

THESE

présentée à

**L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE LILLE**

Ecole Doctorale des Sciences Pour l'Ingénieur

par Michaël MEHEUT

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR

Spécialité : Mécanique des Fluides et Aérodynamique

**EVALUATION DES COMPOSANTES PHENOMENOLOGIQUES
DE LA TRAINEE D'UN AVION
A PARTIR DE RESULTATS EXPERIMENTAUX**

Soutenue le 12 décembre 2006 devant la commission d'examen formée de :

M. P.ARDONCEAU	Chargé de Recherche, CNRS, LEA, Poitiers	Rapporteur
M. P.DEVINANT	Professeur, Université d'Orléans	Rapporteur
M. D.BUISINE	Professeur, Université de Lille	Président
M. A.MERLEN	Professeur, Université de Lille	Directeur
M. D.BAILLY	Ingénieur de Recherche, ONERA, Châtillon	Examineur
M. P.ROSTAND	Ingénieur, Dassault-Aviation, Saint-Cloud	Examineur
M. P.LARRIEU	Ingénieur, Airbus France, Toulouse	Examineur

Remerciements

L'étude présentée dans ce mémoire a été financée par l'Office National d'études et de Recherche Aéronautique (ONERA) et a été réalisée au sein du Département D'Aérodynamique Appliquée (DAAP) dans l'unité Avions Civils (ACI). J'adresse donc mes remerciements aux directeurs successifs du DAAP, Jean-Jacques THIBERT et Patrick CHAMPIGNY et au responsable de ACI, Joël RENEAUX, pour m'avoir accueilli au sein de leur équipe.

Un très grand merci à Didier BAILLY qui m'a permis de travailler sur un sujet enrichissant et passionnant et qui m'a encadré avec bonne humeur et rigueur pendant ces trois années de thèse. Je le remercie pour la disponibilité dont il a fait preuve pour me conseiller, me guider, en partageant sans limite ses connaissances et son expérience.

Je remercie Alain MERLEN pour m'avoir fait l'honneur d'assurer la direction de cette thèse. Je remercie également les rapporteurs, Pascal ARDONCEAU et Philippe DEVINANT ; le président, Daniel BUISINE ; et les membres du jury, Philippe ROSTAND et Pascal LARRIEU ; d'avoir accepté d'évaluer ce travail.

Je souhaite également remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu le plaisir de collaborer au cours de cette thèse. Daniel DESTARAC et Sébastien ESQUIEU pour leur aide précieuse sur *ffd*, Sylvain MOUTON pour son maillage sur le Falcon générique, Odile LABBE pour ses explications sur le code PEGASE. Je remercie également toutes les personnes de ACI pour les discussions enrichissantes que j'ai pu avoir tout au long des trois ans de thèse. Je pense notamment à Jean-Luc GODARD pour son expérience des essais en soufflerie, Frédéric MOENS pour ses connaissances dans le domaine de l'hypersustentation et Saloua BEN KHELIL, ma collègue de bureau, pour son aide quotidienne.

Un autre grand merci à toute l'équipe des croissants du vendredi pour ces moments de joie et convivialité du vendredi matin (Itham, Jean-Luc, Mickaël, Saloua, Sébastien, Sylvain, Vincent).

Enfin, je remercie tous mes proches pour leur soutien pendant ces trois ans (famille et amis...). Je pense en particulier à mon père et à Audrey qui est devenue ma femme au milieu de cette thèse.

Table des matières

Introduction générale	1
I Etat de l’art	5
1 Prévission de la traînée	7
1.1 Méthodes de prévission de la traînée	7
1.1.1 Mesures balance	7
1.1.2 Approche champ proche	8
1.1.3 Approche champ lointain	8
1.2 Description théorique de l’approche champ lointain	11
1.3 Méthodes de décomposition de la traînée	13
1.3.1 Formulations pour les écoulements non portants	14
1.3.2 Formulations pour les écoulements portants	15
1.4 Décomposition de la traînée de profil en composantes visqueuse et de choc . .	19
1.4.1 Méthode de Kusunose	20
1.4.2 Méthode du coefficient de diffusion	22
1.4.3 Exemple de décomposition de la traînée de profil	24
1.5 Conclusion partielle	24
2 Moyens de mesure et méthodes de post-traitement	27
2.1 Moyens de mesure	27
2.1.1 Problématique	27
2.1.2 Sonde 5 trous	28
2.1.3 Vélocimétrie par image de particules (PIV : Particle Image Velocimetry)	31
2.2 Méthodes d’exploitation des mesures	32
2.2.1 Interpolation des données	33
2.2.2 Méthodes de correction	36
2.2.3 Calcul des grandeurs aérodynamiques	38
2.2.4 Traînée induite champ libre et traînée induite champ confiné	43

2.2.5	Méthode d'intégration et influence du maillage sur les calculs de la traînée	43
2.2.6	Distributions locales et en envergure des sources de traînée	44
2.3	Conclusion partielle	44
II	Analyse de la précision des calculs de traînée	47
3	Développement d'une nouvelle formulation de décomposition de la traînée	49
3.1	Problématique	49
3.2	Analyse des formulations de la littérature	50
3.2.1	Formulations pour les écoulements non portants	50
3.2.2	Formulations pour les écoulements portants	54
3.3	Développements asymptotiques des formulations pour la traînée de profil	63
3.3.1	Calculs des développements asymptotiques pour la traînée de profil	63
3.3.2	Analyse des développements asymptotiques pour la traînée de profil	65
3.4	Développement d'une nouvelle formulation	67
3.4.1	Décomposition de la vitesse longitudinale	68
3.4.2	Décomposition de la traînée	70
3.4.3	Comparaison avec les autres formulations	72
3.5	Validation de la nouvelle formulation de décomposition de la traînée	73
3.5.1	Méthode de validation	73
3.5.2	Calculs NACA0012	74
3.5.3	Calculs Falcon générique	83
3.5.4	Conditions de calculs et paramètres numériques	83
3.6	Conclusion partielle	87
4	Influence des parois sur les calculs de traînée induite	89
4.1	Modélisation théorique du sillage en écoulement non-visqueux	89
4.1.1	Objectif	89
4.1.2	Tourbillon de Rankine	90
4.1.3	Etude en champ libre	94
4.1.4	Etude en veine circulaire	99
4.1.5	Etude en veine rectangulaire	107
4.1.6	Bilan de l'étude théorique	112
4.2	Calculs DNS sur une paire de tourbillons contrarotatifs	116
4.2.1	Mise en oeuvre des calculs	116

4.2.2	Résultats des calculs	117
4.2.3	Bilan des calculs DNS sur une paire de tourbillons de Rankine	121
4.3	Calculs DNS sur une configuration réelle : maquette SWIM	122
4.3.1	Mise en oeuvre des calculs	122
4.3.2	Résultats des calculs	123
4.3.3	Conclusion partielle	135
5	Influence de la précision des mesures sur les calculs de traînée	139
5.1	Recensement des sources d'erreurs	140
5.2	Mise en oeuvre des calculs de précision	141
5.3	Calcul de la traînée de profil et de la traînée induite	141
5.3.1	Traînée de profil	141
5.3.2	Traînée induite	142
5.4	Erreur sur la pression génératrice	142
5.4.1	Modélisation de l'erreur	142
5.4.2	Traînée de profil	143
5.4.3	Traînée induite	146
5.5	Erreur sur la vitesse longitudinale	146
5.5.1	Modélisation de l'erreur	146
5.5.2	Traînée de profil	147
5.5.3	Traînée induite	149
5.6	Erreur sur la vitesse transversale	149
5.6.1	Modélisation de l'erreur	149
5.6.2	Traînée de profil	149
5.6.3	Traînée induite	149
5.7	Erreur sur l'angle d'incidence de la sonde α	152
5.7.1	Modélisation de l'erreur	152
5.7.2	Traînée de profil	153
5.7.3	Traînée induite	156
5.8	Erreur sur l'angle de dérapage de la sonde β	159
5.8.1	Modélisation de l'erreur	159
5.8.2	Traînée de profil	160
5.8.3	Traînée induite	161
5.9	Erreur d'angle de calage azimutal θ de la sonde	164
5.9.1	Modélisation de l'erreur	164
5.9.2	Traînée de profil	165
5.9.3	Traînée induite	165

5.10	Précision des calculs de traînée en soufflerie : synthèse	168
III	Applications	171
6	Essais subsoniques	173
6.1	Essais Dyn'Aéro	173
6.1.1	Présentation	173
6.1.2	Résultats de l'extraction de la traînée	176
6.2	Essais EUROLIFT2	184
6.2.1	Présentation	184
6.2.2	Résultats de l'extraction de la traînée	185
7	Essais transsoniques	189
7.1	Essais sur une configuration générique de type Airbus (AXXX)	189
7.1.1	Présentation	189
7.1.2	Résultats de l'extraction de la traînée	191
7.2	Essais Falcon générique	194
7.2.1	Présentation	194
7.2.2	Extraction de la traînée d'onde	195
7.2.3	Résultats de l'extraction de la traînée	196
	Conclusions et perspectives	211
	Annexes	
A	Méthodes de décomposition de la traînée - développements théoriques	217
A.1	Formulations pour les écoulements non portants	217
A.1.1	Formulation de Betz	217
A.1.2	Formulation de Jones	219
A.1.3	Formulation d'Oswatitsch	220
A.2	Formulations pour les écoulements portants	221
A.2.1	Formulation de Maskell	221
A.2.2	Formulation de van der Vooren	224
A.2.3	Formulation de Kusunose	226
A.2.4	Formulation asymptotique	228

B	Développements asymptotiques des formulations pour la traînée de profil	231
B.1	Formulations pour les écoulements non portants	231
B.1.1	Formulation de Betz	231
B.1.2	Formulation de Jones	234
B.1.3	Formulation d'Oswatitsch	235
B.2	Formulations pour les écoulements portants	236
B.2.1	Formulation de Maskell	236
B.2.2	Formulation de van der Vooren	237
B.2.3	Formulation de Kusunose	237
B.2.4	Formulations ONERA	238
C	<i>ffd41</i> : Extraction de la traînée à partir de solutions numériques	241
C.1	Théorie	241
C.1.1	Traînée champ lointain	241
C.1.2	Traînée de profil et traînée induite	242
C.2	Déviations de la théorie	243
C.2.1	Traînée numérique	243
C.2.2	Diffusion numérique des tourbillons d'extrémité de voilure	244
	Liste des tableaux	247
	Table des figures	249
	Bibliographie	255

Nomenclature

x, y, z	Coordonnées dans le repère aérodynamique
\vec{x}	Direction de l'écoulement infini amont
\vec{n}	Vecteur normal
n_x, n_y, n_z	Composantes du vecteur normal dans le repère aérodynamique
\vec{V}	Vecteur vitesse
$\vec{\omega}$	Vecteur vorticité
α	Incidence
S_{ref}	Surface de référence
c	Corde aérodynamique moyenne
U, v, w	Composantes du vecteur vitesse dans le repère aérodynamique
ξ, η, ζ	Composantes du vecteur vorticité dans le repère aérodynamique
M	Nombre de Mach
ρ	Masse volumique
P	Pression statique
P_i	Pression génératrice
P_t	Pression totale
T	Température statique
T_i	Température génératrice
X_∞	Valeur de référence (en champ confiné) ou à l'infini amont (en champ libre) de la variable X
r	Constante des gaz parfaits
γ	Rapport des coefficients de chaleur spécifique
C_p	Coefficient de chaleur spécifique à pression constante
C_v	Coefficient de chaleur spécifique à volume constant
Δs	Variations d'entropie par rapport à l'état infini amont
Δh	Variations d'enthalpie par rapport à l'état infini amont
ΔH_i	Variations d'enthalpie totale par rapport à l'état infini amont
Re_c	Nombre de Reynolds basé sur la corde aérodynamique moyenne
$[\tau]$	Tenseur des contraintes visqueuses
$[\vec{\tau}_x, \vec{\tau}_y, \vec{\tau}_z]$	Vecteurs des contraintes visqueuses dans le repère aérodynamique

$C_{pression}$	Coefficient de pression
$C_{frottement}$	Coefficient de frottement
\vec{F}_a	Résultante des efforts aérodynamiques dans le repère aérodynamique
D	Trainée globale
Cx	Coefficient de trainée globale
$Cx_{pression}$	Coefficient de trainée de pression
$Cx_{frottement}$	Coefficient de trainée de frottement
Cx_p	Coefficient de trainée de profil
Cx_v	Coefficient de trainée visqueuse
Cx_w	Coefficient de trainée de choc
Cx_i	Coefficient de trainée induite
L	Portance
Cz	Coefficient de portance

1 point de trainée 10^{-4}

Introduction générale

Contexte de l'étude

De nos jours, l'amélioration des performances aérodynamiques d'un avion civil est motivée, d'une part par le besoin de réduire les coûts d'exploitation des appareils et d'autre part, par la nécessité de respecter les nouvelles contraintes environnementales liées aux nuisances sonores et aux émissions polluantes. Ces progrès en termes de performances peuvent être obtenus en modifiant les configurations actuelles ou en développant de nouvelles configurations. Quelle que soit la solution retenue, la traînée est un point essentiel. Cette force traduit la résistance exercée par l'air sur l'avion lors de son mouvement et sa minimisation constitue l'un des enjeux majeur de l'aéronautique actuelle.

Cependant avant de pouvoir réduire cette traînée et déterminer avec précision les gains obtenus, une méthode d'évaluation fiable est nécessaire. Afin de répondre à cette problématique, plusieurs méthodes ont été développées au cours de ces dernières années. Certaines reposent sur l'exploitation d'essais réalisés en soufflerie et d'autres sur l'analyse de résultats de calculs numériques de type CFD (Computational Fluid Dynamics). La plus simple de ces méthodes consiste à mesurer directement l'action du fluide sur la maquette à l'aide d'une balance en soufflerie. Cette méthode permet d'obtenir des résultats très précis, mais ne fournit aucune information sur les origines de la traînée. Une deuxième méthode dite de champ proche permet de calculer la traînée à partir d'une intégration sur les surfaces externes de l'avion ou de la maquette étudiée. Cette méthode permet d'obtenir une décomposition mécanique, mais ne permet pas de remonter aux phénomènes physiques responsables de la traînée. Or pour atteindre un degré d'optimisation requis, la connaissance de ces phénomènes est nécessaire. La méthode dite de champ lointain permet de répondre à ce besoin et est donc utilisée pour une prévision fine de la traînée. Elle consiste, contrairement aux précédentes, à étudier l'influence de la maquette sur le fluide et permet de déterminer les différentes composantes phénoménologiques de la traînée, à savoir la traînée visqueuse, la traînée de choc et la traînée induite.

A partir de cette approche champ lointain, de nombreuses formulations ont été développées afin de déterminer ces différentes composantes de la traînée. Les premières formulations se basent sur une hypothèse d'écoulement non portant et ne permettent pas de prendre en compte l'ensemble des phénomènes physiques présents au sein d'un écoulement tridimensionnel. Elles permettent de déterminer uniquement la traînée de profil, correspondant à la somme des composantes visqueuse et de choc. Elles ne sont donc pas adaptées pour une décomposition complète de la traînée car aucune formulation est proposée pour la traînée induite. Pour pallier ce problème, de nouvelles formulations ont ensuite été développées pour les écoulements portants afin de déterminer les trois composantes de la traînée, mais seulement pour des écoulements incompressibles. Une troisième série de formulations a alors été mise au point, notamment à l'ONERA,

dans le but d'effectuer une décomposition complète de la traînée pour des écoulements portants et compressibles à partir d'essais en soufflerie ou de solutions numériques.

Objectifs de l'étude et organisation du document

Ce travail de thèse s'inscrit uniquement dans le volet expérimental. La première partie du mémoire est d'abord consacrée à la présentation des différentes méthodes de prévision de la traînée, de l'approche champ lointain et des différentes formulations développées par le passé. Dans un second temps, les méthodes de mesure utilisées pour ce genre d'étude ainsi que le logiciel d'exploitation développé à l'ONERA pour déterminer les trois composantes de la traînée, sont présentés.

Cette thèse sur les méthodes d'extraction de la traînée à partir de résultats expérimentaux, a pour objectif d'évaluer la précision des méthodes de prévision. Elle doit montrer les capacités de la méthode expérimentale à prévoir la traînée et ses composantes avec une précision suffisante, imposée par les avionneurs (1 point de traînée). La première étape nécessaire à l'analyse de cette précision est l'identification des différentes sources de pertes de précision au sein de la chaîne de mesure en soufflerie et au sein des méthodes de traitement des données. Ces sources d'erreurs peuvent être classées en trois grandes catégories et sont présentées dans la deuxième partie de ce mémoire de thèse à travers trois chapitres.

La première source d'erreurs provient de la formulation utilisée pour la décomposition phénoménologique de la traînée. En effet, les formulations présentées dans les paragraphes précédents sont basées sur des hypothèses différentes et fournissent donc des résultats différents alors que la décomposition doit être unique. Le premier chapitre consacré à l'analyse de la précision a donc pour premier objectif d'analyser ces différentes formulations d'un point de vue théorique et numérique. Dans un second temps, une nouvelle formulation, adaptée aux conditions expérimentales et répondant à plusieurs critères de décomposition, est présentée. Cette nouvelle formulation est ensuite validée par l'intermédiaire de solutions numériques sur des configurations de complexité croissante.

La deuxième source de pertes de précision est due aux effets de confinement observés au cours d'essais en soufflerie. En effet, l'objectif des méthodes d'extraction de la traînée est de déterminer la valeur correspondant à l'écoulement réel, alors qu'en soufflerie, ce dernier est modifié par la présence des parois. La traînée mesurée au niveau de la maquette est donc différente de la valeur en champ libre. Il est alors nécessaire de quantifier cette différence afin de délimiter le domaine de validité de la méthode expérimentale. Le deuxième chapitre consacré à l'analyse de la précision a donc pour objectif de quantifier et d'analyser l'influence des parois de la soufflerie sur les calculs de traînée et notamment de traînée induite. Une étude théorique est réalisée dans un premier temps. Des calculs instationnaires de type DNS (Direct Numerical Simulation) sont ensuite effectués afin d'avoir une approche plus complète du problème.

La dernière grande catégorie de sources d'erreurs concerne celles liées à la précision des mesures lors des essais. Il s'agit de déterminer l'influence de la précision de ces mesures sur les différentes composantes de la traînée. L'étude et l'analyse de ces erreurs sont présentées dans le troisième chapitre consacré à l'analyse de la précision, à travers une étude théorique puis numérique.

Ces trois chapitres dédiés à l'analyse de la précision des calculs d'extraction de la traînée ont donc pour objectif de déterminer la fiabilité de la méthode expérimentale et de montrer qu'elle permet une analyse fine de la traînée dans de nombreuses configurations aérodynamiques. Elle est alors appliquée à différents essais réalisés au cours de cette thèse en écoulements subsoniques et transsoniques. Ces derniers sont présentés dans la troisième et dernière partie de ce mémoire et permettent de mettre en évidence les capacités de la méthode et des outils développés, à prévoir l'influence d'un paramètre donné sur les différentes composantes de la traînée.

Publications et rapports

Les travaux présentés dans ce mémoire ont fait l'objet de quatre publications : une dans une revue scientifique et trois dans des congrès internationaux. Ils ont également fait l'objet de sept rapports internes ONERA :

- Publications dans des revues scientifiques :

1. M. Méheut, D. Bailly. *Drag Breakdown Methods from Wake Measurements*. AIAA Journal (soumis en octobre 2006)

- Congrès internationaux avec publications :

1. M. Méheut, D. Bailly. *Drag Prediction and Wake Surveys Techniques*. CEAS Katnet Conference on Key Aerodynamic Technologies, 20-22 June 2005, Bremen, Germany.
2. M. Méheut, D. Bailly. *Profile Drag Formulations and Drag Breakdown from Wake Measurements*. AIAA-2006-3166, 24th Applied Aerodynamics Conference, 5-8 June 2006, San Francisco, USA.
3. S. Esquieu, M. Méheut, H.F. Von Geyr, O. Brodersen. *Far-Field Drag Extraction from Numerical and Wake Survey*. ODAS 2006, 7th ONERA-DLR Aerospace Symposium, 4-6 October 2006, Toulouse, France.

- Rapports ONERA :

1. M. Méheut. *EUROLIFT II Drag extraction results from LSWT wind tunnel tests*. Rapport Technique 2/08887 DAAP, ONERA, juin 2005.
2. D. Bailly, D. Destarac, S. Esquieu, J.L. Godard, M. Méheut. *Compte-rendu d'avancement E/R Traînée installation motrice Falcon à $T_0 + 6$ mois*. Rapport d'Avancement 1/09736 DAAP, ONERA, juin 2005.
3. S. Ben Khelil, V. Brunet, G. Carrier, D. Destarac, S. Esquieu, R. Grenon, M. Méheut, B. Mialon, F. Moëns. *Etudes relatives aux avions civils sur ressources générales 2005 au DAAP*. Rapport Technique 1/09917 DAAP, ONERA, décembre 2005.
4. M. Méheut, D. Bailly. *Evaluation expérimentale de dispositifs réducteurs de traînée induite - Essais Dyn'Aéro effectués à L1*. Rapport Technique 1/09915 DAAP, ONERA, décembre 2005.
5. D. Bailly, J.L. Godard, M. Méheut. *Compte-rendu d'avancement E/R Traînée installation motrice Falcon à $T_0 + 12$ mois*. Rapport d'Avancement 3/09736 DAAP, ONERA, février 2006.
6. S. Ben Khelil, D. Bailly, D. Destarac, S. Esquieu, J.L. Godard, M. Méheut. *Compte-rendu d'avancement E/R Traînée installation motrice Falcon à $T_0 + 18$ mois*. Rapport d'Avancement 5/09736 DAAP, ONERA, juillet 2006.

7. J.L. Godard, D. Bailly, D. Destarac, M. Méheut. *E/R Traînée d'un Falcon en configuration hypersustentée - Compte-rendu d'avancement à $T_0 + 6$ mois*. Rapport d'Avancement 1/11059 DAAP, ONERA, juillet 2006.

Première partie

Etat de l'art

Chapitre 1

Prévision de la traînée

L'objectif de ce premier chapitre est de réaliser une description exhaustive des travaux réalisés sur la prévision de la traînée à partir de résultats expérimentaux et numériques.

Dans un premier temps, les différentes méthodes d'évaluation de la traînée sont présentées suivant un ordre croissant de complexité. La méthode dite de champ lointain s'avère être la seule capable de répondre aux besoins en termes de décomposition phénoménologique. Les développements théoriques relatifs à cette méthode sont présentés dans un deuxième paragraphe. Un troisième présente les différentes formulations développées au cours de ces dernières années à partir de cette approche champ lointain pour déterminer les différentes composantes de la traînée. Le dernier paragraphe est consacré aux méthodes de décomposition de la traînée de profil afin de déterminer les composantes visqueuse et de choc.

1.1 Méthodes de prévision de la traînée

1.1.1 Mesures balance

La première méthode permettant de déterminer la traînée d'un objet consiste à mesurer directement les efforts subis par cet objet lors d'essais en soufflerie, à l'aide d'une balance. Cette dernière permet de déterminer l'ensemble des forces et des moments qui s'appliquent sur l'objet ou sur la maquette correspondante. Cette balance est intégrée au sein de la maquette lorsqu'il s'agit d'une étude sur une configuration complète ou intégrée dans le plancher de la soufflerie lorsque l'essai est réalisé sur une demi-configuration. Cette mise en oeuvre permet de s'affranchir des efforts subis par les éléments maintenant la maquette au sein de la veine d'essais. En revanche, l'influence de ces éléments sur l'écoulement ne peut être directement corrigée. Néanmoins des méthodes de correction de la mesure permettent de recalculer les valeurs réelles en éliminant l'influence de ces éléments extérieurs. Cela permet notamment de corriger l'influence du confinement dû à la présence des parois au sein de la soufflerie [1]. Les valeurs finales obtenues correspondent alors à celles de l'écoulement en champ libre.

Cette méthode de mesure permet une évaluation précise et rapide (quelques minutes pour le tracé d'une polaire d'efforts) de la traînée, mais permet de déterminer uniquement une valeur globale, n'offre aucune possibilité de décomposition mécanique ou phénoménologique et ne permet pas d'identifier les différentes zones responsables de la traînée au niveau de la maquette. Cette méthode ne peut donc être utilisée pour une analyse fine des origines et des sources de la traînée, mais permet de déterminer une valeur de référence pour la configuration étudiée.

Afin d'avoir une approche plus complète du problème de prévion de la traînée, une deuxième méthode permettant une localisation sur la maquette des sources de traînée, est couramment utilisée : il s'agit de l'approche champ proche.

1.1.2 Approche champ proche

Cette deuxième méthode consiste à calculer directement l'impact du fluide sur l'objet étudié à l'aide des caractéristiques physiques locales de l'écoulement sur les surfaces de l'objet. Une telle méthode permet d'effectuer une décomposition mécanique de la traînée en composantes de pression et de frottement. En effet, lorsque le fluide est en mouvement autour de l'objet étudié, il se crée une force normale à la paroi engendrée par les gradients de pression et une force tangentielle due aux contraintes visqueuses à la surface de l'objet. La projection de ces deux forces sur l'axe longitudinal de l'écoulement permet d'obtenir les traînées de pression et de frottement. Ces deux composantes sont définies par les relations (1.1) et (1.3).

Traînée de pression

$$Cx_{pression} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_c} C_{pression} \cdot n_x ds \quad (1.1)$$

Σ_c et n_x représentent respectivement la surface mouillée de la maquette et la première composante de la normale rentrante à l'objet étudié. Le coefficient de pression $C_{pression}$ est défini dans l'équation (1.2).

$$C_{pression} = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2} \quad (1.2)$$

Traînée de frottement

$$Cx_{frottement} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_c} C_{frottement} ds \quad (1.3)$$

Le coefficient de frottement $C_{frottement}$ est défini dans l'équation (1.4).

$$C_{frottement} = -\frac{\vec{\tau}_x \cdot \vec{n}}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2} \quad (1.4)$$

La figure 1.1 est un exemple de distributions de traînées de pression et de frottement obtenues à partir d'un calcul Navier-Stokes sur une aile de type NACA0012 pour un nombre de Mach à l'infini amont de 0.8 et une incidence de 2.5° . Cette décomposition mécanique permet de mettre en évidence les caractéristiques de l'écoulement sur les surfaces externes de l'aile et notamment de délimiter les zones de poussée de succion ($C_{pression} \cdot n_x < 0$) et de traînée de pression ($C_{pression} \cdot n_x > 0$). En revanche, elle ne permet pas de remonter aux phénomènes physiques responsables de la traînée. Pour cela, il est nécessaire d'avoir accès à une décomposition phénoménologique. Cette dernière peut être obtenue grâce à l'approche dite de champ lointain.

1.1.3 Approche champ lointain

Cette méthode consiste à étudier l'influence de l'objet sur l'écoulement contrairement aux méthodes précédentes qui calculent directement l'impact du fluide sur l'objet. Une telle approche permet d'analyser à l'aval de l'objet les caractéristiques de l'écoulement et d'identifier les différentes sources physiques responsables de la traînée. Cela permet alors de décomposer la traînée en trois composantes : la traînée visqueuse, la traînée de choc et la traînée induite.

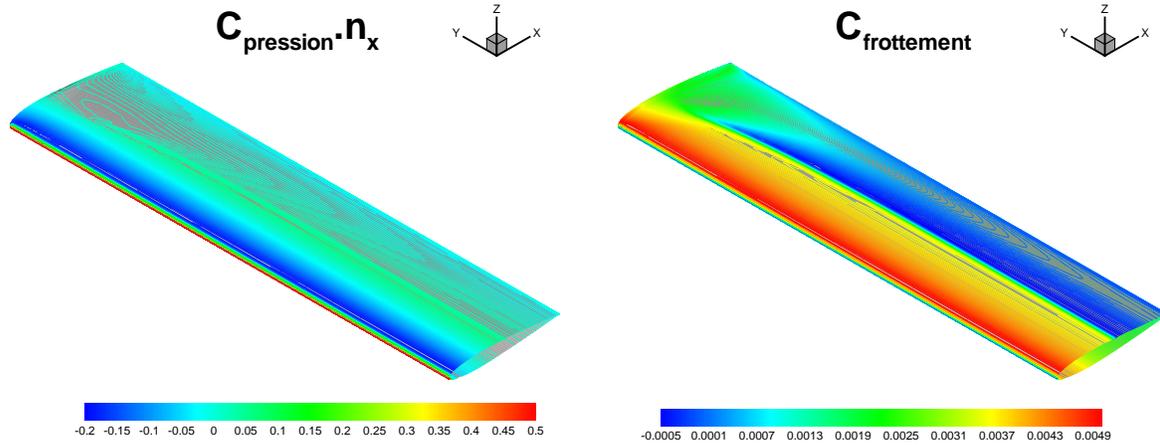


FIG. 1.1 – Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Distributions de traînée de pression et de frottement.

Traînée visqueuse

Dans le cas d'un écoulement subsonique autour d'un objet, les zones situées au niveau de la couche limite et dans le sillage de cet objet subissent des contraintes très importantes. En effet, dans ces zones les effets visqueux sont prépondérants et entraînent la présence d'importants gradients de vitesse, de pression et température génératrices [2]. Ces zones sont responsables de la traînée visqueuse. La figure 1.2 permet de visualiser le champ d'entropie autour d'une aile de type NACA0012 en écoulement subsonique. Les zones responsables de la traînée visqueuse peuvent être clairement identifiées.

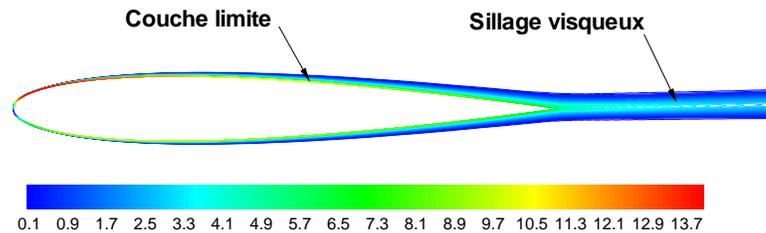


FIG. 1.2 – Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.2$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 3 \cdot 10^6$) - Sources d'entropie et de traînée visqueuse.

Traînée de choc

Lorsque la vitesse de l'écoulement à l'infini amont est subsonique, mais que localement l'écoulement autour de l'objet est supersonique, il se crée des surfaces discontinues correspondant à des ondes de choc. Un tel écoulement est dit transsonique et se produit autour d'une aile d'avion à partir d'un nombre de Mach à l'infini amont d'environ 0.7. En effet, la présence de survitesses au niveau de l'extrados de la voilure engendre l'apparition d'ondes de choc dans cette région et des domaines supersoniques sont alors entourés par des zones où l'écoulement reste subsonique [2]. La figure 1.3 permet de visualiser ce phénomène autour d'une aile NACA0012 pour un nombre de Mach de 0.8. Les ondes de choc ainsi générées correspondent en général à des chocs droits.

Ces chocs s'accompagnent d'importantes pertes de pression génératrice au niveau du sillage, ces dernières sont responsables de la traînée de choc.

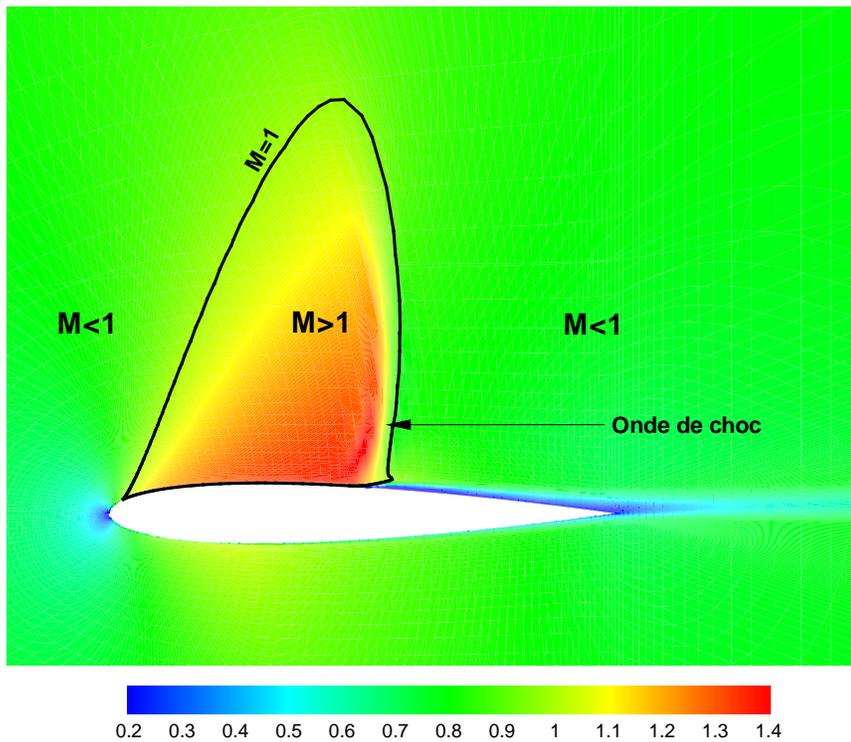


FIG. 1.3 – Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Champ de Mach.

Les composantes visqueuse et de choc sont donc dues aux importantes pertes de pression et température génératrices observées dans le sillage de l'objet étudié. Leur somme définit la traînée de profil.

Traînée induite

Dans le cas des écoulements portants autour d'une configuration de type avion civil, les forts gradients de pression présents entre l'intrados et l'extrados de la voilure génèrent le développement d'un écoulement secondaire au niveau de l'extrémité de la voilure. Les lignes de courant générées par cet écoulement secondaire et l'écoulement principal sont ainsi déviées vers l'extrémité de la voilure au niveau de l'intrados et vers l'emplanture de l'aile au niveau de l'extrados. Il se développe alors au niveau des extrémités de la voilure un enroulement tourbillonnaire par l'intermédiaire de deux tourbillons contrarotatifs (figure 1.4). Les effets générés par cet enroulement sont responsables de la traînée induite. Cette dernière varie avec la portance de la configuration. Les premiers travaux réalisés mettant en évidence l'existence de cette force ont été effectués par Lanchester [3] et Prandtl [4] au début du 20^{ième} siècle. Ces travaux sont à la base de la théorie de la ligne portante permettant de définir la traînée induite d'une aile plane, sans flèche et d'envergure finie.

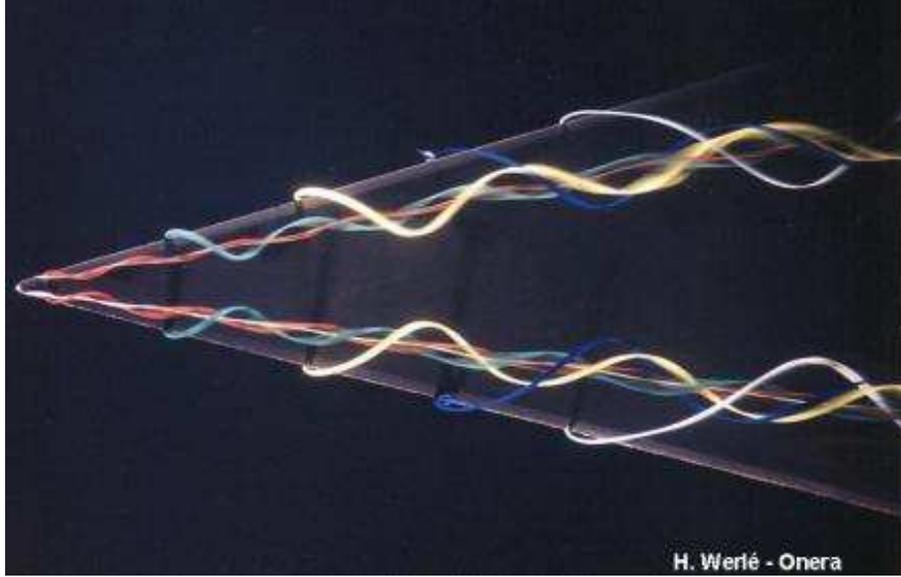


FIG. 1.4 – Tourbillons marginaux sur une aile delta en incidence - ONERA.

L'approche champ lointain permet donc d'obtenir une décomposition phénoménologique de la traînée en distinguant les phénomènes physiques responsables de cette force. Les développements théoriques relatifs à cette approche sont présentés dans le paragraphe suivant.

1.2 Description théorique de l'approche champ lointain

Dans le cas d'un écoulement stationnaire et compressible de fluide Newtonien, la loi de conservation de la quantité de mouvement appliquée à un volume de contrôle Ω contenant l'objet étudié (figure 1.5) permet d'écrire :

$$\int_{\partial\Omega} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = \int_{\partial\Omega} ([\tau] \cdot \vec{n} - P \vec{n}) ds \quad (1.5)$$

où $\partial\Omega$ représente la frontière du volume de contrôle Ω . Avec les notations de la figure 1.5, l'équation (1.5) peut se réécrire de la manière suivante :

$$\int_{\Sigma_c \cup \Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \left[\rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) - [\tau] \cdot \vec{n} + P \vec{n} \right] ds = \vec{0} \quad (1.6)$$

Σ_c désigne la surface de l'objet. A partir de cette expression, la différenciation entre le champ proche et le champ lointain apparaît. En effet, l'intégrale précédente peut être dissociée en une intégration sur le corps de l'objet et une intégration sur les contours externes du volume de contrôle. En supposant que la vitesse sur le corps de l'objet est nulle, l'équation (1.6) peut être réexprimée sous la forme suivante :

$$\int_{\Sigma_c} [P \vec{n} - [\tau] \vec{n}] ds = - \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \left[\rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) - [\tau] \cdot \vec{n} + P \vec{n} \right] ds \quad (1.7)$$

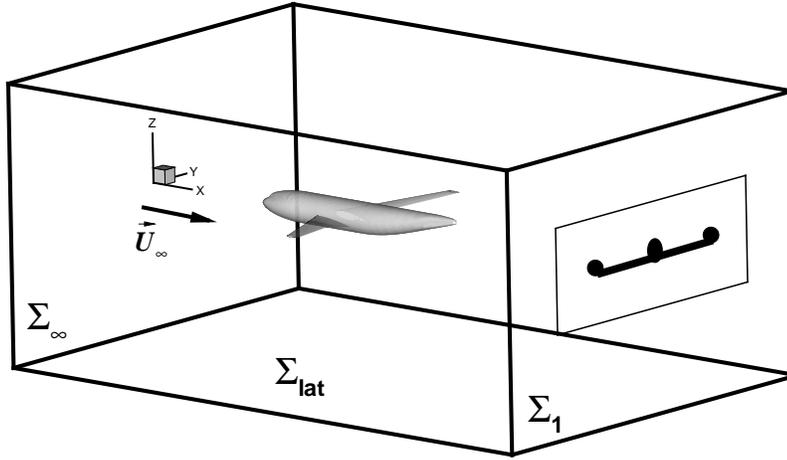


FIG. 1.5 – Volume de contrôle et système de coordonnées associées.

Dans le système de coordonnées précédent, la normale sur la surface de l'objet, va du fluide vers le solide, le premier terme de l'équation (1.7) représente donc la résultante \vec{F}_a des efforts aérodynamiques s'appliquant sur l'objet.

$$\vec{F}_a = \int_{\Sigma_c} [P\vec{n} - [\tau]\vec{n}] ds \quad (1.8)$$

La projection de cette résultante sur l'axe longitudinal \vec{x} de l'écoulement permet d'obtenir la traînée champ proche, c'est à dire la somme des traînées de pression et de frottement définies dans les équations (1.1) et (1.3) sous forme de coefficients sans dimension. D'après l'équation (1.7), cette résultante peut également s'exprimer à partir des surfaces externes du volume de contrôle sous une forme correspondant à la formulation champ lointain :

$$\vec{F}_a = - \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} [\rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) - [\tau] \cdot \vec{n} + P\vec{n}] ds \quad (1.9)$$

Sur le contour fermé composé par les trois surfaces Σ_∞ , Σ_1 et Σ_{lat} , le théorème de la divergence appliqué au scalaire P_∞ permet d'écrire :

$$\int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} P_\infty \cdot \vec{n} ds = \vec{0} \quad (1.10)$$

De plus, d'après la loi de conservation de la masse :

$$\int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \rho U_\infty (\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = \vec{0} \quad (1.11)$$

En réutilisant les équations (1.9), (1.10) et (1.11), la résultante peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\vec{F}_a = - \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} [\rho (\vec{V} - U_\infty) (\vec{V} \cdot \vec{n}) - [\tau] \cdot \vec{n} + (P - P_\infty) \vec{n}] ds \quad (1.12)$$

La traînée s'obtient alors en projetant cette force sur l'axe longitudinal \vec{x} :

$$D = - \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} [\rho (U - U_\infty) (\vec{V} \cdot \vec{n}) - \vec{\tau}_x \cdot \vec{n} + (P - P_\infty) n_x] ds \quad (1.13)$$

Dans cette équation l'influence du tenseur des contraintes visqueuses sur la traînée peut être considérée comme négligeable, dès l'instant où les surfaces du volume de contrôle se situent assez loin de la maquette. En particulier pour le plan aval Σ_1 , la contribution de ce terme devient rapidement négligeable pour des configurations de type avion civil [5]. A moins d'une corde à l'aval du bord de fuite de la maquette étudiée, l'ordre de grandeur de ce terme est d'environ mille fois plus petit que la valeur globale de traînée. L'expression (1.13) devient :

$$D = - \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \left[\rho (U - U_\infty) (\vec{V} \cdot \vec{n}) + (P - P_\infty) n_x \right] ds \quad (1.14)$$

De plus, sur la surface Σ_∞ , les conditions de l'écoulement correspondent aux conditions à l'infini amont ($P = P_\infty$ et $U = U_\infty$). La surface Σ_{lat} est choisie parallèle à l'écoulement infini amont, sa contribution à la traînée est donc nulle en champ libre et en champ confiné. La traînée peut donc s'exprimer uniquement à partir d'une intégration sur la surface aval Σ_1 dont la normale est parallèle au vecteur \vec{x} . L'expression finale de la traînée champ lointain est :

$$D = - \int_{\Sigma_1} [\rho U (U - U_\infty) + (P - P_\infty)] ds \quad (1.15)$$

Le coefficient de traînée sans dimension Cx est alors défini par la relation :

$$Cx = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 S_{ref}} \quad (1.16)$$

Il peut alors s'exprimer en fonction des différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) + \left(\frac{P_\infty - P}{\rho_\infty U_\infty^2} \right) \right] ds \quad (1.17)$$

Dans la suite du mémoire, le coefficient de traînée défini à partir de la force correspondante, sera abusivement désigné par le terme de traînée pour des raisons de clarté syntaxique.

L'approche champ lointain permet donc d'exprimer la traînée uniquement à partir du plan aval Σ_1 grâce à une comparaison des caractéristiques de l'écoulement entre le plan de mesure Σ_1 et le plan à l'infini amont Σ_∞ . Néanmoins, cette dernière telle qu'elle est présentée dans l'équation (1.17) ne permet pas une décomposition phénoménologique directe de la traînée. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer des hypothèses supplémentaires permettant de distinguer les phénomènes responsables des différentes composantes de cette force. L'objectif de la partie suivante est donc de présenter les différentes formulations développées au cours de ces dernières années pour déterminer les composantes de profil et induite de la traînée.

1.3 Méthodes de décomposition de la traînée

Les premières formulations développées sur le sujet avaient pour but de déterminer uniquement la traînée de profil à partir d'écoulements non portants, sans traînée induite. Dans un second temps, de nouvelles formulations permettant le calcul de cette composante ont été mises au point pour des écoulements incompressibles puis compressibles. Le paragraphe suivant a pour objectif de présenter l'ensemble de ces formulations en détaillant les hypothèses sur lesquelles elles reposent. Les détails concernant la manière dont ces formulations sont établies, sont présentés en annexe A.

1.3.1 Formulations pour les écoulements non portants

Formulation de Betz

En 1925, Betz a développé la première formulation permettant de déterminer la traînée de profil d'un objet à partir de l'approche champ lointain [6]. Pour établir cette formulation, le vecteur vitesse dans le plan de calcul Σ_1 est supposé parallèle à la vitesse de l'écoulement à l'infini amont ($\vec{U} = U.\vec{x}$) et les variations de température génératrice négligeables ($T_i = T_{i\infty}$). L'objectif de cette expression est d'exprimer la traînée en fonction des pressions statique et génératrice de l'écoulement. Pour cela, les différents termes de l'équation (1.17) sont réexprimés en fonction de ces grandeurs. Les hypothèses précédentes permettent d'établir l'expression suivante pour la traînée de profil :

$$C_{x_p}^{Betz} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_{\infty}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} + \frac{\left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} (P_{\infty} - 1)}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) ds \quad (1.18)$$

L'intégrande de l'expression précédente s'annule si $P = P_{\infty}$ et $P_i = P_{i\infty}$, son domaine d'intégration ne peut donc pas être réduit uniquement au sillage car les variations de pression statique ne sont pas nécessairement nulles en dehors.

Formulation de Jones

En 1936, Jones développa une nouvelle formulation pour la traînée de profil avec des hypothèses plus restrictives que pour la formulation de Betz [7]. Dans un plan Σ_2 , situé à l'infini aval de l'objet, la pression statique est supposée homogène et égale à la pression statique à l'infini amont ($P_2 = P_{\infty}$), et le vecteur vitesse parallèle à la vitesse à l'infini amont ($\vec{U}_2 = U_2.\vec{x}$). Les variations de température génératrice sont supposées négligeables dans l'ensemble de l'écoulement ($T_i = T_{i\infty}$). A partir des hypothèses précédentes, Jones a obtenu :

$$C_{x_p}^{Jones} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_{\infty}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) \right] ds \quad (1.19)$$

Le domaine d'intégration de cette formulation peut être réduit au sillage de l'objet $\Sigma_{sillage}$ car son intégrande s'annule en dehors.

Formulation d'Oswatitsch

En 1956, Oswatitsch a développé une nouvelle formulation permettant de déterminer la traînée de profil d'un objet. Elle se base sur l'hypothèse des petites perturbations, mais contrairement à Betz et Jones, Oswatitsch ne suppose pas l'existence d'un plan situé à l'infini aval dans lequel la pression statique est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont [8]. A partir de cette

hypothèse des petites perturbations, Oswatitsch choisit son volume de contrôle (figure 1.5) tels que les termes d'ordre supérieur ou égal à 2 soient négligeables au niveau de la frontière du volume. L'objectif de cette formulation est d'exprimer la traînée de profil en fonction des variations d'entropie au sein de l'écoulement. Oswatitsch a alors obtenu :

$$C_{x_p}^{Oswatitsch} = \frac{2}{S_{ref}} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} ds \quad (1.20)$$

Les trois formulations développées par Betz, Jones et Oswatitsch permettent de déterminer la traînée de profil d'un objet à partir de mesures ou de résultats de calculs dans un plan situé à l'aval de la maquette, mais ne proposent aucune formulation pour la traînée induite. Pour pallier ce défaut, de nouvelles formulations ont été développées pour les écoulements incompressibles puis compressibles.

1.3.2 Formulations pour les écoulements portants

Formulation de Maskell

Cette méthode a été développée par Maskell en 1972 [10] et permet de calculer la traînée de profil et la traînée induite dans le cas des écoulements incompressibles à partir de la définition de la pression totale P_t :

$$P_t = P + \frac{\rho}{2} (U^2 + v^2 + w^2) \quad (1.21)$$

Maskell a alors obtenu l'expression suivante pour la traînée totale :

$$\begin{aligned} C_{x_p}^{Maskell} &= \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{P_{t\infty} - P_t}{\rho_\infty U_\infty^2} \right) ds \\ &+ \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{U^* - U}{U_\infty} \right) \left(\frac{U^* + U - 2(U_\infty + u_b)}{U_\infty} \right) ds \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) ds \end{aligned} \quad (1.22)$$

$P_{t\infty}$ définit la pression totale à l'infini amont. u_b correspond à une vitesse de blocage définie par Maskell et U^* à une vitesse fictive définie par Betz [6]. Maskell définit alors la traînée de profil comme la somme des deux premiers termes et la traînée induite égale au troisième terme. Le domaine d'intégration de la traînée de profil est donc réduit uniquement au sillage de la maquette, contrairement à la formulation pour la traînée induite. Afin de pallier ce défaut, Maskell a eu l'idée d'exprimer cette intégrale, non plus en fonction des composantes transversales de la vitesse, mais en fonction de la vorticité longitudinale ζ et des termes sources σ de l'écoulement. Ces deux grandeurs sont définies par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \\ \zeta = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \end{cases} \quad (1.23)$$

Le champ de vitesse transversale permet également de définir une fonction de courant ψ et un potentiel de vitesse ϕ de l'écoulement transverse par l'intermédiaire du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} v = \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ w = -\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{cases} \quad (1.24)$$

Les deux systèmes d'équations (1.23) et (1.24) permettent d'exprimer les fonctions ψ et ϕ en fonction des grandeurs ζ et σ par l'intermédiaire d'équations de Poisson (équations (1.25)). La résolution de ces équations permet de déterminer la fonction de courant et le potentiel de vitesse en tous points de l'écoulement.

$$\begin{cases} \Delta\psi = -\zeta \\ \Delta\phi = \sigma \end{cases} \quad (1.25)$$

A l'aide des systèmes d'équations précédents, Maskell a alors montré que la traînée induite pouvait s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} Cx_i^{Maskell} &= \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) ds \\ &= \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi\zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_1} \frac{\phi\sigma}{U_\infty^2} ds \end{aligned} \quad (1.26)$$

Cette formulation pour la traînée induite correspond à celle définie par Maskell en 1972 [10]. Ces travaux ont ensuite été repris et analysés par Wu et al. [11] puis Hackett et al. [13]. Finalement, cette méthode permet de déterminer les composantes de profil et induite de la traînée à partir de données uniquement dans le sillage de l'objet étudié, mais seulement pour les écoulements incompressibles. Néanmoins, l'expression de la traînée induite permettant de relier le champ de vitesse transversale avec la vorticité longitudinale et les termes sources de l'écoulement est utilisée pour tous les types d'écoulements dans de nombreuses publications [14-28].

Formulation de van der Vooren

Afin de pouvoir déterminer les différentes composantes de la traînée d'une configuration quelconque (en écoulements subsoniques et transsoniques), van der Vooren a, au début des années 1990, développé une nouvelle formulation [29]. Pour cela, il suppose dans un premier temps que l'écoulement étudié est non portant et que la pression statique dans le plan de calcul Σ_1 est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont ($P = P_\infty$). A travers cette première étape, l'objectif est de déterminer la traînée de profil à partir des variations de vitesse longitudinale, d'entropie et d'enthalpie de l'écoulement. Grâce aux hypothèses précédentes, la traînée de profil est définie par :

$$Cx_p^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta\bar{u}}{U_\infty} ds \quad (1.27)$$

avec :

$$\Delta\bar{u} = U_\infty \left(\sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta s}{r}} - 1 \right) + \frac{2\Delta H_i}{U_\infty^2}} - 1 \right) \quad (1.28)$$

Le domaine d'intégration de l'expression (1.27) peut se réduire au sillage de la maquette car en dehors $\Delta\bar{u} = 0$. A partir de cette définition de la traînée de profil, van der Vooren définit la traînée induite comme la différence entre la traînée globale et la traînée de profil, il obtient :

$$Cx_i^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U - U_\infty - \Delta\bar{u}}{U_\infty} \frac{U}{U_\infty} + \frac{P - P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} \right] ds \quad (1.29)$$

Cette méthode permet donc de calculer les différentes composantes de la traînée pour des écoulements incompressibles et compressibles. Cependant le domaine d'intégration de la formule de la traînée induite ne peut être réduit au sillage. Cette formulation est donc parfaitement adaptée pour l'exploitation de calculs numériques, mais ne peut être appliquée directement pour des essais en soufflerie.

Formulation de Kusunose

Pour pallier cette difficulté, à la fin des années 1990, de nouvelles formulations permettant de déterminer les composantes de profil et induite de la traînée à partir de mesures en soufflerie, ont été développées. En 1997, Kusunose, dans le cadre de travaux au sein de la société américaine Boeing, a publié un premier article relatif à ce thème [19]. Durant les années suivantes, il a publié de nouveaux articles permettant d'améliorer les résultats obtenus [20, 23, 27, 30, 31, 32].

L'objectif de cette formulation est d'exprimer la traînée globale en fonction des variations de vitesse, d'entropie Δs et d'enthalpie ΔH_i de l'écoulement. Pour cela, les variations de vitesse longitudinale U , de masse volumique ρ et de pression statique P sont supposées rester faibles par rapport à l'état d'équilibre du fluide :

$$\begin{cases} U = U_\infty + \Delta u \\ \rho = \rho_\infty + \Delta \rho \\ P = P_\infty + \Delta P \end{cases} \quad (1.30)$$

Avec cette hypothèse, Kusunose a pu établir l'expression suivante pour la traînée globale :

$$\begin{aligned} Cx^{Kusunose} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} & \left[\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} - \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) \right. \\ & - \frac{1}{2} (1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} \right)^2 \\ & \left. + \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right) \right] ds + O(\Delta^3) \end{aligned} \quad (1.31)$$

Afin de décomposer la traînée globale en une composante de profil et une composante induite, Kusunose a attribué les troisième et quatrième termes de l'expression (1.31) à la traînée induite et les autres à la traînée de profil. Les deux composantes de la traînée sont donc définies par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} Cx_p^{Kusunose} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{Sillage}} & \left[\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} - \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right) \right] ds + O(\Delta^3) \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$Cx_i^{Kusunose} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) - (1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty} \right)^2 \right] ds + O(\Delta^3) \quad (1.33)$$

Le domaine d'intégration de la traînée de profil peut être réduit au sillage contrairement à la traînée induite. Pour pallier ce défaut, Kusunose a utilisé dans un premier temps les travaux de Maskell (équation (1.26)). Il a obtenu :

$$\begin{aligned} Cx_i^{Kusunose} &= \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds \\ & - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} ds + (1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty} \right)^2 \right] ds + O(\Delta^3) \end{aligned} \quad (1.34)$$

Afin de réduire le domaine d'intégration uniquement au sillage, Kusunose a dans un second temps utilisé les travaux de Cummings et al. [17]. Ce dernier a démontré que la seconde intégrale de l'équation précédente est nulle au deuxième ordre :

$$\frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\phi\sigma}{U_\infty^2} ds + (1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty} \right)^2 \right] ds + O(\Delta^3) = 0 \quad (1.35)$$

Ainsi la traînée induite définie par Kusunose s'écrit simplement :

$$Cx_i^{Kusunose} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi\zeta}{U_\infty^2} ds + O(\Delta^3) \quad (1.36)$$

Cette méthode permet donc de calculer les différentes composantes de la traînée à partir de mesures en soufflerie.

Formulation asymptotique

En parallèle des travaux réalisés par Kusunose, une nouvelle méthode de décomposition de la traînée a été mise au point à l'ONERA à partir de 1999 [21]. Elle s'appuie sur une démarche très similaire à celle de Kusunose, à la seule différence que les développements limités sont ici effectués sur les grandeurs génératrices et les trois composantes de vitesse de l'écoulement. Les développements sont effectués au deuxième ordre pour les composantes de la vitesse et au premier ordre pour les grandeurs génératrices.

L'hypothèse des petites perturbations permet d'écrire :

$$\begin{cases} P_i = P_{i\infty} (1 + \delta P_i) \\ T_i = T_{i\infty} (1 + \delta T_i) \\ \vec{V} = U_\infty \left[(1 + \delta u) \vec{i} + \delta v \vec{j} + \delta w \vec{k} \right] \end{cases} \quad (1.37)$$

La formulation pour la traînée globale est alors la suivante :

$$Cx^{ONERA} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 + (\delta v^2 + \delta w^2) \right] ds + O(\delta^3) \quad (1.38)$$

A partir de cette expression, deux options pour la décomposition de la traînée globale sont possibles. Le dernier terme traduit l'intensité de l'écoulement transverse, il est donc attribué à la traînée induite. Les deux premiers termes sont dus à des variations de grandeurs génératrices, ils sont donc attribués à la traînée de profil. Le troisième terme traduisant les variations au deuxième ordre de vitesse longitudinale, est dû d'une part aux effets visqueux et à la présence de chocs et d'autre part au champ de vitesse transversale. Il peut donc être attribué à l'une ou l'autre des composantes de la traînée. Deux traînées de profil et deux traînées induites peuvent alors être définies. Pour la traînée de profil :

$$Cx_p^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (1.39)$$

et :

$$Cx_p^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \right] ds + O(\delta^3) \quad (1.40)$$

Pour la traînée induite :

$$Cx_i^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} [(\delta v^2 + \delta w^2) - (1 - M_\infty^2) \delta u^2] ds + O(\delta^3) \quad (1.41)$$

et :

$$Cx_i^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} (\delta v^2 + \delta w^2) ds + O(\delta^3) \quad (1.42)$$

Pour la traînée de profil, le domaine d'intégration de la première formulation peut être réduit au sillage contrairement à la seconde car les variations de vitesse longitudinale ne sont pas nécessairement nulles en dehors. Pour la traînée induite, les travaux de Maskell peuvent être utilisés pour réduire partiellement le domaine d'intégration de cette composante. Cela permet d'obtenir :

$$Cx_i^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} + (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \right] ds + O(\delta^3) \quad (1.43)$$

et :

$$Cx_i^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} ds + O(\delta^3) \quad (1.44)$$

La deuxième formulation pour la traînée induite est identique à celle définie par Maskell (équation (1.26)).

L'avantage de ces deux formulations ONERA est qu'elles sont basées sur une intégration de grandeurs directement mesurables en soufflerie, ce qui permet d'obtenir très rapidement les différentes composantes de la traînée à partir de sondages de sillage.

Dans cette partie, différentes formulations permettant une décomposition phénoménologique de la traînée ont été présentées. L'ensemble de ces formulations est ici exprimé à partir d'une intégration du champ aérodynamique dans un plan situé à l'aval de l'objet étudié. Elles peuvent donc toutes être utilisées dans le cadre de l'exploitation de mesures de sillage même si certaines formulations ont initialement été développées pour les calculs numériques et ne possèdent pas un domaine d'intégration limité au sillage.

A ce stade du mémoire, la traînée peut être décomposée en composantes de profil et induite. Pour obtenir la traînée visqueuse et la traînée de choc à partir de la traînée de profil, il est nécessaire d'effectuer des hypothèses supplémentaires. La partie suivante est consacrée à la présentation de deux méthodes d'extraction de la traînée de choc à partir de sondages de sillage.

1.4 Décomposition de la traînée de profil en composantes visqueuse et de choc

La détection des ondes de choc responsables de la traînée du même nom dans un plan de sillage est une problématique différente du cas où l'ensemble de l'écoulement tridimensionnel autour de l'objet est connu. En effet dans ce cas, les forts gradients sur les grandeurs aérodynamiques le long de l'axe longitudinal de l'écoulement permettent de déterminer l'intensité du

choc et sa contribution à la traînée. A contrario, dans un plan de sillage, la présence d'un choc peut être détectée en localisant les sources de traînée de profil en dehors du sillage visqueux (figure 1.6). L'objectif est donc de délimiter ce sillage visqueux pour en déduire celui du choc, mais également de modéliser l'interaction choc/couche limite dans le sillage afin d'obtenir une décomposition complète.

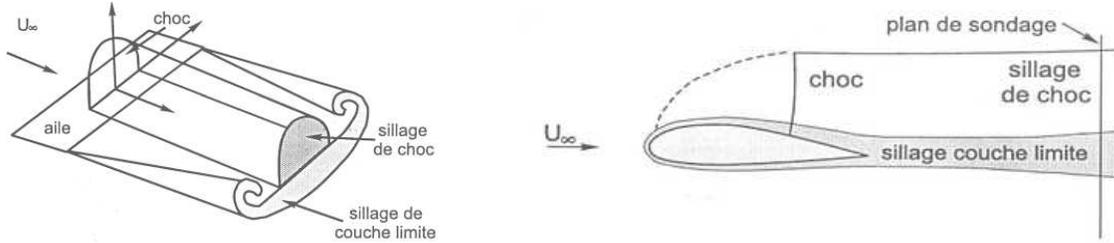


FIG. 1.6 – Sillages visqueux et de choc.

Deux méthodes basées sur des principes totalement différents ont été développées par Kusunose [27,30] et à l'ONERA [33–36]. Cette partie a pour objectif de présenter ces deux méthodes.

1.4.1 Méthode de Kusunose

Pour extraire la traînée de choc à partir de la traînée de profil, il est important de différencier deux mécanismes de production d'entropie. La première source apparaît lorsqu'une particule fluide traverse la couche limite de la configuration. Cette couche limite donne naissance à une nappe tourbillonnaire, siège d'importantes sources de vorticité. La deuxième source d'entropie apparaît lorsque les particules fluides traversent une onde de choc.

La relation de Crocco ( quation (1.45)) permet d'établir une relation entre les variations d'entropie et la vorticité présente au sein de l'écoulement. Dans la cadre d'un écoulement isenthalpique ($\Delta H_i = 0$) [8, 9] :

$$T\nabla s = -\vec{u} \times \vec{w} \quad (1.45)$$

Cette relation montre que le gradient spatial d'entropie dépend de la vitesse longitudinale et de la vorticité de l'écoulement. Or, la production d'entropie à travers un choc droit peut être simplement calculée à partir de la relation de Rankine-Hugoniot :

$$\frac{\Delta s}{r} = \ln \left[\left(1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 - 1) \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{(\gamma+1) M_1^2}{(\gamma-1) M_1^2 + 2} \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \right] \quad (1.46)$$

M_1 est le nombre de Mach à l'aval du choc. La production d'entropie reste constante sur toute la hauteur du choc. La vorticité à l'aval d'un choc droit est donc théoriquement nulle alors qu'elle est très intense au sein d'un sillage visqueux où de forts gradients spatiaux d'entropie sont observés. Cela montre donc qu'une importante source d'entropie associée à une faible vorticité peut être considérée comme la signature d'un choc.

Sur des configurations complexes, il est important de noter que les chocs ne sont pas parfaitement droits, ils peuvent être légèrement courbes ce qui implique des gradients spatiaux d'entropie non nuls. Néanmoins, les valeurs observées à l'aval d'un choc restent très faibles en comparaison des valeurs au sein de la couche limite. En conséquence la différenciation des zones responsables

de la traînée visqueuse et de la traînée de choc est effectuée à partir de la valeur du terme $|\vec{u} \times \vec{w}|$. Au dessus d'un certain seuil ϵ , la zone est considérée comme appartenant au sillage visqueux et en dessous de ce seuil, les zones appartiennent au sillage du choc (figure 1.6).

Cette première étape permet donc de distinguer les zones responsables uniquement de la traînée de choc, mais ne permet pas de modéliser l'interaction choc/couche limite. A l'aval d'un choc droit les sources d'entropie proviennent principalement des pertes de pression génératrice. Afin de modéliser l'interaction choc/couche limite au niveau d'un plan de sillage, Kusunose choisit de travailler sur les profils de pertes de pression génératrice. La figure 1.7 permet de visualiser l'écoulement autour d'une aile en configuration transsonique, dans le cadre général où les ondes de choc peuvent apparaître à l'extrados comme à l'intrados d'une aile. Afin de séparer la contribution de la couche limite en composantes visqueuse et de choc, Kusunose propose une décomposition linéaire au sein de cette couche limite entre les deux points à l'intrados et à l'extrados délimitant le sillage de la couche limite et celui du choc (Z_2 et Z_3).

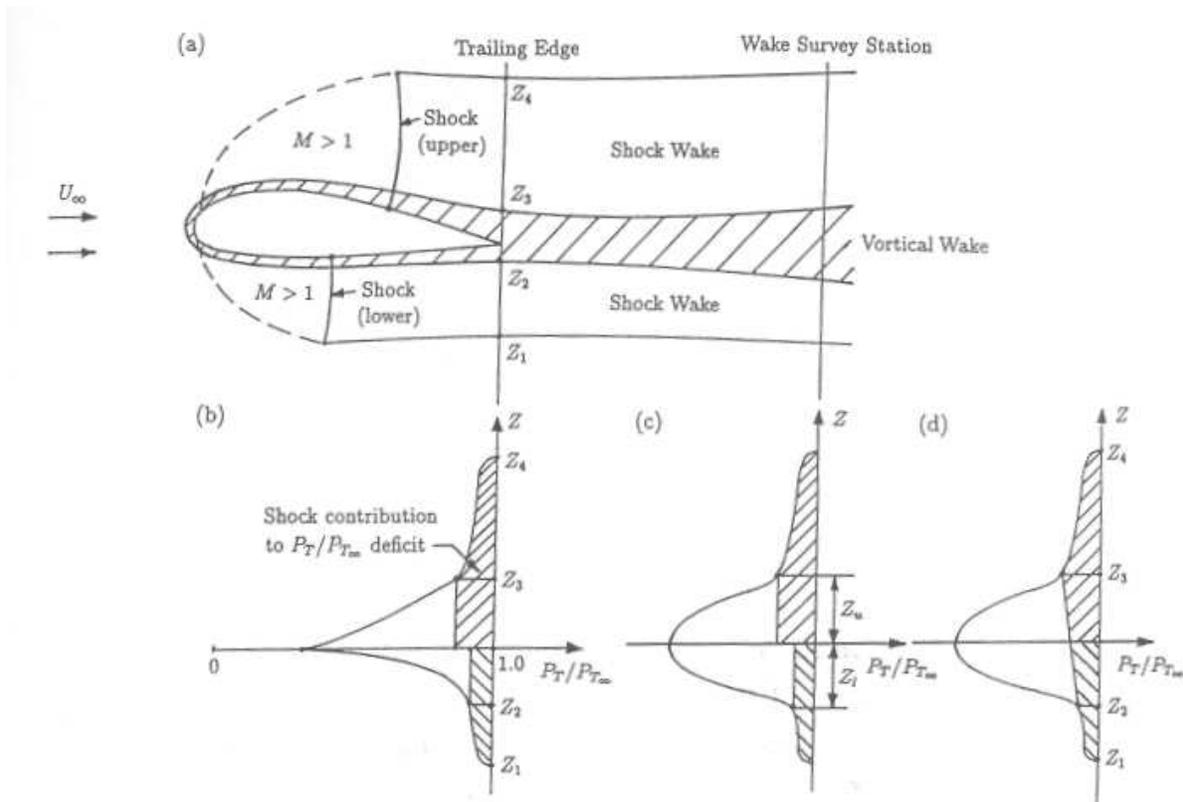


FIG. 1.7 – Décomposition des sillages visqueux et de choc.

Dans le cas où le choc se situe uniquement sur l'intrados ou l'extrados de l'aile, Kusunose choisit de définir la position du pied de choc au centre du sillage visqueux et d'appliquer une loi linéaire entre ce point, où la contribution à la traînée de choc est supposée nulle, et le point délimitant le sillage visqueux de celui du choc (Z_2 ou Z_3). La figure 1.8 présente une décomposition de la traînée de profil à partir d'une solution de calcul Navier-Stokes effectué pour un nombre de Mach de 0.8 sur une aile NACA0012 dans un plan de sondage situé à une corde du bord de fuite de l'aile ($\delta^2 C_{x_p}$ définit la densité de traînée de profil). Elle permet de voir le très bon

comportement de la méthode dans cette configuration simple, mais met également en évidence l'importance du choix de la valeur seuil ϵ . Les variations du critère $|\vec{u} \times \vec{w}|$ montrent qu'au centre du sillage visqueux, les valeurs deviennent inférieures au seuil ϵ , le traitement des données doit donc être effectué avec une grande prudence afin de ne pas attribuer une partie de la traînée visqueuse à la traînée du choc.

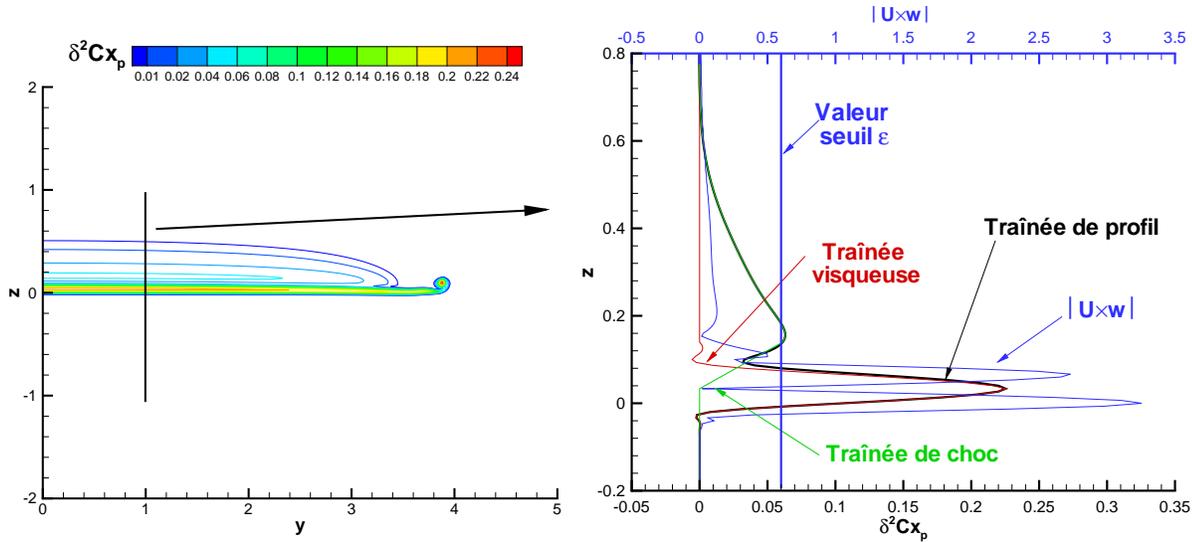


FIG. 1.8 – Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Décomposition de la traînée de profil par la méthode de Kusunose.

Cette méthode permet donc de décomposer la traînée de profil en composantes visqueuse et de choc grâce à une modélisation des profils de pertes de pression génératrice. Son avantage principal réside dans le fait qu'elle peut être utilisée dans n'importe quelles configurations et permet de détecter la présence de chocs sur divers éléments d'une maquette (voilure, empennage, dérive, nacelle). Son inconvénient principal est que la méthode n'est pas automatique et qu'elle dépend énormément de la valeur du seuil ϵ choisie. De plus, la modélisation proposée pour l'interaction choc/couche limite reste très empirique et très arbitraire.

1.4.2 Méthode du coefficient de diffusion

Cette deuxième méthode a été développée à l'ONERA [33–36] et est basée sur une approche totalement différente de celle de Kusunose. Son objectif est de pouvoir déterminer la traînée de choc au niveau de la voilure d'une maquette d'avion civil sans avoir de paramètres à régler. Cette méthode se base sur une modélisation des profils de grandeurs caractéristiques des phénomènes présents au sein d'un sillage visqueux et d'un sillage de choc (pression génératrice, entropie, traînée de profil). Elle consiste à supposer qu'au niveau du bord de fuite de la maquette, les profils se présentent sous une forme théorique comprenant une première poche issue des effets visqueux et une seconde, distincte, provenant du choc. Ce profil est défini par un nombre réduit de paramètres géométriques simples à déterminer. Dans un deuxième temps, les transformations subies le long du sillage de la maquette sont modélisées par une équation de diffusion. Par exemple, cela permet d'écrire pour les profils de pertes de pression génératrice :

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} = K \frac{\partial^2 P_i}{\partial x^2} \quad (1.47)$$

La figure 1.9 permet de résumer le principe de la méthode du coefficient de diffusion.

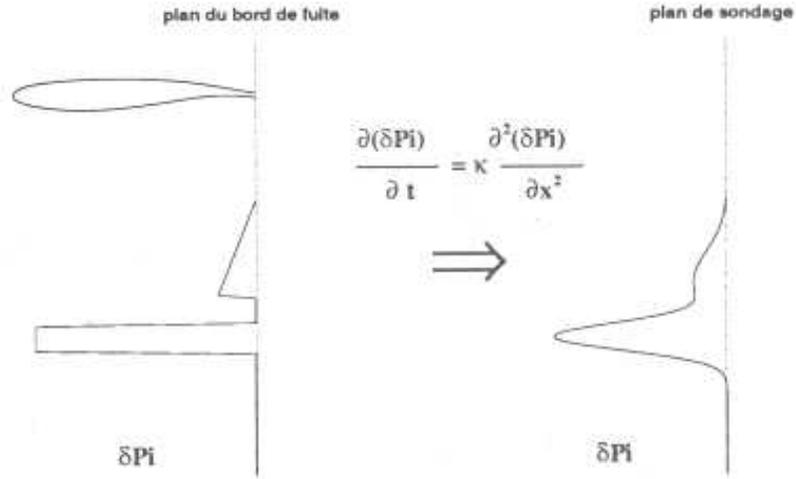


FIG. 1.9 – Principe de la méthode du coefficient de diffusion.

Afin de mettre en oeuvre cette méthode sur des cas concrets, une méthode de décomposition orthogonale est utilisée (POD). L'objectif de cette méthode est d'exprimer une fonction quelconque f à partir d'une famille finie de fonctions f_i formant une base orthogonale de l'espace vectoriel formé des fonctions f . Chaque fonction peut alors être exprimée sous la forme suivante :

$$f = \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i \quad (1.48)$$

N représente la dimension de l'espace vectoriel et α_i les coordonnées de f dans la base orthogonale formée par les fonctions f_i . Au niveau du bord de fuite de la maquette, la forme du profil théorique est connue, il est donc possible de définir une famille de fonctions f_i permettant d'exprimer n'importe quel profil théorique f avec des caractéristiques géométriques quelconques. Cette famille est divisée en deux séries distinctes, décrivant respectivement la poche visqueuse et la partie due au choc.

En supposant que les transformations subies par le profil théorique soient modélisables par une équation de diffusion (équation (1.47)), chaque fonction f_i peut être transportée au niveau du plan de sondage. Une nouvelle famille de fonctions est alors obtenue, cette dernière constitue une base orthogonale pour l'espace vectoriel constitué des profils déformés au niveau du plan de sondage. Soit F un de ces profils et F_i la famille de fonctions obtenue en appliquant l'équation de diffusion à la famille f_i , il est alors possible d'écrire :

$$F = \sum_{i=1}^N \alpha_i F_i \quad (1.49)$$

Les coordonnées α_i de la fonction F dans la base formée par les fonctions F_i sont identiques à celles de la fonction f exprimée dans la base formée par les fonctions f_i . Or dans le plan de sondage, les différents profils expérimentaux F et les fonctions F_i sont connus, il est donc possible de déterminer les α_i à partir d'une méthode de décomposition orthogonale. Ces α_i permettent

de déterminer la contribution des profils expérimentaux aux composantes visqueuse et de choc de la traînée. Cette méthode permet donc une décomposition complète de la traînée de profil sans aucun paramètre de réglage.

Dans la partie suivante, les résultats obtenus à partir de ces deux méthodes de décomposition de la traînée de profil sont présentés sur une configuration simple.

1.4.3 Exemple de décomposition de la traînée de profil

La figure 1.10 permet de comparer les décompositions obtenues par les deux méthodes sur le calcul Navier-Stokes présenté auparavant. Elles fournissent des résultats très proches en termes de traînée globale et de décomposition spatiale. Une légère différence apparaît néanmoins sur la position du pied de choc. La méthode du coefficient de diffusion fournit une position moins avancée au sein de la couche limite, ce qui explique une valeur globale de traînée de choc légèrement inférieure (118 points contre 120).

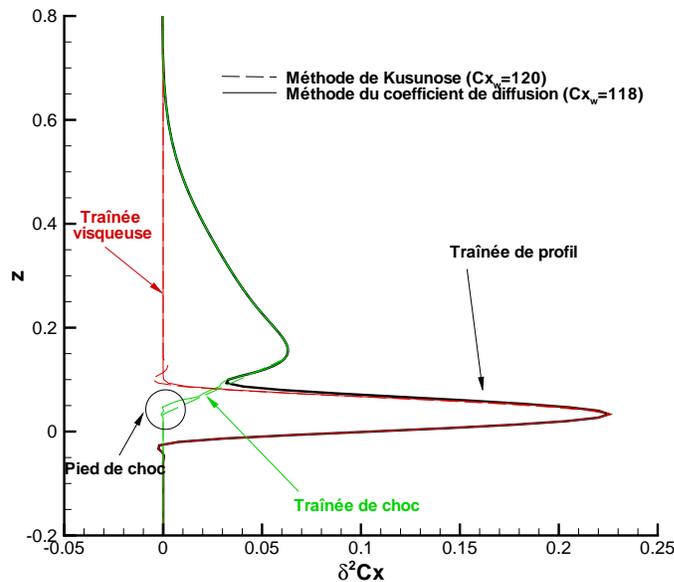


FIG. 1.10 – Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Décomposition de la traînée de profil par les méthodes de Kusunose et du coefficient de diffusion.

1.5 Conclusion partielle

Ce premier chapitre a permis de présenter les différentes méthodes utilisées pour déterminer la traînée d'un avion à partir de mesures effectuées en soufflerie ou à partir de calculs CFD. La seule méthode capable de fournir une décomposition phénoménologique de la traînée requise pour obtenir un certain degré d'optimisation, est la méthode champ lointain. A partir de cette dernière, de nombreuses formulations ont été développées pour des écoulements non portants dans un premier temps, puis pour tous les types d'écoulements dans un second temps. Ces formulations sont basées sur des hypothèses différentes et ne fournissent donc pas une décomposition identique de la traînée globale en composantes de profil et induite. Les deux formulations ONERA

mettent en évidence que la séparation des effets responsables de la traînée de profil et de la traînée induite est naturelle au premier ordre, mais montre qu'au deuxième ordre les variations de vitesse longitudinale dues à ces deux types de phénomènes ont une grande importance. La décomposition est complétée grâce aux méthodes de Kusunose et du coefficient de diffusion qui permettent d'obtenir les composantes visqueuse et de choc à partir de la traînée de profil.

Les méthodes de décomposition de la traînée présentées dans ce chapitre sont des résultats théoriques applicables à la fois pour des essais en soufflerie, mais également pour des calculs CFD. L'objectif de cette thèse est de se concentrer sur l'aspect expérimental, le chapitre suivant présente donc la mise en oeuvre de ces formulations à partir d'essais en soufflerie.

Chapitre 2

Moyens de mesure et méthodes de post-traitement

L'objectif de ce chapitre est de montrer comment les formulations théoriques présentées au chapitre précédent permettent à partir de mesures de sillage en soufflerie de calculer les caractéristiques de l'objet étudié en champ libre. Dans un premier temps, une présentation des différents moyens de mesure utilisés pour ce genre d'essais est effectuée. Cette présentation s'accompagne d'une description de leur mise en oeuvre au sein d'une soufflerie. Cela permet de mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chaque moyen de mesure. La seconde partie de ce chapitre présente le logiciel développé à l'ONERA pour exploiter les mesures effectuées en soufflerie et calculer les différentes composantes de la traînée. Les différentes méthodes numériques nécessaires au traitement des données ainsi que les méthodes de correction mises en oeuvre pour gérer les imprécisions liées à la mesure sont présentées.

2.1 Moyens de mesure

2.1.1 Problématique

Pour calculer les différentes composantes de la traînée, il est impératif de connaître les grandeurs aérodynamiques à mesurer et les zones de l'écoulement dans lesquelles des phénomènes physiques responsables de la traînée sont présents. Toutes les formulations présentées dans le chapitre précédent sont relatives à la méthode champ lointain. Leur mise en oeuvre nécessite, soit de mesurer l'ensemble des grandeurs aérodynamiques sur un volume autour de la maquette étudiée, soit de mesurer ces grandeurs uniquement sur un plan à l'aval de la maquette, ce dernier pouvant être réduit au sillage dans certains cas.

Les formulations, telles qu'elles sont présentées dans le chapitre précédent, ont un domaine d'intégration surfacique, mais elles peuvent être exprimées sous une forme d'intégrale volumique par l'intermédiaire de la formule de la divergence. Or la connaissance des données sur l'ensemble du volume permet d'accéder à de plus amples informations pour déterminer les composantes de la traînée. Ce type de formulation est couramment utilisé pour l'exploitation de calculs CFD [37–39], mais inutilisable en soufflerie. En effet, le temps nécessaire pour effectuer de telles mesures serait prohibitif et les coûts beaucoup trop importants. Les mesures en soufflerie se limitent donc à un plan situé à l'aval de la configuration étudiée, les informations recueillies sont alors moins nombreuses que dans le cas de l'exploitation de calculs CFD, mais permettent tout de

même de déterminer l'ensemble des composantes de la traînée.

Afin d'obtenir une description suffisante du sillage, le nombre de points pour une configuration doit varier entre 20 000 et 100 000 suivant les cas. Les zones de mesure sont limitées au sillage de la maquette et ne sont pas effectuées sur l'ensemble d'un plan aval. Le domaine d'intégration de certaines formulations présentées dans le chapitre précédent n'est pas limité à cette zone, ces dernières ne permettent donc pas d'obtenir une évaluation précise de la traînée dans ces conditions.

L'application de ces formulations nécessite la connaissance de nombreuses grandeurs aérodynamiques. Le nombre de variables à mesurer reste néanmoins limité car la connaissance de cinq d'entre elles est suffisante pour déterminer toutes les autres. Les grandeurs les plus simples à mesurer sont les pressions et température génératrices ainsi que les trois composantes du vecteur vitesse. Dans la suite du chapitre, deux méthodes permettant de mesurer localement, l'ensemble ou une partie de ces grandeurs, sont présentées.

2.1.2 Sonde 5 trous

Description

La sonde anémo-clinométrique à 5 trous permet de mesurer les pressions statique et génératrice de l'écoulement, les angles d'incidence et de dérapage. Son principe de fonctionnement est assez simple (figure 2.1).

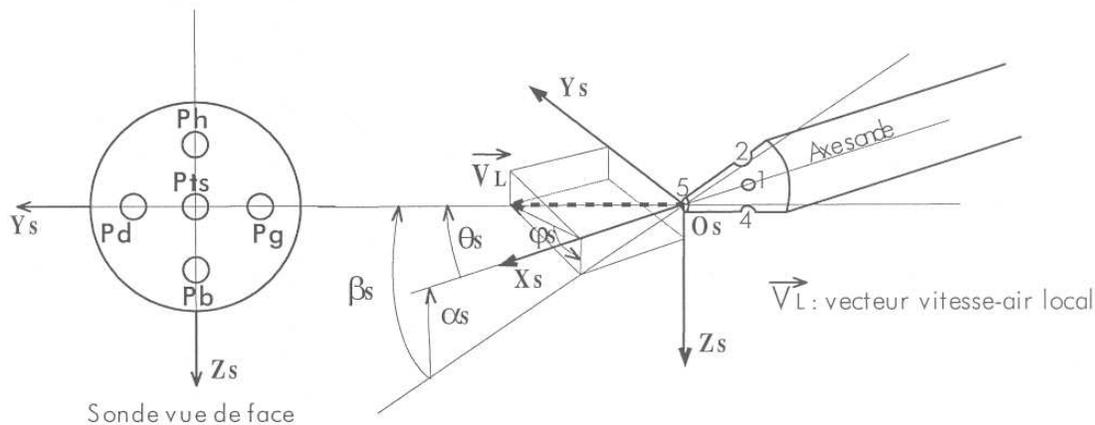


FIG. 2.1 – Sonde 5 trous avec son trièdre associé.

En disposant judicieusement quatre prises de pression sur un cône, il est possible de mesurer avec une grande précision les différences de pression entre les différents orifices et dans un second temps de corréliser ces écarts avec les angles d'inclinaison du vecteur vitesse grâce à un étalonnage. Le trou central permet la mesure de la pression génératrice locale de l'écoulement. Cette sonde ne permet pas de déterminer la température génératrice, mais dans le cadre de la prévision de la traînée d'un avion de transport non-motorisé, l'influence des variations de cette température sur la traînée est négligeable, sa mesure n'est donc pas nécessaire. En revanche, pour une configuration motorisée, équipée par exemple de nacelles motorisées TPS (Turbo-Powered Simulator), cette mesure est indispensable.

Mise en oeuvre

Ce type de sonde semble présenter de nombreux avantages pour effectuer des mesures de sondage dédiées à la prévision de la traînée. Malheureusement ce moyen de mesure est intrusif car il doit être positionné au niveau du plan de sondage pour effectuer les mesures, il modifie donc localement l'écoulement et influence les mesures qu'il effectue lui-même. Néanmoins, la forme conique de ces sondes permet de minimiser ces effets et d'obtenir des mesures fiables. Son deuxième inconvénient est qu'il nécessite l'utilisation d'un porte-sonde qui permet de positionner et déplacer la sonde au sein de la soufflerie. Lors des mesures, cette sonde ne doit être soumise à aucun mouvement, le porte-sonde doit être capable de résister aux forces extérieures s'appliquant sur le système de mesure. Ce dispositif est nécessairement encombrant et intrusif. Il est positionné à l'aval de la sonde et peut se présenter sous différentes formes (figures 2.2 et 2.3).

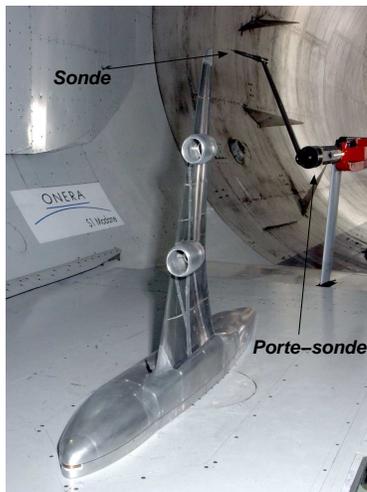


FIG. 2.2 – Dispositif de sondage au sein de la soufflerie S1MA.

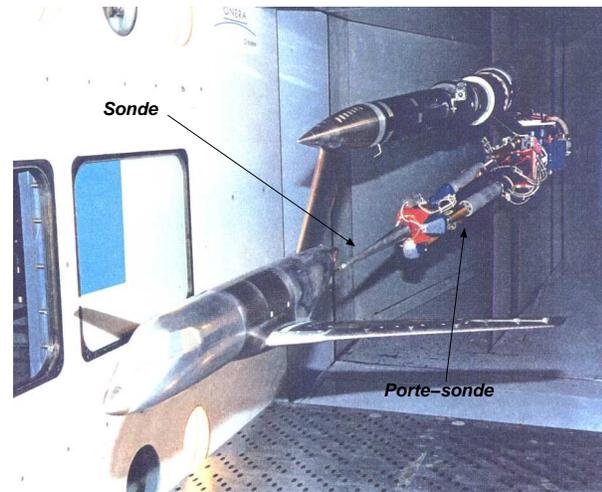


FIG. 2.3 – Dispositif de sondage au sein de la soufflerie S2MA.

Au cours d'essais réalisés en collaboration avec Airbus France dans la soufflerie S1MA de l'ONERA sur une demi-maquette de configuration générique [35, 48], la sonde était fixée sur un bras articulé et pouvait décrire un mouvement circulaire. Ce bras était lui-même fixé sur un mât et pouvait bouger en translation suivant l'axe principal de l'écoulement afin de positionner précisément la sonde au niveau du plan de sondage voulu. La figure 2.4 permet de visualiser la trajectoire de la sonde au cours des mesures et les différentes lignes de sondage décrites. Ces lignes permettent de couvrir l'ensemble du sillage de la maquette, le nombre de lignes est de l'ordre de 200, le nombre de points sur chaque ligne varie de 300 à 1 000 pour un nombre total de points supérieur à 75 000. Sur une même ligne, les points sont très rapprochés les uns des autres car les gradients observés à la traversée du sillage visqueux sont très importants, il est nécessaire d'avoir une description très fine de l'écoulement avec au minimum une cinquantaine de points au sein du sillage visqueux. En revanche, l'espace entre les lignes est plus important car les gradients dans le sens de l'envergure sont beaucoup plus faibles, excepté au niveau de l'extrémité de la voilure.

Un deuxième type de dispositif est présenté sur la figure 2.3. Ce dernier a été utilisé à plusieurs reprises au sein de la soufflerie S2MA de l'ONERA pour effectuer des mesures de sillage à

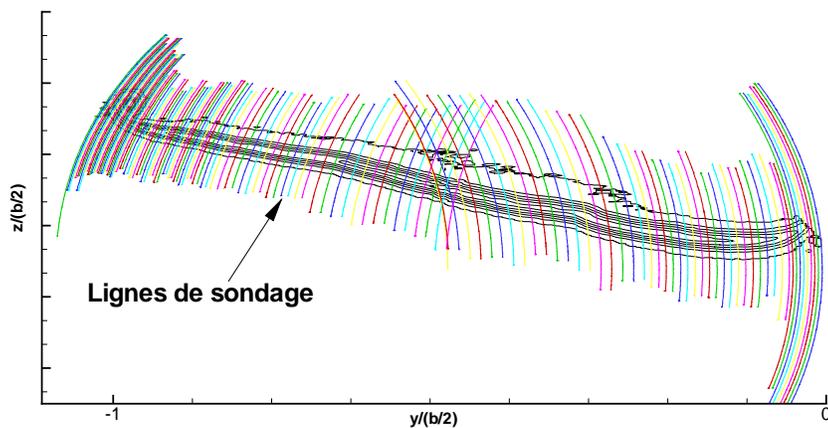


FIG. 2.4 – Lignes de sondage pour des essais sur une configuration générique de type Airbus dans la soufflerie S1MA.

l’aval d’une configuration de type Falcon générique [33, 34, 49, 50] au cours d’essais réalisés en collaboration avec Dassault Aviation. La sonde était fixée sur un dispositif appelé 6° de liberté qui permettait d’effectuer des mouvements de translation et de rotation. De cette manière la sonde pouvait être positionnée sur l’ensemble des zones à mesurer. Afin d’obtenir une description précise de l’écoulement, les mesures ont été effectuées à l’aide de lignes verticales traversant le sillage de la maquette. L’espace entre chaque point de mesure sur une même ligne est très faible, en revanche l’espace entre les lignes est beaucoup plus important. La figure 2.5 présente la répartition de ces lignes de sondage au cours d’un essai réalisé dans la soufflerie S2MA. Le nombre de lignes de sondage est de l’ordre de 100 avec environ 300 points sur chaque ligne, soit un total d’environ 30 000 points de sondage.

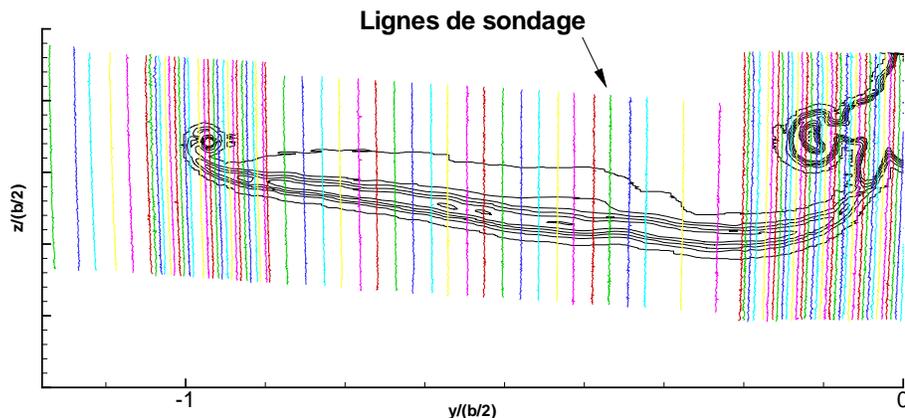


FIG. 2.5 – Lignes de sondage pour des essais sur une configuration Falcon générique dans la soufflerie S2MA.

La sonde 5 trous associée à un dispositif porte-sonde permet donc d’obtenir une description fine de l’écoulement, notamment dans les zones de forts gradients et de calculer les différentes composantes de la traînée. Le temps nécessaire au sondage d’un plan reste néanmoins assez im-

portant, environ 1h30 pour 30 000 points.

La sonde 5 trous est actuellement la seule méthode utilisée pour déterminer les trois composantes de la traînée. Dans le cadre d'études uniquement sur la traînée induite, une méthode optique peut être utilisée pour mesurer le champ de vitesse de l'écoulement.

2.1.3 Vélocimétrie par image de particules (PIV : Particle Image Velocimetry)

Description

Ce moyen de mesure est une technique optique non intrusive dont le principe de base est de mesurer la vitesse de particules entraînées par l'écoulement à partir de deux photos successives prises à un très court intervalle de temps.

Pour cela, l'écoulement estensemencé par des particules microscopiques, ensuite deux flashes laser successifs illuminent le plan de mesure, une caméra permet d'enregistrer l'écoulement au moment de ces deux flashes. Les données sont ensuite traitées par des techniques de corrélation qui permettent de déterminer les positions successives d'une même particule et d'en déduire sa vitesse. La figure 2.6 permet de résumer le principe de fonctionnement de cette méthode.

