

THÈSE

soutenue le 5 Avril 2005 pour l'obtention

du grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE LILLE
option MÉCANIQUE

par

Zaky BENDJEDDOU

École Doctorale : SPI
Laboratoire de Mécanique de Lille UMR CNRS 8107

Sujet:

*Méthodologie pour la simulation numérique des vibrations induites
par écoulements dans les faisceaux de tubes*

réalisée à:

Électricité de France, Recherche et Développement
Département Mécanique des Fluides et Transferts Thermiques
6 Quai Watier, 78400 Chatou

devant le jury composé de

M. H. Naji
M. A. Hamdouni
M. A. Ouashine
M. F. Baj
Mme E. Longatte-Lacazedieu
M. M. Souli

UST Lille
UNIVERSITÉ DE LA ROCHELLE
UTC COMPIÈGNE
CEA
EDF R&D
UST LILLE

Président du jury
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Co-directeur de thèse
Directeur de thèse

Table des matières

1	Introduction	11
1.1	Contexte industriel	11
1.2	Problématiques physiques	11
1.3	Objectifs de la thèse	14
2	Etat de l'art sur le couplage fluidélastique	17
2.1	Modèles semi-empirique et semi-expérimental	17
2.2	Modèles quasi-statique et quasi-instationnaire	18
2.2.1	Théorie quasi-statique évoluée	18
2.2.2	Modèle Quasi Instationnaire	20
2.3	Approche numérique	21
3	Méthodologie pour calculs couplés	23
3.1	Méthodologie pour le calcul fluide	23
3.1.1	Objectifs	23
3.1.2	Formulation ALE	23
3.1.3	Mise en oeuvre	26
3.1.4	Caractéristiques de la formulation ALE	28
3.1.5	Contrôle de la déformation du maillage	33
3.2	Méthodologie pour le calcul structure	37
3.2.1	Position du problème structure	37
3.2.2	Comparaison des schémas numériques	40
3.2.3	Mise en oeuvre	41
3.3	Méthodologie pour le couplage fluide structure	44
3.3.1	Algorithmes de couplage	44
3.3.2	Propriétés des schémas	48
3.3.3	Application et comparaison des schémas	52
4	Etude des efforts fluide-structure	59
4.1	Cylindres concentriques	59
4.1.1	Configuration étudiée	59
4.1.2	Identification des forces fluide-structure	61
4.2	Faisceaux de tubes	66
4.2.1	Equation du déplacement de la structure en eau au repos	66
4.2.2	Configuration étudiée	66
4.2.3	Convergence en maillage	67
4.2.4	Convergence en temps	73
4.2.5	Modélisation du faisceau	75
4.2.6	Comparaison calculs théoriques et mesures expérimentales	78

5	Etude des efforts fluidélastiques	81
5.1	Détermination des coefficients fluidélastiques	81
5.2	Modèle de faisceaux périodiques	82
5.2.1	Configuration étudiée	82
5.2.2	Raideur ajoutée	83
5.3	Modèle de faisceau complet	84
5.3.1	Configuration étudiée	84
5.3.2	Effets des écoulements transverses	84
6	Perspectives pour la prise en compte des chargements turbulents	89
6.1	Calcul des efforts pariétaux dans les faisceaux	90
6.1.1	Définition des coefficients de portance et traînée fluctuantes	90
6.1.2	Calcul des efforts	92
6.1.3	Traînée et portance fluctuantes	94
6.2	Méthodes numériques	95
6.2.1	Méthode des volumes finis	95
6.2.2	Schéma de convection	95
6.2.3	Ordre en temps du schéma fluide	97
6.3	Validation des chargements	98
6.3.1	Écoulement dans un canal plan	98
6.3.2	Écoulement laminaire autour d'un cylindre	104
6.4	Chargements thermohydrauliques en faisceaux de tubes	114
6.4.1	Écoulement laminaire bidimensionnel ou tridimensionnel	114
6.4.2	Écoulement turbulent tridimensionnel	117
7	Conclusions et perspectives	129
	Bibliographie	131
A	Méthode de traitement du signal	137
A.1	Ajustements de paramètres	137
A.1.1	Relations mesures-paramètres	137
A.1.2	Conditions de moindres carrés	138
A.1.3	Développements de Taylor	138
A.1.4	Multiplicateurs de Lagrange	139
A.1.5	Détermination des corrections et des résidus	139
A.2	Transformée de Fourier Rapide	140
A.2.1	Rappels	140
A.2.2	Echantillonnage	141
A.2.3	Transformée de Fourier Rapide (T.F.R)	141
A.3	Décrément logarithmique	142
A.4	Méthode d'identification directe	143
A.4.1	Force fluide constante	143
A.4.2	Force fluide nulle	144
A.4.3	Force fluide variable	144
A.5	Identification modale sous excitation non évaluée (IMENE)	145
A.6	Validation du post-traitement	145
A.6.1	Signal une fréquence	145
A.6.2	Signal à deux fréquences	146
A.7	Tests complémentaires avec une fréquence	147
A.8	Tests complémentaires avec deux fréquences	148

A.9	Test avec des signaux de déplacements en fluide au repos	148
A.10	Exemple de post-traitement de signaux de faisceaux de tubes	149
A.11	Tests complémentaires de signaux en écoulements	150
B	Gestion de la périodicité	153
C	Couche limite et loi de paroi	155
C.1	Ecoulement de Stokes	155
C.2	Plaque plane et écoulement turbulent	157
C.2.1	Couche limite	157
C.2.2	Loi de paroi	158
D	Méthode de phase	161
E	Ordre en temps des schémas de couplage	163
E.1	Schéma de couplage explicite synchrone	163
E.2	Effet du schéma numérique structure sur le couplage	165

Nomenclature

LETTRES LATINES

- A accélération structure [$m.s^{-2}$]
 c vitesse du son dans le fluide [$m.s^{-1}$]
 C_a amortissement ajouté en eau au repos [$kg.s^{-1}$]
 C_D coefficient de traînée [-]
 C'_D coefficient de traînée fluctuante [-]
 C_L coefficient de portance [-]
 C'_L coefficient de portance fluctuante [-]
 C_f amortissement ajouté en écoulement [$kg.s^{-1}$]
 D diamètre du tube [m]
 $\overline{\overline{D}}$ tenseur des taux de déformation [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 D_e diamètre du tube extérieur [m]
 dt pas de temps fluide [s]
 f force fluide volumique [$m^{-2}.s^{-2}$]
 f_e fréquence structure en eau au repos [Hz]
 f_f fréquence structure en écoulement [Hz]
 F force fluide [$kg.m.s^{-2}$]
 F_c force fluidélastique [$kg.m.s^{-2}$]
 F_D force de traînée [$kg.m.s^{-2}$]
 F'_D force de traînée fluctuante [$kg.m.s^{-2}$]
 F_e force fluide-structure [$kg.m.s^{-2}$]
 F_f force fluide calculée [$kg.m.s^{-2}$]
 F_L force de portance [$kg.m.s^{-2}$]
 F'_L force de portance fluctuante [$kg.m.s^{-2}$]
 f_p fréquence de la force portance [Hz]
 F_p force de pression [$kg.m.s^{-2}$]
 F_v force visqueuse [$kg.m.s^{-2}$]
 f_s fréquence structure en air [Hz]
 F_s force fluide exercée sur la structure [$kg.m.s^{-2}$]
 F_t^{LES} force turbulente avec un modèle de turbulence LES [$kg.m.s^{-2}$]
 F_t^{Rij} force turbulente avec un modèle de turbulence $R_{ij} - \varepsilon$ [$kg.m.s^{-2}$]

F_t force fluide aléatoire ou indépendante du mouvement structure [$kg.m.s^{-2}$]
 f_t fréquence de la force traînée [Hz]
 k énergie cinétique turbulente [$kg.m^2.s^{-2}$]
 K constante de Connors [$-$]
 K_f raideur ajoutée en écoulement [$kg.s^{-2}$]
 L longueur des tubes [m]
 L_{min} longueur minimale des mailles du domaine fluide [m]
 M_a masse ajoutée en eau au repos [kg]
 m masse totale structure [kg]
 $n_{courant}$ nombre de Courant [$-$]
 n_f normale extérieure fluide [$-$]
 n_s normale extérieure structure [$-$]
 P distance inter-tube dans le sens de l'écoulement [m]
 P/D pas réduit dans le sens de l'écoulement [$-$]
 p pression fluide [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 p_B pression derrière le cylindre [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 p_∞ pression amont [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 R rayon du tube [m]
 \overline{R} tenseur des contraintes de Reynolds [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 Re nombre de Reynolds [$-$]
 S_{ref} surface de référence structure [m^2]
 S_t nombre de Strouhal [$-$]
 St nombre de Stokes [$-$]
 T distance inter-tube dans le sens perpendiculaire à l'écoulement [m]
 T/D pas réduit dans le sens perpendiculaire à l'écoulement [$-$]
 U_{gap} vitesse moyenne inter-tube [$m.s^{-1}$]
 u, \tilde{u} vitesse fluide [$m.s^{-1}$]
 U déplacement structure [m]
 U_{max} vitesse maximale dans le domaine fluide [$m.s^{-1}$]
 U_∞ vitesse moyenne amont [$m.s^{-1}$]
 U_{ref} vitesse de référence fluide [$m.s^{-1}$]
 V vitesse structure [$m.s^{-1}$]
 w, \hat{w} vitesse de maillage [$m.s^{-1}$]
 X déplacement corrigé [m]

LETTRES GRECQUES

- α coefficient d'amortissement [Hz]
 δ décrément logarithmique en air ou en eau [–]
 δ_s décrément logarithmique en air au repos [–]
 δ_e décrément logarithmique en eau au repos [–]
 ε taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente [$kg.m^2.s^{-1}$]
 λ coefficient de diffusion de maillage [$m.s$]
 μ viscosité dynamique fluide [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
 μ_t viscosité dynamique turbulente [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
 ν viscosité cinématique fluide [$m^2.s^{-1}$]
 ν_t viscosité cinématique turbulente [$m^2.s^{-1}$]
 ω pulsation structure [Hz]
 ω_f pulsation de la structure en écoulement [Hz]
 ϕ potentiel de vitesse [Hz]
 ρ masse volumique fluide [$kg.m^{-3}$]
 $\overline{\overline{\sigma}}_f$ tenseur des contraintes de Cauchy fluide [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 $\overline{\overline{\sigma}}_s$ tenseur des contraintes de Cauchy structure [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
 ξ_e amortissement réduit en eau [–]
 ξ_f amortissement réduit en écoulement [–]

1.1 Contexte industriel

Dans de nombreuses configurations industrielles, les composants mécaniques tels que les échangeurs de chaleur (figure 1.1) sont soumis à des écoulements complexes induisant des vibrations ainsi qu'un possible endommagement par usure ou fatigue vibratoire (figure 1.2). Afin d'éviter la rupture ou la détérioration de ces structures fortement sollicitées, de nombreuses expériences ont été conduites à EDF *R&D* pour prédire les forces d'origine thermohydraulique responsables des problèmes vibratoires induits par les écoulements. Par la mesure directe de ces chargements fluides, il est souvent difficile de distinguer les différents mécanismes physiques mis en jeu en configuration couplée. Des méthodes indirectes basées sur des mesures expérimentales ont été développées et ont trouvé de nombreuses applications en particulier pour l'étude des structures tubulaires. La plupart de ces méthodes s'appuient sur des modèles analytiques reliant les forces fluides à des paramètres d'échelles inconnus et leur mise en oeuvre n'est pas toujours aisée en particulier en présence d'écoulements complexes turbulents. Une amélioration de l'approche indirecte a été développée à EDF *R&D* depuis une quinzaine d'années. Le système mécanique est étudié sur base modale et les forces sont décomposées suivant leurs modes propres normaux par un processus assurant la fermeture du système. Cette dernière approche est efficace et a été utilisée pour prédire les forces fluides s'exerçant sur un tube seul et sur des composants de réacteur à eau pressurisé (REP) comme les grappes de commandes et les assemblages combustibles (Longatte et al. 2000), les faisceaux de tubes des échangeurs de chaleur (Adobes et al. 2001). Toutefois cette technique alimentée par des mesures expérimentales adaptées à chaque configuration étudiée a un coût important. D'où la nécessité de recourir à des méthodes numériques pour être à même d'étudier un grand nombre de configurations industrielles sièges de phénomènes vibratoires induits par les écoulements. Grâce aux développements récents introduits dans les codes de thermohydraulique fine (i.e 3D local), la simulation numérique des couplages fluide structure semble désormais possible sur des cas quasi-industriels.

1.2 Problématiques physiques

L'enjeu industriel de cette étude est de pouvoir estimer le comportement vibratoire des tubes de générateur de vapeur et avec le progrès des outils de calcul, une étude numérique de ce comportement vibratoire par la simulation numérique est envisageable.

On peut distinguer trois cas :

1. Lorsque les forces fluidélastiques sont réduites aux effets de masse et d'amortissement ajoutés par le fluide, les effets du mouvement de la structure sur l'écoulement peuvent être négligés. On peut alors effectuer les calculs fluide et structure séparément. Le spectre des forces peut être simulé en utilisant une méthode de type Large Eddy Simulation (LES) et est introduit en entrée du calcul mécanique fournissant une estimation du comportement vibratoire de la structure. Un calcul chaîné de ce type a été réalisé pour la prédiction du comportement vibratoire d'un tube soumis à un écoulement turbulent en l'absence de confinement pour des régimes linéaires ou non linéaires (Moreno et al. 2000, Longatte et al. 2001).

2. En présence de couplages fluidélastiques constituant un couplage fort, par exemple pour des faisceaux de tubes soumis à un écoulement transverse, la méthode LES utilisée sur des maillages fixes peut fournir des informations intéressantes concernant les coefficients de portance et de traînée, les spectres d'excitation ou encore les pertes de charge dans le faisceau. Ces coefficients peuvent être utilisés dans un modèle semi-analytique pour la prédiction des vibrations des tubes.
3. En présence de couplages forts, une troisième approche de simulation numérique est désormais envisageable. Elle consiste à simuler en même temps les problèmes thermohydraulique et mécanique en utilisant une formulation Arbitraire Lagrange-Euler (ALE) pour le calcul fluide et en couplant les calculs fluide structure par le biais d'un processus itératif. Cette approche numérique a été appliquée à la prédiction des vibrations d'un tube flexible dans un faisceau de tubes soumis à un écoulement transverse (Longatte et al. 2002, 2003, Bendjeddou et al. 2003). Elle est l'objet du présent document.

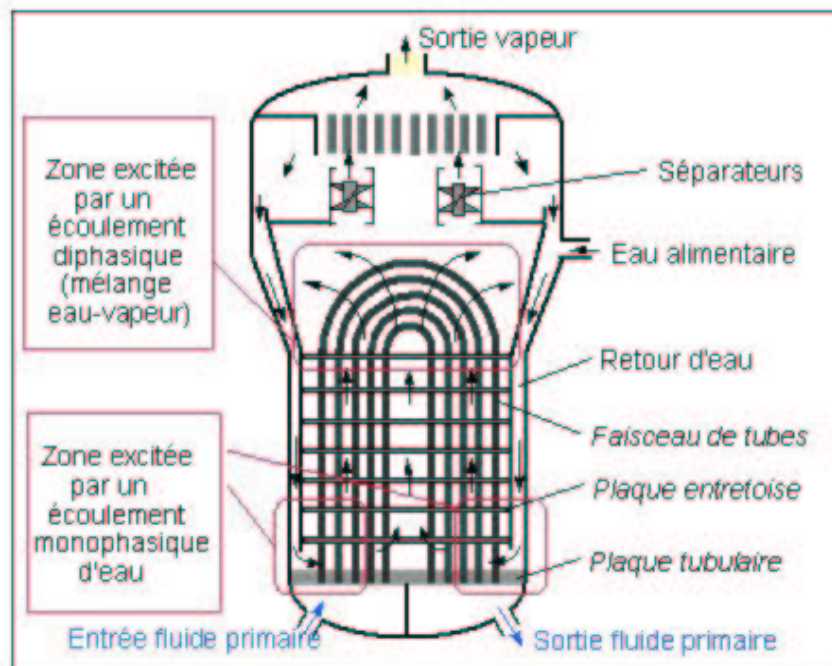


FIG. 1.1 – Représentation schématique du fonctionnement d'un générateur de vapeur.

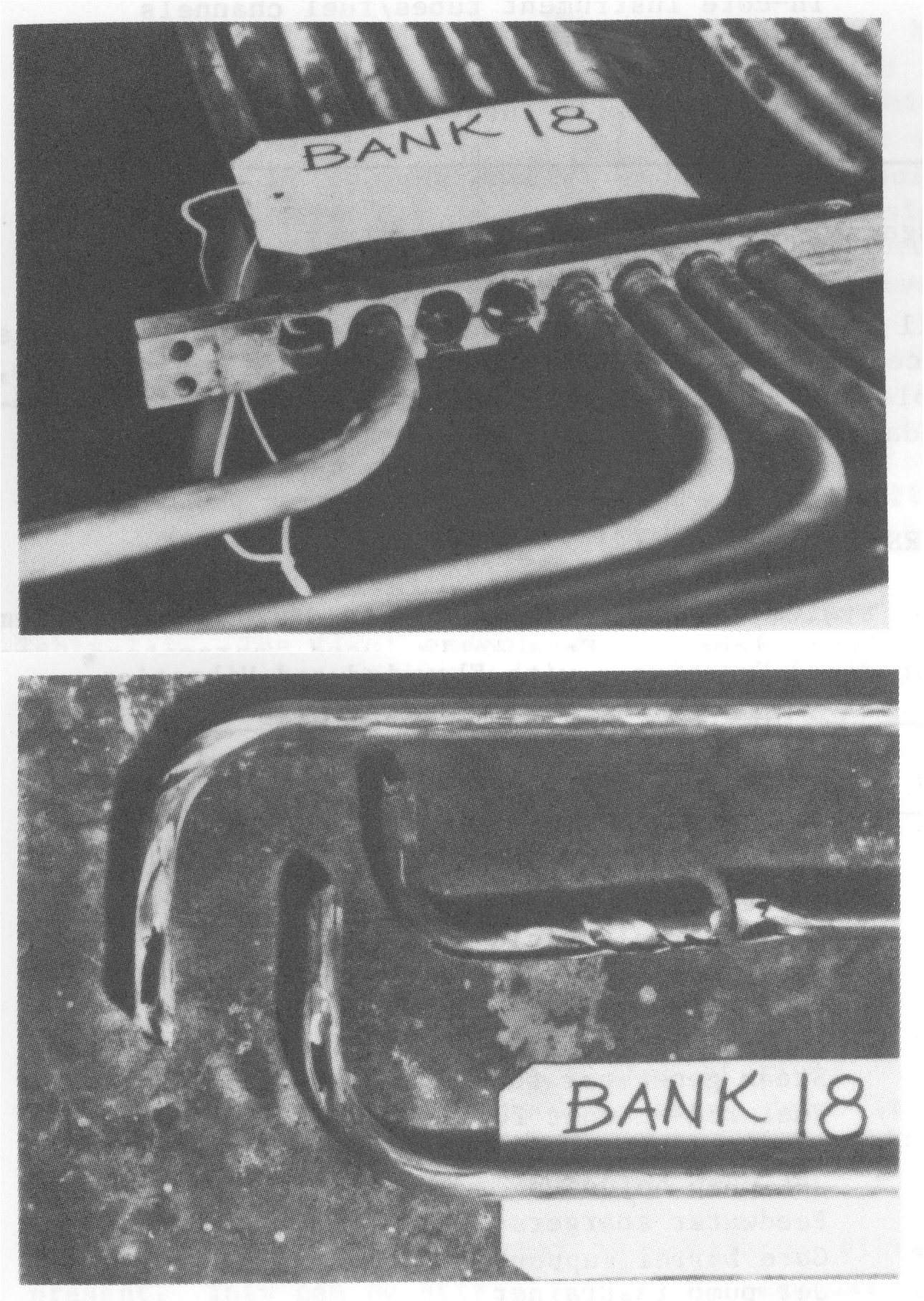


FIG. 1.2 – Visualisation de tubes de générateur de vapeur endommagés par vibrations (Chen 1987).

1.3 Objectifs de la thèse

Le présent document a pour objet de présenter la méthodologie numérique de couplage de codes mise en oeuvre. Les principaux développements réalisés et envisagés ainsi que les premiers résultats obtenus pour la simulation des couplages fluide-structure et fluidélastiques dans les faisceaux de tubes sont présentés.

On présente dans une première partie un état de l'art sur l'étude du couplage fluidélastique. On introduit les différents modèles utilisés actuellement pour l'étude du comportement vibratoire des générateurs de vapeur.

Dans le chapitre 2 on donne la méthodologie de couplage utilisée pour résoudre le problème fluide-structure. On présente dans une première partie la formulation Arbitraire Lagrange-Euler (ALE) des équations de Navier-Stokes qui utilise une formulation lagrangienne des équations près de la paroi mobile et une formulation eulérienne loin de celle-ci. Cette formulation permet de gérer des parois mobiles en présence d'écoulements fortement convectifs et est particulièrement adaptée aux problèmes fluide-structure. On décrit dans un premier temps le principe de la méthode ALE qui introduit une vitesse de maillage dans les équations de Navier-Stokes et nécessite l'actualisation du maillage à chaque itération. Dans un second temps, on valide la formulation ALE en considérant tout d'abord le cas d'un écoulement de Poiseuille dans un canal plan avec un mouvement de maillage imposé en espace et en temps. On compare ainsi le profil de vitesse et la chute linéique de pression aux valeurs théoriques et numériques attendues sur maillage fixe. Ensuite on introduit un algorithme pour contrôler la déformation de maillage à partir du déplacement de la paroi mobile sur une configuration de faisceau de tubes. En effet cette déformation est considérée maximale sur le tube mobile et se propage et s'atténue loin du tube en suivant une équation de diffusion sur la vitesse de maillage avec l'introduction d'une viscosité de maillage. Deux distributions spatiales de viscosités de maillage ont été testées pour éviter des distorsions de mailles trop importantes près du tube mobile et permettre une résolution précise du champ thermohydraulique près de cette paroi mobile.

Dans un deuxième temps, on présente l'équation mécanique utilisée pour modéliser le mouvement de la structure. Le mouvement de la structure est décomposé sur un mode propre et on la caractérise par une masse, une raideur et un amortissement. On présente les développements de Taylor utilisés pour définir les schémas d'intégration et on compare plusieurs schémas du premier et du second ordres en temps.

Ensuite différents schémas de couplage introduits pour permettre le couplage entre les codes fluide et structure sont présentés. Tout d'abord une estimation de l'énergie produite à l'interface fluide-structure est effectuée. Cette énergie est calculée à partir de la variation de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle de la structure et du travail des forces extérieures exercées sur le fluide entre deux pas de temps. Différents schémas de couplage explicite synchrone, asynchrone et implicite par une méthode de point fixe sont décrits. Le schéma synchrone suppose que les calculs fluide et structure sont effectués au même temps physique tandis que pour le schéma asynchrone les résolutions fluide et structure sont décalées en temps pour assurer la continuité des déplacements et des vitesses à l'interface fluide-structure. Le schéma implicite consiste à effectuer une série d'estimations explicites convergentes du déplacement structure et de la force fluide exercée sur la structure. Le processus itératif est stoppé à l'aide d'un critère de convergence sur la norme de la force. On a choisi d'étudier les propriétés de conservation d'énergie de ces schémas sur des configurations monodimensionnelle et bidimensionnelle. On suppose pour ces cas-tests que les structures sont non amorties et que le fluide est parfait et l'on dispose de solutions analytiques de référence.

On s'intéresse dans une troisième partie à l'étude des efforts fluide-structure induits par le mouvement d'une structure dans un fluide au repos. On considère plusieurs configurations, cylindres concentriques, faisceaux de tubes, pour lesquelles on dispose de solutions analytiques, de mesures expérimentales ou de lois empiriques pour permettre la validation de l'outil numérique de couplage.

On présente dans une quatrième partie une première étude en écoulement laminaire bidimensionnelle des efforts fluidélastiques induits par le mouvement d'un tube dans un faisceau de tubes avec une première estimation des fréquences du tube en écoulement et de la vitesse critique de départ en instabilité "fluidélastique".

Enfin on termine l'étude par une validation des chargements fluides pariétaux exercés sur une structure fixe en présence d'écoulements laminaires et turbulents en canal, en faisceau ou encore pour un écoulement transverse derrière un cylindre. On étudie tout d'abord les forces fluides exercées sur plaque plane pour un écoulement de Poiseuille. Puis on présente une validation des coefficients de portance et traînée induits par un écoulement transverse laminaire bidimensionnel derrière un cylindre seul. On considère ensuite l'étude du chargement fluide exercé sur un tube au milieu d'un faisceau de tubes pour un écoulement laminaire. On teste les conditions aux limites périodiques, l'influence de l'extrusion tridimensionnelle sur les coefficients de traînée et de portance. Enfin on conclut cette étude par une première validation des coefficients de portance et traînée en écoulement turbulent en comparant différents modèles de turbulence $k - \epsilon$, $R_{ij} - \epsilon$ et LES.

Etat de l'art sur le couplage fluidélastique 2

Comment identifier les forces fluide-structure et fluidélastiques ? Rappelons la définition de ces forces de couplage. En pratique, on suppose que la force fluide exercée sur une structure peut se décomposer en trois contributions :

- une force, dite aléatoire ou force indépendante du mouvement : elle désigne la force exercée par le fluide sur la structure fixe. Elle est due à la perte de charge et aux frottements visqueux au niveau de la paroi fixe. Elle peut être stationnaire ou présenter un caractère aléatoire lors de lâchers de tourbillons ou en présence d'écoulements turbulents ou diphasiques.
- une force fluide-structure : elle apparaît pour une structure vibrante dans un fluide au repos sans écoulement permanent.
- une force fluidélastique : cette force est due au mouvement de la structure dans un écoulement fluide.

Les forces fluide-structure et fluidélastiques n'existent qu'en présence du mouvement de la structure. Le couplage fluide-structure apparaît systématiquement dès qu'une structure vibrante est immergée dans un fluide au repos. Il est dû à l'accélération des particules de fluide, au voisinage de la structure, sous l'effet du mouvement de celle-ci. La variation de pression qui en résulte induit en retour, sur la structure, une force d'inertie qui agit comme une masse ajoutée fixée au système mécanique, et se déplaçant solidairement avec lui. En présence d'un fluide visqueux, un amortissement est induit par la viscosité et s'ajoute à l'amortissement propre de la structure.

Le couplage fluidélastique est un couplage dynamique non-conservatif. Les flux d'énergie échangés entre le fluide et la structure dépendent de la vitesse de convection de l'écoulement moyen. Or, dans certaines configurations, au-delà d'une certaine vitesse caractéristique de l'écoulement moyen, le fluide transfère à la structure plus d'énergie qu'elle ne peut en dissiper. Le système devient alors "instable" : la structure se met à osciller fortement et peut éventuellement impacter les structures avoisinantes. Ce type de comportement, qualifié de départ en "instabilité fluidélastique", est en général suivi d'un endommagement rapide du composant par usure accélérée ou, plus généralement, par fatigue vibratoire. Au niveau des composants du REP, ce phénomène est tout particulièrement examiné puisqu'il peut impacter la sûreté des installations. Au niveau des tubes de générateurs de vapeur, la détection des vitesses critiques d'écoulements de départ en instabilité des tubes fait l'objet de nombreux travaux. Plusieurs méthodes sont utilisées.

Parmi elles, il existe plusieurs modélisations du couplage fluidélastique dans les faisceaux de tubes dont quelques unes sont présentées ci-dessous.

2.1 Modèles semi-empirique et semi-expérimental

Les premières méthodes utilisées pour l'étude des instabilités fluidélastiques sont basées sur des modèles semi-empiriques. Elles s'appuient sur des mesures sur maquettes expérimentales qui permettent l'identification des forces fluides indépendantes du mouvement de la structure et des forces fluidélastiques dépendant du mouvement de celle-ci. Les premiers modèles introduits ont été utilisés pour prédire avec précision les instabilités dynamiques des faisceaux de tubes des échangeurs de chaleur, sous l'effet d'un écoulement externe (Tanaka et al. 1981). Elles permettaient uniquement la

caractérisation des forces fluidélastiques. En effet dans cette méthode, le déplacement de la structure est imposé et les forces fluidélastiques sont mesurées directement sur une maquette expérimentale ce qui nécessite une instrumentation assez complexe. Par la suite une méthode inverse d'identification des forces fluidélastiques et des forces indépendantes du mouvement a été proposée par Granger (1990), Granger et Perotin (1997). Avec cette méthode inverse, la structure évolue librement sous l'effet de l'écoulement et on détermine les forces fluidélastiques et les forces indépendantes du mouvement par l'intermédiaire d'un post-traitement temporel ou fréquentiel des signaux de réponse de la structure en air, en eau et sous écoulement (Hadj-Sadok 1994, Granger 1990).

2.2 Modèles quasi-statique et quasi-instationnaire

Depuis les années 60, différentes modélisations de l'instabilité fluidélastique ont été envisagées, inspirant le modèle quasi-instationnaire (Price et al. 1984, 1986, Granger et al. 1996). Les fondements du modèle sont mentionnés ci-dessous.

2.2.1 Théorie quasi-statique évoluée

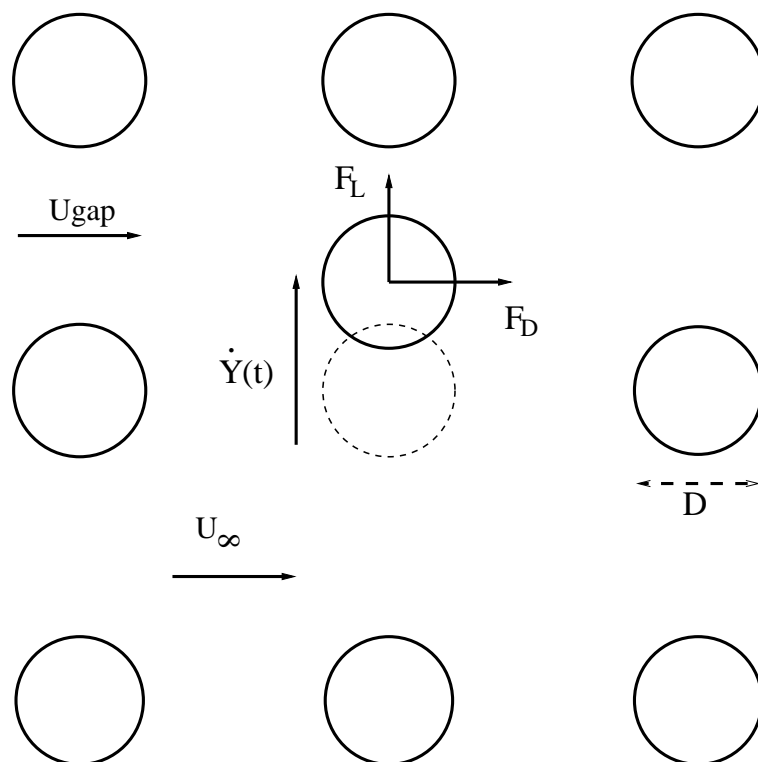


FIG. 2.1 – Représentation d'un faisceau à pas carré

Les premiers modèles développés pour les faisceaux de tubes ne permettaient pas de décrire toute la phénoménologie du couplage fluide structure, car ils négligeaient la dynamique complexe que met en jeu l'évolution des vibrations des tubes en fonction de la vitesse de l'écoulement. Les deux modèles décrits ci-dessous reprennent la modélisation quasi-statique et cherchent à rendre compte de l'influence du mouvement des tubes.

Le modèle quasi-statique consiste à résoudre plusieurs problèmes stationnaires avec parois fixes correspondant à différentes positions occupées par le tube durant son mouvement. On estime pour chacune des positions les forces de portance et de traînée stationnaires s'exerçant sur la structure. On

se place ensuite dans un repère lié au mouvement de la structure. Dans ce repère la structure est fixe et elle est soumise à un écoulement modifié par le mouvement vibratoire. On applique ainsi sur la structure les forces de portance et traînée calculées sur les différentes positions statiques. Ensuite on effectue un changement de repère inverse pour revenir au problème initial : on obtient ainsi une estimation des forces fluidélastiques. La difficulté de cette méthode réside dans le changement de repère qui ne peut pas s'effectuer de manière exacte. Il introduit en particulier des termes instationnaires qui ne sont pas pris en compte par les forces stationnaires calculées sur les diverses positions de la structure.

On précise ci-dessous la modélisation adoptée dans le modèle quasi-statique. On ne considère que le mouvement de la structure dans la direction portance car le phénomène d'instabilité vibratoire a lieu dans cette direction. Le système mécanique considéré est constitué d'un cylindre mobile dans un faisceau à pas carré possédant un seul degré de liberté, le déplacement dans la direction de portance excité par une force fluide F (figure 2.1) est décrit par l'équation différentielle ci-dessous :

$$M_s \ddot{U} + C_s \dot{U} + K_s U = F \quad (2.1)$$

avec M_s , C_s et K_s respectivement la masse, l'amortissement et la raideur de la structure. Cette force F peut se décomposer en une force indépendante du mouvement de la structure F_t , une force fluide-structure F_e ainsi qu'une force fluidélastique F_c induite par le mouvement. Par analogie avec l'équation de la mécanique, les forces F_e et F_c sont définies par :

$$\begin{aligned} F_e &= -M_a \ddot{U} - C_a \dot{U} \\ F_c &= -C_f \dot{U} - K_f U \end{aligned} \quad (2.2)$$

en introduisant les coefficients de masse, d'amortissement ajoutés par le fluide au repos M_a , C_a et d'amortissement et de raideur ajoutés par le fluide en écoulement C_f et K_f . On fait de plus les hypothèses que la masse ajoutée ne dépend pas de la vitesse de l'écoulement fluide et que le fluide au repos n'induit pas de raideur ajoutée.

La dynamique du système couplé vibrant dans la direction portance est décrite par :

$$(M_s + M_a) \ddot{U} + (C_s + C_a + C_f) \dot{U} + (K_s + K_f) U = F_t \quad (2.3)$$

L'approche quasi-stationnaire consiste à exprimer la force de portance à l'instant t , lorsque le cylindre se déplace d'une quantité U , en fonction des coefficients de portance et de traînée, la vitesse $\dot{U}(t)$ étant supposée constante. En se plaçant sous l'approximation des petites oscillations par linéarisation de la force de portance autour de la position d'équilibre et en utilisant les propriétés de symétrie du problème, on peut écrire la force fluidélastique sous la forme :

$$F_c = \frac{1}{2} \rho U_{gap}^2 L D \left[\frac{\partial C_L}{\partial U}(0,0) \frac{U(t)}{D} - C_D(0,0) \frac{\dot{U}(t)}{U_{gap}} \right] \quad (2.4)$$

où U_{gap} désigne la vitesse moyenne inter-tube.

L'équation du mouvement devient :

$$\underbrace{(M_s + M_a)}_{masse} \ddot{y} + \underbrace{(C_s + C_a + \frac{1}{2} \rho U_{gap} L D C_D(0,0))}_{amortissement} \dot{U} + \underbrace{\left(K_s - \frac{1}{2} \rho U_{gap}^2 L \frac{\partial C_L}{\partial y}(0,0) \right)}_{raideur} U = f_t \quad (2.5)$$

avec :

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho U_{gap}^2 D L} \quad (2.6)$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_{gap}^2 D L} \quad (2.7)$$

où F_L et F_D désignent respectivement les forces de portance et traînée, D et L le diamètre et la longueur des tubes. On peut voir une représentation des forces de portance et traînée sur la figure (2.2).

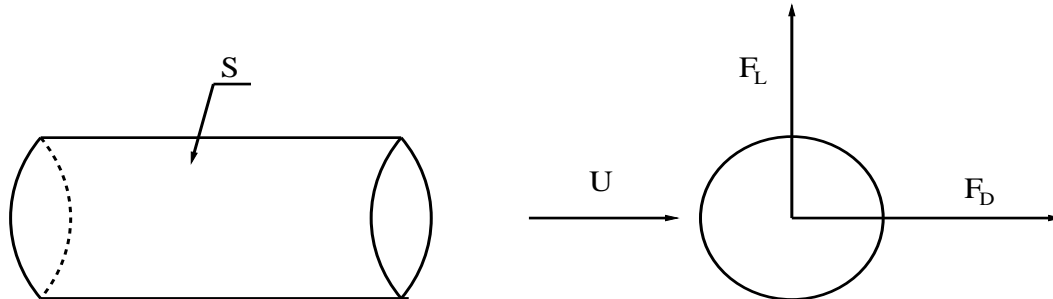


FIG. 2.2 – Représentation des forces de portance F_L et traînée F_D .

Les coefficients $\frac{\partial C_L}{\partial y}(0,0)$ et $C_D(0,0)$ peuvent être déterminés expérimentalement, ce qui donne accès au comportement dynamique du système. Malgré les améliorations par rapport aux modèles précédents et la prise en compte du mouvement du tube flexible, les prédictions du seuil d'instabilité restent imparfaites. De plus, l'amortissement augmente avec la vitesse de l'écoulement rendant impossible la modélisation du départ en instabilité. D'où l'émergence des approches suivantes consistant à considérer le temps nécessaire à l'écoulement pour redevenir stationnaire après le déplacement du tube. En effet, la théorie quasi-stationnaire suppose que ce temps est nul. D'où l'idée d'introduire un temps de réponse τ mettant en jeu la viscosité du fluide. En remplaçant dans l'équation $U(t)$ par $U(t - \tau)$, on obtient une force de portance qui peut rendre le système instable. L'introduction de ce retard signifie que les forces fluides ne sont pas affectées par le mouvement du tube pour un délai inférieur à τ et qu'elles retrouvent leur valeur stationnaire instantanément pour $t = \tau$. Cette modélisation paraît donc peu réaliste puisque les coefficients sont supposés évoluer continûment pendant le régime transitoire. Cette notion de retard est à l'origine du modèle quasi-instationnaire.

2.2.2 Modèle Quasi Instationnaire

Le Modèle Quasi-Instationnaire (MQI, Granger et al. 1996) propose la modélisation suivante de la force de portance :

$$F_c = \frac{1}{2}\rho U_{gap}^2 LD \left[\frac{\partial C_L}{\partial y}(0,0) \frac{h * U(t)}{D} - C_D(0,0) \frac{\dot{U}(t)}{U_{gap}} \right] \quad (2.8)$$

où $h * U(t)$ traduit l'effet mémoire de l'écoulement par rapport au mouvement du cylindre. Il est pris en compte dans le produit de convolution entre $U(t)$ et la fonction h .

La solution obtenue permet de reconstruire les cartes d'instabilités des différentes géométries existantes. Ce modèle a fourni des résultats et a pu être validé à l'aide de données expérimentales obtenues sur maquettes. Cependant, il est parfois difficile à mettre en oeuvre. En particulier, le calcul de h repose sur la résolution d'un problème d'optimisation non linéaire et fortement dépendant de la solution initiale qui n'est pas toujours facile à déterminer. De plus, l'analyse de ce type de phénomène non linéaire par une modélisation linéaire n'est pas satisfaisante d'un point de vue théorique.

2.3 Approche numérique

Avec le développement des codes de calcul en mécanique des fluides (Computation Fluid Dynamic, CFD) et l'augmentation des ressources informatiques, la simulation numérique devient une alternative intéressante et complémentaire pour l'étude des couplages fluide-structure et fluidélastiques dans les composants. En effet on peut envisager de reproduire numériquement les phénomènes couplés étudiés auparavant expérimentalement et analytiquement.

On est alors confronté aux problématiques suivantes : assurer la conservation de l'énergie lors de la transmission des données entre les codes et gérer l'interface mobile où s'échangent les données et où se crée le couplage. Les couplages fluide-structure et fluidélastiques s'opèrent au niveau de l'interface fluide-structure. En théorie, on doit assurer la continuité des contraintes et des vitesses à l'interface entre le fluide et la structure. La difficulté est de trouver une formulation adaptée pour la résolution des équations fluide-structure qui tient compte des parois mobiles et permet de simuler des écoulements fortement convectifs. La formulation Arbitraire Lagrange-Euler (ALE) est une solution qui permet de gérer des maillages mobiles dans ces conditions avec des déplacements d'amplitudes modérées.

Le couplage entre codes fluide et structure s'opère de la façon suivante : on calcule dans un premier temps, les chargements fluides exercés sur la structure. Ensuite ce chargement est utilisé pour le calcul mécanique et on en déduit le déplacement et la vitesse de la structure utilisés comme conditions limites du calcul fluide à l'itération suivante.

Toutefois la gestion des conditions limites en particulier pour la prise en compte de parois mobiles avec des écoulements turbulents reste un problème complexe. On peut trouver des exemples d'utilisation de la formulation ALE avec des modèles de turbulence $k - \epsilon$ (Medic 1999). Une alternative consiste à s'affranchir des lois de parois en utilisant des maillages très raffinés. Les temps de calcul requis pour traiter des cas à caractère industriel peuvent alors devenir prohibitifs, à moins de recourir au calcul parallèle.

La méthode de Parois Mobiles sur Domaine Fixe (PMDF) ou méthode de paroi transpirante permet à partir d'une formulation eulérienne des équations de Navier-Stokes de prendre en compte des parois mobiles pour de petits déplacements en utilisant des conditions aux limites adaptées à la paroi mobile (Renou 1998). En pratique cette méthode définit une loi de paroi "vibrante" calculée à partir d'une approximation des équations de Navier-Stokes décrite en formulation ALE. Les déplacements structure ne doivent en théorie pas dépasser la taille de la première cellule en contact avec la paroi mobile. Toutefois cela est suffisant pour un grand nombre d'applications comme la détermination des grandeurs fluide-structure dans les faisceaux de tubes et même pour l'estimation dans certains cas sous des hypothèses restrictives de l'instabilité fluidélastique (Renou 1998). Elle a également été utilisée pour l'étude des interactions fluidélastiques en écoulement turbulent (Medic 1999).

On présente dans ce chapitre la méthodologie mise en oeuvre pour modéliser le couplage fluide-structure ou fluidélastique. On introduit la notion de maillage mobile et de formulation Arbitraire-Lagrange Euler des équations de Navier-Stokes, puis on présente le schéma d'intégration temporelle structure utilisé et une validation de ce schéma. Enfin on termine par l'étude de différents schémas de couplage explicites et implicites permettant le transfert des données entre les codes fluide et structure par le biais de l'interface fluide-structure.

3.1 Méthodologie pour le calcul fluide

3.1.1 Objectifs

La méthode Arbitraire Lagrange Euler (ALE) combine à la fois les formulations eulérienne et lagrangienne pour décrire le mouvement des particules fluides. Elle a été introduite dans le but de modéliser des problèmes de frontières mobiles et de surfaces libres, chacune des deux descriptions précédentes prise seule étant mal adaptée pour ce type de problème. Ainsi en description eulérienne, on cherche à déterminer les propriétés physiques du fluide en des positions fixes de l'espace et du temps. Le domaine d'étude ou volume de contrôle est fixe et le fluide est renouvelé constamment dans celui-ci ce qui introduit un terme de convection dans les équations à résoudre. Si cette formulation évite les déformations de maillage pour les résolutions numériques et est adaptée à la plupart des problèmes de mécanique des fluides, elle ne prend pas en compte le cas de frontières mobiles où le volume de contrôle dépend du temps, les dérivées temporelles étant alors mal définies. En description lagrangienne, au contraire, on suit les particules dans leur mouvement et le domaine de contrôle avance à la vitesse des particules ou vitesse du domaine matériel. Cette description est bien adaptée à de faibles déplacements puisqu'elle conduit à une déformation du volume de contrôle et elle est particulièrement utilisée en mécanique des solides. Toutefois si les déplacements sont trop importants, le calcul est rendu impossible en raison de déformations de maillage trop importantes et le pas de temps requis peut devenir très faible. D'où le recours à une formulation mixte, dite méthode ALE, qui introduit un domaine de calcul supplémentaire suivant les frontières du domaine et permettant une résolution des équations mieux adaptée en évitant ou en atténuant les écueils des descriptions eulérienne et lagrangienne classiques. Les premiers modèles numériques en ALE utilisant une méthode de différences finies ont été introduits par Noh et al. (1964) et Hirt (1974). On peut trouver des exemples d'utilisation de la méthode ALE en éléments finis dans Hughes et al. (1981), Belyschko et al. (1982), Liu et Huerta (1988) et pour de grandes déformations dans Benson (1989) et Souli (2000). Dans ce qui suit, on donne dans une première partie les bases théoriques de la méthode ALE, puis on montre sa mise en oeuvre dans un cas particulier. Enfin on détaille la résolution de la vitesse introduite en utilisant une méthode de volumes finis.

3.1.2 Formulation ALE

On se donne un domaine matériel Ω_m qui suit les particules fluides X dans leur mouvement (description lagrangienne) et un domaine spatial fixe Ω_s occupant des positions fixes x de l'espace

(description eulérienne). On peut lier les deux variables X et x par la relation ci-dessous :

$$\begin{aligned} x &= x(X, t) \\ \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_X &= u(X, t) = \tilde{u}(x, t) \end{aligned}$$

avec u (ou \tilde{u}) vitesse du domaine matériel. La dérivée matérielle d'une quantité Φ lorsque l'on suit les particules dans leur mouvement est donnée par :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left. \frac{\partial \Phi(X, t)}{\partial t} \right|_X = \left. \frac{\partial \tilde{\Phi}(x, t)}{\partial t} \right|_x + \left. \frac{\partial \tilde{\Phi}(x, t)}{\partial x_i} \right|_t \tilde{u}_i(x_i, t)$$

Si on considère un domaine ayant un mouvement arbitraire Ω_a différent de celui de Ω_m (figure 3.1), il est lié au domaine fixe Ω_s par les coordonnées ξ telles que :

$$\begin{aligned} x &= \hat{x}(\xi, t) \\ \left. \frac{\partial \hat{x}}{\partial t} \right|_\xi &= \hat{w}(\xi, t) = \tilde{w}(x, t) \end{aligned}$$

avec \hat{w} (ou \tilde{w}) vitesse du référentiel arbitraire. On a de même que précédemment :

$$\left. \frac{\partial \hat{\Phi}(\xi, t)}{\partial t} \right|_\xi = \left. \frac{\partial \tilde{\Phi}(x, t)}{\partial t} \right|_x + \left. \frac{\partial \tilde{\Phi}(x, t)}{\partial x_i} \right|_t \tilde{w}_i(x_i, t) \quad (3.1)$$

On choisit le domaine Ω_a de façon à le faire coïncider avec les frontières mobiles, ξ et w désignant les positions et la vitesse du maillage. On résout alors les équations de Navier-Stokes en les exprimant dans le domaine Ω_a . On rappelle les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement pour un fluide newtonien et un écoulement incompressible. En description eulérienne où l'on suppose que le volume de contrôle Ω_s est fixe au cours du temps, les équations locales s'écrivent :

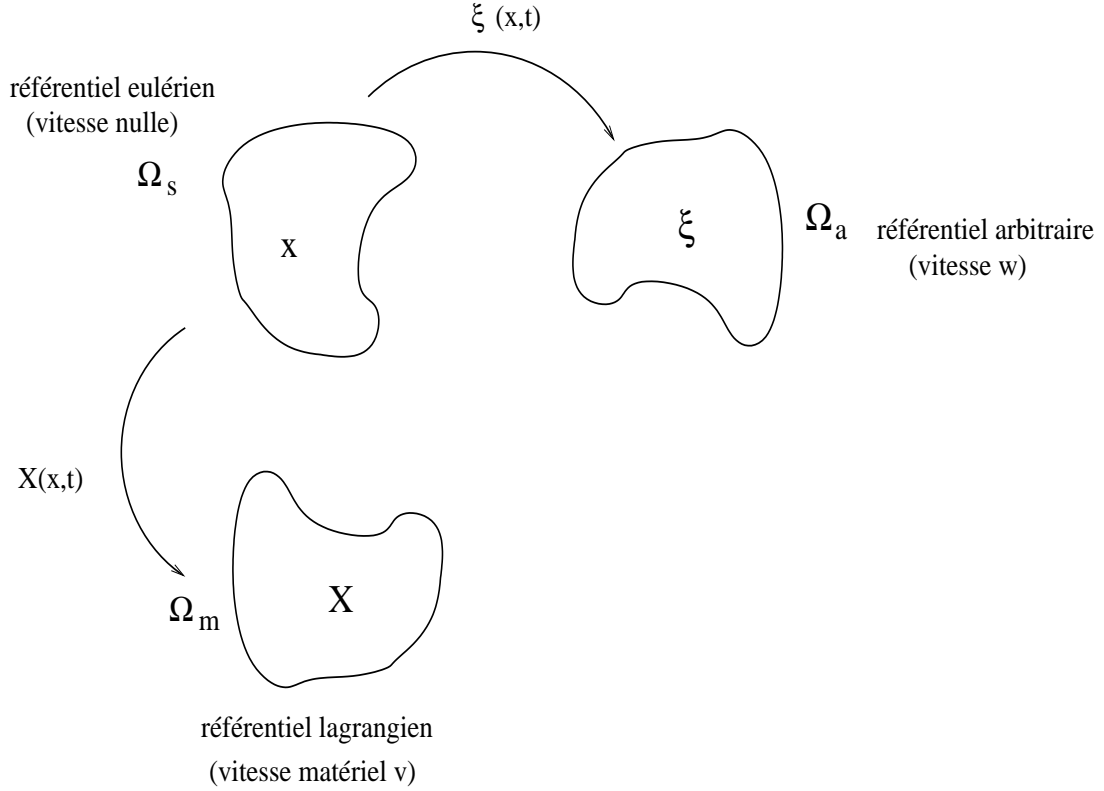
$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} \right|_x + \nabla_x \cdot (\tilde{\rho} \tilde{u}) &= 0 \\ \tilde{\rho} \left\{ \left. \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \right|_x + \tilde{u} \nabla_x(\tilde{u}) \right\} &= -\nabla_x(\tilde{p}) + \nabla_x \cdot [\tilde{\mu} \nabla_x(\tilde{u})] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Si le domaine Ω_s est mobile, la formulation eulérienne ne convient plus. On définit alors un difféomorphisme qui fait correspondre chaque point du domaine $\Omega_s(t)$ à un domaine fixe Ω_a . On exprime les équations du système (3.2) à l'aide de l'équation (3.1). Il vient :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} \right|_x + \nabla_x \cdot (\tilde{\rho} \tilde{u}) &= 0 \\ \tilde{\rho} \left\{ \left. \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} \right|_\xi + (\tilde{u} - \tilde{w}) \nabla_x(\tilde{u}) \right\} &= -\nabla_x(\tilde{p}) + \nabla_x \cdot [\tilde{\mu} \nabla_x(\tilde{u})] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Le système ci-dessus fait intervenir à la fois des grandeurs exprimées en coordonnées eulérienne et lagrangienne. Il existe plusieurs méthodes pour résoudre ce type de système. L'une d'elles consiste à résoudre le système complet avec les termes de convection (Guimet et Archambeau, 1998). Elle nécessite la donnée du jacobien \hat{J} du changement de variables entre les coordonnées eulériennes x et lagrangiennes "arbitraires" ξ :

$$\hat{J} = \hat{J}(\xi, t) = \left| \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right|$$


 FIG. 3.1 – Représentation schématique des domaines Ω_m , Ω_s et Ω_a .

On note avec un tilde les grandeurs exprimées dans le repère Ω_s et on utilise un chapeau pour les autres grandeurs exprimées dans le repère Ω_a . Les grandeurs et opérateurs de dérivation sont exprimés à l'aide du jacobien en coordonnées lagrangiennes "arbitraires". La résolution est effectuée sur Ω_a et toutes les grandeurs sont exprimées dans Ω_s après actualisation de la géométrie. Le système d'équations précédent s'écrit par conséquent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{p}}{\partial t} \Big|_{\xi} + \hat{J} \nabla_x \cdot (\tilde{\rho}(\tilde{u} - \tilde{w})) &= 0 \\ \hat{J} \hat{\rho} \left\{ \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} \Big|_{\xi} + (\tilde{u} - \tilde{w}) \nabla_x(\tilde{u}) \right\} &= \hat{J} \{ -\nabla_x(\tilde{p}) + \nabla_x \cdot [\tilde{\mu} \nabla_x(\tilde{u})] \} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Le passage entre les différentes coordonnées se fait au premier ordre en temps et le jacobien est choisi égal à l'identité $\hat{J} = I$, les opérateurs de dérivation $\nabla_x = \nabla_\xi$ sont supposés égaux ainsi que les vitesses $\hat{u}(\xi, t) = \tilde{u}(x, t)$.

L'algorithme global doit vérifier la loi de conservation géométrique suivante :

$$\frac{\partial \hat{J}}{\partial t} \Big|_{\xi} = \hat{J} \nabla_x \cdot \tilde{w}$$

ou sous forme intégrale :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V dV \Big|_{\xi} = \int_{\delta V} \tilde{w} \cdot n dS$$

Cette loi lie le taux de variation d'un volume élémentaire V à la divergence de la vitesse \tilde{w} . Ainsi lorsque la divergence de la vitesse est positive, le volume élémentaire V augmente et il diminue dans

le cas contraire.

On suppose de plus que la masse volumique ρ est constante en temps et en espace dans l'équation de conservation de la masse et il a été montré (Guimet 1998) que l'on peut négliger la vitesse de maillage w dans l'équation de continuité. En utilisant la loi de conservation géométrique dans le système précédent, on obtient pour un écoulement incompressible :

$$\begin{aligned} \nabla_{\xi} \cdot (u) &= 0 \\ \rho \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{\xi} + (u - w) \nabla_{\xi}(u) \right\} &= -\nabla_{\xi}(p) + \nabla_{\xi} \cdot (\mu \nabla_{\xi}(u)) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Il existe d'autres approches pour la résolution du système (3.3) (Souli 2000). On peut procéder en deux étapes : dans un premier temps on considère que le domaine arbitraire se déplace à la vitesse du milieu matériel, il n'apparaît aucun terme de convection dans les équations ; dans un second temps, le transport des grandeurs à travers les frontières est calculé. Cela correspond à un retour du domaine arbitraire de la "position" lagrangienne vers sa position arbitraire. Cette approche est adaptée au traitement de problèmes diphasiques (explosion sous-marine par exemple, Souli 2000).

3.1.3 Mise en oeuvre

Pour la mise en oeuvre il convient de choisir une vitesse du domaine arbitraire respectant les frontières mobiles et conservant un maillage régulier sans retournement de mailles. On peut travailler sur les déplacements ou sur la vitesse de maillage. Si l'équation qui régit la vitesse ou les déplacements est linéaire, les deux approches sont équivalentes et il est possible de faire une approximation au premier ordre en temps pour lier vitesse et déplacement :

$$\xi_j^{n+1} = \xi_j^n + w_j^n \Delta t$$

avec :

- ξ_j^{n+1} et ξ_j^n les déplacements aux instants n et $n + 1$
- w_j^n la vitesse à l'instant n

On peut considérer le domaine arbitraire (ici le maillage) comme un milieu continu. Les déplacements sont alors solutions d'un problème de mécanique classique. On peut par exemple supposer que le maillage subit une déformation maximale sur les frontières mobiles se propageant dans le domaine et s'atténuant loin des frontières. Cela revient à résoudre une équation de diffusion pour w ou ξ sur le domaine Ω_a sous la forme :

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla \xi) = 0 \quad (3.6)$$

avec des conditions aux limites fixées sur les frontières mobiles $\Gamma(t)$ et les frontières fixes $\partial\Omega_a - \Gamma(t)$

- $\xi|_{\Gamma(t)}$ et $\xi|_{\partial\Omega_a - \Gamma(t)}$ connus.
- λ viscosité du milieu à définir.

