{saf} = \left[\sigma^2 P^2 - (k - k_c)Q^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad \textbf{(4.25)}$$

où σ est l'intensité du champ en point-selle qui est responsable de l'instabilité (sa valeur est donnée par l'équation 2.13). P, un nombre sans dimension, et Q, homogène à une vitesse, dépendent de la structure du noyau (dont les valeurs en fonction du paramètre ε caractérisant les profils de vitesse se retrouvent chapitre 2, tableau 2.3). Enfin k_c représente le nombre d'onde de la perturbation prédit par la théorie (qui ne correspond pas nécessairement à un nombre de modes n entier) et k le nombre d'onde de la perturbation qui correspond au nombre de modes n effectivement observé (k = n/R).

Enfin Shariff et al (1994), dans leur étude numérique, constatent une différence entre le taux d'accroissement effectivement observé et les prédictions de Widnall et Tsai (1977). Ils proposent une correction visqueuse de la forme :

$$\alpha_{vis} = \alpha_{wid}\left(1 - \frac{\alpha_1}{Re_s}\right) \quad \textbf{(4.26)}$$

4-6.2.2 Résultats

Les prédictions de deux modèles théoriques (Widnall et al (1977), Saffman (1978)) sont comparées avec nos taux d'accroissement expérimentaux.

	α_{wid}	α_{saf}	α_{exp}
Tourbillon A'	1.36	1.4	0.78
Tourbillon C'	1.59	1.35	0.91

Tableau 4. 7 : Comparaison des taux d'accroissement théoriques et expérimentaux.

Les deux modèles surestiment largement les taux d'accroissement expérimentaux. Les deux valeurs théoriques pour le tourbillon A' sont très proches. En fait, dans ce cas, le modèle de Saffman prévoit un nombre de modes entier, et la seule correction qu'il apporte sur le taux d'accroissement est due au profil de vitesse dans le noyau. Cette correction est, on le voit, assez faible. Par contre, dans le cas du tourbillon C', le nombre de modes prévu par Saffman n'est pas un entier. Cela implique une correction du taux d'accroissement qui le rapproche du taux expérimental.

Le modèle de Widnall est établi en fluide parfait. Saffman prend en compte la viscosité du fluide pour définir ses profils de vitesse dans le noyau mais néglige son influence stabilisatrice sur le développement de l'instabilité. Il peut être intéressant d'observer la correction visqueuse proposé par Shariff. Cela nécessite le calcul du Reynolds caractéristique de l'instabilité Re_s ($Re_s = \frac{\sigma a_1^2}{\nu}$) pour les deux tourbillons.

	Re_s	α_1
A'	75	31
C'	57	25

Tableau 4. 8 : Nombre de Reynolds caractéristique de l'instabilité et correction visqueuse du taux d'accroissement

Les valeurs obtenues pour les corrections visqueuses sont respectivement de 31 et 25 pour les tourbillons A' et C'. Elles sont légèrement plus élevées que les corrections obtenues par

Shariff et al (1994) dans leur étude numérique ($\alpha_1 \approx 20$). Cet écart provient peut-être de la différence entre nos tourbillons et leur modélisation. Pour les modéliser, ils utilisent un profil de vorticité gaussien de la forme :

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi a^2} e^{-(r/a)^2} \qquad \textbf{(4.27)}$$

où Γ est la circulation du tourbillon, a le rayon du noyau et r la distance au centre du noyau. La figure 4.58 compare le profil dans nos tourbillons expérimentaux à celui issu de la loi gaussienne (équation 4.23). Le modèle de Shariff et al (1994) sous-estime la valeur de la vorticité au cœur du noyau et la surestime loin du noyau.

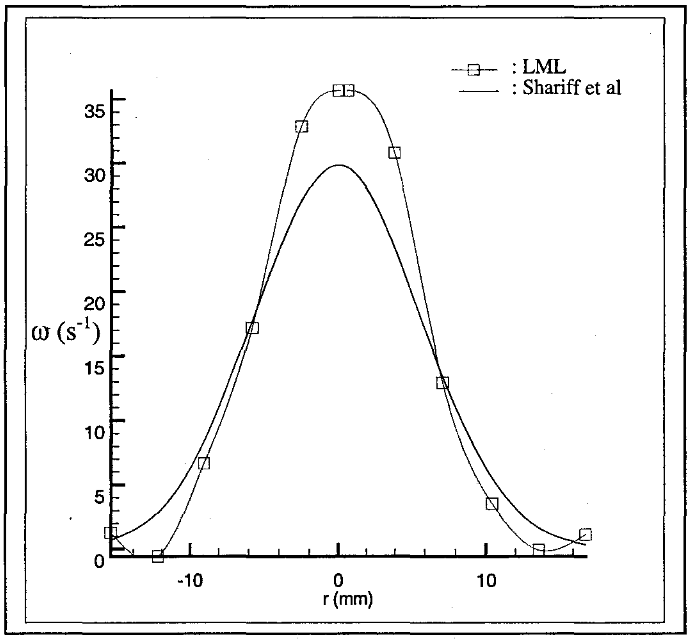


Figure 4.58 : Comparaison entre les profils de vorticité expérimentaux et le modèle gaussien d'après Shariff et al (1994)

4.6.3 Synthèse

Les résultats de PIV 2C,2D et de PIV stéréoscopique ont permis d'accéder au taux d'accroissement de l'instabilité. Ce taux d'accroissement a été comparé aux différents modèles de la littérature. Ceux-ci surestiment largement le taux d'accroissement réel. La prise en compte de la différence entre le nombre d'onde donné par la théorie et le nombre d'onde pouvant exister dans un tourbillon torique (qui correspond à un nombre de modes nécessairement entier) proposée par Saffman (1978), permet de corriger légèrement le taux d'accroissement. Mais cela est insuffisant. En fait, il est nécessaire d'intégrer l'influence de la viscosité qui ralentit le développement de l'instabilité. La correction visqueuse proposée par Shariff et al (1994) a été calculée et s'est avérée plus importante que celle obtenue par ces derniers dans leurs calculs numériques.

4-7 Conclusion

Les observations expérimentales ont permis de mettre en évidence le champ en point-selle responsable de l'instabilité en comparant nos champs expérimentaux au champ théorique proposé par Widnall et Tsai (1977). Elles ont aussi confirmé que la phase linéaire de l'instabilité du tourbillon torique se caractérise par le développement d'une onde azimutale stationnaire autour du tourbillon. L'analyse de la direction de cette perturbation a permis de montrer que le noyau du tourbillon se déplace dans la direction du champ en point-selle et induit en conséquence une vitesse fluctuante normale à ce champ dans le plan médian. Les lignes de colorant et les vitesses fluctuantes à la périphérie du tourbillon se déplacent dans une direction normale au champ en point-selle.

L'analyse spectrale de l'instabilité a mis en évidence, pour la première fois expérimentalement, le fait qu'il ne se développait pas un seul mode mais une bande de modes instables, comme cela avait été montré dans l'étude numérique de Shariff et al (1994). Le nombre de modes de l'instabilité et la largeur de la bande qui se développe sont en bon accord avec les prévisions théoriques, particulièrement si l'on prend en compte la structure du noyau (Saffman (1978)). La valeur du taux d'accroissement déterminée expérimentalement est inférieure à celle du modèle théorique de Widnall et Tsai (1977). La nécessité que le nombre de modes soit un entier, (ce qui n'est pas toujours le cas dans les modèles théorique)s entraîne une légère correction du taux d'accroissement, insuffisante pour retrouver les valeurs expérimentales. En fait, il apparaît nécessaire de prendre en compte la viscosité du fluide. La correction visqueuse proposée par Shariff et al (1994) est plus importante pour nos tourbillons expérimentaux que pour leurs tourbillons numériques.

5- PHASE NON LINEAIRE DE L'INSTABILITE

Comme il a été montré au chapitre 2, la littérature fait état de plusieurs phénomènes non-linéaires se développant dans le tourbillon torique instable. Shariff et al (1994) notent des modifications du spectre de l'instabilité. Ils observent le développement des harmoniques des premiers modes instables ainsi que l'apparition d'un mode m=1 sur les vitesses azimutales. Maxworthy (1977) et Naitoh et al (2002), expérimentalement, et Sharifff et al (1994), numériquement, mettent en évidence le développement d'une vitesse azimutale moyenne dans le tourbillon. Maxworthy (1977) observe aussi, à grand nombre de Reynolds, un mélange au sein du noyau du tourbillon et l'augmentation du diamètre de celui-ci. Shariff et al (1994) constatent pour leur part la déformation des lignes d'iso-vorticité axiales dans le tourbillon et suggèrent que c'est l'étape qui précède l'éjection de vorticité dans le sillage observée par Weigand et Gharib (1994). Ces derniers mesurent une chute de la circulation et de la vitesse dans le tourbillon consécutivement à l'apparition de l'instabilité. Didden (1977), quant à lui, met en évidence l'apparition de structures tourbillonnaires secondaires dans le tourbillon.

Pour conclure, la plupart des auteurs s'accordent sur le fait que l'instabilité s'achève avec l'apparition d'un tourbillon turbulent. Ce tourbillon turbulent est stable (Maxworthy (1972)) et peut se relaminariser (Maxworthy (1972), Weigand et Gharib (1994)). Comme on peut le constater, à part pour la vitesse azimutale, les observations des différents auteurs présentent peu d'éléments communs.

L'objectif de ce chapitre est donc de faire le point sur les différents phénomènes observés et de tenter de les relier entre eux. Il débute par une analyse spectrale des phénomènes se produisant sur les vitesses radiales dans le tourbillon (§ 5.1), puis par l'étude des vitesses azimutales (§ 5.2). L'étude du développement de tourbillons secondaires (§ 5-3) et celle de l'éjection de structures dans le sillage (§ 5-4). On finit en présentant l'évolution des vitesses et de la circulation du tourbillon au cours de l'instabilité (§ 5-5). Enfin, ces différents phénomènes étant présentés de manière indépendante, une synthèse sera effectuée (§ 5-6) afin de comparer leur évolution et de comprendre les différentes étapes menant de l'instabilité prévue par la théorie linéaire (décrite en détail au chapitre 4) à la turbulence.

5-1 Vitesses radiales

Shariff et al (1994) ont montré numériquement que les premiers instants de la phase non-linéaire de l'instabilité du tourbillon torique se traduisaient par l'apparition d'harmoniques du mode linéaire. Afin de tenter d'identifier les modes se développant dans la phase non-linéaire, l'analyse spectrale le long d'un cercle, développée dans le chapitre précédent, a été étendue. L'étude de ces spectres met en évidence deux phénomènes principaux. Le premier confirme les observations de Shariff et al (1994) et montre le développement d'harmoniques du mode linéaire (§ 5-1.1). Le second se traduit par l'apparition de modes d'ordre faible dont n n'est pas forcément multiple (§ 5-1.2). Ce phénomène peut se rapprocher de l'apparition du mode m=1 constatée par Shariff sur les vitesses azimutales, mais une autre hypothèse sera avancée (§ 5-1.2.3).

5-1.1 Harmoniques du premier mode instable.

Les spectres de Fourier font apparaître durant la phase non linéaire de l'instabilité les harmoniques du premier mode instable. Pour le tourbillon A', la bande de premiers modes instables se situait autour de n = 8. Durant la phase non-linéaire, on retrouve une bande de modes excités autour de n = 8, mais aussi autour de n =16, et dans une moindre mesure, autour de n = 24. Cela est illustré, pour les vitesses radiales, à l'altitude Z = 276 mm , pour différentes positions du plan (H) dans le tourbillon (figure 5.1 a, b).

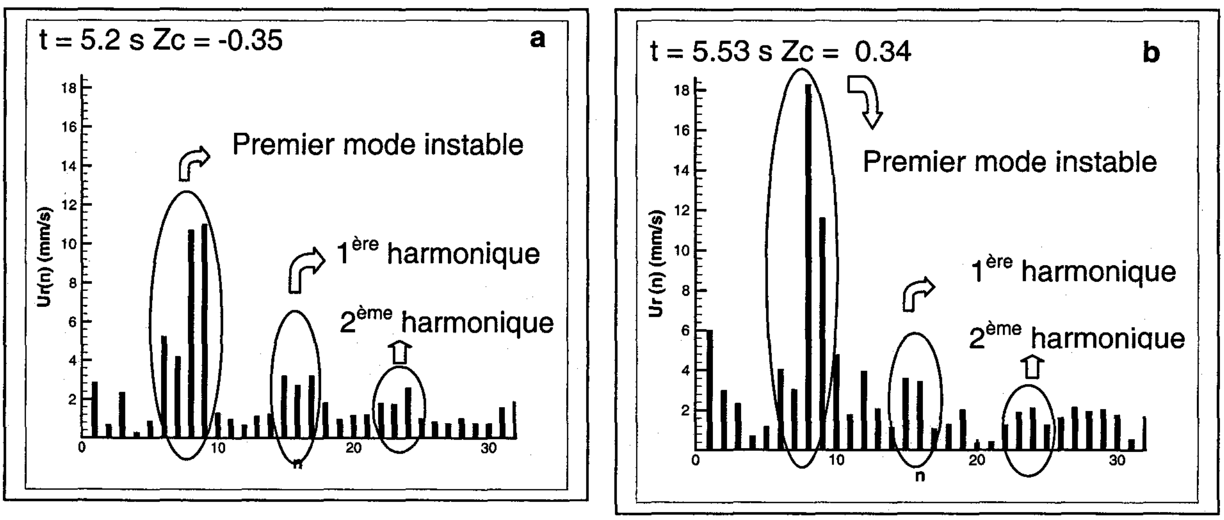


Figure 5.1: Apparition des harmoniques du premier mode instable sur les vitesses radiales pour le tourbillon A'

Pour quantifier le développement de ces harmoniques et les comparer au développement du premier mode instable, on a tracé le niveau de ces différents modes en fonction du temps sur la figure 5.2 pour les tourbillons A' et C'.

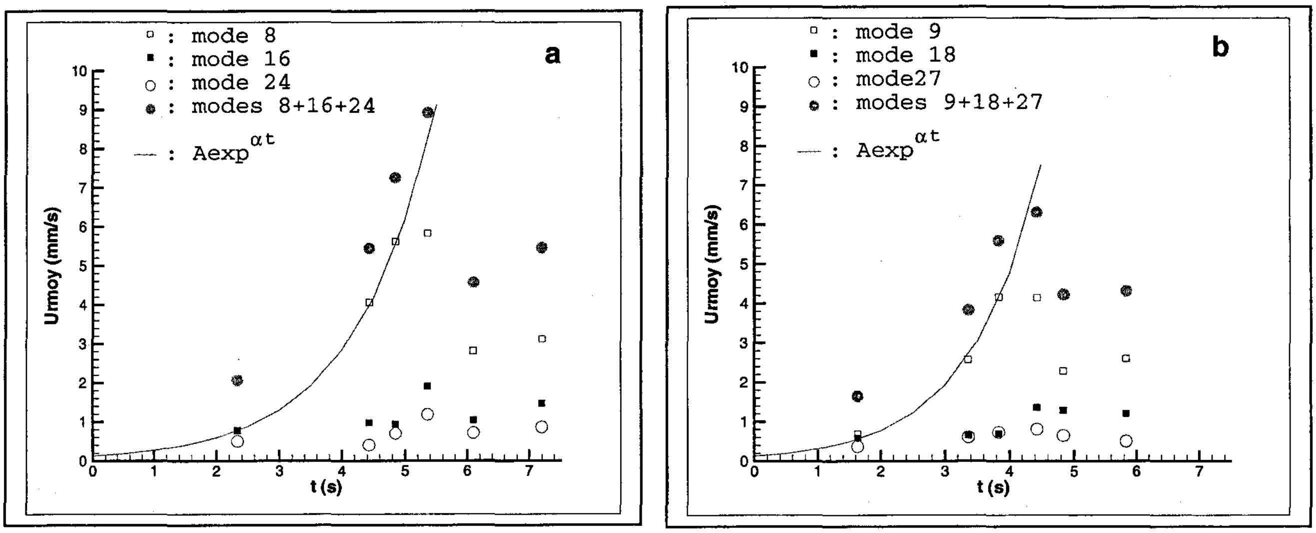


Figure 5.2 : Evolution du premier mode instable, et des harmoniques pour les tourbillon A' (a) et C' (b)

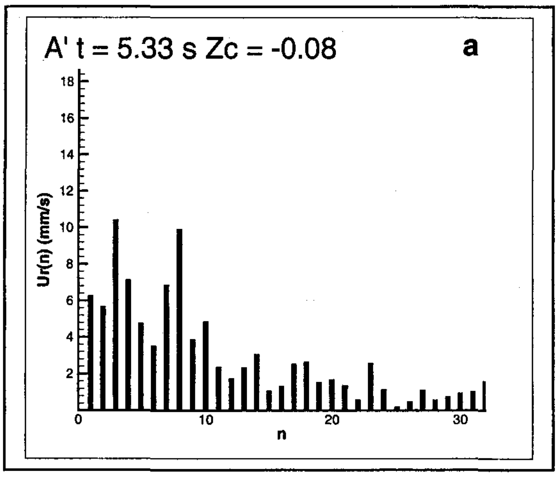
Après la période de croissance exponentielle du mode le plus instable (mode 8 pour le tourbillon A' et mode 9 pour le tourbillon C') dans la phase linéaire de l'instabilité, celui-ci plafonne puis chute de façon marquée. Parallèlement, les harmoniques de ce mode, tout d'abord à un niveau presque constant et voisin du niveau de bruit, se développent légèrement puis plafonnent également. La somme des trois modes visibles (mode le plus instable et ses deux premières harmoniques) présente une phase de croissance un peu plus longue que le mode instable seul, puis s'effondre brutalement.

Le phénomène de développement d'harmoniques est classique dans les instabilités à cause des non-linéarités ; le mode le plus énergétique transfère de l'énergie vers ses harmoniques. Si ce phénomène était prépondérant, on pourrait s'attendre à voir la somme des trois premiers modes continuer à se développer et d'autres modes apparaître. Il faut visiblement trouver une autre explication physique à l'évolution observée. En fait la chute de l'amplitude du mode initial s'accompagne d'un autre phénomène observé sur les spectres : le développement de modes d'ordre faible, qui est étudié dans la partie suivante.

5-1.2 Apparition des modes d'ordre faible

5-1.2.1 Observation du phénomène

Un deuxième phénomène est visible sur les spectres de Fourier, il s'agit du développement de modes d'ordre inférieur à 5. Ce phénomène est particulièrement visible pour les vitesses radiales à proximité du plan médian (figure 5.3 a), mais on le retrouve aussi plus loin du plan médian (figure 5.3 b) et sur les vitesses axiales (figure 5.4).



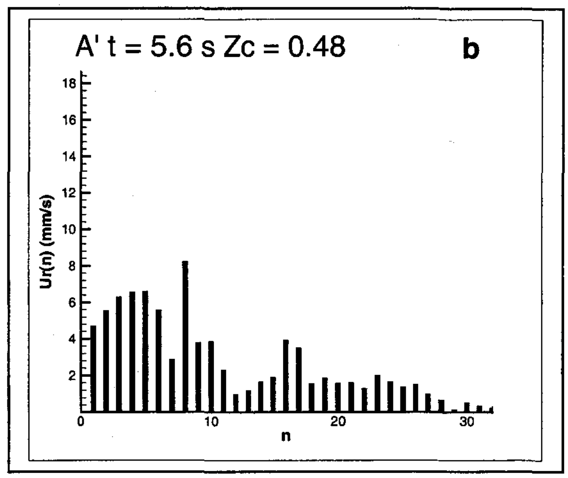


Figure 5.3 : Apparition de modes d'ordre inférieurs à 5 à proximité du plan médian (a) et plus loin de celui-ci (b) pour les vitesses radiales.

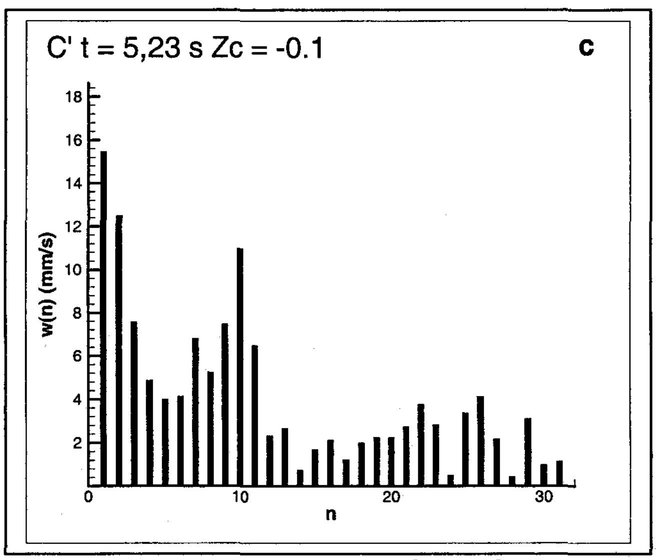


Figure 5.4 : Apparition de modes d'ordre inférieur à 5 pour les vitesses axiales.

5-1.2.2 Evolution

L'évolution de ces modes (n=1,2,3,4,5) a été tracée sur la figure 5.5 pour les vitesses radiales dans le tourbillon A' (figure 5.5 a) et C' (figure 5.5 b). Afin de comparer ces phénomènes à l'instabilité initiale, l'évolution du mode le plus instable (n = 8 pour le tourbillon A' et 9 pour le tourbillon C') a été ajoutée sur le même graphe.

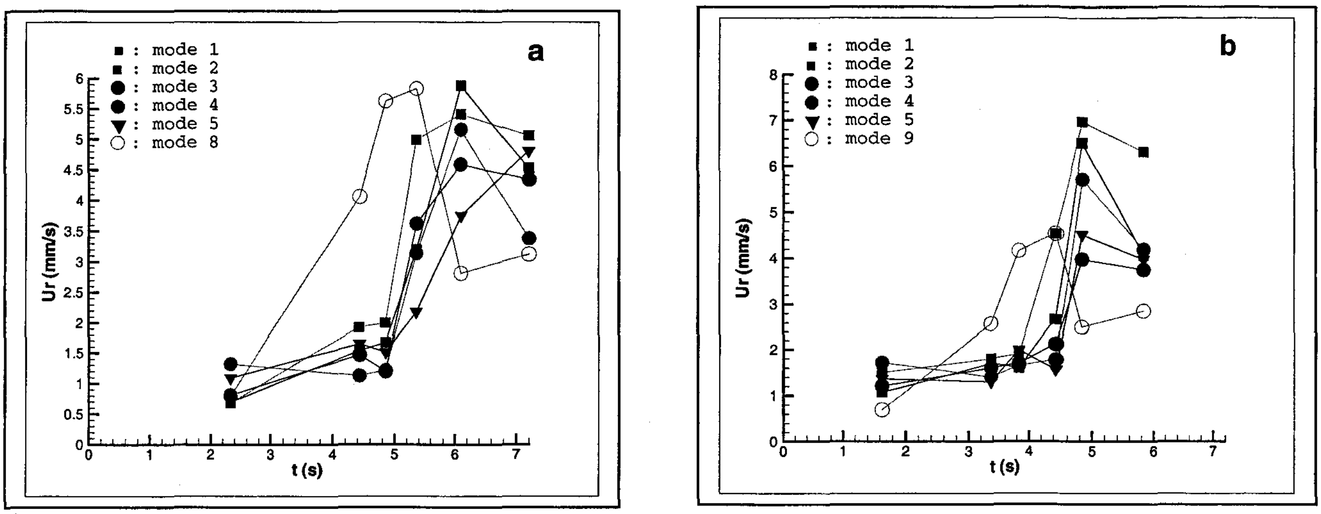


Figure 5.5 : Evolution des modes 1,2,3,4,5 et 8 pour les vitesses radiales et le tourbillon A' (a) et des modes 1,2,3,4,5 et 9 pour le tourbillon C' (b)

Les cinq premiers modes ont des évolutions aux allures comparables. Ils restent à un niveau assez faible avant t = 5 s pour le tourbillon A' et t = 4 s pour le tourbillon C', puis croissent rapidement, jusque t = 6 (5 s) respectivement pour les tourbillons A' (C'), où ils stagnent, voire régressent. Ce développement se produit à partir du moment où le mode le plus instable de la phase linéaire plafonne puis chute. Ce phénomène se retrouve sur la figure 5.6 qui compare l'évolution de la somme des modes d'ordre inférieurs à 5 (somme 1) à celle des modes instables de la phase linéaire, à savoir les modes compris entre 7 et 10 pour le tourbillon A' et ceux compris entre 8 et 10 pour le tourbillon C' (somme 2). On retrouve aussi sur le même graphe la somme de tous les modes précités.

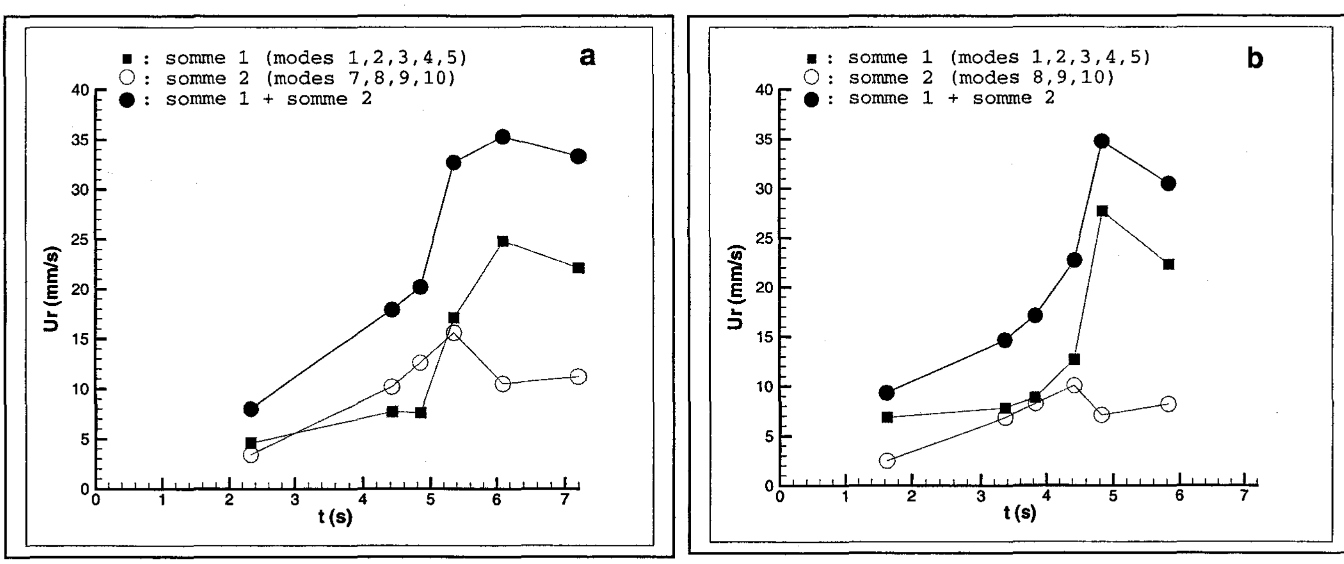


Figure 5.6 : Evolution de la somme des modes d'ordre faible (somme 1) et de la somme des premiers modes instables de la phase linéaire (somme 2) pour les tourbillons A' (a) et C' (b)

Là encore, on constate que les modes d'ordre faible se développent aux dépens des premiers modes instables de la phase linéaire. L'énergie totale contenue dans tous ces modes a une croissance régulière jusque t = 6s (A') et 5s (C'), puis stagne. La somme 2, dans le cas du tourbillon C', apparaît tout de suite plus faible que la somme 1. En fait, elle est composée de 3 modes (la bande de modes instables est assez resserrée) tandis que la somme 1 est l'addition de 5 modes (ceux d'ordre faible).

5-1.2.3 Causes possibles de l'apparition des modes n<5.

L'apparition de modes de bas niveau peut être rapproché des observations numériques de Shariff et al (1994) ou des expériences de Naitoh et al (2002) qui constatent le développement d'un mode m = 1 le long du cœur du tourbillon, avec des vitesses azimutales significatives. D'après Shariff et al (1994), ce phénomène est dû à l'interaction de deux premiers modes instables. Une autre explication des phénomènes observés peut être avancée basée sur nos observations expérimentales. Pour cela, deux cartes consécutives d'un même essai sont comparées, l'une où le phénomène qui nous intéresse n'est pas visible (figure 5.7 a) et l'autre où il est présent (figure 5.7 b).

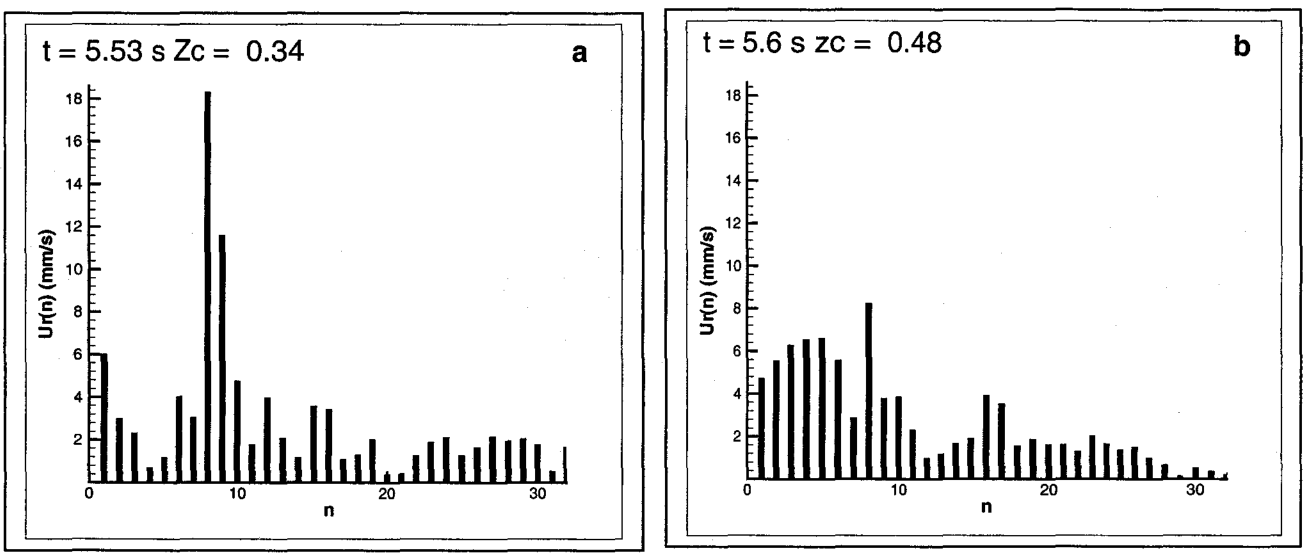


Figure 5.7 : Comparaison du spectre de Fourier pour deux cartes consécutives avec des modes d'ordre faible bas (a) ou élevés (b)

Rappelons que ces spectres de Fourier sont issus des courbes de vitesse radiale en fonction de l'angle azimutal θ sur un cercle de rayon égal à celui du tourbillon (ces courbes sont représentées figure 5.8).

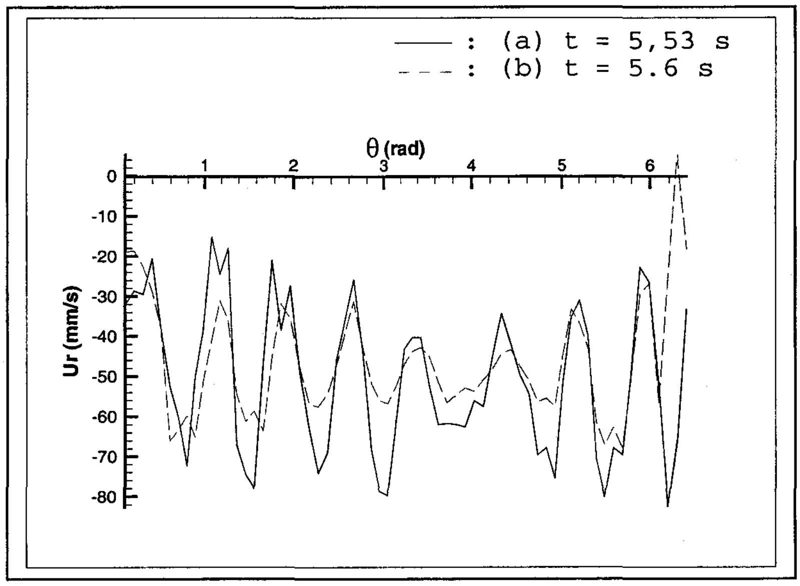


Figure 5.8 : Courbes de vitesse radiale en fonction de θ

Les différences sur les spectres de Fourier seront donc la conséquence de celles sur ces courbes. Les deux courbes présentent des oscillations globalement sinusoïdales qui donnent un premier mode instable en n = 8 effectivement observé sur les spectres. En outre, elles sont assez semblables, alors qu'elles donnent des spectres plutôt différents. L'explication se situe au voisinage de $\theta = 0$ (ou 2π) où les deux courbes montrent une différence significative.

Les cartes de vitesse (figure 5.9) permettent de comprendre la cause de cette différence :

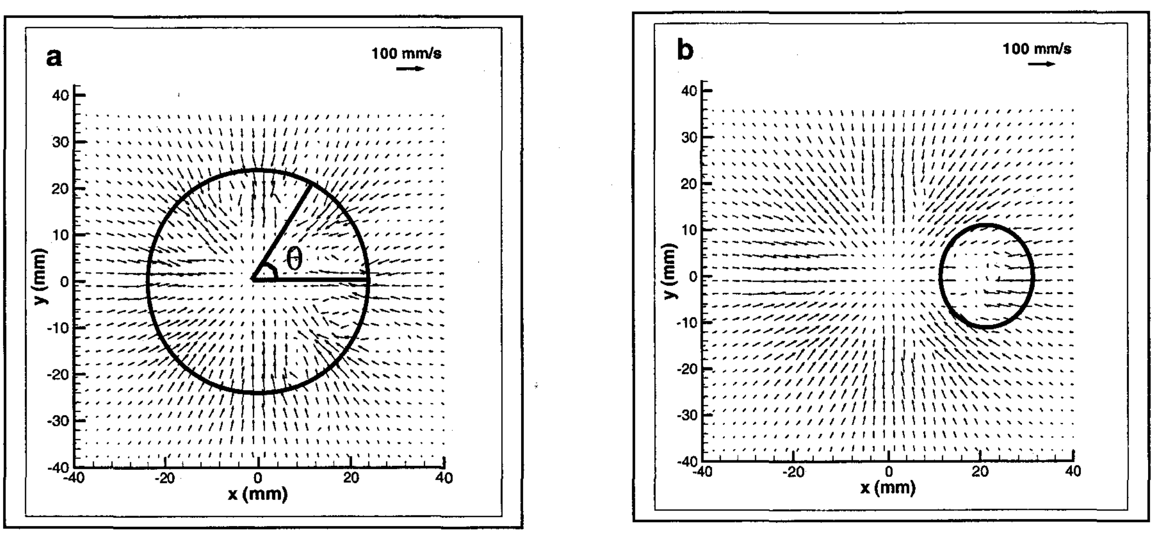


Figure 5.9 : Cartes des vitesses associées au spectre des figures 4a et 4b.

Sur la figure 5.9 b, une petite structure tourbillonnaire est apparue au voisinage de $\theta = 0$. C'est elle qui fait varier localement les vitesses comme observés plus haut.

Pour tenter de modéliser l'effet de cette structure tourbillonnaire nous avons utilisé une fonction en triangle qui se rapproche de 0 autour de $\theta = 0$ et qui vaut 1 ailleurs.

La figure 5.10 regroupe les courbes (a), (b) et (triangle)x(a). Cette dernière coïncide avec la courbe (a), sauf à proximité de $\theta = 0$ (ou 2π), où elle se rapproche de la courbe (b).

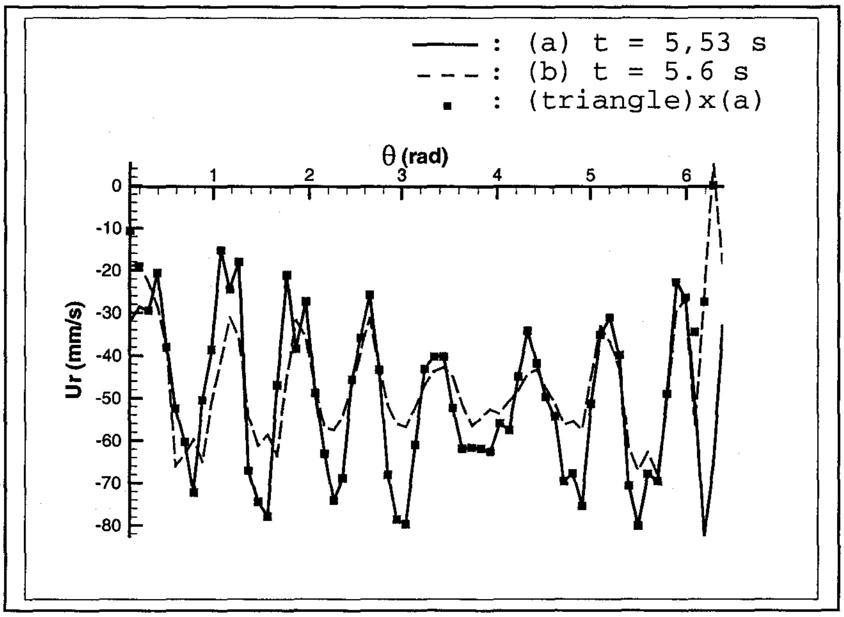


Figure 5.10 : Comparaison des courbes de vitesses (a), (b) et ((triangle) x (a))

Le spectre de Fourier de cette courbe (figure 5.11) met en évidence le développement des modes inférieurs à 5. Ce phénomène peut donc également être associé à l'apparition de petites structures tourbillonnaires dans le tourbillon.

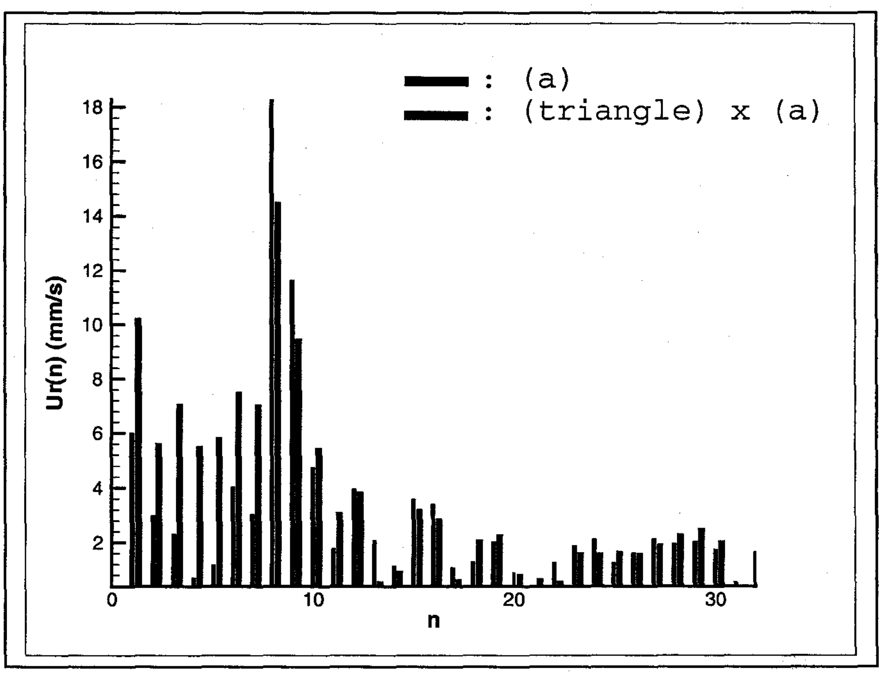


Figure 5.11 : Spectre de Fourier de la courbe ((triangle) x (a))

5-2 Vitesses azimutales

Les études de la littérature (Shariff et al (1994), Naitoh et al (2002)) s'accordent pour observer le développement d'une vitesse azimutale moyenne (mode m = 0) autour du tourbillon. Cette vitesse n'a pas le même sens suivant la localisation dans le tourbillon. D'après Naitoh et al (2002), ces vitesses changent de signe suivant que l'on est à proximité ou loin du centre du noyau (figure 2.13) tandis que d'après Shariff et al (1994) les vitesses azimutales moyennes positives et négatives s'imbriquent de manière assez complexe dans le tourbillon (figure 2.18) .Par ailleurs Shariff et al (1994) et Naitoh et al (2002) montrent le développement d'un mode m = 1 symétrique où l'onde se propage de part et d'autre le long du cœur. Cette partie va faire le point sur l'évolution des vitesses azimutales dans le tourbillon. Elle montrera que les premières vitesses azimutales apparaissent sous la forme d'une onde similaire à celles observées sur les vitesses axiale et radiale dans la phase linéaire. Ensuite, se développent une vitesse azimutale moyenne et des modes de bas niveau, en particulier le mode m=1.

5-2.1 Onde azimutale dont le nombre de modes n est celui de la phase linéaire.

La première apparition de vitesse azimutale dans le tourbillon se fait sous la forme d'une onde azimutale dont le nombre de modes est égal à celui de l'onde de la phase linéaire. Ce phénomène existe aussi bien à proximité que loin du plan médian comme cela se traduit sur les spectres (figure 5.12).

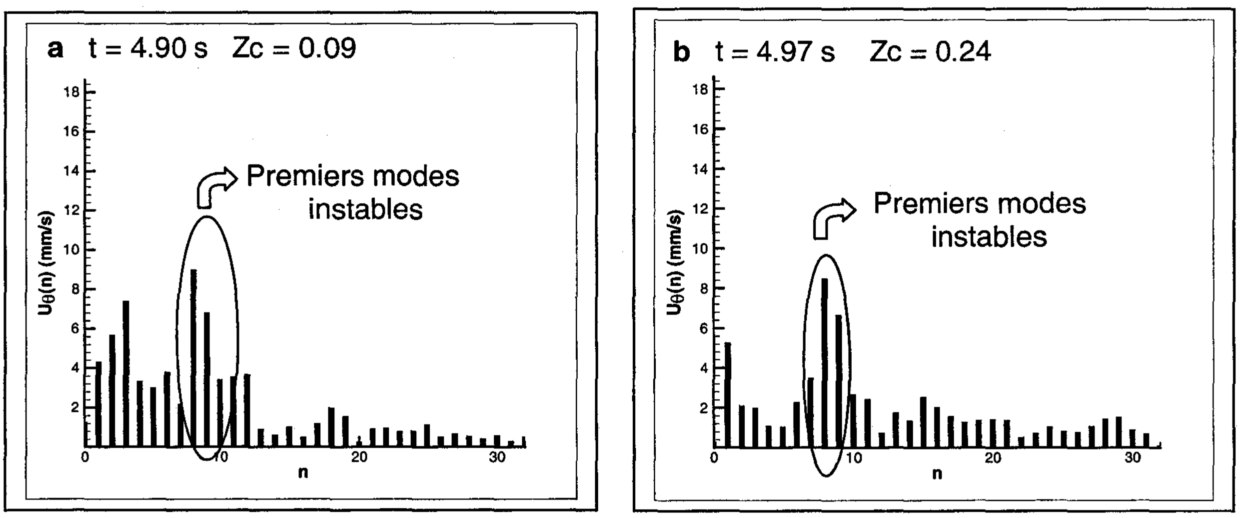


Figure 5.12 : Développement d'une onde azimutale autour du mode instable (n=8) de la phase linéaire près du plan médian (a) et plus loin de celui-ci (b) pour le tourbillon A'.

Sur les cartes de vitesses (figure 5.13), on voit que les vitesses azimutales se répartissent en cellules alternativement positives et négatives, que ce soit à proximité du plan médian ou loin de celui-ci.

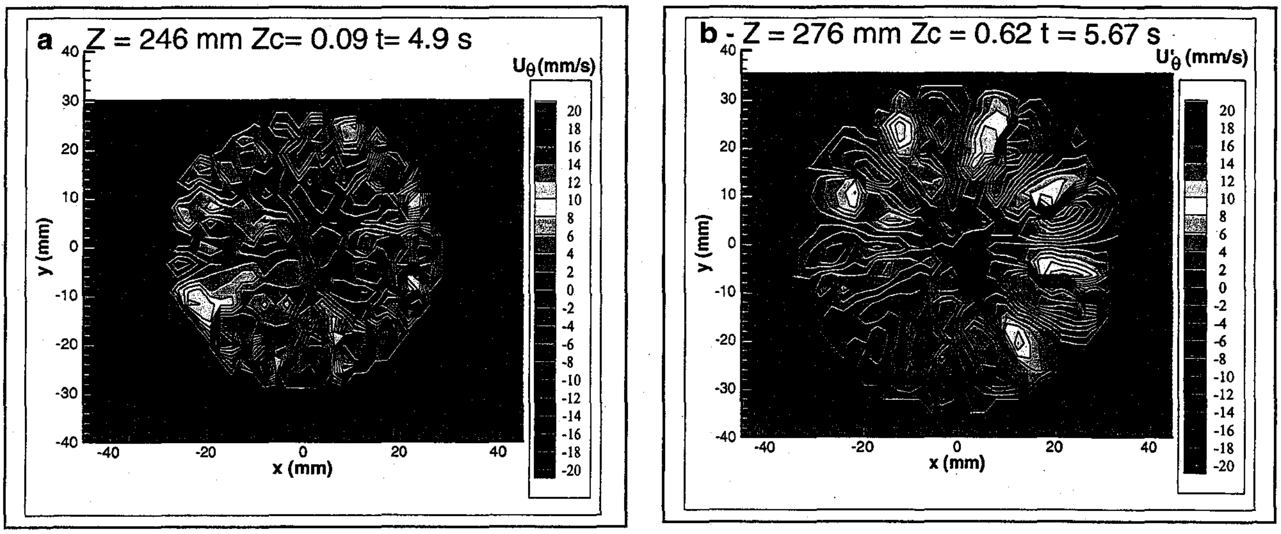


Figure 5.13 : Cartes de vitesse azimutale à proximité (a) et loin (b) du plan médian

Par contre, au niveau de la phase (figure 5.14), on observe un déphasage entre les vitesses loin du plan médian et près de celui-ci. Ce phénomène a déjà été observé dans la phase linéaire de l'instabilité sur les vitesses axiale et radiale.

