



Rapport de thèse

Pour obtenir le titre de

**Docteur de l'Université
des Sciences et Technologies de Lille**

Spécialité : Microondes et Microtechnologies

par

Matthieu LOOSVELT

**Etude des performances des techniques d'accès
multiple soumises au bruit de phase**

Thèse soutenue le 6 décembre 2006 devant le jury composé de :

Rapporteurs :

Thierry Chonavel

Professeur - ENST Bretagne

Luc Deneire

Maître de conférences HDR - Université de Nice Sophia Antipolis

Examineurs :

Martine Liénard

Professeur - Université de Lille 1

Jean-Michel Rouvaen

Professeur - Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Abdelmalik Taleb-Ahmed

Professeur - Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis

Directeur de thèse :

Yves Delignon

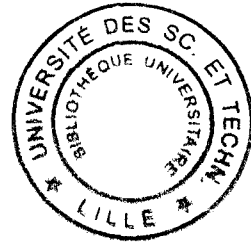
Professeur - GET/INT/TELECOM Lille 1 - IEMN

Encadrante :

Christelle Garnier

Maître de conférences - GET/INT/TELECOM Lille1 - IEMN





Remerciements

J'adresse d'abord mes remerciements à **Yves Delignon**, mon directeur de thèse, pour son suivi et sa supervision, notamment dans les derniers mois de ma thèse.

Aurais-je pu aboutir à l'obtention de ce titre de docteur sans le soutien quotidien, les conseils judicieux, et les nombreuses qualités humaines et professionnelles de mon encadrante de thèse, **Christelle Garnier**? Un seul mot : puissent tous les doctorants bénéficier d'un "mentor" de cette qualité. Merci Christelle, tout le monde n'en n'aurait pas fait autant. Je t'en suis très reconnaissant.

Je remercie mes rapporteurs, **Thierry Chonavel** et **Luc Deneire**, pour leur relecture attentive de mon travail, qui m'a permis notamment de construire un exposé de thèse clair et concis.

Je remercie mes examinateurs, **Martine Liénard**, **Jean-Michel Rouvaen** et **Abdelmalik Taleb-Ahmed**, d'avoir participé à mon jury de soutenance.

Je remercie **Christophe Séguinot**, responsable du département Systèmes de Communication, pour m'avoir permis d'accomplir ce travail de thèse dans les meilleures conditions possibles. Par là-même, j'étends ces remerciements **aux autres membres du département**, à **tout le personnel** de Télécom Lille 1 et son directeur **Bertrand Bonte**, pour la qualité de leur accueil.

Et puis, il y a **les nombreuses personnes** qui m'ont accompagné, soutenu et relevé dans mes moments de doute, en éclairant mon quotidien par un mot, une attention, un sourire... par leur présence tout simplement... Remercier chacune et chacun à sa juste mesure m'obligerait à placer le présent manuscrit en annexe, aussi ferai-je court : il y a un peu de vous dans chacune de ces pages, derrière chaque ligne, chaque effort fourni... ce qui fait que cette thèse et sa réussite sont aussi les vôtres : il n'est donc que justice que je les dédie à chacun d'entre vous. Je tâcherai de me montrer digne de l'amour et de l'amitié que vous m'avez témoignés, sans compter, tout le long de ces années. Un clin d'oeil particulier pour **mes frères d'armes et chers amis doctorants** du GRIF, à qui je souhaite une réussite à la hauteur de leur valeur, c'est-à-dire immense.

Enfin, je remercie **tous les membres de ma famille**. En particulier, ma mère, **Paulette**, dont l'indéfectible amour et patience de chaque instant, me rendent fier d'être le fils, mon père **Didier**, pour sa sollicitude et ses conseils dans mes périodes d'interrogation, mes frères **Jean-Baptiste** (ainsi que **Séverine** et **Marie**) et **Martin**, pour avoir su être présents et trouver les mots idoines au moment où il le fallait, mon parrain **Michel** (et **Martine**) et ma marraine **Joëlle** (et **Philippe**) pour avoir toujours cru en moi. Je vous aime.

Sommaire

Introduction	1
1 Chaîne de communication numérique et bruit de phase	6
Partie I : Présentation d'une chaîne de communication numérique	7
1.I.1 Emetteur et récepteur	7
1.I.2 Sources de perturbation de la chaîne	8
1.I.2.1 Bruit blanc additif gaussien	9
1.I.2.2 Non linéarité de l'amplificateur	9
1.I.2.3 Instabilité des oscillateurs	9
1.I.3 Techniques d'accès multiple envisagées	10
1.I.4 Techniques de transmission multiporteuses	12
1.I.4.1 Technique OFDM	13
1.I.4.2 Technique MC-CDMA	14
1.I.4.3 Technique MC-DS-CDMA	15
Partie II : Le bruit de phase dans l'oscillateur : origines physiques et modèles	17
1.II.1 Instabilités de fréquence de l'oscillateur : les origines physiques	17
1.II.2 Des bruits physiques de l'oscillateur au bruit de phase	18
1.II.3 Caractérisation du bruit de phase	20
1.II.3.1 Le modèle en loi de puissance : une caractérisation des instabilités en fréquence	20
1.II.3.2 Le modèle de la variance d'Allan : mesure du bruit de phase dans le domaine temporel	21
1.II.4 Modèles de bruit de phase	22
1.II.4.1 Le modèle de Tikhonov	22
1.II.4.2 Modélisation par filtrage d'un bruit blanc	22
1.II.4.3 Le modèle de Wiener-Lévy	23
1.II.4.3.1 Le mouvement brownien : historique	23
1.II.4.3.2 Analogie entre mouvement Brownien et bruit de phase des oscillateurs	24
1.II.4.3.3 La marche aléatoire	26
1.II.4.3.4 Le modèle de Wiener-Lévy	27

1.II.4.3.5	Application au cas de l'oscillateur : une DSP de type lorentzienne	28
2	Impulsion de mise en forme et bruit de phase	32
2.1	Description du système	33
2.2	Cas d'une impulsion rectangulaire	34
2.2.1	Analyse du terme multiplicatif α_0	36
2.2.1.1	Propriétés statistiques du module et de l'argument de α_0	36
2.2.1.2	Propriétés statistiques des parties réelle et imaginaire de α_0	38
2.2.1.3	Distribution des parties réelle et imaginaire de α_0	39
2.2.2	Performances	42
2.2.2.1	Performances du système dans le cas d'une modulation BPSK	43
2.2.2.2	Performances du système dans le cas de l'emploi d'une modulation QPSK et 16-QAM	43
2.3	Cas de l'impulsion RRC	44
2.3.1	Impulsion de mise en forme et critère de Nyquist	45
2.3.2	Propriétés statistiques du terme multiplicatif $\alpha_k(0)$	47
2.3.2.1	Module et argument de $\alpha_k(0)$	48
2.3.2.2	Parties réelle et imaginaire de $\alpha_k(0)$	49
2.3.3	Propriétés statistiques du terme d'ISI	51
2.3.4	Performances	54
2.3.4.1	Cas de la modulation BPSK	54
2.3.4.2	Cas de la modulation QPSK	56
2.3.4.3	Cas de la modulation 16-QAM	58
2.4	Synthèse et comparaison des résultats	59
2.4.1	Caractéristiques globales	60
2.4.2	Impact du choix de l'impulsion de mise en forme	61
3	Système DS-CDMA en présence de bruit de phase	63
3.1	Description du système	64
3.2	Interférence d'accès multiple	68
3.2.1	Puissance de l'interférence d'accès multiple	69
3.2.2	Distribution de l'interférence d'accès multiple	72
3.3	Performances	74
3.3.1	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK	74
3.3.2	Probabilité d'erreur dans le cas des modulations QPSK et 16-QAM	75
3.4	Synthèse des résultats	77
3.4.1	Dégradation des performances	77

3.4.2	Exemple d'exploitation des résultats obtenus : application au système UMTS	79
4	Système OFDM en présence de bruit de phase	82
4.1	Description du système	83
4.2	Interférences entre porteuses	86
4.2.1	Puissance de l'interférence entre porteuses	86
4.2.2	Distribution de l'interférence entre porteuses	90
4.3	Performances	92
4.3.1	Influence de l'approximation gaussienne pour modéliser l'ICI	92
4.3.2	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK	93
4.3.3	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation d'ordre supérieur	94
4.4	Correction de l'erreur commune de phase	95
4.4.1	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK avec compensation de la CPE	96
4.4.2	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation d'ordre supérieur avec compensation de la CPE	97
4.5	Synthèse des résultats	98
4.5.1	Dégradation des performances due au bruit de phase sans correction de la CPE	99
4.5.2	Intérêt de la correction de la CPE	100
4.5.3	Exemple d'exploitation des résultats obtenus : application au système IEEE 802.11a	101
5	Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase	103
5.1	Système MC-CDMA en présence de bruit de phase	104
5.1.1	Description du système	104
5.1.2	Interférence entre porteuses et entre utilisateurs	107
5.1.2.1	Puissance du terme d'ICI-MAI	108
5.1.2.2	Distribution de l'ICI-MAI	110
5.2	Système MC-DS-CDMA en présence de bruit de phase	111
5.2.1	Description du système	112
5.2.2	Analyse du terme multiplicatif $\xi_{k,k}^{\mu,m}$	115
5.2.3	Puissance de l'interférence entre porteuses	116
5.2.4	Puissance de l'interférence d'accès multiple	118
5.2.5	Distribution des termes d'ICI et de MAI	122
5.3	Probabilité d'erreur en présence de bruit de phase	124
5.3.1	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK	124
5.3.2	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation bidimensionnelle (QPSK, 16-QAM)	126

Sommaire

5.3.3	Influence de la longueur du code L sur les performances du système MC-DS-CDMA	129
5.4	Synthèse des résultats	130
6	Comparaison de la robustesse des techniques d'accès multiple	136
6.1	Influence des paramètres D_n , B et M sur les systèmes de transmission	137
6.1.1	Système OFDM	137
6.1.2	Système DS-CDMA	139
6.1.3	Système MC-CDMA	140
6.1.4	Système MC-DS-CDMA	141
6.2	Comparaison de la robustesse des techniques multi-accès au bruit de phase	143
6.2.1	Robustesse du système OFDM	144
6.2.2	Robustesse du système DS-CDMA	146
6.2.3	Robustesse du système MC-CDMA	147
6.2.4	Robustesse du système MC-DS-CDMA	148
6.2.5	Comparaison de la robustesse des différentes techniques	150
	Conclusion générale	153
	Bibliographie	158
	Annexes	
A	Fonctions d'autocorrélation du bruit de phase et du signal de l'oscillateur	165
A.1	Fonction d'autocorrélation du bruit de phase $\theta(t)$	165
A.2	Rappel : fonction caractéristique d'une variable aléatoire	165
A.3	Fonction d'autocorrélation du signal délivré par l'oscillateur local $x(t) = e^{j\theta(t)}$	166
B	Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m, $m \in \mathbb{Z}$	168
B.1	Moyenne de α_m	168
B.2	Puissance de la partie réelle de α_m	169
B.2.1	Calcul de l'intégrale I_1	170
B.2.2	Calcul de l'intégrale I_2	172
B.2.3	Calcul de la puissance de $\alpha_m \Re$	175
B.3	Puissance de la partie imaginaire de α_m	175
B.4	Puissance de α_m	176
C	Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase	179

Sommaire

C.1	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK	179
C.2	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation QPSK	180
C.3	Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation 16-QAM	181
D	Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence	187
D.1	Moyenne des termes d'interférence	187
D.2	Covariance des parties réelle et imaginaire des termes d'interférence	188
D.3	Puissance de la MAI dans un système DS-CDMA	189
D.4	Puissance de l'ICI dans un système OFDM	192
D.5	Puissance de l'ICI-MAI dans un système MC-CDMA	193
D.6	Puissance de l'ICI et de la MAI dans un système MC-DS-CDMA	194
	D.6.1 Puissance de l'ICI	194
	D.6.2 Puissance de la MAI	196
	Résumé	199

Introduction

Les communications mobiles tendent de plus en plus vers une globalisation des services (vidéoconférence, transfert de fichiers de taille importante, applications internet...) et une augmentation des débits transmis. Notamment, les systèmes de communications intra-bâtiment dits de "quatrième génération" sont au coeur de nombreux travaux. Ces systèmes sont conçus pour offrir aux abonnés des débits variant de quelques kbits/s à 155 Mbits/s, suivant la nature des services et des terminaux. De tels débits nécessitent des bandes passantes très larges, qui ne sont disponibles que dans les bandes millimétriques. Le Bureau Européen des Fréquences a d'ailleurs identifié (au même titre que les organismes analogues américain et japonais) la bande de fréquences située entre 59 et 62 GHz.