Une généralisation de cette approche est donnée dans (Souli 2001) où un tenseur des contraintes σ_a du milieu continu arbitraire Ω_a est introduit et modélisé afin d'éviter une trop grande déformation des petites mailles et de mieux décrire des problèmes de couches limites. On résout alors une équation sur σ_a dans Ω_a :

$$\nabla \cdot (\sigma_a) = 0$$

avec des contraintes ou des déplacements connus sur les frontières du domaine Ω_a . Il existe différents modèles pour σ_a en fonction des problèmes physiques considérés. On peut choisir un modèle linéaire élastique si l'on suppose le milieu incompressible :

$$\sigma_a = C\xi$$

avec

- σ_a tenseur des contraintes du milieu Ω_a
- ξ déformation du milieu
- C matrice dépendant des éléments de Ω_a

La matrice C est construite pour éviter la déformation des petites cellules de Ω_a .

La vitesse de maillage w est calculée aux centres des cellules de calcul (formulation "cell-centered"). Il est nécessaire d'extrapoler ou d'interpoler la vitesse ou le déplacement du centre des cellules du maillage aux nœuds des cellules afin d'actualiser la géométrie à chaque itération pour le calcul fluide. Pour les nœuds internes, on détermine dans un premier temps la vitesse aux centres des faces en moyennant la vitesse aux centres des deux cellules voisines de la face considérée.

$$w_k = \frac{1}{2}w_{j-1} + \frac{1}{2}w_j$$

Ensuite on en déduit la vitesse au nœud i en moyennant la vitesse aux centres des faces possédant ce nœud.

$$w_i = \frac{1}{N_{Fac}} \sum_{k=1}^{N_{Fac}} w_k$$

avec :

N_{Fac} le nombre de faces possédant le nœud i ,

w_k la vitesse de maillage sur la face k ,

w_i la vitesse au nœud i .

On peut voir une représentation schématique de l'interpolation de la vitesse aux nœuds internes sur la figure (3.2).

Pour les nœuds de bord, on utilise les conditions aux limites exprimées aux centres des faces de bord. Ainsi pour des conditions aux limites de Dirichlet sur la vitesse de maillage, la vitesse des nœuds de bord est prise égale à la valeur à la condition aux limites. Pour les conditions aux limites de Neumann, la vitesse aux nœuds de bord est déduite de la vitesse au centre de la cellule voisine de la face bord.

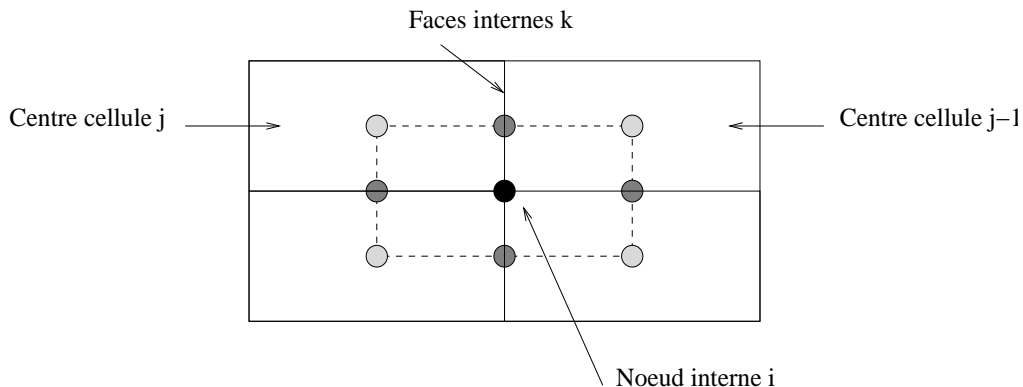


FIG. 3.2 – Extrapolation vitesse centre cellule-nœud interne.

3.1.4 Caractéristiques de la formulation ALE

On choisit d'étudier l'effet du mouvement d'un maillage fluide imposé en espace et en temps sur la résolution des champs de vitesse et pression. Pour cela, on considère un canal plan et on se donne une déformation de maillage ou vitesse de maillage fixée en temps et en espace perpendiculaire à la longueur du canal.

On définit quatre zones différentes pour la vitesse w de maillage (figures 3.3 et 3.4) :

zone 1 : $w = 20 \omega x_{max} x y \cos(\omega t)$

zone 2 : $w = 20 \omega x_{max} (1 - x) y \cos(\omega t)$

zone 3 : $w = 20 \omega x_{max} x (0.2 - y) \cos(\omega t)$

zone 4 : $w = 20 \omega x_{max} (1 - x) (0.2 - y) \cos(\omega t)$

On choisit une amplitude maximale de déplacement x_{max} égale à 10% de la largeur du canal et une pulsation $\omega = 2\pi$.

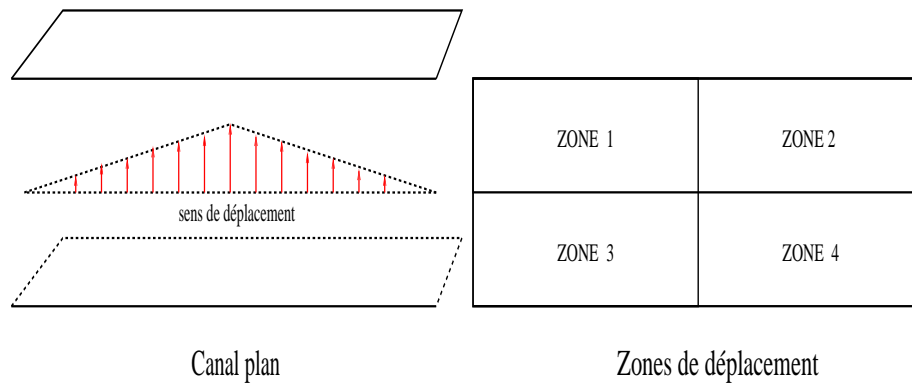


FIG. 3.3 – Représentation schématique du déplacement de maillage.

3.1.4.1 Ecoulement uniforme en temps et en espace

On sait que la loi de conservation géométrique est vérifiée si un champ de vitesse uniforme est conservé. On choisit tout d'abord de prendre un champ de vitesse nulle $u = 0$ et une masse volumique constante égale $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$.

Le système d'équations (3.4) devient :

$$\left. \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} \right|_{\xi} - \hat{\mathcal{N}}_x \cdot w = 0 \quad (3.7)$$

On retrouve la loi de conservation géométrique sous forme locale.

Numériquement on retrouve un champ de vitesse et de pression nul dans le domaine de calcul et par conséquent les efforts de pression et les efforts visqueux exercés sur la paroi inférieure du canal sont nuls.

On a testé dans un deuxième temps un champ de vitesse uniforme en espace $u = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$ en imposant des conditions aux limites de symétrie sur les parois inférieure et supérieure du canal. On peut voir sur la figure (3.5) que le champ de vitesse n'est pas influencé par la déformation de maillage. Par ailleurs le champ de vitesse étant constant et la chute linéique de pression étant nulle, on retrouve comme au cas précédent des efforts nuls à la "paroi" ou faces de bord inférieur. Le déplacement des

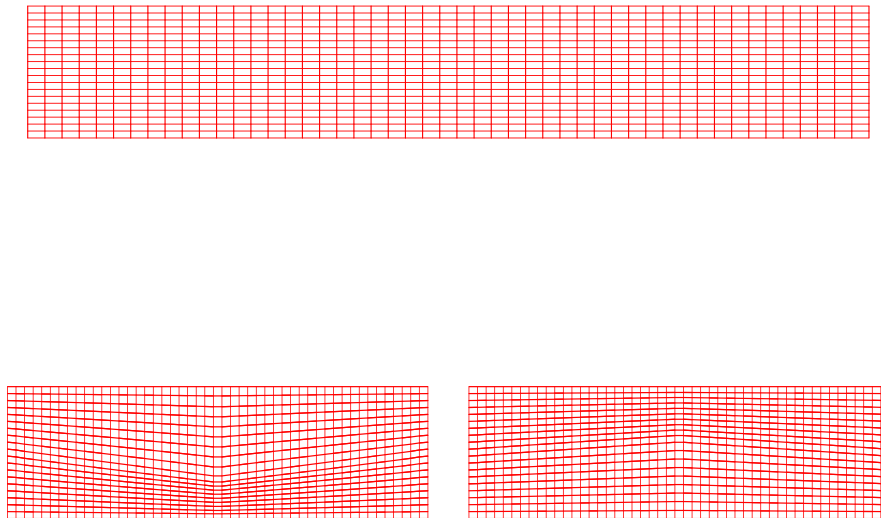


FIG. 3.4 – Visualisation du maillage non déformé et des maillages déformés après une demi-période et une période (déplacement amplifié 5 fois) .

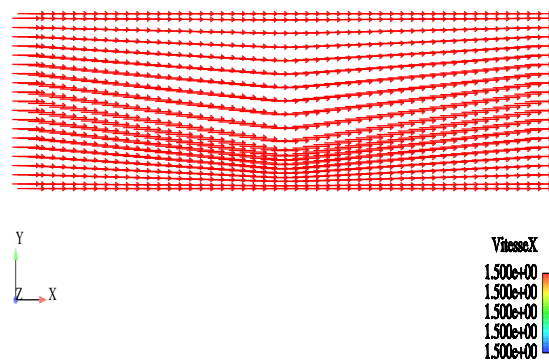


FIG. 3.5 – Champ de vitesse fluide uniforme avec un déplacement de maillage amplifié 5 fois.

nœuds et l'introduction de la vitesse de maillage correspondante dans l'équation de conservation de la masse n'introduit donc pas de vitesse parasite dans la résolution des équations du fluide. La loi de conservation géométrique semble être bien assurée par la formulation ALE bien que la vitesse de maillage soit déterminée aux centres des cellules et interpolée aux nœuds.

3.1.4.2 Écoulement dans un canal plan

On étudie à présent l'effet du mouvement de maillage sur l'écoulement stationnaire incompressible d'un fluide visqueux dans un canal plan (écoulement de Poiseuille plan). Cet écoulement appartient à une classe d'écoulements parallèles monodimensionnels pour lesquels on dispose d'une solution analytique (cf. chapitre 2). On sait que le profil de vitesse est parabolique en y et que la pression est linéaire en x . On veut retrouver les caractéristiques de cet écoulement avec un maillage mobile. On impose les conditions aux limites suivantes pour la vitesse fluide :

$$u = 0 \text{ sur les parois en } y = 0.0 \text{ et } y = 0.2$$

$$u = u_{max} y(0.2 - y) = 1.5 y(0.2 - y) \text{ en entrée du canal } x = 0.0$$

On peut voir sur les figures (3.6) et (3.7) que l'on retrouve bien la chute linéique de pression et le profil parabolique de vitesse attendu.

On observe que le déplacement de maillage induit de faibles oscillations sur l'effort de pression. De plus ces oscillations dépendent faiblement du pas de temps utilisé. On peut voir un résumé des calculs effectués en fonction du pas de temps sur le tableau (3.1) et une évolution de l'effort de pression et de la chute linéique de pression sur les figures (3.8) et (3.9). On en déduit que la formulation ALE induit une erreur de 2.6% sur les calculs des efforts de pression en présence de ce déplacement de maillage. Cet écart peut s'expliquer par l'augmentation des non-orthogonalités du maillage au cours des itérations ALE.

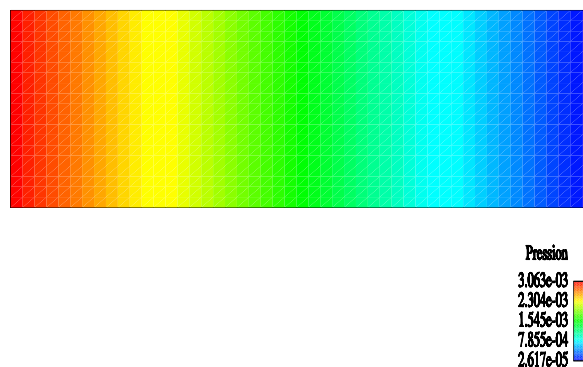


FIG. 3.6 – Maillage coloré par la pression avec mouvement de maillage.

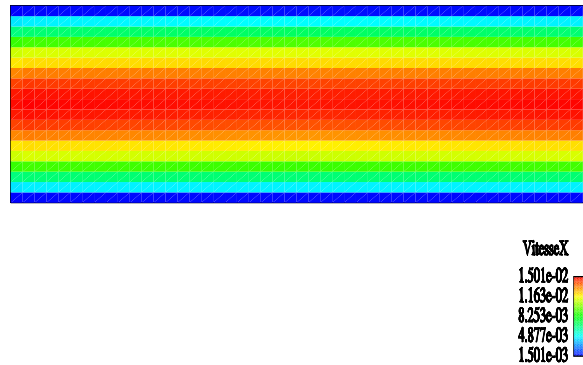


FIG. 3.7 – Maillage coloré par la vitesse avec mouvement de maillage.

Pas de temps dt	F_p ($kg.m.s^{-2}$)	F_v ($kg.m.s^{-2}$)	F_p' ($kg.m.s^{-2}$)	F_v' ($kg.m.s^{-2}$)
Théorique	$-1.5 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{-5}$	0	0
Maillage fixe	$-1.49 \cdot 10^{-4}$	$2.82 \cdot 10^{-5}$	$1.57 \cdot 10^{-11}$	$1.12 \cdot 10^{-11}$
1/30	$-1.53 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$9.82 \cdot 10^{-8}$	$8.07 \cdot 10^{-10}$
1/60	$-1.53 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$1.02 \cdot 10^{-7}$	$6.33 \cdot 10^{-10}$
1/120	$-1.53 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$1.04 \cdot 10^{-7}$	$4.92 \cdot 10^{-10}$
1/240	$-1.53 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$1.05 \cdot 10^{-7}$	$4.06 \cdot 10^{-10}$
1/480	$-1.53 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$1.05 \cdot 10^{-7}$	$3.49 \cdot 10^{-10}$
1/900	$-1.53 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$1.05 \cdot 10^{-7}$	$3.15 \cdot 10^{-10}$

TAB. 3.1 – Tableau comparatif des fluctuations des efforts de pression F_p' et visqueux F_v' et des efforts moyens de pression F_p et visqueux F_v pour différents pas de temps

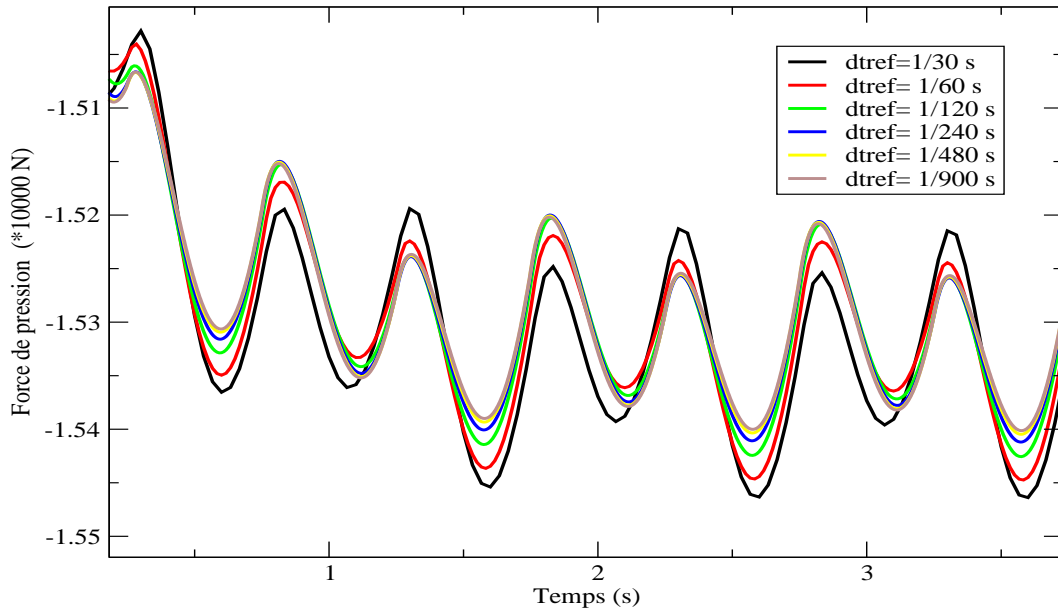


FIG. 3.8 – Evolution au cours du temps de l’effort de pression pour différents pas de temps.

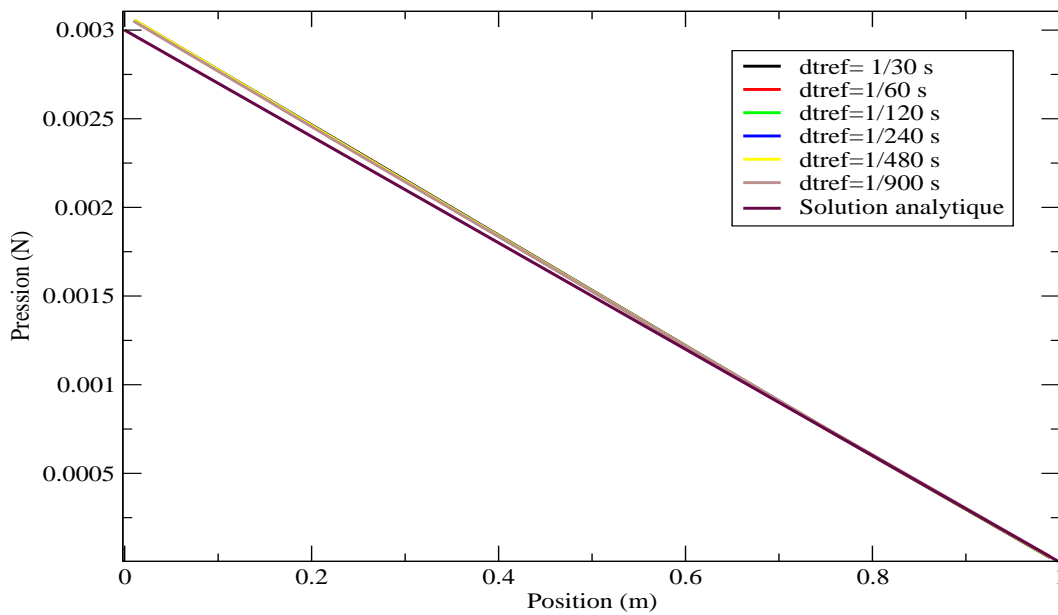


FIG. 3.9 – Comparaison pour différents pas de temps de la chute linéique de pression.

3.1.5 Contrôle de la déformation du maillage

Pour le calcul de la vitesse de maillage on résout une équation de diffusion de la forme :

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla w) = 0 \quad (3.8)$$

avec

- conditions limites données,
- λ coefficient de diffusion de maillage.

Le choix du coefficient de diffusion de maillage $\lambda = 1$ partout a donné des résultats corrects pour les simulations effectuées. Toutefois dans l'étude des écoulements dans les faisceaux de tubes, le choix d'un coefficient de diffusion de maillage λ variable a été préféré pour conserver un maillage fin et non déformé près du tube mobile. La distribution suivante a été choisie :

- $\lambda = 10^6$ pour un rayon $r < r_{min}$
- $\lambda = 1$ pour un rayon $r > r_{min}$

où

- r désigne la distance du centre des cellules par rapport au centre du tube mobile.
- r_{min} définit une couronne de rayon r_{min} autour du tube mobile.

Pour éviter une variation trop brusque du coefficient de diffusion de maillage, une autre distribution de coefficient de diffusion de maillage a été testée :

$$\lambda = 10^6 \text{ pour un rayon } r < r_{min}$$

$$\lambda = 10^6 e^{-2(r-r_{min})} + 1 \text{ pour un rayon } r > r_{min}$$

Les déformations de maillage obtenues avec un coefficient de diffusion de maillage constante $\lambda = 1$ partout dans le domaine et la première distribution sont comparées sur les figures (3.10) et (3.11) .

La résolution de cette équation se fait par la méthode des volumes finis. On se ramène à la résolution d'un système matriciel symétrique par une méthode de gradient conjugué préconditionné.

Pour vérifier l'intérêt des ces conditions aux limites de maillage, on choisit une configuration en faisceau de tubes proche de la configuration expérimentale qui nous intéresse. On choisit de se limiter à une cellule élémentaire de 5 tubes ou 9 tubes. On impose les conditions aux limites suivantes sur la vitesse w pour la résolution du laplacien :

$$w = w_s \text{ sur le tube mobile}$$

$$w = 0 \text{ sur les tubes fixes}$$

où $w_s = a \cos(\omega t)$ désigne la vitesse imposée du tube mobile d'amplitude a et de pulsation ω .

On peut voir sur les figures (3.10) et (3.11) une comparaison des déplacements obtenus en choisissant pour la résolution du laplacien un coefficient de diffusion constant en espace et unitaire et un coefficient de diffusion de maillage variable en espace. Ainsi on retrouve bien sur les deux figures que la déformation de maillage est maximale près de la paroi mobile et qu'elle se diffuse et s'annule loin de la paroi. Par ailleurs on constate qu'avec un coefficient de diffusion de maillage variable en espace, le maillage se déforme en bloc sur une couronne autour de la paroi mobile et que les mailles à la paroi sont moins déformées (figure 3.11). C'est cette distribution de coefficient de diffusion de maillage λ qui sera conservé par la suite pour les simulations numériques en faisceau de tubes et cylindres concentriques.

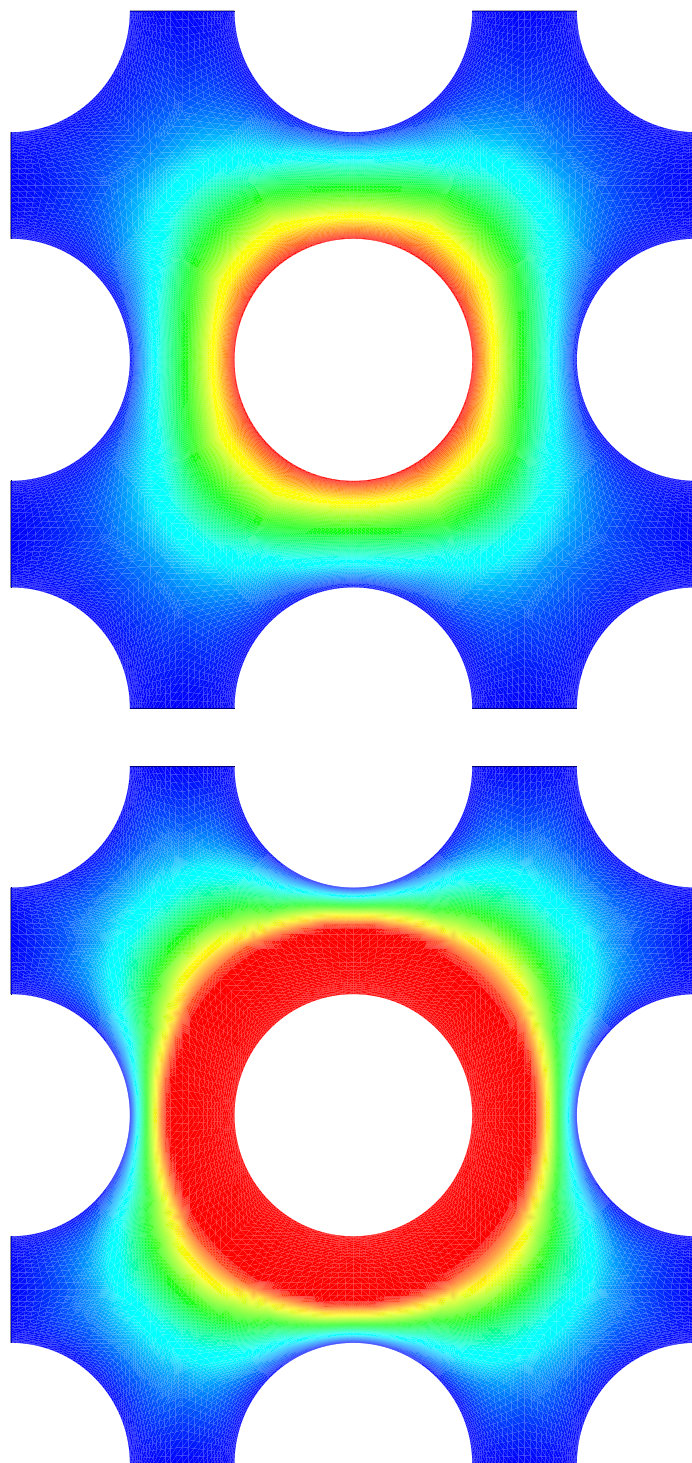


FIG. 3.10 – Comparaison du déplacement de maillage avec un coefficient de diffusion de maillage constant (bas) et un coefficient de diffusion de maillage variable $\lambda = 10^6$ pour $r < r_{min}$ et $\lambda = 1$ ailleurs au même instant (haut). Déplacement max= $5.201 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$ (haut) et Déplacement max= $5.191 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$ (bas).

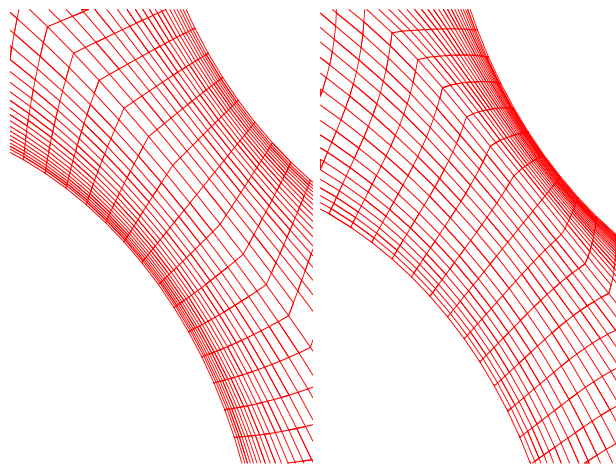
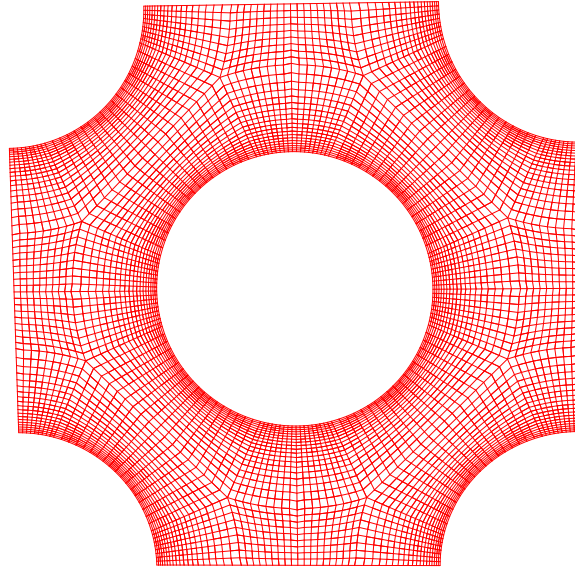


FIG. 3.11 – Exemple de maillage (5184 cellules) et de déformation de maillage avec différentes distributions pour le coefficient de diffusion de maillage λ . $\lambda = 1$ partout (gauche). $\lambda = 10^6$ pour $r < r_{min}$ et $\lambda = 1$ ailleurs (droite).

On a présenté dans cette section la formulation Arbitraire Lagrange-Euler (ALE) pour la résolution des équations de Navier-Stokes avec présence de paroi mobile. On a montré que cette formulation introduisait une vitesse de maillage w arbitraire dans l'équation de quantité de mouvement. On a pu tester la mise en oeuvre de cette formulation ALE pour un écoulement de Poiseuille plan et on a montré que l'on estimait correctement la chute linéique de pression ainsi que le profil parabolique de vitesse. On a constaté que le mouvement de maillage introduisait des oscillations négligeables sur les efforts de pression exercés sur la paroi inférieur du canal. Ces oscillations sont vraisemblablement dues à des erreurs numériques causés par les non-orthogonalités du maillage mobile. Enfin on a pu tester un algorithme permettant le contrôle de la déformation et de la vitesse de maillage sur une configuration de faisceau à partir d'une équation de diffusion. On a testé deux distributions de coefficient de diffusion de maillage constant et variable en espace et en temps. Cette dernière distribution de coefficient de diffusion de maillage a permis de conserver un maillage non déformé près de la paroi mobile et elle sera utilisé par la suite pour les simulations en configuration de faisceaux de tubes ou de cylindres concentriques.

3.2 Méthodologie pour le calcul structure

On étudie ici le mouvement d'une structure vibrant en air. On rappelle dans un premier temps l'équation mécanique régissant le mouvement de la structure. Celui-ci est décomposé suivant ses modes propres et on introduit un coefficient de masse, d'amortissement et de raideur pour caractériser la structure. Puis on décrit une classe de schémas d'intégration temporelle (schémas de Newmark) pour la résolution de cette équation différentielle. On effectue des développements de Taylor pour étudier l'ordre en temps des schémas d'intégration numérique. Enfin on compare les résultats obtenues avec différents schémas numériques à la solution analytique du déplacement d'une structure vibrant sous l'effet d'une force imposée au cours du temps et en l'absence de couplage.

3.2.1 Position du problème structure

La représentation simplifiée adoptée pour l'étude de la dynamique d'un tube vibrant est la suivante :

$$M_s A + C_s V + K_s U = F_s$$

où U , V , A désignent respectivement le déplacement, la vitesse et l'accélération du tube et M_s , C_s , K_s sa masse, son amortissement et sa raideur. Pour la résolution on utilise le schéma de Newmark en accélération :

$$\begin{aligned} V^{n+1} &= V^n + \Delta t [(1 - \gamma)A^n + \gamma A^{n+1}] \\ U^{n+1} &= U^n + \Delta t V^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 [(1 - 2\beta)A^n + 2\beta A^{n+1}] \end{aligned} \quad (3.9)$$

avec γ et β constantes à définir en fonction du schéma.

Les relations du système (3.9) sont déduites des développements qui vont suivre. On écrit les développements de Taylor de la vitesse aux temps t^n et t^{n+1} en explicite et implicite :

$$\begin{aligned} V^{n+1} &= V^n + \Delta t A^n + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 V^n}{dt^2} + O(\Delta t^3) \\ V^n &= V^{n+1} - \Delta t A^{n+1} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 V^{n+1}}{dt^2} + O(\Delta t^3) \end{aligned}$$

On utilise dans le système précédent le coefficient γ :

$$\begin{aligned} (1 - \gamma)V^{n+1} &= (1 - \gamma)V^n + (1 - \gamma)\Delta t A^n + (1 - \gamma)\frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 V^n}{dt^2} + O(\Delta t^3) \\ \gamma V^n &= \gamma V^{n+1} - \gamma\Delta t A^{n+1} + \gamma\frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 V^{n+1}}{dt^2} + O(\Delta t^3) \end{aligned}$$

En retranchant les deux équations du système précédent, il vient :

$$\begin{aligned} (1 - \gamma)V^{n+1} - \gamma V^n &= (1 - \gamma)V^n - \gamma V^{n+1} \\ &+ (1 - \gamma)\Delta t A^n + \gamma\Delta t A^{n+1} \\ &+ (1 - \gamma)\frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 V^n}{dt^2} - \gamma\frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 V^{n+1}}{dt^2} \end{aligned}$$

On a par conséquent :

$$V^{n+1} = V^n + \Delta t [(1 - \gamma)A^n + \gamma A^{n+1}] + \Delta t^2 \left[(1 - \gamma) \frac{d^2 V^n}{dt^2} - \gamma \frac{d^2 V^{n+1}}{dt^2} \right] + O(\Delta t^3)$$

On peut écrire le développement limité suivant pour la dérivée seconde de la vitesse :

$$\frac{d^2 V^{n+1}}{dt^2} = \frac{d^2 V^n}{dt^2} + O(\Delta t)$$

et par conséquent, il vient :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d^2 V^{n+1}}{dt^2} - \frac{d^2 V^n}{dt^2} \right) = O(\Delta t)$$

Ainsi si on choisit $\gamma = \frac{1}{2}$ le développement de la vitesse s'écrit :

$$V^{n+1} = V^n + \frac{\Delta t}{2} (A^n + A^{n+1}) + O(\Delta t^3)$$

De la même manière, on écrit les développements de Taylor du déplacement aux temps t^n et t^{n+1} en explicite et implicite.

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t V^n + \frac{\Delta t^2}{2!} A^n + O(\Delta t^3)$$

$$U^n = U^{n+1} - \Delta t V^{n+1} + \frac{\Delta t^2}{2!} A^{n+1} + O(\Delta t^3)$$

On introduit le coefficient β dans le système précédent :

$$(1 + 2\beta)U^{n+1} = (1 + 2\beta)U^n + (1 + 2\beta)\Delta t V^n + (1 + 2\beta)\frac{\Delta t^2}{2!} A^n + O(\Delta t^3)$$

$$2\beta U^n = 2\beta U^{n+1} - 2\beta \Delta t V^{n+1} + 2\beta \frac{\Delta t^2}{2!} A^{n+1} + O(\Delta t^3)$$

et en sommant les deux équations du système précédent, il vient :

$$\begin{aligned} (1 + 2\beta)U^{n+1} + 2\beta U^n &= (1 + 2\beta)U^n + (1 + 2\beta)\Delta t V^n + (1 + 2\beta)\frac{\Delta t^2}{2!} A^n \\ &+ 2\beta U^{n+1} - 2\beta \Delta t V^{n+1} + 2\beta \frac{\Delta t^2}{2!} A^{n+1} + O(\Delta t^3) \end{aligned}$$

On en déduit :

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t [(1 + 2\beta)V^n - 2\beta V^{n+1}] + \frac{\Delta t^2}{2!} [(1 + 2\beta)A^n + 2\beta A^{n+1}] + O(\Delta t^3)$$

En remplaçant V^{n+1} par le développement limité suivant :

$$V^{n+1} = V^n + \Delta t A^n + O(\Delta t^2)$$

dans l'équation précédente :

$$\begin{aligned} U^{n+1} = U^n &+ \Delta t [(1 + 2\beta)V^n - 2\beta(V^n + \Delta t A^n + O(\Delta t^2))] \\ &+ \frac{\Delta t^2}{2!} [(1 + 2\beta)A^n + 2\beta A^{n+1}] + O(\Delta t^3) \end{aligned}$$

on peut finalement écrire le développement suivant pour le déplacement au temps t^{n+1} :

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t V^n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta)A^n + 2\beta A^{n+1}] + O(\Delta t^3)$$

On rappelle le résultat pour la vitesse au temps t^{n+1} :

$$V^{n+1} = V^n + \Delta t [(1 - \gamma)A^n + \gamma A^{n+1}] + O(\Delta t^2)$$

Le schéma de Newmark est donc un schéma d'ordre 2 en temps si $\gamma = \frac{1}{2}$ et d'ordre 1 en temps sinon. De plus, si on choisit $\beta = \frac{1}{4}$ et $\gamma = \frac{1}{2}$, on obtient le schéma suivant :

$$\begin{aligned} V^{n+1} &= V^n + \frac{\Delta t}{2}(A^n + A^{n+1}) \\ U^{n+1} &= U^n + \Delta t V^n + \frac{\Delta t^2}{4}(A^n + A^{n+1}) \end{aligned}$$

et en utilisant la première équation, on peut écrire :

$$\frac{V^{n+1} - V^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}(A^n + A^{n+1})$$

En remplaçant dans la deuxième équation, on obtient le schéma des trapèzes d'ordre 2 :

$$\begin{aligned} M_s A^{n+1} + C_s V^{n+1} + K_s U^{n+1} &= F_s^{n+1} \\ V^{n+1} &= V^n + \frac{\Delta t}{2}(A^n + A^{n+1}) \\ U^n &= U^n + \frac{\Delta t}{2}(V^n + V^{n+1}) \end{aligned}$$

On donne quelques cas particuliers de schémas de Newmark :

$\gamma = 1/2, \beta = 1/4$ méthode des accélérations constantes (trapèzes).

$\gamma = 1/2, \beta = 1/6$ méthode des accélérations linéaires.

$\gamma = 1/2, \beta = 0$ méthode des différences centrées.

$\gamma = 1, \beta = 1/2$ méthode d'euler implicite.

Il peut être nécessaire dans certains cas de faire une extrapolation en temps de la force introduite dans le système masse-ressort (ordre en temps du schéma global par exemple) et il peut être intéressant d'utiliser pour cela un schéma dit α -HHT qui modifie le schéma de Newmark en introduisant un coefficient α dans l'équation d'équilibre du masse-ressort de la façon suivante :

$$M_s A^{n+1} + [(1 + \alpha)C_s V^{n+1} - \alpha C_s V^n] + [(1 + \alpha)K_s U^{n+1} - \alpha U^n] = [(1 + \alpha)F_s^{n+1} - \alpha F_s^n]$$

L'écriture du déplacement et de la vitesse reste inchangée par rapport au schéma de Newmark :

$$\begin{aligned} U^{n+1} &= U^n + \Delta t V^n + \frac{1}{2}\Delta t^2 [(1 - 2\beta)A^n + 2\beta A^{n+1}] \\ V^{n+1} &= V^n + \Delta t [(1 - \gamma)A^n + \gamma A^{n+1}] \end{aligned}$$

On retrouve le schéma de Newmark pour $\alpha = 0$.

3.2.2 Comparaison des schémas numériques

Le système mécanique décrit ci-dessous

$$M_s \frac{d^2U}{dt^2} + C_s \frac{dU}{dt} + K_s U = F_s$$

est résolu par une méthode de différences finies. Différents types de schémas sont testés ci-dessous :

- schéma Euler explicite
- schéma centré
- schéma de Newmark

3.2.2.1 Schéma Euler explicite

On rappelle l'approximation au premier ordre en temps des dérivées première et seconde du déplacement U^n (vitesse et accélération) obtenues à l'aide des développements limités :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dU}{dt} \right)^n &= \frac{U^n - U^{n-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \\ \left(\frac{d^2U}{dt^2} \right)^n &= \frac{U^n - 2U^{n-1} + U^{n-2}}{\Delta t^2} + O(\Delta t) \end{aligned}$$

Le système mécanique est approché par l'équation suivante :

$$M_s \frac{U^n - 2U^{n-1} + U^{n-2}}{\Delta t^2} + C_s \frac{U^n - U^{n-1}}{\Delta t} + K_s U^n = F_s^n + O(\Delta t)$$

et on en déduit le déplacement U^n en résolvant le système linéaire ci-dessous :

$$\left(\frac{M_s}{\Delta t^2} + \frac{C_s}{\Delta t} + K_s \right) U^n = F_s^n + \left(\frac{2M_s}{\Delta t^2} + \frac{C_s}{\Delta t} \right) U^{n-1} - \frac{M_s}{\Delta t^2} U^{n-2}$$

Le schéma dit 'Euler explicite' est du premier ordre en temps $O(\Delta t)$. On initialise par : U^0 et U^1 pour amorcer le processus itératif à partir des conditions initiales.

3.2.2.2 Schéma centré

Les dérivées sont approchées par des formules centrées autour de U^n . On a pour la vitesse et l'accélération :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dU}{dt} \right)^n &= \frac{U^{n+1} - U^{n-1}}{2\Delta t} + O(\Delta t^2) \\ \left(\frac{d^2U}{dt^2} \right)^n &= \frac{U^{n+1} - 2U^n + U^{n-1}}{\Delta t^2} + O(\Delta t^2) \end{aligned}$$

En remplaçant dans le système mécanique, il vient :

$$M_s \frac{U^{n+1} - 2U^n + U^{n-1}}{\Delta t^2} + C_s \frac{U^{n+1} - U^{n-1}}{2\Delta t} + K_s U^n = F_s^n + O(\Delta t^2)$$

On en déduit comme précédemment le déplacement U^{n+1} en résolvant le système linéaire ci-dessous :

$$\left(\frac{M_s}{\Delta t^2} + \frac{C_s}{2\Delta t} \right) U^{n+1} = F_s^n + \left(2\frac{M_s}{\Delta t^2} - K_s \right) U^n + \left(\frac{C_s}{2\Delta t} - \frac{M_s}{\Delta t^2} \right) U^{n-1}$$

Cette approximation U^{n+1} du déplacement au temps t^{n+1} est du second ordre en temps $O(\Delta t^2)$.

3.2.2.3 Schéma de Newmark

Approche en accélération

On a :

$$\begin{aligned} (M_s + \gamma\Delta t C_s + \beta\Delta t^2 K_s) A^{n+1} &= F_s^{n+1} - \left[C_s \Delta t (1 - \gamma) + \frac{1 - 2\beta}{2} \Delta t^2 K_s \right] A^n - (C_s + K_s \Delta t) V^n - K_s U^n \\ V^{n+1} &= V^n + \Delta t [(1 - \gamma) A^n + \gamma A^{n+1}] \\ U^{n+1} &= U^n + \Delta t V^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 [(1 - 2\beta) A^n + 2\beta A^{n+1}] \end{aligned}$$

La meilleure précision est obtenue pour $\beta = \frac{1}{4}$ et $\gamma = \frac{1}{2}$ avec un amortissement numérique réduit.

Approche en déplacement

En choisissant $\beta = \frac{1}{4}$ et $\gamma = \frac{1}{2}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{4M_s}{\Delta t^2} + \frac{2C_s}{\Delta t} + K_s \right) U^{n+1} &= F_s^{n+1} + \left(\frac{4M_s}{\Delta t^2} + \frac{2C_s}{\Delta t} \right) U^n + \left(\frac{4M_s}{\Delta t} + C_s \right) V^n + M_s A^n \\ V^{n+1} &= -V^n + \frac{2}{\Delta t} (U^{n+1} - U^n) \\ A^{n+1} &= -A^n + \frac{2}{\Delta t} (V^{n+1} - V^n) \end{aligned}$$

Quelque soit l'approche choisie, on initialise le processus itératif en calculant l'accélération initiale A^o par :

$$M_s A^o = F_s^o - C_s V^o - K_s U^o$$

3.2.3 Mise en oeuvre

Pour tester les différents schémas numériques utilisés pour le calcul structure, on compare les résultats à une solution analytique du problème mécanique. On sait que la solution exacte du déplacement du problème homogène telle que :

$$M_s \frac{d^2 U}{dt^2} + C_s \frac{dU}{dt} + K_s U = 0$$

On cherche un déplacement sous la forme d'une sinusoïde amortie. On peut montrer en supposant que le déplacement est nul à l'instant initial et en négligeant l'amortissement C_s devant la raideur K_s que :

$$U(t) = U_o e^{-\frac{C_s}{2M_s} t} \sin(\omega t)$$

avec

- U_o amplitude du déplacement,
- $\omega = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$ pulsation du système mécanique.

On sait par ailleurs que la solution du problème complet est la somme de la solution du problème homogène et d'une solution particulière. Pour obtenir une expression simple du problème complet, on choisit une solution particulière et on en déduit l'expression de la force à imposer pour que le système mécanique soit vérifié. Ainsi la solution analytique est la suivante :

$$U(t) = U_o e^{-\frac{C_s}{2M_s}t} \sin(\omega t) + \sin(\omega_1 t)$$

avec

- U_o amplitude du déplacement.
- $\omega_1 = \omega/2$

et on impose une force $F_s(t)$ de la forme suivante :

$$\begin{aligned} U_1(t) &= \sin(\omega_1 t) \\ F_s(t) &= M_s \frac{d^2 U_1}{dt^2} + C_s \frac{dU_1}{dt} + K_s U_1 \end{aligned}$$

Pour les valeurs numériques de la masse M_s , l'amortissement C_s et la raideur K_s , on prend :

$$M_s = 24992 \text{ kg}$$

$$K_s = 13185 * 22/250 = 1160.28 \text{ kg.s}^{-2}$$

$$C_s = 124.06 \text{ kg.s}^{-1}$$

De plus pour chacun des schémas d'intégrations temporels, on initialise les déplacements et vitesses numériques à partir de la solution analytique. On peut voir les solutions obtenues pour les différents schémas numériques et l'erreur par rapport à la solution analytique. Au vu des résultats (figures 3.12, 3.13) les schémas centrés et de Newmark (schéma d'ordre deux en temps) sont les mieux adaptés pour ce type de problème.

On a étudié dans cette section les propriétés numériques de différents schémas d'intégration temporelle : euler explicite, différences centrées et méthode des trapèzes et on a constaté que l'erreur numérique la plus faible était obtenue par une méthode des trapèzes. On conservera ce schéma numérique pour les simulations numériques du mouvement du tube en présence de couplage avec le fluide.

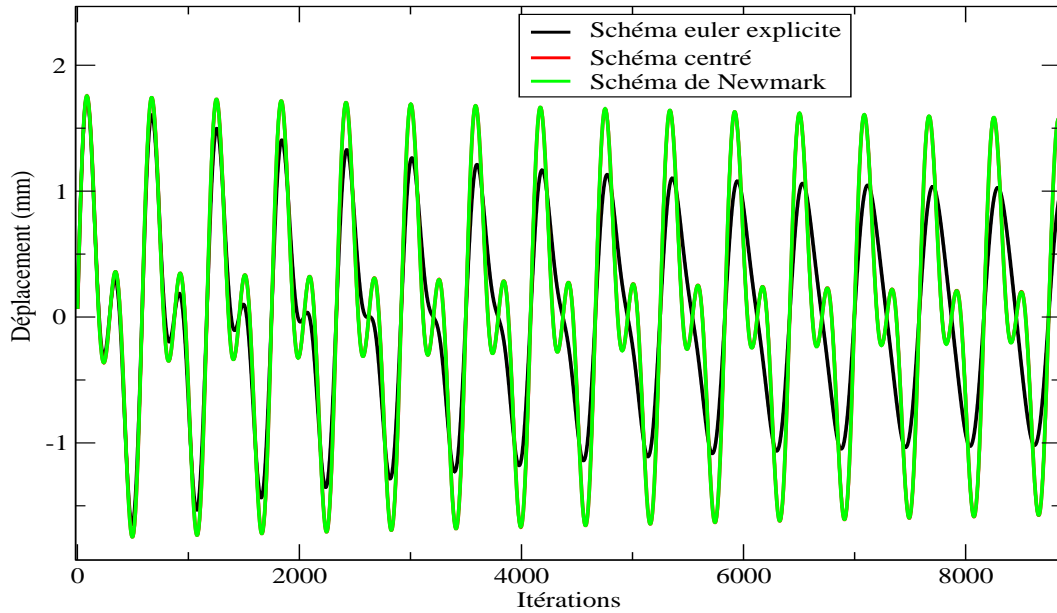


FIG. 3.12 – Comparaison des déplacements obtenus par trois schémas numériques à une solution analytique.

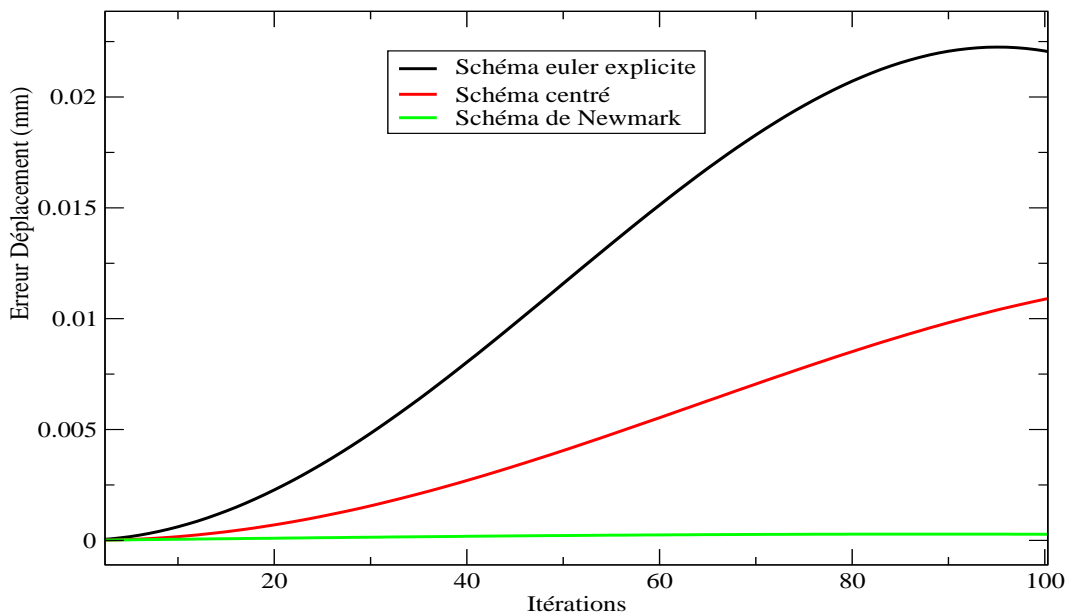


FIG. 3.13 – Comparaison de l'erreur à une solution analytique obtenue pour trois schémas numériques.

3.3 Méthodologie pour le couplage fluide structure

3.3.1 Algorithmes de couplage

Pour modéliser le couplage, on procède par itérations successives : on calcule tout d'abord les efforts fluides exercés sur la structure, on en déduit par la résolution du problème mécanique le déplacement du tube mobile et par conséquent la nouvelle géométrie pour le calcul fluide à l'itération suivante. Pour réaliser ce couplage, plusieurs schémas sont possibles : un schéma de couplage explicite du premier ordre en temps qui présente l'inconvénient de dissiper une partie de l'énergie mécanique du système global fluide-structure. Il ne faut pas produire d'énergie ni en dissiper à la frontière des domaines fluide et solide afin d'éviter l'apparition d'un amortissement numérique susceptible de perturber les résultats. D'autres schémas de couplage sont envisageables. Le premier consiste à faire la résolution des deux problèmes structure et fluide dans le même système d'équations. Il s'agit d'un couplage fort qui assure la conservation de l'énergie de fait mais nécessite de modifier la structure des codes fluide et structure. Une deuxième approche consiste à utiliser des schémas de couplage implicites qui font appel à des méthodes itératives pour effectuer le couplage comme la méthode de point fixe. Une troisième approche consiste à utiliser des schémas de couplage explicites modifiés pour réduire l'erreur due au couplage.

On considère un couplage fluide structure, on peut estimer la variation d'énergie mécanique induite par le calcul fluide à chaque itération par :

$$\Delta E_f^{n+1} = - {}^T F_f^n (X^{n+1} - X^n)$$

où F_f^n désigne les efforts exercés par le fluide sur la structure et X^n et X^{n+1} les déplacements imposés par l'algorithme de couplage aux temps t^n et t^{n+1} au solveur fluide. On suppose que la structure peut être modélisée par l'équation suivante :

$$M_s A + C_s V + K_s U = F_s$$

où A , V et U désignent respectivement l'accélération, la vitesse et le déplacement de la structure.

Cette équation peut-être résolue par le schéma de Newmark suivant :

$$\begin{aligned} M_s A^{n+1} + C_s V^{n+1} + K_s U^{n+1} &= F_s^{n+1} \\ V^{n+1} &= V^n + \frac{\Delta t}{2} (A^{n+1} + A^n) \\ U^{n+1} &= U^n + \frac{\Delta t}{2} (V^{n+1} + V^n) \end{aligned}$$

avec M_s , K_s , C_s matrice de masse, de rigidité et d'amortissement. Ces matrices sont supposés symétriques et les matrices M_s et K_s sont de plus définies positives. On écrit l'énergie de la structure comme la somme des énergies cinétique et potentielle :

$$E_s = \frac{1}{2} {}^T V M_s V + \frac{1}{2} {}^T U K_s U$$

et la variation d'énergie induite par le calcul structure d'un pas temps t^n à un pas de temps t^{n+1} peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta E_s^{n+1} &= E_s^{n+1} - E_s^n \\ &= \frac{1}{2} {}^T (V^{n+1} + V^n) M_s (V^{n+1} - V^n) + \frac{1}{2} {}^T (U^{n+1} + U^n) K_s (U^{n+1} - U^n) \\ &= \Delta t {}^T V^{n+\frac{1}{2}} M_s A^{n+\frac{1}{2}} + \Delta t {}^T U^{n+\frac{1}{2}} K_s V^{n+\frac{1}{2}} \\ &= \Delta t {}^T V^{n+\frac{1}{2}} (M_s A^{n+\frac{1}{2}} + K_s U^{n+\frac{1}{2}}) \\ &= \Delta t {}^T V^{n+\frac{1}{2}} (F_s^{n+\frac{1}{2}} - C_s V^{n+\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

Finalement il vient :

$$\Delta E_s^{n+1} = T(U^{n+1} - U^n) \frac{F_s^{n+1} + F_s^n}{2} - \Delta t T V^{n+\frac{1}{2}} C_s V^{n+\frac{1}{2}}$$

La variation d'énergie induite par le second terme de l'équation précédente est due à l'amortissement de la structure C_s et n'est pas prise en compte dans le bilan d'énergie globale fluide-structure. Pour réduire les erreurs liées au couplage, il faut par conséquent s'assurer que l'égalité suivante est respectée :

$$\Delta E_s^{n+1} = T(U^{n+1} - U^n) \frac{F_s^n + F_s^{n+1}}{2} = -T F_f^n (X^{n+1} - X^n) = \Delta E_f^{n+1}$$

Le schéma de couplage doit être construit tel que les déplacements X^n envoyés au solveur fluide et efforts F_s^n envoyés au solveur structure minimisent l'écart entre ces énergies. On présente dans les paragraphes suivants trois types de schémas de couplage explicites et implicite conçus à cet effet.

3.3.1.1 Schéma A : Algorithme de couplage explicite synchrone

Généralement pour déterminer le déplacement d'une structure au temps t^{n+1} , on utilise la géométrie au temps t^n pour la détermination des efforts fluides (figure 3.14).

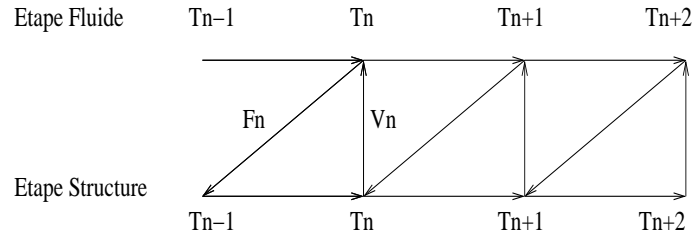


FIG. 3.14 – Représentation schématique de l'avancée en temps du schéma synchrone.

Le principe de l'algorithme explicite synchrone est de prédire la position du domaine de calcul à l'instant t^{n+1} à partir de celui à l'instant t^n en utilisant le développement suivant :

$$X^{n+1} = U^n + \alpha_0 \Delta t \dot{U}^n + \alpha_1 \Delta t (\dot{U}^n - \dot{U}^{n-1}) \quad (3.10)$$

où

- U^n désigne le déplacement à l'instant t^n
- \dot{U}^n et \dot{U}^{n-1} les vitesses aux instants t^n et t^{n-1}
- Δt le pas de temps courant
- α_0 et α_1 les coefficients du schéma de couplage

Le déplacement étant connu, on déplace le tube avec ou sans sous-itération, les sous-itérations stabilisant le calcul fluide. On estime ensuite les efforts fluides exercés sur le tube et on détermine à l'aide du calcul mécanique son déplacement. Un choix judicieux des coefficients α_0 et α_1 permet d'augmenter la précision du schéma. Si on prend $\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 0.5$, on obtient un schéma du second ordre voire du troisième ordre en $h = \omega \Delta t$, avec ω pulsation du système, si l'on s'assure qu'à chaque pas de temps les efforts exercés par le fluide sur la structure F_s^n et les efforts "calculés" par le code fluide et exercés par le fluide sur la structure F_f^n vérifient :

$$F_f^n = \frac{F_s^{n+1} + F_s^n}{2} \quad (3.11)$$

Cet algorithme a été introduit par Farhat et al. (1995, 1997). Il a donné de bons résultats pour l'étude des problèmes d'aéroélasticité (écoulement autour d'une aile d'avion, Piperno et al. 1995, 1997). On peut voir en annexe E le détail des calculs de l'ordre en temps du schéma de couplage synchrone pour le cas particulier $\alpha_0 = 0$ et $\alpha_1 = 0$.

