

N° d'ordre:

THESE

présentée à

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITE

spécialité :

GENIE ELECTRIQUE

par

ZENG Jia

(Ingénieur ENSAM)

Le 21 Septembre 2005

**COMMANDE A HAUTES PERFORMANCES PAR CORRECTEURS
RESONANTS MULTI FREQUENTIELS
- APPLICATION A LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS
PERMANENTS -**

Member of Jury:

President:	Betty SEMAIL	Professeur à Polytech'Lille
Rapporteur:	Jean-Paul LOUIS	Professeur à l'ENS de Cachan
Rapporteur:	Gabriel ABBA	Professeur à l'ENI de Metz
Examineur:	Xavier GUILLAUD	Professeur à l'Ecole Central de Lille
Directeur:	Jean-Paul HAUTIER	Professor à l'ENSAM Lille
Codirecteur:	Philippe DEGOBERT	MCF à l'ENSAM Lille

Number:

PhD THESIS

Submitted to the faculty of

THE UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF LILLE

In partial fulfillments of the requirements
for the degree of

DOCTOR OF PHILOSOPHY

in

ELECTRICAL ENGINEERING

by

ZENG Jia

(Engineer ENSAM)

September 2005

**HIGH-PERFORMANCE CONTROL OF THE PERMANENT
MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR USING SELF-TUNING
MULTIPLE-FREQUENCY RESONANT CONTROLLERS**

Member of Jury:

Chair:	Betty SEMAIL	Professor at Polytech'Lille
Reviewer:	Jean-Paul LOUIS	Professor at ENS de Cachan
Reviewer:	Gabriel ABBA	Professor at ENI de Metz
	Xavier GUILLAUD	Professor at Ecole Central de Lille
Director:	Jean-Paul HAUTIER	Professor at ENSAM Lille
Co-director:	Philippe DEGOBERT	MCF at ENSAM Lille

知人者智，自知者明。

胜人者有力，自胜者强。

知足者富，强行者有志。

不失其所者久，死而不忘者寿。

— 《老子·道德经》

ACKNOWLEDGEMENT

ACKNOWLEDGEMENT

First and foremost, I would like to express my deepest gratitude to my supervisor, Professor **Jean-Paul Hautier**, for his patient advise, guidance and encouragement which motivates me to complete this thesis.

I was fortunate enough to meet my co-supervisor Mr. **Philippe Degobert**. His words are always encouraging and his way of thinking is inspiring. It is a pleasure for me to discuss with him about research or something else. He is not only a good teacher but also a precious friend.

I am also thankful to Professor **Xavier Guillaud** for his guidance, interest and remarks on my work. His encouragement was extremely important for me to get my work up to this point.

My special thank belongs to Mr. **Dominique Loriol**, the computer engineer in L2EP of ENSAM, who did an enormous amount of wok for my project. His experiments, comments and suggestions for the development and validation of the test systems are invaluable to me.

I would like to thank Mr. **Pierre-Jean Barre**, the assistant professor and also the chief of the research team “Commande et Entraînement de Machines-Outils à DYNamique Elevée” (CEMODYNE). It’s him who led me into this big “Family” – L2EP in ENSAM and always gave me selfless cares.

I am grateful to Professor **Betty Semail** from Ecole Polytechnique Universitaire de Lille for her interest in this work and holding the post of referee.

Ghislain Remy has been a co-conspirator in much of my research. His ideas and efforts have helped make my works successful. Our daily discussions and weeks spent together simulating, measuring and experimenting have been a pleasure. Other PhD students in L2EP, especially **Richard Bearée**, **Fabrice Locment**, **Olivier Ruelle** were a constant source of ideas, expertise and amusement throughout my doctoral studies. Many of our conversations made this a better dissertation.

I would like to offer my appreciation to Mr. **Bernard Détant** for his kindness and countless help. I also thank all the people who have contributed to my research works and/or supported me during writing the thesis in various ways.

Working in L2ep was a great pleasure for me. For that I wish to thank all employees, current and former colleagues.

I am also grateful to my friends in China as well as in other countries for keeping me passionate, and sharing me with an enjoyable life outside the science.

Finally, I would like to give my most sincere thanks to my beloved family: my mother, my father and my sister, for their understanding and support during these long years.

TABLE OF CONTENTS

TABLE OF CONTENTS

ACKNOWLEDGEMENT	i
TABLE OF COTENTS	v
NOMENCLATURE	xi
ABBREVIATIONS	xv
GENERAL INTRODUCTION	1
CHAPTER 1: TECHNIQUES DE MINIMISATION DES ONDULATIONS DU COUPLE POUR LES MOTEUR SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS ETAT DE L'ART	7
1.1 INTRODUCTION	9
1.2 TECHNIAUES DE REDUCTION DES ONDULATIONS DE COUPLE PAR LA CONCEPTION ...	10
1.3 TECHNIQUE DE REDUCTION DES ONDULATIONS DE COUPLE PAR LA COMMANDE	11
1.3.1 Commande directe du couple (DTC)	11
1.3.2 Commande dans le repère multi-fréquentiel (MRF)	12
1.3.3 Commande dans le repère fixe: correcteurs résonants	13
1.4 CONCLUSION DU CHAPITRE	15
CHAPTER 2: LE CORRECTEUR RESONANT MULTIFREQUENTIEL AUTORÉGULATEUR	17
2.1 INTRODUCTION	19
2.2 PRINCIPES DU CORRECTEUR RESONANT MULTIFREQUENTIEL	20
2.2.1 Correcteur résonant fondamental	20
2.2.2 Configurations du correcteur résonant multifréquentiel	21
2.2.3 Vérification théorique d'erreur nulle en régime permanent	22
2.2.3.1 <i>Configuration en cascade</i>	22
2.2.3.2 <i>Configuration en parallèle</i>	23
2.3 LE REGLAGE DU CORRECTEUR RESONANT MULTIFREQUENTIEL AUTOREGULATEUR DANS LE DOMAINE CONTINU	24
2.3.1 Les exigences de conception pour les applications de la commande du moteur en vitesse variable	24
2.3.2 Le réglage du correcteur par la méthode du placement des pole	24
2.3.2.1 <i>Critère de NASLIN</i>	25
2.3.2.2 <i>Critère de la marge de la stabilité généralisée</i>	26
2.3.2.3 <i>La procédure du réglage du correcteur</i>	26
2.3.3 Performances des correcteurs résonants autorégulateurs continus	27
2.3.3.1 <i>Correcteur résonant fondamental</i>	27

2.3.3.2	<i>Correcteur résonant à deux fréquences</i>	29
2.3.3.3	<i>Correcteur résonant à trois fréquences</i>	31
2.3.3.4	<i>Correcteur résonant à quatre fréquences</i>	33
2.3.4	Prise en compte de composantes continues	35
2.4	MISE EN OEUVRE DU CORRECTEUR RESONANT AUTOREGULATEUR DANS LES SYSTEMES NUMERIQUES TEMPS REEL	38
2.4.1	Synthèse du correcteur résonant autorégulateur discret	38
2.4.2	Analyse de retard du temps dans les système en temps réel	40
2.4.3	Critère de stabilité pour le système discret avec retard unitaire	42
2.4.4	Réglage et performances des correcteurs résonants dans le système numérique temps réel	44
2.4.4.1	<i>Correcteur résonant autorégulateur fondamental</i>	45
2.4.4.2	<i>Correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences</i>	47
2.4.4.3	<i>Correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences</i>	50
2.4.4.4	<i>Correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences</i>	52
2.4.5	Investigation de la robustesse	55
2.4.5.1	<i>Influence de la variation de la résistance</i>	55
2.4.5.2	<i>Influence de la variation de l'inductance</i>	57
2.5	REJET DES HARMONIQUES DE COURANT DANS UNE BOBINE NON LINEAIRE	60
2.5.1	Modélisation du circuit inductif: prise en compte de la saturation magnétique	60
2.5.2	Validation de la méthode	61
2.5.3	Rejet des harmoniques par le correcteur résonant multifréquentiel	62
2.6	CONCLUSION DU CHAPITRE	64

CHAPTER 3:	ANALYTICAL MODEL OF THE PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS	67
3.1	INTRODUCTION	69
3.2	TRANSIENT MODEL OF THE PMSM	70
3.2.1	Simplified assumptions	70
3.2.2	PMSM model in the nature <i>abc</i> reference frame	71
3.2.3	PMSM model in the Concordia's reference frame	72
3.2.4	PMSM torque expression	73
3.3	TRANSIENT MODEL OF THE PMSM	76
3.3.1	Principle of the PMLSM	76
3.3.2	PMSM model in the Concordia's reference frame	77
3.3.3	PMSM torque expression	78
3.4	MOTOR PARAMETER IDENTIFICATION TECHNIQUES	79
3.4.1	Measurement of the stator resistances	79
3.4.2	Measurement of the stator inductances	79
3.4.2.1	<i>Motor with accessible neutral point</i>	79
3.4.2.2	<i>Motor without accessible neutral point</i>	80
3.4.3	Identification of the flux linkage harmonics	81
3.4.3.1	<i>With constant rotor speed</i>	83
3.4.3.2	<i>With time-varying rotor/mover speed</i>	83
3.4.4	Identification of cogging torque/detent forces	84

3.5 SUMMARY	85
CHAPTER 4: OPTIMAL CONTROL STRATEGY FOR MINIMIZING TORQUE/THRUST RIPPLE IN THE PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS ...	87
4.1 INTRODUCTION	89
4.2 MUTUAL TORQUE RIPPLE MINIMIZATION	90
4.2.1 Mutual torque ripple analysis	90
4.2.1.1 Phase excitation currents	90
4.2.1.2 Mutual torque ripple components	91
4.2.2 Optimal excitation current waveforms	92
4.2.2.1 Combination of the excitation current harmonics	92
4.2.2.2 Determination of the magnitudes of current harmonics	92
4.2.3 Torque control scheme	94
4.2.4 Simulation verification	95
4.2.4.1 Control with conventional sinusoidal excitation current command	95
4.2.4.2 Control with optimal excitation current command	96
4.2.5 Torque overshoot suppression	98
4.3 COGGING TORQUE ELIMINATION	100
4.3.1 Excitation current waveforms	100
4.3.2 Control scheme modification	100
4.3.3 Simulation verification	101
4.4 INITIALIZATION OF THE ROTOR POSITION	103
4.4.1 Interest of rotor position initialization	103
4.4.2 Effects of rotor position estimation error on torque production	103
4.4.2.1 Influence on average torque	104
4.4.2.2 Influence on torque ripples	104
4.4.3 Rotor positioning approach	105
4.5 EXPERIMENTAL VALIDATION	108
4.5.1 Torque control of the PMSM drive	108
4.5.2 Thrust control of the PMLS drive	110
4.6 SUMMARY	113
GENERAL CONCLUSION	115
BIBLIOGRAPHY	119
PUBLICATONS	133
APPENDICES	
APPENDIX A: CONTINUOUS SELF-TUNING RESONANT CONTROLLERS	A.1
A.1 Single-frequency	A.1
A.2 Bi-frequency	A.2
4.2.1 Serial associated configuration	A.2
4.2.2 Parallel associated configuration	A.3

A.3	Tri-frequency	A.4
A.3.1	<i>Serial associated configuration</i>	A.5
A.3.2	<i>Parallel associated configuration</i>	A.6
A.4	Four-frequency	A.7
A.4.1	<i>Serial associated configuration</i>	A.8
A.4.2	<i>Parallel associated configuration</i>	A.9
APPENDIX B: DISCRETE SELF-TUNING RESONANT CONTROLLERS		B.1
B.1	Single-frequency	B.1
B.2	Bi-frequency	B.2
B.2.1	<i>Serial associated configuration</i>	B.2
B.2.2	<i>Parallel associated configuration</i>	B.3
B.3	Tri-frequency	B.5
B.3.1	<i>Serial associated configuration</i>	B.5
B.3.2	<i>Parallel associated configuration</i>	B.7
B.4	Four-frequency	B.9
APPENDIX C: TIME-DELAY ROBUST SELF-TUNING RESONANT CONTROLLERS		C.1
C.1	Single-frequency	C.1
C.2	Bi-frequency	C.2
C.3	Tri-frequency	C.4
C.4	Four-frequency	C.7
APPENDIX D: LABORATORY SETUPS		D.1
D.1	PMSM control setup	D.1
D.2	PMLSM control setup	D.3

NOMENCLATURE

f_e	rotor electrical angular speed in Hz
F_{load}	the load force
F_{fric}	friction force
F_{det}	Detent forces
i_{2k-1}^{abc}	the amplitude of the $(2k-1)$ 'th current harmonic.
i_{α}^*	α – axis reference current
i_{β}^*	β – axis reference current
i_0^*	homopolar reference current
i_s^*, i_{ref}	reference current
J	total inertia of the rotor
K_p	proportional gain
K_r	resonant element gain
K_g	pole location factor
L	inductance
$I_{abc}, I_{\alpha\beta 0}$	stator phase current vector
$L_{abc}, L_{\alpha\beta 0}$	stator inductance matrix
ΔL	inductance variation
L_{s0}	dc component of the self inductances
L_{s2k}	The amplitude of the k-th harmonic of the self inductances
M	PMLSM mover mass
M_{s0}	dc component of the mutual inductances
M_{s2k}	the amplitude of the k-th harmonic of the mutual inductances
N_{slot}	number of slots per pole pair
N_i	current harmonics orders
N_p	the electrical position constant of the PMLSM
$P_s(s)$	Closed-loop characteristic polynomial serial parallel associated resonant controller
$P_{GSM}(s)$	Criterion polynomial of Generalized Stability Margin
$P_{Nas}(s)$	Criterion polynomial defined by NASLIN
$P_p(s)$	Closed-loop characteristic polynomial with parallel associated resonant controller
$P_{ref}(s)$	Criterion polynomial
ΔR	resistance variation
r	control system stability margin
r_0	distance from the supplementary pole to the origin
r_d	radius of the circle defining the pole locations in z-plane pole-zero map

R	resistance
$R(s)$	rejection transfer function
$R_s(s)$	rejection transfer function with serial associated resonant controller
$R_p(s)$	rejection transfer function with parallel associated resonant controller
t_p	peak time
t_s	settling time
T_3, T_3^{-1}	the Concordia's transformation matrix
T_{load}	the load torque
T_{cog}	cogging torque
T_{cog}^{6n}	the coefficients of cogging torque harmonics
\hat{T}_{cog}	estimated cogging torque
T_{fric}	friction torque
T_e	the electromagnetic torque/thrust generated by the PMSM/PMLSM
T_e^*	reference torque/thrust
T_{reluc}	reluctance torque/thrust
T_{mut}	mutual torque/thrust
\bar{T}_{mut}	the average mutual torque
T_{ripple}^{6h}	the amplitudes of the $6h$ th ripple harmonics exhibited in mutual torque
T_{cos}^{6h}	the amplitudes of the $6h$ 'th harmonics of cosine series
T_{sin}^{6h}	the amplitudes of the $6h$ 'th harmonics of sine series
T_s	sample time
$T(s)$	tracking transfer function
$T_s(s)$	tracking transfer function with serial associated resonant controller
$T_p(s)$	tracking transfer function with parallel associated resonant controller
V_{DC}	DC link voltage
$V_s(s)$	voltage disturbance
$V_{abc}, V_{\alpha\beta 0}$	stator phase voltage vector
Φ_{abc}	total flux linkage vector
$\Phi_{abcf}, \Phi_{\alpha\beta 0f}$	rotor permanent magnet flux linkage
$\hat{\phi}_f$	the maximum value of the magnetic flux per phase in the abc reference frame
λ_n	the relative magnitude of the n -th harmonic of the rotor magnetic flux
λ_n'	the relative magnitude of the n -th harmonic of the back-EMF
μ	the friction coefficient
ϖ_i	imaginary components of system poles
θ	Rotor/mover electrical angle relative to stationary reference
$\Delta\theta$	error between the estimated and the actual rotor position
θ_{act}	the actual initial rotor position

θ_{est}	the estimated initial rotor position
θ_m	rotor/mover mechanical angle
\mathcal{G}_i	angle of the pole locations axis in z-plane pole-zero map
ω	rotor/mover electrical angular speed
ω_0	the first characteristic pulsation
ω_c	crossover frequency
ω_i	AC current resonant frequencies
ω_p	current fundamental frequency
ω_{p_max}	maximum fundamental current frequency
σ	the minimum common multiple of the algebraic production of the number of stator slots and the number of rotor poles
σ_p	percent overshoot
τ	polar pitch of the PMLSM
Ω	mechanical rotor speed

ABBREVIATIONS

AC	Alternating Current
DC	Direct Current
DTC	Direct Torque Control
EMF	Electromotive Force
MRF	Multiple Reference Frame
MRFSE	Multiple Reference Frame Synchronous Estimator
MRFSR	Multiple Reference Frame Synchronous Regulator
PMLSM	Permanent Magnet Linear Synchronous Motor
PMSM	Permanent Magnet Synchronous Motor
PWM	Pulse Width Modulation

GENERAL INTRODUCTION

General Introduction

The Permanent magnet synchronous motors (PMSMs) have been widely used in the high performance variable speed drives. Their popularity is justified by several advantages over commonly used motors in these applications. The PMSM is of the synchronous type whose rotor field is created by the permanent magnets attached to the rotor. The absence of rotor windings eliminates the losses on the rotor and makes PMSM highly efficient. In addition, the absence of the external rotor excitation renders slip rings on the rotor and brushes obsolete, and thus reduces the maintenance costs. New magnetic materials are capable of creating high magnetic fields that yield high power density. This in turn results in a rapid dynamic torque response.

The major drawback of the PMSMs is their undesired torque pulsations. Since the PMSMs aim for the high performance motion control applications such as machine tools or direct drive robotics, the torque pulsations are not acceptable and should be suppressed. In machine tool applications, the pulsating torque leads to speed oscillations which cause deterioration in system performance, e.g. leaving visible patterns in high-precision machined surfaces. As technology of permanent magnets advances, the power range of the PMSMs is also expanded. In large machines (e.g. ones used in elevator drives), inertia becomes large enough to lower the system mechanical resonant frequencies to the range where pulsating torque harmonics exist. It risks increasing the speed oscillations [PETROVIC 2000]. Similarly, the performance specifications of the equipments ranging from robots to satellite trackers require minimizing all sources of pulsating torque generated by the imbedded servo motors [JAHNS 1996].

Any source of divergence from ideal conditions, regardless in the motors or in the associated power converters, gives rises to undesired torque pulsations in the PMSM drives. In general, the torque produced by a PMSM comes from three different sources [KRAUSE 1995]:

1. **Cogging Torque** – generated by the interaction of the rotor magnet flux and angular variations in the stator magnetic reluctance. By definition, it is independent of stator excitation currents.
2. **Reluctance Torque** – resulted from the interaction of the current magnetomotive forces with the angular variation in the rotor magnetic reluctance. Surface-mounted PMSM generate almost no reluctance torque.
3. **Mutual Torque** – created by the mutual coupling between the stator winding currents and the rotor magnetic field. This is the domain torque production mechanism in most PMSM.

Each component may contribute to the higher-order harmonics in total torque, namely the pulsating torque. The phenomenon responsible for the harmonics in mutual and reluctance torque is nonideal (nonsinusoidal) distribution of the stator windings or rotor magnets. How the rotor magnets are distributed affects the flux density in the air gap, thereby brings on different back Electromotive Forces (EMF) waveforms. There are two major classes of PMSM which can be characterized by the shape of their back-EMF waveforms – sinusoidal or non-sinusoidal. Ideally, the back-EMF is purely sinusoidal and the PMSM would produce a constant mutual torque. It requires a sinusoidal distribution of either the stator windings or the field due to rotor magnets. As perfect sinusoidal distributions of rotor magnet flux are not achievable in practice, they cause the ripples in the steady state mutual torque in response to purely sinusoidal excitation currents. The ripples appear at multiples of $6f_e$ (f_e is the electrical angular speed of rotor in Hz). Reluctance torque is null in the salient rotor case. It has only a DC component if the stator windings are sinusoidally distributed. Otherwise, it has higher-order harmonics at multiples of $6f_e$ as well. The cogging torque spectrum depends only on the geometry and number of stator slots. Cogging torque harmonics appear at the frequencies which are multiple of $N_{slot}f_e$, wherein N_{slot} is the number of slots per pole pair.

Known the importance of torque smoothness in certain applications, various techniques have been proposed to minimize the pulsating torque in the PMSM drives. These techniques may fall into two major categories. The first category consists in designing the motor to approach its ideal characteristics therefore achieving smooth torque production [HUNG 1992] [LI 1998]. The second category attempts to minimize the pulsating torque by controlling the PMSM with appropriate excitation current waveforms [CHAPMAN 1999] [HANSELMAN 1994] [KOSAKA 1998] [PARK 2000] [WU 2003-1] [WU 2003-2]. The Chapter 1 is devoted to reviewing a wide range of these design-based and control-based techniques.

Focusing on the second category, we present a pulsating torque minimization method for the PMSM drives by use of the multiple-frequency resonant controller in this thesis. The resonant controller was first presented in [SATO 1998] and has been proven effective in the control of PMSM drives in the stationary reference frame [DEGOBERT 2000] [PIERQUIN 2002]. In order to suppress the pulsating torque in the PMSM, a number of harmonics should be superposed to the fundamental excitation currents. In this case, the multiple-frequency resonant controllers must be employed in the control system. The objective of this thesis is to control the PMSM in the stationary reference frame by using the multiple-frequency resonant controllers, therefore minimize the pulsating torque. There are two major works need to be studied:

- **Developing the self-tuning multiple-frequency resonant controller.** A multiple-frequency resonant controller can be constructed by associating an arbitrary number of resonant elements in series or in parallel. Since the feed of the PMSM requires variation in the load current frequency, the coefficients of resonant controller should be reevaluated according to the rotor speed during the motor operating. By this means, the regulated currents can perfectly follow their references after a short transition, even if the frequency of these references is time-variant.
- **Designing the optimal excitation current waveforms for the PMSM with given configuration.** To minimize the pulsating torque of a PMSM, the excitation current waveforms should be predetermined according to the required torque and instantaneous rotor

position. The explicit analytical expressions are desired to facilitate the digital implementation, which don't need any table to store the current waveforms.

With the same advantages as the rotary PMSMs, the permanent magnet linear synchronous motors (PMLSMs) have some further merits: higher dynamic response, higher precision of positioning, direct drive transmission without redundant belt or wheel gearings so as to prolong the duration of system equipments. The minimization of pulsating torque in the PMLSM drives is also studied.

This thesis is organized by four chapters. Each chapter presents an independent contribution to author's research works:

As the research background, the **Chapter 1** presents the-state-of-the-art in pulsating torque minimization for the PMSM/PMLSM. Several techniques are discussed and brought into comparison, e.g., motor design, direct torque control, multiple reference frame control and resonant controller. The choice and advantages of proposed approach are explained.

The **Chapter 2** presents the principle and different configurations of the multiple-frequency resonant controller. To meet the requirements in the variable speed drive applications, we develop the self-tuning resonant controller. The robust pole assignment technique is applied to design this type of controller and several criterion polynomials are proposed to identify the controller's coefficients. After an analysis of the influence from the time delays on the system stability, two simple stability criteria are suggested to compensate the unit time-delay introduced in the real-time control system. The simulated and experimental performances of proposed controller in an AC current control system are presented. The robustness to the system parameters variation, i.e. the resistance and the inductance, is also investigated in this chapter.

In **Chapter 3**, an analytical transient model of the PMSM is set forth in the stationary reference frames with taking account of non-ideal conditions. The torque production mechanism in PMSM is briefly discussed and the precise torque expression is presented. The Modeling of PMLSM is accomplished by analogy to that of rotary PMSM. The techniques for identifying the motor parameters are briefly presented in the end of this chapter.

In **Chapter 4**, a torque control scheme employed self-tuning multiple-frequency resonant controllers is established in the Concordia's reference frame. A closed form solution is suggested to design the optimal excitation current waveforms, with which the torque ripple caused by the back-EMF harmonics up to an arbitrary order can be completely eliminated. The elimination of the cogging torque without further complex mathematical analysis is investigated. To verify the validity and effectiveness of the proposed strategy, simulations and experiments were carried out on two laboratory test systems (one for the rotary PMSM drive and another for the PMLSM drive).

CHAPITRE 1

TECHNIQUES DE MINIMISATION DES ONDULATIONS DE COUPLE POUR LES MOTEUR SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS

- ETAT DE L'ART -

Chapitre 1

Techniques de Minimisation des Ondulations de Couple pour Les Moteur Synchrones à Aimants Permanents

Etat de l’Art

1.1 Introduction

Le lissage du couple est une exigence essentielle pour les machines synchrones à aimants permanents (MASAP) mises en œuvre dans les applications du type positionnement à hautes performances. Lors des deux décennies passées, plusieurs techniques ont été proposées pour la réduction des ondulations du couple délivré par ces actionneurs. Ce chapitre donne une vue d'ensemble des solutions appliquées tant pour les machines classiques (rotatives) que les machines à déplacement linéaires, celles-ci encore plus simplement désignées « moteurs linéaires synchrones à aimants » (MOLSAP). On distingue deux catégories – les solutions par la Conception et celles par la Commande.

La première catégorie consiste à concevoir le moteur pour approcher des caractéristiques idéales aboutissant à une production du couple lisse. La conception des aimants déterminent une distribution sinusoïdale du flux, réduit les effets de cogging (effets de denture) et de saillance.

La deuxième catégorie consistent à adapter la forme des courants d'alimentation de telle sorte que l'interaction des champs induit et inducteur conduit à un couple à faible ondulation en dépit, entre autres, d'une répartition spatiale non sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer.

1.2 Techniques de réduction des ondulations de couple par la conception

Le moyen le plus efficace de minimiser l'ondulation de couple d'une MASAP (ou MOLSAP) est clairement de l'obtenir par la conception même de la machine... Les techniques diverses ont été utilisées pour minimiser l'effet de l'ondulation de couple sont décrites dans [JAHNS 1996]. Il apparaît fondamentalement un compromis entre le couple maximal et l'ondulation de couple minimal dans la conception d'une telle machine.

Une des techniques les plus rencontrée consiste à incliner l'empilage des lames constituant le circuit magnétique au niveau de l'entrefer. Cette inclinaison réduit la variation de la réluctance vue par les aimants rotoriques et l'effet du cogging. L'inclinaison peut aussi améliorer la distribution spatiale des enroulements statoriques et ainsi réduire les harmoniques de rang élevé présents dans la FEM. Cette solution, largement rencontrée, est efficace mais présente des inconvénients ; le couple moyen est moins élevé, la construction est un peu plus complexe, les fuites magnétiques sont globalement plus importantes. Les enroulements à pas raccourci ou à pas partiel sont utilisés pour réduire les harmoniques de FEM de rang élevé mais également au détriment du couple moyen. L'augmentation du nombre de phases est également une solution pour réduire l'ondulation de couple. Son inconvénient principal est évidemment la complexité accrue de l'électronique de puissance.

La forme appropriée des aimants au rotor peut considérablement atténuer l'ondulation de couple aussi bien que les effets de cogging.

D'autres techniques aussi utilisées pour réduire les ondulations de couple sont, par exemple l'enroulement avec espace d'air, les encoches fictives et les dents fictives, la diminution l'ouverture des encoches du stator, en utilisant les cales d'encoche magnétique ou en ajustant l'ouverture des encoches du stator, ou en distribuant les encoches du stator de manière irrégulière, etc.

Toutes ces techniques sont très efficaces mais exigent une haute précision de l'assemblage, du dimensionnement et du placement des aimants.

1.3 Techniques de réduction des ondulations de couple par la commande

Les techniques de conception du moteur permettant la réduction des ondulations de couple des MASAP ont donc des limitations [FAVRE 1992]. En revanche d'autres approches ont été développées par contrôle des courants selon différentes voies. La majorité de ces approches est basée en adaptant les formes des courants par injection de composantes harmoniques [AGHILI 1998] [CHAPMAN 1999] [HANSELMAN 1994] [HUNG 1992] [KOSAKA 1998] [PARK 2000] [WU 2003-1] [WU 2003-2]. Les valeurs des courants harmoniques sont prédéterminées à partir de l'analyse du spectre de la forme de la FEM et du couple de cogging mesurés.

Dans ces conditions, la commande vectorielle conventionnelle avec les correcteurs PI simples dans le repère tournant diphasé $d-q$ synchrone n'est plus satisfaisante. Plusieurs propositions palliatives de commande ont alors été conçues afin de contourner ce problème, par exemple celle de la commande directe du couple dans le repère naturel du stator (fixe).

1.3.1 Commande directe du couple (DTC)

La commande directe du couple (DTC), d'abord proposée dans le courant des années 80 [TAKAHASHI 1986] devient par la suite un sujet abondamment traité [FRENCH 1996] [ZHONG 1997]. Le principe de la DTC consiste à sélectionner directement les vecteurs de la tension statoriques d'après les différences entre les références et les valeurs réelles du couple et du flux. Pendant les deux dernières décennies, plusieurs stratégies ont été développées, par exemple, sélection du vecteur de la tension en utilisant les tableaux de commutation [TAKAHASHI 1986], régulation directe [DEPENBROCK 1988], et modulation en vecteur d'espace [HABETLER 1992].

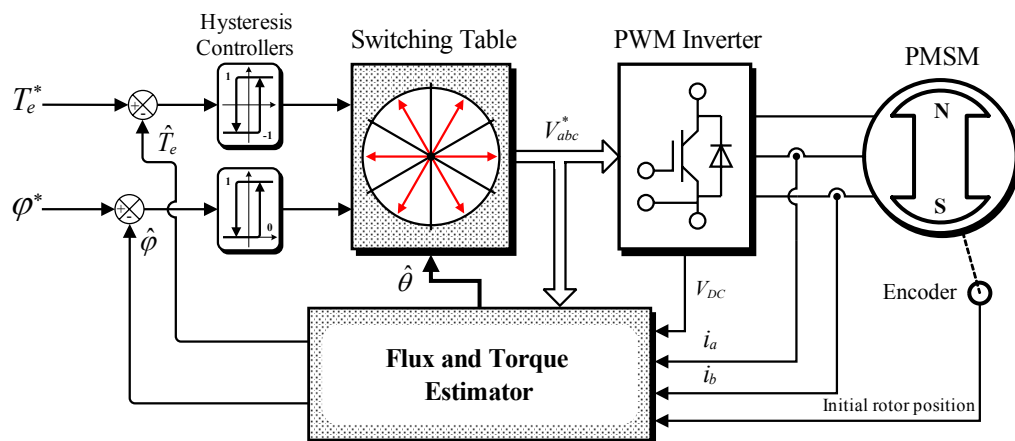


Figure 1.1 – Principe de la commande DTC

La figure 1.1 représente le diagramme de base d'un contrôle par DTC. Il inclut les estimateurs du couple et du flux, les correcteurs à hystérésis pour le flux et le couple et la table de commutation. Habituellement un capteur de tension continu et deux capteur de courant sont nécessaires pour les estimateurs du flux et du couple. La connaissance de la position n'est pas nécessaire, car elle peut être

déterminée par estimation. L'état des interrupteurs de l'onduleur est remis à jour à chaque période d'échantillonnage.

La DTC possède beaucoup d'avantages : dynamique très rapide pour le couple, moins de dépendances aux paramètres du moteur, mise en oeuvre relativement facile [IDRIS 2000] [TANG 2001-1] [TANG 2001-2] [TANG 2003]. En revanche, la solution induit des ondulations de couple, notamment aux basses vitesses, pouvant être néfastes à la chaîne cinématique entraînée, c'est pourquoi la DTC a fait l'objet de nombreux travaux visant à définir des solutions de minimisation de ces ondulations [AGHILI 1998]. Par ailleurs, la fréquence de commutation varie avec la vitesse du moteur et la largeur d'hystérésis des régulateurs de couple et de flux [KANG 1998] [KANG 1999]. Bien que quelques méthodes aient été proposées pour limiter le nombre de commutations, elles ne contribuent pas à réduire les erreurs [TAKAHASHI 1986] [TANG 2001-1]. Ensuite, il convient que la période d'échantillonnage soit suffisamment faible pour l'obtention de bonnes performances (habituellement inférieur à $25\mu s$), mais ce choix se fait au détriment des pertes par commutation dans le convertisseur [TIITINEN 1996]. Enfin, les variations des paramètres de la machine restent influençables, quelles que soient les techniques utilisées pour l'estimation du flux et du couple alors réalisée dans le repère du stator [JAHNS 1996].

1.3.2 Commande dans le repère multi-fréquentiel (MRF)

La théorie du repère fixe multiréférentiel a été développée pour les MASAP avec FEM non sinusoïdale [CHAPMAN 1999-2] et les paramètres inductifs non stationnaires [LIU 1998] [SUDHOFF 1993]. A partir de l'analyse de Fourier du couple produit, les courants d'alimentation optimaux sont définis pour éliminer l'ondulation du couple.

La figure 1.2 montre alors le principe de cette commande particulière. Chaque composante harmonique des courants est asservie dans un référentiel tournant qui lui est propre. Dans ces conditions, il est nécessaire de réaliser une séparation harmonique en temps réel, de disposer d'autant de changeurs de référentiels qu'il y a de composantes à traiter. Après correction (PI) de chaque erreur, les signaux de réglage sont recomposés après [CHAPMAN 2000]. Cette solution a été appliquée à la commande de couple/poussée du MASAP/MOLSAP a conduit à des performances satisfaisantes [CHAPMAN 1999-3] [FAIZ 2002]. Sur la figure 1.2 les composants d'harmoniques i_{dqk} sont estimés à partir des courants mesurés i_{abc} par le bloc MRFSE. Le bloc MRFSR assure le réglage de ces composants afin que i_{dqk} suive leurs références respectives i_{dqk}^* .

L'inconvénient majeur de cette approche est dans la grande capacité nécessaire de calcul pour les transformations de coordonnées. Deux transformations de coordonnées sont exigées pour chaque composant harmonique. Il faut noter que le nombre des repères devrait être doublé pour traiter les conditions déséquilibrées, parce que les harmoniques font alors apparaître des séquences positives et des séquences négatives. De plus, cette méthode utilise des correcteurs à hystérésis dont les inconvénients sont bien connus : fréquence de commutation variable, mauvais contrôle en cas de point neutre isolé, harmoniques de courant indésirables supplémentaires introduits par les erreurs de la poursuite [BUSO 1998] [YAO 1993] [KAZMIERKOWSKI 1993] [KAZMIERKOWSKI 1994]. Ainsi, les avantages des asservissements découplés sont pratiquement perdus de sorte que, globalement, cette commande nous est apparue bien complexe en regard des performances

globalement obtenues. Des plus, si l'effet de cogging est pris en considération, l'analyse de Fourier devient plus compliquée, ce qui rend la mise en oeuvre dans un système en temps réel très difficile [FAVRE 1993].

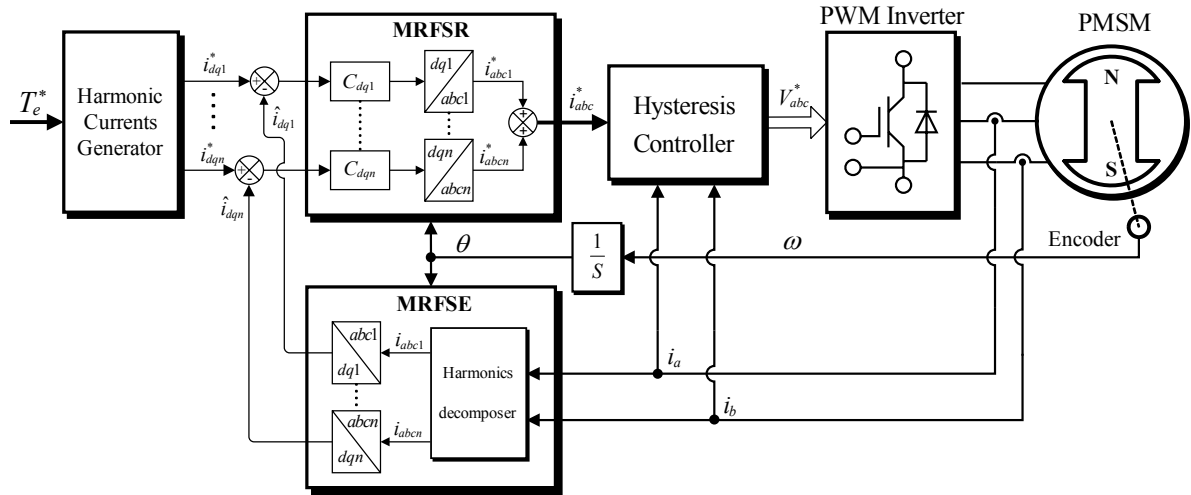


Figure 1.2 – Schéma général de principe du contrôle de couple utilisant l'Estimateur/Régulateur de MRF Synchrone

1.3.3 Commande dans le repère fixe : correcteurs résonants.

Un correcteur linéaire comprenant une paire de pôles conjugués à la fréquence donnée confère à la boucle dans laquelle il est inséré un gain infiniment grand à cette même fréquence. L'idée de base de ce correcteur provient, entre autres, des correcteurs à courant porteur mis en œuvre dans les années 60, dont la théorie est largement développée dans [NASLIN 1968]. En France, c'est au L2EP que cette solution a été plus récemment développée, notamment dans le cadre d'un travail portant sur la commande vectorielle d'une machine asynchrone asymétrique ; l'asymétrie obligeant à réaliser le contrôle des courants dans le référentiel fixe du stator, donc à asservir des courants alternatifs, la solution des correcteurs résonants s'est révélée particulièrement efficace [VANDECASTEELE 1998] [HAUTIER 1999].

Par la suite, plusieurs approches ont été proposées pour le réglage du correcteur résonant [FUKUDA 2001] [GUILLAUD 2002] [YUAN 2002] [ZMOOD 2003] et appliqué à la régulation des redresseurs triphasés dans le repère fixe [FUKUDA 2001] [ZMOOD 2001-2] aussi bien que des redresseurs monophasés [ZMOOD 2001-1].

Beaucoup d'applications exigent d'asservir des courants alternatifs périodique de forme quelconque ou à rejeter des effets de perturbations harmoniques. Ainsi, le correcteur doit être globalement capable d'agir sur le fondamental de l'onde mais également sur ses harmoniques. Pour traiter ces cas, le correcteur résonant multifréquentiel a été développé au L2EP en associant un nombre adapté d'éléments résonants en série ou en parallèle [WULVERYCK 2000] ; des démarches similaires ont été appliquées par ailleurs [YUAN 2002]. Il a, par exemple, été appliqué à la compensation des harmoniques du courant dans les systèmes de filtrage actif [GUILLAUD 2000] [MATTAVELLI 2001] [NEWMAN 2002], même dans des conditions déséquilibrées ou de distorsion des grandeurs électriques [CARRASO 2001] [CARVALHO 2000].

Le correcteur résonant a fait l'objet d'applications diverses avec les moteurs à courant alternatif [DEGOBERT 2000] [PIERQUIN 2002] [GUO 2004] et est apparu comme une solution concurrente ou complémentaire des correcteurs PI synchrones (correcteurs PI associés à des changements de référentiels).

La Figure 1.3 représente un schéma typique général de commande du couple d'une MASAP utilisant les correcteurs résonants. Les références des courants d'excitation, i.e. i_α^* , i_β^* et i_0^* , sont produites d'après celles nécessaires pour obtenir le couple T_e^* et la position du rotor θ . Les courants de phases sont mesurés et asservis à leurs références respectives par trois correcteurs résonants dans le repère fixe $\alpha\beta 0$. Parce que la fréquence des courants statoriques varie avec la vitesse du rotor en cours de fonctionnement, les coefficients du correcteur résonant doivent être remis à jour continuellement pour adapter les performances à cette variation. La vitesse du rotor est donc un paramètre de réglage introduit dans l'algorithme des correcteurs résonants.

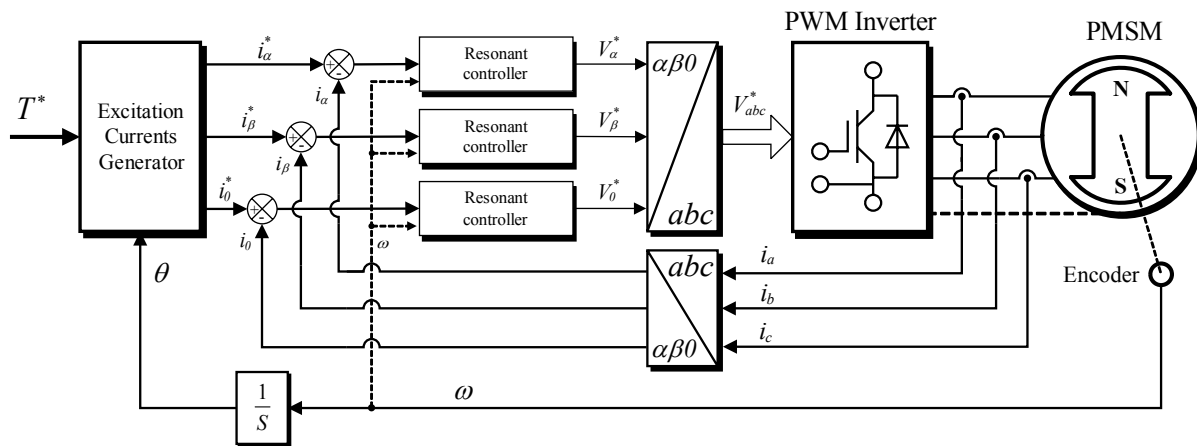


Figure 1.3 – Schéma général de principe du contrôle de couple utilisant les correcteurs résonants

Cette commande, réalisée dans le repère fixe, a l'avantage d'exiger beaucoup moins de puissance de calcul que dans le cas précédent mettant en oeuvre la démodulation du repère synchrone. L'implantation numérique des correcteurs résonants ne soulève pas de difficultés particulières..

Bien que le correcteur résonant multifréquentiel ait été utilisé largement dans la compensation des courants harmoniques dans les systèmes de filtrage actif, peu de recherches ont été effectuées sur ses applications à la réduction de l'ondulation du couple pour les moteurs alternatifs. Une stratégie de commande a été proposée de réduire l'ondulation du couple dans les équipements [DEGOBERT 2003], mais il réduit seulement l'ondulation du couple causée par l'harmonique de FEM de rang 3.

A l'appui des avantages et des applications réussies sur le contrôle des courants harmoniques dans le redresseur triphasé [GUILLAUD 2000] [YUAN 2002], nous choisissons le correcteur résonant multifréquentiel pour réaliser la suppression des ondulations de couple dans les MASAP/MOLSAP. Les courants d'alimentation doivent avoir une forme adaptée pour que le couple (ou l'effort) soit strictement égal à la référence désirée, indépendamment de la répartition spatiale du champ magnétique de la machine et des effets de denture (cogging). Il est indéniable qu'il s'agit bien de réaliser l'asservissement de signaux alternatifs riches en harmoniques et que, dans les conditions du référentiel fixe, le correcteur résonant multifréquentiel apporte une réponse pertinente à ce problème.

1.4 Conclusion du chapitre

Ce chapitre donne un bref aperçu sur quelques solutions permettant de contrôler correctement le couple instantané délivré par un actionneur synchrone. La parfaite maîtrise de cette grandeur mécanique est quasi indispensable dans les applications de type positionnement à hautes performances dynamiques ; deux techniques complémentaires coexistent : les **techniques de réduction des ondulation par la conception de la machine** et les **techniques de réduction par adaptation de la forme des courants d'alimentation**. La deuxième catégorie est évidemment séduisante car elle est plus facilement réalisable, mais il convient de préciser qu'une machine bien conçue apportera toujours les meilleures performances finales tant du point de vue économique (sur la complexité de son alimentation) que de la qualité de la conversion électromécanique réalisée.

Dans l'esprit de la technique de compensation active par la commande, le correcteur résonant multifréquentiel est choisi comme solution à notre travail visant la suppression des ondulations de couple induites par la répartition du champ d'entrefer et les effets de denture.

Dans le chapitre suivant, nous présentons le développement et les performances du correcteur résonant multifréquentiel autorégulateur, et sa mise en oeuvre dans le système numérique temps réel.

CHAPITRE 2

LE CORRECTEUR RESONANT MULTIFREQUENTIEL AUTOREGULATEUR

Chapitre 2

Le Correcteur Résonant Multifréquentiel Autorégulateur

2.1 Introduction

Le contrôle des courants alternatifs avec les convertisseurs électroniques de puissance est l'un des sujets les plus abordés au cours de ces dernières années. Dans la repère synchrone, lorsque les courants forment un système symétrique équilibré, alors les correcteurs PI sont conventionnellement considérés comme la bonne solution pour imposer le suivi d'une référence sinusoïdale sans erreur permanente. Ce résultat est logique, car la démarche est celle de la transformation de Park qui conduit à ne considérer, grâce à la transformation de fréquence qui en résulte, que les enveloppes des signaux qui sont des variables continues dans ce repère. Ainsi, ils ne fonctionnent plus correctement, si un courant non sinusoïdal est exigé ou si des perturbations non linéaires existent dans le système. En outre, la transformation de coordonnées n'est pas applicable au système monophasé. Bien que le correcteur à hystérésis ou la théorie de la transformation multiréférentielle (un repère tournant par composante des signaux) puissent être appliqués pour la résolution de ces problèmes, ils ont leurs propres inconvénients.

Contrairement aux travaux de [WULVERYCK 2000], nous utilisons le correcteur résonant multifréquentiel dans des applications de commande des machines électriques. Dans ce cas, le correcteur doit être capable de s'adapter à la fréquence variable des courants. Pour satisfaire cette exigence, nous proposons le **correcteur résonant autorégulateur** dont les coefficients sont calculés d'après la fréquence du courant commandé en temps réel. De cette façon, le courant réglé peut parfaitement suivre la consigne après la réponse transitoire, même si la fréquence de cette référence varie.

Le retard est un problème classique rencontré pour la mise en œuvre numérique d'un système en temps réel. L'existence d'un retard pur peut influencer la performance ou la stabilité du système de sorte qu'il doit être pris en compte pour le réglage du système, si on souhaite garantir la stabilité du système au cours de son utilisation.

Généralement, les erreurs de l'estimation et/ou la variation des paramètres de la machine (les résistances et les inductances) existent toujours dans l'expérimentation ; ces erreurs peuvent être aussi nuisibles à la stabilité du système et à ses performances globales. Dans ces conditions, la robustesse du correcteur résonant doit être étudiée.

2.2 Principes du Correcteur Résonant Multifréquentiel

2.2.1 Correcteur résonant fondamental

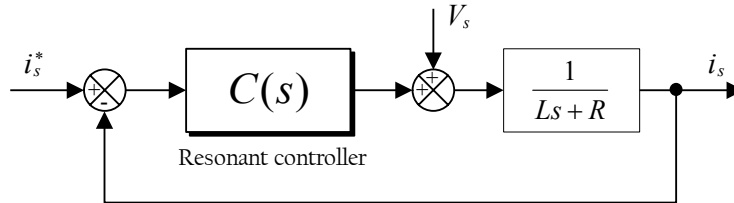


Figure 2.1 – Asservissement de courant alternatif utilisant un correcteur résonant

La Figure 2.1 présente un asservissement de courant type, où L et R sont les inductance et résistance de la charge inductive. Le principe exige qu'un élément résonant soit intégré dans le correcteur de courant C si la référence i_s^* est une onde sinusoïdale [SATO 1998] [FUKUDA 2001]. En effet, le gain de la fonction du transfert en boucle ouverte devient alors infini à la fréquence de résonance ; si celle-ci est la même que celle de la référence, alors l'erreur est nulle en régime permanent

La fonction du transfert d'un correcteur résonant fondamental proposée dans [WULVERYCK 2000] est exprimée par:

$$C(s) = K_p + \frac{b_1s + c_1}{s^2 + \omega_1^2} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^2 + \omega_1^2} \quad (2.1)$$

La réponse fréquentielle du correcteur proposé est présentée à la Figure 2.2. Grâce au gain infini à la fréquence de résonance sélectionnée, $\omega_1 = 100\pi$, il est capable d'éliminer complètement l'erreur en régime permanent à cette même fréquence, soit lorsque la référence et une perturbation éventuelle sont à 50 Hz.

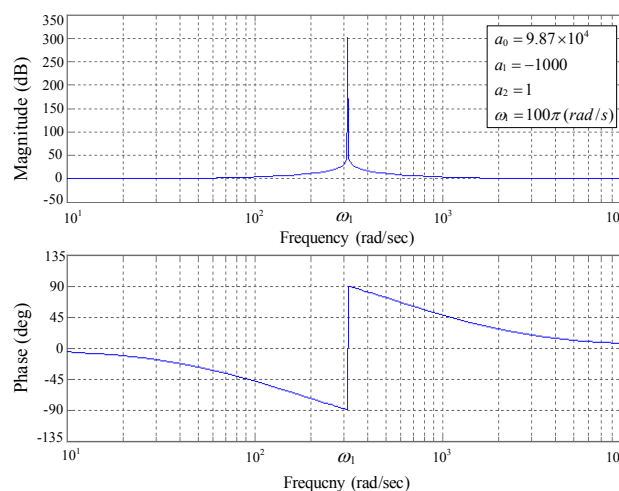


Figure 2.2 – Réponse fréquentielle du correcteur résonant de (2.1)

De plus, les pôles en boucle fermée sont totalement contrôlables avec cette configuration du correcteur (trois coefficients indépendants qui correspondent aux trois pôles à placer).

2.2.2 Configurations du correcteur résonant multifréquentiel

Dans beaucoup de cas, le système asservi alternatif a besoin de “poursuivre” le signal non sinusoïdal et/ou de rejeter des perturbations harmoniques. Ceci exige que le correcteur mette en oeuvre plusieurs éléments résonants pour traiter le rang fondamental, mais aussi les composantes harmoniques. Les éléments résonants peuvent être associés en cascade, comme présenté à la Figure 2.3(a), ou en parallèle, comme présenté à la Figure 2.3(b).

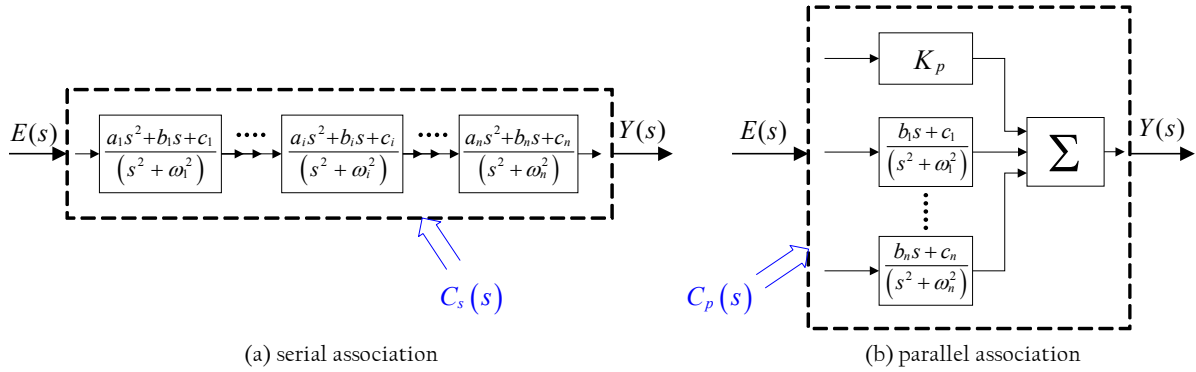


Figure 2.3 – Deux configurations pour les correcteurs résonants multifréquentiels

Les fonctions du transfert d’un correcteur résonant avec n éléments résonants associés en cascade ou en parallèle sont donnés par (2.2) et (2.3), respectivement avec $\{i, k, n \in \mathbf{N}\}$.

$$C_s(s) = \frac{\sum_{k=0}^{2n} a_k s^k}{\prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2)} \quad (2.2)$$

$$C_p(s) = K_p + \sum_{i=1}^n \frac{b_i s + c_i}{(s^2 + \omega_i^2)} \quad (2.3)$$

La Figure 2.4 montre les systèmes asservis pour courant alternatif obtenus en utilisant des correcteurs résonants multifréquentiels selon les deux configurations proposées. Dans de tels systèmes, le nombre de coefficients du correcteur indépendants est égal à celui des pôles en boucle fermée, c’est-à-dire $2n + 1$. Par conséquent, tous les pôles en boucle fermée sont réglables, ce qui donne beaucoup de liberté pour le choix de la dynamique du système ainsi constitué..

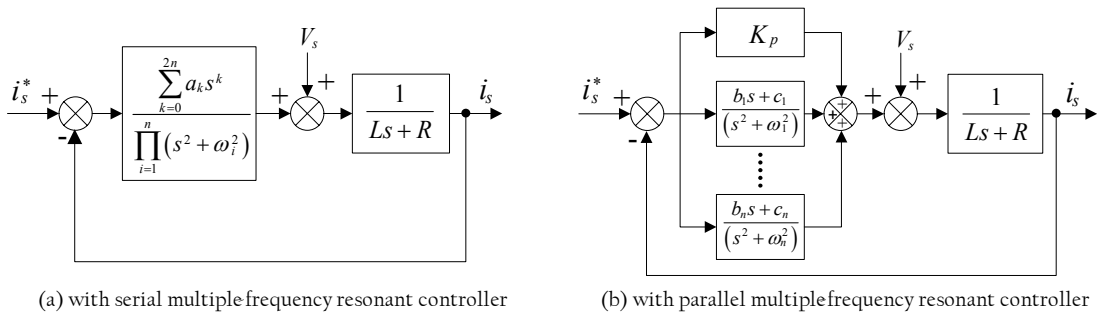


Figure 2.4 – Asservissements de courant alternatif en utilisant des correcteurs résonants multifréquentiels

2.2.3 Vérification théorique d'erreur nulle en régime permanent

On montre que les correcteurs proposés sont capables d'imposer l'erreur nulle en régime permanent, en étudiant les réponses fréquentielles du système en boucle fermée. Nous définissons la fonction du transfert en poursuite comme $T(s) = i(s)/i_s^*(s)$, et la fonction du transfert en régulation comme $R(s) = i(s)/V_s(s)$.

2.2.3.1 Configuration en cascade

Tout d'abord, nous étudions le correcteur résonant multifréquentiel configuré en cascade. A partir du schéma fonctionnel de la Figure 2.4(a), la fonction du transfert en poursuite peut être exprimée par:

$$T_s(s) = \frac{i_s(s)}{i_s^*(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{2n} a_k s^k}{(Ls + R) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{k=0}^{2n} a_k s^k} \quad (2.4)$$

La réponse fréquentielle aux fréquences spécifiques peut être examinée en posant $s = j\omega_i$ dans (2.4). Il vient :

$$T_s(s) \Big|_{s=j\omega_i} = \frac{\sum_{k=0}^{2n} a_k (j\omega_i)^k}{\sum_{k=0}^{2n} a_k (j\omega_i)^k} \equiv 1 \quad (2.5)$$

D'après (2.5), nous remarquons que la fonction du transfert en poursuite est toujours égale à 1 aux fréquences ω_i (gains unitaires et déphasages nuls). Cela signifie que si nous ne prenons pas en compte de la perturbation V_s , le signal réglé peut suivre parfaitement le signal de référence sans déphasage, quels que soient les valeurs des coefficients du correcteur et les paramètres du système L , R .

La sensibilité aux perturbations de V_s peut être vérifiée en étudiant la fonction du transfert en régulation:

$$R_s(s) = \frac{i_s(s)}{V_s(s)} = \frac{\prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2)}{(Ls + R) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{k=0}^{2n} a_k s^k} \quad (2.6)$$

En posant $s = j\omega_i$ dans (2.6), il vient :

$$R_s(s) \Big|_{s=j\omega_i} \equiv 0 \quad (2.7)$$

D'après (2.7), nous remarquons que la fonction du transfert en régulation est toujours nulle aux fréquences ω_i quelles que soient les valeurs des coefficients du correcteur et les paramètres du système L , R . Ainsi, les perturbations de pulsation ω_i présentes dans la source de tension V_s sont complètement rejetées.

2.2.3.2 Configuration en parallèle

Le correcteur résonant multifréquentiel, configuré en structure parallèle, peut être étudié de la même manière. Les fonctions du transfert en poursuite et en régulation sont exprimées par (2.8) et (2.9).

Fonction transfert en poursuite:

$$T_p(s) = \frac{i(s)}{i_s^*(s)} = \frac{K_p \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{i=1}^n \left\{ (b_i s + c_i) \cdot \prod_{j=1, j \neq i}^n (s^2 + \omega_j^2) \right\}}{(Ls + R + K_p) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{i=1}^n \left\{ (b_i s + c_i) \cdot \prod_{j=1, j \neq i}^n (s^2 + \omega_j^2) \right\}} \quad (2.8)$$

Fonction transfert en régulation:

$$R_p(s) = \frac{i(s)}{V_s(s)} = \frac{\prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2)}{(Ls + R + K_p) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{i=1}^n \left\{ (b_i s + c_i) \cdot \prod_{j=1, j \neq i}^n (s^2 + \omega_j^2) \right\}} \quad (2.9)$$

En posant $s = j\omega_i$, les réponses fréquentielles du système aux fréquences ω_i sont exprimées par:

$$T_p(s) \Big|_{s=j\omega_i} = \frac{(j\omega_i b_i + c_i) \cdot \prod_{j=1, j \neq i}^n (\omega_j^2 - \omega_i^2)}{(j\omega_i b_i + c_i) \cdot \prod_{j=1, j \neq i}^n (\omega_j^2 - \omega_i^2)} \equiv 1 \quad (2.10)$$

$$\text{et } R_p(s) \Big|_{s=j\omega_i} \equiv 0 \quad (2.11)$$

Les résultats de (2.10) et (2.11) montrent que l'erreur est nulle aux fréquences de résonance du correcteur.

En conclusion, les performances de suivi de trajectoires et/ou de rejet de perturbations aux fréquences des cellules résonantes constituant le correcteur sont maximales et indépendantes de la structure de réalisation, cascade ou parallèle.

2.3 Le Réglage du Correcteur Résonant Multifréquentiel Autorégulateur dans le Domaine Continu

2.3.1 Les exigences de conception pour les applications de la commande du moteur en vitesse variable

Les performances d'un système asservi (par exemple le temps de réponse, le dépassement et l'amortissement) peuvent être étudiées par le lieu des pôles [ZHENG 1997]. Si les pôles du système en boucle fermée se déplacent de leurs positions d'affectation imposées par le réglage d'origine, les performances souhaitées ne sont pas maintenues ou, pire, le système devient instable dans les plus mauvais cas. Les méthodes classiques telle que le lieu des pôles, les lieux de Bode et le lieu de Nyquist sont utiles pour la synthèse des systèmes stationnaires, grâce à l'interprétation graphique des effets des paramètres du correcteur sur la réponse du système. [LEE 1979].