Plusieurs scénarios de LAN (Local Area Network) millimétriques sont d'ailleurs en phase d'évolution dans les pays précédemment cités, et des entreprises comme Motorola, Nokia, Ericsson et IBM développent des projets dans cette bande de fréquences. Ce domaine des communications de proximité est donc extrêmement porteur à moyen et long terme. Le projet TACT-LOMC (Liaisons entre Objets Mobiles Communicants), mené à l'IEMN, concerne notamment l'utilisation de la bande située autour de 60 GHz pour concevoir un réseau d'OMC hétérogènes, capables d'assurer des transmissions haut débit dans une architecture de type ad'hoc (sans contrôleur central).

Dans ce contexte, plusieurs techniques de transmission et d'accès multiple sont envisageables aujourd'hui :

- Soit un système multi-porteuses de type OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) basée sur le multiplexage fréquentiel des données. La transmission des données en parallèle sur des porteuses orthogonales permet d'atteindre des débits utilisateurs élevés et une grande efficacité spectrale dans un canal sélectif en fréquence. C'est la solution qui a été retenue par l'ETSI, l'organisme de normalisation européen, pour les réseaux locaux sans fil à 5 GHz (HIPERLAN/2). Cette méthode est généralement couplée à un accès multiple à répartition temporelle (TDMA).
- Soit un système simple porteuse avec accès multiple de type DS-SS (Direct Sequence Code Division Multiple Access) basée sur l'étalement de spectre par multiplication du signal par un code à séquence directe. L'attribution de codes orthogonaux aux différents utilisateurs permet d'annuler les interférences entre eux et autorise une grande capacité de transmission. C'est la solution choisie pour la troisième génération de systèmes de communication mobile (UMTS).
- Soit un système hybride combinant les deux techniques précédentes, l'intérêt étant

Introduction

d'associer l'efficacité spectrale de l'OFDM à la capacité de transmission offerte par le CDMA. Il existe différentes combinaisons possibles qui se différencient par l'association des opérations de multiplexage fréquentiel et d'étalement de spectre, les plus prometteuses étant les techniques MC-CDMA (Multi Carrier CDMA) et MC-DS-CDMA (Multi Carrier Direct Sequence CDMA). C'est la solution envisagée dans de nombreux projets concernant les futurs systèmes de quatrième génération.

Dans les systèmes de communication, des oscillateurs locaux sont intégrés au niveau de l'émetteur pour assurer la conversion du signal en bande de base dans la bande de fréquences allouée et dans le récepteur pour assurer l'opération inverse. Or dans les très hautes fréquences comme à 60 GHz, le développement d'oscillateurs est contraint par la technologie de l'étage hyperfréquence. Basé sur l'association d'un synthétiseur à fréquence intermédiaire (de l'ordre de quelques GHz) et d'un multiplicateur, l'oscillateur ne délivre pas une porteuse pure avec une fréquence et une phase constantes, mais présente des imperfections connues sous le nom de bruit de phase, qu'il est difficile de maintenir à un faible niveau. Ce bruit de phase constitue l'un des problèmes majeurs soulevé par l'utilisation de fréquences élevées. Il affecte le signal utile lors des opérations de conversion de fréquences et entraîne une dégradation des performances des systèmes de transmission. Par conséquent, le bruit de phase est un facteur de dégradation important à prendre en compte lors de la conception d'une liaison sans fil haut débit.

Aussi nous proposons dans cette thèse d'étudier l'impact du bruit de phase sur différentes techniques de transmission : OFDM, DS-CDMA, MC-CDMA, MC-DS-CDMA, d'en déduire un ensemble de préconisations pour limiter la dégradation des performances, puis d'établir une comparaison entre ces techniques.

De nombreuses études ont été publiées concernant l'effet du bruit de phase dans les systèmes OFDM [Poll95], [Tomb98], [Arma01], [Wu04] (entre autres), DS-CDMA [Eng98], [Corv04], MC-CDMA [Tomb99], [Stee99] et MC-DS-CDMA [Stee01]. Cependant, ces études diffèrent entre elles par plusieurs aspects :

- Le modèle de bruit de phase utilisé : dans [Poll95], [Tomb98], [Tomb99], [Wu04], [Corv04], les auteurs considèrent un oscillateur local libre et le bruit de phase est modélisé par un processus de Wiener-Lévy. Dans d'autres approches, le bruit de phase est modélisé par un bruit blanc filtré pour obtenir la densité spectrale de puissance d'un oscillateur typique [Robe95], [Musc95], [Stee99], [Arma01] ou par un processus aléatoire avec une distribution de Tikhonov [Eng98], [Kim99], [Jian01].
- Les hypothèses et approximations considérées : l'hypothèse de faible bruit de phase est employée pour simplifier l'analyse dans [Poll95], [Robe95], [Musc95], [Stee99], [Arma01], et dans leurs travaux, [Tomb98], [Tomb99], [Corv04] utilisent l'approximation gaussienne pour modéliser les perturbations additives liées au bruit de phase et obtenir une expression analytique du taux d'erreur binaire (TEB).
- La présentation des résultats qui sont fournis sous plusieurs formes : rapport signal sur bruit (plus interférence) [Robe95], [Stee99], [Arma01], [Wu04], courbes de TEB [Tomb98], [Tomb99], [Corv04], dégradation du rapport E_b/N_0 [Robe95], [Stee99] .

Introduction

Il est donc difficile de comparer directement les résultats présentés dans ces différentes publications. Il existe quelques travaux concernant la comparaison de la sensibilité des différentes techniques au bruit de phase [Hich03], [Hich04] mais toujours sous l'hypothèse d'un faible bruit de phase et sans analyse détaillée des termes de perturbation.

L'objectif de la thèse est de proposer une comparaison unifiée des performances des techniques candidates à la transmission haut débit, à savoir les techniques DS-CDMA, OFDM, MC-CDMA et MC-DS-CDMA, afin d'identifier la technique la plus robuste et donc la plus appropriée en présence de bruit de phase.

Pour cela, le manuscrit s'articule autour de six chapitres :

Le premier chapitre rappelle les notions fondamentales liées à une chaîne de transmission numérique et identifie les principales sources de perturbations survenant sur le lien de transmission. Parmi ces perturbations, le phénomène de bruit de phase est étudié plus en profondeur, notamment son origine physique (bruit thermique de l'oscillateur). Nous montrons comment justifier l'application du modèle de Wiener-Lévy, issu de la théorie du mouvement brownien, à la caractérisation du bruit blanc de fréquence d'un oscillateur libre.

Le deuxième chapitre traite de l'influence du choix de l'impulsion de mise en forme sur les perturbations introduites par le bruit de phase. Dans un premier temps, nous étudions un système simple porteuse utilisant une impulsion rectangulaire. Outre l'obtention des performances en termes de TEB et de dégradation, cette étude nous permet d'établir les caractéristiques statistiques du terme de perturbation multiplicatif dû au bruit de phase. Nous discutons notamment la limite de validité de l'approximation connue sous le nom de "faible bruit de phase" dans la littérature [Poll95], [Stee98], [Hich03], [Corv04]. Ces résultats sont utilisés dans la suite de nos travaux. Nous avons ensuite considéré une impulsion de type RRC (Root Raised Cosine) définie principalement par son facteur de rolloff α et convenant à une transmission en bande limitée qui introduit de l'ISI (Inter Symbol Interference) dans le système. Nous proposons une étude complète et originale de l'évolution de la puissance des composantes perturbatrices liées à l'emploi de cette impulsion. Nous donnons à l'issue de ce chapitre, une préconisation concernant la valeur du facteur de rolloff à choisir pour améliorer la robustesse au bruit de phase.

Le chapitre 3 étudie les conséquences de la présence du bruit de phase sur le système DS-CDMA. L'analyse du système en présence du bruit de phase montre qu'il introduit une rotation de phase et une atténuation sur le symbole utile ainsi qu'une augmentation du niveau de MAI (Multiple Access Interference) inhérent au DS-CDMA, du fait des propriétés de corrélation des codes d'étalement utilisés. Nous proposons une étude de la MAI qui aboutit à l'expression analytique de sa puissance dans le cas des codes de Walsh. Nous en déduisons l'évolution de ce terme en fonction de la largeur de bande normalisée de l'oscillateur et du taux de charge du système. Enfin, nous utilisons les résultats précédents pour établir les performances du système DS-CDMA en présence de bruit de phase en termes de TEB et de dégradation du rapport E_b/N_0 . Enfin pour illustrer une exploitation possible des courbes de dégradation obtenues, nous nous plaçons dans le

cadre d'un système de transmission UMTS.

L'OFDM présente l'avantage d'une grande robustesse vis-à-vis des multi-trajets, mais en contrepartie, elle est reconnue pour être plus sensible au bruit de phase que les techniques de transmission monoporteuse. Nous proposons une analyse des conséquences du bruit de phase sur cette technique de transmission dans le chapitre 4. Notamment, nous établissons de manière analytique et sans approximation faible bruit, l'expression de la puissance de l'ICI (Inter Carrier Interférence) provoquée par le bruit de phase, en fonction de la largeur de bande normalisée de l'oscillateur et de la position de la sous-porteuse détectée. Nous montrons, de plus, que l'approximation gaussienne employée dans de nombreux travaux [Robe95], [Musc95], [Tomb98], [ElTa01], [Cost02], [Wu02a], [Hich03], pour modéliser la distribution de l'ICI, n'est pas valide. Nous avons donc recours à la simulation pour obtenir les performances du système OFDM. Nous étudions également l'effet de la correction du terme de CPE (Common Phase Error) et nous montrons qu'elle apporte une amélioration sensible des performances lorsque le système utilise des modulations bidimensionnelles (QPSK et 16-QAM). Enfin, nous proposons une application des résultats obtenus sur un système IEEE 802.11a, qui illustre de manière chiffrée l'impact de la correction de la CPE sur la robustesse au bruit de phase du système OFDM.

Les techniques OFDM et DS-CDMA étudiées dans les chapitres 3 et 4 peuvent être combinées de façon à former des systèmes de transmission multiporteuses à étalement de spectre. Le chapitre 5 étudie deux combinaisons prometteuses dans le cadre des communications sans fil haut débit : le MC-CDMA (bien adapté au sens descendant de la transmission) et le MC-DS-CDMA (intéressant pour les deux sens de transmission mais plus complexe d'un point de vue implémentation). Comme pour les techniques OFDM et DS-CDMA, nous proposons une étude des perturbations induites sur ces systèmes par le bruit de phase, quel que soit son niveau. Nous fournissons une formulation analytique des puissances des bruits additifs survenant sur les deux systèmes (ICI-MAI pour le MC-CDMA, ICI et MAI pour le MC-DS-CDMA). L'analyse des expressions obtenues montre que si le système MC-CDMA est affecté à la fois par les perturbations multiplicatives et additives provoquées par le bruit de phase, c'est la MAI qui est la source de perturbation prédominante dans le système MC-DS-CDMA, ce qui permet de simplifier le modèle du signal reçu. Nous présentons également les courbes de performances et de dégradation du rapport E_b/N_0 pour ces deux systèmes hybrides.