3.3.1.2 Schéma B : Algorithme de couplage explicite asynchrone

Le principe du schéma asynchrone consiste à ne pas effectuer les calculs fluide et structure aux mêmes instants physiques. Ainsi le calcul fluide se fait à l'instant $t^{n+\frac{1}{2}}$ et le calcul structure à l'instant t^{n+1} (figure 3.15).

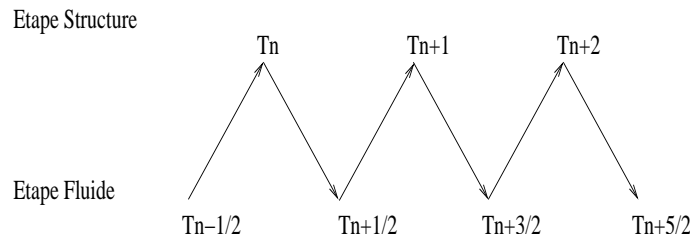


FIG. 3.15 – Représentation schématique de l'avancée en temps du schéma asynchrone.

On estime les nouveaux déplacements par la prédiction suivante :

$$X^{n+\frac{1}{2}} = U^n + \frac{\Delta t}{2} \dot{U}^n$$

Ensuite on effectue comme précédemment le calcul fluide et on estime les efforts exercés sur la structure à l'instant t^{n+1} . Cette procédure conserve la géométrie sans violer la continuité des champs de vitesses à l'interface fluide-structure (Thomas et Lombard 1979). Cette conservation est due à la propriété du schéma de couplage (trapezoidal rule) :

$$W = \frac{X^{n+\frac{1}{2}} - X^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{U^n - U^{n-1}}{\Delta t} + \frac{\dot{U}^n - \dot{U}^{n-1}}{2} = \dot{U}^n$$

où W est la vitesse imposé au maillage fluide.

3.3.1.3 Schéma C : Algorithme de couplage implicite

On met en oeuvre ici un schéma de couplage implicite par une méthode de point fixe. L'algorithme utilisé ici est inspiré des travaux de Hermann (1999), LeTallec (2001), Mani (2003) et Abouri (2003). Cet algorithme consiste à faire une suite d'estimations explicites convergentes de la solution du système couplé fluide solide en utilisant un critère d'arrêt pour stopper le processus itératif. Ce critère d'arrêt peut être la norme de l'écart de vitesse ou de force entre une sous-itération et la suivante.

L'algorithme implicite est le suivant :

On part d'un état initial t^n fluide (vitesse, pression, géométrie) et structure (déplacement, vitesse, accélération) et on procède en cinq étapes :

1. Calcul des efforts fluides $(F^{n+1})^k$
2. Estimation du déplacement $(X^{n+1})^k$ et de la vitesse structure $(V^{n+1})^k$
3. Déformation de la géométrie $(\Omega^{n+1})^k$

4. Détermination de la nouvelle géométrie $(\Omega^{n+1})^{k+1}$

5. Calcul de l'erreur $E = \frac{|(F^{n+1})^{k+1} - (F^{n+1})^k|}{|(F^{n+1})^0|}$

Si l'erreur $E > \varepsilon$ on continue les sous-itérations en repartant de l'état initial t^n . On recommence les étapes (1) à (5) en conservant la dernière vitesse calculée $(V^{n+1})^k$ pour la sous-itération suivante. Dans le cas contraire, on passe à l'instant t^{n+2} . Ce processus de point fixe converge naturellement si la première estimation explicite n'est pas trop loin de la solution finale mais il est possible de l'accélérer en modifiant la vitesse ou la force par une méthode d'accélération Newton-Raphson (Abouri et al. 2003) (figures 3.16) ou de gradient conjugué (Daim et al. 2002). Pour ne pas dégrader l'ordre en temps du schéma de couplage, il convient d'utiliser des résolutions en temps d'ordre élevé équivalent à l'ordre en temps du schéma de couplage pour les solveurs fluide et structure.

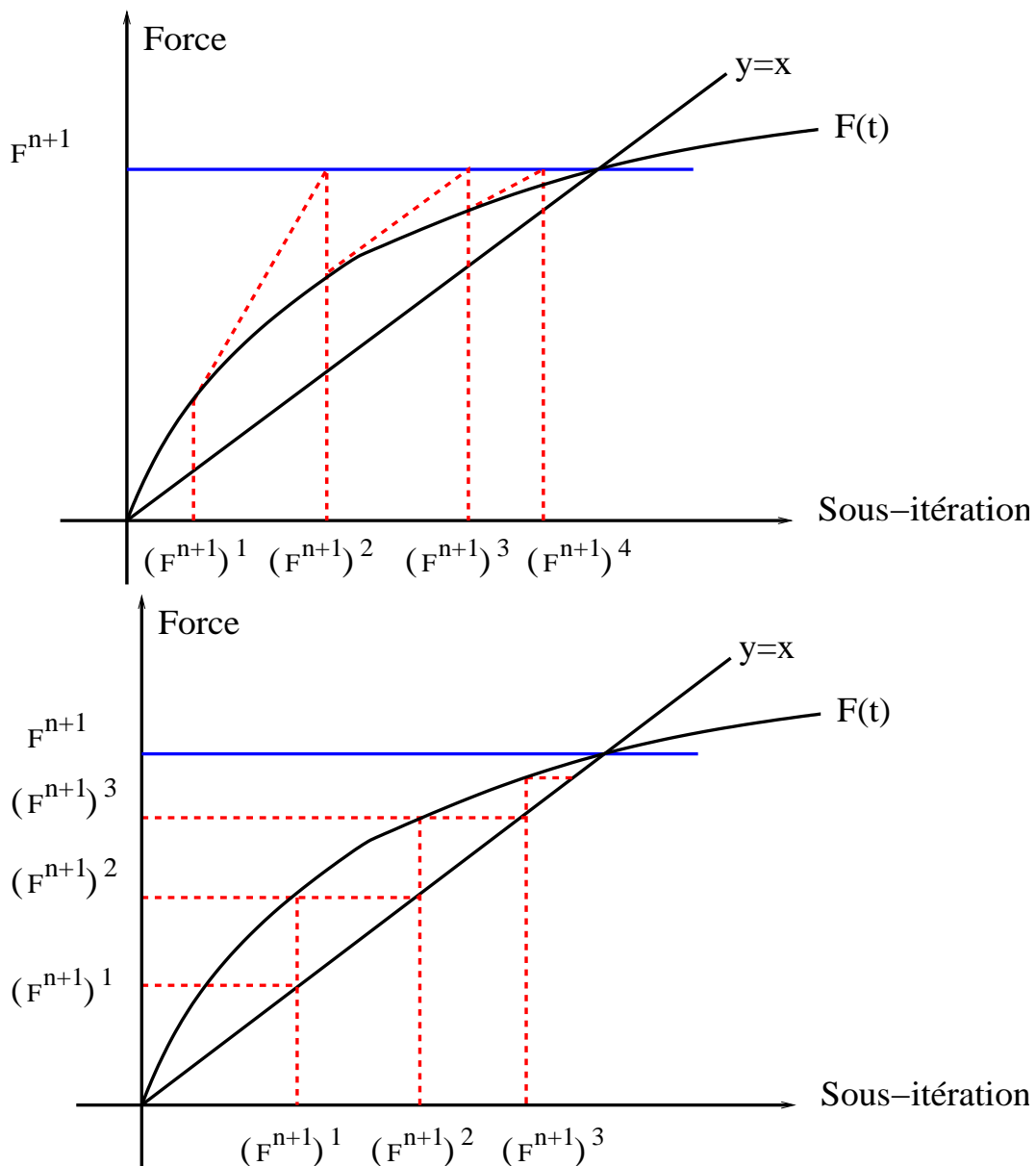


FIG. 3.16 – Représentation schématique monodimensionnelle du schéma de couplage implicite avec et sans accélération de Newton-Raphson (figure haut et bas respectivement).

3.3.2 Propriétés des schémas

3.3.2.1 Position du problème

Pour caractériser les propriétés des schémas de couplage explicites et implicite, on a choisi l'étude du couplage de deux ressorts en série non amortis de même raideur K_s et de masses différentes M_{s_1} et M_{s_2} . Le système couplé peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} M_{s_1} \frac{d^2 U_1}{dt^2} + K_s U_1 &= K_s U_2 \\ M_{s_2} \frac{d^2 U_2}{dt^2} + K_s U_2 &= K_s U_1 \end{aligned}$$

où U_1 et U_2 désignent les déplacements des deux structures.

Pour un tel système, la solution analytique du système couplé est connue. En effet en supposant par exemple que $M_{s_2} = M_{s_1}/2$ en régime harmonique, il vient :

$$\begin{aligned} U_1(t) &= A \sin(\omega t) \\ U_2(t) &= -2U_1(t) \end{aligned}$$

avec $\omega = \sqrt{3K_{s_1}/M_{s_1}}$ pulsation du système et A amplitude du déplacement avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} U_2(0) &= -2U_1(0) = 0 \\ \frac{\partial U_1}{\partial t}(0) &= -2 \frac{\partial U_2}{\partial t}(0) \end{aligned}$$

On calcule les énergies fluide ΔE_f et structure ΔE_s des deux systèmes en faisant une analogie et en supposant que la première équation traduit le comportement de la structure et la seconde le comportement du fluide. Ainsi la force exercée par le fluide sur la structure sans correction est $F_f^n = K_s U_2^n$. Si on choisit le schéma explicite synchrone ou asynchrone, il faut imposer les deux relations suivantes pour minimiser l'énergie de couplage :

$$\begin{aligned} F_f^n &= K_s U_2^n \\ F_f^n &= \frac{F_s^n + F_s^{n+1}}{2} \end{aligned}$$

Avec le schéma implicite, les extrapolations précédentes ne sont pas nécessaires puisque l'on approche la force fluide par sous-itérations.

3.3.2.2 Conservation de l'énergie à l'interface

On peut voir que l'écart entre la variation d'énergie due au fluide et à la structure est sensiblement réduit par l'utilisation d'un schéma de couplage B ou C (figure 3.17) et que l'amortissement numérique induit par le couplage est le plus faible pour ces deux types de schéma (figure 3.18).

De plus on compare sur la figure (3.19) l'erreur à la solution analytique pour les trois schémas de couplage A, B et C. On peut voir que l'erreur la plus faible est obtenue pour des schémas de couplage asynchrone B et implicite C. De plus pour ces deux schémas, l'erreur augmente faiblement au cours du temps. L'écart avec le schéma de couplage synchrone vient du fait que l'on ne peut pas assurer avec ce schéma la continuité des déplacements et des vitesses qui génère des erreurs sur la solution finale. De plus, on a comparé l'évolution au cours du temps de l'amortissement numérique dû au schéma de couplage. On constate que l'amortissement numérique est le plus faible pour les

schémas implicite et explicite asynchrone. De plus on identifie sur le tableau (3.2) l'amortissement numérique ξ dû aux schémas de couplage A, B et C pour un déplacement de la structure de la forme $x = x_0 e^{\xi \omega t} \sin(\omega t)$. On peut voir que l'amortissement numérique ξ est réduit par l'utilisation d'un schéma de couplage implicite C ou explicite asynchrone B. On effectue également une comparaison avec un code d'éléments finis implicite. Les deux masses et le ressort sont modélisés par des éléments finis ponctuels et linéaires respectivement. La fréquence et l'amortissement obtenus avec ce couplage fort (solveur implicite) sont comparés aux algorithmes de couplage partitionnés explicites et implicites (A, B et C) sur le tableau (3.2).

On constate que l'amortissement obtenu avec un algorithme de couplage partitionné ou un schéma de couplage implicite par méthode de point fixe est très proche de celui obtenu par couplage fort avec un solveur complètement implicite.

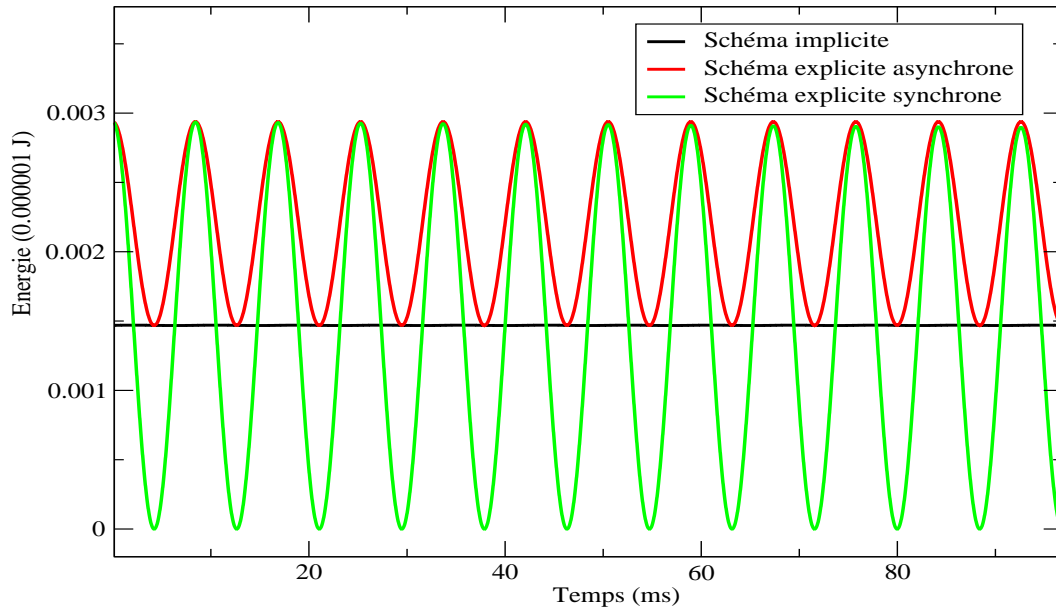


FIG. 3.17 – Cas test structure-structure : comparaison de l'écart d'énergie pour les trois schémas A, B et C.

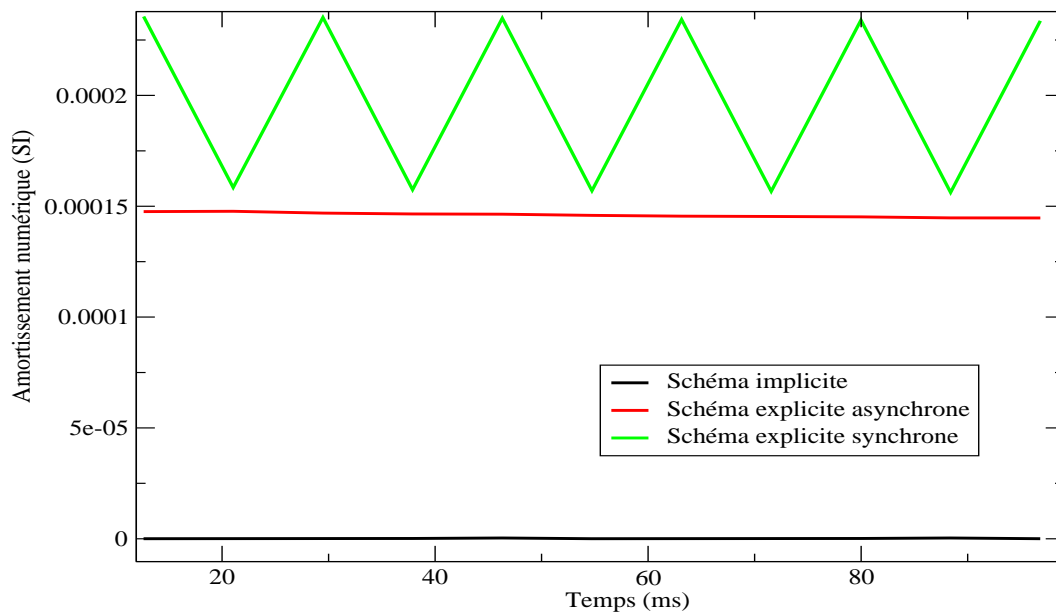


FIG. 3.18 – Cas test structure-structure : comparaison de l'évolution de l'amortissement numérique au cours du temps avec les trois schémas de couplage A, B et C estimé à partir du déplacement.

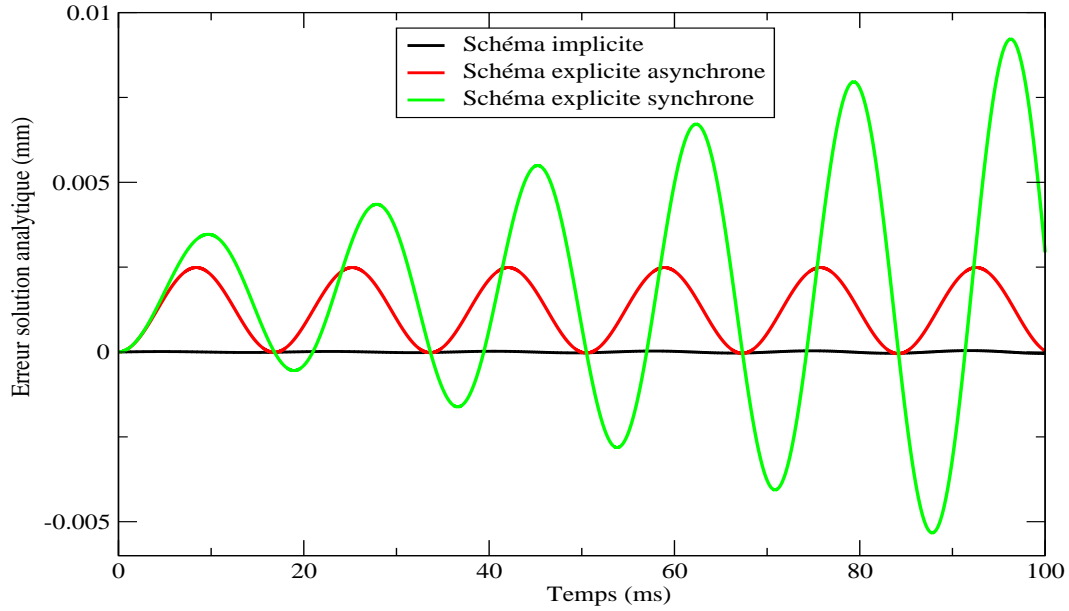


FIG. 3.19 – Cas test structure-structure : erreur à la solution analytique pour les trois schémas de couplage A, B et C.

Schéma de couplage	f (Hz)	ξ
Explicite synchrone (A)	0.059	$2.34 \cdot 10^{-4}$
Explicite asynchrone (B)	0.059	$1.88 \cdot 10^{-5}$
Implicite (C)	0.059	$2.43 \cdot 10^{-11}$
Couplage fort	0.059	$1.88 \cdot 10^{-11}$
Solution Analytique	0.059	0

TAB. 3.2 – Comparaison analytique et numérique des trois schémas de couplage A, B et C avec un pas de temps $dt = 10^{-2}$ ms et une structure de masse $M_s = 2272$ mg, de raideur $K_s = 105.48$ mg.ms⁻² et d'amortissement $C_s = 0$.

3.3.3 Application et comparaison des schémas

3.3.3.1 cylindres concentriques

On s'intéresse aux forces fluide-structure induites par le mouvement d'un tube central mobile rigide non amorti dans un fluide parfait au repos entouré par un tube fixe (figure 3.20). On effectue une comparaison des schémas de couplage en terme de conservation d'énergie globale du système fluide-structure.

Pour ce cas test, on dispose d'une solution analytique.

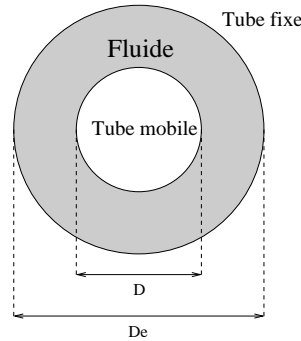


FIG. 3.20 – Représentation schématique de la configuration étudiée.

3.3.3.2 Modèle analytique

Pour de forts nombres de Stokes, on peut approcher la masse ajoutée M_a et l'amortissement ajouté C_a par les approximations suivantes (Sinyavaskii et al. 1980, Baj 1998, Renou 1998) :

$$\begin{aligned}
 M_a &= \rho D^2 L \left(\frac{\pi}{4} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2} + \sqrt{\frac{\pi}{St}} \right) \\
 C_a &= \mu L \left(2\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\rho f D^2}{\mu}} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^3}{\left(1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2\right)^2} \right)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

avec :

$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ masse volumique du fluide

$\mu = 0$ viscosité dynamique du fluide

$D = 2 \text{ mm}$ diamètre du tube

$D_e = 2.5 * D = 5 \text{ mm}$ diamètre extérieur

$L = 1 \text{ mm}$ longueur d'extrusion en z

$M_s = 5.96 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ masse structure

$C_s = 0$ amortissement structure

$f_s = 119.36 \text{ Hz}$ fréquence structure

$St = \infty$ nombre de Stokes

$A = 10^{-2} \text{ mm}$ amplitude du déplacement initial du tube

Pour un fluide parfait de viscosité dynamique μ nulle, le nombre de Stokes associé est infini $St = \frac{\rho f D^2}{\mu} = \infty$. Le système (3.12) devient alors :

$$\begin{aligned} M_a &\simeq \rho D^2 L \left(\frac{\pi}{4} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2} \right) \\ C_a &\simeq 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Les formules analytiques donnent les résultats suivants pour la masse et l'amortissement ajoutés :

$$\begin{aligned} M_a &= 4.3384 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \\ C_a &= 0 \end{aligned}$$

Le déplacement théorique attendu pour une structure non amortie dans un fluide parfait est de la forme suivante :

$$U = U_o \cos(2\pi f_e t)$$

où f_e désigne la fréquence d'oscillation du tube en eau au repos.

On suppose que le déplacement de la structure est régi par l'équation suivante :

$$M_s \frac{d^2 U}{dt^2} + C_s \frac{dU}{dt} + K_s U = F_e$$

où F_e désigne la force fluide-structure. La forme choisie pour identifier les forces fluide-structure (en eau au repos) par analogie avec l'approche expérimentale est :

$$F_e = -M_a \frac{d^2 U}{dt^2} - C_a \frac{dU}{dt}$$

où M_a, C_a sont les coefficients de masse et d'amortissement ajoutés par le fluide au repos. On utilise une méthode numérique de lâcher pour estimer les forces fluide-structure. Cette méthode numérique utilise un couplage entre le code fluide et le code structure pour la détermination des grandeurs fluide-structure. On donne un déplacement initial à la structure qu'on laisse évoluer librement dans le fluide au repos.

Pour obtenir des résultats précis, on utilise des discrétisations en temps d'ordre 2, Newmark pour la structure et Crank-Nicholson pour le fluide. Il apparaît un amortissement numérique et le déplacement obtenu pour la structure est de la forme suivante :

$$U = U_o \cos(2\pi f_e t) e^{-2\pi \xi f_e t}$$

De plus, on effectue comme pour le cas-test monodimensionnel précédent une comparaison des fréquences et amortissements numériques avec un code d'éléments finis implicite. Le fluide est supposé parfait non visqueux et l'écoulement est modélisé comme un écoulement bidimensionnel faiblement compressible. Deux nouvelles variables sont introduites :

p pression fluide.

ϕ potentiel de vitesse.

pour la résolution du problème fluide-structure couplé, en considérant que la vitesse fluide u dérive du potentiel ϕ de la façon suivante :

$$u = \nabla \phi$$

Le système couplé fluide-structure peut s'écrire sous la forme (Morand et Ohayon 1995) :

$$\begin{pmatrix} K_s - \omega^2 M_s & 0 & -\omega^2 \rho \int_{\Sigma} U \phi dS \\ 0 & \frac{\int_{\Omega_f} p^2 dS}{\rho c^2} & -\omega^2 \frac{\int_{\Omega_f} p \phi dS}{c^2} \\ -\omega^2 \rho \int_{\Sigma} U \phi dS & -\omega \frac{\int_{\Omega_f} p \phi dS}{c^2} & -\omega^2 \rho \int_{\Omega_f} (\vec{\nabla} \phi)^2 dS \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ p \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

où :

ρ et c désignent respectivement la masse volumique du fluide et la vitesse du son dans le fluide, Ω_f et Σ désignent respectivement le volume fluide et l'interface fluide-structure.

Le déplacement du fluide et de la structure étant faibles, une formulation lagrangienne est utilisée pour décrire les équations du mouvement du système couplé. On utilise pour la simulation numérique un maillage bidimensionnel pour le fluide et la structure et un maillage monodimensionnel pour l'interface fluide-structure. Les nœuds de l'interface sont communs aux mailles fluides et structure et le couplage intervient au niveau de l'interface Σ . Le mouvement structure est résolu en déplacement U , celui du fluide en pression et potentiel de vitesse (p, ϕ) et celui de l'interface en déplacement et potentiel de vitesse (U, ϕ). Enfin la vitesse de l'écoulement étant faible devant la vitesse du son c , on suppose que la modélisation compressible de l'écoulement est proche de celle obtenue par une modélisation incompressible.

3.3.3.3 Conservation d'énergie

On donne la fréquence d'oscillation du tube en eau f_e et l'amortissement ξ sur le tableau (3.3).

Schéma de couplage	f_e (Hz)	ξ
Explicite synchrone	118.92	$4.42 \cdot 10^{-5}$
Explicite asynchrone	118.92	$2.94 \cdot 10^{-5}$
Implicite	118.92	$4.01 \cdot 10^{-6}$
Couplage fort	119.02	$1.33 \cdot 10^{-6}$
Solution analytique	118.93	0

TAB. 3.3 – Cas test tubes coaxiaux en fluide parfait : Comparaison des résultats théoriques et numériques obtenus pour les trois schémas de couplage explicite synchrone, explicite asynchrone et implicite avec un pas de temps $dt = 10^{-5}$ s ainsi que la solution avec couplage fort.

Les solutions les moins amorties sont obtenues avec les schémas de couplage explicite asynchrone et implicite (tableau 3.3). On remarque de plus que l'amortissement numérique obtenu avec un algorithme de couplage implicite partitionné est proche de celui obtenu avec un algorithme monolithique de couplage fort dans le tableau (3.3).

Par ailleurs pour tous les schémas de couplage, la fréquence numérique obtenue est proche de la solution théorique attendue en étant toutefois légèrement surestimée avec le solveur implicite de couplage fort. Pour ce couplage fort, l'utilisation d'un maillage plus fin de l'interface fluide-structure serait préférable et permettrait d'obtenir une meilleure estimation de la fréquence en eau ou de la masse ajoutée. De plus une formulation incompressible serait plus adaptée.

On a calculé l'énergie mécanique du système global fluide-structure pour les différents schémas de couplage. Pour un système non amorti, l'énergie mécanique doit se conserver. On peut voir que le schéma de couplage implicite assure bien la description de la réponse du tube (figure 3.21) ainsi que la conservation de l'énergie mécanique (figure 3.22).

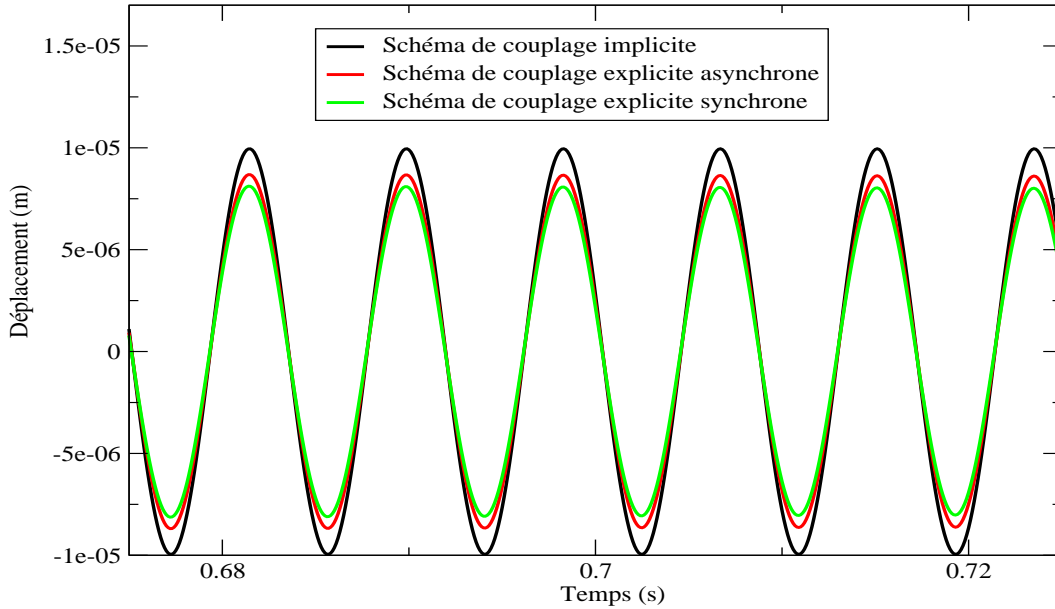


FIG. 3.21 – Cas test tubes coaxiaux en fluide parfait : Comparaison du déplacement de la structure pour les trois schémas de couplage explicite synchrones, explicite asynchrone et implicite.

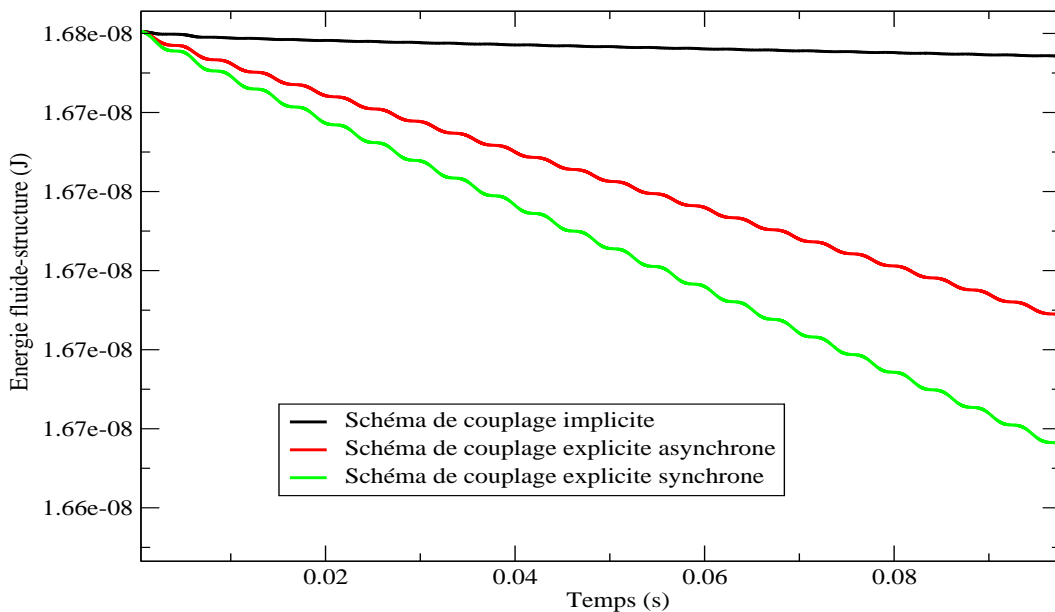


FIG. 3.22 – Cas test tubes coaxiaux en fluide parfait : Comparaison de l'énergie mécanique totale du système fluide-structure pour les trois schémas de couplage explicite synchrones, explicite asynchrone et implicite.

3.3.3.4 Cylindres excentrés

On étudie à présent les coefficients fluide-structure, masse et amortissement ajoutés pour un cylindre intérieur excentré par rapport au cylindre extérieur. Le rapport des diamètres est fixé à $D_e/D = 2$. L'excentrement e est défini par la différence entre l'abscisse des centres des tubes adimensionnée par le rayon du tube extérieur (figure 3.23). On se place à un nombre de Stokes circulaire $St = \frac{\omega D^2}{\nu} = 50$ et plusieurs excentrement sont testés : $e = 0$, $e = 0.3$ et $e = 0.6$. On choisit une viscosité cinématique $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et une masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ pour le fluide.

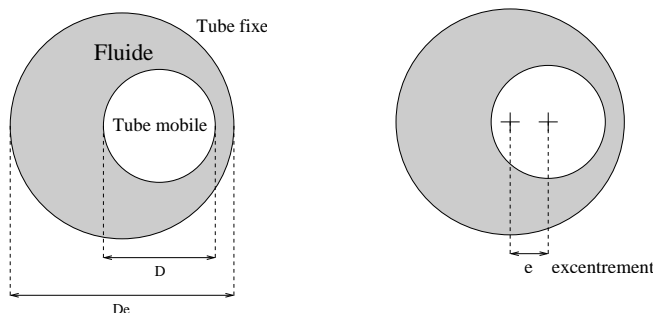


FIG. 3.23 – Représentation schématique de la configuration.

On compare les résultats numériques obtenus par deux méthodes de couplage : couplage faible avec un schéma B explicite asynchrone et un couplage fort monolithique implicite. Pour le couplage implicite, les équations du fluide et de la structure sont résolues dans un seul système (algorithme monolithique) par une méthode d'éléments finis (Yang et Moran 1979). Pour le couplage explicite (algorithme partitionné), une méthode de volumes finis est utilisée pour le solveur fluide et une méthode de différences finies pour le solveur structure. On impose pour nos simulations numériques un déplacement initial $x_0 = 10^{-5} \text{ m}$ et un pas de temps $dt = 10^{-5} \text{ s}$.

Le coefficient de masse ajoutée M_a est adimensionné par :

$$\tilde{M}_a = \frac{M_a}{\rho \pi R^2 L}$$

et le coefficient \tilde{C}_v exprimé en fonction de l'amortissement ajouté C_a est introduit :

$$\tilde{C}_v = \frac{C_a}{\rho \pi R^2 \omega}$$

La comparaison des résultats numériques de masse ajoutée \tilde{M}_a et d'amortissement ajouté \tilde{C}_v obtenus par les deux méthodes de couplage est effectuée sur les figures (3.24) et (3.25). On retrouve bien la masse et l'amortissement ajoutés augmentent avec l'excentrement. De plus les résultats numériques sont proches pour les deux méthodes de couplage partitionnée et monolithique avec un écart maximal de 8% pour la masse ajoutée et de 5% pour l'amortissement ajouté (écart qui pourrait être réduit en utilisant une méthode de convergence de Richardson).

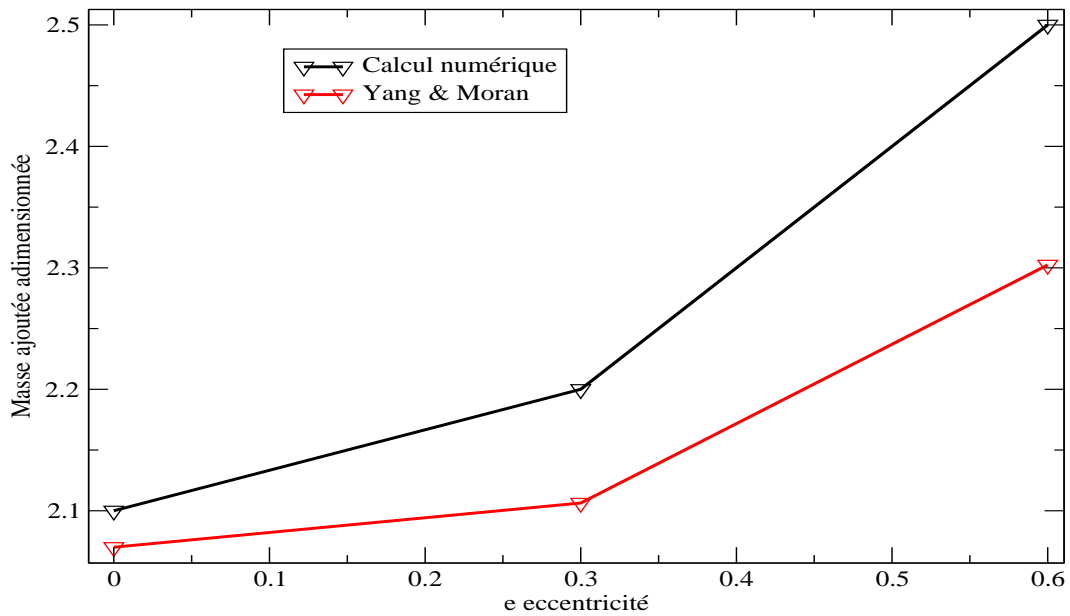


FIG. 3.24 – Cas test cylindres excentrés : comparaison de la masse ajoutée obtenue avec un schéma de couplage faible explicite asynchrone B et un couplage fort.

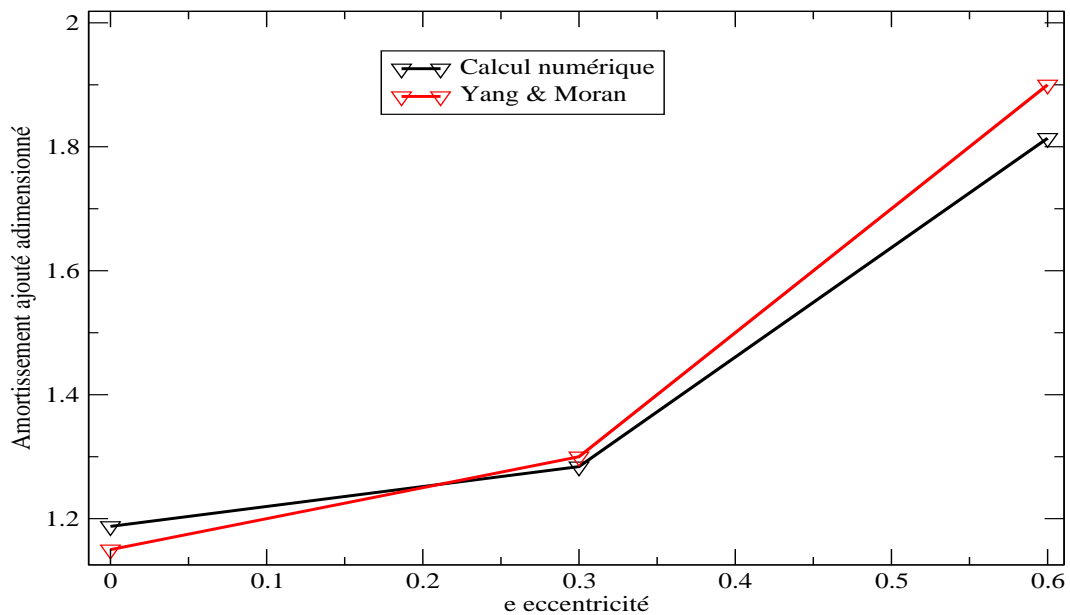


FIG. 3.25 – Cas test cylindres excentrés : comparaison de l'amortissement ajouté obtenu avec un schéma de couplage faible explicite asynchrone B et un couplage fort.

On a présenté différents schémas de couplage explicites et implicites pour permettre le transfert de données entre les solveurs fluide et structure. On a étudié les propriétés de ces schémas en particulier l'énergie produite à l'interface ainsi que l'amortissement induit par des résolutions fluide et structure décalées en temps. On a pu montrer que le schéma implicite par méthode de point fixe ainsi que le schéma explicite asynchrone conservent l'énergie du système globale fluide-structure. Toutefois, bien que le schéma implicite conserve mieux l'énergie, son coût reste important et le schéma explicite asynchrone moins coûteux est utilisée dans la suite.

4.1 Cylindres concentriques

4.1.1 Configuration étudiée

On modélise les forces fluide-structure induites par le mouvement d'un tube central mobile rigide dans un fluide visqueux au repos entouré par un tube fixe (figure 4.1). Pour ce cas test, on dispose de solutions de référence.

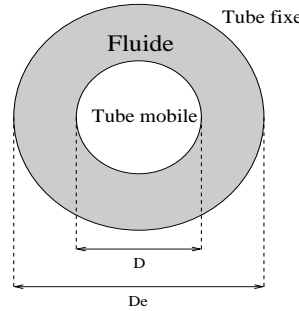


FIG. 4.1 – Représentation schématique de la configuration étudiée.

Ce dispositif a fait l'objet de plusieurs études expérimentales et théoriques (Chen et al. 1976, 1987, Yeh et Chen 1978, Versabeau 2001). On dispose de résultats analytiques pour la masse et l'amortissement ajoutés.

On introduit a le rapport des déterminants ci-dessous :

$$a = - \left| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & F_1(\alpha) & G_1(\alpha) \\ 0 & 1 & \gamma F_1(\beta) & \gamma G_1(\beta) \\ 2 & 2 & \alpha F_0(\alpha) & \alpha G_0(\alpha) \\ 0 & 2 & \alpha F_1(\alpha) & \alpha G_0(\beta) \end{array} \right| \div \left| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & F_1(\alpha) & G_1(\alpha) \\ \gamma^2 & 1 & \gamma F_1(\beta) & \gamma G_1(\beta) \\ 0 & 2 & \alpha F_0(\alpha) & \alpha G_0(\alpha) \\ 0 & 2 & \alpha F_1(\alpha) & \alpha G_0(\beta) \end{array} \right|$$

où F_n et G_n désignent les fonctions de Bessel de 1^{ere} et 2^{eme} espèces et λ , α , β les coefficients ci-dessous :

$$\lambda = \sqrt{\frac{-2i\pi St}{D^2}} \quad \alpha = \frac{\lambda D}{2} \quad \beta = \frac{\lambda D_e}{2}$$

T.T Yeh et S.S. Chen (1978) donnent l'expression analytique suivante pour la masse et l'amortissement ajoutés adimensionnés \tilde{M}_a et \tilde{C}_a :

$$\begin{aligned} \tilde{M}_a &= -\frac{\pi}{4} Re(1 + 2a) \\ \tilde{C}_a &= \frac{\pi^2 St}{2} Im(1 + 2a) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où la masse et l'amortissement ajoutés adimensionnés sont calculés de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{M}_a &= \frac{M_a}{\rho D^2 L} \\ \tilde{C}_a &= \frac{C_a}{\mu L}\end{aligned}$$

où ρ , μ , D , L désignent respectivement la masse volumique, la viscosité cinématique, le diamètre du tube intérieur et la longueur d'extrusion du tube.

Par ailleurs pour de forts nombres de Stokes, on peut approcher la formule (4.1) par l'approximation suivante (Sinyavaskii 1980, Baj 1998, Renou 1998) :

$$\begin{aligned}\tilde{M}_a &= \frac{\pi}{4} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2} + \sqrt{\frac{\pi}{St}} \\ \tilde{C}_a &= 2\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{St} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^3}{\left(1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2\right)^2}\end{aligned}\quad (4.2)$$

La configuration choisie est la suivante pour les simulations numériques :

$D=22$ mm diamètre du tube

$D_e=2.5*D= 55$ mm diamètre extérieur

$St=800$ nombre de Stokes

$A=1.1$ mm amplitude du déplacement initial du tube

$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{\sqrt{\pi St}} \simeq 0.1994$ épaisseur de la couche limite adimensionnée (voir Annexe C)

Les formules analytiques donnent les résultats suivants pour la masse et l'amortissement ajoutés :

formule de Chen (système 4.1)

$$\begin{aligned}\tilde{M}_a &= 1.1790 \\ \tilde{C}_a &= 497.62\end{aligned}$$

formule approchée (système 4.2)

$$\begin{aligned}\tilde{M}_a &= 1.1472 \\ \tilde{C}_a &= 474.98\end{aligned}$$

Il existe une loi empirique de correspondance pour un fluide au repos entre les résultats de masse et amortissement ajoutés obtenus pour un cylindre mobile dans un cylindre fixe et un faisceau de tubes. Cette loi introduite par Rogers (1984) est de la forme suivante :

$$\frac{D}{D_e} = f\left(\frac{P}{D}\right) = \left(1.07 + 0.56 \frac{P}{D}\right) \frac{P}{D}$$

On choisit le rapport des diamètres $D/D_e = 2.5$.

4.1.2 Identification des forces fluide-structure

4.1.2.1 Expression des forces

Le déplacement de la structure en eau est régi par l'équation suivante :

$$M_s \frac{d^2 U}{dt^2} + C_s \frac{dU}{dt} + K_s U = F_e$$

On rappelle la forme choisie pour identifier les forces fluide-structure en eau au repos par analogie avec l'approche expérimentale :

$$F_e = -M_a \frac{d^2 U}{dt^2} - C_a \frac{dU}{dt} \quad (4.3)$$

On peut déterminer les forces fluide-structure en utilisant deux méthodes numériques différentes. La première méthode dite méthode de phase permet de déterminer la masse et l'amortissement ajoutés directement à partir du déphasage entre la force fluide et le déplacement structure imposé (Baj 1998, Renou 1998). La seconde méthode dite méthode de lâcher utilise un couplage entre le code fluide et le code structure pour la détermination des grandeurs fluide-structure par une méthode de traitement du signal de déplacement de la structure décrite en annexe A.

4.1.2.2 Méthode de phase

Dans cette méthode (Baj 1998, Renou 1998), on impose un mouvement de la structure de la forme suivante :

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$$

où U_0 et ω désignent le déplacement maximal et la pulsation de la structure. On suppose que la force fluide exercée sur la structure peut s'écrire sous la forme suivante :

$$F(t) = F_0 e^{i(\omega t + \phi)}$$

L'analogie expérimentale de cette méthode est celle de Tanaka (1981). On peut montrer en utilisant la relation (4.3) que les coefficients de masse et amortissement ajoutés respectivement M_a et C_a peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$M_a = \frac{F_0 \cos(\phi)}{\omega^2 U_0}$$

$$C_a = -\frac{F_0 \sin(\phi)}{\omega U_0}$$

On peut remarquer que dans cette méthode, il n'y a pas de couplage entre les équations régissant le fluide et la structure. Cette méthode nécessite l'utilisation de petits pas de temps pour déterminer correctement le déphasage et donc l'amortissement ajouté. Par ailleurs on constate que le déphasage ϕ diminue lorsque le nombre de Stokes augmente et le coût de cette méthode devient prohibitif pour de forts nombres de Stokes. Il peut alors devenir intéressant d'utiliser une méthode de lâcher nécessitant un couplage entre les calculs fluide et structure.

4.1.2.3 Méthode de lâcher

La méthode de lâcher est une méthode couplant les calculs fluide et structure. La méthode expérimentale associée est celle de Hadj-Sadok (1994). Elle nécessite la donnée de conditions initiales en déplacement, vitesse et force. On choisit un déplacement initial de la structure pour amorcer l'écoulement fluide initialement au repos et le processus de couplage entre les équations régissant le comportement du fluide et de la structure.

On teste les trois types de schémas de couplage explicites synchrone, asynchrone et implicite A, B et C décrits au chapitre 2.

On utilise des discrétisations en temps d'ordre 2, Newmark pour la structure et Crank-Nicholson pour le fluide. Par ailleurs lorsque l'on utilise le schéma de Crank-Nicholson, la pression est exprimée au temps $t^{n+1/2}$ et les vitesses au temps t^{n+1} . Il est donc nécessaire de faire une extrapolation de la pression au temps t^{n+1} pour calculer les efforts fluides exercés sur la structure. On fait l'extrapolation linéaire en temps d'ordre 2 suivante pour la pression :

$$p^{n+1} = \frac{3}{2}p^{n+1/2} - \frac{1}{2}p^{n-1/2}$$

Pour obtenir l'ordre 2 en temps dans le solveur fluide, il est nécessaire de faire un nombre suffisant de sous-itérations sur la résolution des grandeurs vitesse et pression (Benhamadouche 2001). On a choisi de faire dix sous-itérations sur le second membre pour la résolution des équations de convection et de continuité.

4.1.2.4 Influence du nombre de Stokes

Avec la méthode de phase, on superpose sur la figure (4.2) le déphasage entre la force calculée numériquement et redimensionnée et le déplacement imposé à la structure. On donne de plus sur le tableau (4.1) les coefficients de masse et d'amortissement ajoutés numériques. On obtient un très bon accord en terme de masse ajoutée avec la solution analytique et une erreur de 6.5% en terme d'amortissement ajouté liée vraisemblablement à l'utilisation d'un pas de temps trop grand.

Avec la méthode de lâcher, on compare trois types de schémas pour un pas de temps fixé avec un maillage donné. On peut voir sur le tableau (4.2) et la figure (4.3) que l'amortissement numérique dû au couplage est réduit lorsque l'on utilise un schéma de couplage explicite asynchrone ou un schéma implicite.

On a également testé la convergence en maillage et en temps avec le schéma de couplage explicite asynchrone vers la solution analytique. On a utilisé pour cette convergence trois maillages (figure 4.4) avec un nombre croissant de cellules dans la couche limite et trois pas de temps. A convergence on obtient des résultats très proches de la solution analytique avec moins de 5% d'écart (convergence en maillage, tableau 4.3, et convergence en temps, tableau 4.4). Les signaux numériques sont post-traités par une méthode d'ajustement de paramètres détaillée dans l'annexe A.

Enfin on a testé l'influence de l'amplitude initiale sur les grandeurs fluide-structure ainsi que l'influence du nombre de Stokes sur la qualité des résultats numériques. On constate que pour la gamme de déplacements initiaux choisis, la masse et l'amortissement ajoutés sont faiblement influencés avec moins de 1% d'écart entre les différents résultats (tableau 4.5).

Enfin les résultats à nombre de Stokes 14036 sont très encourageants pour les simulations envisagées en faisceaux de tubes à grands nombres de Stokes (tableau 4.6).

	\bar{M}_a	\bar{C}_a
Résultats théoriques	1.1790	497.2
Méthode de phase	1.1793	530
Erreur	$2.5 \cdot 10^{-4}\%$	6.59%

TAB. 4.1 – Cas test cylindres concentriques : résultats obtenus par une méthode de phase pour un nombre de Stokes 800 avec un maillage de 3712 cellules et un pas de temps $9 \cdot 10^{-6}$ s.

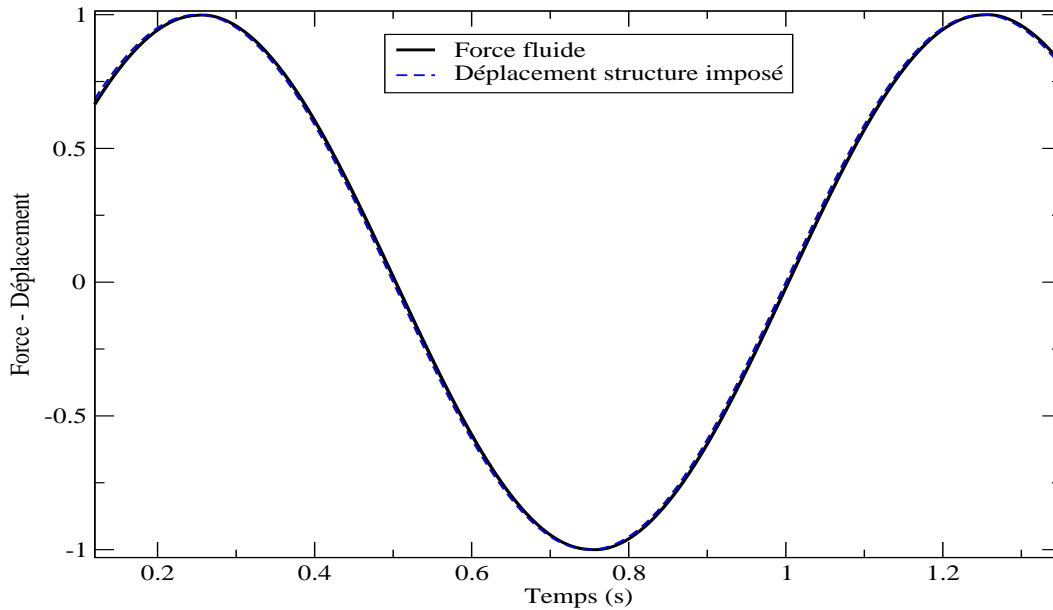


FIG. 4.2 – Cas test cylindres concentriques : comparaison du déplacement et de la force obtenus par une méthode de phase

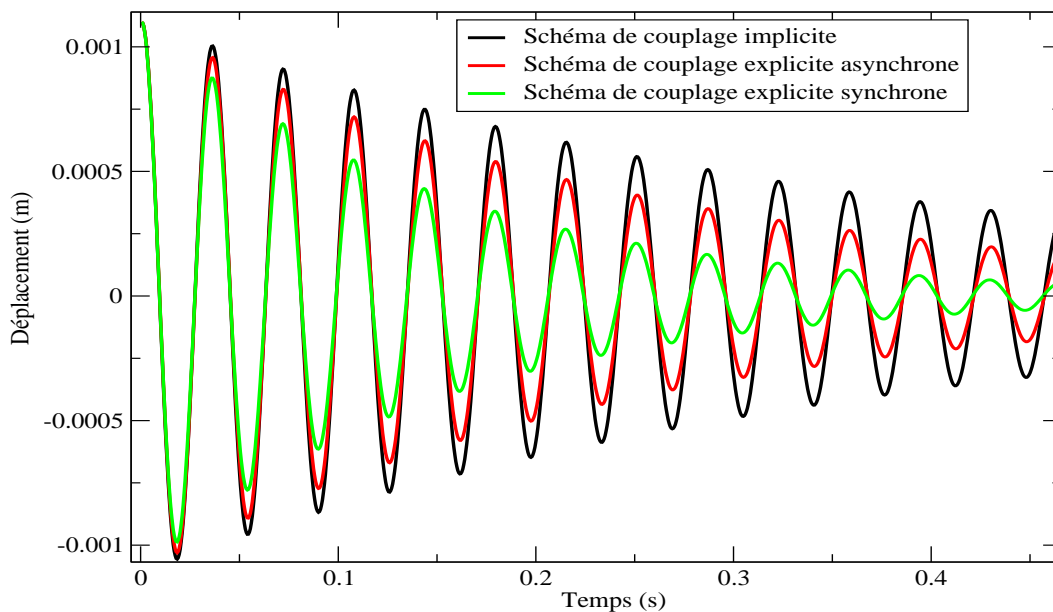


FIG. 4.3 – Cas test cylindres concentriques : Comparaison des déplacements structure pour les schémas de couplage explicite synchrone, explicite asynchrone et implicite pour un maillage de 896 cellules et un pas de temps de $5 \cdot 10^{-4}$ s.

	\tilde{M}_a	\tilde{C}_a
Résultats théoriques	1.1790	497.2
Couplage explicite synchrone	1.220	1266.63
Couplage explicite asynchrone	1.218	759.32
Couplage implicite	1.204	503.69

TAB. 4.2 – Cas test cylindres concentriques : comparaison des schémas de couplage explicite synchrone, explicite asynchrone et implicite pour un maillage de 896 cellules et un pas de temps 5.10^{-4} s.