Dans les applications à la commande de machine en vitesse variable, le système est souvent non stationnaire et non linéaire. En effet, la fréquence variable, la variation des résistances et inductances de bobinages avec la température, la saturation magnétique, etc. sont autant de facteurs de non stationnarités et de non linéarités. La conception du système consiste à trouver un correcteur robuste afin que les pôles en boucle fermée se maintiennent dans les zones désirées pour toutes variations des paramètres du processus commandé (la machine).

2.3.2 Le réglage du correcteur par la méthode du placement des pôles

Le placement des pôles est une technique classique pour le réglage d'un correcteur et il est bien adapté aux systèmes asservis adaptatifs [HALPENRN 1988]. Le but de cette technique est de définir des correcteurs en plaçant les pôles du système en boucle fermée en des points définissant les performances désirées. Plusieurs algorithmes de placement des pôles ont été proposés pour la conception des correcteurs de systèmes SISO [CHOW 1989], les systèmes SIMO [YANG 1996], ou même pour les systèmes MIMO [CHOW 1990] [CAMERON 1988] [LI 1979].

En vue de réaliser un placement des pôles robuste lorsque le système est variant, les critères doivent être sélectionnés convenablement afin que les racines caractéristiques puissent se situer dans les zones souhaitées, indépendamment des variations des paramètres du processus [DUMUR 2001] [LONGHI 1996] [ZHENG 1997]. Si ces variations sont importantes et non négligeables, le correcteur doit être autoadaptatif de manière à maintenir les pôles en boucle fermée dans une zone préfixée [VANDECASTEELE 1998].

Quelques chercheurs ont proposé des algorithmes autoadaptatifs dont les coefficients du correcteur sont estimés directement sans identification du polynôme caractéristique. Dans ces cas, l'autoadaptation utilise des algorithmes implicites qui peuvent conduire à des temps de calcul incompatibles, notamment si les pôles désirés ne sont pas choisis correctement (accord réaliste avec la physique du processus à commander) [YAACOB 1998]. En général, le correcteur autorégulateur est donc conçu en identifiant le polynôme caractéristique du système en boucle fermée avec un polynôme

définissant le placement de pôles. Lorsque le système varie, le polynôme caractéristique modifié est identifié à ce polynôme de critère pour régler les coefficients du correcteur.

En considérant le modèle présenté par la Figure 2.4(a), le polynôme caractéristique est donné par:

$$P_s(s) = (Ls + R) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{k=0}^{2n} a_k s^k \quad (2.12)$$

Le principe de réglage consiste alors à résoudre l'équation (2.13) connaissant a priori le polynôme $P_{ref}(s)$ afin d'obtenir les coefficients a_k du correcteur en fonction des fréquences de résonance ω_i :

$$P_s(s) = P_{ref}(s) \quad (2.13)$$

La solution est unique si la condition suivante est respectée :

$$\text{degree}(P_{ref}) = m \leq 2n + 1 \quad (2.14)$$

La complexité de cette solution dépend de l'ordre m du polynôme de critère $P_{ref}(s)$. En général, m est choisi comme égal à $2n+1$ afin que les pôles en boucle fermée soient totalement contrôlables. Le problème méthodologique fondamental est alors d'étudier les lieux des pôles par ce polynôme pour évaluer les performances donc la robustesse.

2.3.2.1 Critère de NASLIN

Le polynôme de critère défini par NASLIN [NASLIN 1968] configure les lieux des pôles afin, que le système asservi présente une réponse temporelle quasi identique, quel que soit l'ordre du polynôme caractéristique retenu. Il a été appliqué au réglage du correcteur résonant dans un système à courant alternatif asservi [VANDECASTEELE 1998]. Le polynôme du critère d'ordre n défini par Naslin est exprimé par:

$$P_{Nas}(s) = 1 + \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\alpha \cdot \omega_0^2} + \frac{s^3}{\alpha^3 \cdot \omega_0^3} + \dots + \frac{s^n}{\alpha^{n(n-1)/2} \cdot \omega_0^n} \quad (2.16)$$

Le temps de dépassement t_p et la valeur du dépassement σ_p sont réglés indépendamment par la première pulsation caractéristique ω_0 et le rapport caractéristique α :

$$\text{temps de dépassement: } t_p \approx \frac{2.2}{\omega_0} \quad (2.17)$$

$$\text{valeur du dépassement: } \sigma_p \approx 10^{(4.8-2\alpha)} \quad (2.18)$$

Néanmoins, lorsque l'ordre du polynôme caractéristique est élevé, la période d'échantillonnage doit être plus faible afin que le système conçu par ce critère ait une réponse fréquentielle adéquate. En effet, la stabilité du système peut être remise en cause par un temps d'échantillonnage important. Par exemple, quand le nombre d'éléments résonant intégrés dans le correcteur dépasse trois, c'est-à-dire l'ordre du polynôme caractéristique $n \geq 7$, le critère de NASLIN n'est pas applicable ; la première pulsation caractéristique ω_0 peut atteindre une valeur maximale de 300 rad/s et la période minimale d'échantillonnage nécessaire est de $T_s = 100\mu s$.

2.3.2.2 Critère de la marge de la Stabilité Généralisée

Pour résoudre ce problème, un autre critère est celui de la “Marge de Stabilité Généralisée” permettant de concevoir le correcteur résonant multifréquentiel [WULVERYCK 2000]. Ce polynôme définit la même partie réelle pour les racines afin qu’ils aient une marge de stabilité identique. Pour concevoir un système asservi qui utilise un correcteur résonant de n fréquences, le polynôme de critère défini par cette méthode peut être exprimé par:

$$P_{GSM}(s) = \lambda(s+r) \prod_{i=1}^n [(s+r+j\varpi_i)(s+r-j\varpi_i)] \quad (2.18)$$

$$\{\lambda, r, \varpi_i \in \mathbf{R}; i, n \in \mathbf{N}\}$$

Avec ce critère, tous les pôles du système en boucle fermée sont placés sur une ligne verticale dans le plan complexe, comme présenté à la Figure 2.5. L’abscisse r détermine la marge de stabilité aussi bien que la réponse dynamique du système asservi. Les parties imaginaires sont imposées par les valeurs des fréquences de résonance ϖ_i . Dans les applications à fréquence variable, le réglage de ϖ_i varie avec celui des fréquences ω_i composant le spectre du signal d’entrée, de sorte que les calculs peuvent devenir lourds. Nous examinons la mise en œuvre dans le paragraphe suivant.

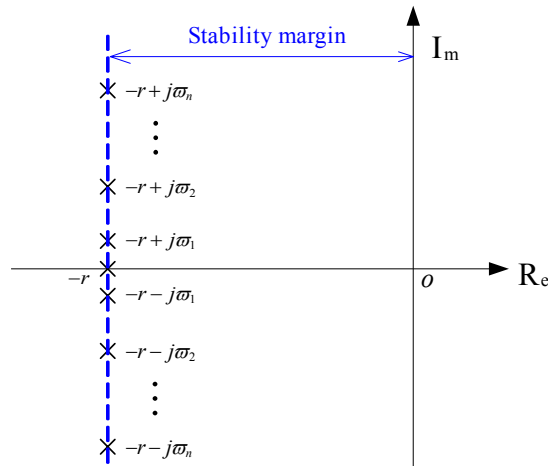


Figure 2.5 – Lieu des pôles en boucle fermée conçu par la Marge de la Stabilité Généralisée

2.3.2.3 La procédure du réglage du correcteur

Pour un système asservi comme illustré à la Figure 2.4, le réglage du correcteur résonant multifréquentiel peut être effectué en suivant la procédure:

- 1) **Choisir les fréquences de résonance :** Le nombre aussi bien que l’ordre des fréquences de résonance ω_i auquel l’erreur en régime permanent devrait être supprimé, sont sélectionnés d’après les exigences du système asservi. De cette façon, les configurations du correcteur résonant peuvent être déterminées comme dans (2.2) et/ou (2.3). S’il y a une composante continue dans les signaux, des éléments intégraux sont ajoutés en choisissant une des fréquences de résonance $\omega_1=0$. Nous discuterons de ce point par la suite.
- 2) **Calculer le polynôme caractéristique de boucle fermée :** Une fois la configuration du correcteur choisie pour un système bien identifié, le polynôme caractéristique en boucle fermée est déterminé. Pour la configuration en cascade:

$$P_s(s) = (Ls + R) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{k=0}^{2n} a_k s^k \quad (2.19)$$

Et pour la configuration en parallèle:

$$P_p(s) = (Ls + R + K_p) \cdot \prod_{i=1}^n (s^2 + \omega_i^2) + \sum_{i=1}^n \left\{ (b_i s + c_i) \cdot \prod_{j=1; j \neq i}^n (s^2 + \omega_j^2) \right\} \quad (2.20)$$

- 3) **Identifier les coefficients du correcteur en utilisant la technique de placement des pôles:** après avoir évalué les avantages et inconvénients des deux critères, le polynôme de la Marge de Stabilité Généralisée est choisi pour le réglage du système. En premier, les composantes imaginaires des pôles désirés sont choisis selon une position maximale notée $\varpi_i = \max(\omega_i)$. Ensuite, une valeur appropriée est sélectionnée avec soin pour la marge de stabilité r . Puis le polynôme caractéristique en boucle fermée est identifié au polynôme du critère:

$$P(s) = P_{GSM}(s) \quad (2.21)$$

(2n+1) équations peuvent être déduites, et il faut les résoudre pour obtenir les coefficients du correcteur en fonction de ω_i :

$$a_k = f_{ak}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) \quad (2.22)$$

ou $b_i = f_{bi}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ et $c_i = f_{ci}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$

De cette manière, le correcteur peut modifier les coefficients d'après ω_i , par conséquent il convient d'adapter les paramètres aux variations de fréquence du signal de référence.

Pour réduire l'exigence de calcul, [VANDECASTEELE 1998] a proposé de rendre effectif le correcteur en gardant les coefficients du numérateur constant et seulement modifier le dénominateur avec la variation de fréquence. Cependant, cette solution ne fonctionne pas pour des applications triphasées où le nombre de cellules résonantes et la variation de fréquence sont élevés

La synthèse des correcteur résonants multifréquentiels autorégulateurs (de 1 à 4 fréquences de résonance) dans le domaine continu est présentée à l'Annexe I. Les coefficients du correcteur sont exprimés en fonctions des paramètres du système et des fréquences de résonance ω_i .

2.3.3 Performances des correcteurs résonants autorégulateurs continus

Pour vérifier les performances des correcteurs résonants conçus par la méthode proposée, des simulations basées sur les modèles MATLAB/Simulink sont réalisées comme illustré à la Figure 2.4. Les paramètres de la charge sont donnés par $R = 2.0 \Omega$ et $L = 4.9 \text{ mH}$. Quel que soit le choix de configuration (cascade ou parallèle), ils conduisent aux mêmes performances.

2.3.3.1 Correcteur résonant fondamental

Nous présentons les résultats obtenus dans le cas où le système est commandé par un signal sinusoïdal avec une fréquence variable ω_p . Le correcteur résonant est conçu avec $r = 3000$ et

$\omega_1 = \max(\omega_p) = 1000 \text{ rad/s}$. Le polynôme caractéristique du système en boucle fermée est exprimé par :

$$P(s) = P_{GSM}(s) = s^3 + 9.0 \times 10^3 \cdot s^2 + 2.8 \times 10^7 \cdot s + 3.0 \times 10^{10} \quad (2.23)$$

Sans se soucier de la variation de ω_p , les pôles en boucle fermée sont fixés sur les positions :

$$P_1 = -3000 \quad P_2 = -3000 - j1000 \quad P_3 = -3000 + j1000$$

La Figure 2.6 présente les lieux de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour quelques valeurs du réglage redéfini en fonction de ω_p . Nous remarquons que le gain infini est toujours produit à la fréquence concernée ω_p ; à cette fréquence l'erreur permanente n'existe pas et on constate que le système asservi possède la même réponse dynamique en hautes fréquences quelle que soit la valeur de ω_p .

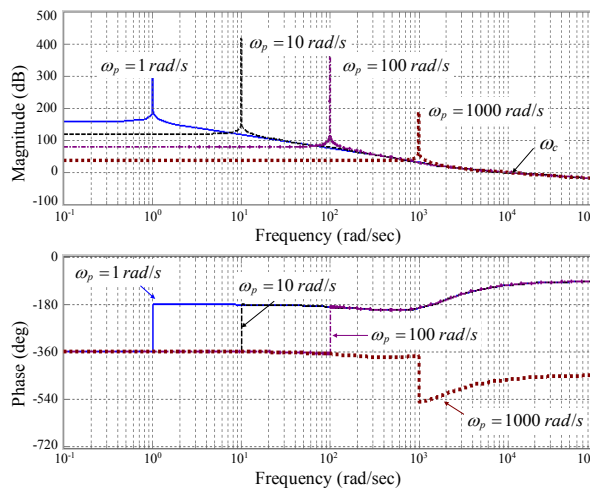


Figure 2.6 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte avec le correcteur résonant fondamental

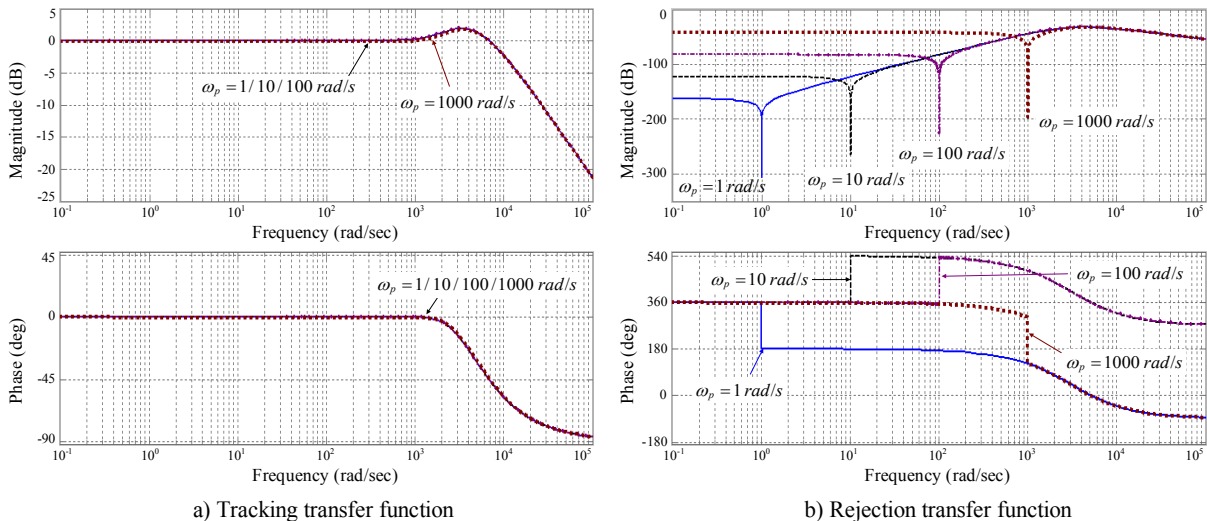


Figure 2.7 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle fermée avec le correcteur résonant fondamental

Les lieux de Bode de la fonction du transfert en poursuite du système en boucle fermée, donnés à la Figure 2.7(a), présentent une caractéristique de gain unitaire (0 dB) et une phase nulle à la fréquence

concernée ω_p . A la même fréquence de résonance, les perturbations en provenance de $V_s(s)$ peuvent être rejetées totalement, comme illustré par les lieux de Bode de la fonction du transfert en régulation du système en boucle fermée (Figure 2.7(b)).

La Figure 2.8 montre les performances temporelles simulées du correcteur résonant autorégulateur pour un courant de référence sinusoïdal à la fréquence variable ω_p . Le courant de référence est défini par:

$$i_{ref}(t) = \cos(\omega_p t) \quad (2.24)$$

Après une réponse transitoire très rapide, comme montré en (b), le courant réglé suit parfaitement la référence à fréquence variable, comme montré en (c), et aussi à fréquence fixe, comme montré en (d).

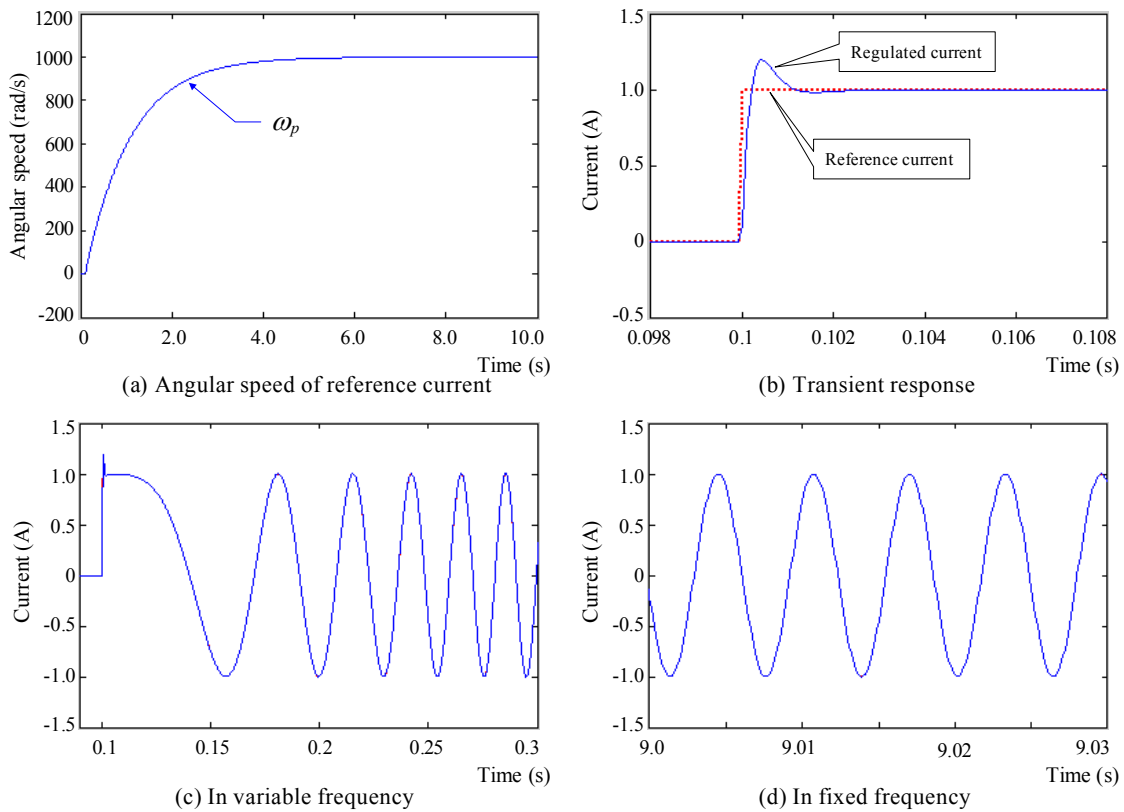


Figure 2.8 – Performance en poursuite du correcteur résonant fondamental

2.3.3.2 Correcteur résonant à deux fréquences

Le correcteur résonant à deux fréquences est utilisé dans le cas où il existe un autre harmonique que la fréquence fondamentale. Nous présentons les résultats obtenus dans le cas où l'harmonique de rang 3 existe dans le courant de référence, c'est-à-dire $N_i = 1,3$. Le correcteur résonant est conçu avec $\omega_1 = 1000$ rad/s et $r = 2000$ pour la configuration cascade ou parallèle. Le polynôme caractéristique du système en boucle fermée s'exprime alors par:

$$P(s) = P_{GSM}(s) = s^5 + 10^4 \cdot s^4 + 5 \times 10^7 \cdot s^3 + 1.4 \times 10^{11} \cdot s^2 + 2.09 \times 10^{14} \cdot s + 1.3 \times 10^{17} \quad (2.25)$$

Sans se soucier de la variation de la fréquence de résonance fondamentale ω_p , les pôles en boucle fermée sont fixés sur les positions:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= -2000 & P_2 &= -2000 - j1000 & P_3 &= -2000 + j1000 \\
 P_4 &= -2000 - j3000 & P_5 &= -2000 + j3000
 \end{aligned}$$

La Figure 2.9 présente les lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte. Nous remarquons que les gains infinis sont toujours obtenus aux fréquences concernées, ω_p et $3\omega_p$, conduisant à annuler totalement les erreurs de suivis à ces mêmes fréquences. On retrouve le même comportement en haute fréquence.

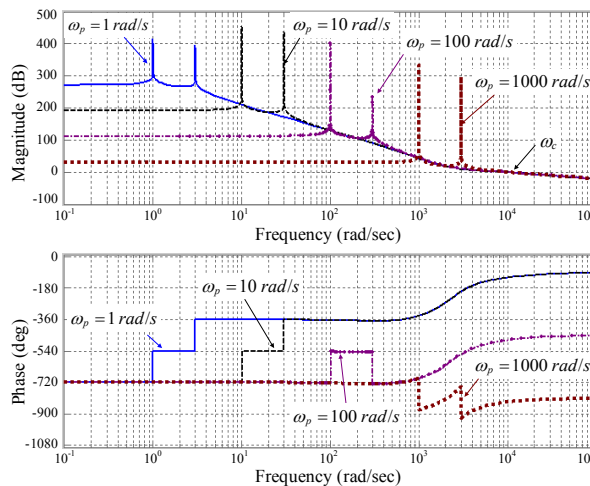


Figure 2.9 – lieux de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec le correcteur résonant à deux fréquences

Les lieux de Bode de la fonction du transfert en poursuite du système en boucle fermée, donnés dans la Figure 2.10(a), présentent une caractéristique de gain unitaire (0 dB) et une phase nulle à la fréquence concernée, quelle que soit ω_p .

Les lieux de Bode de la fonction du transfert en régulation du système en boucle fermée, donnés à la Figure 2.10(b), montre que les perturbations en provenance de $V_s(s)$ peuvent être rejetées totalement, quelle que soit ω_p .

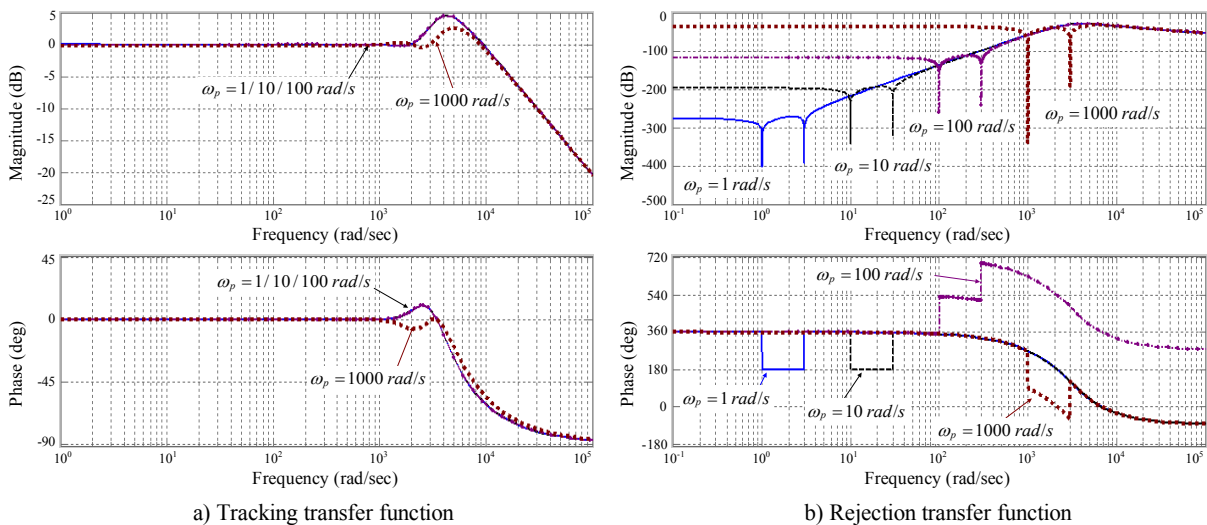


Figure 2.10 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle fermée avec le correcteur résonant à deux fréquences

La Figure 2.11 montre les performances temporelles simulées du correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences avec une fréquence variable ω_p . Le courant de référence est défini par:

$$i_{ref}(t) = \cos(\omega_p \cdot t) + \cos(3\omega_p t) \quad (2.26)$$

Après une réponse transitoire très rapide, comme montrée en (b), le courant réglé suit parfaitement la référence à fréquence variable, comme montré en (c), et aussi à fréquence fixe, comme montré en (d).

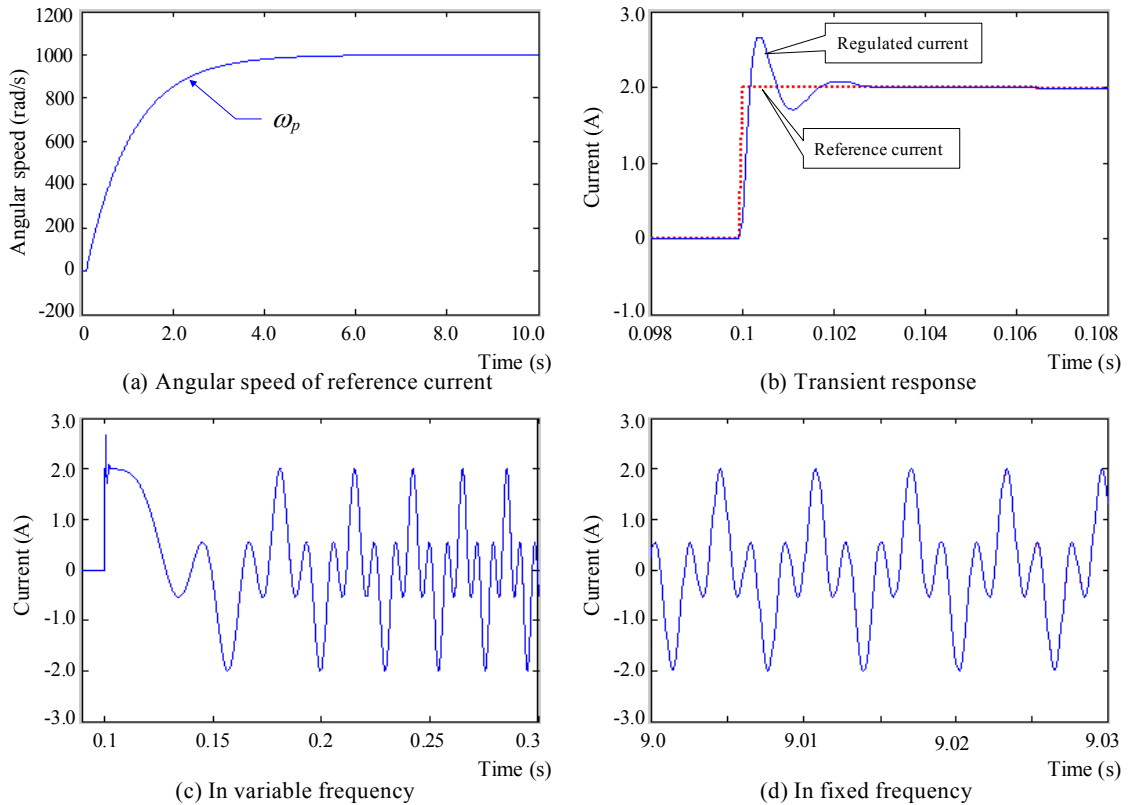


Figure 2.11 – Performance en poursuite du correcteur résonant à deux fréquences

2.3.3.3 Correcteur résonant à trois fréquences

Le correcteur résonant à trois fréquences est utilisé dans le cas où des composantes de rang 5 et 7 existent dans le courant de référence, soit $N_i = 1, 5, 7$, ce qui peut être un cas couramment rencontré avec les systèmes triphasés. Le correcteur résonant est conçu par $\omega_1 = 1000$ rad/s et $r = 2000$ pour la configuration cascade ou parallèle. Le polynôme caractéristique du système en boucle fermée est exprimé alors par:

$$P(s) = P_{GSM}(s) = s^7 + 1.4 \times 10^4 \cdot s^6 + 1.59 \times 10^8 \cdot s^5 + 1.03 \times 10^{12} \cdot s^4 + 4.86 \times 10^{15} \cdot s^3 + 1.45 \times 10^{19} \cdot s^2 + 2.33 \times 10^{22} \cdot s + 1.54 \times 10^{25} \quad (2.27)$$

Sans se soucier de la variation de la fréquence de résonance fondamentale ω_p , les pôles en boucle fermée sont fixés sur les positions:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= -2000 & P_2 &= -2000 - j1000 & P_3 &= -2000 + j1000 \\
 P_5 &= -2000 - j5000 & P_4 &= -2000 + j5000 \\
 P_7 &= -2000 - j7000 & P_6 &= -2000 + j7000
 \end{aligned}$$

La Figure 2.12 présente les lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte. On retrouve les mêmes performances que pour le correcteur à deux fréquences.

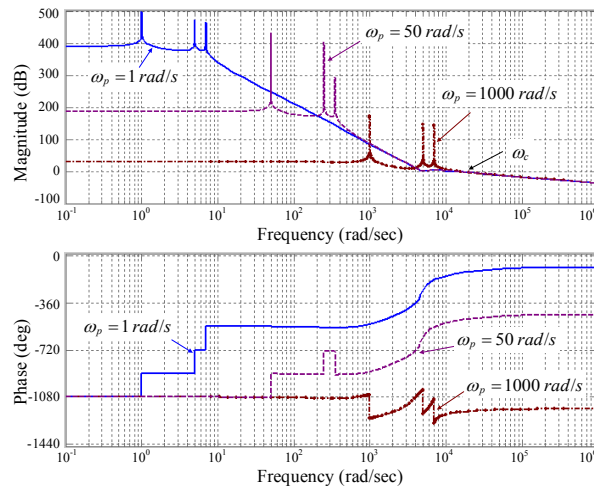
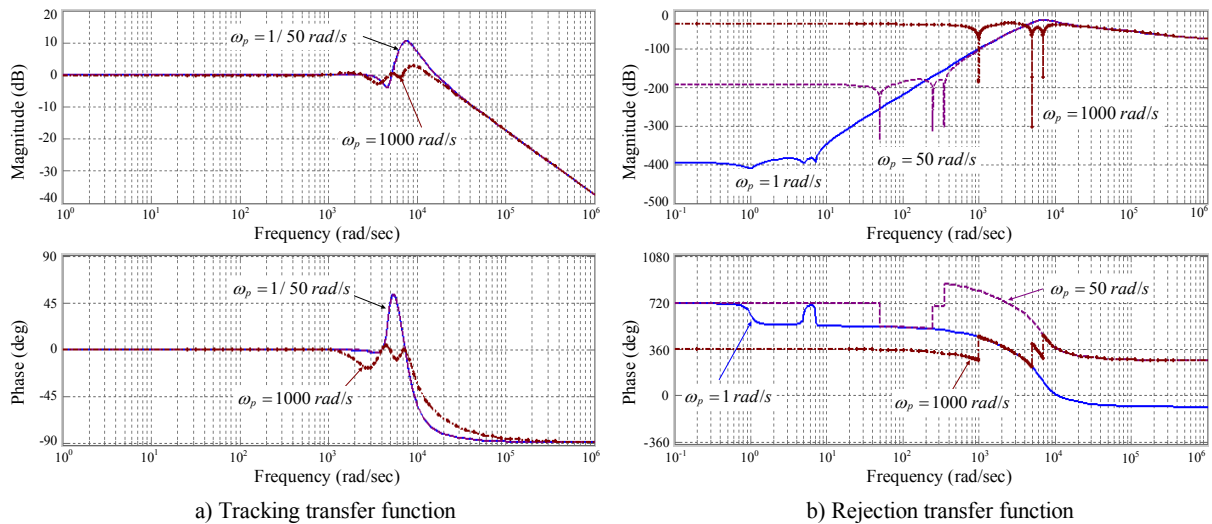


Figure 2.12 – lieux de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec le correcteur résonant à trois fréquences

Les figures 2.13(a) et 2.13(b) permettent d’apprécier les performances en boucle fermée, comme nous l’avons vu précédemment avec le correcteur à deux fréquences.



a) Tracking transfer function

b) Rejection transfer function

Figure 2.13 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle fermée avec le correcteur résonant de trois fréquences

La Figure 2.14 montre les performances temporelles simulées du correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences lorsque le courant de référence est défini par:

$$i_{ref}(t) = \cos(\omega_p t) + 0.3 \cdot \cos(5\omega_p t) + 0.2 \cdot \cos(7\omega_p t) \quad (2.28)$$

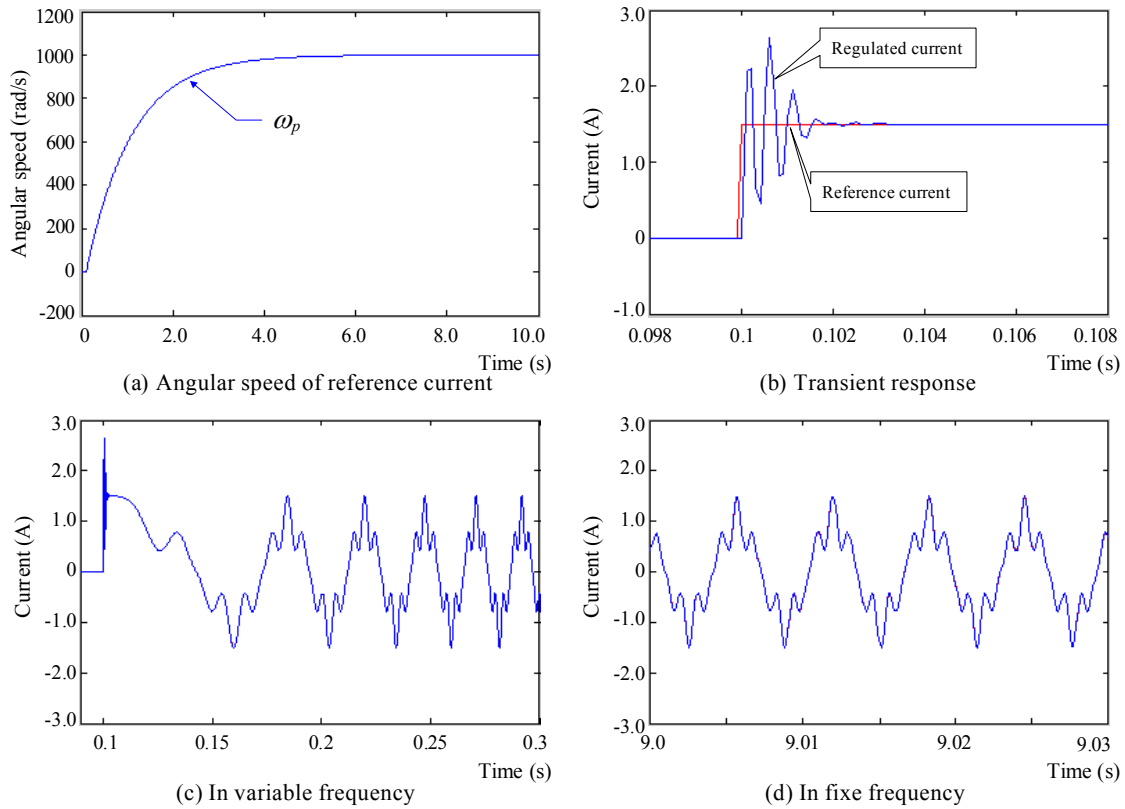


Figure 2.14 – Performance en poursuite du correcteur résonant à trois fréquences

2.3.3.4 Correcteur résonant à quatre fréquences

Le correcteur résonant de quatre fréquences est utilisé dans le cas où il existe dans le courant de référence des composantes de rang 5, 7 et 11 par exemple, soit $N_i = 1, 5, 7, 11$. Comme précédemment, le correcteur résonant est conçu par $\omega_1 = 1000$ rad/s et $r = 2000$ et le polynôme caractéristique du système en boucle fermée est exprimé alors par:

$$P(s) = P_{GSM}(s) = s^9 + 1.8 \times 10^4 \cdot s^8 + 3.4 \times 10^8 \cdot s^7 + 3.4 \times 10^{12} \cdot s^6 + 2.89 \times 10^{16} \cdot s^5 + 1.63 \times 10^{20} \cdot s^4 + 6.89 \times 10^{23} \cdot s^3 + 1.92 \times 10^{27} \cdot s^2 + 2.97 \times 10^{30} \cdot s + 1.92 \times 10^{33} \quad (2.29)$$

Sans se soucier de la variation de la fréquence de résonance fondamentale ω_p , les pôles en boucle fermée sont fixés sur les positions:

$$\begin{aligned} P_1 &= -2000 & P_2 &= -2000 - j1000 & P_3 &= -2000 + j1000 \\ P_4 &= -2000 - j5000 & P_5 &= -2000 + j5000 & P_6 &= -2000 - j7000 \\ P_7 &= -2000 + j7000 & P_8 &= -2000 - j11000 & P_9 &= -2000 + j11000 \end{aligned}$$

La Figure 2.15 présente les lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte. Les figures 2.16 montre les performances en boucle fermée. Les conclusions restent les mêmes que pour les structures précédemment étudiées.

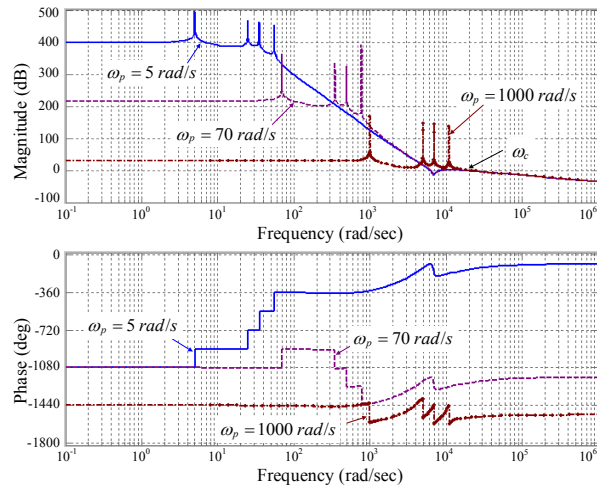


Figure 2.15 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte avec le correcteur résonant à quatre fréquences

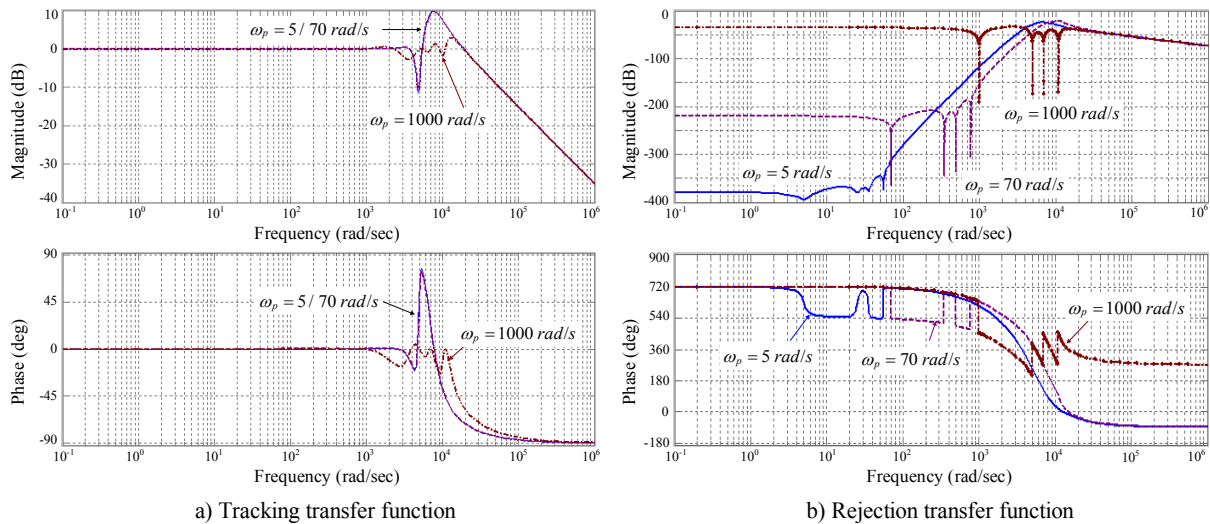


Figure 2.16 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle fermée avec le correcteur résonant à quatre fréquences

La [Figure 2.17](#) montre les performances temporelles simulées du correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences lorsque le courant de référence est défini par:

$$i_{ref}(t) = \cos(\omega_p t) + 0.2 \cdot \cos(5\omega_p t) + 0.1 \cdot \cos(7\omega_p t) + 0.1 \cdot \cos(11\omega_p t) \quad (2.30)$$

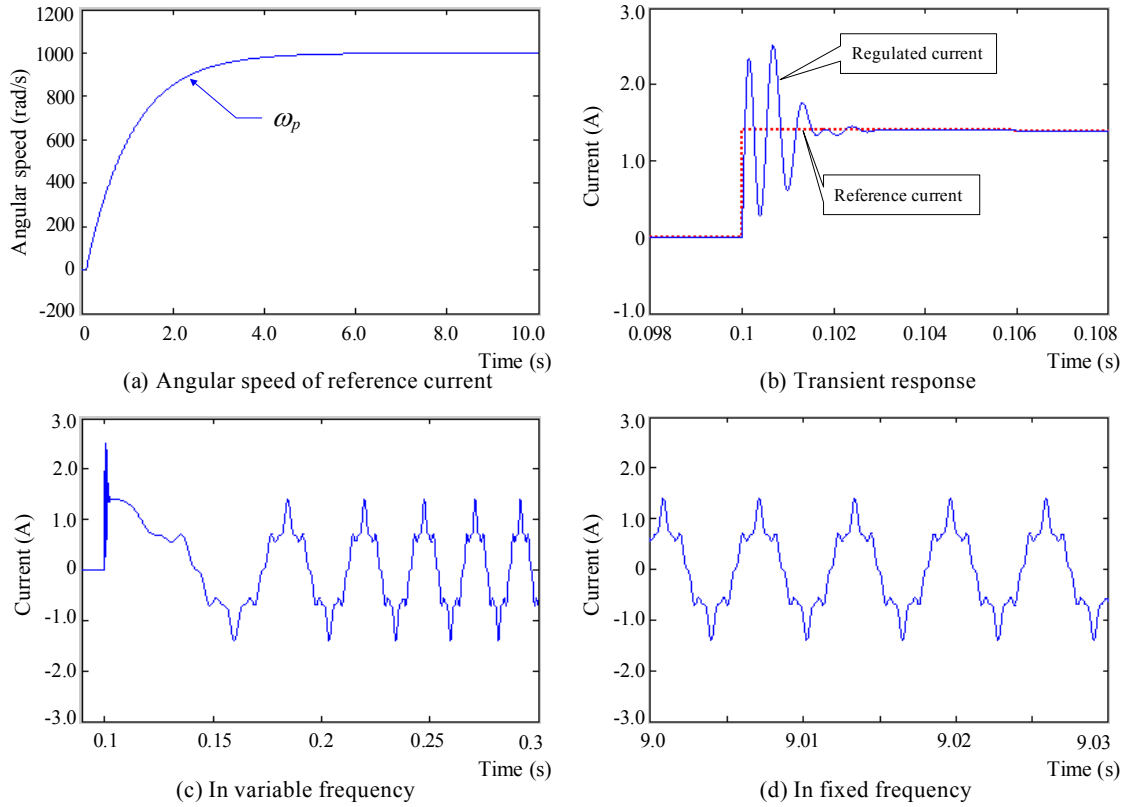


Figure 2.17 – Performances en poursuite du correcteur résonant à quatre fréquences

2.3.4 Prise en compte de composantes continues

Dans le cas où des composantes continues sont présentes dans la référence, des éléments intégraux doivent être ajoutés en choisissant simplement une des fréquences de résonance nulle [DEGOBERT 2000]. Par exemple, pour poursuivre une référence définie par (2.31), un correcteur résonant de quatre fréquences avec les rangs d'harmonique $N_i = 0, 1, 5, 7$ est alors mis en oeuvre. La solution paraît triviale, mais il nous a semblé nécessaire de l'analyser finement, car nous verrons qu'elle constitue un apport de performances supplémentaires. Soit l'exemple d'un courant de référence défini par :

$$i_{ref}(t) = 5 \cdot t + \cos(\omega_p t) + 0.3 \cdot \cos(5\omega_p t) + 0.1 \cdot \cos(7\omega_p t) \quad (2.31)$$

Si le correcteur est conçu par $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$ et $r = 2000$, le polynôme caractéristique du système en boucle fermée est exprimé par:

$$P(s) = P_{GSM}(s) = s^9 + 1.8 \times 10^4 \cdot s^8 + 2.19 \times 10^8 \cdot s^7 + 1.72 \times 10^{12} \cdot s^6 + 9.6 \times 10^{15} \cdot s^5 + 3.8 \times 10^{19} \cdot s^4 + 1.0 \times 10^{23} \cdot s^3 + 1.66 \times 10^{26} \cdot s^2 + 1.55 \times 10^{29} \cdot s + 6.15 \times 10^{31} \quad (2.32)$$

les pôles en boucle fermée sont fixés sur les positions:

$$\begin{aligned} P_{1,2,3} &= -2000 & P_4 &= -2000 - j1000 & P_5 &= -2000 + j1000 \\ P_6 &= -2000 - j5000 & P_7 &= -2000 + j5000 \\ P_8 &= -2000 + j7000 & P_9 &= -2000 - j7000 \end{aligned}$$

La Figure 2.18 présente les lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte et la Figure 2.19 ceux du système asservi. Il est indéniable que les performances sont excellentes et on remarque que la décroissance du gain en boucle ouverte est un facteur de limitation des bruits de haute fréquence. Cela étant, c'est souvent le cas puisque les systèmes physiques ont naturellement des comportements de filtre passe-bas en raison de l'inertie inéluctable dans tous les systèmes.

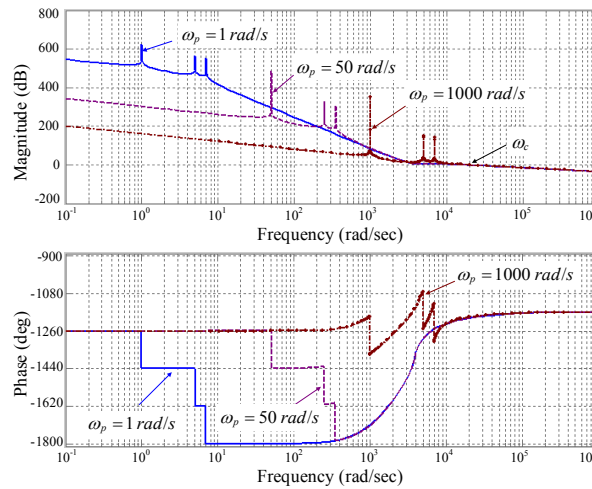


Figure 2.18 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle ouverte avec le correcteur résonant à trois fréquences et fréquence nulle

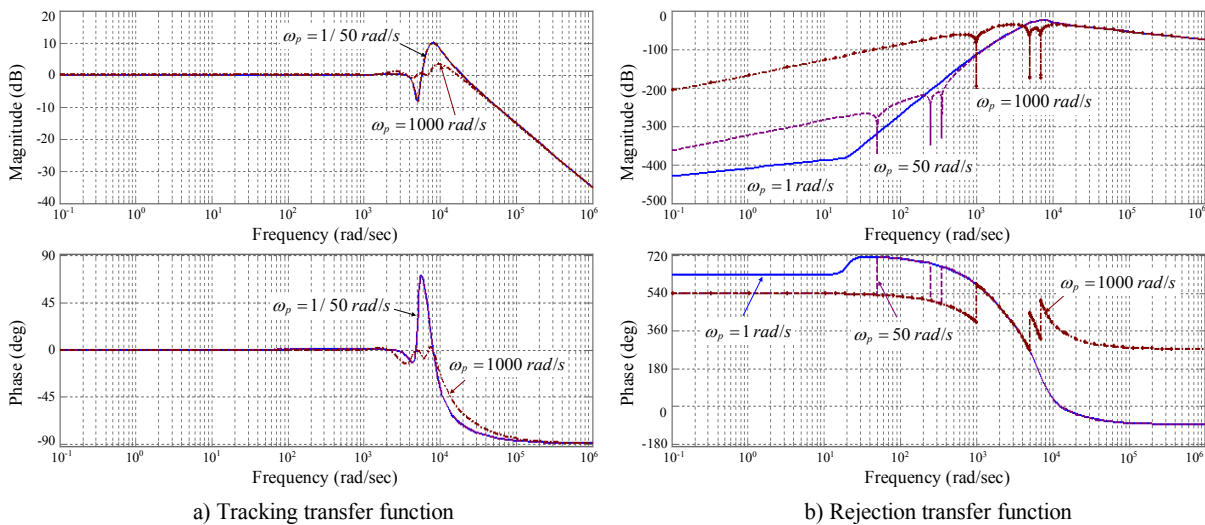


Figure 2.19 – lieux de Bode de la fonction du transfert en boucle fermée avec le correcteur résonant à trois fréquences et fréquence nulle

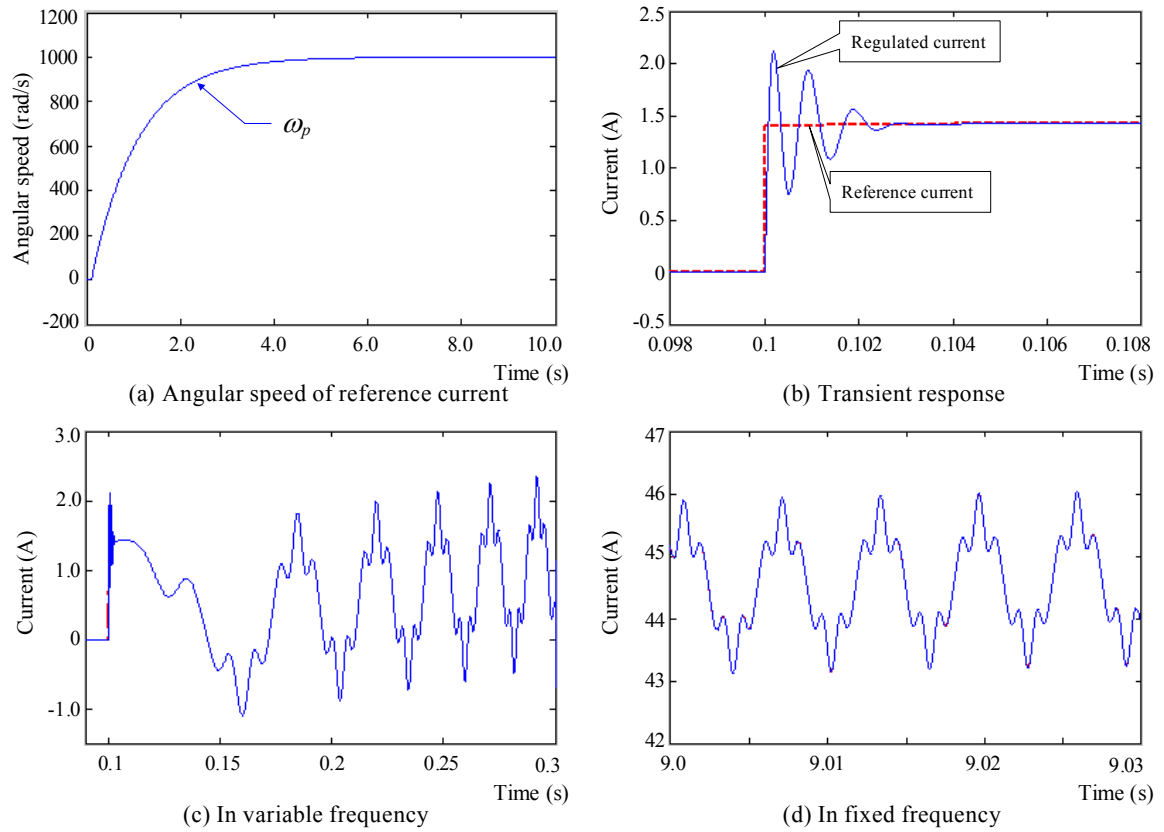


Figure 2.20 – Performances en poursuite du correcteur résonant à trois fréquences et fréquence nulle

La Figure 2.20 montre les performances simulées du correcteur résonant proposé en poursuite du courant de référence défini par (2.28). Même si une composante continue très importante existe dans le courant de référence, le courant réglé peut poursuivre parfaitement la référence en fréquence variable, comme montré en (c), et aussi en fréquence fixe, comme montré en (d).

2.4 Mise en Oeuvre du Correcteur Résonant Autorégulateur dans les Systèmes Numériques Temps Réel

2.4.1 Synthèse du correcteur résonant autorégulateur discret

Pour la mise en œuvre dans un système temps réel, les formules suivantes sont utilisées pour décrire la fonction de transfert du correcteur résonant dans le domaine discret (T_s représente la période d'échantillonnage).

Pour le correcteur résonant en configuration cascade :

$$C_s(z) = \frac{\sum_{k=0}^{2n} a_k z^k}{\prod_{i=1}^n [z^2 - 2 \cos(\omega_i T_s) z + 1]} \quad (2.33)$$

Pour le correcteur résonant en configuration en parallèle:

$$C_p(z) = K_p + \sum_{i=1}^n \frac{b_i z + c_i}{[z^2 - 2 \cos(\omega_i T_s) z + 1]} \quad (2.34)$$

Par conséquent, les modèles discrets du système contrôlé par les correcteurs résonants multifréquentiels sont représentés à la [Figure 2.21](#).

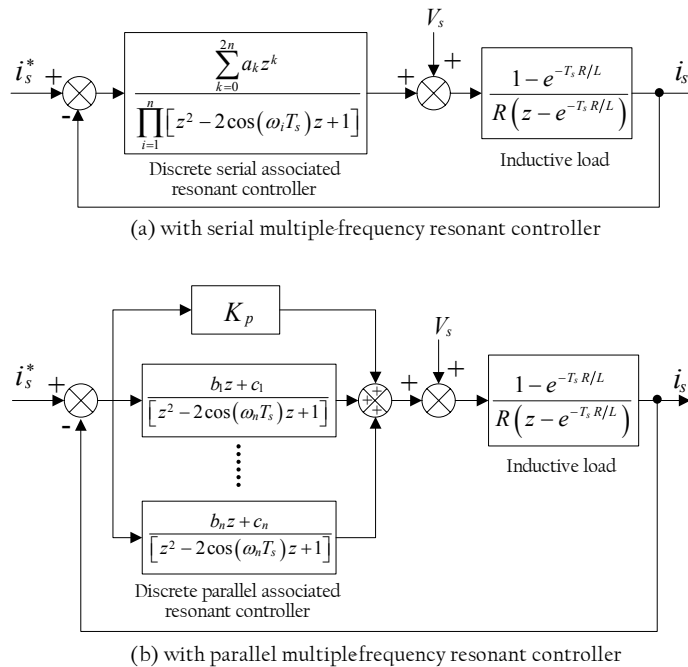


Figure 2.21 – Modèles discrets du système asservi selon la structure du correcteur

Une technique similaire est utilisée pour déterminer les coefficients du correcteur résonant discret. On assigne la même marge de stabilité à tous les pôles du système en boucle fermée. Pour le modèle continu, comme décrit dans la [section 2.3.2.2](#), les pôles sont placés sur une ligne verticale avec une

marge de stabilité définie par r dans le plan continu (figure 2.22(a)). Pour le modèle discret, les pôles sont alors disposés sur un cercle de rayon $r_d = e^{-rT_s}$ dans le plan discret (R_z, I_z), comme montré à la figure 2.22(b) [FURUTA 1987] [LEE 1986].

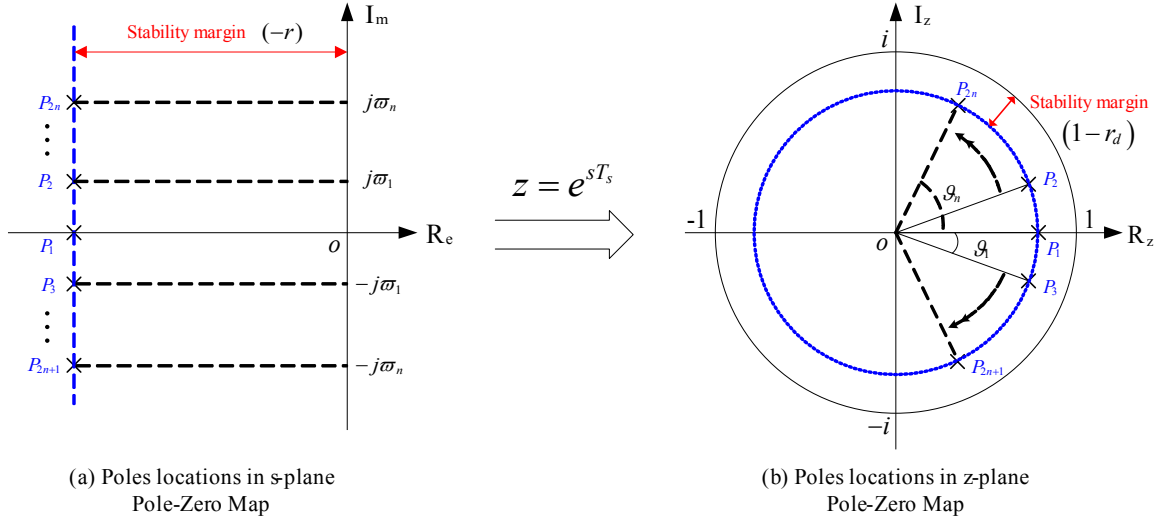


Figure 2.22 – Lieux des pôles en boucle fermée conçus par la Marge de Stabilité Généralisée

Le polynôme de critère équivalent qui définit le polynôme caractéristique dans le domaine discret est exprimé par:

$$P_{GSM}(z) = \lambda \cdot (z - r_d) \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_i)z + r_d^2] \quad (2.35)$$

$$\{\lambda, r, \varpi_i, T_s \in \mathbf{R}; i, n \in \mathbf{N}\}$$

Le réglage des correcteurs résonants multifréquentiels autorégulateurs peut être réalisé en suivant une procédure similaire comme illustré dans la [section 2.3.2.3](#):

- 1) **Choisir les fréquences de résonance:** le nombre aussi bien que les valeurs de fréquence de résonance ω_i pour lesquelles l'erreur en régime permanent doit être annulée, sont sélectionnés d'après les exigences du système asservi. S'il y a des composantes continues, une cellule résonante est déterminée avec $\omega_1 = 0$.
- 2) **Calculer le polynôme caractéristique de boucle fermée:** Pour un système utilisant les correcteurs résonants configurés en cascade:

$$P_s(z) = R \cdot (z - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2 \cos(\omega_i T_s)z + 1] + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \sum_{k=0}^{2n} a_k z^k \quad (2.36)$$

et pour un système utilisant les correcteurs résonants configurés en parallèle:

$$P_p(z) = [R \cdot (z - e^{-T_s \cdot R/L}) + K_p] \cdot (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2 \cos(\omega_i T_s)z + 1] + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ (b_i z + c_i) \cdot \prod_{j=1; j \neq i}^n (z^2 - 2 \cos(\omega_j T_s)z + 1) \right\} \quad (2.37)$$

- 3) **Identifier les coefficients du correcteur en utilisant la technique de placement des pôles:** Identifier le polynôme caractéristique en boucle fermée donné par (2.36) ou (2.37) au polynôme de critère, avec les valeurs appropriées de r_d et $\mathcal{G}_i = \max(\omega_i) \cdot T_s$:

$$P(z) = P_{GSM}(z) \quad (2.38)$$

(2n+1) équations sont alors déduites dont la résolution conduite aux coefficients du correcteur en fonction de ω_i :

La synthèse des correcteurs résonants multifréquentiels autorégulateurs (de 1 à 4 fréquences de résonance) dans le domaine discret est présentée à l'Annexe II. Les coefficients du correcteur sont exprimés en fonctions des paramètres du système et des fréquences de résonance ω_i .