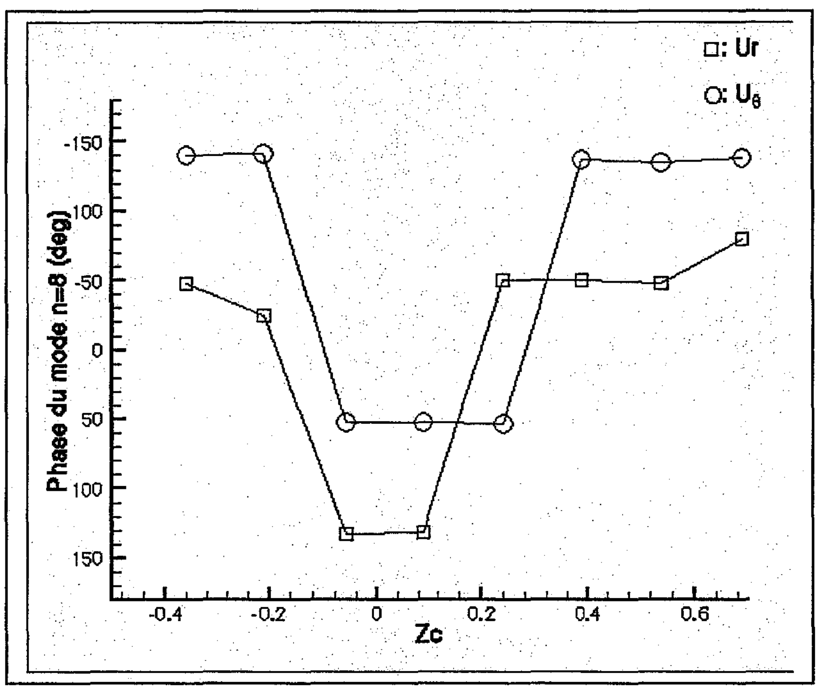


Figure 5.14 : Phase pour le mode n = 8 pour le tourbillon A' Z = 245 mm

Par ailleurs, on observe un déphasage entre les ondes relatives aux vitesses radiales et azimutales. Ce déphasage est de 90°. On le retrouve sur les cartes de vitesses fluctuantes. Les zones de vitesse azimutale (figure 5.15 a) se situent entre les zones de vitesse radiale fluctuante (figure 5.15 b).

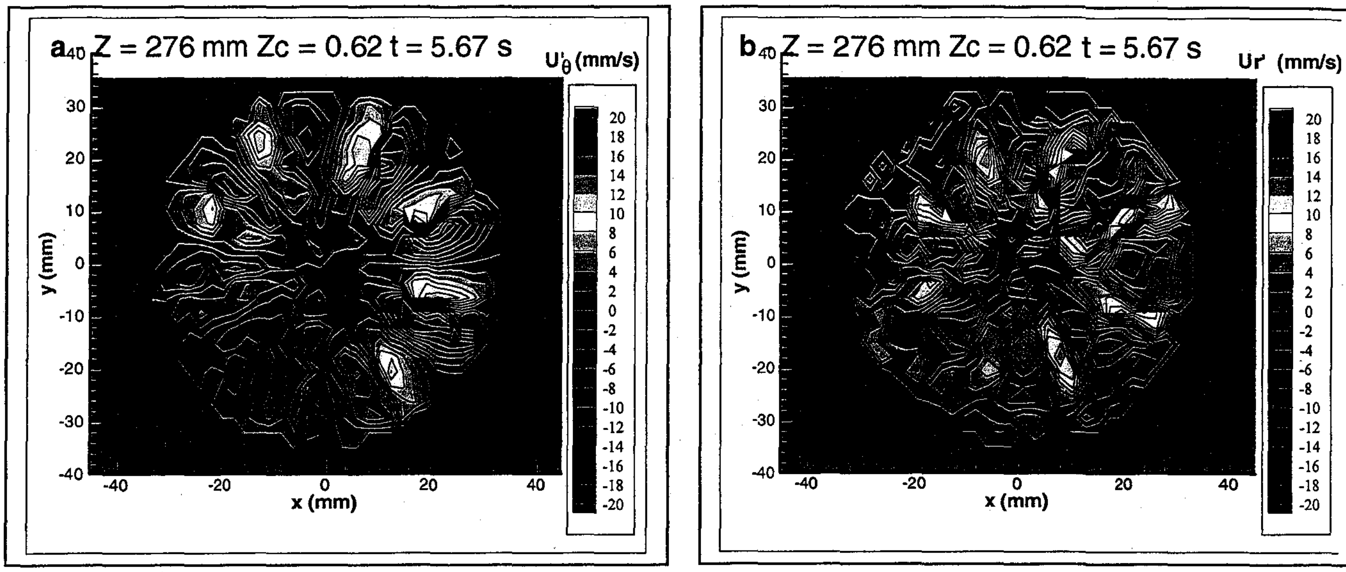


Figure 5.15 : Niveaux de vitesse azimutale fluctuante (a) et de vitesse radiale fluctuante (b) pour une même carte : Z = 276 mm, Zc = 0.62 t = 5,67 s

De même, sur les cartes représentant les vitesses fluctuantes (figure 5.16 a) les zones de vitesses se succèdent dans l'ordre suivant :

- vitesses radiales positives,
- vitesses azimutales positives,
- vitesses radiales négatives,
- vitesses azimutales négatives

En conséquence, les lignes de courant dans ce plan (figure 5.16 b) partent du centre du tourbillon, tournent et reviennent vers celui-ci.

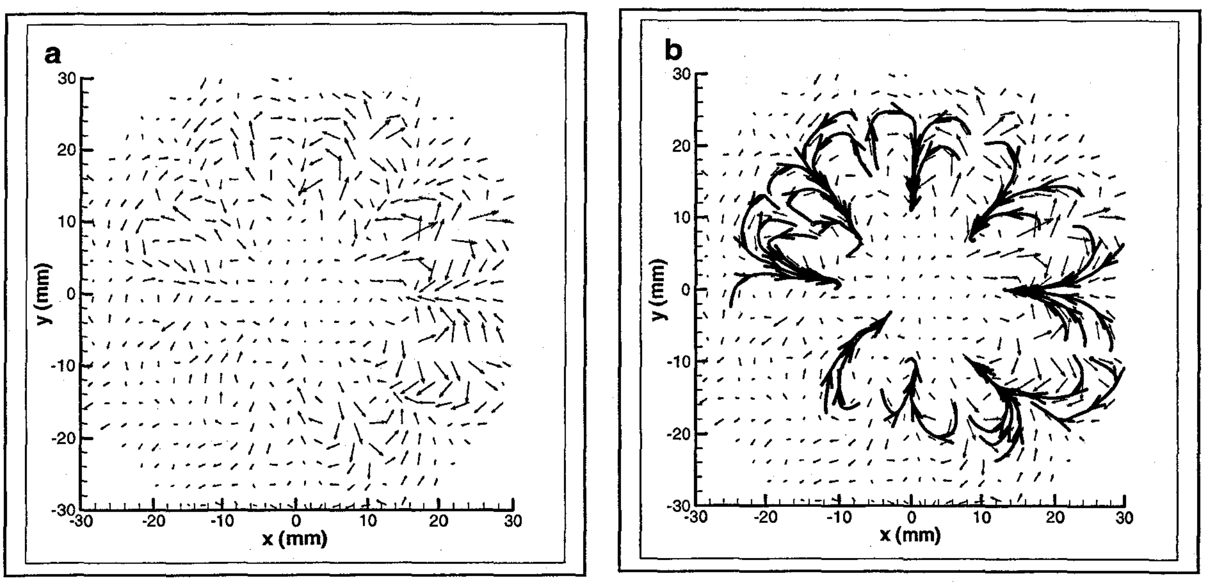


Figure 5.16 : Vitesses fluctuantes seules (a) ou avec des lignes de courant (b)

Tourbillon A' Z = 276 mm Zc = 0.62 t = 5.67 s

Ce mouvement qui est observé, figure 5.16, loin du plan médian, se retrouve, mais de manière moins nette, à proximité de celui-ci (figure 5.17).

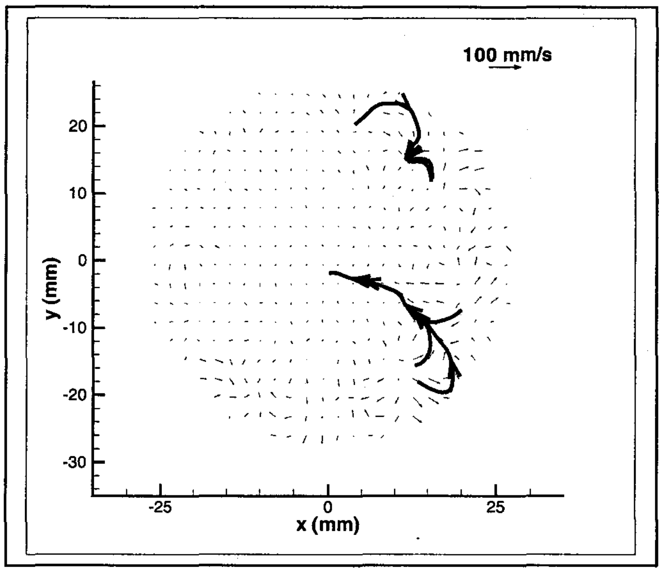


Figure 5.17 :Tourbillon A' Z = 245 mm Zc = 0.09 t = 4.9 s

Pour quantifier le développement de ces vitesses azimutales, nous avons, comme pour les vitesses radiales, tracé l'évolution du mode le plus intense en fonction du temps (mode 8 pour le tourbillon A' et mode 9 pour le tourbillon C') dans la figure 5.18. Les vitesses azimutales se développent de manière analogue aux vitesses radiales avec une phase de croissance puis une chute.

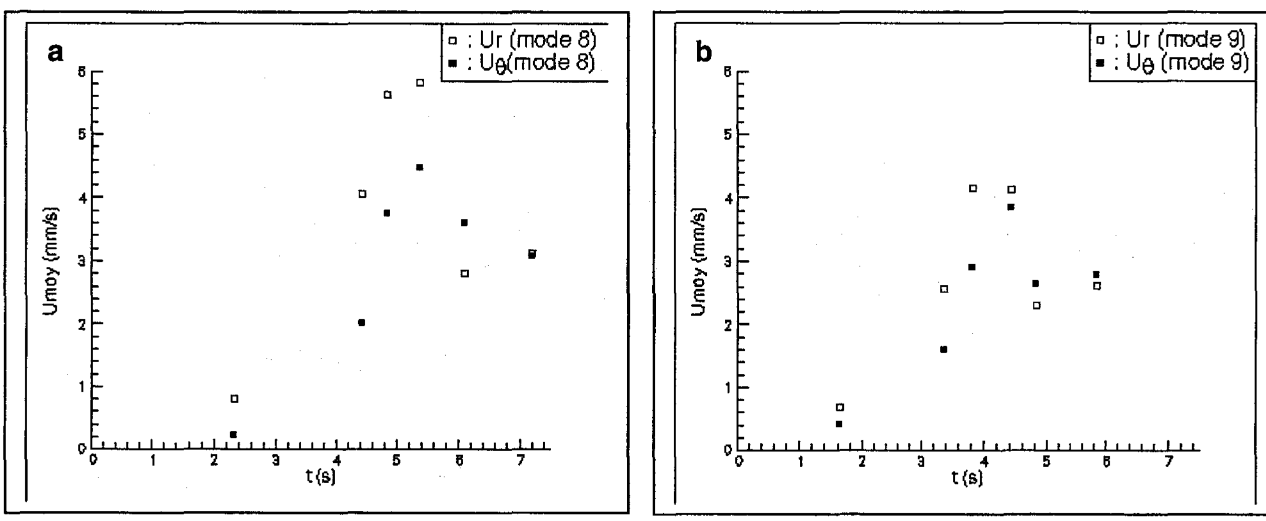


Figure 5.18 : Comparaison des intensités du mode le plus instable pour les vitesses radiales et azimutales pour les tourbillons A' (a) et C' (b).

Afin de comparer le développement de ce phénomène non-linéaire aux phénomènes linéaires, le rapport entre les vitesses azimutales et radiales est observé figure 5.19 :

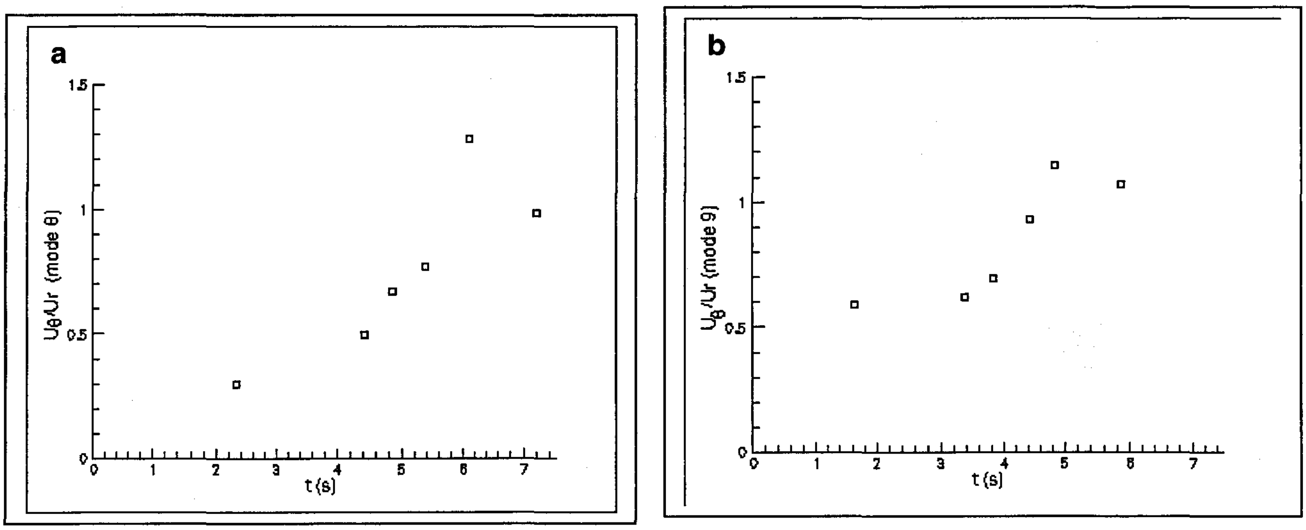


Figure 5.19 : Rapport entre les intensités des vitesses azimutales et radiales du mode le plus instable pour les tourbillons A' (a) et C' (b)

Les vitesses azimutales sont au début petites devant les vitesses radiales ($\frac{U_\theta}{U_r} = 0.3$ à t = 2.1 s pour le tourbillon A'). Elles se développent ensuite et deviennent aussi importantes que les vitesses radiales (à partir de t = 5s).

5-2.2 Mode m = 0

Alors que dans un tourbillon stable les vitesses azimutales sont nulles, la phase non-linéaire de l'instabilité voit le développement d'une vitesse azimutale moyenne autour du tourbillon. Ainsi sur les spectres de Fourier des vitesses azimutales, apparaît un mode m = 0 (figure 5.20).

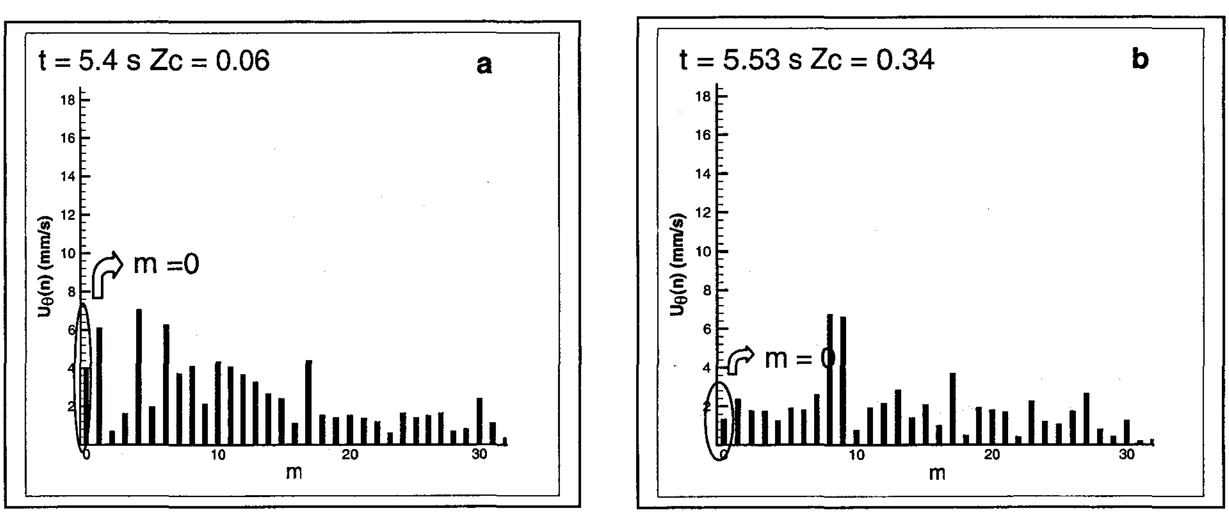


Figure 5.20 : Apparition du mode m = 0 sur les spectres pour le tourbillon A'

Ce mode apparaît aussi bien à proximité (figure 5.20 a) que loin du plan médian (figure 5.20 b), mais semble bien plus important à proximité. Afin d'approfondir cette observation, nous avons tracé l'évolution de la vitesse moyenne en fonction de l'altitude Zc (figure 5.21). Les

vitesses autour du noyau sont de signes différents de celles observées à la périphérie du tourbillon. Le changement de signe se fait aux environs de Zc = 0.4.
On ne retrouve pas l'évolution des vitesses azimutales moyennes obtenue numériquement par Shariff et al (1994) (on obtiendrait un changement de signe de la vitesse aux environs de Zc = 0) mais nos résultats confirment les observations de Naitoh et al (2002) (figure 2.13) et Maxworthy (1977). On retrouve aussi ici le comportement des ondes de la phase linéaire (§ 4-4) qui se déphasent de 180° en s'approchant du plan médian.

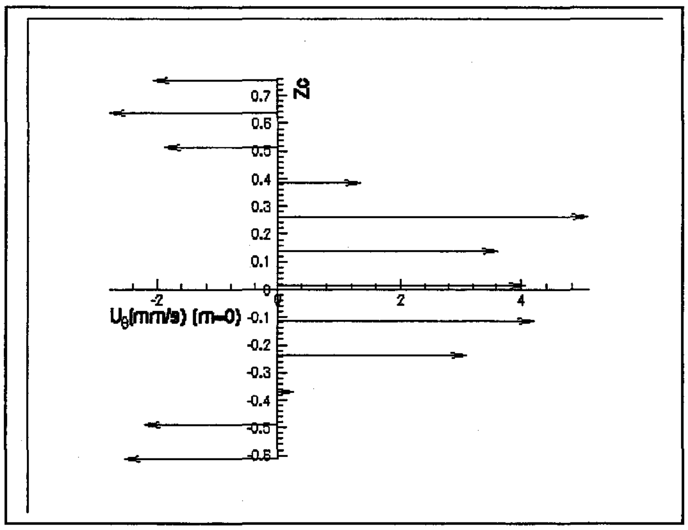


Figure 5.21 : Valeur des vitesses azimutales moyennes pour le tourbillon A' en fonction de Zc (à Z = 336 mm)

Les vitesses azimutales maximales (au cœur du tourbillon) sont de l'ordre de 4 mm/s. Cela représente environ 7% de la vitesse de translation du tourbillon. Cela est inférieur aux observations de Naitoh et al (2002) qui mentionnent des vitesses de l'ordre de 12 % de la vitesse de translation du tourbillon. En fait notre analyse de Fourier nous permet d'isoler le mode m=0, tandis que les visualisations de Naitoh et al (2002) mesurent les vitesses de tous les modes présents dans le tourbillon ; ce qui explique qu'ils puissent trouver des vitesses supérieures à celles de notre étude.
L'analyse du développement de la vitesse azimutale moyenne dans le tourbillon (figure 5.22) montre que, durant la phase linéaire de l'instabilité (t < 5s pour le tourbillon A' et t < 4s pour le tourbillon C') elle reste quasiment nulle. Suite à quoi, elle se développe rapidement.

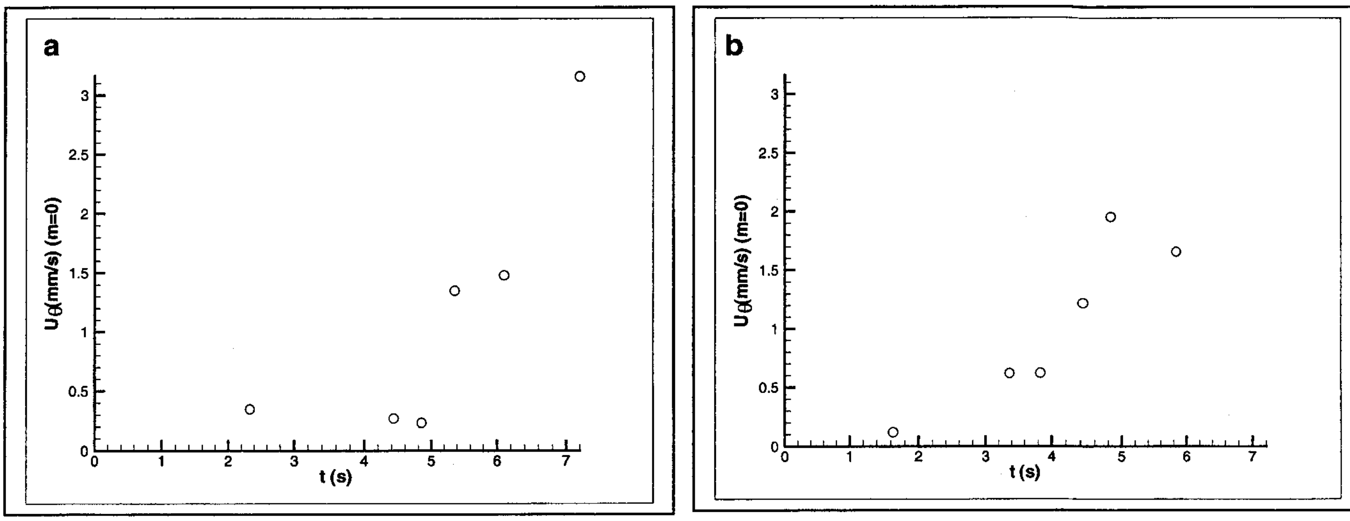


Figure 5.22 : Evolution du mode m=0 en fonction du temps pour les tourbillons A' (a) et C' (b)

5-2.3 Modes d'ordre faible

Les vitesses azimutales vont, à l'instar des vitesses radiales et axiales, voir se développer des modes d'ordre faible. Cela est visible sur les spectres de la figure 5.23.

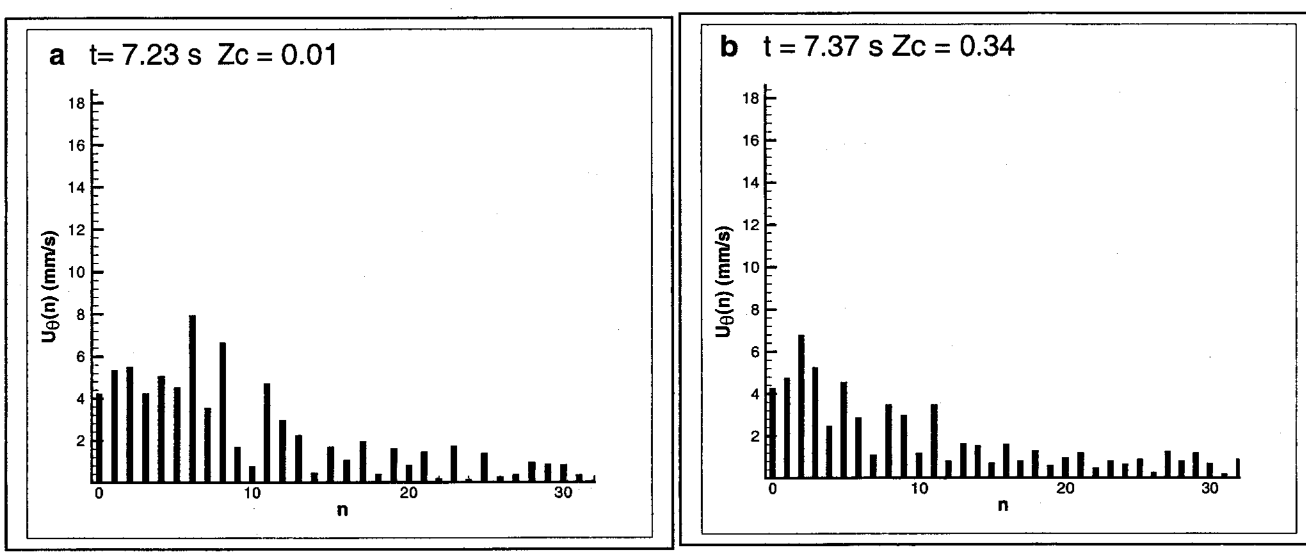


Figure 5.23 : Apparition de modes d'ordre faible sur les vitesses azimutales

L'évolution de cinq premiers modes en fonction du temps a été tracée (figure 5.24). Contrairement à ce qui a été observé sur les vitesses radiales, les cinq modes ont des comportements différents. Le mode 1 se distingue particulièrement. Son niveau est toujours supérieur aux autres et il commence sa phase de croissance plus rapidement (t = 4.4 s). A t = 6 s, il décroît. Les modes 2 et 4 ont aussi une phase de croissance suivie d'une phase de décroissance, tandis que les modes 3 et 5 se développent plus lentement que les autres, mais de façon continue.

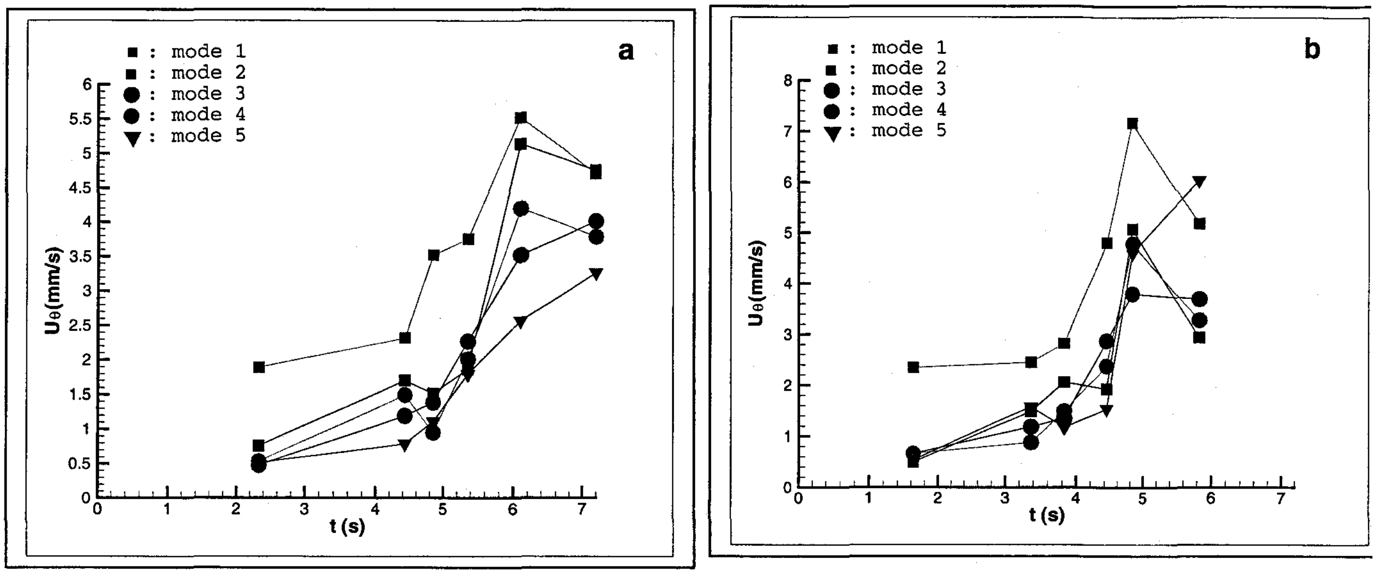


Figure 5.24 : Evolution des 5 premiers modes pour les vitesses azimutales pour les tourbillons A' et C'

Enfin, la comparaison de l'évolution de la somme de ces cinq premiers modes pour les vitesses radiales et azimutales est présentée figure 5.25. Les modes azimutaux connaissent un développement très proche des modes radiaux, avec une phase de développement suivi d'un plateau.

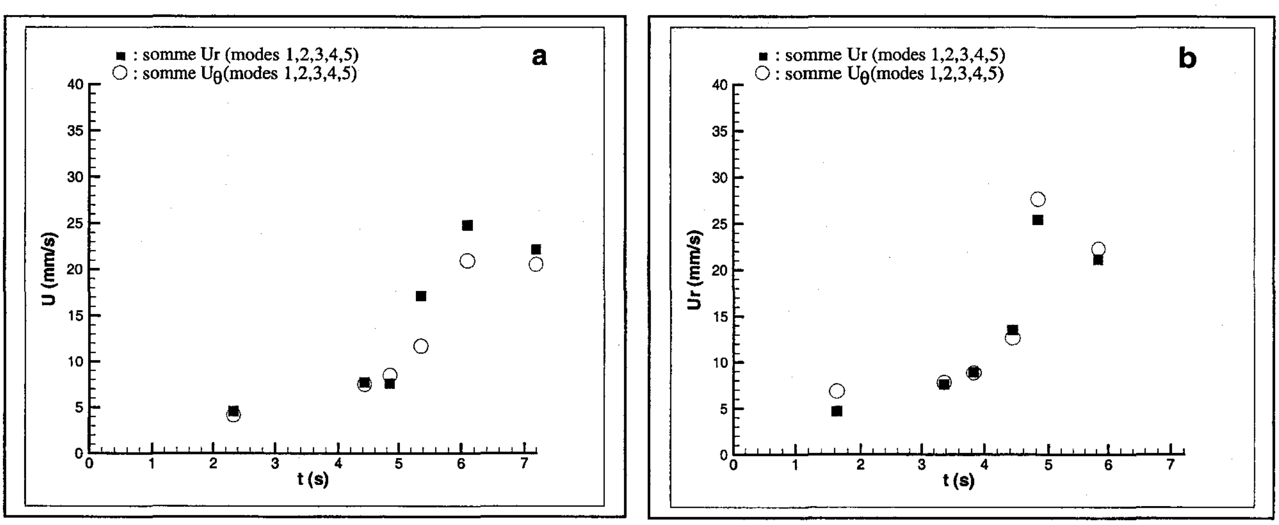


Figure 5.25 : Comparaison de la somme des cinq premiers modes pour les vitesses radiales et azimutales pour les tourbillons A' (a) et C'(b).

5-3 Tourbillons secondaires

A la suite du développement de l'onde azimutale dans le tourbillon, Didden (1977) a observé l'apparition de structures secondaires qui s'enroulent autour du noyau. Glezer et Coles (1990) ont observé des phénomènes similaires, mais dans un tourbillon turbulent. Enfin,

Allen et al (2002) observent des structures qui se développent à la périphérie du tourbillon torique primaire suite à son interaction avec le tourbillon piston.
Nos observations expérimentales ont mis en évidence deux types de structures. Les premières (appelées st1) apparaissent à la périphérie du tourbillon, et les secondes (st2) plus près de l'axe du tourbillon. L'apparition de ces structures précède de peu la transition vers la turbulence.
Les résultats de tomoscopie vont nous permettre d'étudier ces structures, de comprendre comment elles se répartissent dans l'espace, et d'émettre des hypothèses quant à leur origine. Les résultats de PIV vont nous apporter quelques informations quantitatives.

5-3-1 Tourbillons secondaires 1 (st1).

La dernière phase de l'instabilité du tourbillon torique voit l'apparition de deux sortes de tourbillons secondaires dans le tore. Les premiers, st1, apparaissent clairement sur les images de tomoscopie. Un exemple est donné figures 5.26 a et b dans le plan médian. On constate qu'ils se situent à la périphérie du tourbillon et se présentent sous la forme de "champignons" composés de deux tourbillons contrarotatifs. Ils apparaissent tout autour du tourbillon torique, mais leur répartition n'est pas symétrique. Dans certaines zones, ils sont très développés, et dans d'autres pas encore (figure 5.26 a).

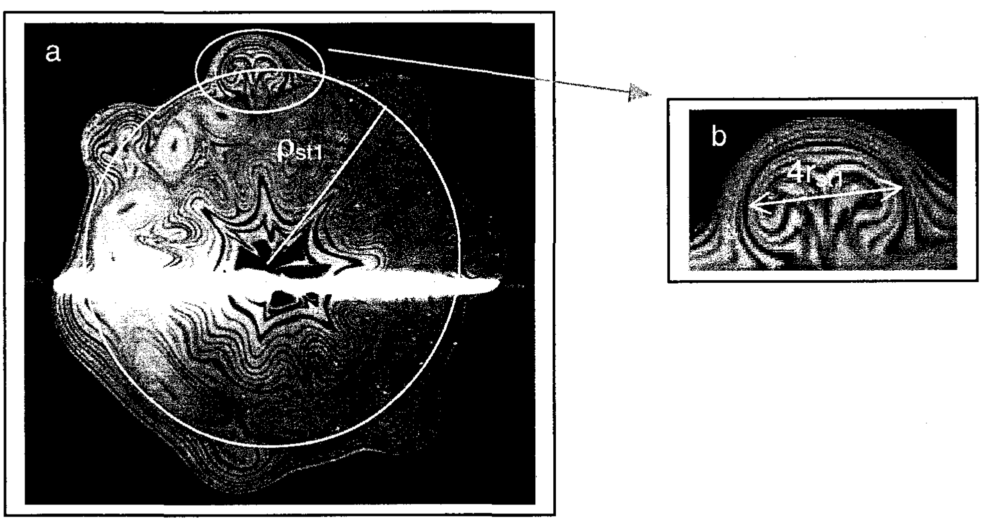


Figure 5.26 : Tourbillon E - t = 5.77 s zc = - 0.14 - Apparition des tourbillons secondaires 1

Le pas de maillage de la PIV (2,55 mm) est très proche du rayon de ces structures (5 mm environ) ; par ailleurs, ce sont des zones à fort gradient de vitesse. Nos mesures de PIV ne vont donc pas être très adaptées à la mise en évidence de ces petites structures. Cependant, on les voit apparaître sur certaines cartes (figure 5.27), en particulier en les soulignant avec des lignes de courant (figure 5.27 b).

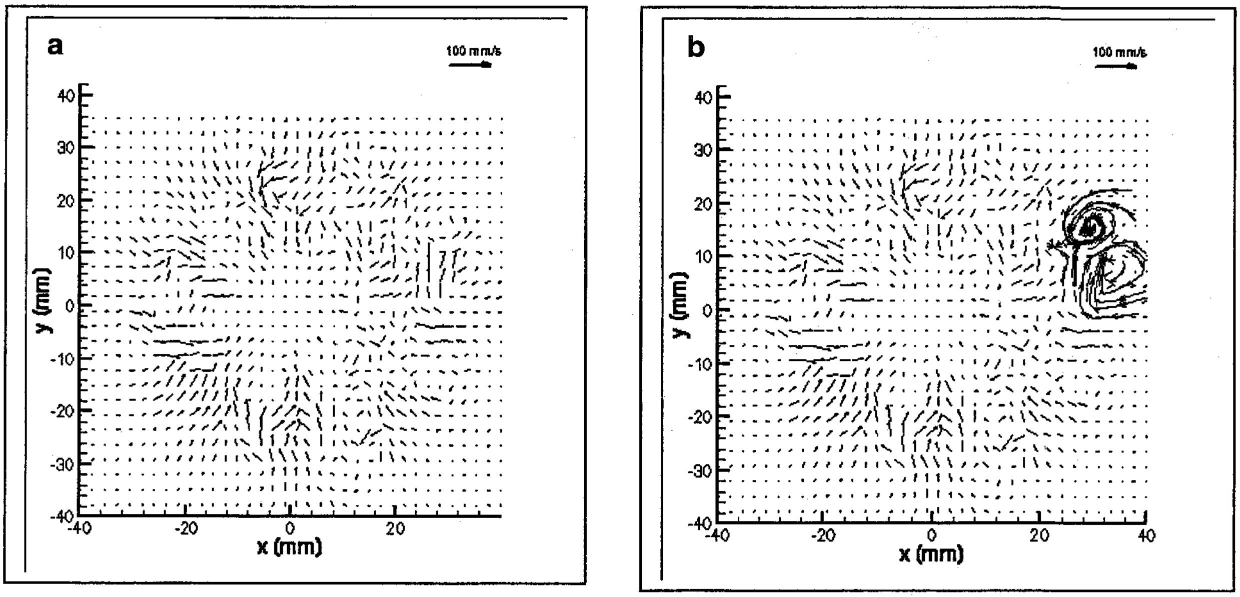


Figure 5.27 : Observations de structures tourbillonnaires secondaires 1 (st1) sur une carte de vitesse avec (b) ou sans (a) lignes de courant. Tourbillon A' t = 5.47 s Zc = 0.2

Ces tourbillons sont repérés dans l'espace par la distance ρ_{st1} (figure 5.26 a) à l'axe du tourbillon. On évalue ensuite leur taille en calculant la distance entre les bords du "champignon" (figure 5.26 b) qui englobe deux tourbillons contrarotatifs. On obtient ainsi quatre fois le rayon (r_{st1}) des structures qui nous intéressent. Enfin sur la carte de PIV, on évalue leur circulation Γ_{st1} en intégrant la vitesse sur un contour circulaire de rayon r_{st1}. Ces trois grandeurs sont adimensionnées en ρ^*_{st1}, r^*_{st1} et Γ^*_{st1} par le rayon R_0 et la circulation Γ_0 du tourbillon torique. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous.

ρ_{st1} (mm)	r_{st1} (mm)	Γ_{st1} (mm.s^{-2})	ρ^*_{st1}	r^*_{st1}	Γ^*_{st1}
33	5	280	1.38	0.21	0.047

Tableau 5. 1: Données quantitatives concernant les tourbillons secondaires 1.

Ces structures sont 5 fois plus petites que le tourbillon torique, et leur circulation est 20 fois inférieure.

Leur représentation figure 5.26 n'est pas sans rappeler les images de la dernière phase de l'interaction d'un tourbillon torique primaire avec un tourbillon piston (figure 2.22 du chapitre 1) proposées par Allen et al (2002). Dans ce cas, les auteurs suggéraient que l'apparition des structures secondaires était due à des filaments tourbillonnaires qui s'enroulaient autour du tourbillon en partant de l'amont de celui-ci pour se propager dans l'ensemble du tourbillon.

Dans notre cas, le processus apparaît différent. Par exemple, dans le cas du tourbillon C, à l'altitude Z = 233 mm, on voit que les tourbillons ne sont pas présents dans la partie amont du tourbillon, mais qu'ils sont en train de naître dans le plan médian et dans la partie aval (figure 5.28).

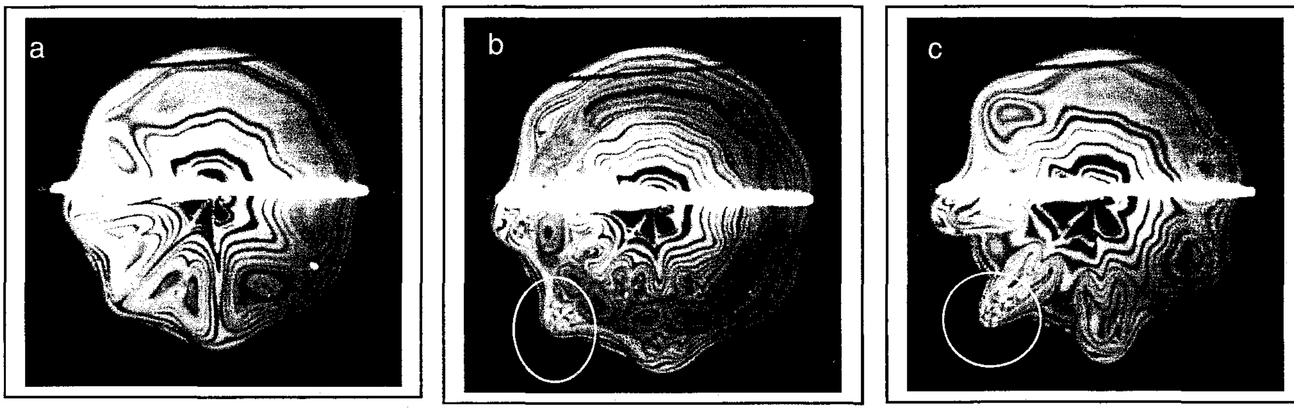


Figure 5.28 : Tourbillon C - Z = 233 mm - a : t = 3.67 s, Zc = -0.31 - b : t = 3.8 s, Zc = 0 - c : 3.93 s Zc = 0.31

En fait, ces structures semblent plutôt se développer à partir du plan médian vers le reste du tourbillon. L'Annexe 13 présente un essai complet dans lequel les structures st1 sont bien développées. On constate qu'elles sont présentes dans la partie amont à partir de Zc = -0.13, se développent dans le plan médian, puis vont s'affiner dans la partie aval jusqu'à l'altitude Zc = 0.63 environ. Sur ces images, les structures ont une extension plus grande dans la partie aval que dans la partie amont du tourbillon. Ce constat paraît logique dans la mesure où cela indique que les structures sont convectées vers l'arrière du tourbillon dans le sens de rotation général. Il est cependant à prendre avec précaution car les images prises dans la partie amont et aval ne sont pas simultanées et ont pu se développer entre les prises de vues.

Les images montrent que les structures se développent dans la partie de la périphérie du tourbillon qui s'est déplacée radialement vers l'extérieur durant la phase linéaire de l'instabilité. La figure 5.29 propose un schéma représentant leur position en trois dimensions autour du noyau. Le nombre de modes choisi pour représenter le tourbillon est n=3. Il n'est pas représentatif des nombres effectivement observés dans nos expériences (7 < n < 10) mais a l'avantage de ne pas surcharger le schéma.

On voit qu'elles se développent dans les zones où le tourbillon s'est déplacé radialement. On retrouve le découplage entre les phénomènes se déroulant dans le noyau et ceux ayant lieu à la périphérie déjà observé lors de la phase linéaire.

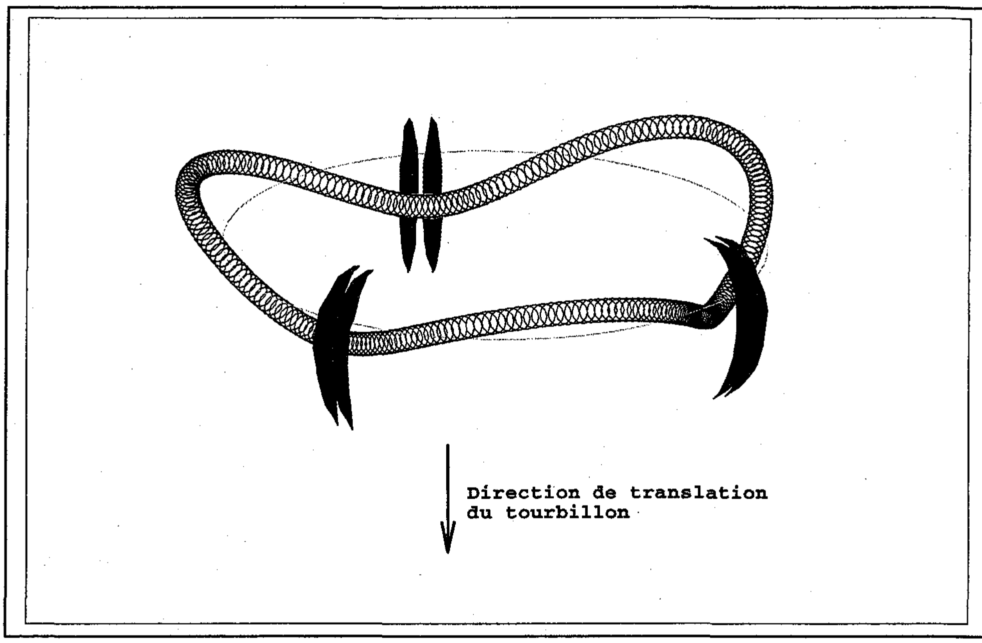


Figure 5.29 : Représentation tridimensionnelle des tourbillons secondaires st1 autour d'un noyau déformé. La couleur rouge indique de la vorticité axiale positive et bleu de la vorticité axiale négative.

Le développement des structures st1 est suivi de l'apparition de nouvelles structures. Elles sont présentées au paragraphe suivant.

5-3.2 Tourbillons secondaires 2 (st2)

Le deuxième type de structures apparaît plus près de l'axe du tourbillon. Là encore, il apparaît sous la forme de tourbillons (figure 5.30) se répartissant par paires contrarotatives autour du tourbillon. Elles apparaissent déphasées par rapport aux structures tourbillonnaires 1 (entre deux structures st1, apparaît une structure st2).

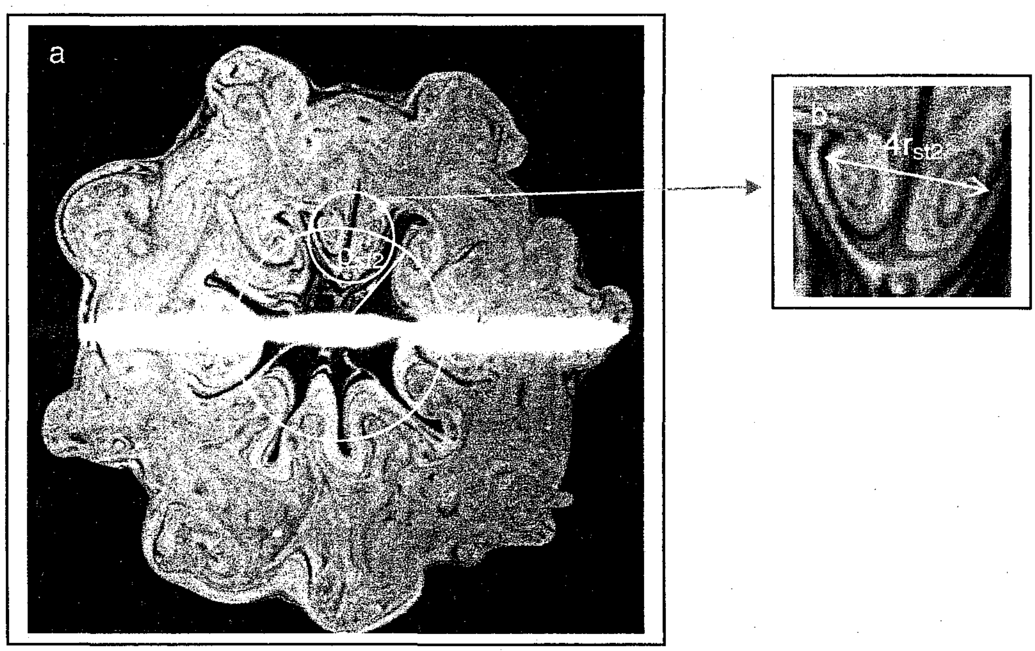


Figure 5.30 : Tourbillon F - t = 4.53 s Zc = 0.1 - Observation des tourbillons secondaires 2

Ces structures se retrouvent également sur les cartes de PIV.