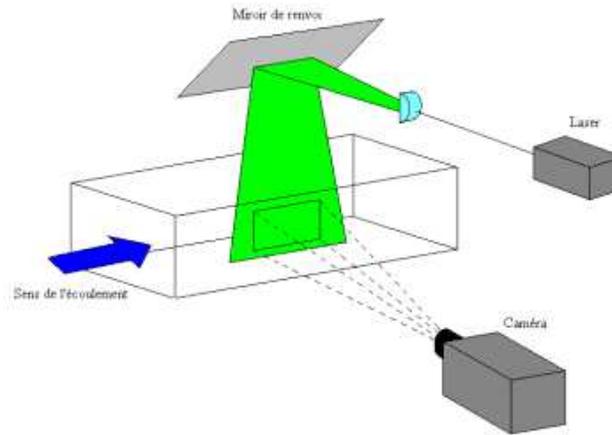


FIG. 2.6 – Principe de fonctionnement de la PIV.

L'utilisation d'une seule caméra pour enregistrer l'évolution de l'écoulement dans le plan laser permet de déterminer uniquement les composantes de la vitesse dans ce plan. Afin d'obtenir les trois composantes, une méthode dite stéréoscopique peut être utilisée. Elle consiste à utiliser deux caméras enregistrant l'écoulement dans le plan laser suivant deux directions différentes. Ces mesures permettent alors de reconstruire le champ de vitesse et de déterminer ses trois composantes.

Quelle que soit la technique utilisée, la PIV permet de déterminer les valeurs instantanées et moyennes de l'écoulement. Le champ de vitesse permet alors de calculer la vorticité et la traînée induite de la configuration étudiée grâce à la formule de Maskell.

Mise en oeuvre

Cette méthode a été utilisée pour plusieurs essais afin d'évaluer la traînée induite de différentes configurations. Pour avoir une description fine de l'écoulement, un nombre important de points de mesure est nécessaire sur l'ensemble du sillage. Les caméras étant limitées au niveau du nombre de particules qu'elles peuvent enregistrer en une seule fois, les mesures doivent être effectuées sur des zones de taille limitée. Pour obtenir, l'ensemble du sillage, plusieurs fenêtres doivent être définies. La figure 2.7 présente les différentes fenêtres de mesure utilisées pour des essais réalisés dans la soufflerie L1 de l'ONERA sur une maquette Dyn'Aéro en 2004 [51].

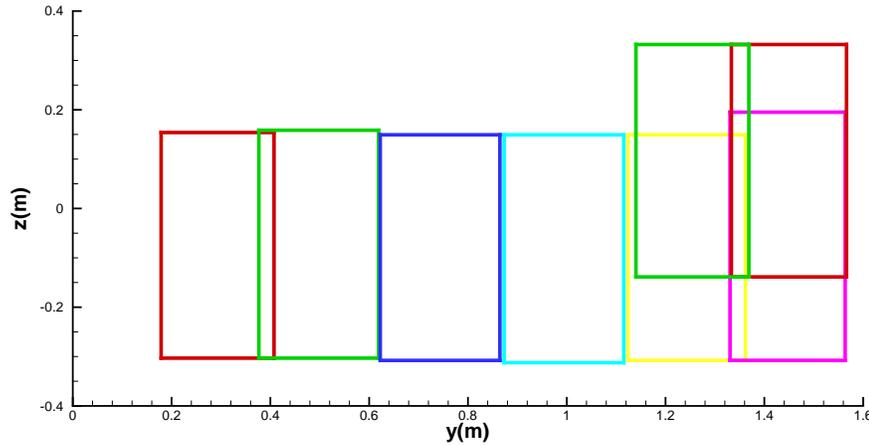


FIG. 2.7 – Fenêtres PIV définies pour les essais Dyn'Aéro dans la soufflerie L1.

Ainsi, ce moyen de mesure permet de déterminer avec une grande précision les trois composantes du vecteur vitesse et de calculer la traînée induite d'une configuration. L'avantage de cette méthode est qu'elle est non intrusive et que le temps de mesure est très court. En revanche, le temps de préparation de l'essai et le calage des caméras nécessitent une durée beaucoup plus importante car cette opération doit être effectuée pour chaque fenêtre. L'inconvénient principal de cette méthode est qu'elle ne permet pas de déterminer la traînée de profil.

Les deux méthodes de mesure présentées permettent donc de décrire l'écoulement avec une très bonne précision. Néanmoins pour être exploitables, les données obtenues doivent être analysées pour d'une part, être interpolées sur un maillage permettant l'évaluation des différentes composantes de la vitesse et d'autre part, être corrigées pour gérer les incertitudes liées à la mesure. La partie suivante a donc pour objectif de présenter les différentes méthodes numériques utilisées pour effectuer ces opérations et implémentées dans le logiciel ONERA dédié à l'extraction de traînée à partir de résultats expérimentaux.

2.2 Méthodes d'exploitation des mesures

Dans cette partie, le premier paragraphe présente les méthodes d'interpolation des données sur un maillage cartésien utilisé pour calculer les différentes composantes de la traînée. Le deuxième paragraphe s'attarde sur les méthodes de correction mises en oeuvre pour éliminer les erreurs de mesure et les fluctuations de l'écoulement. Le troisième paragraphe est dédié aux méthodes utilisées pour calculer la fonction de courant de l'écoulement à partir du champ de

vorticité et de l'équation de Poisson $\Delta\psi = -\zeta$. Le dernier paragraphe est consacré aux méthodes d'intégration surfacique permettant de calculer les valeurs globales de traînée pour une configuration donnée.

2.2.1 Interpolation des données

La première étape nécessaire à l'exploitation des mesures en soufflerie est d'interpoler les données sur un maillage adapté aux méthodes de calculs. Pour la prévision de la traînée à partir de mesures en soufflerie l'utilisation de grilles cartésiennes uniformes semble tout à fait adaptée. Suivant la répartition des points de mesure dans le plan de sondage, la méthode d'interpolation est différente.

Pour les mesures effectuées avec une sonde 5 trous, la répartition des points de sondage est homogène le long des lignes de sondage. La distance entre chaque ligne de sondage est beaucoup plus importante que entre deux points de mesure, la méthode d'interpolation est donc différente suivant la direction considérée.

Interpolation linéaire

Le long des lignes de sondage, la densité des points de mesure est très importante, une méthode d'interpolation linéaire permet d'obtenir des solutions précises. L'interpolation des différentes grandeurs aérodynamiques sur les lignes de maillage horizontales à partir des lignes de sondage est définie par :

$$f(z_i) = \frac{z_{j+1} - z_i}{z_{j+1} - z_j} f(z_j) + \frac{z_i - z_j}{z_{j+1} - z_j} f(z_{j+1}) \quad (2.1)$$

f définie la grandeur à interpoler, z_i l'ordonnée du point d'interpolation, z_j et z_{j+1} les ordonnées des deux points de mesure utilisés pour l'interpolation. La figure 2.8 résume le principe de cette interpolation linéaire.

Pour projeter les points obtenus le long des lignes de sondage sur les points du maillage cartésien, la méthode d'interpolation linéaire n'est plus adaptée car l'espace entre les points de mesure suivant l'envergure est trop important (figure 2.8). Pour pallier cette difficulté, une méthode d'interpolation par spline cubique est utilisée.

Interpolation par spline cubique

Cette méthode consiste à déterminer, sur chaque intervalle $[y_j, y_{j+1}]$ de chaque ligne de maillage horizontale, un polynôme d'ordre 3 qui assure la continuité de l'interpolation entre les intervalles, sachant que ce polynôme est connu au niveau des points y_j (points de mesure).

Soit f , la fonction d'interpolation sur le domaine $[y_1, y_n]$ (n est égal au nombre d'intervalles entre les lignes de sondage) et f_j le polynôme d'interpolation d'ordre 3 sur l'intervalle $[y_j, y_{j+1}]$. Il est alors possible de démontrer la relation suivante :

$$f_j(y) = \frac{(y - y_j)^3}{6(y_{j+1} - y_j)} f''(y_{j+1}) + \frac{(y_{j+1} - y)^3}{6(y_{j+1} - y_j)} f''(y_j) + a_j (y - y_j) + b_j \quad (2.2)$$

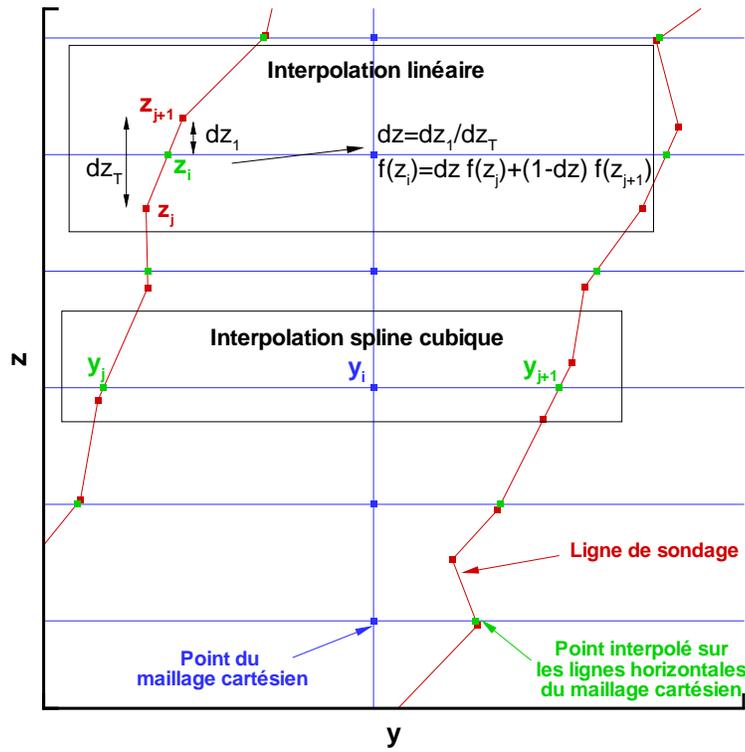


FIG. 2.8 – Interpolation linéaire et par spline cubique des mesures sur un maillage cartésien.

où a_j et b_j sont deux constantes définies par :

$$\begin{cases} b_j = f(y_j) - \frac{(y_{j+1} - y_j)^2}{6} f''(y_j) \\ a_j = \frac{f(y_{j+1}) - f(y_j)}{y_{j+1} - y_j} - \frac{y_{j+1} - y_j}{6} (f''(y_{j+1}) - f''(y_j)) \end{cases} \quad (2.3)$$

La dérivée seconde de f au niveau des points y_j est déterminée à partir de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{y_j - y_{j-1}}{6} f''(y_{j-1}) + \frac{y_{j+1} - y_{j-1}}{3} f''(y_j) + \frac{y_{j+1} - y_j}{6} f''(y_{j+1}) = \frac{f(y_{j+1}) - f(y_j)}{y_{j+1} - y_j} - \frac{f(y_j) - f(y_{j-1})}{y_j - y_{j-1}} \quad (2.4)$$

Cette équation peut être écrite sur les bornes y_j de chaque intervalle, cela permet d'obtenir un système à $n - 2$ équations avec comme inconnues les n valeurs de la dérivée seconde de f en y_j . Pour résoudre le système, deux équations supplémentaires sont nécessaires. Elles sont obtenues en imposant la valeur nulle à la dérivée seconde aux points y_1 et y_n , ce qui permet d'obtenir une spline cubique dite naturelle. Le système obtenu est alors parfaitement inversible, la dérivée seconde de f peut donc être calculée sur les bords de chaque intervalle. L'expression (2.2) permet ensuite de déterminer la fonction f , définie par morceau par un polynôme d'ordre 3, sur l'intervalle $[y_1, y_n]$. L'application de cette méthode d'interpolation permet de calculer sur les points de maillage (figure 2.8), la valeur des différentes grandeurs aérodynamiques à déterminer.

La combinaison de ces deux méthodes d'interpolation (linéaire et spline cubique) est utilisée lorsque la répartition des points de mesure n'est pas homogène suivant les directions, ce qui est souvent le cas pour des mesures effectuées avec une sonde 5 trous. Lorsque, au contraire, la répartition est homogène l'utilisation de deux méthodes d'interpolation ne se justifie plus. De telles distributions sont en général obtenues au cours de mesures PIV. Une répartition homogène des points de mesure permet une interpolation unique sur une grille cartésienne. Pour cela, la méthode des distances inverses est utilisée.

Interpolation par la méthode des distances inverses

Elle consiste, pour chaque point du maillage cartésien, à définir les quatre points de mesure les plus proches entourant ce point de maillage. Lorsque ces quatre points sont identifiés, les valeurs des différentes grandeurs f à interpoler peuvent être calculées en utilisant la contribution de ces points de mesure, pondérée par les distances entre ces points et le point d'interpolation j :

$$f(j) = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 d_{ij}^a} \sum_{i=1}^4 d_{ij}^a f(i) \quad (2.5)$$

d_{ij} représente la distance entre le point de mesure i et le point d'interpolation j , $f(i)$ la valeur de la grandeur à interpoler au point i et a un paramètre à définir permettant d'ajuster l'interpolation. Une valeur couramment utilisée est -3.5 [52]. La figure 2.9 résume le principe de cette méthode d'interpolation.

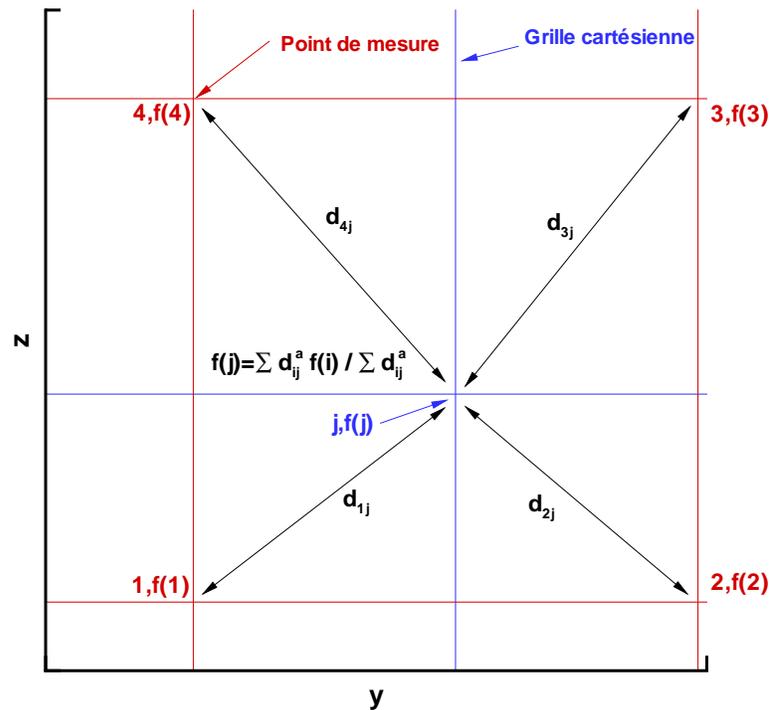


FIG. 2.9 – Interpolation par la méthode des distances inverses.

Les différentes méthodes permettent donc d'interpoler des mesures effectuées par une sonde 5 trous ou en PIV sur une grille cartésienne parfaitement adaptée pour la prévision de la traînée à partir d'essais en soufflerie. Cette phase d'interpolation constitue la première étape du traitement des données. Une deuxième étape consiste à corriger les erreurs liées aux mesures. En effet, au cours des essais, les fluctuations de l'écoulement ainsi que la précision du moyen de mesure font que des variations homogènes et de faibles amplitudes apparaissent sur les grandeurs mesurées. Afin de corriger ces effets indésirables dus à l'expérience, une méthode statistique a été mise au point à l'ONERA [33]. Elle est présentée dans le paragraphe suivant.

2.2.2 Méthodes de correction

Les grandeurs initiales utilisées pour le calcul des différentes composantes de la traînée sont les température et pression génératrices ainsi que les trois composantes de la vitesse. En dehors du sillage de l'objet étudié, les variations des grandeurs génératrices par rapport à l'état infini amont doivent être nulles. Pour les composantes de la vitesse, aucune hypothèse ne peut être effectuée, mais pour supprimer les fluctuations sur ces vitesses, le champ de vorticité peut être corrigé car cette dernière doit être très faible en dehors du sillage visqueux. Ce champ de vorticité est utilisé pour le calcul de la traînée induite qui ne sera donc pas affectée par les erreurs de mesure. Les calculs de traînée de profil dépendent principalement des grandeurs génératrices de l'écoulement qui peuvent être corrigées, ils seront donc également très peu sensibles aux erreurs de mesure.

Cette méthode de correction est basée sur une approche statistique et est illustrée sur la figure 2.10 à l'aide d'un profil de pression génératrice sans dimension. Cette méthode de correction peut s'appliquer sur des lignes de maillage perpendiculaires au sillage de l'objet étudié. Elle se déroule en plusieurs étapes :

- A partir d'une valeur arbitraire P_i^{test} , un domaine $[P_i^{test}, 1]$ est défini et un traitement statistique des données est effectué sur ce dernier. Il permet de déterminer une première approximation des tendances observées en calculant une valeur moyenne μ_1 et un niveau de fluctuation σ_1 .
- Les résultats précédents sont ensuite utilisés pour rendre la correction indépendante de la valeur arbitraire initiale choisie en limitant le domaine de traitement des données à $[\mu_1 - 3\sigma_1, 1]$. Cela permet de définir une seconde approximation par l'intermédiaire d'une valeur moyenne μ_2 et d'un niveau de fluctuation σ_2 . Cette étape peut être réitérée pour converger vers un champ de pression génératrice indépendant des paramètres de réglages de la méthode.
- La dernière étape consiste à effectuer la correction sur les mesures. Cette dernière est réalisée en translatant tout le profil d'une valeur μ_2 de façon à obtenir une moyenne du profil égale à 1 sur le domaine considéré, puis en annulant les fluctuations inférieures à $3\sigma_2$.

Cette méthode est appliquée aux température et pression génératrices ainsi qu'aux champs de vorticité et de divergence de l'écoulement. Après correction, ces différentes grandeurs ne présentent plus ou peu de fluctuations en dehors du sillage et les grandeurs génératrices sans dimension sont systématiquement inférieures à 1. Ces corrections permettent donc de déterminer les différentes composantes de la traînée avec précision.

Si les fluctuations sont trop fortes et qu'elles ont le même ordre de grandeur que les variations au sein du sillage, cette méthode de correction ne peut pas être appliquée car elle entraîne une

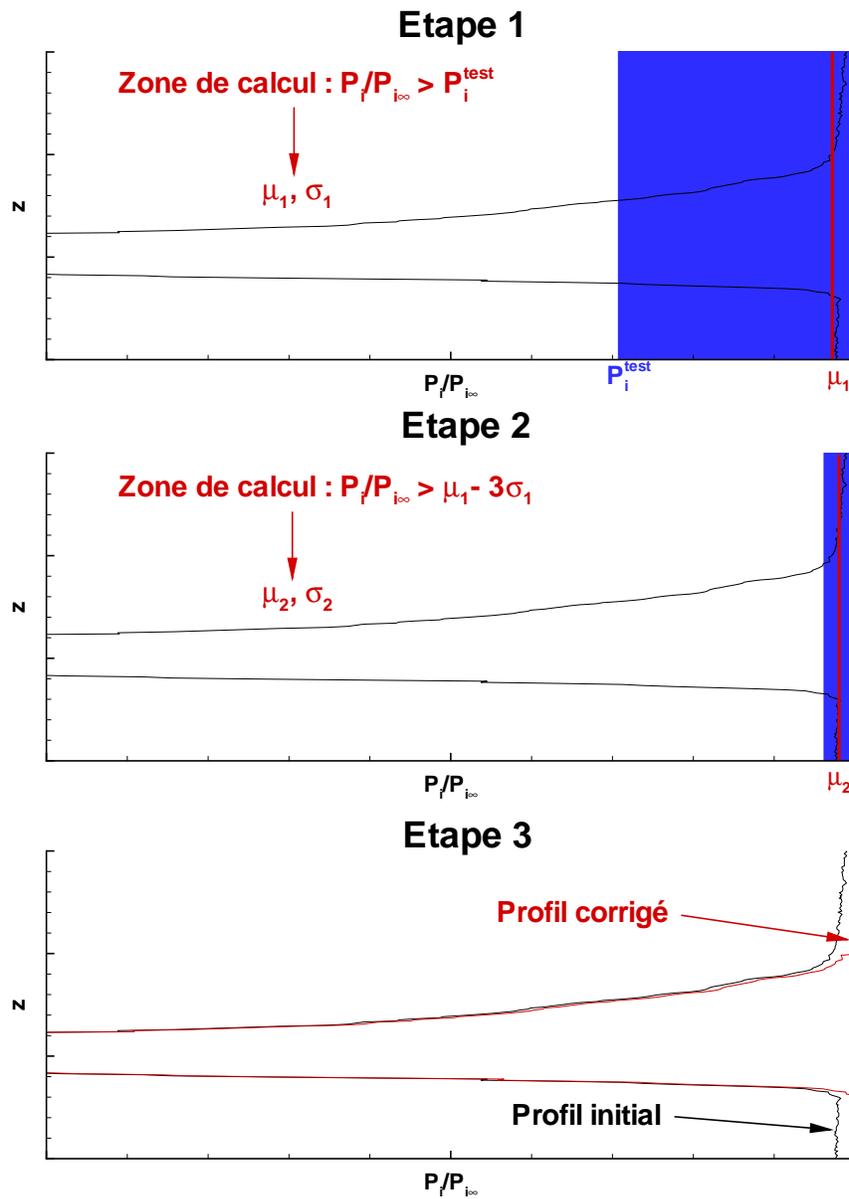


FIG. 2.10 – Méthode de correction statistique.

suppression d'informations liées à la physique de l'écoulement. Néanmoins, cette configuration ne se produit, a priori jamais, dans le cadre de la prévision de la traînée sur des avions de transport.

La figure 2.11 montre le résultat de l'application de cette méthode de correction sur un champ de pression génératrice obtenu à partir de mesures effectuées par une sonde 5 trous dans le cadre d'essais sur une configuration Falcon dans la soufflerie S2MA. Cette méthode permet de corriger les fluctuations de l'écoulement en dehors du sillage tout en conservant une description fine au sein de ce dernier.

Les moyens de mesure utilisés ainsi que les méthodes numériques mises en oeuvre pour le traitement des données permettent de déterminer l'ensemble des grandeurs aérodynamiques sur

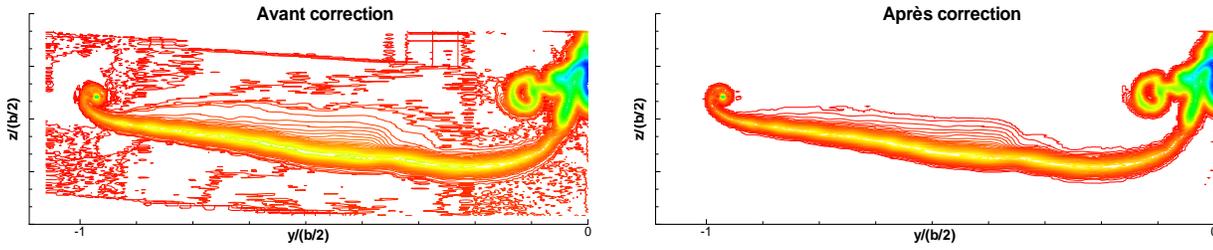


FIG. 2.11 – Application de la méthode de correction sur un champ de pression génératrice.

un maillage cartésien et d'éliminer les fluctuations ne traduisant pas un phénomène physique responsable de la traînée. Le paragraphe suivant présente les formules et méthodes utilisées pour calculer les grandeurs nécessaires à l'évaluation des différentes composantes de la traînée.

2.2.3 Calcul des grandeurs aérodynamiques

A partir des trois composantes de la vitesse, de la pression génératrice et de la température génératrice, l'ensemble des grandeurs utilisées dans les formulations présentées dans le chapitre 1 peuvent être déterminées. Elles peuvent être classées en deux catégories : celles utilisées pour le calcul de la traînée de profil et celles utilisées pour la traînée induite. Lorsque les mesures sont effectuées avec une sonde 5 trous, la température génératrice n'est pas mesurée et la mesure de la pression statique n'est pas utilisée. Avec la PIV, seules les trois composantes de la vitesse sont mesurées, ce qui permet de déterminer uniquement la traînée induite.

Traînée de profil

Pour les formulations de Betz et Jones, il est nécessaire de connaître la pression statique de l'écoulement. Elle peut être déterminée à partir des lois isentropiques :

$$\frac{P}{P_\infty} = \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.6)$$

où \mathfrak{S} est défini par :

$$\mathfrak{S} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left(1 - \frac{|V|^2 T_{i\infty}}{U_\infty^2 T_i} \right) \quad (2.7)$$

Pour les formulations de Oswatitsch, van der Vooren et Kusunose, il faut connaître la masse volumique, les variations d'entropie et d'enthalpie totale par rapport à l'état à l'infini amont du fluide. Pour la masse volumique :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \frac{T_{i\infty}}{T_i} \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.8)$$

Pour les variations d'entropie :

$$\frac{\Delta s}{r} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_i}{T_{i\infty}} \right) - \ln \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right) \quad (2.9)$$

Pour les variations d'enthalpie totale :

$$\Delta H_i = C_p (T_i - T_{i\infty}) \quad (2.10)$$

avec :

$$C_p = \frac{\gamma r}{\gamma-1} \quad (2.11)$$

Trainée induite

Pour la formulation de van der Vooren, il faut connaître les variations de pression statique (équation (2.8)), pour les autres formulations basées sur les travaux de Maskell, il est nécessaire de déterminer la vorticit e longitudinale et les termes sources de l'écoulement, mais également la fonction de courant et le potentiel de vitesse. La vorticit e ζ et les termes sources σ sont calculées de la mani ere suivante :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \\ \zeta = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \end{cases} \quad (2.12)$$

La fonction de courant et le potentiel de vitesse sont d etermin es à partir des équations de Poisson suivantes :

$$\begin{cases} \Delta\psi = -\zeta \\ \Delta\phi = \sigma \end{cases} \quad (2.13)$$

Pour r esoudre ces équations à partir de la formule de Green, il est n ecessaire de d efinir des conditions limites. Deux options sont possibles. La premi ere consiste à ne pas prendre en compte la pr esence des parois afin de d eterminer la fonction de courant et le potentiel de vitesse de l'écoulement en champ libre. Dans ce cas, les champs de vorticit e et de termes sources obtenus en soufflerie sont supposées identiques à l'écoulement en champ libre. Cette hypoth ese n'est pas rigoureusement exacte, son influence sur les calculs de train ee induite est  tudi ee dans le chapitre 4. La seconde option consiste à prendre en compte l'influence des parois et calculer la train ee induite champ confinée.

Dans les deux cas, la r esolution des équations de Poisson du syst eme (2.13) se fait en utilisant les fonctions de Green. La solution g en erale du probl eme peut être écrite sous la forme :

$$\begin{cases} \psi(y, z) = - \int_{\Sigma_1} Gr(y_0, z_0, y, z) \zeta(y_0, z_0) dy_0 dz_0 - \int_{\partial\Sigma_1} Gr \psi_n dl \\ \phi(y, z) = \int_{\Sigma_1} Gr(y_0, z_0, y, z) \sigma(y_0, z_0) dy_0 dz_0 + \int_{\partial\Sigma_1} Gr \phi_n dl \end{cases} \quad (2.14)$$

Gr est une fonction de Green r epondant au probl eme sp ecifi e. Le second terme des deux équations pr ec edentes repr esente une int egrale lin eique suivant $\partial\Sigma_1$, la ligne fronti ere de Σ_1 . ψ_n et ϕ_n repr esentent des d eriv ees partielles par rapport à la normale \vec{n} . Pour pouvoir calculer les valeurs de ψ et ϕ uniquement à partir de valeurs dans le sillage de la maquette, il est n ecessaire de d eterminer une fonction de Green permettant d'annuler la contribution des termes lin eiques. Cette fonction de Green est diff erentes suivant les conditions limites à imposer : champ libre ou champ confinée.

Configuration champ libre

Dans cette configuration, les conditions limites doivent être impos ees à l'infini. La fonction de Green d ecrivant l'écoulement champ libre peut alors être d efinie par :

$$Gr_{CL}(y, z, y_0, z_0) = \frac{1}{4\pi} \ln \left[(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \right] \quad (2.15)$$

Au niveau des conditions limites, ψ_n et ϕ_n sont nuls car les variations de ψ et ϕ sont suppos ees n egligeables à l'infini. Ces deux fonctions peuvent s'exprimer sous la forme suivante pour un

écoulement en champ libre :

$$\begin{cases} \psi_{CL}(y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_{sillage}} \ln \left[(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \right] \zeta(y_0, z_0) dy_0 dz_0 \\ \phi_{CL}(y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_1} \ln \left[(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \right] \sigma(y_0, z_0) dy_0 dz_0 \end{cases} \quad (2.16)$$

L'intégrale pour le calcul de la fonction de courant ψ peut être réduite au sillage car la vorticité longitudinale ζ est nulle en dehors. L'avantage de l'utilisation des fonctions de Green pour la résolution du Laplacien par rapport à des méthodes de différences finies est son caractère analytique. Ce dernier permet une résolution plus précise et beaucoup moins sensible aux tailles des mailles du maillage utilisé lors des calculs. Pour la configuration champ confiné, il est également possible de définir une fonction de Green adaptée au problème.

Configuration champ confiné

Technique des miroirs

Dans cette seconde configuration, la fonction de Green doit être nulle sur les limites du domaine qui correspondent aux parois de la soufflerie. La technique des miroirs permet de construire une telle fonction. Elle consiste à reproduire autour de la veine réelle un certain nombre de veines fictives permettant de simuler le confinement de l'écoulement et d'imposer les conditions limites souhaitées. La figure 2.12 permet de résumer le principe de cette technique.

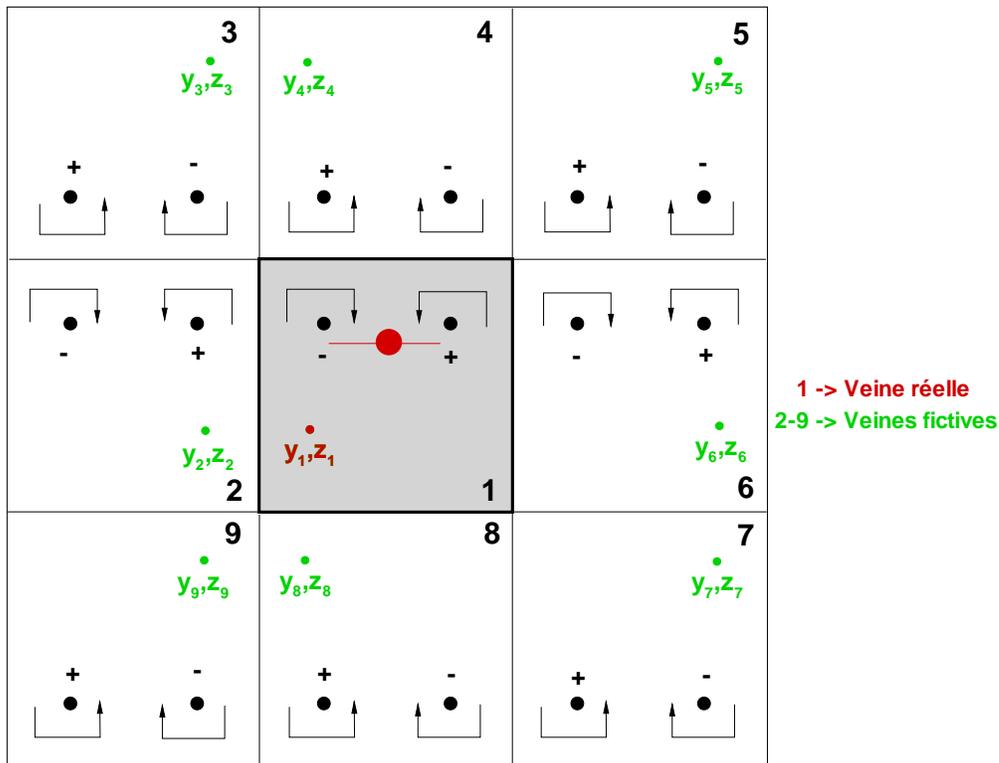


FIG. 2.12 – Illustration de la technique des miroirs.

A partir de cette modélisation, la fonction de Green est définie de la façon suivante :

$$Gr_{CF}(y_1, z_1, y_0, z_0) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \ln \left[(y_j - y_0)^2 + (z_j - z_0)^2 \right] \quad (2.17)$$

N désigne le nombre de veines utilisées pour la modélisation. Cette définition revient pour chaque point de l'écoulement au sein de la veine principale, à prendre en compte l'influence de tous les autres points de cette veine principale, comme en champ libre, et d'y ajouter la contribution des points situés au sein des veines fictives. Pour que la modélisation soit parfaite, il faudrait considérer un nombre infini de couches de veines miroirs. La mise en oeuvre de cette méthode est donc assez lourde en temps de calcul car pour obtenir un niveau de précision acceptable, une dizaine de couches est nécessaire. Ainsi pour calculer la fonction de courant et le potentiel de vitesse en un point, il faut considérer l'influence de tous les autres points de la veine principale multipliée par le nombre de veines fictives (10 couches représentent 440 veines fictives). Le temps de calcul est rapidement prohibitif en comparaison du temps nécessaire pour effectuer l'ensemble des autres opérations de la méthode d'extraction de la traînée expérimentale (plusieurs heures contre quelques secondes).

Méthode des singularités

Pour pallier cette difficulté, une deuxième méthode peut être utilisée. Son principe est de superposer à la fonction de courant champ libre, une seconde fonction de courant ψ_2 traduisant une condition de glissement au niveau de la paroi. La même opération est effectuée pour le potentiel de vitesse. Pour la fonction de courant, il est possible d'écrire au niveau des parois :

$$\psi = \psi_{CL} + \psi_2 = 0 \quad (2.18)$$

La fonction ψ_2 peut être obtenue en disposant des singularités le long des parois au centre de N facettes. A chaque singularité est associée une fonction de courant qui peut, par analogie avec les développements précédents, être définie par :

$$\psi_k(y, z) = -\frac{\Gamma_k}{4\pi} \ln \left[(y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 \right] \quad (2.19)$$

Γ_k désigne la circulation de la singularité. La fonction de courant globale générée par les sources de vorticités du sillage et par les singularités peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \psi(y, z) = & -\frac{1}{4\pi} \left[\int_{\Sigma_{sillage}} \ln \left[(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \right] \zeta(y_0, z_0) dy_0 dz_0 \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^N \Gamma_k \ln \left[(y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 \right] \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

Sur le contour, cette fonction de courant est nulle. L'équation précédente peut être écrite aux extrémités des N facettes, ce qui permet d'obtenir le système matriciel suivant :

$$L.G = S \quad (2.21)$$

avec L la matrice définie par :

$$L_{ij} = \ln \left[(y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 \right] \quad (i, j = 1 \dots N) \quad (2.22)$$

G est le vecteur à calculer :

$$G_j = \Gamma_j \quad (j = 1 \dots N) \quad (2.23)$$

et S , le second membre :

$$S_i = \int_{\Sigma_{sillage}} \ln \left[(y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2 \right] \zeta(y_0, z_0) dy_0 dz_0 \quad (i = 1 \dots N) \quad (2.24)$$

Dans les définitions précédentes l'indice i désigne le bord des N facettes réparties sur le contour fermé et j le centre de ces facettes. Le système (2.21) comporte N équations et N inconnues, sa résolution permet de déterminer l'intensité des singularités et la fonction de courant champ confiné.

La figure 2.11 permet de visualiser les fonctions de courant champ libre et champ confiné sur une configuration Falcon dans la soufflerie S2MA obtenues à partir de la méthode des singularités. Elle met en évidence l'influence des parois sur cette fonction de courant.

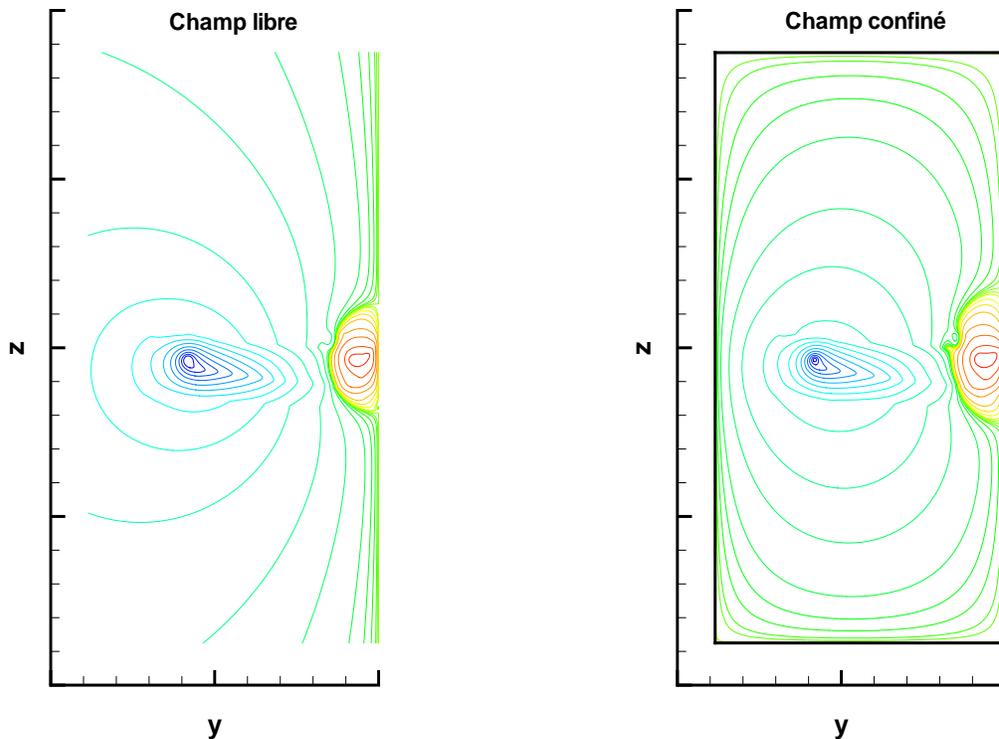


FIG. 2.13 – Fonctions de courant champ libre et champ confiné d'une configuration Falcon dans la soufflerie S2MA.

Les deux méthodes présentées pour le calcul la fonction de courant champ confiné permettent d'obtenir des résultats identiques en termes de traînée induite avec une précision similaire. L'avantage de la seconde méthode est sa rapidité, son inconvénient est qu'au niveau des parois, l'écoulement est perturbé par la présence des singularités, les lignes de courant dans cette zone ne sont pas parfaitement parallèles aux parois. Pour effectuer un calcul uniquement au niveau du sillage, cette méthode est parfaitement adaptée, mais pour déterminer l'écoulement sur l'ensemble de la veine, la première méthode est préconisée.

Quelle que soit la méthode, les deux fonctions de courant permettent de calculer une traînée induite champ libre et une traînée induite champ confiné. L'interprétation physique de ces deux grandeurs demande une attention particulière et est détaillée dans la paragraphe suivant.

2.2.4 Traînée induite champ libre et traînée induite champ confiné

Au cours d'essais en soufflerie, les conditions à l'infini amont de l'écoulement ne correspondent pas avec celles au voisinage de la maquette. En effet, la présence des parois et de divers éléments situés au sein de la veine (dard, dispositifs de sondage) modifie les propriétés de l'écoulement. Les conditions à l'infini amont sont imposées de façon à obtenir la configuration aérodynamique voulue au niveau de la maquette. La présence de ces éléments extérieurs se traduit donc par des corrections sur le nombre de Mach et sur l'incidence, mais également sur la portance et la traînée. Ces différentes corrections sont dues à des effets de compressibilité, de blocage de veine ou de confinement [1].

Au niveau des plans de sondage, les propriétés de l'écoulement sont proches de celles vues par la maquette, elles correspondent donc aux conditions corrigées (nombre de Mach, incidence, portance et traînée). La modélisation des parois de la soufflerie lors du calcul de la fonction de courant champ confiné permet donc de reproduire uniquement l'effet de confinement, mais en aucun cas les effets de blocage ou de compressibilité. Cette modélisation revient à supposer que les parois modifient uniquement les composantes transversales du vecteur vitesse et qu'elles ont donc une influence uniquement sur la traînée induite. La valeur champ confiné correspond alors à la traînée induite de la maquette dans un écoulement dont les propriétés correspondent à l'écoulement corrigé, mais en présence de parois. La traînée induite champ libre correspond à la traînée de l'écoulement réel.

La différence entre les traînées champ libre et champ confiné ne correspond donc pas, dans le cas général, à la différence entre les mesures balance brutes et corrigées. Elle traduit simplement l'effet de confinement que génèrent les parois. Ces deux différences sont égales uniquement si les effets de compressibilité et de blocage sont négligeables. L'effet dû au confinement est proportionnel à la portance et au rapport entre la taille de la maquette et celle de la soufflerie.

Ainsi la seule comparaison possible entre les mesures balance et les mesures de sillage est celle entre la mesure balance corrigée de l'ensemble des effets dus aux éléments extérieurs à la maquette avec la traînée de sillage correspondant à la somme de la traînée de profil et de la traînée induite champ libre. Les conditions aérodynamiques à l'infini amont pour le sillage doivent correspondre aux valeurs corrigées (nombre de Mach, pressions statique et génératrice, températures statique et génératrice).

2.2.5 Méthode d'intégration et influence du maillage sur les calculs de la traînée

Pour calculer les valeurs globales des différentes composantes de la traînée une méthode d'intégration est nécessaire et la contribution de chaque cellule du maillage cartésien doit être évaluée. Cette dernière est obtenue en multipliant la valeur de la grandeur à intégrer au centre de la cellule par la surface de cette dernière. A partir des méthodes d'interpolation présentées précédemment, les caractéristiques locales de l'écoulement sont connues au niveau des noeuds

du maillage cartésien. Les valeurs au centre des cellules correspondent à la valeur moyenne des quatre noeuds de la cellule considérée.

Cette méthode d'intégration est très simple et est suffisante pour obtenir une précision adéquate pour le calcul de la traînée dès l'instant où le nombre de points du maillage cartésien est suffisant. La figure 2.14 permet de voir l'influence de ce nombre de points sur le calcul des différentes composantes de la traînée. Les résultats présentés sont issus de mesures effectuées sur une configuration Falcon à S2MA. Cette figure met en évidence que la convergence en maillage est obtenue très rapidement pour les deux composantes de la traînée. Les calculs sont effectués avec la formulation ONERA1, mais la convergence en maillage est parfaitement identique avec les autres formulations, seules les valeurs vers lesquelles les formulations convergent, changent.

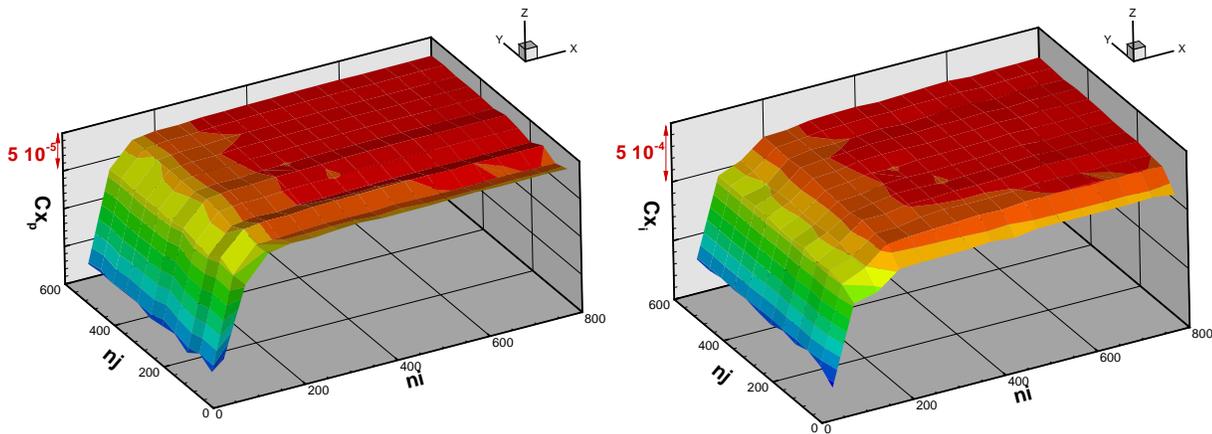


FIG. 2.14 – Convergence en maillage des deux composantes de la traînée.

2.2.6 Distributions locales et en envergure des sources de traînée

Pour que le logiciel d'extraction de la traînée soit un outil performant pour le design d'aéronefs, il doit être capable en plus des valeurs brutes de traînée, de localiser les différentes zones de l'écoulement et les phénomènes physiques responsables des trois composantes de la traînée. Ce type d'informations peut être obtenu grâce à des distributions surfaciques ou en envergure de traînée.

La figure 2.15 illustre les capacités de la méthode à fournir ce genre d'informations. Elle permet de visualiser les résultats de la décomposition phénoménologique de la traînée obtenus à partir de mesures effectuées sur une maquette de type Falcon à S2MA sur deux configurations, avec et sans nacelles latérales et perméables. Cette figure met en évidence le développement d'un choc à l'extrados de la voilure et montre également l'influence de la nacelle sur les répartitions surfaciques et en envergure de traînée.

2.3 Conclusion partielle

A travers ce deuxième chapitre, les moyens de mesure ainsi que les méthodes utilisées pour l'exploitation des données ont été présentées. En ce qui concerne les moyens de mesure, seule la

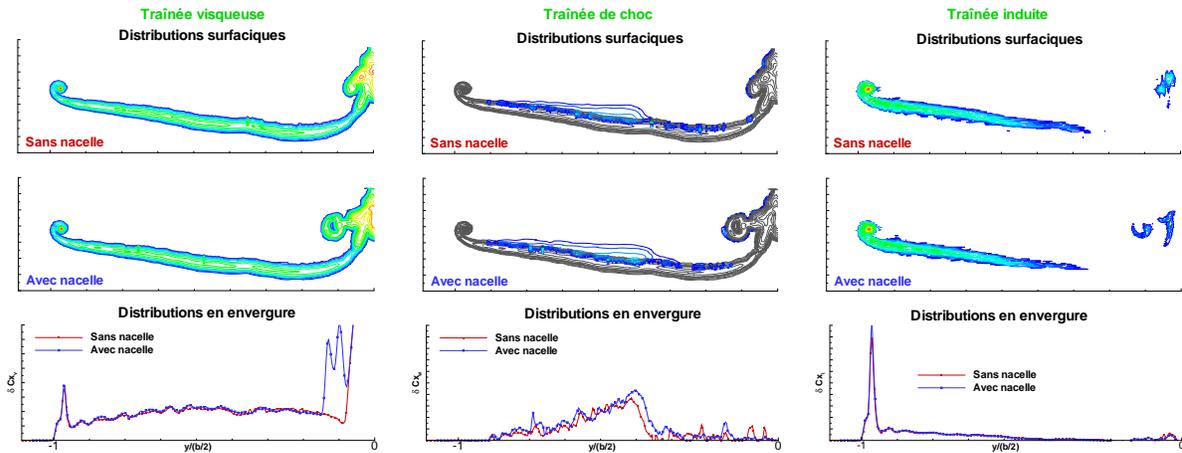


FIG. 2.15 – Distributions surfaciques et en envergure de traînée sur une configuration Falcon.

sonde 5 trous permet d'obtenir l'ensemble des grandeurs nécessaires au calcul des trois composantes de la traînée. Pour les méthodes d'exploitation des données, une méthode de correction permet d'éliminer les fluctuations de l'écoulement ainsi que certaines imperfections liées à la mesure. Les méthodes d'interpolation et d'intégration mises en oeuvre permettent d'obtenir des résultats indépendants du maillage sur lequel les mesures sont interpolées et les composantes de la traînée calculées.

Néanmoins ces différentes méthodes d'exploitation des données ne garantissent pas une évaluation de la traînée avec une précision suffisante (1 point de traînée) car d'autres paramètres interviennent.

La première source d'imprécision est liée à la formulation utilisée. En effet dans le premier chapitre, plusieurs formulations ont été présentées. Elles sont toutes basées sur des hypothèses différentes et fournissent une décomposition, en termes de traînée de profil et de traînée induite, différente.

La deuxième source d'erreurs provient du fait que les mesures sont effectuées en champ confiné. Malgré la mise en oeuvre de corrections pour imposer les conditions aérodynamiques souhaitées au niveau de la maquette, et donc corriger les effets de blocage ou de compressibilité, l'effet de confinement provoqué par la présence des parois sur le champ de vitesse transversale ne peut être éliminé. Or les calculs de la traînée induite par la méthode de Maskell sont basés sur la vorticité transversale de l'écoulement et donc sur ce champ de vitesse transversale. Lorsque, la traînée induite champ libre est calculée, le champ de vorticité obtenu en soufflerie est supposé identique à celui de la configuration champ libre. Cela n'est pas rigoureusement exact car la présence des parois modifie la trajectoire des tourbillons et la dynamique du sillage. En conséquence, elle induit une erreur sur l'évaluation de la traînée induite champ libre.

La troisième source d'erreurs provient de la précision des mesures. Ces imperfections qui peuvent être de natures différentes (erreurs constantes ou fluctuantes), influent sur les valeurs locales de l'écoulement et donc sur les calculs des différentes composantes de la traînée.

La partie suivante a donc pour objectif d'évaluer la précision de la méthode d'extraction

de la traînée à partir de données expérimentales. L'influence des trois sources d'imprécision recensées au paragraphe précédent est donc évaluée à travers trois chapitres distincts. Cette étude correspond au travail de recherche effectué au cours de cette thèse.

Deuxième partie

Analyse de la précision des calculs de traînée

Chapitre 3

Développement d'une nouvelle formulation de décomposition de la traînée

L'objectif de ce chapitre est de définir une formulation permettant une prévision fine de la traînée et de ses composantes à partir de données expérimentales dans un plan de sillage. Cette formulation doit pouvoir être appliquée dans toutes les configurations (écoulements incompressibles et compressibles, non portants et portants). Afin de montrer pourquoi les formulations présentées au chapitre 1 ne répondent pas à ces critères, une analyse physique de ces formulations est réalisée dans la première partie de ce chapitre. Dans un deuxième temps, une nouvelle formulation, répondant parfaitement aux attentes en termes de décomposition phénoménologique et d'application à l'expérience, est développée. Dans un dernier temps, cette nouvelle formulation est validée et comparée aux formulations présentées dans le chapitre 1 à partir de solutions CFD. Les valeurs de référence sont obtenues avec le logiciel *ffd41* développé à l'ONERA. Ce dernier permet une évaluation fiable de la traînée à partir de solutions numériques [37–39].

Au cours de ce chapitre, de nombreuses configurations sont utilisées. Voici une description rapide de ces dernières :

- NACA0012 : aile d'envergure finie sans flèche.
- AFV : voilure 2.5D équipée d'un bec et d'un volet.
- KH3Y : configuration hypersustentée composée d'un fuselage et d'une voilure équipée d'un volet, d'un bec et de carénages.
- Falcon générique : configuration composée d'un fuselage, d'une voilure, d'une nacelle latérale, d'une nacelle centrale et d'une dérive.

3.1 Problématique

Les formulations présentées dans le chapitre 1 sont toutes basées sur des hypothèses différentes et fournissent donc une décomposition de la traînée différente. Certaines ont été développées pour des écoulements non portants, d'autres pour des écoulements portants, mais incompressibles et enfin les dernières ont été mises au point pour des écoulements portants et compressibles. L'objectif de la méthode d'extraction de la traînée à partir de données expérimentales développées à l'ONERA, est d'être capable d'effectuer une décomposition phénoménologique précise pour un

écoulement quelconque (incompressible ou compressible, portant ou non portant). La formulation la mieux adaptée pour effectuer cette décomposition est donc celle qui permet d'attribuer l'ensemble des phénomènes visqueux et de chocs à la traînée de profil et l'ensemble des phénomènes induits par le champ de vitesse transversale à la traînée induite. Pour être applicable dans le cadre d'essais en soufflerie, la décomposition doit être obtenue à partir d'un nombre réduit d'informations, localisées uniquement dans un plan de sillage de la configuration étudiée. Le fait de réduire le domaine d'intégration des formulations est essentiel car cela permet de réduire de manière considérable le temps nécessaire pour sonder une configuration en soufflerie.

Afin de montrer les forces et les faiblesses de chacune des formulations présentées dans le chapitre 1, l'influence des différentes hypothèses sur la décomposition de la traînée est étudiée. Cette analyse a pour objectif de mettre en évidence les aspects essentiels pour une prévision fiable de la traînée et de ses composantes.

3.2 Analyse des formulations de la littérature

3.2.1 Formulations pour les écoulements non portants

Formulation de Betz

Cette première formulation correspond à l'équation (1.18), définie par Betz en 1925 [6].

$$C_{x_p}^{Betz} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_{\infty}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} + \frac{\left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P_{\infty}}{P} - 1 \right)}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) ds \quad (3.1)$$

Pour établir cette formulation, Betz se place dans le cadre d'un écoulement adiabatique, sans champ de vitesse transversale et donc sans vorticité longitudinale. Cette approche est parfaitement rigoureuse dans le cas d'un écoulement bidimensionnel ou tridimensionnel, mais non portant. L'application de cette formulation à des écoulements portants implique au contraire que certains effets responsables de la traînée induite sont attribués à la traînée de profil. En effet, l'équation (3.1) montre que cette composante de la traînée dépend des variations de pression génératrice par rapport à l'état du fluide à l'infini amont, mais également des variations de pression statique. D'un point de vue phénoménologique, les variations de pression génératrice sont uniquement dues à des effets visqueux ou à la présence de chocs, mais une grande partie des variations de pression statique dans un plan de sillage, est due au champ de vitesse transversale et à l'enroulement tourbillonnaire qui se développe dans le sillage d'une configuration portante. La figure 3.1 met en évidence cet aspect à partir de deux solutions Navier-Stokes obtenues à partir d'une aile NACA0012 d'envergure finie pour deux nombres de Mach (0.2 et 0.8). Elle présente les profils de pressions génératrice et statique dans un plan de sillage situé à 1 corde à l'aval du bord de fuite de la configuration. Les variations de pression statique sont présentes dans l'ensemble du plan aval et ne sont pas seulement localisées dans les sillages visqueux et du choc comme pour les variations de pression génératrice.

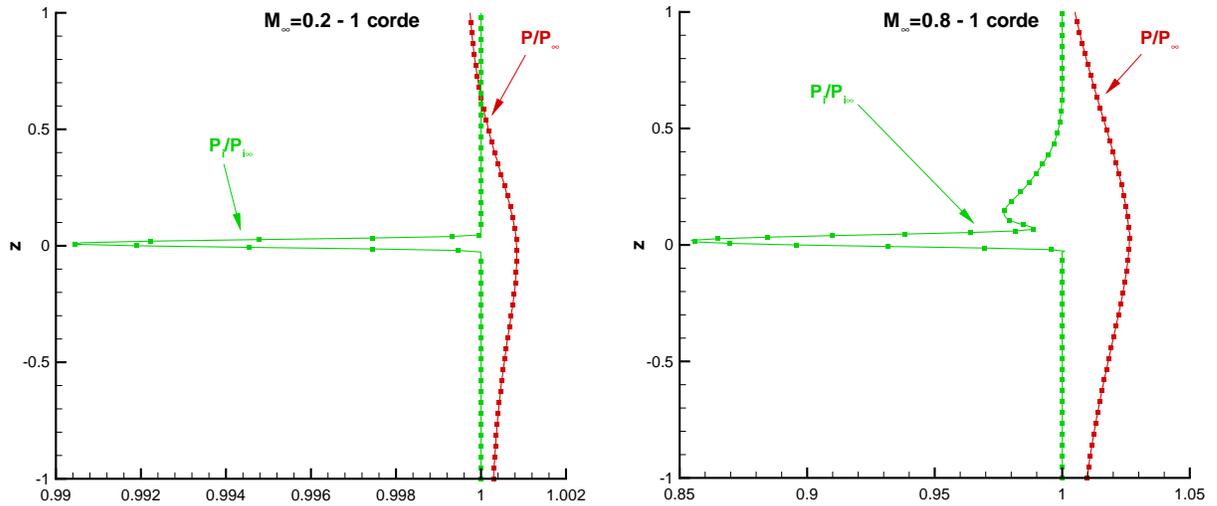


FIG. 3.1 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de pressions génératrice et statique dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$.

L'application de la formulation de Betz dans le cas général ne permet donc pas d'obtenir une évaluation précise de la traînée de profil. De plus, son domaine d'intégration ne peut être réduit au sillage car son intégrande s'annule seulement si les variations de pressions génératrice et statique sont nulles. En outre, cette formulation ne permet pas d'évaluer la traînée induite, elle ne peut donc pas être utilisée pour le calcul des différentes composantes de la traînée à partir de données expérimentales.

Formulation de Jones

En 1936, Jones développa une nouvelle formulation [7] pour améliorer les résultats obtenus par Betz (équation (1.19)).

$$C_{x_p}^{Jones} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) \right] ds \quad (3.2)$$

Pour établir cette formulation, Jones se base sur les mêmes hypothèses que Betz. Il suppose également l'existence d'un plan situé à l'infini aval, dans lequel la pression statique est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont. De cette manière, le domaine d'intégration de cette formulation est réduit au sillage car son intégrande s'annule en dehors. Cela montre qu'une partie des effets dus aux variations de pression statique et présents dans l'ensemble de la veine ne sont pas pris en compte. Néanmoins une partie de ces variations reste attribuée à la traînée de profil dans les sillages visqueux et de chocs.

En effectuant les hypothèses sur le champ de vitesse transversale et sur le champ de pression statique, Jones conserve au sein de son écoulement l'ensemble des effets visqueux et de chocs. Ces derniers sont donc pris en compte dans la formulation.

Un inconvénient majeur de cette formulation est qu'elle limite implicitement les pertes de pression génératrice au sein de l'écoulement. En effet, le fait de supposer l'existence d'un plan situé à l'infini aval dans lequel la pression est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont, implique que la pression génératrice dans tout l'écoulement, doit rester supérieure à la pression statique à l'infini amont. Dans le cas contraire, l'hypothèse d'écoulement isentropique entre le plan de mesure et le plan infini aval empêche la pression statique de revenir à son état infini amont dans le sillage. Elle ne peut pas être supérieure à la pression génératrice qui est elle-même inférieure à cette pression statique à l'infini amont.

Cette analyse est confirmée par l'expression elle-même. Si la pression génératrice devient localement inférieure à la pression statique à l'infini amont, le terme sous la dernière racine carrée devient négatif. Dans ce cas, la contribution locale à la traînée ne peut être calculée ce qui empêche une évaluation précise de la traînée de profil.

Une telle situation peut se produire dans différentes configurations. Par exemple en configuration hypersustentée, à l'aval d'un tri-corps, il est possible d'obtenir une zone de l'écoulement où la pression génératrice est inférieure à la pression statique à l'infini amont. La figure 3.2 présente un champ de pression génératrice obtenu à partir d'un calcul Navier-Stokes sur une configuration AFV sans flèche pour un nombre de Mach de 0.22 et une incidence de 25° . Elle met en évidence qu'une très grande partie du sillage visqueux met en défaut l'hypothèse sur le champ de pression statique. Malgré la diffusion numérique, la formulation de Jones ne peut donc être appliquée dans un plan aval situé proche du bord de fuite de la configuration.

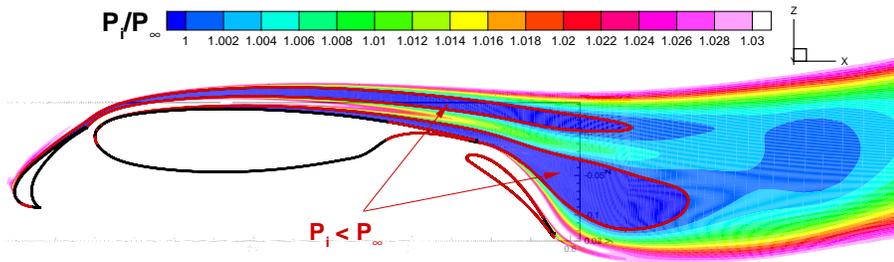


FIG. 3.2 – AFV - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.22$, $\alpha = 25^\circ$, $Re_c = 3.1 \cdot 10^6$) - Champ de $\frac{P_i}{P_\infty}$.

Dans le cadre d'un écoulement transsonique, il est possible d'imaginer une configuration où un fort choc se développe à l'extrados de la voilure et engendre des pertes de pression génératrice assez importantes pour qu'à l'aval du choc, la pression génératrice devienne inférieure à la pression statique à l'infini amont. D'un point de vue théorique, il est possible de déterminer dans quelles conditions une telle configuration peut se produire dans le cas d'un choc droit. La figure 3.3 résume les caractéristiques de l'écoulement autour du profil étudié.

Cette modélisation permet de déterminer le rapport entre la pression génératrice à l'aval du choc et la pression statique à l'infini amont en fonction du nombre de Mach à l'infini amont M_∞ et le nombre de Mach juste avant le choc M_1 . Le caractère isentropique de l'écoulement entre l'infini amont et le choc, et les relations de Rankine-Hugoniot traduisant l'intensité du

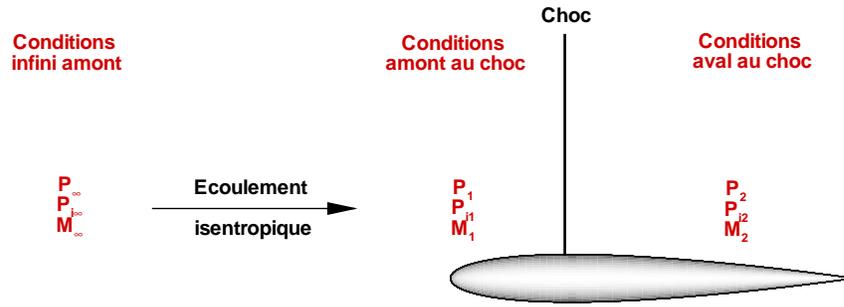


FIG. 3.3 – Modélisation de l’écoulement autour d’un profil en configuration transsonique.

choc permettent d’établir la relation suivante :

$$\frac{P_{i2}}{P_\infty} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(\gamma - 1) M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.3)$$

La formulation de Jones reste applicable uniquement si $P_{i2} > P_\infty$. Le graphique 3.4 permet alors de définir les conditions sur M_∞ et M_1 d’application de la formulation. Il permet de montrer que pour un écoulement infini amont à $M_\infty = 0.8$, le nombre de Mach local au niveau de l’extrados doit atteindre 2.15 pour mettre en défaut la formulation de Jones. Une telle situation ne se rencontre jamais autour de configuration de type avion civil.

Pour un écoulement infini amont de 0.25, le Mach local doit atteindre 1.4 pour mettre en défaut la formulation, ce qui correspond à un coefficient de pression local minimum $C_{pression}$ de -15 sur le profil. Une telle situation peut se rencontrer pour des configurations hypersustentées au niveau du bec de la maquette et pour des angles d’incidence importants (environ 20°). Dans ce cas, la formulation de Jones n’est pas capable de proposer une décomposition phénoménologique fiable.

Finalement, cette formulation permet d’obtenir une expression pour la traînée de profil prenant en compte l’ensemble des effets visqueux et dus aux chocs ainsi qu’une partie des variations de pression statique. Malheureusement, cette formulation ne peut être appliquée pour toutes les configurations. De plus, aucune formulation pour la traînée induite est proposée.

Formulation de Oswatitsch

Cette troisième formulation a été définie en 1956 par Oswatitsch (équation (1.20)) [8].

$$C_{x_p}^{Oswatitsch} = \frac{2}{S_{ref}} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} ds \quad (3.4)$$

Pour établir cette expression, Oswatitsch choisit de définir son volume de contrôle de façon à ce que seuls les termes du premier ordre aient une contribution non négligeable à la traînée. Néanmoins, l’expression (3.4) n’est pas rigoureusement un développement limité au premier ordre en fonction des variations d’entropie. La masse volumique et la vitesse longitudinale sont aussi

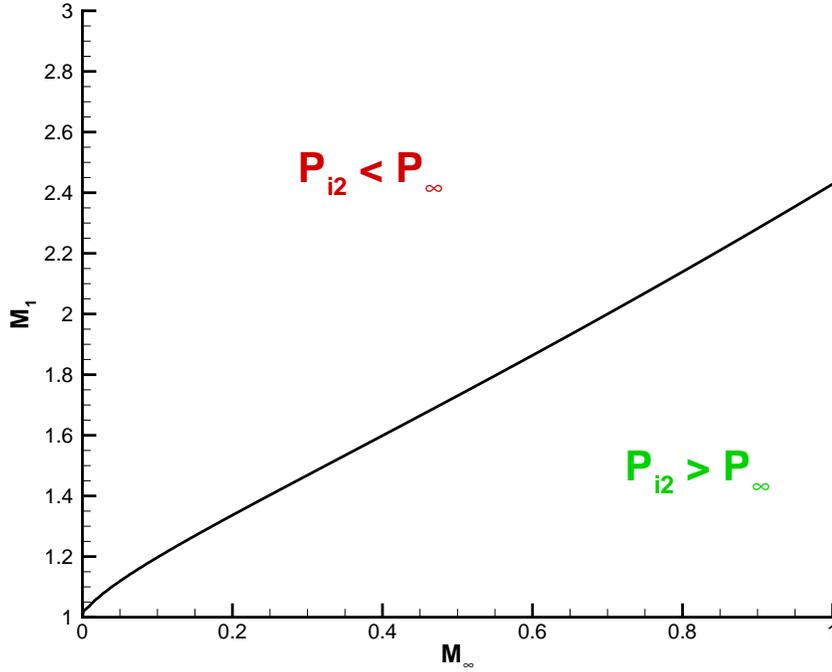


FIG. 3.4 – Conditions d'application de la formulation de Jones à l'aval d'un choc droit.

affectées par ces variations d'entropie.

Cette hypothèse des petites perturbations permet de s'affranchir de l'influence du champ de vitesse transversale et d'éliminer les termes responsables de la traînée induite. Néanmoins cette formulation ne permet pas d'assurer que l'ensemble des effets visqueux et dus aux chocs soit intégré dans cette expression destinée uniquement à la prévision de la traînée de profil.

Cette formulation ne semble donc pas adaptée aux besoins de la méthode expérimentale en termes de décomposition phénoménologique de la traînée, d'autant plus qu'aucune solution n'est proposée pour la traînée induite. Pour pallier cette faiblesse, les formulations suivantes sont définies à partir d'écoulements portants.

3.2.2 Formulations pour les écoulements portants

Formulation de Maskell

Cette première formulation destinée au calcul des deux composantes de la traînée correspond aux équations (1.22) et (1.26) [10]. Pour la traînée de profil :

$$\begin{aligned}
 Cx_p^{Maskell} &= \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{P_{t\infty} - P_t}{\rho_\infty U_\infty^2} \right) ds \\
 &+ \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{U^* - U}{U_\infty} \right) \left(\frac{U^* + U - 2(U_\infty + u_b)}{U_\infty} \right) ds \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

Pour la traînée induite :

$$Cx_i^{Maskell} = \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_1} \frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} ds \quad (3.6)$$

Cette formulation est basée sur une hypothèse d'écoulement incompressible. Son application aux écoulements compressibles ne garantit pas une fiabilité des résultats. En effet, Maskell exprime la traînée de profil en fonction des variations de pression totale (équation (1.21)). Cette pression peut s'identifier à la pression génératrice dans le cas d'un écoulement incompressible, mais cela est faux en écoulement compressible car la conservation de cette variable dans l'écoulement n'est pas assurée. La figure 3.5 présente des profils de pressions statique, génératrice et totale dans le sillage, obtenus à partir de calculs Navier-Stokes sur une aile NACA0012 pour un nombre de Mach de 0.2 et 0.8. En écoulement incompressible ($M_\infty = 0.2$), les pressions génératrice et totale sont quasiment équivalentes, par contre pour un écoulement compressible ($M_\infty = 0.8$), les différences entre les deux pressions peuvent être importantes si le plan de sillage est proche de la configuration étudiée. Les variations de pression totale deviennent non nulles en dehors des sillages visqueux et du choc. En revanche, si le plan de sillage est assez éloigné de la configuration, la différence entre les pressions génératrice et totale diminue et la formulation de Maskell fournit alors des résultats plus précis. Ce comportement sera confirmé dans le paragraphe 3.5.

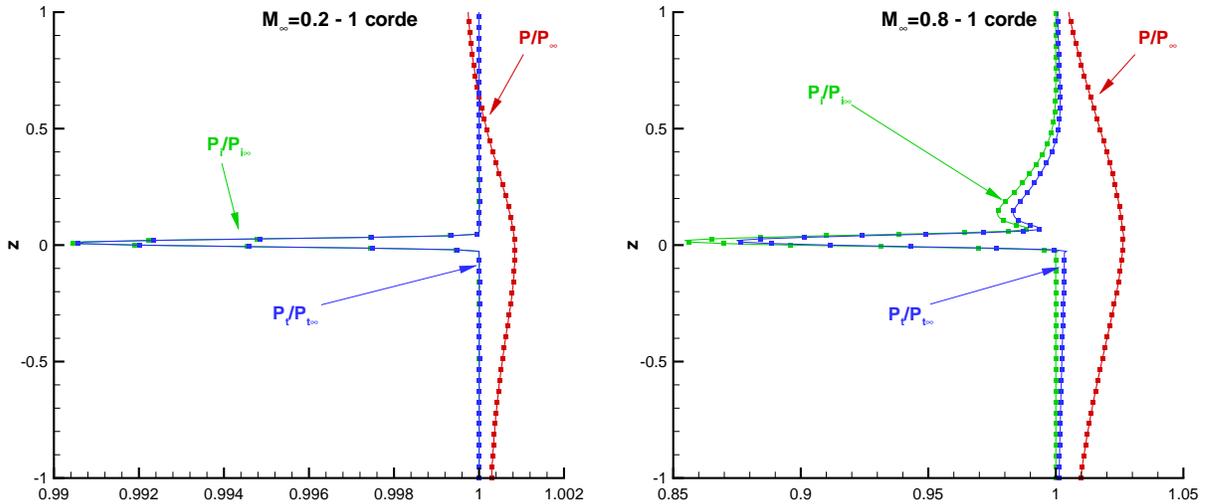


FIG. 3.5 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de pressions totale, génératrice et statique dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$.

La vitesse fictive U^* , définie par Betz et réutilisée par Maskell dans sa formulation, a pour but d'isoler les variations de vitesse longitudinale dues aux effets visqueux et à la présence de chocs. Cette vitesse fictive est donc définie de façon à être égale à la vitesse longitudinale en dehors du sillage. La figure 3.6 montre l'évolution de ces vitesses dans le sillage de l'aile NACA0012 pour un nombre de Mach de 0.2 et 0.8. Elle met en évidence qu'en écoulement incompressible, la définition de la vitesse fictive est parfaitement légitime, mais qu'en écoulement compressible, elle est totalement mise en défaut. Ce comportement de la vitesse fictive est en parfait accord avec celui de la pression totale, les deux variables étant intimement liées. Ces deux remarques sur la pression totale et la vitesse fictive mettent en évidence le fait que la formulation de Maskell pour

la traînée de profil ne peut être utilisée pour les écoulements compressibles dans un cadre général.

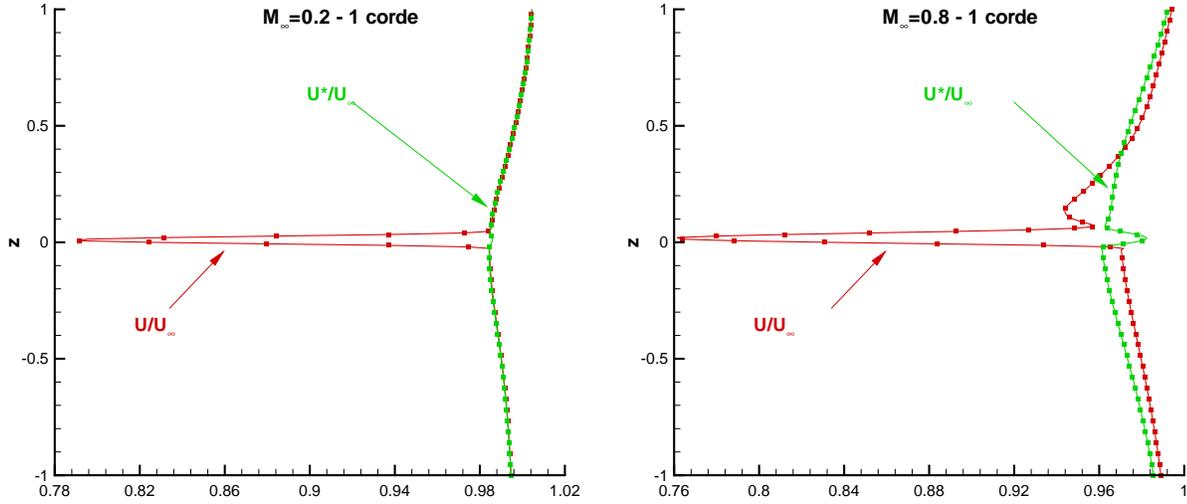


FIG. 3.6 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de vitesses longitudinale et fictive dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$.

En revanche les travaux réalisés par Maskell sur la traînée induite ont une portée beaucoup plus importante. Il a exprimé la contribution du champ de vitesse transversale à la traînée en fonction de la vorticité longitudinale et des termes sources de l'écoulement. Pour établir cette relation, Maskell ne s'appuie à aucun moment sur l'hypothèse d'incompressibilité (annexe A), elle est donc également applicable pour des écoulements compressibles. L'avantage majeur de cette formulation est qu'elle permet de réduire le domaine d'intégration du terme de vorticité, uniquement au sillage de la maquette. En revanche, le domaine d'intégration du second terme ne peut être réduit. En pratique, la contribution à la traînée du premier terme sur des applications de type avion civil est très supérieure à celle du second. Néanmoins pour que la décomposition de la traînée soit parfaitement rigoureuse d'un point de vue théorique, une étude approfondie de ce second terme est nécessaire.

Finalement, cette formulation de Maskell ne répond pas aux attentes en termes de décomposition phénoménologique de la traînée, mais permet une avancée très importante pour la traînée induite. Les travaux de Maskell sont d'ailleurs systématiquement repris dans les publications récentes pour déterminer la traînée induite d'une configuration à partir de données uniquement dans un plan de sillage [14–28].

Formulation de van der Vooren

Afin de déterminer les composantes de la traînée d'une configuration quelconque ( coulements compressibles et incompressibles), van der Vooren a proposé une nouvelle formulation en 1990 [29]. Pour la traînée de profil :

$$C_{x_p}^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta \bar{u}}{U_\infty} ds \quad (3.7)$$

Pour la traînée induite :

$$C_{x_i}^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U - U_\infty - \Delta\bar{u}}{U_\infty} \frac{U}{U_\infty} + \frac{P - P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} \right] ds \quad (3.8)$$

avec :

$$\Delta\bar{u} = U_\infty \left(\sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta s}{r}} - 1 \right) + \frac{2\Delta H_i}{U_\infty^2}} - 1 \right) \quad (3.9)$$

Pour déterminer les deux composantes de la traînée, van der Vooren se place, dans un premier temps, dans le cadre d'un écoulement non portant de la même manière que Betz et Jones. Il effectue une hypothèse supplémentaire en considérant que dans le plan aval de calcul, la pression statique est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont. Cette hypothèse est proche de celle effectuée par Jones. Néanmoins cette dernière est plus restrictive car l'hypothèse sur la pression statique est effectuée au niveau du plan de calcul alors que Jones suppose simplement l'existence de ce plan le long du sillage. Physiquement, cette différence signifie que van der Vooren cherche à éliminer l'influence des variations de pression statique sur la traînée de profil alors que Jones élimine seulement une partie de ces variations.

Les conséquences de cette hypothèse sont néanmoins identiques pour les deux formulations. En effet, les pertes de pression génératrice dans le sillage sont limitées. Dans tout l'écoulement, cette pression génératrice doit rester supérieure à la pression statique à l'infini amont. Cette restriction apparaît sur la formulation elle-même car le terme sous la racine carrée dans l'équation (3.9) devient négatif si cette restriction n'est pas respectée. En effet, il est possible d'exprimer le terme $\Delta\bar{u}$ en fonction des variations de pression et température génératrices :

$$\Delta\bar{u} = U_\infty \left(\sqrt{\frac{T_i}{T_{i\infty}} \left[1 - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left(\left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right]} - 1 \right) \quad (3.10)$$

L'existence de $\Delta\bar{u}$ est alors assurée si et seulement si :

$$1 - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left(\left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \geq 0 \quad (3.11)$$

soit :

$$\frac{P_{i\infty}}{P_i} \leq \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.12)$$

Or :

$$\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{P_{i\infty}}{P_\infty} \quad (3.13)$$

Ainsi $\Delta\bar{u}$ existe si et seulement si :

$$P_i \geq P_\infty \quad (3.14)$$

Dans le cas contraire, la contribution locale à la traînée de profil ne peut pas être évaluée ce qui empêche une décomposition fiable dans toutes les configurations.

D'un point de vue phénoménologique, le terme $\Delta\bar{u}$ représente les variations de vitesse longitudinale dues aux effets visqueux et à la présence de chocs. Cette formulation introduit donc l'idée, comme Maskell avec la vitesse fictive, de décomposer cette composante de la vitesse en

une partie due aux effets visqueux et à la présence de chocs et une seconde partie due au champ de vitesse transversale. La figure 3.7 montre cette décomposition sur les calculs Navier-Stokes réalisés sur l'aile NACA0012 pour un nombre de Mach de 0.2 et 0.8. Les variations de vitesse longitudinale dues au champ de vitesse transversale sont alors définies par la différence entre les variations globales et les variations dues aux effets visqueux et aux chocs :

$$\Delta u^* = \Delta u - \Delta \bar{u} \quad (3.15)$$

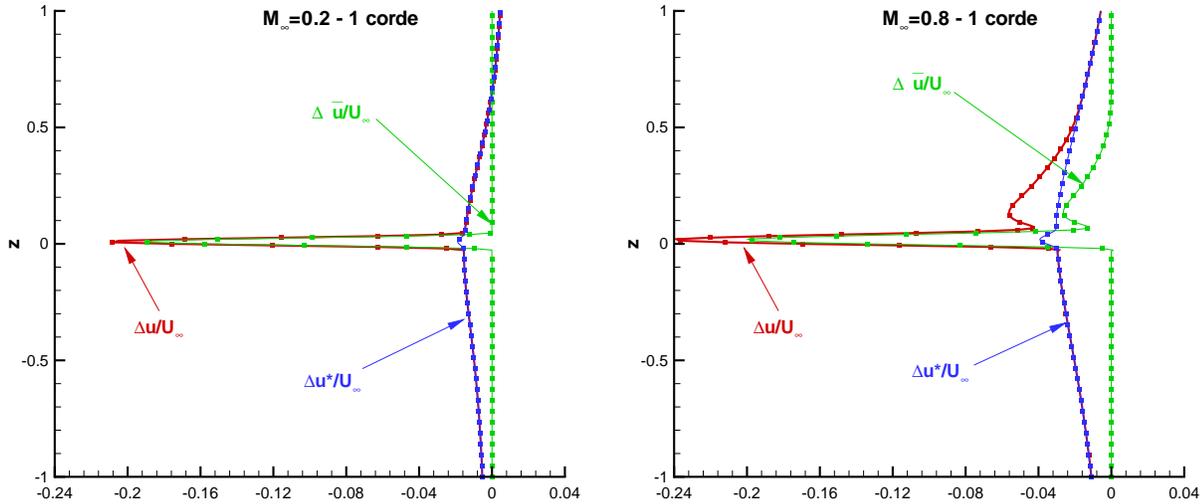


FIG. 3.7 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Décomposition de la vitesse longitudinale dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$ par la formulation de van der Vooren.

La figure 3.7 met en évidence que pour un écoulement incompressible ou compressible, la formulation de van der Vooren permet de séparer les différentes variations de vitesse longitudinale. Cette décomposition ne semble pas parfaite car les variations de vitesse dues au champ de vitesse transversale sont affectées par le sillage visqueux ou par la présence du choc. Néanmoins, cette décomposition fournit des résultats qui sont physiquement très proches de ceux attendus pour une décomposition fiable de la traînée. La seule restriction pour l'application de cette décomposition est la limitation sur les pertes de pression génératrice.

L'expression pour la traînée induite est très simplement définie comme la différence entre la traînée totale et la traînée de profil. Une telle définition assure un bilan complet en termes de traînée, mais il est difficile d'interpréter cette formulation d'un point de vue phénoménologique. De plus le domaine d'intégration de cette expression n'est pas limité au sillage, elle ne peut donc pas être appliquée à partir de données expérimentales.

Formulation de Kusunose

Afin de répondre parfaitement aux attentes de l'extraction de la traînée à partir de données expérimentales, Kusunose a établi une nouvelle formulation dans le cadre de travaux au sein de

la société Boeing depuis 1997 [19, 20, 23, 27, 30–32]. Pour la traînée de profil :

$$C_{x_p}^{Kusunose} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} - \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} \right)^2 + \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right) \right] ds + O(\Delta^3) \quad (3.16)$$

Pour la traînée induite :

$$C_{x_i}^{Kusunose} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds + O(\Delta^3) \quad (3.17)$$

Cette formulation est basée sur un développement asymptotique au second ordre de la traînée globale en fonction des variations d'entropie, d'enthalpie totale et de vitesse. Le domaine d'intégration des deux expressions peut être réduit au sillage car en dehors les intégrandes sont nulles. L'hypothèse des petites perturbations est valable dans l'ensemble de l'écoulement, mais peut être mise en défaut dans certaines configurations.

Dans les configurations subsoniques, les variations d'entropie Δs et d'enthalpie totale ΔH_i restent faibles par rapport à 1. En effet, ces deux variables dépendent uniquement des variations de pression et température génératrices :

$$\frac{\Delta s}{r} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T_i}{T_{i\infty}} \right) - \ln \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right) \quad (3.18)$$

$$\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} = \frac{1}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right) \left(\frac{T_i}{T_{i\infty}} - 1 \right) \quad (3.19)$$

Or, dans ce type d'écoulement, les variations de température génératrice sont très faibles et les variations de pression génératrice sont de l'ordre de 1% au maximum pour un nombre de Mach infini amont de 0.2 (figure 3.5). Les variations d'entropie et d'enthalpie sont du même ordre de grandeur, l'hypothèse des petites perturbations est donc parfaitement licite. En écoulement transsonique, les pertes de pression génératrice sont beaucoup plus importantes et peuvent localement atteindre 20% pour un nombre de Mach infini amont de 0.8 (figure 3.5). Pour les composantes de la vitesse, les variations par rapport à l'état infini amont peuvent être importantes en écoulement subsonique ou transsonique. Elles peuvent donc mettre localement en défaut l'hypothèse des petites perturbations même si elles n'interviennent qu'à l'ordre deux sur la formulation globale de la traînée (équation (1.31)). Cependant, en s'éloignant du bord de fuite la maquette, l'influence de cette hypothèse diminue car les variations locales deviennent moins importantes à cause des effets de diffusion.

Les figures 3.8 et 3.9 montrent l'influence de cette hypothèse sur les valeurs locales de la traînée globale. Elles présentent l'écart relatif $\epsilon_{local}^{Kusunose}$ entre la valeur locale initiale (équation (1.17)) et le développement asymptotique de cette dernière (équation (1.31)) dans les zones responsables de la traînée.

$$\epsilon_{local}^{Kusunose} = \frac{\delta^2 C_x^{Kusunose} - \delta^2 C_x}{\delta^2 C_x} \quad (3.20)$$

où $\delta^2 X$ représente la densité (valeur locale) du terme X dans le plan de sillage. Les deux configurations testées correspondent à deux conditions extrêmes. La première est une configuration

hypersustentée pour un nombre de Mach infini amont de 0.174 et une incidence de 8.5° . Le plan de sillage est issu d'un calcul Navier-Stokes sur la configuration KH3Y et se situe à 1 corde à l'aval du bord de fuite de la configuration. Cette position est choisie comme une valeur de référence car elle correspond à la position moyenne des plans de mesure expérimentaux. Dans cette configuration, les variations de vitesse sont très importantes (30%) et mettent en défaut l'hypothèse des petites perturbations. Malgré cela, la figure 3.8 montre que l'erreur locale engendrée par cette hypothèse reste très faible, elle est au maximum de 0.1%. A partir de cette erreur locale $\epsilon_{local}^{Kusunose}$, il est possible de calculer une erreur globale $\epsilon_{global}^{Kusunose}$ qui correspond à la moyenne des valeurs locales pondérées par la contribution locale à la traînée.

$$\epsilon_{global}^{Kusunose} = \frac{\int_{\Sigma_1} \delta^2 C_x^{Kusunose} \epsilon_{local}^{Kusunose} ds}{\int_{\Sigma_1} \delta^2 C_x^{Kusunose} ds} \quad (3.21)$$

Dans la première configuration l'erreur moyenne sur l'ensemble du sillage est seulement de 0.01%. Cela montre donc que l'hypothèse formulée par Kusunose est parfaitement licite en écoulement subsonique quelle que soit la configuration étudiée pour une analyse fine de la traînée.

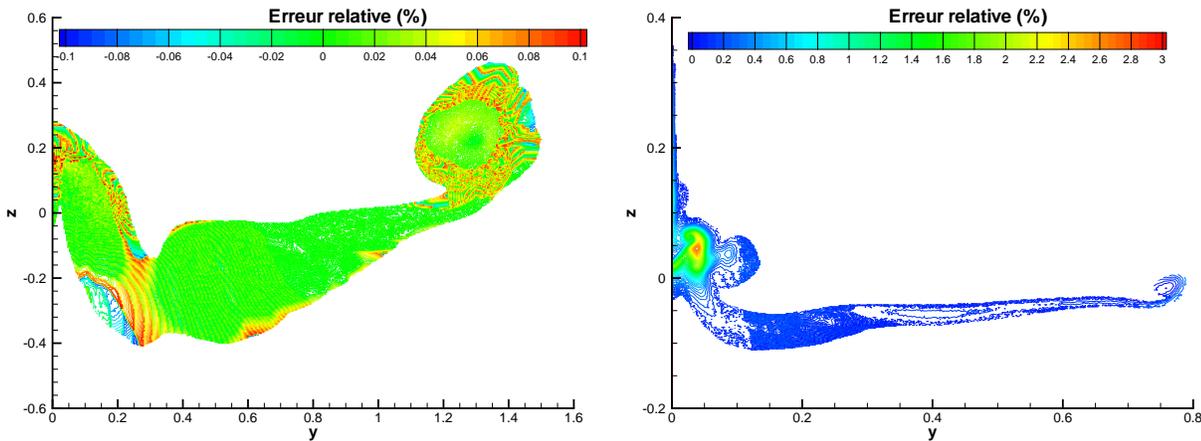


FIG. 3.8 – KH3Y - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.174$, $\alpha = 8.5^\circ$, $Re_c = 1.35 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur la formulation de Kusunose. FIG. 3.9 – Falcon générique - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.85$, $\alpha = 1.4^\circ$, $Re_c = 2.6 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur la formulation de Kusunose.

La figure 3.9 présente le même résultat pour un écoulement transsonique et un nombre de Mach de 0.85. Le plan de sillage est issu de calcul Navier-Stokes sur une configuration Falcon générique (voilure, fuselage, nacelles et plan vertical) et se situe à 1 corde à l'aval du bord de fuite de la maquette. Dans ce cas, les pertes de pression génératrice atteignent 17% dans le sillage du fuselage, l'hypothèse des petites perturbations est mise en défaut. L'erreur relative locale sur la contribution à la traînée atteint 3%. L'écart global est alors de 0.6%, ce qui représente une erreur d'environ 2 points sur ce genre de configuration. L'utilisation de cette hypothèse en écoulement transsonique reste donc acceptable même si elle engendre une erreur légèrement supérieure à la précision souhaitée (1 point de traînée).

Du point de vue de la décomposition phénoménologique, Kusunose attribue les termes relatifs

aux variations d'entropie et d'enthalpie totale à la traînée de profil. Les variations de vitesse sont attribuées à la traînée induite. Cette décomposition n'est physiquement pas rigoureuse car les variations de vitesse longitudinale sont fortement influencées par les effets visqueux et la présence de chocs. Une partie de la traînée visqueuse et de la traînée de choc est donc incluse dans la traînée induite.

Le second inconvénient de cette décomposition est que le domaine d'intégration du terme relatif aux variations de vitesse longitudinale ne peut être réduit au sillage. Par pallier cette difficulté, Kusunose utilise les travaux de Maskell [10] et Cummings [17]. Cela permet d'exprimer la traînée induite uniquement en fonction de la vorticité longitudinale de l'écoulement. Kusunose utilise la relation de Cummings pour exprimer le terme de gradient de vitesse défini par Maskell en fonction des variations de vitesse longitudinale au second ordre ( quation (1.35)).

L'utilisation de cette relation dans le cadre d'un écoulement complet est discutable. En effet, Cummings a établi cette relation dans le cadre d'un écoulement isentropique et isenthalpique. Dans ce cas, le champ de vitesse longitudinale n'est pas affecté par les effets visqueux ou liés aux chocs. Or, dans un écoulement visqueux et en présence de chocs, ces variations de vitesse longitudinale sont fortement affectées par ces effets comme le prouve la définition du terme $\Delta \bar{u}$ dans la formulation de van der Vooren ( quation (3.10)). Il est donc impossible d'appliquer cette relation dans le cas général car cela revient à négliger les variations de vitesse longitudinale liées aux effets visqueux et à la présence de chocs. Or leurs contributions à la traînée peuvent être très importantes, notamment en configuration hypersustentée (jusqu'à 50 points de traînée). L'utilisation de cette relation entraîne au final un bilan incomplet en termes de traînée. La somme des composantes de profil et induite ne permet pas de retrouver la traînée totale.

Formulations ONERA

Simultanément   Kusunose, une autre série de formulations a été développée à l'ONERA. Deux solutions pour la décomposition ont été établies. Pour la traînée de profil :

$$Cx_p^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2\delta P_i}{\gamma M_\infty^2} - \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.22)$$

et :

$$Cx_p^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2\delta P_i}{\gamma M_\infty^2} - \delta T_i - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.23)$$

Pour la traînée induite :

$$Cx_i^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} + (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \right] + O(\delta^3) \quad (3.24)$$

et :

$$Cx_i^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} ds + O(\delta^3) \quad (3.25)$$

Ces formulations sont obtenues à partir d'un développement asymptotique au second ordre de l'expression de la traînée globale ( quation (1.17)) en fonction des variations de pression et température génératrices et de vitesse. Les deux formulations permettent d'assurer un bilan

complet en termes de traînée. Néanmoins, ces formulations sont basées, comme Kusunose, sur l'hypothèse des petites perturbations. Cette dernière est effectuée sur les pression et température génératrices ainsi que sur les trois composantes de la traînée pour obtenir directement une expression en fonction des variables mesurées. De plus, la formulation est à l'ordre 1 pour les variations de grandeurs génératrices contrairement à Kusunose où, l'ensemble des variations est exprimé à l'ordre 2.

Afin de déterminer la pertinence de cette hypothèse, les figures 3.10 et 3.11 présentent l'erreur locale relative ϵ_{local}^{ONERA} en termes de traînée engendrée par l'application de cette hypothèse sur les configurations KH3Y et Falcon générique.

$$\epsilon_{local}^{ONERA} = \frac{\delta^2 Cx^{ONERA} - \delta^2 Cx}{\delta^2 Cx} \quad (3.26)$$

Elles montrent que dans le cas transsonique, l'erreur maximale est légèrement supérieure à la formulation de Kusunose à cause de la non prise en compte de certains termes à l'ordre 2. Elle atteint 3.5% et l'erreur globale $\epsilon_{global}^{ONERA}$ est de l'ordre de 0.7%. Pour la configuration hyper-sustentée, les écarts locaux et globaux restent très faibles. Ils sont respectivement de 0.05% et 0.01%.

$$\epsilon_{global}^{ONERA} = \frac{\int_{\Sigma_1} \delta^2 Cx^{ONERA} \epsilon_{local}^{ONERA} ds}{\int_{\Sigma_1} \delta^2 Cx^{ONERA} ds} \quad (3.27)$$

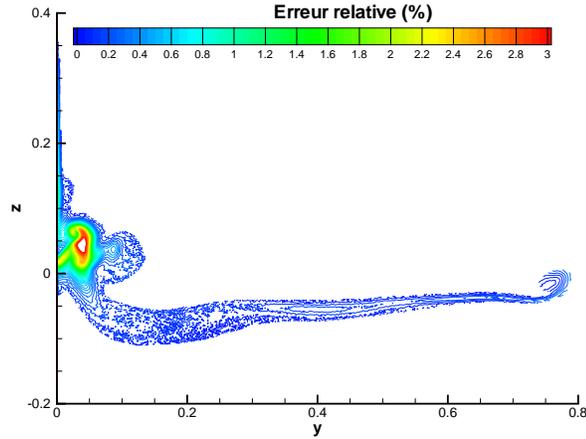
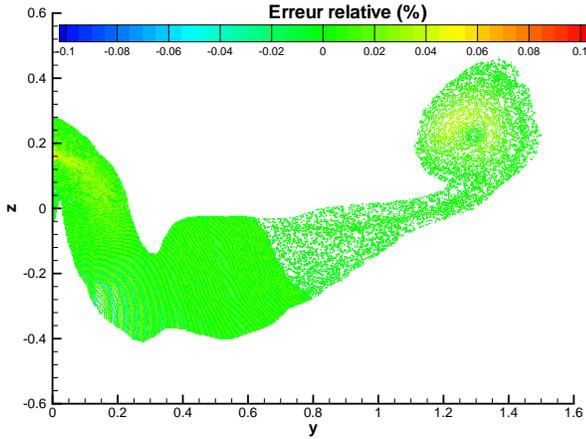


FIG. 3.10 - KH3Y - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.174$, $\alpha = 8.5^\circ$, $Re_c = 1.35 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur les formulations ONERA. FIG. 3.11 - Falcon générique - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.85$, $\alpha = 1.4^\circ$, $Re_c = 2.6 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur la formulations ONERA.