Comme les coefficients du correcteur résonant dépendent des fréquences de résonance ω_i , on est obligé de les recalculer à chaque période d'échantillonnage. Le tableau 2-1 donne le nombre d'opérations de calcul pour chaque correcteur résonant. Ainsi, les correcteurs résonants en cascade demandent moins de calcul que les correcteurs résonants en parallèles et, comme les deux types de correcteur donnent les mêmes performances de contrôle, la configuration en cascade est le choix retenu pour la mise en œuvre du correcteur résonant multifréquentiel autorégulateur. Ainsi, seul ce type de correcteur sera mis en œuvre dans les sections suivantes.

TABLEAU 2-1
COMPARAISON DES DIFFERENTS CORRECTEURS RESONANTS

Types du correcteur résonant autorégulateur		Nombre d'opérations	
Nombre de fréquence résonante	Configuration	Addition	Multiplication
Une	Cascade/Parallèle	6	7
Deux	Cascade	16	16
	Parallèle	20	28
Deux	Cascade	31	40
	Parallèle	40	53
Trois	Cascade	49	50
	Parallèle	58	65

2.4.2 Analyse de retard du temps dans les système en temps réel

Le retard est un problème classique rencontré dans la mise en œuvre de systèmes asservis en temps réel. Bien des utilisateurs ne perçoivent pas cette problématique qui peut conduire à limiter les performances du système, car implicitement ils supposent négligeable cet aspect des choses ou simplement l'oublient. Le retard est l'un des facteurs les plus limitatifs pour la rapidité de la plupart des systèmes, tel que réseaux électriques, pneumatiques et hydrauliques, processus chimiques, , etc. [DEBELJKOVIC 2002]. L'existence d'un retard pur est souvent à l'origine de réponse mal amortie

et, évidemment, dans les cas extrêmes de déstabilisation ce qui peut même être préjudiciable aux équipements.

Par exemple, nous étudions le système asservi discret qui utilise un correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences ($N_i = 1,5$), comme représenté à la Figure 2.23. L'inductance et la résistance de la charge sont données par $R = 2.0 \Omega$ et $L = 4.9 \text{mH}$. La fréquence fondamentale maximale du courant de référence $\omega_{p_max} = 1000 \text{ rad/s}$ et le temps d'échantillonnage $T_s = 100 \mu\text{s}$.

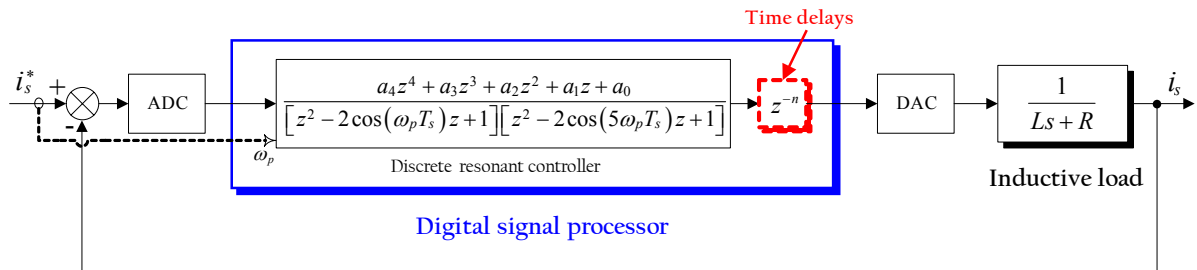


Figure 2.23 – Système asservi numérique à courant alternatif

Le correcteur est conçu avec $r_d = 0.9$, $\mathcal{G}_1 = 1000T_s$ et $\mathcal{G}_2 = 5000T_s$, en vue de placer tous les pôles du système en boucle fermée sur un cercle avec un rayon de 0.9 dans le plan discret, comme illustré à la Figure 2.24(a), sans se soucier de la variation de la fréquence du courant de référence ω_p .

Cependant, à cause du temps du calcul de l'algorithme et/ou le temps de la conversion des signaux (analogique/numérique A/N et numérique/analogique N/A), le retard est inéluctablement présent dans un système numérique en temps réel, qui est alors représenté par l'opérateur z^{-n} à la Figure 2.23. Les retards peuvent être placés n'importe où dans la boucle, ainsi dans la suite du travail, nous supposons qu'il se trouve en aval du correcteur comme sur cette même figure. Dans ce retard est à l'origine d'un déplacement des pôles calculés sans sa prise en compte.

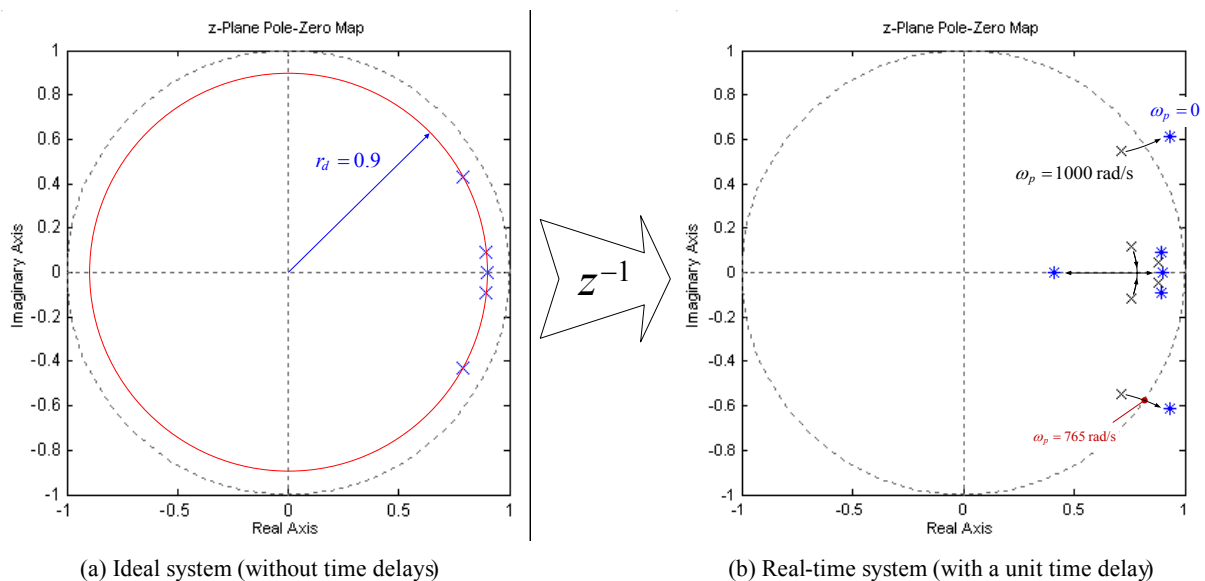


Figure 2.24 – Lieux des pôles du système idéal et du système numérique réel

Dans l'exemple du retard unitaire (z^{-1}), un pôle supplémentaire apparaît en plus des cinq pôles originaux. De plus, ces pôles n'ont pas de positions fixes et se déplacent avec les différentes valeurs de ω_p , comme illustré à la [Figure 2.24\(b\)](#). Quand la fréquence ω_p du courant diminue de 1000 rad/s à 0 rad/s, deux pôles s'éloignent de l'origine et sortent du cercle unitaire pour $\omega_p < 765$ rad/s. Cela signifie que si le correcteur résonant est conçu pour un gamme de fréquence de résonance de 0 à 1000 rad/s, le système asservi sera destabilisé quand ω_p sera inférieure à 765 rad/s. Par conséquent, le réglage du correcteur résonant doit être robuste par rapport au retard intervenant dans le système réel et dû à la discrétisation globale de l'information.

2.4.3 Critère de stabilité pour le système discret avec retard unitaire

L'analyse de la stabilité des systèmes temps réel est l'un du sujet les plus abordés par beaucoup de chercheurs. Comment minimiser l'effet du retard dans un système asservi discret ? D'abord, inventorier avec soin les différents retards selon plusieurs approches, en se concentrant surtout sur la conversion des signaux. Ensuite, définir une estimation réaliste des performances dynamiques exigées pour l'application.

Habituellement, deux classes de critère de stabilité sont adoptées pour concevoir le correcteur dans un tel système. La première classe est de calculer la condition de la stabilité sans prendre en compte les retards, tel que cela est présenté dans l'équation (2.35). La deuxième classe prend les retards en considération. Cependant, l'introduction des retards rend l'analyse de la stabilité du système beaucoup plus compliquée, mais il faut convenir que c'est incontournable et c'est ainsi que plusieurs critères ont été proposés pour la conception des systèmes asservis.

Quand la référence et/ou la sortie peuvent être prédites, une méthode est proposée par [YUAN 2002]. La fonction de transfert du correcteur est reformulée pour compenser un ou deux pas de retard dans le système asservi.

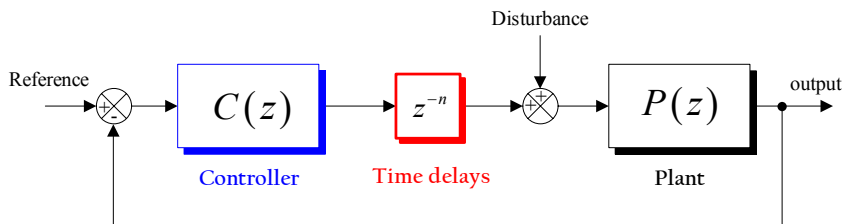


Figure 2.25 –Système linéaire temps invariant avec retard du temps dans la boucle

Un autre critère plus général est proposé par Chung-Yao Kao [KAO 2004]. On considère le système asservi discret comme illustré à la [Figure 2.25](#) dans lequel $P(z)$ représente le système à régler et $C(z)$ représente le correcteur. Si le système en boucle fermée est stable pour un retard nul, le critère de stabilité du système bouclé pour un retard z^{-n} est défini par:

$$\left| \frac{C(e^{j\omega}) \cdot P(e^{j\omega})}{1 + C(e^{j\omega}) \cdot P(e^{j\omega})} \right| < \frac{1}{n \cdot |e^{j\omega} - 1|}, \quad \forall \omega \in [0, \infty]. \quad (2.39)$$

Cependant, comme la fonction de transfert du correcteur résonant autorégulateur $C(z)$ varie avec ω_p , l'analyse de la stabilité du système devient rapidement compliquée et une grande quantité de calcul est exigée avec cette approche.

Nous proposons donc une approche plus simple pour concevoir le correcteur résonant autorégulateur utilisé dans les systèmes avec retard. En supposant qu'un retard unitaire soit introduit dans le système asservi comme illustré à la Figure 2.21(a), le polynôme caractéristique en boucle fermée devient :

$$P_s(z) = R \cdot z \cdot (z - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2 \cos(\omega_i T_s) z + 1] + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \sum_{k=0}^{2n} a_k z^k \quad (2.40)$$

Les pôles en boucle fermée peuvent être placés selon les deux méthodes suivantes :

La première méthode place un pôle supplémentaire (P_0) sur l'axe réel (distance r_0) sans modifier les positions des pôles du système original ($P_1 \cdots P_{2n+1}$) supposé sans retard, comme représentée à la Figure 2.26(a). Le polynôme de critère modifié est donné par :

$$P_{GSM-1}(z) = \lambda \cdot (z - r_0) \cdot (z - r_d) \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_i) z + r_d^2] \quad (2.41)$$

r_0 représente la distance du pôle supplémentaire P_0 à l'origine qui définit une marge de stabilité supplémentaire du système. Pour assurer la stabilité du système, il faut que la condition suivante soit satisfaite pour la gamme désirée de la fréquence de résonance ω_i :

$$|r_0| = \left| e^{-T_s R/L} - r_d + 2 \cdot \sum_{i=1}^n [\cos(\omega_i T_s) - r_d \cdot \cos(\mathcal{G}_i)] \right| < 1 \quad (2.42)$$

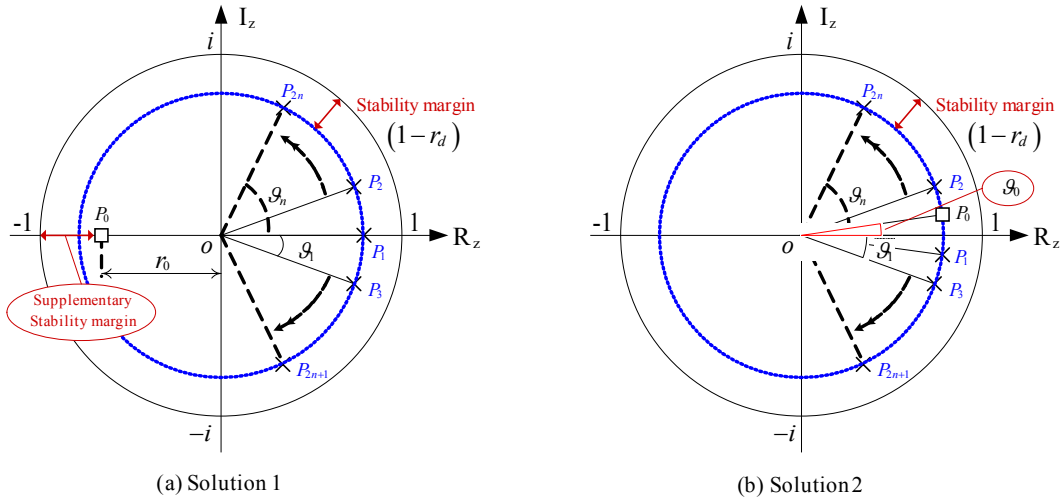


Figure 2.26 – Pôles obtenus pour le système asservi avec un retard unitaire

La deuxième méthode force le pôle supplémentaire à avoir la même marge de stabilité que celle des pôles originaux. Les pôles obtenus sont illustrés à la Figure 2.26(b) et le polynôme de critère modifié est donné par :

$$P_{GSM-2}(z) = \lambda \cdot [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_0) z + r_d^2] \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_i) z + r_d^2] \quad (2.43)$$

Pour assurer la stabilité du système, il faut que la condition suivante soit satisfaite pour la gamme désirée de la fréquence de résonance ω_i :

$$|\cos(\mathcal{G}_0)| = \left| \frac{e^{-T_s R/L}}{2r_d} + \frac{1}{r_d} \cdot \sum_{i=1}^n [\cos(\omega_i T_s) - r_d \cdot \cos(\mathcal{G}_i)] \right| \leq 1 \quad (2.44)$$

Le système asservi conçu par ces deux méthodes conduit à une même robustesse du système bouclé. Cependant, avec la première méthode, il est plus facile de clarifier l'influence du pôle supplémentaire introduit par la prise en compte du retard sur la stabilité du système. Par conséquent, nous ne retiendrons que cette première méthode avec le polynôme (2.41) dans les sections suivantes de cette thèse. Les techniques de réglage, c'est-à-dire comment choisir les valeurs appropriées pour r_d et \mathcal{G}_i , et les performances du correcteur, sont décrites dans la prochaine section.

2.4.4 Réglage et performances des correcteurs résonants dans le système numérique temps réel

Dans cette section, nous présentons la mise en œuvre des correcteurs résonants autorégulateurs dans le système en temps réel. L'algorithme en temps réel est écrit en langage C et implémenté dans la carte DS1104 de dSPACE GmbH. Avec l'aide du logiciel de l'interface temps réel (RTI), les codes peuvent être générés automatiquement à partir du modèle SIMULINK. Les valeurs des tensions et courants sont obtenus à partir de sondes puis les signaux sont numérisés par un convertisseur analogique/numérique. La Figure 2.27 présente l'organisation fonctionnelle du dispositif expérimental. Le Tableau 2-2 donne quelques spécifications du système.

TABLEAU 2-2
SPECIFICATIONS DU SYSTEME ETUDIE

Charge inductive	Inductance	$L = 4.9$ [mH]
	Résistance	$R = 2.0$ [Ω]
Temps d'échantillonnage		$T_s = 100$ [μ s]
Tension du Bus continu		$V_{DC} = 40$ [V]
IGBT switching frequency		20 [kHz]

Remarque: dans cette section, nous présentons seulement le correcteur résonant conçu en appliquant le premier critère de stabilité défini par (2.41). Théoriquement, toutes les valeurs peuvent être assignées à \mathcal{G}_i , néanmoins, nous les définissons selon (2.45) afin de simplifier l'analyse :

$$\mathcal{G}_i = K_g \cdot \omega_{i_max} \cdot T_s \quad (2.45)$$

ω_{i_max} représentent les valeurs maximales des fréquences du courant, et K_g est un facteur entre 0 et 1 qu'il est nécessaire de déterminer. Par conséquent, le réglage du correcteur consiste à trouver des limites convenables pour r_d et K_g afin que, pour la gamme exigée de la fréquence de résonance (de 0 à 1000 rad/s), la condition de stabilité du système définie par (2.42) soit toujours satisfaite.

La configuration et l'implémentation, du correcteur résonant multifréquentiel autorégulateur (de 1 à 4 fréquences de résonance) dans le système en temps réel, sont données à l'Annexe III.

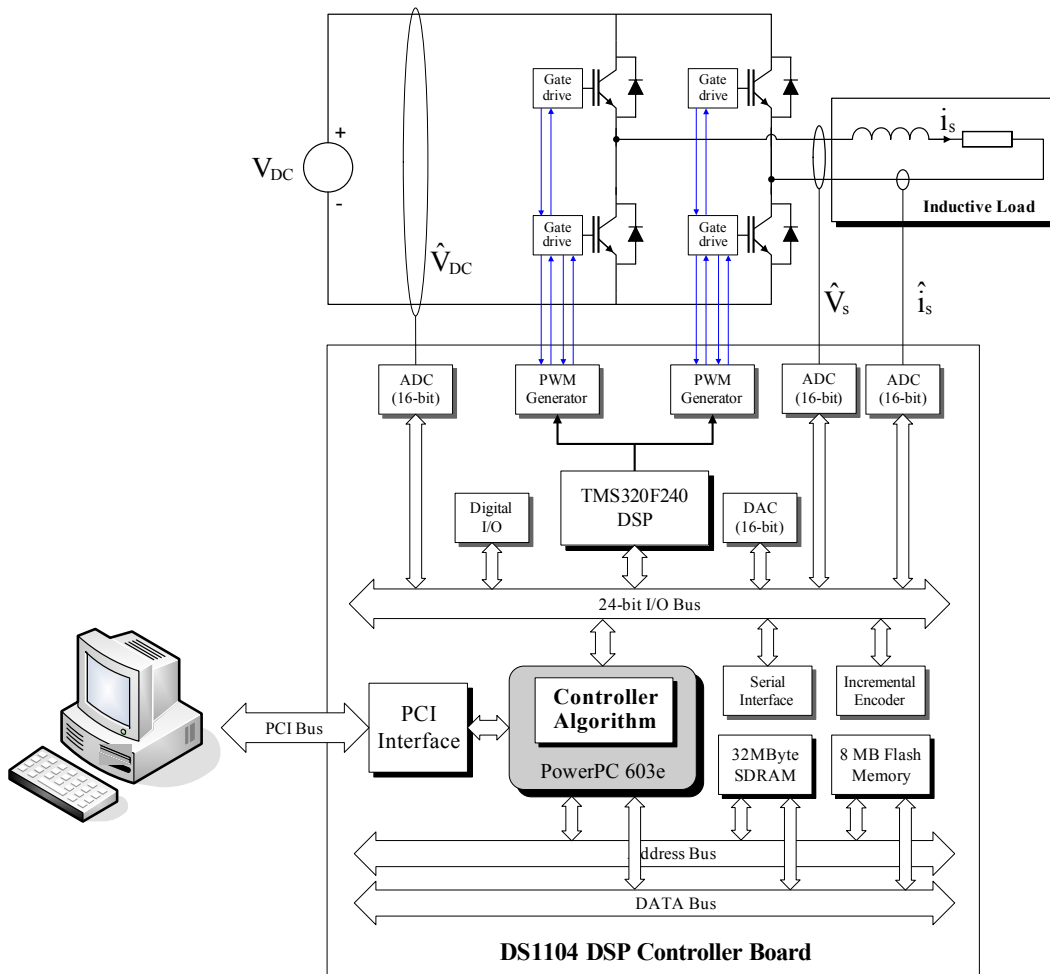


Figure 2.27 – Organisation fonctionnelle du système expérimental

2.4.4.1 Correcteur résonant autorégulateur fondamental

D'après (2.42), la condition suivante devrait être satisfaite pour garantir la stabilité du système en boucle fermée :

$$|r_0| = \left| e^{-T_s R/L} + 2 \cdot \cos(\omega_p T_s) - r_d - 2r_d \cdot \cos(\mathcal{A}) \right| < 1 \quad (2.46)$$

Si on choisit $K_g = 1$, c'est-à-dire $\mathcal{A} = 1000 \cdot T_s$, les valeurs de r_0 qui satisfont cette condition peuvent être représentées par une surface comme illustrée à la Figure 2.28(a). De la projection de cette surface sur le plan (r_d, ω_p) , nous pouvons trouver la limite convenable pour r_d , comme montré à la Figure 2.28(b). Le système reste stable pour une gamme de ω_p de 0 à 1000 rad/s quand r_d est entre 0.66 et 1.0.

Si nous choisissons $K_g = 1$ et $r_d = 0.9$, le polynôme caractéristique du système en boucle fermée s'écrit :

$$P(z) = [z + 1.731 - 2 \cos(0.0001 \cdot \omega_p)] \cdot (z^3 - 2.691 \cdot z^2 + 2.422 \cdot z - 0.729) \quad (2.47)$$

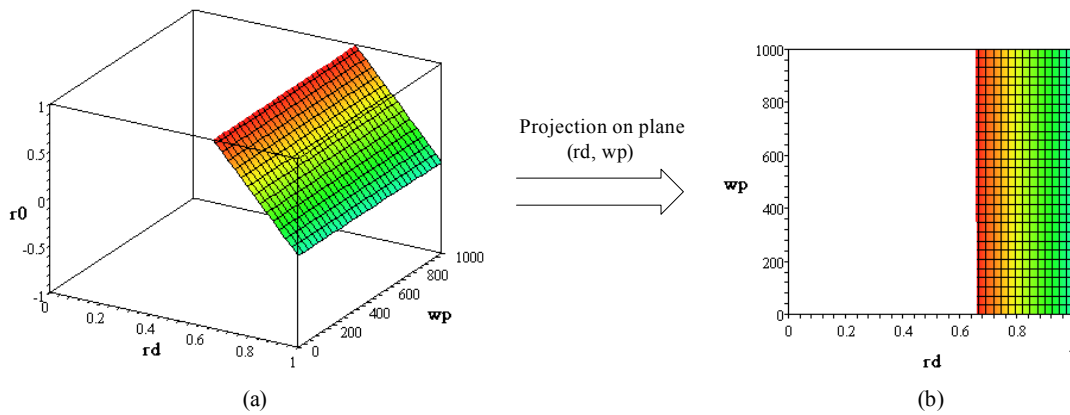


Figure 2.28 – Variation de r_0 en fonction de la marge de la stabilité r_d et la fréquence résonante du courant ω_p (avec le correcteur résonant autorégulateur fondamental et $K_g=1$)

Quand la fréquence de résonance ω_p varie de 0 à 1000 rad/s, les trois pôles du système original (marqués par \times) restent dans les mêmes positions sur le cercle de rayon 0.9, cependant, la position du pôle supplémentaire P_0 se déplace de 0.269 (marqué par \square) à 0.259 (marqué par \triangle), comme montré à la Figure 2.29.

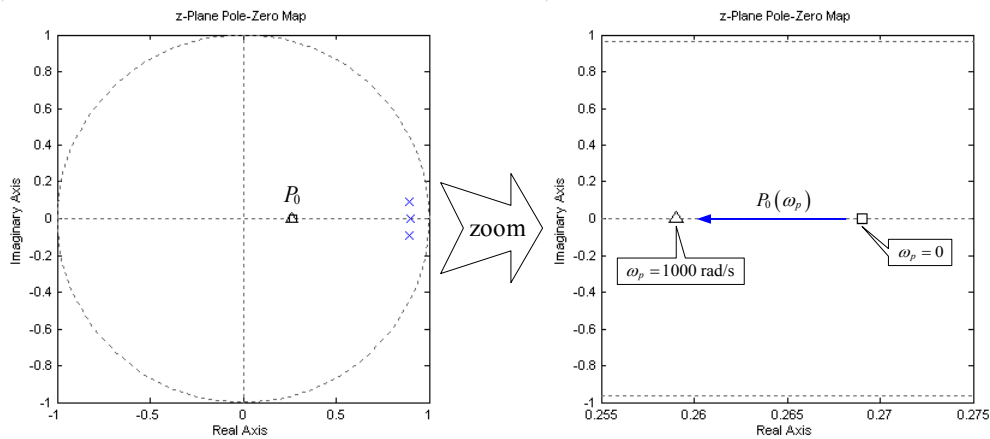


Figure 2.29 – Lieux des pôles en boucle fermée (correcteur résonant autorégulateur fondamental)

Les lieux de Bode du système en boucle ouverte sont donnés à la Figure 2.30(a). Comme ceux de la Figure 2.6, ils ont toujours le gain infini à la fréquence de résonance ω_p , et la réponse en haute fréquence est similaire. En boucle fermée, comme le montre la Figure 2.30(b), le gain est unitaire (0 dB) et la phase est nulle à la fréquence de résonance, quelle que soit la valeur de ω_p .

La Figure 2.31 présente les formes d'ondes du courant de référence et du courant de la charge quand un correcteur résonant autorégulateur fondamental est utilisé. Le courant de référence est défini par :

$$i_{sref}(t) = \cos(\omega_p t)$$

ω_p variant de 0 à 1000 rad/s en 10s

Le courant de la charge suit correctement le courant de référence. Cependant, à cause de la non linéarité de l'inductance, la forme du courant de la charge contient des composantes harmoniques.

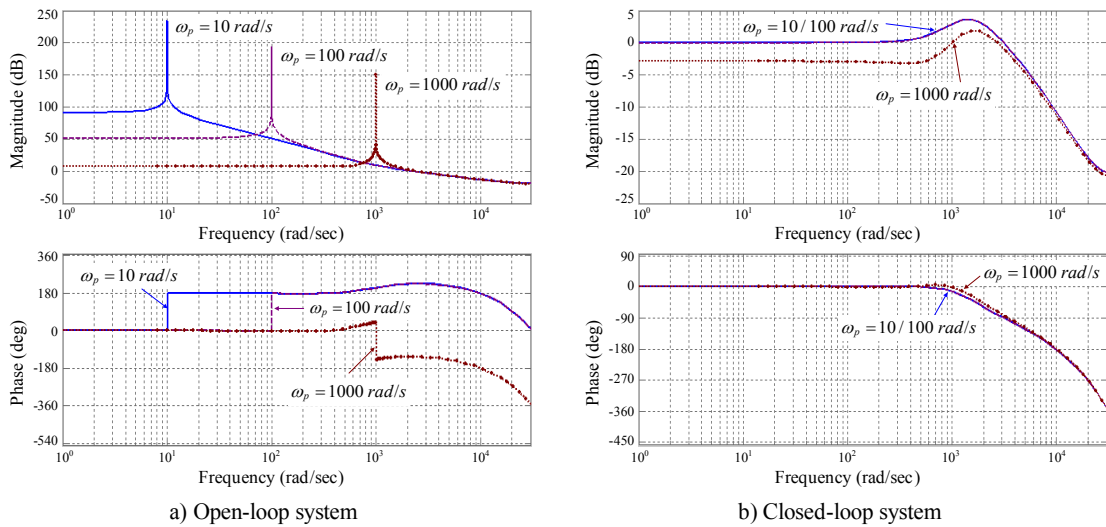


Figure 2.30 – Lieux de Bode du système asservi avec le correcteur résonant autorégulateur fondamental ($K_g = 1$, $r_d = 0.9$)

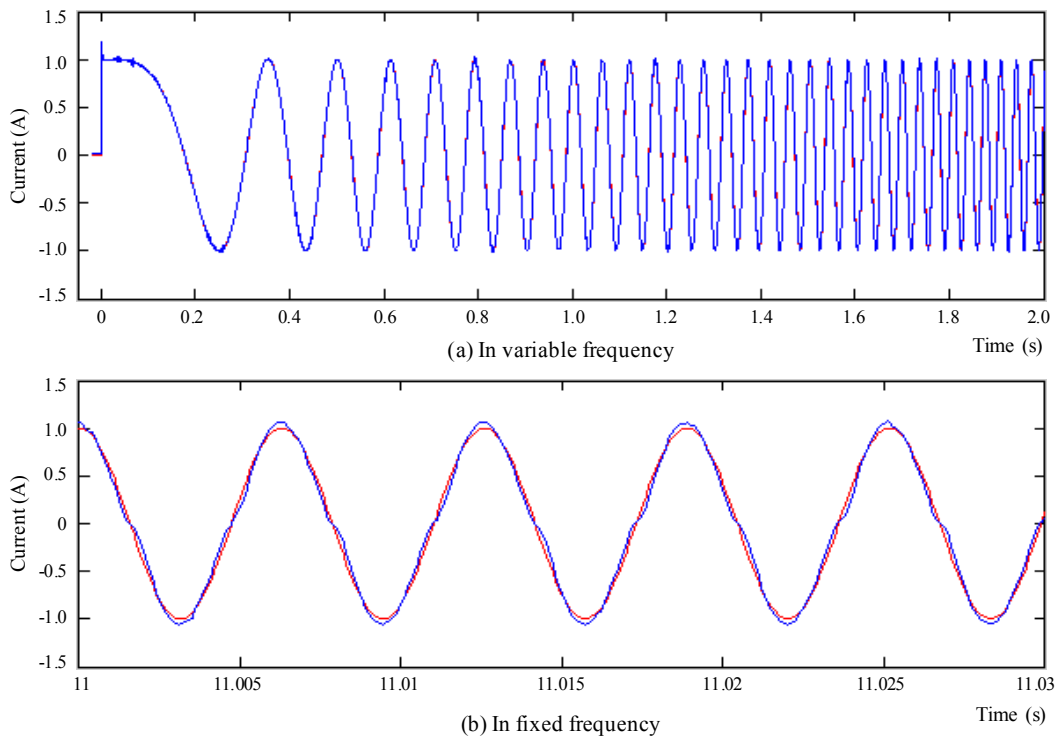


Figure 2.31 – Résultats expérimentaux en utilisant le correcteur résonant fondamental ($K_g = 1$, $r_d = 0.9$)

2.4.4.2 Correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences

Nous présentons les résultats obtenus dans le cas où l'harmonique de rang 3 existe dans le courant de référence, c'est-à-dire $N_i = 1,3$. D'après (2.42), la condition suivante devrait être satisfaite pour garantir la stabilité du système en boucle fermée :

$$|r_0| = \left| e^{-T_s R/L} + 2 \cdot [\cos(\omega_p T_s) + \cos(3\omega_p T_s)] - r_d - 2r_d \cdot [\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2)] \right| < 1 \quad (2.48)$$

Si on choisit $K_g = 1$, c'est-à-dire $\mathcal{G}_1 = 1000 \cdot T_s$ et $\mathcal{G}_2 = 3000 \cdot T_s$, les valeurs de r_0 qui satisfont cette condition sont représentées par une surface comme illustrée à la Figure 2.32(a). La projection de cette surface sur le plan (r_d, ω_p) , comme le montre la Figure 2.32(b), indique que la valeur valide de r_d devrait être choisie entre 0.80 et 1.0 afin que le système puisse rester stable pour une gamme de ω_p variant de 0 à 1000 rad/s.

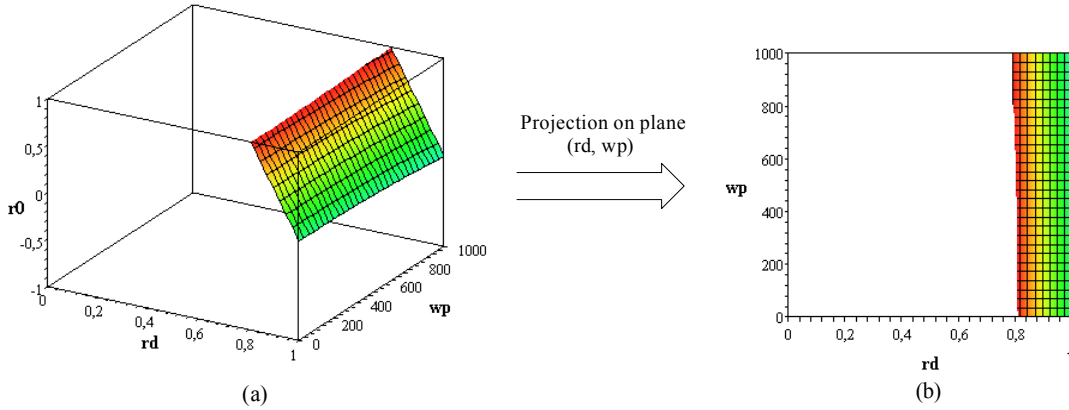


Figure 2.32 – Variation de r_0 en fonction de la marge de la stabilité r_d et la fréquence résonante du courant ω_p (avec le correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences et $K_g = 1$)

Si nous choisissons $K_g = 1$ et $r_d = 0.9$, le polynôme caractéristique du système en boucle fermée peut être exprimé par :

$$P(z) = \left[z + 3.451 - 2 \cos(0.0001 \cdot \omega_p) - 2 \cos(0.0003 \cdot \omega_p) \right] \times (z^5 - 4.411 \cdot z^4 + 7.859 \cdot z^3 - 7.073 \cdot z^2 + 3.215 \cdot z - 0.590) \quad (2.49)$$

Quand la fréquence de résonance ω_p varie de 0 à 1000 rad/s, les cinq pôles du système original (marqués par \times) restent dans les mêmes positions sur le cercle de rayon 0.9, cependant le pôle supplémentaire P_0 se déplace de 0.549 (marqué par \square) à 0.45 (marqué par \triangle), comme le montre la Figure 2.33.

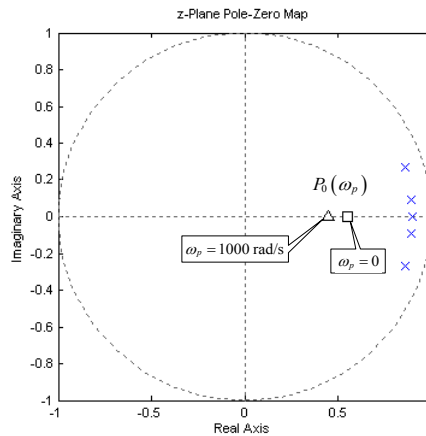


Figure 2.33 – Lieux des pôles en boucle fermée (correcteur résonant autorégulateur à 2 fréquences)

La Figure 2.34 montre les lieux de Bode du système en boucle ouverte et en boucle fermée ; sur ces derniers, le gain est unitaire (0 dB) et la phase de $2k\pi$ aux fréquences de résonance, quelle que soit la valeur de ω_p .

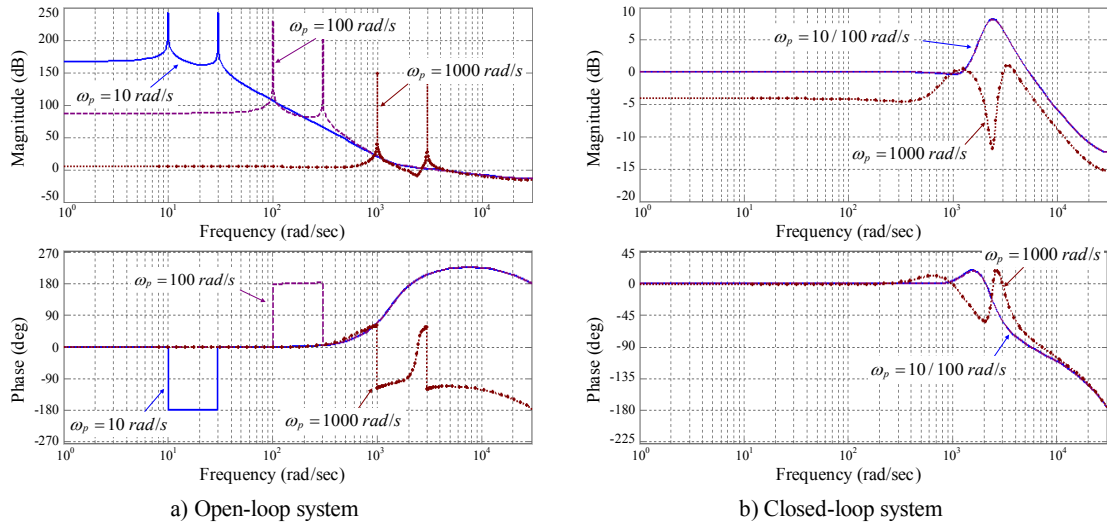


Figure 2.34 – Lieux de Bode du système asservi avec le correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences ($K_g = 1$, $r_d = 0.9$)

La Figure 2.35 présente les formes du courant de référence et du courant de charge quand un correcteur résonant autorégulateur de deux fréquences est utilisé avec comme courant de référence :

$$i_{sref}(t) = \cos(\omega_p t) - 0.4 \cdot \cos(3 \cdot \omega_p t)$$

ω_p variant de 0 à 1000 rad/s en 10s

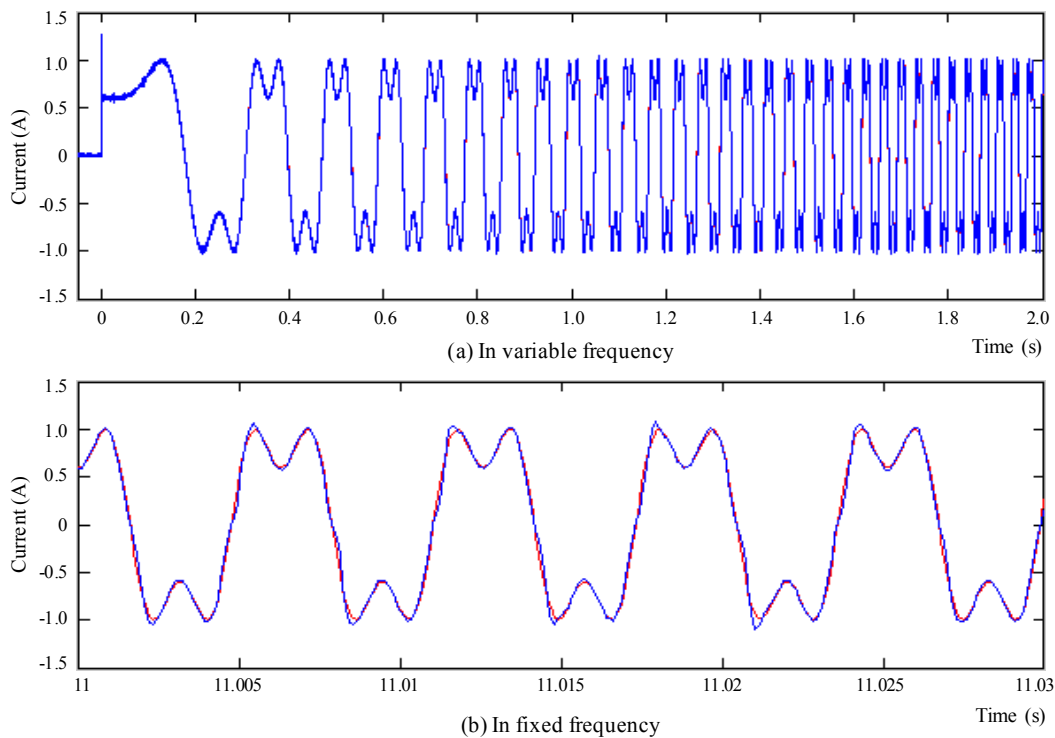


Figure 2.35 – Résultats expérimentaux en utilisant le correcteur résonant autorégulateur à deux fréquences ($K_g = 1$, $r_d = 0.9$)

2.4.4.3 Correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences

Nous présentons les résultats obtenus dans le cas où des harmoniques de rang 3 et 5 existent dans le courant de référence, c'est-à-dire $N_i = 1, 3, 5$. D'après (2.42), la condition suivante devrait être satisfaite pour garantir la stabilité du système en boucle fermée :

$$|r_0| = \left| \frac{e^{-T_s R/L} + 2 \cdot [\cos(\omega_p T_s) + \cos(3\omega_p T_s) + \cos(5\omega_p T_s)]}{-r_d - 2r_d \cdot [\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)]} \right| < 1 \quad (2.50)$$

Si on choisit $K_g = 1$, c'est-à-dire $\mathcal{G}_1 = 1000 \cdot T_s$, $\mathcal{G}_2 = 3000 \cdot T_s$ et $\mathcal{G}_3 = 5000 \cdot T_s$, les valeurs de r_0 qui satisfont cette condition peuvent être représentées par une surface comme illustrée à la Figure 2.36(a). La projection de cette surface sur le plan (r_d, ω_p) indique que la valeur valide de r_d devrait être choisie entre 0.90 et 1.0 afin que le système puisse rester stable pour une gamme de ω_p variant de 0 à 1000 rad/s, comme montré à la Figure 2.36(b).

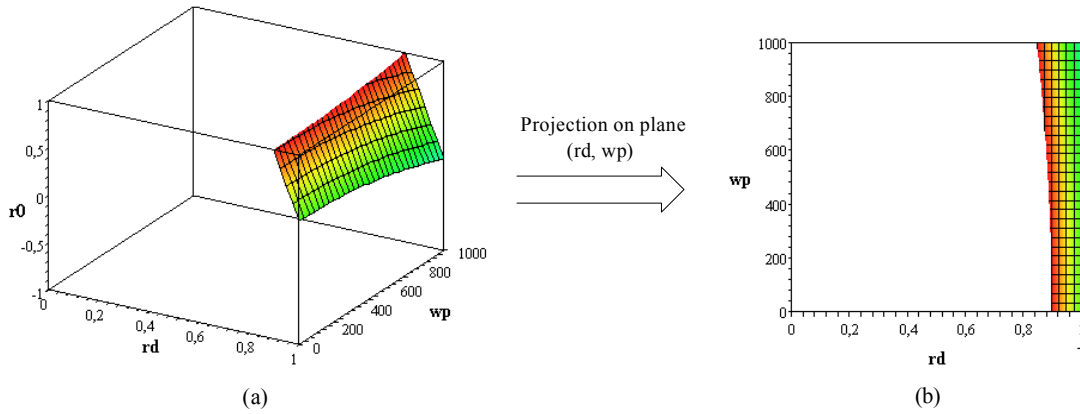


Figure 2.36 – Variation de r_0 en fonction de la marge de la stabilité r_d et la fréquence résonante du courant ω_p (avec le correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences et $K_g = 1$)

Si nous choisissons $K_g = 1$ et $r_d = 0.94$, le polynôme caractéristique du système en boucle fermée peut être exprimé par :

$$P(z) = [z + 5.296 - 2 \cos(0.0001 \cdot \omega_p) - 2 \cos(0.0003 \cdot \omega_p) - 2 \cos(0.0005 \cdot \omega_p)] \times (z^7 - 6.257 \cdot z^6 + 17.057 \cdot z^5 - 26.275 \cdot z^4 + 24.698 \cdot z^3 - 14.168 \cdot z^2 + 4.592 \cdot z - 0.648) \quad (2.51)$$

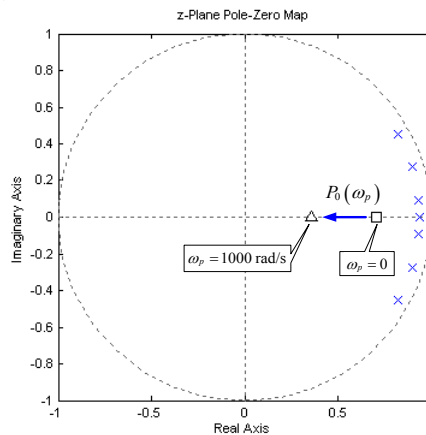


Figure 2.37 – Lieux des pôles en boucle fermée (correcteur résonant autorégulateur à 3 fréquences)

Quand la fréquence de résonance ω_p varie de 0 à 1000 rad/s, les sept pôles du système original (marqués par \times) restent à nouveau dans les mêmes positions sur le cercle avec de rayon 0.94, cependant, le pôle supplémentaire P_0 se déplace de 0.704 (marqué par \square) à 0.359 (marqué par Δ), comme le montre la Figure 2.37.

Les lieux de Bode du système en boucle ouverte et en boucle fermée sont donnés à la figure 2.38.

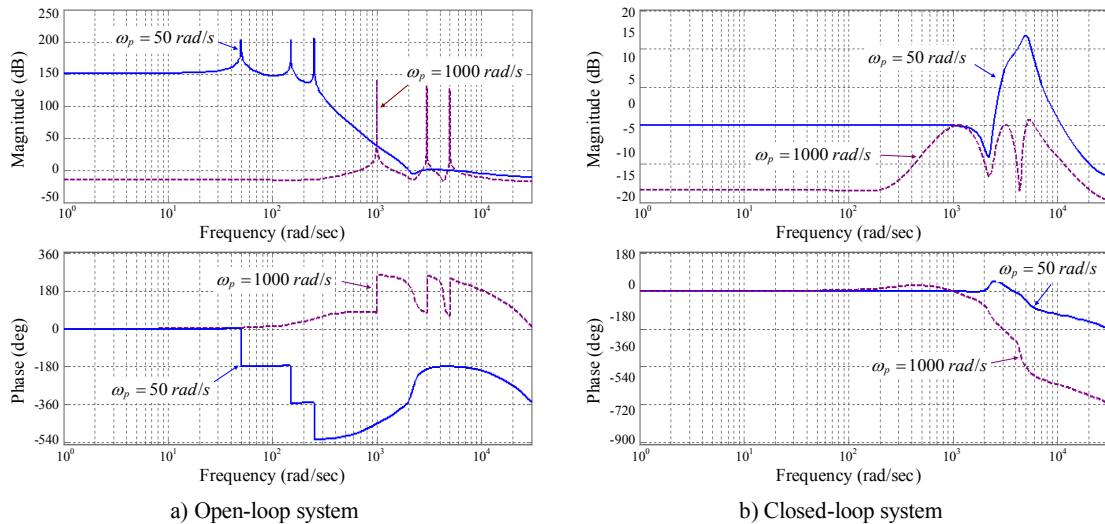


Figure 2.38 – Lieux de Bode du système asservi avec le correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences ($K_g = 1$, $r_d = 0.94$)

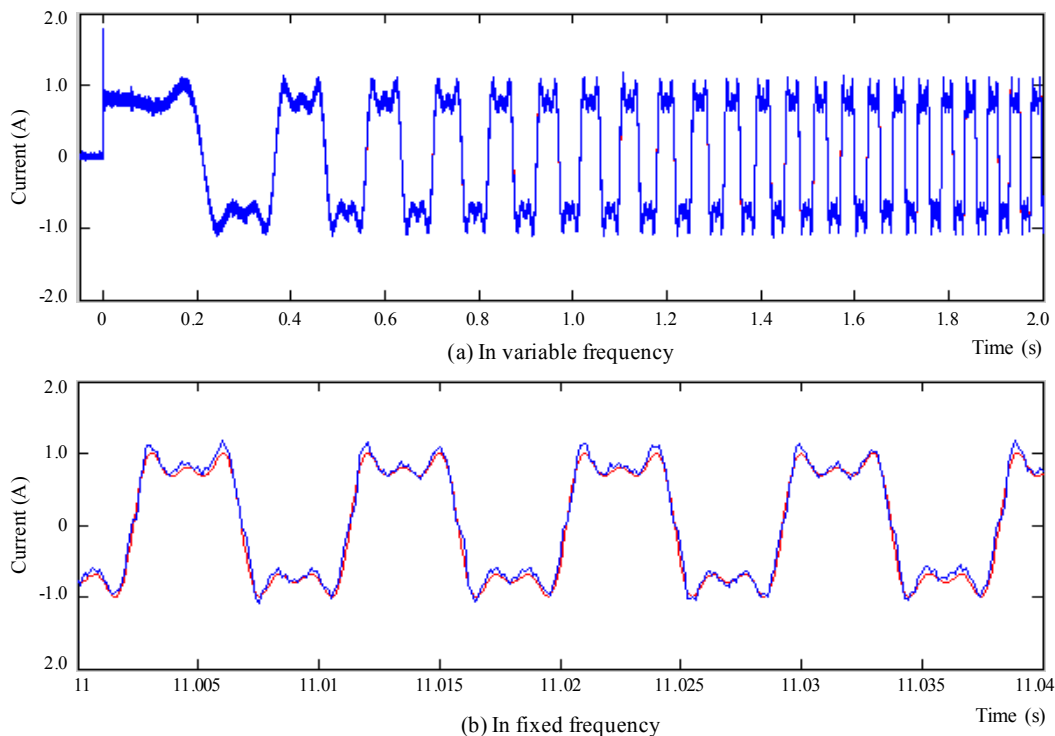


Figure 2.39 – Résultats expérimentaux en utilisant le correcteur résonant autorégulateur de trois fréquences ($K_g = 1$, $r_d = 0.94$)

La Figure 2.39 présente les formes du courant de référence et du courant de la charge quand un correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences est utilisé avec comme courant de référence :

$$i_{sref}(t) = \cos(\omega_p t) - 0.4 \cdot \cos(3\omega_p t) + 0.2 \cdot \cos(5\omega_p t)$$

ω_p variant de 0 à 700 rad/s en 10s

2.4.4.4 Correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences

Nous présentons les résultats obtenus dans le cas où des harmoniques de rang 3, 5 et 7 existent dans le courant de référence, c'est-à-dire $N_i = 1, 3, 5, 7$. D'après (2.42), la condition suivante qui devrait être satisfaite pour garantir la stabilité du système en boucle fermée :

$$|r_0| = \left| \frac{e^{-T_s R/L} + 2 \cdot [\cos(\omega_p T_s) + \cos(3\omega_p T_s) + \cos(5\omega_p T_s) + \cos(7\omega_p T_s)]}{-r_d - 2r_d \cdot [\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3) + \cos(\mathcal{G}_4)]} \right| < 1 \quad (2.52)$$

Si on choisit $K_g = 1$, c'est-à-dire $\mathcal{G}_1 = 1000 \cdot T_s$, $\mathcal{G}_2 = 3000 \cdot T_s$, $\mathcal{G}_3 = 5000 \cdot T_s$ et $\mathcal{G}_4 = 7000 \cdot T_s$, les valeurs de r_0 qui satisfont cette condition peuvent être représentées par une surface comme l'illustre la Figure 2.40(a). En vue d'assurer la stabilité du système pour une gamme de ω_p variant de 0 à 1000 rad/s, la valeur de r_d devrait être choisi entre 0.90 et 1.0 ; cependant, ce choix n'offre pas ni marge de stabilité ni rapidité suffisantes pour le système asservi.

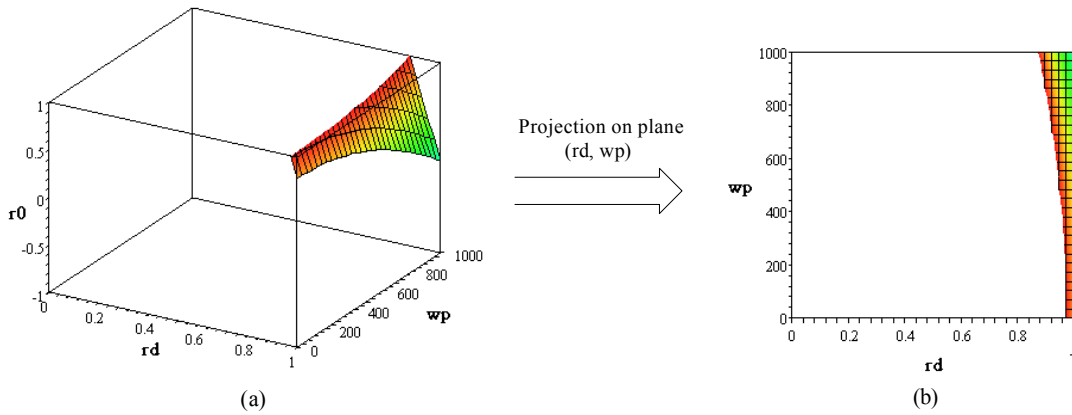


Figure 2.40 – Variation de r_0 en fonction de la marge de la stabilité r_d et la fréquence résonante du courant ω_p (avec le correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences et $K_g = 1$)

Lorsque K_g est réduit à 0.5, c'est-à-dire lorsque $\mathcal{G}_1 = 500 \cdot T_s$, $\mathcal{G}_2 = 1500 \cdot T_s$, $\mathcal{G}_3 = 2500 \cdot T_s$ et $\mathcal{G}_4 = 3500 \cdot T_s$, les valeurs de r_0 qui satisfont la condition définie par (2.52) sont représentées par la surface donnée à la Figure 2.41(a), et la limite de r_d valide est étendue de $[0.98, 1.0]$ à $[0.90, 1.0]$, comme le montre la Figure 2.41(b).

Avec $K_g = 0.5$ et $r_d = 0.95$, le polynôme caractéristique s'écrit :

$$P(z) = \begin{bmatrix} z + 7.392 - 2 \cos(0.0001 \cdot \omega_p) - 2 \cos(0.0003 \cdot \omega_p) - 2 \cos(0.0005 \cdot \omega_p) \\ -2 \cos(0.0007 \cdot \omega_p) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} z^9 - 8.352 \cdot z^6 + 31.185 \cdot z^7 - 68.32 \cdot z^6 + 96.786 \cdot z^5 - 91.947 \cdot z^4 + 58.576 \cdot z^3 \\ -24.13 \cdot z^2 + 5.833 \cdot z - 0.63 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

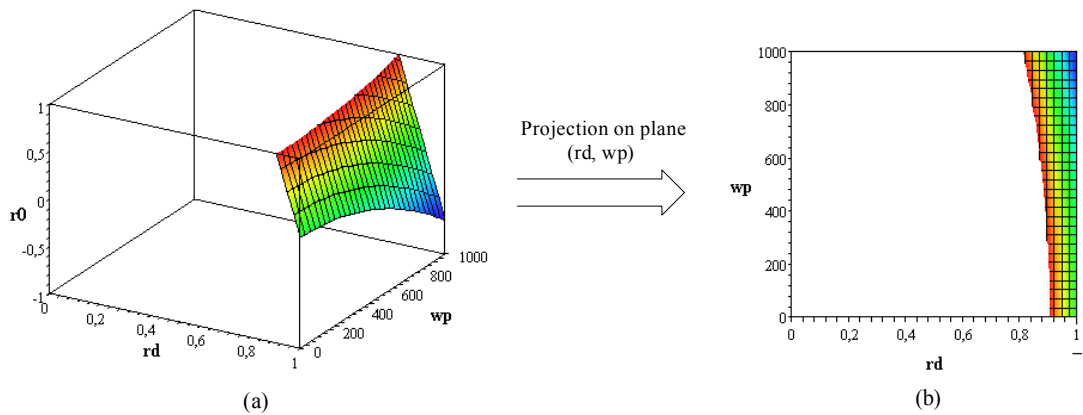


Figure 2.41 – Variation de r_0 en fonction de la marge de la stabilité r_d et la fréquence résonante du courant ω_p (avec le correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences et $K_g = 0.5$)

Quand la fréquence de résonance ω_p varie de 0 à 1000 rad/s, les sept pôles du système original (marqués par \times) restent dans les mêmes positions sur le cercle de rayon 0.95, cependant, le pôle supplémentaire P_0 se déplace de 0.608 (marqué par \square) à -0.206 (marqué par \triangle), comme le montre la Figure 2.42.

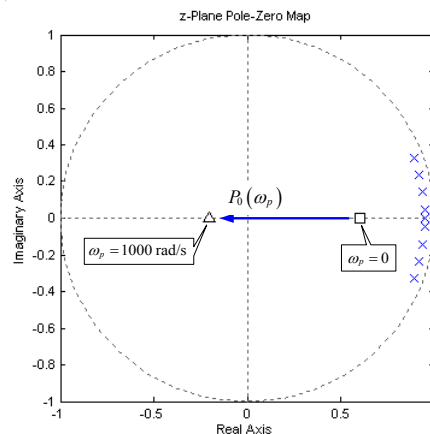


Figure 2.42 – Lieux des pôles en boucle fermée (correcteur résonant autorégulateur à 4 fréquences)

La Figure 2.43(a) montre les lieux de Bode du système en boucle ouverte avec une valeur infiniment grande du gain aux fréquences de résonance ω_p , $3\omega_p$, $5\omega_p$ and $7\omega_p$. Malheureusement, bien que le système en boucle fermée donne bien les performances attendues à ces fréquences, la sensibilité aux bruits du système s'accroît sensiblement lorsque ω_p dépasse 700 rad/s ; pour 1000 rad/s, le gain devient important (38dB) avec une phase de π (Figure 2.43(b)) de sorte que le système n'est plus utilisable dans ces conditions..

Ce problème peut être résolu en réduisant le temps d'échantillonnage du système T_s et/ou modifiant les pôles en boucle fermée d'après la fréquence de résonance ω_p en temps réel. Par exemple, si nous gardons la même marge de stabilité pour les pôles originaux, à savoir $r_d = 0.95$, mais que nous agissons sur leurs positions selon ω_p en choisissant $K_g = \omega_p / \omega_{p_max}$, nous obtenons les lieux de Bode du système en boucle ouverte et en boucle fermée de la Figure 2.44.