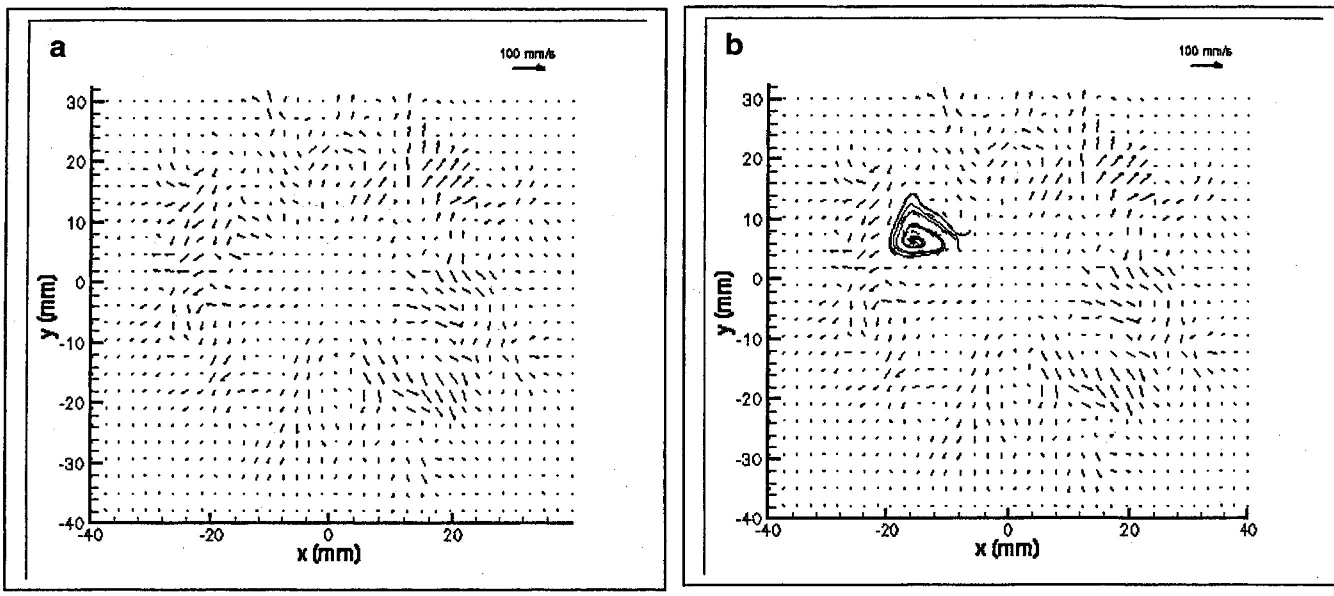


Figure 5.31 : Observations de structures tourbillonnaires secondaires 2 (st2) sur une carte de vitesse avec (b) ou sans (a) lignes de courant. Tourbillon A' - t = 5.4 s Zc = - 0.2

Les données se rapportant à ces structures tourbillonnaires (distance à l'axe du tourbillon, rayon et circulation) sont regroupées dans le tableau suivant.

ρ_{st2} (mm)	r_{st2} (mm)	Γ_{st2} (mm.s^{-2})	ρ^*_{st2}	r^*_{st2}	Γ^*_{st2}
17	5	380	0.71	0.21	0.063

Tableau 5.2 : Données quantitatives concernant les tourbillons secondaires 2.

Elles sont de même taille que les structures st1 et leur circulation est du même ordre de grandeur. La différence principale est leur localisation : les structures st1 sont situées à une distance à l'axe du tourbillon un tiers supérieure environ au rayon du tore, alors que les structures st2 sont à une distance un tiers inférieure. Par contre elles apparaissent déphasées par rapport aux structures st1.

Une façon d'expliquer ce déphasage, vu la position des structures st1 par rapport aux structures st2, serait de considérer que l'apparition de ces dernières serait due à l'enroulement des premières autour du noyau. Dans ce cas, les structures st2 devraient apparaître tout d'abord dans la partie aval du tourbillon, et à cet endroit, les deux types de structures devraient se rejoindre. Les images d'un tourbillon présentant ces deux types de structures sont présentées en Annexe 14. Les phénomènes décrits plus haut n'y sont pas observés. En fait, les structures st2 semblent, comme les structures st1, apparaître dans une zone proche du plan médian et ne pas exister loin de celui-ci.

La figure 5.32 donne une représentation tridimensionnelle de la position des structures secondaires st2 dans le tourbillons. Les st1 sont représentées en pointillés.

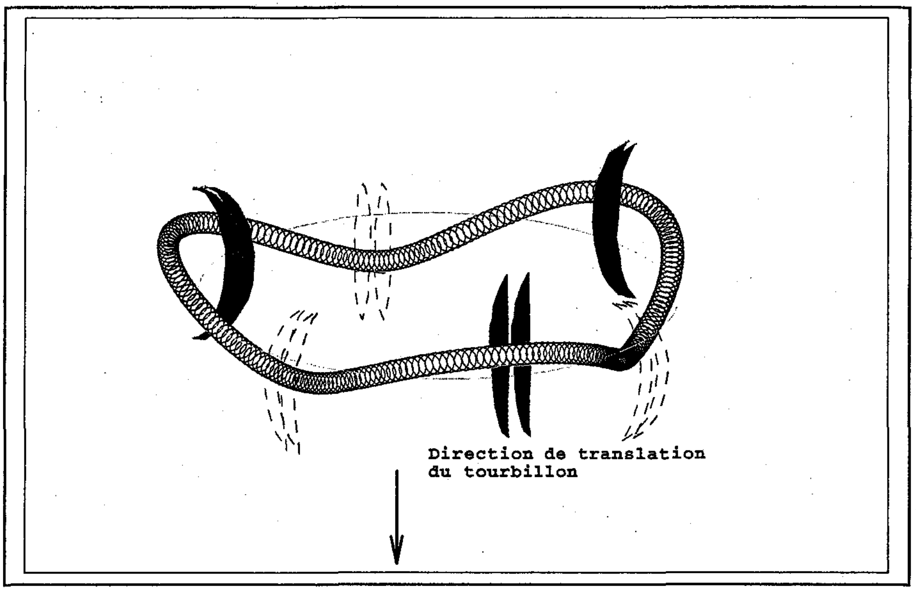


Figure 5.32 : Représentation tridimensionnelle des tourbillons secondaires st2 autour d'un noyau déformé. La couleur rouge indique de la vorticité axiale positive et bleu de la vorticité axiale négative.

5-3.3 Etapes du développement

Les tourbillons st1 apparaissent en premier. Par exemple, pour le tourbillon C, on voit, à l'altitude Z = 233 mm (figure 5.33), que les tourbillons sont présents dans le plan médian (image b) et en aval (image c) tandis qu'en amont (figure a), leur présence n'est pas détectable.

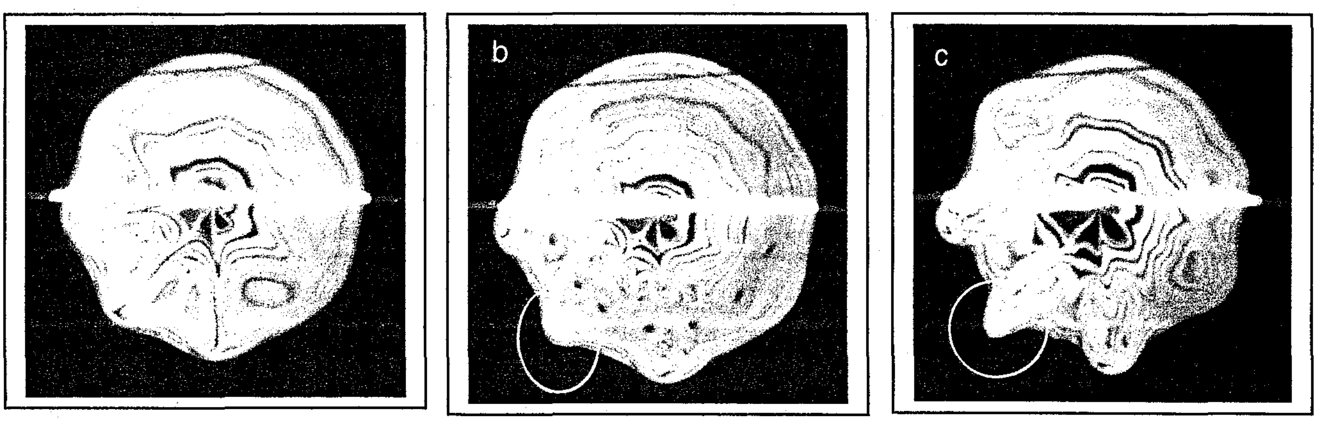


Figure 5.33 : Tourbillon C - Z = 233 mm - a : t = 3.67 s, Zc = -0.31 - b : t = 3.8 s, Zc = 0 - c : 3.93 s Zc = 0.31

A l'altitude suivante (figure 5.34), les tourbillons st1 se sont développés et les tourbillons st2 sont apparus.

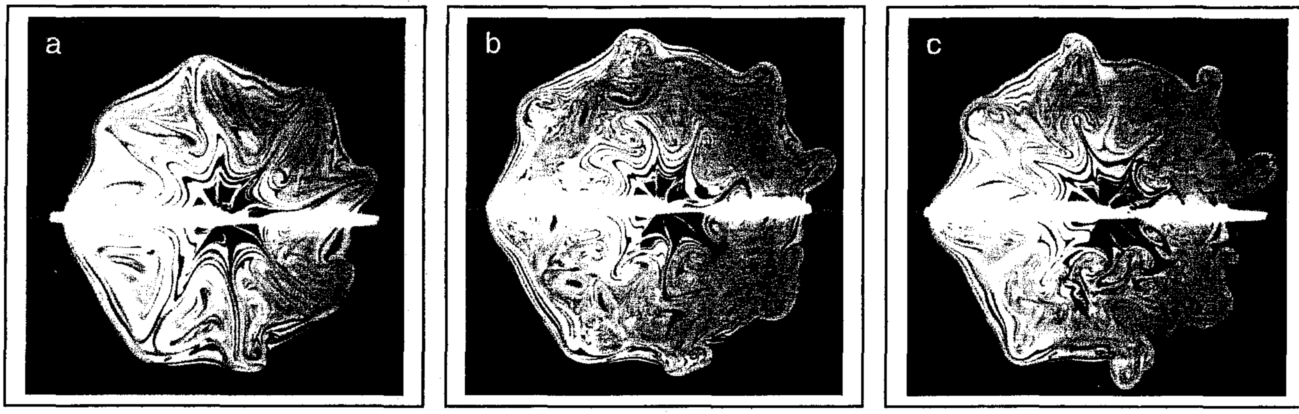


Figure 5.34 : Tourbillon C - Z = 262 mm - a : t = 4.17 s, Zc = -0.3 - b : t = 4.3 s, Zc = 0 - c : 4.43 s Zc = 0.3

Quelques instants plus tard (à l'altitude Z = 295 mm) le tourbillon est devenu turbulent (figure 5.35).

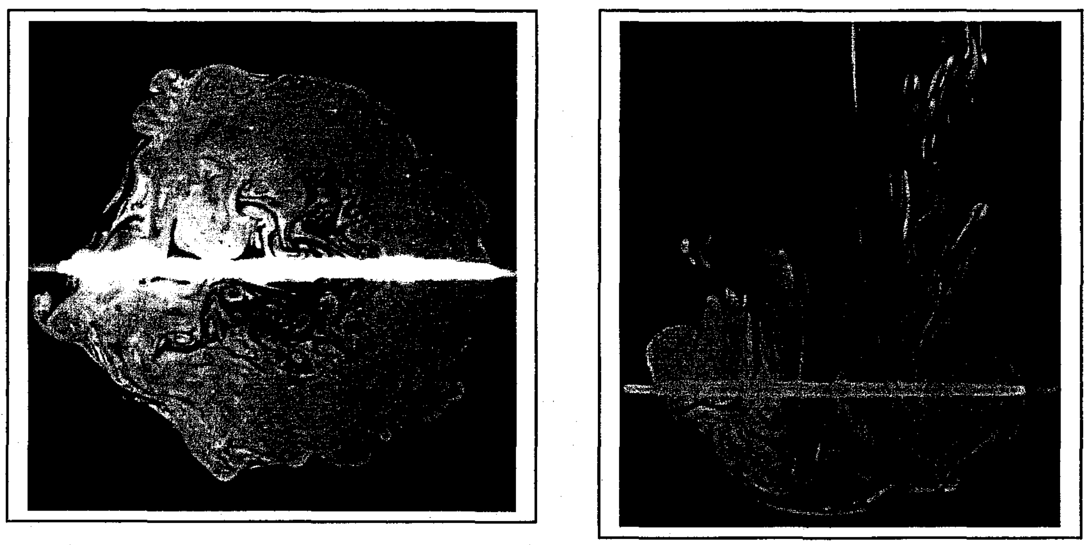


Figure 5.35 : Tourbillon C - Z = 295 mm t= 4.9 s

Les images de la figure 5.35 sont typiques de celles d'un tourbillon torique turbulent. On ne distingue plus, ni les spirales contrarotatives dans le plan (V), ni les cercles concentriques ou les figures d'instabilité dans le plan (H) ; le colorant est mélangé. Des structures tourbillonnaires de différentes tailles apparaissent dans le plan (H) tandis que du colorant est éjecté vers l'arrière du tourbillon.

Cette transition vers la turbulence n'est pas observée pour tous les tourbillons. Certains atteignent le fond de l'aquarium avant cette étape. A contrario, il n'a pas été observé de relaminarisation des tourbillons instables non-turbulents ou turbulents comme cela a été observé dans la littérature (Maxworthy (1977)).

5-4 Ejections dans le sillage

Plusieurs auteurs (Schneider (1980), Weigand et Gharib (1994)) ont mis en évidence le rejet de structures tourbillonnaires vers l'arrière du tourbillon. Shariff et al (1994) ont par ailleurs observé une déformation vers l'arrière des lignes d'iso-vorticité et ont suggéré que ce phénomène pourrait être celui qui précède les éjections dans le sillage.

Cette partie fait dans un premier temps le point des déformations subies par le tourbillon, et étudie dans un second temps le mécanisme entraînant le rejet de structures dans le sillage.

5-4.1 Déformations du tourbillon

Lors de la phase linéaire de l'instabilité, on assiste sur les images de tomoscopie dans le plan (V) à une déformation du tourbillon.

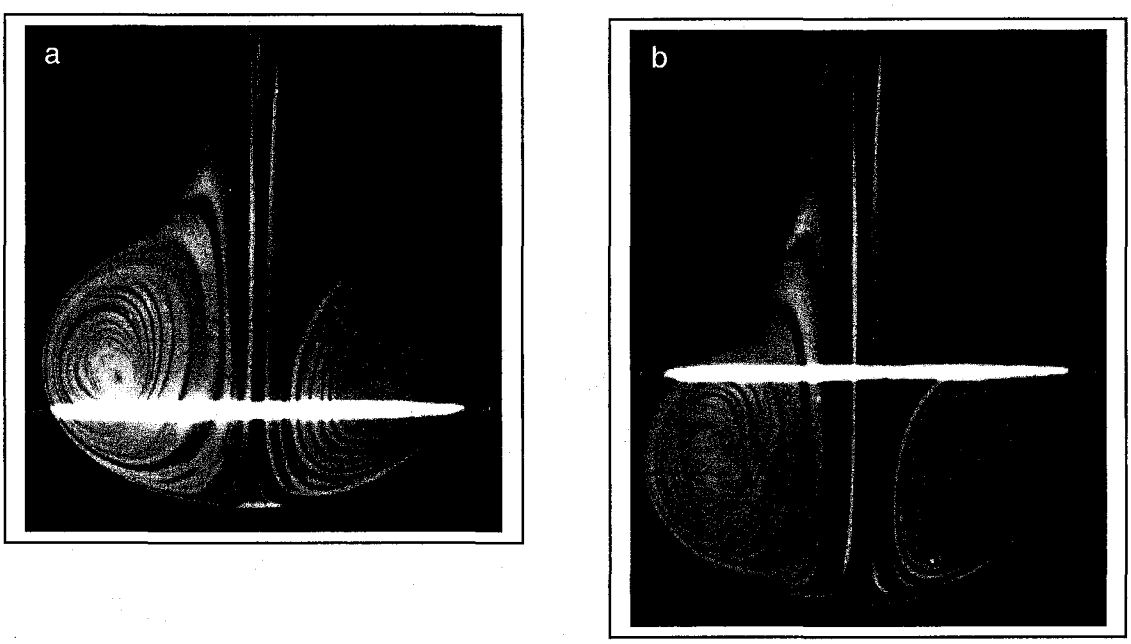


Figure 5.36 : Tourbillon E - (a) t = 5.7 s - (b) t = 6.13s

Sur la figure 5.36, on constate que d'un côté du tourbillon (à gauche), les lignes de colorant s'étirent vers l'arrière. Ce phénomène est à rapprocher des figures de Shariff et al (1994) montrant l'étirement des lignes d'iso-vorticité axiales dans le tourbillon. Ils suggéraient que cette déformation précédait le rejet de vorticité vers l'arrière du tourbillon. Cependant, dans nos expériences, aucun rejet de vorticité n'a été observé comme conséquence directe de l'étirement du tourbillon. De l'autre côté de l'image (à droite), le tourbillon semble s'incliner. Par ailleurs, sur la figure 5.36, on voit s'opérer un mélange : les spirales que l'on observait durant la phase linéaire disparaissent ainsi peu à peu. Ce phénomène commence près du noyau pour s'étendre ensuite au reste du tourbillon.

Maxworthy (1977) parle aussi d'une augmentation du diamètre du noyau. Malheureusement, les images de tomoscopie ne nous permettent pas de mesurer ce diamètre, et les erreurs en PIV sont trop importantes près du noyau (à cause du gradient de vitesse) pour que l'on ait pu mesurer cette augmentation.

5-4.2 Ejections dans le sillage

Quand le plan laser plan (V) coupe les structures tourbillonnaires secondaires décrites au paragraphe § 5-3, on observe que leur développement s'accompagne d'un rejet de colorant dans le sillage.

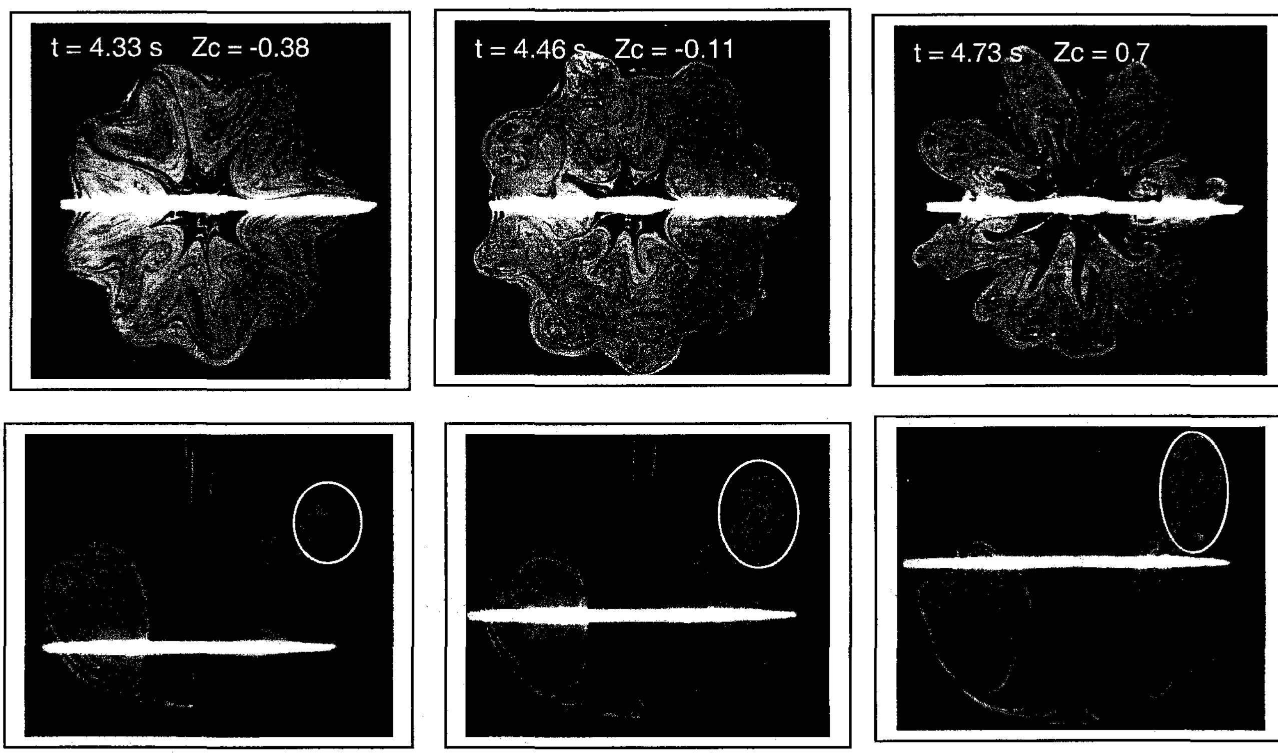


Figure 5.37 : Tourbillon F - Ejection de colorant vers l'arrière

La figure 5.37 montre l'apparition d'une petite structure, à l'arrière du tourbillon, qui se développe et va se trouver éjectée vers l'arrière du tourbillon.

Ces structures s'observent sous la forme de petits tourbillons visibles dans le plan (H) en tomoscopie (figure 5.38).

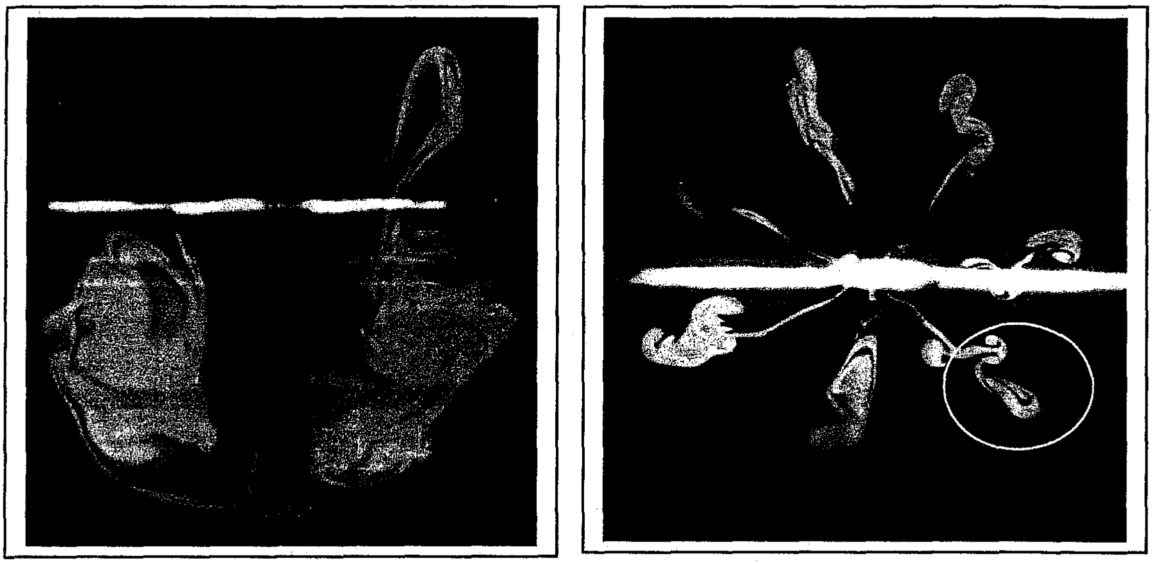


Figure 5.38 : Observation des structures tourbillonnaires éjectée du tourbillon F

Zc = 0.8 t = 4.8 s

En PIV, le tracé des lignes d'iso-vorticité (figure 5.39) permet d'observer aussi de petites structures tourbillonnaires dans le plan (H).

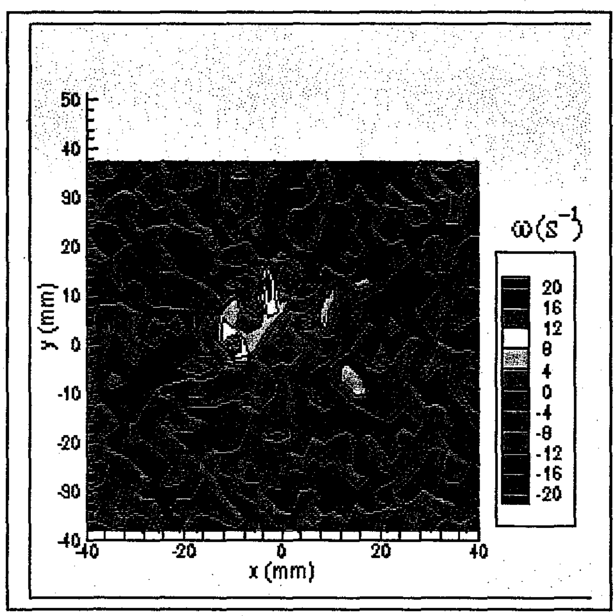


Figure 5.39 : Observation des structures tourbillonnaires éjectée du tourbillon

Ces structures ont été observées uniquement dans le plan (H). Cela indique qu'elles ont une forte composante de vorticité axiale, ce qui paraît logique, compte tenu du fait qu'elles sont issues de la formation des structures secondaires décrites en § 5-3, qui apparaissent sous la forme de tubes tourbillonnaires orientés axialement.

5-5 Evolution de la vitesse et de la circulation du tourbillon

Weigand et Gharib (1994) observent une chute de la circulation et de la vitesse du tourbillon pendant le développement de l'instabilité. Ils observent que cette chute s'effectue par paliers et l'attribuent à l'éjection de vorticité mise en évidence dans le paragraphe précédent.

Nous avons donc tracé ces deux grandeurs dans le cas de nos tourbillons de PIV. La circulation, comme dans le cas de l'article de Weigand et Gharib (1994), a été calculée sur un contour d'iso-vorticité ($\omega = 10\ s^{-1}$ dans notre cas).

Pour comparer nos résultats à ceux de Weigand et Gharib (1994), nous n'avons pas utilisé l'adimensionnement en temps proposé dans leur travail, à savoir $t^* = 0.25\nu t / D_p^2$, car ils ne donnent pas une bonne corrélation entre leurs résultats et les nôtres. Le temps de référence choisi, ici, est le temps d'injection, que l'on peut définir comme le rapport entre la course du piston et sa vitesse moyenne :

$$t_p = \frac{L_p}{U_p} \quad \textbf{(5. 1)}$$

On peut alors définir un temps adimensionné :

$$t^* = \frac{t}{t_p} \quad \textbf{(5.2)}$$

Les vitesses et circulations sont adimensionnées par leur valeur à la fin de la phase de formation du tourbillon torique (V_0 et Γ_0). L'évolution de la vitesse et celle de la circulation sont reportées figure 5.40.

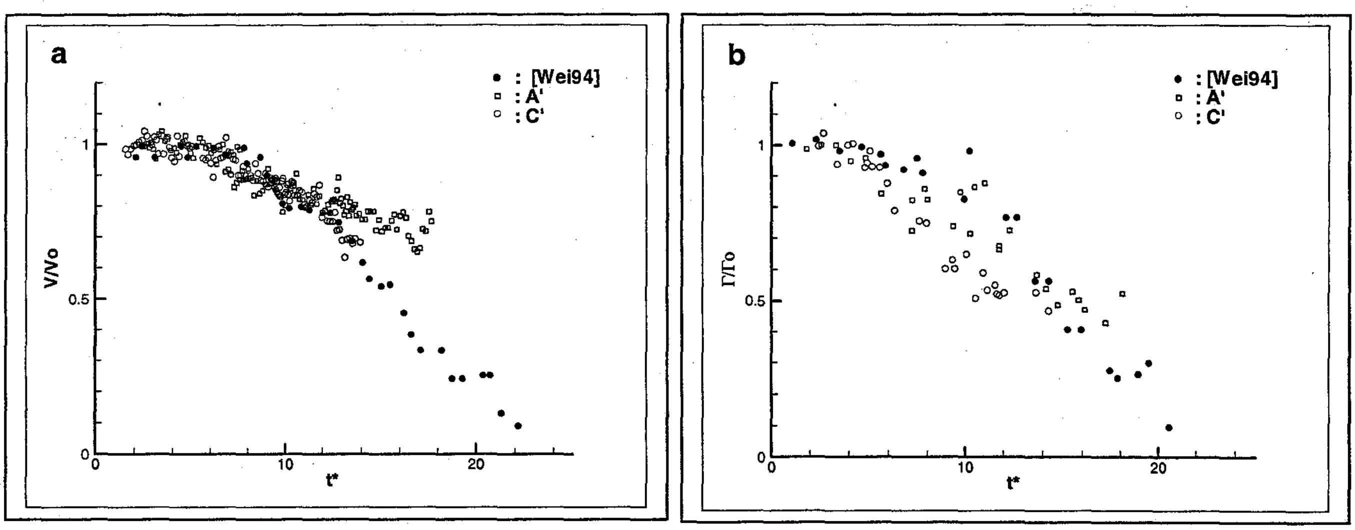


Figure 5.40 : Comparaison de l'évolution de la vitesse (a) et de la circulation (b) des tourbillons A' et C' avec celles de l'article de Weigand et Gharib (1994)

Le premier constat est que Weigand et Gharib (1994) ont observé les vortex sur une distance plus longue.

Au niveau des vitesses, le tourbillon C' a un comportement très semblable à celui des expériences de Weigand et Gharib (1994). Le tourbillon A' décroche à partir de t* = 12 et ralentit moins vite que les deux autres. Notons à ce propos que le tourbillon A' est un tourbillon pour lequel nous n'avons pas observé de transition vers la turbulence. L'écart observé au niveau des vitesses est peut-être un premier signe du changement de comportement du tourbillon A'.

Les circulations montrent des évolutions très proches pour les trois courbes. La dispersion est assez importante, sans doute à cause de la difficulté à mesurer cette grandeur.

5-6 Synthèse des phénomènes non-linéaires observés

Les différentes parties de ce chapitre ont permis de mettre en évidence les principaux phénomènes se produisant dans le tourbillon lors de la phase non-linéaire de l'instabilité. On peut synthétiser les différents résultats en vu de comprendre les différentes étapes qui mènent de la perturbation azimutale à la turbulence. Dans ce but, on a tracé figure 5.41, pour les tourbillons A' et C', différentes grandeurs caractéristiques des phénomènes non-linéaires qui se déroulent dans le tourbillon. Pour ne pas surcharger les graphiques, toutes les grandeurs n'y ont pas été reportées, mais seulement les plus représentatives. On retrouve en abscisse le temps adimensionné par le temps d'injection (éq 5.2, § 5-4.2). En ordonnée, on retrouve ;

- le mode le plus instable (n = 8 pour A' et 9 pour C') sur les vitesses radiales et azimutales, afin de représenter l'évolution de l'instabilité prévue par la théorie,
- les modes n = 16 pour A' et n = 18 pour C', qui représentent les développements des harmoniques,
- les modes n = 1 pour les vitesses radiales et m = 1 pour les vitesses azimutales qui représentent les modes d'ordre faible,
- le mode m = 0 qui correspond à la vitesse azimutale moyenne dans le tourbillon,
- le rapport Γ / Γ_0 afin de caractériser la chute de circulation dans le tourbillon.

On a par ailleurs ajouté des flèches qui indiquent l'apparition de structures tourbillonnaires secondaires. Enfin, afin de faire apparaître la transition vers la turbulence qui n'a pas été constaté sur les essais de PIV, on a ajouté sur le même graphe l'instant où ce phénomène a été observé sur le tourbillon de tomoscopie le plus proche de ceux étudiés en PIV (à savoir le tourbillon C).

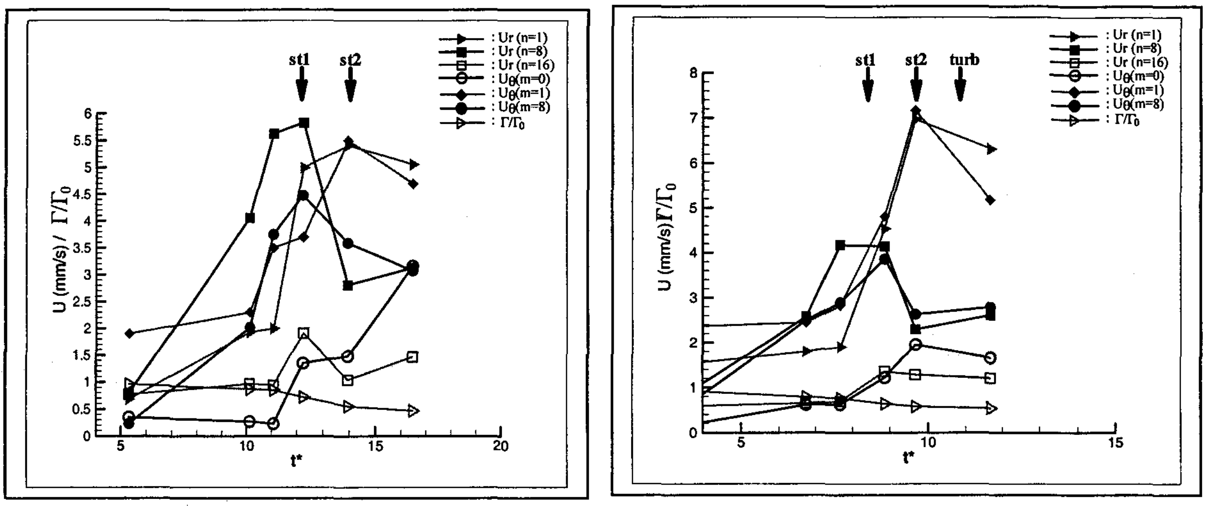


Figure 5.41 : Récapitulatif des phénomènes non-linéaires pour les tourbillons A' et C'

L'instabilité du tourbillon torique se caractérise, dans un premier temps, par le développement exponentiel des modes les plus instables prévus par la théorie linéaire de l'instabilité sur les vitesses radiales. Le développement de ces modes sur les vitesses azimutales s'effectue avec un léger retard. Quand ces modes plafonnent, ils commencent à transférer de l'énergie vers leurs harmoniques. Mais les modes les plus instables et leurs harmoniques vont cesser leur croissance suite à l'apparition d'un nouveau phénomène, à savoir le développement de modes d'ordre faible. Ce développement se produit simultanément à l'apparition de structures secondaires dans le tourbillon (ce qui justifie le lien établi en § 5-1.2.3 entre ces structures et les modes d'ordre faible). Parallèlement, se développe une vitesse azimutale moyenne. La circulation dans le tourbillon baisse continûment mais sa chute semble s'accélérer avec le développement des structures secondaires. On a montré que ce dernier s'accompagnait d'éjections dans le sillage, qui sont, d'après Weigand et Gharib (1994), la cause principale de la chute de la circulation. On voit enfin, dans le cas du tourbillon C', que l'apparition de la turbulence se fait après le développement des structures secondaires st2. Cela n'est pas observé pour le tourbillon A'. Il a déjà été remarqué que la transition vers la turbulence n'était pas observée pour tous les tourbillons, sans qu'on puisse savoir si elle ne se produit pas toujours ou si, plus simplement, on ne les a pas observés assez longtemps.

Ces observations ont permis de reconstruire un scénario des événements conduisant de la phase linéaire de l'instabilité à l'apparition de la turbulence. Ces phénomènes sont reproduits schématiquement sur les figures 5.42 à 5.43 dans le cas d'un tourbillon pour lequel le nombre de mode de la phase linéaire est $n = 3$. Ceci ne correspond pas aux nombres effectivement observés durant les expériences ($7 < n < 10$) mais a la mérite de simplifier les représentations. La phase linéaire a vu le développement d'un mode $n = 3$ (figure 5.42). Le premier phénomène observé est l'apparition d'harmoniques de $n = 3$. Cela est représenté sur la figure 5.43 par l'apparition d'un mode n = 6. Ces harmoniques restent toujours à un niveau modéré.

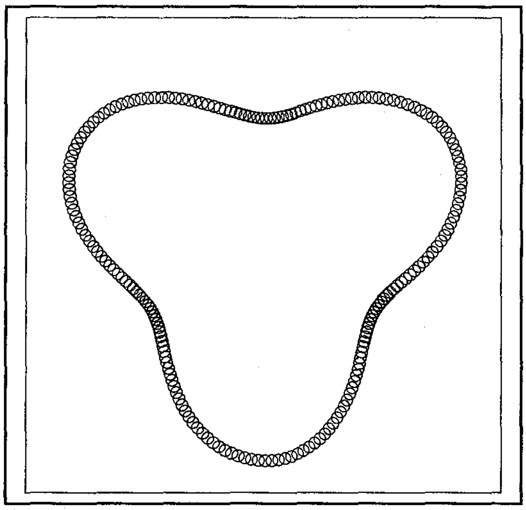


Figure 5.42 : Phase linéaire de l'instabilité (mode n = 3)

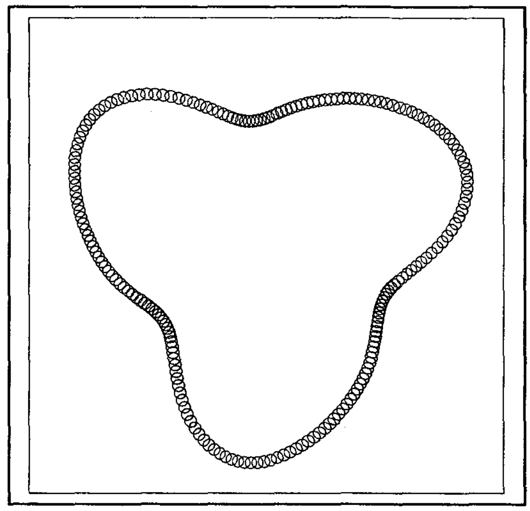


Figure 5.43 : Développement des harmoniques de n = 3

Rappelons que durant la phase linéaire, la déformation du coeur du tourbillon s'accompagne d'une variation de la vitesse en périphérie du tourbillon. Ces vitesses ont une direction opposée à celle de la déformation du tore (figure 5.44). Le deuxième phénomène non-linéaire est l'apparition d'une onde sur les vitesses azimutales déphasée de 90° par rapport aux vitesses radiales (figure 5.45).

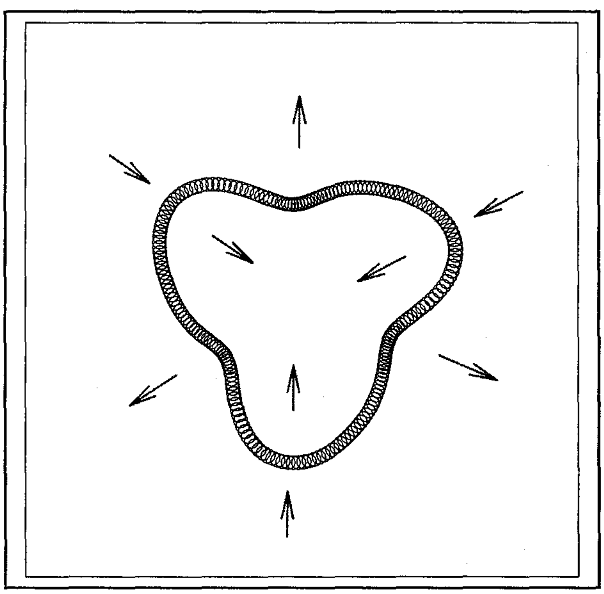


Figure 5.44 : Vitesses radiales en périphérie du tourbillon

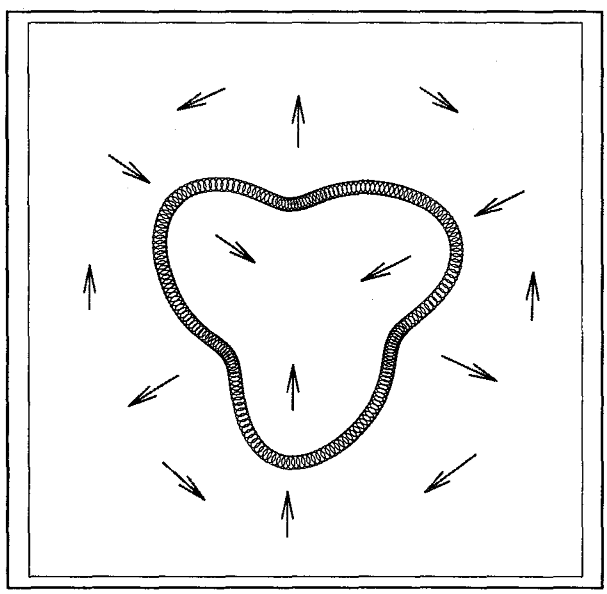


Figure 5.45 : Vitesses radiales et azimutales en périphérie du toubillon

La combinaison de ces vitesses azimutales et radiales entraîne la formation de structures tourbillonnaires st1 en périphérie du tourbillon (figure 5.46). Ces tourbillons semblent être la cause de l'apparition des modes d'ordre faible dans les spectres. Le développement de ces derniers s'accompagne de la chute du mode de la phase linéaire et de ces harmoniques. Parallèlement, se développe une vitesse azimutale moyenne (mode m = 0 - figure 5.47) dans le tourbillon.

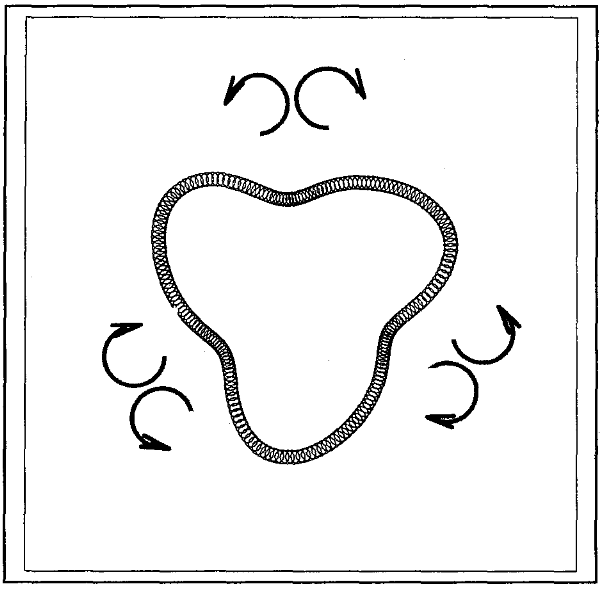


Figure 5.46 : Structures tourbillonnaires st1

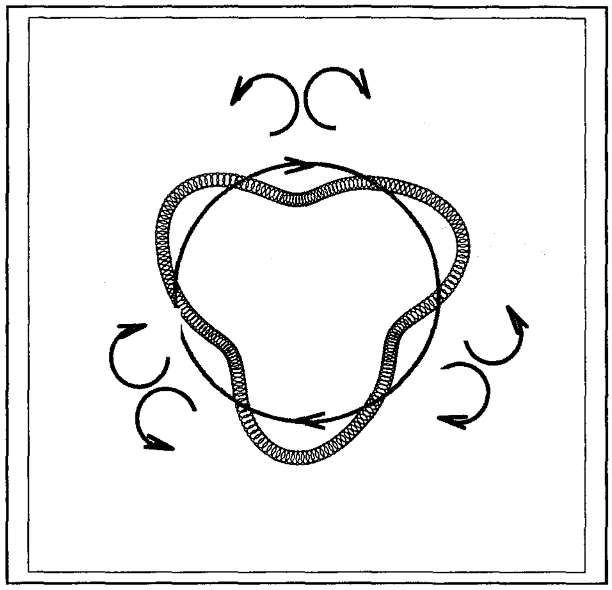


Figure 5.47 : Vitesse azimutales moyennes (mode m=0)

Peu après, ce sont les structures st2 qui apparaissent près de l'axe du vortex (figure 5.48). Le développement de ces structures précède de peu l'apparition de la turbulence.

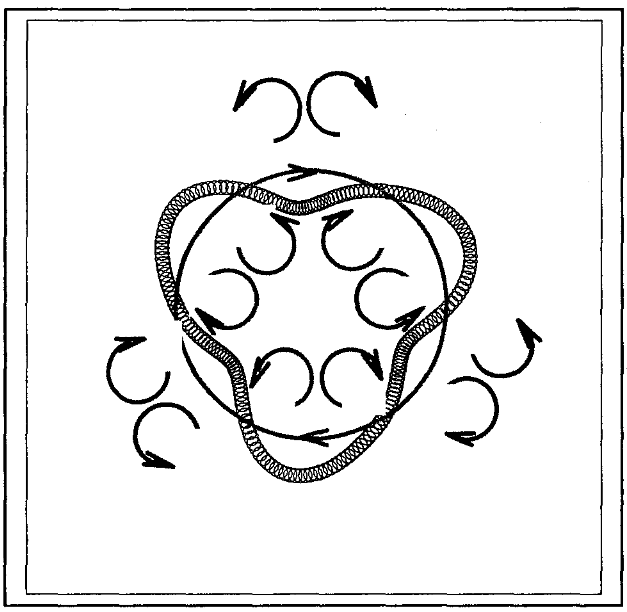


Figure 5.48 : Structures tourbillonnaires st2.

5-7 Conclusion

Les différents phénomènes non-linéaires de l'instabilité du tourbillon torique ont été mis en évidence dans ce chapitre. La modification des spectres de Fourier (développement des harmoniques des modes les plus instables - déjà remarqué lors d'une étude numérique (Shariff et al (1994) - et de modes d'ordre faible) a été observée sur nos résultats expérimentaux. La croissance de ces modes s'opère au détriment du mode le plus instable. Les résultats expérimentaux ont aussi mis en évidence et quantifié l'apparition de vitesses azimutales. Celles-ci se développent d'abord sous la forme d'une onde azimutale similaire à celles qui apparaissent durant la phase linéaire sur les vitesses radiales, mais déphasée de 90° par rapport à ces dernières, puis sous la forme de modes d'ordre faible (en particulier m = 1) et enfin sous la forme d'une vitesse azimutale moyenne. L'apparition de structures tourbillonnaires secondaires a été étudiée : des données quantitatives ont été obtenues et les différentes étapes du développement qui mène à la turbulence ont été détaillées. La présence des structures secondaires entraîne le rejet de vorticité axiale à l'arrière du tourbillon. La chute de la circulation et celle de la vitesse dans le tourbillon ont été mesurées et comparées à celles observées par Weigand et Gharib (1994). Une synthèse des différents phénomènes non-linéaires a été menée, qui a permis de situer les phénomènes décrits ci-dessus les uns par rapport aux autres, et de comprendre les différentes étapes qui mènent à la turbulence.

6- CONCLUSION

L'instabilité du tourbillon torique a fait l'objet de nombreuses études expérimentales, numériques et théoriques. Ces dernières ont montré que l'origine de l'instabilité réside dans la présence d'un champ en point-selle centré sur le noyau (Widnall et al (1974). Il en résulte, dans la phase linéaire de l'instabilité, la croissance d'une onde azimutale stationnaire qui se développe à 45° vers l'arrière du tourbillon. Le nombre de modes de l'instabilité et son taux d'accroissement sont prévus par différents modèles (Widnall et Tsai (1977), Saffman (1978)). Les études expérimentales (Widnall et al (1973), Maxworthy (1972), Maxworthy (1977), Didden (1977)) et numériques Shariff et al (1994) ont confirmé le comportement du vortex dans cette phase. Durant la phase non-linéaire, les auteurs font référence à plusieurs phénomènes différents (développement de vitesses azimutales (Maxworthy (1977), Shariff et al (1994), Naitoh et al (2002)), d'harmoniques des modes instables (Shariff et al (1994), apparition de tourbillons secondaires (Didden (1977) ou rejet de vorticité à l'arrière du tourbillon (Schneider (1980), Weigand et Gharib (1994)) mais sans établir de lien entre ces différents phénomènes.

La plupart des études expérimentales datent de la fin des années 70, et le développement de nouvelles techniques de mesures pourrait apporter des informations supplémentaires sur ce phénomène. Par exemple, l'étude de Weigand et Gharib (1994) a montré que la Vélocimétrie par Images de Particules est bien adaptée à l'étude de l'instabilité du tourbillon torique puisqu'elle fournit des champs de vitesse dans un plan et dispose d'une résolution temporelle suffisante pour suivre l'évolution des perturbations. Malheureusement, ces mesures ont été effectuées dans un plan contentant l'axe du tourbillon, qui n'est pas le mieux adapté pour observer les instabilités. Ainsi aucune mesure quantitative de celles-ci n'a été menée. Le travail présenté dans ce mémoire a débuté par la mise en place d'un dispositif de mesure qui permet l'extension des mesures de Weigand et Gharib, en réalisant les mesures de PIV dans deux plans et en utilisant la PIV stéréoscopique. A cela s'ajoute l'utilisation de la tomoscopie pour améliorer les connaissances apportées par les visualisations rapportées par la littérature en offrant des vues en coupe du tourbillon.