En guise de synthèse, dans le chapitre 6, nous proposons une étude comparative des différentes techniques étudiées dans les chapitres précédents. Pour cela, nous établissons d'abord un scénario de transmission haut débit réaliste dans la bande des 60 GHz, dont nous fixons les caractéristiques de bande disponible, de modulation employée et de débit binaire utilisateur. Nous exploitons ensuite les résultats obtenus précédemment pour faire une première estimation de la dégradation des performances en fonction des paramètres propres à chaque système sur lesquels il reste un degré de liberté. Cela nous permet de fixer dans la dernière partie de ce chapitre un cadre d'étude pour une comparaison équitable des performances des techniques OFDM, DS-CDMA, MC-CDMA et MC-DS-CDMA, qui aboutit à l'identification de la technique la plus robuste au bruit de phase.

Introduction

Chapitre 1

Chaîne de communication numérique et bruit de phase

Ce chapitre propose un rappel sur les caractéristiques fondamentaux de la chaîne de communication numérique sans fil à bande limitée.

Dans une première partie, nous commençons par une description de ses différents éléments, puis nous détaillons les différentes sources de perturbations du signal émis, dont la perturbation dite de bruit de phase de l'oscillateur. Nous exposons les spécificités des techniques d'accès multiple candidates aux transmissions haut débit, auxquelles nous nous intéressons dans le cadre de notre étude (systèmes monoporteuse : TDMA, DS-CDMA, systèmes multiporteuses : OFDM-TDMA, MC-CDMA et MC-DS-CDMA).

Dans une deuxième partie, nous nous attachons à montrer l'origine physique des instabilités inhérentes au fonctionnement de l'oscillateur. Nous détaillons ainsi les principaux types de bruits qui découlent de ces instabilités, pour nous attarder plus particulièrement sur le bruit de phase, sujet de l'étude de ce manuscrit. Nous abordons de façon succincte deux méthodes de caractérisation des instabilités de fréquence :

- Dans le domaine fréquentiel, avec le modèle en loi de puissance (connu aussi sous l'appellation de modèle à 5 paramètres), qui détaille les contributions de chacun des processus constitutifs du bruit de phase.
- Dans le domaine temporel, avec la variance d'Allan qui permet de caractériser les fluctuations de la fréquence dans le domaine temporel.

Ensuite, nous présentons quelques modèles de bruit de phase, en nous focalisant sur le modèle issu de l'analogie entre bruit de phase et mouvement Brownien, le modèle de Wiener-Lévy fournit une modélisation mathématique aisément manipulable pour étudier le bruit de phase de l'oscillateur.

Partie I : Présentation d'une chaîne de communication numérique

1.I.1 Emetteur et récepteur

Une chaîne de transmission est schématisée comme suit (figure 1.1) :

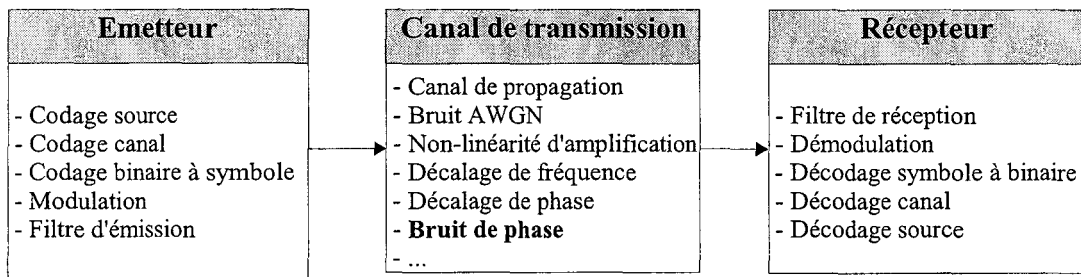


Figure 1.1 : Schéma bloc d'une chaîne de communication d'un utilisateur

On distingue trois blocs principaux que sont l'émetteur, le canal de transmission et le récepteur.

L'émetteur adapte le signal source au canal dans lequel il est transmis. **Le récepteur** tient compte des traitements sur le message source effectués à l'émission tel que le codage canal et la modulation pour l'estimer.

Dans l'émetteur, on distingue notamment les fonctions suivantes :

Le codage source supprime la redondance d'informations dans le message à transmettre afin d'optimiser le débit de la transmission. Shannon [Shan48] montre qu'il existe un débit limite en deçà duquel on ne peut compresser davantage le message. Dans cette étude, nous considérons une source de messages à éléments binaires indépendants et équidistribués.

Le codage canal améliore la qualité de la liaison de la transmission, en ajoutant des bits ou des symboles de redondance. Les codes correcteurs d'erreurs [Macw77] offrent un gain de performance en terme de taux d'erreur binaire qui se fait au détriment d'une perte de débit utile. Pour notre étude, nous ignorons cette opération.

Le codage binaire à symbole associe à chaque n -uplet d'éléments binaire un nombre complexe appelé symbole appartenant à un alphabet de taille $M=2^n$. A rapidité de modulation égale, le débit binaire est d'autant plus grand que le nombre M d'états de la modulation est grand. En contrepartie, le taux d'erreur binaire croît avec la taille de l'alphabet. Nous utilisons dans la suite de l'étude trois types de constellations :

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

- La BPSK (Binary Phase Shift Keying) : modulation à deux états ($n=1$ bit/symbole, $M=2$ éléments).
- La QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) : modulation à quatre états ($n=2$ bit/symbole, $M=4$ éléments).
- La 16-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) : modulation à seize états ($n=4$ bit/symbole, $M=16$ éléments).

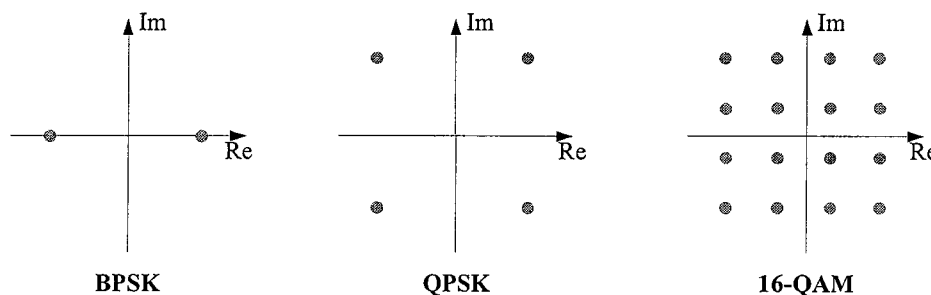


Figure 1.2 : Représentation des constellations des modulations BPSK, QPSK et 16-QAM

- **Le filtre d'émission** limite l'occupation spectrale des signaux modulant de manière à ne pas interférer sur des systèmes occupant des bandes voisines. Pour s'assurer, dans le cas d'un canal additif gaussien, d'une absence d'interférence entre symboles induite par le support fréquentiel borné de l'impulsion de mise en forme, cette dernière doit vérifier le critère de Nyquist. L'une des impulsions les plus employées est le cosinus surélevé (RC : Raised Cosine, en anglais), et notamment sa forme équirépartie entre l'émetteur et le récepteur, le filtre en racine de cosinus surélevé (RRC : Root Raised Cosine, en anglais). Le paragraphe 2.2.1 donne une description plus précise de cette impulsion.

- **La modulation** consiste à transposer le spectre en bande de base du signal sur une des fréquences porteuses dédiées au système.

Le signal est ensuite émis sur une antenne pour être transmis dans le canal de transmission.

1.1.2 Sources de perturbation de la chaîne

Tout au long de la transmission, le signal subit des perturbations diverses provenant notamment des signaux extérieurs au système et du bruit thermique des équipements. Le modèle du bruit blanc additif Gaussien est employé pour modéliser cet effet au sein de la chaîne. Les imperfections inhérentes au système de transmission provoquent également diverses perturbations sur le signal émis. Parmi les plus gênantes, on peut citer les non-linéarités des amplificateurs de puissance, et l'instabilité des oscillateurs locaux.

1.1.2.1 Bruit blanc additif gaussien

Au cours de la transmission, le signal est systématiquement perturbé par un bruit additif, résultant principalement de l'agitation thermique des électrons au sein des équipements de réception. Ce bruit thermique est modélisé par un bruit blanc additif gaussien (AWGN : Additive White Gaussian Noise en anglais). Il est caractérisé par sa densité spectrale de puissance uniforme $N_0/2$. Les interférences large bande sont aussi prises en compte par le modèle du bruit blanc.

1.1.2.2 Non linéarités de l'amplificateur

Les amplificateurs de puissance (AP) sont employés dans les communications, afin d'assurer une qualité donnée de transmission en terme de couverture, de débit et de taux d'erreur binaire. Un tel composant introduit des **non-linéarités de l'amplification** se traduisant pratiquement par un écrêtage des signaux. On distingue les distorsions d'amplitude du signal modulé (on parle *d'effet AM/AM*) et de phase (on parle *d'effet AM/PM*). [Bocc95] présente une synthèse détaillée de l'effet des non-linéarités de l'amplificateur sur les communications mobiles.

1.1.2.3 Instabilité des oscillateurs

L'oscillateur local de l'émetteur permet de transposer le signal en bande de base issu du filtre de mise en forme sur une fréquence porteuse et celui du récepteur transpose en bande de base le signal issu du canal. Les imperfections des deux oscillateurs sont de plusieurs sortes :

- **Le décalage en fréquence** résulte d'une référence de fréquence différente dans les oscillateurs locaux de l'émission et de la réception. Cela se traduit par un offset de fréquence Δf_0 , qui va introduire sur le signal une rotation constante du symbole autour du point d'origine de la constellation émise. Pour contrecarrer cet effet, il convient de mettre en oeuvre un système de récupération de porteuse à la réception, afin de déterminer les corrections à apporter au signal
- **Le décalage de phase** entraîne de la même manière que précédemment en un offset de phase φ_0 qui va venir affecter le signal directement.
- Enfin les oscillateurs RF en eux-mêmes ne délivrent pas une fréquence porteuse pure avec une amplitude, une fréquence et une phase constantes, mais présentent des instabilités qui affectent le signal lors des opérations de conversion de fréquences. Parmi ces instabilités, le **bruit de phase** est une fluctuation temporelle de la phase qu'il est très difficile de maintenir à un niveau faible dans les oscillateurs hyperfréquences à bas coût. Un des problèmes technologiques rencontrés dans les très hautes fréquences est en effet la conception d'oscillateurs faible coût avec un bruit de phase modéré.

Du fait de cette difficulté technologique de conception, il convient d'étudier avec le plus grand soin l'impact de cette perturbation sur le système. Le travail de thèse est consacré à caractériser l'impact du bruit de phase sur les différentes techniques d'accès multiple présentées plus en détail ci-après.

De ce fait, nous ne prenons en compte que les distorsions dues au phénomène de bruit de phase. Nous supposons donc que les systèmes de communication étudiés bénéficient :

- D'une réponse impulsionnelle de canal parfaite (pas de multi-trajets)
- D'une amplification parfaitement linéaire (pas d'effet AM/AM et AM/PM)
- D'une estimation et d'une correction parfaites des décalages en fréquence et en phase

Nous considérons le bruit blanc additif gaussien, afin de pouvoir comparer les performances des systèmes obtenues dans un canal AWGN avec et sans bruit de phase, et traduire l'effet du bruit de phase par une dégradation du rapport signal sur bruit.

