N° d'ordre : 3642

### THÈSE DE DOCTORAT

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR en CHIMIE ORGANIQUE ET MACROMOLÉCULAIRE Spécialité : Polymères à l'état solide

 $\operatorname{par}$ 

Sébastien Comas-Cardona Master of Science in Mechanical Engineering à University of Illinois at Urbana-Champaign



### MODELISATION, SIMULATION ET CONTROLE DU COUPLAGE HYDRO-MECANIQUE POUR LE MOULAGE DE COMPOSITES

Soutenue le 5 juillet 2005

Membres du jury :	Dr Jean-Marc Lefebvre	Président
	Dr Véronique Michaud	Rapporteur
	Prof Philippe Boisse	Rapporteur
	Prof Christophe Binetruy	Examinateur
	Prof Patricia Krawczak	Examinateur

Laboratoire d'accueil :

Département Technologie des Polymères et Composites, Ecole des Mines de Douai

Directeurs de Thèse : Prof C. Binetruy : Professeur à l'Ecole des Mines de Douai Prof P. Krawczak : Professeur à l'Ecole des Mines de Douai Directeur du Département Technologie des Polymères et Composites

# Remerciements

Ces travaux de recherche ont été réalisés au sein du département Technologie des Polymères et Composites de l'Ecole des Mines de Douai.

Je tiens tout d'abord à remercier Dr Jean-Marc Lefebvre de l'Université des Sciences et Technologies de Lille de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je suis également sensible à l'intérêt que Prof Véronique Michaud de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne et Prof Philippe Boisse de l'Institut National des Sciences de Lyon ont porté à ce travail en acceptant d'être rapporteurs de ce mémoire. Je leur exprime mes plus sincères remerciements.

Je souhaiterais remercier chaleureusement Prof Patricia Krawczak, Directeur du département Technologie des Polymères et Composites ainsi que Prof Christophe Binetruy, tous deux directeurs de cette thèse, pour le temps qu'ils m'ont consacré, leurs précieux conseils et nombreuses discussions ainsi que leur dynamisme et enthousiasme permanent.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à Dr Paul Groenenboom, Senior Scientist à la société Engineering System International pour son soutien numérique.

Je tiens à remercier la Délégation Générale pour l'Armement et l'ANVAR pour le soutien financier d'une partie de ces travaux.

Enfin mes remerciements vont à tout le personnel et élèves-chercheurs du département Technologie des Polymères et Composites.

# Table des matières

#### Introduction

1	Eta	t de l'a	art	3
	1.1	Mécan	ique des renforts fibreux en compression	3
		1.1.1	Observations expérimentales	3
			1.1.1.1 Analyse microstructurale	3
			1.1.1.2 Paramètres influençant la compressibilité des renforts	5
		1.1.2	Modèles phénoménologiques	7
		1.1.3	Modèles micro-mécaniques	8
			1.1.3.1 Modèle de Gutowski et al. et dérivés	8
			1.1.3.2 Modèle de Chen et Chou	9
		1.1.4	Modèles rhéologiques	11
	1.2	Mécan	ique des milieux poreux saturés	12
		1.2.1	Théorie générale de la consolidation	12
		1.2.2	Comportement poroélastique linéaire	13
		1.2.3	Hypothèse de Terzaghi	14
		1.2.4	Modèle poroélastoplastique linéaire	14
	1.3	Déform	nation des matériaux au cours du procédé de transformation	15
		1.3.1	Composite monolithique	15
		1.3.2	Composite sandwich	15
	1.4	Simula	ation du couplage hydro-mécanique	19
		1.4.1	Consolidation	19
		1.4.2	Composite monolithique	20
		1.4.3	Composite sandwich	21
		1.4.4	Procédé d'infusion	22
	1.5	$\operatorname{Smoot}$	hed Particle Hydrodynamics (SPH)	23
		1.5.1	Introduction	23
		1.5.2	Fondements mathématiques	24
			1.5.2.1 Fonction noyau	24
			1.5.2.2 Fonction d'interpolation	25
		1.5.3	Equations SPH pour les écoulements visqueux	25
			1.5.3.1 Conservation de la masse	26
			1.5.3.2 Equation du mouvement	26
			1.5.3.3 Cas des écoulements dans les milieux poreux	27
			1.5.3.4 Equation constitutive	28
			1.5.3.5 Conditions aux limites	28

1

			1.5.3.6 Résolution numérique	29
			1.5.3.7 Coût de calcul	29
			1.5.3.8 Méthode mixte éléments finis et SPH (FE-SPH)	29
		1.5.4	Simulation des écoulements dans les milieux poreux	30
	1.6	Mesure	e de la perméabilité	31
		1.6.1	Méthodes par injection	32
			1.6.1.1 Perméabilité plane	32
			1.6.1.2 Perméabilité transversale	34
		1.6.2	Méthodes par compression	34
	1.7	Conclu	sion et plan de recherche	36
<b>2</b>	Mé	canique	e des renforts fibreux en compression	38
	2.1	Introdu	uction	38
	2.2	Modéli	sation	38
		2.2.1	Comportement poroélastique linéaire	38
		2.2.2	Hypothèse de Terzaghi	39
		2.2.3	Modèle poroélastoplastique linéaire	39
		2.2.4	Proposition d'un modèle poroélastoplastique non-linéaire	40
	2.3	Moyen	s expérimentaux et méthodologie	41
		2.3.1	Compression sur renforts secs	41
		2.3.2	Compression drainée sur renforts imprégnés	42
		2.3.3	Mesure de la plasticité	43
		2.3.4	Mesure du module de compression	43
		2.3.5	Mesure du nombre de Biot	44
	2.4	Matéri	aux de l'étude $\ldots$	44
	2.5	Résulta	ats	46
		2.5.1	Mat	46
			2.5.1.1 Plasticité	46
			2.5.1.2 Module de compression	48
			2.5.1.3 Coefficient $b$	49
		2.5.2	Renfort tissé	50
			2.5.2.1 Plasticité	50
			2.5.2.2 Module de compression	52
			2.5.2.3 Coefficient $b$	53
		2.5.3	Renfort NCF unidirectionnel	54
			2.5.3.1 Plasticité	54
			2.5.3.2 Module de compression	57
			2.5.3.3 Coefficient $b$	59
	2.6	Conclu	sion	60
3	Etu	de du c	couplage hydro-mécanique : consolidation	61
	3.1	Introdu	action	61
	3.2	Compr	ession non drainée de renforts imprégnés	61
		3.2.1	Mat	62
		3.2.2	Renfort tissé	63

		3.2.3 Renfort NCF
	3.3	Compression drainée de renforts imprégnés
		3.3.1 Mat
		3.3.2 Renfort tissé
		3.3.3 Renfort NCF
	3.4	Comparaison des modes de compression
		3.4.1 Mat
		3.4.2 Renfort tissé
		3.4.3 Renfort NCF
	3.5	Mesure de la perméabilité plane
		3.5.1 Renfort fibreux isotrope transversalement
		3.5.1.1 Méthode analytique
		3.5.1.2 Résultats 72
		3.5.1.3 Choix de la vitesse de compression et de la viscosité 77
		3.5.1.4 Méthode des éléments finis 78
		3.5.2 Benfort fibreux anisotrope
	36	Mesure de la perméabilité transversale
	0.0	3.6.1 Méthodo dos différences finios
		3.6.2 Méthodo dos éléments finis
		2.6.2 Décultata
	27	State         State <th< td=""></th<>
	5.7	Conclusion
4	Sim	ulation du couplage hydro-mécanique 89
	4.1	Introduction
	4.2	Transport visqueux
		4.2.1 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux
		4.2.2 Ecoulement d'un fluide non-Newtonien
		4.2.3 Formulation pour un écoulement de fluide compressible 91
	4.3	Formulation SPH
		4.3.1 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux
		4.3.2 Ecoulement d'un fluide non-Newtonien 92
		4.3.3 Couplage éléments finis - particules SPH
	4.4	Schémas numériques d'intégration 93
		4.4.1 Intégration explicite 93
		4.4.2 Transition région porcuse / région non porcuse 94
		4 4 3 Fonctionnalités additionnelles
	4.5	Validation 05
	1.0	451  Moulage isotherme isotrope
		4.5.1 Moulage isotherme anisotrope
	16	Application au moulage de matériaux conducidos
	4.0	Application au mourage de matematix sandwiches
		4.6.2 Propriétés des matérieurs constituents
		4.0.2 Trophetes des materiaux constituants $\dots \dots \dots$
		4.0.5 Evaluation des conditions initiales d'équindre
	4	4.0.4 Simulation du couplage écoulement-déformation : création d'un canal 100
	/1 /	LUSCUSSION IO3

<b>5</b>	Con	trôle a	ctif des déformations induites par l'écoulement	<b>104</b>
	5.1	Conce	pt de contrôle actif $\ldots$	104
	5.2	Dévelo	ppement d'un pilote industriel prototype	106
	5.3	Progra	mme de pilotage	107
		5.3.1	Programme principal	107
		5.3.2	$Menu \ de \ commande \ \ \ldots $	108
	5.4	Applic	ation au contrôle de la déformation du moule	110
		5.4.1	Montage expérimental	111
		5.4.2	Résultats sans contrôle actif $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	112
		5.4.3	Résultats avec contrôle actif $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	113
	5.5	Conclu	usion	114
Co	Conclusion et perspectives			115
Bi	Bibliographie			117

# Table des figures

1.1	Modes de déformation associés à la compression des renforts [MOR, 2001].	4
1.2	Compression et déchargement successifs de 20 plis de tissu d'armure toile à	
	une vitesse de compression de 0,5 mm.min <sup>-1</sup> [SAU, 1999b]	6
1.3	Section de la cellule élémentaire pour deux cas limites de compression	
	[CHE, 2000]	10
1.4	Cellule élémentaire d'un empilement de deux couches de renfort d'armure	
	toile [CHE, 2000]	11
1.5	Configuration de modèles de Zener linéaire [CAD, 2002]	12
1.6	Variation de l'épaisseur de la préforme en fonction de la position le long	
	de la pièce (h est la hauteur mesurée et $h_o$ la hauteur au point d'injection)	
	[ACH, 2004]	15
1.7	Evolution du rapport des épaisseurs des peaux T1/T2 en fonction du temps	
	pour différentes pressions d'injection [HAM, 1998]	16
1.8	Evolution des rapports des épaisseurs de peaux $T1/T2$ en fonction du temps	
	d'injection, pour trois taux volumiques de fibres et trois pressions d'injec-	
	tion [HAM, 1998]	17
1.9	Evolution du compactage de l'âme en mousse en fonction de sa densité	
	[WIR, 1998]	18
1.10	Coupe de la structure sandwich moulée sans déplacement (à gauche) et avec	
	déplacement (à droite) de l'âme [WIR, 1998]	18
1.11	Mise en évidence de la déformation de l'âme au cours du remplissage, lors	
	d'une injection à débit constant de $0,2 \ l.min^{-1}$ . Les deux photographies sont	
	prises au même temps d'injection [BIN, 2003].	19
1.12	Coupe schématique de la déformation transversale du lit de fibres au cours	
	du remplissage du moule [HAN, 1993a]	21
1.13	Déformation dans le plan du lit de fibres au cours du remplissage du moule	
	[FAR, 2000]	21
1.14	Vue en coupe de la compression de l'âme, déchargement des renforts et	
	création d'un canal au cours du remplissage du moule pour la fabrication	
	de composites sandwiches par procédé RTM [BIN, 2003]	22
1.15	Vue en coupe du déchargement des renforts au cours du procédé d'infusion	
	[KAN, 2001].	22
1.16	Sphère d'influence d'une particule a.	24
1.17	Géométrie du domaine d'étude pour la simulation d'une injection par le	
	procédé RTM [SAW, 1999].	30
	• · · J	

1.18	Localisation des particules SPH au cours de l'injection pour une porosité	
	égale à 0.5 [SAW, 1999]	31
1.19	Solution numérique de l'évolution de la vitesse moyenne d'écoulement en	
	fonction du gradient de pression [ZHU, 1999].	32
1.20	Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane lors d'un écou-	
	lement unidirectionnel transitoire	33
1.21	Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane lors d'un écou-	
	lement unidirectionnel en régime établi	33
1.22	Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane lors d'un écou-	
	lement bidirectionnel en régime stationnaire.	34
1.23	Montage expérimental pour la mesure de perméabilité transversale lors d'un	
	écoulement unidirectionnel en régime établi.	34
1.24	Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane en continu par	
	compression [BUN, 2003]	35
1.25	Résultats de mesure de perméabilité transversale pour un mat obtenus pour	
	différentes vitesses de compression. Les points sont des valeurs de perméa-	
	bilités obtenues par écoulement bidirectionnel [BUN, 2003]	36
1.26	Déformation des renforts au niveau du point d'injection [BUN, 2003]	36
2.1	Montage expérimental pour la compression de renforts secs.	41
2.2	Montage expérimental pour la compression drainée de renforts imprégnés.	42
2.3	Plateau drainant pour la compression drainée des renforts imprégnés.	42
2.4	Photo du montage expérimental pour la compression drainée de renforts.	43
2.5	Méthode de mesure de la plasticité.	43
2.6	Renforts de l'étude.	45
2.7	Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchar-	
	gement de l'échantillon de mat sec.	46
2.8	Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchar-	
	gement de l'échantillon de mat imprégné	47
2.9	Evolution de la plasticité du mat.	47
2.10	Module de compression du mat en fonction de la déformation totale	48
2.11	Module de compression du mat en fonction de la fraction volumique de fibres.	48
2.12	Coefficient $b$ du mat en fonction de la déformation totale	49
2.13	Coefficient $b$ du mat en fonction de la fraction volumique de fibres	49
2.14	Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchar-	
	gement de l'échantillon de tissu sec	50
2.15	Micrographie des renforts de sergé de 3 (4 plis, $V_f=51\%$ )	50
2.16	Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchar-	
	gement de l'échantillon de tissu imprégné.	51
2.17	Evolution de la plasticité du tissu	51
2.18	Module de compression du tissu en fonction de la déformation totale	52
2.19	Module de compression du tissu en fonction de la fraction volumique de fibres.	52
2.20	Coefficient $b$ du tissu en fonction de la déformation totale	53
2.21	Mécanismes de la plasticité des renforts tissés [MOR, 2002]	53
2.22	Coefficient $b$ du tissu en fonction de la fraction volumique de fibres	54

2.23	Plasticité du renfort NCF (empilement UD) en fonction de la déformation	
	totale	54
2.24	Micrographies du renfort NCF (6 plis, $V_f = 50\%$ )	55
2.25	Plasticité du renfort NCF (empilement BD) en fonction de la déformation	
	totale	55
2.26	Plasticité du renfort NCF sec.	56
2.27	Plasticité du renfort NCF imprégné	56
2.28	Module de compression du renfort NCF (empilement UD)	57
2.29	Module de compression du renfort NCF (empilement BD).	57
2.30	Module de compression du renfort NCF sec.	58
2.31	Module de compression du renfort NCF imprégné.	58
2.32	Coefficient <i>b</i> du renfort NCF.	59
0.1	Martin a fair a la companya de la comforte incontrato	69
3.1	Montage experimental pour la compression non drainée de renforts impregnes.	02
3.2	Comparaison d'essais de compression non drainée de mat impregne pour	co
0.0	une viscosite de 0,14 Pa.s et differentes vitesses de compression.	62
3.3	Comparaison d'essais de compression non drainee de mat impregne pour	69
	une vitesse de compression de 2 mm.min <sup>-1</sup> et des viscosites differentes.	03
3.4	Comparaison d'essais de compression non drainée de renfort tisse impregne.	64
3.5	Comparaison d'essais de compression non drainée de renfort NCF imprégné	
	pour une viscosité de 1,04 Pa.s.	64
3.6	Montage expérimental pour la compression drainée de renforts imprégnés.	65
3.7	Comparaison d'essais de compression drainée de mat.	66
3.8	Comparaison d'essais de compression drainée de renfort tissé	66
3.9	Comparaison d'essais de compression drainée de renfort NCF pour une vis-	07
0.10	cosite de 1,04 Pa.s.	07
3.10	Comparaison des modes d'essais de compression de mat.	68
3.11	Comparaison des modes d'essais de compression de renfort tissé	69
3.12	Comparaison des modes d'essais de compression de renfort NCF (UD).	69
3.13	Comparaison des modes d'essais de compression de renfort NCF (BD).	70
3.14	Domaine utilisé pour la modélisation de la consolidation de renforts impré-	<b>.</b> .
	gnés au cours des essais de compression.	71
3.15	Mesure de perméabilité plane du mat en utilisant l'Eq. 3.13	73
3.16	Mesure de perméabilité longitudinale du mat en utilisant l'Eq. 3.15	73
3.17	Mesure de perméabilité plane du renfort tissé en utilisant l'Eq. 3.13	74
3.18	Mesure de perméabilité longitudinale du renfort tissé en utilisant l'Eq. 3.15.	74
3.19	Comparaison des mesures de perméabilité longitudinale du renfort tissé en	
	utilisant l'Eq. 3.15 en utilisant l'hypothèse de Terzaghi $(b = 1)$ , le modèle	
	poroélastoplastique avec $b = 0, 1$ et le coefficient $b$ mesuré	75
3.20	Mesure de perméabilité plane du renfort NCF BD en utilisant les Eqs. 3.13 $$	
	et 3.15 avec un fluide de viscosité de 1,04 Pa.s	76
3.21	Comparaison des mesures de perméabilité longitudinale du renfort NCF BD $$	
	en utilisant l'Eq. 3.15 en utilisant l'hypothèse de Terzaghi $(b=1),$ le modèle	
	poroélastoplastique avec $b = 0, 1$ et le coefficient $b$ mesuré	76

3.22	Conditions aux limites utilisées pour la résolution de l'équation de Gutowski	
	(Eq. 3.19) pour la détermination de la perméabilité plane.	79
3.23	Algorithme d'optimisation utilisé pour obtenir la perméabilité plane d'un	
	renfort isotrope par méthode inverse.	79
3.24	Validation de la mesure de perméabilité longitudinale du renfort NCF BD	
	en utilisant la méthode des éléments finis, comparativement à la méthode	
	analytique avec la compression non drainée à $V = 5 \text{ mm.min}^{-1}$	80
3.25	Identification de la perméabilité longitudinale $K_x$ du renfort haut module	
	UD en utilisant la méthode des éléments finis et un ratio $K_x/K_y = 10.$	80
3.26	Algorithme d'optimisation utilisé pour obtenir la perméabilité plane de ren-	
	fort anisotrope transversalement par méthode inverse	81
3.27	Domaine et conditions aux limites utilisées pour la résolution par la mé-	
	thode des différences finies de l'équation de Gutowski (Eq. 3.20) pour la	
	détermination de la perméabilité transversale des renforts fibreux	82
3.28	Domaine et conditions aux limites utilisées pour la résolution par la méthode	
	des éléments finis de l'équation de Gutowski (Eq. 3.20) pour la détermina-	
	tion de la perméabilité transversale des renforts fibreux	83
3.29	Algorithme d'optimisation utilisé pour obtenir la perméabilité transversale	
	de renfort anisotrope ou isotrope transversalement par méthode inverse	84
3.30	Identification de la perméabilité transversale du renfort tissé par méthode	
	inverse en utilisant la méthode des différences finies	85
3.31	Identification de la perméabilité transversale du renfort tissé par méthode	
	inverse en utilisant la méthode des différences finies et la méthode des élé-	
	ments finis.	85
3.32	Identification de la perméabilité transversale du renfort NCF BD par mé-	
	thode inverse en utilisant la méthode des différences finies et la méthode	
	des éléments finis.	86
3.33	Identification de la perméabilité transversale du renfort NCF UD par mé-	~ ~
	thode inverse en utilisant la méthode des éléments finis	86
4.1	Comparaison de la solution de remplissage isotrope d'un moule RTM en	
	utilisant PAM RTM (ESI Group) et la méthode SPH	95
4.2	Comparaison de la solution de remplissage anisotrope d'un moule RTM en	
	utilisant PAM RTM (ESI Group) et la méthode SPH	96
4.3	Montage expérimental.	97
4.4	Outillage utilisé pour les moulages expérimentaux	97
4.5	Habillage du moule pour la fabrication de matériaux sandwiches	97
4.6	Réponse en pression lorsque l'âme en mousse est déformée par l'écoulement	
	du fluide sous pression.	98
4.7	Domaine utilisé pour la simulation.	100
4.8	Algorithme de mise à jour des propriétés (porosité, perméabilité) du renfort	
	fibreux lorsque les matériaux se déforment.	101
4.9	Résultats de la pression de résine et de la déformation de l'âme en mousse	
	près du point d'injection obtenus avec la simulation SPH pour le moulage	
	RTM d'un panneau sandwich.	102

4.10	Visualisation des résultats simulés par SPH de la déformation de l'âme en mousse du panneau sandwich moulé par RTM.	102
5.1	Photographie du prototype de machine d'injection composée de deux pistons.	106
5.2	Détail de la partie catalyseur du prototype	106
5.3	Schéma de cablage du prototype à l'ordinateur de contrôle	107
5.4	Interface utilisateur du programme de contrôle de la machine à injecter	
	bi-pistons.	108
5.5	Algorithme général du programme de contrôle de la machine à injecter bi-	
	pistons.	109
5.6	Algorithme des commandes du programme de contrôle du piston contenant	
	la résine	109
5.7	Photographie du montage expérimental pour le RTM Light avec contrôle	
	actif de la déformation du moule.	112
5.8	Coupe schématique du montage expérimental pour le RTM Light avec	
	contrôle actif de la déformation du moule.	112
5.9	Evolution de la pression d'injection et de la déformation du moule pendant	
	l'injection lorsque aucun contrôle n'est activé.	113
5.10	Evolution de la pression d'injection et de la déformation du moule pen-	
	dant l'injection en mode contrôle actif avec une consigne de déformation	
	$maximale de 0,3 mm. \dots \dots$	113

# Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques des renforts	45
2.2	Caractéristiques des échantillons.	45
3.1	Valeur du coefficient $\frac{V_{c}\mu}{K}$ pour quelques compressions sur les trois renforts étudiés ( $K_{inj}$ est la perméabilité plane mesurée sur un banc d'essai d'injection tandis que $K$ est la perméabilité plane mesurée par la méthode de	
	compression à la fraction volumique de fibres $V_f$ considérée)	77
3.2	Méthodologie pour la mesure de perméabilité en fonction de la nature des	
	renforts	87

# Introduction

L'utilisation des matériaux composites à matrice organique renforcée de fibres continues ne cesse de s'étendre et de susciter de l'intérêt dans différents secteurs industriels. Parallèlement, se pose la question du choix de la technologie de fabrication des pièces industrielles la plus appropriée. Il en existe une grande diversité, mais certains procédés industriels modernes de mise en œuvre de matériaux composites techniques peuvent être regroupés sous l'acronyme LCM (Liquid Composite Molding). Ces procédés de transformation en moule fermé (incluant les technologies RTM, VARTM, CRTM, infusion...) ont en commun l'écoulement d'une résine liquide dans un renfort fibreux. Par rapport à des technologies comme le moulage à l'autoclave, ils permettent une réduction des coûts et une augmentation des rendements de fabrication. Néanmoins, des essais préliminaires sur prototypes sont encore nécessaires lors des phases de conception et de développement des outillages.

Dans une optique de réduction des coûts, la simulation numérique est la solution retenue pour s'affranchir des essais sur prototypes et accélérer le développement des pièces. Des logiciels performants de simulation d'écoulement de fluides dans des milieux poreux sont disponibles commercialement et leur aptitude à décrire fidèlement le moulage par Resin Transfer Molding (RTM, injection sur renfort) de pièces en matériaux composites a été maintes fois vérifiée. Cependant, pour certaines configurations de moulage, l'hypothèse de non déformabilité des matériaux constituants pendant la phase d'écoulement de la résine n'est pas acceptable.

Sous l'effet de la pression exercée par la résine, les renforts, inserts et âmes peuvent se déplacer et également se déformer dans la cavité du moule. Ces phénomènes physiques engendrent des défauts dans les pièces finales, telles que des zones riches en résine ou encore des variations locales d'épaisseur et de fraction volumique de fibres. Ces défauts sont des sources directes d'affaiblissement mécanique. En outre, les déformations créées par la pression d'injection font varier la perméabilité des renforts, et donc le mode d'écoulement de résine en leur sein, et ceci d'une manière dynamique. Dans le but de définir les conditions opératoires qui permettront de s'affranchir de ces phénomènes perturbateurs au cours du moulage des pièces, il est important de les prendre en considération, de les modéliser et de les introduire dans les logiciels de simulation.

Même si les phénomènes de couplage écoulement-déformation sont connus, modélisés et simulés, des incidents imprévisibles peuvent néanmoins apparaître pendant la mise en forme. En effet, les conditions environnementales d'un atelier ne sont pas toujours identiques à celles utilisées dans les logiciels de calcul pour réaliser les simulations. Une variation du taux d'humidité, de température dans la journée, un nouveau lot de matière sont quelques exemples qui entraînent une forte non reproductibilité du procédé de fabrication des pièces en matériaux composites. Malheureusement, de telles variations conduisent parfois à l'échec du moulage et la mise au rebut de la pièce, conséquence inacceptable compte tenu du prix des matières premières et de la main d'œuvre. Ainsi, un effort soutenu est à entreprendre pour détecter les incidents de moulage en ligne. Ceci nécessite le développement ou l'utilisation de capteurs, à insérer dans l'environnement du moule (capteur de pression, de flux, de température par exemple), voire d'une machine d'injection, qui soit en mesure de détecter le défaut recherché. Une fois détecté, un algorithme de décision doit proposer, soit d'arrêter le moulage si l'incident est irréparable, soit de modifier l'un des paramètres machine (débit d'injection, ratio de catalyseur par exemple) pour corriger le défaut. Ce type d'évolution des procédés LCM imposera aux concepteurs de machines d'injection de résine de proposer une certaine souplesse dans les modes d'injection proposés couplée à une forte évolutivité. Ces développements seront basés sur l'étroit lien : outillage/machine d'injection/matériau.

Le chapitre suivant s'attache à présenter une synthèse des données bibliographiques portant sur la compression des renforts fibreux, la déformation des matériaux pendant le moulage de matériaux en composites due au couplage écoulement/déformation, ainsi que la modélisation et simulation de ce couplage. Ensuite, le Chap. 2 propose un modèle mécanique de la compression des renforts fibreux, qui est appliqué à la consolidation des renforts imprégnés au Chap. 3. Dans le Chap. 4, un méthode numérique sans maillage est évaluée en simulant un procédé de fabrication qui met en jeu un couplage hydromécanique. Enfin le Chap. 5 montre comment les incidents de production de matériaux en composites liés au couplage hydromécanique peuvent être évités ou corrigés à l'aide d'un contrôle actif et d'une machine à injecter performante.

# Chapitre 1

## Etat de l'art

### 1.1 Mécanique des renforts fibreux en compression

Quel que soit le procédé de fabrication utilisé pour la réalisation de pièces en composites (autoclave, compression, injection moule fermé), la phase de compression des renforts à l'état sec et/ou imprégné est une étape inhérente au processus de fabrication. Cette compression peut être :

- *forcée* (par l'action mécanique d'un moule se fermant ou par l'application du vide par exemple);
- *induite* (à cause d'une pression trop élevée de résine générée au cours de l'injection en RTM par exemple).

Certains auteurs traitent du comportement mécanique tridimensionnel des renforts fibreux soumis à des sollicitations biaxiales pour modéliser leur formage [GAS, 2000] [LOM, 2005]. Toutefois l'intérêt de la présente étude porte sur la compression unidirectionnelle des renforts.

#### 1.1.1 Observations expérimentales

#### 1.1.1.1 Analyse microstructurale

Saunders et al. ont réalisé une analyse microstructurale des renforts tissés en relation avec la compression [SAU, 1998] [SAU, 1999a]. Ces travaux portant sur des renforts (toiles, sergé et satin) comprimés à des niveaux de pression différents ont montré que la forme des mèches peut être considérée comme étant elliptique et que leur ondulation suit la forme d'une sinusoïde. En raison de l'empilement manuel des plis de renforts et des mouvements relatifs des mèches et des déformations, ces sinusoïdes ne sont pas en phase entre couches adjacentes, ni même avec un déphasage constant.

L'analyse de l'évolution de la distribution en taille de l'aire, du grand et du petit axe des sections des mèches, montre que la compression des renforts peut être décomposée en trois modes (Fig 1.1) :

- 1. Les tissus fibreux s'imbriquent entre eux par glissement durant la compression. Les mouvements des couches les unes par rapport aux autres permettent aux zones de croisement des fils de s'imbriquer dans les dépressions des couches adjacentes et ainsi réduire de l'épaisseur de la préforme. Ce phénomène d'imbrication est relié à la fois au type et aux paramètres géométriques du renfort, et semble apparaître dès les plus faibles pressions.
- 2. Les mèches se déforment par diminution de leur amplitude d'ondulation induisant une réduction de l'épaisseur des plis pris individuellement.
- Les mèches sont comprimées et déformées individuellement. La compression entraîne une modification de la configuration initiale des mèches vers des ellipsoïdes de plus en plus aplaties.



Figure 1.1 – Modes de déformation associés à la compression des renforts [MOR, 2001].

Ce tassement des mèches ainsi qu'une imbrication accrue entraînent une augmentation locale de la fraction volumique de fibres. L'épaisseur totale de la préforme diminue bien sûr au cours de la compression, mais on observe aussi une diminution de l'épaisseur par couche pour un empilement par rapport à l'épaisseur d'une seule couche. D'une manière générale, ces effets semblent s'estomper pour des empilements supérieurs à 5 plis. Enfin, il semblerait que le mode 1 soit prédominant pour des pressions faibles et moyennes, alors que les deux autres modes (2 et 3) deviennent significatifs pour des valeurs de pression plus importantes (Fig 1.1).

Chen et al. ont observé que, pour des assemblages de 10 et 25 couches, l'épaisseur par couche est très proche [CHE, 1999]. L'imbrication atteindrait donc un état stationnaire à partir d'une dizaine de plis. Les mécanismes associés à la compression d'un renfort proviendraient de cinq phénomènes identifiés. Leurs influences sur trois architectures de renforts ont été étudiées (mat à fils continus, unidirectionnel, toile) et sont les suivants :

- 1. La déformation de la section de la mèche : effet important sur le compactage des trois types de renforts;
- 2. L'aplatissement de la mèche : pas de contribution sur la compression des non tissés (UD), alors qu'il affecte le comportement à la compression des tissés et des mats;
- 3. La déformation de la courbure de la mèche : effet sur les trois renforts, mais moins important que la déformation de la section;

- 4. La condensation des vides : facteur plus important pour les mats que pour les tissés et unidirectionnels;
- 5. L'imbrication : peu présente pour les mats, mais facteur plus important pour les tissés que pour les non-tissés.