Du point de vue de la décomposition phénoménologique de la traînée, les formulations ONERA ne donnent pas entière satisfaction car les effets visqueux et liés aux chocs ne sont pas clairement séparés des autres. En effet, tous les termes de l'expression de la traînée totale peuvent être clairement identifiés comme étant liés d'une part à des effets visqueux ou de chocs et d'autre part à l'influence du champ de vitesse transversale, à l'exception du terme de vitesse

longitudinale au second ordre. Ce dernier est lié aux deux effets et peut donc être attribué soit à la traînée de profil, soit à la traînée induite.

La première formulation attribue ce terme à la traînée induite. Des effets visqueux et liés à la présence de chocs sont alors alloués à la traînée induite. Au contraire, pour la seconde formulation des effets liés à l'enroulement tourbillonnaire sont attribués à la traînée de profil. Dans les deux cas, la décomposition phénoménologique est incomplète. Le deuxième inconvénient de ce terme est que son domaine d'intégration ne peut être réduit au sillage et ces deux formulations ne peuvent pas rigoureusement être appliquées à partir de mesures de sillage.

Néanmoins, ces deux formulations mettent en évidence l'importance de la vitesse longitudinale sur la précision de la décomposition phénoménologique de la traînée. En effet, cette variable est fortement influencée par l'ensemble des phénomènes intervenant dans le sillage d'une maquette alors que les autres variables utilisées pour les formulations de Kusunose et ONERA sont exclusivement liées à la traînée de profil ou à la traînée induite.

Cette étude sur l'influence des différentes hypothèses sur la décomposition de la traînée met en évidence des différences très importantes entre les formulations d'un point de vue phénoménologique. Afin de comprendre, comment ces dernières se comportent les unes par rapport aux autres et montrer que des hypothèses différentes peuvent amener à des résultats très proches, un développement asymptotique de chacune de ces formulations est effectué dans le paragraphe suivant. La comparaison de ces développements n'est pas parfaitement rigoureuse du point de vue physique, mais ils permettent de comparer ces formulations et de mettre en évidence leurs différences.

3.3 Développement asymptotiques des formulations pour la traînée de profil

3.3.1 Calculs des développements asymptotiques pour la traînée de profil

Les différents développements asymptotiques sont exprimés en fonction des variations de pression et température génératrices et des trois composantes de la vitesse. Tous les développements sont effectués à l'ordre 2 pour l'ensemble de ces variables.

$$\begin{cases} P_i = P_{i\infty} (1 + \delta P_i) \\ T_i = T_{i\infty} (1 + \delta T_i) \\ \vec{V} = U_\infty \left[(1 + \delta u) \vec{i} + \delta v \vec{j} + \delta w \vec{k} \right] \end{cases} \quad (3.28)$$

A travers ces développements asymptotiques, les différentes hypothèses propres à chaque formulation ne sont pas réutilisées. Chaque formulation est appliquée dans un écoulement complet tridimensionnel en présence d'effets visqueux, de chocs, de vorticités et de variations de température génératrice. Ces développements ont pour objectif de montrer le comportement des formulations dans le cas d'un écoulement portant et compressible lorsque l'hypothèse des petites perturbations reste valable. Les détails relatifs à l'obtention de ces développements limités sont présentés en annexe B.

Formulation de Betz

$$C x_p^{Betz} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{4} (1 - M_\infty^2) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 + (1 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.29)$$

Formulation de Jones

$$C x_p^{Jones} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.30)$$

Formulation d'Oswatitsch

$$C x_p^{Oswatitsch} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \delta T_i - \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 - \frac{3 - M_\infty^2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \delta T_i^2 + \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{2\gamma - 1}{\gamma - 1} - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \delta P_i \delta T_i + \frac{2(1 - M_\infty^2)}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \delta T_i \delta u - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.31)$$

Formulation de Maskell

$$C x_p^{Maskell} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\left(1 + \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \right) \delta P_i - \frac{M_\infty^2}{2} \delta T_i + M_\infty^2 \delta u - \frac{M_\infty^2}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{2 - \gamma}{4} M_\infty^2 \right) \delta T_i^2 - \left(1 - \frac{3}{2} M_\infty^2 - \frac{2 - \gamma}{2} M_\infty^4 \right) \delta u^2 - \frac{M_\infty^2}{2} \delta P_i \delta T_i + M_\infty^2 \delta P_i \delta u - M_\infty^2 \left(2 - \frac{2 - \gamma}{2} M_\infty^2 \right) \delta T_i \delta u + \frac{M_\infty^2}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.32)$$

Formulation de van der Vooren

$$C x_p^{vdv} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 + \frac{5 - 2M_\infty^2}{4} \delta T_i^2 + \frac{1 - (\gamma + 1) M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u - (1 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.33)$$

Formulation de Kusunose

$$C_{x_p}^{Kusunose} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.34)$$

Formulations de ONERA

Pour être cohérent au niveau de la comparaison des développements asymptotiques, il est nécessaire de pousser les formulations ONERA à l'ordre 2 pour toutes les variables. Ainsi :

$$C_{x_p}^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.35)$$

et :

$$C_{x_p}^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.36)$$

3.3.2 Analyse des développements asymptotiques pour la traînée de profil

La première chose importante à noter à travers ces développements est qu'ils sont tous équivalents au premier ordre (terme en δP_i) dans le cas d'un écoulement isenthalpique, à l'exception de la formulation de Maskell. Cette dernière est pénalisée par l'hypothèse d'incompressibilité. Néanmoins au premier ordre, elle converge vers les autres formulations lorsque le nombre de Mach à l'infini amont tend vers 0.

Les formulations de Betz, Jones et Oswatitsch sont établies en supposant que l'écoulement est isenthalpique contrairement aux formulations de van der Vooren, Kusunose et ONERA. L'application de ces premières formulations au cas général montre qu'elles ne peuvent pas évaluer correctement la contribution à la traînée des variations d'enthalpie totale ou de température génératrice. Néanmoins, dans le cadre d'études sur des configurations non-motorisées, cette imprecision ne constitue pas une contrainte importante car les variations d'enthalpie totale et de température génératrice sont négligeables.

Dans la suite de cette analyse, l'écoulement est supposé isenthalpique. A partir des développements asymptotiques précédents, il est possible de distinguer cinq groupes. Le premier est formé de la formulation de Maskell, le second de la formulation d'Oswatitsch, le troisième des formulations de Betz et ONERA2, le quatrième des formulations de Jones et van der Vooren et le cinquième des formulations de Kusunose et ONERA1. A l'intérieur de ces cinq groupes, les formulations possèdent le même développement asymptotique au second ordre.

Ces caractéristiques sont en parfait accord avec les remarques effectuées au paragraphe 3.2. Pour la formulation de Maskell, l'hypothèse d'incompressibilité est responsable de ce manque de précision et pour la formulation d'Oswatitsch, la non prise en compte de l'ensemble des termes du second ordre ne permet pas d'obtenir une décomposition fiable.

Pour le troisième groupe, les formulations Betz et ONERA2 sont identiques au second ordre car elles prennent toutes les deux en compte des effets qui ne sont ni visqueux, ni dus à la présence de chocs. Ces effets sont introduits dans la formulation de Betz par l'intermédiaire des variations de pression statique et dans la formulation ONERA2 par l'intermédiaire des variations de vitesse longitudinale. Dans un plan de sillage, ces variations de vitesse sont dues, d'une part aux effets visqueux et à la présence de chocs, et d'autre part à des effets liés à l'enroulement tourbillonnaire qui se développe en extrémité de voilure. Ces derniers sont également en grande partie responsables des variations de pression statique dans le plan de sillage. Ces deux formulations prennent donc en compte l'ensemble des effets visqueux et liés aux chocs, mais également une partie des effets responsables de la traînée induite telles les variations de pression statique ou une partie des variations de vitesse longitudinale. Ces variations ont des origines physiques similaires, leurs contributions à la traînée sont donc identiques, ce qui explique pourquoi les formulations de Betz et ONERA2 ont le même développement asymptotique, au second ordre.

Les formulations de Kusunose et ONERA1 sont identiques au second ordre car elles négligent toutes les deux, la contribution des variations de vitesse longitudinale sur la traînée de profil. Elles sont donc physiquement identiques et ne permettent pas de prendre en compte l'ensemble des effets visqueux et liés à la présence de chocs dans la traînée de profil.

Les formulations de Jones et van der Vooren sont basées sur des hypothèses très proches, la seule différence concerne la position du plan de sillage dans lequel la pression statique est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont. Par l'intermédiaire de cette hypothèse, ils cherchent à s'affranchir de l'influence des variations de pression statique car ces dernières, au niveau du plan de sillage, ne sont pas dues (ou quasiment pas) aux effets visqueux ou à la présence de chocs. Ces variations doivent donc être attribuées à la traînée induite. Ces deux formulations permettent de prendre en compte l'ensemble des variations de pression et température génératrices et de s'affranchir, partiellement ou totalement, des effets responsables des variations de pression statique et d'une partie des variations de vitesse longitudinale. Cette décomposition de la vitesse longitudinale est exprimée par van der Vooren par l'intermédiaire du terme $\Delta\bar{u}$. Ces deux formulations constituent une alternative aux groupes formés par les formulations de Betz et ONERA2 d'une part, et par les formulations de Kusunose et ONERA1 d'autre part. En effet, le terme du second ordre en δu^2 est pris en compte en totalité dans le premier groupe, absent dans le deuxième. Le groupe formé par les formulations de Jones et van der Vooren prend en compte seulement une partie de ce terme par l'intermédiaire de la décomposition de la vitesse longitudinale.

La différence entre les formulations du troisième et du quatrième groupe concerne donc la prise en compte des variations de pression statique ou de vitesse longitudinale dues au champ de vitesse transversale. Dans le cas d'un écoulement où ces variations sont nulles, ce qui revient à supposer que le champ de pression statique est uniforme et égal à sa valeur à l'infini amont dans le plan de sillage, les deux groupes doivent avoir un développement asymptotique identique. Dans ce cas, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} 1 - \frac{P}{P_\infty} &= 0 \\ &= -\delta P_i + \gamma M_\infty^2 \delta u + O(\delta^2) \end{aligned} \tag{3.37}$$

Ainsi :

$$\delta u = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + O(\delta^2) \quad (3.38)$$

En remplaçant, l'expression précédente dans les équations (3.30), (3.33), (3.34) et (3.36), les développements asymptotiques des quatre formulations sont identiques et égaux à ($\delta T_i = 0$) :

$$C x_p = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 \right] + O(\delta^3) \quad (3.39)$$

Ce comportement confirme le fait que dans un écoulement compressible et portant, les variations de vitesse longitudinale doivent être décomposées en deux parties distinctes, l'une due aux phénomènes visqueux et à la présence de chocs et l'autre due aux effets du champ de vitesse transversale.

Cette analyse permet de classer ces différentes formulations les unes par rapport aux autres dans la limite de validité de l'hypothèse des petites perturbations et des développements asymptotiques au second ordre :

$$C x_p^{Oswatitsch} < C x_p^{betz}, C x_p^{ONERA2} < C x_p^{Jones}, C x_p^{vdv} < C x_p^{Kusunose}, C x_p^{ONERA1} \quad (3.40)$$

Ainsi, cette étude permet de mettre en relation des hypothèses différentes, mais basées sur des phénomènes physiques identiques. Elle montre que les formulations établies au chapitre 1 ont des caractéristiques communes. Elle confirme également le fait que la formulation de van der Vooren est celle qui semble être la plus précise en termes de décomposition phénoménologique et d'évaluation de la traînée de profil. L'ensemble des phénomènes visqueux et liés à la présence de chocs sont pris compte alors que les autres phénomènes sont exclus de cette composante de la traînée. Malheureusement, cette formulation ne peut être appliquée dans l'ensemble des configurations car elle implique une limitation sur les pertes de pression génératrice ($P_i > P_\infty$). De plus, elle ne propose pas de formulation pour la traînée induite dont le domaine d'intégration est limité au sillage. Aucune formulation ne semble donc parfaitement répondre aux critères imposés pour une décomposition fine de la traînée à partir de mesures de sillage effectuées en soufflerie. Pour cela, il est nécessaire de développer une nouvelle formulation qui permet une décomposition phénoménologique fiable de la traînée. Cette dernière doit pouvoir être appliquée dans n'importe quelle configuration et doit permettre de réduire le domaine d'intégration des expressions au sillage, pour la traînée de profil et la traînée induite. Cette nouvelle formulation est présentée dans la partie suivante.

3.4 Développement d'une nouvelle formulation

La première étape du développement de cette nouvelle formulation consiste à reprendre la formulation ONERA pour la traînée globale :

$$C x^{ONERA} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 - \delta P_i \delta T_i + (\delta v^2 + \delta w^2) \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.41)$$

Dans cette expression, l'ensemble des termes peuvent être clairement identifiés comme dus aux phénomènes visqueux et à la présence de chocs, ou dus à des phénomènes responsables de la

traînée induite, à l'exception du terme en δu^2 . Ce dernier doit être décomposé en deux parties distinctes afin d'obtenir une décomposition phénoménologique complète de la traînée, tout en assurant un bilan global exact. La deuxième étape consiste donc à construire les deux composantes des variations de la vitesse longitudinale.

3.4.1 Décomposition de la vitesse longitudinale

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer la composante de la vitesse longitudinale qui n'est due ni aux phénomènes visqueux, ni à la présence de chocs. Pour cela, un écoulement isentropique et isenthalpique est considéré. Dans ce dernier, les variations de pression et température génératrices sont nulles, la vitesse longitudinale U^* et la pression statique P^* sont définies par :

$$\begin{cases} P^* = P(P_i = P_{i\infty}, T_i = T_{i\infty}) \\ U^* = U(P_i = P_{i\infty}, T_i = T_{i\infty}) \end{cases} \quad (3.42)$$

A partir des lois isentropiques, il est possible d'exprimer la pression statique en fonction des trois composantes de la vitesse :

$$\frac{P^*}{P_\infty} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \left(1 - \frac{U^{*2} + v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.43)$$

La vitesse longitudinale est alors égale à :

$$\frac{U^*}{U_\infty} = \sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(\left(\frac{P^*}{P_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2}} \quad (3.44)$$

Dans cette seconde partie, l'écoulement n'est plus supposé isentropique et isenthalpique, mais quelconque (compressible et portant). Dans ce dernier les deux composantes δu^* et $\delta \bar{u}$ de la vitesse longitudinale peuvent être définies de la manière suivante à partir de l'équation (3.28) :

$$\begin{cases} U^* = U_\infty (1 + \delta u^*) \\ \delta \bar{u} = \delta u - \delta u^* \\ U = U^* + \delta \bar{u} U_\infty \end{cases} \quad (3.45)$$

Les variations δu^* sont liées au champ de vitesse transversale et les variations $\delta \bar{u}$ aux phénomènes visqueux et à la présence de chocs. $\delta \bar{u}$ est simplement défini comme la différence entre les variations globales δu et les variations δu^* . La vitesse U^* initialement définie dans un écoulement isentropique et isenthalpique peut également être définie dans un écoulement quelconque et être associée à un champ de pression statique P^* .

Dans le cadre d'un écoulement quelconque, les variations de pression statique dans un plan de sillage ne sont pas, ou peu affectées par les effets visqueux et la présence de chocs en écoulement subsonique ou transsonique comme le montre la figure 3.1. En conséquence, la pression statique dans l'écoulement isentropique et isenthalpique peut être considérée comme identique à celle de l'écoulement quelconque avec des conditions à l'infini amont identiques. Cette hypothèse se traduit par la relation suivante :

$$P = P^* \quad (3.46)$$

A partir de cette égalité, la composante δu^* des variations de vitesse longitudinale peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\delta u^* = \sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(\left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} - 1} \quad (3.47)$$

Afin de confirmer le bien fondé de cette hypothèse ($P = P^*$), l'influence du nombre de Reynolds sur les variations de pression statique peut être étudiée. Ce dernier a une influence directe sur les effets visqueux et très faible sur les autres phénomènes physiques. Les variations de pression statique doivent donc être quasiment indépendantes du nombre de Reynolds. La figure 3.12 montre ces variations de pression statique et de vitesse longitudinale δu^* à l'aval de l'aile NACA0012 pour un nombre de Mach de 0.2 et pour deux nombres Reynolds (10^6 et $30 \cdot 10^6$). Ces résultats sont issus de calculs Navier-Stokes. Ce graphique met en évidence que l'influence du nombre de Reynolds est effectivement très faible. Les légères différences observées au niveau de l'intrados de la voilure sont dues à une portance légèrement différente entre les deux calculs car ces derniers ont été réalisés pour une même incidence. L'hypothèse sur le champ de pression statique est donc parfaitement fondée.

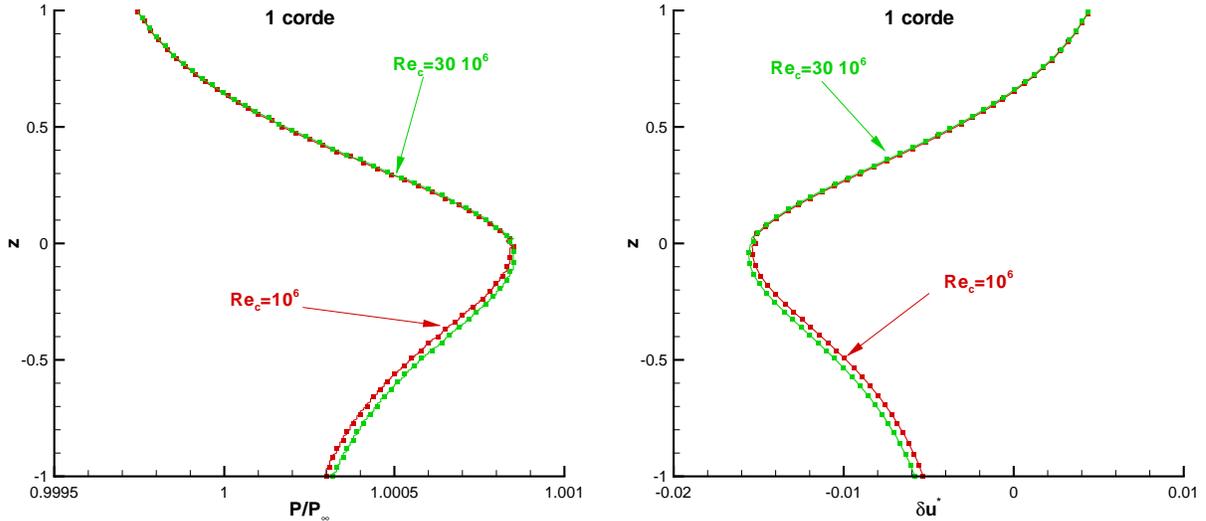


FIG. 3.12 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($M_\infty = 0.2$, $\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de pression statique et de variations de vitesse longitudinale δu^* dans le sillage pour $Re_c = 10^6$ et $Re_c = 30 \cdot 10^6$.

En utilisant les lois isentropiques :

$$\frac{P}{P_\infty} = \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.48)$$

il est possible d'exprimer les variations de pression statique en fonction de la pression génératrice et des trois composantes de la vitesse. Cela permet de réexprimer le terme δu^* sous la forme suivante :

$$\delta u^* = \sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \mathfrak{S} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} - 1} \quad (3.49)$$

La composante $\delta\bar{u}$ de la vitesse est alors égale à :

$$\delta\bar{u} = \delta u + 1 - \sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \mathfrak{S} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2}} \quad (3.50)$$

Cette définition assure que le terme $\delta\bar{u}$ est nul en dehors des sillages visqueux et de chocs. Ainsi, les deux composantes des variations de vitesse longitudinale peuvent être déterminées à partir d'un nombre limité de variables (P_i , T_i , U , v et w), mesurées lors d'essais en soufflerie. Cette décomposition est parfaitement applicable en soufflerie.

La définition de ces deux composantes assure également, l'applicabilité de la méthode à tous les types d'écoulement. Il n'y a aucune restriction sur le champ aérodynamique et l'existence des deux termes est parfaitement assurée dans toutes les configurations :

$$1 - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left(\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \mathfrak{S} - 1 \right) - \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \geq \frac{U^2}{U_\infty^2} \geq 0 \quad (3.51)$$

Cette décomposition est physiquement très proche de celle de van der Vooren car dans les deux cas, l'objectif de la formulation est d'attribuer l'ensemble des variations de pression statique à la composante de la vitesse longitudinale liée au champ de vitesse transversale. Cependant, la manière de procéder pour atteindre cet objectif est différente et cette nouvelle méthode permet de s'affranchir de la limitation sur les pertes de pression génératrice.

Les figures 3.13 et 3.14 permettent de comparer le résultat de la décomposition de la vitesse longitudinale par les deux formulations, celle de van der Vooren et la nouvelle méthode ONERA. La décomposition est effectuée à partir de solutions Navier-Stokes sur l'aile NACA0012 pour deux nombres de Mach (0.2 et 0.8) dans un plan de sillage. Elles montrent que les deux formulations permettent de séparer correctement les deux composantes en écoulements subsoniques et transsoniques. Néanmoins, à la traversée des sillages visqueux et de choc, la formulation ONERA semble être beaucoup moins sensible à la présence des phénomènes visqueux et du choc. Elle offre une distribution de vitesse δu^* plus continue que la formulation de van der Vooren.

Pour mettre à profit cette méthode de décomposition de la vitesse longitudinale et obtenir une méthode fiable de prévision de la traînée, elle doit être introduite dans l'expression de la traînée globale (équation (1.38)).

3.4.2 Décomposition de la traînée

A partir de la définition des deux composantes des variations de vitesse longitudinale, la formulation ONERA pour la traînée globale peut se réexprimer sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds \\ &+ \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[(1 - M_\infty^2) (\delta u^* + \delta\bar{u})^2 + \frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} \right] ds + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (3.52)$$

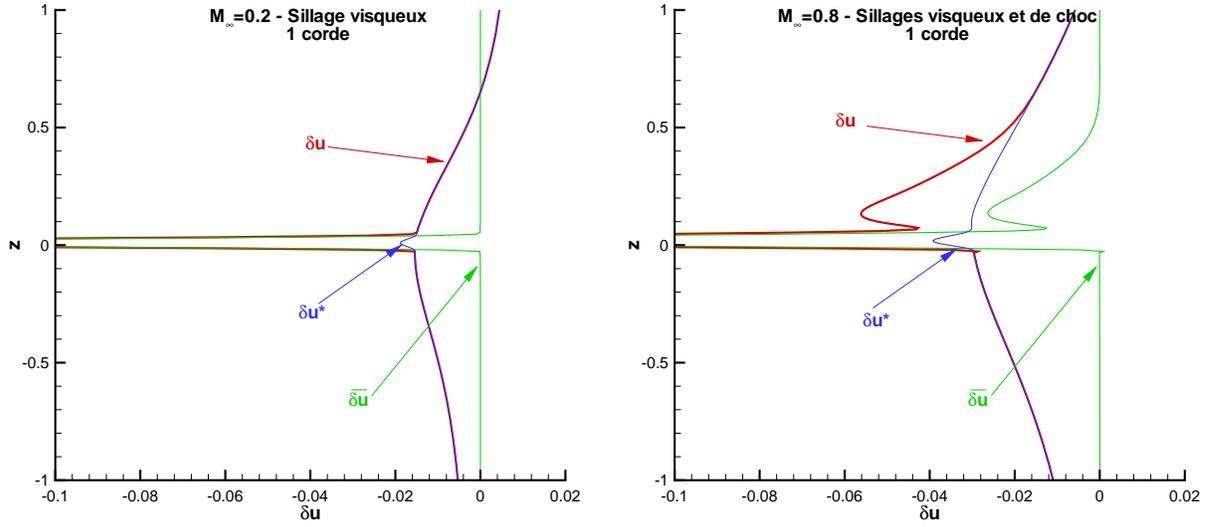


FIG. 3.13 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Décomposition de la vitesse longitudinale dans le sillage par la méthode de van der Vooren pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$.

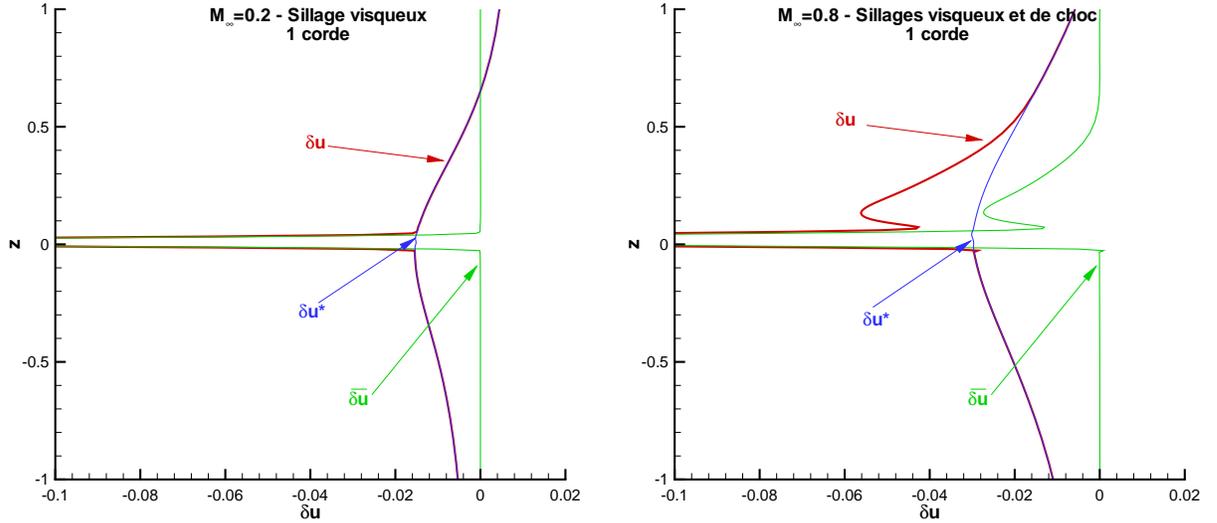


FIG. 3.14 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Décomposition de la vitesse longitudinale dans le sillage par la méthode ONERA pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$.

$\bar{\delta u}$ est nul en dehors du sillage, le domaine d'intégration de la seconde intégrale peut être partiellement réduit au sillage :

$$\begin{aligned}
 Cx = & \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4}\right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i \right. \\
 & \left. - (1 - M_\infty^2) (\delta \bar{u}^2 + 2\delta u^* \delta \bar{u}) + \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} \right] ds \\
 & - \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[(1 - M_\infty^2) \delta u^{*2} + \frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} \right] ds + O(\delta^3)
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

Le domaine d'intégration de tous les termes est donc réduit au sillage à l'exception de la dernière intégrale. Pour pallier cette difficulté, les travaux de Cummings peuvent être utilisés. Ce dernier a exprimé l'intégrale des termes sources de l'écoulement, définie par Maskell, en fonction des variations de vitesse longitudinale dans un écoulement isentropique et isenthalpique. Ces variations de vitesse correspondent exactement à la définition de δu^* . La relation de Cummings peut donc être appliquée en considérant uniquement ces variations de vitesse longitudinale. Ainsi :

$$\frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[(1 - M_\infty^2) \delta u^{*2} + \frac{\phi \sigma}{U_\infty^2} \right] ds = 0 + O(\delta^3) \quad (3.54)$$

Finalement l'expression pour la traînée globale se simplifie et son domaine d'intégration est réduit au sillage :

$$C_x = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i - (1 - M_\infty^2) (\delta \bar{u}^2 + 2\delta u^* \delta \bar{u}) + \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} \right] ds + O(\delta^3) \quad (3.55)$$

Dans l'expression précédente chaque terme peut clairement être identifié comme responsable de la traînée de profil ou de la traînée induite, à l'exception du terme $\delta u^* \delta \bar{u}$. Ce dernier est dû à des phénomènes physiques responsables des deux composantes de la traînée. Cette nouvelle formulation pose donc les mêmes problèmes que la formulation ONERA initiale à la seule différence que le terme issu de l'ensemble des phénomènes présents au sein de l'écoulement, est d'un ordre de grandeur inférieur. En effet, dans un plan de sillage $\delta u^* \delta \bar{u} \ll \delta \bar{u}^2$. La contribution à la traînée du terme en $\delta u^* \delta \bar{u}$ est donc négligeable. L'attribution de ce terme à l'une ou l'autre des composantes ne modifie pas la fiabilité de la décomposition. Il est arbitrairement attribué à la traînée de profil. La nouvelle formulation ONERA3 fournit donc une nouvelle expression pour la traînée de profil :

$$C_{x_p}^{ONERA3} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i - (1 - M_\infty^2) (\delta \bar{u}^2 + 2\delta u^* \delta \bar{u}) \right] ds \quad (3.56)$$

et pour la traînée induite :

$$C_{x_i}^{ONERA3} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi \zeta}{U_\infty^2} ds \quad (3.57)$$

Cette formulation permet de calculer les deux composantes de la traînée à partir de données uniquement dans un plan de sillage et dans toutes les configurations. La distinction entre les phénomènes responsables de la traînée de profil d'une part et de la traînée induite d'autre part, est assurée par une analyse physique fine des différentes sources qui donnent naissance à la traînée.

Afin de montrer la pertinence de cette nouvelle formulation, son développement asymptotique est comparé avec ceux des formulations précédentes.

3.4.3 Comparaison avec les autres formulations

Un développement asymptotique des deux composantes de la vitesse longitudinale permet d'écrire :

$$\delta u^* = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{1}{2} \delta T_i + \delta u + O(\delta^2) \quad (3.58)$$

$$\delta\bar{u} = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{2} \delta T_i + O(\delta^2) \quad (3.59)$$

En remplaçant, δu^* et $\delta\bar{u}$ par leurs développements asymptotiques dans l'équation (3.56), l'expression pour la traînée de profil devient :

$$\begin{aligned} Cx_p^{ONERA3} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} & \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 + \frac{5 - 2M_\infty^2}{4} \delta T_i^2 \right. \\ & + \frac{1 - (\gamma + 1) M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \\ & \left. - (1 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Au second ordre, cette formulation est strictement identique à celle de van der Vooren. Cela confirme le fait que les décompositions phénoménologiques des deux formulations sont très proches. Le principal intérêt de la formulation ONERA est qu'elle n'implique aucune restriction sur l'écoulement et peut être appliquée à partir de données localisées uniquement dans un plan de sillage de la configuration étudiée. Pour connaître avec précision le comportement de cette formulation, cette dernière est validée sur différentes configurations dans la partie suivante.

3.5 Validation de la nouvelle formulation de décomposition de la traînée

3.5.1 Méthode de validation

Pour valider cette nouvelle formulation et l'ensemble de la méthode expérimentale de prévision de la traînée sur des solutions numériques, le logiciel *ffd41*, développé à l'ONERA peut être utilisé comme référence (annexe C). Un tel choix est motivé par le fait qu'il s'appuie sur une analyse fine et tridimensionnelle des sources de la traînée. Cette approche est nécessairement plus précise qu'une approche bidimensionnelle utilisée pour la méthode expérimentale. Néanmoins, la décomposition proposée par *ffd41* n'est pas parfaite mais sa précision est supposée supérieure à celle de la méthode expérimentale. Ainsi en comparant les résultats des deux méthodes pour une même formulation, il est possible de déterminer la fiabilité de la méthode expérimentale et montrer que les seules informations du plan de sondage sont suffisantes pour obtenir une prévision fiable de la traînée. Cette première étape de la validation est indispensable pour pouvoir ensuite valider le comportement de la formulation ONERA3. En effet, la méthode expérimentale a été développée pour être appliquée à partir de données expérimentales, il est donc nécessaire de s'assurer que la méthode est également adaptée aux calculs CFD, les propriétés d'un écoulement en soufflerie étant totalement différentes de celles d'une solution numérique.

ffd41 permet de calculer les composantes de la traînée à partir de la formulation de van der Vooren, mais également d'évaluer la traînée numérique en distinguant les sources de traînée physiques et celles dues aux erreurs numériques présentes dans les calculs. Ces dernières sont dépendantes du maillage, du modèle de turbulence et des paramètres numériques utilisés. *ffd41* permet également de corriger la diffusion numérique au niveau des tourbillons d'extrémité de voilure. Dans le sillage de ces tourbillons, la composante de traînée induite se transforme progressivement en composante de traînée visqueuse. Plus la décomposition est effectuée loin du bord de fuite de l'objet, plus la traînée induite diminue et plus la traînée visqueuse augmente. *ffd41* permet de corriger ces effets et d'obtenir une décomposition qui est indépendante du

plan de sillage considéré en attribuant les effets visqueux à la traînée induite dans le sillage des tourbillons. Ainsi ce logiciel fournit les grandeurs suivantes :

- Traînée visqueuse Cx_v
- Traînée de choc Cx_w
- Traînée induite corrigée Cx_{ic}
- Traînée induite apparente Cx_{iap}
- Traînée numérique Cx_{sp}

Pour valider la méthode expérimentale, il ne suffit pas de comparer directement les composantes de profil et induite obtenues avec les deux méthodes. En effet, le logiciel *ffd41* corrige certains effets numériques, ce qui est totalement impossible avec la méthode expérimentale. Cette dernière permet simplement de distinguer, dans un plan de sillage, les sources de traînée liées aux variations des grandeurs génératrices de l'écoulement d'une part et celles liées au champ de vitesse transversale d'autre part. Avec le logiciel *ffd41*, la contribution à la traînée du champ de vitesse transversale est uniquement présente dans le terme Cx_{iap} . Les effets liés aux variations des grandeurs génératrices sont inclus dans les quatre autres termes à partir desquels il est possible de définir une traînée de profil pour les calculs numériques :

$$Cx_p = Cx_v + Cx_w + Cx_{sp} + Cx_{ic} - Cx_{iap} \quad (3.61)$$

Les nouvelles traînées induite Cx_{iap} et de profil Cx_p ainsi définies pour *ffd41* serviront de référence pour valider la méthode expérimentale car elles correspondent avec les traînées induite et de profil calculées avec cette dernière. Pour que la comparaison entre les méthodes expérimentales et numériques soit licite, il est nécessaire d'utiliser la même formulation. *ffd41* utilise celle de van der Vooren, la validation de la méthode expérimentale sera effectuée à partir de cette formulation. L'application de la méthode expérimentale aux calculs numériques ne permet pas d'identifier uniquement les sources physiques de traînée et d'éliminer les sources numériques. Cette remarque ne constitue pas une limitation de la méthode expérimentale car son objectif est d'être utilisée à partir d'essais en soufflerie où les sources de traînée numérique sont inexistantes.

A partir de cette validation de la méthode expérimentale avec la formulation de van der Vooren, la nouvelle formulation ONERA3 peut, à son tour, être validée en comparant son comportement avec celui des autres formulations. Cette comparaison est effectuée uniquement avec la méthode expérimentale à partir de données dans un plan de sillage. La formulation de van der Vooren est choisie comme valeur de référence dans les configurations où elle est applicable. Ce choix est motivé par l'analyse physique des sources de traînée effectuée au début de ce chapitre qui montre que cette formulation est la plus apte à fournir une décomposition fiable en termes de traînée de profil et de traînée induite. Les validations sont effectuées sur deux séries de calculs, pour des configurations de complexité différente et pour plusieurs nombres de Mach (aile NACA0012 et configuration Falcon générique avec voilure, fuselage, nacelles et dérive).

3.5.2 Calculs NACA0012

Conditions de calculs et paramètres numériques

La première série de calculs a été effectuée sur une aile rectangulaire NACA0012. Ces calculs tridimensionnels Navier-Stokes ont été réalisés avec le code *elsA* développé à l'ONERA [53, 54]. Les différentes méthodes numériques utilisées au cours de cette étude sont présentées dans la référence [55]. Les calculs sont effectués sur un maillage structuré composé de 2 blocks de 410 865

noeuds chacun (figure 3.15). Le modèle de turbulence utilisé est le modèle à une équation de Spalart Allmaras.

Afin d'avoir une bonne représentation des écoulements rencontrés au cours d'essais en soufflerie, huit calculs sont effectués pour des nombres de Mach variant de 0.1 à 0.8. Dans ces calculs, l'incidence est fixée à 2.5° , les pression et température génératrices à l'infini amont restent constantes et respectivement égales à 101 325 Pa et 300 K. Ces valeurs sont parfaitement représentatives de celles observées en soufflerie. Le nombre de Reynolds basé sur la corde aérodynamique varie de $4 \cdot 10^5$ à $2.7 \cdot 10^6$ pour les différents calculs.

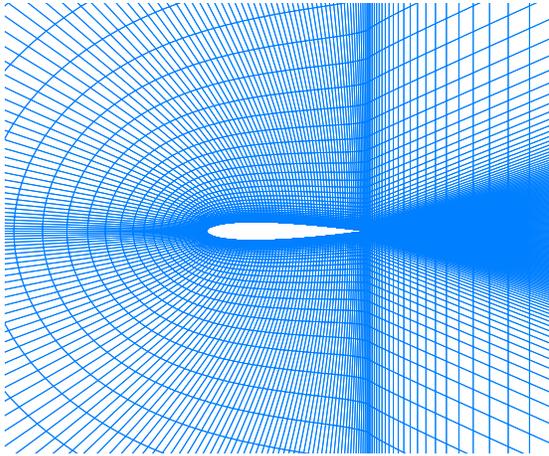


FIG. 3.15 – NACA0012 - Maillage.

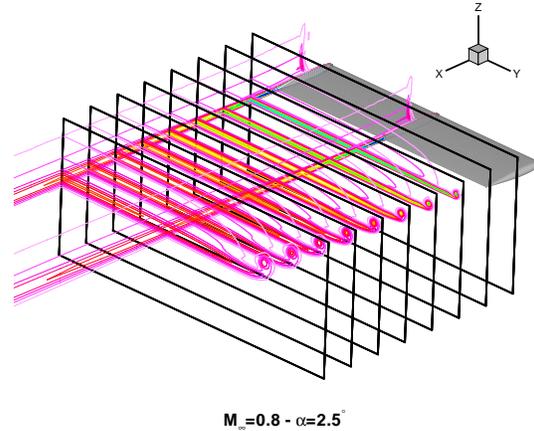


FIG. 3.16 – NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 2.7 \cdot 10^6$) - Champ de pression génératrice.

Pour pouvoir appliquer la méthode expérimentale aux calculs numériques, il est nécessaire d'extraire plusieurs plans perpendiculaires à l'écoulement infini amont, dans le sillage de la configuration. La figure 3.16 montre la position de ces plans et le champ de pression génératrice au sein de l'écoulement. Chacun de ces plans est formé d'un maillage cartésien de 90 000 points sur lesquels, les valeurs des différentes grandeurs aérodynamiques utilisées pour le calcul des composantes de la traînée, sont interpolées. A partir de ces calculs Navier-Stokes, les composantes de la traînée sont également calculées avec le logiciel *ffd41*. Il permet de définir une valeur de référence pour chaque plan de sillage et pour chaque composante de la traînée. A partir de ces résultats, la méthode expérimentale et la nouvelle formulation ONERA3 peuvent être validées sur des solutions numériques.

Comparaison méthode expérimentale/logiciel *ffd41* (formulation de van der Vooren)

La première étape de cette étude est d'analyser le comportement de la méthode expérimentale d'extraction de la traînée bidimensionnelle en comparant les résultats avec la méthode numérique tridimensionnelle. Cette comparaison est effectuée pour la formulation de van der Vooren utilisée dans *ffd41*. La figure 3.17 présente les résultats pour la traînée de profil dans le premier plan de mesure, situé à 0.5 corde à l'aval de la configuration. Elle met en évidence le très bon comportement de la méthode expérimentale, l'écart entre les deux méthodes reste inférieur à 1 point à l'exception du calcul pour $M_\infty = 0.8$ où l'écart est de 1.5 points.

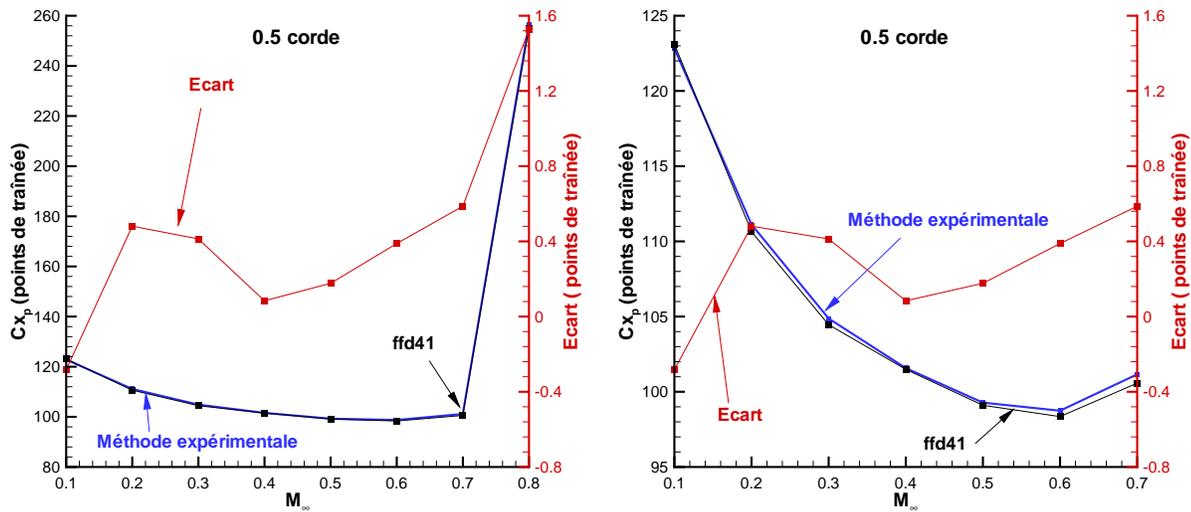


FIG. 3.17 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.

Les figures 3.18 et 3.19 présentent les mêmes courbes pour les plans de sillage situés à 1, 2, 3 et 4 cordes à l'aval de la configuration. Le comportement de la méthode expérimentale reste excellent et l'écart entre les deux méthodes reste inférieur à 1 point. Ces différentes courbes montrent que la connaissance des données aérodynamiques dans un plan de sillage suffit à prévoir correctement la traînée dans une configuration simple pour différents nombres de Mach. Elles montrent également que les résultats obtenus avec la méthode expérimentale peuvent être utilisés pour comparer les différentes formulations.

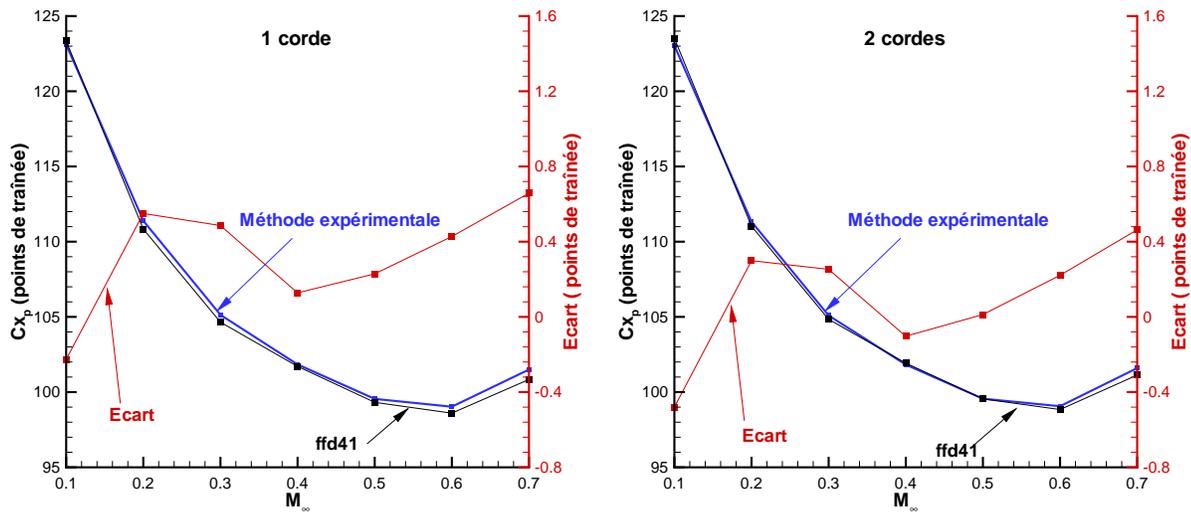


FIG. 3.18 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.

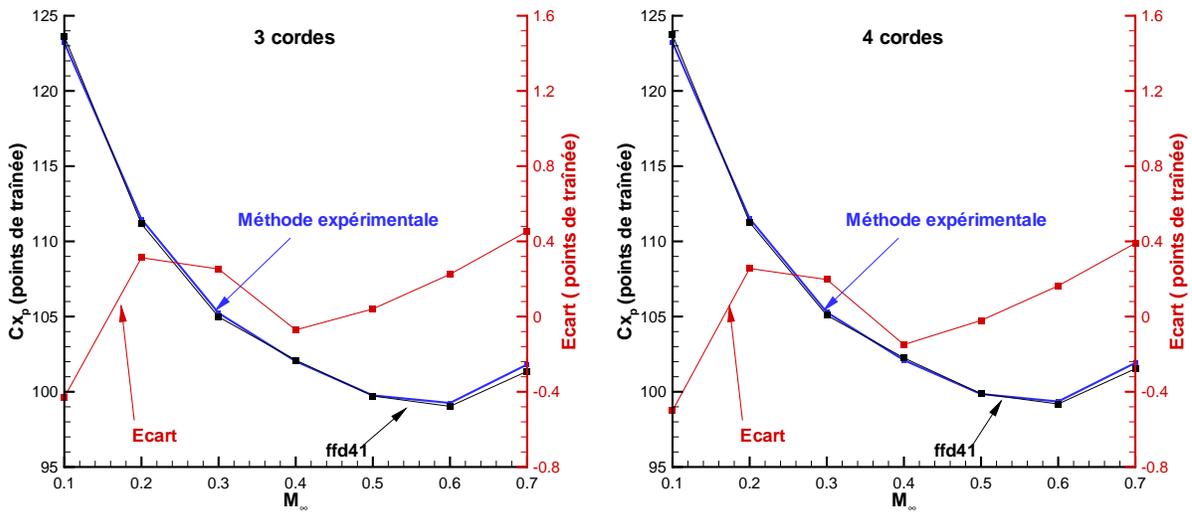


FIG. 3.19 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.

Validation de la formulation ONERA3

Afin de montrer la pertinence de la formulation ONERA3 et de comparer son comportement avec celui des autres formulations, le figure 3.20 montre le résultat de l'application de ces différentes formulations dans le premier plan de sillage situé à 0.5 corde à l'aval de la configuration.

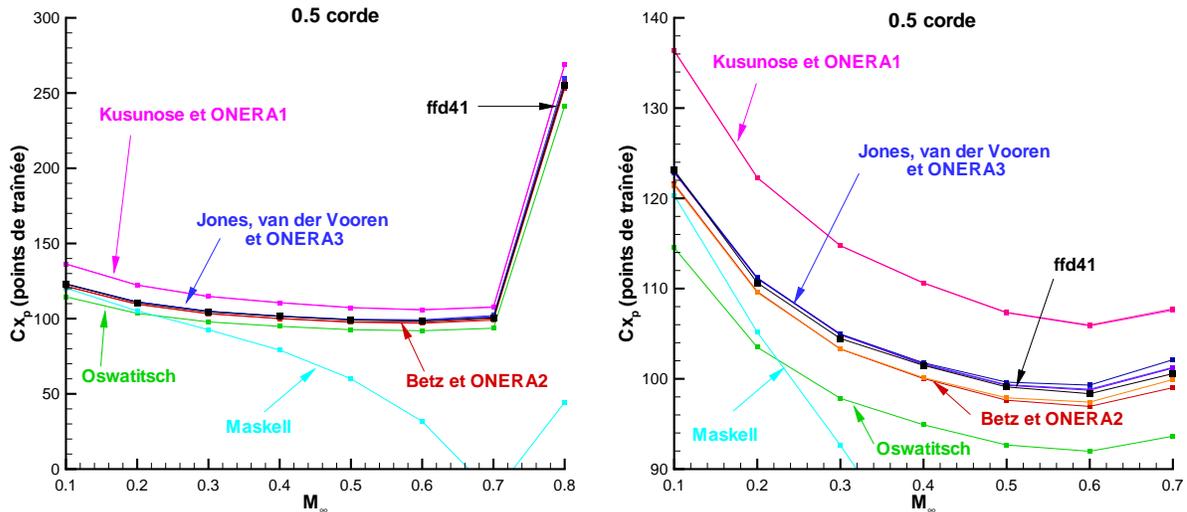


FIG. 3.20 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.

Quelle que soit la formulation, l'évolution de la traînée de profil en fonction du nombre de Mach est identique à l'exception de la formulation de Maskell. Cette dernière s'écarte très rapidement de la courbe de référence. Ce comportement s'explique par le fait que cette formulation est basée sur une hypothèse d'incompressibilité. Pour des nombres de Mach trop élevés ($M_\infty > 0.3$), elle est mise en défaut et la formulation n'est plus capable de fournir une prévision fiable de la traînée de profil.

Les autres formulations ont une évolution identique, mais avec des valeurs différentes. La hiérarchie entre les formulations est en parfait accord avec l'analyse physique et la comparaison des développements asymptotiques effectuées dans les paragraphes précédents. Ces formulations peuvent être classées dans les cinq mêmes groupes. Le premier est formé de la formulation de Maskell, le deuxième de la formulation d'Oswatitsch, le troisième des formulations de Betz et ONERA2, le quatrième des formulations de Jones, van der Vooren et ONERA3, et le cinquième des formulations de Kusunose et ONERA1. Dans chaque groupe, les formulations sont identiques au second ordre pour un écoulement isenthalpique ($\delta T_i = 0$).

La différence entre les groupes 2 à 5 reste indépendante du nombre de Mach, mais peut être assez importante. Par exemple entre le deuxième et le cinquième groupe, elle atteint 22 points de traînée, soit un écart de presque 20%. La formulation d'Oswatitsch sous-estime la valeur de la traînée de profil. Ce comportement est dû au fait que seule l'influence des termes du premier ordre est considérée dans cette équation. La contribution de certains termes du second ordre est négligée, or dans ce premier plan de sillage, les fluctuations de l'écoulement restent très importantes et la formulation d'Oswatitsch est mise en défaut.

La différence entre les autres formulations est due à une décomposition physique des sources de traînée différente. En effet, pour les formulations du troisième groupe, les variations de pression statique et de vitesse longitudinale sont prises en compte alors que pour le cinquième groupe, seules les variations de pression et température génératrices sont considérées. Le quatrième constitue une alternative aux deux groupes précédents. Ce comportement se retrouve parfaitement sur la figure 3.20 car la valeur fournie par les formulations du quatrième groupe se situe entre celles du troisième et du cinquième. Ce groupe alternatif est celui qui offre la décomposition physique la plus fiable car les effets dus aux phénomènes visqueux et à la présence de chocs sont clairement séparés des autres effets. Cela montre la fiabilité de la nouvelle formulation ONERA3.

D'un point de vue phénoménologique, la différence entre les troisième et quatrième groupes peut être interprétée comme l'influence des variations de pression statique ou de vitesse longitudinale δu^* sur la traînée. La différence entre le quatrième et le cinquième groupe correspond à la contribution au second ordre des variations de vitesse longitudinale dues aux phénomènes visqueux et à la présence de chocs. La différence entre le troisième et le cinquième groupe représente donc la contribution au second ordre des variations de vitesse longitudinale globale.

Les figures 3.21 et 3.22 présentent les mêmes courbes dans les plans situés à 1, 2, 3 et 4 cordes à l'aval de la configuration. Elles permettent de voir l'évolution des différentes formulations le long du sillage et montrent que plus le plan de calcul est éloigné du bord de fuite de la configuration, plus l'écart entre les formulations diminue. Toutes ces formulations convergent vers une même valeur de traînée de profil à l'infini aval. Néanmoins, cette convergence est différente suivant les formulations. La précision de la formulation de Maskell s'améliore en s'éloignant de la configuration. Dans le plan situé à 4 cordes à l'aval de l'aile, les résultats restent corrects jusqu'à un nombre de Mach de 0.4. Ce comportement peut s'expliquer par le fait que l'écart entre les pressions totale et génératrice diminue le long du sillage. La formulation d'Oswatitsch tend vers les formulations du quatrième groupe, l'écart diminue rapidement, il est de 3 points à 4 cordes à l'aval de l'aile contre 9 à 0.5 corde. Les formulations du cinquième groupe tendent également rapidement vers celles du quatrième groupe, mais avec des valeurs supérieures. L'écart évolue de la même manière que celui pour la formulation d'Oswatitsch.

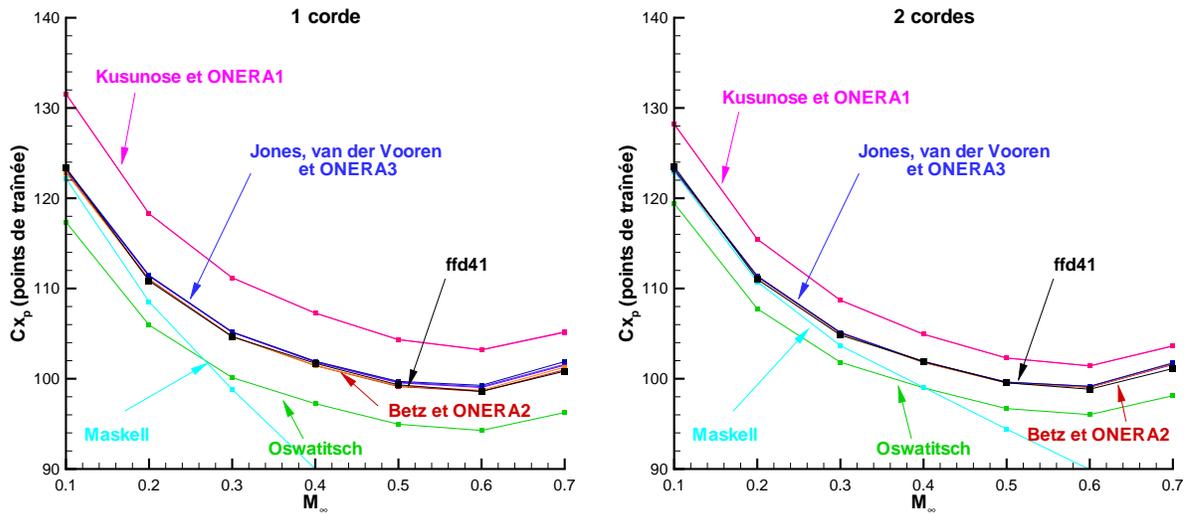


FIG. 3.21 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.

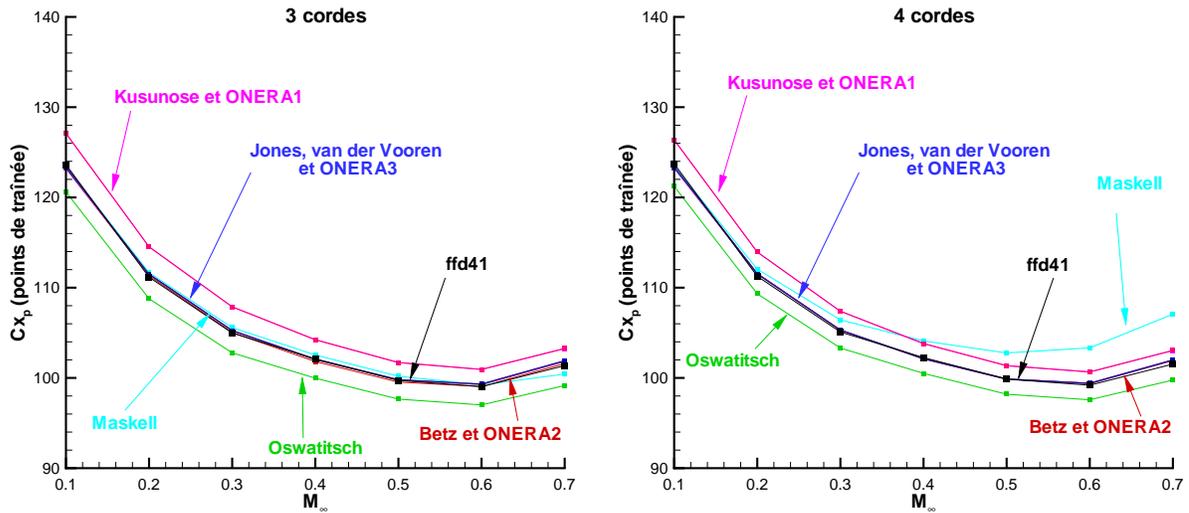


FIG. 3.22 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.

La différence entre les troisième et quatrième groupes devient quasiment nulle dès le plan situé à 1 corde du bord de fuite de la configuration. Cette différence traduit l'influence des variations de pression statique ou de vitesse longitudinale δu^* sur la traînée qui devient négligeable. Ainsi les formulations des troisième et quatrième groupes fournissent rapidement des résultats identiques pour une configuration simple. Cette remarque est en parfait accord avec celle effectuée au paragraphe 3.3.2 qui montre que lorsque les variations de pression statique sont nulles dans un plan de sillage, les formulations de ces deux groupes sont équivalentes au second ordre.

Au sein du troisième groupe, les formulations de van der Vooren et ONERA3 fournissent des résultats quasiment identiques. Néanmoins, il est possible de noter de légères différences

entre les deux, notamment pour les nombres de Mach élevés. La courbe 3.23 montre l'évolution de ces deux formulations et de leurs différences dans le premier plan de calcul. Elle montre que pour un nombre de Mach de 0.8, cet écart devient important et atteint 3 points de traînée contre moins de 1 point pour un nombre de Mach de 0.7. Cette différence est à mettre en relation avec l'hypothèse des petites perturbations sur laquelle la formulation ONERA3 repose. Dans le chapitre 3.2.2, il a été mis en évidence que cette hypothèse pouvait engendrer une erreur de 0.7% en configuration transsonique dans un plan situé à 1 corde à l'aval de la configuration. Dans le cas présent, l'erreur est de l'ordre de 1% et les pertes de pression génératrice atteignent 18% pour un nombre de Mach de 0.8, dans le plan situé à 0.5 corde à l'aval de la configuration. Ces pertes importantes mettent en défaut l'hypothèse des petites perturbations et expliquent l'écart entre les deux formulations.

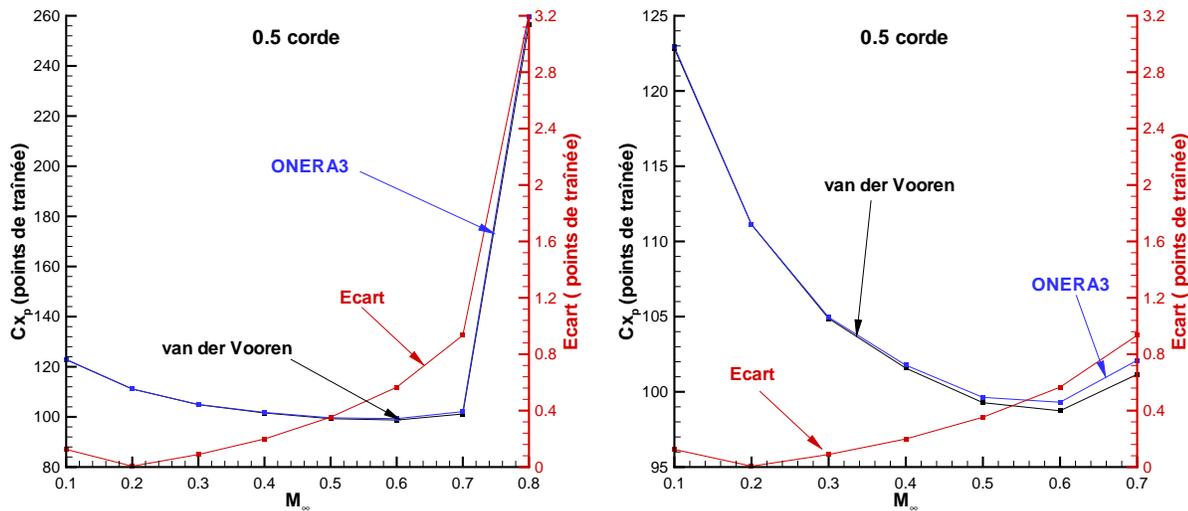


FIG. 3.23 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la formulation ONERA3 - Traînée de profil.

Dans le plan situé à 1 corde à l'aval du bord de fuite (figure 3.24), les effets sont beaucoup moins importants et l'écart maximal atteint seulement 1.2 points de traînée. Dans ce plan, la mise en défaut de l'hypothèse des petites perturbations a moins d'effet sur la traînée de profil car les pertes maximales de pression génératrice atteignent seulement 13%. Dans les plans suivants, l'écart continue à diminuer.

Ces différentes courbes montrent donc l'aptitude, d'une part de la méthode expérimentale à capter les origines physiques de la traînée sur une solution numérique et d'autre part la fiabilité en termes de décomposition phénoménologique de la nouvelle formulation. Afin d'évaluer la précision de l'ensemble formé par la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3, les résultats obtenus avec cette méthode et *ffd41* associé à la formulation de van der Vooren sont comparés dans le paragraphe suivant.

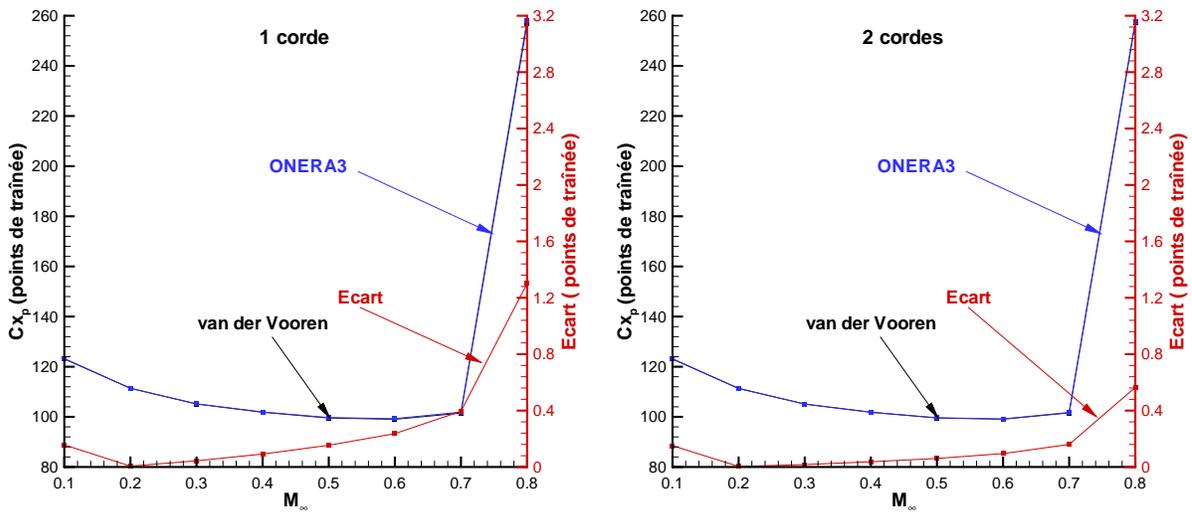


FIG. 3.24 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la formulation ONERA3 - Traînée de profil.

Comparaison méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3/logiciel ffd41 associé à la formulation de van der Vooren

La figure 3.25 permet de comparer ces deux approches pour la traînée de profil et dans le premier plan de sillage. L'écart reste faible jusqu'à un nombre de Mach de 0.7, il est égal au maximum à 1.5 points. Pour la configuration transsonique, où un choc intense se développe à l'extrados de l'aile, l'écart atteint 4.5 points. Cette valeur est importante, elle est due à la somme de l'écart entre la méthode numérique et la méthode expérimentale pour une même formulation et à l'écart entre la formulation ONERA3 et la formulation de van der Vooren.

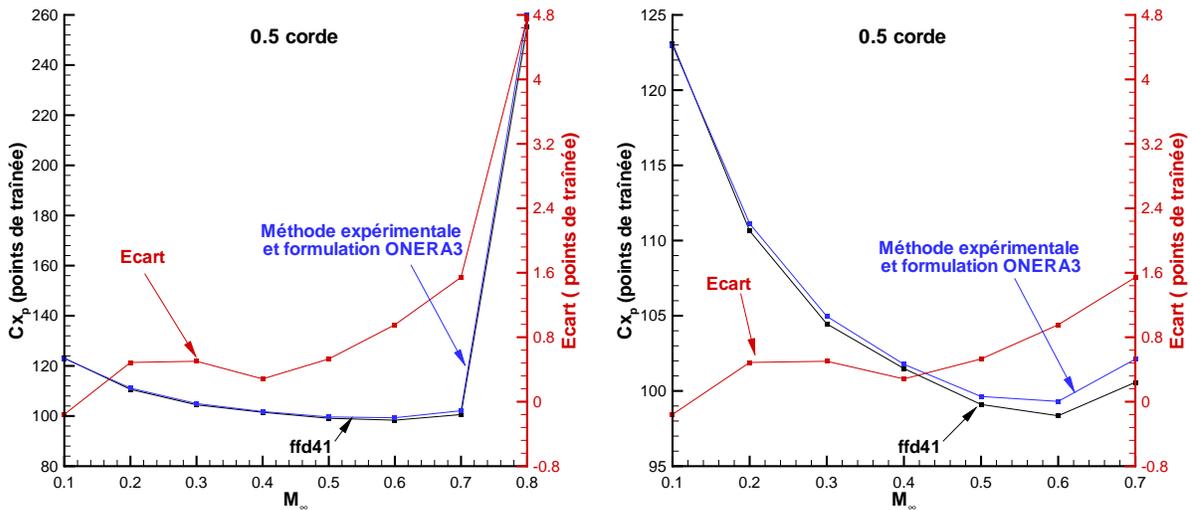


FIG. 3.25 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée de profil.

Dans les plans suivants, cet écart diminue rapidement car la formulation ONERA3 n'est plus mise en défaut dès le plan situé à 1 corde à l'aval de la configuration. L'écart est alors d'environ

2 points, ce qui constitue une erreur inférieure à 1% (figure 3.26).

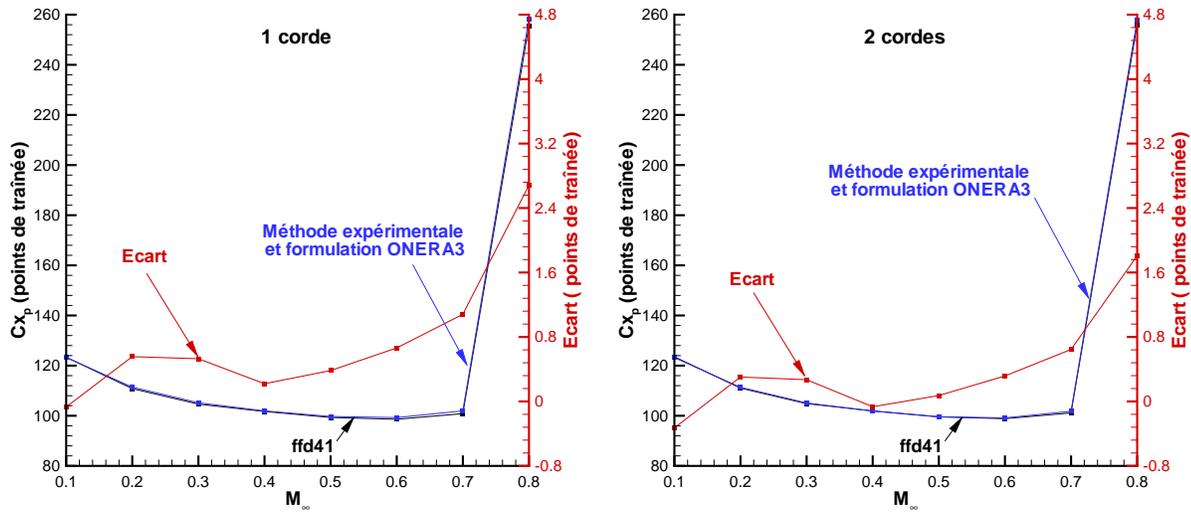


FIG. 3.26 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée de profil.

Ces courbes montrent l'aptitude de la méthode expérimentale associée à la nouvelle formulation à évaluer avec une grande précision la traînée de profil dans un plan situé à environ 1 corde à l'aval de la configuration qui correspond aux plans de mesure expérimentaux. La figure 3.27 montre les résultats pour la traînée induite dans les deux premiers plans situés à 0.5 et 1 corde à l'aval de la configuration. Elle montre également les résultats obtenus avec le logiciel *ffd41* et la différence entre les deux méthodes. Ces dernières fournissent des résultats quasiment identiques, l'écart est inférieur à 0.5 point pour toutes les configurations et tous les plans de sillage.

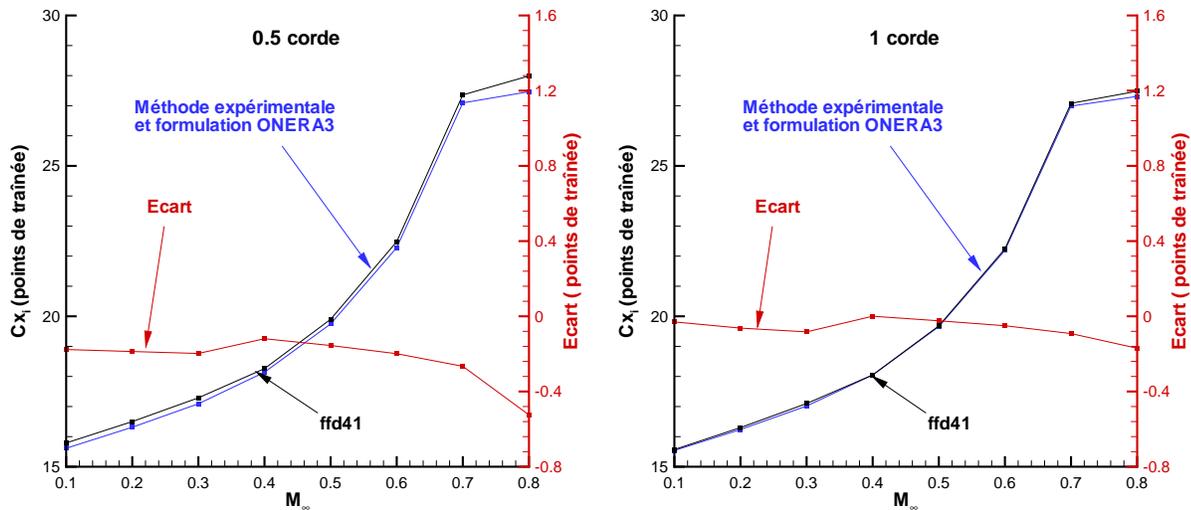


FIG. 3.27 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée induite.

La figure 3.28 présente les mêmes résultats pour la traînée totale. Les différences sont beaucoup plus importantes dans le premier plan de sillage et atteignent 4 points pour un nombre de Mach de 0.8 alors qu'elles restent inférieures à 1 point dans les autres configurations. Cet écart provient des différences observées pour la traînée de profil. Dans le plan suivant situé à 1 corde à l'aval du bord de fuite de la configuration, cet écart n'est plus que de l'ordre de 2 points pour la configuration au nombre de Mach le plus élevé.

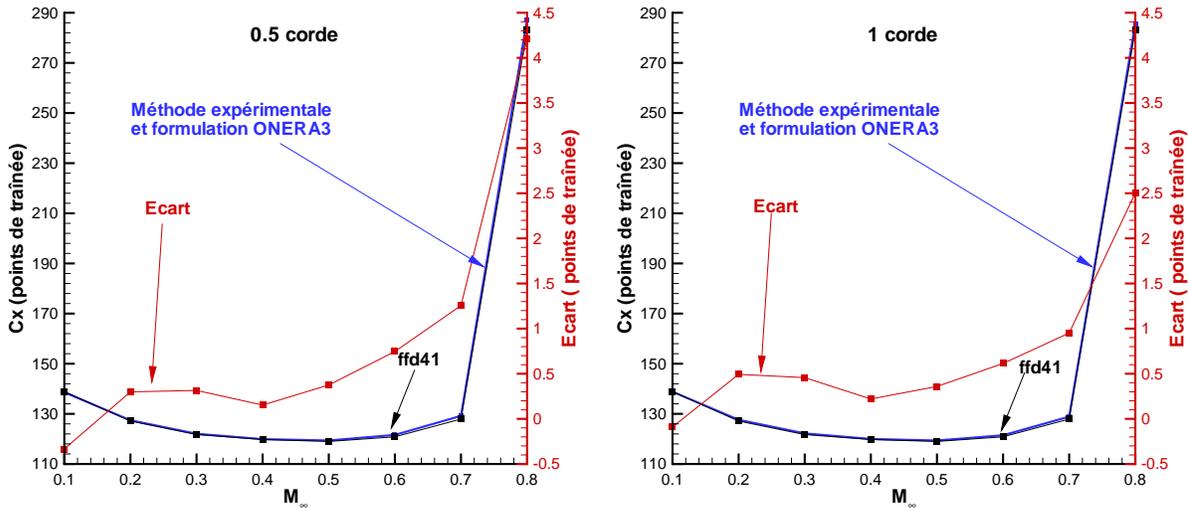


FIG. 3.28 – NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée totale.

Au final, cette étude numérique montre que la méthode expérimentale associée à la nouvelle formulation ONERA3 est capable de distinguer les différents phénomènes physiques responsables de la traînée dans un plan de sillage et dans une configuration simple. Afin de montrer sa pertinence sur une configuration plus complexe, les mêmes calculs sont réalisés sur une configuration de type Falcon générique avec voilure, fuselage, nacelles et dérive dans la partie suivante.

3.5.3 Calculs Falcon générique

3.5.4 Conditions de calculs et paramètres numériques

Cette seconde série de calculs est effectuée sur une configuration d'avion complet pour huit nombres de Mach, de 0.2 à 0.85. Les conditions aérodynamiques sont choisies proches de celles rencontrées en soufflerie. L'incidence est fixée à 1.4° , les pression et température génératrices restent constantes pour tous les calculs et sont respectivement égales à 89 708 Pa et 300 K. Le nombre de Reynolds varie de $8 \cdot 10^5$ à $2.6 \cdot 10^6$. Les calculs sont réalisés sur un maillage structuré composé de 92 blocks et de 7 702 402 noeuds (figure 3.29). Le modèle de turbulence utilisé pour les calculs est le modèle $k - \omega$ de Wilcox.

Différents plans de sillage sont extraits du champ aérodynamique afin de pouvoir appliquer la méthode expérimentale (figure 3.30). Pour chaque plan, les grandeurs aérodynamiques sont interpolées sur un maillage cartésien de 160 000 points.

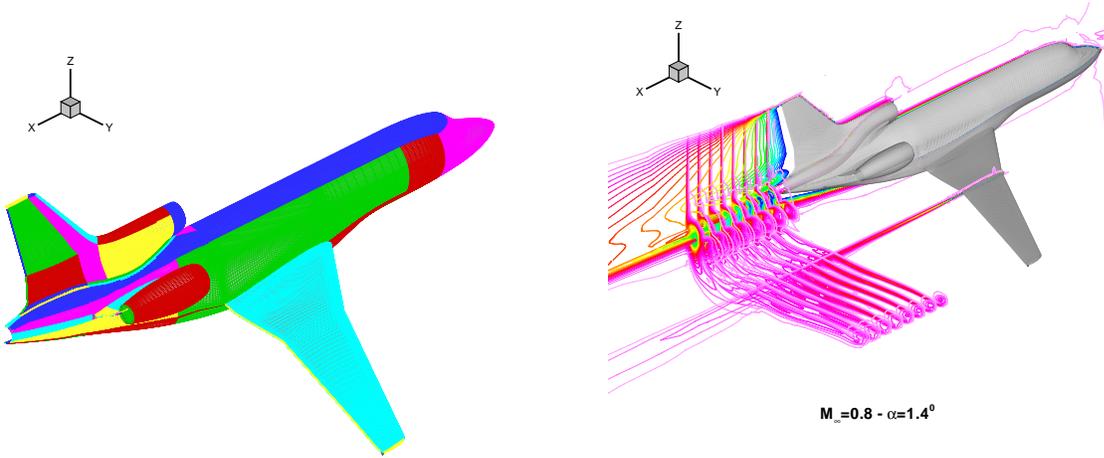


FIG. 3.29 – Falcon générique - Maillage.

FIG. 3.30 – Falcon générique - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 1.4^\circ$, $Re_c = 2.5 \cdot 10^6$) - Champ de pression génératrice.

Comparaison méthode expérimentale/logiciel *ffd41* (formulation de van der Vooren)

La figure 3.31 présente les écarts entre les méthodes expérimentales et numériques pour les plans de sillage situés à 0.5, 1 et 2 cordes à l'aval de la configuration. Seuls les écarts sont présentés pour des raisons de confidentialité. Ces derniers restent faibles dans les trois plans, ils sont inférieurs à 2.5 points de traînée. Néanmoins, deux remarques peuvent être effectuées sur ces courbes.

La première concerne le calcul pour $M_\infty = 0.2$ où l'erreur est plus importante que dans les autres configurations. Cet écart peut s'expliquer par la difficile convergence du calcul et par le fait que le champ aérodynamique est soumis à de faibles oscillations d'origine numérique en dehors du sillage. Ces dernières perturbent l'extraction de la traînée pour les méthodes expérimentale et numérique. D'autre part, l'écart entre les deux méthodes augmente le long du sillage pour toutes les configurations. Ce dernier est à mettre en relation avec l'écart en termes de traînée induite qui évolue de la même manière, mais avec un signe opposé (figure 3.32). Cela montre que la décomposition au fur et à mesure du sillage devient différente entre *ffd41* et la méthode expérimentale. Cette différence provient d'un effet de maillage. Ce dernier se relâche rapidement dans le sillage de l'objet et suivant la direction x . L'espace entre deux plans de mesure devient plus petit que l'espace entre deux mailles consécutives. L'approche cellule par cellule de *ffd41* ne permet alors pas de capturer la diffusion de l'écoulement entre deux plans successifs, mais situés dans la même maille. La méthode expérimentale n'est pas soumise à cette difficulté car les plans sont extrapolés à partir des solutions numériques en prenant en compte les distances et non pas les cellules du maillage. Malgré ces difficultés, l'accord entre les deux méthodes reste excellent et montre que la méthode expérimentale est capable de capter l'ensemble des sources de traînée de profil dans une configuration complexe et sur une solution numérique.

Validation de la formulation ONERA3

La figure 3.33 montre l'écart entre les différentes formulations et la formulation de van der Vooren pour le premier plan de sillage (0.5 corde). La formulation de Maskell fournit des résultats corrects pour les faibles nombres de Mach, mais sa précision se dégrade très vite. Les écarts

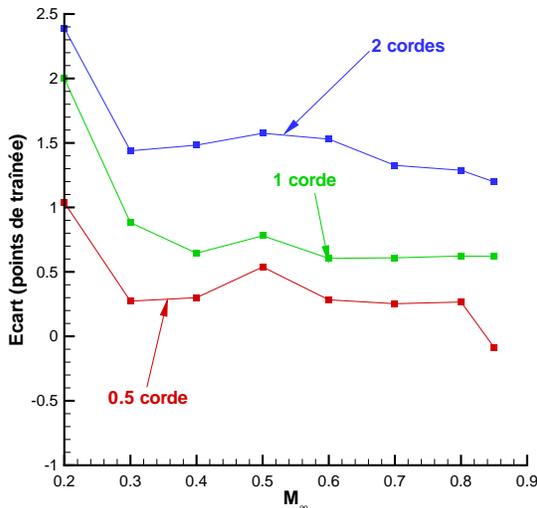


FIG. 3.31 – Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.

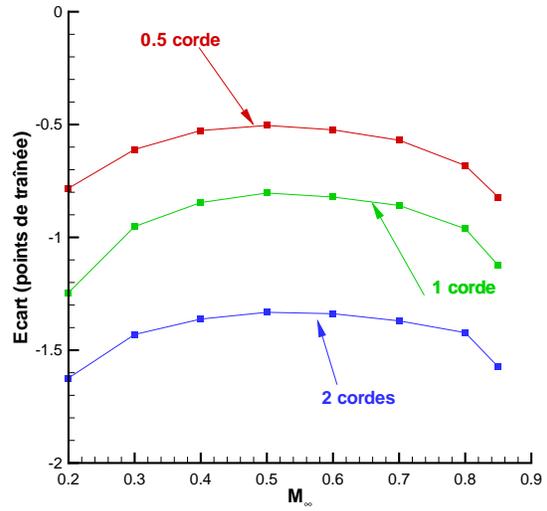


FIG. 3.32 – Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée induite.

entre les autres formulations sont très importants et atteignent jusqu'à 35 points de traînée. La formulation de Oswatitsch sous estime d'environ 20 points la traînée de profil par rapport à la formulation de van der Vooren. Les formulations de Betz et ONERA2 sont identiques pour les faibles nombres de Mach. A partir d'un nombre de Mach de 0.5, la mise en défaut de l'hypothèse des petites perturbations fait que l'écart entre les deux formulations grandit. Cet écart se retrouve entre la formulation ONERA3 et la formulation de van der Vooren. Les formulations de Kusunose et ONERA1 sur estiment à nouveau la traînée de profil car les variations de vitesse longitudinale au second ordre ne sont pas prises en compte. L'écart entre les formulations de Betz et ONERA2 d'une part et les formulations de van der Vooren et ONERA3 d'autre part est faible (2 points). Ce dernier traduit l'influence sur la traînée des variations de pression statique dans le plan de sillage.

Dans les plans suivants (figure 3.34), l'écart entre les formulations diminuent comme dans le cas précédent. Toutes les formulations convergent vers une seule et unique valeur à l'infini aval. Le long du sillage, l'influence sur la traînée des variations de pression statique diminue rapidement, elle est de 2 points à 0.5 corde, de 1 à 1 corde et de 0.3 point à 2 cordes. De même, l'erreur introduite par l'hypothèse des petites perturbations décroît rapidement. Dans le cas le plus défavorable, pour un nombre de Mach à l'infini amont de 0.85, cette erreur est égale à 3.3 points à 0.5 corde, 1.9 points à 1 corde et 1 point à 2 cordes. Dans le plan situé à 1 corde correspondant aux plans de sondage en soufflerie, l'écart entre la formulation ONERA3 et celle de van der Vooren reste faible dans toutes les configurations, il est inférieur à 1%.

Comparaison méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3/logiciel *ffd41* associé à la formulation de van der Vooren

La figure 3.35 permet de comparer les résultats obtenus avec *ffd41* associé à la formulation de van der Vooren et ceux obtenus avec la méthode expérimentale associée avec la formulation ONERA3 en termes de traînée de profil. Malgré la complexité de l'écoulement, les écarts restent

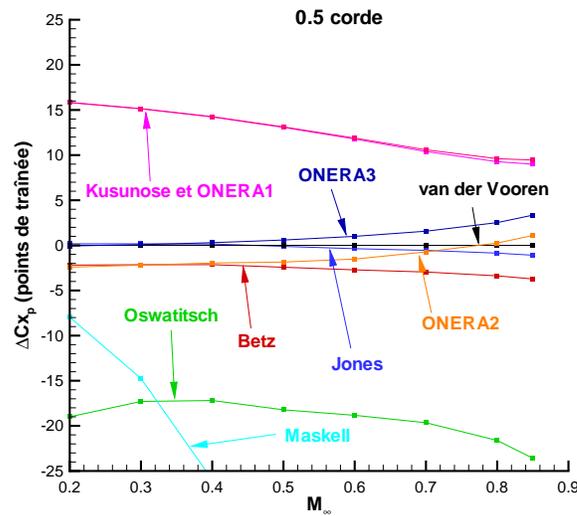


FIG. 3.33 – Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.

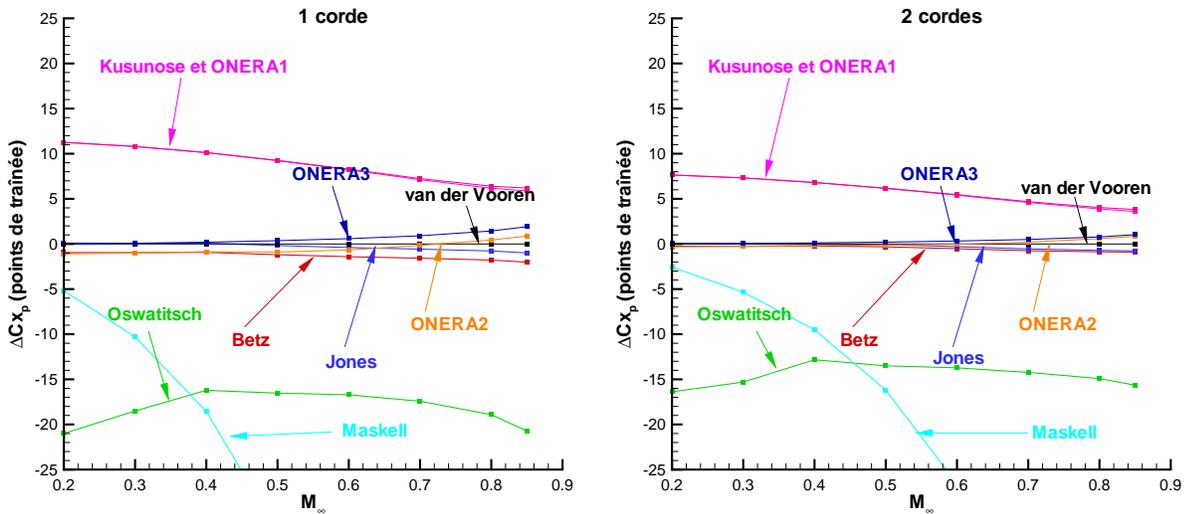


FIG. 3.34 – Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.

assez faibles dans les trois plans de sillage considérés. Dans le premier plan, les écarts augmentent avec le nombre de Mach à cause de l'influence de l'hypothèse des petites perturbations et sont au maximum de 3.5 points. Dans le deuxième plan situé à 1 corde à l'aval de la configuration, les écarts sont plus faibles et atteignent 2.5 points. Ce graphique montre que la méthode expérimentale prévoit avec une précision de l'ordre de 1% la traînée de profil dans un plan similaire à ceux sondés en soufflerie.

Pour la traînée induite (figure 3.32), les écarts augmentent le long du sillage à cause de l'effet maillage évoqué précédemment. Malgré tout dans le premier plan de sillage, ces écarts

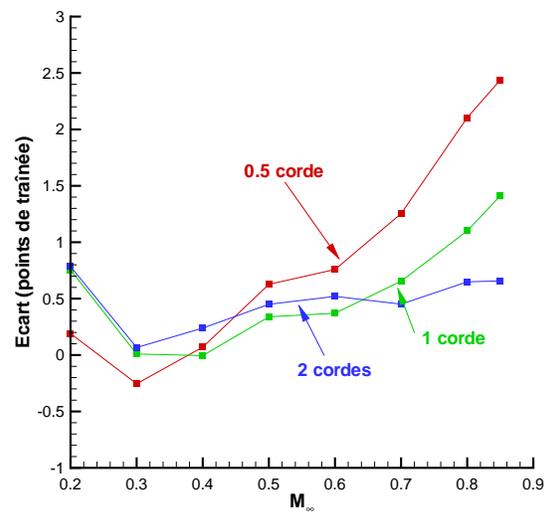
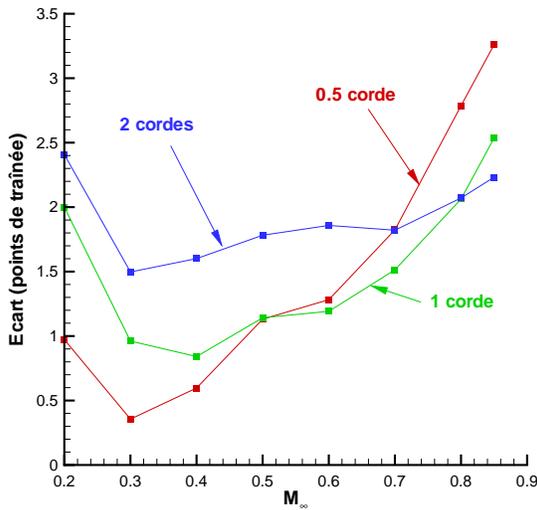


FIG. 3.35 – Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée de profil.

FIG. 3.36 – Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée totale.

restent inférieurs à 1 point de traînée. Pour la traînée totale, les écarts sont faibles et diminuent le long du sillage car la mise en défaut de l'hypothèse des petites perturbations est moins importante. L'erreur sur la traînée de profil est compensée par celle sur la traînée induite. Cette seconde configuration complexe confirme les capacités de la méthode expérimentale et de la formulation ONERA3 à évaluer les différentes composantes de la traînée.

3.6 Conclusion partielle

A travers ce chapitre, une analyse rigoureuse des différentes formulations présentées au chapitre 1 a été effectuée. Elle a mis en évidence un certain nombre de points communs entre ces formulations, mais également des différences importantes en termes de décomposition phénoménologique de la traînée. Certaines formulations fournissent une décomposition incomplète et d'autres sont applicables uniquement si le champ aérodynamique respecte certains critères (van der Vooren).

Cette étude montre qu'aucune formulation n'est capable de proposer une décomposition précise de la traînée, applicable dans toutes les configurations. Pour être capable d'effectuer une telle décomposition à partir de mesures de sillage, une nouvelle formulation (ONERA3) a été développée. Cette dernière a l'avantage supplémentaire d'être applicable à partir de mesures uniquement dans le sillage de la maquette étudiée. Cela permet de limiter le temps de sondage et de réduire les coûts d'un tel essai.

Pour valider cette nouvelle formulation ainsi que la méthode expérimentale sur une solution numérique, deux séries de calculs CFD ont été réalisées sur des configurations de complexité différente. Le logiciel d'extraction de la traînée *ffd41* a été choisi comme référence. Les résultats ont montré que l'approche bidimensionnelle utilisée dans la méthode expérimentale est capable

d'identifier les différents phénomènes responsables de la traînée. Une comparaison des différentes formulations a permis de souligner la fiabilité de la nouvelle formulation ONERA3. Cette dernière fournit des résultats proches de celle de van der Vooren, sans impliquer de limitation sur le champ aérodynamique. Sa seule contrainte est l'hypothèse des petites perturbations qui peut être mise en défaut pour des nombres de Mach élevés (supérieur à 0.7). La comparaison entre les résultats de *ffd41* associé à la formulation de van der Vooren avec ceux de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 a permis d'évaluer la précision globale de la démarche utilisée pour l'extraction de la traînée à partir de mesures de sillage. Pour la traînée de profil, dans un plan situé à 1 corde à l'aval de la configuration étudiée, la différence est au maximum de 2.5 points de traînée ce qui représente une erreur maximale de l'ordre de 1%. Pour la traînée induite, la précision est supérieure à 1 point. L'erreur sur la traînée globale est inférieure à 1%.