1.1.3 Techniques d'accès multiple envisagées

Un système de transmission sans fil permet à plusieurs abonnés de communiquer simultanément. En conséquence, ils doivent se partager la ressource radio disponible. Parmi les techniques d'accès multiple, les plus connues sont les suivantes :

Le Time Division Multiple Access (TDMA), ou Accès Multiple à Répartition de Temps (AMRT), consiste à diviser le temps en intervalles et attribuer de manière cyclique chacun de ces intervalles à une communication. La bande de fréquence est alors complètement exploitée par ce lien. Parmi les systèmes de communications sans fil exploitant cette technique d'accès multiple, on peut citer la norme GSM en duplexage de fréquence et la norme DECT en duplexage temporel.

Le Frequency Division Multiple Access (FDMA) ou Accès Multiple à Répartition de Fréquence (AMRF) consiste à diviser le spectre disponible en bandes de fréquences et à les allouer à des communications sur toute leur durée. Chaque bande de fréquence ainsi créée est allouée à un utilisateur du système. Ainsi, tous les terminaux peuvent émettre dans le même temps. C'est sur cette technique que sont basés les systèmes de communications analogiques de la première génération de téléphones mobiles tels que l'AMPS (Advanced Mobile Phone Services) aux Etats Unis, le NMT (Nordic Mobile Telephone) en Europe.

Le Direct Sequence Code Division Multiple Access (DS-CDMA) ou Accès Multiple à Répartition de Code par Séquence Directe (AMRC-SD) en français autorise l'émission simultanée de tous les terminaux dans le même intervalle de temps et sur la même bande de fréquence allouée. La distinction se fait au moyen d'un code unique qui présente des propriétés d'autocorrélation et d'intercorrélacion qui permettent de récupérer le message émis dans la somme de signaux interférents reçus.

Le principe du DS-CDMA consiste à multiplier le signal par la séquence de code attribué à l'utilisateur. La figure 1.3 montre l'exemple d'une chaîne de communication DS-CDMA :

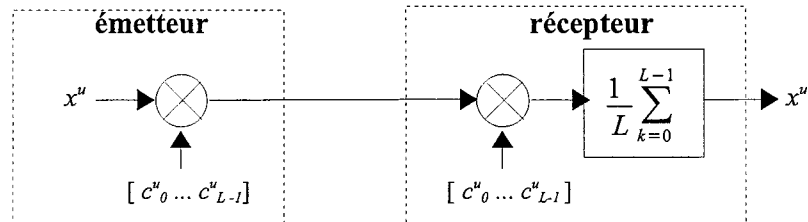


Figure 1.3 : Chaîne de communication simplifiée DS-CDMA

Si on appelle x^u le symbole à transmettre pour l'utilisateur u , et c_u la séquence de code attribuée à cet utilisateur, le $k^{\text{ème}}$ échantillon à la sortie du multiplicateur s'écrit :

$$x_k^u = x^u c_k^u \quad (1.1)$$

L'opération de codage entraîne un étalement du spectre du signal. Lors du décodage, la corrélation avec le code utilisateur désiré concentre la puissance du signal utile dans la bande fréquentielle étroite. Dans le cas de multitrajets, il est possible de combiner la puissance de chaque écho reçu, en appliquant à ces derniers le même schéma de corrélation. Ceci constitue le principe du récepteur RAKE.

Le signal va donc largement dominer, en terme de puissance, le bruit ambiant qui restera étalé sur la bande.

Cependant dans la pratique, les codes ne sont pas parfaitement orthogonaux et les autres utilisateurs perturbent le signal utile. Plusieurs types de codes sont disponibles, les plus connus sont :

Les séquences-m : Ces séquences sont constituées d'éléments binaires pseudo-aléatoires. L'examen des propriétés de ces codes montre qu'ils disposent d'une bonne autocorrélation mais d'une intercorrélation plus ou moins faible, mais jamais nulle. Une autre caractéristique de ces codes réside dans le peu de séquences-m utilisables, qui est faible par rapport à leur longueur N .

Les codes de Gold : Les codes de Gold sont générés à partir de séquences-m disponibles et utilisables. En effet, Gold montre dans [Gold67] que dans une famille de séquences-m, il est possible de trouver des couples qui ont une faible intercorrélation. Ces couples sont appelés "paires préférées", et sont utilisés pour générer les codes de Gold.

Cependant, si les propriétés d'autocorrélation des codes de Gold sont les mêmes que celles des séquences-m, leurs propriétés d'intercorrélation sont moins bonnes. En pratique, les codes de Gold sont utilisés dans les normes UMTS et IS-95, comme codes de brouillage.

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

Les codes de Kasami : Les codes de Kasami [Kasa41] sont générés, à l'instar des codes de Gold, à partir d'une séquence linéaire de séquences-m. On pratique un échantillonnage sur une séquence-m donnée, afin de récupérer l'ensemble des codes de Kasami correspondants. La longueur d'échantillonnage est choisie de telle manière que l'intercorrélacion entre les codes résultants soit la plus faible possible.

Les codes de Kasami disposent d'une meilleure propriété d'intercorrélacion que celle des codes de Gold, mais ils offrent une capacité d'accès en nombre d'utilisateurs deux fois moins importante (Il existe donc deux fois moins de codes de Kasami disponibles que de code de Gold, à longueur de code égale).

Les codes de Walsh Hadamard : Les codes de Walsh-Hadamard [Schn94] sont générés à partir d'une matrice de Hadamard de taille $N=2^n$, issue de la règle de récurrence suivante :

$$H_N = \begin{bmatrix} H_{N/2} & H_{N/2} \\ H_{N/2} & -H_{N/2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad H_1 = [1] \quad (1.2)$$

Chaque ligne (ou colonne) constitue un code que l'on attribue à un utilisateur. Ces codes présentent une intercorrélacion parfaite en cas de parfaite synchronisation. Cependant, leur propriété d'autocorrélacion est peu efficace. On préfère donc employer ces codes dans un cadre où la transmission est relativement synchrone, dans le sens descendant d'une transmission par exemple. Ces codes sont utilisés en pratique dans la norme IS-95 pour identifier les canaux sur la ligne directe.

Le DS-CDMA constitue une technique qui présente une grande souplesse d'utilisation. En effet, on dispose d'une facilité de planification des fréquences, assortie d'une immunité aux évanouissements en fréquence du canal. On note également une grande flexibilité en ce qui concerne l'adaptation des débits de transmission.

Cependant, cette technique souffre des inconvénients suivants :

- Dans le cadre d'une augmentation du nombre d'accès simultanés, l'interférence d'accès multiple dégrade les performances du système.
- Cette technique nécessite un contrôle de puissance d'émission rigoureux, afin d'éviter l'effet proche-lointain (l'émetteur le plus proche de la station de base risquant de "noyer" les signaux d'autres utilisateurs plus éloignés). Ce contrôle est coûteux en terme de complexité des récepteurs.

1.1.4 Techniques de transmission multiporteuses

La technique connue sous le nom d'OFDM [Kell00] (Orthogonal Frequency Division Modulation) a été développée dans les années 60. Elle consiste à transmettre un flux de symboles sur des porteuses orthogonales. Tout d'abord destinée à l'usage militaire [Bell65], [Zimm67], [Chan68], cette technique a pu être intégrée dans des systèmes de

communication numérique haut débit, grâce aux progrès réalisés dans le domaine du DSP (Digital Signal Processing) et des technologies VLSI (Very Large Scale Integrated circuits). La transformée de Fourier Rapide (FFT : Fast Fourier Transform) a permis de remplacer les bancs d'oscillateurs cohérents intégrés aux premiers prototypes d'OFDM [Wein71]. Durant la dernière décennie, cette technique a été déclinée de plusieurs façons, notamment en couplage avec la technique DS-CDMA, présentée plus haut [Faze03].

1.I.4.1 Technique OFDM

La technique OFDM est basée sur la répartition du flux de données à transmettre sur N sous-porteuses, qui sont modulées à un débit N fois plus faible. Les sous-porteuses présentent en outre la spécificité de disposer de spectres se recouvrant mutuellement tout en respectant les conditions d'orthogonalité, ce qui permet de limiter l'occupation spectrale du signal transmis. Si on appelle Δf la bande passante globale du système, chaque sous-bande reçoit une bande passante Δf_p équivalente à $\Delta f/N$.

Chaque symbole de la séquence ainsi formée est modulée sur chacune des sous-porteuses. Si on désigne par f_0 la fréquence attribuée à la première sous porteuse, la fréquence associée à la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse f_k est de la forme suivante :

$$f_k = f_0 + k \frac{\Delta f}{N} \quad (1.3)$$

Le signal OFDM $s(t)$ généré est alors de la forme suivante :

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi f_k t} \quad (1.4)$$

Avec x_k le symbole émis sur la $k^{\text{ième}}$ sous porteuse.

En bande de base, le signal $s(t)$ s'écrit alors :

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi k \frac{\Delta f}{N} t} \quad (1.5)$$

Cette division en sous-bandes étroites permet une égalisation simple, puisque le système OFDM est paramétré de manière à ce que le canal puisse être considéré plat sur chacune des porteuses. Pour une même bande de fréquences, un grand nombre de sous porteuses rend le signal OFDM robuste face à l'étalement des retards du canal. Afin d'éliminer totalement l'interférence entre symboles (ISI : Inter Symbole Interférence), un intervalle de garde constitué d'un préfixe cyclique de durée supérieure à la dispersion temporelle du canal est inséré pour chaque symbole OFDM, au prix d'une perte d'efficacité spectrale.

Cependant, augmenter le nombre de porteuses augmente aussi le PAPR (Peak to Average Power Ratio) et donc les non linéarités de l'amplificateur de puissance. On note également une grande sensibilité du système au bruit de phase causé par les imperfections de

l'oscillateur, qui altère de façon significative l'orthogonalité des sous-porteuses.

De façon pratique, l'OFDM est employée dans le DVB-T (plusieurs modes de transmissions préconisés, spécifiant notamment un nombre de sous-porteuses et une taille d'intervalle de garde). On retrouve également l'OFDM comme technique de transmission dans la norme 802.11 (802.11a et 802.11g).

Le récepteur est constitué des éléments duaux de ceux de l'émetteur : on emploie une FFT (Fast Fourier Transform) afin de retrouver les symboles émis à l'origine. La figure 1.4 montre l'exemple d'une chaîne de communication OFDM basique.

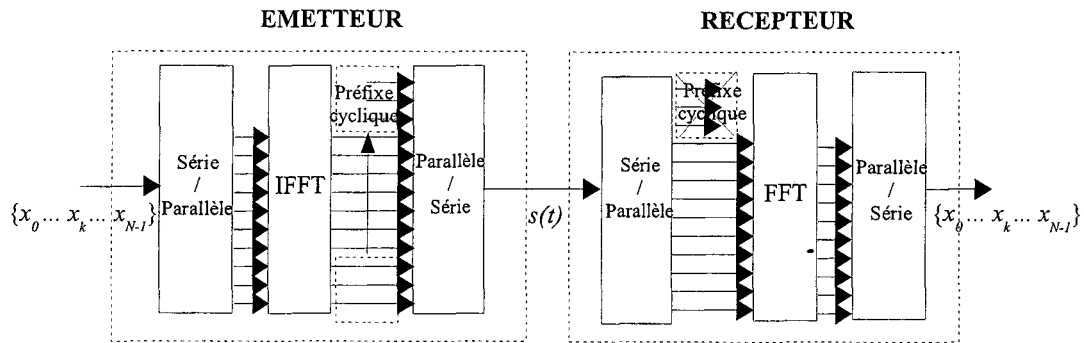


Figure 1.4 : Chaîne de communication simplifiée OFDM

Cette technique ne constitue pas une technique multiaccès en soi, il faut pour cela lui associer une technique de séparation des utilisateurs. Ainsi, dans la forme la plus simple de l'OFDM, chaque utilisateur utilise toutes les sous-porteuses disponibles durant un intervalle de temps qui lui est attribué. Dans ce cas, il faut parler d'OFDM-TDMA, afin de spécifier le caractère d'accès multiple. Il est possible de modifier et d'adapter la structure de l'OFDM afin de changer l'accès multiple employé. Une solution prometteuse consiste à coupler l'OFDM avec la technique multiaccès DS-CDMA. On distingue notamment deux techniques hybrides issues de cette association, qui diffèrent par la façon dont est appliqué le code utilisateur sur le signal : il s'agit des techniques MC-CDMA (Multi Carrier Code Division Multiple Access) et MC-DS-CDMA (Multi Carrier Direct Sequence Code Division Multiple Access).

