# THÈSE

présentée

## devant l'université de Lille 1

pour obtenir

## le grade de : DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE 1 Mention GÉNIE ELECTRIQUE

 $\operatorname{par}$ 

Xavier KESTELYN Agrégé de Génie Electrique

Titre de la thèse :

## Modélisation Vectorielle Multimachines pour la Commande des Ensembles Convertisseurs-Machines Polyphasés

Soutenue le 04 Décembre 2003 devant la commission d'examen

Francis	PIRIOU	Président
Jean-Paul	LOUIS	Rapporteur
Farid	MEIBODY-TABAR	Rapporteur
Jean-Paul	HAUTIER	Directeur de thèse
Mohamed-Fouad	BENKHORIS	Examinateur
Bertrand	NOGAREDE	Examinateur
Pascal	BROCHET	Examinateur
Eric	SEMAIL	Examinateur
Daniel	LALOY	Invité
	Francis Jean-Paul Farid Jean-Paul Mohamed-Fouad Bertrand Pascal Eric Daniel	FrancisPIRIOUJean-PaulLOUISFaridMEIBODY-TABARJean-PaulHAUTIERMohamed-FouadBENKHORISBertrandNOGAREDEPascalBROCHETEricSEMAILDanielLALOY

### Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein de l'équipe CEMASYC (Commande d'ElectroMécAnismes et SYstèmes Couplés) du L2EP (Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille). La disponibilité, les compétences et la passion des acteurs de mon quotidien m'ont permis de mener à bien ces travaux. Ces quelques remerciements témoignent donc de la reconnaissance que je porte à chacune de ces personnes.

Je ne puis commencer sans remercier Eric SEMAIL, Maître de Conférences au centre ENSAM de Lille, pour la qualité de son encadrement et la grande compréhension dont il a fait preuve face à l'organisation de mon temps de recherche perpétuellement remaniée. Si je connaissais déjà Eric depuis longtemps pour avoir été un de mes formateurs aux préparations au CAPET et à l'agrégation de Génie électrique, j'ai pu découvrir (ou redécouvir) un homme aux grandes qualités humaines et scientifiques. Qu'il trouve en ce mémoire toute la reconnaissance que je lui adresse.

Je suis reconnaissant à Monsieur Jean-Paul HAUTIER, directeur de cette thèse, professeur au centre ENSAM de Lille et directeur du L2EP, de m'avoir accordé sa confiance et laissé une grande liberté durant ces années de thèse.

Je remercie Monsieur Francis PIRIOU, professeur au L2EP, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de thèse. Sa lecture avisée du mémoire m'a permis d'apporter les corrections nécessaires à la bonne lisibilité du document.

Je remercie également Messieurs Jean-Paul LOUIS, Professeur à l'ENS de Cachan, et Farid MEIBODY-TABART, Professeur à l'INPL, d'avoir accepté la charge de rapporteurs de ce mémoire.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs Pascal BROCHET, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, et Mohamed-Fouad BENKHORIS, Maître de Conférences à l'Ecole Polytechnique de Nantes, qui ont accepté la charge d'examinateurs.

Je remercie enfin Monsieur Daniel LALOY, Ingénieur à la société FRAMA-TOME ANP, d'avoir accepté notre invitation.

Que mes remerciements aillent aussi à :

– Madame Betty SEMAIL, Professeur à l'école Polytechnique de Lille et responsable de l'équipe CEMASYC, et à messieurs Alain BOUSCAYROL, Maître de Conférences à l'USTL, et Philippe DELARUE, Maître de Conférences à l'école Polytechnique de Lille, pour leurs aides précieuses tant au niveau de

l'utilisation judicieuse du formalisme REM que lors des phases de manipulation sur le banc SMM.

- Messieurs Jean-Jaques FRANCHAUD, ingénieur d'étude, pour les modifications rapides et soignées qu'il a pu apporter sur le banc multimachines afin de l'adapter aux besoins de ces travaux et Olivier FERLA, technicien, pour ses coups de main réguliers.
- Messieurs Abdelkader BENABOU, Thomas HENNERON et Sébastien CHAR-LEMAGNE pour leurs aides repétées quant à l'utilisation de LATEX et pour les innombrables réponses à mes diverses questions.
- Monsieur Alain BONDU, Ingénieur système à la société FRAMATOME ANP, de m'avoir beaucoup soutenu lors des différentes phases des travaux de cette thèse et d'avoir apporté une lecture attentive à ce mémoire. C'est une grande chance que d'avoir ce tonton, de surcroît fin électrotechnicien.
- Madame Michèle HOCHEDEZ et Monsieur André VANOVERSCHELDE, successivement chefs du département GEII de l'IUT A de Villeneuve d'Ascq, pour m'avoir soutenu et aidé à faire le grand écart enseignement recherche.

Je ne puis terminer sans remercier mon épouse, Anne, de m'avoir toujours encouragé malgré les multiples contraintes que ces travaux ont imposées à notre vie.

# Table des matières

### Introduction

1	Eta	t de l'	art	17
	1.1	Les fo	rmalismes utilisés en électrotechnique et électronique de Puis-	
		sance	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	17
		1.1.1	Le formalisme matriciel	17
		1.1.2	Les formalismes vectoriels	18
		1.1.3	L'analyse tensorielle	19
	1.2	Modè	les et commandes de machines polyphasées	20
	Alimentation par onduleur de courant à thyristors de la			
			machine hexaphasée double étoile (ou double triphasée)	20
		1.2.2	Alimentation par onduleur de tension de machines poly-	
			phasées	23
	1.3	Forma	alismes pour la commande	31
	1.4	Concl	usion	32
<b>2</b>	Apr	olicatio	on du formalisme vectoriel aux machines synchrones	5
	poly	yphasé	ées à aimants permanents	33
	2.1	Prése	ntation de la machine et des hypothèses d'étude	33
	2.2	Modé	lisation de la machine n-phasée dans une base naturelle	34
	2.3	Modé	lisation de la machine n-phasée dans une base assurant un	
		décou	plage magnétique	39
		2.3.1	Choix d'une base de découplage	39
		2.3.2	Equations de la machine dans la base de découplage	43
		2.3.3	Equivalence entre la machine réelle et un ensemble de ma-	
			chines fictives : Concept multimachines	45
		2.3.4	Machines fictives et harmoniques : Grandeurs associées aux	
			-	
			machines fictives	45
		2.3.5	machines fictives	45

		2.4.1	Introduction	58
		2.4.2	Exemple didactique : Machine triphasée	58
		2.4.3	Exemple original : Machine pentaphasée	62
	2.5	Conclu	usion	72
3	App	olicatio	n du formalisme vectoriel aux alimentations et à la	L
	con	nmande	e de machines synchrones polyphasées à aimants per-	•
	mai	nents		73
	3.1	Introd	uction	73
	3.2	Topolo	ogies d'alimentation	74
	3.3	Modéli	isation vectorielle des alimentations	74
		3.3.1	Modélisation d'un onduleur monophasé	75
		3.3.2	Modélisation de n onduleurs monophasés en parallèle sur	
			un même bus continu	76
		3.3.3	Génération d'un vecteur tension moyen : MLI intersective	
			synchronisée et MLI vectorielle	78
	3.4	Déduct	tion d'une structure de commande à l'aide du formalisme .	82
		3.4.1	Machine dont les phases ne sont pas couplées	83
		3.4.2	Machine dont les phases sont couplées en étoile	91
		3.4.3	Conclusion	96
	3.5	Exemp	ble didactique : Alimentation par un onduleur de tension	
		d'une i	machine triphasée	98
		3.5.1	Etude de l'ensemble onduleur de tension alimentant la ma-	0.0
		0 <b>-</b> 0	chine phases non-couplées	98
		3.5.2	Etude de l'ensemble onduleur de tension alimentant la ma-	100
	9.0	Ð	chine couplee en etoile	108
	3.0	Exemp	Die original : Alimentation par onduleur de tension d'une	116
			Et pentaphasee	110
		5.0.1	chine phases non couplées	116
		269	Etude de l'ensemble enduleur de tension elimentant le me	110
		0.0.2	china coupléa an átaila	191
	3.7	Réalisa	ation pratique de la commande d'une machine pentaphasée	141
	0.1	counlé	e en étoile alimentée par un onduleur de tension deux ni-	
		veaux	commandé en MLI vectorielle	122
		3.7.1	Définition de la structure de commande de l'ensemble	122
		3.7.2	Calculs des filtres et correcteurs	127
		3.7.3	Résultats pratiques	127
		JJ	Provideos	

4 Application du formalisme vectoriel à l'analyse de la commande en mode dégradé des machines synchrones polyphasées à aimants

2

Table des matières

	peri	manents	133
	4.1	Mode de fonctionnement dégradé : description et état de l'art	133
		4.1.1 Description $\ldots$	133
		4.1.2 Stratégie de déconnection d'une phase à un bras en défaut	135
		4.1.3 Analyse de stratégies de commande en mode dégradé par	
		le formalisme	136
		4.1.4 Conclusion $\ldots \ldots \ldots$	142
	4.2	Application du formalisme à la commande en mode dégradé d'une	
		machine possédant une ou plusieurs phases déconnectées	144
		4.2.1 Analyse des effets de la déconnection d'une ou plusieurs	
		phases sur la machine réelle	144
		4.2.2 Adaptation de la structure de commande dans une base de	
		découplage lors d'un fontionnement en mode dégradé $\ldots$	145
		4.2.3 Exemple didactique : Machine triphasée	148
	4.3	Commande d'une machine pentaphasée en mode dégradé	151
		4.3.1 Machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales	153
		4.3.2 Réalisation pratique : Commande en mode dégradé d'une	
		machine pentaphasée	155
	4.4	Conclusion	155
C	onclu	sion générale et perspectives	157
A	Prés	sentation de la REM appliquée aux SMM et SMC associée	161
в	Cale	cul des fuites d'encoches	167
~	<b>D</b> (		1
С	Prés	sentation du banc expérimental	169
D	Dét	ermination expérimentale des inductances de la machine pent	ta-
	pha	sée prototype	173
	D.1	Résistance d'une phase	174
	D.2	Inductance d'une phase	174
		D.2.1 Essai harmonique	174
		D.2.2 Essai indiciel	175
	D.3	Inductance mutuelle entre phases	175
	D.4	Constantes de temps électriques des machines fictives	176
E	Dét	ermination des correcteurs associés à la commande de la ma	_
	chin	e pentaphasée prototype	179
	E.1	Détermination des correcteurs associés au contrôle des courants	
		dans les machines fictives	179
		E.1.1 Correcteur de courant de la machine principale $\ldots$ .	179

	E.1.2	Correcteur de courant de la machine secondaire	181
E.2	Correc	teur de la boucle de vitesse	183

# Table des figures

1.1	Vecteur de Fresnel associé à une grandeur sinusoïdale 1
1.2	Vecteur d'espace associé à deux grandeurs
1.3	Représentation symbolique d'une machine double triphasée 2
1.4	Séquencement des courants dans les phases d'une machine double
	triphasée
1.5	Tableau récapitulatif des différentes configurations de machines po-
	lyphasées [19]
1.6	Inductances liées à un groupe harmonique suivant le type de ma-
	chine polyphasée [19] $\ldots \ldots 2$
1.7	Courant dans une machine à neuf phases avant (a) et après (b)
	filtrage [19]
1.8	Alimentation par deux onduleurs de tension triphasés d'une ma-
	chine synchrone double-étoile
1.9	Schéma équivalent d'une machine synchrone double-triphasée à ai-
	mants permanents
1.10	Courants dans une phase d'une machine dont les étoiles sont dé-
	calées de $30^{\circ}$ et en phase $\ldots \ldots 2^{\circ}$
1.11	Contrôle des toutes les composantes des courants 3
2.1	Représentation symbolique d'une machine synchrone bipolaire n-
	phasée
2.2	Représentation SMM d'un ensemble alimentation-machine n-phasée
	dans la base naturelle
2.3	Entre REM et SMM alimentation-machine dans la base naturelle 3
2.4	Représentation REM de l'équivalence entre une machine n-phasée
	et plusieurs machines monophasées et diphasées fictives 4
2.5	Représentation de deux enroulements concentrés à pas diamétral . 5
2.6	Représentation graphique des fonctions de bobinage
2.7	Equivalence entre une machine douze phases et hexaphasée double
	étoile
2.8	Représentation symbolique de la machine triphasée étudiée 5

2.9	REM d'une machine triphasée synchrone à aimants dans une base	
0.10	de decouplage	62
2.10	Vue en coupe de la machine prototype à cinq phases	63
2.11	Représentation symbolique de la machine pentaphasée étudiée	64
2.12	Structure du maillage de la machine pentaphasée étudiée	66
2.13	Carte des champs de la machine pentaphasée étudiée	66
2.14	Relevé expérimental d'une FEM à 1500 trs/min	67
2.15	FEM fictives à 1500 trs/min $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	71
2.16	Equivalence entre une machine pentaphasée et trois machines	71
3.1	Les deux topologies d'alimentation étudiées.	74
3.2	Modélisation REM d'un onduleur monophasé	75
3.3	Modélisation REM de $n$ onduleurs monophasés connectés en pa-	
	rallèle sur le même bus continu	76
3.4	Commande rapprochée d'un onduleur monophasé	79
3.5	Principe d'une MLI intersective centrée	80
3.6	Principe d'une MLI vectorielle	82
3.7	Structure de commande dans la base naturelle du modèle moven	
	d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée phases non-	
	couplées	83
3.8	Structure de commande dans une base de découplage du modèle	
0.0	moven d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée	
	phases non-couplées (côté machine)	87
3.9	Structure de commande dans une base de découplage du modèle	•••
0.0	moven d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée	
	phases non-couplées (côté onduleurs)	89
3.10	Structure de commande avec permutation de blocs	90
3 11	Structure de commande dans la base naturelle du modèle moven	00
0.11	d'un ensemble onduleur de tension - machine n-phasée phases cou-	
	plées en étoile	91
3 12	Structure de commande dans une base de décomplage du modèle	01
0.12	moven d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée cou-	
	plage étoile (côté machine)	97
3 1 3	Structure de commande dans une base de découplage du modèle	51
0.10	moven d'un ensemble enduleurs de tension - machine n phasée cou	
	nlogen d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasee cou-	08
211	Machine synchrone phases non couplées alimentée par un enduleur	30
J.14	de tonsion à doux niveaux	00
215	Deprésentations 2D des différentes valeurs du vectour tension etc.	99
9.19	terique pour une machine triphagée phages por courlées	100
9 1 <i>C</i>	Deprésentation on 2D de consigner divisé deler	101
5.10	Representation en 3D de consignes sinusoidales	101

6

3.17	Signaux MLI (Consignes sinusoïdales)	102
3.18	Détails des vecteurs activés pendant une période MLI	102
3.19	Deux techniques de renormalisation : conservation du module maxi-	
	mal et de la même direction au vecteur	107
3.20	Imposition d'un temps minimum de conduction à chaque interrupteur	108
3.21	Machine synchrone couplage étoile alimentée par un onduleur de	
	tension à deux niveaux $\ldots$	108
3.22	Représentation 3D : Vecteur tension onduleur	111
3.23	Représentation 3D : Vecteur tension statorique	111
3.24	Représentation en trois dimensions de consignes sinusoïdales	112
3.25	Principe de surmodulation	113
3.26	Plan principal et calculs des temps de conduction	114
3.27	Projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique	
	sur le plan principal	117
3.28	Projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique	
	sur le plan secondaire	117
3.29	Projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique	
	sur la droite homopolaire	118
3.30	Plan principal découpé en 10 triangles	120
3.31	Schéma de principe de la commande de la machine pentaphasée	
	couplée en étoile	123
3.32	FEMs des machines principales et se condaires dans la base $B^p \ . \ .$	125
3.33	Organigramme de principe de la programmation de la MLI vecto-	
	rielle implantée dans la commande de la machine pentaphasée	126
3.34	Courant dans la phase 1 de la machine et spectre fréquentiel associé	é127
3.35	Courants $i_{pd}$ , $i_{pq}$ , $i_{sd}$ et $i_{sq}$ dans les machines principale et secondaire	e128
3.36	Courant dans la phase 1 de la machine et spectre fréquentiel associé	
	après compensation de l'harmonique de rang 7 de FEM	129
3.37	Courants $i_{pd}$ , $i_{pq}$ , $i_{sd}$ et $i_{sq}$ après compensation de l'harmonique de	
	rang 7 de FEM $\ldots$	129
3.38	Courant dans la phase 1 de la machine et spectre fréquentiel associé	
	lors de l'alimentation des machines principale et secondaire	130
3.39	Courants $i_{pd}$ , $i_{pq}$ , $i_{sd}$ et $i_{sq}$ lors de l'alimentation des machines prin-	
	cipale et secondaire	130
3.40	Estimation du couple lors de l'alimentation de la machine princi-	
	pale seule et des machines principales et secondaires	130
3.41	Réponse indicielle de la vitesse en boucle fermée	131
/ 1	Défaute d'ouverture d'un transistor de puissance : (a) Blocage de	
1.1	la commande complémentaire (b) Fusion d'un fusible rapide	134
	la commande complementaire (b) l'usion d'un fusible rapide	104

4.2	Exemple d'équipement permettant la déconnection d'une phase à un bras en défaut	135
4.3	Courants et couple lors d'une alimentation en mode normal et dé-	190
4.4	Courants et couple lors d'une alimentation en mode normal et dé- gradé d'une machine pentaphagée	139
4.5	Structure de commande en mode dégradé d'un ensemble onduleurs	145
4.6	de tension - machine n-phasée phases non-couplées (côté machine) Structure de commande en mode dégradé d'un ensemble onduleur	146
4.7	de tension - machine n-phasée phases non-couplées (côté onduleurs) Schéma de principe de la commande d'une machine triphasée phases	147
4.8	non-couplées en mode normal et dégradé	149
19	machine triphasée	150
4.10	machine triphasée	150
4.10	phasée une phase déconnectée	151
4.11	Schéma de principe de la commande d'une machine pentaphasée phases couplées ou non en mode normal ou dégradé	152
4.12	Courants des machines fictives principale et secondaire lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs	159
4.13	Courant dans la machine homopolaire et couple total lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs	199
111	sinusoïdales	153
4.14	mentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales (commande idéalisée)	154
4.15	Courants de la machine et des machines fictives lors d'une ali- mentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs	101
4 16	sinusoïdales (commande idéalisée)	154
1.10	mode dégradé d'une machine pentaphasée	155
4.17	d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée .	156
A.1	Exemple de REM d'un SMM	161 162
л.2 А.3	Exemple d'éléments de conversion	162
A.4	Exemple d'élément d'accumulation	163

A.5 A.6 A.7	Exemple de couplage électrique	163 164 164
A.8	Exemple de SMC	165
B.1	Détail d'une encoche de la machine pentaphasée étudiée	167
C.1 C.2	Photographie du banc expérimental	$169 \\ 170$
C.3	Quelques photos de la machine pentaphasée expérimentale	171
D.1	Dispositif expérimental de mesure des inductances de la machine	1 50
D.2	Mesure d'une inductance de phase : Essai frequentiel	$173 \\ 174$
D.3	Mesure d'une inductance de phase : Essai indiciel	175
D.4	Courant et flux dans des phases décalées de $\pm \frac{2\pi}{5}$	176
D.5 D.6	Courant et flux dans des phases décalées de $\pm \frac{4\pi}{5}$ Mesure de l'inductance homopolaire : Couplage polygonal	$\frac{176}{177}$
E.1	Réponse indicielle pratique et simulée du courant $i_{qp}$ dans la ma-	
Па	chine principale : correcteur proportionnel de gain $kpp = 5$	180
Е.2 Е.3	Boucle d'asservissement de la voie q de la machine principale Réponse indicielle pratique et simulée du courant $i_{qp}$ dans la ma- chine principale : correcteur proportionnel intégral de gains $kpp =$	180
	$5 \text{ et } kip = 240 \dots \dots$	181
E.4	Réponse indicielle pratique et simulée du courant $i_{qs}$ dans la ma- chine secondaire : correcteur proportionnel de gain $kns = 2$	189
E.5	Réponse indicielle pratique et simulée du courant $i_{qs}$ dans la ma- chine secondaire : correcteur proportionnel intégral de gains $kns =$	102
	$2 \text{ et } kis = 700 \dots \dots$	182
E.6	Relevé de la vitesse lors d'un essai au lâcher	183
E.7	Réponse indicielle de la vites se en boucle ouverte $\ \ . \ . \ . \ .$	184
E.8	Structure du correcteur IP	184
E.9	Reponse indicielle de la vitesse en boucle fermee	185

Table des figures

10

# Liste des tableaux

2.1	Tableau récapitulatif des groupes harmoniques liés à chaque vec-	
	teur à coordonnées complexes	49
2.2	Tableau récapitulatif des groupes harmoniques liés à chaque ma-	
	chine fictive	50
2.3	Principales caractéristiques de la machine triphasée étudiée	59
2.4	Caractéristiques de la machine prototype à cinq phases	63
2.5	Erreurs entre calculs analytiques et méthode des éléments finis	67
2.6	Contenu harmonique des FEM	68
2.7	Erreurs entre calculs analytiques et méthode des éléments finis	70
4.1	Configurations possibles en mode normal ou dégradé	152

# Introduction

#### Introduction

Les machines électriques triphasées sont de loin les mieux connues (fabrication, techniques de bobinages, alimentation, commande,...) et restent les plus utilisées. Leur alimentation, maintenant classiquement réalisée par des onduleurs de tension dont les interrupteurs sont commandés en Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI), permettent d'obtenir de bonnes performances surtout dans le domaine de la vitesse variable.

Lors de l'augmentation de la puissance, des problèmes apparaissent tant au niveau de l'onduleur que de la machine. Les interrupteurs statiques de l'onduleur doivent commuter des courants importants et il est souvent nécessaire de placer plusieurs structures en parallèle. A puissance donnée, la réduction des courants à commuter passe par l'augmentation de la tension. Les onduleurs de tension à MLI imposent des gradients de tension élevés, provoquant ainsi un vieillissement accéléré des isolants. L'emploi de structure multiniveaux permet alors la réduction des tensions commutées.

Les machines polyphasées offrent une alternative intéressante à la réduction des contraintes appliquées aux interrupteurs comme aux bobinages. En effet, la multiplication du nombre de phases permet un fractionnement de la puissance et de ce fait une réduction des tensions commutées à courant donné. De plus, ces machines permettent de réduire l'amplitude et d'augmenter la fréquence des ondulations de couple, permettant ainsi à la charge mécanique de les filtrer plus facilement. Enfin, la multiplication du nombre de phases offre une fiabilité accrue en permettant de fonctionner, une ou plusieurs phases en défaut.

Les machines polyphasées sont présentes dans les domaines de la marine, la traction ferroviaire, l'industrie pétrochimique, l'avionique, l'automobile, etc... Les premiers ensembles de puissance ont été constitués d'un commutateur de courants à thyristors alimentant une machine hexaphasée double étoile, machine aussi appelée double triphasée. Dans ces conditions particulières d'alimentation, la machine est équivalente à deux machines triphasées couplées sur le même arbre, rendant ainsi l'étude de l'ensemble facilitée.

Lors de l'alimentation de la machine hexaphasée double étoile par onduleurs de tension, des courants de forte amplitude apparaissent. Ces courants, non générateurs de couple, augmentent les pertes Joules et diminuent le rendement de l'ensemble. De plus, ils peuvent devenir très importants et détruire les interrupteurs statiques. La recherche de l'origine de ces courants, lors de l'alimentation de machines hexaphasées ou de machines à nombre quelconque de phases, a montré la difficulté à établir un modèle exhaustif, modèle permettant autant la déduction de structures de commande que l'obtention d'éléments de conception de la machine.

Aux nombreux avantages qu'offrent les machines polyphasées se posent néanmoins des questions :

- Comment concevoir une machine adaptée à l'alimentation par onduleurs

#### Introduction

de courant ou de tension. Par exemple, quelle technique de bobinage des enroulements adopter?

- Comment alimenter les enroulements de la machine et dans le cas d'un onduleur de tension, comment générer les signaux MLI? Une classique MLI intersective permet t-elle une alimentation correcte de la machine?
- Comment réaliser la commande de la machine pour qu'elle puisse conserver de bonnes performances lors d'un fonctionnement en mode dégradé?

C'est en voulant répondre à ces questions que nous avons cherché un outil de modélisation assez général permettant l'étude des différents points précédemment exposés.

L'objectif de ce mémoire est donc de présenter un outil de modélisation des systèmes polyphasés dont le pouvoir signifiant est fort pour le spécialiste du génie électrique. Le concept de machines équivalentes (machine diphasée pour une machine triphasée) est généralisé aux systèmes polyphasés : machines mais également onduleurs. On substitue ainsi aux équations mathématiques des concepts plus propres à la genèse tant des machines que des lois de commande.

La présentation de l'outil de modélisation et de ses applications est progressivement introduite. Pour cela, nous avons décomposé notre étude en quatre parties.

Le chapitre 1 fait un état de l'art des formalismes de modélisation des machines polyphasées et de leurs alimentations classiques. Cette étude permet de montrer les différents outils de modélisation existants et leurs applications aux commandes des machines. On montre dans ce chapitre la nécessité d'introduire un nouvel outil de modélisation.

Le chapitre 2 présente un formalisme de modélisation vectoriel appliqué aux Systèmes Multimachines Multiconvertisseurs (SMM) et permet de dégager le concept d'équivalence entre une machine polyphasée et un système multimachines fictif. Ce concept, récemment développé au Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille (L2EP), basé sur une Représentation Macroscopique Energétique (REM) des systèmes, permet de dégager un modèle simple des machines polyphasées en vue de leur conception et de leur commande.

Le chapitre 3 montre, à l'aide du formalisme précédemment développé étendu aux onduleurs de tension, comment on peut déduire des Structures Maximales de Commande (SMC). On développera particulièrement une nouvelle commande par MLI vectorielle, généralisation des commandes à vecteur d'espace, directement élaborée à partir du formalisme vectoriel. La technique de réalisation de la commande sera assez générale pour être applicable à des machines possédant un nombre de phases quelconque (les machines devront néanmoins respecter quelques hypothèses). Une synthèse pratique de la commande d'une machine synchrone pentaphasée à aimants, réalisée pour les besoins de ces travaux, est présentée et permet de montrer le bien-fondé de la démarche.

Finalement, le chapitre 4 montre comment il est possible, à partir d'une struc-

ture de commande élaborée en fonctionnement normal, de conserver de bonnes performances aux machines polyphasées lors d'un fonctionnement en mode dégradé.

Ce rapport se termine par une conclusion sur les travaux réalisés ainsi que des éléments sur ceux envisagés.

16

## Chapitre 1

## Etat de l'art

## 1.1 Les formalismes utilisés en électrotechnique et électronique de Puissance

#### 1.1.1 Le formalisme matriciel

L'étude de systèmes électriques à l'aide de systèmes matriciels n'est pas nouvelle. Il n'est plus à rappeler la transformée de Park datant de 1929. L'avènement des systèmes micro-programmés a permis une implantation très facile des changements de repères et les structures de commandes des machines s'en sont trouvées bien simplifiées.

Si les changements de repères sont quasi systématiquement réalisés lors de commande de machines triphasées, il n'en est pas de même pour les machines polyphasées. En effet, l'obtention d'un nouveau repère, dans lequel une commande peut être simplement implantée, demande plus que la simple analyse d'un tableau de valeurs (matrice des inductances). Il faut dans ce cas analyser les caractéristiques intrinsèques des relations entre les grandeurs (flux et courants). La détermination d'un « bon » repère passe par le calcul des valeurs propres de la matrice inductance et des vecteurs propres associés et nécessite la connaissance d'une technique générale.

On peut conclure sur l'insuffisance de la simple utilisation des matrices (mêmes si elles restent l'ultime méthode d'implantation d'un modèle ou d'une commande) qui ne permet pas de disposer d'un outil complet de représentation. De plus conceptuellement, l'approche matricielle oblige très rapidement à choisir une base dans laquelle on représente le système. Cette obligation masque les propriétés vectorielles indépendantes du choix de la base. En effet, il est nécessaire d'associer à la notion de matrice celle de repère et donc d'introduire, de manière sous-jacente, la notion de vecteur (ou d'espace vectoriel). Ce sont ces remarques qui ont amené à l'utilisation d'autres outils tels que les vecteurs d'espace.

#### 1.1.2 Les formalismes vectoriels

#### 1.1.2.1 Le vecteur de Fresnel

Un des plus utilisés des formalismes vectoriels est le vecteur de Fresnel. Associé à un plan complexe, il permet une étude simple et graphique des systèmes monophasés en régime permanent sinusoïdal.

On rappelle qu'à la grandeur  $s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$  on associe une base orthonormée  $B^2 = \{\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}\}$  et un vecteur  $\overrightarrow{OM}$  appelé vecteur de Fresnel tel que représenté à la figure 1.1.

Ce vecteur :

- a un module constant  $\|\overrightarrow{OM}\| = A$
- -tourne dans le sens trigonométrique à la vites se angulaire  $\omega$
- possède un angle orienté (Ox, OM) à l'instant t de mesure  $(\omega t + \varphi)$



FIG. 1.1 – Vecteur de Fresnel associé à une grandeur sinusoïdale

La projection du vecteur  $\overrightarrow{OM}$  sur l'axe Ox représente la grandeur sinusoïdale  $s(t) = A\cos(\omega t + \varphi).$ 

Dans le cas très fréquent où la pulsation est constante, le vecteur est représenté à l'instant t = 0 et par commodité on préfère définir ce vecteur dans un plan complexe (holomorphe au plan précédent) tel qu'on associe à la grandeur s(t = 0)le vecteur complexe  $A(\cos(\varphi) + j\sin(\varphi)) = A e^{j\varphi}$ . L'opération rotation d'angle  $\varphi$  se traduit alors simplement par un produit par l'opérateur  $e^{j\varphi}$  ce qui est plus simple que l'utilisation de la matrice de rotation dans le plan euclidien.

#### 1.1.2.2 Vecteur d'espace

L'utilisation du plan complexe permet aussi l'introduction de vecteurs d'espace. Cette notion, bien adaptée à la modélisation de systèmes diphasés en régime transitoire, est très utilisée lors de l'étude des machines triphasées possédant des enroulements couplés en étoile ou triangle. Ces machines peuvent être alors assimilées à des machines diphasées équivalentes. On rappelle qu'à un système diphasé de grandeurs  $g_1(t)$  et  $g_2(t)$  (2 courants, 2 tensions, ...) est associé le vecteur d'espace  $g(t) = g_1(t) + jg_2(t)$ . Dans le cas des machines triphasées, les grandeurs  $g_1(t)$ et  $g_2(t)$  sont obtenues après application de la transformée de Concordia  $T_{32}$  aux grandeurs triphasées.



FIG. 1.2 – Vecteur d'espace associé à deux grandeurs

Cette notion se distingue et complète celle du vecteur de Fresnel, d'une part par sa validité en régime transitoire d'autre part, en ce sens qu'elle est aussi utilisée pour des grandeurs dépendant d'un angle spatial, à savoir par exemple les forces magnétomotrices [45].

#### 1.1.2.3 Conclusion

Tous ces formalismes ne permettent pas une étude directe des systèmes à plus de deux dimensions. L'utilisation d'un formalisme plus général s'impose. Dans ce mémoire, c'est donc d'une généralisation des vecteurs d'espace dont nous traiterons.

#### 1.1.3 L'analyse tensorielle

L'analyse tensorielle a été développée à l'origine pour l'étude de la déformation des cristaux [13]. L'objectif était de décrire le système indépendamment du choix d'une base et de mettre en exergue ses propriétés intrinsèques. Cette analyse a été appliquée à l'étude des systèmes électriques par Gabriel Kron, autant sur des circuits polyphasés [21] que sur des machines triphasées [22]. Si l'analyse tensorielle est un outil très général et puissant permettant de réaliser des changements de bases non-orthonormées, elle reste néanmoins très lourde et complexe. On continue cependant à l'étudier et à l'utiliser lors de l'étude de systèmes physiques autant mécaniques [13] qu'électriques [46]. L'outil de modélisation vectoriel que nous proposons, qui fait partie de l'analyse tensorielle, suffit à notre domaine d'étude. Notons finalement que cette approche ne demande que la connaissance des opérations classiques associées à des espaces vectoriels euclidiens munis de bases orthonormées; connaissances acquises en premier cycle universitaire.

## 1.2 Modèles et commandes de machines polyphasées

Le transport de l'énergie électrique par des réseaux triphasés a conduit par le passé au développement de convertisseurs électromécaniques triphasés. Ces derniers ont bénéficié de l'essor des interrupteurs de puissance et de celui des composants de commande type Digital Signal Processor (DSP). Les performances des machines électriques triphasées associées à des onduleurs s'en sont trouvées accrues, notamment dans le domaine de la vitesse variable. Néanmoins des problèmes apparaissent tant au niveau de l'onduleur que de la machine lorsqu'on désire augmenter la puissance transmise. Les interrupteurs doivent en effet alors commuter des tensions et des courants d'amplitude plus élevée. Un fractionnement de la puissance par augmentation du nombre de phases de la machine peut alors apparaître comme une solution. De plus, ce type de structure polyphasée permet d'augmenter la fiabilité du convertisseur électromécanique. Des machines polyphasées ont ainsi été développées industriellement.

La qualité et les performances de la commande d'une machine sont directement liées au degré d'élaboration de son modèle. On montrera dans les paragraphes suivant les liens étroits entre les différents modèles et les commandes des machines polyphasées.

### 1.2.1 Alimentation par onduleur de courant à thyristors de la machine hexaphasée double étoile (ou double triphasée)

Historiquement, la machine synchrone double-étoile alimentée par un onduleur de courant est un des premiers ensembles polyphasés à avoir été implanté sur des équipements de puissance [15]. L'induit d'une machine synchrone double triphasée comprend deux bobinages triphasés couplés en étoile. Les phases R, Set T constituent le premier bobinage, les phases U, V et W le deuxième bobinage. Les enroulements statoriques de la machine sont symboliquement représentés à la figure 1.3. La phase U est décalée d'un angle électrique de 30° par rapport à la phase R. Les points neutres des deux bobinages sont isolés. Modèles et commandes de machines polyphasées



FIG. 1.3 – Représentation symbolique d'une machine double triphasée

Si on considère que les enroulements statoriques sont identiques et répartissent sinusoïdalement la force magnéto-motrice, le circuit magnétique fonctionnant en zone linéaire, les flux captés par les phases dus uniquement aux courants statoriques sont :

$$\begin{pmatrix} \phi_R \\ \phi_S \\ \phi_T \\ \phi_U \\ \phi_V \\ \phi_W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L & M_1 & M_1 & M_2 & -M_2 & 0 \\ M_1 & L & M_1 & 0 & M_2 & -M_2 \\ M_1 & M_1 & L & -M_2 & 0 & M_2 \\ M_2 & 0 & -M_2 & L & M_1 & M_1 \\ -M_2 & M_2 & 0 & M_1 & L & M_1 \\ 0 & -M_2 & M_2 & M_1 & M_1 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \\ i_U \\ i_W \end{pmatrix}$$
(1.1)

avec :

- L l'inductance propre d'une phase égale à l'inductance magnétisante  $L_m$  additionnée de l'inductance de fuite  $l_f$ ;
- $M_1 = -\frac{1}{2}L_m$  l'inductance mutuelle entre deux phases de la même étoile;
- $-\pm M_2 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} L_m$  l'inductance mutuelle entre deux phases d'étoiles différentes.

Dans le cas où la force électromotrice (FEM) induite dans une phase uniquement due à l'excitation est de forme trapézoïdale, l'obtention d'un couple constant peut être obtenu en alimentant la machine par des courants de forme rectangulaire <sup>1</sup>. Pour cela chaque étoile est alimentée par un pont à six thyristors dont la commande est telle qu'on obtienne l'aiguillage du courant dans les phases représenté à la figure 1.4 [31]. Sur chaque axe est représentée en traits pointillés la FEM induite dans la phase considérée.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>On rappelle que le couple électromagnétique est lié au produit des courants statoriques et des FEMs induites dans les phases tel que :  $C_{em} = \frac{1}{\Omega}(e_R i_R + e_S i_S + e_T i_T + e_U i_U + e_V i_V + e_W i_W)$  où  $\Omega$  est la vitesse de rotation de la machine.



FIG. 1.4 – Séquencement des courants dans les phases d'une machine double triphasée

En supposant les inductances statoriques constantes, l'équation en tension de la phase numéro k s'écrit :

$$v_k = R \ i_k + \sum_{j=R,S,T} M_j \frac{di_j}{dt} + \sum_{l=U,V,W} M_l \frac{di_l}{dt} + e_k$$
(1.2)

où :

- R est la résistance d'une phase statorique;
- $M_j = \{L, M_1\}$  et  $M_l = \{0, \pm M_2\}$  si k = R, S, T
- $M_l = \{L, M_1\}$  et  $M_j = \{0, \pm M_2\}$  si k = U, V, W
- $-e_k$  est la FEM induite dans la phase numéro k uniquement due à l'excitation rotorique.

Les courants dans les phases sont des créneaux et un régime transitoire (mise en ou hors alimentation d'une phase) n'existe que dans une seule étoile en même temps. Lorsqu'il y a commutation dans une étoile, les courants sont tous constants dans l'autre étoile. Dans ces conditions, au moins un des deux termes  $\sum M \frac{di}{dt}$  de l'équation 1.2 est nul à un instant donné quelconque. Aussi, lors de la commutation d'un courant dans une étoile cette équation se réduit à :

$$v_k = R \ i_k + \sum_j M_j \frac{di_j}{dt} + e_k, \ j = R, S, T \ ou \ U, V, W$$
 (1.3)

Le couplage étoile impose la somme des courants nulle dans une étoile :

 $\sum_{j} i_j = 0$ . Par conséquent, le terme  $\sum_{j} M_j \frac{di_j}{dt}$  peut s'écrire  $L_c \frac{di_k}{dt}$  où  $L_c = \frac{3}{2}L_m + l_f$  est l'inductance cyclique d'une étoile statorique.

Dans ce cas particulier d'alimentation, la machine hexaphasée double étoile peut donc être étudiée comme deux machines triphasées accouplées sur le même arbre et ne nécessite pas l'élaboration d'un modèle complexe et particulier aux machines polyphasées.

D'autres machines « multi-étoile » alimentées par des commutateurs de courant sont présentes dans la littérature. Citons l'existence d'une machine à quinze phases (3 étoiles composées chacune de cinq phases) [30] et à neuf phases (trois étoiles composées chacune de trois phases) [28].

Finalement rappelons que lorsqu'un composant d'une étoile est défaillant une seule étoile peut être déconnectée et le couple, même s'il est inférieur, reste constant. Cette technique de marche en mode dégradé est simple mais réduit fortement la valeur du couple produit.

### 1.2.2 Alimentation par onduleur de tension de machines polyphasées

Si la solution d'alimentation de machines électriques triphasées par des sources de courant continu et des commutateurs de courant reste une solution simple et robuste, elle engendre néanmoins des perturbations sur le réseau ainsi que de fortes ondulations du couple moteur particulièrement à faible vitesse. La recherche de machines dont la disposition et le nombre des enroulements réduit ces ondulations de couple a amené à l'utilisation de la machine double-triphasée.

Avec l'apparition de composants tels que le GTO et l'IGCT, l'alimentation par onduleurs de tension de machines de forte puissance est devenue possible. Les fréquences de commutation restant faibles, les ondulations de courant et par conséquent de couple peuvent rester importantes.

C'est finalement en fractionnant la puissance, par multiplication du nombre de phases, et en utilisant des transistors de puissance fonctionnant à une fréquence de commutation élevée que les performances les meilleures sont atteintes. Néanmoins, l'apparition de courants harmoniques de fortes valeurs, non générateurs de couple mais uniquement de pertes Joule et pouvant devenir destructeurs, ont amené à revoir les différentes structures et alimentations des machines polyphasées. Nous proposons dans la suite de ce paragraphe un historique des études menées dans le but de réduire ces courants harmoniques et d'obtenir les meilleures performances possibles lors d'alimentation par onduleur de tension.

Avant de passer en revue les différents effets de l'alimentation par onduleur de tension sur les machines polyphasées, on précise quelques dénominations de machines. En effet, donner le nombre de phases d'une machine polyphasée ne permet pas de la caractériser entièrement. Il faut établir une distinction entre le nombre de fils (phases « externes » ) que doit connecter l'utilisateur à l'alimentation et le nombre de bobines disposées à l'intérieur de la machine (phases « internes » ). Ainsi, pour un nombre donné de phases « externes » , plusieurs configurations sont possibles dépendantes du décalage existant entre les phases « internes » . La figure 1.5, extraite de [20], résume les différents arrangements entre phases « internes ».

Si plusieurs machines possèdent au final le même nombre de phases, on privilégiera néanmoins certaines configurations. Par exemple la machine « semi 12 phases » (ou double-triphasée), simplement obtenue à partir d'une machine 12 phases « internes » dont les phases diamétralement opposées sont couplées en série, sera préférée à la machine à six phases « internes » . Cette dernière, transformée en semi 6 phases, est alors appelée machine triphasée.