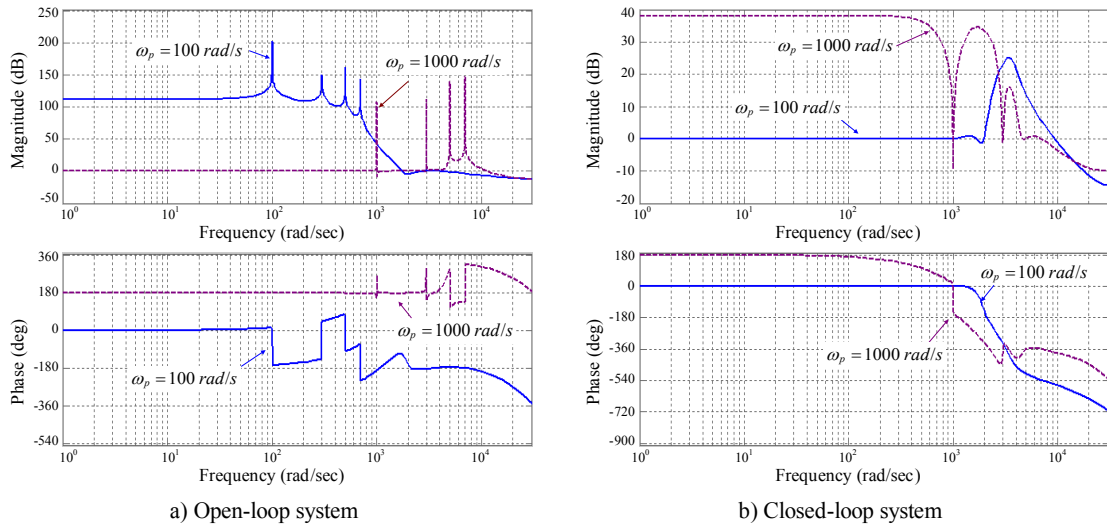


Figure 2.43 – Lieux de Bode du système asservi avec le correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences ($K_g = 0.5$, $r_d = 0.95$)

De la Figure 2.44(b), nous observons que la sensibilité aux bruits du système asservi est redevenue la même que celle des cas précédemment étudié, surtout pour les valeurs élevées de ω_p . Cependant, cette méthode exige des moyens de calcul plus performants. Ensuite, nous présentons seulement les résultats expérimentaux obtenus par le correcteur résonant autorégulateur avec les lieux des pôles fixes, c'est-à-dire K_g est constant pendant l'opération du correcteur.

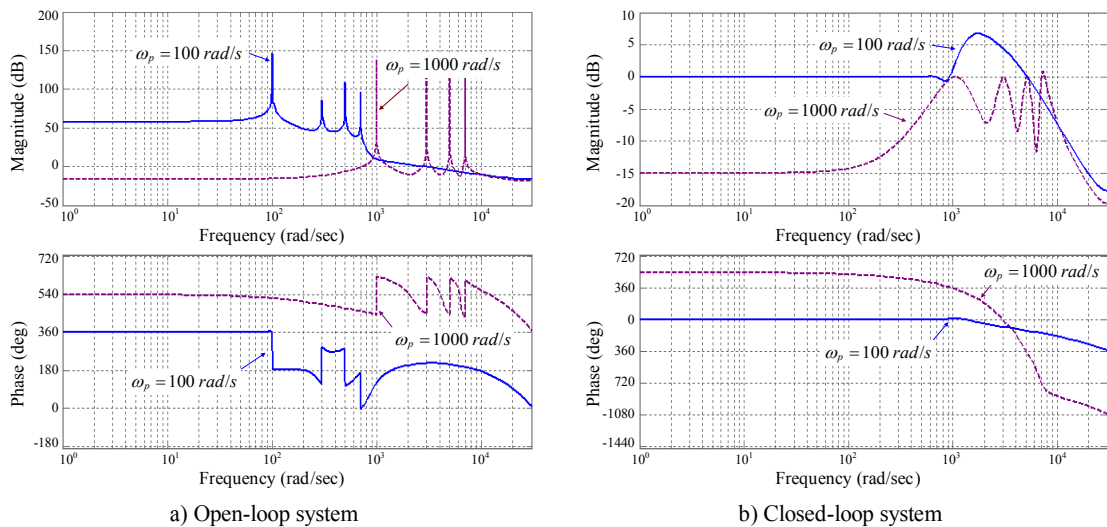


Figure 2.44 – Lieux de Bode du système asservi avec le correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences ($K_g = \omega_p / 1000$, $r_d = 0.95$)

La Figure 2.45 présente les formes du courant de référence et du courant de la charge quand un correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences est utilisé. Le correcteur est conçu par $K_g = 0.5$ et $r_d = 0.95$ avec comme courant de référence :

$$i_{sref}(t) = \cos(\omega_p t) - 0.4 \cdot \cos(3\omega_p t) + 0.3 \cdot \cos(5\omega_p t) - 0.2 \cdot \cos(7\omega_p t)$$

ω_p variant de 0 à 500 rad/s en 10s

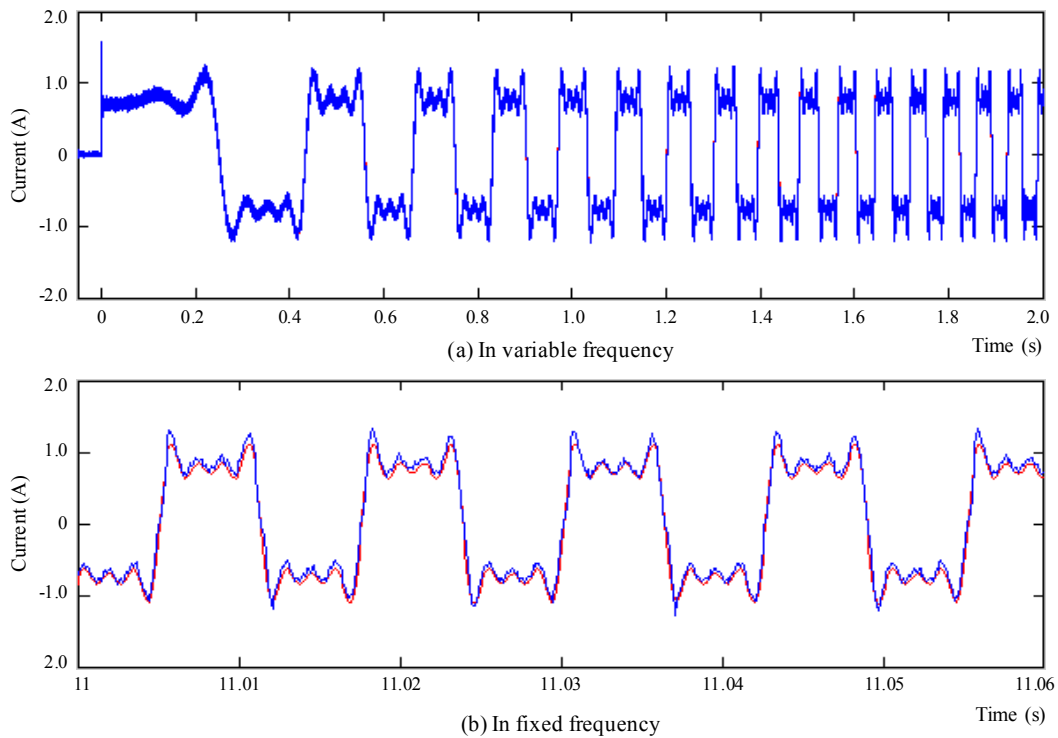


Figure 2.45 – Résultats expérimentaux en utilisant le correcteur résonant autorégulateur à quatre fréquences ($K_g = 0.5$, $r_d = 0.95$)

Ainsi, en dépit de très faibles erreurs dues à la mesure, il apparaît clairement que ce correcteur est capable de suivre un signal complexe tout en rejetant l'effet des non linéarités. De concept finalement assez simple, l'algorithme a toute prédisposition pour répondre à de nombreuses applications dans le domaine des systèmes électrotechniques, plus particulièrement celui qui nous préoccupe, le contrôle de la machine synchrone.

2.4.5 Investigation de la Robustesse

Traditionnellement, les paramètres de la machine sont déterminés en exécutant des tests en charge, à vide et en rotor bloqué. Ces opérations peuvent mener aux estimations inexactes des paramètres [LORON 1993]. A cela, s'ajoutent les variations de température interne, l'effet de la saturation magnétique et de la variation de la vitesse du rotor ; les résistances et les inductances du stator ne sont pas constantes quand la machine fonctionne et peuvent évoluer avec le point de fonctionnement mécanique. L'inexactitude dans l'estimation des paramètres a incontestablement une influence sur les performances du système, et dans les plus mauvais cas, le système peut se déstabiliser, ce qui est extrêmement préjudiciable à la longévité et à la disponibilité [KERKMAN 1996] [FODOR 2002] [DUBOWSKI 2002]. Pour ces raisons, il est nécessaire d'examiner les influences des variations des paramètres sur la robustesse du système asservi utilisant le correcteur résonant autorégulateur proposé.

2.4.5.1 Influence de la variation de la résistance

L'influence de la variation de la résistance sur la stabilité du système peut être observée en examinant les lieux des pôles du système en boucle fermée qui est défini par:

$$P_s(z) = R \cdot z \cdot (z - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \prod_{i=1}^n [z^2 - 2 \cos(\omega_i T_s) z + 1] + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot \sum_{k=0}^{2n} a_k z^k \quad (2.54)$$

Nous considérons le système utilisant le correcteur autorégulateur à trois fréquences comme présenté dans section 2.4.4.3. Les valeurs nominales des paramètres du système R et L sont respectivement de 2Ω et 4.9mH . Le correcteur est conçu avec $K_g = 1$ et $r_d = 0.94$ pour une fréquence résonante fondamentale maximale $\omega_{p_max} = 1000 \text{ rad/s}$.

Nous examinons le lieu géométrique des racines en fonction des variations de la résistance dans deux cas extrêmes de la fréquence fondamentale d'utilisation : ω_p est égale à 0 à 1000 rad/s.

La Figure 2.46 représentent les lieux des pôles en boucle fermée pour une variation de la résistance $\Delta R/R$ égal à -50% , 0 et $+100\%$ quand $\omega_p = 0$. Le système en boucle fermée a trois paires des pôles complexes conjugués et deux pôles réels. Quand $\Delta R < 0$, la paire des pôles complexes la plus éloignée de l'axe réel se déplace vers le cercle unité, la paire avoisinante des pôles complexes se déplace légèrement vers l'origine, les autres pôles restent quasiment aux mêmes endroits. (Figure 2.46(a)). Quand $\Delta R > 0$, la direction du mouvement de ces pôles est contraire : la paire des pôles complexes le plus éloignée de l'axe réel se déplace vers l'origine et la paire avoisinante se déplace vers le cercle de l'unité. Les autres pôles restent encore autour de leurs positions initiales. Tous les pôles restent à l'intérieur du cercle unité même si $\Delta R/R$ augmente à $+100\%$, comme illustré à la Figure 2.46(c).

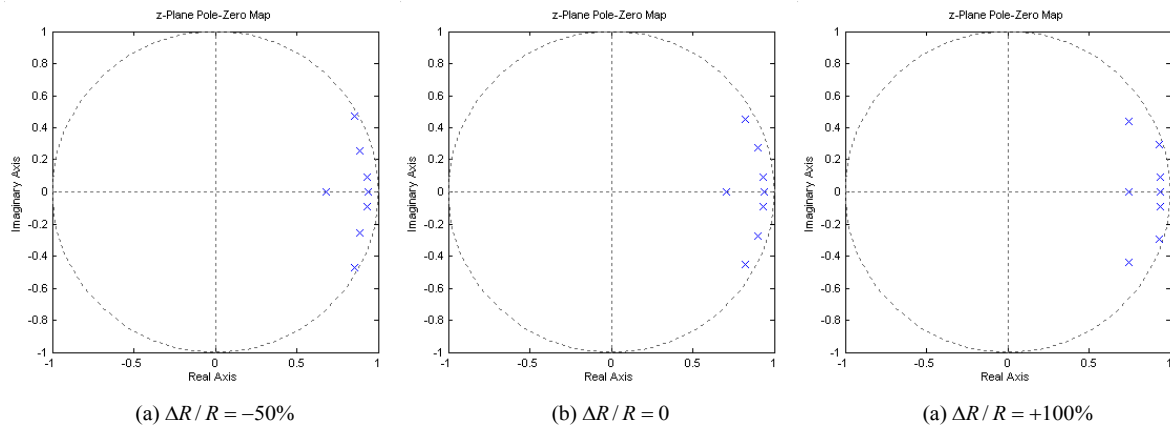


Figure 2.46 – Position des pôles en fonction des variations de la résistance quand $\omega_p = 0$

La Figure 2.47 représentent les lieux des pôles en boucle fermée pour une variation de la résistance $\Delta R/R$ égal à -50% , 0 et $+100\%$ cette fois lorsque $\omega_p = 1000 \text{ rad/s}$. Quand $\Delta R < 0$, un pôle réel se déplace de sa position originale vers le cercle unité, comme illustré à la Figure 2.47(a). Pour $\Delta R > 0$, ce pôle réel se déplace vers l'origine et la paire des pôles complexes plus proche de l'axe réel se déplace vers le cercle unité, comme illustré à la Figure 2.47(c).

La marge de stabilité minimum de chaque pôle est définie par la distance de sa position au cercle de l'unité soit quand $\omega_p = 0$ soit quand $\omega_p = 1000 \text{ rad/s}$. Cette analyse prouve que le système reste stable dans les deux cas avec une bonne robustesse par rapport aux variations de valeur de la résistance du circuit. De la même façon, on montre que les autres types de correcteur résonant autorégulateur sont robustes à la variation de résistance, quelle que soit le nombre de cellules résonantes.

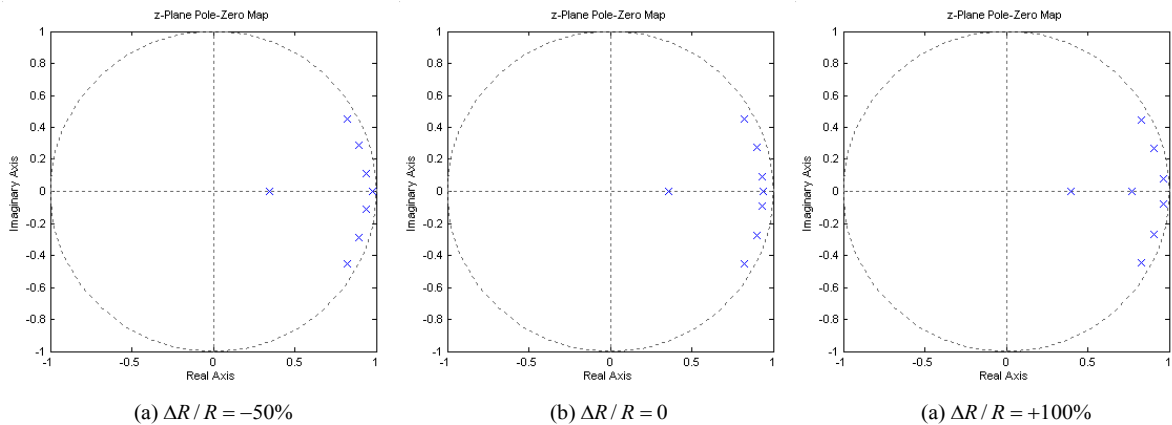


Figure 2.47 – Position des pôles en fonction des variations de la résistance quand $\omega_p = 1000$ rad/s

2.4.5.2 Influence de la variation de l'inductance

L'influence de la variation de l'inductance sur la stabilité du système peut aussi être analysée en examinant les lieux des pôles en boucle fermée. Nous reprenons la même configuration de système asservi utilisant un correcteur résonant autorégulateur à trois fréquences, avec les mêmes paramètres : $R = 2\Omega$, $L = 4.9\text{mH}$, $K_g = 1$, $r_d = 0.94$ pour une fréquence résonante fondamentale maximale $\omega_{p_max} = 1000$ rad/s .

La [Figure 2.48](#) représentent les lieux des pôles en boucle fermée pour une variation de l'inductance $\Delta L/L$ de -50% à $+50\%$ quand $\omega_p = 0$. Le pôle réel supplémentaire se déplace de l'origine vers le cercle de l'unité lorsque $\Delta L < 0$, mais il est toujours à l'intérieur du cercle unité. En revanche, la paire de pôles complexes la plus éloignée de l'axe réel s'éloigne de sa position d'origine et sort hors du cercle unitaire quand $\Delta L/L$ est supérieur à $+12.1\%$ ou inférieur à -23% . Les autres pôles restent autour de leurs places initiales.

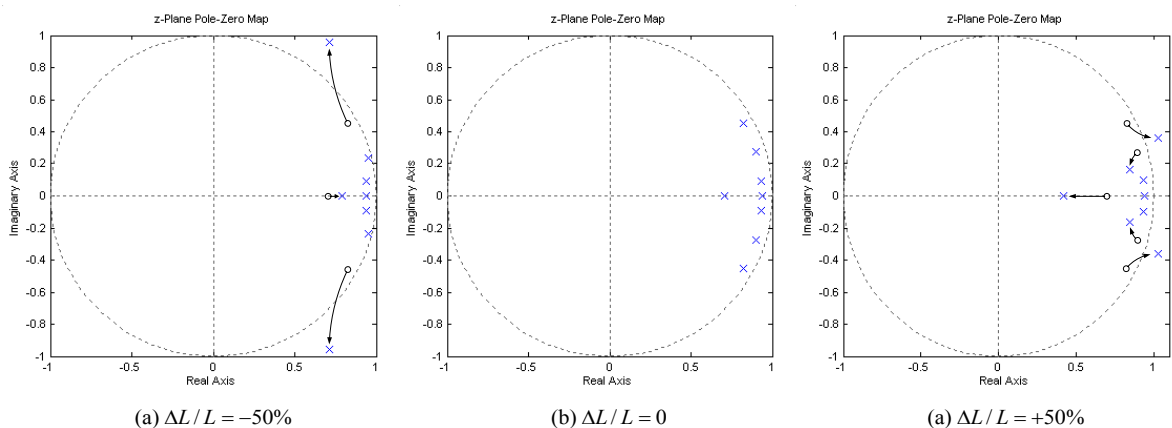


Figure 2.48 – Position des pôles en fonction des variations de l'inductance quand $\omega_p = 0$

La [Figure 2.49](#) représentent les lieux des pôles en boucle fermée pour une variation de l'inductance $\Delta L/L$ de -50% à $+50\%$ quand $\omega_p = 1000$ rad/s . Lorsque la valeur de l'inductance diminue, les deux pôles réels se rapprochent et se détachent de l'axe réel à $z = 0.669$ quand $\Delta L/L = -16.9\%$, la trajectoire de ces deux pôles est donnée à la [Figure 2.49\(a\)](#) . Les trois paires de pôles complexes s'éloignent de l'origine lorsque la valeur de ΔL augmente. Néanmoins, tous les pôles se maintiennent à l'intérieur du cercle unité pour une variation de $\Delta L/L$ de -50% à $+50\%$.

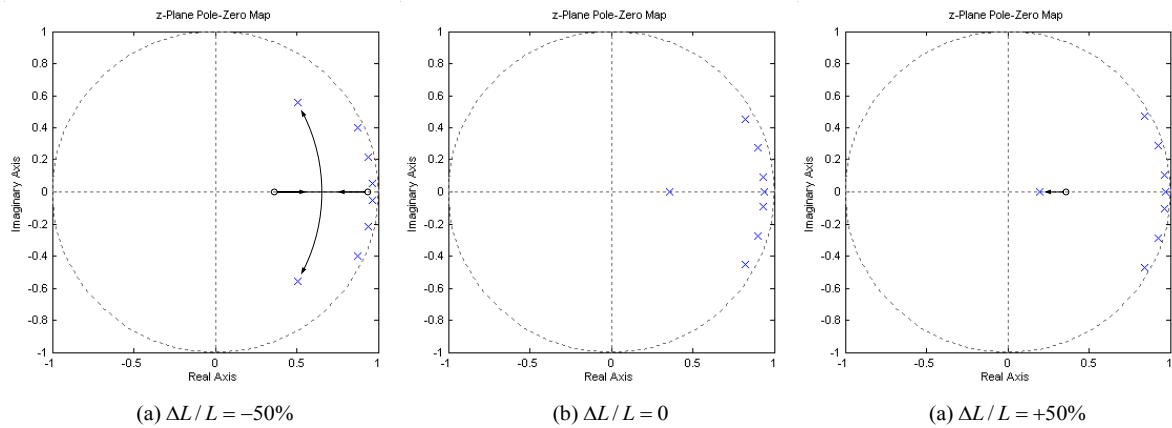


Figure 2.49 – Position des pôles en fonction des variations de l'inductance quand $\omega_p = 1000$ rad/s

A partir de ces analyses, nous observons que le correcteur étudié est plus sensible aux variations de l'inductance dans la bande des fréquences basses de ω_p . Comment résoudre ce problème, ou au moins diminuer son influence? La première solution serait a priori de réduire la période d'échantillonnage T_s du système, mais on est limité par les possibilités offertes par le matériel informatique de commande.

La deuxième solution consiste à modifier les paramètres du polynôme de critère, en agissant sur les pôles en boucle fermée en fonction de la fréquence de résonance ω_p . Si nous gardons la marge de la stabilité r_d inchangée et définissons $K_g = \omega_p / \omega_{p_max}$ dans le polynôme de critère, le lieu géométrique de la racine de boucle fermée en fonction de la variation d'inductance quand ω_p est égal à 0 et 500 rad/s est respectivement donné aux [Figure 2.50](#) and [2.51](#),

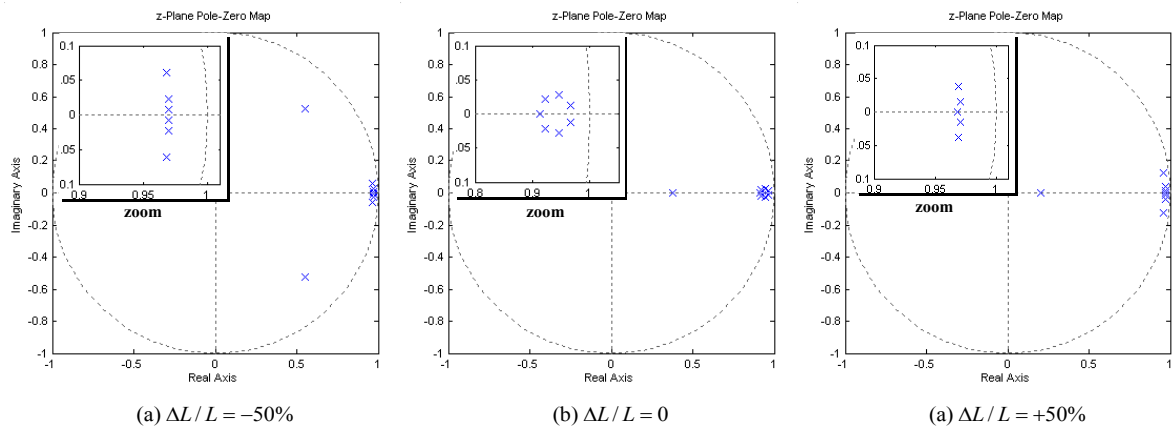


Figure 2.50 – Position des pôles en fonction des variations de l'inductance quand $\omega_p = 0$
(avec $K_g = \omega_p / \omega_{p_max}$)

Nous pouvons observer que dans les deux cas les pôles de boucle fermée restent à l'intérieur du cercle unitaire, de manière pratiquement indépendante de l'inductance ($\Delta L/L$ de -50% à $+50\%$).

En dépit de son efficacité, cette méthode exige un grand nombre de calculs quand K_g varie selon ω_p à chaque période d'échantillonnage. Si nous étudions les lieux géométriques de la racine du système en boucle fermée pour une valeur de K_g donnée, nous découvrons que le correcteur rend le système considérablement robuste aux variations de l'inductance, mais dans une gamme limitée de ω_p .

En conséquence, nous pouvons évaluer K_g par valeurs discrètes en fonction de plages de la fréquence de fonctionnement, par conséquent, optimiser ainsi l'algorithme du correcteur.

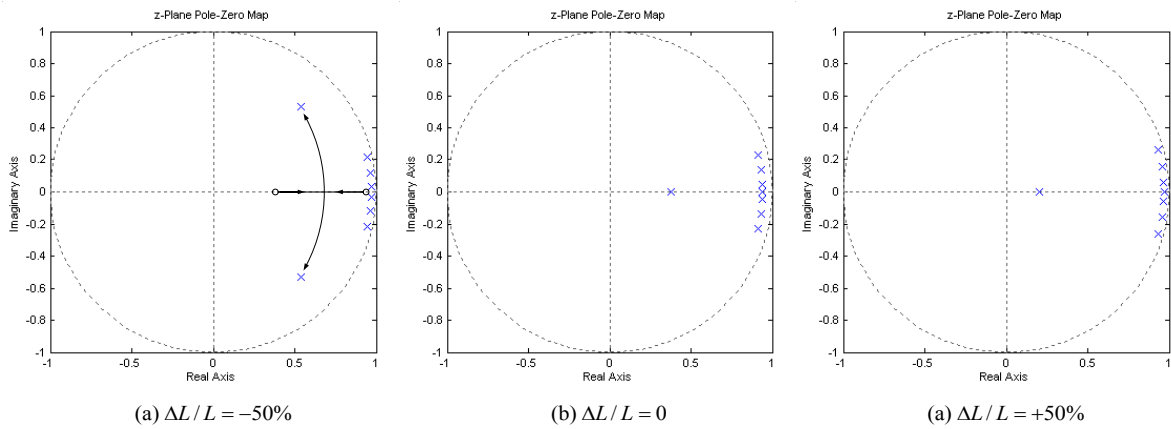


Figure 2.51 – Position des pôles en fonction des variations de l'inductance quand $\omega_p = 500$
 (avec $K_g = \omega_p / \omega_{p_max}$)

De l'observation de la [Figure 2.48](#), nous remarquons que la stabilité du système en boucle fermée est davantage assurée avec une surestimation de l'inductance. Ainsi, une solution économique consiste donc à concevoir l'algorithme avec une valeur d'inductance sous-estimée. Les résultats et les conclusions sont semblables avec les autres types de correcteurs (deux ou quatre fréquences). Il ne nous est pas paru utile de les décrire puisque les démarches sont les mêmes.

2.5 Rejet des Harmoniques de Courant dans une Bobine Non Linéaire

2.5.1 Modélisation du circuit inductif: prise en compte de la saturation magnétique

Une étude bibliographique élargie révèle qu'il existe des propositions diverses de représentation de la caractéristique d'un circuit magnétique par un polynôme. La plus ancienne est probablement le modèle de Frolich [TUCHY 1978] qui exprime de manière empirique, dans l'utilisation d'un matériau sans hystérésis, la relation qui existe entre le champ et l'induction par :

$$B = \frac{H}{c + b \cdot |H|}, \text{ with: } c = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \text{ and } b = \frac{1 - 1/\sqrt{\mu_r}}{B_{sat}} \quad (2.55)$$

μ_0 et μ_r représentent respectivement la perméabilité magnétique absolue de l'air et la perméabilité relative initiale du matériau magnétique. A partir de ce modèle, l'application de la loi d'Hopkinson permet d'obtenir une expression de l'inductance en fonction de la valeur du flux qui apparaît comme une loi linéaire insuffisamment représentative du phénomène physique. Ainsi, d'autres propositions, basées sur celle de Frolich, ont apporté des améliorations comme dans [KHATER 1987], qui conduit à exprimer l'inductance sous la forme :

$$L(\Phi) = L_0 \frac{1}{1 + \frac{1-\beta}{\beta} |\Phi|^s} \quad (2.56)$$

β et s représentent respectivement un paramètre d'entrefer et le coefficient de saturation, L_0 est l'inductance de la bobine autour de la valeur nulle du flux, c'est à dire dans la partie linéaire de la caractéristique magnétique, Φ représentant le flux total embrassé par l'enroulement considéré.

Afin de donner un caractère plus général à cette dernière représentation, nous proposons, à partir de l'expression (2.56), de faire intervenir explicitement deux paramètres simples interprétant la caractéristique $\Phi = f(i)$ [DEGOBERT 2005]. En choisissant comme modèle d'inductance:

$$L(\Phi) = \frac{L_0}{1 + \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right) \cdot \left(\frac{\Phi}{\Phi_{sat}}\right)^{2\lambda}} \quad (2.57)$$

$$\text{with: } \lambda \in \mathbf{N} \text{ and } -\Phi_{sat} < \Phi < \Phi_{sat}$$

On définit le paramètre δ comme le coefficient de réduction de l'inductance mesuré par la pente de la caractéristique magnétique autour du flux de saturation Φ_{sat} , ce qui n'est pas explicité par l'expression (12). La valeur de λ est alors choisie pour caler la caractéristique du modèle sur celle relevée expérimentalement.

Dans ces conditions, la caractéristique magnétique s'exprime par :

$$\frac{dL(\Phi)}{d\Phi} = -2\lambda \cdot L_0 \cdot \frac{\left(\frac{1-\delta}{\delta}\right) \cdot \frac{\Phi^{2\lambda-1}}{\Phi_{sat}^{2\lambda}}}{\left[1 + \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right) \cdot \left(\frac{\Phi}{\Phi_{sat}}\right)^{2\lambda}\right]^2} \quad (2.58)$$

$$i(\Phi) = \frac{1}{L_0} \cdot \left[\Phi + \left(\frac{1-\delta}{\delta} \right) \cdot \left(\frac{\Phi^{2\lambda+1}}{\Phi_{sat}^{2\lambda}} \right) \right] \quad (2.59)$$

2.5.2 Validation de la méthode

Tableau 2-3 listes les paramètres de la bobine non linéaire et les coefficients assignés pour son modèle. La Figure 2.52 compare les caractéristiques de la bobine étudiée obtenues par les données expérimentales et par le modèle proposé. Nous observons cela avec les valeurs des coefficients appropriées, l'expression analytique proposée est en d'accord avec les données expérimentales.

TABLEAU 2-3
PARAMETRES DE LA BOBINE ETUDIEE

Nombre des pires	255
Résistance	$R = 2.2 [\Omega]$
Inductance non saturé	$L_0 = 230 [\text{mH}]$
Flux de saturation	$\Phi_{sat} = 0.55 [\text{Wb}]$
Coefficient de réduction de l'inductance	$\delta = 0.2$
Coefficient du calibrage	$\lambda = 3$

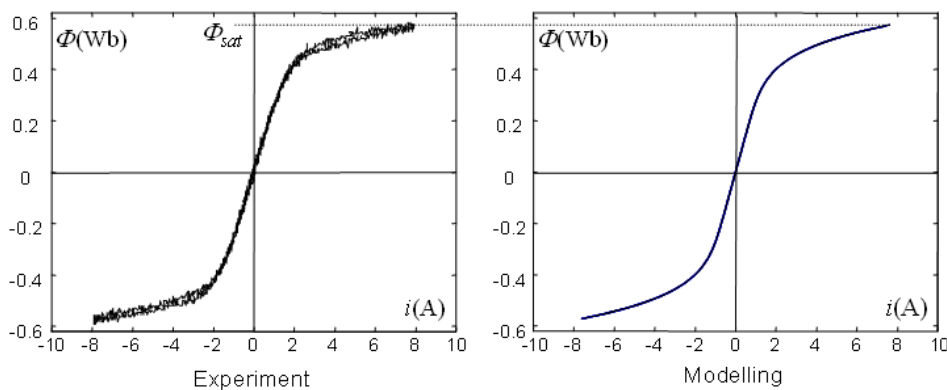


Figure 2.52 – Caractéristiques magnétiques des bobines utilisées

La Figure 2.53 montre les deux fonctions (2.57) et (2.58) obtenues pour la bobine, à partir du relevé expérimental de la Figure 2.52 et son interprétation polynomiale donnée par (2.59).

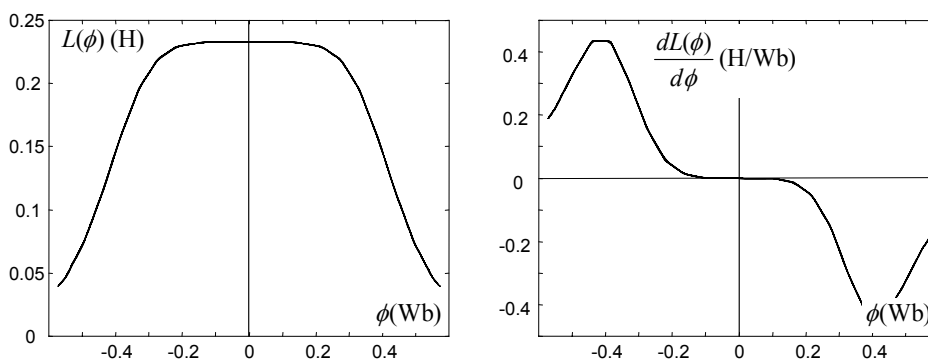


Figure 2.53 – Paramètres de non linéarités en fonction du flux

Afin de valider le modèle du circuit magnétique, la bobine étudiée est soumise à une tension alternative de 127 V efficace ; la [Figure 2.53](#) compare les résultats obtenus avec le modèle à ceux de l'expérience. Le flux est mesuré classiquement, en utilisant un enroulement auxiliaire connecté à un circuit RC (résistance et condensateur en série), pour lequel on relève la tension aux bornes de la résistance ($R = 50 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$). Dans la simulation, nous n'avons pas introduit la distorsion de l'onde de tension appliquée, mais les résultats ainsi comparés montrent la validité des propositions de modèle pour la caractéristique du circuit magnétique.

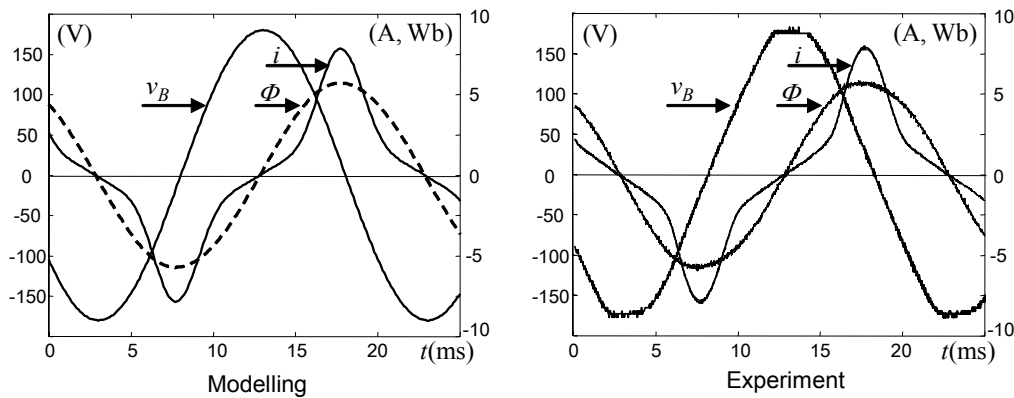


Figure 2.53 – Flux et courant dans la bobine étudiée

2.5.3 Rejet des harmoniques par le correcteur résonant multifréquentiel

Dans cette section, nous mettons en évidence les capacités du correcteur résonant multifréquentiel à rejeter les harmonique de courant, permettant d'obtenir ainsi, un courant quasiment sinusoïdal dans la bobine non linéaire.

La [Figure 2.54](#) montre la forme d'onde et le spectre du courant circulant dans la bobine étudiée lorsque un correcteur résonant fondamental est utilisé. Le courant de référence est donné par $i_{ref} = 5\sin(100\pi \cdot t)$. Il apparaît que la non linéarité du circuit magnétique est à l'origine de courant harmonique. La [Figure 2.55](#) montre la forme d'onde de la tension appliquée correspondant à cet essai.

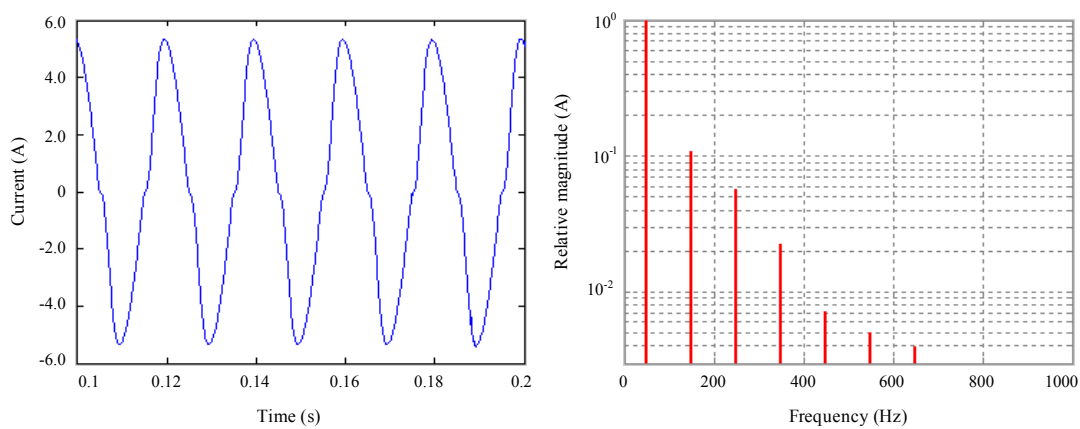


Figure 2.54 – Courant expérimental obtenu avec le correcteur résonant fondamental

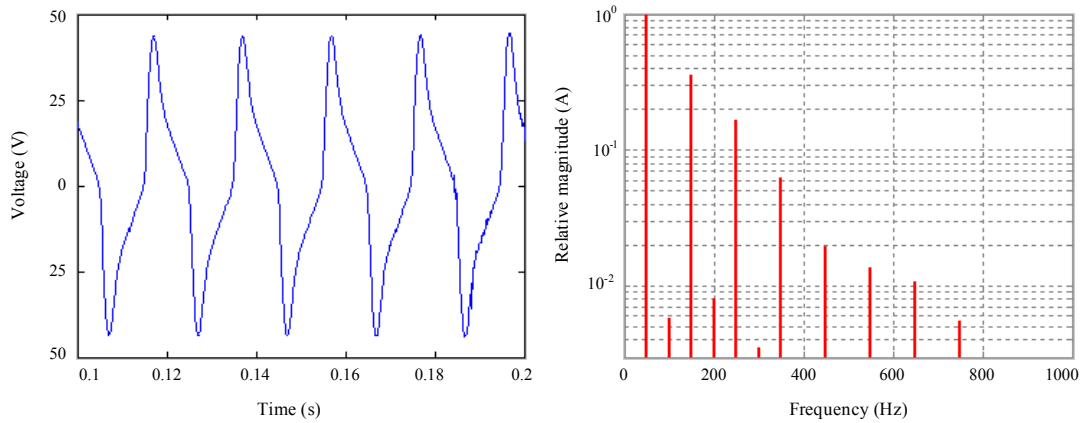


Figure 2.55 – Tension appliqué avec le correcteur résonant fondamental

Les Figure 2.56 et 2.57 montrent les formes d’onde et les spectres du courant et de la tension appliquée quand un correcteur résonant à 4 fréquences est utilisé, avec les rangs de harmoniques $N_i = 1,3,5,7$. Nous pouvons observer que les harmoniques de rang 3, 5 et 7 sont complètement éliminés dans le courant, et les amplitudes des harmoniques d’ordre plus élevés sont limitées sous certaine valeur. En conséquence, le courant de la charge est quasiment sinusoïdal.

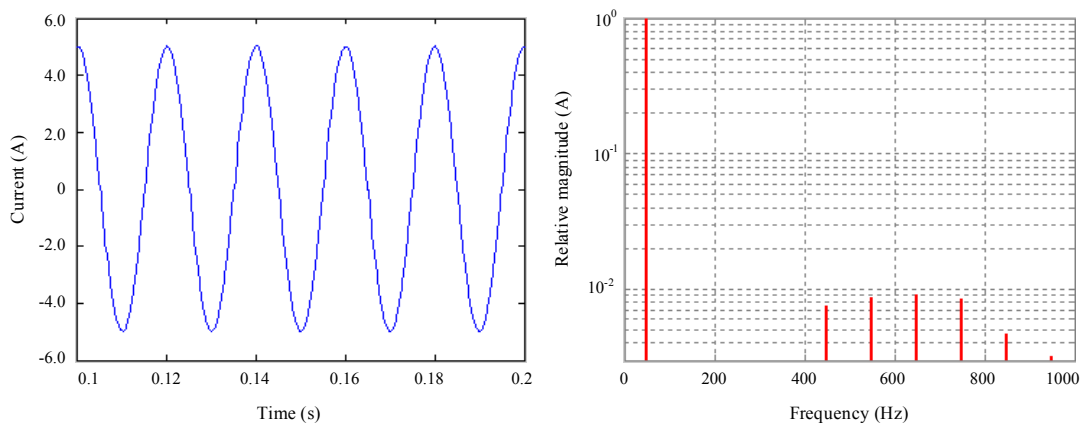


Figure 2.56 – Courant expérimental obtenus avec le correcteur résonant à 4 fréquences

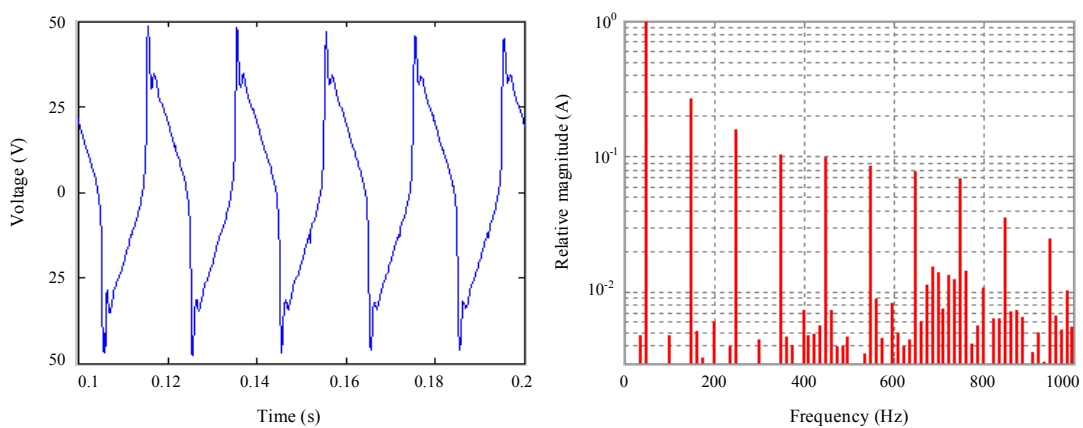


Figure 2.57 – Tension appliqué avec le correcteur résonant à 4 fréquences

2.6 Conclusion du chapitre

Le correcteur résonant multifréquentiel est d'une très grande efficacité pour l'asservissement de plusieurs harmoniques. Ainsi, il est évident qu'il est utilisable pour le contrôle d'une PMSM avec suppression des pulsations du couple tout en assurant la commande dans le repère fixe (ou naturel). Pour satisfaire aux exigences de la vitesse variable, nous avons développé le correcteur résonant autorégulateur dans ce chapitre. En modifiant ses coefficients d'après la fréquence de l'entrée, ce type de correcteur est capable de contrôler le courant asservi avec précision et robustesse.

Nous avons également vu qu'il était possible d'imaginer deux configurations structurelles du correcteur. Il apparaît que la configuration cascade amène les mêmes performances que la configuration parallèle, mais avec un nombre de calculs plus réduit, ce qui facilite la mise en œuvre numérique.

La technique du placement des pôles est appliquée pour concevoir le correcteur résonant autorégulateur. Le critère de la Marge de Stabilité Généralisée apparaît comme une solution très efficace pour identifier le polynôme caractéristique du système en boucle fermée et calculer les coefficients du contrôleur. L'idée de cette méthode est d'assigner la même marge de stabilité à tous les pôles en boucle fermée.

Pour la mise en œuvre en temps réel du correcteur résonant autorégulateur, un critère simple de stabilité est proposé pour compenser le retard du temps unitaire introduit dans le système asservi. La validité et efficacité du correcteur proposé sont vérifiées par l'analyse théorique ; les résultats simulés aussi bien que les résultats expérimentaux confirment le bien fondé des propositions.

D'après, nous avons également proposé une solution permettant de conférer une très grande robustesse au système ; même si la solution reste gourmande en temps de calcul, il faut parier sur la puissance des futurs processeurs. De plus, nous avons donné une orientation intermédiaire qui est d'agir par valeurs discrètes sur les coefficients de définition, puisque la robustesse reste assurée dans des marges assez éloignées de fréquence d'utilisation.

Enfin, le correcteur résonant est appliqué à rejeter les harmoniques du courant en provenance de la non linéarité du circuit magnétique.

CHAPTER 3

ANALYTICAL MODELING OF THE PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS

Chapter 3

Analytical Model of the Permanent Magnet Synchronous Motors

3.1 Introduction

Accurate modeling of the PMSM/PMLSM is necessary for precise torque/thrust and high efficiency drive control. In many textbooks and papers, it is always assumed that the rotor magnetic flux field is sinusoidal distributed [LIU 1998] [JUNG 1999] [ZENG 2003-2] and/or that the cogging torque is negligible [CUI 2001] [LOW 1995] [URASAKI 2001] so that the control algorithms can be simplified.

In this chapter, we present the accurate analytical models of the PMSM/PMLSM with taking into account of all pulsating torque sources, i.e. the non-sinusoidal distributed rotor permanent magnetic flux, the inductance reluctance and the cogging torque / Detent forces. The aim of this thesis is to control the ac motors in the stationary reference frame using resonant controllers. The motor modeling in the synchronous frame is not necessary and will not be discussed. The PMLSM model is deduced by analogy to that of the rotary PMSM.

The techniques for identifying the motor parameters, i.e. the stator resistance and inductances, rotor PM flux linkage etc., are briefly described at the end of this chapter.

3.2 Transient Model of the PMSM

3.2.1 Simplified assumptions

In order to clarify the analysis, some assumptions are taken in the derivation of PMSM differential equations.

1. Only three-phase motors are considered.
2. Iron losses are neglected.
3. The motor exhibits no effects of saturation or demagnetization. As a result, the flux induced by the rotor permanent magnets in the stator phases and the self and mutual stator inductances depend only on the rotor position.
4. The stator windings are sinusoidally distributed around the periphery of the air gap.
5. The values of stator resistances and inductances in three phases are identical.
6. The three phases have identical back-EMF spatial distributions that are offset $2\pi/3$ electrical radians with respect to each other.
7. The back-EMF and excitation currents exhibit half-wave symmetry, i.e. $f(\theta) = -f(\theta + \pi)$, thus they have no even harmonics.

Since the stator windings are sinusoidally distributed, they can be represented as three phase vectors, f_a , f_b and f_c , which could be the currents, the voltage as well as the flux linkages. These vectors are offset each other by $2\pi/3$ electrical radians.

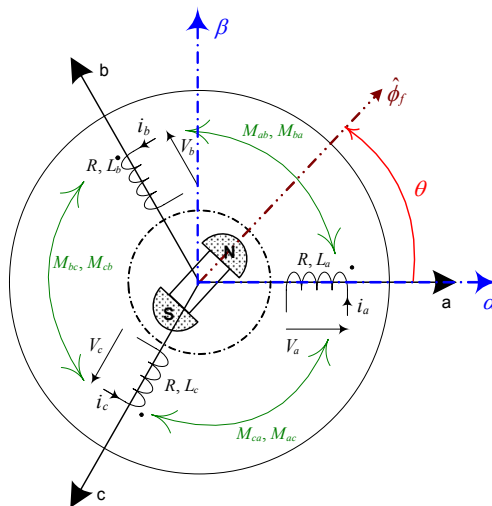


Figure 3.1 – Analytical schematic of a rotary PMSM

Figure 3.1 shows the schematic of a rotary PMSM in the electrical space. a , b and c are the three axes in nature stationary reference frame. α and β are the axes in the Concordia's reference frame. The rotor magnetic flux $\hat{\phi}_f$ is constant and independent from the stator currents. θ denotes the

electrical angle between the axis a and the rotor magnetic flux vector in radians, which is a function of time and defined by:

$$\theta(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \omega(t) dt + \theta(t_0) \quad (3.1)$$

Wherein $\theta(t_0)$ is the initial rotor position at time of t_0 .

3.2.2 PMSM model in the natural abc reference frame

With the previous assumptions, the voltage equations of a three-phase-four-line PMSM with Y-connected windings may be written as:

$$[V_{abc}] = [R] \cdot [I_{abc}] + \frac{d[\Phi_{abc}]}{dt} \quad (3.2)$$

Wherein V_{abc} and I_{abc} are the stator phase voltage and current vectors. R is the stator winding resistance matrix, which can be expressed by a diagonal matrix with the same values:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

The total flux linkage vector Φ_{abc} can be split up into the fluxes induced by the stator phase currents and by the rotor permanent magnets – Φ_{abcf} :

$$[\Phi_{abc}] = [L_{abc}] \cdot [I_{abc}] + [\Phi_{abcf}] \quad (3.4)$$

The stator inductance matrix L_{abc} is a 3-by-3, symmetrical and positive definite matrix whose elements are defined by:

$$[L_{abc}] = \begin{bmatrix} L_a(\theta) & M_{ab}(\theta) & M_{ac}(\theta) \\ M_{ba}(\theta) & L_b(\theta) & M_{bc}(\theta) \\ M_{ca}(\theta) & M_{cb}(\theta) & L_c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

The self inductances and the mutual inductances between phases are periodic functions of the electrical angle θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_a(\theta) = L_{s0} + \sum_{k=1}^{\infty} L_{s2k} \cdot \cos(2k\theta) \\ L_b(\theta) = L_{s0} + \sum_{k=1}^{\infty} L_{s2k} \cdot \cos\left[2k\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ L_c(\theta) = L_{s0} + \sum_{k=1}^{\infty} L_{s2k} \cdot \cos\left[2k\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ M_{ab}(\theta) = M_{ba}(\theta) = M_{s0} + \sum_{k=1}^{\infty} M_{s2k} \cdot \cos\left[2k\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ M_{ac}(\theta) = M_{ca}(\theta) = M_{s0} + \sum_{k=1}^{\infty} M_{s2k} \cdot \cos\left[2k\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ M_{bc}(\theta) = M_{cb}(\theta) = M_{s0} + \sum_{k=1}^{\infty} M_{s2k} \cdot \cos(2k\theta) \end{array} \right. \quad (3.6)$$

L_{s0} : dc component of the self inductances
 L_{s2k} : The amplitude of the k -th harmonic of the self inductances
 M_{s0} : dc component of the mutual inductances
 M_{s2k} : the amplitude of the k -th harmonic of the mutual inductances

The flux linkage induced by the rotor magnets Φ_{abcf} can be expressed as a sum of odd harmonics because of its symmetry [CHAPMAN 1999-2]:

$$[\Phi_{abcf}] = \hat{\phi}_f \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{2n-1} \cdot \begin{bmatrix} \cos[(2n-1)\theta] \\ \cos[(2n-1)(\theta - 2\pi/3)] \\ \cos[(2n-1)(\theta + 2\pi/3)] \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Wherein, $\hat{\phi}_f$ denotes the maximum value of the magnetic flux per phase in the stationary abc reference frame. λ_n represents the relative magnitude of the n -th harmonic of the rotor magnetic flux. These coefficients are normalized by the fundamental component such that $\lambda_1 = 1$.

Assuming a stiff rotor shaft, the mechanical equation of the PMSM can be represented as:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = T_e - T_{load} - T_{fric} \quad (3.8)$$

Here, J is the total inertia of the rotor. T_{load} is the load torque. T_{fric} is the friction torque and normally modeled by $T_{fric} = \mu\Omega$, in which μ is the friction coefficient and Ω is the mechanical rotor speed. Ω can be expressed in electrical quantities as $\Omega = \theta/p$. p is the number of pole pairs.

T_e is the instantaneous electromagnetic torque generated by the PMSM, which results from a power balance between the electrical power provided to the motor and the algebraic sum of the copper losses, of the variation of energy stored in the windings, and of the mechanical power provided by the motor. It can be derived from the phase excitation currents, stator inductance variation, the back-EMF and the cogging torque. Detail discussion about the cogging torque will be given in the next section.

$$T_e = \frac{1}{2} [I_{abc}]^t \cdot \left[\frac{d[L_{abc}(\theta)]}{d\theta_m} \right] \cdot [I_{abc}] + [I_{abc}]^t \cdot \left[\frac{d[\Phi_{abcf}(\theta)]}{d\theta_m} \right] + T_{cog}(\theta) \quad (3.9)$$

3.2.3 PMSM model in the Concordia's reference frame

Aim of the Concordia's transformation is to break up the model of a three-phase system expressed in the stator reference frame into two systems: a two-phase system and a single-phase current system (homopolar). If the motor is Y-connected without accessible neutral point, the homopolar component is equal to zero.

The Concordia's transformation is defined by:

$$[f_{abc}] = [T_3] \cdot [f_{\alpha\beta 0}] \quad \text{and} \quad [f_{\alpha\beta 0}] = [T_3^{-1}] \cdot [f_{abc}] \quad (3.10)$$

Wherein f_0 is the homopolar component; f_α and f_β are the two-phase components in electrical quantity. The Concordia's transformation matrix T_3 and its inverse matrix T_3^{-1} are given by:

$$T_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad T_3^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

In this new reference frame the voltage equations of the PMSM become:

$$[V_{\alpha\beta 0}] = [R] \cdot [I_{\alpha\beta 0}] + \frac{d}{dt}([L_{\alpha\beta 0}] \cdot [I_{\alpha\beta 0}]) + \frac{d[\Phi_{\alpha\beta 0 f}]}{dt} \quad (3.12)$$

The transformed inductance matrix $L_{\alpha\beta 0}$ and its elements given by:

$$[L_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} L_{\alpha}(\theta) & M_{\alpha\beta}(\theta) & M_{\alpha 0}(\theta) \\ M_{\beta\alpha}(\theta) & L_{\beta}(\theta) & M_{\beta 0}(\theta) \\ M_{0\alpha}(\theta) & M_{0\beta}(\theta) & L_0(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{\alpha}(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \cos(2k\theta) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s6k} - 4M_{s6k}) \cdot \cos(6k\theta) \\ L_{\beta}(\theta) = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \cos(2k\theta) + \frac{3}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} L_{s6k} \cdot \cos(6k\theta) \\ L_0(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s6k} + 2M_{s6k}) \cdot \cos(6k\theta) \\ M_{\alpha\beta}(\theta) = M_{\beta\alpha}(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+2)} + 2M_{s(6k+2)}] \cdot \sin[(6k+2)\theta] \\ -\sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+4)} + 2M_{s(6k+4)}] \cdot \sin[(6k+4)\theta] \end{bmatrix} \\ M_{\alpha 0}(\theta) = M_{0\alpha}(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+2)} - M_{s(6k+2)}] \cdot \cos[(6k+2)\theta] \\ + \sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+4)} - M_{s(6k+4)}] \cdot \cos[(6k+4)\theta] \end{bmatrix} \\ M_{\beta 0}(\theta) = M_{0\beta}(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{bmatrix} -\sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+2)} - M_{s(6k+2)}] \cdot \sin[(6k+2)\theta] \\ + \sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+4)} - M_{s(6k+4)}] \cdot \sin[(6k+4)\theta] \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

The flux linkage induced by the rotor magnets in the Concordia's reference frame is expressed as:

$$[\Phi_{\alpha\beta 0 f}] = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{2n-1} \cdot \begin{bmatrix} -K_{\alpha}^{2n-1} \cdot \cos[(2n-1)\theta] \\ K_{\beta}^{2n-1} \cdot \sin[(2n-1)\theta] \\ -K_0^{2n-1} \cdot \cos[(2n-1)\theta] \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\text{with: } K_{\alpha}^{2n-1} = -\frac{2}{3} \left[1 + \cos\left(\frac{2n-1}{3} \cdot \pi\right) \right], \quad K_{\beta}^{2n-1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{2n-1}{3} \cdot \pi\right), \quad K_0^{2n-1} = -\frac{\sqrt{2}}{3} \left[1 - 2 \cos\left(\frac{2n-1}{3} \cdot \pi\right) \right] \quad (3.16)$$

3.2.4 PMSM torque expression

The electromagnetic torque generated by the PMSM can be derived by using co-energy techniques [KRAUSE 1995]. It's composed of three components: reluctance torque, mutual torque and cogging torque:

$$T_e = T_{reluc} + T_{mut} + T_{cog} \quad (3.17)$$

The reluctance torque is created by the inductance variation in phase with respect to position:

$$T_{reluc} = \frac{1}{2} [I_{\alpha\beta 0}]^t \cdot \left[\frac{d[L_{\alpha\beta 0}(\theta)]}{d\theta_m} \right] \cdot [I_{\alpha\beta 0}] \quad (3.18)$$

The explicit expression of reluctance torque is described by (3.19). If the rotor permanent magnets are surface-mounted, i.e. the inductances keep constant or the higher-order harmonics of the inductance distribution are considered negligibly small compared to the fundamental component, the PMSM generates almost no reluctance torque.

$$T_{reluc} = p \cdot \left[\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \cdot i_{\alpha}^2 \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} \{k \cdot (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \sin(2k\theta)\} + \sum_{k=1}^{\infty} \{3k \cdot (L_{s6k} - 4M_{s6k}) \cdot \sin(6k\theta)\} \right] \\ & + \frac{1}{2} \cdot i_{\beta}^2 \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} \{k \cdot (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \sin(2k\theta)\} - \sum_{k=1}^{\infty} \{9k \cdot L_{s6k} \cdot \sin(6k\theta)\} \right] \\ & - i_0^2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \{3k \cdot (L_{s6k} + 2M_{s6k}) \cdot \sin(6k\theta)\} \\ & + i_{\alpha} \cdot i_{\beta} \cdot \left[\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{\infty} \{(3k+1) \cdot [L_{s(6k+2)} + 2M_{s(6k+2)}] \cdot \cos[(6k+2)\theta]\} \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \{(3k+2) \cdot [L_{s(6k+4)} + 2M_{s(6k+4)}] \cdot \cos[(6k+4)\theta]\} \end{aligned} \right] \\ & - \sqrt{2} \cdot i_{\alpha} \cdot i_0 \cdot \left[\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{\infty} \{(3k+1) \cdot [L_{s(6k+2)} - M_{s(6k+2)}] \cdot \sin[(6k+2)\theta]\} \\ & + \sum_{k=0}^{\infty} \{(3k+2) \cdot [L_{s(6k+4)} - M_{s(6k+4)}] \cdot \sin[(6k+4)\theta]\} \end{aligned} \right] \\ & - \sqrt{2} \cdot i_{\beta} \cdot i_0 \cdot \left[\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{\infty} \{(3k+1) \cdot [L_{s(6k+2)} - M_{s(6k+2)}] \cdot \cos[(6k+2)\theta]\} \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \{(3k+2) \cdot [L_{s(6k+4)} - M_{s(6k+4)}] \cdot \cos[(6k+4)\theta]\} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right] \quad (3.19)$$

The mutual torque is created by the mutual coupling between the stator currents and the rotor magnetic field. It's the main torque production of the PMSM:

$$T_{mut} = [i_{\alpha\beta 0}]^t \cdot \frac{d[\Phi_{\alpha\beta 0f}]}{d\theta_n} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot p \cdot \hat{\phi}_f \cdot [i_{\alpha\beta 0}]^t \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda'_{2n-1} \cdot \begin{bmatrix} K_{\alpha}^{2n-1} \cdot \sin[(2n-1)\theta] \\ K_{\beta}^{2n-1} \cdot \cos[(2n-1)\theta] \\ K_0^{2n-1} \cdot \sin[(2n-1)\theta] \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

λ'_{2n-1} represents the relative magnitudes of the $(2n-1)$ 'th back-EMF harmonics:

$$\lambda'_{2n-1} = (2n-1) \cdot \lambda_{2n-1} \quad (3.21)$$

By Substituting (3.16) into (3.20), the mutual torque can be simplified:

$$T_{mut} = p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \left\{ \begin{aligned} & -i_{\alpha} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \{\lambda'_{6n+1} \cdot \sin[(6n+1)\theta]\} + \sum_{n=1}^{\infty} \{\lambda'_{6n-1} \cdot \sin[(6n-1)\theta]\} \right] \\ & + i_{\beta} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \{\lambda'_{6n+1} \cdot \cos[(6n+1)\theta]\} - \sum_{n=1}^{\infty} \{\lambda'_{6n-1} \cdot \cos[(6n-1)\theta]\} \right] \\ & - i_0 \cdot \sqrt{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \{\lambda'_{6n+3} \cdot \sin[(6n+3)\theta]\} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

The cogging torque is caused by the air-gap permeance variation due to slotting effects: the rotor magnet is attracted in certain positions where the effective permeance is maximum. This torque component is in fact a function of the rotor position relative to the stator, which is independent from the stator excitation currents unless saturation is present [BRETON 2000]. Analytical modeling of the cogging torque is challenging since its production mechanism involves complex field distributions

around stator slots. In a simple way, it can be obtained by analyzing the interactions between each edge of the rotor permanent magnets with the slot openings [ISLAM 2004]. Thus the cogging torque can be expressed as:

$$T_{cog} = \sum_{n=1}^{\infty} T_{cog}^{n\sigma} \cdot \cos(n\sigma\theta) \quad (3.23)$$

Wherein n is the order of the cogging harmonics. $T_{cog}^{n\sigma}$ is the amplitude of the n th harmonic component of the cogging torque. σ is the minimum common multiple of the algebraic production of the number of stator slots and the number of rotor poles. The three-phase PMSM with integer numbers of slots per pole per phase has $\sigma = 6$, which means that the cogging torque harmonics exhibit only in the multiple of six times θ :

$$T_{cog} = \sum_{n=1}^{\infty} T_{cog}^{6n} \cdot \cos(6n\theta) \quad (3.24)$$

From (3.19), (3.22) and (3.23), we can notice that each component can contribute to the higher-order harmonics in total torque, i.e., the pulsating torque.