#### 1.1.1.2 Paramètres influençant la compressibilité des renforts

#### Vitesse de compression

Rudd et al. ont observé que la vitesse de compression a peu d'influence sur la compression des renforts tissés et des mats secs pour des vitesses de compression allant jusqu'à 10 mm.min<sup>-1</sup> [RUD, 1996]. Plus récemment, Saunders et al. ont abouti au constat suivant : aucun effet notable sur la réponse en contrainte n'est enregistré pour des vitesses de compression variant entre 0,05 et 1 mm.min<sup>-1</sup> et ceci, pour des renforts tissés secs d'architecture satin, sergé et toiles [SAU, 1999a]. Pour des vitesses de compression plus élevées, les courbes de compression ont tendance à se décaler vers les plus faibles fractions volumiques de fibres [RUD, 1996].

#### Présence de fluide

Le comportement des renforts tissés imprégnés est à distinguer des renforts tissés secs. Selon les auteurs, différents comportements sont en effet observés pour les renforts imprégnés. Saunders et al. ont montré que la présence d'une résine (polyester et époxyde) au sein des renforts décale des courbes de compression vers des valeurs plus faibles de fraction volumique de fibres  $V_f$  [SAU, 1998] [SAU, 1999a], ceci étant d'autant plus vrai que la vitesse de compression augmente de 0,05 à 1 mm.min<sup>-1</sup>. Ce décalage de courbe est également constaté sur une toile par Morel [MOR, 2001].

En revanche, Kim et al. ont observé des tendances opposées pour une vitesse de compression de 2 mm.min<sup>-1</sup> en pulvérisant un agent démoulant sur les renforts afin d'apporter de la lubrification aux fibres [KIM, 1991]. Morel fait la même observation pour des renforts unidirectionnels [MOR, 2001]. Dans ce dernier cas, la lubrification des fibres faciliterait le réarrangement, puisque la compression serait alors plus aisée. A vitesse de compression très faible, les courbes de compression de renforts imprégnés se rapprochent de celles de renforts secs, confortant l'hypothèse de la diminution des effets visqueux avec la diminution de la vitesse [SAU, 1998].

Une attention particulière doit être cependant portée à ces observations qui semblent contradictoires. La compression des renforts imprégnés est systématiquement réalisée avec des plateaux de compression qui forcent le liquide à s'échapper latéralement. A des vitesses de compression ou viscosités de fluide élevées, la pression générée par le fluide qui s'écoule dans le milieux poreux, dont la perméabilité ne cesse de diminuer, est en constante augmentation. Ceci a pour effet d'augmenter artificiellement la réponse en contrainte du matériau. Les conclusions tirées de ces compressions sont donc à prendre avec précaution. Les essais de compression mentionnés par Saunders et al., par exemple, sont réalisés avec des résines de viscosités comprises entre 0,3 et 3 Pa.s [SAU, 1998] [SAU, 1999a], alors que ceux de Kim et al. sont réalisés en vaporisant un agent démoulant, qui n'induira pas de surpression liquide [KIM, 1991].

#### Nombre de couches

Comme évoqué précédemment, du fait de l'imbrication des plis de renfort, l'épaisseur de l'empilement est dépendante du nombre de plis. Rudd et al. ont observé expérimentalement que l'épaisseur d'un empilement de renfort est inférieure à la somme des épaisseurs des renforts pris séparément [RUD, 1996]. Ceci est confirmé par les travaux de Chen et al. qui ont remarqué une diminution de l'épaisseur moyenne d'une couche dans un empilement lorsque le nombre de couches augmente [CHE, 1999]. Enfin Saunders et al. ont observé que les courbes de compression restent inchangées pour un nombre de couches supérieur à 5 [SAU, 1998], ce que Robitaille et Gauvin ont également noté [ROB, 1998b].

#### Recompactage

Certains utilisateurs du procédé Vacuum Assisted Resin Transfer Molding (VARTM, infusion sous vide) par exemple, génèrent des cycles de chargement suivi de déchargement sur les renforts généralement secs afin d'atteindre une certaine reproductibilité dans les épaisseurs de préformes. Au cours de la première compression, les mèches et les fibres se déforment comme énoncé précédemment. Certaines de ces déformations persistent durant la décharge [ROB, 1998b]. Du fait de cette plasticité développée dans le matériau, la contrainte de compression pour les cycles de compression suivants est moindre. Le recompactage entraîne un décalage des courbes vers les plus fortes valeurs de fraction volumiques de fibres [KIM, 1991] [RUD, 1996] [ROB, 1998a]. Saunders et al. observent le même phénomène de décalage de courbe (Fig. 1.2) [SAU, 1999b]. Il convient de noter que la plasticité est apparente sur la Fig. 1.2 sur le premier cycle de chargement-déchargement, par exemple où l'épaisseur initiale des 20 plis de renforts est de 11,4 mm alors que l'épaisseur de l'échantillon de renforts déchargé est de 9,5 mm.



**Figure 1.2** – Compression et déchargement successifs de 20 plis de tissu d'armure toile à une vitesse de compression de  $0,5 \text{ mm.min}^{-1}$  [SAU, 1999b].

#### Architecture

Les essais de compression menés par Saunders et al. sur les renforts d'architecture toile, satin de 5 et sergé ont montré que les empilements de sergé sont les renforts les plus difficiles à comprimer de par leur symétrie moins prononcée [SAU, 1999a]. En comparaison, les renforts d'architecture satin, qui présentent un peu plus de symétrie possible dans le tissage sont plus faciles à comprimer. Enfin, les toiles sont les plus faciles à comprimer grâce à une plus grande symétrie de tissage des couches qui facilite l'imbrication des couches. De plus, il a été observé par Robitaille et Gauvin que la compression des mats nécessite une pression moins importante que pour des renforts tissés [ROB, 1998a].

#### 1.1.2 Modèles phénoménologiques

Ces caractérisations de l'état de compression des renforts étant établies, de nombreux auteurs se sont attachés à modéliser le comportement des renforts en compression. Les modèles proposés peuvent être divisés en trois catégories :

- phénoménologiques : ils sont basés sur des relations empiriques, elles-mêmes basées sur des régressions de courbes de compression en fonction d'un paramètre représentant l'épaisseur ou la fraction volumique de fibres ;
- mécaniques ou micro-mécaniques : ils ont souvent été développés à partir de la théorie des poutres ;
- rhéologiques : ils sont dérivés des modèles de viscoélasticité.

En fait, peu de modèles vont plus loin que la description de la relation entre la contrainte et la fraction volumique de fibres. Ce paragraphe se limite à présenter les modèles phénoménologiques, les modèles micro-mécaniques et rhéologiques étant décrits dans les paragraphes suivants.

Deux types de modèles phénoménologiques coexistent, ceux reliant la pression à la fraction volumique de fibres (les plus fréquents) et ceux reliant la pression à l'épaisseur du renfort (moins utilisés). Ces équations, de type loi puissance, permettent de décrire le comportement en compression des renforts fibreux.

La relation la plus fréquemment utilisée dans les différents travaux est celle proposée par Toll et Manson, qui relie la pression P à la fraction volumique de fibres  $V_f$  par une simple loi puissance [TOL, 1994] :

$$P = \alpha V_f^n \tag{1.1}$$

où  $\alpha$  et *n* sont des constantes. Cette relation dérive d'un modèle micro-mécanique pour la compression élastique de renforts fibreux, où aucun glissement de fibres n'est autorisé aux points de contact entre les fibres.

Trevino et al. ont proposé une autre relation [TRE, 1991] :

$$\log(V_f) = a\log(P) + c \tag{1.2}$$

où a et c sont des constantes.

Rudd et al. ont montré que les courbes de compression de renforts peuvent être ajustées à l'Eq. 1.3 [RUD, 1996] :

$$\frac{t}{t_o} = BP^n \tag{1.3}$$

où n, B sont des constantes et  $t_o$  la hauteur initiale des renforts.

Enfin, Robitaille et Gauvin ont proposé la relation [ROB, 1998a] :

$$V_f = AP^B \tag{1.4}$$

où A, B sont des constantes. Le coefficient A correspond à la fraction volumique pour une pression appliquée de 1 Pa et le coefficient B est l'indice de rigidification de compactage.

Dans toutes les études expérimentales de compression des renforts, les valeurs des coefficients des Eqs. 1.1-1.4 ont été déterminées à partir de l'analyse des courbes de compression. Les différentes valeurs publiées du coefficient n de l'Eq. 1.1, par exemple, montrent qu'elles peuvent varier énormément d'un renfort à l'autre. Cependant les différents résultats publiés [SAU, 1998] [SAU, 1999a] pour les renforts tissés présentent une valeur de n dans la gamme 7-15,5 proposée par Toll et Manson [TOL, 1994]. Pearce et Summerscales obtiennent des résultats de coefficients inférieurs aux autres [PEA, 1995]. Toutefois les pressions maximales utilisées pour les compressions sont plus faibles (0,3 MPa) que celles utilisées par Saunders et al., qui atteignent 0,9 MPa voire 1,8 MPa [SAU, 1998] [SAU, 1999a]. Robitaille et Gauvin ont mené une étude portant sur 16 renforts différents (mats, bidirectionnels tissés ou non, matériaux plus complexes), montrant que cet exposant est distribué de façon large, au lieu de prendre une valeur unique [ROB, 1998a]. De plus, pour un même renfort, il peut varier à la suite de la modification d'un paramètre de procédé (nombre de couches, vitesse de compression ou autre). Le coefficient  $\alpha$  de l'Eq. 1.1 montre lui aussi de grandes variations selon les auteurs et les renforts [CAD, 2002] [MOR, 2002]. Ce paramètre ne semble suivre aucune logique générale de variation.

#### 1.1.3 Modèles micro-mécaniques

#### 1.1.3.1 Modèle de Gutowski et al. et dérivés

Gutowski et al. ont développé un modèle qui décrit le comportement en compression de renforts unidirectionnels pré-imprégnés durant le moulage par autoclave [GUT, 1986] [GUT, 1987a]. Les renforts sont modélisés par des fibres circulaires alignées. Chaque fibre est supposée avoir un nombre aléatoire de points de contact avec le reste du renfort ou la surface du moule. Ce nombre de points de contact augmente avec la compression. Les segments de fibres entre ces points sont assimilés à des poutres sujettes à des courbures et sont initialement courbés. La déformation de ces segments de fibre est alors modélisée à partir de la théorie élastique des poutres. Durant le compactage, la fraction volumique de fibres du renfort se rapproche d'une valeur maximale accessible  $V_a$ . Cette valeur dépend de l'arrangement des fibres entre elles :  $V_a = 0,785$  pour un arrangement carré ou  $V_a = 0,907$  pour un arrangement hexagonal. Avec ces hypothèses, la composante élastique P de la

pression appliquée sur le renfort est :

$$P = A_s \frac{1 - \frac{V_o}{V_f}}{\left(\frac{V_a}{V_f} - 1\right)^4} \tag{1.5}$$

où  $A_s$  est une constante qui dépend du module d'Young longitudinal des fibres et du rapport entre la distance de contact et la flèche de la déformée en flexion,  $V_o$ ,  $V_f$  et  $V_a$  sont respectivement les fractions volumiques de fibres initiale (avant compression), en cours de compression et maximale accessible.

Lekakou et al. se sont inspirés de ce modèle pour l'appliquer à la compression de renforts tissés imprégnés [LEK, 1996]. Dans ce cas, la cellule élémentaire est constituée de deux mèches de fibres qui se croisent. Les mèches sont supposées se comporter sous charge comme des poutres élastiques de section elliptique (et non circulaires comme précédemment) avec comme point de contact le centre de la cellule. La théorie élastique appliquée à cette cellule élémentaire conduit à une déformation maximale qui a lieu à ce point de contact et conduit à la relation entre la pression appliquée sur le renfort P et la fraction volumique de fibres  $V_f$ :

$$P = \frac{\alpha \alpha_i V_f^2 \alpha_f \left( V_f - V_o \right) B}{\left( \alpha_i V_f - V_f H_o + V_o H_o \right)^3}$$
(1.6)

où B est une constante qui dépend du module d'Young longitudinal des fibres et des dimensions géométriques de la cellule élémentaire,  $\alpha_f$  est la fraction surfacique de fibres,  $V_o$  et  $H_o$  sont les valeurs à l'état initial de la fraction volumique de fibres et de la hauteur de la cellule élémentaire, et  $\alpha$  et  $\alpha_i$  sont des constantes qui doivent être déterminées expérimentalement.

Les deux modèles présentés précédemment s'appliquent à des renforts lubrifiés. Pour certains procédés, le moulage RTM par exemple, les renforts sont utilisés et comprimés à l'état sec. Simacek et Karbhari ont proposé de modifier les travaux de Gutowski et al. [GUT, 1987a] en intégrant une composante de contrainte de cisaillement, qui était auparavant négligée, en plus de la flexion des fibres [SIM, 1996]. Cependant les relations proposées n'apportent pas de changement notoire quant à la modélisation des renforts fibreux en compression.

#### 1.1.3.2 Modèle de Chen et Chou

Ce modèle micro-mécanique a été développé pour prédire le comportement d'empilements multicouches de renforts d'armure toile secs durant la phase de compactage du procédé RTM [CHE, 2000]. Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- la cellule élémentaire du renfort se répète indéfiniment dans le plan;
- la mèche est traitée comme un solide isotrope transversalement (les mèches sont donc fortement compactées);
- la force de compression extérieure est appliquée uniformément sur les renforts;
- la déformation élastique n'a lieu que dans la direction de compression (négligeant ainsi les déformations dans le plan);
- les plis sont superposés sans espacements;

 pendant la compression, la mèche se déforme, mais l'aire de sa section droite reste constante (la fraction volumique de la mèche reste inchangée).

Les expressions analytiques proposées ont été établies pour les deux cas limites de compression : sans et avec imbrication des mèches. Une originalité de ce modèle réside donc dans la prise en compte du phénomène d'imbrication pour la description de la compression des renforts. Si l'épaisseur de chaque couche de renfort est notée  $2h_y$  ( $h_y$  est l'épaisseur d'une mèche), l'épaisseur totale de la préforme à deux couches pour un cas sans imbrication des mèches est  $4h_y$  (Fig. 1.3(a)). Mais dans le cas d'imbrication des mèches, la couche supérieure vient s'imbriquer dans une dépression de la couche inférieure, et l'épaisseur totale diminue (Fig. 1.3(b)). Elle est alors égale à  $4h_y - r_z^{nesting}$ , où  $r_z^{nesting}$  représente la réduction résultant de l'imbrication des deux couches (soit l'épaisseur de la couche supérieure s'étant imbriquée dans l'autre). La valeur de  $r_z^{nesting}$  est indépendante de la force de compression appliquée extérieurement.



**Figure 1.3** – Section de la cellule élémentaire pour deux cas limites de compression [CHE, 2000].

La théorie des poutres est alors appliquée à la compression d'une cellule élémentaire de l'empilement de deux couches de taffetas (Fig. 1.4). Pour le cas d'un renfort avec plusieurs couches sans imbrication des mèches, le compactage de la préforme est uniquement dû à la force de compression appliquée. La déformation élastique de chaque couche est supposée identique à celle d'une seule couche. La force de compression résultante s'écrit donc :

$$F = \frac{32E(\pi - 2)^2 \left[4(\pi - 2)h_y + \pi r_z\right] r_z (2h_y - r_z)^5}{3\pi a^2 \left[8(r_z)^3 - 24(\pi - 2)(2h_y - r_z)(r_z)^2 + 5(\pi - 2)^3(2h_y - r_z)^3\right]}$$
(1.7)

avec  $r_z$  la diminution de l'épaisseur du renfort, E le module d'Young axial de la mèche,  $h_y$  l'épaisseur d'une mèche et a la largeur de deux mèches (constituant une cellule élémentaire).

Dans le cas d'un empilement multicouche présentant une imbrication des mèches, le modèle aboutit à une force de compression exprimée en fonction de la diminution de l'épaisseur, qui est égale à la moitié de celle obtenue sans imbrication des mèches.

Pour le cas plus général d'un multicouche avec imbrication des mèches, l'introduction d'un paramètre  $\xi$ , représentant l'amplitude de l'imbrication dans le renfort est nécessaire et doit être mesuré.



**Figure 1.4** – Cellule élémentaire d'un empilement de deux couches de renfort d'armure toile [CHE, 2000].

Aucune étude expérimentale n'a été menée dans le but de valider ces résultats, seuls les résultats paramétriques ayant été présentés. Les auteurs concluent d'ailleurs sur la nécessité de réaliser des travaux de validation de ce modèle théorique, puisque les résultats de ces travaux sont dépendants du type de distribution de pression utilisé. Il n'existe pas d'études sur la détermination de la distribution de la pression de compression dans le renfort durant le procédé.

#### 1.1.4 Modèles rhéologiques

Cadinot a modélisé les courbes de compression de renforts d'architecture mat, tissée et unidirectionnelle à l'aide de modèles rhéologiques de Zener [CAD, 2002]. Les deux modèles proposés dans cette étude sont décrits en Fig. 1.5. Dans le cas du modèle de Zener à une échelle (Fig. 1.5(a)), la compaction s'écrit :

$$\sigma(t) = A \left[ \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) - 1 \right] + Bt \tag{1.8}$$

où  $A = \eta_1 \dot{\epsilon}_o$ ,  $B = E_3 \dot{\epsilon}_o$ ,  $\tau = -\eta_1/E_1$  et  $\dot{\epsilon}_o$  est la vitesse déformation pendant l'essai de compression.

Le modèle de Zener à double échelle (Fig. 1.5(b)) conduit à la relation :

$$\sigma(t) = A_1 \exp\left(\frac{t}{\tau_1}\right) + A_2 \exp\left(\frac{t}{\tau_2}\right) + Bt + C$$
(1.9)

avec

A

$$A1 = -\eta_1 \frac{\eta_1 E_2 + \eta_2 (E_2 + E_3)}{\eta_1 E_2 - \eta_2 E_1} \dot{\epsilon}_o \qquad A2 = \eta_2 \frac{\eta_2 E_1 + \eta_1 (E_1 + E_3)}{\eta_1 E_2 - \eta_2 E_1} \dot{\epsilon}_o \qquad (1.10)$$

et

$$B = E_3 \dot{\epsilon}_o \qquad C = (\eta_1 + \eta_2) \dot{\epsilon}_o \qquad \tau_1 = -\eta_1 / E_1 \qquad \tau_2 = -\eta_2 / E_2 \qquad (1.11)$$

Les paramètres  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ , des modèles sont déterminés en utilisant la méthode des moindres carrés à partir des courbes de compression des renforts. L'influence sur les



(b) Double échelle.

Figure 1.5 – Configuration de modèles de Zener linéaire [CAD, 2002].

paramètres de la vitesse de compression et de la contrainte de compression maximale est analysée. Tout d'abord les résultats montrent que le modèle à une échelle permet de modéliser la compression des renforts avec autant de précision que le modèle à double échelle. Ensuite, le mat se trouve confirmé comme étant le matériau le plus déformable avec des constantes élastiques faibles et des temps de réorganisation les plus longs. Les renforts unidirectionnels suivent des tendances similaires au mat, mais avec beaucoup plus de dispersion. Enfin pour les renforts tissés, la dégradation du renfort semble être très importante pour les taux de déformation les plus importants. L'originalité de l'analyse de la compression des renforts avec un modèle rhéologique réside en l'introduction de la variable temporelle.

### 1.2 Mécanique des milieux poreux saturés

Les renforts fibreux sont intrinsèquement des milieux poreux. La physique des sols et des milieux granulaires traite de la mécanique des milieux poreux saturés. Quelques relations modélisant les comportements des matériaux poreux sont présentées dans les paragraphes suivants. Dans la suite, les contraintes de compression sont considérées positives.

#### 1.2.1 Théorie générale de la consolidation

Biot a étudié la consolidation des sols saturés [BIO, 1941]. Les hypothèses émises sur les propriétés des sols saturés afin d'aboutir à la théorie générale de la consolidation sont les suivantes :

- le matériau est isotrope;
- les relations contrainte/déformation sont réversibles;
- les relations contrainte/déformation sont linéaires;
- le matériau est soumis à de petites déformations;
- le liquide saturant est incompressible;
- le fluide peut contenir des bulles d'air;
- le fluide s'écoule dans le matériau poreux suivant la loi de Darcy.

Afin de résoudre le problème de consolidation, Biot a tout d'abord démontré que les composantes du tenseur des contraintes du matériau poreux saturé  $\sigma$  sont reliées aux composantes du tenseur des déformations  $\epsilon$  et à la pression du fluide p par les relations suivantes :

$$\sigma_{xx} = 2G\left(\epsilon_x + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon})\right) + \alpha \phi p \qquad (1.12a)$$

$$\sigma_{yy} = 2G\left(\epsilon_y + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon})\right) + \alpha \phi p \qquad (1.12b)$$

$$\sigma_{zz} = 2G\left(\epsilon_z + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon})\right) + \alpha\phi p \qquad (1.12c)$$

$$\sigma_{xy} = G\gamma_{xy} \tag{1.12d}$$

$$\sigma_{xz} = G\gamma_{xz} \tag{1.12e}$$

$$\sigma_{yz} = G\gamma_{yz} \tag{1.12f}$$

avec

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$
(1.13)

 $\operatorname{et}$ 

$$\alpha = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \frac{G}{H}$$
(1.14)

où G est le module de flexion du matériau poreux,  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $\phi$  la porosité et H une constante physique  $(1/H \text{ est assimilable à la compressibilité du sol pour un changement de pression de liquide).$ 

Dans un second temps, Biot a généralisé ces résultats à des matériaux isotrope transversalement et anisotropes [BIO, 1955]. Il utilise pour cette généralisation, l'énergie potentielle élastique pour relier les contraintes du matériau poreux saturé aux déformations du renfort et à la pression du liquide.

#### 1.2.2 Comportement poroélastique linéaire

Coussy définit le comportement poroélastique linéaire par la nullité de dissipation intrinsèque dans toute évolution du matériau poreux [COU, 1991]. Cet auteur a démontré, via une approche thermodynamique, que la loi de comportement poroélastique linéaire en transformations infinitésimales d'un matériau poreux anisotrope saturé s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\mathbf{o}} : \boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{B} \cdot (p - p_o) \tag{1.15}$$

où **B** et  $C_o$  sont des tenseurs,  $\sigma$  et  $\epsilon$  sont respectivement les tenseurs de contraintes et de déformation, p et  $p_o$  la pression de fluide et de référence. Si l'on considère une compression drainée, c'est à dire que la pression du fluide p est égale à  $p_o$  en tout point de l'échantillon, l'Eq. 1.15 devient :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\mathbf{o}} : \boldsymbol{\epsilon} \tag{1.16}$$

Le tenseur  $C_o$  est donc appelé le tenseur des modules d'élasticité isotherme drainée.

En considérant un matériau orthotrope, une compression unidirectionnelle selon l'axe z et en supposant que les déformations  $\epsilon_x$  et  $\epsilon_y$  sont négligeables devant la déformation  $\epsilon_z$ , l'Eq. 1.15 s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{zz} = C_o \epsilon_z + b(p - p_o) \tag{1.17}$$

où  $\sigma_{zz}$  est l'élément zz de la matrice des contraintes,  $\epsilon_z$  la déformation dans la direction  $z, C_o$  une constante, b le nombre de Biot.

Dans le cas d'une compression drainée, comme précédemment on a  $p = p_o$ , ainsi l'Eq. 1.17 devient :

$$\sigma_{zz} = C_o \epsilon_z \tag{1.18}$$

Le paramètre  $C_o$  est donc équivalent à un module de compression drainée du matériau poreux saturé.

L'Eq. 1.17 contient un paramètre b qui est le nombre de Biot. Il est défini par la relation suivante [COU, 1991] :

$$b = 1 - \frac{C_o}{C_s} \tag{1.19}$$

où  $C_s$  est le module de compression de la matrice constituant le squelette du matériau poreux. L'Eq. 1.19 est plus connue sous le nom de relation de Biot.

#### 1.2.3 Hypothèse de Terzaghi

L'hypothèse de Terzaghi consiste à considérer que le comportement mécanique d'un matériau saturé est la somme du comportement du réseau poreux et du comportement du liquide. Cette hypothèse est un cas limite du modèle poroélastique donné en Eq. 1.15.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\mathbf{o}} : \boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{I} \cdot (p - p_o) \tag{1.20}$$

où I est le tenseur identité.

#### 1.2.4 Modèle poroélastoplastique linéaire

Une composante plastique peut être ajoutée au modèle poroélastique. Coussy propose la relation suivante afin de prendre en compte les déformations plastiques du matériau poreux [COU, 1991] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\mathbf{o}} : (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p) + \mathbf{B} \cdot (p - p_o)$$
(1.21)

où  $\boldsymbol{\epsilon}^p$  est le tenseur des déformations plastiques.

# 1.3 Déformation des matériaux au cours du procédé de transformation

#### **1.3.1** Composite monolithique

Peu d'études expérimentales sont disponibles sur la mesure de déformation des renforts fibreux au cours de la fabrication de pièces composites monolithiques. Han et al. et Parnas et al. ont traité la compression de renforts (mats) au niveau du point d'injection pendant des moulages RTM [HAN, 1993b] [PAR, 1996]. La déformation des renforts entraîne la création d'une région sans fibres. Ce phénomène est amplifié lorsque la perméabilité du renfort diminue ou la viscosité du fluide augmente. Plusieurs expériences ont été réalisées dans l'étude de Han et. al. à l'aide d'un moule instrumenté (capteur LVDT) et transparent, afin d'observer et de mesurer les déformations induites pendant le moulage. Les résultats montrent que la déformation est limitée dans une région proche du point d'injection et que cette déformation diminue fortement les pressions d'injection comparativement aux prédictions si aucune déformation n'avait lieu.

Plus récemment, Acheson et al. ont étudié le déchargement des renforts fibreux au cours du moulage par infusion (VARTM ou LRI) [ACH, 2004]. La Fig. 1.6 montre que l'épaisseur finale de la pièce est presque toujours plus élevée du côté du point d'arrivée de résine que de celui de l'évent et que l'influence du nombre de plis empilés est très grande. Ces expériences n'expliquent pas la cause de ce phénomène, mais montrent l'importance de la prise en compte de ce phénomène pour une simulation correcte du procédé de fabrication.



**Figure 1.6** – Variation de l'épaisseur de la préforme en fonction de la position le long de la pièce (h est la hauteur mesurée et  $h_o$  la hauteur au point d'injection) [ACH, 2004].

#### 1.3.2 Composite sandwich

Quelques études disponibles dans la littérature scientifique ont porté sur les phénomènes de déformation au cours de la fabrication de composites sandwiches. Une étude sur le mouvement de l'âme d'une structure sandwich lors d'un moulage par injection RTM a été menée par Hamdam et al. [HAM, 1998]. Dans le cadre de cette étude, un moule de cavité  $25 \times 25 \times 150$  mm est utilisé. L'âme des structures est en bois afin de ne mesurer que des effets de déplacement et non de compactage de l'âme. Les renforts sont constitués d'un mat de verre et la résine injectée (jusqu'à 5 bar) est une résine polyester. Les fractions volumiques du renfort varient entre 9 et 27% (1 à 3 plis de mat).

Trois techniques sont utilisées pour caractériser et mesurer le mouvement de l'âme :

- mesures directes sur des coupes de structures moulées;
- mesures dynamiques lors d'une injection à pression constante avec fermeture ou non de l'évent en fin de remplissage;
- mesures dynamiques lors d'une injection en appliquant une rampe de pression (afin d'approcher les conditions d'injection à débit constant).

Pour les expériences réalisées en conservant l'évent ouvert en fin de remplissage et en injectant à pression constante pendant 10 s, les résultats prouvent que le mouvement de l'âme est instantané (temps de réaction inférieur à 1 s). De plus, une fois qu'elle est déplacée, la position de l'âme reste constante tout au long de l'injection et plus la pression est élevée, plus le déplacement est important (Fig. 1.7). Comme on peut le remarquer sur cette figure, une fois l'injection terminée, l'âme a tendance à se rapprocher de sa position initiale. Ceci démontre le comportement élastoplastique des renforts imprégnés en compression.



**Figure 1.7** – Evolution du rapport des épaisseurs des peaux T1/T2 en fonction du temps pour différentes pressions d'injection [HAM, 1998].

Lors d'injections à pression constante avec fermeture de l'évent en fin de remplissage, la pression d'injection est conservée pour atteindre un équilibre hydrostatique dans le moule. Les résultats de ces expériences sont illustrés sur la Fig. 1.8. L'analyse des courbes montre que le mouvement de l'âme est très influencé par la fraction volumique de fibres. En effet, plus la fraction volumique est faible, plus le déplacement est important. Cependant, l'influence de la pression pour un taux volumique de fibres donné reste très faible.



Figure 1.8 – Evolution des rapports des épaisseurs de peaux T1/T2 en fonction du temps d'injection, pour trois taux volumiques de fibres et trois pressions d'injection [HAM, 1998].

En conclusion des résultats obtenus dans cette étude, le déplacement de l'âme est largement contrôlé par le taux volumique de fibres, alors que la pression d'injection n'influence que très peu le déplacement de l'âme. De plus, le comportement élastoplastique des renforts est mis en évidence et joue un rôle important lors de la mise en formes de structures sandwiches par injection RTM.

Une seconde étude a été réalisée sur la compression et le déplacement des âmes lors de moulage par injection Structural Injection Injection Molding (SRIM) [WIR, 1998]. Dans le cadre de ces essais, deux pièces ont été étudiées et des mousses de différentes densités ont été utilisées.

La première pièce fabriquée est une plaque carrée formée d'un mat à fibres de verre continues et d'une mousse polyuréthanne (PU). Cette pièce fait l'objet d'une étude de compactage de l'âme en mousse au cours de l'injection. La résine est une résine PU, injectée à un débit constant de 400 g.s<sup>-1</sup> dans un moule à 80°C. Les pressions maximales à l'intérieur du moule sont de l'ordre de 5 à 6 bar, pour une vitesse du front d'écoulement égale à 22 cm.s<sup>-1</sup>. A cette température la résine gélifie avant d'atteindre l'évent, ce qui évite une relaxation de la mousse et des renforts. L'injection se fait en nappe et le moule est équipé de 5 capteurs de pression. Le renfort, placé d'un côté du moule et qui se compose de 6 couches de mat à fibres continues, a un taux volumique de fibres de verre égal à 22%. Le reste de la cavité est occupé par la mousse de PU. Des mousses PU de densités différentes sont étudiées (0,08 à 0,14 g.cm<sup>-3</sup>).