Cette validation ne signifie pas pour autant que cette méthode expérimentale est capable de fournir une prévision fiable de la traînée à partir de données expérimentales car les propriétés d'un écoulement obtenu à partir d'une solution numérique sont totalement différentes de celles d'un écoulement en soufflerie. Dans les solutions numériques, la création de traînée numérique et la diffusion des tourbillons sont deux aspects très importants. En soufflerie, ces derniers n'existent pas, mais d'autres paramètres modifient l'écoulement et les mesures réalisées sur ce dernier. En effet, le confinement de l'écoulement modifie le champ de vitesse transversale dans le sillage de la configuration. Ce champ de vitesse est à la base des calculs de la traînée induite qui est donc influencée par cet effet de confinement. De plus, les mesures sont effectuées avec une certaine précision, cette dernière influence l'ensemble des grandeurs aérodynamiques mesurées au niveau du sillage et donc modifie la prévision des composantes de la traînée.

Pour connaître avec précision la fiabilité de la méthode expérimentale, il est nécessaire d'évaluer l'influence de ces deux phénomènes propres aux essais en soufflerie sur les calculs de la traînée de profil et de la traînée induite. Les deux chapitres suivants ont donc pour vocation à effectuer ces études et à définir le champ d'application de la méthode expérimentale.

Chapitre 4

Influence des parois sur les calculs de traînée induite

L'objectif de ce chapitre est de déterminer l'influence des parois de la soufflerie sur les calculs de la traînée induite lors de l'exploitation de mesures effectuées en essais. Cette étude est nécessaire car les parois modifient l'écoulement autour de la configuration étudiée et ont donc une influence sur les différentes composantes de la traînée. Les essais menés dans le cadre de la prévision de la traînée et de ses composantes ont pour objectif de déterminer les caractéristiques de l'écoulement en champ libre, mais à partir de mesures effectuées en champ confiné.

Pour pallier cette difficulté le champ de vorticité de l'écoulement est supposé identique en champ libre et en champ confiné. Cette hypothèse n'est pas rigoureusement exacte et génère une incertitude sur les calculs de la traînée induite. L'objectif de ce chapitre est donc d'évaluer l'influence de cette hypothèse sur cette traînée pour différents types de souffleries dans des plans de sillage situés entre 0 et 10 envergures à l'aval de la maquette étudiée. Pour cela, une étude analytique, à partir d'une modélisation simple du sillage de la maquette, est effectuée en écoulement non-visqueux dans un premier temps. Dans une deuxième partie, des calculs DNS sont effectués à partir de cette même modélisation. Finalement, les mêmes calculs DNS sont réalisés sur une configuration réelle (maquette SWIM). Cette étude doit permettre de délimiter le domaine d'application de la formulation ONERA3 utilisée pour le calcul de la traînée induite.

4.1 Modélisation théorique du sillage en écoulement non-visqueux

4.1.1 Objectif

Le but de cette première partie est de modéliser de manière très simple, les différents phénomènes physiques intervenant dans le sillage d'un avion ou d'une maquette en configuration de vol ou en soufflerie, en écoulement non-visqueux. Cette étude vise à comprendre les différences en termes de vorticité et de traînée induite le long du sillage entre ces différentes configurations. Pour cela, la configuration champ libre est étudiée dans un premier temps, l'influence des parois est ensuite analysée à travers une étude sur des souffleries de forme circulaire puis rectangulaire.

Afin de reproduire le champ de vorticité à l'aval d'un avion en vol ou en soufflerie, l'interaction de plusieurs tourbillons contrarotatifs (tourbillons de Rankine) est étudiée. Ces configurations permettent de reproduire grossièrement l'évolution du sillage observé à l'aval des avions, mais

également de reproduire l'effet de confinement généré par les parois d'une soufflerie.

Afin d'évaluer la traînée induite générée par ces différentes configurations, les formules (1.26) ou (3.57) peuvent être utilisées. Ces deux formulations sont parfaitement identiques car les variations de vitesse longitudinale ainsi que les termes sources de l'écoulement sont nuls dans le cadre de cette modélisation. De plus, l'ensemble du champ de vitesse dans un plan aval peut être calculé, il n'est donc pas nécessaire de se limiter à une formulation dont le domaine d'intégration est limité au sillage.

Cette modélisation va donc permettre d'étudier l'évolution de la traînée induite générée par une paire de tourbillons de Rankine de manière analogue à l'analyse de la traînée induite dans le sillage d'un avion dans le cadre des écoulements non-visqueux. Son avantage principal réside dans le fait qu'elle permet d'effectuer de nombreux développements théoriques. Le paragraphe suivant est dédié à une présentation des caractéristiques du tourbillon de Rankine.

4.1.2 Tourbillon de Rankine

Définition

Ce dernier est le modèle le plus simple permettant de reproduire la structure d'un tourbillon. Il est composé de deux parties distinctes :

- (I) Le "coeur" qui décrit un mouvement de corps solide avec une vitesse de rotation de module ω constant.
- (II) La "Partie extérieure" est un écoulement irrotationnel.

- (I) La partie rotationnelle de l'écoulement est située dans un cercle de rayon δ dans lequel la vitesse est définie par (en coordonnées cylindriques) :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

La vorticité s'écrit :

$$r \vec{\text{ot}} \vec{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\omega \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

- (II) Dans la partie irrotationnelle de l'écoulement, la vitesse s'exprime sous la forme suivante :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\delta^2 \omega}{r} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

La circulation du champ de vitesse le long d'un domaine contenant le coeur du tourbillon est alors constante et peut être exprimée en fonction de ω et δ :

$$\Gamma = 2\pi\omega\delta^2 \quad (4.4)$$

La seule composante non nulle du vecteur vitesse peut alors se réexprimer de la manière suivante :

$$\begin{cases} V_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r}{\delta^2} & 0 \leq r \leq \delta \\ V_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{r} & \delta < r \end{cases} \quad (4.5)$$

Pour la vorticité, la composante non nulle s'exprime :

$$\begin{cases} \zeta = \frac{\Gamma}{\pi\delta^2} & 0 \leq r \leq \delta \\ \zeta = 0 & \delta < r \end{cases} \quad (4.6)$$

Analyse dimensionnelle

D'après l'expression du champ de vitesse de l'écoulement autour d'un tourbillon de Rankine, les seuls paramètres dimensionnés du système sont Γ et δ . Ces deux grandeurs constituent donc des valeurs de référence permettant l'adimensionnement du champ de vitesse et de vorticité. Ainsi la vitesse sans dimension s'écrit :

$$\begin{cases} \bar{V}_\theta = \frac{1}{2\pi}\bar{r} & 0 \leq \bar{r} \leq 1 \\ \bar{V}_\theta = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\bar{r}} & 1 < \bar{r} \end{cases} \quad (4.7)$$

avec $\bar{r} = \frac{r}{\delta}$. Le champ de vorticité devient :

$$\begin{cases} \bar{\zeta} = \frac{1}{\pi} & 0 \leq \bar{r} \leq 1 \\ \bar{\zeta} = 0 & 1 < \bar{r} \end{cases} \quad (4.8)$$

Le graphique 4.1 permet de visualiser l'évolution de la vitesse transversale \bar{V}_θ et du champ de vorticité $\bar{\zeta}$ autour du tourbillon. Les caractéristiques du tourbillon de Rankine permettent de calculer la traînée induite d'un écoulement généré par ce dernier.

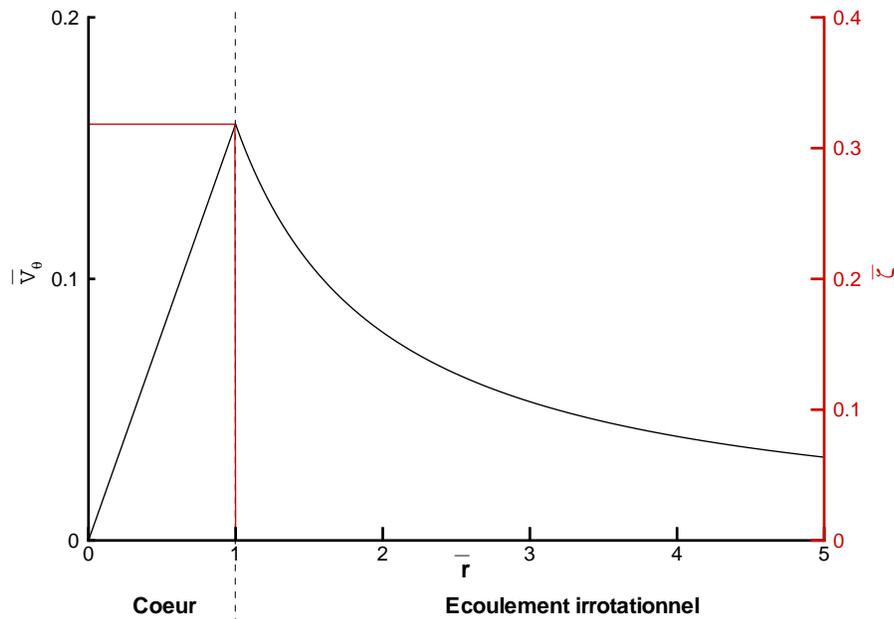


FIG. 4.1 – Vitesse azimutale autour d'un tourbillon de Rankine

Calcul de la traînée induite

Dans le cadre de cette modélisation, les formules de l'énergie cinétique transversale (1.26) et ONERA3 (3.57) peuvent être utilisées. L'adimensionnement du système précédent est différent de celui habituellement utilisé pour définir la traînée induite d'un avion. Malgré cela, la traînée est dans un premier temps définie à partir de ce nouvel adimensionnement par :

$$Cx_i = \int_{\bar{S}} \bar{V}_\theta^2 d\bar{s} = \int_{\bar{S}} \bar{\zeta} \bar{\psi} d\bar{s} \quad (4.9)$$

avec \bar{S} le domaine de calcul autour du tourbillon défini par le cercle dont le centre correspond à celui du tourbillon et de rayon \bar{R} , et $\bar{\psi}$ la fonction de courant du système définie par l'équation de Poisson :

$$\Delta \bar{\psi} = -\bar{\zeta} \quad (4.10)$$

Formule de l'énergie cinétique transversale

A partir des équations (4.8) et (4.9), la traînée induite devient :

$$\begin{aligned} Cx_i &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{R}} \bar{V}_\theta^2 \bar{r} d\bar{r} d\theta \\ &= 2\pi \int_0^1 \bar{r}^3 d\bar{r} + 2\pi \int_1^{\bar{R}} \frac{1}{\bar{r}} d\bar{r} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Cela permet d'écrire :

$$Cx_i = \frac{1}{8\pi} (1 + 4 \ln \bar{R}) \quad (4.12)$$

Formule ONERA3

De la même manière que précédemment, l'équation (4.9) permet d'écrire :

$$Cx_i = \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{R}} \bar{\zeta} \bar{\psi} \bar{r} d\bar{r} d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{\zeta} \bar{\psi} \bar{r} d\bar{r} d\theta \quad (4.13)$$

La fonction de courant peut être calculée à partir de l'équation de Poisson (4.10) avec la condition limite $\bar{\psi} = 0$ pour $\bar{r} = \bar{R}$:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{4\pi} (1 - \bar{r}^2) + \frac{1}{2\pi} \ln(\bar{R}) \quad 0 \leq \bar{r} \leq 1 \quad (4.14)$$

La traînée induite est alors égale à :

$$Cx_i = \frac{1}{8\pi} (1 + 4 \ln \bar{R}) \quad (4.15)$$

Interprétation

Les deux résultats précédents sont strictement identiques ce qui montre que sur l'ensemble du domaine, l'intégration par les deux formules fournit le même résultat. En revanche, les valeurs locales de traînée sont totalement différentes. En effet pour la formule ONERA3, une intégration uniquement sur la partie interne du tourbillon suffit à déterminer la traînée induite du système

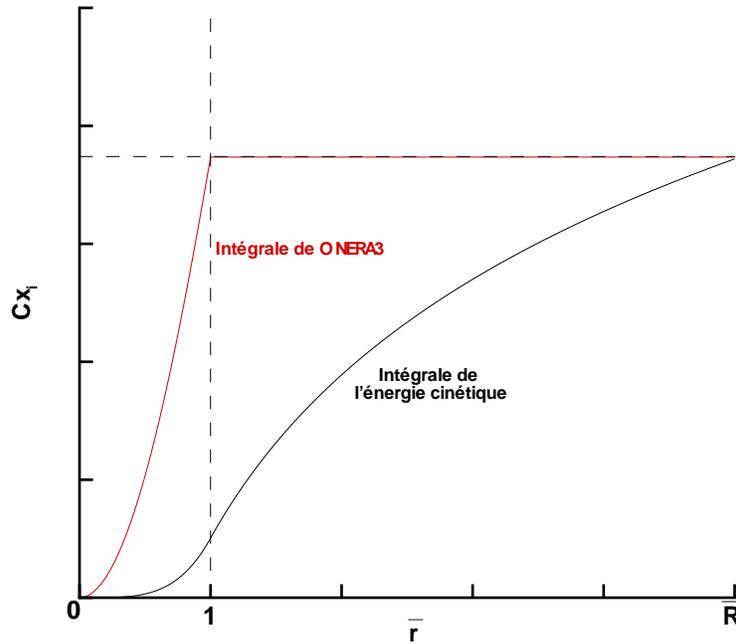


FIG. 4.2 – Evolution de l'intégration de la traînée induite autour d'un tourbillon de Rankine pour les deux formulations

alors qu'une intégration sur l'ensemble du domaine est nécessaire pour la formule de l'énergie cinétique. Le graphique 4.2 permet de visualiser l'évolution de l'intégration de cette traînée induite autour du centre du tourbillon pour ces deux formules.

Cette première partie a donc permis de décrire l'écoulement autour d'un tourbillon de Rankine et de calculer la traînée induite qu'il génère. Dans la partie suivante, l'objectif est de calculer un champ de vitesse et une traînée induite générés par plusieurs tourbillons de Rankine. La traînée induite d'une telle configuration doit être calculée en ajoutant la contribution de la partie irrotationnelle de l'écoulement et des coeurs de chacun des tourbillons. Or, les calculs précédents ont montré que la contribution du coeur d'un tourbillon était constante et indépendante de la taille de ce dernier par la formule de l'énergie cinétique. De plus, si les tourbillons modélisés possèdent tous la même épaisseur et que cette dernière est très petite ($\bar{\delta} \ll 1$), l'écoulement au centre de chaque tourbillon peut être supposé comme indépendant de l'écoulement extérieur. Ainsi pour comparer la traînée induite de deux configurations possédant le même nombre de tourbillons, il n'est pas nécessaire de calculer la contribution des coeurs des tourbillons en utilisant la formule de l'énergie cinétique. En revanche pour calculer, la traînée totale d'une configuration, cette contribution est indispensable.

Ainsi dans la partie suivante, tous les tourbillons d'une même configuration sont supposés être d'épaisseur identique δ et dans un premier temps, la traînée induite est calculée uniquement à partir de la contribution de la partie irrotationnelle de l'écoulement avec la formule de l'énergie cinétique.

4.1.3 Etude en champ libre

Modélisation

Afin de reproduire le champ de vorticité à l'aval d'un avion en vol, c'est à dire en champ libre, l'interaction de deux tourbillons de Rankine contrarotatifs est étudiée. Ces derniers sont situés de manière symétrique de part et d'autre de l'axe Oy dans le plan complexe (figure 4.3). La vitesse complexe conjuguée du système dans la partie irrotationnelle de l'écoulement s'écrit alors :

$$V^*(z) = -\frac{\Gamma i}{2\pi} \frac{1}{z - z_0} + \frac{\Gamma i}{2\pi} \frac{1}{z + z_0^*} \quad (4.16)$$

z_0 et $-z_0^*$ correspondent aux centres des tourbillons, Γ à la circulation et δ à leur épaisseur. La figure 4.3 montre la structure interne des tourbillons. Dans cette première partie, l'écoulement au centre des tourbillons n'est pas défini.

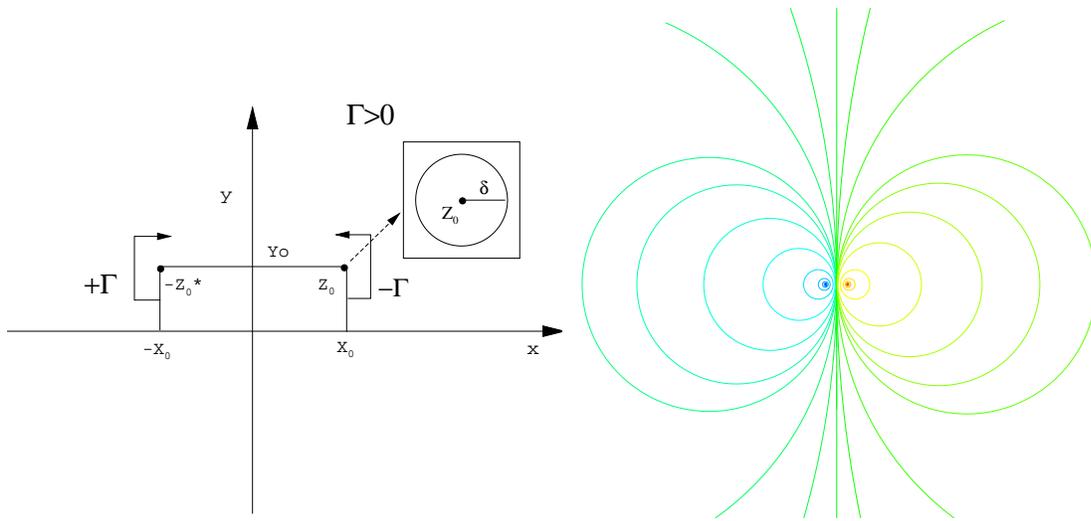


FIG. 4.3 – Modélisation et lignes de courant de l'écoulement champ libre.

Calcul de la traînée induite

Analyse dimensionnelle

Soit E_{ct} , l'intégrale de la norme au carré du vecteur vitesse sur l'ensemble du domaine considéré. Pour des raisons de symétrie, il peut être défini par :

$$E_{ct} = 2 \int_{S^+} E(z) ds \quad (4.17)$$

S^+ représente le demi-plan complexe correspondant à la partie réelle positive sans le cercle de centre z_0 et de rayon δ , et avec :

$$E(z) = |V^*(z)|^2 \quad (4.18)$$

Dans le système étudié, les seuls paramètres dimensionnés du système sont Γ , δ , x_0 et y_0 ($z_0 = x_0 + iy_0$). Pour des raisons de symétrie et en l'absence de parois, y_0 ne joue aucun rôle. La quantité E_{ct} dépend donc uniquement des trois autres grandeurs :

$$E_{ct} = f(\Gamma, x_0, \delta)$$

Une analyse dimensionnelle du système montre qu'il est alors possible d'exprimer la quantité E_{ct} sous la forme suivante :

$$E_{ct} = \Gamma^2 g\left(\frac{x_0}{\delta}\right)$$

Cette analyse permet de montrer que, comme dans le chapitre précédent, Γ et δ sont deux grandeurs de référence permettant d'adimensionner les différentes variables du système ($\bar{x}_0 = \frac{x_0}{\delta}$). La traînée induite est alors définie à partir de la quantité E_{ct} adimensionnée :

$$Cx_i = \frac{E_{ct}}{\Gamma^2} \quad (4.19)$$

Cette définition ne correspond pas à l'adimensionnement habituel, mais permet de simplifier et clarifier le propos dans le cadre de cette étude.

Calcul analytique

Un changement de variable permettant de se placer au centre du tourbillon du demi-plan positif et de passer en coordonnées cylindriques permet d'exprimer la traînée induite sous la forme suivante :

$$Cx_i = \frac{2\bar{x}_0^2}{\pi^2} \int_{S^+} \frac{1}{\bar{r}(\bar{r}^2 + 4\bar{x}_0 \cos\theta \bar{r} + 4\bar{x}_0^2)} d\bar{r} d\theta \quad (4.20)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} Cx_i &= \frac{2\bar{x}_0^2}{\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_1^{\infty} \frac{1}{\bar{r}(\bar{r}^2 + 4\bar{x}_0 \cos\theta \bar{r} + 4\bar{x}_0^2)} d\bar{r} d\theta \\ &+ \frac{2\bar{x}_0^2}{\pi^2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \int_1^{-\frac{\bar{x}_0}{\cos\theta}} \frac{1}{\bar{r}(\bar{r}^2 + 4\bar{x}_0 \cos\theta \bar{r} + 4\bar{x}_0^2)} d\bar{r} d\theta \end{aligned} \quad (4.21)$$

En supposant que $1 \ll \bar{x}_0$, la traînée induite champ libre devient :

$$Cx_i^{CL} \simeq \frac{1}{\pi} \ln(2\bar{x}_0) \quad (4.22)$$

Cette traînée induite correspond à la valeur d'un écoulement généré par une paire de tourbillons de Rankine en champ libre, sans aucun effet de paroi. Dans la partie suivante, les mêmes calculs de traînée sont réalisés à partir d'un programme informatique, et sont nommés calculs numériques en opposition aux calculs analytiques. L'objectif de cette partie n'est pas de calculer la valeur de la traînée pour une configuration donnée, mais de tester la précision de ces calculs numériques en comparant les résultats avec les valeurs théoriques. L'évaluation de cette précision est indispensable car elle permet de définir certains critères qui seront utiles dans le cas de calculs en champ confiné où l'évaluation théorique de la traînée est parfois impossible. Ces calculs

numériques sont effectués uniquement sur le demi-plan complexe correspondant à la partie réelle positive pour des raisons de symétrie de l'écoulement.

Calcul numérique

Détermination de la borne extérieure du domaine

Pour réaliser les calculs numériques en champ libre à partir de l'équation de l'énergie cinétique, il est nécessaire de déterminer la limite du domaine de calcul. En effet, l'intégration analytique de la traînée induite est effectuée jusqu'à l'infini, mais l'intégration numérique doit être effectuée sur un domaine borné. Soit B cette borne de calcul. Cette dernière dépend de la précision ϵ des calculs souhaitée et peut être définie à partir de l'équation (4.20). En effet, pour atteindre la précision requise il est nécessaire que la contribution à la traînée du domaine non pris en compte lors du calcul soit inférieure à cette précision. Si $B \gg \bar{x}_0$, cela se traduit par :

$$\epsilon \geq \frac{2\bar{x}_0^2}{\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_B^{\infty} \frac{1}{\bar{r} (\bar{r}^2 + 4\bar{x}_0 \cos\theta r + 4\bar{x}_0^2)} d\bar{r} d\theta \quad (4.23)$$

La condition sur la borne du domaine de calcul est alors :

$$B \geq \sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon} \bar{x}_0} \quad (4.24)$$

La valeur de traînée induite calculée ici n'est pas adimensionnée de la même manière que pour une configuration de type avion civil. Pour avoir la même précision que lors des essais en soufflerie, il est donc nécessaire de raisonner en valeurs relatives. Avec l'adimensionnement habituel, les valeurs maximales de traînée induite sont d'environ 0.1 soit 1 000 points de traînée. La précision souhaitée sur cette composante de la traînée est de 1 point, ce qui correspond à une valeur de $\epsilon = 10^{-4}$ et donc à une erreur relative d'environ 0.1% pour les cas les plus sévères. Cette valeur de 0.1% servira de référence dans la partie suivante.

Réalisation du maillage

Afin de générer un maillage de très bonne qualité autour du tourbillon, la théorie des transformations conformes est utilisée. Dans un premier temps, un maillage cylindrique classique autour du tourbillon sur l'ensemble du plan complexe est réalisé. Dans un deuxième temps, la transformation conforme $w = \sqrt{z}$ est appliquée à l'ensemble des points du premier maillage. Elle permet d'obtenir un maillage autour du tourbillon uniquement sur le demi-plan complexe correspondant à la partie imaginaire positive. Une simple rotation permet alors d'obtenir un maillage fin autour du tourbillon modélisé uniquement dans le demi-plan complexe souhaité (figure 4.4). Ce maillage permet alors de réaliser des calculs de traînée induite dans différentes configurations.

Analyse de la précision

La détermination des critères numériques permettant d'obtenir la traînée avec la précision souhaitée, peut être effectuée en utilisant la formule suivante pour la traînée induite :

$$Cx_i^{CL} \simeq \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2x_0}{\delta} \right) \quad (4.25)$$

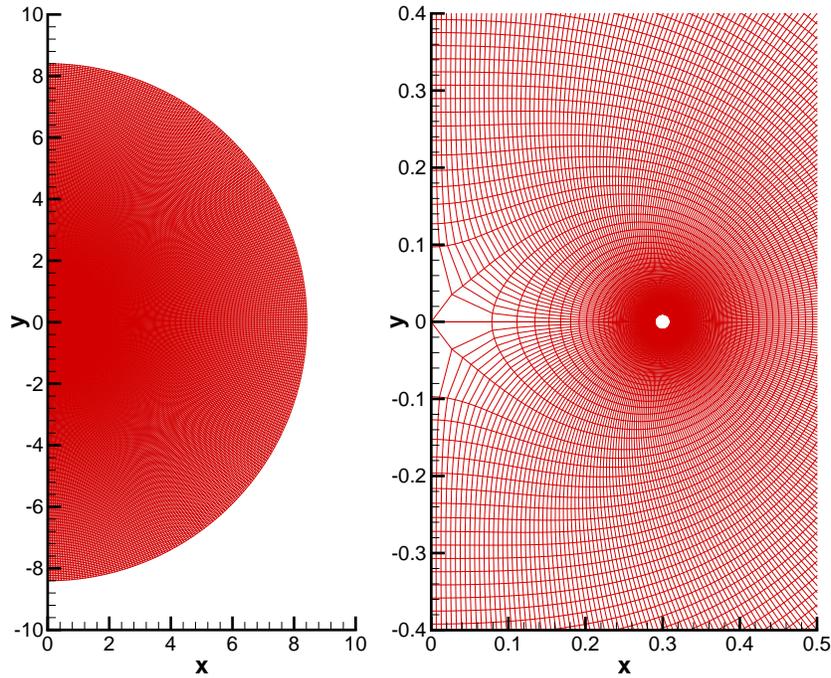


FIG. 4.4 – Maillage en champ libre.

Cette expression permet d'étudier l'influence du maillage pour une situation donnée (x_0 fixé). La figure 4.5 permet de voir l'évolution de la traînée induite en fonction de δ pour différents maillages ($x_0 = 0.5$). Ces derniers possèdent tous le même nombre de points, mais une taille de première maille différente. Ce graphique montre que lorsque le rapport entre la taille de la première maille et δ tend vers 1, les résultats numériques se dégradent rapidement. Cela s'explique par le fait que dans ce cas, la taille des mailles autour du tourbillon devient trop importante et le calcul de la traînée induite devient imprécis.

La figure 4.6 permet de visualiser l'écart relatif entre les résultats numériques et la formule analytique. Elle montre que pour respecter le critère imposé sur la précision des calculs, le rapport entre la taille de la première maille et δ ne doit pas excéder 0.05. Ce résultat est confirmé sur la figure 4.7 qui permet de voir l'évolution de cette erreur en fonction de la taille de la première maille pour plusieurs valeurs de δ . Le graphique 4.6 montre également que lorsque δ tend vers x_0 les résultats se dégradent. Ce rapport entre δ et x_0 ne doit pas dépasser 0.2 pour garder des résultats acceptables.

Ces différents calculs permettent donc de connaître les critères à respecter sur δ et sur la taille de la première maille pour calculer la traînée induite avec une précision de 0.1% en champ libre. Ces critères seront utilisés dans les parties suivantes pour calculer la traînée induite en champ libre et en champ confiné dans le but de déterminer l'influence des parois d'une soufflerie lors du déplacement des tourbillons le long du sillage. Pour évaluer ces variations de traînée induite le long du sillage, il est en premier lieu nécessaire de calculer la trajectoire des tourbillons.

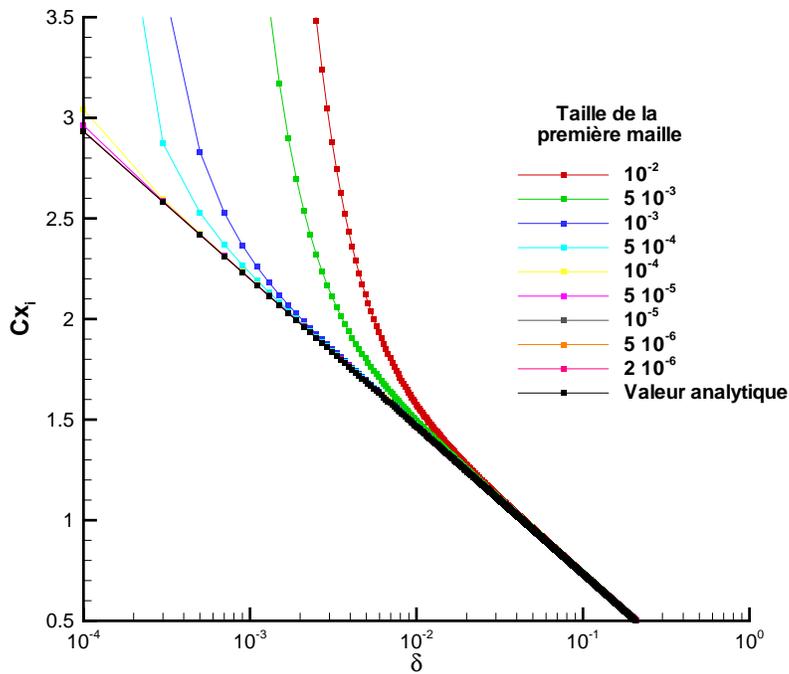


FIG. 4.5 – Traînée induite en fonction de l'épaisseur δ du tourbillon en champ libre pour $x_0 = 0.5$.

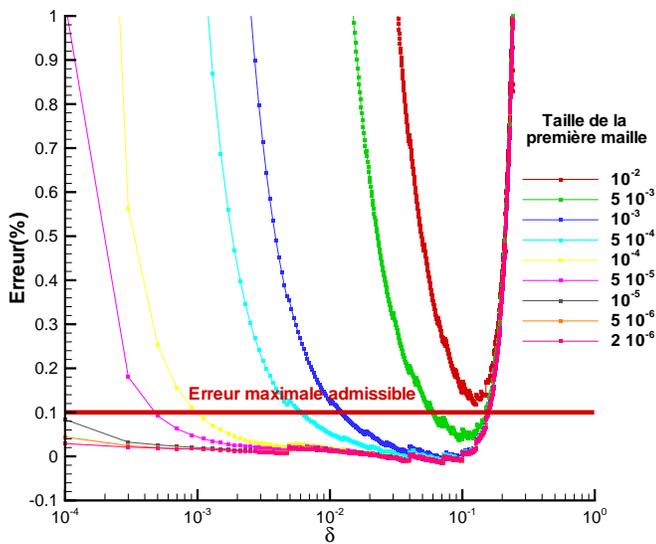


FIG. 4.6 – Erreur relative entre les traînées induites numérique et analytique en fonction de l'épaisseur δ du tourbillon en champ libre pour $x_0 = 0.5$.

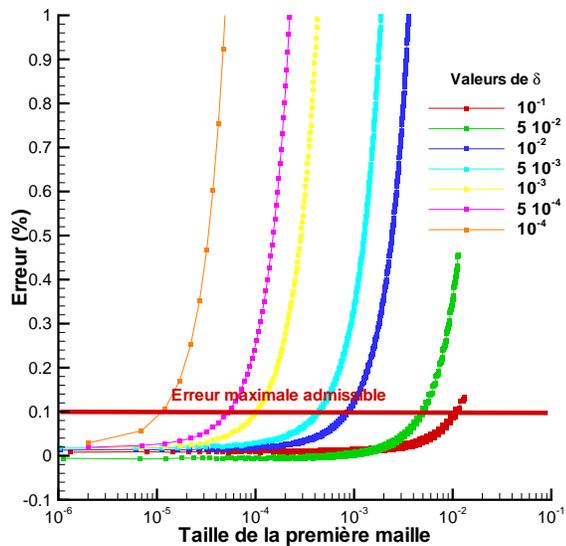


FIG. 4.7 – Erreur relative entre les traînées induites numérique et analytique en fonction de la taille de la première maille autour du tourbillon en champ libre pour $x_0 = 0.5$.

Etude de la traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons

Vitesse de déplacement d'un tourbillon

Le déplacement d'un tourbillon est induit par la présence de l'autre tourbillon. Soit $V_-^*(z_0)$, la vitesse complexe conjuguée du tourbillon centré en z_0 . Alors :

$$V_-^*(z_0) = \frac{\Gamma i}{2\pi} \frac{1}{z_0 + z_0^*} \quad (4.26)$$

Les coordonnées adimensionnées du vecteur vitesse de ce tourbillon sont définies dans le système (4.27). La vitesse du tourbillon reste constante et sa trajectoire est verticale et descendante.

$$\begin{cases} \frac{dx_0}{dt} = 0 \\ \frac{dy_0}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{2x_0} \end{cases} \quad (4.27)$$

Variations de traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons

Afin de calculer les variations de traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons, il est nécessaire de connaître son évolution au cours du temps. A partir de l'équation (4.22) et du système précédent, il est possible de montrer :

$$\vec{\nabla} C x_i \cdot \frac{d\vec{z}_0}{dt} = 0 \quad (4.28)$$

Cette relation traduit le fait que, par cette modélisation, la traînée induite ne varie pas le long de la trajectoire des tourbillons en champ libre. La figure 4.8 montre la répartition de traînée induite en champ libre en fonction de la position des tourbillons d'extrémité de voilure et la trajectoire de ces mêmes tourbillons. Elle montre que les lignes iso-valeur et les trajectoires sont confondues. Cela confirme le fait que la traînée induite en champ libre reste constante le long du sillage en écoulement non-visqueux. Dans la partie suivante, l'évolution de la traînée induite au sein d'une veine circulaire est étudiée.

4.1.4 Etude en veine circulaire

Modélisation

Pour l'étude en champ confiné, les calculs sont basés sur les résultats précédents et sur la théorie des transformations conformes. Dans le cas de la veine circulaire la transformation suivante est utilisée ($w = u + iv$) :

$$w = -i \left(\frac{1 + iz}{1 - iz} \right)^2 \quad (4.29)$$

Elle transforme le demi-cercle de rayon 1 sur le demi-plan complexe correspondant à la partie réelle positive (figure 4.9). Cette transformation conforme permet donc de passer d'un écoulement dans une veine circulaire de rayon 1 (variable complexe z) dans un écoulement en champ libre (variable complexe w). Son application engendre une relation entre les vitesses complexes de chacune des configurations :

$$V^*(z) = V^*(w) \frac{dw}{dz} \quad (4.30)$$

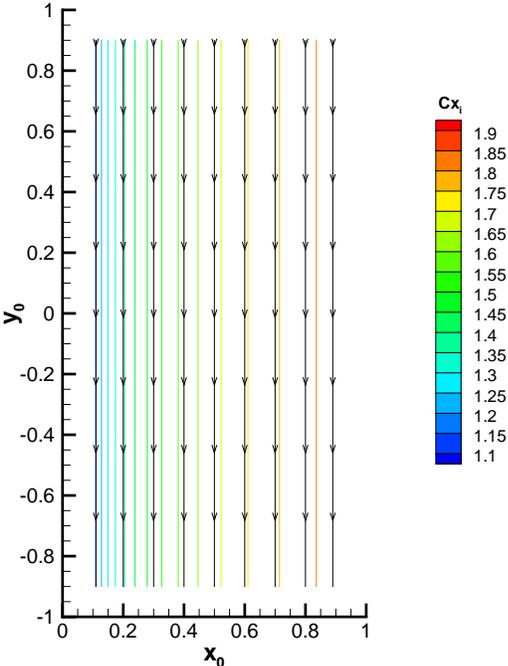


FIG. 4.8 – Répartition de traînée induite et trajectoire d’un tourbillon en champ libre ($\delta = 0.01$).

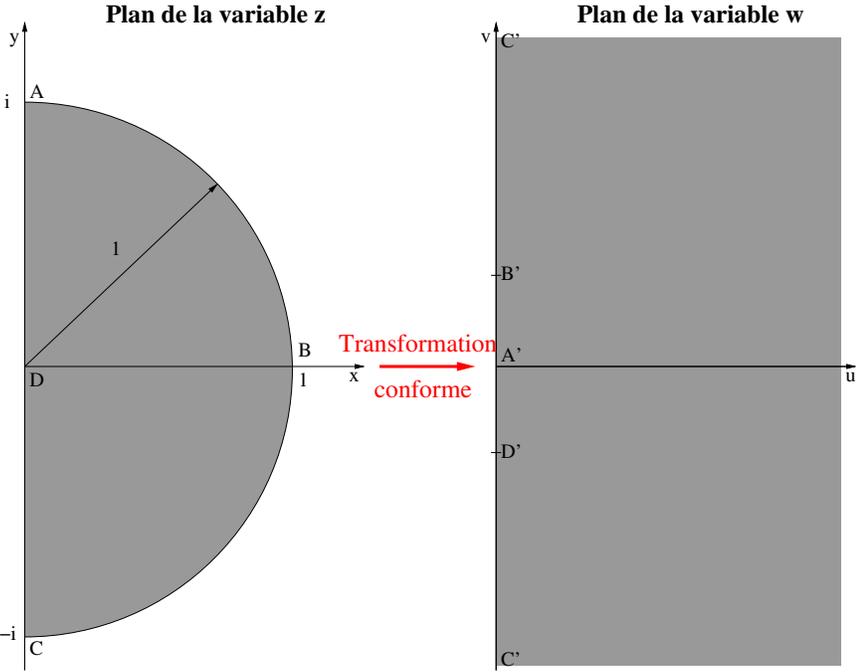


FIG. 4.9 – Transformation conforme permettant le passage du champ libre au champ confiné en veine circulaire.

Dans la cas d'une paire de tourbillons confinée dans une enceinte circulaire, le vecteur vitesse complexe devient :

$$V^*(z) = -\frac{\Gamma i}{2\pi} \left[\frac{1}{w - w_0} - \frac{1}{w + w_0^*} \right] 4 \frac{1 + iz}{(1 - iz)^3} \quad (4.31)$$

La transformation étant une relation bijective, w_0 représente la position du tourbillon dans le plan correspondant à la partie réelle positive, il lui correspond un z_0 , position du même tourbillon dans le demi-cercle de rayon unité avec :

$$w_0 = -i \left(\frac{1 + iz_0}{1 - iz_0} \right)^2 \quad (4.32)$$

Finalement, l'expression complète de la vitesse complexe conjuguée peut s'exprimer sous la forme :

$$V^*(z) = -\frac{\Gamma i}{2\pi} \left[\frac{1}{z - z_0} - \frac{1}{z + z_0^*} - \frac{1}{z - z_0^{*-1}} + \frac{1}{z + z_0^{-1}} \right] \quad (4.33)$$

Cette expression montre que la prise en compte des parois circulaires de la soufflerie sur une paire de tourbillons revient à étudier les interactions entre quatre tourbillons en champ libre. Deux sont situés à l'intérieur du cercle unité et deux à l'extérieur (figure 4.10). Les deux tourbillons situés à l'extérieur du cercle unité ne sont pas "physiques", mais servent simplement à modéliser la présence de parois. Cette modélisation impose également que les parois de la soufflerie correspondent avec le cercle unité dans le plan complexe.

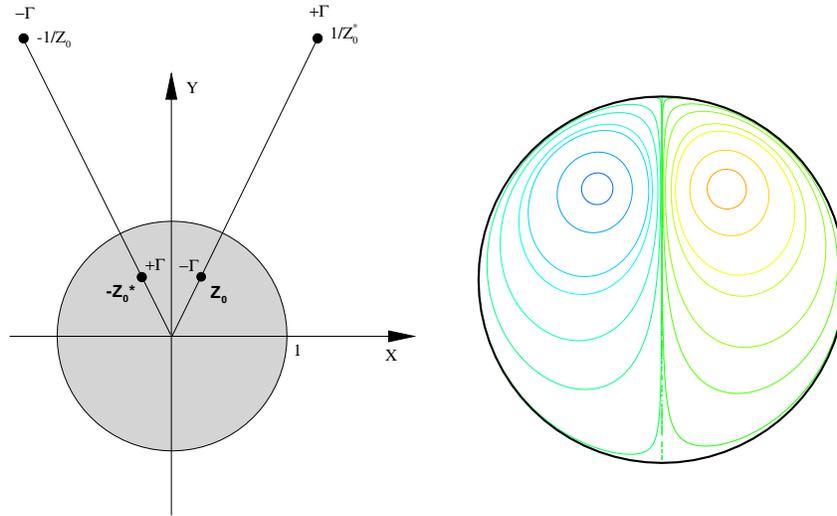


FIG. 4.10 – Modélisation et lignes de courant de l'écoulement au sein d'une veine circulaire.

Calcul de la traînée induite

Analyse dimensionnelle

De la même manière que précédemment, la quantité E_{ct} peut être définie par :

$$E_{ct} = 2 \int_{C^+} E(z) ds \quad (4.34)$$

C^+ représente le demi-cercle unité correspondant à la partie réelle positive sans le cercle de centre z_0 et de rayon δ et avec :

$$E(z) = |V^*(z)|^2 \quad (4.35)$$

La géométrie du problème permet d'écrire :

$$E_{ct} = f(\Gamma, x_0, y_0, R, \delta)$$

avec $z_0 = x_0 + iy_0$ et R le rayon de la soufflerie. L'analyse dimensionnelle montre alors que :

$$E_{ct} = \Gamma^2 g\left(\frac{\delta}{R}, \frac{x_0}{R}, \frac{y_0}{R}\right)$$

Les contraintes dues à la modélisation de la veine circulaire imposent de choisir comme valeur de référence R et Γ . Ainsi :

$$Cx_i = g(\bar{\delta}, \bar{x}_0, \bar{y}_0)$$

où $\bar{x}_0 = \frac{x_0}{R}$, $\bar{y}_0 = \frac{y_0}{R}$ et $\bar{\delta} = \frac{\delta}{R}$.

Calcul analytique

La modélisation du problème à partir de la théorie des transformations conformes et la définition de la traînée induite permettent d'écrire :

$$Cx_i = \int_{c^+} V(z)V^*(z)ds_{c^+} = \int_{f(c^+)} V(w)V^*(w)ds_{f(c^+)} \quad (4.36)$$

car f est une fonction holomorphe, ce qui impose :

$$ds_{c^+} = \left| \frac{dw}{dz} \right|^{-2} ds_{f(c^+)} \quad (4.37)$$

De plus :

$$\begin{cases} V(z) = V(w) \frac{dw}{dz} \\ V^*(z) = V^*(w) \frac{dw}{dz} \end{cases} \quad (4.38)$$

L'équation (4.36) traduit le fait que la traînée induite se conserve par transformation conforme. Ainsi, pour connaître l'expression de la traînée induite dans la veine circulaire, il faut connaître les caractéristiques du tourbillon équivalent en champ libre à partir du champ confiné (figure 4.11). L'équation (4.25) permet alors de calculer la valeur de la traînée induite en veine circulaire.

Soit $\bar{\delta}_{CL}$ et \bar{u}_{0CL} , les caractéristiques du tourbillon équivalent en champ libre. Ces deux grandeurs peuvent être déterminées en appliquant au point I situé sur le cercle de centre \bar{z}_0 et de rayon $\bar{\delta}$ dans le plan de la variable z (figure 4.12), la transformation conforme w . Cela permet d'obtenir le point I' dans le plan de la variable w . Ce dernier est situé sur le cercle de centre \bar{w}_0 et de rayon $\bar{\delta}_{CL}$. Les grandeurs \bar{u}_{0CL} et $\bar{\delta}_{CL}$ peuvent alors être déterminées à partir du système (4.39).

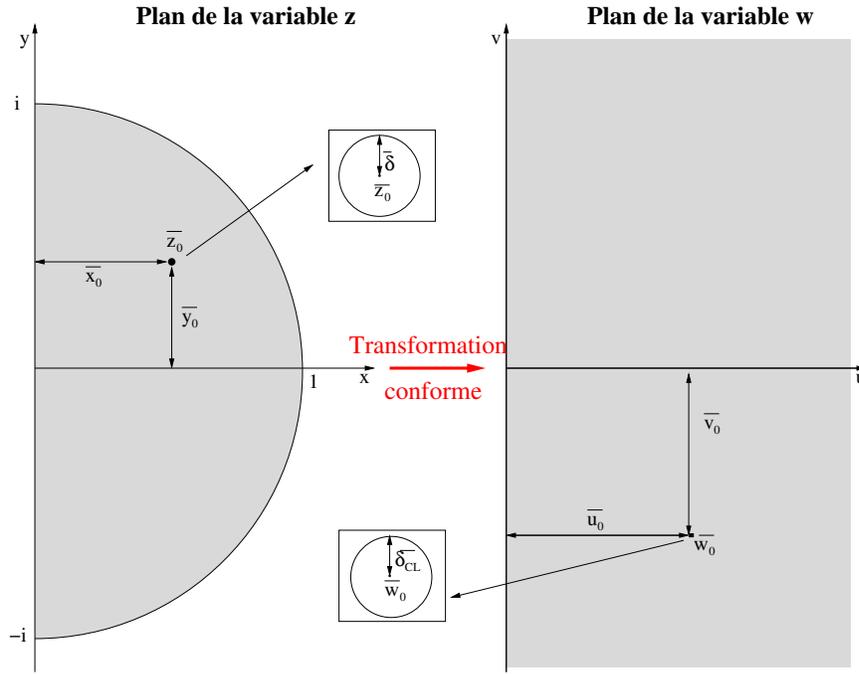


FIG. 4.11 – Caractéristiques d'un tourbillon par transformation conforme.

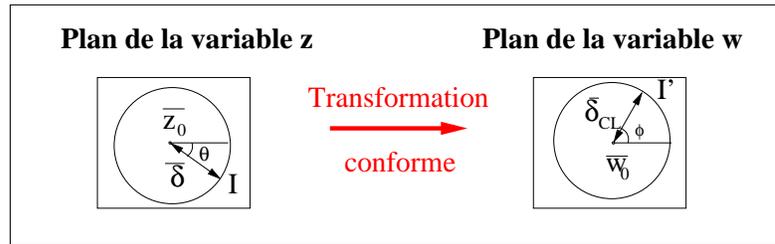


FIG. 4.12 – Caractéristiques d'un tourbillon par transformation conforme.

$$\begin{cases} \overline{u_{0CL}} = \Re(\overline{w_0}) \\ \overline{w_0} + \overline{\delta_{CL}} e^{i\theta} = -i \left(\frac{1 + i(z_0 + \overline{\delta} e^{i\phi})}{1 - i(z_0 + \overline{\delta} e^{i\phi})} \right)^2 \end{cases} \quad (4.39)$$

θ et ϕ sont définis sur le graphique 4.12. En supposant que $\overline{\delta} \ll \sqrt{\overline{x_0^2} + \overline{y_0^2}}$, les caractéristiques du tourbillon en champ libre sont :

$$\begin{cases} \overline{u_{0CL}} = \frac{4\overline{x_0}(1 - (\overline{x_0^2} + \overline{y_0^2}))}{((1 + \overline{y_0})^2 + \overline{x_0^2})^2} \\ \overline{\delta_{CL}} = \frac{4\overline{\delta}((\overline{x_0^2} + \overline{y_0^2})^2 + 2(\overline{x_0^2} - \overline{y_0^2}) + 1)^{\frac{1}{2}}}{((1 + \overline{y_0})^2 + \overline{x_0^2})^2} \end{cases} \quad (4.40)$$

Soit $Cx_i^{circulaire}$ la traînée induite dite champ confiné pour une veine circulaire. La relation

(4.36) permet d'écrire :

$$Cx_i^{circulaire} \simeq \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2\bar{u}_0}{\bar{\delta}_{CL}} \right) \quad (4.41)$$

Ainsi :

$$Cx_i^{circulaire} \simeq \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2\bar{x}_0(1 - (\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2))}{\bar{\delta}((\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2)^2 + 2(\bar{x}_0^2 - \bar{y}_0^2) + 1)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (4.42)$$

Cette équation est une relation exacte dès l'instant où les hypothèses sur les différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement sont respectées. Dans la partie suivante, ces mêmes calculs sont réalisés par l'intermédiaire d'un programme informatique.

Calcul numérique

Réalisation du maillage

Afin de générer un maillage répondant aux critères de précision précédemment exposés, les lignes de courant de l'écoulement sont utilisées comme lignes de maillage autour du tourbillon. Cette méthode a l'avantage de s'adapter parfaitement à la physique du problème quelle que soit la position du tourbillon au sein de la veine (figure 4.13).

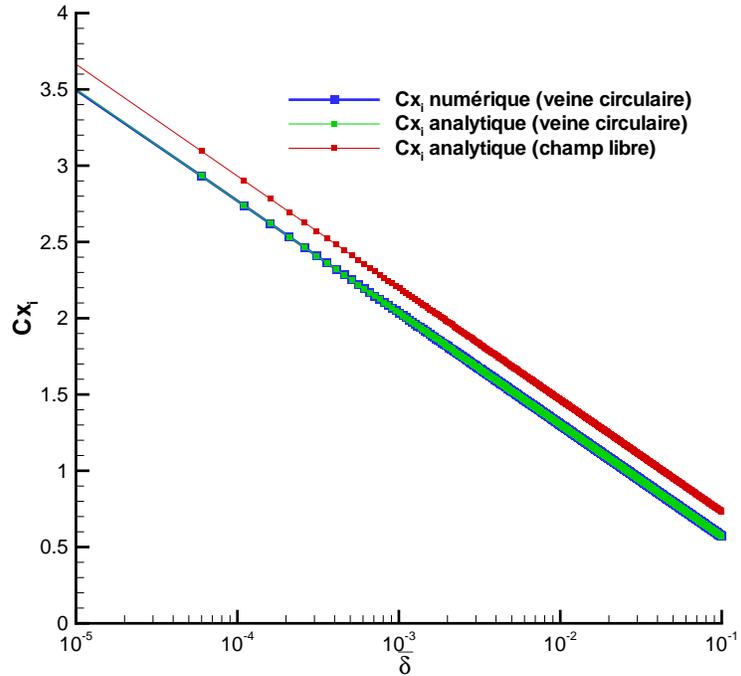
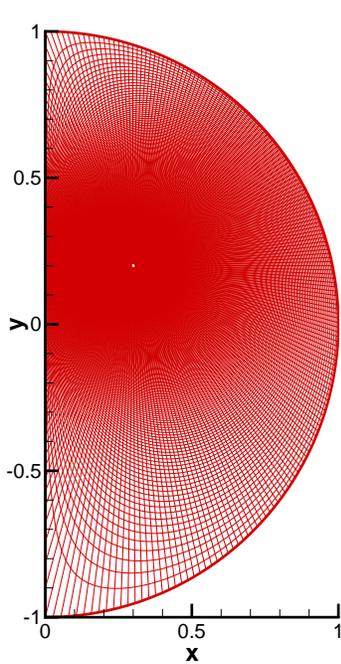


FIG. 4.13 – Maillage au sein d'une veine circulaire.

FIG. 4.14 – Traînée induite en fonction de l'épaisseur $\bar{\delta}$ des tourbillons dans une veine circulaire pour $\bar{x}_0 = 0.5$.

Analyse de la précision

En utilisant les critères de précision établis en champ libre sur la génération du maillage, un très bon accord entre les résultats analytiques et numériques (figure 4.14) est observé. L'erreur commise est inférieure au cas en champ libre pour une même configuration : écart inférieur à 0.02% contre 0.1% en champ libre. De plus, lorsque $\bar{\delta}$ devient trop proche de la taille de la première maille et de la position \bar{x}_0 du tourbillon, l'écart grandit. Dans la suite, $\bar{\delta} = 10^{-2}$ et la taille de la première maille est fixée à 10^{-4} .

Etude de la traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons

Calcul analytique

Vitesse de déplacement d'un tourbillon au sein de la veine

Elle est celle induite par les trois autres tourbillons. Ainsi, la vitesse complexe conjuguée du tourbillon centré en z_0 est la suivante :

$$V_-^*(z_0) = -\frac{\Gamma i}{2\pi} \left[-\frac{1}{z_0 + z_0^*} - \frac{1}{z_0 - z_0^{*-1}} + \frac{1}{z_0 + z_0^{-1}} \right] \quad (4.43)$$

Les coordonnées adimensionnées de cette vitesse dans le plan complexe sont donc :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}_0}{dt} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\bar{y}_0}{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2 - 1} - \frac{\bar{y}_0(\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2 - 1)}{(\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2)^2 + 2(\bar{x}_0^2 - \bar{y}_0^2) + 1} \right] \\ \frac{d\bar{y}_0}{dt} = \frac{1}{2\pi} \left[-\frac{1}{2\bar{x}_0} - \frac{\bar{x}_0}{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2 - 1} + \frac{\bar{x}_0(\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2 + 1)}{(\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2)^2 + 2(\bar{x}_0^2 - \bar{y}_0^2) + 1} \right] \end{cases} \quad (4.44)$$

Variations de traînée induite le long de la trajectoire du tourbillon

Les variations de traînée induite le long du sillage sont déterminées à partir l'expression $\vec{\nabla} C x_i \cdot \frac{d\vec{z}_0}{dt}$. Or l'équation (4.42) et le système précédent permettent de montrer que :

$$\vec{\nabla} C x_i \cdot \frac{d\vec{z}_0}{dt} = 0 \quad (4.45)$$

Cette équation traduit le fait que la traînée induite en veine circulaire se conserve. Cela signifie donc que lorsqu'une paire de tourbillons évolue au sein d'une veine circulaire, la traînée induite générée reste constante le long de la trajectoire des tourbillons et sa valeur dépend de la position initiale des tourbillons dans la veine.

Calcul numérique

Afin d'appréhender de manière plus complète le problème, les variations de traînée induite sur l'ensemble de la veine et le long de la trajectoire des tourbillons sont étudiées dans le paragraphe suivant à l'aide de calculs numériques.

Traînée induite sur l'ensemble de la veine

La figure 4.15 montre la répartition de traînée au sein de la veine en fonction de la position des tourbillons. Ce champ n'est pas uniforme et des différences assez importantes existent. La figure 4.16 permet de voir l'évolution de la traînée induite sur la ligne médiane de la veine ($\overline{y_0} = 0$). Les différences entre la traînée induite champ libre et la traînée induite champ confiné augmentent avec $\overline{x_0}$. En effet, lorsque le tourbillon est proche du centre de la veine $\overline{x_0} = 0$, la valeur en champ confiné correspond à la valeur en champ libre, par contre lorsque le tourbillon est proche de la paroi latérale de la soufflerie l'écart est très important (jusqu'à 50%).

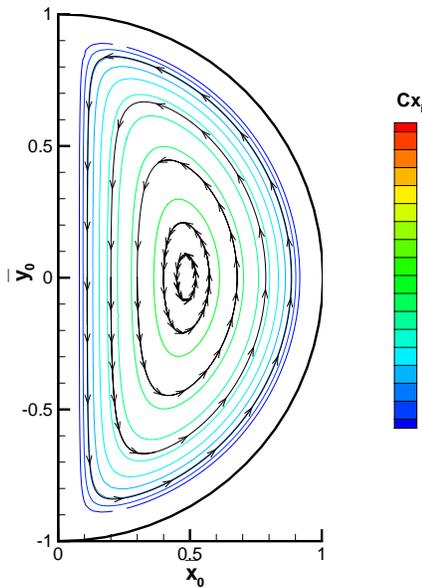


FIG. 4.15 – Répartition de traînée induite et trajectoire d'un tourbillon dans une veine circulaire.

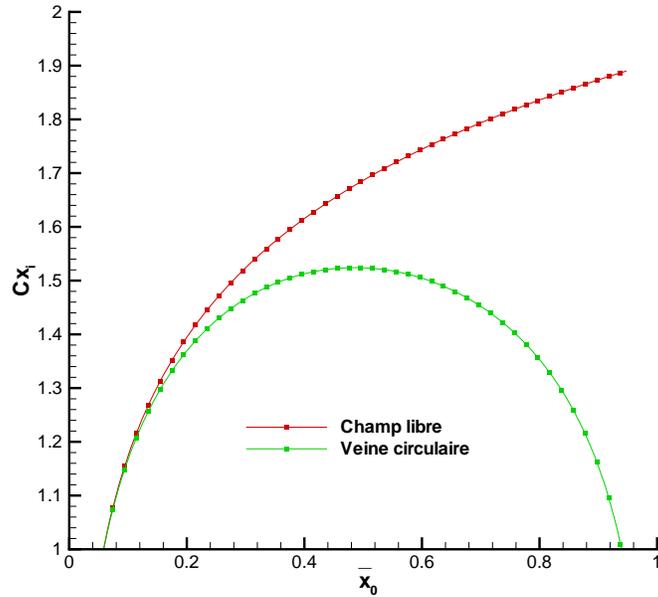


FIG. 4.16 – Traînée induite générée par une paire de tourbillons située le long de la ligne médiane dans une veine circulaire et en champ libre.

Traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons

La figure 4.15 présente, en plus de la répartition de traînée au sein de la veine, plusieurs trajectoires d'un tourbillon situé au sein de la veine. Ces dernières semblent confondues avec les lignes iso-valeur. Cette observation confirme le fait que la traînée induite ne varie pas lors du mouvement des tourbillons. La figure 4.17 montre l'évolution de la traînée induite le long de plusieurs trajectoires de tourbillons. Elle montre que les variations sont très faibles (0.006%) et sont uniquement dues à des phénomènes numériques. Sur ce graphique, l'abscisse 0 correspond au point de départ de coordonnées $(\overline{x_0}, 0)$ et l'abscisse 1 correspond à ce même point après que le tourbillon ait parcouru l'intégralité de sa trajectoire.

Cette deuxième partie a permis de mettre en évidence un aspect très important de cette étude, à savoir que la traînée induite au sein d'une veine circulaire se conserve comme en champ libre, mais avec une valeur différente pour une configuration donnée. Afin de montrer que ce comportement n'est pas propre aux veines circulaires, la même étude est effectuée sur des veines de forme rectangulaire dans la partie suivante.

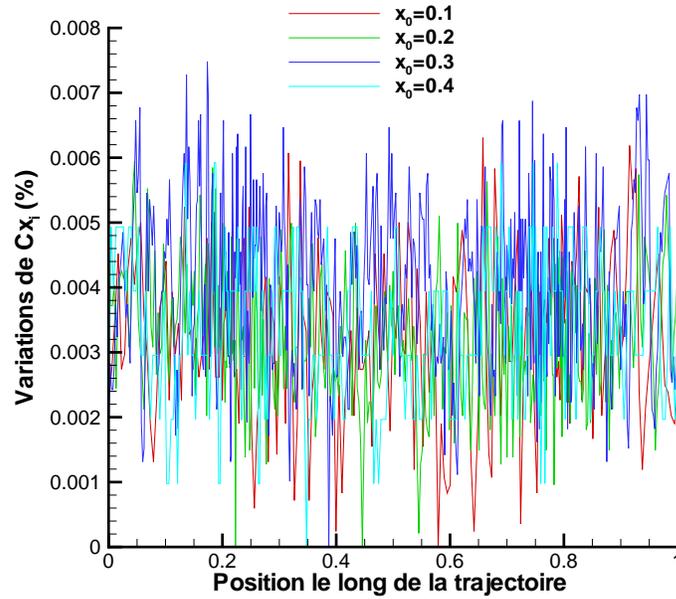


FIG. 4.17 – Variations de traînée induite générée par une paire de tourbillons le long de leur trajectoire dans une veine circulaire

4.1.5 Etude en veine rectangulaire

Modélisation

Pour étudier la traînée induite dans ce type de veines, la théorie des transformations conformes ne peut être directement utilisée pour effectuer des développements analytiques. En effet, la transformation conforme permettant d'appliquer l'intérieur d'un rectangle sur le demi-plan complexe correspondant à la partie réelle positive est une fonction elliptique (transformée de Schwarz-Christoffel [40]). Sa complexité ne permet pas d'exprimer simplement la traînée induite d'une telle configuration.

Néanmoins, la simple existence de cette transformée montre que, comme dans le cas de la veine circulaire, la traînée induite doit se conserver le long des trajectoires des tourbillons (équation (4.36)). Pour le confirmer, la partie suivante a pour objectif d'étudier ces variations de traînée à partir de calculs numériques.

Pour cela, l'action des parois est reproduite par la prise en compte d'un certain nombre de veines fictives (technique des miroirs) imposant les conditions de symétrie souhaitées au sein de l'écoulement (figure 4.18). Pour reproduire parfaitement cet écoulement, il faudrait considérer un nombre infini de "veines miroirs" autour de la veine principale. Cela ne pouvant être reproduit numériquement, l'influence du nombre de veines sur les calculs de traînée et sur la trajectoire des tourbillons a été étudiée dans un premier temps. La valeur de traînée calculée s'est avérée peu sensible au nombre de veines considérées, par contre la trajectoire des tourbillons y est très sensible.

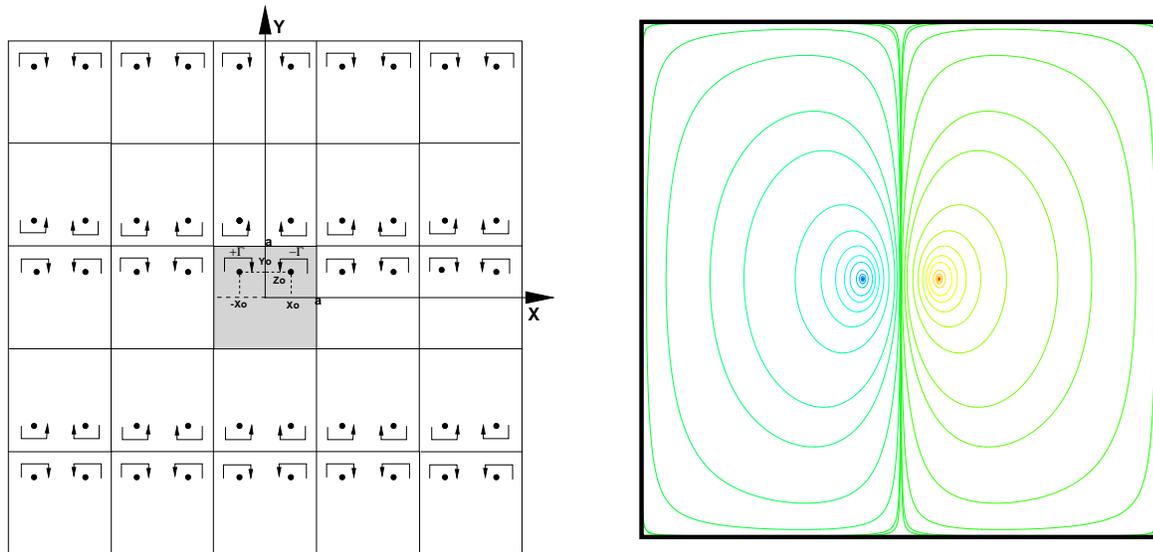


FIG. 4.18 – Modélisation et lignes de courant au sein d'une veine carrée.

Afin de respecter les critères de précision exposés précédemment, huit couches de veines miroirs sont utilisées pour le calcul de la traînée et mille pour le calcul des trajectoires. Cette technique permet alors de reproduire l'effet des parois au sein de veines carrées et rectangulaires (figure 4.18). Les imperfections dues à la modélisation sont surtout visibles dans les coins où les lignes de courant ont tendance "à traverser les parois". L'écoulement ainsi reproduit n'est pas parfait, mais permet de déterminer avec une précision suffisante la traînée induite et la trajectoire des tourbillons. A partir de cette modélisation, la vitesse complexe conjuguée du système peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$V^*(z) = -\frac{\Gamma_i}{2\pi} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{(-1)^j}{z - z_j} \quad (4.46)$$

Les z_j représentent les centres de chaque tourbillon et N le nombre total de tourbillons.

Calcul de la traînée induite

Dans la partie suivante, seul le cas d'une veine carrée est étudié. Celui de la veine rectangulaire n'est pas exposé, mais se traite de la même manière.

Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle de la traînée induite dans la veine carrée est similaire au cas de la veine circulaire en changeant le domaine d'intégration. Le demi-cercle devient la moitié du carré et le rayon de la veine devient le demi-côté du carré.

Calcul numérique

Réalisation du maillage

Comme dans le cas de la veine circulaire, les lignes de courant de l'écoulement servent à

généraliser le maillage afin de s'adapter à la physique du problème. Dans cette configuration, la modélisation n'est pas parfaite et les lignes de courant, au niveau des coins de la veine, ne correspondent plus avec l'écoulement. Pour pallier ce problème et mailler les zones proches des parois, une suite géométrique s'adaptant à la topologie de la configuration est utilisée. Le maillage obtenu permet d'effectuer des calculs de traînée induite avec une précision similaire aux cas précédents (figure 4.20).

Résultats des calculs

La figure 4.19 présente l'évolution de la traînée induite en fonction de l'épaisseur $\bar{\delta}$ des tourbillons pour les configurations champ libre et champ confiné (veines circulaire et carrée). Les résultats obtenus pour les deux configurations confinées sont très proches, leur différence avec la configuration champ libre est constante et indépendante de $\bar{\delta}$.

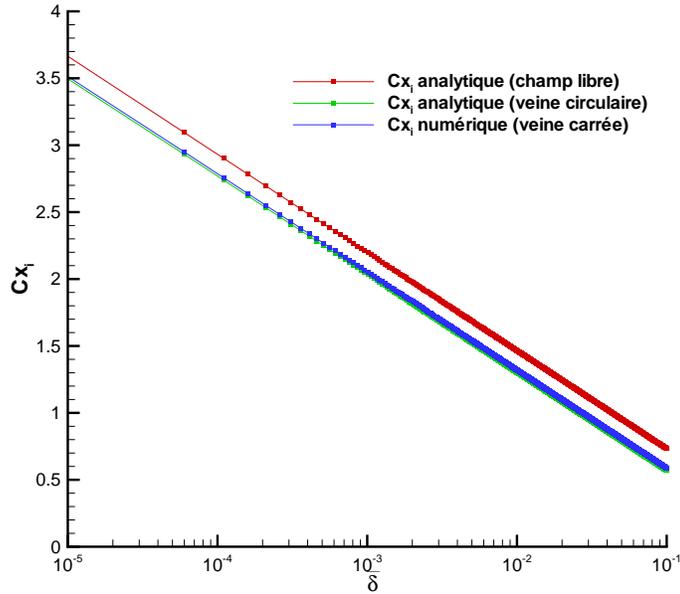


FIG. 4.19 – Traînée induite en fonction de l'épaisseur $\bar{\delta}$ des tourbillons pour $\bar{x}_0 = 0.5$.

Etude de la traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons

Vitesse de déplacement d'un tourbillon au sein de la veine

La vitesse d'un tourbillon au sein de la veine est déterminée par l'écoulement généré par tous les autres. Ainsi pour le tourbillon centré en z_0 :

$$V_{-}^{*}(z_0) = -\frac{\Gamma_i}{2\pi} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{(-1)^j}{z_0 - z_j} \quad (4.47)$$

Traînée induite sur l'ensemble de la veine

La figure 4.21 montre la répartition de traînée induite au sein d'une veine carrée. Cette répartition est assez proche de celle observée pour le cas de la veine circulaire (figure 4.15) et les écarts suivant la position du tourbillon peuvent être très importants.

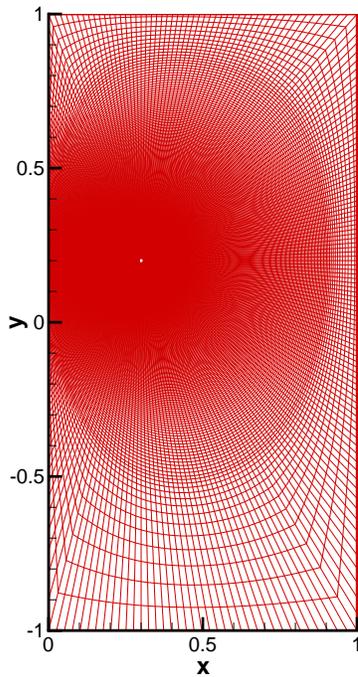


FIG. 4.20 – Maillage au sein d'une veine carrée.

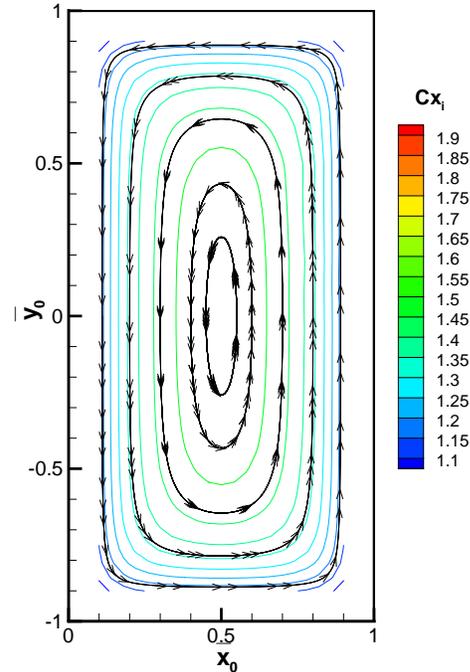


FIG. 4.21 – Répartition de traînée induite et trajectoire d'un tourbillon dans d'une veine carrée.

Afin d'analyser ces écarts, les figures 4.22 et 4.23 présentent respectivement l'évolution de la traînée induite sur la ligne médiane de la veine ($\overline{y_0} = 0$) dans les différents cas étudiés et l'écart entre les configurations confinées et la configuration champ libre sur cette même ligne.

La figure 4.22 confirme le fait que les deux traînées induites en champ confiné sont très proches l'une de l'autre et que l'écart par rapport à la valeur en champ libre est presque identique. Néanmoins la figure 4.23 montre de légères différences, notamment proche du plan de symétrie de la veine où la valeur en veine circulaire tend vers la valeur en champ libre contrairement au cas de la veine carrée où les parois hautes et basses génèrent des différences en termes de traînée induite.

Traînée induite le long de la trajectoire des tourbillons

La figure 4.21 montre, en plus du champ de traînée induite, les trajectoires possibles d'un tourbillon au sein de la veine carrée. Ces dernières sont confondues avec les lignes iso-valeur ce qui prouve que la traînée induite reste constante le long d'une trajectoire. La figure 4.24 permet de confirmer ce phénomène car elle présente les variations de traînée induite le long de plusieurs trajectoires. En effet, ces variations restent inférieures au critère de précision fixé à 0.1%. Il convient néanmoins d'ajouter que les légères variations observées sont dues d'une part

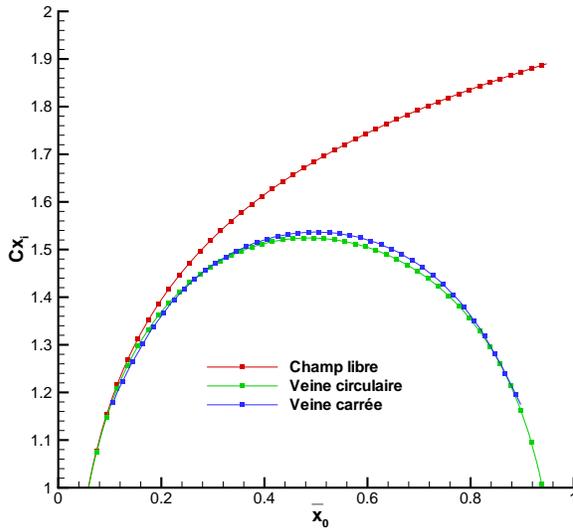


FIG. 4.22 – Traînée induite générée par une paire tourbillons située le long de la ligne médiane.

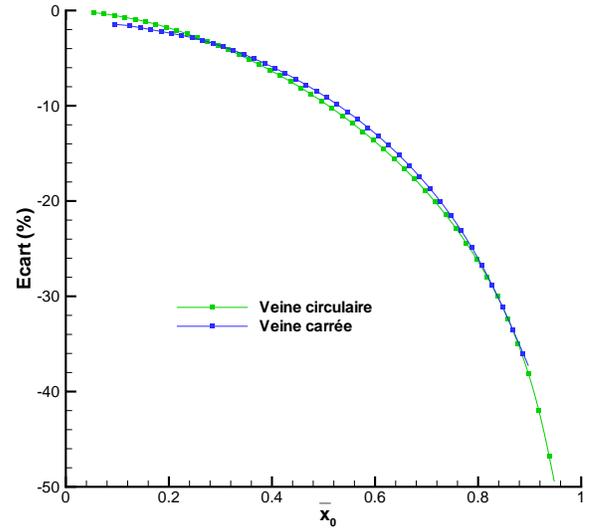


FIG. 4.23 – Ecart entre les traînées induites champ confiné et champ libre.

aux erreurs numériques (courtes oscillations) et à l'imperfection de la modélisation d'autre part (longues oscillations).

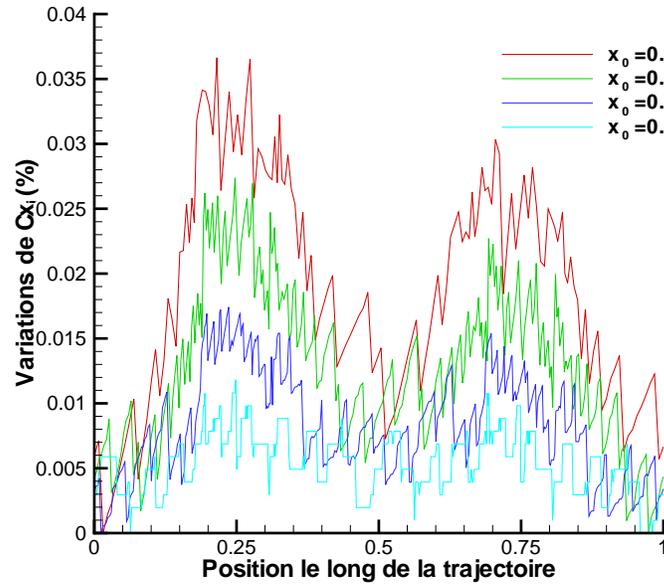


FIG. 4.24 – Variations de traînée induite générée par un tourbillon le long de sa trajectoire dans une veine carrée.

Cette troisième partie montre donc que la traînée induite au sein d'une veine carrée ou rectangulaire se conserve de la même manière que pour un écoulement en champ libre ou en veine circulaire. Dans la partie suivante, un bilan de cette première partie de l'étude est dressé afin de montrer son intérêt dans le cadre de l'analyse de la traînée induite à partir d'essais en soufflerie.

4.1.6 Bilan de l'étude théorique

Cette première phase de l'étude a permis d'étudier le comportement d'une paire de tourbillons dans différentes configurations et déterminer la traînée induite ainsi générée. L'influence des parois sur cette traînée est très importante, mais la forme de la veine importe peu si le tourbillon est proche de la ligne médiane de la veine. Par ailleurs, les variations de traînée lors du mouvement des tourbillons sont nulles quelle que soit la configuration considérée dans le cadre de cette modélisation (écoulement non-visqueux).

Cette influence des parois sur la traînée induite explique en partie pourquoi il est nécessaire, en soufflerie, de corriger les mesures de balance effectuées sur la maquette. La modélisation précédente permet donc d'évaluer grossièrement l'effet de confinement pour une position donnée de la maquette dans la soufflerie. En effet, en supposant que la position du tourbillon d'extrémité de voilure soit connue et qu'il soit modélisable par un tourbillon de Rankine, il est possible de calculer la traînée induite en champ libre et la traînée induite en champ confiné.

Pour pouvoir raisonner sur une configuration réelle, il faut, d'une part, ajouter dans les calculs précédents la contribution du cœur des tourbillons à la traînée et d'autre part, redéfinir l'adimensionnement afin de se placer dans le cadre habituel. La contribution du cœur des tourbillons ne dépend pas de la configuration étudiée et peut être simplement calculée grâce à l'équation suivante :

$$Cx_i^{cœur} = 2 \int_0^\pi \int_0^1 \overline{V}_\theta^2 \overline{r} d\overline{r} d\theta \quad (4.48)$$

Ainsi :

$$Cx_i^{cœur} = \frac{1}{4\pi} \quad (4.49)$$

Pour passer de l'adimensionnement défini précédemment à l'adimensionnement habituel ($Cx_i = \frac{E_{ct}}{\rho_\infty U_\infty^2 S_{ref}}$, avec S_{ref} la surface de référence de l'objet étudié, ρ_∞ et U_∞ la masse volumique et la vitesse de l'écoulement à l'infini amont), il suffit d'écrire :

$$Cx_i = \frac{(E_{ct} + \Gamma^2 Cx_i^{cœur})}{U_\infty^2 S_{ref}} \quad (4.50)$$

avec Γ la circulation autour des tourbillons d'extrémité de voilure, définie par [41, 42] :

$$\Gamma = \frac{U_\infty S_{ref}}{4s} C_z \quad (4.51)$$

C_z correspond au coefficient de portance de la configuration et s à la distance entre les tourbillons et l'axe de symétrie de la maquette. Ainsi pour la traînée induite en champ libre :

$$Cx_i^{CL} = \frac{\Gamma^2}{4\pi U_\infty^2 S_{ref}} \left(1 + 4 \ln \left(\frac{2s}{\delta} \right) \right) \quad (4.52)$$

Afin de quantifier, l'influence des parois sur la traînée induite en termes de points de traînée, une configuration réelle est étudiée dans le paragraphe suivant. Il s'agit de la maquette SWIM dans la veine rectangulaire DNW-LST [43]. Cette maquette se compose d'un fuselage cylindrique, d'une aile rectangulaire de type NACA4412 et d'un volet rectangulaire de type NACA0012 d'envergure variable. La configuration retenue correspond au volet étendu sur toute l'envergure de l'aile. Le sillage ainsi généré par la maquette se compose d'une seule paire principale de tourbillons. Ce sillage peut être très simplement modélisé par une paire de tourbillons de Rankine dans les conditions de l'essai : $U_\infty = 60\text{m/s}$, $S_{ref} = 0.045\text{m}^2$, $s = 0.28\text{m}$, $\delta = 0.01$ et $C_z = 1.557$. Les dimensions de la soufflerie sont indiquées sur la figure 4.25. Dans cette dernière, le plan de calcul correspond au plan yz et l'axe x à la direction de l'écoulement à l'infini amont.

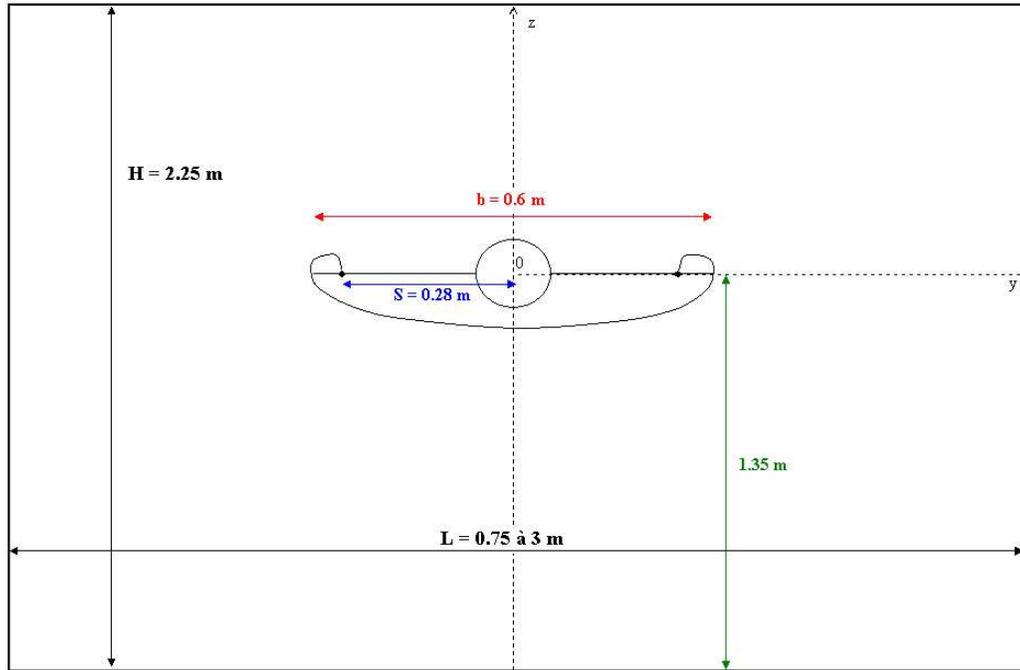


FIG. 4.25 – Géométrie du problème.

Les figures 4.26 et 4.27 permettent de voir l'influence des parois latérales sur les calculs de traînée induite dans la configuration SWIM modélisée par une paire de tourbillons contrarotatifs. Ces courbes reproduisent l'effet des parois lorsqu'elles se rapprochent de plus en plus de l'extrémité de la maquette. x_0 est défini comme le rapport entre l'envergure de la maquette b et la largeur de la soufflerie L . La première figure montre que l'écart entre la traînée induite champ libre et la traînée induite champ confiné augmente rapidement et atteint 500 points pour $x_0 = 0.9$ soit une différence de 40% en comparaison de la valeur champ libre. Ces courbes définissent l'effet du confinement sur la traînée dans une configuration donnée.

Pour calculer la traînée induite champ libre à partir de mesures effectuées en soufflerie, le champ de vorticité de l'écoulement est supposé identique en champ libre et en champ confiné. La traînée induite est alors calculée à partir du champ de vorticité champ confiné avec la formule ONERA3. L'application de cette formule nécessite le calcul de la fonction de courant et la résolution d'un Laplacien $\Delta\psi = -\zeta$. Pour résoudre cette équation, les conditions limites peuvent être

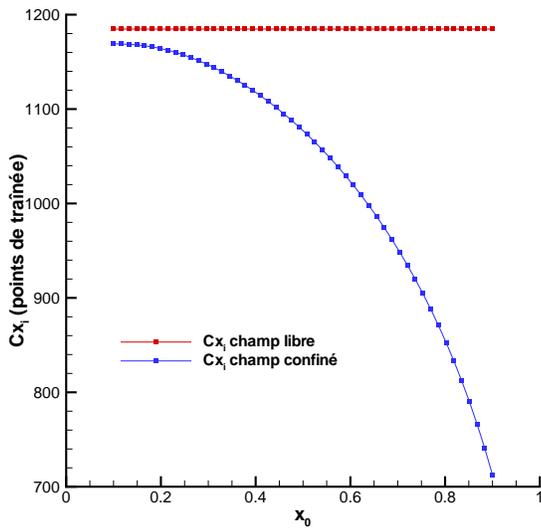


FIG. 4.26 – Effet des parois latérales sur la traînée induite dans la configuration SWIM (valeurs brutes).

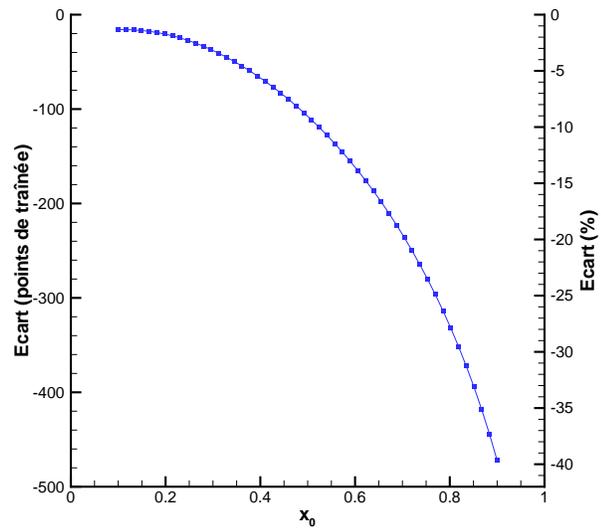


FIG. 4.27 – Effet des parois latérales sur la traînée induite dans la configuration SWIM (écarts).

choisies de façon à correspondre avec un écoulement en champ libre. Cette manière de traiter les mesures permet de calculer la traînée induite dite extrapolée en champ libre, la traînée induite champ confiné peut également être calculée en définissant des conditions limites adaptées lors de la résolution du Laplacien. La figure 4.28 résume les différentes traînées induites qui peuvent être obtenues à partir d'un champ de vorticités en champ libre ou en champ confiné. La traînée induite calculée lors de l'exploitation d'essais en soufflerie correspond à la traînée induite extrapolée en champ libre alors que l'objectif est de déterminer la traînée induite champ libre.

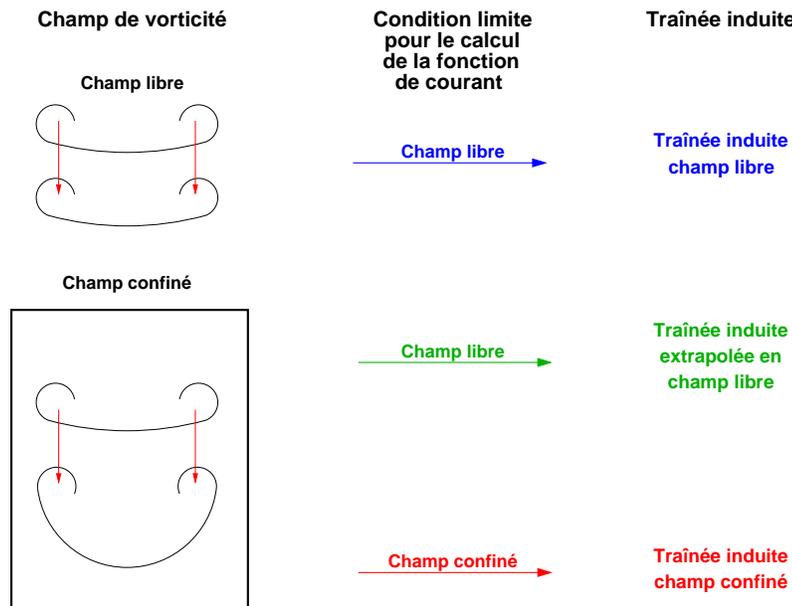


FIG. 4.28 – Résumé des différentes traînées induites calculées à partir d'un champ de vorticités en champ libre et en champ confiné.

Dans le cadre de la modélisation du sillage par une paire de tourbillons de Rankine, le champ de vorticité au coeur des tourbillons et la forme de ce coeur ne sont pas modifiés par la présence des parois, par contre la position de ces tourbillons y est très sensible. Or l'hypothèse sur le champ de vorticité pour l'exploitation des mesures effectuées en soufflerie revient à appliquer la formule de la traînée induite champ libre ( quation (4.52)) le long des trajectoires en champ confiné (figures 4.15 et 4.21). Dans cette équation, le seul paramètre qui varie au fur et à mesure de l'évolution des tourbillons est la distance du centre des tourbillons avec l'axe de symétrie de la configuration étudiée s car la circulation reste constante. Ce paramètre reste invariant en champ libre alors qu'il évolue en champ confiné. Ainsi l'application de la formule de la traînée induite champ libre sur les trajectoires champ libre donne une constante alors que l'application de cette même formule le long des trajectoires en champ confiné fournit un résultat qui varie avec la position des tourbillons au sein de la veine.

La figure 4.29 résumée la problématique de cette étude. En premier lieu, elle met en évidence l'effet de confinement c'est à dire l'écart entre la traînée induite champ libre calculée à partir de l'écoulement en champ libre avec la traînée induite champ confiné calculée à partir de l'écoulement en champ confiné. Elle met également en évidence, l'influence de l'hypothèse sur le champ de vorticité (supposé identique en champ libre et en champ confiné) pour calculer la traînée induite extrapolée en champ libre à partir du champ confiné (ΔCx_i). Cette valeur correspond à l'erreur commise lors de l'exploitation d'essais en soufflerie et du calcul de la traînée induite. Les valeurs de ΔCx_i peuvent paraître très importantes sur la figure 4.29, mais il convient d'ajouter que la période pour que un tourbillon effectue un tour complet au sein d'une veine est de l'ordre de plusieurs centaines d'envergures alors que les mesures en soufflerie sont effectuées à quelques envergures à l'aval de la maquette. Dans ces conditions, les écarts entre les trajectoires ainsi que entre les traînées induites champ libre vont rester faibles, mais doivent être quantifiés pour connaître la précision des calculs de traînée induite à partir d'essais en soufflerie.

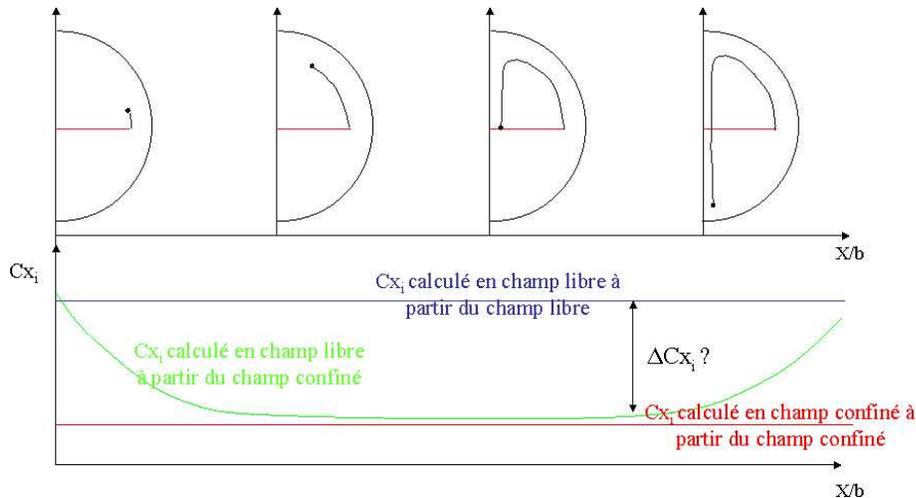


FIG. 4.29 – Résumée des évolutions des différentes traînées induites calculées le long de la trajectoire des tourbillons.

La modélisation du sillage telle qu'elle a été effectuée dans la partie précédente ne permet pas de prendre en compte l'ensemble des phénomènes physiques intervenant au sein d'un sillage tourbillonnaire. Afin de pallier ce défaut, des calculs de simulation numérique directe (DNS)

sont effectués dans la partie suivante sur une paire de tourbillon de Rankine. Cette approche a l'avantage de prendre en compte les effets de diffusion et les effets visqueux qui n'intervenaient pas dans la modélisation précédente. Cela va permettre de quantifier de manière plus précise, l'influence des parois et de l'hypothèse sur le champ de vorticité en termes de tra nee induite sur une configuration très simple formée d'une paire de tourbillons contrarotatifs.

4.2 Calculs DNS sur une paire de tourbillons contrarotatifs

4.2.1 Mise en oeuvre des calculs

Outils et méthodologie

Afin de calculer l'évolution du sillage simplifié d'un avion, une approche bidimensionnelle instationnaire est utilisée par l'intermédiaire de la simulation numérique directe (DNS) et du logiciel PEGASE, développé à l'ONERA. Ce dernier permet de résoudre directement les équations de Navier-Stokes sur des maillages structurés et cartésiens. Les différentes méthodes de discrétisation spatiale et temporelle pour les termes de convection et de diffusion sont décrites dans les articles [44], [45] et [46].

Pour effectuer ces calculs DNS, la configuration retenue correspond aux conditions aérodynamiques observées lors des essais SWIM décrits dans la partie précédente dans la soufflerie DNW-LST ($M_\infty = 0.17$). Cette étude est effectuée uniquement au sein d'une veine rectangulaire car le logiciel PEGASE permet d'effectuer des calculs uniquement sur des maillages cartésiens. Pour évaluer l'influence des parois sur le sillage, plusieurs veines rectangulaires de différentes largeurs, mais de hauteur constante sont modélisées. Cette hauteur est choisie identique à celle de la veine réelle LST-DNW. La largeur de la veine est fixée par le paramètre x_0 qui correspond au rapport entre l'envergure de la maquette b et la largeur L de la veine considérée, $x_0 = \frac{b}{L}$. Les différentes veines modélisées correspondent à des valeurs de x_0 comprises entre 0.2 et 0.8 avec des pas de 0.1. La veine réelle LST-DNW correspond à une valeur de 0.2.

Initialisation

Afin d'initialiser les différents calculs, la technique des miroirs permettant de reproduire l'écoulement transversal au sein d'une veine rectangulaire est utilisée. L'écoulement généré est celui induit par une paire de tourbillons de Rankine. Le rayon δ des tourbillons et le profil de vitesse transversale U sont choisis identiques à ceux observés pendant les essais SWIM sur la maquette réelle ($\delta = 0.01m$). La circulation Γ , permettant de déterminer l'intensité des vitesses transversales, est déterminée à partir de l'équation (4.51). La position initiale des tourbillons est déterminée par rapport aux valeurs expérimentales obtenues lors des essais dans le premier plan de mesure situé à 1.25 envergures   aval de la maquette. A partir de ces conditions initiales, la tra nee induite champ libre du système peut être obtenue avec l'équation (4.52) :

$$Cx_i^{CL} = 1183 10^{-4} \quad (4.53)$$

Les calculs sont effectués sur des maillages de 500 000 à plus de 2 000 000 de points suivant la taille de la soufflerie. Dans l'ensemble des calculs, la taille des mailles reste identique pour éviter toute influence du maillage sur les résultats. Les mailles sont carrées et le pas d'espace est de $2.5 10^{-3}$ et permet d'avoir une dizaine de points au centre des tourbillons le long de leur diamètre. La condition limite au niveau des parois correspond à une condition de glissement et

le maillage est raffiné dans les zones proches de ces parois.