3.3 Transient Model of the PMLSM

Permanent magnet linear synchronous motors have been applied in many applications ranging from ground transportation to reciprocating servo system and conveyance system for their simple structure and high-performance [CASSAT 2003] [YE 2003]. Usually, the thrust ripple of the PMLSM is larger than that of a rotary PMSM because of the finite length in the stator or the mover, and wide slot opening. This is the basic and inherent problem of linear motors.

3.3.1 Principle of the PMLSM

The PMLSMs may be classified into the short primary (long PM poles) type and short secondary (short PM poles) according to their structure features. Usually, the short part acts as mover. Like rotary motors, the PMLSM works also according to the principle of attraction / repulsion. The primary consists of three-phase windings, in which the three-phase electromagnetic forces are generated. The secondary is the source of magnetostatic field, which is defined as the permanent magnet in our case.

The electrical model of the PMLSM can be obtained by analogy to the rotary PMSM. Figure 3.2 depicts the simplified schematic of a short primary PMLSM.

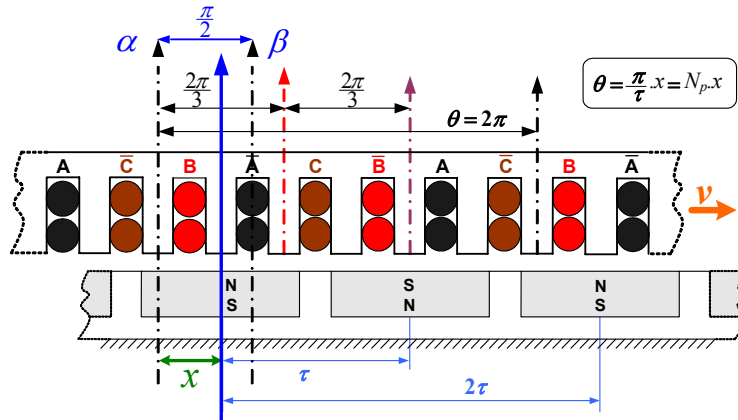


Figure 3.2 – Simplified schematic of a short primary PMLSM

For the rotary motor, the three armature windings shift one another by an electrical angle of $2\pi/3$, and each winding covers an electrical angle of π in the stationary reference frame. By analogy, the stator armature windings of the PMLSM shift one another by a distance of $2\tau/3$ (τ : polar pitch \rightarrow step distance between two consecutive magnetic poles of the secondary), and each winding covers a distance of τ in the linear reference frame.

Under this consideration, the electrical angle, along which the primary of the PMLSM moves in the linear reference frame, can be expressed by:

$$\theta = N_p \cdot x \quad (3.25)$$

Wherein, N_p is the electrical position constant of the PMLSM which is defined by:

$$N_p = \pi/\tau \quad (3.26)$$

The Equivalence between the electrical quantities of the rotary PMSM and of the PMLSM are shown in Table 3-1.

TABLE 3-1
EQUIVALENCES BETWEEN THE ELECTRICAL ANGLE AND ELECTRICAL ANGULAR SPEED
OF THE ROTARY PMSM AND OF THE PMLSM

	Rotary PMSM	PMLSM
Electrical angle (θ)	$\theta = p \cdot \theta_m$	$\theta = N_p \cdot x$
Electrical angular speed (ω)	$\omega = p \cdot \Omega$	$\omega = N_p \cdot v$

3.3.2 PMLSM model in the Concordia's reference frame

Taking the same assumptions as those for the PMSM modeling, we set forth the analytical model for a PMLSM with three-phase and Y-connected windings. If the neutral point of stator windings is not accessible, the sum of the currents in three phases is equal to zero. It means that the homopolar component is equal to zero:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \Rightarrow i_0 = 0 \quad (3.27)$$

In this condition, the equations describing the behaviors of a PMLSM in the Concordia's reference frame are reduced to:

Voltage equations:

$$[V_{\alpha\beta}] = [R] \cdot [I_{\alpha\beta}] + \frac{d[L_{\alpha\beta}]}{dt} \cdot [I_{\alpha\beta}] + [L_{\alpha\beta}] \cdot \frac{d[I_{\alpha\beta}]}{dt} + \frac{d[\Phi_{\alpha\beta f}]}{dt} \quad (3.28)$$

Flux linkages induced by permanent magnets:

$$[\Phi_{\alpha\beta f}] = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{2n-1} \cdot \begin{bmatrix} -K_{\alpha}^{2n-1} \cdot \sin[(2n-1)\theta] \\ K_{\beta}^{2n-1} \cdot \cos[(2n-1)\theta] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\text{with: } K_{\alpha}^{2n-1} = -\frac{2}{3} \left[1 + \cos\left(\frac{2n-1}{3} \cdot \pi\right) \right], \quad K_{\beta}^{2n-1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{2n-1}{3} \cdot \pi\right) \quad (3.30)$$

Stator inductance matrix:

$$[L_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} L_{\alpha}(\theta) & M_{\alpha\beta}(\theta) \\ M_{\beta\alpha}(\theta) & L_{\beta}(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\text{with: } \begin{cases} L_{\alpha}(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \cos(2k\theta) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s6k} - 4M_{s6k}) \cdot \cos(6k\theta) \\ L_{\beta}(\theta) = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \cos(2k\theta) + \frac{3}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} L_{s6k} \cdot \cos(6k\theta) \\ M_{\alpha\beta}(\theta) = M_{\beta\alpha}(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+2)} + 2M_{s(6k+2)}] \cdot \sin[(6k+2)\theta] \\ -\sum_{k=0}^{\infty} [L_{s(6k+4)} + 2M_{s(6k+4)}] \cdot \sin[(6k+4)\theta] \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.32)$$

3.3.3 PMLSM thrust expression

Similar to that of the PMSM, the mechanical equation of the PMLSM can be represented as:

$$M \frac{dv}{dt} = T_e - F_{load} - F_{fric} \quad (3.33)$$

Wherein M is the mover mass (the primary in our case). F_{fric} is the friction force and normally modeled as $F_{fric} = \mu v$. Here, μ is the friction coefficient and v is the mechanical linear speed of the mover. F_{load} is the load force. T_e is the electromagnetic thrust generated by the PMLSM, which is composed of three components: the reluctance thrust T_{reluc} , the mutual thrust T_{mut} and the detent forces F_{det} . Each of them may contribute to the higher-order harmonics of thrust ripple in the PMLSM.

Total electromagnetic thrust:

$$T_e = T_{reluc} + T_{mut} + F_{det} \quad (3.34)$$

Reluctance thrust:

$$\begin{aligned} T_{reluc} = N_p \cdot \left\{ -\frac{1}{2} \cdot i_\alpha^2 \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} \{ k \cdot (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \sin(2k\theta) \} + \sum_{k=1}^{\infty} \{ 3k \cdot (L_{s6k} - 4M_{s6k}) \cdot \sin(6k\theta) \} \right] \right. \\ \left. + i_\alpha \cdot i_\beta \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \{ (3k+1) \cdot [L_{s(6k+2)} + 2M_{s(6k+2)}] \cdot \cos[(6k+2)\theta] \} \right] \right. \\ \left. - \sum_{k=0}^{\infty} \{ (3k+2) \cdot [L_{s(6k+4)} + 2M_{s(6k+4)}] \cdot \cos[(6k+4)\theta] \} \right] \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot i_\beta^2 \cdot \left[\sum_{k=1}^{\infty} \{ k \cdot (L_{s2k} + 2M_{s2k}) \cdot \sin(2k\theta) \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ 9k \cdot L_{s6k} \cdot \sin(6k\theta) \} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Mutual thrust:

$$\begin{aligned} T_{mut} = N_p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \left\{ -i_\alpha \left[\sum_{n=0}^{\infty} \{ \lambda'_{6n+1} \cdot \sin[(6n+1)\theta] \} + \sum_{n=1}^{\infty} \{ \lambda'_{6n-1} \cdot \sin[(6n-1)\theta] \} \right] \right. \\ \left. + i_\beta \left[\sum_{n=0}^{\infty} \{ \lambda'_{6n+1} \cdot \cos[(6n+1)\theta] \} - \sum_{n=1}^{\infty} \{ \lambda'_{6n-1} \cdot \cos[(6n-1)\theta] \} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

The Detent forces are caused by the interaction between the permanent magnets and the slotted nature of the stator. They are the function of the mover position relative to the stator. It was found that the effect of Detent forces is the superposition of a considerable periodic disturbance in the motion of the PMLSM. It results in an oscillatory motion, which in turn is unacceptable for high-precision motion control applications. If neglecting the end effects, the form of the Detent forces in PMLSM is similar to that of the cogging torque in PMSM, with F_{det}^{6n} denoting the amplitude of the n -th harmonic component of Detent forces

Detent forces:

$$F_{det} = \sum_{n=1}^{\infty} F_{det}^{6n} \cdot \cos(6n\theta) \quad (3.37)$$

3.4 Motor Parameter Identification Techniques

The accuracy of system parameters plays an important role in the PMSM/PMLSM drives control. Slight errors in motor parameter estimation may bring on the degradation of control performances, e.g. the mismatched values in flux linkage harmonic terms can add extra ripples in output torque/ thrust. In even worse cases, these errors can destabilize the control system. Therefore, accurate measurement of the motor parameters is required in the high-performance control applications.

The parameters needed identified are the stator resistances, the harmonics of the self and mutual stator inductances, and the harmonics of the flux linkage induced by rotor/mover permanent magnets, as well as the cogging torque (Detent forces for the PMLSM).

3.4.1 Measurement of the stator resistances

The winding resistance can be measured by feeding two phases in series with a continuous voltage, the third remaining disconnected, as depicted in Figure 3.3. After the transient, the quotient of the voltage by the current is equal to the double of stator resistance. If the neutral point of stator windings is accessible, the measurement can be achieved in single phase test.

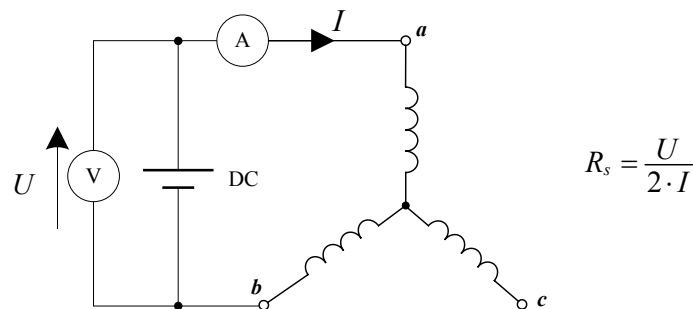


Figure 3.3 – Measurement of stator resistances

3.4.2 Measurement of the stator inductances

The measurement of stator inductances is carried out by the locked-rotor (fixing the mover for the PMLSM) test, i.e., the rotor is fixed with a fixture to avoid swing of the PMSM. In this way, no back-EMF is generated and the measurement result is reliable. Various techniques have been proposed to identify the instantaneous stator self and mutual inductances of AC motors [KRAUSS 1992] [SENJYU 2004] [WANG 2004] [ZENG 2002].

3.4.2.1 Motor with accessible neutral point

If the neutral point of stator windings is accessible, the self and mutual inductances can be separately measured by feeding one phase with a sinusoidal voltage, as illustrated in Figure 3.4. The amplitude of this voltage is chosen so that the maximum current in motor is not exceeded.

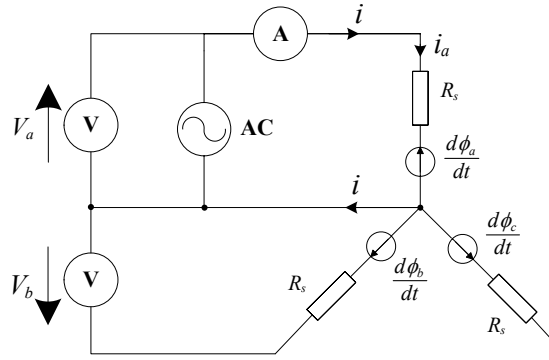


Figure 3.4 – Measurement of stator self and mutual inductances

Since the rotor is fixed, the flux lineages induced by the rotor/secondary permanent magnets keep constant and the voltage equations of the PMSM/PMLSM are reduced to:

$$[V_{abc}] = [R] \cdot [I_{abc}] + [L_{abc}] \cdot \frac{d[I_{abc}]}{dt} \quad (3.38)$$

Moreover, the phases “b” and “c” are not connected:

$$i_b = i_c = 0 \Rightarrow i_a = i$$

It leads to:

$$\begin{aligned} V_a &= R_s \cdot i + L_a \cdot \frac{di}{dt} \\ V_b &= M_{ba} \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned} \quad (3.39)$$

The self inductance L_a and mutual inductance M_{ba} in certain rotor position can be obtained by:

$$L_a = \frac{\sqrt{(V_a/i)^2 - R_s^2}}{2\pi f} \quad (3.40)$$

$$M_{ba} = \frac{V_b}{2\pi f \cdot i} \quad (3.41)$$

f is the frequency of the fed sinusoidal voltage in Hz.

Carrying out the same measurements in different rotor positions, the self inductance $L_a(\theta)$ and the mutual inductance $M_{ba}(\theta)$ as functions of the electrical rotor position can be obtained. The coefficients of inductance harmonics (L_{sk} and M_{sk}) can be consequently evaluated through frequency analysis using the Fast Fourier Transform (FFT). In the same way, the self and mutual inductances of other phases can also be identified.

3.4.2.2 Motor without accessible neutral point

If the neutral point is not accessible, it's difficult to identify all the parameters describing the variations of the self and mutual stator inductances as function of the electrical position. Nevertheless, a method has been proposed by [DELECLUSE 1998] to find out the three parameters: L_α , L_β and $M_{\alpha\beta}$, which are useful to the control of Y-connected motors.

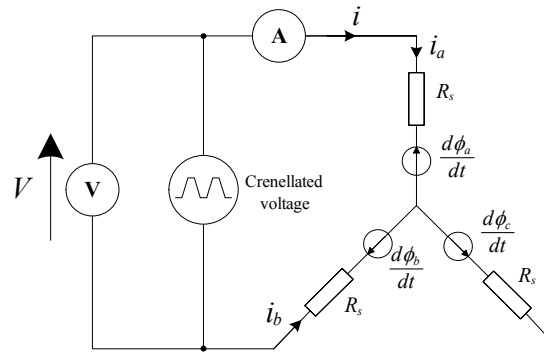


Figure 3.5 – Measurement of stator inductances in the Concordia's reference frame

Three locked-rotor tests are carried out by feeding phases “a” and “b” by a crenellated voltage, as illustrated in Figure 3.5. The amplitude of the fed voltage is appropriately chosen so that the maximum current in motor is not exceeded. Postulating that we want to know the values of the stator inductances for the rotor position $\theta = \theta^*$, three tests are carried out respectively for $\theta = \theta^*$, $\theta_2 = \theta^* + 2\pi/3$ and $\theta_3 = \theta^* + 4\pi/3$. Three equations can be established:

$$V_{est}(\theta_1) = \frac{V_1 - 2R_s \cdot i_1}{di_1/dt} = L_a(\theta^*) - 2M_{ab}(\theta^*) + L_b(\theta^*) \quad (3.42)$$

$$V_{est}(\theta_2) = \frac{V_2 - 2R_s \cdot i_2}{di_2/dt} = L_c(\theta^*) - 2M_{ac}(\theta^*) + L_a(\theta^*) \quad (3.43)$$

$$V_{est}(\theta_3) = \frac{V_3 - 2R_s \cdot i_3}{di_3/dt} = L_b(\theta^*) - 2M_{bc}(\theta^*) + L_c(\theta^*) \quad (3.44)$$

The three parameters of stator inductance for rotor position θ^* can be obtained by:

$$\begin{bmatrix} L_\alpha \\ L_\beta \\ M_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & -1/6 \\ -\sqrt{3}/6 & \sqrt{3}/6 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{est}(\theta_1) \\ V_{est}(\theta_2) \\ V_{est}(\theta_3) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

These three inductances can be evaluated for any rotor position from three measurements per position. The accuracy of this method depends on the sensitivity of the measurement of the derivative of the currents i .

3.4.3 Identification of the flux linkage harmonics

Driving the PMSM by an auxiliary motor with the windings being open-circuit:

$$[I_{abc}] = 0 \Rightarrow \frac{d[I_{abc}]}{dt} = 0 \quad (3.46)$$

The voltage equations can be reduced to:

$$[V_{abc}] = \frac{d[\Phi_{abcf}]}{dt} \quad (3.47)$$

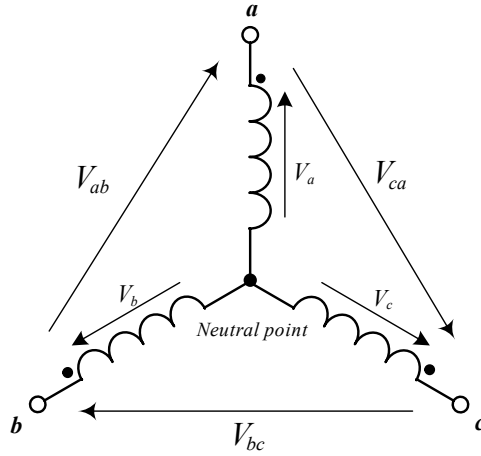


Figure 3.5 – Stator phase voltages of a star-connected PMSM

If the neutral point is available, the open-circuit line-to-phase voltage V_a can be measured directly and may be expressed as:

$$V_a(t) = \frac{d\Phi_{f,a}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{2n-1} \cdot \cos[(2n-1)\omega t] \right\} \right] \quad (3.48)$$

If the neutral point is unavailable, the phase voltage can be partially deduced from the measurable line-to-line voltages.

$$\begin{aligned} V_{ab}(t) &= \frac{d}{dt} [\Phi_{f,a}(t) - d\Phi_{f,b}(t)] \\ &= \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{2n-1} \cdot \left(\cos[(2n-1)\omega t] - \cos[(2n-1)(\omega t - 2\pi/3)] \right) \right\} \right] \\ &= \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{6n-5} \cdot \left(\cos[(6n-5)\omega t] - \cos[(6n-5)(\omega t - 2\pi/3)] \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{6n-1} \cdot \left(\cos[(6n-1)\omega t] - \cos[(6n-1)(\omega t - 2\pi/3)] \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} V_{ca}(t) &= \frac{d}{dt} [\Phi_{f,a}(t) - d\Phi_{f,c}(t)] \\ &= \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{6n-5} \cdot \left(\cos[(6n-5)(\omega t + 2\pi/3)] - \cos[(6n-5)\omega t] \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{6n-1} \cdot \left(\cos[(6n-1)(\omega t + 2\pi/3)] - \cos[(6n-1)\omega t] \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.50)$$

In (3.49) and (3.50), we notice that no triple harmonics components appear in the line-to-line voltages. Therefore, only non-triple harmonics components of phase voltage V_a can be obtained by subtracting V_{ca} from V_{ab} . It means that the coefficients K_{6n-3} can not be obtained. And consequently, the identification of the relative magnitudes of the triple harmonics of PM flux linkage, i.e. λ_{6n-3} , can not be achieved. Whereas the values of λ_{6n-3} are not necessary to our control strategy (the reasons will be circumstantiated in the next chapter), the absence of these coefficients are not important. Denoting by \tilde{V}_a , the sum of measurable harmonic components can be expressed by:

$$\tilde{V}_a(t) = \frac{V_{ab}(t) - V_{bc}(t)}{3} = \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ K_{6n-5} \cdot \left(\cos[(6n-5)\omega t] - \cos[(6n-1)\omega t] \right) \right\} \right] \quad (3.51)$$

Note: In following formulas deduction, we consider that the neutral point of motor is available and make use of the measured phase voltage V_a to identify the coefficients of the harmonics of flux linkage. If the neutral point is not available, \tilde{V}_a is used to take the place of V_a . In this case, all coefficients of triple harmonics should be set null.

3.4.3.1 With constant rotor speed

If the rotor speed is held constant, i.e. $d\omega = 0$, the back-EMF of phase “a” as function of the rotor electrical position can be obtained by:

$$e_a(\theta) = \frac{d\Phi_{f,a}(\theta)}{d\theta} = \frac{d\Phi_{f,a}(t)}{\omega \cdot dt} = \frac{V_a(t)}{\omega} = -\sum_{n=1}^{\infty} \{(2n-1)K_{2n-1} \cdot \sin[(2n-1)\omega t]\} \quad (3.52)$$

Equation (3.52) shows that the flux harmonics can be found by performing a frequency analysis on $-V_a(t)/\omega$. The rotor electrical angular speed ω can be extracted from the period time T , i.e. $\omega = 2\pi/T$. No angular position is needed in the determination of the flux harmonics. After the FFT analysis, K_1 is found at the frequency of ω , $3K_3$ is found at the frequency of 3ω , and $5K_5$ is found at the frequency of 5ω , etc. Normalizing these values by the magnitude of the fundamental component, the maximum value of the magnetic excitation flux per phase ($\hat{\phi}_f$) and the relative magnitudes of the harmonics of flux linkage λ_{2n-1} can be evaluated by:

$$\hat{\phi}_f = K_1 \quad (3.53)$$

$$\lambda_{2n-1} = \frac{K_{2n-1}}{K_1} \quad (3.54)$$

3.4.3.2 With time-varying rotor/mover speed

In some cases, it's difficult to push the mover of a PMLSM in constant speed due to its length limitation. Then cares must be taken to observe the actual mover position versus time. The equation (3.48) can be deduced as:

$$V_a(t) = \frac{d\Phi_{f,a}(t)}{dt} = \frac{d\Phi_{f,a}(\theta)}{d\theta} \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t) \cdot e_a(\theta) \quad (3.55)$$

Considering the relationships between the electrical quantities and the linear mechanical quantities of the PMLSM:

$$\theta = N_p \cdot x \quad \text{and} \quad \omega = N_p \cdot v$$

The back-EMF of phase “a” as function of the mover linear position can be obtained by:

$$e_a(\theta) = \frac{d\Phi_{f,a}(\theta)}{d\theta} = \frac{V_a(t)}{N_p \cdot v(t)} = -\sum_{n=1}^{\infty} \{(2n-1) \cdot K_{2n-1} \cdot \sin[(2n-1)\theta]\} \quad (3.56)$$

Equation (3.56) shows that the flux harmonics can be identified by performing frequency analysis on $-V_a(t)/[N_p \cdot v(t)]$ if the mover speed v is not held constant. The maximum value of the magnetic excitation flux per phase $\hat{\phi}_f$ and the relative magnitudes of the harmonics of flux linkage λ_{2n-1} can be evaluated in the same way as described in (3.53) and (3.54).

3.4.4 Identification of cogging torque / detent forces

The production mechanism of cogging torque involves complex field distributions around stator slots, which make the modeling of cogging torque or Detent forces very complicated. Nevertheless, the Finite Element Method (FEM) is often used to predict the static cogging torque / Detent forces of the PMSM / PMLSM. The study of this method is beyond of the scope of this thesis, the readers can refer to [LI 1998] [ISLAM 2004] [BODIKA 1999] for detailed discussion.

3.5 Summary

This chapter presented the analytical model of the PMSM/PMLSM. The models are set forth in the stationary reference frame with taking account of the non-ideal conditions: non-sinusoidal rotor permanent magnet distribution, reluctant stator inductances and cogging effects. The precise expressions of the torque/thrust generated by PMSM/PMLSM are presented, which are composed of three components, i.e. reluctance torque, mutual torque and cogging torque/Detent forces. Each of them can contribute to the higher-order harmonics in total torque/thrust.

In addition, the accuracy in motor parameters estimation is important to the high-performance control applications. Therefore, the measurement methods for these parameters, including the stator resistance and inductances, rotor PM flux linkage etc., are described in this chapter.

In next chapter, in view of reducing their pulsating torque/thrust, the optimal excitation current waveforms will be deduced and applied to control the PMSM/PMLSM based on the motor model presented in this chapter.

CHAPTER 4

OPTIMAL CONTROL STRATEGY FOR MINIMIZING TORQUE/THRUST RIPPLE IN THE PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS

Chapter 4

Optimal Control Strategy for Minimizing Torque/Thrust Ripple in the Permanent Magnet Synchronous Motors

4.1 Introduction

In high-performance motion control applications, the PMSM is required to produce zero torque/thrust ripples with the smallest *rms* current excitation. Any non-ideal conditions such as non-sinusoidal distributed rotor permanent magnet flux, reluctant inductance and cogging effects may bring on ripples in the output torque/thrust. In these cases, certain harmonics should be added to the fundamental excitation currents in order to eliminate or at least minimize the undesired torque/thrust ripple. Due to the limitations on the precision of rotor position encoder, the bandwidth of the inverter controller, speed and memory constraints of the control electronics etc., only the particular current harmonics will be considered in practice.

The major task of this chapter is to find out the optimal current waveforms, the orders as well as the amplitudes of current harmonics, for a given motor configuration so that the torque ripple caused by the harmonic components of back-EMF and cogging torque up to an arbitrary order can be completely eliminated. The self-tuning multiple-frequency resonant controllers developed in Chapter 2 are employed in the control scheme. They are used to regulate the phase currents to track the proposed optimal current commands. By this means, the torque/thrust ripple and ohmic losses in motors can be simultaneously minimized.

The techniques of accurately initializing rotor/mover position and mitigating the command overshoots, which are critical to the high-performance control of PMSM/PMLSM, are also the studied objectives of this chapter.

4.2 Mutual Torque Ripple Minimization

4.2.1 Mutual torque ripple analysis

The optimization of PMSM control concerns the elimination or minimization of torque ripples, which make it necessary to express the ripple components in closed form. The majority of the PMSMs are manufactured with an isotropic (or almost isotropic) rotor, which means that the higher-order harmonic components of the inductances are considered negligibly small compared to the fundamental component. Therefore, the reluctance torque T_{reluc} in (3.17) and (3.34) can be neglected. The task of this thesis is to suppress the ripple components derived from the mutual torque and the cogging torque in the PMSM drives. As the cogging torque (Detent forces for PMLSM) is independent from the excitation currents, the elimination of its influences will be discussed in another separate section. We first study the torque ripple resulted from the interaction of the phase currents and back-EMF, i.e. the mutual torque.

4.2.1.1 Phase excitation currents

In the balanced and symmetrical conditions, the three phase currents have identical waveforms which offset by $2\pi/3$ electrical radians and contain only odd harmonics. They can be expressed as in (4.1), wherein the k set depicts the current harmonic orders and i_{2k-1}^{abc} denotes the amplitude of the $(2k-1)$ 'th current harmonic.

$$\begin{bmatrix} i_a^* \\ i_b^* \\ i_c^* \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{\infty} i_{2k-1}^{abc} \cdot \begin{bmatrix} \sin[(2k-1)\theta] \\ \sin[(2k-1)(\theta - 2\pi/3)] \\ \sin[(2k-1)(\theta + 2\pi/3)] \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

The corresponding currents in the Concordia's reference frame can be obtained by multiplying (4.1) by the Concordia's transformation matrix T_3 defined by (3.11):

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha}^* \\ i_{\beta}^* \\ i_0^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \sin[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \sin[(6k-1)\theta] \} \\ \sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \cos[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \cos[(6k-1)\theta] \} \\ -\sqrt{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+3}^* \cdot \sin[(6k+3)\theta] \} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\text{with: } i_k^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot i_k^{abc} \quad \dots \forall k \in \mathbf{N}$$

The mutual torque produced by the PMSM can be obtained by multiplying the current vector by the back-EMF vector, which is described in (4.3):

$$T_{mut} = p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \begin{bmatrix} i_{\alpha}^* \\ i_{\beta}^* \\ i_0^* \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} -\sum_{n=0}^{\infty} \{ \lambda'_{6n+1} \cdot \sin[(6n+1)\theta] \} - \sum_{n=1}^{\infty} \{ \lambda'_{6n-1} \cdot \sin[(6n-1)\theta] \} \\ \sum_{n=0}^{\infty} \{ \lambda'_{6n+1} \cdot \cos[(6n+1)\theta] \} - \sum_{n=1}^{\infty} \{ \lambda'_{6n-1} \cdot \cos[(6n-1)\theta] \} \\ -\sqrt{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \{ \lambda'_{6n+3} \cdot \sin[(6n+3)\theta] \} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.2.1.2 Mutual torque ripple components

The general expression of torque ripple components can be obtained by expanding (4.3), with the k and n sets corresponding to the current and back-EMF harmonics, respectively.

$$\begin{aligned}
 T_{mut} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot & \left[\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ i_{6k+1}^* \cdot \lambda'_{6n+1} \cdot \cos[6(k-n)\theta] \right\} - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ i_{6k+1}^* \cdot \lambda'_{6n-1} \cdot \cos[6(k+n)\theta] \right\} \right. \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ i_{6k-1}^* \cdot \lambda'_{6n-1} \cdot \cos[6(k-n)\theta] \right\} - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ i_{6k-1}^* \cdot \lambda'_{6n+1} \cdot \cos[6(k+n)\theta] \right\} \\
 & \left. + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ i_{6k+3}^* \cdot \lambda'_{6n+3} \cdot \cos[6(k-n)\theta] \right\} - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ i_{6k+3}^* \cdot \lambda'_{6n+3} \cdot \cos[6(k+n+1)\theta] \right\} \right] \\
 & \{ k, n \in \mathbf{Z} \}
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Analysis of (4.4) we can observe that:

- There are torque ripple components only at the frequencies of integer multiples of six times the rotor electrical angular speed.
- Only the terms in the first column of (4.4) may contribute to the usable average torque when $k = n$. All other components are the ripples that should be eliminated.

If defining h as the order of torque ripple harmonics, the mutual torque can be rearranged as the sum of a constant value and a cosine series:

$$T_{mut} = \bar{T}_{mut} + \sum_{h=1}^{\infty} T_{ripple}^{6h} \cdot \cos(6h\theta) \quad \dots (h \in \mathbf{N}) \quad (4.5)$$

The constant value \bar{T}_{mut} represents the usable average torque, which is given by:

$$\bar{T}_{mut} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \sum_{k=1}^{\infty} i_{2k-1}^* \cdot \lambda'_{2k-1} \quad (4.6)$$

The coefficients T_{ripple}^{6h} represent the amplitudes of the $6h$ th ripple harmonics exhibited in mutual torque, which are given by:

$$\begin{aligned}
 T_{ripple}^{6h} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot & \left[\sum_{k=0}^{\infty} \left\{ i_{6k+1}^* \cdot \left[\lambda'_{6(k-h)+1} + \lambda'_{6(k+h)+1} - \lambda'_{6(h-k)-1} \right] \right\} \right. \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ i_{6k-1}^* \cdot \left[\lambda'_{6(k-h)-1} + \lambda'_{6(k+h)-1} - \lambda'_{6(h-k)+1} \right] \right\} \\
 & \left. + \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ i_{6k+3}^* \cdot \left[\lambda'_{6(k-h)+3} + \lambda'_{6(k+h)+3} - \lambda'_{6(h-k)-3} \right] \right\} \right]
 \end{aligned} \quad (4.7)$$

After a full analysis of the mutual torque ripple, appropriate harmonic combination for the excitation currents should be found so that the motor can produce maximum average mutual torque with minimum ripples. To be precise, the orders and corresponding amplitudes of the excitation current harmonics, namely k and i_{2k-1}^* as described in equation (4.1), should be correctly selected so that the average torque \bar{T}_{mut} is maximized, and in the meantime, all concerned coefficients T_{ripple}^{6h} are null:

$$\bar{T}_{mut} \rightarrow \max \left[\bar{T}_{mut}(\mathbf{i}^*) \right] \quad \text{and} \quad T_{ripple}^{6h}(\mathbf{i}^*) = 0 \quad \dots (\forall h \in \mathbf{N}) \quad (4.8)$$

4.2.2 Optimal excitation current waveforms

4.2.2.1 Combination of the excitation current harmonics

Inspection of (4.4) and (4.7) reveals that there is no unique solution for \mathbf{i}^* to satisfy (4.8) for any given h . Hence, an additional constraint on \mathbf{i}^* must be applied, which is usually an attempt to maximize the motor efficiency. According to former advisers, the optimal excitation currents should produce required average torque with zero torque ripples with minimum ohmic losses. If the back-EMF doesn't have the n th harmonic, the existence of the n th current harmonic does not contribute to the usable average torque but it does add to the ohmic losses [HANSELMAN 1994]. Therefore, for maximizing the efficiency, the current harmonics should be null whenever the corresponding back-EMF harmonics are null.

In some applications, the neutral point of the PMSM can not be accessed, which means that the full control of the homopolar current i_0 is unfeasible. In the mean time, the homopolar current does contribute to the ripple torque. And moreover, since the 3rd order is generally the most important harmonic exhibited in the back-EMF, the presence of homopolar current could cause considerable ripples in output torque.

Taking into account of the above considerations, the optimal excitation current waveforms in the Concordia's reference frame are proposed as given by (4.9), in which the homopolar current i_0 is enforced to be null. By this means, it is ensured that the three-phase currents contain no triple harmonics, and consequently, the influence of the triple back-EMF harmonics on torque ripple can be removed.

$$\begin{cases} i_\alpha^* = -\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \sin[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \sin[(6k-1)\theta] \} \\ i_\beta^* = \sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \cos[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \cos[(6k-1)\theta] \} \\ i_0^* = 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

4.2.2.2 Determination of the magnitudes of current harmonics

Substituting (4.9) for (4.2), the average mutual torque and the amplitudes of torque ripple harmonics can be rewritten as:

$$\bar{T}_{mut} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \lambda'_{6k+1} \} + \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \lambda'_{6k-1} \} \right] \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} T_{ripple}^{6h} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot & \left[\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot [\lambda'_{6(k-h)+1} + \lambda'_{6(k+h)+1} - \lambda'_{6(h-k)-1}] \} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot [\lambda'_{6(k-h)-1} + \lambda'_{6(k+h)-1} - \lambda'_{6(h-k)+1}] \} \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

By writing (4.10) and (4.11) in matrix form with taking on the restrictive conditions given by (4.8), the objective of the excitation current design comes down to solving the linear equations:

$$\begin{bmatrix} \lambda'_{k_1} & \lambda'_{k_2} & \lambda'_{k_3} & \dots & \dots & \lambda'_{k_n} \\ \begin{pmatrix} -\lambda'_{k_2} \\ +\lambda'_{(2k_1+k_2)} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\lambda'_{k_1} \\ +\lambda'_{(k_1+2k_2)} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_1+k_2-k_3)} \\ +\lambda'_{(k_1+k_2+k_3)} \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_1+k_2-k_n)} \\ +\lambda'_{(k_1+k_2+k_n)} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_2+k_3-k_1)} \\ +\lambda'_{(k_2+k_3+k_1)} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\lambda'_{k_3} \\ +\lambda'_{(2k_2+k_3)} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\lambda'_{k_2} \\ +\lambda'_{(k_2+2k_3)} \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_2+k_3-k_n)} \\ +\lambda'_{(k_2+k_3+k_n)} \end{pmatrix} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_{n-1}+k_n-k_1)} \\ +\lambda'_{(k_{n-1}+k_n+k_1)} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_{n-1}+k_n-k_2)} \\ +\lambda'_{(k_{n-1}+k_n+k_2)} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\lambda'_{(k_{n-1}+k_n-k_3)} \\ +\lambda'_{(k_{n-1}+k_n+k_3)} \end{pmatrix} & \dots & \dots & \begin{pmatrix} -\lambda'_{k_{n-1}} \\ +\lambda'_{(k_{n-1}+2k_n)} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_1}^* \\ i_{k_2}^* \\ i_{k_3}^* \\ \vdots \\ \vdots \\ i_{k_n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{T}_{mut}^*}{p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\text{with: } \begin{cases} \lambda'_{-k} = -\lambda'_k \\ \lambda'_k = 0, \text{ for } k > k_n \end{cases} \quad \text{and} \quad k_n = \begin{cases} 3n-2, & \text{for } n = 2i-1 \\ 3n-1, & \text{for } n = 2i \end{cases}, \quad (i \in \mathbf{N})$$

In order to make the expression of these equations more rational, we make use of the k_i set to indicate the orders of back-EMF harmonics and current harmonics. Since no triple harmonics take part in the optimal current design, $k_1 = 1$ indicates the fundamental components, $k_2 = 5$ and $k_3 = 7$ indicate the 5th and 7th harmonic components respectively, and so on. We define $\tilde{i}_{k_i}^*$ as the relative magnitude of the k_i -th current harmonic, which is normalized by the fundamental component such as $\tilde{i}_{k_1}^* = 1$.

Resolving (4.12), the magnitude of the fundamental component of the excitation current ($i_{k_1}^*$) can be expressed by a function of the relative magnitudes of back-EMF λ'_k and the average torque \bar{T}_{mut}^* . The relative magnitudes of current harmonics $\tilde{i}_{k_i}^*$ are in functions of λ'_k .

$$i_{k_1}^* = \frac{\bar{T}_{mut}^*}{p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_T(\lambda'_{k_1}, \dots, \lambda'_{k_n})} \quad (4.13)$$

$$\tilde{i}_{k_i}^* = \frac{i_{k_i}^*}{i_{k_1}^*} = f_{C_{k_i}}(\lambda'_{k_1}, \dots, \lambda'_{k_n}), \quad \text{for } i = 2, 3, 4, \dots, n$$

Substituting (4.13) into (4.9), the optimal excitation current waveforms can be expressed by the desired average torque \bar{T}_{mut}^* and the functions of the relative magnitudes of back-EMF λ'_k :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{\alpha}^* = \frac{-\bar{T}_{mut}^* \cdot \left[\sum_{k=0}^{\lfloor \text{Int}[(n-1)/2] \rfloor} \{ \tilde{i}_{6k+1}^* \cdot \sin[(6k+1)\theta] \} + \sum_{k=1}^{\lfloor \text{Int}[n/2] \rfloor} \{ \tilde{i}_{6k-1}^* \cdot \sin[(6k-1)\theta] \} \right]}{p \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_T(\lambda'_{k_1}, \dots, \lambda'_{k_n})} \\ i_{\beta}^* = \frac{\bar{T}_{mut}^* \cdot \left[\sum_{k=0}^{\lfloor \text{Int}[(n-1)/2] \rfloor} \{ \tilde{i}_{6k+1}^* \cdot \cos[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^{\lfloor \text{Int}[n/2] \rfloor} \{ \tilde{i}_{6k-1}^* \cdot \cos[(6k-1)\theta] \} \right]}{p \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_T(\lambda'_{k_1}, \dots, \lambda'_{k_n})} \\ i_0^* = 0 \end{array} \right. \quad (4.14)$$

From (4.14) we can notice that since the values of $\tilde{i}_{k_i}^*$ depend only on the quantities of λ'_k , which are all predetermined, the amplitudes of the optimal excitation currents are proportional to the desired average torque \bar{T}_{mut}^* with unchanged waveshapes. This feature makes a lot of calculation needless in digital implementation.

4.2.3 Torque control scheme

Based on the previously deduced equations, we can establish the PMSM torque control scheme in the Concordia's reference frame as depicted in Figure 4.1. This scheme is represented as a discrete model, with a sample time of T_s , with a view of facilitating the digital implementation.

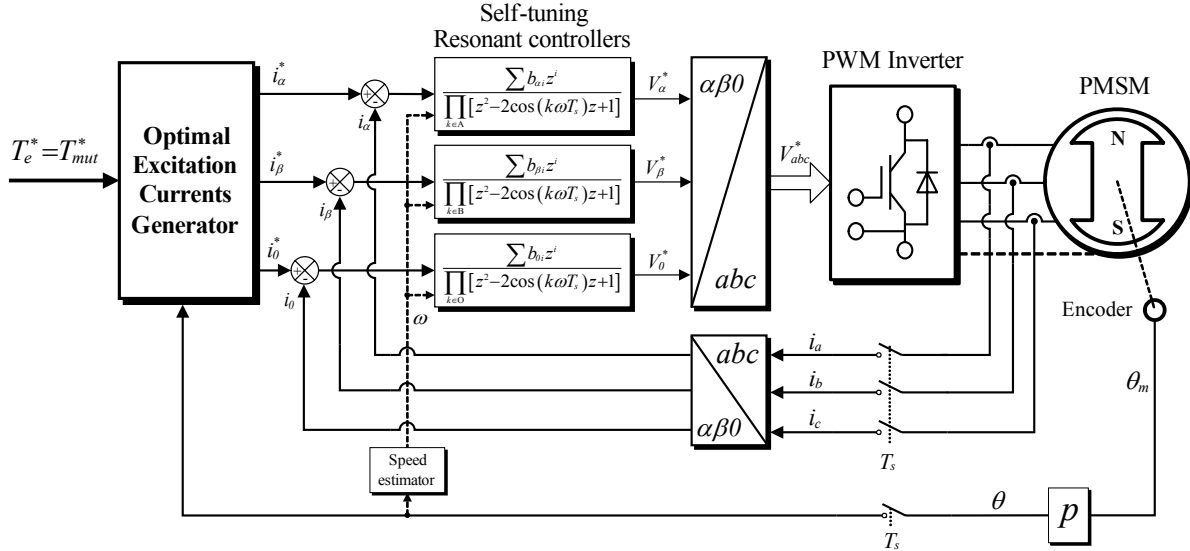


Figure 4.1 – PMSM torque control scheme using self-tuning multiple-frequency resonant controllers

Wherein T_e^* represents the torque command which may be a constant or time-varying value. The block “**Optimal Excitation Currents Generator**”, in which the optimal current expressions in (4.14) are implemented, is used to generate the reference currents according to the rotor position θ and to the torque command T_e^* . Three self-tuning multiple-frequency resonant controllers are employed to regulate the currents of $\alpha\beta 0$ axes in the stationary reference frame, respectively. The design of these controllers relies on the parameters of respective regulated systems and the configurations of respective commands.

1. **Subsystem parameters** – considering the self and mutual inductances as space constants, the PMSM model can be treated as three decoupled subsystems in $\alpha\beta 0$ axes. They have identical resistances but different inductances, as described by (3.14). Therefore, the three controllers should be separately designed according to their respective inductances, i.e. L_{α} , L_{β} and L_0 .
2. **Resonant frequencies** – the number and frequencies of associated resonant elements depend on the references and/or the characteristic of each decoupled subsystem. For example, considering the influence of back-EMF harmonics up to the $(6N+1)$ 'th order, the excitation currents contain $(2N+1)$ resonant frequencies in both α and β axes, which can be expressed as in (4.15). The harmonic orders are defined by $A=B=\{1, 5, 7, 11, \dots, 6N+1\}$. Since i_0^* stays null all the time, the resonant frequencies of the third controller are determined by the back-EMF harmonic components existed in homopolar axis, namely $O=\{3, 9, \dots, 6N \pm 3\}$. In this way, the tracking of reference currents and the rejection of disturbances from non-sinusoidal back-EMF can be simultaneously realized.

$$\begin{cases}
 i_{\alpha}^* = \frac{-\bar{T}_{mut}^* \cdot \left[\sum_{k=0}^N \{ \tilde{i}_{6k+1}^* \cdot \sin[(6k+1)\theta] \} + \sum_{k=1}^N \{ \tilde{i}_{6k-1}^* \cdot \sin[(6k-1)\theta] \} \right]}{p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_T(\lambda_1, \dots, \lambda_{(6N+1)})} \\
 i_{\beta}^* = \frac{\bar{T}_{mut}^* \cdot \left[\sum_{k=0}^N \{ \tilde{i}_{6k+1}^* \cdot \cos[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^N \{ \tilde{i}_{6k-1}^* \cdot \cos[(6k-1)\theta] \} \right]}{p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_T(\lambda_1, \dots, \lambda_{(6N+1)})} \\
 i_0^* = 0
 \end{cases} \quad (4.15)$$

The three-phase load currents are measured and transformed into the Concordia's reference frame, They are compared with respective references then regulated by the resonant controllers. The rotor position θ is detected and fed into the blocks of “**Optimal Excitation Currents Generator**” to generate instantaneous torque command. The rotor angular speed ω is estimated and fed into three resonant controllers so that they can adapt themselves to the reference currents with time-varying frequency.

4.2.4 Simulation verification

In order to verify the proposed control strategy, some simulations have been carried out using a PMSM model with the parameters: $R = 2.0 \Omega$, $L_{s0} = 4.9 \text{mH}$, $M_{s0} = -0.78 \text{mH}$, $p = 3$ and $\hat{\phi}_f = 1.2 \text{Wb}$, the cogging torque is negligible, and the coefficients of back-EMF harmonics are $\lambda_3 = 0.24$ and $\lambda_5 = -0.03$. The commanded torque is $T_e^* = 2.0 \text{N}\cdot\text{m}$.

4.2.4.1 Control with conventional sinusoidal excitation current command

If we neglect the existence of the back-EMF harmonics in the control procedure, the amplitude of fundamental current i_1^* can be calculated by:

$$i_1^* = \frac{T_e^*}{p \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \lambda_1} = 0.4536 [\text{A}] \quad (4.16)$$

The conventional sinusoidal excitation currents can be expressed by:

$$\begin{cases}
 i_{\alpha}^* = -0.4536 \cdot \sin(\theta) \quad [\text{A}] \\
 i_{\beta}^* = 0.4536 \cdot \cos(\theta) \quad [\text{A}] \\
 i_0^* = 0 \quad [\text{A}]
 \end{cases} \quad (4.17)$$

Figure 4.2 shows the torque production of the PMSM controlled by these excitation currents. A torque ripple with a amplitude of $0.05 \text{N}\cdot\text{m}$, which is about 2.5% of the average torque, is present at six times the current frequency.

In theory, the amplitude of this torque ripple should be $0.06 \text{N}\cdot\text{m}$ according to (4.11) and the value of λ_5 , namely 3% of the average torque. However due to the influence of the fifth back-EMF harmonic, the regulated currents can't perfectly track their respective references, as shown in Figure 4.3 (b). It results in the different values between the theoretical and simulated ripple amplitude.

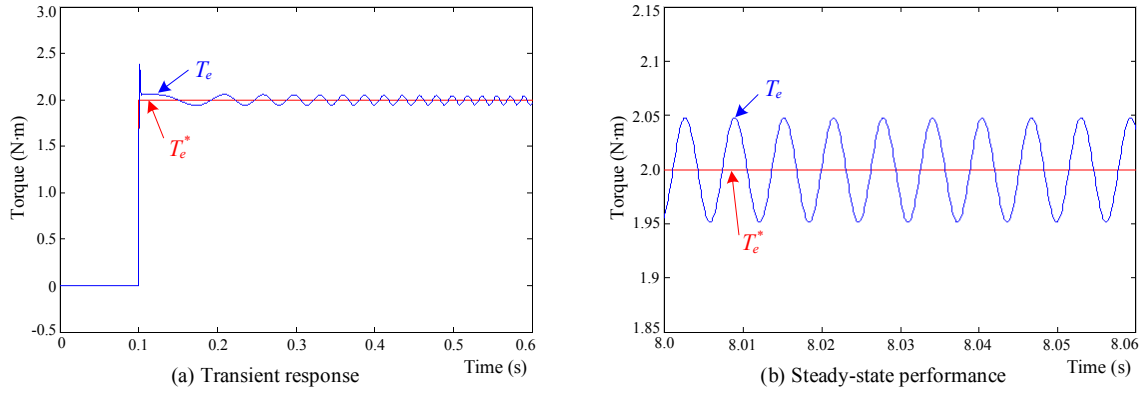


Figure 4.2 – Torque produced by PMSM with conventional sinusoidal excitation currents command

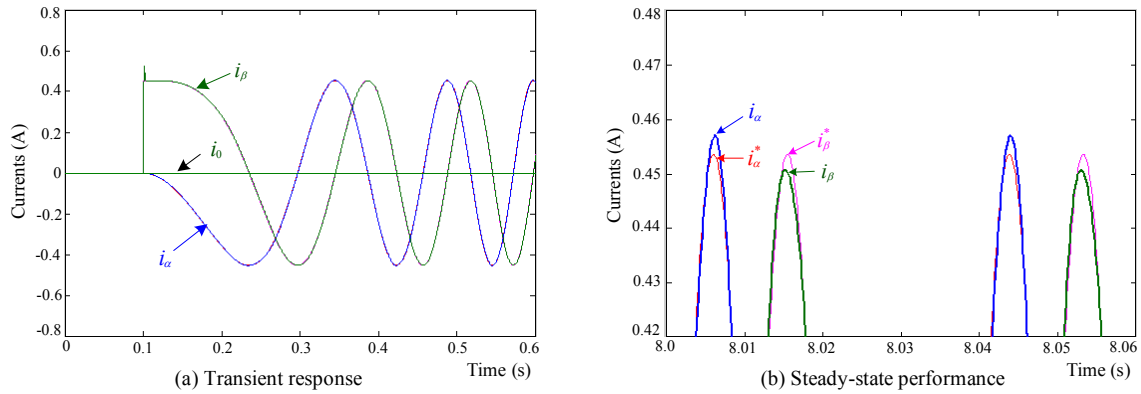


Figure 4.3 – Regulated currents of PMSM with conventional sinusoidal excitation currents command

As illustrated in Figure 4.2, the existence of this ripple torque makes it impossible for the PMSM to achieve a linear speed, in which a ripple at 6 times the current frequency is also present.

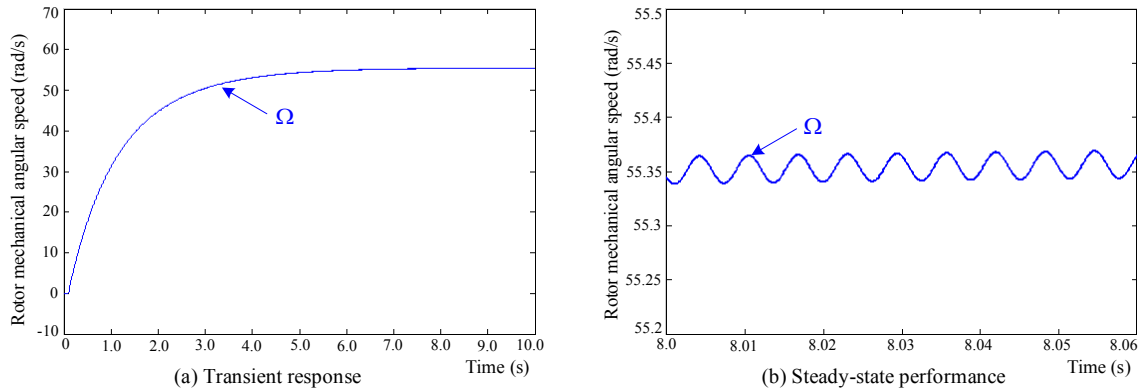


Figure 4.4 – Rotor speed of PMSM with conventional sinusoidal excitation currents command

4.2.4.2 Control with optimal excitation current command

In order to eliminate this torque ripple, the 5th harmonic should be injected into the excitation currents according to (4.15). The linear equations (4.12) are then simplified as:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1' & \lambda_5' \\ -\lambda_5' & -\lambda_1' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{i}_5^* \end{bmatrix} \cdot i_1^* = \frac{\bar{T}_e^*}{p\sqrt{3/2} \cdot \hat{\phi}_f} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

The quantities of i_1^* and \tilde{i}_5^* can be obtained by solving (4.18):

$$i_1^* = \frac{T_e^* \cdot \lambda_1'}{p \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot (\lambda_1'^2 - \lambda_5'^2)} = 0.454 \quad (4.19)$$

$$\tilde{i}_5^* = -\frac{\lambda_5'}{\lambda_1'} = 0.03 \quad (4.20)$$

Substituting these results into (4.15), the optimal excitation currents for eliminating the ripple torque caused by the back-EMF up to 5th harmonic can be worked out:

$$\begin{cases} i_\alpha^* = -0.454 \cdot \sin(\theta) - 0.0136 \cdot \sin(5\theta) \text{ [A]} \\ i_\beta^* = 0.454 \cdot \cos(\theta) - 0.0136 \cdot \cos(5\theta) \text{ [A]} \\ i_0^* = 0 \text{ [A]} \end{cases} \quad (4.21)$$

Figure 4.5 shows the torque production of the PMSM controlled by proposed optimal excitation currents. We can notice that after the transition transient, the torque ripple which appeared in Figure 4.2 is completely eliminated.

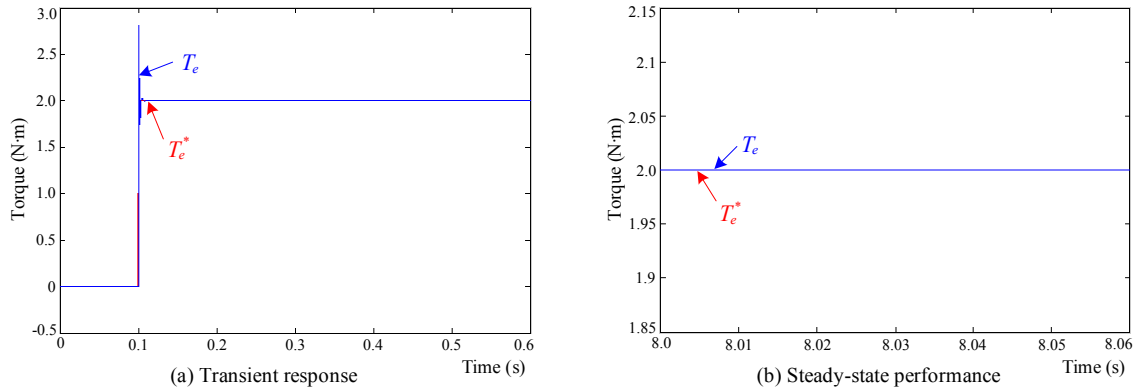


Figure 4.5 – Torque produced by PMSM with optimal excitation currents command

Figures 4.6 illustrates that the regulated currents perfectly track their respective references. The rotor speed is well linear, which is shown in Figure 4.7.

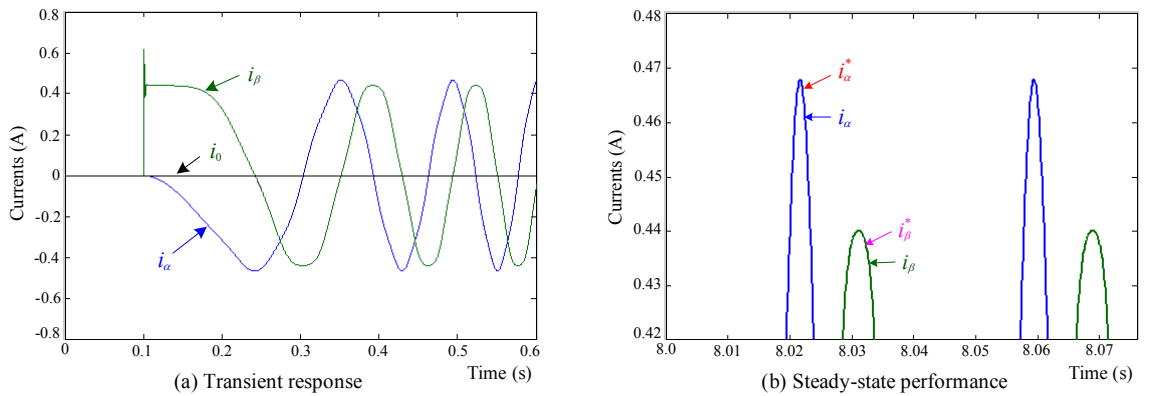


Figure 4.6 – Regulated currents of PMSM with optimal excitation currents command

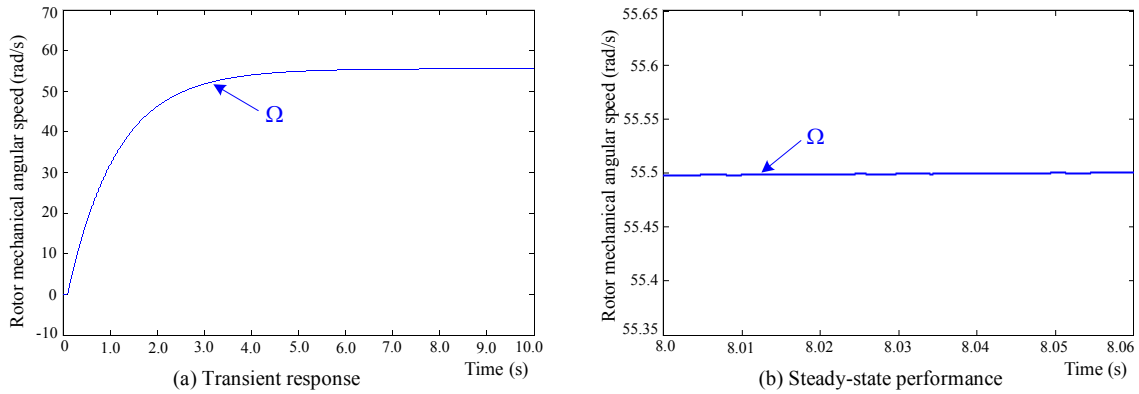


Figure 4.7 – Rotor speed of PMSM with optimal excitation currents command

4.2.5 Torque overshoot suppression

The order of control system employing the multiple-frequency resonant controllers is at least superior to three, which leads to an overshoot for the step torque command. With an increase in the number of associated resonant elements, this overshoot could become higher: about 20% for one frequency as shown in Figure 4.2, while more than 40% for two frequencies as shown in Figure 4.5.