Finalement, le dispositif expérimental mis en place dans le cadre des travaux présentés dans ce mémoire a permis la génération de tourbillons instables et d'obtenir sur ceux-ci :

- Des champs de vitesse à 2 composantes dans un plan contenant l'axe du tore.
- Des champs de vitesse à 2 composantes dans un plan normal à l'axe du tore
- Des champs de vitesse à 3 composantes dans un plan normal à l'axe du tore
- Des vues simultanées, en coupe, du tourbillon dans les deux plans cités précédemment.

Ces résultats ont été obtenus pour deux types de tourbillons différents en ce qui concerne les méthodes quantitatives et pour sept types de tourbillons différents pour les résultats de tomoscopie. Le but était d'évaluer l'influence des différents paramètres des tourbillons sur le développement de l'instabilité. Les mesures et prises de vue ont été effectuées, pour chaque type de tourbillon à différentes étapes du développement des instabilités.

Les objectifs étaient, dans la phase linéaire, de mesurer les instabilités, et en particulier le taux d'accroissement, afin de confirmer ou non les observations et les modèles de la littérature. Dans la phase non-linéaire, il s'agissait de tenter de retrouver les différents phénomènes déjà observés de la littérature et surtout de chercher les liens pouvant exister entre eux afin d'établir un modèle du développement des instabilités de la phase linéaire à la turbulence.

La comparaison de nos champs de vitesse expérimentaux à proximité du cœur du vortex avec les calculs en fluide idéal de Widnall et Tsai (1977) pour un tourbillon à vorticité constante dans le noyau a donné de bons résultats et a permis de mettre en évidence sur des données expérimentales le champ de type point-selle responsable de l'instabilité. Les observations, qu'elles soient issues des visualisations par tomoscopie (analysées à l'aide d'un modèle géométrique simple) ou de nos champs de vitesse ont confirmé la forme de l'instabilité durant la phase linéaire, à savoir le développement d'une onde azimutale stationnaire qui déforme le cœur du tourbillon à 45° vers l'arrière de celui-ci. Cependant, on note un découplage des phénomènes se produisant près du noyau et à la périphérie du tourbillon. Cela se traduit par un déphasage de 180° des vitesses radiales et axiales entre ces deux zones et par un déplacement des zones de colorant à la périphérie du tourbillon qui se produit à 90° avec les perturbations du noyau. Une analyse des spectres de Fourier des perturbations menée sur les vitesses axiales et radiales a permis de mettre en évidence, pour la première fois expérimentalement, le fait que c'est une bande de nombre de modes instables qui se développe et non un mode unique, confirmant par là les constatations numériques de Shariff et al (1994). Cela explique que les figures d'instabilité observées en tomoscopie n'apparaissent pas toujours de manière symétrique autour du tourbillon. Le nombre de modes n de la perturbation la plus instable a été comparé aux paramètres sans dimension caractéristiques de l'injection. Cela a permis de retrouver la dépendance vis-à-vis du nombre de Reynolds, proposée par Maxworthy (1977) : $n = 0{,}28.Re_p^{\,0.4}$.

Une légère décroissance du nombre de modes a aussi été constatée avec le rapport course sur diamètre du piston : L_p / D_p. Il a aussi été comparé à différents modèles théoriques. Celui de Widnall et Tsai (1977) étudie des tourbillons en fluide idéal, avec une vorticité constante ou variant continûment dans le noyau. Celui de Saffman (1978) utilise pour décrire les vitesses dans le noyau, un profil de vitesse hypergéométrique basé sur l'enroulement d'une nappe tourbillonnaire. Ces deux modèles prédisent correctement le nombre de modes de l'instabilité. On notera toutefois la supériorité du second pour lequel les profils de vitesse utilisés correspondent bien à ceux issues de nos expériences et qui prévoit de manière satisfaisante la largeur de la bande des modes instables. La forme exponentielle du développement des vitesses axiales et radiales en fonction du temps a permis de déterminer un taux d'accroissement de l'instabilité. Celui-ci s'est avéré largement inférieur à celui issu des modèles théoriques. Pour corriger les prédictions, il apparaît indispensable de tenir compte de la viscosité du fluide. La correction suggérée par Shariff et al (1994) a été appliquée dans notre cas et apparaît plus importante pour nos tourbillons expérimentaux que pour les leurs. Cet écart pourrait venir de leur modélisation numérique qui propose une variation gaussienne de la vorticité dans le noyau ne correspondant pas exactement à nos résultats expérimentaux.

Durant la phase non-linéaire, notre étude a, dans un premier temps, permis de mettre en évidence différents phénomènes déjà observés ou non dans la littérature. Elle a tout d'abord montré, sur les vitesses radiales, le phénomène classique dans les instabilités de croissance des harmoniques des premiers modes instables. Le deuxième phénomène qui ressort dans l'étude des spectres est l'apparition de modes d'ordre faible qui s'accompagne du plafonnement puis de la chute de l'énergie contenue dans le mode initialement le plus instable et dans ses harmoniques. Au niveau des vitesses azimutales, le premier phénomène apparaissant est le développement d'une onde similaire à celle observée sur les vitesses radiales et axiales dans la phase linéaire. Ensuite, se développe une vitesse azimutale moyenne (mode m=0) dont le signe change lorsque l'on s'éloigne du noyau. Ce profil confirme les observations expérimentales de Naitoh et al (2002) et de Maxworthy (1977), mais contredit les résultats numériques de Shariff et al (1994). Enfin, on observe le développement de modes d'ordre faible et en particulier du mode m=1. La fin de la phase non-linéaire de l'instabilité se caractérise par l'apparition de tourbillons secondaires qui se structurent en paires de tubes contrarotatifs se développant dans la périphérie du tourbillon et d'abord à proximité du plan médian pour envahir ensuite l'ensemble du vortex. Elles apparaissent dans un premier temps à la frontière extérieure du tourbillon puis plus près de son axe. L'apparition de ces structures précède de peu la transition vers la turbulence. Elles pourraient être à l'origine de l'apparition des modes d'ordre faible constatée sur les spectres et sont la cause de rejet de vorticité ayant une forte composante axiale à l'arrière du tourbillon. Parallèlement à ces différents phénomènes, on constate une chute de la vitesse de translation et de la circulation du tourbillon. Cette décroissance a été comparée aux résultats de Weigand et Gharib (1994). Leurs courbes se superposent bien aux nôtres à condition d'adimensionner le temps par le temps d'injection t_p. La deuxième partie de l'étude de la phase non-linéaire a consisté à replacer ces différents phénomènes dans le temps pour comprendre les différentes étapes qui mènent à la turbulence. Cela a montré que le mode le plus instable commence d'abord à transférer de l'énergie vers ses harmoniques. Ce transfert cesse rapidement suite au développement des modes d'ordre faible qui apparaissent en même temps que les premières structures tourbillonnaires secondaires. Parallèlement la vitesse azimutale moyenne croît. La chute de la circulation a lieu dès le début de la phase linéaire de l'instabilité mais s'accélère avec l'apparition des structures secondaires. La transition vers la turbulence n'est pas observée sur tous les tourbillons sans toutefois nous permettre de conclure si elle n'apparaît pas systématiquement ou si nous n'avons simplement pas observé le tourbillon suffisamment longtemps.

Les résultats de notre étude ont ainsi permis de caractériser de manière complète l'instabilité du tourbillon torique que ce soit, dans sa phase linéaire, en mettant en évidence le champ de vitesse responsable de l'instabilité, en observant la forme de l'instabilité et en comparant les nombres de modes et taux d'accroissement aux différents résultats de la littérature. Par ailleurs, l'observation des phénomènes de la phase non-linéaire a permis de mettre en évidence les différentes étapes qui mènent à la turbulence. Cette étude a en outre illustré la capacité de la PIV à observer des phénomènes instables y compris dans leur phase linéaire. On peut toutefois imaginer des améliorations à notre dispositif expérimental en s'appuyant sur les difficultés que nous avons rencontrées. La première a été la résolution spatiale de nos mesures qui était un peu faible pour observer par exemple les tourbillons secondaires (le rayon de ces structures vaut 2 pas de maillage). Une solution serait d'observer seulement une partie du tourbillon. Mais cela aurait l'inconvénient de nous priver de l'observation de certains phénomènes (mode m=1 par exemple). Une seconde solution consiste à augmenter la résolution spatiale des images. Les dernières caméras offrent des résolutions largement supérieures à celles utilisées dans notre étude. La PCO 4000 propose des champs de 4032x2688 pxl^2. En utilisant une telle caméra sans rien changer au dispositif de mesure et de dépouillement, on améliorerait d'un facteur 5,5 les résolutions horizontales et verticales (Le rayon des tourbillons secondaires serait alors de 11 pas de maillage, ce qui permettrait de mieux appréhender leur structure).

Une autre difficulté venait du fait que pour observer le développement des instabilités, on augmentait simplement la distance entre le tube d'injection et le plan d'observation (plan laser). Cela a pour conséquence que deux stades du développement de l'instabilité étaient observés sur deux tourbillons différents. Donc, en dépit de la bonne répétitivité des injections, mais à cause de la grande sensibilité des phénomènes instables aux conditions initiales, nous n'étions jamais en présence des mêmes phénomènes exactement. Une solution consisterait à suivre le tourbillon dans son évolution en utilisant un équipage mobile qui permette au plan laser et aux caméras d'accompagner la translation du vortex. Cela a déjà été effectué pour des visualisations simples par Maxworthy (1977). Le problème est autrement plus complexe dans le cas de mesures de PIV puisqu'il faut déplacer l'ensemble du système optique permettant de réaliser la nappe laser sans modifier ses caractéristiques (épaisseur, largeur). En outre, la moindre différence entre la vitesse de déplacement du tourbillon et celle du plan entraînerait une modification de la position de nos observations à l'intérieur du tourbillon.

Le dernier problème que nous avons rencontré venait du fait que le tourbillon traversait le plan de mesure. En conséquence un laps de temps s'écoulait entre les observations dans les parties amont et aval du tourbillon. Ainsi, il était parfois difficile de savoir si les modifications observées entre ces deux zones étaient dues à des différences de structures spatiales ou à un développement de l'instabilité dans le temps. La solution serait d'avoir des informations en trois dimensions, au même instant, et donc d'utiliser la HPIV (en réalisant quelques hologrammes à différents moments caractéristiques de l'instabilité : phase linéaire, développement des tourbillons secondaires par exemple). Malheureusement, cette méthode reste encore lourde à mettre en place et surtout très longue à dépouiller et il faudrait peut être attendre les progrès de cette technique pour l'utiliser de manière efficace.

Du point de vue numérique, le phénomène a déjà été étudié par Shariff et al (1994). On peut toutefois suggérer quelques améliorations à ces travaux. Tout d'abord en modélisant, non pas directement le tourbillon, mais son injection par un système piston/cylindre afin de travailler dans des conditions plus proches des expériences. En outre, il serait intéressant de suivre le tourbillon suffisamment longtemps pour pouvoir observer les dernières étapes de son instabilité, à savoir le développement des tourbillons secondaires et la transition vers la turbulence.

D'un point de vue théorique, dans la phase linéaire, le phénomène est bien compris. Seule la prédiction du taux d'accroissement est surestimée sans doute à cause de la non prise en compte des phénomènes visqueux. Il serait intéressant de reprendre le modèle de Saffman (1978) qui donne les meilleurs résultats de prédiction du profil de vitesse dans le noyau du tourbillon et du nombre de modes en y ajoutant la viscosité. Dans la phase non-linéaire, tout reste à faire mais il s'agit d'un problème très complexe puisque fortement tridimensionnel.

Références

Adrian R.J. *Pulsed laser technique application to liquid and gaseous flows and scattering power of seed materials*, **1985**, Apll. Opt, vol 24, 44-52.

Adrian R.J. *Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics.* **1991**, 23, 261-304.

Allen J.J., Auvity B., *Interaction of a vortex ring with a piston vortex.* **2002**, JFM. 465 : 353-378.

Béguier C., Bousgarbiès J.L, Leweke Th. *Tourbillon, Instabilité, Décollement.* **2001**, Capuès-Editions.

Callegari A., Ting L., *Motion of a curved vortex filament with decaying vortical core and axial velocity.* **1978**, J. Appl. Math. 35: 148-165

Carlier J, *Etude des structures cohérentes de la turbulence de paroi à grand nombre de Reynolds par Vélocimétrie par Images de Particules.* **2001**. Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille.

Coudert S, Westerweel J, *Comparison between Warping and mapping methods on a stereoscopic 2D3C DPIV system with scheimpflug conditions.* **2000**, Euromech 411, Rouen, France.

Coudert S, Schon J.P *Back-projection algorithm with misalignment corrections for 2D3C stereoscopic PIV.* **2001**, Meas. Sci. Technol 12, 1371-1381.

Chu C.C., Wang C.T., Hsieh Chang-Shyue. *An experimental investigation of vortex motions near surfaces.* **1993**, Phys. Fluids. A, 5 : 662-676.

Chu C.C., Wang C.T., Chang C.C *Vortex ring impinging on a solid plane surface.* **1995**. Phys Fluids 7 : 1391-1401.

Crow S.C. *Stability theory for a pair of trailing vortices.* **1970**, AIAA 8: 2172.

Didden N. *Untersuchung laminarer, instabiler Ringwirbel mittels Laser-Doppler-Anemometer.* **1977**. Mitt MPI und AVA, Göttingen, Nr. 64.

Didden N. *On the formation of vortex rings : rolling-up and production of circulation.* **1979** Z. Angew. Math. Phys., 30, 101-116

Dupont P., Croisier G., Werquin O., Stanislas M., *DPIV, HPTV and visualization study of a vortex ring-moving wall interaction.* **2002**, Exp Fluids, 33: 555-564,

M.Dziedzic, H.J.Leutheusser. *An experimental study of viscous vortex ring.* **1996**, Exp.In.Fluids 21, 315-324

Fincham A.M, Spedding G.R. *Low cost, high resolution DPIV for measurement of turbulent fluid flows.* **1997**, Experiment in Fluids vol 23, 449-462.

Foucaut J.M, Carlier J, Stanislas M, *Post-processing of PIV records to allow derivate computation*, **2000**, Proceedings of the 10th International Symposium on application of laser techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal.

Fraenkel L.E. *Examples of steady vortex rings of small cross-section in an ideal fluid.* **1972** JFM. 51 : 119-35.

Glezer A. *The formation of vortex rings.* **1988.** Phys. Fluids A 31 : 3532-42

Glezer A., Coles D. *An experimental study of a turbulent vortex ring.* **1990**. JFM, 211:243-283.

Hill D.F, Sharp K.V., Adrian R.J, *Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a Rushtin tubine*, **1999**, Exp in Fluids 29, 478-485

Hinsch KD, Heinrichs H, *Three dimensionnal particle velocimetry.* **1996**, Th. Dracos (eds), Three-dimensionnal Velocity and vorticity Measuring and image analysis techniques, 129,152.

Kälher C.J, Kompenhans J, *Fundamentals of multi plane stereo particle image velocimetry,* **2000**, Exp in Fluids (suppl) s70-s77.

Kücheman, D. Report on the I.U.T.A.M. *Symposium on concentrated vortex motions in fluids.* **1965** JFM : 21, 1-20.

Krutzsch C.H. *Uber eine experimental beobachtete Erscheining an Werbelringen bei ehrer translatorischen Beivegung in Werklechin,* Flussigheiter. **1939**, Annal. Phys. 5 : 497-523

Keane R.D. et Adrian R.J *Theory of cross correlation analysis of PIV images,* **1992**, Applied Scientific Research vol 49, 191-215.

Lawson NJ, Wu J *Three dimensionnal particle image velocimetry: error analysis of analysis of stereoscopic techniques.***1997**. Meas. Sci Technol. 8, 894-900

Lawson N.J., Wu J. *Three dimensionnal particle image velocimetry: experimental error analysis of a digital angular stereoscopic system.***1997**. Meas. Sci Technol. 8, 1455-1464

Lecerf A, Rouland E, Allano D, Trinité M, *Technique stereoscopique d'extraction de la composante de vitesse perpendiculaire au plan d'éclairement.* **1996**. Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser. Rouen. France

Lecordier B. *Etude de l'interaction de la propagation d'une flamme prémélangée avec le champ aérodynamique par association de la tomographie laser et de la vélocimétrie par images de particules.* **1997**, Thèse de doctorat de l'université de Rouen.

Lim T.T., *On the role of the Kelvin-Helmholtz like instability in the formation of turbulent vortex tings.* **1997**, 21:47-56.

Lourenco L. *Velocity measurement by optical and digital processing of time exposed particle pairs,* **1995**. Bull. Amer. Phys. Soc. 29 - 1531-1540.

Lourenco L., Krothopalli A., *On the accuracy of velocity and vorticity measurements with PIV,* **1995,** *Experiments in Fluids*, Vol 18, 421-428.

Margerit D., Brancher J.P., *Motion and oscillations or a circular perturbed vortex ring.* **2000,** CRAS, Série 2b, 328 : 393-398.

T.Maxworthy. *The structure and stability of vortex rings.* **1972**, JFM 51: 15-32.

T.Maxworthy *Some experimental studies of vortex rings.* **1977**, JFM 81: 465-495.

Meynart R, *Instantaneous velocity field measurements in unsteady gas flow by speckle velocimetry,* **1983,** Phys Fluids, vol 26, 1074-2079.

H.Meng, F.Hussein *Instantaneous flow field in an unstable vortex ring measured by holographic particle image velocimetry.* **1995,** Physics of Fluids 7: 9-11.

Millat B, *Etude paramétrique de l'analyse par intercorrélation des clichés de Vélocimétrie par Images de Particules.* **2002**, Rapport de Stage, Laboratoire de Mécanique de Lille.

T.Naitoh, N.Fukuda, T. Gotoh, H.Yamada, K.Nakajima. *Experimental study of axial flow in a vortex ring.* **2002**, Physic of Fluids 14,1:143-148.

Nogueira J, Lecuona A. & Rodriguez P.A *Data validation, false vectors correction and derived magnitudes calculation of PIV data,* **1997**, Meas, Scie & Technol, vol 8, 1493-1501.

Prasad, A.K, R.J. Adrian *Stereoscopic particle image velocimetry applied to liquid flows,* **1993,** Exp. In Fluids 15, 49-60

Prasad A.K. et Jensen K. *Scheimplug stereocamera for particle image velocimetry inliquid flows.* **1995,** Appl Opt 34, 7092-7099

Prasad A.K. , *Stereoscopic particle image velocimetry*, **2000**, Exp. In Fluids, 29, 103-116

Raffel M, Gharib M, Ronneberger O, Kompenhans J, *Feasability study of three-dimensionnal PIV by correlating images of particles within parallel light sheet planes.* **1997**, Exp in Fluids 69-77.

Raffel M., Willert C., Kompenhans J., *Particle Image Velocimetry. A practicle guide*, **1998**, Springer-verlag, Berlin.

Riethmuller M.L, Corieri P, Selfslagh N, *Mesures de champ de vitesse d'écoulement à partir de l'enregistrement vidéo d'une visualisation par feuillet lumineux.* **1990**, 2ème congrès francophone de Vélocimétrie Laser, Meudon, France.

Saffman P.G. *The velocity of viscous vortex rings.* **1970**, Stud. Appl. Math. 49 : 371-80

Saffman P.G. *The number of waves on unstable vortex rings.* **1978**, JFM 84: 721-733.

Saffman P.G. *Dynamics of vorticity.* **1981**. JFM. 106 : 49-58.

Saffman P.G. *Vortex Dynamics.* **1992**,Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics. Cambridge University Press.

Scarano F, Riethmuller M.L., *Iterative multigrid approach in PIV image processing with discrete window offset.* **1999**. Exp. In Fluid 26, 513-523.

Scarano F., Riethmuller M.L., *Advances in iterative multigrid PIV image processing.* **2000** suppl. 51-60

Scarano F, *Iterative image deformation methods in PIV*, **2002**, review article, Meas. Sci. Technol. 2002, 13, 1-19

Schneider P.E.M. *Sekundärerwirbelbildung bei Ringwirbeln und in Freistrahlen Z. Flugwiss.Weltraumforsch.* **1980**, 4,307-318.

Shariff K., Verzicco R., Orlandi P., *A numerical study of three-dimensionnal vortex ring instabilities : viscous corrections and early non-lineat stage.* **1994**, JFM, 279:351-375.

Soloff S.M., Adrian R.J., Liu Z.C. *Distorsion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry* ,**1997**, Meas. Sci. Technol 8, 1441-1454.

J.P Sullivan, S.E Widnall, S.Ezekiel. *Study of vortex rings using a Laser Doppler Velocimeter.* **1973**. AIAA 11,10: 1384-1389.

C.Y Tsai; S.E Widnall. *The stability of short waves on a straight vortex filament in a weak externally imposed strain field.* **1976**, JFM 73: 721-733.

Verzicco R., Orlandi P. *Wall/vortex-ring interactions.* **1996**, Appl Mech Rev, 49,10 : 447-461.

Wakelin S.L., Riley N., *On the formation and propagation of vortex rings and paris of vortex rings.* **1997**, JFM, 332 : 121-139.

Weigand A., Gharib M. *On the decay of turbulent vortex ring.* **1994**, Phys. Fluids, 6,12 : 3806-3808.

Weigand A., Gharib M. *On the evolution of laminar vortex rings.* **1997**, Exp. Fluids, 6 : 447-457.

Westerweel J, Nieuwstadt F.T.M, *Performance tests on 3-dimensionnal velocity measurements with a two-camera difital particle image velocimeter* . **1991**. Dybbs A, Gharashi B (eds). Laser Anemometry advances and applications , vol 1, ASME, New York, 349-355

Westerweel J. *Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data,* **1994**. Experiment in Fluids, vol 16, 236-247.

Westerweel J., *Fundamentals of digital particle image velocimetry,* **1997**, Measurement Science and Technology, Vol 8 1379-1392

Westerweel J, Dabiri D, Gharib M, *The effect of a discrete window offset on the accuracy of cross-correlation analysis of digital PIV recordings,* **1997**, Experiment in fluids, Vol 23, 20-28.

Westerweel J, Van Oord J, *Stereoscopic PIV measurements in a turbulent boundary layer* **1999**, In: Stanislas M, Kompenhans J; Westerweel J (eds). Particle Image Velocimetry : progress toward industrial application. Kluwer, Dordrecht.

S.E Widnall, J.P Sullivan, S. Ezekiel. *On the stability of vortex rings.* **1973**, Proc.Roy.Soc.A. 332: 335-353.

S.E Widnall, D.B.Bliss , C.Y Tsai. *The instability of short waves on a vortex ring.* **1974**, JFM 66: 35-47.

S.E Widnall, C.Y Tsai. *The instability of the thin vortex ring of constant vorticity.* **1977**, PH.Trans.of.Roy.Soc.London, a 287: 273-305.

Willert C. & Gharib M. *Digital particle image velocimetry.* **1991**, Experiment in fluids, vol 10, 181-193.

Willert C, *Stereoscopic digital particle image velocimetry for application in wind tunnel flows,* **1997**, Meas. Sci. Technol. 8, 1465-1479.

Wuibaut G. *Etude par Vélocimétrie par Images de Particules des interactions roue-diffuseur dans une pompe centrifuge.* **2001**. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers.

Zang W., Prasad A.K. *Performance evaluation of a Scheimplug stereocamera for stereoscopic particle image velocimetry*, **1997**, App Opt 36, 8738-8744

Annexe 1 : Tourbillon de Lamb-Oseen

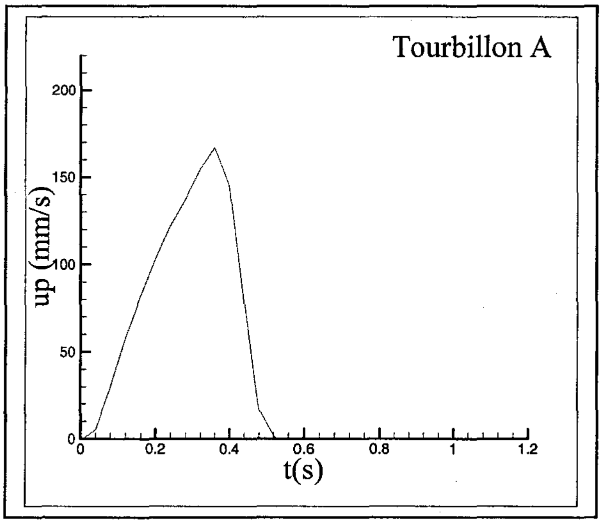
Le tourbillon à noyau visqueux le plus simple est le tourbillon de Lamb-Oseen. C'est un écoulement bidimensionnel axisymétrique dont les lignes de courant sont des cercles autour de l'axe et pour lequel la vorticité est une fonction de la distance r à l'axe et du temps. Il est une solution exacte des équations de Navier-Stokes. Pour un tel tourbillon dont la circulation initiale est Γ_0, dans un fluide de viscosité ν, la vorticité ω, la vitesse tangentielle v_θ et la circulation Γ sont de la forme :

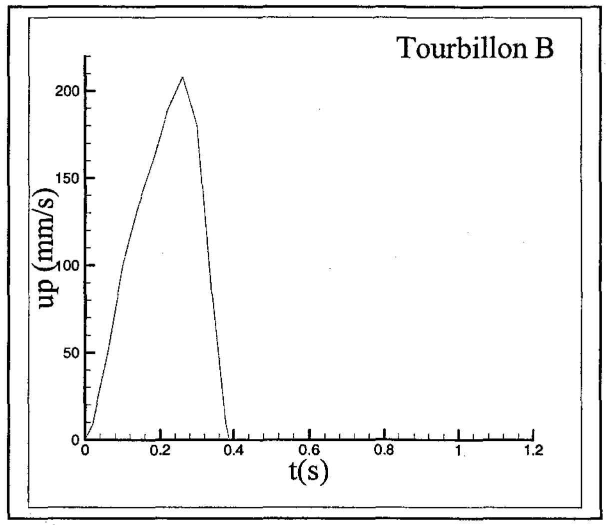
$$\omega = \frac{\Gamma_0}{4\pi\nu t} e^{-r^2/4\nu t} \qquad \textbf{(A1.1)}$$

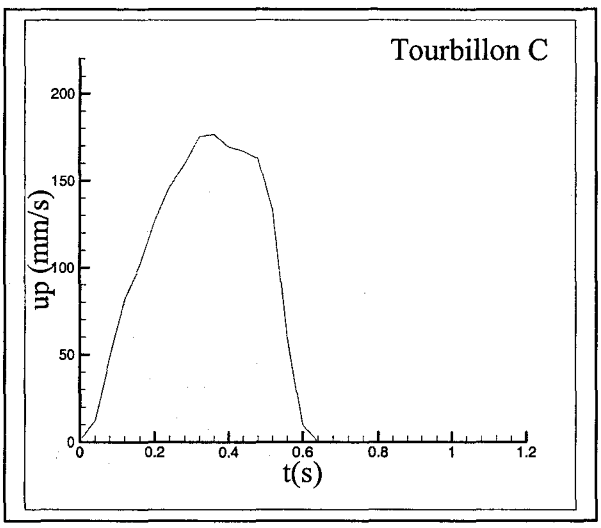
$$\Gamma = \Gamma_0 (1 - e^{-r^2/4\nu t}) \qquad \textbf{(A1.2)}$$

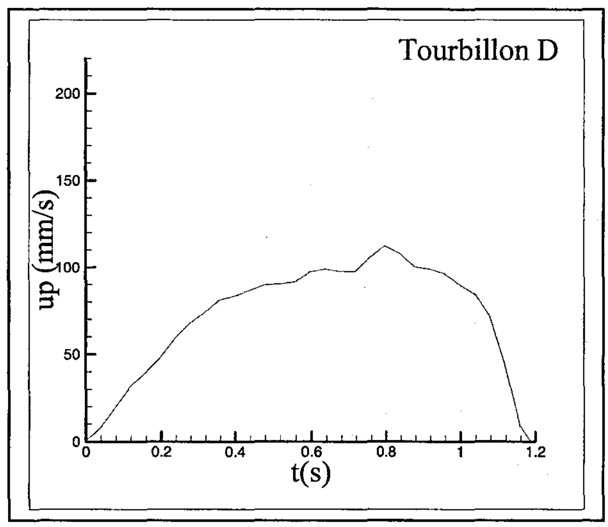
$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \qquad \textbf{(A1.3)}$$

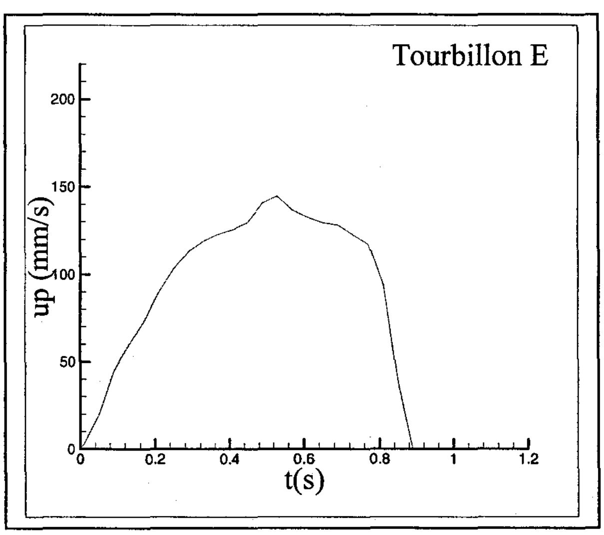
Annexe 2 : Courbe de vitesse du piston

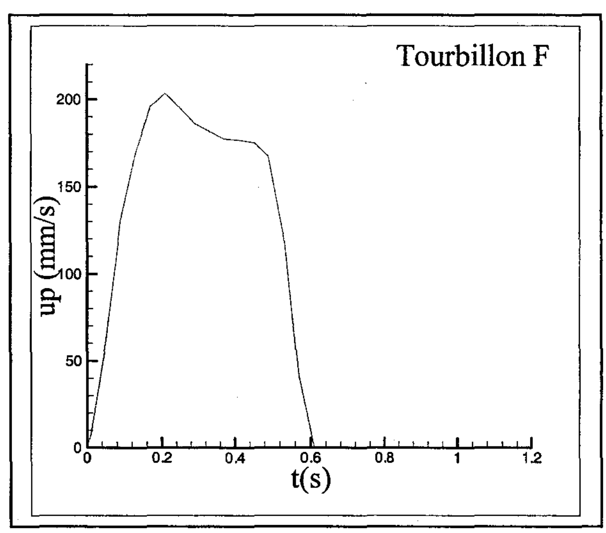


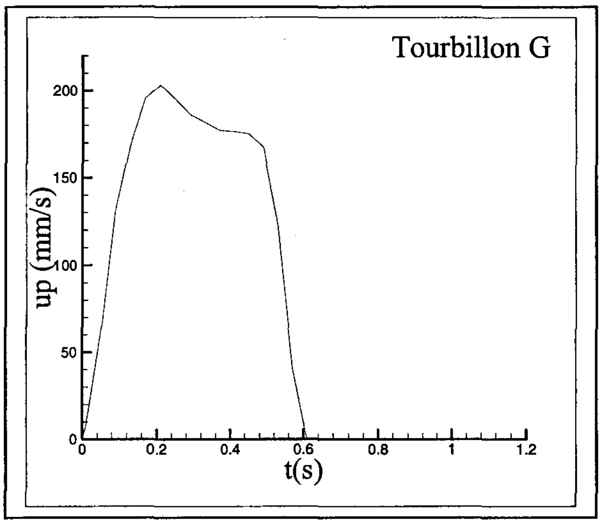


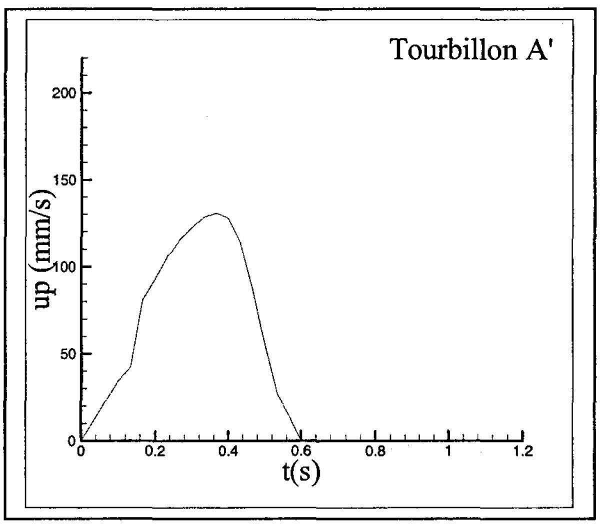


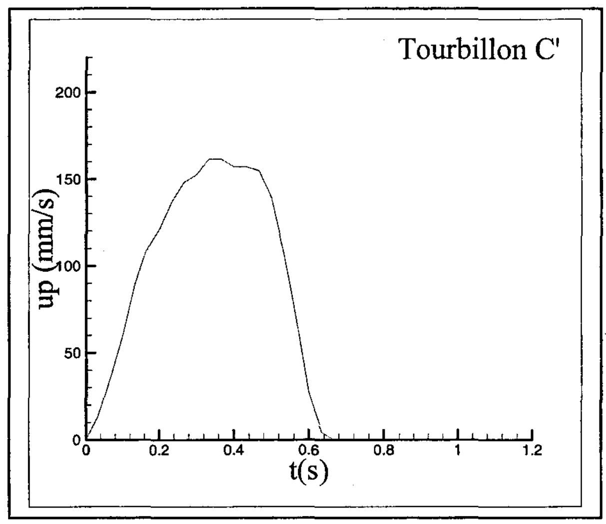







Tourbillon G
up (mm/s)
0
50
100
150
200
t(s)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2


Tourbillon A'
up (mm/s)
0
50
100
150
200
t(s)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2


Tourbillon C'
up (mm/s)
0
50
100
150
200
t(s)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2

Annexe 3 : Instabilité et tourbillon piston: cas du tourbillon G

Le tourbillon G est un cas particulier des différents tourbillons que l'on a utilisé, puisque des phénomènes liés à l'injection viennent perturber le développement de l'instabilité telle qu'il est décrit dans les chapitres 4 et 5.

Ainsi, la figure A3.1 montre que au moment de l'injection, il se forme un deuxième et un troisième tourbillon à l'arrière du premier tore.

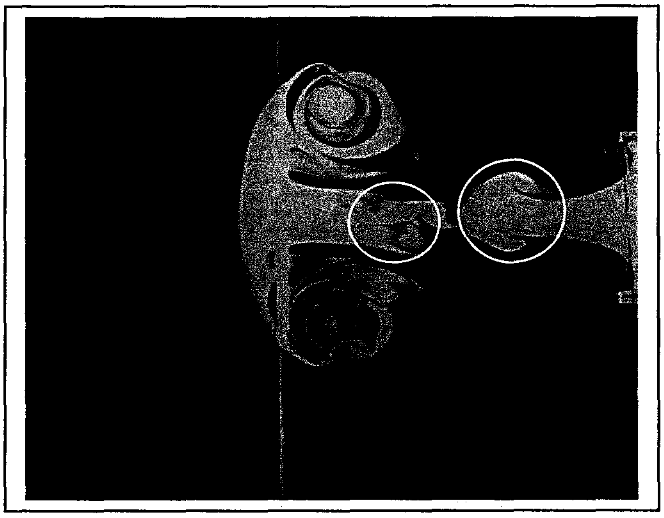


Figure A3.1: Z = 80 mm t = 1.03 s

Le troisième tourbillon va rester à l'arrière du premier et n'interagit pas avec lui ; par contre le deuxième est progressivement ingéré (figure A3.2 a et b) et va modifier la structure du tourbillon torique.

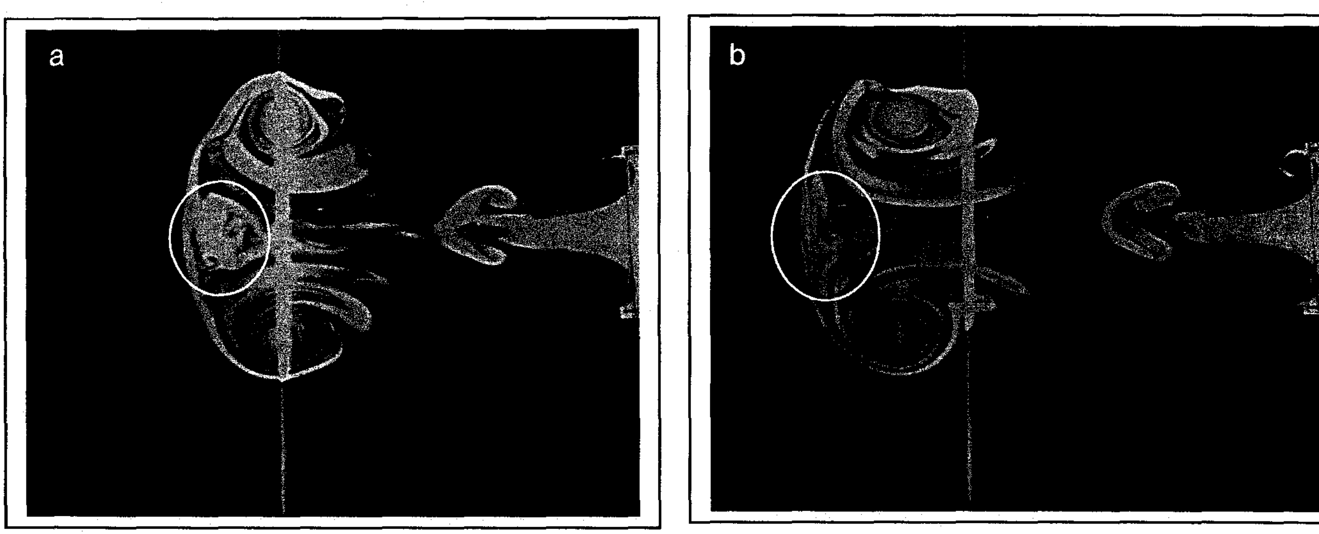


Figure A3.2 : Ingestion du tourbillon piston par le tourbillon primaire Z = 80 mm - (a) : t = 1.2 s - (b) : t= 1.4 s

Ainsi dans le plan (H) (figure A3.3 a et b) et dès la fin de l'injection, les modifications sont visibles. Dans le plan médian (figure A3.3 a) on ne retrouve pas la suite de cercles concentrique fluide coloré/fluide sain que l'on a habituellement dans le tourbillon. Par ailleurs, l'extérieur et aussi l'intérieur du tourbillon est perturbé est n'est pas circulaire. Plus haut dans le tourbillon (figure A3.3 b), on observe une grande dissymétrie dans le tourbillon, ainsi qu'une structure tourbillonnaire qui apparaît près de l'axe du tourbillon.

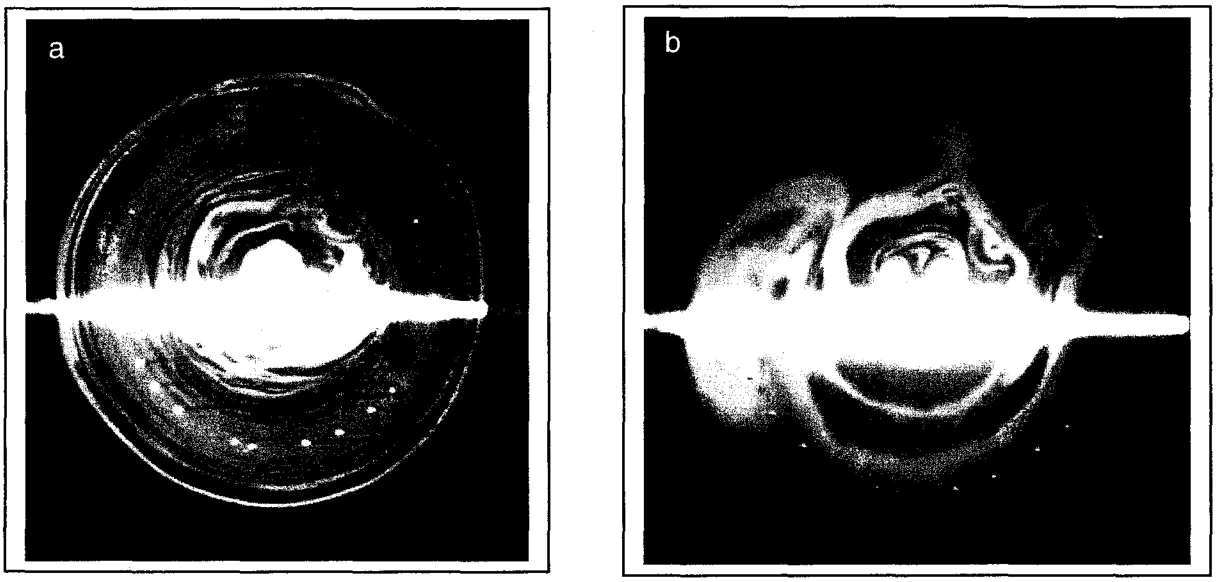


Figure A3.3 : Z = 80 mm (a) : t = 1.2 s; zc = 0 - (b) : t= 1.4 s; zc = 0.61

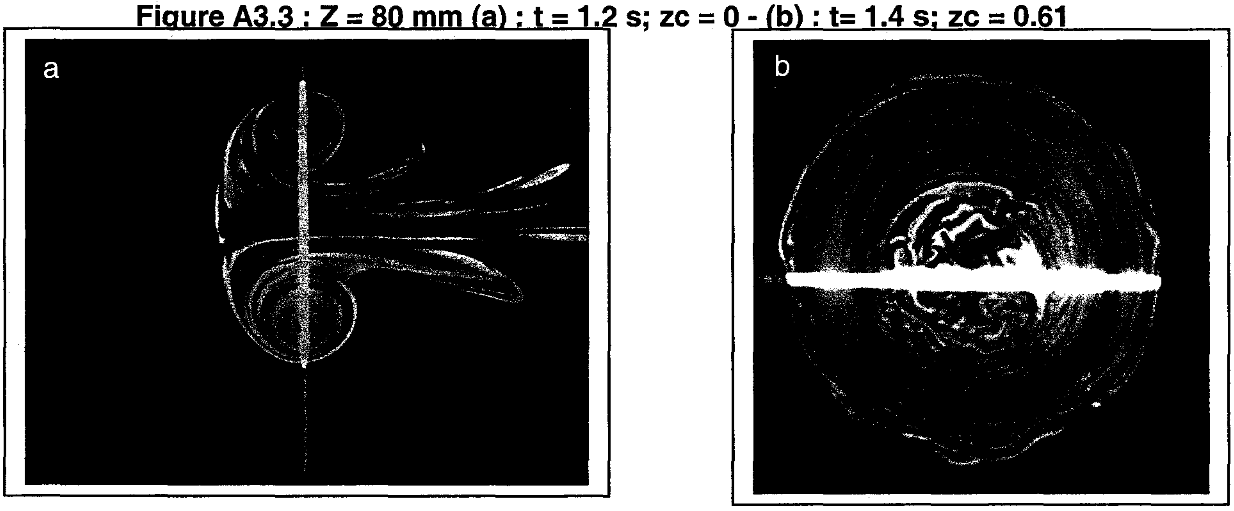


Figure A3.4 : Z = 200 mm t = 2.8 s ; zc = 0

Plus loin, à 200 mm du tube d'injection, (figure A3.4 a et b), dans le plan (V), on observe que le tourbillon éjecte beaucoup de colorant à l'arrière du tourbillon. Dans le plan (H), on voit que le tourbillon est toujours très perturbé.

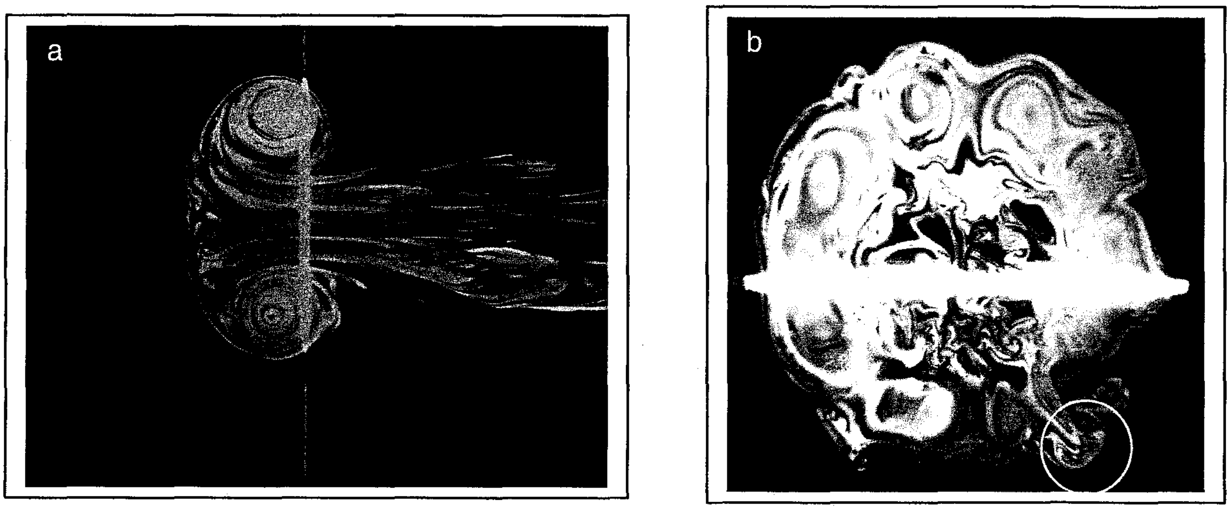


Figure A3.5 : Z = 250 mm t = 3.4 s; zc = 0.37

Ensuite, alors que l'éjection de colorant vers l'arrière du tourbillon continu (figure A3.5), on voit des figures semblables à celles observées (type V sur la figure A3.5 b). Le tourbillon est toujours perturbé près de son axe et des structures tourbillonnaires peuvent apparaître sur sa circonférence.

Enfin (figure A3.6) des structures tourbillonnaires secondaires analogues à celles observées en § 5-3 apparaissent dans le tourbillon.