Tout d'abord, on remarque que le maximum de pression pendant l'injection varie en fonction de la densité de la mousse. Il semble que la pression maximale augmente linéairement avec la densité de la mousse. Ainsi, une mousse de faible densité, moins rigide, se déforme plus facilement et améliore la perméabilité des renforts qui induit une baisse de pression d'injection. Une fois les pièces moulées, elles sont découpées et les épaisseurs de mousse et de renforts sont mesurées. La Fig 1.9 montre que le compactage de la mousse diminue avec sa densité, mais sans suivre une relation linéaire.



**Figure 1.9** – Evolution du compactage de l'âme en mousse en fonction de sa densité [WIR, 1998].

La seconde pièce étudiée est composée d'une mousse imperméable rectangulaire en polyuréthanne, entourée d'un renfort en fibres de verre placée dans un moule. Le renfort est une tresse dont les fils sont orientés à 45°, et il est placé sur toute la périphérie de la mousse. Cette pièce permettra de mesurer les déplacements de l'âme. Une coupe de la pièce moulée est représentée sur la Fig. 1.10.



**Figure 1.10** – Coupe de la structure sandwich moulée sans déplacement (à gauche) et avec déplacement (à droite) de l'âme [WIR, 1998].

Les essais ont été menés avec des mousses de densité variant entre 0,12 et 0,38 g.cm<sup>-3</sup>. Les pièces ont toutes été injectées avec une résine PU à débit constant de 150 g.s<sup>-1</sup>, ce qui correspond à une vitesse d'avancée du front égale à 3 cm.s<sup>-1</sup>. Le temps de remplissage est de 2,5 s.

Les résultats obtenus lors de ces essais ont montré la prédominance des mécanismes de déplacement de l'âme et de compactage du renfort, sur celui de déformation de la mousse. En raison du haut débit d'injection de la résine, la mousse est écrasée puis déplacée dans le sens opposé à la ligne d'injection, ce qui génère des vides au sein de la peau composite. En conclusion dans le cas de cette étude, la compression de la mousse est négligeable face au phénomène de déplacement de l'âme. Toutefois, il apparaît très nettement que la modélisation de la compression des renforts et de la mousse est primordiale pour connaître le déplacement de l'âme et les taux volumiques de fibres dans les peaux de la structure sandwich.

Enfin Binetruy et Advani se sont également penchés sur la déformation des renforts et des âmes pendant la mise en forme des matériaux sandwiches par procédé RTM [BIN, 2003]. Ils ont observé que la déformation des matériaux est visible sur la réponse en pression au point d'injection. Ceci a également été observé par Wirth et al. et Han et al. [WIR, 1998] [HAN, 1993b].

De plus, Binetruy et Advani ont mis en évidence l'effet que peut avoir la déformation induite des matériaux au cours du remplissage sur la prédiction de la position du front d'écoulement et du temps d'injection [BIN, 2003]. Pour une quantité de résine similaire et injectée à  $0,2 \text{ l.min}^{-1}$ , le moulage effectué avec le fluide de faible viscosité (Fig. 1.11(a)) a un front d'écoulement en avance sur celui effectué avec un fluide de plus forte viscosité (Fig. 1.11(b)). Ceci est dû à la déformation en compression de la mousse qui entraîne l'augmentation du volume de la cavité à remplir.



(a) Fluide de viscosité 0,077 Pa.s.



(b) Fluide de viscosité 0,76 Pa.s.

**Figure 1.11** – Mise en évidence de la déformation de l'âme au cours du remplissage, lors d'une injection à débit constant de  $0,2 \ l.min^{-1}$ . Les deux photographies sont prises au même temps d'injection [BIN, 2003].

### 1.4 Simulation du couplage hydro-mécanique

#### 1.4.1 Consolidation

La consolidation de pré-imprégnés en autoclave a suscité de l'intérêt pour la fabrication des pièces structurelles aéronautiques. En considérant une consolidation unidirectionnelle d'axe z, Gutowski et al. ont couplé l'équation de conservation de la masse à l'équation de Darcy pour obtenir l'équation différentielle qui régit la pression de fluide [GUT, 1987a] [GUT, 1987b] :

$$\frac{K_x}{V_f}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{K_y}{V_f}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{K_z V_f}{V_o^2}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -\mu\frac{\dot{V}_f}{V_f}$$
(1.22)

où  $K_x$ ,  $K_y$  et  $K_z$  sont les perméabilités du matériau poreux dans les trois directions principales,  $V_f$  la fraction volumique de fibres,  $V_o$  la fraction volumique de fibres initiale (avant que la compression ne commence) et p la pression du fluide. La contrainte du renfort est donnée par l'Eq. 1.5. Afin de modéliser la consolidation, la contrainte totale du renfort est donnée par l'hypothèse de Terzaghi (Eq. 1.20). L'évolution de perméabilité du renfort suit la loi de Carman-Kozeny [CAR, 1937].

Farina et al. ont modélisé la consolidation de pré-imprégnés par compression à pression ou vitesse de compression imposée [FAR, 1997]. Ils combinent, comme précédemment, les équations de conservation de la masse, de Darcy et de Terzaghi, mais dans un repère Lagrangien cette fois. La contrainte du renfort est donnée par la relation proposée par Kim et al. [KIM, 1991]. Cette étude paramétrique ne comporte pas de comparaison avec l'expérience.

Pham et al. et Deleglise et al. ont quant à eux simulé les procédés d'injectioncompression en utilisant respectivement, la méthode des éléments finis [PHA, 1998] et de contrôle de volume [DEL, 2004]. Pour ce procédé, dans un premier temps, un remplissage partiel du moule a lieu. Durant cette étape, le moule n'est pas totalement fermé, ce qui facilite l'injection de résine à des pressions plus faibles. Dans une seconde phase, la fermeture complète du moule achève le remplissage. Les auteurs se sont attachés à simuler ce procédé, en réajustant à chaque pas de temps, la géométrie du domaine, les propriétés des matériaux (évoluant avec la compression) et le remaillage du domaine de calcul.

#### 1.4.2 Composite monolithique

Pour faire suite aux observations expérimentales, Han et al. et Parnas et al. ont modélisé et simulé la déformation transversale induite des renforts pendant l'injection de résine dans un moule (Fig. 1.12) [HAN, 1993a] [PAR, 1996]. Le lit de fibre est traité comme une poutre élastique se déformant en compression sous la pression du liquide. Pour chaque pas de temps, l'équilibre entre la contrainte du renfort et la pression du liquide est recherché en assurant la conservation de la masse. Les résultats de déformation et de pression obtenus par simulation sont en accord avec les résultats expérimentaux [HAN, 1993b].

Un autre type de déformation induite des renforts est celui décrit par Ambrosi et Preziosi et par Farina et Preziosi [AMB, 1998] [FAR, 2000]. La Fig. 1.13 montre la compression dans le plan des renforts. Les renforts fibreux sont considérés comme ayant un comportement élastique. Comme précédemment, pour chaque pas de temps, un équilibre est recherché entre la pression du fluide et les contraintes appliquées au renfort. La méthode des éléments finis est utilisée. Les résultats numériques sont confrontés et en bon accord aux résultats expérimentaux de Sommer et Mortensen [SOM, 1996].

Enfin, une étude portant sur la simulation de la fabrication de thermoplastiques renforcés estampables ou GMT (Glass Mat reinforced Thermoplastics), comprenant une étape de consolidation de renforts secs suivie d'une déconsolidation, a été menée par Wolfrath [WOL, 2004]. Le modèle d'imprégnation du mat par le polymère fondu permet de prévoir, avec une grande précision, les gradients de répartition de fibres induits par la compression.



**Figure 1.12** – Coupe schématique de la déformation transversale du lit de fibres au cours du remplissage du moule [HAN, 1993a].



**Figure 1.13** – Déformation dans le plan du lit de fibres au cours du remplissage du moule [FAR, 2000].

### 1.4.3 Composite sandwich

Binetruy et Advani ont modélisé et simulé la déformation d'un âme au cours du moulage d'un matériau sandwich [BIN, 2003]. Cette étude porte sur la déformation induite de l'âme d'un matériau sandwich et son effet sur la pression d'injection. Un modèle bidimensionnel simplifié est proposé pour prédire l'évolution de pression d'injection pendant le moulage. Ce modèle prend en compte le fait que les propriétés des renforts sont évolutives, la fraction volumique de fibres diminuant pendant que la perméabilité augmente avec la compression de l'âme. Pour certains débits d'injection, la création d'un canal entre l'âme en mousse et la peau en composite est observée et modélisée (Fig. 1.14).



**Figure 1.14** – Vue en coupe de la compression de l'âme, déchargement des renforts et création d'un canal au cours du remplissage du moule pour la fabrication de composites sandwiches par procédé RTM [BIN, 2003].

#### 1.4.4 Procédé d'infusion

La déformation des renforts présents lors du moulage par infusion a également été modélisée. Kang et al. ont ainsi modélisé l'écoulement de résine au travers d'une préforme de renfort déformable pendant le procédé d'infusion (Fig. 1.15) [KAN, 2001]. L'équilibre des forces entre la pression de résine et la contrainte des renforts et la pression atmosphérique, ainsi que l'hypothèse de Terzaghi sont utilisés pour calculer la déformation des renforts sous le film faisant office de contre-moule. Aucune comparaison avec des résultats expérimentaux n'est malheureusement donnée.





Enfin, Acheson et al. ont également modélisé l'écoulement de résine dans une préforme déformable [ACH, 2004]. Les équations sont discrétisées dans une formulation dite de volume de contrôle non rigide. Le compactage de la préforme est modélisé comme un matériau élastique non-linéaire [GUT, 1986]. L'équilibre des forces est obtenu grâce à l'hypothèse de Terzaghi. Les temps d'injection sont comparés avec les expériences et sont en bon accord. En revanche aucune comparaison n'est opérée entre les simulations et les expériences sur les variations d'épaisseur le long de la pièce.

### 1.5 Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Les études précédemment citées utilisent des méthodes numériques basées sur la méthode des éléments finis ou les contrôles de volumes pour calculer les écoulements et déformations. Mais, lorsque l'hypothèse de petites déformations n'est plus vérifiée, le traitement des phénomènes de couplage entre les écoulements et les déformations devient plus délicat à réaliser avec ces méthodes, notamment en raison du remaillage nécessaire à chaque pas de temps. Cependant de nouvelles méthodes numériques, telle la méthode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) ou Finite Point Method (FPM), paraissent très prometteuses pour la résolution de problèmes de couplage de phénomènes physiques. Ces méthodes, dites sans maillage, permettent de résoudre des phénomènes physiques qui engendrent de grandes déformations. Il est donc primordial d'étudier de front les phénomènes physiques de déformation qui apparaissent lors du moulage et les méthodes de résolution numérique, afin d'aboutir à un outil de modélisation qui résolve avec la plus grande exactitude possible les problèmes relevant du couplage entre un écoulement de résine et les déformations des matériaux. Ce paragraphe présente de façon synthétique la méthode numérique sans maillage SPH.

#### 1.5.1 Introduction

Bien qu'initialement développée pour résoudre et simuler des problèmes en astrophysique [GIN, 1977] [LUC, 1977] [MON, 1982] [MON, 1992], la méthode numérique SPH est de plus en plus employée pour la résolution de problèmes engendrant de grandes déformations tels les chocs [MON, 1983], explosions [MON, 1995] ou encore la dynamique des fluides [MON, 1994] [MON, 1995] [TAK, 1994] [MOR, 1997] [HYN, 2000] [POT, 2001] et les écoulements dans les milieux poreux [SAW, 1999] [MOR, 1999] [ZHU, 1999].

La méthode SPH est une formulation Lagrangienne par essence. En effet, dans le cas de la dynamique des fluides, le fluide est modélisé par une population de  $a = 1, 2, \dots N$  particules de masse  $m_a$  dans le domaine d'étude  $\Omega$ . D'un point de vue physique, ces particules représentant une certaine quantité de fluide sont influencées par toutes les particules qui les entourent (Fig. 1.16). Par exemple, une particule située en position  $\mathbf{r}_a$  est influencée par une particule en position  $\mathbf{r}_b$ , et cette interaction dépend de la distance relative entre ces deux particules  $|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|$ . Afin de limiter la taille de ces calculs d'influence, des fonctions noyaux W sont utilisées, limitant ainsi le domaine d'influence de chaque particule à une sphère de rayon  $\lambda h$ , où  $\lambda$  est une constante et h une longueur de lissage à choisir selon la taille du domaine d'étude (Fig. 1.16).

En suivant la procédure suivante, les équations différentielles partielles sont transformées en formulations SPH résultantes utilisées pour la résolution numérique [MON, 1992] :

- multiplier tous les termes des équations par une fonction noyau;
- intégrer tous les termes sur le volume du domaine;
- linéariser les intégrales si nécessaire;
- intégrer par partie chaque terme;
- éliminer les termes d'intégrales aux limites;

- convertir les intégrales en des sommes discrètes sur des échantillons de particules.



Figure 1.16 – Sphère d'influence d'une particule a.

Plusieurs variantes de formulations SPH sont décrites dans la littérature, car l'étape de linéarisation peut être réalisée de plusieurs manières, et des termes dits de "viscosité artificielle", pour ne citer qu'un exemple, sont ajoutés et ajustés pour obtenir des solutions numériques plus stables et plus précises [MON, 1992]. Le paragraphe suivant introduit les principaux fondements de la méthode numérique SPH. Pour plus de précision et de détails sur cette méthode, le lecteur se référera à [GIN, 1977], [LUC, 1977], [MON, 1982] et [MON, 1992].

#### 1.5.2 Fondements mathématiques

#### 1.5.2.1 Fonction noyau

Une fonction W, nommée fonction noyau, a les propriétés suivantes :

$$W(\mathbf{r}) = 0$$
 quand  $|\mathbf{r}| \ge \lambda h$  (1.23a)

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{r}) \mathrm{d}\mathbf{r} = 1 \tag{1.23b}$$

$$W(\mathbf{r}) \to \delta(\mathbf{r}) \text{ quand } \mathbf{r} \to 0$$
 (1.23c)

où **r** est le vecteur position, h un scalaire nommé longueur de lissage (smoothing length),  $\lambda$  une constante,  $\delta$  la fonction de Dirac, et  $\Omega$  le volume du domaine d'étude. Cette fonction possède donc les propriétés de tendances générales proches de celles de la fonction de Dirac. La méthode SPH laisse toute liberté sur le choix des fonctions noyaux et plusieurs fonctions, respectant les propriétés énoncées précédemment, sont utilisées. A titre d'exemple une fonction répandue, nommée *cubic spline* est :

$$W(\mathbf{r}) = \begin{cases} C \left(1 - 1, 5 |\mathbf{r}|^2 + 0, 75 |\mathbf{r}|^3\right) & \text{si } 0 \le |\mathbf{r}| < 1\\ 0, 25C \left(2 - |\mathbf{r}|\right)^3 & \text{si } 1 \le |\mathbf{r}| < 2\\ 0 & \text{si } |\mathbf{r}| \ge 2 \end{cases}$$
(1.24)
où la constante C est déterminée par la condition de normalisation donnée en Eq. 1.23b. Le choix de la fonction noyau est dépendant des équations différentielles et des phénomènes physiques à résoudre, et est le sujet de nombreuses recherches dans le domaine.

# 1.5.2.2 Fonction d'interpolation

La fonction d'interpolation d'une fonction  $\psi(\mathbf{r})$  s'écrit :

$$\langle \psi(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} \psi(\mathbf{r}') W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}'$$
 (1.25)

où W est une fonction noyau ayant les propriétés décrites précédemment. Si la fonction  $\psi$  est continue dans le domaine d'étude alors  $\langle \psi(\mathbf{r}) \rangle \rightarrow \psi(\mathbf{r})$  lorsque  $h \rightarrow 0$ . Enfin, il est considéré qu'en négligeant les intégrales aux limites du domaine, la fonction d'interpolation du gradient d'une fonction peut être approximée par :

$$\langle \nabla \psi(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} \psi(\mathbf{r'}) \nabla W(|\mathbf{r} - \mathbf{r'}|) d\mathbf{r'}$$
 (1.26)

Par simplification d'écriture, on note :

$$\psi_a = \langle \psi(\mathbf{r}_a) \rangle \tag{1.27}$$

En discrétisant ces relations et en considérant que chaque particule a une masse  $m_b$ :

$$\psi_a = \sum_b m_b \frac{\psi_b}{\rho_b} W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|) \tag{1.28}$$

et

$$\nabla \psi_a = \sum_b m_b \frac{\psi_b}{\rho_b} \nabla W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|)$$
(1.29)

Il convient de noter que ces deux dernières relations ne sont pas des séries infinies, mais des séries finies grâce aux choix de la fonction noyau. En effet cette dernière s'annule dès que  $|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|$  atteint la valeur critique  $\lambda h$  (Eq. 1.23a), limitant ainsi les distances d'interaction des particules et les calculs de séries. L'Eq. 1.29 montre qu'il n'est pas nécessaire de calculer numériquement les gradients des inconnues dans le domaine, mais seulement le gradient de la fonction noyau. Ceci représente un substantiel gain de temps de résolution.

Le rôle du maillage en éléments ou différences finies est joué par la taille de particule en méthode SPH : une taille de particule plus petite entraîne une résolution spatiale plus fine sur le domaine, mais nécessite un CPU plus élevé. La longueur de lissage est souvent considérée comme proportionnelle à la taille de particule. Le fait que la méthode SPH soit une méthode sans maillage explique également son attractivité pour la dynamique des matériaux soumis à de grandes déformations.

# 1.5.3 Equations SPH pour les écoulements visqueux

D'une manière générale, les équations gouvernant la dynamique des fluides sont :

- la conservation de la masse;
- l'équation du mouvement;
- les équations constitutives.

# 1.5.3.1 Conservation de la masse

Deux choix sont possibles pour exprimer la conservation de la masse à l'intérieur du domaine. Le premier choix est l'utilisation de l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -\rho\nabla\cdot\mathbf{v} \tag{1.30}$$

où  $\rho$  et **v** sont respectivement la densité et la vitesse du fluide. En remarquant que

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) - \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \tag{1.31}$$

l'Eq. 1.30 devient en formulation SPH :

$$\frac{\mathrm{d}\rho_a}{\mathrm{d}t} = \sum_b m_b \left( \mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b \right) \nabla W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|) \tag{1.32}$$

Le second choix de formulation de conservation de la masse est un calcul direct de densité :

$$\rho_a = \sum_b m_b W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|) \tag{1.33}$$

Il convient de noter que l'Eq. 1.32 est une approximation alors que l'Eq. 1.33 est une relation exacte. Ainsi, l'Eq. 1.32 dérive dans le temps, mais a l'avantage, contrairement à la relation exacte, d'être évaluée beaucoup plus rapidement. En effet, lors de la résolution numérique, le gradient de la fonction noyau  $\nabla W$ , déjà évalué à ce stade du calcul, sera utilisé de nouveau pour l'équation du mouvement. En revanche, l'Eq. 1.33 nécessite le calcul de la fonction noyau W, non évaluée, ce qui représente des calculs supplémentaires. Certaines études suggèrent donc d'utiliser la relation non exacte à chaque itération et de corriger la dérive de temps en temps avec la relation exacte [ZHU, 1997] [MOR, 1999].

# 1.5.3.2 Equation du mouvement

Considérons l'équation du mouvement de Navier-Stokes pour un fluide Newtonien :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\nabla \cdot \mu\nabla\mathbf{v} + \mathbf{g}$$
(1.34)

où **v** est le vecteur vitesse,  $\rho$  la densité, t le temps, **g** une force volumique,  $\mu$  la viscosité dynamique et p la pression. En remarquant que :

$$\frac{\nabla p}{\rho} = \nabla \left(\frac{p}{\rho}\right) + \frac{p}{\rho^2} \nabla \rho \tag{1.35}$$

et en linéarisant les fonctions d'interpolation, l'équation 1.34 peut s'écrire :

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} \right\rangle = -\nabla \left\langle \frac{p}{\rho} \right\rangle - \frac{\langle p \rangle}{\langle \rho \rangle^2} \nabla \left\langle \rho \right\rangle + \frac{1}{\langle \rho \rangle} \left\langle \nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{v} \right\rangle + \left\langle \mathbf{g} \right\rangle$$
(1.36)

Par définition des fonctions d'interpolation, les deux premiers termes de l'Eq. 1.36 s'écrivent :

$$-\nabla\left\langle\frac{p}{\rho}\right\rangle = -\sum_{b} m_{b} \frac{p_{b}/\rho_{b}}{\rho_{b}} \nabla_{a} W(|\mathbf{r}_{a} - \mathbf{r}_{b}|)$$
(1.37)

 $\mathbf{et}$ 

$$-\frac{\langle p \rangle}{\langle \rho \rangle^2} \nabla \langle \rho \rangle = -\frac{p_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b \frac{\rho_b}{\rho_b} \nabla_a W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|)$$
(1.38)

Par approximation [MOR, 1997] [CLE, 1998], le dernier terme de l'Eq. 1.36 est, quant à lui, obtenu :

$$\frac{1}{\langle \rho \rangle} \left\langle \nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{v} \right\rangle = \sum_{b} \frac{m_b \left( \mu_a + \mu_b \right) |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b| \cdot \nabla_a W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|)}{\rho_a \rho_b \left( |\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b| \right)^2} \left( \mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b \right)$$
(1.39)

où  $\mu_a$  et  $\mu_b$  sont les viscosités dynamiques du fluide aux positions  $\mathbf{r}_a$  et  $\mathbf{r}_b$ . Il convient de noter que cette expression est une approximation du terme de dissipation visqueuse dans l'équation du mouvement et non une expression exacte. Ainsi :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{a}}{\mathrm{d}t} = -\sum_{b} m_{b} \left(\frac{p_{a}}{\rho_{a}^{2}} + \frac{p_{b}}{\rho_{b}^{2}}\right) \nabla_{a} W_{ab} + \sum_{b} \frac{m_{b} \left(\mu_{a} + \mu_{b}\right) |\mathbf{r}_{a} - \mathbf{r}_{b}| \cdot \nabla_{a} W_{ab}}{\rho_{a} \rho_{b} \left(|\mathbf{r}_{a} - \mathbf{r}_{b}|\right)^{2}} \left(\mathbf{v}_{a} - \mathbf{v}_{b}\right) + \mathbf{g}_{a} \quad (1.40)$$

avec

$$W_{ab} = W(|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|) \tag{1.41}$$

Certaines études précédentes suggèrent d'éliminer le terme de dissipation visqueuse et de le remplacer par un terme de viscosité artificielle qui permet de stabiliser les solutions numériques [GRO, 2002] [MON, 1983].

# 1.5.3.3 Cas des écoulements dans les milieux poreux

Lors de l'écoulement dans un milieu poreux, le transport est dominé par la résistance visqueuse que le liquide subit. Ainsi, dans le cas de transport dans un milieu poreux, les équations de conservation de la masse et du mouvement peuvent-être dérivées à partir des équations de transport dans un milieu biphasique dans lequel une des phases est fixe dans l'espace. Dans ce cas, la fraction volumique de fluide est donc constante et est la porosité du milieu. En considérant un fluide de viscosité constante et un écoulement laminaire, les équations de transport s'écrivent [TUC, 1994] [PIL, 2002] :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \left( \eta \mathbf{v} \right) = 0 \tag{1.42}$$

$$\eta \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \left( \nabla \cdot \mathbf{v} \right) \right\} = -\phi \nabla p + \phi \mu \nabla \left( \nabla \cdot \mathbf{v} \right) + \eta \mathbf{g} - \phi^2 \mu K^{-1} \cdot \mathbf{v}$$
(1.43)

où  $\phi$  est la porosité, **v** est la vitesse du fluide,  $\mu$  est la viscosité, p la pression du fluide, **g** la gravité, K la perméabilité du milieu poreux et  $\eta$  la densité apparente définie telle :

$$\eta = \phi \rho \tag{1.44}$$

où  $\rho$  est la densité du fluide. Il convient de noter que l'Eq. 1.43 contient, de gauche à droite, des termes convectif, d'inertie, de pression, d'effet visqueux, de gravité et de résistance

visqueuse. Une analyse en ordre de grandeur permet de montrer que le terme purement visqueux est négligeable dans le cas des moulages RTM. L'Eq. 1.43 se simplifie donc de la manière suivante :

$$\eta \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \left( \nabla \cdot \mathbf{v} \right) \right\} = -\phi \nabla p + \eta \mathbf{g} - \phi^2 \mu K^{-1} \cdot \mathbf{v}$$
(1.45)

L'équation 1.45 est la base de la résolution du transport de fluide dans le domaine poreux. En toute rigueur, le terme d'inertie est également négligeable dans le cas d'écoulement dans un milieu poreux, mais si l'on souhaite modéliser simultanément les écoulements dans des régions poreuses et non poreuses, le terme d'inertie est conservé. Ce dernier sera négligeable dans les régions poreuses du domaine.

### 1.5.3.4 Equation constitutive

La méthode SPH, par essence, permet aux particules de se déplacer sous l'effet des forces auxquelles elles sont soumises. La densité de particules peut donc localement augmenter ou diminuer et ainsi créer une relative compressibilité du fluide. Donc pour assurer l'incompressibilité du fluide, une équation constitutive est utilisée. La relation retenue est l'équation de Murnaghan [SAW, 1999] :

$$p = p_o + B\left[\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{\gamma} - 1\right] \tag{1.46}$$

où  $p_o$  est la pression de référence,  $\rho_o$  la densité de référence, et B et  $\gamma$  des constantes. Les constante B et  $\gamma$  sont ajustées de manière à limiter la compressibilité du fluide à moins de quelques pour cents.

### 1.5.3.5 Conditions aux limites

Les fonctions d'interpolation de gradients sont des approximations qui négligent les intégrales aux limites. Cette approximation était à l'origine du développement de la méthode SPH pour l'astrophysique, où ces approximations sont cohérentes avec l'infinité du domaine, en l'occurrence l'univers. Dans le cas de dynamique des fluides, le traitement des conditions aux limites se fait de différentes manières selon les conditions aux limites à imposer.

Par exemple un plan de symétrie est matérialisé par la création de particules fantômes [LIB, 1993]. A chaque particule à une distance proche du plan de symétrie, une particule fantôme est créée par réflexion dans le plan de symétrie. A l'exception de la position et de la direction de la vitesse, toutes les propriétés sont conservées et identiques à celle de la particule image.

Dans le cas d'une condition de vitesse nulle aux parois, une méthode consiste à créer des rangées de particules le long de la paroi dont la vitesse est telle qu'elles contraignent les particules proches de la paroi à avoir une vitesse nulle [MOR, 1997] [ZHU, 1997] [ZHU, 1999]. Généralement au moins trois rangées de particules sont utilisées pour modéliser une paroi, afin d'éviter aux particules de fluides de pénétrer et de la traverser. Il est important de noter que modéliser une paroi avec une condition de vitesse nulle ne peut pas se réaliser avec une paroi rigide. En effet, une telle paroi aurait tendance à créer des rebonds de particules, ce qui n'est pas physiquement réaliste dans le cas d'écoulement de fluides visqueux. Cependant, l'utilisation de friction à la paroi permet de s'affranchir de ces problèmes.

### 1.5.3.6 Résolution numérique

Plusieurs types de méthodes numériques sont utilisées pour résoudre les équations SPH. Sawley et al. intègrent les équations dans le temps en suivant un schéma prédicteurcorrecteur explicite [SAW, 1999]. Puisqu'une méthode explicite est utilisée, le pas de temps est donné par la condition de Courant afin d'obtenir des solutions stables. D'autres études font appel à des intégrations du type Runge-Kutta-Gill [TAK, 1994]. Enfin, des algorithmes dits de *leap-frog* sont également employés, méthode qui nécessite également de respecter la condition de Courant pour le pas de temps [MON, 1983]. Enfin, la validation des solutions numériques est souvent faite en les comparant avec des solutions analytiques connues, car il est très difficile d'estimer les erreurs des solutions [HYN, 2000].

# 1.5.3.7 Coût de calcul

D'une manière générale le temps de CPU de résolution des équations SPH est de l'ordre de celui d'une résolution par schéma explicite avec la méthode des éléments finis [MOR, 1999]. Ce temps dépend de nombreux paramètres tels que la période de la solution, le nombre de particules ou bien la recherche des particules dans le domaine.

# 1.5.3.8 Méthode mixte éléments finis et SPH (FE-SPH)

L'utilisation de la méthode SPH peut s'avérer coûteuse numériquement. Afin de réduire le temps de résolution, Groenenboom propose une méthode mixte qui associe la méthode des éléments finis avec la méthode SPH [GRO, 2002] [HYN, 2000]. Pour des problèmes d'écoulement de fluide dans des milieux poreux par exemple, le fluide est modélisé par les particules et le milieu poreux par des éléments finis. Cette méthode mixte permet donc d'allier la souplesse des deux méthodes pour la modélisation du problème. En effet, le milieu poreux peut être représenté par des éléments finis avec des caractéristiques mécaniques très précises et le fluide se meut dans le domaine et interagit avec les éléments finis. La vitesse d'une particule qui entre en contact avec le réseau d'éléments finis est décomposée en deux composantes : normale et tangentielle. Ces deux vitesses sont utilisées pour calculer deux forces dites de pénétration et de friction, dont la somme est une force mutuelle d'interaction entre la particule et la surface de l'élément. Dans le cas de la méthode mixte FE-SPH, le temps de calcul est plus largement influencé par la résolution des équations SPH que par la résolution des équations de la méthode des éléments finis.

# 1.5.4 Simulation des écoulements dans les milieux poreux

Deux études portant sur la résolution numérique SPH d'écoulement à deux dimensions de fluide incompressible dans un milieu poreux ont été entreprises récemment [SAW, 1999] [ZHU, 1999]. Ces travaux permettent de valider les équations SPH pour de tels milieux car les résultats vérifient la loi de Darcy.