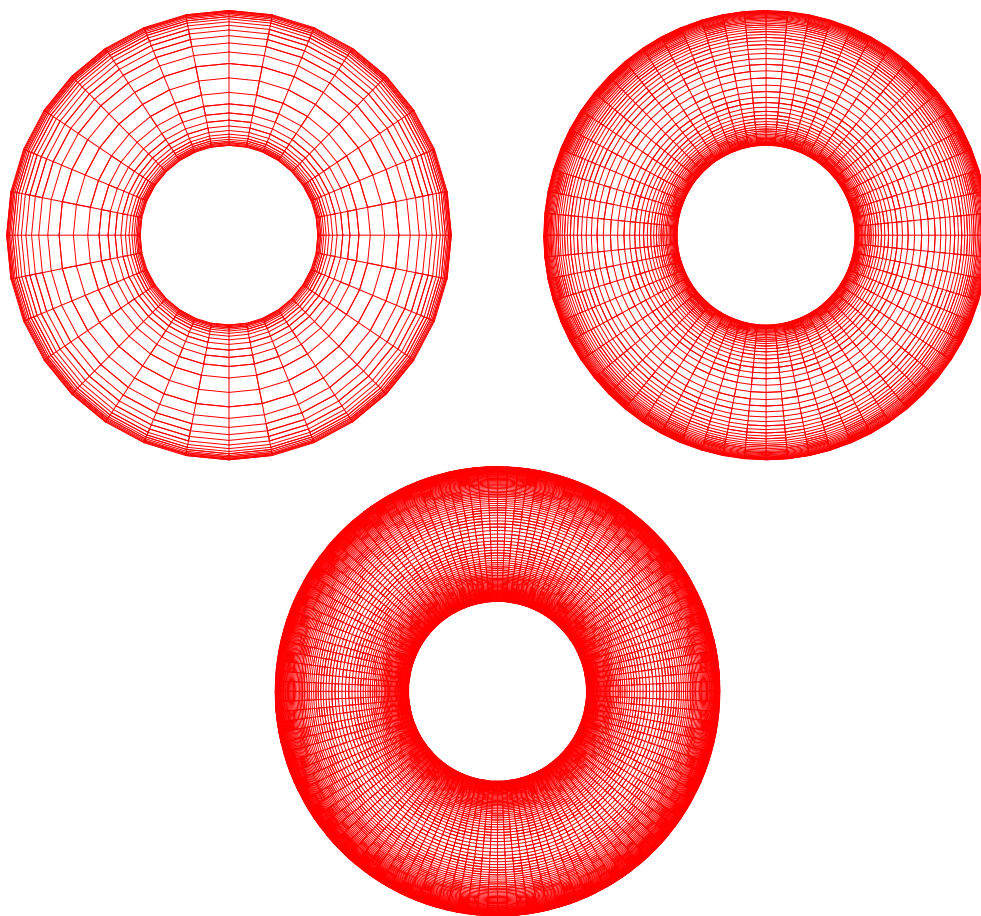


FIG. 4.4 – Cas test cylindres concentriques : maillages de 896 cellules, de 3712 cellules et de 16048 cellules de respectivement 4,7,14 cellules dans la couche limite.

	Résultats théoriques	892 cellules	3712 cellules	16048 cellules
\tilde{M}_a	1.1790	1.1935	1.1848	1.1868
\tilde{C}_a	497.2	496.0	497.6	501.1

TAB. 4.3 – Cas test cylindres concentriques : convergence en maillage obtenu avec un schéma de couplage asynchrone pour un pas de temps $1.25 \cdot 10^{-5}$ s.

	Résultats théoriques	$dt = 5 * 10^{-4}$ s	$dt = 5 * 10^{-5}$ s	$dt = 2.5 * 10^{-5}$ s	$dt = 1.25 * 10^{-5}$ s
\tilde{M}_a	1.1790	1.19156	1.1878	1.1888	1.1848
\tilde{C}_a	497.2	738.83	513.42	500.99	497.6

TAB. 4.4 – Cas test cylindres concentriques : convergence en temps avec un schéma de couplage explicite asynchrone pour le maillage de 3712 cellules.

	Résultats théoriques	5% du diamètre	1% du diamètre	0.1% du diamètre
\tilde{M}_a	1.1790	1.1851	1.1838	1.1838
\tilde{C}_a	497.2	517.09	517.85	518.53

TAB. 4.5 – Cas test cylindres concentriques : influence de l'amplitude initiale sur les grandeurs fluide-structures par une méthode de lâcher pour un pas de temps 5.10^{-5} s et un maillage de 3712 cellules.

Stokes=800

	Résultats théoriques	Résultats numériques	Erreurs théorique - numérique (%)
\tilde{M}_a	1.1790	1.1868	0.6616
\tilde{C}_a	497.2	501.1	0.7843

Stokes=14036

	Résultats théoriques	Résultats numériques	Erreurs théorique - numérique (%)
\tilde{M}_a	1.1044	1.1069	0.2263
\tilde{C}_a	1989.6	2039.21	2.4328

TAB. 4.6 – Cas test cylindres concentriques : comparaison des résultats analytiques et théoriques pour un nombre de Stokes de 800 et de 14036.

4.2 Faisceaux de tubes

4.2.1 Equation du déplacement de la structure en eau au repos

On rappelle l'équation vérifiée par la structure vibrante dans un fluide au repos :

$$M_s \ddot{U} + C_s \dot{U} + K_s U = -M_a \ddot{U} - C_a \dot{U}$$

Soit :

$$(M_s + M_a) \ddot{U} + (C_s + C_a) \dot{U} + K_s U = 0$$

On peut réduire l'équation précédente en divisant par la masse totale $M_s + M_a$ sous la forme suivante :

$$\ddot{U} + 2\xi_e \omega_e \dot{U} + \omega_e^2 U = 0$$

On en déduit l'équation caractéristique associée :

$$r^2 + 2\xi_e \omega_e r + \omega_e^2 = 0$$

avec :

$$\Delta = 4\omega_e^2(\xi_e^2 - 1)$$

On cherche des solutions de l'équation structure de faible amortissement tels que $|\xi_e| < 1$ et les solutions de l'équation caractéristique sont :

$$\begin{aligned} r_1 &= -\xi_e \omega_e - i\omega_e \sqrt{1 - \xi_e^2} \\ r_2 &= -\xi_e \omega_e + i\omega_e \sqrt{1 - \xi_e^2} \end{aligned}$$

Le déplacement de la structure, solution de l'équation différentielle, s'écrit :

$$U(t) = \exp(-\xi_e \omega_e t) \left(A \exp(i\omega_e \sqrt{1 - \xi_e^2} t) + B \exp(-i\omega_e \sqrt{1 - \xi_e^2} t) \right)$$

ou

$$U(t) = \exp(-\xi_e \omega_e t) \left(C \cos(\omega_e \sqrt{1 - \xi_e^2} t) + D \sin(\omega_e \sqrt{1 - \xi_e^2} t) \right)$$

Les constantes A, B ou C et D sont estimées à partir des conditions initiales.

4.2.2 Configuration étudiée

L'écoulement d'un fluide au repos dans un faisceau de tubes de diamètre $D = 12.15 \text{ mm}$ à pas carré $P = 1.44 D$ soit 17.496 mm est modélisé par une cellule bidimensionnelle avec des conditions aux limites périodiques et une longueur $L = 2 \text{ mm}$ suivant la maille dans la direction d'extrusion. L'écoulement est supposé laminaire et bidimensionnel, les équations de Navier-Stokes sont résolues avec un schéma en temps d'ordre 2 (Crank-Nicholson) et un schéma de convection centré (ordre 2 en espace, écoulement faiblement convectif avec nombre de Péclet inférieur à 2), 10 sous-itérations sur les seconds membres sont faites pour la résolution de la vitesse et de la pression afin d'obtenir un schéma proche de l'ordre 2 en temps. Les déformations du maillage lors du mouvement du tube sont

prises en compte via une formulation (ALE) décrite au chapitre 2. Le couplage entre le fluide et la structure est réalisé avec un schéma de couplage explicite asynchrone et le schéma de Newmark est mis en oeuvre pour la résolution de l'équation différentielle liée au mouvement du tube.

On cherche à estimer la masse et l'amortissement ajoutés pour un tube mobile au milieu d'un faisceau de tubes fixes en présence d'un fluide au repos. Une méthode de couplage dite de "lâcher" est utilisée avec une amplitude initiale de déplacement du tube $A = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Le post-traitement du signal des déplacements permet d'identifier les grandeurs fluide structure à l'aide d'un ajustement de paramètres par moindres carrés dont l'algorithme se trouve en annexe A. L'écoulement est incompressible et le fluide est supposé newtonien. Il possède les caractéristiques suivantes :

- masse volumique : $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- viscosité cinématique : $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$

Le tube est caractérisé par sa masse $M_s = 5.96 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ et sa fréquence structure d'oscillation $f_s = 14.3 \text{ Hz}$. Les valeurs théoriques de Chen (1987) et Rogers (1984) permettent de comparer résultats numériques et analytiques :

- nombre de Stokes : $St = \frac{f_s \cdot D^2}{\nu} = 2111$.
- masse ajoutée adimensionnée : $\tilde{M}_a \sim 1.035 + \sqrt{\frac{\pi}{St}} = 1.074$
- amortissement ajouté adimensionné : $\tilde{C}_a \sim 15.71 \sqrt{St} = 721.8$

où les coefficients fluide-structure sont adimensionnés de la façon suivante :

$$\tilde{M}_a = \frac{M_a}{\rho D^2 L}$$

$$\tilde{C}_a = \frac{C_a}{\rho \nu L}$$

4.2.3 Convergence en maillage

Dans cette première phase, nous ne prenons qu'une partie du domaine à savoir une cellule de 9 tubes dont 8 coupés, seul le tube du milieu étant mobile.

Le schéma suivant fait apparaître les conditions aux limites imposées (4.5) :

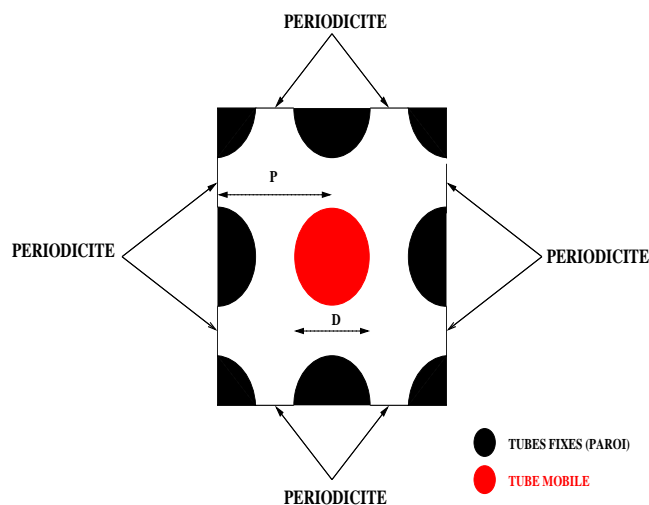


FIG. 4.5 – Cellule de faisceaux 9 tubes dont 8 coupés.

Ce modèle représente un faisceau de tubes avec un tube mobile sur 4, les plus proches voisins ne se déplacent pas. Dans la suite, nous appelons cette configuration : $2V2H$. Cela signifie qu'un tube

sur 2 dans le sens vertical V et 1 tube sur 2 dans le sens horizontal H peuvent bouger (conditions aux limites périodiques). Ce principe de dénomination en fonction de la mobilité des tubes est utilisé pour distinguer les modèles de cellules de faisceaux de tubes.

4.2.3.1 Choix du maillage

La convergence en maillage est effectuée sur 5 maillages différents tous construits sur le modèle de référence ci-dessus en faisant varier le nombre total de mailles (voir figure 4.6). Des exemples de maillages sont donnés sur les figures 4.7 et 4.8.

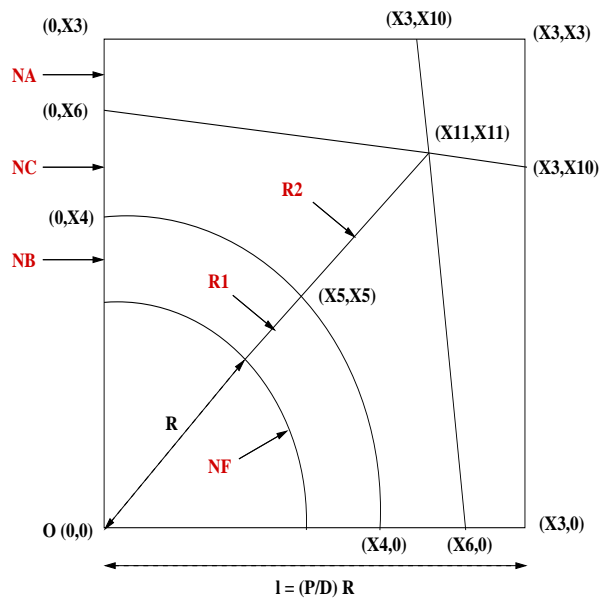


FIG. 4.6 – Schéma de la géométrie paramétrée.

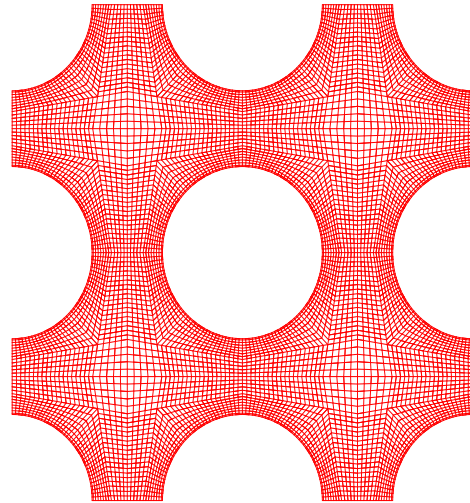


FIG. 4.7 – Visualisation du maillage à 8304 cellules.

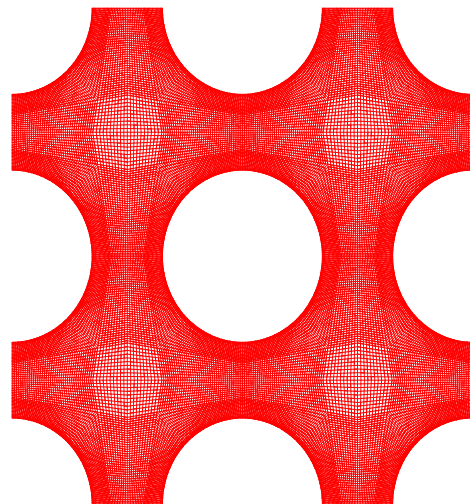


FIG. 4.8 – Visualisation du maillage à 33216 cellules.

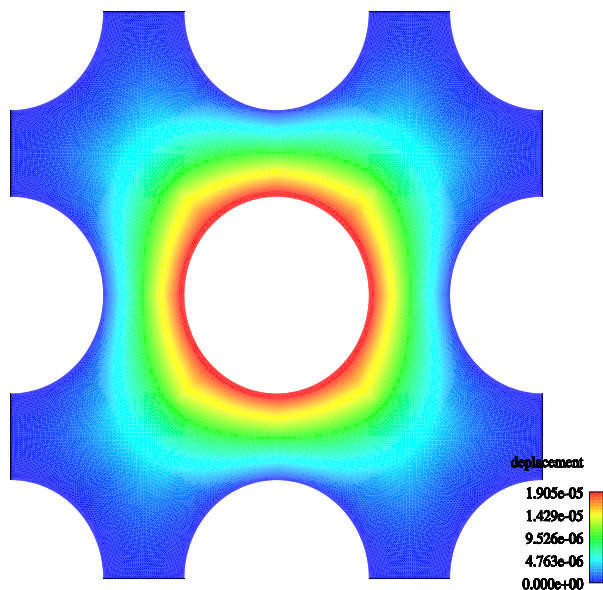


FIG. 4.9 – Cas faisceaux de tubes : déplacement du maillage pour $dt = 10^{-5}$ s avec le maillage à 33216 cellules.

La figure (4.9) montre que l’influence du mouvement du tube sur le maillage diminue lorsque l’on s’éloigne du tube. Le déplacement du maillage est maximal près de la structure et se diffuse avec la distance.

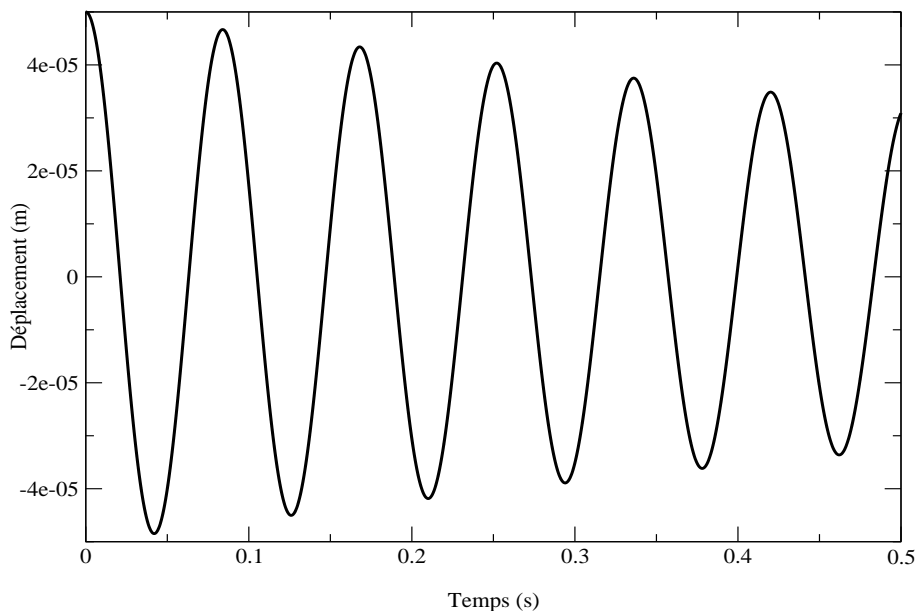


FIG. 4.10 – Cas faisceaux de tubes : Courbe du déplacement en fonction du temps pour $dt = 10^{-5}$ s avec le maillage à 33216 cellules.

On peut voir sur la figure (4.10) l’allure du déplacement du tube imposé dans une direction, ce mouvement est oscillant et amorti au cours du temps. La forme générale du signal s’écrit :

$$x = a \exp(-2\pi\xi_e f_e t) \cdot \cos(2\pi f_e t)$$

La fréquence de la structure en eau diminue et l'amortissement modal ξ_e du tube tend vers une valeur asymptotique (voir les figures 4.11 et 4.12) et la convergence en espace est atteinte.

4.2.3.2 Résultats

Le tableau (4.7) présente les valeurs des coefficients fluide-structure pour l'ensemble des maillages utilisés pour réaliser la convergence en maillage. Les coefficients ont été identifiés par la méthode d'ajustement de paramètres par moindres carrés.

Nb de cellules	fréquence $f_e (Hz)$	ξ_e (%)	\tilde{M}_a	\tilde{C}_a
1792	11.9519	1.038	0.8710	531.3512
8304	11.912	1.113	0.8904	582.1310
12336	11.8996	1.151	0.8965	607.0805
33216	11.8944	1.159	0.8990	612.7109
132864	11.8868	1.165	0.9028	616.7049

TAB. 4.7 – Cas faisceaux de tubes : coefficients fluide-structure pour la convergence en maillage.

L'erreur relative sur le coefficient d'amortissement ajouté \tilde{C}_a entre deux maillages successifs est donnée dans le tableau (4.8) : La convergence en temps est dite atteinte lorsque l'erreur relative est inférieure à 1%, le maillage possédant 33216 cellules convient au critère fixé et est le maillage de référence pour les calculs suivants.

$\frac{\delta\tilde{C}_a}{\tilde{C}_a}$ (en %)	1792	8304	12336	33216	132864
1792	0	<u>8.72</u>	12.47	13.28	13.84
8304	8.72	0	<u>4.11</u>	4.99	5.6
12336	12.47	4.11	0	<u>0.92</u>	<u>1.56</u>
33216	13.28	4.99	0.92	0	<u>0.65</u>

TAB. 4.8 – Cas faisceaux de tubes : tableau des erreurs relatives des coefficients fluide-structure.

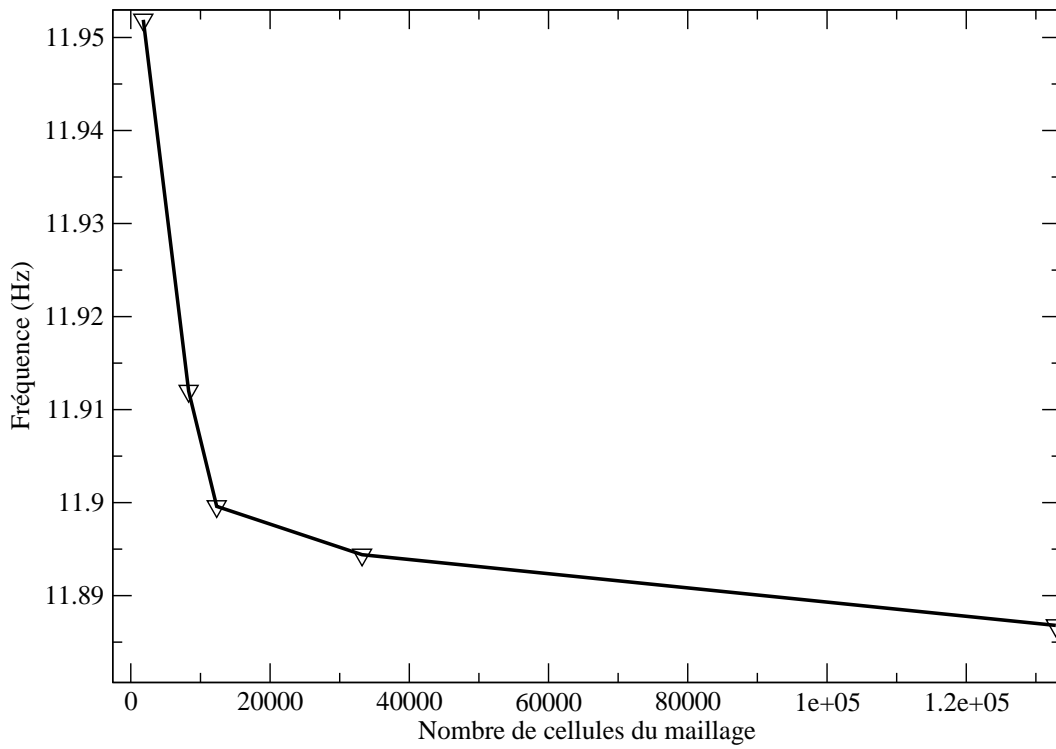


FIG. 4.11 – Cas faisceaux de tubes : fréquence de la structure f_e en fonction du nombre de cellules du maillage.

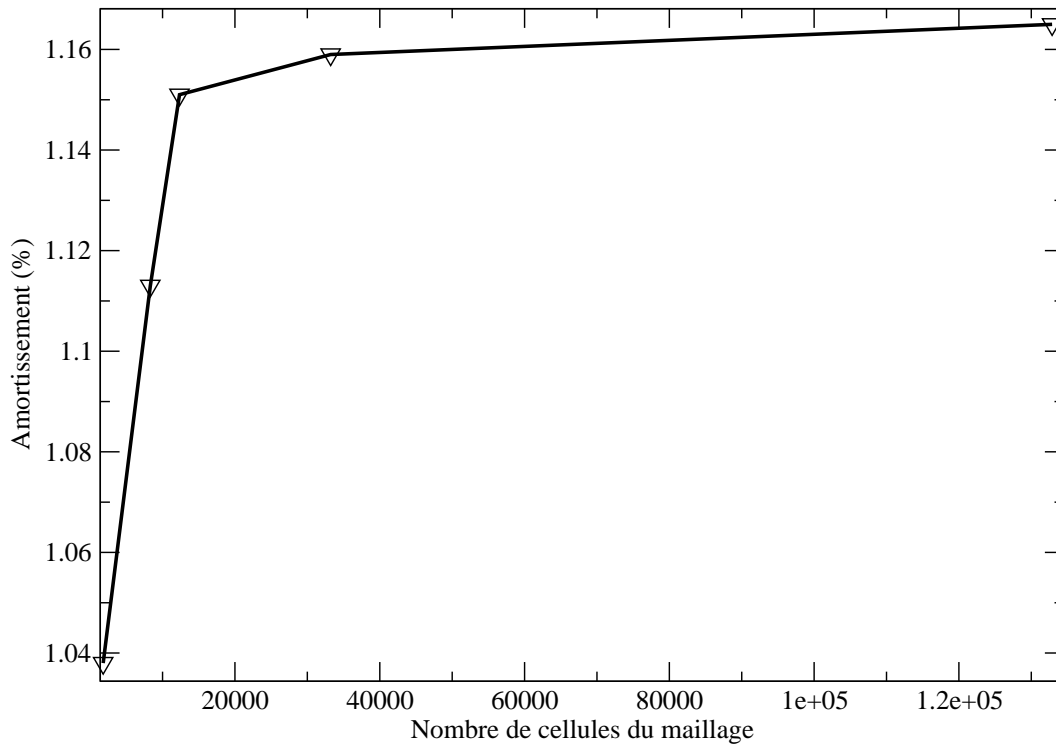


FIG. 4.12 – Cas faisceaux de tubes : amortissement modal ξ_e en fonction du nombre de cellules du maillage.

4.2.4 Convergence en temps

4.2.4.1 Choix du pas de temps

La cellule de calcul périodique utilisée pour la convergence en maillage est conservée, à savoir la cellule $2V2H$. Les différents pas de temps utilisés sont : $5 \cdot 10^{-4} s$, $10^{-4} s$, $5 \cdot 10^{-5} s$, $2.5 \cdot 10^{-5} s$, $10^{-5} s$ et $5 \cdot 10^{-6} s$.

4.2.4.2 Résultats

Le tableau (4.9) présente les valeurs des coefficients fluide-structure pour l'ensemble des pas de temps utilisés pour réaliser la convergence en temps. La fréquence de la structure en eau et l'amortissement modal ξ_e du tube tendent vers une valeur asymptotique (figures 4.13 et 4.14) et la convergence est quasiment atteinte.

Pas de temps (s)	fréquence f_e (Hz)	ξ_e (%)	\tilde{M}_a	\tilde{C}_a
$5 \cdot 10^{-4}$	11.8782	1.458	0.9070	806.0891
10^{-4}	11.8924	1.214	0.90	648.0762
$5 \cdot 10^{-5}$	11.8937	1.184	0.8994	628.4625
$2.5 \cdot 10^{-5}$	11.8942	1.168	0.8991	618.6448
10^{-5}	11.8944	1.159	0.8990	612.7109
$5 \cdot 10^{-6}$	11.8944	1.156	0.8990	610.6969

TAB. 4.9 – Cas faisceaux de tubes : tableau des coefficients fluide-structure pour la convergence en temps.

L'erreur relative sur \tilde{C}_e entre deux pas de temps successifs est donné dans le tableau (4.10) :

$\frac{\delta \tilde{C}_a}{\tilde{C}_a}$ (en %)	$5 \cdot 10^{-4} s$	$10^{-4} s$	$5 \cdot 10^{-5} s$	$2.5 \cdot 10^{-5} s$	$10^{-5} s$	$5 \cdot 10^{-6} s$
$5 \cdot 10^{-4} s$	0	<u>19.6</u>	22.03	23.25	23.99	24.24
$10^{-4} s$	19.6	0	<u>3.03</u>	4.54	5.46	5.77
$5 \cdot 10^{-5} s$	22.03	3.03	0	<u>1.56</u>	2.51	2.83
$2.5 \cdot 10^{-5} s$	23.25	4.54	1.56	0	<u>0.96</u>	<u>1.28</u>
$10^{-5} s$	23.99	5.46	2.51	0.96	0	<u>0.33</u>

TAB. 4.10 – Tableau des erreurs relatives des coefficients fluide-structure.

La convergence est supposée atteinte lorsque l'erreur relative est inférieure à 1 %, le pas de temps $dt = 10^{-5} s$ convient et sert de référence pour les calculs suivants.

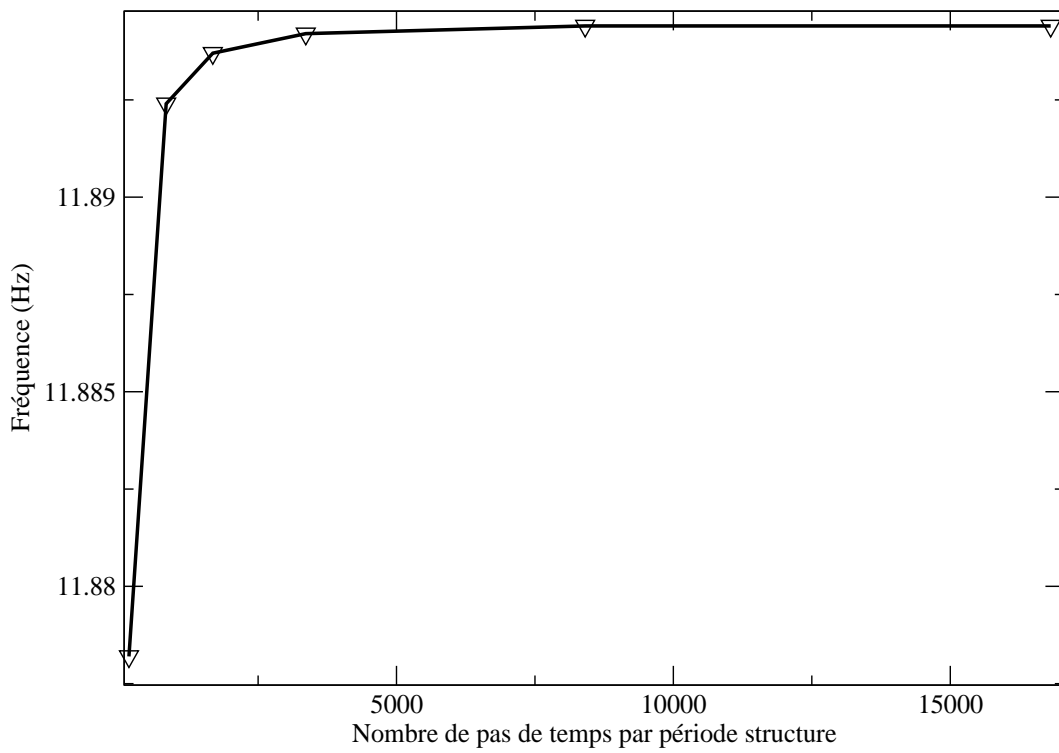


FIG. 4.13 – Cas faisceaux de tubes : fréquence de la structure f_e en fonction du pas de temps.

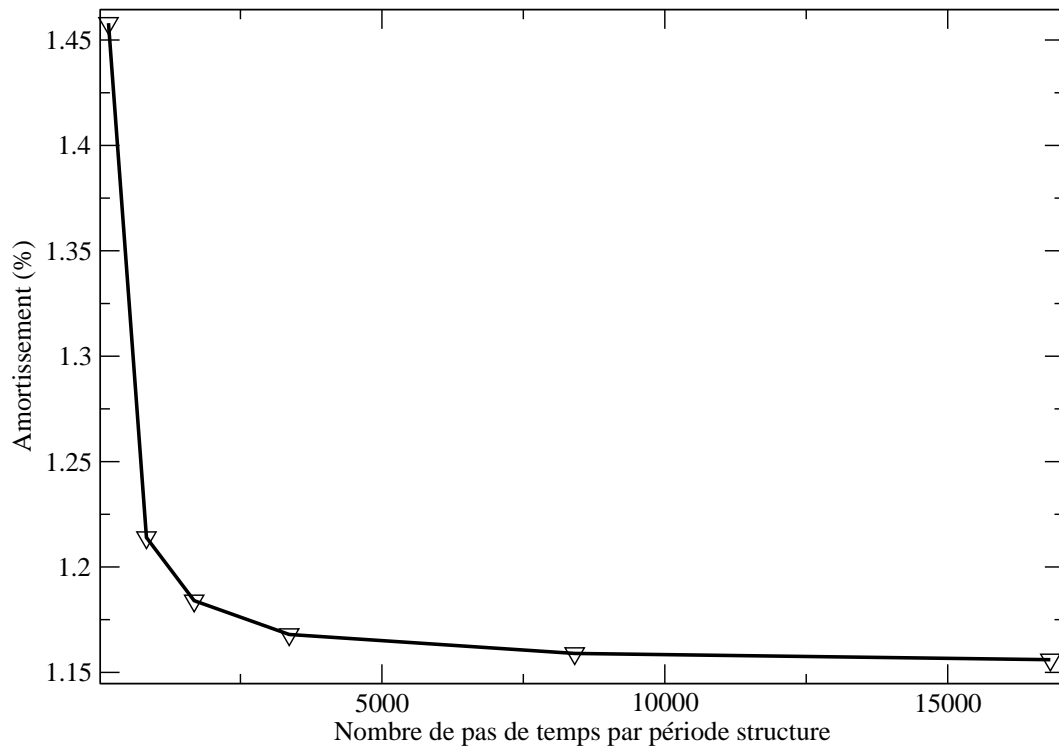


FIG. 4.14 – Cas faisceaux de tubes : amortissement modal ξ_e en fonction du pas de temps.

4.2.5 Modélisation du faisceau

L'étude suivante porte sur l'influence du nombre de tubes du faisceau en mouvement, et donc sur l'effet des conditions aux limites périodiques sur les résultats en terme de coefficients fluide-structure du tube mobile. La méthode employée consiste à augmenter la taille du domaine simulé dans la direction du déplacement imposé et dans la direction perpendiculaire au déplacement. La conséquence directe est l'augmentation du nombre de tubes voisins fixes. La distinction des différents cas se fait par la dénomination vue précédemment ($xV yH$ avec $(x - 1)$ et $(y - 1)$ le nombre de tubes fixes entre 2 tubes mobiles dans les directions Verticale et Horizontale).

Pour réaliser les calculs sur les divers domaines, les paramètres de la géométrie relative au maillage de 33216 cellules sont conservés avec le pas de temps $dt = 10^{-5}$ s déterminé lors de la convergence en temps.

4.2.5.1 Choix du modèle

Les figures (4.15, 4.16 et 4.17) montrent l'ensemble des domaines simulés ainsi que les conditions aux limites appliquées à savoir :

- 1 configuration 2V3H
- 1 configuration 2V4H
- 1 configuration sans conditions aux limites périodiques

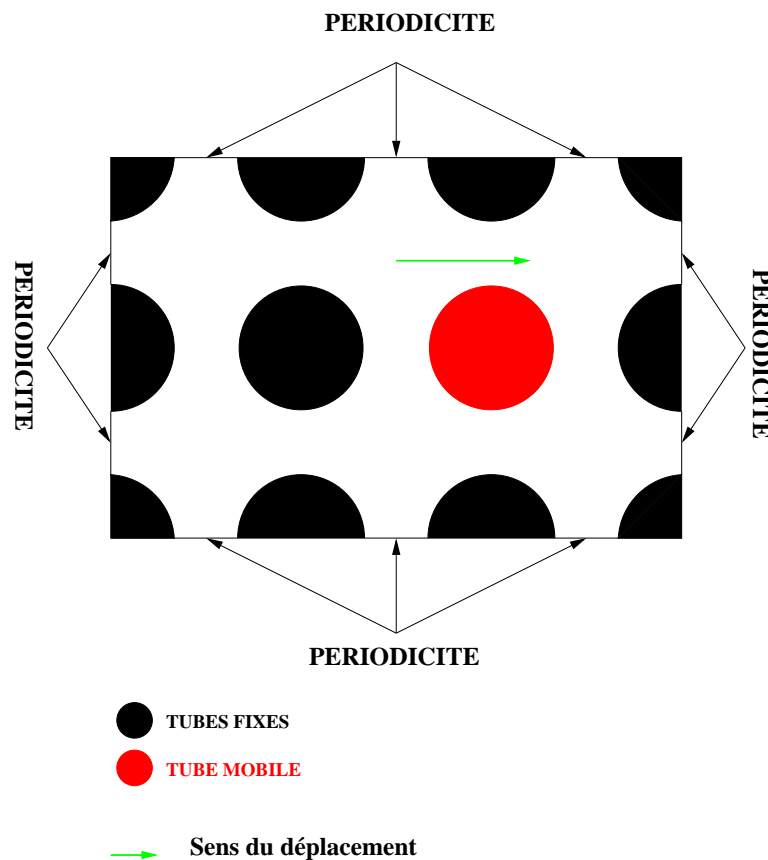


FIG. 4.15 – Modèle 2 tubes pleins : configuration 2V3H.

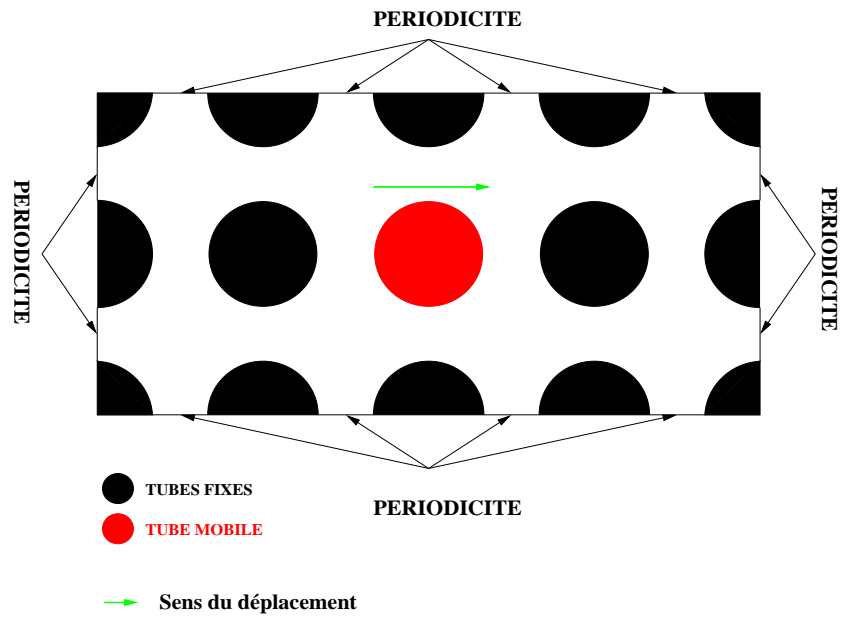


FIG. 4.16 – Modèle 3 tubes pleins : configuration 2V4H.

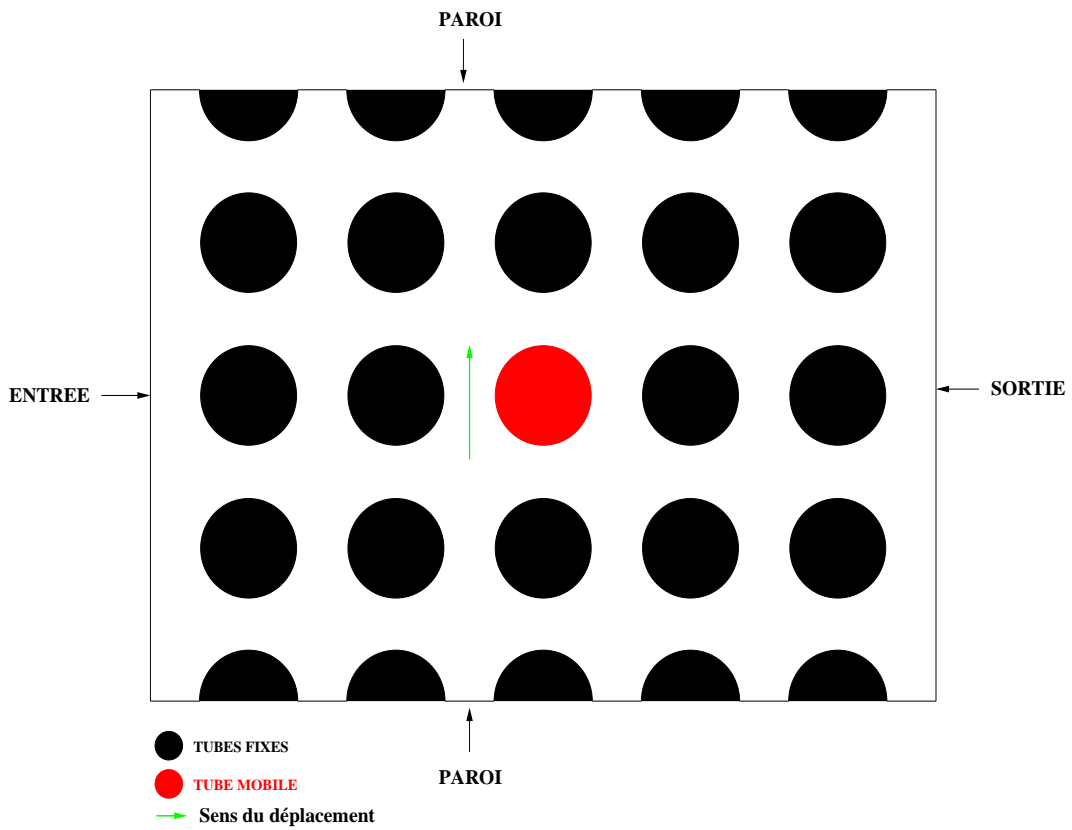


FIG. 4.17 – Modèle de faisceau non périodique.

4.2.5.2 Influence des conditions aux limites

Domaines	fréquence f_e (H_z)	ξ_e (%)	\tilde{M}_a	\tilde{C}_a
2V2H	11.8944	1.159	0.8990	612.7109
2V3H	11.6462	1.262	1.0247	695.8357
2V4H	11.5476	1.311	1.0876	737.0938

TAB. 4.11 – Cas faisceaux de tubes : tableau des coefficients fluide-structure pour les différents modèles de faisceaux.

Les résultats du tableau (4.11) montrent l'effet de la périodicité dans le sens du déplacement de la structure et, par suite l'effet direct de la mobilité des tubes voisins sur les coefficients fluide-structure relatifs au tube mobile considéré.

La fréquence d'oscillation f_e de la structure augmente lorsque le nombre de tubes mobiles croît, la masse ajoutée \tilde{M}_a et le coefficient d'amortissement modal ξ diminuent.

Domaines	fréquence f_e (H_z)	ξ_e (%)	\tilde{M}_a	\tilde{C}_a
2V2H	11.8944	1.159	0.8990	612.7109
3V2H	11.9577	1.1235	0.8683	585.5919
4V2H	11.9645	1.1185	0.8650	582.0394

TAB. 4.12 – Cas faisceaux de tubes : tableau des coefficients fluide-structure pour les différents modèles de faisceaux.

Les résultats du tableau (4.12) montrent l'effet de la périodicité dans le sens orthogonal du déplacement de la structure.

On peut remarquer que la fréquence d'oscillation f_e de la structure augmente lorsque le nombre de tubes proches voisins mobiles diminue, la conséquence directe est la décroissance de la masse ajoutée \tilde{M}_a , on assiste à une diminution du phénomène d'inertie. Cependant, les effets de la périodicité sur la valeur des coefficients ajoutés sont nettement moins prononcés que ceux de l'étude précédente (tableau 4.11).

Enfin les résultats obtenus sur le modèle de faisceau sans conditions aux limites périodiques sont présentés sur le tableau 4.13. Les valeurs des coefficients de masse et amortissement ajoutés sont comparées avec les solutions théoriques de Chen (1987) et Rogers (1984) dans le cas d'un faisceau infini. L'erreur relative sur le coefficient d'amortissement ajouté par rapport à la valeur analytique est de 0.22 % après convergences en maillage et en pas de temps et de 0.27 % pour la masse ajoutée.

	Analytique (Rogers)	Numérique (lâcher)
\tilde{M}_a	1.074	1.0769
\tilde{C}_a	721.8	723.4055

TAB. 4.13 – Cas faisceaux de tubes : tableau de comparaison des coefficients ajoutés pour le domaine complet.

4.2.6 Comparaison calculs théoriques et mesures expérimentales

On considère ci-dessous une configuration de faisceaux de tubes pour laquelle on dispose respectivement de la masse ajoutée théorique et de l'amortissement ajouté expérimental pour un nombre de Stokes plus élevé. Le fluide utilisé est de l'eau. Cette configuration est tirée du dispositif expérimental de Weaver (1985) et correspond à un faisceau de tubes avec un pas inter-tube $P/D = 1.5$.

Les caractéristiques fluide et structure sont les suivantes :

- masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$
- viscosité cinématique $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
- diamètre des tubes $D = 25.4 \text{ mm}$
- longueur des tubes $L = 300 \text{ mm}$
- fréquence structure en air $f_s = 25.5 \text{ Hz} \pm 0.2 \text{ Hz}$
- nombre de Stokes $St = f_s D^2 / \nu = 16452$
- décroissement logarithmique en air $\delta_s = 0.014 \pm 0.001$
- décroissement logarithmique en eau $\delta_e = 0.037 \pm 0.004$

Pour cette configuration on dispose du décroissement logarithmique en eau qui constitue une mesure de l'amortissement ajouté en eau et on sait d'après les études précédentes en cylindre confiné et en faisceau de tubes que les grandeurs fluide-structure ne dépendent que du nombre de Stokes et du confinement. Il suffit donc d'imposer le même pas d'espace $P/D = 1.5$, le même diamètre de tube D , le même décroissement logarithmique en air δ_s et d'ajuster la masse et la raideur pour obtenir la même fréquence en air f_s et retrouver numériquement le décroissement logarithmique en eau δ_e . En pratique la masse de la structure est choisie $M_s = 0.284 \text{ kg}$ et la raideur K_s est ajustée telle que :

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$$

$$K_s = (2\pi f_s)^2 * M_s \simeq 7291 \text{ kg.s}^{-2}$$

On peut par ailleurs comparer la fréquence et le décroissement logarithmique numériques aux valeurs théoriques obtenues à l'aide de la loi de Rogers (1984). On rappelle la valeur de la masse et de l'amortissement ajoutés adimensionnés pour un nombre de Stokes $St = 16452$ et un pas d'espace $P/D = 1.5$:

$$\tilde{M}_a = 1.017$$

$$\tilde{C}_a = 1931$$

En dimensionnant les coefficients précédents, on trouve pour la fréquence et le décroissement logarithmique théorique :

$$f_e = 20.3 \text{ Hz}$$

$$\delta_e = 0.03768$$

On utilise une modélisation bidimensionnelle et on suppose le fluide newtonien et l'écoulement incompressible. On utilise comme pour les simulations précédentes une cellule 9 tubes ou 12 tubes avec des conditions aux limites périodiques (figure 4.18) et une méthode de lâcher avec un schéma de couplage explicite asynchrone. On peut voir sur le tableau (4.14) les résultats obtenus sur les deux configurations étudiées.

On a étudié dans ce chapitre les efforts fluide-structure pour différentes configurations de cylindres concentriques et faisceaux de tubes pour lesquelles on dispose de solutions analytiques et de mesures expérimentales de référence.

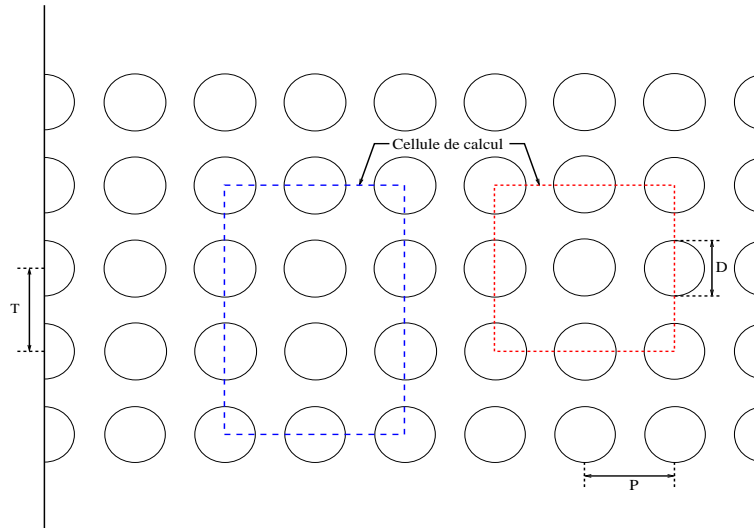


FIG. 4.18 – Dispositif expérimental et cellules de calcul 9 tubes et 12 tubes.

	Fréquence en eau (H_z)	Décrément logarithmique en eau
Expérimentale	–	0.037 ± 0.004
Théorique	20.3	0.037
Numérique 9 tubes	21.09	0.035
Numérique 12 tubes	20.55	0.036

TAB. 4.14 – Cas faisceaux de tubes : comparaison des résultats théoriques, numériques et expérimentaux sur une configuration de faisceau de tubes $P/D = 1.5$.

On retrouve pour les deux cellules de calculs des résultats numériques proches des estimations théoriques et des mesures expérimentales avec moins de 10% d'écart. On constate que les résultats numériques sont améliorés par l'augmentation de la taille de la cellule élémentaire de calcul. On peut ainsi apporter des éléments pour la validation de l'utilisation des conditions aux limites périodiques pour l'étude des efforts fluide-structure sur les faisceaux de tubes à grands nombres de Stokes.

Le déplacement d'un tube dans un faisceau de tubes modifie le champ fluide qui interagit avec le tube et ses voisins et peut modifier leur déplacement. Si au cours d'une période d'oscillation du tube, l'énergie extraite de l'écoulement par le tube dépasse l'énergie dissipée par la structure via l'amortissement structure, une instabilité due à l'interaction entre le mouvement de la structure et l'écoulement fluide se développe. C'est l'instabilité fluidélastique (Connors 1970, Blevins 1974, 1990). Connors a développé un critère de stabilité basé sur la théorie quasi-statique et a montré que la vitesse critique réduite U_{rc} pour laquelle les déplacements de la structure deviennent importants est proportionnelle à la racine carrée du coefficient de masse $m/\rho D^2$ (masse ajoutée comprise) et au décrétement logarithmique de la structure δ en eau au repos sous la forme :

$$U_r = K \sqrt{\frac{m\delta}{\rho D^2}}$$

avec :

m masse totale de la structure en eau ou en air au repos,

δ décrétement logarithmique en eau ou en air au repos,

ρ masse volumique du fluide,

D diamètre du tube,

K constante empirique sans dimension.

K est compris entre 1 et 10, la valeur proposée par Chen (1987) est $K = 3.3$.

Toutefois ce critère peut-être imprécis et la simulation numérique peut permettre d'affiner l'estimation de la vitesse de départ en instabilité fluidélastique comme on va le voir dans ce chapitre.

5.1 Détermination des coefficients fluidélastiques

On rappelle l'équation vérifiée par la structure vibrante dans un fluide en écoulement :

$$(M_s + M_a)\ddot{U} + (C_s + C_a + C_f)\dot{U} + (K_s + K_f)U = F_t$$

avec F_t désigne les forces fluides indépendantes du mouvement de la structure.

On peut réduire l'équation précédente en divisant par la masse totale $M_s + M_a$ sous la forme suivante :

$$\ddot{U} + 2\xi_f\omega_f\dot{U} + \omega_f^2U = 0$$

et par identification entre les deux équations différentielles, il vient :

$$\begin{aligned}(K_s + K_f) &= (M_s + M_a)\omega_f^2 \\ (C_s + C_a + C_f) &= 2\xi_f\omega_f(M_s + M_a)\end{aligned}$$

On peut écrire la raideur ajoutée K_f et l'amortissement ajouté en écoulement C_f sous la forme :

$$\begin{aligned} K_f &= (M_s + M_a)\omega_f^2 - M_s\omega_s^2 \\ C_f + C_a &= 2\xi_f\omega_f(M_s + M_a) - 2M_s\omega_s\xi_s \end{aligned}$$

Les coefficients fluidélastiques précédents peuvent être exprimés en fonction de la pulsation de la structure en air et en eau ω_s , ω_e et ω_f :

$$\begin{aligned} K_f &= M_s\omega_s^2 \left(\frac{\omega_f^2}{\omega_e^2} - 1 \right) \\ C_f + C_a &= 2M_s \left(\omega_f\xi_f \frac{\omega_s^2}{\omega_e^2} - \omega_s\xi_s \right) \end{aligned}$$

5.2 Modèle de faisceaux périodiques

5.2.1 Configuration étudiée

Dans un premier temps l'écoulement est supposé périodique et la cellule de calcul 9 tubes est utilisée comme dans le chapitre précédent pour effectuer la convergence en maillage et en temps. Le maillage de 33216 cellules est utilisé pour réaliser les calculs numériques. L'écoulement est supposé bidimensionnel laminaire, les équations de Navier-Stokes sont résolues avec un schéma en temps d'ordre 2 (Crank-Nicholson) et un schéma de convection Upwind du 1er ordre, 10 sous-itérations sur les seconds membres sont réalisées pour la résolution de la vitesse et de la pression afin d'obtenir un schéma d'ordre 2 en temps. Trois vitesses d'écoulement sont considérées $U_\infty = 0.06 \text{ m.s}^{-1}$, $U_\infty = 0.075 \text{ m.s}^{-1}$ et $U_\infty = 0.12 \text{ m.s}^{-1}$, elles sont imposées par l'intermédiaire d'une force volumique (annexe B) dans les équations de Navier-Stokes ajustées à chaque itération pour conserver un débit constant correspondant à la vitesse inter-tube U_{gap} :

$$\begin{aligned} U_{gap} &= U_\infty \frac{P}{P-D} \\ &= U_\infty \frac{1,44}{0,44} \end{aligned}$$

Le schéma de la figure (5.1) montre les conditions aux limites prises en compte :

Le fluide, en écoulement incompressible, est considéré newtonien, il possède les caractéristiques suivantes :

- masse volumique : $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- viscosité cinématique : $\mu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
- nombre de Reynolds inter-tube : $R_e = \frac{U_{gap}D}{\mu}$

On considère trois valeurs du nombre de Reynolds : $R_e = 2386, 2982$ et 4772 .

Avant d'amorcer le déplacement de la structure, l'écoulement doit atteindre un régime établi et les forces fluides doivent converger vers les valeurs théoriques et expérimentales attendues.

La première partie en fluide au repos présentée au chapitre précédent a permis de déterminer les coefficients fluide-structure à savoir la masse et amortissement ajoutés M_a , C_a et la fréquence f_e lorsque le fluide est au repos :

- $\tilde{M}_a = 0.8994$ soit $M_a = 2.65 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$
- $\tilde{C}_a = 612.8113$ soit $C_a = 1.23 \cdot 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}$
- $f_e = 11.89 \text{ Hz}$

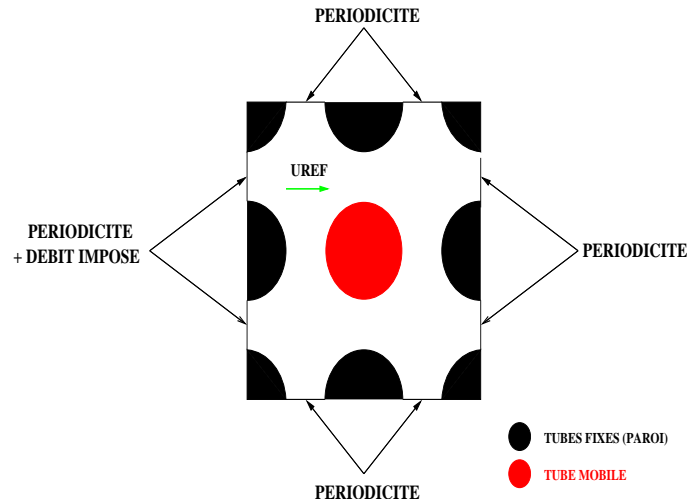


FIG. 5.1 – Modèle du faisceau simulé dans un fluide en écoulement

On va déterminer à présent les coefficients fluidélastiques en écoulement en particulier la raideur ajoutée K_f . On évoquera les difficultés liées à l'identification de l'amortissement ajouté par l'écoulement.