1.I.4.2 Technique MC-CDMA

Le principe de cette technique récente, proposée en 1993 [Yee93] [Faze93] [Chou93], consiste à réaliser un étalement de spectre des symboles similaire à celui décrit dans le DS-CDMA, puis à transmettre chaque portion du symbole codé en parallèle via un modulateur de type OFDM. Ainsi, chaque chip du symbole codé est transmise sur l'une des sous-porteuses du symbole OFDM. Le système permet de bénéficier de toute la ressource disponible simultanément, en exploitant la diversité fréquentielle du canal de propagation.

A la réception, le signal reçu subit la démodulation OFDM, puis le désétalement par le code approprié, afin de retrouver le symbole d'origine. La figure 1.5 présente une chaîne de communication basique MC-CDMA pour un seul utilisateur.

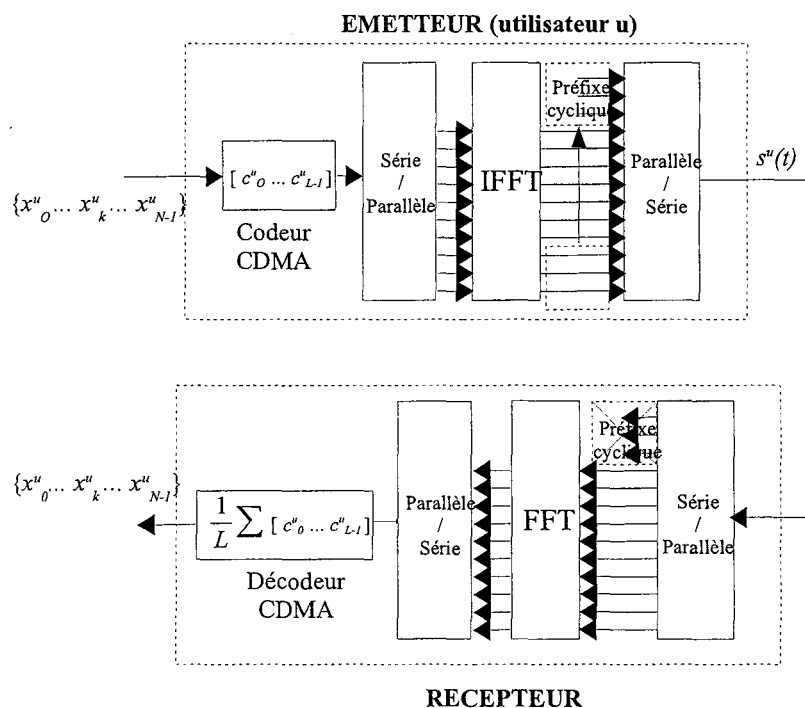


Figure 1.5 : Chaîne de communication simplifiée MC-CDMA (mono-utilisateur)

Les principaux avantages d'une liaison MC-CDMA consistent en une haute efficacité spectrale et une complexité relativement faible du récepteur. L'orthogonalité des codes attribués à chaque utilisateur est préservée si tous les utilisateurs émettent de façon synchrone et sont affectés par le même canal de propagation, ce qui fait de ce système un candidat intéressant pour le sens descendant d'une chaîne de communication sans fil. Cependant, on note parmi les principaux désavantages la présence d'un PAPR important et une forte sensibilité au bruit de phase du système.

1.1.4.3 Technique MC-DS-CDMA

La technique MC-DS-CDMA (Multi Carrier Direct Sequence Code Division Multiple Access), proposée en 93 [DaSi93], constitue une autre combinaison de l'OFDM et du DS-CDMA. Cette fois-ci, l'émetteur est constitué par un système de transmission OFDM, sur lequel est appliqué un étalement de type DS-CDMA sur chaque sous-porteuse. A la réception, on applique une démodulation OFDM à chacun des symboles OFDM ainsi créés, puis un désétalement.

La figure 1.6 montre un schéma de transmission basique MC-DS-CDMA mono-utilisateur.

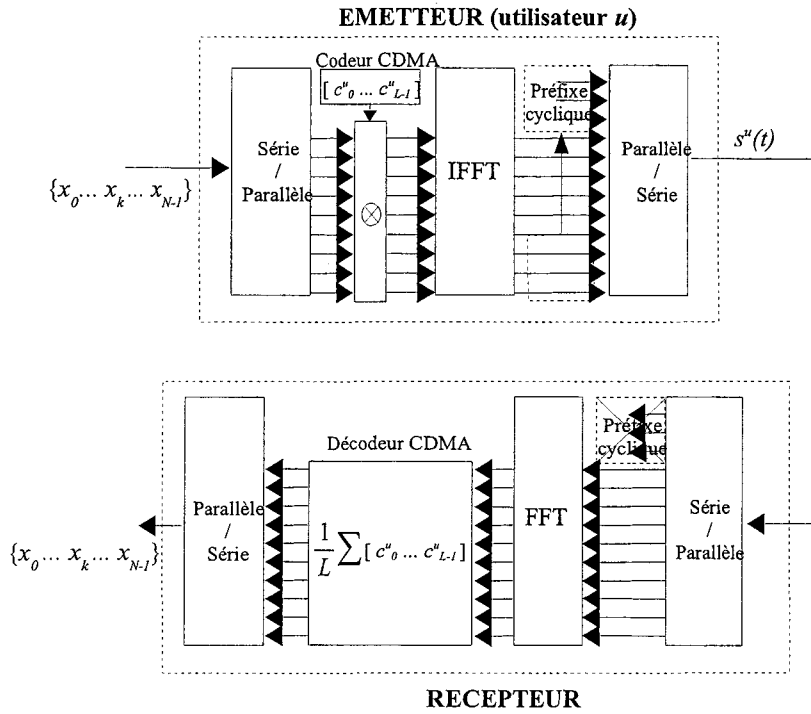


Figure 1.6 : Chaîne de communication simplifiée MC-DS-CDMA (mono-utilisateur)

A la différence du MC-CDMA présenté auparavant, le système de transmission MC-DS-CDMA tire parti de la diversité temporelle. Cette technique offre l'avantage de proposer un faible PAPR, et contrairement au MC-CDMA, l'orthogonalité des codes est préservée lorsque les utilisateurs transmettent dans des canaux de propagation différents, ce qui en fait une candidate appréciable plus particulièrement pour le lien montant de la transmission. Cependant, l'inconvénient majeur de ce système réside dans la complexité de mise en oeuvre du récepteur.

Partie II : Le bruit de phase dans l'oscillateur : origines physiques et modèles

1.II.1 Instabilités de fréquence de l'oscillateur : les origines physiques

La stabilité de fréquence d'un oscillateur dépend des variations de température et d'humidité ambiantes, des vibrations mécaniques, du vieillissement des composants, des fluctuations de l'alimentation.

Un oscillateur idéal procure une référence de temps parfaite, c'est à dire que le signal reste parfaitement périodique. Cependant, tout système physique subit des perturbations inhérentes aux caractéristiques propres des matériaux. Ceci aboutit à l'apparition de phénomènes de bruit distincts, dont la puissance dépend des caractéristiques de l'oscillateur local. Les bruits les plus perturbateurs sont les suivants :

Bruit de grenaille ("shot noise")

Dans une jonction, le nombre d'électrons et de trous qui participent à la conduction varie de façon aléatoire, bien que la valeur moyenne de ce nombre soit une constante qui dépend de la matière et du courant qui la parcourt. Il en résulte une variation aléatoire du courant dont la valeur efficace est proportionnelle à la racine carrée du courant qui traverse le semi-conducteur.

Le courant efficace du bruit est donné par :

$$I_n = \sqrt{2qI_q B} \quad (1.6)$$

avec $q=1,602 \cdot 10^{-19}$ Coulomb, la charge de l'électron, B la bande passante en Hertz et I_q le courant continu dans la jonction en Ampères.

La recombinaison des électrons et des trous dans une jonction PN traversée par un courant I est un phénomène aléatoire. Il en résulte une variation aléatoire du courant. La valeur moyenne vaut I .

Bruit additionnel BF en 1/f ("flicker noise")

Pour certains types de composants électroniques comme les semi-conducteurs, le bruit présente une dépendance spectrale en basse fréquence du type $1/f$. Cette dépendance n'est que partiellement expliquée. Ce bruit en $1/f$ est principalement dû à des phénomènes de surface et dépend fortement de la technologie employée.

Le bruit thermique

Dans un conducteur, les électrons sont soumis à des mouvements aléatoires (agitation thermique) qui produisent une variation de potentiel (également aléatoire) aux bornes de ce conducteur. Ce phénomène génère une tension aléatoire, dite tension de bruit, dont la valeur efficace est proportionnelle à la racine carrée de la bande passante considérée et de la résistance électrique du conducteur. La tension dépend de la température (agitation thermique). La tension efficace du bruit thermique est donnée par :

$$U_n = \sqrt{4kTRB} \quad (1.7)$$

avec $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Joules /Kelvin, la constante de Boltzmann, T la Température en Kelvin, B la bande passante en Hertz et R la résistance en Ohm.

Les oscillateurs RF ne délivrent pas, du fait de ces perturbations, une fréquence porteuse pure avec une amplitude, une fréquence, et une phase constantes mais présentent des instabilités qui affectent le signal lors des opérations de conversion de fréquences. Notamment, dans le cas d'une transmission à haut débit sans fil, on constate l'apparition d'un terme de déphasage aléatoire qui déforme le signal : cette perturbation est un phénomène connu sous le nom de bruit de phase. Il convient à ce stade de préciser le lien entre bruits électroniques de l'oscillateur et bruit de phase.

1.II.2 Des bruits physiques de l'oscillateur au bruit de phase

Prenons le cas d'un oscillateur LC libre (figure 1.7), qui correspond à l'une des architectures les plus simples d'oscillateur local. La résistance R du circuit représente la perte due aux effets parasites des composants. Cette perte est compensée par l'apport en énergie des composants actifs du circuit. On définit la fréquence d'oscillation ω_0 par $1/\sqrt{LC}$. Ces composants actifs (ainsi que la «résistance») génèrent les différents bruits décrits précédemment qui vont perturber la transmission.

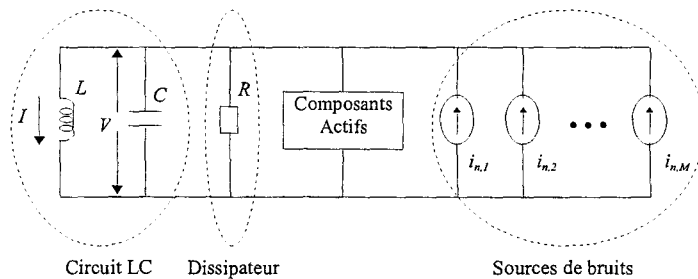


Figure 1.7 : Modèle générique d'oscillateur LC

Examinons à présent le phénomène dans l'espace V-I (Voltage- Intensité) en figure 1.8. Dans le cas d'une oscillation équilibrée, on va observer une trajectoire qui présente une

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

asymptote circulaire, du fait de la nature périodique du système. Tout état du système sera amené à plus ou moins longue échéance à suivre la trajectoire de ce contour limite.