Sawley et al. ont modélisé le milieu poreux par des particules fixes, alors que le fluide est matérialisé par des particules mobiles qui suivent les lois fondamentales énoncées précédemment [SAW, 1999]. Dans le cas d'un milieu poreux saturé, l'écoulement doit vérifier la loi de Darcy (Eq. 1.47), c'est à dire que la vitesse d'écoulement doit être proportionnelle à la force volumique appliquée au fluide tant que le nombre de Reynolds vérifie  $Re_p < 1$ :

$$\mathbf{f} = \frac{\mu}{K} \mathbf{v} \tag{1.47}$$

où  $\mu$  est la viscosité du fluide et K la perméabilité du milieu poreux. La vitesse moyenne du fluide obtenue par résolution des équations de SPH est réalisée avec différentes valeurs numériques de la force volumique f dans l'équation du mouvement. Les résultats vérifient la linéarité de la loi de Darcy tant que la force volumique n'engendre pas de vitesses trop élevées.

Dans cette étude, le remplissage d'un moule incluant des effets de bord (*racetracking*) a également été entrepris. La géométrie considérée consiste en un moule rectangulaire de longueur 220 mm et de largeur 80 mm (Fig. 1.17). La préforme, composée d'un matériau poreux isotrope, occupe tout le moule, à l'exception d'un espace de 5 mm sur l'un des côtés. Les simulations numériques ont été effectuées pour une porosité de la préforme variant de 0,3 à 0,9. La résine est injectée à l'extrémité du moule, à l'aide d'un piston avançant à 0,1 m.s<sup>-1</sup>. Sa densité vaut 1200 kg.m<sup>-3</sup> et sa viscosité dynamique  $\mu$  est égale à 0,2 Pa.s. Le remplissage de cette forme rectangulaire, contenant un canal entre la préforme et l'un des côtés du moule, donne lieu à un écoulement en deux dimensions.



**Figure 1.17** – Géométrie du domaine d'étude pour la simulation d'une injection par le procédé RTM [SAW, 1999].

Pour la simulation SPH du remplissage du moule, la préforme a été modélisée par  $(1 - \phi)N_p$  particules positionnées aléatoirement, où  $\phi$  est la porosité et  $N_p = 16200$ . La résine a été modélisée par 11700 particules, ce qui donne une densité de répartition de une particule par millimètre. La limite à gauche du domaine a été modélisée comme étant un mur mobile, forçant les particules SPH mobiles à pénétrer dans les vides de la préforme.



**Figure 1.18** – Localisation des particules SPH au cours de l'injection pour une porosité égale à 0.5 [SAW, 1999].

Les limites supérieure et inférieure du moule ont été considérées comme étant des parois immobiles.

Dès le début de l'injection, le front d'injection développe une forme concave due au canal le long de la préforme dont la perméabilité est plus grande que celle de la préforme (Fig. 1.18). L'effet de bord s'accentue fortement pour des taux de porosité faibles (taux volumique de fibres élevé), ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux.

L'étude de Zhu et al. consiste quant à elle en une simulation d'écoulement dans un réseau hexagonal ou carré de cylindres imperméables [ZHU, 1999]. Le problème est résolu à l'aide de la méthode SPH. Les solutions obtenues sont présentées en Fig. 1.19. Pour un réseau donné, en faisant varier la force volumique, les solutions de la vitesse d'écoulement et du gradient de pression vérifient la loi de Darcy.

# 1.6 Mesure de la perméabilité

La perméabilité est une grandeur intrinsèque d'un matériau poreux, qui caractérise la facilité avec laquelle un fluide peu s'écouler en son sein. La perméabilité peut être représentée par un tenseur **K**. Cette grandeur est primordiale pour la simulation des procédés de mise en forme des matériaux composites, puisqu'elle apparaît dans la relation de Darcy qui est utilisée pour décrire le mouvement de la résine :

$$\langle v \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu} \nabla p = -\begin{bmatrix} K_x & 0 & 0\\ 0 & K_y & 0\\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \frac{1}{\mu} \nabla p \tag{1.48}$$

où  $\mu$  est la viscosité, p la pression et  $\langle v \rangle$  la vitesse moyenne du fluide.

En toute rigueur trois valeurs de perméabilités principales sont nécessaires pour caractériser le renfort fibreux. Cependant, pour certaines géométries et procédés, certaines



**Figure 1.19** – Solution numérique de l'évolution de la vitesse moyenne d'écoulement en fonction du gradient de pression [ZHU, 1999].

valeurs peuvent être occultées. Dans la suite du document, les perméabilités  $K_x$  et  $K_y$  seront dénommées les perméabilités planes et  $K_z$  la perméabilité transversale. Plusieurs méthodes de mesure de la perméabilité sont décrites dans la littérature et sont succinctement présentées dans les paragraphes suivants. Comme le montre l'Eq. 1.48, la précision des mesures de perméabilité est primordiale pour simuler fidèlement les écoulements dans les renforts.

# **1.6.1** Méthodes par injection

# 1.6.1.1 Perméabilité plane

Une première catégorie de méthodes de mesure regroupe les méthodes par injection de résine. Dans tous les cas, des géométries et des écoulements simples sont utilisés de manière à avoir des solutions analytiques. Une méthode couramment utilisée consiste à créer un écoulement unidirectionnel dans un moule plan rectangulaire à pression imposée ou débit imposé [CHI, 1986] [LEE, 1989] [BRU, 1992]. Les mesures peuvent être faites sur un échantillon en cours de remplissage (Fig 1.20), en mesurant la longueur de saturation (assimilée à la position du front) au cours du temps au travers d'un moule transparent. La relation de Darcy peut s'intégrer et la perméabilité vaut :

$$K = \frac{\phi \mu l^2}{2t\Delta p} \tag{1.49}$$

où  $\phi$  est la porosité du renfort,  $\mu$  la viscosité du fluide, l et  $\Delta p$  respectivement la longueur de saturation et la perte de charge au temps t.



**Figure 1.20** – Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane lors d'un écoulement unidirectionnel transitoire.

Les mesures peuvent être également réalisées pour un écoulement unidirectionnel en régime établi (Fig 1.21), la loi de Darcy s'écrivant alors :

$$\frac{Q}{A} = -\frac{K}{\mu} \frac{\Delta p}{L} \tag{1.50}$$

où Q est le débit de fluide, L et A sont respectivement la longueur et l'aire de la section droite de l'écoulement, K est la perméabilité du matériau dans la direction de l'écoulement,  $\mu$  la viscosité du fluide, et  $\Delta p$  la perte de charge. La perméabilité est donc calculable puisque toutes les autres variables sont soit mesurables au cours de l'expérience, soit des données géométriques de l'échantillon.



**Figure 1.21** – Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane lors d'un écoulement unidirectionnel en régime établi.

Les auteurs s'accordent pour constater qu'au cours de la mise en œuvre de ces techniques de détermination de la perméabilité, une grande minutie doit être garantie pour la réalisation des mesures. En effet, des problèmes de glissement de renforts et surtout d'effet de bord et de déformation du moule engendrent des erreurs de mesure.

Des montages mettant en jeu un écoulement bidirectionnel transitoire sont également décrits [ADA, 1986] [LEE, 1991] [CHA, 1991] [PAR, 1995] [LEK, 1996]. Ces montages permettent d'obtenir les directions principales d'écoulement et les deux perméabilités planes en une seule expérience pour un renfort anisotrope. L'analyse de la forme du front d'écoulement (elliptique) au fur et à mesure de l'injection permet de déduire les perméabilités principales (Fig. 1.22). La taille du moule doit être suffisamment grande et une face du moule doit être transparente pour visualiser les ellipses et ne doit, comme précédemment, pas se déformer. Les injections radiales permettent toutefois de s'affranchir des effets de bords présents dans les injections unidirectionnelles.



**Figure 1.22** – Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane lors d'un écoulement bidirectionnel en régime stationnaire.

# 1.6.1.2 Perméabilité transversale

La perméabilité transversale est aussi mesurable par des méthodes d'injection de fluide [KAR, 1991] [GOU, 1995] [GUT, 1987a]. Dans ce cas, les renforts sont disposés entre deux grilles et le fluide imprègne l'échantillon transversalement (Fig 1.23). L'utilisation de la relation de Darcy en régime établi unidirectionnel permet de mesurer la perméabilité transversale du renfort (Eq. 1.50).

Ici encore les auteurs notent des erreurs de mesure dues aux effets de bords et au compactage des renforts qui n'est pas celui imposé par l'entrefer de la cellule de mesure. En effet, un échantillon initialement comprimé entre deux grilles de maintien, va subir un surcompactage à cause de la pression générée par l'écoulement transversal.



**Figure 1.23** – Montage expérimental pour la mesure de perméabilité transversale lors d'un écoulement unidirectionnel en régime établi.

# 1.6.2 Méthodes par compression

Un inconvénient majeur des méthodes précédemment décrites est que les expériences doivent être reconduites pour toute nouvelle fraction volumique de fibres. Des méthodes de mesure continues de perméabilité plane ont donc été développées. Ait Si Ahmad et al. utilisent l'équation reliant la contrainte à la déformation donnée par la mécanique des milieux poroélastiques en compression unidirectionnelle (Eq. 1.17) [AIT, 2002]. En utilisant leur méthodologie avec des échantillons de matériaux poreux cylindriques, la pression du liquide p(r), en coordonnées cylindriques, est :

$$p(r) = \frac{\mu}{4hK} \frac{dh}{dt} (R^2 - r^2)$$
(1.51)

où R est le rayon et h la hauteur de l'échantillon.

En utilisant l'Eq. 1.51, en intégrant la contrainte de compression  $\sigma_{zz}$  (Eq. 1.17) sur l'aire de l'échantillon, la contrainte  $\sigma$  du renfort imprégné en compression vaut alors :

$$\sigma = C_o \left(\frac{h - h_o}{h_o}\right) + \frac{b\mu R^2}{8Kh} \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$$
(1.52)

Ensuite, la perméabilité est déterminée à partir de l'Eq. 1.52 via un essai de compression sur renfort imprégné. Il convient de noter que ce modèle est limité à de très faibles déformations de renfort, puisqu'il considère une élasticité linéaire des renforts en compression, ce qui n'est vrai que pour les faibles fractions volumiques de fibres. Les contraintes atteintes dans cette étude sont de l'ordre de  $1,7 \ 10^{-2}$  bar. De plus cette méthodologie n'est applicable que pour des renforts isotropes transversalement.

Plus récemment, Buntain et Bickerton ont réalisé un montage expérimental qui permet de mesurer la perméabilité isotrope plane en continu (Fig. 1.24) [BUN, 2003]. De la résine de viscosité connue ( $\mu$ ) est injectée dans les renforts (échantillons de rayon R) placés entre les plateaux de compression. Le point d'injection est fermé avant de commencer à comprimer les renforts saturés à vitesse constante  $\dot{h}$ . La pression de liquide  $p_o$  est mesurée à l'aide d'un capteur de pression situé au niveau du point d'injection. Pour une hauteur d'entrefer h (ou une fraction volumique de fibres  $V_f$ ), la perméabilité isotrope K est donnée par la relation suivante :

$$K = -\frac{\mu h R^2}{4p_o h} \tag{1.53}$$



**Figure 1.24** – Montage expérimental pour la mesure de perméabilité plane en continu par compression [BUN, 2003].

Les résultats obtenus pour un mat sont donnés en Fig. 1.25 et conduisent à des valeurs proches de celles mesurées plus traditionnellement par écoulement bidirectionnel. Les auteurs mettent en garde sur la géométrie du point d'injection (Fig. 1.26) qui a une forte influence sur la mesure de pression pendant les expériences.



**Figure 1.25** – Résultats de mesure de perméabilité transversale pour un mat obtenus pour différentes vitesses de compression. Les points sont des valeurs de perméabilités obtenues par écoulement bidirectionnel [BUN, 2003].



Figure 1.26 – Déformation des renforts au niveau du point d'injection [BUN, 2003].

# 1.7 Conclusion et plan de recherche

Les études menées en laboratoire ont donc montré que, sous certaines conditions, les matériaux constituants peuvent se déformer, voire se déplacer, pendant la fabrication des pièces en matériaux composites au moyen des technologies LCM. Ces déformations peuvent être induites ou forcées. De ce fait, le comportement mécanique en compression de ces matériaux doit être modélisé par un modèle dont le nombre de paramètre reste acceptable, et surtout que ces derniers soient des grandeurs physiques identifiables par une méthode de mesure définie.

Bien que tous les phénomènes engendrés lors de l'injection puissent être modélisés séparément, la modélisation globale du procédé reste un objectif mais s'avère délicate en raison du couplage des mécanismes physiques mis en jeu, notamment le couplage thermohydro-mécanique. L'ouverture de la simulation des procédés de transformation vers de nouvelles méthodes numériques de résolution est par conséquent à entreprendre.

Même si les phénomènes de couplage écoulement-déformation sont connus, modélisés et simulés, des échecs en fabrication demeurent possibles en raison des incidents et des conditions environnementales variables dans la plupart des ateliers de production. Au delà de la capacité à prévoir certains phénomènes complexes dans ces conditions déterminées, il est important de doter l'atelier de moyens de les contrôler dans les cas où la réalité de la production ne reproduit pas les situations simulées. Grâce à l'utilisation de capteurs insérés dans le moule ou dans la machine d'injection, certains défauts générés pendant la phase de remplissage peuvent cependant être détectés au plus tôt. L'analyse des données transmises par ces capteurs doit alors permettre de proposer une action corrective sur l'un des paramètres (débit d'injection par exemple). Ce type de correction impose toutefois aux fabricants de machine d'injection de concevoir des machines à forte évolutivité.

Ainsi, les objectifs du présent programme de recherche sont de :

- proposer un modèle mécanique de compression des renforts;
- définir une méthodologie de mesure des paramètres du modèle;
- proposer une méthode de mesure du tenseur des perméabilités;
- simuler la déformation des matériaux au cours du moulage au moyen de nouvelles méthodes numériques sans maillage (SPH);
- développer une méthode de contrôle actif de la déformation des matériaux induite par l'écoulement.

Le Chap. 2 s'attache à proposer un modèle mécanique de compression unidirectionnelle des renforts fibreux basé sur un modèle poroélastoplastique de la mécanique des sols. Dans le Chap. 3, la consolidation des renforts imprégnés est analysée et une méthodologie de mesure, par essais de compression, de leur perméabilité dans les trois directions principales est proposée. Le Chap. 4 présente la simulation de la déformation des matériaux pendant le moulage de panneaux sandwiches en RTM en utilisant une méthode numérique sans maillage. Enfin, le concept de contrôle actif d'une injection avec déformation des matériaux induite est présenté au Chap. 5.

# Chapitre 2

# Mécanique des renforts fibreux en compression

# 2.1 Introduction

Durant toutes les étapes de fabrication des matériaux composites par des procédés LCM, les matériaux constituants (renforts fibreux et éventuellement âmes et inserts) subissent des déformations. Préformage, fermeture du moule d'injection, et injection entraînent inévitablement une compression des matériaux. Que cette dernière soit forcée (par la fermeture d'un moule par exemple) ou induite (par la bâche plastique qui se déforme pendant le procédé d'infusion), la modélisation de la mécanique de compression des renforts fibreux est une nécessité.

Cette modélisation est d'autant plus fondamentale que pour certains procédés, tel le moulage en autoclave, la précision de prédiction des épaisseurs finales des pièces passe obligatoirement par une connaissance fine de la mécanique des renforts en incluant leur plasticité. Dans la suite, les contraintes de compression sont considérées positives.

# 2.2 Modélisation

# 2.2.1 Comportement poroélastique linéaire

Coussy a démontré que la loi comportementale générale poroélastique des matériaux poreux saturés est donnée par l'équation suivante [COU, 1991] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_s + \mathbf{B} \cdot (p - p_o) \tag{2.1}$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes du matériau poreux saturé,  $\boldsymbol{\sigma}_s$  le tenseur des contraintes de la phase solide (réseau fibreux), p la pression du liquide,  $p_o$  la pression de référence et **B** un tenseur. Pour des raisons de simplification d'écriture, la pression de référence  $p_o$  sera considérée comme nulle dans ce chapitre. L'Eq. 2.1 s'écrit également :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\mathbf{o}} : \boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{p} \tag{2.2}$$

où  $\mathbf{C}_{\mathbf{o}}$  est un tenseur et  $\boldsymbol{\epsilon}$  le tenseur des déformations.

En considérant un matériau orthotrope, une compression unidirectionnelle selon l'axe z et en supposant des déformations  $\epsilon_x$  et  $\epsilon_y$  négligeables devant la déformation  $\epsilon_z$ , la loi comportementale générale poroélastique s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{zz} = C_o \epsilon_z + bp \tag{2.3}$$

où  $\sigma_{zz}$  est l'élément zz de la matrice des contraintes,  $\epsilon_z$  la déformation dans la direction z,  $C_o$  un module de compression, b le nombre de Biot.

Dans le cas d'une compression drainée des renforts imprégnés (§ 2.3.2), la pression du liquide p est nulle en tout point du matériau. Ainsi l'Eq. 2.3 devient

$$\sigma_{zz} = C_o \epsilon_z \tag{2.4}$$

Ainsi,  $C_o$  peut être considéré comme étant le module de compression drainée du matériau poreux.

Pour un matériau poreux homogène, le nombre de Biot est quant à lui défini par la relation de Biot [COU, 1991] :

$$b = 1 - \frac{C_o}{C_s} \tag{2.5}$$

où  $C_s$  est le module de compression de la matrice (au sens des milieux granulaires) constituant le squelette du matériau poreux. Dans le cas de matériaux poreux de type roche, ce module de compression est mesuré par une expérience purement hydrostatique.

# 2.2.2 Hypothèse de Terzaghi

L'Eq. 2.1 peut se simplifier lorsque le tenseur  $\mathbf{B} = \mathbf{I}$ , aboutissant ainsi à l'hypothèse de Terzaghi :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_s + \mathbf{I} \cdot p \tag{2.6}$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes du matériau poreux saturé,  $\boldsymbol{\sigma}_s$  le tenseur des contraintes de la phase solide (réseau fibreux), p la pression du liquide et **I** le tenseur identité.

Dans le cas de cette hypothèse, Coussy a démontré que cette simplification revient à considérer que la matrice est incompressible  $(C_s \to \infty)$  [COU, 1991]. Pour des problématiques liées à la mécanique des sols, il est souvent possible de faire cette hypothèse puisque "l'incompressibilité de la matrice est assurée lorsque la matrice est constituée de grains incompressibles" [COU, 1991].

# 2.2.3 Modèle poroélastoplastique linéaire

Une contribution plastique peut être ajoutée au modèle poroélastique. Coussy a proposé un modèle poroélastoplastique, où l'équation constitutive liant la contrainte à la déformation est [COU, 1991] :

$$\sigma_{zz} = C_o(\epsilon_z - \epsilon_z^p) + bp \tag{2.7}$$

où  $\epsilon_z$  et  $\epsilon_z^p$  sont respectivement les déformations totale et plastique. Dans ce modèle une variable supplémentaire  $\epsilon_z^p$  apparaît et doit être déterminée. Notons également ici que la linéarité de ce modèle n'est pas cohérente avec la forte non linéarité du comportement en compression des renforts observée expérimentalement par de nombreux auteurs [GUT, 1986] [KIM, 1991] [TOL, 1994] [ROB, 1998a] [SAU, 1999a] [CHE, 2000] [MOR, 2002] [BUN, 2003].

# 2.2.4 Proposition d'un modèle poroélastoplastique non-linéaire

Le modèle mécanique présenté dans ce paragraphe est basé sur le modèle poroélastoplastique linéaire précédent. Les hypothèses faites sur le matériau poreux sont donc les suivantes :

- le matériau poreux est orthotrope;
- la compression est unidirectionnelle selon l'axe z;
- les déformations  $\epsilon_x$  et  $\epsilon_y$  sont négligeables devant  $\epsilon_z$ ;
- la matériau passe par une succession d'états quasi-statiques pendant lesquels la linéarité entre les contraintes et les déformations existe et les déformations sont petites.

Deux approches peuvent être considérées pour la caractérisation de l'évolution plastique du matériau. La première est une approche physique, qui superpose les effets créant la plasticité : embuvage, lubrification, friction ... Ce modèle serait très précis pour prédire la plasticité des renforts fibreux, mais comporterait de nombreux paramètres difficilement mesurables. La seconde approche consiste à mesurer et quantifier la plasticité des renforts en réalisant des essais mécaniques. Cette approche sera retenue ici et explicitée dans les paragraphes suivants.

L'hypothèse d'élasticité linéaire, qui conduit à l'établissement des modèles précédents, limite leur utilisation étant donnée la forte non linéarité et le comportement plastique présents dans les renforts fibreux. Ainsi, le modèle poroélastoplastique (Eq. 2.7) est modifié pour inclure les non-linéarités (on note pour simplification d'écriture  $\epsilon = \epsilon_z$ ):

$$\sigma_{zz} = C_o(\epsilon)(\epsilon - \epsilon^p(\epsilon)) + b(\epsilon)p \tag{2.8}$$

avec

$$b(\epsilon) = 1 - \frac{C_o(\epsilon)}{C_s(\epsilon)}$$
(2.9)

où  $C_o(\epsilon)$  est le module de compression drainée des renforts et  $C_s(\epsilon)$  le module de compression de la matrice constituant le squelette du renfort fibreux.

Une méthodologie est présentée au paragraphe suivant afin d'identifier les paramètres physiques du modèle :

- la plasticité  $\epsilon^p(\epsilon)$  des renforts imprégnés et secs;
- le module de compression drainée  $C_o(\epsilon)$  des renforts imprégnés;
- le module de compression  $C_s(\epsilon)$ ;
- le nombre de Biot  $b(\epsilon)$ .

# 2.3 Moyens expérimentaux et méthodologie

Tous les essais de compression présentés dans le cadre de ces travaux ont été réalisés sur une machine d'essais (Zwick) équipée d'une cellule de mesure de force de 10 kN et de deux plateaux cylindriques et parallèles de diamètre D = 0,135 m. Le pilotage de la machine de traction s'effectue à l'aide du logiciel TestXpert. La courbe de zéro est réalisée par une compression sans éprouvette et est systématiquement soustraite des courbes expérimentales obtenues. Chaque échantillon est constitué de plis découpés ( $0,16\times0,16$  m<sup>2</sup>) dans des zones non connexes du rouleau de renfort afin de moyenner au mieux la caractérisation. Chaque essai de compression est réalisé à trois reprises. Afin de s'affranchir des effets viscoélastiques, la vitesse de compression pour tous les essais (chargement ou déchargement) est maintenue constante à 0,5 mm.min<sup>-1</sup>. A chaque instant, la hauteur hde l'éprouvette est donnée par la position de la traverse de la machine d'essais. De cette hauteur, sont déduites la fraction volumique de fibres  $V_f$  et la déformation  $\epsilon$ :

$$V_f = \frac{Nd_s}{\rho h} \tag{2.10}$$

où N est le nombre de plis de renfort,  $d_s$  le grammage du renfort,  $\rho$  la densité du matériau constituant le renfort et h la hauteur de l'éprouvette;

$$\epsilon = \frac{h_o - h}{h_o} \tag{2.11}$$

où  $h_o$  est la hauteur initiale des renforts.

# 2.3.1 Compression sur renforts secs

Le montage expérimental, présenté sur la Fig. 2.1, permet de réaliser des essais de compression sur des renforts secs positionnés entre les deux plateaux de compression.



Figure 2.1 – Montage expérimental pour la compression de renforts secs.

# 2.3.2 Compression drainée sur renforts imprégnés

Le montage expérimental de la Fig. 2.2 permet quant à lui de réaliser des compressions drainées sur renforts préalablement imprégnés. Ces derniers sont disposés au dessus d'un plateau de compression drainant métallique qui contient de nombreux trous (Fig. 2.3). Les perçages et rainures dans ce plateau drainant permettent au fluide de s'écouler librement transversalement à l'échantillon. En combinant une faible vitesse de compression (0,5 mm.min<sup>-1</sup>) et une faible viscosité de fluide (0,1 Pa.s), ceci permet de s'affranchir des surpressions générées par l'écoulement du fluide et donc de seulement mesurer la contribution du renfort. La Fig. 2.4 représente une photographie du montage expérimental développé au laboratoire pour la compression drainée des renforts fibreux.



Figure 2.2 – Montage expérimental pour la compression drainée de renforts imprégnés.



Figure 2.3 – Plateau drainant pour la compression drainée des renforts imprégnés.



Figure 2.4 – Photo du montage expérimental pour la compression drainée de renforts.

# 2.3.3 Mesure de la plasticité

La plasticité des renforts en compression est mesurée en soumettant les échantillons à des cycles de chargement/déchargement successifs. La méthodologie consiste à comprimer l'échantillon jusqu'à un taux de déformation  $\epsilon^{max}$ , puis à le décharger (Fig. 2.5). La déformation plastique  $\epsilon^p$  est lue en fin de cycle (en fin de déchargement). Chaque cycle permet d'obtenir un point de la courbe  $\epsilon^p = f(\epsilon)$ . Cette méthodologie est aussi bien appliquée à la compression de renforts secs qu'à la compression drainée de renforts imprégnés.



Figure 2.5 – Méthode de mesure de la plasticité.

# 2.3.4 Mesure du module de compression

Dans le cas de matériaux à comportement mécanique non linéaire, le module de compression est obtenu en calculant la dérivée locale de la courbe :

$$\sigma_z = f(\epsilon_z - \epsilon_z^p(\epsilon)) \tag{2.12}$$

Deux types de modules sont ainsi calculés :

- le module de compression des renforts secs;
- le module de compression drainée des renforts imprégnés  $C_o(\epsilon)$ .

# 2.3.5 Mesure du nombre de Biot

Le nombre de Biot  $b(\epsilon)$  est calculé grâce à l'Eq. 2.9. Le module de compression des renforts imprégnés  $C_o(\epsilon)$  est déterminé grâce à la procédure décrite au paragraphe précédent.

En mécanique des sols, la mesure du module de compression  $(C_s)$  de la matrice constituant le squelette du matériau poreux est réalisée à l'aide d'une compression hydrostatique. Malheureusement la structure des renforts fibreux ne permet pas d'exploiter une telle compression car la mesure de la déformation n'est pas réalisable.

En première approximation, étant donné que les renforts fibreux utilisés pour les matériaux composites sont conçus à partir de fibres de verre ou de carbone, la valeur du module de compression de ces matériaux (de l'ordre de quelques dizaines de GPa pour le verre par exemple) entraîne un nombre de Biot très proche de 1 et que l'hypothèse de Terzaghi est applicable. Cependant, une étude réalisée par Lion et al. a montré que pour la roche calcaire étudiée, bien que le module de compression du calcaire pur soit de 75 GPa et que la porosité occluse soit presque nulle, le nombre de Biot mesuré est de 0,7 [LIO, 2004]. Fabre et Gustkiewicz reportent également des résultats similaires sur d'autres roches calcaires en obtenant des nombres de Biot variant entre 0,23 et 0,91 [FAB, 1997].

Etant donnée l'incapacité de mesure la déformation des renforts pour une compression hydrostatique, Ait si Ahmad et al. ont proposé, dans le cas d'une compression unidirectionnelle de renforts fibreux, d'utiliser le module de compression des renforts fibreux à l'état sec [AIT, 2002] pour calculer le nombre de Biot. Dans la suite de ce mémoire, suivant la procédure expérimentale proposée par Ait si Ahmad, le coefficient *b* sera calculé en assimilant le module de compression  $(C_s)$  de la matrice constituant le squelette du renfort fibreux au module de compression des renforts fibreux à l'état sec.

# 2.4 Matériaux de l'étude

La méthodologie précédente a été utilisée sur trois types d'architecture de renforts : mat, tissé (sergé de 3) et NCF unidirectionnel par la suite désigné NCF (Non Crimp Fabric, i.e. non tissé) (Fig. 2.6 et Tab. 2.1). Les échantillons sont réalisés selon les caractéristiques données au Tab. 2.2. Les essais de compression ainsi que les mesures de viscosité sont effectués à 23°C.



(a) Mat

(b) Sergé de 3

(c) NCF unidirectionnel

Figure 2.6 – Renforts de l'étude.

Renfort	Mat	Tissé	NCF
Masse Surfacique $(g.m^{-2})$	450	1500	1062
Verre	Е	Е	Е
Référence	Unifilo 450	1500S3	JB110
Fournisseur	St Gobain - Vetrotex	Chomarat	Chomarat

 ${\bf Tableau} \ {\bf 2.1}-{\rm Caract{\acute{e}ristiques}} \ {\rm des} \ {\rm renforts}.$ 

Renfort	Mat	Tissé	NCF
Nombre de plis	4	4	6
Hauteur initiale (mm)	13,0	6,8	$^{5,5}$
Empilement	_	$[0, 90]_2$	$[0]_{6}$ $[0, 90]_{3}$
Fluide	Huile silicone	Résine polyester	Huile silicone
Viscosité (Pa.s) à 23°C	0,27	0,12	0,10
Référence	Rhodorsil	Polylite	M100
Fournisseur	Roth	Reichhold Chemicals	Roth

Tableau 2.2 – Caractéristiques des échantillons.

# 2.5 Résultats

# 2.5.1 Mat

# 2.5.1.1 Plasticité

La Fig. 2.7 montre l'évolution de la force de compactage de renforts secs au cours de cycles successifs de chargement/déchargement. De la même manière, la Fig. 2.8 illustre la réponse en force de renforts imprégnés au cours du chargement/déchargement drainé. La plasticité de ce matériau est extraite des courbes données en Figs. 2.7 et 2.8 selon la méthodologie présentée au paragraphe 2.3.3. La plasticité des renforts secs et imprégnés est reportée en Fig. 2.9.

Les résultats de plasticité montrent que pour de faibles déformations la plasticité se développe linéairement dans ce matériau. Ce comportement semble résulter d'un simple rapprochement des fils les uns par rapport aux autres. En revanche, pour de plus fortes déformations, la plasticité ne varie plus linéairement avec la déformation. Le caractère rémanent de l'imbrication des fils semble donc s'accentuer avec la déformation. Ceci est probablement dû à la difficulté des fils à se désenchevêtrer pour de fortes imbrications et au probable endommagement des fibres pour des déformations plus élevées.



**Figure 2.7** – Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchargement de l'échantillon de mat sec.

Les courbes de plasticité (Fig. 2.9) montrent également que l'imprégnation des renforts n'influence pas le caractère plastique de la déformation. L'effet de la lubrification sur la plasticité du mat semble extrêmement limité. Ceci peut s'expliquer par l'architecture du mat dont le réarrangement des fils n'est pas facilité par la disposition aléatoire des fils continus dans le plan.



Figure 2.8 – Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchargement de l'échantillon de mat imprégné.