Nevertheless, this overshoot can be suppressed by filtering the torque command through a first-order time lag. The time constant of this first-order lag is chosen according to the transient response of the whole control system. Figure 4.8 illustrates the location where the first-order time lag should be placed.

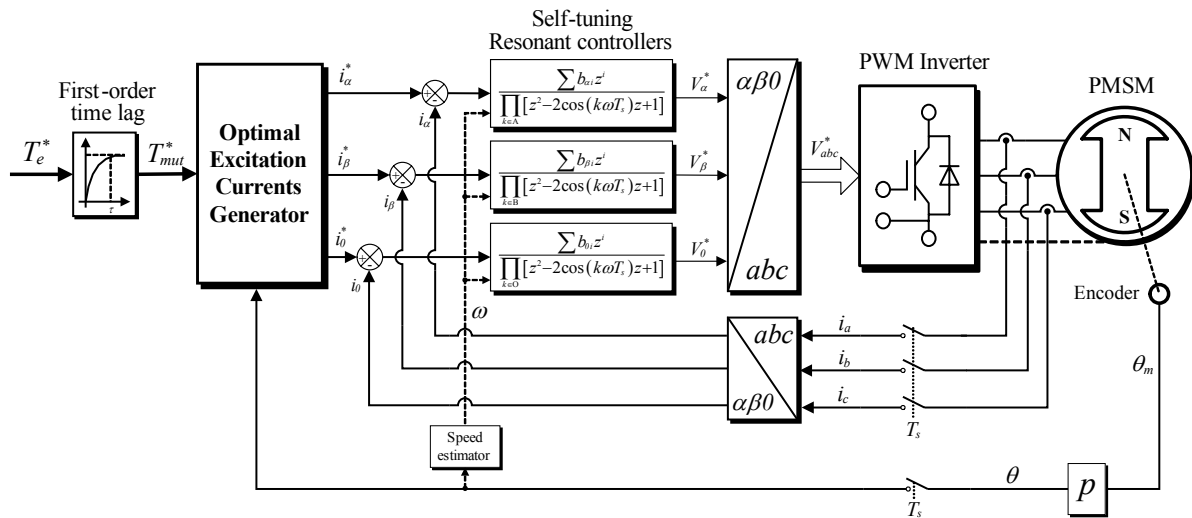


Figure 4.8 – PMSM torque control scheme with a first-order time lag

Figure 4.9 shows the transient responses of the closed-loop control system to a step torque command. With the same settling time ($t_s \approx 5 \text{ ms}$), the percent overshoot of the controlled torque can be reduced from 40% (depicted by broken-line) to about 1% (depicted by real-line) by using the first-order lag with a constant time of 1 ms .

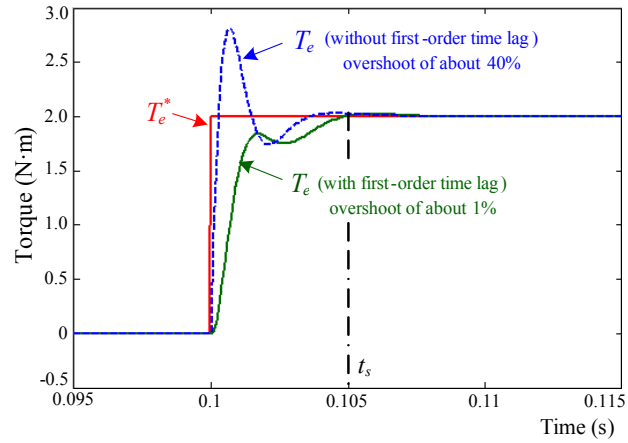


Figure 4.9 – Transient response of control system to a step torque command

4.3 Cogging Torque Elimination

4.3.1 Excitation current waveforms

In last section, we deduced the excitation current waveforms for eliminating the torque ripple caused by the back-EMF harmonics. Noting that the cogging torque may become a dominant ripple component in the PMSM, these current waveforms should be reconfigured so as to compensate for its negative influence on output torque. Supposing that the cogging torque is composed of up to the $6M$ th harmonic:

$$T_{cog} = \sum_{n=1}^M T_{cog}^{6n} \cdot \cos(6n\theta) \quad (4.22)$$

The optimal excitation current waveforms, with which both the mutual torque ripple and cogging torque are eliminated, can be obtained by substituting $\bar{T}_{mut}^* = T_e^* - T_{cog}$ into (4.15):

$$\begin{cases} i_\alpha^* = \frac{-\left[\sum_{k=0}^{(M+N)} \{ i_{6k+1}^* \cdot \sin[(6k+1)\theta] \} + \sum_{k=1}^{(M+N)} \{ i_{6k-1}^* \cdot \sin[(6k-1)\theta] \} \right]}{p \cdot \sqrt{3}/2 \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_r (\lambda_1', \dots, \lambda_{(6N+1)}')} \\ i_\beta^* = \frac{\sum_{k=0}^{(M+N)} \{ i_{6k+1}^* \cdot \cos[(6k+1)\theta] \} - \sum_{k=1}^{(M+N)} \{ i_{6k-1}^* \cdot \cos[(6k-1)\theta] \}}{p \cdot \sqrt{3}/2 \cdot \hat{\phi}_f \cdot f_r (\lambda_1', \dots, \lambda_{(6N+1)}')} \\ i_0^* = 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

In (4.23), the homopolar current command stays null and the number of resonant frequencies in the $\alpha\beta$ axes excitation currents goes up to $[2(M+N)+1]$, namely up to the $[6(M+N)+1]$ th harmonic. The amplitudes of these harmonics (i_k^*) are the functions of the torque command T_e^* , of the coefficients of cogging torque harmonics T_{cog}^{6n} , and of the relative magnitudes of the back-EMF λ_k' :

$$i_k^* = f_k (T_e^*, T_{cog}^6, \dots, T_{cog}^{6M}, \lambda_1', \dots, \lambda_{(6N+1)}') \quad (4.24)$$

$$\text{with: } k \in \{6n-1, 6n+1\}, \quad n = 1, 2, \dots, M+N$$

4.3.2 Control scheme modification

Determination of the coefficients i_k^* is heavy and complicated, and furthermore, they don't keep constant when the torque command T_e^* varies. However, these coefficients can be automatically evaluated for different torque command by modifying the control scheme given in Figure 4.4. In this condition, they needn't be calculated in advance. The primary need for the control scheme is the number and the orders of current harmonics, which are given by (4.23).

There are two modifications in the control scheme comparing with that in Figure 4.1. At first, a block “**Cogging Torque Estimator**”, in which the equation (4.22) is implemented, is added before the block “**Optimal Excitation Currents Generator**” to estimate the cogging torque according to the rotor position θ . The input of the block “**Optimal Excitation Currents Generator**” is the difference

between torque command T_e^* and estimated cogging torque \hat{T}_{cog} . Secondly, the controllers in the $\alpha\beta$ axes should contain $[2(M+N)+I]$ resonant frequencies in place of $(2N+I)$, the harmonic orders are defined by $A=B=\{1, 5, 7, 11, \dots, 6(M+N)+1\}$. The controller in the homopolar axis keeps unchanged.

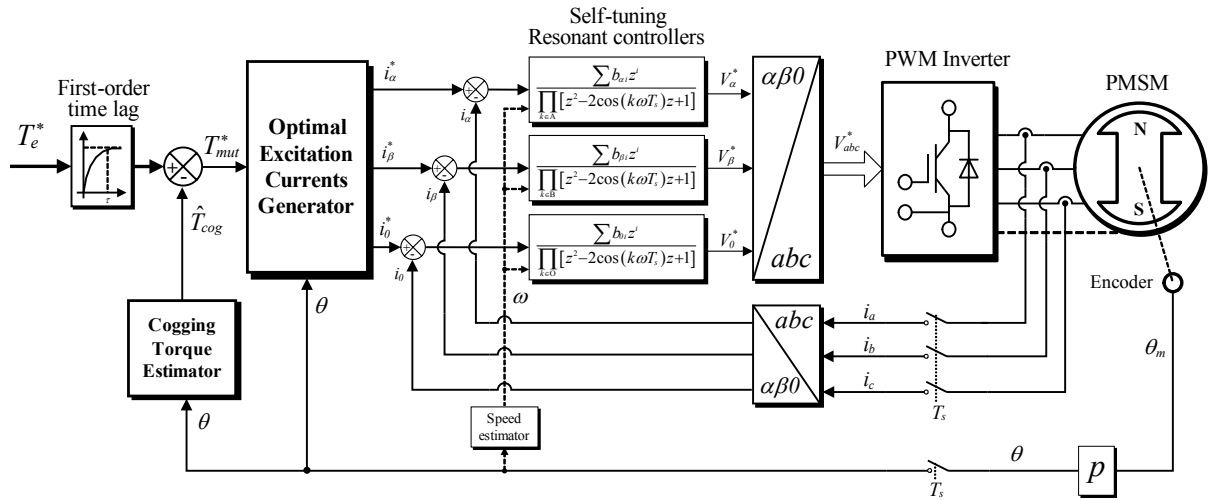


Figure 4.10 – PMSM torque control scheme with compensation of cogging torque

4.3.3 Simulation verification

Some simulations are also carried out on a PMSM model in order to verify this proposed strategy. The studied PMSM has the same parameters as those given in section 4.2.4. In addition, it has the sixth cogging torque harmonic with a amplitude of $T_{cog}^6 = 0.04 \text{ N}\cdot\text{m}$.

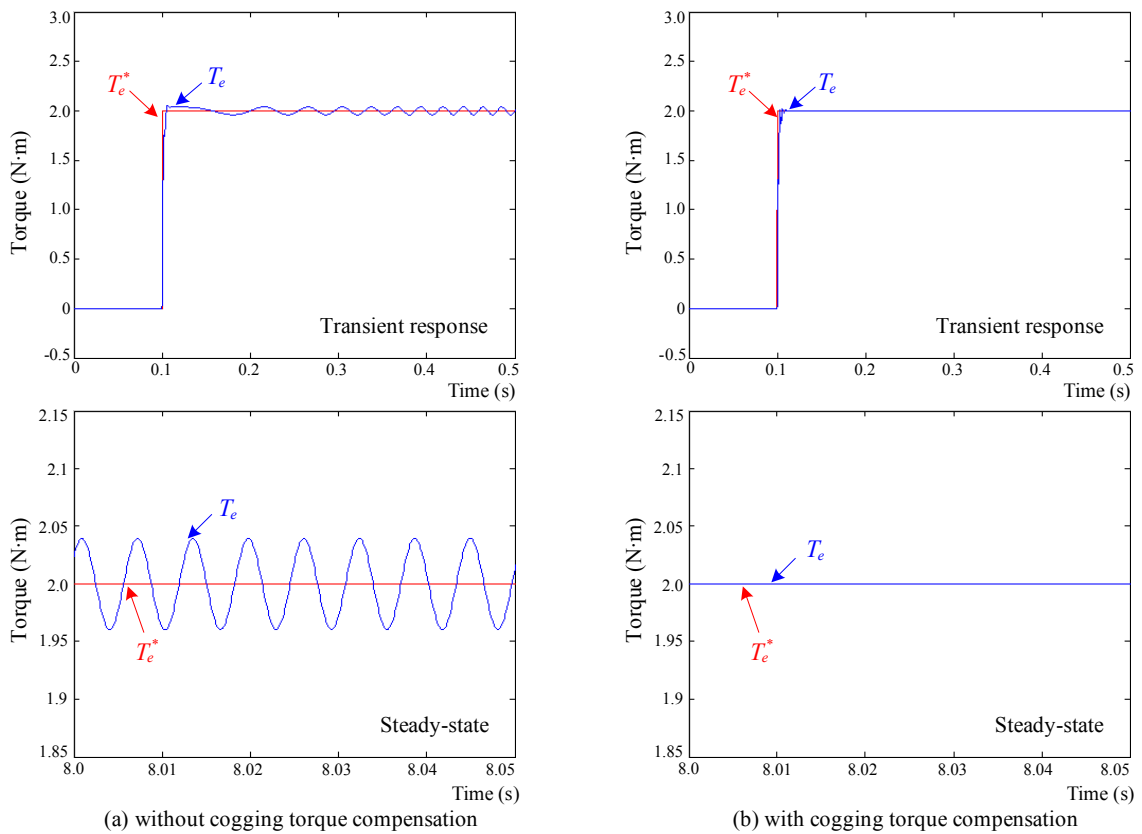


Figure 4.11 – Controlled torque of PMSM without and with cogging torque compensation

Figure 4.11 compares the torque control performances without and with the cogging torque compensation when a torque command of 2.0 N-m is applied. Without this compensation, a ripple of 0.04 N-m always appears on the output torque at 6 times the current frequency, while it can be completely eliminated if the proposed method are applied.

The regulated currents are shown in Figure 4.12, which have only the fundamental and 5th harmonic if no cogging torque compensation is applied, as shown in (a). However, the 7th and 11th harmonics are present in addition with the cogging torque compensation.

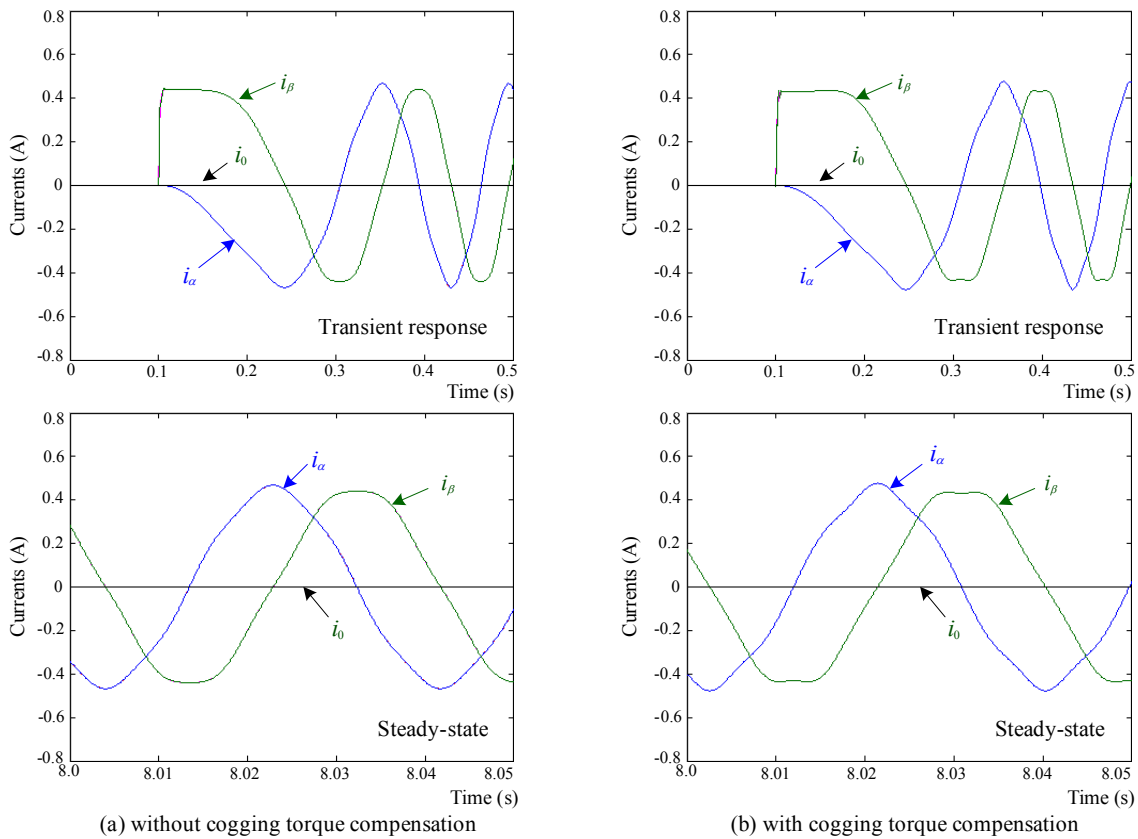


Figure 4.12 – Regulated currents of PMSM without and with cogging torque compensation

4.4 Initialization of the Rotor Position

4.4.1 Interest of rotor position initialization

As depicted in equation (4.23), the rotor electrical angle θ is essential to the generation of reference currents. It can be calculated using following formula:

$$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega(t) dt = \theta_0 + p \cdot \int_0^t \Omega(t) dt \quad (4.25)$$

Wherein Ω is mechanical angular speed of the rotor, which can be measured easily in real-time by using an incremental encoder. Nevertheless, the accuracy of the instantaneous θ requires also good knowledge of the initial rotor position, namely θ_0 . Before controlling the PMSM, it is necessary to search out the exact initial electrical angle between the rotor reference and the stator reference, or set the rotor in some desired position.

4.4.2 Effects of rotor position estimation error on torque production

If an error between the estimated and the actual rotor position appears (noted by $\Delta\theta$), the reference currents generated by the “**Optimal Excitation Currents Generator**” become:

$$\begin{cases} i_{\alpha}^* = -\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \sin[(6k+1)(\theta + \Delta\theta)] \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \sin[(6k-1)(\theta + \Delta\theta)] \} \\ i_{\beta}^* = \sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \cos[(6k+1)(\theta + \Delta\theta)] \} - \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \cos[(6k-1)(\theta + \Delta\theta)] \} \\ i_{\theta}^* = 0 \end{cases} \quad (4.26)$$

Substituting (4.26) into (4.3), the mutual torque generated by the PMSM can be arranged as the sum of a constant value, a cosine series and a sine series.

$$T_{mut} = \bar{T}_{mut} + \sum_{h=1}^{\infty} T_{\cos}^{6h} \cdot \cos(6h\theta) + \sum_{h=1}^{\infty} T_{\sin}^{6h} \cdot \sin(6h\theta) \quad \dots (h \in \mathbf{N}) \quad (4.27)$$

The constant value \bar{T}_{mut} still represents the usable average torque as that in (4.5) and may be expressed as:

$$\bar{T}_{mut} = p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot \lambda'_{6k+1} \cdot \cos[(6k+1)\Delta\theta] \} + \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot \lambda'_{6k-1} \cdot \cos[(6k-1)\Delta\theta] \} \right] \quad (4.28)$$

The cosine and sine series represent the undesired torque ripple components. As those in (4.5), these ripple components appear only at the frequencies of integer multiples of six times the rotor electrical angular speed. T_{\cos}^{6h} and T_{\sin}^{6h} represent the amplitudes of the $6h$ 'th harmonics of cosine series and of sine series, respectively:

$$\begin{aligned} T_{\cos}^{6h} = p \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot & \left[\sum_{k=0}^{\infty} \{ i_{6k+1}^* \cdot [\lambda'_{6(k-h)+1} + \lambda'_{6(k+h)+1} - \lambda'_{6(h-k)-1}] \cdot \cos[(6k+1)\Delta\theta] \} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \{ i_{6k-1}^* \cdot [\lambda'_{6(k-h)-1} + \lambda'_{6(k+h)-1} - \lambda'_{6(h-k)+1}] \cdot \cos[(6k-1)\Delta\theta] \} \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$T_{\sin}^{6h} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \left\{ i_{6k+1}^* \cdot \left[-\lambda'_{6(k-h)+1} + \lambda'_{6(k+h)+1} + \lambda'_{6(h-k)-1} \right] \cdot \sin[(6k+1)\Delta\theta] \right\} + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ i_{6k-1}^* \cdot \left[-\lambda'_{6(k-h)-1} + \lambda'_{6(k+h)-1} + \lambda'_{6(h-k)+1} \right] \cdot \sin[(6k-1)\Delta\theta] \right\} \right] \quad (4.30)$$

4.4.2.1 Influence on average torque

We first analyze the influence of $\Delta\theta$ on the usable average torque \bar{T}_{mut} by studying up on the equation (4.28). Usually, the amplitudes of the current harmonics and the back-EMF harmonics are much smaller than those of the fundamental components. As a consequence, the contribution of these harmonics to the usable average torque is much less than that of the fundamental currents and fundamental back-EMF. If neglecting the components produced by the higher-order harmonics of the excitation currents and the back-EMF, the usable average torque can be simplified as:

$$\bar{T}_{mut} = p\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \hat{\phi}_f \cdot i_1^* \cdot \cos(\Delta\theta) \quad (4.31)$$

Figure 4.13 shows the influence of variation in $\Delta\theta$ on the average torque production. The average torque attains to its maximum value when $\Delta\theta = 0$, and will drop off rapidly whenever the absolute value of $\Delta\theta$ goes up.

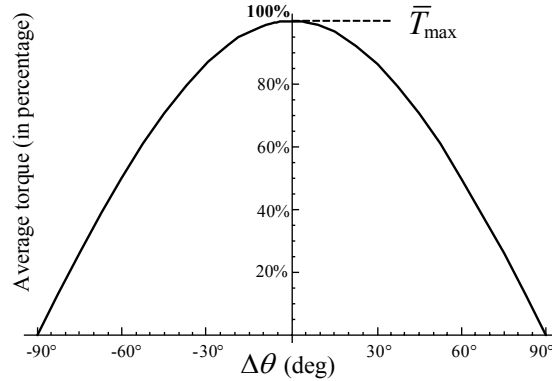


Figure 4.13 –Influence of variation in estimation error of rotor position on the average torque

4.4.2.2 Influence on torque ripples

Since the quantities of i_k^* are precalculated for satisfying the conditions of $T_{ripple}^{6h} = 0$, the values of T_{\cos}^{6h} in (4.29) and of T_{\sin}^{6h} in (4.30) are no more null. It means that the existence of $\Delta\theta$ will provoke the torque ripples at the frequencies of $6h\theta$, which are anticipated to disappear in our control algorithm.

Using the same model as that given in the section 4.2.4, we can investigate the influences of $\Delta\theta$ on the output torque of the PMSM. With an increase in $\Delta\theta$, the usable average torque decreases but the amplitude of the torque ripple increases, as shown in Figure 4.14.

In conclusion, a precise estimation of rotor position is essential not only to obtain the maximum average torque, but also to minimize the undesired torque ripples.

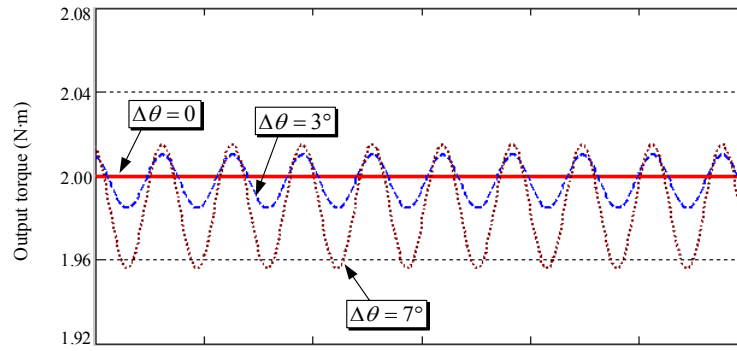


Figure 4.14 – Influence of rotor position estimation error on PMSM output torque

4.4.3 Rotor positioning approach

There are many methods to obtain the initial rotor position of the PMSM. Most papers present methods based on the presence of variable reluctance phenomena inside the PMSM [LORENZ 2001] [LIPO 1993] [SCHMIDT 1997], which result from cogging effects or from the pole saliency in rotor. Few researchers pay attention to the friction phenomena presented in the PMSM [ZENG 2003-1]. In this thesis, we present a simple but efficient approach to determine the initial rotor position, which takes into account of the friction phenomena.

For a Y-connected PMSM, there are two possibilities of stator windings direction. The terminals of the phase windings (marked by the points) may be towards external (1st case) or towards the neutral point (2nd case), which are illustrated in Figure 4.15

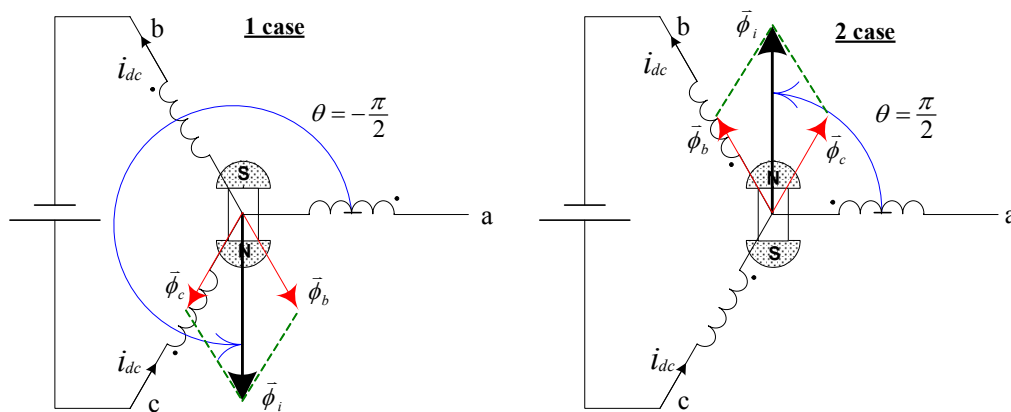


Figure 4.15 – Orientation of stator flux

The simplest method to determine the orientation of rotor PM flux $\bar{\phi}_i$ consists in feeding two phases (for example phases “b” and “c”) by a DC voltage source, therefore circulating a direct current through these two phases:

$$[\mathbf{i}_{abc}] = [0 \quad -i_{dc} \quad i_{dc}]^T \quad (4.32)$$

According to the directions of stator phase windings, the electrical angle between rotor PM flux and the stator reference frame (phase “a”) θ may be equal to $-\pi/2$ (1st case) or $\pi/2$ (2nd case), as illustrated in Figure 4.15.

Transforming the phase currents of (4.32) using the matrix T_3 , the equivalent currents in the Concordia's reference frame can be expressed as:

$$[\mathbf{i}_{\alpha\beta 0}] = [T_3] \cdot [\mathbf{i}_{abc}] = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \cdot i_{dc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

It means that if the reference currents $i_{\beta}^* = cst$ and $i_{\alpha}^* = i_0^* = 0$ are applied in our control scheme, a direct current circulating only in the phases “b” and “c” can be achieved. In addition, a supplementary torque command should be added on in order to minimize the effects of friction, which is realized by imposing an oscillating reference with linearly decreasing amplitude on the α axe current. Figure 4.16 shows the three reference currents during the procedure of rotor positioning. The rotor position is reset to initial value just before the reference current i_{β}^* returns to zero.

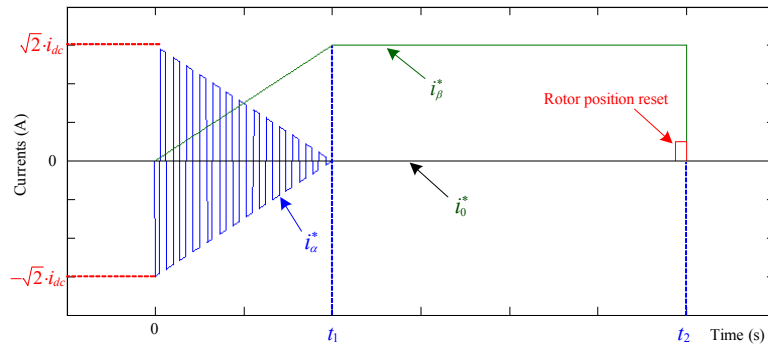


Figure 4.16 – Reference currents for rotor positioning

However, there is still an unresolved problem: what value should be set as initial rotor position after the execution of proposed positioning procedure? Should it be $-\pi/2$ or $\pi/2$? In Figure 4.15 we notice that the estimation error of rotor position may be equal to null or $\pm\pi$ for both cases. According to (4.27) – (4.30), the torque generated by the PMSM is inversed when $\Delta\theta = \pm\pi$, which means that the rotor will rotate in the inverse direction if wrong value is set to the initial rotor position.

$$T_{mut}(\theta \pm \pi) = -\bar{T}_{mut}(\theta) \quad (4.34)$$

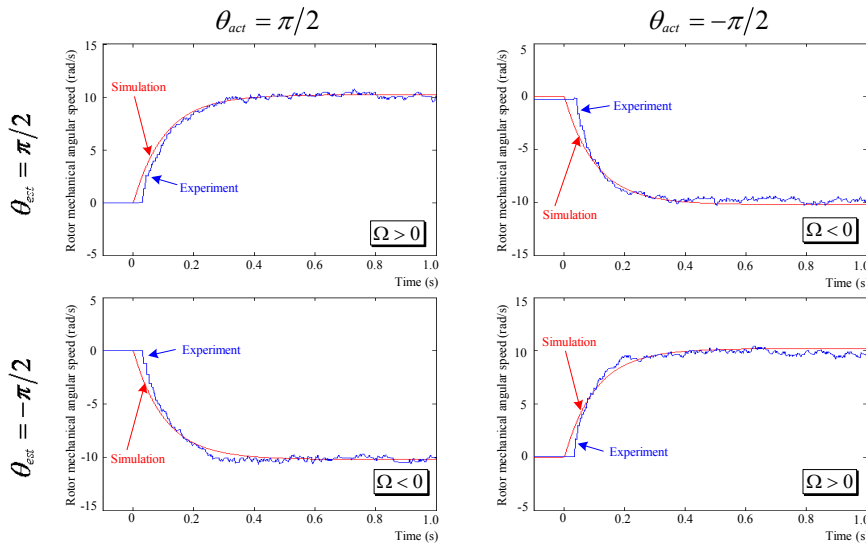


Figure 4.17 – PMSM Behaviors with different values of actual and estimated initial rotor position

Figure 4.17 illustrates the behaviors of the PMSM when a positive step torque is commanded. Wherein, θ_{act} and θ_{est} denote the actual and estimated values of initial rotor position, respectively. We can notice that the rotor speed is positive if θ_{est} is equal to θ_{act} , otherwise the rotor speed will be negative. By this means, the correct initial rotor position after positioning procedure can be determined.

4.5 Experimental Validation

The proposed approach has been experimentally validated using two laboratory test systems – one is a PMSM drive controlled by DS1104 and another is a PMLSM drive controlled by DS1005.

4.5.1 Torque control of the PMSM drive

The first test bench is equipped with a three-phase-four-line PMSM. The control scheme depicted in Figure 4.8 is implemented in a DS1104 digital signal processing (DSP) controller board from dSPACE GmbH. The PMSM is driven by a three-phase IGBT inverter. The rotor speed is calculated from the rotor position, which is detected by an incremental encoder. Three current meters and one voltage meter are used to detect the three phase currents and the DC link voltage, respectively. Since a suitable torsional dynamometer was not available, the generated torque is estimated from the measured currents and rotor speed. Figure 4.18 depicts the configuration of this laboratory setup. The detailed system information is provided in Appendix D.

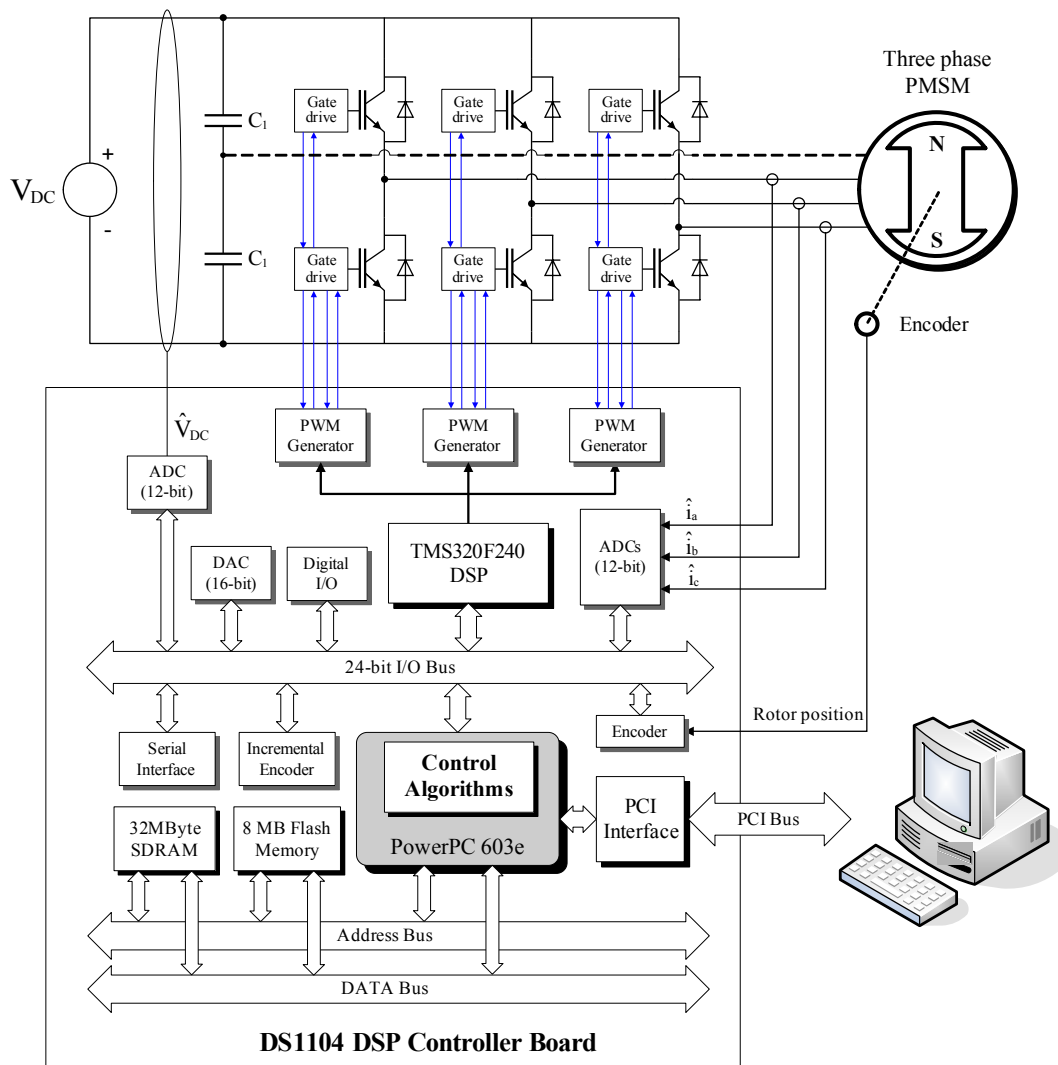


Figure 4.18 – Configuration of the laboratory PMSM control setup

Figure 4.19 shows the regulated currents i_α , i_β and i_0 obtained by experiment when the conventional and the proposed algorithms are applied, respectively. The PMSM is driven by a torque command of $T_e^* = 2.0(\text{N}\cdot\text{m})$. The waveforms of sinusoidal excitation currents are given by:

$$\begin{cases} i_\alpha^* = -T_e^* \cdot [1.4325 \cdot \sin(\theta)] \\ i_\beta^* = T_e^* \cdot [1.4325 \cdot \cos(\theta)] \\ i_0^* = 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

The optimal excitation current waveforms are designed by applying the proposed method. Since the back-EMF harmonics higher than the 7th order have very slight relative magnitudes, their contributions to the torque ripple may be neglected (about 0.9% of the average torque in total). Only the harmonics up to the 7th order are taken into account in the optimal torque control algorithm. Under this consideration, the excitation currents may be expressed by:

$$\begin{cases} i_\alpha^* = -T_e^* \cdot [1.434 \cdot \sin(\theta) + 0.0526 \cdot \sin(5\theta) + 0.0048 \cdot \sin(7\theta)] \\ i_\beta^* = T_e^* \cdot [1.434 \cdot \cos(\theta) - 0.0526 \cdot \cos(5\theta) + 0.0048 \cdot \cos(7\theta)] \\ i_0^* = 0 \end{cases} \quad (4.36)$$

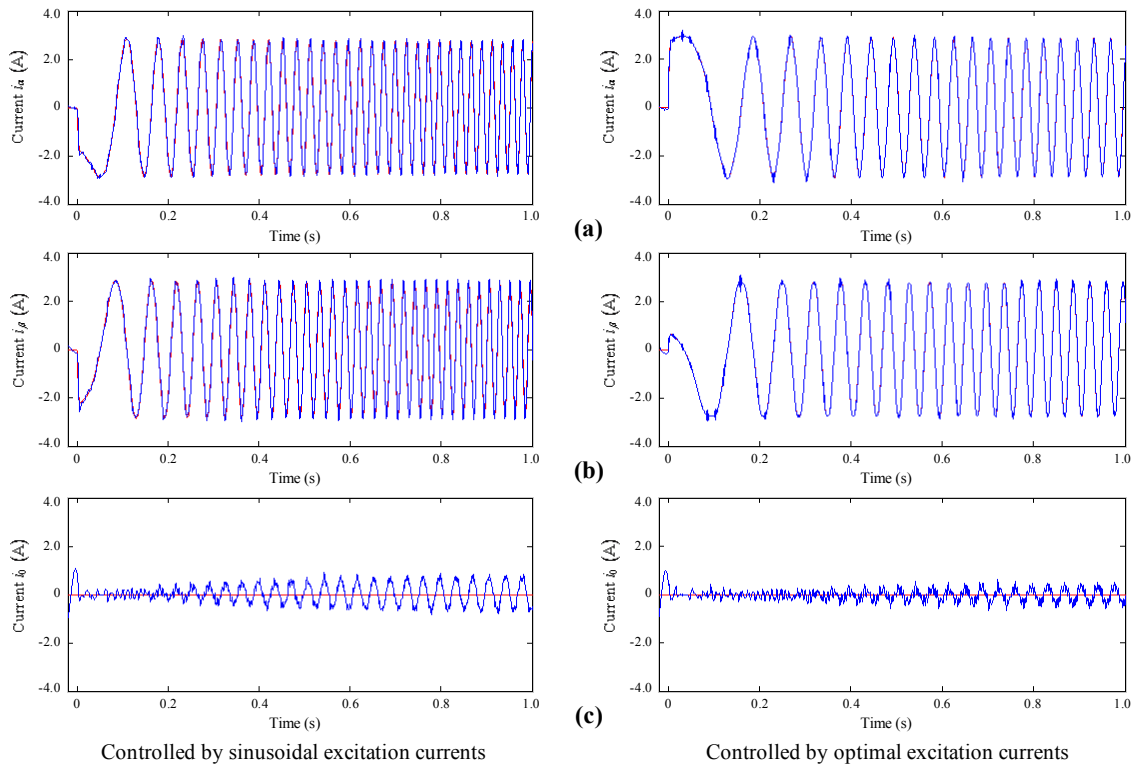


Figure 4.19 – Load currents in the PMSM with sinusoidal and optimal excitation current command

Figure 4.20 compares the estimated torques generated by the PMSM in two cases. With the sinusoidal excitation currents, a torque ripple with amplitude of about 0.35N·m (top-to-middle) is present (17.5% of the average torque), which is illustrated in Figure 4.21(a). However, as shown in Figure 4.21(b), the amplitude of this ripple drops to 0.1N·m (top-to-middle) with the optimal excitation currents, i.e. 5% of the average torque.

Since the magnetic flux harmonics higher than the 7th order and the inductance saliency have not been taken into account in the control algorithm, which however do exist in the PMSM drive, the torque ripple can not be completely eliminated. In addition, the noises in measurement of currents and the error in rotor speed estimation may also increase this ripple. Nevertheless, we can notice that the torque ripple can be significantly suppressed with the proposed method.

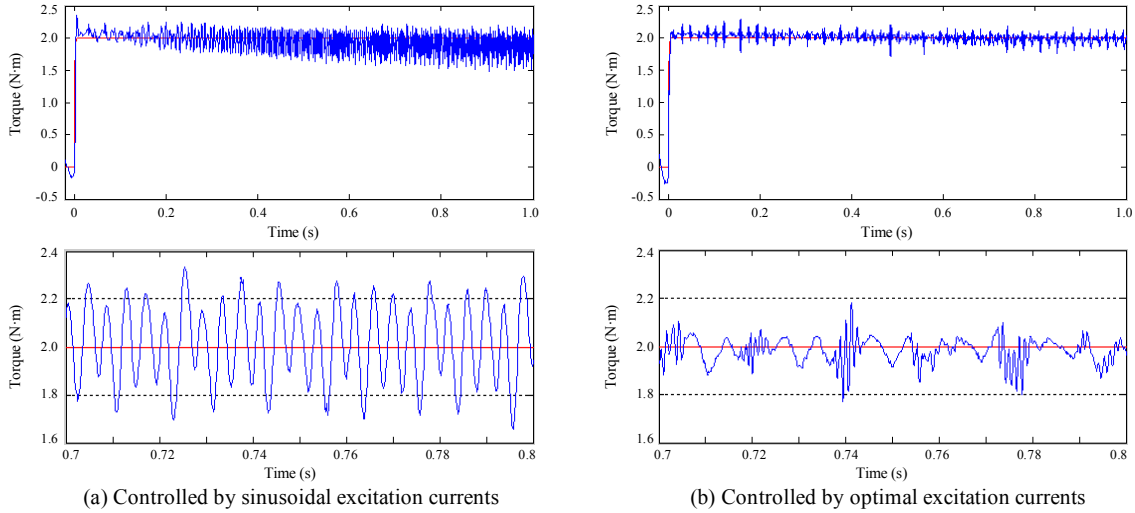


Figure 4.20 – Estimated torque of the PMSM obtained by experimental results

4.5.2 Thrust control of the PMLSM drive

The second test bench is equipped with a three-phase-three-line PMLSM, which has a nominal power of 12kW and nominal linear speed of 185 m/min. A set of control modules, which includes a dSPACE DS1005 real-time digital controller board and an electrical cabinet, are set up to control this bench. Figure 4.21 depicts the control algorithm implemented in the DS1005 controller board. The PMLSM is driven by a three-phase IGBT inverter. A high precision incremental encoder is used to detect the mover position. Two current meters and one voltage meter are used to detect the load currents and the DC link voltage, respectively. The configuration of this setup is similar to that depicted in Figure 4.18. The complete specifications and parameters of control system are given in Appendix D.

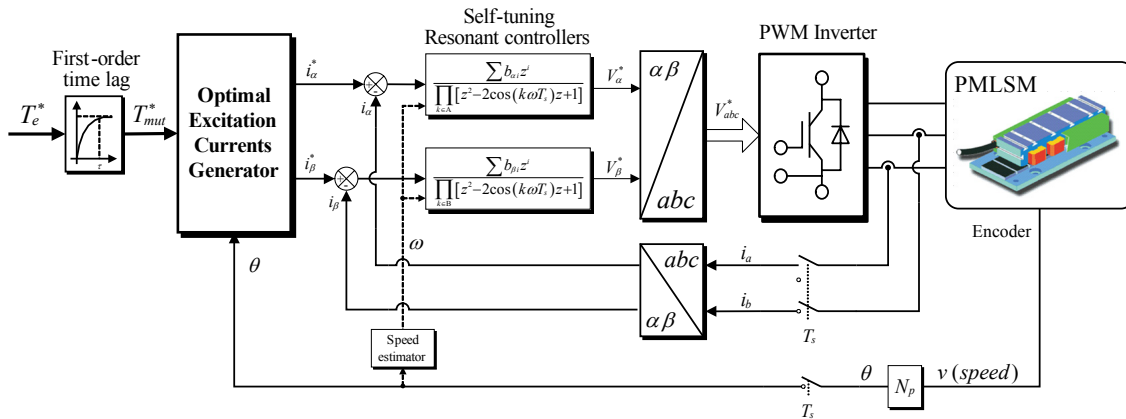


Figure 4.21 – PMSM torque control scheme in the Concordia's reference frame

If neglecting the back-EMF harmonics in the control algorithm, the excitation current waveforms in the $\alpha\beta$ axes are sinusoidal, which are given by:

$$\begin{cases} i_{\alpha}^* = -T_e^* \cdot [0.01499 \cdot \sin(\theta)] \\ i_{\beta}^* = T_e^* \cdot [0.01499 \cdot \cos(\theta)] \\ i_0^* = 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

The optimal excitation current waveforms are designed by taking account of the back-EMF harmonics up to the 5th order, which can be expressed by:

$$\begin{cases} i_{\alpha}^* = -T_e^* \cdot [0.015 \cdot \sin(\theta) + 3.99 \times 10^4 \cdot \sin(5\theta)] \\ i_{\beta}^* = T_e^* \cdot [0.015 \cdot \cos(\theta) - 3.99 \times 10^4 \cdot \cos(5\theta)] \\ i_0^* = 0 \end{cases} \quad (4.38)$$

The PMLSM is driven by a thrust command $T_e^* = 1500$ (N). Figure 4.22 shows the regulated currents with the sinusoidal and optimal excitation current command, respectively. Figure 4.23 compares the estimated thrust generated by the PMLSM in two cases.

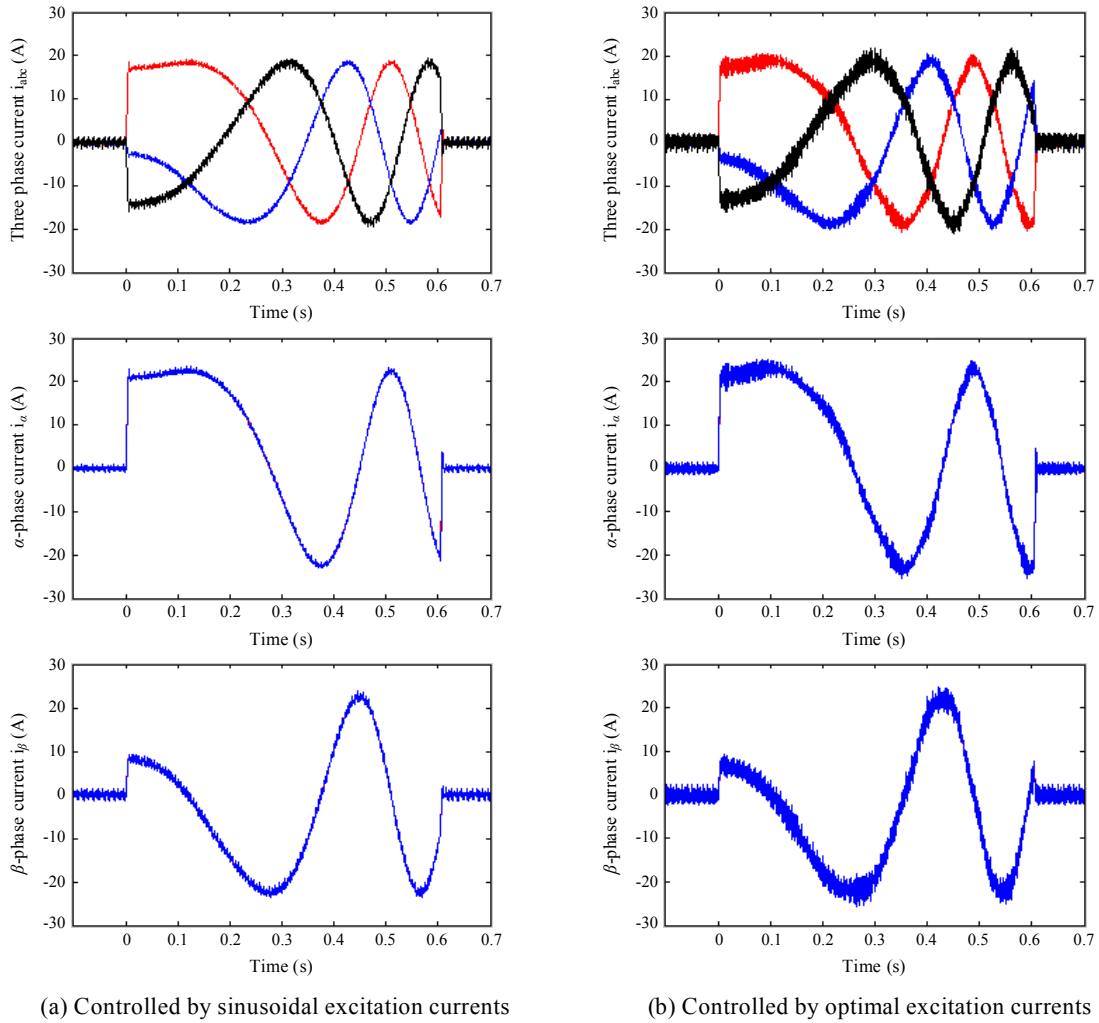


Figure 4.22 – Load currents in the PMLSM with sinusoidal and optimal excitation current command

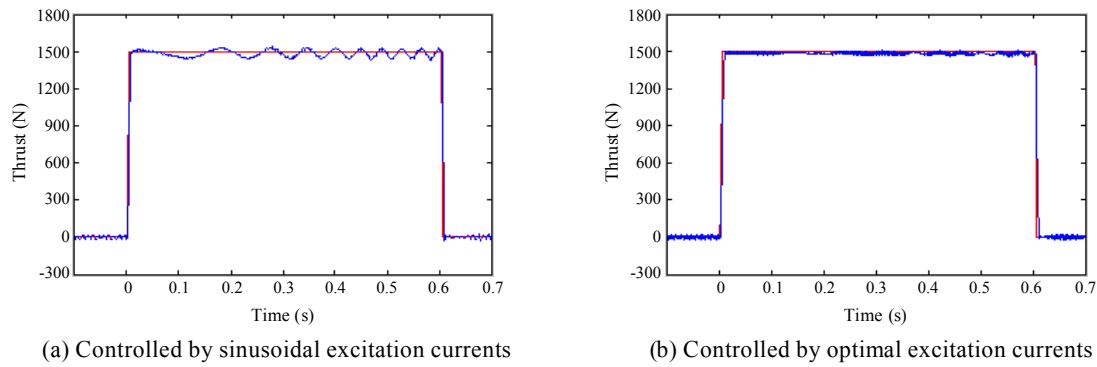


Figure 4.23 – *Estimated Thrust of the PMLSM obtained by experimental results*

When the sinusoidal excitation currents are applied, a ripple with amplitude of about 50 N (top-to-middle) is present in the estimated thrust, namely 3.3% of the average thrust, which is as illustrated in Figure 4.23(a). The frequency of the most important component of this thrust ripple is 6 times the fundamental current frequency, which is caused by the interaction between the excitation currents and the 5th harmonic of the permanent magnetic flux. However with the optimal excitation currents, this ripple is significantly reduced, which is limited within 1% of the average thrust.

4.6 Summary

In this chapter, the torque ripples produced by the back-EMF harmonics and the cogging torque are first analyzed. The optimal excitation current waveforms are developed for eliminating these torque ripples as well as to maximize the motor efficiency. The magnitudes of the current harmonics for constant torque production are calculated by imposing restrictive symmetrical conditions on the current and back EMF shapes.

A torque control scheme is established in the Concordia's reference frame by using self-tuning multiple-frequency resonant controllers. In view of the importance of accurate initial rotor position to the PMSM performances, a simple but efficient method is proposed to determine the exact initial rotor position.

The control strategy has been applied in two laboratory test systems. The simulated and experimental results obtained from both systems confirm the validity and efficiency of the proposed approach.

GENERAL CONCLUSION

General Conclusion

With their many attractive advantages, the surface-mounted Permanent Magnet Synchronous Motors (PMSMs) are used in a wide range of high-performance motion control applications. However, any non-ideal conditions, such as non-sinusoidal distributed rotor permanent magnet flux or the cogging effects may bring on ripples in the output torque. There are two major classes of PMSMs, which can be characterized by the shape of the back-EMF waveforms – sinusoidal or non-sinusoidal. The latter motors have been shown to offer greater power density. However, because of the interaction of the current mmfs with the non-sinusoidal rotor magnet flux distribution, they are subject to torque ripple unless it is intentionally eliminated or minimized. Various approaches have been suggested to suppress the undesired torque ripple by injecting appropriate excitation currents in the PMSM.

In this thesis, we propose another pulsating torque minimization approach, in which the PMSM is controlled in the stationary reference frame by using the resonant controllers.

The resonant controller has been applied to PMSM drive control in the stationary reference frame. In order to suppress pulsating torque in the PMSM, an arbitrary number of current harmonics should be superposed to the fundamental excitation currents. In this case, the multiple-frequency resonant controllers are developed, which can be constructed by associating an arbitrary number of resonant elements in series or in parallel. By adjusting the coefficients according to the input frequency, the self-tuning resonant controller can reconfigure itself to regulate the ac current with time-varying frequency. The pole assignment technique is applied to design self-tuning resonant controller for ac current control systems. A polynomial of Generalized Stability Margin is suggested to identify the characteristic polynomial of closed-loop system, thus determine the controller coefficients. The idea of this method is to assign the same stability margin to all closed-loop poles. After stability analysis of such systems for real-time digital implementation, a simple stability criterion is proposed to compensate unit time-delay introduced by the computation and/or signal conversion times.

The analytical models of the PMSM/PMLSM are set forth in the stationary reference frames with taking account of non-ideal conditions. After a full analysis of the torque ripple components, a closed form solution is proposed to design the optimal excitation current waveforms for any given motor configuration, with which the pulsating torque/thrust ripple caused by the back-EMF harmonics as well as the cogging torque up to arbitrary orders can be completely eliminated. By using the self-tuning multiple-frequency resonant controllers, the regulated load currents can perfectly track the optimal excitation currents, and the undesired torque ripple can be efficiently suppressed.

The proposed approach is first investigated by simulations based on MATLAB/Simulink models, then applied to two laboratory test system based on dSPACE real-time digital control boards. Both the simulated and experimental results confirm the validity and effectiveness of the proposed approach.

Portions of this work were originally published in shortened form in the proceedings of the IMACS world congress [IMACS'05], the IEEE International Electric Machines and Drives Conference [IEMDC'05], the International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives [MAGLEV'04], the International Conference on Electrical Machines [ICEM'04], the International Power Electronics and Motion Control Conference [EPE-PEMC'04], the International Symposium on Linear Drives for Industry Applications [LIDA'03], the International Conference on Electrical machines and Systems [IEMCS'03].

BIBLIOGRAPHY

CITED REFERENCES

- [AGHILI 1998] F. Aghili, M. Buehler, and J.M. Hollerbach
 “Torque ripple minimization indirect-drive systems,”
 In Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Systems and Robots, pages: 794-799,
 Victoria, BC, Canada, Oct1998.
- [BODIKA 1999] N. Bodika, R.J. Cruise, C.F. Landy
 “Design of a simple PI controller for the reduction of the effect of Detent forces in a
 permanent magnet linear synchronous motor,”
 The 8th Annual South African Universities’ Power Engineering Conference,
 Potchefstroom, January 1999.
- [BRETON 2000] C. Breton, J. Bartolome, J.A. Benito, G. Tassinario, I. Flotats, C.W. Lu, B.J.
 Chalmers
 “Influence of machine symmetry on reduction of cogging torque in permanent-
 magnet brushless motors,”
 IEEE Transactions on Magnetics, Volume:36 , Issue:5 , Sept 2000 pp: 3819 - 3823
- [BUSO 1998] S. Buso, L. Malesani and P. Mattavelli
 “Comparison of Current Control Techniques for Active Power Filter Applications,”
 IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 5, 1998, pp.
- [BUSO 2000] S. Buso, Sandro Fasolo, Luigi Malesani, Paolo Mattavelli
 “A dead-beat adaptive hysteresis current control,”
 IEEE Trans. on Industrial Applications, Vol. 36, No. 4, July-Aug, 2000, Pages: 1174
 – 1180.
- [CAMERON 1988] R.G. Cameron
 “New pole assignment algorithm with reduced norm feedback matrix,”
 IEE Proceedings Control Theory & Applications, Mar 1988, Volume: 135, Issue: 2,
 pages: 111 – 118.
- [CARRASO 2001] J.M. Carrasco, E. Galvan, M. Perales, G. Escobar, A.M. Stankovic, P. Mattavelli
 “Direct current control: a novel control strategy for harmonic and reactive
 compensation with active filters under unbalanced operation,”
 The 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON
 2001), 29 Nov.-2 Dec. 2001, vol.2, Pages:1138 – 1143.
- [CARVALHO 2000] R.O. de Carvalho Jr, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, E.R.C. da Silva
 “Control of unbalanced three-phase power electronic systems,”
 Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference, Volume: 2, 8-12 Oct.
 2000 Pages: 1317 - 1324 vol.2.
- [CASSAT 2003] A. Cassat, N. Corsi, R.Moser, N. Wavre
 “Direct linear drives: Market and performance status,”
 In Proceedings of the 4th International Symposium on Linear Drives for Industry
 Applications, LDIA2003, 8-10 September 2003, Birmingham, UK
- [CHAPMAN 1999] P.L. Chapman, S.D. Sudhoff, C.A. Whitcomb
 “Optimal Control Strategies for Surface-Mounted Permanent-Magnet Synchronous
 Machine Drives,”
 IEEE Transactions on Energy Conversion, vol.14, No.4, pp.1043-1050, 1999.
- [CHAPMAN 1999-2] P.L. Chapman, S.D. Sudhoff, C.A. Whitcomb
 “Multiple Reference Frame Analysis of Non-sinusoidal Brushless DC Drives,”
 IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.14, No.3, September 1999.

- [CHAPMAN 1999-3] P.L. Chapman, S.D. Sudhoff
“Optimal control of permanent-magnet AC machine drives with a novel multiple reference frame estimator/regulator,”
 Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference, Vol. 4, 3-7, Pages: 2567 – 2573, Oct. 1999.
- [CHAPMAN 2000] P.L. Chapman, S.D. Sudhoff
“A multiple reference frame synchronous estimator/regulator,”
 IEEE Transactions on Energy Conversion, Volume: 15, Issue: 2, June 2000 Pages: 197 – 202.
- [CHOW 1989] J.H. Chow, J.J. Sanchez-Gasca
“Pole-placement designs of power system stabilizers,”
 IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 4, Issue: 1, Feb. 1989 Pages: 271 – 277.
- [CHOW 1990] J.H. Chow
“A pole-placement design approach for systems with multiple operating conditions,”
 IEEE Transactions on Automatic Control, Volume: 35, Issue: 3, March 1990, Pages: 278 – 288.
- [CUI 2001] Bowen Cui, Jihua Zhou, Ren Zhang
“Modeling and simulation of permanent magnet synchronous motor drives,”
 Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems, ICEMS 2001, Volume: 2, 18-20 Aug. 2001 Pages: 905 - 908
- [DEBELJKOVIC 2002] D.Lj. Debeljkovic, M. Aleksendric, N. Yi-Yong, Q.L. Zhang
“LYAPUNOV and Non-LYAPUNOV Stability of Linear Discrete Time Delay Systems,”
 Mechanical Engineering, Vol.1, No.9, 2002, pp.1147-1160.
- [DEGOBERT 2000] P. Degobert, J.P. Hautier
“Torque Control of Permanent Magnet Synchronous Machines in Concordia’s Reference Frame with Resonating Currents Controllers,”
 in Proceedings of 14th International Conference on Electrical Machines (ICEM’2000), Espoo, Finland, August 2000.
- [DEGOBERT 2003] P. Degobert, J. Zeng, J.P. Hautier
“Commande numérique de machines synchrones à f.e.m. non sinusoïdales par correcteurs résonants multifréquentiels- Contrôle de la composante homopolaire,”
 EF’ 2003 Electrotechnique du futur, Supélec, Paris, France, December, 2003
- [DEGOBERT 2005] P. Degobert, J.P. Hautier
“Methodology of modelling for interconnected inductive circuits,”
 Submitted to Mathematics and Computers in Simulation.
- [DELECLUSE 1998] C. Delecluse, D. Grenier
“A measurement method of the exact variations of the self and mutual inductances of a buried permanent magnet synchronous motor and its application to the reduction of torque ripples,”
 The 5th International Workshop on Advanced Motion Control, AMC '98-Coimbra., 29 June-1 July 1998 Pages:191 - 197
- [DEPENBROCK 1988] M. Depenbrock
“Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine,”
 IEEE Trans. Power Electron., vol. 3, pp. 420–429, Oct. 1988.