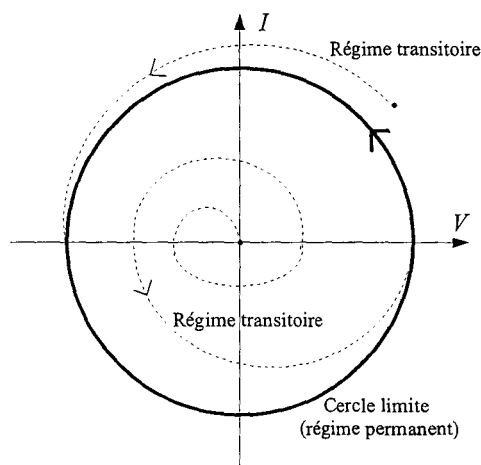


Figure 1.8 Contour limite dans l'espace V-I

En présence de bruit, l'oscillateur subit deux types de perturbation :

→ la perturbation d'amplitude, qui est relativement peu conséquente du fait de la tendance du système à retourner au contour limite (et par là-même, à compenser tout allongement du rayon d'amplitude).

→ Cependant, les fluctuations tout au long du contour ne sont pas compensées. Par conséquent, en présence de bruit, le point d'état de phase du système se retrouve donc disposé aléatoirement sur le contour limite : c'est le phénomène de *diffusion de phase*.

Dans le domaine temporel, on exprime le signal en sortie sous la forme (on considère dans cette étude que l'impact du bruit de phase sur l'amplitude est négligeable) :

$$V(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \quad (1.8)$$

avec :

V_0 : amplitude nominale de la tension de crête

ω_0 : pulsation nominale de l'amplificateur

$\varphi(t)$: déviation de phase par rapport à la phase nominale $2\pi f_0 t$.

On définit donc l'instabilité de phase d'un oscillateur par sa déviation de phase instantanée, qui peut elle-même être définie en terme de retard instantané $x(t)$:

$$x(t) \equiv \frac{\varphi(t)}{2\pi f_0} \quad (1.9)$$

Enfin l'instabilité de phase peut être définie par la densité spectrale de fluctuations de phase, $\psi_{\varphi\varphi}(f)$ (exprimée en rad^2/Hz)

$$\psi_{\varphi\varphi}(f) \equiv \frac{\varphi^2(f)}{BP} \quad (1.10)$$

avec $\varphi(f)$ la transformée de Fourier de la déviation de phase $\varphi(t)$, et BP la bande de fréquence du système de mesure exprimée en Hz.

Cette dernière mesure est celle utilisée dans le cadre de la métrologie de fréquence. Il existe une mesure plus répandue dans la conception d'oscillateurs : la pureté spectrale $L(f)$. Cette mesure correspond au rapport de la densité spectrale de bruit de phase par Hz dans une bande de modulation sur la puissance totale du signal.

Dans le cadre de petites variations quadratiques de déviations de phase (n'excédant pas 0,1 rad^2), on approche la pureté spectrale du signal $L(f)$ et la densité spectrale de puissance du bruit de phase :

$$L(f) \approx \frac{\psi_{\varphi\varphi}(f)}{2} \quad (1.11)$$

Les standards IEEE [IEEE99a] redéfinissent cette équation en faisant abstraction de la condition sur les petites variations quadratiques. Dégagée de cette contrainte, l'équation précédente devient alors le standard des mesures d'instabilités de phase dans le domaine fréquentiel.

1.II.3 Caractérisation du bruit de phase

Dans cette partie, nous passons en revue quelques techniques de caractérisation de bruit de l'oscillateur, à la fois dans le domaine des fréquences et dans le domaine temporel.

1.II.3.1 Le modèle en loi de puissance : une caractérisation des instabilités en fréquence

Plusieurs modèles ont été proposés afin de caractériser les instabilités en fréquence de l'oscillateur [Lee99], [Rubi97]. L'un d'entre eux est issu de l'exploitation de mesures réalisées sur différents types d'oscillateurs : il établit que les résultats de mesures peuvent être modélisés en terme de densité spectrale de puissance par une loi de puissance à 5 paramètres. Les instabilités de fréquences sont représentée par la dsp suivante :

$$S_y(f) = \begin{cases} \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_\alpha f^\alpha & 0 \leq f \leq f_h \\ 0 & f \geq f_h \end{cases} \quad (1.12)$$

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

Avec f_b la fréquence limite pour laquelle on considère le bruit de l'oscillateur

Le paramètre α prend donc les valeurs entières comprises dans l'intervalle $[-2 ; 2]$. Chaque valeur va caractériser un phénomène de bruit particulier. h_α est caractéristique d'un niveau de bruit mesuré en f^α . On trouve généralement que pour un oscillateur donné, $S_y(f)$ est la somme de deux ou trois termes, les autres étant négligeables.

Le tableau 1.1 reprend les différents bruits représentés par le paramètre α :

Valeurs de α	Dénomination	Provenance
-2	Marche aléatoire de fréquence	Environnement de l'oscillateur (température, vibrations, chocs)
-1	"Flicker" de fréquence	Pas bien déterminée, mais probablement dû au résonateur dans le cas d'oscillateurs à quartz.
0	Bruit blanc de fréquence	Sources de bruit blanc additif internes (bruit thermique)
1	"Flicker" de phase	Bruit ajouté par des composants électroniques (sorties d'un amplificateur par exemple)
2	Bruit blanc de phase	Sources de bruits blancs additifs externes à la boucle de l'oscillateur

Tableau 1.1: Classification des différents types de bruits

1.II.3.2 Le modèle de la variance d'Allan : mesure du bruit de phase dans le domaine temporel

Il est possible de caractériser l'évolution d'un processus aléatoire dans le domaine temporel par le calcul de sa variance. Cependant, dans le cas d'un bruit de phase, on observe une divergence lors d'un calcul de variance classique, et ce pour la majorité des bruits définis par le modèle en loi de puissance : la variance augmente en effet lorsque le nombre de données de mesures augmente. Pour pallier ce problème, une grandeur a été introduite afin de caractériser le bruit de phase dans le domaine temporel : c'est la variance d'Allan [Wall86], [Barn71].

La variance d'Allan est issue de la définition de la variance à deux échantillons, dont elle constitue un cas particulier (nombre d'échantillons fixé à 2, moyennage sur un très grand nombre d'échantillons). Il existe des variantes de cette unité de mesure : la variance d'Allan avec "overlapping", et la variance d'Allan modifiée.

Cette grandeur permet de s'affranchir de plusieurs problèmes inhérents au calcul de la variance classique :

- La convergence est assurée pour tous les types de bruits observés dans le domaine des

oscillateurs, là où l'approche classique de calcul de variance conduit souvent à la divergence.

- Elle se révèle relativement facile à calculer
- Elle peut se transposer dans le domaine fréquentiel, du fait de relations issues du modèle en loi de puissance. Ces relations sont décrites dans [Alla97].

1.II.4 Modèles de bruit de phase

Nous présentons dans cette partie quelques modèles employés dans le cadre de l'étude du bruit de phase dans le domaine des communications numériques. Nous nous attardons plus particulièrement sur le modèle de Wiener-Lévy, qui constitue le modèle de bruit de phase que nous utilisons dans la suite de cette étude.

1.II.4.1 Le modèle de Tikhonov

Ce modèle n'est pas à proprement parler un modèle de génération de bruit de phase. En effet, il ne s'agit pas ici de proposer une modélisation du bruit de phase lui-même, mais de l'erreur de phase à la sortie d'une boucle à verrouillage de phase (PLL : Phase Locked Loop en anglais) par une densité de probabilité de Tikhonov. Les études de performances publiées [Leib87], [Some95], à propos d'un bruit de phase résiduel présent en entrée d'une PLL d'ordre 1 ou 2, emploient l'appellation de "modèle de Tikhonov" par analogie avec cette loi.

On définit la distribution de Tikhonov d'une erreur de phase ε (de variance σ_ε^2) par :

$$p(\varepsilon) = \frac{e^{\rho \cos(\varepsilon)}}{2\pi I_0(\rho)} \quad (1.13)$$

Avec $\rho = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2}$ et $I_0(\cdot)$ la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0.

Pour de faibles variances de phase ($\sigma_\varepsilon^2 < 5 \cdot 10^{-2}$), la distribution de Tikhonov peut être approchée par une distribution Gaussienne :

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma_\varepsilon^2}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}} \quad (1.14)$$

1.II.4.2 Modélisation par filtrage d'un bruit blanc

Une autre approche plus orientée "système" peut être employée afin de modéliser l'effet du bruit de phase. Cette méthode est basée sur la connaissance de la densité spectrale de puissance $S_\varphi(f)$. Le principe de ce modèle proposé par [Daff93] consiste alors à filtrer un bruit blanc de spectre $B(f)$ par un filtre dont le module au carré de la fonction de transfert

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

$H(f)$ approche le gabarit de la densité spectrale de puissance du bruit de phase à étudier (Figure 1.9). Soit :

$$|H(f)| = \sqrt{S_\varphi(f)} \quad (1.15)$$

Le bruit blanc $B(f)$ sera composé d'un signal à phase aléatoire et à densité spectrale de puissance constante quelque soit la fréquence. Par exemple, on peut prendre $B(f) = e^{j\theta}$, avec θ uniformément répartie entre $[-\pi; \pi]$.

Il suffira alors de prendre la transformée de Fourier inverse de l'expression $H(f).B(f)$ afin d'obtenir les valeurs des coefficients de bruit de phase. :

$$\varphi(t) = TF^{-1}(H(f).B(f)) \quad (1.16)$$

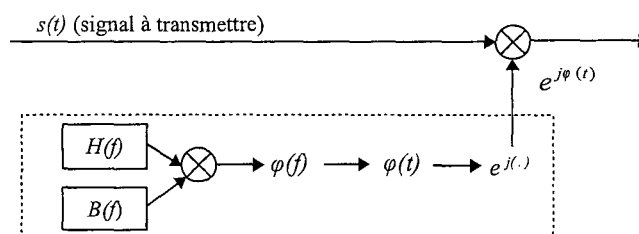


Figure 1.9 : Bruit blanc filtré : principe

1.II.4.3 Le modèle de Wiener-Lévy

Tout d'abord utilisé dans la caractérisation du bruit de phase lors de transmission par fibre optique, ce modèle s'est révélé être un indicateur exploitable ces dernières années afin de quantifier l'impact du bruit de phase dans le cadre des radiocommunications hautes fréquences : en effet, la montée en fréquence des oscillateurs impose aux constructeurs de quantifier au mieux l'impact du bruit de phase sur les performances du système considéré.

L'un des principaux avantages de ce modèle est de proposer une formulation analytique aisément manipulable dans le cadre du calcul des caractéristiques statistiques : on peut ainsi disposer d'une estimation, dont les caractéristiques s'intègrent facilement dans le cadre d'une étude analytique du comportement du bruit de phase du système.

1.II.4.3.1 Le mouvement brownien : historique

En 1827, le botaniste anglais Robert Brown (1773-1853) examine des particules microscopiques de pollen en suspension dans une solution aqueuse. Il observe un mouvement des grains pourtant morts depuis plus de cent ans. Visiblement intrigué par ce mouvement, Brown ne put déterminer sa nature.