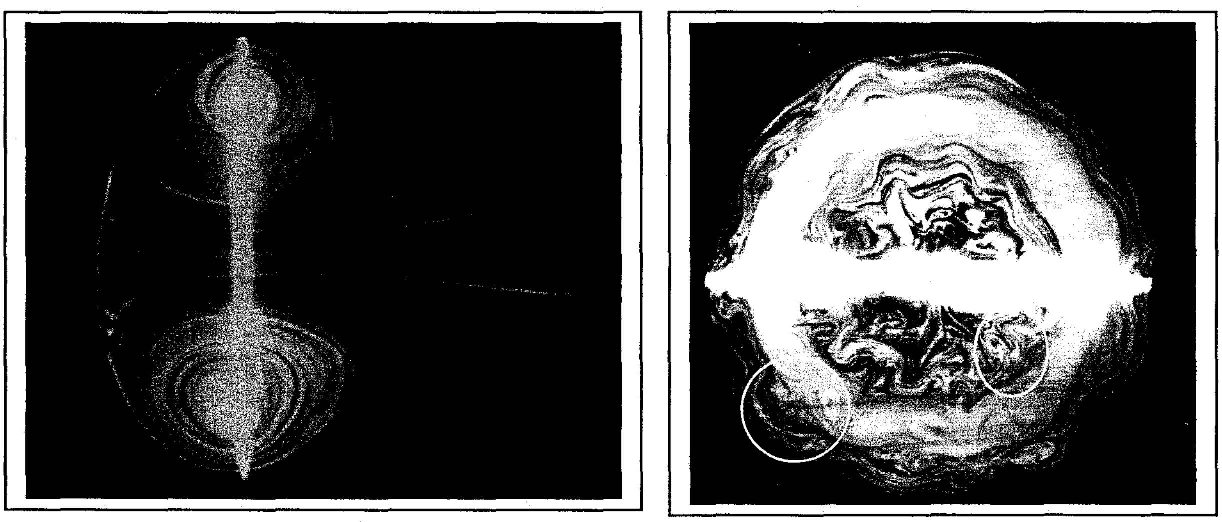


Figure A3.6 : Z = 317 mm t = 4.5 s zc = 0

Annexe 4 : Incertitude de mesure en PIV

L'erreur de mesure peut se séparer en deux composantes, une erreur de biais (écart moyen à la solution exacte) et une erreur aléatoire. Cette dernière est en général évalué par le calcul de l'erreur moyenne quadratique ou erreur RMS (pour Root Mean Square). Plusieurs méthodes existent pour déterminer l'incertitude de mesure en PIV. On peut, à partir de cartes de vitesses expérimentales pour lesquelles le déplacement est connu (en général nul), estimer le bruit RMS par le calcul de l'écart type de la vitesse pour ces cartes. La deuxième méthode consiste à travailler à partir d'images synthétiques, produites par un logiciel, qui permettent de faire varier un à un les paramètres de la PIV pour étudier leur influence sur l'erreur. La PIV calcule la vitesse en estimant le déplacement d'images de particules. Les erreurs dépendent donc des particules (taille, densité), de leur déplacement et des instruments qui permettent d'acquérir ces images.

A4-1 Particules

Raffel et al (1998) proposent un diamètre optimum des images de particules qui optimise le bruit RMS des résultats de PIV sur des simulations. Le diamètre optimum est d'environ 2 pixels (figure A4.1).

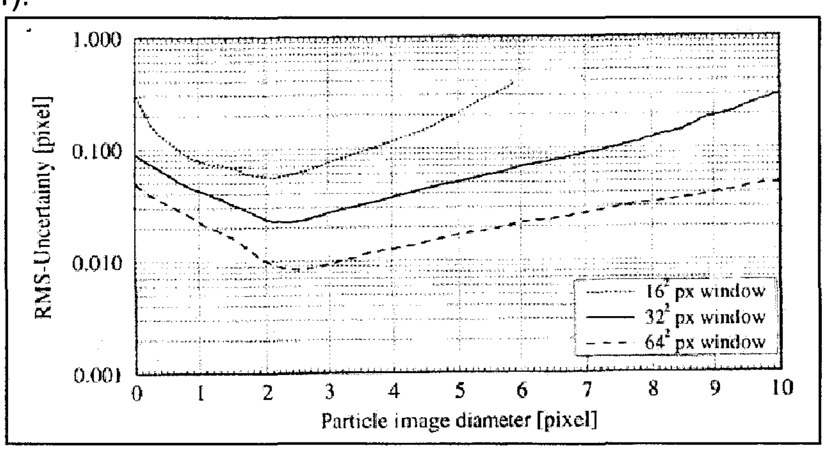


Figure A4.1: Influence du diamètre des images de particules sur l'erreur RMS d'après Raffel et al (1998)

Une erreur de biais, liée à la taille des particules, apparaît aussi particulièrement pour des valeurs petites du diamètre des images de particules : les déplacements sont biaisés vers les valeurs intégrales en pixels (figure A4.2).

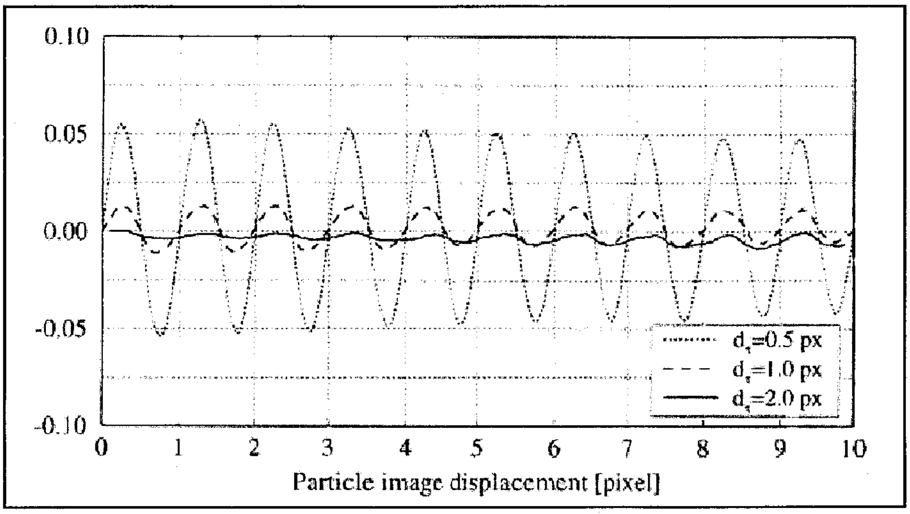


Figure A4.2 : Erreur de biais introduite par le peak-locking d'après Raffel et al (1998)

Cela est dû aux limites de l'estimateur sub-pixel à évaluer le déplacement, spécialement pour des petits diamètres de particules. Cet effet est désigné par l'expression anglaise "peak-locking".

Les particules interviennent dans la qualité des résultats, non seulement par leur diamètre, mais aussi par leur densité : au plus il y a de particules dans une fenêtre, au plus elles seront nombreuses à intervenir dans le calcul de la corrélation et amélioreront son résultat (la valeur RMS du bruit décroît quand la densité de particules augmente : figure A4.3).

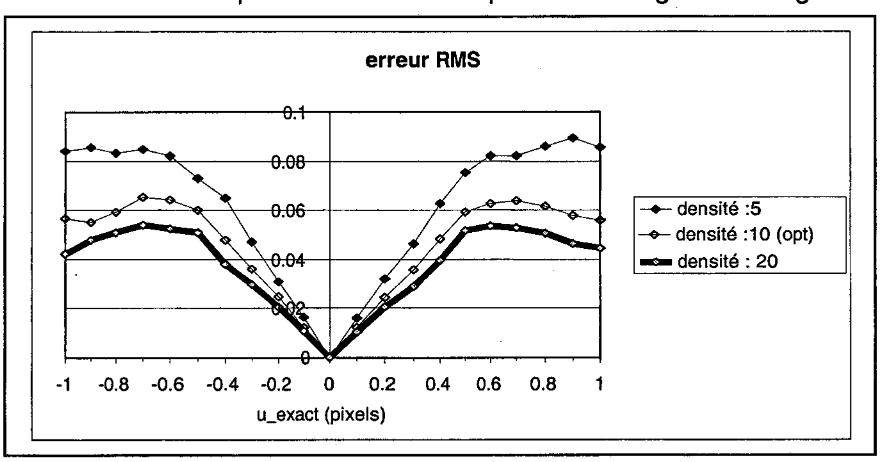


Figure A4.3 : Erreur RMS en fonction du nombre de particules présentes dans chaque fenêtre d'après Millat (2002)

Par contre, au plus il y a de particules, au plus le peak-locking augmente (figure A4.4). Cela est dû au fait que le nombre de particules coupées par les bords des fenêtres augmente (Nogueira et al (1997)).

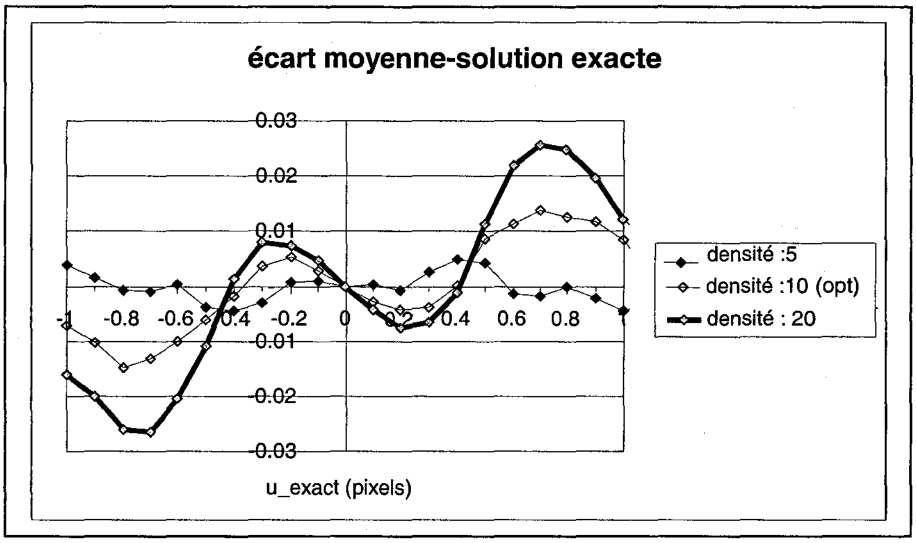


Figure A4.4 : Mise en évidence du peak-locking en fonction de la densité des particules.

On estime généralement (Keane et Adrian (1992), Westerweel (1997)) qu'un nombre d'une dizaine de particules par fenêtre d'analyse est un bon compromis entre les problèmes de faible densité et de peak-locking.

A4-2 Matériel.

La qualité des résultats dépend beaucoup du matériel utilisé pour les enregistrements de PIV. Le bruit de fond des caméras augmente l'incertitude de mesure (figure A4.5).

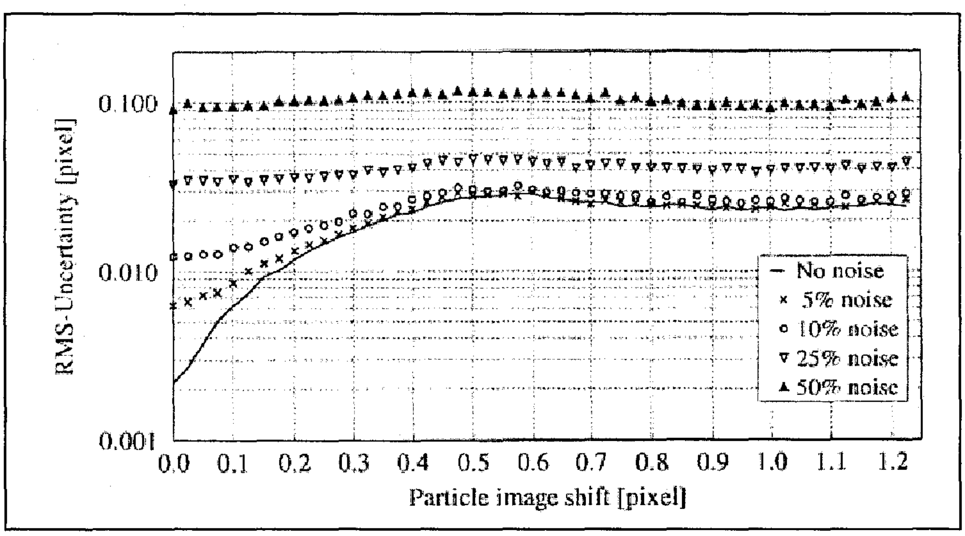


Figure A4.5 : Evolution de l'erreur RMS en fonction du bruit de fond (Raffel et al (1998))

Enfin les différents composants optique de la chaîne de mesure présentent des aberrations géométriques déformant légèrement les images (elles sont présentées par Wuibaut (2002) §3.3.1.3).

A4-3 Translation des particules

Les autres sources d'erreurs sont liées au déplacement des particules. Si ces dernières entrent ou sortent de la fenêtre entre les instants t et t+Δt, elles fausseront le calcul de la corrélation.

Cela se produit simplement à cause d'une translation uniforme des particules dans le plan de mesure. Dans ce cas, on peut récupérer les particules en utilisant les techniques de décalage des fenêtres (voir § 3-3.1.3.3).

A4-5 Gradient de vitesse

La technique du décalage de fenêtre ne permet pas de conserver toutes les particules dans la fenêtre entre les instants t et t+Δt s'il existe un gradient de vitesse dans la fenêtre. La figure A4.6 présente l'effet du gradient de vitesse sur l'erreur RMS.

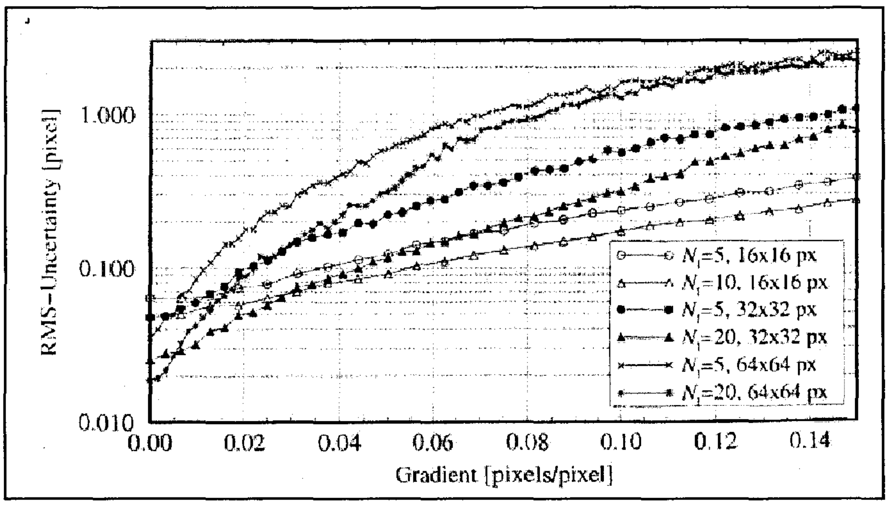


Figure A4.6 : Erreur RMS en fonction du gradient de vitesse de la taille des fenêtres et du nombres de particules par fenêtres (N_I) d'après Raffel et al (1998)

Les techniques de déformation de fenêtres vont par contre être adaptées à ce genre de problème (Scarano et Riethmuller (2000), Scarano (2002)).

A4-5 Composante normale

Dans le cas d'un écoulement avec une forte composante normale au plan de mesure, des particules peuvent entrer et sortir du plan laser et détériorer le calcul de corrélation (figure A4.7).

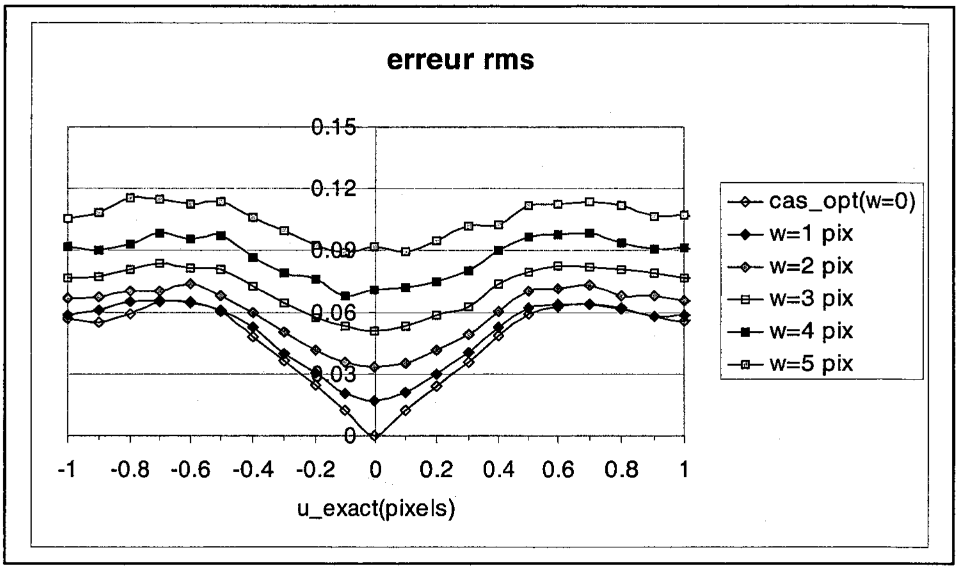


Figure A4.7 : Influence de la troisième composante w sur l'erreur RMS d'après Millat (2002) (l'épaisseur du plan laser est de 10 pixels)

Cependant, il est souvent possible de réduire expérimentalement l'influence de cette troisième composante. Les méthodes pour traiter ce problème sont la réduction du Δt entre les deux flashes lasers, ce qui réduit le déplacement des particules entre les deux acquisitions, l'épaississement de la nappe laser, ou le décalage des deux nappes laser dans la direction de la troisième composante, si celle-ci est connue et varie peu sur toute l'étendue du plan de mesure.

Un autre problème apparaît lorsque la composante normale est importante, c'est l'erreur de projection. Le déplacement d'une particule, se trouvant à la distance d_0 de l'axe optique et se déplaçant de dZ dans la direction normale au plan entre les instants t et t + Δt dans une nappe laser située à la distance H de l'objectif va être biaisée, puisque l'on observe en fait la projection de son déplacement dans le plan laser (figure A4.8). L'erreur induite sur le déplacement est :

$$\varepsilon = \frac{d_0.dZ}{H+dZ} \qquad \textbf{(A4.1)}$$

Dans le cas où H est grand devant dZ, l'expression se simplifie :

$$\varepsilon = \frac{d_0.dZ}{H} \qquad \textbf{(A4. 2)}$$

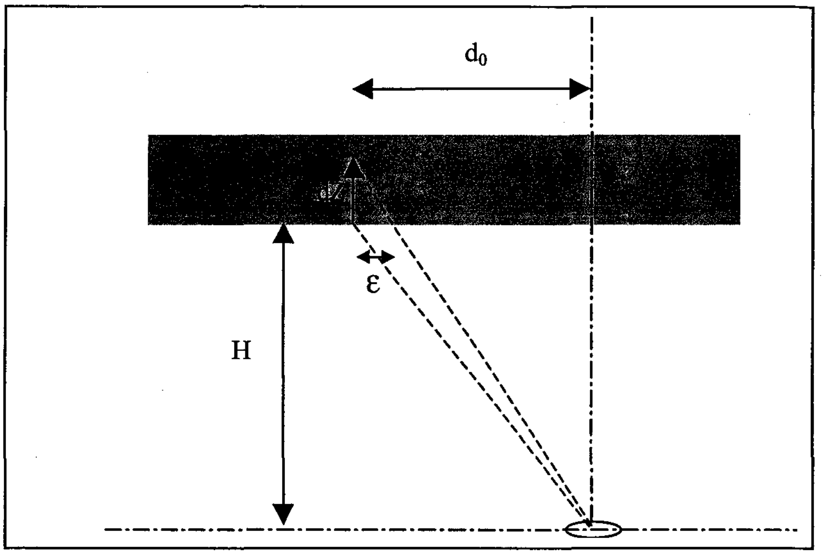


Figure A4.8 : Erreur de projection

Annexe 5 - PIV stéréoscopique.

A5-1 Système à déplacement latéral.

La méthode à déplacement latéral (Prasad et Adrian (1993) et Lecerf et al (1996)) qu'on retrouve figure A5.1, dans laquelle les plans images et objets et lentilles sont parallèles au plan des lentilles a l'avantage de la simplicité. Par ailleurs, comme les 3 plans sont parallèles, le grandissement est uniforme.

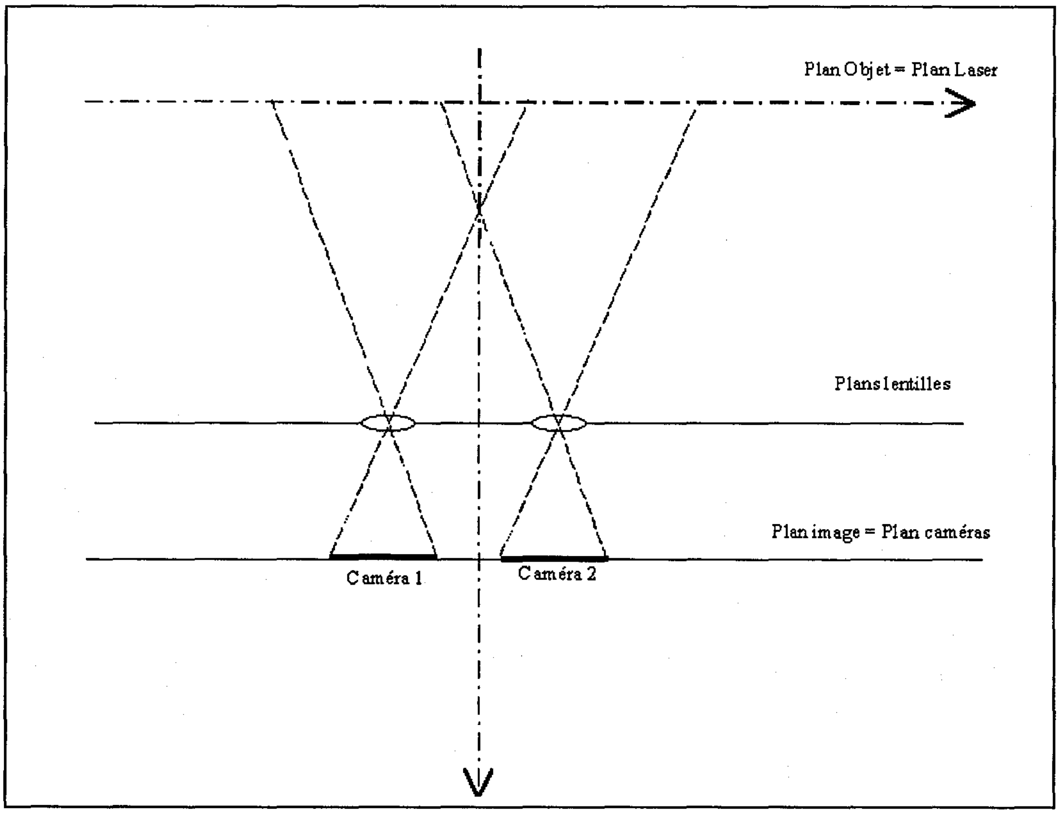


Figure A5.1: Système à déplacement latéral (1)

Le premier problème qui apparaît figure A5.1 est que la zone d'observation commune aux deux caméras est réduite. Cela peut être compensé par le déplacement latéral des capteurs photosensibles par rapport à l'axe des lentilles (figure A5.2).

Il apparaît alors un gros inconvénient à cette méthode : si l'angle θ (défini figure A5.2) est important, les optiques vont présenter des aberrations importantes (en effet, les lentilles ont un fonctionnement optimum pour des rayons lumineux peu inclinés par rapport à leur axe). Par contre, il a été démontré que plus θ est petit plus, lors de la reconstruction des vecteurs, l'erreur sur la troisième composante est importante (Lawson et Wu (1997a et b)).

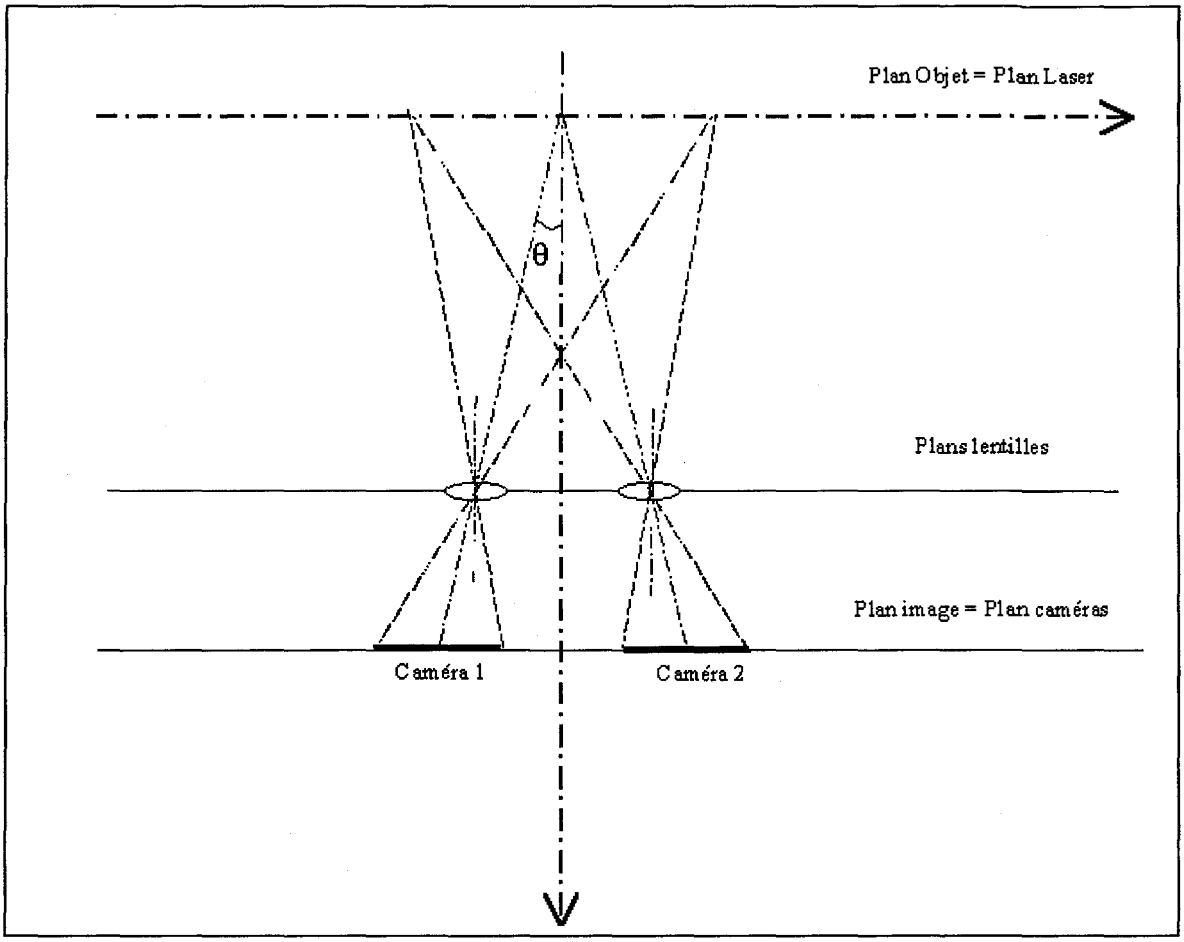


Figure A5. 2 : Système à déplacement latéral (2)

A5-2 Systèmes à déplacement angulaire

La solution au problème évoqué à la fin du paragraphe précédent est de mettre un angle θ entre le plan des lentilles et le plan objet. On peut alors augmenter θ et améliorer la qualité des résultats sans altérer les conditions de fontionnement des lentilles. Si, dans ces conditions, on laisse le plan image parallèle au plan des lentilles, on a peu de chance d'avoir une image nette sur toute sa surface. La solution est de faire pivoter le plan image, et la condition de netteté, connue sous le nom de condition de Scheimpflug est que les plans image, objet et lentilles soit concourants (voir figure A5.3).

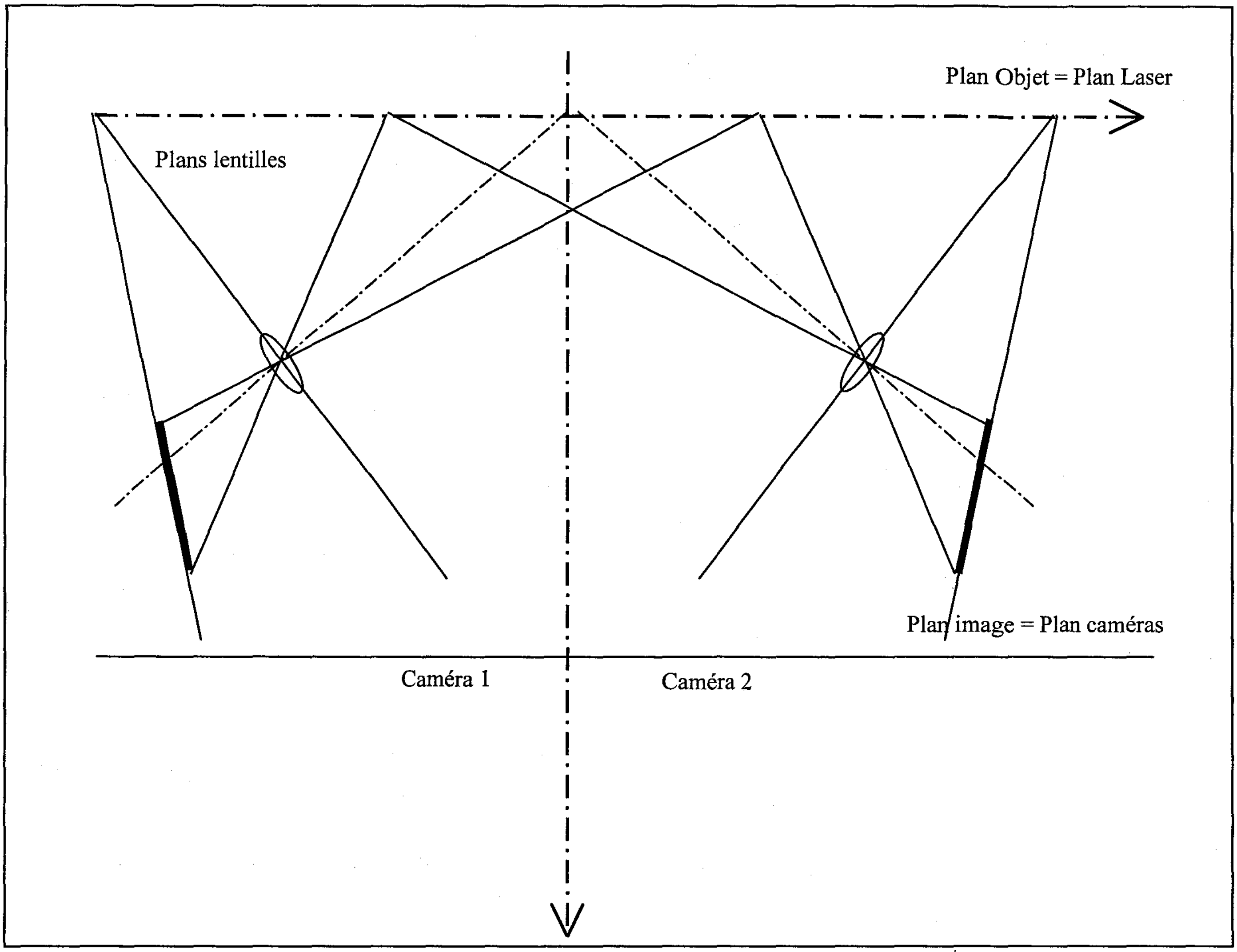


Figure A5. 3 : Système à déplacement angulaire

Un tel montage génère des images qui sont déformées et pour lesquelles le grandissement n'est pas uniforme. Ceci est visible si, avec deux caméras placées comme sur la figure A5.3, on prend l'image d'une mire formée par des repères espacés d'une distance constante (figure A5.4 a et b). Ces déformations doivent être corrigées : ce sera l'une des étapes de la méthode de reconstruction.

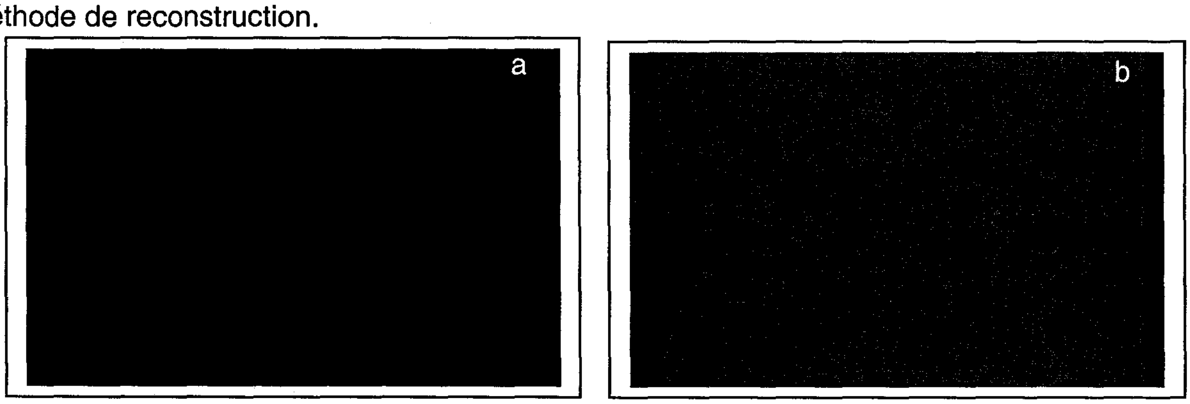


Figure A5. 4 : Image de la mire vue par les caméras gauche (a) et droite (b).

Dans notre cas, les deux caméras sont placées du même côté du plan objet. Cependant, elles peuvent aussi être placées de part et d'autre du plan objet (Willert (1997)).

A5-3 Reconstruction

Il est nécessaire de combiner les résultats obtenus dans les deux plans pour obtenir des données 3D. Cette procédure s'appelle la reconstruction.

A5-3.1 Reconstruction géométrique.

Il existe des procédures de reconstruction dites « géométriques ». Elles utilisent la géométrie exacte du problème ainsi que les caractéristiques des éléments optiques utilisés. Pour un système à déplacement latéral et en supposant le grandissement constant sur toute l'image, les formules donnant le déplacement réel des particules $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ en fonction des grandeurs observées sur les caméras gauche et droite, du grandissement M, de la distance entre le plan objet et le plan des lentilles H, ainsi que la distance entre les 2 lentilles S sont les suivantes.

$$\begin{cases} \Delta Z = -\dfrac{H(\Delta x_d - \Delta x_g)}{MS - (\Delta x_d - \Delta x_g)} \\ \Delta X = \dfrac{\Delta x_d (X - S/2) - \Delta x_g (X + S/2)}{MS - (\Delta x_d - \Delta x_g)} \\ \Delta Y = -\dfrac{Y \Delta Z}{H} + \dfrac{\Delta y_d + \Delta y_g}{2M}\left[\dfrac{\Delta Z}{H} - 1\right] \end{cases} \qquad \textbf{(A5.1)}$$

Le problème se complique grandement lorsque le grandissement varie. Un programme calculant les chemins optiques doit être utilisé. Ce problème a été traité par Prasad et Adrian (1992) pour un système à déplacement latéral et par Zang et Prasad (1997) pour un système à déplacement angulaire.

A5-3.2 Calibration

Il existe des méthodes de reconstruction dites de « calibration ». Ces méthodes utilisent une mire. Le système stéréoscopique étant installé, la mire est placée dans le plan laser et une image est acquise par chacune des deux caméras. Les mires sont généralement constituées de repères régulièrement espacés (croix, trous...)

A5-3.2.1 Calibration 2D

Le programme de calibration commence par déterminer la position des croix dans les images. On obtient ainsi un ensemble de données de calibration reliant les coordonnées x,y dans le plan objet et X,Y dans les plans images des croix.

L'étape suivante détermine transformations permettant de passer du plan image au plan objet.

On utilise classiquement des polynômes de degré 2 en x et y (Westerweel et Oord (1999)) :

$$\begin{cases} X = a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 xy + a_4 x + a_5 y + a_6 \\ Y = b_1 x^2 + b_2 y^2 + b_3 xy + b_4 x + b_5 y + b_6 \end{cases} \qquad \textbf{(A5.2)}$$

ou des quotients de polynômes (Willert (1997)) :

$$\begin{cases} X = \dfrac{a_{11}x^2 + a_{12}y^2 + a_{13} + a_{14}x^2 + a_{15}y^2 + a_{16}xy}{a_{31}x^2 + a_{32}y^2 + a_{33} + a_{34}x^2 + a_{35}y^2 + a_{36}xy} \\ Y = \dfrac{a_{21}x^2 + a_{22}y^2 + a_{23} + a_{24}x^2 + a_{25}y^2 + a_{26}xy}{a_{31}x^2 + a_{32}y^2 + a_{33} + a_{34}x^2 + a_{35}y^2 + a_{36}xy} \end{cases} \qquad \textbf{(A5.3)}$$

A ce stade, il existe deux méthodes de calibration 2D. Le redressement de vecteurs et le redressement d'images.

Pour le redressement de vecteurs (Westerweel et Nieuwstadt (1991)), le calcul de PIV se fait dans le plan image (sur les images brutes des caméras) mais en utilisant pour les images des deux caméras des maillages déformés issus d'un même maillage cartésien défini dans le plan objet. Puis on redresse les vecteurs en utilisant les fonctions de redressement.

Dans la méthode par redressement d'images (Willert (1997)), on utilise les fonctions de redressement directement sur les images de particules. On obtient donc des images redressées .Le calcul de PIV se fait alors en utilisant un maillage cartésien sur les images redressées.

Quelle que soit la méthode utilisée, on obtient deux champs de vecteurs, l'un « vu » par la caméra gauche, l'autre par la caméra droite et sur le même maillage. En utilisant les équations 8, on obtient un champ de vecteurs à 3 composantes sur ce maillage. Cette dernière étape nécessite de connaître la position des objectifs par rapport au plan objet.

A5-3.2.2 Calibration 3D

Cette méthode de calibration a été introduite par Soloff et al (1997). Elle nécessite trois images différentes de la mire : devant, dans et derrière le plan laser (le déplacement de la mire est comparable à l'épaisseur de la nappe laser).

On obtient alors une expression polynomiale liant les positions dans le plan objet X,Y,Z en fonction des positions dans le plan image x et y.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = F(X) = \vec{a}_0 + \vec{a}_1 X + \vec{a}_2 Y + \vec{a}_3 Z + \vec{a}_4 X^2 + \vec{a}_5 XY + \vec{a}_6 Y^2 + \vec{a}_7 XZ + \vec{a}_8 YZ + \vec{a}_9 Z^2 + \vec{a}_{10} X^3 \quad \textbf{(A5.4)}$$

$$+ \vec{a}_{11} X^2 Y + \vec{a}_{12} XY^2 + \vec{a}_{13} Z^2 + \vec{a}_{14} X^2 Z + \vec{a}_{15} XYZ + \vec{a}_{16} Y^2 Z + \vec{a}_{17} XZ^2 + \vec{a}_{18} YZ^2$$

où les $\vec{a}_i$ sont déterminés par une méthode de moindres carrées. Le polynôme est cubique en X et Y et quadratique en Z (cela parce que 3 plans ont été utilisés ; Hill et all (1999) ont utilisé 5 plans et donc un polynôme en Z^4).

La méthode de Soloff et al (1997) donne le déplacement d'une image de particule :

$\Delta\vec{x} = \vec{F}(\vec{X} + \Delta\vec{X}) - \vec{F}(\vec{X})$ et $\Delta\vec{x} \approx \vec{\nabla}\vec{F}(\vec{X})$ avec $\left(\vec{\nabla}\vec{F}\right)_{ij} = \dfrac{\partial F_i}{\partial x_j} = F_{i,j}$.

On peut alors écrire la relation ci dessus sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta x_g \\ \Delta y_g \\ \Delta x_d \\ \Delta y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{g1,1} & F_{g1,2} & F_{g1,3} \\ F_{g2,1} & F_{g2,2} & F_{g2,3} \\ F_{d1,1} & F_{d1,2} & F_{d1,3} \\ F_{d2,1} & F_{d2,2} & F_{d2,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad \textbf{(A5.5)}$$

La matrice F lie les déplacements dans le plan objet aux déplacements dans les plans image.

Il ne reste plus qu'à faire un calcul de PIV sur les deux images et à inverser les relations ci-dessus pour connaître ΔX, ΔY, ΔZ, les déplacements dans le plan objet.

Cette méthode ne nécessite aucune connaissance de la géométrie du problème.

A5-4 Erreurs

Les résultats de PIV stéréoscopique sont issus d'un calcul de PIV. On y retrouve donc les sources d'erreur de la PIV classique (à deux composantes) (Annexe 4).

Une source d'erreur typique de la stéréoscopie provient de l'étape de calibration mais cette erreur est détectable sur les résultats de PIV et peut être corrigée. Cette erreur survient lorsque, lors de l'étape de calibration, la mire n'a pas été parfaitement superposée avec le plan laser (par exemple, sur la figure A5.5 la mire est légèrement inclinée par rapport à la nappe laser). Localement, on peut toujours considérer que le plan et la mire sont éloignés d'une distance δz. Dans ce cas, le programme de reconstruction va considérer que le point M_g du plan laser, vu par la caméra gauche et le point M_d du plan laser, vu par la caméra droite, sont situés au même endroit (en fait, un point M de la mire) alors qu'ils sont en fait situés à une distance δx (pour des caméras à 45° avec le plan laser, on a δx=2δz). Il va donc reconstruire un vecteur à trois composantes avec deux vecteurs projetés situés à une distance δx l'un de l'autre. L'erreur sera d'autant plus grande que le gradient de vitesse entre les 2 points M_d et M_g est important.

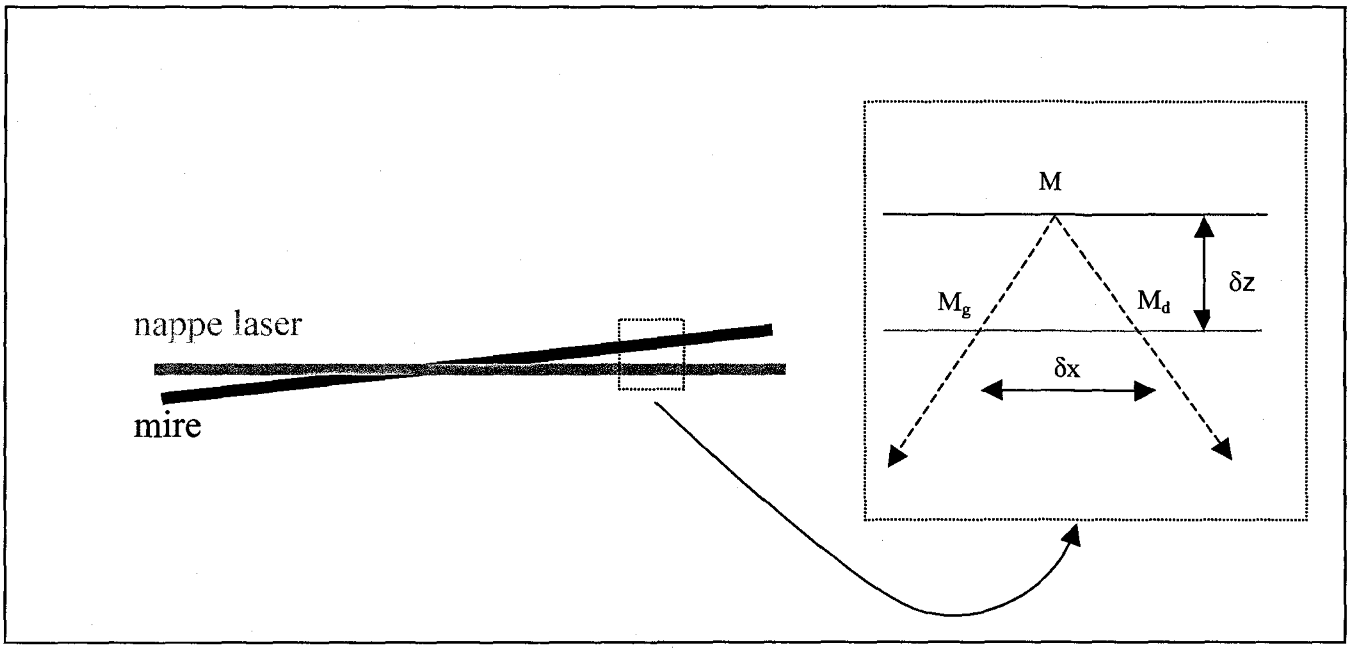


Figure A5.5 : Erreur de calibration

Cette erreur est mise en évidence en effectuant un calcul de PIV sur des images redressées des mêmes particules au même instant mais vues par les caméras droite et gauche. Le résultat donne un champ vectoriel où chaque vecteur représente l'écart δx entre les points servant à la reconstruction. Il existe des méthodes permettant de corriger ces erreurs de calibration (Coudert et Schon (2001)).

A5-5 Comparaison des différentes méthodes.

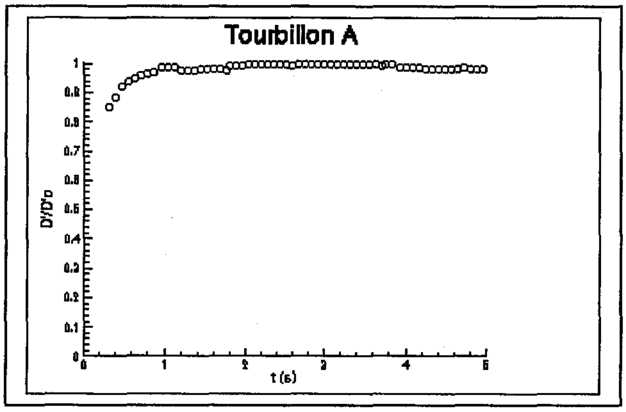
Les mesures de stéréoscopie se font quasiment exclusivement avec la méthode de déplacement angulaire. Sa mise en œuvre est plus délicate, mais elle donne de bien meilleurs résultats.

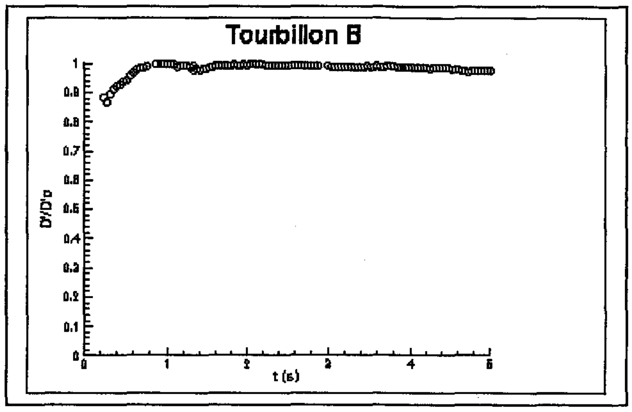
La reconstruction purement géométrique n'est plus utilisée, puisqu'elle demande une connaissance trop fine de la géométrie.

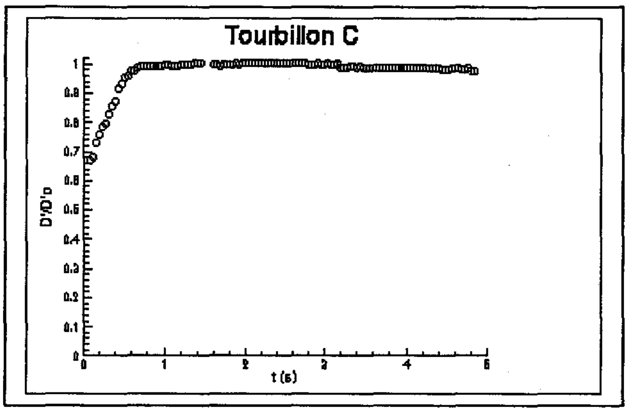
Les deux méthodes de calibration 2D sont équivalentes (voir Coudert et Westerweel (2000)). Elles donnent des résultats très proches. La méthode de redressement d'images demande plus de temps de calcul car elle nécessite des interpolations d'images. Ces méthodes nécessitent toujours de connaître des éléments de la géométrie du problème (position des caméras par rapport au plan laser).

