UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

U.F.R. DE MATHEMATIQUES

LABORATOIRE DE MECANIQUE DE LILLE

THESE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR EN MECANIQUE

présentée par

Corinne Bounhoure

ETUDE D'ECOULEMENTS FLUIDE-PARTICULES HORS DU REGIME DE STOKES

soutenue le 7 octobre 2003 devant le jury composé de

R. Bouard, Professeur à l'Université de Poitiers, Rapporteur

F. Charru, Professeur à l'I.M.F.T., Rapporteur

Y. Brunet, Maître de Conférence à l'U.S.T.L., H.D.R., Co-directeur de thèse

G. Caignaert, Professeur à l'E.N.S.A.M. de Lille

A. Merlen, Professeur à l'U.S.T.L., Directeur de thèse

O. Millet, Maître de Conférence à l'U.S.T.L.

TABLE DES MATIERES

Chapitre II : EXPERIMENTATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

Chapitre III : APPLICATION AUX ECOULEMENTS SEDIMENTAIRES

Chapitre IV : CANAL INCLINE

NOMENCLATURE

Chapitre I

a	rayon d'une particule sphérique
D	taille d'une particule
$\mathbf{F_D}$	force de traînée
$\mathbf{F_L}$	force de portance
k	constante de Boltzmann
n	nombre de particules par unité de volume
Pe	nombre de Péclet $=(\rho_s-\rho_f)ga^4/(kT)$
Re_p	nombre de Reynolds particulaire $=\dfrac{\langle V_R \rangle D}{\nu}$
St	nombre de Stokes : il indique l'importance des collisions entre particules par rapport aux effets hydrodynamiques $=\rho_s a v_1/\mu$
T	température absolue du milieu
$\langle V_R \rangle$	vitesse relative moyenne entre la phase fluide et la phase solide
v_1	vitesse relative d'approche de deux particules
$\langle X \rangle$	moyenne d'ensemble de X
$\overline{X}$	moyenne volumique de X
δ	fraction volumique de la phase solide
ε	fraction de vide (ou fraction de l'espace occupé par la phase fluide)
μ	viscosité dynamique du fluide
ν	viscosité cinématique d'un fluide
ρ	masse volumique du mélange fluide-particules
ρ_f	masse volumique de phase fluide
ρ_s	masse volumique de phase solide

Moyenne d'ensemble et moyenne volumique :

C_N	groupe de N états
f	quantité physique quelconque
$\langle f \rangle$	moyenne d'ensemble de f
$\bar{f}$	moyenne volumique de f
f^p	propriété de la particule p

$g(\mathbf{r})$ fonction de pondération introduite pour la définition de la moyenne volumique

l rayon de moyennage de la fonction g

L échelle de longueur macroscopique

$P(C_N)$ densité de probabilité d'observer la suspension dans l'état C_N

$P(X_1,X_N)$ probabilité pour les N états X_1 à X_N d'être occupés

$\mathbf{r}$ vecteur de module la distance entre le point courant et le point en lequel on calcule la moyenne volumique

$\mathbf{x}^p$ position du centre de la particule p

X_α état d'une particule défini par $\mathbf{x}_\alpha$, la position du centre de cette particule, et y_α, son orientation

$\dot{x}_\alpha$ taux de changement temporel de $\mathbf{x}_\alpha$

$\dot{y}_\alpha$ taux de changement temporel de y_α

Modèle à un fluide :

E énergie totale

$\mathbf{J}$ quantité de mouvement relative

p pression moyenne

U énergie interne classique

U^0 énergie interne qui intervient en thermodynamique irréversible

U^0_f énergie interne de la phase fluide en thermodynamique irréversible

U^0_s énergie interne de la phase solide en thermodynamique irréversible

$\mathbf{v}$ vitesse barycentrique

$\mathbf{v}_f$ vitesse moyenne de la phase fluide

$\mathbf{v}_s$ vitesse moyenne de la phase solide

$\boldsymbol{\sigma}$ partie visqueuse du tenseur des contraintes

Modèles à deux fluides :

f^f_i résultante des forces exercées par le fluide sur les particules

$\mathbf{F}_V$ force massique virtuelle

g_i composante i de la gravitation

I moment d'inertie d'une particule par rapport à son centre

$\mathbf{q}$ vecteur flux

S^f_{ik} tenseur des contraintes associé à la phase fluide

S^p_{ik} tenseur des contraintes associé à la phase particulaire

$\mathbf{u}$ vecteur vitesse moyenne du fluide

$\mathbf{v}$ vecteur vitesse moyenne des particules

v_t vitesse de chute terminale d'une particule

$\overline{X}^f$ moyenne volumique de X sur la zone occupée par le fluide

$\overline{X}^s$ moyenne volumique de X sur la zone occupée par les particules

ε_{ilm} symbole de permutation de Kronecker

ω_i composante i de la vitesse angulaire de la phase particulaire

ω'_i composante i de la fluctuation de vitesse angulaire de la phase particulaire

Sédimentation :

d distance entre le centre d'une sphère et la paroi

$f(\xi)$ fonction de distribution des particules

F_g poids apparent de la sphère

$h(\tilde{\xi})$ fonction de corrélation particules-paroi

$H(\xi\text{-}a)$ fonction marche

$\mathbf{n}$ $\mathbf{r}/r$

p pression

$P(C_N|x_0)dC_N$ probabilité pour que N sphères soient dans la configuration C_N sachant qu'une sphère se trouve en x_0

$\mathbf{r}$ $\mathbf{x}$-$\mathbf{x}^*$

$\mathbf{u}$ vitesse dans le fluide

$U(x_0, C_N)$ vitesse de la sphère en x_0 dans la configuration C_N

$v_f(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)$ vitesse du fluide en $\mathbf{x}$ provoquée par le mouvement d'une sphère en $\mathbf{x}^*$

V_p vitesse de chute d'une sphère dans un fluide supposé infini et incompressible

$V_{séd}$ vitesse de sédimentation des particules

V_{Stokes} vitesse de sédimentation d'une particule sphérique

w composante verticale de la vitesse moyenne locale de la suspension $\langle V_s \rangle$

w* vitesse de glissement

$\langle V_f \rangle$ vitesse moyenne locale du fluide dans le référentiel du laboratoire

$\langle V_p \rangle$ vitesse moyenne locale des particules dans le référentiel du laboratoire

$\langle V_s \rangle$ vitesse moyenne locale de la suspension dans le référentiel du laboratoire

ω vitesse angulaire de la sphère

ξ distance entre le point courant et la paroi

$\tilde{\xi}$ ξ/a

Effet Boycott :

b largeur du récipient

c deuxième dimension de la section droite du récipient

d diamètre d'une particule

H hauteur verticale de la suspension

H_0 hauteur initiale de la suspension

P pression adimensionnée

R nombre de la sédimentation

S(t) taux de sédimentation

U vecteur vitesse moyenne d'ensemble de la suspension

v_0 vitesse de l'interface fluide clair-partie supérieure de la suspension dans un récipient à parois verticales

α angle d'inclinaison du récipient par rapport à la verticale

δ_0 fraction volumique initiale de phase solide dans la suspension

χ épaisseur de la couche de fluide clair adjacente à la paroi supérieure

Φ δ/δ_0

Λ rapport entre le nombre de Grashof de la sédimentation et R

Avalanches :

r $\sqrt{\rho_s/\rho_f}$

θ pente du talus

θ_m angle de mouvement

θ_r angle de repos

$\Delta\theta$ θ_m-θ_r

$\Delta\rho$ ρ_s-ρ_f

Chapitre II :

D diamètre d'une bille

$h1_{\alpha i}$, $h2_{\alpha i}$ distances entre le haut et le bas de la zone d'observation et les positions extrêmes de la bille i

H longueur de la zone d'observation

L_B longueur du bouchon de billes

L_s hauteur de la colonne de billes qui traversent la section droite du canal

L_α hauteur de la colonne de billes qui traversent la section droite du secteur α

M_b masse totale de billes

M_s nombre de secteurs

n_s nombre total de marqueurs qui traversent le canal

N_b nombre de billes dans le canal

N_m nombre de marqueurs utilisés

N_s nombre de mesures de vitesses de marqueurs dans tous les secteurs

n_α nombre de marqueurs qui traversent le secteur α

N_α nombre de mesures de vitesses de marqueurs dans le secteur α

$N_{\alpha i}$ nombre de mesures de vitesses fournies par le marqueur i qui traverse le secteur α avec une vitesse de signe constant

Q_{vh} débit volumique d'huile qui remonte

Re_p nombre de Reynolds particulaire

s_α surface de la section droite du secteur α

S surface de la section droite du canal

S_b surface moyenne occupée par les billes sur une section droite du canal

T durée de l'expérience

U vitesse longitudinale moyenne des billes sur la section droite du canal

U_i vitesse longitudinale moyenne du marqueur i lors de sa traversée de la zone d'observation

U_k vitesse longitudinale moyenne d'un marqueur au cours de son observation k dans le canal

$U_{réf}$ vitesse de chute d'une bille seule

U_α vitesse longitudinale moyenne des billes dans le secteur α

$U_{\alpha i}$ vitesse longitudinale moyenne du marqueur i dans le secteur α

$U_{\alpha k}$	vitesse longitudinale moyenne d'un marqueur au cours de son observation k dans le secteur α
$U_{\alpha ik}$	vitesse longitudinale du marqueur i lors de sa $k^{ième}$ observation dans le secteur α
v_b	volume d'une bille
v_h	volume d'huile ascendante
V_d	volume occupé par le mélange diphasique
V_h	vitesse de l'huile qui remonte
V_{rel}	vitesse relative du fluide par rapport aux billes
V_α	volume du V.E.R. α (identique pour tous les V.E.R.)
β	angle d'inclinaison du canal par rapport à la verticale
δ_b	fraction volumique d'ensemble de phase solide dans la suspension
δ_α	fraction volumique de phase solide dans le secteur α
ν	viscosité cinématique du fluide
ρ_b	masse volumique moyenne de billes dans le bouchon
ρ_s	masse volumique du pyrex = 2260 kg/m^3
Δt	temps d'obturation de la caméra
ΔT	intervalle de temps entre deux images successives

Chapitre III

a	demie largeur maximale du puits de potentiel
dN_L	probabilité pour que sur N_L billes libres, une seule bille ait une vitesse comprise entre v_T et v_T+dv_T
dP_L	probabilité pour que sur N_L billes libres, la bille i située en y_i,z_i à dy_i et dz_i près ait une vitesse comprise entre v_i et v_i+dv_i, i allant de 1 à N_L
dP_P	probabilité pour que sur N_P billes piégées, la bille i située en y_i,z_i à dy_i et dz_i près ait une vitesse comprise entre v_i et v_i+dv_i, i allant de 1 à N_P
$D_{exp}(v)$	distribution de vitesse transverse v déterminée expérimentalement
$D_p(v)$	distribution de la vitesse transverse v des billes piégées
E	énergie totale d'une bille
G(v)	gaussienne associée à la distribution de vitesse v des billes libres
$h1_{\alpha i}$, $h2_{\alpha i}$	distances entre le haut et le bas de la zone d'observation et les positions extrêmes de la bille i
H	hamiltonien du système fluide-particules
H_{effT_i}	hamiltonien efficace dans le plan transverse pour une bille i
H_T	hamiltonien dans le plan transverse
H_X	hamiltonien dans la direction (OX)
H_{XT}	hamiltonien caractéristique du couplage entre la direction longitudinale et le plan transversal
L_α	hauteur de la colonne de billes qui traversent la section droite du secteur α
$L_{\alpha ik}$	distance parcourue par le marqueur i pendant l'intervalle de temps entre deux images successives
m	masse d'une bille
M_s	nombre de secteurs
M_α	masse de billes qui traversent le secteur α
n_s	nombre total de marqueurs qui traversent le canal
n_α	nombre de marqueurs qui traversent le secteur α
N_L	nombre de billes libres
N_P	nombre de billes piégées
N_T	nombre total de billes
N_α	nombre de mesures de vitesses de marqueurs dans le secteur α

p,q coordonnées généralisées de l'espace des phases

r coordonnée radiale dans un système de coordonnées cylindriques

r_t position du point tournant limite pour v_T^2 fixé

R_U répartition de vitesse longitudinale après pondération

R_V répartition de vitesse transversale v après pondération

R_W répartition de vitesse transversale w après pondération

s_α surface de la section droite du secteur α

S_{exp} aire de $D_{exp}(v)$

S_p aire de $N_p/N_T D_p(v)$

T durée de l'expérience

T_T température du thermostat pour le transfert d'énergie dans le plan transversal

T_X température du thermostat pour le transfert d'énergie dans la direction longitudinale

u composante de la vitesse longitudinale des billes

u' fluctuation de la vitesse longitudinale

U vitesse longitudinale moyenne des billes sur la section droite du canal

$U_{réf}$ vitesse de chute d'une bille seule

U_α vitesse longitudinale moyenne des billes dans le secteur α

$U_{\alpha i}$ vitesse longitudinale moyenne du marqueur i dans le secteur α

$U_{\alpha ik}$ vitesse longitudinale du marqueur i lors de sa $k^{ième}$ observation dans le secteur α

v composante de la vitesse des billes dans la direction (OY)

v' fluctuation de la vitesse transversale suivant (OY)

v_i composante de la vitesse transversale de la bille i dans la direction (OY)

$v_{i\alpha}$ vitesse transverse suivant (OY) de la bille libre i dans le secteur α

v_j composantes de vitesses suivant (OY) mesurées expérimentalement

v_{nmax} valeur expérimentale maximale de v pour les billes piégées

v_T vitesse transversale

V_α vitesse moyenne des billes dans la direction (OY)

w composante de la vitesse des billes dans la direction (OZ)

w' fluctuation de la vitesse transversale suivant (OZ)

w_i composante de la vitesse transversale de la bille i dans la direction (OZ)

y_i,z_i coordonnées de la bille i dans le plan transverse

Z fonction de partition pour les billes

β_{TL} inverse de l'énergie transférée dans le plan transversal pour les billes libres

β_{PL} inverse de l'énergie transférée dans le plan transversal pour les billes piégées

$\beta_{TL\alpha}$ inverse de l'énergie transférée dans le plan transversal pour les billes libres du secteur α

β_X inverse de l'énergie transférée dans la direction longitudinale

β_T inverse de l'énergie transférée dans le plan transversal

β_{XT} inverse de l'énergie caractéristique du couplage entre la direction longitudinale et le plan transversal

δ volume de la cellule d'incertitude de mesure sur le couple (p,q)

δ_b fraction volumique d'ensemble de phase solide dans la suspension

δ_α fraction volumique de phase solide dans le secteur α

Δt temps d'obturation de la caméra

ΔT intervalle de temps entre deux images successives

Φ potentiel

Φ_0 potentiel constant

$\phi_{\alpha X}$ flux massique longitudinal moyen à travers le secteur α

$\phi_{\alpha\beta Y}$ flux massique transversal moyen dans la direction (OY)

$\phi_{\alpha\beta Z}$ flux massique transversal moyen dans la direction (OZ)

$\phi_{qdm(\alpha X)}$ flux de quantité de mouvement longitudinal moyen

$\phi_{qdm(\alpha\beta)}$ flux de quantité de mouvement transversal moyen

ρ_s masse volumique du pyrex = 2260 kg/m^3

ρ_α masse volumique de phase solide dans le secteur α

τ moyenne des temps mis par les marqueurs pour parcourir la distance H-UΔT

$\sigma_{L\alpha}$ écart type de la vitesse v des billes libres dans le secteur α

Chapitre IV :

d	demie distance entre la couche de billes condensée à la paroi inférieure et la zone de fluide pur ascendant
g	vecteur pesanteur
g_z	composante verticale du vecteur pesanteur
h	hauteur du lit de billes compacté à la paroi inférieure
H	longueur de la zone d'observation
J	nombre de Richardson $=\dfrac{\varepsilon g d}{U_0^2}\sin\beta$
k	nombre d'onde
κ	grandeur proportionnelle au nombre d'onde $=2dk$
l	hauteur de décollement du front de l'avalanche
L	longueur sur laquelle a lieu le décollement du front
L_B	longueur du bouchon de billes
$L_{\alpha ik}$	distance parcourue par le marqueur i pendant l'intervalle de temps entre deux images successives
M_b	masse totale de billes
M_s	nombre de secteurs
n_{bas}	nombre de billes qui descendent dans un secteur
n_{haut}	nombre de billes qui remontent dans un secteur
n_s	nombre total de marqueurs qui traversent les secteurs
N_b	nombre de billes dans le canal
N_{bas}	nombre de billes qui descendent dans le canal
N_{haut}	nombre de billes qui remontent dans le canal
N_m	nombre de marqueurs utilisés
n_α	nombre de marqueurs qui traversent le secteur α
s_α	surface de la section droite du secteur α
S	surface de la section droite du canal
S_1	surface de la section droite de la couche de billes plaquées à la paroi inférieure
S_2	surface de la section droite de la zone de fluide pur ascendant
T	durée de l'expérience
u	vitesse longitudinale des billes

v vitesse transversale des billes suivant (OY)

w vitesse transversale des billes suivant (OZ)

u' fluctuation de la vitesse longitudinale

v' fluctuation de la vitesse transversale suivant (OY)

w' fluctuation de la vitesse transversale suivant (OZ)

t temps

U vitesse longitudinale moyenne des billes sur la section droite du canal

U_a vitesse longitudinale moyenne des billes en amont de la fenêtre d'observation

U_b vitesse longitudinale moyenne des billes en aval de la fenêtre d'observation

U_0 $(U_1-U_2)/2$

U_1 vitesse longitudinale moyenne des billes dans la couche de billes condensée à la paroi inférieure

U_2 vitesse longitudinale du fluide dans la zone de fluide pur ascendant

U_I vitesse longitudinale moyenne des billes dans la première partie de l'avalanche (en terme de temps)

U_{II} vitesse longitudinale moyenne des billes dans la deuxième partie de l'avalanche (en terme de temps)

U_{III} vitesse longitudinale moyenne des billes dans la troisième partie de l'avalanche (en terme de temps)

U_α vitesse longitudinale moyenne des billes dans le secteur α

$U_{\alpha i}$ vitesse longitudinale moyenne du marqueur i dans le secteur α

$U_{\alpha ik}$ vitesse longitudinale du marqueur i lors de sa $k^{ième}$ observation dans le secteur α

v_b volume d'une bille

V_f vitesse du front de l'avalanche

V_α vitesse transversale moyenne des billes dans la direction (OY)

W_α vitesse transversale moyenne des billes dans la direction (OZ)

β angle d'inclinaison du canal par rapport à la verticale

δ fraction volumique de phase solide

δ_b fraction volumique d'ensemble de phase solide dans la suspension

δ_α fraction volumique de phase solide dans le secteur α

ε $(\rho_1-\rho_2)/(\rho_1+\rho_2)$

λ_{max} longueur d'onde maximale

λ_{min} longueur d'onde minimale

$\overline{\lambda}$ longueur d'onde moyenne

ρ_f fraction volumique du fluide

ρ_s masse volumique du borosilicate

ρ_0 $(\rho_1+\rho_2)/2$

ρ_1 masse volumique du mélange dans la couche de billes condensée à la paroi inférieure

ρ_2 masse volumique du fluide dans la zone de fluide pur ascendant

ρ_α masse volumique de phase solide dans le secteur α

Δt temps d'obturation de la caméra

ΔT intervalle de temps entre deux images successives

INTRODUCTION GENERALE

Il existe plusieurs types de milieux diphasiques : fluide-bulles de gaz ou goutelettes, fluide-particules solides,... Cette thèse traite des écoulements diphasiques liquide-particules solides dans lesquels l'interaction fluide-particules est forte. Ce type d'écoulement apparaît dans les domaines industriels tels que l'extraction de pétrole, l'alimentaire, l'industrie chimique, ... ainsi que le domaine environnemental : sédimentation, évolution de polluants rejetés dans la nature, avalanches, avalanches sous-marines, etc...

La difficulté majeure pour l'étude de ces écoulements est de connaître les interactions entre le fluide et les particules. En effet, le mouvement d'une particule entraîne une perturbation du champ de vitesse dans le fluide. Le mouvement des particules voisines est alors modifié. On parlera alors dans la suite d'interaction hydrodynamique entre particules. Les interactions hydrodynamiques particules-parois sont également à considérer. Nous travaillons dans une configuration d'écoulement de canal sans surface libre fluide. La taille des particules par rapport à la largeur du canal implique que l'on est en milieu confiné. L'influence des parois sur l'évolution des particules est importante, sur leurs vitesses (phénomène de guidage), sur les interactions entre particules et elle entraîne une inhomogénéité de la fraction volumique de particules au sein de l'écoulement sédimentaire. Dans le cas le plus simple, le milieu fluide-particules est très dilué : il n'y a pas de choc entre particules mais une particule est influencée par le mouvement de ses voisines. Un autre cas extrême est celui des milieux granulaires. Là, les particules sont en contact pratiquement permanent les unes avec les autres, et il y a une forte interaction entre les grains. Nous nous situons dans une configuration intermédiaire. Les écoulements que nous étudions montrent une fraction volumique de phase solide de 4% à 40%, selon l'inclinaison du canal. Lorsque le canal est vertical, les particules se repoussent et leur mouvement est très agité. Certaines particules ont une trajectoire rectiligne, d'autres une trajectoire qui paraît chaotique. On observe également des particules qui remontent. Lorsque le canal est incliné, l'interaction entre particules peut être répulsive ou collisionnelle.

Les conditions des études sur les écoulements fluide-particules dont nous avons eu connaissance sont très souvent différentes des nôtres. En particulier, les études théoriques s'arrêtent souvent au régime de Stokes. De plus, notre mélange huile-particules est certainement non newtonien. La comparaison avec les résultats fournis par d'autres études est donc délicate.

Dans le premier chapitre, nous effectuons une étude bibliographique sur les écoulements fluide-particules solides. Tout d'abord, nous exposons les différentes méthodes qui existent pour étudier ce type d'écoulement, et nous nous intéressons plus particulièrement à l'approche de type milieux continus puisque c'est celle que nous visons à terme pour notre propre recherche. Puis la sédimentation est abordée, d'abord en milieu infini, puis dans un récipient à parois verticales où le phénomène de convection intrinsèque apparaît et enfin dans un récipient où les parois inclinées entraînent l'apparition de l'effet Boycott. Enfin, nous abordons le thème des avalanches de particules complètement immergées.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la méthode de visualisation directe tridimensionnelle que nous avons utilisée pour nos observations, le dispositif expérimental ainsi que les différents types d'écoulements qui peuvent être engendrés. Nous expliquons le traitement des images obtenues expérimentalement. Il consiste en un suivi de particules d'image en image. Enfin, nous présentons deux méthodes d'évaluation de la fraction volumique locale de phase solide. La première méthode nécessite un suivi lagrangien des particules alors que la deuxième est basée sur les mesures validées de vitesses des particules et un traitement statistique.

Le troisième chapitre est une tentative d'explication physique de nos mesures sur les écoulements sédimentaires. Nous ébauchons également une théorie, basée sur la physique statistique pour prendre en compte l'interaction hydrodynamique entre particules et expliquer l'aspect non maxwellien des répartitions de vitesse dans le plan transversal.

Le quatrième chapitre présente l'étude expérimentale des écoulements en canal faiblement incliné (de 3° et 5° par rapport à la verticale, dits écoulements de transition), et les écoulements d'avalanche, obtenus pour des inclinaisons de canal beaucoup plus importantes (de 15° à 45° par rapport à la verticale). En particulier, une étude phénoménologique a été menée sur les avalanches, ainsi qu'une étude succincte sur l'instabilité qui se développe à l'interface fluide-lit de particules au cours de l'avancée de l'avalanche dans le canal.

Chapitre I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1-1 INTRODUCTION

L'étude du mouvement de particules libres immergées dans un liquide est souvent très complexe car il faut tenir compte des interactions liquide-particules. Dans les mélanges où la fraction volumique de phase solide est faible et le nombre de Reynolds particulaire élevé, les interactions hydrodynamiques sont des interactions longue distance. En revanche, lorsque la fraction volumique de phase solide est assez importante, un phénomène d'écrantage peut apparaître. Même dans un mélange très dilué, on ne peut se satisfaire de l'hypothèse de non-interaction entre particules ou d'interaction binaire. Enfin, l'interaction particules-parois joue un rôle important et est pourtant souvent négligée dans les études théoriques par souci de simplification.

Les interactions hydrodynamiques sont la cause de l'agitation des particules non colloïdales de taille supérieure à 10 µm, pourvu qu'elles ne soient pas trop compactées. Si les particules sont petites (de taille inférieure à 10 µm), leur agitation est un mouvement brownien, résultat de l'agitation thermique. Le nombre de Péclet Pe, défini comme le rapport entre le temps caractéristique de diffusion des particules et le temps caractéristique de convection des particules sous l'effet de la gravité, caractérise un mouvement brownien s'il est très grand devant 1. Dans la suite, nous ne nous intéressons qu'aux particules dont le mouvement est non brownien ($Pe<<1$).

L'importance des collisions entre particules par rapport aux effets hydrodynamiques est caractérisée par le nombre de Stokes St. Il est défini comme $\rho_s a v_1/\mu$ où ρ_s est la masse volumique des particules, a le rayon des particules, μ la viscosité dynamique du fluide et v_1 la vitesse relative d'approche de deux particules. Si St est petit, le film visqueux est robuste. Si St est grand, les collisions sont possibles.

Il existe différents régimes d'écoulement des mélanges fluide-particules (ici le fluide étant un liquide). Ils sont déterminés en fonction du nombre de Reynolds particulaire $Re_p=\langle V_R\rangle D/\nu$, où $\langle V_R\rangle$ est la vitesse relative moyenne entre la phase solide et la phase liquide, D la taille des grains et ν la viscosité cinématique du liquide. Si $Re_p << 1$, le régime est dit visqueux. Si $Re_p >> 1$, le régime d'écoulement est dit inertiel.

Dans une première partie, nous citerons les méthodes qui existent pour l'étude des mélanges liquide-particules. Elles sont toutes basées sur les équations de Navier-Stokes, mais diffèrent dans l'approche de ces milieux. En particulier, nous nous sommes intéressés aux méthodes de type milieux continus qui traitent le mélange comme un seul fluide ou comme deux fluides. Dans une deuxième partie, nous abordons un cas particulier des écoulements liquide-particules : la sédimentation, d'abord en milieu infini, puis dans un récipient à parois verticales et enfin dans un récipient à parois inclinées. Dans une troisième partie, nous considérons le cas des « avalanches » où cette fois-ci, les particules glissent sur une pente.

1-2 METHODES D'ETUDE DES ECOULEMENTS FLUIDE-PARTICULES

Parmi les méthodes de type milieux continus, on distingue les approches où les deux phases sont considérées comme un seul fluide (modèles à un fluide) et celles où chaque phase est considérée comme un fluide (modèles à deux fluides).

Un certain nombre de théories cinétiques, basées sur les approches utilisées dans la théorie cinétique des gaz denses, ont été développées pour les écoulements rapides de matériaux granulaires [35, 36, 37, 51, 52, 53, 54, 55, 65, 79, 80, 81, 82]. Ces théories ont été étendues au cas où les effets du fluide interstitiel ne sont plus négligeables : des termes supplémentaires ont été ajoutés, qui prennent en compte les forces de traînée des particules ainsi que la dissipation de l'énergie provoquée par les différences de vitesse entre les particules et le fluide [27, 34, 64, 83]. Cette approche permet de trouver la pression et la viscosité effectives des particules.

Enfin, certains ont une approche numérique de type Euler-Lagrange des écoulements multiphasiques [91, 92]. Les équations résolues sont les équations de Navier-Stokes incompressibles dans leur formulation eulérienne. Le couplage entre la vitesse et la pression ainsi que la contrainte d'incompressibilité sont résolus grâce à une méthode de lagrangien augmenté.

Pour notre propre étude des milieux diphasiques, nous avons choisi une approche de type milieux continus ou de type statistique pour tirer les moyennes utilisées dans les approches continues. C'est pourquoi, dans la suite de cette section, nous faisons un exposé résumé des modèles continus à un et à deux fluides.

1-2.1 Définitions des moyennes d'ensemble et volumique

Les écoulements de suspension montrent des fluctuations de la vitesse des phases fluide et solide importantes. Leur comportement peut s'assimiler à une marche au hasard et ces écoulements évoluent dans le temps. Cela incite à utiliser une description statistique pour les étudier, et il est nécessaire de trouver une procédure de moyennage convenable qui transforme les quantités ou équations microscopiques en quantités ou équations macroscopiques. La moyenne d'ensemble est la solution la plus naturelle. Elle fait intervenir une fonction de distribution statistique sur l'espace occupé par la phase particulaire. Mais cette moyenne n'est pas bien adaptée à l'évaluation expérimentale car elle requiert un grand nombre d'expériences. La moyenne volumique sur un petit volume contenant un grand nombre de particules demande une seule réalisation du système. C'est pourquoi elle remporte un grand succès dans l'étude des suspensions. L'utilisation des moyennes volumiques a été initiée par Landau & Lifschitz [59]. Après Hinch [43], il devint clair que ces moyennes donnent des résultats équivalents dans l'étude d'une suspension parfaitement homogène, c'est-à-dire une suspension dont les propriétés statistiques sont indépendantes de la position. Lhuillier [63] montre que dans une suspension légèrement non homogène, les deux moyennes fournissent des résultats identiques si elles sont construites à partir des probabilités des états individuels des particules.

1-2.1.1 Moyenne d'ensemble

Les moyennes d'ensemble sont définies à partir d'une fonction de distribution statistique. Dans le cas d'une suspension, elle est exprimée en termes d'états d'une seule particule [86]. Soit X_α l'un de ces états. Il est défini par la position $\mathbf{x}_\alpha$ du centre de la particule, par les paramètres y_α décrivant son orientation, sa forme et son volume, et par les taux temporels de changement $\dot{\mathbf{x}}_\alpha$ et $\dot{y}_\alpha$. Pour une suspension de N particules, la fonction de distribution apparaît comme $P(X_1 \ldots X_N)$ et donne la probabilité pour les N états X_1 à X_N d'être occupés. Dans la suite, on n'écrira plus explicitement la dépendance en temps, et on utilisera la notation C_N pour représenter un groupe de N états. $P(C_N)$ est la densité de probabilité d'observer la suspension dans l'état C_N.

Soit f une quantité physique quelconque dépendant de l'état de la suspension. Sa moyenne d'ensemble est définie comme [63] :

$$\langle f \rangle = \int f P(C_N) dC_N$$

1-2.1.2 Moyenne volumique

Elles sont moins faciles à manipuler mathématiquement que les moyennes d'ensemble. La moyenne spatiale d'une variable f en un point localisé en **x** et au temps t est définie comme suit [48] :

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = \int_V f(\mathbf{y}, t) g(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) dV_y$$

où **y** est le point parcourant l'espace, V représente le volume occupé par le système, g(|**x**-**y**|)=g(**r**) est une fonction de pondération sphérique telle que $4\pi \int_0^\infty g[r] r^2 dr = 1$. g est une fonction monotone décroissante : plus on s'éloigne du point **x** où l'on calcule la moyenne, moins l'influence du point courant **y** se fait sentir sur la moyenne. On définit *l* le rayon de moyennage de g de telle manière que $\int_0^l g(r) r^2 dr = \int_l^\infty g(r) r^2 dr$.

Appelons L l'échelle de longueur macroscopique et a le rayon d'une particule. La valeur de la moyenne spatiale locale ne dépend ni de *l* ni de la forme de g si L>>*l*>>a, c'est-à-dire s'il y a séparation des échelles entre le problème macroscopique et le mouvement détaillé à l'échelle d'une seule particule.

La fraction de vide ou fraction de l'espace occupé par le fluide au voisinage du point **x** est donnée par l'expression suivante :

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \int_{V_f} g(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) dV_y$$

La fraction volumique de phase solide est définie comme :

$$\delta(\mathbf{x}) = \sum_p \int_{v_p} g(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) dv_y$$

où v_p est l'intérieur de la particule p.

Si l'on considère que la dépendance en t est implicite, on a alors :

$$\begin{cases} \varepsilon(\mathbf{x})\bar{f}^f(\mathbf{x}) = \int_{V_f} f(\mathbf{y})g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)dV_y \\ \delta(\mathbf{x})\bar{f}^s(\mathbf{x}) = \sum_p \int_{V_p} f(\mathbf{y})g(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)dV_y \end{cases}$$

Ainsi que la relation : $\bar{f} = \varepsilon\bar{f}^f + \delta\bar{f}^s$.

Enfin, si f^p est une propriété de la particule p, la moyenne de la phase particulaire de f^p est définie comme :

$$n(\mathbf{x})\overline{f^p}(\mathbf{x}) = \sum_p f^p g(|\mathbf{x}-\mathbf{x}^p|)$$

où $n(\mathbf{x}) = \sum_p g(|\mathbf{x}-\mathbf{x}^p|)$ est le nombre de particules par unité de volume et $\mathbf{x}^p$ est la position du centre de la particule p au temps en question. Avec cette définition, on n'a pas la relation $\bar{f} = \bar{\bar{f}}$, mais les termes supplémentaires sont de l'ordre de a^2/L^2. Ils sont négligeables s'il y a séparation des échelles.

1-2.2 Modèles à un fluide

Une approche possible pour l'étude d'un milieu fluide-particules est de le considérer comme un tout, c'est-à-dire de le modéliser comme s'il n'était qu'un seul fluide. La conservation de la masse est satisfaite si l'on caractérise ce fluide par sa vitesse barycentrique $\mathbf{v}$ et sa masse volumique ρ, somme de la masse volumique de chaque phase :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{v} = \rho_f \mathbf{v}_f + \rho_s \mathbf{v}_s \\ \rho = \rho_f + \rho_s \end{cases}$$

où $\mathbf{v}_f$ et ρ_f sont la vitesse et la masse volumique de la phase fluide et $\mathbf{v}_s$ et ρ_s sont la vitesse et la masse volumique de la phase particulaire. Cette approche est utilisée par Lhuillier et de Groot & Mazur [61, 62, 26].

L'énergie interne $U^0 = U_f^0 + U_s^0$ est différente de l'énergie interne habituelle U reliée à l'énergie totale E par $E=U+1/2\rho v^2$. L'énergie cinétique étant définie comme $E_c = \frac{1}{2}\rho_f v_f^2 + \frac{1}{2}\rho_s v_s^2$, U inclut, en plus de U^0, l'énergie cinétique du mouvement relatif ou énergie cinétique de diffusion : $U = U^0 + \frac{\rho_f \rho_s}{2\rho}(v_f - v_s)^2$ (les fluctuations de vitesse sont négligées). En introduisant la quantité de mouvement relative $\mathbf{J} = \rho_s(\mathbf{v}_s - \mathbf{v})$ ([62])[1], on obtient une énergie interne U de la forme : $U = U^0 + \frac{1}{2}\frac{\rho}{\rho_f \rho_s} J^2$. La modification de U entraîne un changement de l'entropie et donc de la dissipation. Le tenseur des contraintes est alors également modifié et s'écrit :

$$(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_f) \otimes \mathbf{J} + \sigma + p\mathbf{I}$$

où $\sigma = \sigma_f + \sigma_s$ est la contrainte due aux effets visqueux.

1-2.3 Modèles à deux fluides

A la fin des années 50, un fort intérêt s'est développé pour les équations du mouvement pour le fluide et les particules en interaction afin de comprendre le mécanisme des écoulements diphasiques. Il existe trois niveaux de détail pour ces équations. Dans le niveau le plus fondamental, la dynamique du système entier est déterminée par les équations du mouvement pour la translation et la rotation de

---

[1] On peut également, comme Batchelor [8], définir $\mathbf{J}$ comme $\mathbf{J} = \rho_s(\mathbf{v}_s - \mathbf{V})$ où $\mathbf{V} = \delta \mathbf{v}_s + (1-\delta)\mathbf{v}_f$ si δ est la fraction volumique de phase solide.

chaque particule, par les équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse qui doivent être vérifiées en chaque point du fluide interstitiel. La condition de non glissement entre le fluide et les particules et la condition de non glissement du fluide sur les parois constituent les conditions aux frontières. Des calculs numériques ont été effectués avec ces équations, mais pour un petit nombre de particules. A un niveau de détail moins élevé, on remplace la vitesse du fluide en un point par sa moyenne calculée sur un domaine suffisamment grand pour contenir beaucoup de particules, mais assez petit comparé au domaine étudié. La force exercée par le fluide sur les particules est liée à la vitesse de la particule relativement à la vitesse moyenne locale du fluide ainsi qu'à la concentration locale de particules par le biais d'une corrélation empirique. Les équations du mouvement sont alors résolues séparément pour chaque particule, en prenant en compte les collisions quand cela est nécessaire. Cette méthode est appelée « modélisation discrète de particules ». Elle est beaucoup plus « économique » que la première en programmation (Tsuji & al. [89], Hoomans & al. [44]). Enfin, au niveau le moins détaillé, les vitesses du fluide et des particules sont moyennées sur un domaine donné vérifiant les mêmes conditions que celui avec lequel on travaille dans la méthode de « modélisation discrète des particules ». Elles sont définies en tout point de l'espace, de manière que les équations résultantes ressemblent aux équations de mouvement que l'on écrirait pour deux fluides imaginaires capables de s'interpénétrer (chaque point est occupé simultanément par les deux fluides). C'est pourquoi cette méthode est appelée « modèle à deux fluides ». Le processus de moyennage qui mène à ces équations laisse un certain nombre de termes indéterminés. Afin de fermer les équations, ces termes doivent être liés aux vitesses des deux « fluides » et à la concentration en particules. Le modèle prend la forme d'équations aux dérivées partielles couplées qui doivent généralement être résolues numériquement. Cette méthode est numériquement moins lourde que les deux premières. Elle permet également de trouver une solution analytique approximée pour certains problèmes importants. Le « modèle à deux fluides » présente l'inconvénient, par rapport à la « modélisation discrète de particules », de nécessiter des fermetures pour des termes importants laissés indéterminés dans l'équation de quantité de mouvement moyennée pour la phase particulaire.

1-2.3.1 Equations moyennes

Jackson [48] part du système d'équations au premier niveau de détail cité plus haut pour étudier le mouvement de particules fluidisées. Les particules sont supposées sphériques, rigides et de rayon a. Pour spécifier complètement le mouvement du matériau solide, il n'est nécessaire de fournir que la vitesse du centre de chaque particule, ainsi que leur vitesse angulaire. Si le fluide est incompressible, on a div **u**=0. En appliquant le processus de moyennage explicité dans la section 1-2.1.2 aux équations du mouvement, on obtient :

$$\left\{\begin{array}{ll}
\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x_k}\left(\varepsilon \overline{u_k}^{f}\right)=0 & (1)\\
\dfrac{\partial n}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x_k}\left(n \overline{u_k}^{p}\right)=0 & (2)\\
\rho_f \varepsilon \dfrac{D_f \overline{u_i}^{f}}{Dt}=\dfrac{\partial S_{ik}^{f}}{\partial x_k}-n\overline{f_i^{f}}^{p}+\rho_f \varepsilon g_i & (3)\\
\rho_s \delta \dfrac{D_p \overline{u_i}^{p}}{Dt}=\dfrac{\partial S_{ik}^{p}}{\partial x_k}+n\overline{f_i^{f}}^{p}+\rho_s \delta g_i & (4)\\
nI\dfrac{D_p \overline{\omega_i}^{p}}{Dt}=\varepsilon_{ilm}\left[n\overline{s_{ml}^{f}}^{p}+n\overline{s_{ml}^{s}}^{p}\right]-\dfrac{\partial}{\partial x_k}\left[nI\overline{\omega_i' u_k'}^{p}\right] & (5)
\end{array}\right.$$

L'équation (1) est la forme moyennée locale de l'équation de conservation de la masse du fluide et (2) la conservation du nombre total de particules. Les équations (3) et (4) sont les équations de quantité de mouvement pour la phase fluide et la phase particulaire respectivement. L'équation (5) est l'équation pour la vitesse angulaire ω_i de la phase particulaire. I est le moment d'inertie d'une particule par rapport à son centre. S_{ik}^{f} et S_{ik}^{p} sont les tenseurs effectifs des contraintes associés respectivement à la phase fluide et à la phase particulaire. Ils font intervenir les détails des interactions fluide-particules et particules-particules. Leur expression ainsi que l'expression de $\overline{\omega_i' u_k'}^{p}$ sont spécifiées dans la planche 1-1 1-1. Les dérivées D_f/Dt et D_p/Dt sont définies par : $\dfrac{D_f}{Dt}\equiv\dfrac{\partial}{\partial t}+\overline{u_k}^{f}\dfrac{\partial}{\partial x_k}$ et $\dfrac{D_p}{Dt}\equiv\dfrac{\partial}{\partial t}+\overline{u_k}^{p}\dfrac{\partial}{\partial x_k}$. Le terme $\overline{f_i^{f}}^{p}$ est la moyenne particulaire de la résultante des forces exercées par le fluide sur les particules. Une contribution à ce terme est la flottabilité. Il est alors possible de décomposer $\overline{f_i^f}^p$ en la somme de la force de flottabilité et de toutes les autres contributions [48].

Le processus de moyennage est purement formel et des termes indéterminés restent, non exprimés en fonction des variables moyennes. Cependant, il sont explicitement liés aux détails du mouvement à l'échelle microscopique des particules individuelles. On ne sait pas évaluer ces termes exactement. Il est donc nécessaire d'utiliser une fermeture empirique pour les modéliser.

1-2.3.2 Fermetures explicites des équations

On cherche à exprimer les termes $\overline{\sigma_{ik}}^f$, $\overline{s_{ik}^f}^p$, $\overline{s_{ik}^s}^p$, $\overline{s_{ikl}^f}^p$, $\overline{s_{ikl}^s}^p$, $\overline{u_i^{'}u_k^{'}}^f$, $\overline{u_i^{'}u_k^{'}}^p$ (contenus dans S_{ik}^f et S_{ik}^p), $\overline{f_i^f}^p$ et $\overline{\omega_i^{'}u_k^{'}}^p$ en fonction des variables moyennes [48]. Les paramètres importants qui interviennent sont le nombre de Stokes $St=\rho_s a v_1/\mu$ où v_1 est la vitesse relative d'approche de deux particules, et le nombre de Reynolds $Re=\rho_f a v_2/\mu$ où v_2 est la vitesse relative moyenne entre le fluide et les particules.

- Si $St>>\ln(a/l_f)$ où l_f est le libre parcours moyen pour des molécules fluides, le film de lubrification entre les particules se casse et il y a contact entre les particules. L'interaction particule-particule est donc dominante.
- Si $St<<\ln(a/l_f)$, le film de lubrification est robuste. L'interaction fluide-particules est alors dominante.
- Si $Re<<1$, l'inertie associée au mouvement du fluide autour et entre les particules peut être négligée.

1-2.3.2.1 Fermetures pour petit nombre de Stokes

Zhang & Prosperetti [94] et Jackson [47] se sont limités aux cas des écoulements très dilués. Les interactions hydrodynamiques entre particules peuvent alors être négligées. En utilisant respectivement les moyennes d'ensemble et les moyennes volumiques, ils trouvent des résultats comparables.

1-2.3.2.2 Fermetures pour grand nombre de Stokes

A partir de cette section, on utilise les notations suivantes : $\mathbf{u} = \overline{u_i}^f$, $\mathbf{v} = \overline{u_i}^p$ et $\mathbf{S^p} \equiv S^p_{ik}$. Les particules subissent des collisions directes. $\mathbf{S^p}$ prend donc en compte les contraintes transmises par les forces de contact et par transfert de quantité de mouvement dû aux fluctuations de vitesses des particules par rapport à leur moyenne locale. Le mécanisme est le même que pour un matériau granulaire. Si ce dernier n'est pas trop compact, il est analogue à un gaz moléculaire, mais avec des collisions inélastiques. Dans le cas d'un matériau granulaire, l'équilibre de la quantité de mouvement pour la phase particulaire contient une pression et une viscosité effectives analogues à celles d'un gaz moléculaire. Dans le gaz, elles dépendent de la température. Par analogie, pour un matériau granulaire, on définit une température particulaire $T = \frac{1}{3}\overline{u'_k u'_k}^p$ dont dépendent la pression et la viscosité apparaissant dans $\mathbf{S^p}$ [48]. Une équation supplémentaire est nécessaire pour déterminer T, appelée également « énergie pseudothermale » :

$$\underset{(a)}{\frac{3}{2}\rho_s\delta\frac{D_pT}{Dt}} = \underset{(b)}{\mathbf{S^p} : \nabla\mathbf{v}} \underset{(c)}{- \nabla.\mathbf{q}} \underset{(d)}{+ Q_+} \underset{(e)}{- Q_-} \underset{(f)}{- Q_c} \qquad (6)$$

(a) est le terme instationnaire.
(b) représente la génération de T par travail des contraintes de la phase particulaire.
(c) exprime l'accumulation de T par conduction, **q** est le vecteur flux.
(d) donne la génération de T comme résultat du mouvement relatif entre le fluide et les particules.
(e) représente la dissipation de T par les forces visqueuses.
(f) fournit la dissipation de T par collisions.

Une première fermeture est proposée par Koch [57]. Il fait l'hypothèse que les termes d'ordre 2 en fraction volumique de phase solide δ sont négligeables devant les termes d'ordre 1, que $St >> \delta^{-3/2}$ et que les collisions entre particules sont parfaitement élastiques. Cette fermeture n'est donc pas adaptée au cas des écoulements où la présence du fluide amortit les collisions entre particules, quand elles existent. La génération de fluctuations de vitesse des particules est due aux interactions hydrodynamiques fluctuantes.

Buyevich [18] et Buyevich & Kapbasov [19] proposent une fermeture valable pour une fraction volumique de phase solide pas trop petite, mais plus petite que la fraction volumique à partir de laquelle les particules forment des structures capables de transmettre les contraintes à travers des contacts solide-solide prolongés. L'idée principale est que la génération de fluctuations de vitesses des particules par le mouvement relatif des deux phases est le résultat de fluctuations au hasard de la fraction de vide. Les fluctuations de la fraction de vide induisent des fluctuations de la force de traînée exercée par le fluide sur une particule. Ces dernières génèrent des fluctuations de la composante de vitesse parallèle à la force de traînée. Les fluctuations résultantes sont anisotropes, mais les nombreuses collisions entre particules sont supposées les rendre isotropes. Dans cette fermeture, les fluctuations résultantes sont donc caractérisées par une température granulaire unique T.

Une troisième fermeture est proposée par Koch & Sangani [58]. Ils considèrent des particules de nombre de Reynolds petit à leur vitesse de chute terminale v_t. La fermeture est valable pour $St >> \delta^{-3/4}$, soit pour une gamme plus large du nombre de Stokes : elle est valable pour des valeurs de St assez petites pour que la distribution de vitesses ne soit plus déterminée entièrement par les collisions directes entre paires de particules. Dans leur fermeture, Koch & Sangani font intervenir deux températures granulaires qui mesurent les fluctuations des composantes horizontale et verticale de la vitesse. Cette approche est plus réaliste dans le cas des écoulements qui ne sont pas isotropes.

1-2.3.3 Fermetures empiriques

On reprend le cas des équations (3) et (4). Il faut trouver une fermeture pour $\mathbf{S}^f$, $\mathbf{S}^p$, $\mathbf{nf} = \overline{nf_i^f}^p$ applicable à toutes les échelles de Re, St et δ.

Intéressons-nous tout d'abord à l'interaction fluide-particules. Il est généralement supposé que l'on peut écrire **nf** sous la forme suivante :

$$\mathbf{nf} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_L$$

où $\mathbf{F}_D$ est la force de traînée (proportionnelle à δ et **u-v**), $\mathbf{F}_V$ est la force massique virtuelle (proportionnelle à δ et D**u**/Dt-D**v**/Dt) et $\mathbf{F}_L$ est la portance.

Un grand nombre de données expérimentales existe sur la force de traînée, formant une base intéressante pour en établir des expressions empiriques. Citons par exemple celle qui est issue de l'équation de Ergun [29] pour l'augmentation de pression dans un écoulement à travers un lit compact. Elle est valable pour des petits et grands nombres de Reynolds, mais inadaptée au cas de faible fraction volumique.

La forme algébrique de la force massique virtuelle est également bien établie : Zhang & Prosperetti [93] proposent une expression de $\mathbf{F}_v$ pour un fluide non visqueux.

Quant à la force de portance, sa forme algébrique est incertaine, car elle dépend de la forme de la particule et prend des formes différentes selon que l'on travaille à petit ou grand nombre de Reynolds. Zhang & Prosperetti [93] proposent une expression pour $\mathbf{F}_L$ dans le cas d'un fluide non visqueux. Pour de petits nombres de Reynolds, la force de portance sur une particule isolée dans un champ non uniforme a une forme différente, proportionnelle en module à la racine carrée du taux de cisaillement multiplié par la vitesse relative entre la particule et le fluide (Saffman [77]).

Contrairement à **nf**, il existe peu de données expérimentales qui fournissent des renseignements sur $\mathbf{S}^f$ et $\mathbf{S}^p$, et cela malgré de nombreuses études sur les propriétés rhéologiques de suspensions gaz ou liquide avec solide. L'évaluation de $\mathbf{S}^f$ et $\mathbf{S}^p$ est donc plus difficile. Il est nécessaire de les modéliser en utilisant des hypothèses simples, comme par exemple, en donnant à ces tenseurs des contraintes une forme newtonienne. Même si dans la réalité, $\mathbf{S}^f$ et $\mathbf{S}^p$ ne sont pas si simples, cette forme est adéquate pour résoudre de nombreux problèmes.

1-3 SEDIMENTATION

1-3.1 Introduction

Le phénomène de sédimentation se produit lorsqu'une particule solide est placée dans un fluide et que l'ensemble est soumis à un champ exerçant une densité volumique de force différente sur la particule et le fluide. Le cas le plus courant est la gravitation avec une différence de masse volumique entre la particule et le fluide [46]. La sédimentation est fréquemment utilisée dans l'industrie pour séparer les phases fluide et solide, ou pour séparer des solides de masses volumiques différentes en choisissant un fluide de masse volumique intermédiaire. Par contre, la sédimentation peut être gênante lorsqu'elle sépare les constituants d'un mélange (béton, ...). Il est donc important de comprendre le fonctionnement de ce phénomène et de savoir le contrôler. La sédimentation est également très présente dans la nature (sédimentation marine, ...)

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons d'abord à la sédimentation de particules dans un fluide supposé infini, en commençant par la chute d'une et de deux sphères. Puis l'effet des parois est introduit, dans un premier temps lorsqu'elles sont verticales, puis lorsqu'elles sont inclinées.

1-3.2 Sédimentation en milieu infini

1-3.2.1 Chute d'une et de deux sphères identiques en régime de Stokes

Prenons le cas d'une sphère qui chute dans un liquide incompressible supposé infini avec un mouvement de translation de vitesse V_p constante. La chute de cette sphère provoque une perturbation du champ de vitesse du fluide. La résolution des équations de Stokes stationnaires avec les conditions aux limites de non-glissement à la surface de la sphère montrent que cette perturbation a la forme [76] :

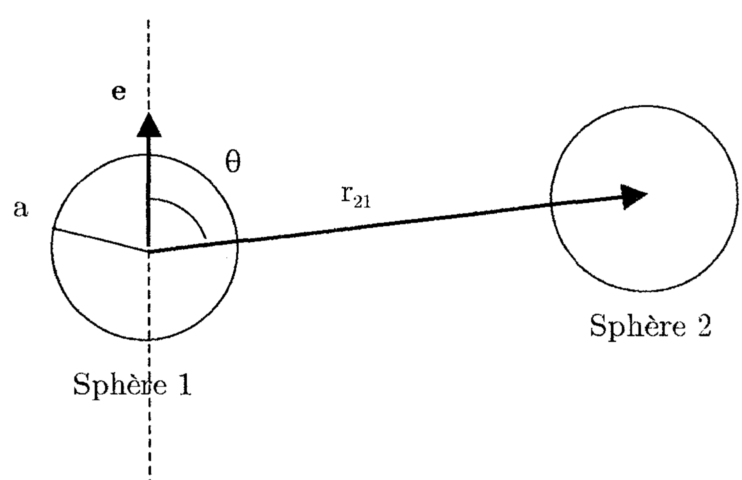
$$v_f(\mathbf{x}-\mathbf{x}^*) = V_p\left[\frac{3a}{4r}(\mathbf{I}+\mathbf{nn}) + \frac{a^3}{4r^3}(\mathbf{I}-3\mathbf{nn})\right]$$

où $v_f(\mathbf{x}-\mathbf{x}^*)$ est la vitesse du fluide en $\mathbf{x}$ provoquée par le mouvement de la sphère située en $\mathbf{x}^*$, $\mathbf{r}=\mathbf{x}-\mathbf{x}^*$, $\mathbf{n}=\mathbf{r}/r$ et a le rayon de la sphère. La vitesse v_f contient une contribution en $1/r$ alors que pour un fluide parfait, la contribution dominante est en $1/r^3$. Dans ce sens, la sphère qui chute a une influence longue distance sur le fluide environnant et donc sur les éventuelles particules qui l'entoureraient [76].

Si le fluide a une viscosité dynamique μ, en régime de Stokes, la traînée exercée sur la sphère est $F_D = -6\pi\mu a V_p$, où V_p est la vitesse de la sphère. La force résultante appliquée à la sphère est son poids apparent $F_g = 4/3\pi a^3(\rho_s - \rho_f)g$. Si la sphère a atteint un régime stationnaire, alors l'application du Principe Fondamental de la Dynamique donne : $F_D+F_g=0$. On en déduit la vitesse de sédimentation de la particule sphérique :

$$V_p = \frac{2}{9}a^2\frac{(\rho_s - \rho_f)g}{\mu} = V_{Stokes}$$

Il est intéressant de constater que la vitesse de la sphère augmente comme le carré de son rayon et comme la différence de sa masse volumique avec la masse volumique du fluide. Par contre, plus le fluide est visqueux, plus la sphère est lente.



Considérons à présent la chute de deux sphères identiques de rayon a soumises à leur poids apparent. L'interaction hydrodynamique entre les deux sphères résulte de l'effet induit par l'une d'elles sur l'autre et vice-versa. A faible nombre de Reynolds, la perturbation dans le fluide provoquée par le mouvement d'une particule sur une autre particule identique est symétrique [76]. Les deux sphères ont ainsi une vitesse identique qui est donnée par la relation :

$$V_p \approx V_{Stokes}\left(1 + \frac{3a\left(1 + \cos^2\theta\right)}{4r_{12}}\right)$$

où r_{12} est le module du vecteur reliant le centre des sphères 1 et 2 et θ est l'angle $(\mathbf{r}_{12},\mathbf{e})$, **e** étant le vecteur unitaire ascendant.

Cette expression montre que la vitesse de chute de deux sphères identiques dépend de l'inclinaison que fait l'alignement de leurs centres. Par exemple, deux sphères dont les centres sont alignés horizontalement chutent moins vite que deux sphères dont les centres sont sur la verticale. Quoiqu'il en soit, deux sphères chutent plus vite qu'une seule sphère, et plus elles sont proches l'une de l'autre, plus vite elles chutent. Lorsque les centres des sphères sont alignés verticalement, à faible nombre de Reynolds, elles restent à égale distance l'une de l'autre. Ce n'est pas ce que l'on observe pour un nombre de Reynolds d'environ 3 : dans ce cas, la sphère la plus haute rattrape la première sphère et la dépasse.

1-3.2.2 Sédimentation de N sphères en régime de Stokes

En premier lieu, définissons les vitesses moyennes caractéristiques d'une suspension de sphères en sédimentation. Les moyennes ⟨⟩ sont des moyennes d'ensemble locales. Les vitesses $<V_p>$ et $<V_f>$ sont les vitesses moyennes respectivement des particules et du fluide dans le référentiel du laboratoire. On ne considère que la vitesse de translation des particules, leur rotation est négligée. Il est alors possible d'introduire la vitesse moyenne de la suspension dans le référentiel du laboratoire : $\langle V_s \rangle = \delta \langle V_p \rangle + (1-\delta)\langle V_f \rangle$, où δ est la fraction volumique de particules. Enfin, la vitesse de sédimentation est définie comme : $V_{séd} = \langle V_p \rangle - \langle V_s \rangle$.

On a vu qu'une sphère qui chute seule dans un fluide visqueux infini a une vitesse V_{Stokes}. Lorsque l'on a considéré une seconde sphère au voisinage de la première, il a été nécessaire de rajouter à la vitesse de chute d'une particule seule, une vitesse de perturbation due à la présence de la seconde sphère. Le problème se complique encore lorsque l'on prend en compte une troisième sphère. Dans un milieu infini, il n'existe plus de configuration stationnaire : les particules chutent avec une vitesse différente et qui fluctue dans le temps. Il est alors nécessaire d'effectuer une description à partir de valeurs moyennes.

Différents résultats théoriques ont été obtenus, selon l'arrangement des particules et la nature de leurs interactions considérés. Dans la bibliographie, trois hypothèses prédominent pour des suspensions monodisperses diluées :

1) Les centres des sphères sont disposés suivant un motif régulier d'échelle de longueur $a\delta^{-1/3}$. Cette hypothèse conduit à une expression de la vitesse de sédimentation des particules $V_{séd} = V_{Stokes}(1-k\delta^{1/3})$, où k est une constante de proportionnalité de l'ordre de l'unité qui varie en fonction du type d'arrangement (cubique simple, cubique face centré, rhomboédrique...) [40]

2) Une deuxième méthode consiste à utiliser un modèle de cellules des effets d'interaction interparticulaires. L'hypothèse est que l'effet hydrodynamique moyen sur une sphère causé par la présence de toutes les autres sphères dans la dispersion est équivalent à une limite en général sphérique de rayon $r \sim a\delta^{-1/3}$ qui englobe la sphère considérée. Cette méthode nécessite d'introduire des conditions aux limites à la surface de la sphère test et sur le contour. Diverses solutions ont été choisies, qui conduisent toutes au même résultat que la première méthode, avec une constante de proportionnalité k de l'ordre de 1 [7].

3) La troisième manière de procéder est d'utiliser des méthodes analytiques statistiques pour étudier l'évolution d'une distribution aléatoire de sphères dans une dispersion diluée [17, 71]. Cette méthode conduit à une vitesse de sédimentation $V_{séd} = V_{Stokes}(1-\alpha\delta)$, où α est une constante de proportionnalité.

L'hypothèse d'arrangement aléatoire est celle qui semble la plus plausible pour des écoulements naturels.

C'est cette troisième méthode qu'adopte Batchelor [7] pour l'étude d'une dispersion diluée ($\delta<<1$) et homogène de sphères rigides identiques qui chutent dans un fluide newtonien sous l'action de la gravité. Il fait donc l'hypothèse que les particules sont disposées aléatoirement. Il suppose également que le récipient contenant la dispersion est assez grand pour négliger les effets des parois sur le mouvement des sphères et que les effets d'inertie sont négligeables ($Re_p<<1$). Enfin, il suppose que les centres des sphères prennent avec la même probabilité toutes les positions telles que deux sphères ne puissent se chevaucher, et que la suspension est assez diluée pour ne prendre en compte que des interactions binaires entre particules. Batchelor moyenne la vitesse des particules sur toutes les configurations de répartition de ces particules :

$$\langle V_p \rangle = \frac{1}{N!}\int U(x_0, C_N) P(C_N | x_0) dC_N$$

où $U(x_0, C_N)$ est la vitesse de la sphère en x_0 (sphère test) dans la configuration C_N, et $P(C_N|x_0)dC_N$ est la probabilité pour que N sphères soient dans la configuration C_N sachant qu'une sphère se trouve en x_0. Mais cette intégrale diverge. Pour palier ce problème, Batchelor soustrait à $\langle V_p \rangle$ la vitesse V qui existerait dans la dispersion si la sphère test était remplacée par du fluide. Cette quantité a une moyenne connue exactement et sa valeur en x_0 a la même dépendance longue distance sur une sphère en x_0+r que $U(x_0, C_N)$. La différence entre $\langle V_p \rangle$ et la moyenne de V converge, et Batchelor trouve ainsi une vitesse de sédimentation des particules de la forme :

$$V_{séd}=V_{Stokes}(1-6{,}55\delta)$$

1-3.3 Sédimentation dans un récipient à parois verticales

1-3.3.1 Rôle des parois dans la chute d'une ou de deux sphères

Parmi les nombreuses études sur l'influence des parois dans la chute d'une ou de deux sphères dans un fluide, voici quelques résultats expérimentaux et théoriques. Les conditions dans lesquelles les expériences dont il est question ici ont été effectuées sont explicitées dans le tableau ci-dessous.