5.2.2 Raideur ajoutée

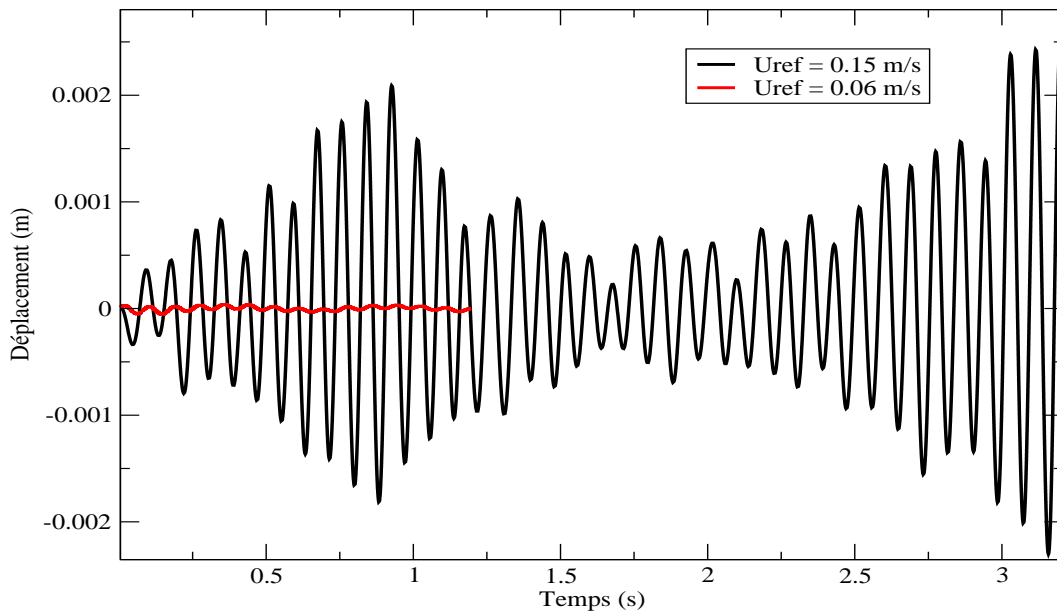


FIG. 5.2 – Courbe du déplacement en fonction du temps sur domaine périodique

Les déplacements du tube obtenus pour les vitesses $U_\infty = 0.06$ et $0.15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à savoir $Re = 2386$ et 5965 sont présentés sur la figure (5.2). Contrairement à l'étude en eau au repos, les déplacements du tube passent par deux phases :

- Une phase oscillante amortie.
- Une phase oscillante avec augmentation d'amplitude ou "non-amortie".

Le comportement est généré par les structures de l'écoulement qui se développent pour le pas réduit considéré. On remarque que l'amplitude du mouvement de la structure est plus importante lorsque

la vitesse augmente (figure 5.2). De plus pour une vitesse d'écoulement $U_\infty = 0.15 \text{ m.s}^{-1}$, le déplacement du tube devient trop important pour le maillage utilisé ce qui conduit à un retournement de maille.

Le signal numérique ne peut pas s'écrire sous une forme analytique simple et dans ce cas une transformée de Fourier Rapide (FFT) ou la méthode IMENE est utilisée pour déterminer la fréquence des signaux recueillis correspondant à la fréquence d'oscillation du tube en écoulement f_f . Cette méthode ne permet pas d'accéder de manière précise à l'amortissement réduit ξ_f et donne une valeur approchée de la constante de raideur ajoutée par l'écoulement K_f .

Dans le tableau (5.1), les grandeurs f_f et $K = (K_f + K_s)$ (homogène à une constante de raideur) obtenues numériques sont reportées. Pour l'identification de ξ_f , un traitement du signal de 200000 itérations est nécessaire et n'a pas été réalisé ici, les temps de simulation étant très longs sans recours au calcul parallèle.

D'après le tableau (5.1), la fréquence en écoulement et la somme des constantes de raideurs diminuent lorsque la vitesse du fluide augmente. Pour cette étude on a une résolution spectrale δf de 1.5258 Hz . Ces résultats devront être confrontés à des données expérimentales disponibles pour validation. Un complément d'étude sur les signaux en écoulement est présente en annexe A et peut servir de base pour de futurs travaux.

Reynolds	f_f num. (Hz)	K num. (kg.s^{-2})
2386	12.21	5.07
4772	11.44	4.45

TAB. 5.1 – Cas faisceaux de tubes : tableau de fréquence et raideur sous écoulement numérique

5.3 Modèle de faisceau complet

5.3.1 Configuration étudiée

Dans cette partie, on étudie le même écoulement que précédemment sur une configuration sans condition aux limites périodiques (5.3). On s'affranchit alors des conditions aux limites périodiques. L'écoulement est supposé bidimensionnel et laminaire, les équations de Navier-Stokes sont résolues avec un schéma en temps d'ordre 2 (Crank-Nicholson) et un schéma de convection centré est utilisé, 10 et 5 sous-itérations sont effectuées pour la résolution de la vitesse et de la pression. L'étude est faite à présent pour les vitesses d'écoulement amont suivantes : $U_\infty = 0.06 \text{ m.s}^{-1}$, $U_\infty = 0.075 \text{ m.s}^{-1}$, $U_\infty = 0.09 \text{ m.s}^{-1}$, $U_\infty = 0.12 \text{ m.s}^{-1}$ et $U_\infty = 0.15 \text{ m.s}^{-1}$.

5.3.2 Effets des écoulements transverses

Les résultats numériques présentés au tableau (5.2) sont obtenus pour une résolution spectrale $\delta f = 0.3 \text{ Hz}$.

On prédit les fréquences d'oscillation du tube en écoulement et la forme du déplacement obtenu pour la vitesse $U_\infty = 0.15 \text{ m.s}^{-1}$ (exponentielle non-amortie) laisse penser à un départ en instabilité fluidélastique. Toutefois des calculs complémentaires sur différents maillages devront être conduits pour permettre de confirmer ce départ en instabilité. Par ailleurs l'obtention des amortissements en écoulement restent coûteuse en temps de calcul et n'a pas été menée à terme.

Par ailleurs on a effectué un calcul sur un maillage tridimensionnel à 1660800 cellules en extrudant le maillage bidimensionnel sur un diamètre avec 10 couches de cellules pour identifier d'éven-

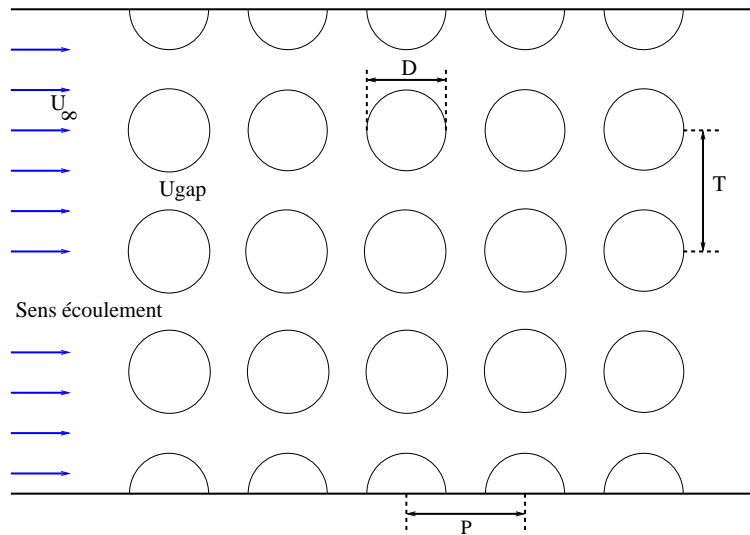


FIG. 5.3 – Modèle complet d'un faisceau de tubes sous écoulement transverse sans conditions aux limites périodiques

tuels effets tridimensionnels de l'écoulement (figure 5.5). Des calculs complémentaires seront effectués pour mieux quantifier les effets tridimensionnels éventuels sur les grandeurs fluidélastiques.

U_∞	f_{num} (Hz)
0.06	11.51
0.075	11.638
0.09	11.619

TAB. 5.2 – Tableau des résultats numériques obtenus

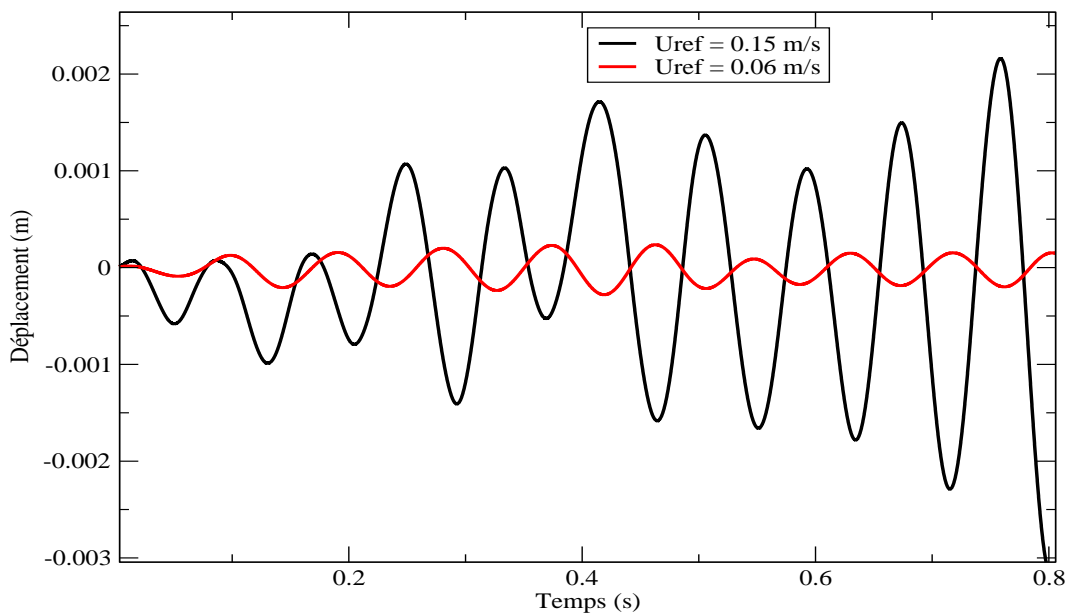


FIG. 5.4 – Cas modèle faisceau complet : courbe du déplacement en fonction du temps sur domaine complet

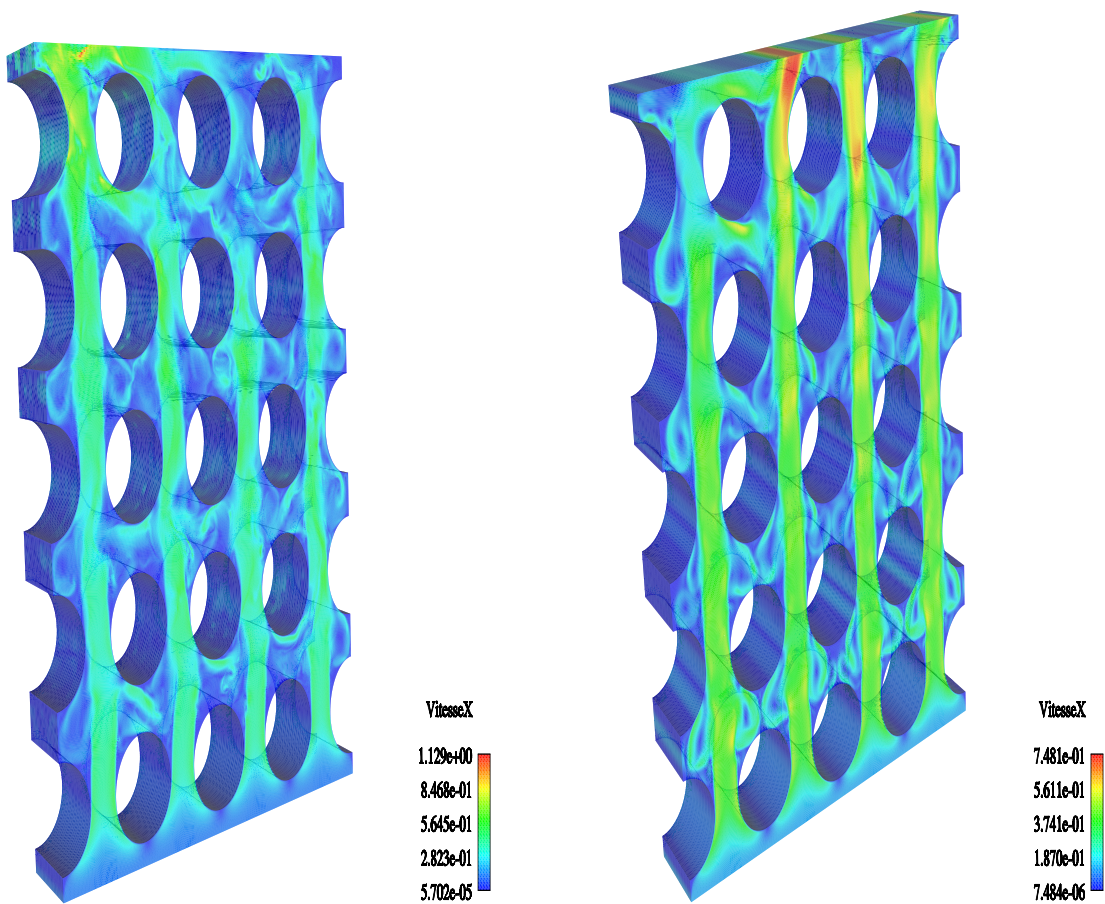


FIG. 5.5 – Maillage tridimensionnel extrudé à un diamètre et coloré par le champ de vitesse instantanée obtenue pour une vitesse $U_{\infty} = 0.12 \text{ m.s}^{-1}$.

On a effectué dans ce chapitre une première étude des efforts fluidélastiques pour un tube mobile en milieu de faisceau soumis à un écoulement laminaire et bidimensionnel. On a comparé les résultats des déplacements obtenus avec et sans conditions aux limites périodiques. On a bien observé l'augmentation de l'amplitude du mouvement du tube avec celle de la vitesse d'écoulement. Par ailleurs l'allure non amortie du déplacement du tube obtenu sur la configuration de faisceau sans condition aux limites périodique avec la vitesse la plus importante laisse penser à un départ en instabilité. Ce résultat devra être confirmé par des simulations numériques complémentaires tridimensionnelles et turbulentes.

Perspectives pour la prise en compte des chargements turbulents

6

Le couplage fluide structure nécessite la connaissance précise des efforts fluides introduits en entrée du calcul mécanique. En effet pour modéliser le couplage, il faut calculer les efforts fluides pour en déduire le déplacement du tube et sa vitesse introduite en entrée du calcul fluide. Ce processus définit le couplage fluide-structure. Avant la prise en compte des mouvements du tube, il convient de s'assurer de la validité des efforts fluides pariétaux sur parois fixes. On présente dans ce chapitre des calculs de chargements en écoulement laminaires et turbulents.

La plupart des écoulements industriels sont turbulents. On peut citer le jet qui s'échappe d'un turboréacteur, le panache de fumée issu d'une cheminée, la couche limite qui s'établit sur les ailes d'un avion. On peut également rencontrer des écoulements turbulents dans la vie courante en particulier la fumée qui s'échappe d'une cigarette. La turbulence est donc un phénomène très important du fait de ses nombreuses interventions dans la vie courante et dans le milieu industriel.

Les écoulements turbulents sont caractérisés par leurs irrégularités avec des grandeurs thermodynamiques comme la vitesse et la pression qui fluctuent de façon aléatoire, une large gamme d'échelles de longueurs, de vitesses et de fréquences. La structure des fluctuations à grandes échelles est liée à la nature de l'écoulement moyen alors que les fluctuations à petites échelles sont peu liées à l'écoulement moyen.

De plus ces écoulements sont dissipatifs et l'énergie cinétique turbulente issue des grosses structures est transférée par un phénomène de cascade des grosses structures vers les petites structures puis dissipé par frottements visqueux. Ces petites structures sont caractérisées par l'échelle de longueur de Kolmogorov.

On a vu que pour un écoulement turbulent les grandeurs thermohydrauliques sont caractérisées par leurs irrégularités en particulier la vitesse oscille autour d'une valeur moyenne et l'approche statistique est l'une des approches envisagées pour étudier ces écoulements. L'approche statistique de la turbulence consiste à moyennner en temps les équations de Navier-Stokes pour résoudre le champ fluide moyen et modéliser la partie fluctuante de l'écoulement.

Ces moyennes temporelles font apparaître des corrélations inconnues dans le tenseur de contraintes de Reynolds noté R qu'il faut modéliser pour permettre la fermeture des équations et la résolution du champ fluide moyenné. Il existe plusieurs modèles de fermeture en turbulence. On peut citer le modèle $k - \varepsilon$ où le tenseur des contraintes de Reynolds R est relié au tenseur des taux de déformations noté D en introduisant une viscosité turbulente μ_t exprimée à partir de l'énergie cinétique turbulente k et du taux de dissipation de cette énergie noté ε .

Ce modèle nécessite le calage de constantes que l'on fixe à partir d'expériences. Il a donné de bons résultats sur des configurations proches des configurations expérimentales utilisées pour le calage de ce modèle mais il peut montrer des lacunes sur des écoulements en présence de recirculations importantes, de rotations, ou encore de stratifications.

A cet effet des modèles plus complexes, dits modèles du second ordre, ont été développés. On peut citer en particulier le modèle $R_{ij} - \varepsilon$ qui est un modèle du second ordre où toutes les composantes du tenseur de Reynolds sont résolues. Mais il induit un surcoût calcul.

Une autre approche pour l'étude des écoulements turbulents consiste à simuler les grandes échelles

du mouvement mis en jeu par la turbulence et à modéliser les petites échelles. Dans la simulation des grandes échelles, la taille de la maille de calcul est grande devant l'échelle de longueur de Kolmogorov. Les équations de Navier-Stokes sont filtrées en espace et on introduit un modèle de sous-maille pour modéliser les hautes fréquences et le mouvement des petites structures de l'écoulement.

Il existe plusieurs modèles de sous-maille, on peut citer par exemple le modèle de Smagorinsky qui introduit un tenseur de sous-maille calé sur le tenseur des taux de déformation. Ce modèle nécessite la calage d'une constante dite constante de Smagorinsky sur des expériences.

Pour éviter le calage de cette constante, des modèles dynamiques ont été développés. La constante est calculée automatiquement par exemple par interpolation linéaire entre deux échelles de filtrage spatiales des équations (Candel 1995, Lesieur 1994, Rollet-Miet 1999, Benhamadouche 2003).

6.1 Calcul des efforts pariétaux dans les faisceaux

6.1.1 Définition des coefficients de portance et traînée fluctuantes

Le calcul des efforts est nécessaire pour la résolution du système d'équations résultant du couplage entre l'écoulement fluide et la réponse vibratoire de la structure. L'effort F , exercé par le fluide sur le tube, est estimé à partir de la contrainte T exercée sur la paroi par le fluide en mouvement, la contrainte étant obtenue à partir du tenseur des contraintes ou tenseur $\bar{\bar{\sigma}}$.

D'après la continuité du tenseur des contraintes fluides $\bar{\bar{\sigma}}_f$ et structure $\bar{\bar{\sigma}}_s$ à l'interface fluide-structure, on peut écrire en notant respectivement \vec{n}_f et \vec{n}_s les normales extérieures au fluide et à la structure :

$$\bar{\bar{\sigma}}_f \cdot \vec{n}_f + \underbrace{\bar{\bar{\sigma}}_s \cdot \vec{n}_s}_{\text{effort exercé sur la structure}} = 0 \quad (6.1)$$

$$\vec{n}_f = -\vec{n}_s \quad (6.2)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_s \cdot \vec{n}_s = -\bar{\bar{\sigma}}_f \cdot \vec{n}_f \quad (6.3)$$

$$(6.4)$$

d'où l'expression de la force :

$$\vec{F} = \int_{\delta\Omega} \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n} dS \quad (6.5)$$

où $\delta\Omega = S$ est la surface considérée, $\vec{T} = \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n}$ avec \vec{n} normale unitaire orientée de la paroi vers l'intérieur du domaine fluide et $\bar{\bar{\sigma}}$ tenseur des contraintes du fluide. L'expression du tenseur des contraintes varie en fonction de la modélisation de l'écoulement. Elle est obtenue à partir de l'équation de Cauchy (forme locale des équations du mouvement) :

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{f} + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\sigma}} \quad (6.6)$$

Sous l'hypothèse de fluide newtonien en écoulement laminaire et dans l'approximation de Stokes, l'expression de $\bar{\bar{\sigma}}$ est :

$$\bar{\bar{\sigma}} = - \left(p + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{u} \right) \vec{I} + 2\mu \bar{\bar{D}} \quad (6.7)$$

où

$$\bar{\bar{D}} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \vec{u} + \vec{\nabla} \vec{u}^t) \quad (6.8)$$

D est le tenseur des taux de déformations. Cette expression est directement utilisable en laminaire. En régime turbulent, elle dépend de la loi de fermeture adoptée. En effet, les équations résolues étant relatives aux valeurs moyennes des grandeurs, au sens de la décomposition de Reynolds ($X = \bar{X} + x'$), où \bar{X} est la valeur moyenne de X et x' sa fluctuation, l'écriture de l'équation fait apparaître de nouveaux termes et la modélisation du tenseur de Reynolds $\bar{R} = \overline{u'_i u'_j}$ intervient dans l'expression de $\bar{\sigma}$. Il vient alors pour un écoulement incompressible :

$$\bar{\sigma} = -p\bar{I} + \mu\bar{D} - \rho\bar{R} \quad (6.9)$$

Dans le cas du modèle de fermeture $R_{ij} - \varepsilon$, les termes du tenseur de Reynolds sont déterminés et cette expression est prise directement. Pour le modèle $k - \varepsilon$, le tenseur R est relié au tenseur \bar{D} moyenné en temps par l'intermédiaire de la viscosité turbulente μ_t :

$$\bar{R} = 2\mu_t\bar{D} + \frac{2}{3}k\bar{I} \quad (6.10)$$

$$\bar{\sigma} = -(p + \frac{2}{3}\rho k)\bar{I} + 2(\mu + \mu_t)\bar{D} \quad (6.11)$$

où p , \bar{D} désigne la pression et le tenseur des taux de déformations moyennés en temps.

En LES, le tenseur des contraintes est de la forme suivante :

$$\bar{\sigma} = -\tilde{p}\bar{I} + 2(\mu + \mu_t)\bar{D} \quad (6.12)$$

où \tilde{p} , \tilde{D} , μ_t désignent la pression, le tenseur des taux de déformations filtrés en espace et la viscosité de sous-maille.

On désigne l'effort de pression \vec{F}_p par :

Modèle laminaire

$$\vec{F}_p = - \int_{\delta\Omega} p \cdot \vec{n} dS \quad (6.13)$$

Modèle $k - \varepsilon$ ou $R_{ij} - \varepsilon$

$$\vec{F}_p = - \int_{\delta\Omega} p \cdot \vec{n} dS \quad (6.14)$$

Modèle LES

$$\vec{F}_p = - \int_{\delta\Omega} \tilde{p} \cdot \vec{n} dS \quad (6.15)$$

et les efforts visqueux F_v :

Modèle laminaire

$$\vec{F}_v = \int_{\delta\Omega} 2\mu\bar{D} \cdot \vec{n} dS \quad (6.16)$$

Modèle $k - \varepsilon$ ou $R_{ij} - \varepsilon$

$$\vec{F}_v = \int_{\delta\Omega} 2\mu\bar{D} \cdot \vec{n} dS \quad (6.17)$$

Modèle LES

$$\vec{F}_v = \int_{\delta\Omega} 2\mu\overline{\overline{D}} \cdot \vec{n} dS \quad (6.18)$$

Les efforts turbulents pour les modèles $R_{ij} - \epsilon$ et LES sont respectivement :

$$\vec{F}_t^{R_{ij}} = - \int_{\delta\Omega} \rho\overline{\overline{R}} \cdot \vec{n} dS \quad (6.19)$$

$$\vec{F}_t^{LES} = \int_{\delta\Omega} 2\mu_t\overline{\overline{D}} \cdot \vec{n} dS \quad (6.20)$$

6.1.2 Calcul des efforts

Pour le calcul des efforts on somme les valeurs de la contrainte exercée sur les faces de bord du maillage, afin d'obtenir la valeur de l'effort fluide exercé sur la structure.

Pour le calcul des efforts de pression locaux, on somme la pression sur la cellule de bord (figure 6.1) pour obtenir la composante suivant la normale à la face.

Pour le calcul des efforts visqueux locaux à la paroi, on est amené à estimer le gradient de chaque composante de la vitesse. Pour cela on calcule le gradient sur chaque cellule du maillage. Pour le calcul du gradient noté ∇u d'une composante u de la vitesse sur une cellule élémentaire Ω_i (figure 6.2), on procède comme suit en utilisant la formule de Green :

$$\begin{aligned} |\Omega_i| (\nabla u)_I &= \int_{\Omega_i} \nabla u d\Omega \\ &= \sum_{\text{faces de } \Omega_i} u \cdot n_{ij} S_{ij} \end{aligned}$$

où S_{ij} désigne les surfaces des faces de la cellule Ω_i et n_{ij} les normales à la face.

Il est nécessaire d'estimer le scalaire u aux faces de la cellule. On utilise pour cela une interpolation linéaire à partir des valeurs aux centres des deux cellules ayant la face en commun :

$$u_F = \frac{JO}{IJ} u_I + \frac{IO}{IJ} u_J + (\nabla u_i)_O \cdot \vec{OF}$$

où u_F désigne la valeur de u sur la face reliant Ω_i et Ω_j (figure 6.2).

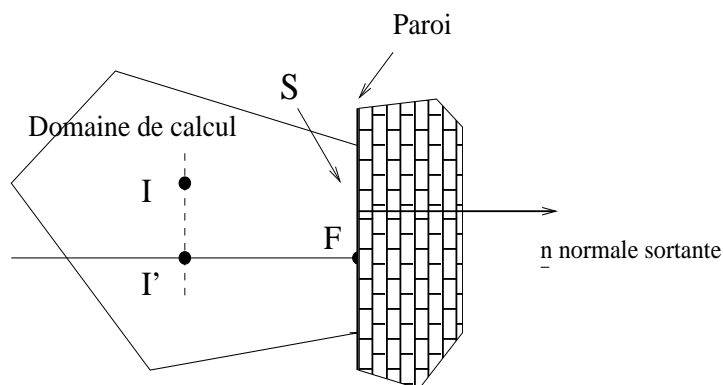


FIG. 6.1 – Représentation schématique d'une cellule de bord.

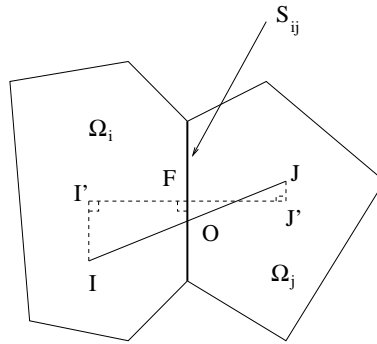


FIG. 6.2 – Représentation schématique d'une face de cellules.

Cette interpolation permet de conserver un schéma en espace du second ordre même sur des maillages non-orthogonaux (Benhamadouche et al. 2002, Archambeau et al. 2004). Toutefois cette interpolation fait intervenir le gradient cellule et nécessite un calcul implicite du gradient cellule qui peut être coûteux.

6.1.3 Traînée et portance fluctuantes

Les forces de portance F_L et de traînée F_D sont décomposées en parties moyenne et fluctuante :

$$F_D = \overline{F_D} + F'_D \quad (6.21)$$

$$F_L = \overline{F_L} + F'_L \quad (6.22)$$

et l'écart type ou Root Mean Square Value (RMS) qui désigne aussi la racine carrée des moyennes des carrés de la fluctuation ou l'écart type des forces de portance F_D et de traînée F_L est déterminée par :

$$\overline{F_D'^2} = \overline{(F_D - \overline{F_D})^2} \quad (6.23)$$

$$\overline{F_D'^2} = \overline{(F_D^2 - 2F_D\overline{F_D} + \overline{F_D}\overline{F_D})} \quad (6.24)$$

$$\overline{F_D'^2} = \overline{F_D^2} - 2\overline{F_D}\overline{F_D} + \overline{F_D}\overline{F_D} \quad (6.25)$$

$$\overline{F_D'^2} = \overline{F_D^2} - \overline{F_D}\overline{F_D} \quad (6.26)$$

Les coefficients C_D et C_L de portance et traînée moyennes sont définis par :

$$C_D = \frac{\overline{F_D}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 S_{ref}}$$

$$C_L = \frac{\overline{F_L}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 DL} \quad (6.27)$$

Les coefficients C'_D et C'_L de portance et traînée fluctuantes sont définis par :

$$C'_D = \frac{\sqrt{\overline{F_D^2} - \overline{F_D}\overline{F_D}}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 S_{ref}} = \frac{\sqrt{\overline{F_D'^2}}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 DL}$$

$$C'_L = \frac{\sqrt{\overline{F_L^2} - \overline{F_L}\overline{F_L}}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 S_{ref}} = \frac{\sqrt{\overline{F_L'^2}}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 DL} \quad (6.28)$$

Soit $f = \omega/2\pi$ la fréquence du lâcher tourbillonnaire en aval du tube. Le signal temporel des forces de portance et de traînée nécessite un post-traitement pour déterminer la fréquence f de lâcher des tourbillons. On utilise pour cela une transformée de Fourier du signal temporel de la force $F(t)$:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t)e^{-i\omega t} dt \quad (6.29)$$

On en déduit le nombre de Strouhal construit sur cette fréquence :

$$St = \frac{fD}{U_{ref}}$$

où D , U désignent respectivement le diamètre du tube et la vitesse de référence du fluide (U_{gap} ou U_{∞}).

6.2 Méthodes numériques

6.2.1 Méthode des volumes finis

On considère un écoulement instationnaire. On rappelle les équations de Navier-Stokes 3D effectivement résolues :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho u &= 0 \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (u \otimes u) &= -\nabla p + \nabla \cdot [(\mu + \mu_t)(\nabla u + \nabla^t u)]\end{aligned}$$

La méthode des volumes finis repose sur l'intégration des équations sur des volumes de contrôle, les cellules du maillage. On fait ainsi apparaître des valeurs "moyennes" des variables par volume de contrôle ainsi que le flux aux faces des volumes de contrôle, par la formule de Green quand on peut l'appliquer.

$$\begin{aligned}\int_{\Omega_i} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_i} \nabla \cdot \rho u d\Omega &= 0 \\ \int_{\Omega_i} \rho \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega_i} \rho \nabla \cdot (u \otimes u) d\Omega &= - \int_{\Omega_i} \nabla p d\Omega + \int_{\Omega_i} \nabla \cdot [(\mu + \mu_t)(\nabla u + \nabla^t u)] d\Omega\end{aligned}$$

Pour le calcul des flux aux faces, on doit estimer les gradients normaux sur les bords de ces volumes élémentaires avec la procédure vue précédemment. La discrétisation choisie est "cell-centered", c'est-à-dire que les grandeurs sont explicitées aux centres des volumes et aux centres des faces des volumes. La résolution du système se fait en deux étapes. La première étape est dite étape de prédiction où le champ de pression est connu explicitement et le champ de vitesse est calculé. A la fin de cette étape, le champ de vitesse n'est pas à divergence nulle. On effectue une seconde étape, dite de correction, où l'on détermine la correction de pression pour obtenir un écoulement incompressible. Ensuite on corrige le champ de vitesse, on réactualise le champ de pression avec un algorithme SIMPLEC et on passe au pas de temps suivant. On se ramène ainsi à chaque itération à la résolution de deux systèmes linéaires par des méthodes itératives de type Jacobi ou gradient conjugué préconditionné (Mechitoua et al. 1997, Benhamadouche et al. 2002, Archambeau et al. 2004). Le système matriciel obtenu lors de l'étape de prédiction n'est pas symétrique et la méthode itérative de Jacobi, compacte en mémoire et facilement vectorisable, est utilisée pour la résolution. Au cours de l'étape de correction, on se ramène à la résolution d'un laplacien sur l'incrément de pression qui conduit à la résolution d'un système matriciel symétrique par une méthode de gradient conjugué préconditionné par la diagonale. La résolution du second système est plus longue en terme d'itérations que celle du premier système. On peut accélérer la résolution du second système en améliorant le préconditionnement du gradient conjugué ou en utilisant des méthodes multi-grilles.

6.2.2 Schéma de convection

On présente dans cette section, les différentes approximations pour le calcul du flux convectif aux faces d'une grandeur physique ϕ en fonction de la vitesse u . On se limite ici à un cas monodimensionnel. On introduit un maillage décalé monodimensionnel où la grandeur physique ϕ est estimée au centre de la cellule et le flux au centre de la face correspondante.

6.2.2.1 Schéma de convection centré

L'approximation centrée de la grandeur $\phi_{i+1/2}$ à la face $i+1/2$ consiste à faire la moyenne spatiale suivante :

$$\phi_{i+1/2} = \frac{1}{2}(\phi_i + \phi_{i+1})$$

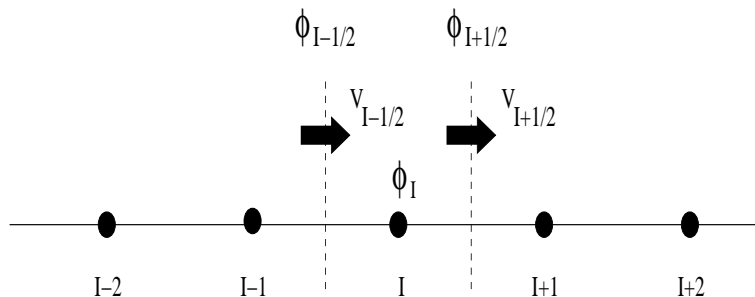


FIG. 6.3 – Maillage monodimensionnel décalé montrant les nœuds nécessaires au calcul du flux $\phi_{i+1/2}$ à la face $i + 1/2$.

où ϕ_i et ϕ_{i+1} désignent respectivement la grandeur ϕ aux nœuds i et $i + 1$ entourant la face $i + 1/2$. Ce schéma est d'ordre 2 en espace. Ce schéma peut introduire des oscillations non-physiques qui apparaissent si le nombre de Peclet (nombre de Reynolds local) est supérieur à 2. Ce nombre de Peclet compare les effets convectifs et diffusifs locaux.

6.2.2.2 Schéma de convection upwind

L'approximation upwind consiste à écrire le flux $\phi_{i+1/2}$ en tenant compte du sens de l'écoulement :

$$\phi_{i+1/2} = \begin{cases} \phi_i & \text{si } u_{i+1/2} > 0 \\ \phi_{i+1} & \text{si } u_{i+1/2} < 0 \end{cases}$$

Ce schéma est du premier ordre en espace. Il n'apparaît pas pour ce schéma d'oscillations numériques non-physiques mais ce schéma est très diffusif.

6.2.2.3 Schéma de convection TVD : Total Variation Diminish

Le schéma TVD consiste à faire une approximation upwind corrigée en ajoutant un terme de flux anti-diffusif contrôlé par un limiteur de flux ψ pour obtenir un schéma en espace d'ordre élevé en évitant les oscillations non physiques (Van Leer 1979).

$$\phi_{i+1/2} = \begin{cases} \phi_i + \frac{1}{2}\psi(r_{i+1/2}^+)(\phi_i - \phi_{i-1}) & \text{si } u_{i+1/2} > 0 \\ \phi_{i+1} + \frac{1}{2}\psi(r_{i+1/2}^-)(\phi_{i+2} - \phi_{i+1}) & \text{si } u_{i+1/2} < 0 \end{cases}$$

avec

$$r_{i+1/2}^+ = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\phi_i - \phi_{i-1}} \quad \text{et} \quad r_{i+1/2}^- = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\phi_{i+2} - \phi_{i+1}}$$

Il existe plusieurs limiteurs de flux ψ :

$\psi(r) = (r + \|r\|)/(1 + \|r\|)$ limiteur Van Leer

$\psi(r) = \max(0, \min(1, r))$ limiteur minmod

$\psi(r) = \max(0, \min(\frac{1+r}{2}, 2, 2r))$ limiteur de flux MC

$\psi(r) = \max(0, \min(1, 2r), \min(2, r))$ limiteur de flux Superbee

Il existe différents algorithmes TVD pour les maillages non-structurés (Vollmer 2003).

6.2.3 Ordre en temps du schéma fluide

Les développements suivants sont tirés de (Benhamadouche 2001). On veut résoudre les équations de Navier-Stokes pour un fluide newtonien en écoulement incompressible. On suppose que l'écoulement est turbulent et on introduit une viscosité turbulente μ_t .

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\rho u \otimes u) &= -\nabla p + \nabla \cdot [(\mu + \mu_t)(\nabla u + \nabla^t u)] \\ \nabla \cdot u &= 0 \end{aligned}$$

On écrit le système précédent sous forme discrète.

$$M \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} + C^{n+\frac{1}{2}}(u, u) = -G^{n+\frac{1}{2}}(p) + D^{n+\frac{1}{2}}((\mu + \mu_t), u) + (D^t)^{n+\frac{1}{2}}((\mu + \mu_t), u)$$

avec

M opérateur de masse

D opérateur de diffusion $\nabla \cdot \nabla$

D^t opérateur de diffusion secondaire $\nabla \cdot \nabla^t$

C opérateur de convection linéarisé

G opérateur de gradient

La discrétisation en temps des équations est faite à partir d'un θ -schéma.

$$M \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \theta C_i^{n+1} + (1 - \theta) C_i^n = -G_i(p^{n+\frac{1}{2}}) + \theta D_i^{n+1} + (1 - \theta) D_i^n + (\theta) D_i^{t^{n-1}}$$

Pour $\theta = 0$, on a le schéma d'Euler explicite conditionnellement stable (résolution au temps t^n).

Pour $\theta = 1$, on a le schéma d'Euler implicite inconditionnellement stable (résolution au temps t^{n+1}).

Pour $\theta = \frac{1}{2}$, on a le schéma de Crank-Nicholson d'ordre 2 en temps et inconditionnellement stable (résolution au temps $t^{n+\frac{1}{2}}$).

La pression comme projecteur est résolue au temps $t^{n+1/2}$ si on choisit le schéma en temps de Crank-Nicholson et t^n ou t^{n+1} pour les schémas d'Euler explicite et implicite respectivement. On choisit pour les simulations numériques réalisées, le schéma d'intégration temporel de Crank-Nicholson d'ordre 2 en temps.

6.3 Validation des chargements

Le calcul des efforts fluides exercés sur la structure est une étape cruciale dans la prévision des vibrations induites par les chargements. On a choisi plusieurs configurations laminaires et turbulentes en canal et en faisceaux de tubes fixes pour vérifier les chargements fluides, en particulier les coefficients de portance et de traînée ainsi que les fluctuations de ces coefficients.

6.3.1 Écoulement dans un canal plan

6.3.1.1 Position du problème

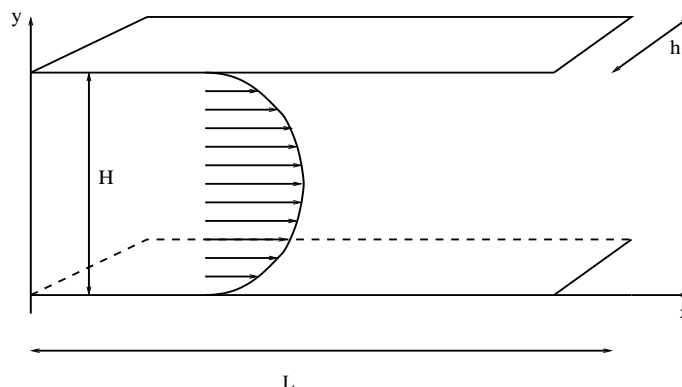


FIG. 6.4 – Représentation schématique du canal plan.

On choisit tout d'abord d'étudier l'écoulement monodimensionnel laminaire stationnaire et incompressible d'un fluide visqueux dans un canal plan (écoulement de Poiseuille plan, figure 6.4) pour lequel on dispose d'une solution analytique. Cet écoulement fait partie d'une classe d'écoulements dit écoulements parallèles où une seule composante de vitesse est non nulle et où toutes les particules de fluide suivent des trajectoires parallèles. En effet l'écoulement est indépendant du temps t et de la composante latérale suivant z et l'écoulement est régi par l'équation suivante :

$$\mu \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dp}{dx} \quad (6.30)$$

On a une chute linéique de pression suivant x et un profil de vitesse dépendant uniquement de la composante transversale y :

$$\begin{aligned} u &= u(y) \\ p &= p(x) \end{aligned}$$

La vitesse du fluide sur les parois solides fixes du canal inférieure et supérieure est nulle. L'équation (6.30) possède un premier membre qui ne dépend que de y et un second membre qui ne dépend que de x . Ces deux membres doivent être constants et par conséquent le gradient de pression dp/dx est constant. On peut alors intégrer l'équation (6.30) :

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + c_1 y + c_2$$

Le profil de vitesse est parabolique en y et les conditions aux limites permettent de déterminer les constantes c_1 et c_2 . De plus le profil de pression étant une fonction linéaire de l'abscisse x , on peut définir le gradient de pression comme :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_s - p_e}{L}$$

où p_e, p_s désignent la pression respectivement en entrée de canal et en sortie de canal et L la longueur du canal.

6.3.1.2 Calcul des chargements

On choisit de déterminer les efforts exercés sur la paroi inférieure du canal pour valider le calcul des efforts fluides. On rappelle l'expression des forces pour un fluide newtonien :

$$\vec{F} = \int_{\Omega_s} \bar{\sigma} \cdot \vec{n} dS$$

avec \vec{F} la force fluide, $\bar{\sigma}$ le tenseur des contraintes de Cauchy, \vec{n} le vecteur normal extérieur à la structure et Ω_s la surface de la paroi considérée.

Le tenseur des contraintes de Cauchy $\bar{\sigma}$ vérifie pour un fluide newtonien et un écoulement laminaire la relation suivante :

$$\bar{\sigma} = -p \vec{I} + 2\mu \left(\bar{\nabla} u + \bar{\nabla}^t u \right)$$

Dans le cas de l'écoulement de Poiseuille considéré, l'expression des forces fluides est la suivante :

$$\bar{\sigma} \cdot \vec{n} = \begin{bmatrix} -p & \mu du/dy & 0 \\ \mu du/dy & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu du/dy \\ -p \\ 0 \end{bmatrix}$$

La pression exerce un effort \vec{F}_p normal à la paroi et les efforts visqueux \vec{F}_v sont tangentiels à la paroi, on a :

$$\vec{F}_p = - \left(\int_0^L \int_0^h p(x) dx dz \right) \vec{y}$$

$$\vec{F}_v = \left(\int_0^L \int_0^h \left(\mu \frac{du}{dy} \right)_{y=0} dx dz \right) \vec{x}$$

6.3.1.3 Résultats

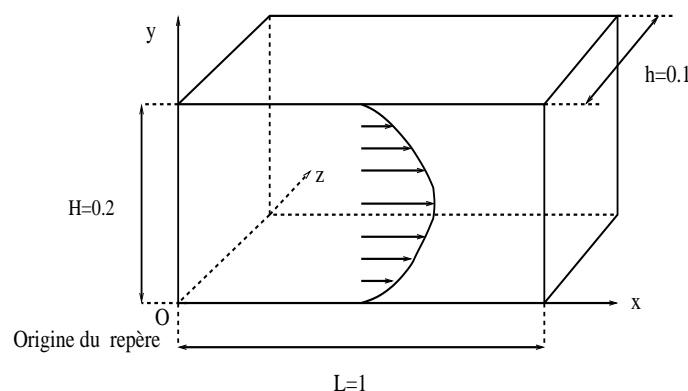


FIG. 6.5 – Domaine de calcul.

On choisit un domaine fluide parallélépipédique (figure 6.5) défini par : $0 < x < 1$; $0 < y < 0.2$; $-0.1 < z < 0$.

On a les conditions aux limites suivantes sur les parois fixes :

$$u(0) = u(0.2) = 0$$

Il vient :

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y - 0.2)$$

Pour déterminer complètement le profil de vitesse, on impose un débit linéique de quantité de mouvement :

$$D = \int_0^{0.2} u(y) dy = 2 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot s^{-1}$$

On en déduit les solutions analytiques de référence pour le champ de vitesse et le gradient de pression sachant que le fluide a une masse volumique $\rho = 1 \text{ kg} \cdot m^{-3}$ et une viscosité dynamique $\mu = 10^{-3} \text{ kg} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$:

$$\begin{aligned} u(y) &= 1.5 * y(0.2 - y) \\ \frac{dp}{dx} &= -3 * \mu = -3 * 10^{-3} \end{aligned}$$

Par ailleurs, la vitesse atteint son maximum au milieu du canal pour une ordonnée $y = y_{max} = 0.1$ et vaut :

$$u(y = y_{max}) = u_{max} = 1.5 * 10^{-2} m \cdot s^{-1}$$

On montre sur la figure (6.6) les maillages utilisés. En pratique on part d'un maillage initial que l'on raffine en divisant chaque segment par deux. On multiplie alors le nombre de cellules d'un maillage à un autre par un facteur 4.

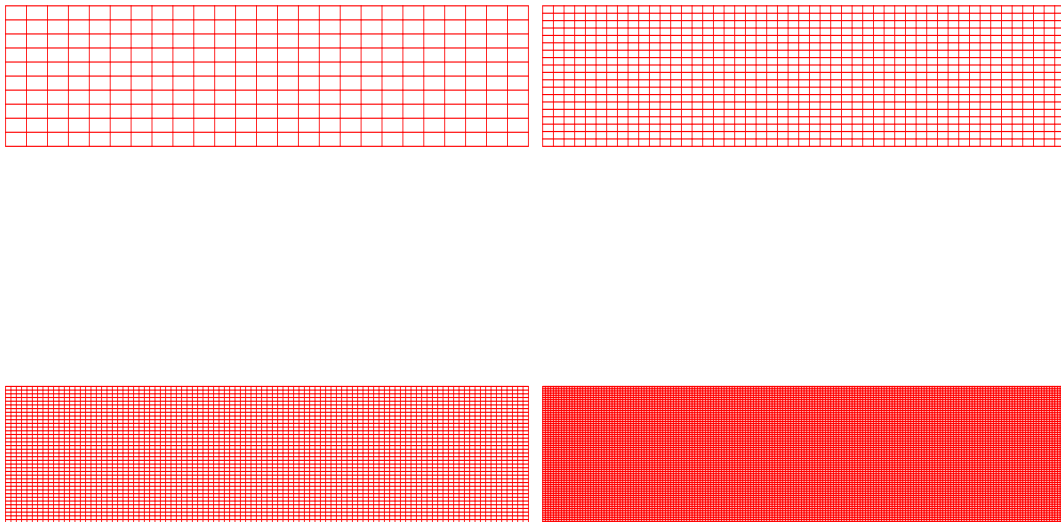


FIG. 6.6 – Maillages à 250 cellules, 931 cellules, 3724 cellules et 14896 cellules utilisés pour le calcul fluide.

On peut voir sur la figure (6.7) que l'on retrouve un profil parabolique pour le champ de vitesse et que le maximum de vitesse est bien atteint au milieu du canal et on peut voir sur la légende que ce maximum vaut $u_{max} = 1.5 * 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$.

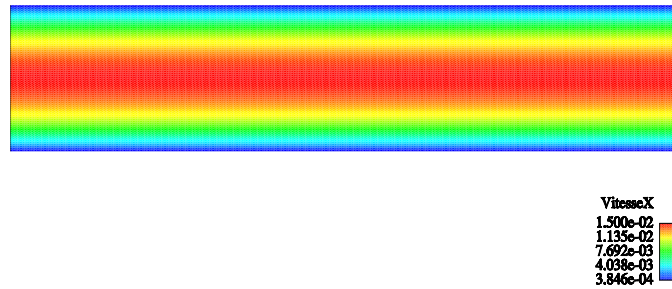


FIG. 6.7 – Maillage coloré par la composante x de vitesse.

Enfin on voit sur la figure (6.8) que le champ de pression est linéique et on retrouve bien à la lecture de la légende le gradient de pression attendu $dp/dx = -3 * 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2} .\text{s}^{-2}$.

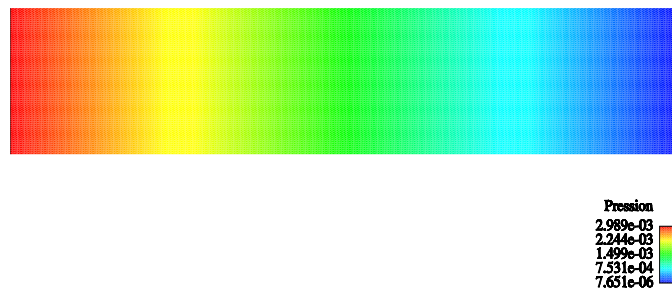


FIG. 6.8 – Maillage coloré par la pression.

On résume dans le tableau (6.1) les résultats obtenus :

	$u_{max} \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$	$dp/dx \text{ (kg.m}^{-2}.\text{s}^{-2}\text{)}$
Résultats théoriques	$1.5 * 10^{-2}$	$-3 * 10^{-3}$
Résultats numériques	$1.5 * 10^{-2}$	$-2.989 * 10^{-3}$
Erreur théorique-numérique	0.0%	0.36%

TAB. 6.1 – Comparaison des solutions numériques et analytiques pour la vitesse maximale u_{max} et le gradient de pression.

On compare à présent les efforts de pression F_p et visqueux F_v obtenus par les calculs théoriques et numériques. On rappelle les valeurs analytiques attendues :

$$F_p = \int_0^1 \int_0^{0.1} p(x) dx dz = \int_0^1 \int_0^{0.1} 3\mu(x-1) dx dz = -1.5 * 10^{-4} kg.m.s^{-2}$$

$$F_v = \int_0^1 \int_0^{0.1} \left(\mu \frac{du}{dy} \right)_{y=0} dx dz = \int_0^1 \int_0^{0.1} \mu(1.5 * (0.2 - 2y))_{y=0} dx dz = 3 * 10^{-5} kg.m.s^{-2}$$

et les efforts globaux F_t sommés valent :

$$F_t = F_p + F_v = 1.8 * 10^{-4} kg.m.s^{-2}$$

Dans ce cas, les efforts de pression dominant et représentent 83% des efforts globaux tandis que les efforts visqueux représentent 17% des efforts totaux.

On résume dans le tableau (6.2) les résultats numériques et analytiques.

	F_p ($kg.m.s^{-2}$)	F_v ($kg.m.s^{-2}$)
Résultats théoriques	$-1.5 * 10^{-4}$	$3 * 10^{-5}$
Résultats numériques	$-1.4996 * 10^{-4}$	$2.9588 * 10^{-5}$
Erreur théorique-analytique	0.026%	1.37%

TAB. 6.2 – Comparaison des solutions numériques et analytiques pour les efforts de pression F_p et les efforts visqueux F_v obtenus sur le maillage le plus raffiné.

Les courbes de convergence en maillage sont fournies sur les figures (6.9) et (6.10) pour les efforts de pression et visqueux. Au vu des résultats on obtient une bonne concordance entre les résultats numériques et analytiques ce qui prouve qu'en régime laminaire les chargements fluides sont bien estimés.

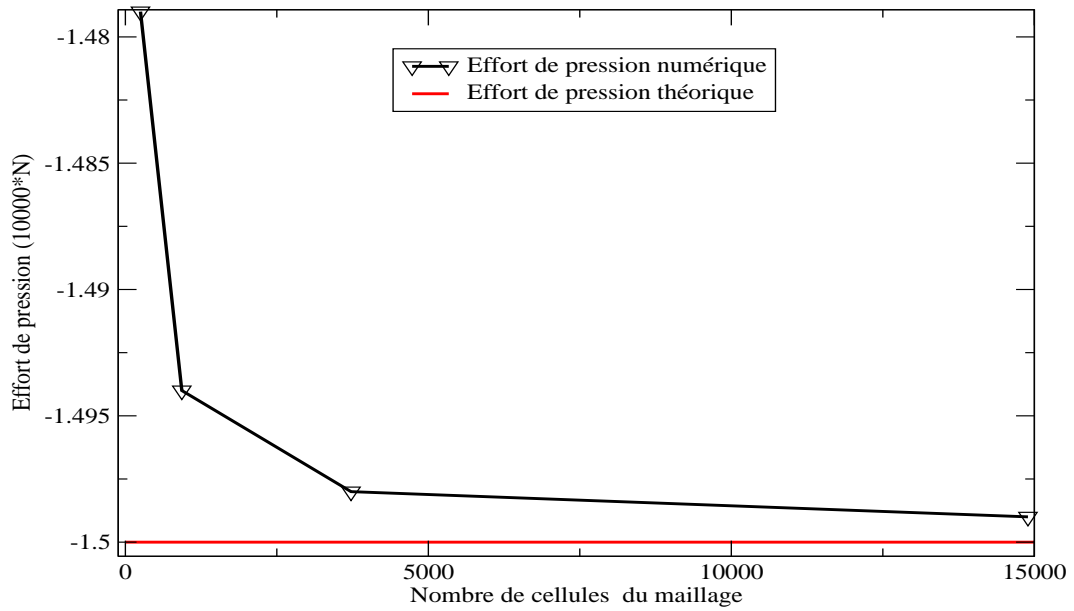


FIG. 6.9 – Convergence en maillage des efforts de pression.

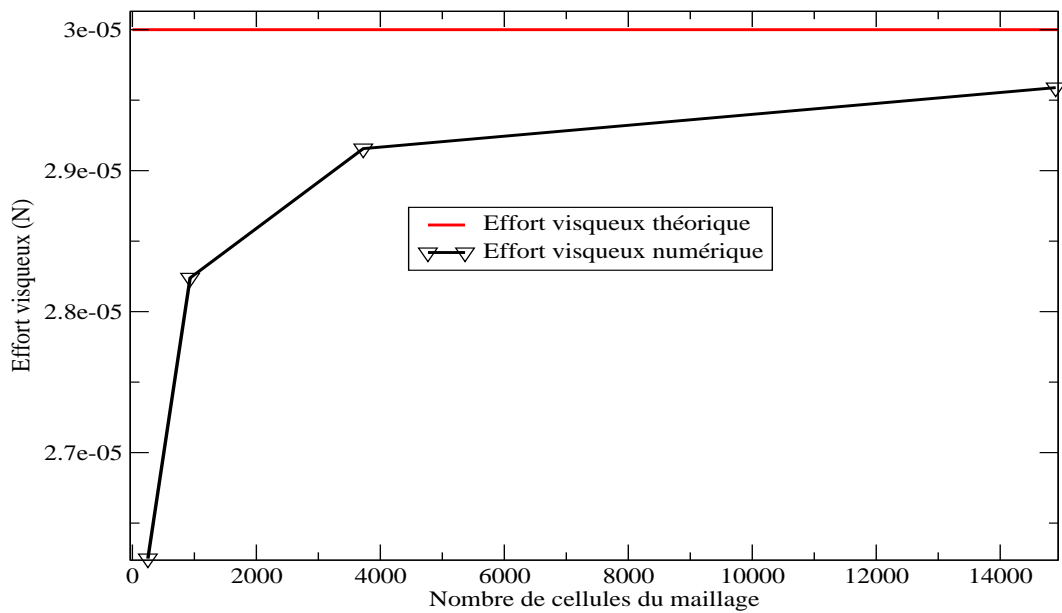


FIG. 6.10 – Convergence en maillage des efforts visqueux.

6.3.2 Écoulement laminaire autour d'un cylindre

6.3.2.1 Position du problème

L'étude de l'écoulement transverse autour d'un cylindre et des vibrations induites par cet écoulement a fait l'objet d'un grand nombre de travaux (Schewe 1983, Chen 1987, Williamson 1996, Schäfer et al. 1996, Tremblay 2001, Protas et Wesfreid 2002) et cette problématique intervient dans de nombreuses études pratiques comme l'étude des câbles sous-marins, des piliers de pont, des périscoopes pour les sous-marins. En effet les vibrations induites par les lâchers tourbillonnaires en aval d'un cylindre peuvent conduire à des déplacements allant jusqu'à deux fois le diamètre du cylindre ce qui n'est pas acceptable pour un grand nombre d'applications industrielles.