	1 0 1404		****** ····	suble of i				
PHASE BELT ANGLE DEGREES (B)	120	60	60	40	30	30	20	20
NUMBER OF PHASE Belt PER POLE( g)	1.5	3	3	4.5	6	6	9	9
NUMBER OF STATOR TERMINALS (MINIMUM)	3	3	6	9	6	12	9	18
CONNECTION NAME	THREE	SEMI SIX PHASE	SIX PHASE	NINE PHASE	SEMI 12- PHASE	12-PHASE	SEMI 18 PHASE	18-PHASE
SCHEMATIC DIAGRAM OF STAR CONNECTION & VOLTAGE PHASOR DIAG- "RAM (NESH CONNECTION MAY BE USED ALSO)	$\rangle$	$\left  \right\rangle$	+	*	×	₩	×	₩
ALTERNATE DIAGRAM Or Common NAME		THREE PHASE					*	
		and the second s	and a second sec		a second and the second second second	A		1

TABLE 1a. HPO Machines Having Multiple of Three Phases ( $\hat{v}=3$ )

TABLE 1b.	HPO Mac	hines Ha	ving Oth	er Than	Multiple	Three Ph	ases ()	¥3)
PHASE BELT ANGLE DEGREES (A)	90°	90°	45°	45°	36 <sup>°</sup>	25.71°	18 <sup>0</sup>	18°
NUMBER OF PHASE BELT PER POLE (4)	2	2	4	4	5	7	10	10
NUMBER OF STATOR TERMINALS(MINIMUM)	3	4	5	8	5	7	5	10
CONNECTION NAME	SEMI 40R2 PHASE	4-PHASE	SEMI-8 PHASE	8-PHASES	5-PHASE	7- PHASE	SEMI-10 PHASE	10 PHASE
SCHEMATIC DIAGRAM OF CONNECTIONS AND VOLTAGE PHASOR DIAGRAM			不	$\ast$	X	$\times$	X	

FIG. 1.5 – Tableau récapitulatif des différentes configurations de machines polyphasées [19]

#### 1.2.2.1 Alimentation par onduleur de tension pleine onde

Lors de l'alimentation de machines polyphasées par onduleur de tension, des courants liés aux harmoniques de tension apparaissent. Pour démontrer ce fait, Eugene A. Klingshirn [20] propose d'employer les composantes symétriques. Ces composantes sont généralement utilisées pour l'étude de systèmes alimentés par des sources déséquilibrées en régime sinusoïdal. Par le théorème de superposition, on peut étendre le champ d'application des composantes symétriques à celui des régimes périodiques et caractériser alors le système harmonique par harmonique. L'auteur met en exergue que l'impédance du moteur est la même pour certains groupes harmoniques et que pour d'autres, elle peut être particulièrement faible. Cela génère des courants de forte amplitude directement liés aux harmoniques de la tension délivrée par le modulateur. La figure 1.6, extraite de [19], montre les groupes harmoniques auxquels sont associés la même inductance suivant le type de machine.

Number of phases		Phase	Sequence		Inductance			
		belt	or	Harmonics in set	for			
n=q	n=2q	angle	set		set			
2	4	90°	1	1,3,5,7,,2v±1,	L(1)			
3	6	60.0	1	1,5,7,11,,3v ±2,	L(1)			
		00	3*	3,9,,3v,	L(3)			
5	10	36°	1	1,9,11,19,,5v±4,	L(1)			
			3	3,7,13,17,,5v <u>+</u> 2,	L(3)			
			5*	5,15,, 5 <i>v,.</i>	L(5)			
6	12		1	1,11,13,23,,6v±5,	L(1)			
		30°	3*	3,9,15,21,,6v±3,	L(3)			
			5	5,7,17,19,,6v±1,	L(5)			
9	9 18	20°	1	1,17,19,35,,9v±8,	L(1)			
			3*	3,15,21,33,,9v±6,	L(3)			
			5	5,13,23,31,,9v±4,	L(5)			
			7	7,11,25,29,,9v±2,	L(7)			
			9*	9,27,9v ,	L(9)			
12 2		15°	1	1,23,25,,12v <u>+</u> 11,	L(1)			
	24		3*	3,21,27,,12v±9,	L(3)			
			5	5,19,29,,12v±7,	L(5)			
			7	7,17,31,,12v±5,	L(7)			
			9*	9,15,33,,12v±3,	L(9)			
			11	11,13,35,,12v±1,	L(11)			
* Currents for these sets can be eliminated by the connections alone.								

FIG. 1.6 – Inductances liées à un groupe harmonique suivant le type de machine polyphasée [19]

La solution proposée par l'auteur pour réduire ces courants, non générateurs de couple mais seulement de pertes Joule, est de placer en série avec les enroulements de la machine des filtres dont l'impédance est élevée aux fréquences harmoniques et faible au fondamental. La figure 1.7, extraite de [19], illustre le résultat de l'alimentation d'une machine à neuf phases avec et sans le filtre.



FIG. 1.7 – Courant dans une machine à neuf phases avant (a) et après (b) filtrage [19]

Il est important de noter que toutes les études réalisées par Klingshirn ne sont a priori valables qu'en régime permanent.

Hamid A. Toliyat étudie la conception de machines polyphasées telles que leurs performances soient les meilleures possibles lors de l'alimentation par onduleur de tension fonctionnant en pleine onde. Dans [43], il montre que lors d'une alimentation par onduleurs de tension, les enroulements des machines polyphasées ont tout intérêt à être concentrés de façon à être mieux adaptés aux formes d'ondes rectangulaires délivrées par le modulateur. Dans ce cas, à pertes données, le couple des machines peut être sensiblement augmenté.

Dans un premier temps l'auteur établit un modèle valable aussi bien en régime permanent que transitoire. Les transformations (Concordia, Park) n'étaient alors qu'appliquées à des machines à répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice, l'auteur préfère établir un modèle dans le référentiel naturel (dit *abc* pour la machine triphasée). Ce modèle prend en compte les harmoniques d'espace de la force magnétomotrice pour le calcul des inductances de la machine.

Dans un second temps l'auteur étudie les performances des machines polyphasées à enroulements concentrés lors de leur alimentation par onduleur de tension. En utilisant le développement en série de Fourier, il montre le lien entre les performances de la machine et les caractéristiques de la force magnétomotrice. Cette force magnétomotrice est calculée en prenant en compte les interactions entre les harmoniques d'espace engendrés par le bobinage concentré et les harmoniques de courant générés par le modulateur d'énergie. Les investigations sont menées sur deux types de machines, celles dites de type 1 (3, 6 et semi 18 phases) qui sont en fait appelées semi par Klingshirn et les machines de type 2 (5, 7 et 9 phases).

Toliyat montre finalement que les machines de type 2 permettent, à pertes Joules données, de fournir un couple 10% plus important que les machines de type 1; ces premières permettant à l'harmonique de force magnétomotice de rang trois de contribuer au couple, contrairement aux machines de type 1.

#### 1.2.2.2 Onduleur de tension à Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI)

Dans ce cas d'alimentation, et en considérant l'existence d'un couplage magnétique entre les phases, des courants harmoniques haute-fréquence ne permettant pas la création de couple sont aussi présents [29], [49], [27], [26], [14]. Ces courants peuvent atteindre de fortes amplitudes et détruire les interrupteurs composant l'onduleur. Une solution est d'utiliser des moteurs conçus pour minimiser les mutuelles [5]. Réduisant le couplage magnétique entre phases, on réduit ainsi naturellement les courants parasites. Si les mutuelles ne sont pas négligeables, il faut alors rechercher un nouveau modèle permettant aussi bien de mettre en évidence l'origine, que d' élaborer une commande contribuant à la réduction des courants parasites.

Les machines multi-étoiles, à l'origine alimentées par commutateurs de courant, ont été ensuite alimentées par onduleur de tension [29]. Dans ce cas, chaque étoile est alimentée par son propre onduleur comme le montre la figure 1.8, extraite de [39].



FIG. 1.8 – Alimentation par deux onduleurs de tension triphasés d'une machine synchrone double-étoile

Si les étoiles sont triphasées, on peut directement employer plusieurs onduleurs de tension triphasés. Ces onduleurs « classiques » sont largement répandus et évitent l'étude d'onduleurs de conception particulière.

De nombreux auteurs proposent un modèle de la machine double-triphasée dont les deux étoiles sont décalées d'un angle  $\gamma$  [27], [26], [14]. Ce modèle est obtenu en appliquant une transformation particulière à chacune des étoiles.

Si on applique ces transformations aux équations de la machine synchrone double étoile à forces électromotrices sinusoïdales [25], on peut élaborer le schéma équivalent de la figure 1.9. Dans ce shéma,  $L_c$  est l'inductance cyclique de chaque étoile, M traduit l'inductance mutuelle entre les enroulements des deux étoiles et R est la résistance d'une phase. Les forces électromotrices, représentées par la grandeur  $\underline{e}_{\alpha\beta}$ , sont supposées sinusoïdales. Les tensions  $\underline{v}_{\alpha\beta1}$  et  $\underline{v}_{\alpha\beta2}$  sont les grandeurs transformées des tensions alimentant chaque étoile.



FIG. 1.9 – Schéma équivalent d'une machine synchrone double-triphasée à aimants permanents

Ce schéma permet d'identifier les causes des surintensités. En effet, si les deux tensions  $v_{\alpha\beta1}$  et  $v_{\alpha\beta2}$  ne sont pas identiques en valeur instantanée (condition qui n'est pas remplie lors de l'alimentation des deux étoiles par deux onduleurs de tension triphasés) leur différence engendre des courants parasites uniquement limités par le circuit composé de 2R et  $2(L_c - M)$ . Le terme  $L_c - M$  est d'autant plus faible que le couplage magnétique entre les deux étoiles est fort.

La solution apportée pour réduire ces courants parasites est d'appliquer aux deux étoiles les mêmes tensions en valeur instantanée. Pour cela il faut ne plus décaler les étoiles, c'est à dire prendre  $\gamma = 0^{\circ}$ . La figure 1.10, extraite de [28], montre le courant dans une phase de la machine lorsque  $\gamma = 30^{\circ}$  et lorsque  $\gamma = 0^{\circ}$ .

Si cette solution permet de réduire de façon notable les courants parasites, il est toutefois difficile d'assurer une parfaite égalité dans les tensions onduleurs. Un décalage dans la commande des onduleurs induit là aussi des courants de fortes amplitudes [28].



FIG. 1.10 – Courants dans une phase d'une machine dont les étoiles sont décalées de  $30^{\circ}$  et en phase

D'autres auteurs ([49], [10], [42]) proposent des techniques de commande par vecteurs d'espace de machines polyphasées dans lesquelles les grandeurs réelles de la machine forment un vecteur d'espace qui est décomposé en plusieurs vecteurs d'espace orthogonaux de dimension un ou deux. Dans ce cas, et en choisissant des hypothèses simplificatrices, l'équation en tension de la machine réelle se scinde en plusieurs équations complètement découplées.

Nous présentons à titre d'exemple l'origine de la transformation permettant la décomposition du vecteur d'espace associée à la machine double-triphasée en plusieurs vecteurs orthogonaux.

Lorsque les six phases de la machine sont alimentées par des grandeurs sinusoïdales équilibrées, les vecteurs tension  $[v_R, v_S, v_T, v_U, v_V, v_W]^t$  et courant  $[i_R, i_S, i_T, i_U, i_V, i_W]^t$  peuvent être définis à partir du vecteur :

$$S_{k}(\omega t) = \left[ \cos k(\omega t), \cos k(\omega t - \gamma), \\ \cos k(\omega t - 4\gamma), \cos k(\omega t - 5\gamma), \\ \cos k(\omega t - 8\gamma), \cos k(\omega t - 9\gamma) \right]^{t}$$
(1.4)

Ce vecteur tournant à la vitesse  $k\omega t$  peut être décomposé sur deux vecteurs fixes orthogonaux obtenus par exemple en remplaçant successivement k par 1 et par  $\frac{\pi}{2}$ dans (1.4). Ces deux vecteurs qu'on peut nommer d et q sont :

$$d = [1, \cos(\gamma), \cos(4\gamma), \cos(5\gamma), \cos(8\gamma), \cos(9\gamma)]^{t}$$
  
$$q = [0, \sin(\gamma), \sin(4\gamma), \sin(5\gamma), \sin(8\gamma), \sin(9\gamma)]^{t}$$

La recherche de quatre autres vecteurs orthogonaux aux deux précédents se fait en inspectant les différents cas pour  $k\omega t$  variant de 0 à  $2\pi$ . Pour k = 5, on obtient deux nouveaux vecteurs :

$$z_1 = [1, \cos(5\gamma), \cos(8\gamma), \cos(\gamma), \cos(4\gamma), \cos(9\gamma)]^t$$
  

$$z_2 = [0, \sin(5\gamma), \sin(8\gamma), \sin(\gamma), \sin(4\gamma), \sin(9\gamma)]^t$$

et pour k = 3:

$$o_1 = [1, 0, 1, 0, 1, 0]^t$$
  
 $o_2 = [0, 1, 0, 1, 0, 1]^t$ 

La modélisation de la machine dans cette nouvelle base permet d'envisager l'asservissement de chacune des composantes du courant dans cette base. La figure 1.11, extraite de [35], donne une représentation de la commande dans le cas de l'asservissement de chacune des composantes du courant.



FIG. 1.11 – Contrôle des toutes les composantes des courants

Si on suppose que la machine asynchrone possède une répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice, l'équation en tension montre que seules ses composantes appartenant au plan d, q sont responsables de la création du couple électromagnétique donc de la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique. Les composantes des plans  $z_1, z_2$  et  $o_1, o_2$  étant quant à elles uniquement responsables des courants harmoniques.

En réalisant une commande ayant pour seules consignes les courants appartenant au plan d, q et en associant une commande vectorielle sélectionnant les différents vecteurs tension appliqués à la machine, l'auteur [49] parvient à conserver des vecteurs tension de module important dans le plan dq tout en imposant des vecteurs tension de module faible dans les plans  $z_1, z_2$  et  $o_1, o_2$ . Il réduit ainsi les courants parasites.

Pour tirer parti des harmoniques de force magnéto-motrice, en particulier de l'harmonique de rang trois, l'auteur [35] propose d'asservir les grandeurs des plans d, q et  $z_1, z_2$  en appliquant une transformation telle que toutes les grandeurs à asservir soient continues. Dans ce cas, le choix des correcteurs se trouve être simplifié.

Citons enfin [42] qui, s'inspirant de la transformation appliquée à la machine double-triphasée, en déduit un modèle et une commande d'une machine pentaphasée à réluctance variable.

Si quelques points de nos travaux seront proches de ceux exposés, il semble néanmoins dès à présent utile d'en exprimer les particularités. L'obtention d'une nouvelle base dans laquelle l'équation en tension est scindée en plusieurs équations complètement découplées n'a été obtenue qu'après réflexion et essais successifs. Nous nous efforcerons de présenter une méthode générale, indépendante du nombre de phases de la machine. Si seul le cas de machines à force magnétomotice sinusoïdale a été étudié, réduisant ainsi le champ de validité de l'étude, nous étudierons particulièrement les machines à force magnéto-motrice et électromorices non-sinusoïdales.

### **1.3** Formalismes pour la commande

Un ensemble exhaustif d'équations traduit entièrement le comportement d'un système : sa connaissance permet donc d'envisager la réalisation de sa commande. Néanmoins, si on agence sous forme graphique les équations régissant le comportement du système, en respectant préférablement un principe de causalité, une déduction plus systématique de la commande se dégage. Citons à ce propos quelques outils de description graphiques : schémas-blocs, bond-graphs, graphe informationnel causal (GIC), etc...

Dans le cas des systèmes complexes les outils classiques ne sont pas assez synthétiques pour permettre une représentation directement utilisable pour la déduction de la structure de commande. Le projet Système Multimachine Multiconvertisseur (SMM) [41], projet du GDR-SDSE (Groupe De Recherche Sûreté et Disponibilité des Systèmes Electriques), vise à analyser les systèmes composés de plusieurs machines et/ou plusieurs convertisseurs dans les entraînements électriques.

On montrera, dans ce mémoire, que les machines polyphasées étudiées peuvent être considérées comme un ensemble de machines fictives couplées électriquement et mécaniquement. De ce fait, elles seront considérées comme des Systèmes Multimachine Multiconvertisseur et nous les modéliserons avec les outils développés pour leur commande [34]. Cette modélisation nous aménera à déduire des Structures Maximales de Commande [40].

### 1.4 Conclusion

Cet état de l'art nous montre qu'il n'existe pas de modélisation assez universelle et généralisable à une dimension quelconque permettant d'étudier les différents type de machines et d'alimentation présentés dans le paragraphe précédent.

En effet, jusqu'à présent les études ont été réalisées pour des besoins particuliers, tantôt dirigées vers la conception, tantôt vers la commande et n'ont, de ce fait, pas fourni de critères permettant d'envisager le nombre de phases d'une machine comme un paramètre influant le choix d'un ensemble électromécanique (modulateur et machine).

Ainsi, le formalisme présenté dans ce mémoire se propose d'être un outil vectoriel généralisé à n dimensions qui permet autant l'analyse de solutions existantes que la conception des machines ou de leurs commandes, qu'elles se fassent en mode normal ou dégradé.

Notre étude sera néanmoins appliquée à une classe particulière de machines.

## Chapitre 2

# Application du formalisme vectoriel aux machines synchrones polyphasées à aimants permanents

## 2.1 Présentation de la machine et des hypothèses d'étude

Les hypothèses suivantes seront utilisées pour modéliser la machine :

- les *n* phases sont identiques et décalées d'un angle  $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ , *p* est le nombre de paires de pôles de la machine<sup>1</sup>
- les effets de peau, des amortisseurs, de saturation et de variation de réluctance du circuit magnétique sont négligés
- les FEMs induites dans les enroulements statoriques uniquement due aux aimants rotoriques ont une forme qui n'est due qu'aux aimants et à la structure des bobinages. La réaction magnétique d'induit (due aux courants statoriques) ne modifie pas la forme de ces FEMs.

La figure 2.1 montre une représentation d'une machine bipolaire dans laquelle la grandeur g (une tension, un courant, un flux, ...) relative à la phase k est notée  $g_k$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Même si cette condition restrictive réduit le champ de validité de notre étude, une condition de symétrie et de circularité de la matrice inductance suffit à déduire une transformation généralisée de Concordia. Si la machine hexaphasée double étoile ne respecte pas la condition d'équirépartition spatiale des phases, on montrera qu'il est tout de même possible d'y appliquer le concept exposé. Le cas des machines à nombre pair de phases fera d'ailleurs l'objet d'un paragraphe particulier.


FIG. 2.1 – Représentation symbolique d'une machine synchrone bipolaire n-phasée

Si la machine possède plus de deux pôles, chaque phase est composée de p bobinages en série de Ns spires et possède un nombre total de spires égal à pNs.

# 2.2 Modélisation de la machine n-phasée dans une base naturelle

Si on associe à la machine n-phasée un espace vectoriel Euclidien  $E^n$  de dimension n, une base orthonormée  $B^n = \{\overrightarrow{x_1^n}, \overrightarrow{x_2^n}, ..., \overrightarrow{x_n^n}\}$  de cet espace est qualifiée de naturelle lorsqu' on peut écrire le vecteur  $\overrightarrow{g}$  tel que :

$$\overrightarrow{g} = g_1 \overrightarrow{x_1^n} + g_2 \overrightarrow{x_2^n} + \dots + g_n \overrightarrow{x_n^n}$$
(2.1)

où  $g_1, g_2, ..., g_n$  sont les n grandeurs mesurables des phases statoriques.

Dans cet espace peuvent être donc définis les vecteurs :

 $\begin{array}{l} - \text{ tension } : \overrightarrow{v} = v_1 \overrightarrow{x_1^n} + v_2 \overrightarrow{x_2^n} + \ldots + v_n \overrightarrow{x_n^n} \\ - \text{ courant } : \overrightarrow{i} = i_1 \overrightarrow{x_1^n} + i_2 \overrightarrow{x_2^n} + \ldots + i_n \overrightarrow{x_n^n} \end{array}$ 

Si une phase statorique possède une résistance  $R_s$  alors l'équation vectorielle en

tension de la machine est  $^2$  :

$$\overrightarrow{v} = R_s \overrightarrow{i} + \left[\frac{d\overrightarrow{\phi_s}}{dt}\right]_{/B^n} + \overrightarrow{e}$$
(2.2)

que l'on peut projeter sur chacun des vecteurs de la base naturelle de façon à retrouver l'équation en tension d'une phase statorique :

$$v_k = \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{x_k^n} = R_s i_k + \frac{d\phi_{sk}}{dt} + e_k$$

où :

- φ<sub>sk</sub> est le flux dans la phase k uniquement créé par les courants statoriques;
- e<sub>k</sub> est la FEM induite dans la phase k uniquement créée par les aimants rotoriques. On supposera que la FEM induite dans une phase ne dépend que de la vitesse du rotor et de paramètres constructifs telle que e<sub>k</sub> = f<sub>k</sub>(θ) Ω où f<sub>k</sub>(θ) est une fonction de forme dépendante de la position θ du rotor et Ω est la vitesse de rotation du rotor.

Dans le cas très fréquent où les inductances mutuelles entre les enroulements ne sont pas négligeables devant les inductances propres des enroulements, on observe un couplage magnétique entre les phases. Les hypothèses de non saturation et de non variation de réluctance permettent de définir une relation linéaire (morphisme)  $\vec{\phi_s} = \lambda(\vec{i})$  entre le vecteur courant et flux statorique plus communément écrite sous forme d'une matrice à coefficients constants :

$$[L_s^n] = mat(\lambda, B^n) = \begin{pmatrix} L_{s_1s_1} & L_{s_1s_2} & \dots & L_{s_1s_n} \\ L_{s_2s_1} & L_{s_2s_2} & \dots & L_{s_2s_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{s_ns_1} & L_{s_ns_2} & \dots & L_{s_ns_n} \end{pmatrix}$$

dans laquelle  $L_{s_k s_k}$  est l'inductance propre d'une phase statorique et  $L_{s_j s_k}$  une inductance mutuelle entre phases statoriques.

Il est à remarquer que si les relations vectorielles sont vraies quelle que soit la base choisie, il n'en est pas de même pour les relations scalaires ou matricielles qui ne sont vraies que dans cette base.

Plus que de permettre une écriture synthétique, les relations vectorielles facilitent les calculs des puissances et du couple. En effet, la puissance instantanée

 $<sup>^{2}</sup>$ Il est nécessaire, lorsqu'on dérive un vecteur, de préciser dans quelle base on opère cette dérivation. On précise cela par un indice. Dans la mesure où il n'y a pas de risque de confusion on peut omettre cette précision.

transitant dans la machine est obtenue par simple produit scalaire entre le vecteur tension et le vecteur courant :

$$p = \sum_{k=1}^{n} v_k i_k = \overrightarrow{v} . \overrightarrow{i}$$
(2.3)

et en remplaçant le vecteur tension par son expression 2.2, on obtient l'équation :

$$p = R_s(\overrightarrow{i})^2 + \left[\frac{d\overrightarrow{\phi_s}}{dt}\right]_{/B^n} \cdot \overrightarrow{i} + \overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}$$

dans laquelle on reconnaît :

- ns laquelle on reconnait : les pertes par effet Joules :  $p_j = R_s(\overrightarrow{i})^2$  la puissance magnétique <sup>3</sup> :  $p_w = \left[\frac{d\overrightarrow{\phi_s}}{dt}\right]_{/B_i^n} \cdot \overrightarrow{i}$
- la puissance électromécanique :  $p_{em} = \overrightarrow{e}$ .  $\overrightarrow{i}$  qui permet d'exprimer le couple

électromagnétique  $C_{em} = \frac{\overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}}{\Omega}$  où  $\Omega$  est la vitesse instantanée du rotor. Si le comportement de la machine est complètement décrit par un ensemble

d'équations, il est assez commode d'y associer une représentation graphique symbolique. En effet, une représentation organisée d'un ensemble électromécanique aide à l'élaboration de sa structure de commande. Le L2EP (Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille) a développé plusieurs outils de représentation des systèmes électromécaniques <sup>4</sup>.

La figure 2.2 donne une représentation utilisant l'approche Système Multimachines Multi-convertisseurs (SMM) [41] d'un ensemble alimentation-machine synchrone n-phasée à aimants permanents dans laquelle les différentes phases de la machine, non mécaniquement couplées, sont alimentées par des sources électriques indépendantes. Bien que cet outil souligne le couplage magnétique existant entre les phases, l'absence de détails sur la localisation des éléments accumulateurs d'énergie ne permet pas de déduire avec assez de précision une structure de commande.

Pour pallier ce problème, la Représentation Energétique Macroscopique (REM) [34] a été développée. Néanmoins, la représentation par ce formalisme de l'ensemble alimentation-machine reste difficile, les couplages magnétiques ne respectant pas la stricte définition d'éléments non-accumulateurs d'énergie. On propose donc à la figure 2.3 une représentation entre REM et SMM sur laquelle les seuls éléments accumulateurs d'énergie magnétique clairement identifiables sont les inductances de fuite de chaque phase.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Les inductances étant supposées constantes il n'y a pas de couple réluctant.

 $<sup>^{4}</sup>$ Voir annexe 4.



FIG. 2.2 – Représentation SMM d'un ensemble alimentation-machine n-phasée dans la base naturelle



FIG. 2.3 – Entre REM et SMM alimentation-machine dans la base naturelle

La déduction d'une commande performante de la machine dans la base naturelle montrerait qu'il est indispensable, du fait de la complexité du couplage magnétique, de procéder à un choix de critères complexes et non systématiques [11].

La modélisation dans la base naturelle ne permet pas l'élaboration aisée du système de contrôle. Il est maintenant systématique de modéliser les machines triphasées dans une base telle qu'il y ait découplage magnétique (Transformations de Concordia, Park, ...). Le paragraphe suivant exposera donc une méthode permettant de déterminer une base dans laquelle il existe un découplage magnétique ou encore comment généraliser la transformation de Concordia aux machines nphasées.

# 2.3 Modélisation de la machine n-phasée dans une base assurant un découplage magnétique

# 2.3.1 Choix d'une base de découplage

La relation  $\overrightarrow{\phi_s} = \lambda(\overrightarrow{i})$  entre le vecteur courant et flux statorique reste vraie quelle que soit la base de l'espace  $E^n$  choisie. En revanche, ceci n'est pas vrai en ce qui concerne les relations matricielles entre les coordonnées de ces vecteurs. En effet, les coordonnées des vecteurs sont obtenues en projetant ces derniers sur les vecteurs générateurs de la base et on comprend aisément que, si on projette les vecteurs dans une autre base, les relations entre les coordonnées changeront.

La base où existera le découplage magnétique sera celle où une coordonnée du vecteur flux statorique pourra s'exprimer en fonction d'une seule coordonnée du vecteur courant (matrice inductance diagonale). Cette base peut être déterminée en examinant la matrice inductance, matrice caractéristique du morphisme entre les vecteurs flux et courant statoriques dans la base naturelle. La diagonalisation d'une matrice impose la recherche des valeurs propres de cette matrice et des vecteurs propres qui leurs sont associées.

On définit les valeurs propres  $\Lambda_k$  du morphisme  $\lambda$  comme étant les solutions de l'équation caractéristique :  $det(\Lambda[I_n] - [L_s^n]) = 0$  où  $[I_n]$  est la matrice identité de dimension n.

Les propriétés physiques des machines électriques nous permettent d'affirmer que la matrice inductance est **symétrique**. En effet, l'inductance mutuelle entre deux enroulements est réciproque :  $L_{s_ks_j} = L_{s_js_k}$ . Dans ce cas la propriété de symétrie nous assure de l'existence de valeurs propres réelles [38], [33].

L'hypothèse de régularité spatiale de construction des phases, spécifique à la classe des machines que nous étudions dans ce mémoire, nous permet d'affirmer que la matrice inductance est **circulante**. Dans ce cas la propriété de circularité nous permet de calculer analytiquement les valeurs propres en utilisant la formule du déterminant circulant [33].

Ces deux conditions étant respectées, les valeurs propres complexes  $\Lambda_k$  sont données par les solutions de l'équation :

$$\prod_{l=1}^{n} \left( \Lambda - \sum_{k=1}^{n} \left( L_{s_1 s_k} e^{\frac{2j\pi (l-1)(k-1)}{n}} \right) \right) = 0$$
 (2.4)

où j est l'opérateur complexe.

L'équation (2.4) se scinde en n équations possédant chacune comme solution une valeur propre  $\Lambda_k$  du morphisme  $\lambda$ . Ces n valeurs propres sont toutefois données sous forme complexe :

$$\begin{split} \Lambda_{1} &= L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} \left( e^{j\frac{2\pi}{n}} \right)^{0} + \ldots + L_{s_{1}s_{n-1}} \left( e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}} \right)^{0} + L_{s_{1}s_{n}} \left( e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{0} \\ \Lambda_{2} &= L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} \left( e^{j\frac{2\pi}{n}} \right)^{1} + \ldots + L_{s_{1}s_{n-1}} \left( e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}} \right)^{1} + L_{s_{1}s_{n}} \left( e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{1} \\ \vdots \\ \Lambda_{n} &= L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} \left( e^{j\frac{2\pi}{n}} \right)^{n-1} + \ldots + L_{s_{1}s_{n-1}} \left( e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}} \right)^{n-1} + L_{s_{1}s_{n}} \left( e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{n-1} \end{split}$$

auxquelles sont associées les vecteurs propres suivants :

$$\overrightarrow{c_{1}^{d}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \overrightarrow{x_{1}^{n}} + \overrightarrow{x_{2}^{n}} \left( e^{j\frac{2\pi}{n}} \right)^{0} + \dots + \overrightarrow{x_{n-1}^{n}} \left( e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}} \right)^{0} + \overrightarrow{x_{n}^{n}} \left( e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{0} \right)$$

$$\overrightarrow{c_{2}^{d}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \overrightarrow{x_{1}^{n}} + \overrightarrow{x_{2}^{n}} \left( e^{j\frac{2\pi}{n}} \right)^{1} + \dots + \overrightarrow{x_{n-1}^{n}} \left( e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}} \right)^{1} + \overrightarrow{x_{n}^{n}} \left( e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{1} \right)$$

$$\vdots$$

$$\overrightarrow{c_{n}^{d}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \overrightarrow{x_{1}^{n}} + \overrightarrow{x_{2}^{n}} \left( e^{j\frac{2\pi}{n}} \right)^{n-1} + \dots + \overrightarrow{x_{n-1}^{n}} \left( e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}} \right)^{n-1} + \overrightarrow{x_{n}^{n}} \left( e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{n-1} \right)$$

Ces vecteurs à coordonnées complexes forment une base orthonormée de l'espace Hermitien <sup>5</sup> associé à la machine. Ce type d'espace est celui retenu lors d'une transformation à coefficients complexes comme celles de Fortescue, Ku, etc..

On veut, comme avec la transformée de Concordia, travailler avec des vecteurs propres à coordonnées réelles associés à des valeurs propres réelles. Même si les valeurs propres sont obtenues sous forme complexe on sait que ces dernières sont réelles, la matrice inductance étant symétrique. On peut donc exprimer autrement la valeur de  $\Lambda_k$  en ne prenant que la partie réelle des expressions précédentes :

$$\begin{split} \Lambda_{1} &= L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} + \dots + L_{s_{1}s_{n-1}} + L_{s_{1}s_{n}} \\ \Lambda_{2} &= L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \dots + L_{s_{1}s_{n-1}} \cos\left((n-2)\frac{2\pi}{n}\right) + L_{s_{1}s_{n}} \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \\ &\vdots \\ \Lambda_{n} &= L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + \dots + L_{s_{1}s_{n-1}} \cos\left((n-1)(n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \\ &+ L_{s_{1}s_{n}} \cos\left((n-1)^{2}\frac{2\pi}{n}\right) \end{split}$$

<sup>5</sup>Un espace Hermitien est un espace vectoriel dont les scalaires sont des nombres complexes.

# Modélisation dans une base de découplage

En remarquant que  $\Lambda_k = \Lambda_{n-k+2}^{6}$  on peut alors déduire que toute combinaison linéaire des vecteurs  $\overrightarrow{c_k^d}$  et  $\overrightarrow{c_{n-k+2}^d}$  est encore un vecteur propre associé à la valeur propre  $\Lambda_k$ . Il y a donc dans le plan engendré par les vecteurs  $\overrightarrow{c_k^d}$  et  $\overrightarrow{c_{n-k+2}^d}$  une infinité de bases orthonormées engendrées par les vecteurs propres (obtenues par rotation à partir de la base  $(\overrightarrow{c_k^d}, \overrightarrow{c_{n-k+2}^d})$ ).

La propriété  $e^{j(n-k)\frac{2\pi}{n}} = e^{-jk\frac{2\pi}{n}}$  permet de déterminer une base orthonormée composée de vecteurs propres à coefficients réels tels que :

$$\vec{x}_{1}^{\vec{d}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \vec{x}_{1}^{\vec{n}} + \vec{x}_{2}^{\vec{n}} + \dots + \vec{x}_{n-1}^{\vec{n}} + \vec{x}_{n}^{\vec{n}} \right)$$

$$\vec{x}_{2}^{\vec{d}} = \frac{\vec{c}_{2}^{\vec{d}} + \vec{c}_{n}^{\vec{d}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \left( \vec{x}_{1}^{\vec{n}} + \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) \vec{x}_{2}^{\vec{n}} + \dots + \cos\left((n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \vec{x}_{n-1}^{\vec{n}} \right)$$

$$+ \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \vec{x}_{n}^{\vec{n}}\right)$$

$$\vec{x}_{3}^{\vec{d}} = \frac{\vec{c}_{2}^{\vec{d}} - \vec{c}_{n}^{\vec{d}}}{j\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \left(\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) \vec{x}_{2}^{\vec{n}} + \dots + \sin\left((n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \vec{x}_{n-1}^{\vec{n}} + \sin\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \vec{x}_{n}^{\vec{n}}\right)$$

$$\vdots$$

Si n est impair avec n=2m+1 alors le dernier couple de vecteurs propres est :

$$\overrightarrow{x_{n-1}^d} = \overrightarrow{x_{2m}^d} = \frac{\overrightarrow{c_{m+1}^d} + \overrightarrow{c_{m+2}^d}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \left( \overrightarrow{x_1^n} + \cos\left(m\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_2^n} + \dots + \cos\left(m(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_n^n} \right)$$
$$+ \cos\left(m(n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_{n-1}^n} + \cos\left(m(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_n^n} \right)$$
$$\overrightarrow{x_n^d} = \overrightarrow{x_{2m+1}^d} = \frac{\overrightarrow{c_{m+1}^d} - \overrightarrow{c_{m+2}^d}}{j\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \left( \sin\left(h\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_2^n} + \dots + \sin\left(m(n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_{n-1}^n} + \sin\left(m(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_{n-1}^n} + \sin\left(m(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \overrightarrow{x_n^n} \right)$$

 $<sup>^{6}</sup>On$  retiendra que les valeurs propres sont au moins égales deux à deux sauf une valeur unique dans le cas où n est impair

Si *n* est pair avec n = 2m alors le dernier vecteur propre est :

$$\overrightarrow{x_{2m}^d} = \overrightarrow{x_n^d} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \overrightarrow{x_1^n} - \overrightarrow{x_2^n} + \dots + \overrightarrow{x_{n-1}^n} - \overrightarrow{x_n^n} \right)$$

La nouvelle matrice inductance  $[L^d_s]$  caractéristique du morphisme  $\lambda$  dans la nouvelle base  $B^d = \{\overrightarrow{x_1^d}, \overrightarrow{x_2^d}, ..., \overrightarrow{x_n^d}\}$  devient :

$$[L_s^d] = mat(\lambda, B^d) = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Lambda_{n'} \end{pmatrix}$$

avec  $n' = \frac{n+3}{2}$  si n impair ou  $n' = \frac{n+2}{2}$  si n pair. Cette matrice est diagonale et on rappelle que les inductances de cette matrice sont au moins égales deux à deux (valeur propre de multiplicité d'ordre 2).

Cette recherche des valeurs propres associées à la matrice inductance permet d'énoncer une transformation de Concordia généralisée avec comme matrice de passage de la base naturelle vers la base de découplage :

- si le nombre de phases n est impair

$$[T_{nn}]^{t} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} \\ \sqrt{\frac{2}{n}} & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{2\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{2(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{2\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{2(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{\frac{2}{n}} & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{(n-1)\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{(n-1)(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{(n-1)^{2}\pi}{n}) \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{(n-1)\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{(n-1)(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{(n-1)^{2}\pi}{n}) \end{pmatrix}$$

- si le nombre de phases n est pair

$$[T_{nn}]^{t} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} & \frac{1}{\sqrt{n}} \\ \sqrt{\frac{2}{n}} & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{2\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{2(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{2\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{2(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{\frac{2}{n}} & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{(n-1)\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{(n-1)(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\cos(\frac{(n-1)^{2}\pi}{n}) \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{(n-1)\pi}{n}) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{(n-1)(n-2)\pi}{n}) & \sqrt{\frac{2}{n}}\sin(\frac{(n-1)^{2}\pi}{n}) \\ \frac{1}{\sqrt{n}} & -\frac{1}{\sqrt{n}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n}} & -\frac{1}{\sqrt{n}} \end{pmatrix}$$

Les bases de départ et d'arrivée étant orthonormées,  $inv([T_{nn}]) = [T_{nn}]^t$ . Cette transformation a donc pour propriété de conserver la puissance instantanée quelle que soit la base dans laquelle elle est exprimée.

On a montré que cette transformation s'appuyait sur deux propriétés de la matrice inductance : la symétrie et la circularité. Si la première est toujours vérifiée, il n'en est pas de même pour la deuxième. Utiliser dans ce dernier cas, cette transformation de Concordia généralisée ne peut se justifier a priori. Néanmoins, il s'avère souvent que la non-circularité peut être considérée comme l'effet d'un élément perturbateur (la réluctance par exemple). L'application de cette transformation mène alors tout de même à une simplification mais non à une diagonalisation [42]. En utilisant une autre transformation on sait néanmoins qu'il est possible de diagonaliser mais la multiplicité des valeurs propres n'est plus de deux.

# 2.3.2 Equations de la machine dans la base de découplage

On vient de montrer qu'il était possible de modéliser la machine dans une base orthonormée telle que le morphisme (la relation linéaire) entre le vecteur flux statorique et le vecteur courant statorique ait une matrice caractéristique diagonale. De plus, les valeurs propres de ce morphisme (les inductances de la diagonale de la matrice) sont au moins doubles (sauf une dans le cas d'un nombre de phases impair).

L'espace vectoriel de départ peut donc être décomposé en une somme de sousespaces vectoriels qui ont la particularité d'être orthogonaux entre eux (car engendrés par des vecteurs orthogonaux entre eux). Un vecteur de l'espace de départ peut donc être décomposé de façon unique en somme de vecteurs orthogonaux, chacun appartenant à un espace propre. De plus la multiplicité d'une valeur propre nous permet de dissocier l'espace vectoriel de départ en différents sous-espaces vectoriels.

Soit  $n_g$  la multiplicité d'une valeur propre  $\Lambda_g$ , on peut définir un sous-espace propre  $E^g$  de l'espace de départ  $E^n$  ayant comme dimension la multiplicité d'une valeur propre.

Un vecteur  $\overrightarrow{g}$  de l'espace de départ se décompose donc en :

$$\overrightarrow{g} = \sum_{g=1}^{g=N} \overrightarrow{g_g}$$

en considérant qu'il existe N sous-espaces propres associés chacun à une valeur propre  $\Lambda_g$ ,  $\overrightarrow{g_g}$  est donc la projection du vecteur  $\overrightarrow{g}$  sur le sous-espace  $E^g$ . Appliqué aux vecteurs flux et courant, on obtient la nouvelle équation :

$$\overrightarrow{\phi_s} = \sum_{g=1}^{g=N} \overrightarrow{\phi_{sg}} = \sum_{g=1}^{g=N} \Lambda_g \overrightarrow{i_g}$$
(2.5)

qui permet d'écrire dans chaque sous-espace, une nouvelle équation en tension :

$$\overrightarrow{v_g} = R_s \overrightarrow{i_g} + \left[\frac{d\overrightarrow{\phi_{sg}}}{dt}\right]_{/E^n} + \overrightarrow{e_g}$$

La base de découplage  $B^d$  étant fixe par rapport à la base naturelle  $B^n$ , la dérivée d'un vecteur dans un sous-espace  $E^g$  est égale à sa dérivée dans l'espace  $E^n$ . On peut donc écrire :

$$\overrightarrow{v_g} = R_s \overrightarrow{i_g} + \left[ \frac{d\overrightarrow{\phi_{sg}}}{dt} \right]_{/E^g} + \overrightarrow{e_g}$$

en utilisant la propriété (2.5) :

$$\overrightarrow{v_g} = R_s \overrightarrow{i_g} + \left[ \frac{d(\Lambda_g \overrightarrow{i_g})}{dt} \right]_{/E^g} + \overrightarrow{e_g}$$

et avec l'hypothèse d'inductances constantes :

$$\overrightarrow{v_g} = R_s \overrightarrow{i_g} + \Lambda_g \left[ \frac{d \overrightarrow{i_g}}{d t} \right]_{/E^g} + \overrightarrow{e_g}$$
(2.6)

On cherche à présent une expression du couple électromagnétique à partir d'un bilan énergétique. La puissance électrique qui transite dans la machine réelle s'exprime par :

$$p = \overrightarrow{v}. \overrightarrow{i} = \sum_{g=1}^{N} \overrightarrow{v_g}. \ \overrightarrow{i_g}$$
(2.7)

et en injectant chacune des équations en tension (2.6) dans l'équation de la puissance (2.7) on obtient :

$$p = \sum_{g=1}^{N} \left( R_s \left( \overrightarrow{i_g} \right)^2 + \Lambda_g \left[ \frac{d \overrightarrow{i_g}}{d t} \right]_{/E^g} \cdot \overrightarrow{i_g} + \overrightarrow{e_g} \cdot \overrightarrow{i_g} \right)$$
(2.8)

L'équation (2.8) montre que l'énergie transite par N machines fictives, indépendantes magnétiquement, associées aux N espaces propres.