Les nombres de Reynolds particulaires basés sur le rayon des particules sont très inférieurs à 1, sauf dans les expériences de Tachibana [85] où il est compris entre 5 et 8. Néanmoins, ces trois études montrent qu'une particule sphérique située à proximité d'une paroi est repoussée de celle-ci. Vasseur et Cox [90] observent que si une sphère est située à mi-chemin entre deux parois planes, elle ne subit pas de force de migration et chute verticalement en restant à mi-chemin entre les deux parois. Si maintenant, elle est plus proche d'une des parois, la sphère est repoussée jusqu'à une position d'équilibre située à mi-chemin entre les deux parois. Shinohara [84] observe qu'une sphère qui sédimente dans un cylindre

Auteurs	**Géométrie du récipient**	**Fluide / Particules**	**Re_p**
Vasseur & Cox	1 paroi plane infinie 2 parois planes infinies distantes de 38,4 mm	Mélange glycérol-eau distilée Sphères $1,79 \leq 2a \leq 1,41$ mm	0,03-0,136
Shinohara	Cylindre à section circulaire de rayon interne $0,775 < L < 3,51$ cm	Huile machine (ρ_f=0,875 g/cm^3) Sphères 2a= 0,0593 cm, 0,0794 cm, 0,0982 cm et 0,1196 cm (ρ_s=7,79 g/cm^3)	0,025-0,171
Tachibana	Tube à section carrée de côté 30 mm	Solution de glycérine Sphères de nylon $2,38 \leq 2a \leq 6,35$ mm	5-8

à section circulaire est repoussée vers l'axe de symétrie du cylindre, ce qui corrobore les résultats de Vasseur & Cox [90]. Pour faire apparaître la force de migration latérale qui s'applique sur une particule proche d'une paroi, il faut tenir compte de l'inertie du fluide dans les équations du mouvement, ce qui n'est pas le cas dans l'approximation de Stokes. C'est pourquoi Vasseur & Cox [90] et Shinohara [84] ont élaboré une théorie qui prend en compte les termes non linéaires des équations de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{u}.\nabla \mathbf{u} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla p \\ \nabla.\mathbf{u} = 0 \end{cases}$$

où $\mathbf{u}$ est la vitesse dans le fluide, p la pression, μ la viscosité dynamique du fluide et ρ la masse volumique du fluide. Les conditions aux limites sont :

$$\mathbf{u} \sim V_p \mathbf{e}_1 \text{ quand } r \to \infty$$
$$\mathbf{u} = V_p \mathbf{e}_1 \text{ sur la paroi}$$
$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \text{ en } r = R$$

dans le repère lié à la sphère où $\mathbf{e}_1$ est le vecteur unitaire vertical ascendant, V_p la vitesse de sédimentation de la sphère seule dans un fluide infini, $\boldsymbol{\omega}$ la vitesse angulaire de la sphère et $\mathbf{r}$ le vecteur position.

Ils cherchent des développements asymptotiques en Re_p valables pour $Re_p << 1$, pour $\mathbf{u}$ et p. Ils évaluent la vitesse de migration d'une particule à l'aide d'une méthode perturbation singulière, en prenant en compte les effets d'inertie dues aux parois au premier ordre. Vasseur et Cox [90] trouvent qu'une sphère située très près d'une paroi ($dV_p/\nu < 0{,}2$) est repoussée avec une vitesse constante égale à $3/32 V_p Re_p$, où d est la distance entre le centre de la sphère et la paroi et ν est la viscosité cinématique du fluide. Puis la vitesse diminue continûment lorsque la sphère s'éloigne de la paroi ($dV_p/\nu > 0{,}2$). La théorie de Vasseur & Cox [90] et de Shinohara [84] est en bon accord avec leurs propres expériences (avec la condition pour Vasseur & Cox que la particule n'est pas trop proche des parois ($a/d << 1$)).

Considérons maintenant le mouvement de deux sphères dans un milieu fluide délimité par une paroi plane. Vasseur et Cox [90] observent que globalement, l'ensemble des deux sphères s'éloigne de la paroi, même si l'une d'entre elles s'en rapproche. Shinohara [84], lui, mesure que deux sphères identiques positionnées symétriquement de part et d'autre de l'axe de symétrie du cylindre se repoussent jusqu'à une distance de 0,4 fois le rayon du cylindre.

Il est donc clair qu'une particule qui sédimente dans un récipient rempli de fluide est sensible non seulement au mouvement de fluide induit par l'éventuelle présence d'une autre particule, mais aussi à la présence des parois du récipient. On imagine bien la complexité des interactions hydrodynamiques lorsque l'on augmente le nombre de particules.

1-3.3.2 Rôle des parois dans la chute de N sphères

1-3.3.2.1 Vocabulaire

Regardons une suspension de particules de taille du même ordre que celle du récipient qui la contient (figure 1-3.3.2.1.1). Lorsque la sédimentation des particules est amorcée, on voit apparaître au-dessus de la suspension une zone de fluide sans particule. Elle est appelée dans toute la suite zone de *fluide clair*. Au fond du récipient, des particules se condensent, formant le *sédiment*.

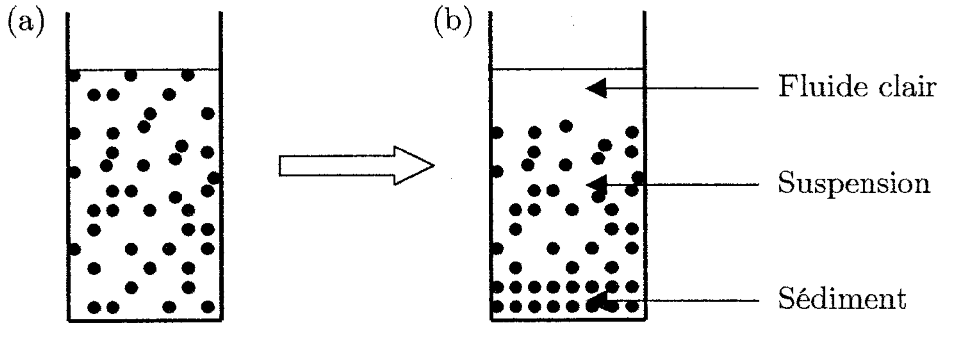


Figure 1-3.3.2.1.1 _ *Régions de l'écoulement de la suspension en canal vertical :* ***(a)*** *suspension à l'état initial,* ***(b)*** *suspension lorsque la sédimentation est amorcée.*

1-3.3.2.2 Convection intrinsèque

On a vu que deux sphères dans le voisinage l'une de l'autre chutent plus vite qu'une sphère seule. La vitesse des particules sphériques devrait donc augmenter indéfiniment avec le nombre de particules. Mais en réalité, elle reste finie et même diminue. Une expérience simple montre le rôle que jouent les parois dans la diminution de la vitesse avec le nombre de particules (figure 1-3.3.2.2.1) [38].

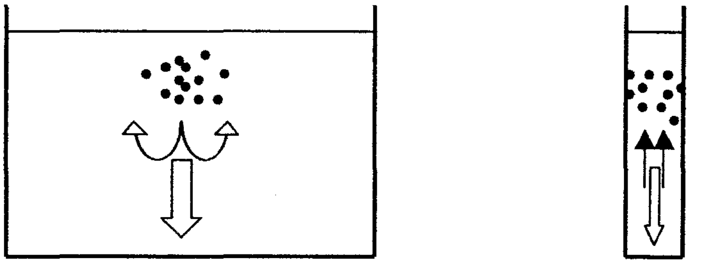


Figure 1-3.3.2.2.1 _ *Sédimentation de particules dans un grand récipient et dans un petit récipient par rapport à la taille de la suspension.*

Si l'on place des particules en suspension dans un récipient très grand devant la taille de la suspension, le fluide chassé par les particules qui sédimentent remonte par les côtés. Si maintenant la suspension est contenue dans un récipient plus petit, le fluide n'a d'autre choix que de remonter entre les particules, ce qui a pour effet de ralentir leur sédimentation. De ce fait, à faible nombre de Reynolds, une particule qui se trouve dans la zone de fluide clair chute plus vite que les particules du bouchon. Elle rattrape donc les autres particules, et ainsi, l'interface suspension-fluide clair est nette.

Expérimentalement, Richardson & Zaki [74] et Maude & Whitmore [68] ont trouvé que la vitesse de sédimentation observée pour des sphères identiques évoluant à faible nombre de Reynolds est la mieux représentée, dans une large gamme de fractions volumiques, par une relation de la forme :

$$V_{\text{séd}} = V_{\text{Stokes}}(1-\delta)^{k'}$$

où k' est une constante de l'ordre de 5.

Pour de faibles concentrations (δ<<1), la théorie de Batchelor [7] fournit des résultats proches de ceux de Richardson & Zaki. La différence peut être imputée au fait que Batchelor néglige l'influence des parois sur le mouvement des particules.

Beenakker & Mazur [9] ont regardé si la vitesse de sédimentation dans une suspension homogène dépend ou non de la géométrie du contenant. Ils considèrent une suspension de particules dans un fluide incompressible dans deux récipients différents : un contenant sphérique et un contenant à parois planes parallèles. Dans les deux cas, Beenakker & Mazur aboutissent à une valeur de $V_{séd}$ identique à celle trouvée par Batchelor [7] dans un fluide infini. La vitesse de sédimentation est donc indépendante de la forme du contenant. Par contre, ils ont montré que $\langle V_s \rangle$, $\langle V_p \rangle$ et $\langle V_f \rangle$ dépendent de la géométrie du récipient.

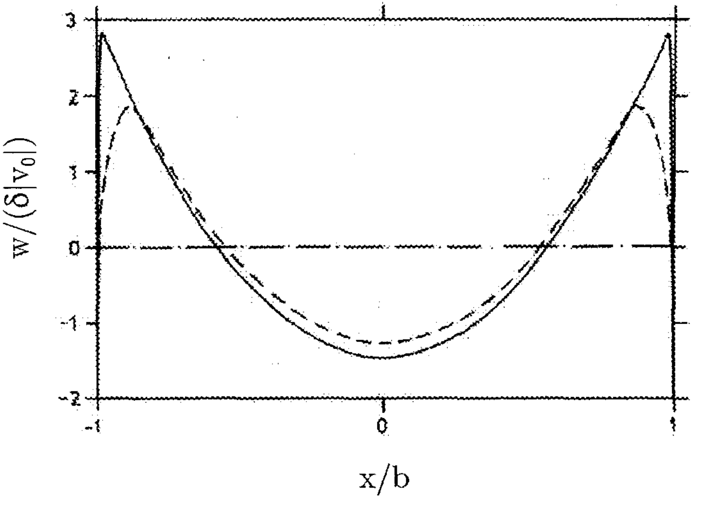


Figure 1-3.3.2.2.2 _ *Profil de la composante verticale w de la vitesse moyenne locale $<V_s>$ de la suspension entre deux plaques parallèles séparées d'une distance de 2b. δ est la fraction volumique de particules et v_o=-6πηa**K** est la vitesse de Stokes d'une sphère sous l'influence d'une force extérieure –**K**. —— b/a=100, ········ b/a=10.*

En 1988, Geigenmüller & Mazur [33] établissent une théorie qui généralise le travail de Beenakker & Mazur à des récipients de forme arbitraire. Ils se basent sur les équations de Stokes linéarisées pour une suspension de sphères homogène et très diluée où le fluide est incompressible. Ils établissent des expressions générales pour les vitesses de sédimentation et de la suspension. Les particules sont supposées soumises à des forces appliquées uniformément en leur surface. La figure 1-3.3.2.2.2 représente la vitesse moyenne locale de la suspension dans le cas de la sédimentation entre deux plaques planes parallèles séparées d'une distance 2b. La courbe en pointillés correspond à un rapport b/a de 10, a étant le rayon des particules. La courbe en trait plein correspond à un rapport b/a de 100. La vitesse moyenne locale de la suspension est symétrique par rapport au plan médian des deux parois. Elle est nulle aux parois, puis augmente jusqu'à un maximum situé à un diamètre de la paroi la plus proche. Puis elle diminue pour atteindre un minimum négatif dans le plan médian aux parois. On voit que plus le récipient est grand par rapport à la taille des particules et plus la valeur maximale de $<V_s>$ est élevée. La figure montre bien que la vitesse moyenne de la suspension sur tout le récipient est nulle, ce à quoi l'on devait s'attendre. En effet, Lorsqu'elles sédimentent, les particules chassent du fluide qui remonte et prend leur place. Globalement, avant et après la sédimentation des particules, la suspension, constituée du fluide et des particules, n'a pas bougé dans le repère du laboratoire. Par contre, la vitesse moyenne de la suspension n'est pas nulle en tout point du récipient. Cela signifie que la suspension est animée d'un mouvement de convection. Comme ce mouvement existe au sein de la suspension sans que celle-ci soit soumise à une force extérieure autre que la gravité, ce mouvement est appelé « convection intrinsèque ».

Par la suite, d'autres auteurs se sont intéressés à ce phénomène. En 1997, Bruneau & al. [15] étudient la convection intrinsèque dans un récipient à parois verticales et à section droite quelconque. Ils utilisent le modèle de « stokelets » [14] qui consiste à remplacer les particules sphériques de la suspension par des forces ponctuelles appliquées en leur centre. Afin de satisfaire la condition de non-pénétration des parois par les particules, une couche adjacente à la paroi est supposée vide de stokelets. C'est cette condition qui entraîne le phénomène de convection intrinsèque : le poids de la suspension aux parois est plus faible que dans le reste du récipient. La fonction de distribution des particules $f(\xi)$, où ξ est la distance entre le point courant et la paroi, est nulle pour $\xi<a$, aléatoire et uniforme (d'amplitude égale à 1) à une distance $\xi_o \geq a$ de la paroi. Bruneau & al. se

basent sur les équations de Stokes simplifiées par une analyse de type couche limite pour la vitesse de la suspension. Ils montrent que la solution de ces équations au centre du récipient (dans la zone hors parois) est un écoulement de Poiseuille avec une vitesse constante aux bords. Cette vitesse w* est appelée vitesse de glissement. En effet, elle correspond à la vitesse moyenne de la suspension tout près des parois. Dans le cas d'une suspension diluée, on peut approximer $f(\xi)$ par une fonction marche $H(\xi\text{-}a)$. Alors w* prend la forme :

$$w^* = \frac{9}{4} V_{\mathrm{Stokes}} \delta$$

Bruneau & al. ont évalué la solution tridimensionnelle exacte des équations de départ dans la cas d'un cylindre à section rectangulaire $b_X \times b_Y$ de rapports d'aspects $b_Y/b_X=0{,}8$ et $a/b_X=0{,}1$. La figure 1-3.3.2.2.3 représente le profil de vitesse moyenne de la suspension dans la section droite du récipient. Les tendances observées dans le cas bidimensionnel de Geigenmüller & Mazur sont retrouvées. La vitesse maximale à un diamètre de la paroi correspond à la vitesse de glissement w*. Bien entendu, si l'on note S la surface de la section droite du récipient, on a toujours : $\int_S \langle V_s \rangle dS = 0$.

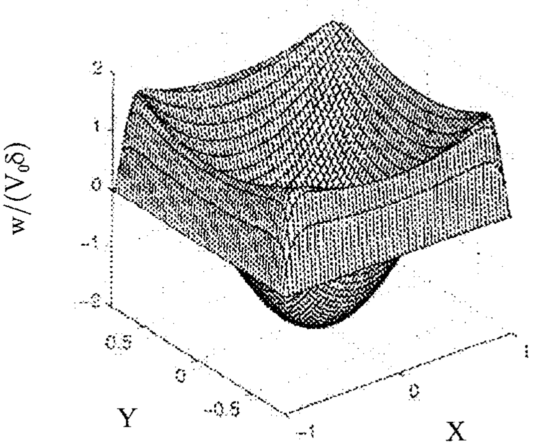


Figure 1-3.3.2.2.3 _ *Profil de la composante verticale w de la vitesse moyenne locale de la suspension dans un récipient cylindrique à section droite rectangulaire. V_0 est la vitesse de Stokes d'une sphère qui sédimente seule.*

Les résultats précédents sont valables pour une distribution de particules aléatoire et homogène. Dans la réalité, c'est rarement le cas et la distribution de particules à la paroi influe certainement sur la vitesse de glissement. Dans le but d'étudier la dépendance de l'amplitude de la convection intrinsèque en la concentration de particules, Bruneau & al. utilisent une fonction de corrélation particules-paroi à l'équilibre $h(\tilde{\xi}) = f(\tilde{\xi}) - 1$, où $\tilde{\xi} = \xi / a$. Ils comparent les résultats fournis par deux fonctions de corrélation : l'une valable pour de faibles concentrations en particules, et l'autre, obtenue avec l'approximation de Percus-Yevick (pas d'interactions entre particules, modèle de sphères dures), valable pour des concentrations en particules plus élevées. La forme de la seconde est donnée dans la figure 1-3.3.2.2.4.

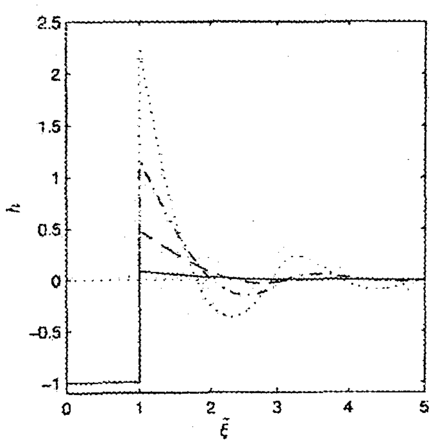


Figure 1-3.3.2.2.4 _ *Fonction de corrélation particules-parois à l'équilibre h calculée dans l'approximation de Percus-Yevick pour différentes fractions volumiques de particules :* ——— *δ=0,02,* - - - - *δ=0,1,* — · — *δ=0,2,* ·············*δ=0,3, en fonction de la distance adimensionnée à la paroi* $\tilde{\xi}$.

On remarque qu'à un diamètre de la paroi, la proportion relative de billes est toujours supérieure à la moyenne dans le récipient. A cet endroit, plus la fraction volumique de particules dans la suspension est grande, plus la proportion relative de particules est grande. Pour de faibles fractions volumiques de particules ($\delta<0{,}02$), on tend vers une fonction de distribution type marche.

Les résultats fournis par les deux fonctions de corrélation particules-paroi ne sont en accord que pour de très faibles δ. Mes elles prédisent toutes deux une diminution de la vitesse de glissement avec δ. Cela peut s'expliquer par le fait que lorsque δ augmente, la proportion relative de particules à la paroi augmente. Le contre-écoulement de fluide le long de la paroi est alors ralenti. En conséquence, l'amplitude de la convection intrinsèque diminue.

1-3.4 Sédimentation dans un récipient à parois inclinées : effet Boycott

Boycott [13] observe que « ... si du sang défibriné est placé dans un tube étroit, les corpuscules sédimentent bien plus vite si le tube est incliné que si le tube est vertical ». Ce phénomène, largement utilisé dans l'industrie, a suscité la curiosité de nombreux chercheurs. Intéressons-nous d'abord à la structure de l'écoulement de particules en suspension dans un récipient à parois inclinées.

On retrouve les trois régions de l'écoulement définies dans la section 1-3.3.2.1 pour la sédimentation en canal vertical. Leur agencement n'est cependant pas le même (figure 1-3.4.1). Le sédiment s'accumule non seulement au fond du récipient où il forme une interface horizontale avec la suspension, mais aussi sur la paroi inférieure. Les particules qui se condensent sur la paroi inférieure descendent vers le fond du récipient en longeant cette dernière. La zone de fluide clair se situe au-dessus de la suspension ainsi que le long de la paroi supérieure.

Pendant longtemps, la théorie de Lundgren [66, 67] a fait référence en matière d'effet Boycott. La sédimentation des globules rouges dans le plasma donne lieu à un courant de plasma dirigé verticalement vers le haut. Une fois que le plasma a atteint la paroi supérieure, il continue son ascension obliquement en longeant la paroi supérieure. Il ne gêne plus alors la sédimentation des globules rouges. D'après Lundgren, la vitesse de sédimentation globulaire serait donc déterminée par la distance relative entre les parois (la distance verticale entre les parois inclinées). Il considère ensuite une suspension de globules rouges contenue dans une éprouvette verticale. Cette suspension est constituée de plusieurs couches minces d'épaisseurs égales. Si l'on penche l'éprouvette, en faisant l'hypothèse que la distance entre les particules et l'épaisseur des couches restent fixes, la suspension inclinée perd en nombre de couches et gagne en nombre de particules par couche. Ainsi, le volume qui représente le produit de la surface libre de la suspension et de sa hauteur verticale correspond exactement au volume initial de la suspension. La théorie de Lundgren dit que la sédimentation doit être exprimée en termes de hauteur verticale de la suspension (H, figure 1-3.4.1).

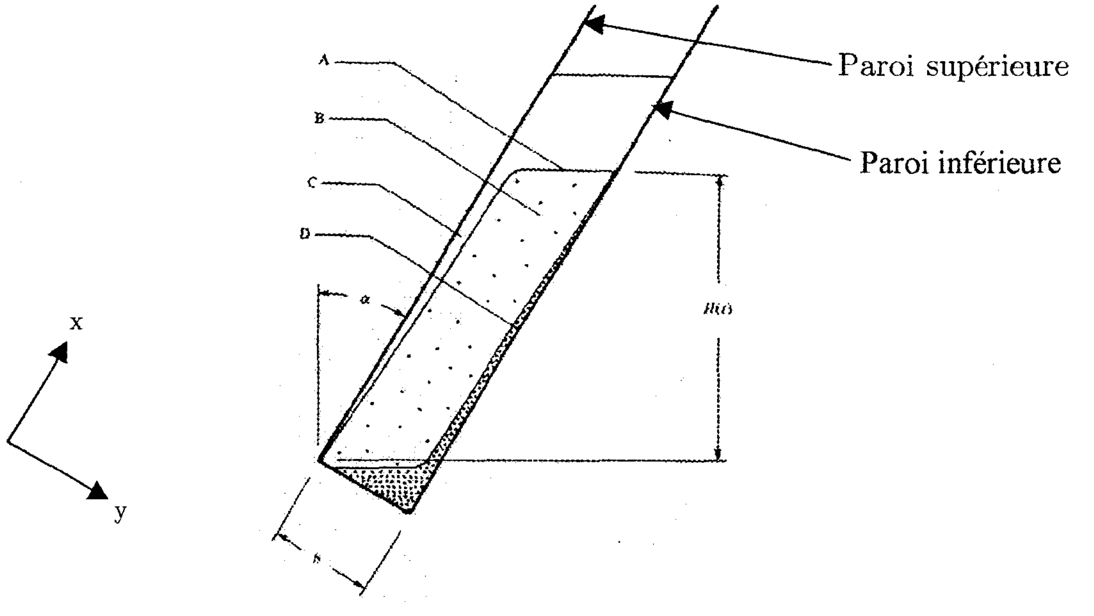


Figure 1-3.4.1 _ *Les différentes régions de l'écoulement de la suspension : A, interface entre le fluide clair et la suspension ; B, suspension ; C, couche de fluide clair ; D, couche de sédiment concentré sur la paroi inférieure.*

Ponder [70], Nakamura et Kuroda [69] ont établi une théorie bidimensionnelle sur l'effet Boycott (dite théorie PNK) qui remet en cause celle de Lundgren. Ils ont étudié des suspensions initialement homogènes de globules rouges dans du plasma. Ils ont observé que seule la paroi supérieure joue un rôle dans l'accélération de la vitesse de la sédimentation par rapport au cas du canal vertical. La théorie PNK prédit, pour un récipient à parois planes parallèles inclinées :

$$\frac{dH}{dt} = -v_0\left(1 + \frac{H}{b}\sin\alpha\right)$$

où H est la hauteur de l'interface fluide clair-partie supérieure de la suspension (figure 1-3.4.1), v_0 est la vitesse de cette interface dans un récipient à parois verticales, b est la largeur du récipient et α l'angle d'inclinaison du récipient par rapport à la verticale. Ce résultat confirme l'observation de Boycott. La géométrie du récipient et son inclinaison par rapport à la verticale jouent un rôle dans la vitesse de sédimentation de l'interface fluide clair-partie supérieure de la suspension. Elle est toujours supérieure à v_0 et augmente avec l'inclinaison du canal ainsi qu'avec le rapport entre la hauteur de la suspension et la largeur du contenant. En fait, l'accélération de la vitesse de sédimentation dans un récipient incliné est déterminée par l'aire de la projection horizontale des surfaces de la suspension faisant face au sol (projection de [AB] et [BC] sur l'axe X, figure 1-3.4.2).

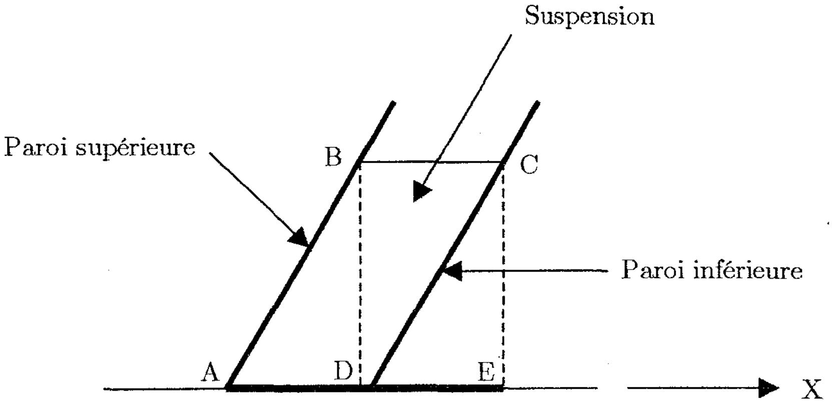


Figure 1-3.4.2 _ *Projection horizontale ADE des surfaces de la suspension AB et BC faisant face au sol. Ces surfaces sont responsables de l'accélération de la vitesse de sédimentation dans un récipient incliné selon Nakamura et Kuroda.*

La théorie PNK prédit également que dans un récipient incliné à parois parallèles planes, le volume de fluide pur formé par unité de temps, appelé taux de sédimentation S(t), a la forme :

$$S(t) = \frac{v_0 cb}{\cos\alpha}\left(1 + \frac{H}{b}\sin\alpha\right)$$

où c est la deuxième dimension de la section droite du récipient.

Acrivos & Herbolzeimer [1] ont effectué une étude analytique de l'effet Boycott. Ils considèrent la suspension comme un milieu continu et se limitent au cas des écoulements laminaires avec des sphères identiques. Le nombre de Reynolds particulaire est supposé très petit devant 1. Leur théorie est valable pour une concentration de la suspension et une géométrie du récipient arbitraires. Acrivos & Herbolzeimer montrent que le taux de sédimentation dépend, outre la géométrie du récipient, de deux nombres adimensionnés : un nombre de la sédimentation R et Λ, le rapport entre le nombre de Grashof de la sédimentation et R. Ces nombres sont définis comme suit :

$$\begin{cases} R = \dfrac{2}{9} \mathrm{Ha}^2 \dfrac{\rho_f(\rho_s - \rho_f)}{\mu} g f(\delta_0) \\ \Lambda = \dfrac{9}{2}\left(\dfrac{H}{a}\right)^2 \dfrac{\delta_0}{f(\delta_0)} \end{cases}$$

où a est le rayon des particules, μ la viscosité dynamique du fluide, δ_0 la fraction volumique initiale de phase solide dans la suspension et $f(\delta_0)$ une fonction monotone décroissante. A l'aide d'une analyse asymptotique, Acrivos & Herbolzeimer obtiennent une expression de S(t). Ils montrent que la théorie PNK est valable avec les hypothèses de suspension monodisperse où $Re_p<<1$, Λ tend vers l'infini, δ_0 est uniforme et l'interface fluide clair-suspension est stable.

Acrivos & Herbolzeimer déterminent la vitesse du fluide dans la couche de fluide pur adjacente à la paroi supérieure et l'épaisseur de cette couche, ainsi que la vitesse de la suspension lorsque $\Lambda>>1$ et $R \geq O(1)$. Pour cela, ils se basent sur l'équation :

$$R\rho(\Phi)\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P - \Lambda(1-\Phi)\mathbf{e} + \mu(\Phi)\nabla^2\mathbf{u} \quad (1)$$

où $\mathbf{u}$ est le vecteur vitesse moyenne d'ensemble de la suspension, $\rho(\Phi) = 1 + \delta_0 \Phi\left(\dfrac{\rho_s}{\rho_f} - 1\right)$, $\Phi = \dfrac{\delta}{\delta_0}$, δ est la fraction volumique de particules dans la suspension, $\mathbf{e}$ est le vecteur unitaire dans la direction de la gravité, μ est la viscosité effective de la suspension par rapport à celle du fluide et P la pression adimensionnée. Cette équation est dérivée de la moyenne d'ensemble de l'équation de mouvement où les termes de la contrainte de Reynolds ont été négligés puisque $Re_p<<1$. Acrivos & Herbolzeimer montrent que dans la limite $\Lambda \rightarrow \infty$, la couche de fluide pur reste fine. L'interface suspension-fluide pur le long de la paroi supérieure est stationnaire et l'interface entre la partie haute de la suspension et le fluide clair est essentiellement horizontale. La couche de sédiment le long de la paroi inférieure reste fine.

La théorie de Acrivos & Herbolzeimer les conduit à l'explication de l'effet Boycott suivante : le récipient est initialement rempli par une suspension homogène. Les particules, plus denses que le fluide, ont tendance à sédimenter verticalement. Ainsi, une couche de fluide clarifié se forme à la paroi supérieure. Le terme de flottabilité $-\Lambda(1-\Phi)\mathbf{e}$ dans l'équation (1) montre que le fluide qui constitue cette couche monte dans le récipient. Le fluide qui est remonté est remplacé par du fluide qui provient de la suspension. Ce mouvement de fluide engendre sur les particules une force de traînée qui compense la composante de la force gravitationnelle dont l'action éloigne les particules de la paroi supérieure. Lorsque $Re_p<<1$, la vitesse des particules est la vitesse du fluide à laquelle on ajoute une vitesse de glissement dans la direction de la gravité. Le fluide qui a pénétré la couche de fluide clair ne peut donc plus revenir dans la suspension. La surface de production de fluide clair est plus grande dans un récipient incliné (interface suspension-fluide clair horizontale et interface suspension-fluide clair le long de la paroi supérieure) que dans le cas d'un récipient vertical (interface suspension-fluide clair horizontale). Selon Acrivos & Herbolzeimer, c'est ce qui explique l'amélioration du taux de sédimentation dans un récipient incliné par rapport à celui obtenu dans un récipient vertical.

Afin de valider leur théorie, Acrivos & Herbolzeimer ont effectué des expériences dans des conditions précisées dans le tableau ci-dessous.

Fluide	**Particules**	**Récipient**	**Constantes**
$\rho_f=0,992$g/mL $\mu=0,677$P à T=21,6°C	$2a=137\mu m$ $\rho_s=2,42$g/mL	$b=5$cm $2\leq H_0/b\leq 8$ $0°\leq\alpha\leq 50°$	$0,76\leq R_0\leq 3,04$ $4,8.10^5\leq\Lambda_0\leq 1,5.10^7$ $0,01\leq\delta_0\leq 0,1$

Les résultats expérimentaux concernant la vitesse de sédimentation de l'interface horizontale fluide clair-suspension sont en très bon accord avec la théorie PNK lorsque celle-ci prend en compte l'épaisseur de la couche de sédiment au fond du récipient (figure 1-3.4.3). Les auteurs annoncent une diminution de la vitesse de l'interface horizontale suspension-fluide clair lorsque la hauteur de la suspension diminue.

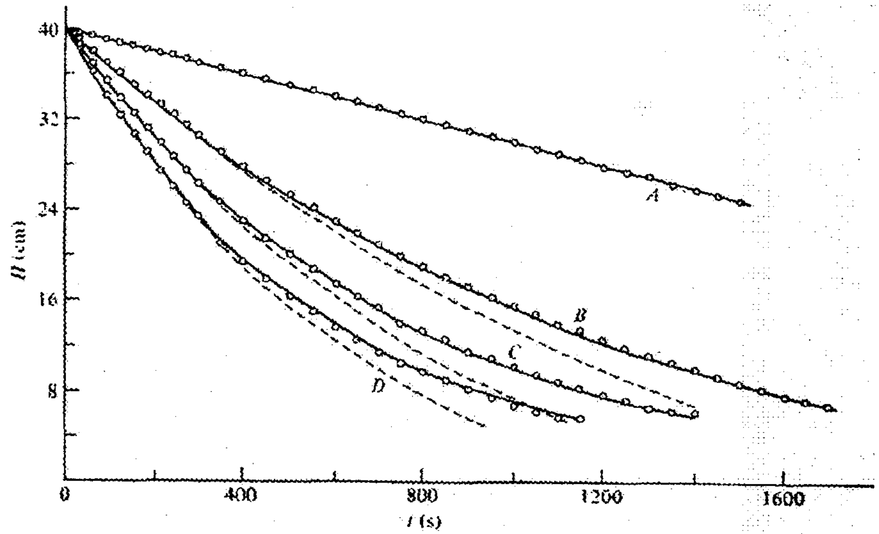


Figure 1-3.4.3 _ *Hauteur H de l'interface horizontale suspension-couche de fluide clair en fonction du temps, pour δ_0=0,1, H_0=40cm, b=5cm, Λ_0=3,27.10^7 et R_0=0,56 pour différents angles d'inclinaison α : A, α=0° ; B, α=20° ; C, α=35° ; D, α=50° ;- - - théorie PNK ordinaire*

—— *théorie PNK en tenant compte de la couche de sédiment*

o *données expérimentales.*

La théorie est également en bon accord avec l'expérience pour la prédiction de l'épaisseur χ de la couche de fluide clair adjacente à la paroi supérieure (figure 1-3.4.4), sauf en haut de la suspension. En effet, la théorie prédit que χ est indépendante du temps et de la hauteur de la suspension. Expérimentalement, les auteurs observent que lorsque la sédimentation est bien amorcée, la couche de fluide pur adjacente à la paroi supérieure s'élargit à partir d'une distance de 2 cm sous l'interface horizontale suspension-fluide clair, et cela quelque soit le taux de sédimentation S(t). Cet élargissement n'apparaît pas sur la figure car les mesures ont été prises assez loin de la partie haute de la suspension.

Pour des raisons pratiques, Acrivos & Herbolzeimer n'ont pu effectuer des mesures de vitesse des particules et du fluide. Les résultats théoriques ne peuvent donc pas être validés.

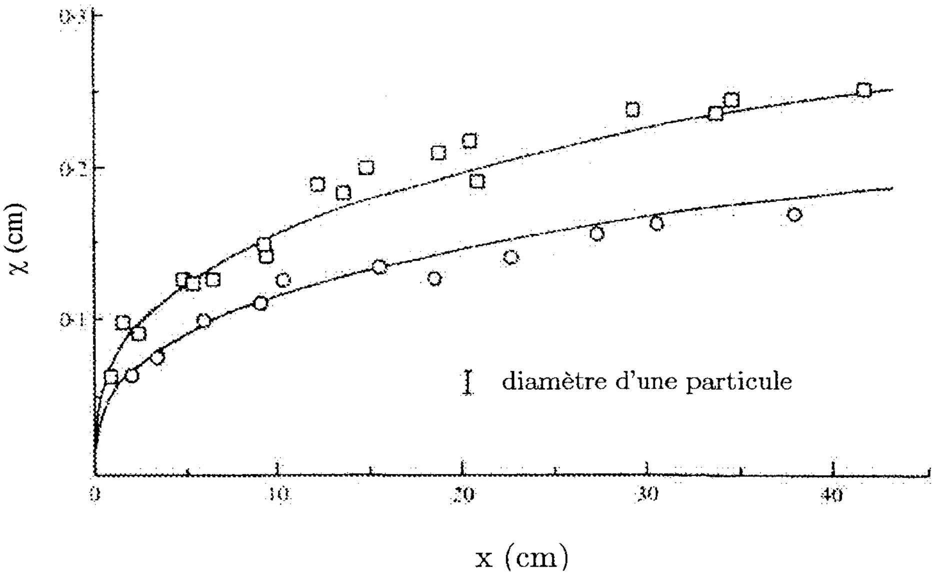


Figure 1-3.4.4 _ *Epaisseur χ de la couche de fluide clair adjacente à la paroi supérieure en fonction de la distance le long de cette paroi, pour un récipient à parois plates parallèles, avec α=45°.* □ δ_0=0,05, **O** δ_0=0,1, — *théorie.*

En 1981, Herbolzeimer & Acrivos [41] publient une étude faîte dans les mêmes conditions que celle de 1979, à l'exception du rapport d'aspect H_0/b de l'ordre de $\Lambda^{1/3}$ plutôt que de l'ordre de 1. Dans ce cas, la couche de fluide pur adjacente à la paroi supérieure atteint une forme stationnaire uniquement le long de la portion inférieure du canal. Son épaisseur augmente avec le temps en des points, appelés points de discontinuité, situés au dessus d'un point critique. L'accord entre expérience et théorie est de nouveau excellent. Mais cette théorie ne permet pas de déterminer la position du point de discontinuité de l'interface fluide pur-suspension.

1-4 AVALANCHES

Les études sur les milieux granulaires secs sont nombreuses et anciennes [28]. Ainsi, dès 55 avant Jésus Christ, Lucrèce évoque les matériaux granulaires avec cette phrase : « On peut ramasser avec une écope des graines de pavot aussi aisément que si c'était de l'eau et, si vous les renversez, celles-ci s'écouleront en un flux continu ». A la Renaissance, Léonard de Vinci effectue la première démonstration claire et simple des lois du frottement sec. A la fin du XVIII^{ème} siècle, Charles de Coulomb, dans son « Essai sur une application de règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture » [23], effectue des observations expérimentales sur l'équilibre des talus, la stabilité des édifices de pierre et autres constructions. Il en ressort les lois de Coulomb sur le frottement sec solide-solide et leur extension aux matériaux granulaires. En 1780, Ernst Chladni met en évidence la différence de comportement entre les grains légers et les grains plus lourds et plus gros. Michael Faraday [31] s'intéresse au problème de mise en tas de granulaires soumis à une vibration, faisant apparaître des problèmes de stabilité. Des chercheurs se sont ensuite intéressés aux problèmes posés par l'équilibre des forces au sein d'un matériau granulaire dans les silos (I. Roberts [75] 1884, H. Janssen [49], Lord Rayleigh [72]). A la fin du XIX^{ème} siècle, O. Reynolds [73] discute largement de certains concepts tels que la dilatance et les angles de talus. Enfin, au XX^{ème} siècle, le sujet des matériaux granulaires mobilise de plus en plus de chercheurs et d'ingénieurs, devant les nombreuses applications industrielles de ce type de matériau. Citons simplement R. Bagnold [5] qui a produit de nombreuses observations ainsi qu'un livre sur les dunes désertiques [4]. Toutes ces études ont fait ressortir un grand nombre de propriétés des matériaux granulaires secs comme par exemple la ségrégation, la dilatance, etc, et mis en évidence des comportements non encore expliqués (par exemple leur faculté à se comporter comme un liquide ou un gaz en certaines occasions et comme un solide en d'autres occasions).

Dans les matériaux granulaires secs, les interactions sont réduites au frottement et aux chocs entre particules ainsi qu'entre particules et parois. La présence d'un fluide interstitiel ajoute une troisième interaction au problème, une force attractive comparable en amplitude aux deux autres forces. La complexité de la physique sous-jacente en est augmentée. Contrairement à la recherche sur les matériaux granulaires secs, les études expérimentales sur les propriétés physiques des matériaux granulaires mouillés ont seulement été mises en œuvre depuis quelques années ([10], [32] et [45]). Des expériences (par exemple Hornbaker & al. [45]) ont montré que l'introduction d'un manteau de liquide sur des grains modifie les angles de repos θ_r et de mouvement θ_m (figure 1-4.1). Tegzes & al., par une méthode de « draining crater » [87] et de tambour tournant [88], mesurent les angles de talus. Ces derniers évoluent suivant la quantité de liquide interstitiel entre les grains. Trois régimes de comportement des grains sont ainsi mis en évidence :

- Avec des quantités de liquide très faibles, Tegzes & al. observent un *régime granulaire* dominé par le mouvement de grains isolés.
- Lorsque la quantité de fluide est modérée, le *régime corrélé* se traduit par une surface rugueuse formée par l'écoulement de différents groupes de grains.
- Lorsque les échantillons sont très mouillés (*régime plastique*), les grains s'écoulent de manière cohérente.

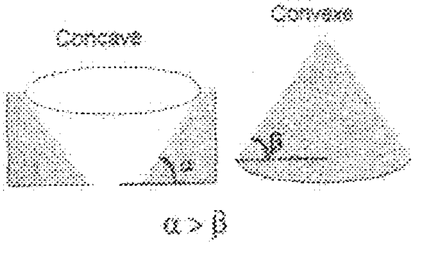


Figure 1-4.1 _ *Angles de talus pour un empilement concave et un empilement convexe. Si le talus vient de subir une avalanche, l'angle du talus est appelé angle de repos (θ_r). Si le talus est tel que la moindre petite perturbation engendre une avalanche, alors l'angle du talus est appelé angle de mouvement (θ_m).*

Albert & al. ont élaboré une théorie ([2] et [6]) pour expliquer ce phénomène. Elle est basée sur la stabilité des grains situés à la surface supérieure. Une autre théorie élaborée par Halsey & Levine ([39]) est basée sur des arguments de stabilité globale. Mais ces théories ne recouvrent pas l'ensemble des données expérimentales de Tegzes & al.

Le changement de comportement du milieu granulaire avec le mouillage est donc clair. L'écoulement a une nature de plus en plus cohérente à mesure que la quantité de liquide augmente. Cela est dû à l'augmentation de la cohésion et des effets visqueux.

Lorsque les grains sont complètement immergés, le mécanisme change : les ponts de capillarité qui existaient entre les grains entourés d'un manteau de liquide n'existent plus. L'influence du fluide dans les processus d'avalanches de grains complètement immergés est certainement importante. Prenons l'exemple des dunes sous-marines et des dunes éoliennes. Leur déplacement dans l'espace, engendré par le mouvement des grains, ne se fait pas de la même manière. L'écoulement est généralement continu sur le côté exposé d'une dune sous-marine, alors qu'il est provoqué par des avalanches successives dans le cas sec. Cette observation a entraîné l'intérêt des géologues qui ont accumulé les données sur les avalanches de sable ou de billes dans des cylindres tournants remplis d'air ou d'eau [20], ou même de glycérol [3]. Ces données semblent montrer que l'amplitude des avalanches diminue et que la durée des avalanches augmente avec la viscosité du fluide.

A notre connaissance, seuls Courrech du Pont & al. [24] se sont intéressés à la dynamique des avalanches de grains complètement immergés dans un liquide. Leur dispositif expérimental est un tambour tournant. Le taux de rotation est de 10^{-5} tours par minute, ce qui leur permet de se situer dans le régime intermittent d'avalanches macroscopiques. Le cylindre est à moitié rempli de sphères. Les deux parois parallèles du cylindre tournant sont assez espacées pour éviter les effets de paroi (le rapport entre l'espacement des parois parallèles et le diamètre des billes est supérieur à 15). Courrech du Pont & al. [25] ont en effet montré que la présence de parois latérales proches augmente la stabilité du tas de particules : θ_m et θ_r augmentent lorsque l'espace entre les parois diminue. Ce phénomène s'explique par la formation d'arches de particules qui dirigent une partie du poids des particules vers les parois, créant ainsi de la friction. Pour de grandes sphères, la longueur caractéristique des effets de parois sur les angles de talus est proportionnelle au diamètre des sphères. Pour de petites billes, qui forment des agrégats à cause des forces de Van der Waals, la longueur caractéristique est constante.

Courrech du Pont & al. [24] ont montré l'existence de trois régimes pour les avalanches sous-marines (figure 1-4.2). Ces régimes dépendent de deux paramètres adimensionnés $St = \frac{1}{18\sqrt{2}}\rho_s^{1/2}(\Delta\rho g \sin\theta)^{1/2}\frac{d^{3/2}}{\mu}$ (nombre de Stokes) et $r = \left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)^{1/2}$ où $\Delta\rho=\rho_s-\rho_f$, ρ_s est la masse volumique des billes, ρ_f est la masse volumique du fluide, θ est la pente du talus, μ est la viscosité dynamique du fluide et d est le diamètre d'un grain. Le nombre de Stokes mesure les effets d'inertie du grain par rapport aux effets visqueux du fluide. Tous les résultats expérimentaux se regroupent sur deux droites : une première pour le cas liquide où r~1 et St varie de 0,2 à 40, et une autre pour le cas de l'air où r~40 et St varie de 30 à 10^4.

Courrech du Pont & al. prédisent également la durée des avalanches macroscopiques qui affectent toute la pente par une simple modélisation avec un grain, et cela dans tous les régimes.

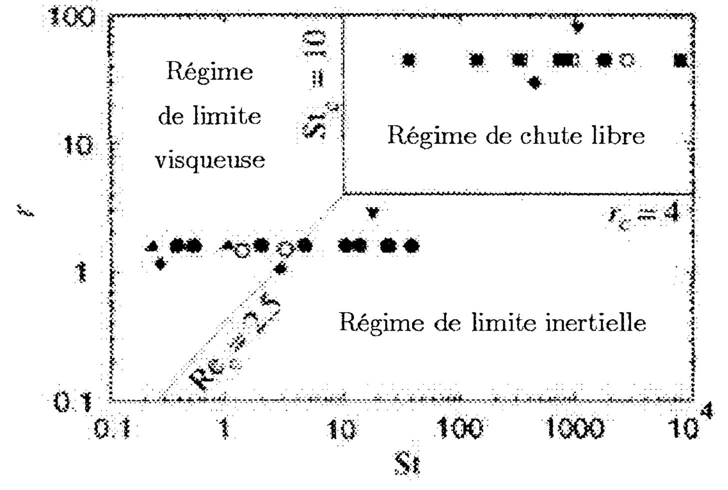


Figure 1-4.2 _ *Diagramme des différents régimes pour le processus de chute élémentaire d'un grain dans le plan (St,r). Les résultats de Courrech du Pont & al. (symboles pleins) correspondent à des billes de verre dans l'air (■), dans l'eau (●) ou dans des huiles siliconées de viscosité 5, 10, 20 Pa.s (▲), à des sphères de nylon (◆) dans l'air, dans l'eau et dans une huile de silicone (2 Pa.s), et à des sphères d'acier dans l'air et dans l'eau (▼). Les autres symboles indiquent les résultats d'Evesque [30] (□) et d'Allen [3] (○) pour des billes de verre dans l'air, dans l'eau ou dans différents mélanges d'eau et de glycérol.*

A faible nombre de Stokes, toute l'énergie cinétique des grains est dissipée pendant le processus de collision. Plus St se rapproche de 0, plus les collisions deviennent « molles », et la compaction est d'autant plus faible. Cela conduit à une diminution de θ_m et de $\Delta\theta$ ($\Delta\theta=\theta_m-\theta_r$). C'est ce qu'observent Courrech du Pont & al. en traçant $\Delta\theta$ en fonction du nombre de Stokes : pour un nombre de Stokes supérieur à 20, $\Delta\theta$ est constant, égal à environ $3°\pm1°$. A faible nombre de Stokes (inférieur à 20), $\Delta\theta$ diminue avec St, essentiellement à cause de la diminution de θ_m.

Chapitre II

EXPERIMENTATION
ET
TRAITEMENT DES DONNEES

2-1 INTRODUCTION

Dans ce travail de thèse, nous avons cherché à obtenir un comportement global (approche de type « milieux continus ») d'un milieu granulaire à partir de l'observation de grains individuels. L'observation tridimensionnelle des particules a nécessité d'adapter l'indice de réfraction entre le fluide et les particules. L'utilisation d'huiles non corrosives ni toxiques a permis de mettre en place un banc d'expérimentation à grande échelle. Mais l'obtention de l'adaptation d'indice n'a pu se faire qu'avec des billes de Pyrex. La taille minimale que nous ayons pu obtenir pour des billes de Pyrex est 3 mm de diamètre. Le nombre de Reynolds particulaire Re_p qui en découle est grand (de l'ordre de 3). Ainsi, des phénomènes nouveaux apparaissent par rapport au cas souvent traité en théorie où $Re_p << 1$, tant en sédimentation (comportement non maxwellien de certaines billes) qu'en avalanches. Pour mener à bien cette étude, nous avons utilisé l'observation, la métrologie et l'analyse des résultats obtenus par un traitement statistique.

2-2 APPROCHE EXPERIMENTALE

2-2.1 Méthode de visualisation

La plupart des visualisations d'écoulements granulaires sont bidimensionnelles. Pour accéder à la troisième dimension, il faut travailler avec un milieu transparent.

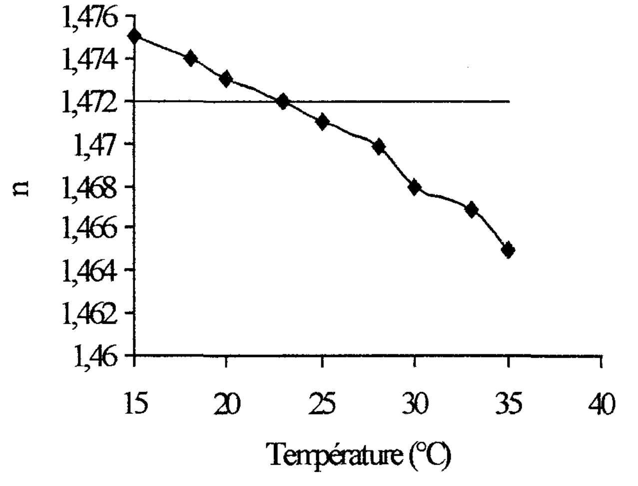


Figure 2-2.1.1 _ *Evolution de l'indice de réfraction en fonction de la température :*

—◆— *pour le mélange des deux huiles.*

—— *pour le borosilicate.*

La méthode qui sera utilisée au cours de ce travail repose sur l'adaptation d'indice de réfraction entre le milieu fluide et les particules [11, 12, 60]. Parmi les nombreuses adaptations d'indice possibles, Budwig [16] en propose une liste non exhaustive. La solution choisie est celle proposée par Saleh [78], pour son caractère non corrosif et non toxique qui permet d'effectuer des manipulations à grande échelle. Elle consiste en un mélange d'huiles cosmétiques et de billes de borosilicate. Les deux huiles utilisées sont Esso Primol 352 et Esso Marcol 82 en proportion volumique 2/3-1/3. Quelques unes de leurs propriétés physiques sont portées dans le tableau 2-2.1.1. Les caractéristiques des billes sont reportées dans le tableau 2-2.1.2. Comme le montre la figure 2-2.1.1, l'indice de réfraction du mélange d'huiles varie avec la température. Il est donc nécessaire de travailler à une température d'environ 23°C pour qu'il y ait égalité entre l'indice de réfraction des billes de borosilicate et du mélange d'huiles. Contrairement à des méthodes telles que l'ombroscopie, les methodes de visualisation directe utilisées dans cette étude ne nécessitent pas une adaptation très fine. Un simple système de climatisation est suffisant pour assurer le contrôle de température.

Huiles	**Esso Primol 352**	**Esso Marcol 82**	**Mélange 2/3 Primol 352 + 1/3 Marcol 82**
Masse volumique à 20°C ($kg.m^{-3}$)	860	850	856,7
Indice de réfraction à 20°C	1,475	1,465	1,473
Viscosité dynamique à 25°C ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)	140.10^{-3}	22.10^{-3}	0,1
Viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$)	$1,62.10^{-4}$	$0,26.10^{-4}$	10^{-4}

Tableau 2-2.1.1 _ *Quelques propriétés des huiles Esso Primol 352 et Esso Marcol 82.*

Matériau	**Géométrie**	**Diamètre**	**Masse volumique**	**Nombre de billes dans le canal**	**Nombre de marqueurs**
Borosilicate	Sphérique	3 mm	2260 kg/m^3	≈100.000	60

Tableau 2-2.1.2 _ *Caractéristiques des billes utilisées dans nos expériences.*

Des billes peintes qui seront appelées dans la suite « marqueurs » (Figure 2-2.1.2), sont introduites dans le mélange d'huiles et de billes. Le milieu étant transparent, les marqueurs seront visibles au sein de l'écoulement. Comme ils ont les mêmes propriétés hydrodynamiques que les autres billes, ils sont représentatifs de ces billes.

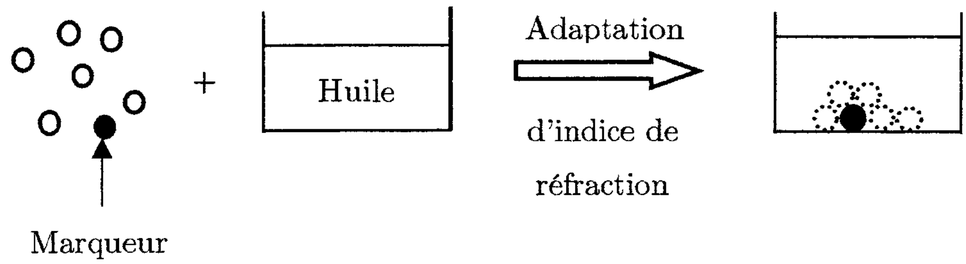


Figure 2-2.1.2 _ *Adaptation de l'indice de réfraction entre un mélange d'huiles et des billes de borosilicate.*

2-2.2 Dispositif expérimental

La figure 2-2.2.1 représente le banc d'essais. Il est constitué (de haut en bas) : d'un réservoir de 3.10^{-3} m^3 de contenance suivi d'un convergent, d'une vanne à commande pneumatique de temps d'ouverture 0,5 s, d'un canal transparent de longueur 1 m et de section carrée 6×6 cm^2 et d'un second réservoir d'une capacité de 3.10^{-3} m^3. Le dispositif est rempli du mélange d'huiles décrit dans la section précédente et de N_b=100.000 billes de borosilicate sphériques de 3 mm de diamètre. Il peut être positionné soit verticalement, soit avec une inclinaison par rapport à la verticale.

Les billes sont initialement stockées dans le réservoir supérieur. Après l'ouverture de la vanne, elles chutent dans l'huile par gravitation puis sont réceptionnées dans le réservoir inférieur. Il suffit de retourner le dispositif pour replacer les billes dans le réservoir supérieur et effectuer une nouvelle manipulation.

La veine d'essais est éclairée par une lampe halogène, et l'écoulement est filmé à l'aide d'une caméra vidéo numérique. Cette dernière est placée entre 2 m et 2,5 m du canal. La distorsion due aux effets de parallaxe ou à la présence d'un dioptre (paroi du canal) est donc négligeable. Un miroir plan métallique faisant un angle de 45° par rapport à l'une des faces du canal permet d'accéder à la troisième dimension de l'écoulement.

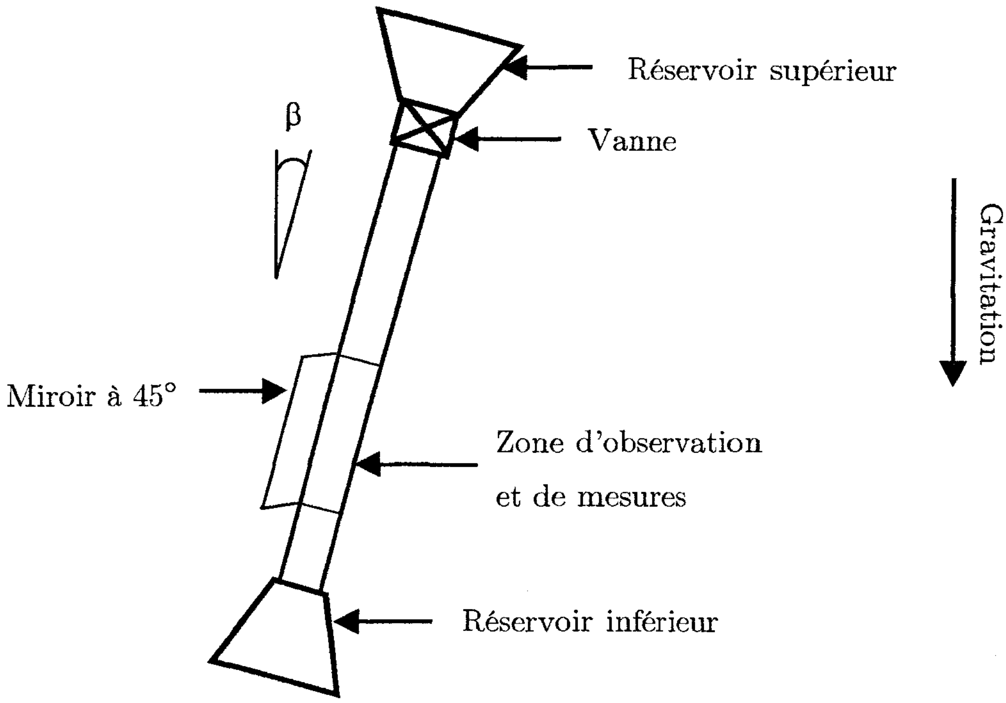


Figure 2-2.2.1 _ *Dispositif expérimental : canal hydrodynamique.*

Un traitement statistique effectué sur les données fournies par les marqueurs permet d'obtenir des informations sur l'écoulement de la phase solide. Les marqueurs sont en quantité réglable, mais leur densité doit être assez faible pour permettre un traitement quantitatif correct des images. Notons que ce dispositif expérimental ne permet pas d'obtenir aisément des informations sur la phase fluide de l'écoulement.

2-2.3 Description des écoulements selon l'inclinaison du dispositif expérimental

2-2.3.1 Canal vertical

Lorsque le canal est en position verticale, l'écoulement est de type sédimentaire. L'ordre de grandeur des principaux paramètres caractéristiques de cet écoulement est donné dans la suite de cette section.

Il a été vérifié que l'écoulement moyen est établi et stationnaire dans la zone d'observation (section 3-1.1, chapitre III), située entre 50 et 80 cm à partir du début du canal et où l'influence sur l'écoulement des réservoirs inférieur et supérieur est réduite.

La masse volumique de billes ρ_b dans le bouchon est de 101,6 kg/m^3. Elle est définie comme le rapport entre la masse totale de billes M_b (3,4 kg) et le volume global V_d occupé par le mélange diphasique :

$$\rho_b = \frac{M_b}{V_d} = \frac{M_b}{SL_B}$$

où $S=36.10^{-4}$ m^2 est la surface de la section droite du canal et L_B=9,3 m la longueur du bouchon de billes calculée. On obtient L_B en faisant le produit de la vitesse moyenne de chute des billes par le temps total de transfert des billes à travers une section droite de la zone d'observation. La fraction volumique d'ensemble δ_b est $\delta_b = \frac{\rho_b}{\rho_s}$ où ρ_s=2260 kg/m^3 est la masse volumique du borosilicate. Elle est d'environ 4%, ce qui situe l'écoulement à la limite entre les milieux dispersés et les milieux denses.

Le nombre de Reynolds Re_p caractéristique de l'écoulement autour des billes est donné par les relations :

$$Re_p = \frac{V_{rel} D}{\nu} \quad \text{et} \quad V_{rel} = |U| + |V_h|$$

où V_{rel} est la vitesse relative de l'huile par rapport aux billes, D le diamètre d'une bille, ν=100 mm^2/s la viscosité cinématique de l'huile, U la vitesse moyenne des billes mesurée (U=82 mm/s, voir section 3-1.2, chapitre III) et V_h la vitesse de l'huile qui remonte. En effet, pour assurer la conservation du volume, l'écoulement de billes vers le bas du canal est compensé par un écoulement d'huile ascendant. Le volume d'huile ascendante v_h, égal au volume de billes descendantes, est de $1{,}41.10^6$ mm^3. Le bouchon traverse la zone d'observation en un temps t=113 s. Le débit volumique d'huile qui remonte $Q_{vh}=v_h/t$ est en moyenne de $12{,}5.10^3$ mm^3/s. Il peut être exprimé sous la forme :

$Q_{vh}=(S-S_b)|V_h|$ où $S_b=150$ mm^2 est la surface occupée par les billes sur une section droite du canal. Elle est évaluée grossièrement à partir de la fraction volumique d'ensemble de phase solide δ_b comme $S_b=S\delta_b$. Ainsi, la surface $S-S_b$ représente l'espace interstitiel entre les billes par lequel le fluide remonte dans le canal. On en déduit la valeur de la vitesse de l'huile qui remonte : $|V_h|\cong 4$ mm/s. Il en résulte que la vitesse relative de l'huile ascendante par rapport aux billes est $V_{rel}=86$ mm/s.