Les calculs sont réalisés jusqu'à une abscisse de 10 envergures à l'aval de la maquette car lors des essais SWIM, des mesures ont été réalisées jusqu'à cette distance. Pour l'exploitation de ces calculs, 14 plans sont extraits entre 1.25 et 10 envergures à l'aval de la maquette pour chaque configuration. Pour chacun de ces plans, les traînées induites extrapolée en champ libre et champ confiné sont calculées grâce à la formule ONERA3.

Un dernier calcul est effectué en champ libre afin d'obtenir des valeurs de référence concernant la trajectoire des tourbillons et les valeurs de traînée induite.

4.2.2 Résultats des calculs

Validation des calculs

Trajectoires des tourbillons

Afin de valider les calculs DNS, les trajectoires des tourbillons obtenues à partir de la théorie et de ces calculs DNS sont comparées. La figure 4.30 présente ces différentes trajectoires pour l'ensemble des configurations étudiées.

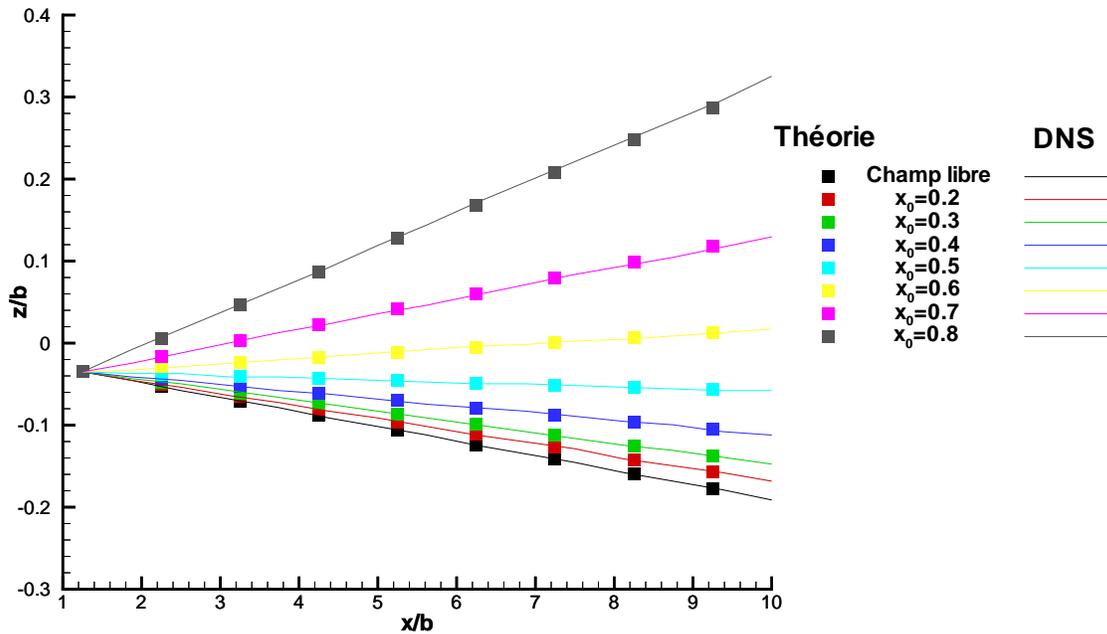


FIG. 4.30 – DNS Rankine - Trajectoires des tourbillons pour les différentes configurations.

Cette figure permet de voir l'excellent accord entre la théorie et les calculs DNS. Pour l'ensemble des configurations, les courbes théoriques et numériques sont quasiment confondues. Ces observations mettent en évidence le très bon comportement du code qui reproduit très fidèlement la trajectoire des tourbillons au sein d'une veine rectangulaire.

La figure 4.30 met également en évidence l'influence des parois et de leur position sur la trajectoire des tourbillons. En effet, plus x_0 augmente plus la descente des tourbillons est freinée et cette descente devient même une montée lorsque x_0 est supérieur à 0.5. Ce phénomène peut très simplement s'expliquer en considérant le tourbillon de droite. Lorsque la paroi latérale se rapproche du tourbillon cela revient à rapprocher le tourbillon miroir situé de l'autre côté de la paroi et permettant de modéliser la présence de cette dernière (figure 4.31). Ce tourbillon miroir tend à faire monter le tourbillon étudié au sein de la veine. En première approximation, seul ce tourbillon miroir et l'autre tourbillon d'extrémité de voilure situé au sein de la veine influent sur le tourbillon étudié. Comme ils sont de même intensité, celui qui est le plus près, impose le sens de la trajectoire. Ainsi, lorsque le tourbillon étudié est plus près de la paroi que du plan de symétrie de la maquette, l'influence du tourbillon miroir devient prépondérante ce qui explique pourquoi les trajectoires deviennent ascendantes lorsque x_0 est supérieur à 0.5.

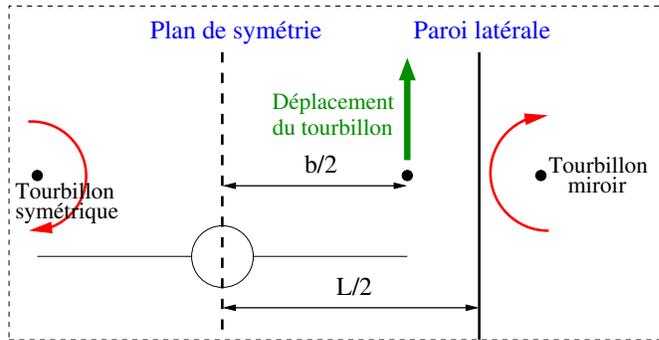


FIG. 4.31 – DNS Rankine - Influence des tourbillons miroirs sur les trajectoires des tourbillons.

La figure 4.30 permet également d'observer le caractère rectiligne des trajectoires jusqu'à 10 envergures à aval de la maquette. Cela montre que la vitesse des tourbillons reste constante le long de leur trajectoire.

Circulation autour des tourbillons

La conservation de la vitesse de déplacement des tourbillons dans l'ensemble des configurations provient du fait que la circulation Γ se conserve également le long du sillage. En effet, la figure 4.32 montre l'évolution de cette dernière autour des tourbillons marginaux le long du sillage pour la configuration champ libre. La circulation tend rapidement vers une valeur constante quelle que soit l'abscisse considérée même si cette convergence est de plus en plus lente au fur et à mesure que le sillage se développe. Dans tous les cas, l'influence sur l'autre tourbillon reste identique, ce qui explique pourquoi leur vitesse induite reste constante. La figure 4.33 permet de voir l'influence des parois sur la distribution de circulation autour des tourbillons. Elle montre l'évolution de cette circulation dans le plan situé à 10 envergures à l'aval de la maquette dans les différentes configurations, les différences sont quasiment nulles.

Sur les deux figures précédentes, de légères oscillations apparaissent sur le tracé de la circulation avant d'atteindre la valeur de convergence. Ces oscillations augmentent le long du sillage et sont dues à des phénomènes numériques, mais elles ne varient pas en fonction de x_0 . Cela montre que les différents calculs peuvent être comparés et que les écarts sur la traînée ne proviendront pas ces effets numériques.

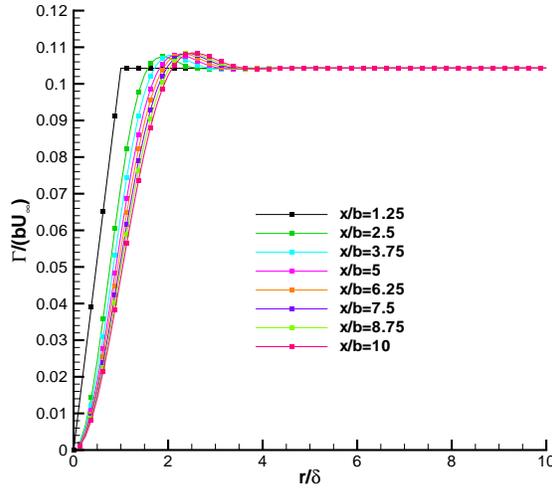


FIG. 4.32 – DNS Rankine - Circulation autour des tourbillons le long du sillage en champ libre.

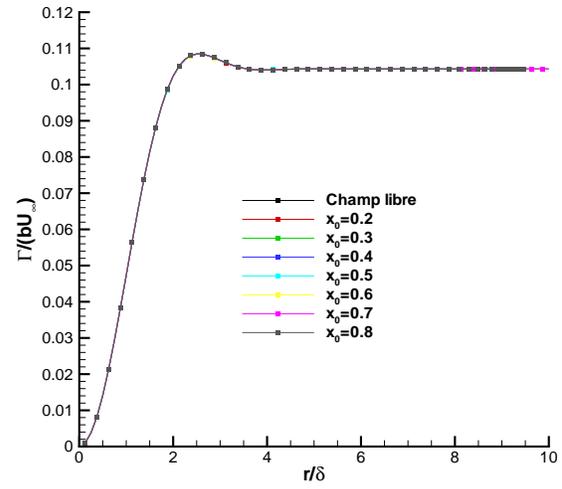


FIG. 4.33 – DNS Rankine - Circulation autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$.

Cette validation souligne donc un point essentiel dans le cadre de cette étude, à savoir que le code conserve la circulation sur l'ensemble des calculs et des configurations. La description globale de la dynamique de l'écoulement est donc bien reproduite, ce qui permet de comparer les configurations en termes de traînée induite.

Calcul de la traînée induite

Dans ce paragraphe, la formule ONERA3 est utilisée pour calculer la traînée induite, la différenciation entre les traînées extrapolée en champ libre et champ confiné, obtenues à partir des données en champ confiné, se fait grâce aux fonctions de Green qui permettent ou non de prendre en compte la présence des parois.

Le calcul effectué en champ libre sert de référence car il permet de déterminer la traînée induite champ libre du système. Les autres traînées induites permettent de voir l'influence des parois sur la déformation du sillage et sur les valeurs globales de traînée. Ces premiers résultats ont pour objectif d'établir un premier critère de précision sur le rapport de taille entre la maquette et la soufflerie à ne pas dépasser et un critère sur la position maximale du plan de mesure à aval de la maquette.

Traînée induite champ confiné

La figure 4.34 permet de voir l'évolution de la traînée induite champ confiné le long du sillage pour l'ensemble des configurations étudiées. Cette figure permet de mettre en évidence l'énorme influence des parois sur les calculs. En effet, l'écart entre les valeurs champ libre et champ confiné grandit très rapidement avec x_0 . La décroissance de la traînée induite le long du sillage est due notamment aux effets visqueux. Elle est de l'ordre de 130 points sur 10 envergures pour cette modélisation.

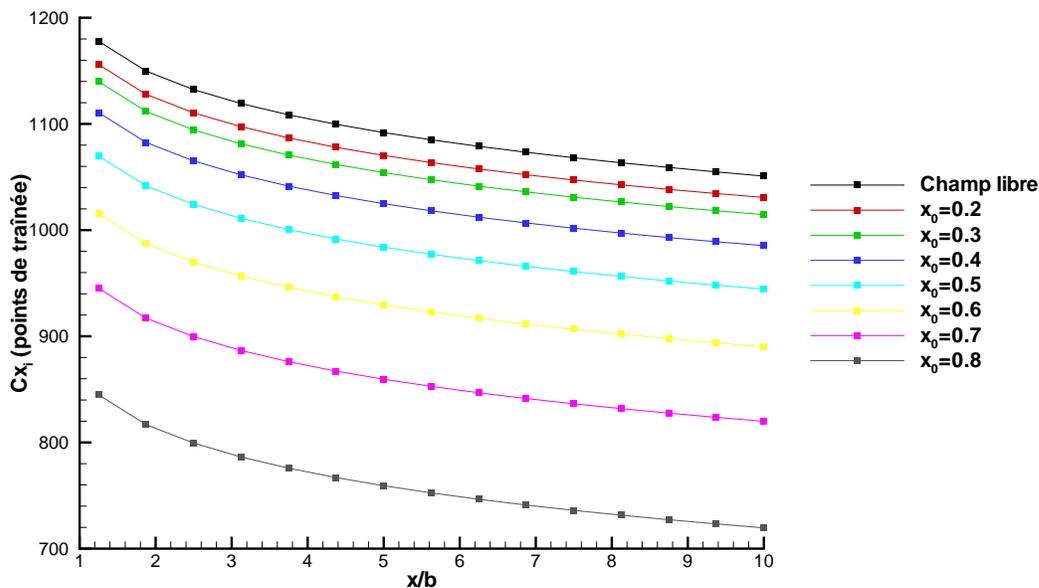


FIG. 4.34 – DNS Rankine - Evolution de la traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 .

La figure 4.35 permet de visualiser l'écart entre la traînée induite champ libre et la traînée induite champ confiné en fonction de x_0 pour différentes abscisses le long du sillage. Cette figure montre que l'écart est indépendant de la position dans le sillage considérée et que ces résultats sont en parfait accord avec les écarts théoriques obtenus dans le cadre de la modélisation du sillage en écoulement non-visqueux.

Pour étudier de manière plus fine ces écarts, la figure 4.36 présente l'écart entre les variations de traînée induite champ libre et les variations de traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 . L'ensemble des courbes s'écarte au maximum de 1 point de la valeur de référence et le comportement des différentes courbes est quasiment identique. Cette figure confirme le fait que la décroissance de la traînée n'est pas influencée par la présence des parois, mais est juste due aux phénomènes de diffusion.

Traînée induite extrapolée en champ libre

La figure 4.37 permet de voir l'évolution de cette traînée le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 . La traînée induite champ libre déterminée à partir du calcul en champ libre est considérée comme la courbe de référence. Comme précédemment, la décroissance de la traînée le long du sillage est importante à cause des effets de diffusion. Cette figure montre également que l'influence de x_0 reste assez faible et que les écarts de traînée induite entre les configurations sont faibles. La figure 4.38 permet de quantifier ces écarts, dans tous les cas ils sont inférieurs à 2 points. Cela montre donc une très légère influence de x_0 , mais qui reste très faible en valeur relative (0.2%) même si l'écart a tendance à augmenter avec x_0 . Cet écart est donc trop faible pour pouvoir conclure sur une réelle influence des parois car les légères oscillations numériques observées précédemment peuvent être à l'origine de ces différences.

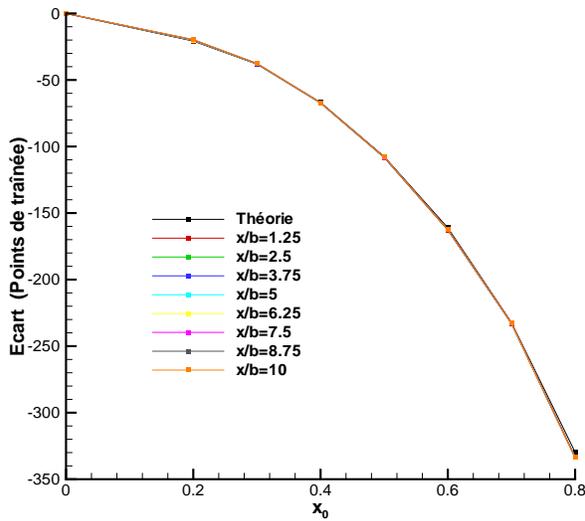


FIG. 4.35 – DNS Rankine - Ecart entre les traînées induites champ confiné et champ libre en fonction de x_0 pour différents plans de calcul.

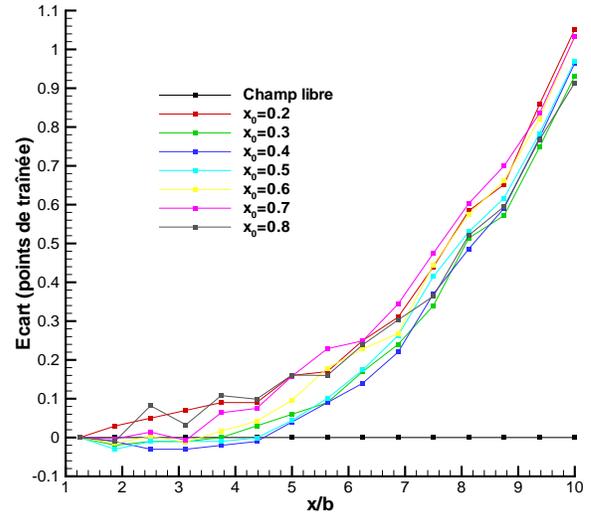


FIG. 4.36 – DNS Rankine - Ecart entre les variations de traînée induite champ libre et les variations de traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 .

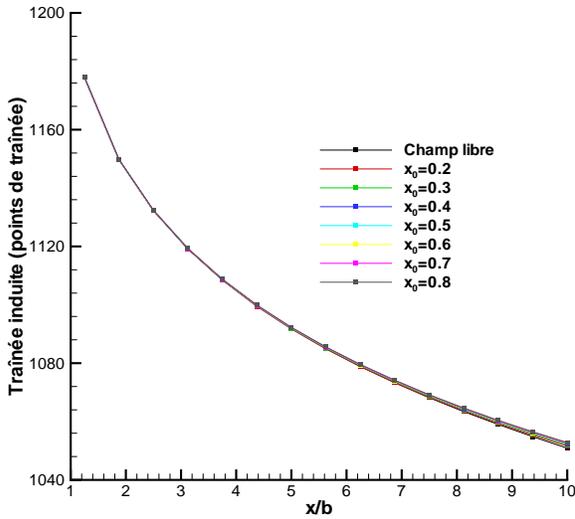


FIG. 4.37 – DNS Rankine - Evolution de la traînée induite extrapolée en champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 .

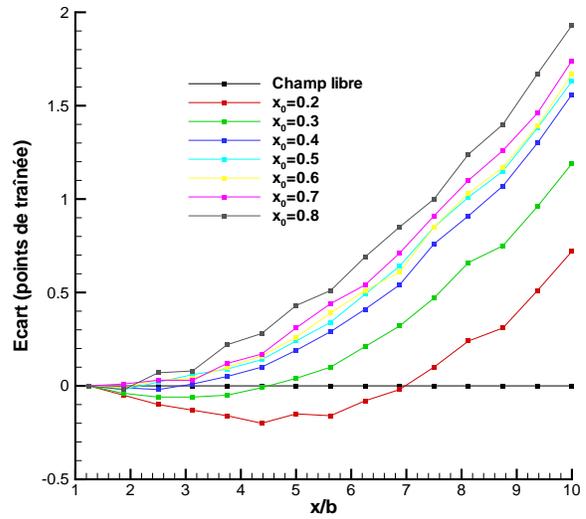


FIG. 4.38 – DNS Rankine - Evolution de l'écart entre la traînée induite extrapolée en champ libre et la traînée induite champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 .

4.2.3 Bilan des calculs DNS sur une paire de tourbillons de Rankine

Cette étude a montré le très bon comportement du code PEGASE, pour calculer l'évolution d'un sillage à l'aval d'une maquette et étudier les variations de traînée induite le long de celui-ci, à la fois en champ libre, mais aussi en champ confiné.

Les propriétés des différentes traînées induites établies dans le chapitre précédent grâce à une

étude théorique ont été observées lors de ces calculs DNS : trajectoires des tourbillons, conservation de la circulation et de l'écart entre les traînées induites champ libre et champ confiné le long du sillage.

Cette étude a également permis de mettre en évidence le faible impact des parois sur les calculs de traînée induite extrapolée en champ libre déterminée à partir de calculs ou de mesures effectuées en champ confiné. En effet, la précision souhaitée du point de traînée ne peut être dépassée que si la maquette est très grande par rapport aux dimensions de la soufflerie et si les mesures sont effectuées à plusieurs envergures à l'aval du bord de fuite de la maquette. Cette première étude permet de délimiter un premier domaine d'application de la formule ONERA3 pour ce type de sillage.

La modélisation utilisée jusqu'à maintenant permet de reproduire grossièrement le sillage d'un avion, mais elle ne peut représenter l'ensemble des phénomènes physiques intervenant au sein d'un sillage complexe. Pour pallier ce défaut, le chapitre suivant a pour objectif de caractériser l'évolution des différentes traînées induites le long d'un sillage d'avion complet obtenu à partir d'essais réalisés dans la soufflerie LST-DNW sur la maquette SWIM. Cette étude doit permettre de déterminer avec précision l'influence des parois sur la traînée induite extrapolée en champ libre afin de délimiter le domaine d'application de la formule ONERA3 dans un cadre général. Cette dernière série de calculs constitue une avancée importante par rapport aux calculs précédents car elle permet d'analyser un sillage complet, représentatif de ceux observés en soufflerie alors que les calculs précédents étaient effectués à partir d'une modélisation simple de ce sillage.

4.3 Calculs DNS sur une configuration réelle : maquette SWIM

Dans ce chapitre, l'analyse de l'écoulement suit la même démarche que dans le chapitre précédent. Le logiciel PEGASE et la DNS sont utilisés pour étudier le développement du sillage en champ libre et en champ confiné, dans le but d'évaluer l'impact des parois sur le champ de vorticités et sur les variations de traînée induite sur une configuration réelle.

4.3.1 Mise en oeuvre des calculs

Méthodologie

Pour mener à bien cette étude, les essais effectués sur la maquette SWIM dans la soufflerie LST-DNW servent de point de départ. La configuration retenue correspond à celle présentée dans le paragraphe 4.1.6. Cette configuration a été choisie car le logiciel PEGASE permet de résoudre directement les grosses structures turbulentes de l'écoulement ce qui est suffisant pour décrire parfaitement ce type de sillage. En revanche lorsque ce dernier se compose de plusieurs paires de tourbillons, la prise en compte des petites structures est nécessaire afin de capturer correctement les positions de fusion des différentes paires de tourbillons [47].

Les conditions aérodynamiques retenues pour ces calculs sont celles présentées dans le paragraphe 4.1.6 et sur la figure 4.25 (envergure : $b = 0.6m$, surface de référence : $S_{ref} = 0.045m^2$, coefficient de portance : $C_z = 1.557$, nombre de Mach infini amont : $M_\infty = 0.17$).

Pour reproduire les effets parois, plusieurs veines rectangulaires de hauteur constante et de

largeur variable sont considérées. La hauteur est prise identique à la veine réelle et les largeurs sont fixées par x_0 qui varie de 0.2 à 0.8. Un calcul de référence en champ libre est également réalisé. La valeur de x_0 pour la veine réelle est de 0.2. Les maillages réalisés sont plus fins que précédemment afin de capturer l'ensemble des phénomènes physiques intervenant dans ce type de sillage. Ils comportent de 750 000 à 3 000 000 de points. La condition limite au niveau des parois est une condition de glissement.

Initialisation

Pendant les essais réalisés sur la maquette SWIM, trois plans de mesure ont été sondés à l'aval de la maquette : à 1.25, 5 et 10 envergures. Pour initialiser l'ensemble des configurations, le premier plan de mesure est utilisé. En supposant que ce dernier, situé très près de la maquette, n'est pas affecté par la présence des parois, le champ de vorticité expérimental est utilisé pour calculer la fonction de courant de l'écoulement pour les différentes configurations grâce aux fonctions de Green. A partir de ces fonctions de courant, les composantes transversales du vecteur vitesse sont déterminées dans chacun des cas considérés.

Gr  ce à cette initialisation, le champ de vorticité initial et la traînée induite extrapolée en champ libre sont identiques dans tous les cas et égaux à la configuration de référence. En revanche la traînée induite champ confiné varie et dépend de la position des parois conformément aux observations réalisées dans le chapitre 4.1.

Les deux autres plans de mesure situés à 5 et 10 envergures à l'aval de la maquette, serviront de référence afin de voir si les calculs PEGASE reproduisent correctement les résultats expérimentaux, notamment en termes de trajectoires des tourbillons et de traînée induite.

14 plans de sillage sont extraits des calculs pour étudier les évolutions des traînées induites champ libre, extrapolée en champ libre et champ confiné au sein du sillage. L'objectif final est de délimiter le domaine d'application de la formule ONERA3 dans cette configuration.

4.3.2 Résultats des calculs

Validation des calculs

Trajectoires des tourbillons

Afin de valider l'ensemble des calculs effectués dans le cadre de cette étude, les trajectoires des tourbillons obtenues à partir des calculs DNS et des essais sont comparées. La figure 4.39 montre l'évolution des deux tourbillons marginaux le long du sillage.

La valeur de x_0 correspondant à la veine d'essais est 0.2. La comparaison des résultats des essais avec le calcul DNS pour $x_0 = 0.2$ permet de valider l'aptitude du code PEGASE    décrire correctement la dynamique de l'écoulement. Pour les tourbillons de gauche et droite les trajectoires DNS et expérimentales sont quasiment confondues. La légère dissymétrie de l'écoulement observée en soufflerie est reproduite par les calculs mais de manière inversée. La figure 4.40 permet de visualiser ces mêmes trajectoires dans le plan yz et montre une dissymétrie plus marquée pour les essais. Ces résultats montrent que l'initialisation des calculs par un seul plan de sillage n'est pas suffisante pour reproduire l'ensemble des effets tridimensionnels intervenant au sein de la veine d'essais. Malgré tout, la description globale de la dynamique de l'écoulement

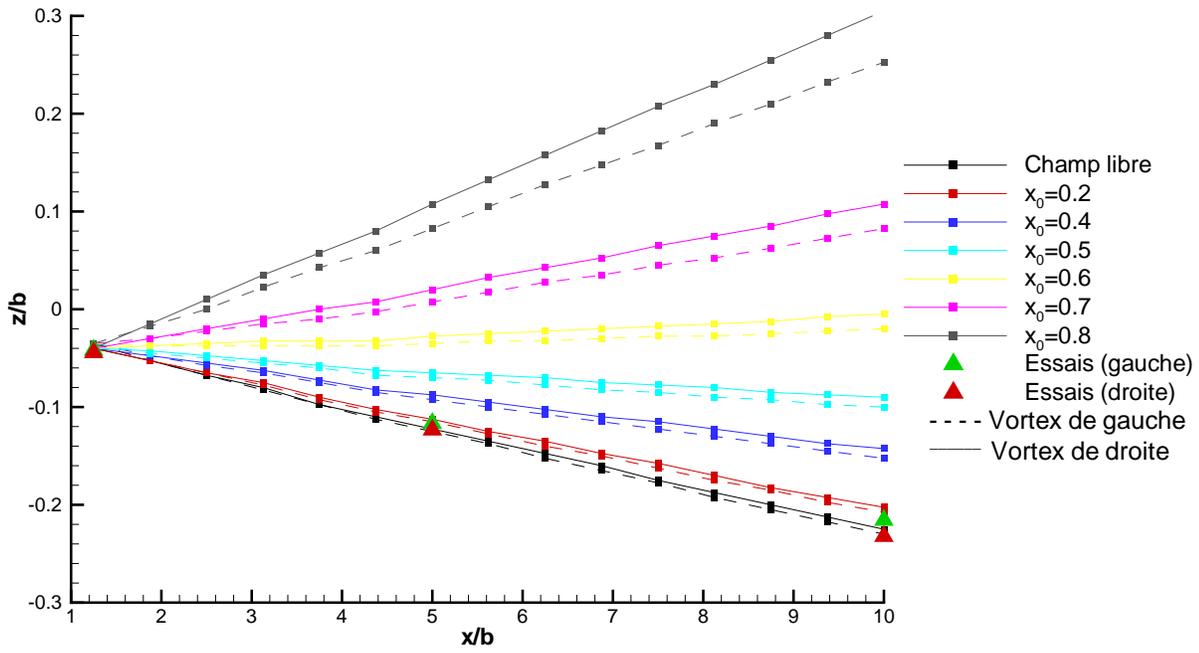


FIG. 4.39 – DNS SWIM - Trajectories des tourbillons pour les différentes configurations (vue de coté).

reste excellente et les calculs DNS sont parfaitement validés en termes de trajectoires.

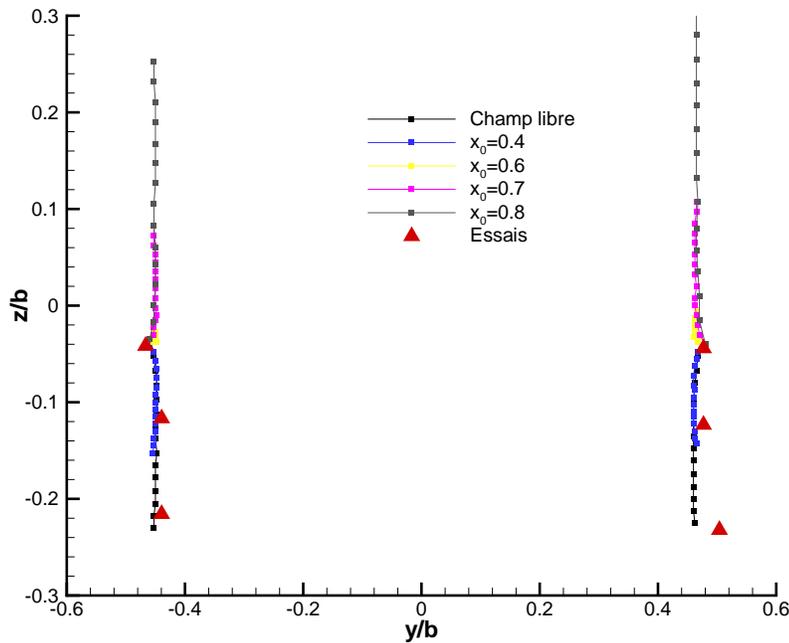


FIG. 4.40 – DNS SWIM - Trajectories des tourbillons pour les différentes configurations (vue de face).

Les figures 4.39 et 4.40 permettent également de mettre en évidence l'impact des parois sur les trajectoires. Une nouvelle fois, la descente des tourbillons est freinée par la présence des parois latérales et cette descente se transforme en montée lorsque x_0 devient supérieur à 0.5. Les trajectoires ont un comportement rectiligne dans l'ensemble des configurations.

Afin de montrer la pertinence de la modélisation du sillage par une simple paire de tourbillons de Rankine par le biais d'une étude théorique et d'une approche de type DNS, les trajectoires des tourbillons dans le cas SWIM et le cas théorique sont comparées sur la figure 4.41. Pour une même valeur de x_0 , il existe un certain écart entre les trajectoires car il s'agit de deux configurations différentes avec notamment un champ de vorticité initial très différent. Malgré tout, la comparaison des trajectoires pour différentes valeurs de x_0 montre que la modélisation reproduit très bien l'effet des parois et que les tendances sont parfaitement respectées.

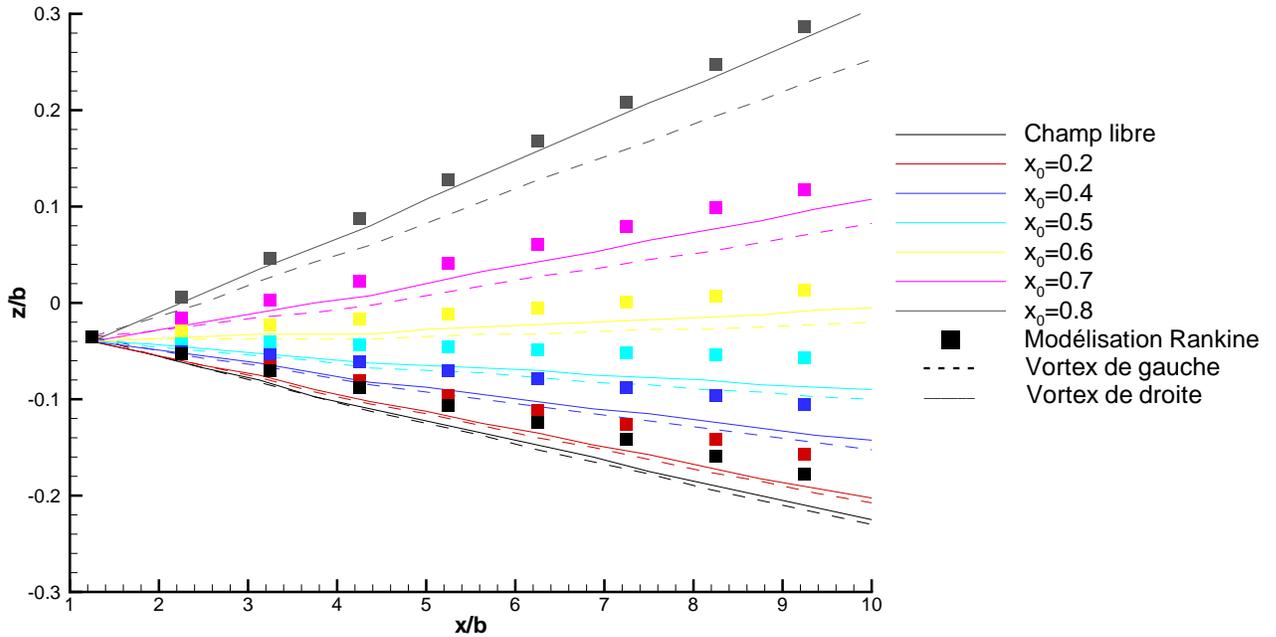


FIG. 4.41 – DNS SWIM - Comparaison des trajectoires entre la modélisation du sillage par une paire de tourbillons de Rankine et la configuration SWIM.

Cette première analyse de l'écoulement permet de mettre en évidence l'aptitude du code à décrire correctement les différentes trajectoires des tourbillons marginaux en fonction de la position des parois latérales sur un sillage complet. Afin d'achever la validation des calculs, une analyse fine des résultats est effectuée dans un deuxième temps grâce à une comparaison des grandeurs caractéristiques de l'écoulement (vorticité et vitesse).

Champ de vorticité

Les figures 4.42 et 4.43 permettent de visualiser les champs de vorticité pour le calcul DNS où $x_0 = 0.2$ et les essais dans le plan de mesure situé à 5 envergures à l'aval de la maquette.

Les figures 4.44 et 4.45 présentent les résultats pour le plan situé à 10 envergures à l'aval de la maquette.

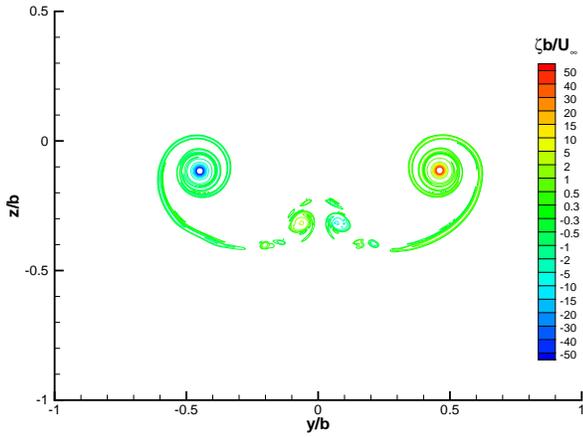


FIG. 4.42 – DNS SWIM - Champ de vorticité pour le calcul DNS ($x_0 = 0.2$) dans le plan $x/b = 5$.

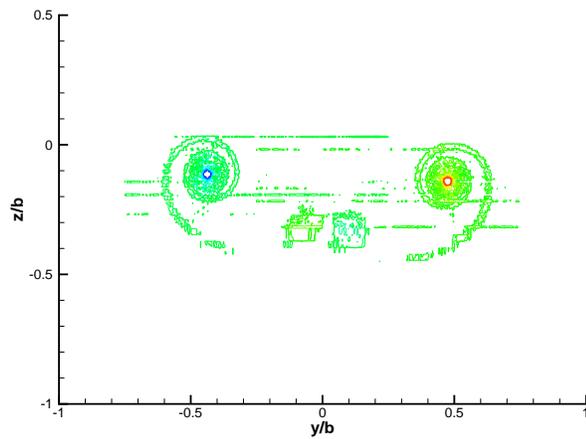


FIG. 4.43 – DNS SWIM - Champ de vorticité expérimental dans le plan $x/b = 5$.

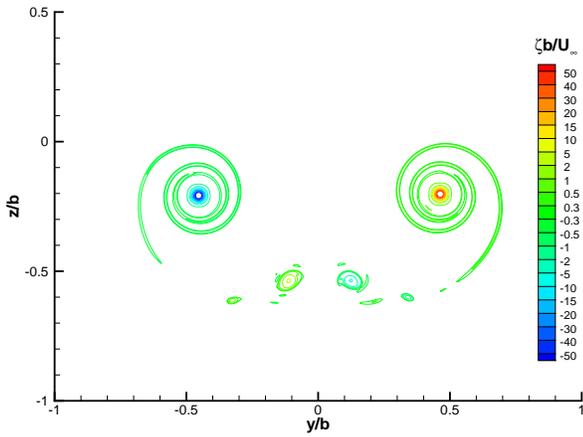


FIG. 4.44 – DNS SWIM - Champ de vorticité pour le calcul DNS ($x_0 = 0.2$) dans le plan $x/b = 10$.

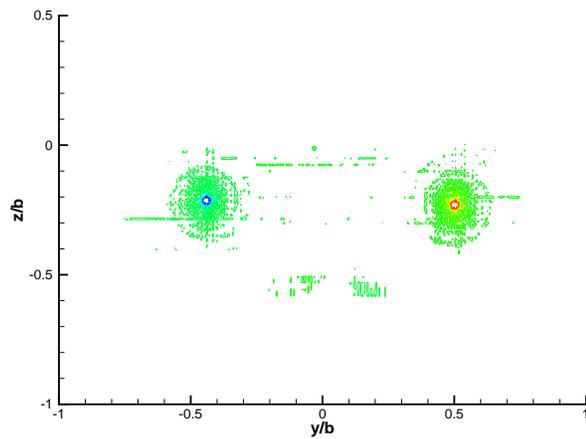


FIG. 4.45 – DNS SWIM - Champ de vorticité expérimental dans le plan $x/b = 10$.

Ces différentes figures permettent de constater le très bon comportement du code qui reproduit assez fidèlement le champ de vorticité dans le sillage.

Circulation autour des tourbillons

Les figures 4.46 et 4.47 montrent l'évolution de la circulation autour des tourbillons de gauche et de droite pour le calcul $x_0 = 0.2$ et les essais. Toutes les courbes pour les essais et pour les calculs convergent vers une même valeur et l'évolution de la circulation au coeur des tourbillons

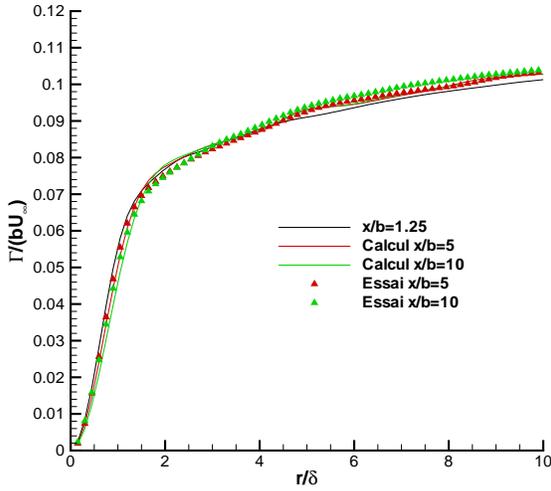


FIG. 4.46 – DNS SWIM - Circulation autour du tourbillon de gauche lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$.

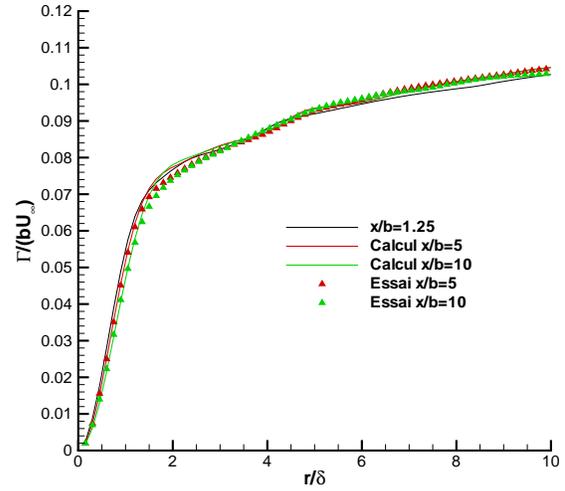


FIG. 4.47 – DNS SWIM - Circulation autour du tourbillon de droite lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$.

est parfaitement décrite par les calculs DNS.

Vitesses azimutales autour des tourbillons

Les figures 4.48 et 4.49 montrent l'évolution des vitesses azimutales internes (entre les tourbillons et le plan de symétrie) pour les calculs et les essais pour les deux tourbillons. Les vitesses externes (entre les tourbillons et les parois latérales) sont tracées sur les figures 4.50 et 4.51.

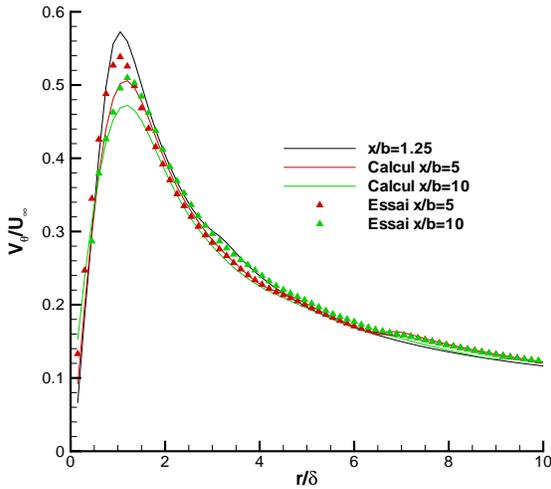


FIG. 4.48 – DNS SWIM - Vitesse azimutale interne autour du tourbillon de gauche lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$.

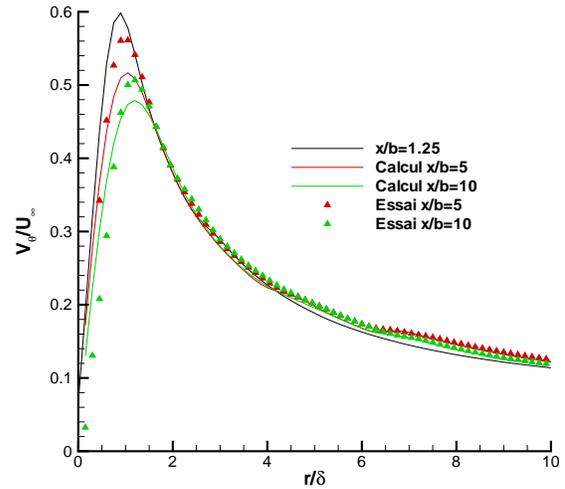


FIG. 4.49 – DNS SWIM - Vitesse azimutale interne autour du tourbillon de droite lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$.

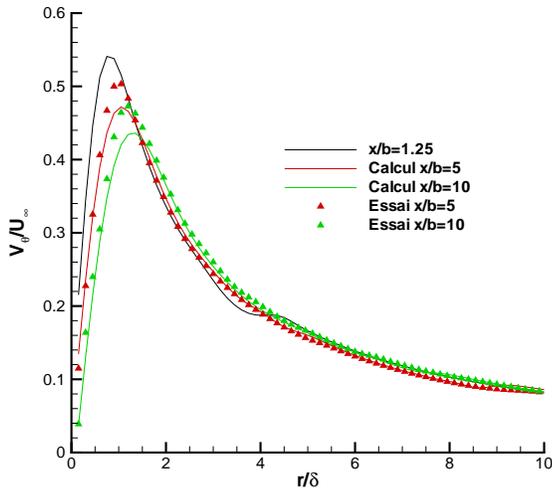


FIG. 4.50 – DNS SWIM - Vitesse azimutale externe autour du tourbillon de gauche lors des essais et pour les calculs DNS ($x_0 = 0.2$).

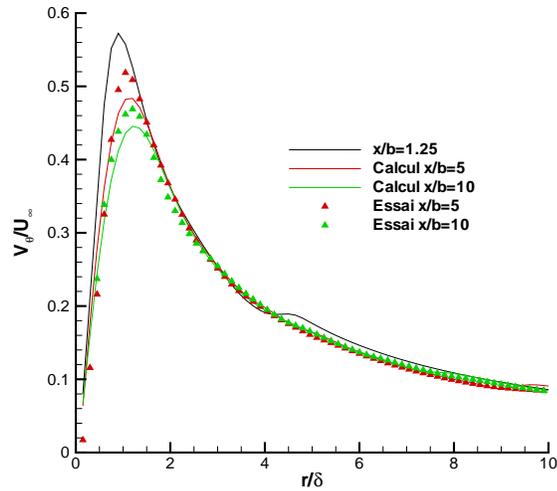


FIG. 4.51 – DNS SWIM - Vitesse azimutale externe autour du tourbillon de droite lors des essais et pour les calculs DNS ($x_0 = 0.2$).

Les différentes courbes de vitesses azimutales montrent que les calculs DNS reproduisent fidèlement le champ de vitesse autour des tourbillons à l'exception de la vitesse maximale qui est légèrement sous estimée. Néanmoins, le rayon visqueux des tourbillons est parfaitement prédit ainsi que les variations de vitesse au coeur et en dehors des tourbillons. La description globale de l'écoulement est donc excellente et montre que le logiciel PEGASE est adapté pour une étude sur l'influence des parois sur la traînée induite. Avant d'effectuer cette étude sur la traînée, une analyse fine de l'écoulement est effectuée dans la partie suivante pour quantifier l'influence des parois sur les grandeurs caractéristiques de ce type de sillage (vorticité, circulation et vitesse azimutale).

Analyse de l'écoulement

Champ de vorticité

La figure 4.52 montre les différents champs de vorticité dans plusieurs configurations à 10 envergures à l'aval de la maquette. Une très forte déformation du sillage est observée lorsque les parois latérales se rapprochent de la maquette. En champ libre, le sillage se développe librement et descend, par contre en champ très confiné ($x_0 = 0.7$ ou 0.8), les parois contraignent fortement ce développement qui ne peut se faire normalement. De plus, la montée des tourbillons provoque une très forte distorsion dans le sens vertical. Les différentes sources de vorticité au sein du sillage sont affectées différemment suivant leur éloignement par rapport aux parois latérales. De cette manière, les parties proches du plan de symétrie sont beaucoup moins touchées que les zones proches des tourbillons marginaux. Un allongement du sillage dans le sens de la hauteur est alors observé. Cela est particulièrement visible en comparant les champs de vorticité de la configuration champ libre et de la configuration où $x_0 = 0.8$ (figures 4.52 et 4.62).

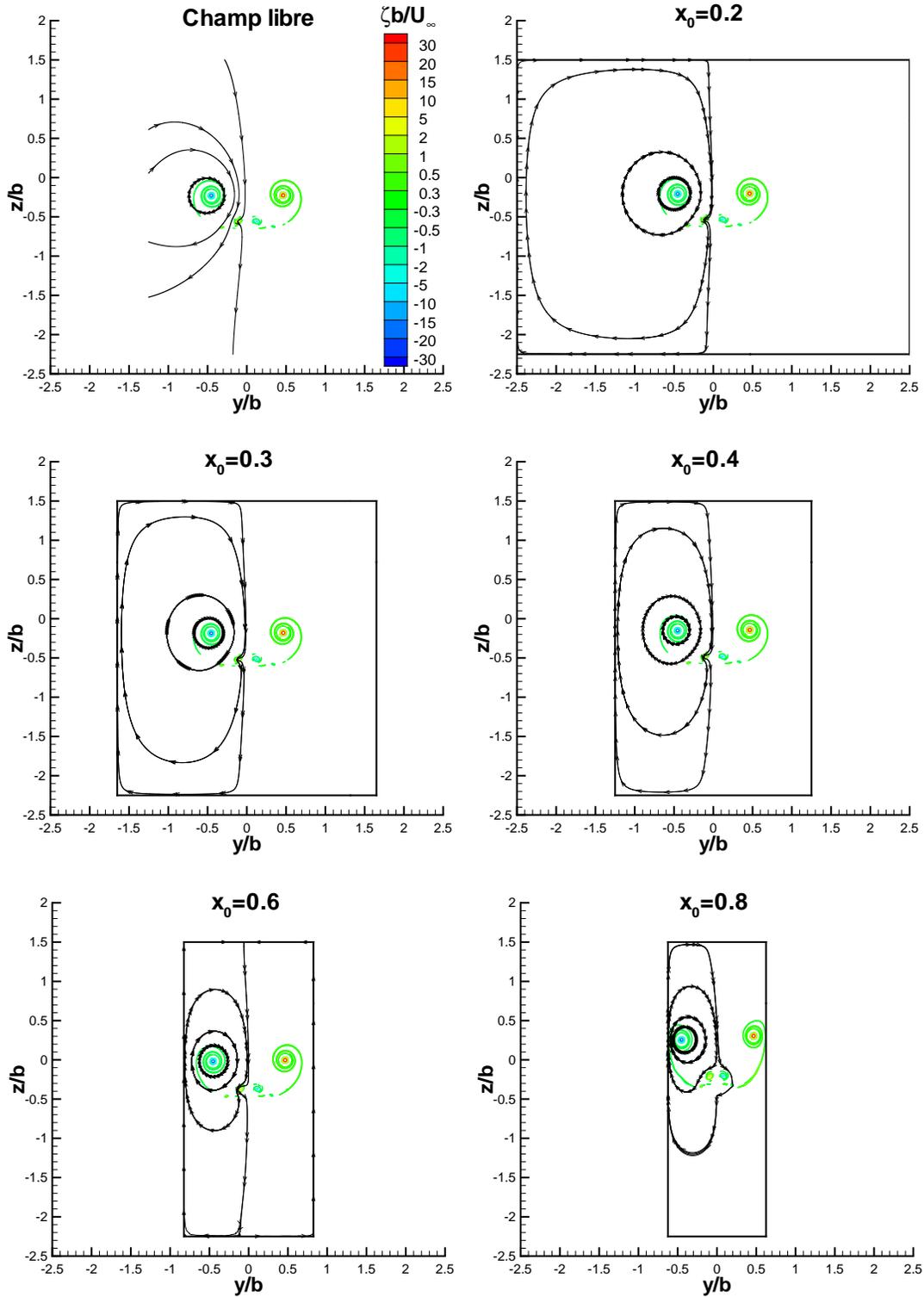


FIG. 4.52 – DNS SWIM - champ de vorticité dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$.

Circulation autour des tourbillons

La figure 4.53 permet de visualiser l'évolution de la circulation le long du sillage en champ libre. Toutes les courbes convergent vers une même valeur ce qui montre la conservation de la circulation le long du sillage, mais explique aussi le caractère rectiligne des trajectoires en champ libre. Cela est également valable pour les autres configurations.

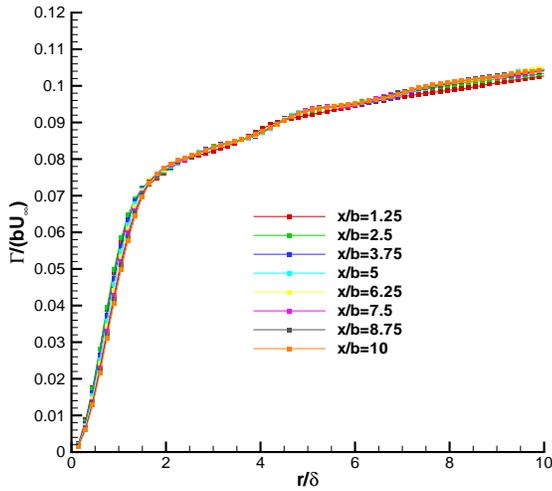


FIG. 4.53 – DNS SWIM - Circulation autour des tourbillons le long du sillage en champ libre.

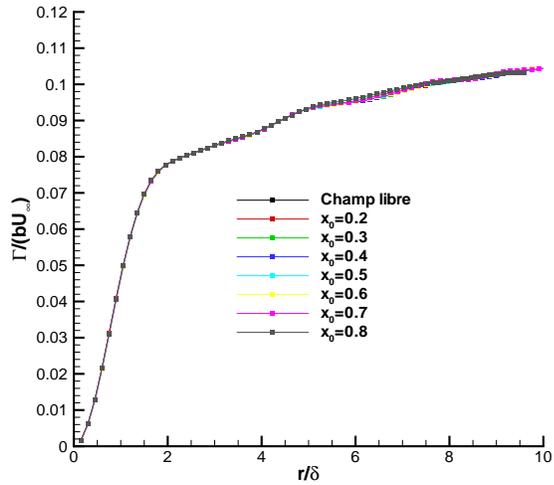


FIG. 4.54 – DNS SWIM - Circulation autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$.

La figure 4.54 montre l'influence de x_0 sur cette circulation. Dans le plan situé à 10 envergures à l'aval de la maquette, la distribution de circulation n'est pas ou peu influencée par la présence des parois malgré la forte déformation du sillage. La circulation converge vers une seule et unique valeur quelle que soit la configuration étudiée.

Vitesses azimutales autour des tourbillons

Les figures 4.55 et 4.56 montrent les profils de vitesses azimutales sur les parties internes et externes du tourbillon de droite pour différentes valeurs de x_0 dans le plan situé à 10 envergures à l'aval de la maquette.

Ces deux figures permettent de quantifier l'impact des parois sur l'écoulement. La vitesse interne diminue quand x_0 augmente, alors que la vitesse externe augmente avec x_0 . Le fait que la circulation reste constante montre que, comme dans le chapitre consacré aux calculs DNS sur une paire de tourbillons de Rankine, la perte au niveau interne est exactement compensée par un gain de vitesse de l'écoulement entre les tourbillons marginaux et les parois latérales. Il se crée une sorte de convergent à cet endroit. Quant aux vitesses supérieures et inférieures au niveau des tourbillons, elles ne dépendent pas de x_0 .

La présence des parois a donc une très forte incidence sur la dynamique de l'écoulement,

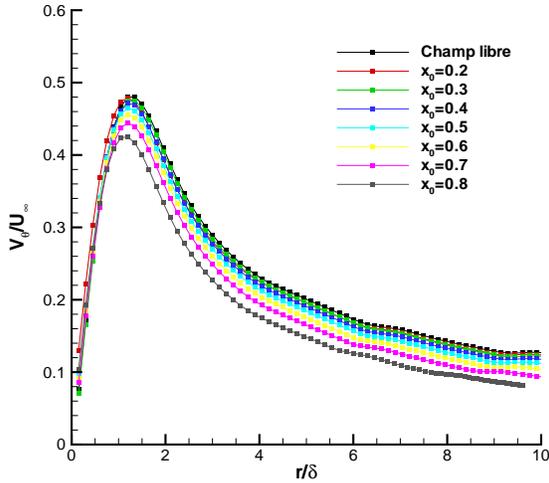


FIG. 4.55 – DNS SWIM - Vitesse azimutale interne autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$.

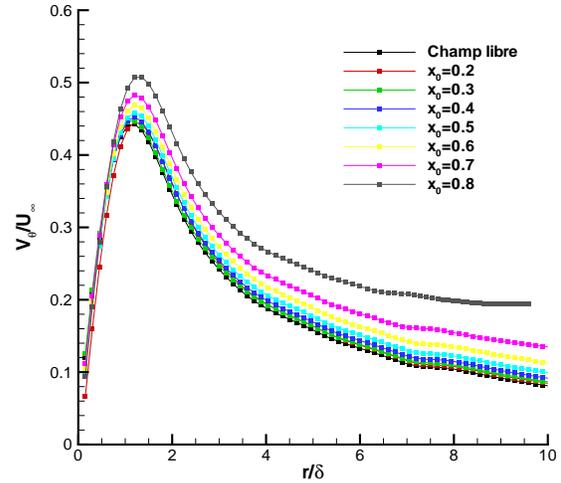


FIG. 4.56 – DNS SWIM - Vitesse azimutale externe autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$.

mais aussi sur l'entourage proche des tourbillons et sur la structure du sillage qui est complètement modifiée dès que les parois sont trop proches de la maquette. De telles observations peuvent paraître alarmantes pour les calculs de traînée induite, la partie suivante a donc pour objet de quantifier avec précision l'influence de ces parois sur la traînée.

Traînée induite

Dans ce paragraphe, la traînée induite est calculée avec la formule ONERA3 et les fonctions de Green sont utilisées pour déterminer l'évolution des différentes traînées induites le long du sillage. De la même manière que pour les calculs sur une paire de tourbillons de Rankine, le calcul de la traînée induite en champ libre sert de référence. Les autres configurations permettent de déterminer l'influence des parois en fonction de leur position et de déterminer le domaine d'application de la formule ONERA3 pour une précision donnée.

Traînée induite champ confiné

La figure 4.57 permet de voir l'évolution de la traînée induite champ confiné le long du sillage pour les différentes configurations. Afin de valider les calculs DNS en termes d'extraction de traînée, les résultats peuvent être comparés avec les valeurs expérimentales. Un très bon accord est observé. Les valeurs expérimentales correspondent avec le calcul pour $x_0 = 0.2$ qui reproduit la veine réelle.

La figure 4.58 permet de voir l'évolution de l'écart entre la traînée induite champ confiné et la traînée induite champ libre en fonction de x_0 pour différents plans de mesure. Cet écart semble être indépendant du plan considéré et est parfaitement en accord avec la théorie.

La figure 4.59 représente la différence d'évolution le long du sillage de la traînée induite champ confiné par rapport à la traînée induite champ libre. Le comportement de la traînée in-

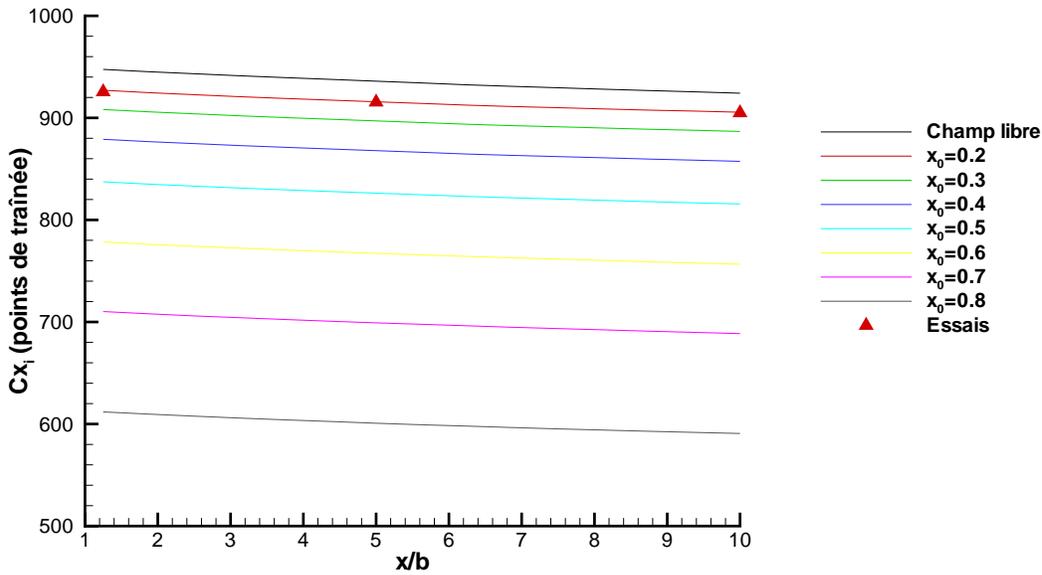


FIG. 4.57 – DNS SWIM - Evolution de la traînée induite champ confiné le long du sillage dans différentes configurations.

duite champ confiné est quasiment identique à celui de la traînée en champ libre car l'écart est au maximum de 2 points de traînée. Cette observation confirme que la traînée induite champ libre ou champ confiné évolue de la même manière quelle que soit la configuration étudiée.

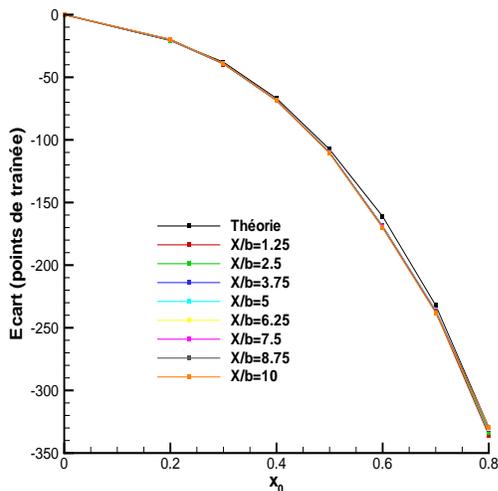


FIG. 4.58 – DNS SWIM - Ecart entre la traînée induite champ libre et la traînée induite champ confiné en fonction de x_0 pour différents plans de calcul.

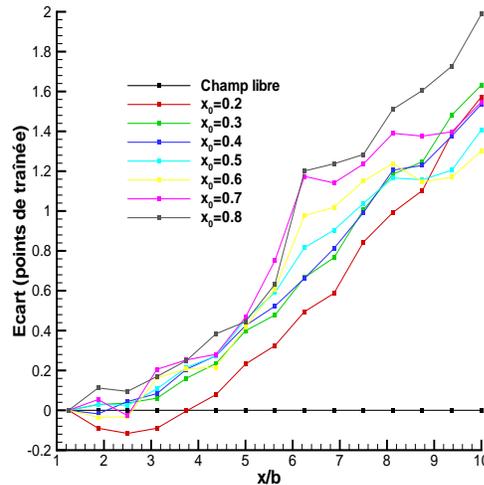


FIG. 4.59 – DNS SWIM - Ecart entre les variations de traînée induite champ libre et les variations de traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0

Trainée induite extrapolée en champ libre

La figure 4.60 présente l'évolution de cette trainée le long du sillage dans les différentes configurations. Les résultats des calculs d'extraction de trainée à partir des mesures expérimentales sont également représentés et permettent de voir le très bon accord entre les calculs et les essais, notamment en ce qui concerne la décroissance de cette trainée induite le long du sillage.

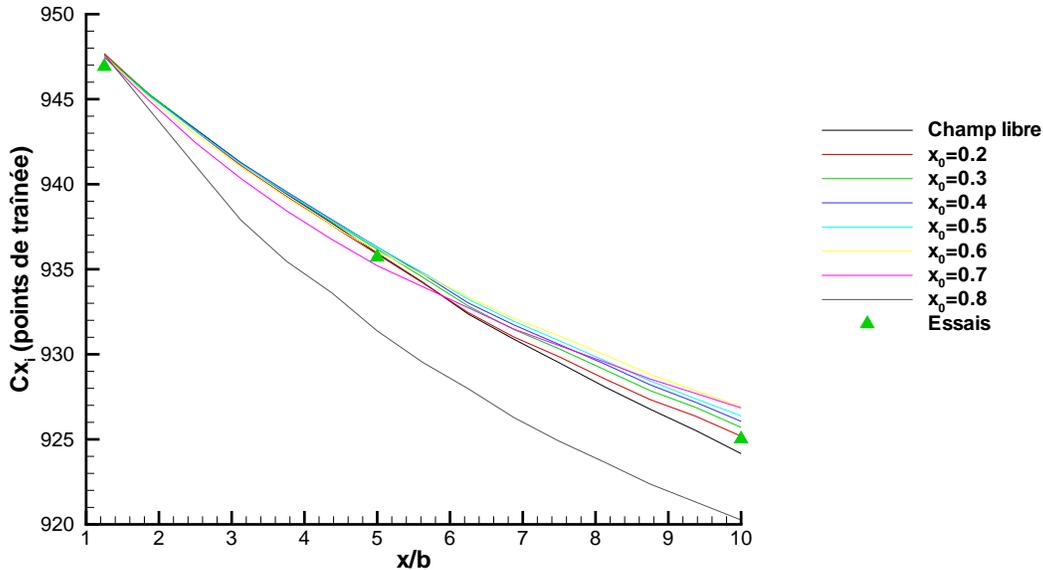


FIG. 4.60 – DNS SWIM - Evolution de la trainée induite extrapolée en champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 .

La comparaison des résultats pour les différentes configurations montre que les écarts restent faibles. Pour le cas $x_0 = 0.8$, la différence est plus importante. Pour confirmer ces observations, la figure 4.61 montre la différence entre la courbe de référence correspondant au champ libre et les autres configurations. Plus x_0 augmente plus la trainée induite extrapolée en champ libre s'écarte de sa valeur de référence. L'écart reste très faible proche du bord de fuite de la maquette et pour des valeurs de x_0 inférieures à 0.7. Pour $x_0 = 0.8$, la courbe s'éloigne très rapidement de la courbe de référence pour atteindre un écart de -5 points à 5 envergures à l'aval de la maquette. Ces courbes permettent donc délimiter le domaine d'application de la formulation ONERA3 pour la maquette SWIM en termes de trainée induite. Pour obtenir une précision de l'ordre du point de trainée, lors des calculs d'extraction de trainée, il faut que x_0 reste inférieur à 0.7 et que le plan de mesure soit à moins de 5 envergures à l'aval de la maquette. Afin de déterminer l'origine de ces écarts, les répartitions surfaciques et les distributions en envergure de trainée sont analysées dans la partie suivante.

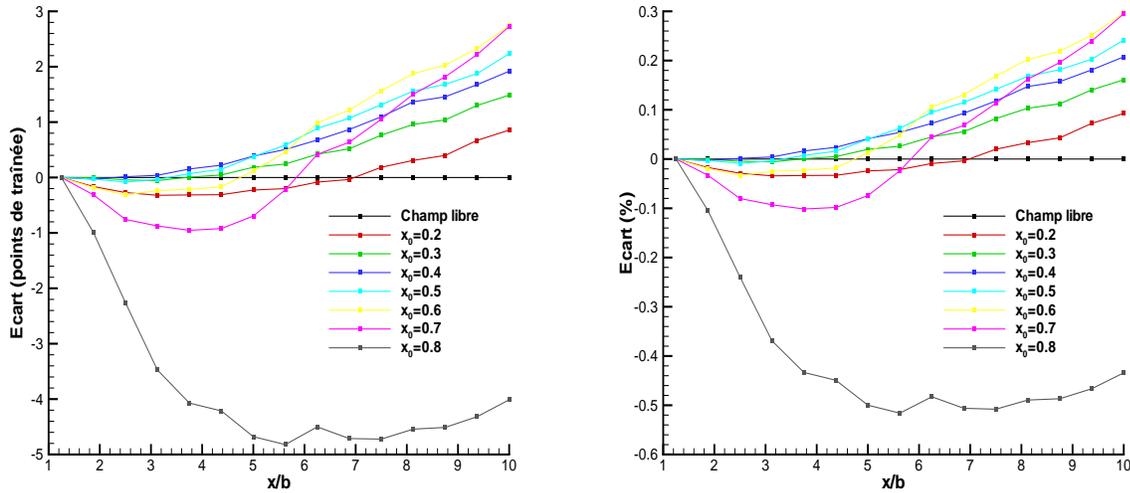


FIG. 4.61 – DNS SWIM - Evolution de l'écart entre la traînée induite extrapolée en champ libre et la traînée induite champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0 .

Interprétation des résultats

Répartitions surfaciques des sources de traînée induite

La figure 4.52 permet de visualiser le champ de vorticité de l'écoulement dans l'ensemble de la veine à 10 envergures à l'aval de la maquette. Une très nette déformation du sillage apparaît lorsque x_0 augmente. Les parties du sillage situées proches des parois latérales sont les plus affectées par cette déformation. La figure 4.62 permet de visualiser ces zones pour les configurations champ libre et $x_0 = 0.8$. Elle montre que la partie de l'écoulement située entre le tourbillon et la paroi est particulièrement affectée, le sillage situé dans cette zone est en quelque sorte poussé par la paroi et se rapproche du tourbillon d'extrémité de voilure et du plan de symétrie de la configuration

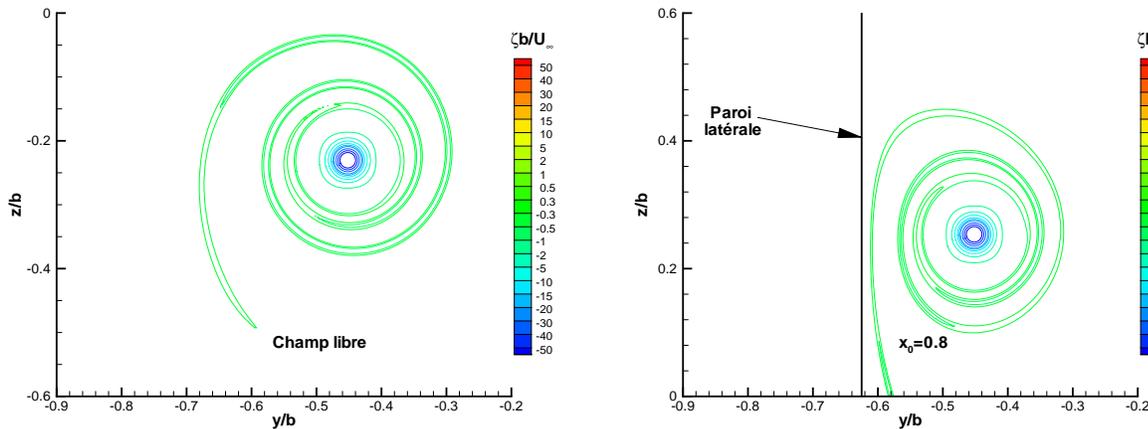


FIG. 4.62 – DNS SWIM - Champs de vorticité dans le plan $x/b = 10$.

Le chapitre 4.1 a montré que la traînée induite champ libre d'un système était proportion-

nelle à la position des différentes sources de vorticité par rapport au plan de symétrie de la configuration étudiée. Le fait de rapprocher certaines parties du sillage et donc certaines sources de vorticité du plan de symétrie fait diminuer la traînée induite extrapolée en champ libre.

Ces remarques expliquent pourquoi, la traînée induite extrapolée en champ libre diminue par rapport à la valeur de référence lorsque les parois sont très proches du sillage. Pour confirmer ces observations et expliquer le comportement des différentes traînées induites le long du sillage, l'évolution des différentes distributions en envergure est tracée dans le paragraphe suivant.

Distributions en envergure de traînée induite

La figure 4.63 présente l'évolution de la distribution de traînée induite le long du sillage dans la configuration champ libre. Elle met en évidence le déclin de la traînée induite notamment au niveau du coeur des tourbillons à cause des effets visqueux.

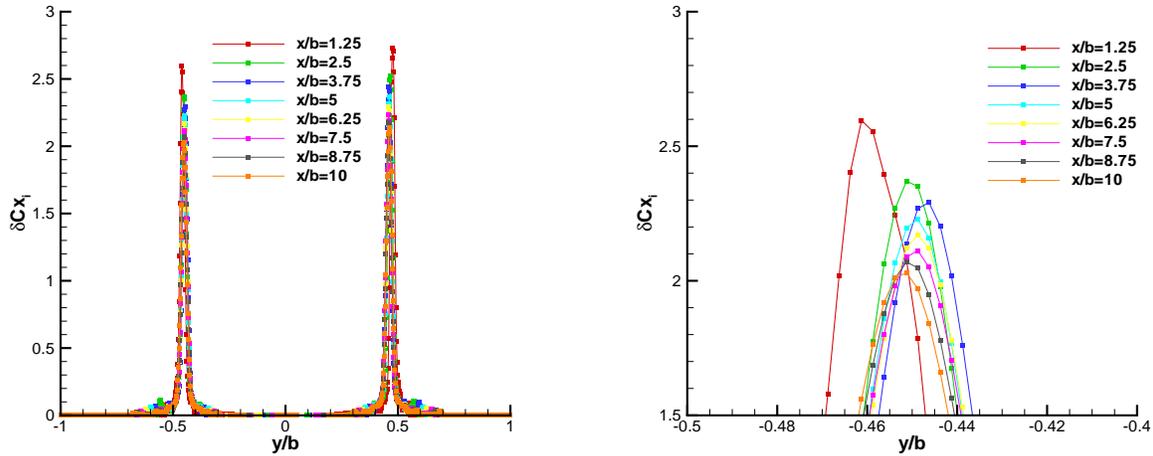


FIG. 4.63 – DNS SWIM - Distributions de traînée induite champ libre le long du sillage.

Les figures 4.64 et 4.65 permettent d'expliquer le comportement de la traînée induite extrapolée en champ libre en fonction de x_0 . Sur les distributions globales, les écarts semblent insignifiants. Une analyse détaillée permet de visualiser les sources de traînée induite situées entre les tourbillons marginaux et les parois, c'est à dire dans les zones fortement influencées par la présence de ces dernières. Dans le plan situé à 5 envergures à l'aval de la maquette, il apparaît clairement que les sources de traînée induite se déplacent vers le coeur des tourbillons marginaux et que leurs intensités diminuent lorsque x_0 augmente. Ce phénomène est également visible pour le plan situé à 10 envergures à l'aval de la maquette. Ces écarts expliquent les variations globales de la traînée induite extrapolée en champ libre.

4.3.3 Conclusion partielle

Cette deuxième série de calculs DNS sur la configuration SWIM a permis de mettre en évidence le très bon comportement du code en champ libre et en champ confiné sur un sillage complet. Les calculs de la traînée induite champ confiné ont confirmé une évolution quasiment

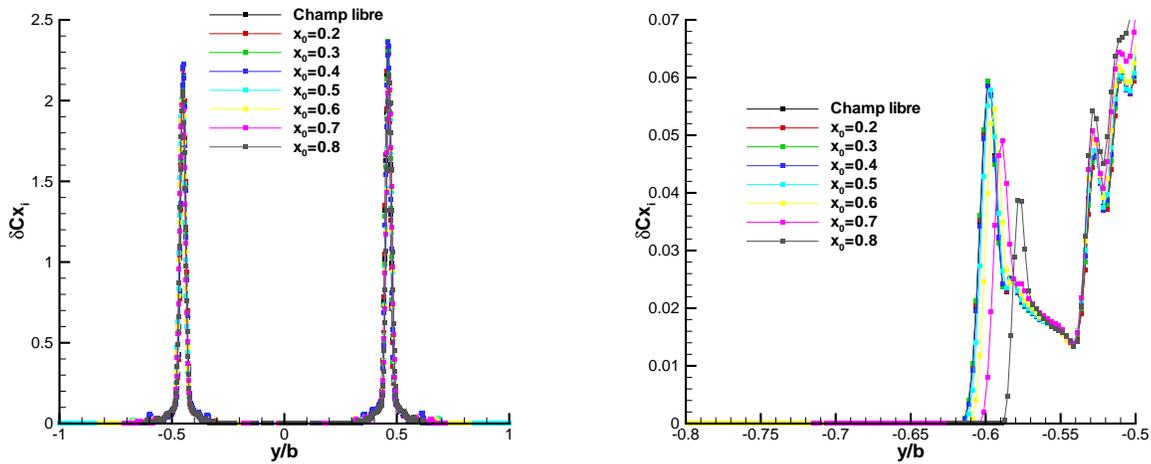


FIG. 4.64 – DNS SWIM - Distributions de traînée induite extrapolée en champ libre à 5 envergures à l'aval de la maquette pour différentes valeurs de x_0 .

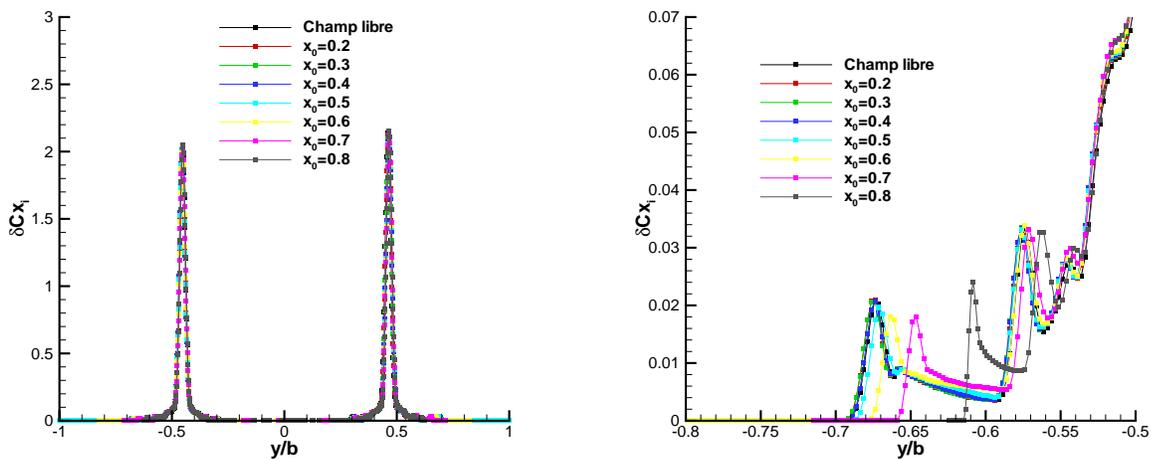


FIG. 4.65 – DNS SWIM - Distributions de traînée induite extrapolée en champ libre à 10 envergures à l'aval de la maquette pour différentes valeurs de x_0 .

identique entre les configurations de cette traînée le long du sillage. La comparaison des valeurs théoriques et DNS de l'écart entre la traînée champ libre et la traînée champ confiné a mis en évidence la cohérence des différentes étapes de l'étude.

L'analyse de la traînée induite extrapolée en champ libre a mis en évidence l'influence de la position des parois latérales. En effet, pour de grandes valeurs de x_0 (0.7 ou 0.8), la traînée induite a tendance à diminuer en comparaison de la valeur champ libre. Ce comportement est dû à une très forte déformation du sillage et à certaines propriétés locales de l'écoulement. Cependant, au regard des déformations observées, les erreurs sur la traînée induite extrapolée en champ libre restent assez faibles. Dans la configuration SWIM, x_0 doit rester inférieur à 0.7 et le plan de mesure doit être situé à moins de 5 envergures à l'aval de la maquette pour garder une

précision de l'ordre du point de traînée. En soufflerie, la valeur de x_0 est en général inférieure à 0.7 et le plan de mesure est situé à 1 ou 2 cordes à l'aval de la maquette étudiée. Ces conditions assurent une prévision fiable de la traînée induite.

Cette étude a donc permis de montrer la validité de l'hypothèse sur le champ de vorticité en champ confiné (supposé identique à celui du champ libre) et que la traînée induite champ libre peut être calculée à partir de mesures effectuées en champ confiné avec une précision supérieure au point de traînée. Malheureusement, cette hypothèse n'est pas la seule source de pertes de précision de la méthode d'extraction de la traînée. En effet, au cours d'essais en soufflerie, les moyens de mesure fournissent des informations avec une certaine marge d'erreurs. De plus, le fait d'être en atmosphère confinée peut entraîner dans certains cas, une déformation homogène ou linéaire au sein de la veine du champ aérodynamique. Ces différents phénomènes sont donc également d'importantes sources d'imprécision pour le calcul des différentes composantes de la traînée à partir de mesures expérimentales et sont étudiés dans la partie suivante.

Chapitre 5

Influence de la précision des mesures sur les calculs de traînée

Ce chapitre a pour but de déterminer l'influence de la précision des mesures sur les différentes composantes de la traînée. Au cours d'essais en soufflerie, les mesures sont effectuées avec une certaine marge d'erreurs, la qualité de la décomposition de la traînée est alors directement liée à celle des mesures. Une précision donnée sur la décomposition impose une marge d'erreurs maximale sur les mesures. L'objectif de cette étude est donc de déterminer cette marge d'erreurs maximale pour les différentes variables mesurées (pression et vitesse) en fonction de la précision souhaitée pour le calcul des différentes composantes de la traînée. Cette analyse ne fait pas de différence entre les moyens de mesure, mais reproduit simplement les défauts de la mesure.

Afin d'avoir une approche complète du problème, deux types d'erreurs peuvent être modélisés : une erreur constante sur l'ensemble du plan de mesure et une erreur aléatoire, différente pour chaque point de mesure. A travers ce chapitre ces deux types d'erreurs sont, dans un premier temps, évalués à partir d'une approche théorique. Dans un second temps, ces mêmes erreurs sont déterminées à partir de données expérimentales recueillies au cours de plusieurs essais en soufflerie. Ces mesures permettent de déterminer un champ aérodynamique supposé idéal fournissant des valeurs de référence pour l'ensemble des variables aérodynamiques. L'ajout d'un champ perturbateur au champ physique permet de calculer l'influence de la perturbation sur les composantes de la traînée.

Deux essais ont été retenus pour réaliser cette étude. Les premiers ont été effectués sur une configuration générique voilure-fuselage de type Airbus dans la soufflerie S1MA en conditions transsoniques [26, 35, 48]. Dans la suite du mémoire, cette configuration est appelée AXXX. L'utilisation de ces données est motivée par le fait que pour cet essai le nombre de points de mesure est très important (environ 75 000) ce qui permet d'obtenir une description très fine du sillage avec l'apparition de phénomènes complexes tels que les chocs.

Les seconds essais ont été réalisés sur la configuration hypersustentée KH3Y à basse vitesse dans la soufflerie LSWT de Airbus Brême. Ce second choix est motivé par le fait qu'une telle configuration fournit des valeurs brutes de traînée très importantes (de l'ordre de 2000 points contre environ 300 en configuration transsonique), il est donc beaucoup plus difficile d'obtenir une précision de 1 point de traînée dans ce cas. Il convient également d'ajouter que pour les deux essais, les mesures ont été effectuées sur une demi-maquette et que l'intégralité du sillage

n'a pas été sondée. Ainsi les valeurs brutes de traînée présentées dans ce chapitre servent juste à comparer les erreurs avec les valeurs physiques, mais ne traduisent en aucun cas les valeurs exactes de traînée d'une configuration.

5.1 Recensement des sources d'erreurs

Une modélisation exhaustive des différentes sources d'erreurs constantes et aléatoires nécessite au préalable un recensement rigoureux de ces dernières. Les erreurs constantes peuvent être dues à un défaut de calage ou d'étalonnage de l'appareil de mesure qui produit une erreur indépendante du point de mesure. Les erreurs aléatoires sont d'origines diverses et peuvent être associées soit à des fluctuations de l'écoulement, soit à l'imprécision du moyen de mesure. Ces origines peuvent être les suivantes :

- La turbulence
- Le bruit thermique
- Le caractère instationnaire de l'écoulement
- La présence de chocs sur la sonde
- Les oscillations de Mach
- La présence des parois
- La présence des moyens de mesure
- L'inhomogénéité de l'écoulement
- La précision du moyen de mesure

L'objectif de ce chapitre n'est pas de quantifier l'impact sur les calculs de traînée de chacune de ces sources, ni de déterminer quels types de fluctuations elles engendrent, mais il s'agit simplement d'étudier l'influence de fluctuations globales rencontrées dans toutes les souffleries.

Les mesures effectuées en soufflerie sont donc affectées par ces diverses sources d'erreurs. Elles sont généralement effectuées avec une sonde 5 trous ou par PIV, les grandeurs aérodynamiques mesurées sont alors les suivantes :

- La pression génératrice (sonde 5 trous)
- Les trois composantes de la vitesse (PIV)
- L'angle d'incidence α de la sonde (sonde 5 trous)
- L'angle de dérapage β de la sonde (sonde 5 trous)
- L'angle de calage azimutal θ de la sonde (sonde 5 trous)

Les formulations de décomposition de la traînée nécessitent de connaître la pression génératrice et les trois composantes de la vitesse. Ces quatre variables sont directement ou indirectement mesurées et donc affectées par les fluctuations de l'écoulement. L'influence sur la traînée des erreurs commises lors de la détermination de ces variables doit donc être évaluée. De plus, l'influence de la précision de la mesure des trois angles de la sonde 5 trous doit également être étudiée car ces derniers sont utilisés pour le calcul des trois composantes du vecteur vitesse. En revanche, l'influence des variations de température génératrice n'est pas prise en compte car leur contribution à la traînée est négligeable pour des configurations de type avion civil non-motorisées.

5.2 Mise en oeuvre des calculs de précision

La méthode de correction présentée dans le paragraphe 2.2.2 a été développée pour corriger ces différentes fluctuations. Malheureusement, elle ne peut garantir systématiquement une correction parfaite et une évaluation des différentes composantes de la traînée indépendante de la précision de la mesure et des fluctuations de l'écoulement. L'influence de ces sources d'erreurs doit donc être évaluée. Les résultats présentés dans ce chapitre traduisent l'influence du champ perturbateur ajouté au champ physique de référence. La méthode de correction n'est pas utilisée après l'ajout de ce champ perturbateur, les résultats surestiment donc les diverses influences car en pratique la méthode de correction est appliquée aux mesures en soufflerie qui sont soumises aux fluctuations. Ce chapitre permet donc d'obtenir une valeur maximale de l'erreur qui n'est jamais atteinte en réalité.

Dans cette étude, le champ perturbateur, source de l'imprécision des calculs, est introduit au niveau des points de maillage et non au niveau des points de mesure. Cette approche se justifie car dans la méthode d'extraction de la traînée expérimentale, le champ physique supposé idéal est obtenu sur le maillage cartésien et aucune correction n'est effectuée au niveau des points de mesure. De plus, l'objectif de cette analyse n'est pas d'étudier spécifiquement l'erreur pour les configurations AXXX et KH3Y, mais d'effectuer une analyse générale valable pour tous les types d'essais. Cette approche revient donc à supposer que les points de maillage correspondent aux points de sondage. Pour une erreur constante, cela n'a clairement aucune influence sur les résultats. Pour une erreur fluctuante, son aspect aléatoire fait qu'elle ne dépend pas de la position du point de mesure ce qui montre le bien fondé de cette approche.

Dans chacune des configurations testées, l'intensité des fluctuations observées en soufflerie est déterminée à partir de valeurs correspondant à la précision des sondes 5 trous utilisées pour les essais. Pour les mesures PIV, l'évaluation des composantes de la vitesse est plus précise, la détermination des erreurs de traînée, à partir des valeurs de la sonde 5 trous, permet donc de majorer celles engendrées par les mesures PIV. Dans ce chapitre, l'intensité des fluctuations est exprimée en valeur sans dimension sauf en cas de mention contraire. Les graphiques et tableaux présentés peuvent servir de référence pour connaître l'influence d'un paramètre sur une des composantes de la traînée dans une configuration proche de celles présentées (AXXX et KH3Y).

5.3 Calcul de la traînée de profil et de la traînée induite

5.3.1 Traînée de profil

La formulation ONERA3 utilisée pour le calcul de la traînée de profil est la suivante :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i - (1 - M_\infty^2) (\delta \bar{u}^2 + 2\delta u^* \delta \bar{u}) \right] ds \quad (5.1)$$

Afin d'exprimer simplement l'influence sur la traînée de profil de l'imprécision des mesures sur les différentes variables aérodynamiques, le développement au deuxième ordre de cette expression

est utilisé (équation (3.60)) :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 + \frac{5 - 2M_\infty^2}{4} \delta T_i^2 + \frac{1 - (\gamma + 1) M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u - (1 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.2)$$

L'influence des variations de température génératrice sur la traînée est supposée négligeable, cela permet de réduire l'expression de la traînée de profil à l'expression suivante :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.3)$$

Ce développement asymptotique montre que les variations de vitesse transversale n'interviennent pas au deuxième ordre. Les erreurs sur ces composantes n'ont donc aucune influence sur la traînée de profil. La composante longitudinale de la vitesse intervient seulement dans un terme du deuxième ordre dans l'expression de la traînée, son influence va donc être faible en comparaison du terme au premier ordre, mais doit être évaluée. L'influence la plus importante est donc due aux erreurs sur l'estimation de la pression génératrice.

5.3.2 Traînée induite

La formulation ONERA3 utilise l'expression suivante pour calculer la traînée induite :

$$C_{x_i} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \psi' \zeta' ds \quad (5.4)$$

où $\zeta' = \frac{\zeta}{U_\infty}$ et $\psi' = \frac{\psi}{U_\infty}$. ζ et ψ représentent respectivement la vorticité longitudinale et la fonction de courant définies à partir du champ de vitesse transversale. La précision du calcul de la traînée induite repose donc sur la précision de l'évaluation des composantes transversales de la vitesse. Ces dernières peuvent être influencées par plusieurs sources d'erreurs. Il peut s'agir d'une erreur directe sur ces composantes, mais il peut également s'agir d'une erreur liée à une mauvaise évaluation des angles (α , β et θ) que forme le vecteur vitesse avec le repère aérodynamique. Dans ce cas, la valeur absolue de la vitesse est conservée, mais la répartition suivant les trois composantes est modifiée. Les calculs de traînée induite sont également affectés.

Dans les paragraphes suivants, l'influence sur les deux composantes de la traînée de ces différentes sources de pertes de précision est analysée à travers une modélisation des erreurs par des valeurs constantes et aléatoires.

5.4 Erreur sur la pression génératrice

5.4.1 Modélisation de l'erreur

En soufflerie, les variations de pression génératrice mesurées peuvent être divisées en une partie correspondant aux pertes physiques δP_i^R et une partie due à l'erreur de mesure δP_i^E . D'une manière générale dans la suite de ce chapitre l'indice R désigne l'écoulement réel et E la contribution de l'erreur. Cela permet d'écrire :

$$\delta P_i = \delta P_i^R + \delta P_i^E \quad (5.5)$$

5.4.2 Traînée de profil

Calcul de l'erreur

L'introduction de la décomposition précédente dans l'expression (5.3) conduit à l'expression suivante pour la traînée de profil :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} (\delta P_i^R + \delta P_i^E) + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} (\delta P_i^R + \delta P_i^E)^2 - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} (\delta P_i^R + \delta P_i^E) \delta u^R \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.6)$$

Cette nouvelle formulation peut être décomposée en une partie correspondant à la traînée réelle et une partie due aux erreurs de mesure :

$$C_{x_p} = C_{x_p}^R + C_{x_p}^E \quad (5.7)$$

avec :

$$C_{x_p}^R = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^{R2} - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \delta u^R \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.8)$$

$$C_{x_p}^E = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^E + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} (\delta P_i^{E2} + 2\delta P_i^R \delta P_i^E) - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^E \delta u^R \right] ds \quad (5.9)$$

Au premier ordre, cette erreur de traînée de profil est proportionnelle à l'intensité de l'erreur sur les variations de pression génératrice qui peut être constante ou aléatoire.

Erreur constante

Si l'erreur de mesure est supposée constante, l'erreur de traînée de profil est indépendante de la physique de l'écoulement au premier ordre et dépend de la taille du plan de mesure utilisé pour effectuer les calculs. En pratique, cette erreur sur la pression génératrice ne constitue pas une contrainte car la méthode de correction présentée au paragraphe 2.2.2 permet d'éliminer totalement cette dernière. En revanche si cette erreur est de nature aléatoire, les résultats sont différents.

Erreur aléatoire

Approche théorique

Dans cette seconde partie, les variations de pression génératrice δP_i^E sont modélisées par une distribution Gaussienne de moyenne nulle, et de variance égale à $\sigma_{P_i}^2$ et indépendante de la pression génératrice réelle. Cette modélisation a été retenue car elle permet de reproduire grossièrement les caractéristiques des mesures effectuées avec une sonde 5 trous en soufflerie. La densité de probabilité de cette Gaussienne est définie par :

$$P_{\delta P_i^E}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_{P_i}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{P_i}^2}} \quad (5.10)$$

x correspond aux différentes valeurs prises par le terme δP_i^E . L'erreur en termes de traînée de profil est déterminée à partir de l'équation (5.9). Le calcul de l'intégrale dans cette équation est effectué en ajoutant la contribution de chaque maille du maillage cartésien utilisé pour les calculs d'extraction de la traînée et composé de $ni * nj$ points. L'équation (5.9) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$C_{x_p^E} = \frac{1}{S_{ref}} \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^E + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} (\delta P_i^{E2} + 2\delta P_i^R \delta P_i^E) - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^E \delta u^R \right] ds \quad (5.11)$$

Pour effectuer ces calculs, les différentes variables sont évaluées au centre de chaque maille en calculant la moyenne sur les quatre noeuds de la maille. La contribution de chaque noeud de maillage est prise en compte quatre fois pour les quatre mailles qui entourent ce point. Sur chaque maille, seul un quart de la contribution des noeuds est considéré. Ainsi sur l'ensemble du domaine, excepté sur les bords, la contribution de chaque noeud est utilisée en intégralité. En première approximation, les caractéristiques du terme $C_{x_p^E}$ peuvent donc être évaluées à partir de celles de δP_i^E au niveau des points de maillage. Ces dernières sont parfaitement connues et permettent de déterminer celles du terme δP_i^{E2} car ce dernier suit une loi en χ^2 [56]. Sa moyenne et sa variance sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mu_{P_i^2} = \sigma_{P_i}^2 \\ \sigma_{P_i^2}^2 = 2\sigma_{P_i}^4 \end{cases} \quad (5.12)$$

Le facteur de corrélation entre les termes δP_i^E et δP_i^{E2} est nul, les caractéristiques de l'erreur de traînée de profil peuvent donc être évaluées car ce terme est une somme de variables aléatoires indépendantes ou non-corrélées :

$$\begin{cases} \mu_E = \frac{(ni-1)(nj-1) ds}{S_{ref}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \sigma_{P_i}^2 \\ \sigma_E^2 = \frac{(ni-1)(nj-1) ds^2}{S_{ref}^2} \left[\frac{4}{\gamma^2 M_\infty^4} \sigma_{P_i}^2 + 2 \left(\frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \right)^2 \sigma_{P_i}^4 \right] \\ + 4 \frac{ds^2}{S_{ref}^2} \left(\frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \right)^2 \sigma_{P_i}^2 \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \left[\frac{\delta P_i^{R2}}{\gamma^2 M_\infty^4} + \delta u^{R2} \right] \end{cases} \quad (5.13)$$

La valeur moyenne dépend de l'intensité des fluctuations et de la taille du domaine sur lequel les calculs sont effectués, mais ne dépend pas de l'écoulement réel. La variance possède au premier ordre les mêmes propriétés que la moyenne, mais pour les termes du deuxième ordre, l'écoulement réel intervient par l'intermédiaire des termes δP_i^R et δu^R . Afin de valider cette étude théorique, ces mêmes calculs statistiques sont réalisés sur les essais AXXX et KH3Y.