Figure 2.9 – Evolution de la plasticité du mat.

# 2.5.1.2 Module de compression

Les modules de compression sont présentés en Fig. 2.10 en fonction de la déformation totale et en Fig. 2.11 en fonction de la fraction volumique de fibres. On peut remarquer que le module de compression des renforts secs est toujours plus élevé que celui des renforts imprégnés. La présence du fluide permet en effet de réduire la friction entre les fibres au cours des compressions drainées.



Figure 2.10 – Module de compression du mat en fonction de la déformation totale.



**Figure 2.11** – Module de compression du mat en fonction de la fraction volumique de fibres.

### **2.5.1.3** Coefficient b

L'évolution du coefficient b avec le niveau de compression des renforts est illustrée en Figs. 2.12 et 2.13. Ce coefficient, qui peut être interprété comme un facteur de friction transversale, augmente fortement avec la déformation et croît linéairement avec la fraction volumique sur la plage de taux de renfort testée. Il varie entre 0,3 et 0,8 sur la plage de mesure.



Figure 2.12 – Coefficient b du mat en fonction de la déformation totale.



Figure 2.13 – Coefficient *b* du mat en fonction de la fraction volumique de fibres.

# 2.5.2 Renfort tissé

# 2.5.2.1 Plasticité

Les Figs. 2.14 et 2.16 montrent l'évolution de la force de compactage de renforts respectivement secs et imprégnés au cours de cycles successifs de chargement/déchargement. La plasticité du tissu sec et imprégné est caractérisée en Fig. 2.17. Ces résultats montrent que la plasticité se développe linéairement dans le matériau et que l'évolution de plasticité est influencée par l'imprégnation des renforts. La lubrification des renforts permet en effet, pour un niveau de compression donné, une réorganisation et une imbrication plus aisée des mèches. Le phénomène d'imbrication est visible sur les micrographies obtenues en laissant polymériser la résine polyester (Fig.2.15).



**Figure 2.14** – Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchargement de l'échantillon de tissu sec.



**Figure 2.15** – Micrographie des renforts de sergé de 3 (4 plis,  $V_f=51\%$ ).



**Figure 2.16** – Evolution de la force au cours de cycles successifs de chargement/déchargement de l'échantillon de tissu imprégné.



Figure 2.17 – Evolution de la plasticité du tissu.

# 2.5.2.2 Module de compression

Les modules de compression du tissu sont reportés en Figs. 2.18 et 2.19. De façon analogue à ce qui a été observé pour le mat, le module de compression des renforts secs est plus élevé que celui des renforts imprégnés. Là encore, le fluide lubrifie les fibres et diminue la friction au cours des compressions drainées.



Figure 2.18 – Module de compression du tissu en fonction de la déformation totale.



**Figure 2.19** – Module de compression du tissu en fonction de la fraction volumique de fibres.

# **2.5.2.3** Coefficient b

L'évolution du coefficient b avec le niveau de compression des renforts est donnée en Figs. 2.20 et 2.22. Ce coefficient, proche de la valeur de 0,4, augmente très légèrement dans un premier temps avec la déformation, puis décroît faiblement pour de plus grandes déformations. Les phénomènes mis en jeu dans la plasticité des renforts tissés sont tout d'abord un mécanisme de glissement (Fig. 2.21(a)) des mèches pour réduire les espaces créés par l'embuvage, participant ainsi au mécanisme d'imbrication [MOR, 2002]. Dans un second temps la fraction volumique de fibres dans les mèches augmente du fait de leur écrasement (Fig. 2.21(b)). L'évolution du coefficient b traduirait le fait que les phénomènes de friction mis en jeu dans la phase de glissement sont plus importants que ceux associés à la compression des mèches et à la multiplication des contacts fibre/fibre.



Figure 2.20 – Coefficient b du tissu en fonction de la déformation totale.



Figure 2.21 – Mécanismes de la plasticité des renforts tissés [MOR, 2002].



Figure 2.22 – Coefficient *b* du tissu en fonction de la fraction volumique de fibres.

# 2.5.3 Renfort NCF unidirectionnel

Ce renfort, non équilibré et fortement anisotrope, est étudié pour deux types d'empilements : unidirectionnel  $[0]_6$  (noté UD) et bidirectionnel  $[0,90]_3$  (noté BD).

# 2.5.3.1 Plasticité

Les résultats de caractérisation de la plasticité des renforts NCF secs et imprégnés sont donnés en Figs. 2.23 et 2.25-2.27. L'analyse des Figs. 2.23 et 2.25 montrent que la plasticité se développe linéairement dans le matériau et que son évolution est influencée



**Figure 2.23** – Plasticité du renfort NCF (empilement UD) en fonction de la déformation totale.

par l'imprégnation des renforts. Curieusement la lubrification des renforts ne permet pas, pour un niveau de compression donné, une réorganisation et une imbrication plus aisée des mèches. Les résultats de plasticité présentés en Figs. 2.26 et 2.27 indiquent que les niveaux de déformation plastique atteints dans ce matériau sont indépendants du type d'empilement considéré. Ceci est dû à l'architecture du renfort. Les coupes micrographiques de plaques composites constituées par ces renforts présentées en Fig 2.24 montrent que l'imbrication des mèches est, en effet, extrêmement limitée, voire absente, dans le cas de l'empilement BD.



Figure 2.24 – Micrographies du renfort NCF (6 plis,  $V_f=50\%$ ).



**Figure 2.25** – Plasticité du renfort NCF (empilement BD) en fonction de la déformation totale.



Figure 2.26 – Plasticité du renfort NCF sec.



Figure 2.27 – Plasticité du renfort NCF imprégné.

# 2.5.3.2 Module de compression

Les modules de compression des renforts NCF sont donnés en Figs. 2.28-2.31. D'une manière générale et comme pour les deux types de renforts précédents, le module de compression des renforts secs est plus élevé que celui des renforts imprégnés, quel que soit le type d'empilement considéré (Figs. 2.28 et 2.29). Les renforts secs ont un module de compression équivalent (Fig. 2.30), que l'empilement soit UD ou BD. En revanche, les renforts imprégnés ont un comportement mécanique qui diffère en fonction de l'empilement (Fig. 2.31), la lubrification étant très légèrement favorable à l'empilement UD.



Figure 2.28 – Module de compression du renfort NCF (empilement UD).



Figure 2.29 – Module de compression du renfort NCF (empilement BD).



Figure 2.30 – Module de compression du renfort NCF sec.



Figure 2.31 – Module de compression du renfort NCF imprégné.

### **2.5.3.3** Coefficient b

La Fig. 2.32 montre l'évolution du coefficient b avec le niveau de compression des renforts et le type d'empilement.

Le coefficient b de l'empilement UD est nettement supérieur à celui de l'empilement BD. Les degrés de liberté des mèches dans le cas d'empilement UD paraissent plus élevés que pour l'empilement BD. En effet, la compression de l'empilement UD génère de la friction due à l'imbrication des mèches et au contact fibre/fibre à l'intérieur des mèches.

En revanche dans le cas de l'empilement BD, la plus faible valeur du coefficient b est explicable par le manque de friction dû à l'imbrication. Le croisement des couches de l'empilement BD limite très fortement les possibilités d'imbrication. Ce constat est à rapprocher de la morphologie des empilements présentés en Fig. 2.24. Le profil du coefficient b pour l'empilement BD se rapproche de celui du tissu, constitué de fils de chaîne et de trame orientés à 0° et 90°. Le coefficient b augmente initialement puis tend à décroître pour les plus fortes fractions volumiques de fibres.

La compression de l'empilement UD semble donc générer de la friction fibre/fibre à l'intérieur des mèches et de l'imbrication alors que la compression de l'empilement BD produirait seulement de la friction fibre/fibre. Ainsi, la différence des coefficients respectifs devrait quantifier l'imbrication (soit la friction mèche/mèche) des renforts en empilement UD. La Fig. 2.32 montre cette différence de coefficients, qui est forte pour les faibles fractions volumiques de fibres et diminue avec la compression. Ceci est en accord avec le fait que, lorsque des renforts sont comprimés, l'imbrication est le mécanisme prépondérant aux faibles valeurs de déformation [MOR, 2002].



Figure 2.32 – Coefficient *b* du renfort NCF.

# 2.6 Conclusion

Les résultats obtenus sur la plasticité renseignent sur l'importance de ce phénomène sur la mécanique de compression des renforts fibreux. Pour des structures architecturales relativement organisées, la plasticité augmente linéairement avec la déformation. Pour des renforts d'architecture plus aléatoire, la linéarité n'est pas observée pour de grandes déformations. L'endommagement des fibres en est probablement la cause.

En ce qui concerne le coefficient b, il convient de remarquer que la mesure expérimentale utilisée dans ce chapitre conduit à des valeurs nettement différentes de l'unité. Bien que cette méthode de détermination ne soit pas la méthode traditionnelle utilisée en mécanique des sols pour mesurer le nombre de Biot, le coefficient b mesuré est proche de valeurs de nombre de Biot obtenues pour des roches calcaires composées de plusieurs échelles de porosité. Du fait de la nature du réseau de fils et de mèches, des contacts et de la microstructure qui évoluent avec la compression, et des multiples échelles de porosités composant le squelette des renforts fibreux, il semble qu'assimiler le module de compression  $C_s$  au module de compression du renfort fibreux à l'état sec soit à approfondir pour les matériaux fibreux. D'autre part, ce coefficient renseigne sur le niveau de friction transversale développée au cours de la compression du renfort. Il traduit l'existence de phénomènes d'imbrication des mèches (friction mèche/mèche) et de frictions à l'échelle des filaments (friction fibre/fibre).
# Chapitre 3

# Etude du couplage hydro-mécanique : consolidation

# 3.1 Introduction

Dans le Chap 2, la mécanique de compression des renforts secs et imprégnés a été analysée et modélisée. Un montage spécifique a été développé pour effectuer des essais de compression sur renforts imprégnés tout en s'assurant que l'unique contribution mesurée était celle des renforts et non celle du fluide. Ceci a été obtenu grâce à la combinaison d'une très faible vitesse de compression  $(0,5 \text{ mm.min}^{-1})$  et de l'utilisation d'un fluide de faible viscosité (0,1 Pa.s). Dans ce chapitre, les études porteront sur la mesure et l'interprétation des compressions des renforts imprégnés au cours desquelles la contrainte de consolidation mesurée comportera à la fois la contribution des renforts et celle du fluide.

# 3.2 Compression non drainée de renforts imprégnés

Le montage expérimental présenté en Fig. 3.1 a été utilisé pour réaliser des compressions non drainées sur des renforts fibreux imprégnés. Les plateaux de compression cylindriques étant imperméables, le fluide contenu dans le renfort s'écoule radialement dans le plan de l'échantillon. Un réceptacle est donc positionné sous les renforts afin de recevoir le fluide chassé des renforts pendant l'essai. Plusieurs vitesses de compression, variant entre 0,5 et 15 mm.min<sup>-1</sup> ont été utilisées. Des fluides de viscosité comprise entre 0,1 et 20 Pa.s ont été également choisis pour réaliser ces essais. Le choix de la gamme de viscosité n'est pas arbitraire, mais résulte des travaux expérimentaux présentés dans ce chapitre. Les trois renforts fibreux étudiés au Chap. 2 (§ 2.4) ont été conservés et également étudiés dans ce chapitre. Seuls quelques résultats représentatifs des tendances observées sont présentés dans ce paragraphe.



**Figure 3.1** – Montage expérimental pour la compression non drainée de renforts imprégnés.

#### 3.2.1 Mat

Plusieurs essais de compression de mat, imprégné d'une huile de silicone de viscosité 0,14 Pa.s, ont été réalisés en faisant varier la vitesse de compression (Fig. 3.2) et la viscosité (Fig. 3.3). Logiquement, l'augmentation de la vitesse de compression ou de la viscosité entraîne un accroissement de la contrainte appliquée au matériau imprégné.



**Figure 3.2** – Comparaison d'essais de compression non drainée de mat imprégné pour une viscosité de 0,14 Pa.s et différentes vitesses de compression.



**Figure 3.3** – Comparaison d'essais de compression non drainée de mat imprégné pour une vitesse de compression de 2 mm.min<sup>-1</sup> et des viscosités différentes.

#### 3.2.2 Renfort tissé

Des essais similaires ont été effectués sur des renforts tissés avec des huiles de silicone de viscosité 0,27 Pa.s et 1,04 Pa.s, pour deux vitesses de compression 0,5 et 2 mm.min<sup>-1</sup> (Fig. 3.4). Comme pour le cas des mats, la contrainte appliquée au matériau imprégné augmente avec la vitesse de compression et la viscosité du fluide.

#### 3.2.3 Renfort NCF

Des essais de compression non drainée ont également été réalisés sur les renforts NCF pour les deux configurations d'empilement unidirectionnel (UD) et bidirectionnel (BD). Le fluide a une viscosité de 1,04 Pa.s et les vitesses de compression sont respectivement de 2 et 5 mm.min<sup>-1</sup> (Fig. 3.5). De façon analogue aux deux renforts précédents, la contrainte augmente avec la vitesse de compression. En revanche, le type d'empilement ne semble pas avoir d'influence notable sur la réponse en contrainte du matériau NCF. Ceci peut s'expliquer par l'architecture des renforts NCF. Ces textiles sans embuvage présentent une très forte anisotropie. Le fluide s'écoule très majoritairement dans la direction des fibres, dans les espaces inter-mèches. Quelle que soit l'orientation des couches, le mouvement du fluide s'établit dans ces canaux préférentiels. D'autre part, il a été vu au Chap. 2 que ces renforts ne sont pas sujets à l'imbrication (Fig. 2.24), donc la morphologie des espaces inter-mèches n'est pas affectée par l'empilement.



Figure 3.4 – Comparaison d'essais de compression non drainée de renfort tissé imprégné.



**Figure 3.5** – Comparaison d'essais de compression non drainée de renfort NCF imprégné pour une viscosité de 1,04 Pa.s.

## 3.3 Compression drainée de renforts imprégnés

Le montage décrit en Fig. 3.6 a été employé pour la compression drainée de renforts fibreux imprégnés. Ce montage est identique à celui présenté au Chap. 2 pour les compressions drainées, où la combinaison du plateau perforé, de la faible vitesse de compression  $(0,5 \text{ mm.min}^{-1})$  et un fluide de faible viscosité permettait de limiter les surpressions engendrées par l'écoulement du fluide. En revanche, dans le présent chapitre, les compressions sont réalisées en alliant des vitesses variant entre 2 et 5 mm.min<sup>-1</sup> à des fluides (huiles de silicone) de viscosités comprises entre 0,1 et 20 Pa.s, une surpression due à l'écoulement dans le plan et transversal du liquide dans l'échantillon est générée. Comme précédemment, seuls quelques résultats expérimentaux représentatifs des tendances observées sont présentés dans ce paragraphe.



Figure 3.6 – Montage expérimental pour la compression drainée de renforts imprégnés.

#### 3.3.1 Mat

Les essais de compression réalisés sur le mat montrent qu'à une vitesse donnée, la réponse en contrainte du matériau diminue avec l'augmentation de la viscosité (Fig. 3.7). Cette baisse de contrainte est probablement due au réarrangement local des fibres qui conduit au mouvement plus aisé du fluide au travers du matériau. D'autre part, elle peut aussi s'expliquer par l'existence de viscoélasticité qui n'est plus négligeable dans ces conditions. Dans ce dernier cas, la microstructure du matériau semble altérée par les fortes vitesse et viscosité du fluide qui abaissent la contrainte mesurée.

#### 3.3.2 Renfort tissé

Des essais de compression drainée sur le renfort tissé montrent que la contrainte augmente avec la vitesse de compression et la viscosité (Fig. 3.8).



Figure 3.7 – Comparaison d'essais de compression drainée de mat.



Figure 3.8 – Comparaison d'essais de compression drainée de renfort tissé.

#### 3.3.3 Renfort NCF

Les essais de compression drainée sur le renfort NCF montrent qu'une augmentation de la vitesse fait croître la contrainte sur le matériau imprégné, et ceci pour les deux types d'empilement (Fig. 3.9). En revanche, contrairement à la compression non drainée (Fig. 3.5), l'empilement a plus d'influence sur l'amplitude de la contrainte. Ceci peut s'expliquer par la différence de perméabilité transversale entre les empilements UD et BD. Dans ce dernier cas, seules permettent un écoulement transversal aisé les connexions transversales aux intersections des espaces inter-mèches.



**Figure 3.9** – Comparaison d'essais de compression drainée de renfort NCF pour une viscosité de 1,04 Pa.s.

# 3.4 Comparaison des modes de compression

Ce paragraphe a pour but de comparer les résultats de compression obtenus aux paragraphes précédents et au Chap. 2, afin de mettre en évidence l'influence des modes de compression sur les comportements.

#### 3.4.1 Mat

La Fig. 3.10 montre que la compression drainée  $(0,5 \text{ mm.min}^{-1})$  entraîne une faible réponse en contrainte, alors que le mat sec oppose beaucoup plus de résistance à la compression. Il apparaît également qu'il n'est pas aisé de créer une surpression de liquide dans l'échantillon, même avec de fortes viscosités (10 Pa.s) pour les compressions drainées. L'effet de lubrification est assez important sur la compressibilité du mat car le mécanisme prépondérant de compression est l'écrasement des fils du mat, mécanisme fortement facilité par la présence de fluide.



Figure 3.10 – Comparaison des modes d'essais de compression de mat.

#### 3.4.2 Renfort tissé

En comparant les différents modes de compression appliqués au renfort tissé, il apparaît que la compression drainée  $(0,5 \text{ mm.min}^{-1})$  est la plus aisée (Fig. 3.11). Des surpressions sont créées avec les compressions drainées (à 2 mm.min<sup>-1</sup> par exemple) et non drainées. Contrairement au mat, l'effet de lubrification semble moins marqué ici. Ce résultat est à rapprocher des architectures fibreuses des deux matériaux. Dans le cas du renfort tissé, un des mécanismes présent au cours de la compression est l'imbrication des mèches, qui ne semble pas facilitée par la présence de fluide, contrairement au mat, dont le mécanisme principal au cours de la compression est l'écrasement des fils.

#### 3.4.3 Renfort NCF

Le renfort NCF présente peu de différences pour les compressions sur renfort sec et drainées  $(0,5 \text{ mm.min}^{-1})$ . Des surpressions dues à la présence de liquide sont observées pour les compressions non drainées et drainées  $(5 \text{ mm.min}^{-1})$ , et ceci que l'empilement soit UD ou BD (Figs. 3.12 et 3.13). L'effet de la lubrification des renforts est quasiment invisible pour les renforts NCF. Cette observation s'explique par l'architecture des renforts et la rectitude des mèches, qui limitent fortement les mécanismes d'imbrication et d'écrasement des mèches (Fig. 2.24).



Figure 3.11 – Comparaison des modes d'essais de compression de renfort tissé.



Figure 3.12 – Comparaison des modes d'essais de compression de renfort NCF (UD).



Figure 3.13 – Comparaison des modes d'essais de compression de renfort NCF (BD).

# 3.5 Mesure de la perméabilité plane

La perméabilité d'un matériau por eux anisotrope est une grandeur tensorielle K qui s'écrit dans le repère principal (x, y, z):

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0\\ 0 & K_y & 0\\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix}$$
(3.1)

Par définition, pour un renfort fibreux isotrope, les composantes du tenseur sont liées par la relation suivante :

$$K_x = K_y = K_z \tag{3.2}$$

et dans le cas d'un renfort fibreux isotrope transversalement :

$$K_x = K_y \neq K_z \tag{3.3}$$

#### 3.5.1 Renfort fibreux isotrope transversalement

#### 3.5.1.1 Méthode analytique

En suivant la méthodologie proposée par Ait Si Ahmad et al., la perméabilité peut se calculer au travers des résultats de compression obtenus précédemment [AIT, 2002]. Les hypothèses retenues par ces auteurs sont :

- un milieu poreux élastique linéaire isotherme;

– un fluide Newtonien;

- une vitesse de compression faible;
- l'axi-symétrie du problème (l'isotropie dans le plan).

Le domaine retenu pour modéliser l'écoulement de résine pendant la consolidation des éprouvettes est cylindrique de rayon R et de hauteur h (Fig. 3.14). La vitesse de compression du plateau supérieur est  $\dot{h}$ . La conservation de la masse de fluide dans l'éprouvette s'écrit en équilibrant la variation de volume de l'éprouvette (*Vol*) au volume de liquide expulsé du volume de contrôle :

$$\frac{\mathrm{d}\,Vol}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\pi r^2 h\right) = -2\pi r h \phi u_r(r) \tag{3.4}$$

où  $u_r(r)$  est la vitesse radiale du fluide et  $\phi$  la porosité du matériau poreux.



**Figure 3.14** – Domaine utilisé pour la modélisation de la consolidation de renforts imprégnés au cours des essais de compression.

La vitesse de fluide est donc :

$$u_r(r) = -\frac{rh}{2\phi h} \tag{3.5}$$

La loi de Darcy s'écrit :

$$-\frac{\phi\mu}{K}u_r(r) = \frac{\mu}{K}\frac{rh}{2h} = \frac{\mathrm{d}p(r)}{\mathrm{d}r}$$
(3.6)

L'intégration de cette relation sur le domaine à un instant donné en considérant K constant et la condition aux limites p(R) = 0, permet d'écrire la pression du fluide p(r):

$$p(r) = -\frac{\mu \dot{h} \left(R^2 - r^2\right)}{4Kh}$$
(3.7)

Contrairement à Ait Si Ahmad et al. [AIT, 2002], le modèle mécanique retenu pour calculer la contrainte totale du matériau poreux imprégné, est le modèle poroélastoplastique non-linéaire proposé au paragraphe 2.2.4 :

$$\sigma_{zz} = C_o(\epsilon)(\epsilon_z - \epsilon_z^p(\epsilon)) + b(\epsilon)p \tag{3.8}$$

Pour des raisons de simplification d'écriture, la non-linéarité est induite. Le modèle mécanique s'écrit donc :

$$\sigma_{zz} = C_o(\epsilon_z - \epsilon_z^p) + bp = \sigma_{drain} + bp \tag{3.9}$$

où  $\sigma_{drain}$  est la contrainte obtenue lors de compressions drainées à faible vitesse de compression (0,5 mm.min<sup>-1</sup>). La force qui s'applique sur le plateau de compression de surface S est :

$$\int_{S} \mathrm{d}F = \int_{S} \sigma_{zz} \mathrm{d}S = \int_{S} \left( \sigma_{drain} + bp \right) \mathrm{d}S \tag{3.10}$$

En substituant l'Eq. 3.7 dans l'équation précédente, la force s'écrit :

$$F = \sigma_{drain}\pi R^2 - \frac{b\mu \dot{h}2\pi}{4Kh} \left[ R^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \sigma_{drain}\pi R^2 - \frac{b\mu \dot{h}\pi R^4}{8Kh}$$
(3.11)

Ainsi, la contrainte totale appliquée au matériau poreux imprégné pendant la consolidation est donc donnée par la relation :

$$\sigma_{zz} = \frac{F}{\pi R^2} = \sigma_{drain} - \frac{b\mu h R^2}{8Kh}$$
(3.12)

Finalement, la perméabilité plane pour un matériau isotrope transversalement est donc :

$$K = -\frac{b\mu h R^2}{8h \left(\sigma_{zz} - \sigma_{drain}\right)} \tag{3.13}$$

La contrainte  $\sigma_{zz}$  est obtenue expérimentalement par des compressions non drainées. Ainsi, l'Eq. 3.13 ne comporte donc pas d'inconnues. Le coefficient *b* a été calculé aux paragraphes 2.5.1.3, 2.5.2.3 et 2.5.3.3 pour les trois renforts étudiés. Toutefois, une étude sera réalisée pour observer l'importance de la valeur de ce coefficient vis-à-vis de la mesure de perméabilité, en considérant le cas où b = 1 (Hypothèse de Terzaghi) et b = 0, 1.

Une autre relation pour le calcul de la perméabilité peut être dérivée. En effet, en considérant deux compressions drainées (notées 1 et 2) à vitesses de compression différentes et/ou en utilisant des fluides différentes, l'Eq. 3.12 est valable pour chacune des compressions :

$$\begin{cases} \sigma_{zz1} = \sigma_{drain} - b \frac{\mu_1 \dot{h}_1 R^2}{8Kh} \\ \sigma_{zz2} = \sigma_{drain} - b \frac{\mu_2 \dot{h}_2 R^2}{8Kh} \end{cases}$$
(3.14)

La soustraction des deux équations du système 3.14 permet de calculer la perméabilité du renfort en s'affranchissant de la valeur de contrainte  $\sigma_{drain}$ :

$$K = -b \frac{\left(\mu_1 \dot{h}_1 - \mu_2 \dot{h}_2\right) R^2}{8h \left(\sigma_{zz1} - \sigma_{zz2}\right)}$$
(3.15)

#### 3.5.1.2 Résultats

#### Mat

Les résultats de mesure de perméabilité sur le mat calculés à l'aide de l'Eq. 3.13 sont donnés en Fig. 3.15. Les valeurs du coefficient b utilisées proviennent de la Fig. 2.13. La

perméabilité mesurée varie entre  $10^{-8}$  et  $10^{-9}$  m<sup>2</sup> pour des fractions volumiques de fibres variant entre 5 et 25%. Ces mesures sont en moyenne 5 fois inférieures aux perméabilités mesurées sur un banc d'essais d'injection unidirectionnelle traditionnel. La Fig. 3.16 montre les résultats de mesure de perméabilité obtenus avec l'Eq. 3.15. Il apparaît que les mesures des perméabilités obtenues par différence de compressions non drainées, donnent des résultats proches de ceux issus du banc de mesure en injection unidirectionnelle. Les mesures correspondant à la différence des viscosités (20 Pa.s et 10 Pa.s) sont en excellent accord. Il semble que les écarts de perméabilité soient dus à la valeur de perméabilité élevée des mats, qui ne permet pas de générer de surpression de liquide suffisamment grande pour être précisément mesurée.



Figure 3.15 – Mesure de perméabilité plane du mat en utilisant l'Eq. 3.13.



Figure 3.16 – Mesure de perméabilité plane du mat en utilisant l'Eq. 3.15.  $V_1 = 5 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $V_2 = 2 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $\mu_1 = 20 \text{ Pa.s}$ ,  $\mu_2 = 10 \text{ Pa.s}$ ,  $\mu_3 = 1,04 \text{ Pa.s}$ .

#### **Renfort Tissé**

Les Figs. 3.17 et 3.18 montrent les résultats de mesure de perméabilité sur le renfort tissé. Les valeurs du coefficient b utilisées sont celles présentées en Fig. 2.22. La dispersion des résultats est plus grande en utilisant l'Eq. 3.13 que l'Eq. 3.15. En revanche dans les deux cas, les valeurs sont extrêmement proches des valeurs mesurées sur le banc d'essai par injection.



Figure 3.17 – Mesure de perméabilité plane du renfort tissé en utilisant l'Eq. 3.13.



**Figure 3.18** – Mesure de perméabilité plane du renfort tissé en utilisant l'Eq. 3.15.  $V_1 = 2 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $V_2 = 0.5 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $\mu_1 = 1.04 \text{ Pa.s}$ ,  $\mu_2 = 0.27 \text{ Pa.s}$ ,  $\mu_3 = 1.04 \text{ Pa.s}$ .

La Fig. 3.19 montre l'écart de résultat sur la mesure de perméabilité plane en considérant l'hypothèse de Terzaghi (b = 1) et le modèle poroélastoplastique non linéaire en choisissant une valeur b = 0, 1 et en utilisant les valeurs du coefficient b mesurés dans cette étude.



**Figure 3.19** – Comparaison des mesures de perméabilité longitudinale du renfort tissé en utilisant l'Eq. 3.15 en utilisant l'hypothèse de Terzaghi (b = 1), le modèle poroélastoplastique avec b = 0, 1 et le coefficient b mesuré ( $V_1 = 2 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $V_2 = 0,5 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $\mu = 0,27 \text{ Pa.s}$ ).

#### **Renfort NCF BD**

Les résultats sur le renfort NCF BD sont donnés en Fig. 3.20. Les valeurs du coefficient b utilisées pour calculer la perméabilité de ces renforts sont celles issues de la Fig. 2.32. Les mesures de perméabilité par compression sont, comme pour le cas du renfort tissé, très proches de la mesure expérimentale obtenue sur banc d'essai d'injection. La dispersion des résultats est très faible, ceci étant probablement dû à l'extrême régularité de l'architecture et de la périodicité du renfort. Un seul point de mesure unidirectionnelle est reporté en Fig. 3.20, car pour des valeurs de fractions volumiques de fibres élevées, la mesure de perméabilité devient très délicate en raison de la déformation et du déplacement des renforts pendant les mesures, les valeurs ainsi mesurées ne peuvent pas être exploitées. Ceci met en évidence l'intérêt de cette méthode de mesure de perméabilité par compression.

La Fig. 3.21 montre les résultats de mesure de la perméabilité plane en utilisant b = 1 (Hypothèse de Terzaghi) et le modèle poroélastoplastique non linéaire avec b = 0, 1 et en utilisant les valeurs du coefficient b mesurés dans cette étude.



**Figure 3.20** – Mesure de perméabilité plane du renfort NCF BD en utilisant les Eqs. 3.13 et 3.15 avec un fluide de viscosité de 1,04 Pa.s.



**Figure 3.21** – Comparaison des mesures de perméabilité longitudinale du renfort NCF BD en utilisant l'Eq. 3.15 en utilisant l'hypothèse de Terzaghi (b = 1), le modèle poroélastoplastique avec b = 0, 1 et le coefficient b mesuré ( $V_1 = 2 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $V_2 = 5 \text{ mm.min}^{-1}$ ,  $\mu = 1,04 \text{ Pa.s}$ ).

#### 3.5.1.3 Choix de la vitesse de compression et de la viscosité

Il semble que pour de faibles vitesses et viscosités, les résultats s'éloignent de valeurs réalistes. Le Tab. 3.1 donne pour les trois renforts une valeur de coefficient  $V_c \mu/K$ , dont l'unité est le Pa.m<sup>-1</sup>, où  $V_c = -\dot{h}$  est la vitesse de compression et K la perméabilité obtenue pour une utilisation standard du matériau. Ce tableau regroupe les valeurs de ce coefficient pour certaines compressions réalisées au cours de cette étude. L'analyse de ces valeurs et des résultats exposés en Figs. 3.15-3.20 montrent que la mesure de perméabilité est plus précise lorsque la valeur du coefficient est supérieure à 4 10<sup>5</sup> Pa.m<sup>-1</sup>.