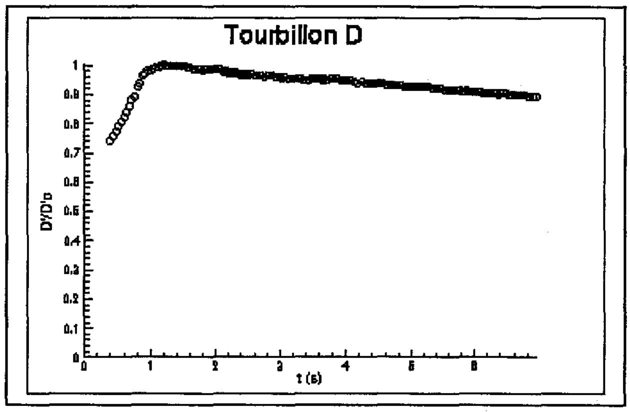
La méthode de calibration 3D ne nécessite aucune connaissance de la géométrie du problème ; elle est entièrement empirique. Par contre, elle nécessite de pouvoir déplacer la mire très finement dans le plan laser. Cette méthode donne des résultats à peu près similaires aux méthodes de calibration 2D.

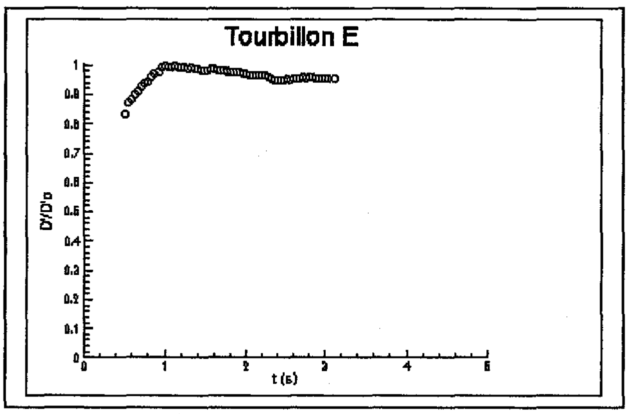
Annexe 6 : Evolution du diamètre des tourbillons

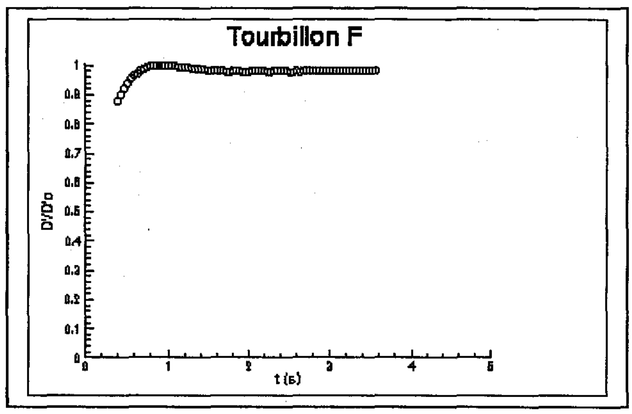


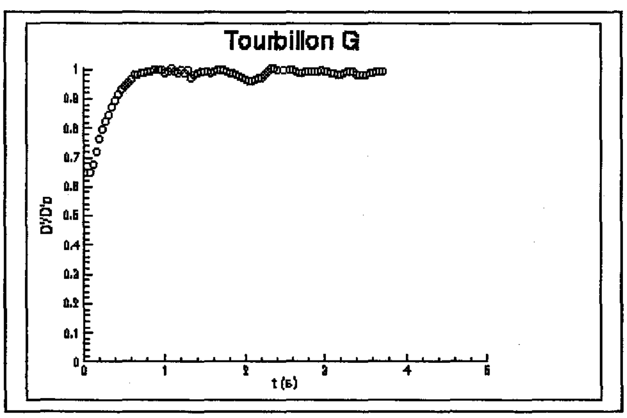




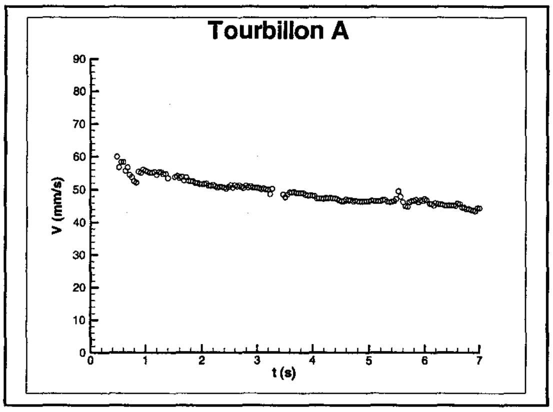


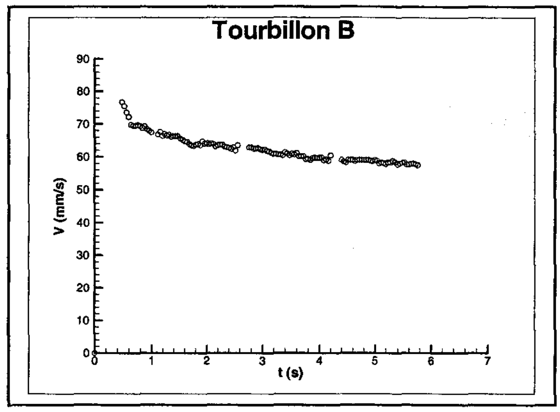


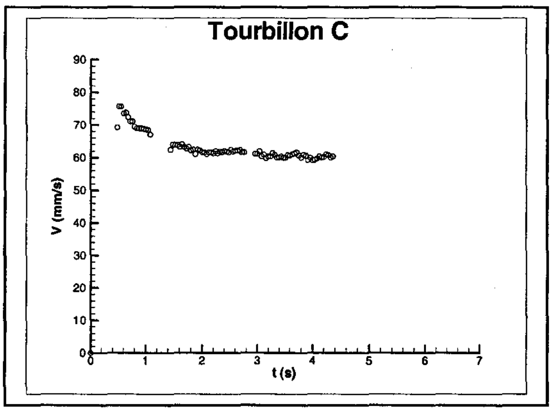


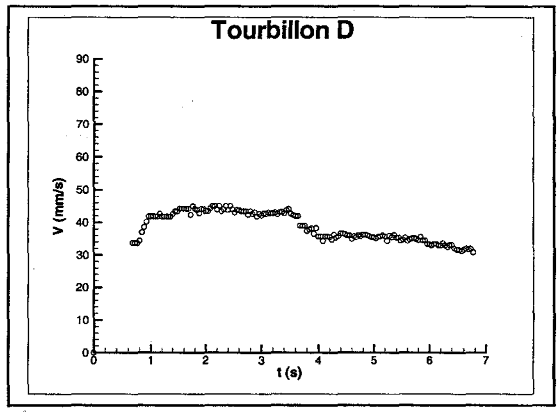


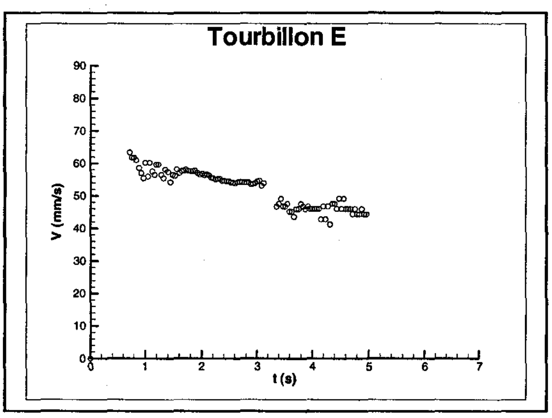
Annexe 7 : Vitesse des tourbillons

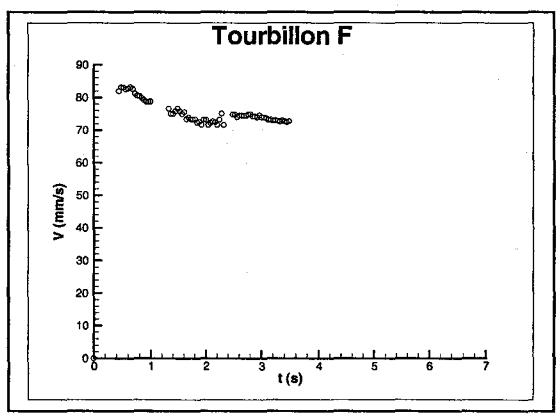


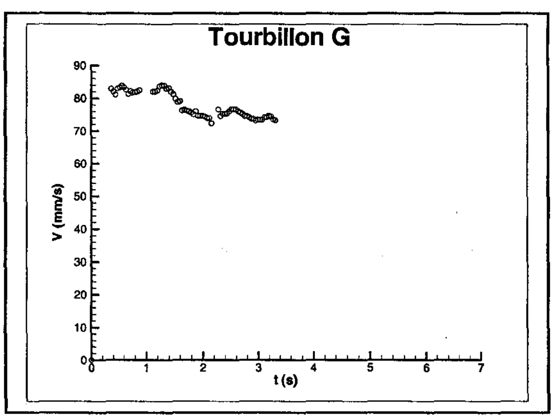


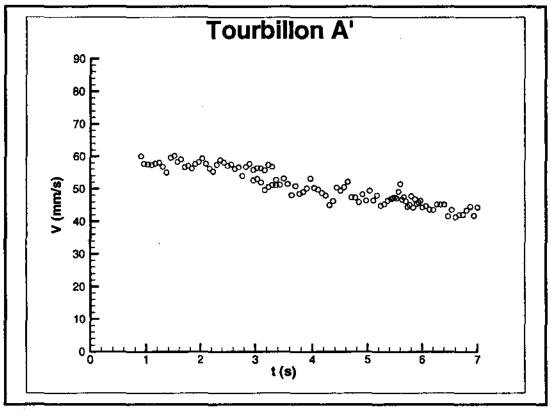


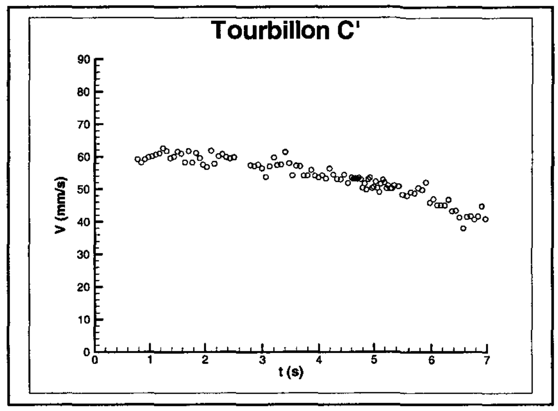




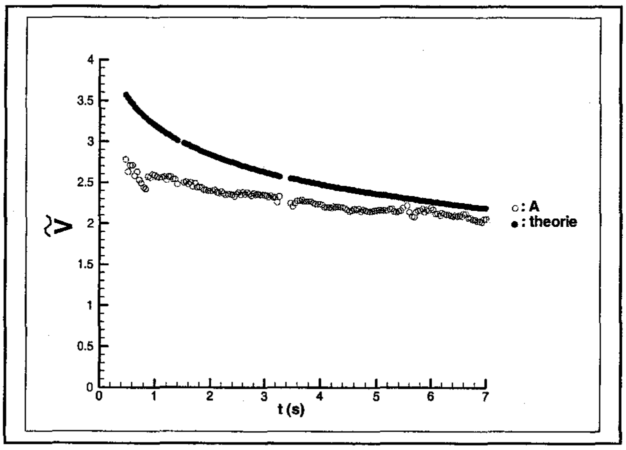


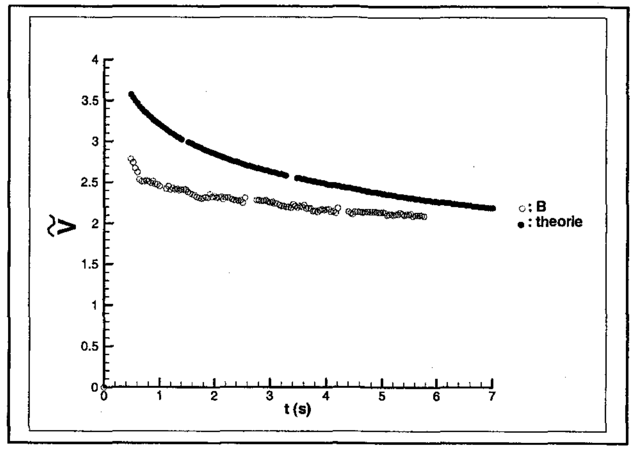


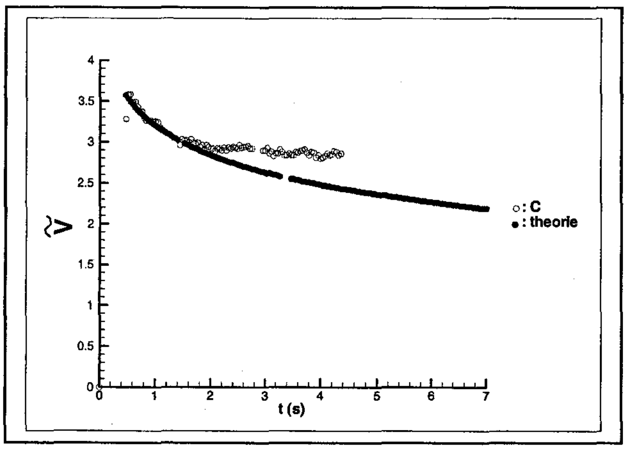

Tourbillon A'
V (mm/s)
t (s)

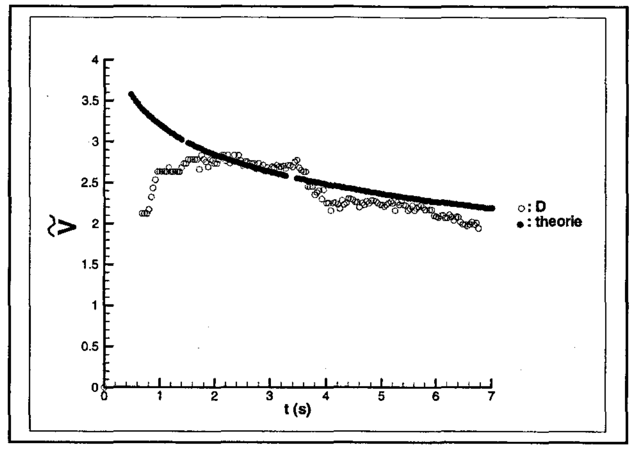

Tourbillon C'
V (mm/s)
t (s)

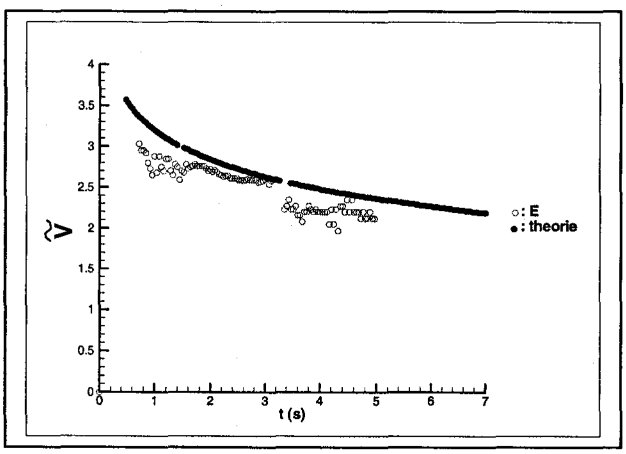
Annexe 8 : Comparaison des vitesses des tourbillons à la théorie