Les caractéristiques de l'écoulement autour d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds sont :

$$Re < 5$$

Aucun décollement n'apparaît. L'écoulement est parfaitement symétrique.

$$5 < Re < 40$$

La couche limite se détache du cylindre des deux cotés, générant deux tourbillons symétriques accrochés au cylindre.

$$40 < Re < 150$$

Les tourbillons se détachent alternativement du cylindre. Leur fréquence d'émission, f_s , est caractérisée par le nombre de Strouhal, $S_t = \frac{f_s D}{U_\infty}$. Le sillage oscillant constitue l'allée tourbillonnaire de Von Karman. Le nombre de Strouhal et les coefficients de traînée et de portance dépendent fortement du nombre de Reynolds.

$$150 < Re < 10^4$$

Une première transition laminaire turbulent se produit dans le sillage. Cette transition remonte vers le cylindre lorsque le nombre de Reynolds augmente. Les tourbillons sont turbulents dès leur formation et une onde d'instabilité rend la couche décollée turbulente. La couche limite sur le cylindre est par contre laminaire. Le dernier type d'écoulement se retrouve jusqu'à $Re = 2 \cdot 10^5$. Ensuite, on entre dans le cadre du régime critique.

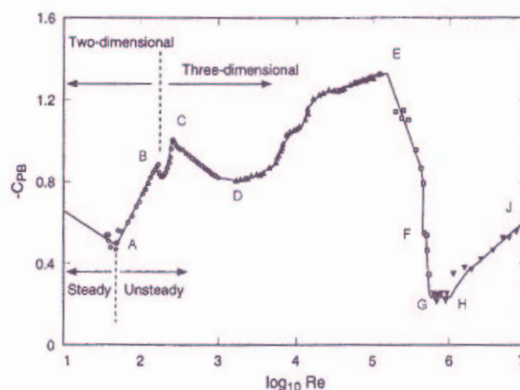


FIG. 6.11 – Caractérisation de l'écoulement autour d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds.

On peut voir sur la figure (6.11) tirée de Tremblay (2001), les principales caractéristiques de l'écoulement autour d'un cylindre en fonction du coefficient de pression C_{PB} ci-dessous :

$$C_{PB} = \frac{p_B - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$$

où p_B est la pression à l'arrière du cylindre et p_∞ la pression de référence loin de l'obstacle. Ainsi l'écoulement est stationnaire et bidimensionnel pour un nombre Reynolds inférieur à $Re = 200$, puis il devient instationnaire pour un nombre de Reynolds compris entre 200 et 250. Enfin l'écoulement devient tridimensionnel pour un nombre de Reynolds supérieur à 250.

Le nombre de Strouhal a été introduit par le physicien tchèque Vincenz Strouhal qui étudiait les oscillations d'un fil soumis à un écoulement transverse. Le nombre de Strouhal S_t est le rapport entre l'accélération instationnaire et l'accélération convective (ou d'inertie). Le nombre de Strouhal reste constant avec une valeur de 0.2 pour un nombre de Reynolds compris entre 300 et $2 \cdot 10^5$. Cette gamme de nombres de Reynolds définit une zone où l'écoulement fluide est dit **sous-critique**. Lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds (zone **sur-critique**), le nombre de Strouhal augmente en fonction de l'intensité turbulente de l'écoulement amont.

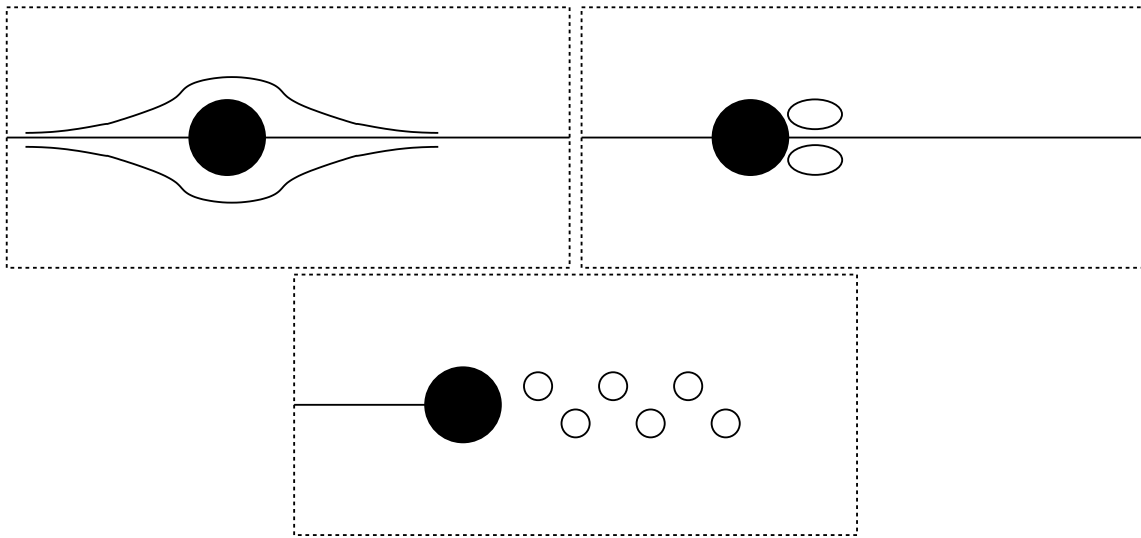


FIG. 6.12 – Représentation schématique de l'écoulement autour d'un cylindre pour $Re < 5$, $5 < Re < 40$ et $40 < Re < 150$.

6.3.2.2 Caractéristiques des chargements

Lorsqu'un cylindre est immergé dans un écoulement uniforme, la force de portance stationnaire s'exerçant sur le tube est généralement à moyenne nulle. La force de traînée exerce à la surface du cylindre des frottements visqueux à la paroi renforcés par la différence de pression entre l'amont et l'aval du tube. Les efforts visqueux sont la résultante des efforts tangentiels à la paroi, tandis que les efforts de pression sont la résultante des efforts normaux.

Lorsqu'un tourbillon est lâché en aval du tube, celui-ci est soumis à des forces de portance F_L et traînée F_D périodiques oscillant respectivement à la fréquence de lâcher tourbillonnaire et à une fréquence deux fois supérieure à la fréquence de lâcher tourbillonnaire. On peut écrire la partie fluctuante des forces de portance F'_L et de traînée F'_D sous la forme suivante :

$$F'_L = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D L C'_L \sin(2\pi f_p t)$$

$$F'_D = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D L C'_D \sin(2\pi f_t t)$$

avec

C'_L fluctuation de la force de portance

C'_D fluctuation de la force de traînée

f_p fréquence de la force de portance (lâcher tourbillonnaire)

f_t fréquence de la force de traînée avec $f_t = 2f_p$

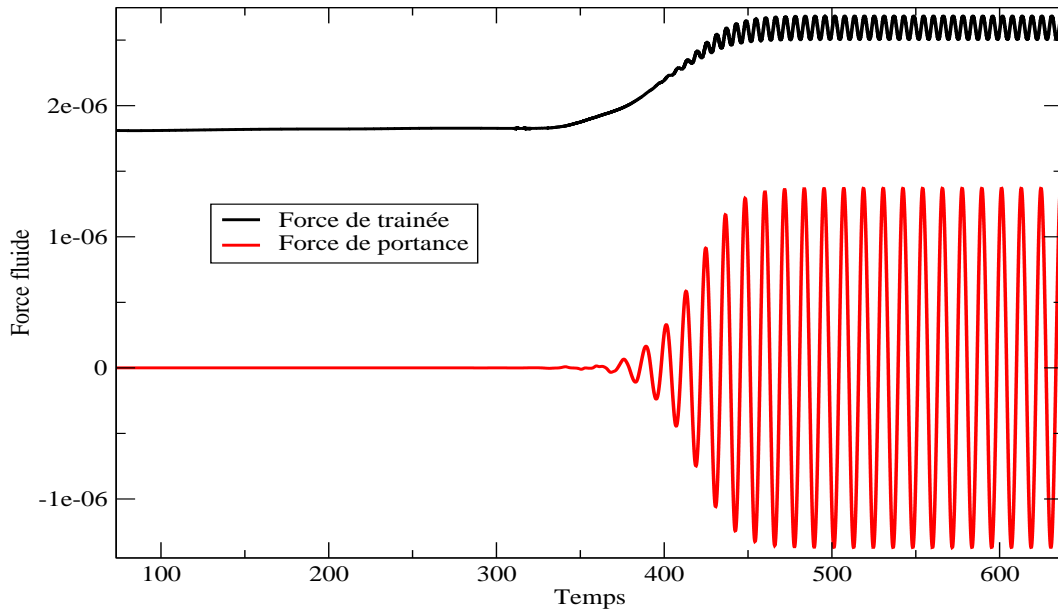


FIG. 6.13 – Evolution temporelle de la traînée et de la portance.

Sur la figure (6.13) les forces de portance et de traînée sont bien périodiques en temps et oscillent à ces deux fréquences.

6.3.2.3 Application

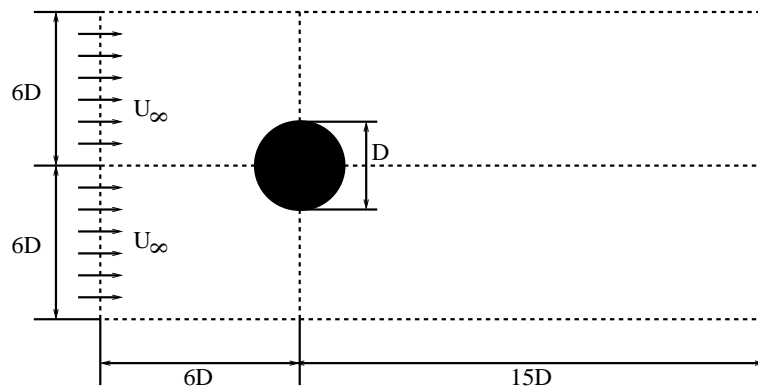


FIG. 6.14 – Représentation schématique de la configuration laminaire étudiée pour un nombre de Reynolds $Re = 200$.

On considère à présent un écoulement transverse incompressible laminaire sous-critique d'un fluide visqueux autour d'un cylindre dans un domaine infini pour un nombre de Reynolds $Re = 200$ (figure 6.14). On rappelle les caractéristiques physiques du fluide et de l'écoulement :

$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ masse volumique

$\mu = 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$ viscosité dynamique

$U_\infty = 200.0 \cdot 10^{-6} / (22.0 \cdot 10^{-3}) \simeq 9.09 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$ vitesse amont

$D = 22.0 \text{ mm}$ diamètre du cylindre

$$Re = \frac{U_{\infty} D}{\nu} = 200 \text{ nombre de Reynolds}$$

On utilise pour faire ce calcul trois maillages comportant respectivement 4392 cellules, 17568 cellules et 70272 cellules (figures 6.16 et 6.15). Les maillages utilisés se déduisent respectivement en divisant chaque cellule par quatre. De plus on effectue une convergence en espace temps, on choisit de conserver le même nombre de Courant (CFL) (0.6 environ) sur chacun des maillages et on corrige le pas de temps d'un facteur 2 à chaque fois (tableau 6.3). Cela augmente d'autant le nombre d'itérations à effectuer pour atteindre un état moyen convergé et pour observer les oscillations des forces de portance et traînée.

Numérique	Nombre de cellules dans couche limite	pas de temps
maillage 4392 cellules	2	$5 \cdot 10^{-2}$
maillage 17568 cellules	4	$2.5 \cdot 10^{-2}$
maillage 70272 cellules	8	$1.25 \cdot 10^{-2}$

On utilise l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite théorique pour un écoulement laminaire sur une plaque plane pour juger de la finesse des maillages utilisés (cf annexe C) :

$$\delta = \frac{D}{\sqrt{Re}} = 1.55 \text{ mm}$$

Cette épaisseur représente environ 7% du diamètre du tube.

On utilise un schéma de Crank-Nicholson d'ordre 2 en temps. De plus on a choisi de comparer deux types de schéma de convection, un schéma de convection centré d'ordre 2 en espace et un schéma de convection upwind du premier ordre en espace.

Schéma centré	Distance à la paroi $y_{plus \text{ max}}$	CFL max
maillage 4392 cellules	0.97	0.64
maillage 17568 cellules	0.51	0.67
maillage 70272 cellules	0.26	0.67

TAB. 6.3 – Comparaison des nombres de Courant et des distances à la paroi maximales pour différents maillages.

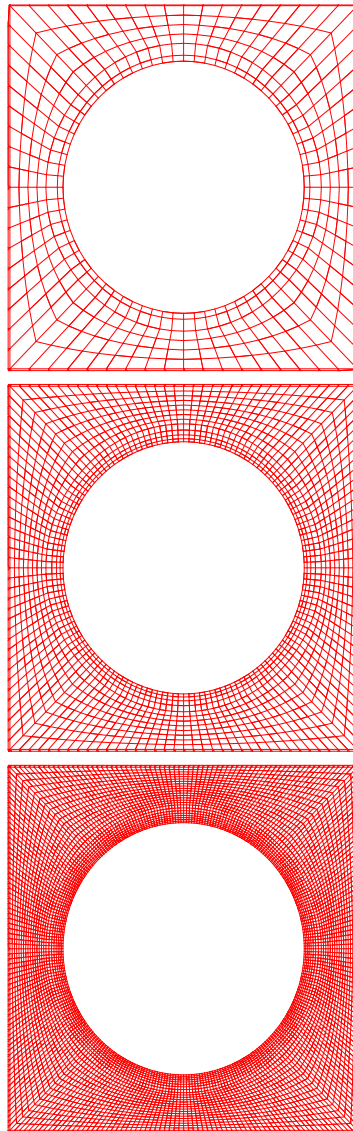


FIG. 6.15 – Zoom autour du cylindre pour les maillages à 4392 cellules, 17568 cellules et 70272 cellules.

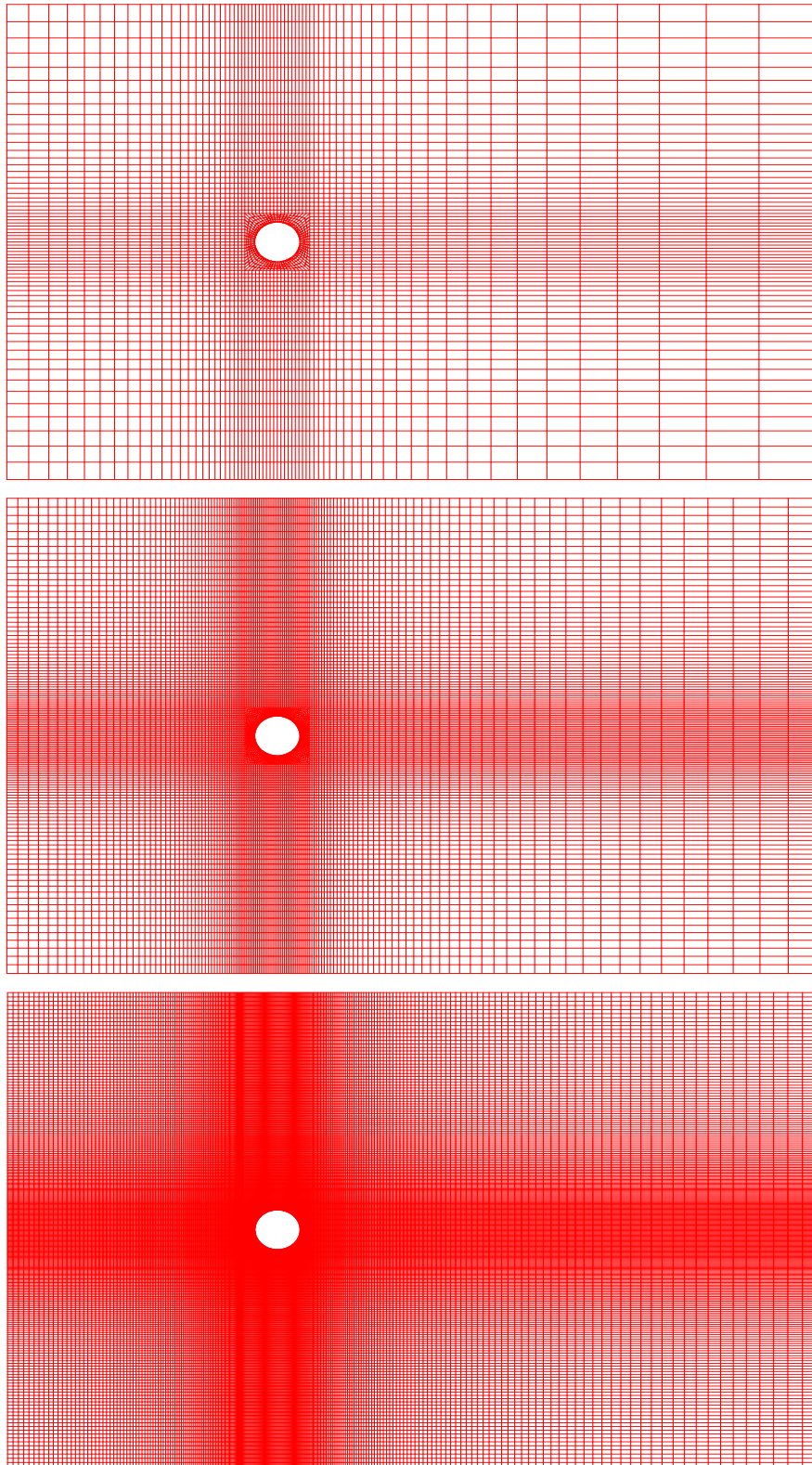


FIG. 6.16 – Maillages à 4392 cellules, 17568 cellules et 70272 cellules utilisés pour le calcul fluide.

6.3.2.4 Résultats

On peut voir sur la figure (6.17) le champ de vitesse instantané coloré par le champ de pression à deux instants différents. On observe les lâchers de tourbillons, localisés par les minima de pression, qui s'alternent périodiquement en bas et en haut du cylindre. Ces lâchers de tourbillons sont responsables des oscillations de la force de traînée et de portance.

On montre le champ de pression et de vitesse moyennés en temps sur la figure (6.18). Les champs moyens en temps sont symétriques, il existe une surpression en amont du cylindre. Sur les tableaux (6.5) le nombre de Strouhal construit à partir de la fréquence de la force de portance converge vers la valeur expérimentale attendue $S_t = 0.2$. Par ailleurs on retrouve bien que la fréquence de la force de traînée est deux fois supérieure à celle de la force de portance. On résume sur les tableaux (6.4) et (6.5) les principaux résultats obtenus pour les coefficients de traînée, portance et leurs fluctuations. Ainsi on obtient une estimation correcte du coefficient de traînée avec une valeur convergée $C_D = 1.42$. Enfin les fluctuations de portance et traînée sont du même ordre de grandeur que les simulations numériques du tableau (6.4).

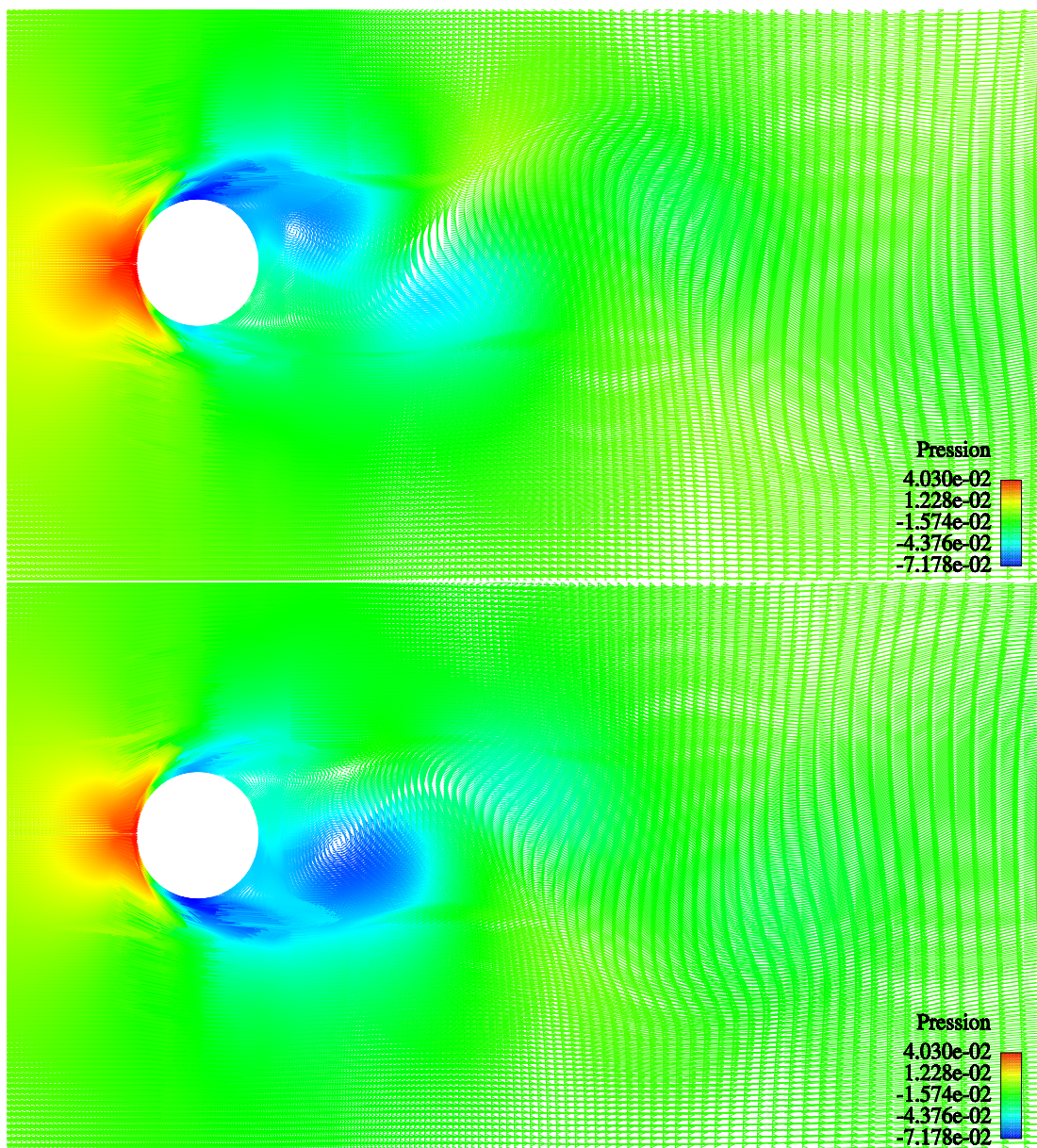


FIG. 6.17 – Visualisation du champ de vitesse coloré par la pression à deux instants différents.

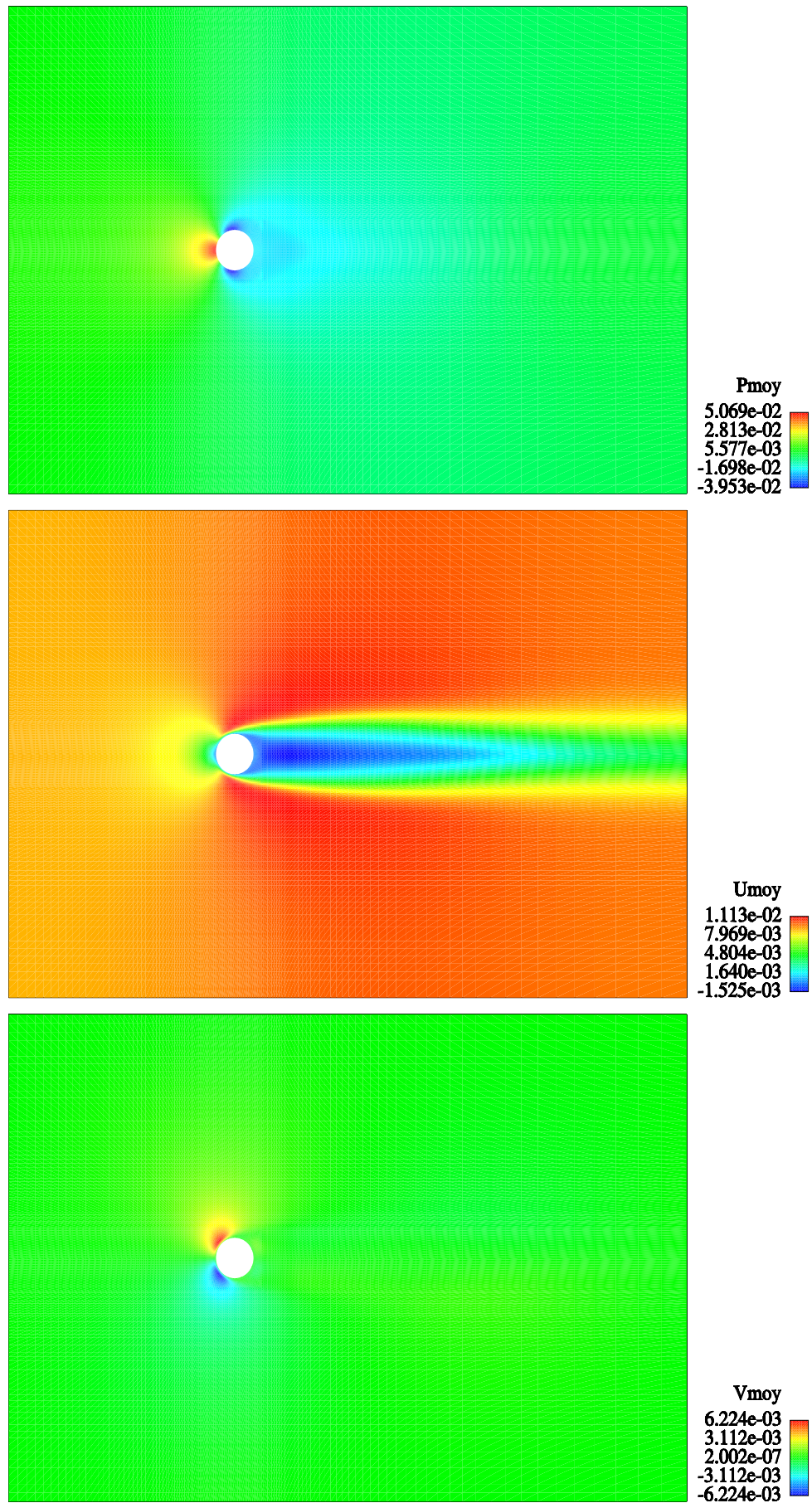


FIG. 6.18 – Maillage coloré respectivement par le champ de pression moyen P_{moy} , la composante transversale de vitesse U_{moy} et la composante longitudinale V_{moy} .

Numérique	S_t	C_D	C'_D	C'_L
Piperno (1998)	0.188	1.242	0.0290	0.545
Expérimentale	S_t	C_D	C'_D	C'_L
Schewe (1983)	0.2	1.1	–	–
Protas et Wesfreid (2002)	0.2	1.300	–	–

TAB. 6.4 – Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques obtenus à Reynolds $Re = 200$.

Schéma centré	S_t	f_p	f_t	C_D	C_L	C'_D	C'_L
maillage 4392 cellules	0.216	0.0893	0.179	1.39	$-7.95 \cdot 10^{-3}$	0.0232	0.460
maillage 17568 cellules	0.208	0.0859	0.171	1.42	$1.66 \cdot 10^{-3}$	0.0342	0.534
maillage 70272 cellules	0.201	0.0829	0.166	1.43	$1.20 \cdot 10^{-2}$	0.0348	0.533

TAB. 6.5 – Résultats numériques obtenus pour un nombre de Reynolds $Re = 200$.

6.3.2.5 Remarque sur les performances de l'outil numérique

On effectue une comparaison entre un calcul en mode séquentiel et un calcul en mode parallèle sur une machine à 31 processeurs sur la même configuration avec le maillage raffiné à 70272 cellules et un schéma de convection centré. On compare pour ces calculs la qualité des résultats obtenus ainsi que le temps CPU entre le calcul en mode séquentiel et celui en parallèle. On dispose pour le code parallèle de schémas de convection TVD (total variation diminish) avec différents limiteurs de flux (Van Leer, SuperBee) qui ont la propriété de pas diffuser ou amplifier les extrema locaux de vitesses à la différence des schémas de convection "classiques" upwind ou centré. Ce dernier test a pour but de quantifier l'apport de tels schémas de convection sur les chargements fluides. On ne teste ici que le limiteur de flux le moins diffusif SuperBee.

On peut voir que les résultats obtenus (tableau 6.6) pour le coefficient de traînée, le nombre de Strouhal et les fluctuations de portance et traînée pour les trois calculs sont très proches, seul le coefficient de portance moyen diffère mais tend vers zéro dans tous les cas. On peut conclure que le calcul en parallèle des forces fluides fournit des résultats comparables aux résultats expérimentaux et aux résultats numériques séquentiels. Par ailleurs on constate que les résultats numériques avec un schéma de convection centré d'ordre 2 en espace et un schéma de convection TVD avec le limiteur de flux Superbee concordent. Ceci tend à montrer que le schéma TVD diffuse peu comme un schéma du second ordre en espace et qu'il ne modifie pas de manière sensible les chargements fluides. Enfin on constate que le temps de calcul est fortement réduit par l'utilisation d'une machine parallèle. Pour tester les performances du calcul parallèle en terme de gain en temps CPU, la configuration choisie n'était pas optimale (tableau 6.7). Dans le cas traité ici, le maillage utilisé très grossier n'était pas adapté à l'utilisation de 31 processeurs de sorte que le temps perdu dans la communication entre processeurs induit une perte de temps non négligeable devant le temps gagné par le calcul parallèle. L'intérêt de la démarche a néanmoins été mis en évidence.

Résultats	S_t	f_p	f_t	C_D	C_L	C'_D	C'_L
centré séquentiel	0.201	0.0829	0.166	1.43	0.0120	0.0348	0.533
centré parallèle	0.204	0.0843	0.170	1.43	-0.0207	0.0349	0.529
TVD parallèle	0.206	0.0852	0.171	1.43	0.0118	0.0365	0.501

TAB. 6.6 – Comparaison des résultats obtenus avec des calculs séquentiel et parallèle.

Résultats	CPU/itération
centré séquentiel	89 s
centré parallèle	4.4 s
TVD parallèle	4.4 s

TAB. 6.7 – Comparaison des temps CPU par itération obtenus avec des calculs séquentiel et parallèle.

6.4 Chargements thermohydrauliques en faisceaux de tubes

On considère ci-dessous des configurations de type faisceaux de tubes sous écoulements. Ces écoulements en faisceaux ont fait l'objet de nombreuses études et sont largement documentés dans la littérature (Chen 1987, Weaver et al. 1985, Feenstra et al. 2003). Il a été montré en particulier que le régime d'écoulement sur ces configurations de faisceaux dépend de plusieurs paramètres : nombre de Reynolds, arrangement du faisceau (faisceau à pas carré droit, quinconce ou triangulaire), longueur des tubes, espacement entre les tubes. On trouve également une étude détaillée des coefficients de portance et traînée en fonction du nombre de Reynolds, de l'espacement inter-tube pour des tubes fixes ou mobiles. L'objet de cette section est d'apporter une première contribution à la validation des forces de portance et traînée exercées sur un tube fixe en milieu de faisceau.

On introduit les caractéristiques suivantes pour décrire un faisceau de tubes (figure 6.19) :

D le diamètre des tubes,

P et P/D distance inter-tube et pas réduit dans le sens de l'écoulement,

T et T/D distance inter-tube et pas réduit dans le sens perpendiculaire à l'écoulement,

U_{gap} et U_{∞} vitesse inter-tube moyenne et vitesse amont moyenne.

On se limite ci-dessous à des faisceaux à pas carré pour lesquels $P = T$. On peut par ailleurs exprimer la vitesse inter-tube U_{gap} en fonction de la vitesse amont U_{∞} de la façon suivante :

$$U_{gap} = \frac{T - D}{T} U_{\infty} = \frac{P - D}{P} U_{\infty}$$

6.4.1 Écoulement laminaire bidimensionnel ou tridimensionnel

Dans un premier temps, on s'intéresse à l'écoulement laminaire d'un fluide autour d'un tube central (figure 6.19) : la structure reste fixe. Pour des raisons de coûts de calcul, on fait l'hypothèse que l'écoulement est périodique en milieu de faisceau et on se limite à une cellule élémentaire de 9 tubes pour valider les calculs de la traînée et la portance fluctuantes. On simule une vitesse amont 0.12 m.s^{-1} en utilisant un schéma de convection centrée.

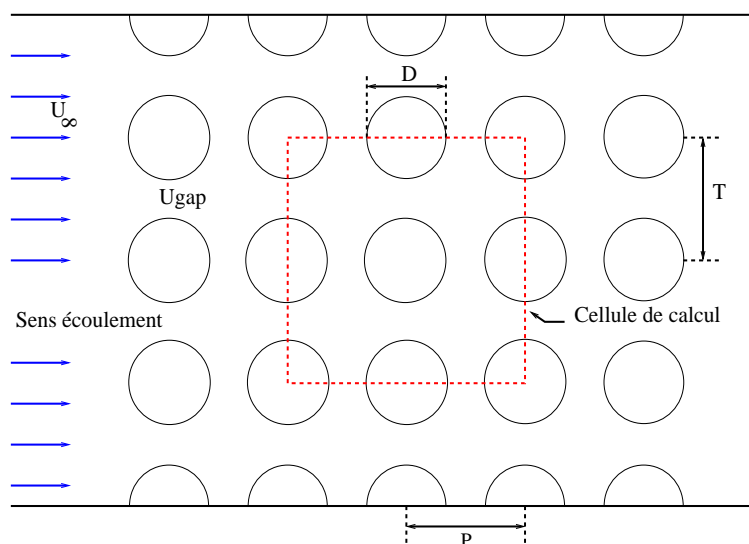


FIG. 6.19 – Configuration de référence pour un écoulement 2D droit dans un faisceau 9 tubes.

On rappelle qu'il est nécessaire de faire intervenir le nombre de Courant $n_{courant}$ (ou C.F.L.) pour s'assurer de la bonne convergence de la résolution :

$$n_{courant} = \frac{U_{max}dt}{L_{min}} \quad (6.31)$$

U_{max} est la vitesse maximale atteinte par le fluide, dt est le pas de temps entre chaque itération et L_{min} la plus petite longueur du maillage. Un pas de temps $dt = 2 \cdot 10^{-4} s$ a été choisi, il correspond au nombre de courant suivant (6.8) :

Reynolds $Re = U_{gap}D/\nu$	Reynolds $Re = U_{\infty}D/\nu$	$n_{courant}$ (moyen)
4772	1458	~ 0.98

TAB. 6.8 – Tableau du nombre de courant (ou CFL) moyen en fonction du nombre de Reynolds

Le nombre de Courant $n_{courant}$ est recalculé à chaque itération et reste dans une large mesure dans l'intervalle $[1.5; 2]$ ce qui est correct pour la résolution des équations avec le schéma de Crank-Nicholson.

On peut voir sur la figure (6.20) que l'écoulement progresse principalement dans la direction de l'écoulement et que des recirculations apparaissent entre les tubes dans les zones de faible pression. De plus on constate sur la figure (6.21) que l'écoulement semble être symétrique et périodique en moyenne.

Les prochains résultats apportent un complément d'informations sur les forces qui s'exercent sur le tube.

Valeur expérimentale $T/D=1.42$ et $P/D=1.46$ adimensionnée par U_{gap} (système 6.27 et 6.28, Chen 1987)

Reynolds	C_L	C'_L	C_D	C'_D
1360	–	0.078	–	–

Valeur expérimentale $T/D=1.5$ et $P/D=1.5$ adimensionnée par U_{gap} ou U_{ref} (système 6.27 et 6.28, Price et al. 1984).

Reynolds	$C_D(U_{gap})$	$C_D(U_{ref})$
–	0.25	2.3

TAB. 6.9 – Tableau des coefficients de portance et traînée et leurs fluctuations respectives

On dispose également pour les faisceaux de tubes à pas carré d'une formule empirique pour le nombre de Strouhal adimensionné par la vitesse amont U_{∞} (Chen 1987) :

$$S_t = \frac{1}{2 \left(\frac{P}{D} - 1 \right)}$$

On trouve pour $P/D = 1.44$

$$S_t = 1.14$$

On peut voir sur les figures (6.22) et (6.23) que le coefficient de portance moyen est proche de 0 contrairement au coefficient de traînée qui est proche des valeurs expérimentales obtenues sur une configuration $P/D = 1.5$ proche de la configuration étudiée. De plus on dispose d'une formule

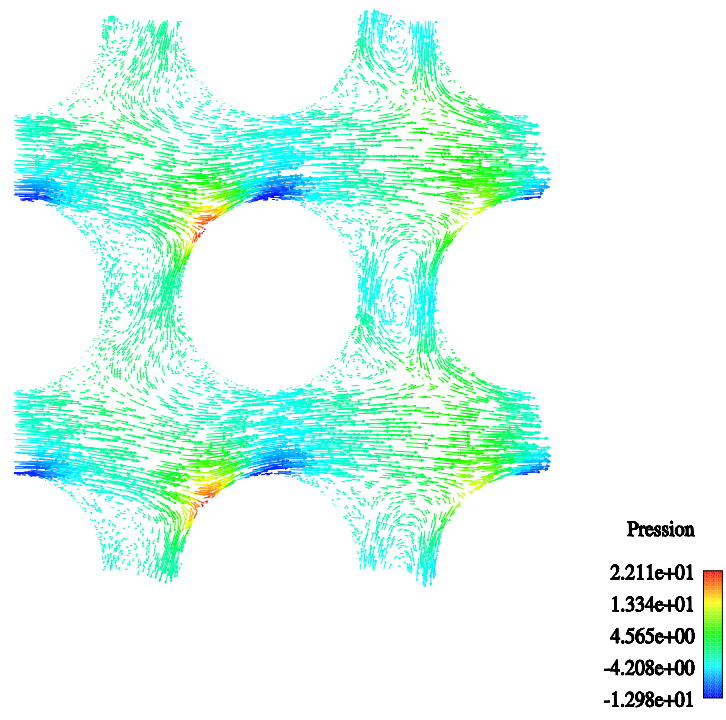


FIG. 6.20 – Vecteurs vitesses instantanés à $t \sim 40$ s colorés par la pression ($R_e = 4772$) pour $P/D = 1.44$.

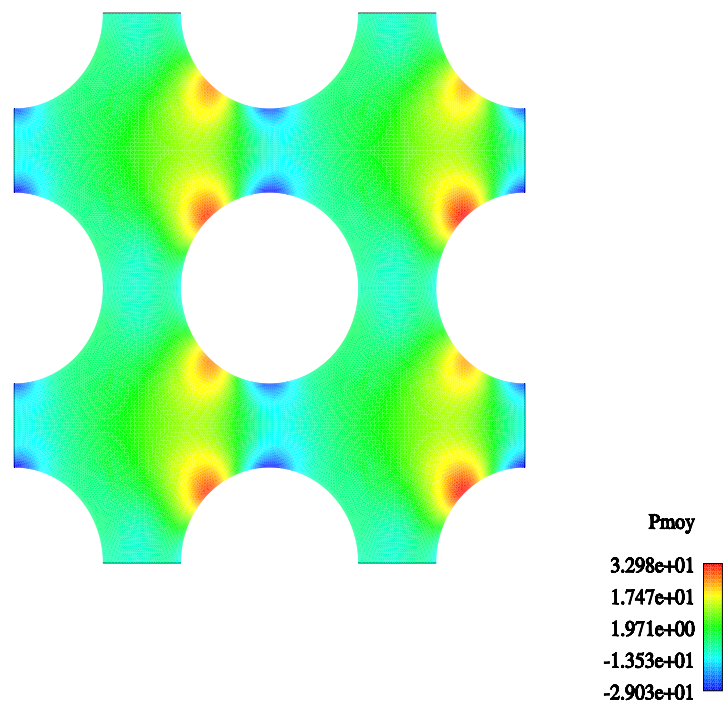


FIG. 6.21 – Champ de pression moyen à $t \sim 13$ s ($R_e = 4772$) pour $P/D = 1.44$

empirique du coefficient de traînée C_D adimensionné par U_{gap} en fonction du pas d'espace P/D (Granger 1996) :

$$C_D = 2.3 \left(\frac{P/D - 1}{P/D} \right)^2$$

qui peut donner une première estimation pour le pas d'espace $P/D = 1.44$

$$C_D \simeq 0.21$$

Par ailleurs on constate sur le tableau (6.10) une surestimation des fluctuations de portance et traînée avec un schéma de convection centré sur la configuration bidimensionnelle. Cela est probablement dû à un défaut de la modélisation bidimensionnelle. En effet il a été montré sur une configuration à pas carré $P/D = 1.5$ et pour des nombres de Reynolds proches de ceux simulés ici que l'écoulement fluide devient complètement turbulent (Weaver 1985).

En effet sur la configuration citée $P/D = 1.5$, l'écoulement reste laminaire pour des nombres de Reynolds inférieurs à $Re_\infty = 150$, basés sur la vitesse amont U_∞ ce qui équivaut à un nombre de Reynolds $Re_{gap} = 450$ si l'on se base sur la vitesse inter-tube U_{gap} . La transition vers la turbulence est complète pour un nombre de Reynolds $Re_\infty = 400$.

Par ailleurs on sait qu'il existe une longueur minimale de corrélation longitudinale (\bar{z}) pour modéliser correctement les chargements fluides. En effet on peut voir sur le tableau (6.10) un comparatif des coefficients de portance et traînée obtenu avec un maillage bidimensionnel à 33216 cellules et un maillage tridimensionnel à 631104 cellules extrudé à 2 diamètres dans la direction \bar{z} (20 couches suivant \bar{z}). Ainsi les écarts-types de portance et traînée sont fortement réduits par l'utilisation d'un maillage 3D et plus proches des résultats expérimentaux de Chen (1987). De plus la longueur de corrélation dépend du nombre de Reynolds et peut diminuer avec l'augmentation du nombre de Reynolds. On pourra se référer à (Benhamadouche 2005) pour une étude plus complète sur les effets tridimensionnels dans les écoulements turbulents en faisceaux de tubes.

Schéma de convection	C_L	C'_L	C_D	C'_D	S_t
Analytique	–	–	0.21	–	1.14
Expérimentale	–	0.078	–	–	–
Centrée 2D	$-3.74 \cdot 10^{-2}$	0.704	0.354	0.610	0.04
Centrée 3D	-0.293	0.0995	0.329	0.0714	0.941

TAB. 6.10 – Comparaison des coefficients de portance, traînée et nombre de Strouhal pour une vitesse $U_\infty = 0.12 \text{ m.s}^{-1}$

6.4.2 Écoulement turbulent tridimensionnel

Plusieurs modèles de turbulence (LES, $R_{ij} - \varepsilon$, $k - \varepsilon$) ont été testés et validés dans le code de thermohydraulique fine développé à EDF, Code_Saturne, en écoulement tridimensionnel périodique pour des configurations en faisceaux de tubes (Rollet-Miet 1999, Benhamadouche 2003). Des tests effectués en écoulements turbulents bidimensionnels avec un modèle $R_{ij} - \varepsilon$ ont donné des résultats numériques surestimés pour les moments du second ordre en particulier pour l'énergie cinétique turbulente. Par contre les mêmes tests ont été effectués avec un modèle $R_{ij} - \varepsilon$ 3D et LES 3D (modèle de Smagorinsky constant) et les résultats numériques obtenus en terme de profil de vitesse et moment du second ordre sont en accord avec les mesures expérimentales et d'autres simulations numériques

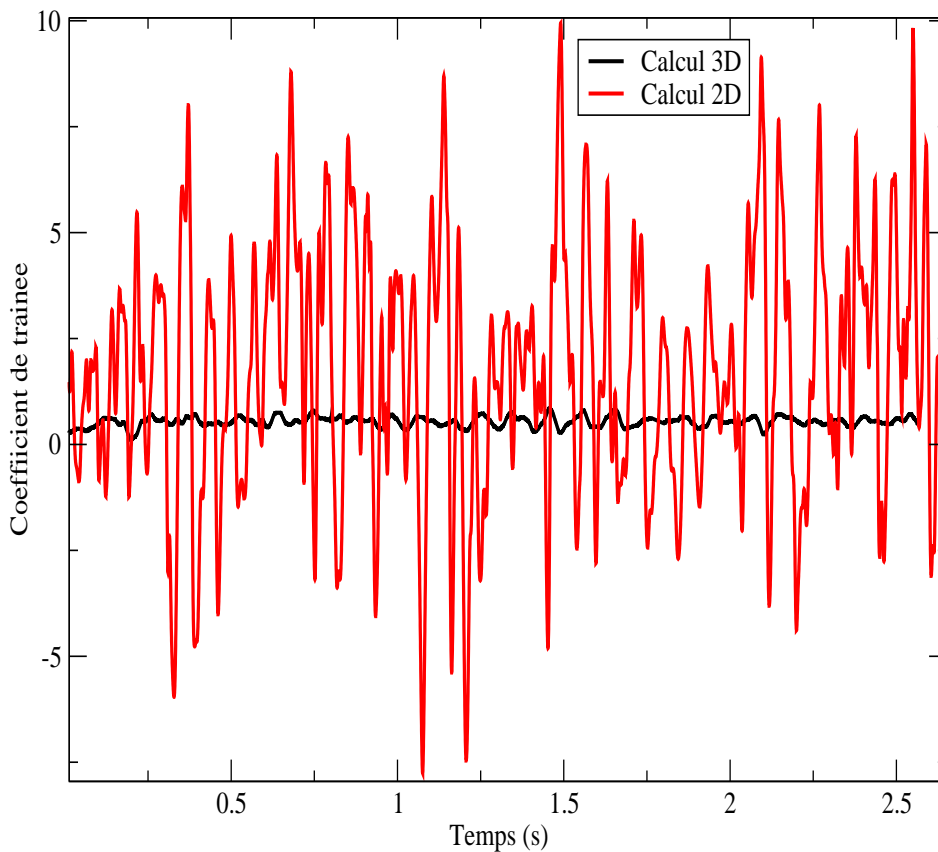


FIG. 6.22 – Visualisation du coefficient de traînée pour $R_e = 4772$ avec des maillages bidimensionnel et tridimensionnel

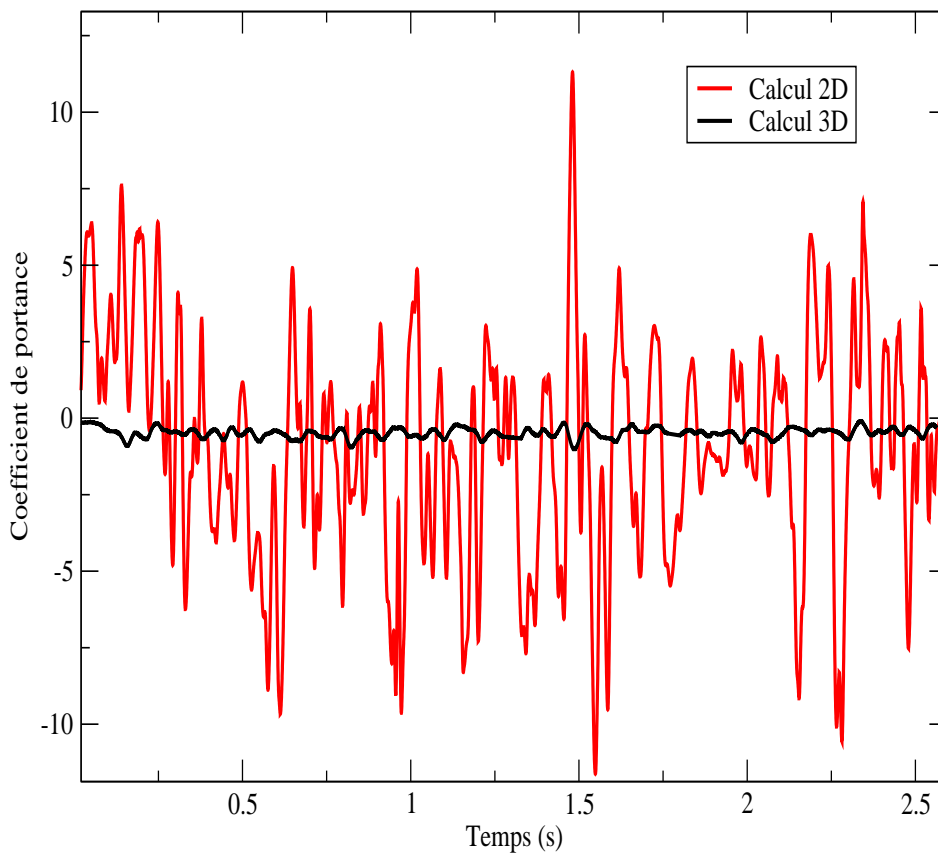


FIG. 6.23 – Visualisation du coefficient de portance pour $R_e = 4772$ avec des maillages bidimensionnel et tridimensionnel

en simulation numérique directe (DNS) (Benhamadouche 2003). On peut également citer la référence (Bouris 1999) qui utilise un modèle LES bidimensionnel pour l'étude d'écoulements dans les faisceaux de tubes et obtient des champs de vitesse et de pression moyens proches des mesures expérimentales.

Le cas test traité dans cette partie correspond à un pas réduit $\frac{P}{D} = 1.75$ avec un écoulement transverse comme on peut le voir sur la figure (6.24). Ce cas test est tiré de (Chen 1985, 1987) et on dispose des mesures expérimentales des fluctuations de portance et traînée pour valider les résultats numériques. On a choisi pour étudier cet écoulement de comparer plusieurs modèles de turbulence : un modèle laminaire, un modèle de turbulence haut Reynolds $R_{ij} - \varepsilon$ et un modèle LES, modèle Smagorinsky constant et modèle dynamique (Piomelli & Liu) correspondant à la gamme de vitesses expérimentales étudiées. On a choisi une constante de Smagorinsky $C_s = 0.065$ pour le modèle LES Smagorinsky constant. Ce choix a permis d'obtenir une estimation correcte des champs de vitesse moyens, de pression moyens et des composantes du tenseur des contraintes de Reynolds pour l'étude d'un écoulement en configuration quinconce (Benhamadouche, 2003).

Comme précédemment on fait l'hypothèse que l'écoulement est périodique en milieu de faisceau et on se limite à une cellule élémentaire de 9 tubes pour valider les coefficients de traînée et portance fluctuantes. On compare les résultats des simulations à ceux d'un tube en milieu de faisceau (tube 4 sur figure 6.24). Trois calculs avec des nombres de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^4$, $Re = 10^5$ et $Re = 2 \cdot 10^5$ ont été réalisés.

Les tests numériques ont été effectués avec un calculateur parallèle avec 31 processeurs sur un maillage tridimensionnel avec 1096128 cellules. Ce maillage est constitué de 33 couches de cellules dans la direction perpendiculaire à l'écoulement obtenu en extrudant à 3 diamètres un maillage plan de 33216 cellules dans cette même direction. Pour les différents nombres de Reynolds étudiés le pas de temps est ajusté pour conserver un nombre de Courant (CFL) maximal dans le domaine proche de 1. Le pas de temps Δt varie entre 10^{-4} s et 10^{-5} s respectivement pour le nombre de Reynolds le plus faible ($Re = 2 \cdot 10^4$) et le plus élevé ($Re = 2 \cdot 10^5$). De plus sur le maillage considéré, la distance à la paroi adimensionnée y^+ est comprise entre 1 et 40 pour les différents nombres de Reynolds.

On montre sur la figure (6.34) le champ de vitesse instantané obtenu avec un modèle de turbulence LES Smagorinsky constant et un nombre de Reynolds $Re = 1 \cdot 10^5$. On voit sur cette figure que l'écoulement est tridimensionnel avec des tourbillons qui se développent dans la direction transversale de l'écoulement.

De plus on obtient pour les différents nombres de Reynolds étudiés, des écoulements moyens symétriques avec le modèle LES Smagorinsky constant (figures 6.31, 6.32, 6.33, 6.26 et 6.29).

Par contre on constate que le champ de pression moyen obtenu avec l'utilisation de modèles de turbulence laminaire, Smagorinsky dynamique et $R_{ij} - \varepsilon$ n'est pas symétrique (figures 6.27, 6.28, , 6.30). En effet l'écoulement prend une direction privilégiée pour minimiser la perte de charge. Ainsi il existe plusieurs régimes d'écoulements en faisceaux de tubes qui dépendent à la fois de la configuration (pas d'espace, configuration quinconce ou droite) et du nombre de Reynolds. On peut trouver plus de détails sur les régimes d'écoulements en faisceaux de tubes dans la référence (Chen 1987).

L'ensemble des mesures expérimentales et des résultats numériques obtenus pour les coefficients de portance et traînée fluctuantes C'_L et C'_D sont présentés sur la figure (6.25) et le tableau (6.11).

On peut voir en comparant les résultats numériques du tableau (6.11) et les mesures expérimentales de la figure que les fluctuations de traînée C'_D sont correctement estimées avec tous les modèles de turbulence choisis. Le coefficient de traînée C_D diminue avec le nombre de Reynolds tandis que le nombre de Strouhal reste constant dans cette gamme de nombre de Reynolds. On compare d'ailleurs sur les figures (6.36) et (6.35) les forces de portance et de traînée pour les différents modèles de turbulence aux nombres de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^4$ et $Re = 2 \cdot 10^5$. On constate que l'amplitude des forces de portance avec un modèle LES de Smagorinsky constant est supérieure à celle obtenue avec les autres modèles de turbulence.

Les fluctuations de portance sont surestimées avec un modèle de Smagorinsky constant et sont réduits par l'utilisation d'un modèle de Smagorinsky dynamique. De plus les fluctuations de portance et traînée sont du bon ordre grandeur avec un modèle laminaire et légèrement sous-estimées avec un modèle $R_{ij} - \epsilon$ haut Reynolds.

La comparaison des champs moyens obtenus avec un modèle de Smagorinsky constant et un modèle dynamique ainsi que des fluctuations du coefficient de portance tend à montrer que pour cette configuration le choix de la constante de Smagorinsky n'est pas optimal. Il serait intéressant d'effectuer à l'avenir des calculs complémentaires avec un modèle de Smagorinsky constant avec plusieurs choix de constante de Smagorinsky pour obtenir une meilleure concordance avec les mesures expérimentales.

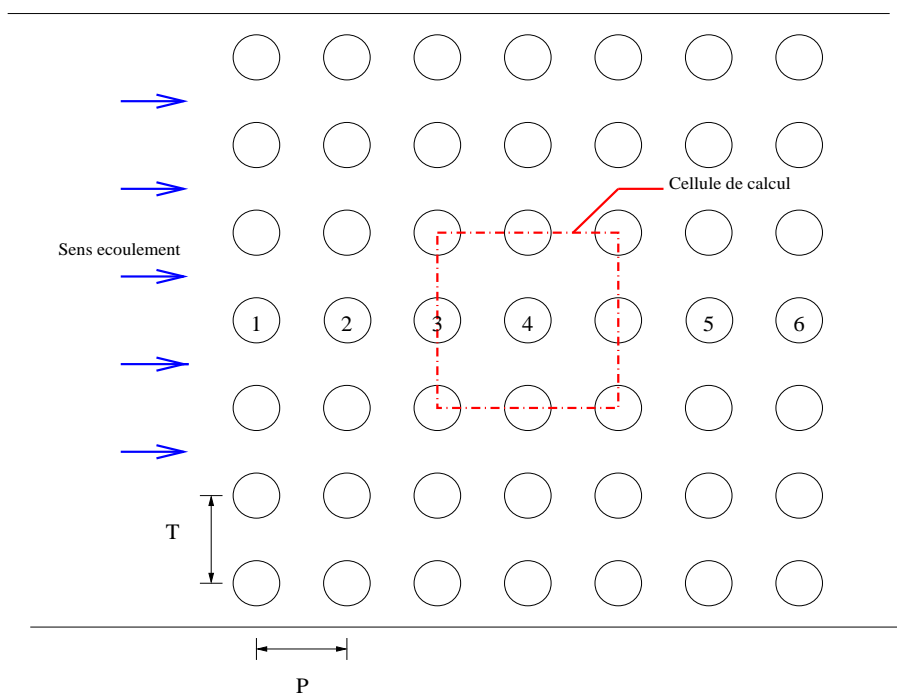


FIG. 6.24 – Dispositif de référence pour un écoulement 3D droit d'un faisceau 9 tubes.