Renfort	$V_c \; (\mathrm{mm.min}^{-1})$	$\mu$ (Pa.s)	$\frac{V_c \mu}{K} \text{ (Pa.m^{-1})}$	$\frac{K_{inj}}{K_{comp}}$
	5	0,27	$5,6 \ 10^3$	80
Mat	2	10	$8,3\ 10^4$	5
$V_f = 17\%$	5	5	$1,0 \ 10^5$	6,6
	2	20	$1,7 \ 10^5$	3
	5	10	$2,1  10^5$	3,3
	0,5	0,27	$1,1  10^5$	2,7
Tissé	2	0,12	$2  10^5$	8
$V_f = 55\%$	0,5	1,04	$4  10^5$	1,13
	2	0,27	$4,5 \ 10^5$	1,19
	2	1,04	$1,7 \ 10^{6}$	0,80
NCF BD	2	1,04	$9 \ 10^5$	1,12
$V_f = 54\%$	5	1,04	$2,3 \ 10^6$	1,12

**Tableau 3.1** – Valeur du coefficient  $\frac{V_c \mu}{K}$  pour quelques compressions sur les trois renforts étudiés ( $K_{inj}$  est la perméabilité plane mesurée sur un banc d'essai d'injection tandis que  $K_{comp}$  est la perméabilité plane mesurée par la méthode de compression à la fraction volumique de fibres  $V_f$  considérée).

Les expériences ont montré qu'il est très aisé d'atteindre cette valeur critique pour des renforts tissés ou NCF du fait de leur faible perméabilité. En revanche pour le mat, la perméabilité plus élevée requiert l'utilisation de grandes vitesses ainsi que d'un fluide de viscosité élevée pour atteindre des valeurs importantes de coefficient. Ceci nuit à la précision des mesures, car l'augmentation de la vitesse de compression et de la viscosité du fluide s'accompagne d'effets viscoélastiques non négligeables. Un moyen d'améliorer la mesure serait de caractériser des empilements plus épais et de taille plus grande, afin d'augmenter les pertes de charges dues à l'écoulement de résine.

#### 3.5.1.4 Méthode des éléments finis

La méthode analytique permet d'extraire la perméabilité plane de matériaux isotropes transversalement, mais à l'inconvénient d'être limitée à des géométries d'échantillons cylindriques. D'une manière générale il est souhaitable de développer une méthode qui ne se limite pas à de telles considérations, mais permette plus de libertés comme l'utilisation d'échantillons parallélépipédiques par exemple. L'équation de Gutowski décrit la consolidation en reliant la pression du liquide aux perméabilités du matériau poreux en considérant les hypothèses suivantes [GUT, 1987b] :

- les fibres sont immobiles dans le plan;
- le fluide peut se mouvoir dans les trois directions de l'espace;
- la loi de Darcy est applicable;
- les perméabilités ne dépendent que de la fraction volumique.

L'équation de Gutowski s'écrit en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{K_x}{V_f}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{K_y}{V_f}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{K_z V_f}{V_o^2}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -\mu\frac{\dot{V}_f}{V_f}$$
(3.16)

où  $K_x$ ,  $K_y$  et  $K_z$  sont les perméabilités du matériau poreux dans les trois directions principales,  $V_f$  la fraction volumique de fibres,  $V_o$  la fraction volumique de fibre initiale (avant que la compression ne commence) et p la pression du fluide. En remarquant que :

$$\frac{V_f}{V_o} = \frac{h_o}{h} \quad \text{et} \quad \frac{\dot{V}_f}{V_f} = -\frac{\dot{h}}{h} \tag{3.17}$$

et en posant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\hat{x} = \frac{x}{R}, \quad \hat{y} = \frac{y}{R}, \quad \hat{z} = \frac{z}{h}, \quad \hat{p} = \frac{p}{p_c} \quad \text{et} \quad p_c = -\frac{\mu h R^2}{h K_x}$$
 (3.18)

où -h et R sont respectivement la vitesse de compression et le rayon de l'échantillon, l'Eq. 3.16 devient :

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \hat{x}^2} + \left\{\frac{K_y}{K_x}\right\} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \hat{y}^2} + \left\{\frac{K_z R^2 h_o^2}{K_x h^4}\right\} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \hat{z}^2} = -1$$
(3.19)

Dans le cas de matériaux isotropes transversalement et pour des écoulements non drainés, l'Eq. 3.19 est fortement simplifiable, puisque  $K_x = K_y$  et qu'aucun écoulement n'a lieu dans la direction z. Néanmoins, cette équation est tout de même résolue par la méthode des éléments finis avec le logiciel Femlab (Comsol) et avec les conditions aux limites données en Fig. 3.22. Le domaine contient 6000 éléments (tétraèdres de type Lagrange-Quadratique). Un algorithme d'optimisation (Matlab, The Mathworks) a été employé afin de trouver la perméabilité  $K = K_x = K_y$  par méthode inverse dans le cas du renfort NCF BD (Figs. 3.23 et 3.24). Cette étape a permis de valider le code de calcul en vue d'une utilisation pour l'exploitation des résultats des matériaux anisotropes par exemple.



**Figure 3.22** – Conditions aux limites utilisées pour la résolution de l'équation de Gutowski (Eq. 3.19) pour la détermination de la perméabilité plane.



**Figure 3.23** – Algorithme d'optimisation utilisé pour obtenir la perméabilité plane d'un renfort isotrope par méthode inverse.



**Figure 3.24** – Validation de la mesure de perméabilité longitudinale du renfort NCF BD en utilisant la méthode des éléments finis, comparativement à la méthode analytique avec la compression non drainée à V = 5 mm.min<sup>-1</sup>.

#### 3.5.2 Renfort fibreux anisotrope

L'utilisation de la méthode des éléments finis pour la mesure de perméabilité par méthode inverse présente un grand intérêt pour un matériau anisotrope tel le renfort NCF UD. Cependant, il existe dans ce cas deux perméabilités principales dans le plan  $K_x$  et  $K_y$ , qu'il faut déterminer avec une seule équation (Eq. 3.19). Une seconde relation connue caractérisant le ratio de perméabilité est nécessaire. Pour identifier la valeur de ce ratio, il suffit par exemple de réaliser un incomplet par une injection centrale sur les renforts et de mesurer le ratio des axes de l'ellipse ainsi créée. Pour le calcul de la perméabilité  $K_x$ , le ratio  $K_x/K_y$  vaut 10 (Fig. 3.25). L'algorithme de calcul est donné en Fig. 3.26.



**Figure 3.25** – Identification de la perméabilité longitudinale  $K_x$  du renfort haut module UD en utilisant la méthode des éléments finis et un ratio  $K_x/K_y = 10$ .



**Figure 3.26** – Algorithme d'optimisation utilisé pour obtenir la perméabilité plane de renfort anisotrope transversalement par méthode inverse.

# 3.6 Mesure de la perméabilité transversale

Il a été démontré précédemment que les perméabilités principales du plan peuvent être mesurées grâce à des compressions non drainées. En conservant une méthodologie de mesure similaire, les compressions drainées à vitesses et/ou viscosités élevées seront exploitées pour en extraire la perméabilité transversale des renforts fibreux.

#### 3.6.1 Méthode des différences finies

Dans un premier temps, dans le cas d'un renfort isotrope transversalement, l'équation de consolidation du matériau imprégné (Equation de Gutowski écrite en coordonnées cylindriques) est :

$$K\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + K_z\left(\frac{V_f}{V_o}\right)^2\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -\mu\frac{\dot{V}_f}{V_f}$$
(3.20)

En remarquant que :

$$\frac{V_f}{V_o} = \frac{h_o}{h} \quad \text{et} \quad \frac{\dot{V}_f}{V_f} = -\frac{\dot{h}}{h} \tag{3.21}$$

l'Eq. 3.20 devient :

$$K\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + K_z\left(\frac{h_o}{h}\right)^2\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \mu\frac{\dot{h}}{h}$$
(3.22)

En posant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\hat{r} = \frac{r}{R}, \quad \hat{z} = \frac{z}{h} \quad \text{et} \quad \hat{p} = \frac{p}{p_c}$$

$$(3.23)$$

 $\operatorname{et}$ 

$$p_c = -\frac{\mu \dot{h} R^2}{hK}$$
 et  $m = \frac{K_z h_o^2 R^2}{K h^4}$  (3.24)

l'équation adimensionnelle gouvernant la consolidation est :

$$\frac{1}{\hat{r}}\frac{\partial}{\partial\hat{r}}\left(\hat{r}\frac{\partial\hat{p}}{\partial\hat{r}}\right) + m\frac{\partial^{2}\hat{p}}{\partial\hat{z}^{2}} = -1$$
(3.25)

ou encore, en développant le premier terme :

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \hat{r}^2} + \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} + m \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial \hat{z}^2} = -1$$
(3.26)

Les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 3.27) :

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} = 0, \quad \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} = 0 \quad \text{et} \quad \hat{p} = 0$$
 (3.27)

Cette équation est, tout d'abord, discrétisée par la méthode des différences finies :

$$\frac{p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}}{dr^2} + \frac{1}{r_j} \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j-1}}{2dr} + m \frac{p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}}{dz^2} = -1$$
(3.28)

Soit, en réarrangeant les termes de pression :

$$p_{i+1,j}\left(\frac{m}{dz^2}\right) + p_{i-1,j}\left(\frac{m}{dz^2}\right) + p_{i,j}\left(-\frac{2m}{dz^2} - \frac{2}{dr^2}\right) + p_{i,j-1}\left(-\frac{1}{2r_jdr} + \frac{1}{dr^2}\right) + p_{i,j+1}\left(\frac{1}{2r_jdr} + \frac{1}{dr^2}\right) = -1$$
(3.29)



**Figure 3.27** – Domaine et conditions aux limites utilisées pour la résolution par la méthode des différences finies de l'équation de Gutowski (Eq. 3.20) pour la détermination de la perméabilité transversale des renforts fibreux. La méthode numérique de résolution retenue est un schéma d'intégration itératif de Gauss Seidel :

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{b} \left( -1 - a p_{i+1,j}^n - a p_{i-1,j}^{n+1} - \left( -\frac{c}{r_j} + d \right) p_{i,j-1}^{n+1} - \left( \frac{c}{r_j} + d \right) p_{i,j+1}^n \right)$$
(3.30)

avec

$$a = \frac{m}{dz^2}, \quad b = -\frac{2m}{dz^2} - \frac{2}{dr^2}, \quad c = \frac{1}{2dr}$$
et  $d = \frac{1}{dr^2}$  (3.31)

Les conditions aux limites sont également discrétisées selon le schéma :

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} = 0 \quad \to \quad p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j+1}^n \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \hat{z}} = 0 \quad \to \quad p_{i,j}^{n+1} = p_{i+1,j}^n \tag{3.33}$$

$$\hat{p} = 0 \quad \rightarrow \quad p_{i,j} = 0 \tag{3.34}$$

#### 3.6.2 Méthode des éléments finis

L'équation de Gutowski (Eq. 3.20) peut également être résolue en utilisant la méthode des éléments finis sur le domaine précisé en Fig. 3.28. La perméabilité transversale est obtenue en couplant cette résolution par éléments finis à l'algorithme de calcul par méthode inverse présenté en Fig. 3.29. Contrairement à la méthode des différences finies développée pour résoudre l'équation de Gutowski pour des matériaux isotropes transversalement, la méthode des éléments finis est bien plus commode à l'usage et permet de résoudre aisément l'équation pour des matériaux anisotropes.



**Figure 3.28** – Domaine et conditions aux limites utilisées pour la résolution par la méthode des éléments finis de l'équation de Gutowski (Eq. 3.20) pour la détermination de la perméabilité transversale des renforts fibreux.



**Figure 3.29** – Algorithme d'optimisation utilisé pour obtenir la perméabilité transversale de renfort anisotrope ou isotrope transversalement par méthode inverse.

#### 3.6.3 Résultats

#### Renfort tissé

Les résultats de mesure de perméabilité transversale sont donnés en Figs. 3.30 et 3.31. Pour ce renfort fibreux isotrope transverse, les deux méthodes d'analyse donnent des résultats équivalents (Fig. 3.31). Les perméabilités obtenues s'échelonnent de 4  $10^{-12}$  à 2  $10^{-13}$  m<sup>2</sup> pour une fraction volumique de fibres variant de 0,45 à 0,65, ce qui correspond à des valeurs de perméabilité transversales habituellement mesurées pour ce type de renfort. Cependant la mesure de perméabilité transversale par méthode d'injection n'est pas très reproductible du fait des effets de bords présents dans la cellule de mesure et de la compression des renforts induite par la pression de fluide s'écoulant au cœur du renfort. C'est pourquoi aucune mesure de perméabilité transversale mesurée par injection n'est présentée ici.

#### Renfort NCF

Les mesures de perméabilité transversale du renfort NCF pour les deux empilements considérés (UD et BD) sont présentées en Figs. 3.32 et 3.33. La perméabilité transversale mesurée pour l'empilement BD est inférieure à celle de l'empilement UD. Ici encore, aucune comparaison avec une perméabilité transversale expérimentale n'est effectuée, par manque de fiabilité de ces mesures par injection.



**Figure 3.30** – Identification de la perméabilité transversale du renfort tissé par méthode inverse en utilisant la méthode des différences finies.



**Figure 3.31** – Identification de la perméabilité transversale du renfort tissé par méthode inverse en utilisant la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis.



**Figure 3.32** – Identification de la perméabilité transversale du renfort NCF BD par méthode inverse en utilisant la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis.



**Figure 3.33** – Identification de la perméabilité transversale du renfort NCF UD par méthode inverse en utilisant la méthode des éléments finis.

# 3.7 Conclusion

L'analyse des données obtenues lors de compressions réalisées sur les renforts :

- $\sec;$
- imprégnés non drainés;
- imprégnés drainés;

permet d'extraire, via une procédure spécifique, les trois perméabilités principales d'un renfort. Les conditions opératoires ont été précisées pour la mesure dans le plan. Selon la nature du renfort, la perméabilité peut être calculée de plusieurs manières (Tab. 3.2), les méthodes FEM et FDM étant plus coûteuses numériquement puisqu'un algorithme d'optimisation est nécessaire en plus de la résolution numérique de l'écoulement sur le domaine.

Renfort	Perméabilité longitudinale	Perméabilité transversale
Isotrope transversalement	Analytique ou FDM ou FEM	FDM ou FEM
Anisotrope	FDM ou FEM	FEM

Tableau 3	3.2 –	Méthodologie	pour la	mesure de	e perméabilité	en fonction	de la 1	nature des
renforts.								

La mesure de perméabilité par compression a été réalisée sur trois types de renforts de fibres de verre d'architecture très différentes (mat, tissé et NCF). Lorsqu'il a été possible d'opérer une comparaison avec des mesures issues de la méthode expérimentale traditionnelle (banc d'injection), les résultats obtenus se sont avérés être en très bon accord. La méthode semble donc être très prometteuse. Des mesures restent à entreprendre sur d'autres renforts, notamment ceux en fibres de carbone, afin de poursuivre la validation de la méthode. Il a été établi empiriquement que la valeur du coefficient  $\frac{V_{C}\mu}{K}$  doit être supérieure à 4 10<sup>5</sup> Pa.m<sup>-1</sup> pour obtenir des mesures de perméabilités planes précises. Pour le mat, sa perméabilité élevée rend la mesure plus délicate et une poursuite des travaux est nécessaire pour préciser les conditions opératoires appropriées. Dans le cas de la détermination de la perméabilité transversale, aucun coefficient, permettant de cibler les paramètres expérimentaux (vitesse de compression et viscosité du fluide), n'a pu être établi de part la nature de l'écoulement qui a lieu à la fois dans le plan et transversalement et les longueurs d'écoulement (h et R) qui sont très différentes.

Cette étude ouvre une nouvelle voie et de nouvelles perspectives quant à la mesure des perméabilités planes et transversale de renforts fibreux. Les principaux avantages de cette méthode sont :

- l'utilisation d'une machine d'essais standard;
- l'obtention de valeurs de perméabilité sur toute la gamme de fraction volumique de fibres d'utilisation du renfort sans multiplier les essais;
- l'absence des effets de bords présents dans les méthodes traditionnelles par injection pour la mesure de perméabilité plane (injection 1D) et transversale;
- l'absence de limite d'injection pour des fractions volumiques de fibres très faibles (glissements des renforts dans le moule) ou très élevées (pressions d'injection élevées et déformation du moule et des renforts).

Enfin, bien que la mesure de la perméabilité par méthode traditionnelle soit délicate et de faible reproductibilité, il semble qu'un nombre de Biot qui ne soit pas égal à l'unité ait tendance à donner de meilleurs résultats en terme de perméabilité des matériaux de l'étude. L'utilisation de l'hypothèse de Terzaghi pour modéliser le couplage écoulement déformation dans les renforts fibreux est encore à analyser plus profondément.

# Chapitre 4

# Simulation du couplage hydro-mécanique

# 4.1 Introduction

La simulation des couplages physiques peut devenir contraignante avec des logiciels de calcul traditionnels qui mettent en jeu des éléments finis ou des volumes de contrôle. Par exemple, dès que les déformations de solides ou de liquides deviennent trop importantes, le remaillage du domaine est nécessaire entre les étapes de calcul. Afin d'éviter ce remaillage, des méthodes *sans maillage*, telles la méthode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), peuvent toutefois être utilisées. Une telle méthode est utilisée dans ce chapitre et, après validation par comparaison avec des injections sans couplage hydro-mécanique simulées avec PAM RTM (ESI Group), sa potentialité est mise en évidence dans le cas de l'injection RTM de panneaux sandwiches à âme déformable.

# 4.2 Transport visqueux

#### 4.2.1 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux

Tucker III et Dessenberger ainsi que Pillai ont dérivé les équations de conservation de la masse et du mouvement pour des milieux poreux biphasiques dans lesquels une des phases est considérée comme fixe dans le domaine [TUC, 1994] [PIL, 2002]. Dans ce cas, la fraction volumique disponible pour le fluide (porosité du renfort) est constante. En considérant un écoulement isotherme, laminaire, un nombre de Reynolds faible (Re<1) et un fluide Newtonien, les équations de la mécanique des fluides à résoudre (conservation de la masse et du mouvement) sont les suivantes :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \nabla . \left( \eta \mathbf{u} \right) = 0 \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial \eta \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \eta \mathbf{u} = -\phi \nabla p + \phi \nabla \tau + \eta \mathbf{g} - \phi^2 \mu \mathbf{K}^{-1} \mathbf{u}$$
(4.2)

où  $\phi$  est la fraction volumique de liquide (porosité), **u** la vitesse du fluide,  $\mu$  la viscosité,  $\tau$  le tenseur de contraintes de cisaillement, p la pression du liquide, **g** l'accélération de la gravité, **K** le tenseur de perméabilité et  $\eta = \phi \rho$  la densité apparente, où  $\rho$  est la densité du fluide.

Dans l'Eq. 4.2, la vitesse dans le milieu poreux est supposée être suffisamment faible pour qu'il y ait linéarité entre le transport visqueux et la vitesse du fluide [TUC, 1994]. Une analyse en ordre de grandeur montre que le terme  $\phi \nabla \tau$  de l'Eq. 4.2 est négligeable dans la plupart des cas de moulage LCM. Avec cette simplification, et en utilisant l'Eq. 4.1, l'Eq. 4.2 devient :

$$\eta \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \left( \nabla . \mathbf{u} \right) \right\} = -\phi \nabla p + \eta \mathbf{g} - \phi^2 \mu \mathbf{K}^{-1} . \mathbf{u}$$
(4.3)

Il convient de noter que, parfois, le domaine d'étude est divisible en régions poreuses (renforts fibreux) et en régions non poreuses (canaux préférentiels ou tubes d'alimentation). L'écoulement dans toutes ces régions du domaine est modélisé avec l'Eq. 4.3, où le terme de transport visqueux est seulement utilisé dans les régions poreuses (régions où ce phénomène est, en effet, prépondérant). Il peut-être aisément démontré que lorsque le terme de transport visqueux domine, les termes de convection et d'inertie sont négligeables, et l'Eq. 4.3 se réduit à l'équation de Darcy :

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{K}}{\phi\mu} \left(\nabla p - \rho \mathbf{g}\right) \tag{4.4}$$

#### 4.2.2 Ecoulement d'un fluide non-Newtonien

Pour un écoulement isotherme et laminaire autour d'objets solides, les équations à résoudre sont la conservation de la masse et l'équation de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \nabla (\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{4.5}$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \left( \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right\} = -\nabla p + \nabla \left( \boldsymbol{\tau} \right) + \mathbf{g}$$
(4.6)

De plus, les composantes du tenseur des contraintes s'écrivent :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2\mu}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$
(4.7)

où  $\delta_{ij}$  est le delta de Kronecker. Il convient de noter que le terme de divergence de l'Eq. 4.7 est conservé, puisqu'une certaine compressibilité du fluide est tolérée dans la formulation SPH (§ 4.2.3). Le modèle de viscosité disponible dans le logiciel est le modèle de Carreau :

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_o - \mu_{\infty}) \left[ 1 + (\xi \dot{\gamma})^{\alpha} \right]^{\frac{\beta - 1}{\alpha}}$$

$$\tag{4.8}$$

où  $\dot{\gamma}$  est la vitesse de déformation totale,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\xi$ ,  $\mu_o$  et  $\mu_{\infty}$  sont des paramètres du fluide qui sont à ajuster par rapport aux courbes expérimentales. Le comportement asymptotique aux vitesses de déformation élevées est Newtonien et de viscosité  $\mu_{\infty}$ , alors que pour des faibles vitesses de déformation la viscosité effective vaut  $\mu_o$ . Pour des vitesses de déformation intermédiaires, le modèle suit un comportement de *shear-thinning*. Puisque le modèle ne comporte pas de discontinuités, ni de valeurs infinies aux limites, aucune instabilité numérique n'est attendue. Pour les études relatives aux moulages LCM, les coefficients de cette équation seront choisis de telle sorte que la viscosité reste constante quelle que soit la vitesse de déformation. En choisissant  $\mu_o = \mu_{\infty}$ , l'Eq. 4.8 modélise un fluide Newtonien.

#### 4.2.3 Formulation pour un écoulement de fluide compressible

Au cours de moulages LCM, l'écoulement de résine est considéré comme étant incompressible. Dans ce cas, les Eqs. 4.1 et 4.5 devraient être réduites à  $\nabla .\mathbf{u} = 0$  et la pression devrait être obtenue à partir d'une équation de type Poisson. Un tel système d'équations ne peut-être efficacement résolu que par une solution implicite, qui par ailleurs permet l'utilisation de pas de temps de calcul élevés. Cependant, le pas de temps de calcul doit rester très petit pour résoudre le couplage hydro-mécanique. La première raison tient au fait que le calcul du mouvement du front d'écoulement est conditionné par une connaissance temporelle et spatiale précise du passage de la résine aux limites de la région poreuse. La seconde est que le mouvement de structures nécessite l'utilisation d'un schéma explicite avec un pas de temps de calcul relativement petit. A notre connaissance, pour ce type de résolution, aucune solution entièrement implicite n'est disponible à ce jour.

Puisque les Eqs. 4.1 et 4.5 permettent un certain taux de compressibilité du fluide, elles seront résolues en combinaison avec l'équation d'état de Murnaghan pour les fluides quasi-incompressibles :

$$p = p_o + B\left[\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^{\gamma} - 1\right] \tag{4.9}$$

où  $p_o$  est une pression de référence,  $\rho_o$  la densité cible, B le module artificiel de compressibilité et  $\gamma$  un exposant. Les paramètres B et  $\gamma$  sont ajustés pour limiter la compressibilité à quelques pour cents.

### 4.3 Formulation SPH

#### 4.3.1 Ecoulement de fluide dans les milieux poreux

En utilisant les fondements de la méthode SPH, présentés au paragraphe 1.5, le fluide est représenté par une certaine quantité de particules. Lorsque le fluide entre dans une région poreuse, la masse est redistribuée dans un plus grand espace afin de vérifier la conservation de la masse. Puisque les particules doivent modéliser l'avancement du front de matière, le choix de formulation SPH dans le milieu poreux est de laisser les particules se mouvoir avec la vitesse microscopique du fluide. Ainsi les Eqs. 4.1 et 4.3 s'écrivent en formulation SPH discrète [COM, 2005b] :

$$\frac{\mathrm{d}\eta_a}{\mathrm{d}t} = \sum_b m_b \left(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b\right) \cdot \nabla_a W_{ab} \tag{4.10}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_{\mathbf{a}}}{\mathrm{d}t} = -\phi_a \sum_b m_b \left(\frac{p_b}{\eta_b^2} + \frac{p_a}{\eta_a^2} + \Pi_{ab}\right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{g} - \phi_a^2 \mu \mathbf{K}_a^{-1} \frac{\mathbf{u}_a}{\eta_a}$$
(4.11)

où a est la particule d'intérêt et b les particules appartenant à la sphère d'influence de la particule a (Fig. 1.16).

Monaghan et Gingold ont proposé d'ajouter une contribution de viscosité artificielle  $\Pi_{ab}$  à l'équation de conservation du mouvement afin de stabiliser la solution [MON, 1983]. Cette formulation a été retenue dans le cadre de cette étude. Pour un écoulement à travers un milieu poreux, la viscosité du fluide est directement entrée dans le terme d'entraînement visqueux de l'équation qui décrit le mouvement.

#### 4.3.2 Ecoulement d'un fluide non-Newtonien

Une formulation discrète SPH des Eqs. 4.5 et 4.6 pour un écoulement de fluide non-Newtonien est :

$$\frac{\mathrm{d}\rho_a}{\mathrm{d}t} = \sum_b m_b \left(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b\right) \cdot \nabla_a W_{ab} \tag{4.12}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_{a}}{\mathrm{d}t} = \sum_{b} m_{b} \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{b}}{\rho_{b}^{2}} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_{a}}{\rho_{a}^{2}} + \Pi_{ab} \cdot \mathbf{I} \right) \nabla_{a} W_{ab} + \mathbf{g}$$
(4.13)

$$\sigma_{a,ij} = -p_a \delta_{ij} + \tau_{a,ij} \tag{4.14}$$

où  $\sigma$  est le tenseur des contraintes.

Afin d'évaluer les contraintes de cisaillement, la formulation SPH suivante sera utilisée pour calculer les gradients de vitesse [LIB, 1991] :

$$\frac{\partial u_{a,i}}{\partial x_j} = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \left( u_{b,i} - u_{a,i} \right) \frac{\partial W_{ab}}{\partial x_{a,j}}$$
(4.15)

Cette méthode a été validée pour différents matériaux dans le logiciel PAM-CRASH (ESI Group) [GRO, 1997] [GRO, 2002]. Le modèle est similaire à celui utilisé par Ellero et al. [ELL, 2002], en remplaçant le modèle visco-élastique par le modèle de Carreau, tout en étant différent de l'implémentation de fluide incompressible donnée par Shao et Lo [SHA, 2003], qui ont écrit une expression pour la viscosité similaire à celle habituellement adoptée pour la viscosité artificielle.

Pour diminuer les instabilités numériques relatives à la période transitoire au démarrage de l'écoulement, le modèle de Carreau est graduellement activé pendant que la viscosité artificielle est réduite. Ceci est réalisé sur un intervalle de temps prédéfini et petit par rapport à la durée totale de l'écoulement dans le domaine.

#### 4.3.3 Couplage éléments finis - particules SPH

Certains moulages LCM avancés mettent en jeu un couplage hydro-mécanique lorsque l'âme en mousse se comprime sous l'effet de la pression de la résine par exemple. Une telle interaction entre la résine et les déformations induites de la mousse, peut être modélisée à l'aide des algorithmes de contact disponibles dans le logiciel PAM-CRASH (ESI Group). De tels algorithmes permettent de modéliser l'interaction entre les structures et des domaines qui ne sont pas connectés par des éléments finis standards. Ces algorithmes sont basés sur la formulation de pénalité. Les interpénétrations entre les nœuds esclaves et les surfaces maîtres sont contrecarrées par des forces proportionnelles à la distance de pénétration. Dans notre cas, l'algorithme de contact détecte automatiquement une particule esclave de fluide pénétrant la surface maître de la mousse. Un paramètre d'épaisseur de contact indique la distance en dessous de laquelle le contact physique est établi. Avec l'utilisation de particules SPH, l'épaisseur de contact doit être proche de la taille de la particule. L'utilisation de tels algorithmes de contacts avec des particules SPH a été précédemment réalisée et validée pour des applications tels le mouvement de liquides confinés dans des containers soumis à une accélération ou décélération (sloshing) [MEY, 1999] [CHA, 1999], la simulation du mouvement d'un ventricule de cœur humain [HAA, 2000], ainsi que des impacts de structures aéronautiques sur de l'eau [PEN, 2003].