Modélisation dans une base de découplage

Le couple créé par la machine réelle peut s'écrire :

$$C = \sum_{g=1}^{N} C_g \tag{2.9}$$

avec  $C_g \Omega = \overrightarrow{e_g} \cdot \overrightarrow{i_g}$ .

L'équation (2.9) montre que chaque machine fictive produit un couple participant à la création du couple total. Ces N machines fictives sont donc couplées mécaniquement : elles tournent toutes à la même vitesse  $\Omega$  et sont accouplées rigidement à un même arbre mécanique.

# 2.3.3 Equivalence entre la machine réelle et un ensemble de machines fictives : Concept multimachines

Nous avons montré qu'une machine n-phasée pouvait être modélisée par un ensemble de machines fictives magnétiquement indépendantes mais mécaniquement couplées sur le même arbre.

La dimension de l'espace associé à une machine donne son nombre de phases. S'il est possible que l'ordre de multiplicité d'une valeur propre soit supérieur à deux, on préférera tout de même décomposer tous les sous-espaces en des espaces de dimension inférieure ou égale à deux. En effet, cela permet de considérer la machine réelle comme une somme de machines monophasées ou diphasées. La conception de la commande n'en est que plus simple.

Ce concept multimachines peut être représenté sans équivoque à la figure 2.4 avec le formalisme REM<sup>7</sup>. Dans cet exemple, la machine possède un nombre impair de phases et elle est équivalente à un ensemble composé d'une machine fictive monophasée (machine a) et plusieurs machines diphasées (machines b à j). On remarque dans ce cas que les alimentations des machines fictives ne peuvent être indépendantes.

# 2.3.4 Machines fictives et harmoniques : Grandeurs associées aux machines fictives

Les différentes grandeurs caractéristiques des machines fictives (tensions, courants, flux, FEM,...) sont obtenues par projection des différents vecteurs associés à la machine réelle dans les sous-espaces associés à chaque machine fictive. La future commande d'une machine fictive passe par la connaissance de la FEM de cette machine (pour connaître la forme optimale du courant à générer) et de la

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Il n'y a plus d'ambiguïté quant à la représentation REM. En effet, l'accumulateur d'énergie associé à chaque machine fictive est désormais bien défini : les inductances  $\lambda_q$ .



FIG. 2.4 – Représentation REM de l'équivalence entre une machine n-phasée et plusieurs machines monophasées et diphasées fictives

valeur de sa constante de temps  $\frac{\Lambda_g}{R_s}$  (pour connaître la fréquence de hachage du courant à délivrer par le modulateur d'énergie associé).

Calculons les projections d'un vecteur associé à la machine réelle dans les différents sous-espaces associées aux machines fictives.

On rappelle que les vecteurs propres des différents sous-espaces sont des combinaisons linéaires de n vecteurs à coordonnées complexes :

$$\overrightarrow{c_t^d} = \sum_{l=1}^{l=n} \left( e^{j(l-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{t-1} \overrightarrow{x_l^n}, \ 1 \le t \le n$$

Pour analyser la répartition des harmoniques il est plus simple pour les calculs de projeter sur ces vecteurs. Il suffira ensuite de regrouper les harmoniques correspondants.

Considérons à présent un vecteur  $\overrightarrow{g}$  à n composantes, chaque composante étant relative à une des n phases :

$$\overrightarrow{g} = \sum_{k=1}^{k=n} g_k \ \overrightarrow{x_k^n}$$

On suppose que  $\overrightarrow{g}$  est  $\lambda$  périodique et donc développable en série de Fourier. Là encore on retiendra un développement de Fourier facilitant les calculs. On a alors :

$$g_k = \sum_{h=-\infty}^{h=\infty} g_k^h e^{+jh\omega\alpha}, \ \omega = \frac{2\pi}{\lambda}$$

avec  $g_k^h$  composante harmonique de rang h de la grandeur  $g_k$  telle que :

$$g_k^h = \frac{1}{\lambda} \int_{\lambda} g_k(\alpha) e^{-jh\omega\alpha} d\alpha$$

d'où :

$$\vec{g} = \sum_{k=1}^{k=n} \left( \sum_{h=-\infty}^{h=\infty} g_k^h e^{+jh\omega\alpha} \right) \vec{x_k^n}$$
$$= \sum_{h=-\infty}^{h=\infty} \left( \sum_{k=1}^{k=n} g_k^h \vec{x_k^n} \right) e^{+jh\omega\alpha}$$
$$= \sum_{h=-\infty}^{h=\infty} \vec{g^h} e^{+jh\omega\alpha}$$

où  $\overrightarrow{g^h} = \sum_{k=1}^{k=n} g_k^h \overrightarrow{x_k^n}$  est la composante harmonique de rang h du vecteur  $\overrightarrow{g}$ . Etudions la projection du vecteur  $\overrightarrow{g^h}$  sur un vecteur  $\overrightarrow{c_t^d}$ :

$$\overrightarrow{g^{h}}.\overrightarrow{c_{t}^{d}} = \left(\sum_{k=1}^{k=n} g_{k}^{h} \overrightarrow{x_{k}^{n}}\right). \left(\sum_{l=1}^{l=n} \left(e^{j(l-1)\frac{2\pi}{n}}\right)^{t-1} \overrightarrow{x_{l}^{n}}\right)$$

La base naturelle  $B^n = {\vec{x_1^n}, \vec{x_2^n}, ..., \vec{x_n^n}}$  étant orthonormée, on a  $\vec{x_k^n}.\vec{x_l^n} = 0$  si  $k \neq l$  d'où :

$$\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c_t^d} = \sum_{k=1}^{k=n} g_k^h. \left( e^{j(k-1)\frac{2\pi}{n}} \right)^{t-1}$$
(2.10)

Il faut pouvoir à ce stade expliciter  $g^h_k.$  On rappelle :

$$g_k^h = \frac{1}{\lambda} \int_{\lambda} g_k(\alpha) e^{-jh\omega\alpha} d\alpha$$

Utilisons encore la régularité de construction (spatiale) ou encore la régularité temporelle dans l'alimentation électrique. Dans ce cas on peut écrire :

$$g_{2}(\alpha) = g_{1}\left(\alpha - \frac{\lambda}{n}\right)$$

$$g_{3}(\alpha) = g_{2}\left(\alpha - \frac{\lambda}{n}\right) = g_{1}\left(\alpha - \frac{2\lambda}{n}\right)$$

$$\vdots$$

c'est à dire le caractère cyclique.

Dans ce cas :

$$g_k^h = \frac{1}{\lambda} \int_{\lambda} g_1\left(\alpha - (k-1)\frac{\lambda}{n}\right) e^{-jh\omega\alpha} d\alpha$$

Si on réalise le changement de variable :  $u = \alpha - (k - 1)\frac{\lambda}{n}$ , on obtient :

$$g_k^h = \frac{1}{\lambda} \int_{\lambda} g_1(u) e^{-jh\omega \left(u + (k-1)\frac{\lambda}{n}\right)} du$$
$$= \left(\frac{1}{\lambda} \int_{\lambda} g_1(u) e^{-jh\omega u} du\right) e^{jh\omega (k-1)\frac{\lambda}{n}}$$

et finalement :

$$g_k^h = g_1^h e^{-jh\omega(k-1)\frac{\lambda}{n}}$$

Cette expression permet de simplifier (2.10):

$$\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c_t^d} = \sum_{k=1}^{k=n} g_1^h e^{-jh\omega(k-1)\frac{\lambda}{n}} \times e^{j(k-1)\frac{2\pi}{n}(t-1)}$$
(2.11)

en utilisant la propriété  $\omega \lambda = 2\pi$  on a :

$$\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c_t^d} = g_1^h \sum_{k=1}^{k=n} e^{-j\frac{2\pi}{n}(k-1)(h-t+1)}$$

et si on pose  $a = e^{-j\frac{2\pi}{n}(h-t+1)}$  alors :

$$\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c_t^d} = g_1^h \sum_{k=1}^{k=n} a^{(k-1)}$$

Finalement : – Si  $a = e^{-j\frac{2\pi}{n}(h-t+1)} = 1$  alors :

$$\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c^d_t} = ng^h_1$$

et h - t + 1 est multiple de n– Si  $a \neq 1$  alors :

$$\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c^d_t} = g_1^h \frac{1-a^n}{1-a}$$

et comme  $a^n = e^{-j2\pi(h-t+1)}$  est toujours égal à 1 alors  $\overrightarrow{g^h}.\overrightarrow{c_t^d} = 0$ 

48

## **CONLUSION** :

Si un vecteur  $\overrightarrow{g}$  est périodique et qu'il existe un caractère cyclique entre ses coordonnées alors la projection d'une de ses composantes harmoniques  $\overrightarrow{g^h}$  sur un vecteur  $\overrightarrow{c_t^d}$  n'est pas nulle uniquement si h-t+1est multiple de n avec :

- -h le rang de l'harmonique;
- $-\ t$  le numéro du vecteur à coordonnées complexes de la base de découplage ;
- -n le nombre de phases.

On démontre donc qu'un groupe de composantes harmoniques du vecteur  $\overrightarrow{g}$  ne se projette que sur un seul vecteur à coordonnées complexes  $\overrightarrow{c_t^d}$  à la condition  $h = un + t - 1, u \in \mathbb{R}^+$ . Le tableau 2.1 donne le groupe harmonique associé à un vecteur  $\overrightarrow{c_t^d}$  pour quelques machines polyphasées.

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif des groupes harmoniques liés à chaque vecteur à coordonnées complexes

	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
n=3	3u	3u + 1	3u + 2	/	/	/	/
n=4	4u	4u + 1	4u + 2	4u + 3	/	/	/
n=5	5u	5u + 1	5u + 2	5u + 3	5u + 4	/	/
n=6	6u	6u + 1	6u + 2	6u + 3	6u + 4	6u + 5	/
n=7	7u	7u + 1	7u + 2	7u + 3	7u + 4	7u + 5	7u + 6

Un sous-espace particulier peut être :

– soit un plan supporté par deux vecteurs  $\overrightarrow{x_k^d}$  à coordonnées réelles qui sont obtenus par combinaisons linéaires des deux vecteurs à coordonnées complexes suivantes :

$$\frac{\overrightarrow{c_t^d} + \overrightarrow{c_{n-t+2}^d}}{\sqrt{2}}, \ \frac{\overrightarrow{c_t^d} - \overrightarrow{c_{n-t+2}^d}}{\sqrt{2}}$$

Ne se projettent donc uniquement sur un plan (une machine diphasée fictive) que les harmoniques associés aux deux vecteurs à coordonnées complexes engendrant le plan;

- soit une droite supportée par le vecteur indicé t = 1. Ne se projettent donc uniquement sur cette droite (une machine monophasée fictive) que les harmoniques associés à ce vecteur.

Cette propriété nous montre, dans le cas où les vecteurs initiaux sont périodiques et qu'il existe un caractère cyclique entre leurs coordonnées, que chaque grandeur (FEM, courant, tension, ...) d'une machine fictive est constituée par un groupe d'harmoniques de la grandeur initiale. Cette association machine fictive - groupe d'harmoniques a déjà fait l'objet d'études lors de l'emploi des composantes symétriques appliquées à des machines n-phasées [19].

On donne dans le tableau récapitulatif 2.2, pour quelques machines polyphasées à nombre de phases impair<sup>8</sup>, les groupes harmoniques associés à chaque machine fictive. L'astérisque indique que la machine fictive est monophasée. Dans le cas contraire elle est diphasée. Le nom porté par une machine fictive dépend du groupe harmonique qui lui est associé. On retiendra particulièrement la machine homopolaire affectée par les harmoniques de rang multiple du nombre de phases et la machine principale affectée par le fondamental.

TAB. 2.2 – Tableau récapitulatif des groupes harmoniques liés à chaque machine fictive

Nombre de	Machine	Machine	Machine	Machine
phases	homopolaire	principale	secondaire	tertiaire
3	3, 6, 9,*	$1, 2, 4, 5, \dots$	/	/
5	$5, 10, 15,^{*}$	$1,4,6,9,\ldots$	2, 3, 7, 8	/
7	7, 14, 21,*	1, 6, 8, 13	$2,5,9,12,\ldots$	$3, 4, 10, 11, \dots$

# 2.3.5 Machines fictives et harmoniques : Inductances associées aux machines fictives

Les inductances associées à chacune des machines fictives dépendent directement de la technique de bobinage employée. La détermination de ces inductances nécessite une analyse précise de la matrice inductance de la machine réelle.

# 2.3.5.1 Cas d'une machine possédant des bobinages à répartition sinusoïdale de la Force Magnéto Motrice (FMM)

Si on suppose que les bobinages ont été réalisés de façon à ce que, traversés par des courants sinusoïdaux équilibrés, ils appliquent une FMM totale dans l'entrefer produisant une onde tournante sinusoïdale, on peut alors écrire que l'inductance mutuelle entre les phases m et k s'écrit [37] :

$$L_{s_m s_k} = \frac{2\mu_0 (k_s N_s)^2 DL}{\pi e} \cos(\delta_{mk})$$
(2.12)

où :

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Les machines à nombre de phases pair font l'objet d'une étude particulière

- -p est le nombre de paires de pôles de la machine;
- $-\mu_0$  est la perméabilité de l'air;
- $-k_s$  est le coefficient de bobinage de l'enroulement;
- $-N_s$  est le nombre de spires d'un des enroulements composant la phase;
- -D est le diamètre d'alésage du stator;
- -L est la longueur utile du stator;
- e est l'épaisseur de l'entrefer magnétique (air + aimants);
- $-\delta_{mk} = (m-k)\frac{2\pi}{n}$  est l'angle séparant les phases m et k.

Dans ce cas, la matrice inductance, symétrique et de plus circulante <sup>9</sup>, se note :

$$[L_s^n] = L_p \begin{pmatrix} 1 + \frac{l_f}{L_p} & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cos\left(2\frac{2\pi}{n}\right) & \dots & \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \\ \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & 1 + \frac{l_f}{L_p} & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \dots & \cos\left((n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \\ \cos\left(2\frac{2\pi}{n}\right) & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) & \dots & \dots & \dots & 1 + \frac{l_f}{L_p} \end{pmatrix}$$

dans laquelle on appelle :

- Lp l'inductance magnétisante (fondamentale) d'une phase statorique ( $\delta_{mk} = 0$ );
- $-\ lf$  l'inductance de fuites d'une phase statorique.

# 2.3.5.2 Cas d'une machine possédant des bobinages concentrés à pas diamétral

Etant donné que les machines électriques étaient initialement alimentées par des sources de tension sinusoïdales, beaucoup d'efforts et de temps ont été consacré à établir les règles de bobinage pour l'obtention de FMM sinusoïdales. L'évolution des techniques d'alimentation et en particulier la MLI permettent maintenant l'asservissement des courants à des consignes de formes quelconques. On montrera dans ce paragraphe que les machines à enroulements concentrés à pas diamétral permettent une limitation de la fréquence de MLI et une réduction des courants harmoniques engendrés lors des alimentations en tensions non-sinusoïdales.

On montre sur la figure 2.5 la représentation de deux enroulements successifs formant deux phases de la machine. On rappelle que le nombre d'enroulements composant une phase est égal au nombre de paires de pôles de la machines (enroulements à une couche). Pour former une phase, ces enroulements sont connectés en série.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Cette matrice est bien circulante. En effet on  $a : \cos\left((n-k)\frac{2\pi}{n}\right) = \cos\left(2\pi - k\frac{2\pi}{n}\right) = \cos\left(k\frac{2\pi}{n}\right)$ 



FIG. 2.5 – Représentation de deux enroulements concentrés à pas diamétral

Chaque phase possède une fonction de bobinage [43] uniquement dépendante de la technique de construction des enroulements. On donne à la figure 2.6 une représentation graphique des fonctions de bobinage de deux phases successives.



FIG. 2.6 – Représentation graphique des fonctions de bobinage

La fonction de bobinage  $K_k$  de la phase k peut être exprimée par une série de Fourier qu'on calcule :

$$K_k(\theta) = \sum_{i=0}^{\infty} a_{ik} \cos\left(ip(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right)$$

 $\operatorname{avec}$  :

$$a_{ik} = \frac{p}{\pi} \int_{\Theta=(k-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{p}}^{\Theta=(k-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{p}} K_k(\theta) \cos\left(ip(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right) d\theta$$
  
$$= \frac{4p}{\pi} \int_{\Theta=(k-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{2p}}^{\Theta=(k-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{2p}} \frac{N_s}{2} \cos\left(ip(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right) d\theta$$
  
$$= \frac{2N_s}{\pi i} \text{ pour } i = 1, 5, 9, 13, \dots$$
  
$$= -\frac{2N_s}{\pi i} \text{ pour } i = 3, 7, 11, 15, \dots$$
  
$$= 0 \text{ pour i pair.}$$

Modélisation dans une base de découplage

d'où :

$$K_k(\theta) = \frac{2N_s}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{h} \cos\left(hp(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right), h = 2i+1$$

Il est possible de définir le vecteur fonction de bobinage tel que :

$$\overrightarrow{K(\theta)} = K_1(\theta)\overrightarrow{x_1^n} + K_2(\theta)\overrightarrow{x_2^n} + \dots + K_n(\theta)\overrightarrow{x_n^n}$$

Dans ce cas, la FMM  $\xi$  engendrée par les n phases (chacune constituée de p bobinages en série) s'obtient par simple produit scalaire entre le vecteur  $\overrightarrow{K(\theta)}$  et le vecteur  $\overrightarrow{i}$ :

$$\xi(\theta) = \overrightarrow{K(\theta)}, \overrightarrow{i} = K_1(\theta)i_1 + K_2(\theta)i_2 + \dots + K_n(\theta)i_n$$

Le champ magnétique existant dans l'entrefer uniquement dû au courant  $i_k$  circulant dans la phase k est donné par la relation :  $B_k(\theta) = \frac{\mu_0}{e} \xi_k(\theta)$  où le terme  $\frac{\mu_0}{e}$  représente la perméance surfacique de l'entrefer (considérée comme constante à la vue des hypothèses).

On déduit  $^{10}$  :

$$B_k(\theta) = \frac{\mu_0}{e} \xi_k(\theta)$$
  
=  $\frac{2N_s\mu_0 i_k}{\pi e} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{h} \cos\left(hp(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right), h = 2i+1$ 

Pour obtenir le flux capté par un enroulement m décalé d'un angle  $(m-k)\frac{2\pi}{pn}$ par rapport à la bobine k il suffit d'intégrer le champ  $B_k(\theta)$  existant tout au long de l'enroulement m créé uniquement par le courant  $i_k$  circulant dans l'enroulement k:

$$\varphi_{mk} = N_s \int_{(m-1)\frac{2\pi}{pn} - \frac{\pi}{2p}}^{(m-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{2p}} B_k(\theta) dS$$

où  $dS = \frac{DL}{2}d\theta$  est l'élément de surface élémentaire de l'enroulement m.

$$\begin{split} \varphi_{mk} &= \frac{N_s^2 \mu_0 DLi_k}{\pi e} \int_{(m-1)\frac{2\pi}{pn} - \frac{\pi}{2p}}^{(m-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{2p}} \left( \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{h} \cos\left(hp(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right) \right) d\theta \\ &= \frac{N_s^2 \mu_0 DLi_k}{\pi ep} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{h^2} \left[ \sin\left(hp(\theta - (k-1)\frac{2\pi}{np})\right) \right]_{(m-1)\frac{2\pi}{pn} - \frac{\pi}{2p}}^{(m-1)\frac{2\pi}{pn} + \frac{\pi}{2p}} \\ &= \frac{2N_s^2 \mu_0 DLi_k}{\pi ep} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{h^2} \cos\left(h(m-k)\frac{2\pi}{n}\right) \end{split}$$

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Le champ B n'est pas exprimé ici sous forme vectorielle. En effet, il ne faudrait pas confondre vecteur lié à l'espace tridimensionnel associé à la géométrie de la machine et vecteur d'espace de dimension n.

Le flux capté par une phase est le résultat des flux précédemment calculés captés par p enroulements mis en série d'où :

$$\phi_{mk} = \frac{2N_s^2\mu_0 DLi_k}{\pi e} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{h^2} \cos\left(h(m-k)\frac{2\pi}{n}\right)$$

Vues les hypothèses formulées, on peut définir l'inductance mutuelle entre deux phases par :

$$L_{s_m s_k} = \frac{2N_s^2 \mu_0 DL}{\pi e} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{h^2} \cos\left(h(m-k)\frac{2\pi}{n}\right), \ h = 2i+1$$

Si, comme cela est classiquement réalisé, on ne considère que l'onde fondamentale de FMM (h = 1) on retrouve bien l'inductance (2.12) dite fondamentale [32] :

$$L_{s_m s_k} = \frac{2(k_s N_s)^2 \mu_0 DL}{\pi e} \cos(\delta_{mk}) = L^{fond} \cos(\delta_{mk})$$

où  $k_s = 1$  les conducteurs d'un même enroulement étant dans la même encoche. Les autres inductances liées aux harmoniques d'espace de la FMM sont dites inductances harmoniques [32].

Dans le cas d'en roulements concentrés à pas diamétral, la matrice  $[L_s^n]$  devient donc :

$$\begin{bmatrix} L_s^n \end{bmatrix} = \frac{L^{fond}}{h^2} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 & \cos\left(h\frac{2\pi}{n}\right) & \dots & \cos\left(h(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \\ \cos\left(h\frac{2\pi}{n}\right) & 1 & \dots & \cos\left(h(n-2)\frac{2\pi}{n}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos\left(h(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_f & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & l_f \end{pmatrix}, \ h = 2i+1$$

On peut donc modéliser une machine à FMM rectangulaire par un ensemble de machines couplées mécaniquement dont chacune posséderait une FMM sinusoïdale à une fréquence liée à l'harmonique du rang considéré [21] et une liée à l'inductance de fuite. L'approche que nous utilisons montre qu'une machine nphasée est équivalente à un ensemble plus réduit de machines dont chacune est affectée par un groupe d'harmoniques et par l'inductance de fuite, la commande s'en trouve directement simplifiée.

#### 2.3.5.3 Bobinages quelconques - Propriétés générales

Dans le cas d'une construction particulière des bobinages, une méthode analytique pourrait permettre de calculer les inductances fondamentale et harmoniques. Il semble néanmoins bien plus adapté de calculer les valeurs de ces différentes inductances en utilisant la méthode des éléments finis [2], [1].

Les études précédentes sont valables que le nombre de phases soit pair ou impair, seul compte le caractère de régularité spatiale entre les phases.

Si la machine hexaphasée double étoile (appelée aussi double triphasée) ne semble pas correspondre à l'hypothèse d'équirépartition spatiale entre les phases, la figure 2.7 montre que les enroulements de cette machine sont obtenus par une connexion série de deux enroulements diamétralement opposés d'une machine à douze phases.



FIG. 2.7 – Equivalence entre une machine douze phases et hexaphasée double étoile

L'étude de cette machine ne semblant pas répondre aux critères de régularité spatiale de construction des phases peut donc très bien être menée en considérant la machine comme possédant douze phases régulièrement décalées.

L'approche plus classique, qui consiste à considérer la machine dans l'état, peut très bien être menée en utilisant les expressions des valeurs propres et de leurs vecteurs propres associés. En effet, la seule condition qui a amené aux calculs des valeurs propres et des vecteurs propres associées est que la matrice inductance (exprimée dans la base naturelle) soit circulante et symétrique. Les quelques machines qui seront étudiées ne sont donc qu'un bien maigre échantillon du champ d'application de la méthode.

## 2.3.5.4 Inductances associées aux machines fictives

On rappelle que l'expression d'une inductance (valeur complexe) de la matrice inductance diagonale est de la même forme qu'un vecteur à coordonnées complexes  $\overrightarrow{c_t^d}$  (Cf 2.3.1) est :

$$\Lambda_{t} = L_{s_{1}s_{1}} + L_{s_{1}s_{2}} \left(e^{j\frac{2\pi}{n}}\right)^{t-1} + \dots + L_{s_{1}s_{n-1}} \left(e^{j(n-2)\frac{2\pi}{n}}\right)^{t-1} + L_{s_{1}s_{n}} \left(e^{j(n-1)\frac{2\pi}{n}}\right)^{t-1}$$
$$= \sum_{k=1}^{k=n} L_{s_{1}s_{k}} e^{jh(k-1)\frac{2\pi}{n}(t-1)}$$
(2.13)

avec :

$$L_{s_1 s_k} = \sum_{h=1}^{\infty} L_{s_1 s_k}^h = \sum_{h=1}^{\infty} L^h \cos\left(h(k-1)\frac{2\pi}{n}\right)$$

où  $L^h$  est l'inductance harmonique de rang h de la phase 1.

Si on exprime l'inductance harmonique  $L^h_{s_1s_k}$  de rang h sous forme complexe :

$$L_{s_1s_k}^h = \frac{1}{2}L^h e^{jh(k-1)\frac{2\pi}{n}} + \frac{1}{2}L^h e^{-jh(k-1)\frac{2\pi}{n}}$$

on peut exprimer l'inductance harmonique  $\Lambda^h_t$  en utilisant l'équation (2.13) :

$$\Lambda_t^h = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=n} L^h e^{jh(k-1)\frac{2\pi}{n}} \times e^{j(k-1)\frac{2\pi}{n}(t-1)} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=n} L^h e^{-jh(k-1)\frac{2\pi}{n}} \times e^{j(k-1)\frac{2\pi}{n}(t-1)}$$
(2.14)

En remarquant que l'équation (2.14) est composée de deux parties chacune de forme identique à l'équation (2.11) on arrive aux mêmes conclusions :

 $-\Lambda_t^h = \frac{n}{2}L^h \text{ si } h - t + 1 \text{ ou } h + t - 1 \text{ est multiple de } n$  $-\Lambda_t^h = 0 \text{ sinon.}$ 

Il vient en ajoutant à l'inductance magnétisante  $L_p$ , l'inductance de fuite  $l_f$ , l'inductance propre d'une phase. L'inductance associée à une machine fictive devient dans ce cas :

$$\Lambda = l_f + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{n}{2} L^h$$

où les h indiquent les harmoniques (impairs uniquement vue la symétrie de construction des machines) associés à la machine fictive considérée (Cf tableau 2.2).

Une machine fictive se voit donc affectée par l'inductance de fuite ajoutée à l'inductance cyclique magnétisante harmonique de rang h.

#### Cas des enroulements à répartition sinusoïdale de la FMM

Dans ce cas, seul le fondamental est considéré (h=1). Seule une machine diphasée fictive se verra affectée par l'inductance cyclique, les autres ne se verront

affectées que par l'inductance de fuite. En d'autres termes, la machine principale se verra affectée de l'inductance cyclique de la machine et les machines secondaires par l'inductance de fuite. On verra que ce cas n'est pas favorable à la future commande de la machine.

Cas des enroulements concentrés à pas diamétral Dans ce cas, l'inductance cyclique  $L^h = \frac{L_p}{h^2}$  et chaque machine fictive se voit affectée par une inductance plus importante que l'inductance de fuite. Cette configuration permet de réduire les différences entre les inductances associées aux machines et offrira plus de confort lors de son alimentation.

# 2.4 Exemples de modélisation de machines

# 2.4.1 Introduction

Nous allons maintenant appliquer la modélisation vectorielle à deux machines synchrones à aimants permanents :

- une machine triphasée à FMM et FEMs sinusoïdales qui permettra, par sa bonne connaissance, de repérer facilement les nouveaux apports du formalisme;
- une machine pentaphasée à enroulements concentrés à pas diamétral et FEMs trapézoïdales première machine, par son nombre de phases, qu'on pourrait dénommer polyphasée.

# 2.4.2 Exemple didactique : Machine triphasée

# 2.4.2.1 Présentation de la machine

On se propose de réaliser la modélisation d'une machine synchrone triphasée à aimants possédant des enroulements statoriques tels qu'ils produisent une FMM sinusoïdale et soient le siège d'une FEM induite sinusoïdale. La figure 2.8 donne une représentation symbolique de cette machine.



FIG. 2.8 – Représentation symbolique de la machine triphasée étudiée

Les principales caractéristiques de la machine étudiée sont résumées dans le tableau 2.3.

TAB. 2.3 – Principales caractéristiques	de la machine triphasée étudiée
Résistance d'une phase	$4 \ \Omega$
Inductance propre d'une phase	1 mH
Inductance de fuite d'une phase	1 mH
Nombre de paires de pôles	4
Constante de FEM	$k_{fem} = 0, 2 \ V/trs/min$
Moment d'inertie du groupe	$J=0.9.10^{-3}\ kg.m^2$

# 2.4.2.2 Modélisation dans la base naturelle

On associe aux 3 phases statoriques de la machine un espace vectoriel  $E^3$  euclidien de dimension 3 munie d'une base orthonormée  $B^n = {\vec{x_1}, \vec{x_2}, \vec{x_3}}$ . On définit alors les vecteurs tension  $\vec{v}$  et courant  $\vec{i}$  tels que :

$$\vec{v} = v_1 \vec{x_1} + v_2 \vec{x_2} + v_3 \vec{x_3}$$
  
$$\vec{i} = i_1 \vec{x_1} + i_2 \vec{x_2} + i_3 \vec{x_3}$$

En considérant qu'une phase possède une résistance  $R_s$ , on peut écrire l'équation en tension de la machine :

$$\overrightarrow{v} = R_s \overrightarrow{i} + \left[\frac{d\overrightarrow{\phi_s}}{dt}\right]_{/B^n} + \overrightarrow{e}$$

dans laquelle on rappelle que :

$$v_k = \overrightarrow{v} . \overrightarrow{x_k} = R_s i_k + \frac{d\phi_{sk}}{dt} + e_k$$

où :

- $-\phi_{sk}$  est le flux dans la phase k uniquement créé par les courants statoriques;
- $-e_k$  est la FEM induite dans la phase k uniquement créée par les aimants rotoriques.

En régime linéaire les 3 flux sont liés aux 3 courants par une matrice inductance du type :

$$[L_s^n] = \begin{pmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{pmatrix}$$

avec :

$$L = L_p + l_f$$

et:

$$M = L_p \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

où:

-  $L_p = \frac{2(pN_s)^2 \mu_0 DL}{\pi e}$  est l'inductance magnétisante d'une phase statorique; -  $l_f$  est l'inductance de fuite d'une phase.

On a donc la relation  $\overrightarrow{\phi_s} = \lambda(\overrightarrow{i})$  où  $\lambda$  est un endomorphisme de matrice caractéristique  $[L_s^n]$  dans la base naturelle  $B^n$   $([L_s^n] = mat(\lambda, B^n))$ .

La FEM induite dans une phase est de forme sinusoïdale. On donne l'expression de la FEM induite aux bornes de la phase k:

$$e_k = E_{max} \sin\left(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{3}\right)$$

où  $\theta$  est l'angle mécanique pris par rapport à la phase 1 et  $E_{max} = k_{fem} \Omega$ .

# 2.4.2.3 Modélisation dans une base assurant un découplage magnétique

On développe dans ce cas particulier la démarche décrite au paragraphe 2.3.1. L'objectif est ici d'obtenir un découplage magnétique entre les phases, c'est à dire une matrice inductance diagonale. Il suffit pour cela de trouver les valeurs propres de l'endomorphisme  $\lambda$ . La base  $B^d = \{\vec{x}_z, \vec{x}_\alpha, \vec{x}_\beta\}$  assurant le découplage magnétique sera composée des vecteurs propres associées aux valeurs propres.

Le calcul des valeurs propres mène à la matrice suivante :

$$[L_s^d] = mat(\lambda, B^d) = \begin{pmatrix} L+2M & 0 & 0\\ 0 & L-M & 0\\ 0 & 0 & L-M \end{pmatrix}$$

Les vecteurs composant la nouvelle base  $B^d$  ont pour coordonnées dans la base naturelle :

$$\overrightarrow{x_z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1\\1\\1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{x_\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1\\-1/2\\-1/2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{x_\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 0\\\sqrt{3}/2\\-\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

Il existe une valeur propre unique et une autre double. Cette propriété nous permet de décomposer l'espace vectoriel de départ  $E^3$  en deux sous-espaces orthogonaux :

– un sous-espace  $E^z$  (une droite) généré par le vecteur  $\overrightarrow{x_z}$  associé à la valeur propre  $\Lambda_z = L + 2M = l_f$ . Cette inductance est appelée inductance homopolaire ou zero-sequence en anglais (dans ce cas particulier égale à l'inductance de fuite);

60

#### Exemples de modélisation de machines

– un sous-espace  $E^p$  (un plan) généré par les vecteurs  $(\overrightarrow{x_{\alpha}}, \overrightarrow{x_{\beta}})$  associés à la valeur propre  $\Lambda_p = L - M = \frac{3}{2}L_p + l_f$ . Cette inductance est appelée inductance principale ou inductance cyclique (composée de l'inductance cyclique magnétisante ajoutée à l'inductance de fuite).

Ainsi, l'équation vectorielle en tension de la machine ne change pas, seules les coordonnées des vecteurs sont différentes cela étant dû au changement de la base de travail. En utilisant les remarques précédentes on peut toutefois scinder cette équation en deux nouvelles équations, chacune liée à un sous-espace propre :

$$v_{z} = R_{s}i_{z} + \Lambda_{z}\frac{di_{z}}{dt} + e_{z}$$
  
$$\overrightarrow{v_{\alpha\beta}} = R_{s}\overrightarrow{i_{\alpha\beta}} + \Lambda_{p}\frac{d\overrightarrow{i_{s\alpha\beta}}}{dt} + \overrightarrow{e_{\alpha\beta}}$$

En effectuant un bilan des puissances (Cf paragraphe 2.3.2), on montre que la machine réelle peut être modélisée par deux machines fictives accouplées mécaniquement au même arbre mais magnétiquement découplées (Une monophasée dite homopolaire et une diphasée dite principale) dont les grandeurs caractéristiques sont les projections des grandeurs réelles dans les sous-espaces associés aux valeurs propres de la matrice inductance.

Valeurs propres de la matrice matrice matrice Un vecteur  $\vec{g} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$  dans la base naturelle a pour coordonnées  $\vec{g} = \begin{pmatrix} g_z \\ g_\alpha \\ g_\beta \end{pmatrix}$  dans la base de découplage et permet d'introduire un scalaire  $g_z$  $\vec{g} = \begin{pmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{pmatrix}$  (and the second second

 $\langle g_{\beta} \rangle$  (caractérisant la machine monophasée) et un vecteur  $\overrightarrow{g_{\alpha\beta}} = \begin{pmatrix} g_{\alpha} \\ g_{\beta} \end{pmatrix}$  (caractérisant la machine diphasée).

L'élaboration de la commande nécessite la connaissance des FEM des machines fictives. Par projection du vecteur FEM  $\overrightarrow{e}$  sur les sous-espaces propres, on obtient :

$$- e_z = 0$$
  
$$- e_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{3}{2}} E_{max} \sin(p\theta) \overrightarrow{x_{\alpha}} - \sqrt{\frac{3}{2}} E_{max} \cos(p\theta) \overrightarrow{x_{\beta}}$$

# 2.4.2.4 Conclusion

Les résultats précédents rappellent que la machine triphasée peut être considérée comme l'association de deux machines fictives dont l'une est diphasée et l'autre monophasée. La machine triphasée n'est donc identique à une machine diphasée qu'à la condition que ne soit jamais alimentée la machine homopolaire (ou monophasée fictive). Cette condition est réalisée systématiquement lors de couplages étoile sans neutre sorti ou triangle des enroulements (si la FEM ne possède pas d'harmoniques de rang multiple de trois).

La figure 2.9 donne une représentation REM de la machine triphasée qui montre l'équivalence de la machine réelle avec deux machines fictives.



FIG. 2.9 – REM d'une machine triphasée synchrone à aimants dans une base de découplage

Il est important de souligner que dans le cas particulier d'une machine à FEMs sinusoïdales, la machine homopolaire ne peut fournir de couple. A l'inverse, une machine dont les FEMs posséderaient des harmoniques de rangs multiples de trois pourrait fournir, à pertes Joules données, un couple supplémentaire.

Néanmoins, le couple que fournirait la machine homopolaire ne pourrait être que pulsatoire (cette machine étant monophasée). Si on désire un couple global constant, il serait nécessaire de « complexifier » la commande de la machine diphasée qui devrait fournir un couple non-constant [12].

# 2.4.3 Exemple original : Machine pentaphasée

# 2.4.3.1 Présentation de la machine

On se propose maintenant de modéliser une machine synchrone pentaphasée à aimants permanents, machine prototype réalisée pour les besoins de ces travaux.

Les contraintes suivantes ont été imposées lors de l'élaboration du cahier des charges :

- la machine doit posséder cinq phases dont les enroulements sont concentrés et à pas diamétral;
- le rotor ne doit pas présenter d'effet de saillance et posséder des aimants permanents;
- les dimensions de la machine ainsi que sa vitesse nominale doivent correspondre à celles de machines classiques utilisées dans les laboratoires d'enseignement (Machine typique de puissance 1,5 kW).

Ces différentes contraintes ont amené au choix d'une machine <sup>11</sup> (représentée

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Des photos de la machine avant montage sont disponibles à l'annexe C.

0

en coupe à la figure 2.10) dont les principales caractéristiques sont résumées au tableau 2.4.



FIG. 2.10 – Vue en coupe de la machine prototype à cinq phases

TAB. 2.4 – Caractéristiques de la machine	prototype à cinq phases
Nombre de phases	5
Nombre de spires par enroulement	25
Nombre de pôles	4
Nombre d'encoches	20
Diamètre extérieur (Tôles)	$0.170 {\rm m}$
Diamètre intérieur (Tôles)	0.110 m
Epaisseur d'entrefer	$0.0015~\mathrm{m}$
Epaisseur des aimants (SmCo)	0.0034  m
Champ rémanent des aimants	1,07 T
Nombre d'aimants (collés en surface)	4 rangées de 24
Longueur axiale	0.080 m

Cette machine est représentée sous forme symbolique à la figure 2.11.



FIG. 2.11 – Représentation symbolique de la machine pentaphasée étudiée

#### 2.4.3.2Modélisation de la machine dans la base naturelle

On associe aux cinq phases un espace vectoriel euclidien  $E^5$  de dimension 5. Dans une base orthonormée  $B^n = \{\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{x_5}\}$  on peut écrire l'équation en tension de la machine :

$$\overrightarrow{v} = R_s \overrightarrow{i} + \left[ \frac{d\overrightarrow{\phi_s}}{dt} \right]_{/B^n} + \overrightarrow{e}$$

En régime linéaire, il existe un morphisme entre les vecteurs flux statorique et courant tel que :

$$\overrightarrow{\phi_s} = \lambda(\overrightarrow{i})$$

où:

$$[L_s^n] = mat(\lambda, B^n) = \begin{pmatrix} L & M_1 & M_2 & M_2 & M_1 \\ M_1 & L & M_1 & M_2 & M_2 \\ M_2 & M_1 & L & M_1 & M_2 \\ M_2 & M_2 & M_1 & L & M_1 \\ M_1 & M_2 & M_2 & M_1 & L \end{pmatrix}$$

avec :

- L l'inductance d'une phase  $(L = L_p + l_f);$ 

-  $M_1$  l'inductance mutuelle entre deux phases décalées de  $\pm \frac{2\pi}{5}$ ; -  $M_2$  l'inductance mutuelle entre deux phases décalées de  $\pm \frac{4\pi}{5}$ .

La structure particulière des enroulements nous invite à étudier plus précisément le calcul des différentes inductances de la matrice  $[L_s^n]$ .

#### Hypothèse d'une répartition sinusoïdale de la FMM

Dans ce cas, l'inductance (fondamentale car n'est considéré que le premier harmonique de FMM) entre la phase m et k s'écrit :

$$L_{s_m s_k}^{fond} = \frac{2\mu_0 N_s^2 DL}{\pi e} \cos\left((m-k)\frac{2\pi}{5}\right)$$

Pour notre machine, on obtient les résultats suivants :

- $-L^{fond} = 8,98.10^{-4} \text{H}$
- $M_1^{fond} = 2,77.10^{-4} \text{H}$  $- M_2^{fond} = -7,26.10^{-4} \text{H}$

En évaluant les fuites uniquement dues aux encoches  $^{12}$  on obtient une inductance de fuites par phase de :

 $-l_f = 3.48.10^{-4} \text{H}$ 

et donc une inductance par phase de :

 $-L^{fond} + l_f = 12.46.10^{-4} \text{H}$ 

## Prise en compte des harmoniques de FMM

La structure des enroulements correspond au cas étudié au paragraphe 2.3.2. Dans ce cas, l'inductance entre la phase m et k s'écrit :

$$L_{s_m s_k} = \frac{2\mu_0 N_s^2 DL}{\pi e} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h^2} \cos\left(h(m-k)\frac{2\pi}{5}\right)$$

où  $h = 1, 3, 5, \dots$  est le rang de l'harmonique considéré.