Ce n'est qu'à la fin du XIXe siècle que l'on découvrit qu'il s'agissait d'un mouvement aléatoire. Karl Pearson (1857-1936) en proposa un modèle très simple en comparant le

mouvement des molécules avec celui d'un homme ivre, qui, marchant en ligne droite sur un mètre, changerait au hasard de direction tous les mètres. Avant Brown, Buffon et Spallanzani avaient déjà remarqué ce mouvement qu'ils pensaient lié à la vie.

En 1905, Einstein a montré que ce mouvement pouvait être expliqué par des collisions avec des molécules présentes dans le fluide. Einstein a alors construit un modèle mathématique de ce phénomène que l'on a appelé le mouvement Brownien.

1.II.4.3.2 Analogie entre mouvement Brownien et bruit de phase des oscillateurs

La figure 1.10.a montre un exemple de la diffusion de phase décrite précédemment dans le cas où l'on considère un système de n oscillateurs identiques à celui de la figure 1.7.

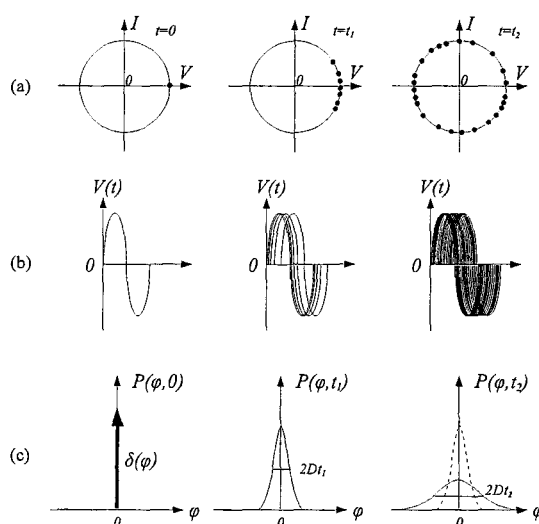


Figure 1.10 (a) diffusion de phase dans l'espace des états, (b) dans le domaine temporel (c) évolution de la densité de probabilité de l'étalement temporel de la phase

Le phénomène de diffusion dans le domaine temporel est représenté figure 1.10.b : initialement, tous les signaux possèdent un état de phase initial. Après un certain temps, sous l'action du bruit, les signaux se désynchronisent les uns par rapport aux autres et deviennent alors incohérents en terme de phase.

En parallèle, on peut établir au vu de ceci la densité de probabilité de l'étalement temporel de la phase $P(\varphi, t)$, qui représente la probabilité d'être à l'état φ à l'instant t . En reprenant l'exemple de la figure 1.10.a, on a $P(\varphi, 0) = \delta(\varphi)$. Au bout d'un certain temps, l'impulsion va s'élargir du fait de la diffusion de phase. On montre que, si la diffusion de phase est due à un bruit blanc, la variance de φ est donnée par :

$$\sigma_{\varphi}^2 = 2Dt \tag{1.17}$$

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

La constante de diffusion de phase D va indiquer la rapidité avec laquelle la diffusion de phase va se propager. Ce paramètre sera le seul paramètre qui caractérisera le bruit de phase d'un oscillateur sujet au bruit blanc.

Prenons l'exemple d'une particule Brownienne de masse M immergée dans un liquide de température T , avec un coefficient de friction γ (Figure 1.11). La constante de diffusion D_{diff} de cette particule est donnée par la relation d'Einstein :

$$D = \frac{k_B T}{M} \frac{1}{\gamma} \quad (1.18)$$

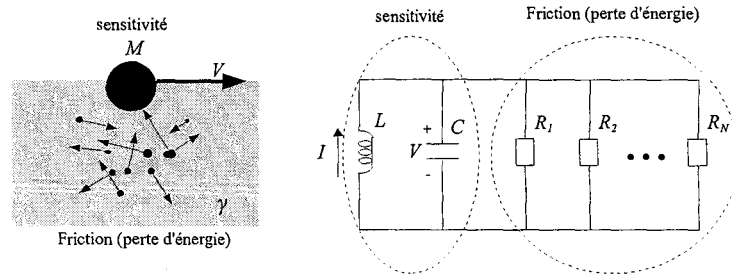


Figure 1.11 : Parallèle entre particule Brownienne et oscillateur LC

γ va ici déterminer la force de friction de $M\gamma V$ pour une particule Brownienne de vitesse V .

Le facteur $\frac{k_B T}{M}$ va représenter la *sensibilité* de la particule Brownienne aux perturbations.

En résumé, la constante de diffusion peut être déterminée uniquement dans le cas où la sensibilité et le coefficient de friction sont connus.

Dans [Ham03], les auteurs démontrent que sous certaines conditions, il existe une analogie directe entre la constante de diffusion d'une particule Brownienne et celle d'un oscillateur (par conséquent, le bruit de phase évolue de la même façon que le mouvement de la particule), et identifient une friction et une sensibilité équivalente. Le tableau 1.2 décrit ce parallèle :

	Particule Brownienne	Oscillateur LC
Sensibilité	$\frac{k_B T}{M}$	$\frac{k_B T}{C} \omega_0^2$
Friction	$\frac{1}{\gamma}$	$\frac{L}{Req}$

Tableau 1.2: Analogie entre la diffusion d'une particule Brownienne et celle d'un oscillateur LC

$Req = R_1 || R_2 || \dots || R_N$ représente la résistance équivalente de bruit constituée par toutes les sources de bruit du circuit, l'indice de R correspondant à la résistance de perte de l'oscillateur LC décrite dans la figure 1.7.

On aboutit dans [Ham03] à l'écriture de la constante de diffusion de l'oscillateur D :

$$D = \frac{1}{V_0^2} \frac{k_b T \omega_0}{C Q} \quad (1.19)$$

Où $Q = RC\omega_0$ constitue le facteur de qualité de charge.

Il existe donc une analogie directe entre un mouvement de type brownien et le bruit de phase d'un oscillateur LC soumis au bruit thermique. Cette analogie va nous permettre d'utiliser la modélisation mathématique du mouvement Brownien (et donc, par là-même, du processus de Wiener) afin de caractériser l'impact du bruit de phase sur le système.

1.II.4.3.3 La marche aléatoire

Considérons l'exemple d'un déplacement d'une personne déterminé par une pièce de monnaie que l'on lance toutes les T_e secondes. La personne fera alors un pas de longueur l vers la droite si la pièce retombe du côté pair, et un pas de longueur l vers la gauche si la pièce retombe du côté impair.

Le processus ainsi créé consiste en une fonction discrète de type escalier, qui présente des discontinuités tous les nT_e , et qui démarre à $t=0$. La résultante est donc stochastique, car les échantillons de cette fonction dépendent du nombre de "faces" et de "piles" du système. On désigne ce type de fonction par l'appellation "marche aléatoire".

Examinons à présent les propriétés statistiques de cette fonction, (que l'on désigne par $x(t)$). On réalise n lancers de pièces, et on considère que l'on obtient k faces et $n-k$ piles. On peut alors évaluer la position de la personne à l'instant nT_e .

$$\begin{aligned} x(nT_e) &= kl - (n-k)l \\ &= (2k - n)l \\ &= ml \end{aligned} \quad (1.20)$$

$x(nT_e)$ constitue donc une variable aléatoire prenant les valeurs ms , avec $m=(2k - n)$, m étant compris dans l'intervalle de valeurs entières $[-n ; n]$.

Estimons maintenant la probabilités d'obtenir k faces

$$P\{x(nT_e) = ml\} = \binom{n}{k} \frac{1}{2^n} \quad (1.21)$$

$x(nT_e)$ peut également être exprimée sous la forme d'une somme de probabilités élémentaires :

$$x(nT_e) = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (1.22)$$

Ici, x_n correspond à la distance associée au nième tirage, soit une valeur comprise entre $\pm l$. Attendu que les variables x_n sont des variables aléatoire indépendantes de moyenne nulle et

de variance $E[x_n^2]=l^2$, il devient dès lors aisé d'en déduire que :

$$E[x(nT_e)]=0 \quad (1.23)$$

$$E[x^2(nT_e)]=nl^2 \quad (1.24)$$

Pour un nombre n très grand, le théorème de DeMoivre – Laplace montre que :

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{(k-np)^2}{2npq}} \quad (1.25)$$

En posant $p=q=0.5$ et en rappelant que $m=2k-n$, on voit que cette expression se rapproche d'une densité gaussienne centrée de variance $n/4$. On en déduit que (1.21) est approché par

$$P(x(nT_e)=ml) = \frac{1}{\sqrt{n\pi/2}} e^{-\frac{m^2}{2n}} \quad (1.26)$$

Si on considère la fonction gaussienne (ou fonction normale) :

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1.27)$$

et son intégrale :

$$G(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (1.28)$$

On peut alors remarquer que :

$$P(x(t)=ml) = G\left(\frac{m}{\sqrt{(n)}}\right) \quad (n-1)T_e \leq t \leq nT_e \quad (1.29)$$

1.II.4.3.4 Le modèle de Wiener-Lévy

Le modèle de Wiener dérive du mouvement Brownien. Il consiste à examiner le passage à la limite de la marche aléatoire pour n tendant vers l'infini lorsque T_e tend vers 0. Nous avons vu que :

$$E(x^2(t)) = ns^2 = \frac{ts^2}{T_e} \quad (1.30)$$

Posons pour cela :

$$s^2 = \alpha T_e \quad (1.31)$$

Le processus de Wiener est défini par :

$$w(t) = \lim_{T_e \rightarrow 0} x(t) \quad (1.32)$$

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

Posons maintenant $z=ms$ et $t=nT_e$. On peut écrire que

$$\frac{m}{\sqrt{(n)}} = \frac{z/s}{\sqrt{(t/T_e)}} = \frac{z}{\sqrt{(\alpha t)}} \quad (1.33)$$

Si on injecte ce résultat dans l'équation (1.29), on obtient

$$P(w(t) \leq z) = G\left(\frac{z}{\sqrt{(\alpha t)}}\right) \quad (1.34)$$

La densité de probabilité correspondante $f(w,t)$ de $w(t)$ est donc normale de moyenne nulle et de variance αt :

$$f(z, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\alpha t)}} e^{-\frac{z^2}{2\alpha t}} \quad (1.35)$$

Dans le cadre de notre étude, il est facilement démontrable que la fonction d'autocorrélation d'un processus de Wiener $w(t)$ s'écrit :

$$R_w(t_1, t_2) = \min(t_1, t_2) \quad (1.36)$$

Considérons l'accroissement $w(t+\tau)-w(t)$ avec $\tau \geq 0$. On montre que la moyenne et la variance de cette variable sont respectivement égales à :

$$E[w(t+\tau) - w(t)] = 0 \quad (1.37)$$

$$E[(w(t+\tau) - w(t))^2] = \sigma_{w(t+\tau)-w(t)}^2 = \alpha|\tau| \quad (1.38)$$

L'accroissement considéré est également une gaussienne de moyenne nulle et de variance $\alpha|\tau|$.

1.II.4.3.5 Application au cas de l'oscillateur : une DSP de type lorentzienne

Calculons à présent la DSP (Densité Spectrale de Puissance) d'un bruit de phase de Wiener. Pour cela, prenons le cas d'un oscillateur local produisant une porteuse entachée de bruit de phase :

$$V(t) = e^{j(\omega_0 t + \theta(t))} \quad (1.39)$$

Avec $\omega_0 = 2\pi f_0$ la pulsation de l'oscillateur et $\theta(t)$ le bruit de phase de l'oscillateur, caractérisé par un processus de Wiener-Lévy, dont les caractéristiques sont décrites dans le paragraphe précédent.