# 4.4 Schémas numériques d'intégration

#### 4.4.1 Intégration explicite

L'intégration temporelle des Eqs. 4.10 et 4.11, est réalisée avec un schéma explicite similaire à celui utilisé dans le logiciel PAM-CRASH (ESI Group) pour les éléments finis [COM, 2005b] :

$$\frac{\eta_a^{n+1} - \eta_a^n}{(\Delta t)^{n+1/2}} = \sum_b m_b \left( \mathbf{u}_a^{n+1/2} - \mathbf{u}_b^{n-1/2} \right) \cdot \nabla_a W_{ab}^n$$
(4.16)

$$\frac{\mathbf{u}_{a}^{n+1/2} - \mathbf{u}_{a}^{n-1/2}}{\left(\Delta t\right)^{n}} = -\phi_{a} \sum_{b} m_{b} \left(\frac{p_{b}^{n}}{\eta_{b}^{2}} + \frac{p_{a}^{n}}{\eta_{a}^{2}} + \Pi_{ab}^{n}\right) \nabla_{a} W_{ab}^{n} + \mathbf{g} - \phi_{a} \mu \mathbf{K}_{a}^{-1} \frac{\tilde{\mathbf{u}}_{a}}{\eta_{a}^{n}}$$
(4.17)

$$\mathbf{r}_{a}^{n+1} = \mathbf{r}_{a}^{n} + \mathbf{u}_{a}^{n+1/2} \left(\Delta t\right)^{n+1/2}$$

$$(4.18)$$

où l'exposant dénote le temps, le tilde de l'expression  $\tilde{\mathbf{u}}_a$  (Eq. 4.17) un temps discuté cidessous et  $\mathbf{u}_a$  le vecteur position de la particule a. Il convient de noter que, les vitesses sont calculées à un demi-pas de temps de calcul, alors que les densités, pressions et positions sont définies à des pas de temps de calcul entiers, ce qui conserve la précision de second ordre. Le pas de temps stable maximum est déterminé par le logiciel qui prend en compte les éléments finis, les particules SPH et les surfaces de contact, et ceci à chaque nouveau temps de la solution. Le terme d'entraînement visqueux est intégré dans un schéma implicite afin de réduire le temps de calcul et stabiliser la solution dans la région poreuse où l'écoulement du fluide est dominé par la contribution de l'entraînement visqueux lui même en équilibre avec le gradient de pression. Ainsi,  $\tilde{\mathbf{u}}_a$  doit être considéré comme étant  $\mathbf{u}_a^{n+1/2}$ . Puisque l'expression de l'entraı̂nement visqueux ne dépend que des propriétés de la particule a, les inconnues au nouveau temps de calcul sont découplées de la solution des particules voisines. De façon similaire, dans le cas de la formulation non-Newtonienne, les Eqs. 4.12 et 4.13 sont intégrées :

$$\frac{\rho_a^{n+1} - \rho_a^n}{\left(\Delta t\right)^{n+1/2}} = \sum_b m_b \left( \mathbf{u}_a^{n+1/2} - \mathbf{u}_b^{n-1/2} \right) \cdot \nabla_a W_{ab}^n$$
(4.19)

$$\frac{\mathbf{u}_{a}^{n+1/2} - \mathbf{u}_{a}^{n-1/2}}{\left(\Delta t\right)^{n}} = \sum_{b} m_{b} \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{b}^{n}}{\eta_{b}^{2}} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_{a}^{n}}{\eta_{a}^{2}} + \Pi_{ab}^{n}.\mathbf{I}\right) \nabla_{a} W_{ab}^{n} + \mathbf{g}$$
(4.20)

$$\mathbf{r}_{a}^{n+1} = \mathbf{r}_{a}^{n} + \mathbf{u}_{a}^{n+1/2} \left(\Delta t\right)^{n+1/2}$$
(4.21)

où la contrainte totale  $\sigma$  est la somme de la pression hydrostatique et des contraintes visqueuses (Eq. 4.14).

#### 4.4.2 Transition région poreuse / région non poreuse

Lorsqu'une particule se déplace d'une région non-poreuse vers une région poreuse, la particule subit soudainement une forte décélération due aux forces d'entraînement visqueux. Afin d'éviter des instabilités numériques dans une telle situation, une interpolation linéaire est utilisée. Une interpolation sur une longueur proche de la longueur de lissage diminue fortement les instabilités et procure une solution adéquate.

#### 4.4.3 Fonctionnalités additionnelles

Une caractéristique indésirable et reconnue de la méthode SPH est la tendance qu'a une distribution de particules en mouvement à devenir de moins en moins homogène au cours de la simulation. Une correction, introduite et nommée XSPH par Monaghan [MON, 1994], est définie de la manière suivante :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}_a}{\mathrm{d}t} = \mathbf{u}_a + \epsilon \sum_b m_b \frac{(\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_a)}{\frac{1}{2} (\eta_a - \eta_b)} W_{ab}$$
(4.22)

La force relative de cette correction est donnée par le paramètre  $\epsilon$  qui est généralement pris proche de la valeur 0,3.

D'autres caractéristiques de la méthode PAM-CRASH/SPH (ESI Group) sont également disponibles, telles les plans de symétrie, une longueur de lissage variable et la possibilité de définir des espaces dans lesquels les interactions inter-particules sont annulées. Cette dernière fonctionnalité permet, par exemple, de ne pas prendre en compte pour le calcul des particules qui sont dans une zone de "stockage" (un piston d'injection par exemple) avant d'être injectées dans le domaine. L'option particules miroirs ou fantômes permet d'introduire mathématiquement des plans de symétrie exacts [MOR, 1997].

## 4.5 Validation

Avant de simuler des procédés LCM complexes mettant en jeu des phénomènes de couplage hydro-mécanique, une validation du code de calcul a été entreprise pour des injections RTM plus simples où les matériaux sont supposés indéformables.

#### 4.5.1 Moulage isotherme isotrope

Le premier exemple traité est la simulation du remplissage d'un moule contenant 50% de renfort fibreux de perméabilité isotrope. Un fluide Newtonien est injecté dans un moule complexe à deux dimensions (Fig. 4.1). La perméabilité du renfort est isotrope, constante dans le temps et vaut  $K=10^{-10}$  m<sup>2</sup>. La viscosité du fluide est 0,001 Pa.s et sa vitesse d'entrée dans le milieu poreux est de 0,05 m.s<sup>-1</sup> aux deux seuils d'injection. Les positions de front d'écoulement sont comparées avec les résultats obtenus avec le logiciel PAM-RTM (ESI Group) qui met en œuvre la méthode des éléments finis. La Fig. 4.1 montre les résultats de simulation après 38 s (cas a et b) et 54 s (cas c et d) d'injection. Les positions de front d'écoulement calculés par la méthode SPH (cas a et c) sont en très bon accord avec celles obtenues à l'aide de PAM-RTM (cas b et d). Des différences mineures sont visibles et sont explicables par la compressibilité numérique du fluide introduite par les équations SPH. Diminuer la compressibilité du fluide procure de meilleures solutions, mais à un coût de calcul plus élevé. Les pressions maximales au point d'injection sont 0,07 MPa pour la solution SPH et 0,08 MPa pour la solution PAM-RTM. On peut donc conclure que la concordance des résultats de simulation pour un écoulement en milieu poreux isotrope est très satisfaisante.



**Figure 4.1** – Comparaison de la solution de remplissage isotrope d'un moule RTM en utilisant PAM RTM (ESI Group) et la méthode SPH.

#### 4.5.2 Moulage isotherme anisotrope

Des propriétés de renforts anisotropes sont très aisément incorporées dans la méthode SPH en considérant la perméabilité comme une variable tensorielle. Un fluide Newtonien est injecté dans un moule rectangulaire contenant 50% de renforts fibreux. La perméabilité de la moitié supérieure du moule est isotrope  $(K = 1, 25 \times 10^{-9} \text{ m}^2)$ , alors que celle de la moitié inférieure est anisotrope  $(K_{xx} = 10^{-9} \text{ m}^2, K_{xy} = K_{yx} = 0, 5 \times 10^{-9} \text{ m}^2$  et  $K_{yy} =$  $4, 0 \times 10^{-9} \text{ m}^2)$ . Il convient de noter que les termes non diagonaux  $(K_{xy} \text{ et } K_{yx})$  du tenseur de perméabilité représentent la rotation entre les directions principales d'écoulement des renforts fibreux et celles du domaine de simulation. Le résultat des simulations présenté en Fig. 4.2 montre que la méthode SPH (a) est aussi précise que le logiciel PAM-RTM (b). En effet, les profils d'écoulement circulaire (domaine supérieur) et ellipsoïdal (domaine inférieur) sont respectivement représentatifs de remplissages isotropes et orthotropes.



**Figure 4.2** – Comparaison de la solution de remplissage anisotrope d'un moule RTM en utilisant PAM RTM (ESI Group) et la méthode SPH.

# 4.6 Application au moulage de matériaux sandwiches

#### 4.6.1 Analyse expérimentale

Des panneaux sandwiches sont fabriqués à température ambiante à l'aide d'un moule en acier dont les dimensions de la cavité sont  $500 \times 200 \times 16 \text{ mm}^3$  (Figs. 4.3 et 4.4). La cavité du moule est remplie d'une âme en mousse de polyéthylène à cellules fermées de 10 mm d'épaisseur (NA1100, Alvéo) et de deux peaux, constituées chacune de 3 plis de renfort non équilibré de fibre de verre de type sergé de 3 (1500S3, Chomarat) empilés suivant la séquence [0°,90°,0°] (Fig. 4.5). La masse surfacique des renforts utilisés est de 1500 g.m<sup>-2</sup>.


Figure 4.3 – Montage expérimental.



(a) Matrice.

(b) Poinçon.

Figure 4.4 – Outillage utilisé pour les moulages expérimentaux.



Figure 4.5 – Habillage du moule pour la fabrication de matériaux sandwiches.

Une fois que la mousse et les renforts placés dans le moule, ce dernier est fermé et un fluide simulant la résine (phtalate di-octyle (DOP)) est injecté à température ambiante avec un débit constant de 15 cl.min<sup>-1</sup>. Le moule est équipé de deux capteurs de pressions P1 (à 3 cm du point d'injection) et P2 (à 29 cm du point d'injection) (Fig. 4.4). Les pressions sont mesurées et enregistrées tout au long de l'injection (Fig. 4.6). La réponse en pression au niveau du point d'injection présente deux régions distinctes : une montée initiale rapide durant les 25 premières secondes d'injection suivie d'une forte décélération de la montée en pression. Dans la première région, le fluide imprègne les renforts fibreux sans que la préforme ne se déforme. Ensuite, dès que la pression a atteint un certain niveau, la mousse commence à se déformer au voisinage du point d'injection. Ceci a pour effet de diminuer la fraction volumique de fibres, d'augmenter la perméabilité et ainsi de créer la rupture de pente observée en Fig. 4.6.



**Figure 4.6** – Réponse en pression lorsque l'âme en mousse est déformée par l'écoulement du fluide sous pression.

#### 4.6.2 Propriétés des matériaux constituants

Afin de simuler précisément les observations expérimentales du couplage hydromécanique, les matériaux sont caractérisés à température ambiante. La viscosité du fluide utilisé (DOP), mesurée à l'aide d'un viscosimètre de type Brookflield, est de 0,07 Pa.s. La perméabilité saturée du renfort fibreux utilisé est mesurée sur un banc d'écoulement unidirectionnel. Les mesures sont réalisées pour des valeurs de fraction volumique de fibres variant entre 0,43 et 0,57 en considérant trois plis de renfort empilés selon la séquence  $[0^{\circ},90^{\circ},0^{\circ}]$ . Les résultats obtenus peuvent être modélisés par la loi polynomiale de second ordre suivante :

$$K = 1,08 \ 10^{-8} V_f^2 - 1,42 \ 10^{-8} V_f + 4,6 \ 10^{-9} \tag{4.23}$$

où  $V_f$  est la fraction volumique de fibres comprise entre 0 et 1 et K est la perméabilité saturée en m<sup>2</sup>. La loi de comportement élastoplastique non linéaire n'a pas été implémentée dans le code version  $\beta$  pour des raisons de simplicité, l'objectif de l'étude étant de valider le potentiel de la méthode mixte FE-SPH à simuler des couplages hydro-mécaniques représentatifs des procédés composites. La mousse de polyéthylène a été caractérisée en compression. Pour les niveaux de compression atteints dans cette étude, elle est considérée comme un matériau purement linéaire élastique et de module 1,2 MPa.

#### 4.6.3 Evaluation des conditions initiales d'équilibre

Contrairement à un sandwich fabriqué par collage des peaux précédemment moulées, les épaisseurs de peaux sont dans le cas d'un moulage RTM inconnues. Lorsque les renforts et la mousse sont disposés dans le moule, ce dernier est fermé avant de procéder à l'injection. Dès que la fermeture du moule est effective, un équilibre mécanique se créé dans le moule. Soit un matériau sandwich ayant les caractéristiques suivantes :

- -h: épaisseur totale
- -e: épaisseur à l'équilibre d'une peau
- $-h_f$ : épaisseur à l'équilibre de la mousse
- $E_{comp}$ : module de compression de la mousse
- $-h_0$ : épaisseur initiale de la mousse
- $-\alpha, \beta$ : coefficients du modèle de compression à sec des renforts
- $-\ N$  : nombre de plis dans une peau
- $\rho_v$ : densité du verre
- $d_s$ : masse surfacique des renforts
- $-\sigma_{eq}$ : contrainte d'équilibre
- $-V_f$ : fraction volumique de fibres à l'équilibre

Les renforts et la mousse sont soumis à une contrainte d'équilibre, que l'on peut calculer à partir des propriétés mécaniques des matériaux. Généralement, les seules inconnues parmi ces paramètres sont les épaisseurs finales de peaux et de mousse, la fraction volumique de fibres et la contrainte d'équilibre.

A l'équilibre, on a pour la mousse la relation :

$$\sigma_{eq} = E_{comp} \left( \frac{h_0 - h_f}{h_0} \right) \tag{4.24}$$

La mécanique des renforts secs peut être modélisée par :

$$\sigma_{eq} = \alpha V_f^\beta \tag{4.25}$$

La définition de la fraction volumique de fibres donne la relation suivante :

$$V_f = \frac{Nd_s}{\rho_v e} \tag{4.26}$$

Enfin, les épaisseurs sont reliées par la relation triviale :

$$h = 2e + h_f \tag{4.27}$$

En substituant les équations (4.26) dans (4.25) et (4.27) dans (4.24), on obtient le système :

$$\begin{cases} \sigma_{eq} = E_{comp} \left( \frac{h_0 - h + 2e}{h_0} \right) \\ \sigma_{eq} = \alpha \left( \frac{Nd_s}{\rho_v e} \right)^{\beta} \end{cases}$$
(4.28)

Le système d'équations (4.28) peut être mis sous la forme de l'équation (4.29) en substituant  $\sigma_{eq}$ :

$$\frac{2E_{comp}}{h_0}e^{\beta+1} + E_{comp}\left(1 - \frac{h}{h_0}\right)e^{\beta} - \alpha\left(\frac{Nd_s}{\rho_v}\right)^{\beta} = 0$$
(4.29)

La résolution de l'équation (4.29) permet de calculer l'épaisseur à l'équilibre des peaux e. Les valeurs de contrainte d'équilibre  $\sigma_{eq}$ , d'épaisseur à l'équilibre de mousse  $h_f$  et de fraction volumique de fibres  $V_f$  seront calculées à partir des équations (4.24), (4.26) et (4.27). La fraction volumique de fibre ainsi obtenue dans les deux peaux est dans ce cas de figure de 53%, l'épaisseur de peau de 3,26 mm et la contrainte d'équilibre proche de 0,06 MPa. Les phénomènes de relaxation de contraintes de la mousse ne seront pas considérés dans cette étude.

# 4.6.4 Simulation du couplage écoulement-déformation : création d'un canal

Afin de modéliser le couplage hydro-mécanique observé expérimentalement, la méthode mixte FE-SPH est utilisée [COM, 2005a]. Bien que plusieurs modèles de comportement mécanique de matériaux soient disponibles dans le logiciel, l'âme en mousse a été considérée comme linéaire élastique puisque les niveaux de déformation atteints restent dans le domaine élastique. Les éléments finis utilisés sont des hexaèdres iso-paramétriques de premier ordre. Les équations des contraintes et déformations de la mousse sont résolues par un algorithme explicite.

Les éléments finis de la mousse sont initialement mis sous contrainte de compression. Cette compression initiale est calculée à partir de l'équilibre mécanique entre les renforts fibreux et la mousse lorsque le moule est fermé. Cette contrainte a été considérée comme constante dans les moulages expérimentaux, car les injections sont démarrées dès la fermeture du moule. Des essais de relaxation sur la mousse montrent qu'après quelques dizaines de minutes, cette relaxation doit être prise en compte. Le renfort fibreux est quant à lui modélisé par une région poreuse dans laquelle des particules lagrangiennes SPH peuvent évoluer (Fig. 4.7).



Figure 4.7 – Domaine utilisé pour la simulation.

Des sous-programmes additionnels ont été développés et implémentés au sein de PAM-CRASH/SPH afin de modéliser le plus précisément possible le moulage de tels matériaux sandwiches. Lorsque la mousse est comprimée par le fluide sous pression, le renfort fibreux est déchargé. La porosité et la perméabilité de ce dernier augmentent. Les courbes de compression des renforts fibreux ont montré que les renforts sont des matériaux qui présentent une certaine plasticité. Ainsi, lorsque la mousse aura atteint un certain niveau de compression, un canal d'écoulement sera créé puisque les renforts n'occuperont plus l'espace disponible. Les données de plasticité du renfort sergé (Fig. 2.17) mesurées au Chap. 2 sont utilisées pour évaluer la déformation élastique du renfort. La fermeture du moule entraîne une déformation des renforts de 36% (l'épaisseur des renforts passe de 5,1 mm à 3,26 mm). D'après la Fig. 2.17, ces 36% se décomposent en 24% de déformation plastique et 12% de déformation élastique. Ainsi, le renfort pourra éventuellement se décharger élastiquement de 0,61 mm. Si la mousse se comprime de plus de 0,61 mm, un canal est ainsi créé. De plus, afin de rendre compte de ces effets locaux, les sous-programmes calculent la porosité et la perméabilité au fur et à mesure de l'apparition de la déformation de la mousse. Ces deux propriétés sont calculées à chaque pas de temps de calcul et pour toutes les positions du renfort (Fig. 4.8).



**Figure 4.8** – Algorithme de mise à jour des propriétés (porosité, perméabilité) du renfort fibreux lorsque les matériaux se déforment.

Comme indiqué auparavant, la réponse en pression du liquide est transférée aux éléments finis modélisant la mousse par des algorithmes de contact; aucune condition aux limites supplémentaire pour le couplage n'est nécessaire.

Les résultats en terme de pression de liquide et de déformation de l'âme en mousse au niveau du point d'injection (P1) sont donnés en Fig. 4.9. La pression augmente jusqu'à ce que la mousse commence à se déformer (t = 28 s). Une fois que la mousse a atteint une déformation de quelques dixièmes de millimètres, la pression atteint un palier. Ce phénomène simulé avec la méthode FE-SPH, est en accord avec la physique décrite expérimentalement. La comparaison de la pression de fluide mesurée et calculée montre une bonne concordance.



**Figure 4.9** – Résultats de la pression de résine et de la déformation de l'âme en mousse près du point d'injection obtenus avec la simulation SPH pour le moulage RTM d'un panneau sandwich.

La Fig. 4.10 est un agrandissement au voisinage du point d'injection après 35 s d'injection. En raison de difficultés techniques, il n'a pas été possible d'insérer un capteur de déplacement à l'interface mousse-renfort, puisque les moulages ont été réalisés dans un outillage industriel en acier monté sous presse. Cependant, la déformation de l'âme en mousse simulée (quelques dixièmes de millimètres) et les effets provoqués sur la réponse de pression sont dans un ordre de grandeur similaire à ceux observés expérimentalement par Binetruy et Advani, ainsi que par Wirth et et al., pour des moulages RTM en utilisant des conditions expérimentales proches [BIN, 2003] [WIR, 1998].



**Figure 4.10** – Visualisation des résultats simulés par SPH de la déformation de l'âme en mousse du panneau sandwich moulé par RTM.

#### 4.7 Discussion

La méthode SPH permet de simuler le remplissage d'un moule d'injection RTM dans des conditions isothermes pour des renforts isotropes et anisotropes. Les positions des fronts d'écoulement et les pressions qui se développent au cours de l'injection peuvent légèrement différer des résultats expérimentaux ou des simulations par éléments finis, parce qu'une compressibilité limitée du fluide est tolérée dans la solution. Un compromis entre réduction de la compressibilité (pour accroître la précision) et temps de calcul raisonnable doit être trouvé.

La méthode permet de prédire de façon très satisfaisante la pression de la résine et le niveau de déformation de l'âme atteints pendant l'injection d'un panneau sandwich. Les résultats montrent que la méthode FE-SPH est très précise, puisqu'elle est sensible aux variations de quelques dixièmes de millimètres de l'épaisseur de la mousse qui entraînent des effets prononcés sur la réponse en pression du fluide. Les pression obtenues par la simulation et mesurée expérimentalement diffèrent légèrement en raison des erreurs des grandeurs d'entrée du code de calcul (viscosité, module de compression de la mousse, perméabilité...) Dans des cas où le matériau poreux est non déformé, d'après la loi de Darcy, une erreur de 10% sur la perméabilité par exemple induit une erreur de 10% sur la pression d'injection. Cependant, lorsque le couplage hydro-mécanique domine l'écoulement, de telles erreurs se propageront d'une manière non linéaire et des tendances deviennent alors difficilement estimables. Des erreurs sont également présentes au niveau des courbes expérimentales, puisque des effets de bord peuvent se produire pendant l'injection. Le résultat le plus important de cette application est que la simulation permet de reproduire les effets observés expérimentalement : la pression du liquide augmente jusqu'à l'apparition de la déformation de la mousse.

A la vue de ces résultats, il apparaît que la solution FE-SPH n'a pas vocation à devenir une alternative aux logiciels de calculs de remplissage déjà disponibles commercialement si aucun couplage n'est présent. Cependant lorsque un couplage physique est susceptible de se produire, ces logiciels ne permettent pas d'obtenir une solution fiable et correcte. La méthode particulaire FE-SPH devient alors intéressante, puisque le couplage permet de modéliser une déformation dynamique qui entraîne un écoulement totalement différent du fait de variations locales de propriétés des matériaux constituants et de la formation de canaux préférentiels d'écoulement. Le deuxième intérêt de la méthode réside dans son aptitude à faire interagir un fluide avec des structures mécaniques en éléments finis. Une nouvelle étape de la simulation de la mise en forme des matériaux composites a donc été franchie. Une future application possible serait de simuler un écoulement où les transferts thermiques seraient considérés par exemple. Cette méthode a le potentiel de résoudre les couplages physiques présents en moulage LCM. Les futurs développements seraient donc à orienter vers l'implémentation de l'équation de la thermique au sein du logiciel, afin de simuler le couplage thermo-hydro-mécanique.

# Chapitre 5

# Contrôle actif des déformations induites par l'écoulement

La détection directe des déformations des renforts, âmes et inserts, induites par l'écoulement de résine est problématique pour les technologies d'injection dans les moules fermés. Une alternative serait donc de mesurer la pression de la résine qui, via la modélisation proposée au Chap. 2, donne une image de la déformation. Ainsi, le contrôle de la déformation des matériaux au cours du moulage passe par un asservissement de la pression de la résine. Un concept de contrôle actif doit donc être mis en place pour, à la fois suivre la déformation des matériaux ou l'image de cette déformation, et être en mesure de piloter le procédé pour le maîtriser totalement.

### 5.1 Concept de contrôle actif

D'une manière plus générale, le procédé d'injection RTM est à l'origine de profondes modifications des propriétés des renforts et résines, qu'il est parfois difficile de mesurer et/ou prévoir, et c'est l'étape d'imprégnation qui révélera l'amplitude des transformations subies. De façon plus précise il s'agit :

- pour ce qui concerne l'étape de préformage, de la modification des épaisseurs et de l'orientation des mèches des renforts à base de fils qui, pour épouser les formes de la pièce, doivent se déformer en cisaillement et/ou en flexion. Ces transformations de la morphologie des renforts génèrent des évolutions importantes de leur perméabilité (direction principale et valeur) difficilement mesurables compte tenu de l'infinité de cas possibles.
- pour ce qui concerne la fermeture du moule, de la compression subie par la préforme qui engendre une augmentation du taux de renfort et un réarrangement des fils des renforts. La valeur de la résistance à l'écoulement introduite par les renforts y est directement liée (cf. Chap. 2 et 3.)
- pour ce qui concerne l'injection, de la déformation des renforts et/ou d'inserts sous la pression exercée par la résine et la modification de la viscosité et de la réactivité de la résine au contact des parois des outillages, des inserts et des renforts.

D'autres phénomènes sont également susceptibles d'interférer le bon déroulement du moulage RTM :

- des perturbations extérieures non maîtrisables et imprévisibles (incident thermique...);
- la variabilité des matériaux utilisés (propriétés des résines et des renforts, changement de fournisseur...);

A la vue de cette grande variabilité et des transformations qui apparaissent au cours du processus de fabrication, on peut recenser, de façon non exhaustive, les défauts générés les plus courants :

- déformation des matériaux et création de zones riches en résine;
- désorientation des flux de résine et création de zones peu ou pas imprégnées;
- formation d'inclusions d'air, qui augmente les besoins en pression résine;
- déformation du moule par excès de pression d'injection;
- mauvaise synchronisation des alimentations de résine en injection multi-points séquencée.

La réponse à ces incertitudes et inconnues passe de toute de évidence par le développement d'une technologie plus "intelligente", qui pallie le manque de prévisibilité de certains facteurs fondamentaux de la technologie malgré le potentiel de la simulation. Le contrôle actif, qui fait le lien entre une instrumentation appropriée du moule, l'analyse les informations provenant de l'instrumentation, et la prise de décision corrective de paramètres de procédé, prend ici toute son importance.

Dans un contexte de production industrielle, les outillages métalliques ou composites sont opaques, faiblement ou pas instrumentés, tout au plus munis d'un capteur de pression et de quelques thermocouples, rendant la machinerie aveugle vis-à-vis du remplissage. Corriger, voire anticiper, une dérive nécessite d'être informé le plus tôt possible sur son existence probable ou effective au moyen d'une instrumentation adaptée et limitée, et d'interpréter les signaux des capteurs qui traduisent un phénomène physique spécifique, pour ensuite les convertir en paramètres de commande de la machinerie. Cette dernière se doit alors d'exécuter le plus fidèlement possible et instantanément les actions correctives.

Les récents progrès en matière de modélisation et simulation du procédé permettent d'optimiser et de prévoir, par exemple, les positions des points d'injection et de synchroniser les ouvertures et fermetures des points d'injection et des évents au cours du moulage [LAW, 2002] [LAW, 2005] [DEV, 2005]. D'autres études proposent également d'adapter le ratio de catalyse en ligne afin d'homogénéiser la polymérisation spatiale d'une pièce composite [BLA, 1996] [COM, 2002]. A la vue de ces avancées et des moyens de plus en plus performants dont disposent les bureaux d'études, ces derniers voudraient proposer des modes d'injection complexes à leurs ateliers de fabrication. Malheureusement, le marché actuel des machines d'injection ne répond pas aux critères de performances et d'adaptation nécessaire au contrôle actif.

Afin de parvenir à la mise en œuvre des solutions proposées par la simulation pour aboutir à des pièces en composites de qualité, il est indispensable de faire progresser de front la technologie des machines d'injection de résine avec la modélisation et la simulation des procédés. La voie de recherche proposée consiste donc à concevoir une unité d'injection dont l'intelligence provient de sa capacité à gérer de façon précise des modes d'injection complexes et évolutifs au cours de la phase de remplissage, en fonction des données transmises en ligne par un système expert interprétant les signaux de l'instrumentation.

## 5.2 Développement d'un pilote industriel prototype

Une unité pilote prototype de machine à injecter a été conçue en collaboration avec la société SOGEMA Engineering (France). La Fig. 5.1 présente le prototype constitué de deux vérins d'une capacité respective de 4450 cm<sup>3</sup> pour la résine et de 255 cm<sup>3</sup> pour le catalyseur.



Figure 5.1 – Photographie du prototype de machine d'injection composée de deux pistons.

Les mouvements des vérins sont commandés par des servo-valves. Le volume disponible dans chacun des vérins est mesuré grâce à deux capteurs de position potentiométriques. La Fig. 5.2 détaille la partie catalyseur avec le vérin contenant le catalyseur, le capteur de position et la servo-valve.



Figure 5.2 – Détail de la partie catalyseur du prototype.

Un ordinateur doté d'une carte d'acquisition (National Instruments) permet de contrôler les mouvements des vérins et la pression de la résine (Fig. 5.3). Les capteurs de pression et de position des vérins sont reliés aux entrées analogiques de la carte. Les servo-valves sont en revanche branchées aux sorties analogiques. Un lien permanent moule instrumenté/machine d'injection/ordinateur de pilotage est ainsi créé.



Figure 5.3 – Schéma de cablage du prototype à l'ordinateur de contrôle.

### 5.3 Programme de pilotage

#### 5.3.1 Programme principal

Une fois l'unité pilote réalisée, le travail a porté, dans un premier temps, sur le programme de pilotage et son interface utilisateur (Fig. 5.4) en utilisant le logiciel LabView (National Instruments). Il s'agit donc de pourvoir l'unité pilote de commandes essentielles telles :

- retour piston (mise à zéro);
- positionnement à un volume désiré;
- injecter à débit constant;
- injecter à pression constante

qui donne à chaque instant de nouvelles consignes de positions aux vérins. Des contrôleurs PID numériques développés dans l'environnement LabView traitent ces consignes de position à chaque instant. Il convient de noter que l'utilisateur peut à tout moment basculer d'un mode à un autre, une flexibilité qui sera nécessaire pour la suite du développement de l'intelligence et du contrôle actif de la machine.

Un organe de sécurité est ajouté assurer la terminaison du programme lorsque, soit le bouton STOP (Fig. 5.4) est actionné, soit la pression d'injection dépasse une pression  $P_{max}$ . Cette condition permet d'éviter que la pression d'injection ne dépasse des valeurs



**Figure 5.4** – Interface utilisateur du programme de contrôle de la machine à injecter bi-pistons.

critiques de sécurité pour le procédé (étanchéité de joints, rupture de flexibles par exemple) ou pour les opérateurs.

Enfin, dans un souci de traçabilité l'acquisition et l'enregistrement des :

- positions des deux pistons;
- débits des deux pistons;
- pressions des liquides contenus dans les deux pistons;
- valeurs des capteurs et instruments intégrés à l'outillage

démarrent sur demande de l'opérateur. La Fig. 5.5 montre l'algorithme principal du programme.

#### 5.3.2 Menu de commande

La Fig. 5.6 montre le détail de l'algorithme du menu de commandes et de son influence sur les consignes de position des vérins. Les deux premières commandes : retour pistons et positionner sont d'ordre "utilitaires". La commande retour pistons (mise à zéro) permet de faire reculer les deux pistons en envoyant aux servo-valves des deux vérins une consigne (fixée dans le programme) de position 4450 cm<sup>3</sup> et 255 cm<sup>3</sup>. Par choix, les consignes sont exprimées en cm<sup>3</sup> de volume disponible dans les pistons. La commande positionner permet,



**Figure 5.5** – Algorithme général du programme de contrôle de la machine à injecter bi-pistons.



**Figure 5.6** – Algorithme des commandes du programme de contrôle du piston contenant la résine.

quant à elle, de positionner les vérins rapidement vers des consignes de volumes souhaités, afin de les remplir de résine et de catalyseur par exemple.

Les deux commandes suivantes sont essentielles pour le fonctionnement et la flexibilité de l'unité pilote pendant une injection. La commande *débit constant* permet à l'utilisateur de choisir des valeurs de débit Q et de ratio de mélange R pour effectuer le remplissage de la pièce composite. L'injection démarre et se poursuit avec ces consignes initialement choisies, mais qui peuvent être modifiées manuellement et à volonté par l'opérateur au cours de l'injection.