L'inductance de rang h s'exprimant en  $\frac{1}{h^2}$ , on peut considéré l'apport des harmoniques de rang supérieur ou égal à 7 comme négligeable. Dans ce cas (ne considérant que les harmoniques 1,3 et 5 de FMM), on obtient les inductances suivantes :

- $-L = 8,98.10^{-4}$ H ou  $L + l_f = 12.46.10^{-4}$ H
- $-M_1 = 2,33.10^{-4} \mathrm{H}$
- $-M_2 = -6.60.10^{-4} \mathrm{H}$

# Calcul des inductances par la méthode des éléments finis en deux dimensions

La machine est modélisée par éléments finis. La figure 2.12 donne une représentation en coupe de la machine étudiée ainsi que du maillage réalisé. La carte des champs, pour laquelle seule la phase 1 est alimentée par un courant de 5 A, obtenue après application du code donnée à la figure 2.13.

 $<sup>^{12}\</sup>mathrm{Voir}$  Annexe B



FIG. 2.12 – Structure du maillage de la machine pentaphasée étudiée



FIG. 2.13 – Carte des champs de la machine pentaphasée étudiée

Pour notre machine, on obtient les résultats suivants : –  $L + l_f = 13, 5.10^{-4}$ H –  $M_1 = 2, 06.10^{-4}$ H –  $M_2 = -6, 16.10^{-4}$ H

# Comparatif entre calculs analytiques et méthode des éléments finis

En prenant pour référence les résultats calculés par la méthode des éléments finis, le tableau 2.5 donne les erreurs commises lors d'un calcul analytique en ne considérant que le premier ou les harmoniques principaux de FMM.

TAB. 2.5 – Erreurs entre calculs	analytiques	et métho	de des élér	ments finis
Inductance	L	$M_1$	$M_2$	-
1er harmonique	-7,7%	34,0%	17,0%	-
Harmoniques principa	ux -7,7%	$17,\!0\%$	7,1%	

Ce tableau confirme que dans le cas d'enroulements concentrés, l'unique prise en compte du fondamental de l'onde de FMM ajoute plus de 10% d'erreur lors du calcul des inductances.

On constate une erreur plus importante sur le calcul de  $M_1$  par rapport à  $M_2$ . Cette différence peut s'expliquer par la non prise en compte du phénomène de fuites mutuelles entre enroulements décalés de  $\pm \frac{2\pi}{5}$ . L'erreur engendrée par ces fuites mutuelles est encore plus accentuée dans le cas de machines à enroulements à deux couches [14].

## Etude de la FEM

Si la forme des FEMs peut être déduite par calcul avec la méthode des éléments finis, un relevé expérimental d'une des FEMs de la machine réelle tournant à 1500 trs/min est proposé à la figure 2.14. Le tableau 2.6 donne le contenu harmonique des FEMs.



FIG. 2.14 – Relevé expérimental d'une FEM à 1500 trs/min

TAB. 2.6 – Contenu harmonique des FEM

Harmonique	1	3	5	7	9
Taux relatif	100%	28,5%	$12,\!4\%$	5,1%	1,7%

Le vecteur FEM peut donc s'écrire :

$$\overrightarrow{e} = e_1 \overrightarrow{x_1} + e_2 \overrightarrow{x_2} + e_3 \overrightarrow{x_3} + e_4 \overrightarrow{x_4} + e_5 \overrightarrow{x_5}$$

avec :

$$e_k = \sum_{h=1}^{\infty} E^h \sin\left(h(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{5})\right)$$

où  $E^h = k_{fem}^h \Omega$  est la valeur maximale de l'harmonique de FEM de rang h avec  $k_{fem}^h$  le coefficient de fem et  $\Omega$  la vitesse de rotation du rotor. On mesure  $k_{fem}^1 = 0,32 \ Vs/rad$ .

#### 2.4.3.3 Modélisation dans une base de découplage

Si on applique les résultats du paragraphe 2.3.1, on montre qu'il existe une base orthonormée  $B^d = \{\overrightarrow{x_z}, \overrightarrow{x_{p\alpha}}, \overrightarrow{x_{p\beta}}, \overrightarrow{x_{s\alpha}}, \overrightarrow{x_{s\beta}}\}$  dans laquelle la matrice inductance est diagonale :

$$[L_s^d] = mat(\lambda, B^d) = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_4 \end{pmatrix}$$

Le calcul mène aux valeurs suivantes :

$$\Lambda_{1} = L + 2(M_{1} + M_{2})$$

$$\Lambda_{2} = L + M_{1}\cos(\frac{2\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{4\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{6\pi}{5}) + M_{1}\cos(\frac{8\pi}{5})$$

$$\Lambda_{3} = L + M_{1}\cos(\frac{4\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{8\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{12\pi}{5}) + M_{1}\cos(\frac{16\pi}{5})$$

$$\Lambda_{4} = L + M_{1}\cos(\frac{6\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{12\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{18\pi}{5}) + M_{1}\cos(\frac{24\pi}{5})$$

$$\Lambda_{5} = L + M_{1}\cos(\frac{8\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{16\pi}{5}) + M_{2}\cos(\frac{24\pi}{5}) + M_{1}\cos(\frac{32\pi}{5})$$

Il apparaît alors des valeurs doubles :

$$\Lambda_2 = \Lambda_5 = L - 2(M_1 \cos(\frac{3\pi}{5}) + M_2 \cos(\frac{\pi}{5})))$$
  
$$\Lambda_3 = \Lambda_4 = L - 2(M_1 \cos(\frac{\pi}{5}) + M_2 \cos(\frac{3\pi}{5}))$$

Ces inductances sont associées aux vecteurs propres suivants :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{x_z} &= \frac{1}{\sqrt{5}} (\overrightarrow{x_1} + \overrightarrow{x_2} + \overrightarrow{x_3} + \overrightarrow{x_4} + \overrightarrow{x_5}) \\ \overrightarrow{x_{p\alpha}} &= \frac{2}{\sqrt{5}} (\overrightarrow{x_1} + \cos(\frac{2\pi}{5})\overrightarrow{x_2} + \cos(\frac{4\pi}{5})\overrightarrow{x_3} + \cos(\frac{6\pi}{5})\overrightarrow{x_4} + \cos(\frac{8\pi}{5})\overrightarrow{x_5}) \\ \overrightarrow{x_{p\beta}} &= \frac{2}{\sqrt{5}} (\sin(\frac{2\pi}{5})\overrightarrow{x_2} + \sin(\frac{4\pi}{5})\overrightarrow{x_3} + \sin(\frac{6\pi}{5})\overrightarrow{x_4} + \sin(\frac{8\pi}{5})\overrightarrow{x_5}) \\ \overrightarrow{x_{s\alpha}} &= \frac{2}{\sqrt{5}} (\overrightarrow{x_1} + \cos(\frac{4\pi}{5})\overrightarrow{x_2} + \cos(\frac{8\pi}{5})\overrightarrow{x_3} + \cos(\frac{2\pi}{5})\overrightarrow{x_4} + \cos(\frac{6\pi}{5})\overrightarrow{x_5}) \\ \overrightarrow{x_{s\beta}} &= \frac{2}{\sqrt{5}} (\sin(\frac{4\pi}{5})\overrightarrow{x_2} + \sin(\frac{8\pi}{5})\overrightarrow{x_3} + \sin(\frac{2\pi}{5})\overrightarrow{x_4} + \sin(\frac{6\pi}{5})\overrightarrow{x_5}) \end{aligned}$$

Il existe une valeur propre unique et deux valeurs propres doubles. Cette propriété nous permet de décomposer l'espace vectoriel  $E^5$  en trois sous-espaces orthogonaux :

- Un sous-espace  $E^z$  généré par le vecteur propre  $(\overrightarrow{x_z})$  associé à la valeur propre  $\Lambda_z = \Lambda_1$ . Ce sous-espace est une droite appelée homopolaire;
- Un sous-espace  $E^p$  généré par les vecteurs propres  $(\overrightarrow{x_{p\alpha}}, \overrightarrow{x_{p\beta}})$  associé à la valeur propre  $\Lambda_p = \Lambda_2 = \Lambda_5$ . Ce sous-espace est un plan appelé principal;
- Un sous-espace  $E^s$  généré par les vecteurs propres  $(\overrightarrow{x_{s\alpha}}, \overrightarrow{x_{s\beta}})$  associé à la valeur propre  $\Lambda_s = \Lambda_3 = \Lambda_4$ . Ce sous-espace est un plan appelé secondaire.

Un vecteur  $\overrightarrow{g}$  qui s'exprime par  $\overrightarrow{g} = g_1 \overrightarrow{x_1} + g_2 \overrightarrow{x_2} + g_3 \overrightarrow{x_3} + g_4 \overrightarrow{x_4} + g_5 \overrightarrow{x_5}$ dans la base naturelle se décompose en trois vecteurs  $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{g_z} + \overrightarrow{g_p} + \overrightarrow{g_s}$  où :

 $-\overrightarrow{g_z} = g_z \overrightarrow{x_z}$ 

$$- \underbrace{g_p}_{p\alpha} = g_{p\alpha} \underbrace{x_{p\alpha}}_{p\alpha} + g_{p\beta} \underbrace{x_{p\beta}}_{p\beta}$$

$$- \overline{g_s} = g_{s\alpha} \overline{x_{s\alpha}} + g_{s\beta} \overline{x_{s\beta}}$$

## Hypothèse d'une répartition sinusoïdale de la FMM

Dans ce cas :

- $\Lambda_p = \frac{5}{2}L^{fond} + l_f$  ou inductance cyclique fondamentale de la machine. Pour notre machine  $\Lambda_p = 2,59 \ mH$ .
- $\Lambda_s = \Lambda_z = l_f$  ou inductance de fuite d'une phase de la machine. Pour notre machine  $\Lambda_s = \Lambda_z = 0,348 \ mH$

#### Prise en compte des harmoniques de FMM

Dans ce cas :

$$-\Lambda_{p} = l_{f} + \sum_{h} \frac{5}{2} \frac{L_{p}}{h^{2}}, \ h = 1, 9, \dots$$
$$-\Lambda_{s} = l_{f} + \sum_{h} \frac{5}{2} \frac{L_{p}}{h^{2}}, \ h = 3, 7, \dots$$
$$-\Lambda_{z} = l_{f} + \sum_{h} \frac{5}{2} \frac{L_{p}}{h^{2}}, \ h = 5, 15, \dots$$
Pour notre machine, on obtient :

– En ne prenant en compte que les harmoniques 1, 3, 5 :

 $\Lambda_p = 2,59 \ mH, \ \Lambda_s = 0,597 \ mH, \ \Lambda_z = 0,438 \ mH$ 

- $-\,$  Par la méthode des éléments finis :
  - $\Lambda_p = 2,47 \ mH, \ \Lambda_s = 0,636 \ mH, \ \Lambda_z = 0,530 \ mH$

#### Comparatif entre calculs analytiques et méthode des éléments finis

En prenant pour référence les résultats calculés par la méthode des éléments finis, le tableau 2.7 donne les erreurs commises lors d'un calcul analytique en ne considérant que le premier ou les harmoniques principaux de FMM.

TAB. 2.7 – Erreurs entre calculs analytiques et méthode des éléments finis

Inductance	$\Lambda_p$	$\Lambda_s$	$\Lambda_z$
$1^{er}$ harmonique	4,9%	-34,4%	$-28,\!6\%$
Harmoniques prépondérants	4,9%	-6,1%	-17,4%

On constate qu'une seule prise en compte du fondamental de la FMM entraîne une sous-évaluation moyenne de 30% des inductances  $\Lambda_s$  et  $\Lambda_z$ . La simulation d'un tel système modélisé avec cet hypothèse ne rend donc pas fidèlement du comportement futur du système. On montrera que cette erreur est surtout préjudiciable lors d'alimentation par onduleur de tension commandé en MLI.

#### Etude de la FEM

La projection du vecteur FEM  $\overrightarrow{e}$  sur les différents sous-espaces se déduit des calculs généraux menés au paragraphe 2.3.4. Pour la machine pentaphasée on obtient :

$$\overrightarrow{e_z} = \sqrt{5} \sum_{h} E^{h} \sin(hp\theta) \ \overrightarrow{x_z}, \ h = 5, 15, \dots$$

$$\overrightarrow{e_p} = \sqrt{\frac{5}{2}} \sum_{h} E^{h} (\sin(hp\theta) \ \overrightarrow{x_{p\alpha}} - \cos(hp\theta) \ \overrightarrow{x_{p\beta}}), \ h = 1, 9, \dots$$

$$\overrightarrow{e_s} = \sqrt{\frac{5}{2}} \sum_{h} E^{h} (\sin(hp\theta) \ \overrightarrow{x_{s\alpha}} + \cos(hp\theta) \ \overrightarrow{x_{s\beta}}), \ h = 3, 7, \dots$$

Pour notre machine, on obtient les FEMs données à la figure 2.15.

#### Equivalence entre machine réelle et machines fictives

Une machine fictive peut être associée à chacun des sous-espaces, respectivement :



FIG. 2.15 - FEM fictives à 1500 trs/min

- une machine diphasée associée au plan principal possédant la constante de temps électrique et les FEM induites les plus importantes;
- une machine diphasée associée au plan secondaire possédant une constante de temps électrique plus faible et des FEM induites moins importantes;
- une machine monophasée associée à la droite homopolaire possédant la constante de temps électrique et des FEM induites les plus faibles.
- Il est important de constater que :
- Les enroulements concentrés à pas diamétral permettent aux machines secondaires de posséder une constante de temps électrique plus importante que dans le cas d'enroulements répartis. Rappelons que si les enroulements créent une FMM sinusoïdale les machines secondaires se trouvent affectées par l'inductance la plus faible c'est à dire l'inductance de fuite. Une bonne machine polyphasée n'est donc pas une machine à FMM sinusoïdale.

La figure 2.16 montre l'équivalence entre la machine réelle et un ensemble de trois machines fictives.



FIG. 2.16 – Equivalence entre une machine pentaphasée et trois machines

par projection des grandeurs initiales sur chacun des sous-espaces associées aux machines.

# 2.5 Conclusion

Ce chapitre montre que l'association modélisation vectorielle - concept multimachines permet de considérer une machine polyphasée comme équivalente à un ensemble de machines mono et/ou diphasées fictives accouplées mécaniquement. L'étude d'une machine complexe se résume donc en plusieurs études de machines simples.

Rappelons que le formalisme vectoriel a permis de formuler une transformation de Concordia généralisée. Même si cette transformation a déjà été énoncée par plusieurs auteurs, retenons que l'approche ici utilisée est totalement généralisable à des machines à nombre de phases quelconque et n'a pas fait appel à des techniques de diagonalisation qui permettent de déduire quelques vecteurs à la seule condition que certains soient déjà déterminés de façon empirique.

Les grandeurs caractéristiques (tension, courant, FEM, inductance, ...) de chaque machine fictive sont obtenues par projection des grandeurs de la machine réelle. Ce chapitre a montré qu'une machine fictive se voyait affectée par un même groupe harmonique des grandeurs réelles, quelles qu'elles soient.

Une machine réelle est au moins modélisable par une machine fictive appelée principale. La machine principale est affectée par le groupe harmonique contenant le fondamental des grandeurs initiales. Si la machine principale possède une inductance comparable à l'inductance cyclique d'une phase de la machine obtenue par une approche au premier harmonique, il en est tout autre pour les machines fictives dites secondaires. En effet, si on constate que les machines fictives secondaires peuvent ou non produire un couple, on retient surtout qu'elles peuvent se voir affectées d'une inductance beaucoup plus faible que la machine principale. Cette remarque est importante lors de l'élaboration de la commande de la machine et justifie l'apparition de courant parasites lors de l'alimentation d'une machine polyphasée par un onduleur de tension commandé en MLI.

Cette dernière remarque nous a engagé à étudier les machines à enroulements concentrés et à pas diamétral. On remarque que dans ce cas de figure les constantes de temps des machines fictives secondaires peuvent être augmentées de plus de 30%, permettant ainsi la réduction des courants parasites sans augmentation exagérée de la fréquence de découpage des tensions issues de l'onduleur. Si le formalisme développé permet l'élaboration d'un modèle de la machine en vue de sa commande, il peut s'avérer être un outil intéressant pour le concepteur de machines.

# Chapitre 3

# Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande de machines synchrones polyphasées à aimants permanents

# 3.1 Introduction

Nous allons dans un premier temps appliquer la modélisation vectorielle à l'alimentation de machines synchrones polyphasées à aimants permanents. L'utilisation quasi-universelle d'onduleurs de tension commandés en Modulation de la Largeur des Impulsions (MLI) nous conduit à nous limiter à leur seul étude. On insiste sur la commande particulière d'onduleurs monophasés mis en parallèle sur le même bus continu, commande permettant l'obtention de vecteurs moyens de tension. On développe dans ce chapitre une méthode originale de génération d'un vecteur moyen de tension, extension des commandes par vecteur d'espace.

Nous montrons ensuite que les formalismes SMM [41] et REM [34] peuvent être étendus à l'ensemble alimentation - machine polyphasée. Le modèle ainsi obtenu permet, en se basant sur une méthode d'inversion, de déduire une structure maximale de commande (SMC [40]).

Ce chapitre revisite d'une part les effets de différents modes d'alimentation des machines synchrones et montre que le formalisme développé permet de réaliser une commande originale des machines synchrones d'autre part.

Suivent enfin des exemples d'alimentations et de commande qui ont comme récepteurs les deux machines modélisées au chapitre 2. Seule l'étude de l'alimentation de la machine triphasée est étudiée, la commande de cette dernière étant déjà bien présente dans la littérature. L'alimentation et la commande de la machine pentaphasée sont ensuite étudiées et on en montre une réalisation pratique implantée sur le banc expérimental présenté en annexe C.

# 3.2 Topologies d'alimentation

Nous ne nous intéressons qu'à deux topologies d'alimentation :

- chaque phase est alimentée par un onduleur à deux bras. Cette topologie permet de bénéficier de tous les degrés de liberté au niveau de la commande et d'envisager un fonctionnement en mode dégradé avec uniquement deux phases encore alimentées [17];
- les phases de la machine sont couplées en étoile sans neutre sorti. Cette configuration classique permet une économie de bras d'onduleur mais enlève un degré de liberté. En effet il est impossible de générer un courant homopolaire, la somme des courants étant « mécaniquement » imposée à zéro.

La figure 3.1 présente ces deux topologies; il est à noter que d'autres topologies proposent la liaison du neutre de l'étoile à un potentiel fixe ou contrôlé par un interrupteur statique [3].



FIG. 3.1 – Les deux topologies d'alimentation étudiées.

Les tensions issues des onduleurs peuvent présenter plusieurs niveaux. De façon à simplifier l'étude, nous nous limitons à des onduleurs à deux niveaux.

# 3.3 Modélisation vectorielle des alimentations

La MLI intersective (comparaison entre un signal de référence et un signal triangulaire de fréquence élevée) a fait l'objet de multiples études. Néanmoins nous nous intéressons particulièrement dans ce paragraphe au fonctionnement de plusieurs onduleurs en parallèle utilisant le même signal triangulaire ou encore une MLI intersective synchronisée. La conception de la commande nous amène a établir un modèle REM des onduleurs et à définir la notion d'onduleurs fictifs, notion à relier directement à celle de machines fictives.

Quelle que soit la topologie, constituée d'un ou deux bras pas phase, on reconnaît n structures identiques. De façon à généraliser notre approche, chaque structure sera supposée délivrer une tension de sortie  $v_{sk} = \pm V_{alim}$ .

Dans ce paragraphe on lira donc :

- $-v_{sk} = v_k = \pm V_{alim} = \pm V_{bus}$  dans le cas de structures « deux bras par phase »;
- $-v_{sk} = v_{kN} = \pm V_{alim} = \pm \frac{V_{bus}}{2}$  dans le cas de structures « un bras par phase » et on ne tiendra pas compte des interrupteurs  $s_{k3}$  et  $s_{k4}$ .

## 3.3.1 Modélisation d'un onduleur monophasé

On ne s'intéresse qu'à la modélisation d'un onduleur étudié **isolement des autres**. La figure 3.2 donne le modèle REM d'un onduleur monophasé.



FIG. 3.2 – Modélisation REM d'un onduleur monophasé

#### Modèle instantané d'un onduleur :

On suppose l'onduleur uniquement commandable en deux niveaux, la tension de sortie  $v_{sk}$  ne peut donc prendre que deux états :

- $-v_{sk} = +V_{alim}$  en fermant les interrupteurs  $s_{k1}$  et  $s_{k4}$  et en ouvrant les interrupteurs  $s_{k2}$  et  $s_{k3}$ ;
- $-v_{sk} = -V_{alim}$  en fermant les interrupteurs  $s_{k2}$  et  $s_{k3}$  et en ouvrant les interrupteurs  $s_{k1}$  et  $s_{k4}$ .

Dans ce cas on a :  $v_{sk} = m_k(t) V_{alim}$  où  $m_k(t) = \pm 1$  est la fonction de conversion de l'onduleur [8], [16].

Si on pose  $m_k(t) = \langle m_k \rangle (t) + \Delta m_k(t)$  avec  $\langle m_k \rangle (t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t m_k(\tau) d\tau$ , valeur moyenne glissante de  $m_k(t)$  sur la période T, la tension  $v_{sk}(t)$  devient :

$$v_{sk}(t) = \langle v_{sk} \rangle (t) + \Delta v_{sk}(t)$$

où :

- $\langle v_{sk} \rangle (t) = \langle m_k \rangle (t) V_{alim}$ : valeur moyenne glissante de  $v_{sk}(t)$  sur la période T;
- $-\Delta v_{sk}(t) = \Delta m_k(t) V_{alim}$ : assimilable à un bruit de conversion.

L'onduleur est donc semblable à un amplificateur linéaire de gain  $\langle m_k \rangle(t)$ bruité par la grandeur  $\Delta m_k(t)$ .

#### Modèle moyen d'un onduleur :

Si on considère que la charge alimentée par l'onduleur a un caractère passe-bas et que le bruit de conversion possède un spectre fréquentiel bien au delà de la fréquence de coupure de la charge, le bruit de conversion peut être considéré comme une perturbation négligeable et l'onduleur est considéré comme un amplificateur de gain  $\langle m_k \rangle (t)$ . A cette condition :  $v_{sk}(t) = \langle v_{sk} \rangle (t) = \langle m_k \rangle (t) V_{alim}$ .

Dans le cas particulier d'une commande par MLI, commande échantillonnée à chaque période  $T_{MLI}$ , on s'intéresse à la valeur moyenne du signal sur une période de MLI. On a alors à l'instant  $t = qT_{MLI}$   $(q=1,2,...,+\infty)$ :

$$< m_k > (qT_{MLI}) = \frac{1}{T_{MLI}} \int_{(q-1)T_{MLI}}^{qT_{MLI}} m_k(\tau) d\tau$$

# 3.3.2 Modélisation de n onduleurs monophasés en parallèle sur un même bus continu

La figure 3.3 donne une représentation REM de l'ensemble étudié.



FIG. 3.3 – Modélisation REM de n on duleurs monophasés connectés en parallèle sur le même bus continu

Exprimé dans la base naturelle orthonormée  $B^n = {\vec{x_1^n}, \vec{x_2^n}, ..., \vec{x_n^n}}$ , le vecteur tension  $\vec{v_s} = v_{s1}\vec{x_1^n} + v_{s2}\vec{x_2^n} + ... + v_{sn}\vec{x_n^n}$  ne peut posséder qu'un nombre fini

de valeurs. En effet, dû au caractère discret du modulateur et au choix d'une commande deux niveaux, les tensions  $v_{sk}$  ( $_{k=1,\ldots,n}$ ) ne peuvent être égales qu'à  $\pm V_{alim}$ . Dans ce cas, le vecteur  $\overrightarrow{v_s}$  ne peut prendre que  $2^n$  valeurs.

#### Approche classique :

L'approche classique aux valeurs moyennes consiste à considérer que les commandes des onduleurs sont **complètement indépendantes les unes des autres**. Cette association d'onduleurs est alors capable de générer un **vecteur tensions moyennes** :

$$\overrightarrow{\langle v_s \rangle}(t) = \sum_{k=1}^n \langle v_{sk} \rangle(t) \ \overrightarrow{x_k^n}$$

avec :  $\langle v_{sk} \rangle (t) = \frac{1}{T} \int_{t^k - T}^{t^k} v_{sk}(\tau) d\tau$ 

Dans ce cas la notation vectorielle n'est que le résultat d'une concaténation de n valeurs moyennes liées au n onduleurs monophasés.

#### Approche vectorielle :

Dans ce mémoire notre approche est particulière. En effet, l'objectif est ici d'utiliser les n onduleurs de façon à générer un **vecteur tension moyen**. On considère donc initialement la valeur moyenne glissante d'un vecteur tension et non un vecteur tension obtenu par concaténation de n valeurs moyennes liées au n onduleurs monophasés :

$$\langle \overrightarrow{v_s} \rangle(t) = \langle \sum_{k=1}^n v_{sk}(t) \overrightarrow{x_k^n} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \overrightarrow{v_s}(\tau) d\tau$$

Dans le cas d'une commande par MLI, les instants d'échantillonnage des différents onduleurs monophasés peuvent ne pas être identiques : on notera  $qT_{MLI}^k$ les instants d'échantillonnage de l'onduleur numéro k. S'il est toujours possible de définir un vecteur tension moyen  $\langle \vec{v_s} \rangle (t)$ , il n'est plus possible de définir le vecteur  $\langle \vec{v_s} \rangle (qT_{MLI})$  du fait de la multiplicité des instants  $qT_{MLI}^k$ .

Bien entendu, on peut définir des vecteurs tensions moyennes  $\langle v_s \rangle (qT_{MLI}^k)$ tous différents les uns des autres. Cette différence est d'autant plus faible que le « défaut » de synchronisation le sera. Si on cherchait à calculer un vecteur  $\langle v_s \rangle (qT_{MLI})$  il faudrait de plus connaître les tensions appliquées non plus sur une période mais sur au moins deux.

On voit donc que la non synchronisation complexifie notablement l'approche vectorielle. On pourrait néanmoins en omettant ce problème de synchronisation définir un vecteur tension moyen obtenue par concaténation des différentes tensions moyennes, la stricte égalité n'étant possible qu'à la condition que tous les onduleurs soient rigoureusement synchronisés  $^{1}$ :

$$\overrightarrow{\langle v_s \rangle} = \sum_{k=1}^n \langle v_{sk} \rangle \overrightarrow{x_k^n}$$

Cette approche peut se justifier lorsque la période de MLI est petite devant les durées caractéristiques du système (temps de réponse, période d'alimentation). Lorsque ce n'est plus le cas, des effets indésirables apparaissent [28].

**CONCLUSION** : Dans notre mode de fonctionnement particulier (synchronisation des commandes des onduleurs) les n onduleurs ne peuvent pas être considérés comme **indépendants aux valeurs instantanées mais électriquement couplés par la commande**. Cependant ils sont découplés dans le cas d'une modélisation aux valeurs moyennes. La représentation REM de la figure 3.3 n'est donc uniquement valable, pour notre fonctionnement particulier des onduleurs, que dans le cas d'une modélisation aux valeurs moyennes sans néanmoins oublier la contrainte de synchronisation au niveau des commandes.

# 3.3.3 Génération d'un vecteur tension moyen : MLI intersective synchronisée et MLI vectorielle

La MLI est la technique la plus utilisée pour la commande des onduleurs de tension. Cette technique offre en effet l'avantage de générer des tensions dont la valeur moyenne (sur une période de MLI) est égale à la référence moyenne et dont le spectre en fréquence est fixé par l'utilisateur.

On se propose maintenant d'analyser les différentes méthodes de génération d'un vecteur tension moyen sur une période de MLI. Dans ce mode de fonctionnement, la période d'échantillonnage du signal de commande  $T_{MLI}$  est fixe.

## 3.3.3.1 Commande rapprochée d'un onduleur isolé

A partir d'une fonction de conversion moyenne de réglage  $\langle m_{reg} \rangle \in [-1, 1]$  la commande rapprochée de l'onduleur doit d'abord élaborer la fonction de conversion discrète de réglage  $m_{reg} = \pm 1$  (telle que la tension de sortie instantanée de l'onduleur soit  $v_s = m_{reg}V_{alim} = \pm V_{alim}$ ). Cette modulation est obtenue à partir d'un échantillon  $\langle m_{reg} \rangle (qT_{MLI})$  prélevé au début de la période de MLI.

Puis, à partir de  $m_{reg}(t)$ , il faut établir la fonction de connexion de chacun des interrupteurs composant l'onduleur. La fonction de connexion  $f_i$  de l'interrupteur statique numéro i de l'onduleur est telle que :

 $-f_i = 0$  signifie que l'interrupteur  $s_i$  correspondant est ouvert;

 $-f_i = 1$  signifie que l'interrupteur  $s_i$  correspondant est fermé.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>On a volontairement omis les instants d'échantillonnage

La figure 3.4 détaille la commande rapprochée de l'onduleur dont le modèle REM a été élaboré à la figure 3.2.



FIG. 3.4 – Commande rapprochée d'un onduleur monophasé

#### Linéarisation dynamique [8], [16]

La linéarisation dynamique apparaît naturellement lors de la déduction de la structure de commande à l'aide du formalisme. Elle consiste à diviser le vecteur de référence par la tension de bus. Si la tension de bus est sujet à variations, elle est mesurée en temps réel. Cette technique de normalisation permet de s'affranchir des problèmes de non-linéarité dus aux imperfections de la source de tension d'alimentation.

Notons que dans la littérature on trouve aussi cette notion sous l'appellation « tension normalisée par la tension de bus ».

#### Modulation

La modulation consiste à respecter la relation :

$$m_{req}(t) = \langle m_{req} \rangle (qT_{MLI}) + \Delta m_{req}(t)$$

avec :

$$< m_{reg} > (qT_{MLI}) = \frac{1}{T_{MLI}} \int_{(q-1)T_{MLI}}^{qT_{MLI}} m_{reg}(\tau) d\tau$$

valeur moyenne de l'échantillon  $m_{reg}(qT_{MLI})$  sur la période de MLI  $T_{MLI}$ .

L'obtention de  $m_{reg}(t)$  n'est pas unique. En effet, il existe une infinité de signaux  $m_{reg}(t)$  possédant  $\langle m_{reg} \rangle (qT_{MLI})$  comme valeur moyenne sur une période de MLI. Le critère choisi tient souvent compte du contenu harmonique de  $\Delta m_{reg}$ . On montre qu'un signal centré autour de  $\frac{T_{MLI}}{2}$  possède un contenu harmonique moins riche [8], [16], [50].

#### Génération des fonctions de connexion

Dans ce mémoire, on se limite à la seule étude des onduleurs de tension à deux niveaux. Dans ce cas, on impose :

- que la source de tension ne soit jamais en court-circuit et que la charge soit toujours alimentée (on suppose les onduleurs fonctionnant en conduction continue permanente). D'où :  $f_{k2} = \overline{f_{k1}}$  et  $f_{k3} = \overline{f_{k2}}$ ;

80 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

- que la tension  $v_{sk} = \pm V_{alim}$ . D'où :  $f_{k4} = f_{k1}$  et  $f_{k3} = f_{k2}$ . Ces deux conditions amènent à poser :

$$f_{k4} = f_{k1} = \overline{f_{k3}} = \overline{f_{k2}} = \frac{1 + m_{kreg}(t)}{2}$$

## MLI intersective centrée

On donne à la figure 3.5 le schéma de principe d'une MLI intersective centrée.



FIG. 3.5 – Principe d'une MLI intersective centrée

La fonction de conversion moyenne de réglage est comparée à un signal triangulaire périodique  $m_{mod}$  (dans notre cas symétrique pour obtenir un signal  $m_{reg}$  centré). Cette technique de MLI, initialement réalisée de façon analogique, est maintenant réalisée par des systèmes numériques qui échantillonnent « naturellement » le signal  $< m_{reg} > (t)$ . Notons que pour les systèmes analogiques, l'échantillonnage n'est pas obligatoire si le signal est correctement filtré où si la fréquence de MLI est suffisamment importante pour considérer le signal constant pendant la période de MLI.

# 3.3.3.2 Commandes synchronisées en MLI intersective de plusieurs onduleurs

On a vu que la génération d'un vecteur tension moyen n'était possible qu'aux conditions d'une même période de MLI et d'une synchronisation des signaux de commande pour chacun des onduleurs.

Dans le cas d'une MLI intersective, cette condition est facilement respectée en utilisant le même signal triangulaire pour l'élaboration de la commande de chacun des interrupteurs.

## 3.3.3.3 Commande en MLI vectorielle ou généralisation de la commande par vecteur d'espace

Dans la suite de ce mémoire, on développe une technique de MLI vectorielle, extension des commandes par vecteur d'espace. Cette commande permet, à chaque période de MLI, de calculer les temps de conduction de chacun des interrupteurs afin de générer le vecteur moyen désiré .

#### Génération d'un vecteur moyen

Dû à leur caractère discret et à la commande deux niveaux, les n onduleurs ne peuvent générer que  $2^n$  vecteurs tension différents.

Soit un vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{sref}} \rangle$  de dimension n à générer sur une période de MLI  $T_{MLI}$  et  $\overrightarrow{v_{sj}}$ ,  $_{j\in\{1,..,2^n\}}$  un des  $2^n$  vecteurs instantanés généré par les onduleurs. La référence [38] montre qu'il est possible, et de façon unique, de générer le vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{sref}} \rangle$  de dimension n sur une période de MLI avec n + 1 vecteurs  $\overrightarrow{v_{sj}}$  tel que <sup>2</sup>:

$$\langle \overrightarrow{v_{sref}} \rangle = \sum_{j=1}^{n+1} \alpha_j \ \overrightarrow{v_{sj}}$$
 (3.1)

avec :

-  $\alpha_j = \frac{t_j}{T_{MLI}}$  le temps relatif d'application du vecteur  $\overrightarrow{v_{sj}}$  pendant la période  $T_{MLI}$ ,  $t_j$  étant le temps réel d'application du vecteur.
-  $\sum_{j=1}^{n+1} t_j = T_{MLI}$  ou  $\sum_{j=1}^{n+1} \alpha_j = 1$ 

#### Critères de choix des vecteurs appliqués pendant une période MLI

Les choix des différents vecteurs instantanés  $\overrightarrow{v_{sj}}$  appliqués pendant une période de MLI dépendent de critères dont on donne quelques exemples :

- on choisit les n + 1 vecteurs instantanés les plus proches du vecteur de référence. On réduit de ce fait les ondulations de courant;
- on réduit le nombre de commutations sur une période de MLI en appliquant successivement des vecteurs qui ne possèdent qu'une seule coordonnée différente;
- etc ...

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Prenons le cas d'un hacheur série. Si l'on désire générer un vecteur moyen  $\langle \overrightarrow{v_{sref}} \rangle$  (de dimension 1 : un scalaire) sur une période de MLI il faut au minimum activer deux vecteurs (par exemple un vecteur égal à  $v_0 = -V_{bus}$  et un autre égal à  $v_1 = +V_{bus}$ ). Dans ce cas, le vecteur moyen généré se trouve être le barycentre des deux vecteurs affectés chacun d'un poids correspondant à leur temps relatif d'activation. C'est à dire :  $\langle v_{sref} \rangle = \alpha_0 v_0 + \alpha_1 v_1, \alpha_0 + \alpha_1 = 1$ . La référence [38] généralise ce concept à des vecteurs de dimension quelconque.

#### Schéma de principe d'une MLI vectorielle - Réalisation pratique

On donne à la figure 3.6 un schéma de principe de la génération des temps d'activation de chacun des vecteurs choisis pendant une période de MLI.



FIG. 3.6 – Principe d'une MLI vectorielle

Les temps relatifs d'activation des vecteurs se calculent habituellement pour un système diphasé équivalent dans un plan complexe par projection du vecteur de référence sur les vecteurs choisis [50]. On montrera par l'exemple une méthode de calcul des temps relatifs applicable à des systèmes à nombre de phases quelconques.

La génération des fonctions de connexion à partir des temps relatifs se font par des timers programmables. Des critères sont nécessaires pour choisir la forme des motifs (centrés, câlés à droite ou à gauche).

### 3.3.3.4 Conclusion

Il apparaît que la MLI intersective synchronisée est une commande vectorielle particulière en ce sens qu'elle ne requiert pas un calcul explicite des durées de conductions des interrupteurs. Cela peut être considéré comme un avantage notamment au niveau de la simplicité d'implantation. Néanmoins, la commande vectorielle offre plus de souplesse quant à la gestion des problèmes de saturation, des temps minimums de conductions des interrupteurs, etc..

# 3.4 Déduction d'une structure de commande à l'aide du formalisme

AVERTISSEMENT : Dans ce paragraphe tous les modèles REM et SMM ne seront valables qu'aux valeurs moyennes. Par soucis de lisibilité les grandeurs apparaissant sur les représentations REM et SMM ne porteront plus les signes valeur moyenne « < > ».

# 3.4.1 Machine dont les phases ne sont pas couplées

## 3.4.1.1 Commande de la machine dans la base naturelle

On cherche à utiliser la représentation de la machine n-phasée développée au paragraphe 2.3.3 (on rappelle que cette représentation se situe entre REM et SMM). Cette représentation permet, en utilisant des critères d'inversion, de déduire une structure de commande de l'ensemble onduleurs - machine. La figure 3.7 donne la structure de commande d'un tel ensemble.



FIG. 3.7 – Structure de commande dans la base naturelle du modèle moyen d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée phases non-couplées

#### Onduleurs monophasés :

Chaque on duleur monophasé génère directement les tensions  $v_k$  aux bornes des phases de la machine. Ces tensions ne peuvent prendre que deux valeurs :  $v_k = \pm V_{bus}$ .

#### Asservissement de vitesse :

De type classique, il peut être implanté à l'aide d'un correcteur de type Proportionnel Intégral (PI). La compensation du couple résistant (s'il est mesurable ou tout au moins estimable) permet d'accroître les performances dynamiques de l'ensemble [23].

#### Inversion du couplage magnétique :

La déduction de la structure de commande montre qu'il est indispensable de procéder à un choix de critères, la relation  $C_{em} = \frac{\vec{e} \cdot \vec{i}}{\Omega}$  n'étant pas bijective. La complexité du couplage magnétique rend le choix des critères complexe et non systématique. A chaque cas particulier une nouvelle étude s'impose. On peut néanmoins rappeler quelques critères de choix permettant de conserver un couple constant [24].

La machine respectant les hypothèses énoncées au chapitre 2, la FEM induite dans la phase k s'exprime par  $e_k = k_{fem} f_k(\theta) \ \Omega$  avec  $f_k(\theta) = f(\theta - \frac{2\pi(k-1)}{n}),$  $f(\theta)$  étant la fonction de forme des FEMs (comprise entre -1 et +1) et  $k_{fem}$  le coefficient de proportionnalité entre la valeur maximale de la FEM et la vitesse de rotation  $\Omega$ .

De même supposons que les courants soient tels que  $i_k = s_k(\theta) I_{max}$  avec  $s_k(\theta) = s(\theta - \frac{2\pi(k-1)}{n}), s(\theta)$  étant la fonction de forme des courants (comprise entre -1 et +1).

La limitation des pertes Joule, à couple donné, impose que les vecteurs courants et FEM soient colinéaires. En effet  $C_{em} = \frac{\vec{e} \cdot \vec{i}}{\Omega}$  et ce produit scalaire est maximum si les deux vecteurs sont colinéaires. Dans ce cas, on a :

$$\frac{s_1(\theta)}{f_1(\theta)} = \dots = \frac{s_k(\theta)}{f_k(\theta)} = \dots = \frac{s_n(\theta)}{f_n(\theta)} = k(\theta)$$
(3.2)

La génération d'un couple, respectant l'équation (3.2), amène à :

$$C_{em} = \frac{\overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}}{\Omega} = k_{fem} I_{max} \sum_{k=1}^{n} f_k(\theta) s_k(\theta) = k(\theta) k_{fem} I_{max} \sum_{k=1}^{n} f_k^2(\theta)$$

couple qui ne peut être constant qu'à la condition :

$$k(\theta) \sum_{k=1}^{n} f_k^2(\theta) = \frac{C_{em}}{k_{fem} I_{max}} = c^{ste}$$

c'est à dire en imposant des courants tels que :

$$i_k = s_k(\theta) \ I_{max} = k(\theta) f_k(\theta) I_{max} = \frac{C_{em}}{k_{fem}} \ \frac{f_k(\theta)}{\sum_{k=1}^n f_k^2(\theta)}$$

Dans le cas d'une machine à FEMs sinusoïdales on a :

$$f_k(\theta) = \sin\left(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{n}\right)$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\sum_{k=1}^{n} f_k^2(\theta) = \sum_{k=1}^{n} \sin^2\left(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{n}\right) = \frac{n}{2}$$

d'où :

$$k(\theta) = \frac{2C_{em}}{nk_{fem}I_{max}} = c^{ste}$$

et:

$$i_k = \frac{2C_{em}}{nk_{fem}} f_k(\theta)$$

Un couple constant est donc développé si les courants sont sinusoïdaux et en phase avec les FEMs.