Dans le sens où il est grand devant les nombres de Reynolds caractéristiques du régime visqueux ($Re_p<<1$), le nombre de Reynolds particulaire de 3 indique une forte interaction fluide-particules responsable du taux d'agitation élevé (section 3-1.1, chapitre III). Il en résulte un système de forces de répulsion entre les billes, suffisamment intense pour rendre les contacts entre billes très rares. Cette interaction donne à l'écoulement un caractère fortement fluctuant.

2-2.3.2 Canal incliné

Dès que le canal est incliné, l'écoulement devient plus organisé que l'écoulement purement sédimentaire. Les billes ont tendance à se plaquer contre la paroi inférieure du canal, tandis qu'assurant la conservation du volume, un courant d'huile ascendante remonte le long de la paroi supérieure (Effet Boycott [1, 42]).

Les angles d'inclinaison β indiqués dans la suite sont les angles mesurés entre la verticale et l'axe longitudinal du canal. Pour de faibles inclinaisons, l'épaisseur de la couche de billes condensée sur la paroi inférieure varie de 3 mm à $\beta=3°$ à quelques diamètres de billes à $\beta=5°$. Dans le reste du canal, l'écoulement est sédimentaire. L'huile qui remonte entraîne des billes vers le haut du canal. Lorsque les inclinaisons sont plus importantes ($\beta\geq 15°$), toutes les billes se condensent sur la paroi inférieure (figure 2-2.3.2.1). L'écoulement est alors dit de type avalanche. Le mélange fluide-particules a un comportement granulaire caractérisé par des contacts importants entre les billes. Le régime d'interaction entre les billes est collisionnel. A la paroi inférieure, la fraction volumique doit être située entre 0,5 et 0,6 (Combarnous [22]). La présence d'huile entre les billes implique que le frottement est visqueux. Ainsi le banc d'essais est-il plus adapté à l'étude des avalanches de type volcanique ou sous-marin, où le fluide joue un rôle prépondérant, qu'aux avalanches de neige dense, par exemple.

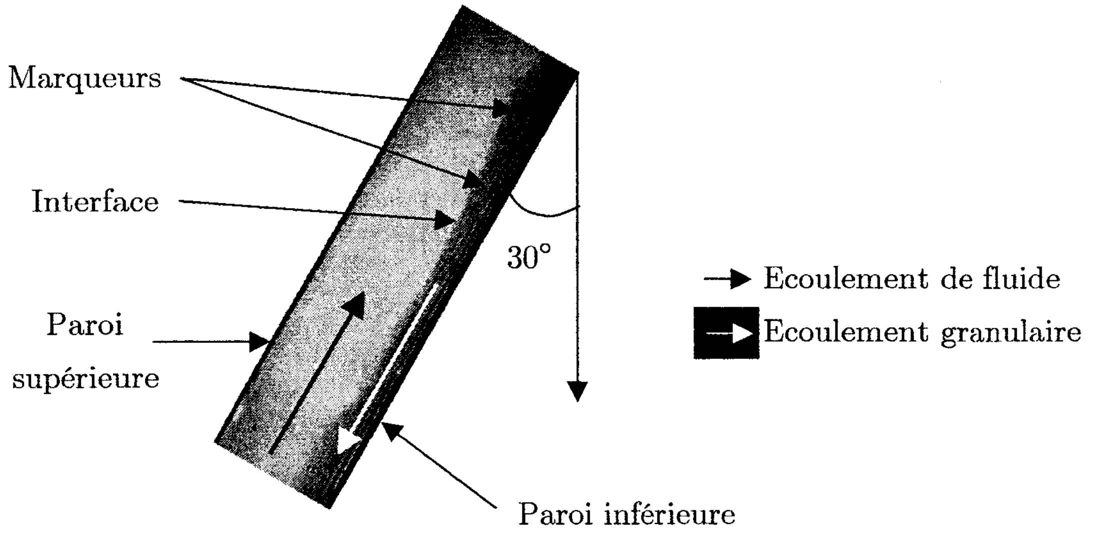


Figure 2-2.3.2.1 _ *Ecoulement granulaire pour une inclinaison de 30° par rapport à la verticale.*

2-3 TRAITEMENT DES DONNEES EXPERIMENTALES

2-3.1 Traitement des séquences vidéo

Nos écoulements étant fortement fluctuants, un grand nombre d'informations et donc de séquences vidéo est nécessaire pour atteindre la convergence des grandeurs statistiques telles que les moyennes ou les taux de fluctuations. L'automatisation du traitement des séquences vidéo a donc été développée.

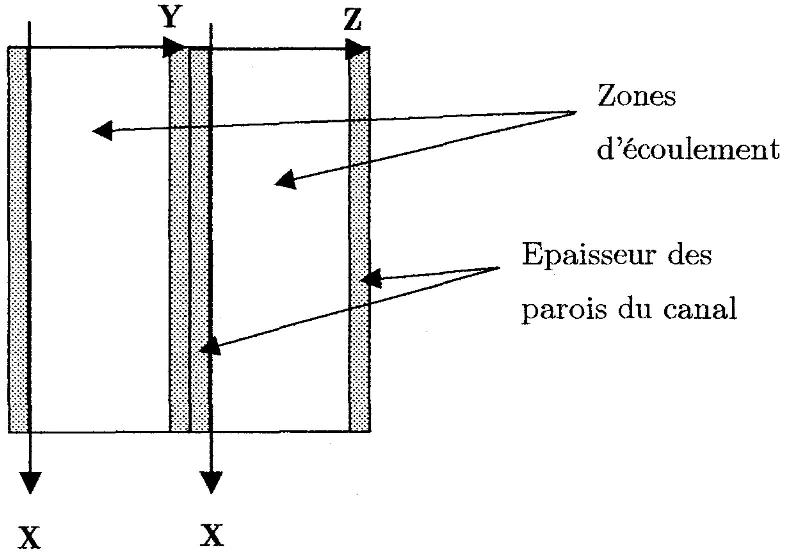


Figure 2-3.1.1 _ *Décomposition de l'image obtenue en deux plans (XY) et (XZ).*

L'écoulement est filmé à l'aide d'une caméra vidéo numérique de résolution d'image 768×576 pixels qui permet d'acquérir 25 images par seconde. Cette fréquence d'acquisition est suffisamment élevée pour une bonne prise en compte de tous les temps caractéristiques des fluctuations des écoulements étudiés. A l'aide d'une carte d'acquisition vidéo Matrox, les séquences vidéo sont transférées directement à un ordinateur de type PC. Chaque film est ensuite décomposé en une suite d'images numérotées et enregistrées au format TIFF (Tagged-image file format) compatible avec la plupart des systèmes informatiques .

Les images sont décomposées en deux plans (XY) et (XZ) comme le montre la figure 2-3.1.1. Le plan (XY) correspond au côté du canal situé face à la caméra. Le plan (XZ) correspond au côté du canal réfléchi par le miroir : il permet d'accéder à la troisième dimension de l'écoulement.

Afin de suivre les marqueurs pendant leur évolution dans le canal, une méthode de suivi des particules (Particle Tracking) est utilisée, avec l'aide d'un algorithme de prédiction similaire à celui développé par Kobayashi [57]. Sur une image donnée à l'instant t, chaque marqueur est placé à l'intérieur d'une boîte de prédiction de mouvement dont les dimensions sont calculées en fonction des valeurs maximales des composantes de la vitesse des billes. Si la boîte de prédiction est correctement dimensionnée, l'image suivante, à $t+\Delta t$, montre le même marqueur dans la même boîte, mais à une nouvelle position. En utilisant cette méthode, il est possible de reconstruire les trajectoires des billes. Mais il se peut que plusieurs marqueurs apparaissent dans la boîte sur la seconde image (conflit). Dans ce cas, on ne valide pas la mesure, et le suivi lagrangien des particules est interrompu. La convergence de ce traitement est donc lente. Une approche eulérienne peut également être mise en œuvre. La convergence est plus rapide, car ici, la perte d'une information est négligeable devant la somme d'informations fournies par les observations de marqueurs. Pour tirer des mesures un nombre d'informations maximum, il est nécessaire d'augmenter le nombre de marqueurs sans accroître le risque de conflit dans les boîtes de prédiction. Ceci est possible en utilisant des marqueurs de différentes couleurs. En effet, le programme développé en langage C qui calcule les coordonnées moyennes des marqueurs reconnaît également leur couleur [Planche 2-1].

Afin d'effectuer une approche de type « milieux continus » des écoulements dans le canal, celui-ci est divisé en volumes de contrôles V_α de base s_α, $\alpha=1, \ldots, M_s$. La taille de ces secteurs est intermédiaire entre le diamètre des billes (échelle microscopique) et la largeur du canal (échelle de l'écoulement). Les premiers paramètres que l'on peut évaluer à partir des données de base sont la vitesse moyenne des billes et la fraction volumique de phase solide dans chaque volume de contrôle. Les flux eulériens tels que le flux massique et le flux de quantité de mouvement sont ensuite déduits de ces deux paramètres.

2-3.2 Evaluation de la vitesse moyenne des billes

Les positions successives des marqueurs sur les images permettent de remonter à leur vitesse instantanée, en divisant leur déplacement entre deux images successives par l'intervalle de temps entre ces deux images. La vitesse longitudinale moyenne d'un marqueur i dans le secteur α est $U_{\alpha i} = \frac{1}{N_{\alpha i}} \sum_{k=1}^{N_{\alpha i}} U_{\alpha ik}$ où $N_{\alpha i}$ est le nombre de mesures de vitesses du marqueur i validées. De même , la vitesse longitudinale moyenne des marqueurs, et donc des billes, dans le secteur α est :

$$U_{\alpha} = \frac{1}{n_{\alpha}} \sum_{i=1}^{n_{\alpha}} U_{\alpha i} \quad (2\text{-}3.2.1)$$

où n_{α} est le nombre de marqueurs qui traversent le volume de contrôle V_{α}.

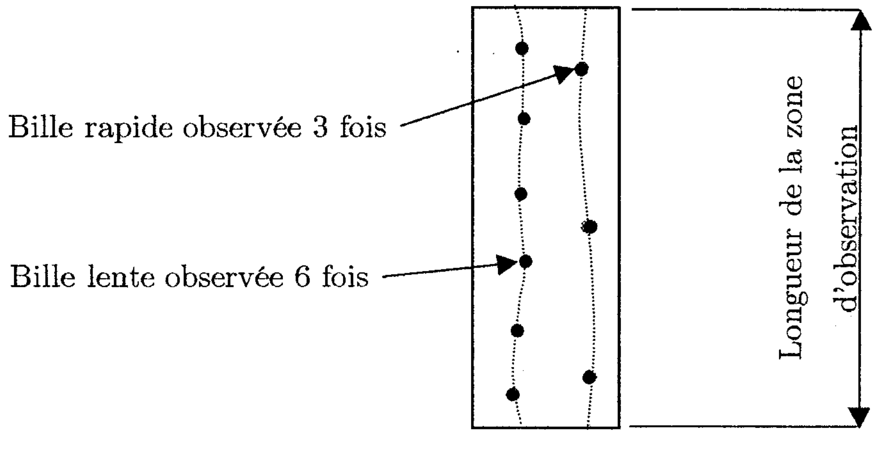


Figure 2-3.2.1 _ *Informations fournies par une bille lente et une bille rapide au cours de leur traversée de la zone d'observation.*

Mais l'utilisation de ces formules nécessite l'identification de chaque marqueur lors de leur traversée de la zone d'observation. Une solution qui permet d'éviter ce suivi lagrangien consiste à raisonner en terme d'observations des marqueurs. Pour que l'équation (2-3.2.1) soit vérifiée, chaque marqueur doit avoir le même poids statistique à la traversée de la zone d'observation. Or un marqueur lent est détecté plus souvent qu'un marqueur rapide (figure 2-3.2.1) et a donc un poids statistique plus important. Afin de palier ce déséquilibre, un processus de pondération est appliqué. La propriété d'ergodicité est supposée dans chaque secteur α : observer un grand nombre de marqueurs dans la zone test jusqu'à obtenir la convergence statistique équivaut à suivre un marqueur le long de sa trajectoire pendant un temps assez long pour lui voir décrire toute la distribution de vitesses possibles. Soit $U_{\alpha k}$ la vitesse longitudinale d'un marqueur au cours de son observation k dans le secteur α et N_α le nombre de mesures de vitesses validées dans le secteur α. La vitesse $U_{\alpha k}$ est pondérée par la fonction $P_{\alpha k} = \frac{|U_{\alpha k}|}{\sum_{k=1}^{N_\alpha} |U_{\alpha k}|}$. La vitesse longitudinale moyenne des billes dans le secteur α est alors définie par $U_\alpha = \sum_{k=1}^{N_\alpha} P_{\alpha k} U_{\alpha k}$. De même, la vitesse longitudinale moyenne des billes dans le canal est $U = \sum_{k=1}^{N_s} P_k U_k$, où N_s est le nombre de mesures de vitesses U_k. Ainsi, un poids statistique $P_{\alpha k}$ est affecté à chaque observation k d'un marqueur dans le secteur α, donnant à tous les marqueurs un poids statistique identique à la traversée de la zone d'observation.

La vitesse longitudinale moyenne des marqueurs dans le canal est $U = \frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} U_i = \frac{1}{n_s} \sum_{\alpha=1}^{M_s} \sum_{i=1}^{n_\alpha} U_{\alpha i}$, où U_i est la vitesse longitudinale moyenne du marqueur i à la traversée de la zone d'observation. Avec l'équation (2-3.2.1), il résulte que :

$$U = \frac{1}{n_s} \sum_{\alpha=1}^{M_s} n_\alpha U_\alpha \quad (2\text{-}3.2.2)$$

Il a été vérifié que la pondération n'est pas nécessaire pour l'évaluation des vitesses transversales moyennes. Cela s'explique par le fait qu'elles sont décorrélées de la vitesse longitudinale. Ainsi, toutes les billes, de petite ou grande vitesse longitudinale, ont la même distribution de vitesses transversales au cours de leur évolution dans le canal.

Pour évaluer la vitesse des marqueurs, il est nécessaire que chacun apparaisse au moins à deux reprises dans la zone étudiée. Ainsi, la longueur de la zone d'observation doit être au moins deux fois plus grande que la distance longitudinale maximale parcourue par les billes entre deux images successives. L'intervalle de temps ΔT qui sépare deux images successives doit être soigneusement choisi, dans la limite des possibilités de la caméra : d'une part, la précision sur la vitesse instantanée est d'autant plus faible que ΔT est petit. D'autre part, plus ΔT est grand, plus les boîtes de prédiction de mouvement associées à chaque marqueur sont grandes. Le risque de confusion entre les marqueurs qui se trouvent dans la même boîte est alors plus important.

2-3.3 Evaluation de la répartition de la fraction volumique de billes

On peut imager l'évaluation de fraction volumique de billes de la façon suivante : dans le secteur α, elle est inversement proportionnelle à l'espacement moyen des marqueurs suivant la direction X dans ce secteur, sous réserve d'homogénéité transversale de la fraction volumique et de la vitesse des billes sur la section s_α, ainsi que de stationnarité moyenne de l'écoulement. Dans nos expériences, on ne voit pas l'ensemble du bouchon en une fois, mais on le voit défiler en un point. Il suffit donc de regarder ce qui passe à travers la section droite du canal à une abscisse donnée de la zone d'observation, pendant la durée T de l'expérience. Chaque section droite s_α des secteurs α à cette abscisse se voit traversée par une colonne de billes. Ces colonnes ont une longueur différente dans chaque secteur, en fonction de la vitesse moyenne des billes dans ce secteur et de la durée de l'expérience. Soient L_α et L_s les hauteurs des colonnes de billes qui traversent les sections droites respectivement du secteur α et du canal (S). Elles sont égales à $U_\alpha T$ et UT, où U_α et U sont les vitesses explicitées dans la section précédente. n_α et n_s sont les nombres de marqueurs observés dans les colonnes de longueur L_α et L_s. Les nombres de billes correspondants sont $\frac{N_b}{N_m} n_\alpha$ et $\frac{N_b}{N_m} n_s$, où N_m est le nombre de marqueurs utilisés. Si v_b est le volume d'une bille, les fractions volumiques dans le secteur α et dans l'ensemble des secteurs sont $\delta_\alpha = \frac{N_b}{N_m}\frac{n_\alpha v_b}{s_\alpha U_\alpha T}$ et $\delta_b = \frac{N_b}{N_m}\frac{n_s v_b}{SUT}$.

Finalement, la fraction volumique dans le secteur α est [11, 12] :

$$\delta_\alpha = \delta_b M_s \frac{n_\alpha U}{n_s U_\alpha} \qquad (2\text{-}3.3.1)$$

L'évaluation de la fraction volumique de phase solide au sein d'un écoulement telle qu'elle a été décrite ci-dessus est équivalente à évaluer la fraction volumique dans une colonne de billes. Chaque bille et donc chaque marqueur n'est comptabilisé qu'une seule fois. C'est pourquoi les marqueurs qui descendent dans le canal sont comptés positivement et ceux qui remontent sont comptés négativement. Les sections 2-2.3.1 et 2-2.3.2 présentent deux méthodes de mesure qui diffèrent dans la technique d'évaluation de n_α et n_s.

2-3.3.1 La méthode de comptage direct

Cette méthode consiste simplement à compter les nombres de marqueurs n_α qui traversent les sections droites s_α des secteurs α. Elle fournit de manière immédiate la fraction volumique dont l'expression est donnée par l'équation 2-3.3.1.

Techniquement, tout marqueur doit être détecté à deux reprises dans la zone de mesure : une fois juste avant et une fois juste après sa traversée de la section s_α. La longueur de canal sur laquelle la mesure est effectuée est donc supérieure à deux fois la distance longitudinale maximale parcourue par les billes entre deux images successives, et il est nécessaire de suivre les marqueurs d'image en image pour les identifier. Dans ce but, la méthode basée sur des boîtes de prédiction décrite dans la section 2-3.1 est utilisée.

Le principe de la méthode de comptage direct est simple. Malheureusement, le traitement lagrangien qu'elle requiert implique d'utiliser un nombre de marqueurs très faible afin d'éviter les situations de conflit dans les boîtes de prédiction. La convergence des résultats est ainsi difficilement atteinte. C'est ce qui a motivé la mise au point d'une seconde méthode.

2-3.3.2 La méthode des observations

Le rapport n_α/n_s peut être exprimé en fonction de N_α et N_s, les nombres de mesures de vitesses respectivement dans le secteur α et dans tous les secteurs, pendant la phase stationnaire de l'écoulement. Le nombre de mesures effectuées est donc compté sans identification du marqueur.

Il suffit à présent de compter sur chaque image le nombre de marqueurs qui se trouvent à l'instant donné dans chacun des secteurs. Cependant, se pose ici le même problème que pour l'évaluation de la vitesse moyenne des billes : une bille lente est observée un plus grand nombre de fois qu'une bille rapide au cours de la traversée de la zone test. Le nombre d'observations de la bille i dans le secteur α dépend donc de la vitesse de cette bille. Le système de pondération introduit dans la section 2-3.2 doit être appliqué. Pour cela, on regarde comment est décrite la longueur H de la zone d'observation en fonction de $N_{\alpha i}$, le nombre de mesures de vitesse du marqueur i pendant sa traversée du secteur α.

La longueur H de la zone d'observation peut s'écrire :

$$H = \sum_{k=1}^{N_{\alpha i}} U_{\alpha ik} \Delta T + h1_{\alpha i} + h2_{\alpha i}$$

où ΔT est l'intervalle de temps entre deux images successives, $h1_{\alpha i}$ et $h2_{\alpha i}$ sont les distances entre le haut et le bas du domaine test et les positions extrêmes de la bille i (figure 2-3.3.2.1).

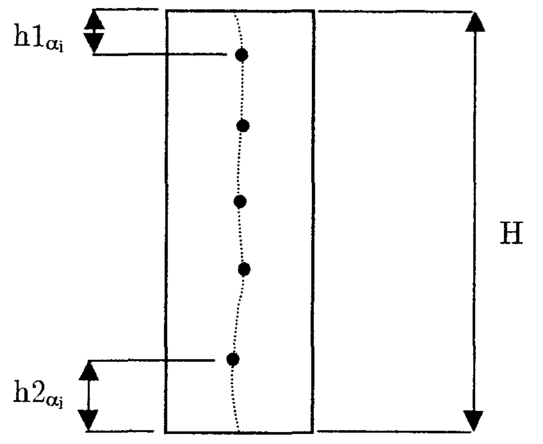


Figure 2-3.3.2.1 _ *Position de la première et de la dernière détection de billes.*

En sommant sur tous les marqueurs qui traversent le secteur α, l'équation précédente devient :

$$n_\alpha H = \sum_{i=1}^{n_\alpha} \left(\sum_{k=1}^{N_{\alpha i}} U_{\alpha ik} \Delta T + h1_{\alpha i} + h2_{\alpha i} \right)$$

L'associativité de l'addition permet de réécrire cette expression comme :

$$n_\alpha = \frac{1}{H} \sum_{k=1}^{N_\alpha} U_{\alpha k} \Delta T + \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{n_\alpha} (h1_{\alpha i} + h2_{\alpha i})$$

Il arrive que des marqueurs ne traversent pas un secteur sur toute la longueur H de la zone d'observation. Un marqueur qui entre ou sort d'un secteur par les côtés parcourt une distance inférieure à H dans ce secteur. Ce cas est pris en compte par le terme en $h1_{\alpha i}+h2_{\alpha i}$. $h1_{\alpha i}$ et $h2_{\alpha i}$ sont plus ou moins grands selon l'abscisse X en laquelle le marqueur quitte ou pénètre dans un secteur. Un marqueur qui se retourne lors de sa traversée d'un secteur (figure 2-3.3.2.2) parcourt une distance supérieure à H. Afin de corriger cela, on travaille avec les valeurs algébriques de $U_{\alpha k}$, $h1_{\alpha i}$ et $h2_{\alpha i}$. Et chaque marqueur n'est ainsi pris en compte qu'à une seule reprise, lors de son dernier passage. $h1_{\alpha i}$ et $h2_{\alpha i}$ sont négatifs lorsqu'un marqueur entre ou sort de la zone d'observation avec une vitesse longitudinale négative.

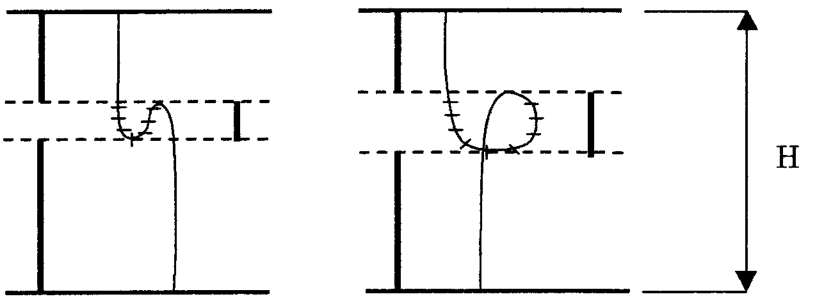


Figure 2-3.3.2.2 _ *Trajectoires de marqueurs qui se retournent dans la zone d'observation :*

Portion de trajectoire prise en compte.

Portion de trajectoire non prise en compte.

En supposant que le nombre de marqueurs qui pénètrent dans un secteur α par les côtés est négligeable devant le nombre total de marqueurs qui traversent ce secteur, la valeur moyenne de $h1_{\alpha i}$ et $h2_{\alpha i}$ est $\frac{U_\alpha \Delta T}{2}$. Alors : $\sum_{i=1}^{n_\alpha}(h1_{\alpha i} + h2_{\alpha i}) \cong n_\alpha\left(\overline{h1_{\alpha i}} + \overline{h2_{\alpha i}}\right) = n_\alpha U_\alpha \Delta T$.

A ce stade, n_α est exprimé sans identification des marqueurs :

$$n_\alpha = \frac{\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{N_\alpha} U_{\alpha k}\Delta T}{1 - \frac{\Delta T}{H} U_\alpha}$$

Une équation similaire peut être établie pour toute la section du canal, en appliquant la définition $n_s = \sum_{\alpha=1}^{M_s} n_\alpha$ à l'équation précédente :

$$\sum_{\alpha=1}^{M_s}\left[n_\alpha\left(1 - \frac{\Delta T}{H} U_\alpha\right)\right] = \sum_{\alpha=1}^{M_s}\left(\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{N_\alpha} U_{\alpha k}\Delta T\right)$$

$$n_s\left(1 - \frac{\Delta T}{H n_s}\sum_{\alpha=1}^{M_s} n_\alpha U_\alpha\right) = \frac{1}{H}\sum_{k=1}^{N_s} U_k \Delta T$$

$$n_s = \frac{\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{N_s} U_k \Delta T}{1 - \frac{\Delta T}{H}\frac{1}{n_s}\sum_{\alpha=1}^{M_s} n_\alpha U_\alpha}$$

$$n_s = \frac{\frac{1}{H}\sum_{k=1}^{N_s} U_k \Delta T}{1 - \frac{\Delta T}{H} U}$$

Le rapport n_α/n_s s'écrit finalement :

$$\frac{n_\alpha}{n_s} = \frac{\sum_{k=1}^{N_\alpha} U_{\alpha k}}{\sum_{k=1}^{N_s} U_k} \frac{1 - \frac{\Delta T}{H} U}{1 - \frac{\Delta T}{H} U_\alpha}$$

L'expression de la fraction volumique dans le secteur α est :

$$\delta_\alpha = \delta_b \mathbf{M}_s \frac{U}{U_\alpha} \frac{\sum_{k=1}^{N_\alpha} U_{\alpha k}}{\sum_{k=1}^{N_s} U_k} \frac{1 - \frac{\Delta T}{H} U}{1 - \frac{\Delta T}{H} U_\alpha}$$

Les nombres n_α et n_s ont une signification quelque peu différente ici et dans la section 2-3.3.1. Ils représentent le nombre de marqueurs observés sur toute la longueur H de la zone d'observation pendant la durée T de la phase stationnaire de l'écoulement, et non le nombre de marqueurs ayant traversé une surface donnée. Cependant, la quantité n_α/T est le flux entrant par unité de temps dans la zone test. Si les flux de masse transversaux sont équilibrés, l'augmentation de n_α/T est due uniquement au flux à travers la section droite s_α, ce qui revient à la définition précédente.

La méthode des observations, basée sur les mesures de vitesses validées, utilise les mêmes données que tous les autres traitements statistiques de grandeurs eulériennes. Elle peut ainsi être intégrée dans un processus automatique d'analyse de données. De plus, il est possible de travailler avec un grand nombre de marqueurs et de ce fait, d'augmenter la vitesse de convergence des résultats. En effet, la perte d'une information due à un conflit entre plusieurs marqueurs dans la même boîte de prédiction est négligeable devant la somme importante d'informations fournies par les observations de marqueurs.

Chapitre III :

APPLICATION AUX ECOULEMENTS SEDIMENTAIRES

3-1 VALIDATION DES METHODES DE MESURE DE VITESSES ET DE FRACTION VOLUMIQUE DE PHASE SOLIDE

3-1.1 Hypothèses

Les méthodes d'évaluation de la vitesse moyenne des billes et de la fraction volumique locale de phase solide sont validées dans le cas de l'écoulement sédimentaire décrit dans la section 2-2.3.1 (chapitre II). Il s'agit du test le plus complexe puisque l'agitation dans cet écoulement est très importante, comme le montre la figure 3-1.1.1. Elle représente, dans un quart de la section droite du canal, l'agitation longitudinale adimensionnée par la vitesse longitudinale moyenne des billes U dans tout le canal. Le point C situe le centre du canal. L'agitation longitudinale $\sqrt{\overline{u'^2}|_\alpha} / U$, où u'_α est la fluctuation de la vitesse longitudinale dans le secteur α, atteint la valeur de 130% dans certains volumes de contrôle. Les méthodes sont applicables à l'écoulement sédimentaire puisqu'il est établi et stationnaire en moyenne dans la zone d'observation. Rappelons brièvement comment ces deux propriétés ont été vérifiées. Les moyennes dont il est question dans la suite de ce paragraphe sont des moyennes d'ensemble qui, dans l'hypothèse d'ergodicité, sont assimilables à des moyennes spatio-temporelles. Tout d'abord, la zone considérée est divisée en deux volumes identiques (de hauteur égale et ayant pour base la section droite du canal) dans lesquels est calculée pendant toute la durée de l'expérience la moyenne des vitesses des marqueurs. Les deux valeurs obtenues étant égales, on peut penser raisonnablement que l'écoulement moyen est établi dans cette zone. La moyenne des vitesses des marqueurs a également été calculée en partageant la durée de l'expérience en deux phases égales. Les valeurs trouvées étant sensiblement les mêmes, l'écoulement moyen est considéré comme stationnaire dans la zone d'observation. Cependant, ces propriétés ne sont pas vérifiées pendant les dix premières et dernières secondes de l'écoulement. La durée utile d'étude est de 90s.

90,5	102,9	96,9
115,2	139,7	122,7
103,4	125,4	92,8

C

Figure 3-1.1.1_ *Agitation longitudinale adimensionnée par U dans chaque volume de contrôle* $\sqrt{\overline{u'^2}}\big|_\alpha / U$ *(%).*

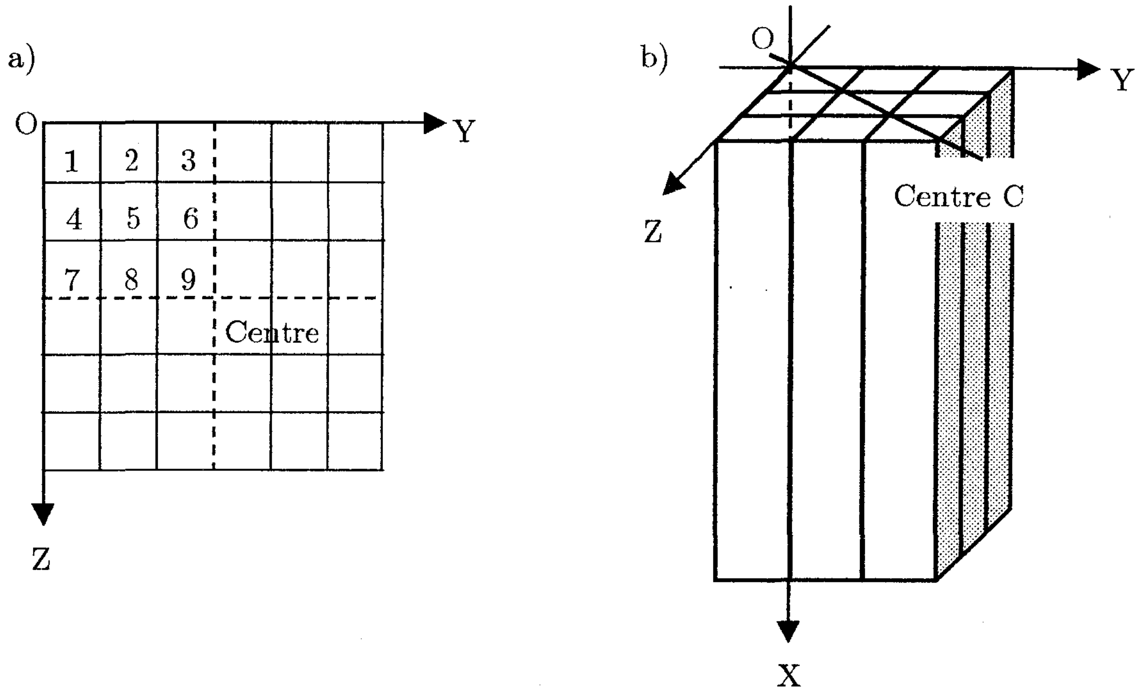


Figure 3-1.1.2 _ *Division du canal en 36 volumes de contrôles identiques : a) Section droite du canal b) Vue en perspective.*

Le canal est divisé en M_s=36 volumes de contrôle identiques V_α, α=1 à 36, de base carrée s_α de 1×1 cm^2 (figures 3-1.1.2 a et b). Ce découpage est valable dans la mesure où l'écoulement moyen est établi dans la zone considérée. En utilisant les symétries de l'écoulement par rapport aux deux plans médians de la section droite du canal, il est possible de ne travailler que sur un quart du volume du canal. Cela permet de réduire le nombre de séquences vidéos nécessaires pour atteindre la convergence des résultats statistiques. La symétrie par rapport à la diagonale (OC) est également utilisée, sauf pour les répartirions de vitesses transverses qui ne sont bien sûr pas symétriques par rapport à cette diagonale.

3-1.2 Vitesses des billes

Evaluons l'erreur commise sur les vitesses instantanée et moyenne des billes. La vitesse d'une bille est définie comme v=d/t où d est la distance parcourue par la bille pendant le temps t. L'erreur relative sur v est donc $\frac{\delta v}{v} = \frac{\delta d}{d} + \frac{\delta t}{t}$.

Si v est la vitesse instantanée $U_{\alpha ik}$ du marqueur i lors de son observation k dans le secteur α, on a $U_{\alpha ik}=L_{\alpha ik}/\Delta T$ où $L_{\alpha ik}$ est la distance parcourue par le marqueur i pendant l'intervalle de temps ΔT entre deux images successives. D'après ce qui précède, l'erreur relative sur $U_{\alpha ik}$ est $\frac{\delta U_{\alpha ik}}{U_{\alpha ik}} = \frac{\delta L_{\alpha ik}}{L_{\alpha ik}} + \frac{\delta(\Delta T)}{\Delta T}$. L'erreur sur le temps ΔT est due au temps d'obturation de la caméra $\Delta t=1/250$ s. Cette erreur est commise à chaque détection de bille. Or pour évaluer la vitesse instantanée d'une bille, deux détections successives de cette bille sont nécessaires. L'erreur sur ΔT est donc au maximum de $2\Delta t$. L'erreur sur $L_{\alpha ik}$ dépend de la précision sur la position de la bille considérée. Le centre de cette bille est situé quelque part sur un pixel. Plus le pixel est gros, plus l'imprécision est grande. L'erreur sur la position d'une bille est donc de $\pm 1/2$ pixel. Ainsi, $\delta L_{\alpha ik}$ correspond à 1 pixel sur le capteur, soit environ 0,6 mm dans le canal. On peut réécrire l'erreur relative sur $U_{\alpha ik}$ comme $\frac{\delta U_{\alpha ik}}{U_{\alpha ik}} = \frac{\delta L_{\alpha ik}}{L_{\alpha ik}} + 2\frac{\Delta t}{\Delta T} = 2\frac{\Delta t}{\Delta T}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v_0}{U_{\alpha ik}}\right)$, où $v_0 = \frac{\delta L_{\alpha ik}}{\Delta t} = 150$ mm/s est la vitesse minimale détectable pendant Δt. ΔT doit être assez long pour que $\delta U_{\alpha ik}/U_{\alpha ik}$ soit faible, mais assez court pour que la trajectoire du marqueur considéré soit assimilée à une droite. Il a été vérifié qu'un intervalle de temps entre deux images successives de 3/25 s répond à ces critères.

Ainsi, $\frac{\delta U_{\alpha ik}}{U_{\alpha ik}}$ est importante lorsque $U_{\alpha ik}$ tend vers 0 mm/s et petite (autour de 10%) lorsque $U_{\alpha ik} \geq v_0/2$ (soit 75 mm/s).

Considérons maintenant la vitesse moyenne $U_{\alpha i}$ d'un marqueur i lors de sa traversée du secteur α. Elle est définie comme $U_{\alpha i} = \frac{H - U\Delta T}{\tau}$ où H est la longueur de la zone d'observation, H-UΔT la moyenne des distances parcourues par les marqueurs entre leur première et leur dernière détection dans la zone d'observation. On note τ la moyenne des temps mis par les marqueurs pour parcourir H-UΔT. L'erreur relative sur $U_{\alpha i}$ est $\frac{\delta U_{\alpha i}}{U_{\alpha i}} = \frac{\delta(H - U\Delta T)}{H - U\Delta T} + \frac{\delta\tau}{\tau}$. Comme pour la vitesse instantanée, l'erreur sur le temps est due au temps d'obturation Δt de la caméra et l'erreur sur la distance dépend de la précision sur la position des billes. Mais cette fois-ci, on regarde la somme des distances et des temps de parcours entre deux images successives de chaque marqueur, à leur traversée de la zone d'observation. Ainsi, si à l'observation j, on a sous-estimé la distance parcourue par le marqueur, à l'observation j+1, cette erreur sera compensée par un rallongement de la distance estimée à l'observation j+1. Un raisonnement identique est tenu pour le temps. Les erreurs maximales qui peuvent se produire sur le temps et la distance de parcours d'un marqueur sont donc respectivement deux fois l'erreur effectuée sur le temps et sur la position lors d'une détection de ce marqueur. Ainsi, on a δ(H-UΔT)=1 pixel, soit 0,6 mm, et $\delta\tau = 2\Delta t = 1/125$ s. On peut réécrire l'erreur relative sur la vitesse $U_{\alpha i}$ de la manière suivante : $\frac{\delta U_{\alpha i}}{U_{\alpha i}} = \frac{\delta(H - U\Delta T)}{H - U\Delta T} + U_{\alpha i}\frac{2\Delta t}{H - U\Delta T} = \frac{\delta(H - U\Delta T)}{H - U\Delta T}\left(1 + 2\frac{U_{\alpha i}}{u_0}\right)$

où $u_0 = \frac{\delta(H - U\Delta T)}{\Delta t} = 150$ mm/s est la vitesse minimale détectable pendant le temps Δt. Pour que l'erreur relative sur $U_{\alpha i}$ soit minimale, il faut choisir H la plus grande possible (ici, H est d'environ 114 mm) et ΔT le plus petit possible. C'est pourquoi on travaille avec $\Delta T = 1/25$ s pour évaluer la vitesse moyenne des billes. La vitesse de sédimentation U sur toute la section du canal est de 82 mm/s. Plus $U_{\alpha i}$ est élevée, plus cette erreur est importante. Cependant, elle n'atteint que de 2,3 % pour la vitesse longitudinale maximale évaluée (250 mm/s).

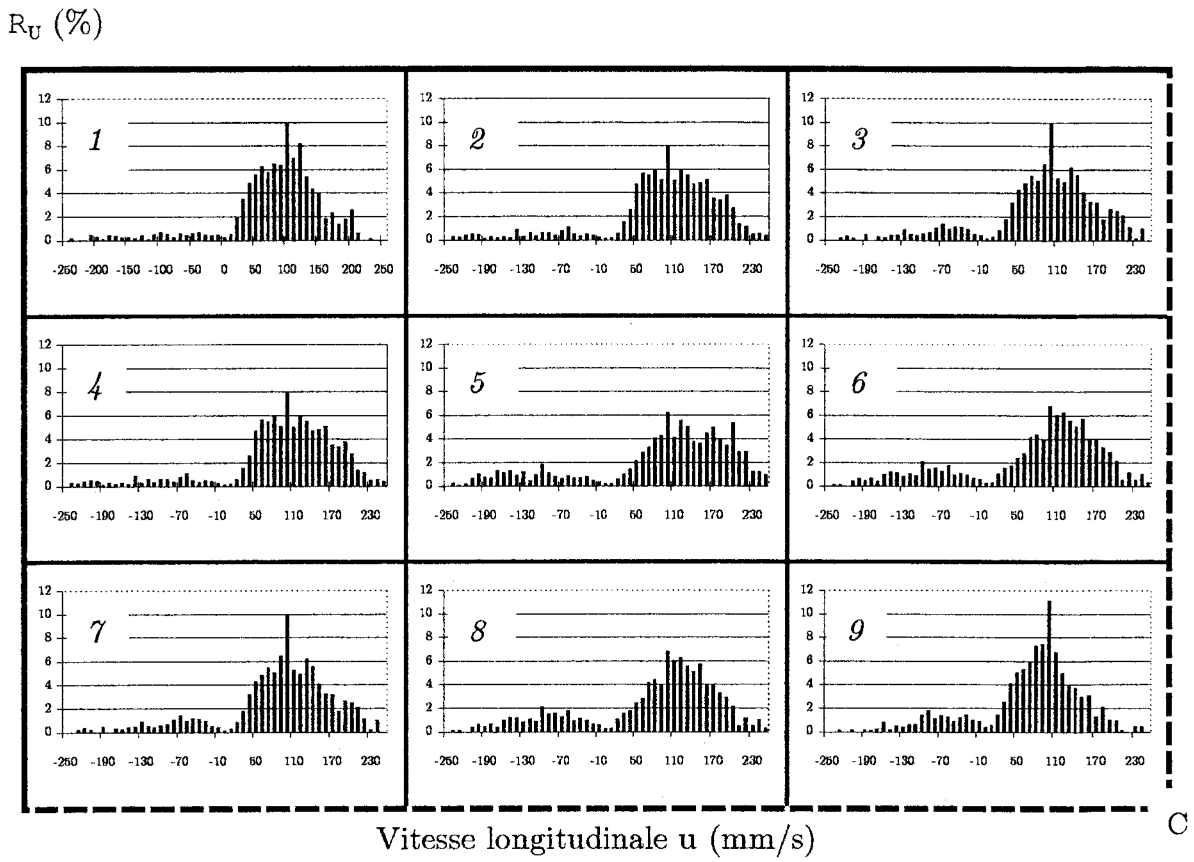


Figure 3-1.2.1 _ *Répartition de la vitesse longitudinale exprimée en mm/s.*

La figure 3-1.2.1 représente, dans un quart de la section du canal, la répartition R_U de la vitesse longitudinale après pondération par les poids statistiques. Cette répartition est exprimée en pourcentage du nombre total d'observations pondérées dans le secteur. Le point C situe le centre du canal. Les vitesses maximale et minimale observées sont de ± 250 mm/s environ. Les vitesses positives correspondent aux billes qui chutent dans le canal. Les vitesses négatives correspondent aux billes qui remontent. C'est la montée de l'huile provoquée par le transvasement qui entraîne certaines billes vers le haut du canal. Les figures 3-1.2.2 et 3-1.2.3 représentent le pourcentage d'observations pondérées de marqueurs qui descendent (respectivement qui montent) par rapport au nombre d'observations pondérées total de marqueurs dans le secteur concerné. Les secteurs dans lesquels le nombre d'observations pondérées de marqueurs (et donc proportionnellement le nombre de billes) qui montent est le plus important par rapport au nombre total de billes dans ces secteurs forment un anneau autour du centre (secteurs 5, 6 et 8). Par complémentarité, c'est dans ces secteurs que la proportion de billes qui descendent est la plus faible.

1 8,5	11,8	*3* 12,2
11,8	20,3	21
7 12,2	21	*9* 15,8

C

Figure 3-1.2.2 _ *Pourcentage du nombre pondéré d'observations de marqueurs qui montent dans un secteur par rapport au nombre total d'observations pondérées de marqueurs dans ce secteur.*

1 91,5	88,2	*3* 87,2
88,2	79,7	79
7 87,2	79	*9* 84,2

C

Figure 3-1.2.3 _ *Pourcentage du nombre pondéré d'observations de marqueurs qui descendent dans un secteur par rapport au nombre total d'observations pondérées de marqueurs dans ce secteur.*

1 9,3	11,7	*3* 10,7
11,7	14,1	11
7 10,7	11	*9* 9,9

C

Figure 3-1.2.4_ *Pourcentage de billes qui descendent dans chaque secteur par rapport au nombre total de billes qui descendent dans le canal.*

1 4,3	8,6	*3* 9,3
8,6	18,2	16,9
7 9,3	16,9	*9* 8,3

C

Figure 3-1.2.5 _ *Pourcentage de billes qui remontent dans chaque secteur par rapport au nombre total de billes qui remontent dans le canal.*

Pour pouvoir comparer les différents secteurs, il faut considérer la proportion de billes qui montent (ou qui descendent) dans chaque secteur par rapport au nombre de billes qui montent (ou qui descendent) dans tout le canal. La figure 3-1.2.5 montre que la proportion de billes ascendantes est la plus faible dans les angles du canal, et la plus forte autour du centre, dans les secteurs 5, 6 et 8. Les billes descendent à peu près uniformément sur toute la section du canal (figure 3-1.2.4), avec un minimum observé dans les angles et au centre du canal, et un maximum dans le secteur 5. Ces données ont été obtenues à partir de la méthode de comptage direct qui fournit le nombre de marqueurs traversant la section droite du canal avec une vitesse longitudinale positive ou négative. La méthode des observations donne la même tendance.

1,17	1,27	1,27	
1,27	1,14	1,05	
1,27	1,05	0,98	
			C

Figure 3-1.2.6 _ *Vitesse longitudinale moyenne adimensionnée par $U_{réf}$.*

1,42	1,65	1,62	
1,65	1,87	1,7	
1,62	1,7	1,36	
			C

Figure 3-1.2.7 _ *Vitesse longitudinale moyenne adimensionnée par $U_{réf}$ pour les billes qui descendent.*

-1,47	-1,59	-1,26	
-1,59	-1,72	-1,41	
-1,26	-1,41	-1,09	
			C

Figure 3-1.2.8 _ *Vitesse longitudinale moyenne adimensionnée par $U_{réf}$ pour les billes qui montent.*

La vitesse de sédimentation des billes, adimensionnée par la vitesse de chute d'une bille seule ($U_{réf}$=70 mm/s), est représentée sur la figure 3-1.2.6. On remarque une structure annulaire : au fur et à mesure que l'on se rapproche du centre du canal, les billes sont plus lentes en moyenne. La vitesse longitudinale moyenne des billes est supérieure à la vitesse de chute d'une bille seule partout excepté dans le secteur central. Les vitesses longitudinales moyennes adimensionnées des billes qui descendent et des billes qui remontent sont données dans les figures 3-1.2.7 et 3-1.2.8. Les billes qui descendent et qui montent ont des vitesses du même ordre. Les billes descendantes ont une vitesse beaucoup plus grande que la vitesse de sédimentation d'une bille seule. D'après Jayaweera (1964) [50], cela indique que certaines billes se déplacent en paquets. Les billes descendent et remontent le plus rapidement dans le secteur 5, et le plus lentement au centre du canal.

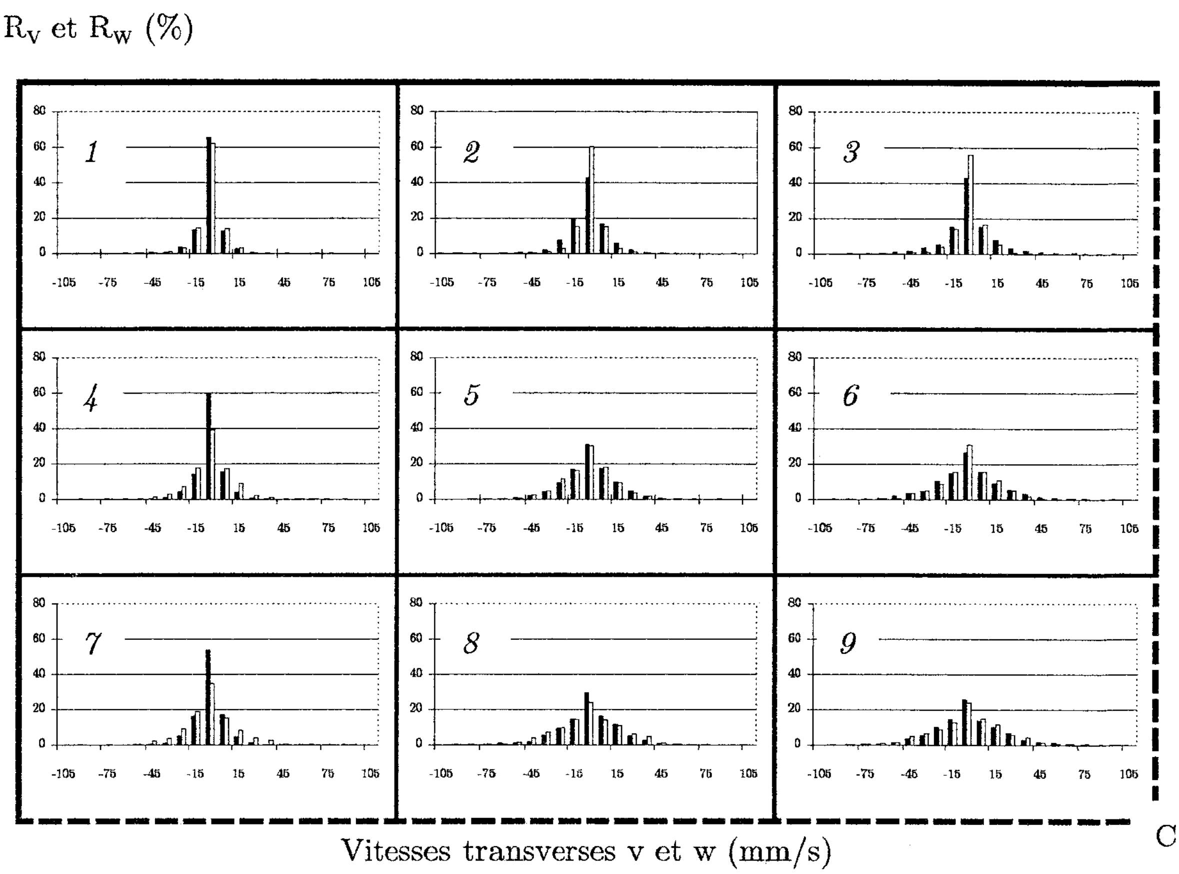


Figure 3-1.2.9 _ *Répartition des vitesses transversales exprimées en mm/s.*

▮ *Vitesse v*

▯ *Vitesse w*

La figure 3-1.2.9 fournit les répartitions R_V et R_W des vitesses transversales dans chaque secteur, après pondération par les poids statistiques. Ces répartitions sont exprimées en pourcentage du nombre total d'observations pondérées dans le secteur. Elles sont symétriques et centrées sur 0, ce qui signifie que les vitesses moyennes V_α et W_α sont nulles dans chaque secteur. Sur la diagonale, v et w ont une répartition identique. Dans les secteurs symétriques par rapport à la diagonale, les distributions de vitesses v d'un côté de la diagonale sont semblables aux distributions de vitesse w de l'autre côté de la diagonale, et vice versa. La géométrie du canal permettait de prévoir ce dernier résultat. Le spectre des vitesses s'étale d'environ –91 mm/s à 91 mm/s. Mais plus on se rapproche du centre, et plus le spectre des vitesses transversales est large. Cela montre que l'agitation transverse des billes devient plus importante lorsque l'on s'éloigne des parois.

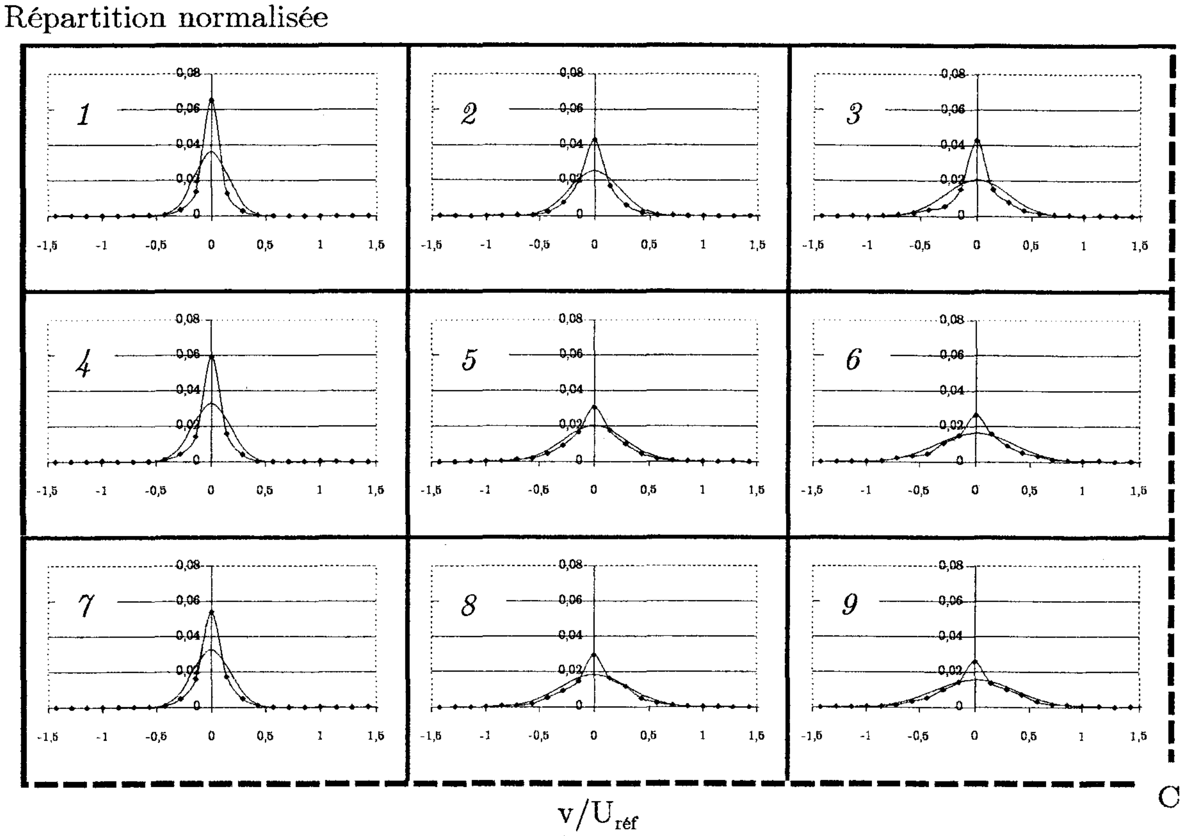


Figure 3-1.2.10 _ *Répartition de la vitesse transverse v adimensionnée par la vitesse de chute d'une bille seule dans le canal :*

—◆—*Données expérimentales.*

—— *Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type de la vitesse transverse des billes (figure 3-1.2.11).*

La figure 3-1.2.10 représente la répartition de la vitesse transverse v adimensionnée par la vitesse de sédimentation d'une bille seule. On compare les répartitions expérimentales avec les gaussiennes de même écart type (figure 3-1.2.11). Du fait des symétries de l'écoulement, les commentaires suivants sont aussi valables pour w. On constate que le pic expérimental est toujours plus étroit que le pic de la gaussienne. L'agitation transverse des billes est donc moins importante qu'elle ne le serait si les billes avaient un comportement chaotique. Ceci pourrait être dû à un effet de sillage : les billes seraient attirées dans le sillage de leur plus proche voisine, et auraient ainsi une trajectoire plus rectiligne que dans le cas d'un mouvement chaotique. Il est également remarquable que plus on s'éloigne des parois, plus les courbes expérimentale et gaussienne se rapprochent. Cela signifie que, s'additionnant à l'éventuel effet de sillage, la présence des parois canalise l'écoulement de billes.

11	15,6	19,4
12,1	19,6	24,5
12,2	21,8	25,7

C

Figure 3-1.2.11 _ *Ecart type sur la composante de la vitesse transversale v dans chaque secteur (mm/s).*

3-1.3 Fraction volumique de phase solide

Les figures 3-1.3.1 et 3-1.3.2 présentent, pour les méthodes de comptage direct et de pondération, la répartition de fraction volumique de billes dans un quart de la section du canal. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont très proches sauf dans le secteur 5, comme en témoigne la figure 3-1.3.3 qui précise pour chaque secteur l'erreur relative. Afin d'expliquer la différence entre les résultats obtenus dans le secteur 5, il est intéressant de regarder le bilan des échanges latéraux de billes entre les secteurs (figure 3-1.3.4). Un marqueur qui pénètre dans un secteur par les côtés est compté positivement, alors qu'un marqueur qui sort d'un secteur est compté négativement. On remarque que le bilan des échanges latéraux a une valeur maximale dans le secteur où l'erreur entre les deux méthodes est la plus grande.

4,2	4,6	4,1
4,6	5,5	4,4
4,1	4,4	5

C

Figure 3-1.3.1 _ *Fraction volumique de billes évaluée avec la méthode de comptage direct ($\times 10^{-2}$).*

4,3	4,8	4,1
4,8	5	4,5
4,1	4,5	5

C

Figure 3-1.3.2 _ *Fraction volumique de billes évaluée avec la méthode de pondération ($\times 10^{-2}$).*

2,4	4,3	0
4,3	9,1	2,3
0	2,3	0

C

Figure 3-1.3.3 _ *Erreur relative (%) sur la fraction volumique de billes.*

-112	-19	-71
-19	+118	+58
-71	+58	+58

C

Figure 3-1.3.4 _ *Bilan des échanges latéraux de marqueurs avec les secteurs adjacents, sur toutes les séquences vidéo.*

La figure 3-1.3.4 fournit également une information intéressante sur la structure de l'écoulement. En effet, le bilan des échanges latéraux est négatif dans les secteurs adjacents à la paroi, et positif ailleurs. Cela montre que les parois repoussent les billes vers le centre du canal.

La figure 3-1.3.5 représente le rapport entre le flux transversal par unité de surface et le flux longitudinal par unité de surface. Elle montre que le flux transversal représente au maximum 4,3% du flux longitudinal. On peut donc considérer que les flux transversaux sont faibles. Ainsi, l'hypothèse selon laquelle l'écoulement moyen peut être considéré comme établi dans la zone d'observation n'est pas remise en cause. De même, l'hypothèse sur $h1_{\alpha_i}$ et $h2_{\alpha_i}$ dans la méthode de pondération est valable ici.

-4,3	-0,4	-1,8
-0,4	1,8	1,2
-1,8	1,2	1,1

C

Figure 3-1.3.5 _ *Rapport entre le flux transversal par unité de surface et le flux longitudinal par unité de surface (%).*

3-1.4 Etude de la convergence statistique

La fraction volumique dans un secteur α est proportionnelle au nombre de marqueurs qui traversent la section s_α. Soit $n_{\alpha j}$ le nombre de marqueurs comptés dans le secteur α lors de la séquence j. En juxtaposant les séquences pour le traitement statistique, on a : $n_{\alpha J} = \sum_{j=1}^{J} n_{\alpha j}$, où J est le nombre séquences vidéo traitées. On dira qu'on a convergence statistique s'il existe un J_0 tel que pour $J>J_0$, le rapport $\frac{\Delta n_{\alpha J}}{\Delta J}$ soit constant. Dès lors : $\frac{1}{J-J_0}\sum_{j=J_0}^{J}\frac{n_{\alpha j}}{n_s}$ reste constant. La figure 3-1.4.1 représente, pour la méthode de comptage direct et dans un quart du canal, l'évolution de $\sum_{j=1}^{J} n_{\alpha j}$ en fonction du nombre de séquences vidéo traitées. La convergence n'est pas totalement satisfaisante dans les secteurs de la diagonale (en particulier dans le secteur 1) et les secteurs 6 et 8.