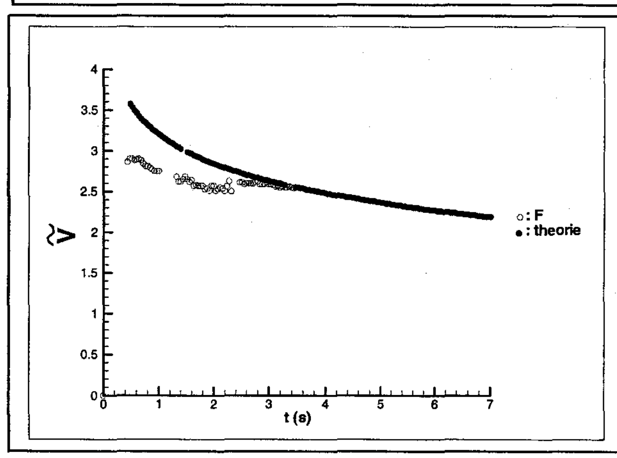


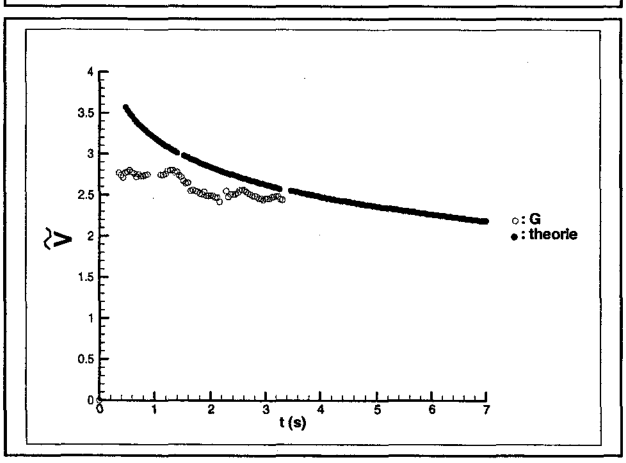




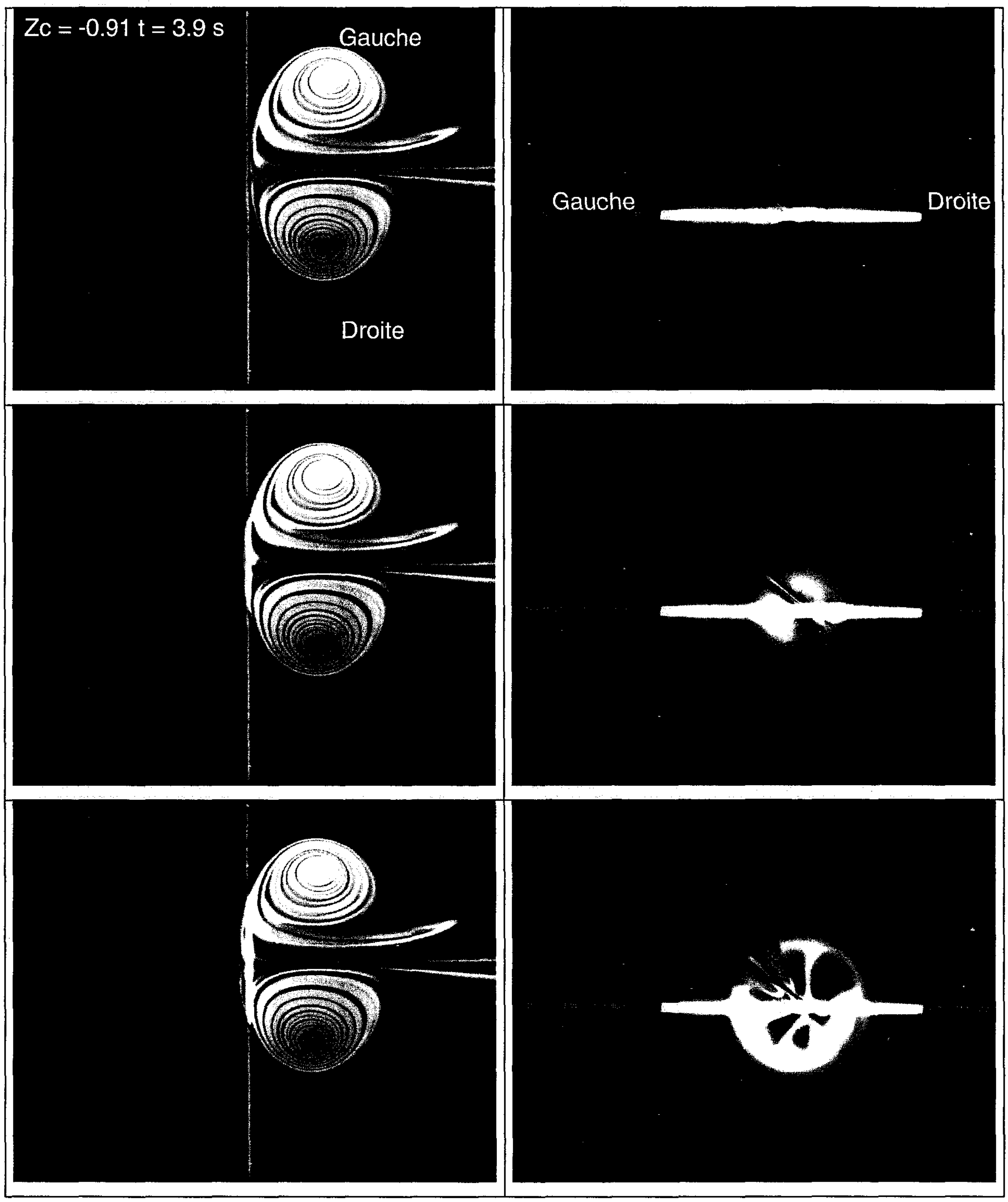


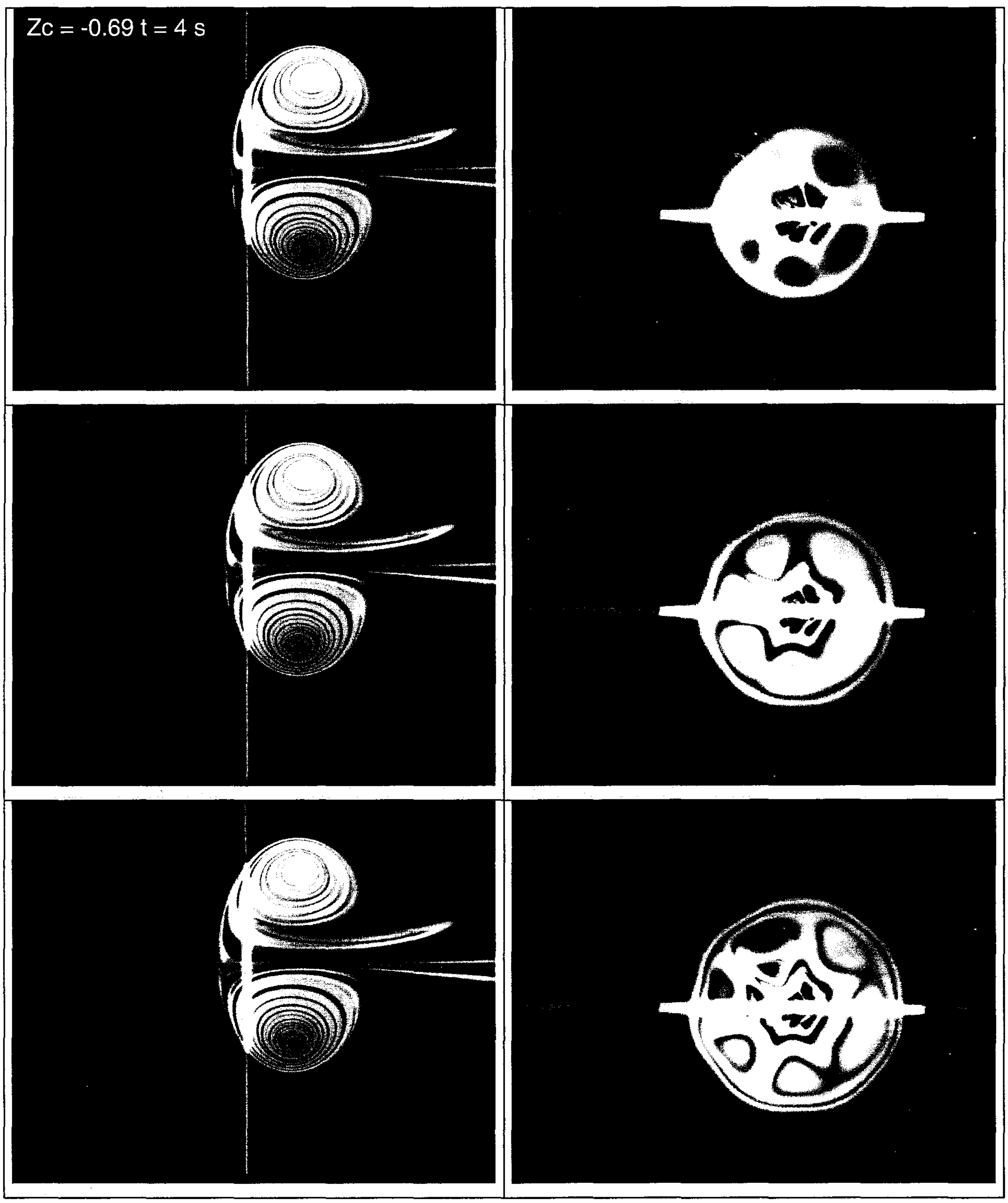


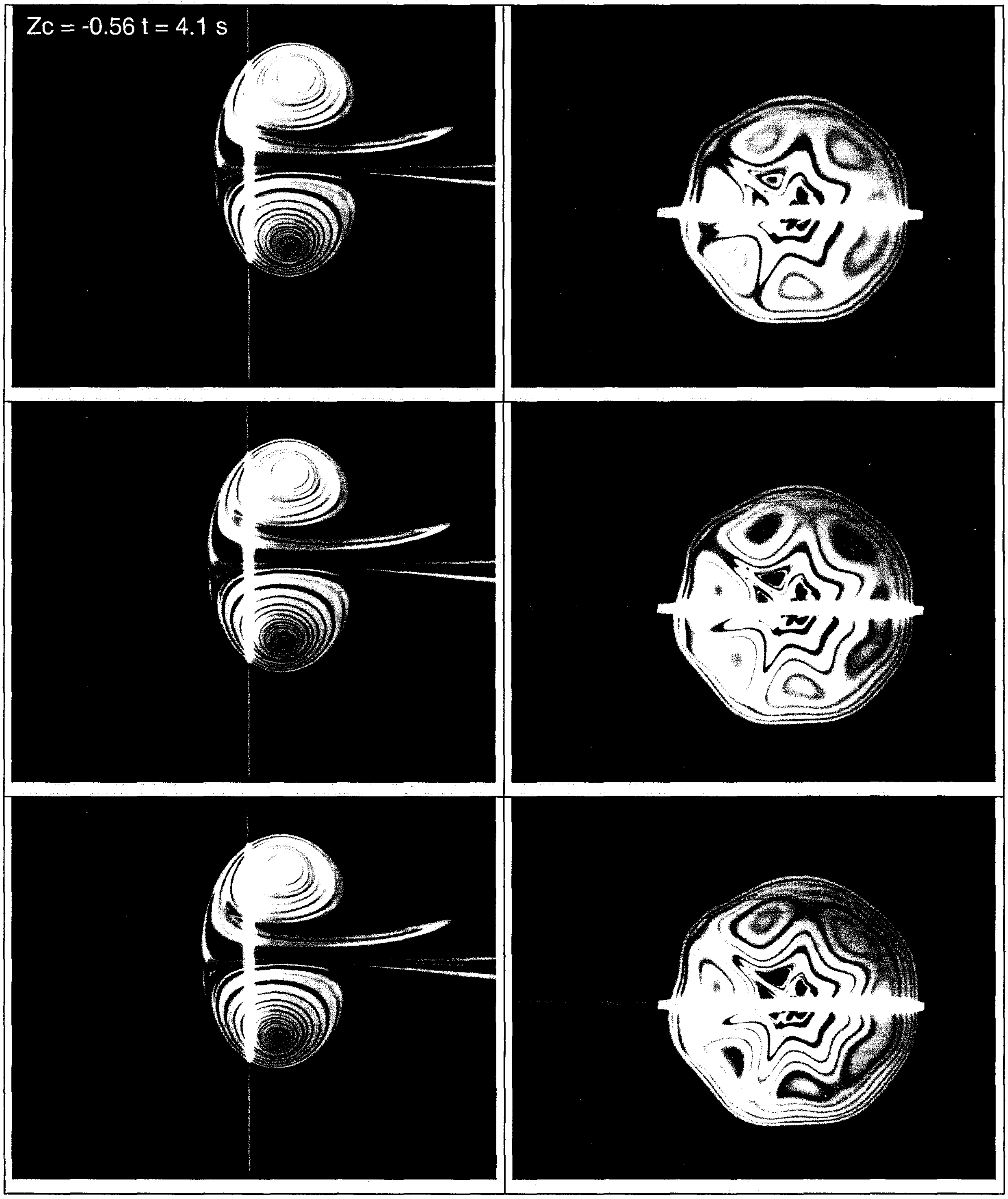


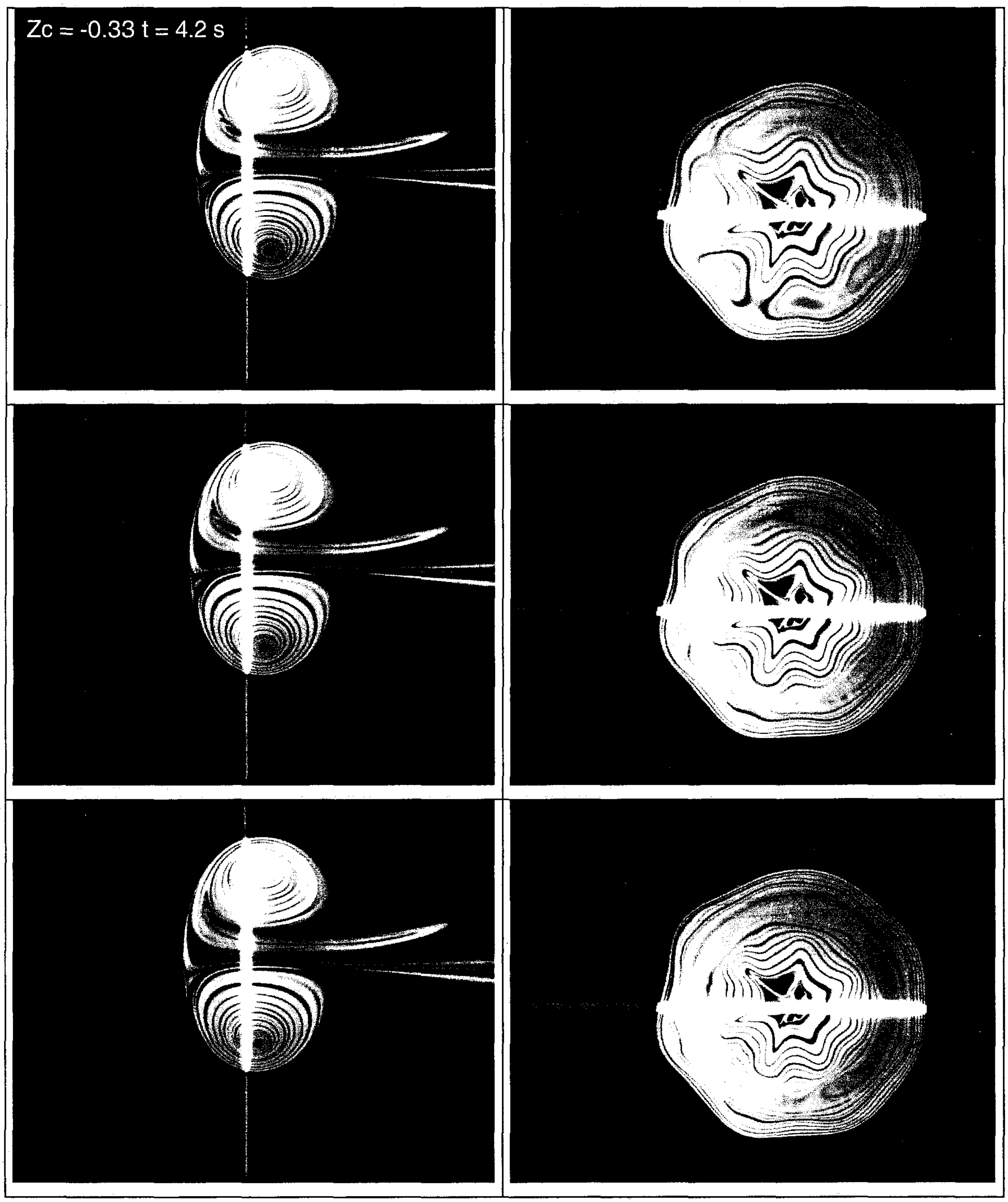


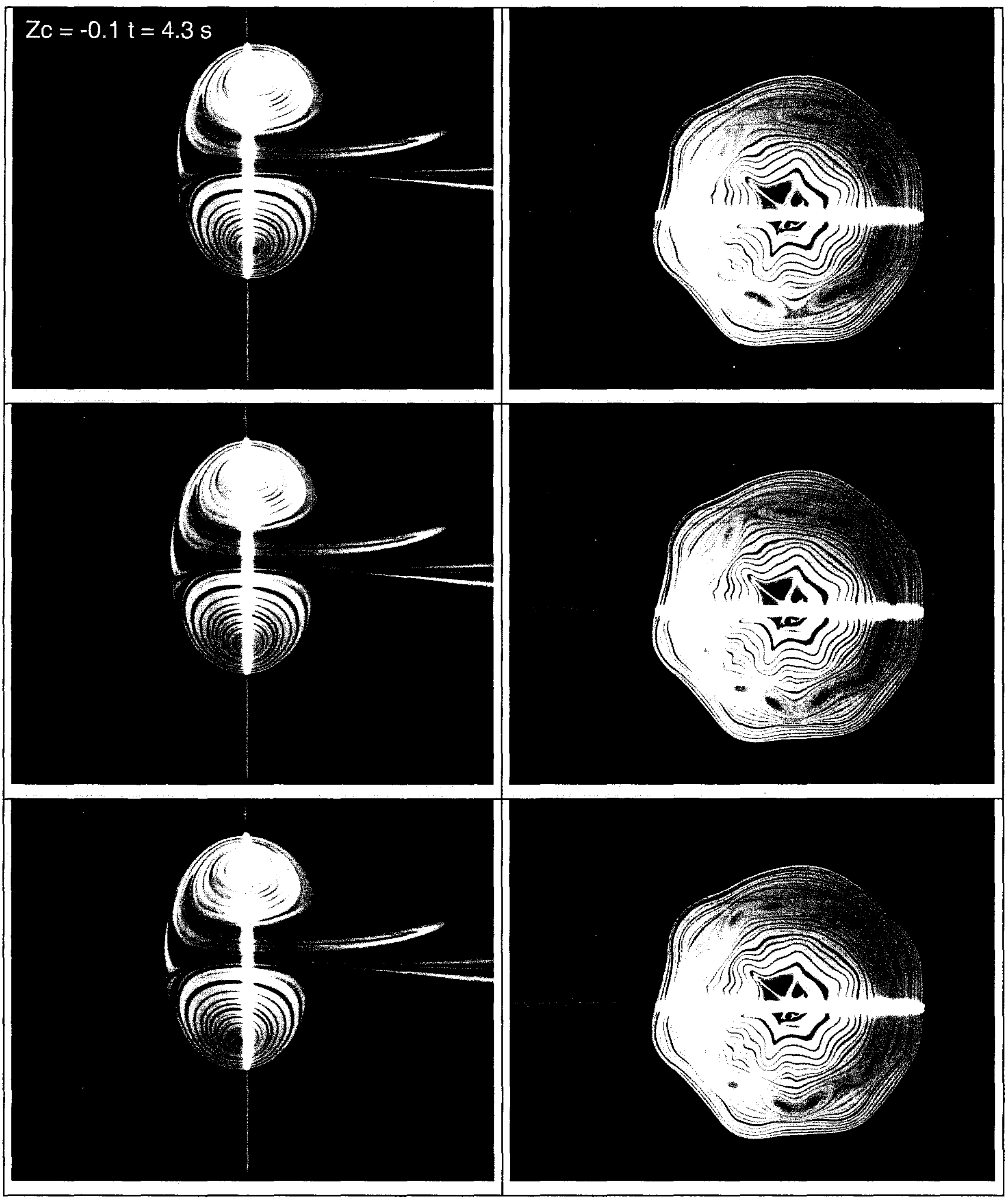
Annexe 9 : Tourbillon D – Z = 220 mm

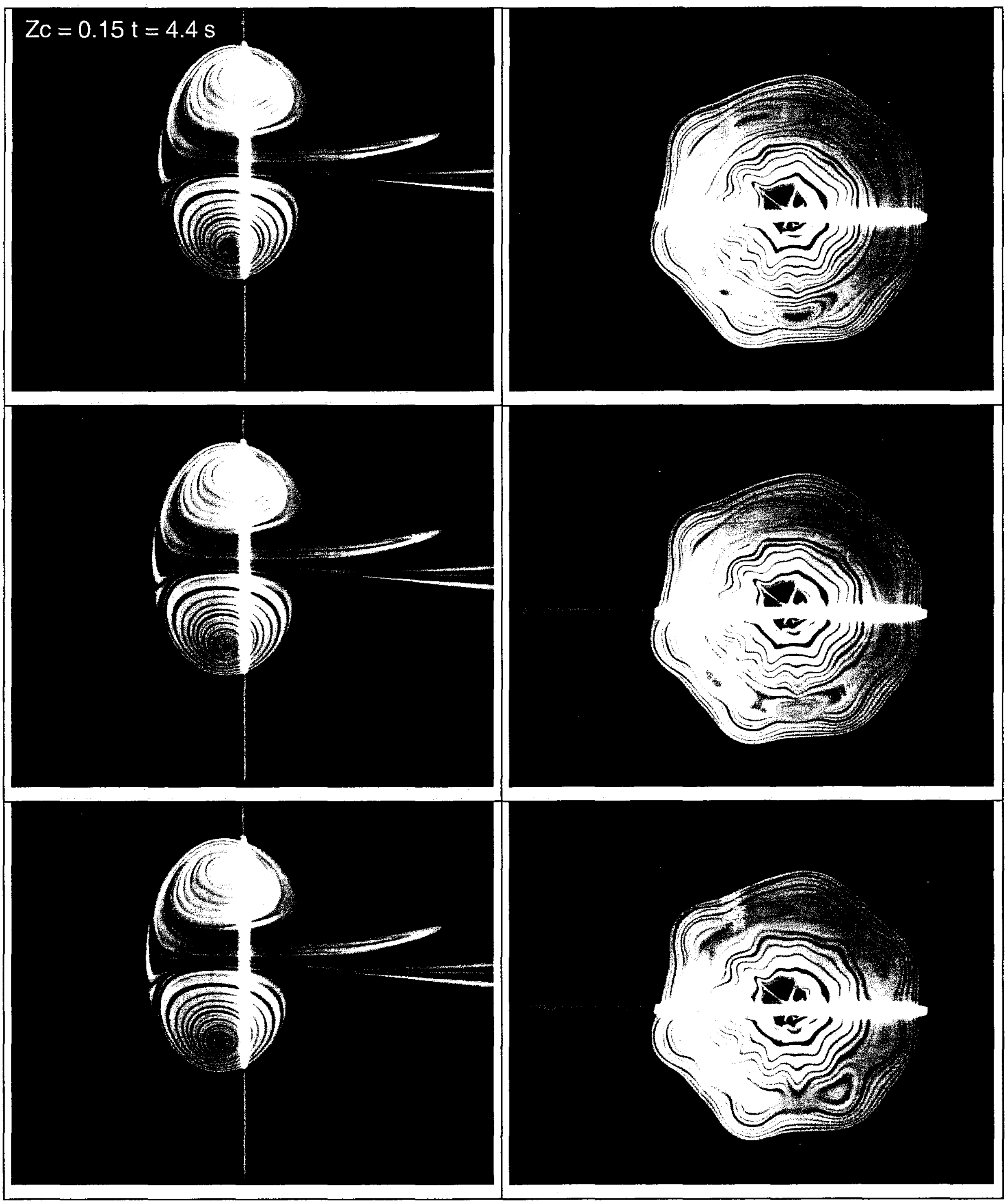


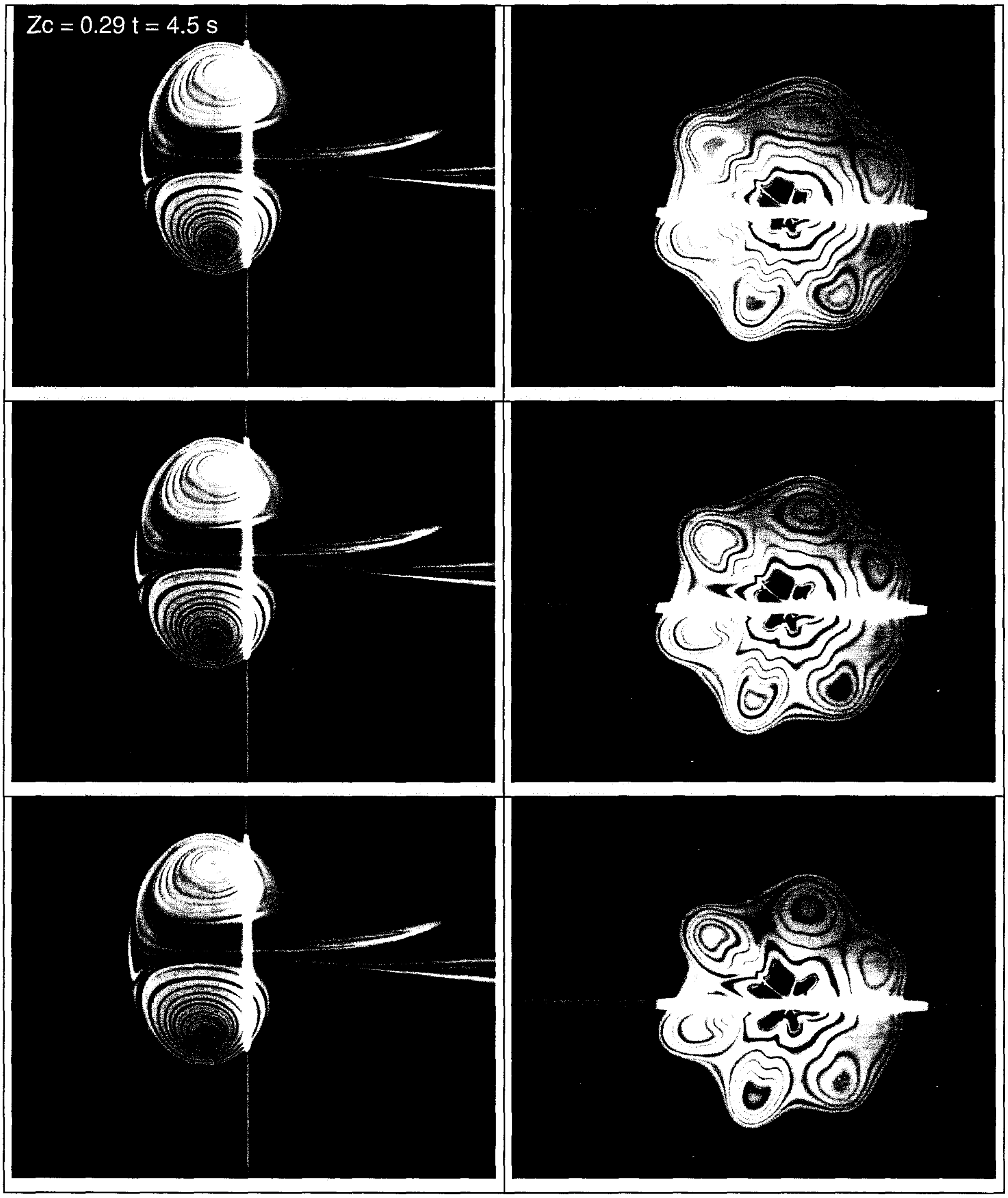

Zc = -0.69 t = 4 s

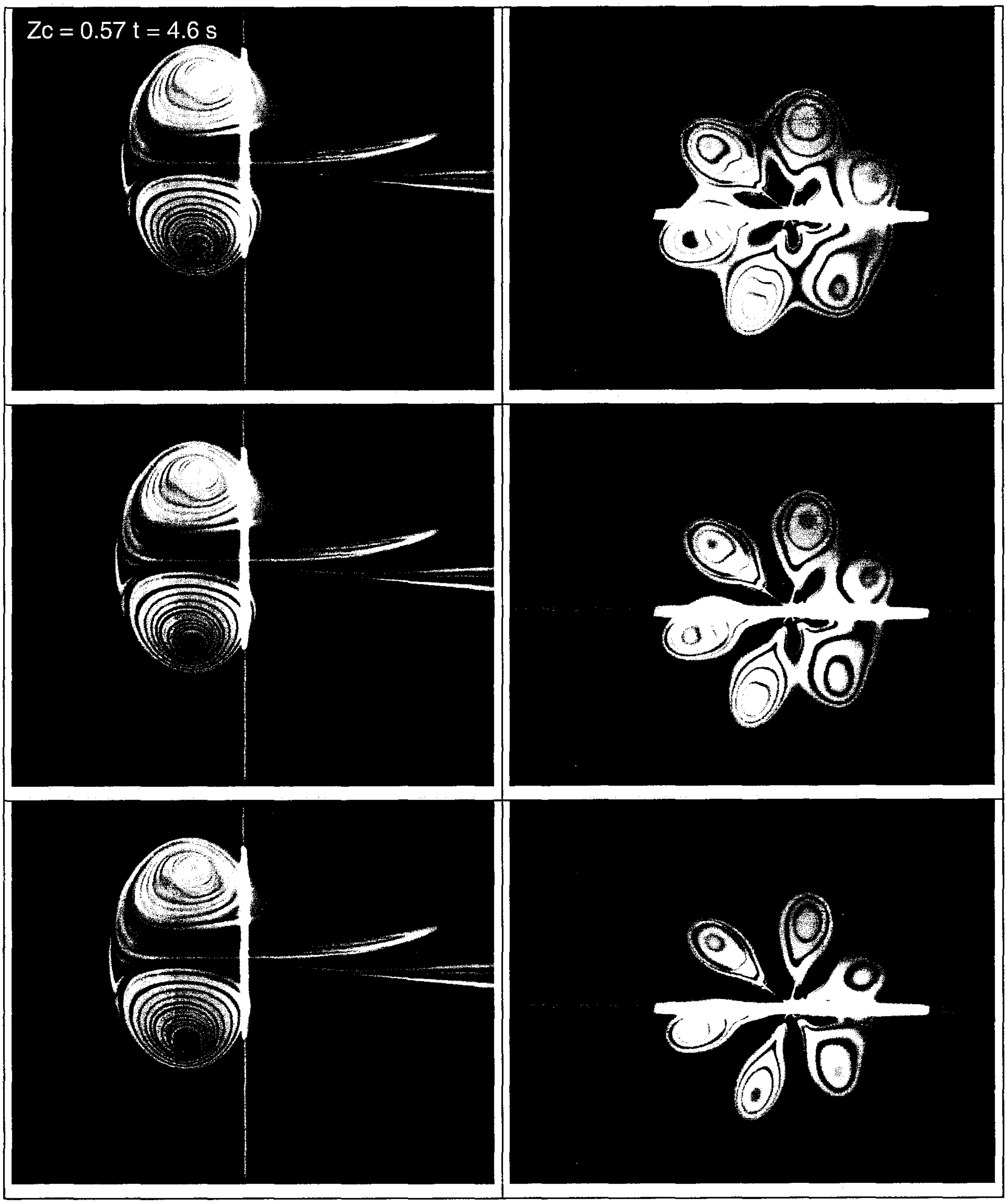

Zc = -0.56 t = 4.1 s

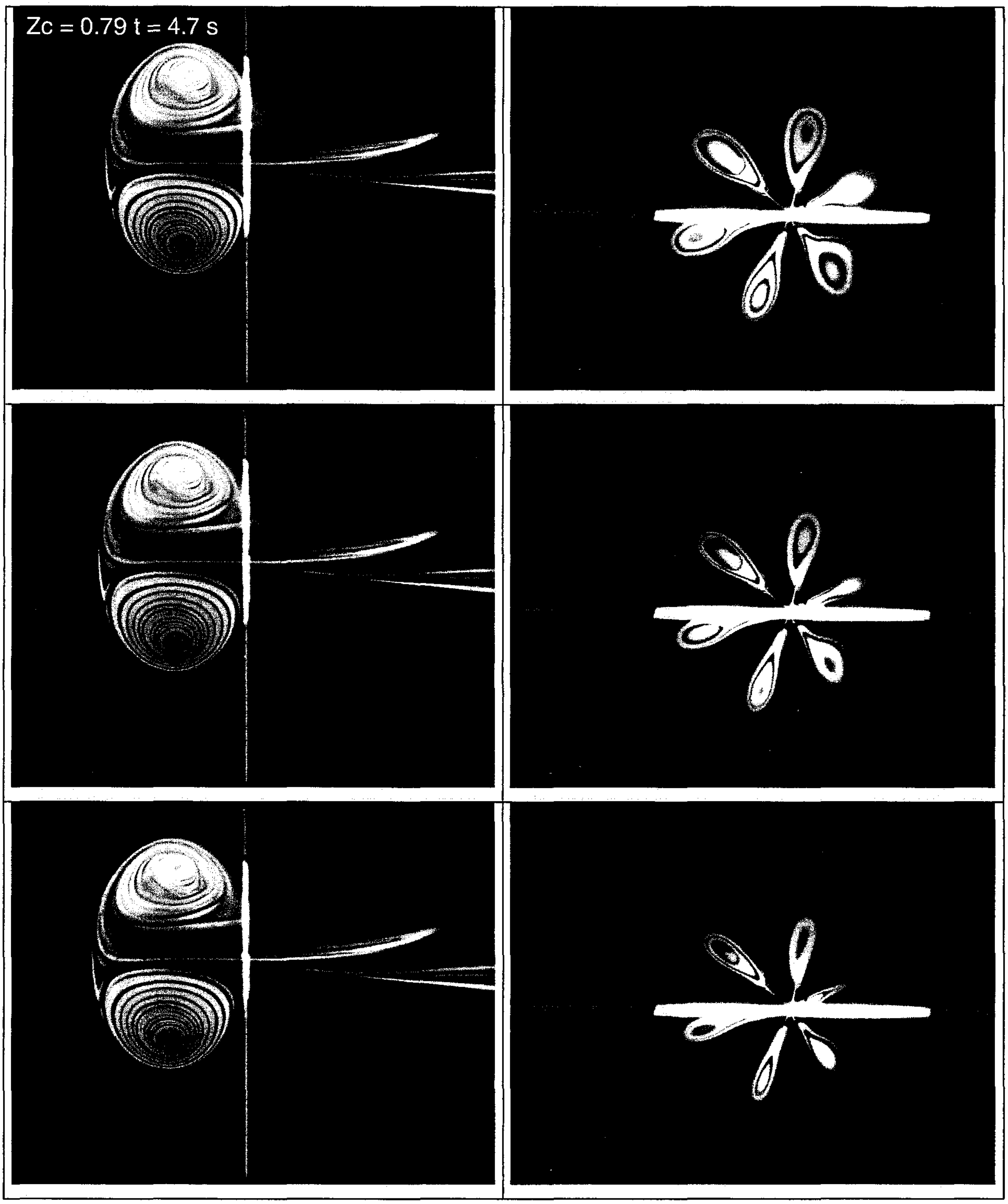

Zc = -0.33 t = 4.2 s


Zc = -0.1 t = 4.3 s

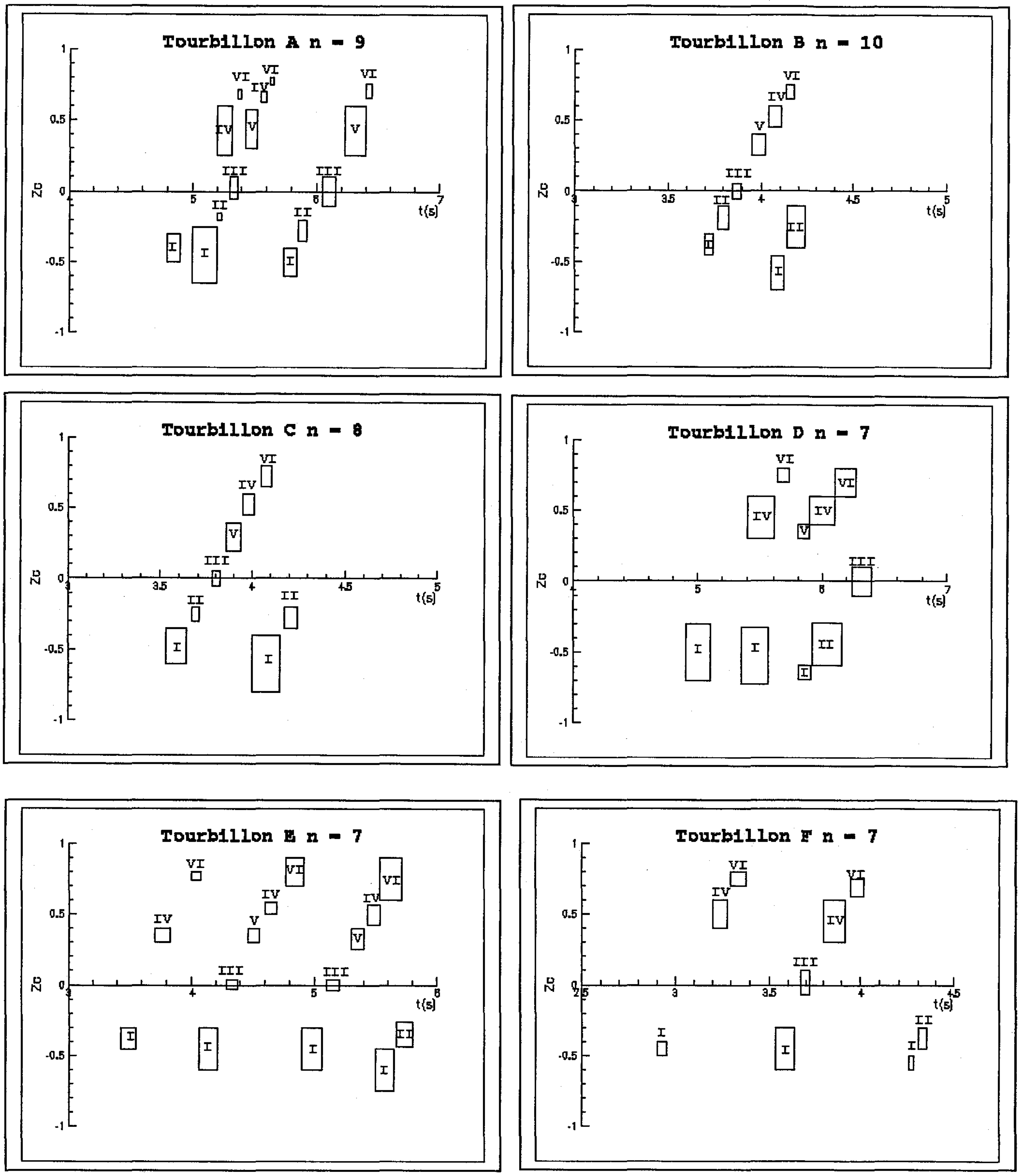

Zc = 0.15 t = 4.4 s


Zc = 0.29 t = 4.5 s


Zc = 0.57 t = 4.6 s

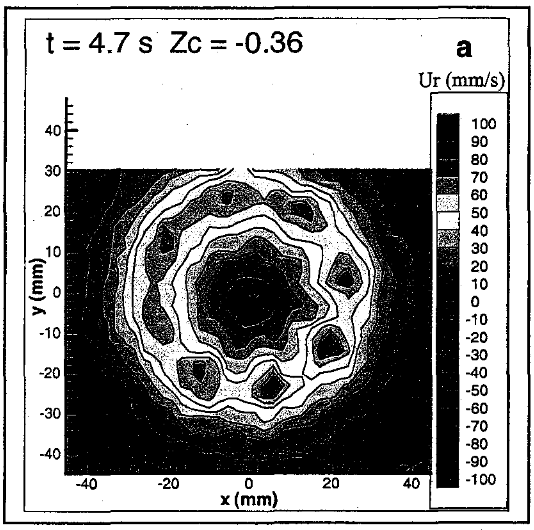

Zc = 0.79 t = 4.7 s

Annexe 10 : Repérage dans l'espace et dans le temps des différentes figures d'instabilité pour les tourbillons A à F



Annexe 11 : Observation de l'instabilité en PIV et en PIV stéréoscopique

A11-1 Tourbillon A'



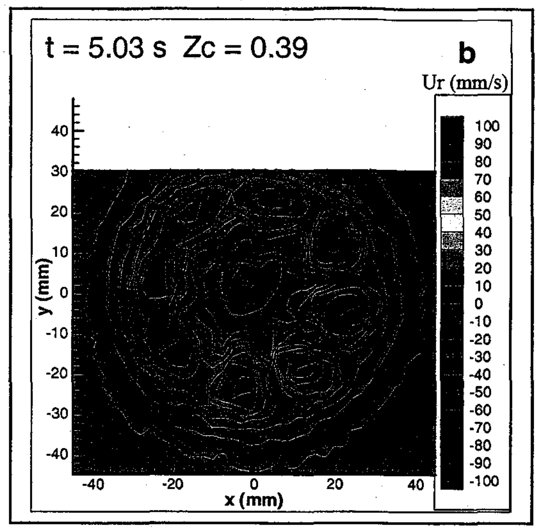
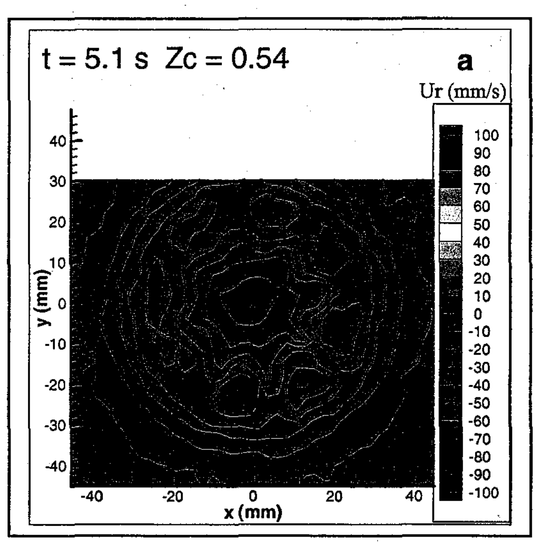


Figure A11.1: Champs de vitesse radiale du tourbillon A' : Z = 246 mm

a - Zc = - 0.36

b- Zc = 0.39



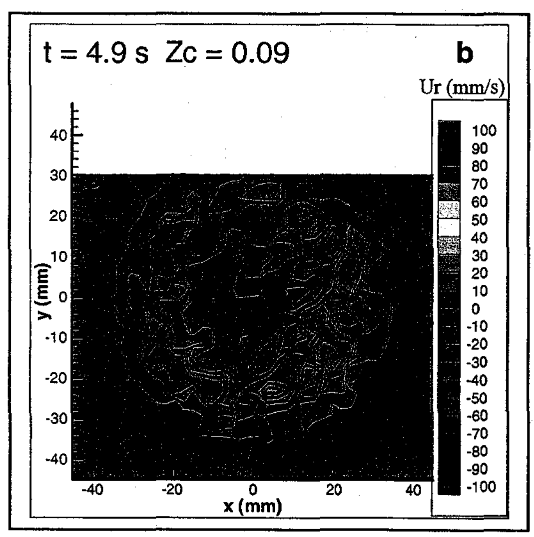


Figure A11.2 : Champs de vitesse radiale du tourbillon A' : Z = 246 mm

a - Zc = 0.54

b- Zc = 0.09

A11-2 Tourbillon C'

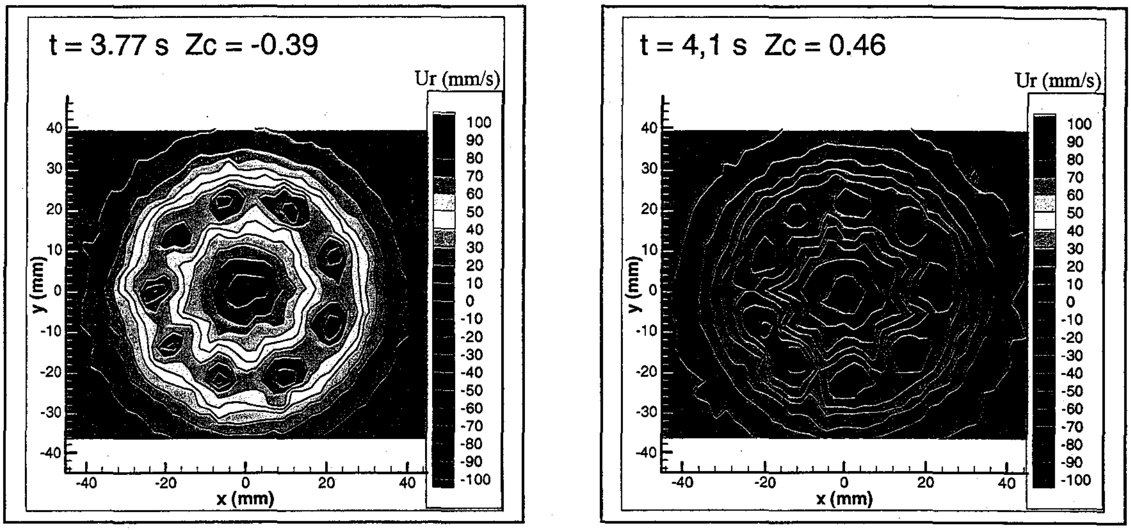


Figure A11.3 : Champs de vitesse radiale PIV du tourbillon C' : Z = 231 mm

a -Zc = -0.39

b- Zc = 0.46

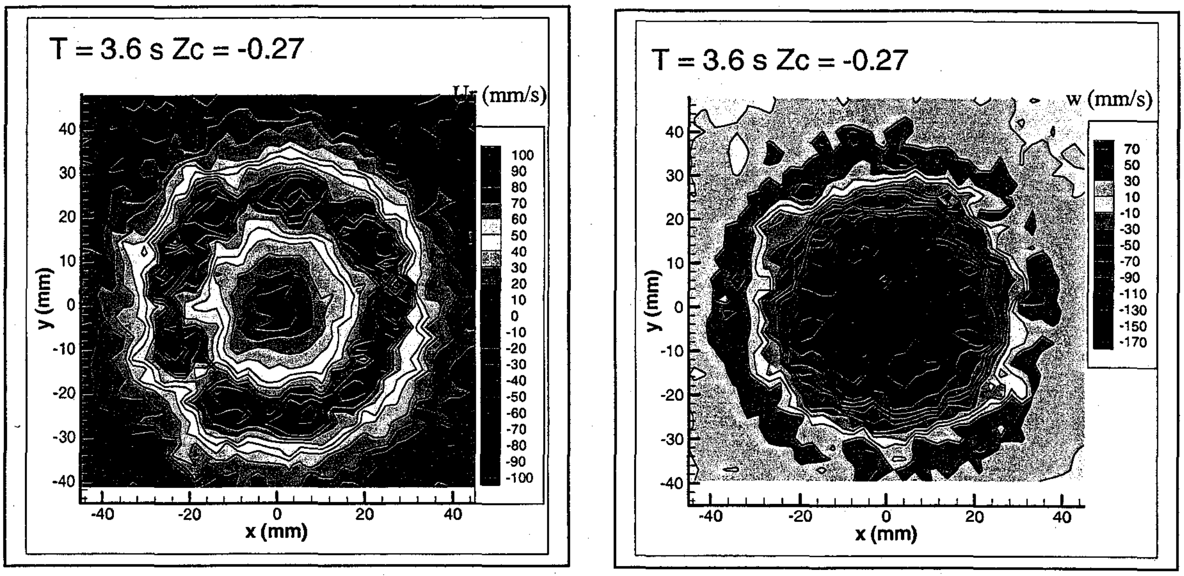


Figure A11.4 : Champs de vitesse radiale (a) et axiale du tourbillon C' : Z = 231 mm Zc = -0.27

PIV stéréoscopique

Annexe 12 : Analyse spectrale

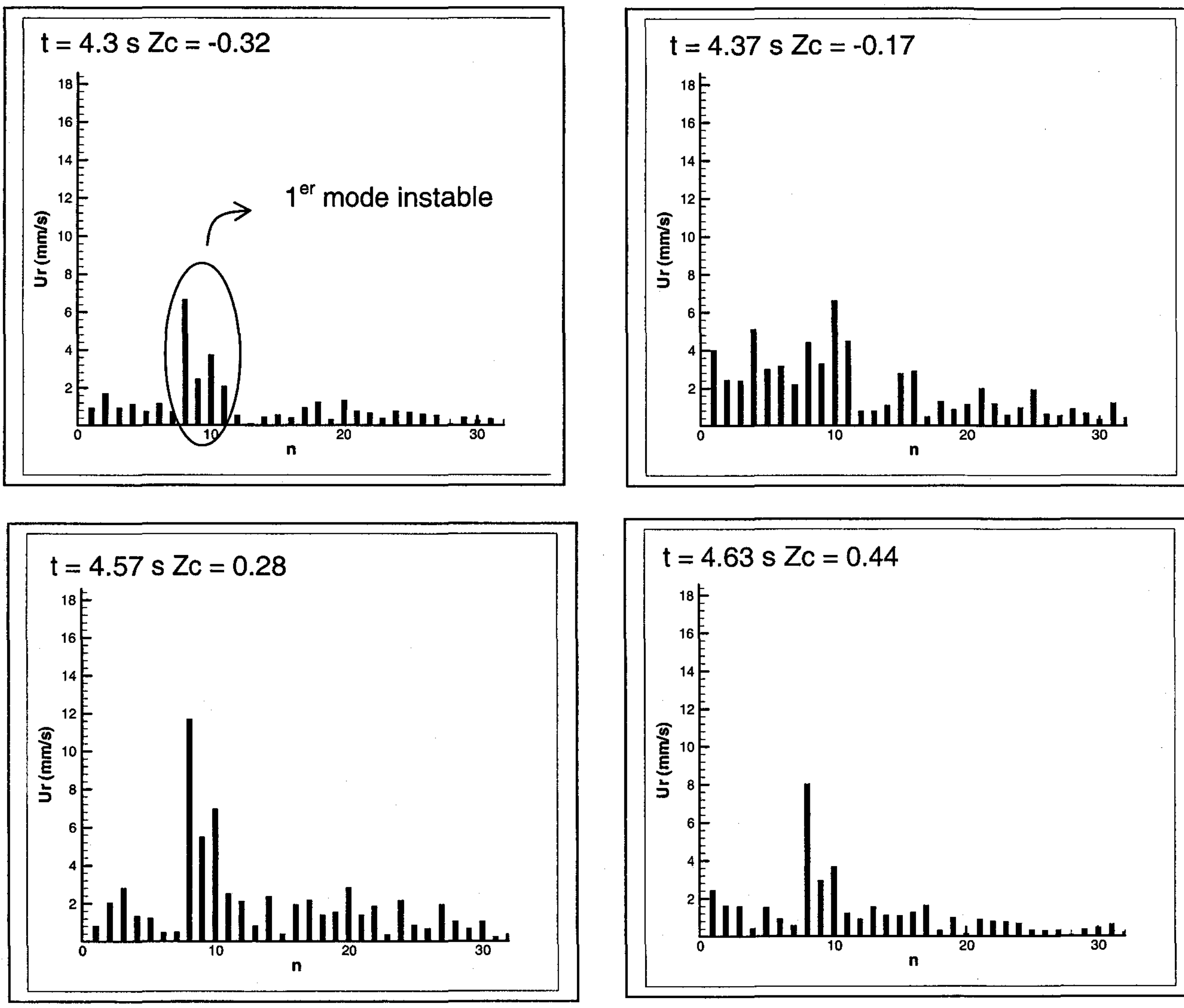


Figure A12.1: Spectre de Fourier – Tourbillon A' – Z = 201 mm 0.15<|Zc|<0.45

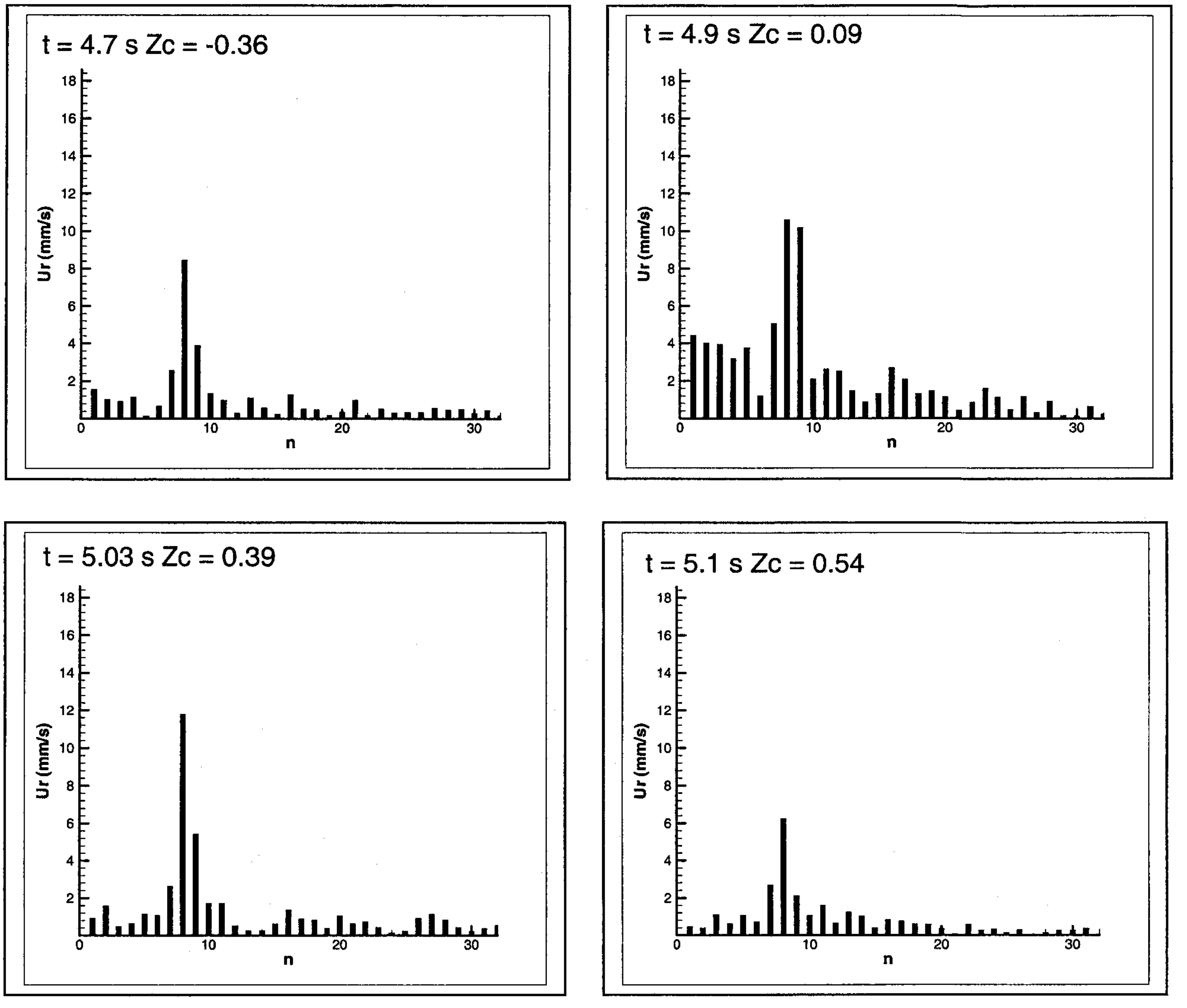


Figure A12.2 : Spectre de Fourier – Tourbillon A' – Z = 246 mm

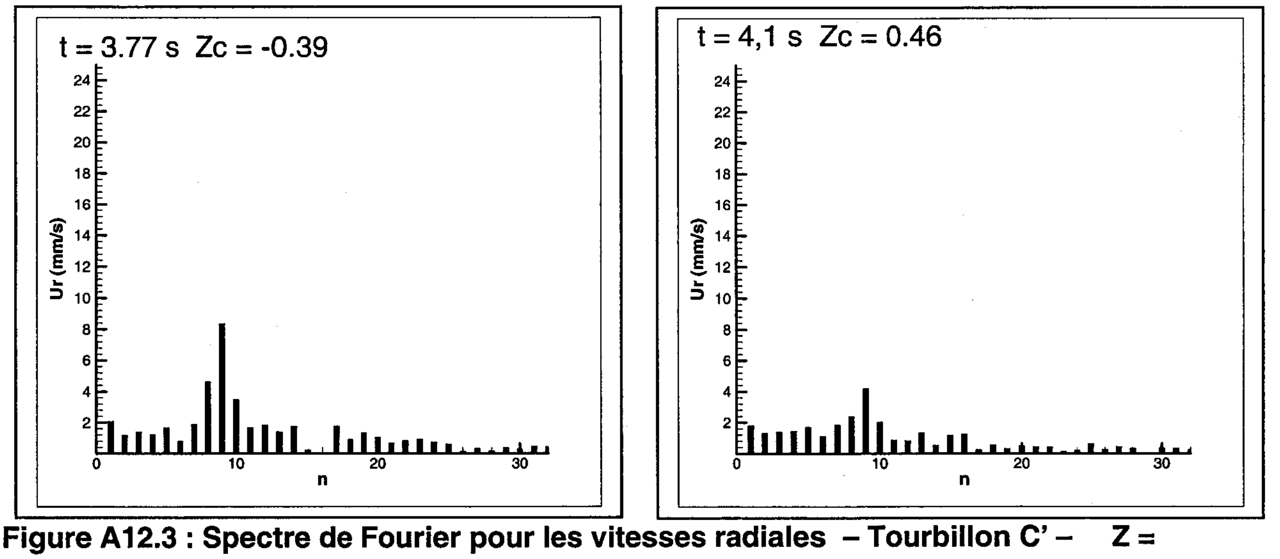


Figure A12.3 : Spectre de Fourier pour les vitesses radiales – Tourbillon C' – Z = 231 mm

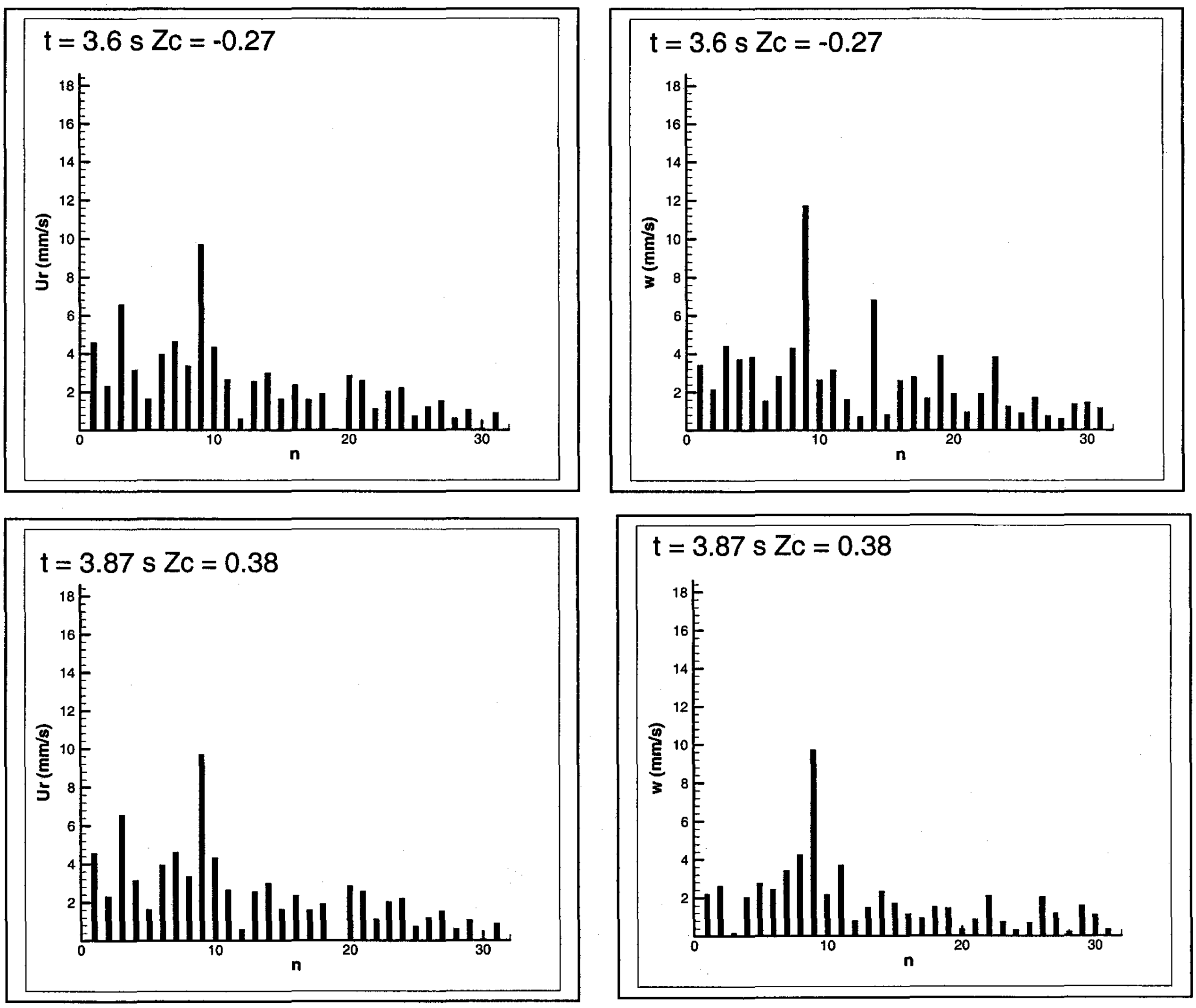
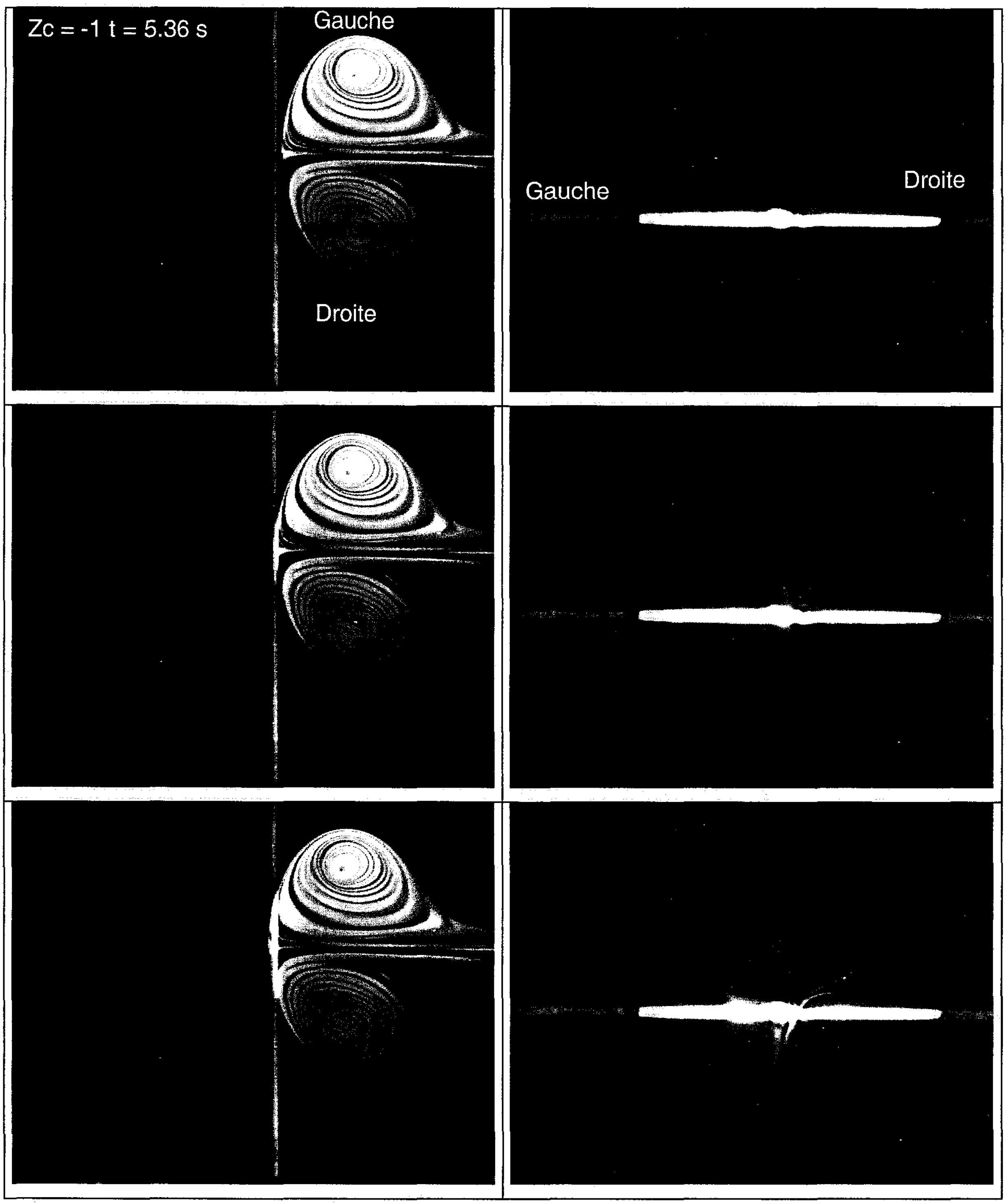
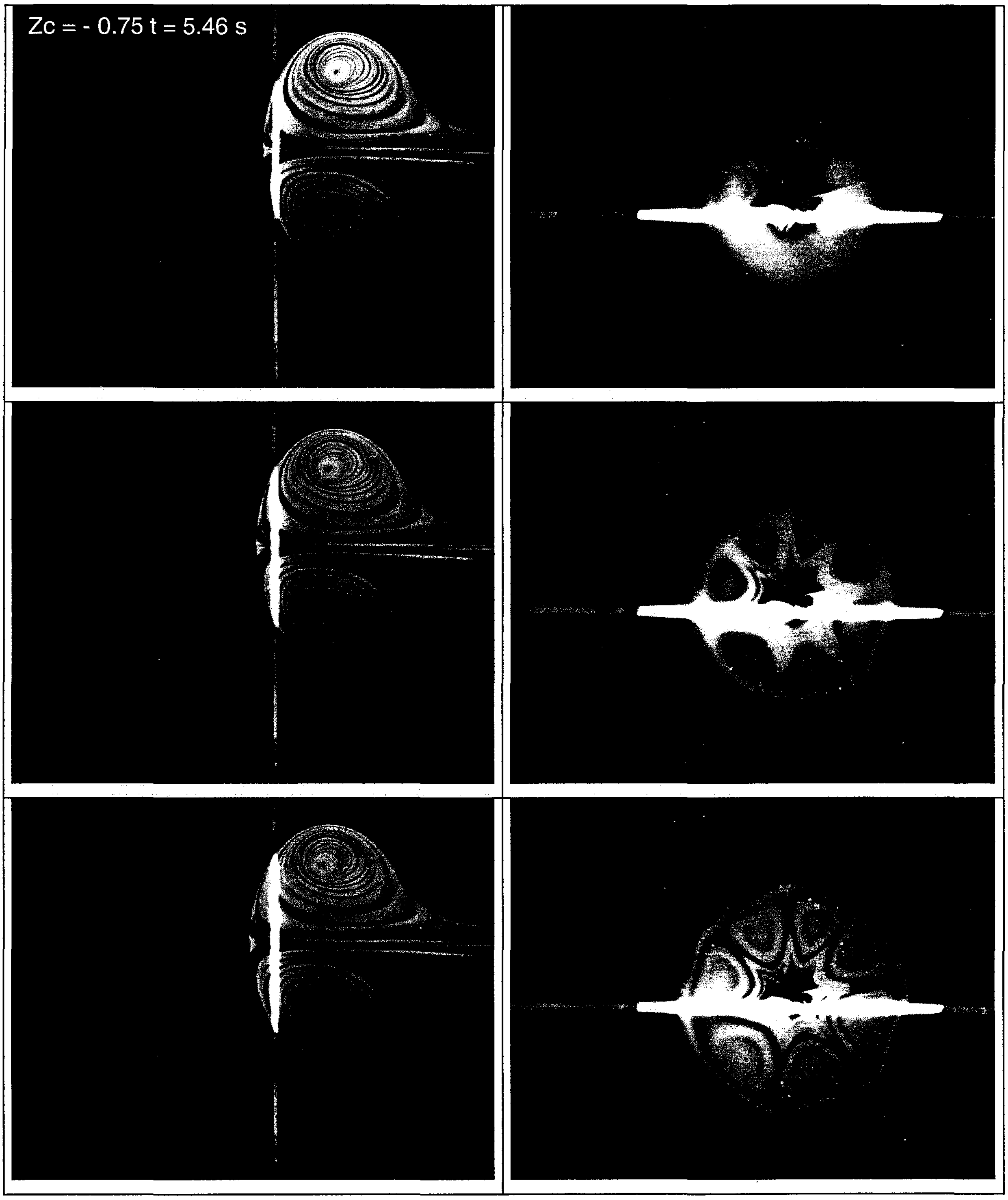
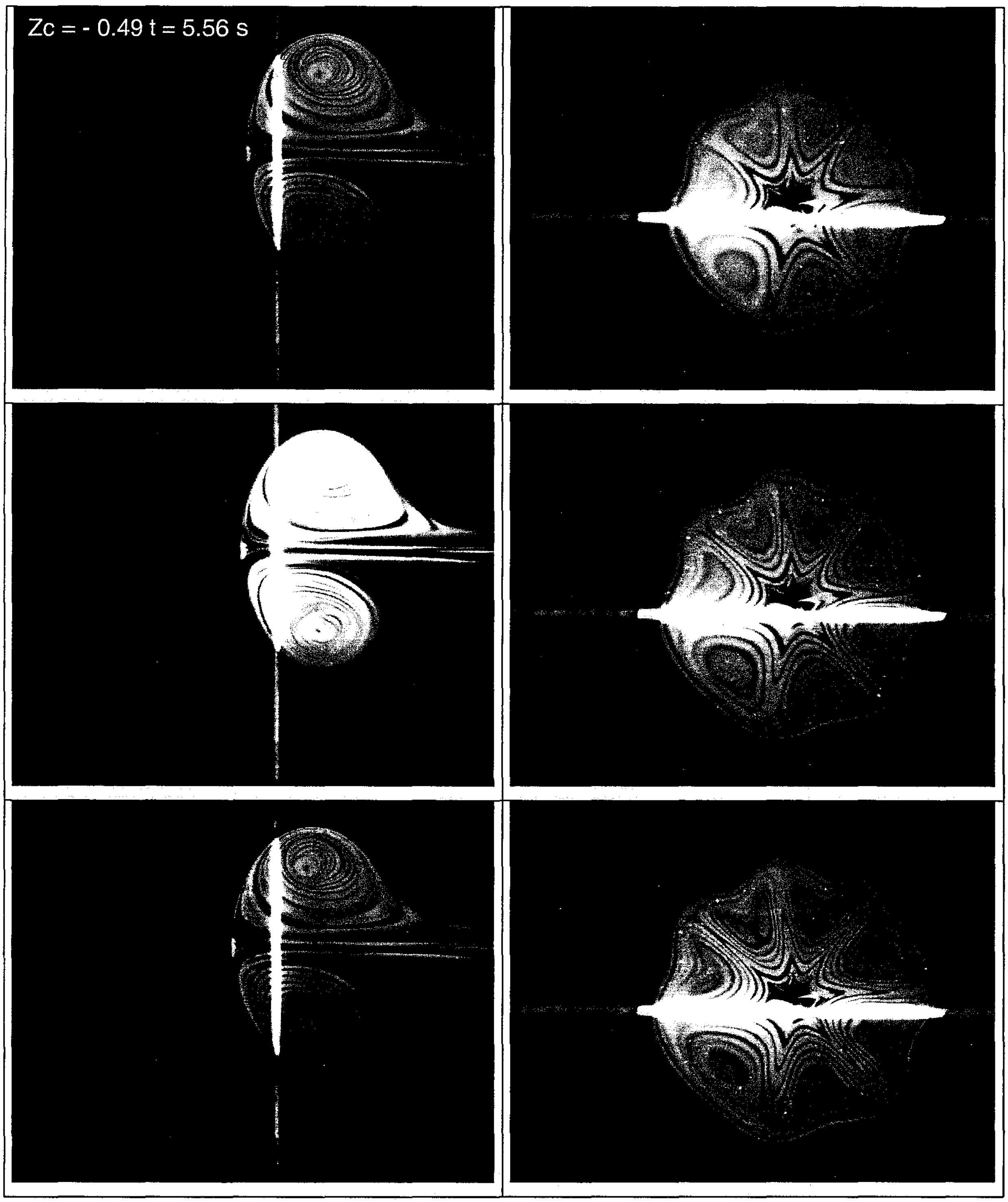


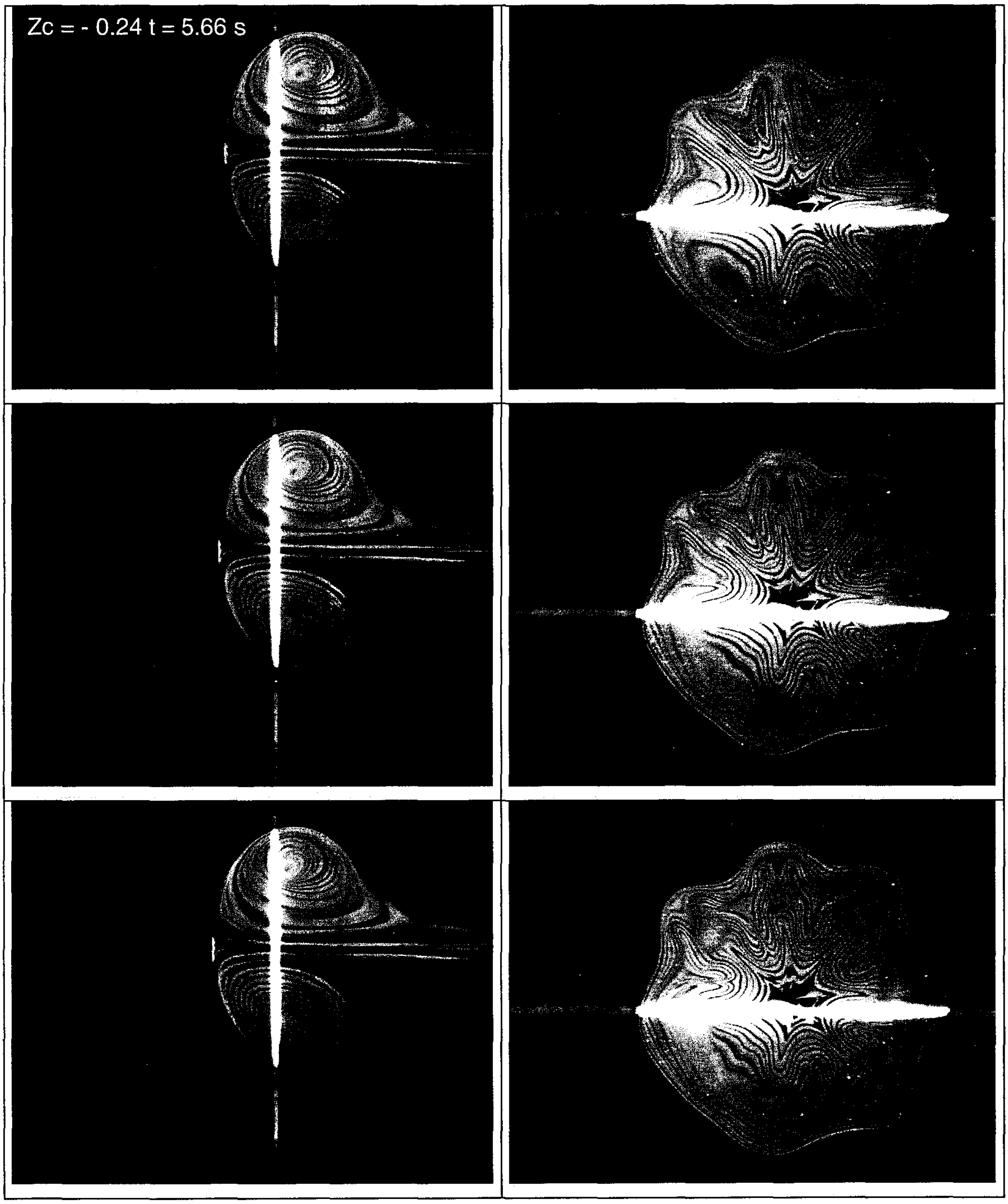
Figure A12.4 : Spectre de Fourier pour les vitesses radiales (a et c) et axiales (b et d) Tourbillon C' – Z = 260 mm - Zc = - 0.27 (a et b) et Zc = 0.38 (c et d)