Dans le cas d'une machine où les FEMs ne possèdent que des harmoniques dont le rang est inférieur au nombre de phases (c'est à dire une machine triphasée à FEMs sinusoïdales, une machine pentaphasée dont les FEMs ne possèdent que des harmoniques de rang 3, une machine à sept phases dont les FEMs ne possèdent que des harmoniques de rang 3 et 5, etc...) le coefficient  $k(\theta)$  reste constant. En effet, on peut démontrer aisément que l'expression :

$$\sum_{k=1}^{n} f_k^2(\theta) = c^{ste}$$

si :

$$f_k(\theta) = \sum_{h=1}^m \sin h(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{n}), \ m < n$$

On énoncera cette propriété d'une façon différente lors de l'élaboration de la commande dans une base de découplage.

Dans ces deux cas une façon simple de conserver  $C_{em}$  constant, tout en minimisant les pertes Joules, est donc de générer des courants tels que  $\vec{i} = k. \vec{e}$  ou plus simplement que les courants aient même forme et même phase que les forces électromotrices.

Dans les autres cas, s'il est toujours possible d'obtenir un couple constant, l'étude théorique permettant de déterminer le coefficient  $k(\theta)$  est bien entendu moins directe.

Toutes ces techniques imposent une mesure de l'angle de rotation de la machine (ou son estimation) pour autopiloter les courants par rapport aux FEMs.

#### Asservissement de courant :

La génération d'un couple constant impose des courants variables dans les phases de la machine, le choix du correcteur est donc délicat. Un correcteur type PI entraînera une erreur de traînage, un correcteur type résonnant pourrait permettre un asservissement correct mais sur une bande de fréquence de rotation donnée [48]. Notons aussi que les correcteurs devront être identiques, ceux-ci étant implantés sur les boucles de courant de chacune des phases supposées identiques.

Il est important de souligner que les compensations des FEMs (variables et dépendantes de l'angle de rotation de la machine), mises en évidence sur la figure 3.7, deviennent nécessaires si l'on souhaite des performances dynamiques élevées [23].

#### Inversion des onduleurs :

Il s'agit ici de déterminer les fonctions de conversion des onduleurs en fonction des tensions de référence de chacune des phases. La tension du bus continu pouvant être perturbée, il est important de réaliser une linéarisation dynamique de la tension de référence mise en évidence sur la figure 3.7 par l'inversion de la fonction onduleur.

#### 3.4.1.2 Commande de la machine dans une base de découplage

On a choisi de représenter la structure de commande d'une machine modélisée par un ensemble constitué d'une machine fictive monophasée (machine a) et de machines fictives diphasées (machines b à j). Pour ne pas surcharger les figures seul le côté machine est représenté à la figure 3.8. Le côté onduleurs est représenté à la figure 3.9.

#### Inversion du couple (figure 3.8) :

Le couple total est égal à la somme des couples fournis par les machines fictives  $(C_{em} = \sum_{i=a}^{j} C_i)$ . Cette relation n'étant pas bijective, l'introduction de critères est nécessaire. Un critère de répartition pondérée entre les différentes machines suivant leur faculté à produire ou non un couple important (c'est à dire à posséder une FEM importante) est un exemple possible.

En fonctionnement normal, seules les machines diphasées fictives sont retenues pour la génération du couple total. En effet, la machine monophasée ne pouvant générer qu'un couple comportant une composante pulsatoire, une commande utilisant cette machine serait donc plus complexe si l'on désire un couple total constant [12].



FIG. 3.8 – Structure de commande dans une base de découplage du modèle moyen d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée phases non-couplées (côté machine)

#### Inversion couples machines fictives (figure 3.8) :

On a vu au chapitre 2, paragraphe 2.3.4, que la projection d'un vecteur sur les sous-espaces associés aux machines fictives opérait un classement harmonique. Si la FEM réelle ne possède que des harmoniques dont le rang est inférieur au nombre de phase, chaque machine fictive possède une FEM sinusoïdale. L'obtention d'un couple constant requiert donc la génération de courants sinusoïdaux et en phase avec ces FEMs (Cf 3.4.1.1). Dans les autres cas, la forme optimale du courant est plus difficile à déterminer.

Analysons maintenant l'influence du changement de base sur l'inversion de cette relation. Dans le cas d'une application d'une transformation généralisée de Concordia les grandeurs des machines fictives sont alternatives et les correcteurs des boucles de courant se retrouveront dans les mêmes conditions que lors de la commande de la machine dans la base naturelle. On peut se placer dans des repères tournants liés aux FEMs de chaque machine fictive. Il faut donc appliquer des rotations distinctes selon les machines fictives. La rotation a appliquer est différente suivant la machine fictive et si on ne retient que le premier harmonique pour chaque machine fictive alors on peut se contenter de la connaissance de l'angle  $\theta$  (capteur de position) pour obtenir de bons résultats. Pour la machine principale on se place classiquement dans le repère du rotor par rotation d'un angle  $\theta$ . Pour la machine secondaire on opére une rotation d'angle  $3\theta$  (harmonique principal de rang 3) et ainsi de suite pour les autres machines fictives. A ces conditions, les rotations appliquées aux grandeurs de consignes les rendent constantes en régime permanent et permettent d'utiliser des correcteurs PI permettant l'obtention d'une bonne dynamique ainsi que l'annulation de l'erreur statique en régime permanent [18].

### Asservissement de courant (figure 3.8) :

La commande de l'ensemble machine - convertisseur dans une base de découplage permet une plus grande latitude dans le choix des correcteurs. En effet, une boucle de courant est associée à une machine fictive et une correction particulière peut être associée à chacune des machines fictives (les machines fictives ne possédant par exemple pas toutes les mêmes constantes de temps électriques).

## Inversion des blocs onduleurs et changement de base : Introduction de la notion d'onduleurs fictifs

Sur la figure 3.9 les blocs « inversion des onduleurs » et « changement de base » sont tous deux bijectifs (pas de perte de degré de liberté). Il est donc possible de les permuter sans qu'en soit changé le modèle global de l'ensemble de commande. La figure 3.9 peut donc être modifiée de façon à obtenir la figure 3.10.

Les n onduleurs réels sont donc équivalents à j onduleurs fictifs, chacun alimentant une machine fictive. Le vecteur tension imposé par l'onduleur fictif est obtenu en projetant celui de l'onduleur réel (vecteur de dimension n) sur le sousespace associé à la machine fictive considérée. Aux valeurs moyennes il n'existe pas de couplage entre les onduleurs et il est donc possible, dans ces conditions, de commander indépendamment chaque machine fictive.

Les tensions de sortie des onduleurs réels n'ont que deux niveaux. En revanche, celles des onduleurs fictifs peuvent en posséder plusieurs. Le nombre de niveaux ainsi que leur valeur respective dépend de la machine. Au plus le nombre de phases de la machine est élevée, au plus le nombre des niveaux et leur valeur sont élevés. Sur la figure 3.10 chaque onduleur fictif est donc supposé être alimenté par une tension de bus  $V_k$ .



FIG. 3.9 – Structure de commande dans une base de découplage du modèle moyen d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée phases non-couplées (côté onduleurs)



FIG. 3.10 – Structure de commande avec permutation de blocs

# 3.4.2 Machine dont les phases sont couplées en étoile

## 3.4.2.1 Commande de la machine dans la base naturelle

La figure 3.11 montre la structure de commande de l'ensemble onduleurs machine n-phasée dont les phases sont couplées en étoile. On supposera que la machine possède un nombre de phases impair.



FIG. 3.11 – Structure de commande dans la base naturelle du modèle moyen d'un ensemble onduleur de tension - machine n-phasée phases couplées en étoile

#### **Onduleurs** monophasés

Les onduleurs monophasés ne génèrent plus directement les tensions aux bornes des phases mais des tensions  $v_{kN}$  ne pouvant prendre que deux valeurs :  $v_{kN} = \pm \frac{V_{bus}}{2}$ Les tensions  $v_{kN}$  permettent de définir le vecteur tension onduleurs  $\overrightarrow{v_N}$  qui s'écrit dans la base naturelle  $B^n : \overrightarrow{v_N} = v_{1N} \overrightarrow{x_1^n} + \ldots + v_{nN} \overrightarrow{x_n^n}$ . Dû au caractère discret des onduleurs et à la commande deux niveaux, ce vecteur ne peut posséder que  $2^n$ valeurs.

#### 92Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

#### Couplage étoile

Le couplage étoile des phases a pour effet d'imposer « mécaniquement » la somme des courants dans les phases de la machine à zéro (ou encore le courant homopolaire  $i_z$ ):  $\sum_{k=1}^n i_k = \sqrt{n} i_z = 0$ . Le courant dans la phase j, (j = 1, ..., n),s'exprime donc par :

$$i_j = -\sum_{k=1, \ k \neq j}^n i_k$$
 (3.3)

Exprimé dans la base naturelle et en utilisant l'équation (3.3), le vecteur courant statorique  $\overrightarrow{i} = \sum_{k=1}^{n} i_k \overrightarrow{x_k^n}$  s'écrit :

$$\vec{i} = \left(\sum_{k=1, \ k\neq j}^{n} i_k \vec{x_k^n}\right) + i_j \vec{x_j^n} = \sum_{k=1, \ k\neq j}^{n} i_k \vec{x_k^n} - \sum_{k=1, \ k\neq j}^{n} i_k \vec{x_j^n} = \sum_{k=1, \ k\neq j}^{n} i_k (\vec{x_k^n} - \vec{x_j^n})$$
(3.4)

L'équation (3.4) montre que le vecteur courant statorique  $\overrightarrow{i}$  appartient à un sous-espace de dimension n-1 de l'espace vectoriel de départ  $E^n$  (sa composante homopolaire étant nulle) : il y a donc perte d'un degré de liberté. Si le couplage étoile d'une machine n-phasée peut être considéré comme un fonctionnement en mode dégradé particulier, il permet néanmoins une économie d'interrupteurs de puissance. Ceci justifie sûrement l'utilisation quasi-universelle du couplage étoile.

La tension  $v_k$  aux bornes de la phase k est le résultat de la tension  $v_{kN}$  modulée par l'onduleur k telle que :

$$v_k = v_{kN} - v_{N'N}$$

Analysons la somme des tensions aux bornes des phases (ou encore la tension homopolaire  $v_z$ ):

$$\sum_{k=1}^{n} v_k = \sqrt{n} v_z = \sum_{k=1}^{n} \left( Ri_k + \frac{d\phi_{sk}}{dt} + e_k \right) = R \sum_{k=1}^{n} i_k + \sum_{k=1}^{n} \frac{d\phi_{sk}}{dt} + \sum_{k=1}^{n} e_k$$

Dans cette relation, on a :

- $-\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$ . En effet, la somme des courants est imposée à zéro par le
- $\sum_{k=1}^{k=1} \frac{d}{dt} = \frac{d(\sum_{k=1}^{n} \phi_{sk})}{dt} = \sqrt{n} \frac{d\phi_z}{dt} = 0 \text{ car le flux homopolaire } \phi_z \text{ n'est du uniquement qu'au courant homopolaire } i_z^3;$

 $<sup>\</sup>overline{\int_{k=1}^{3} \operatorname{On} a \, \phi_{sk} = \sum_{l=1}^{n} L_{kl} i_l \, \operatorname{d'où} \sum_{k=1}^{n} \phi_{sk}} = \sum_{k=1}^{n} \left( \sum_{l=1}^{n} L_{kl} i_l \right) = \sum_{l=1}^{n} \left( \sum_{k=1}^{n} L_{kl} \right) i_l.$  La régularité de construction de la machine nous assure une matrice inductance circulante, d'où  $\sum_{k=1}^{n} L_{kl} = \sum_{k=1}^{n} L_{kn} = \pounds.$  Dans ce cas  $\sum_{k=1}^{n} \phi_{sk} = \sqrt{n} \, \phi_z = \pounds \sum_{l=1}^{n} i_l = \pounds \, \sqrt{n} \, i_z = 0 \, \operatorname{du}$  au couplage étoile

 $-\sum_{k=1}^{n} e_k = \sqrt{n} e_z$  ou  $e_z$  est la FEM homoplaire.

La somme des tensions aux bornes des phases ne dépend donc que de la FEM homopolaire et s'écrit :

$$\sum_{k=1}^{n} v_k = \sqrt{n} \ e_z = \sum_{k=1}^{n} (v_{kN} - v_{N'N}) = \sum_{k=1}^{n} v_{kN} - n \ v_{N'N}$$

d'où on déduit :

$$v_{N'N} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} v_{kN} - \frac{1}{\sqrt{n}} e_z$$

Finalement, la tension  $v_k$  aux bornes de la phase k s'exprime par :

$$v_k = v_{kN} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n v_{kN} + \frac{1}{\sqrt{n}} e_z$$
  
=  $\frac{n-1}{n} v_{kN} - \frac{1}{n} \sum_{j=1, \ j \neq k}^n v_{jN} + \frac{1}{\sqrt{n}} e_z$ 

Dans ce cas, le vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$  devient :

$$\vec{v} = \sum_{k=1}^{n} v_k \vec{x}_k^{\vec{n}}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left( \frac{n-1}{n} v_{kN} \vec{x}_k^{\vec{n}} - \frac{1}{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} v_{jN} \vec{x}_k^{\vec{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}} e_z \vec{x}_k^{\vec{n}} \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \left( \frac{n-1}{n} \vec{x}_k^{\vec{n}} - \frac{1}{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} \vec{x}_j^{\vec{n}} \right) + \frac{1}{\sqrt{n}} e_z \sum_{k=1}^{n} \vec{x}_k^{\vec{n}}$$
(3.5)

L'équation (3.5) montre que le vecteur tension statorique est composé de deux termes :

$$-\overrightarrow{v^*} = \sum_{k=1}^n v_{kN} \left( \frac{n-1}{n} \overrightarrow{x_k^n} - \frac{1}{n} \sum_{j=1, j \neq k}^n \overrightarrow{x_j^n} \right), \text{ la contribution de l'onduleur au vecteur } \overrightarrow{v}$$
 Ce terme imposé par l'onduleur appartient au même sous-

vecteur  $\overrightarrow{v}$ . Ce terme, imposé par l'onduleur, appartient au même sousespace de dimension n-1 que le vecteur courant statorique;  $-\overrightarrow{e_z} = \frac{1}{\sqrt{n}} e_z \sum_{k=1}^n \overrightarrow{x_k^n}$ , le vecteur FEM homopolaire. Notons que pour une

 $-\overrightarrow{e_z} = \frac{1}{\sqrt{n}} e_z \sum_{k=1}^n x_k^n$ , le vecteur FEM homopolaire. Notons que pour une machine à FEMs sinusoïdales, ou supposée comme telle, la FEM homopolaire est nulle, donc la somme des tensions aux bornes des phases aussi.

#### 94 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

On observe que le couplage étoile induit donc un « morphisme d'alimentation »  $\Upsilon$  entre le vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$  et le vecteur tension  $\overrightarrow{v^*}$  tel que  $\overrightarrow{v^*} = \Upsilon(\overrightarrow{v_N})$  avec :

$$[T_{uv}^n] = mat(\Upsilon, B^n) = \begin{pmatrix} \frac{n-1}{n} & -\frac{1}{n} & \dots & -\frac{1}{n} \\ -\frac{1}{n} & \frac{n-1}{n} & \dots & -\frac{1}{n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{n} & -\frac{1}{n} & \dots & \frac{n-1}{n} \end{pmatrix}$$

#### Asservissement des courants

Les consignes de courant doivent respecter la contrainte imposée par le couplage étoile :  $\sum_{k=1}^{n} i_{kref} = 0$ . Cette contrainte est facilement respectée en imposant la consigne de courant de la phase j telle que :  $i_{jref} = -\sum_{k=1, j \neq k}^{n} i_{kref}$ . Cette dernière relation permet d'envisager « l'économie » d'un capteur de

Cette dernière relation permet d'envisager « l'économie » d'un capteur de courant.

#### Inversion du couplage étoile

On doit définir un vecteur de référence  $\overrightarrow{v_{Nref}}$  de dimension n à partir du vecteur  $\overrightarrow{v_{ref}}$  de dimension n-1. Cette relation non-bijective impose le choix d'un critère qui reste pour le moment assez difficile à énoncer.

## 3.4.2.2 Commande de la machine dans une base de découplage

On sait maintenant que le vecteur courant statorique  $\vec{i}$  ne possède que n-1 dimensions, sa composante homopolaire étant nulle. De façon à savoir quels sont les effets de la perte de ce degré de liberté sur l'alimentation des machines fictives, il faut projeter le vecteur courant statorique sur chacun des espaces propres associés aux machines fictives.

Calculons dans un premier temps le vecteur  $\overrightarrow{i_a}$ , alimentant la machine monophasée fictive indicée a, obtenu par projection du vecteur courant statorique  $\overrightarrow{i}$  sur le sous-espace associé à cette machine. On rappelle que cet espace est une droite portée par le vecteur  $\overrightarrow{x_a^d} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n \overrightarrow{x_k^n}$ .

Dans ce cas, on a :

$$\overrightarrow{i_a} = i_a \ \overrightarrow{x_a}$$

Déduction d'une structure de commande à l'aide du formalisme

où:

$$i_a = \frac{\vec{i}}{\sqrt{n}} \cdot \sum_{k=1}^n \vec{x_k^n} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n i_k \vec{x_k^n} \cdot \sum_{k=1}^n \vec{x_k^n} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n i_k = i_z = 0$$
(3.6)

La machine monophasée a, alimentée par le courant homopolaire  $i_z$ , peut donc être qualifiée de machine homopolaire. Le couplage étoile empêche l'alimentation de cette machine et elle ne peut donc pas fournir de couple.

On vérifie, de plus, que le vecteur courant appartient à un espace vectoriel de dimension n-1 obtenu en soustrayant à l'espace vectoriel de départ  $E^n$ , de dimension n, le sous-espace porté par le vecteur  $\overrightarrow{x_a^d}$  (qu'on peut qualifier de droite homopolaire).

Etudions la contribution  $\overrightarrow{v^*}$  de l'onduleur au vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$  (voir equation (3.5):

$$\vec{v}^{*} = \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \left( \frac{n-1}{n} \overrightarrow{x_{k}^{n}} - \frac{1}{n} \sum_{j=1, j \neq k}^{n} \overrightarrow{x_{j}^{n}} \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \overrightarrow{x_{k}^{n}} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \overrightarrow{x_{k}^{n}} - \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \left( \sum_{j=1, j \neq k}^{n} \overrightarrow{x_{j}^{n}} \right) \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \overrightarrow{x_{k}^{n}} - \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \left( \overrightarrow{x_{k}^{n}} + \sum_{j=1, j \neq k}^{n} \overrightarrow{x_{j}^{n}} \right) \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \overrightarrow{x_{k}^{n}} - \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \left( \sum_{j=1}^{n} \overrightarrow{x_{j}^{n}} \right) \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \overrightarrow{x_{k}^{n}} - \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^{n} v_{kN} \left( \overrightarrow{x_{a}^{n}} \right) \right)$$

$$(3.7)$$

L'équation (3.7) contient deux termes qui sont :

$$-\overrightarrow{v_N} = \sum_{k=1}^n v_{kN} \overrightarrow{x_k^n} : \text{le vecteur tension onduleur}$$
$$-\overrightarrow{v_{Nz}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \sum_{k=1}^n v_{kN} \right) \left( \overrightarrow{x_a^d} \right) : \text{la projection du vecteur tension onduleur sur}$$

la droite homopolaire (ou la tension onduleur homopolaire)

Ainsi on conclut que lors d'un couplage étoile, la contribution de l'onduleur  $\overrightarrow{v^*}$ au vecteur tension statorique appartient au même sous espace de dimension n-1que le vecteur courant statorique, d'une part égale au vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$  auquel on enlève sa composante homopolaire  $\overrightarrow{v_{Nz}}$  d'autre part.

L'onduleur de tension ne peut pas imposer à la machine de tension homopolaire. La tension homopolaire est égale à la projection du vecteur FEMs sur la droite homopolaire (voir équation (3.5)):

$$\overrightarrow{e_z} = \frac{1}{\sqrt{n}} e_z \sum_{k=1}^n \overrightarrow{x_k^n} = e_z \overrightarrow{x_a^d}$$

Finalement, on montre que le couplage étoile n'impose pas la tension homopolaire à la machine réelle et empêche l'alimentation de la machine monophasée fictive. Cette contrainte n'est que peu handicapante dans la mesure où cette machine ne peut produire qu'un couple pulsatoire.

En utilisant le concept d'onduleurs fictifs défini au paragraphe 3.3.1.2, on donne la structure de commande dans une base de découplage. Par souci de lisibilité, le structure est découpée en deux parties : le côté machine est visible à la figure 3.12 et le côté onduleurs à la figure 3.13.

On remarque maintenant que la machine n-phasée est équivalente à une association de machines fictives dont ne fait plus partie la machine fictive monophasée. Un des j onduleurs fictifs n'alimente donc pas de machine et la consigne  $v_{Nareg}$ n'étant plus imposée par le système de contrôle doit l'être par l'opérateur. On obtient ainsi un degré de liberté.

Plusieurs choix sont possibles :

- $-v_{Nareg} = 0$ : le vecteur tension onduleur de réglage  $\overrightarrow{v_{Nreg}}$  appartient à un sous-espace de dimension n-1. On montrera dans le cas de la machine triphasée que ce choix n'est pas le plus favorable pour limiter la saturation des onduleurs;
- $-v_{Nareg} \neq 0$ : le vecteur tension onduleur de réglage  $\overrightarrow{v_{Nreg}}$  appartient à l'espace  $E^n$  de dimension n et un choix judicieux de  $v_{Nareg}$  (qui se doit d'être variable et dépendant des autres consignes) permet d'exploiter au mieux les capacités des onduleurs (on montrera les effets de l'injection d'harmonique trois lors de consignes de courant sinusoïdales pour une machine triphasée).

# 3.4.3 Conclusion

Les représentations REM et SMM ainsi que la déduction de la structure de commande ont permis de localiser les critères nécessaires à la commande des machines polyphasées.

Si on conserve un modèle de la machine dans la base naturelle, le couplage magnétique ne permet pas de dégager des critères assez précis pour permettre une commande optimale de la machine et offrent moins de souplesse lors du choix et du réglage des correcteurs de courant. La difficulté de réalisation de la REM (et donc de la structure de commande correspondante) donne une autre idée du manque d'informations permettant le choix de critères.



FIG. 3.12 – Structure de commande dans une base de découplage du modèle moyen d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée couplage étoile (côté machine)

La machine modélisée dans une base de découplage implique le choix de critères mais qui sont, quant à eux, bien plus facilement identifiables. De plus, la commande dans une base de découplage permet un plus grand choix de correcteurs ainsi que de plus grandes libertés dans leur réglages.



## 98 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

FIG. 3.13 – Structure de commande dans une base de découplage du modèle moyen d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée couplage étoile (côté onduleurs)

# 3.5 Exemple didactique : Alimentation par un onduleur de tension d'une machine triphasée

# 3.5.1 Etude de l'ensemble onduleur de tension alimentant la machine phases non-couplées

Cette configuration particulière permet de générer directement les tensions aux bornes de chaque phase tout en laissant les courants de chacune des phases indépendants.

La figure 3.14 montre une représentation de l'ensemble machine phases noncouplées - onduleur de tension deux niveaux.



FIG. 3.14 – Machine synchrone phases non-couplées alimentée par un onduleur de tension à deux niveaux

## 3.5.1.1 Modélisation de l'onduleur dans la base naturelle

Cette configuration permet de moduler directement les trois tensions  $v_1$ ,  $v_2$ et  $v_3$ . Si on associe ces trois tensions à la base naturelle  $B^n$ , le vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v} = v_1\overrightarrow{x_1} + v_2\overrightarrow{x_2} + v_3\overrightarrow{x_3}$  ne peut posséder que huit valeurs (dû au caractère discret des onduleurs). On affectera à chacune de ces valeurs un numéro entre 0 et 8 qui est déterminé en fonction des états des cellules de commutation. La valeur décimale du numéro est l'image du mot binaire composé de 3 bits tels que :

- le bit de poids fort correspond à l'état de la tension  $v_1$ , puis le suivant à l'état de la tension  $v_2$  et enfin le bit de poids faible à l'état de la tension  $v_3$ ;
- un bit est à 0 si la tension correspondante est égale à  $-V_{bus}$  ou à 1 si la tension correspondante est égale à  $+V_{bus}$ .

Les huit valeurs que peuvent prendre le vecteur  $\overrightarrow{v}$  sont donc :

$\overrightarrow{v_0} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3}$	$\overrightarrow{v_1} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3}$
$\overrightarrow{v_2} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3}$	$\overrightarrow{v_3} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3}$
$\overrightarrow{v_4} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3}$	$\overrightarrow{v_5} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3}$
$\overrightarrow{v_6} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3}$	$\overrightarrow{v_7} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3}$

#### 3.5.1.2 Modélisation de l'onduleur dans une base de découplage

Les vecteurs tension  $\overrightarrow{v_z}$  et  $\overrightarrow{v_{\alpha\beta}}$  alimentant respectivement les machines homopolaire et principale sont obtenus par projection du vecteur tension statorique sur la droite homopolaire et le plan principal.

On a donc : 
$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_z} + \overrightarrow{v_{\alpha\beta}}$$
 où :  
-  $\overrightarrow{v_z} = v_z \ \overrightarrow{x_z} = (\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{x_z}) \ \overrightarrow{x_z}$   
-  $\overrightarrow{v_{\alpha\beta}} = v_\alpha \ \overrightarrow{x_\alpha} + v_\beta \ \overrightarrow{x_\beta} = (\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{x_\alpha}) \ \overrightarrow{x_\alpha} + (\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{x_\beta}) \ \overrightarrow{x_\beta}$ 

## 100 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

Dans la base  $B^d$  on obtient les huit valeurs :

$$\overrightarrow{v_{0}} = -\sqrt{3}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{z}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_{1}} = -\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}} \ \overrightarrow{x_{z}} - \sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} - \sqrt{2}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$
$$\overrightarrow{v_{2}} = -\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}} \ \overrightarrow{x_{z}} - \sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + \sqrt{2}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_{3}} = +\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}} \ \overrightarrow{x_{z}} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$
$$\overrightarrow{v_{4}} = -\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}} \ \overrightarrow{x_{z}} + 2\sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_{5}} = +\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}} \ \overrightarrow{x_{z}} + \sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} - \sqrt{2}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$
$$\overrightarrow{v_{6}} = +\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}} \ \overrightarrow{x_{z}} + \sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + \sqrt{2}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_{7}} = +\sqrt{3}V_{bus} \ \overrightarrow{x_{z}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$

On donne à la figure 3.15 deux représentations en trois dimensions des différentes valeurs du vecteur  $\vec{v}$  (cube bleu) ainsi que leurs projections  $\vec{v}_{\alpha\beta}$  sur le plan principal (hexagone rouge) et  $\vec{v}_z$  sur la droite homopolaire (ligne verte). Ces valeurs sont normalisées par la tension de bus  $V_{bus}$ . Deux valeurs séparées par le changement d'une seule cellule de commutation sont reliées par un trait. La figure de gauche n'est autre que le cube vu dans la direction de la droite homopolaire. On constate que la machine homopolaire sera alimentée par huit vecteurs tous



FIG. 3.15 – Représentations 3D des différentes valeurs du vecteur tension statorique pour une machine triphasée phases non-couplées

non nuls dont deux possèdent un module égal à  $\pm \sqrt{3}V_{bus}$ . Cette machine possèdant une faible constante de temps et pouvant être alimentée par des vecteurs de modules importants, on peut s'attendre à des courants homopolaires de forte amplitude.

# 3.5.1.3 Alimentation par onduleurs de tension deux niveaux commandé en Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI)

Parmi les différentes techniques de MLI, deux retiendront notre attention :

- la MLI intersective centrée
- la MLI vectorielle ou par vecteur d'espace

#### Commande par MLI intersective centrée

La machine possédant des FEMs sinusoïdales (seule la machine principale peut fournir un couple), on étudie, dans un premier temps, la génération d'un vecteur moyen tel que :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = \frac{V_{bus}}{2} \sin(\omega t) \overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{2} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{2} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \overrightarrow{x_3}$$

ou encore :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = 0 \ \overrightarrow{x_z} + \frac{V_{bus}}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \ \sin(\omega t) \ \overrightarrow{x_{\alpha}} - \frac{V_{bus}}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \ \cos(\omega t) \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$

On donne à la figure 3.16, une représentation en trois dimensions de vecteur de référence. On vérifie que le vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  appartient au plan principal et décrit un cercle de module  $\frac{V_{bus}}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$  tournant à la vitesse  $\omega$ .



FIG. 3.16 – Représentation en 3D de consignes sinusoïdales

La figure 3.17 donne dans ce cas les fonctions de conversion de chacun des onduleurs.



FIG. 3.18 – Détails des vecteurs activés pendant une période MLI

Intéressons-nous particulièrement aux signaux MLI ainsi qu'aux différents vecteurs activés pendant une période du signal modulant (Figure 3.18).

On constate que quatre vecteurs sont activés pendant la période de MLI, vecteurs constituant le tetraèdre (en jaune sur la figure 3.16) appartenant au cube. Ces quatre vecteurs seront activés tant que l'extrémité du vecteur de référence appartiendra à ce tetraèdre. L'activation d'un vecteur à l'autre n'engendre qu'une commutation et la séquence d'activation des vecteurs pendant la première demipériode se répète dans l'ordre inverse lors de la seconde demi-période.

Le cube est constitué de 3! = 6 tetraèdres identiques : 0137, 0157, 0237, 0267, 0467, 0457. Si on opère l'analyse sur chacune des périodes de MLI, on constate que pour synthétiser un vecteur de référence, sont activés les quatre vecteurs composant un des six tetraèdres dans lequel se trouve l'extrémité du vecteur de référence.

Chaque tetraèdre possédant en commun les vecteurs 0 et 7, le passage d'une période de MLI à une autre n'engendrera pas de commutation (chaque période de MLI commençant et finissant par le même vecteur  $\overrightarrow{v_7}$ ).

La MLI intersective centrée avec commande synchronisée des onduleurs, appliquée à une machine triphasée dont les phases ne sont pas couplées, peut donc être considérée comme une MLI vectorielle qui a les propriétés :

- de sélectionner naturellement les vecteurs à activer durant une période MLI;
- de n'activer que 4 vecteurs lors d'une période de MLI;
- d'activer successivement les différents vecteurs choisis de façon à minimiser le nombre de commutations sur une période de MLI;
- de réduire l'étalement du spectre des tensions en centrant les signaux de commande.

#### Commande par MLI vectorielle ou par vecteur d'espace

L'objectif est ici de choisir les différents vecteurs à activer durant une période de MLI et de calculer leurs temps d'activation de façon à obtenir le vecteur moyen de référence désiré.

Cette technique nécessite l'introduction de critères amenant aux choix des vecteurs à activer pendant une période de MLI et à leur séquencement durant cette période. Si beaucoup de choix sont possibles, on s'imposera les critères suivants :

- n'importe quel vecteur moyen de référence de dimension 3 appartenant au cube peut être généré;
- on minimisera le nombre de commutations lors d'un période de MLI et une seule commutation est possible au même moment.

Le respect de ces contraintes nous amène à procéder à des choix identiques à ceux réalisés naturellement par une MLI intersective centrée avec synchronisation des commandes des onduleurs :

- seuls quatre vecteurs seront activés durant une période de MLI (condition minimum mais suffisante pour générer n'importe quel vecteur de dimension 3 appartenant au cube);
- deux vecteurs consécutivement générés ne posséderont qu'une seule coordonnée différente (il n'existe qu'une seule commutation pour activer un vecteur après l'autre);
- chaque séquence d'activation des vecteurs commence et termine par le même vecteur. Une façon simple de réalisation est de répéter la séquence dans l'ordre inverse après sa génération (il n'existe pas de commutation lors du passage d'une période de MLI à l'autre).

Ces différentes contraintes nous amène aux mêmes choix de familles de vecteurs à activer pendant une période de MLI que la MLI intersective centrée présentée précédemment. On rappelle que ces familles sont au nombre de huit et qu'elles forment huit tétraèdres identiques inscrits dans le cube.

Etudions par exemple la génération d'un vecteur moyen de référence  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$ lorsque son extrémité se trouve dans le tetraèdre 0467<sup>4</sup>. Dans ce cas,  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$ s'exprime par la relation :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = \alpha_0^d \overrightarrow{v_0} + \alpha_4^d \overrightarrow{v_4} + \alpha_6^d \overrightarrow{v_6} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_7}$$
(3.8)

dans laquelle  $\alpha_k^d \in [0, 1]$  est le temps relatif d'application du vecteur instantané  $\overrightarrow{v_k}$  durant une période de MLI.

La relation (3.8) reste vraie quel que soit le tetraèdre dans lequel se situe l'extrémité du vecteur de référence. Dans le cas où l'extrémité du vecteur ne se trouve plus dans le tetraèdre considéré (mais dans l'un des 5 autres),  $\alpha_k^d \in [-1, 1]$ et peut donc être positif comme négatif. Si dans ce cas la relation (3.8) perd de son sens physique, elle peut néanmoins être réécrite avec les vecteurs composant le tetraèdre où se trouve l'extrémité du vecteur de référence de façon rapide. En effet, dû à la commande deux niveaux des onduleurs, chaque vecteur  $\overrightarrow{v_k}$  possède son opposé  $\overrightarrow{v_k} = -\overrightarrow{v_{(2^{n-1})-k}}$  (cette propriété est à l'origine de l'identité des six tetraèdres composant le cube) et un vecteur auquel est associé un  $\alpha_k^d < 0$  est identique à son vecteur opposé auquel est associé un  $\alpha_{(2^{n-1})-k}^d > 0$ .

De façon plus mathématique, quatre vecteurs  $\overrightarrow{v_k}$  composant un des six tetraèdres forment une famille génératrice (mais non libre) de l'espace vectoriel  $E^3$ . Le vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  peut donc être exprimé en fonction de ces quatre vecteurs quelle que soit sa localisation dans l'espace  $E^3$ .

Cette propriété est très importante. En effet, contrairement aux techniques classiques, il ne faut pas localiser le tetraèdre dans lequel se trouve l'extrémité du vecteur de référence pour calculer les temps relatifs d'activation des vecteurs. Cette remarque permet donc d'envisager l'utilisation de cette méthode pour la génération de vecteurs de référence de dimension quelconque sans obtenir un temps de localisation prohibitif. En effet, lorsque le nombre de phases augmente le nombre d'hypertétraèdres aussi.

L'objectif est d'écrire le vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  de la façon suivante :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = V_{bus}((2\alpha_1^n - 1)\overrightarrow{x_1} + (2\alpha_2^n - 1)\overrightarrow{x_2} + (2\alpha_3^n - 1)\overrightarrow{x_3})$$
(3.9)

où  $\alpha_k^n \in [0, 1]$  sont les temps relatifs (ou rapports cycliques) d'application des tensions aux bornes des phases.

Si nous exprimons les vecteurs  $\overrightarrow{v_0}$ ,  $\overrightarrow{v_4}$ ,  $\overrightarrow{v_6}$  et  $\overrightarrow{v_7}$  en fonction de  $V_{bus}$ ,  $\overrightarrow{x_1}$ ,  $\overrightarrow{x_2}$  et  $\overrightarrow{x_3}$  nous obtenons :

$$\overrightarrow{v_0} = -V_{bus} \overrightarrow{x_1} - V_{bus} \overrightarrow{x_2} - V_{bus} \overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_4} = +V_{bus} \overrightarrow{x_1} - V_{bus} \overrightarrow{x_2} - V_{bus} \overrightarrow{x_3}$$
  
$$\overrightarrow{v_6} = +V_{bus} \overrightarrow{x_1} + V_{bus} \overrightarrow{x_2} - V_{bus} \overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_7} = +V_{bus} \overrightarrow{x_1} + V_{bus} \overrightarrow{x_2} + V_{bus} \overrightarrow{x_3}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Le choix de n'importe quel autre tetraèdre mèneraient aux mêmes conclusions

Ces quatre équations placées dans (3.8) donnent :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = V_{bus} \left( (-\alpha_0^d + \alpha_4^d + \alpha_6^d + \alpha_7^d) \overrightarrow{x_1} + (-\alpha_0^d - \alpha_4^d + \alpha_6^d + \alpha_7^d) \overrightarrow{x_2} + (-\alpha_0^d - \alpha_4^d - \alpha_6^d + \alpha_7^d) \overrightarrow{x_3} \right)$$
(3.10)

Les quatre vecteurs  $\overrightarrow{v_0}$ ,  $\overrightarrow{v_4}$ ,  $\overrightarrow{v_6}$  et  $\overrightarrow{v_7}$  étant activés pendant une période de MLI, nous avons la relation :

$$\alpha_0^d + \alpha_4^d + \alpha_6^d + \alpha_7^d = 1 \tag{3.11}$$

En utilisant la propriété (3.11) dans l'équation (3.10) nous obtenons :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = V_{bus} \left( (2(\alpha_4^d + \alpha_6^d + \alpha_7^d) - 1) \overrightarrow{x_1} + (2(\alpha_6^d + \alpha_7^d) - 1) \overrightarrow{x_2} + (2\alpha_7^d - 1) \overrightarrow{x_3} \right)$$

$$(3.12)$$

En identifiant les équations (3.9) et (3.12) nous obtenons finalement :

$$\begin{aligned} \alpha_1^n &= \alpha_4^d + \alpha_6^d + \alpha_7^d \\ \alpha_2^n &= \alpha_6^d + \alpha_7^d \\ \alpha_3^n &= \alpha_7^d \end{aligned}$$

Les calculs des  $\alpha_k^d$  peuvent être rapidement exécutés en réalisant des produits vectoriels successifs. En effet, on rappelle que le produit vectoriel d'un vecteur par lui même est nul :  $\overrightarrow{g} \wedge \overrightarrow{g} = \overrightarrow{0}$ . L'utilisation de cette technique nous interdit d'avoir deux vecteurs colinéaires (Souvenons-nous que deux vecteurs  $\overrightarrow{v_k}$  et  $\overrightarrow{v_{(2^{n-1})-k}}$  sont opposés). La solution la plus simple pour que deux vecteurs opposés ne soient plus colinéaires et de leur ajouter à chacun une quatrième dimension<sup>5</sup>.

Cette manipulation étant réalisée, calculons par exemple  $\alpha_7^d$ :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle \wedge \overrightarrow{v_0} = (\alpha_0^d \overrightarrow{v_0} + \alpha_4^d \overrightarrow{v_4} + \alpha_6^d \overrightarrow{v_6} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_7}) \wedge \overrightarrow{v_0}$$

$$= \alpha_4^d \overrightarrow{v_4} \wedge \overrightarrow{v_0} + \alpha_6^d \overrightarrow{v_6} \wedge \overrightarrow{v_0} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_7} \wedge \overrightarrow{v_0}$$

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4} = \alpha_6^d \overrightarrow{v_6} \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_7} \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4}$$

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4} \wedge \overrightarrow{v_6} = \alpha_7^d \overrightarrow{v_7} \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4} \wedge \overrightarrow{v_6}$$

$$\alpha_7^d = \frac{\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4} \wedge \overrightarrow{v_6}}{\overrightarrow{v_7} \wedge \overrightarrow{v_0} \wedge \overrightarrow{v_4} \wedge \overrightarrow{v_6} }$$

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Dans ce cas, les vecteurs  $\overrightarrow{v_0}$ ,  $\overrightarrow{v_4}$ ,  $\overrightarrow{v_6}$  et  $\overrightarrow{v_7}$  forment une famille génératrice libre du nouvel espace vectoriel  $E^4$  de dimension 4. La décomposition du vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  sur ces quatre vecteurs est donc unique.
Après réarrangement, il apparaît le produit mixte :

$$\alpha_7^d = \frac{(\overrightarrow{v_0}|\overrightarrow{v_4}|\overrightarrow{v_6}| < \overrightarrow{v_{ref}} >)}{(\overrightarrow{v_0}|\overrightarrow{v_4}|\overrightarrow{v_6}|\overrightarrow{v_7})}$$

De la même façon, on calcule les autres  $\alpha_k^d$ :

$$\alpha_0^d = \frac{(\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle | \overrightarrow{v_4} | \overrightarrow{v_6} | \overrightarrow{v_7})}{(\overrightarrow{v_0} | \overrightarrow{v_4} | \overrightarrow{v_6} | \overrightarrow{v_7})} \quad \alpha_4^d = \frac{(\overrightarrow{v_0} | \overrightarrow{v_4} | \langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle | \overrightarrow{v_7})}{(\overrightarrow{v_0} | \overrightarrow{v_4} | \overrightarrow{v_6} | \overrightarrow{v_7})} \quad \alpha_6^d = \frac{(\overrightarrow{v_0} | \langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle | \overrightarrow{v_6} | \overrightarrow{v_7})}{(\overrightarrow{v_0} | \overrightarrow{v_4} | \overrightarrow{v_6} | \overrightarrow{v_7})}$$

Le calcul d'un produit mixte de quatre vecteurs de dimension quatre se réduit au calcul du déterminant de la matrice formée par les quatre vecteurs, chaque colonne de la matrice étant formée par les coordonnées d'un vecteur.