- [DUBOWSKI 2002] Marian Dubowski, Andrzej Andrzejewski
 “*The influence of the rotor resistance changes on the global stability of indirect Field-Oriented drive systems,*”
 In proceedings on CD-ROM of EPE-PEMC 2002, Cavta & Dubrovnik, Croatia, September 2002.
- [DUMUR 2001] Didier Dumur, Antonie Libaux, Patrick Boucler
 “*Robust control for «Basse-Isère» run-of-river cascaded hydro-electric plants,*”
 Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on control applications. 5-7 September 2001, México City, México.
- [FAIZ 2002] Jawad Faiz, B. Rezaei-Alam
 “*Control of a linear Permanent Magnet Synchronous Motor using Multiple Reference Frame Theory,*”
 Maglev’2002, pp.97-101, September 2002, Lausanne, Switzerland.
- [FAVRE 1992] E. Favre, L. Cardoletti, E. von Siebenthal, and M. Jufer
 “*Speed control of a constant torque brushless motor,*”
 in proceeding of International Conference on Electrical Machines (ICEM), Sept. 1992, Manchester, U.K., pp. 828-832
- [FAVRE 1993] E. Favre, L. Cardoletti, M. Jufer
 “*Permanent-magnet synchronous motors: a comprehensive approach to cogging torque suppression,*”
 IEEE Transactions on Industry Applications, Volume: 29, Issue: 6, Nov.-Dec. 1993
 Pages: 1141 – 1149.
- [FODOR 2002] D. Fodor, Sz. Vajda, K. Biro
 “*Extended Kalman filter based speed sensorless AC motor control with parameter estimation,*”
 In proceedings on CD-ROM of EPE-PEMC 2002, Cavta & Dubrovnik, Croatia, September 2002.
- [FRENCH 1996] C. French and P. Acarnley
 “*Direct torque control of permanent magnet drives,*”
 IEEE Transactions on Industrial Applications, vol. 32, No. 5, Sept.-Oct. 1996, pp.1080-1088.
- [FUKUDA 2001] S. Fukuda, T. Yoda
 “*A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model,*”
 IEEE Transactions on Industry Applications, Volume: 37, Issue: 3 , May-June 2001
 Pages:888 - 895
- [FURUTA 1987] K. Furuta, S. Kim,
 “*Pole assignment in a specified disk,*”
 IEEE Transactions on Automatic Control, Volume: 32 , Issue: 5 , May 1987 -
 Pages:423 – 427.
- [GUILLAUD 2000] X. Guillaud, J.P. Hautier, M. Wulverick, F. Crespi
 “*Multiresonant corrector for active filter,*”
 in Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference, Volume: 4, October, 2000, Pages:2151 – 2155.
- [GUILLAUD 2002] X. Guillaud, P. Degobert, J.F. Glowacka
 “*Use of Resonance in the Control of a Current Source Rectifier,*”
 Proceedings of 10th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2002), Dubrovnik & Cavtat, Croatia, September 2002

- [GUO 2004] H.J. Guo, K. Mochizuki, L. Su, O. Ichinokura
 “*Experimental study of new direct sine-driving method for BLDCM based on internal model principle,*”
 Proceedings of 11th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2004), Riga, Latvia, September, 2004.
- [HABETLER 1992] T. G. Habetler and F. Profumo
 “*Direct torque control of induction machines using space vector modulation,*”
 IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 28, pp. 1045–1052, Sept./Oct. 1992.
- [HALPERN 1988] M.E. Halpern
 “*Modified pole-assignment controller for plant models with exact ornear pole-zero cancellation,*”
 IEE Proceedings Control Theory & Applications, May 1988, Volume: 135, Issue: 3, pages: 189 – 195.
- [HANSELMAN 1992] D. Hanselman, J.Y. Hung, and M. Keshura
 “*Torque ripple analysis in brushless permanent magnet motor drives,*”
 Proc. Int. Conf. Elec. Machines, Manchester, UK, pp. 823-827, Sept, 1992
- [HANSELMAN 1994] D. C. Hanselman
 “*Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of brushless permanent magnet motors,*”
 IEEE Transactions on Industrial Electronics, Volume: 41 , Issue: 3 , June 1994
 Pages:292 – 300.
- [HUNG 1992] J.Y. Hung, Z. Ding
 “*Minimization of Torque Ripple in Permanent-Magnet Motors: A Closed Form Solution,*”
 Proceedings of the 18th IEEE Industrial Electronics Conference, 1992, pp. 459-463.
- [IDRIS 2000] N.R.N. Idris, A.H.M. Yatim
 “*Reduced torque ripple and constant torque switching frequency strategy for direct torque control of induction machine,*”
 Fifteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2000.
 APEC 2000, Volume: 1, 6-10 Feb. 2000 Pages:154 - 161 vol.1.
- [ISLAM 2004] M.S. Islam, S. Mir, T. Sebastian
 “*Issues in reducing the cogging torque of mass-produced permanent-magnet brushless DC motor,*”
 IEEE Transactions on Industry Applications, Volume: 40, Issue: 3, May-June 2004
 Pages:813 - 820
- [JAHNS 1996] Thomas M. Jahns, Wen L. Soong
 “*Pulsating Torque Minimization Techniques for Permanent Magnet AC Motor Drives - A Review,*”
 IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.43, No.2, April 1996, Pages.321-330.
- [JUNG 1999] In-Soung Jung, Sang-Baeck Yoon, Jang-Ho Shim, Dong-Seok Hyun
 “*Analysis of forces in a short primary type and a short secondary type permanent magnet linear synchronous motor,*”
 IEEE Transactions on Energy Conversion, Volume: 14, Issue: 4 , Dec. 1999
 Pages:1265 - 1270
- [KANG 1995] Seog-Joo Kang; Seung-Ki Sul
 “*Direct torque control of brushless DC motor with nonideal trapezoidal back EMF,*”
 IEEE Transactions on Power Electronics, Volume: 10, Issue: 6, Nov. 1995 Pages:796 - 802

- [KANG 1998] J.K. Kang and S.K. Sul
“*Torque ripple minimization strategy for direct torque control of induction motor,*”
in Conf. Rec. IEEE-IAS, pp438-443, 1998.
- [KANG 1999] Jun-Koo Kang, Seung-Ki Sul
“*New direct torque control of induction motor for minimum torque ripple and constant switching frequency,*”
IEEE Transactions on Industry Applications, Volume: 35, Issue: 5, Sept.-Oct. 1999
Pages: 1076 - 1082.
- [KAO 2004] Chung-Yao Kao, Bo Lincoln
“*Simple stability criteria for systems with time-varying delays,*”
Automatica, 2004, Vol.40, No.8, pp. 1429-1434.
- [KAZMIERKOWSKI 1993] M.P. Kazmierkowski, M.A. Dzieniakowski
“*Review of current regulation methods for VS-PWM inverters,*”
Conference Proceedings of 1993 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE'93 - Budapest., 1-3 June 1993 Pages:448 - 456
- [KAZMIERKOWSKI 1994] M.P. Kazmierkowski and M.A. Dzieniakowski
“*Review of current regulation techniques for three-phase PWM inverters,*”
in Proc. IEEE IECON'94, 1994, pp.567-575
- [KERKMAN 1996] R. J. Kerkman, B. J. Seibel, T. M. Rowan, D. Schlegel
“*A New Flux and Stator Resistance Identifier For AC Drive Systems,*”
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 3, May/June 1996, pp. 585-593.
- [KHATER 1987] Faeka M.H. Khater, R.D. Lorentz, D.W. Novotny, KEITH TANG
“*Selection of flux level in field-oriented induction machine controllers with consideration of magnetic saturation effects,*”
IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. IA-23, N°2, pp. 276-282, March/April 1987.
- [KOSAKA 1998] T. Kosaka, N. Matsui
“*Optimal combination of pole configuration and current waveform of SRM for torque maximization,*”
Thirty-Third IAS Annual Meeting, the IEEE Industry Applications Conference, vol.1.
Pages:586 - 592, 12-15 Oct. 1998.
- [KRAUSE 1995] P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff
“*Analysis of Electrical Machinery,*”
IEEE Press 1995
- [KRAUSS 1992] Philippe KRAUSS
“*Sur la modélisation ; le fonctionnement et l'alimentation modulaire d'un actionneur synchrone sans balais*”
Mémoire de C.N.A.M, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, CER Lille, Juin 1992.
- [LEE 1979] G. Lee, D. Jordan, M. Sohrwardy
“*A pole assignment algorithm for multivariable control systems,*”
IEEE Transactions on Automatic Control, Volume: 24, Issue: 2, Apr 1979, Pages: 357 – 362.
- [LEE 1986] Tsu-Tien Lee, Shiow-Ham Lee;
“*Discrete optimal control with eigenvalue assigned inside a circular region,*”
IEEE Transactions on Automatic Control, Volume: 31, Issue: 10, Oct 1986 Pages: 958 – 962.

- [LI 1988] Touzhu Li, Slemon, G.;Magnetics
“*Reduction of cogging torque in permanent magnet motors,*”
IEEE Transactions on Magnetics, Volume: 24, Issue: 6, Nov 1988 Pages: 2901 – 2903.
- [LIPO 1993] T.A. Lipo, M.S. Arefeen, M. Ehsani
“*Elimination of Discrete Position Sensor for Synchronous Reluctance Motor,*”
Research Report, University of Wisconsin-Madison, USA, 1993
- [LIU 1998] Cheng-Tsung Liu, Sheng-Chuan Hsu,
“*Analysis of linear electromagnetic motion devices by multiple-reference frame theory,*”
IEEE Transactions on Magnetics, Volume: 34, Issue: 4, July 1998 Pages: 2063 - 2065
- [LONGZHI 1996] S. Longhi, R. Zulli
“*A note on robust pole assignment for periodic systems,*”
IEEE Transactions on Automatic Control, Volume: 41, Issue: 10, Oct. 1996 Pages: 1493 – 1497.
- [LORENZ 2001] R. Lorenz, F. Briz, M.W. Degner, J.M. Guerrero, A. Zamarron
“*Implementation Issues Affecting the Performance of Carrier Signal Injection Based Sensorless Controlled AC Drives,*”
IEEE Industry Application Society Annual Meeting Chicago, 2001
- [LORON 1993] L. Loron
“*Stator parameters influence on the field-oriented control tuning,*”
The Fifth European Conference on Power Electronics and Applications, 13-16 Sep 1993, Pages:79 – 84, vol.5.
- [LOW 1995] T.S. Low, C. Bi, K.T. Chang
“*Motor 'identity'-a motor model for torque analysis and control,*”
Proceedings of 1995 International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 21-24 Feb. 1995, Pages:483 - 488 vol.1
- [MALESANI 1990] L. Malesani, P. Tenti
“*A novel hysteresis control method for current-controlled voltage-source PWM inverters with constant modulation frequency Industry Applications,*”
IEEE Transactions on Industrial Application, Volume: 26, Issue: 1, Jan.-Feb. 1990 Pages: 88 – 92.
- [MATTAVELLI 2001] P. Mattavelli
“*A closed-loop selective harmonic compensation for active filters,*”
IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol.37, No.1, January/February 2001, Pages:81-89.
- [MIHALACHE 2003] L. Mihalache
“*Paralleling control technique with no intercommunication signals for resonant controller-based inverters,*”
Conference Record of the 38th IAS Annual Meeting Industry Applications Conference, Volume: 3, 12-16 Oct. 2003, Pages:1882 – 1889.
- [NEWMAN 2002] M.J. Newman, D.N. Zmood, D.G. Holmes
“*Stationary Frame Harmonic Reference Generation for Active Filter systems,*”
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.38, No.6, November/December 2002

- [PARK 2000] Sung Jun Park; Han Woong Park; Man Hyung Lee; F. Harashima
“*A new approach for minimum-torque-ripple maximum-efficiency control of BLDC motor,*”
IEEE Transactions on Industrial Electronics, Volume: 47, Issue: 1, Feb. 2000 Pages: 109 – 114.
- [PETROVIC 2000] V. Petrovic, R. Ortega, A.M. Stankovic, G. Tadmor
“*Design and implementation of an adaptive controller for torque ripple minimization in PM synchronous motors,*”
IEEE Transactions on Power Electronics, Volume: 15, Issue: 5, Sept. 2000 Pages: 871 – 880.
- [PIERQUIN 2002] J. Pierquin, A. Bouscayrol, P. Degobert, J.P. Hautier and B. Robyns
“*Torque Control of an Induction Machine based on Resonant Current Controllers,*”
in Proceedings of 15th International Conference on Electrical Machines (ICEM’2002), Bruges, Belgium, August, 2002.
- [POTA 1999] H.R. Pota, S.O. Reza Moheimani, M. Smith
“*Resonant controllers for flexible structures,*”
in Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, 7-10 Dec. 1999 Pages:631 - 636, Vol. 1.
- [PROCA 2003] A.B. Proca, A. Keyhani, A. El-Antably, Wenzhe Lu, Min Dai
“*Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets,*”
IEEE Transactions on Energy Conversion, Volume: 18 , Issue: 3 , Sept. 2003, Pages:386 - 391
- [SATO 1998] Y. Sato, T. Ishizuka, K. Nezu, T. Kataoka
“*A new control strategy for voltage-type PWM rectifiers to realize zero steady-state control error in input current,*”
IEEE Transactions on Industry Applications, Volume:34, Issue:3, May-June 1998 Pages:480 - 486
- [SCHMIDT 1997] P.B. Schmidt, M.L. Gasperi, G. Ray, A.H. Wijenayake
“*Initial Rotor Angle Detection of a Non-Salient Pole Permanent Magnet Synchronous Machine,*”
IEEE Industry Applications Society, Annual Meeting, New Orleans, Louisiana, 1997
- [SENJYU 2004] T. Senjyu, K. Kinjo, N. Urasaki, K. Uezato
“*Parameter measurement for PMSM using adaptive identification,*”
Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE 2002, Volume: 3 , 26-29 May 2002 Pages:711 - 716
- [SUDHOFF 1993] S.D. Sudhoff
“*Multiple Reference Frame Analysis of a Multi stack Variable Reluctance Stepper Motor,*”
IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 3, Sept. 1993, pp. 418-424
- [TAKAHASHI 1986] I. Takahashi and T. Noguchi
“*A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor,*”
IEEE Trans. Ind. Applicationg., vol.22, pp. 820–827, Sept./Oct. 1986.
- [TANG 2001-1] Lixin Tang and M. F. Rahman
“*A New Direct Torque Control Strategy for Flux and Torque Ripple Reduction for Induction Motors Drive by Space Vector Modulation,*”
IEEE-PESC2001 32nd International Conference on, Volume 2, page 1440-1445.

- [TANG 2001-2] Lixin Tang; M.F. Rahman
“A new direct torque control strategy for flux and torque ripple reduction for induction motors drive-a Matlab/Simulink model,”
IEEE International Electric Machines and Drives Conference 2001, IEMDC 2001, Pages: 884 – 890.
- [TANG 2003] Lixin Tang, Limin Zhong, Muhammed Fazlur Rahman, Yuwen Hu
“A Novel Direct Torque Control for Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive With Low Ripple in Torque and Flux - A Speed-Sensorless Approach,”
IEEE Transactions on Industry Application, Vol.39, No.6, November/December 2003, pages. 1748-1756.
- [TANG 2003-2] Lixin Tang, M.F. Rahman
“A direct torque controlled interior permanent magnet synchronous machine drive with a new stator resistance estimator,”
38th IAS Annual Meeting. Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003., Volume: 1 , 12-16 Oct. 2003 Pages:632 - 639 vol.1
- [TIITINEN 1996] P. Tiitinen
“The next motor control method—DTC direct torque control,”
in Proc. Int. Conf. Power Electronics, Drives and Energy System for Industrial Growth, Delhi, India, 1996, pp. 37–43.
- [TUCHY 1978] E.J. Tuchy, J. Panek
“Chopping of transformer magnetizing currents - Part I: Single phase transformers,”
IEEE Transaction on Power apparatus and Systems, Vol PAS 97, n° 1, January-February 1978.
- [URASAKI 2000] N. Urasaki, T. Senjyu, K. Uezato
“An accurate modeling for permanent magnet synchronous motor drives,”
Fifteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC 2000, Volume: 1, 6-10 Feb. 2000 Pages:387 - 392 vol.1
- [VANDECASTEELE 1998] Freddy. VANDECASTEELE
“Alimentation optimisée d’une machine asynchrone diphasée à commande vectorielle”
PhD. Thesis, Université des sciences et technologies de Lille, December 1998.
- [WU 2003-1] A.P. Wu, and P.L. Chapman
“Cancellation of torque ripple due to nonidealities of permanent magnet synchronous machine drives,”
In Record of the 34th Annual IEEE Power Electronic Specialists’ Conference, 2003, pp. 256-261.
- [WU 2003-2] A.P. Wu, P.L. Chapman
“Simple Expressions for Optimal Current Waveforms for Permanent-Magnet Synchronous Machine Drives,”
IEEE Transactions on Energy Conversion, 2003.
- [WANG 2004] Shyh-Jier Wang, Shir-Kuan Lin
“Inductances and resistance measurement of a permanent magnet synchronous motor,”
The fifth World Congress on Intelligent Control and Automation, WCICA 2004, Vol:5 , 15-19 June 2004 Pages:4391 - 4395
- [WULVERYCK 2000] Marc WULVERYCK
“Contrôle de courants alternatifs par correcteur résonnant multifréquentiel”
PhD. thesis, Université des sciences et technologies de Lille, Juin 2000.

- [YAACOB 1998] S. Yaacob, F.A. Mohamed
“*Real time self tuning controller for induction motor based on pole assignment method,*”
Proceedings of the 37th International SICE Annual Conference. SICE '98, 29-31 July 1998, Pages: 879.
- [YANG 1996] T.C. Yang, N. Munro
“*Application of a pole assignment algorithm to multi-machine power system stabiliser design,*”
International Conference on Control '96, UKACC (Conf. Publ. No. 427), Volume: 1, 2-5 Sept. 1996, Pages: 539 - 544 vol.1.
- [YAO 1993] Q. Yao, D.G. Holmes
“*A simple, novel method for variable-hysteresis-band current control of a three phase inverter with constant switching frequency,*”
Conference Record of the 1993 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 2-8 Oct. 1993 Pages:1122 - 1129 vol.2.
- [YE 2003] Yunyue. YE
“*Research and development of linear drive technology in China,*”
Proceedings of the 4th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications, LDIA2003, 8-10 September 2003, Birmingham, UK
- [YUAN 2002] Xiaoming Yuan, W. Merk, H. Stemmler, J. Allmeling
“*Stationary-frame generalized integrators for current control of active power filters with zero steady-state error for current harmonics of concern under unbalanced and distorted operating conditions,*”
IEEE Trans on Indus Applications, Vol: 38, Iss: 2, March-April 2002, pp: 523 – 532.
- [ZENG 2002] Jia Zeng
“*Optimisation de la commade en poussée d’un moteur linéaire synchrone à aimants permanents,*”
Mémoire DEA, Université des sciences et technologies de Lille, June 2002.
- [ZENG 2003-1] J. Zeng, G. Remy, P.J. Barre, P. Degobert
“*Analysis of the influence of the initial pole position on the PMLSM thrust performances – Application to high speed machine tool,*”
Proceedings of the 4th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA2003), 8-10 September 2003, Birmingham, UK, Pages: 165-168.
- [ZENG 2003-2] J. Zeng, P.J. Barre, P. Degobert
“*Modeling and Thrust Control of PMLSM using Principle of Local Energy,*”
Proceedings of the 2003 International Conference on Electrical Machine and Systems (ICEMS2003), November, 2003, Beijing, China.
- [ZHENG 1997] Wei Xing Zheng
“*An algorithm for robust pole placement of structured uncertain systems,*”
Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, 1997, Volume: 5, 10-12 Dec. 1997 Pages: 4296 - 4297 vol.5.
- [ZHONG 1996] L. Zhong; M. F. Rahman, W.Y. Hu and K.W. Lim
“*Analysis of direct torque control in permanent magnet synchronous motor drives,*”
IEEE Transaction on Power Electronics, vol. 12, Issue: 3, May 1997, pp. 528 – 536.
- [ZMOOD 2001-1] D.N. Zmood, D.G. Holmes, and G.H. Bode
“*Frequency-domain analysis of three-phase linear current regulators,*”
IEEE Transactions on Industrial Applications, vol.37, No.2 March/April 2001, Pages: 601-610.

- [ZMOOD 2001-2] D.N. Zmood, D.G. Holmes
 “Improved voltage regulation for current source inverters,”
 IEEE Transactions on Industry Applications, Volume: 37, Issue:4, July-Aug. 2001.
- [ZMOOD 2003] D.N. Zmood, D.G. Holmes
 “Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error,”
 IEEE Transactions on Power Electronics, Volume: 18, Issue: 3 , May 2003,
 Pages:814 – 822.

OTHER REFERENCES

- [DEGOBERT 1997] Philippe DEGOBERT
 “Formalisme pour la commande des machines électriques alimentées par convertisseurs statiques,”
 PhD. Thesis, Université des sciences et technologies de Lille, June 1997.
- [WALLMARK 2001] Oskar Wallmark
 “Control of a permanent magnet synchronous motor with non-sinusoidal flux density distribution,”
 MS. Thesis, Chalmers university of technology, Göteborg, Sweden, 2001.
- [LIPPENOO 1995] Franckie LIPPENOO
 “Positionnement d’axe par machine synchrone autopilotée application à l’usinage à très grande vitesse,”
 Mémoire C.N.A.M., Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers CER Lille, Avril 1995.
- [EMMQNUEL 2003] Emmanuel C. Ifeachor, Barrie W. Jervis
 «Digital Signal Processing – A Practical Approach, Second Edition»
 Publishing House of Electronics Industry, Beijing, China, 2003.
- [STEVEN] Steven W. Smith
 «The Scientist and Engineer’s Guide to Digital Signal Processing, Second Edition»
 California Technical Publishing, San Diego, US, 1999.
- [AN-327] Robert Adams
 “DAC ICs: How Many Bits is Enough?”
 Analog Devices application note AN-327, Printed in USA.
- [ECKEL] Bruce Eckel
 «Thinking In C++ 2nd edition»
 Published by Prentice Hall Inc, New Jersey, US, 2000.
- [QIAN 1999] 钱能 (N. Qian)
 «C++ 程序设计教程»
 Tinghua University Press, Beijing, China, 1999.
- [LIU 2000] 刘元高 (Y.G. Liu), 刘耀儒 (Y.R. Liu)
 «Mathematica 4.0 实用教程»
 National Defence Industry Press, Beijing, China, 2000.
- [CHENG 2000] 程卫国 (W.G. Cheng), 冯峰 (F. Feng), 王雪梅 (X.M. Wang), 刘艺 (Y. Liu)
 «MATLAB 5.3 精要编程及高级应用»
 China Machine Press, Beijing, China, 2000.

- [XU 2000] 徐昕 (X. Xu), 李涛 (T. Li), 伯晓晨 (X.C. Bo) etc.
«*MATLAB 工具箱应用指南 – 控制工程篇*»
Publishing House of Electronics Industry, Beijing, China, 2000.
- [CHENG 2001] 陈桂明 (G.M. Cheng), 张明照 (M.Z. Zhang), 戚红雨 (H.Y. Qi), 张宝俊 (B.J. ZHANG)
«*应用 MATLAB 建模与仿真*»
Science Press, Beijing, China, 2001.
- [ARMSTRONG 2000] James R. Armstrong
«*VHDL Design: Representation and Synthesis, Second Edition*»
Prentice Hall PTR, 2000.
- [SJOHOLM 1997] Stefan Sjöholm, Lennart Lindh
«*VHDL for designers* »
Prentice Hall Europe, 1997
- [SU 2002] T. Su, S.J. Wu, Z.F. Li, W.J. Song
«*High Performance DSP and High Speed Real-time Signal Processing*»
Xidian University Press, Xian, China, 2002
- [HUANG 2000] 黄贤武 (X.W. Huang), 王加俊 (J.J. Wang), 李家华 (J.H. Li)
«*数字图像处理与压缩编码技术*»
University of Electronic Science & Technology of China Press, Chengdu, China, 2000.
- [ZHENG 1990] 郑大钟 (D.Z. Zheng)
«*Linear System Theory* »
Tinghua University Press, Beijing, China, 1990.
- [YU] 郁顺康 (S.K. Yu)
«*自动控制理论*»
Tongji University Press, Shanghai, China.

PUBLICATIONS

PUBLICATIONS

- J. Zeng, G. Remy, P.J. Barre, P. Degobert, “*Analysis of the influence of the initial pole position on the PMLSM thrust performances – Application to high speed machine tool,*” in Proceedings of the 4th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA2003), 8-10, September 2003, Birmingham, UK, Pages: 165-168.
- J. Zeng, P.J. Barre, P. Degobert, “*Modeling and Thrust Control of PMLSM using Principle of Local Energy,*” in Proceedings the 2003 International Conference on Electrical Machine and Systems (IEEE-ICEMS2003), November 2003, Beijing, China.
- J. Zeng, X. Guillaud, P. Degobert, “*Control of AC machines with Multi-Frequency Resonant Controller,*” in proceeding of the 11th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2004), September 2004, Riga, Latvia.
- J. Zeng, P. Degobert, X. Guillaud, “*The application of Multi-Variable-Frequency Resonant Controller to torque control of Permanent Magnet Synchronous Motor,*” the 16th International Conference on Electrical Machines (ICEM-2004), September 2004, Cracow, Poland.
- J. Zeng, G. REMY, P. Degobert, P. J. BARRE, “*Thrust Control of the Permanent Magnet Linear Synchronous Motor with Multi-Frequency Resonant Controllers,*” in proceeding of the 18th International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives (Maglev’2004), October 2004, Shanghai, China, Vol 2, Page: 886-896.
- J. Zeng, P. Degobert, J.P. Hautier, “*Minimum Torque Ripple Control of Permanent Magnet Synchronous Motor in the Stationary Reference Frame,*” IEEE International Electric Machines and Drives Conference 2005 (IEEE-IEMDC’05), 15-18, May 2005, San Antonio, TX. USA.
- J. Zeng, P. Degobert, J.P. Hautier, “*Pulsating Torque Cancellation for Permanent Magnet Synchronous Motor using Multiple Frequency Resonant Controller,*” 17th IMACS World Congress Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation (IMACS’05), 11-15, July 2005, Paris, France.
- J. Zeng, P. Degobert, J.P. Hautier, “*Torque Ripple Minimization in Permanent Magnet Synchronous Motor Drives,*” the 6th International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems, 27-29, September 2005, Lausanne, Switzerland.
- J. Zeng, P. Degobert, J.P. Hautier, “*Robust Design of the Self-tuning Resonant Controller for AC current Control Systems,*” IEEE International Conference on Industrial Technology (IEEE ICIT2005), 14-17, December 2005, Hong Kong, China.
- P. Degobert, J. Zeng, J.P. Hautier, “*Commande numérique de machines synchrones à f.e.m. non sinusoïdales par correcteurs résonants multifréquentiels- Contrôle de la composante homopolaire,*” EF’ 2003 Electrotehnik du futur, Supélec, December 2003, Paris, France.
- G. REMY, J. Zeng, P-J BARRE, P. Degobert, “*Non-Sinusoidal Electromotive Force Compensation of the PMLSM with Multiple-Frequency Resonant Controller,*” the 5th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications, 25-28, September 2005, Awaji Yumebutai, Hyogo, Japan.
- P. Degobert, J. Zeng, J.P. Hautier, “*Minimisation des Pulsations de Couple des Moteurs Synchrones à Aimants Permanents à FEM non Sinusoïdales par Correcteurs résonants Multi-fréquentiels Auto-Adaptatifs,*” EF’2005, December 2005, Grenoble, France.

APPENDICES

APPENDIX A

CONTINUOUS SELF-TUNING RESONANT CONTROLLERS

A.1 Single-frequency

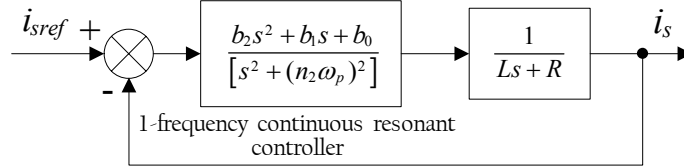


Figure A.1 – AC current control system using single-frequency resonant controller

Figure A.1 gives the continuous model of an AC current control system using single-frequency resonant controller. L and R are inductance and resistance of controlled system. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}) and n_1 represents the harmonic order.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = (Ls - R) \cdot (s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2) + b_2 s^2 + b_1 s + b_0 \quad (\text{A.1})$$

Given a General criterion polynomial:

$$P_c(s) = r_0 + r_1 s + r_2 s^2 + r_3 s^3 \quad (\text{A.2})$$

The coefficients of controller, b_0 , b_1 and b_2 , are determined by identifying the closed-loop characteristic polynomial with the criterion polynomial $P(s) = P_c(s)$:

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{Lr_2}{r_3} - R \\ b_1 &= \frac{Lr_1}{r_3} - Ln_1^2 \omega_p^2 \\ b_0 &= \frac{Lr_0}{r_3} - Rn_1^2 \omega_p^2 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

The state function of the single-frequency resonant controller is:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_1 \omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} b_0 - b_2 (n_1 \omega_p)^2 & b_1 \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} b_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Two criterion polynomials are proposed to design the controller by substituting above polynomial.

Criterion I (NASLIN):

$$P_{NAS}(s) = 1 + \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\alpha \omega_0^2} + \frac{s^3}{\alpha^3 \omega_0^3} \Rightarrow \begin{cases} r_0 = 1 \\ r_1 = 1/\omega_0 \\ r_2 = 1/\alpha \omega_0^2 \\ r_3 = 1/\alpha^3 \omega_0^3 \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Criterion II (Generalized Stability Margin):

$$P_{GSM}(s) = (s+r)(s+r-j\varpi_1)(s+r+j\varpi_1) \Rightarrow \begin{cases} r_0 = r^3 + r\varpi_1^2 \\ r_1 = 3r^2 + \varpi_1^2 \\ r_2 = 3r \\ r_3 = 1 \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Bi-frequency

The bi-frequency resonant controller may be constructed in two configurations – in series or in parallel. For both cases, we use the same criterion polynomial to identify the closed-loop characteristic polynomial. The **General criterion polynomial** is given by:

$$P_c(s) = r_0 + r_1s + r_2s^2 + r_3s^3 + r_4s^4 + r_5s^5 \quad (\text{A.7})$$

Two criterion polynomials are proposed to design the controller by substituting above polynomial:

Criterion I (NASLIN):

$$P_{NAS}(s) = 1 + \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\alpha\omega_0^2} + \frac{s^3}{\alpha^3\omega_0^3} + \frac{s^4}{\alpha^6\omega_0^4} + \frac{s^5}{\alpha^{10}\omega_0^5} \Rightarrow \begin{cases} r_0 = 1 \\ r_1 = 1/\omega_0 \\ r_2 = 1/\alpha\omega_0^2 \\ r_3 = 1/\alpha^3\omega_0^3 \\ r_4 = 1/\alpha^6\omega_0^4 \\ r_5 = 1/\alpha^{10}\omega_0^5 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Criterion II (Generalized Stability Margin):

$$P_{GSM}(s) = (s+r)(s+r-j\varpi_1)(s+r+j\varpi_1)(s+r-j\varpi_2)(s+r+j\varpi_2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_0 = r^5 + r^3(\varpi_1^2 + \varpi_2^2) + r\varpi_1^2\varpi_2^2 \\ r_1 = 5r^4 + 3r^2(\varpi_1^2 + \varpi_2^2) + \varpi_1^2\varpi_2^2 \\ r_2 = 10r^3 + 3r(\varpi_1^2 + \varpi_2^2) \\ r_3 = 10r^2 + (\varpi_1^2 + \varpi_2^2) \\ r_4 = 5r \\ r_5 = 1 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

A.2.1 Serial associated configuration

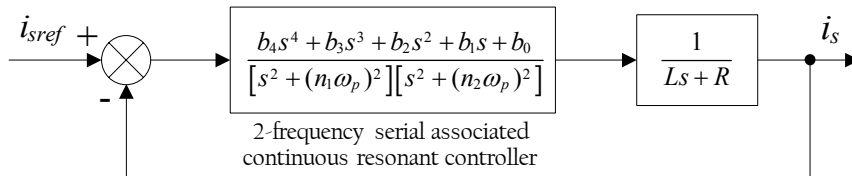


Figure A.2 – AC current control system using serial associated bi-frequency resonant controller

Figure A.2 gives the continuous model of an AC current control system using a serial associated bi-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 and n_2 represent the harmonic orders. **The closed-loop characteristic polynomial:**

$$P(s) = (Ls - R) \cdot (s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2) \cdot (s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2) + b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0 \quad (\text{A.10})$$

The coefficients of controller:

Numerator :	Denominator :
$b_0 = \frac{Lr_0}{r_3} - Rn_1^2n_2^2\omega_p^4$	$a_0 = n_1^2n_2^2\omega_p^4$
$b_1 = L \left[\frac{r_1}{r_3} - n_1^2n_2^2\omega_p^4 \right]$	$a_1 = 0$
$b_2 = \frac{Lr_2}{r_3} - R(n_1^2 + n_2^2)\omega_p^2$	$a_2 = (n_1^2 + n_2^2)\omega_p^2$
$b_3 = L \left[\frac{r_3}{r_3} - (n_1^2 + n_2^2)\omega_p^2 \right]$	$a_3 = 0$
$b_4 = \frac{Lr_4}{r_3} - R$	$a_4 = 1$

(A.11)

The state function of the serial associated bi-frequency resonant controller is expressed by:

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
$C = [b_0 - b_4a_0 \quad b_1 - b_4a_1 \quad b_2 - b_4a_2 \quad b_3 - b_4a_3]$	$D = [b_4]$

(A.12)

A.2.2 Parallel associated configuration

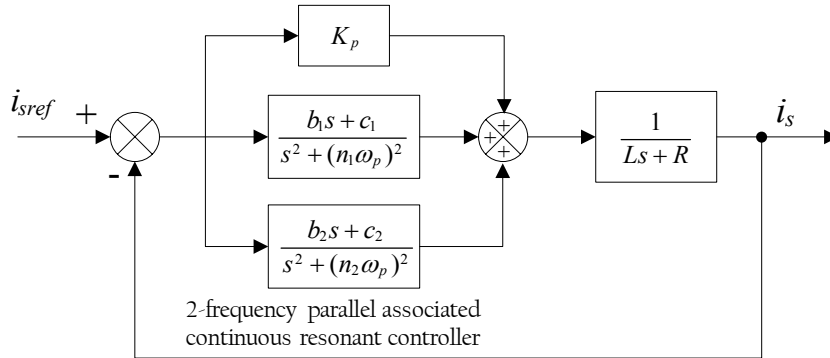


Figure A.3 – AC current control system using parallel associated bi-frequency resonant controller

Figure A.3 gives the continuous model of an AC current control system using a parallel associated bi-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 and n_2 represent the harmonic orders. **The closed-loop characteristic polynomial:**

$$P(s) = (Ls - R + K_p)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2) + (b_1s + c_1)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2) + (b_2s + c_2)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2) \quad (\text{A.13})$$

The coefficients of controller:

$K_p = \frac{Lr_4}{r_3} - R,$	$b_1 = \frac{L(-r_1 + r_3n_1^2\omega_p^2 + r_3n_1^4\omega_p^4)}{r_3(n_1^2 - n_2^2)\omega_p^2}$	$c_1 = \frac{L(-r_0 + r_2n_1^2\omega_p^2 + r_4n_1^4\omega_p^4)}{r_3(n_1^2 - n_2^2)\omega_p^2}$
$b_2 = \frac{-L(-r_1 + r_3n_2^2\omega_p^2 + r_3n_2^4\omega_p^4)}{r_3(n_1^2 - n_2^2)\omega_p^2}$	$c_2 = \frac{-L(-r_0 + r_2n_2^2\omega_p^2 + r_4n_2^4\omega_p^4)}{r_3(n_1^2 - n_2^2)\omega_p^2}$	

(A.14)

The state function of the parallel associated bi-frequency resonant controller is expressed by:

$$1^{\text{st}} \text{ resonant element: } \begin{array}{l} A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_1\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_1 = [c_1 \quad b_1] \quad D_1 = [0] \end{array} \quad (\text{A.15})$$

$$2^{\text{nd}} \text{ resonant element: } \begin{array}{l} A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_2\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_2 = [c_2 \quad b_2] \quad D_2 = [0] \end{array} \quad (\text{A.16})$$

A.3 Tri-frequency

The Tri-frequency resonant controller may also be constructed in two configurations – in series or in parallel. For both cases, the same criterion polynomials are used to identify the closed-loop characteristic polynomial. The **General criterion polynomial** is given by:

$$P(s) = r_0 + r_1s + r_2s^2 + r_3s^3 + r_4s^4 + r_5s^5 + r_6s^6 + r_7s^7 \quad (\text{A.17})$$

Two criterion polynomials are proposed to design the controller by substituting above polynomial:

Criterion I (NASLIN):

$$P_{NAS}(s) = 1 + \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\alpha\omega_0^2} + \frac{s^3}{\alpha^3\omega_0^3} + \frac{s^4}{\alpha^6\omega_0^4} + \frac{s^5}{\alpha^{10}\omega_0^5} + \frac{s^6}{\alpha^{15}\omega_0^6} + \frac{s^7}{\alpha^{21}\omega_0^7} \Rightarrow \begin{cases} r_0 = 1 \\ r_1 = 1/\omega_0 \\ r_2 = 1/\alpha\omega_0^2 \\ r_3 = 1/\alpha^3\omega_0^3 \\ r_4 = 1/\alpha^6\omega_0^4 \\ r_5 = 1/\alpha^{10}\omega_0^5 \\ r_6 = 1/\alpha^{15}\omega_0^6 \\ r_7 = 1/\alpha^{21}\omega_0^7 \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

Criterion II (Generalized Stability Margin):

$$P_{GSM}(s) = (s+r)(s+r-j\omega_1)(s+r+j\omega_1)(s+r-j\omega_2)(s+r+j\omega_2)(s+r-j\omega_3)(s+r+j\omega_3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_0 = r^7 + r^5(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) + r^3(\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_1^2\omega_3^2 + \omega_2^2\omega_3^2) + r\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 \\ r_1 = 7r^6 + 5r^4(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) + 3r^2(\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_1^2\omega_3^2 + \omega_2^2\omega_3^2) + \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 \\ r_2 = 21r^5 + 10r^3(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) + 3r(\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_1^2\omega_3^2 + \omega_2^2\omega_3^2) \\ r_3 = 35r^4 + 10r^2(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) + (\omega_1^2\omega_2^2 + \omega_1^2\omega_3^2 + \omega_2^2\omega_3^2) \\ r_4 = 35r^3 + 5r(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) \\ r_5 = 21r^2 + (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2) \\ r_6 = 7r \\ r_7 = 1 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

A.3.1 Serial associated configuration

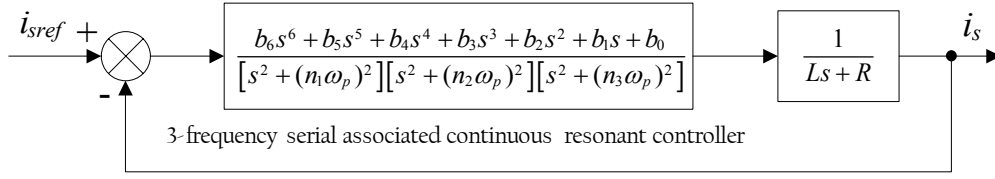


Figure A.4 – AC current control system using serial associated tri-frequency resonant controller

Figure A.4 gives the continuous model of an AC current control system using a serial associated tri-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 and n_3 represent the harmonic orders.

The closed-loop characteristic polynomial:

$$P(s) = (Ls - R)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2) + b_6s^6 + b_5s^5 + b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0 \quad (\text{A.20})$$

The coefficients of controller:

Numerator :	Denominator :
$b_0 = \frac{Lr_0}{r_7} + Rn_1^2n_2^2n_3^2\omega_p^6$	$a_0 = n_1^2n_2^2n_3^2\omega_p^6$
$b_1 = \frac{Lr_1}{r_7} - Ln_1^2n_2^2n_3^2\omega_p^6$	$a_1 = 0$
$b_2 = \frac{Lr_2}{r_7} + R(n_1^2n_2^2 + n_1^2n_3^2 + n_2^2n_3^2)\omega_p^4$	$a_2 = (n_1^2n_2^2 + n_1^2n_3^2 + n_2^2n_3^2)\omega_p^4$
$b_3 = \frac{Lr_3}{r_7} - L(n_1^2n_2^2 + n_1^2n_3^2 + n_2^2n_3^2)\omega_p^4$	$a_3 = 0$
$b_4 = \frac{Lr_4}{r_7} + R(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)\omega_p^2$	$a_4 = (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)\omega_p^2$
$b_5 = \frac{Lr_5}{r_7} - L(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)\omega_p^2$	$a_5 = 0$
$b_6 = \frac{Lr_6}{r_7} - R$	$a_6 = 1$

(A.21)

The state function of the serial associated tri-frequency resonant controller is expressed by:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$$C = [b_0 - b_6a_0 \quad b_1 - b_6a_1 \quad b_2 - b_6a_2 \quad b_3 - b_6a_3 \quad b_4 - b_6a_4 \quad b_5 - b_6a_5] \quad D = [b_6]$$

A.3.2 Parallel associated configuration

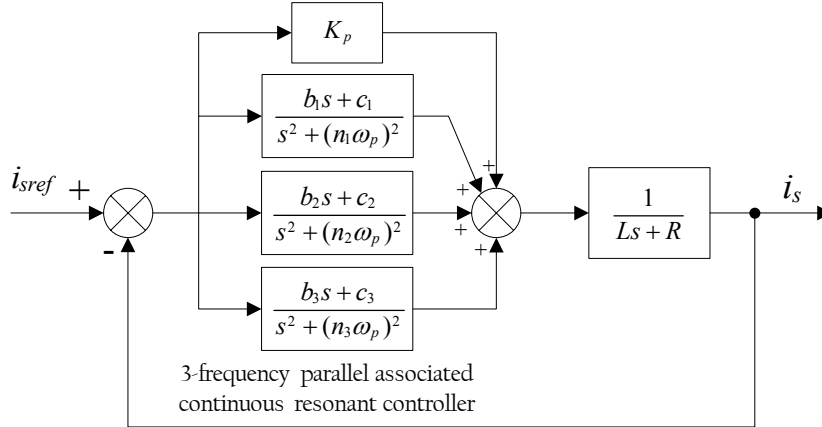


Figure A.5 – AC current control system using parallel associated tri-frequency resonant controller

Figure A.5 gives the continuous model of an AC current control system using a parallel associated tri-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 and n_3 represent the harmonic orders.

The closed-loop characteristic polynomial:

$$P(s) = \left[\begin{array}{l} (Ls - R + K_p)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2) + (b_1s + c_1)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2) \\ + (b_2s + c_2)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2) + (b_3s + c_3)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2) \end{array} \right] \quad (\text{A.23})$$

The coefficients of controller:

$$\begin{array}{l} K_p = \frac{Lr_6}{r_7} - R, \\ b_1 = \frac{L(n_1 + r_3n_1^2\omega_p^2 + r_5n_1^4\omega_p^4 + r_7n_1^6\omega_p^6)}{r_7(n_1^2 - n_2^2)(n_1^2 - n_3^2)\omega_p^4}, \quad c_1 = \frac{L(r_0 + r_2n_1^2\omega_p^2 + r_4n_1^4\omega_p^4 + r_6n_1^6\omega_p^6)}{r_7(n_1^2 - n_2^2)(n_1^2 - n_3^2)\omega_p^4}, \\ b_2 = \frac{L(n_1 + r_3n_2^2\omega_p^2 + r_5n_2^4\omega_p^4 + r_7n_2^6\omega_p^6)}{r_7(n_2^2 - n_1^2)(n_2^2 - n_3^2)\omega_p^4}, \quad c_2 = \frac{L(r_0 + r_2n_2^2\omega_p^2 + r_4n_2^4\omega_p^4 + r_6n_2^6\omega_p^6)}{r_7(n_2^2 - n_1^2)(n_2^2 - n_3^2)\omega_p^4}, \\ b_3 = \frac{L(n_1 + r_3n_3^2\omega_p^2 + r_5n_3^4\omega_p^4 + r_7n_3^6\omega_p^6)}{r_7(n_3^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_2^2)\omega_p^4}, \quad c_3 = \frac{L(r_0 + r_2n_3^2\omega_p^2 + r_4n_3^4\omega_p^4 + r_6n_3^6\omega_p^6)}{r_7(n_3^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_2^2)\omega_p^4} \end{array} \quad (\text{A.24})$$

The state functions of each resonant element:

$$\begin{array}{l} 1^{\text{st}} : \quad \begin{array}{l} A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_1\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_1 = [c_1 \quad b_1] \quad D_1 = [0] \end{array}, \quad 2^{\text{nd}} : \quad \begin{array}{l} A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_2\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_2 = [c_2 \quad b_2] \quad D_2 = [0] \end{array} \\ 3^{\text{rd}} : \quad \begin{array}{l} A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_3\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_3 = [c_3 \quad b_3] \quad D_3 = [0] \end{array} \end{array} \quad (\text{A.25})$$

A.4 Four-frequency

The Tri-frequency resonant controller may be constructed in two configurations – in series or in parallel. For both cases, the same criterion polynomials are used to identify the closed-loop characteristic polynomial.

The *General criterion polynomial* is given by:

$$P(s) = r_0 + r_1 s + r_2 s^2 + r_3 s^3 + r_4 s^4 + r_5 s^5 + r_6 s^6 + r_7 s^7 + r_8 s^8 + r_9 s^9 \quad (\text{A.26})$$

Two criterion polynomials are proposed to design the controller by substituting above polynomial:

Criterion I (NASLIN):

$$P_{NAS}(s) = 1 + \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\alpha \omega_0^2} + \frac{s^3}{\alpha^3 \omega_0^3} + \frac{s^4}{\alpha^6 \omega_0^4} + \frac{s^5}{\alpha^{10} \omega_0^5} + \frac{s^6}{\alpha^{15} \omega_0^6} + \frac{s^7}{\alpha^{21} \omega_0^7} + \frac{s^8}{\alpha^{28} \omega_0^8} + \frac{s^9}{\alpha^{36} \omega_0^9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_0 = 1 \\ r_1 = 1/\omega_0 \\ r_2 = 1/\alpha \omega_0^2 \\ r_3 = 1/\alpha^3 \omega_0^3 \\ r_4 = 1/\alpha^6 \omega_0^4 \\ r_5 = 1/\alpha^{10} \omega_0^5 \\ r_6 = 1/\alpha^{15} \omega_0^6 \\ r_7 = 1/\alpha^{21} \omega_0^7 \\ r_8 = 1/\alpha^{28} \omega_0^8 \\ r_9 = 1/\alpha^{36} \omega_0^9 \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

Criterion II (Generalized Stability Margin):

$$P_{GSM}(s) = (s+r)(s+r-j\varpi_1)(s+r+j\varpi_1)(s+r-j\varpi_2)(s+r+j\varpi_2)(s+r-j\varpi_3)(s+r+j\varpi_3)(s+r-j\varpi_4)(s+r+j\varpi_4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_0 = \left[r^9 + r^7 (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) + r^5 (\varpi_1^2 \varpi_2^2 + \varpi_1^2 \varpi_3^2 + \varpi_1^2 \varpi_4^2 + \varpi_2^2 \varpi_3^2 + \varpi_2^2 \varpi_4^2 + \varpi_3^2 \varpi_4^2) \right] \\ r_1 = \left[9r^8 + 7r^6 (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) + 5r^4 (\varpi_1^2 \varpi_2^2 + \varpi_1^2 \varpi_3^2 + \varpi_1^2 \varpi_4^2 + \varpi_2^2 \varpi_3^2 + \varpi_2^2 \varpi_4^2 + \varpi_3^2 \varpi_4^2) \right] \\ r_2 = \left[36r^7 + 21r^5 (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) + 10r^3 (\varpi_1^2 \varpi_2^2 + \varpi_1^2 \varpi_3^2 + \varpi_1^2 \varpi_4^2 + \varpi_2^2 \varpi_3^2 + \varpi_2^2 \varpi_4^2 + \varpi_3^2 \varpi_4^2) \right] \\ r_3 = \left[84r^6 + 35r^4 (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) + 10r^2 (\varpi_1^2 \varpi_2^2 + \varpi_1^2 \varpi_3^2 + \varpi_1^2 \varpi_4^2 + \varpi_2^2 \varpi_3^2 + \varpi_2^2 \varpi_4^2 + \varpi_3^2 \varpi_4^2) \right] \\ r_4 = 126r^5 + 35r^3 (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) + 5r (\varpi_1^2 \varpi_2^2 + \varpi_1^2 \varpi_3^2 + \varpi_1^2 \varpi_4^2 + \varpi_2^2 \varpi_3^2 + \varpi_2^2 \varpi_4^2 + \varpi_3^2 \varpi_4^2) \\ r_5 = 126r^4 + 21r^2 (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) + (\varpi_1^2 \varpi_2^2 + \varpi_1^2 \varpi_3^2 + \varpi_1^2 \varpi_4^2 + \varpi_2^2 \varpi_3^2 + \varpi_2^2 \varpi_4^2 + \varpi_3^2 \varpi_4^2) \\ r_6 = 84r^3 + 7r (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) \\ r_7 = 36r^2 + (\varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2 + \varpi_4^2) \\ r_8 = 9r \\ r_9 = 1 \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

A.4.1 Serial associated configuration

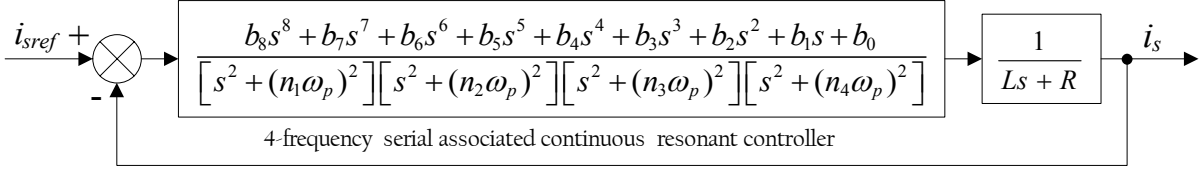


Figure A.6 – AC current control system using serial associated four-frequency resonant controller

Figure A.6 gives the continuous model of an AC current control system using a serial associated four-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 , n_3 and n_4 represent the harmonic orders.

The closed-loop characteristic polynomial:

$$P(s) = \frac{(Ls - R)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_4^2 \cdot \omega_p^2)}{+b_8s^8 + b_7s^7 + b_6s^6 + b_5s^5 + b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0} \quad (\text{A.29})$$

The coefficients of controller:

Numerator :	Denominator :
$b_0 = \frac{Lr_0}{r_9} + Rn_1^2n_2^2n_3^2n_4^2\omega_p^8$	$a_0 = n_1^2n_2^2n_3^2n_4^2\omega_p^8$
$b_1 = \frac{Lr_1}{r_9} - Ln_1^2n_2^2n_3^2n_4^2\omega_p^8$	$a_1 = 0$
$b_2 = \frac{Lr_2}{r_9} + R(n_1^2n_2^2n_3^2 + n_1^2n_2^2n_4^2 + n_1^2n_3^2n_4^2 + n_2^2n_3^2n_4^2)\omega_p^6$	$a_2 = (n_1^2n_2^2n_3^2 + n_1^2n_2^2n_4^2 + n_1^2n_3^2n_4^2 + n_2^2n_3^2n_4^2)\omega_p^6$
$b_3 = \frac{Lr_3}{r_9} - L(n_1^2n_2^2n_3^2 + n_1^2n_2^2n_4^2 + n_1^2n_3^2n_4^2 + n_2^2n_3^2n_4^2)\omega_p^6$	$a_3 = 0$
$b_4 = \frac{Lr_4}{r_9} + R(n_1^2n_2^2 + n_1^2n_3^2 + n_1^2n_4^2 + n_2^2n_3^2 + n_2^2n_4^2 + n_3^2n_4^2)\omega_p^4$	$a_4 = (n_1^2n_2^2 + n_1^2n_3^2 + n_1^2n_4^2 + n_2^2n_3^2 + n_2^2n_4^2 + n_3^2n_4^2)\omega_p^4$
$b_5 = \frac{Lr_5}{r_9} - L(n_1^2n_2^2 + n_1^2n_3^2 + n_1^2n_4^2 + n_2^2n_3^2 + n_2^2n_4^2 + n_3^2n_4^2)\omega_p^4$	$a_5 = 0$
$b_6 = \frac{Lr_6}{r_9} + R(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 + n_4^2)\omega_p^2$	$a_6 = (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 + n_4^2)\omega_p^2$
$b_7 = \frac{Lr_7}{r_9} - L(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 + n_4^2)\omega_p^2$	$a_7 = 0$
$b_8 = \frac{Lr_8}{r_9} - R$	$a_8 = 1$

The state function of the serial associated tri-frequency resonant controller is expressed by:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

$$C = [b_0 - b_8a_0 \quad b_1 - b_8a_1 \quad b_2 - b_8a_2 \quad b_3 - b_8a_3 \quad b_4 - b_8a_4 \quad b_5 - b_8a_5 \quad b_6 - b_8a_6 \quad b_7 - b_8a_7] \quad D = [b_6]$$

A.4.2 Parallel associated configuration

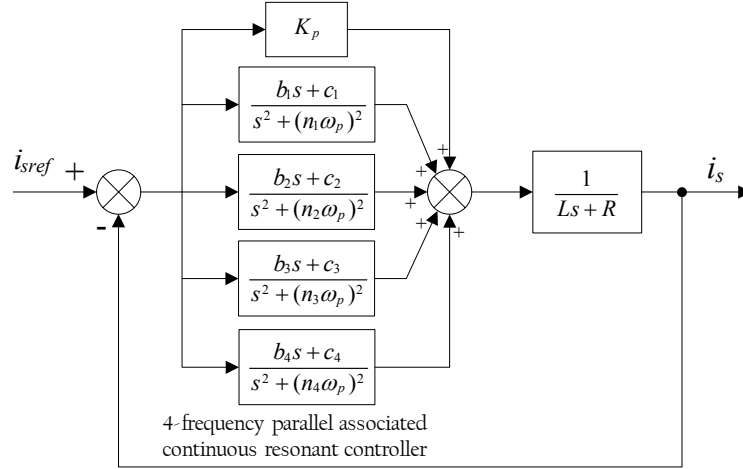


Figure A.7 – AC current control system using parallel associated tri-frequency resonant controller

Figure A.7 gives the continuous model of an AC current control system using a parallel associated four-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 , n_3 and n_4 represent the harmonic orders.

The closed-loop characteristic polynomial:

$$P(s) = \left[\begin{aligned} &(Ls - R + K_p)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2) + (b_1s + c_1)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_4^2 \cdot \omega_p^2) \\ &+ (b_2s + c_2)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_4^2 \cdot \omega_p^2) + (b_3s + c_3)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_4^2 \cdot \omega_p^2) \\ &+ (b_4s + c_4)(s^2 + n_1^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_2^2 \cdot \omega_p^2)(s^2 + n_3^2 \cdot \omega_p^2) \end{aligned} \right] \quad (\text{A.32})$$

The coefficients of controller:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{Lr_8}{r_9} - R, \\ b_1 &= \frac{-L(r_1 - r_3n_1^2\omega_p^2 + r_5n_1^4\omega_p^4 + r_7n_1^6\omega_p^6 + r_9n_1^8\omega_p^8)}{r_9(n_1^2 - n_2^2)(n_1^2 - n_3^2)(n_1^2 - n_4^2)\omega_p^6}, & c_1 &= \frac{-L(r_0 + r_2n_1^2\omega_p^2 + r_4n_1^4\omega_p^4 + r_6n_1^6\omega_p^6 - r_8n_1^8\omega_p^8)}{r_9(n_1^2 - n_2^2)(n_1^2 - n_3^2)(n_1^2 - n_4^2)\omega_p^6}, \\ b_2 &= \frac{-L(r_1 - r_3n_2^2\omega_p^2 + r_5n_2^4\omega_p^4 + r_7n_2^6\omega_p^6 + r_9n_2^8\omega_p^8)}{r_9(n_2^2 - n_1^2)(n_2^2 - n_3^2)(n_2^2 - n_4^2)\omega_p^6}, & c_2 &= \frac{-L(r_0 + r_2n_2^2\omega_p^2 + r_4n_2^4\omega_p^4 + r_6n_2^6\omega_p^6 - r_8n_2^8\omega_p^8)}{r_9(n_2^2 - n_1^2)(n_2^2 - n_3^2)(n_2^2 - n_4^2)\omega_p^6}, \\ b_3 &= \frac{-L(r_1 - r_3n_3^2\omega_p^2 + r_5n_3^4\omega_p^4 + r_7n_3^6\omega_p^6 + r_9n_3^8\omega_p^8)}{r_9(n_3^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_2^2)(n_3^2 - n_4^2)\omega_p^6}, & c_3 &= \frac{-L(r_0 + r_2n_3^2\omega_p^2 + r_4n_3^4\omega_p^4 + r_6n_3^6\omega_p^6 - r_8n_3^8\omega_p^8)}{r_9(n_3^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_2^2)(n_3^2 - n_4^2)\omega_p^6}, \\ b_4 &= \frac{-L(r_1 - r_3n_4^2\omega_p^2 + r_5n_4^4\omega_p^4 + r_7n_4^6\omega_p^6 + r_9n_4^8\omega_p^8)}{r_9(n_4^2 - n_1^2)(n_4^2 - n_2^2)(n_4^2 - n_3^2)\omega_p^6}, & c_4 &= \frac{-L(r_0 + r_2n_4^2\omega_p^2 + r_4n_4^4\omega_p^4 + r_6n_4^6\omega_p^6 - r_8n_4^8\omega_p^8)}{r_9(n_4^2 - n_1^2)(n_4^2 - n_2^2)(n_4^2 - n_3^2)\omega_p^6}, \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

The state functions of each resonant element:

$$\begin{aligned} 1^{\text{st}} : & \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_1\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ & \quad C_1 = [c_1 \quad b_1], \quad D_1 = [0], \\ 2^{\text{nd}} : & \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_2\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ & \quad C_2 = [c_2 \quad b_2], \quad D_2 = [0], \\ 3^{\text{rd}} : & \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_3\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ & \quad C_3 = [c_3 \quad b_3], \quad D_3 = [0], \\ 4^{\text{th}} : & \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(n_4\omega_p)^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ & \quad C_4 = [c_4 \quad b_4], \quad D_4 = [0]. \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

APPENDIX B

DISCRETE SELF-TUNING RESONANT CONTROLLERS

B.1 Single-frequency

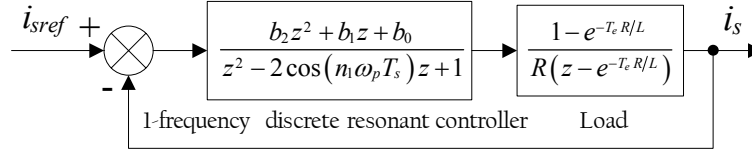


Figure B.1 – The discrete model of AC current control system model using serial associated 1-frequency resonant controller

Figure B.1 gives the discrete model of an AC current control system using single-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}) and n_1 represents the harmonic order. T_s is the system sample time.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = R(z - e^{-T_s \cdot R/L}) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) (b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \quad (\text{B.1})$$

The *critierion polynomial* used to identify the characteristic polynomial in the discrete domain is expressed by:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_d) [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{A}) z + r_d^2] \quad (\text{B.2})$$

By this means, three closed-loop poles are placed on a circle with a radius of r_d in the z-plane Pole-Zero Map, as shown in [Figure B.2](#).