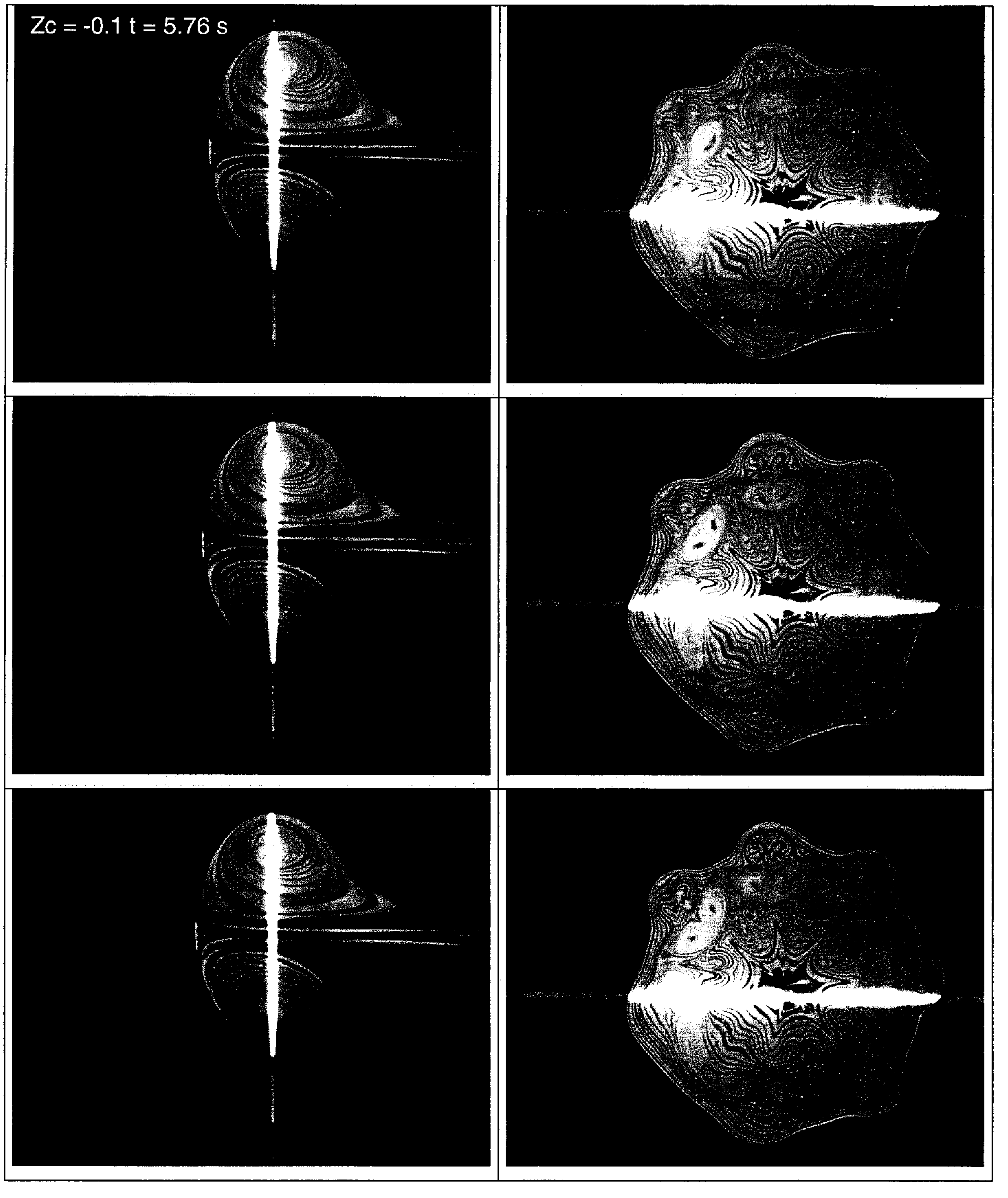
Annexe 13 – Tourbillon E – Z = 309 mm

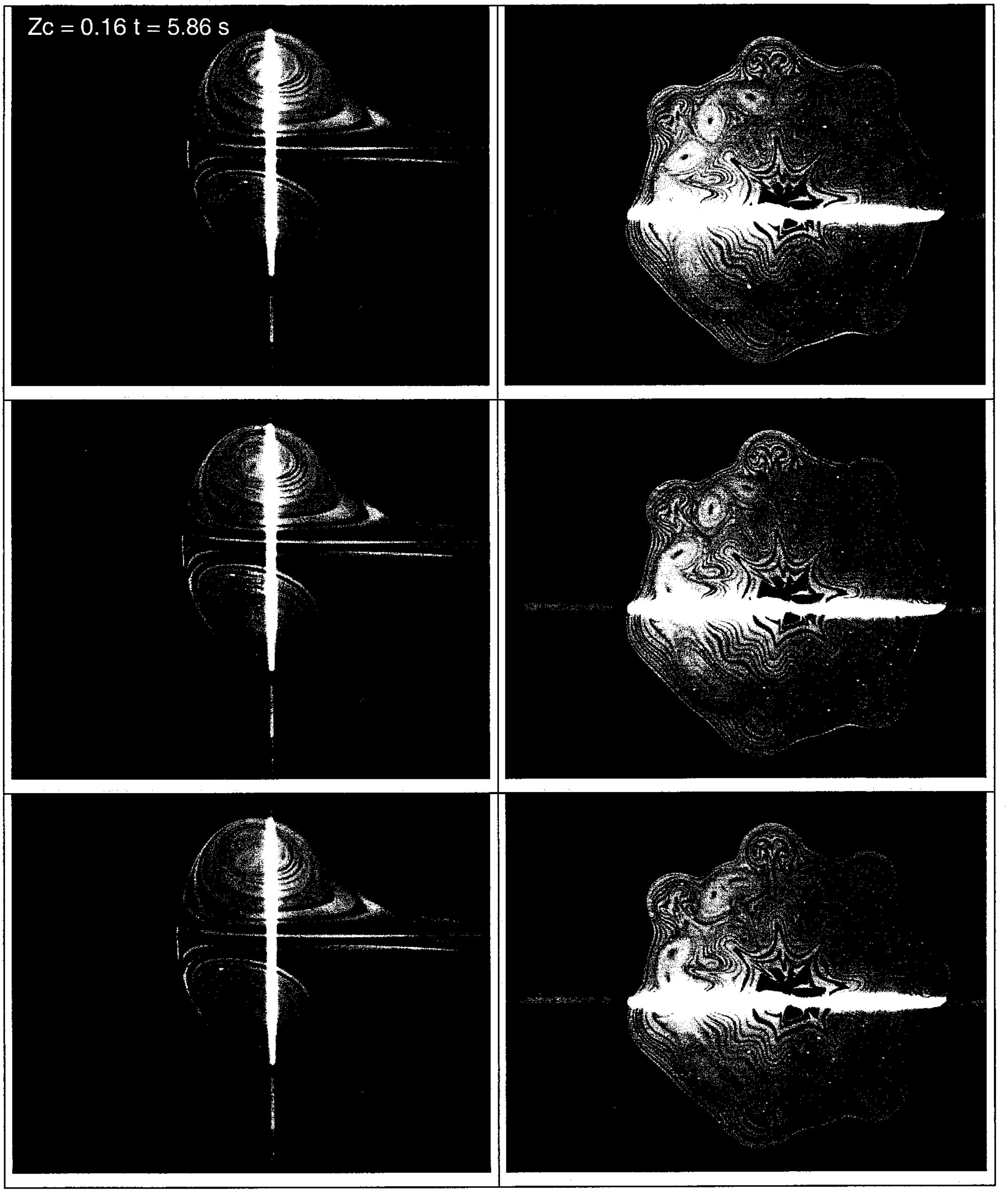


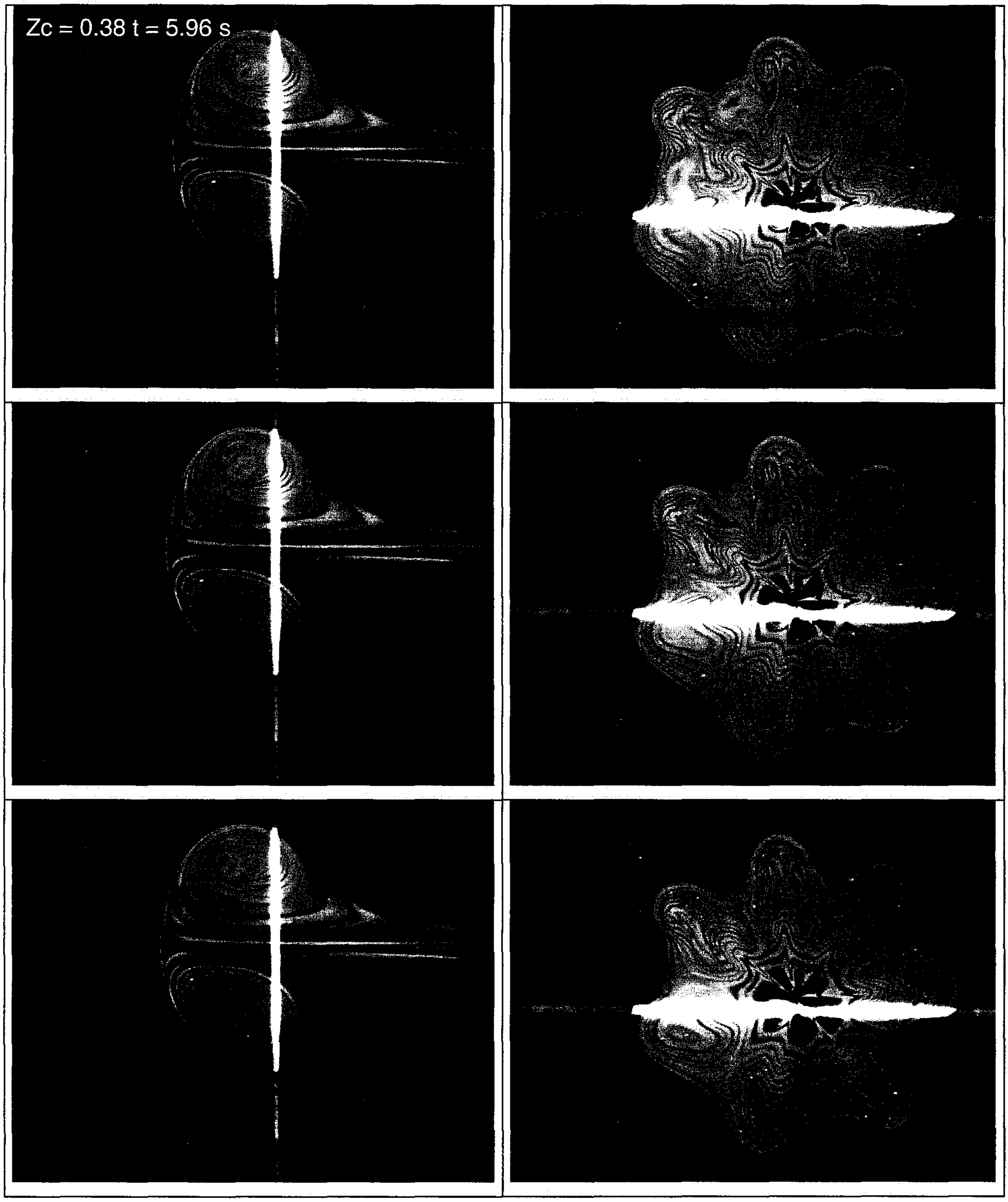

Zc = - 0.75 t = 5.46 s

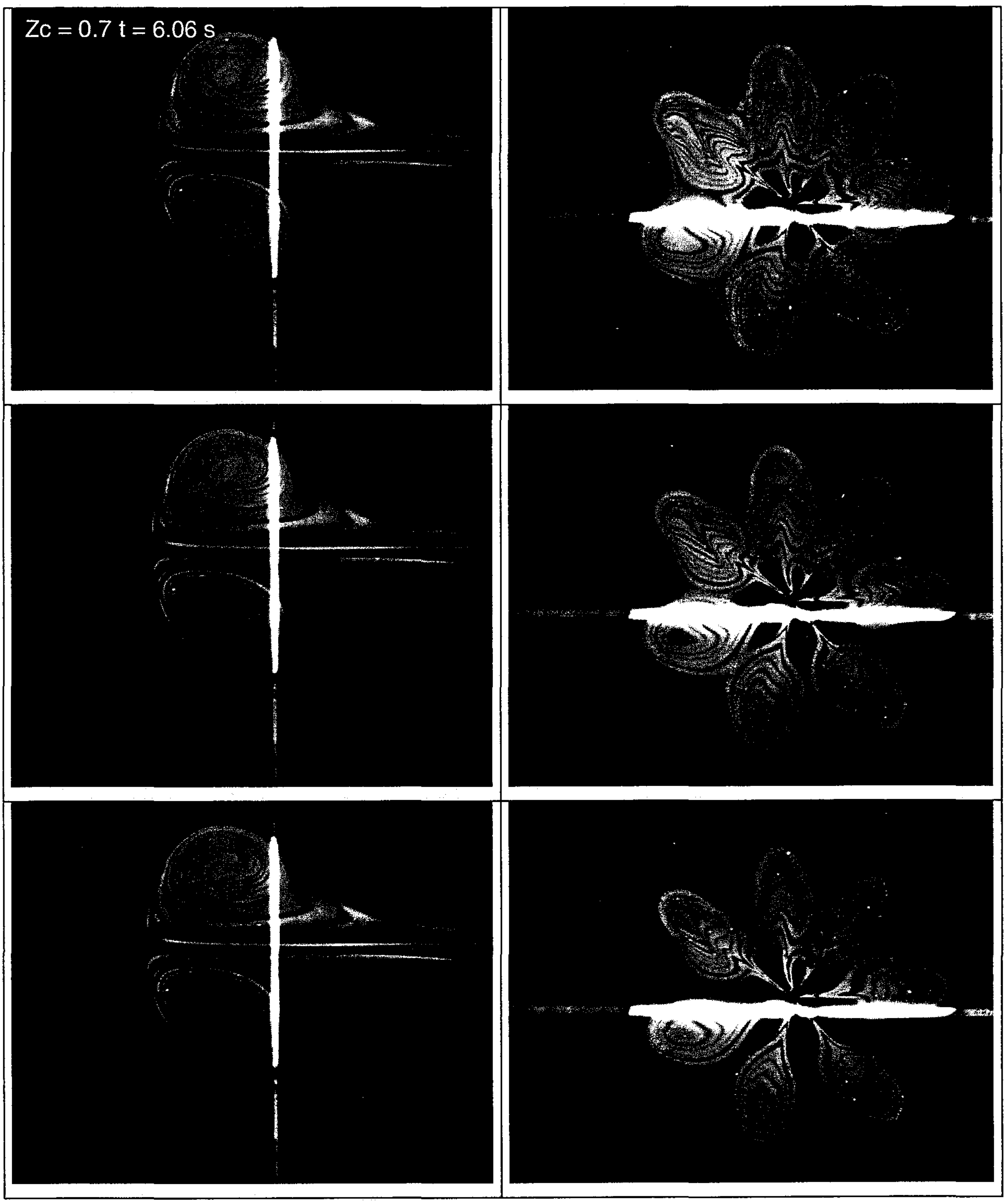

Zc = - 0.49 t = 5.56 s

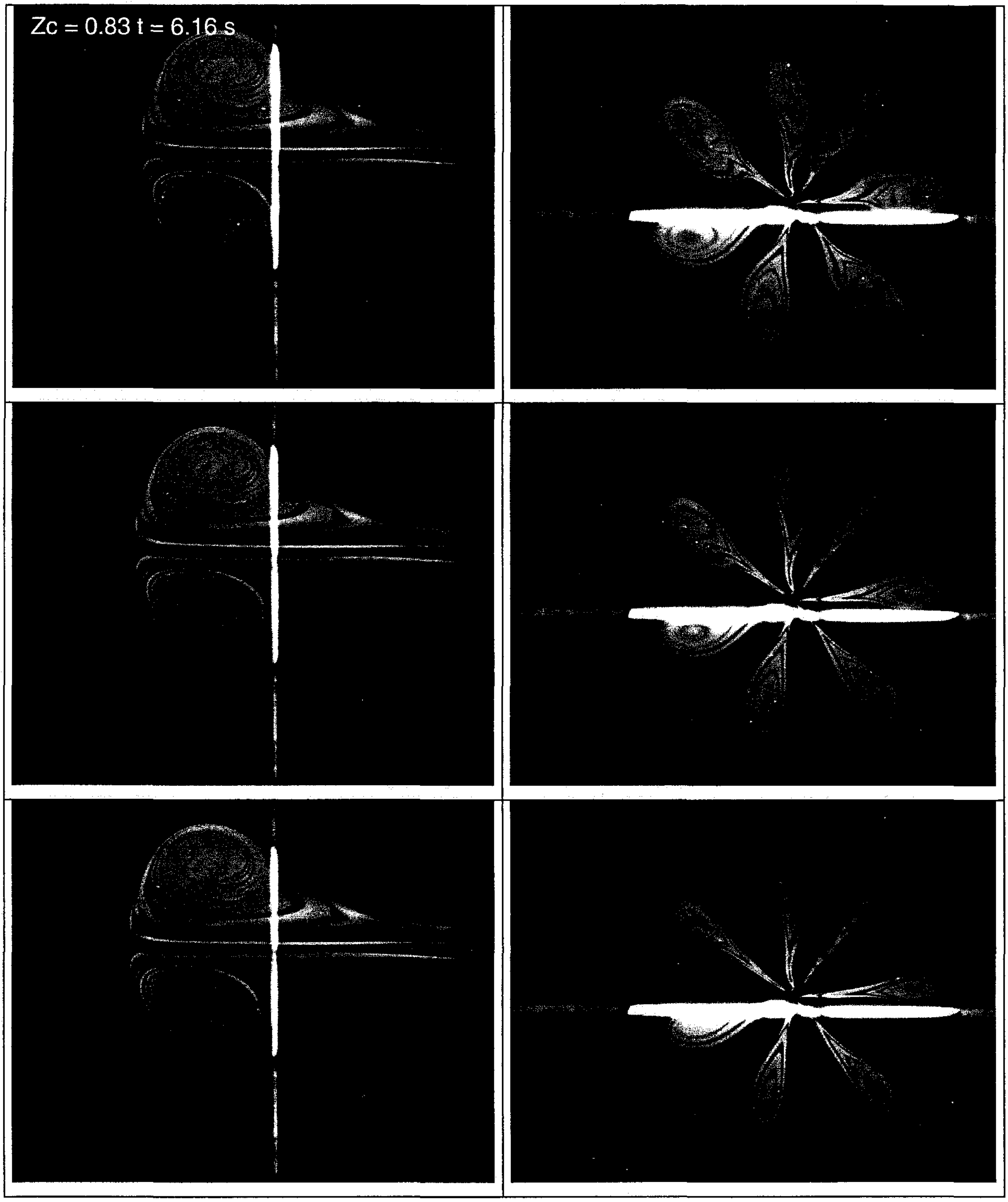

Zc = - 0.24 t = 5.66 s


Zc = -0.1 t = 5.76 s

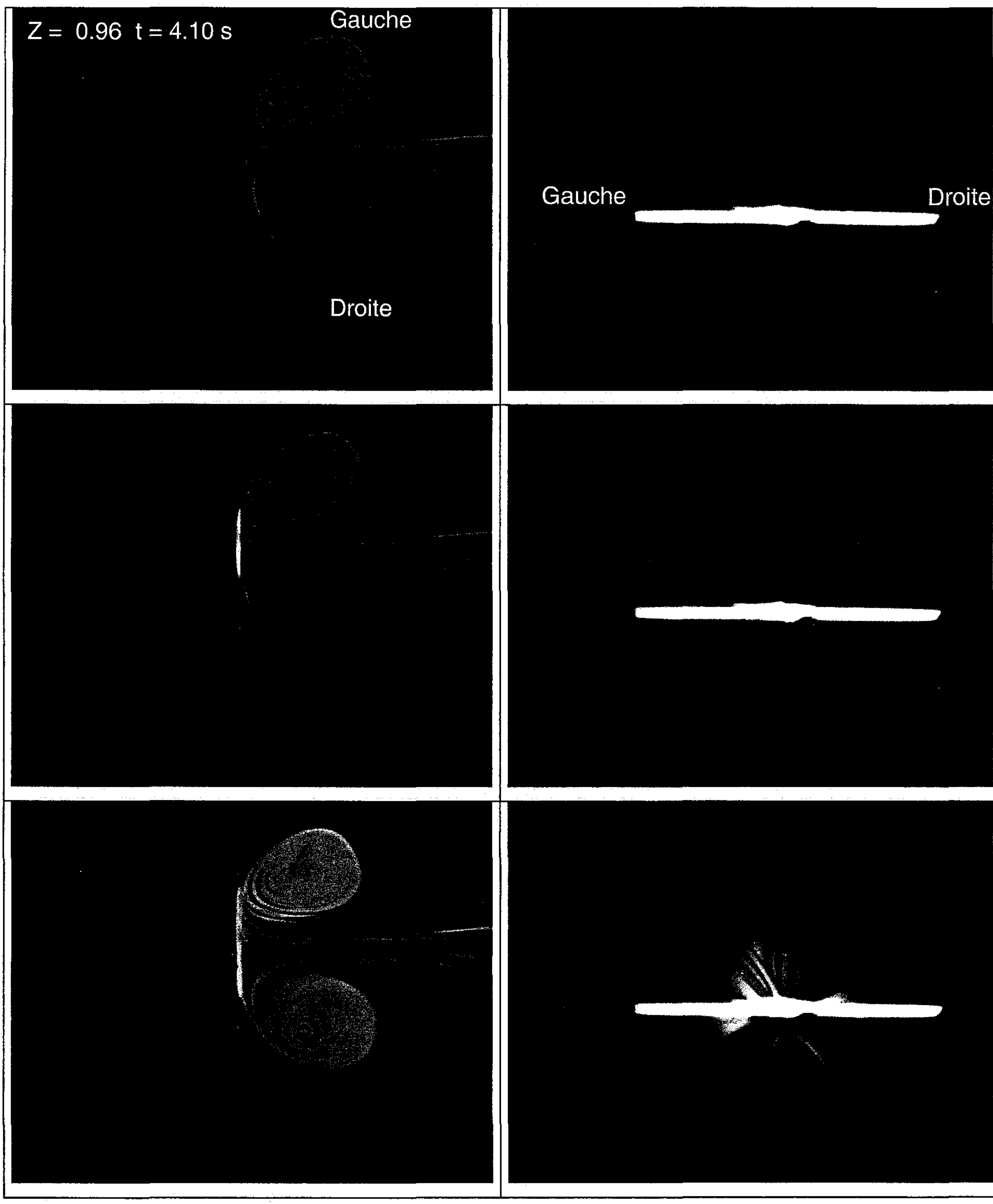

Zc = 0.16 t = 5.86 s

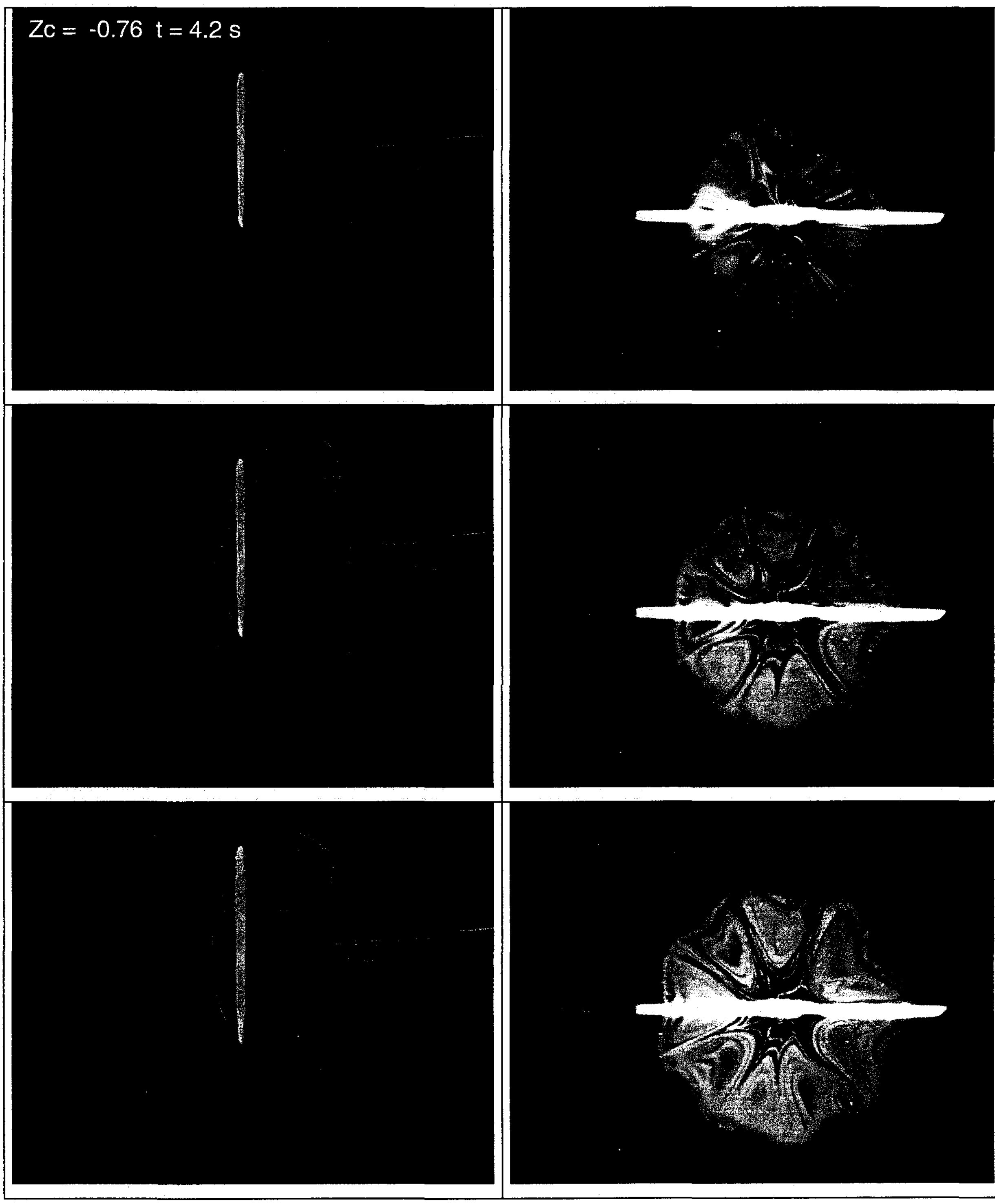

Zc = 0.38 t = 5.96 s

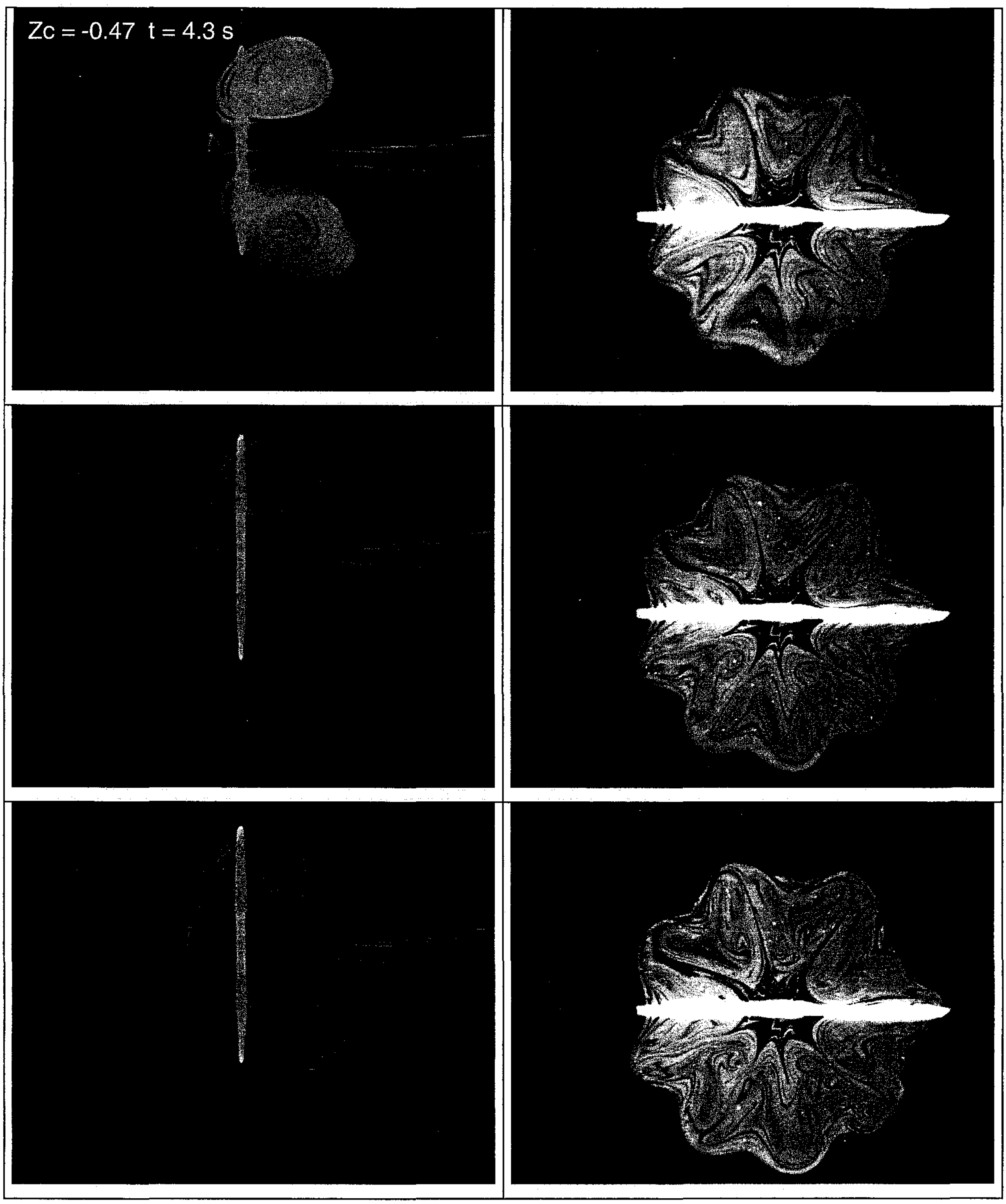

Zc = 0.7 t = 6.06 s

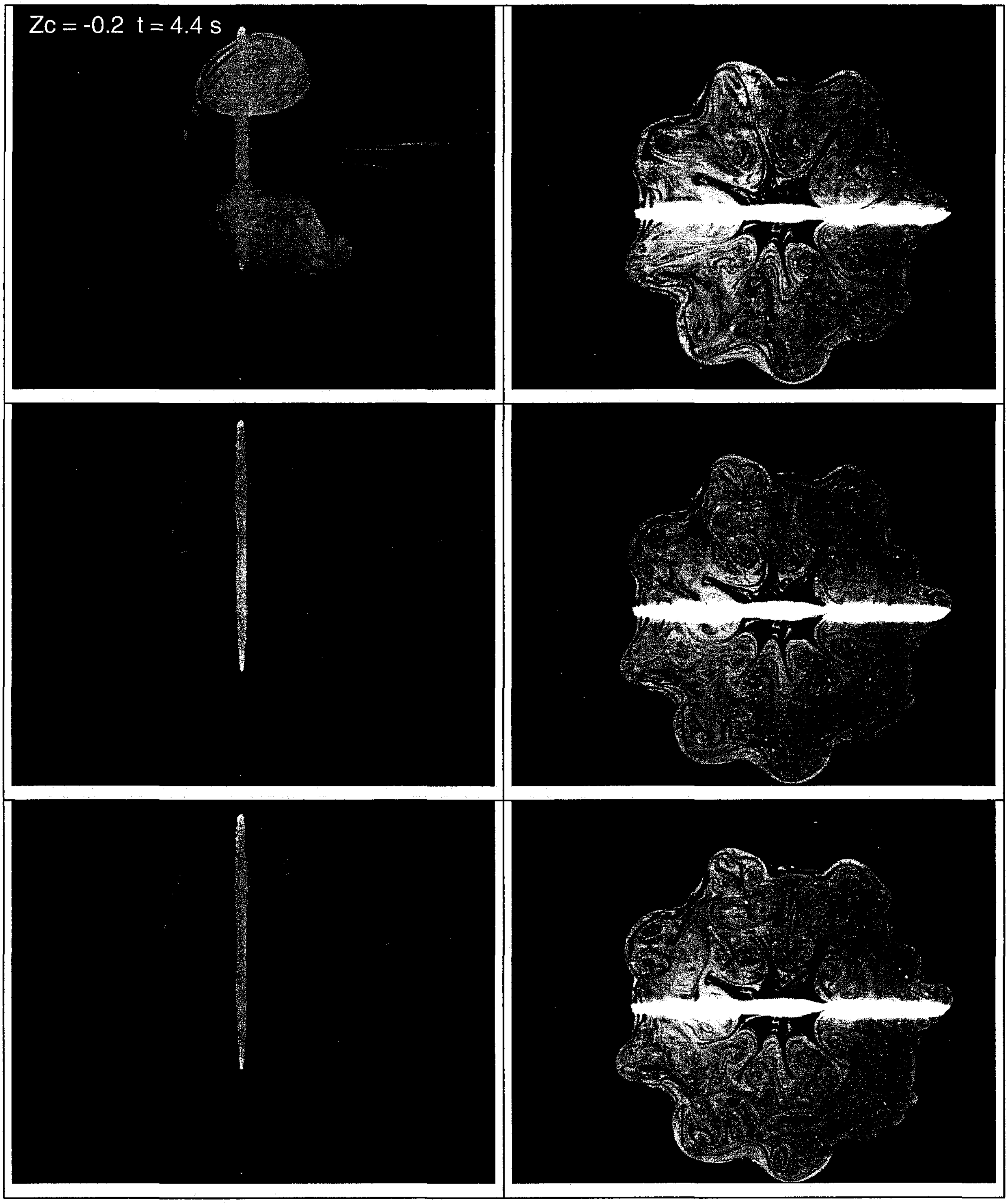

Zc = 0.83 t = 6.16 s

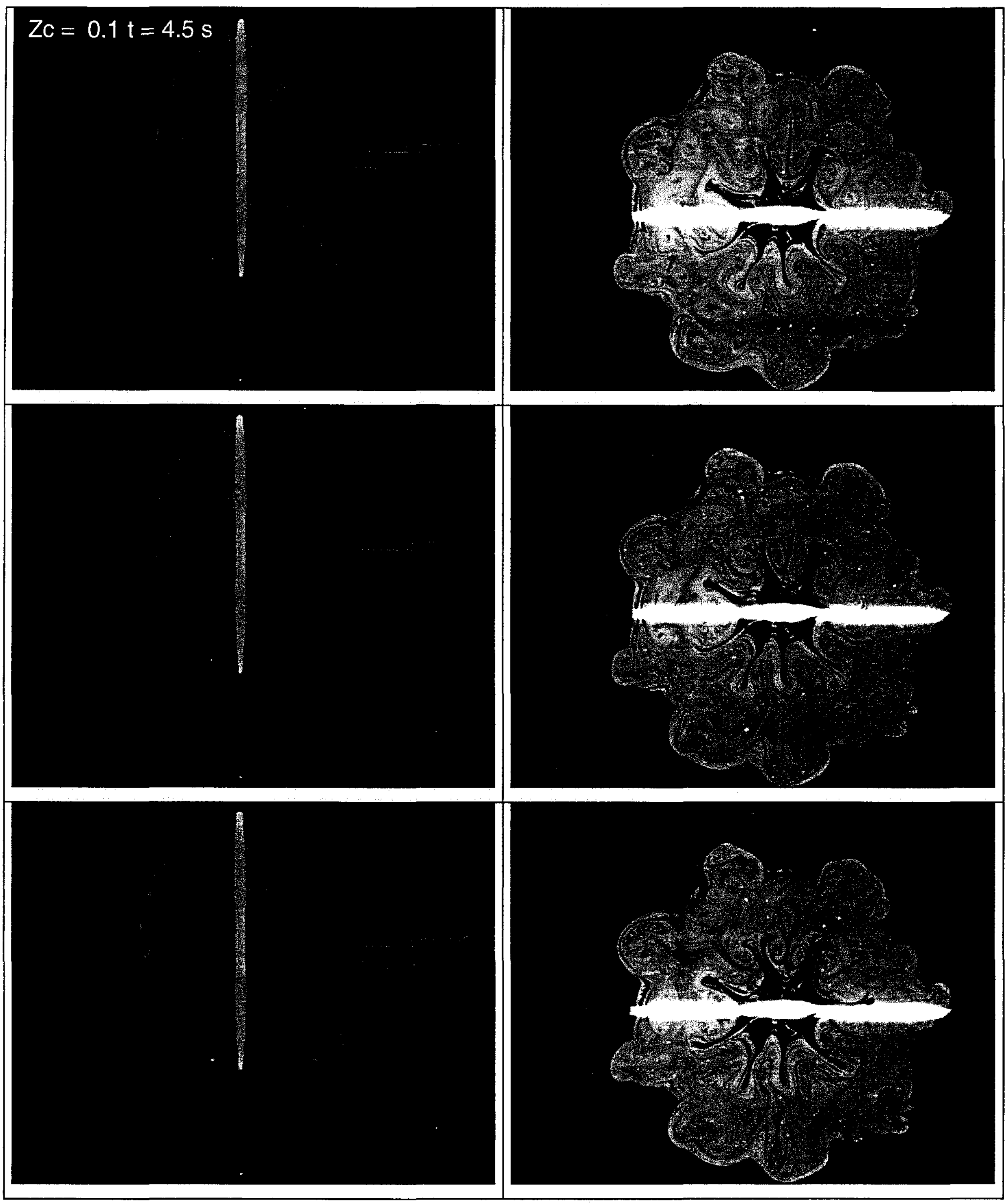
Annexe 14 – Tourbillon F – Z = 309 mm

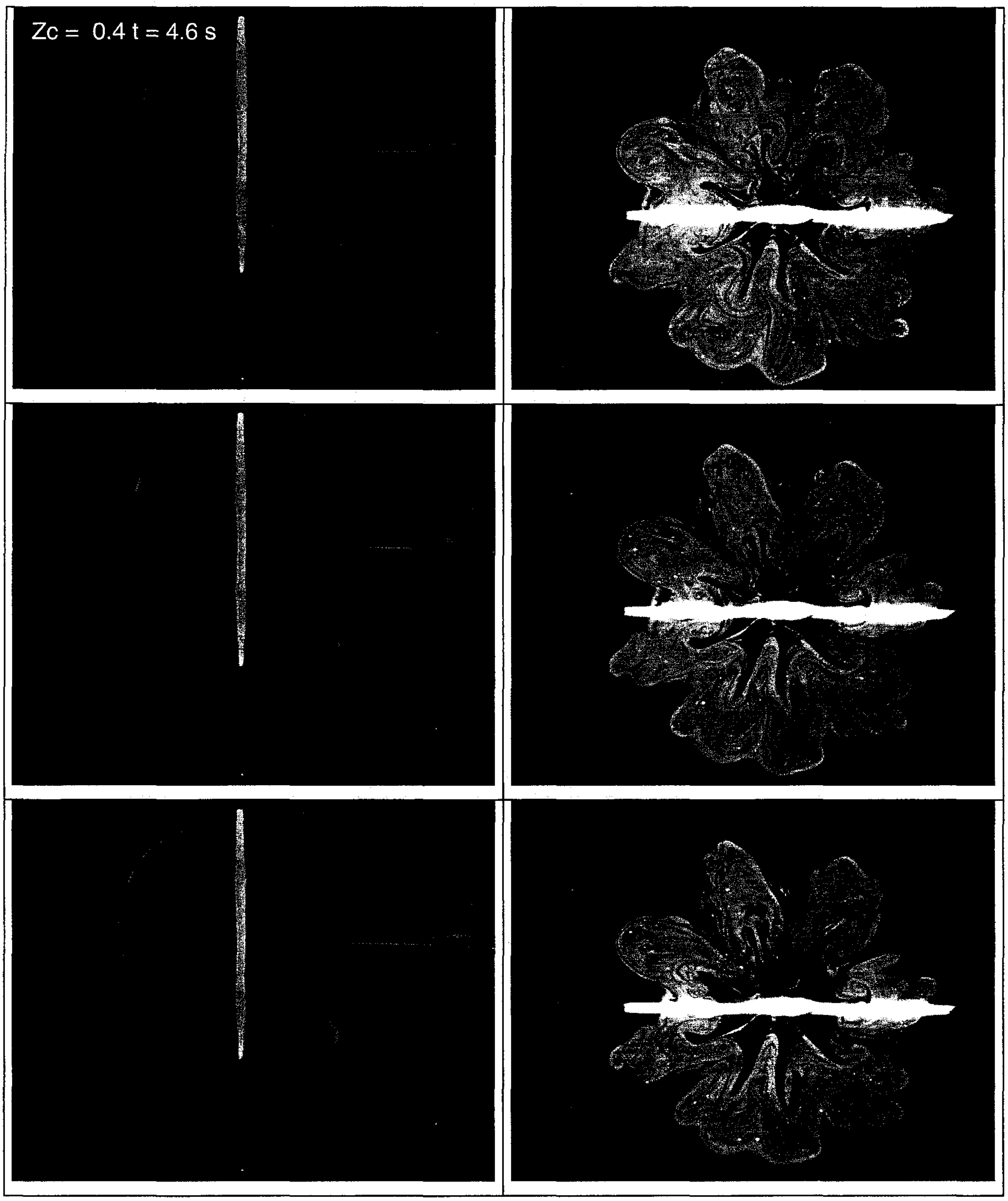


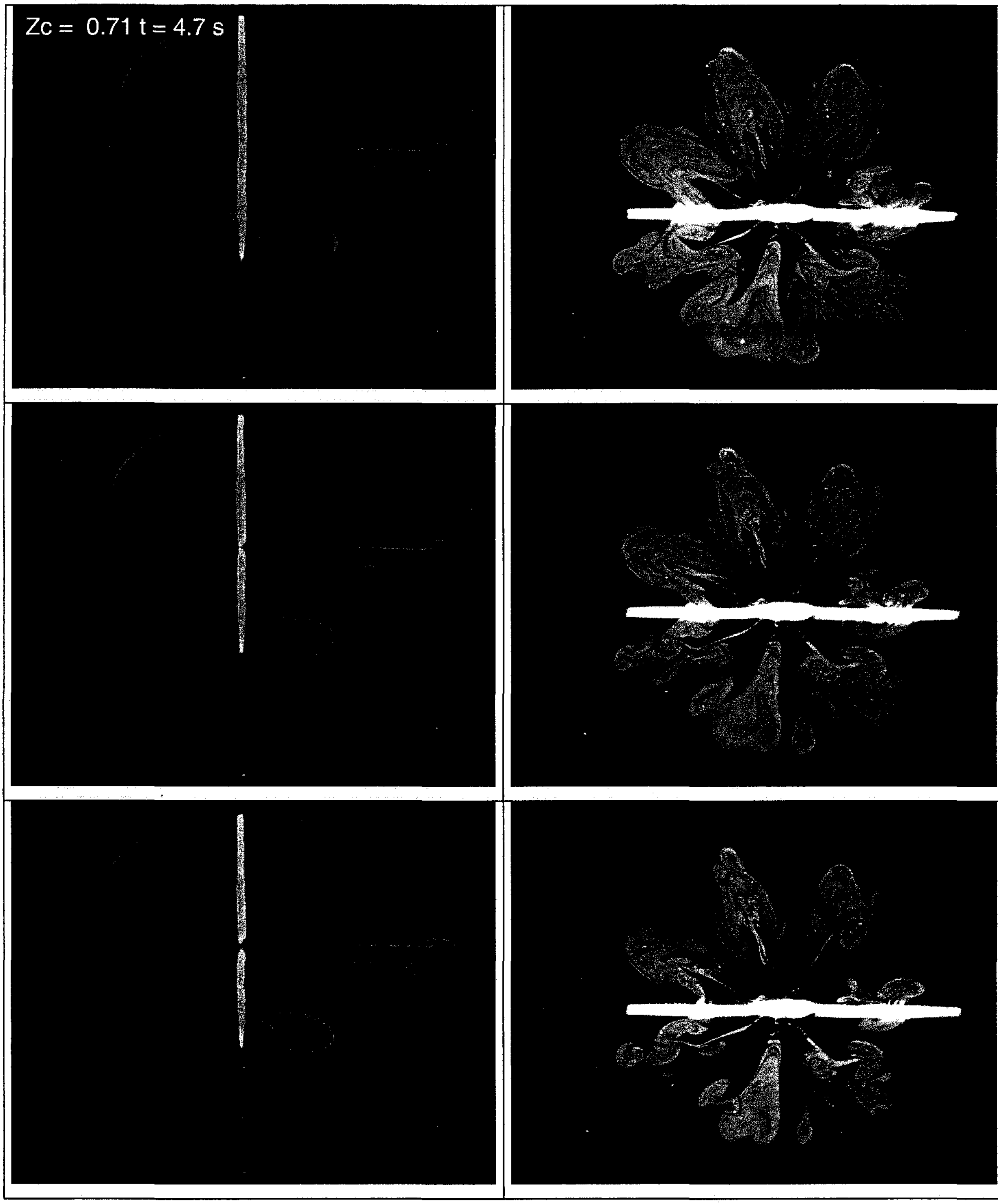

Zc = -0.76 t = 4.2 s

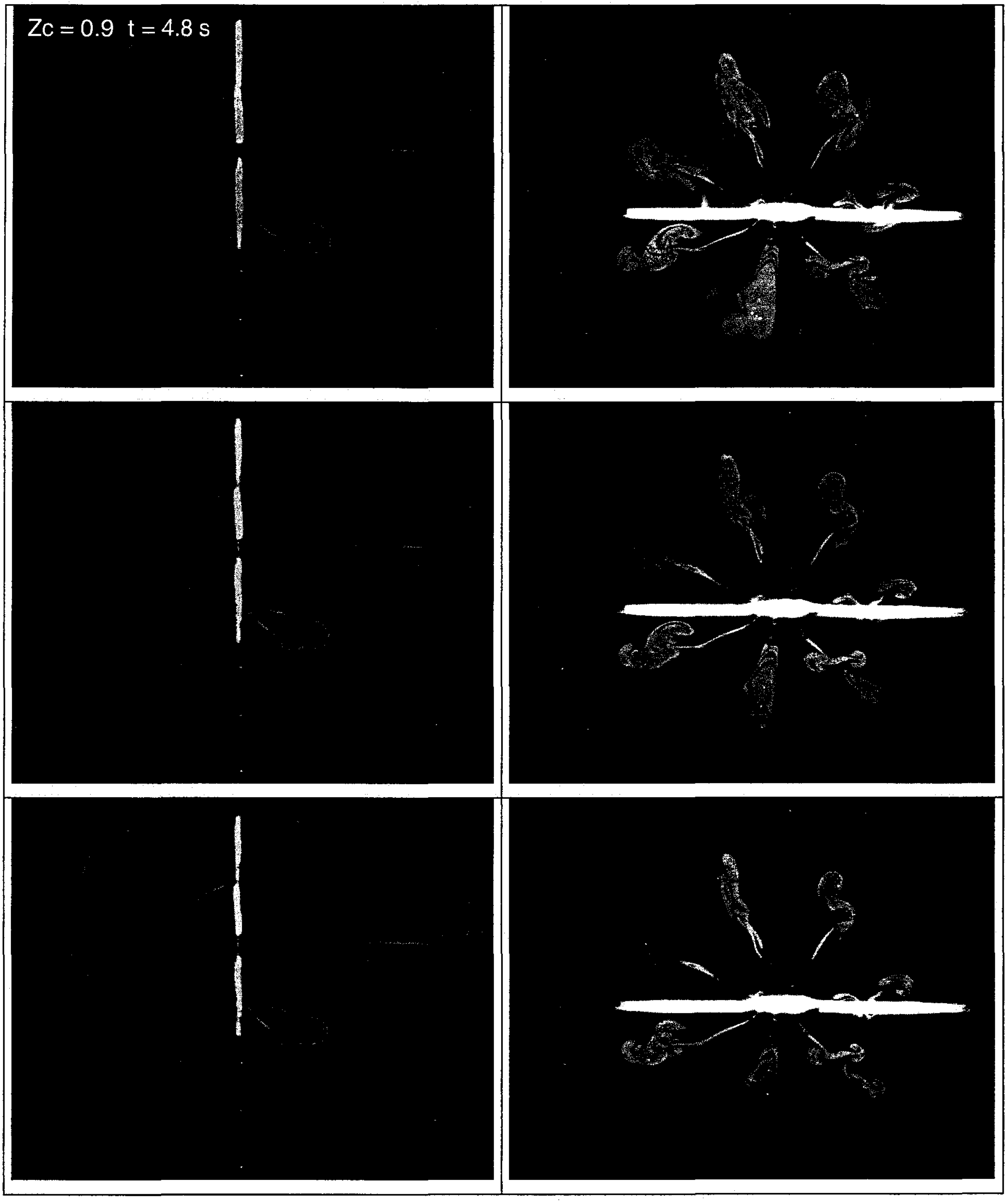

Zc = -0.47 t = 4.3 s


Zc = -0.2 t = 4.4 s


Zc = 0.1 t = 4.5 s


Zc = 0.4 t = 4.6 s


Zc = 0.71 t = 4.7 s


Zc = 0.9 t = 4.8 s