On constate que :

- le dénominateur est formé par le produit mixte de quatre vecteurs dont les coordonnées sont constantes. Le calcul de ce produit mixte peut donc s'éxecuter une seule fois « off-line ».
- le numérateur est formé par le produit mixte de quatre vecteurs dont trois ont des coordonnées constantes. Seules quatre additions et quatre multiplications sont nécessaires pour obtenir le résultat du produit mixte à chaque période de MLI.

Le calcul d'un  $\alpha_k^n$  ne nécessite quant à lui que de une à deux additions. La génération des fonctions de connexion s'effectue par des timers programmables sachant que :  $\langle m_{kreg} \rangle = 2\alpha_k^n - 1$ .

Si cette commande vectorielle est identique à une commande MLI intersective centrée avec synchronisation des commandes des onduleurs, elle permet par exemple de gérer de façons différentes la saturation de l'onduleur et d'imposer des temps minimums de conduction aux interrupteurs.

On rappelle qu'il y a saturation de l'onduleur si une des tensions de référence dépasse les tensions maximales applicables par l'onduleur ( $|v_{refk}| > V_{bus}$ ) c'est à dire si l'extrémité du vecteur  $\overrightarrow{v_{ref}}$  sort du cube (de côté  $\pm V_{bus}$ ).

La technique classiquement utilisée lors de l'emploi d'une MLI intersective est de réduire la tension de référence dépassant les limites à la tension maximale. Dans ce cas seules les coordonnées du vecteur dépassant du cube sont réduites et le vecteur renormé, s'il ne possède plus la même direction que le vecteur initialement présenté, conserve un module maximum. Dans ce cas, les vecteurs de référence associés aux machines fictives ne sont pas tous modifiés de la même façon. La MLI vectorielle permet d'envisager d'autre type de renormalisation. En effet, on peut par exemple décider de conserver la même direction au vecteur. Dans ce cas, toutes les coordonnées du vecteur sont divisées par la plus grande dépassant du cube. Cette technique permet de réduire de la même façon chacun de vecteurs de références associés aux machines fictives. Soit un vecteur initial à synthétiser tel que

$$\overrightarrow{v_i} = \frac{3}{2} V_{bus} \overrightarrow{x_1} + \frac{\sqrt{2}}{2} V_{bus} \overrightarrow{x_2} + \frac{\sqrt{2}}{2} V_{bus} \overrightarrow{x_3}$$

la technique permettant de conserver le module maximale amène au vecteur

$$\overrightarrow{v_{r1}} = V_{bus}\overrightarrow{x_1} + \frac{\sqrt{2}}{2}V_{bus}\overrightarrow{x_2} + \frac{\sqrt{2}}{2}V_{bus}\overrightarrow{x_3}$$

et la technique permettant de conserver la même direction amène à

$$\overrightarrow{v_{r2}} = V_{bus}\overrightarrow{x_1} + \frac{\sqrt{2}}{3}V_{bus}\overrightarrow{x_2} + \frac{\sqrt{2}}{3}V_{bus}\overrightarrow{x_3}$$

La figure 3.19 illustre ces deux techniques.



FIG. 3.19 – Deux techniques de renormalisation : conservation du module maximal et de la même direction au vecteur

L'imposition d'un durée minimale de conduction de chacun des vecteurs composant une séquence permet de s'assurer qu'à chaque séquence on maîtrise le nombre de commutations. Cette imposition est réalisée en réduisant le volume du cube initial provoquant la saturation. En effet la réduction de la norme du vecteur moyen à synthétiser impose l'activation de tous les vecteurs d'alimentation choisis pour réaliser la séquence. La réduction de l'espace et son effet sur les temps d'activation sont illustrés à la figure 3.20. Dans cet exemple on choisit de synthétiser un vecteur moyen de référence égal au vecteur  $\vec{v_7}$ . On remarque que la réduction de l'espace de départ impose l'activation d'autres vecteurs que le vecteur  $\vec{v_7}$  pour synthétiser le vecteur réduit. Cette réduction s'apparente, du point de vue implantation, au traitement d'une saturation avec conservation de la direction du vecteur initial.



FIG. 3.20 – Imposition d'un temps minimum de conduction à chaque interrupteur

## 3.5.2 Etude de l'ensemble onduleur de tension alimentant la machine couplée en étoile

La figure 3.21 montre une représentation de l'ensemble machine phases couplées en étoile - onduleur de tension deux niveaux.



FIG. 3.21 – Machine synchrone couplage étoile alimentée par un onduleur de tension à deux niveaux

#### 3.5.2.1 Modélisation de l'onduleur dans la base naturelle

Cette configuration permet de moduler les trois tensions  $v_{AN}$ ,  $v_{BN}$  et  $v_{CN}$ . Les interrupteurs k d'un même bras d'onduleur sont commandés de façon complémentaire, les tensions de sortie de l'onduleur ne possèdent donc que deux niveaux. Si on associe les trois tensions de sortie de l'onduleur à la base naturelle  $B^n$ , le vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N} = v_{AN}\overrightarrow{x_1} + v_{BN}\overrightarrow{x_2} + v_{CN}\overrightarrow{x_3}$  ne peut posséder que huit valeurs. On affectera à chacune de ces valeurs un numéro entre 0 et 8 qui est déterminé en fonction des états des cellules de commutation. La valeur décimale du numéro est l'image du mot binaire composé de 3 bits tels que :

- le bit de poids fort correspond à l'état de la tension  $v_{AN}$ , puis le suivant à l'état de la tension  $v_{BN}$  et enfin le bit de poids faible à l'état de la tension  $v_{CN}$ ;
- un bit est à 0 si la tension correspondante est égale à  $-\frac{V_{bus}}{2}$  ou à 1 si la tension correspondante est égale à  $+\frac{V_{bus}}{2}$ .

Les huit valeurs que peuvent prendre le vecteur  $\overrightarrow{v_N}$  sont donc :

$$\overrightarrow{v_{N0}} = -\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_{N1}} = -\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3}$$
$$\overrightarrow{v_{N2}} = -\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_{N3}} = -\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3}$$
$$\overrightarrow{v_{N4}} = +\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_{N5}} = +\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3}$$
$$\overrightarrow{v_{N6}} = +\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} - \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_{N7}} = +\frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{2}\overrightarrow{x_3}$$

La machine modélisée au chapitre 2 possédant une FEM sinusoïdale, les tensions  $v_1, v_2, v_3$  aux bornes des phases de la machine sont uniquement le résultat des tensions modulées par l'onduleur telles que (voir paragraphe 3.4.2.1) :

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{2}{3} v_{AN} - \frac{1}{3} \left( v_{BN} + v_{CN} \right) & v_2 &= \frac{2}{3} v_{BN} - \frac{1}{3} \left( v_{AN} + v_{CN} \right) \\ v_3 &= \frac{2}{3} v_{CN} - \frac{1}{3} \left( v_{AN} + v_{CN} \right) \end{aligned}$$

Le vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$  peut donc prendre les huit valeurs suivantes :

$$\overrightarrow{v_0} = 0 \quad \overrightarrow{x_1} + 0 \quad \overrightarrow{x_2} + 0 \quad \overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_1} = -\frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_1} - \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_2} + \frac{2V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_3}$$
$$\overrightarrow{v_2} = -\frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_1} + \frac{2V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_2} - \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_3} = -\frac{2V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_3}$$
$$\overrightarrow{v_4} = +\frac{2V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_1} - \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_2} - \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_5} = +\frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_1} - \frac{2V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_2} + \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_3}$$
$$\overrightarrow{v_6} = +\frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_1} + \frac{V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_2} - \frac{2V_{bus}}{3} \quad \overrightarrow{x_3} \qquad \overrightarrow{v_7} = 0 \quad \overrightarrow{x_1} + 0 \quad \overrightarrow{x_2} + 0 \quad \overrightarrow{x_3}$$

#### 3.5.2.2 Modélisation de l'onduleur dans une base de découplage

Les vecteurs tension  $\overrightarrow{v_z}$  et  $\overrightarrow{v_{\alpha\beta}}$  alimentant respectivement les machines homopolaire et principale sont obtenus par projection du vecteur tension statorique sur la droite homopolaire et le plan principal. En utilisant les résultats généraux énoncés au paragraphe 3.4.2.2, on déduit ces vecteurs.

D'abord :

$$\overrightarrow{v_z} = (\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{x_z}) \overrightarrow{x_z} = \overrightarrow{0}$$

On vérifie que dans cette configuration seule la machine principale peut être alimentée et que n'importe quel vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$  engendrera un vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$  appartenant au plan principal.

Puis :

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_{\alpha\beta}} = \overrightarrow{v_{N\alpha\beta}} = (\overrightarrow{v_N} \cdot \overrightarrow{x_{\alpha}}) \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + (\overrightarrow{v_N} \cdot \overrightarrow{x_{\beta}}) \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$

ce qui amène au huit valeurs suivantes :

$$\overrightarrow{v_0} = 0 \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_1} = -\frac{V_{bus}}{\sqrt{6}} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} - \frac{V_{bus}}{\sqrt{2}} \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$
$$\overrightarrow{v_2} = -\frac{V_{bus}}{\sqrt{6}} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + \frac{V_{bus}}{\sqrt{2}} \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_3} = -\frac{2V_{bus}}{\sqrt{6}} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$
$$\overrightarrow{v_4} = +\frac{2V_{bus}}{\sqrt{6}} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_5} = +\frac{V_{bus}}{\sqrt{6}} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} - \frac{V_{bus}}{\sqrt{2}} \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$
$$\overrightarrow{v_6} + \frac{V_{bus}}{\sqrt{6}} \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + \frac{V_{bus}}{\sqrt{2}} \ \overrightarrow{x_{\beta}} \qquad \overrightarrow{v_7} = 0 \ \overrightarrow{x_{\alpha}} + 0 \ \overrightarrow{x_{\beta}}$$

On donne à la figure 3.22 une représentation en trois dimensions des différentes valeurs des vecteurs tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$  (cube bleu) et de ses projections sur le plan principal (hexagone rouge) et sur la droite homopolaire (droite verte). Tous les vecteurs sont normalisés par la tension du bus continu  $V_{bus}$ .

La figure 3.23 donne une représentation des différentes valeurs du vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$ .

Même si les vecteurs  $\overrightarrow{v_{N\alpha\beta}}$  et  $\overrightarrow{v}$  sont identiques, les plans principaux les supportant ne le sont pas. Le plan principal onduleur possède comme centre le point N et le plan principal de la machine le point N'. Ces deux plans sont donc en toute rigueur distants du vecteur  $\overrightarrow{NN'}$ , vecteur dont les coordonnées sont variables et dépendantes, entre autres, des états des cellules de commutation. Par souci de lisibilité, dans la suite on confondra ces deux plans en omettant volontairement de préciser le centre du repère.

#### Exemple didactique : Alimentation d'une machine triphasée



FIG. 3.22 – Représentation 3D : Vecteur tension onduleur

FIG. 3.23 – Représentation 3D : Vecteur tension statorique

Sur ces figures, deux valeurs d'un vecteur séparées par le changement de l'état d'une seule cellule de commutation sont reliées par un trait.

La machine possédant des FEMs sinusoïdales, au régime permanent les références de tension sont sinusoïdales et déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$ . Prenons par exemple un vecteur  $\overrightarrow{v_{N_{ref}}}$  tel que :

$$\overrightarrow{v_{N_{ref}}} = \frac{V_{bus}}{2} \sin(\omega t) \overrightarrow{x_1^n} + \frac{V_{bus}}{2} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \overrightarrow{x_2^n} + \frac{V_{bus}}{2} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \overrightarrow{x_3^n}$$

dont on donne une représentation en trois dimensions à la figure 3.24.

Dans ce cas, le vecteur  $\overrightarrow{v_N}$  appartient au plan principal et se trouve confondu au vecteur  $\overrightarrow{v}$ . Ces deux vecteurs décrivent un cercle de module  $\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_{bus}}{2}$  tournant à la vitesse  $\omega$ .

Intéressons-nous maintenant à la saturation de l'onduleur. Cette configuration d'onduleur permet de générer n'importe quel vecteur de référence  $\overrightarrow{v_{N_{ref}}}$  tel qu'il appartienne au cube (en bleu sur la figure 3.24) et n'importe quel vecteur de référence  $\overrightarrow{v_{ref}}$  tel qu'il appartienne à l'hexagone (supporté par le plan principal en rouge sur la figure 3.24). Dans le cas de consignes sinusoïdales, le vecteur  $\overrightarrow{v_{N_{ref}}}$ appartient au plan principal et ne peut donc être contenu que dans l'hexagone (en vert sur la figure 3.24) construit par l'intersection entre le plan principal et le cube. L'utilisation de consignes sinusoïdales rend donc inaccessible une partie



FIG. 3.24 – Représentation en trois dimensions de consignes sinusoïdales

de l'hexagone rouge et traduit une perte de  $13, 4\%^6$ .

Il est pourtant possible de générer un vecteur de référence  $\overrightarrow{v_{N_{ref}}}$  tel que sa projection sur le plan principal ait un module supérieur à  $\frac{\sqrt{2}}{2}V_{bus}$ . En effet, les composantes harmoniques de rang trois du vecteur  $\overrightarrow{v_{N_{ref}}}$  ne se projettent pas sur le plan principal (voir tableau 2.2) mais permettent de disposer d'un module du fondamental de  $\overrightarrow{v_{N_{ref}}}$  supérieur à  $\frac{V_{bus}}{2}$ . La figure 3.25 illustre cette technique communément appelée surmodulation pour laquelle :

$$\overrightarrow{v_{N_{ref}}} = \left(\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t) + \frac{V_{bus}}{10}\sin(3\pi t)\right)\overrightarrow{x_1^n} + \left(\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{V_{bus}}{10}\sin(3\omega t - \frac{6\pi}{3})\right)\overrightarrow{x_2^n} + \left(\frac{V_{bus}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) + \frac{V_{bus}}{10}\sin(3\omega t - \frac{12\pi}{3})\right)\overrightarrow{x_3^n}$$

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>L'hexagone vert ne peut contenir que des vecteurs de module au maximum égal à  $\frac{\sqrt{2}}{2}V_{bus}$ alors que l'hexagone rouge peut contenir des vecteurs de module au maximum égal à  $\sqrt{\frac{2}{3}}V_{bus}$ .



FIG. 3.25 – Principe de surmodulation

#### 3.5.2.3 Alimentation par onduleurs de tension deux niveaux commandé en Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI)

Parmi les techniques de génération de MLI, deux retiendront notre attention :

- la MLI intersective centrée
- la MLI vectorielle

#### Commande par MLI intersective centrée

La génération d'un vecteur moyen de référence  $\overrightarrow{v_{Nref}}$  sur une période de MLI par MLI intersective centrée est exactement identique à ce qui a été présentée au paragraphe 3.5.1.3.

# Commande par vecteur d'espace ou utilisation de la notion d'onduleurs fictifs

La génération d'un vecteur moyen de référence  $\overrightarrow{v_{Nref}}$  sur une période de MLI par vecteur d'espace est exactement identique à ce qui a été présenté au paragraphe 3.5.1.3. Néanmoins, on se propose d'analyser la commande par vecteur d'espace classiquement réalisée.

Comme dans la configuration couplage étoile seule la machine secondaire est alimentée, seule la projection  $\langle \overrightarrow{v_{N\alpha\beta ref}} \rangle$  du vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{Nref}} \rangle$  sur le plan principal peut être considérée (égale au vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$ ).

Dans ce cas, au lieu de considérer les six tetraèdres composant le cube, on ne considère que les six triangles composant l'hexagone (en rouge sur la figure 3.24)

portés par le plan principal. Ces six triangles sont obtenus par projection des six tetraèdres composants le cube sur le plan principal.

Dès que le vecteur de référence appartient à un des six triangles, on le décompose par projection sur les deux vecteurs composant le triangle dans lequel il se trouve.

La figure 3.26 illustre la génération du vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  sur une période de MLI lorsqu'il appartient au triangle 0467.



FIG. 3.26 – Plan principal et calculs des temps de conduction

Dans ce cas, le vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  peut être écrit :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = \alpha_4^d \overrightarrow{v_{N\alpha\beta4}} + \alpha_6^d \overrightarrow{v_{N\alpha\beta6}}$$

où  $\alpha_4^d$  et  $\alpha_6^d$  sont les temps relatifs d'application des vecteurs  $\overrightarrow{v_{N4}}$  et  $\overrightarrow{v_{N6}}$ .

On calcule les temps relatifs par [50]:

$$\frac{\| < \overrightarrow{v_{ref}} > \|}{\sin \frac{2\pi}{3}} = \frac{\alpha_4^d}{\sin(\frac{\pi}{3} - \varphi)} = \frac{\alpha_6^d}{\sin\varphi}$$

De façon à maîtriser le nombre de commutations sur une période de MLI, on ajoute les vecteurs  $\overrightarrow{v_{N0}}$  et  $\overrightarrow{v_{N7}}$  à la séquence d'activation. Cet ajout ne modifie rien au vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$ , en effet la projection de ces deux vecteurs sur le plan principal est nulle.

Le vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  s'exprime donc maintenant par :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = \alpha_0^d \ \overrightarrow{v_{N\alpha\beta0}} + \alpha_4^d \ \overrightarrow{v_{N\alpha\beta4}} + \alpha_6^d \ \overrightarrow{v_{N\alpha\beta6}} + \alpha_7^d \ \overrightarrow{v_{N\alpha\beta7}}$$

qui impose la génération d'un vecteur :

$$\langle \overrightarrow{v_{Nref}} \rangle = \alpha_0^d \overrightarrow{v_{N0}} + \alpha_4^d \overrightarrow{v_{N4}} + \alpha_{N6}^d \overrightarrow{v_6} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_{N7}}$$

Si dans cette expression les temps relatifs  $\alpha_4^d$  et  $\alpha_6^d$  dépendent du vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  à générer, la relation  $\alpha_0^d + \alpha_4^d + \alpha_6^d + \alpha_7^d = 1$  nous impose de choisir  $\alpha_0^d$  et  $\alpha_7^d$  tels que :

$$\alpha_0^d + \alpha_7^d = 1 - \alpha_4^d - \alpha_6^d$$

On choisit classiquement  $\alpha_0^d = \alpha_7^d$ .

En conclusion, on voit que la méthode classique n'est qu'une réduction de la méthode générale exposée précédemment. Cette méthode présente l'inconvénient majeur de devoir localiser le vecteur de référence dans un des triangles et de ne pas fournir de critères quant aux choix des temps relatifs  $\alpha_0^d$  et  $\alpha_7^d$ .

## 3.6 Exemple original : Alimentation par onduleur de tension d'une machine pentaphasée

## 3.6.1 Etude de l'ensemble onduleur de tension alimentant la machine phases non-couplées

La topologie de l'onduleur est identique à celle de la figure 3.14. Deux structures sont bien sûr à ajouter.

#### 3.6.1.1 Modélisation de l'onduleur dans la base naturelle

Cette configuration permet de moduler directement les tensions  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$ ,  $v_4$ et  $v_5$  aux bornes des cinq phases de la machine. Si on associe ces cinq tensions à la base naturelle  $B^n$ , le vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$  ne peut posséder que  $2^5 = 32$ valeurs. On affectera à chacune de ces valeurs un numéro déterminé de la même manière qu'au paragraphe 3.5 pour la machine triphasée.

$\overrightarrow{v_0} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_1} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_2} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_3} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_4} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_5} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_6} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_7} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_8} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_9} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{10}} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{11}} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{12}} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{13}} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{14}} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{15}} = -V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{16}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{17}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{18}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{19}} = + V_{bus} \overrightarrow{x_1} - V_{bus} \overrightarrow{x_2} - V_{bus} \overrightarrow{x_3} + V_{bus} \overrightarrow{x_4} + V_{bus} \overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{20}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{21}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{22}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{23}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} - V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{24}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{25}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{26}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{27}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} - V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{28}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{29}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} - V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
$\overrightarrow{v_{30}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} - V_{bus}\overrightarrow{x_5}$	$\overrightarrow{v_{31}} = +V_{bus}\overrightarrow{x_1} + V_{bus}\overrightarrow{x_2} + V_{bus}\overrightarrow{x_3} + V_{bus}\overrightarrow{x_4} + V_{bus}\overrightarrow{x_5}$
	(3.13)

Par extension de ce que l'on a vu lors de l'étude de l'onduleur triphasé, on déduit que ces 32 vecteurs forment un hypercube de dimension 5 et de côté  $\pm V_{bus}$ . Une représentation géométrique est à ce point impossible mais bien entendu la génération des vecteurs s'opère automatiquement par programmation élémentaire.

#### 3.6.1.2 Modélisation de l'onduleur dans une base de découplage

Les vecteurs  $\overrightarrow{v_z}$ ,  $\overrightarrow{v_p}$  et  $\overrightarrow{v_s}$  alimentant respectivement les machines homopolaire, principale et secondaire sont obtenus par projection du vecteur  $\overrightarrow{v}$  sur la droite homopolaire (supportée par le vecteur  $\overrightarrow{x_z}$ ), le plan principal (engendré par les vecteurs  $\overrightarrow{x_{p\alpha}}$  et  $\overrightarrow{x_{p\beta}}$ ) et le plan secondaire (engendré par les vecteurs  $\overrightarrow{x_{s\alpha}}$  et  $\overrightarrow{x_{s\beta}}$ ). On donne aux figures 3.27 et 3.28, les projections (normalisées par la tension de bus  $V_{bus}$ ) des différentes valeurs du vecteur tension statorique sur les plans principal et secondaire. Ces projections ainsi que leurs représentations sont obtenues automatiquement par programmation. Par souci de clarté, deux vecteurs obtenus successivement par la commutation d'une seule cellule ne seront pas reliés par un trait. Néanmoins, pourraient être reliés deux vecteurs dont le code numérique diffère d'une puissance de deux.



FIG. 3.27 – Projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique sur le plan principal

FIG. 3.28 – Projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique sur le plan secondaire

On distingue dans ces deux plans quatre groupes de vecteurs :

- un groupe de dix vecteurs de module  $\left(\sqrt{2} + \sqrt{\frac{2}{5}}\right) V_{bus} = 2,05 V_{bus}$  qui forment la couronne supérieure;
- un groupe de dix vecteurs de module  $2\sqrt{\frac{2}{5}} V_{bus} = 1,26 V_{bus}$  qui forment la couronne médiane;
- un groupe de dix vecteurs de module  $\left(\sqrt{2} \sqrt{\frac{2}{5}}\right) V_{bus} = 0,78 V_{bus}$  qui forment la couronne inférieure;
- un groupe de deux vecteurs nuls.

Les vecteurs qui forment la couronne supérieure d'un plan forment la couronne inférieure de l'autre. Les vecteurs qui forment les couronnes médianes des deux plans sont identiques. Les vecteurs nuls sont les mêmes pour les deux plans.

La figure 3.29 montre les projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique sur la droite homopolaire.

On distingue sur cette droite trois groupes de vecteurs :



FIG. 3.29 – Projections des différentes valeurs du vecteur tension statorique sur la droite homopolaire

- un groupe de deux vecteurs de module  $\sqrt{5} V_{bus} = 2,24 V_{bus}$ ; un groupe de dix vecteurs de module  $\frac{3}{\sqrt{5}} V_{bus} = 1,34 V_{bus}$  qui forment les ensembles B et E;
- un groupe de dix vecteurs de module  $\frac{1}{\sqrt{5}} V_{bus} = 0,45 V_{bus}$  qui forment les ensembles C et D.

Les projections des deux valeurs du vecteur tension statorique possédant les modules les plus importants sur la droite homopolaire sont nulles sur les deux plans. On constate qu'il n'existe pas de vecteurs nuls sur la droite homopolaire, la machine homopolaire est, en valeur instantanée, toujours alimentée.

#### 3.6.1.3Alimentation par onduleurs de tension deux niveaux commandés en MLI

On ne s'intéressera qu'à la commande par MLI vectorielle. On présentera deux technique de MLI vectorielle dont chacune possède des critères différents.

#### MLI vectorielle 1 : génération de n'importe quel vecteur moyen de référence et prise en compte de contraintes de commutation

On s'impose dans un premier temps les mêmes critères pour la génération d'un vecteur moyen de référence qu'une MLI intersective centrée, qu'on rappelle :

- seuls six vecteurs seront activés durant une période de MLI (condition minimum mais suffisante pour générer n'importe quel vecteur de dimension 5 appartenant à l'hypercube de dimension 5);
- deux vecteurs consécutivement générés ne posséderont qu'une seule coordonnée différente (il n'existe qu'une seule commutation pour activer un vecteur après l'autre);
- chaque séquence d'activation des vecteurs commence et termine par le même vecteur. Une façon simple de réalisation est de répéter la séquence dans l'ordre inverse après sa génération (il n'existe pas de commutation lors du passage d'une période de MLI à l'autre).

Dans un premier temps, il faut déterminer les familles de six vecteurs qui respectent les conditions précédentes. Le passage d'un vecteur à l'autre ne devant

engendrer qu'une commutation et les six vecteurs étant différents, le premier et le dernier vecteur ont toutes leurs coordonnées qui différent. Dans ce cas, il existe 16 familles possédant ces caractéristiques. On décrit chacune des familles par son premier et son dernier vecteur : (0-31), (2-29), (3-28), (4-27), (5-26), (6-25), (7-24), (8-23), (9-22), (10-21), (11-20), (12-19), (13-18), (14-17) et (15,16).

Dans chaque famille il existe 5! = 120 combinaisons de six vecteurs tel que successivement ils ne possèdent qu'une coordonnée différente. Par extension du cas triphasé, on déduit que six vecteurs d'une combinaison forment un hyperte-traèdre de dimension 5. Si pour le cas triphasé ces combinaisons sont aisément déterminées, dans notre cas c'est un programme informatique (généralisé à une dimension n) qui réalise le choix des combinaisons dans chacune des familles.

Comme une MLI intersective centrée, choisissons la famille (0-31). L'étude de la génération d'un vecteur moyen sur une période de MLI lors du cas triphasé a montré qu'il suffisait de la connaissance d'une seule combinaison de six vecteurs pour générer n'importe quel vecteur moyen à la condition qu'il soit compris dans l'hypercube. Choisissons, parmi les 120 combinaisons existantes, la combinaison (0-1-3-7-15-31). Dans ce cas, le vecteur moyen de référence  $\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle$  s'écrit :

$$\langle \overrightarrow{v_{ref}} \rangle = \alpha_0^d \overrightarrow{v_0} + \alpha_1^d \overrightarrow{v_1} + \alpha_3^d \overrightarrow{v_3} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_7} + \alpha_{15}^d \overrightarrow{v_{15}} + \alpha_{31}^d \overrightarrow{v_{31}}$$

où  $\alpha_k^d$  est le temps relatif d'application du vecteur  $\overrightarrow{v_k}$  pendant une période de MLI.

En généralisant la notion développée lors de l'étude du cas triphasé on calcule :

$$\begin{aligned} \alpha_{0}^{d} &= \frac{\left(<\vec{v_{ref}} > |\vec{v_{1}}| \vec{v_{3}} |\vec{v_{7}}| \vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}}| \vec{v_{3}} |\vec{v_{7}}| \vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & \alpha_{1}^{d} &= \frac{\left(\vec{v_{0}}| < \vec{v_{ref}} > |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & \alpha_{3}^{d} &= \frac{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & \alpha_{7}^{d} &= \frac{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & \alpha_{7}^{d} &= \frac{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & \alpha_{1}^{d} &= \frac{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & \alpha_{31}^{d} &= \frac{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)}{\left(\vec{v_{0}}| \vec{v_{1}} |\vec{v_{3}} |\vec{v_{7}} |\vec{v_{15}} |\vec{v_{31}}\right)} & (3.14)
\end{aligned}$$

Rappelons que les expressions 3.14 ne sont valables que si les vecteurs ont été augmentés d'une sixième dimension.

#### MLI vectorielle 2 : génération d'un vecteur dans la machine principale et réduction des ondulations de courants dans les machines secondaires

Lorsque la machine ne posssède que des FEMs sinusoïdales, seule la machine principale peut fournir du couple. Dans ce cas, l'objectif peut être de générer la référence de tension correcte dans le machine principale et de générer des tensions de référence dans les machines secondaires les plus petites possibles. Dans ce cas, on réduit fortement les courants (parasites car il ne génèrent pas de couple) dans les machines secondaires.

Il est possible de générer n'importe quel vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{pref}} \rangle$ , appartenant au plan principal, à partir d'au moins trois vecteurs du plan principal. Choisissons par exemple deux vecteurs à modules maximum (appartenant à la couronne supérieure) et les deux vecteurs nuls. Dans ce cas, le plan principal peut être découpé en dix triangles comme le montre la figure 3.30.



FIG. 3.30 – Plan principal découpé en 10 triangles.

Etudions par exemple la génération du vecteur  $\langle \overrightarrow{v_{pref}} \rangle$  lorsqu'il se trouve dans le triangle (0-3-7-31). Dans ce cas :

$$\langle \overrightarrow{v_{pref}} \rangle = \alpha_0^d \overrightarrow{v_{p0}} + \alpha_3^d \overrightarrow{v_{p3}} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_{p6}} + \alpha_{31}^d \overrightarrow{v_{p31}}$$

qui impose la génération des vecteurs :

$$\langle \overrightarrow{v_{sref}} \rangle = \alpha_0^d \overrightarrow{v_{s0}} + \alpha_3^d \overrightarrow{v_{s3}} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_{s6}} + \alpha_{31}^d \overrightarrow{v_{s31}}$$
$$\langle \overrightarrow{v_{zref}} \rangle = \alpha_0^d \overrightarrow{v_{z0}} + \alpha_3^d \overrightarrow{v_{z3}} + \alpha_7^d \overrightarrow{v_{z6}} + \alpha_{31}^d \overrightarrow{v_{z31}}$$

Si on ne peut pas contrôler ces deux derniers vecteurs de référence, ils sont néanmoins générés par des vecteurs possédant les modules les plus faibles (couronne inférieure pour le plan secondaire et ensemble C et D pour la droite homopolaire). Les machines secondaire et homopolaire sont donc « peu » alimentées et génèrent par conséquent moins de courants parasites [49]. Cette méthode très intéressante pour l'alimentation de machines pentaphasées à FEMs sinusoïdales ne prend néanmoins pas en compte de contraintes de commutation et ne permet de ne contrôler que la tension de référence dans la machine principale.

### 3.6.2 Etude de l'ensemble onduleur de tension alimentant la machine couplée en étoile

#### 3.6.2.1 Modélisation de l'onduleur dans la base naturelle

La structure d'alimentation est identique à celle de la figure 3.21. Deux structures sont évidemment à ajouter.

Cette configuration permet de générer 32 valeurs différentes du vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$ . Exprimées dans la base naturelle  $B^n$ , ces 32 valeurs sont identiques aux équations (3.12) à condition que l'on divise chacune des coordonnées par 2, c'est à dire en remplaçant  $V_{bus}$  par  $\frac{V_{bus}}{2}$ .

#### 3.6.2.2 Modélisation de l'onduleur dans la base de découplage

D'après les calculs généraux 3.4.2.2, on sait que dans cette configuration :

- la machine homopolaire n'est pas alimentée et que le vecteur tension homopolaire  $\vec{v_z}$  n'est pas imposé par l'onduleur mais est égal au vecteur tension homopolaire  $\vec{e_z} = \sqrt{5} \sum_{h} E^{h} \sin(hp\theta) \vec{x_z}$ , h = 5, 15, ... (voir chapitre 2, paragraphe 2.4.3.3);
- la machine principale est alimentée par le vecteur  $\overrightarrow{v_p}$ , égal à la projection du vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$  sur le plan principal. La représentation des différentes valeurs de ce vecteur est identique à celle de la figure (3.27) à condition de diviser chacune des coordonnées par 2;
- la machine secondaire est alimentée par le vecteur  $\overrightarrow{v_s}$ , égal à la projection du vecteur tension onduleur  $\overrightarrow{v_N}$  sur le plan secondaire. La représentation des différentes valeurs de ce vecteur est identique à celle de la figure (3.28) à condition de diviser chacune des coordonnées par 2.

#### 3.6.2.3 Alimentation par onduleurs de tension deux niveaux commandés en MLI vectorielle

Les deux MLI vectorielles définies au paragraphe 3.6.1.3 restent réalisables dans le cas de phases couplées en étoile. On remarquera néanmoins que la MLI 2 présente moins d'avantage dans cette configuration. En effet, la machine homopolaire (possédant la plus petite constante de temps) n'étant plus alimentée, on s'attend à de fortes réductions des courants parasites.

# 3.7 Réalisation pratique de la commande d'une machine pentaphasée couplée en étoile alimentée par un onduleur de tension deux niveaux commandé en MLI vectorielle

On se propose de réaliser la commande de la machine pentaphasée à aimants permanents prototype modélisée au chapitre 2 et réalisée pour les besoins de ces travaux. La commande de l'ensemble machine - onduleur sera implantée sur le banc expérimental présenté en annexe C.

## 3.7.1 Définition de la structure de commande de l'ensemble

Le schéma de principe de la commande de la machine pentaphasée (figure 3.31) est directement déduit de l'analyse REM - SMC menée au début de ce chapitre (voir paragraphe 3.4.2.2). L'onduleur est commandé par la MLI vectorielle 1, détaillée au paragraphe 3.6.1.3.

#### Choix du changement de base

On rappelle que la modélisation de la machine dans une base de découplage  $B^d = \{\overrightarrow{x_z}, \overrightarrow{x_{p\alpha}}, \overrightarrow{x_{p\alpha}}, \overrightarrow{x_{s\alpha}}, \overrightarrow{x_{s\beta}}\}$  a permis d'écrire le vecteur grandeur FEM  $\overrightarrow{e}$  (voir chapitre 2 paragraphe 2.4.3) :

$$\overrightarrow{e} = \overrightarrow{e_z} + \overrightarrow{e_p} + \overrightarrow{e_s}$$

où :

$$\vec{e_z} = \sqrt{5} \sum_{h} E^{h} \sin(hp\theta) \vec{x_z}, \ h = 5, 15, \dots$$

$$\vec{e_p} = \sqrt{\frac{5}{2}} \sum_{h} E^{h} (\sin(hp\theta) \vec{x_{p\alpha}} - \cos(hp\theta) \vec{x_{p\beta}}), \ h = 1, 9, \dots$$

$$\vec{e_s} = \sqrt{\frac{5}{2}} \sum_{h} E^{h} (\sin(hp\theta) \vec{x_{s\alpha}} + \cos(hp\theta) \vec{x_{s\beta}}), \ h = 3, 7, \dots$$

avec  $E^h$  la valeur maximale de l'harmonique de rang h de la FEM.

Le couple électromagnétique  $C_{em}$  s'exprimant par :

$$C_{em} = \frac{\overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}}{\Omega} = \frac{e_z i_z + \overrightarrow{e_p} \cdot \overrightarrow{i_p} + \overrightarrow{e_s} \cdot \overrightarrow{i_s}}{\Omega} = \frac{\overrightarrow{e_p} \cdot \overrightarrow{i_p} + \overrightarrow{e_s} \cdot \overrightarrow{i_s}}{\Omega}, \ i_z = 0$$



FIG. 3.31 – Schéma de principe de la commande de la machine pentaphasée couplée en étoile

Il est néanmoins intéressant d'exprimer le vecteur FEM dans une base telle que ses coordonnées, uniquement responsables de la génération du couple électromagnétique, soit constantes. En effet dans ces conditions l'obtention d'un couple électromagnétique constant impose la génération de références de courants constantes et permet de choisir des correcteurs de type PI.

Si on ne conserve que le premier harmonique des FEMs fictives, chaque machine fictive devient une machine diphasée à FEMs sinusoïdales :

$$\vec{e_z} = \sqrt{5} E^5 \sin(5p\theta) \vec{x_z}$$
  

$$\vec{e_p} = \sqrt{\frac{5}{2}} E^1 (\sin(p\theta) \vec{x_{p\alpha}} - \cos(p\theta) \vec{x_{p\beta}})$$
  

$$\vec{e_s} = \sqrt{\frac{5}{2}} E^3 (\sin(3p\theta) \vec{x_{s\alpha}} + \cos(3p\theta) \vec{x_{s\beta}})$$

Dans ces conditions, on peut appliquer une rotation aux grandeurs des machines fictives pour que celles si deviennent constantes. Cette opération est exactement similaire à une transformation de Park appliquée à une machine triphasée.

#### 124 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

Considérons une nouvelle base orthonormée de découplage, nommée  $B^p$ , obtenue en effectuant <sup>7</sup> :

- une rotation d'un angle  $p\theta$  sur les vecteurs  $(\overrightarrow{x_{p\alpha}}, \overrightarrow{x_{p\beta}})$ ;
- une rotation d'un angle  $3p\theta$  sur les vecteurs  $(\overrightarrow{x_{s\alpha}}, \overrightarrow{x_{s\beta}})$ .

Dans la nouvelle base de découplage  $B^p = \{\overrightarrow{x_z}, \overrightarrow{x_{pd}}, \overrightarrow{x_{pq}}, \overrightarrow{x_{sd}}, \overrightarrow{x_{sq}}\}$ , un vecteur grandeur  $\overrightarrow{g}$  s'exprime par  $\overrightarrow{g} = g_z \overrightarrow{x_z} + g_{pd} \overrightarrow{x_{pd}} + g_{pq} \overrightarrow{x_{pq}} + g_{sd} \overrightarrow{x_{sd}} + g_{sq} \overrightarrow{x_{sq}}$  où :

$$\begin{pmatrix} g_{pd} \\ g_{pq} \end{pmatrix} = R(p\theta) \begin{pmatrix} g_{p\alpha} \\ g_{p\beta} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} g_{sp} \\ g_{sq} \end{pmatrix} = R(3p\theta) \begin{pmatrix} g_{s\alpha} \\ g_{s\beta} \end{pmatrix}$$

$$R(p\theta) = \begin{pmatrix} \cos(p\theta) & \sin(p\theta) \\ -\sin(p\theta) & \cos(p\theta) \end{pmatrix} \qquad R(3p\theta) = \begin{pmatrix} \cos(3p\theta) & -\sin(3p\theta) \\ \sin(3p\theta) & \cos(3p\theta) \end{pmatrix}$$

Si on ne conserve que le premier harmonique de chacun des vecteurs  $\overrightarrow{e_p}$  et  $\overrightarrow{e_s}$ , le vecteur FEM s'exprime par  $\overrightarrow{e} = e_z \overrightarrow{x_z} + e_{pd} \overrightarrow{x_{pd}} + e_{pq} \overrightarrow{x_{pq}} + e_{sp} \overrightarrow{x_{sp}} + e_{sq} \overrightarrow{x_{sq}}$ où  $e_{pd} = 0$ ,  $e_{sd} = 0$  et  $e_{pq} = -\sqrt{\frac{5}{2}}E^1$ ,  $e_{sq} = \sqrt{\frac{5}{2}}E^3$  sont constants (à vitesse constante) et le couple électromagnétique devient :

$$C_{em} = C_p + C_s = \frac{e_{pq}i_{pq} + e_{sq}i_{sq}}{\Omega}$$

$$(3.15)$$

En réalité, les harmoniques de rang supérieur à cinq rendent les FEMs des machines fictives perturbées. La figure 3.32 montre les FEMs suivant les axes d et q des machines principale et secondaire. De façon à identifier les fréquences pulsatoires, sur chacune des courbes ont été rajoutées les FEMs de la phase 1 et suivant les axes  $\alpha$  et  $\beta$ . On observe particulièrement :

- un faible harmonique 10 dans les FEMs de la machine principale (harmonique  $9p\theta$  + rotation à  $p\theta$ );
- un harmonique 10 non négligeable dans les FEMs de la machine secondaire (harmonique  $7p\theta$  + rotation à  $3p\theta$ ).

#### Critère de choix des références de courant

Si on ne conserve que le fondamental de la FEM de chaque machine fictive, le couple ne dépend que du produit des composantes suivant l'axe q. Dans ce cas, la génération d'un couple maximal à courant donné impose la génération de courants tels que leurs composantes suivant l'axe d soient nulles. En effet on rappelle que le couple électromagnétique  $C = \frac{1}{\Omega} \overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}$  est maximum si  $\overrightarrow{i}$  est colinéaire à  $\overrightarrow{e}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>On rappelle qu'on a établi au chapitre 2 qu'il existait une infinité de bases de vecteurs propres à coordonnées réelles. Cette nouvelle base  $B^p$ , obtenue par deux rotations de la base  $B^d$ , reste une base de découplage. Le passage de la base naturelle  $B^n$  à cette nouvelle base  $B^p$ peut être qualifiée de Transformation de Park particulière à notre application



FIG. 3.32 – FEMs des machines principales et secondaires dans la base  $B^p$ 

Si on considère que le vecteur  $\overrightarrow{e}$  ne possède que des composantes suivant les axes q alors pour lui être colinéaire le vecteur  $\overrightarrow{i}$  ne doit lui aussi posséder que des composantes suivant les axes q.

La commande que nous proposons, dans laquelle les références de courant suivant les axes d sont nulles, est donc une commande à pertes Joule minimum.