Configurations réelles

L'erreur sur la traînée de profil dépend de la densité du maillage et de l'intensité des fluctuations imposée sur les variations de pression génératrice. Afin de montrer le bien fondé des relations du système (5.13), plusieurs calculs sont effectués pour cinq maillages différents et pour plusieurs niveaux de fluctuations. Le tableau 5.1 résume les résultats obtenus pour la configuration AXXX par le calcul (C) et par la théorie (T). Pour les calculs, la moyenne μ_E et l'écart-type σ_E de la différence entre la traînée perturbée et la traînée réelle sont obtenus après 2000 tirages aléatoires et l'intensité des fluctuations correspond à des valeurs sans dimension. La valeur de

σ_{P_i}	$n_i * n_j$	51 * 51		101 * 101		201 * 201		301 * 301		401 * 401	
		C	T	C	T	C	T	C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.35	0.38	0.42	0.38	0.37	0.38	0.41	0.38	0.37	0.38
	σ_E	5.44	5.58	2.70	2.79	1.39	1.40	0.92	0.93	0.69	0.70
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.08	0.10	0.11	0.10	0.10	0.10	0.11	0.10	0.09	0.10
	σ_E	2.78	2.79	1.39	1.40	0.69	0.70	0.49	0.47	0.35	0.35
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.56	0.56	0.28	0.28	0.14	0.14	0.09	0.09	0.07	0.07
$5 \cdot 10^{-4}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.27	0.28	0.14	0.14	0.07	0.07	0.05	0.05	0.03	0.03
$1 \cdot 10^{-4}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.06	0.06	0.03	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00

TAB. 5.1 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de pression génératrice (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

traînée de profil réelle est d'environ 100 points de traînée.

En premier lieu, ce tableau montre que l'approximation théorique permet une évaluation précise des caractéristiques de l'erreur sur la traînée de profil. En soufflerie, la dispersion sur les mesures des variations de pression génératrice est de l'ordre de 50 Pa, ce qui représente une fluctuation relative maximale de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$. Pour une Gaussienne de moyenne nulle, l'intervalle $[-3\sigma_{P_i}, 3\sigma_{P_i}]$ permet de prendre en compte plus de 99% des tirages aléatoires. Ainsi, l'écart-type pour les mesures en soufflerie peut être choisi égal à $2 \cdot 10^{-4}$ en valeur relative. Le tableau montre alors que quel que soit le maillage utilisé, les variations de traînée de profil sont très faibles et restent largement inférieures à 1 point de traînée.

Sur le tableau 5.2, les mêmes résultats sont présentés pour la configuration KH3Y. Dans ce second exemple, la traînée de profil réelle se situe entre 500 et 600 points de traînée. Le tableau montre que l'accord entre la théorie et les calculs reste excellent. En revanche, l'influence de la précision des mesures sur les calculs est beaucoup plus importante. Cela s'explique par le fait qu'en écoulement subsonique ($M_\infty = 0.174$), les variations de pression génératrice sont beaucoup plus faibles qu'en écoulement transsonique. Une erreur identique sur la mesure n'a donc pas les mêmes conséquences sur la traînée de profil. Lorsque l'écart-type des fluctuations est de $1 \cdot 10^{-2}$, l'erreur de traînée de profil est quatre fois plus grande que la traînée réelle pour cette configuration, ce qui montre très clairement l'importance de la précision de la mesure de la pression génératrice en écoulement subsonique. Néanmoins, pour une précision de mesure de 50 Pa ($\sigma_{P_i} = 2 \cdot 10^{-4}$) l'erreur moyenne est inférieure à 1 point. L'écart-type de l'erreur de traînée de profil dépend du maillage, mais pour un maillage habituellement utilisé pour ce genre de calcul de $301 * 301$, il est d'environ 1.2 points. Dans la suite de l'étude ce maillage de $301 * 301$ est utilisé comme maillage de référence.

Cette première étude montre que même en l'absence de méthode de correction, un niveau de fluctuations, supposé de type Gaussien, habituellement rencontré en soufflerie pour les mesures de pression génératrice, ne constitue pas une source d'erreurs importante pour la traînée de profil.

σ_{P_i}	$ni * nj$	51 * 51		101 * 101		201 * 201	
		C	T	C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	2157.44	2151.79	2158.79	2151.79	2150.61	2151.79
	σ_E	386.26	381.11	189.63	190.55	97.33	95.28
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	539.42	537.94	538.92	537.94	538.68	537.94
	σ_E	188.63	188.72	93.80	94.36	47.86	47.18
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	21.80	21.52	21.70	21.52	21.58	21.52
	σ_E	37.98	37.63	18.72	18.81	9.28	9.40
$5 \cdot 10^{-4}$	μ_E	6.10	5.38	5.24	5.38	5.47	5.38
	σ_E	18.02	18.81	9.16	9.41	4.57	4.70
$1 \cdot 10^{-4}$	μ_E	0.28	0.22	0.19	0.22	0.22	0.22
	σ_E	3.70	3.76	1.89	1.88	0.95	0.94

σ_{P_i}	$ni * nj$	301 * 301		401 * 401	
		C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	2152.56	2151.79	2152.08	2151.76
	σ_E	63.57	63.51	46.58	47.64
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	537.12	537.95	536.93	537.94
	σ_E	31.54	31.45	23.93	23.59
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	21.55	21.52	21.51	21.52
	σ_E	6.05	6.27	4.72	4.70
$5 \cdot 10^{-4}$	μ_E	5.45	5.38	5.39	5.38
	σ_E	3.08	3.14	2.33	2.35
$1 \cdot 10^{-4}$	μ_E	0.24	0.22	0.22	0.22
	σ_E	0.63	0.63	0.48	0.48

TAB. 5.2 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de pression génératrice (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

5.4.3 Traînée induite

Pour la traînée induite, l'influence des erreurs de pression génératrice est nulle car cette dernière n'intervient pas dans la formulation (5.4).

5.5 Erreur sur la vitesse longitudinale

5.5.1 Modélisation de l'erreur

De la même manière que pour les variations de pression génératrice, les variations de vitesse longitudinale peuvent être divisées en deux composantes :

$$\delta u = \delta u^R + \delta u^E \quad (5.14)$$

5.5.2 Traînée de profil

Calcul de l'erreur

L'introduction de cette nouvelle décomposition dans l'expression (5.3) conduit à l'expression suivante :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^{R2} - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R (\delta u^R + \delta u^E) \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.15)$$

L'erreur de traînée de profil peut alors être isolée de la traînée réelle :

$$C_{x_p^E} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \delta u^E ds \quad (5.16)$$

Erreur constante

Si l'erreur de vitesse longitudinale est supposée constante, l'erreur en termes de traînée de profil est proportionnelle, au premier ordre, à la traînée de profil réelle au facteur $(1 - M_\infty^2)$ près (équation (5.16)). La figure 5.1 permet de confirmer la proportionnalité de cette erreur en fonction de l'intensité de δu^E dans les deux configurations AXXX et KH3Y. En soufflerie, la précision des mesures sur cette composante de la vitesse est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$. Dans ce cas, l'erreur sur la traînée de profil est de $1.4 \cdot 10^{-3}\%$ en configuration transsonique et $4.8 \cdot 10^{-3}\%$ en configuration subsonique, ce qui représente respectivement une erreur de 0.1 et 2.4 points de traînée.

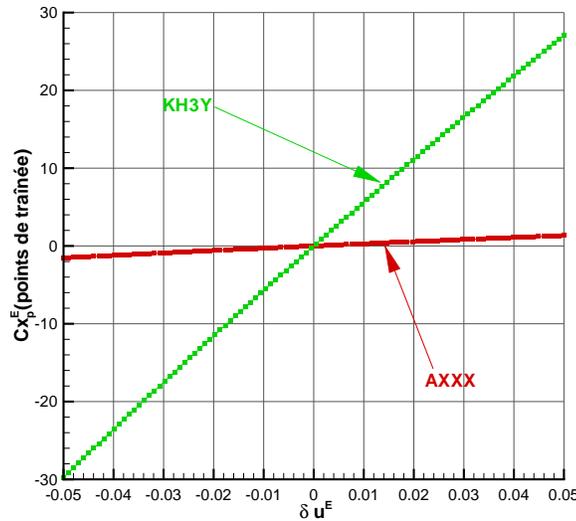


FIG. 5.1 – Influence sur la traînée de profil d'une erreur constante sur les variations de vitesse longitudinale.

Les erreurs constantes sur la vitesse longitudinale peuvent donc être une source d'imprécision importante en configuration subsonique. L'erreur maximale peut atteindre 2 points dans les cas les plus défavorables. Cette précision reste néanmoins correcte en comparaison des valeurs globales de traînée.

Erreur aléatoire

Approche théorique

Les variations aléatoires de vitesse longitudinale δu^E sont modélisées par une distribution Gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à σ_u^2 . Sa densité de probabilité est identique à celle définie pour l'erreur de pression génératrice (équation (5.10)). L'erreur de traînée de profil est obtenue à partir de l'équation (5.16) sur un maillage cartésien :

$$Cx_p^E = -\frac{2}{S_{ref}} \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \delta u^E ds \quad (5.17)$$

Ses caractéristiques sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mu_E = 0 \\ \sigma_E^2 = \frac{4ds^2}{S_{ref}^2} \left[\frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \right]^2 \sigma_u^2 \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \delta P_i^{R2} \end{cases} \quad (5.18)$$

L'erreur moyenne est nulle et la variance dépend de l'intensité des fluctuations et des pertes physiques de pression génératrice. Ces résultats théoriques sont confirmés dans la partie suivante grâce à une étude sur les configurations AXXX et KH3Y.

Configurations réelles

Le tableau 5.3 résume les résultats pour la configuration AXXX et montre un très bon accord entre les résultats théoriques et numériques. Dans tous les cas, l'erreur de traînée de profil est très faible et très largement inférieure à 1 point de traînée.

	$ni * nj$	51 * 51		101 * 101		201 * 201		301 * 301		401 * 401	
		C	T	C	T	C	T	C	T	C	T
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.08	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00
	σ_E	0.09	0.08	0.05	0.04	0.02	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.02	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

TAB. 5.3 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de vitesse longitudinale (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

Le tableau 5.4 présente les résultats pour la configuration KH3Y. Une différence apparaît entre les résultats théoriques et numériques pour l'évaluation de la moyenne. Cet écart provient du fait que dans la théorie la formulation ONERA3 est utilisée sous la forme d'un développement limité au deuxième ordre alors que pour les calculs la formulation initiale est considérée. La dispersion des mesures de vitesse longitudinale observée en soufflerie ($5 \cdot 10^{-3}$ au maximum) peut

être modélisée par une Gaussienne d'écart-type égal à $2 \cdot 10^{-3}$. Dans ces conditions, le tableau 5.4 montre que les variations de traînée de profil sont faibles et restent inférieures à 1 point de traînée.

		$ni * nj$		51 * 51		101 * 101		201 * 201		301 * 301		401 * 401	
σ_u		C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	1.43	0.00	1.32	0.00	1.34	0.00	1.32	0.00	1.33	0.00		
	σ_E	2.43	2.21	1.23	1.08	0.62	0.54	0.41	0.36	0.31	0.27		
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00		
	σ_E	0.50	0.44	0.24	0.22	0.13	0.11	0.08	0.07	0.06	0.05		
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.03	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00		
	σ_E	0.25	0.22	0.12	0.11	0.06	0.05	0.04	0.04	0.03	0.03		
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
	σ_E	0.05	0.04	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00		

TAB. 5.4 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de vitesse longitudinale (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

Au final, une erreur de nature aléatoire sur la mesure de la vitesse longitudinale ne constitue pas une source d'erreurs importante en termes de traînée de profil quelle que soit la configuration.

5.5.3 Traînée induite

Les variations de vitesse longitudinale n'interviennent pas dans la formulation pour la traînée induite qui n'est donc pas affectée par une erreur de mesure sur cette variable (équation (5.4)).

5.6 Erreur sur la vitesse transversale

5.6.1 Modélisation de l'erreur

Pour modéliser l'influence d'une perturbation sur le champ de vitesse transversale, les deux composantes de cette vitesse sont écrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \delta v = \delta v^R + \delta v^E \\ \delta w = \delta w^R + \delta w^E \end{cases} \quad (5.19)$$

5.6.2 Traînée de profil

Les variations de vitesse transversale n'interviennent pas dans la formulation pour la traînée de profil. Les erreurs sur ces variables n'ont donc aucune influence sur cette composante de la traînée.

5.6.3 Traînée induite

Calcul de l'erreur

A partir du système d'équations (5.19), la nouvelle composante longitudinale de la vorticit e peut s'exprimer :

$$\zeta' = \zeta^R + \zeta^E \quad (5.20)$$

avec :

$$\zeta^R = \frac{\partial \delta w^R}{\partial y} - \frac{\partial \delta v^R}{\partial z} \quad (5.21)$$

$$\zeta^E = \frac{\partial \delta w^E}{\partial y} - \frac{\partial \delta v^E}{\partial z} \quad (5.22)$$

La nouvelle fonction de courant de l'écoulement est définie à partir de ζ' et est la somme de la fonction de courant réelle et d'une fonction de courant d'erreurs :

$$\psi' = \psi^R + \psi^E \quad (5.23)$$

avec :

$$\psi^R(y, z) = - \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \zeta^R(y_0, z_0) ds_0 \quad (5.24)$$

$$\psi^E(y, z) = - \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \zeta^E(y_0, z_0) ds_0 \quad (5.25)$$

et avec $ds_0 = dy_0 dz_0$. A partir des équations précédentes et de l'équation (5.4), la traînée induite peut s'écrire comme la somme de trois traînées. La première représente la traînée induite réelle :

$$Cx_i = Cx_i^R + Cx_i^E + Cx_i^{croise} \quad (5.26)$$

avec :

$$Cx_i^R = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \psi^R \zeta^R ds \quad (5.27)$$

$$Cx_i^E = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \psi^E \zeta^E ds \quad (5.28)$$

$$Cx_i^{croise} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} [\psi^R \zeta^E + \psi^E \zeta^R] ds \quad (5.29)$$

Erreur constante

Le calcul de la vorticité à partir du champ de vitesse transversale s'appuie sur une évaluation des gradients de vitesse. Une erreur constante sur les deux composantes transversales de la vitesse n'a donc aucune influence sur le calcul de cette vorticité et de la traînée induite.

Erreur aléatoire

Approche théorique

Les erreurs aléatoires sur le champ de vitesse transversale (v et w) sont modélisées à partir de distributions Gaussienne de moyenne nulle et d'écart type σ_v (  quation (5.10)). Dans la méthode d'extraction de la traînée, la vorticité est calculée sur un maillage cartésien à partir d'un schéma centré d'ordre 1. Les vitesses δv^E et δw^E sont des variables aléatoires indépendantes suivant une distribution Gaussienne. Les vorticités ζ^E sont donc également des variables aléatoires suivant une distribution Gaussienne de moyenne nulle mais contrairement aux vitesses, elles ne constituent pas une famille de variables indépendantes à cause de l'utilisation du schéma centré d'ordre 1.

L'erreur de traînée induite est calculée à partir des caractéristiques des deux termes Cx_i^E et Cx_i^{croise} définis dans les équations (5.28) et (5.29). La complexité du calcul et les nombreuses corrélations entre les différentes contributions à la traînée ne permettent pas de calculer simplement ces caractéristiques d'un point de vue théorique. L'objectif de cette étude étant de connaître simplement l'ordre de grandeur de ces erreurs et de définir quels sont les paramètres pouvant modifier les résultats, les caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire, sont uniquement calculées sur les configurations réelles AXXX et KH3Y.

Configurations réelles

Le tableau 5.5 résume les résultats obtenus pour la configuration AXXX. La valeur réelle de traînée induite est d'environ 100 points et les valeurs statistiques sont obtenues après seulement 50 tirages aléatoires. Ce nombre est faible pour une étude statistique, mais il était impossible d'aller au delà pour des raisons de temps de calculs. Néanmoins sur une configuration, un nombre plus important de tirages a été effectué afin de vérifier que les 50 calculs étaient suffisants pour déterminer avec une précision correcte la moyenne et l'écart-type de l'erreur.

σ_v	$ni * nj$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	4.58	4.33	4.14	4.02	3.99
	σ_E	11.70	8.62	6.25	4.05	3.79
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.18	0.18	0.17	0.16	0.16
	σ_E	1.91	1.83	1.09	1.00	0.78
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
	σ_E	1.08	0.77	0.57	0.35	0.40
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.17	0.14	0.13	0.08	0.08

TAB. 5.5 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur la vitesse transversale (en points de traînée).

Lorsque les fluctuations sont très fortes, la moyenne et l'écart-type de l'erreur deviennent importants et peuvent atteindre respectivement 5 et 12 points de traînée. Ces valeurs diminuent légèrement lorsque la densité du maillage augmente. Les mesures réalisées au cours des essais ont une précision de l'ordre de 0.5%. La modélisation de l'erreur de mesure peut donc être réalisée en utilisant une Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type égal à $2 \cdot 10^{-3}$. Les caractéristiques de l'erreur sont alors inférieures à 1 point de traînée quel que soit le maillage.

Le tableau 5.6 présente les mêmes résultats sur la configuration KH3Y. Dans ce cas, la valeur réelle de la traînée induite est comprise entre 1 000 et 1 500 points de traînée. Dans cette seconde configuration, les erreurs sont plus importantes, mais gardent les mêmes évolutions en fonction de la densité du maillage et du niveau des fluctuations. En soufflerie, la précision de la mesure est telle ($\sigma_v = 2 \cdot 10^{-3}$) que l'erreur de traînée induite reste inférieure à 1 point même dans cette configuration exigeante.

Cette étude démontre donc que la formulation ONERA3 est peu sensible aux fluctuations de vitesse transversale engendrées par les mesures effectuées avec une sonde 5 trous pour des

σ_v	$n_i * n_j$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	11.66	11.32	11.05	10.93	10.85
	σ_E	39.28	26.88	20.04	16.55	15.09
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.48	0.45	0.44	0.44	0.43
	σ_E	8.38	4.99	3.83	3.30	2.70
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.12	0.11	0.11	0.11	0.11
	σ_E	4.18	3.08	1.78	1.67	1.60
$1 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.71	0.55	0.38	0.34	0.31

TAB. 5.6 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur la vitesse transversale (en points de traînée).

écoulements subsoniques et transsoniques.

5.7 Erreur sur l'angle d'incidence de la sonde α

5.7.1 Modélisation de l'erreur

Le champ de vitesse est mesuré par la sonde à un défaut d'incidence α près. Localement cela revient à appliquer un opérateur de rotation d'axe $O\vec{y}$ au vecteur vitesse réel. Soit \vec{V}^R , le vecteur vitesse réel sans dimension exprimé dans le repère aérodynamique :

$$\vec{V}^R = \begin{pmatrix} u^R \\ \delta v^R \\ \delta w^R \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

Soit \vec{V}' , le vecteur vitesse perturbé exprimé dans le même repère :

$$\vec{V}' = \begin{pmatrix} u' \\ \delta v' \\ \delta w' \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

Soit α , l'erreur d'incidence sur les mesures. Alors :

$$\vec{V}' = \begin{pmatrix} u^R \cos \alpha + \delta w^R \sin \alpha \\ \delta v^R \\ -u^R \sin \alpha + \delta w^R \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

Afin de pouvoir clairement identifier la partie réelle de l'erreur sur les trois composantes de la vitesse, un développement limité au deuxième ordre du système précédent est effectué. Cela permet d'écrire :

$$\begin{cases} \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + O(\alpha^3) \\ \sin \alpha = \alpha + O(\alpha^3) \end{cases} \quad (5.33)$$

Ainsi le nouveau vecteur vitesse devient :

$$\vec{V}' = \vec{V}^R + \vec{V}^E \quad (5.34)$$

où \vec{V}^E est défini par :

$$\vec{V}^E = \begin{pmatrix} -\frac{\alpha^2}{2}u^R + \alpha\delta w^R \\ 0 \\ -\alpha u^R - \frac{\alpha^2}{2}\delta w^R \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

5.7.2 Traînée de profil

Calcul de l'erreur

L'introduction de cette décomposition dans l'expression (5.3) conduit à l'expression suivante :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^{R2} - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \left(\delta u^R - \frac{\alpha^2}{2} u^R + \alpha \delta w^R \right) \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.36)$$

L'erreur de traînée de profil est alors égale à :

$$C_{x_p}^E = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \left(-\frac{\alpha^2}{2} u^R + \alpha \delta w^R \right) ds \quad (5.37)$$

Erreur constante

Au premier ordre, l'erreur de traînée de profil est proportionnelle à α . La figure 5.2 montre l'évolution de cette erreur pour les deux configurations AXXX et KH3Y. Les résultats mettent en évidence que l'influence de α sur la traînée de profil est très faible, l'erreur est au maximum de 0.47 point de traînée pour une précision sur la mesure de 0.5° qui correspond à la valeur observée en soufflerie. Les erreurs sont plus importantes pour la configuration KH3Y car les tourbillons d'extrémité de voilure sont beaucoup plus intenses que pour la configuration AXXX, les vitesses transversales relatives sont donc beaucoup plus fortes.

Il est intéressant de noter que la valeur maximale de traînée est obtenue pour un angle d'incidence α égal à l'opposé de l'incidence de la maquette α^R dans les deux configurations. Cela correspond à des angles respectifs d'environ -2° et -9° . Une telle erreur sur α revient en fait à modifier l'angle de descente du sillage, son déplacement est alors parallèle à la direction de l'écoulement infini amont. Le fait d'obtenir la valeur maximale de traînée pour cet angle d'incidence α est alors assez simple à expliquer. En première approximation, la vitesse de descente du sillage dans le cas non perturbé peut être assimilée à la vitesse induite δw^R en dehors des tourbillons marginaux. Cette vitesse peut alors être exprimée très grossièrement en fonction de la vitesse longitudinale u^R :

$$\delta w^R = -\alpha^R u^R \quad (5.38)$$

Avec cette modélisation grossière, l'erreur de traînée de profil devient :

$$C_{x_p}^E = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R u^R \left(\frac{\alpha^2}{2} + \alpha \alpha^R \right) ds \quad (5.39)$$

Cette expression est maximale lorsque sa dérivée est nulle, c'est à dire pour :

$$\alpha = -\alpha^R \quad (5.40)$$

Ce résultat explique donc pourquoi l'erreur maximale de traînée de profil est maximale pour une valeur de α égale à l'opposé de l'incidence de la maquette dans la configuration AXXX. Pour la configuration KH3Y, la modélisation précédente est beaucoup plus discutable car le sillage est très complexe. Néanmoins, l'erreur maximale est obtenue pour une valeur de α assez proche de l'opposé de l'incidence de la maquette (-7° contre -9°).

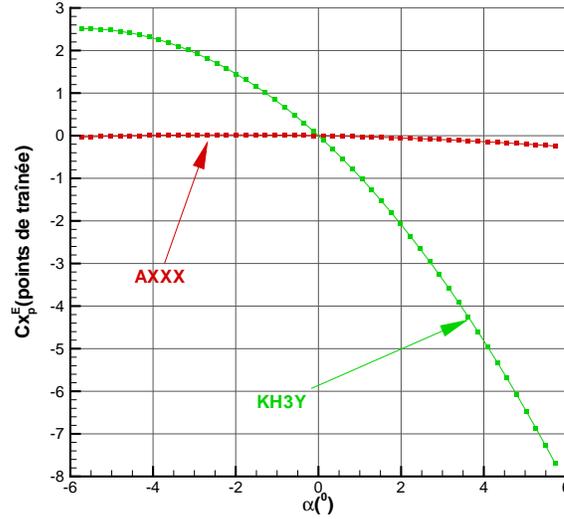


FIG. 5.2 – Influence sur la traînée de profil d'une erreur constante d'angle α .

Erreur aléatoire

Approche théorique

La nature aléatoire de l'erreur est reproduite par une distribution Gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à σ_α^2 (équation (5.10)). Sur un maillage cartésien, l'erreur de traînée de profil est déterminée à partir de l'équation (5.39) :

$$Cx_p^E = \frac{2}{S_{ref}} \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \left(\frac{\alpha^2}{2} u^R - \alpha \delta w^R \right) ds \quad (5.41)$$

Les caractéristiques de la variable Cx_p^E sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} \mu_E = \frac{ds}{S_{ref}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \sigma_\alpha^2 \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \delta P_i^R u^R \\ \sigma_E^2 = \frac{4ds^2}{S_{ref}^2} \left[\frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \right]^2 \sigma_\alpha^2 \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} [\delta P_i^{R2} \delta w^{R2} + \sigma_\alpha^2 \delta P_i^{R2} u^{R2}] \end{cases} \quad (5.42)$$

L'erreur moyenne et la variance dépendent de l'intensité des fluctuations et des pertes physiques de pression génératrice et des variations de vitesse longitudinale et transversale. Ces caractéristiques sont confirmées par les calculs statistiques sur les configurations AXXX et KH3Y.

Configurations réelles

Les tableaux 5.7 et 5.8 résument respectivement les résultats pour les configurations AXXX et KH3Y. L'intensité des fluctuations est exprimée en radian. Ces tableaux montrent un très bon accord entre les résultats théoriques et numériques. Pour la configuration AXXX, l'erreur de traînée de profil est faible dans tous les cas. Pour la seconde configuration, les erreurs sont plus importantes. La précision de la mesure de α avec une sonde 5 trous (0.5° soit 0.01 rad) permet de modéliser les erreurs d'incidence par une Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type égal à $3 \cdot 10^{-3}$ rad. Dans ces conditions, les écarts restent faibles et négligeables. Quelle que soit la configuration, une erreur sur la mesure de l'angle α n'influence donc pas, ou très peu les calculs de la traînée de profil. En revanche, les résultats sont différents pour la traînée induite.

	$n_i * n_j$	51 * 51		101 * 101		201 * 201	
σ_α (rad)		C	T	C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-0.14	-0.13	-0.14	-0.13	-0.14	-0.13
	σ_E	0.02	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
	σ_E	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

	$n_i * n_j$	301 * 301		401 * 401	
σ_α (rad)		C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-0.14	-0.13	-0.14	-0.13
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00

TAB. 5.7 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle α (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

$\sigma_\alpha(\text{rad})$	$ni * nj$	51 * 51		101 * 101		201 * 201	
		C	T	C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-2.61	-2.43	-2.60	-2.42	-2.56	-2.38
	σ_E	0.69	0.63	0.37	0.38	0.20	0.20
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.69	-0.61	-0.61	-0.60	-0.61	-0.59
	σ_E	0.27	0.27	0.19	0.17	0.10	0.09
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.02	-0.02	-0.03	-0.02	-0.03	-0.02
	σ_E	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.02
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	-0.01
	σ_E	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01

$\sigma_\alpha(\text{rad})$	$ni * nj$	301 * 301		401 * 401	
		C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-2.61	-2.37	-2.62	-2.36
	σ_E	0.16	0.14	0.13	0.12
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.65	-0.59	-0.63	-0.58
	σ_E	0.07	0.06	0.06	0.05
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
	σ_E	0.02	0.01	0.01	0.01
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	-0.01	0.00	-0.01
	σ_E	0.01	0.01	0.00	0.00

TAB. 5.8 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle α (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

5.7.3 Traînée induite

Calcul de l'erreur

Avec la rotation d'angle α autour de l'axe $O\vec{y}$, la nouvelle composante longitudinale de la vorticit e devient :

$$\zeta' = \frac{\partial(-u \sin \alpha + \delta w \cos \alpha)}{\partial y} - \frac{\partial \delta v}{\partial z} \quad (5.43)$$

Les variations d'incidence sont suppos ees faibles ( equation (5.33)). Ainsi :

$$\zeta' = -\frac{\partial \alpha u^R}{\partial y} + \frac{\partial \delta w^R}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha^2 \delta w^R}{\partial y} - \frac{\partial \delta v^R}{\partial z} \quad (5.44)$$

Cette vorticit e perturb ee est la somme de la vorticit e r eelle ζ^R et du terme d'erreurs ζ^E , avec :

$$\zeta^E = -\frac{\partial \alpha u^R}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha^2 \delta w^R}{\partial y} \quad (5.45)$$

La fonction de courant peut donc ˆetre d ecompos ee en une partie r eelle ψ^R et une partie due ˆa l'erreur ψ^E ( equations (5.24) et (5.25)). La tra ınee induite peut ˆetre d ecompos ee de la mˆeme mani ere que dans le paragraphe pr ec edent ( equations (5.27), (5.28) et (5.29)).

Erreur constanteApproche théorique

L'erreur de traînée induite est déterminée à partir de la somme des deux termes Cx_i^E et Cx_i^{croise} . Au deuxième ordre cela permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 Cx_i^E + Cx_i^{croise} = & \\
 & -\frac{\alpha}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\psi^R(y, z) \frac{\partial u^R(y, z)}{\partial y} - \zeta^R(y, z) \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \frac{\partial u^R(y_0, z_0)}{\partial y_0} ds_0 \right] ds \\
 & + \frac{\alpha^2}{2S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\psi^R(y, z) \frac{\partial \delta w^R(y, z)}{\partial y} + \zeta^R(y, z) \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \frac{\partial \delta w^R(y_0, z_0)}{\partial y_0} ds_0 \right. \\
 & \quad \left. - 2 \frac{\partial u^R(y, z)}{\partial y} \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \frac{\partial u^R(y_0, z_0)}{\partial y_0} ds_0 \right] ds \quad (5.46)
 \end{aligned}$$

Au premier ordre ce terme d'erreurs est linéaire en fonction de α et est indépendant du maillage sur lequel les calculs sont effectués.

Configurations réelles

La figure 5.3 présente l'évolution de cette même erreur en fonction de l'écart sur l'incidence α pour les deux configurations. Pour les faibles angles et pour la configuration AXXX, les résultats théoriques sont confirmés car l'erreur est quasiment linéaire en fonction de α . Pour les angles plus importants et la configuration KH3Y, les termes du deuxième ordre ne sont plus négligeables. Néanmoins, la précision de la mesure en soufflerie (0.5°) assure que l'erreur de traînée induite reste inférieure à 1 point de traînée pour les deux configurations.

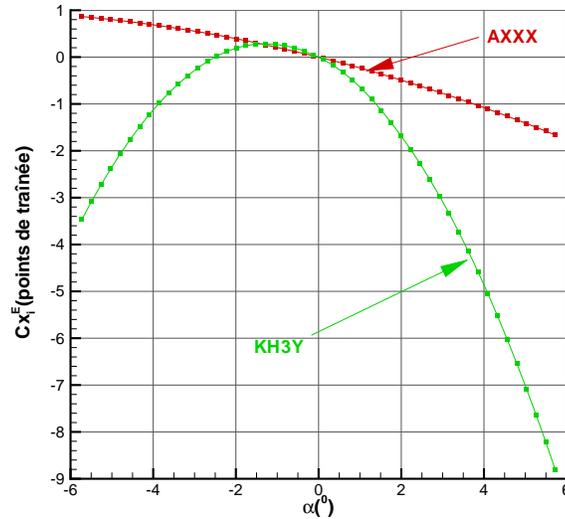


FIG. 5.3 – Influence sur la traînée induite d'une erreur constante d'angle α .

Erreur aléatoire

Approche théorique

L'erreur d'incidence est déterminée à partir d'une distribution Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type σ_α . Une nouvelle fois la complexité des calculs de traînée induite ne permet pas d'évaluer ses caractéristiques d'un point de vue théorique mais cette évaluation peut être effectuée à partir des configurations AXXX et KH3Y.

Configurations réelles

Le tableau 5.9 présente les résultats pour la configuration AXXX. Lorsque les valeurs des fluctuations sont fortes, les caractéristiques de l'erreur montrent une très forte influence des variations d'incidence sur les calculs de traînée induite. Si l'écart-type des fluctuations est de 0.1 rad, la moyenne et l'écart-type de l'erreur de traînée induite atteignent respectivement 5 et 9 points de traînée. En essais, la précision des mesures d'une sonde 5 trous (0.5° soit environ 0.01 rad), permet de modéliser l'erreur sur l'angle α par une Gaussienne d'écart-type égal $3 \cdot 10^{-3}$ rad. La moyenne et l'écart-type de l'erreur de traînée sont alors inférieurs à la précision souhaitée de 1 point de traînée.

σ_α (rad)	$n_i * n_j$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	4.77	4.67	4.67	4.69	4.67
	σ_E	9.07	5.27	3.59	3.17	2.93
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	1.18	1.17	1.16	1.17	1.17
	σ_E	4.20	2.44	1.55	1.43	1.13
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	σ_E	0.67	0.43	0.33	0.24	0.21
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	σ_E	0.37	0.29	0.19	0.14	0.11

TAB. 5.9 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur l'angle α (en points de traînée).

Le tableau 5.10 présente les mêmes résultats pour la configuration KH3Y. L'influence des fluctuations de α est plus importante dans ce second cas de figure. La moyenne et l'écart-type de l'erreur atteignent respectivement 22 et 37 points de traînée. Néanmoins, ces erreurs se produisent pour un maillage dégradé et pour un niveau de fluctuations très important. Avec un niveau d'erreurs correspondant à celui des mesures ($\sigma_\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$ rad) et un maillage de 301 * 301, la moyenne et l'écart-type de l'erreur restent inférieurs à 1 point de traînée.

Cette étude met en évidence que les deux composantes de la traînée sont assez sensibles aux variations de α mais que la précision des mesures effectuées avec une sonde 5 trous est suffisante pour assurer une erreur sur la traînée inférieure à 1 point.

$\sigma_\alpha(rad)$	$ni * nj$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	22.15	21.55	21.75	21.68	21.60
	σ_E	37.18	26.64	18.06	15.53	12.04
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	5.42	5.43	5.41	5.39	5.38
	σ_E	16.96	14.78	7.75	7.21	5.60
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22
	σ_E	3.80	2.69	1.70	1.57	1.51
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	σ_E	1.96	1.25	0.95	0.63	0.59

TAB. 5.10 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur l'angle α (en points de traînée).

5.8 Erreur sur l'angle de dérapage de la sonde β

5.8.1 Modélisation de l'erreur

Le champ de vitesse est mesuré par la sonde à un défaut d'angle de dérapage β près. Localement cela revient à appliquer un opérateur de rotation d'axe Oz au vecteur vitesse réel. L'influence de cette erreur est différente de celle sur l'angle α car elle modifie les composantes u et v du vecteur vitesse alors que l'erreur sur α modifie les composantes u et w . Or le champ de vitesse v est totalement différent de celui du vecteur w , l'influence de α est donc différente de celle de β .

Soit β l'erreur de mesure et \vec{V}' le vecteur vitesse perturbé exprimé dans le repère aérodynamique (équation (5.31)). Ce dernier peut être exprimé en fonction des composantes réelles du vecteur vitesse et de β :

$$\vec{V}' = \begin{pmatrix} u^R \cos \beta - \delta v^R \sin \beta \\ u^R \sin \beta + \delta v^R \cos \beta \\ \delta w^R \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

Les variations de β sont supposées faibles, le nouveau vecteur vitesse peut alors s'écrire comme la somme du vecteur vitesse réel et d'un vecteur vitesse d'erreurs \vec{V}^E défini par :

$$\vec{V}^E = \begin{pmatrix} -\frac{\beta^2}{2}u^R - \beta\delta v^R \\ \beta u^R - \frac{\beta^2}{2}\delta v^R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

5.8.2 Traînée de profil

Calcul de l'erreur

L'introduction de la décomposition précédente dans l'expression (5.3) permet d'écrire :

$$C_{x_p} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^{R2} - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \left(\delta u^R - \frac{\beta^2}{2} u^R - \beta \delta v^R \right) \right] ds + O(\delta^3) \quad (5.49)$$

L'erreur de traînée de profil peut alors être identifiée :

$$C_{x_p}^E = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \left(\frac{\beta^2}{2} u^R + \beta \delta v^R \right) ds \quad (5.50)$$

Erreur constante

La figure 5.4 montre l'influence d'une erreur constante sur β sur la traînée de profil pour les deux configurations AXXX et KH3Y. Les résultats mettent en évidence qu'elle est relativement faible pour les deux configurations même si les erreurs sont plus importantes pour la seconde. Pour une précision de la mesure de 0.5° , l'erreur est inférieure à 0.1 point de traînée.

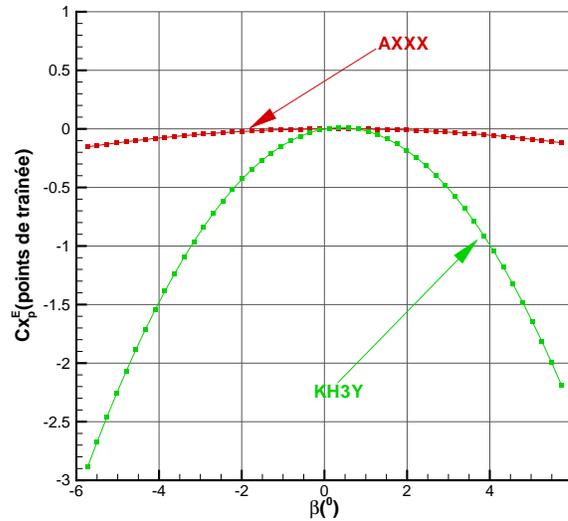


FIG. 5.4 – Influence sur la traînée de profil d'une erreur constante d'angle β .

En comparant ces résultats avec ceux sur l'erreur d'incidence (figure 5.2), il est intéressant de noter que les courbes pour la configuration AXXX ont une forme similaire. La seule différence importante concerne la position du maximum de traînée de profil. Pour une erreur sur α , ce maximum est obtenu pour une valeur d'environ -2° qui correspond à l'opposé de l'incidence réelle de la maquette. Pour l'angle β , ce maximum est obtenu pour une erreur nulle. Ce dernier correspond également avec l'opposé du dérapage réel de la maquette qui est égal à 0° . Cette similitude montre que le champ de vitesse v est comparable avec celui de w en termes de valeur moyenne pour la configuration AXXX. Pour la configuration KH3Y, la comparaison est plus discutable car le sillage est beaucoup plus complexe.

Erreur aléatoire

Approche théorique

L'erreur sur β est modélisée par une distribution Gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à σ_β^2 . L'erreur de traînée de profil est déterminée à partir de l'équation (5.50) sur le maillage cartésien utilisé pour les calcul :

$$Cx_p^E = \frac{2}{S_{ref}} \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^R \left(\frac{\beta^2}{2} u^R + \beta \delta v^R \right) ds \quad (5.51)$$

Les caractéristiques de ce terme sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_E = \frac{ds}{S_{ref}} \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \sigma_\beta^2 \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} \delta P_i^R u^R \\ \sigma_E^2 = \frac{4ds^2}{S_{ref}^2} \left[\frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \right]^2 \sigma_\beta^2 \sum_{i=1}^{ni-1} \sum_{j=1}^{nj-1} [\delta P_i^{R2} \delta v^{R2} + \sigma_\beta^2 \delta P_i^{R2} u^{R2}] \end{array} \right. \quad (5.52)$$

L'erreur moyenne et la variance dépendent de l'intensité des fluctuations et des pertes physiques de pression génératrice et des variations de vitesses longitudinale et transversale.

Configurations réelles

Ces résultats théoriques sont confirmés sur les tableaux 5.11 et 5.12 qui résument les valeurs obtenues pour les configurations AXXX et KH3Y. Pour les deux configurations, les valeurs sont quasiment identiques à celles pour l'erreur sur α (tableaux 5.7 et 5.8). Cela s'explique par le fait que la valeur moyenne μ_E dépend uniquement du champ réel et de l'intensité des fluctuations. Pour l'écart-type, les valeurs sont identiques car les champs de v et w sont similaires en termes de valeur moyenne notamment pour la configuration AXXX.

En soufflerie, la précision de la mesure de β est d'environ 0.5° (0.01 rad). Les erreurs peuvent donc être modélisées avec une Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type égal à $3 \cdot 10^{-3}$ rad. Dans ces conditions, les écarts sont très faibles et totalement négligeables comme pour une erreur sur l'incidence α . Une erreur sur la mesure de l'angle β n'influence donc pas ou très peu les calculs de traînée de profil, ce qui n'est pas le cas pour la traînée induite.

5.8.3 Traînée induite

Calcul de l'erreur

La nouvelle composante longitudinale de la vorticit e s'écrit :

$$\zeta' = \frac{\partial \delta w^R}{\partial y} - \frac{\partial (u^R \sin \beta + \delta v^R \cos \beta)}{\partial z} \quad (5.53)$$

Les variations de β sont supposées faibles, ainsi :

$$\zeta' = \frac{\partial \delta w^R}{\partial y} - \frac{\partial \beta u^R}{\partial z} - \frac{\partial \delta v^R}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial \beta^2 \delta v^R}{\partial z} \quad (5.54)$$

$\sigma_\beta(\text{rad})$	$n_i * n_j$	51 * 51		101 * 101		201 * 201	
		C	T	C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-0.13	-0.14	-0.13	-0.13	-0.14	-0.13
	σ_E	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$\sigma_\beta(\text{rad})$	$n_i * n_j$	301 * 301		401 * 401	
		C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-0.14	-0.13	-0.14	-0.13
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.00	0.00

TAB. 5.11 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

Cette vorticité perturbée est donc la somme de la vorticité réelle et d'un terme d'erreurs :

$$\zeta^E = -\frac{\partial \beta u^R}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial \beta^2 \delta v^R}{\partial z} \quad (5.55)$$

La fonction de courant peut également être décomposée en une partie réelle ψ^R et une partie due à l'erreur ψ^E (équations (5.24) et (5.25)). La traînée induite est la somme des trois composantes définies dans les équations (5.27), (5.28) et (5.29).

Erreur constante

Approche théorique

Dans un premier temps, l'erreur sur β est supposée constante. L'erreur de traînée induite

	$ni * nj$	51 * 51		101 * 101		201 * 201	
$\sigma_\beta(\text{rad})$		C	T	C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-2.48	-2.49	-2.49	-2.42	-2.47	-2.38
	σ_E	0.66	0.63	0.30	0.38	0.20	0.20
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.60	-0.61	-0.62	-0.60	-0.61	-0.59
	σ_E	0.34	0.27	0.16	0.17	0.10	0.09
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.02	-0.02	-0.03	-0.02	-0.02	-0.02
	σ_E	0.06	0.05	0.03	0.03	0.02	0.02
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	-0.01
	σ_E	0.03	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01

	$ni * nj$	301 * 301		401 * 401	
$\sigma_\beta(\text{rad})$		C	T	C	T
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	-2.48	-2.37	-2.53	-2.36
	σ_E	0.13	0.14	0.09	0.09
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.63	-0.59	-0.62	-0.61
	σ_E	0.06	0.06	0.05	0.05
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
	σ_E	0.01	0.01	0.01	0.01
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	-0.01	0.00	0.00
	σ_E	0.01	0.01	0.00	0.00

TAB. 5.12 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).

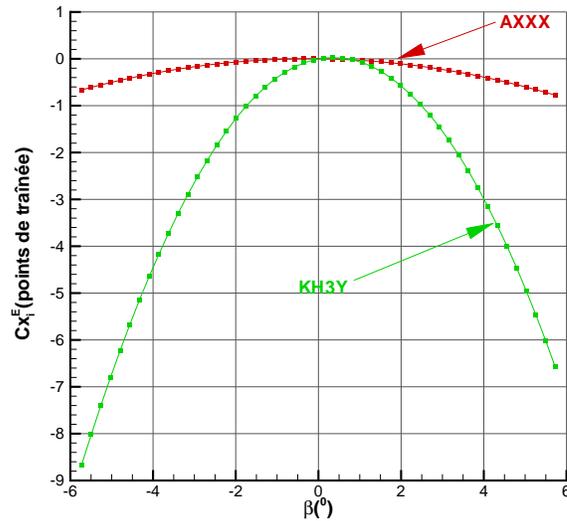
est déterminée à partir de la somme des deux termes Cx_i^E et Cx_i^{croise} . Ainsi, au deuxième ordre :

$$\begin{aligned}
 Cx_i^E + Cx_i^{croise} = & \\
 & -\frac{\beta}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\psi^R(y, z) \frac{\partial u^R(y, z)}{\partial z} - \zeta^R(y, z) \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \frac{\partial u^R(y_0, z_0)}{\partial z_0} ds_0 \right] ds \\
 & + \frac{\beta^2}{2S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\psi^R(y, z) \frac{\partial \delta v^R(y, z)}{\partial z} - \zeta^R(y, z) \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \frac{\partial \delta v^R(y_0, z_0)}{\partial z_0} ds_0 \right. \\
 & \quad \left. - 2 \frac{\partial u^R(y, z)}{\partial z} \int_{\Sigma_{sillage}} Gr_{CL}(y_0, z_0, y, z) \frac{\partial u^R(y_0, z_0)}{\partial z_0} ds_0 \right] ds \quad (5.56)
 \end{aligned}$$

Comme pour l'erreur d'incidence, ce terme d'erreurs est linéaire au premier ordre et indépendant du maillage.

Configurations réelles

La figure 5.5 présente l'évolution du terme d'erreurs en fonction de l'écart sur l'angle β . Pour la configuration AXXX, l'erreur est inférieure à 1 point de traînée pour toutes les valeurs de β testées. Pour la configuration KH3Y, l'erreur est de 0.14 point de traînée pour une erreur de 0.5° correspondant à la précision de la mesure en soufflerie.


 FIG. 5.5 – Influence sur la traînée induite d’une erreur constante sur l’angle β .

Erreur aléatoire

Approche théorique

L’erreur aléatoire est modélisée par une approche statistique et est déterminée à partir d’une distribution Gaussienne de moyenne nulle et d’écart-type σ_β . L’erreur en termes de traînée induite est calculée à partir des caractéristiques des deux termes Cx_i^E et Cx_i^{croise} définis dans les équations (5.28) et (5.29) pour les configurations AXXX et KH3Y.

Configurations réelles

Les tableaux 5.13 et 5.14 présentent les résultats pour les configurations AXXX et KH3Y. Ils montrent que l’angle β peut avoir une très grosse influence sur les calculs de traînée induite. En effet pour des fluctuations de l’ordre de 6° , la moyenne et l’écart-type de l’erreur peuvent atteindre respectivement 18 et 22 points de traînée pour la configuration AXXX, 47 et 66 pour la seconde configuration. En soufflerie, la dispersion de la mesure de β est de 0.5° , ce qui représente au niveau de la modélisation un écart-type d’environ $3 \cdot 10^{-3}$ rad. Dans ce cas, l’erreur reste inférieure à 1 point de traînée sur un maillage de référence de 301×301 pour la première configuration. Pour la configuration KH3Y, la moyenne est inférieure à 1 point de traînée mais l’écart-type montre que l’imprécision des calculs peut être supérieure à cette valeur.

Ces résultats mettent donc en évidence que la qualité de la mesure de l’angle β a une influence importante sur la précision des calculs de traînée induite notamment en configuration hypersustentée.

5.9 Erreur d’angle de calage azimutal θ de la sonde

5.9.1 Modélisation de l’erreur

Le champ de vitesse est mesuré par la sonde à un angle de rotation θ près. Localement cela revient à appliquer un opérateur de rotation d’axe $O\vec{x}$ au vecteur vitesse réel. Le nouveau vecteur

$\sigma_\beta(rad)$	$ni * nj$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	18.34	17.20	16.14	15.83	15.68
	σ_E	22.32	16.04	11.24	9.27	8.52
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	4.63	4.27	4.04	3.94	3.89
	σ_E	10.35	6.82	5.81	4.25	4.18
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.19	0.17	0.16	0.16	0.16
	σ_E	2.39	1.60	1.20	0.89	0.75
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
	σ_E	0.95	0.71	0.55	0.46	0.45

 TAB. 5.13 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée).

$\sigma_\beta(rad)$	$ni * nj$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	46.83	44.69	43.87	43.41	43.04
	σ_E	65.99	59.76	42.29	33.72	29.66
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	11.54	11.06	10.94	10.82	10.77
	σ_E	35.33	25.46	17.96	14.70	14.27
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.46	0.45	0.44	0.43	0.43
	σ_E	6.03	4.95	3.62	2.95	2.86
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
	σ_E	3.65	2.75	1.89	1.60	1.45

 TAB. 5.14 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée).

vitesse \vec{V}' est alors égal à :

$$\vec{V}' = \begin{pmatrix} u^R \\ \cos \theta \delta v^R - \sin \theta \delta w^R \\ \sin \theta \delta v^R + \cos \theta w^R \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

5.9.2 Traînée de profil

La formulation de la traînée de profil (équation (5.3)) ne fait pas intervenir les vitesses transversales de l'écoulement. Seules ces deux composantes de la vitesse sont affectées par une rotation d'angle θ , ainsi une erreur de mesure sur cet angle n'a aucune influence sur les calculs de traînée de profil. En revanche, cette erreur a une influence sur la traînée induite.

5.9.3 Traînée induite

Calcul de l'erreur

La nouvelle composante longitudinale de la vorticité devient :

$$\zeta' = \frac{\partial(\sin \theta \delta v^R + \cos \theta \delta w^R)}{\partial y} - \frac{\partial(\cos \theta \delta v^R - \sin \theta \delta w^R)}{\partial z} \quad (5.58)$$

Les variations de θ sont supposées faibles, ainsi :

$$\zeta' = \frac{\partial\theta\delta v^R}{\partial y} + \frac{\partial\delta w^R}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial\theta^2\delta w^R}{\partial y} - \frac{\partial\delta v^R}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial\theta^2\delta v^R}{\partial z} + \frac{\partial\theta\delta w^R}{\partial z} \quad (5.59)$$

Cette vorticité perturbée est donc la somme de la vorticité réelle et du terme d'erreurs ζ^E :

$$\zeta^E = \frac{\partial\theta\delta v^R}{\partial y} + \frac{\partial\theta\delta w^R}{\partial z} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\theta^2\delta w^R}{\partial y} - \frac{\partial\theta^2\delta v^R}{\partial z} \right) \quad (5.60)$$

La fonction de courant est la somme d'une partie réelle et d'une partie due à l'erreur ( quations (5.24) et (5.25)), et la traînée induite est la somme de trois termes ( quations (5.27), (5.28) et (5.29)).

Erreur constante

Approche théorique

Dans ce paragraphe l'erreur sur l'angle θ est supposée constante. Au deuxième ordre, l'erreur de traînée induite est alors égale à :

$$\begin{aligned} Cx_i^E &= -\theta^2 Cx_i^R + \frac{\theta^2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \phi^R(y, z) \sigma^R(y, z) ds \\ &+ \frac{\theta}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} [\phi^R(y, z) \zeta^R(y, z) + \sigma^R(y, z) \psi^R(y, z)] ds \end{aligned} \quad (5.61)$$

Dans l'expression pr ecedente, la traînée induite réelle apparaît de manière explicite. Les autres termes de cette expression sont fonctions des termes sources σ^R et du potentiel de vitesse ϕ^R de l'écoulement. Or dans le sillage d'un avion civil, la contribution de ces termes à la traînée induite réelle est négligeable devant la contribution de la vorticité. Ainsi cette expression indique que l'erreur de traînée induite est proportionnelle à la traînée induite réelle avec un facteur θ^2 , en première approximation.

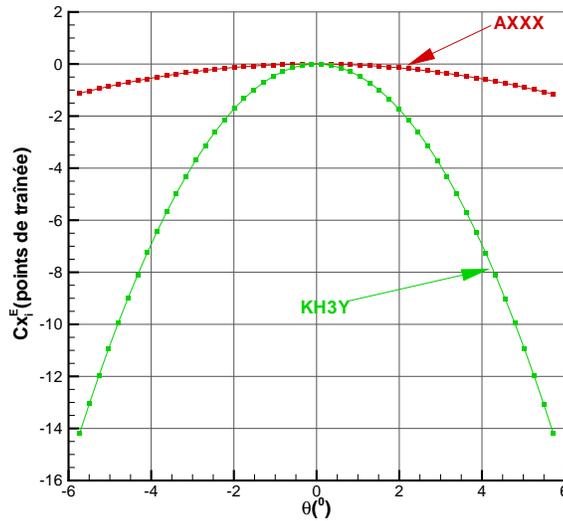
Configurations réelles

La figure 5.6 pr esente l'évolution de cette erreur en fonction de l'erreur sur l'angle θ dans les deux configurations et confirme l'analyse pr ecedente. L'erreur suit une évolution parabolique en fonction de l'intensité de l'erreur. Pour la configuration AXXX, les erreurs restent faibles même pour un niveau de fluctuations important. En revanche pour la configuration KH3Y, l'erreur grandit rapidement, mais n'est que de 0.12 point de traînée pour une erreur sur θ de 0.5° correspondant à la pr ecision de la mesure en soufflerie.

Erreur aléatoire

Approche théorique

L'erreur sur l'angle θ est mod elis e par une distribution Gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type σ_θ . Les vorticités ζ^E ne sont pas des variables ind ependantes, l'erreur de traînée induite est donc uniquement calculée pour les configurations AXXX et KH3Y à partir des deux termes Cx_i^E et Cx_i^{croise} .

FIG. 5.6 – Influence sur la traînée induite d'une erreur constante sur l'angle θ .

Configurations réelles

Les tableaux 5.15 et 5.16 présentent les résultats pour les configurations AXXX et KH3Y. Pour le premier cas, les écarts sont très largement inférieurs à 1 point de traînée. Dans la seconde configuration, ils sont plus importants, mais dans les conditions expérimentales ($\sigma_\theta = 3 \cdot 10^{-3}$ rad), l'imprécision des calculs de traînée induite reste inférieure à 1 point de traînée. L'erreur sur l'angle θ a donc très peu d'influence sur le calcul de la traînée induite.

$\sigma_\theta(rad)$	$n_i * n_j$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
	σ_E	0.62	0.42	0.34	0.29	0.26
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	σ_E	0.34	0.28	0.22	0.15	0.13
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.07	0.05	0.04	0.03	0.03
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.03	0.02	0.02	0.02	0.01

TAB. 5.15 – AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle θ (en points de traînée).

Cette étude montre que les différents paramètres susceptibles d'être affectés par une erreur de mesure n'influent pas de la même manière sur les calculs des deux composantes de la traînée. Afin de mettre en évidence les points essentiels de cette étude et son intérêt pour l'application de la méthode d'extraction de la traînée, le paragraphe suivant résume les résultats obtenus pour une erreur sur la mesure identique à celle observée au cours des essais en soufflerie avec une sonde 5 trous.

$\sigma_\theta(\text{rad})$	$n_i * n_j$	51 * 51	101 * 101	201 * 201	301 * 301	401 * 401
$1 \cdot 10^{-1}$	μ_E	0.58	0.72	0.76	0.77	0.78
	σ_E	3.21	2.82	2.42	2.10	1.95
$5 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.14	0.17	0.18	0.19	0.19
	σ_E	1.75	1.53	1.13	1.01	0.82
$1 \cdot 10^{-2}$	μ_E	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	σ_E	0.32	0.27	0.21	0.18	0.17
$5 \cdot 10^{-3}$	μ_E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.22	0.16	0.12	0.10	0.08

TAB. 5.16 – KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle θ (en points de traînée).

5.10 Précision des calculs de traînée en soufflerie : synthèse

Les tableaux 5.17 à 5.20 résument les résultats pour les deux composantes de la traînée et pour les deux types d'erreurs. Les valeurs dans les tableaux correspondent aux résultats obtenus sur un maillage de référence composé de $301 * 301$ points, l'intensité des fluctuations est choisie identique à celle observée en soufflerie pour les différentes variables mesurées. Ces intensités sont exprimées avec des valeurs sans dimension pour la pression génératrice et les trois composantes de la vitesse et en radian pour les angles.

Pour les erreurs constantes, l'influence de la précision de la mesure des variations de pression génératrice n'est pas exposée car la méthode de correction utilisée pour le calcul des deux composantes de la traînée a été créée pour éliminer en totalité ce type d'erreurs sur cette variable. Dans la pratique, l'influence de cette erreur est donc nulle grâce à cette correction.

Variable	δu	δv et δw	α	β	θ
Intensité de l'erreur	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$
Cx_p^E	0.15	0.00	0.01	0.00	0.00
Cx_i^E	0.00	0.00	0.11	0.01	0.01

TAB. 5.17 – AXXX - Erreur constante - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).

Variable	δu	δv et δw	α	β	θ
Intensité de l'erreur	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$
Cx_p^E	2.40	0.00	0.47	0.01	0.00
Cx_i^E	0.00	0.00	0.26	0.14	0.12

TAB. 5.18 – KH3Y - Erreur constante - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).

Variable		δP_i	δu	δv et δw	α	β	θ
Ecart type		$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
Cx_p^E	μ^E	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Cx_i^E	μ^E	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.16	0.08	0.25	0.01

TAB. 5.19 – AXXX - Erreur aléatoire - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).

Variable		δP_i	δu	δv et δw	α	β	θ
Ecart type		$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
Cx_p^E	μ^E	0.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	σ_E	1.24	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
Cx_i^E	μ^E	0.00	0.00	0.02	0.01	0.03	0.00
	σ_E	0.00	0.00	0.69	0.35	0.91	0.06

TAB. 5.20 – KH3Y - Erreur aléatoire - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).

L'ensemble de ces résultats montre que les erreurs de traînée de profil et de traînée induite restent inférieures à 1 points de traînée pour les deux configurations. Seules deux valeurs dépassent cette limite pour la configuration hypersustentée. Pour une erreur constante de mesure sur les variations de vitesse longitudinale, l'erreur sur la traînée de profil peut atteindre 2.4 points de traînée. De la même manière, une erreur aléatoire sur la mesure des variations de pression génératrice peut générer une erreur de l'ordre de 1.2 points de traînée sur la traînée de profil. Dans ces deux cas, l'erreur est importante, mais reste néanmoins faible en comparaison de la valeur brute de traînée.

Ces quatre tableaux permettent donc de conclure sur le fait que la précision des mesures de sillage effectuées en soufflerie permet une prévision fiable des deux composantes de la traînée. La précision du point de traînée est atteinte dans la quasi totalité des configurations étudiées. De plus ces résultats correspondent à des valeurs obtenues sans l'application de la méthode de correction, ils constituent donc une borne maximale de l'erreur qui n'est en pratique jamais atteinte. Néanmoins, il convient d'ajouter que ces résultats sont uniquement issus d'une modélisation. Ils prennent uniquement en compte les erreurs de mesure dues au moyen de mesure et ne tiennent pas compte des autres sources de pertes de précision telles que les fluctuations de l'écoulement. Ces dernières sont propres à chaque soufflerie et ne peuvent pas être quantifiées d'une manière générale. Néanmoins, les différentes courbes et tableaux présentés dans ce chapitre permettent d'évaluer dans une situation donnée l'influence de différentes fluctuations sur la précision des calculs de traînée en écoulements subsoniques et transsoniques.

Ce chapitre ainsi que les deux précédents ont donc mis en évidence, les capacités de la méthode expérimentale d'extraction de la traînée développée à l'ONERA à prévoir, avec une précision de l'ordre du point de traînée en configurations subsoniques et transsoniques, la traînée

de profil et la traînée induite d'une configuration. De plus cette méthode permet d'avoir accès aux grandeurs champ libre alors que les mesures sont effectuées en champ confiné. Ces trois chapitres montrent donc que cette méthode peut être appliquée dans différentes configurations afin de mettre en évidence l'impact d'un paramètre ou d'un objet donné sur la traînée et ses composantes.

Troisième partie

Applications

Chapitre 6

Essais subsoniques

Cette troisième et dernière partie est dédiée à l'application de la méthode d'extraction de la traînée associée à la nouvelle formulation ONERA3 sur des essais réalisés à l'ONERA sur différentes configurations. Ces essais sont divisés en deux grandes catégories : les essais subsoniques et les essais transsoniques.

Dans le premier chapitre consacré aux essais en conditions subsoniques, deux campagnes d'essais sont présentées : les essais Dyn'Aéro et les essais EUROLIFT2. La première campagne d'essais a été réalisée dans la soufflerie L1 de l'ONERA afin d'étudier différents dispositifs d'extrémité de voilure réducteurs de traînée induite. Les essais EUROLIFT2 ont été réalisés dans la soufflerie LSWT de Airbus Brême dans le but d'étudier l'influence d'une nacelle sur les différentes composantes de la traînée en configuration hypersustentée.

Le second chapitre est consacré aux essais en conditions transsoniques. La première campagne d'essais a été réalisée dans la soufflerie S1MA de l'ONERA sur une configuration générique de type Airbus appelée AXXX. L'objectif de ces essais était d'étudier l'influence de la portance sur les différentes composantes de la traînée. La seconde campagne d'essais a été effectuée dans la soufflerie S2MA de l'ONERA sur une configuration de type Falcon générique. Ces essais avaient pour objectif d'étudier l'influence de la portance et des nacelles latérales sur les différentes composantes de la traînée.

Ce premier chapitre est donc consacré à l'application de la méthode d'extraction de la traînée expérimentale en conditions subsoniques à travers les campagnes d'essais Dyn'Aéro et EUROLIFT2.

6.1 Essais Dyn'Aéro

6.1.1 Présentation

Contexte

Les différentes campagnes d'essais réalisées dans la soufflerie ONERA L1 avec la maquette Dyn'Aéro ont pour but d'étudier expérimentalement l'efficacité de différents dispositifs d'extrémité de voilure (DEV) réducteurs de traînée induite, mais également de tester et évaluer la fiabilité des méthodes de mesure de sillage et des formulations développées à l'ONERA pour calculer les différentes composantes de la traînée.

Une première campagne d'essais a été réalisée en 2002 où trois dispositifs ont été testés : un saumon droit de référence, un saumon de type winglet et un de type wing-grid. Des mesures balance et de films chauds dans le sillage ont été effectuées, les résultats sont présentés dans la référence [57].

Une deuxième campagne d'essais s'est déroulée en novembre 2004, puis en mars 2005. Pendant cette dernière, plusieurs types de mesure ont été effectués : des mesures de sillage par PIV ainsi que des mesures balance et des clichés de tomoscopie. Deux types de DEV ont été testés : les configurations saumon droit et winglet. L'objectif de cette deuxième campagne était d'une part de tester ces différents DEV, mais également de tester la méthode d'extraction de la traînée expérimentale développée à l'ONERA. Dans cette partie, seuls les résultats des mesures PIV sont présentés.

Maquette Dyn'Aéro

Dans le cadre de cette campagne d'essais réalisée à la soufflerie L1 de l'ONERA, la maquette utilisée correspond à la demi-voilure de l'avion Dyn'Aéro MCR01 à l'échelle 1/3. L'aile MCR01 d'origine est une aile rectangulaire non vrillée d'allongement égal à 9 avec une envergure de 8.64 m pour une corde de 0.96 m et présentant un dièdre de 3° . Sur la configuration d'origine, l'extrémité de l'aile comporte un saumon trapézoïdal de 0.4 m d'envergure. La surface de référence de l'avion complet est de 8.2944 m^2 . Le nombre de Reynolds basé sur la corde de l'avion est égal à $R_e = 1.7 \cdot 10^6$ pour une vitesse de vol de 100 km/h.

La maquette est une demi-voilure constituée d'un tronçon de voilure d'envergure 1.318 m et de corde 0.315 m, et de deux saumons interchangeables, mais de même envergure (saumon droit et winglet). Il convient de noter que le saumon droit initial utilisé lors de la première campagne d'essais a été rallongé afin que les deux configurations aient une envergure similaire (1.493 m pour le saumon droit et 1.518 m pour le winglet soit des allongements respectifs de 9.48 et 9.64). Dans la suite du rapport, l'allongement utilisé est $\lambda = 9.48$.

La tenue mécanique de l'ensemble est renforcée par quatre mâts de soutien s'appuyant sur le tronçon de voilure à une cote d'environ 100 mm. Une plaque de garde de grande dimension peut être ajoutée au delà de ces points de fixation de manière à réduire l'interaction aérodynamique de ces éléments et de la couche limite pariétale de la soufflerie avec le reste de la voilure. La maquette est montée dans la veine en position verticale sur une balance de plancher (figure 6.1).

Conditions d'essais

Afin de déterminer les caractéristiques aérodynamiques de la maquette en termes de traînée induite, des mesures PIV sont réalisées dans le sillage de la maquette. Le plan choisi pour ces mesures se situe à une corde en aval du bord de fuite. Trois configurations ont été retenues :

- Saumon droit, $V_\infty = 50 \text{ m/s}$
- Winglet, $V_\infty = 50 \text{ m/s}$
- Winglet, $V_\infty = 60 \text{ m/s}$

Pour chacune de ces trois configurations, les mesures sont effectuées pour trois coefficients de portance différents ($C_z = 0.5, 0.75$ et 1). Ces neuf conditions aérodynamiques permettent d'étu-



FIG. 6.1 – Dyn'Aéro - Winglet monté dans la soufflerie L1.

dier l'influence du saumon et du coefficient de portance sur la traînée.

Pour mesurer l'ensemble du sillage, huit fenêtres sont nécessaires. Leurs positions par rapport à la maquette sont présentées sur la figure 6.2. Les mesures PIV réalisées sont stéréoscopiques ce qui permet d'avoir accès aux trois composantes du vecteur vitesse. Des mesures balance sont également effectuées en même temps que les sondages PIV pour comparer les résultats d'extraction champ lointain avec ces pesées.

En ce qui concerne la précision des mesures, les données PIV et l'utilisation de la méthode de correction sur le champ de vorticité assurent une précision supérieure à 1 point de traînée pour l'évaluation de la traînée induite (voir chapitre 4). L'influence des parois sur le calcul de la traînée induite est également inférieure au point de traînée car le rapport entre l'envergure de la maquette et le diamètre de la soufflerie est d'environ 0.8 et le plan de mesure est situé à 1 corde à l'aval du bord de fuite de la maquette. Cette position très rapprochée de la maquette fait que l'influence des parois est très faible à ce niveau malgré la dimension très importante de la maquette en comparaison du diamètre de la soufflerie.

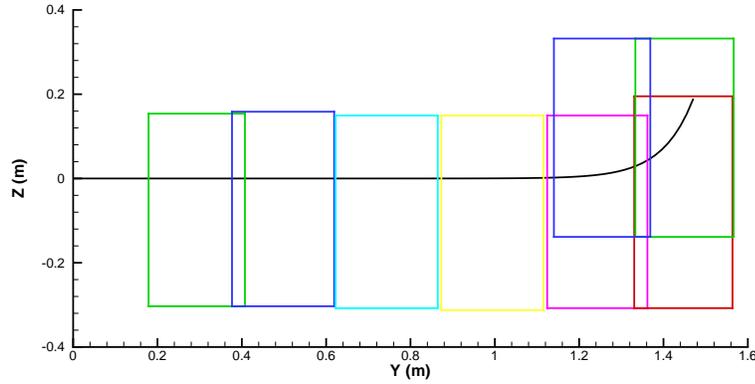


FIG. 6.2 – Dyn'Aéro - Fenêtres PIV.

6.1.2 Résultats de l'extraction de la traînée

Calcul de la traînée induite

Pour analyser les mesures PIV et calculer la traînée induite dans chacune des neuf configurations, la formule (3.57) est utilisée sur un maillage cartésien où les trois composantes du vecteur vitesse sont interpolées à partir des huit fenêtres de sondage (figure 6.2). Pour calculer le coefficient de portance des différentes configurations la formulation de Maskell [10] est utilisée :

$$C_z = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{y\zeta}{U_\infty} ds \quad (6.1)$$

Cette formulation a été utilisée dans de nombreuses publications qui ont montré que cette expression permet une évaluation précise de la portance [14–28]. Pour déterminer la portance et la traînée induite, la surface de référence a été choisie identique dans les deux configurations géométriques ($S_{ref} = 0.471 m^2$) qui possèdent la même envergure mais une surface mouillée différente. Le tableau 6.1 résume l'ensemble de ces calculs et fait également apparaître le résultat des mesures balance effectuées simultanément aux sondages PIV. La traînée induite notée Cx_i^{ll} correspond à la traînée induite définie à partir de la théorie de la ligne portante pour une aile elliptique :

$$Cx_i^{ll} = \frac{C_z^{balance^2}}{\pi\lambda} \quad (6.2)$$

Ce tableau montre que la précision des mesures balance réalisées lors des mesures PIV est assez médiocre (écart-type variant de 3 à 18 points de traînée pendant les mesures) et que le coefficient de portance déterminé à partir des sondages PIV est systématiquement sous estimé par rapport aux mesures balance (de 1 à 2 % d'écart). Malgré tout, les calculs de traînée induite mettent en évidence des résultats très concluants.

Pour le saumon droit, la traînée induite calculée à partir du sillage est légèrement plus élevée que la traînée issue de la théorie de la ligne portante Cx_i^{ll} malgré un C_z légèrement plus faible. Cela est conforme aux attentes car pour une aile droite le minimum de traînée induite est obtenu pour une loi de charge elliptique.

	Mesures balance		Ligne portante ($\lambda = 9.48$)	Sondages PIV	
	Cz	$Cx (*10^4)$	$Cx_i^{ll} (*10^4)$	Cz	$Cx_i (*10^4)$
Saumon droit $V_\infty=50$ m/s	0.497 ± 0.004	286 ± 3	83	0.487	86
	0.762 ± 0.007	394 ± 8	195	0.735	197
	1.022 ± 0.005	555 ± 18	351	0.990	353
Winglet $V_\infty=50$ m/s	0.513 ± 0.003	281 ± 8	88	0.495	82
	0.779 ± 0.003	382 ± 9	204	0.761	189
	1.039 ± 0.003	524 ± 10	362	1.030	339
Winglet $V_\infty=50$ m/s	0.517 ± 0.005	280 ± 5	90	0.492	81
	0.781 ± 0.006	379 ± 7	205	0.770	193
	1.041 ± 0.005	521 ± 6	364	1.017	333

TAB. 6.1 – Dyn'Aéro - Résultats des mesures PIV

	Ligne portante ($\lambda = 9.48$)		Sondages PIV	
	Cz^*	$Cx_i^{*ll} (*10^4)$	Cz^*	$Cx_i^* (*10^4)$
Saumon droit $V_\infty=50$ m/s	0.5	84	0.5	91
	0.75	189	0.75	205
	1	336	1	360
Winglet $V_\infty=50$ m/s	0.5	84	0.5	84
	0.75	189	0.75	184
	1	336	1	320
Winglet $V_\infty=60$ m/s	0.5	84	0.5	84
	0.75	189	0.5	183
	1	336	1	322

TAB. 6.2 – Dyn'Aéro - Résultats corrigés des mesures PIV

La comparaison des deux configurations (saumon droit et winglet) montre l'influence du saumon sur les valeurs de traînée induite. Cependant pour évaluer précisément cette influence, la comparaison des valeurs de traînée induite doit être réalisée pour un même Cz . Pour cela, la traînée induite corrigée (Cx_i^*) est déterminée à partir d'une formule dérivée de la relation (6.2) :

$$Cx_i^* = Cx_i \left(\frac{Cz^*}{Cz} \right)^2 \quad (6.3)$$

où Cz^* est la valeur du coefficient de portance souhaitée. Le tableau 6.2 présente les valeurs corrigées. Ce tableau montre que le winglet permet pour les trois coefficients de portance, de réduire la traînée induite d'environ 10%. Si ces résultats sont comparés avec la théorie de la ligne portante, la traînée induite calculée pour le winglet est proche, mais légèrement supérieure, de celle d'une aile plane elliptique d'envergure égale à celle du winglet déployé, c'est à dire pour un allongement d'environ 10. Le tableau 6.3 compare ces deux valeurs. La réduction de la traînée induite peut donc être principalement attribuée à un effet d'allongement.

	Mesures balance	Ligne portante ($\lambda = 10$)	Sondages PIV
	C_z^*	$Cx_i^{*II} (*10^4)$	$Cx_i^* (*10^4)$
Winglet $V_\infty=50$ m/s	0.5	80	84
	0.75	179	184
	1	318	320
Winglet $V_\infty=60$ m/s	0.5	80	84
	0.75	179	183
	1	318	322

TAB. 6.3 – Dyn'Aéro - Résultats des mesures PIV - Influence du winglet

Finalement, le winglet permet une diminution de la traînée induite, mais aussi de la traînée totale comme le montre les mesures balance. Ce résultat montre l'efficacité de ce dispositif pour réduire la traînée d'un avion en écoulement subsonique tout en conservant une envergure constante. En revanche, l'intérêt de ce type de dispositif par rapport à une voilure droite allongée reste à préciser.

Distributions en envergure et densités des sources de traînée

Afin d'analyser plus finement les différents phénomènes mis en jeu, les figures 6.3 et 6.4 présentent les différentes distributions en envergure : lois de charge et traînée induite.

En ce qui concerne les lois de charge (figure 6.3), les différences entre la configuration saumon droit et celle avec le winglet sont similaires quel que soit le cas considéré. La différence de Cz entre les configurations saumon droit et winglet explique l'écart entre les courbes au niveau du sillage visqueux. Au niveau de l'extrémité de la voilure, une charge plus importante est observée pour le winglet.

En termes de traînée induite (figure 6.4), l'allure des courbes est indépendante du Cz et l'effet du nombre de Reynolds est inexistant. Néanmoins, une très nette disparité apparaît entre les deux saumons. L'intensité du tourbillon marginal est beaucoup plus forte pour le saumon droit ce qui explique en partie pourquoi la traînée induite obtenue avec le winglet est inférieure à celle obtenue avec le saumon droit.

Les figures 6.5 à 6.7 présentent la densité de traînée induite pour les neuf configurations. Elles mettent également en évidence l'influence du winglet sur la structure du sillage et sur l'intensité des sources de traînée induite au coeur du tourbillon d'extrémité de voilure.

Cette première application de la méthode expérimentale d'extraction de la traînée a donc permis de montrer les capacités de cette méthode à évaluer avec précision la traînée induite d'une configuration et de montrer l'intérêt d'un dispositif d'extrémité de voilure tel que le winglet. Cette première application montre également l'intérêt de cette méthode pour localiser les zones responsables de la traînée.

Dans la partie suivante, une seconde application de la méthode expérimentale est présentée. Elle s'appuie sur des mesures effectuées dans le cadre du projet européen EUROLIFT2 sur une configuration hypersustentée.

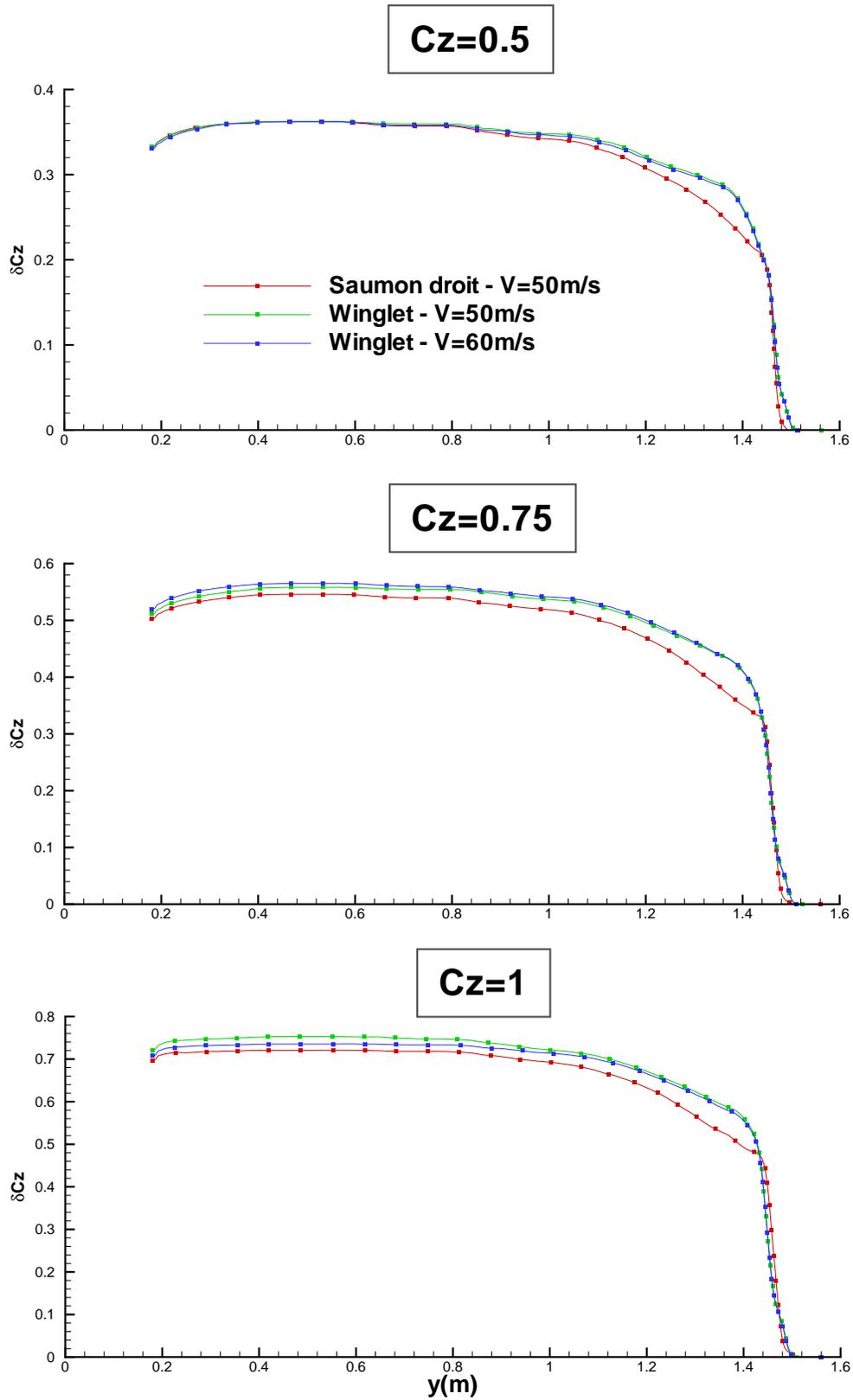


FIG. 6.3 – Dyn'Aéro - PIV - Lois de charge.

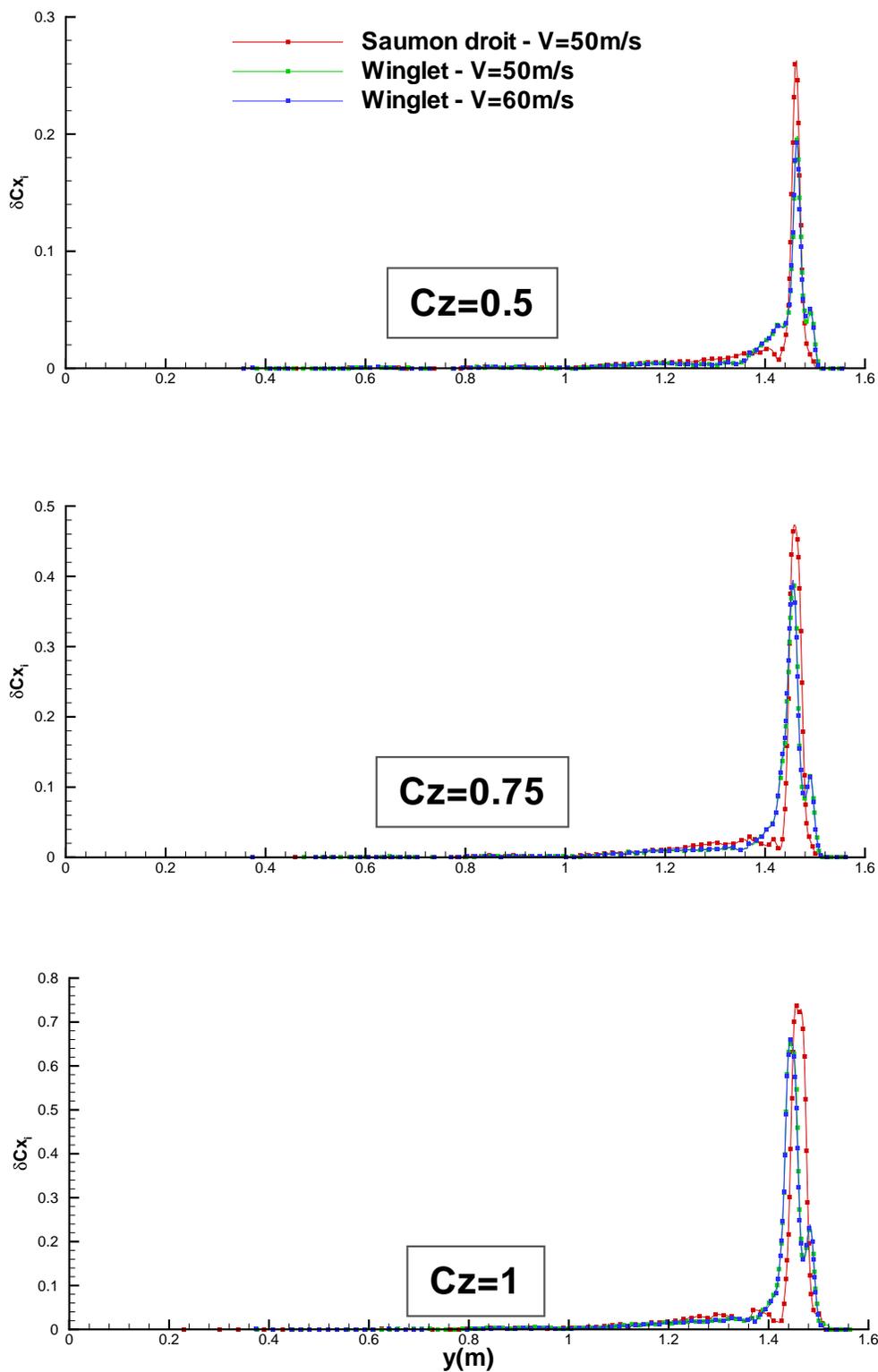


FIG. 6.4 – Dyn'Aéro - PIV - Distributions en envergure de traînée induite.

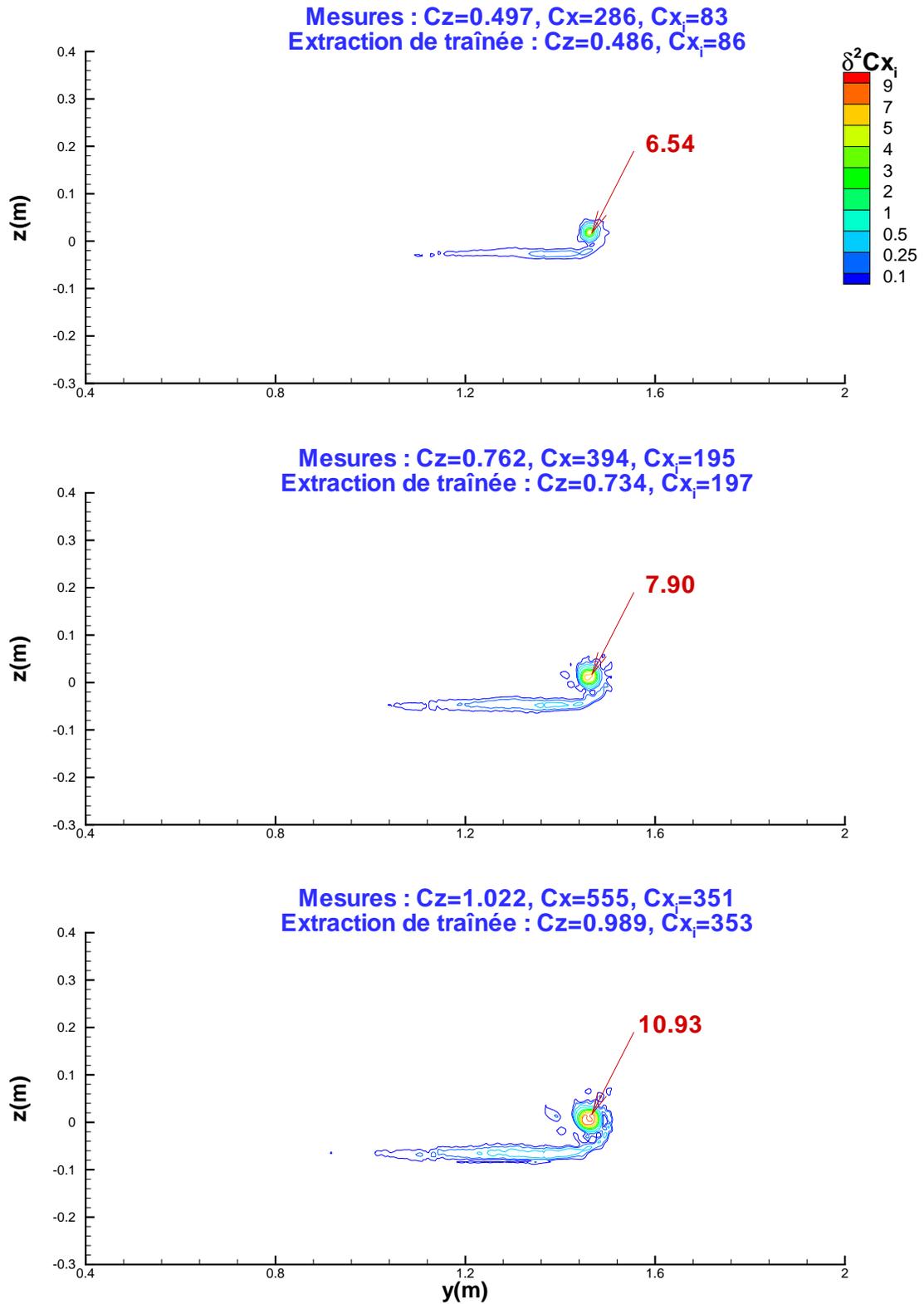


FIG. 6.5 – Dyn'Aéro - PIV - Densités de traînée induite pour la configuration saumon droit ($V_\infty = 50$ m/s).

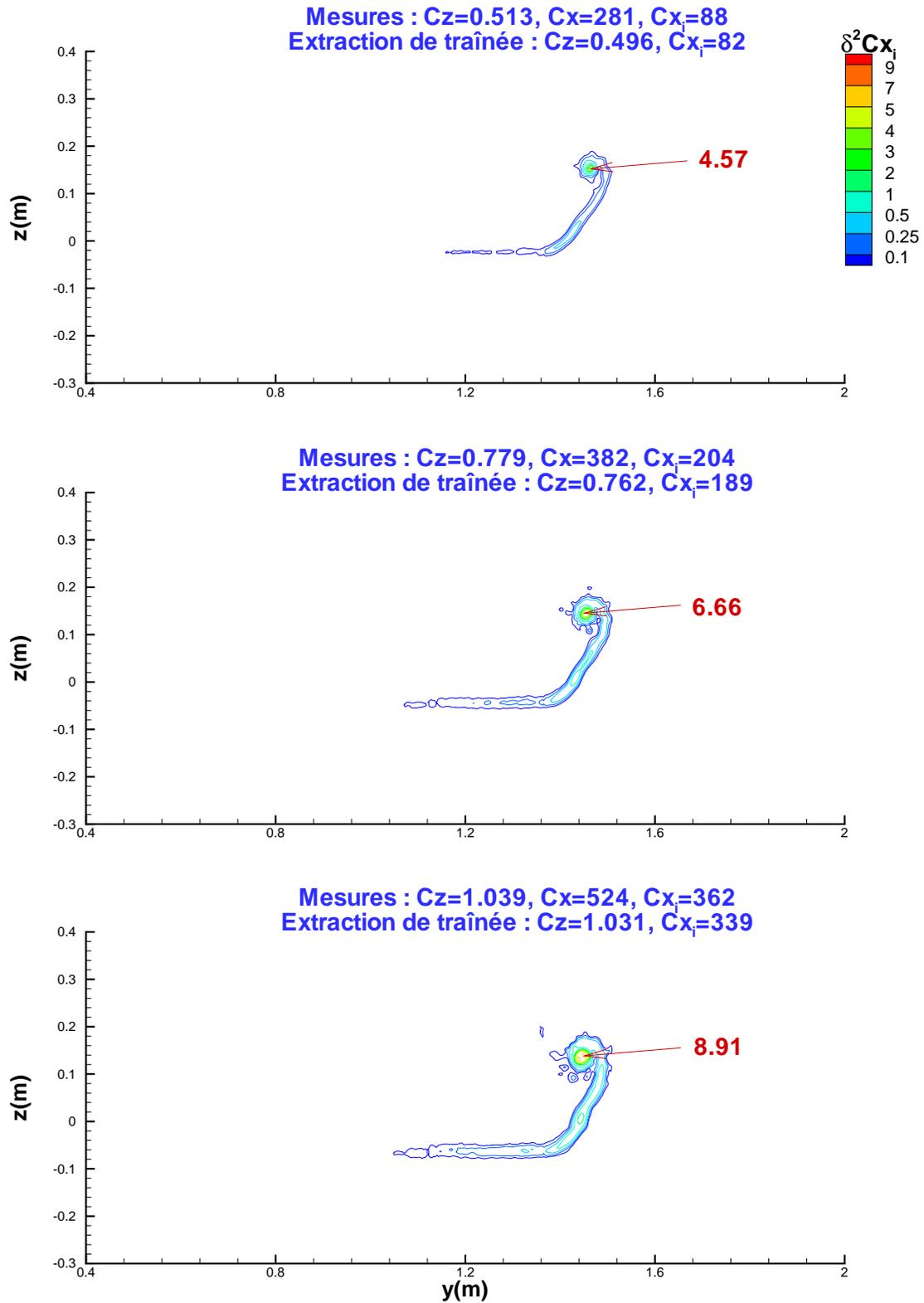


FIG. 6.6 – Dyn'Aéro - PIV - Densités de traînée induite pour la configuration winglet ($V_\infty = 50$ m/s).

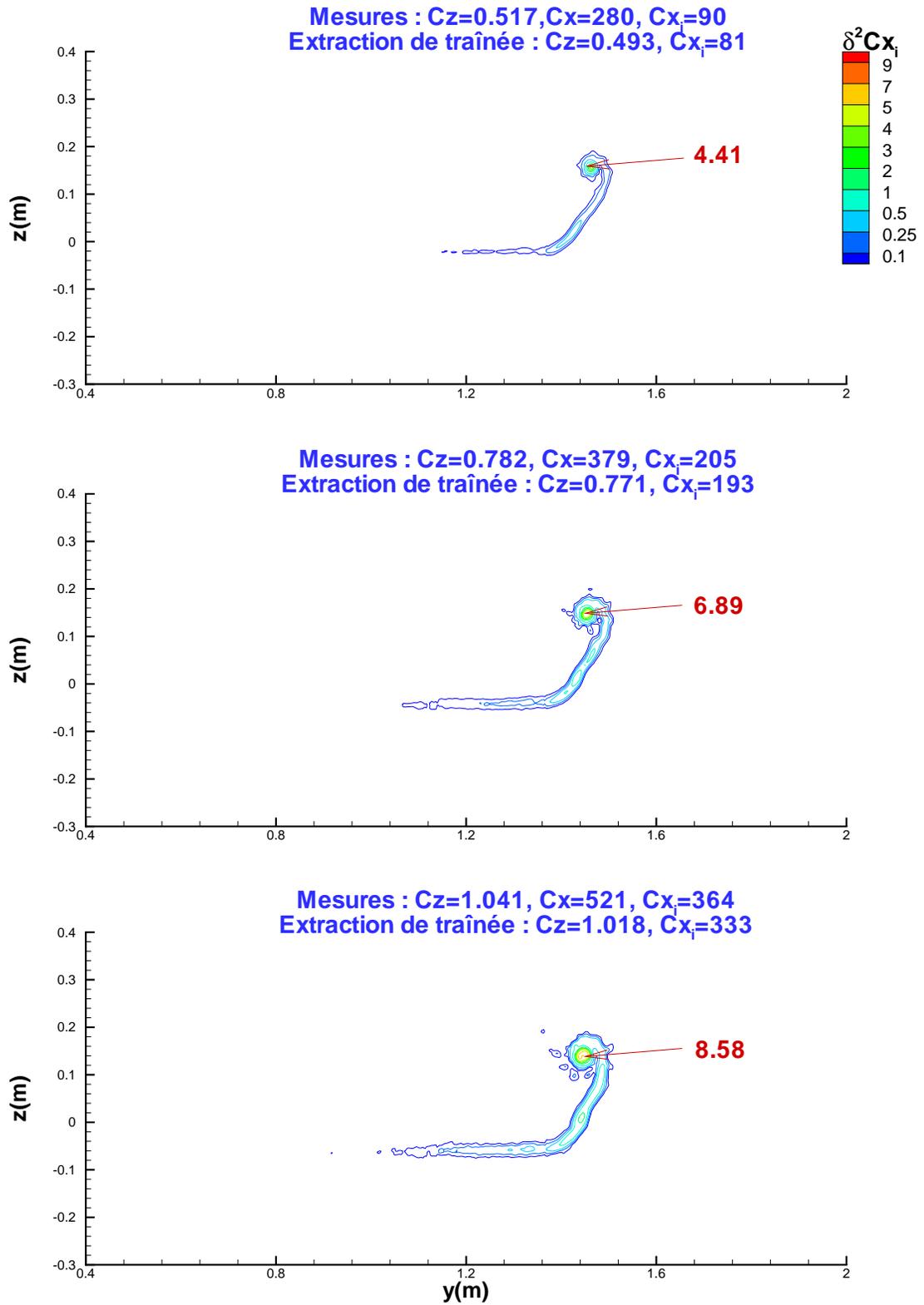


FIG. 6.7 – Dyn'Aéro - PIV - Densités de traînée induite pour la configuration winglet ($V_\infty = 60$ m/s).