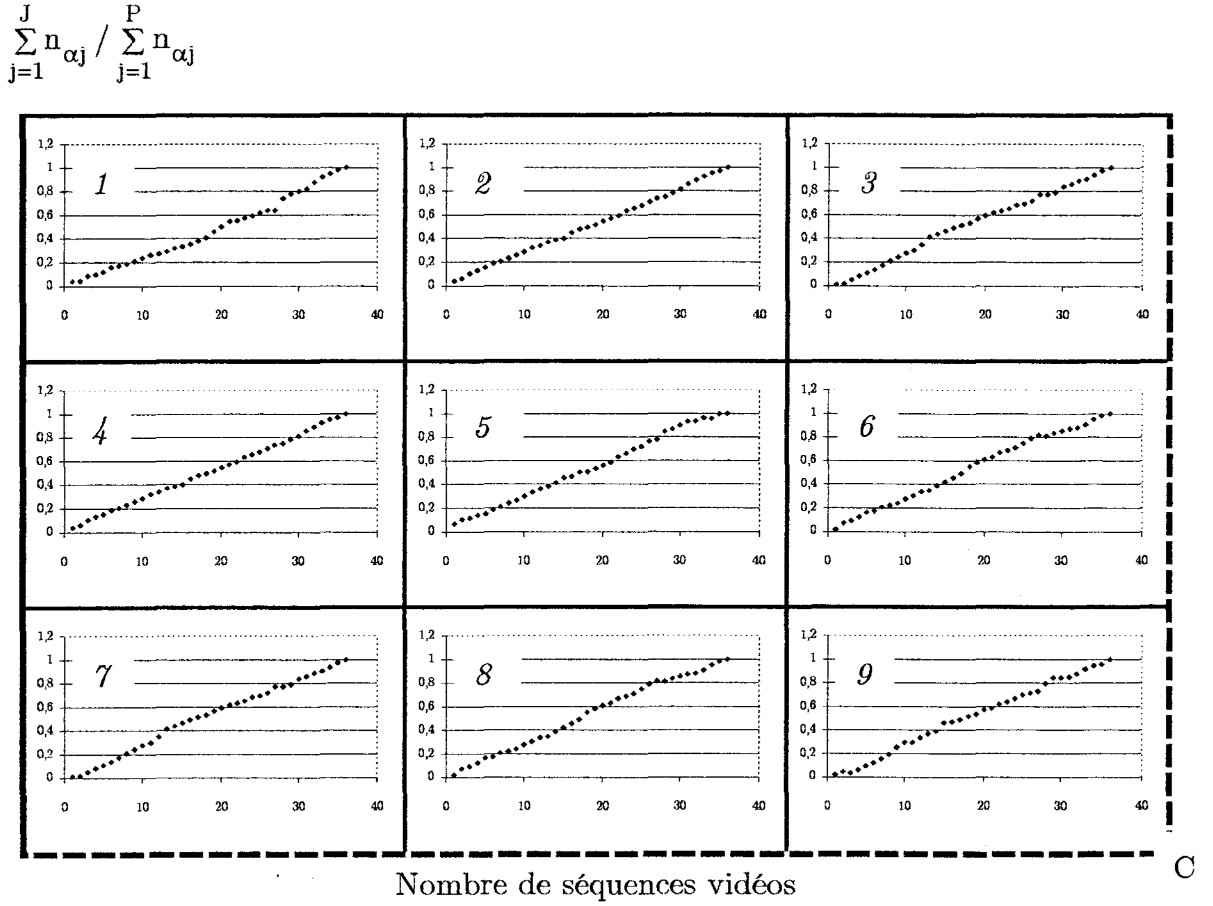


Figure 3-1.4.1 _ *Evolution de n_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéos traitées J (méthode de comptage direct). P est le nombre total de séquences vidéo.*

Pour la méthode de pondération, le même raisonnement peut être effectué à partir des $N_{\alpha j}$, nombres d'observations validées dans le secteur α dans la séquence j. La figure 3-1.4.2 représente, dans chaque secteur, l'évolution de $\sum_{j=1}^{J} N_{\alpha j}$ en fonction du nombre de séquences vidéo traitées (méthode de pondération). La convergence est la moins bonne dans les secteurs 5 et 9, mais en moyenne meilleure que pour le comptage direct.

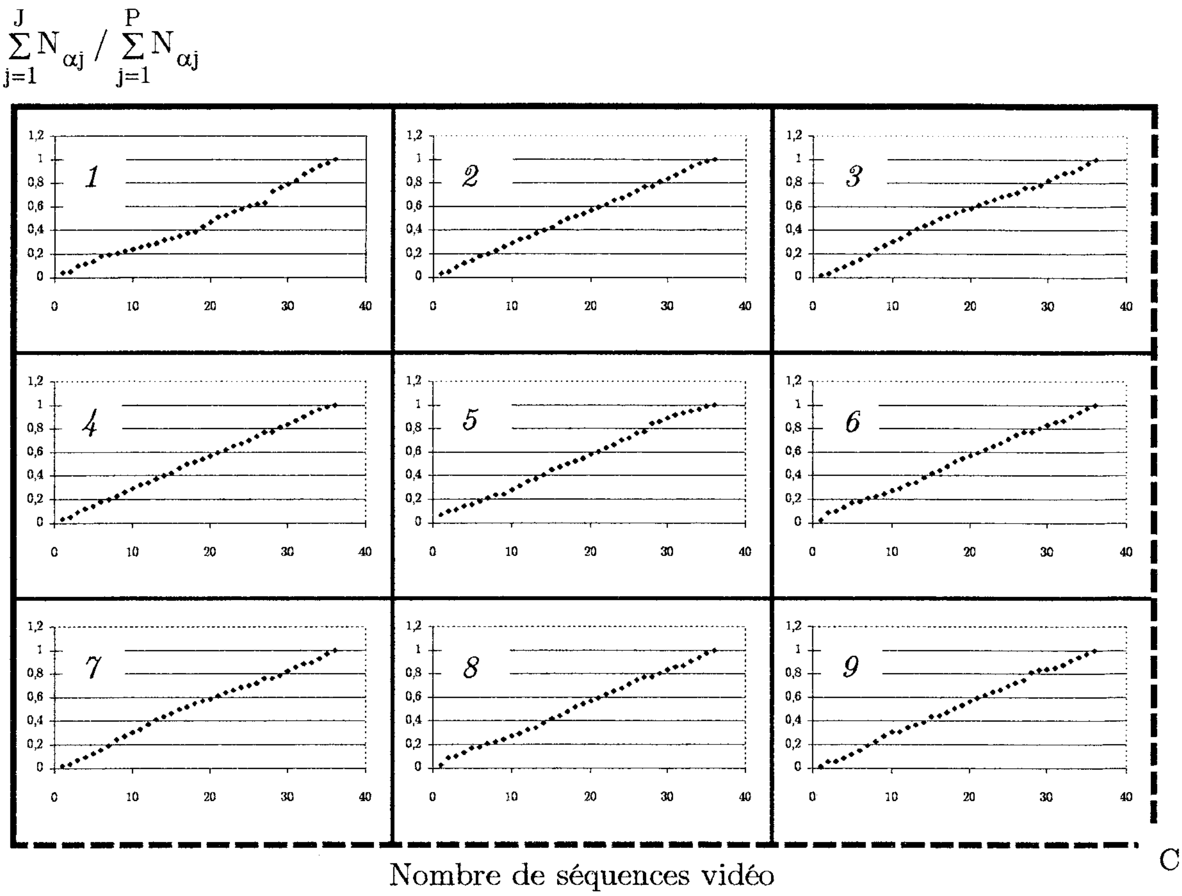
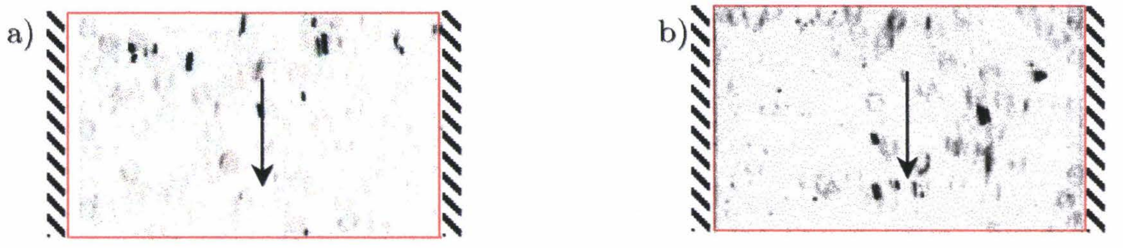


Figure 3-1.4.2 _ *Evolution de N_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéo traitées (méthode de pondération). P est le nombre total de séquences vidéo.*

Même si la convergence n'est pas complètement atteinte dans certains secteurs, on s'en rapproche fortement : les graphes présentés dans les figures 3-1.4.1 et 3-1.4.2 tendent bien vers une droite. Les résultats obtenus sur l'écoulement sédimentaire ne sont donc pas erronés. Mais en travaillant avec un plus grand nombre de séquences vidéo, la concordance entre les valeurs de la fraction volumique de phase solide obtenues par les méthodes de comptage direct et des observations aurait été encore meilleure. Trois facteurs sont susceptibles d'être responsables des problèmes de convergence.

➢ Trois symétries sont appliquées aux secteurs hors diagonale (par rapport aux deux plans médians puis à une diagonale de la section droite du canal) contre seulement deux pour les secteurs diagonaux (par rapport aux deux plans médians de la section droite du canal). La convergence est donc moins vite atteinte dans ces derniers (secteurs 1, 5 et 9).



Instant t Instant t'

Figure 3-1.4.3 _ *Images illustrant le phénomène d'intermittence pour un écoulement sédimentaire dans les angles du canal.*

Légende :
Angles
Sens de l'écoulement

Echelle :
3 mm

➢ Dans les angles du canal, l'écoulement de billes n'est pas continu au cours du temps. On dira que l'écoulement de phase solide est intermittent. Ce phénomène est gênant car il retarde la convergence des résultats. La mise en évidence expérimentale de l'intermittence de l'écoulement est très simple à réaliser (planche 3-1) : une lampe émettant un faisceau de lumière parallèle traverse une fente placée face à un côté du canal, de manière à réaliser un plan lumineux de 0,5 cm d'épaisseur en contact avec une des parois de la veine. Dans cette configuration d'éclairage, les contours de toutes les billes apparaissent car l'adaptation d'indice de réfraction entre les billes et l'huile n'est pas parfaite. La figure 3-1.4.3 représente des photos obtenues grâce à ce dispositif expérimental. Les images a et b montrent l'écoulement des billes dans la tranche éclairée (planche 3-1) aux instants respectivement t et t' d'une même séquence vidéo. Il est ainsi clair qu'à t, des billes traversent la zone située dans un des angles du canal alors qu'à t', cet angle est vide de bille. Au centre, on trouve des billes pour tout t.

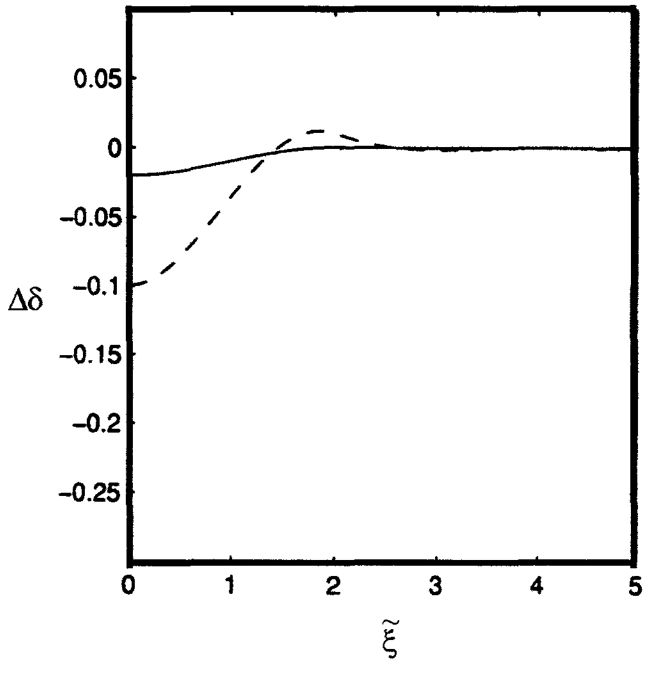


Figure 3-1.4.4 _ *Différence entre la fraction volumique locale et sa valeur δ_b dans le bouchon, en fonction de $\tilde{\xi}$, distance à la paroi la plus proche adimensionnée par rapport au rayon d'une particule sphérique. $\Delta\delta(\tilde{\xi}) = \delta(\tilde{\xi}) - \delta_b$: fractions volumiques δ_b=0,02 (—) et 0,1 (- -). Re~1. (Selon référence [15]).*

➢ L'inhomogénéité de la fraction volumique moyenne doit également être considérée. En effet, les zones de fort gradient de fraction volumique pourraient perturber la mesure si elles étaient à cheval sur la frontière entre deux secteurs. L'existence de fluctuations pourrait entraîner le passage de cette zone d'un secteur à l'autre et retarder la convergence dans ces secteurs.

Un calcul de Feuillebois [15] donne l'évolution de la fraction volumique de phase solide en fonction de la distance à la plus proche paroi (figure 3-1.4.4).. Le régime hydrodynamique entre les billes est légèrement différent du nôtre (nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement de l'ordre de 1). Cependant, ces résultats montrent que le gradient de fraction volumique dû à la paroi est confiné à une distance de cette paroi d'une à deux fois le rayon des particules sphériques considérées. Il serait donc entièrement compris dans un volume de contrôle défini dans la section 3-1.1. Avec des billes de 3mm de diamètre et une fraction volumique d'ensemble dans le bouchon de 4%, le gradient de fraction volumique se situerait à 1,5 – 3 mm de la paroi du canal. Les volumes de contrôle utilisés ayant une largeur de 10 mm, la présence du gradient serait sans effet sur la vitesse de convergence.

Malgré ces éventuelles perturbations, les deux méthodes s'appliquent à des écoulements transversalement faiblement inhomogènes en vitesse et en fraction volumique. La méthode de comptage direct ne nécessite pas d'autre hypothèse, mais requiert un suivi lagrangien des marqueurs et converge difficilement dans les secteurs de la diagonale, en particulier les secteurs angulaires. La méthode de pondération, qui converge plus rapidement, n'est valable que dans les zones où les échanges latéraux sont équilibrés.

3-1.5 Flux eulériens de la phase solide

3-1.5.1 Flux massiques moyens

Le flux massique longitudinal moyen $\phi_{\alpha x}$ à travers un secteur α est la masse de billes M_α qui traverse une section droite s_α du secteur α par unité de temps et de surface : $\phi_{\alpha x}=M_\alpha/(s_\alpha T)$, où T est la durée de l'expérience. Dans la zone d'observation, l'écoulement moyen suivant l'axe longitudinal du canal est établi. On peut donc évaluer le flux longitudinal à travers une section droite d'abscisse X quelconque. On prend en compte la contribution de toutes les billes de la colonne de longueur L_α qui traverse le secteur α pendant la durée T de l'expérience. Le temps T est lié à L_α par $T=L_\alpha/U_\alpha$ où U_α est la vitesse longitudinale moyenne des billes dans cette colonne. On a donc :

$$\Phi_{\alpha x}=\frac{M_\alpha U_\alpha}{s_\alpha L_\alpha}=\rho_\alpha U_\alpha$$

où $\rho_\alpha=\delta_\alpha\rho_s$ est la masse volumique de phase solide dans le secteur α. De même que pour l'évaluation de la fraction volumique locale de phase solide, considérer la contribution de chaque bille sur la fenêtre d'observation en appliquant la pondération est équivalent à considérer le flux à travers une section droite du canal. Le flux de masse longitudinal moyen est donc obtenu directement à partir des valeurs de δ_α et U_α évaluées grâce aux méthodes exposées dans les sections 2-2.2 et 2-2.3. Aucun traitement spécifique n'est nécessaire. La figure 3-1.5.1.1 représente le flux massique longitudinal moyen dans chaque secteur, dans un quart de la section droite du canal.

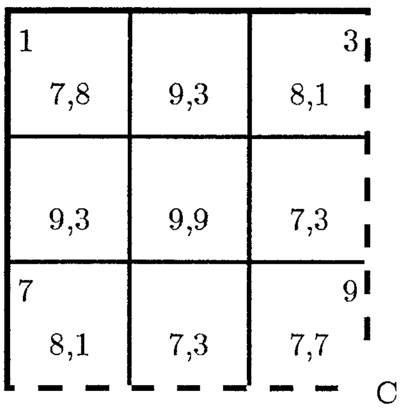


Figure 3-1.5.1.1 _ *Flux massique longitudinal* $\rho_\alpha U_\alpha$ *(kg.m⁻².s⁻¹).*

Figure 3-1.5.1.2 _ *Secteurs intermédiaires définis dans le but de calculer les flux transversaux.*

Pour évaluer les flux transverses entre deux secteurs adjacents, on considère une zone à cheval sur la frontière entre les deux secteurs (figure 3-1.5.1.2), et on s'intéresse aux billes qui la traversent dans un sens et dans l'autre. Les flux massiques transversaux moyens $\phi_{\alpha\beta_y}$ et $\phi_{\alpha\beta_z}$ sont définis de la manière suivante :

$$\Phi_{\alpha\beta y} = \rho_\alpha V_\alpha + \rho_\beta V_\beta$$
$$\Phi_{\alpha\beta z} = \rho_\alpha W_\alpha + \rho_\beta W_\beta$$

où V_α et W_α sont les vitesses transverses moyennes des billes allant du secteur α vers le secteur β (vitesses positives), V_β et W_β les vitesses transverses moyennes des billes allant du secteur β vers le secteur α (vitesses négatives). Mais les échanges de billes entre les secteurs adjacents étant équilibrés, les flux transversaux sont nuls.

3-1.5.2 Flux de quantité de mouvement moyens

Dans le but d'obtenir des indications sur le tenseur des contraintes relatif à l'écoulement de phase solide, on évalue les flux de quantité de mouvement moyens. Les mêmes techniques que pour l'évaluation des flux de masse moyens sont utilisées.

Le flux de quantité de mouvement longitudinal moyen est défini par :

$$\Phi_{qdm(\alpha x)} = \rho_\alpha \overline{u'^2}\Big|_\alpha$$

où $u'_\alpha = u - U_\alpha$ est la composante fluctuante de la vitesse longitudinale.

Et les flux moyens de quantité de mouvement transversaux sont définis par :

$$\Phi_{qdm(\alpha\beta)} = \rho_\alpha \overline{a'b'}\Big|_\alpha - \rho_\beta \overline{a'b'}\Big|_\beta$$

où a' et b' sont l'une ou l'autre des composantes fluctuantes de la vitesse :

$$\begin{cases} a' = a - A_\alpha, \quad a = \{u; v; w\}, \quad A_\alpha = \{U_\alpha; V_\alpha; W_\alpha\} \\ \\ b' = b - B_\alpha, \quad b = \{u; v; w\}, \quad B_\alpha = \{U_\alpha; V_\alpha; W_\alpha\} \end{cases}$$

Les mesures des flux croisés ont montré qu'ils sont nuls à la précision de mesure près. Le tenseur des contraintes associé à la phase solide est donc diagonal. Les flux de quantité de mouvement normaux moyens sont présentés dans les figures 3-1.5.2.1 à 3-1.5.2.3. La flèche indique dans quel sens s'effectuent les flux transversaux sur des surfaces orientées suivant Y et Z positifs, et les valeurs indiquées sont des valeurs absolues. Les flux de quantité de mouvement transversaux sont environ dix fois plus petits que les flux de quantité de mouvement longitudinaux. L'orientation de ces flux, du centre du canal vers la paroi, peut s'expliquer par le fait que plus on s'éloigne des parois, plus l'agitation transverse de l'écoulement de phase solide est grande (figure 3-1.2.10). Les flux de quantité de mouvement transversaux sont donc nécessairement orientés du centre du canal vers les parois. On pourrait également penser que la répartition de fraction volumique dans le canal joue un rôle (figures 3-1.3.1 et 3-1.3.2). Un gradient de fraction volumique provoque le déplacement de billes de la zone de plus forte concentration vers la zone de plus faible concentration. Cela renforce l'effet du gradient d'agitation des secteurs 5 vers 2, 6 vers 3, 9 vers 6 et 2 vers 1, mais pas des secteurs 3 vers 2 ni 6 vers 5. L'orientation des flux n'est pas en contradiction avec le fait que les parois tendent à repousser les billes mais traduit simplement le fait que les billes allant vers la paroi sont à plus grande vitesse que celles, plus nombreuses, qui s'en éloignent.

0,52	0,83	0,62
0,83	1,63	1,03
0,62	1,03	0,65

C

Figure 3-1.5.2.1 _ *Flux de quantité de mouvement* $\rho_\alpha \overline{u'^2}\Big|_\alpha$ *(kg.m⁻¹.s⁻²).*

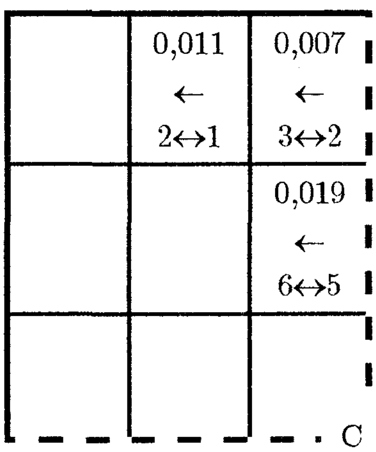


Figure 3-1.5.2.2 _ *Flux de quantité de mouvement* $\left|\rho_\alpha \overline{v'^2}\Big|_\alpha - \rho_\beta \overline{v'^2}\Big|_\beta\right|$ *(kg.m^{-1}.s^{-2}).*

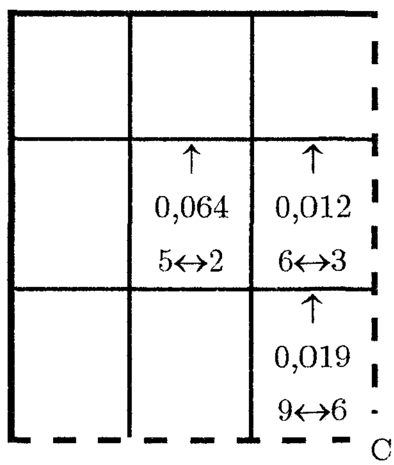


Figure 3-1.5.2.3 _ *Flux de quantité de mouvement* $\left|\rho_\alpha \overline{w'^2}\Big|_\alpha - \rho_\beta \overline{w'^2}\Big|_\beta\right|$ *(kg.m^{-1}.s^{-2}).*

3-2 INTERPRETATION

3-2.1 Introduction

Dans le système diphasique considéré précédemment, une bille est soumise aux forces appliquées par le fluide mais conditionnées par la position des autres billes, leur vitesse relative et la vitesse d'ensemble. Si elle est assez éloignée des parois, la bille considérée voit les autres billes comme un nuage à peu près isotrope, tant au niveau des positions des billes que de leurs vitesses relatives. Mais l'écoulement possède une direction privilégiée (suivant la direction longitudinale (OX)). Le transfert d'énergie du fluide vers les billes se fait donc différemment dans la direction longitudinale et dans le plan transversal. Il est alors nécessaire de distinguer les agitations longitudinales et transversales, ainsi que de prendre en compte l'éventuel couplage des unes sur les autres. En supposant l'ensemble billes-huile en équilibre microcanonique, le fluide joue le rôle de thermostat par rapport aux billes dont l'énergie obéit à une distribution canonique. Comme les transferts d'énergie longitudinal et transversal ne sont pas de même nature, il s'agit de thermostats directionnels de température T_X dans la direction longitudinale et de température T_T dans le plan transversal. On néglige la rotation des billes sur elles-mêmes. L'hamiltonien du système s'écrit alors comme :

$$H=H_X+H_T+H_{XT}$$

où H_X et H_T sont les hamiltoniens dans la direction longitudinale et dans le plan transversal, H_{XT} est l'hamiltonien caractéristique du couplage entre les directions longitudinale et transversales.

On considère que les N_T billes sont indiscernables. La fonction de partition s'écrit alors comme :

$$Z = \frac{1}{N_T!\,\delta^{N_T}} \int e^{-H_X\beta_X - H_T\beta_T - H_{XT}\beta_{XT}} d^3p\,d^3q$$

où p et q sont les coordonnées généralisées de l'espace des phases, δ est le volume de la cellule d'incertitude de mesure sur le couple (p,q), β_X, β_T et β_{XT} sont les inverses des énergies caractéristiques des énergies mises en jeu.

3-2.2 Transfert d'énergie transversale

3-2.2.1 Première approximation : billes libres

Dans une première approximation, on considère que les billes sont libres. Elles subissent un potentiel Φ_0 constant. Si l'on se place loin des parois, tout se passe comme si les billes évoluaient en milieu infini. Dans ce cas, les directions (OY) et (OZ) sont équivalentes. Posons que $H_T = \sum_{i=1}^{N_L} H_{effT_i}$ où H_{effT_i} est l'hamiltonien efficace dans le plan transversal pour une bille i et N_L est le nombre de billes libres. Si m est la masse d'une bille i, on écrit H_{effT_i} de la manière suivante :

$$H_{effT_i} = \frac{1}{2}m\left(v_i^2 + w_i^2\right) + \Phi_0$$

L'ensemble fluide-particules forme un système microcanonique et le fluide est le thermostat pour le système de particules. La probabilité pour que les N_L billes libres soient situées en y_i et z_i à dy_i et dz_i près et aient une vitesse comprise entre v_i, w_i et v_i+dv_i, w_i+dw_i, $i=1\ldots N_L$, est alors donnée par :

$$dP_L\left(y_1, z_1, \ldots, y_{N_L}, z_{N_L}, v_1, w_1, \ldots, v_{N_L}, w_{N_L}\right) = Ae^{-\beta_{TL}\left(\sum_{i=1}^{N_L}\frac{1}{2}m\left(v_i^2+w_i^2\right)+\Phi_0\right)}\prod_{i=1}^{N_L} dv_i dw_i dy_i dz_i$$

En intégrant sur tous les y_i et z_i ainsi que sur tous les v_i et w_i sauf un, $dP_L\left(v_n, w_n\right) = A_{TL}e^{-\beta_{TL}\left(\frac{1}{2}m\left(v_n^2+w_n^2\right)+\Phi_0\right)}dv_n dw_n$. En utilisant la condition de normalisation $\int_{-\infty}^{+\infty} dP_L = 1$, on obtient $A_{TL} = \frac{m\beta_{TL}}{2\pi}e^{\beta_{TL}\Phi_0}$. Ainsi, on peut écrire :

$$dP_L(v_n, w_n) = \frac{m\beta_{TL}}{2\pi} e^{-\beta_{TL}\frac{1}{2}m(v_n^2+w_n^2)} dv_n dw_n$$

C'est la probabilité de trouver une particule de vitesse comprise entre v_n, w_n et v_n+dv_n, w_n+dw_n. Sur N_L billes, on trouve donc $dN_L=N_L dP_L$ billes qui ont une vitesse comprise entre v_n, w_n et v_n+dv_n, w_n+dw_n. On obtient donc la répartition maxwellienne :

$$\frac{dN_L(v_n, w_n)}{N_L} = \frac{m\beta_{TL}}{2\pi} e^{-\beta_{TL}\frac{1}{2}m(v_n^2+w_n^2)} dv_n dw_n$$

En intégrant cette expression respectivement sur w_n et sur v_n, on obtient les distributions des composantes respectivement suivant (OY) et suivant (OZ) de la vitesse transversale :

$$\begin{cases} \dfrac{dN_L(v_n)}{N_L} = \sqrt{\dfrac{\beta_{TL} m}{2\pi}} e^{-\beta_{TL}\frac{1}{2}mv_n^2} dv_n \\ \dfrac{dN_L(w_n)}{N_L} = \sqrt{\dfrac{\beta_{TL} m}{2\pi}} e^{-\beta_{TL}\frac{1}{2}mw_n^2} dw_n \end{cases}$$

Ce sont des gaussiennes. Les moyennes de v^2 et w^2 sur les billes libres sont donc :

$$\begin{cases} \left.\overline{v^2}\right|_L = \dfrac{1}{N_L} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} v^2 dN_L(v) \\ \left.\overline{w^2}\right|_L = \dfrac{1}{N_L} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} w^2 dN_L(w) \end{cases}$$

Détaillons le calcul pour $\left.\overline{v^2}\right|_L$, les deux équations étant identiques :

$$\left.\overline{v^2}\right|_L = \sqrt{\frac{m\beta_{TL}}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} v^2 e^{-\frac{1}{2}m\beta_{TL}v^2} dv = \sqrt{\frac{m\beta_{TL}}{2\pi}} 2I_2$$

On a à intégrer $I_k = \int_0^{+\infty} x^k e^{-\alpha x^2} dx$, avec ici k=2 et $\alpha = \frac{m\beta_{TL}}{2}$. On sait que $I_2 = \frac{1}{4\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$. Il en résulte que :

$$\overline{v^2}\Big|_L = \frac{1}{m\beta_{TL}} \text{ pour toute bille n}$$

On trouve de même que $\overline{w^2}\Big|_L = \frac{1}{m\beta_{TL}}$ pour toute bille n. Ainsi, il y a équipartition de l'énergie :

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2}\Big|_L = \frac{1}{2}m\overline{w^2}\Big|_L = \frac{1}{2\beta_{TL}} \quad (1)$$

Or la moyenne de la vitesse transversale des billes libres au carré est $\overline{v_T^2}\Big|_L = \overline{v^2 + w^2}\Big|_L = \overline{v^2}\Big|_L + \overline{w^2}\Big|_L$. On en déduit l'énergie moyenne d'une particule :

$$\frac{1}{\beta_{TL}} = \tfrac{1}{2} m\overline{v_T^2}\Big|_L = \overline{\tfrac{1}{2} m v_T^2}\Big|_L$$

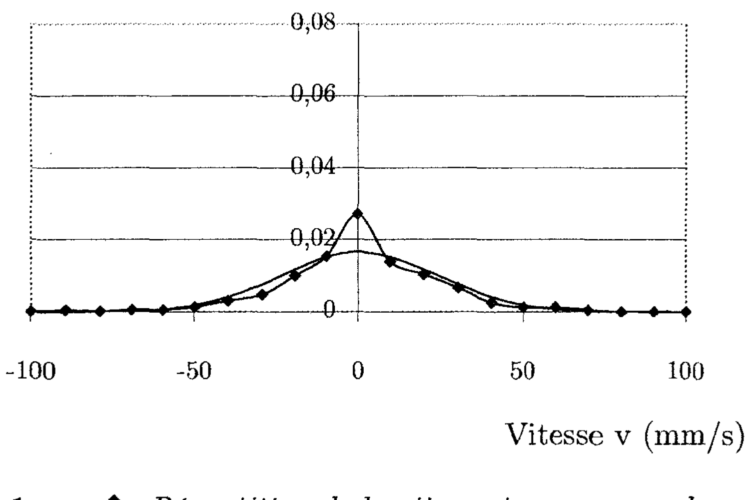


Figure 3-2.2.1.1 _ —◆— *Répartition de la vitesse transverse v dans le secteur 9* —— *Gaussienne basée sur l'écart type mesuré, pour les billes qui descendent.*

Dans notre expérience, le secteur dans lequel les billes sont les plus éloignées des parois est le secteur 9. La figure 3-2.2.1.1 représente, pour les billes qui descendent uniquement, la répartition de vitesse transverse v (suivant (OY)) ainsi que la gaussienne basée sur l'écart type mesuré. Il est clair que la répartition de vitesses dans ce secteur n'est pas maxwellienne. Le modèle de billes libres ne convient donc pas.

3-2.2.2 Prise en compte de l'existence des sillages

Dans la réalité, une bille se déplace dans un domaine où de nombreux sillages coexistent, créés par le déplacement des autres billes. Dans les sillages, la pression génératrice est plus faible que dans le reste de l'écoulement. En sillage lointain, cela se traduit par une dépression car le champ de vitesse est réuniformisé. Un phénomène d'aspiration a donc lieu. On peut traduire ce phénomène par l'existence d'un puits de potentiel comme par exemple celui qui est représenté dans la figure 3-2.2.2.1 :

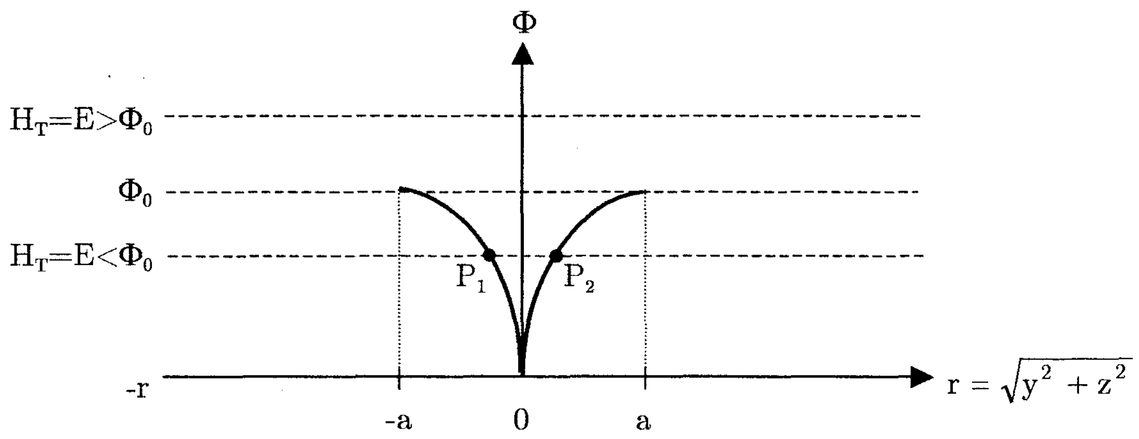


Figure 3-2.2.2.1 _ *Exemple de puits de potentiel, résultat du sillage généré par le déplacement d'une bille.*

Cette figure montre que l'on peut classer les billes en deux catégories : d'une part les billes qui ont une énergie E inférieure à Φ_0. L'existence de deux points tournants P_1 et P_2 indique que ces billes sont piégées dans un sillage et ont une vitesse transversale qui ne peut excéder un certain module. D'autre part, les billes qui ont une énergie E supérieure à Φ_0. Elles évoluent librement et ne subissent pas l'influence des sillages alentours. En fait, même si les billes libres ne sont pas piégées dans un sillage, elles sont affectées par les sillages qu'elles traversent. Pour simplifier, on fera cependant l'hypothèse qu'une bille d'énergie supérieure à Φ_0 est peu affectée par les sillages. Les billes libres et les billes piégées sont donc dans des thermostats différents. Elles constituent deux systèmes canoniques qui échangent des billes selon un principe de balance détaillée mais ne sont pas en équilibre d'agitation. On peut d'ailleurs considérer l'effet des sillages sur le mouvement transverse comme une partie de l'hamiltonien de couplage H_{XT}.

Ce modèle permet d'interpréter l'allure de nos répartitions de vitesses transversales. La figure 3-2.2.2.2 représente la répartition de v dans le secteur 9. Dans cette répartition, nous pouvons distinguer la population de billes libres caractérisée par une large gamme de vitesse v et la population de billes piégées caractérisée par une gamme de vitesse beaucoup plus étroite.

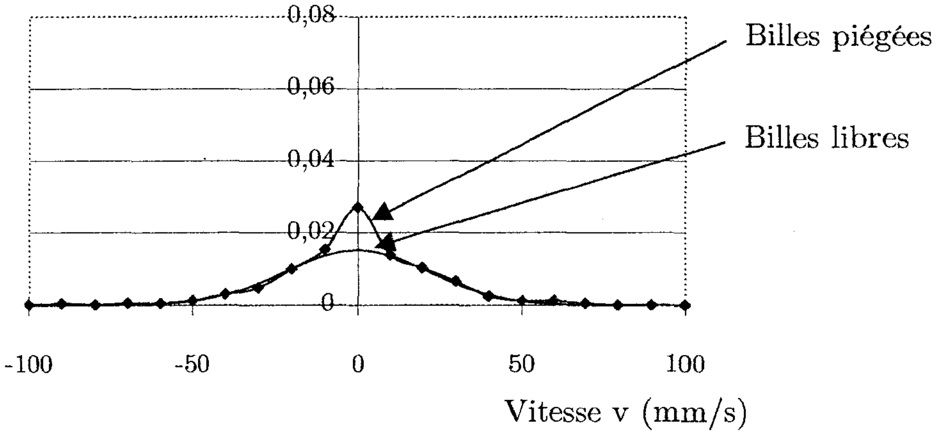


Figure 3-2.2.2.2 _ *Répartition de la vitesse transversale v obtenue expérimentalement dans le secteur 9.*

Pour les billes libres, on néglige l'effet des sillages, l'analyse de la section 3-2.2.1 s'applique. Les vitesses transverses des billes libres suivent donc une distribution maxwellienne. Nous avons donc décidé de décomposer la répartition des vitesses dans un secteur en deux répartitions, valables respectivement pour les billes libres et les billes piégées :

$$D_{exp}(v) = \frac{N_L}{N_T} G(v) + \frac{N_P}{N_T} D_p(v) \quad (2)$$

où N_L/N_T est la proportion de billes libres, N_P/N_T est la proportion de billes piégées, $D_{exp}(v)$ est la distribution de vitesse transverse v (normée à 1) déterminée expérimentalement, $N_L/N_TG(v)$ est la distribution de vitesse transverse v des billes libres (G(v) est une gaussienne normée à 1) et $N_P/N_TD_P(v)$ est la distribution de vitesse transverse v des billes piégées ($D_P(v)$ est normée à 1).

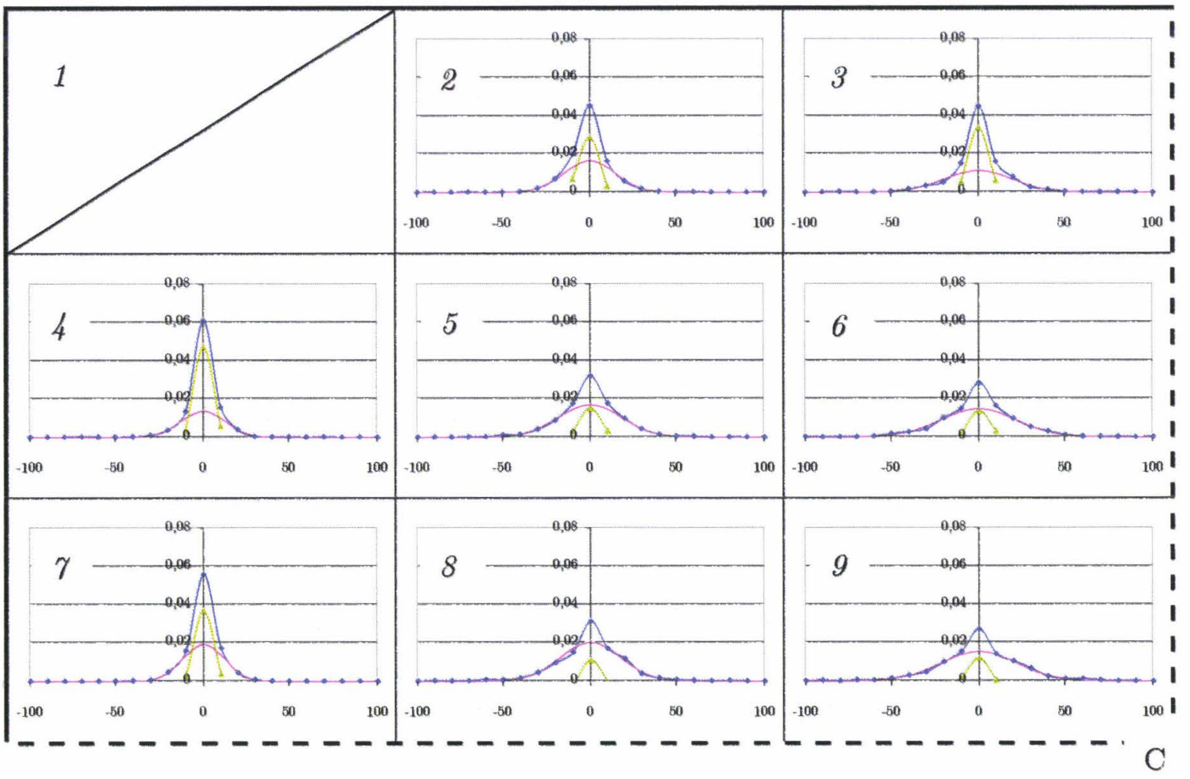


Figure 3-2.2.2.3 _ *Répartition de vitesse v pour les billes qui descendent :*

$D_{exp}(v)$

$N_L/N_TG(v)$

$N_P/N_TD_P(v)$

Afin de déterminer la fonction $N_L/N_TG(v)$ qui correspond le mieux à la zone de $D_{exp}(v)$ associée aux billes libres, on détermine par moindres carrés la variance et le coefficient N_L/N_T qui minimisent la somme $\sum_j \left[D_{exp}(v_j) - \frac{N_L}{N_T} G(v_j)\right]^2 = S$. Dans cette expression, les v_j sont les composantes de la vitesse transversale suivant (OY) mesurées expérimentalement, en excluant les trois points expérimentaux centraux associés aux billes piégées. On déduit ensuite la courbe $N_P/N_TD_P(v)$ en retranchant $N_L/N_TG(v)$ à $D_{exp}(v)$. Les résultats sont présentés en figure 3-2.2.2.3

pour les billes qui descendent. Au centre du canal (secteur 9), la distribution maxwellienne approxime très bien la zone de $D_{exp}(v)$ associée aux billes libres. Ce n'est pas le cas dans les secteurs adjacents aux parois où l'analyse doit prendre en compte l'effet anisotrope dû à ces dernières. Les résultats présentés dans la suite sont donc valables dans les secteurs 5, 6, 8 et 9.

La figure 3-2.2.2.4 présente les valeurs obtenues pour la variance des gaussiennes G(v) dans chaque secteur. En regardant les secteurs 3, 6 et 9, on voit que la variance de v ne varie pas beaucoup lorsque l'on se rapproche de la paroi. Par contre, en regardant les secteurs 7, 8 et 9, on voit que la variance de v diminue fortement lorsque l'on se rapproche de la paroi. Cela montre que les parois ont surtout une influence sur la composante de vitesse transversale qui leur est perpendiculaire. Le potentiel Φ dépend donc de la distance aux parois et de la composante de vitesse considérée. Il n'y a pas équipartition de l'énergie suivant les axes (OY) et (OZ) si l'on se trouve trop près des parois. La théorie que nous avons ébauchée est donc valable loin des parois. Près des parois, il faut distinguer les hamiltoniens H_Y et H_Z, et introduire éventuellement H_{YZ} si le problème n'est pas découplé.

y

/	212	367
159	335	468
140	305	480

z

Figure 3-2.2.2.4 _ *Variance des gaussiennes G(v) obtenues dans chaque secteur (mm^2/s^2), pour les billes qui descendent.*

La définition de la variance de la composante v de la vitesse transversale des billes libres dans le secteur α est $\sigma^2_{L\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{N_L}\left(v_{i\alpha} - V_\alpha\right)^2}{N_L}$. Or la moyenne V_α est nulle (cf section 3-1.2). Il reste donc $\sigma^2_{L\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{N_L} v^2_{i\alpha}}{N_L} = \overline{v^2}\Big|_{L\alpha}$. On a vu dans la théorie que loin des parois, $m\overline{v^2}\Big|_L = m\overline{w^2}\Big|_L = \dfrac{1}{\beta_{TL}}$. On peut écrire que dans le secteur α : $m\overline{v^2}\Big|_{L\alpha} = m\overline{w^2}\Big|_{L\alpha} = \dfrac{1}{\beta_{TL\alpha}}$. Il en résulte que $m\sigma^2_{L\alpha} = \dfrac{1}{\beta_{TL\alpha}}$. On peut ainsi calculer l'énergie moyenne d'une bille libre $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}\Big|_{L\alpha} = \dfrac{1}{2\beta_{TL\alpha}} = \dfrac{1}{2}m\sigma^2_{L\alpha}$ dans les secteurs α non adjacents aux parois, la masse d'une bille étant de $3{,}4\times10^{-5}$ kg (figure 3-2.2.2.5).

/	/	/
/	5,7	8
/	5,2	8,2

Figure 3-2.2.2.5 _ Energie moyenne $(2\beta_{TL_\alpha})^{-1}$, dans la direction (OY), d'une bille libre qui descend ($\times10^{-9}$ J).

/	/	/
/	77,4	79,7
/	88,4	83,5

Figure 3-2.2.2.6 _ *Proportion de billes libres N_L/N_T (%).*

/	/	/
/	22,6	20,3
/	11,6	16,5

Figure 3-2.2.2.7 _ *Proportion de billes piégées N_P/N_T (%).*

Nos données expérimentales nous permettent également d'accéder à la proportion de billes libres et de billes piégées dans chaque secteur. En effet, l'aire $S_p = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{N_P}{N_T}D_P(v)dv$ de la surface associée aux billes piégées est égale à N_P/N_T. L'aire $S_{exp} = \int_{-\infty}^{+\infty}D_{exp}(v)dv$ de la répartition expérimentale de vitesse v est égale à 1. On a donc la relation $\dfrac{N_P}{N_T} = \dfrac{S_P}{S_{exp}}$. Et on obtient la proportion de billes libres par : $\dfrac{N_L}{N_T} = 1 - \dfrac{N_P}{N_T}$. Les figures 3-2.2.2.6 et 3-2.2.2.7 représentent dans les secteurs assez éloignés des parois la proportion de billes libres et de billes piégées, lorsque seules les billes qui descendent sont considérées. Dans le secteur 9, là où notre théorie a la meilleure validité puisque ce secteur est le plus éloigné des parois, on ne détecte que 16% de billes piégées. C'est une proportion assez raisonnable pour dire que les billes libres sont peu affectées par les rares sillages alentours.

3-2.2.3 Exemple simple de puits de potentiel

Les billes piégées sont soumises à un potentiel $\Phi(r)$ (figure 3-2.2.3.1) qui doit satisfaire les conditions suivantes : en r=a, Φ tend vers Φ_0 avec $\Phi'(a)=0$; en r=0, Φ tend vers 0. Le plus simple de ces potentiels est :

$$\Phi(r) = -\frac{\Phi_0}{a^2}(r-a)^2 + \Phi_0, \ 0<r<a \quad (3)$$

où $r^2=y^2+z^2$ et où le milieu du sillage est pris comme origine des énergies. L'énergie totale E de la bille est : $E = \frac{1}{2}mv_T^2 + \Phi(r)$. Alors le module de la vitesse transversale au carré est :

$$v_T^2 = \frac{2\Phi_0}{m}\left[\frac{E-\Phi_0}{\Phi_0} + \left(\frac{r}{a}-1\right)^2\right], \ 0<r<a \quad (4)$$

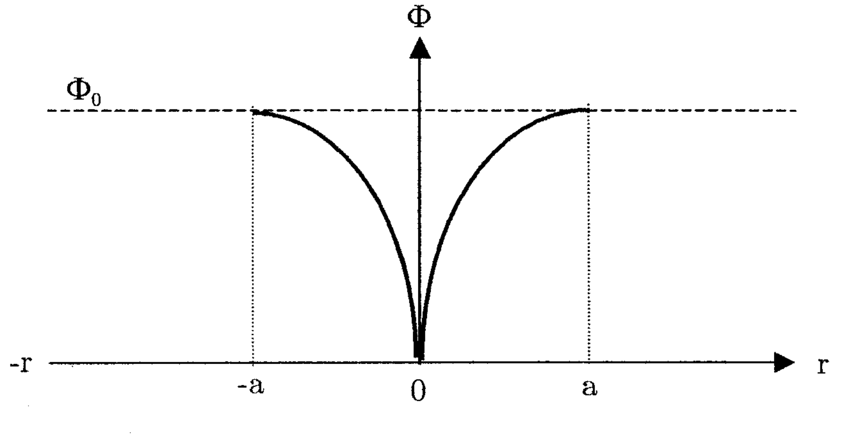


Figure 3-2.2.3.1 _ *Exemple de puits de potentiel. r est la coordonnée cylindrique radiale. a est la demie largeur maximale du puits.*

- Si $E>\Phi_0$, (4) ne s'annule jamais. On est dans la situation de billes libres qui ont un module de vitesse pouvant être compris entre 0 et $+\infty$ pour une énergie E variant de Φ_0 à $+\infty$.

- Si $E<\Phi_0$, les solutions de (4) sont réelles si $\frac{E-\Phi_0}{\Phi_0}+\left(\frac{r}{a}-1\right)^2>0$ et $\frac{E-\Phi_0}{\Phi_0}+\left(\frac{r}{a}+1\right)^2>0$, c'est-à-dire si $r<a\left(1-\sqrt{\frac{\Phi_0-E}{\Phi_0}}\right)$ ou $r>a\left(1+\sqrt{\frac{\Phi_0-E}{\Phi_0}}\right)$. On ne retient ici que la première solution puisque l'on s'intéresse au cas où $r<a$. Les billes sont piégées, cantonnées dans l'intervalle $0<r<a\left(1-\sqrt{\frac{\Phi_0-E}{\Phi_0}}\right)$ (5). Le module de leur vitesse ne dépasse pas la valeur $\sqrt{\frac{2E}{m}}$.

Les deux grandeurs caractéristiques du puits de potentiel sont : a (figure 3-2.2.3.1) et sa profondeur Φ_0. Ces deux paramètres dépendent de la distance entre la bille à l'origine d'un sillage et la bille piégée dans ce sillage. La profondeur du puits dépend aussi certainement de la vitesse des deux billes.

De même que pour les billes libres, on peut écrire la probabilité pour que les N_P billes piégées soient situées en y_i et z_i à dy_i et dz_i près et aient une vitesse comprise entre v_i, w_i et v_i+dv_i, w_i+dw_i, $i=1\ldots N_P$:

$$dP_P\left(y_1,z_1,\ldots,y_{N_P},z_{N_P},v_1,w_1,\ldots,v_{N_P},w_{N_P}\right)=$$
$$Ae^{-\beta_{TP}\sum_{i=1}^{N_P}\left\{\frac{1}{2}m\left(v_i^2+w_i^2\right)+\Phi_0\left[1-\left(\frac{\sqrt{y_i^2+z_i^2}}{a}-1\right)^2\right]\right\}}\prod_{i=1}^{N_P}dv_i dw_i dy_i dz_i$$

En intégrant sur toutes les billes sauf une, on obtient :

$$dP_P\left(y_n,z_n,v_n,w_n\right)=Be^{-\beta_{TP}\left\{\frac{1}{2}m\left(v_n^2+w_n^2\right)+\Phi_0\left[1-\left(\frac{\sqrt{y_n^2+z_n^2}}{a}-1\right)^2\right]\right\}}dv_n dw_n dy_n dz_n$$

La probabilité pour qu'une bille n ait une vitesse de composantes comprises entre (v_n, w_n) et $(v_n + dv_n, w_n + dw_n)$ en un endroit quelconque est :

$$dP_P(v_n, w_n) = Be^{-\beta_{TP}\frac{1}{2}m(v_n^2+w_n^2)} dv_n dw_n \int_0^{r_t} e^{-\beta_{TP}\Phi_0\left(1-\left(\frac{r_n}{a}-1\right)^2\right)} 2\pi r_n dr_n$$

si on suppose le plan transverse isotrope. Posons $I = \int_0^{r_t} e^{-\beta_{TP}\Phi_0\left(1-\left(\frac{r_n}{a}-1\right)^2\right)} 2\pi r_n dr_n$. Afin d'évaluer I, il faut connaître r_t qui est la position du point tournant limite pour $v_{T_n}^2 = v_n^2 + w_n^2$ fixé. On a $E = \frac{1}{2}mv_T^2 + \Phi(r)$ avec v_T^2 fixé. Pour une bille piégée, E est au maximum égale à Φ_0. Ainsi, $\Phi(r)$ varie entre 0 et $\Phi_0 - \frac{1}{2}mv_T^2$ pour v_T^2 fixé. Φ=0 correspond à r=0. $\Phi = \Phi_0 - \frac{1}{2}mv_T^2$ correspond à $r = a\left(1 \pm \sqrt{\frac{mv_T^2}{2\Phi_0}}\right)$ (cf équation (3)). Mais la seule solution acceptable est $r = a\left(1 - \sqrt{\frac{mv_T^2}{2\Phi_0}}\right)$ puisqu'une bille piégée se trouve forcément à r<a. On trouve donc que r varie entre 0 et $r_t = a\left(1 - \sqrt{\frac{mv_T^2}{2\Phi_0}}\right)$. Ainsi, on peut écrire l'intégrale I comme :

$$I = 2\pi e^{-\beta_{TP}\Phi_0} \int_0^{a\left(1-\sqrt{\frac{mv_{T_n}^2}{2\Phi_0}}\right)} e^{\beta_{TP}\Phi_0\left(\frac{r_n}{a}-1\right)^2} r_n dr_n$$

Opérons le changement de variable $X_n = \frac{r_n}{a} - 1$. L'intégrale I s'écrit alors : $I = 2\pi a^2 e^{-\beta_{TP}\Phi_0} \int_{-1}^{-\sqrt{\frac{mv_{T_n}^2}{2\Phi_0}}} (X_n + 1)) e^{\beta_{TP}\Phi_0 X_n^2} dX_n$. On peut estimer cette intégrale par une méthode simple, par exemple la méthode des trapèzes qui est d'autant plus exacte que $\Phi_0\beta_{TP}$ est faible devant 1 car dans ce cas, $e^{\beta_{TP}\Phi_0 X_n^2} \approx 1$ pour tout X_n. Dans le domaine d'intégration, on trouve que $I = \pi a^2 e^{-\beta_{TP}\Phi_0} e^{\frac{\beta_{TP} m v_{T_n}^2}{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}|v_{T_n}|\right)^2$. La probabilité $dP_P(v_n, w_n)$ est alors donnée par :

$$dP_P(v_n, w_n) = C\left(1 - \sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}\left|v_{Tn}\right|\right)^2 dv_n dw_n \text{ , pour } 0 < \left|v_{Tn}\right| < \sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}} \text{ (avec (4)).}$$

Il est possible de déterminer le potentiel Φ_0. La figure 3-2.2.2.3 fournit la valeur expérimentale de v maximale pour les billes piégées, et on sait que $v_{n\max} = \sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}}$. Les courbes $D_{exp}(v)$ et donc les courbes $N_P/N_TD_P(v)$ sont obtenues à partir d'histogrammes semblables à ceux présentés en figure 3-1.2.9, mais uniquement pour les billes qui descendent. L'abscisse des points des courbes lissées correspond au milieu des bâtons de largeur 10 mm/s constituant les histogrammes. D'après la représentation initiale en histogrammes, la vitesse maximale détectée dans la zone non maxwellienne de la répartition est de 15 mm/s. On en déduit alors facilement Φ_0 par :

$$v_{n\max} = \sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}} = 15 \quad \text{mm/s (6)}$$

Le potentiel Φ_0 prend la valeur $3{,}82\times10^{-9}$ J. La valeur de Φ_0 obtenue est plus de 4 fois inférieure à l'énergie moyenne des billes libres dans le secteur 9. Ainsi, si l'on considère que β_{TP} et β_{TL} ont le même ordre de grandeur, $\Phi_0\beta_{TP}=0{,}23$ est inférieur à 1, ce qui confirme la validité de l'approximation de l'intégrale I. La faible valeur de Φ_0 explique pourquoi peu de billes sont piégées.

Pour obtenir la valeur de la constante C, deux méthodes peuvent être utilisées. Premièrement, une relation entre C et Φ_0 est fournie par la condition de normalisation $\iint dP_P(v_n, w_n) = 1$:

$$\iint C\left(1 - \sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}\sqrt{v_n^2 + w_n^2}\right)^2 dv_n dw_n = 1$$

Résolvons cette équation. Si l'on travaille dans l'espace des phases (v_n, w_n), on peut écrire que $\left|v_{T_n}\right| = \sqrt{v_n^2 + w_n^2}$ et que $dv_n dw_n = \left|v_{T_n}\right| d\left|v_{T_n}\right| d\theta$. Alors :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{|v_{T_n}|=0}^{\sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}}} C\left(1-\sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}\left|v_{T_n}\right|\right)^2 \left|v_{T_n}\right| d\left|v_{T_n}\right| d\theta = 1$$

L'intégration sur l'angle θ est immédiate. En développant le polynôme en $\left|v_{T_n}\right|$ et en intégrant, on obtient :

$$2\pi C\left[\frac{\left|v_{T_n}\right|^2}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}\left|v_{T_n}\right|^3+\frac{1}{4}\frac{m}{2\Phi_0}\left|v_{T_n}\right|^4\right]_0^{\sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}}} = 1$$

D'où :

$$C\Phi_0 = \frac{3m}{\pi}$$

Avec m, la masse d'une bille, qui est de $3{,}4\times10^{-5}$ kg, la relation entre C et Φ_0 s'écrit :

$$C\Phi_0 = 3{,}25\times10^{-5} \quad \text{kg} \quad (7)$$

En utilisant la relation (6), on trouve que C vaut $8{,}5\times10^{3}$ $m^{-2}.s^{2}$ dans le secteur 9.

Le calcul de $\frac{dP_P(v_n)}{dv_n}$ en $v_n=0$ fournit une seconde relation entre C et Φ_0. En effet, $\frac{dP_P(v_n)}{dv_n}(0) = D_P(0)$, valeur expérimentale que l'on obtient sur la figure 3-2.2.2.3. On a vu que la probabilité pour qu'une bille n ait une vitesse transversale de composantes comprises entre (v_n, w_n) et (v_n+dv_n, w_n+dw_n) en un endroit quelconque $dP_P(v_n,w_n) = C\left(1-\sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}\left|v_{Tn}\right|\right)^2 dv_n dw_n$, avec $0<\left|v_{Tn}\right|<\sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}}$ et $dV'=dv_n dw_n$ l'élément de volume dans le repère cartésien. Travaillons dans l'espace des phases indiqué dans la figure 3-2.2.3.2. On peut écrire que $\left|v_{T_n}\right| = \dfrac{v_n}{\cos\theta}$ et que $w_n = v_{T_n}\sin\theta = v_n \mathrm{tg}\theta$. On exprime ainsi dP_P à l'aide des coordonnées cylindriques : $dP_P\left(\left|v_{T_n}\right|,\theta\right) = C\left(1-\sqrt{\dfrac{m}{2\Phi_0}}\dfrac{v_n}{\cos\theta}\right)^2 dV$, où dV est l'élément de volume $|v_{Tn}|d|v_{Tn}|d\theta$. On obtient une densité de probabilité $\dfrac{dP_P(v_n,\theta)}{dV} = C\left(1-\sqrt{\dfrac{m}{2\Phi_0}}\dfrac{v_n}{\cos\theta}\right)^2$. Dans dV', on a donc la probabilité $dP_P(v_n,\theta) = C\left(1-\sqrt{\dfrac{m}{2\Phi_0}}\dfrac{v_n}{\cos\theta}\right)^2 dv_n d(v_n \mathrm{tg}\theta)$ avec la relation liant w_n, v_n et θ donnée ci-dessus. A v_n fixé, on a $dP_P(v_n,\theta) = C\left(1-\sqrt{\dfrac{m}{2\Phi_0}}\dfrac{v_n}{\cos\theta}\right)^2 v_n dv_n \dfrac{d\theta}{\cos^2\theta}$.

Ainsi : $\dfrac{dP_P(v_n)}{dv_n} = \displaystyle\int_{-\theta_{max}}^{\theta_{max}} C\left(1-\sqrt{\dfrac{m}{2\Phi_0}}\dfrac{v_n}{\cos\theta}\right)^2 v_n \dfrac{d\theta}{\cos^2\theta}$ où θ_{max} est fixé par $\cos\theta_{max} = v_n\sqrt{\dfrac{m}{2\Phi_0}}$. Le cas v_n=0 se traite en confondant $|v_{Tn}|$ avec $|w_n|$. Il ne reste plus qu'à résoudre l'équation :

$$\frac{dP_P}{dv_n}(v_n = 0) = 2C\int_0^{\sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}}}\left(1-\sqrt{\frac{m}{2\Phi_0}}|w_n|\right)^2 d|w_n|$$

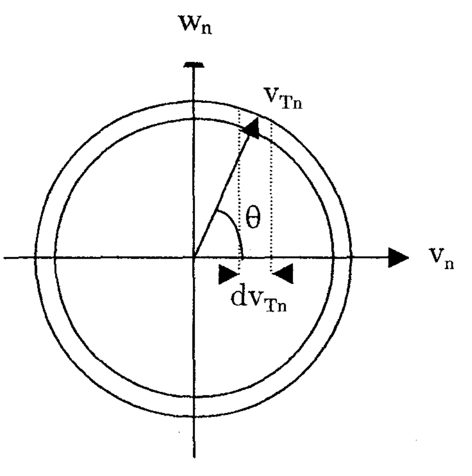


Figure 3-2.2.3.2 _ *Espace des phases (v_n,w_n) et coordonnées cylindriques ($|v_{Tn}|\theta$,).*

La résolution de cette intégrale fournit le résultat suivant :

$$\frac{dP_P}{dv_n}(v_n = 0) = \frac{2}{3}C\sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}}$$

Il s'ensuit que $\frac{2}{3}C\sqrt{\frac{2\Phi_0}{m}} = D_P(0)$. Avec, dans le secteur 9, $D_P(0)=74{,}2\ m^{-1}.s$ et $m=3{,}4\times10^{-5}$ kg, la deuxième relation entre C et Φ_0 est :

$$\Phi_0 C^2 = 0{,}21\ kg.m^{-2}.s^2 \quad (8)$$

La résolution du système (6)-(8) fournit une valeur de la constante C de $7{,}4\times10^3\ m^{-2}.s^2$. Les valeurs de C trouvées par la normalisation et cette deuxième méthode montrent une différence de 14%. Les deux méthodes fournissent la même valeur de C si v_{nmax}=17 mm/s (soit $C=6{,}6\times10^3\ m^{-2}.s^2$ et $\Phi_0=4{,}9\times10^{-9}$ J), valeur proche de celle que nous avons estimée par les histogrammes. Comme la construction de la courbe $N_P/N_TD_P(v)$ à partir d'un histogramme entraîne une sous-estimation de la valeur de $N_P/N_TD_P(v=0)$ car la normalisation diminue le module de la vitesse maximale v_{nmax}, on peut estimer que la théorie est correctement vérifiée.