#### Répartition des références de couples

A partir d'une unique référence de couple, il faut définir les deux références de courants  $i_{pqreg}$  et  $i_{sqreg}$ , c'est à dire inverser la relation non-bijective (3.15). Les FEMs n'étant dépendantes que de la vitesse, les références de couples sont directement proportionnelles aux références de courant. Sachant que l'harmonique de FEM de rang 3 est égal à 30% du fondamental de la FEM, on répartit les références de courant de la façon suivante :

$$- i_{pqreg} = -\frac{C_{reg}}{1, 3k_{fem}^1}$$
$$- i_{sqreg} = \frac{0, 3C_{reg}}{1, 3k_{fem}^1}$$

De cette façon les machines principale et secondaire participent chacune, au maximum de leur faculté, à la création du couple électromagnétique.

#### Détails sur la MLI vectorielle

L'objectif étant de générer des tensions de référence dans la machine principale et secondaire le choix se porte sur une MLI vectorielle de type 1 (Voir paragraphe 3.6.1.3). Cette MLI vectorielle a les caractéristiques suivantes :

 le choix de la période de MLI dépend de la constante de temps électrique de la machine fictive secondaire. En effet c'est elle qui possède la constante de temps électrique la plus petite, la machine homopolaire n'étant pas ali-

#### 126 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

mentée. D'après l'annexe D, on obtient une constante de temps électrique pour la machine secondaire de 1,4 ms soit une fréquence de coupure de  $f_c = \frac{1}{2\pi\tau_s} = 114 \ Hz$ . On choisit fréquence de MLI de 5kHz, bien supérieure à la fréquence de coupure de la charge et assez faible pour ne pas surcharger le système numérique en calculs;

- la génération d'un vecteur moyen de référence au cours d'une période de MLI n'est possible qu'à la condition que chacune de ses coordonnées ne soit pas plus importante que la tension maximale que peut délivrer le bus continu. Dans ce cas, le vecteur onduleur  $\overrightarrow{v_{Nref}}$  doit respecter la condition :  $|v_{Nkref}| \leq \frac{V_{bus}}{2}, k = 1, ..., 5$ . Dans le cas où le vecteur ne respecte plus ces contraintes, on choisit de le renormer suivant la technique de conservation de la même direction (Voir paragraphe 3.5.1.3).

La figure 3.33 donne l'organigramme de principe de programmation de la MLI vectorielle implantée.



FIG. 3.33 – Organigramme de principe de la programmation de la MLI vectorielle implantée dans la commande de la machine pentaphasée

Dans le système de commande micro-programmé, chacune des opérations décrites dans l'organigramme n'est exécutée qu'une fois à chaque début de période MLI (c'est à dire toutes les  $\frac{1}{5000} s$ ), exception faite de la génération des fonctions de connexion exécutée tous les pas de calcul (=70  $\mu s$ ).

### 3.7.2 Calculs des filtres et correcteurs

#### Filtres en courant

Les courants étant encore assez bruités, on les filtre par un filtre du deuxième ordre de fonction de transfert :

$$\frac{1}{1 + \frac{2\zeta_f}{\omega_f}p + \frac{p^2}{\omega_f^2}}$$

dont le facteur d'amortissement est choisit à  $\zeta_f = 0, 7$  et la fréquence de coupure (inférieure à la fréquence de MLI mais sans trop limiter la dynamique du système) est de  $f_c = \frac{1}{2\pi\omega_f} = 1, 3 \ kHz$ .

#### Calcul des paramètres des correcteurs de courant et de vitesse

L'objectif de ce mémoire étant plus de s'intéresser à la structure de commande qu'à la synthèse des correcteurs, les calculs se trouvent détaillés en annexe E.

#### 3.7.3 Résultats pratiques

On cherche dans un premier temps à ne produire un couple qu'avec la machine principale. De façon à n'observer que les performances des asservissements de courant, la boucle de vitesse est ouverte. On réalise donc une commande en couple de la machine dans laquelle on impose :

 $-i_{pdref} = 0$  et  $i_{pqref} = -7 A$  pour la machine principale;

 $-i_{sdref} = 0$  et  $i_{sqref} = 0$  pour la machine secondaire.

On donne à la figure 3.34 les chronogrammes du courant dans la phase 1 et son spectre fréquentiel et à la figure 3.35 les références et les courants des machines principale et secondaire.



FIG. 3.34 – Courant dans la phase 1 de la machine et spectre fréquentiel associé



FIG. 3.35 – Courants  $i_{pd}$ ,  $i_{pq}$ ,  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  dans les machines principale et secondaire

On constate que l'harmonique 7 de FEM perturbe fortement les courants dans la machine. En effet, cet harmonique se projette dans la machine secondaire et alimente un circuit uniquement composé de la résistance d'une phase du système et de l'inductance associée à la machine secondaire. Dans ce cas, et en négligeant l'atténuation de l'effet de cet harmonique par le correcteur, on calcule le courant harmonique de rang 7 par :

$$I_{eff}^7 = \frac{E_{eff}^7}{\sqrt{(R_{totale})^2 + (7\Lambda_s\omega)^2}} = 1 A$$

ce qui représente un signal sinusoïdal crête à crête de 2,82 A non négligeable.

Cet harmonique 7 de courant crée une composante pulsatoire de couple et des pertes Joule supplémentaires, augmentant ainsi la valeur efficace du courant en ligne. Cette perturbation peut être éliminée en compensant les FEMs de rang 7. Si cette compensation peut être réalisée sur chacune des phases de la machine, elle peut prendre place juste après le correcteur de courant de la machine secondaire réduisant ainsi le nombre de termes de compensation de cinq à deux. Dans ce cas, la rotation de  $3p\theta$  des consignes impose finalement la compensation de termes de rang 10. Les figures 3.36 et 3.37 montrent la disparition presque totale de l'harmonique de rang 7 dans les courants de phases après compensation de l' harmonique de FEM perturbateur.

Cette compensation réalisée, on alimente la machine secondaire par un courant 30% plus faible que celui alimentant la machine principale (figures 3.38 et 3.39).

Sans modifier la charge mécanique et en conservant la même consigne de couple dans la machine principale, la figure 3.40 montre une estimation  $^8$  des

 $<sup>^{8}</sup>$ L'estimation du couple est réalisée en sommant les produits des courants mesurés par les FEMs estimées à partir de l'angle de rotation de la machine. Cette estimation ne se veut donc être qu'un outil d'analyse qualitatif du couple électromagnétique.



FIG. 3.36 – Courant dans la phase 1 de la machine et spectre fréquentiel associé après compensation de l'harmonique de rang 7 de FEM



FIG. 3.37 – Courants  $i_{pd}$ ,  $i_{pq}$ ,  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  après compensation de l'harmonique de rang 7 de FEM

couples électromagnétiques lors de l'alimentation de la machine principale seule puis des machines principale et secondaire simultanément. La valeur moyenne du couple passe de 3, 45 N.m à 3, 70 N.m soit un gain d'environ 7 % (approximativement 30% de FEM de rang 3 multiplié par 30% de courant de rang 3). Une analyse des courbes de couples montre la présence d'harmonique de rang 10, due particulièrement à la combinaison des harmoniques 7 et 9 de FEM respectivement avec l' harmonique 3 et le fondamental du courant et de l'harmonique de rang 7 du courant avec l'harmonique 3 de FEM.



FIG. 3.38 – Courant dans la phase 1 de la machine et spectre fréquentiel associé lors de l'alimentation des machines principale et secondaire



FIG. 3.39 – Courants  $i_{pd}$ ,  $i_{pq}$ ,  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  lors de l'alimentation des machines principale et secondaire



FIG. 3.40 – Estimation du couple lors de l'alimentation de la machine principale seule et des machines principales et secondaires

Après avoir montré la faculté de l'ensemble à produire un couple tout en minimisant les perturbations des courants, nous pouvons vérifier les performances de l'ensemble à suivre un profil de vitesse. La figure 3.41 montre les vitesses, courants dans la machine principale et dans la machine secondaire suivant les axes q pour une référence de vitesse en échelons.



FIG. 3.41 – Réponse indicielle de la vitesse en boucle fermée

Pour ce type de profil de vitesse, l'ensemble possède un temps de réponse de l'ordre de la seconde, un dépassement de l'ordre de la dizaine de pourcents et une erreur statique nulle. 132 Application du formalisme vectoriel aux alimentations et à la commande

# Chapitre 4

# Application du formalisme vectoriel à l'analyse de la commande en mode dégradé des machines synchrones polyphasées à aimants permanents

## 4.1 Mode de fonctionnement dégradé : description et état de l'art

### 4.1.1 Description

Un fonctionnement en mode dégradé peut être considéré comme celui d'un dispositif dont un ou plusieurs éléments sont en dysfonctionnement. Le mode dégradé ne peut être qu'exceptionnel et doit permettre un fonctionnement « le plus satisfaisant possible ».

Les causes de fonctionnement d'un ensemble alimentation-machine en mode dégradé sont multiples et variées. On peut néanmoins les rassembler en quelques groupes :

- les dysfonctionnements des onduleurs (défaut d'ouverture ou de fermeture d'un transistor de puissance, destruction d'une diode, etc ...);
- les dysfonctionnements de la machine (destruction d'un enroulement d'une phase statorique, décollement d'un aimant rotorique, etc...);
- des problèmes de connectique (desserrage d'un contact, fusion d'un fusible de protection, etc...).

Si on limite notre étude aux problèmes qui peuvent survenir aux onduleurs et

à la connectique, la machine restant intègre, deux familles de défauts se dégagent [4], [47] :

- les défauts d'ouverture d'un transistor de puissance (court-circuit);
- les défauts de fermeture d'un transistor de puissance ou de fusion d'un fusible de protection (circuit ouvert).

#### 4.1.1.1 Défaut d'ouverture d'un transistor de puissance

Un défaut d'ouverture d'un interrupteur de puissance, si la commande de l'interrupteur complémentaire du même bras est active, provoque un court-circuit de l'alimentation continue. De façon à éviter la destruction d'un transistor de puissance, un défaut d'ouverture d'un des transistors du bras en défaut doit :

- soit annuler la commande complémentaire du transistor sain. Ceci peut être réalisé par une interface spécialisée (Figure 4.1a);
- soit provoquer la fusion du fusible protégeant le bras en défaut. Un fusible à fusion ultra-rapide est nécessaire et le juste choix de son calibre est primordial (Figure 4.1b).

Dans un cas ou dans l'autre, la tension aux bornes de la phase connectée au bras en défaut n'est plus contrôlable. Suivant le transistor en défaut et la position du fusible, l'extrémité de la phase connectée au bras en défaut est soit directement, ou par l'intermédiaire d'une diode, reliée à un des potentiels de l'alimentation.



FIG. 4.1 – Défauts d'ouverture d'un transistor de puissance : (a) Blocage de la commande complémentaire (b) Fusion d'un fusible rapide

#### 4.1.1.2 Défaut de fermeture d'un interrupteur de puissance ou fusion d'un fusible

Un défaut de fermeture d'un transistor de puissance ou la fusion d'un fusible, lorsque celui-ci se trouve en série avec les transistors composants le bras, amène le système dans les mêmes conditions qu'après le traitement d'un défaut d'ouverture. La tension aux bornes de la phase connectée au bras en défaut devient incontrôlable.

# 4.1.2 Stratégie de déconnection d'une phase à un bras en défaut

Lors d'un défaut, la tension aux bornes d'une phase devient incontrôlable engendrant ainsi un couple perturbateur voire des courants destructeurs. Une solution simple pour pallier ce problème est de systématiquement déconnecter une phase d'un bras en défaut. Dans ce cas, les effets engendrés par le défaut sont facilement identifiés : plus aucun courant ne peut circuler dans la phase déconnectée. Si plusieurs structures peuvent être imaginées pour déconnecter une phase d'un bras en défaut, la figure 4.2 donne un exemple d'équipement minimum permettant la déconnection [47].



FIG. 4.2 – Exemple d'équipement permettant la déconnection d'une phase à un bras en défaut

Lors d'un défaut du bras numéro k, une interface spécialisée ordonne la fermeture du triac  $TR_k$ . Le fusible en série avec la phase k se trouve connecté entre un des potentiels de l'alimentation et un potentiel intermédiaire réalisé par un diviseur capacitif entraînant sa fusion et la déconnection de la phase en défaut.

Quelle que soit la topologie d'alimentation, cette technique nécessite l'ajout d'un nombre de triacs identiques à celui du nombre de phases.

## 4.1.3 Analyse de stratégies de commande en mode dégradé par le formalisme

Nous analysons, à l'aide du formalisme vectoriel multi-machines, quelques stratégies de commande rencontrées dans la littérature. Ces techniques sont basées sur la modification du courant dans une ou plusieurs phases de façon à conserver un couple constant lors d'un fonctionnement en mode dégradé dans lequel une ou plusieurs phases sont déconnectées.

Notre analyse se porte donc particulièrement sur la façon dont sont alimentées les machines fictives lors de la déconnexion d'une ou plusieurs phases.

# 4.1.3.1 Modification du courant d'une phase encore connectée par phase déconnectée

Dans [24] la commande en mode dégradé d'une machine n-phasée à FEMs de forme quelconque et dont chaque phase est alimentée par un onduleur à deux bras est réalisée en modifiant le courant d'une phase encore connectée pour chaque phase déconnectée. Dans ces conditions, il est possible d'obtenir un couple constant tout en minimisant les pertes Joule.

#### Présentation de la méthode

Supposons que la FEM induite dans la phase k s'exprime par  $e_k = f_k(\theta) \Omega$ avec  $f_k(\theta) = f(\theta - \frac{2\pi(k-1)}{n}), f(\theta)$  étant la fonction de forme des FEMs.

De même supposons que les courants soient tels que  $i_k = s_k(\theta) I_{max}$  avec  $s_k(\theta) = s(\theta - \frac{2\pi(k-1)}{n}), s(\theta)$  étant la fonction de forme des courants.

Dans ce cas on a montré (chapitre 3 paragraphe 3.4.1.1) que l'obtention d'un couple constant et maximum à pertes Joule données :

$$C_n = \frac{\overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}}{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \sum_{k=1}^n e_k \cdot i_k = I_{max} \sum_{k=1}^n f_k(\theta) s_k(\theta)$$

était obtenu en imposant des courants :

$$i_k = I_{max} \ \frac{f_k(\theta)}{\sum_{k=1}^n f_k^2(\theta)}$$

Dans le cas où il y a déconnexion de la phase numéro j, le couple devient :

$$C_1(\theta) = C_n - I_{max} f\left(\theta - \frac{2\pi(j-1)}{n}\right) s\left(\theta - \frac{2\pi(j-1)}{n}\right)$$

L'annulation des ondulations de couple peut se faire en modifiant la forme du courant de la phase numéro m, décalée d'un angle  $(m - j)\frac{2\pi}{n}$  par rapport à la phase déconnectée numéro j. En supposant que le courant dans la phase m a une nouvelle fonction de forme  $s'_i(\theta)$ , le couple devient :

$$C_{1f} = C_1(\theta) + I_{max} f_m(\theta) \left( s'_m(\theta) - s_m(\theta) \right)$$
(4.1)

La fonction de forme du courant modifié s'obtient par l'équation (4.1) dans laquelle  $C_{1f}$  est imposé :

$$s'_{m}(\theta) = s_{m}(\theta) + \frac{C_{1f} - C_{1}(\theta)}{I_{max}f_{m}(\theta)}$$

$$(4.2)$$

L'équation (4.2) doit être vraie quelque soit l'angle  $\theta$  : lorsque la FEM numéro m est nulle  $(f_m(\theta_1) = 0, \theta_1 = \frac{(m-1)2\pi}{n})$  il faut que l'expression  $C_{1f} - C_1(\theta_1)$  le soit aussi.

Pour ces raisons, il faut choisir une valeur de  $C_{1f}$  telle que :

$$C_{1f} = C_1(\theta_1) = C_n - I_{max} f_j(\theta_1) s_j(\theta_1) = C_n - I_{max} f\left(\frac{(m-j)2\pi}{n}\right) s\left(\frac{(m-j)2\pi}{n}\right)$$

Si la machine n-phasée possède des FEMs sinusoïdales

 $e_k = E_{max} \sin\left(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{n}\right)$  et qu'elle est alimentée par des courants sinusoïdaux et en phase avec les FEMs  $i_k = I_{max} \sin\left(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{n}\right)$  le couple instantané, en condition d'alimentation normale, est :

$$C_n = \frac{\overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i}}{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \sum_{k=1}^n e_k \cdot i_k = \frac{n}{2} \frac{E_{max} I_{max}}{\Omega} = c^{ste}$$

La déconnexion de la phase numéro j entraîne la réduction du couple moyen et une ondulation de pulsation  $2\omega$  ( $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ), le couple instantané devient :

$$C_{1} = \frac{C_{n}}{n} \left( (n-1) + \cos(2\omega t - 2(j-1)\frac{2\pi}{n}) \right)$$

L'équation (4.2) permet après calculs d'obtenir la condition d'annulation du couple pulsatoire. Dans ce cas, la phase m doit être alimentée par un courant vérifiant :

$$i_{mf} = 2I_{max}\cos\left((m-j)\frac{2\pi}{n}\right)\sin\left(\omega t - (j-1)\frac{2\pi}{n}\right)\right)$$
(4.3)

Dans ces conditions d'alimentation le couple correspondant est :

$$C_{1f} = \frac{C_n}{n} \left( (n-2) + 2\cos^2((m-j)\frac{2\pi}{n}) \right)$$

Le couple  $C_{1f}$  est maximum, à courant  $I_{max}$  donné donc à pertes Joule données, si le décalage angulaire entre la phase déconnectée et la phase dans laquelle est modifié le courant est proche de 90° électriques.

Cette méthode peut être généralisée à un nombre de phases déconnectées plus important à condition que ce nombre soit inférieur à la moitié du nombre de phases initial de la machine.

# Analyse de la méthode par le formalisme : Machine triphasée à FEMs sinusoïdales

Soit une machine triphasée telle que ses FEMs soient :

$$e_1 = E_{max}\sin(\omega t) \ e_2 = E_{max}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \ e_3 = E_{max}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

c'est à dire des FEMs dans les machines\_fictives :

$$-e_{\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}}E_{max}\sin(\omega t)$$
 et  $e_{\beta} = -\sqrt{\frac{3}{2}}E_{max}\cos(\omega t)$  pour la machine principale  
 $-e_z = 0$  pour la machine homopolaire

On retrouve bien que dans ce cas seule la machine principale peut fournir du couple.

Si les courants sont sinusoïdaux et en phase avec les FEMs :

$$i_1 = I_{max}\sin(\omega t)$$
  $i_2 = I_{max}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$   $i_3 = I_{max}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ 

on a alors dans les machines fictives les\_courants suivants :

-  $i_{\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{max} \sin(\omega t)$  et  $i_{\beta} = -\sqrt{\frac{3}{2}} I_{max} \cos(\omega t)$  pour la machine principale; -  $i_z = 0$  pour la machine homopolaire.

Le couple électromagnétique s'exprime par :

$$C_n = \frac{1}{\Omega} \overrightarrow{e} \cdot \overrightarrow{i} = \frac{1}{\Omega} (e_z \cdot i_z + \overrightarrow{e_{\alpha\beta}} \cdot \overrightarrow{i_{\alpha\beta}}) = \frac{3}{2} \frac{E_{max} I_{max}}{\Omega}$$

Il est constant et maximum à pertes Joule données.

Si la phase 3 vient à être déconnectée, on modifie le courant dans la phase 2 pour qu'il devienne (voir équation (4.3)) :

$$i_{2f} = 2I_{max}\cos(-\frac{2\pi}{3})\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = -I_{max}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

amenant à des courants dans les machines fictives :

Mode de fonctionnement dégradé : description et état de l'art

 $\begin{array}{l} -i_{\alpha}=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\sin(\omega t+\frac{\pi}{6}) \ \text{et} \ i_{\beta}=-\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\cos(\omega t+\frac{\pi}{6}) \ \text{dans la machine principale}\,; \\ -i_{z}=I_{max}\sin(\omega t-\frac{\pi}{6}) \ \text{dans la machine homopolaire.} \end{array}$ 

La modification du courant dans la phase 2 a permis de conserver une alimentation correcte de la machine principale (deux courants identiques déphasés de  $\frac{\pi}{2}$ ), seule à produire le couple. Cette modification a néanmoins généré un courant homopolaire, à l'origine de pertes Joule supplémentaires et non de couple.

Dans ces conditions le couple électromagnétique reste constant et devient :

$$C_{1f} = \frac{1}{\Omega} \overrightarrow{e_{\alpha\beta}} \cdot \overrightarrow{i_{\alpha\beta}} = \frac{C_n}{2}$$

Il est important de constater que les courants dans la machine fictive n'étant pas en phase avec les FEMs (ou le vecteur  $\overrightarrow{i_{\alpha\beta}}$  non colinéaire au vecteur  $\overrightarrow{e_{\alpha\beta}}$ ), le couple n'est pas maximal. Le couple aurait pu être maximal si la phase dans laquelle a été modifié le courant se trouvait à 90° de la phase déconnectée (condition impossible à réaliser avec une machine triphasée). Dans ce cas, les courants auraient été en phase avec les FEMs dans la machine principale.

La figure 4.3 montre les courants dans les machines fictives ainsi que le couple généré lors d'une alimentation en mode normal et dégradé.



FIG. 4.3 – Courants et couple lors d'une alimentation en mode normal et dégradé d'une machine triphasée

#### 4.1.3.2 Modification du courant dans chacune des phases encore connectées pour une phase déconnectée

Dans [9], les auteurs proposent une autre méthode de commande des machines à FEMs sinusoïdales lorsqu'une phase est déconnectée en modifiant tous les courants des autres phases encore connectées. Là aussi l'objectif est de conserver un couple constant tout en minimisant les pertes Joules. Dans [44], l'auteur a appliqué cette méthode à une machine pentaphasée et l'a étendue à plus d'une phase déconnectée.

#### Présentation de la méthode

Le maintien d'un couple constant impose la création d'un champ tournant statorique. Dans le cas d'une machine n-phasée dont la phase numéro 1 est déconnectée, il faut donc respecter les relations :

$$i_2 \cos \frac{2\pi}{n} + i_3 \cos \frac{4\pi}{n} + i_4 \cos \frac{6\pi}{n} + \dots + i_n \cos \frac{2(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2} i \cos \theta \quad (4.4)$$

$$i_2 \sin \frac{2\pi}{n} + i_3 \sin \frac{4\pi}{n} + i_4 \sin \frac{6\pi}{n} + \dots + i_n \sin \frac{2(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2} i \sin \theta \quad (4.5)$$

En introduisant la notion de phaseur complexe, l'auteur admet que :

$$i_k = x_k \cos(\theta) + y_k \sin(\theta), \ k = 2, 3, 4, ..., n$$

Si on sépare les termes en  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  et qu'on divise chaque équation par la grandeur I, nous obtenons les équations suivantes :

$$x_{2}\cos\frac{2\pi}{n} + x_{3}\cos\frac{4\pi}{n} + x_{4}\cos\frac{6\pi}{n} + \dots + x_{n}\cos\frac{2(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2}$$

$$y_{2}\cos\frac{2\pi}{n} + y_{3}\cos\frac{4\pi}{n} + y_{4}\cos\frac{6\pi}{n} + \dots + y_{n}\cos\frac{2(n-1)\pi}{n} = 0$$

$$x_{2}\sin\frac{2\pi}{n} + x_{3}\sin\frac{4\pi}{n} + x_{4}\sin\frac{6\pi}{n} + \dots + x_{n}\sin\frac{2(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2}$$

$$y_{2}\sin\frac{2\pi}{n} + y_{3}\sin\frac{4\pi}{n} + y_{4}\sin\frac{6\pi}{n} + \dots + y_{n}\sin\frac{2(n-1)\pi}{n} = 0$$

L'objectif est de déterminer des courants  $i_k$  tels que  $\sqrt{x_k^2 + y_k^2}$  soit minimum. La machine étant supposée couplée en étoile :

$$\begin{aligned} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \dots + x_n &= 0 \\ y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \dots + y_n &= 0 \end{aligned}$$

La minimisation des pertes Joule peut être réalisée en imposant la même amplitude aux courants :

$$\begin{array}{rcrcrcrc} x_2^2+y_2^2 &=& x_3^2+y_3^2 \\ x_3^2+y_3^2 &=& x_4^2+y_4^2 \\ x_4^2+y_4^2 &=& x_5^2+y_5^2 \\ && \dots \\ x_{n-1}^2+y_{n-1}^2 &=& x_n^2+y_n^2 \end{array}$$

Le système initial devient maintenant un système de n + 4 avec 2(n - 1) inconnues.

Cette méthode ne peut être appliquée qu'à des machines à nombre de phases supérieur à trois. En effet, on a déjà fait remarquer qu'il était nécessaire de générer un courant homopolaire lors de l'alimentation de la machine triphasée avec une phase déconnectée c'est à dire de relier le neutre de l'étoile à un potentiel de l'alimentation ou d'utiliser une structure à deux bras par phase.

#### Analyse de la méthode par le formalisme

Cette méthode n'est applicable qu'à des machines à FEMs sinusoïdales, c'est à dire lorsque seule la machine fictive principale possède des FEMs (sinusoïdales de surcroît) et peut donc seule fournir un couple.

Les équations (4.4) et (4.5) sont en fait à elles seules les clefs de la méthode. En effet, les termes à gauche de ces équations ne sont autres que les calculs des courants  $i_{\alpha p}$  et  $i_{\beta p}$  de la machine principale (Cf chapitre 2 paragraphe 2.3.1). L'égalité avec les termes de droite indiquent que ces courants doivent formés un système diphasé équilibré et en phase avec les FEMs de la machine principale, c'est à dire que la machine principale fournit un couple constant et maximum.

Si la similitude de cette approche avec le formalisme développé dans ce mémoire ne se remarque pas instantanément c'est qu'au plan vectoriel on substitue ici un plan complexe (holomorphe au précédent).

#### Application de la méthode : machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales

Soit une machine pentaphasée telle que ses FEMs soient :

$$e_k = E_{max} \sin\left(\omega t - \frac{2(k-1)\pi}{5}\right), \ k = 1, ..., 5$$

c'est à dire des\_FEMs dans les machines fictives :

- $-e_{\alpha p} = \sqrt{\frac{5}{2}} E_{max} \sin(\omega t)$  et  $e_{\beta p} = -\sqrt{\frac{5}{2}} E_{max} \cos(\omega t)$  pour la machine principale
- $-e_{\alpha s}=0$  et  $e_{\beta s}=0$  pour la machine secondaire
- $-e_z = 0$  pour la machine homopolaire

On retrouve bien que dans ce cas seule la machine principale peut fournir du couple.

Si les courants sont sinusoïdaux et en phase avec les FEMs :

$$i_k = I_{max} \sin\left(\omega t - \frac{2(k-1)\pi}{5}\right), \ k = 1, ..., 5$$
 (4.6)

c'est à dire des courants dans les machines fictives :
$-i_{\alpha p} = \sqrt{\frac{5}{2}} I_{max} \sin(\omega t)$  et  $i_{\beta p} = -\sqrt{\frac{5}{2}} I_{max} \cos(\omega t)$  pour la machine principale  $-i_{\alpha s} = 0$  et  $i_{\beta s} = 0$  pour la machine secondaire

 $-i_z = 0$  pour la machine homopolaire

le couple électromagnétique est constant et égal à :

$$C_n = \frac{1}{\Omega} \overrightarrow{e} . \overrightarrow{i} = \frac{1}{\Omega} (e_z . i_z + \overrightarrow{e_{\alpha\beta p}} . \overrightarrow{i_{\alpha\beta p}} + \overrightarrow{e_{\alpha\beta s}} . \overrightarrow{i_{\alpha\beta s}}) = \frac{5}{2} \frac{E_{max} I_{max}}{\Omega}$$

Si la phase 1 vient à être déconnectée, la résolution des n + 4 équations mène à imposer des courants dans les quatre autres phases tels que :

$$i'_{2} = -i'_{4} = I_{max}\cos(\omega t - \frac{\pi}{5})$$
  
 $i'_{3} = -i'_{5} = I_{max}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{5})$ 

Dans les machines fictives il y a alors des courants :

- $-i_{\alpha p} = 1, 14I_{max}\sin(\omega t)$  et  $i_{\beta p} = -1, 14I_{max}\cos(\omega t)$  dans la machine principale;
- $-i_{\alpha s} = -1, 14\sin(\omega t)$  et  $i_{\beta s} = 0, 27I_{max}\cos(\omega t)$  dans la machine secondaire;
- $-i_z = 0$  dans la machine homopolaire.

La modification des courants dans les phases encore connectées a permis de conserver une alimentation correcte de la machine principale (deux courants identiques déphasés de  $\frac{\pi}{2}$ ), seule à produire le couple. Cette modification a néanmoins généré des courants dans la machine secondaire, générateur de pertes Joule et non générateur de couple.

Dans ces conditions le couple électromagnétique reste constant mais se trouve réduit à peu près de 30% pour des courants dans les phases de même amplitude.

Il est important de constater qu'avec cette méthode les courants dans la machine principale reste en phase avec les FEMs correspondantes. Néanmoins, les amplitudes de ces courants se trouvent fortement réduites au détriment de courants importants dans la machine secondaire.

La figure 4.4 montre les courants dans les machines fictives ainsi que le couple généré lors d'une alimentation en mode normal et dégradé.

### 4.1.4 Conclusion

Si les méthodes précédemment exposées permettent de conserver un couple constant lors de la déconnexion d'une ou plusieurs phases d'une machine à nombre de phases quelconque supérieur à trois, elles possèdent néanmoins quelques inconvénients.

En effet, ces méthodes imposent un changement de la consigne de courant dans une ou plusieurs phases suivant la phase en défaut. Plus que de savoir que

142



FIG. 4.4 – Courants et couple lors d'une alimentation en mode normal et dégradé d'une machine pentaphasée

le système est en défaut, il faut connaître la ou les phases qui sont déconnectées et donc disposer d'un système « intelligent » de détection de défauts. Chaque cas particulier de défaut impose l'application de nouvelles consignes qui doivent donc être tabulées et appliquées suivant les phases en défaut [6], [36].

Ces méthodes ne peuvent être appliquées à des systèmes dont le nombre de phases est important qu'à la condition de disposer d'un système de calcul à grande capacité de mémoire. Pour exemple, si on considère une machine pentaphasée dont une ou deux phases peuvent être déconnectées, il existe 15 configurations différentes nécessitant, suivant la méthode employée, jusqu'à 50 références de courant à tabuler.

La première méthode permet de déterminer les références de courant en mode dégradé avec des FEMs non-sinusoïdales et donne des résultats d'autant meilleurs que le nombre de phases est élevé (on approche alors facilement la condition de quadrature et donc de pertes Joule minimales à couple donné). Néanmoins la contrainte liée à la perte d'une phase ne se reporte que sur une seule phase encore connectée.

La deuxième méthode répartit quant à elle l'effet de la perte d'une phase sur l'ensemble des courants mais ne peut être employée qu'avec des machines à FEMs sinusoïdales. En effet, lors de la déconnection d'une phase, les changements de consignes de courant dans les phases encore connectées impose des courants dans toutes les machines secondaires. Si ces machines possèdent des FEMs, alors des couples pulsatoires sont générés.

## 4.2 Application du formalisme à la commande en mode dégradé d'une machine possédant une ou plusieurs phases déconnectées

### 4.2.1 Analyse des effets de la déconnection d'une ou plusieurs phases sur la machine réelle

La déconnection d'une des n phases entraı̂ne l'annulation permanente du courant qui la traverse. Exprimé dans la base naturelle  $B^n = {\vec{x_1^n}, ..., \vec{x_n^n}}$ , le vecteur courant statorique  $\vec{i} = i_1 \vec{x_1^n} + ... + i_n \vec{x_n^n}$  évolue donc dans un espace vectoriel  $E^{deg}$ de dimension réduite. Si on appelle d le nombre de phases déconnectées alors la dimension de l'espace auquel appartient  $\vec{i}$  est égale à :

- -n-d si les phases de la machine ne sont pas couplées;
- -n-1-d si les phases de la machine sont couplées en étoile.

Le vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v} = v_1 \overrightarrow{x_1^n} + ... + v_n \overrightarrow{x_n^n}$  reste quant à lui dans un espace de dimension n. En effet, même si seules n - d des ses coordonnées sont encore imposées par l'onduleur, la déconnexion d'une phase entraîne l'annulation du courant la traversant et la tension à ses bornes est égale à la FEM induite. On peut donc décomposer le vecteur tension statorique  $\overrightarrow{v}$  en deux vecteurs :

- un vecteur  $\overrightarrow{v^*}$ , contribution de l'onduleur au vecteur  $\overrightarrow{v}$ . Ce vecteur appartient au même sous espace  $E^{deg}$  que le vecteur courant statorique  $\overrightarrow{i}$ ;
- un vecteur  $\overrightarrow{e^*}$ , contribution de la machine au vecteur  $\overrightarrow{v}$ . Ce vecteur appartient au sous-espace complémentaire à  $E^{deg}$ .

La machine triphasée couplée en étoile sans neutre sorti ne permet pas un fonctionnement en mode dégradé satisfaisant car si une phase est déconnectée, le vecteur courant devient de dimension 1 (3-1-1) et ne permet pas la génération d'un couple constant. En revanche, si chaque phase est alimentée par un onduleur à deux bras, la perte d'une phase réduit le vecteur courant à une dimension 2 et permet donc la création d'un couple constant. Les machines à nombre de phases supérieur à trois permettent donc d'envisager un fonctionnement en mode dégradé qu'il y ait couplage des phases ou non. Néanmoins, un degré de liberté supplémentaire est disponible lors de l'alimentation de chaque phase par un onduleur de tension à deux bras.

Lorsqu'une ou plusieurs phases sont déconnectées, le couple électromagnétique ne peut rester constant qu'en modifiant de façon adaptée les courants dans les phases encore alimentées. Nous avons montré au paragraphe précédent des techniques permettant de calculer ces nouvelles consignes de courant.

### 4.2.2 Adaptation de la structure de commande dans une base de découplage lors d'un fontionnement en mode dégradé

On étudie les adaptations nécessaires à apporter aux structures de commande en mode normal déduites au chapitre 3 de façon à obtenir un couple le plus constant possible en mode dégradé.

### Machine dont les phases ne sont pas couplées

On choisit de représenter la structure de commande en mode dégradé d'un ensemble onduleur de tension - machine n-phasée. On considère que la machine est équivalente à un ensemble constitué de plusieurs machines fictives diphasées (machine principale a et machines secondaires b à j) et d'une machine fictive monophasée (machine z ou machine homopolaire). Dans ce modèle, les d dernières phases de la machine sont déconnectées.

Il est important de noter que la déconnexion de phases ne change en rien l'équivalence entre la machine réelle et l'ensemble de machines fictives. En effet, on ne traite dans ce mémoire que du cas de modes dégradés où la machine reste intègre.

Par souci de lisibilité, on présente la structure de commande en deux parties. La figure 4.5 montre la structure côté machine alors que la figure 4.6 montre le côté onduleurs.

Les critères de répartition des couples sont identiques à ceux choisis lors d'une commande de l'ensemble en mode normal. On impose donc un critère de répartition pondérée suivant la faculté de la machine fictive à produire ou non un couple important.

La déconnexion d'un nombre d de phases ne permet plus l'asservissement que de n-d coordonnées du vecteur courant statorique  $\vec{i}$ . On choisit donc de ne plus asservir que les coordonnées des vecteurs courants  $\vec{i_a}$  de la machine principale a et  $\vec{i_b}$  à  $\vec{i_e}$  des machines secondaires b à e, machines produisant les couples électromagnétiques les plus importants. Les vecteurs tension de référence  $\vec{v_{areg}}$  à  $\vec{v_{ereg}}$  des onduleurs fictifs alimentant ces machines fictives sont alors générés.

Du fait de la perte de degré de liberté dans la commande, les vecteurs courant  $\overrightarrow{i_a}$  à  $\overrightarrow{i_e}$  sont seuls à imposer le vecteur courant statorique  $\overrightarrow{i}$  et donc de façon indirecte les vecteurs courants  $\overrightarrow{i_f}$  à  $\overrightarrow{i_z}$  des machines fictives f à z.Les asservissements de courant imposent donc des courants tels que :

$$\sum_{f,\dots,z} \overrightarrow{i_g} = \overrightarrow{i} - \sum_{a,\dots,e} \overrightarrow{i_g}$$

Les vecteurs tension  $\overrightarrow{v_f}$  à  $\overrightarrow{v_z}$  ne sont donc pas imposés par une référence propre



FIG. 4.5 – Structure de commande en mode dégradé d'un ensemble onduleurs de tension - machine n-phasée phases non-couplées (côté machine)

aux machines f à z mais par les références des machines a à e qu'on a retenues pour la génération du couple électromagnétique.

Le contrôle de l'alimentation des machines fictives retenues pour la génération du couple total impose donc une alimentation non-contrôlée des autres machines fictives. Au niveau du couple total, cet inconvénient n'est que peu pénalisant dans la mesure où les machines qui ne sont plus « correctement » alimentées ne produisent que peu ou pas de couple. Notons particulièrement que dans le cas d'une machine à FEMs sinusoïdales, seule la machine principale peut produire du couple et que par conséquent, les machines fictives dont on ne contrôle pas l'alimentation ne perturbent pas le couple électromagnétique total.

Si le couple n'est que peu affecté lors de l'emploi de cette stratégie de commande, les courants dans les machines secondaires engendrent néanmoins des pertes Joule et réduisent de ce fait les performances de l'ensemble. Le couple désiré en mode dégradé devra donc tenir compte de l'augmentation notable des courants dans les phases encore connectées de la machine.



FIG. 4.6 – Structure de commande en mode dégradé d'un ensemble onduleur de tension - machine n-phasée phases non-couplées (côté onduleurs)

### Le formalisme vectoriel multimachines substitue donc à la notion de perte de phases, celle de « perte de contrôle » des courants des machines fictives.

### Machine dont les phases sont couplées en étoile

Lorsque l'on couple les phases de la machine en étoile, on perd un nouveau degré de liberté. Pour une machine dont les phases ne sont pas couplées, la déconnexion d'une phase amène naturellement à choisir la machine homopolaire comme première machine dont on ne contrôle plus le courant; celle-ci ne pouvant produire qu'un couple pulsatoire. Ce choix n'est plus possible lorsque les phases de la machine sont couplées en étoile, cela impose donc de ne plus contrôler le courant d'une des machines fictives diphasées, qui correctement alimentée, peut produire un couple constant. Dans le cas d'une machine triphasée dont les phases sont couplées en étoile, équivalente à une seule machine diphasée, cet inconvénient est majeur.

### Conclusion

Cette stratégie de commande d'une machine en mode dégradé, une ou plusieurs phases déconnectées, permet de contrôler l'ensemble onduleurs - machine sans recours ni à la tabulation de références précalculées, ni à un système de localisation de la phase en défaut.

Lors de la déconnexion d'une ou de plusieurs phases de la machine, c'est à dire de la perte d'un ou de plusieurs degrés de liberté au niveau de la commande de l'ensemble, il suffit de ne plus asservir un nombre de courants (fictifs) égal au nombre de phases déconnectées. Cette stratégie peut donc être mise en oeuvre sans devoir complètement modifier la structure de commande déduite pour un fonctionnement en mode normal.

Cette stratégie n'induit pas de pulsation de couple en mode dégradé lors de l'alimentation d'une machine à FEMs sinusoïdales. Dans ce cas précis, et comme on l'a déjà évoqué, la méthode est très proche de celle exposée au paragraphe 4.1.3.2 de ce chapitre. Néanmoins, plutôt que de pré-calculer les nouvelles références de courant, se sont les asservissements qui les imposent.

Dans le cas de machines à FEMs non-sinusoïdales, l'alimentation non-désirée de certaines machines secondaires induit des ondulations dans le couple. En choisissant de ne plus contrôler en premier lieu les machines possédant de faibles FEMs, on réduit notablement ces ondulations.

### 4.2.3 Exemple didactique : Machine triphasée

On décide de réaliser la commande en mode dégradé de la machine triphasée à FEMs sinusoïdales modélisée au chapitre 2. Les phases de la machine ne sont pas couplées ce qui permet d'envisager un fonctionnement en mode dégradé avec deux phases encore connectées.

On déduit dans un premier temps la structure de commande de l'ensemble en mode normal (Cf chapitre 3). De façon à pouvoir générer un couple maximum à courant donné tout en utilisant des correcteurs de type PI, on choisit d'asservir les courants dans une base de découplage où ils sont constants en régime permanent. On applique donc aux grandeurs de la machine une transformation de Concordia suivie d'une transformation de Park d'angle  $\theta$ . La figure 4.7 donne un schéma de principe de cette commande.

Un « commutateur d'algorithmes » permet, à partir d'une information de défaut issue d'une interface spécialisée signalant qu'une des phases est déconnectée, Application du formalisme à la commande en mode dégradé



FIG. 4.7 – Schéma de principe de la commande d'une machine triphasée phases non-couplées en mode normal et dégradé

d'asservir ou non le courant de la machine homopolaire. De cette façon, que le système fonctionne normalement ou avec une phase déconnectée, les courants et les FEMs de la machine principale sont en phase, produisant ainsi un couple constant et maximum à courants (dans la machine principale) donnés.

Les figures 4.8 et 4.9 montrent les courants de la machine réelle et des machines fictives ainsi que le couple électromagnétique lors d'une commande en fonctionnement normal et dégradé, phase 1 déconnectée. Dans les deux cas, les consignes de courant de la machine fictive sont asservies à  $i_{dref} = 0A$  et  $i_{qref} = -3A$ .