6.2 Essais EUROLIFT2

6.2.1 Présentation

Contexte

Le projet européen EUROLIFT2 a pour objectif d'améliorer la connaissance et la compréhension des phénomènes aérodynamiques en configuration hypersustentée. Pour atteindre ces objectifs, les résultats obtenus lors du premier projet EUROLIFT1 ainsi que les outils de simulation numérique et les essais en soufflerie sont utilisés. Dans ce contexte des mesures de sillage par sonde 5 trous sont effectuées sur la maquette KH3Y.

Maquette KH3Y

Ces essais ont eu lieu en février 2005 dans la soufflerie basse vitesse LSWT de Airbus Brème sur la demi-maquette KH3Y [58]. Cette maquette est composée d'un fuselage et d'une aile équipée des différents éléments hypersustentateurs : bec, volet et carénages (fairings). La demi-envergure de la maquette est de 1.4 m, son allongement de 9.35, le bec est braqué à 26.5° et le volet à 32° . Une nacelle perméable, de diamètre égal à 10% de la demi-envergure, peut être ajoutée à la maquette (figure 6.8).



FIG. 6.8 – EUROLIFT2 - Maquette KH3Y avec et sans nacelle dans la soufflerie LSWT.

Conditions d'essais

L'objectif de ces essais était de déterminer l'influence de la nacelle perméable sur les différentes composantes de la traînée. Pour cela, des mesures de sillage avec une sonde 5 trous ont été effectuées sur deux configurations : avec et sans nacelle perméable. Pour la configuration avec nacelle, un aileron a été ajouté sur la surface externe de la nacelle afin d'optimiser les performances aérodynamiques. Les essais ont été effectués en conditions d'atterrissage pour un nombre

de Mach de 0.174, une incidence de 10° et un coefficient de portance d'environ 2.15.

Les mesures par sonde 5 trous ont été effectuées dans un plan de sillage situé proche de la pointe arrière du fuselage. Dans chacune des deux configurations, un maillage de mesure grossier a été défini avec un espace entre les points de 30 mm. Dans les zones de sillage, un maillage plus fin a été utilisé avec un espace entre les points de mesure de 15 mm. La figure 6.9 présente la répartition des points de mesure dans les deux configurations.

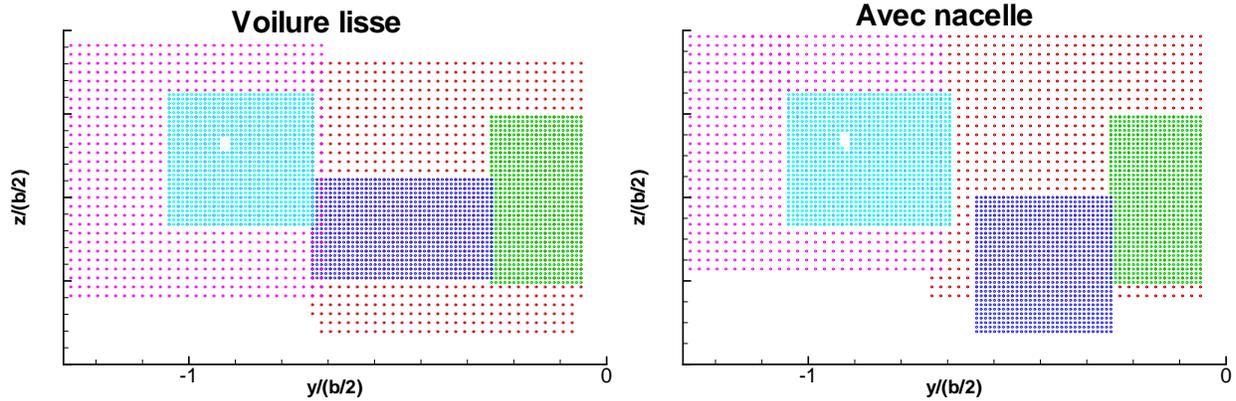


FIG. 6.9 – EUROLIFT2 - Points de mesure pour les configurations avec et sans nacelle.

Les points de mesure au centre du tourbillon d'extrémité de voilure ne peuvent être utilisés car dans cette zone, l'angle entre le vecteur vitesse local et le vecteur vitesse à l'infini amont est trop important et la sonde 5 trous n'est pas capable de fournir une mesure fiable. Pour pallier cette difficulté, les grandeurs aérodynamiques au niveau des ces points de mesure, sont interpolées par la méthode des distances inverses.

6.2.2 Résultats de l'extraction de la traînée

Calcul des composantes de la traînée

Pour calculer les différentes composantes de la traînée des deux configurations, les mesures précédentes sont extrapolées sur un maillage cartésien, la méthode de correction est utilisée pour éliminer les sources d'erreurs en dehors du sillage. Le chapitre 5 a montré que la précision des mesures était suffisante pour déterminer la traînée visqueuse et la traînée induite d'une telle configuration avec une précision de l'ordre de 1 point de traînée. L'influence des parois sur la traînée induite ne constitue pas une source d'erreurs significative car le rapport entre la taille de la demi-envergure de la maquette et la taille de la soufflerie est de l'ordre de 0.7 et le plan de mesure se situe entre 1 et 2 cordes à l'aval du bord de fuite de la voilure (voir chapitre 4). Pour calculer les deux composantes de la traînée, la formulation ONERA3 est utilisée.

Le tableau 6.4 présente les résultats de l'extraction de la traînée en comparant les deux configurations. La première remarque concerne la précision de la prévision de l'influence de la nacelle sur la traînée globale. L'écart entre les mesures balance et les mesures de sillage est de l'ordre de 9 points soit environ 5%. Pour la portance une différence plus importante existe, mais elle est à modérer car l'écart entre les deux configurations est faible. Cette relative imprécision sur la traînée est probablement à attribuer au nombre de points de sondage qui est insuffisant.

En effet, à la traversée du sillage visqueux, il y a au maximum une quinzaine de points, alors que pour ce genre de sillage, une trentaine de points est un minimum. De plus, l'intégralité du sillage du fuselage n'a pas été sondée ce qui est une source d'erreurs supplémentaire qui peut, en partie, expliquer l'écart entre les mesures balance et les mesures de sillage.

Mesures balance		Mesures de sillage			
ΔCz	ΔCx	ΔCz	ΔCx	ΔCx_v	ΔCx_i
0.02	170.0	0.06	161.1	70.7	90.4

TAB. 6.4 – EUROLITF2 - Influence de la nacelle sur la traînée (Δ =Ecart entre les configurations avec et sans nacelle)

Malgré tout, ces essais permettent de mettre en évidence que la présence de la nacelle a une forte influence sur la traînée visqueuse, mais également sur la traînée induite. Au niveau de la répartition relative des deux composantes, la contribution à la traînée totale de la traînée visqueuse augmente en présence de la nacelle. Ces essais permettent également de localiser les différentes sources de traînée grâce aux différentes distributions en envergure et surfaciques.

Distributions en envergure et densités de traînée

Traînée visqueuse

La figure 6.10 présente les distributions locales et en envergure de traînée visqueuse pour les deux configurations. Les distributions locales permettent de détailler l'origine des différentes sources de traînée. Dans les deux configurations, les sources principales de traînée sont localisées à l'aval du tourbillon d'extrémité de voilure et du fuselage. D'autres sources importantes apparaissent à l'aval des différents éléments hypersustentateurs.

L'influence de la nacelle apparaît clairement dans son sillage pour la deuxième configuration. Cette dernière n'a pas qu'une influence locale car elle modifie également la structure du sillage visqueux sur la partie interne de la voilure. Les distributions en envergure confirment cette analyse et montrent l'influence de la nacelle sur l'ensemble du sillage. Elles montrent également qu'au niveau du tourbillon d'extrémité de voilure l'influence de la nacelle est inexistante.

Traînée induite

La figure 6.11 présente les sources de traînée induite pour les deux configurations à travers des distributions en envergure et surfaciques. Dans la configuration voilure lisse, les sources de traînée induite sont localisées aux mêmes endroits que pour la traînée visqueuse. En effet, la présence des différents éléments hypersustentateurs génère des tourbillons qui sont une source importante de traînée induite. De part et d'autre de la nacelle, il se développe une paire de tourbillons contrarotatifs, ce qui explique pourquoi la traînée induite globale augmente de 70 points avec l'ajout de cette nacelle.

Les distributions en envergure de portance et de traînée montrent que la présence de cette paire de tourbillons est une source de traînée induite, mais expliquent également l'augmentation de la portance avec la nacelle.

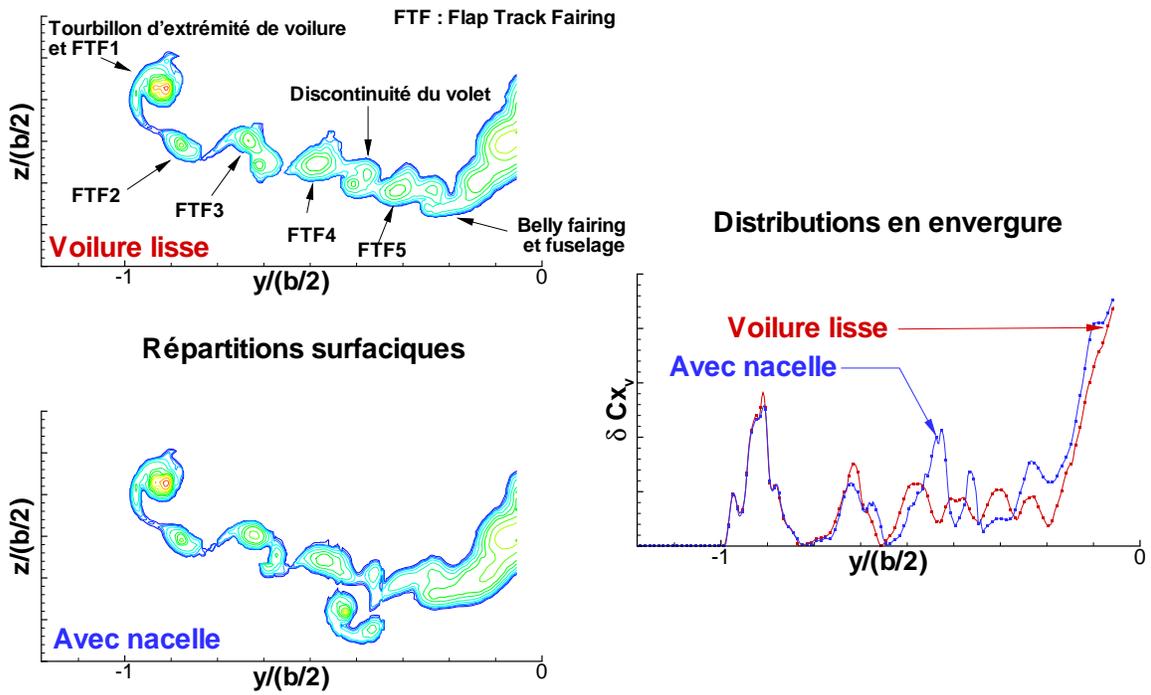


FIG. 6.10 – EUROLIFT2 - Sources de traînée visqueuse.

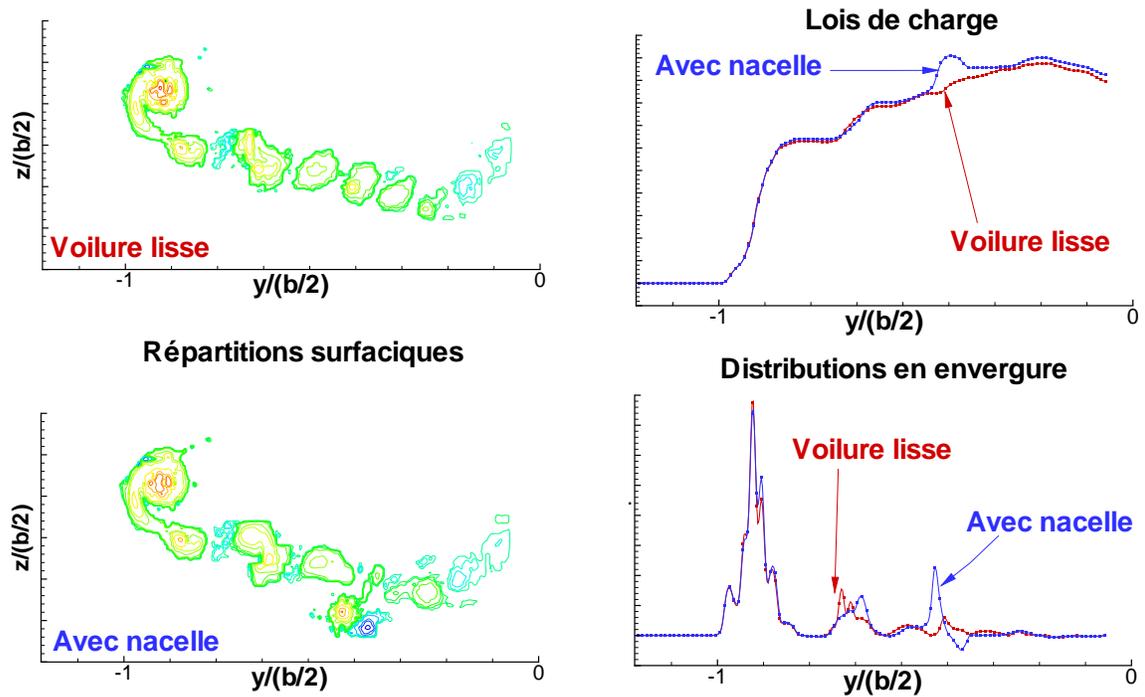


FIG. 6.11 – EUROLIFT2 - Sources de traînée induite et lois de charge.

Cette seconde étude a donc permis d'appliquer la méthode d'extraction de la traînée dans une configuration complexe où la maquette étudiée est équipée de nombreux éléments hypersustentateurs. Les résultats ont montré un certain écart entre les mesures balance et les mesures de sillage. Ce dernier est probablement dû à un nombre de points de mesure trop faible plutôt qu'à l'imprécision de la méthode d'extraction de la traînée expérimentale.

Finalement, ces deux études en écoulement subsonique ont permis d'étudier des configurations totalement différentes à partir de mesures effectuées par PIV et avec une sonde 5 trous. Les deux méthodes de mesure ont montré qu'elles permettent une analyse fine de la traînée, mais qu'un nombre important de points de mesure est nécessaire pour utiliser une sonde 5 trous.

Chapitre 7

Essais transsoniques

Dans ce dernier chapitre, la méthode d'extraction de la traînée est appliquée en configuration transsonique. La particularité de ce type de configuration est que des ondes de choc peuvent se développer sur la maquette étudiée, au niveau de l'intrados et de l'extrados de la voilure, mais également sur les nacelles perméables. Afin d'avoir une décomposition complète de la traînée, il est alors nécessaire de séparer la traînée de profil en traînée visqueuse et traînée de choc.

Les deux exemples présentés dans ce chapitre sont issus d'essais réalisés au cours de projets nationaux dans les souffleries ONERA. La première campagne d'essais a été réalisée en 2003 en collaboration avec Airbus France sur une maquette générique de type voilure-fuselage-nacelles dans la soufflerie S1MA de l'ONERA [35, 48]. La deuxième campagne a été réalisée en 2001 sur une configuration Falcon générique dans la soufflerie S2MA de l'ONERA en collaboration avec Dassault Aviation [34, 50].

7.1 Essais sur une configuration générique de type Airbus (AXXX)

7.1.1 Présentation

Contexte

Cette campagne d'essais a été réalisée dans le but de développer un moyen de mesure et de décomposition de la traînée par sondages de sillage, adapté à l'évaluation de la traînée d'un avion de transport civil en conditions transsoniques dans la soufflerie S1MA. Son deuxième objectif était de déterminer avec précision l'influence de l'augmentation de la portance sur les trois composantes de traînée et d'étudier l'influence de la présence de nacelles au niveau de l'intrados de la voilure. Pour des raisons de confidentialité, seuls les résultats concernant l'influence de la portance sont présentés sous forme de différences entre les configurations étudiées. Les essais ont été réalisés sur une configuration voilure-fuselage-nacelles.

Maquette

Pour ces essais, une demi-maquette de grande dimension a été utilisée. Cette dernière a été installée au plancher de la soufflerie avec une péniche pour limiter les effets de la couche limite de la soufflerie sur le sillage. Deux nacelles perméables pouvaient être montées au niveau de la voilure (figure 7.1).



FIG. 7.1 – AXXX - demi-maquette montée dans la soufflerie S1MA.

Conditions d'essais

Afin d'étudier l'influence de la portance sur les trois composantes de la traînée sur la configuration voilure lisse, deux conditions d'essais ont été retenues pour deux valeurs de C_z différentes ($C_{z_1} < C_{z_2}$). Les mêmes essais ont été réalisés pour la configuration avec nacelles, mais les résultats ne sont pas exposés.

Les sondages ont été effectués par l'intermédiaire d'une sonde 5 trous dans un plan de sillage situé à l'aval de la pointe arrière du fuselage, à une distance de 1 et 2 cordes du bord de fuite de la voilure. Le déplacement de la sonde était assuré par un dispositif appelé 6° de liberté qui permet de positionner la sonde sur l'ensemble du sillage. Les sondages ont été effectués suivant des lignes décrivant des arcs de cercle. La figure 7.2 présente ces différentes lignes pour les essais sur la configuration lisse.

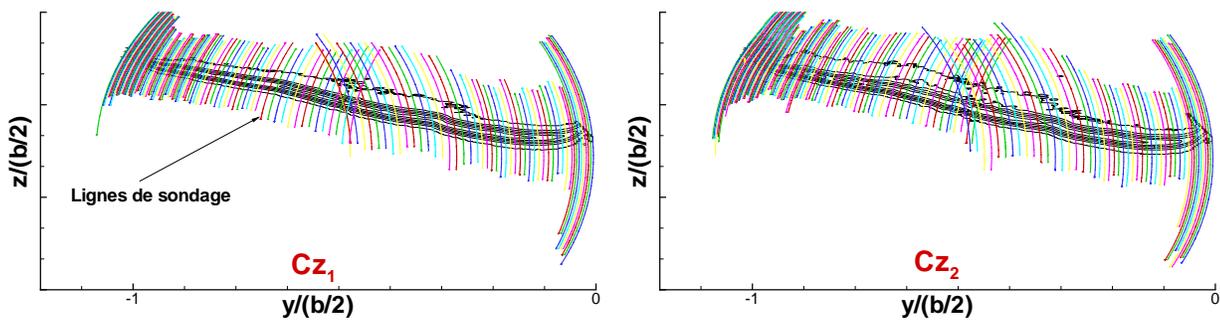


FIG. 7.2 – AXXX - Lignes de sondage.

Dans chacune des deux configurations, le nombre de lignes de sondage est d'environ 150, chacune contenant environ 500 points de mesure soit un total d'environ 75 000 points de mesure. Sur chaque ligne, le sillage visqueux est décrit par une soixantaine de points au minimum ce qui

permet une description très fine du sillage. De plus, ces lignes sont très rapprochées au niveau du tourbillon d'extrémité de voilure afin de capter parfaitement les différents phénomènes physiques intervenant dans cette zone. Afin d'évaluer la fiabilité des calculs à partir des sondages de sillage, des mesures balance ont été effectuées simultanément aux mesures avec la sonde 5 trous.

En ce qui concerne la précision des calculs d'extraction de la traînée, le chapitre précédent a montré que la précision de la mesure de la sonde 5 trous est suffisante pour calculer les composantes de la traînée avec une précision de l'ordre du point de traînée. De plus, le rapport entre l'envergure de la maquette et le diamètre de la soufflerie est inférieur à 0.2 ce qui montre que les parois n'ont quasiment aucune influence sur les calculs de traînée induite (voir chapitre 4).

L'utilisation de la formulation ONERA3 et de la méthode du coefficient de diffusion pour la traînée de choc permet d'obtenir une décomposition complète de la traînée et d'évaluer l'impact de l'augmentation de portance sur les trois composantes de la traînée.

7.1.2 Résultats de l'extraction de la traînée

Calcul des composantes de la traînée

Le calcul des trois composantes de la traînée est réalisé sur un maillage cartésien formé de $301 * 451$ points, la méthode de correction est utilisée pour éliminer les sources de traînée non-physiques.

Le tableau 7.1 présente les résultats en comparant les valeurs obtenues pour les deux coefficients de portance sur la voilure lisse. Il montre que les mesures balance et les mesures de sillage fournissent des résultats assez différents puisque l'écart en termes de traînée totale est d'environ 12 points de traînée. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que seule une partie du sillage est sondée et que la zone relative au sillage du fuselage est absente. Or l'augmentation de la portance modifie l'écoulement autour de cet élément et provoque une augmentation de la traînée. Il est donc logique que la différence entre les deux configurations soit plus faible pour les mesures de sillage qui prennent en compte uniquement l'effet au niveau de la voilure.

Mesures balance		Mesures de sillage				
ΔCz	ΔCx	ΔCz	ΔCx	ΔCx_v	ΔCx_w	ΔCx_i
0.101 ± 0.004	63.8 ± 4	0.093	51.6	9.1	7.4	35.1

TAB. 7.1 – AXXX - Influence de la portance sur la traînée

Ce tableau permet donc de montrer l'influence de la portance sur les trois composantes de la traînée pour la voilure. Logiquement, la traînée induite augmente avec la portance de 35.1 points, les composantes visqueuse et de choc augmentent également, mais dans des proportions moindres (respectivement de 9.1 et 7.4 points). Afin d'effectuer une analyse fine des différents phénomènes physiques mis en jeu, les distributions en envergure et les densités de traînée sont présentées dans le paragraphe suivant.

Distributions en envergure et densités de traînée

Traînée visqueuse

La figure 7.3 présente les répartitions surfaciques et en envergure des sources de traînée visqueuse. Les répartitions surfaciques ne permettent pas de mettre en évidence des différences importantes entre les deux configurations. En revanche, les distributions en envergure montrent que l'augmentation de portance génère des sources de traînée visqueuse supplémentaires sur la partie externe de la voilure, mais ne modifie pas la répartition sur la partie interne. Cette différence explique l'augmentation de 9.1 points de cette composante de la traînée.

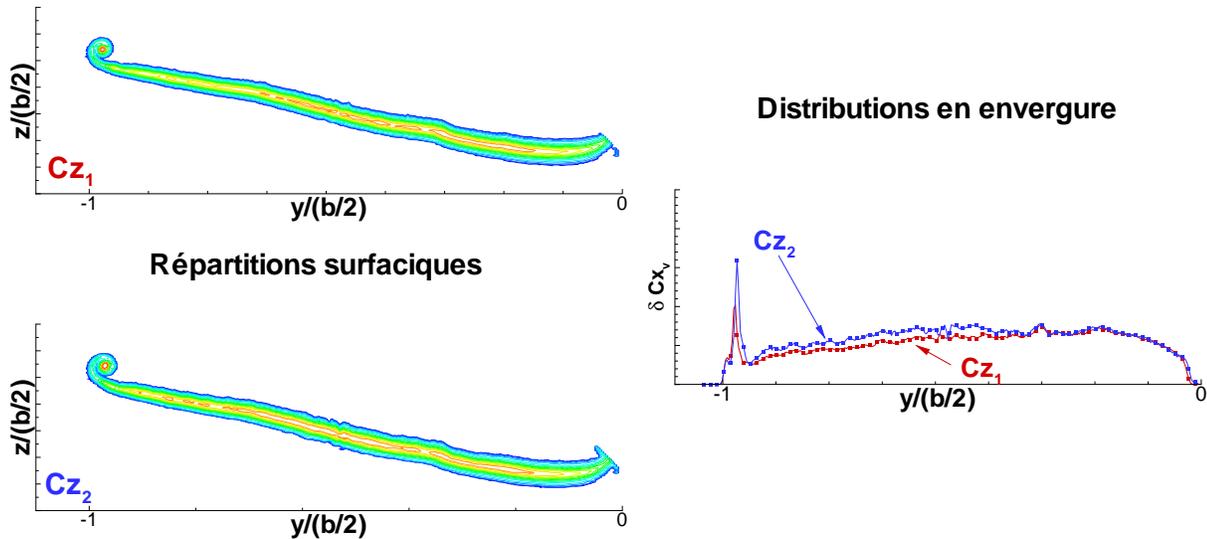


FIG. 7.3 – AXXX - Sources de traînée visqueuse.

Traînée de choc

La figure 7.4 présente les mêmes répartitions et distributions pour la traînée de choc. Elles montrent que l'augmentation du Cz s'accompagne d'une augmentation de l'intensité du choc et d'une modification de sa structure sur l'extrados, au niveau de la voilure externe. Sur la voilure interne, aucune modification remarquable n'est observée. Ces modifications sont à l'origine de l'augmentation de 7.4 points de la traînée de choc.

Traînée induite

La figure 7.5 permet de localiser les sources de traînée induite, mais également de montrer l'évolution de la loi de charge avec la portance. L'intensité des sources de traînée induite augmente de manière classique avec le Cz .

Ainsi cette étude en configuration transsonique met en évidence qu'il est difficile d'obtenir une évaluation précise d'un paramètre donné sur une demi-maquette. En effet, les zones de l'écoulement situées proches du plancher de la soufflerie ne peuvent être sondées en totalité. Cela

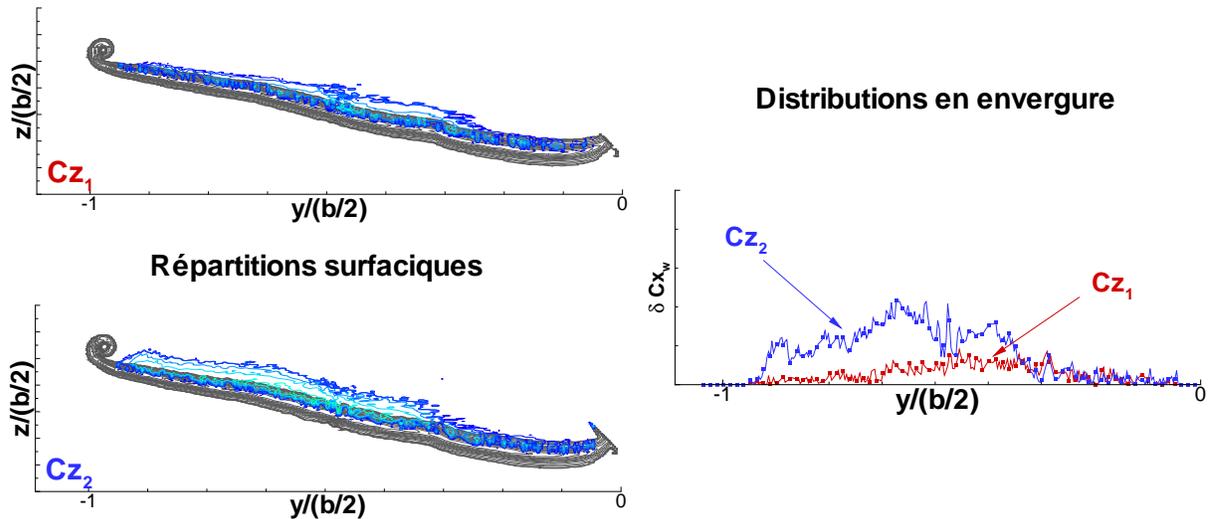


FIG. 7.4 – AXXX - Sources de traînée de choc.

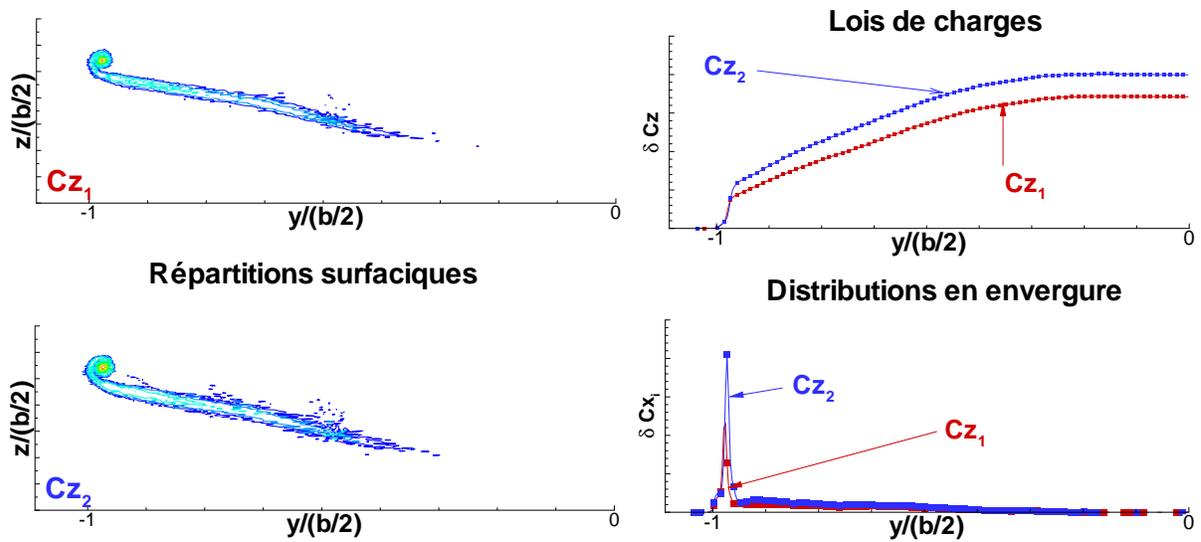


FIG. 7.5 – AXXX - Sources de traînée induite et lois de charge.

entraîne une perte d'information qui empêche un calcul précis des trois composantes de la traînée. Néanmoins, ce type de configuration permet d'étudier précisément ce qui se passe au niveau de la voilure et de mettre en évidence l'apparition de phénomènes complexes tels que les chocs.

La deuxième campagne d'essais présentée dans ce chapitre a été réalisée sur une maquette complète de Falcon générique où l'ensemble du sillage a été sondé.

7.2 Essais Falcon générique

7.2.1 Présentation

Contexte

Cette campagne d'essais a été réalisée pour étudier l'influence de la portance, du nombre de Mach et d'une nacelle perméable sur les différentes composantes de la traînée sur une configuration de type Falcon générique en conditions transsoniques. Ces essais avaient également pour objectif de mettre au point une méthode d'extraction de la traînée d'onde adaptée à ce type de configuration complexe.

Maquette

Pour ces essais, une maquette complète de 1.2 m d'envergure a été utilisée (figure 7.6) afin de calculer avec précision les trois composantes de la traînée et d'obtenir un très bon accord entre les mesures balance et les mesures de sillage. Sur cette maquette, une nacelle perméable latérale peut être montée au niveau du fuselage.

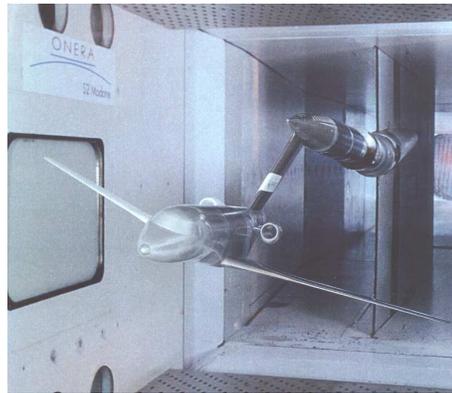


FIG. 7.6 – Falcon générique - Maquette montée dans la soufflerie S2MA.

Conditions d'essais

Afin d'étudier l'influence de la portance, du nombre de Mach et de la présence d'une nacelle latérale sur les trois composantes de la traînée, 11 configurations ont été sondées. Le tableau 7.2 résume ces différentes configurations. Ces essais permettent d'étudier l'influence de la portance pour les configurations avec et sans nacelles, d'étudier l'influence du nombre de Mach sur la configuration avec nacelles pour deux coefficients de portance et d'étudier l'influence des nacelles pour quatre coefficients de portance.

Les sondages de sillage ont été effectués par l'intermédiaire d'une sonde 5 trous sur un plan de sillage situé proche de la pointe arrière du fuselage à environ 2 cordes à l'aval du bord de fuite de la voilure. Le déplacement de la sonde était assuré par le dispositif appelé 6° de liberté. Les mesures ont été réalisées suivant des lignes verticales. Suivant la configuration, le nombre de lignes varie entre 90 et 100 avec environ 300 points de mesure par ligne pour un nombre total de points d'environ 30 000. Sur chaque ligne, cela permet d'avoir une cinquantaine de points pour

Configuration	Nacelle	M_∞	C_z
1	oui	0.80	0.00
2	oui	0.80	0.10
3	oui	0.80	0.35
4	oui	0.80	0.45
5	oui	0.80	0.55
6	oui	0.85	0.35
7	oui	0.85	0.45
8	non	0.80	0.00
9	non	0.80	0.10
10	non	0.80	0.35
11	non	0.80	0.55

TAB. 7.2 – Falcon générique - Conditions d'essais

décrire le sillage visqueux et d'avoir une description fine des phénomènes physiques. Les lignes de sondage sont plus rapprochées au niveau du tourbillon d'extrémité de voilure et de la nacelle latérale car les gradients suivant l'envergure sont beaucoup plus importants dans ces zones. La figure 7.7 montre la répartition de ces lignes de sondage pour les configurations avec et sans nacelles.

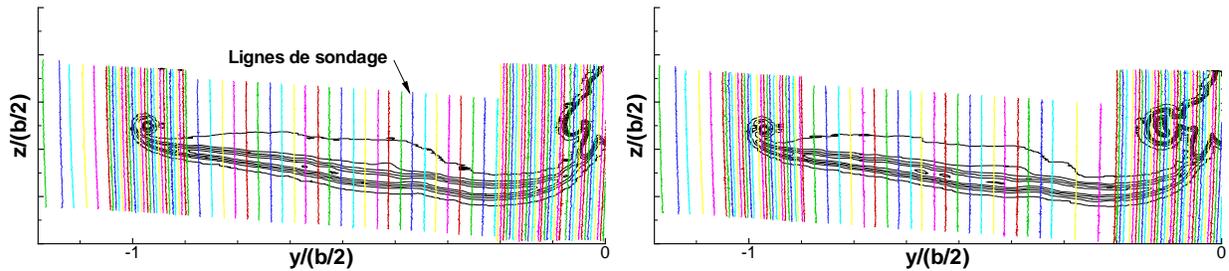


FIG. 7.7 – Falcon générique - Lignes de sondage.

Concernant la précision des calculs, le chapitre 5 a montré qu'en écoulement transsonique, la précision de la mesure de la sonde 5 permet une évaluation fiable de la traînée au point près. Dans cette campagne d'essais, la taille de la maquette est relativement importante en comparaison de la taille de la soufflerie. En effet, le rapport entre l'envergure de la maquette et la largeur de la soufflerie est d'environ 0.7, mais le plan de mesure est situé proche de la maquette ce qui assure une influence négligeable des parois sur la traînée induite (voir chapitre 4). Ces conditions permettent donc d'effectuer une décomposition précise de la traînée en composantes de profil et induite. En revanche, le calcul de la traînée de choc dans cette configuration complexe demande un traitement particulier.

7.2.2 Extraction de la traînée d'onde

Pour décomposer la traînée de profil en composantes visqueuse et de choc, la méthode du coefficient de diffusion ne peut pas être utilisée sous la forme décrite dans le paragraphe 1.4. En effet, dans les configurations étudiées dans cette campagne d'essais, les chocs peuvent se produire

à l'extrados ou à l'intrados de la voilure, mais également au niveau de la nacelle latérale. Dans ce cas, la méthode du coefficient de diffusion ne permet pas de prendre en compte l'influence du choc au niveau de la nacelle.

Contrairement à la méthode du coefficient de diffusion, la méthode de Kusunose (paragraphe 1.4) permet de prendre en compte une très grande partie des sources de traînée d'onde et donc de déterminer la contribution du choc au niveau de la nacelle latérale. Malheureusement, au niveau de la voilure, cette méthode est moins précise et rigoureuse que la méthode du coefficient de diffusion. Ainsi pour obtenir une évaluation la plus précise possible de la traînée de choc, une méthode couplée est mise en oeuvre.

Cette méthode consiste à utiliser la méthode du coefficient de diffusion au niveau de la voilure et celle de Kusunose sur les autres parties de l'écoulement et notamment au niveau des nacelles latérales. Dans la méthode de Kusunose, l'interaction choc/couche limite dans le sillage est traitée au niveau de la voilure, mais ne peut être appliquée sur un objet de forme quelconque. Sur la configuration Falcon générique, les chocs en dehors de la voilure apparaissent au niveau des nacelles latérales et sont de faible intensité. En conséquence, la contribution à la traînée de la partie du choc située au sein de la couche limite de la nacelle est très faible et négligeable sur la traînée de profil totale. Pour ces raisons, aucune modélisation de cette interaction au niveau de la nacelle est mise en oeuvre dans cette étude et la partie du choc située dans la couche limite de la nacelle est implicitement attribuée à la traînée visqueuse. La figure 7.8 présente sur la configuration avec nacelle, la répartition des zones dans lesquelles les méthodes du coefficient de diffusion et de Kusunose sont utilisées.

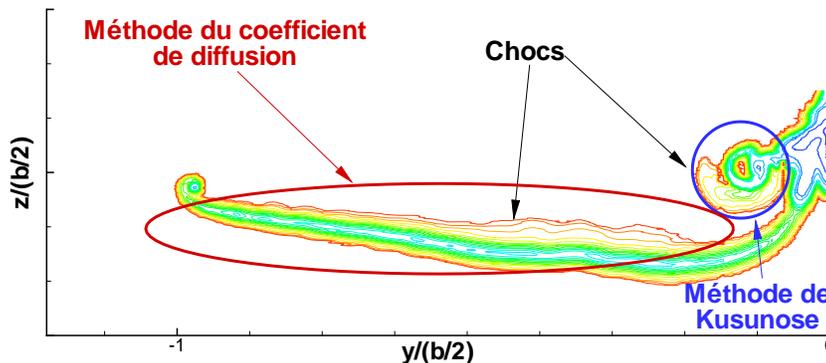


FIG. 7.8 – Falcon générique - Méthode couplée d'extraction de la traînée d'onde.

7.2.3 Résultats de l'extraction de la traînée

Calcul des composantes de la traînée

Les calculs sont effectués sur un maillage composé de 301×401 points et la méthode de correction est utilisée pour éliminer les sources de traînée parasites. Le tableau 7.3 présente les résultats obtenus. Il montre d'une part, la précision des mesures balance et d'autre part, l'écart entre ces mesures balance et les résultats de l'extraction de la traînée à partir des mesures de sillage. Pour les premières d'entre elles, les chiffres indiqués dans le tableau correspondent à l'écart-type des mesures balance effectuées simultanément aux mesures de sillage.

Conf.	Mesures balance (écart-type)		Mesures de sillage	
	$C_z^{balance}$	$C_x^{balance} (*10^4)$	$ C_z^{sillage} - C_z^{balance} $	$ C_x^{sillage} - C_x^{balance} (*10^4)$
1	± 0.001	± 2.0	0.001	-7.2
2	± 0.001	± 2.0	0.006	-0.9
3	± 0.001	± 2.2	0.011	0.6
4	± 0.001	± 2.3	0.012	1.1
5	± 0.001	± 2.6	0.006	1.3
6	± 0.001	± 3.1	0.018	0.5
7	± 0.001	± 4.5	0.001	-4.4
8	± 0.001	± 2.4	0.001	-1.7
9	± 0.001	± 1.7	0.002	-5.7
10	± 0.001	± 2.1	0.003	3.4
11	± 0.002	± 3.0	0.003	0.4

TAB. 7.3 – Falcon générique - Précision des mesures balance et des mesures de sillage

Pour la portance les résultats sont excellents sauf dans trois configurations où elle est légèrement surévaluée. Pour la traînée, ce tableau montre que la précision des mesures balance est supérieure à 1 point de traînée et peut atteindre 4.5 points dans la configuration 7. L'accord entre les mesures balance et les mesures de sillage est excellent, car dans la plupart des cas, cet écart est inférieur à la précision des mesures balance. Seules les configurations 1, 9 et 10 présentent un écart supérieur. De manière générale, les résultats s'avèrent moins précis pour les faibles portances. Ce phénomène peut s'expliquer par l'hypothèse suivante. En théorie, à l'aval de la maquette, l'axe de symétrie du sillage correspond exactement avec celui de la maquette. En soufflerie, le sillage peut être légèrement dévié, l'axe de symétrie d'un plan de sondage ne correspond alors plus avec celui de la maquette. Dans ce cas, le fait de calculer la traînée uniquement à partir de mesures effectuées sur une demi-configuration implique que des sources de traînée sont enlevées ou rajoutées à la traînée calculée suivant la direction de la déviation. A priori, ce phénomène peut intervenir plus facilement pour les faibles C_z où l'enroulement tourbillonnaire et la symétrie de l'écoulement sont moins marqués. Pour pallier cette difficulté, il faudrait translater le sillage d'une valeur égale à la déviation. Cependant pour connaître la valeur de la translation, il est nécessaire de connaître avec précision l'axe de symétrie de l'écoulement dans le plan de sillage. Ce calcul est impossible avec uniquement le sillage d'une moitié de fuselage. Pour être réalisable, il est nécessaire de connaître en totalité le sillage d'un objet situé de part et d'autre de cet axe de symétrie. Une configuration équipée d'une dérive peut permettre d'effectuer une telle opération dès l'instant où l'axe de symétrie de cette dérive peut être déterminé.

L'application de la méthode d'extraction de la traînée permet également de calculer les trois composantes de la traînée. Le tableau 7.4 présente la contribution relative de ces trois composantes à la traînée totale pour les 11 configurations. Il permet de voir que les contributions relatives de la traînée induite et de la traînée d'onde augmentent avec la portance alors que celle de la traînée visqueuse diminue. L'influence du nombre de Mach est importante sur la traînée de choc, mais très faible sur les deux autres composantes. La présence de la nacelle modifie la répartition des trois traînées. Pour les faibles C_z , la contribution relative de la traînée induite augmente en présence de la nacelle alors que pour les forts C_z , la tendance est inversée. Ce

comportement surprenant peut s'expliquer par le fait qu'autour de la nacelle latérale, d'importantes sources de vorticité se développent. Ces dernières sont opposées au sens de rotation de celles se développant au niveau du tourbillon d'extrémité de voilure. L'intensité de ces sources de vorticité évolue peu avec la portance ainsi leur importance relative par rapport aux sources de vorticité qui se développent en bout d'aile diminue. Cela se traduit par des variations plus faibles de traînée induite et par des variations plus importantes de traînée visqueuse. La proportion de traînée de choc évolue peu en présence de la nacelle.

Configuration	nacelle	M_∞	C_z	$C_{x_v}(\%)$	$C_{x_w}(\%)$	$C_{x_i}(\%)$
1	oui	0.80	0.00	88.6	0.5	10.9
2	oui	0.80	0.10	87.8	0.5	11.7
3	oui	0.80	0.35	75.5	0.5	24.0
4	oui	0.80	0.45	68.7	1.0	30.3
5	oui	0.80	0.55	61.5	4.0	34.5
6	oui	0.85	0.35	74.1	2.3	23.6
7	oui	0.85	0.45	67.2	6.7	26.1
8	non	0.80	0.00	90.9	0.3	8.8
9	non	0.80	0.10	89.8	0.4	9.8
10	non	0.80	0.35	75.2	0.4	24.4
11	non	0.80	0.55	59.5	3.5	37.0

TAB. 7.4 – Falcon générique - Précision des mesures balance et des mesures de sillage

Afin de confirmer cette analyse et montrer les origines de ces variations, les répartitions surfaciques et les distributions en envergure de traînée sont présentées dans le paragraphe suivant pour les trois composantes de la traînée.

Distributions en envergure et densités de traînée

Influence de la portance

Traînée visqueuse

La figure 7.9 présente les répartitions de traînée visqueuse pour les configurations 1, 2, 3 et 5, et permet de mettre en évidence l'influence de la portance sur cette composante de la traînée. Des différences importantes apparaissent de manière logique au niveau du tourbillon d'extrémité de voilure. Il convient d'ajouter que dans cette zone de l'écoulement, la contribution à la portance est négative pour les deux premières configurations car le tourbillon d'extrémité de voilure se développe au niveau de l'intrados. Au niveau de la voilure, les distributions en envergure montrent que les différences entre les trois premières configurations sont très faibles, mais que pour un C_z de 0.55, la traînée visqueuse augmente de manière conséquente. Au niveau de la nacelle latérale, les distributions surfaciques montrent que la forme du sillage de la nacelle évolue avec la portance. Cette évolution est également visible sur les distributions en envergure.

Traînée de choc

La figure 7.10 présente les mêmes résultats pour la traînée de choc et pour les configura-

tions 1, 3, 4 et 5. Pour les deux premières, seul un choc au niveau de la nacelle peut être observé. Pour un Cz nul, le choc se situe entre la nacelle et le fuselage alors que pour un Cz de 0.35, ce choc est situé sur la partie externe de la nacelle. Dans les deux cas, l'intensité de ce choc est très faible. Pour les deux dernières configurations, un choc apparaît sur l'extrados de la voilure et s'intensifie lorsque la portance augmente. Le choc sur la nacelle reste présent, mais est toujours de très faible intensité et sa contribution à la traînée globale est négligeable.

Traînée induite

La figure 7.11 permet de mettre en évidence l'influence de la portance pour la configuration avec nacelle sur la traînée induite. Au niveau du tourbillon d'extrémité de voilure, l'intensité des sources de traînée augmente avec la portance de manière classique. En revanche, au niveau de la nacelle, l'intensité des sources de traînée induite diminue avec le Cz . Ces observations confirment les conclusions tirées du tableau 7.4 dans le paragraphe précédent. Cette diminution de la traînée induite apparaît très clairement sur les distributions en envergure. L'ensemble de ces résultats montre finalement la très bonne adaptation de la nacelle aux conditions de croisière de l'avion.

Influence du nombre de Mach

Traînée visqueuse

La figure 7.12 permet de mettre en évidence l'influence du nombre de Mach sur la traînée visqueuse pour différentes valeurs de portance (configurations 3, 4, 6 et 7). Pour la première valeur de Cz (0.35), les sources de traînée visqueuse pour les deux nombres de Mach sont quasiment identiques. En revanche pour le Cz le plus élevé (0.45), l'augmentation de ce nombre de Mach est à l'origine d'une importante augmentation de cette composante de la traînée. Les distributions en envergure permettent de montrer que ces sources de traînée supplémentaires apparaissent au niveau de la partie externe de la voilure. Elles sont dues au développement d'un choc à cet endroit de la voilure qui modifie la structure interne de la couche limite. Au niveau de la nacelle latérale, aucune modification remarquable est observée pour les deux portances.

Traînée de choc

La figure 7.13 présente ces mêmes résultats pour la traînée de choc. Pour les deux coefficients de portance, le choc présent sur la nacelle pour un nombre de Mach de 0.80 s'intensifie et est plus étendu pour un nombre de Mach de 0.85. Ce dernier se développe sous la nacelle latérale et évolue peu avec la portance. Au niveau de la voilure, les chocs sont très faibles ou inexistantes pour le premier nombre de Mach. Pour le second, un choc se développe sur l'extrados de l'aile et devient très étendu et intense pour un Cz de 0.45. Ces caractéristiques apparaissent clairement sur les distributions en envergure qui montrent que pour la dernière configuration, le choc au niveau de la voilure est présent sur toute l'envergure. Ces résultats montrent que la nacelle est très bien adaptée pour un vol à $M_\infty = 0.8$ et que la voilure a un comportement satisfaisant jusqu'à la configuration $M_\infty = 0.85$ et $Cz = 0.45$ car le choc sur l'extrados de l'aile reste de faible intensité.

Traînée induite

La figure 7.14 présente les résultats en termes de traînée induite. Comme attendu, l'influence du nombre de Mach sur cette composante de la traînée est négligeable.

Influence de la nacelle latérale

Traînée visqueuse

La figure 7.15 montre l'influence de la présence de la nacelle sur la traînée visqueuse par l'intermédiaire des configurations 1, 5, 8 et 11 pour les coefficients de portance minimum et maximum (0.00 et 0.55). Elle montre que la présence de la nacelle est responsable d'une source importante de traînée visqueuse, mais également que la distribution des sources de traînée sur la voilure n'est pas modifiée. La présence de la nacelle influe uniquement sur l'écoulement dans son sillage direct et au niveau du fuselage. La configuration sans nacelle semble également indiquer la présence d'un décollement sur l'extrados du fuselage qui se matérialise par une importante source de traînée visqueuse sur la partie latérale de ce dernier.

Traînée de choc

La figure 7.16 montre ces mêmes résultats pour la traînée d'onde. Le faible choc présent entre la nacelle et le fuselage pour un Cz nul disparaît avec la nacelle. Pour une portance de 0.55, la structure et l'intensité du choc présent sur l'extrados de l'aile ne sont pas ou peu modifiées en présence de la nacelle latérale.

Traînée induite

Pour la traînée induite, les résultats sont présentés sur la figure 7.17. Elle met en évidence que la présence de la nacelle modifie la structure de l'écoulement dans cette zone. Sans nacelle, l'écoulement présente deux poches de traînée induite d'autant plus intenses que la portance est faible. Ces sources de traînée induite sont probablement issues du décollement qui se produit au niveau de l'extrados du fuselage. La nacelle induit une poche de traînée induite directement dans son sillage, mais ne laisse subsister qu'une seule source et très amoindrie dans celui du fuselage. L'évolution de ces différentes sources de traînée induite est confirmée par les distributions en envergure.

Ainsi cette quatrième et dernière application a permis d'évaluer la précision de la méthode d'extraction de la traînée en termes de traînée globale car les essais ont été effectués sur une maquette complète. Les résultats se sont avérés excellents dans la plus part des cas avec une précision de l'ordre du point de traînée. Néanmoins, dans trois configurations les résultats ont montré des différences non négligeables. Ils mettent en évidence que pour ce genre d'essais, il est important de connaître avec précision le plan de symétrie du sillage. Par défaut, ce dernier est supposé identique à celui de la maquette mais l'écoulement en soufflerie peut être légèrement dévié et entraîner une mauvaise évaluation de la traînée. Ce phénomène est plus important pour les faibles portances.

Cette campagne d'essais a également permis de mettre en évidence les capacités de la méthode expérimentale à identifier et localiser les différentes sources de traînée sur des configurations complexes. Les influences de la portance, du nombre de Mach et de la présence d'une nacelle latérale ont notamment pu être étudiées.

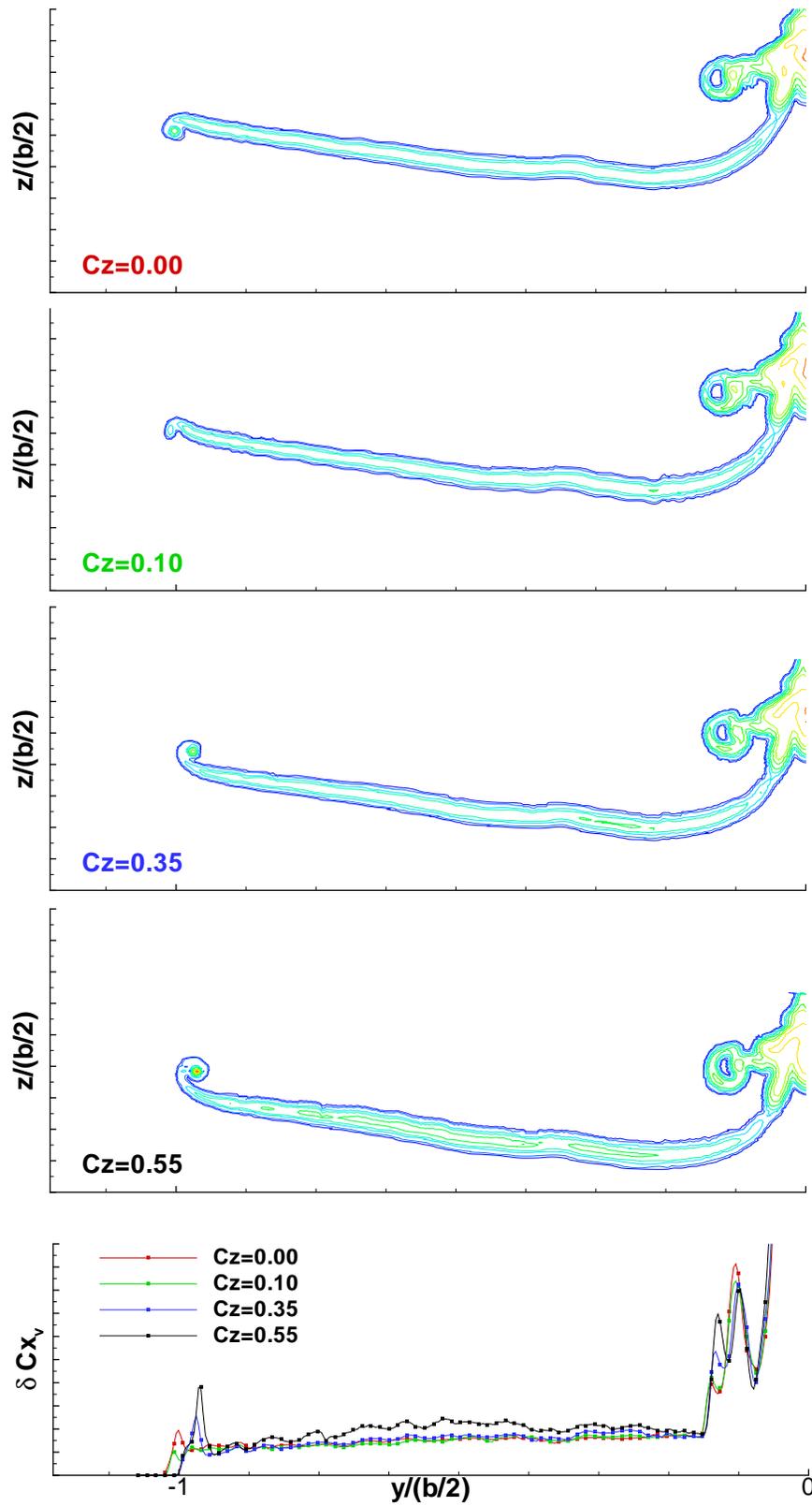


FIG. 7.9 – Falcon générique - Influence de la portance sur la traînée visqueuse ($M_\infty = 0.80$).

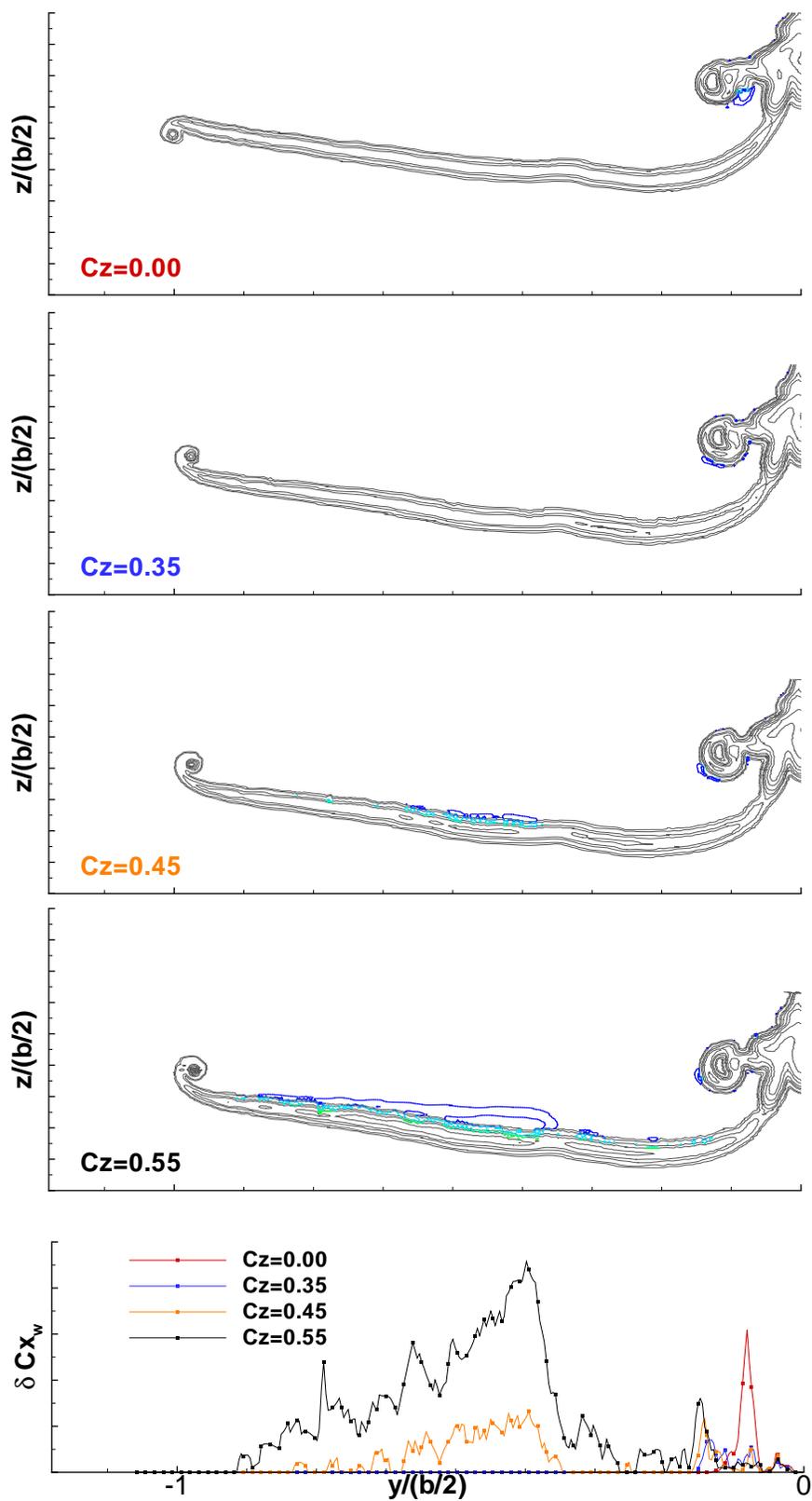
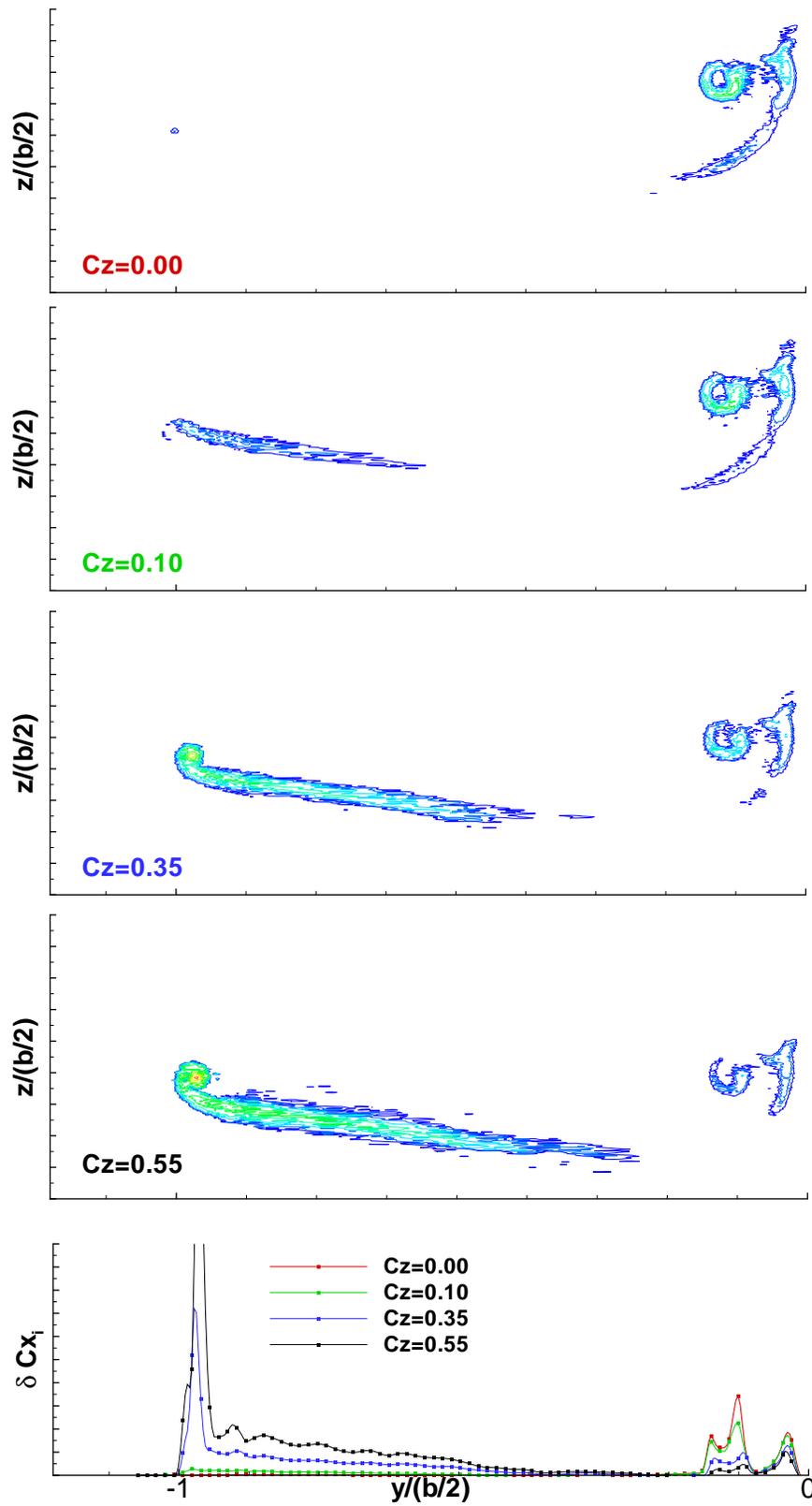


FIG. 7.10 – Falcon générique - Influence de la portance sur la traînée de choc ($M_\infty = 0.80$).

FIG. 7.11 – Falcon générique - Influence de la portance sur la traînée induite ($M_\infty = 0.80$).

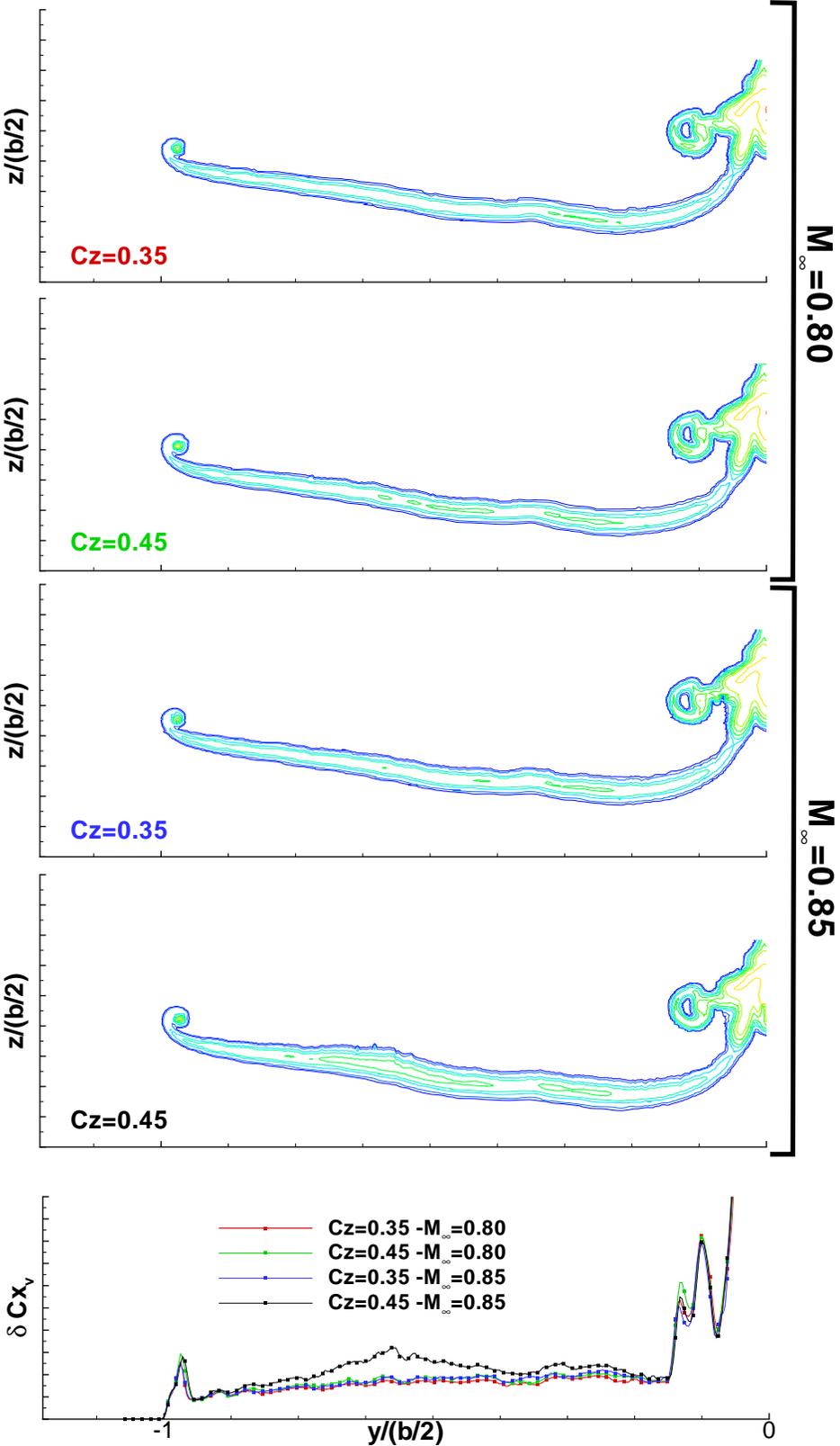


FIG. 7.12 – Falcon générique - Influence du nombre de Mach sur la traînée visqueuse.

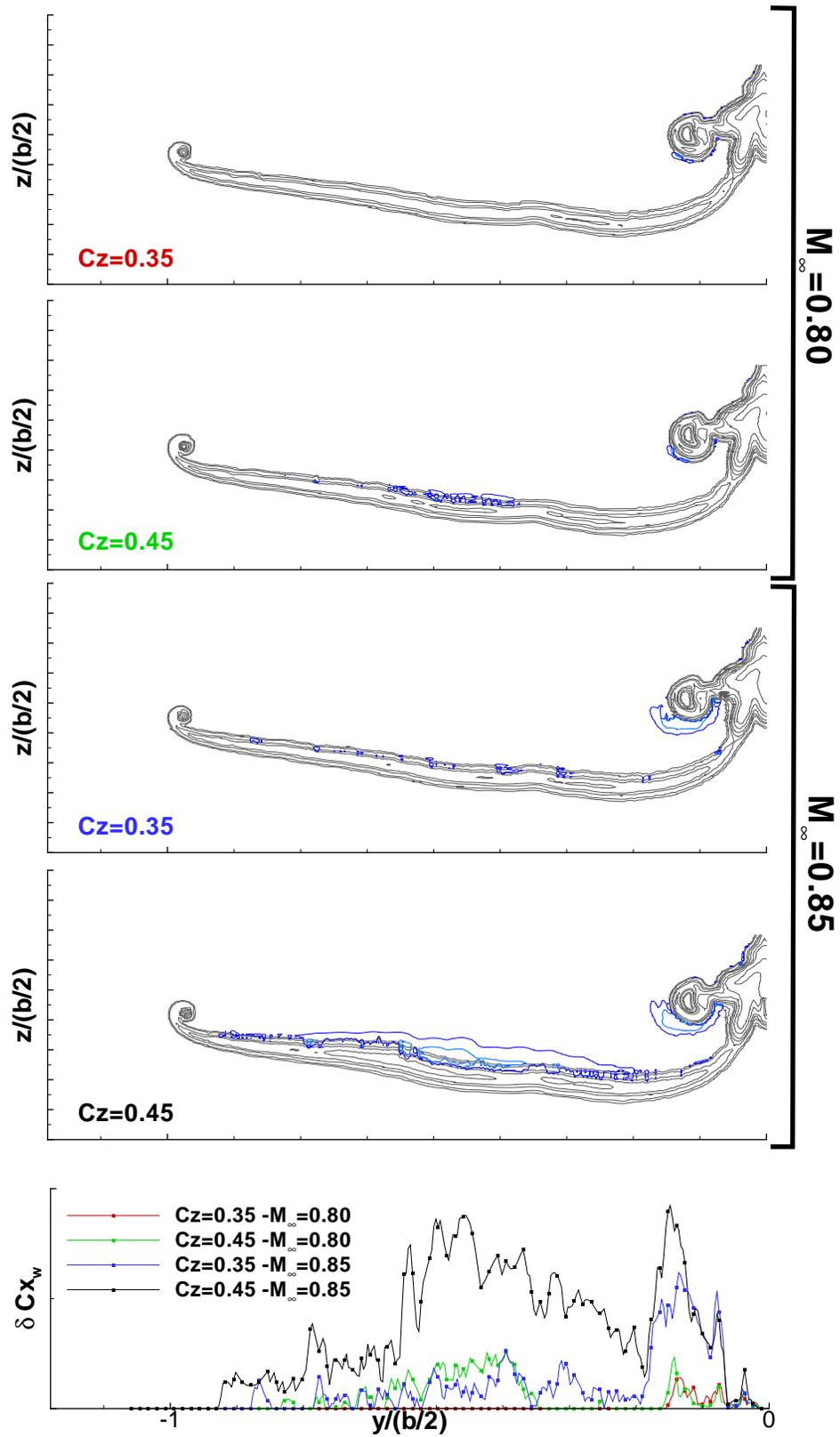


FIG. 7.13 – Falcon générique - Influence du nombre de Mach sur la traînée de choc.

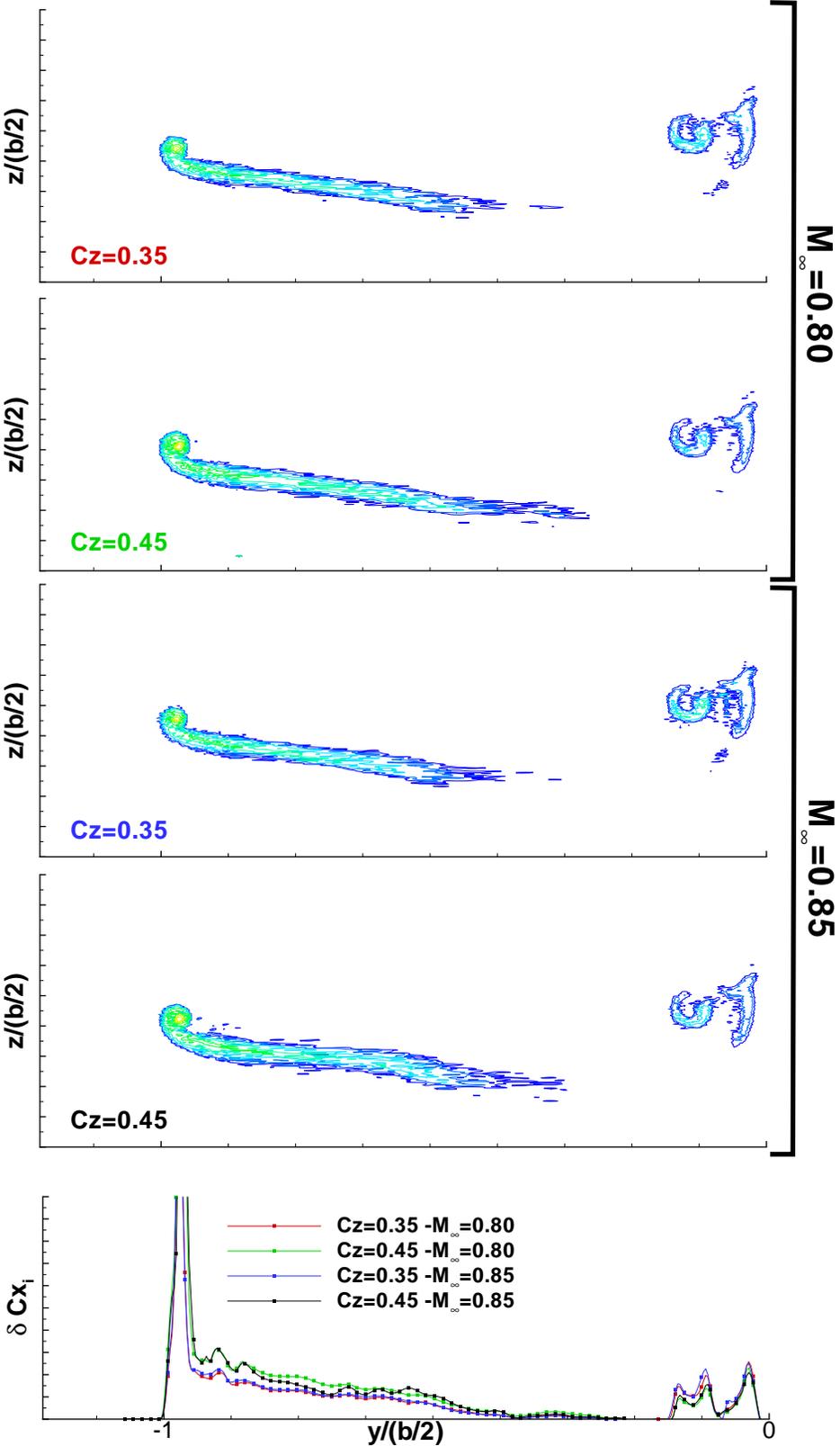
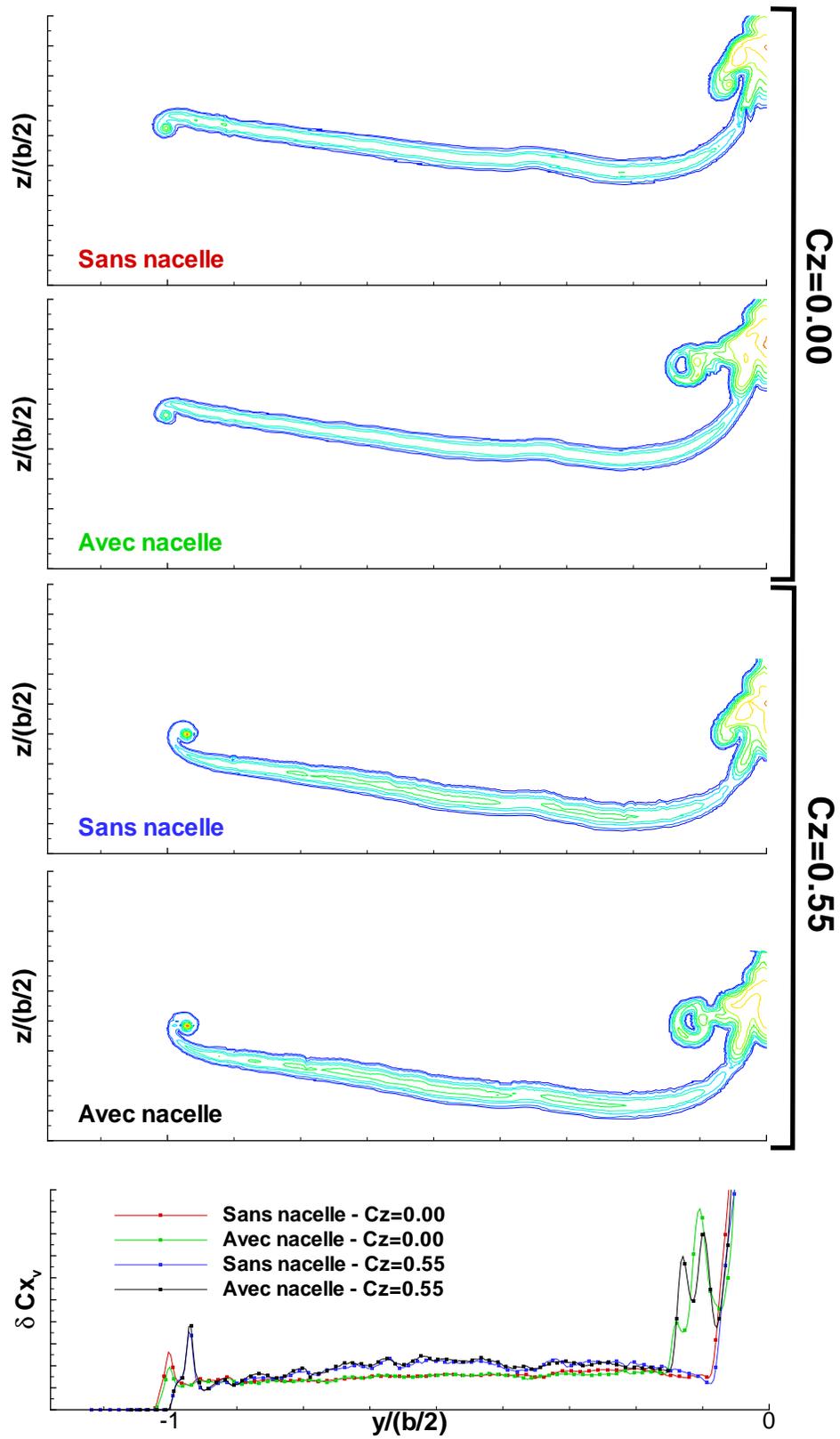


FIG. 7.14 – Falcon générique - Influence du nombre de Mach sur la traînée induite.

FIG. 7.15 – Falcon générique - Influence de la nacelle sur la traînée visqueuse ($M_\infty = 0.80$).

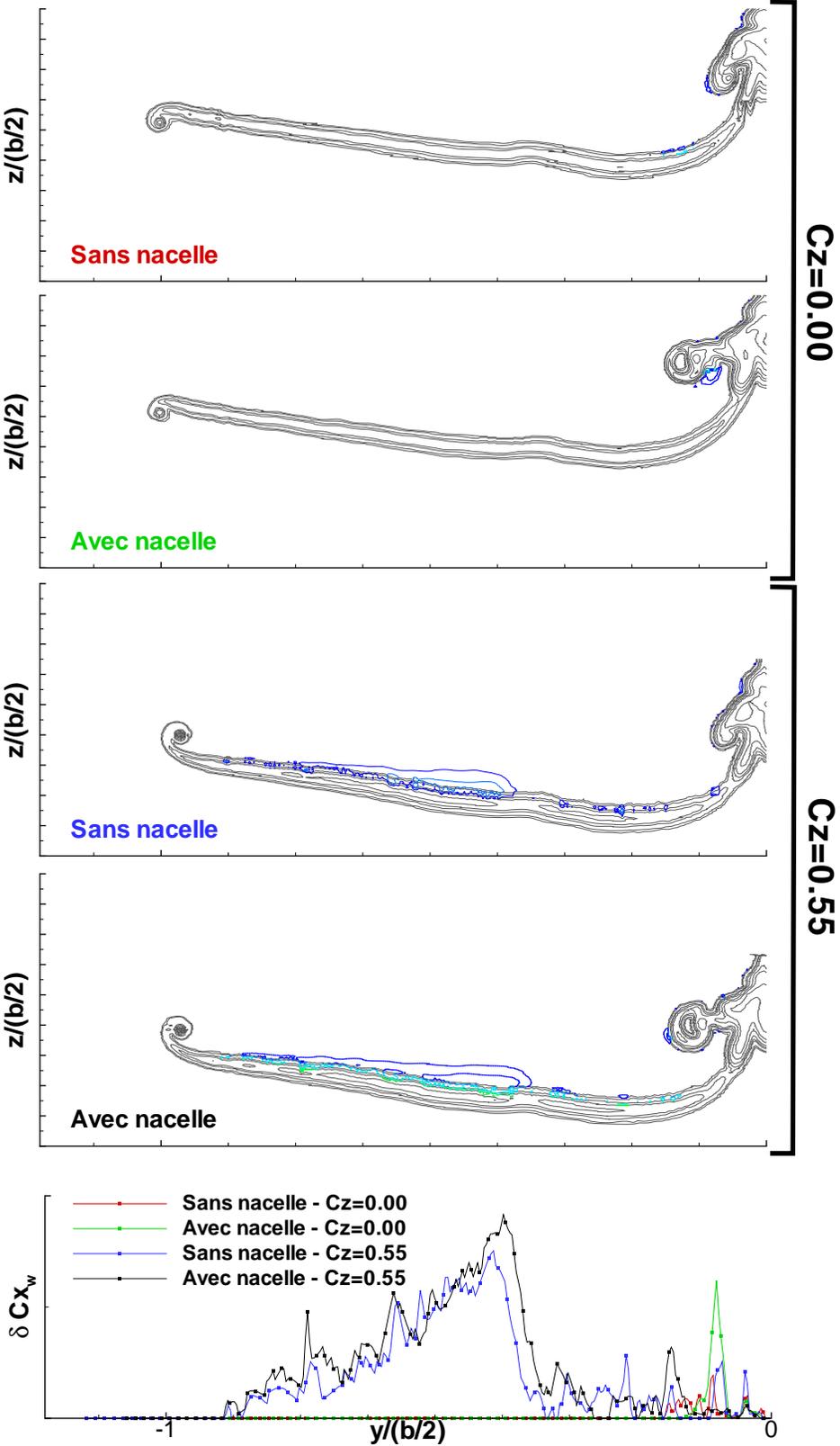
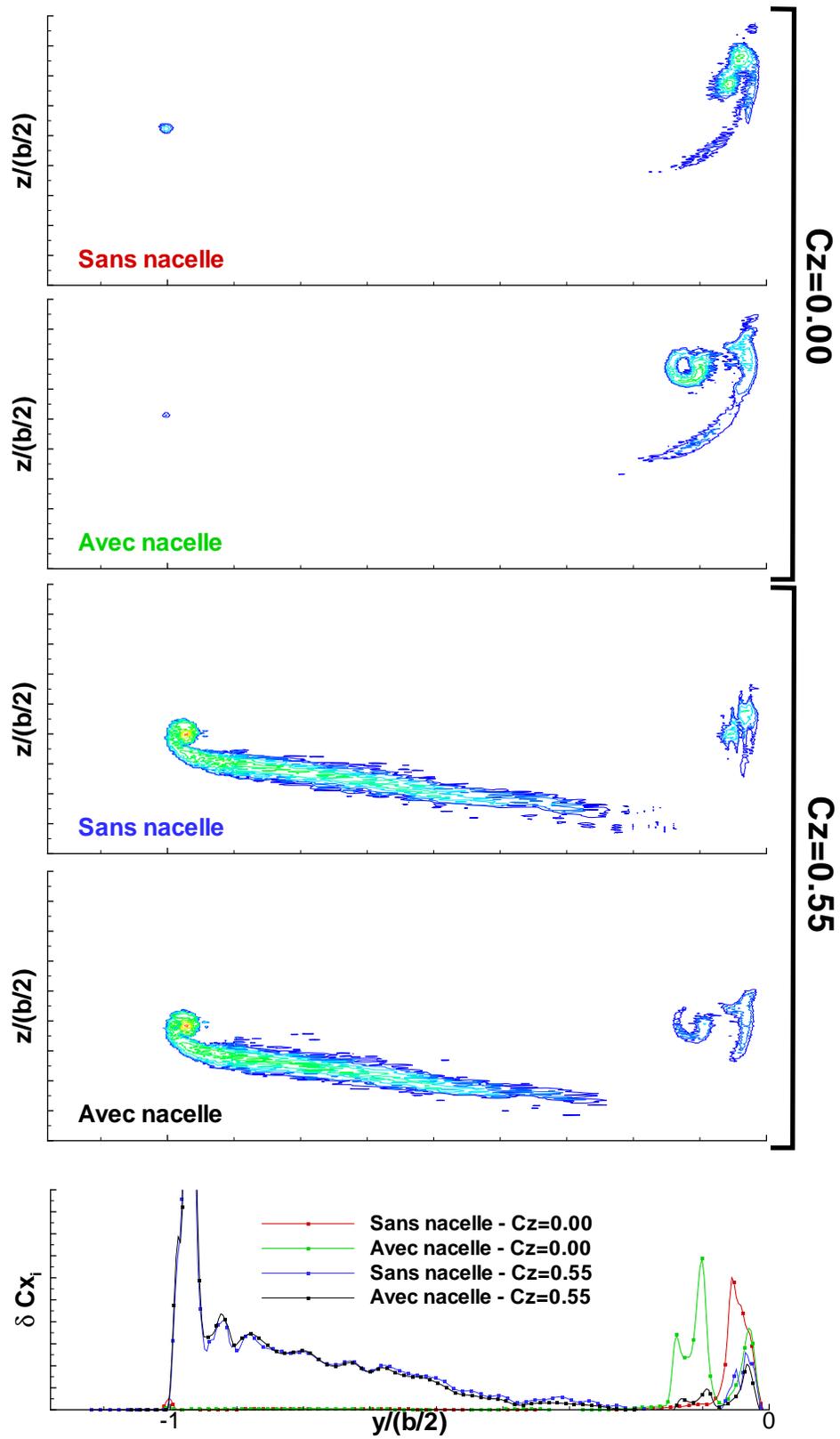


FIG. 7.16 – Falcon générique - Influence de la nacelle sur la traînée de choc ($M_\infty = 0.80$).

FIG. 7.17 – Falcon générique - Influence de la nacelle sur la traînée induite ($M_\infty = 0.80$).

Conclusions et perspectives

Conclusions

L'objectif de ce travail de thèse était de déterminer la précision de la méthode d'extraction de la traînée à partir de mesures expérimentales, développée à l'ONERA depuis une dizaine d'années. Les résultats finaux devaient mettre en évidence les capacités de la méthode à déterminer la traînée et ses trois composantes (visqueuse, de choc et induite) avec une précision de l'ordre de 1 point sur une configuration de type avion civil pour des écoulements subsoniques et transsoniques.

Au début de cette thèse, la méthode d'extraction de la traînée souffrait de nombreuses incertitudes. La première concernait la précision de la formulation utilisée pour calculer les différentes composantes de la traînée. Cette dernière avait montré des résultats satisfaisants en écoulement transsonique mais semblait perdre en précision en écoulement subsonique. Pour pallier cette difficulté, une analyse physique des formulations utilisées à l'ONERA et des formulations de la littérature a permis de mettre en évidence les différences phénoménologiques entre les formulations. Cette analyse a montré que la formulation ONERA initiale (ONERA2) et certaine formulation de la littérature (van der Vooren) permettaient d'obtenir une précision correcte en termes de traînée mais que la décomposition d'un point de vue théorique n'était pas parfaite ou qu'elle ne pouvait pas être utilisée dans toutes les configurations. Le développement d'une nouvelle formulation (ONERA3) a permis de clarifier la décomposition phénoménologique et d'avoir une formulation rigoureuse du point de vue de la physique et applicable dans toutes les configurations. Cette formulation se base sur une approche originale qui consiste à décomposer les variations de vitesse longitudinale en une première partie due aux effets visqueux et à la présence de chocs et une seconde partie due au champ de vitesse transversale. Cette décomposition permet alors d'identifier clairement les différentes sources de traînée. La première composante des variations de vitesse longitudinale et les variations de pression et température génératrices sont responsables de la traînée de profil (composantes visqueuse et de choc). La seconde composante des variations de vitesse longitudinale et le champ de vitesse transversale sont responsables de la traînée induite. De plus, cette formulation est parfaitement adaptée à l'exploitation de mesures en soufflerie car son domaine d'intégration est réduit au sillage de la maquette.

La deuxième source d'incertitude était liée au fait que les mesures en champ confiné servaient à calculer la traînée d'une configuration champ libre. L'influence des parois était donc négligée alors que son impact sur la déformation du sillage et sur les valeurs de traînée était inconnu. Cette hypothèse générait donc une importante source d'incertitude sur les calculs de traînée induite. Pour lever cette incertitude, une étude théorique et numérique a permis de déterminer l'influence des parois d'une soufflerie sur le sillage et de délimiter le domaine d'application de la formulation ONERA3 pour le calcul de la traînée induite (en termes d'encombrement de la maquette dans la veine d'essais et de position aval des plans de sondage). Les résultats ont mis

en évidence que les données champ confiné peuvent être utilisées pour déterminer les caractéristiques champ libre d'une maquette.

La troisième grande source d'incertitude concernait la précision des mesures effectuées en soufflerie et l'influence de cette dernière sur la précision des calculs de traînée dans différentes configurations. Un recensement et une analyse rigoureuse des différentes sources d'erreurs a permis de montrer l'influence de ces dernières sur les composantes de la traînée et de quantifier ces erreurs de traînée sur deux configurations représentatives des essais réalisés en soufflerie. Cette étude a également mis en évidence que la précision de la mesure d'une sonde 5 trous ou de la PIV permet d'assurer une prévision de la traînée avec une précision d'environ 1 point. Néanmoins, cette étude a également montré que d'autres fluctuations propres à chaque soufflerie pouvaient perturber les mesures et être une source d'erreurs plus importante.

Finalement, d'un point de vue théorique, ces différentes études ont mis en évidence les capacités de la méthode d'extraction de la traînée expérimentale et montré que cette dernière arrive à maturité. Elle peut donc être utilisée sur des configurations diverses pour caractériser l'influence d'un élément donné sur les composantes de la traînée. La dernière partie du mémoire a permis de présenter plusieurs applications en écoulements subsoniques et transsoniques à partir de mesures réalisées avec une sonde 5 trous et par PIV. Une méthode d'extraction de la traînée de choc a également été mise en oeuvre pour compléter la décomposition et détecter la présence de chocs sur les différents éléments d'une maquette.

Ces applications ont également permis d'établir des critères à respecter lors des essais en soufflerie pour calculer la traînée avec la précision souhaitée. Le premier point concerne la répartition des points de mesure dans le plan de sondage. Cette dernière doit permettre d'avoir une description fine du sillage dans les zones de forts gradients avec par exemple une cinquantaine de points à la traversée du sillage visqueux d'une voilure. Le second point important concerne le type de maquette utilisé. Pour déterminer les valeurs globales de traînée d'une configuration, les essais doivent être effectués sur une maquette complète et non sur une demi-maquette car dans ce cas de figure, l'influence du plancher de la soufflerie ou de la péniche sur laquelle la maquette est montée peut être importante. Ces demi-maquettes peuvent uniquement être utilisées pour déterminer l'influence d'un élément situé loin du plancher de la soufflerie comme un dispositif d'extrémité de voilure ou une nacelle attachée à la voilure.

Perspectives

Les perspectives pour cette méthode d'extraction de la traînée expérimentale s'articulent autour de deux grands axes principaux.

Le premier concerne l'application de la méthode sur des configurations complexes et complètes en conditions hypersustentées (décollage et atterrissage). En effet, la seule campagne d'essais menée sur ce type d'écoulements a été réalisée dans le cadre du projet européen EUROLIFT2 et sur seulement deux configurations. De plus, ces essais ont été effectués sur une demi-maquette avec un nombre de points de mesure insuffisant ce qui n'a pas permis de calculer les valeurs globales de traînée avec une précision satisfaisante. Afin de valider la formulation ONERA3 et la méthode expérimentale dans ce genre de configurations, il est donc nécessaire d'avoir une base de données beaucoup plus importante.