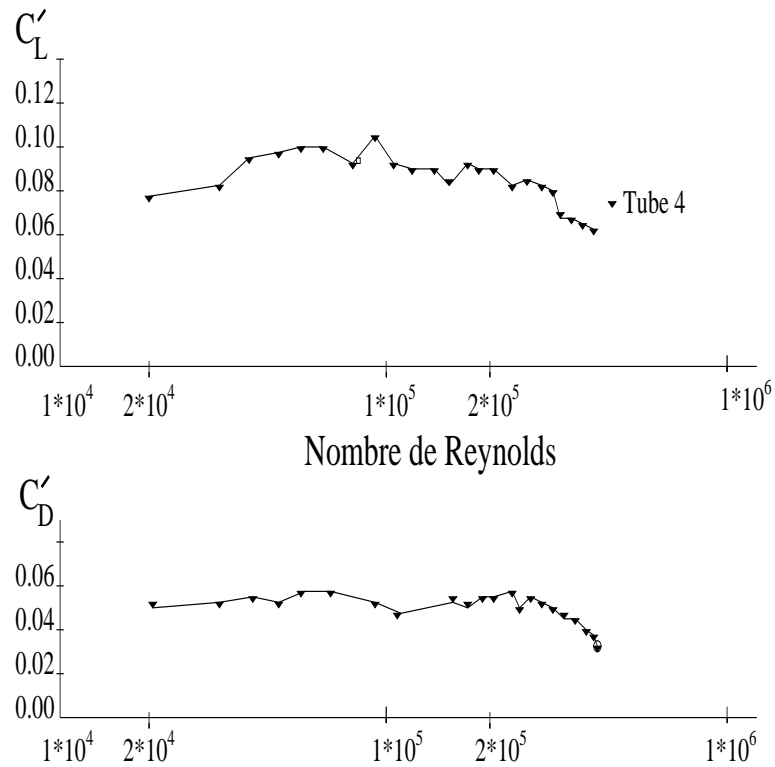


FIG. 6.25 – Courbes expérimentales de coefficient de portance et traînée fluctuantes pour un tube en milieu de faisceau, différents nombres de Reynolds et une intensité turbulente de 1 à 3 %.

Modèle de Smagorinsky constant $C_s = 0.065$

Re	C_D	C_L	C'_D	C'_L	$f_p (Hz)$	S_t
$2 \cdot 10^4$	0.312	$1.98 \cdot 10^{-3}$	0.0586	0.259	8.16	0.197
$1 \cdot 10^5$	0.286	0.0144	0.0437	0.2138	40.8	0.197
$2 \cdot 10^5$	0.277	0.0145	0.0504	0.2339	79.9	0.193

Modèle de Smagorinsky dynamique (Piomelli & Liu)

Re	C_D	C_L	C'_D	C'_L	$f_p (Hz)$	S_t
$2 \cdot 10^5$	0.176	0.0412	0.0524	0.126	64.3	0.155

Modèle laminaire

Re	C_D	C_L	C'_D	C'_L	$f_p (Hz)$	S_t
$2 \cdot 10^4$	0.381	0.0295	0.0472	0.0932	7.83	0.189

Modèle Rij- ϵ

Re	C_D	C_L	C'_D	C'_L	$f_p (Hz)$	S_t
$2 \cdot 10^5$	0.245	$6.62 \cdot 10^{-3}$	0.0258	0.0807	45.5	0.110

TAB. 6.11 – Tableau récapitulatif des résultats numériques avec un modèle LES, laminaire et Rij- ϵ avec un maillage 3D extrudé à 3 diamètres.

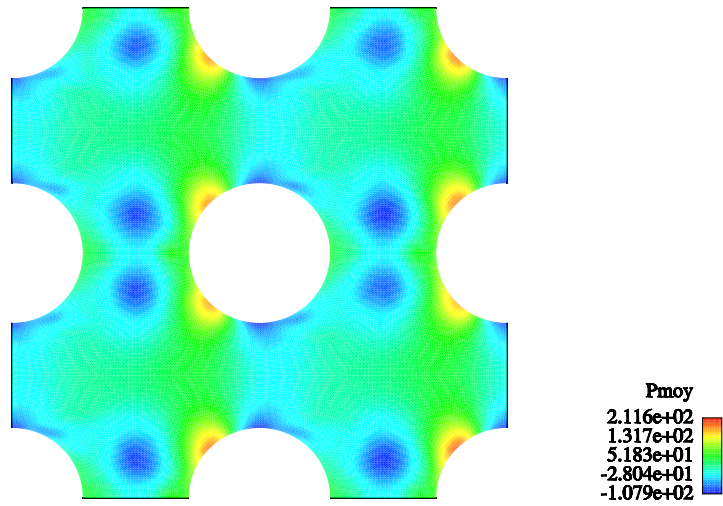


FIG. 6.26 – Champ de pression moyen LES (Smagorinsky constant) pour un nombre de Reynolds $Re=2 \cdot 10^4$.

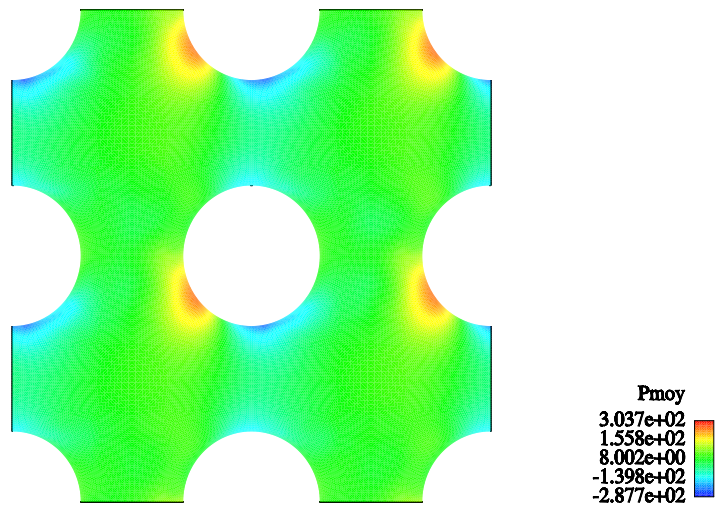


FIG. 6.27 – Champ de pression moyen avec un modèle laminaire pour un nombre de Reynolds $Re=2 \cdot 10^4$.

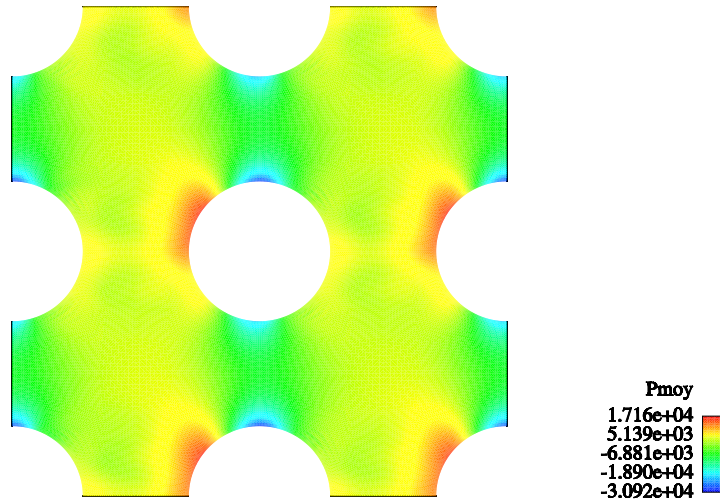


FIG. 6.28 – Champ de pression moyen avec un modèle aux tensions de Reynolds $R_{ij} - \epsilon$ 3D pour un nombre de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^5$.

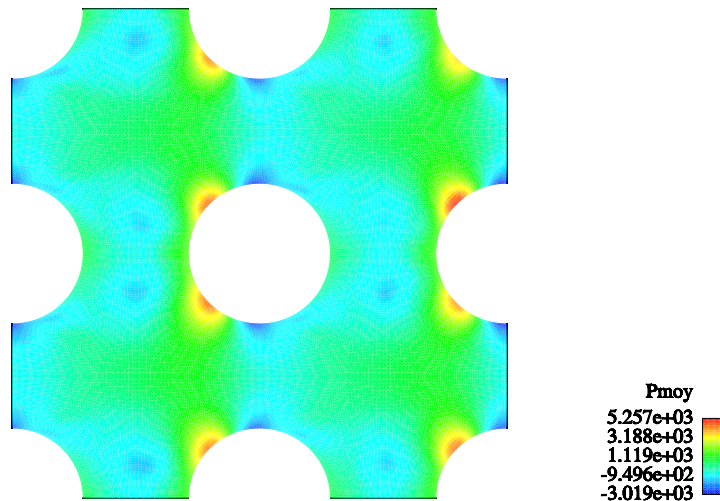


FIG. 6.29 – Champ de pression moyen avec un modèle LES 3D (Smagorinsky constant) pour un nombre de Reynolds de $Re = 2 \cdot 10^5$.

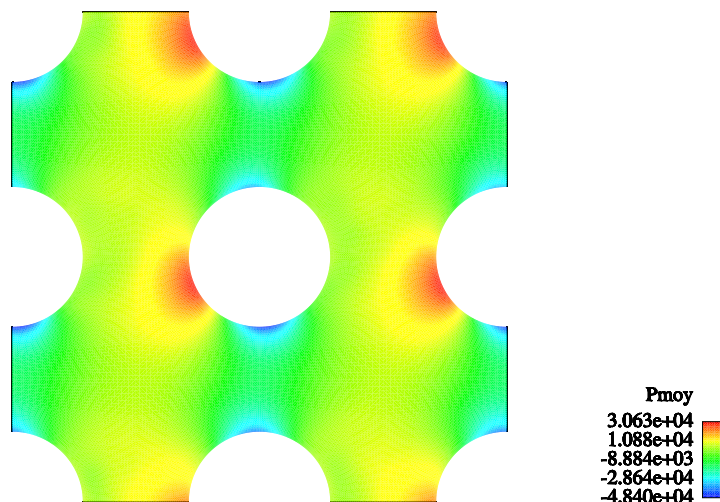


FIG. 6.30 – Champ de pression moyen avec un modèle LES 3D dynamique (Piomelli & Liu) pour un nombre de Reynolds de $Re = 2 \cdot 10^5$.

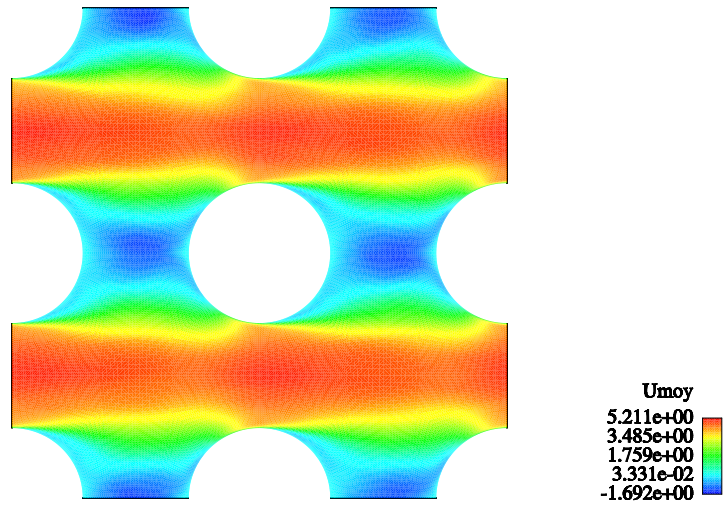


FIG. 6.31 – Champ de vitesse moyen (composante x) avec un modèle LES 3D (Smagorinsky constant) pour un nombre de Reynolds $Re=10^5$.

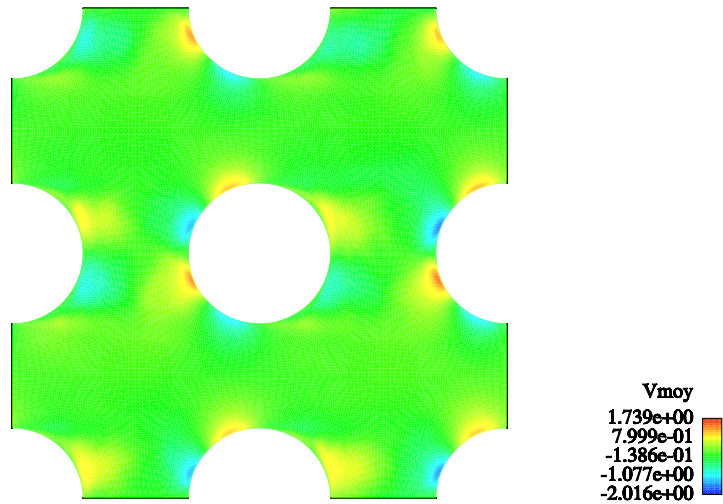


FIG. 6.32 – Champ de vitesse moyen (composante y) avec un modèle LES 3D (Smagorinsky constant) pour un nombre de Reynolds $Re=10^5$.

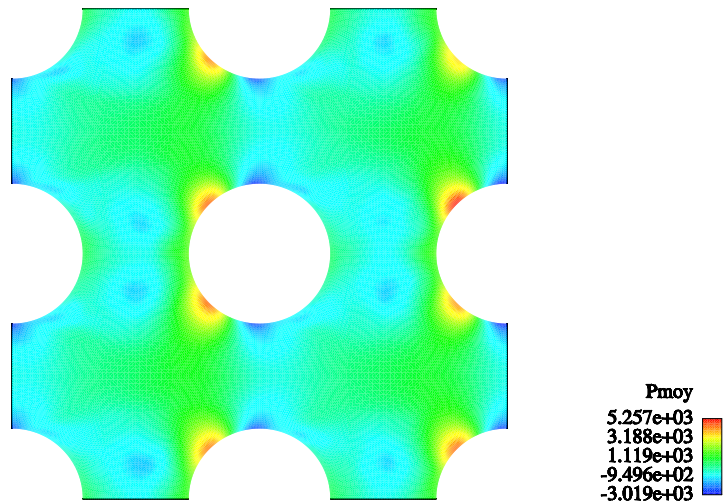


FIG. 6.33 – Champ de pression moyen avec un modèle LES 3D (Smagorinsky constant) pour un nombre de Reynolds $Re=10^5$.

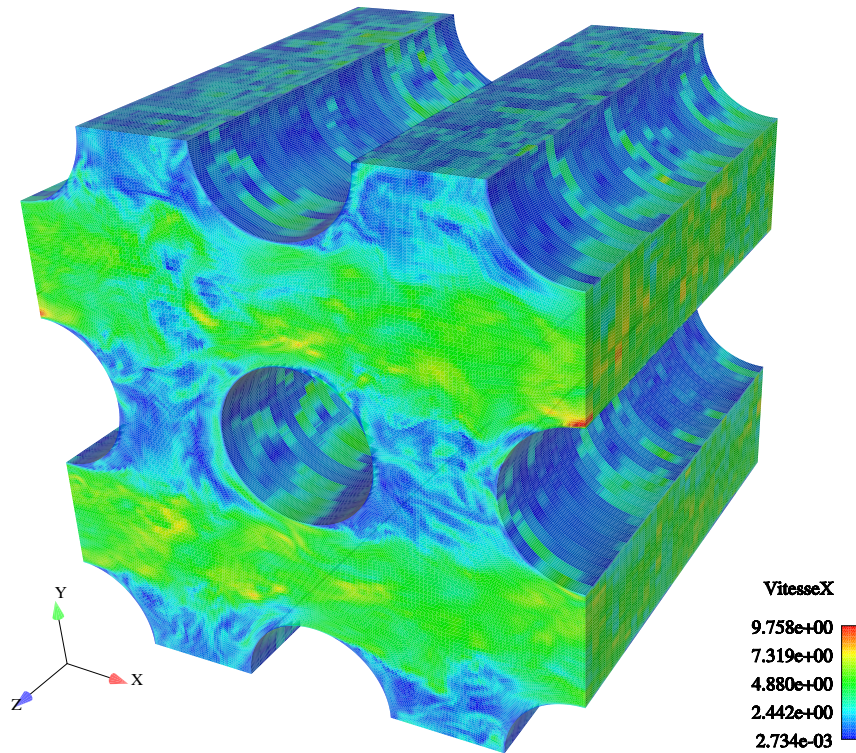


FIG. 6.34 – Champ de vitesse instantanée avec un modèle LES 3D (Smagorinsky constant) pour un nombre de Reynolds $Re = 1 \cdot 10^5$.

Dans ce dernier chapitre, on a pu valider le chargement fluide sur des configurations simple en écoulement laminaire. On a pu montrer sur les écoulements en faisceau qu'il existe un effet tridimensionnel non négligeable sur les chargements fluides pour le pas réduit et la gamme de Reynolds étudiées. Enfin on a pu comparer différents modèles de turbulence pour l'estimation des chargements fluides. Les premiers résultats des fluctuations de portance et traînée obtenus avec un modèle LES Smagorinsky constant sont encourageants et les travaux devront être poursuivis pour permettre de choisir au mieux la constante de Smagorinsky.

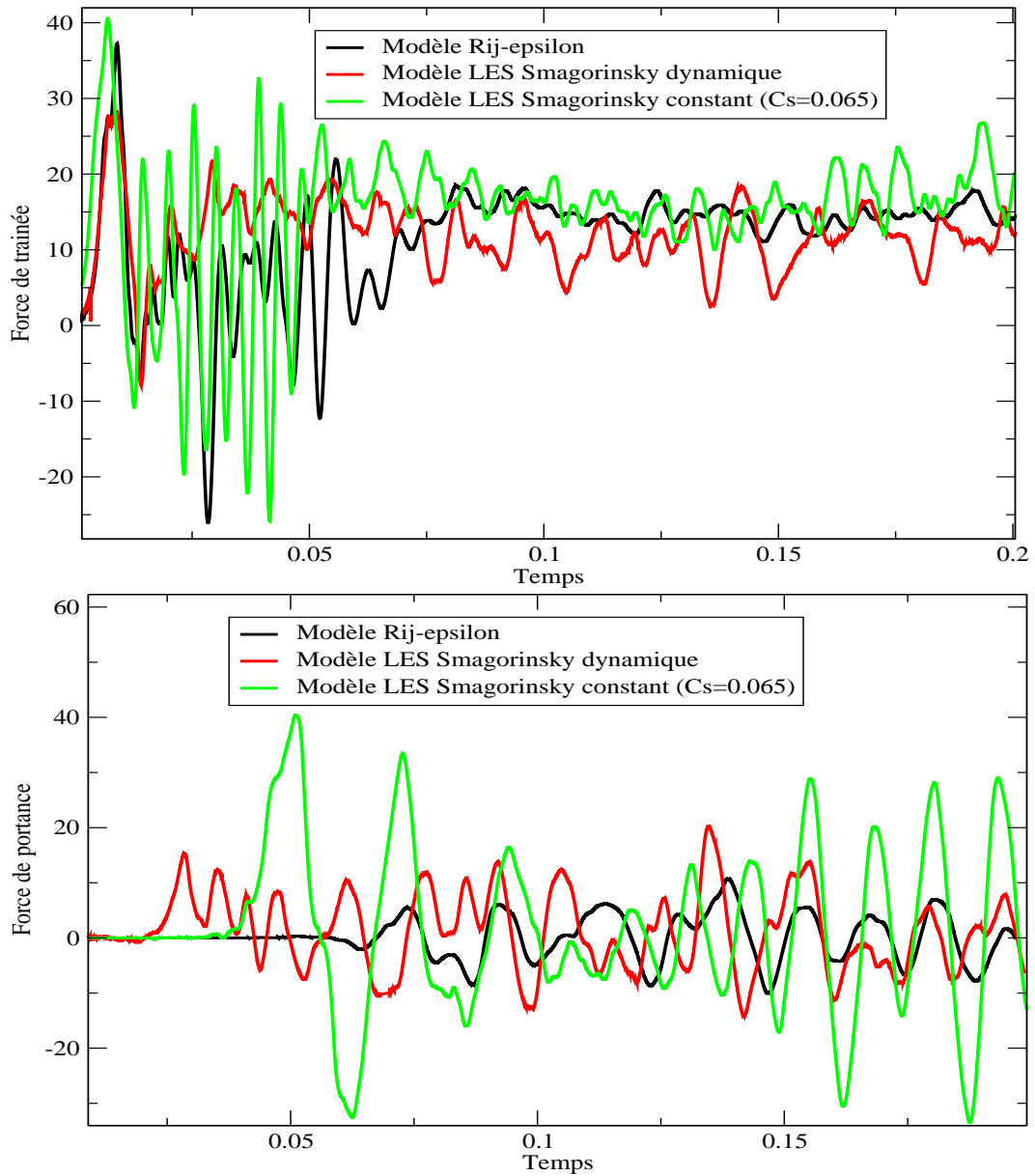


FIG. 6.35 – Force de traînée (haut) et force de portance (bas) pour trois modèles de turbulence $R_{ij} - \epsilon$, LES (Smagorinsky constant) et LES (modèle dynamique) $Re = 200\,000$.

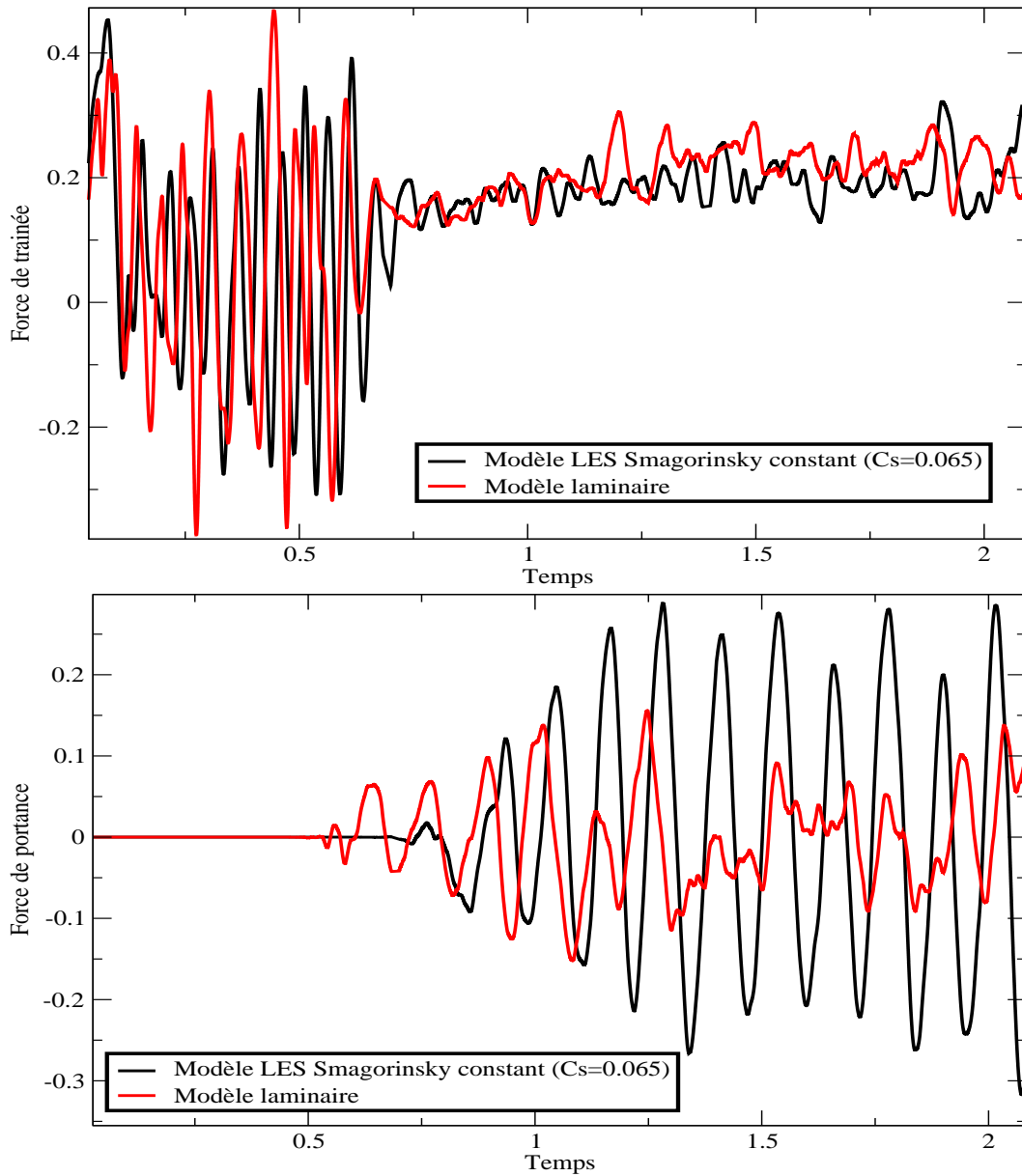


FIG. 6.36 – Force de traînée (haut) et force de portance (bas) pour deux modèles de turbulence DNS, LES (Smagorinsky constant) $Re = 20\,000$.

Ce rapport de thèse porte sur la simulation numérique des interactions fluide-structure et des couplages fluidélastiques en présence d'écoulements dans des faisceaux de tubes.

On a introduit la notion de maillage mobile avec la formulation ALE des équations fluides pour tenir compte des parois mobiles. On a souligné l'importance du choix et du calcul de la vitesse de maillage tenant compte du déplacement de la structure et évitant les retournements de mailles du maillage fluide. On a testé plusieurs types de calcul de vitesse de maillage. On a étudié l'écoulement dans un canal plan avec un maillage mobile et une vitesse de maillage imposée en espace et en temps dans tout le domaine. On a cherché à mesurer l'effet du mouvement de maillage sur la résolution fluide et les efforts fluides. Dans un deuxième temps, on a montré que l'on peut déduire la déformation de maillage de la résolution d'une équation de diffusion, on suppose que la déformation est maximale à la paroi et qu'elle se diffuse dans le maillage. Plusieurs coefficients de diffusion de maillage ont été testés afin d'éviter des distorsions de mailles trop importantes à la paroi induisant des erreurs sur le calcul des efforts fluides. Des améliorations pourront être apportées à l'avenir pour obtenir une formulation au second ordre en temps et en espace des équations fluide avec la formulation ALE.

On a vu ensuite que le couplage des deux codes fluide et structure ne conservait pas l'énergie totale du système fluide-structure et qu'il est nécessaire d'introduire des schémas de couplages spécifiques pour éviter l'apparition d'un amortissement numérique dû à l'utilisation d'un algorithme partitionné pour la résolution des problèmes fluide et structure. On a présenté et étudié les propriétés de trois types de schémas explicite synchrone, explicite asynchrone et implicite avec une méthode de point fixe. Les deux derniers schémas de couplage conservent quasiment l'énergie du système globale fluide-structure. Toutefois une amélioration de l'algorithme de couplage implicite pourra être envisagée grâce à une méthode d'accélération de la convergence afin de permettre une convergence plus rapide de l'algorithme de point fixe.

Enfin les efforts fluide-structure ont été étudiés sur des configurations de cylindres confinés et de faisceaux de tubes pour différents nombres de Stokes. Une comparaison des résultats numériques à des solutions analytiques, des mesures expérimentales et des lois empiriques a été effectuée. On a pu analyser en particulier l'utilisation de conditions aux limites périodiques limitant les coûts de cellules sur des configurations de faisceaux de tubes pour le calcul des coefficients de masse et d'amortissement ajoutés.

Des premiers calculs numériques bidimensionnels ont été effectués pour permettre la caractérisation des efforts fluidélastiques et l'étude des instabilités fluidélastiques dans les écoulements transverses en faisceaux. On a pu faire une estimation du seuil de départ en instabilité.

On a pu valider enfin les chargements fluides exercés sur une structure fixe dans plusieurs configurations laminaires et turbulentes. L'écoulement fluide est modélisé en utilisant une formulation eulérienne et les coefficients de traînée et de portance ainsi que le nombre de Strouhal sont correc-

tement estimés pour le cas d'un écoulement laminaire derrière un cylindre. De plus les fluctuations des coefficients de traînée et de portance ont été étudiées sur plusieurs configurations de faisceaux de tubes en écoulements laminaires et turbulents. On a constaté un effet tridimensionnel important sur les écoulements et en particulier sur les coefficients de traînée et de portance fluctuants. Il faut en effet choisir une longueur de corrélation transversale suffisante pour éviter une surestimation de ces grandeurs fluctuantes. On a testé en particulier la validité du calcul des chargements fluides sur machine parallèle permettant un gain de temps calcul non négligeable par rapport au calcul séquentiel.

On pourra tenter grâce au calcul parallèle de faire des simulations numériques plus longues et tridimensionnelles turbulentes afin de permettre à la fois un meilleur post-traitement des signaux et une meilleure modélisation des écoulements fluides.

Enfin le couplage entre un écoulement fluide et une structure flexible sera testé à l'avenir sur des configurations bidimensionnelles et tridimensionnelles pour la simulation par exemple de l'instabilité de tuyau d'arrosage.

Bibliographie

Abouri, D., Parry, A., Hamdouni, A., 2003. Fluid-rigid body dynamic interaction in complex industrial flow. chapter Advances in fluid Mechanics : Fluid Structure interaction II, Wit Press, 295-305.

Adobes, A., Gosse, A., Barrate, C., 2001. Qualification of motion dependent fluid forces coefficients. ASME PVP Conference, Atlanta.

Archambeau, F., Mechtoua, N., Sakiz, M., 2004. Code_Saturne : A Finite Volume Code for the Computation of Turbulent Incompressible Flows - Industrial Applications, International Journal on finite volumes.

Baj, F., 1998. Amortissement et instabilité fluide-élastique d'un faisceau de tubes sous écoulement diphasique. Thèse de doctorat, Université Paris VI.

Belyschko, T., Flanagan, D.F., Kennedy, J.M., 1982. Finite element method with user-controlled meshes for fluid-structure interactions. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 33, 689-723.

Bendjeddou, Z., Longatte, E., Souli, M., 2003. Méthodologie pour la simulation numérique des vibrations induites par les écoulements dans les faisceaux de tubes. 35 ème Congrès National d'Analyse Numérique (CANUM), Montpellier.

Benhamadouche, S., 2001. Implantation de la LES dans une version de développement Code_Saturne. Rapport HI_83/01/25/A, EDF R&D.

Benhamadouche, S., Laurence, D., 2003. LES, Coarse LES, and transient RANS comparisons on the flow across a tube bundle. International Journal of Heat and Fluid Flow, 24, 470-479.

Benhamadouche, S., Mahesh, K., and Constantinescu G., 2002. Collocated finite volume scheme for LES on unstructured meshes. In Proceeding of 2002 Summer Program, Center of Turbulence Research, Stanford Univ, 143-154.

Benhamadouche, S., Laurence, D., Jarrin N., and Imran A., 2005. Large eddy Simulation of flow across in-line tube bundles. International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics (NURETH-11), Paper : 405, Avignon.

Benson, D., 1989. An efficient accurate, simple ale method for non linear finite element programs. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 33, 689-723.

- Blevins, R.D., 1974. Fluid-elastic whirling of a tube row. ASME, Journal of Pressure Vessels Technology, pp 263-267.
- Blevins, R.D., 1990. Flow-induced vibration. Van Nostrand Reinholds, New York, USA, second edition, 1990.
- Bouris , D., Bergeles, G., 1999. Two dimensional time dependent simulation of the sub-critical flow in a staggered tube bundle using a subgrid scale model. International Journal of Heat and Fluid Flow, 20, 105-114.
- Candel, S., 1995. Mécanique des fluides Cours. Dunod.
- Chen, S.S., Wambsganss, M.W., Jendrzejczyk, J.A., 1976. Added mass and damping of a vibrating rod in confined viscous fluids. Journal of Applied Mechanics, Transaction of ASME, 43, 325-329.
- Chen, S.S., and Jendrzejczyk, J.A., 1985. Fluid Excitation Forces Acting on a Tube Array. Argonne National Laboratory Report No. ANL-85-55 ; Also ASME Publication FED-40, pp. 45-55, (1986).
- Chen, S.S., 1987. Flow-Induced Vibration of circular cylindrical structures. Hemisphere publishing corporation.
- Compe, C., Archambeau, F., Léal De Sousa, L., 1995. Rapport EDF-DER HE-41/95/049/A. Mise en oeuvre d'un modèle $R_{ij} - \varepsilon$ dans le code N3S 3.2, EDF-DER.
- Connors, H.J., 1970. Fluid-Elastic vibration of tube arrays excited by cross-flow. In ASME Pressure Vessels and Piping Conference, Chicago.
- Daim, F., Eymard, E., Hilhorst, D., Mainguy, M., Masson, R., 2002. A Preconditioned Conjuguate Gradient based algorithm for coupling Geomechanical-Reservoir Simulation. Oil & Gas Science and Technology- Rev. IFP, 57(5), 515-523.
- Farhat, C., Lesoinne, M., Maman, N., 1995. Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems : three field formulation, geometric conservation and distribution solution, International Journal for Numerical Methods in Fluids. 21, 807-835.
- Farhat, C., Lesoinne, M., 1997. Improved Staggered Algorithms for Serial and Parallel Solution of Three-Dimensional Nonlinear Transient Aeroelastic Problems. Center for Aerospace Structures- 97-11, University of Colorado, Boulder, Colorado, AIAA Journal.
- Feenstra, P.A, Weaver, D.S, Nakamura, T., 2003. Vortex shedding and fluid-elastic instability in a normal square tube array excited by two-phase cross-flow. Journal of Fluids and Structures, 17, 793-811.
- Fischer, M., Stolz, J., Strohmeier, K., 2001. Three-dimensional simulation of tube bundle vibration induced by cross-flow in real apparatus. Emerging Technologies for Fluids, Structures and Fluid-Structure Interaction, 431, 339-347.

Granger, S., 1990. A new signal processing method for investigating fluidelastic phenomena. *Journal of fluids and structures*, 4, 73-97.

Granger, S., Paidoussis, M.P., 1996. An improvement to the quasi-steady model with application to cross-flow-induced vibration of tube array, *J.Fluid.Mech*, 320, 163-184.

Granger, S., Gay, N., 1996. An unsteady semi-analytical model for cross-flow induced vibration of tube bundle : comparison with experiment. In Bearman, P.W. (Ed.). *Flow induced vibration*. Balkema, Rotterdam, pp 327-338.

Granger, S., Perotin, L., 1997. An inverse method for the identification of distributed random excitation acting on a vibrating structure. Part I : Theory. ASME Conference on Fluid-Structure Interaction. Dallas, TX, USA.

Granger, S., Perotin, L., 1997. An inverse method for the identification of a distributed random excitation acting on a vibrating structure. Part II : Flow-induced vibration application. ASME Conference on Fluid-Structure Interaction. Dallas, TX, USA.

Guimet, V., Archambeau, F., 1998. Description et mise en oeuvre d'un prototype de module ALE dans le solveur commun. Rapport EDF-DER HE-44/98/018/B.

Guimet, V., 1998. Analyse numérique et simulation de problèmes d'interaction fluide-structure en régime incompressible. Thèse de doctorat, Université Paris VI, spécialité Mathématiques Appliquées.

Gharib, M.R, Leonard, A., Gharib, M., 2000. A fluid force deduction technique for vibrating structures in cross-flow. *Flow Induced Vibration*, Ziada & Staubli (eds), Rotterdam, ISBN 90 5809 129 5.

Hadj-Sadok, C., 1994. Forces fluide-élastiques soumis à un écoulement transversal. Thèse de Doctorat, université Paris VI.

Hermann, G.M., Steindorf, J., 1999. Efficient partitioned procedures for computation of fluid-structure interaction on parallel computers. *Developments in Computational Mechanics with High Performance Computing*, B.H.V, Civil-Comp Press, Edinburgh, S, 127-136.

Hirt, C.W., Amsdern, A.A., Cook, H.K., 1974. An arbitrary Eulerian Lagrangian method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, 14, 229-253.

Hughes, T.J.R., Liu, W.K., Zimmerman, T.K., 1981. Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flow. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engin.*, 29, 329-349.

Lesieur, M. 1994. *La Turbulence*. EDP Sciences.

Le Tallec, P., Mouro, J., 2001. Fluid structure interaction with large structural displacement, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 190, 3039-3067.

Longatte, E., Nhili, R., Weiss, T., 2000. Prediction of flow induced vibrations of drive line assembly, ASME PVP Conference, Seattle.

- Longatte, E., Laurence, D., Barré, F., Leduc, P., 2001. Application of Large Eddy Simulation to flow-induced vibration problem. ASME PVP Conference, Atlanta.
- Longatte, E., Bendjeddou, Z., Souli, M., 2002. Application of Arbitrary Lagrange-Euler Formulation to Flow-Induced Vibration Problems. ASME Pressure Vessels and Piping Conference. Vancouver, British Columbia, Canada.
- Longatte, E., Bendjeddou, Z., Souli, M., 2002. Numerical simulation of tube bundle in cross-flows. FSI, AE & FIV+N Fluid-Structure Interactions, Aeroelasticity, Flow induced Vibration Noise. New-Orleans, Louisiana, USA.
- Longatte, E., Bendjeddou, Z., Souli, M., 2002. Simulation numérique des vibrations de faisceaux de tubes sous écoulements transverses. Rapport EDF HI-86/02/030/A.
- Longatte, E., Bendjeddou, Z., Souli, M., 2003. Methods for numerical study of tube bundle vibrations in cross-flows. Journal of Fluids and Structures, 18, 513-528.
- Liu, W.K., Huerta, A., 1988. Viscous flows for large free surface motion. Journal of Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 69, 277-324.
- Mani, S., 2003. Truncation error and energy conservation for fluid-structure interactions, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 192, 4769-4804.
- Mechitoua, N., Archambeau, F., 1997. Prototype de solveur volumes finis co-localisé sur maillage non structuré pour les équations de Navier-Stokes 3D incompressible et dilatables avec turbulence et scalaire passif, Rapport EDF-DER HE-41/98/010/B.
- Medic, G., 1999. Étude mathématique des modèles aux tensions de Reynolds et simulation numérique d'écoulements turbulents sur parois fixes et mobiles. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- Morand, H.J-P., Ohayon, R., 1995. Fluid-Structure Interaction, J. Wiley & Sons, Chichester.
- Moreno, M.M, De Langre, E., Lequere, P., 2000. Application of Large Eddy Simulation to flow-induced vibration problem, Conference on flow-induced vibration 7, Lucerne.
- Noh, W.F., 1964. A time dependent two space dimensional coupled Eulerian Lagrangian code. In : Fenbach, A.E., Rosenberg (Eds.), Methods for Computational Physics, 3, 117-179.
- Perotin, L., 1998. Logiciel IMENE VERSION 3.1 : Note de Principe. Rapport EDF R&D, Numéro HT-32/97/008/A.
- Protas, B., Wesfreid, J.E., 2002. Drag force in the open-loop control of the cylinder wake in the laminar regime. Physics of Fluids, 14 :2, 810-826.
- Piperno, S., Farhat, C., Larrouturou, B., 1995. Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part I : Model problem, theory and two-dimensional application. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 124, 79-112.

- Piperno, S., Farhat, C., 1997. Design and Evaluation of Staggered Partitioned Procedures for Fluid-Structure Interaction Simulations. Rapport INRIA 3241.
- Piperno, S., Farhat, C., 2001. Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problem- Part II : energy transfer analysis and three-dimensional applications. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 190, 3147-3170.
- Price, S.J., Paidoussis, M.P., 1984. The aerodynamic forces acting on groups of two and three circular cylinders when subject to cross-flow, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 17, 329-347.
- Price, S.J., Paidoussis, M.P., 1984. An improved mathematical model for the stability of cylinders rows subject to cross-flow. *Journal of Sound and Vibration*, 97, 615-640.
- Price, S.J., Paidoussis, M.P., 1986. A single-flexible-cylinder analysis for the fluid-elastic instability of an array of flexible cylinders in cross-flow. *Journal of Fluids Engineering*, 108, 193-199.
- Renou, J.Y., 1998. Une méthode eulérienne pour le calcul numérique de forces fluides-élastiques. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- Rogers, R.J., Taylor, C., Pettigrew, M.J., 1984. Fluid effects on multispan heat exchanger tube vibration. In ASME Pressure Vessel and Piping Conference, San Antonio, Texas.
- Rollet-Miet, P., Laurence, D., Ferziger, J., 1999. LES and RANS of turbulent flow in tube bundles. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20, 241-254.
- Sinyavaskii, V.F., Fedotovskii, V.S., Kukhtin, A.B., 1980. Oscillating of a Cylinder in a Viscous fluid. *Prikladnaya Mekhanika*, 16(1), 62-27.
- Schäfer, M., Turek, S., 1996. Benchmark computations of laminar flow around a cylinder. In E.H Hirschel, editor, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vieweg-Verlag, 547-566.
- Schewe, G., 1983. On the forces fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical to transcritical Reynolds number, *J. Fluid Mechanics*, 133, 265-285.
- Souli, M., Ouahsine, A., Lewin, L., 2000. ALE formulation for fluid-structure interaction problems. *Comput. Methods Appl. Mech Engrg*, 190, 659-675.
- Souli, M., Zolesio, J.P, 2001. Arbitrary Lagrangian-Eulerian and free surface methods in fluid mechanics. *Comput. Methods Appl. Mech Engrg*, 191, 451-466.
- Souli, M., 2000. ALE and fluid structure interaction capabilities in LS-Dyna. ASME PVP Conference, Atlanta, GA, USA.
- Tanaka, H., Takahara, S., 1981. Fluid elastic vibration of tube array in cross flow. *Journal of Sound and Vibration*, 77, 19-37.
- Thomas, P.D., Lombard, C.K., 1979. Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids. *AIAA Journal*, 17, 1030 :1037.

- Tremblay, F., 2001. Direct and large-eddy simulation of flow around a circular cylinder at subcritical Reynolds number. Thèse de doctorat, Technische Universität München.
- Van Leer, B., 1979. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method, *Journal of Computational Physics*, 32, 101-136.
- Versabeau, S., 2001. Étude du couplage entre un fluide au repos et des structures vibrantes. Rapport de projet, Tuteur CEA : Frank Baj, Tuteur ENSTA : Sabine Ortiz, CEA Saclay.
- Vollmer, D.B., 2003. Adaptive Mesh Refinement using Subdivision of Unstructured Elements for Conservative Laws. Master of Science report.
- Williamson, C.H.K, 1996. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annu.Rev.Fluid.Mech*, 28, 477-539.
- Weaver, D.S, Abd-Rabbo, A. 1985. A flow visualisation Study of a Square array of Tubes in Water Crossflow. *Journal of Fluids Engineering*, 107, 354-363.
- Yeh, T.T., Chen, S.S., 1978. The effect of fluid viscosity on coupled tube/fluid vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 59(3), 453-467.
- Yang, C.I., Moran, T.J., 1979. Finite-Element Solution of Added Mass and Damping of Oscillation Rods in Viscous Fluids. *Journal of Applied Mechanics*, 46, 519-523.
- Yin, H.P., Duhamel, D., 2000. Finite difference formulation for modal parameter estimation. *Journal of Sound and Vibration*, 18, 1497-1503.
- Yin, H.P., Duhamel, D., Argoul, P., 2004. Natural frequencies and damping estimation using wavelet transform of a frequency response function. *Journal of Sound and Vibration*, 271, 999-1014.
- Yin, H.P., Duhamel, D., 2004. Substraction technique and finite difference formulas for modal parameter estimation. *Journal of Sound and Vibration*, 18, 1497-1503.

Le traitement du signal est une étape importante pour l'exploitation de signaux de résultats dans les domaines de la turbulence, de l'acoustique ou encore des couplages fluide-structure et fluide-élastiques. Ainsi il existe de nombreuses méthodes pour le traitement des signaux de déplacement. Une méthode très connue pour la détermination des fréquences et amortissements d'un signal numérique quelconque est la transformée de Fourier. Cette méthode nécessite des signaux suffisamment longs pour avoir une estimation précise de l'amortissement. Il existe également de nombreuses autres méthodes de post-traitement comme la méthode d'ajustement de paramètres (moindres carrés), la méthode des différences finies (Yin et Duhamel 2000, 2004) ou encore la transformée en ondelettes (Yin et Duhamel 2004) utilisées pour le traitement du signal en astrophysique ou en acoustique. On va présenter dans ce chapitre, quelques méthodes de post-traitement en particulier la méthode d'ajustement de paramètres ou moindres carrés, la transformée de Fourier, d'incrément logarithmique, d'identification directe (Gharib et al. 2000) et une méthode d'identification modale sous excitation non évaluée (dite IMENE, Perotin 1998) qui combine à la fois la transformé de Fourier et la méthode de moindres carrés pour la détermination des fréquence et amortissement d'un signal de réponse d'une poutre sous écoulement.

A.1 Ajustements de paramètres

A.1.1 Relations mesures-paramètres

On considère deux variables réelles x et y associées à des grandeurs physiques mesurables. Dans le cas présent, x représente le temps et y le déplacement de la structure. On suppose que ces variables sont liées par un ensemble de p paramètres $a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_p$ par l'intermédiaire d'une relation de la forme :

$$F(x, y, a_1, a_2, \dots, a_p) = 0$$

On considère un déplacement du tube dans un fluide au repos sous la forme d'une sinusoïde amortie :

$$F(x, y, a_1, a_2, \dots, a_p) = y - a \cdot \exp(-\alpha x) \cos(2\pi f x)$$

On a donc 3 paramètres $a_1 = a$, $a_2 = \alpha$ et $a_3 = f$. On dispose d'un ensemble de n observations des grandeurs x et y et des incertitudes associées $\sigma(x)$ et $\sigma(y)$ fixées à partir de l'erreur machine (par exemple en simple précision on a une incertitude sur la 8^{ème} décimale).

Pour $i = 1, 2, \dots, n$ $x_i, \sigma(x_i) = \frac{x_i}{10^8}$ et $y_i, \sigma(y_i) = \frac{y_i}{10^8}$

On adopte le système de notations suivant :

Quantités observées : $x_1, \dots, x_i, y_1, \dots, y_i$

Quantités calculées : $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i, \bar{y}_1, \dots, \bar{y}_i$

On définit les poids statistiques correspondants pour $i = 1 \dots n$:

$$W_{x_i} = \frac{(\sigma_0)^2}{(\sigma(x_i))^2}$$

$$W_{y_i} = \frac{(\sigma_0)^2}{(\sigma(y_i))^2}$$

$(\sigma_0)^2$ est une constante arbitraire, appelée variance de poids unité. Les résidus des observations sont notés pour $i = 1 \dots n$:

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= x_i - \bar{x}_i \\ V_{y_i} &= y_i - \bar{y}_i \end{aligned}$$

On suppose que l'on dispose d'un ensemble de valeurs initiales pour les p paramètres : $a_1^0, a_2^0, \dots, a_j^0, \dots, a_p^0$

Ces paramètres sont améliorés en effectuant une correction notée : Δa_j

$$\begin{aligned} \Delta a_j &= a_j^0 - a_j \\ a_j &= a_j^0 - \Delta a_j \end{aligned}$$

On dispose également des valeurs initiales de la relation entre x et y :

$$F_i^0 = F(x_i, y_i, a_j^0) = 0$$

A.1.2 Conditions de moindres carrés

On cherche à rendre minimale la somme pondérée des résidus :

$$S = \sum_{i=1}^n (W_{x_i} V_{x_i}^2 + W_{y_i} V_{y_i}^2) = \text{Minimum}$$

Il faut donc que $dS = 0$, c'est à dire :

$$\sum_{i=1}^n (W_{x_i} V_{x_i} dV_{x_i} + W_{y_i} V_{y_i} dV_{y_i}) = 0 \quad (\text{A.1})$$

A.1.3 Développements de Taylor

On suppose que la fonction F admet un développement de Taylor autour de chaque point (x_i, y_i, a_j^0) . La quantité F_i^0 peut s'écrire pour $i = 1 \dots n$:

$$F_i^0 = V_{x_i} F_{x_i} + V_{y_i} F_{y_i} + \sum_{j=1}^p F_{a_j} \Delta a_j + O(\Delta a_j^2) \quad (\text{A.2})$$

F_{x_i}, F_{y_i} et F_{a_j} sont respectivement les dérivées partielles par rapport à x_i, y_i, a_j et $O(\Delta a_j^2)$ désignent tous les termes d'ordres 2 ou supérieur.

Au voisinage du meilleur ajustement, en considérant des variations élémentaires dV_{x_i}, dV_{y_i} et $d\Delta a_j$ la relation suivante lie les corrections à apporter aux paramètres et les résidus des observations pour $i = 1 \dots n$:

$$F_{x_i} dV_{x_i} + F_{y_i} dV_{y_i} + \sum_{j=1}^p F_{a_j} d\Delta a_j = 0$$

A.1.4 Multiplicateurs de Lagrange

On multiplie l'expression précédente par un facteur arbitraire $-\lambda_i$ pour $i = 1 \dots n$:

$$(-\lambda_i)[F_{x_i}dV_{x_i} + F_{y_i}dV_{y_i} + \sum_{j=1}^p F_{a_j}d\Delta a_j] = 0 \quad (\text{A.3})$$

En additionnant les équations A.1 et A.3, on obtient :

$$\sum_{i=1}^n (W_{x_i}V_{x_i} - \lambda_i F_{x_i})dV_{x_i} + \sum_{i=1}^n (W_{y_i}V_{y_i} - \lambda_i F_{y_i})dV_{y_i} + \sum_{j=1}^p [\sum_{i=1}^n F_{a_j}\lambda_i]d\Delta a_j = 0$$

Il faut donc résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (W_{x_i}V_{x_i} - \lambda_i F_{x_i}) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n (W_{y_i}V_{y_i} - \lambda_i F_{y_i}) &= 0 \\ \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^n F_{a_j}\lambda_i &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

A.1.5 Détermination des corrections et des résidus

Les systèmes se résolvent par substitution :

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= \frac{\lambda_i F_{x_i}}{W_{x_i}} \\ V_{y_i} &= \frac{\lambda_i F_{y_i}}{W_{y_i}} \end{aligned}$$

En posant $\frac{1}{P_i} = \frac{F_{x_i}^2}{W_{x_i}} + \frac{F_{y_i}^2}{W_{y_i}}$ et en utilisant l'équation A.2, on obtient :

$$\lambda_i = P_i[F_i^0 - \sum_{j=1}^p F_{a_j}\Delta a_j]$$

P_i est l'expression généralisée du poids statistique. En reportant l'expression des λ_i dans l'équation A.4, on obtient pour $k = 1 \dots p$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n P_i[F_i^0 - \sum_{j=1}^p F_{a_j}\Delta a_j]F_{a_k} &= 0 \\ \sum_{j=1}^p (\sum_{i=1}^n P_i F_{a_k} F_{a_j})\Delta a_j &= \sum_{i=1}^n P_i F_i^0 F_{a_k} \end{aligned}$$

Ces équations s'écrivent sous forme matricielle :

$$N.\Delta A = \Delta W$$

N désigne la matrice des équations normales, elle est carrée et symétrique de dimension p .

$$\begin{aligned} N_{jk} &= \sum_{i=1}^n P_i F_{a_j} F_{a_k} \\ N_{jk} &= N_{kj} \end{aligned}$$

$$\Delta W_k = \sum_{i=1}^n P_i F_i^0 F_{a_k}$$

ΔW désigne le vecteur d'erreur contenant p éléments.

La résolution du système linéaire fournit donc les p composantes du vecteur ΔA donnant les corrections à apporter aux paramètres :

$$\begin{aligned} \Delta A &= N^{-1} \cdot \Delta W \\ A &= A^0 - \Delta A \end{aligned}$$

Ce processus itératif de corrections des paramètres se fait autant de fois qu'il est nécessaire pour obtenir la minimisation de S , somme pondérée des résidus. Des tests de validation ont été réalisés sur des polynômes d'ordres 3 et 4 et sur un signal oscillant amorti du type $a_1 \cdot \exp(-a_2 x) \cos(a_3 x)$, la convergence vers le meilleur ajustement des paramètres a été obtenu rapidement après quelques itérations.

En ce qui concerne le signal du déplacement du tube dans l'eau au repos, l'ajustement se fait sur 3 paramètres tels que :

$$F(x, y, a_1, a_2, a_3) = y - a_1 \cdot \exp(-a_2 x) \cos(a_3 x)$$

Les dérivées sont ainsi calculées :

$$\begin{aligned} F_x(x, y, a_1, a_2, a_3) &= a_2 \cdot a_1 \cdot \exp(-a_2 x) \cos(a_3 x) \\ &\quad + a_3 \cdot a_1 \cdot \exp(-a_2 x) \sin(a_3 x) \end{aligned}$$

$$F_{a_1}(x, y, a_1, a_2, a_3) = -\exp(-a_2 x) \cos(a_3 x)$$

$$F_{a_2}(x, y, a_1, a_2, a_3) = x \cdot a_1 \cdot \exp(-a_2 x) \cos(a_3 x)$$

$$F_{a_3}(x, y, a_1, a_2, a_3) = x \cdot a_1 \cdot \exp(-a_2 x) \sin(a_3 x)$$

A.2 Transformée de Fourier Rapide

A.2.1 Rappels

Soit $x(t)$ une fonction à valeurs réelles ou complexes de la variable t , périodique de période T . On la suppose bornée et intégrable dans $[0, T]$. La série de Fourier s'écrit :

$$S = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k \exp(i \frac{2\pi}{T} \cdot k \cdot t)$$

$$\begin{aligned} S &= x(t) \text{ si continue} \\ &= \frac{1}{2} [\lim_{\alpha \rightarrow t^+} x(\alpha) + \lim_{\alpha \rightarrow t^-} x(\alpha)] \text{ si discontinue} \end{aligned}$$

La série converge uniformément dans tout intervalle où $x(t)$ est continue. Les coefficients A_k sont liés à la fonction $x(t)$ par les relations usuelles :

$$A_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \exp(i \frac{2\pi}{T} \cdot k \cdot t) dt$$

Si le signal est réel alors $A_{-k} = \bar{A}_k$. D'une manière générale, on a :

$$\begin{aligned} A_k &= \alpha_k + i\beta_k \\ A_{-k} &= \alpha_k - i\beta_k \\ x(t) &= A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (A_k \exp(i\frac{2\pi}{T}.k.t) + \bar{A}_k \exp(-i\frac{2\pi}{T}.k.t)) \\ x(t) &= A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(\frac{2\pi}{T}.k.t) + b_k \sin(\frac{2\pi}{T}.k.t)) \end{aligned}$$

avec :

- si $x(t)$ est paire alors $\beta_k = 0$, les A_k sont réels.
- si $x(t)$ est impaire alors $\alpha_k = 0$, les A_k sont imaginaires purs.

A.2.2 Echantillonnage

La détermination des A_k exige de calculer numériquement les intégrales, il faut donc sélectionner un nombre fini de valeurs de $x(t)$: c'est l'échantillonnage.