3-2.3 Pourquoi existe-t-il des billes qui remontent dans le canal ?

Les billes qui remontent dans le canal sont en proportion beaucoup plus faible que les billes qui descendent. Ces remontées sont sporadiques, et l'essentiel des billes descend en suivant un comportement chaotique maxwellien. Cependant, une bille piégée va être attirée par la bille génératrice du sillage. C'est pourquoi nous avons mené une petite étude sur le mouvement de deux billes alignées dans l'axe vertical et lâchées dans notre mélange d'huile à deux instants successifs. Cette étude a montré que la seconde bille, attirée dans le sillage de la première, la rattrape puis la dépasse en s'en éloignant latéralement (figure 3-2.3.1). Si l'on considère notre système de 100000 billes de pyrex, on peut imaginer que ce processus répété puisse augmenter localement la fraction volumique de billes, créant ainsi des clusters locaux. Ceux-ci forment en quelque sorte des obstructions importantes qui engendrent de fortes survitesses fluides. Ces « jets » entraînent des billes à grande vitesse vers le haut et produisent un nouveau brassage. Le côté sporadique du phénomène conduit à vouloir le traiter soit comme une fluctuation, soit comme une onde d'agitation liée à des interactions hydrodynamiques. Pour réussir à modéliser cela, il faudrait trouver un potentiel d'interaction entre le mouvement transverse et le mouvement longitudinal assurant le couplage de plusieurs billes. A ce stade du travail, nous n'avons pas encore trouvé de modèle satisfaisant.

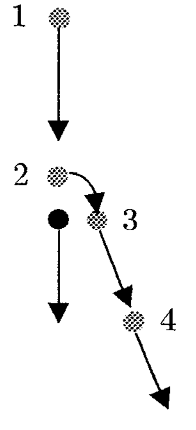


Figure 3-2.3.1 _ *Evolution de deux billes identiques qui chutent dans de l'huile l'une au-dessus de l'autre.*

Chapitre IV

CANAL INCLINE

4-1 INTRODUCTION : DE LA SEDIMENTATION PURE AUX AVALANCHES

Lorsque le canal est vertical, on obtient un écoulement purement sédimentaire. La phase solide a un mouvement très agité à cause de la forte interaction entre le fluide et les billes. La fraction volumique d'ensemble de phase solide est de 4%, le régime d'interaction inter-particulaire est répulsif et les parois tendent à repousser les billes vers le centre de la section droite du canal. Le but de ce chapitre est d'étudier comment ces écoulements évoluent lorsque l'on incline le canal.

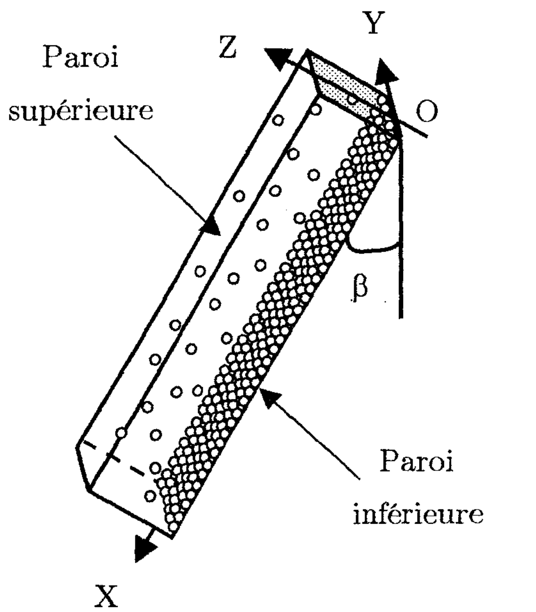


Figure 4-1.1 _ *Repère utilisé pour l'étude des écoulements en canal incliné.*

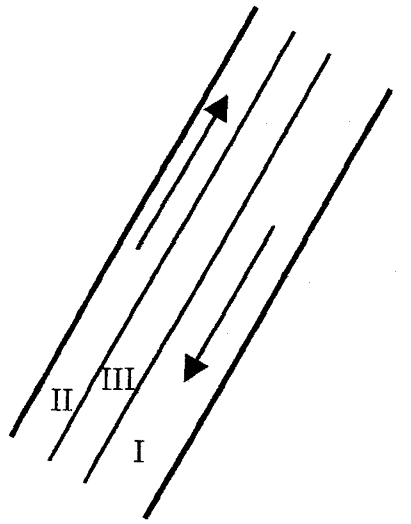


Figure 4-1.2 _ *Organisation des écoulements en canal incliné en terme de vitesse longitudinale :*

I Zone dans laquelle le mouvement moyen des billes est descendant (vitesse moyenne longitudinale positive).

II Zone dans laquelle le mouvement moyen des billes est ascendant (vitesse moyenne longitudinale négative).

III Couche de cisaillement.

On rappelle que β est l'angle d'inclinaison du canal par rapport à la verticale. Le référentiel dans lequel s'effectue l'étude des écoulements en canal incliné est précisé sur la figure 4-1.1. Dans toute la suite, on appellera «épaisseur» d'une couche de billes, la hauteur de cette couche suivant l'axe (OZ).

Dès que l'on incline le canal par rapport à la verticale, l'écoulement initialement sédimentaire se réorganise. La gravitation, qui n'est plus parallèle à l'axe longitudinal du canal, va lutter contre l'agitation des billes en les poussant vers la paroi inférieure. On observe ainsi un courant d'huile et de billes qui rampent le long de la paroi inférieure. Par conservation du volume, un contre-courant, dirigé vers le haut du canal, rampe le long de la paroi supérieure (comme dans l'effet Boycott). Ce contre-courant d'huile entraîne certaines billes avec lui. Si l'on considère la vitesse longitudinale moyenne de la phase solide comme critère de référence, on peut distinguer trois zones dans les écoulements en canal incliné (figure 4-1.2) : une zone où le mouvement moyen de la phase solide est descendant (vitesse longitudinale moyenne positive), une zone où le mouvement moyen des billes est ascendant (vitesse longitudinale moyenne négative), et une zone, appelée « couche de cisaillement » située entre les deux premières. Cette couche est constituée de billes qui descendent et de billes qui remontent. A-t-on des billes qui montent et qui descendent en permanence sur toute la hauteur de la couche de cisaillement (figure 4-1.3 a) ? A-t-on une instabilité se traduisant par une ondulation de l'interface entre un courant de billes montantes et un courant de billes descendantes (figure 4-1.3 b) ? Il ne nous a pas été possible d'obtenir une réponse à ces questions par visualisation pour les faibles inclinaisons (3° et 5° par rapport à la verticale). A ces inclinaisons, il aurait fallu effectuer une analyse harmonique afin de déterminer une éventuelle longueur d'onde du phénomène. Mais la méthode de Particle Tracking que nous utilisons pour étudier les écoulements diphasiques en canal ne permet pas cette analyse puisque l'interface entre les zones I et II est trop diffuse. A ce stade de la recherche, l'évaluation de la fraction volumique de phase solide dans la zone de cisaillement n'est pas possible, comme il sera expliqué dans la section 4-2.3.1. L'épaisseur de chacune des zones dépend de l'inclinaison du canal.

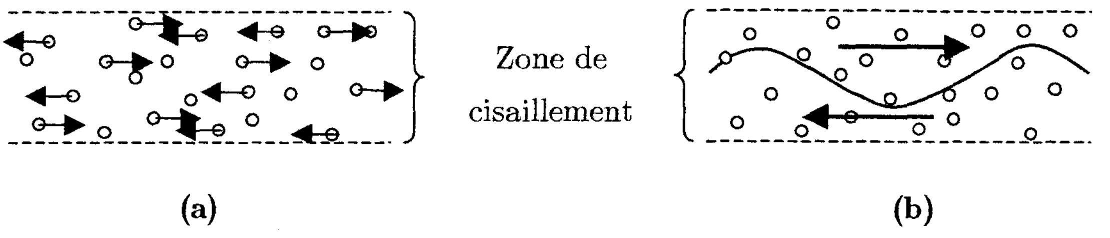


Figure 4-1.3 _ *Organisations éventuelles de l'écoulement des particules dans la zone de cisaillement pour un canal faiblement incliné* **(a)** *Les billes qui montent et qui descendent sont réparties uniformément sur toute la hauteur de la couche de cisaillement* **(b)** *La zone de cisaillement est constituée d'une zone où les billes descendent et d'une zone où les billes remontent.*

La composante de la gravité responsable du plaquage des billes sur la paroi inférieure du canal, $g_Z = g\sin\beta$, croît lorsque β croît entre 0 et $\pi/4$, le domaine angulaire auquel nous nous intéressons. Ainsi, plus l'inclinaison β est importante, plus l'action de la composante de la gravitation g_Z sur les particules est forte. Pour de très faibles inclinaisons ($\beta<3°$), les billes sédimentent dans l'huile tout en étant poussées vers la paroi inférieure du canal. Pour une inclinaison β de 3°, comme il a été précisé dans la section 2-1.3.2 du chapitre 2, la gravitation plaque une couche unique de billes le long de la paroi inférieure. Ces billes rampent sur la paroi vers le bas du canal. Le frottement entre les billes qui se touchent est visqueux. Dans le reste du canal, les billes sont également ramenées vers la paroi inférieure, mais elles sédimentent dans l'huile et se repoussent sans se toucher. Pour $\beta=5°$, plusieurs couches de billes sont plaquées sur la paroi inférieure. A partir de $\beta=15°$ (figure 4-3.1.2.3), la plupart des billes sont condensées à la paroi inférieure. On n'observe plus de phase sédimentaire à proprement parler, même si des billes, dont certaines sont entraînées en arrière par le contre courant de fluide, évoluent au-dessus de la couche de billes condensées. On dit alors que le régime d'avalanche est atteint. Une inclinaison β de 45° est nécessaire pour que toutes les billes soient plaquées contre la paroi inférieure du canal.

On étudiera ici les écoulements en canal incliné pour de faibles inclinaisons par rapport à la verticale ($\beta=3°$ et $\beta=5°$), et pour des inclinaisons plus importantes ($\beta=15°$ à $\beta=45°$). Les méthodes de mesure des vitesses exposées dans le chapitre 2 seront appliquées, et nous verrons si notre méthode d'évaluation de la fraction volumique locale de phase solide est applicable.

4-2 ECOULEMENTS EN CANAL FAIBLEMENT INCLINE

Le traitement des écoulements en canal faiblement incliné a été effectué sur 15 séquences vidéo. Ces écoulements sont plus rapides que les écoulements purement sédimentaires. Pour une inclinaison de 3° par rapport à la verticale, ils ont une durée utile moyenne de 57 secondes. Pour une inclinaison de 5°, leur durée utile moyenne est de 46 secondes. Pour cette étude, on prend un intervalle de temps entre deux images successives le plus court possible avec la caméra dont nous disposons, c'est-à-dire $\Delta T=1/25$ s.

Les secteurs utilisés pour étudier l'écoulement dans le canal incliné de 3° et de 5° par rapport à la verticale sont dessinés respectivement dans les figures 4-2.1 et 4-2.2. La vitesse des billes est évaluée dans les secteurs 1 à 18 et déduite par symétrie dans les autres secteurs. La première couche de billes condensées sur la paroi inférieure a été isolée puisqu'elle a un comportement particulier. Elle est recouverte par les secteurs 1, 2, 3 et leurs symétriques par rapport à l'axe (OZ) qui ont une épaisseur de 3 mm. On sait que la fraction volumique de phase solide dans cette couche est au plus de 0,6 ([22]). On a également isolé la couche de cisaillement puisque notre méthode d'évaluation de la fraction volumique locale de phase solide n'est pas applicable dans cette zone (section 4-2.3.1). On estime que l'on n'est pas dans la zone de cisaillement si dans un secteur donné, au moins 95% des marqueurs ont une vitesse longitudinale de même signe. N'ayant au départ qu'une idée approximative de l'emplacement et de l'épaisseur de la zone de cisaillement, il a été nécessaire d'effectuer plusieurs essais de post-traitement pour trouver la taille et la côte des secteurs qui la recouvrent complètement. La couche de cisaillement est située dans les secteurs 10, 11, 12 et leurs symétriques par rapport à l'axe (OZ). L'épaisseur des secteurs recouvrant le reste du canal a été choisie de manière à être la plus petite possible pour que la convergence statistique des données soit atteinte. Finalement, un bon compromis est obtenu quand la section droite du canal est divisée en 36 secteurs d'égale largeur (suivant l'axe (OY)). Par contre, ils n'ont pas tous la même épaisseur. Deux couches de hauteur 10 mm pour $\beta=3°$ et de 8,5 mm pour $\beta=5°$ sont situées au-dessus de la zone de cisaillement. Deux autres couches de 11,4 mm de hauteur occupent l'espace entre la couche de billes pariétale et la zone de cisaillement. La symétrie par rapport au plan (XOZ) est utilisée afin d'accélérer la convergence des résultats.

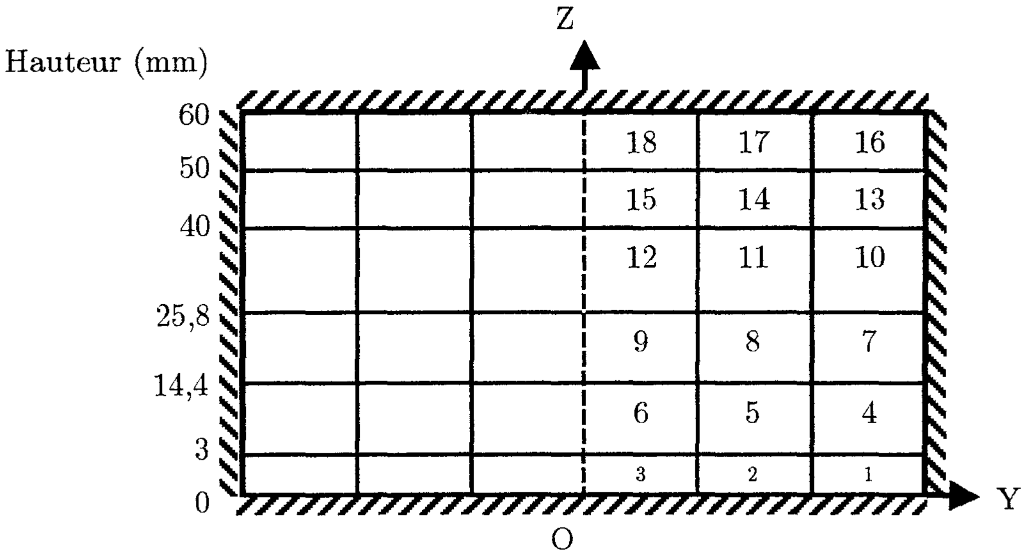


Figure 4-2.1 _ *Décomposition de la section droite du canal en secteurs pour l'étude quantitative de l'écoulement lorsque β=3°.*

/// Parois inférieure et supérieure

\\\\\\ Parois coplanaires à (XOZ) dites parois latérales

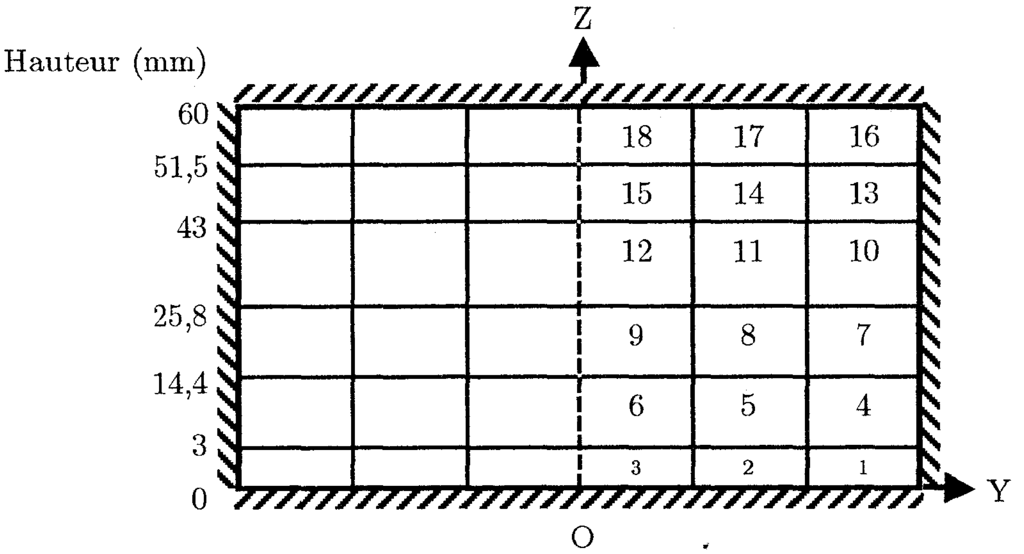


Figure 4-2.2 _ *Décomposition de la section droite du canal en secteurs pour l'étude quantitative de l'écoulement lorsque β=5°.*

/// Parois inférieure et supérieure

\\\\\\ Parois coplanaires à (XOZ) dites parois latérales

4-2.1 Les écoulements en canal faiblement incliné sont-ils établis et stationnaires en moyenne ?

La planche 4-1 représente le bilan algébrique du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents, sur toute la fenêtre d'observation et pendant la durée de l'expérience pour $\beta=3°$. Les billes qui entrent dans un secteur sont comptées positivement, et les billes qui en sortent sont comptées négativement. Les flèches indiquent dans quel sens les traversées de marqueurs sont majoritaires. Cette planche fait clairement apparaître que l'équilibre n'est pas atteint. Notamment, le bilan algébrique des secteurs 4, 5 et 6 situés directement au-dessus de la paroi inférieure vers la paroi inférieure fournit des valeurs importantes. Il est caractéristique de la condensation des billes à la paroi inférieure. Les billes qui se plaquent à la paroi inférieure ne s'évacuent pas latéralement (les bilans algébriques entre les secteurs 1, 2 et 3 sont faibles). Cela signifie que les billes s'évacuent longitudinalement. Dans ce cas, on doit observer soit une augmentation du flux massique, soit une augmentation de la fraction volumique de phase solide lorsque l'on descend le long du canal. Nous avons donc mesuré $\rho_\alpha U_\alpha$ et δ_α en haut et en bas de la fenêtre d'observation (figures 4-2.1.1 et 4-2.1.2 respectivement). Malheureusement, à la paroi inférieure, les résultats ne sont pas convergés (voir section 4-2.3.2). La figure 4-2.1.2 montre que dans les secteurs situés entre la zone pariétale et la couche de cisaillement, la fraction volumique de phase solide diminue lorsque l'on va de l'amont à l'aval de la fenêtre d'observation. C'est dans le secteur 5 que δ_α diminue le plus. Cela traduit le fait qu'il se vide de billes, comme le montre la planche 4-2 qui représente les échanges latéraux de billes entre secteurs adjacents sur toute la fenêtre d'observation et pendant la durée de l'expérience. Une grande partie des billes du secteur 5 sont évacuées vers la paroi inférieure. La figure 4-2.1.1 montre que le flux longitudinal de phase solide diminue très légèrement lorsque l'on passe de l'amont à l'aval de la fenêtre d'observation. Malgré les problèmes de convergence, on peut donc raisonnablement penser que les deux propriétés suivantes sont vérifiées : la fraction volumique et le flux longitudinal de phase solide augmentent à la paroi inférieure lorsque l'on descend le long du canal.

Z (mm)	Y 0–10 mm	Y 10–20 mm	Y 20–30 mm
50–60	**-0,3**/-0,3	**-0,2**/-0,4	**-0,03**/-0,03
40–50	**-1**/-1	**-1**/-1	**-0,4**/-0,2
25,8–40	/	/	/
14,4–25,8	**3**/3	**3**/2	**2**/1
3–14,4	**8**/8	**6**/5	**4**/4
0–3	**2**/4	**4**/3	**3**/2

Figure 4-2.1.1 _ *Flux longitudinal de billes $\rho_\alpha U_\alpha$ à travers une section droite du canal* **en haut** *et* en bas *de la fenêtre d'observation (10^{-5} kg.mm^{-2}.s^{-1}), pour $\beta=3°$.*

Z (mm)	Y 0–10 mm	Y 10–20 mm	Y 20–30 mm
50–60	**0,7**/0,8	**0,5**/1,3	**0,1**/0,2
40–50	**3,2**/3,5	**3**/2,6	**1,2**/0,8
25,8–40	/	/	/
14,4–25,8	**5,4**/5,7	**5,6**/5,4	**5,4**/3,9
3–14,4	**12**/12,1	**11,8**/9,4	**9,6**/9,3
0–3	**8,7**/13,4	**18,1**/14	**16,1**/10

Figure 4-2.1.2 _ *Fraction volumique de phase solide δ_α* **en haut** *et* en bas *de la fenêtre d'observation ($\times 10^{-2}$), pour $\beta=3°$.*

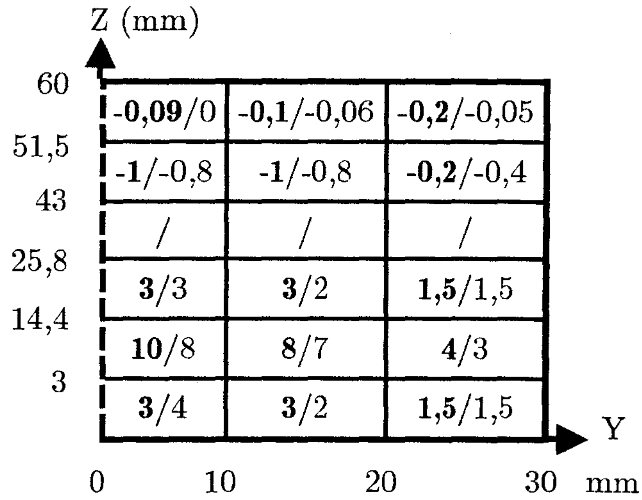


Figure 4-2.1.3 _ *Flux longitudinal de billes $\rho_\alpha U_\alpha$ à travers une section droite du canal* **en haut** *et* en bas *de la fenêtre d'observation (10^{-5} kg.mm^{-2}.s^{-1}), pour β=5°.*

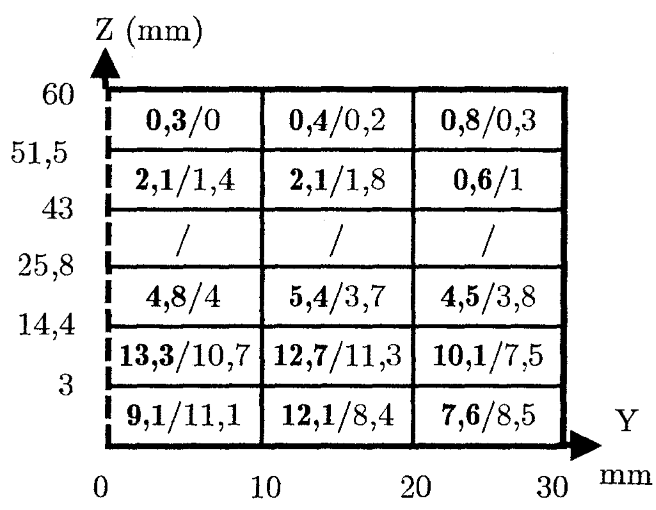


Figure 4-2.1.4 _ *Fraction volumique de phase solide δ_α* **en haut** *et* en bas *de la fenêtre d'observation (10^{-2}), pour β=5°.*

Pour une inclinaison de 5° par rapport à la verticale, les bilans algébriques des échanges latéraux de marqueurs sont présentés en planche 4-3 et la planche 4-4 montre les échanges latéraux de billes entre secteurs adjacents sur toute la fenêtre d'observation et pendant la durée de l'expérience. A cette inclinaison, l'équilibre n'est pas atteint non plus, même si les échanges latéraux de billes entre secteurs adjacents sont moins nombreux que lorsque β est de 3°, en particulier vers la paroi inférieure dans l'angle du canal. Les figures 4-2.1.3 et 4-2.1.4 montrent les mesures respectivement de $\rho_\alpha U_\alpha$ et δ_α en haut et en bas de la fenêtre d'observation. On observe, comme pour β=3°, une légère diminution du flux longitudinal en descendant le long du canal. La diminution de δ_α est non négligeable dans les secteurs situés entre la zone pariétale et la couche de cisaillement. D'après les résultats des planches 4-3 et 4-4, on se serait attendu à ce qu'elle diminue le plus dans les secteurs 5 et 6 alors qu'elle diminue le plus dans le secteur 4. Il semble donc que la configuration β=5° ne puisse être correctement analysée par nos méthodes dont les hypothèses simplificatrices touchent leur limite de validité.

Afin de déterminer si les écoulements à β=3° et β=5° sont établis en moyenne, nous avons divisé la fenêtre de travail en deux volumes identiques (de hauteur égale et ayant pour base la section droite du canal). Dans chaque partie, nous avons calculé la moyenne des vitesses des marqueurs pendant toute la durée de l'expérience. Les deux valeurs obtenues pour β=3° sont 158,5 mm/s (en haut de la fenêtre d'observation) et 155,7 mm/s (en bas de la fenêtre d'observation). La différence de 1,76% entre ces vitesses est inférieure à l'erreur commise sur chaque vitesse (1,8%). Malgré le phénomène de condensation des billes sur la paroi inférieure, on peut considérer que l'écoulement est établi en moyenne. Pour β=5°, les valeurs mesurées en haut et en bas de la fenêtre d'observation sont respectivement 183,1 mm/s et 196,3 mm/s à 2% et 2,1% près. La différence entre ces deux valeurs est de 6,7% et ne permet pas de faire l'hypothèse que l'écoulement est établi en moyenne. Afin de tester la stationnarité moyenne, nous avons découpé la durée de l'expérience en deux phases égales, et calculé pour chacune d'entre elles la vitesse moyenne des billes. Les valeurs obtenues pour β=3° sont respectivement 170,8 mm/s et 152 mm/s à respectivement de 1,9% et 1,8% près. On ne peut donc pas dire que l'écoulement est stationnaire en moyenne. Il en va de même pour β=5° où nous avons mesuré des vitesses de 205,9 mm/s et 189,1 mm/s respectivement, à 2,3% et 2,1% près. Pour une étude de type instationnaire, il faudrait réduire la durée d'observation à une valeur telle que la dérive de la vitesse moyenne devienne négligeable. Cependant, cela risque de conduire à des expériences où peu de marqueurs sont observés à chaque fois. La constitution de l'ensemble statistique risque donc de nécessiter un très grand nombre d'essais. Nos méthodes d'évaluation de fraction volumique locale de phase solide ne sont donc pas rigoureusement applicables dans le cas des écoulements en canal faiblement incliné. Les valeurs de fraction volumique que nous avons mesurées sur toute la durée de l'expérience ne permettent d'obtenir que des ordres de grandeur de δ_α dans chaque secteur. Cependant, l'évaluation des vitesses moyennes des billes permet quant à elle une approche descriptive de ces écoulements.

4-2.2 Mesure des vitesses de la phase solide

Evaluons les erreurs commises sur les vitesses instantanée et moyenne des marqueurs. On a vu dans le chapitre 3, section 3-1.2, qu'elles ont la forme respectivement : $\frac{\delta U_{\alpha ik}}{U_{\alpha ik}} = 2\frac{\Delta t}{\Delta T}\left(1+\frac{\delta L_{\alpha ik}}{2U_{\alpha ik}\Delta t}\right)$ et $\frac{\delta U_{\alpha i}}{U_{\alpha i}} = \frac{\delta(H-U\Delta T)}{H-U\Delta T}\left(1+2\frac{U_{\alpha i}\Delta t}{\delta(H-U\Delta T)}\right)$ où Δt est le temps d'obturation de la caméra, ΔT est l'intervalle de temps entre deux images successives, $L_{\alpha ik}$ est la distance parcourue par un marqueur pendant ΔT, H la hauteur de la fenêtre de visualisation et U la vitesse longitudinale moyenne des billes dans tout le canal et pendant toute la durée de l'expérience. On a : Δt=1/180 s, ΔT=1/25 s. Pour une inclinaison β de 3°, H=118 mm, $\delta L_{\alpha ik}$=0,268 mm, U=170 mm/s et δ(H-UΔT)=0,268 mm. Pour une inclinaison β de 5°, H=121,7 mm, $\delta L_{\alpha ik}$=0,276 mm, U=218,2 mm/s et δ(H-UΔT)=0,276 mm. A titre d'exemples, l'erreur relative sur la vitesse moyenne U dans tout le canal pour β=3° et β=5° est respectivement de 1,9% et 2,4%.

La figure 4-2.2.1 représente la vitesse longitudinale moyenne des billes dans les secteurs de la moitié de la section droite du canal. La figure 4-2.2.2 expose les mêmes résultats, présentés de manière plus visuelle. Elle montre l'évolution de la vitesse longitudinale moyenne des billes en fonction de Z, pour les secteurs d'ordonnées Y différentes. La paroi inférieure se trouve en Z=0 mm, et la paroi supérieure en Z=60 mm. Les profils de U_α confirment que sous la couche de cisaillement (Z≤25,8 mm), les billes ont un mouvement moyen descendant (U_α>0), et qu'au-dessus de la couche de cisaillement (Z≥40 mm), elles ont un mouvement moyen ascendant. Le mouvement longitudinal moyen des billes est ralenti lorsque

Z (mm)

-180	-143,9	-94,4
-192,9	-174	-129,6
-48,4	11	27,3
223,2	201,1	137,7
288,5	247,2	172,8
113,4	104,7	73,1

Z: 60, 50, 40, 25,8, 14,4, 3

Y (mm): 0, 10, 20, 30

Figure 4-2.2.1 _ *Vitesse longitudinale moyenne des billes dans chaque secteur pour β=3° (mm/s).*

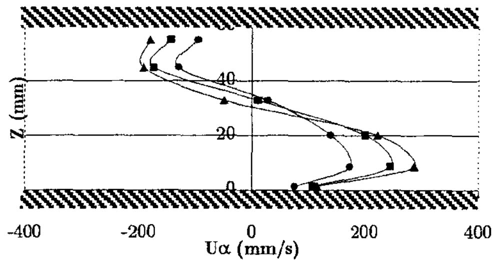


Figure 4-2.2.2 _ *Profils de vitesse longitudinale moyenne des billes en fonction de Z, pour différentes ordonnées Y, pour β=3°.*

▲ *0≤Y<10 mm*

■ *10≤Y<20 mm*

● *20≤Y<30 mm*

Z (mm)

-150,6	-122,5	-126,2
-214,3	-206,1	-175,2
-122,2	-69,1	25,3
304,7	237,5	161,1
325,5	291,4	181,5
152,9	127,8	86,3

Z: 60, 51,5, 43, 25,8, 14,4, 3

Y (mm): 0, 10, 20, 30

Figure 4-2.2.3 _ *Vitesse longitudinale moyenne des billes dans chaque secteur pour β=5° (mm/s).*

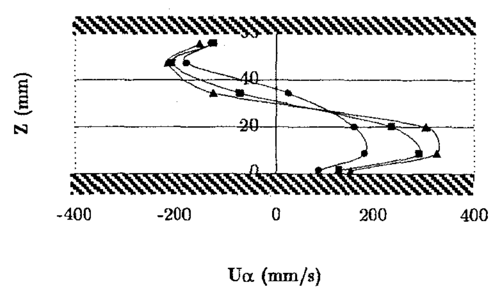


Figure 4-2.2.4 _ *Profils de vitesse longitudinale moyenne des billes en fonction de Z, pour différentes ordonnées Y, pour β=5°.*

▲ *0≤Y<10 mm*

■ *10≤Y<20 mm*

● *20≤Y<30 mm*

l'on s'approche des parois inférieure, supérieure et latérales. Les mesures de vitesse longitudinale moyenne des billes dans le cas β=5° sont exposées dans les figures 4-2.2.3 et 4-2.2.4 et répondent aux mêmes commentaires que pour une inclinaison de 3°.

Intéressons nous à présent aux répartitions statistiques de vitesses par secteur. La planche 4-5 (respectivement 4-6) présente la répartition pondérée R_U de la vitesse longitudinale des billes pour β=3° (respectivement β=5°) dans la moitié de la section droite du canal. Cette répartition est exprimée en pourcentage du nombre total d'observations pondérées dans le secteur considéré. Les vitesses maximale et minimale atteintes par les billes sont environ ±516 mm/s pour β=3° et ±566 mm/s pour β=5°. Les graphes de la planche 4-5 (respectivement 4-6) permettent d'analyser la structure de l'écoulement : en allant de la paroi inférieure vers la paroi supérieure, on distingue la zone de billes majoritairement descendantes (secteurs 1 à 9), la couche de cisaillement où la proportion de billes qui descendent et qui montent sont plus ou moins équivalentes (secteurs 10 à 12), et la zone où les billes remontent en majorité. Les spectres de vitesse longitudinale font apparaître le rôle des parois sur le mouvement des billes. Lorsque l'on se rapproche des parois inférieure, supérieure et latérale, les spectres se resserrent vers les vitesses de plus faible module. Cela signifie que les parois ralentissent les billes et tendent à réduire leur agitation suivant la direction longitudinale.

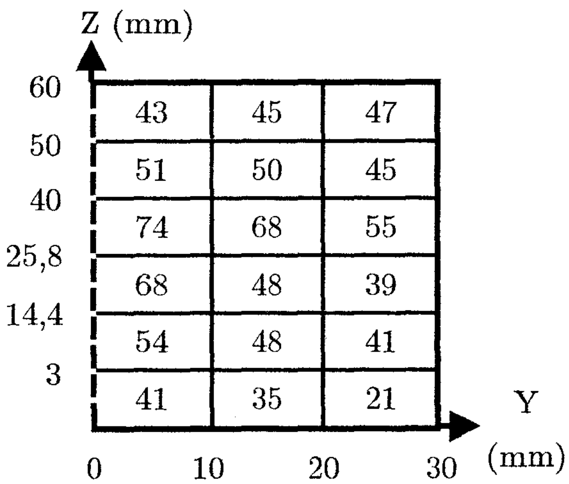


Figure 4-2.2.5 _ *Agitation longitudinale adimensionnée par la vitesse longitudinale moyenne des billes dans tout le canal* $(\sqrt{\overline{u'^2}|_\alpha}\,/\,U)$, *dans chaque secteur et pour* $\beta=3°$ $(\times 10^{-2})$.

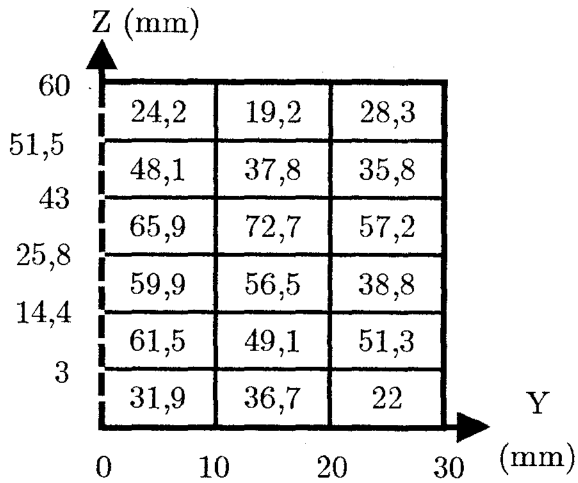


Figure 4-2.2.6 _ *Agitation longitudinale adimensionnée par la vitesse longitudinale moyenne des billes dans tout le canal* $(\sqrt{\overline{u'^2}|_\alpha}\,/\,U)$, *dans chaque secteur et pour* $\beta=5°$ $(\times 10^{-2})$.

Les figures 4-2.2.5 et 4-2.2.6, qui représentent, pour β=3° et β=5° respectivement, l'agitation longitudinale des billes adimensionnée par la vitesse moyenne des billes sur toute la section droite du canal, confirment ce résultat, sauf à la paroi supérieure où l'aspect non convergé des répartitions de vitesse longitudinale peut faire douter des valeurs obtenues pour $\sqrt{\overline{u'^2}|_\alpha} / U$ (très peu de billes passent par les secteurs adjacents à la paroi supérieure, section 4-2.3). L'agitation longitudinale est la plus grande dans la zone de cisaillement. C'est là, en effet, que règne le plus grand désordre puisque se mélangent billes qui remontent et billes qui descendent. L'agitation longitudinale est moins importante en canal incliné (entre 20% et 75%) qu'en canal vertical (entre 90% et 140%). Ce résultat était attendu puisque, comme il a été précisé dans l'introduction de ce chapitre, l'inclinaison du canal tend à organiser l'écoulement.

Nous avons choisi de présenter les répartitions de vitesses v et w obtenues expérimentalement comparées aux gaussiennes associées (planches 4-7 et 4-8 pour β=3° et planches 4-10 et 4-11 pour β=5°), basées sur la mesure de l'écart type de la vitesse considérée (planche 4-9 pour β=3° et planche 4-12 pour β=5°). L'aspect irrégulier de certains spectres, notamment dans la cas β=3°, est dû à un problème de convergence des données statistiques dans les secteurs adjacents à la paroi supérieure.

Regardons les planches 4-7 et 4-10. Le spectre des vitesses v est centré sur 0 et symétrique par rapport à la vitesse nulle. Cela signifie que dans chaque secteur α, la vitesse moyenne V_α est nulle, à la précision de mesure près. Les vitesses v la plus faible et la plus élevée sont ±100,5 mm/s pour β=3° et ±180 mm/s pour β=5°. Lorsque l'on se rapproche des parois inférieure et latérale, les répartitions de vitesses transversales v deviennent plus étroites. Ces parois ont tendance à réduire l'agitation des billes suivant l'axe (OY). Lorsque l'on s'éloigne de ces parois dans les directions (OZ) et (OY), les spectres de vitesse s'élargissent et se rapprochent de la gaussienne associée. Le confinement des billes à la paroi inférieure (section 4-2.3) explique également que l'agitation des billes soit faible à cet endroit. L'évaluation de l'agitation transversale adimensionnée $\sqrt{\overline{v'^2}|_\alpha} / U$, (figure 4-2.2.7 pour β=3° et 4-2.2.8 pour β=5°), confirme le rôle des parois inférieure et latérale.

Ces tableaux montrent également que la couche de cisaillement est la zone de l'écoulement la plus agitée suivant l'axe (OY).

Z (mm) \ Y (mm)	0–10	10–20	20–30
60	21,3	13	6,7
50	16,9	14,9	8,4
40	20,8	15,1	9
25,8	18,4	14,3	7,8
14,4	14,3	11,2	7,5
3	7,2	6,4	5,1

Figure 4-2.2.7 _ *Agitation transversale suivant l'axe (OY) adimensionnée par la vitesse moyenne des billes dans tout le canal* ($\sqrt{\overline{v'^2}|_\alpha} / U$)*, dans chaque secteur et pour $\beta=3°$ ($\times 10^{-2}$).*

Z (mm) \ Y (mm)	0–10	10–20	20–30
60	9,7	6,6	13,9
51,5	14,4	11,7	6,5
43	18,7	14,4	8,5
25,8	18,9	14,6	6,8
14,4	14,3	11,1	8,8
3	7,8	6,1	4,1

Figure 4-2.2.8 _ *Agitation transversale suivant l'axe (OY) adimensionnée par la vitesse moyenne des billes dans tout le canal* ($\sqrt{\overline{v'^2}|_\alpha} / U$)*, dans chaque secteur et pour $\beta=5°$ ($\times 10^{-2}$).*

Regardons à présent les répartitions de vitesse transverse w (planches 4-8 et 4-11). Les spectres de vitesse transversale w montrent des vitesses minimum et maximum de ±115,4 mm/s pour $\beta=3°$ et ±150 mm/s pour $\beta=5°$. Ils sont, tout comme les spectres de vitesse v, symétriques par rapport à la vitesse nulle et centrés sur 0 mm/s. La moyenne W_α sur un secteur est donc nulle à la précision des mesures près. Cette fois-ci, seuls les secteurs adjacents à la paroi inférieure présentent un pic de vitesse très étroit par rapport à la gaussienne associée. La paroi inférieure réduit l'agitation des billes dans la direction (OZ). Cela est dû au confinement des billes à cet endroit. Lorsque l'on s'éloigne de cette paroi, les courbes gaussienne et expérimentale se rapprochent et sont presque confondues dans la zone de cisaillement. Le mouvement des billes suivant l'axe (OZ) se rapproche d'un mouvement de type chaotique dans la zone de cisaillement. D'ailleurs, les figures 4-2.2.9 et 4-2.2.10, qui présentent l'agitation transversale suivant (OZ) adimensionnée par U, montrent que l'agitation augmente lorsque l'on s'éloigne des parois inférieure et supérieure pour atteindre un maximum dans la couche de cisaillement.

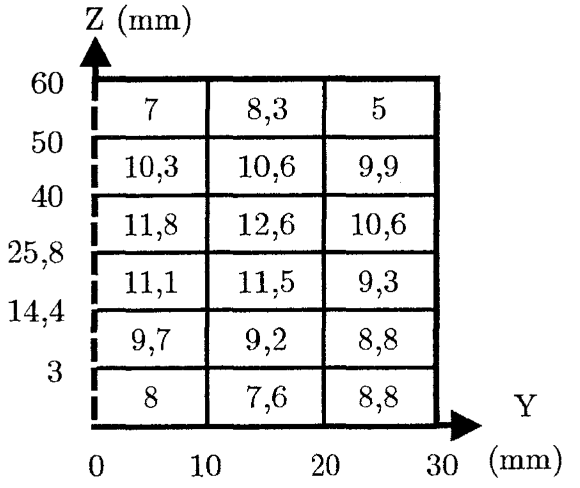


Figure 4-2.2.9 _ *Agitation transversale suivant l'axe (OZ) adimensionnée par la vitesse moyenne des billes dans tout le canal* ($\sqrt{\overline{w'^2}|_\alpha} / U$), *dans chaque secteur et pour* $\beta=3°$ $(\times 10^{-2})$.

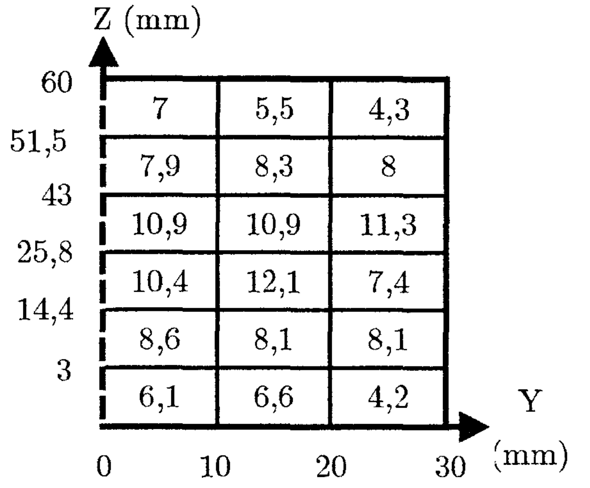


Figure 4-2.2.10 _ *Agitation transversale suivant l'axe (OZ) adimensionnée par la vitesse moyenne des billes dans tout le canal* ($\sqrt{\overline{w'^2}|_\alpha} / U$), *dans chaque secteur et pour* $\beta=5°$ $(\times 10^{-2})$.

4-2.3 Fraction volumique de phase solide

4-2.3.1 Hypothèses

Pour évaluer la fraction volumique de phase solide dans les écoulements en canal incliné, on ne peut pas utiliser l'expression trouvée dans le chapitre 2, section 2-2.3 : $\delta_\alpha = \delta_b M_s \dfrac{n_\alpha U}{n_s U_\alpha}$. Le problème provient de la fraction volumique d'ensemble δ_b que l'on ne peut pas évaluer ici. En effet, il est nécessaire de connaître la masse de billes qui traversent le canal pour calculer δ_b. Or en canal incliné, l'écoulement peut être décomposé en deux écoulements de sens opposés : un courant de billes descendant le long de la paroi inférieure, et un courant ascendant d'huile et de billes le long de la paroi supérieure. Un grand nombre de billes, que l'on ne sait pas évaluer, traversent trois fois la zone d'observation : une fois en descendant le long de la paroi inférieure, une fois en remontant le long de la paroi supérieure et une dernière fois en descendant à nouveau. On n'est plus dans le cas de l'écoulement sédimentaire où on pouvait faire l'hypothèse qu'une bille qui remontait dans un secteur redescendait dans le même secteur. Il est donc impossible de connaître la masse de billes qui transitent dans les différentes parties du canal. On revient donc à la première définition :

$$\delta_\alpha = \frac{N_b}{N_m} \frac{n_\alpha v_b}{s_\alpha U_\alpha T} \qquad (1)$$

où T est le temps total d'expérimentation, c'est-à-dire la somme des temps utiles d'écoulement de chaque séquence vidéo (T=860 s pour β=3° et T=690 s pour β=5°). N_b et N_m sont respectivement les nombres de billes et de marqueurs qui s'écoulent dans le canal pendant le temps T, c'est-à-dire le nombre de séquences vidéo multiplié par le nombre de billes ou de marqueurs contenus dans le dispositif expérimental (respectivement 15×10^5 et 15×60). On rappelle que n_α est le nombre de marqueurs qui traversent le secteur α pendant le temps T, sachant qu'un marqueur qui descend est compté positivement et qu'un marqueur qui monte est compté négativement. v_b est le volume d'une bille, s_α la surface de la section droite du secteur α et U_α la vitesse longitudinale moyenne des billes dans le secteur α.

La méthode d'évaluation de la fraction volumique de phase solide n'est valable que pour des écoulements moyens par droites parallèles, établis et stationnaires. On a vu dans la section 4-2.1 que les écoulements en canal incliné de 3° sont établis mais pas stationnaires en moyenne. Les écoulements à 5° ne sont ni établis ni stationnaires en moyenne. On peut néanmoins évaluer l'ordre de grandeur de la fraction volumique dans les secteurs où les flux latéraux sont très faibles par rapport aux flux longitudinaux. Les figures 4-2.3.1.1 et 4-2.3.1.2 représentent, dans la moitié de la section droite du canal, le rapport entre le flux latéral et le flux longitudinal. Il n'excède pas 5% pour β=3° et 1,9% pour β=5° (excepté dans le secteur 16). La zone de cisaillement pose un autre problème. Notre méthode d'évaluation de la fraction volumique est valable si l'on peut faire l'hypothèse que dans un secteur, les billes forment en moyenne une colonne que l'on voit défiler au cours du temps. Ce n'est pas le cas dans la couche de cisaillement puisqu'elle est constituée de billes qui montent et qui descendent en quantité équivalente, réparties dans l'espace d'une manière inconnue. De plus, dans les secteurs recouvrant la zone de cisaillement, l'écoulement de billes montantes et descendantes, en quantité équivalente, conduit à une vitesse longitudinale moyenne locale pour la phase particulaire voisine de 0. L'incertitude sur notre évaluation de δ_α peut donc être très grande. Nous devons donc renoncer à évaluer la fraction volumique locale de phase solide dans la couche de cisaillement par cette méthode.

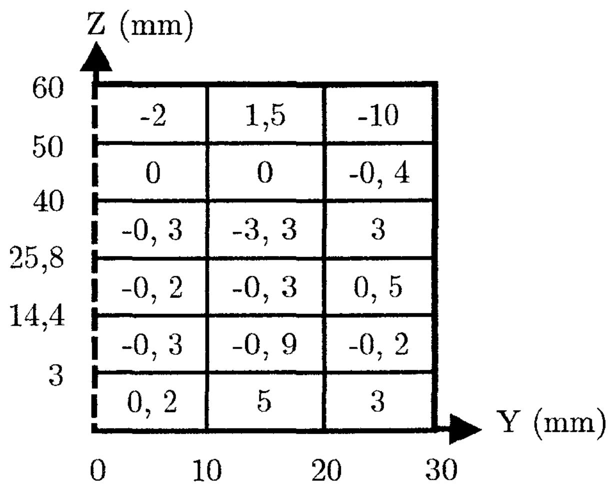


Figure 4-2.3.1.1 _ *Rapport entre le flux transversal par unité de surface et le flux longitudinal par unité de surface (x10^{-2}) pour β=3°.*

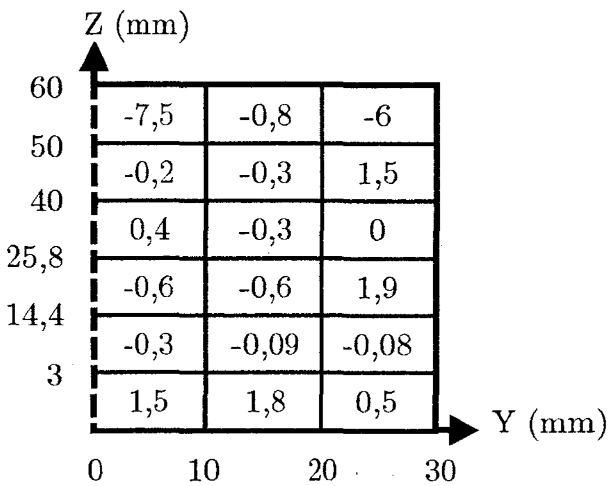


Figure 4-2.3.1.2 _ *Rapport entre le flux transversal par unité de surface et le flux longitudinal par unité de surface (x10^{-2}) pour β=5°.*

4-2.3.2 Mesures de fraction volumique de phase solide pour des inclinaisons de 3° et de 5° par rapport à la verticale

Les planches 4-13 (β=3°) et 4-14 (β=5°) représentent les courbes de convergence de n_α, dans chacun des secteurs. La convergence est atteinte lorsque la courbe tend vers une droite. J est le nombre de séquences vidéo traitées et P le nombre total de séquences vidéo à partir desquelles le traitement statistique a été effectué. Pour β=3°, la convergence n'est pas atteinte dans les secteurs 2 et 3 adjacents à la paroi inférieure, et dans les secteurs adjacents à la paroi supérieure. Pour β=5°, la convergence n'est pas atteinte dans les secteurs adjacents aux parois inférieure et supérieure, ainsi que dans le secteur 13. La convergence des données statistiques est atteinte lentement dans les secteurs adjacents à la paroi inférieure. En effet, dans ces secteurs, le flux longitudinal est faible. Les secteurs adjacents à la paroi supérieure sont traversés par très peu de billes. Un nombre de séquences vidéo bien plus important aurait été nécessaire pour atteindre la convergence statistique des résultats. Les valeurs de fraction volumique données dans les secteurs où la convergence n'est pas atteinte ne sont pas exploitables.

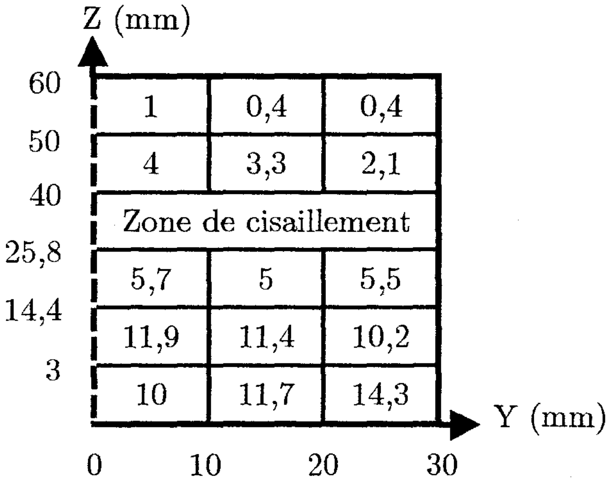


Figure 4-2.3.2.1 _ *Répartition de fraction volumique de phase solide pour $\beta=3°$ ($\times 10^{-2}$).*

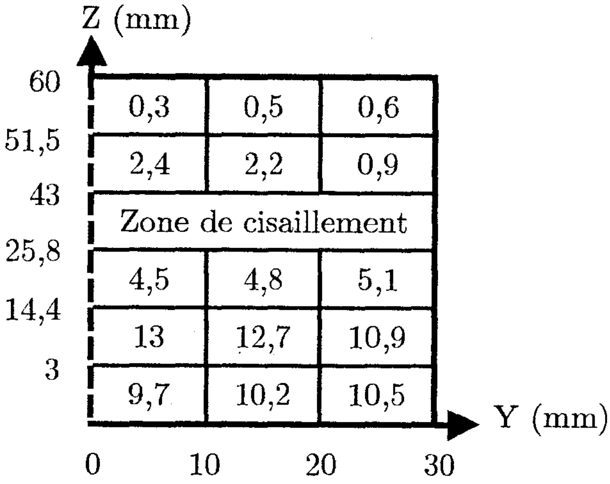


Figure 4-2.3.2.2 _ *Répartition de fraction volumique de phase solide pour $\beta=5°$ ($\times 10^{-2}$).*

Les figures 4-2.3.2.1 et 4-2.3.2.2 représentent la fraction volumique locale de phase solide pour des inclinaisons de respectivement 3° et 5° par rapport à la verticale. On note que plus on s'éloigne de la paroi inférieure, plus la fraction volumique diminue. Ce résultat était attendu étant donnée l'action de la gravité qui tend à plaquer les billes contre la paroi inférieure. Dans le cas β=3°, on mesure dans l'angle inférieur du canal (secteur 1), une fraction volumique de billes inférieure à 0,6, valeur maximale obtenue expérimentalement pour un arrangement de billes compact. Dans l'angle inférieur du canal, on n'a donc pas un arrangement parfait de billes collées les unes contre les autres. On peut supposer qu'il en va de même dans les secteurs 2 et 3, le long de la paroi inférieure, même si les données expérimentales ne sont pas convergées dans ces secteurs. Les billes condensées à la paroi inférieure sont donc espacées, et leur arrangement est désordonné. Il s'agit peut être d'un effet des parois latérales, car on voit dans la planche 4-1 (pour $\beta=3°$) que les billes qui longent la paroi inférieure sont repoussées vers le centre du canal (plan (XOZ)). Dans les secteurs situés juste au-dessus de la paroi inférieure (secteurs 4, 5 et 6), la fraction volumique pour $\beta=5°$ est légèrement supérieure à celle mesurée pour $\beta=3°$. Il se produit l'effet inverse dans les secteurs 7, 8 et 9. On retrouve l'effet de condensation des particules vers la paroi inférieure plus intense à 5° qu'à 3°.

4-2.4 Organisation de l'écoulement de la phase solide

Les figures 4-2.4.1 et 4-2.4.2 représentent, pour $\beta=3°$, le pourcentage de billes qui descendent (respectivement qui montent) dans un secteur par rapport au nombre de billes qui descendent (respectivement qui montent) dans tout le canal. Les figures 4-2.4.3 et 4-2.4.4 présentent les mêmes résultats, mais cette fois-ci pour $\beta=5°$. Les secteurs ont des sections droites de surfaces différentes. Afin de pouvoir les comparer, nous avons pondéré les résultats par S/s_α. Le quotient n_α/s_α représente le nombre de marqueurs qui traversent le secteur α par unité de surface, pendant le temps T de l'expérience. Le temps moyen qui s'écoule entre le passage de deux marqueurs est $t=T/n_\alpha$. Si U_α est la vitesse moyenne des billes dans le secteur α, la distance moyenne inter-marqueurs est $d=U_\alpha t=U_\alpha T/n_\alpha$. Or on sait que d est proportionnelle à $1/(\delta_\alpha s_\alpha)$. Ainsi : $1/(\delta_\alpha s_\alpha)\sim U_\alpha T/n_\alpha$ et $n_\alpha/s_\alpha\sim U_\alpha\delta_\alpha$.

La dépendance couplée de n_α/s_α en U_α et δ_α explique les observations que l'on effectue à partir des figures 4-2.4.1 à 4-2.4.4. Les secteurs qui sont traversés par le plus de billes qui descendent, relativement à la surface de leur section droite, sont les secteurs 4, 5 et 6. A la paroi inférieure, moins de billes ont été comptabilisées. Enfin, lorsque l'on s'éloigne des secteurs 4, 5 et 6 vers la paroi supérieure, la proportion de billes qui descendent diminue. On observe un comportement similaire des billes qui remontent avec cette fois-ci un maximum dans les secteurs 13, 14 et 15 (juste au-dessus de la couche de cisaillement) et une diminution lorsque l'on s'éloigne de ces secteurs vers la paroi inférieure. Notons également que pour β=3°, lorsque l'on s'éloigne de la paroi latérale, la proportion de billes qui descendent et qui montent augmente.

Z (mm)			
60	0	0	1,7
50	5,1	1,7	0
40	21,6	22,8	22,8
25,8	159,6	126,8	94
14,4	426,7	350,6	219,3
3	141,6	153	130,3

Y (mm) : 0 10 20 30

Figure 4-2.4.1 _ β=3° : *pourcentage de billes qui descendent dans un secteur (n_{bas}) par rapport au nombre de billes qui descendent dans le canal (N_{bas}), relativement à la surface de ce secteur :* $\frac{n_{bas}S}{N_{bas}s_{\alpha}}$ *($\times 10^{-2}$).*

Z (mm)			
60	125,8	38,7	38,7
50	580,6	416,1	193,5
40	184,4	68,3	27,3
25,8	0	8,5	0
14,4	0	0	0
3	0	0	0

Y (mm) : 0 10 20 30

Figure 4-2.4.2 _ β=3° : *pourcentage de billes qui montent dans un secteur (n_{haut}) par rapport au nombre de billes qui remontent dans le canal (N_{haut}), relativement à la surface de ce secteur :* $\frac{n_{haut}S}{N_{haut}s_{\alpha}}$ *($\times 10^{-2}$).*

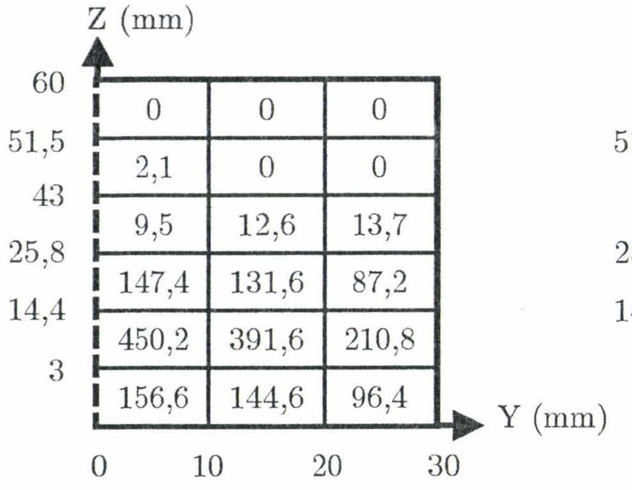


Figure 4-2.4.3 _ *β=5° : pourcentage de billes qui descendent dans un secteur (n_{bas}) par rapport au nombre de billes qui descendent dans le canal (N_{bas}), relativement à la surface de ce secteur :* $\frac{n_{bas}S}{N_{bas}s_{\alpha}}$ *($\times 10^{-2}$).*

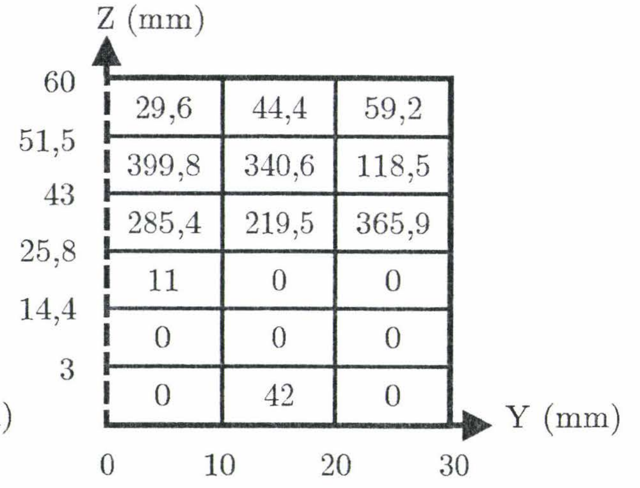


Figure 4-2.4.4 _ *β=5° : pourcentage de billes qui montent dans un secteur (n_{haut}) par rapport au nombre de billes qui remontent dans le canal (N_{haut}), relativement à la surface de ce secteur :* $\frac{n_{haut}S}{N_{haut}s_{\alpha}}$ *($\times 10^{-2}$).*

4-3 ECOULEMENTS DANS UN CANAL INCLINE DE 15°, 30° ET 45° PAR RAPPORT A LA VERTICALE

On considère à présent le cas où l'inclinaison est assez importante pour plaquer la majorité des billes sur la paroi inférieure du canal. L'écoulement de billes peut être découpé en trois parties : le front de l'avalanche dont on fait une étude phénoménologique en section 4-3.1, l'avalanche pleinement développée, et une troisième partie à laquelle on ne s'intéresse pas, appelée « queue de l'avalanche », constituée de quelques billes qui rampent le long de la paroi inférieure.