Le deuxième grand axe de développement concerne la généralisation de la formulation ONERA3 aux écoulements multi-énergétiques afin de pouvoir calculer les composantes de la traînée d'une configuration équipée de nacelles motorisées. Cette généralisation peut paraître simple au premier abord car il suffit d'ajouter d'une part, le débit massique supplémentaire à la traversée des nacelles dans l'équation de la masse et d'autre part, d'ajouter l'enthalpie provenant de ces nacelles dans l'équation de l'enthalpie totale. Cette généralisation a été effectuée par Kusunose dans [27, 32]. Cependant dans ce genre de configurations, l'hypothèse des petites perturbations sur laquelle les formulations de Kusnose et ONERA reposent, risque d'être très fortement mise en défaut notamment sur le champ de vitesse longitudinale et sur les variations de température génératrice. La fiabilité de ces méthodes d'extraction de traînée dans de telles configurations doit donc être évaluée et les formulations doivent être validées à partir de calculs numériques dans un premier temps puis à partir d'essais en soufflerie dans un second temps pour étudier les interactions entre les jets chauds et le sillage dans des configurations parfaitement représentatives des configurations réelles.

Annexes

Annexe A

Méthodes de décomposition de la traînée - développements théoriques

Cette annexe a pour objectif de présenter en détails les développements théoriques permettant d'obtenir les différentes formulations de décomposition de la traînée présentées dans le chapitre 1.

A.1 Formulations pour les écoulements non portants

A.1.1 Formulation de Betz

Cette formulation a été établie par Betz en 1925 [6]. Son objectif est d'exprimer la traînée en fonction des pressions statique et génératrice de l'écoulement. Pour cela, le vecteur vitesse dans le plan de calcul Σ_1 est supposé parallèle à la vitesse de l'écoulement à l'infini amont ($\vec{U} = U\vec{x}$) et les variations de température génératrice négligeables ($T_i = T_{i\infty}$).

Concernant le premier terme de l'équation (1.17), les vitesses longitudinales U et U_∞ peuvent être obtenues à partir des enthalpies d'arrêt :

$$\begin{cases} C_p T_i = C_p T + \frac{U^2}{2} \\ C_p T_{i\infty} = C_p T_\infty + \frac{U_\infty^2}{2} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

A partir des lois isentropiques et de l'équation des gaz parfaits, ces vitesses peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{cases} U^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} r T_i \left[1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \\ U_\infty^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} r T_{i\infty} \left[1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Les variations de température génératrice sont supposées négligeables, le système d'équations (A.2) permet donc d'écrire :

$$\frac{U}{U_\infty} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \quad (\text{A.3})$$

Par ailleurs, à partir des lois isentropiques :

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (\text{A.4})$$

Ainsi :

$$\rho = \frac{P_i}{rT_i} \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (\text{A.5})$$

Par conséquent :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (\text{A.6})$$

A partir des équations (A.3) et (A.6), le premier terme de l'équation (1.17) devient :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) = \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) \quad (\text{A.7})$$

Pour le second terme :

$$\begin{aligned} \frac{P_\infty - P}{\rho_\infty U_\infty^2} &= \frac{P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right) \\ &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Le nombre de Mach à l'infini amont peut être exprimé en fonction des valeurs de pressions à l'infini amont à partir des lois isentropiques :

$$M_\infty^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_{i\infty}}{P_\infty} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (\text{A.9})$$

L'expression (A.8) devient alors :

$$\frac{P_\infty - P}{\rho_\infty U_\infty^2} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \frac{P}{P_\infty} \left(\frac{P_\infty}{P} - 1 \right) \frac{\left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (\text{A.10})$$

Après plusieurs factorisations, le second terme de l'expression (1.17) s'écrit :

$$\frac{P_\infty - P}{\rho_\infty U_\infty^2} = \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \frac{\left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P_\infty}{P} - 1 \right)}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \quad (\text{A.11})$$

Finalement, la formulation de Betz pour la traînée de profil est obtenue à partir des équations (1.17), (A.11) et (A.7) :

$$C x_p^{Betz} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} + \frac{\left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P_\infty}{P} - 1 \right)}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) ds \quad (\text{A.12})$$

A.1.2 Formulation de Jones

Cette formulation pour la traînée de profil a été développée en 1936 par Jones [7] et repose sur plusieurs hypothèses. Dans un plan Σ_2 , situé à l'infini aval de l'objet, la pression statique est supposée homogène et égale à la pression statique à l'infini amont ($P_2 = P_\infty$), et le vecteur vitesse parallèle à la vitesse à l'infini amont ($\vec{U}_2 = U_2 \cdot \vec{x}$). Les variations de température génératrice sont supposées négligeables dans l'ensemble de l'écoulement ($T_i = T_{i\infty}$).

A partir des hypothèses précédentes, la formulation champ lointain appliquée au plan Σ_2 permet d'exprimer la traînée sous la forme suivante :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_2} \left[\frac{\rho_2}{\rho_\infty} \frac{U_2}{U_\infty} \left(1 - \frac{U_2}{U_\infty} \right) \right] ds \quad (\text{A.13})$$

L'écoulement entre le plan de mesure Σ_1 et le plan Σ_2 est supposé isentropique et le vecteur vitesse dans le plan Σ_1 parallèle au vecteur vitesse à l'infini amont ($\vec{U} = U \cdot \vec{x}$). L'équation de conservation de la masse implique localement :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} ds = \frac{\rho_2}{\rho_\infty} \frac{U_2}{U_\infty} ds \quad (\text{A.14})$$

L'intégrale de l'équation (A.13) peut ainsi être transposée dans le plan Σ_1 , ce qui permet d'écrire :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U_2}{U_\infty} \right) \right] ds \quad (\text{A.15})$$

De la même manière que pour l'équation (A.3), la vitesse longitudinale U_2 peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\frac{U_2}{U_\infty} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_{i2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \quad (\text{A.16})$$

En intégrant les équations (A.3), (A.6) et (A.16) dans l'équation (A.15), la traînée s'écrit alors :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_{i2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) \right] ds \quad (\text{A.17})$$

Or $P_2 = P_\infty$ et l'isentropie de l'écoulement entre les plans Σ_1 et Σ_2 permet d'écrire que $P_{i2} = P_i$. Ces deux relations permettent d'établir la formulation de Jones pour la traînée de profil :

$$C_{x_p}^{Jones} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) \right] ds \quad (\text{A.18})$$

Cette formule est exprimée dans l'ensemble du plan aval Σ_1 , mais son intégrande s'annule pour $P_i = P_{i\infty}$, son domaine d'intégration peut donc être réduit au sillage de l'objet $\Sigma_{sillage}$:

$$C_{x_p}^{Jones} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \right) \right] ds \quad (\text{A.19})$$

A.1.3 Formulation d'Oswatitsch

Cette formulation, développée en 1956 [8], se base sur l'hypothèse des petites perturbations. Son objectif est d'exprimer la traînée de profil en fonction des variations d'entropie au sein de l'écoulement. Pour cela le volume de contrôle (figure 1.5) est choisi tels que les termes d'ordre supérieur ou égal à 2 soient négligeables au niveau de la frontière du volume.

Oswatitsch considère dans un premier temps, l'expression de la traînée champ lointain sur les surfaces extérieures du volume de contrôle :

$$C_x = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \left(\frac{U - U_\infty}{U_\infty} \right) \frac{\vec{V} \cdot \vec{n}}{U_\infty} + \left(\frac{P - P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} \right) n_x \right] ds \quad (\text{A.20})$$

La surface latérale est choisie parallèle à l'écoulement infini amont, sa contribution à la traînée est nulle. Cela permet d'écrire :

$$C_x = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(\frac{U - U_\infty}{U_\infty} \right) n_x + \left(\frac{P - P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} \right) n_x \right] ds \quad (\text{A.21})$$

A partir de l'équation de l'entropie établie par Liepmann et Roskhko [9] :

$$T\rho\Delta s = \rho\Delta h - (P - P_\infty) \quad (\text{A.22})$$

et de l'équation de l'énergie, les variations de pression statique peuvent se réécrire :

$$P - P_\infty = \rho\Delta H_i - \frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 - T\rho\Delta s \quad (\text{A.23})$$

Ainsi :

$$\rho U (U - U_\infty) + (P - P_\infty) = \rho\Delta H_i + \frac{1}{2}\rho U^2 + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 - \rho U U_\infty - T\rho\Delta s \quad (\text{A.24})$$

Sur les surfaces du volume de contrôle, la contribution des termes d'ordre supérieur ou égal à 2 est supposée négligeable, au premier ordre il est alors possible d'écrire :

$$U_\infty \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_1} [\rho U (U - U_\infty) + (P - P_\infty)] ds = \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_1} [\rho U \Delta H_i - T_\infty \rho U \Delta s] ds \quad (\text{A.25})$$

Si l'écoulement est supposé isenthalpique ($\Delta H_i = 0$), la traînée peut alors s'écrire au premier ordre :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_1} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} ds \quad (\text{A.26})$$

Cette formulation correspond à l'expression de la traînée de profil définie par Oswatitsch en 1956. Dans le plan Σ_∞ , les variations d'entropie par rapport à l'état à l'infini amont du fluide sont nulles et dans le plan Σ_1 , ces variations sont également nulles en dehors du sillage. La formulation d'Oswatitsch pour la traînée de profil peut donc s'exprimer sous la forme :

$$Cx_p^{Oswatitsch} = \frac{2}{S_{ref}} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} ds \quad (\text{A.27})$$

A.2 Formulations pour les écoulements portants

A.2.1 Formulation de Maskell

Cette méthode a été développée par Maskell en 1972 [10] et permet de calculer la traînée de profil et la traînée induite dans le cas des écoulements incompressibles. La pression totale est définie par les équations suivantes :

$$\begin{cases} P_t = P + \frac{\rho}{2} (U^2 + v^2 + w^2) \\ P_{t\infty} = P_\infty + \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

A partir de l'équation de continuité et des définitions précédentes, l'équation (1.17) devient :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\left(\frac{P_{t\infty} - P_t}{\rho_\infty U_\infty^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_\infty} \left(1 - \frac{U^2}{U_\infty^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_\infty} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) \right] ds \quad (\text{A.29})$$

L'hypothèse d'incompressibilité permet de supposer que la pression totale est constante partout dans l'écoulement excepté dans le sillage de la maquette. Le domaine d'intégration du premier terme de l'équation précédente peut donc être réduit au sillage. Pour pouvoir faire de même avec le deuxième terme, Betz [6] a introduit l'idée de définir une vitesse fictive U^* , égale à la composante U du vecteur vitesse, excepté dans le sillage de l'objet étudié. Cette vitesse fictive est définie par :

$$P_{t\infty} = P + \frac{\rho}{2} (U^{*2} + v^2 + w^2) \quad (\text{A.30})$$

A partir de cette vitesse, est également définie la vitesse perturbée u' :

$$u' = U^* - U_\infty \quad (\text{A.31})$$

Afin d'exprimer le second terme de l'équation (A.29) en fonction de ces deux vitesses, il est possible de démontrer les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{U^2}{U_\infty^2} \right) &= \left(1 - \frac{U^{*2}}{U_\infty^2} \right) + \left(\frac{U^{*2} - U^2}{U_\infty^2} \right) \\ &= 2 \left(1 - \frac{U^*}{U_\infty} \right) + \left(\frac{U^{*2} - U^2}{U_\infty^2} \right) - \left(1 - \frac{U^*}{U_\infty} \right)^2 \\ &= \left(\frac{U^* - U}{U_\infty} \right) \left(\frac{U^* + U - 2U_\infty}{U_\infty} \right) + 2 \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) - \left(1 - \frac{U^*}{U_\infty} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

L'équation de continuité permet d'écrire :

$$\int_{\Sigma_1} \rho U ds = \int_{\Sigma_1} \rho_{\infty} U_{\infty} ds \quad (\text{A.33})$$

Dans le cadre des écoulements incompressibles ($\rho = \rho_{\infty}$), l'équation précédente peut se réécrire sous la forme :

$$\int_{\Sigma_1} 1 ds = \int_{\Sigma_1} \frac{U}{U_{\infty}} ds \quad (\text{A.34})$$

Cette relation permet alors d'exprimer la traînée globale de la manière suivante :

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{P_{t\infty} - P_t}{\rho_{\infty} U_{\infty}^2} \right) ds \\ &+ \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{U^* - U}{U_{\infty}} \right) \left(\frac{U^* + U - 2U_{\infty}}{U_{\infty}} \right) ds \\ &- \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{u'}{U_{\infty}} \right)^2 ds + \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_{\infty}^2} \right) ds \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

La vitesse fictive U^* peut s'identifier à la vitesse axiale U en dehors du sillage ce qui permet de réduire l'intégrale du deuxième terme au sillage. Pour réduire l'intégrale du troisième terme, Maskell a introduit une vitesse de blocage u_b :

$$u_b = \frac{1}{2S_T} \int_{\Sigma_{sillage}} (U^* - U) ds \quad (\text{A.36})$$

S_T représente la section de la veine d'essai. Cette définition permet alors d'écrire [10] :

$$\frac{\rho}{\rho_{\infty}} \int_{\Sigma_2} \left(\frac{u'}{U_{\infty}} \right)^2 ds = 2 \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \frac{u_b}{U_{\infty}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{U^* - U}{U_{\infty}} \right) ds \quad (\text{A.37})$$

Maskell a interprété cette intégrale comme une correction due à l'effet de confinement. Cette relation n'est pas exacte, mais Wu et al. [11] et Weston [12] ont montré que cette approximation était correcte. L'équation (A.35) devient alors :

$$\begin{aligned} C_x^{Maskell} &= \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{P_{t\infty} - P_t}{\rho_{\infty} U_{\infty}^2} \right) ds \\ &+ \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left(\frac{U^* - U}{U_{\infty}} \right) \left(\frac{U^* + U - 2(U_{\infty} + u_b)}{U_{\infty}} \right) ds \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_{\infty}^2} \right) ds \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

La correction de blocage revient à remplacer la vitesse U_{∞} par la vitesse effective $U_{\infty} + u_b$ dans le second terme de l'équation (A.38). Maskell définit alors la traînée de profil comme la somme des deux premiers termes et la traînée induite égale au troisième terme. Le domaine d'intégration de la traînée de profil est donc réduit uniquement au sillage de la maquette, contrairement à la formulation pour la traînée induite. Afin de pallier ce défaut, Maskell a eu l'idée d'exprimer cette intégrale, non plus en fonction des composantes transversales de la vitesse, mais en fonction de

la vorticité longitudinale ζ et des termes sources σ de l'écoulement. Ces deux grandeurs sont définies par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \\ \zeta = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{A.39})$$

Cette approche permet de décomposer le champ de vitesse transversale et de définir une pseudo-fonction de courant ψ et un pseudo-potential de vitesse ϕ de l'écoulement par l'intermédiaire du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} v = \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ w = -\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

Ces deux fonctions scalaires ne correspondent pas exactement avec celles de l'écoulement tridimensionnel mais permettent simplement de caractériser le champ de vitesse transversale. Les deux systèmes d'équations (A.39) et (A.40) permettent d'exprimer les fonctions ψ et ϕ en fonction des grandeurs ζ et σ par l'intermédiaire d'équations de Poisson (équations (A.41)). La résolution de ces équations permet de déterminer la fonction de courant et le potentiel de vitesse en tous points de l'écoulement.

$$\begin{cases} \Delta \psi = -\zeta \\ \Delta \phi = \sigma \end{cases} \quad (\text{A.41})$$

A l'aide des systèmes d'équations précédents, Maskell a ensuite exprimé le dernier terme de l'équation (A.38) en fonction des différentes grandeurs définies précédemment :

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma_1} (v^2 + w^2) ds &= \int_{\Sigma_1} \left[v \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + w \left(-\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] ds \\ &= \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\partial v \psi}{\partial z} - \frac{\partial w \psi}{\partial y} + \psi \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] ds \\ &\quad + \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\partial v \phi}{\partial y} + \frac{\partial w \phi}{\partial z} - \phi \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] ds \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

A partir du système (A.39), l'équation précédente peut alors être exprimée de la manière suivante :

$$\int_{\Sigma_1} (v^2 + w^2) ds = \int_{\Sigma_1} \left[\psi \zeta - \phi \sigma - r \vec{\text{rot}} \left(\psi \vec{V}_T \right) \cdot \vec{x} + \text{div} \left(\phi \vec{V}_T \right) \right] ds \quad (\text{A.43})$$

\vec{V}_T représente le vecteur vitesse de l'écoulement dans la plan Σ_1 ($\vec{V}_T = (v, w)$). La formule de Stokes appliquée au troisième terme de l'équation précédente permet alors d'écrire :

$$\int_{\Sigma_1} r \vec{\text{rot}} \left(\psi \vec{V}_T \right) \cdot \vec{x} ds = \int_{\partial \Sigma_1} \psi \vec{V}_T \cdot \vec{dl} \quad (\text{A.44})$$

$\partial \Sigma_1$ représente la frontière de la surface Σ_1 . La formule de la divergence appliquée à un volume défini par la surface Σ_1 et de hauteur 1 permet d'exprimer le quatrième terme de l'équation (A.43) sous la forme suivante :

$$\int_{\Sigma_1} \text{div} \left(\phi \vec{V}_T \right) ds = \int_{\partial \Sigma_1} \phi \vec{V}_T \cdot \vec{n} dl \quad (\text{A.45})$$

\vec{n} désigne la normale sortante au contour $\partial\Sigma_1$. Au final, l'expression pour la traînée induite peut être exprimée sous la manière suivante :

$$\int_{\Sigma_1} (v^2 + w^2) ds = \int_{\Sigma_1} [\psi\zeta - \phi\sigma] ds - \int_{\partial\Sigma_1} \psi \vec{V}_T \cdot \vec{dl} + \int_{\partial\Sigma_1} \phi \vec{V}_T \cdot \vec{n} dl \quad (\text{A.46})$$

Cette formule peut être appliquée soit dans le cadre d'un écoulement en champ libre soit dans le cadre d'un écoulement en champ confiné. Dans le premier cas, la surface Σ_1 peut être choisie telle que sa frontière $\partial\Sigma_1$ soit située à l'infini. Dans ces conditions, les fonctions de courant et potentielle sont nulles sur la frontière. Dans le cadre des écoulements confinés en soufflerie, la frontière correspond aux parois de la soufflerie et la fonction de courant ainsi que le terme $\vec{V}_T \cdot \vec{n}$ s'annulent sur cette dernière. Dans les deux cas, l'équation (A.46) peut se simplifier et s'écrit :

$$\int_{\Sigma_1} (v^2 + w^2) ds = \int_{\Sigma_1} [\psi\zeta - \phi\sigma] ds \quad (\text{A.47})$$

Dans le plan Σ_1 , les sources de vorticité sont créées uniquement dans le sillage de l'objet. Le domaine d'intégration du premier terme de l'équation (A.47) peut donc être réduit au sillage. La traînée induite définie par Maskell devient :

$$\begin{aligned} Cx_i^{Maskell} &= \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_1} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right) ds \\ &= \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\psi\zeta}{U_\infty^2} ds - \frac{1}{S_{ref}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \int_{\Sigma_1} \frac{\phi\sigma}{U_\infty^2} ds \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

A.2.2 Formulation de van der Vooren

Cette nouvelle formulation a été développée par van der Vooren en 1990 pour déterminer les différentes composantes de la traînée d'une configuration quelconque (en écoulements subsoniques et transsoniques) [29]. Pour cela, il suppose dans un premier temps que l'écoulement étudié est non portant et que la pression statique dans le plan de calcul Σ_1 est homogène et égale à sa valeur à l'infini amont ($P = P_\infty$). A travers cette première étape, l'objectif est de déterminer la traînée de profil à partir des variations de vitesse longitudinale, d'entropie et d'enthalpie de l'écoulement.

Grâce aux hypothèses précédentes, l'équation (1.17) devient :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) \right] ds \quad (\text{A.49})$$

Les variations de vitesse longitudinale peuvent être obtenues avec l'équation de l'énergie :

$$C_p T + \frac{U^2}{2} = C_p T_\infty + \frac{U_\infty^2}{2} + \Delta H_i \quad (\text{A.50})$$

A partir de cette relation, il vient :

$$\frac{U^2}{U_\infty^2} = 1 + \frac{2C_p T_\infty}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{T}{T_\infty} \right) + \frac{2\Delta H_i}{U_\infty^2} \quad (\text{A.51})$$

De plus, dans le plan de mesure $P = P_\infty$, à partir des lois isentropiques, il est donc possible d'écrire :

$$\frac{T}{T_\infty} = \left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{T_i}{T_{i\infty}} \quad (\text{A.52})$$

Ainsi :

$$\frac{U^2}{U_\infty^2} = 1 + \frac{2C_p T_\infty}{U_\infty^2} \left(1 - \left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{T_i}{T_{i\infty}} \right) + \frac{2\Delta H_i}{U_\infty^2} \quad (\text{A.53})$$

Les variations d'entropie Δs au sein de l'écoulement peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\Delta s = \frac{r}{\gamma-1} \ln \left(\frac{P/\rho^\gamma}{P_\infty/\rho_\infty^\gamma} \right) \quad (\text{A.54})$$

De plus :

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \frac{r^\gamma T_i^\gamma}{P_i^{\gamma-1}} \quad (\text{A.55})$$

Ainsi :

$$\Delta s = \frac{\gamma r}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_i}{T_{i\infty}} \left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (\text{A.56})$$

soit :

$$\frac{T_i}{T_{i\infty}} \left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = e^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta s}{r}} \quad (\text{A.57})$$

A partir de la définition du nombre de Mach à l'infini amont et du coefficient de chaleur spécifique à pression constante, il est possible d'écrire :

$$\frac{C_p T_\infty}{U_\infty^2} = \frac{1}{(\gamma-1) M_\infty^2} \quad (\text{A.58})$$

En remplaçant les deux expressions précédentes dans l'équation (A.53), l'expression de la vitesse longitudinale devient :

$$\frac{U^2}{U_\infty^2} = 1 - \frac{2}{(\gamma-1) M_\infty^2} \left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta s}{r}} - 1 \right) + \frac{2\Delta H_i}{U_\infty^2} \quad (\text{A.59})$$

La formulation de van der Vooren pour la traînée de profil est obtenue en remplaçant l'équation (A.59) dans l'équation (A.49) :

$$C x_p^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta \bar{u}}{U_\infty} ds \quad (\text{A.60})$$

avec :

$$\Delta \bar{u} = U_\infty \left(\sqrt{1 - \frac{2}{(\gamma-1) M_\infty^2} \left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta s}{r}} - 1 \right) + \frac{2\Delta H_i}{U_\infty^2}} - 1 \right) \quad (\text{A.61})$$

Le domaine d'intégration de l'expression (A.60) peut se réduire au sillage de la maquette car en dehors $\Delta \bar{u} = 0$. La formulation est alors la suivante :

$$C x_p^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \frac{\Delta \bar{u}}{U_\infty} ds \quad (\text{A.62})$$

A partir de cette définition de la traînée de profil, van der Vooren définit la traînée induite comme la différence entre la traînée globale et la traînée de profil, il obtient :

$$C x_i^{vdv} = -\frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U - U_\infty - \Delta \bar{u}}{U_\infty} \frac{U}{U_\infty} + \frac{P - P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} \right] ds \quad (\text{A.63})$$

A.2.3 Formulation de Kusunose

L'objectif de cette formulation est d'exprimer la traînée globale en fonction des variations de vitesse, d'entropie et d'enthalpie de l'écoulement [19, 20, 23, 27, 30, 31, 32]. Pour cela, les variations de vitesse longitudinale U , de masse volumique ρ et de pression statique P sont supposées rester faibles par rapport à l'état d'équilibre du fluide :

$$\begin{cases} U = U_\infty + \Delta u \\ \rho = \rho_\infty + \Delta \rho \\ P = P_\infty + \Delta P \end{cases} \quad (\text{A.64})$$

Ainsi :

$$\rho u = \rho_\infty U_\infty + \rho_\infty \Delta u + U_\infty \Delta \rho + \Delta u \Delta \rho \quad (\text{A.65})$$

La définition de l'entropie permet d'exprimer ses variations en fonction de la masse volumique et de la température statique :

$$\frac{\Delta s}{r} = \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_\infty} - \ln \frac{\rho}{\rho_\infty} \quad (\text{A.66})$$

A partir de cette équation, la masse volumique et la pression statique peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = e^{-\frac{\Delta s}{r}} \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{A.67})$$

$$\frac{P}{P_\infty} = e^{-\frac{\Delta s}{r}} \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{A.68})$$

Les variations d'enthalpie totale permettent d'écrire :

$$\Delta H_i + C_p T_\infty + \frac{U_\infty^2}{2} = C_p T + \frac{1}{2} (U^2 + v^2 + w^2) \quad (\text{A.69})$$

A partir de cette équation et de la définition du nombre de Mach, la température statique peut être exprimée sous la forme :

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \left[-2 \frac{\Delta u}{U_\infty} - \left(\frac{\Delta u}{U_\infty} \right)^2 - \left(\frac{v}{U_\infty} \right)^2 - \left(\frac{w}{U_\infty} \right)^2 + 2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right] \quad (\text{A.70})$$

Pour des raisons de clarté d'écriture, l'expression précédente est exprimée de la façon suivante :

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 K \quad (\text{A.71})$$

avec :

$$K = -2 \frac{\Delta u}{U_\infty} - \left(\frac{\Delta u}{U_\infty} \right)^2 - \left(\frac{v}{U_\infty} \right)^2 - \left(\frac{w}{U_\infty} \right)^2 + 2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \quad (\text{A.72})$$

A partir de l'hypothèse des petites perturbations et d'un développement limité au deuxième ordre, le rapport des températures statiques de l'équation (A.67) peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} &= 1 + \frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 K \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma-1} \right) \left(\frac{1}{\gamma-1} - 1 \right) \left(\frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 K \right)^2 + O(K^3) \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

Le développement du terme précédent permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} &= 1 - M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} + M_\infty^2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \\
&\quad - \frac{M_\infty^2}{2} \left[(1 - (2 - \gamma) M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{w}{U_\infty}\right)^2 \right] \\
&\quad + \frac{2 - \gamma}{2} M_\infty^4 \left(\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2}\right)^2 - (2 - \gamma) M_\infty^4 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + O(\Delta^3)
\end{aligned} \tag{A.74}$$

Δ^3 représente les termes d'ordre supérieur ou égal à 3. De la même manière, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} &= 1 - \gamma M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} + \gamma M_\infty^2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \\
&\quad - \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 \left[(1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{w}{U_\infty}\right)^2 \right] \\
&\quad + \frac{\gamma}{2} M_\infty^4 \left(\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2}\right)^2 - \gamma M_\infty^4 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + O(\Delta^3)
\end{aligned} \tag{A.75}$$

De plus, les variations d'entropie sont supposées rester faibles, ainsi :

$$e^{-\frac{\Delta s}{r}} = 1 - \frac{\Delta s}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta s}{r}\right)^2 + O\left(\left(\frac{\Delta s}{r}\right)^3\right) \tag{A.76}$$

Les variations de masse volumique et de pression statique s'obtiennent en remplaçant les équations (A.74) et (A.75) et (A.76), dans les équations (A.67) et (A.68) :

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta \rho}{\rho_\infty} &= -M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} - \frac{1}{2} M_\infty^2 \left[(1 - (2 - \gamma) M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{w}{U_\infty}\right)^2 - 2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right] \\
&\quad - \frac{\Delta s}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta s}{r}\right)^2 + M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} - M_\infty^2 \frac{\Delta s}{r} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + \frac{2 - \gamma}{2} M_\infty^4 \left(\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2}\right)^2 \\
&\quad - (2 - \gamma) M_\infty^4 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + O(\Delta^3)
\end{aligned} \tag{A.77}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta P}{P_\infty} &= -\gamma M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} - \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 \left[(1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{w}{U_\infty}\right)^2 - 2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right] \\
&\quad - \frac{\Delta s}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta s}{r}\right)^2 + \gamma M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} - \gamma M_\infty^2 \frac{\Delta s}{r} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + \frac{\gamma}{2} M_\infty^4 \left(\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2}\right)^2 \\
&\quad - \gamma M_\infty^4 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + O(\Delta^3)
\end{aligned} \tag{A.78}$$

A partir de l'équation (A.77), le premier terme de l'expression de la traînée globale (1.17) peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) &= - \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_\infty}\right) \left(1 + \frac{\Delta u}{U_\infty}\right) \frac{\Delta u}{U_\infty} \\
 &= - \frac{\Delta u}{U_\infty} - \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 - \frac{\Delta u \Delta\rho}{U_\infty \rho_\infty} \\
 &= - \frac{\Delta u}{U_\infty} - (1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 + \frac{\Delta s}{r} \frac{\Delta u}{U_\infty} \\
 &\quad - M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + O(\Delta^3)
 \end{aligned} \tag{A.79}$$

Avec l'équation (A.78), le second terme de l'expression (1.17) devient :

$$\begin{aligned}
 \frac{P_\infty - P}{\rho_\infty U_\infty^2} &= - \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta P}{P_\infty} \\
 &= \frac{\Delta u}{U_\infty} + \frac{1}{2} \left[(1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty}\right)^2 + \left(\frac{w}{U_\infty}\right)^2 - 2 \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right] \\
 &\quad + \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} - \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r}\right)^2 - \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta s}{r} + \frac{\Delta s}{r} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \\
 &\quad - \frac{M_\infty^2}{2} \left(\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2}\right)^2 + M_\infty^2 \frac{\Delta u}{U_\infty} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + O(\Delta^3)
 \end{aligned} \tag{A.80}$$

Le coefficient de traînée globale défini par Kusunose dans [27] s'obtient en ajoutant les deux expressions précédentes :

$$\begin{aligned}
 C_x^{Kusunose} &= \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} - \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2}\right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} (1 - M_\infty^2) \left(\frac{\Delta u}{U_\infty}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r}\right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2}\right) \right] ds + O(\Delta^3)
 \end{aligned} \tag{A.81}$$

A.2.4 Formulation asymptotique

Cette formulation a été développée à l'ONERA en 1999 [21]. Elle s'appuie sur une démarche similaire à celle de Kusunose. La seule différence est que les développements limités sont ici effectués sur les grandeurs génératrices et les trois composantes de vitesse de l'écoulement. Ces développements sont effectués au deuxième ordre pour les composantes de la vitesse et au premier ordre pour les grandeurs génératrices.

A partir des lois isentropiques :

$$\frac{P}{P_\infty} = \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{A.82}$$

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \frac{T_{i\infty}}{T_i} \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{A.83}$$

L'expression (1.17) de la traînée globale devient :

$$Cx = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right) + \frac{T_{i\infty}}{T_i} \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) \right] ds \quad (\text{A.84})$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} &= \frac{T}{T_\infty} \frac{T_{i\infty}}{T_i} \\ &= 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left(1 - \frac{|V|^2 T_{i\infty}}{U_\infty^2 T_i} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.85})$$

Pour des raisons de clarté, \mathfrak{S} est exprimé sous la forme suivante :

$$\mathfrak{S} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 K \quad (\text{A.86})$$

avec :

$$K = 1 - \frac{|V|^2 T_{i\infty}}{U_\infty^2 T_i} \quad (\text{A.87})$$

Dans un deuxième temps, les variations de vitesse, de pression et température génératrices sont supposées faibles :

$$\begin{cases} P_i = P_{i\infty} (1 + \delta P_i) \\ T_i = T_{i\infty} (1 + \delta T_i) \\ \vec{V} = U_\infty \left[(1 + \delta u) \vec{i} + \delta v \vec{j} + \delta w \vec{k} \right] \end{cases} \quad (\text{A.88})$$

Un développement limité au second ordre pour les vitesses et au premier ordre pour les autres grandeurs permet d'écrire :

$$K = \delta T_i - 2\delta u - \delta u^2 - \delta v^2 - \delta w^2 + O(\delta^3) \quad (\text{A.89})$$

et :

$$K^2 = 4\delta u^2 + O(\delta^3) \quad (\text{A.90})$$

δ^3 représente les termes d'ordre supérieur ou égal à 3. Un nouveau développement asymptotique permet d'obtenir :

$$\mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1 + \frac{\gamma M_\infty^2}{2} [\delta T_i - 2\delta u - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 - \delta v^2 - \delta w^2] + O(\delta^3) \quad (\text{A.91})$$

De la même manière :

$$\mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} = 1 + \frac{M_\infty^2}{2} [\delta T_i - 2\delta u + ((2 - \gamma) M_\infty^2 - 1) \delta u^2 - \delta v^2 - \delta w^2] + O(\delta^3) \quad (\text{A.92})$$

Les deux termes de l'expression de la traînée globale (A.84) peuvent alors s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) \frac{T_{i\infty}}{T_i} \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} &= -\delta u - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 + O(\delta^3) \quad (\text{A.93}) \\ \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right) &= -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{1}{2} \delta T_i + \delta u + \frac{1}{2} (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \end{aligned}$$

Au final, le coefficient de traînée globale peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$Cx^{ONERA} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 + (\delta v^2 + \delta w^2) \right] ds + O(\delta^3) \quad (\text{A.94})$$

Annexe B

Développements asymptotiques des formulations pour la traînée de profil

Les différents développements asymptotiques sont exprimés en fonction des variations de pression et température génératrices et des trois composantes de la vitesse de la même manière que pour la formulation ONERA. Tous les développements sont effectués à l'ordre 2 pour l'ensemble de ces variables.

$$\begin{cases} P_i = P_{i\infty} (1 + \delta P_i) \\ T_i = T_{i\infty} (1 + \delta T_i) \\ \vec{V} = U_\infty \left[(1 + \delta u) \vec{i} + \delta v \vec{j} + \delta w \vec{k} \right] \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

A travers ces développements asymptotiques, les différentes hypothèses propres à chaque formulation ne sont pas réutilisées. Chaque formulation est appliquée dans un écoulement complet tridimensionnel en présence d'effets visqueux, de chocs, de sources de vorticité et de variations de température génératrice.

B.1 Formulations pour les écoulements non portants

B.1.1 Formulation de Betz

La formulation de Betz correspond à l'équation (3.1). De manière à simplifier le calcul de son développement asymptotique, son expression peut se récrire sous la forme suivante :

$$Cx_p^{Betz} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} A B C \left(1 - C + \frac{D}{E} \right) ds \quad (\text{B.2})$$

A , B , C , D et E sont définis par :

$$A = \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (\text{B.3})$$

$$B = \left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (\text{B.4})$$

$$C = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \quad (\text{B.5})$$

$$D = \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P_\infty}{P} - 1 \right) \quad (\text{B.6})$$

$$E = \frac{2\gamma}{\gamma-1} \sqrt{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (\text{B.7})$$

Un développement asymptotique du premier facteur A de l'équation (B.3) permet d'écrire :

$$A = 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \delta P_i - \frac{1}{2} \frac{\gamma-1}{\gamma^2} \delta P_i^2 + O(\delta P_i^3) \quad (\text{B.8})$$

Pour le second facteur B , les variations de pression statique peuvent être calculées à partir des lois isentropiques :

$$\left(\frac{P}{P_\infty} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{B.9})$$

En conséquence :

$$\begin{aligned} B = & 1 + \frac{M_\infty^2}{2} \left[\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \delta T_i - 2\delta u - \frac{\gamma-1}{\gamma^2 M_\infty^2} \delta P_i^2 - \left(1 - \frac{2-\gamma}{4} M_\infty^2 \right) \delta T_i^2 \right. \\ & \left. - (1 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta u^2 + \frac{1}{\gamma} \delta P_i \delta T_i - \frac{2}{\gamma} \delta P_i \delta u + (2 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

De la même manière pour le troisième facteur C , il est possible d'établir :

$$1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2} \quad (\text{B.11})$$

A partir des lois isentropiques :

$$\left(\frac{P}{P_i} \right) = \frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{B.12})$$

Ainsi :

$$\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{|V^2| T_{i\infty}}{U_\infty^2 T_i} \quad (\text{B.13})$$

Un développement au second ordre de l'expression précédente permet d'établir :

$$\frac{1 - \left(\frac{P}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \delta T_i + 2\delta u + \delta T_i^2 + \delta u^2 - 2\delta T_i \delta u + \delta v^2 + \delta w^2 + O(\delta^3) \quad (\text{B.14})$$

Un dernier développement asymptotique permet d'écrire pour le troisième facteur C :

$$C = 1 - \frac{1}{2} \delta T_i + \delta u + \frac{3}{8} \delta T_i^2 - \frac{1}{2} \delta u \delta T_i + \frac{1}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \quad (\text{B.15})$$

Pour le terme D , il est possible d'établir la relation suivante :

$$\left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{P_\infty}{P} - 1\right) = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_\infty^2} \left[\frac{P_{i\infty}}{P_i} \mathfrak{S}^{-\frac{1}{\gamma-1}} - \mathfrak{S} \right] \quad (\text{B.16})$$

Or :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}^{-\frac{1}{\gamma-1}} &= 1 + \frac{M_\infty^2}{2} \left[-\delta T_i + 2\delta u + \left(1 + \frac{\gamma M_\infty^2}{4}\right) \delta T_i^2 + (1 + \gamma M_\infty^2) \delta u^2 \right. \\ &\quad \left. - (2 + \gamma M_\infty^2) \delta T_i \delta u + \delta v^2 + \delta w^2 \right] + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_\infty^2} \left[-\delta P_i - \frac{\gamma M_\infty^2}{2} \delta T_i + \gamma M_\infty^2 \delta u + \delta P_i^2 + \frac{\gamma M_\infty^2}{2} \left(1 + \frac{M_\infty^2}{4}\right) \delta T_i^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\gamma M_\infty^2}{2} (1 + M_\infty^2) \delta u^2 + \frac{M_\infty^2}{2} \delta P_i \delta T_i - M_\infty^2 \delta P_i \delta u - \frac{\gamma M_\infty^2}{2} (2 + M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right. \\ &\quad \left. + \frac{\gamma M_\infty^2}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) \right] + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

De plus, il est intéressant de noter :

$$\frac{C}{E} = \frac{1}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (\text{B.19})$$

Ainsi :

$$\frac{C}{E} = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right) \quad (\text{B.20})$$

En utilisant les expressions (B.18) et (B.20), il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} C \frac{D}{E} &= -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{1}{2} \delta T_i + \delta u + \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{M_\infty^2}{4}\right) \delta T_i^2 + \frac{1}{2} (1 + M_\infty^2) \delta u^2 \\ &\quad + \frac{1}{2\gamma} \delta P_i \delta T_i - \frac{1}{\gamma} \delta P_i \delta u - \frac{1}{2} (2 + M_\infty^2) \delta T_i \delta u + \frac{1}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

De plus à partir de l'équation (B.15) :

$$C(1-C) = \frac{1}{2} \delta T_i - \delta u - \frac{5}{8} \delta T_i^2 - \delta u^2 + \frac{3}{2} \delta T_i \delta u - \frac{1}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \quad (\text{B.22})$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} C \left(1 - C + \frac{D}{E} \right) &= -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 - \frac{1}{8} (1 - M_\infty^2) \delta T_i^2 - \frac{1}{2} (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \\ &\quad + \frac{1}{2\gamma} \delta P_i \delta T_i - \frac{1}{\gamma} \delta P_i \delta u + \frac{1}{2} (1 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

A partir des formules (B.8) et (B.10), le produit AB devient :

$$\begin{aligned} AB &= 1 + \delta P_i + \frac{M_\infty^2}{2} \delta T_i - M_\infty^2 \delta u - \left(1 - \frac{2-\gamma}{4} M_\infty^2 \right) \frac{M_\infty^2}{2} \delta T_i^2 - (1 - (2-\gamma) M_\infty^2) \frac{M_\infty^2}{2} \delta u^2 \\ &\quad + \frac{M_\infty^2}{2} \delta P_i \delta T_i - M_\infty^2 \delta P_i \delta u + (2 - (2-\gamma) M_\infty^2) \frac{M_\infty^2}{2} \delta T_i \delta u + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Les deux expressions précédentes permettent de déterminer le développement asymptotique au second ordre de la formulation de Betz :

$$Cx_p^{Betz} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{4} (1 - M_\infty^2) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 + (1 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (B.25)$$

B.1.2 Formulation de Jones

Pour des raisons de clarté, la formulation de Jones (équation (3.2)) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Cx_p^{Jones} = \frac{2}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} ABC(1 - C_\infty) ds \quad (B.26)$$

A , B et C sont définis dans le paragraphe précédent. C_∞ est égal à :

$$C_\infty = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}} \quad (B.27)$$

Pour exprimer le dernier facteur C_∞ de la formulation de Jones, il est possible d'écrire :

$$1 - \left(\frac{P_\infty}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2} \left(1 + \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{2\gamma-1}{\gamma^2 M_\infty^2} \delta P_i^2\right) + O(\delta P_i^3) \quad (B.28)$$

Car :

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_\infty}{P_i}\right) &= \frac{P_\infty}{P_{i\infty}} \frac{1}{1 + \delta P_i} \\ &= \frac{P_\infty}{P_{i\infty}} (1 - \delta P_i + \delta P_i^2) + O(\delta P_i^3) \end{aligned} \quad (B.29)$$

En combinant les équations (B.11) et (B.29), il vient :

$$\frac{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{P_\infty}{P_{i\infty}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 + \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{2\gamma-1}{\gamma^2 M_\infty^2} \delta P_i^2 + O(\delta P_i^3) \quad (B.30)$$

Finalement le quatrième terme $(1 - C_\infty)$ de la formulation de Jones peut s'exprimer de la manière suivante :

$$1 - C_\infty = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma^2 M_\infty^4} (1 + (2\gamma - 1) M_\infty^2) \delta P_i^2 + O(\delta P_i^3) \quad (B.31)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} C(1 - C_\infty) &= -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma^2 M_\infty^4} (1 + (2\gamma - 1) M_\infty^2) \delta P_i^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i \\ &\quad - \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (B.32)$$

A partir des expressions (B.24) et (B.32), le développement asymptotique au second d'ordre de la formulation de Jones est :

$$C x_p^{Jones} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 + \frac{1 - M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \quad (\text{B.33})$$

B.1.3 Formulation d'Oswatitsch

Le développement asymptotique de la formule d'Oswatitsch est obtenu à partir de l'expression (3.4). Les variations d'entropie peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta s}{r} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T_i}{T_{i\infty}} \right) - \ln \left(\frac{P_i}{P_{i\infty}} \right) \quad (\text{B.34})$$

Ainsi :

$$\frac{\Delta s}{r} = -\delta P_i + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \delta T_i + \frac{1}{2} \delta P_i^2 - \frac{1}{2} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \delta T_i^2 + O(\delta^3) \quad (\text{B.35})$$

D'après les lois isentropiques :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \frac{T_{i\infty}}{T_i} \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{B.36})$$

En conséquence :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_\infty} &= 1 + \delta P_i - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2}\right) \delta T_i - M_\infty^2 \delta u + \left(1 - \left(2 - \frac{2-\gamma}{4} M_\infty^2\right) \frac{M_\infty^2}{2}\right) \delta T_i^2 \\ &\quad - \frac{M_\infty^2}{2} (1 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta u^2 - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2}\right) \delta P_i \delta T_i - M_\infty^2 \delta P_i \delta u \\ &\quad + \frac{M_\infty^2}{2} (4 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta T_i \delta u - \frac{M_\infty^2}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

Un nouveau développement asymptotique permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U}{U_\infty} &= 1 + \delta P_i - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2}\right) \delta T_i + (1 - M_\infty^2) \delta u + \left(1 - \left(2 - \frac{2-\gamma}{4} M_\infty^2\right) \frac{M_\infty^2}{2}\right) \delta T_i^2 \\ &\quad - \frac{M_\infty^2}{2} (3 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta u^2 - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2}\right) \delta P_i \delta T_i + (1 - M_\infty^2) \delta P_i \delta u \\ &\quad + \left(\frac{M_\infty^2}{2} (5 - (2-\gamma) M_\infty^2) - 1\right) \delta T_i \delta u - \frac{M_\infty^2}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

Les équations précédentes permettent d'établir le développement asymptotique de la formulation d'Oswatitsch :

$$\begin{aligned} C x_p^{Oswatitsch} &= \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \delta T_i - \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{3 - M_\infty^2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \delta T_i^2 + \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{2\gamma - 1}{\gamma - 1} - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \delta P_i \delta T_i \right. \\ &\quad \left. + \frac{2(1 - M_\infty^2)}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \delta T_i \delta u - \frac{2(1 - M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

B.2 Formulations pour les écoulements portants

B.2.1 Formulation de Maskell

La formulation de Maskell correspond à l'équation (3.5). A partir de la définition de la pression totale, elle peut être réexprimée sous la forme suivante :

$$Cx_p^{Maskell} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right) + 1 - \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U^2 + v^2 + w^2}{U_\infty^2} - \frac{\rho}{\rho_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right)^2 \right] ds \quad (B.40)$$

A partir des lois isentropiques, les variations de pression statique peuvent être exprimée sous la forme suivante :

$$\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right) = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P_i}{P_i_\infty} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right) \quad (B.41)$$

Ainsi, il est possible de démontrer :

$$\begin{aligned} \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right) &= -\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + 2\delta u + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 + (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \\ &\quad - \delta P_i \delta T_i + 2\delta P_i \delta u - (2 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u + \delta v^2 + \delta w^2 + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (B.42)$$

De la même manière :

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right)^2 = \delta u^2 + O(\delta^3) \quad (B.43)$$

A partir du développement asymptotique de la masse volumique (équation (B.37)) :

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\rho}{\rho_\infty} \frac{U^2 + v^2 + w^2}{U_\infty^2} &= -\delta P_i - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \delta T_i - (2 - M_\infty^2) \delta u \\ &\quad - \left(1 - M_\infty^2 + \frac{2-\gamma}{8} M_\infty^4 \right) \delta T_i^2 - \left(1 - \frac{5}{2} + \frac{2-\gamma}{2} M_\infty^4 \right) \delta u^2 \\ &\quad + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \delta P_i \delta T_i - (2 - M_\infty^2) \delta P_i \delta u \\ &\quad + \left(2 - 3M_\infty^2 + \frac{2-\gamma}{2} M_\infty^4 \right) \delta T_i \delta u - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2} \right) (\delta v^2 + \delta w^2) \\ &\quad + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (B.44)$$

Les expressions (B.42), (B.43) et (B.44) permettent d'établir le développement asymptotique de la formulation de Maskell pour la traînée de profil :

$$\begin{aligned} Cx_p^{Maskell} &= \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\left(1 + \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \right) \delta P_i - \frac{M_\infty^2}{2} \delta T_i + M_\infty^2 \delta u \right. \\ &\quad - \frac{M_\infty^2}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{2-\gamma}{4} M_\infty^2 \right) \delta T_i^2 - \left(1 - \frac{3}{2} M_\infty^2 + \frac{2-\gamma}{2} M_\infty^4 \right) \delta u^2 \\ &\quad - \frac{M_\infty^2}{2} \delta P_i \delta T_i + M_\infty^2 \delta P_i \delta u - M_\infty^2 \left(2 - \frac{2-\gamma}{2} M_\infty^2 \right) \delta T_i \delta u \\ &\quad \left. + \frac{M_\infty^2}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) \right] ds + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (B.45)$$

B.2.2 Formulation de van der Vooren

La formulation de van der Vooren pour la traînée de profil correspond à l'équation (3.7) avec la variable $\Delta\bar{u}$ définie de la manière suivante :

$$\Delta\bar{u} = U_\infty \left(\sqrt{\frac{T_i}{T_{i\infty}} \left[1 - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \left(\left(\frac{P_{i\infty}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right]} - 1 \right) \quad (\text{B.46})$$

Cette définition permet d'établir le développement asymptotique de $\Delta\bar{u}$ au second ordre :

$$\frac{\Delta\bar{u}}{U_\infty} = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{2} \delta T_i - \frac{M_\infty^2 (2\gamma-1) + 1}{2\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 - \frac{1}{8} \delta T_i^2 + \frac{1}{2\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i + O(\delta^3) \quad (\text{B.47})$$

En utilisant les expressions (B.38) et (B.47), le développement asymptotique au second ordre de la formulation de van der Vooren peut être déterminé :

$$\begin{aligned} Cx_p^{vdv} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} & \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \frac{1-M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4} \delta P_i^2 + \frac{5-2M_\infty^2}{4} \delta T_i^2 \right. \\ & + \frac{1-(\gamma+1)M_\infty^2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i - \frac{2(1-M_\infty^2)}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i \delta u \\ & \left. - (1-M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right] ds + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

B.2.3 Formulation de Kusunose

La formulation de Kusunose pour la traînée de profil correspond à l'équation (3.16). D'après l'équation (B.35) :

$$\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i + \frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2} \delta T_i + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2} \delta T_i^2 + O(\delta^3) \quad (\text{B.49})$$

A partir de la définition de l'enthalpie totale, il est possible d'établir :

$$\frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \delta T_i \quad (\text{B.50})$$

Ainsi :

$$\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \frac{\Delta s}{r} - \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{1}{2} \delta T_i + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2} \delta T_i^2 + O(\delta^3) \quad (\text{B.51})$$

De la même manière, il est possible de démontrer :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} &= -\delta P_i + \frac{1}{2} \frac{1}{(\gamma-1)} \left[\gamma + (\gamma-1) \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \right] \delta T_i + \frac{1}{2} \delta P_i^2 - \frac{1}{2} \frac{\gamma}{\gamma-1} \delta T_i^2 \\ &+ O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.52})$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right) &= \frac{1}{2} \frac{1}{(\gamma-1)^2 M_\infty^2} \left[\gamma + (\gamma-1) \left[1 + (\gamma-1) M_\infty^2 \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \right] \right] \delta T_i^2 \\ &- \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{(\gamma-1) M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.53})$$

De plus :

$$\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} \right)^2 = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 + \frac{\gamma}{(\gamma-1)^2 M_\infty^2} \delta T_i^2 - \frac{2}{(\gamma-1) M_\infty^2} \delta P_i \delta T_i + O(\delta^3) \quad (\text{B.54})$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} \right)^2 + \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \left(\frac{\Delta s}{r} - \frac{M_\infty^2}{2} \frac{\Delta H_i}{U_\infty^2} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i^2 \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\left[1 + (\gamma-1) M_\infty^2 \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \right]}{(\gamma-1) M_\infty^2} \delta T_i^2 \\ &- \frac{1}{2} \delta P_i \delta T_i + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.55})$$

Le développement asymptotique au second ordre de la formulation de Kusunose est obtenu en ajoutant les équations (B.51) et (B.55) :

$$C_{x_p}^{Kusunose} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (\text{B.56})$$

B.2.4 Formulations ONERA

Les formulations ONERA sont écrites à l'ordre 2 pour toutes les variables. Ainsi, il est possible de montrer :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} &= 1 + \frac{\gamma M_\infty^2}{2} \left[\delta T_i - 2\delta u - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 + (2 - M_\infty^2) \delta T_i \delta u \right. \\ &\quad \left. - \delta v^2 - \delta w^2 \right] + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.57})$$

De la même manière :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} &= 1 + \frac{M_\infty^2}{2} \left[\delta T_i - 2\delta u - \left(1 - \frac{2-\gamma}{4} M_\infty^2 \right) \delta T_i^2 - (1 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta u^2 \right. \\ &\quad \left. + (2 - (2-\gamma) M_\infty^2) \delta T_i \delta u - \delta v^2 - \delta w^2 \right] + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.58})$$

Les deux termes de l'expression de la traînée globale (A.84) peuvent alors s'exprimer de la manière suivante :

$$\frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) \frac{T_{i\infty}}{T_i} \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{1}{\gamma-1}} = -\delta u - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 - \delta P_i \delta u + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \delta T_i \delta u + O(\delta^3) \quad (\text{B.59})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left(1 - \frac{P_i}{P_{i\infty}} \mathfrak{S}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right) &= -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \frac{1}{2} \delta T_i + \delta u + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 + \frac{1}{2} (1 - M_\infty^2) \delta u^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \delta P_i \delta T_i + \delta P_i \delta u - \left(1 - \frac{M_\infty^2}{2} \right) \delta T_i \delta u + \frac{1}{2} (\delta v^2 + \delta w^2) + O(\delta^3) \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

Au final, le coefficient de traînée globale peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$C_x^{ONERA} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 - \delta P_i \delta T_i + (\delta v^2 + \delta w^2) \right] ds + O(\delta^3) \quad (\text{B.61})$$

Les deux formulations pour la traînée de profil permettent alors d'écrire :

$$C_{x_p}^{ONERA1} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_{sillage}} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (\text{B.62})$$

et :

$$C_{x_p}^{ONERA2} = \frac{1}{S_{ref}} \int_{\Sigma_1} \left[-\frac{2}{\gamma M_\infty^2} \delta P_i - \delta T_i + \left(1 - \frac{M_\infty^2}{4} \right) \delta T_i^2 - (1 - M_\infty^2) \delta u^2 - \delta P_i \delta T_i \right] ds + O(\delta^3) \quad (\text{B.63})$$

Annexe C

ffd41 : Extraction de la traînée à partir de solutions numériques

Dans le chapitre 3, le logiciel *ffd41* a été utilisé comme référence pour valider la méthode expérimentale sur des solutions numériques. Ce logiciel a été développé à l'ONERA pour réaliser une décomposition fiable de la traînée à partir de solutions numériques avec l'approche champ lointain. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet d'une part d'identifier les phénomènes physiques responsables des différentes composantes de la traînée et d'autre part d'évaluer la contribution des sources de traînée numérique et donc non-physiques qui sont créés lors du calcul. Cette traînée numérique est dépendante du maillage et des paramètres numériques utilisés lors du calcul. L'objectif de cette annexe est de décrire brièvement les formulations et les méthodes de localisation des différentes sources de traînée utilisées dans ce logiciel. De plus amples informations peuvent être recueillies dans les références [37–39].

C.1 Théorie

Contrairement à la méthode expérimentale qui utilise une méthode d'intégration surfacique, *ffd41* s'appuie sur une approche volumique. Les formulations présentées dans le chapitre 3 doivent donc être réexprimées à partir d'une intégration volumique.

C.1.1 Traînée champ lointain

Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement projetées sur l'axe longitudinal de l'écoulement permettent d'écrire (paragraphe 1.2) :

$$\int_{\Sigma_c \cup \Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \left[\rho(U - U_\infty) \vec{V} \cdot \vec{n} - \vec{\tau}_x \cdot \vec{n} + (P - P_\infty) \cdot \vec{n} \right] ds = 0 \quad (\text{C.1})$$

Les surfaces $\Sigma_c, \Sigma_\infty, \Sigma_{lat}$ et Σ_1 sont définies sur la figure 1.5. Le vecteur \vec{f} est alors défini par :

$$\vec{f} = -\rho(U - U_\infty) \vec{V} + \vec{\tau}_x - (P - P_\infty) \vec{x} \quad (\text{C.2})$$

de façon à pouvoir écrire :

$$\int_{\Sigma_c \cup \Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \vec{f} \cdot \vec{n} ds = 0 \quad (\text{C.3})$$

La traînée champ proche est alors égale à :

$$D = D_{pression} + D_{frottement} = \int_{\Sigma_c} \vec{f} \cdot \vec{n} ds \quad (C.4)$$

et la traînée champ lointain :

$$D = D_p + D_i = \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \vec{f} \cdot \vec{n} ds \quad (C.5)$$

$D_{pression}$, $D_{frottement}$, D_p et D_i représentent respectivement les traînées de pression, de frottement, de profil et induite définies dans le chapitre 1 sous forme de coefficients sans dimension (Cx). Pour être cohérent avec les notations définies dans *ffd41*, la traînée de profil sera notée D_{vw} dans la suite de cette annexe.

C.1.2 Traînée de profil et traînée induite

Pour décomposer la traînée en composantes de profil et induite, *ffd41* utilise la formulation de van der Vooren présentée dans le paragraphe 1.3.2. A partir de cette dernière, le vecteur \vec{f}_{vw} est défini par :

$$\vec{f}_{vw} = -\rho \Delta \bar{u} \vec{V} \quad (C.6)$$

de façon à pouvoir écrire :

$$D_{vw} = \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \vec{f}_{vw} \cdot \vec{n} ds \quad (C.7)$$

Pour assurer un bilan champ proche / champ lointain exact, la traînée induite est calculée à partir du vecteur \vec{f}_i défini par :

$$\vec{f}_i = \vec{f} - \vec{f}_{vw} = -\rho (U - U_\infty - \Delta \bar{u}) \vec{V} + \vec{\tau}_x - (P - P_\infty) \vec{x} \quad (C.8)$$

ce qui permet d'écrire :

$$D_i = \int_{\Sigma_\infty \cup \Sigma_{lat} \cup \Sigma_1} \vec{f}_i \cdot \vec{n} ds \quad (C.9)$$

Afin de transformer les intégrales surfaciques précédentes en intégrales volumiques, le théorème de la divergence peut être utilisé. Pour la traînée de profil, cela permet d'écrire :

$$D_{vw} = \int_{V_V \cup V_W} \text{div} \vec{f}_{vw} dv \quad (C.10)$$

V_v et V_w correspondent respectivement aux volumes d'intégration de la traînée visqueuse et de la traînée de choc. Ils peuvent être définis sans recouvrement. Cette formulation volumique permet de prendre en compte l'ensemble des informations tridimensionnelles fournies par une solution numérique. La traînée de profil est alors calculée par une approche cellule par cellule qui permet de localiser les zones de production de traînée visqueuse et de traînée de choc dans l'écoulement.

En utilisant le formule de la divergence pour la traînée induite, il est possible de montrer [37] :

$$D_i = \int_{V_V \cup V_W} \text{div} \vec{f}_i dv - \int_{\Sigma_c} \vec{f}_i \cdot \vec{n} ds \quad (C.11)$$

Le volume d'intégration peut être réduit à $V_V \cup V_W$ car en dehors $\text{div} \vec{f}_i$ est nul ($\text{div} \vec{f}_i = -\text{div} \vec{f}_{vw}$). Cette formulation permet, comme pour la traînée de profil, une approche cellule par cellule beaucoup moins coûteuse et beaucoup moins restrictive.

Ces nouvelles formulations volumiques permettent donc d'assurer un bilan champ proche / champ lointain exact dans un cadre théorique mais ne tiennent pas compte des sources de traînée numérique qui peuvent apparaître dans le champ issu d'un calcul. Pour cela, il est nécessaire d'introduire la notion de traînée artificielle ou traînée numérique.

C.2 Déviations de la théorie

C.2.1 Traînée numérique

Cette traînée numérique apparaît à cause de la dissipation artificielle introduite pour stabiliser les schémas numériques. Une évaluation précise de la traînée et de ses composantes champ lointain est donc possible uniquement si les zones de l'écoulement productrices de cette traînée numérique sont localisées.

Le volume $V_V \cup V_W$ contenant les sources physiques de traînée de profil est défini à l'aide de senseurs détectant les couches visqueuses et de choc. La traînée numérique générée à l'intérieur de ce volume ne peut être séparée de la traînée physique, mais les maillages étant bien adaptés au calcul de ces composantes et les coefficients de dissipation artificielle diminués au maximum dans le cadre de l'extraction de traînée, le niveau de ces productions artificielles est relativement limité dans ces zones. En revanche, si V_{sp} est le volume dans lequel se produisent des créations d'entropie purement numérique, en dehors de $(V_v \cup V_w)$, alors cette contribution au bilan de traînée peut être identifiée. En prenant en compte la création de traînée numérique dans le domaine de calcul, l'accord théorique champ proche / champ lointain devient :

$$D_{pression} + D_{frottement} = D_{vw} + D_{sp} + D_i \quad (C.12)$$

où :

$$D_{sp} = \int_{V_{sp}} \text{div} \vec{f}_{vw} dV \quad (C.13)$$

Le volume d'intégration pour la traînée visqueuse et de choc reste $(V_v \cup V_w)$ alors que celui de la traînée induite doit inclure non seulement $(V_v \cup V_w)$ mais aussi V_{sp} pour que le bilan soit correct. L'équation (C.11) devient :

$$D_i = \int_{V_V \cup V_W \cup V_{sp}} \text{div} \vec{f}_i dv - \int_{\Sigma_c} \vec{f}_i \cdot \vec{n} ds \quad (C.14)$$

La traînée numérique représente donc la différence entre la traînée globale champ proche et la traînée globale champ lointain :

$$D_{sp} = (D_{pression} + D_{frottement}) - (D_{vw} + D_i) \quad (C.15)$$

Cette méthode permet de localiser dans le champ les sources de traînée visqueuse et de choc mais également de traînée numérique comme le montre la figure C.1. Le second phénomène numérique présent dans les calculs et absent dans un cadre théorique, concerne la diffusion numérique des tourbillons d'extrémité de voilure.

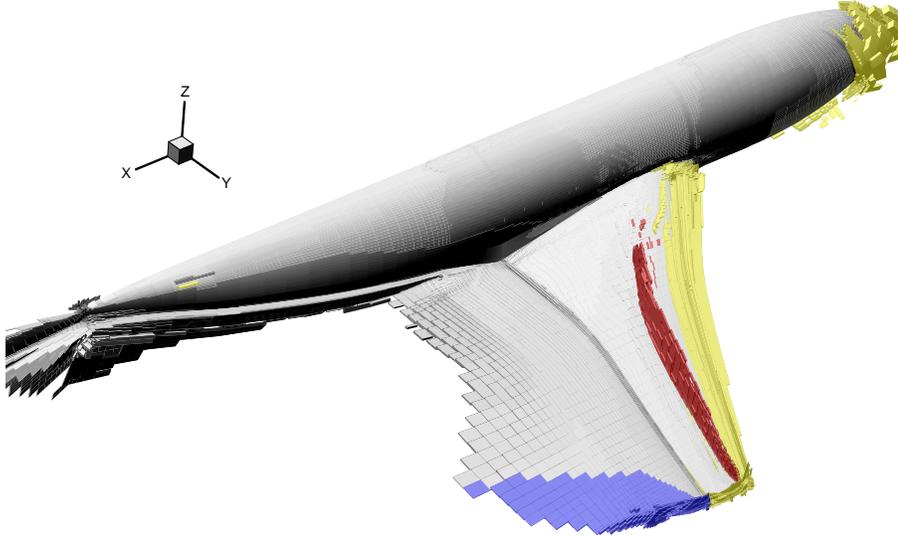


FIG. C.1 – AS28 - Productions physiques et numériques de traînée : traînée visqueuse (gris), traînée de choc (rouge), correction de traînée induite (bleu), traînée numérique (jaune) [39].

C.2.2 Diffusion numérique des tourbillons d'extrémité de voilure

La traînée induite est liée au développement de ces tourbillons pour des configurations portantes. Des phénomènes de diffusion numérique des nappes tourbillonnaires conduisent à une décroissance continue de la traînée induite calculée lorsque la surface aval du volume d'intégration s'éloigne du bord de fuite. En effet, par un processus de diffusion de ces nappes tourbillonnaires dans le maillage, l'énergie cinétique transversale, qui se conserve sur de grandes distances dans un écoulement physique, décroît rapidement dans un écoulement numérique. La traînée induite ainsi calculée est dite apparente (D_{iap}) et diminue le long du sillage car les sources de traînée induite se transforment progressivement en sources de traînée visqueuse. Ainsi pour que la décomposition soit indépendante du choix du volume de calcul et de la position du plan aval de ce volume, il est nécessaire de corriger les résultats.

Pour effectuer cette correction, un volume de correction $V_{correction}$ est défini. Ce dernier a généralement une forme conique et est centré sur l'extrémité du bord de fuite de façon à englober l'ensemble du tourbillon marginal (figure C.2). Dans ce volume, la traînée $D_{correction}$ calculée constitue alors la correction apportée à la traînée induite apparente car les sources de traînée présentes dans ce volume sont supposées être responsables uniquement de la traînée induite. Cette correction est calculée de la manière suivante :

$$D_{correction} = \int_{V_{correction}} \text{div} \vec{f}_{vw} dV \quad (\text{C.16})$$

La nouvelle traînée induite D_{ic} corrigée est donc la somme de la traînée induite apparente et de la traînée de correction :

$$D_{ic} = D_{iap} + D_{correction} \quad (\text{C.17})$$

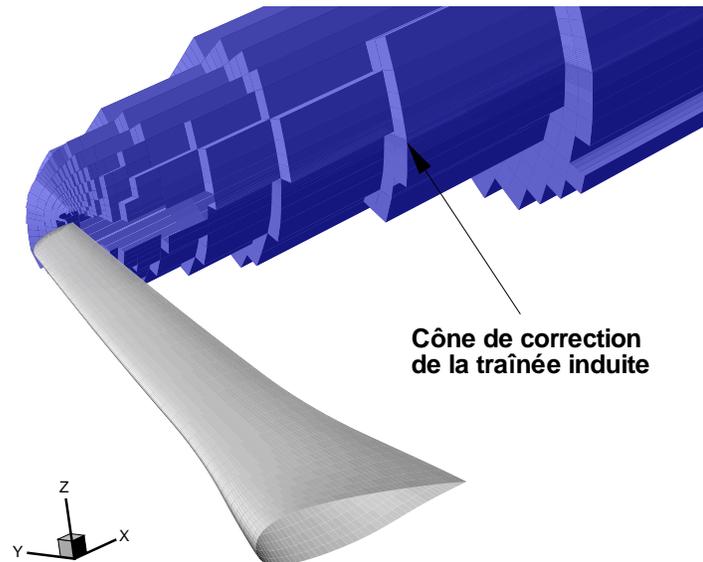


FIG. C.2 – AS28 - Cône de correction de la traînée induite [39].

Cette dernière est alors indépendante du choix du volume de calcul alors que les deux autres grandeurs évoluent en fonction de ce dernier, mais se compensent mutuellement. Au final *ffd41* permet d'obtenir une décomposition phénoménologique unique des sources de traînée à partir de solutions numériques. Le développement de nombreux senseurs physiques pour déterminer les différents volumes de calcul assure une décomposition fiable. Pour valider, la méthode expérimentale sur des solutions numériques, le choix de ce logiciel comme valeur de référence a donc été naturel. Il convient néanmoins d'ajouter que la méthode expérimentale basée sur une intégration surfacique ne permet pas de corriger les phénomènes numériques, la comparaison des résultats en termes de traînée de profil et de traînée induite ne doit donc pas prendre en compte les corrections mises en oeuvre dans *ffd41*. La décomposition obtenue est alors dépendante de la position du plan de sillage considéré.

Liste des tableaux

5.1	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de pression génératrice (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	145
5.2	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de pression génératrice (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	146
5.3	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de vitesse longitudinale (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	148
5.4	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire sur les variations de vitesse longitudinale (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	149
5.5	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur la vitesse transversale (en points de traînée).	151
5.6	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur la vitesse transversale (en points de traînée).	152
5.7	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle α (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	155
5.8	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle α (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	156
5.9	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur l'angle α (en points de traînée).	158
5.10	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire sur l'angle α (en points de traînée).	159
5.11	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	162
5.12	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée de profil pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée, C : calcul, T : théorie).	163
5.13	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée).	165
5.14	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle β (en points de traînée).	165
5.15	AXXX - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle θ (en points de traînée).	167
5.16	KH3Y - Caractéristiques de l'erreur de traînée induite pour une erreur aléatoire d'angle θ (en points de traînée).	168

5.17	AXXX - Erreur constante - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).	168
5.18	KH3Y - Erreur constante - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).	168
5.19	AXXX - Erreur aléatoire - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).	169
5.20	KH3Y - Erreur aléatoire - Précision de la décomposition de la traînée en soufflerie (en points de traînée).	169
6.1	Dyn'Aéro - Résultats des mesures PIV	177
6.2	Dyn'Aéro - Résultats corrigés des mesures PIV	177
6.3	Dyn'Aéro - Résultats des mesures PIV - Influence du winglet	178
6.4	EUROLITF2 - Influence de la nacelle sur la traînée (Δ =Ecart entre les configurations avec et sans nacelle)	186
7.1	AXXX - Influence de la portance sur la traînée	191
7.2	Falcon générique - Conditions d'essais	195
7.3	Falcon générique - Précision des mesures balance et des mesures de sillage	197
7.4	Falcon générique - Précision des mesures balance et des mesures de sillage	198

Table des figures

1.1	Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Distributions de traînées de pression et de frottement.	9
1.2	Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0,2$, $\alpha = 2,5^\circ$, $Re_c = 3 \cdot 10^6$) - Sources d'entropie et de traînée visqueuse.	9
1.3	Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Champ de Mach.	10
1.4	Tourbillons marginaux sur une aile delta en incidence - ONERA.	11
1.5	Volume de contrôle et système de coordonnées associées.	12
1.6	Sillages visqueux et de choc.	20
1.7	Décomposition des sillages visqueux et de choc.	21
1.8	Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Décomposition de la traînée de profil par la méthode de Kusunose.	22
1.9	Principe de la méthode du coefficient de diffusion.	23
1.10	Aile NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 12 \cdot 10^6$) - Décomposition de la traînée de profil par les méthodes de Kusunose et du coefficient de diffusion.	24
2.1	Sonde 5 trous avec son trièdre associé.	28
2.2	Dispositif de sondage au sein de la soufflerie S1MA.	29
2.3	Dispositif de sondage au sein de la soufflerie S2MA.	29
2.4	Lignes de sondage pour des essais sur une configuration générique de type Airbus dans la soufflerie S1MA.	30
2.5	Lignes de sondage pour des essais sur une configuration Falcon générique dans la soufflerie S2MA.	30
2.6	Principe de fonctionnement de la PIV.	31
2.7	Fenêtres PIV définies pour les essais Dyn'Aéro dans la soufflerie L1.	32
2.8	Interpolation linéaire et par spline cubique des mesures sur un maillage cartésien.	34
2.9	Interpolation par la méthode des distances inverses.	35
2.10	Méthode de correction statistique.	37
2.11	Application de la méthode de correction sur un champ de pression génératrice.	38
2.12	Illustration de la technique des miroirs.	40
2.13	Fonctions de courant champ libre et champ confiné d'une configuration Falcon dans la soufflerie S2MA.	42
2.14	Convergence en maillage des deux composantes de la traînée.	44
2.15	Distributions surfaciques et en envergure de traînée sur une configuration Falcon.	45

3.1	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de pressions génératrice et statique dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$	51
3.2	AFV - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.22$, $\alpha = 25^\circ$, $Re_c = 3.1 \cdot 10^6$) - Champ de $\frac{P}{P_\infty}$	52
3.3	Modélisation de l'écoulement autour d'un profil en configuration transsonique.	53
3.4	Conditions d'application de la formulation de Jones à l'aval d'un choc droit.	54
3.5	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de pressions totale, génératrice et statique dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$	55
3.6	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de vitesses longitudinale et fictive dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$	56
3.7	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Décomposition de la vitesse longitudinale dans le sillage pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$ par la formulation de van der Vooren.	58
3.8	KH3Y - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.174$, $\alpha = 8.5^\circ$, $Re_c = 1.35 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur la formulation de Kusunose.	60
3.9	Falcon générique - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.85$, $\alpha = 1.4^\circ$, $Re_c = 2.6 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur la formulation de Kusunose.	60
3.10	KH3Y - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.174$, $\alpha = 8.5^\circ$, $Re_c = 1.35 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur les formulations ONERA.	62
3.11	Falcon générique - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.85$, $\alpha = 1.4^\circ$, $Re_c = 2.6 \cdot 10^6$) - Influence de l'hypothèse des petites perturbations sur les formulations ONERA.	62
3.12	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($M_\infty = 0.2$, $\alpha = 2.5^\circ$) - Profils de pression statique et de variations de vitesse longitudinale δu^* dans le sillage pour $Re_c = 10^6$ et $Re_c = 30 \cdot 10^6$	69
3.13	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Décomposition de la vitesse longitudinale dans le sillage par la méthode de van der Vooren pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$	71
3.14	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Décomposition de la vitesse longitudinale dans le sillage par la méthode ONERA pour $M_\infty = 0.2$ et $M_\infty = 0.8$	71
3.15	NACA0012 - Maillage.	75
3.16	NACA0012 - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re_c = 2.7 \cdot 10^6$) - Champ de pression génératrice.	75
3.17	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.	76
3.18	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.	76
3.19	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.	77
3.20	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.	77
3.21	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.	79
3.22	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.	79
3.23	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la formulation ONERA3 - Traînée de profil.	80
3.24	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la formulation ONERA3 - Traînée de profil.	81

3.25	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée de profil.	81
3.26	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée de profil.	82
3.27	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée induite.	82
3.28	NACA0012 - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 2.5^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée totale.	83
3.29	Falcon générique - Maillage.	84
3.30	Falcon générique - Calcul Navier-Stokes ($M_\infty = 0.8$, $\alpha = 1.4^\circ$, $Re_c = 2.5 \cdot 10^6$) - Champ de pression génératrice.	84
3.31	Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale - Traînée de profil.	85
3.32	Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée induite.	85
3.33	Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.	86
3.34	Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Comparaison des différentes formulations - Traînée de profil.	86
3.35	Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée de profil.	87
3.36	Falcon générique - Calculs Navier-Stokes ($\alpha = 1.4^\circ$) - Validation de la méthode expérimentale associée à la formulation ONERA3 - Traînée totale.	87
4.1	Vitesse azimutale autour d'un tourbillon de Rankine	91
4.2	Evolution de l'intégration de la traînée induite autour d'un tourbillon de Rankine pour les deux formulations	93
4.3	Modélisation et lignes de courant de l'écoulement champ libre.	94
4.4	Maillage en champ libre.	97
4.5	Traînée induite en fonction de l'épaisseur δ du tourbillon en champ libre pour $x_0 = 0.5$	98
4.6	Erreur relative entre les traînées induites numérique et analytique en fonction de l'épaisseur δ du tourbillon en champ libre pour $x_0 = 0.5$	98
4.7	Erreur relative entre les traînées induites numérique et analytique en fonction de la taille de la première maille autour du tourbillon en champ libre pour $x_0 = 0.5$	98
4.8	Répartition de traînée induite et trajectoire d'un tourbillon en champ libre ($\delta = 0.01$).	100
4.9	Transformation conforme permettant le passage du champ libre au champ confiné en veine circulaire.	100
4.10	Modélisation et lignes de courant de l'écoulement au sein d'une veine circulaire.	101
4.11	Caractéristiques d'un tourbillon par transformation conforme.	103
4.12	Caractéristiques d'un tourbillon par transformation conforme.	103
4.13	Maillage au sein d'une veine circulaire.	104
4.14	Traînée induite en fonction de l'épaisseur $\bar{\delta}$ des tourbillons dans une veine circulaire pour $\bar{x}_0 = 0.5$	104
4.15	Répartition de traînée induite et trajectoire d'un tourbillon dans une veine circulaire.	106
4.16	Traînée induite générée par une paire de tourbillons située le long de la ligne médiane dans une veine circulaire et en champ libre.	106

4.17	Variations de traînée induite générée par une paire de tourbillons le long de leur trajectoire dans une veine circulaire	107
4.18	Modélisation et lignes de courant au sein d'une veine carrée.	108
4.19	Traînée induite en fonction de l'épaisseur $\bar{\delta}$ des tourbillons pour $\bar{x}_0 = 0.5$	109
4.20	Maillage au sein d'une veine carrée.	110
4.21	Répartition de traînée induite et trajectoire d'un tourbillon dans d'une veine carrée.	111
4.22	Traînée induite générée par une paire tourbillons située le long de la ligne médiane.	111
4.23	Ecart entre les traînées induites champ confiné et champ libre.	111
4.24	Variations de traînée induite générée par un tourbillon le long de sa trajectoire dans une veine carrée.	111
4.25	Géométrie du problème.	113
4.26	Effet des parois latérales sur la traînée induite dans la configuration SWIM (valeurs brutes).	114
4.27	Effet des parois latérales sur la traînée induite dans la configuration SWIM (écarts).	114
4.28	Résumé des différentes traînées induites calculées à partir d'un champ de vorticité en champ libre et en champ confiné.	114
4.29	Résumé des évolution des différentes traînées induites calculées le long de la trajectoire des tourbillons.	115
4.30	DNS Rankine - Trajectoires des tourbillons pour les différentes configurations.	117
4.31	DNS Rankine - Influence des tourbillons miroirs sur les trajectoires des tourbillons.	118
4.32	DNS Rankine - Circulation autour des tourbillons le long du sillage en champ libre.	119
4.33	DNS Rankine - Circulation autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$	119
4.34	DNS Rankine - Evolution de la traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	120
4.35	DNS Rankine - Ecart entre les traînées induites champ confiné et champ libre en fonction de x_0 pour différents plans de calcul.	121
4.36	DNS Rankine - Ecart entre les variations de traînée induite champ libre et les variations de traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	121
4.37	DNS Rankine - Evolution de la traînée induite extrapolée en champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	121
4.38	DNS Rankine - Evolution de l'écart entre la traînée induite extrapolée en champ libre et la traînée induite champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	121
4.39	DNS SWIM - Trajectoires des tourbillons pour les différentes configurations (vue de coté).	124
4.40	DNS SWIM - Trajectoires des tourbillons pour les différentes configurations (vue de face).	124
4.41	DNS SWIM - Comparaison des trajectoires entre la modélisation du sillage par une paire de tourbillons de Rankine et la configuration SWIM.	125
4.42	DNS SWIM - Champ de vorticité pour le calcul DNS ($x_0 = 0.2$) dans le plan $x/b = 5$	126
4.43	DNS SWIM - Champ de vorticité expérimental dans le plan $x/b = 5$	126
4.44	DNS SWIM - Champ de vorticité pour le calcul DNS ($x_0 = 0.2$) dans le plan $x/b = 10$	126
4.45	DNS SWIM - Champ de vorticité expérimental dans le plan $x/b = 10$	126

4.46	DNS SWIM - Circulation autour du tourbillon de gauche lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$	127
4.47	DNS SWIM - Circulation autour du tourbillon de droite lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$	127
4.48	DNS SWIM - Vitesse azimutale interne autour du tourbillon de gauche lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$	127
4.49	DNS SWIM - Vitesse azimutale interne autour du tourbillon de droite lors des essais et pour les calculs DNS avec $x_0 = 0.2$	127
4.50	DNS SWIM - Vitesse azimutale externe autour du tourbillon de gauche lors des essais et pour les calculs DNS ($x_0 = 0.2$).	128
4.51	DNS SWIM - Vitesse azimutale externe autour du tourbillon de droite lors des essais et pour les calculs DNS ($x_0 = 0.2$).	128
4.52	DNS SWIM - champ de vorticité dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$	129
4.53	DNS SWIM - Circulation autour des tourbillons le long du sillage en champ libre.	130
4.54	DNS SWIM - Circulation autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$	130
4.55	DNS SWIM - Vitesse azimutale interne autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$	131
4.56	DNS SWIM - Vitesse azimutale externe autour des tourbillons dans différentes configurations dans le plan $x/b = 10$	131
4.57	DNS SWIM - Evolution de la traînée induite champ confiné le long du sillage dans différentes configurations.	132
4.58	DNS SWIM - Ecart entre la traînée induite champ libre et la traînée induite champ confiné en fonction de x_0 pour différents plans de calcul.	132
4.59	DNS SWIM - Ecart entre les variations de traînée induite champ libre et les variations de traînée induite champ confiné le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	132
4.60	DNS SWIM - Evolution de la traînée induite extrapolée en champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	133
4.61	DNS SWIM - Evolution de l'écart entre la traînée induite extrapolée en champ libre et la traînée induite champ libre le long du sillage pour différentes valeurs de x_0	134
4.62	DNS SWIM - Champs de vorticité dans le plan $x/b = 10$	134
4.63	DNS SWIM - Distributions de traînée induite champ libre le long du sillage.	135
4.64	DNS SWIM - Distributions de traînée induite extrapolée en champ libre à 5 envergures à l'aval de la maquette pour différentes valeurs de x_0	136
4.65	DNS SWIM - Distributions de traînée induite extrapolée en champ libre à 10 envergures à l'aval de la maquette pour différentes valeurs de x_0	136
5.1	Influence sur la traînée de profil d'une erreur constante sur les variations de vitesse longitudinale.	147
5.2	Influence sur la traînée de profil d'une erreur constante d'angle α	154
5.3	Influence sur la traînée induite d'une erreur constante d'angle α	157
5.4	Influence sur la traînée de profil d'une erreur constante d'angle β	160
5.5	Influence sur la traînée induite d'une erreur constante sur l'angle β	164
5.6	Influence sur la traînée induite d'une erreur constante sur l'angle θ	167

6.1	Dyn'Aéro - Winglet monté dans la soufflerie L1.	175
6.2	Dyn'Aéro - Fenêtres PIV.	176
6.3	Dyn'Aéro - PIV - Lois de charge.	179
6.4	Dyn'Aéro - PIV - Distributions en envergure de traînée induite.	180
6.5	Dyn'Aéro - PIV - Densités de traînée induite pour la configuration saumon droit ($V_\infty = 50$ m/s).	181
6.6	Dyn'Aéro - PIV - Densités de traînée induite pour la configuration winglet ($V_\infty = 50$ m/s).	182
6.7	Dyn'Aéro - PIV - Densités de traînée induite pour la configuration winglet ($V_\infty = 60$ m/s).	183
6.8	EUROLIFT2 - Maquette KH3Y avec et sans nacelle dans la soufflerie LSWT. . .	184
6.9	EUROLIFT2 - Points de mesure pour les configurations avec et sans nacelle. . .	185
6.10	EUROLIFT2 - Sources de traînée visqueuse.	187
6.11	EUROLIFT2 - Sources de traînée induite et lois de charge.	187
7.1	AXXX - demi-maquette montée dans la soufflerie S1MA.	190
7.2	AXXX - Lignes de sondage.	190
7.3	AXXX - Sources de traînée visqueuse.	192
7.4	AXXX - Sources de traînée de choc.	193
7.5	AXXX - Sources de traînée induite et lois de charge.	193
7.6	Falcon générique - Maquette montée dans la soufflerie S2MA.	194
7.7	Falcon générique - Lignes de sondage.	195
7.8	Falcon générique - Méthode couplée d'extraction de la traînée d'onde.	196
7.9	Falcon générique - Influence de la portance sur la traînée visqueuse ($M_\infty = 0.80$). . .	201
7.10	Falcon générique - Influence de la portance sur la traînée de choc ($M_\infty = 0.80$). . .	202
7.11	Falcon générique - Influence de la portance sur la traînée induite ($M_\infty = 0.80$). . .	203
7.12	Falcon générique - Influence du nombre de Mach sur la traînée visqueuse.	204
7.13	Falcon générique - Influence du nombre de Mach sur la traînée de choc.	205
7.14	Falcon générique - Influence du nombre de Mach sur la traînée induite.	206
7.15	Falcon générique - Influence de la nacelle sur la traînée visqueuse ($M_\infty = 0.80$). . .	207
7.16	Falcon générique - Influence de la nacelle sur la traînée de choc ($M_\infty = 0.80$). . .	208
7.17	Falcon générique - Influence de la nacelle sur la traînée induite ($M_\infty = 0.80$). . .	209
C.1	AS28 - Productions physiques et numériques de traînée : traînée visqueuse (gris), traînée de choc (rouge), correction de traînée induite (bleu), traînée numérique (jaune) [39].	244
C.2	AS28 - Cône de correction de la traînée induite [39].	245

Bibliographie

- [1] AGARD. *Wind Tunnel Wall Corrections*. AGARD-AG-336, October 1998.
- [2] P. Rebuffet. *Aérodynamique Expérimentale*. Librairie polytechnique Ch. Béranger, Paris, 1958.
- [3] F.W. Lanchester. *Aerodynamics*. Constable and Co., Ltd. Londres, 1907.
- [4] L. Prandtl. *Application of Modern Hydrodynamics to Aeronautics*. NACA report n°116, 1921.
- [5] D.D. Chao and C.P. van Dam *Airfoil Drag Prediction and Decomposition*. AIAA Journal, AIAA-98-2783, 1998.
- [6] A. Betz. *A Method for the Direct Determination of Wing-Section Drag (in German)*. Technical Report, ZFM, Vol 16, pp.42, 1925.
- [7] B. Jones. *Measurement of Profile Drag by the Pitot-Traverse Method*. British ARC R&M 1688, 1936.
- [8] K. Oswatitsch. *Gas Dynamics*. Academic Press Inc., New York, 1956.
- [9] H.W. Liepmann and A. Roshko. *Elements of Gasdynamics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1956.
- [10] E. Maskell. *Progress Towards a Method for the Measurement of the Components of the Drag of a Wing of Finite Span*. RAE Technical Report 72232, 1972.
- [11] J.C. Wu, J.E. Hackett and D.E. Lilley. *A Generalized Wake-Integral Approach for Drag Determination in Three-Dimensional Flows*. AIAA 79-0279, 17th AIAA Aerospace Sciences Meeting, New Orleans, January 1979.
- [12] R.P Weston. *Refinement of a Method for Determining the Induced and Profile Drag of a Finite Wing from Detailed Wake*. Ph.D. thesis, University of Florida, 1981.
- [13] J.E. Hackett and A. Sugavanam. *Recent Developments in Three-Dimensional Wake Analysis*. AGARD-R-723, Aircraft Drag Prediction and Reduction, 1985.
- [14] G.W. Brune. *Quantitative Low-Speed Wake Surveys*. Journal of Aircraft, Vol. 31, n° 2, March-April 1994.
- [15] C.P. van Dam, K. Nikfetrat, K. Wong and P.M.H.W. Vijgen. *Drag Prediction at Subsonic and Transonic Speeds using Euler Methods*. Journal of Aircraft, Vol. 32, n° 4, pp. 839-845, 1995.
- [16] L.L.M. Veldhuis and D.W.E Rantema. *Quantitative Wake Surveys behind a Tractor Propeller-Wing Configuration*. AIAA-95-3908, September 1995.
- [17] R.M. Cummings, M.B. Giles and G.N. Shrinivas. *Analysis of the Elements of Drag in Three dimensionnal Viscous and Inviscid Flows*. AIAA-96-2482-CP, 1996.

-
- [18] T.T. Takahashi. *On the Decomposition of Drag from Wake Survey Measurements*. AIAA-97-0717, January 1997.
- [19] K. Kusunose. *Development of a Universal Wake survey Data Analysis Code*. AIAA-97-2294, June 1997.
- [20] K. Kusunose. *Drag Prediction Based on a Wake-Integral Method*. AIAA-98-2723, June 1998.
- [21] D. Bailly, J.L. Godard. *Méthodologie expérimentale pour l'évaluation de la traînée, techniques de post-traitement, préparation d'essais*. Rapport Technique 116/1685 DAAP/Y, ONERA, mars 1999.
- [22] C.P. van Dam. *Recent Experience with Different Methods of Drag Prediction*. Progress in Aerospace Sciences 35, pp. 751-798, 1999.
- [23] K. Kusunose and J.P. Crowder. *Physical Properties of Maskell's Induced Drag Integral*. AIAA 2001-0421, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, January 2001.
- [24] S. Amant. *Drag Prediction and Decomposition, from Wake Surveys and Calculations, in Subsonic Flows*. AIAA 2001-2446, 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Anaheim, June 2001.
- [25] F.L.A. Ganzelvas and A.C. de Bruin. *A Quantitative Analysis of Viscous and Lift-induced Drag Components from Detailed Wake Measurements behind a Half Model*. CEAS Aerodynamic Research Conference, Cambridge, UK, June 2002.
- [26] S. Amant. *Calcul et Décomposition de la traînée aérodynamique des avions de transports à partir de calculs numériques et d'essais en soufflerie*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale de l'Aéronautique et de l'Espace, 2002.
- [27] K. Kusunose. *A Wake Integration Method for Airplane Drag Prediction*. Tohoku University Press, Sendai, Japan, 2005.
- [28] D.D. Chao and C.P. van Dam. *Wing Drag Prediction and Decomposition*. Journal of Aircraft, Vol. 43, n°1, January-February 2006.
- [29] J. van der Vooren and J. Slooff. *CFD-Based Drag Prediction; State of Art, Theory, Prospects*. Technical Report TP 90247U, NLR, 1990.
- [30] K. Kusunose, J.P. Crowder and R.L. Watzlavick. *Wave Drag Extraction from Profile Drag Based on a Wake-Integral Method*. AIAA 99-0275, 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, January 1999.
- [31] K. Kusunose, J.P. Crowder and G.D. Miller. *Installed Powered Engine effects on Drag Using a Wake-Integral Method*. AIAA 2000-2400, Fluids 2000, Denver, June 2000.
- [32] K. Kusunose and J.P. Crowder. *Extension of Wake Survey analysis Method to Cover Compressible Flows*. AIAA 2002-0829, 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, January 2002.
- [33] D. Bailly. *Exploitation des sondages réalisés à S2MA sur une configuration Falcon*. Rapport Technique 134/01097 DAAP, ONERA, octobre 2000.
- [34] D. Bailly, J.L. Godard. *Exploitation des sondages réalisés à S2MA sur une configuration Falcon*. Rapport Technique 2/06045 DSMA/DAAP, ONERA, août 2001.
- [35] D. Bailly, J.L. Godard. *Exploitation des sondages réalisés à S1MA sur une configuration AXXX*. Rapport Technique 226/01097 DAAP, ONERA, décembre 2003.
- [36] D. Bailly. *Wave Drag Prediction Method from Wake Measurements*. (in preparation).

-
- [37] D. Destarac. *Far Field/Near Field Drag Balance and Applications of Drag Extraction in CFD*. VKI Lecture Series 2003.
- [38] J. van der Vooren, D. Destarac. *Drag/Thrust Analysis of Jet-Propelled Transonic Transport Aircraft; Definition of Physical Drag Components*. Aerospace Science and Technology, 2004.
- [39] S. Esquieu. *Evaluation de la traînée d'un avion de transport à partir de calculs numériques de mécanique des fluides*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2003.
- [40] Z. Nehari. *Conformal Mapping*. Dover Publications, INC, New York, 1952.
- [41] P.G. Saffman. *Vortex Dynamics*. Cambridge University Press, 1992.
- [42] D. Favre. *Instabilités et instationnarités dans les tourbillons : Applications aux sillages d'avions*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2002.
- [43] A.C. de Bruin. *Test Report for Wake Survey Tests behind SWIM Model Geometry in DNW-LST and DNW-LLF Wind Tunnels*. Technical Report NLR-TR-2001-183, NLR, April 2001.
- [44] T.H. Lê, B. Troff, P. Sagaut, K. Dang Tran and T.P. Loc. *PEGASE : a Navier-Stokes Solver for Direct Numerical Simulation of Incompressible Flows*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 24, pp.833-861, 1997.
- [45] O. Labbé and P. Sagaut. *Reconstruction of Initial Field from Experimental Data for Numerical Simulations of Realistic Aircraft Wakes*. Progress in Computational Fluid Dynamics, Vol.3, n°1, 2003.
- [46] O. Labbé. *Simulation numérique de sillage tourbillonnaire*. Technical Report RT 1/08457 DSNA, ONERA, décembre 2003.
- [47] J. Journade. *Numerical Wake Vortex Characterization*. AIAA 2003-3815, 21th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Orlando, Florida, June 2003.
- [48] J.F. Séchaud. *Wake survey tests downstream the X04A1 1/22,3 scale half model of the AXXX aircraft in test section n°1 of S1MA wind tunnel*. ONERA PV 149/01097 DAAP/DSMA, December 2003.
- [49] G. Carraz. *DTP Traînée - Sondage de sillage de la maquette du Falcon au 1/15 dans la veine transsonique de la soufflerie S2MA, juin - septembre 1999*. ONERA PV 120/1685 DAAP/DSMA, octobre 2000.
- [50] C. Robert, T. Fargier et P. Sagnier. *Sondage de sillage et PSP sur le Falcon à l'échelle 1/21 dans la soufflerie S2MA en juillet et octobre 2001*. ONERA PV 1/06045 DSMA, novembre 2001.
- [51] M. Méheut, D. Bailly. *Evaluation expérimentale de dispositifs réducteurs de traînée induite - Essais Dyn'Aéro effectués à L1*. Rapport Technique 1/09915 DAAP, décembre 2005.
- [52] Tecplot 10. *User's Manual*.
- [53] L. Cambier and M. Gazaix. *elsA : An Efficient Object-Oriented Solution to CFD Complexity*. AIAA Paper 2002-0108, Reno, 2002.
- [54] M. Gazaix, A. Jolles, M. Lazareff. *The elsA Object-Oriented Computational Tool for Industrial Applications*. ICAS Congress, 2002.
- [55] *Manuel théorique elsA*. ONERA, 2006.

- [56] D. Pelat. *Bruits et Signaux (introduction aux méthodes de traitement des données)*. Cours de DEA d'Astrophysique et Techniques Spatiales, d'Astronomie et Techniques Spatiales, Ecole Doctorale d'Ile de France.
- [57] D. Bailly. *Evaluation expérimentale de dispositifs réducteurs de traînée induite*. Rapport Technique 149/06572 DAAP, décembre 2002.
- [58] M. Méheut. *EUROLIFT2, Drag extraction results from LSWT wind tunnel tests*. Technical Report 2/08887 DAAP, september 2005.