On considère le cas d'un échantillonnage périodique portant sur N points. L'intégrale est alors remplacée par une somme :

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{T} \sum_{j=0}^{N-1} x_j(t) \left(\frac{T}{N}\right) \exp(-i\frac{2\pi}{T}.k.j.\frac{T}{N}) \\ A_k &= \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j \cdot \exp(-i\frac{2\pi}{N}.k.j) \end{aligned}$$

A.2.3 Transformée de Fourier Rapide (T.F.R)

La méthode de Cooley-Tukey repose sur le principe des dédoublements successifs. Une transformée de Fourier (T.F.) sur N points est équivalente à deux calculs de T.F. portant sur $\frac{N}{2}$ points. Le calcul de la T.F. directe ou inverse se ramène à :

$$\begin{aligned} Y_k &= \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} X_j W_N^{k.j} \\ W_N &= \exp(\pm i\frac{2\pi}{N}) \end{aligned}$$

On réécrit cette expression sur $2N$ points :

$$\begin{aligned} Y_k &= \frac{1}{2N} \sum_{j=0}^{2N-1} X_j W_{2N}^{k.j} \\ Y_k &= \frac{1}{2N} \sum_{j=0}^{2N-1} X_{2j} W_N^{k.j} \\ &\quad + \frac{1}{2N} W_{2N}^k \left(\sum_{j=0}^{N-1} X_{2j+1} W_N^{k.j} \right) \end{aligned}$$

La dernière expression est obtenue en séparant les termes de rang pair de ceux de rang impair et en utilisant la propriété : $W_{2N}^{2.k.j} = W_N^{k.j}$. Le signal temporel $x(t)$ à analyser est discrétisé en N points sur l'intervalle $[0, T]$, l'incrément temporel est donc $\Delta t = \frac{T}{N}$. L'intervalle fréquentiel est $[0, F]$ dont l'incrément est $\Delta f = \frac{F}{N}$.

L'algorithme de Cooley-Tukey est valide sous les conditions suivantes :

- Les valeurs des A_k sont calculées correctement par la T.F.R. dans l'intervalle $[0, \frac{F}{2}]$.
- Pour $f > \frac{F}{2}$, les résultats ne sont pas corrects. Ceci est conforme au théorème de Shanon et Nyquist ($F_e > 2F$).

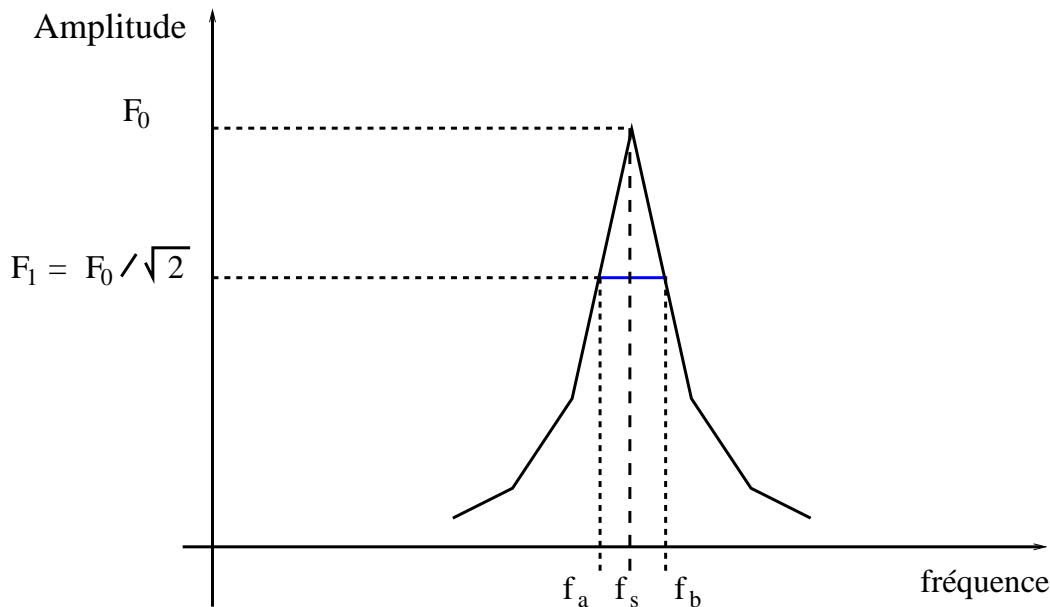


FIG. A.1 – Représentation schématique de la transformée de Fourier

On peut mesurer l'amortissement d'un signal numérique en calculant la largeur de bande à -3Db d'un pic de fréquence qui correspond à la largeur de bande fréquentielle prise en $F_1 = F_0/\sqrt{2}$ comme montré sur la figure (A.1). La largeur de bande à -3Db est représenté par le trait compris entre les fréquences f_a et f_b . On sait par exemple que pour un signal numérique de la forme $x = x_0 e^{\alpha t} \cos(2 \pi f_s t)$, le coefficient α peut être obtenu graphiquement en utilisant la largeur de bande noté $\Delta f = f_b - f_a$:

$$\alpha = \pi \Delta f$$

Il faut toutefois noter que la précision de la mesure de l'amortissement par cette méthode dépend de la résolution spectrale qui doit être faible devant la largeur de bande Δf pour avoir une estimation précise de l'amortissement.

A.3 Décrément logarithmique

On cherche à post-traiter un signal numérique solution de l'équation différentielle harmonique suivante avec $c/a > 0$:

$$a\ddot{U} + b\dot{U} + cU = 0$$

ou sous forme adimensionnée par a

$$\ddot{U} + 2\xi\omega_o\dot{U} + \omega_o^2 U = 0$$

où ξ désigne l'amortissement réduit et ω_o la pulsation propre du système.

On peut écrire l'équation caractéristique de l'équation précédente :

$$r^2 + 2\xi\omega_o r + \omega_o^2 = 0 \tag{A.5}$$

On calcule le discriminant réduit $\Delta = \xi^2 \omega_o^2 - \omega_o^2 = \omega_o^2(\xi^2 - 1)$

On se contente pour nos applications de l'étude des solutions sinusoïdales amorties correspondant à un discriminant négatif c'est-à-dire pour un $|\xi| < 1$.

L'équation (A.5) admet deux solutions complexes conjuguées r_1 et r_2 exprimées en fonction de $\omega = \omega_o \sqrt{1 - \xi^2}$

$$\begin{aligned} r_1 &= -\xi \omega_o + i\xi \omega \\ r_2 &= -\xi \omega_o - i\xi \omega \end{aligned}$$

et la solution générale de l'équation du mouvement s'écrit :

$$U(t) = e^{-\xi \omega_o t} (Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t})$$

ou en utilisant les fonctions sinus et cosinus

$$U(t) = e^{-\xi \omega_o t} (C \cos(\omega t) + D \sin(\omega t))$$

On retrouve que U est un signal sinusoïdal amorti de pseudo-période T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_o \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

On peut calculer l'amortissement réduit ξ en fonction du décrement logarithmique δ :

$$\delta = \ln \left(\frac{U(t)}{U(t+T)} \right) = \xi \omega_o T = \frac{2\pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

En pratique lorsque ξ est très inférieur à 1, on peut faire les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} T &\simeq T_o \\ \omega &\simeq \omega_o \\ \xi &\simeq \frac{\delta}{2\pi} \end{aligned}$$

A.4 Méthode d'identification directe

A.4.1 Force fluide constante

On présente une méthode introduite par Gharib et al. (2000) pour l'étude de la force fluide exercée sur une structure soumise à un écoulement transverse. On cherche à déterminer les caractéristiques fluide-structure ou fluide-élastiques d'un signal temporel. Pour cela on suppose connus le déplacement U , la vitesse \dot{U} et l'accélération \ddot{U} de la structure ainsi que la force d exercée sur la structure. Pour simplifier le mouvement de la structure est choisi monodimensionnel et la force exercée est ponctuelle et constante. On suppose que le système fluide-structure peut s'écrire sous la forme :

$$a\ddot{U} + b\dot{U} + cU + d = 0$$

où a , b , c et d désignent respectivement la masse, l'amortissement, la raideur et la force fluide exercée sur la structure. On peut écrire le système précédent adimensionné par la masse a sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \ddot{U} & \dot{U} & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b/a \\ c/a \\ d/a \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \ddot{U} \end{bmatrix}$$

et en multipliant le système ci-dessus par la matrice transposée $\begin{bmatrix} \vec{U} & \vec{U} & \vec{I} \end{bmatrix}^T$, il vient :

$$\begin{bmatrix} \vec{U} & \vec{U} & \vec{I} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{U} & \vec{U} & \vec{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b/a \\ c/a \\ d/a \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{U} & \vec{U} & \vec{I} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{U} \end{bmatrix}$$

On se ramène à la résolution du système (3,3) suivant pour l'estimation des coefficients b/a , c/a et d/a .

$$\begin{bmatrix} \vec{U}^T \vec{U} & \vec{U}^T \vec{U} & \vec{U}^T \vec{I} \\ \vec{U}^T \vec{U} & \vec{U}^T \vec{U} & \vec{U}^T \vec{I} \\ \vec{I}^T \vec{U} & \vec{I}^T \vec{U} & \vec{I}^T \vec{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b/a \\ c/a \\ d/a \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{U}^T \vec{U} \\ \vec{U}^T \vec{U} \\ \vec{I}^T \vec{U} \end{bmatrix}$$

On en déduit la pulsation propre du système ω et l'amortissement réduit ξ :

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{a}} \\ \xi &= \frac{1}{2\omega} \left(\frac{b}{a} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

A.4.2 Force fluide nulle

On suppose dans ce paragraphe que la force fluide est nulle ou à moyenne nulle. On résout alors le système simplifié suivant :

$$a\ddot{\vec{U}} + b\dot{\vec{U}} + c\vec{U} = 0$$

On peut écrire le système précédent adimensionné par la masse a sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \vec{U} & \dot{\vec{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b/a \\ c/a \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{U} \end{bmatrix}$$

et en multipliant par le vecteur $\begin{bmatrix} \vec{U} & \dot{\vec{U}} \end{bmatrix}^T$, on se ramène à la résolution du système (2,2) suivant :

$$\begin{bmatrix} \vec{U}^T \vec{U} & \vec{U}^T \dot{\vec{U}} \\ \vec{U}^T \dot{\vec{U}} & \vec{U}^T \ddot{\vec{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b/a \\ c/a \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{U}^T \vec{U} \\ \vec{U}^T \dot{\vec{U}} \end{bmatrix}$$

On retrouve les mêmes solutions pour ω et ξ que précédemment (équations A.6).

A.4.3 Force fluide variable

Dans le cas d'une force fluide variable, on peut utiliser une variante de cette méthode si l'on connaît le vecteur force fluide que l'on note $\vec{F}(t)$ et les vecteurs accélérations $\ddot{\vec{U}}$, vitesse $\dot{\vec{U}}$, déplacement \vec{U} . On veut résoudre le système suivant :

$$a\ddot{\vec{U}} + b\dot{\vec{U}} + c\vec{U} = \vec{F}(t)$$

Comme au paragraphe précédent le système s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \vec{U} & \dot{\vec{U}} & \ddot{\vec{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = - \left[\vec{F}(t) \right]$$

et en multipliant par le vecteur $\begin{bmatrix} \vec{U} & \dot{\vec{U}} & \ddot{\vec{U}} \end{bmatrix}^T$, on se ramène à la résolution du système (3,3) suivant :

$$\begin{bmatrix} \vec{U}^T \vec{U} & \vec{U}^T \dot{\vec{U}} & \vec{U}^T \ddot{\vec{U}} \\ \dot{\vec{U}}^T \vec{U} & \dot{\vec{U}}^T \dot{\vec{U}} & \dot{\vec{U}}^T \ddot{\vec{U}} \\ \ddot{\vec{U}}^T \vec{U} & \ddot{\vec{U}}^T \dot{\vec{U}} & \ddot{\vec{U}}^T \ddot{\vec{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{U}^T \vec{F}(t) \\ \dot{\vec{U}}^T \vec{F}(t) \\ \ddot{\vec{U}}^T \vec{F}(t) \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, on calcule directement la masse a , l'amortissement b et la raideur c du système.

A.5 Identification modale sous excitation non évaluée (IMENE)

Le méthode d'Identification Modale sous Excitation Non Evaluée (IMENE) a été développée il y a une quinzaine d'année (Perotin 1998). Elle permet de réaliser :

- l'analyse multi-références sous excitation quelconque, mesurée ou non mesurée.
- l'analyse multi-références sous excitation de type choc, mesuré ou non mesuré.
- l'identification de modes réels et de modes complexes.
- la détermination d'intervalles de confiance pour chacune des grandeurs identifiées.

Pour un signal de la forme :

$$S(t) = \exp(-\alpha t) \cos(2\pi f t)$$

où α et f désignent respectivement l'amortissement et la fréquence du signal, les grandeurs à identifier sont d'une part la fréquence f et l'amortissement modal $\xi = \frac{\alpha}{\omega}$. On peut utiliser deux méthodes : l'analyse sous excitation non mesurée et l'analyse sous excitation de type choc. Le mode choc non mesuré nécessite la donnée d'un bloc de 2^p valeurs (≤ 65536) alors que le mode excitation non mesurée réalise les calculs en faisant des moyennes statistiques sur plusieurs blocs, chaque bloc contenant 2^p valeurs (2 blocs minimums nécessaires). Il apparaît ici une des difficultés majeures dans le traitement des signaux à savoir : trouver le bon compromis entre la longueur l et la fréquence d'échantillonnage F_e du signal afin d'obtenir la résolution spectrale δf la plus petite possible, sachant que :

$$l = \frac{N_b}{F_e} = \frac{2^p}{F_e}$$

$$\delta f = \frac{1}{F_e}$$

A.6 Validation du post-traitement

A.6.1 Signal une fréquence

On veut post-traiter un signal numérique théorique de fréquence f_s et d'amortissement α de la forme suivante $x = e^{-\alpha t} \sin(2\pi f_s t)$ avec :

$$f_s = 14.3 \text{ Hz}$$

$$\alpha = 0.9 \text{ Hz}$$

$$\xi = 1\%$$

On a choisi pour le signal numérique un pas de temps $dt = 10^{-3}$ s avec 65536 points. La résolution spectrale associée est $\delta f = 0.015 H_z$.

On va comparer les différentes méthodes de post-traitement citées :

- Méthode d'ajustement de paramètres avec 3 paramètres (MAP3)
- Méthode d'ajustement de paramètres avec 2 paramètres (MAP2)
- Transformée de Fourier (TF)
- Méthode de Gharid à 3 paramètres (MG3)
- Méthode de Gharid à 2 paramètres (MG2)
- IMENE méthode excitation quelconque non mesurée (IMENE1)
- IMENE méthode de choc non mesuré (IMENE2)

Post-traitement	$f_s (H_z)$	$\alpha (H_z)$	$\xi (\%)$
Analytique	14.30	0.9	1
MAP3	14.30	0.9	1
MAP2	14.30	0.9	1
TF	14.29	0.90	1
MG3	14.30	0.9	1
MG2	14.30	0.9	1
IMENE1	14.30	0.88	1
IMENE2	14.30	0.9	1

TAB. A.1 – Tableau comparatif des différentes méthodes de post-traitement

On peut voir sur le tableau (A.1) que les résultats obtenus par toutes les méthodes de post-traitement sont très satisfaisantes.

A.6.2 Signal à deux fréquences

On a choisi de post-traiter un signal dont la forme se rapproche des signaux expérimentaux de la forme suivante $x = e^{-\alpha_s t} \sin(2\pi f_s t) + e^{-\alpha_e t} \sin(2\pi f_e t)$ avec

$$\begin{aligned}
 f_s &= 14.3 H_z & f_e &= 7.15 H_z \\
 \alpha_s &= 0.9 H_z & \alpha_e &= 0 H_z \\
 \xi_s &= 1\% & \xi_e &= 0\%
 \end{aligned}$$

On a choisi comme précédemment pour le signal numérique un pas de temps $dt = 10^{-3}$ s avec 65536 points. La résolution spectrale associée $\delta f = 0.015 H_z$.

On va comparer les différentes méthodes de post-traitement citées :

- Méthode d'ajustement de paramètres avec 3 paramètres (MAP3)
- Transformée de Fourier (TF)
- Méthode de Gharid à 3 paramètres avec force (MGF)
- IMENE méthode excitation quelconque non mesurée (IMENE1)
- IMENE méthode de choc non mesuré (IMENE2)

Post-traitement	$f_s (Hz)$	$\alpha_s (Hz)$	$\xi_s (\%)$	$f_e (Hz)$	$\alpha_e (Hz)$	$\xi_e (\%)$
Analytique	14.30	0.9	1	7.15	0	0
MAP3	14.30	0.9	1	7.15	0	0
TF	14.30	0.9	1	7.16	$6.91 \cdot 10^{-2}$	0.15371
MGF	14.30	1.23	1.37	—	—	—
IMENE1	14.30	0.90	1	7.15	$8.98 \cdot 10^{-3}$	0.02
IMENE2	14.301	0.9	1	7.15	0	0

TAB. A.2 – Tableau comparatif des différentes méthodes de post-traitement

On peut voir sur le tableau (A.2) que les résultats obtenus par toutes les méthodes de post-traitement sont très satisfaisants. Toutefois pour la méthode d’ajustement de paramètres on suppose connue la forme du signal numérique ce qui est rarement le cas pour l’étude de signaux complexes. De plus la méthode de Gharib (MGF) surestime l’amortissement numérique et ne permet pas d’estimer la fréquence de la composante du signal non amorti. La méthode FFT et le logiciel IMENE semblent donc les mieux adaptés pour le traitement de signaux numériques et expérimentaux de forme quelconque. Des études complémentaires avec la méthode IMENE et des comparaisons avec des méthodes FFT et d’ajustement de paramètres sont faites ci-dessous.

A.7 Tests complémentaires avec une fréquence

Cette étude complémentaire porte sur le signal analytique $S(t)$ possédant $2^p = 65536$ valeurs dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$\begin{aligned} f &= 14.3 \text{ Hz} \\ \alpha &= 0.9 \text{ Hz} \\ \xi &= 1\% \end{aligned}$$

Quatre analyses différentes sont effectuées avec la méthode IMENE :

- Ch_1 : analyse de type choc non mesuré avec $F_e = 100000 \text{ Hz}$.
- Ch_2 : analyse de type choc non mesuré avec $F_e = 50000 \text{ Hz}$.
- Ex_1 : analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 100000 \text{ Hz}$, les moyennes sont réalisées sur 2 blocs de 32768 valeurs.
- Ex_2 : analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 100000 \text{ Hz}$, les moyennes sont réalisées sur 64 blocs de 1024 valeurs.

Une fréquence d’échantillonnage $F_e = 100000 \text{ Hz}$ correspond à un pas de temps $dt = 10^{-5} \text{ s}$.

Analyse	$F_e (Hz)$	$\delta f (Hz)$	$f (Hz)$	$\xi (\%)$
Ch_1	100000	1.52	14.29	0.99
Ch_2	50000	0.76	14.30	1
Ex_1	100000	1.52	14.19	0.33
Ex_2	100000	1.52	14.31	-0.21

TAB. A.3 – Tableau comparatif des différentes analyses réalisées avec la méthode IMENE

L’augmentation du nombre de blocs dans le cas d’une excitation quelconque non mesurée permet d’améliorer l’identification de la fréquence et de l’amortissement modal ξ . Les résultats du tableau

(A.3) mettent en évidence que l'analyse la plus adaptée est celle de type choc non mesuré. La résolution spectrale est ici un paramètre important à prendre en compte puisque la précision des résultats est d'autant meilleure que la résolution spectrale est faible.

A.8 Tests complémentaires avec deux fréquences

Des tests complémentaires sont effectués sur un signal analytique $S(t)$ oscillant à deux fréquences comportant $2^p = 65536$ valeurs :

$$S(t) = \cos(2\pi 5.3 t) + \cos(2\pi 14.3 t)$$

Six analyses différentes sont réalisées :

- Ch_{1a} : analyse de type choc non mesuré avec $F_e = 8333 \text{ Hz}$.
- Ex_{1a} : analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 8333 \text{ Hz}$, les moyennes sont réalisées sur 2 blocs de 32768 valeurs.
- Ex_{2a} : analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 8333 \text{ Hz}$, les moyennes sont réalisées sur 64 blocs de 1024 valeurs.
- Ch_{1b} : analyse de type choc non mesuré avec $F_e = 833 \text{ Hz}$.
- Ex_{1b} : analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 833 \text{ Hz}$, les moyennes sont réalisées sur 2 blocs de 32768 valeurs.
- Ex_{2b} : analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 833 \text{ Hz}$, les moyennes sont réalisées sur 64 blocs de 1024 valeurs.

Analyse	$F_e \text{ (Hz)}$	$\delta f \text{ (Hz)}$	$f_1 \text{ (Hz)}$	$f_2 \text{ (Hz)}$	$\xi_1 \text{ (\%)}$	$\xi_2 \text{ (\%)}$
Ch_{1a}	8333	0.1271	5.3	14.2994	0	0
Ex_{1a}	8333	0.1271	5.2876	14.2907	0.4	0.06
Ex_{2a}	8333	0.1271	5.3040	14.2896	0	0.03
Ch_{1b}	833	0.01271	5.2978	14.2943	0	0
Ex_{1b}	833	0.01271	5.2990	14.2937	0.04	0.01
Ex_{2b}	833	0.01271	5.2979	14.29442	0	0

TAB. A.4 – Tableau comparatif des différentes analyses réalisées sous IMENE

On remarque que l'analyse la plus adaptée est celle de type choc, cependant les écarts entre les deux modes diminuent pour tendre vers les valeurs analytiques lorsque la fréquence d'échantillonnage F_e diminue. Les résultats du tableau (A.4) montrent que pour des signaux relativement courts avec une faible résolution spectrale, il est préférable d'utiliser le mode choc non mesuré. L'augmentation du nombre de moyennes dans le cas d'une excitation non mesurée favorise la précision des résultats (constatation similaire au tableau (A.3)).

A.9 Test avec des signaux de déplacements en fluide au repos

Le post-traitement est effectué à présent sur un signal obtenu au cours de l'étude en fluide au repos du chapitre 5, il s'agit de la configuration $2V2H$: cellule de faisceaux de 9 tubes coupés dont le tube central est soumis à un "lâcher" d'amplitude initiale $A = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Le signal possède 50000 points et la fréquence d'échantillonnage est $F_e = 100000 \text{ Hz}$ soit un pas de temps de 10^{-5} s . Le signal obtenu est de la forme :

$$S(t) = \exp(-2\pi f_e \xi_e t) \cos(2\pi f_e t)$$

Le post-traitement par la méthode d'ajustement de paramètres par moindres carrés donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned} f_e &= 11.8944 H_z \\ \xi_e &= 1.159 \% \end{aligned}$$

Une étude comparative entre le mode choc non mesuré et l'analyse par excitation quelconque non mesurée est réalisée. Le signal numérique comporte 50000 valeurs et le nombre de points pouvant être traités doit correspondre à une puissance de 2 et seulement les $32768 = 2^{15}$ premières valeurs peuvent être utilisées.

Les résultats obtenus pour les 4 analyses suivantes sont présentés :

- Ch_1 analyse de type choc non mesuré avec $F_e = 100000 H_z$ sur 32768 points.
- Ex_1 analyse de type excitation quelconque non mesurée avec $F_e = 100000 H_z$ sur 32768 points répartis en blocs de 1024 points.
- Mo_1 post-traitement par méthode des moindres carrés.

Dans le cas d'excitation quelconque non mesurée, une répartition en blocs de 1024 points est utilisée car les études précédentes ont montré que l'augmentation du nombre de moyennes avait pour conséquence d'améliorer les résultats (tableaux (A.3) et (A.4)). Le tableau (A.5) permet une fois de plus de

Analyse	$F_e (H_z)$	$\delta f (H_z)$	$f_e (H_z)$	$\xi_e (\%)$
Ch_1	100000	3.0517	11.9368	1.19
Ex_1	100000	3.0517	11.9578	-0.23
Mo_1	100000	--	11.8944	1.159

TAB. A.5 – Tableau comparatif des différentes analyses réalisées sous IMENE

conclure que le mode d'analyse par choc non mesuré correspond le mieux au type de signaux traités.

A.10 Exemple de post-traitement de signaux de faisceaux de tubes

Une étude comparative entre l'analyse par choc non mesuré avec IMENE et la méthode d'ajustement de paramètres par moindres carrés pour le traitement des signaux en eau au repos est réalisée dans le cas d'un faisceau de tubes modélisé sans conditions aux limites périodiques :

- Ch_1 analyse de type choc non mesuré avec $F_e = 100000 H_z$ sur 32768 points.
- Mo_1 post-traitement par méthode des moindres carrés.

Analyse	$F_e (H_z)$	$\delta f (H_z)$	$f_e (H_z)$	$\xi_e (\%)$
Ch_1	100000	3.0517	11.6091	1.43
Mo_1	100000	--	11.5466	1.2927
Théorie (Chen)	--	--	11.5432	1.29

TAB. A.6 – Tableau comparatif des différentes analyses réalisées sous IMENE

Les résultats du tableau (A.6) viennent confirmer que la méthode des moindres carrés est la plus fiable pour l'identification des coefficients fluide-structure en eau au repos vu la petite taille du signal post-traité.

Cette étude du traitement du signal à l'aide de la méthode IMENE montre un aspect important des difficultés et compromis rencontrés pour le post-traitement des signaux de déplacements du tube obtenus en eau au repos ou en écoulement à savoir : compromis entre les longueurs de signaux, la

résolution spectrale qui doit être la plus basse possible et la précision des résultats sur les grandeurs physiques à identifier, fréquence et amortissement modal.

A la suite des différents cas testés, on peut conclure que l'analyse de type choc non mesuré est la plus adaptée pour post-traiter les signaux et que le recours au calcul parallèle permettra d'obtenir des signaux de longueur suffisante pour avoir une résolution spectrale faible et une meilleure identification des grandeurs physiques.

A.11 Tests complémentaires de signaux en écoulements

Cette étude s'inscrit dans la perspective de futurs travaux sur la simulation des interactions fluide-structure et fluide-élastiques dans les faisceaux de tubes de générateur de vapeur en présence d'écoulements.

Elle reprend les mêmes hypothèses (maillage, pas de temps et conditions aux limites etc ...) que l'étude présentée aux chapitres 5 et 6. La difficulté majeure étant l'analyse des signaux de déplacement de la structure à savoir l'identification de l'amortissement modal pour la détermination des coefficients fluide-élastiques, il n'est présenté ici qu'une étude fréquentielle.

Le pas de temps utilisé pour la résolution numérique du couplage fluide-structure est très petit $dt = 10^{-5}$ s, il est nécessaire d'avoir des signaux de grandes longueurs pour que la résolution spectrale soit la plus fine possible et obtenir une meilleure précision des résultats.

Une étude comparative en utilisant trois méthodes de post-traitement des signaux est effectuée :

- analyse par excitation de type choc non mesuré avec la méthode IMENE limitée à 65536 valeurs, la résolution spectrale δf est limitée à $1.5258 H_z$ (représentée par f_1).
- analyse par Transformée de Fourier Rapide directement sur le déplacement recueilli basée sur $2^p = 65536$ valeurs limitant la résolution spectrale δf à $1.5258 H_z$ (représentée par f_2).

Cette étude est réalisée avec quatre vitesses d'écoulement différentes :

$U_\infty = 0.06; 0.075; 0.12; 0.15 m.s^{-1}$.

Les profils des déplacements sont sur la figure (A.2). La fréquence a tendance à diminuer quand

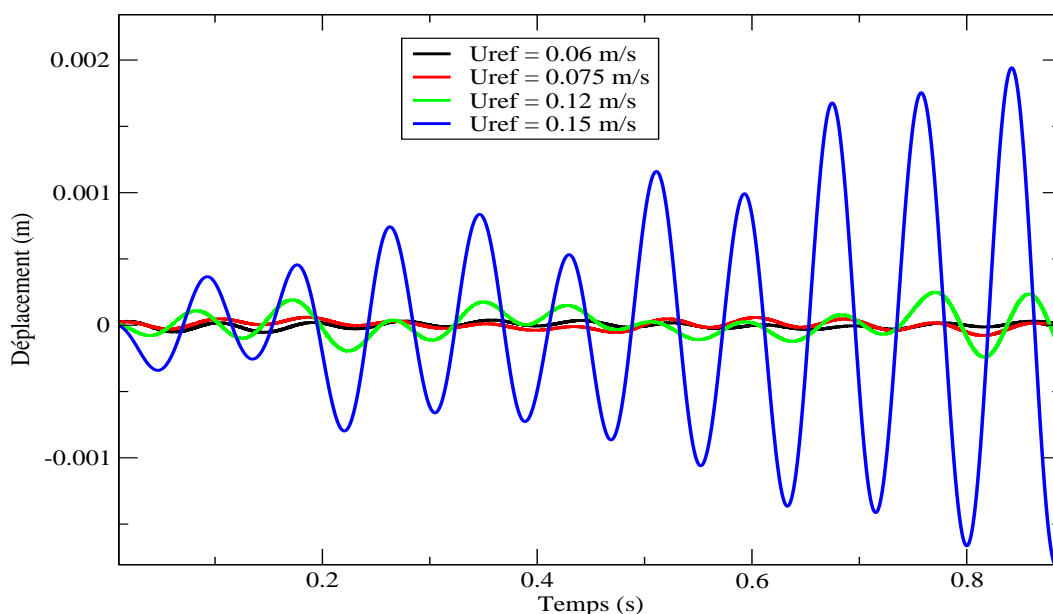


FIG. A.2 – Courbes des déplacements en fonction du temps pour différentes vitesses U_∞

la vitesse augmente contrairement aux amplitudes des déplacements qui augmentent. Les résultats du tableau (A.11) permettent de conclure que la fréquence a tendance à diminuer lorsque la vitesse

U_∞ ($m.s^{-1}$)	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)
0.06	11.6246	12.2070
0.075	10.758	12.2070
0.12	10.9036	11.4441
0.15	11.8785	n.c.

TAB. A.7 – Tableau comparatif des analyses fréquentielles pour les différentes valeurs de vitesses étudiées

de l'écoulement augmente. Il est donc difficile de déterminer les coefficients fluide-élastiques, une méthode plus efficace doit être utilisée pour analyser les signaux de déplacement de la structure voire améliorer la méthode de post-traitement.

Avec la méthode des volumes finis et en présence de conditions aux limites périodiques pour conserver le débit en entrée du domaine fluide et par conséquent la vitesse débitante, il faut imposer un terme source de quantité de mouvement dans les équations de Navier-Stokes (Benhamadouche et al. 2005). Dans le cas particulier étudié, l'écoulement se fait dans la direction \vec{x} et il suffit d'un terme source pour la projection en \vec{x} de l'équation de quantité de mouvement. Pour calculer ce terme source, on utilise la méthode de Newton qui est une méthode de point fixe. En effet supposons connue l'évolution du débit D en fonction du temps ou du terme de forçage DP et notons F l'application telle que :

$$D = F(DP)$$

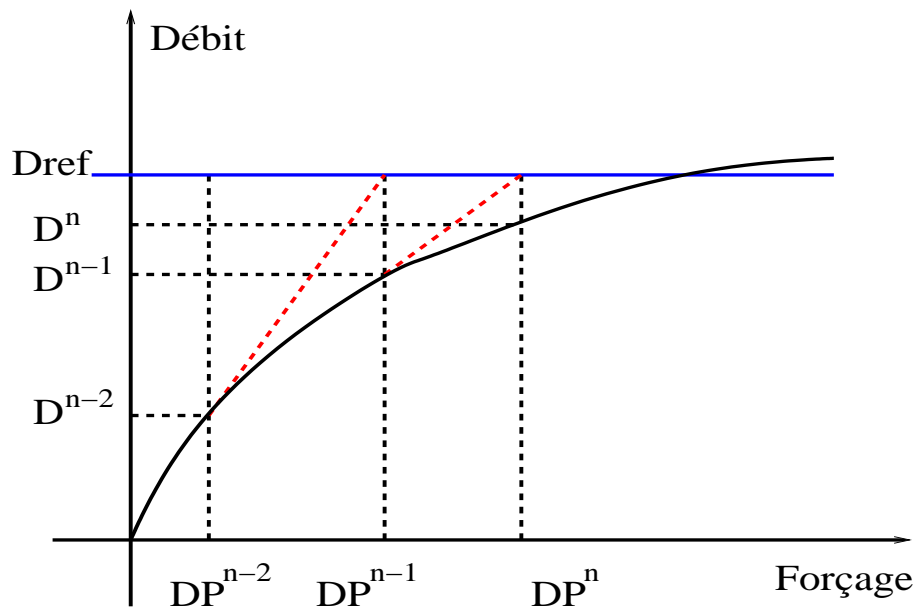


FIG. B.1 – Représentation schématique de l'évolution du débit en fonction du Forçage

On cherche DP tel que $Debit = D_{ref}$. Pour cela, on écrit :

$$\begin{aligned} D_{ref} &= D^n + a_1 DP^n \\ D_{ref} &= D^{n-1} + a_2 DP^{n-1} \end{aligned}$$

et il vient :

$$\begin{aligned} DP^n &= \frac{D_{ref} - D^n}{a_1} \\ DP^{n-1} &= \frac{D_{ref} - D^{n-1}}{a_2} \end{aligned}$$

En retranchant les deux équations précédentes, on en déduit le forçage DP^n en fonction du forçage DP^{n-1}

$$DP^n = DP^{n-1} + \frac{D_{ref} - D^n}{a_1} - \frac{D_{ref} - D^{n-1}}{a_2}$$

On doit choisir les coefficients directeurs a_1 et a_2 pour expliciter le terme de forçage. Le choix effectué pour tous les calculs est un coefficient constant pour les deux droites et homogène à un temps :

$$a_1 = a_2 = \frac{-2\Delta t}{\alpha}$$

$$DP^n = DP^{n-1} + \alpha \frac{(D^n - D_{ref}) - (D^{n-1} - D_{ref})}{2\Delta t}$$

où Δt désigne le pas de temps de référence et α un coefficient de relaxation sans dimension choisi pour faciliter la convergence du processus itératif. En pratique on prend un coefficient $\alpha = 1$ ou $\alpha = 0.5$ ou $\alpha = 0.1$.

Un autre choix des coefficients a_1 et a_2 serait de calculer la dérivée de la fonction $D = F(DP)$ et on peut utiliser par exemple un schéma centré :

$$D^n = D_{ref} + \Delta t \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + O(\Delta t^3)$$

$$D^{n+1} = D_{ref} - \Delta t \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + O(\Delta t^3)$$

On en déduit la dérivée par rapport au forçage en supposant $\frac{\partial t}{\partial DP} = 1$:

$$\frac{\partial F}{\partial DP} = \frac{\partial F}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial DP} = \frac{\partial F}{\partial t}$$

$$\frac{\partial F}{\partial DP} = \frac{(D^{n+1} - D_{ref}) - (D^n - D_{ref})}{2\Delta t} + O(\Delta t^2)$$

Ce processus itératif permet d'approcher la courbe du débit par sa tangente. Le forçage DP^n est ainsi choisi de telle manière que l'on approche de plus en plus le débit souhaité. On peut voir une représentation schématique du débit en fonction du forçage P et quelques itérations de la méthode de Newton avec le tracé des tangentes à la courbe du débit (figure B.1).

C.1 Écoulement de Stokes

On considère l'écoulement instationnaire d'un fluide parallèle entraîné par une plaque infinie dit écoulement de Stokes (Candel 1995). On rappelle que pour un tel écoulement une seule composante de vitesse est non nulle et que toutes les particules fluides suivent des trajectoires parallèles (figure C.1). On peut déduire de la projection de l'équation de quantité de mouvement sur l'axe \vec{y} et \vec{z} que $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0$.

De plus, il ne peut pas y avoir de gradient de pression parallèle à la plaque $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ car la plaque est infinie et le fluide s'étend de $-\infty$ à $+\infty$.

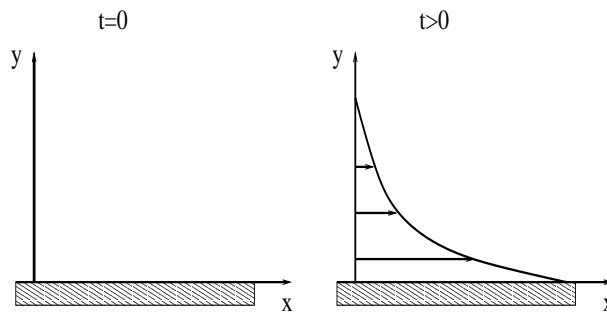


FIG. C.1 – Représentation schématique de l'écoulement fluide à un instant $t = 0$ et $t \leq 0$.

L'écoulement est régi par l'équation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{C.1})$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$u(x, y, t) = 0 \text{ pour } t \leq 0$$

$$u(x, 0, t) = U_0 \text{ pour } t > 0$$

On cherche u sous forme d'une solution auto-semblable :

$$u = U_0 f(\eta)$$

avec

$$\eta = \frac{y}{2(\nu t)^{1/2}}$$

L'intérêt de cette solution est qu'elle réduit le nombre de variables et transforme le problème aux **dérivées partielles** en un problème **différentiel ordinaire**.

Le système (C.1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{U_0}{4t} [f''(\eta) + 2\eta f'(\eta)] = 0$$

La fonction f est solution de l'équation :

$$f''(\eta) + 2\eta f'(\eta) = 0 \quad (C.2)$$

avec les conditions aux limites :

$$f(0) = 1$$

$$f(+\infty) = 0$$

En intégrant l'équation (C.2) deux fois, il vient :

$$f(\eta) = c_1 \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta + c_2$$

et on calcule les constantes c_1 et c_2 à partir des conditions aux limites :

$$f(0) = 1 = c_2$$

$$f(+\infty) = 0 = \int_0^{+\infty} e^{-\eta^2} d\eta + c_2$$

On retrouve finalement pour la fonction $f(\eta)$

$$f(\eta) = 1 - \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta = 1 - \text{erf}(\eta) = \text{erfc}(\eta)$$

Finalement la vitesse u s'exprime en fonction de la fonction erfc :

$$u = U_0 \text{erfc}(\eta)$$

avec

$$\eta = \frac{y}{2(\nu t)^{1/2}}$$

La vitesse tombe à 1 % de sa valeur initiale pour $\eta = 2$. Ainsi, l'épaisseur δ de fluide dans laquelle il y a une variation importante du profil de vitesse est donnée par :

$$\delta \sim 4(\nu t)^{1/2} = \delta_0 \quad (C.3)$$

Ainsi le mouvement de la plaque entraîne une portion de fluide d'épaisseur δ_0 qui forme une **couche limite** proche de la paroi.

Dans le cadre des écoulements autour d'un cylindre et dans les faisceaux de tubes, on suppose que la couche limite qui s'établit autour d'un cylindre de diamètre D vibrant à une fréquence f_s dans un fluide visqueux au repos est régi par l'équation (C.3). On peut estimer un ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite adimensionnée de la façon suivante :

$$\frac{\delta}{D} \sim \frac{1}{\sqrt{St}}$$

où

$$St = \frac{f_s D^2}{\nu}$$

désigne le nombre de Stokes. On ne s'intéresse ici qu'à l'ordre de grandeur de la couche limite et on néglige le facteur 4 de l'équation (C.3) Candel (1995).

C.2 Plaque plane et écoulement turbulent

C.2.1 Couche limite

On étudie à présent un écoulement plan parallèle permanent et incompressible développé le long d'une paroi plane (figure C.2). On note u et v les composantes de vitesses selon l'axe x et y respectivement.

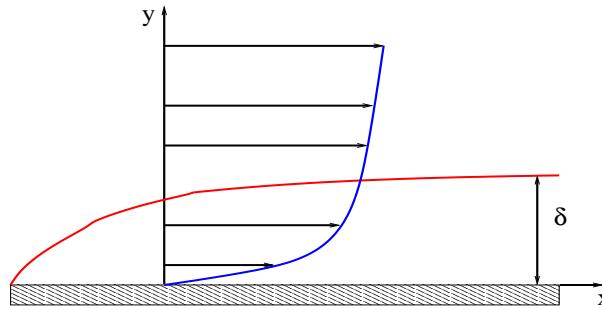


FIG. C.2 – Représentation schématique du profil de vitesse au voisinage de la plaque.

On fait tout d'abord une estimation a priori de l'épaisseur δ de la couche limite laminaire. On s'appuie pour faire cette estimation sur une analyse dimensionnelle des différents termes de l'équation de quantité de mouvement. Pour cela on introduit une échelle de vitesse U , vitesse amont et une échelle de longueur l , longueur de la plaque.

La force d'inertie est :

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} \sim \rho \frac{U^2}{l}$$

La force due aux contraintes visqueuses est telle qu'elle agit sur une longueur de l'ordre de la longueur δ de la couche limite

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim \frac{\mu U}{\delta^2}$$

On sait que dans la couche limite, les forces d'inertie et les forces visqueuses sont du même ordre de grandeur, donc :

$$\rho \frac{U^2}{l} \sim \frac{\mu U}{\delta^2}$$

On en déduit l'expression de l'épaisseur de la couche limite δ en fonction du nombre de Reynolds Re et de la longueur de la plaque l :

$$\frac{\delta}{l} \sim \frac{1}{\sqrt{Re}}$$

avec

$$Re = \frac{\rho U l}{\nu}$$

C.2.2 Loi de paroi

On fait l'hypothèse d'un écoulement parallèle à l'axe \vec{x} ce qui implique que les composantes \bar{u} , \bar{v} et $\overline{u'^2}$, $\overline{u'v'}$ respectivement composantes de la vitesse dans la direction \vec{x} , \vec{y} et composantes du tenseur de Reynolds vérifient :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} = \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} = 0$$

Par ailleurs on déduit de la relation d'incompressibilité que

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0$$

Les équations de Reynolds se réduisent à :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} &= \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y^2} \\ \rho \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y} &= \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\int_0^y \left(-\rho \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \right) dy = -p(x, y) - \rho \overline{v'^2}(y) + p(x, 0) = 0$$

$p(x, 0)$ pression à la paroi ne dépend de x . Il vient que :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p_0}{\partial x}$$

En remplaçant dans la première équation et en intégrant de 0 à y il vient :

$$-y \frac{\partial p}{\partial x} - \rho \overline{u'v'} + \mu \frac{\partial u}{\partial y} = Cste$$

On introduit la contrainte à la paroi $\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_0$ et on définit la vitesse de frottement $u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$.

Ainsi en $y = 0$, on a $\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_0 = \tau_0 = \rho u_*^2$ et $\rho \overline{(u'v')}_0 = 0$

d'où

$$-y \frac{\partial p_0(x)}{\partial x} - \rho \overline{u'v'} + \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \rho u_*^2$$

Le terme de gradient de pression est petit devant ρu_*^2 .

Si on considère un écoulement dans une conduite circulaire de diamètre D , la perte de charge dp sur une longueur dx est égale à la contrainte visqueuse sur la paroi.

$$dp \pi \frac{D^2}{4} = \tau_0 \pi D dx$$

et on peut alors estimer le terme suivant :

$$y \frac{\partial p}{\partial x} \sim \frac{4\rho u_*^2}{D}$$

Or l'épaisseur de la couche limite est :

$$\delta \sim \frac{\nu}{u_*}$$

D'où :

$$y \frac{dp}{dx} / (\rho u_*^2) \sim \frac{\delta}{D}$$

Soit $Re_T = \frac{u_* D}{\nu}$ le nombre de Reynolds turbulent et $\delta \sim \frac{1}{Re_T}$.

Le terme $y \frac{dp}{dx} / (\rho u_*^2) \sim \frac{1}{Re_T}$ est négligeable devant le terme ρu_*^2 pour $Re_T \gg 1$.

La contrainte effective (visqueuse et turbulente) est constante dans l'épaisseur de la couche limite et est égale à sa valeur à la paroi. Il en découle que la pression est constante au travers de la couche limite en laminaire comme en turbulent. Ceci n'est plus valable lors d'un décollement de la couche limite.

Méthode de phase

D

La méthode de phase (Baj 1998, Renou 1998) comme on l'a vu précédemment permet de déterminer la masse et l'amortissement ajoutés pour un fluide au repos. Avec cette méthode, on impose un mouvement de la structure de la forme suivante :

$$U(t) = U_o e^{i\omega t}$$

où U_o et ω désignent le déplacement maximal et la pulsation de la structure. On suppose que la force fluide exercée sur la structure peut s'écrire sous la forme suivante :

$$F(t) = F_o e^{i\omega t + \phi}$$

On peut montrer que les coefficients de masse et amortissement ajoutés respectivement M_a et C_a peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} M_a &= \frac{F_o \cos(\phi)}{\omega^2 U_o} \\ C_a &= -\frac{F_o \sin(\phi)}{\omega U_o} \end{aligned} \quad (D.1)$$

De plus on connaît sur une configuration de deux cylindres concentriques et confinés, l'expression des masse et amortissement ajoutés adimensionnés en fonction du nombre de Stokes $St = fD^2/\nu$ et des diamètres intérieur D et extérieur D_e .

$$\begin{aligned} \tilde{M}_a &= \frac{\pi}{4} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2} + \sqrt{\frac{\pi}{St}} \\ \tilde{C}_a &= 2\pi^{\frac{3}{2}} \sqrt{St} \frac{1 + \left(\frac{D}{D_e}\right)^3}{\left(1 - \left(\frac{D}{D_e}\right)^2\right)^2} \end{aligned}$$

La formule précédente est valable à grand nombre de Stokes et on introduit l'adimensionnement suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{M}_a &= \frac{M_a}{\rho D^2 L} \\ \tilde{C}_a &= \frac{C_a}{\rho \nu L} \end{aligned}$$

où ρ , ν , D , L désignent la masse volumique, la viscosité cinématique, le diamètre du tube et la longueur du tube.

On détermine le nombre de pas de temps par période de signal nécessaire pour faire une détermination suffisamment précise du déphasage ϕ entre le déplacement et la force afin d'estimer correctement l'amortissement ajouté ϕ .

D'après le système (D.1), on peut écrire :

$$\frac{C_a}{M_a} = -\omega \tan(\phi)$$

Il vient :

$$|\tan \phi| = \frac{1}{\omega} \frac{C_a}{M_a} = \frac{\tilde{C}_a}{\tilde{M}_a} \frac{v}{\omega D^2} = \frac{\tilde{C}_a}{\tilde{M}_a} \frac{1}{2\pi St} \quad (\text{D.2})$$

En dérivant les équations du système (D.1), il vient en supposant que $\delta F_o \ll \delta \phi$

$$\begin{aligned} \frac{\delta M_a}{M_a} &= \frac{\delta F_o}{F_o} + \tan(\phi) \delta \phi \simeq \tan(\phi) \delta \phi \\ \frac{\delta C_a}{C_a} &= \frac{\delta F_o}{F_o} + \frac{1}{\tan(\phi)} \delta \phi \simeq \frac{1}{\tan(\phi)} \delta \phi \end{aligned}$$

On veut :

$$\delta \phi \leq \Delta \phi$$

avec

$$\Delta \phi = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{npph}$$

où $npph$ désigne le nombre de pas de temps par période.

Donc

$$\delta \phi = \tan(\phi) \frac{\delta C_a}{C_a} \leq 1$$

Ainsi

$$npph \leq \frac{2\pi}{\tan(\phi) \frac{\delta C_a}{C_a}}$$

Finalement en remplaçant $\tan(\phi)$ par son expression (D.2), on trouve une valeur minimale pour $npph$:

$$npph \simeq \frac{4\pi^2 St \tilde{M}_a}{\tilde{C}_a \frac{\delta C_a}{C_a}}$$

où \tilde{M}_a et \tilde{C}_a sont remplacés par les formules obtenues à grand Stokes et $\delta C_a/C_a$ désigne l'erreur relative sur l'amortissement ajouté.

Ordre en temps des schémas de couplage E

E.1 Schéma de couplage explicite synchrone

On suppose que le déplacement de la structure U et la force fluide F exercée sur la structure peuvent s'écrire sous les deux formes suivantes

$$\begin{aligned}U(t) &= Ue^{i\omega t} \\F(t) &= Fe^{i(\omega t + \phi)}\end{aligned}\tag{E.1}$$

$$\begin{aligned}U(t) &= Ue^{i\omega t} \\F(t) &= M\ddot{U}(t) + D\dot{U}(t) + KU(t)\end{aligned}\tag{E.2}$$

où M , D , K , U , F , ω et ϕ désignent respectivement la masse ajoutée, l'amortissement ajouté, la raideur ajoutée, l'amplitude du déplacement, l'amplitude de la force, la pulsation et le déphasage entre la force et le déplacement.

En remplaçant le déplacement par son expression dans la seconde équation du système (E.2) et en utilisant l'expression de la force du système (E.1), on peut montrer que :

$$\begin{aligned}F(t) &= e^{i\omega t} ((K - M\omega^2)U + i\omega DU) \\F(t) &= Fe^{i\omega t} (\cos(\phi) + i\sin(\phi))\end{aligned}$$

Les deux expressions de la force $F(t)$ sont équivalentes si :

$$\begin{aligned}F\cos(\phi) &= (K - M\omega^2)U \\F\sin(\phi) &= \omega DU\end{aligned}$$

On introduit pour la suite des calculs les variables k et d suivantes :

$$\begin{aligned}k &= {}^T U F \cos(\phi) = {}^T U (K - M\omega^2) U \\d &= {}^T U F \sin(\phi) = {}^T U (D\omega) U\end{aligned}$$

On va étudier l'ordre en temps d'un schéma de couplage explicite synchrone avec $\alpha_0 = 0$ et $\alpha_1 = 0$. On exprime la variation d'énergie due au fluide par l'expression suivante :

$$\Delta E_f = -({}^T U^n - {}^T U^{n-1}) F^n$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned}\Delta E_f &= -({}^T U \cos(\omega t^n) - {}^T U \cos(\omega t^{n-1})) * F(\cos(\omega t^n + \phi)) \\ \Delta E_f &= {}^T U (\cos(\omega t^{n-1}) - \cos(\omega t^n)) * [(K - M\omega^2)U \cos(\omega t^n) - D\omega U \sin(\omega t^n)] \\ \Delta E_f &= (\cos(\omega t^{n-1}) - \cos(\omega t^n)) * [{}^T U (K - M\omega^2)U \cos(\omega t^n) - {}^T U D\omega U \sin(\omega t^n)] \\ \Delta E_f &= (\cos(\omega t^{n-1}) - \cos(\omega t^n)) * [k \cos(\omega t^n) - d \sin(\omega t^n)] \\ \Delta E_f &= k \cos(\omega t^{n-1}) \cos(\omega t^n) - d \cos(\omega t^{n-1}) \sin(\omega t^n) \\ &\quad - k \cos(\omega t^n) \cos(\omega t^n) + d \cos(\omega t^n) \sin(\omega t^n)\end{aligned}$$

On pose $h = \omega\Delta t$ et on peut écrire :

$$\begin{aligned}\Delta E_f &= k \cos(\omega t^n - h)\cos(\omega t^n) - d\cos(\omega t^n - h)\sin(\omega t^n) \\ &\quad - k \cos(\omega t^n)\cos(\omega t^n) + d\cos(\omega t^n)\sin(\omega t^n)\end{aligned}\quad (\text{E.3})$$

On rappelle les lemmes suivants :

$$\begin{aligned}\Sigma_{NT_\omega} \cos(\omega t^n + c) * \cos(\omega t^n) &\simeq \frac{N\pi}{h} \cos(c) \\ \Sigma_{NT_\omega} \sin(\omega t^n + c) * \sin(\omega t^n) &\simeq \frac{N\pi}{h} \cos(c) \\ \Sigma_{NT_\omega} \sin(\omega t^n + c) * \cos(\omega t^n) &\simeq \frac{N\pi}{h} \sin(c)\end{aligned}$$

où NT_ω désigne N périodes T_ω de couplage.

On peut ainsi exprimer chacun des termes de l'équation (E.3) sommés sur NT_ω périodes par :

$$\begin{aligned}\Sigma_{NT_\omega} \cos(\omega t^n - h) * \cos(\omega t^n) &\simeq \frac{N\pi}{h} \cos(h) \\ \Sigma_{NT_\omega} \cos(\omega t^n - h) * \sin(\omega t^n) &\simeq \frac{N\pi}{h} \sin(h) \\ \Sigma_{NT_\omega} \cos(\omega t^n) * \cos(\omega t^n) &\simeq \frac{N\pi}{h} \\ \Sigma_{NT_\omega} \cos(\omega t^n) * \sin(\omega t^n) &\simeq 0\end{aligned}$$

On peut alors écrire :

$$\Sigma_{NT_\omega} \Delta E_f = \frac{N\pi}{h} (k\cos(h) - d\sin(h) - k)$$

et on pose :

$$\delta E_f = \frac{1}{h} (k(\cos(h) - 1) - d\sin(h))$$

En supposant que $h = \omega t \ll 1$, on peut remplacer $\sin(h)$ et $\cos(h)$ par leur développement limité :

$$\begin{aligned}\delta E_f &= \frac{1}{h} [k(\frac{h^2}{2} - \frac{h^4}{24}) - d(h - \frac{h^3}{6})] + O(h^4) \\ \delta E_f &= [k(\frac{h}{2} - \frac{h^3}{24}) - d(1 - \frac{h^2}{6})] + O(h^4)\end{aligned}$$

On rappelle l'expression de la variation d'énergie structure ΔE_s :

$$\Delta E_s = ({}^T U^{n+1} - {}^T U^n) F_s^n$$

On peut alors montrer que :

$$\Sigma_{NT_\omega} \Delta E_s \simeq N\pi \delta E_s$$

avec :

$$\delta E_s = \frac{1}{h} d\sin(h) = d \left(1 - \frac{h^2}{6} \right) + O(h^4)$$

On trouve finalement que :

$$\Sigma_{NT_\omega} (\Delta E_f + \Delta E_s) \simeq N\pi \delta E$$

avec :

$$\delta E \simeq -k \frac{h}{2}$$

On peut par conséquent conclure que le schéma synchrone avec le choix $\alpha_0 = 0$ et $\alpha_1 = 0$ (schéma d'Euler explicite) est un schéma de couplage d'ordre 1 en temps et cela quelque soit le choix de la discrétisation en temps des solveurs fluide et structure. De plus l'amortissement numérique et son signe positif ou négatif induit par le couplage dépendent ici du paramètre k . Par ailleurs le schéma synchrone est un schéma d'ordre 2 en temps si l'on prend $\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 1/2$. On peut montrer de la même manière que le schéma de couplage asynchrone est un schéma de couplage d'ordre 2 en temps voire d'ordre 3 en temps si on assure la relation suivante (Piperno 1997, 2001) :

$$F_f^n = \frac{F_s^{n+1} + F_s^n}{2}$$

E.2 Effet du schéma numérique structure sur le couplage

On cherche à déterminer le mécanisme qui impose le choix du pas de temps dans le couplage fluide-structure à savoir le schéma de couplage proprement dit ou le schéma de résolution de l'équation structure. Cette étude réalise donc la comparaison des résultats entre le schéma numérique de résolution de l'équation structure de Newmark d'ordre 2 en temps et le schéma de Runge Kutta d'ordre 4 en temps dans le cas de la simulation des interactions fluide-structure en eau au repos.

	Newmark	Runge Kutta
$dt = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$	11.8782 H_z	11.8587 H_z
$dt = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	11.8937 H_z	11.8916 H_z
$dt = 10^{-5} \text{ s}$	11.8944 H_z	11.8940 H_z

TAB. E.1 – Tableau représentant la fréquence du déplacement de la structure en eau au repos pour différents pas de temps.

	Newmark	Runge Kutta
$dt = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$	1.458 %	1.4825 %
$dt = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$	1.184 %	1.186 %
$dt = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$	1.159 %	1.16 %

TAB. E.2 – Tableau représentant l'amortissement modal du déplacement de la structure en eau au repos pour différents pas de temps.

Les valeurs de la fréquence et de l'amortissement modal sont similaires dans les deux cas : schéma de Newmark - schéma de Runge Kutta.

Les tableaux (E.1) et (E.2) permettent de constater que le passage d'un schéma numérique d'ordre 2 en temps à un schéma d'ordre 4 (Runge Kutta) pour la résolution structure n'apporte pas d'amélioration sur le choix du pas de temps. On peut affirmer que le pas de temps est imposé par le schéma de couplage d'ordre 2. Par ailleurs, on rappelle que la force fluide est également extrapolée à l'ordre 2 en temps.