Enfin la dernière commande pression constante permet de réaliser des injections à la pression de consigne  $P_{inj}$ . Deux choix sont possibles pour contrôler la pression d'injection. Le premier consiste à contrôler directement la pression d'injection via la servo-valve. Pour des raisons de programmation et de réponse du système, il est très difficile de réaliser ce contrôle direct de la pression. La boucle de contrôle de ce programme s'effectue sur une durée de l'ordre de 0,1 s alors qu'il faut en pratique des temps de boucle de l'ordre de 1 ms pour assurer un bon contrôle de pression. De plus, lorsque l'on contrôle la pression des deux pistons, il est alors impossible de maîtriser le ratio de catalyse. Ainsi, pour pallier ce problème, l'algorithme de contrôle impose un débit et lorsque la pression d'injection atteint la consigne  $P_{inj}$ , le débit est diminué d'un facteur  $\epsilon$ :

$$\epsilon = \frac{P - P_{inj}}{P_{inj}} \tag{5.1}$$

de manière à ne pas dépasser la consigne  $P_{inj}$ . Un des avantages de cette méthode est d'assurer un ratio de mélange précis des deux pistons au long de l'injection tout en maîtrisant la pression d'injection.

Pendant certaines injections à débit constant, il se peut que la pression dépasse une pression critique  $(P_{crit})$  à partir de laquelle, par exemple, le glissement des tissus ou la déformation d'une âme a lieu. Lorsque la pression du vérin de résine dépasse la valeur de pression  $P_{crit}$ , le débit est automatiquement diminué d'un facteur  $\epsilon$  pour la suite de l'injection :

$$\epsilon = \frac{P - P_{crit}}{P_{crit}} \tag{5.2}$$

où P est la pression mesurée à l'intérieur du vérin contenant la résine ou au point d'injection. Cette correction est déjà un exemple simple de contrôle actif, puisque l'unité pilote fait l'acquisition d'une pression d'injection et par analyse de cette valeur, prend la décision de modifier ou non le débit d'injection en ligne.

## 5.4 Application au contrôle de la déformation du moule

La technologie RTM Eco (RTM Light) est très souvent employée pour de petites et moyennes séries de pièces composites semi-structurelles de petite ou de grande taille. Le moule moins structuré permet de diminuer les coûts d'outillage mais est sujet à des déformations au cours du moulage. Ces déformations résultent de la pression exercée par la résine lorsqu'elle s'écoule au travers des renforts fibreux. Cette pression dépend elle-même de nombreux facteurs comme :

- la perméabilité des renforts qui est une valeur très fluctuante;
- la viscosité de la résine qui dépend entre autre de la température de la résine et donc de l'environnement dans lequel sont effectués les moulages;
- du débit d'injection et de la précision de régulation de la valeur de consigne appliquée.

On constate en pratique que des dérives sont fréquentes ce qui se traduit par :

- des surconsommations de résine;
- une fatigue et une ruine prématurées des outillages;
- des surépaisseurs dans les pièces, qui conduisent à une augmentation de masse et à des problèmes de montage;
- des temps de cycle non maîtrisés, qui expose la pièce à un gel de résine en cours de remplissage.

Parfois au contraire, la déformation maîtrisée d'un outillage peut s'avérer utile pour diminuer la pression, assurer le mouvement de la résine et augmenter temporairement la porosité des renforts.

Que la déformation d'un moule soit utilisée en tant que telle ou non dans le procédé, elle doit faire partie des paramètres physiques à surveiller lorsqu'un risque de dérive existe. En supposant que les déformation induites n'ont pu être anticipées par calcul, les travaux suivants montrent comment le contrôle actif du procédé peut faciliter la fabrication et améliorer la qualité des pièces moulées en asservissant le débit d'injection à la déformation du moule.

#### 5.4.1 Montage expérimental

Le moule est composé d'une semelle métallique épaisse et d'une plaque en polymétacrylate de méthyle, matériau de faible module de flexion. La taille de la cavité est de 19 cm  $\times$  60 cm  $\times$  0,5 cm. Cinq plis de renfort de fibres de verre d'architecture sergé (1500S3, Chomarat) sont disposés dans le moule. La fermeture de celui-ci est réalisée en périphérie au moyen d'excentriques et de barres métalliques (Fig. 5.7). Ce choix s'explique par l'objectif poursuivi, à savoir la mesure d'une déformation du moule et la régulation du débit d'injection sur la base de cette prise d'information en temps réel. Le serrage périphérique favorise les déformations de la plaque transparente pour de relativement basses pressions. Ceci n'enlève rien au caractère générique de ces travaux, seul le rapport entre la rigidité du moule et la pression dans la cavité compte. Le moule est instrumenté avec un capteur laser sans contact de déplacement puisque le contrôle devra porter sur la déformation du moule (Figs. 5.7 et 5.8). Le capteur laser est positionné à 5 cm du point d'injection, dans une partie du moule qui n'est pas fortement renforcée et donc susceptible de se déformer. Un capteur LVDT ou une jauge d'extension pourraient être alternativement utilisés pour cet exemple.



**Figure 5.7** – Photographie du montage expérimental pour le RTM Light avec contrôle actif de la déformation du moule.



**Figure 5.8** – Coupe schématique du montage expérimental pour le RTM Light avec contrôle actif de la déformation du moule.

#### 5.4.2 Résultats sans contrôle actif

Un premier moulage a été réalisé en imposant un débit d'injection de résine (fluide DOP) de 100 cm<sup>3</sup>.min<sup>-1</sup>. La Fig. 5.9 montre que la pression et la déformation du moule croissent avec le temps. En fin de remplissage pour 0,1 MPa de pression, la déformation du moule atteint 0,8 mm et la quantité de résine injectée est de 692 cm<sup>3</sup>.



**Figure 5.9** – Evolution de la pression d'injection et de la déformation du moule pendant l'injection lorsque aucun contrôle n'est activé.

#### 5.4.3 Résultats avec contrôle actif

Lors de la seconde campagne de moulage, le programme de commande est modifié afin d'asservir le débit de la machine d'injection à la déformation du moule. Pour ce faire, un contrôleur proportionnel est suffisant et est utilisé. La consigne de déformation maximale du moule est fixée à 0,3 mm. Le moulage est démarré, avec un débit de 100 cm<sup>3</sup>.min<sup>-1</sup> comme précédemment. Après 200 secondes d'injection, la déformation du moule atteint 0,3 mm. La Fig. 5.10 montre que le contrôleur proportionnel permet de maintenir la déformation du moule autour de la valeur de consigne pendant le reste du cycle de moulage.



**Figure 5.10** – Evolution de la pression d'injection et de la déformation du moule pendant l'injection en mode contrôle actif avec une consigne de déformation maximale de 0,3 mm.

La quantité de résine injectée est calculable en intégrant le débit de la machine sur la durée de l'injection et vaut 669 cm<sup>3</sup>. Une économie de 4% de résine a été réalisée par le biais du contrôle actif de la déformation du moule.

## 5.5 Conclusion

Le contrôle actif de la déformation d'un moule en RTM Eco a été réalisé avec succès. Ce type de régulation permet d'éviter de fatiguer excessivement le moule, de maintenir les tolérances dimensionnelles et d'économiser de la résine (presque 4% dans l'exemple de pièce épaisse présenté ici). L'économie de résine sera d'autant plus grande que la pièce est fine.

La mise en œuvre de cette conduite de procédé a nécessité le développement d'une unité pilote d'injection dont le potentiel dépasse l'application présentée ici.

Dans le but de compléter ce premier développement et de définir des protocoles permettant de gérer les actions nécessaires à la correction d'une dérive, il s'agira dans le cadre de travaux futurs :

- de compléter la gamme de capteurs susceptibles d'aider à la détection de perturbations (ponctuels, linéaires et matriciels);
- d'établir les lois de réponse des capteurs employés permettant l'identification la plus rapide possible du défaut détecté, voire du couplage de défauts;
- de développer la méthodologie de placement des capteurs dont la fonction est de proposer des scénarios minimisant le nombre de capteurs (encombrement minimum) et permettant d'exploiter au mieux leur sensibilité;
- de construire l'algorithmie nécessaire à la prise de décision sur la base des informations des capteurs et du type d'actions à conduire pour réduire, voire éliminer, la perturbation.

# Conclusion et perspectives

Les travaux réalisés au cours cette thèse ont mis en évidence que la plasticité des renforts est importante pour les matériaux considérés dans l'étude. Les mesures du coefficient de Biot ne sont pas réalisables en tant que telles pour des renforts fibreux, mais il semblerait néanmoins qu'il soit différent de l'unité. Des efforts restent encore à fournir pour vérifier si la modélisation de la mécanique des renforts fibreux imprégnés est effectivement régie par l'hypothèse de Terzaghi ou par la théorie de Biot.

Une avancée significative dans l'utilisation de méthodes sans maillage pour la simulation du couplage hydro-mécanique a également été entreprise. La méthode mixte FE-SPH semble suffisamment sensible à la simulation de couplages. Même si ce type de méthode n'a pas vocation à remplacer les logiciels de calcul de remplissage basés sur les méthodes par éléments finis, les méthodes sans maillage ouvrent la voie de la modélisation des couplages de phénomènes physiques engendrant des grandes déformations.

Plus généralement, le perfectionnement de la modélisation des procédés de transformation des matériaux en composites doit aller de paire avec l'amélioration des technologies d'injection de résine pour aboutir à la réalisation de pièces répondants aux critères de qualités les plus sévères. Dans ce but, un nouveau développement de machine d'injection de résine basée sur un concept générique de contrôle actif avec un étroit lien matériau/moule/machine d'injection a démontré sa capacité à maîtriser des déformations du moule induites par la pression du fluide au cours de l'injection.

Enfin, l'analyse des compressions de renforts fibreux imprégnés permet d'en extraire des valeurs de perméabilités planes et transversale d'un renfort textile. Une méthodologie d'exploitation des mesures de compression a été exposée et procure une alternative aux méthodes par injection qui montrent de nombreuses limitations, notamment du fait de la présence des effets de bord non contrôlés. Les avancées présentées dans ce mémoire ouvrent une nouvelle voie quant à la mesure des perméabilités planes et transversale. Les moyens expérimentaux choisis et utilisés, en l'occurrence une machine d'essais mécaniques et un dispositif de compression, se sont voulus standards et accessibles au plus grand nombre. Même si des mesures restent à entreprendre par exemple sur des renforts constitués de fibres de carbone, les résultats déjà obtenus mettent en valeur le potentiel de la méthode. Or les industriels du monde des composites souhaitent que se dégage un consensus sur la méthode à adopter pour mesurer les perméabilités. Même si l'aboutissement d'une norme sur le sujet prendra encore quelques années, les avantages de la méthode par compression proposée, la mettent en avant comme candidate à fort potentiel. Par ailleurs, la réunion de la méthode de détermination de la perméabilité et du modèle matériau proposé ouvre des perspectives dans la simulation précise du couplage écoulement/déformation en compression transversale.

# Bibliographie

- [ACH, 2004] J.A. Acheson, P. Simacek et S.G. Advani, The implications of fiber compaction and saturation on fully coupled VARTM simulation, Comp. Part A, vol. 35, pp. 159–169 (2004)
- [ADA, 1986] K.L. Adams, B. Miller et L. Rebenfeld, Forced in-plane flow of an epoxy resin in fibrous networks, *Polym. Eng. Sci.*, vol. 26, n° 20, pp. 1434–1441 (1986)
- [AIT, 2002] M. Ait-Si-Ahmad, O. Fasi-Fehri, A. Poitou et C. Bojji, Model for determining the permeability variation of fiber mat reinforcement submitted to compression, *Mécaniques et Industries*, vol. 3, pp. 27–34 (2002)
- [AMB, 1998] D. Ambrosi et L. Preziosi, Modelling matrix injection through elastic porous preform, *Comp. Part A*, vol. 29, pp. 5–18 (1998)
- [BIN, 2003] C. Binetruy et S.G. Advani, Foam core deformation during liquid molding of sandwich structures : Modeling and experimental analysis, J. Sand. Struc. Mat., vol. 5, n° 4, pp. 351–376 (2003)
- [BIO, 1941] M.A. Biot, General theory of three-dimensional consolidation, J. Appl. Phys., vol. 12, pp. 155–164 (1941)
- [BIO, 1955] M.A. Biot, Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, J. App. Phys., vol. 26, n° 2, pp. 182–185 (1955)
- [BLA, 1996] P.J. Blanchard et C.D. Rudd, Cyle time reduction in resin transfer moulding by phased catalyst injection, *Comp. Sci. Tech.*, vol. 56, n° 2, pp. 123– 133 (1996)
- [BRU, 1992] A. Bruno, C. Caneva, M. Mazzola, M. Russo, R.M. Spoletti et G. Molina, Technologie RTM : Caractérisation des paramètres critiques des renforts fibreux en méthodologie d'optimisation des conditions de mise en œuvre, *Composites*, vol. 3, pp. 174–181 (1992)
- [BUN, 2003] M.J. Buntain et S. Bickerton, Compression flow permeability measurement : a continuous technique, *Comp. Part A*, vol. 34, pp. 445–457 (2003)
- [CAD, 2002] S. Cadinot, Aspects rhéologiques de la compressibilité d'un renfort fibreux pour matériaux composites : Etude en compression et relaxation. Thèse de Doctorat, Université du Havre, France (2002)
- [CAR, 1937] P.C. Carman, Fluid flow through granular beds, Transaction-Institution of Chemical Engineers, vol. 15, pp. 150–166 (1937)

- [CHA, 1991] A.W. Chan et S.T. Hwang, Anisotropic in-plane permeability of fabric media, *Polym. Eng. Sci.*, vol. 31, n° 16, pp. 1233–1239 (1991)
- [CHA, 1999] H. Cha, I. Lee et H.Y. Choi, Industrial applications of PAM-SHOCK using SPH, In : PAM Users Conference in Korea HANPAM'99, Seoul, November 15-16, vol. 190, pp. 253–265 (1999)
- [CHE, 1999] B. Chen, E.J. Lang et T.W. Chou, Compaction behavior of fiber preforms in resin transfer molding process, In : Proc. 12th Int. Conf. on Composite Materials (ICCM12), Paris (France), July 5th-9th, CDROM (1999)
- [CHE, 2000] B. Chen et T.W. Chou, Compaction of woven fabric preforms : nesting and multi-layer deformation, *Comp. Sci. Tech.*, vol. 60 (2000)
- [CHI, 1986] M. Chibani et R. Gauvin, The modelling of mold filling in resin transfer molding, Int. Polym. Processing, 42–46 (1986)
- [CLE, 1998] P.W. Cleary, Modelling confined multi-material heat and mass flow using SPH, Appl. Math. Modelling, vol. 22, pp. 981–993 (1998)
- [COM, 2002] S. Comas-Cardona, S. Ziaee S et S.G. Advani, Spatially homogeneous gelation in liquid composite molding, *Polym. Eng. Sci.*, vol. 42, n° 8, pp. 1667– 1673 (2002)
- [COM, 2005a] S. Comas-Cardona, P.H.L. Groenenboom, C. Binetruy et P. Krawczak, A generic mixed FE-SPH method to address hydro-mechanical coupling in liquid composite moulding processes, *Comp. Part A*, vol. 36, pp. 1004– 1010 (2005)
- [COM, 2005b] S. Comas-Cardona, P.H.L. Groenenboom, C. Binetruy et P. Krawczak, Simulation of Liquid Composite Molding Processes using a Generic Mixed FE-SPH Method, *Rev. Eur. Elements Finis*, Sous Presse (2005)
- [COU, 1991] O. Coussy, Mécanique des milieux poreux (Edition Technip, Paris, 1991)
- [DEL, 2004] M. Deleglise, C. Binetruy et P. Krawczak, Modeling and simulation of liquid compression molding using LIMS, Int'l Conf. Flow Processes Comp. Mat., July 7-9, Newark, DE (USA), 347–352 (2004)
- [DEV, 2005] M. Devillard, K.T. Hsiao et S.G. Advani, Flow sensing and control strategies to address race-tracking disturbances in resin transfer molding - Part II : automation and validation, *Comp. Part A*, In Press (2005)
- [ELL, 2002] M. Ellero, M. Kroeger et S. Hess, Viscoelastic flows studied by Smoothed Particle Dynamic, J. Non-Newtonian Fluid Mech., vol. 105, pp. 35–51 (2002)
- [FAB, 1997] D. Fabre et J. Gustkiewicz, Poroelastic properties of limestones and sandstones under hydrostatic conditions, Int. J. Rock. Min. Sci., vol. 34, n° 1, pp. 127–134 (1997)

- [FAR, 1997] A. Farina, P. Cocito et G. Boretto, Flow in deformable porous media : Modelling and simulation of compression moulding processes, *Math. Comput. Modelling*, vol. 26, n° 11, pp. 1–15 (1997)
- [FAR, 2000] A. Farina et L. Preziosi, Non-isothermal injection molding with resin cure and preform deformability, *Comp. Part A*, vol. 31, pp. 1355–1372 (2000)
- [GAS, 2000] A. Gasser, P. Boisse et S. Hanklar, Mechanical behavior of dry fabric reinforcements. 3D simulations versus biaxial tests, *Comput. Mat. Sci.*, vol. 17, pp. 7–20 (2000)
- [GIN, 1977] R.A. Gingold et J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics : Theory and application to non spherical stars, Mon. Not. R. Astron. Soc., vol. 181, pp. 375–389 (1977)
- [GOU, 1995] G. Goulley, Etude des écoulements dans les procédés d'injection de résine sur renforts. Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille / Ecole des Mines de Douai, France (1995)
- [GRO, 1997] P.H.L. Groenenboom, Numerical simulation of 2D and 3D hypervelocity impact using the SPH option in PAM-SHOCK, Int. J. Impact Eng., vol. 120, pp. 309–323 (1997)
- [GRO, 2002] P.H.L. Groenenboom, Copper cylinder impact at high velocity : Numerical Simulation using SPH and Finite Elements in PAM-SHOCK, Engineering Systems International internal report (2002)
- [GUT, 1986] T.G. Gutowski, J. Kingery et D. Boucher, Experiments in composites consolidation : Fiber deformation, SPE Antec Tech. Papers, vol. 32, pp. 1316–1320 (1986)
- [GUT, 1987a] T.G. Gutowski, Z. Cai, S. Bauer, D. Boucher, J. Kingery et S. Wineman, Consolidation experiments for laminate composites, J. Comp. Mat., vol. 21, pp. 650–669 (1987)
- [GUT, 1987b] T.G. Gutowski, T. Morigaki et Z. Cai, The consolidation of laminate composites, J. Comp. Mat., vol. 21, pp. 172–188 (1987)
- [HAA, 2000] C. Haack, On the use of a Particle Method for Analysis of Fluid-structure Interaction, Sulzer Innotech Report STR TB2000 014, June (2000)
- [HAM, 1998] A.A. Hamdam, C.D. Rudd et A.C. Long, Dynamic core movements during liquid moulding of sandwich structures, *Comp. Part A*, vol. 29, pp. 273–282 (1998)
- [HAN, 1993a] K. Han, L.J. Lee et M. Liou, Fiber mat deformation in liquid composite molding. II : Modeling, *Polym. Comp.*, vol. 14, n° 2, pp. 151–160 (1993)
- [HAN, 1993b] K. Han, L. Trevino, L.J. Lee et M. Liou, Fiber mat deformation in liquid composite molding. I : Experimental analysis, *Polym. Comp.*, vol. 14, n° 2, pp. 144–150 (1993)

- [HYN, 2000] L. Hyncik, Lagrangean approach to flow simultation by smoothed particle hydrodynamics, *Proceedings of UWB*, vol. 1 (2000)
- [KAN, 2001] M.K. Kang, W.I. Lee et H.T. Hahn, Analysis of vacuum bag resin transfer molding process, Comp. Part A, vol. 32, pp. 1553–1560 (2001)
- [KAR, 1991] J.L. Kardos et R.C. Lam, The permeability and compressibility of aligned and cross-plied carbon fiber beds during processing of composites, *Polym. Eng. Sci.*, vol. 31, n° 14, pp. 1064–1070 (1991)
- [KIM, 1991] Y.R. Kim, S.P. McCarthy et J.P. Fanucci, Compressibility and relaxation of fiber reinforcements during composite processing, *Comp. Manufacturing*, vol. 1, n° 3, pp. 13–19 (1991)
- [LAW, 2002] J.M. Lawrence, K.T. Hsiao, R.C. Don, P. Simacek, G. Estrada, E. Murat Sozer, H.C. Stadfeld et S.G. Advani, An approach to couple mold design and on-line control to manufacture complex composite parts by resin transfer molding, *Comp. Part A*, vol. 33, pp. 981–990 (2002)
- [LAW, 2005] J.M. Lawrence, P. Fried et S.G. Advani, Automated manufacturing environment to address bulk permeability variations and race tracking in resin transfer molding by redirecting flow with auxiliary gates, Comp. Part A, In Press (2005)
- [LEE, 1989] L.J. Lee, J.A. Molnar et L. Trevino, Mold filling in SRIM and RTM : Controlling a critical processing parameter, *Modern Plastics Int.*, 64–69 (1989)
- [LEE, 1991] W.I. Lee et M.K. Um, A study on the mold filling process in resin transfer molding, *Polym. Eng. Sci.*, vol. 31, n° 11, pp. 765–771 (1991)
- [LEK, 1996] C. Lekakou, M.A.K.B. Johari et M.G. Bader, Compressibility and flow permeability of two-dimensional woven reinforcements in the processing of composites, *Polym. Comp.*, vol. 17, n° 5, pp. 666–672 (1996)
- [LIB, 1991] L.D. Libersky et A.G. Petschek, Smooth Particle Hydrodynamics with strength of materials, In : Trease H.E., Fritts M.J. and Crowley W.P. (Ed.), Advances in Free-Lagrange Methods, Lecture Notes in Physics, Springer, New York, 248 (1991)
- [LIB, 1993] L.D. Libersky, A.G. Petschek, T.C. Carny, J.R. Hipp et F.A. Allahdadi, High strain Lagrangean hydrodynamics a three-dimensional SPH code for dynamic material response, J. Comput. Phys., vol. 109, pp. 67–75 (1993)
- [LIO, 2004] M. Lion, B. Ledesert, F. Skoczylas, P. Recourt et T. Dubois, How does micropetrography help us to understand the permeability and poromechanical behaviour of a rock?, *Terra Nova*, vol. 16, pp. 351–357 (2004)
- [LOM, 2005] S.V. Lomov, M. Barbuski, T. Stoilova, I. Verpoest, R Akkerman, R. Loendersloot et R.H.W. ten Thije, Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 3 : Biaxial tension, picture frame and compression tests of the preforms, *Comp. Part A*, Sous Presse (2005)

- [LUC, 1977] L.B. Lucy, A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, Astron. J., vol. 82, pp. 1013–1024 (1977)
- [MEY, 1999] M. Meywerk, F. Decker et J. Cordes, Fluid-structure interaction in crash simulation, *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, vol. 214, pp. 669–673 (1999)
- [MON, 1982] J.J. Monaghan, Why particle methods work, SIAM J. Sci. Stat. Comput., vol. 3, pp. 422–433 (1982)
- [MON, 1983] J.J. Monaghan et R.A. Gingold, Shock simulation by the particle method SPH, J. Comput. Phys., vol. 52, pp. 374–389 (1983)
- [MON, 1992] J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, Ann. Rev. Astron. Astrophys., vol. 30, pp. 543–574 (1992)
- [MON, 1994] J.J. Monaghan, Simulating free surface flow with SPH, J. Comput. Phys., vol. 110, pp. 399–406 (1994)
- [MON, 1995] J.J. Monaghan et A. Kocharan, SPH simulation of multiphase flow, Comput. Phys. Com., vol. 87, pp. 225–235 (1995)
- [MOR, 1997] J.P. Morris, P.J. Fox et Y. Zhu, Modelling low Reynolds number incompressible flows using SPH, J. Comp. Phys., vol. 136, pp. 214–226 (1997)
- [MOR, 1999] J.P. Morris, Y. Zhu et P.J. Fox, Parallel simulations of pore-scale flow through porous media, *Comput. Geotech.*, vol. 25, pp. 227–246 (1999)
- [MOR, 2001] S. Morel, Contribution à l'optimisation de l'architecture des renforts composites moulés par injection RTM. Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille / Ecole des Mines de Douai, France (2001)
- [MOR, 2002] S. Morel, C. Binetruy et P. Krawczak, Compression des renforts dans les procédés LCM. 1. Analyse mécanique et microstructurale, *Rev. Comp. Mat.* Avancés, vol. 12, n° 2, pp. 243–263 (2002)
- [PAR, 1995] R.S. Parnas, J.G. Howard, T.L. Luce et S.G. Advani, Permeability characterization. Part I : a proposed standard reference material for permeability, *Polym. Comp.*, vol. 16, n° 6, pp. 429–445 (1995)
- [PAR, 1996] R.S. Parnas, C.R. Schultheisz et S. Ranganathan, Hydrodynamically induced preform deformation, *Polym. Comp.*, vol. 17, n° 1, pp. 4–10 (1996)
- [PEA, 1995] N. Pearce et J. Summerscales, The compressibility of a reinforcement fabric, Comp. Manufacturing, vol. 6, n° 1, pp. 15–21 (1995)
- [PEN, 2003] N. Pentecote, D. Kohlgrueber et A. Kamoulakos, Simulation of water impact problems using the Smoothed Particle Hydrodymanics Method, In : ICD'03 conference, Lille, France, December (2003)
- [PHA, 1998] X.T. Pham, F. Trochu et R. Gauvin, Simulation of compression resin transfer molding with displacement control, J. Reinf. Plast. Comp., vol. 17, n° 17, pp. 1525–1556 (1998)

- [PIL, 2002] K.M. Pillai, Governing equations for unsaturated flow through woven fiber mats. Part 1. Isothermal flows, *Comp. Part A*, vol. 33, n° 7, pp. 1007–1019 (2002)
- [POT, 2001] A.V. Potapoc, M.L. Hunt et C.S. Campbell, Liquid-solid flows using smoothed particle hydrodynamics and the discrete element method, *Powder Tech.*, vol. 116, pp. 204–213 (2001)
- [ROB, 1998a] F. Robitaille et R. Gauvin, Compaction of textile reinforcements for composite manufacturing. I : Review of experimental results, *Polym. Comp.*, vol. 19, n° 2, pp. 198–216 (1998)
- [ROB, 1998b] F. Robitaille et R. Gauvin, Compaction of textile reinforcements for composite manufacturing. II : Compaction and relaxation of dry and H<sub>2</sub>Osaturated woven reinforcements, *Polym. Comp.*, vol. 19, n° 5, pp. 543–557 (1998)
- [RUD, 1996] C.D. Rudd, L.J. Bulmer et D.J. Morris, Compaction and in-plane permeability characteristics of quasi unidirectional and continuous random reinforcemens, *Mat. Sci. Tech.*, vol. 12, pp. 436–444 (1996)
- [SAU, 1998] R.A. Saunders, C. Lekakou et M.G. Bader, Compression and microstructure of fibre plain woven cloths in the processing of polymer composites, *Comp. Part A*, vol. 29, n° 4, pp. 443–454 (1998)
- [SAU, 1999a] R.A. Saunders, C. Lekakou et M.G. Bader, Compression in the processing of polymer composites 1. A mechanical and microstructural study for different glass fabrics and resins, *Comp. Sci. Tech.*, vol. 59, pp. 983–993 (1999)
- [SAU, 1999b] R.A. Saunders, C. Lekakou et M.G. Bader, Compression in the processing of polymer composites 2. Modelling of the viscoelastic compression of resin-impregnated fiber networks, *Comp. Sci. Tech.*, vol. 59, pp. 1483–1494 (1999)
- [SAW, 1999] M.L. Sawley, P.W. Cleary et J. Ha, Modelling of flow in porous media and resin transfer moulding using smoothed particle hydrodynamics, Second Int'l Conference on CFD in the Minerals and Process Industries, CSIRO, Melbourne, Australia, 6-8 December (1999)
- [SHA, 2003] S. Shao et E.Y.M. Lo, Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, Adv. Water Resources, vol. 26, n° 7, pp. 787–800 (2003)
- [SIM, 1996] P. Simacek et V.M. Karbhari, Notes on the modeling of preform compaction : I-Micromechanics at the fiber bundle level, J. Reinf. Plast. Comp., vol. 15, pp. 86–122 (1996)
- [SOM, 1996] J.L. Sommer et A. Mortensen, Forced unidirectional infiltration of deformable porous media, J. Fluid Mech., vol. 311, pp. 193–215 (1996)

- [TAK, 1994] H. Takeda, S.M. Miyama et M. Sekiya, Numerical simulation of viscous flow by smoothed particle hydrodynamics, *Prog. Theoretical Phys.*, vol. 92, n° 5, pp. 939–960 (1994)
- [TOL, 1994] S. Toll et J.A.E. Manson, An analysis of the compressibility of fiber assemblies, Proceedings of the FRC Conf., Newcastle upon Tyne, GB, pp. 25/1– 25/10 (1994)
- [TRE, 1991] L. Trevino, K. Rupel et W.B. Young, Analysis of resin injection molding in molds with replaced fiber mats. I : Permeability and compressibility measurements, *Polym. Comp.*, vol. 12, n° 1, pp. 20–29 (1991)
- [TUC, 1994] C.L. Tucker III et B. Dessenberger, Governing equations for flow and heat transfer in stationary fibre beds, In : Advani SG ed., Flow and Rheology in Polymer Composite Manufacturing, Amsterdam, Elsevier, pp. 257–323 (1994)
- [WIR, 1998] S. Wirth, R. Gauvin et K. Kendall, Experimental analysis of core crushing and core movement in RTM and SRIM foam cored composite parts, J. Reinf. Plast. Comp., vol. 17, n° 11, pp. 964–988 (1998)
- [WOL, 2004] J. Wolfrath, Consolidation and deconsolidation in composite processing. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (2004)
- [ZHU, 1997] Y. Zhu, P.J. Fox et J.P. Morris, Smoothed particle hydrodynamics model for flow through porous media, Proceedings of the 9th Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Wuhan, China, vol. 2, pp. 1041–1046 (1997)
- [ZHU, 1999] Y. Zhu, P.J. Fox et J.P. Morris, A pore-scale numerical model for flow through porous media, Int. J. Num. Analysis Meth. Geomech., vol. 23, pp. 881–904 (1999)