Si on considère que la phase 1 de la machine est déconnectée, le vecteur courant s'exprime par :

$$\overrightarrow{i} = i_1 \overrightarrow{x_1} + i_2 \overrightarrow{x_2} + i_3 \overrightarrow{x_3} = i_2 \overrightarrow{x_2} + i_3 \overrightarrow{x_3}, \ i_1 = 0$$

et évolue donc sur un plan engendré par les vecteurs  $\overrightarrow{x_2}$  et  $\overrightarrow{x_3}$ .

Si l'on désire que la machine principale soit alimentée de façon à développer un couple maximal à courant donné, il faut lui imposer des courants en phase avec ses FEMs tels que :

$$i_{\alpha} = \overrightarrow{i} . \overrightarrow{x_{\alpha}} = I_{max} \sin(\omega t) \tag{4.2}$$

$$i_{\beta} = i'.\vec{x_{\beta}} = -I_{max}\cos(\omega t) \tag{4.3}$$

149



FIG. 4.8 – Courants et couple lors d'une alimentation en mode normal d'une machine triphasée



FIG. 4.9 – Courants et couple lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine triphasée

Les équations (4.2) et (4.3) permettent de déduire les courants  $i_2$ ,  $i_3$  et  $i_h$ . On obtient un système de deux équations à deux inconnues :

$$i_2 + i_3 = -\sqrt{6}I_{max}\sin(\omega t)$$
  

$$i_2 - i_3 = -\sqrt{2}I_{max}\cos(\omega t)$$

amenant aux courants :

 $-i_2 = -\frac{1+\sqrt{3}}{2}I_{max}\cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$  et  $i_3 = -\frac{1+\sqrt{3}}{2}I_{max}\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$  dans les phases encore connectées de la machine;

 $-i_h = -\sqrt{2}I_{max}\sin(\omega t)$  dans la machine homopolaire.

Les figures 4.10 montrent des représentations tridimensionnelles des vecteurs courants réels et fictifs. La figure de gauche est déduite en observant celle de droite dans la direction de droite homopolaire. Elle permet de vérifier que le vecteur courant de la machine réelle  $\overrightarrow{i}$  est bien obtenu par projection du vecteur courant de la machine fictive  $\overrightarrow{i_{\alpha\beta}}$  sur le plan engendré par les vecteurs  $\overrightarrow{x_2}$  et  $\overrightarrow{x_3}$ (matérialisé par le carré bleu). On vérifie que le vecteur courant homopolaire est imposé par la relation :  $\overrightarrow{i_h} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{i_{\alpha\beta}}$ 



FIG. 4.10 – Représentation 3D des courants réels et fictifs d'une machine triphasée une phase déconnectée

# 4.3 Commande d'une machine pentaphasée en mode dégradé

On désire réaliser la commande en mode dégradé, une ou plusieurs phases déconnectées, de la machine pentaphasée modélisée au chapitre 2 et commandée en mode normal au chapitre 3. On réalise cette commande en utilisant la structure de commande déduite en mode normal dans laquelle on ajoute des « commutateurs d'algorithmes » permettant le fonctionnement en mode dégradé de la machine que ses phases soient ou non couplées. La figure 4.11 donne la structure de commande générale de l'ensemble onduleurs - machine.

Plusieurs cas de figure peuvent se présenter suivant le nombre de phases déconnectées et le couplage ou non des phases de la machine. Le tableau 4.1 récapitule les états des commutateurs d'algorithmes suivant ces cas de figure. Un état 0 signifie que l'asservissement considéré est réalisé (position haute), un état 1 signifie que l'asservissement considéré n'est pas réalisé (position basse).



FIG. 4.11 – Schéma de principe de la commande d'une machine pentaphasée phases couplées ou non en mode normal ou dégradé

Déconnexions	Phases non-couplées	Couplage étoile
0	c1=0, c2=0, c3=0	c1=1, c2=0, c3=0
1	c1=1, c2=0, c3=0	c1=1, c2=1, c3=0
2	c1=1, c2=1, c3=0	c1=1, c2=1, c3=1
3	c1=1, c2=1, c3=1	impossible

TAB. 4.1 – Configurations possibles en mode normal ou dégradé

Avant d'implanter cette commande sur le banc expérimental, on valide la solution par simulation. De façon à s'affranchir des problèmes de perturbations liés aux harmoniques de FEMs, on ne conserve que le premier harmonique de celles-ci. Dans ce cas, la machine est à FEMs sinusoïdales.

### 4.3.1 Machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales

On simule l'ensemble onduleur - machine phases non couplées dans lequel la phase 3 de la machine est déconnectée.

On place le commutateur  $c_1$  en position 1 (le courant homopolaire n'est plus asservi) et on impose des courants  $i_{pqref} = -4A$  et  $i_{sqref} = 0$ . Les figures 4.12 et 4.13 donnent dans ce cas les courants dans les machines fictives et le couple électromagnétique résultant.



FIG. 4.12 – Courants des machines fictives principale et secondaire lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales



FIG. 4.13 – Courant dans la machine homopolaire et couple total lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales

On constate dans ce cas, qu'hormis les ondulations de courant dues à la MLI (de fréquence 5kHz comme en mode normal), les courants ne suivent plus correctement les références. Les correcteurs, identiques à ceux utilisés en mode normal

### 154 Commande en mode dégradé des machines synchrones polyphasées

mais réduits à quatre, ne parviennent plus à imposer les références exactes de tension. Le couple s'en trouve directement affecté. De façon à vérifier que les performances des asservissements conditionnent directement la qualité du couple, on décide de remplacer les correcteurs PI et la MLI vectorielle par une commande en fourchette de courant réalisée par des comparateurs à Hystérésis. De ce fait, on « idéalise » la commande. On montre aux figures 4.14 et 4.15 les résultats obtenus dans ce cas de commande.



FIG. 4.14 – Courants de la machine et des machines fictives lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales (commande idéalisée)



FIG. 4.15 – Courants de la machine et des machines fictives lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée à FEMs sinusoïdales (commande idéalisée)

Avec des correcteurs « idéalisés », les courants suivent les références et le couple reste constant. Dans ce cas, contrairement au cas triphasé, cette stratégie

### Conclusion

de fonctionnement en mode dégradé nécessite des correcteurs assez rapides pour imposer les références de tension nécessaires au suivi des consignes de courant. Comme pour la réjection de perturbations, les correcteurs résonnants [48] doivent pouvoir apporter une solution permettant le suivi des consignes autant en mode normal qu'en mode dégradé.

### 4.3.2 Réalisation pratique : Commande en mode dégradé d'une machine pentaphasée

On a montré la difficulté des correcteurs, choisis pour cette application, à imposer les références de tension nécessaires à un suivi correct des références de courant. Néanmoins, on implante la commande élaborée au paragraphe précédent. La phase 3 de la machine pentaphasée est déconnectée et on n'asservit plus le courant  $i_{sd}$  de la machine secondaire. Les figures 4.16 et 4.17 montrent dans ce cas les courants dans les phases de la machine réelle et le couple électromagnétique estimé total.



FIG. 4.16 – Courants dans les phases de la machine lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée

Les perturbations dues aux harmoniques de FEMs ainsi que la difficulté des correcteurs à imposer les références de tension nécessaires au suivi des références de courant amènent à la génération d'un couple électromagnétique possédant des ondulations importantes mais de fréquence élevée.

### 4.4 Conclusion

La suppression d'un nombre d'asservissements de courant égal au nombre de phases déconnectées a permis l'adaptation de la structure de commande en mode



FIG. 4.17 – Spectre fréquentiel du courant dans une phase et couple estimé lors d'une alimentation en mode dégradé d'une machine pentaphasée

normal au mode dégradé. Cette stratégie de fonctionnement en mode dégradé offre les avantages de ne pas avoir à connaître quelles sont les phases déconnectées et ne nécessite aucune tabulation de références précalculées.

La commande de la machine triphasée à FEMs sinusoïdales en mode dégradé, une phase déconnectée, a montré de bons résultats. En effet, dans ce cas particulier les correcteurs n'ont pas de consignes trop rapidement variable à réguler et permettent la génération d'un couple constant.

Dans le cas de la machine pentaphasée à FEMs trapézoïdales, les correcteurs utilisés (permettant pourtant de disposer de performances satisfaisantes en mode normal) n'assurent pas un bon suivi des références de courant : aux consignes constantes en régime normal viennent, en régime dégradé, se superposer des consignes variables. Le correcteur PI ne peut donc suivre parfaitement ces consignes variables. Si ce choix de correcteurs ne permet pas d'assurer un fonctionnement satisfaisant en mode dégradé, une validation de principe a néanmoins montré que des asservissements performants permettent la génération d'un couple constant. Cette remarque nous invite à engager de futures recherches dans cette direction. A ce titre, l'usage de correcteurs résonnants pourrait permettre un bon suivi des références.

# Conclusion générale et perspectives

Nous avons développé dans ce mémoire un modèle de commande des systèmes onduleurs de tension - machine polyphasés. L'outil vectoriel associé à la Représentation Energétique Macroscopique (REM) a permis de généraliser le concept de machines diphasées fictives déjà développé pour la machine triphasée. Une représentation graphique, basée sur le découpage du modèle en macro-éléments disposés suivant leur causalité et le principe d'action / réaction, possède à notre sens un pouvoir communiquant fort. Ces représentations permettent autant de sensibiliser aux « faiblesses » intrinsèques du système que de proposer des solutions potentielles.

Nous avons tout d'abord montré que les machines fictives, dont l'ensemble est équivalent à la machine réelle, possédaient des grandeurs caractéristiques (force électromotrice, inductance, ...) liées à des groupes harmoniques distincts des grandeurs de la machine réelle. En particulier, certaines machines fictives possèdent une inductance faible et se prêtent de ce fait mal à l'alimentation par onduleur de tension. Partant de ce fait on a établi que la machine à répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice, si elle est bien adaptée aux alimentations sinusoïdales, ne permet pas un fonctionnement optimal lors de l'alimentation par onduleur de tension à Modulation de la Largeur des Impulsions (MLI).

A partir du modèle REM de l'ensemble onduleurs de tension - machine polyphasée nous avons défini une Structure Maximale de Commande (SMC). Si dans ce rapport nous avons choisi un contrôle de l'ensemble aux valeurs moyennes, la modélisation reste valable aux valeurs instantanées. Il nous semble donc naturel d'envisager d'implanter prochainement une commande type DTC (Direct Torque Control) qui permettrait une réduction de la fréquence de la MLI. Rappelons que, contrairement à la machine triphasée couplée en étoile, cette fréquence n'est pas liée à l'inductance cyclique mais à la plus petite des inductances des machines fictives.

Une machine pentaphasée a été réalisée pour les besoins de ces travaux. Les mesures expérimentales des inductances de la machine ont montré une bonne adéquation avec les calculs théoriques. La machine a été ensuite placée sur un banc expérimental et alimentée par un onduleur de tension commandé en MLI. Si la commande implantée nous a permis de valider le concept machines et onduleurs fictifs dans le cadre d'une commande aux valeurs moyennes, il reste à optimiser l'ensemble pour obtenir de meilleures performances.

Nous avons enfin voulu montré comment le formalisme permettait d'appréhender la problématique de la commande en mode dégradé. Après avoir analysé les stratégies de commande existantes, nous avons mis en évidence qu'il n'était pas nécessaire de localiser la phase en défaut ni de tabuler des références pré-calculées pour permettre la conservation d'un couple constant lorsqu'une ou plusieurs phases sont déconnectées. Si une validation de principe a montré le bien-fondé de la démarche, il reste à apporter des améliorations à la commande notamment au niveau du choix des correcteurs.

La modélisation vectorielle multimachines a donc autant permis de dégager des critères constructifs pour la machine que de concevoir une commande en mode normal ou dégradé. Néanmoins, les résultats expérimentaux ont montré qu'on pouvait améliorer la commande, particulièrement en mode dégradé. Enfin, si ce mémoire se limite à des commandes aux valeurs moyennes, une commande aux valeurs instantanées pourrait permettre, à fréquence MLI donnée, une réduction des courants parasites générés lors d'alimentation par onduleurs de tension. Cette remarque prend toute son importance lors de l'augmentation en puissance des machines. 160

## Annexe A

## Présentation de la REM appliquée aux SMM et SMC associée

Le projet Système Multimachine Multiconvertisseur (SMM) [41], projet du GdR-SDSE (Groupe de Recherche Sûreté et Disponibilité des Systèmes Electriques), vise à analyser les systèmes composés de plusieurs machines et/ou plusieurs convertisseurs dans les entraînements électriques.

La déduction d'une Structure Maximale de Commande (SMC) [40] d'un SMM peut s'obtenir à l'aide d'une Représentation Energétique Macroscopique (REM) [34].

A titre de présentation un exemple de SMM, utilisé dans une conversion électromécanique, est illustré par la figure A.1 à l'aide de la REM. Dans ce formalisme, deux sources (électrique SE et mécanique SM) sont reliées par les macro modèles des éléments constituants du système, tout en respectant leur causalité et le principe d'action / réaction.



FIG. A.1 – Exemple de REM d'un SMM

Sur la figure A.1, un convertisseur électrique CE alimente plusieurs machines

électriques ME via les éléments d'accumulation. Les deux machines partagent le même convertisseur, constituant ainsi un couplage électrique (représenté par les deux symboles identiques imbriqués). Les ME sont reliées à la même source mécanique via un couplage représenté par deux éléments de conversion réunis. Le but de la REM est de condenser les formalismes existants (en pariculier le Graphe Informationnel Causal GIC) pour plus de lisibilité dans le cas de systèmes complexes. C'est aussi une représentation graphique qui se décline en trois éléments : les sources, les éléments d'accumulation et les éléments de conversion. Tous ces éléments sont connectés entre eux par des vecteurs d'échange. La puissance transitée est ainsi le produit de ces deux vecteurs d'énergie. Ces vecteurs sont disposés pour respecter le principe d'action / réaction et leur nature sont nécessairement duales : à une entrée cinétique correspond une sortie potentielle et inversement. Une source énergétique (figure A.2) produit une sortie qui ne peut physiquement subir de discontinuité. Elle possède également une entrée de réaction qui agit comme une perturbation.



FIG. A.2 – Exemples de sources

Un élément de conversion (figure A.3) assure une conversion énergétique réglable par une entrée de réglage. Une telle conversion est définie comme un transfert de puissance, sans pertes ni accumulation. L'élément de conversion aura donc deux vecteurs (une entrée d'action et une sortie de réaction) en amont et deux autres en aval. Un troisième vecteur, vertical cette fois, définit une grandeur de réglage ou de commande.



FIG. A.3 – Exemple d'éléments de conversion

Un élément d'accumulation (figure A.4) permet de connecter d'autres éléments (source, élément de conversion) grâce à un stockage d'énergie. Il possédera donc une entrée d'action en amont et une entrée de réaction (perturbation) en aval. De même, en plus de sa sortie d'action il réagira par rapport à l'élément connecté en amont par sa sortie de réaction. Il ne possède pas d'entrée de réglage.



FIG. A.4 – Exemple d'élément d'accumulation

La REM d'un système peut se définir assez simplement à partir du GIC de ses constituants. En effet, si on dispose les GIC de manière à faire apparaître la chaîne d'action et de réaction comme deux axes parallèles le long desquels se placent les vecteurs d'échanges, on obtient entre ces axes, un troisième axe, vertical, correspondant aux paramètres de réglage des modulateurs. Les systèmes multimachines sont caractérisés par la présence de couplages à différents endroits de la chaîne de conversion électromécanique. Un couplage est défini par la mise en commun d'une partie physique qui va provoquer une variable commune. On représentera deux Eléments de Conversion couplés par leurs deux symboles imbriqués :

 un couplage électrique (figure A.5) correspond à la mise en commun de ressources électriques entre plusieurs convertisseurs électriques (par exemple deux hacheurs possédant un bras commun);



FIG. A.5 – Exemple de couplage électrique

 un couplage magnétique (figure A.6) est dû à la mise en commun d'une ressource magnétique (par exemple deux phases d'une machine électrique comportant le même circuit magnétique);



FIG. A.6 – Exemple de couplage magnétique

 un couplage mécanique (figure A.7) correspond à la mise en commun d'au moins une ressource mécanique par plusieurs convertisseurs mécaniques (par exemple accouplement de deux machines sur le même arbre mécanique).



FIG. A.7 – Exemple de couplage mécanique

Comme pour le GIC, la commande d'un système représenté à l'aide de la REM revient à l'inversion de chaque élément le constituant. L'inversion d'un élément de conversion se fait directement, car il représente une relation qui ne dépend pas du temps. En revanche, l'inversion d'un élément d'accumulation nécessite une fonction d'asservissement réalisée par un correcteur. Les couplages n'étant pas des fonctions bijectives, on a alors besoin d'un critère supplémentaire pour pouvoir les inverser. En faisant l'hypothèse que toute variable est mesurable et toute perturbation rejetée de manière externe aux correcteurs (par compensation, linéarisation dynamique ...) on obtient la Structure Maximale de Commande (SMC). Elle utilise un nombre maximal de capteurs et le temps de calcul pourrait être important à cause du grand nombre d'opérations à effectuer. Cette SMC peut être simplifiée par des hypothèses adaptées pour réduire le nombre de capteurs et/ou de calculs. Enfin, les grandeurs non-mesurables peuvent être remplacées par des estimations si nécessaire. On représente l'inversion des différents éléments par des losanges. Les compensations sont symbolisées par des traits en pointillé et les capteurs par des petits cercles : la figure A.8 donne une illustration de la démarche formelle d'inversion dans le cas d'un SMM comprenant un convertisseur

à couplage électrique amont alimentant deux machines couplées mécaniquement par l'aval (amont et aval étant ici désigné selon le sens de transfert de la puissance pour l'utilisation principale prévue du système).



FIG. A.8 – Exemple de SMC

## Annexe B Calcul des fuites d'encoches

Les encoches recevant les conducteurs statoriques de la machine pentaphasée étudiée sont de forme trapézoïdale telle que le montre la figure B.1.



FIG. B.1 – Détail d'une encoche de la machine pentaphasée étudiée

Si on suppose que :

- l'encoche, de longueur L, reçoit N conducteurs traversés par le même courant ;
- le champ H, dans l'encoche, est parallèle à l'axe des abscisses et ne dépend que de la seule variable y ;
- le circuit magnétique n'est pas saturé et sa perméabilité est infinie;

la référence [7] propose d'approximer l'inductance de fuites d'une encoche par :

$$l = \mu_0 N^2 L \left( \frac{2h_1}{3(b_1 + b_2)} + \frac{h_2 - h_1}{b_2} + \frac{h_3 - h_2}{b_2 - b_4} \ln \frac{b_2}{b_4} + \frac{h_4 - h_3}{b_4} \right)$$

168

## Annexe C

## Présentation du banc expérimental

Une photographie ainsi que le schéma de principe du banc expérimental sont donnés aux figures C.1 et C.2.



FIG. C.1 – Photographie du banc expérimental

La machine pentaphasée couplée en étoile est alimentée par un onduleur à cinq bras et possède une machine à courant continu comme charge mécanique. La tension de bus est générée par un pont à diodes PD3 alimenté par un autotransformateur connecté sur le réseau EDF.

Les ordres de commutation  $f_k$  des interrupteurs sont générés par la carte D-SPACE. Cette carte reçoit les mesures des courants de phase de la machine, de



FIG. C.2 – Schéma de principe du banc expérimental

la tension de bus, de la vitesse issue d'une génératrice tachymétrique et de la position mécanique issue d'un codeur incrémental.

Le programme en temps-réel est généré par l'interface REALTIME WORK-SHOP à partir d'un modèle SIMULINK. Un logiciel de supervision CONTROL-DESK permet de modifier en temps réel les paramètres de simulation et d'obtenir des relevés de grandeurs mesurées ou calculées.

Quelques photographies de la machine pentaphasée sont proposées à la figure C.3.



FIG. C.3 – Quelques photos de la machine pentaphasée expérimentale

## Annexe D

## Détermination expérimentale des inductances de la machine pentaphasée prototype

De façon à confirmer les valeurs des inductances obtenues par calculs analytiques et par la méthode des éléments finis, nous proposons dans cette annexe différentes méthodes expérimentales de mesures des inductances.

La figure D.1 propose une présentation du dispositif expérimental. Dans tous ces essais, le rotor de la machine est bloqué et seul un enroulement est alimenté simultanément. La position dans laquelle est bloquée le rotor a une influence négligeable sur les résultats obtenus. Néanmoins, les aimants rotoriques « polarisent » le circuit magnétique et les variations de champ magnétique induites par les courants circulant dans les enroulements statoriques se font autour de la valeur imposée par les aimants. Les valeurs des inductances déterminées expérimentalement sont donc valables autour de ce point de fonctionnement ou pour toute la gamme de courant si on fait l'hypothèse de linéarité du circuit magnétique.



FIG. D.1 – Dispositif expérimental de mesure des inductances de la machine pentaphasée prototype

### D.1 Résistance d'une phase

Une phase est alimentée sous une tension continue V, on mesure le courant I la traversant. On choisit un courant I proche du courant nominal (I = 5A) et on ne réalise la mesure qu'après 15 minutes. Dans ce cas, on obtient une valeur moyenne sur toutes les phases :

$$R = \frac{V}{I} = 0,67 \ \Omega$$

### D.2 Inductance d'une phase

### D.2.1 Essai harmonique

Cet essai consiste à alimenter par une tension sinusoïdale un enroulement de la machine. La mesure de la tension et du courant, autour de la fréquence de coupure de la charge, sont donnés à la figure D.2. Dans ces conditions la phase



FIG. D.2 – Mesure d'une inductance de phase : Essai frequentiel

est équivalente à un dipôle RL série. En régime sinusoïdal, on a donc :

$$L = \frac{\sqrt{\frac{V_{eff}^2}{I_{eff}^2} - R^2}}{\omega}$$

Dans ce cas, on obtient une valeur moyenne sur toutes les phases :

$$L = 1,76 \ mH$$

#### D.2.2 Essai indiciel

On alimente maintenant une phase par un échelon de tension. Supposant que la charge se comporte comme un dipôle du premier ordre, on mesure la constante de temps  $\tau = \frac{L}{R}$  du système. Connaissant R, on déduit L. Le relevé du courant et de la tension dans une phase est donné à la figure D.3. Dans ce cas, on obtient



FIG. D.3 – Mesure d'une inductance de phase : Essai indiciel

une valeur moyenne sur toutes les phases :

$$L = 1,8 mH$$

### Inductance mutuelle entre phases D.3

On alimente maintenant une phase par une tension sinusïdale, on relève le courant dans la phase ainsi que la FEM induite dans la phase dont on souhaite connaître l'inductance mutuelle avec la phase alimentée. Par intégration numérique de la FEM, on en déduit le flux capté par la phase. On déduit enfin  $M_{kl} = \frac{\phi_k}{i_l}$ .

Les relevés du courant dans la phase alimentée et du flux dans la phase considérée sont donnés à la figure D.4 pour une phase décalée de  $\pm \frac{2\pi}{5}$  et à la figure D.5 pour une phase décalée de  $\pm \frac{4\pi}{5}$ .

Dans ce cas, on obtient une valeur moyenne sur toutes les phases :

- $M_1 = 0,25 \ mH$  (entre deux phases décalées de  $\pm \frac{2\pi}{5}$ )  $M_2 = -0,75 \ mH$  (entre deux phases décalées de  $\pm \frac{4\pi}{5}$ )





FIG. D.4 – Courant et flux dans des phases décalées de  $\pm \frac{2\pi}{5}$ .

FIG. D.5 – Courant et flux dans des phases décalées de  $\pm \frac{4\pi}{5}$ .

### D.4 Constantes de temps électriques des machines fictives

Ces essais nous permettent dans un premier temps de calculer les inductances des machines fictives.

Pour notre machine on obtient :

$$\begin{split} &-\Lambda_z=0,8\ mH;\\ &-\Lambda_p=3,2\ mH;\\ &-\Lambda_s=0,93\ mH.\\ &\text{donc des constantes de temps électriques :}\\ &-\tau_z=\frac{\Lambda_z}{R}=1,2\ ms;\\ &-\tau_p=\frac{\Lambda_p}{R}=4,8\ ms;\\ &-\tau_s=\frac{\Lambda_s}{R}=1,4\ ms.\\ &\text{Un autre essai permet de déterminer la valeur de l'inductance }\Lambda_z \text{ associée à} \end{split}$$

la machine homopolaire. Pour cela, on couple les enroulements de la machine de façon polygonale comme le montre la figure D.6 et on fait tourner la machine à sa vitesse nominale  $N_n = 1500 trs/min$ .

En appliquent la loi de la maille, constituée par les cinq enroulements en série, on montre que seuls les harmoniques de rang multiple de cinq de la FEM (c'est à dire les FEMs associées à la machine homopolaire) participe à la création du courant  $i_z$ . Si on suppose que la machine homopolaire possède une FEM sinusoïdale (harmonique 5 de la FEM réelle), on obtient l'équation :

$$\Lambda_z = \frac{1}{2\pi 5f} \sqrt{\frac{V_{eff}}{I_{eff}}^2} - R^2$$

Constantes de temps électriques des machines fictives



FIG. D.6 – Mesure de l'inductance homopolaire : Couplage polygonal

On mesure :  $-V_{eff}=4.6V$   $-I_{eff}=3.5A$  -f=50Hzd'où on calcule :  $\Lambda_z=0,72mH$ .
## Annexe E

# Détermination des correcteurs associés à la commande de la machine pentaphasée prototype

Afin de déterminer les correcteurs associés au contrôle de la machine pentaphasée, des tests d'identification ainsi que des simulations de l'ensemble ont été réalisés. Chaque relevé montrera en vis-à-vis la courbe pratique relevée sur le banc expérimental décrit en annexe C et la courbe obtenue dans les mêmes conditions mais issue de la simulation. On pourra ainsi juger de la précision du modèle.

## E.1 Détermination des correcteurs associés au contrôle des courants dans les machines fictives

### E.1.1 Correcteur de courant de la machine principale

On relève la réponse indicielle du courant suivant l'axe q de la machine principale. De façon à exciter le système, on place dans la boucle de courant un correcteur proportionnel de fonction de transfert  $C(p) = k_{pp}$  où le gain  $k_{pp} = 5$ . La figure E.1 gauche donne un relevé de la réponse indicielle.

On identifie un système possédant :

– un gain statique en boucle fermée  $G_s = 0, 7$ 

– un retard pur de  $\varsigma = 400 \ \mu s$  (soit deux périodes de MLI)

Une analyse du système, complétée par des mesures sur le système réel, permet de reconstituer la chaîne d'asservissement de la voie q de la machine principale. La figure E.2 donne une représentation de cette chaîne.



FIG. E.1 – Réponse indicielle pratique et simulée du courant  $i_{qp}$  dans la machine principale : correcteur proportionnel de gain kpp=5



FIG. E.2 – Boucle d'asservissement de la voie q<br/> de la machine principale  $% \left( {{{\rm{B}}_{{\rm{A}}}}} \right)$ 

La figure E.1 droite montre la réponse du modèle à la même excitation que le système réel et montre la bonne corrélation entre le système réel et le modèle.

Après correction avec un correcteur de type PI de fonction de transfert  $C(p) = k_{pp}(1 + \frac{k_{ip}}{s})$  où le gain proportionnel est égal à kpp = 5 et le gain intégral à kip = 240, on obtient la réponse indicielle de la figure E.3.



FIG. E.3 – Réponse indicielle pratique et simulée du courant  $i_{qp}$  dans la machine principale : correcteur proportionnel intégral de gains kpp = 5 et kip = 240

#### E.1.2 Correcteur de courant de la machine secondaire

On procède de même pour le courant suivant l'axe q de la machine secondaire. Cette fois, on place dans la boucle de courant un correcteur proportionnel de gain kps = 2. La figure E.4 gauche donne un relevé de la réponse indicielle.

On identifie un système possédant :

– un gain statique en boucle fermé<br/>é $G_s=0,43$ 

- un retard pur de 400  $\mu s$  (soit deux périodes de MLI)

La figure E.4 droite montre la réponse du modèle à la même excitation que le système réel et montre la bonne corrélation entre le système réel et le modèle.

Après correction avec un correcteur de type PI où le gain proportionnel est égal à kps = 2 et le gain intégral à kis = 700, on obtient la réponse indicielle de la figure E.5.



FIG. E.4 – Réponse indicielle pratique et simulée du courant  $i_{qs}$  dans la machine secondaire : correcteur proportionnel de gain kps=2



FIG. E.5 – Réponse indicielle pratique et simulée du courant  $i_{qs}$  dans la machine secondaire : correcteur proportionnel intégral de gains kps = 2 et kis = 700

#### E.2Correcteur de la boucle de vitesse

Le calcul des paramètres du correcteur de la boucle de vitesse nécessite la connaissance des paramètres du système mécanique. On considère l'ensemble mécanique tel que son couple résistant soit  $C_r = C_s + k_{fv}\Omega + J\frac{d\Omega}{dt}$  avec :

- $C_s$  le couple de frottement secs ;  $\frac{J}{k_{fv}}$  la constante de temps mécanique ;
- $\tilde{J}$  le moment d'inertie;
- $-k_{fv}$  le coefficient de frottements visqueux.
- Plusieurs essais ont été réalisés pour déterminer ces paramètres.

On effectue tout d'abord un essai au lâcher. La machine pentaphasée (à vide) est entraînée par la machine à courant continu à la vitesse nominale de 1500 trs/min. L'alimentation de la machine à courant continu est coupée et on relève le chronogramme de la vitesse qu'on montre à la figure E.6.



FIG. E.6 – Relevé de la vitesse lors d'un essai au lâcher

On mesure (avant le lâcher) :

 $- U_{MCC} = 217, 5 V, I_{MCC} = 1, 45 A;$ 

-  $R_{induit} = 2,89 \ \Omega, R_{inducteur} = 461 \ \Omega.$ 

La machine ayant une excitation shunt, on calcule les pertes mécaniques à  $P_{meca} = 208 \ W$  et on en déduit le coefficient  $k_{fv} = \frac{P_{meca}}{\Omega^2} = 0,0084.$ 

La mesure de la constante de temps mécanique amène à  $\frac{J}{k_{fv}} = 4$ s d'où on déduit  $J = 0,034 \ kgm/s^2$ .

Pour corroborer les résultats, on effectue une réponse indicielle de la vitesse en boucle ouverte de la machine pentaphasée (la machine à courant continu étant à vide) qu'on donne en figure E.7. Dans cet essai, seule la machine principale est retenue pour produire du couple.

On identifie :

– une constante de temps mécanique  $\frac{J}{k_{fv}}=5$ s



FIG. E.7 – Réponse indicielle de la vitesse en boucle ouverte

- un moment d'inertie  $J=0.04 \text{ kgm/s}^2$
- un coefficient de frottements visqueux  $k_{fv}=0,008$  Ns/rad

Après correction par un correcteur IP (dont on donne la structure à la figure E.8) de gains  $k_{iv} = 6$  et  $k_{pv} = 1$ , la figure E.9 montre la réponse indicielle de la vitesse  $\Omega_{mes}$  pour une référence de vitesse  $\Omega_{ref}$  positive et négative lorsque les machines principale et secondaire participent à la création du couple. Apparaissent sur ces courbes les références de courant  $i_{pareg}$  et  $i_{sareg}$ .



FIG. E.8 – Structure du correcteur IP



FIG. E.9 – Réponse indicielle de la vitesse en boucle fermée

186

## Bibliographie

- [1] A. Charlier. Contribution à l'étude de la conception des machines polyphasées. Rapport de DEA préparé à l'USTL, Juin 2002.
- [2] A. Madani, F. Colamartino, C. Marchand et J-P. Barbot. Inductance harmonique identification of a permanent-magnet synchronous machine. Proc. of IMACS, ELECTRIMACS, Saint-Nazaire, September 17-18-19, 1996.
- [3] M.B. de R. Correal, C. B. Jacobina, E. R. C. da Silva and A. M. N. Lima An Induction Motor Drive System with Improved Fault Tolerance IAS 2000, CD ROM.
- [4] Yuchao Fan, J.P Hautier. Commande optimisée d'un ensemble convertisseurmachine synchrone autopilotée fonctionnant en mode dégradé biphasé J. Phys. III France 4 (1994), January 1994, pages 143 à 157.
- [5] J. Figueroa, J. Cros, P. Viarouge. Current Control Strategies for Seven Phase Brushless DC Motors ICEM2002, Brugges, August, CDROM.
- [6] J. Figueroa, J. Cros, P. Viarouge. Polyphase PM brushless DC motor for high reliability application EPE2003, Septembre, Toulouse, CDROM.
- [7] Albert Foggia. *Méthode de calcul des inductances de fuites*. Techniques de l'ingénieur, traité génie électrique. D3 440.
- [8] B. François. Formalisme de Modélisation et de Synthèse des Commandes appliqué aux Convertisseurs Statiques à Structure Matricielle. Thèse de l'Université des Sciences et Technologies de Lille 1, janvier 1996.
- [9] Jen-Ren Fu and Thomas A.Lipo. Disturbance-Free Operation of a Multiphase Current-Regulated Motor Drive with an Open Phase. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, no 5, September/October 1994.
- [10] Gataric S. A Polyphase Catesian Vector Approach to Control of Polyphase AC MAchine. IEEE-IAS annual meeting 2000, October 2000, Roma (Italy), CD-ROM.
- [11] Xavier Kestelyn, Eric Semail, Jean-Paul Hautier. Critères pour la commande de machines polyphasées. Seminaire SMM 2002, GDR ME<sup>2</sup>MS, St Nazaire, 17 - 18 Mars 2003.

- [12] Damien Grenier. Modélisation et stratégies de commande de machines synchrones à aimants permanents à forces contre-électromotrices nonsinusoidales. Thèse de docteur de l'École Normale Supérieure de Cachan, septembre 1994.
- [13] J.Guarrigues. Eléments d'algèbre et d'analyse tensorielle à l'usage des mécaniciens. Cours de l'école supérieure de mécanique de Marseille, Septembre 2001.
- [14] Hadiouche D., Razik H., Rezzoug A. Modelling of a Double Star Induction Motor for Space Vector PWM Control. ICEM 2000, August Espoo (Finland), pp 392-396.
- [15] J.Hamel, H.May. *Locomotive à moteurs synchrones*. Colloque européen « Au carrefour de la force motrice » tenu à Paris les 10 et 11.Décembre 1981.
- [16] J.P Hautier et J.P Caron. Convertisseurs statiques : méthodologie causale de modélisation et de commande. Editions Technip, 1999.
- [17] T.M. Jahns. Improved reliability in solid-state ac drives by means of multiple independent phase-drive units. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA16, pp. 321-331, May/June 1980.
- [18] X.Kestelyn, E. Semail, J.P Hautier. Vectorial Multi-machine Modeling for a Five-Phase Machine. ICEM Brugges CD-ROM, August 2002.
- [19] Eugène A.Klingshirn. Harmonic Filters for Six-Phase and Other Multiphase Motors on Voltage Source Inverters. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA21. No 4, May/june 1985.
- [20] Eugène A.Klingshirn. *High phase order induction motors. Part I and II.* IEEE Trans. Power Appartus System, vol PAS-102, 1983, pp 47-49.
- [21] G.Kron. Tensor analysis of Networks. edited by John Wiley and Sons, London, 1939.
- [22] G.Kron. *Equivalent circuits of electric machinery*. edited by Dover Edition, 2ème édition, 1966.
- [23] Jean-Paul Louis et Claude Bergmann. Commande numérique des machines synchrones. Techniques de l'ingénieur, traité génie électrique. D3 644.
- [24] J.P Martin, F. Meibody-Tabar, B. Davat. Multiple-phase Permanent Magnet Synchronous Machine Supplied By VSIs, Working Under Faults Conditions. IAS 2000, CDROM.
- [25] J.P Martin,S. Pierfederici, F. Meibody-Tabar, B. Davat. Etude de deux structures segmentées d'alimentation en tension d'une MSAP. Comparaison de leurs performances en mode normal et en mode dégradé. Séminaire SMM 2000, GDR-SDSE, Lille, 5-6 Février 2001.

#### Bibliographie

- [26] F.Menneron, M.F. Benkhoris, A. Guéraud. Modélisation et simulation d'une machine asynchrone double étoile alimentée en tension pour la propulsion par POD. La conversion électromécanique directe. 4 février 1999-ENS Cachan-SEE.
- [27] Nazih Moubayed. Alimentation par onduleur de tension des machines alternatives double étoile. JCGE'98-ens de CACHAN-LESIR.
- [28] N.Moubayed, F.Meibody-Tabar, B.Davat. Study and simulation of magnetically coupled multistator induction machine supplied by independent three phase voltage-source inverters. Electrimacs'99 ISBN 972- 98257 - 0 - X, p 59-64.
- [29] Nogarède Bertrand. Etude de moteurs sans encoches à aimants permanents de forte puissance à basse vitesse. Thèse de doctorat préparée au LEEI de l'ENSEEIHT, soutenue le 7 juin 1990.
- [30] P.T. Norton, P.E. Thompson. *The naval electric ship of today and tomorrow*. AES 2000.
- [31] Gilbert Pasqualini. Alimentation par convertisseurs statiques : régimes transitoires. Techniques de l'ingénieur, traité génie électrique. D3 562.
- [32] J.Pichoir. Cours d'électrotechnique. Volume 3 Fascicule 1 Editions Masson 1963.
- [33] D.Guinin, F.Aubonnet, B.Joppin. Précis de mathématiques. Algèbre 1. Nouvelle édition 1989. Editions Bréal.
- [34] A.Bouscayrol, X.Guillaud, J.P Hautier, Ph Delarue. Macro-modélisation pour les conversions électromécaniques : application à la commande des machines électriques. Revue Internationale de Génie Electrique, Vol.3, juin 2000, pp 257-282.
- [35] Renato O. C. Lyra and Thomas A. Lipo. Torque Density Improvement in a Six-Phase Induction Motor With Third Harmonic Current Injection. IEEE-IAS annual meeting 2001, CD-ROM.
- [36] E.Robert-Dehault, M.F Benkhoris, E.Semail. Study of a 5-phases synchronous machine fed by PWM inverters under fault conditions. ICEM 2002, Brugges, August, CDROM.
- [37] G. Séguier, F. Notelet. *Electrotechnique Industrielle*. Editions Lavoisier collection TEC et DOC.
- [38] E. Semail. Outils et Méthodologie d'Etude des Systèmes Electriques Polyphasés. Généralisation de la méthode des vecteurs d'espace. Thèse de doctorat, USTL, Juin 2000.
- [39] Siala S., E. Guette et J. L. Pouliquen. *Multi-inverter PWM control : a new generation drives for cruise ship propulsion*. EPE 2003, CD-ROM.

- [40] A.Bouscayrol, Ph Delarue, E.Semail, J.P Hautier, J.N. Verhille. Macromodélisation pour les conversions électromécaniques : application à la commande des machines électriques. Revue Internationale de Génie Electrique, octobre 2002. Article commun du L2EP Lille et de Siemens Transportation Systems.
- [41] A.Bouscayrol, B.Davat, B. de Fornel, B.François, J.P Hautier, F. Meibody-Tabar, M. Pietrzak-David. *Multi-machine multi-converter systems : applications to electromachanical drives*. EPJ Applied Physics, Vol. 10, no. 2, May 2000, pp 131-147. Common paper of L2EP Lille, LEEI Toulouse and GREEN Nancy according to the MMS project of GDR-SDSE.
- [42] Hamid A.Toliyat, Ruhe Shi, Huangsheng Xu. A DSP-Based Vector Control of Five-Phase Synchronous Reluctance Motor. IEEE-IAS annual meeting 2000, October 2000, Roma(Italy), CD-ROM.
- [43] Hamid A. Toliyat, Thomas A. Lipo, J.Coleman White. Analysis of a Concentrated Winding Induction Machine for Adjustable Speed Drive Applications. PARTS 1 and 2. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol 6, No 4, December 1991.
- [44] Hamid A. Toliyat. Analysis and Simulation of Five-Phase Variable-Speed Induction Motor Drives Under Asymmetrical Connections. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 13, No 4, July 1998.
- [45] Vas P. Electrical Machines and Drives, a Space-Vector Theory Approach. Oxford Science publications.
- [46] F.Vernet, F.Héliodore, J-L.Thomas and S.Poullain. Tensor analysis of Electrical Machine : A Modelling Tool for Electr-Mechanical Active Filtering and Diagnosis. ICEM Brugges CD-ROM, 2002.
- [47] Brian A. Welchko, Thomas A. Lipo, Thomas M. Jahns, Steven E. Schulz. Fault Tolerance Three-Phase AC Motor Drive Topologies; A Comparison of Features, Cost, and Limitations IEMDC 2003, CD ROM.
- [48] Marc Wulverick. Contrôle de courants alternatifs par correcteur résonnant multifréquentiel. Application à la commande de systèmes électrotechniques non linéaires Thèse de Doctorat de l'Université de Lille 1 (USTL), juin 2000.
- [49] Yifan Zaho, Thomas A. Lipo. Space Vector PWM Control of Dual Three-Phase Induction Maching Using Vector Space Decomposition. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31. No 5, September 1995.
- [50] Keliang Zhou and Danweig Wang. Relationship Between Space-Vector Modulation and Three-Phase Carrier-Based PWM: A Comprehensive Analysis. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, no. 1, February 2002.