4-3.1 Etude phénoménologique

De nombreux marqueurs ont été introduits afin d'obtenir des informations sur les mouvements individuels des particules et non plus seulement sur l'ensemble. Nous nous intéresserons d'abord au front des avalanches. Puis nous étudierons la partie établie des avalanches.

4-3.1.1 Description du front des avalanches

Le front des avalanches avance dans l'huile avec une vitesse V_f qui décroît lorsque β croît (tableau 4-3.1.1.1). Un courant d'huile s'engouffre sous le front de l'écoulement de phase solide. Il en résulte un décollement du front pour des inclinaisons de 15° et 30° (figure 4-3.1.1.1). Par contre, ce phénomène n'est pas observé pour β=45°. Une fois que le décollement est amorcé, le front s'élève jusqu'à une hauteur l. Puis il se plaque à nouveau contre la paroi inférieure du canal. Ce phénomène se répète tout au long de l'avancée du front. Ce dernier a donc un mouvement oscillant le long de l'axe (OX), dans le plan (XOZ). Les longueurs caractéristiques du décollement, l et L, sont indiquées dans le tableau (4-3.1.1.1).

β	V_f (cm/s)	L (cm)	l (cm)	h (cm)
15°	30	10,8	0,96	0,6
30°	27	14	1,17	0,9
45°	15	×	×	1,8

Tableau 4-3.1.1.1 _ *Paramètres descriptifs du front des avalanches.*

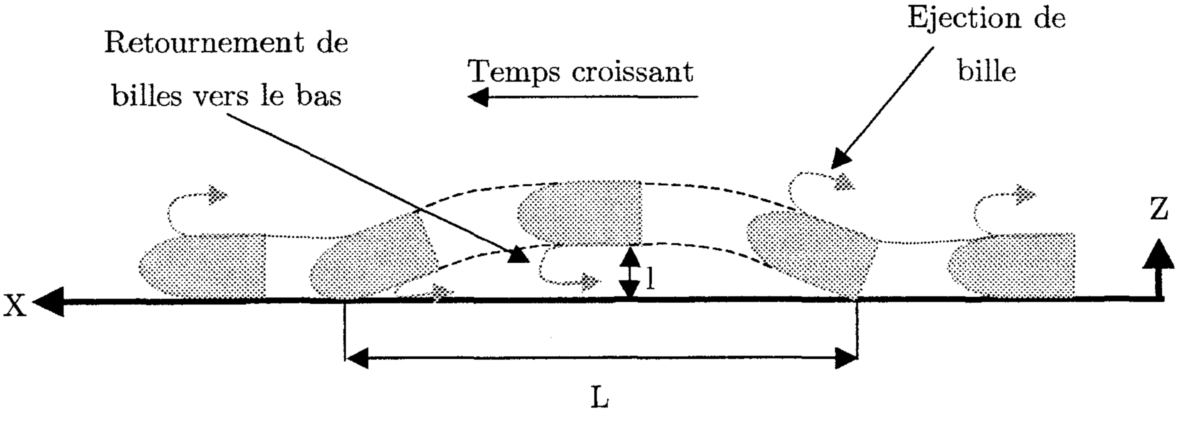


Figure 4-3.1.1.1 _ *Décollement du front.*

Les billes situées sur le front de l'avalanche peuvent être éjectées en arrière (exemple figure 4-3.1.1.1). Lorsque l'on parle d'éjection, il s'agit d'un mouvement vers le haut. Plus β diminue, plus le front devient épais et plus il avance rapidement. Par conservation du volume, l'écoulement d'huile ascendant devient aussi plus rapide. Ainsi, les billes emportées par le fluide montant sont éjectées en arrière plus loin et plus haut quand β diminue.

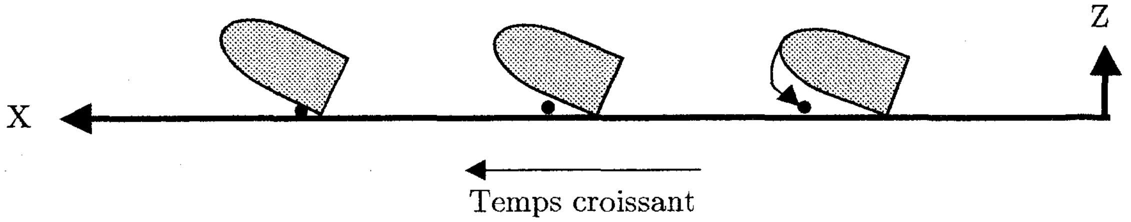


Figure 4-3.1.1.2 _ *Mécanisme de recirculation des billes dans le front.*

L'infiltration du fluide sous le front de l'avalanche entraîne des billes du front vers la paroi inférieure du canal. On dira dans la suite que de telles billes sont sujettes à une recirculation vers le bas. Durant ce mouvement, elles sont décélérées et donc rattrapées par le courant de billes descendant (figure 4-3.1.1.2).

Durant le décollement du front, les éjections et les recirculations de billes vers le bas ont lieu en alternance, selon qu'elles sont emportées par le fluide contournant le front par le haut ou par le bas (figure 4-3.1.1.1). Les billes peuvent également être emportées vers l'arrière du front par les côtés. La symétrie par rapport au plan (XOZ) est respectée. Lorsque β croît, les mouvements d'éjection et de retournement des billes deviennent moins fréquents.

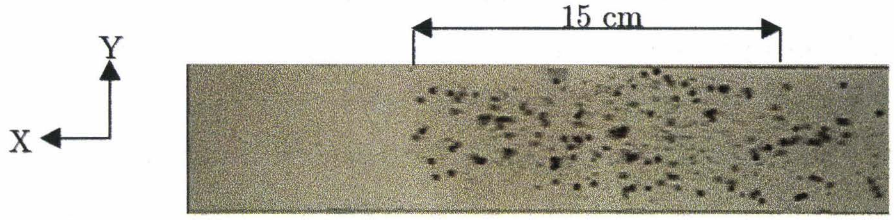


Figure 4-3.1.1.3 _ *Visualisation du front de l'avalanche pour β=15° dans le plan (XOY) (cf figure 4-1.1).*

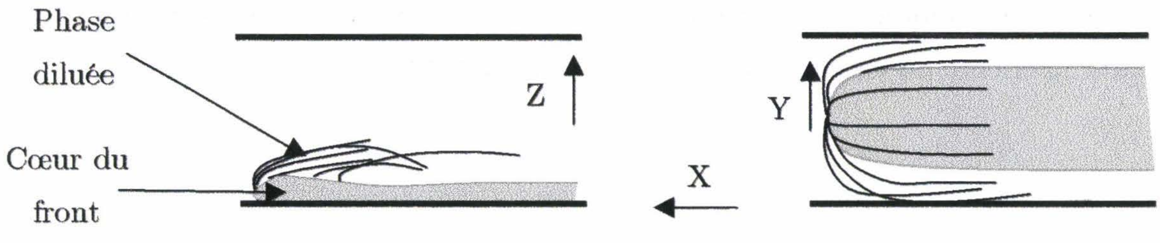


Figure 4-3.1.1.4 _ *Ejections et retournements de billes situées sur le front de l'avalanche pour β=15°.*

Pour une inclinaison de 15° par rapport à la verticale, la vue dans le plan (XOY) montre que les retournements de billes par les côtés ont lieu par bouffées, sur les 15 premiers centimètres de l'avalanche (figure 4-3.1.1.3). A cette inclinaison, les éjections de billes vers l'arrière de l'avalanche sont nombreuses, donnant ainsi naissance à une phase diluée qui entoure le cœur du front (figure 4-3.1.1.4). Le nombre d'éjections décroît progressivement lorsque β croît. A 45°, la phase diluée n'existe plus : seuls quelques éjections isolées à partir du front sont observées.

4-3.1.2 Description de la zone d'avalanche

A β=45° (figure 4-3.1.2.1), on a vu que l'écoulement global peut être divisé en deux écoulements distincts : un écoulement d'huile et de billes descendantes qui rampent le long de la paroi inférieure, et un écoulement d'huile ascendant, le long de la paroi supérieure. Une instabilité de cisaillement apparaît, caractérisée par une ondulation de l'interface entre le mélange huile-billes et l'écoulement de fluide pur ascendant. A 30°, l'amplitude des ondulations augmente assez pour engendrer des crêtes d'où quelques billes sont éjectées (figure 4-3.1.2.2). Il est intéressant de noter que la condensation des billes à la paroi inférieure rend l'adaptation d'indice de réfraction entre l'huile et les billes moins parfaite dans le bouchon que dans les écoulements sédimentaires, par exemple. Cela n'empêche pas la visualisation tridimensionnelle des marqueurs. Nous avons en plus accentué le contraste sur ces images afin de faire apparaître nettement l'interface. Pour un angle β=15° (figure 4-3.1.2.3), le taux d'éjections est assez élevé pour entretenir une phase diluée entre la phase dense et l'écoulement d'huile pur. L'interface entre la phase dense et l'écoulement d'huile (hors crêtes) est située en moyenne à une hauteur h de la paroi inférieure du canal donnée dans le tableau 4-3.1.1.1.

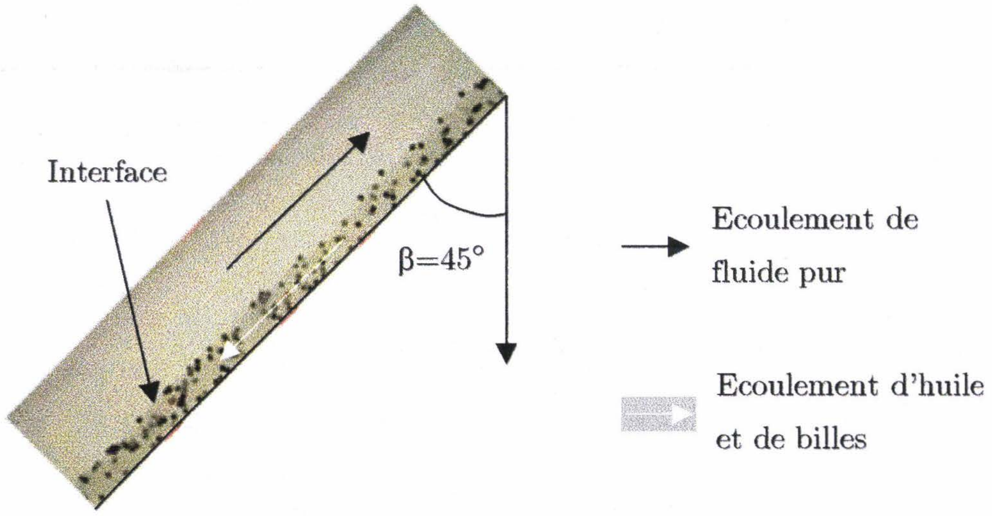


Figure 4-3.1.2.1 _ *Visualisation de la zone utile de l'avalanche pour β=45°.*

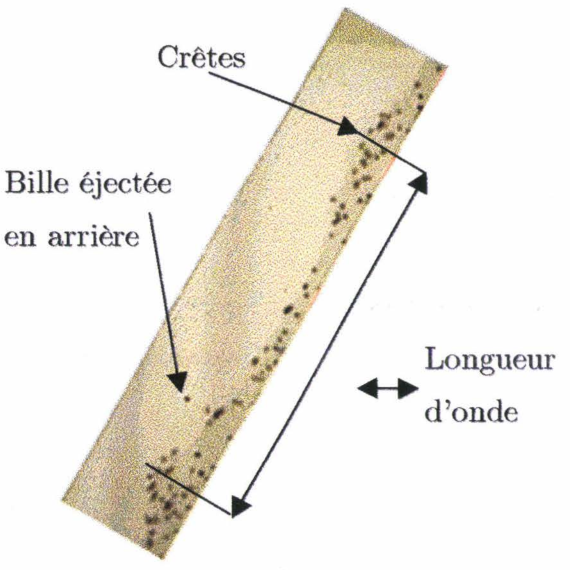


Figure 4-3.1.2.2 _ *Visualisation de la zone utile de l'avalanche pour β=30°.*

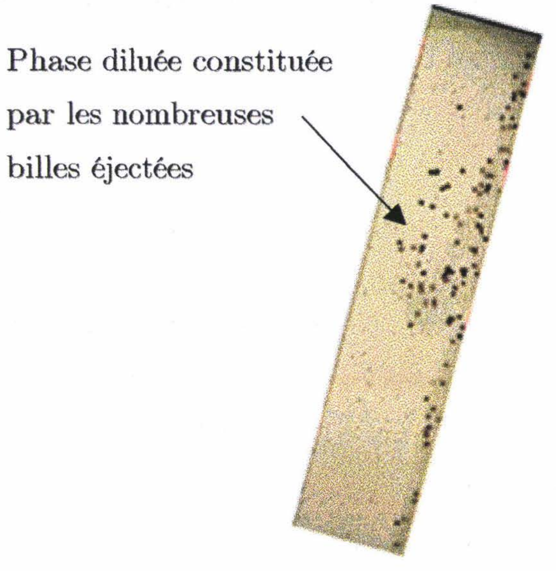


Figure 4-3.1.2.3 _ *Visualisation de la zone utile de l'avalanche pour β=15°.*

4-3.2 Etude quantitative des avalanches

Nous avons utilisé 25 séquences vidéos pour étudier les inclinaisons de 45° et de 30° par rapport à la verticale et 20 séquences vidéos pour l'inclinaison de 15°. La durée utile moyenne des écoulements est de 12,8 s pour β=45°, de 14,6 s pour β=30° et de 23,8 s pour β=15°. Nous avons exclu le front et la queue de l'avalanche. La question principale est celle du choix du découpage de la section droite du canal en secteurs. A β=45°, toutes les billes sont plaquées à la paroi inférieure. Elles forment une couche d'environ 18 mm d'épaisseur. Nous avons découpé cette couche en deux zones d'égale épaisseur, comme indiqué dans la figure 4-3.2.1 (a). Les écoulements à β=30° et β=15° peuvent être décomposés en un lit de billes plaquées à la paroi inférieure et un écoulement de billes intermittent, au-dessus du lit plus compact, formé par les vagues. Nous avons isolé le lit de billes compact qui a une épaisseur de 9 mm pour β=30° et de 6 mm pour β=15° ainsi que la zone d'instabilité qui englobe les vagues (de Z=9 mm à Z=30 mm pour β=30° et de Z=6 mm à Z=50 mm pour β=15°).

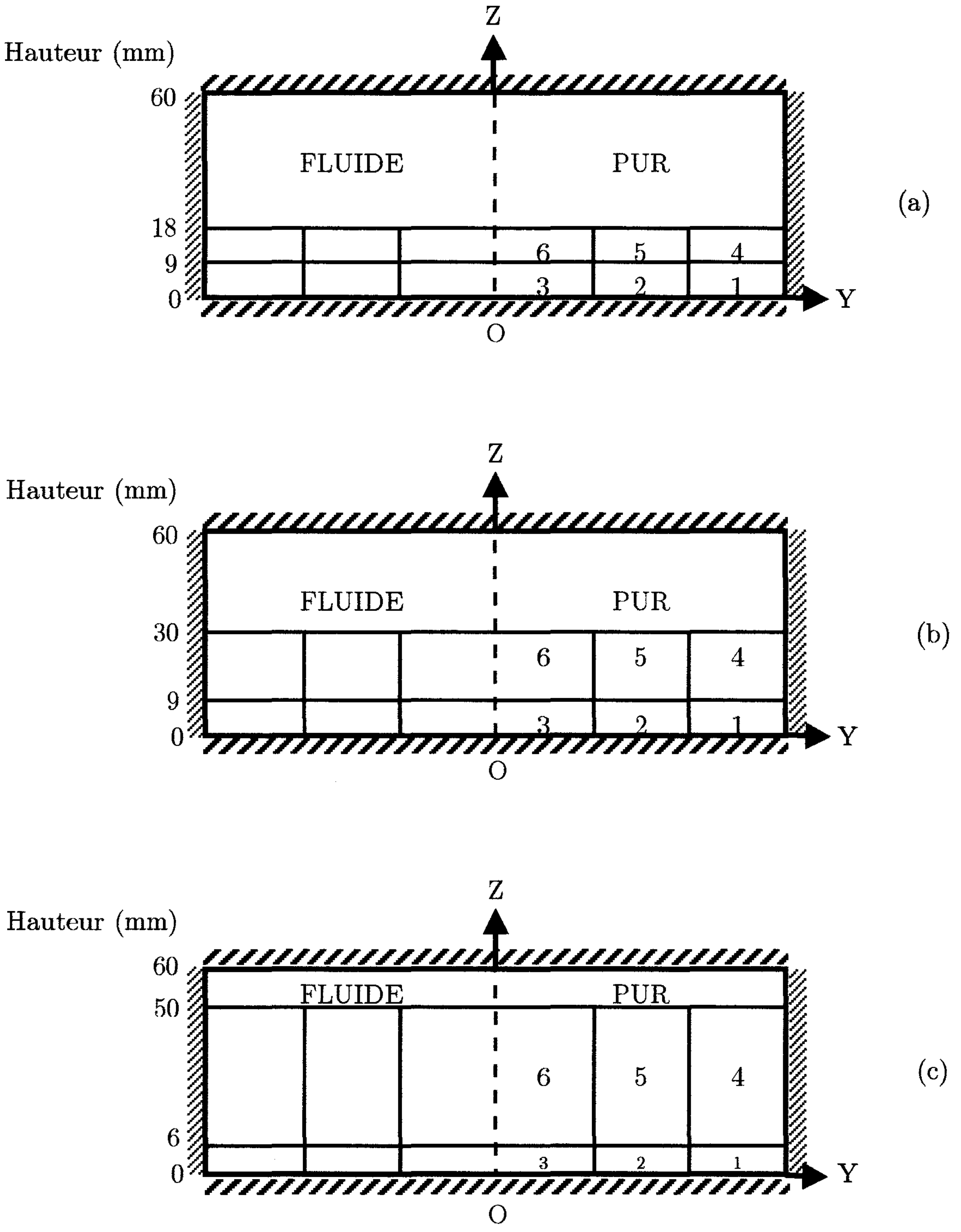


Figure 4-3.2.1 _ *Décomposition de la section droite du canal en secteurs pour l'étude quantitative de l'écoulement lorsque (a) β=45°, (b) β=30°, (c) β=15°.*

Parois inférieure et supérieure

Parois coplanaires à (XOZ) dites parois latérales (figures respectivement 4-3.2.1 (b) et 4-3.2.1 (c)). Comme pour les faibles inclinaisons, la symétrie par rapport à l'axe (OY) est appliquée.

4-3.2.1 Propriétés générales des écoulements

Pour savoir si les écoulements sont établis et stationnaires en moyenne, nous avons procédé comme pour les inclinaisons de 3° et 5° par rapport à la verticale. Les valeurs de la vitesse moyenne des billes en amont et en aval de la fenêtre d'observation sont reportées pour les différentes inclinaisons dans le tableau 4-3.2.1.1. Les valeurs obtenues montrent que les écoulements sont établis en moyenne. Pour vérifier la stationnarité moyenne des écoulements, la durée de ces derniers a été divisée en trois parties de 4 s pour β=45°, 4,8 s pour β=30° et 8 s pour β=15°. La vitesse moyenne obtenue dans chacune de ces parties est précisée dans le tableau 4-3.2.1.2. Il en ressort que les écoulements à forte inclinaison ne sont pas stationnaires en moyenne.

	β=45°	**β=30°**	**β=15°**
U_a (mm/s)	196,8 ± 1,8%	303,1 ± 2,9%	314,7 ± 2,9%
U_b (mm/s)	195,2 ± 1,8%	298,1 ± 2,8%	313 ± 2,9%

Tableau 4-3.2.1.1 _ *Valeurs des vitesses moyennes des billes en amont (U_a) et en aval (U_b) de la fenêtre d'observation.*

	β=45°	**β=30°**	**β=15°**
U_I (mm/s)	190,8 ± 1,8%	286,5 ± 2,7%	311,6 ± 2,9%
U_{II} (mm/s)	223,7 ± 2%	300,6 ± 2,9%	283,3 ± 2,6%
U_{III} (mm/s)	188,4 ± 1,8%	344,3 ± 3,2%	366 ± 3,3%

Tableau 4-3.2.1.2 _ *Valeurs des vitesses moyennes des billes mesurées dans les écoulements divisés en trois parties de durées égales.*

4-3.2.2 Vitesse de la phase solide

Les expressions des erreurs sur les vitesses instantanée et moyenne sont les mêmes que pour le cas de la sédimentation et des écoulement en canal faiblement incliné : $\frac{\delta U_{\alpha ik}}{U_{\alpha ik}} = 2\frac{\Delta t}{\Delta T}\left(1+\frac{\delta L_{\alpha ik}}{2U_{\alpha ik}\Delta t}\right)$ et $\frac{\delta U_{\alpha i}}{U_{\alpha i}} = \frac{\delta(H-U\Delta T)}{H-U\Delta T}\left(1+2\frac{U_{\alpha i}\Delta t}{\delta(H-U\Delta T)}\right)$.

Les valeurs des paramètres sont précisés dans le tableau 4-3.2.2.1 pour les différentes inclinaisons. Les valeurs des vitesses longitudinales moyennes U montrent que lorsque l'inclinaison du canal par rapport à la verticale diminue, l'avalanche devient plus rapide.

Inclinaisons	**ΔT (s)**	**Δt (s)**	**H (mm)**	**U (mm/s)**	**$\delta L_{\alpha ik}=\delta(H-U\Delta T)$ (mm)**
45°	1/25	1/180	140,5	202,4	0,27
30°		1/250	105,6	316,2	0,258
15°		1/250	108,1	328,9	0,27

Tableau 4-3.2.2.1 _ *Valeurs des paramètres intervenant dans le calcul des erreurs sur les vitesses pour $\beta=45°$, $\beta=30°$ et $\beta=15°$. On rappelle que ΔT est l'intervalle de temps entre deux images successives ; Δt est le temps d'obturation de la caméra ; H est la hauteur de la fenêtre d'observation ; U est la vitesse longitudinale moyenne de la phase solide dans tout l'écoulement ; $\delta L_{\alpha ik}$ est l'erreur commise sur la distance parcourue par un marqueur pendant ΔT.*

Y (mm)			
60 – 18	/	/	/
18 – 9	271	243,9	174,6
9 – 0	180,3	163,7	114,3

Figure 4-3.2.2.1 _ *Vitesse longitudinale moyenne des billes pour $\beta=45°$.*

Y (mm)			
60 – 30	/	/	/
30 – 9	411,9	364	269,5
9 – 0	270	245,1	176,6

Figure 4-3.2.2.2 _ *Vitesse longitudinale moyenne des billes pour $\beta=30°$.*

Y (mm)			
60			
50	/	/	/
6	419,9	370,4	247,9
0	248,6	214,5	143,8

Figure 4-3.2.2.3 _ *Vitesse longitudinale moyenne des billes pour β=15°.*

Les figures 4-3.2.2.1 à 4-3.2.2.3 présentent les vitesses longitudinales moyennes des billes dans chaque secteur pour β=45°, β=30° et β=15°. Comme pour les faibles inclinaisons, elles augmentent lorsque l'on s'éloigne des parois inférieure et latérales. Le mouvement des billes est donc le plus rapide au centre de l'avalanche.

Intéressons-nous à présent aux répartitions de vitesse longitudinale des billes (planche 4-15) pour les différentes inclinaisons. Lorsque l'on s'éloigne de la paroi latérale, les répartitions se décalent vers les vitesses de plus grand module. Cela montre que la paroi latérale tend à ralentir le mouvement de la phase solide dans la direction longitudinale. Dans les secteurs adjacents à la paroi inférieure, les répartitions présentent plusieurs pics. Nous avons cherché à savoir si cela est du à un effet de la paroi inférieure qui ralentirait les billes qui rampent directement sur elle. Dans ce but, nous avons tracé les répartitions de vitesse longitudinale pour les billes dont le centre a une côte inférieure à 3 mm, puis comprise entre 3 et 6 mm et enfin entre 6 et 9 mm (ce dernier intervalle ne valant que pour β=45° et β=30°). Nous observons effectivement trois pics (deux pour β=15°) centrés sur des vitesses d'autant plus grandes que l'on s'éloigne de la paroi inférieure (planche 4-16). Notons également que la distance entre les trois (ou deux) pics augmente lorsque l'on s'éloigne de la paroi latérale.

Les planches 4-17 à 4-19 présentent les répartitions de vitesses transversales v (suivant (OY)) et w (suivant (OZ)) ainsi que les courbes gaussiennes associées, pour respectivement β=45°, β=30° et β=15°. Les gaussiennes sont basées sur l'écart type mesuré (figures 4-3.2.2.4 à 4-3.2.2.9). Les planches 4-17, 4-18 et 4-19 montrent des répartitions de vitesses v et w centrées sur 0 mm/s et quasi symétriques. Les vitesses transversales moyennes sont donc nulles à la précision des mesures près. Lorsque l'on diminue l'angle d'inclinaison du canal par rapport à la verticale, les répartitions de vitesse transversale s'élargissent. Cela est confirmé par les figures 4-3.2.2.4 à 4-3.2.2.9. Les billes atteignent donc des vitesses transversales de plus en plus grandes. Cela est dû à l'instabilité créée par le cisaillement. En effet, l'écoulement de billes descendant à 45° n'est pas perturbé, mais à 30° et 15°, une instabilité se développe avec sans doute un aspect tridimensionnel. Dans les secteurs adjacents à la paroi inférieure, qui recouvrent la couche de billes condensées, les répartitions de vitesse v et w sont plus étroites et plus hautes que les gaussiennes. Les billes n'ont donc pas un comportement chaotique près de la paroi inférieure et on peut encore penser au piégeage par un mécanisme de guidage, lié à l'augmentation de la fraction volumique. Des modèles inspirés de notre approche du chapitre III peuvent donc encore être envisagés. A 15°, l'effet de la paroi inférieure sur v est moins marqué que pour β=45° et β=30°. C'est à la paroi latérale que le pic expérimental est beaucoup plus étroit et élevé que la gaussienne associée.

Y (mm)			
18–60	/	/	/
9–18	8	9,8	11,7
0–9	8,5	8,6	10

Figure 4-3.2.2.4 _ *Ecart type sur v pour β=45° (mm/s).*

Y (mm)			
18–60	/	/	/
9–18	9,3	9,6	13,9
0–9	9,4	9,2	12,9

Figure 4-3.2.2.5 _ *Ecart type sur w pour β=45° (mm/s).*

Y (mm)			
30–60	/	/	/
9–30	14,9	20,7	19,7
0–9	17,1	16,5	16,2

Figure 4-3.2.2.6 _ *Ecart type sur v pour β=30° (mm/s).*

Y (mm)			
30–60	/	/	/
9–30	21,1	21,2	24,4
0–9	25,6	23,9	27,4

Figure 4-3.2.2.7 _ *Ecart type sur w pour β=30° (mm/s).*

Y (mm)			
50–60	/	/	/
6–50	32,1	27	19,3
0–6	20,9	15,1	13,2

Figure 4-3.2.2.8 _ *Ecart type sur v pour β=15° (mm/s).*

Y (mm)			
50–60	/	/	/
6–50	23,6	22,9	21,6
0–6	19,8	17,8	15,4

Figure 4-3.2.2.9 _ *Ecart type sur w pour β=15° (mm/s).*

4-3.2.3 Fraction volumique locale de phase solide

De même que dans le cas des inclinaisons de 3° et de 5° par rapport à la verticale, les deux méthodes d'évaluation de la fraction volumique de phase solide données dans le chapitre 2 sont inutilisables ici. Le problème est l'évaluation de la fraction volumique d'ensemble δ_b qui est définie comme : $\delta_b = \frac{1}{\rho_s}\frac{M_b}{SL_B}$ où ρ_s est la masse volumique du borosilicate, M_b est la masse totale de billes dans le canal, S la section droite du bouchon de billes et L_B la longueur du bouchon. Mais ici, S varie dans le temps (par exemple dans la zone d'instabilité avec les vagues à 15° et 30°, ou entre le front, la zone utile de l'avalanche et la queue). C'est pourquoi il faut revenir à la première formulation de δ_α : $\delta_\alpha = \frac{N_b}{N_m}\frac{n_\alpha v_b}{s_\alpha U_\alpha T}$. La fraction volumique ne peut être évaluée que dans la couche de billes plaquées à la paroi inférieure puisque dans la zone d'instabilité (zone qui recouvre les vagues, à 30° et 15°), l'écoulement est intermittent. On a vu dans la section 4-3.2.1 que les écoulements aux différentes inclinaisons sont établis mais pas stationnaires en moyenne. En revanche, les flux latéraux par unité de surface étant faibles par rapport aux flux longitudinaux par unité de surface (figures 4-3.2.3.1 à 4-3.2.3.3), il est possible d'évaluer approximativement la fraction volumique dans la couche de billes condensée.

Les planches 4-20, 4-21 et 4-22 présentent les courbes de convergence de la fraction volumique de phase solide respectivement pour β=45°, β=30° et β=15°. Les résultats sont convergés partout, mais avec un peu plus de difficulté à la paroi latérale pour β=45°.

Les figures 4-3.2.3.4 à 4-3.2.3.6 représentent les répartitions de fraction volumique de phase solide dans le canal, respectivement pour β=45°, β=30° et β=15°. On observe un comportement différent pour chacune de ces inclinaisons. Lorsque β=45°, δ_α augmente lorsque l'on s'éloigne des parois latérales. Peut-être est-ce pour cette raison qu'au centre du canal, les billes n'atteignent pas des vitesses transverses aussi élevées qu'aux parois latérales : elles sont bloquées par leurs voisines qui sont très proches. A β=30°, la fraction volumique est à peu près constante sur toute la largeur du canal. Et à β=15°, elle diminue lorsque l'on s'éloigne des parois latérales. Là encore, on note le phénomène inverse de celui qui a lieu pour β=45°. Cette fois-ci, c'est au centre du canal que les billes atteignent les vitesses transversales les plus élevées.

Y (mm)			
18–60	2	0	/
9–18	0,4	-0,2	0
0–9	-0,6	1,3	-2,5

Figure 4-3.2.3.1 _ *Rapport entre le flux latéral et le flux longitudinal de billes par unité de surface pour β=45° (×10⁻²).*

Y (mm)			
30–60	/	/	/
9–30	-0,1	-0,2	1,9
0–9	0,04	-0,2	-0,05

Figure 4-3.2.3.2 _ *Rapport entre le flux latéral et le flux longitudinal de billes par unité de surface pour β=30° ($\times 10^{-2}$).*

Y (mm)			
50–60	/	/	/
6–50	0,05	-0,3	0,4
0–6	0,6	-0,2	-0,3

Figure 4-3.2.3.3 _ *Rapport entre le flux latéral et le flux longitudinal de billes par unité de surface pour β=15° ($\times 10^{-2}$).*

Y (mm)			
18–60	/	/	/
9–18	26,3	22,5	9,8
0–9	40,9	29	23,6

Figure 4-3.2.3.4 _ *Fraction volumique de phase solide pour β=45° ($\times 10^{-2}$).*

Y (mm)			
30–60	/	/	/
9–30	/	/	/
0–9	20,8	20,3	20,5

Figure 4-3.2.3.5 _ *Fraction volumique de phase solide pour $\beta=30°$ ($\times 10^{-2}$).*

Y (mm)			
50–60	/	/	/
6–50	/	/	/
0–6	12,9	15,4	20,3

Figure 4-3.2.3.6 _ *Fraction volumique de phase solide pour $\beta=15°$ ($\times 10^{-2}$).*

4-3.2.4 Echanges latéraux entre secteurs

Les figures 4-3.2.4.1 à 4-3.2.4.3 présentent les bilans algébriques du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience (pour respectivement $\beta=45°$, $\beta=30°$ et $\beta=15°$). Les échanges entre les secteurs adjacents à la paroi inférieure et les secteurs situés directement au-dessus sont plus équilibrés que dans les cas $\beta=3°$ et $\beta=5°$. On ne peut plus parler de condensation des billes vers la paroi inférieure. Ici, les billes sont déjà plaquées à la paroi inférieure.

A 45°, les échanges latéraux sont beaucoup moins nombreux qu'à 30° et 15°. L'écoulement moins agité transversalement à cette inclinaison explique cette observation (figures 4-3.2.2.4 à 4-3.2.2.9). A 45°, le bilan algébrique des échanges latéraux montre bien qu'au centre du canal, les billes sont repoussées vers l'extérieur de l'avalanche, comme on l'observe dans les avalanches en milieu non confiné. Cela conduit à un élargissement du corps de l'avalanche. Ici, on a en plus un effet des parois latérales qui repoussent les billes vers le centre (secteurs 1 vers 2 et 4 vers 5). A 30°, les billes sont toutes poussées vers les parois latérales et à 15°, dans la couche de billes condensée, elles sont repoussées des parois latérales.

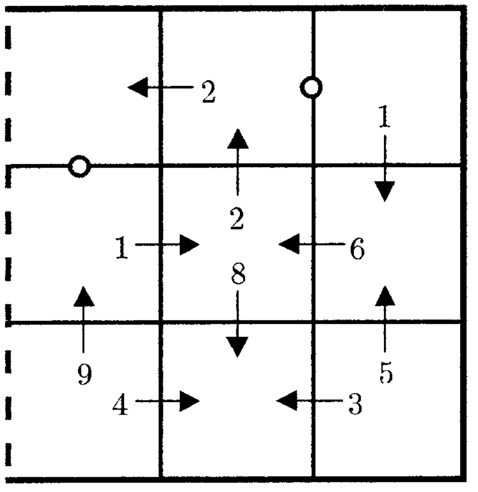


Figure 4-3.2.4.1 _ *Bilan algébrique du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents, mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience pour β=45°.*

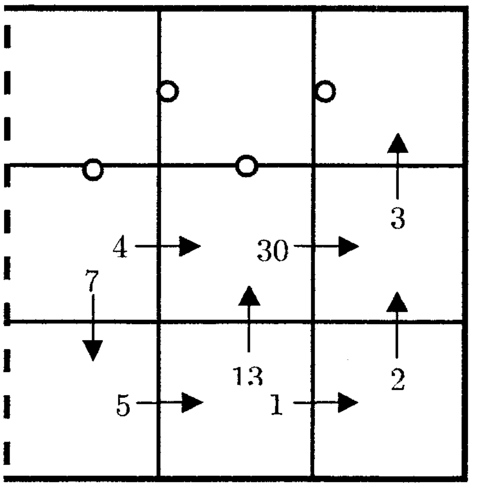


Figure 4-3.2.4.2 _ *Bilan algébrique du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents, mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience pour β=30°.*

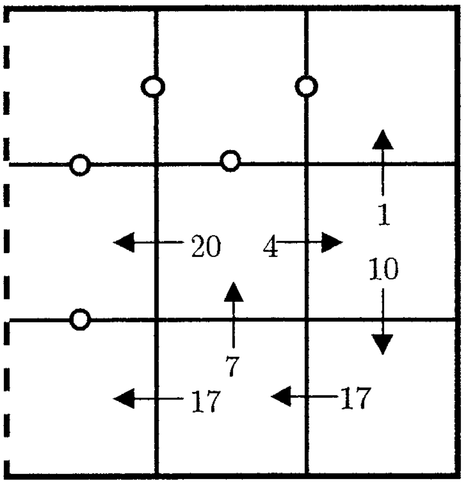


Figure 4-3.2.4.3 _ *Bilan algébrique du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents, mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience pour β=15°.*

4-3.2.5 Longueurs d'onde

A des inclinaisons de 30° et de 15° par rapport à la verticale, nous avons vu qu'une instabilité se développe, caractérisée par une ondulation de l'interface entre le mélange d'huile et de billes descendant et le courant d'huile ascendant. Nous avons mesuré les longueurs d'onde de l'interface dans chacune des trois parties de l'avalanche pleinement développée ($0 \leq t < 8$ s, $8 \leq t < 16$ s et 16 s$\leq$t pour $\beta=15°$ et $0 \leq t < 4{,}8$ s, $4{,}8 \leq t < 9{,}6$ s et 9,6 s$\leq$t pour $\beta=30°$). Pour cela, nous avons utilisé une méthode d'ombroscopie. On observe l'interface dans le plan (XOZ) (Une intégration de la phase solide sur la largeur du canal est alors implicitement effectuée). La zone d'amplitude maximale d'une ondulation est détectée. On travaille sur une fenêtre d'observation assez longue pour qu'apparaissent les hauteurs maximales de deux ondulations successives. La mesure de la distance entre ces sommets fournit la longueur de l'onde considérée (figure 4-3.1.2.2). Ce traitement a été effectué « à la main » pour toutes les séquences vidéo relatives à une inclinaison du canal. Les tableaux 4-3.2.5.1 et 4-3.2.5.2 montrent la moyenne de ces longueurs d'onde et l'écart type associé, ainsi que les longueurs d'onde minimales et maximales pour respectivement $\beta=15°$ et $\beta=30°$. A 30°, la longueur d'onde moyenne est la même dans les deux premières parties et augmente à la fin de l'avalanche. A 15°, la longueur d'onde moyenne dans la première partie est plus grande que les longueurs d'ondes moyennes en milieu et en fin d'avalanche. La dispersion des mesures est importante, comme en témoignent les écarts types qui représentent entre un tiers et un quart des longueurs d'ondes moyennes.

$\beta=15°$				
Zone d'étude (t en s)	**Longueur d'onde moyenne $\bar{\lambda}$ (mm)**	**Longueur d'onde minimale λ_{min} (mm)**	**Longueur d'onde maximale λ_{max} (mm)**	**Ecart type (mm)**
$0 \leq t < 8$	213	80	350	59
$8 \leq t < 16$	198	80	300	60
$16 \leq t$	200	50	330	60

Tableau 4-3.2.5.1 _ *Longueurs d'onde moyennes, minimales et maximales des ondulations et écart type associé dans les avalanches à β=15°.*

β=30°				
Zone d'étude (t en s)	**Longueur d'onde moyenne $\overline{\lambda}$ (mm)**	**Longueur d'onde minimale λ_{min} (mm)**	**Longueur d'onde maximale λ_{max} (mm)**	**Ecart type (mm)**
0≤t<4,8	157	60	260	45
4,8≤t<9,6	155	60	250	43
9,6≤t	176	80	260	46

Tableau 4-3.2.5.2 _ *Longueurs d'onde moyennes, minimales et maximales des ondulations et écart type associé dans les avalanches à β=30°.*

Nous avons cherché à savoir si l'instabilité observée est une instabilité de type Kelvin-Helmholtz. Pour cela, nous utilisons la démarche de Chandrasekhar [21]. L'écoulement est constitué de deux fluides superposés de masses volumiques ρ_1 et ρ_2 différentes qui s'écoulent dans des sens opposés. Ces masses volumiques sont définies comme : $\rho_1 = \delta\rho_s + (1-\delta)\rho_f$ et $\rho_2 = \rho_f$ où ρ_s et ρ_f sont les masses volumiques du borosilicate et de l'huile (respectivement 2260 kg/m^3 et 857 kg/m^3), δ est la fraction volumique de phase solide dans la couche de billes condensées à la paroi inférieure au centre du canal (secteur 3 : δ=0,21). Pour des raisons de convergence statistique des résultats, nous avons calculé les valeurs de ρ_1 et ρ_2 sur toute la durée de l'avalanche. Les fluides superposés sont séparés par une couche d'épaisseur 2d de masse volumique intermédiaire où la vitesse du fluide varie continûment de la vitesse du fluide du dessous à celle du second fluide (figure 4-3.2.5.1). Les fluides sont supposés incompressibles et newtoniens, et le fluide du dessous a la masse volumique la plus élevée. L'écoulement a lieu dans un milieu infini. La méthode de Chandrasekhar consiste à se ramener à un écoulement de la forme précisée dans la figure 4-3.2.5.2 (c'est-à-dire où U_1=-U_2). On pose que $U_0 = \dfrac{U_1 - U_2}{2}$, $\rho_0 = \dfrac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ et $\varepsilon = \dfrac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$.

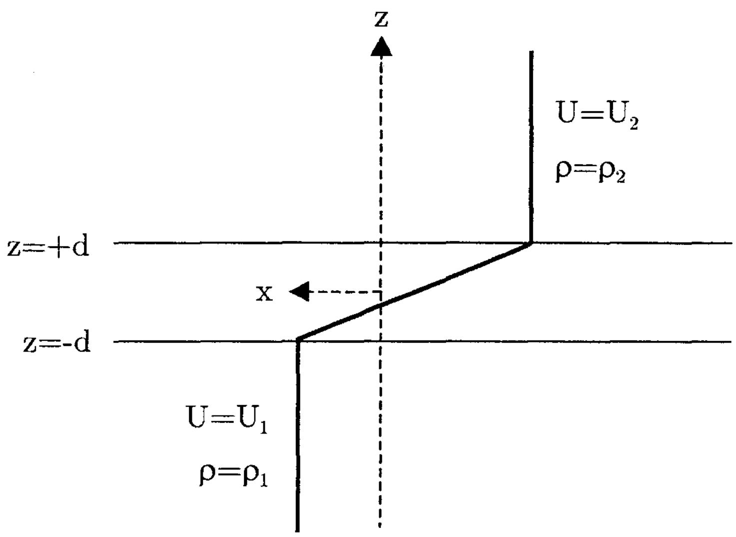


Figure 4-3.2.5.1 _ *Profil de vitesses schématisé de nos écoulements.*

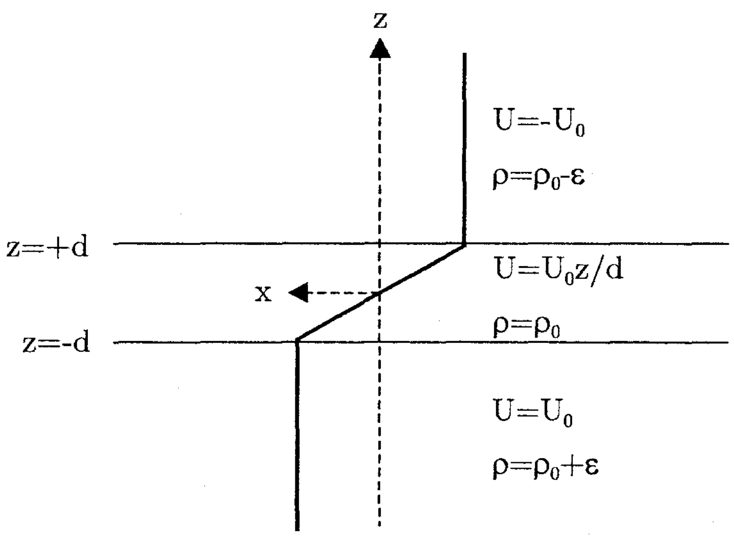


Figure 4-3.2.5.2 _ *Ecoulement de deux fluides superposés séparés par une couche de fluide intermédiaire.*

La stabilité de l'écoulement [21] dépend de deux paramètres : J, le nombre de Richardson qui représente le rapport entre la force de flottaison et l'inertie, et κ, proportionnel au nombre d'onde k. Lorsque l'écoulement des fluides s'effectue dans une direction inclinée par rapport à l'horizontale, J et κ sont définis par :

$$\begin{cases} J = \dfrac{\varepsilon g d}{U_0^2} \sin\beta \\ \kappa = 2dk \end{cases}$$

L'écoulement est soumis à une instabilité de Kelvin-Helmholtz si :

$$\frac{\kappa - 1 - e^{-\kappa}}{1 + e^{-\kappa}} < J < \frac{\kappa - 1 + e^{-\kappa}}{1 - e^{-\kappa}}$$

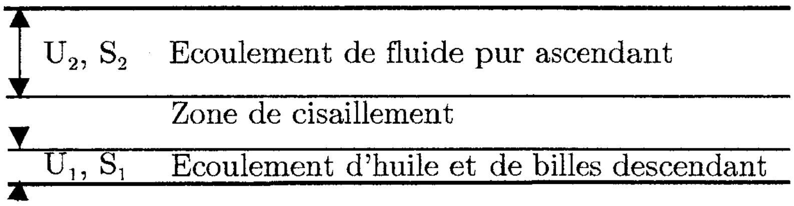


Figure 4-3.2.5.3 _ *Découpage spatial de l'écoulement pour la détermination de la vitesse moyenne du fluide pur ascendant.*

Cette étude de la stabilité est linéaire. A 30°, on n'observe qu'une ondulation de l'interface entre l'écoulement de fluide et de billes et l'écoulement de fluide pur. Une étude linéaire est suffisante. Par contre, à 15°, la formation de crêtes indique que l'instabilité est pleinement développée, voire tridimensionnelle. Une étude linéaire n'est donc plus suffisante. On se bornera donc ici au cas β=30°. On choisit de prendre pour U_1 la vitesse moyenne des billes dans la couche condensée à la paroi inférieure, au centre du canal (secteur 3). En effet, étant donnée la compacité, on fait l'hypothèse que le fluide descend à la même vitesse que les billes à cet endroit. U_2 est la vitesse moyenne du fluide qui remonte. Elle est obtenue avec la conservation du débit : $U_1S_1=|U_2|S_2$ (figure 4-3.2.5.3). Les valeurs de S_1, S_2, U_1, U_2, ρ_1, ρ_2, U_0 et ε pour les trois périodes d'analyse de l'avalanche sont indiquées dans le tableau 4-3.2.5.3.

Paramètres	Périodes d'analyse de l'avalanche		
	I (0≤t<4,8 s)	II (4,8≤t<9,6 s)	I (9,6 s≤t)
S_1 (mm²)	540		
S_2 (mm²)	1620		
U_1 (mm/s)	263	260,6	286,8
U_2 (mm/s)	-87,7	-86,9	-95,6
ρ_1 (kg/m³)	1151 ,6		
ρ_2 (kg/m³)	857		
U_0 (mm/s)	175,4	173,8	191,2
ρ_0 (kg/m³)	1004,3		
ε	0,147		

Tableau 4-3.2.5.3 _ *Paramètres pour le calcul de J et de κ dans le cas β=30°.*

2d (mm)	I (0≤t<4,8 s)				II (4,8≤t<9,6 s)				III (9,6 s≤t)			
	J	$\kappa(\bar{\lambda})$	$\kappa(\lambda_{min})$	$\kappa(\lambda_{max})$	J	$\kappa(\bar{\lambda})$	$\kappa(\lambda_{min})$	$\kappa(\lambda_{max})$	J	$\kappa(\bar{\lambda})$	$\kappa(\lambda_{min})$	$\kappa(\lambda_{max})$
3	0,035	0,12	0,314	0,072	0,036	0,122	0,314	0,075	0,03	0,107	0,236	0,072
6	0,07	0,24	0,628	0,145	0,072	0,243	0,628	0,151	0,059	0,214	0,471	0,145
9	0,105	0,36	0,942	0,217	0,107	0,365	0,942	0,226	0,089	0,321	0,707	0,217
12	0,141	0,48	1,257	0,29	0,143	0,486	1,257	0,302	0,118	0,428	0,942	0,29
15	0,176	0,6	1,571	0,362	0,179	0,608	1,571	0,377	0,148	0,535	1,178	0,362
18	0,211	0,72	1,885	0,435	0,215	0,73	1,885	0,452	0,178	0,643	1,414	0,435
21	0,246	0,84	2,199	0,507	0,251	0,851	2,199	0,528	0,207	0,75	1,649	0,507

Tableau 4-3.2.5.4 _ *Valeurs de J et de κ pour différentes épaisseurs de la couche de mélange, pour β=30°.*

Pour nous, la donnée la plus difficile à estimer est l'épaisseur de la couche de mélange 2d. Celle-ci est comprise entre 3 mm, diamètre des billes, et 21 mm, hauteur des vagues. C'est pourquoi nous avons calculé J et κ pour différentes valeurs de 2d, comprises entre 3 et 21 mm. Compte tenu de la dispersion des longueurs d'onde, nous avons évalué les couples (J,κ) pour les longueurs d'onde moyennes, mais également pour les longueurs d'onde minimales et maximales. Les résultats sont donnés dans le tableau 4-3.2.5.4 et reportés sur les figures de la planche 4-23 qui représentent le diagramme d'instabilité proposé par Chandrasekhar [21] pour les parties I, II et III de l'avalanche. A chaque valeur de 2d, correspondent trois couples (J,κ). La mesure située la plus à droite correspond à la longueur d'onde minimale. La valeur centrale correspond à la longueur d'onde moyenne et la mesure de gauche à la longueur d'onde maximale. En principe, on est en présence d'une instabilité de type Kelvin-Helmholtz, si toute la gamme de longueurs d'ondes est dans la zone d'instabilité. Cependant, la mesure de la longueur d'onde minimale est contestable car elle peut correspondre à un effet tridimensionnel alors que la longueur d'onde maximale est associée plus probablement à une oscillation bidimensionnelle. Puisque dans les trois périodes d'analyse, les valeurs de κ associées aux longueurs d'onde maximales et moyennes sont à l'intérieur de l'espace délimitant la zone d'instabilité, le processus d'instabilité de type Kelvin-Helmholtz est plausible. On peut cependant exclure les cas où 2d est égale à 18 et 21 mm pour les périodes I et II, car la longueur d'onde minimale correspond à un couple (J,κ) trop éloigné de la limite du critère de stabilité de Chandrasekhar. La planche 4-23 montre également que la valeur approximative de 2d à prendre en compte est entre 12 et 15 mm pour les périodes I et II, et de 18 mm pour la période III. En effet, pour un nombre de Richardson donné, les valeurs de κ n'ont pas de raison de n'occuper qu'une petite partie de la largeur de la zone d'instabilité.

Ces résultats sont évidemment à prendre avec prudence, car les hypothèses de départ ne sont pas toujours réalisées dans notre écoulement : l'écoulement d'huile et de billes n'est certainement pas newtonien, l'écoulement a lieu en milieu confiné et non en milieu infini et les profils de vitesses modélisés sont simplistes par rapport aux profils de vitesse réels.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

CONCLUSION GENERALE

A l'aide d'une méthode de visualisation basée sur l'adaptation de l'indice de réfraction entre un mélange d'huiles et des billes de borosilicate, nous avons effectué une visualisation tridimensionnelle de l'écoulement des billes dans un canal rempli du mélange d'huiles. Les billes observées sont des billes peintes appelées marqueurs. Ces marqueurs sont représentatifs de toutes les autres billes. Le dispositif expérimental permet d'étudier différents types d'écoulements, selon l'inclinaison du canal. En position verticale, l'écoulement est sédimentaire. Mais lorsque l'on incline le canal, on observe des écoulements de transition ou des avalanches si le canal est fortement incliné.

Le canal a été virtuellement divisé en volumes de contrôles, et nous avons évalué la fraction volumique locale de phase solide dans chacun des secteurs grâce à deux méthodes que nous avons élaborées. Elles nécessitent les hypothèses d'homogénéité transversale de la fraction volumique et de la vitesse des billes sur la section droite du volume de contrôle ainsi que la stationnarité moyenne de l'écoulement. La méthode de comptage direct consiste à compter le nombre de marqueurs qui traversent une section droite de chaque volume de contrôle. Cette méthode nécessite un suivi lagrangien des particules et les résultats convergent donc lentement. La méthode des observations utilise les mesures validées de vitesses des marqueurs dans les secteurs et sur toute la longueur de la fenêtre d'étude. Il est de plus possible de travailler avec plus de marqueurs qu'avec le comptage direct. En conséquence, la vitesse de convergence des résultats est supérieure à celle du comptage direct. Cette méthode peut être intégrée dans un processus automatisé d'analyse des données, ce qui constitue un nouveau gain de temps par rapport au comptage direct. En effet, ce dernier demande un traitement spécifique. Mais la méthode des observations n'est valable que pour les situations où l'écoulement moyen est localement quasi unidirectionnel, établi et stationnaire.

Nous avons ensuite utilisé ces méthodes pour évaluer la fraction volumique locale de phase solide dans les différents types d'écoulements. Dans le cas de l'écoulement sédimentaire, la méthode de comptage direct et la méthode des observations fournissent des résultats très proches. Ils indiquent une inhomogénéité de la répartition de fraction volumique sur la section droite du canal. Cette inhomogénéité est certainement causée par la présence des parois. Dans le cas des écoulements en canal incliné, seule la méthode de comptage direct a pu être utilisée. Mais les écoulements en canal incliné ne sont pas stationnaires en moyenne. Les valeurs de fraction volumique mesurées ne sont donc qu'indicatives. Lorsque le canal est faiblement incliné (3° et 5° par rapport à la verticale), les résultats montrent que les billes se condensent à la paroi inférieure. La couche condensée est plus épaisse à 5° qu'à 3°. Dans le reste du canal, les billes sédimentent. Il n'est pas possible d'évaluer la fraction volumique de phase solide avec nos méthodes dans la couche de cisaillement entre le courant d'huile et de billes qui descend et celui qui remonte. Lorsque le canal est fortement incliné (de 15° à 45° par rapport à la verticale), la condensation des billes à la paroi est importante. L'écoulement se divise en deux écoulements distincts : un écoulement de billes et d'huile vers le bas du canal, le long de la paroi inférieure ; un écoulement d'huile qui remonte le long de la paroi supérieure. A l'interface de ces deux écoulements, une instabilité se développe. Il n'a pas été possible d'évaluer la fraction volumique de phase solide dans la zone d'instabilité. Par contre, une étude des longueurs d'onde a montré que le processus d'instabilité pourrait être de type Kelvin-Helmholtz lorsque β=30°.

En analysant le comportement des particules, nous avons ébauché une modélisation des écoulements sédimentaires. Dans notre théorie, valable pour les billes qui descendent, le fluide joue le rôle de thermostat par rapport aux billes dont l'énergie obéit à une distribution canonique. La direction privilégiée de l'écoulement (direction longitudinale) conduit à distinguer le transfert d'énergie du fluide vers les billes dans la direction longitudinale et dans les directions transversales. La théorie que nous avons élaborée concerne le transfert d'énergie dans le plan transverse. On a montré que l'on peut classer les billes qui descendent en deux catégories : d'une part, des billes libres, c'est-à-dire qui subissent peu l'influence des sillages alentours, dont nous avons montré qu'elles ont un comportement maxwellien. Notre théorie permet de mesurer l'énergie transversale moyenne de ces billes ; d'autre part, des billes piégées dans le sillage d'autres billes, qui constituent la partie non maxwellienne de la répartition des vitesses transverses. Dans le centre du canal, là où l'influence des parois est la plus faible, elles représentent 16% des billes qui descendent. L'attraction causée par un sillage peut être modélisée par un puits de potentiel. Nous avons évalué des paramètres tels que la profondeur de ce puits. Les résultats expérimentaux et théoriques sont en bon accord à la précision des mesures près. Les billes qui remontent sont beaucoup plus rares que les billes qui descendent. Nous avons supposé que la remontée de certaines billes est due à une survitesse locale du fluide ascendant.

PERSPECTIVES

Le mouvement des particules dans nos écoulements est très complexe, en particulier dans les écoulements sédimentaires. Il reste beaucoup de phénomènes physiques à comprendre et à modéliser.

Il faudrait tout d'abord compléter notre ébauche de théorie sur le transfert d'énergie transversale en prenant en compte le rôle des parois dans le potentiel d'interaction entre billes. Par exemple, nous avons supposé que le sillage créé par une bille est symétrique, ce qui est certainement faux près des parois. La présence des parois est également non négligeable pour l'évolution des billes libres. En effet, l'énergie moyenne basée sur une composante de la vitesse transversale des billes diminue lorsque l'on se rapproche d'une paroi perpendiculaire à cette composante. On peut donc modéliser les parois par une modulation de la profondeur du puits de potentiel.

Pour les écoulements sédimentaires, la modélisation du transfert longitudinal d'énergie et du couplage entre les transferts longitudinaux et transversaux est également à mettre en œuvre.

La connaissance de ces paramètres permettrait la détermination de la fonction de partition du système et de paramètres thermodynamiques tels que l'entropie du système. On pourrait alors aboutir à des équations d'état thermiques et énergétiques.

Il serait aussi intéressant de savoir ce qui se produit à l'échelle du bouchon. Lorsque les billes commencent à chuter, le bouchon s'allonge. Le canal de notre dispositif expérimental n'est pas assez long pour observer le bouchon en une seule fois. Plusieurs possibilités sont alors à envisager. Le bouchon peut s'allonger jusqu'à une longueur critique et garder cette longueur tout au long de la chute des billes. Ou bien encore il peut avoir une longueur oscillante. Ce serait un phénomène analogue à celui des embouteillages de véhicules sur les routes. L'oscillation peut être incessante ou amortie jusqu'à une position d'équilibre. Dans ce dernier cas, l'amortissement serait-il visqueux ou solide ?

Enfin, on pourrait adapter notre modélisation aux écoulements en canal incliné. Dans les écoulements de transition, la grande majorité des billes sédimente avec la direction longitudinale comme direction privilégiée. La modélisation élaborée pour le canal vertical est alors certainement valable. Mais ces écoulements comportent une couche de billes condensées à la paroi inférieure, et l'épaisseur de cette couche croît avec l'inclinaison, jusqu'à 45° où toutes les billes sont plaquées contre la paroi inférieure. Les billes constituant la première couche de billes condensées ont pour la plupart une trajectoire bidimensionnelle car elles sont guidées par la paroi. Il serait intéressant de savoir si elles roulent, glissent (ou les deux !) sur la paroi. Restent-elles à une distance donnée les unes des autres ou se touchent-elles ? Quel est le rôle du fluide à cet endroit ? A de fortes inclinaisons où les billes qui rampent sur la paroi inférieure sont recouvertes d'une ou de plusieurs autres couches de billes, il est probable qu'il descende en même temps que les billes plutôt qu'il ne se fraye un passage entre elles. On peut imaginer que ce sont plutôt les billes qui fournissent de l'énergie au fluide initialement au repos que l'inverse. La couche de billes condensées qui recouvre le lit de billes rampant le long de la paroi inférieure roule ou glisse au-dessus de ce dernier. Les billes sont parfois animées de petits mouvements de saltation lorsqu'elles se heurtent à une bille située en-dessous. Quand on s'éloigne de la paroi inférieure, les billes descendent de plus en plus vite, et le fluide aussi, certainement, jusqu'à une certaine hauteur où le contre-écoulement de fluide ascendant commence à se faire sentir. On ne sait pas exactement comment se passe l'interaction des billes d'une même couche. Chaque bille est-elle attirée dans le sillage de la bille qui la précède ou sa trajectoire est-elle uniquement guidée par son propre poids et l'effet de masse que constitue la couche de billes condensées ? Une approche statistique peut être envisagée pour traiter le cisaillement entre couches de billes comme l'effet d'une viscosité effective.