The coefficients of controller are expressed by:

Numerator :	Denominator :
$b_0 = \frac{R(1 - r_d^2 \cdot e^{T_s R/L})}{e^{T_s R/L} - 1}$	$a_0 = 1$
$b_1 = \frac{R \cdot e^{T_s R/L} [r_d^2 + 2r_d^2 \cos(\mathcal{A}) + 1] + 2R \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s)}{e^{T_s R/L} - 1}$	$a_1 = -2 \cos(n_1 \omega_p T_s)$
$b_2 = \frac{R \{1 - e^{T_s R/L} [r_d - 2r_d \cos(\mathcal{A})]\} - 2R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s)}{e^{T_s R/L} - 1}$	$a_2 = 1$

(B.3)

The state function of the single-frequency discrete resonant controller is:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$C = [b_0 - b_2 a_0 \quad b_1 - b_2 a_1] \quad D = [b_2]$$

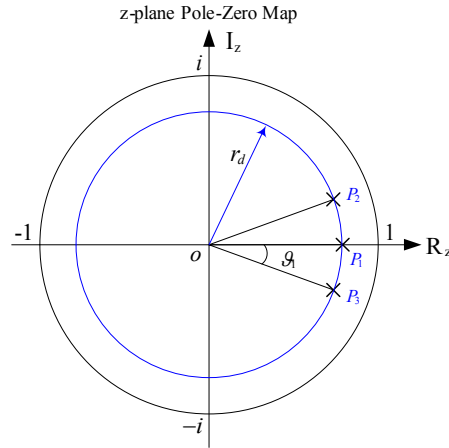


Figure B.2 – Pole locations of discrete control system using 1-frequency resonant controller

B.2 Bi-frequency

The *criterion polynomial* used to identify the characteristic polynomial is given by:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_d) \left[z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_1)z + r_d^2 \right] \left[z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_2)z + r_d^2 \right] \quad (\text{B.5})$$

By this means, five closed-loop poles are placed on a circle with a radius of r_d in the z-plane Pole-Zero Map, as shown in Figure B.3.

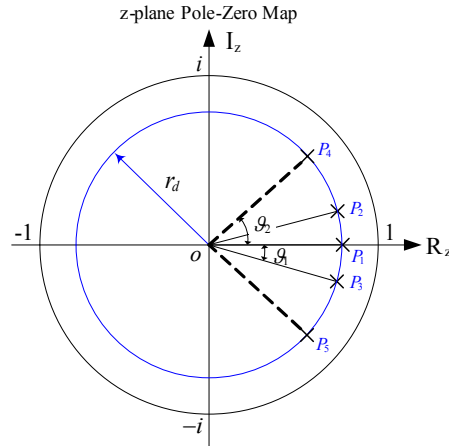


Figure B.3 – Pole locations of discrete control system using 2-frequency resonant controller

B.2.1 Serial associated configuration

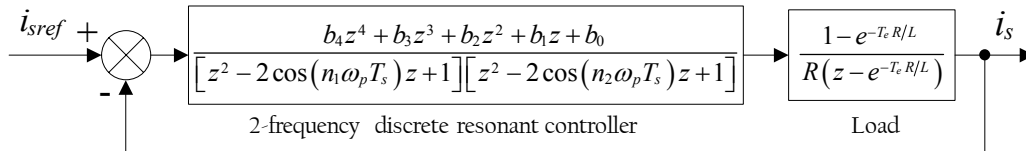


Figure B.4 – The discrete model of AC current control system using 2-frequency serial associated resonant controller

Figure B.4 gives the discrete model of an AC current control system using bi-frequency serial associated resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 and n_2 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = \frac{R(z - e^{-T_s R/L}) \left[z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1 \right] \left[z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1 \right]}{+(1 - e^{-T_s R/L}) (b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0)} \quad (\text{B.6})$$

The coefficients of controller are expressed by:

$$\begin{aligned} & \text{Numerator :} \\ b_0 &= \frac{R(1 - r_d^5 \cdot e^{T_s R/L})}{e^{T_s R/L} - 1} \\ b_1 &= \frac{R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \{ 2r_d^4 \cdot [\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2)] + r_d^4 + 1 \}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & \quad - 2R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \\ b_2 &= \frac{R \{ 2 + e^{T_s R/L} \cdot (2r_d^3 \cdot [1 + \cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + 2 \cos(\mathcal{G}_1) \cos(\mathcal{G}_2)]) \}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & \quad + 4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] + 4R \cos(n_1 \omega_p T_s) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) \\ b_3 &= \frac{R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \{ 2r_d^2 \cdot [1 + \cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + 2 \cos(\mathcal{G}_1) \cos(\mathcal{G}_2)] - 2 \}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & \quad - 4R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] - 4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) \\ b_4 &= \frac{R \{ 1 + e^{T_s R/L} \cdot r_d \cdot [1 + 2 \cos(\theta_1) + 2 \cos(\theta_2)] \}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & \quad + 2R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \\ & \text{Denominator :} \\ a_0 &= 1 \\ a_1 &= -2 [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \\ a_2 &= 2 + 4 \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) \\ a_3 &= -2 [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \\ a_4 &= 1 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

The state function of the bi-frequency discrete resonant controller is:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C &= [b_0 - b_4 a_0 \quad b_1 - b_4 a_1 \quad b_2 - b_4 a_2 \quad b_3 - b_4 a_3] & D &= [b_4] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

B.2.2 Parallel associated configuration

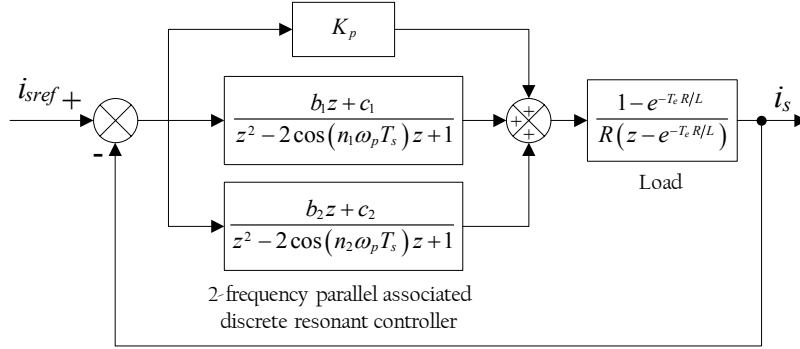


Figure B.5 – The discrete model of AC current control system using 2-frequency parallel associated resonant controller

Figure B.5 gives the discrete model of an AC current control system using bi-frequency parallel associated resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 and n_2 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = (1 - e^{-T_s R/L}) \cdot \left\{ \left[R(z - e^{-T_s R/L}) + K_p \right] \left[z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1 \right] \left[z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1 \right] \right. \\ \left. + (b_1 z + c_1) \left[z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1 \right] + (b_2 z + c_2) \left[z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1 \right] \right\} \quad (\text{B.9})$$

The coefficients of controller are expressed by:

$$K_p = \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \{r_4 - 2r_5 \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)]\} + Rr_5}{r_5 (e^{RT_s/L} - 1)}$$

$$b_1 = \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \{-r_0 + r_2 + r_4 + 2(r_3 - 2r_5) \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) + 4r_4 \cdot \cos^2(n_1 \omega_p T_s) + 8r_5 \cdot \cos^3(n_1 \omega_p T_s)\}}{2r_5 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)]}$$

$$c_1 = \frac{-R \cdot e^{RT_s/L} \cdot [-r_1 + r_3 + r_5 + 2(-r_0 + r_4) \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) - 4r_5 \cdot \cos^2(n_1 \omega_p T_s)]}{2r_5 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)]}$$

$$b_2 = \frac{-R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \{-r_0 + r_2 + r_4 + 2(r_3 - 2r_5) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) + 4r_4 \cdot \cos^2(n_2 \omega_p T_s) + 8r_5 \cdot \cos^3(n_2 \omega_p T_s)\}}{2r_5 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)]} \quad (\text{B.10})$$

$$c_2 = \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot [-r_1 + r_3 + r_5 + 2(-r_0 + r_4) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) - 4r_5 \cdot \cos^2(n_2 \omega_p T_s)]}{2r_5 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)]}$$

$$\text{with: } \begin{cases} r_0 = -r_d^5 \\ r_1 = r_d^4 \{1 + 2 \cos(\mathcal{A}) + 2 \cos(\mathcal{B})\} \\ r_2 = -2r_d^3 [1 + \cos(\mathcal{A}) + \cos(\mathcal{B}) + 2 \cos(\mathcal{A}) \cos(\mathcal{B})] \\ r_3 = 2r_d^2 [1 + \cos(\mathcal{A}) + \cos(\mathcal{B}) + 2 \cos(\mathcal{A}) \cos(\mathcal{B})] \\ r_4 = -r_d [1 + 2 \cos(\mathcal{A}) + 2 \cos(\mathcal{B})] \\ r_5 = 1 \end{cases}$$

The *state function* of the discrete parallel associated 2-frequency resonant controller is as:

$$\begin{aligned} \text{1}^{\text{st}} \text{ resonant element: } & \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \cos(n_1 \omega_p T_s) \end{bmatrix} & \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \quad C_1 = [c_1 \quad b_1] & \quad D_1 = [0] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \text{2}^{\text{nd}} \text{ resonant element: } & \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \cos(n_2 \omega_p T_s) \end{bmatrix} & \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \quad C_2 = [c_2 \quad b_2] & \quad D_2 = [0] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

B.3 Tri-frequency

The *criterion polynomial* used to identify the characteristic polynomial is expressed by:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_d) \left[z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_1)z + r_d^2 \right] \left[z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_2)z + r_d^2 \right] \left[z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_3)z + r_d^2 \right] \quad (\text{B.13})$$

By this means, seven closed-loop poles are placed on a circle with a radius of r_d in the z-plane Pole-Zero Map, as shown in Figure B.6.

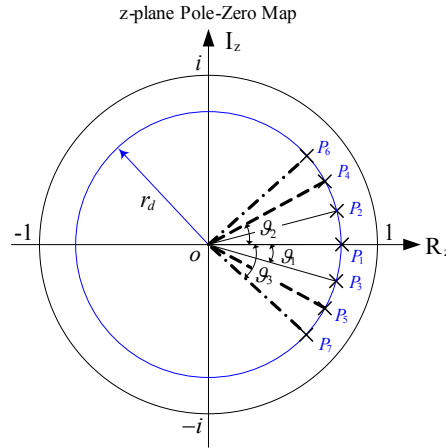


Figure B.6– Pole locations of discrete control system using 3-frequency resonant controller

B.3.1 Serial associated configuration

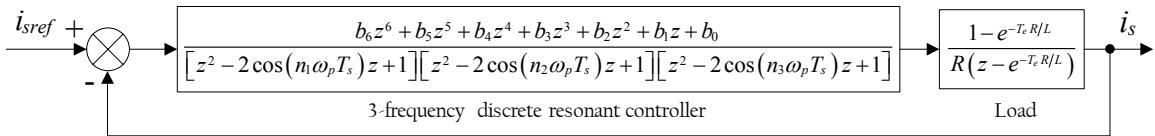


Figure B.7 –The discrete model of AC current control system using 3-frequency serial associated resonant controller

Figure B.7 gives the discrete model of an AC current control system using tri-frequency serial associated resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 and n_3 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time.

The *closed-loop characteristic polynomial* is:

$$P(s) = \left[\left[z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1 \right] \left[z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1 \right] \left[z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1 \right] \right] \cdot R \cdot (z - e^{-T_s \cdot R/L}) + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) (b_6 z^6 + b_5 z^5 + b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \quad (\text{B.14})$$

The coefficients of controller are expressed by:

Numerator :

$$b_0 = \frac{R(1+r_d^7 \cdot e^{T_s R/L})}{e^{T_s R/L} - 1}$$

$$b_1 = \frac{\left[\begin{array}{l} R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \{1 - r_d^6 \cdot [1 + 2 \cos(\vartheta_1) + 2 \cos(\vartheta_2) + 2 \cos(\vartheta_3)]\} \\ -2R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] \end{array} \right]}{e^{T_s R/L} - 1}$$

$$b_2 = \frac{\left[\begin{array}{l} R \left\{ 3 + e^{T_s R/L} \cdot r_d^5 \cdot \left(3 + 2 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] \right. \right. \\ \left. \left. + 4 [\cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \right) \right\} \\ \left\{ +2R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] \right. \\ \left. -4R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)] \right\} \end{array} \right]}{e^{T_s R/L} - 1}$$

$$b_3 = \frac{\left[\begin{array}{l} R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left\{ 3 + r_d^4 \cdot \left(3 + 4 [\cos(\vartheta_1) + r \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + 8 \cdot \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right) \right. \\ \left. + 4 [\cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \right\} \\ \left\{ -4R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] - 8R \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) \right\} \\ -4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)] \end{array} \right]}{e^{T_s R/L} - 1}$$

$$b_4 = \frac{\left[\begin{array}{l} R \left\{ 3 + e^{T_s R/L} \cdot r_d^3 \cdot \left(3 + 4 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + 8 \cdot \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right) \right. \\ \left. + 4 [\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3)] \right\} \\ \left\{ +4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot ([\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] + 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)) \right\} \\ +8R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)] \end{array} \right]}{e^{T_s R/L} - 1} \quad (\text{B.15})$$

$$b_5 = \frac{\left[\begin{array}{l} R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left\{ 3 - r_d^2 \cdot \left(3 + 2 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] \right. \right. \\ \left. \left. + 4 [\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3)] \right) \right\} \\ \left\{ -2R \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] \right. \\ \left. -8R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)] \right\} \end{array} \right]}{e^{T_s R/L} - 1}$$

$$b_6 = \frac{\left[\begin{array}{l} R \{1 - e^{T_s R/L} \cdot r_d \cdot [1 + 2 \cos(\vartheta_1) + 2 \cos(\vartheta_2) + 2 \cos(\vartheta_3)]\} \\ +2R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] \end{array} \right]}{e^{T_s R/L} - 1}$$

Denominator :

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = -2 [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)]$$

$$a_2 = 3 + 4 [\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)]$$

$$a_3 = -4 [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)] - 8 \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)$$

$$a_4 = 3 + 4 [\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s)]$$

$$a_5 = -2 [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)]$$

$$a_6 = 1$$

The state function of the bi-frequency discrete resonant controller is:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 C &= [b_0 - b_6 a_0 \quad b_1 - b_6 a_1 \quad b_2 - b_6 a_2 \quad b_3 - b_6 a_3 \quad b_4 - b_6 a_4 \quad b_5 - b_6 a_5] & D &= [b_6]
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

B.3.2 Parallel associated configuration

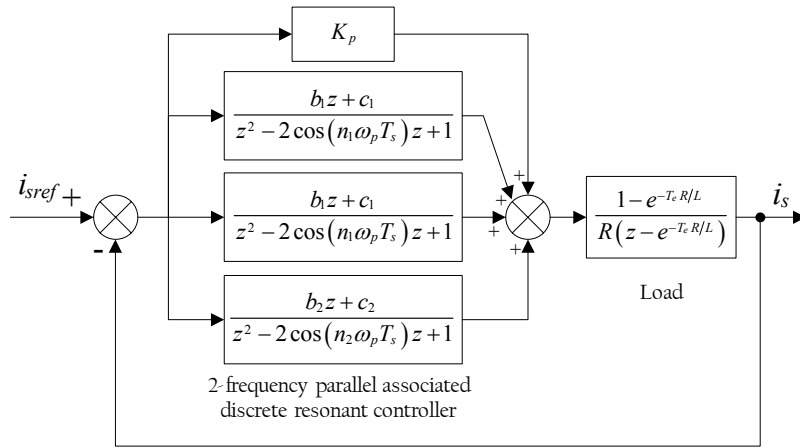


Figure B.8 – The discrete model of AC current control system using 3-frequency parallel associated resonant controller

Figure B.8 gives the discrete model of an AC current control system using tri-frequency parallel associated resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 and n_3 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = (1 - e^{-T_s R/L}) \cdot \left\{ \begin{aligned} & [R(z - e^{-T_s R/L}) + K_p] \cdot \\ & [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1] \\ & + (b_1 z + c_1) [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1] \\ & + (b_2 z + c_2) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1] \\ & + (b_3 z + c_3) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] \end{aligned} \right\} \tag{B.17}$$

The coefficients of controller are expressed by:

$$\begin{aligned}
 K_p &= \frac{R(e^{RT_s/L} \cdot r_6 + r_7) + 4R \cdot e^{RT_s/L} \cdot r_7 \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s)]}{r_7 (e^{RT_s/L} - 1)} \\
 b_1 &= \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot [-r_1 + r_3 - r_5 + r_7 + 2(-r_0 + r_4 + 4r_6) \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) + 4(r_5 + 2r_7) \cdot \cos^2(n_1 \omega_p T_s) + 4r_6 \cdot \cos^3(n_1 \omega_p T_s) + 8r_7 \cdot \cos^4(n_1 \omega_p T_s)]}{4r_7 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_1 \omega_p T_s) - \cos(n_2 \omega_p T_s)] [\cos(n_1 \omega_p T_s) - \cos(n_3 \omega_p T_s)]}
 \end{aligned} \tag{B.18}$$

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \begin{bmatrix} -r_0 + r_2 - r_4 + r_6 + 2(r_1 + r_3 + 2r_7) \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) + 2(r_0 + r_6) \cdot \cos^2(n_1 \omega_p T_s) \\ -4r_7 \cdot \cos^3(n_1 \omega_p T_s) \end{bmatrix}}{4r_7 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_1 \omega_p T_s) - \cos(n_2 \omega_p T_s)] [\cos(n_1 \omega_p T_s) - \cos(n_3 \omega_p T_s)]} \\
 b_2 &= \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \begin{bmatrix} -n_1 + r_3 + r_5 + r_7 + 2(-r_0 + r_4 + 2r_6) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) + 2(r_3 - r_7) \cdot \cos^2(n_2 \omega_p T_s) \\ +8r_6 \cdot \cos^3(n_2 \omega_p T_s) + 16r_7 \cdot \cos^4(n_2 \omega_p T_s) \end{bmatrix}}{4r_7 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_2 \omega_p T_s) - \cos(n_1 \omega_p T_s)] [\cos(n_2 \omega_p T_s) - \cos(n_3 \omega_p T_s)]} \\
 c_2 &= \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \begin{bmatrix} -r_0 + r_2 + r_4 + r_6 + 2(r_1 + r_3 + 2r_7) \cdot \cos(n_2 \omega_p T_s) + 2(r_0 - r_6) \cdot \cos^2(n_2 \omega_p T_s) \\ -8r_7 \cdot \cos^3(n_2 \omega_p T_s) \end{bmatrix}}{4r_7 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_2 \omega_p T_s) - \cos(n_1 \omega_p T_s)] [\cos(n_2 \omega_p T_s) - \cos(n_3 \omega_p T_s)]} \\
 b_3 &= \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \begin{bmatrix} -n_1 + r_3 - r_5 + r_7 + 2(-r_0 + r_4 + 2r_6) \cdot \cos(n_3 \omega_p T_s) + 4(r_3 + r_7) \cdot \cos^2(n_3 \omega_p T_s) \\ +8r_6 \cdot \cos^3(n_3 \omega_p T_s) + 16r_7 \cdot \cos^4(n_3 \omega_p T_s) \end{bmatrix}}{4r_7 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_3 \omega_p T_s) - \cos(n_1 \omega_p T_s)] [\cos(n_3 \omega_p T_s) - \cos(n_2 \omega_p T_s)]} \\
 c_3 &= \frac{R \cdot e^{RT_s/L} \cdot \begin{bmatrix} -r_0 + r_2 - r_4 + r_6 + 2(r_1 + r_3 + 2r_7) \cdot \cos(n_3 \omega_p T_s) + 4(r_0 - r_6) \cdot \cos^2(n_3 \omega_p T_s) \\ -8r_7 \cdot \cos^3(n_3 \omega_p T_s) \end{bmatrix}}{4r_7 (e^{RT_s/L} - 1) [\cos(n_3 \omega_p T_s) - \cos(n_1 \omega_p T_s)] [\cos(n_3 \omega_p T_s) - \cos(n_2 \omega_p T_s)]}
 \end{aligned} \tag{B.18}$$

$$\text{with: } \begin{cases} r_0 = -r_d^7 \\ n_1 = r_d^6 \cdot \{1 + 2[\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)]\} \\ r_2 = r_d^5 \cdot \begin{cases} -3 - 2[\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)] \\ -4[\cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_3) + \cos(\mathcal{G}_2)\cos(\mathcal{G}_3)] \end{cases} \\ r_3 = r_d^4 \cdot \begin{cases} 3 + 4[\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)] + 8\cos(m_1 T_e)\cos(m_2 T_e)\cos(m_3 T_e) \\ +4[\cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_3) + \cos(\mathcal{G}_2)\cos(\mathcal{G}_3)] \end{cases} \\ r_4 = r_d^3 \cdot \begin{cases} -3 - 4[\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)] - 8\cos(m_1 T_e)\cos(m_2 T_e)\cos(m_3 T_e) \\ -4[\cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_3) + \cos(\mathcal{G}_2)\cos(\mathcal{G}_3)] \end{cases} \\ r_5 = r_d^2 \cdot \begin{cases} 3 + 2[\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)] \\ +4[\cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_1)\cos(\mathcal{G}_3) + \cos(\mathcal{G}_2)\cos(\mathcal{G}_3)] \end{cases} \\ r_6 = r_d \cdot \{-1 - 2[\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2) + \cos(\mathcal{G}_3)]\} \\ r_7 = 1 \end{cases}$$

The state functions of each resonant element:

$$\begin{aligned}
 1^{\text{st}}: \quad & \begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2\cos(n_1 \omega_p T_s) \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_1 &= [c_1 \quad b_1] & D_1 &= [0] \end{aligned} & 2^{\text{nd}}: \quad & \begin{aligned} A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2\cos(n_2 \omega_p T_s) \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_2 &= [c_2 \quad b_2] & D_2 &= [0] \end{aligned} \\
 3^{\text{rd}}: \quad & \begin{aligned} A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2\cos(n_3 \omega_p T_s) \end{bmatrix} & B_3 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_3 &= [c_3 \quad b_3] & D_3 &= [0] \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{B.19}$$

B.4 Four-frequency

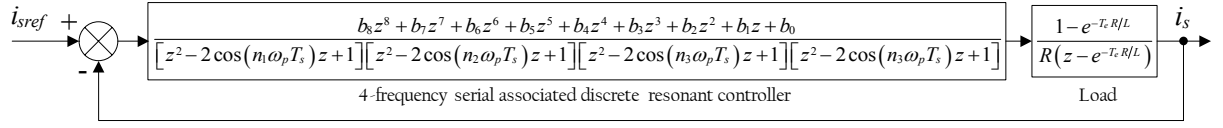


Figure B.9 – The discrete model of AC current control system using 4-frequency serial associated resonant controller

Figure B.9 gives the discrete model of an AC current control system using four-frequency resonant controller. ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 , n_3 and n_4 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = \left[R \cdot (z - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] \cdot [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] \cdot [z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1] \cdot [z^2 - 2 \cos(n_4 \omega_p T_s) z + 1] + (1 - e^{-T_s \cdot R/L}) \cdot (b_8 z^8 + b_7 z^7 + b_6 z^6 + b_5 z^5 + b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \right] \quad (\text{B.20})$$

The criterion polynomial of *Generalized Stability Margin*:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_d) [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_1) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_2) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_3) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_4) z + r_d^2] \quad (\text{B.21})$$

with:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= -r_d^9 \\ r_1 &= r_d^8 \cdot \{1 + 2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)]\} \\ r_2 &= -r_d^7 \cdot \left\{ 4 + 2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)] + 4 \left[\begin{aligned} &\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_4) \\ &+ \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \end{aligned} \right] \right\} \\ r_3 &= r_d^6 \cdot \left\{ \begin{aligned} &4 + 6[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)] \\ &+ 4[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4)] \\ &+ 8[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_2)] \end{aligned} \right\} \\ r_4 &= -r_d^5 \cdot \left\{ \begin{aligned} &6 + 6[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)] + 16 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \\ &+ 8[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4)] \\ &+ 8[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_2)] \end{aligned} \right\} \\ r_5 &= r_d^4 \cdot \left\{ \begin{aligned} &6 + 6[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)] + 16 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \\ &+ 8[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4)] \\ &+ 8[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_2)] \end{aligned} \right\} \\ r_6 &= -r_d^3 \cdot \left\{ \begin{aligned} &4 + 6[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)] \\ &+ 4[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4)] \\ &+ 8[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \cos(\vartheta_2)] \end{aligned} \right\} \\ r_7 &= r_d^2 \cdot \left\{ 4 + 2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)] + 4 \left[\begin{aligned} &\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_4) \\ &+ \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_4) + \cos(\vartheta_3) \cos(\vartheta_4) \end{aligned} \right] \right\} \\ r_8 &= -r_d \cdot \{1 + 2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_4)]\} \\ r_9 &= 1 \end{aligned} \right. \quad (\text{B.22})$$

Denominator :

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = -2[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_4\omega_p T_s)]$$

$$a_2 = 4 + 4 \left[\begin{array}{l} \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \\ + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \end{array} \right]$$

$$a_3 = \left\{ \begin{array}{l} -6[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_4\omega_p T_s)] \\ -8 \left[\begin{array}{l} \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \\ + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$a_4 = \left\{ \begin{array}{l} 6 + 8 \left[\begin{array}{l} \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \\ + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \end{array} \right] \\ + 16[\cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s)] \end{array} \right\}$$

$$a_5 = \left\{ \begin{array}{l} -6[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_4\omega_p T_s)] \\ -8 \left[\begin{array}{l} \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \\ + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$a_6 = 4 + 4 \left[\begin{array}{l} \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \\ + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)\cos(n_4\omega_p T_s) \end{array} \right]$$

$$a_7 = -2[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_4\omega_p T_s)]$$

$$a_8 = 1$$

(B.23)

The state function of the bi-frequency discrete resonant controller is:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(B.24)

$$C = [b_0 - b_8 a_0 \quad b_1 - b_8 a_1 \quad b_2 - b_8 a_2 \quad b_3 - b_8 a_3 \quad b_4 - b_8 a_4 \quad b_5 - b_8 a_5 \quad b_6 - b_8 a_6 \quad b_7 - b_8 a_7] \quad D = [b_8]$$

APPENDIX C

TIME-DELAY ROBUST SELF-TUNING RESONANT CONTROLLERS

C.1 Single-frequency

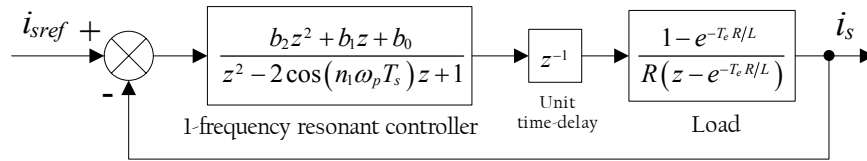


Figure C.1 – AC current control system with unit time-delay (1-frequency resonant controller)

Figure C.1 gives the model of a unit time-delay control system using single-frequency resonant controller. Wherein, ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}) and n_1 represents the harmonic order. T_s is the system sample time. z^{-1} represents unit time-delay introduced in the real-time control system.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(z) = R \cdot z(z - e^{-T_s R/L}) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] + (1 - e^{-T_s R/L})(b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \quad (C.1)$$

The *criterion polynomial* used to identify the characteristic polynomial is expressed by:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_0)(z - r_d) [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta) z + r_d^2] \quad (C.2)$$

By this means, four closed-loop poles are placed in the z -plane Pole-Zero Map as illustrated in Figure C.2. Three original system poles are fixed on the circle with a radius of r_d and the supplementary pole P_0 lies on the real axis. The location of P_0 is determined by r_0 , which varies with the resonant frequency ω_p .

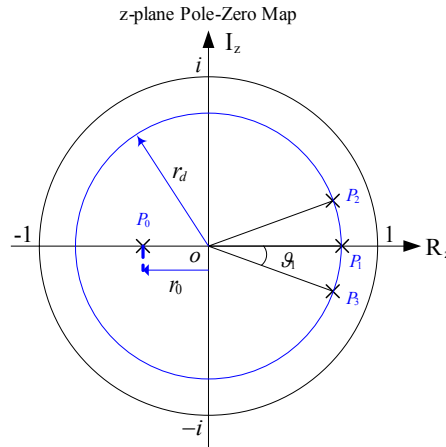


Figure C.2 – Pole locations of unit time-delay control system using 1-frequency resonant controller

The coefficients of controller are expressed by:

$$\begin{aligned}
 &\text{Numerator :} \\
 b_0 &= \frac{-Rr_d^4 \cdot e^{T_s R/L} \cdot [1 - \cos(\vartheta_1)] + Rr_d^3 [1 + 2e^{T_s R/L} \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s)]}{e^{T_s R/L} - 1} \\
 b_1 &= \frac{\left\{ R[1 - r_d^2 + 2r_d^2(1 + r_d \cdot e^{T_s R/L}) \cos(\vartheta_1) + 2r_d^2 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \cos^2(\vartheta_1)] \right. \\
 &\quad \left. + 2r_d^2 \cdot e^{T_s R/L} \cdot [1 + 2 \cos(\vartheta_1)] \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \right\}}{e^{T_s R/L} - 1} \\
 b_2 &= \frac{\left\{ R[r_d - e^{T_s R/L} + 2r_d(1 - r_d \cdot e^{T_s R/L}) \cos(\vartheta_1) + 4r_d^2 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \cos(\vartheta_1)] \right. \\
 &\quad \left. - [2R(1 - r_d \cdot e^{T_s R/L} \cdot [1 + 2 \cos(\vartheta_1)])] \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \right\}}{e^{T_s R/L} - 1} \tag{C.3} \\
 &\text{Denominator :} \\
 a_0 &= 1 \\
 a_1 &= -2 \cos(n_1 \omega_p T_s) \\
 a_2 &= 1 \\
 &\text{Supplementary pole location (P}_0\text{):} \\
 r_0 &= e^{-T_s R/L} - r_d - 2[\cos(n_1 \omega_p T_s) - r_d \cdot \cos(\vartheta_1)]
 \end{aligned}$$

The state function of the controller is:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 C &= [b_0 - b_2 a_0 \quad b_1 - b_2 a_1] & D &= [b_2]
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

C.2 Bi-frequency

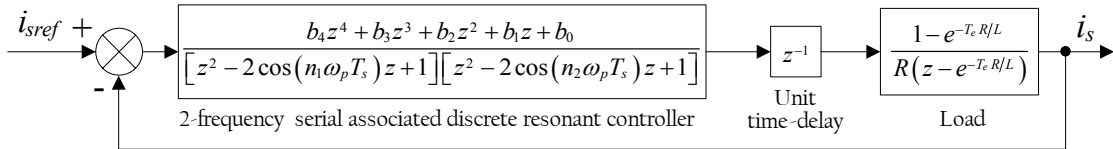


Figure C.3 – AC current control system with unit time-delay (2-frequency resonant controller)

Figure C.3 gives the model of a unit time-delay control system using bi-frequency resonant controller. Wherein, ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 and n_2 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time. z^{-1} represents unit time-delay introduced in the real-time control system.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = \left\{ R \cdot z(z - e^{-T_s R/L}) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] \right. \\
 \left. + (1 - e^{-T_s R/L})(b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \right\} \tag{C.5}$$

The **critierion polynomial** used to identify the characteristic polynomial is given by:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_d) \left[z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_1)z + r_d^2 \right] \left[z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_2)z + r_d^2 \right] \quad (C.6)$$

By this means, six closed-loop poles are placed in the z-plane Pole-Zero Map as illustrated in Figure C.4. Five original system poles are fixed on the circle with a radius of r_d and the supplementary pole P_0 lies on the real axis. The location of P_0 is determined by r_0 , which varies with the resonant frequency ω_p .

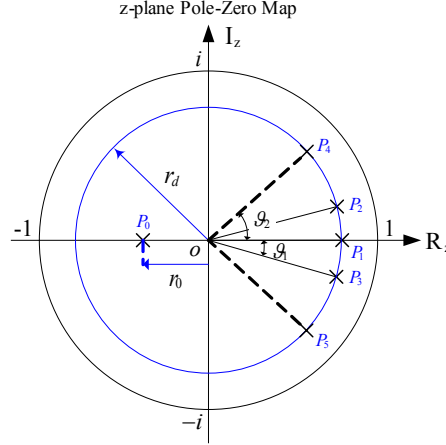


Figure C.4 – Pole locations of unit time-delay control system using 2-frequency resonant controller

The **coefficients of controller** are expressed by:

$$\begin{aligned} & \text{Numerator:} \\ b_0 &= \frac{\left[Rr_d^5 \cdot \{1 + r_d \cdot e^{T_s R/L} \cdot [1 + 2 \cos(\vartheta_1) + 2 \cos(\vartheta_2)]\} + 2Rr_d^5 \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1 T_e \omega_p) - \cos(n_2 T_e \omega_p)] \right]}{e^{T_s R/L} - 1} \\ b_1 &= \frac{\left[R \left\{ 1 - r_d^4 - 2r_d^4 (2e^{T_s R/L} - 1) [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)] + 4r_d^5 \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(\vartheta_1) - \cos(\vartheta_2)]^2 \right\} \right. \\ & \quad \left. - 2Rr_d^4 \cdot e^{T_s R/L} [1 + 2 \cos(\vartheta_1) + 2 \cos(\vartheta_2)] [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \right]}{e^{T_s R/L} - 1} \\ b_2 &= \frac{\left[\left\{ \begin{aligned} & 2r_d^3 - 2r_d^3 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + 2 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \\ & R \left\{ \begin{aligned} & 1 + r_d^4 + 4r_d^4 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)] + 4r_d^4 [\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2)] \\ & - e^{T_s R/L} \cdot [4r_d^4 (3 + 2 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)]) \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2R \{ 1 - e^{T_s R/L} \cdot 2r_d^3 [1 + \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + 2 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \} \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \right\} \right]}{e^{T_s R/L} - 1} \\ b_3 &= \frac{\left[\left\{ \begin{aligned} & 2 + 2r_d^2 [1 + \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + 2 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \\ & R \left\{ \begin{aligned} & + e^{T_s R/L} \cdot 4r_d^3 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + [\cos(\vartheta_1) - \cos(\vartheta_2)]^2 + 2 [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)] \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2R \cdot e^{T_s R/L} \cdot (1 - 2r_d^2 [1 + \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + 2 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2)]) \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \right\} \right. \\ & \quad \left. + 4R \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) \right]}{e^{T_s R/L} - 1} \\ b_4 &= \frac{\left[\left\{ \begin{aligned} & r_d [1 + \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)] \\ & + e^{T_s R/L} \cdot (-2 + r_d^2 [1 - 2 \cos(\vartheta_1) - 2 \cos(\vartheta_2) - 4 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) - 4 \cos^2(\vartheta_1) - 4 \cos^2(\vartheta_2)]) \end{aligned} \right\} \right. \\ & \quad \left. + 2R (1 - e^{T_s R/L} \cdot r_d [1 + 2 \cos(\vartheta_1) + 2 \cos(\vartheta_2)]) \cdot [\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s)] \right. \\ & \quad \left. - 4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) \right]}{e^{T_s R/L} - 1} \end{aligned} \quad (C.7)$$

Denominator :

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = -2[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)]$$

$$a_2 = 2 + 4 \cdot \cos(n_1\omega_p T_s) \cdot \cos(n_2\omega_p T_s)$$

$$a_3 = -2[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)]$$

$$a_4 = 1$$

(C.7)

Supplementary pole location (P_0) :

$$r_0 = e^{-T_s R/L} - r_d - 2r_d [\cos(\mathcal{G}_1) + \cos(\mathcal{G}_2)] + 2[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)]$$

The state function of the controller is:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [b_0 - b_4 a_0 \quad b_1 - b_4 a_1 \quad b_2 - b_4 a_2 \quad b_3 - b_4 a_3] \quad D = [b_4]$$

(C.8)

C.3 Tri-frequency

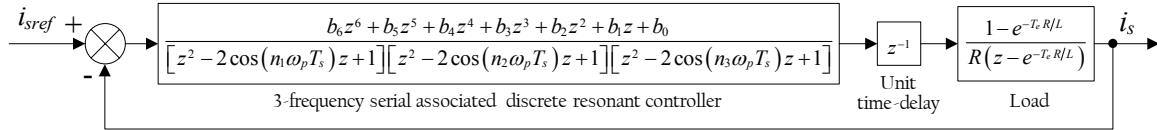


Figure C.5 – AC current control system with unit time-delay (3-frequency resonant controller)

Figure C.5 gives the model of a unit time-delay control system using tri-frequency resonant controller. Wherein, ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 and n_3 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time. z^{-1} represents unit time-delay introduced in the real-time control system.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = \left\{ \begin{array}{l} R \cdot z(z - e^{-T_s R/L}) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1] \\ + (1 - e^{-T_s R/L}) (b_6 z^6 + b_5 z^5 + b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \end{array} \right\} \quad (C.9)$$

The criterion polynomial used to identify the characteristic polynomial is given by:

$$P_{GSM}(z) = (z - r_0)(z - r_d) [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_1) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_2) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\mathcal{G}_3) z + r_d^2] \quad (C.10)$$

By this means, eight closed-loop poles are placed in the z-plane Pole-Zero Map as illustrated in Figure C.6. Seven original system poles are fixed on the circle with a radius of r_d and the supplementary pole P_0 lies on the real axis. The location of P_0 is determined by r_0 , which varies with the resonant frequency ω_p .

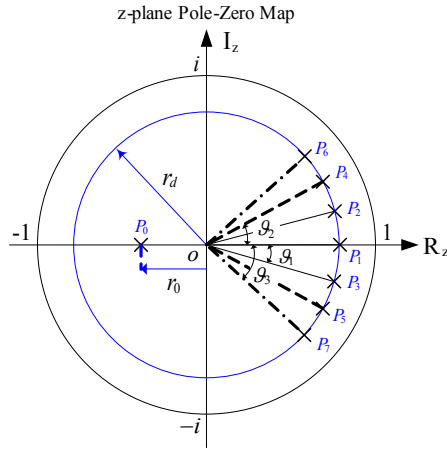


Figure C.6 – Pole locations of unit time-delay control system using 3-frequency resonant controller

The coefficients of controller are expressed by:

Numerator (Part 1):

$$b_0 = \frac{Rr_d^7 \left\{ 1 + e^{T_s R/L} \cdot r_d \left[1 + \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \right\} + 2Rr_d^7 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left[\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s) \right]}{e^{T_s R/L} - 1}$$

$$b_1 = \frac{R \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[1 - r_d^6 + 2r_d^6 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + 2r_d^7 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left(\left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] + \left[\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2) + \cos^2(\vartheta_3) \right] \right) \right\}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & + 2Rr_d^6 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left(1 + 2 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \right) \cdot \left[\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s) \right] \end{aligned} \right.}$$

$$b_2 = \frac{R \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[r_d^5 + 2r_d^5 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + 4 \left[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right\}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & - e^{T_s R/L} \cdot \left[1 - 2r_d^6 + r_d^6 \left(\begin{aligned} & 6 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] + 4 \left[\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2) + \cos^2(\vartheta_3) \right] \right) \right. \\ & \left. + 12 \left[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + 24 \left[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) + \cos^2(\vartheta_1) \left[\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + \cos^2(\vartheta_2) \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3) \right] + \cos^2(\vartheta_3) \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) \right] \right] \right\} \right. \\ & + 2R \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[1 + r_d^5 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left(3 + 2r_d^5 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + 4 \left[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right) \right] \right\} \\ & \cdot \left[\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s) \right] \end{aligned} \right.}$$

$$b_3 = \frac{R \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[3 - 3r_d^4 + 2r_d^4 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) + 2 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + 4r_d^5 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left(\begin{aligned} & \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] + \left[\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2) + \cos^2(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + 2 \left[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. + 2 \left[2 + \cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] \cdot \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \right] \cos^2(\vartheta_1) + \left[\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_1) \right] \cos^2(\vartheta_2) + \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) \right] \cos^2(\vartheta_3) \right) \right\}}{e^{T_s R/L} - 1} \\ & + 2R \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[1 + r_d^4 - 4r_d^4 \left[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3) \right] - 2r_d^4 \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right. \\ & \left. - 2r_d^4 \left[\cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1) \cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2) \cos(\vartheta_3) \right] \right\} \\ & \cdot \left[\cos(n_1 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_3 \omega_p T_s) \right] \\ & + 4R \cdot \left[\cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_2 \omega_p T_s) + \cos(n_1 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) + \cos(n_2 \omega_p T_s) \cos(n_3 \omega_p T_s) \right] \end{aligned} \right.}$$

Numerators (Part 2):

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} r_d^3 \left[3 + 2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] - 4[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \right] \\ + 8\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3) \end{array} \right] \\
 & R \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 3[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + 8[\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2) + \cos^2(\vartheta_3)] \\ + 16[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \end{array} \right] \\ - e^{T_s R/L} \cdot \left[\begin{array}{l} 2 - r_d^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} + 8 \left\{ \begin{array}{l} + \cos^2(\vartheta_1)[\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + \cos^2(\vartheta_2)[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3)] \\ + \cos^2(\vartheta_3)[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)] \end{array} \right\} \\ + [8 + 16[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)]]\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3) \end{array} \right\} \end{array} \right. \\
 & + 2R \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 2 + 4[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] \\ 2 - e^{T_s R/L} \cdot r_d^3 \cdot \left\{ \begin{array}{l} + 4[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \\ + 8\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3) \end{array} \right\} \end{array} \right] \\ \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)] \end{array} \right\} \\
 & - 4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)] \\
 & - 8R\cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) \\
 & b_4 = \frac{\phantom{R \cdot \left\{ \right.}}{e^{T_s R/L} - 1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 3 + r_d^2 - 2r_d^2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] - 4r_d^2[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \\ + 2[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \end{array} \right] \\ + 4r_d^3 \cdot e^{T_s R/L} \cdot \left[\begin{array}{l} [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + [\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2) + \cos^2(\vartheta_3)] \\ + 2[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \\ + 2 \left\{ \begin{array}{l} + \cos^2(\vartheta_1)[\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + \cos^2(\vartheta_2)[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_3)] \\ + \cos^2(\vartheta_3)[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2)] \end{array} \right\} \\ + 4\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3) \end{array} \right] \end{array} \right] \\
 & + R e^{T_s R/L} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 4 - r_d^2 - 4r_d^2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] \\ - 8r_d^2[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \end{array} \right] \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)] \\ + 4R \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)] \\ + 8R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)] \end{array} \right\} \\
 & b_5 = \frac{\phantom{R \cdot \left\{ \right.}}{e^{T_s R/L} - 1}
 \end{aligned}
 \tag{C.11}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} r_d + r_d [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] \\ + e^{T_s R/L} \cdot \left[\begin{array}{l} -3 + 2r_d^2 - 2r_d^2[\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] - 4r_d^2[\cos^2(\vartheta_1) + \cos^2(\vartheta_2) + \cos^2(\vartheta_3)] \\ - 4r_d^2[\cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_1)\cos(\vartheta_3) + \cos(\vartheta_2)\cos(\vartheta_3)] \end{array} \right] \end{array} \right] \\
 & + R \cdot \left[\begin{array}{l} 1 + e^{T_s R/L} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 2r_d + 4r_d [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] \end{array} \right\} \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)] \\ - 4R \cdot e^{T_s R/L} \cdot [\cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_1\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s)\cos(n_3\omega_p T_s)] \end{array} \right] \\
 & b_6 = \frac{\phantom{R \cdot \left\{ \right.}}{e^{T_s R/L} - 1}
 \end{aligned}$$

Denominator :

$$\begin{aligned}
 & a_0 = 1 \\
 & a_1 = -2[\cos(n_1 T_e \omega_p) + \cos(n_2 T_e \omega_p) + \cos(n_3 T_e \omega_p)] \\
 & a_2 = 3 + 4[\cos(n_1 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_2 T_e \omega_p) + \cos(n_1 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_3 T_e \omega_p) + \cos(n_2 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_3 T_e \omega_p)] \\
 & a_3 = -4[\cos(n_1 T_e \omega_p) + \cos(n_2 T_e \omega_p) + \cos(n_3 T_e \omega_p)] - 8 \cdot \cos(n_1 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_2 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_3 T_e \omega_p) \\
 & a_4 = 3 + 4[\cos(n_1 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_2 T_e \omega_p) + \cos(n_1 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_3 T_e \omega_p) + \cos(n_2 T_e \omega_p) \cdot \cos(n_3 T_e \omega_p)] \\
 & a_5 = -2[\cos(n_1 T_e \omega_p) + \cos(n_2 T_e \omega_p) + \cos(n_3 T_e \omega_p)] \\
 & a_6 = 1
 \end{aligned}$$

 Supplementary pole location (P_0) :

$$r_0 = e^{-T_s R/L} - r_d - 2r_d [\cos(\vartheta_1) + \cos(\vartheta_2) + \cos(\vartheta_3)] + 2[\cos(n_1\omega_p T_s) + \cos(n_2\omega_p T_s) + \cos(n_3\omega_p T_s)]$$

The state function of the bi-frequency discrete resonant controller is:

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 C &= [b_0 - b_6 a_0 \quad b_1 - b_6 a_1 \quad b_2 - b_6 a_2 \quad b_3 - b_6 a_3 \quad b_4 - b_6 a_4 \quad b_5 - b_6 a_5] & D &= [b_6]
 \end{aligned} \tag{C.12}$$

C.4 Four-frequency resonant controller

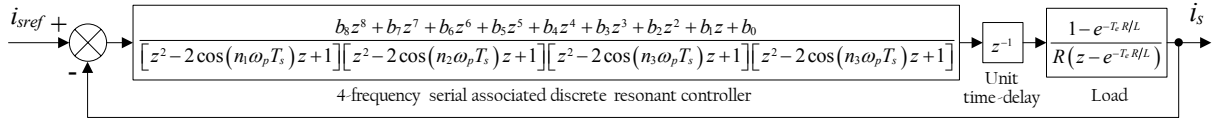


Figure C.7 – Discrete control system model using 4-frequency serial associated resonant controller

Figure C.7 gives the model of a unit time-delay control system using four-frequency resonant controller. Wherein, ω_p is the fundamental resonant frequency of the current reference (i_{sref}). n_1 , n_2 , n_3 and n_4 represent the harmonic orders. T_s is the system sample time. z^{-1} represents unit time-delay introduced in the real-time control system.

The closed-loop characteristic polynomial is:

$$P(s) = \begin{bmatrix} R \cdot z(z - e^{-T_s R/L}) [z^2 - 2 \cos(n_1 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_2 \omega_p T_s) z + 1] \\ \cdot [z^2 - 2 \cos(n_3 \omega_p T_s) z + 1] [z^2 - 2 \cos(n_4 \omega_p T_s) z + 1] \\ + (1 - e^{-T_s R/L}) (b_8 z^8 + b_7 z^7 + b_6 z^6 + b_5 z^5 + b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0) \end{bmatrix} \tag{C.13}$$

The criterion polynomial of **Generalized Stability Margin**:

$$P_{GSM}(z) = \left\{ \begin{aligned} &(z - r_0)(z - r_d) [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_1) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_2) z + r_d^2] \\ &\cdot [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_3) z + r_d^2] [z^2 - 2r_d \cos(\vartheta_4) z + r_d^2] \end{aligned} \right\} \tag{C.14}$$

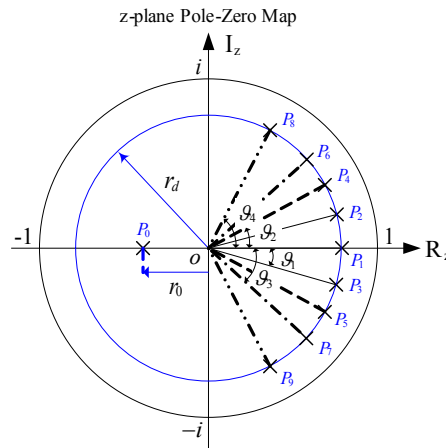


Figure C.8 – Pole locations of unit time-delay control system using 4-frequency resonant controller

By this means, eight closed-loop poles are placed in the z-plane Pole-Zero Map as illustrated in Figure C.8. Nine original system poles are fixed on the circle with a radius of r_d and the supplementary pole P_0 lies on the real axis. The location of P_0 is determined by r_0 , which varies with the resonant frequency ω_p .

The state function of the bi-frequency discrete resonant controller is:

$$\begin{aligned}
 A = & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 \end{bmatrix} & B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 C = & [b_0 - b_8 a_0 \quad b_1 - b_8 a_1 \quad b_2 - b_8 a_2 \quad b_3 - b_8 a_3 \quad b_4 - b_8 a_4 \quad b_5 - b_8 a_5 \quad b_6 - b_8 a_6 \quad b_7 - b_8 a_7] & D = [b_8]
 \end{aligned} \tag{C.16}$$

APPENDIX D

LABORATORY SETUPS

D.1 PMSM control setup

This PMSM laboratory setup consists of:

- A three-phase IGBT inverter.
- A 2kW PMSM as active and a DC motor as a passive load.
- dSPACE DS1104 card inserted into a PC.
- Interface board and measurement system.
- Integrated software

The main electrical and mechanical parameters of the test system are given in Table D-1 and D-2, respectively.

TABLE D-1
ELECTRICAL PARAMETERS OF THE LABORATORY PMSM TEST SYSTEM

Parameters	Value
Type	Permanent magnet synchronous motor
Rated current	5.3 [A]
Rated voltage (line-to-line)	220 [V]
Number of pole pairs	$p = 3$
Armature resistance	$R = 2.0 [\Omega]$ / phase
DC component of self inductance	$L_{s0} = 4.9$ [mH]
2 nd harmonic of self inductance	$L_{s2} = -0.1$ [mH]
DC component of mutual inductance	$M_{s0} = -0.785$ [mH]
2 nd harmonic of self inductance	$M_{s2} = -0.38$ [mH]
Max value of the fundamental rotor PM flux per phase	$\hat{\phi}_f = 0.19$ [Wb]
Relative Magnitude of the 3 rd harmonic of rotor PM flux	$\lambda_3 = 0.0801$
Relative Magnitude of the 5 th harmonic of rotor PM flux	$\lambda_5 = -0.0061$
Relative Magnitude of the 7 th harmonic of rotor PM flux	$\lambda_7 = 0.0004$
DC-link voltage	100 [V]
IGBT switching frequency	20 [kHz]

TABLE D-2
MECHANICAL PARAMETERS OF THE LABORATORY PMSM TEST SYSTEM

Parameters	Value
Load machine:	DC machine
Moment of inertia:	$J = 3.8 \times 10^{-3} [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
Coefficient of kinetic friction:	$\mu_k = [\text{N} \cdot \text{m} / (\text{rad} \cdot \text{s})]$
Coefficient of static friction:	$\mu_s = [\text{N} \cdot \text{m} / (\text{rad} \cdot \text{s})]$

The power converters are controlled by DS1104 DSP real-time controller board. With two microprocessors (PowerPC604e – 250MHz, TMS320F240 – 20MHz) and four high resolution analog-to-digital (A/D) converters (12bit), this board provides a very fast processing for floating point calculations and is an ideal solution for developing the controllers in various industrial fields. The Real-Time Interface provides Simulink blocks for convenient configuration of A/D, D/A, digital I/O lines, incremental encoder interface and PWM generation. Figure D.1 depicts the simplified block scheme of DS1104.

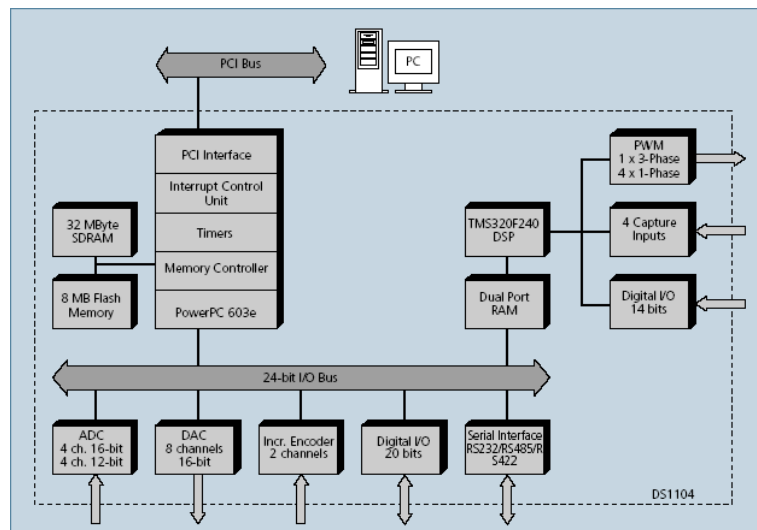
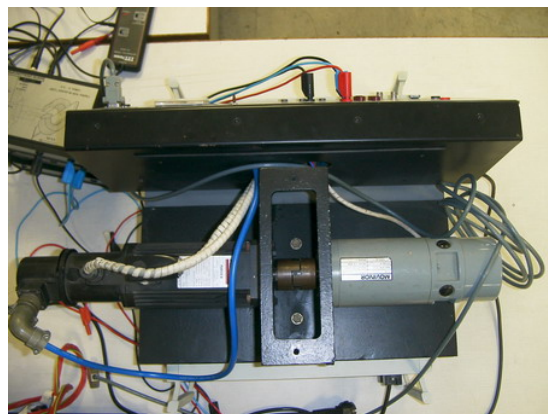


Figure D.1 – Block scheme of DS1104



(a) Interface, measurements and PC with DS1104 board



(b) Studied PMSM

Figure D.2 – View of the laboratory PMSM setup

Operation in DS1104 is provided by an integrated program – *ControlDesk* (Figure D.3), which make it possible to reconfigure the control algorithm and change the parameters in real-time.

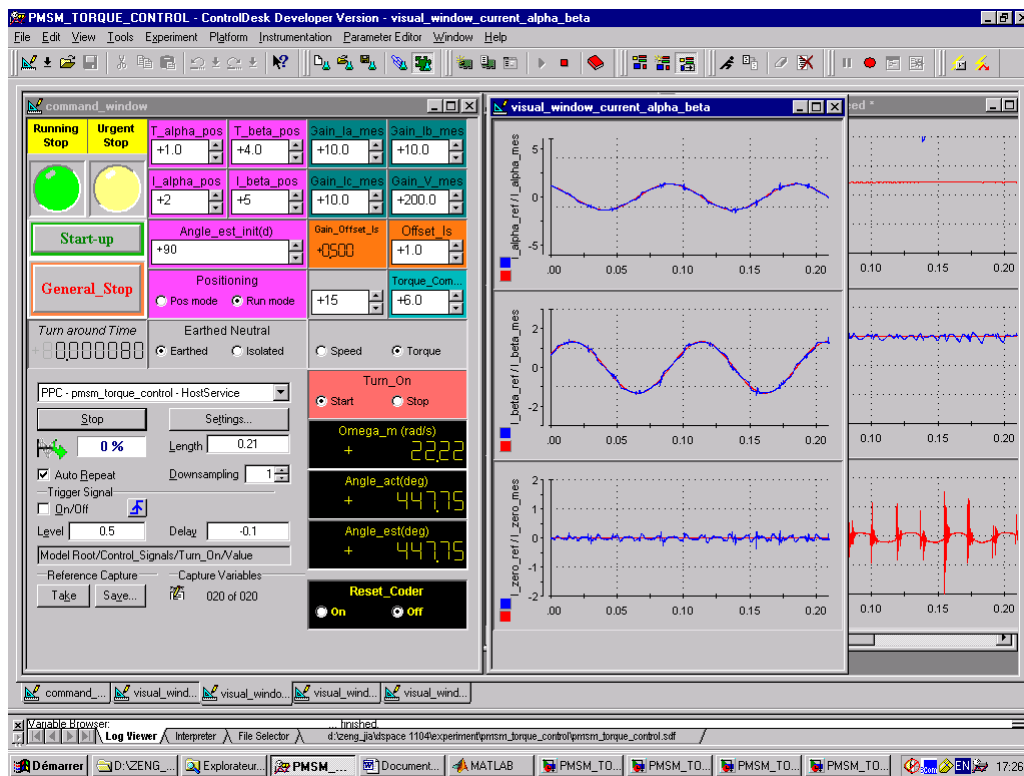


Figure D.3 – Block scheme of DS1104

D.2 PMLSM control setup



Figure D.4 – Laboratory PMLSM test bench

TABLE D-3
ELECTRICAL PARAMETERS OF THE LABORATORY PMLSM TEST SYSTEM

Parameters	Value	
Type:	INDRAMAT LSP120C-RU2-CK-SN025-066	
Rated current:	51 [A]	
Maximum current:	175 [A]	
Rated voltage (line-to-line):	220 [V]	
Rated thrust:	3100 [N]	
Maximum thrust:	7800 [N]	
Attraction force:	20100 [N]	
Pole pitch:	$\tau = 37.5$ [mm]	
Electrical position constant:	$N_p = 83.8$ [rad/m]	
Armature resistance:	$R = 1.1$ [Ω]/phase	
Cyclic inductance:	$L - M = 6$ [mH]	
Max value of the fundamental rotor PM flux per phase	$\hat{\phi}_f = 0.65$ [Wb]	
Relative Magnitudes of the rotor PM flux harmonics:	5 th harmonic	$\lambda_5 = -0.00532$
	7 th harmonic	$\lambda_7 = 6.0486 \times 10^{-5}$
	11 th harmonic	$\lambda_{11} = 4.1172 \times 10^{-5}$
DC-link voltage:	580 [V]	
IGBT switching frequency:	10 [kHz]	

TABLE D-4
MECHANICAL PARAMETERS OF THE LABORATORY PMLSM TEST SYSTEM

Parameters	Value
Mass of the mobile part	$M = 385.5$ [kg]
Coefficient of kinetic friction:	$\mu_k = 452$ [N/m · s ⁻¹]
Static friction:	$f_s = 156$ [N]