Dans la couche de billes condensées des écoulements en canal fortement incliné, les chocs entre billes sont nombreux. Peut-être une analyse fréquentielle du bruit qui en résulte peut-elle apporter des renseignements au niveau de la quantité de chocs ou de la vitesse des billes. Ceci pourrait alimenter la modélisation de la viscosité effective si on parvient à associer le bruit au déplacement d'une bille relativement aux billes qui l'entourent.

ANNEXES

Planches I

Les tenseurs des contraintes dans le fluide et dans les particules sont :

$$S^f_{ik} = \varepsilon\langle\sigma_{ik}\rangle^f + n\langle s^f_{ik}\rangle^p - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_l}\left[n\langle s^f_{ikl}\rangle^p\right] - \rho_f\varepsilon\langle u'_i u'_k\rangle^f$$
$$S^p_{ik} = n\langle s^s_{ik}\rangle^p - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_l}\left[n\langle s^s_{ikl}\rangle^p\right] - \rho_s\Phi\langle u'_i u'_k\rangle^p$$

$$\text{où}\begin{cases} n\langle s^f_{ik}\rangle^p(\mathbf{x}) = a\sum_p g(|\mathbf{x}-\mathbf{x_p}|)\int_{s_p} t_i n_k ds \\ n\langle s^f_{ikl}\rangle^p(\mathbf{x}) = a^2\sum_p g(|\mathbf{x}-\mathbf{x_p}|)\int_{s_p} t_i n_k n_l ds \\ n\langle s^s_{ik}\rangle^p(\mathbf{x}) = a\sum_p g(|\mathbf{x}-\mathbf{x_p}|)\sum_{q\neq p} f^{pq}_i n^{pq}_k \\ n\langle s^s_{ikl}\rangle^p(\mathbf{x}) = a^2\sum_p g(|\mathbf{x}-\mathbf{x_p}|)\sum_{q\neq p} f^{pq}_i n^{pq}_k n^{pq}_l \end{cases}$$

avec $t_i = \sigma_{ia} n_a$ est la traction exercée par le fluide sur la surface d'une particule et f^{pq}_i est la $i^{ème}$ composante de la force exercée par la particule q sur la particule p en leur point de contact.

Les tenseurs $\langle u'_i u'_k\rangle^f$, $\langle u'_i u'_k\rangle^p$ et $\langle \omega'_i u'_k\rangle^p$ sont définis comme :

$$\begin{cases} \langle u'_i u'_k\rangle^f \equiv \left\langle\left(u_i - \langle u_i\rangle^f\right)\left(u_k - \langle u_k\rangle^f\right)\right\rangle^f \\ \langle u'_i u'_k\rangle^p \equiv \left\langle\left(u_i - \langle u_i\rangle^p\right)\left(u_k - \langle u_k\rangle^p\right)\right\rangle^p \end{cases}$$

$$\langle \omega'_i u'_k\rangle^p \equiv \left\langle\left(\omega_i - \langle \omega_i\rangle^p\right)\left(u_k - \langle u_k\rangle^p\right)\right\rangle^p$$

Planche 1-1 _ *Paramètres intervenant dans le système d'équation (1)-(2)-(3)-(4)-(5)*.

Planches II

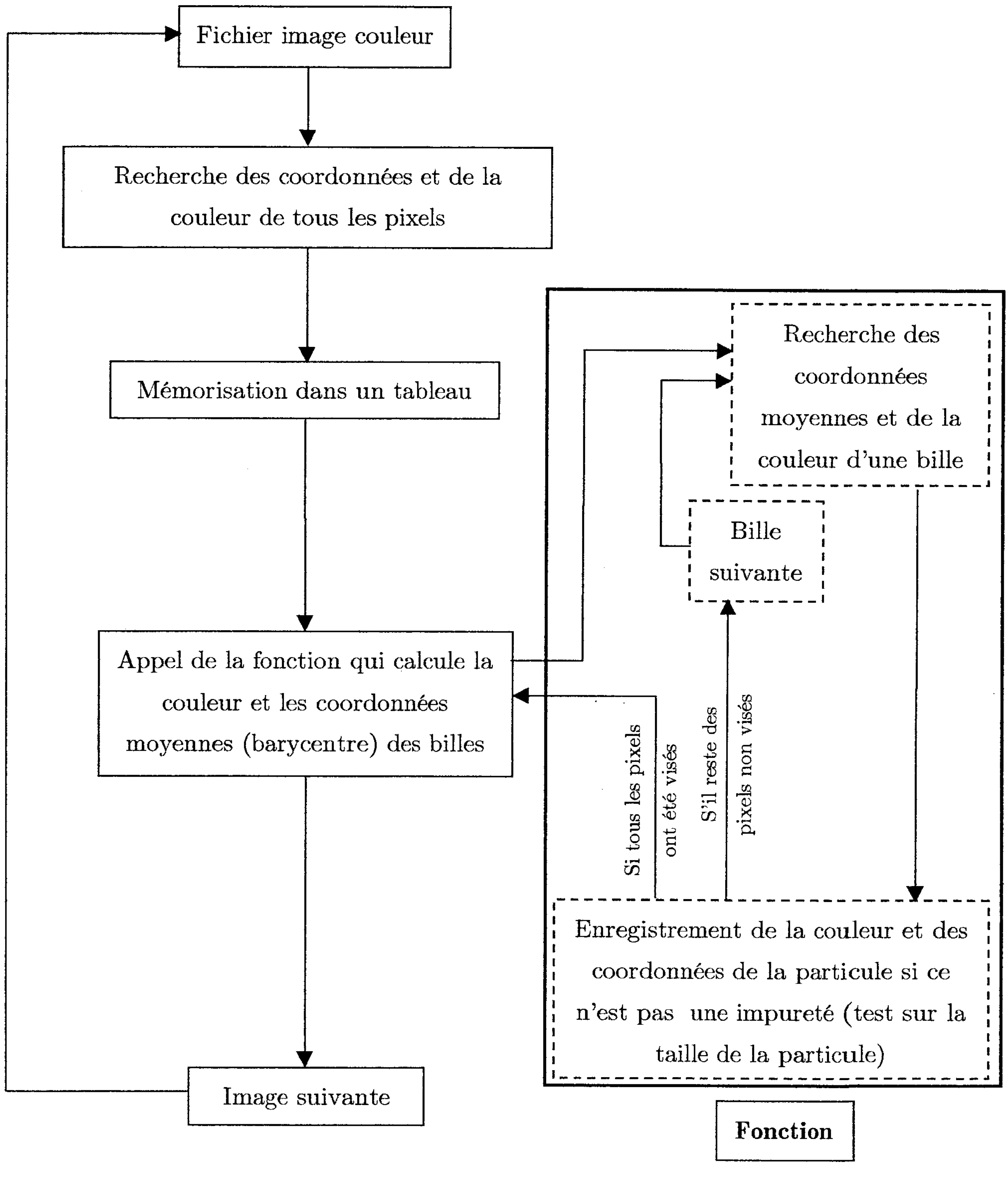


Planche 2-1 _ *Organigramme de recherche des coordonnées moyennes et de la couleur des billes.*

Planches III

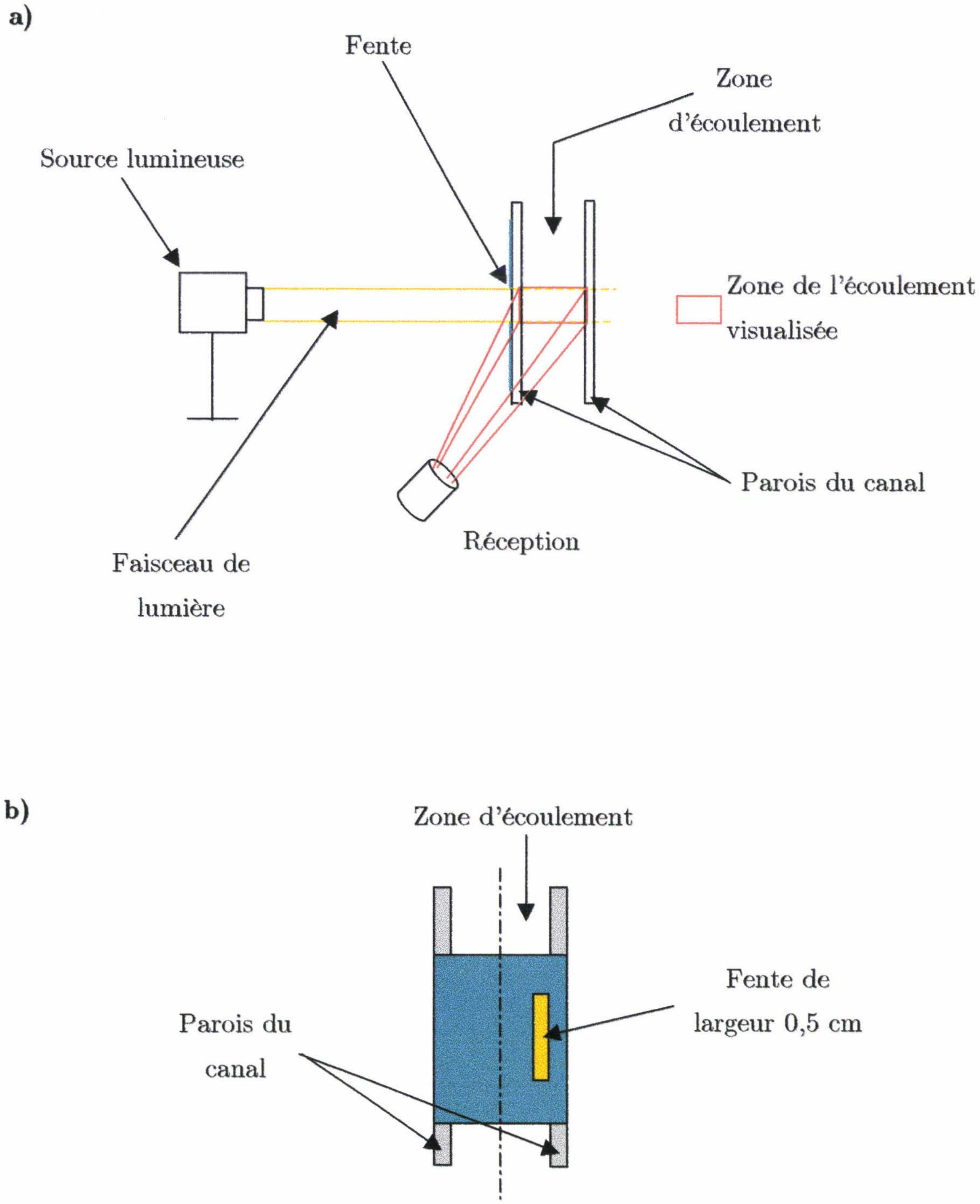


Planche 3-1 _ *Technique de mise en évidence du phénomène d'intermittence dans les angles du canal, pour un écoulement sédimentaire :* ***a)*** *Emission-réception* ***b)*** *Cache pour produire la tranche.*

Planches IV

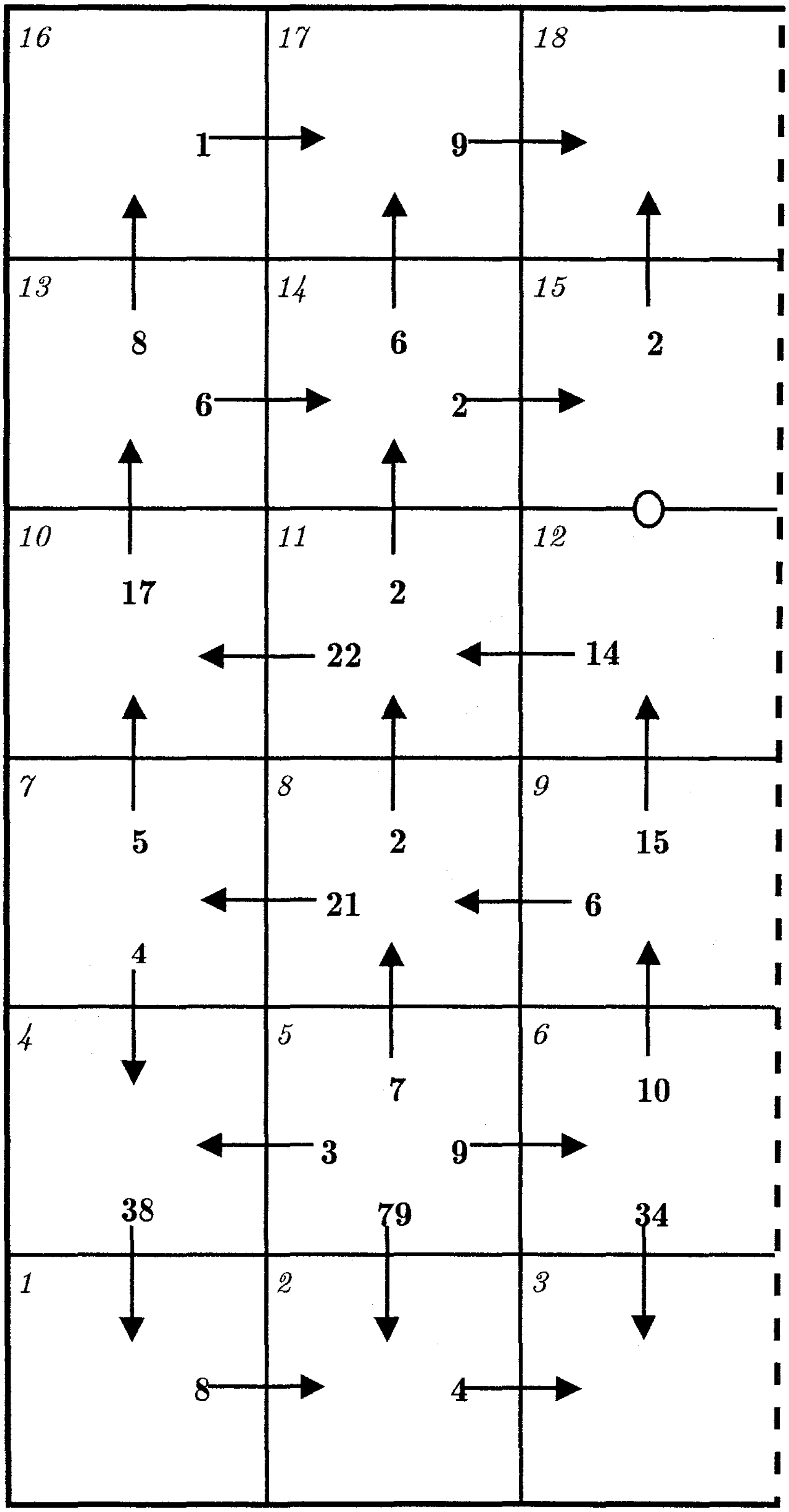


Planche 4-1 _ *Bilans algébriques du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience (β=3°).*

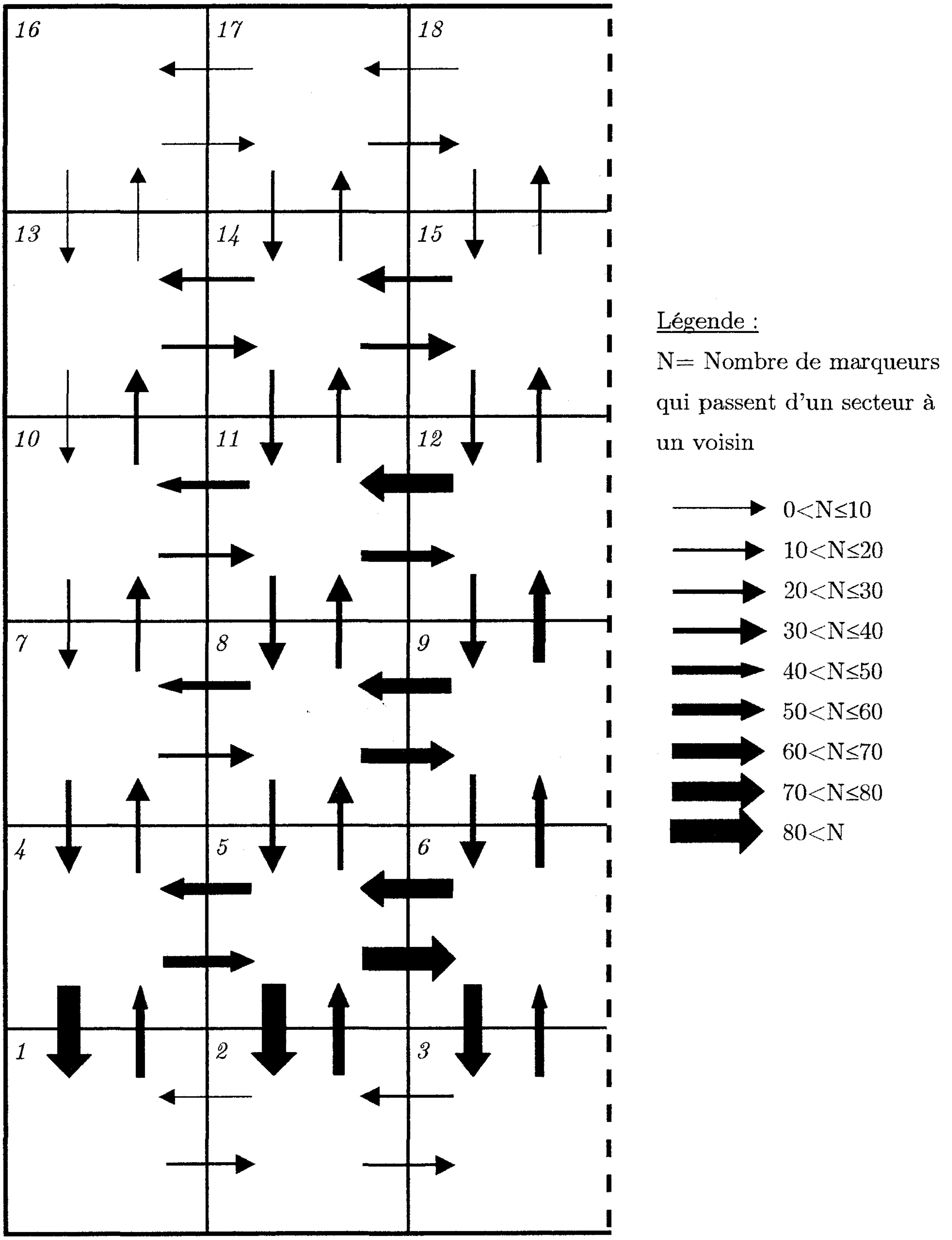


Planche 4-2 _ *Echanges latéraux de billes mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience (β=3°).*

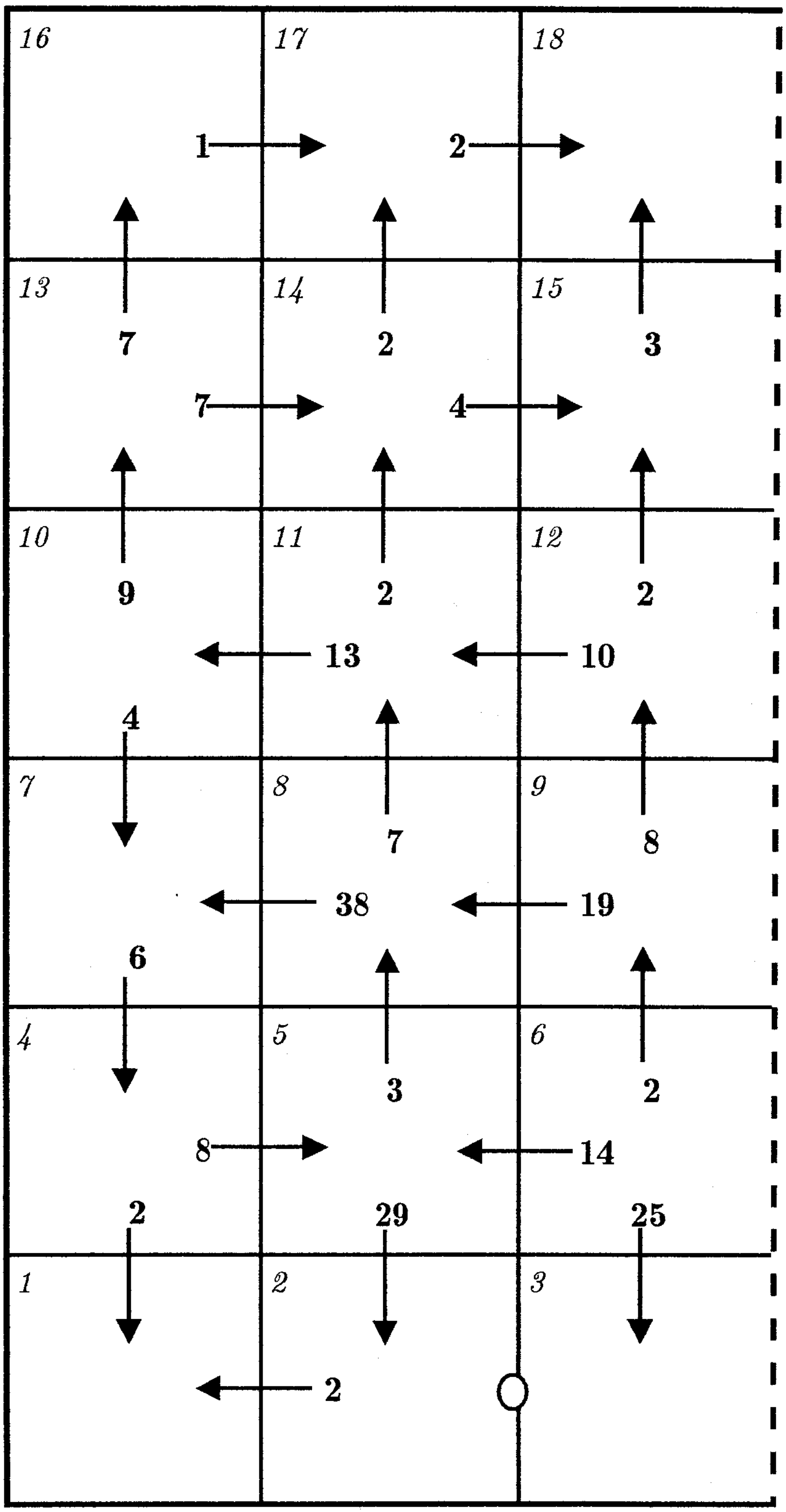


Planche 4-3 _ *Bilans algébriques du nombre de marqueurs échangés entre deux secteurs adjacents mesurés sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience (β=5°).*

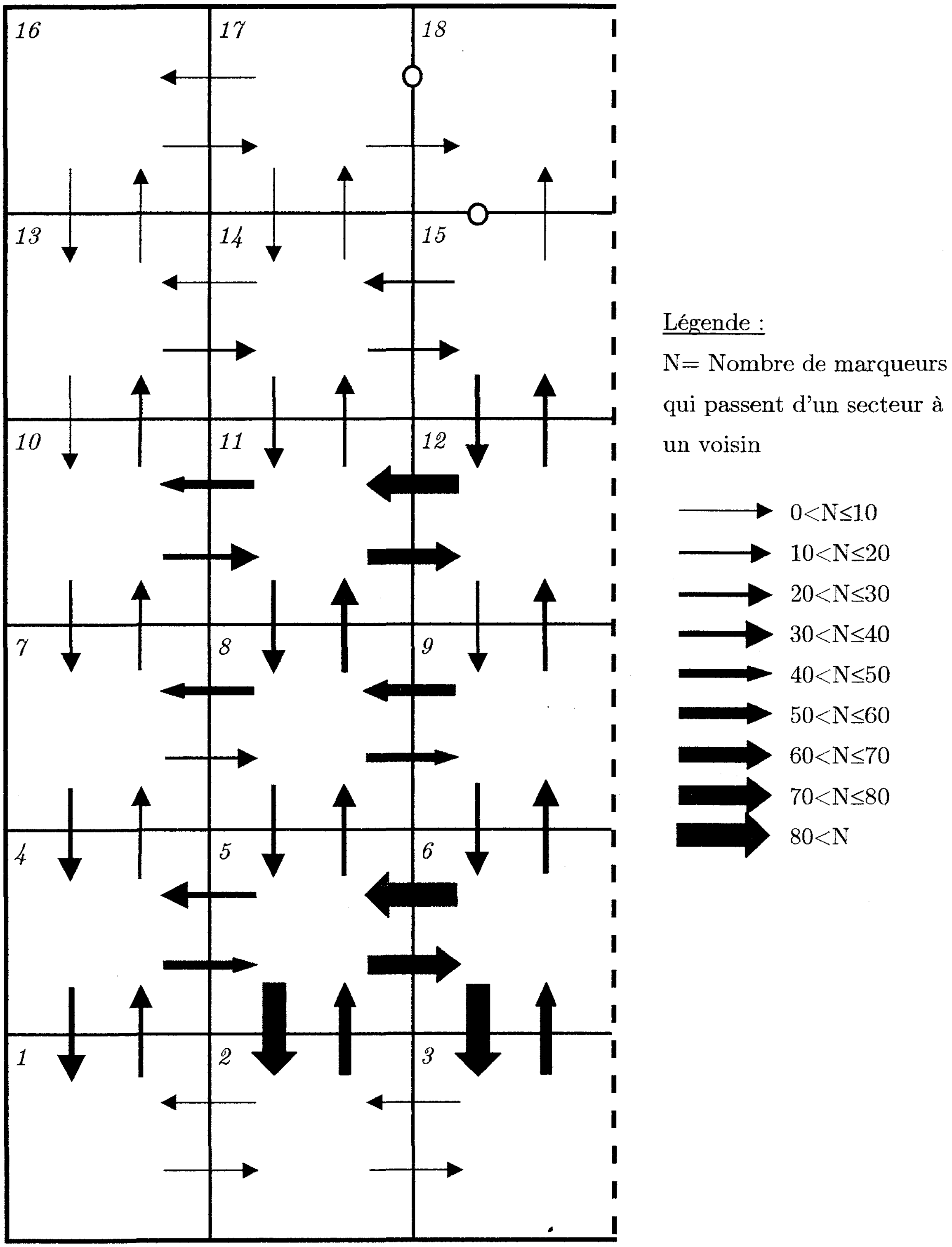


Planche 4-4 _ *Echanges latéraux de billes sur toute la fenêtre de travail et toute la durée de l'expérience (β=5°).*

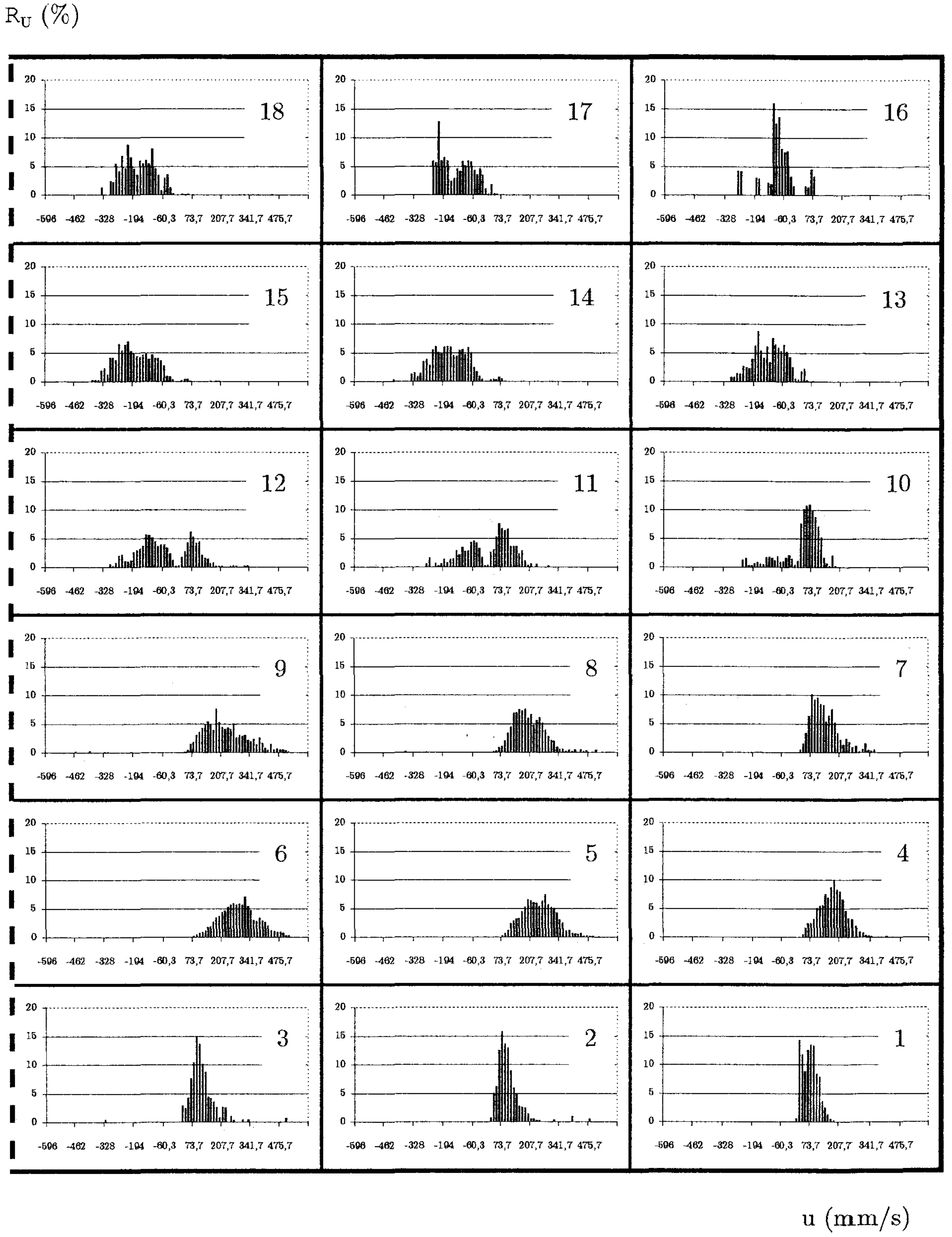


Planche 4-5 _ *Répartition de la vitesse longitudinale exprimée en mm/s (β=3°).*

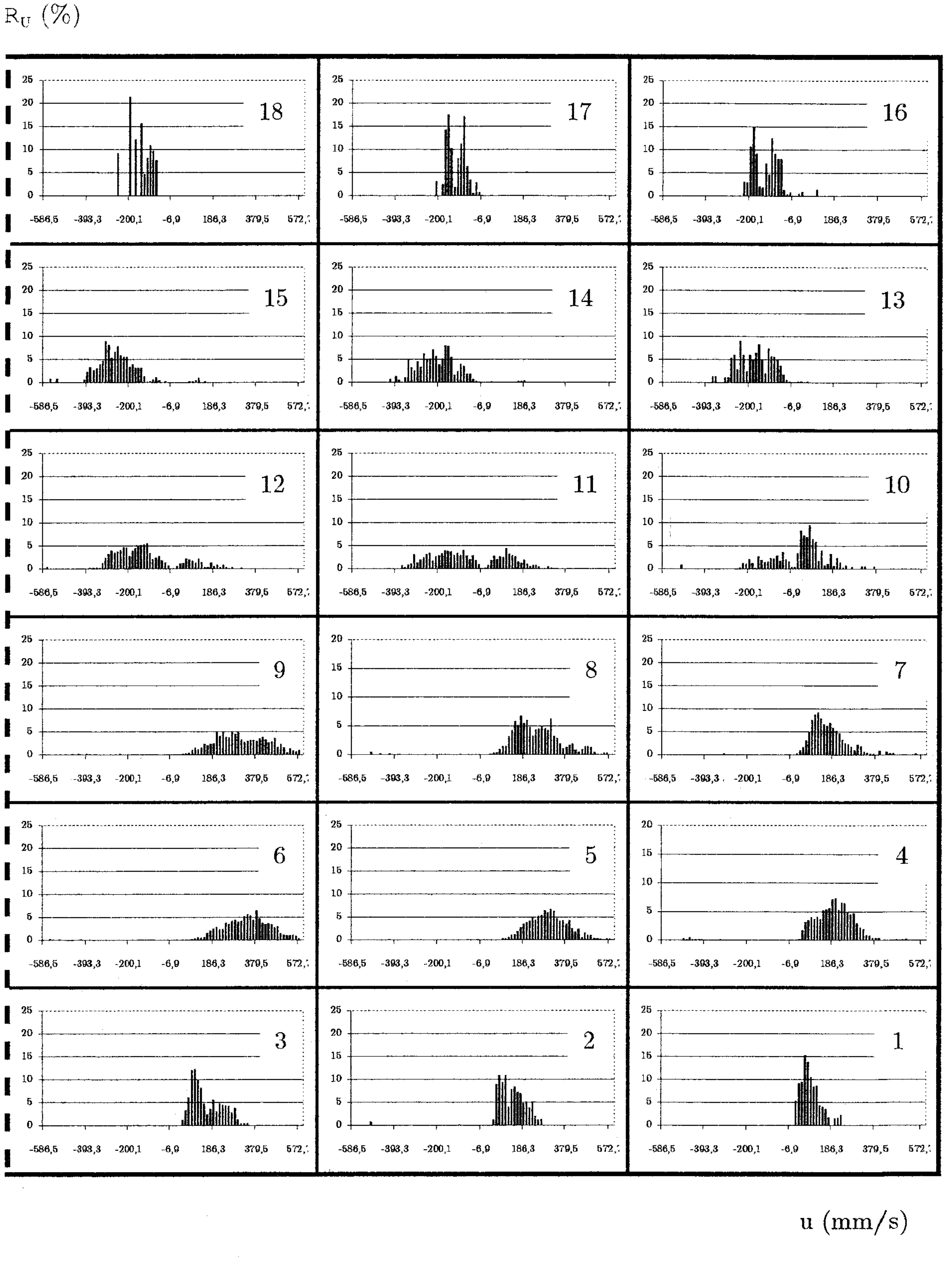


Planche 4-6 _ *Répartition de la vitesse longitudinale exprimée en mm/s (β=5°).*

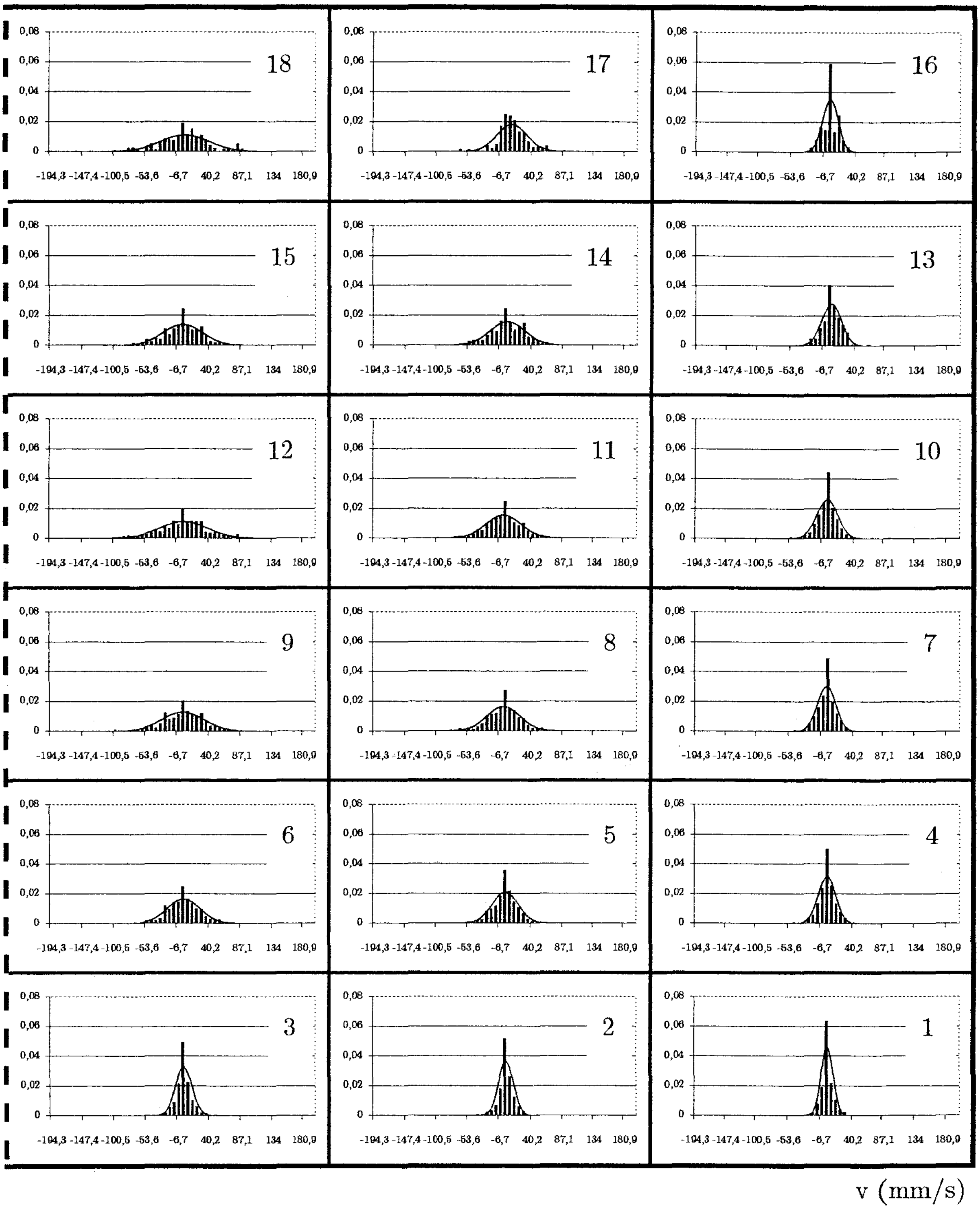


Planche 4-7 _ *Répartition de la vitesse transverse v pour β=3° :*

▌ *Données expérimentales.*

—— *Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type de la vitesse transverse v des billes (planche 4-9 a).*

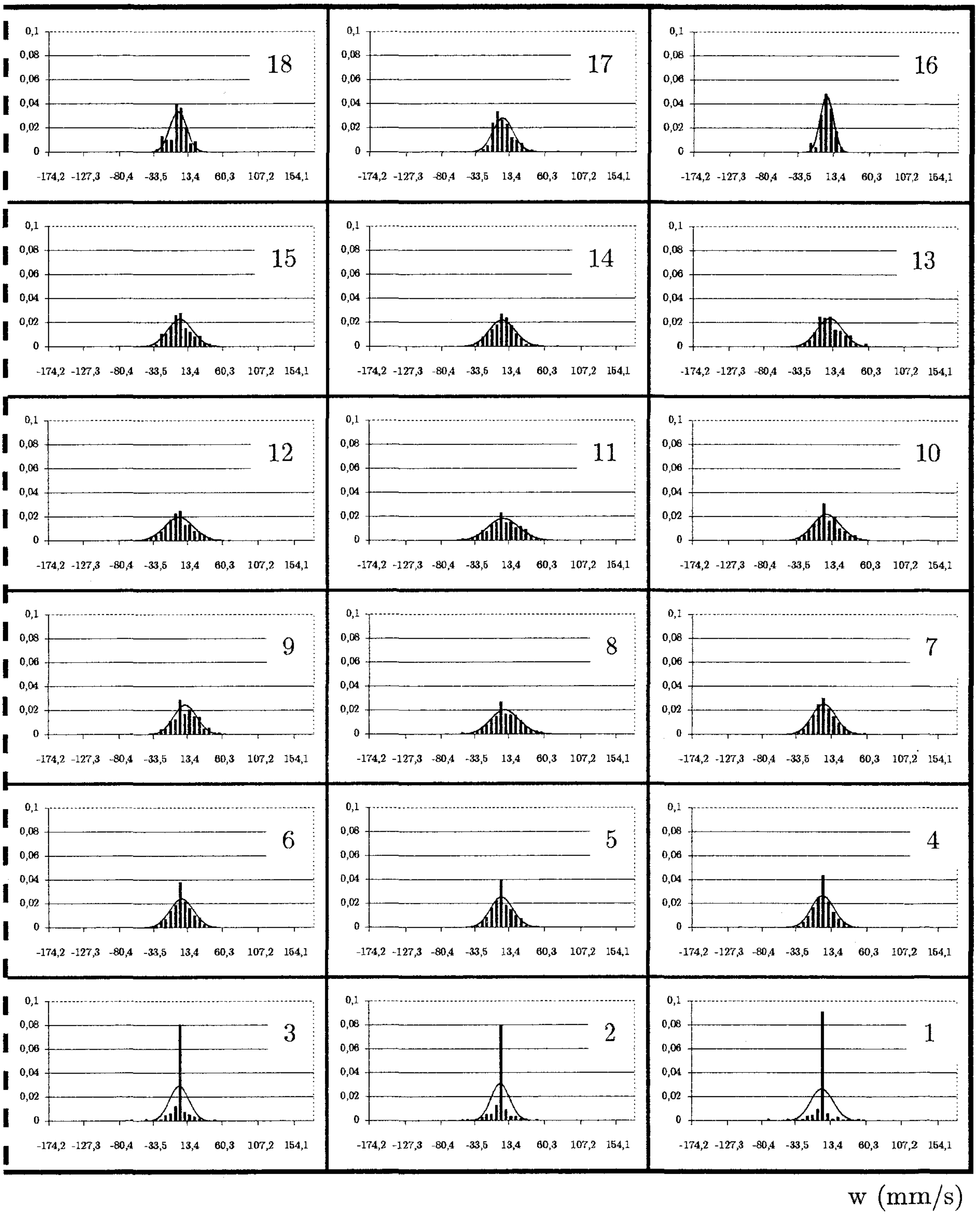


Planche 4-8 _ *Répartition de la vitesse transverse w pour β=3° :*

Données expérimentales.

Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type de la vitesse transverse w des billes (planche 4-9 b).

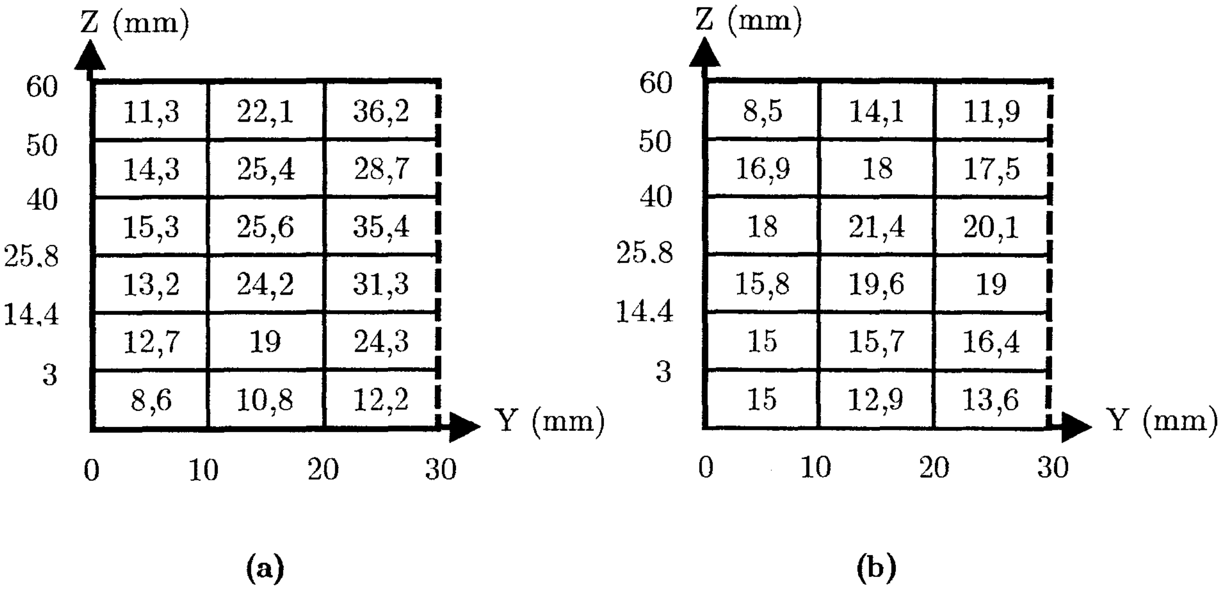


Planche 4-9 _ *Pour β=3°* : **(a)** *Ecart type sur la composante de la vitesse transversale v (mm/s)* ; **(b)** *Ecart type sur la composante de la vitesse transversale w (mm/s).*

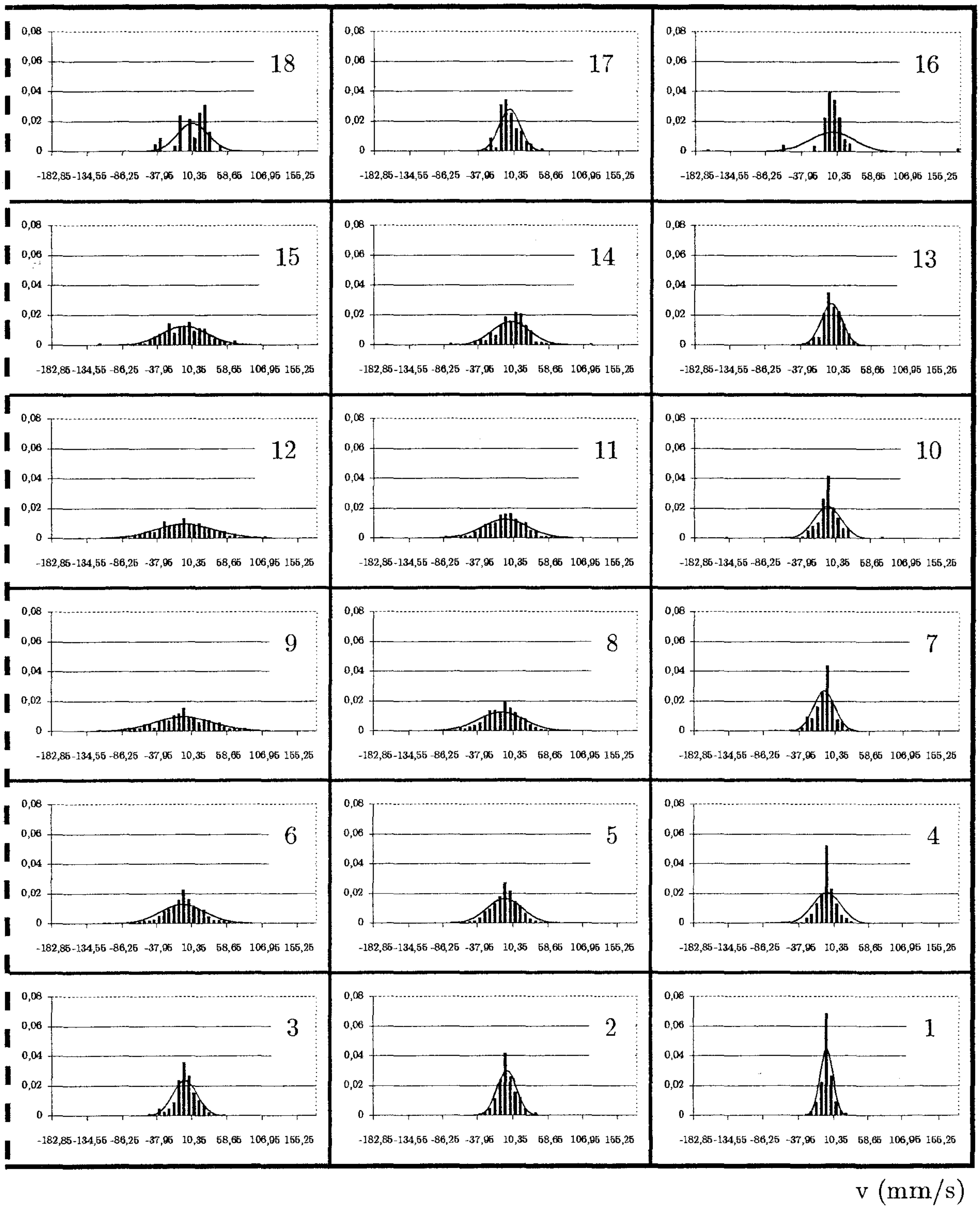


Planche 4-10 _ *Répartition de la vitesse transverse v pour β=5° :*

▌ *Données expérimentales.*

—— *Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type de la vitesse transverse v des billes (planche 4-12 a).*

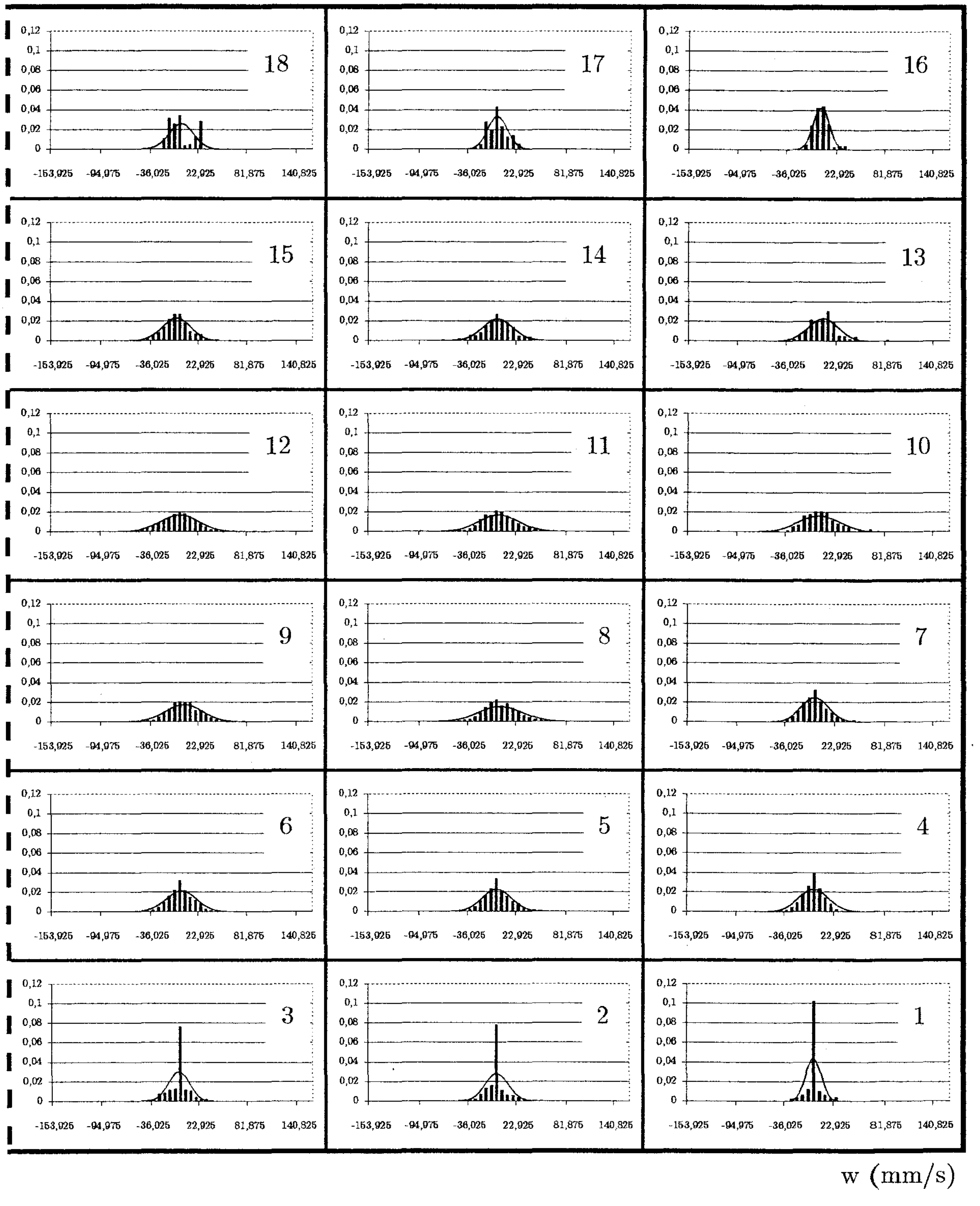


Planche 4-11 _ *Répartition de la vitesse transverse w pour β=5° :*

Données expérimentales.

Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type de la vitesse transverse w des billes (planche 4-12 b).

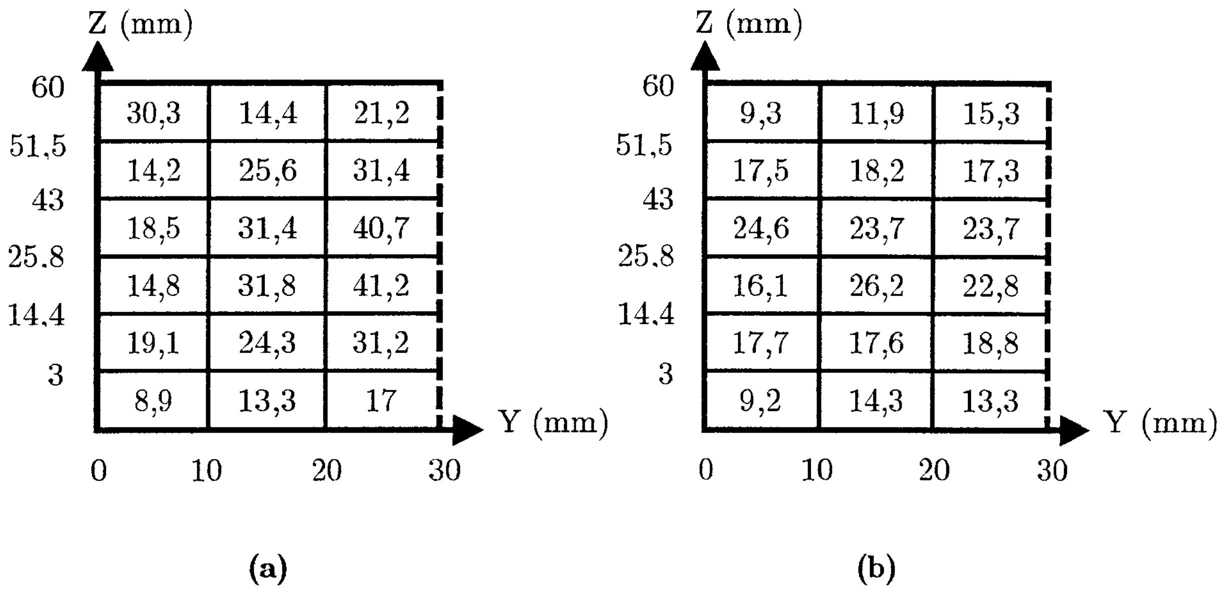


Planche 4-12 _ *Pour β=5° :* **(a)** *Ecart type sur la composante de la vitesse transversale v (mm/s) ;* **(b)** *Ecart type sur la composante de la vitesse transversale w (mm/s).*

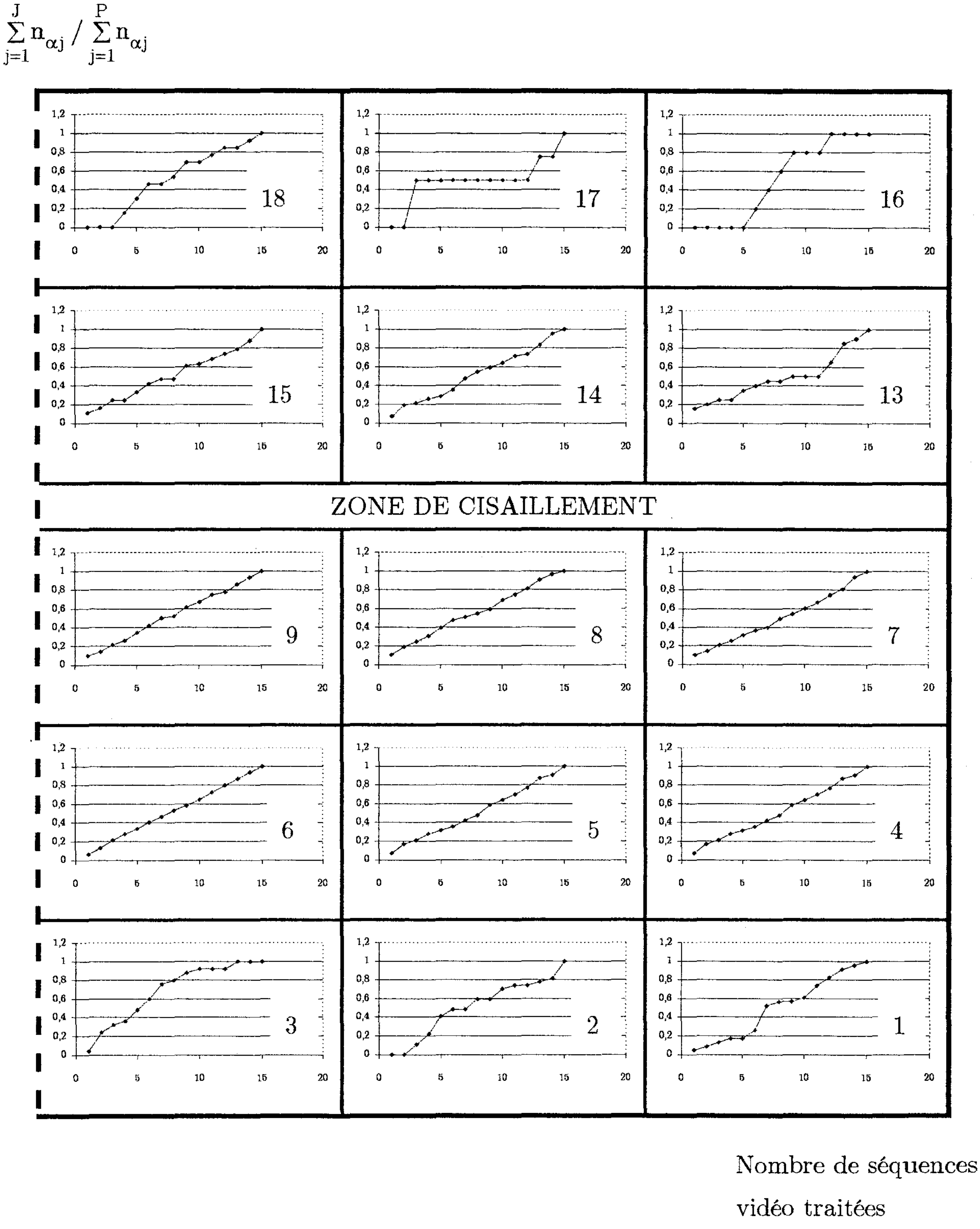


Planche 4-13 _ *Evolution de n_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéos traitées J, pour β=3°. P est le nombre total de séquences vidéo traitées.*

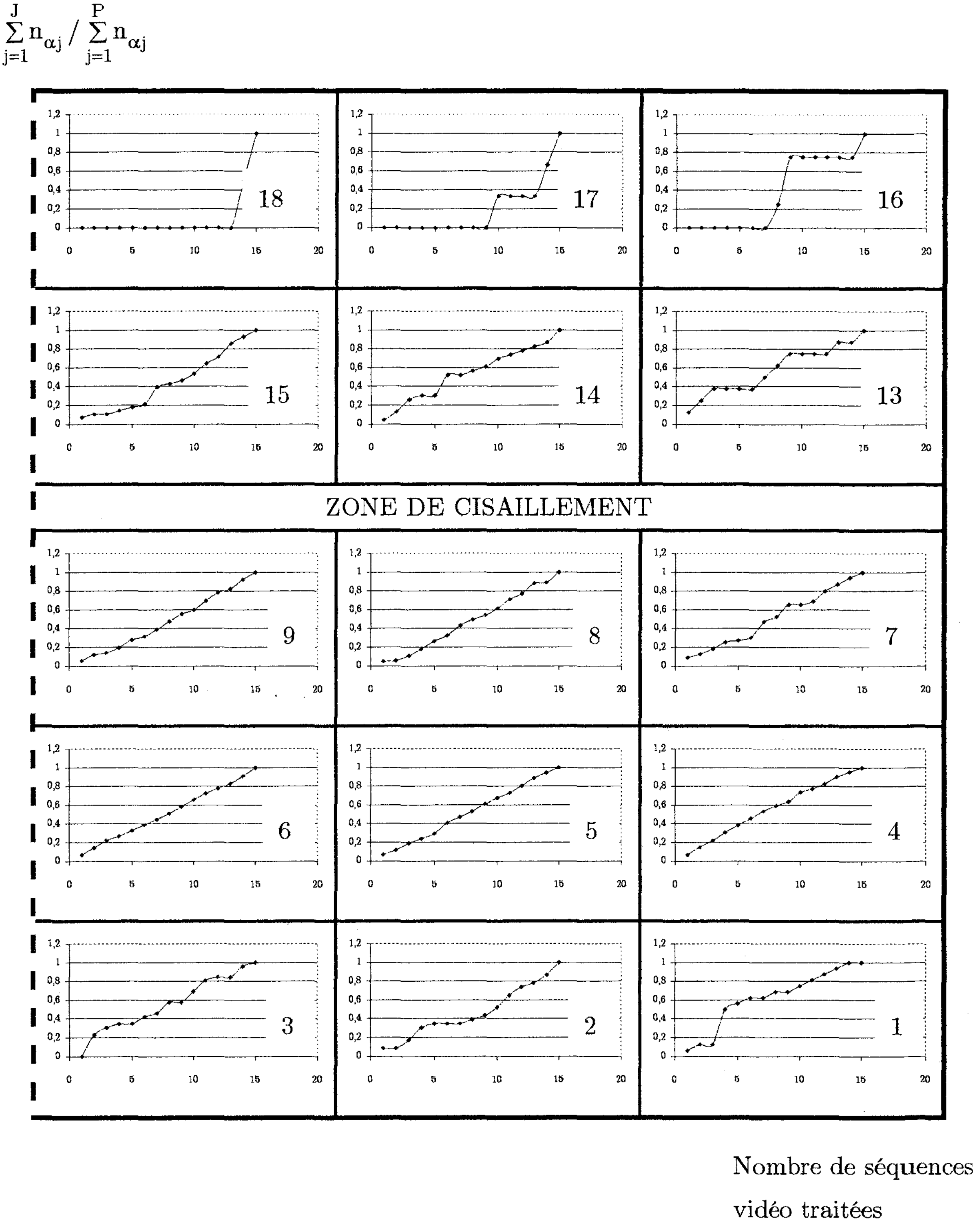


Planche 4-14 _ *Evolution de n_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéos traitées J, pour β=5°. P est le nombre total de séquences vidéo traitées.*

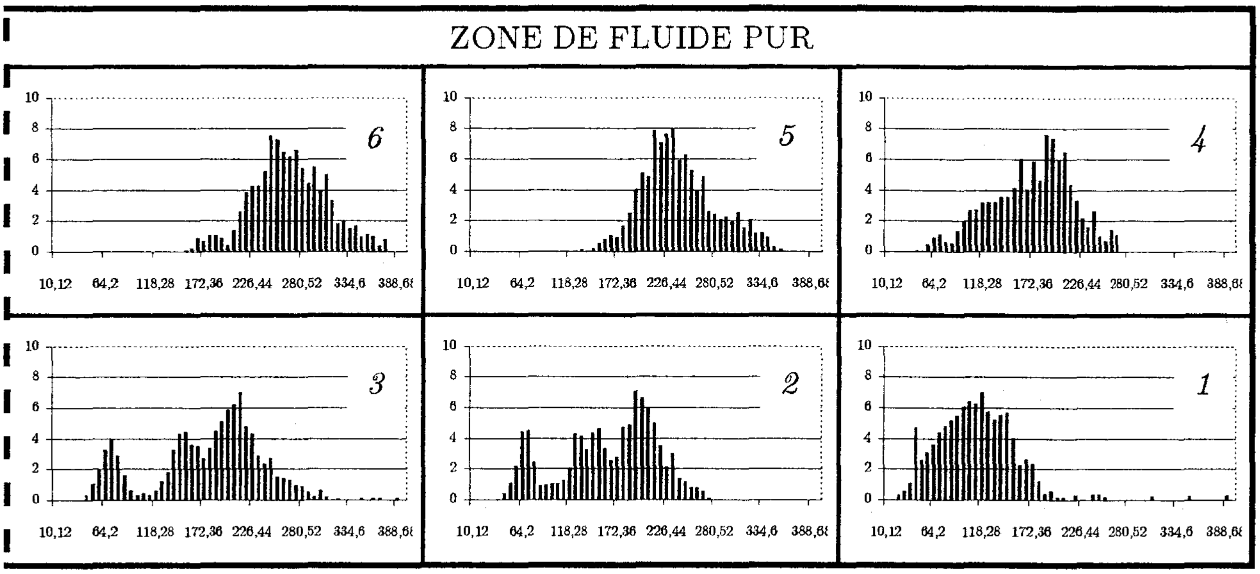


Planche 4-15 (a) _ *Répartition de la vitesse longitudinale des billes pour β=45°.*

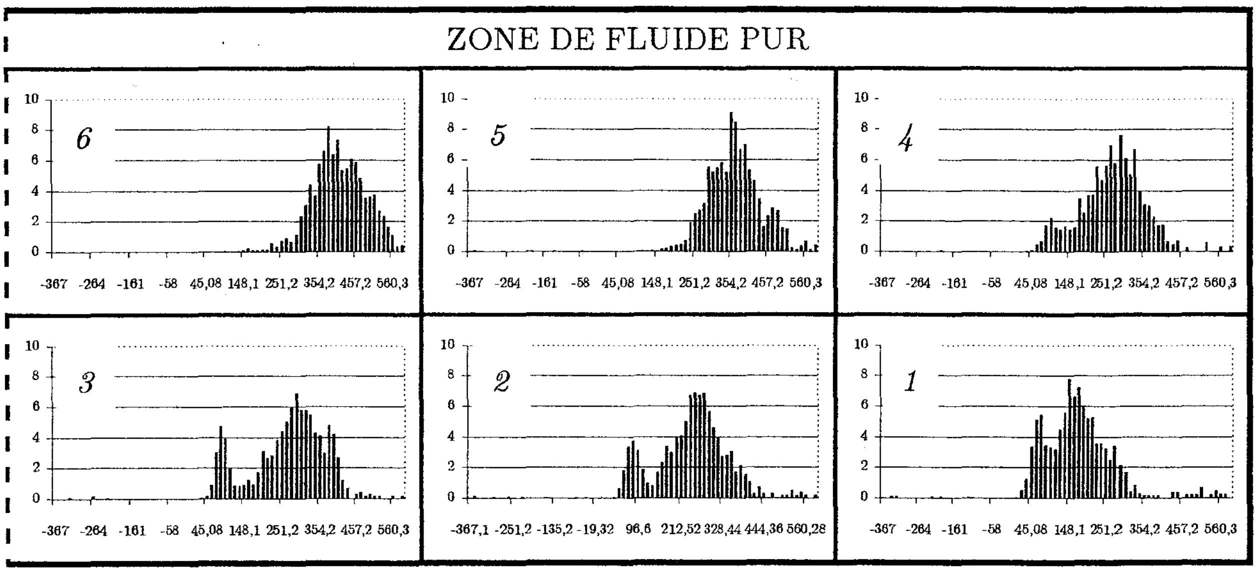


Planche 4-15 (b) _ *Répartition de la vitesse longitudinale des billes pour β=30°.*

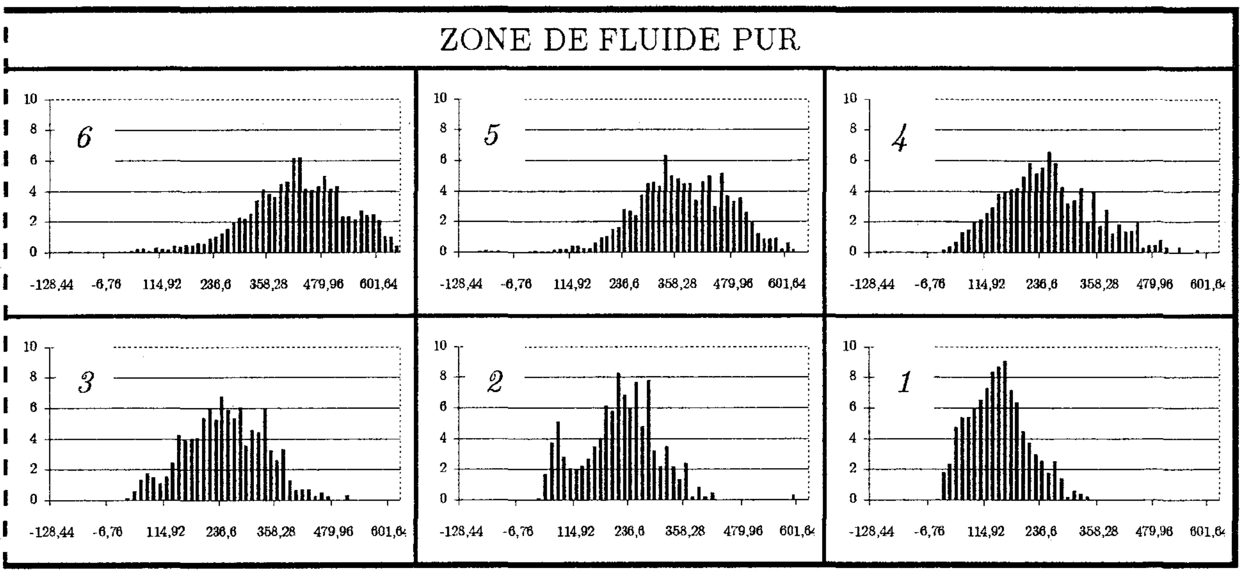
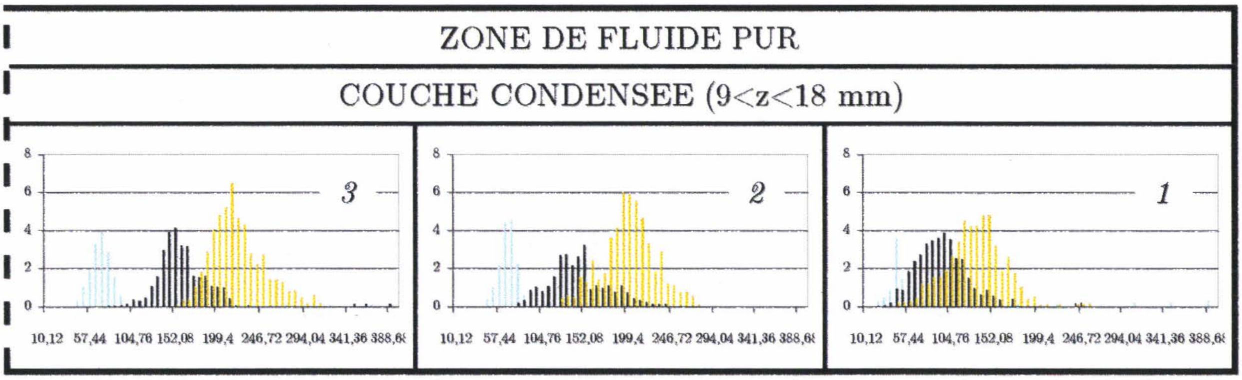
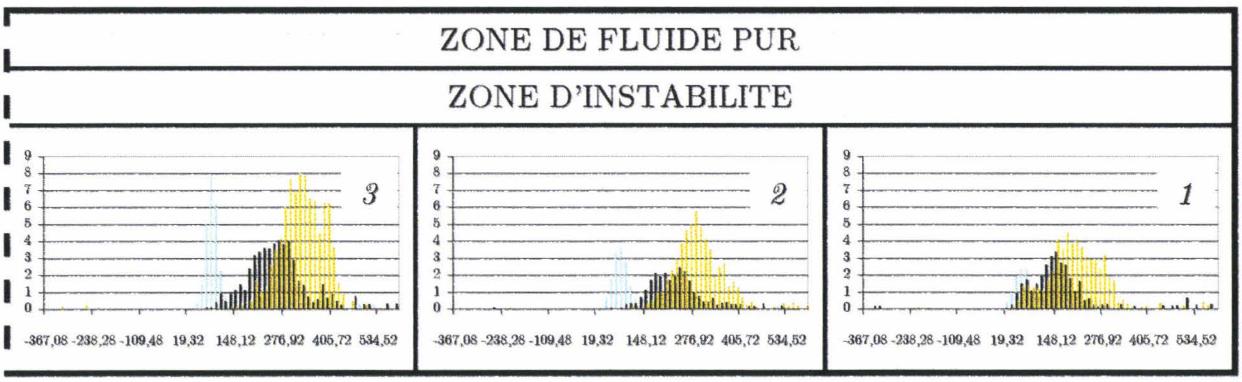


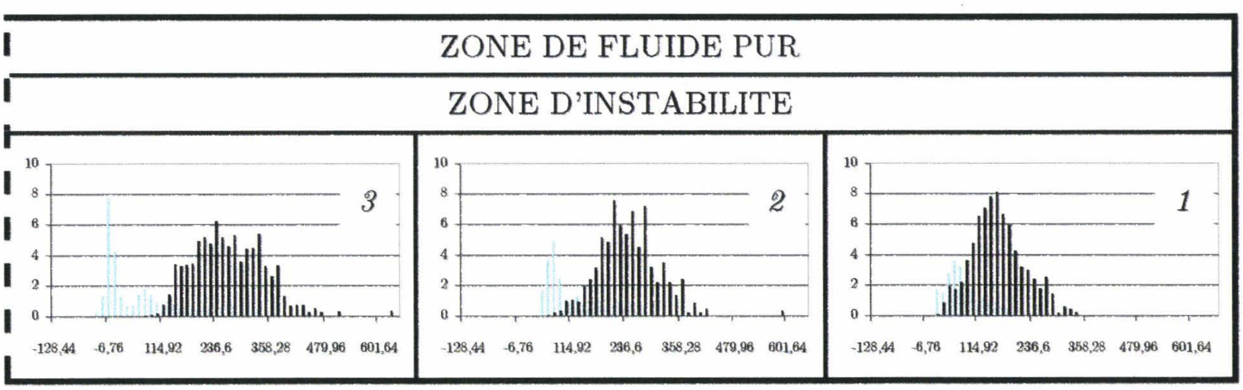
Planche 4-15 (c) _ *Répartition de la vitesse longitudinale des billes pour β=15°.*



(a)



(b)



(c)

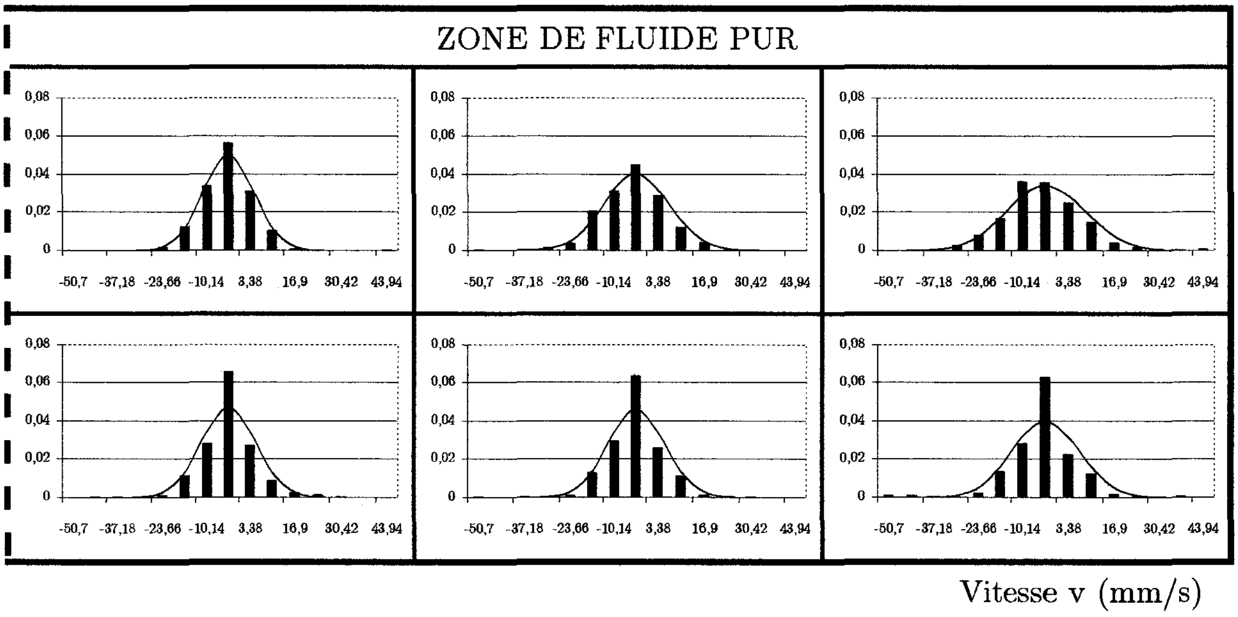
Planche 4-16 _ *Répartition de la vitesse longitudinale des billes pour :*

(a) $\beta=45°$; **(b)** $\beta=30°$; **(c)** $\beta=15°$, *avec* :

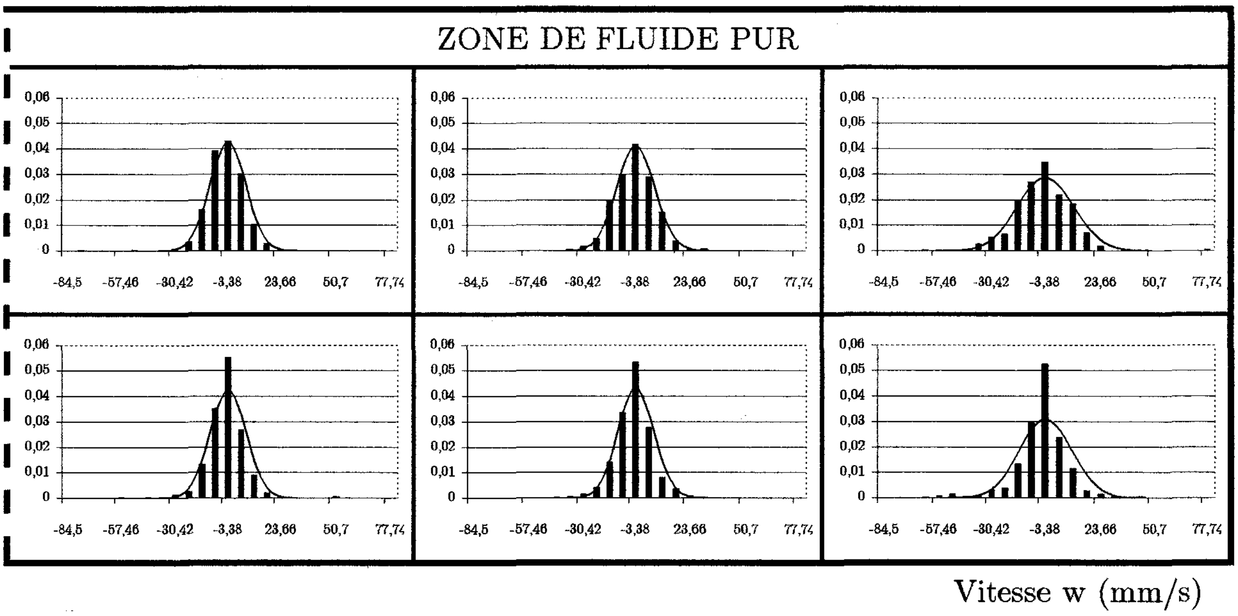
$0 \leq Z < 3$ mm

$3 \leq Z < 6$ mm

$6 \leq Z < 9$ mm



(a)

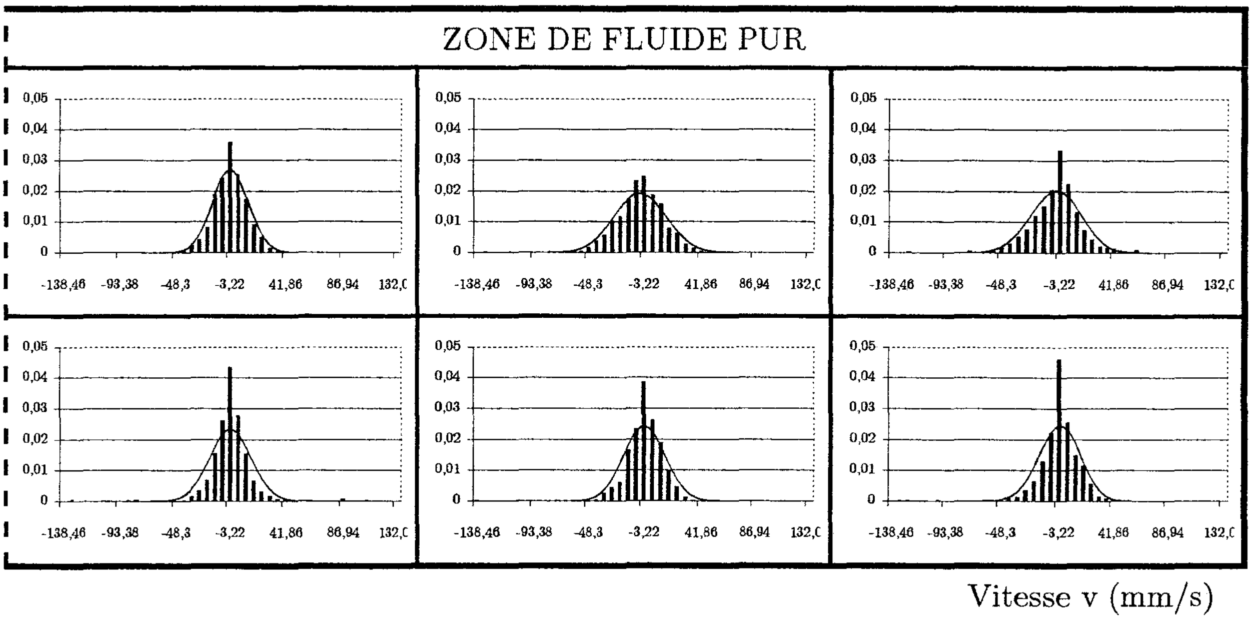


(b)

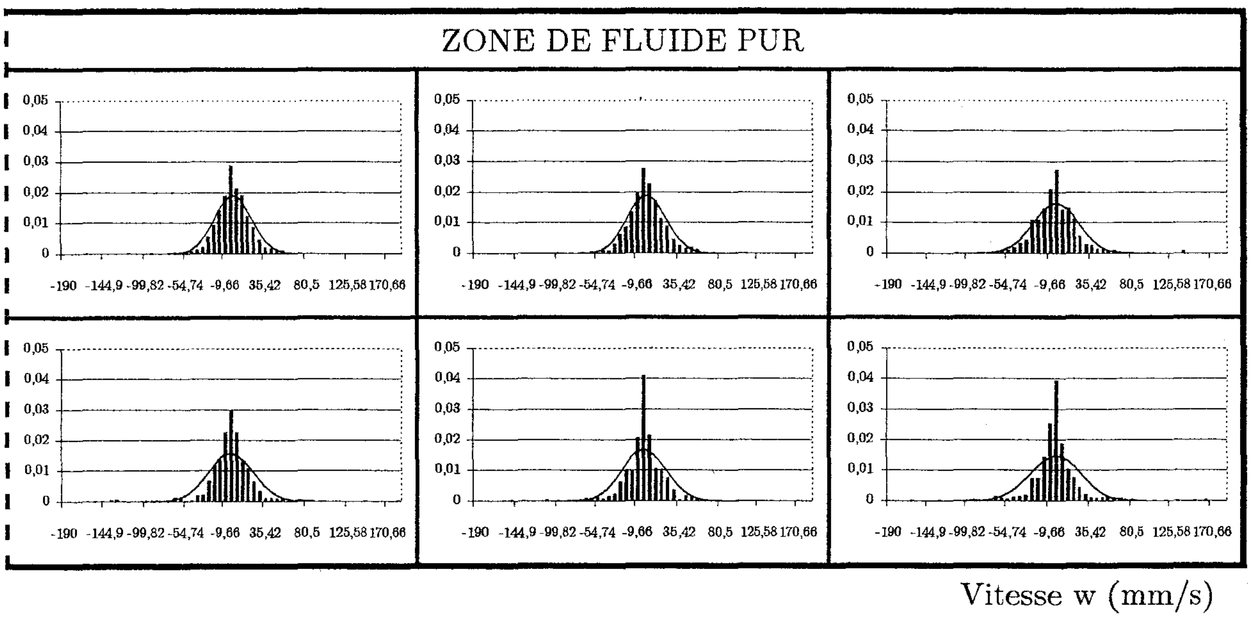
Planche 4-17 _ *Répartition des vitesses transverses v* **(a)** *et w* **(b)** *pour β=45° :*

▌ *Données expérimentales.*

—— *Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type des vitesses transverses v (figure 4-3.2.2.4) et w (figure 4-3.2.2.5)des billes.*



(a)

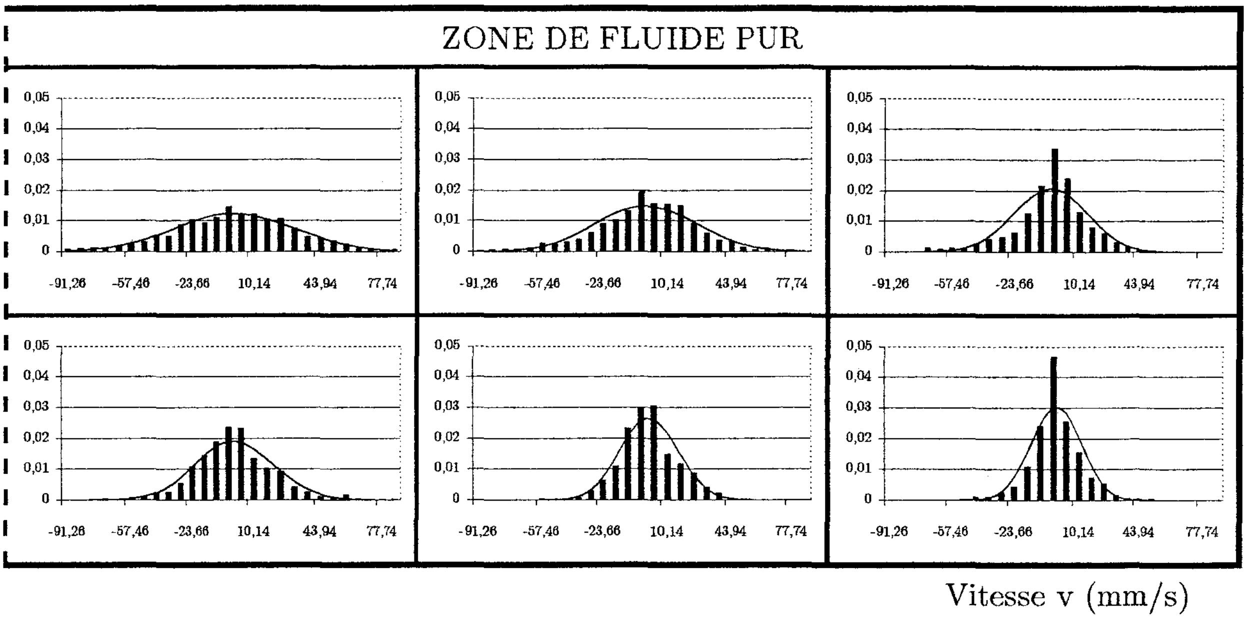


(b)

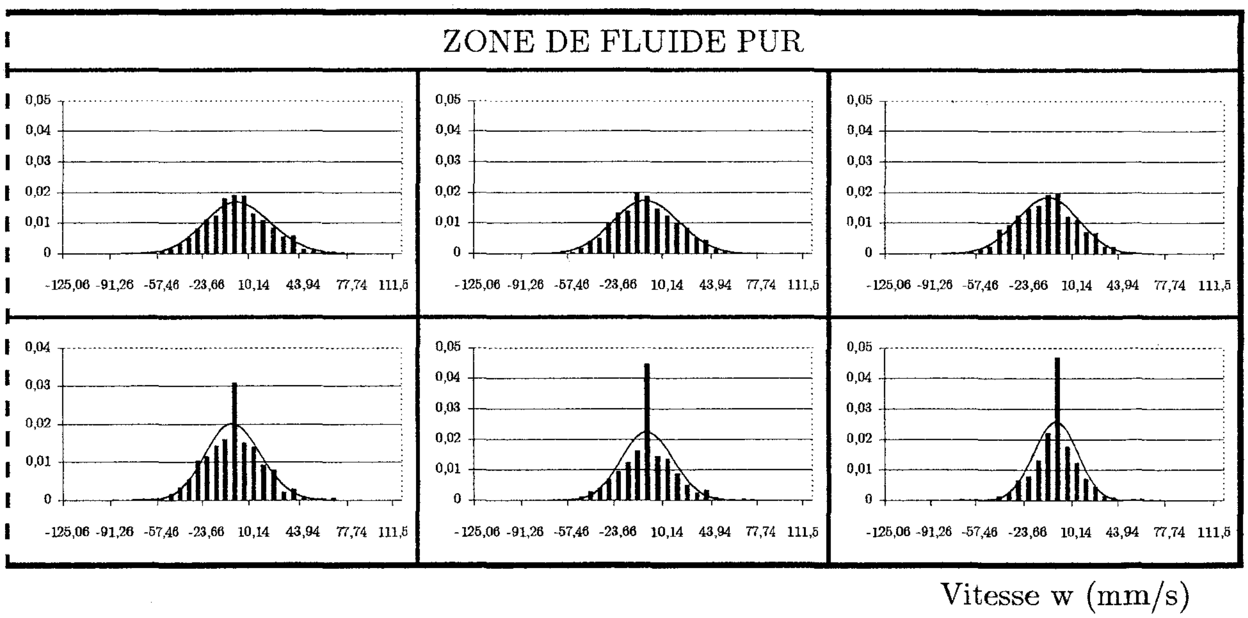
Planche 4-18 _ *Répartition des vitesses transverses v* **(a)** *et w* **(b)** *pour β=30° :*

▌ *Données expérimentales.*

—— *Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type des vitesses transverses v (figure 4-3.2.2.6) et w (figure 4-3.2.2.7) des billes.*



(a)



(b)

Planche 4-19 _ *Répartition des vitesses transverses v* **(a)** *et w* **(b)** *pour β=15° :*

▌ *Données expérimentales.*

—— *Courbe gaussienne basée sur la mesure de l'écart type des vitesses transverses v (figure 4-3.2.2.8) et w (figure 4-3.2.2.9) des billes.*

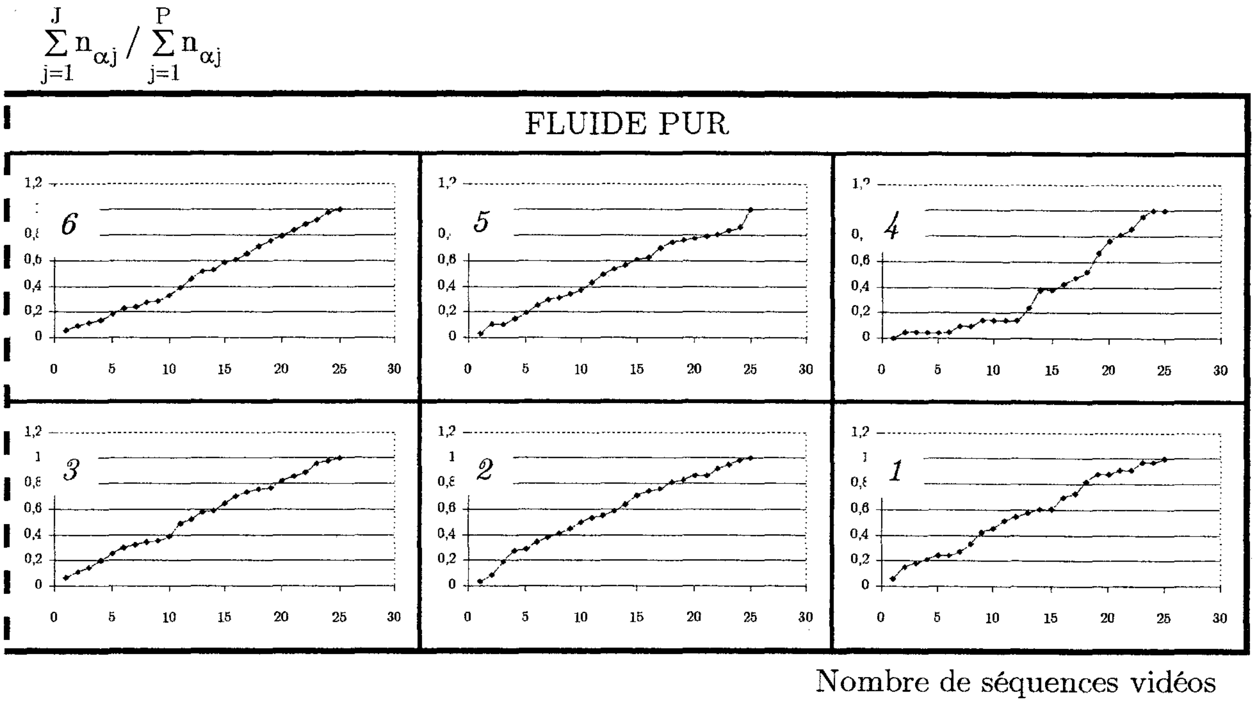


Planche 4-20 _ *Evolution de n_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéos traitées J, pour β=45°. P est le nombre total de séquences vidéo traitées.*

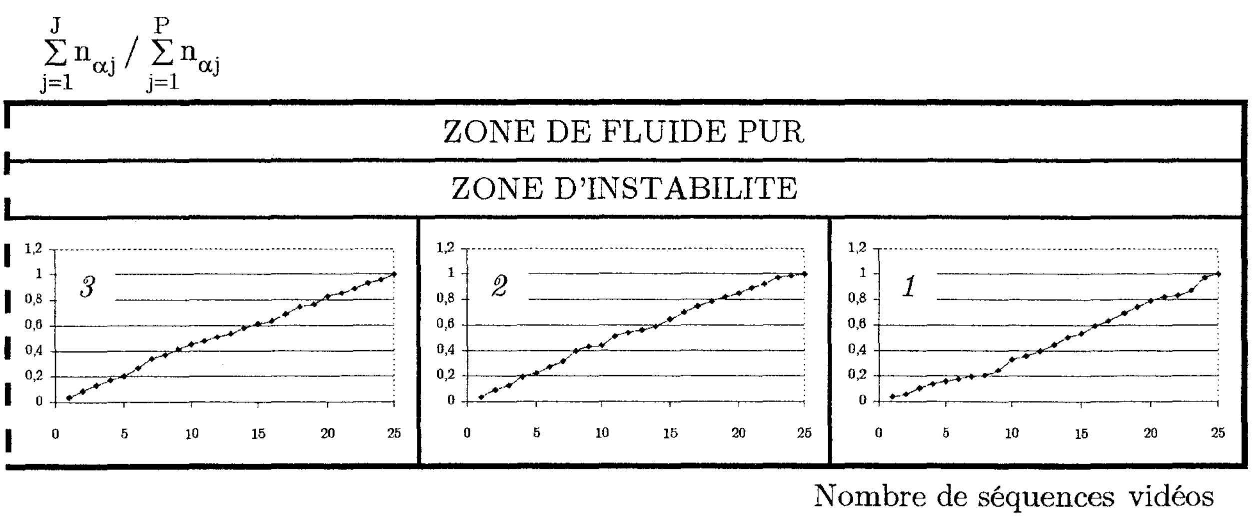


Planche 4-21 _ *Evolution de n_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéos traitées J, pour β=30°. P est le nombre total de séquences vidéo traitées.*

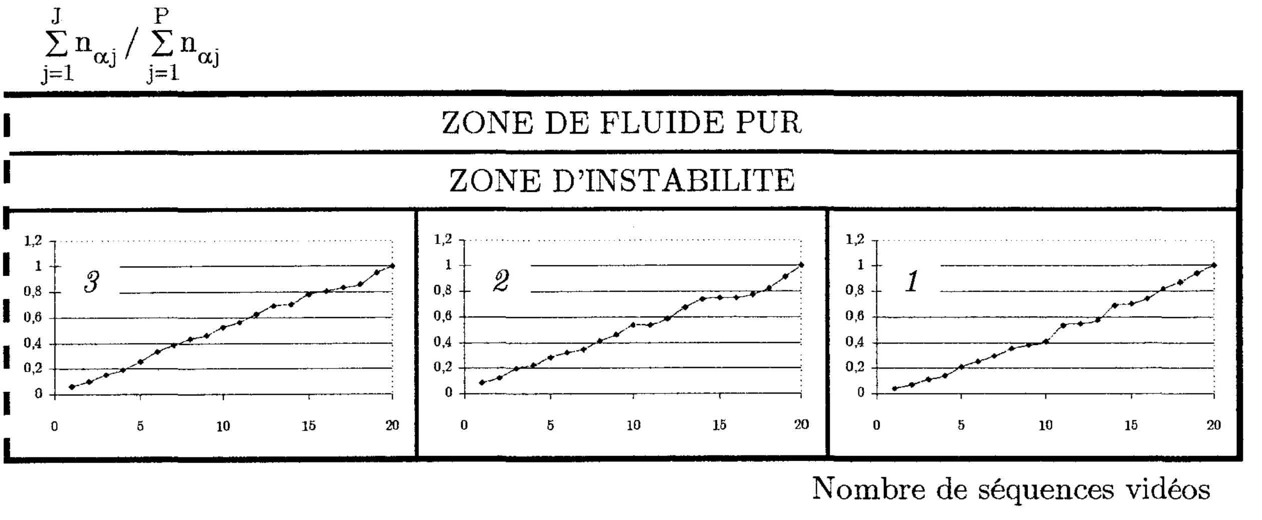
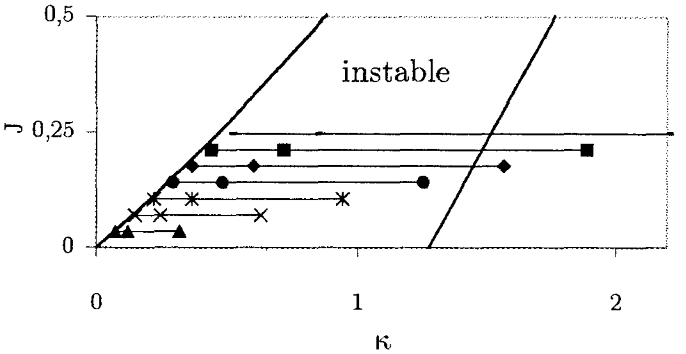
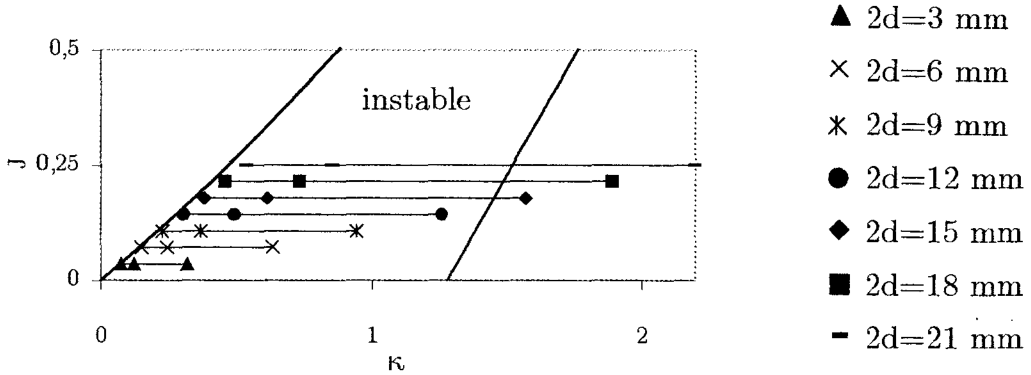


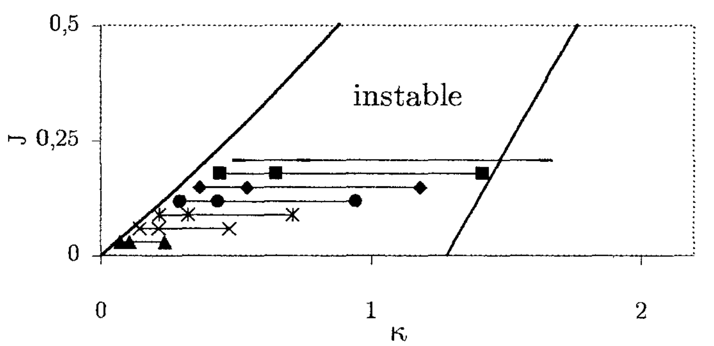
Planche 4-22 _ *Evolution de n_α incrémenté à chaque séquence vidéo, en fonction du nombre de séquences vidéos traitées J, pour β=15°. P est le nombre total de séquences vidéo traitées.*



(a)



(b)



(c)

Planche 4-23 _ *Diagrammes d'instabilité selon le critère de Chandrasekhar [21] pour les trois parties de l'avalanche à β=30°, et pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche de mélange :* **(a)** *partie I ;* **(b)** *partie II ;* **(c)** *partie III.*

Références bibliographiques

[1] **Acrivos A. and Herbolzeimer E.**, Enhanced sedimentation in settling tanks with inclined walls, *J. Fluid Mech.*, 1979, 92, 3, pp. 435-457.

[2] **Albert R., Albert I., Hornbaker D., Schiffer P. and Barabsi A.–L.**, Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media, *Phys. Rev. E*, 1997, 56 (6), pp. 6271-6274.

[3] **Allen J.R.L.**, The avalanching of granular solids on dune and similar slopes, *J. Geol.*, 1970, 78, pp. 326-351.

[4] **Bagnold R.A.**, The physics of Blown Sand and Desert Dunes, *Methuen, London*, 1941, 265 p.

[5] **Bagnold R.A.**, Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, *Proc. R. Soc. London Ser. A*, 1954, 225a, pp. 49-63.

[6] **Barabasi A.–L., Albert R. and Schiffer P.**, The physics of sand castles: maximum angle of stability in wet and dry granular media, *Physica A*, 1999, 266, Issues 1-4, pp. 366-371.

[7] **Batchelor G.K.**, Sedimentation in a dilute dispersion of spheres, *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 52, part 2, pp. 245-268.

[8] **Batchelor G.K.**, Brownian diffusion of particles with hydrodynamic interactions, *J. Fluid Mech.*, 1976, 74, pp. 1-29.

[9] **Beenakker C.J.W. and Mazur P.**, Is sedimentation container-shape dependent ?, *Phys. of Fluids*, 1985, 28, pp. 3203-3206.

[10] **Bocquet L., Charlaix E., Ciliberto S. and Crassous J.**, Moisture-induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation, *Nature (London)*, 1998, 396, pp. 735-737.

[11] **Bounhoure C., Brunet Y. et Merlen A.**, Evaluation de la fraction volumique locale de la phase solide dans un écoulement diphasique, *C. R. Acad. Sci. Paris, série II b*, 2001, pp. 829-834.

[12] **Bounhoure C., Brunet Y. and Merlen A.**, Hydrodynamic study of sedimentation flows and avalanches, Powder Technology, 2002, 125, pp. 306-312.

[13] **Boycott A.E.**, Sedimentation of blood corpuscules, *Nature*, 1920, 104, p. 532.

[14] **Bruneau D., Feuillebois F., Anthore R. and Hinch E.J.**, Intrinsec convection in a settling suspension, *Phys. of Fluids*, 1996, 8, pp. 2236-2238.

[15] **Bruneau D., Feuillebois F., Blawzdziewicz J. and Anthore R.**, Three-dimensional intrinsec convection in dilute and dense dispersions of settling spheres, *Phys. of Fluids*, 1998, 10 (1), pp. 55-59.

[16] **Budwig R.**, Refractive index matching methods for liquid flow investigations, *Exp. in Fluids*, 1994, 17, pp. 350-355.

[17] **Burgers J.M.**, On the influence of the concentration of a suspension upon the sedimentation velocity, *Proc. Kon. Nederl. Akad. Wet.*, 1941, 44, pp. 1045-1051 and pp. 1177-1184 ; and 1942, 45, pp. 9-16 and pp. 126-128.

[18] **Buyevich Yu.A.**, Fluid dynamics of coarse dispersions, *Chem. Eng. Sci.*, 49, 1994, pp. 1217-1228.

[19] **Buyevich Yu.A. and Kapbasov Sh.K.**, Random fluctuations in a fluidized bed, *Chem. Eng. Sci.*, 1994, 49, pp. 1229-1243.

[20] **Carrigy M.A.**, Experiments on the angles of repose of granular materials, *Sedimentology*, 1970, 14, pp. 147-158.

[21] **Chandrasekhar S.**, Hydrodynamic and hydromagnetic stability, *General editors N.F. Mott, E.C. Bullard and D.H. Wilkinson, Clarendon Press, Oxford*, 1961, chap. XI, p. 481, The International Series of Monographs on Physics.

[22] **Combarnous M., Le Fur B.**, Transfert de chaleur par convection naturelle dans une couche poreuse horizontale, *C. R. Acad. Sci. Paris Série B*, 1969, 2ème semestre, t. 269 (20), pp. 1009-1012.

[23] **Coulomb C.A.**, Mémoires de Mathématiques et de Physique Présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et Lus dans les Assemblées, Imprimerie Royale, Paris, 1773, 7, p. 343.

[24] **Courrech du Pont S., Gondret P., Perrin B. and Rabaud M.**, Granular avalanches in fluids, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, 90 (4), 044301.

[25] **Courrech du Pont S., Gondret P., Perrin B. and Rabaud M.**, Wall effects on granular heap stability, *Europhysics Lett.*, 2003, 61 (4), pp. 492-498.

[26] **De Groot S.R. and Mazur P.**, Non-equilibrium thermodynamics, *North Holland, Amsterdam*, 1969, chs. 3, 4, 6.

[27] **Ding J. and Gidaspow D.**, A bubbling fluidization model using kinetic theory of granular flow, *AIChE J.*, 1990, 36, pp. 523-538.

[28] **Duran J.**, Sables, poudres et grains. Introduction à la physique des milieux granulaires, *Eyrolles Sciences*, 1999, ch. 1, pp. 22-24.

[29] **Ergun S.**, Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Progr.*, 1952, 48, pp. 89-94.

[30] **Evesque P.**, Analysis of the statistics of sandpile avalanches using soil-mechanics results and concepts, *Phys. Rev. A*, 1991, 43, pp. 2720-2740.

[31] **Faraday M.**, On the forms and states assumed by fluids on vibrating elastic surfaces, *Philos. Trans. R. Soc. London*, 1831, 52, pp. 319-340.

[32] **Fraysse N., Thomé H. and Petit L.**, Powders and Grains 97, *Edited by R.PP. Behringer and J.T. Jenkins* (Balkema, Rotterdam, 1997).

[33] **Geigenmüller U. and Mazur P.**, Sedimentation of homogeneous suspensions in finite vessels, *J. of Stat. Phys.*, 1988, 53, n°1/2, pp. 137-173.

[34] **Gidaspow D.**, Multiphase flow and fluidization: continuum and kinetic theory descriptions, *Academic Press, Boston*, 1994.

[35] **Goldhirsh I.**, Microstructures and kinetics in rapid granular flows, *In Traffic and Granular Flows, World Scientific*, 1995, pp. 251-266.

[36] **Goldstein A., Shapiro M., Moldavsky L. and Fichman M.**, Mechanics of collisional motion of granular materials. Part 2. Propagation through vibrofluidized granular layers, *J. Fluid Mech.*, 1995, 287, pp. 349-382.

[37] **Goldstein A. and Shapiro M.**, Mechanics of collisional motion of granular materials. Part 1. General hydrodynamic equations, *J. Fluid Mech.*, 1995, 282, pp. 75-114.

[38] **Guyon E. et Troadec J.P.**, Du sac de billes au tas de sable, *Editions Odile Jacob, Sciences,* 1994, chap. 7, p. 317.

[39] **Halsey T.C. and Levine A.J.**, *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 80, p. 3141.

[40] **Hasimoto H.**, On the periodic fundamental solutions of the Stokes equations and their application to viscous flow past a cubic array of spheres, *J. Fluid Mech.*, 1959, 5, pp. 317-328.

[41] **Herbolzeimer E. and Acrivos A.**, Enhanced sedimentation in narrow tilted channels, *J. Fluid Mech.*, 1981, vol. 108, pp. 485-499.

[42] **Herbolzeimer E.**, Stability of the flow during sedimentation in inclined channels, *Phys. Fluids*, 1983, vol. 26, n° 8, pp. 2043-2054.

[43] **Hinch E.J.**, An averaged equation approach to particle interactions in a fluid suspension, *J. Fluid Mech.*, 1977, 83, pp. 695-720.

[44] **Hoomans B.P.B., Kuipers J.A.M., Briels W.J. and Van Swaaij W.P.M.**, Discrete particule simulation of a two-dimensional gas-fluidized bed : a hard sphere approach, *Chem. Eng. Sci.*, 1996, 51, pp. 99-118.

[45] **Hornbaker D.J., Albert R., Albert I., Barabasi A.-L. and Schiffer P.**, What keeps sandcastles standing ?, *Nature (London)*, 1997, 387, p. 765.

[46] **Ildefonse B., Allain C. et Coussot P.**, Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable : introduction aux suspensions en géologie et en physique, *Cémagref éditions,* 1997, chap. 8, p. 145.

[47] **Jackson R.**, Locally averaged equations of motion for a mixture of identical spherical particules and a Newtonian fluid, *Chem. Eng. Sci.*, 1997, 52, pp. 2457-2469.

[48] **Jackson R.**, The Dynamics of Fluidized Particles, *Cambridge Monographs on Mechanics,* ch. 1 and 2, pp. 1-63.

[49] **Janssen H.A.Z.**, *Vereins Deutsch Ing.*, 1895, 39 (35), p. 1045.

[50] **Jayaweera K. O. L. F., Mason, B. J. and Slack G.W.**, The Behavior of Clusters of Spheres Falling in a Viscous Fluid, *J. of Fluid Mech.*, 1964, 20, pp. 121-128.

[51] **Jenkins J.T. and Savage S.B.**, A theory for the rapid flow of identical, smooth, nearly inelastic, spherical particles, 1983, *J. Fluid Mech.*, 1964, 130, pp. 187-202.

[52] **Jenkins J.T. and Richman M.W.**, Grad's 13-moment system for a dense gas of inelastic spheres, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 1985, 87, pp. 355-377.

[53] **Jenkins J.T. and Richman M.W.**, Kinetic theory for plane flows of a dense gas of identical, rough, inelastic, circular disks, *Phys. of Fluids*, 1985, 28, pp. 3485-3494.

[54] **Jenkins J.T.**, Balance laws and constitutive relations for rapid flows of granular materials, *In Constitutive Models of Deformations (ed. J. Chandra & R. Srivastav)*, 1987, pp. 109-119. SIAM.

[55] **Jenkins J.T.**, Rapid flows of granular materials, *In Non-classical Continuum Mechanics : Abstract Techniques and Applications (ed. R. J. Kops & A. A. Lacey), Cambridge University Press*, 1987, pp. 213-224.

[56] **Kobayashi T.**, Advances in computer-aided flow visualization, *Flow Visualization VI, Ed Y. Taneda & H. Miyashiro, Springer Verlag*, 1992, pp.25-38.

[57] **Koch D.L.**, Kinetic theory for a monodisperse gas-solid suspension, *Phys. of Fluids A*, 1990, 2, pp. 1711-1723.

[58] **Koch D.L. and Sangani A.S.**, Particle pressure and marginal stability limits for a homogeneous monodisperse gas fluidized bed : kinetic theory and numerical simulation, *J. Fluid Mech.*, 1999, 400, pp. 229-263.

[59] **Landau L.D. and Lifschitz E.M.**, Fluid Mechanics, *Pergamon, London*, 1959, ch. 2, § 22.

[60] **Latard V., Brunet Y., Merlen A.**, A 3D PTV technique for granular medium in liquids and sedimentation flow, *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 2001, 8, pp.15-30.

[61] **Lhuillier D.**, Phenomenology of inertia effects in a dispersed solid-fluid mixture, *Int. J. of Multiphase Flow*, 1985, 11, 4, pp. 427-444.

[62] **Lhuillier D.**, Transport phenomena in moderately concentrated suspensions of rigid spheres, *Physica A*, 1990, 165, pp. 303-319.

[63] **Lhuillier D.**, Ensemble averaging in slightly non-uniform suspensions, *Eur. J. Mech., B/Fluids*, 1992, 11, 6, pp. 649-661.

[64] **Louge M., Mastorakos E. and Jenkins J.T.**, The role of particle collisions in pneumatic transport, *J. Fluid Mech.*, 1991, 231, pp. 345-359.

[65] **Lun C.K.K., Savage S.B., Jeffrey D.J. and Chepurniy N.**, Kinetic theories for granular flow : inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield, *J. Fluid Mech.*, 1984, 140, pp. 223-256.

[66] **Lundgren R.**, A study of the physical nature of the sedimentation of blood corpuscules, *Acta Med. Scand.*, 1927, 67, pp. 63-104.

[67] **Lundgren R.**, A method of studying sedimentation in the blood of some of the animals most commonly used in experiment, *Acta Med. Scand.*, 1928, 69, pp. 405-416.

[68] **Maude A.D. and Whitmore R.L.**, A generalised theory of sedimentation, *Br. J. Appl. Phys.*, 1958, 9, pp. 477-482.

[69] **Nakamura H. et Kuroda K.**, La cause de l'accélération de la vitesse de sédimentation des suspensions dans les récipients inclinés, *Keijo J. Med.*, 1937, 8, pp. 256-296.

[70] **Ponder E.**, On sedimentation and rouleaux formation, *Quart. J. Expt. Physiol.*, 1925, 15, pp. 235-252.

[71] **Pyun C.W. and Fixman M.**, Frictionnal coefficient of polymer molecules in solution, *J. Chem. Phys.*, 1964, 41, p. 937.

[72] **Rayleigh Lord O.M.**, *Phil. Mag. Ser. 6*, 1906, 11, 61 : 129.

[73] **Reynolds O.**, On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact with experimental illustrations, *Philos. Mag. Ser. 5*, 1885, 20, pp. 469-481.

[74] **Richardson J.F. and Zaki W.N.**, Sedimentation and fluidisation : Part I, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 1954, 32, pp. 35-53.

[75] **Roberts I.**, *Proc. Roy. Soc.*, 1884, 36 : 226.

[76] **Rouyer F.**, Structure et dynamique de suspensions modèles à 2 et 3 dimensions, *Thèse de Doctorat, Université Paris XI*, juillet 1999 .

[77] **Saffman P.G.**, The lift on a small sphere in a slow shear flow, *J. Fluid Mech.*, 1965, 22, pp. 385-400.

[78] **Saleh S., Larrea J.C., Thovert J.F., Platten J.K., Adler P.M.**, Thermal convection in a model porous medium, *Acte of the 6th Int. Symposium on Appl. Of Laser Tech. to Fluid Mech.,* 1992, *Portugal.*

[79] **Savage S.B.**, Flow of granular materials, 1995, In Proc. 15th Canadian Congress of Applied Mechanics, *CANCAM 95 (ed. B. Tabarrok & S. Dost)*, 1995, pp. 62-73, University of Victoria.

[80] **Savage S.B.**, Analyses of slow high-concentration flows of granular materials, *J. Fluid Mech.*, 1998, 377, pp. 1-26.

[81] **Sela N., Goldhirsh I. and Noskowicz S.H.**, Kinetic theoretical study of a two-dimensional granular gas to Burnett order, *Phys. of Fluids*, 1996, 8, pp. 2337-2353.

[82] **Sela N. and Goldhirsh I.**, Hydrodynamical equations for rapid flows of smooth inelastic spheres to Burnett order, *J. Fluid Mech.*, 1998, 361, pp. 41-74.

[83] **Sinclair J.L. and Jackson R.**, Gas-particle flow in a vertical pipe with particle-particle interactions, *AIChE J.*, 1989, 35, pp. 1473-1486.

[84] **Shinohara M.**, Lateral migration of particles sedimenting in a viscous fluid inside a cylinder, Proc. *3rd Int. Conf. On Multiphase Flow*, June 8-12 1998, Lyon, France, pp. 1-8 .

[85] **Tachibana M.**, On the behaviour of a sphere in the laminar tube flows, *Rheol. Acta*, 1973, 12, pp. 58-69.

[86] **Tam C.K.W.**, The drag on a cloud of spherical particles in low Reynolds number flow, *J. Fluid Mech.*, 1969, 38, pp. 537-546.

[87] **Tegzes P., Albert R., Paskvan M., Barabasi A.-L., Vicsek T. and Schiffer P.**, Liquid-induced transitions in granular media, *Phys. Rev. E*, 1999, 60 (5), pp. 5823-5826.

[88] **Tegzes P., Vicsek T. and Schiffer P.**, Avalanche dynamics in wet granular materials, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, 89, n°9, 094301.

[89] **Tsuji Y., Kawagushi T. and Tanaka T.**, Discrete particule simulation of two-dimensional fluidised bed, *Powder Technol.*, 1993, 77, pp. 79-87.

[90] **Vasseur P. and Cox R.G.**, The lateral migration of spherical particles sedimenting in a stagnant bounded fluid, *J. Fluid Mech.*, 1977, vol. 80, part 3, pp. 561-591.

[91] **Vincent S. and Caltagirone J.P.**, Efficient solving method for unsteady incompressible interfacial flow problems, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 1999, 30, pp. 795-811.

[92] **Vincent S. and Caltagirone J.P.**, Modélisation numérique d'écoulements à surface libre par une méthode de raffinement local multigrille, *VX*[ème] *Congrès Français de Mécanique, Nancy,* 3-7 sept. 2001, pp. 225-231.

[93] **Zhang D.Z. and Prosperetti A.**, Averaged equations for inviscid disperse two-phase flow, *J. Fluid Mech.*, 1994, 267, pp. 185-219.

[94] **Zhang D.Z. and Prosperetti A.**, Momentum and energy equations for disperse two-phase flows and their closure for dilute suspensions, *Int. J. Multiphase Flow*, 1997, 23, pp. 425-453.

On présente une étude expérimentale du comportement de particules solides sphériques chutant dans un fluide dans un domaine d'écoulement où les effets d'inertie ne peuvent pas être négligés. Ces écoulements de canal sont sédimentaires, de transition ou de type avalanche.
L'adaptation de l'indice de réfraction entre le fluide et les billes, réalisée afin de vaincre l'opacité du mélange, permet la visualisation tridimensionnelle des trajectoires de billes test filmées à l'aide d'une caméra vidéo. La méthode revient à un suivi de particules de type P.T.V. qui fournit les vitesses, les flux, etc... de la phase solide. Un traitement statistique permet d'obtenir la densité de probabilité de certaines grandeurs. Ainsi, deux méthodes d'évaluation de la fraction volumique locale de phase solide ont été élaborées et validées sur les différents types d'écoulements engendrés par le dispositif expérimental. Dans les écoulements sédimentaires, des répartitions non maxwelliennes de vitesse ont été observées et expliquées par un modèle de physique statistique modélisant l'effet des sillages sur les particules. Enfin, une étude phénoménologique des lits de billes chutant dans un canal incliné a été réalisée. On y observe en particulier une instabilité de l'interface lit-fluide qui s'explique assez bien par une instabilité de type Kelvin-Helmholtz.

STUDY OF FLUID-PARTICLES FLOW WITH INERTIAL EFFECTS

This experimental study deals with the behaviour of solid spherical particles falling into a fluid in a flow domaine where the inertial effects cannot be neglected. These channel flows can be of sedimentation, of transition or of avalanche type.
The matching of the index of refraction between the fluid and the particles, made in order to overcome the opacity of the mixing, allows a three-dimensionnal visualisation of the trajectories of test beads filmed with a video camera. The method comes down to a particle tracking of P.T.V. type that provides the velocities, the flux, etc... of the solid phase. A statistical treatment allows to obtain the probability density of some parameters. Thus, two methods of evaluation of the local solid phase volume fraction have been elaborated and validated on the different types of flows created by the experimental device. In a sedimentation flow, the non maxwellian velocity repartitions observed are explained by a physical statistical model of the effect of the wakes on the particles. At last, a phenomenological study of the bed of beads falling in a tilted channel has been done. We particularly observe an instability of the interface bed-fluid that is quite well explained with an instability of Kelvin-Helmholtz type.

MOTS CLES : Ecoulements diphasiques, fluide-particules, sédimentation, avalanche, adaptation d'indice de réfraction, suivi de particules, fraction volumique.

KEYWORDS : Two-phase flows, fluid-particles, sedimentation, avalanche, matching of index of refraction, particle tracking, volume fraction.

Laboratoire de Mécanique de Lille
Université des Sciences et Technologies de Lille
Boulevard Paul Langevin, 59655 Villeneuve d'Ascq