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

Nous allons calculer la fonction d'autocorrélation $R_{VV}(\tau)$ de $V(t)$:

$$R_{VV}(\tau) = E[V(t+\tau)V^*(t)] \quad (1.40)$$

Après quelques manipulations, on aboutit à :

$$R_{VV}(\tau) = e^{j\omega_0\tau} \underbrace{E[e^{j(\theta(t+\tau)-\theta(t))}]}_{R_{SS}(\tau)} \quad (1.41)$$

Notons $R_{SS}(\tau)$ la fonction d'autocorrélation du bruit de phase. La variable $\theta(t+\tau)-\theta(t)$ est une variable gaussienne de moyenne nulle et de variance $\alpha|\tau|$. $R_{SS}(\tau)$ est similaire à la fonction caractéristique, dont les propriétés sont présentées en annexe A.2.

De ce fait, on obtient :

$$R_{SS}(\tau) = e^{-\frac{\pi\alpha|\tau|}{2}} \quad (1.42)$$

Après transformée de Fourier, on aboutit à la densité spectrale de puissance $\psi_{SS}(f)$:

$$\psi_{SS}(f) = \frac{4}{\alpha} \frac{1}{1 + \left(\frac{4\pi f}{\alpha}\right)^2} \quad (1.43)$$

Cette expression est connue sous le nom de spectre lorentzien ou lorentzienne, dont $\beta = \alpha/2\pi$ représente la largeur de bande bilatérale de ce spectre à -3dB.

On en déduit l'expression de la DSP de la porteuse :

$$\psi_{VV}(f) = \frac{2}{\pi\beta} \frac{1}{1 + \left(\frac{2f-f_0}{\beta}\right)^2} \quad (1.44)$$

La pureté spectrale $L_{VV}(f)$ du signal $V(t)$ s'écrit alors :

$$L_{VV}(f) \equiv \frac{\psi_{VV}(f)}{2} = \frac{1}{\pi\beta} \frac{1}{1 + \left(\frac{2f-f_0}{\beta}\right)^2} \quad (1.45)$$

La densité spectrale d'un bruit de Wiener $L_{WW}(f)$ (i.e. $L_{VV}(f)_{f_0=0}$) est défini par un spectre lorentzien de largeur de bande bilatérale à -3dB β :

$$L_{WW}(f) = \frac{1}{\pi\beta} \frac{1}{1 + \left(\frac{2f}{\beta}\right)^2} \quad (1.46)$$

Chapitre 1 : Chaîne de communication numérique et bruit de phase

En échelle logarithmique, cela correspond à une pente en $1/f^2$. L'utilisation d'un bruit de Wiener pour caractériser le bruit de phase permet donc de simuler le comportement d'un oscillateur local soumis à un bruit blanc de fréquence. La figure 1.12 donne une représentation de la pureté spectrale du bruit de phase de type Wiener Lévy.

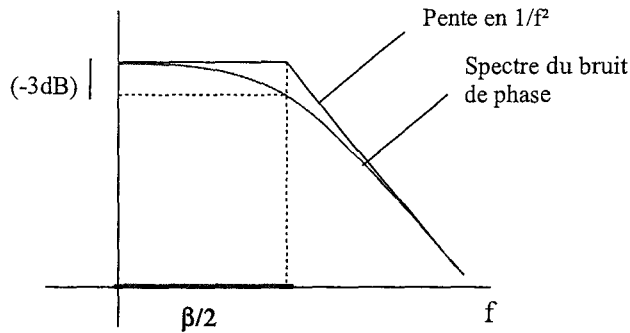


Figure 1.12 : Représentation de $L(f)$ pour un bruit de phase de type Wiener-Lévy

On constate que pour un volume d'énergie constant, la forme de la lorentzienne est d'autant plus étalée autour de la fréquence centrale de l'oscillateur, distribuant de ce fait l'énergie de façon plus large autour de la fréquence centrale et causant par conséquent plus d'erreur concernant le calage sur la fréquence de référence. Le rapport $\beta/2$ au lieu de β sur la figure 1.12 provient du fait que l'on passe d'une largeur de bande bilatérale à une largeur de bande monolatérale.

Chapitre 2

Impulsion de mise en forme et bruit de phase

Nous commençons notre étude sur le bruit de phase par un travail sur l'influence du choix de l'impulsion de mise en forme. En effet, la plupart des études sur le bruit de phase considèrent une impulsion de mise en forme de type rectangulaire (par exemple [Musc95], [Poll95], [Some95], [Tomb98], [Tomb99], [Wu04]). Cette impulsion, par sa limitation dans le domaine temporel, présente l'avantage d'accélérer les simulations, de simplifier les calculs et d'obtenir des résultats sous forme analytique. Cependant, dans le cas de transmission en bande limitée, il convient d'utiliser une impulsion de mise en forme respectant le critère de Nyquist afin d'éviter l'interférence entre symboles (ISI : Inter Symbol Interference en anglais). L'une des impulsions les plus employées est l'impulsion dite "en racine de cosinus surélevé" (RRC : Root Raised Cosine en anglais).

Nous considérons comme support de l'étude un système monoporteuse à bande limitée dans un contexte monoutilisateur. L'interférence d'accès multiple étant inexistante, les perturbations du signal émis sont modélisées par un bruit additif blanc gaussien et par un bruit de phase, toutes les autres sources de dégradation étant négligées.

On examine dans un premier temps le cas de l'emploi d'une impulsion rectangulaire. Le bruit de phase étant modélisé par un processus de Wiener-Lévy décrit dans le chapitre 1, nous analysons les effets du bruit de phase sur le signal transmis. Outre l'obtention de résultats de performances en termes de TEB et de dégradation du rapport signal sur bruit, cette étude nous permet d'établir certaines caractéristiques statistiques du terme de distorsion multiplicatif résultant dû au bruit de phase. Elles nous serviront de référence dans l'étude d'autres systèmes de transmission plus complexes.

Ensuite, nous étendons cette étude au cas plus réaliste où des filtres RRC sont utilisés au niveau de l'émission pour la mise en forme de l'impulsion et au niveau du récepteur pour le filtrage adapté. Nous proposons une étude nouvelle sur l'influence de ces filtres sur les effets du bruit de phase, et une comparaison des performances obtenues avec une impulsion rectangulaire.

2.1 Description du système

Le modèle en bande de base du système de transmission considéré est représenté sur la figure 2.1.

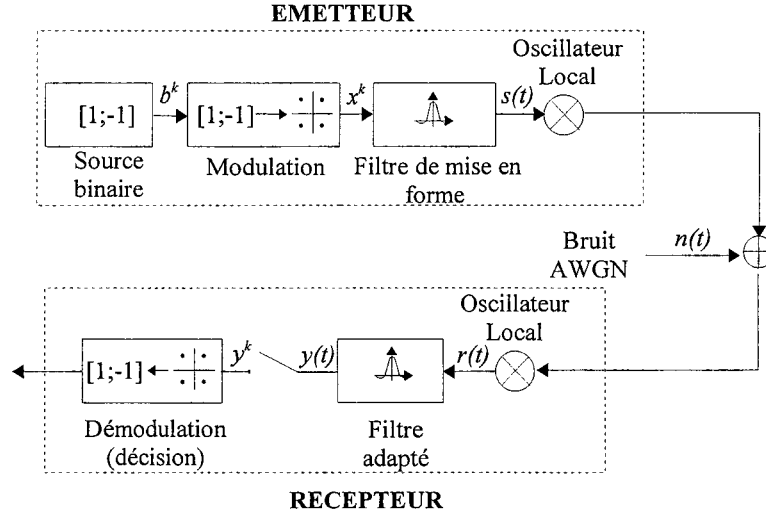


Figure 2.1 : Modèle en bande de base du système de transmission

Une source génère des éléments binaires b_k avec un débit $D_b = 1/T_b$. Le modulateur associé à chaque groupe de m bits un symbole x_k choisi parmi l'ensemble des $M = 2^m$ symboles de la constellation associée à la modulation selon un codage de Gray [Proa95]. Ces symboles délivrés avec un débit $D_s = 1/T_s = D_b/m$ sont ensuite mis en forme par un filtre de réponse impulsionnelle $g(t)$.

Le signal en sortie du filtre s'écrit :

$$s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k \delta(t - kT_s) * g(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k g(t - kT_s) \quad (2.1)$$

où l'opérateur $*$ désigne l'opération de convolution.

Le signal $s(t)$ ainsi obtenu est perturbé par l'oscillateur local situé au niveau de l'émetteur qui délivre le signal bruité $e^{j\theta_e(t)}$, où $\theta_e(t)$, le bruit de phase, est un processus de Wiener-Levy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta_e |t|$. Puis il est transmis à travers le canal de propagation et un bruit blanc gaussien $n(t)$ de variance σ_n^2 s'y superpose. A la réception, ce signal bruité est affecté à son tour par le bruit de phase de l'oscillateur local situé au niveau du récepteur $e^{j\theta_r(t)}$, où $\theta_r(t)$ est un processus de Wiener-Levy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta_r |t|$. Le signal ainsi obtenu $r(t)$ s'écrit :

$$r(t) = [s(t)e^{j\theta_e(t)} + n(t)]e^{j\theta_r(t)} = s(t)e^{j\theta(t)} + n(t)e^{j\theta_r(t)} \quad (2.2)$$

Où $\theta(t) = \theta_e(t) + \theta_r(t)$ est un processus de Wiener-Levy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta |t|$. Les deux bruits de phase présents au niveau de l'émetteur et du récepteur étant

Chapitre 2 : Impulsion de mise en forme et bruit de phase

indépendants, $\beta = \beta_e + \beta_r$. Le bruit de phase présent dans l'ensemble de la chaîne de transmission est donc matérialisé par un seul terme correspondant à la contribution des différents oscillateurs locaux. A la fin de chaque symbole, le décalage de phase (y compris le déphasage en cours dû au bruit de phase) est supposé être correctement détecté et éliminé par le système de récupération de la porteuse implanté au niveau du récepteur. En conséquence, $\theta(kT_s) = 0$, et le support temporel du bruit de phase est de durée T_s .

Remarquons que dans un système centralisé, l'oscillateur local situé au niveau de la station de base ou du point d'accès, via lesquels s'effectuent les communications, est d'un coût plus élevé que celui des oscillateurs implantés dans les terminaux, et de ce fait présente une meilleure stabilité. Le bruit de phase qu'il génère est en général négligé par rapport à celui généré au niveau des terminaux. Dans ce cas, $\theta(t)$ se réduit à $\theta_e(t)$ dans le cas d'une liaison montante et à $\theta_r(t)$ dans le cas d'une liaison descendante.

Ce signal est ensuite filtré par le filtre adapté à la forme d'onde de réponse impulsionnelle $g^*(-t)$ (où * désigne le complexe conjugué) :

$$y(t) = r(t) * g^*(-t) = (s(t)e^{j\theta(t)} + n(t)e^{j\theta_r(t)}) * g^*(-t) \quad (2.3)$$

$$y(t) = \left(\sum_{k=0}^{+\infty} x_k g(t - kT_s) e^{j\theta(t)} \right) * g^*(-t) + (n(t)e^{j\theta_r(t)}) * g^*(-t) \quad (2.4)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{+\infty} x_k g(u - kT_s) e^{j\theta(u)} g^*(u - t) du + \int_{-\infty}^{+\infty} n(u) e^{j\theta_r(u)} g^*(u - t) du \quad (2.5)$$

Puis le signal est échantillonné tous les intervalles de temps T_s . Après échantillonnage à l'instant kT_s , la variable de décision s'écrit :

$$y_k = y(kT_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k'=0}^{+\infty} x_{k'} g(u - k'T_s) e^{j\theta(u)} g^*(u - kT_s) du + \int_{-\infty}^{+\infty} n(u) e^{j\theta_r(u)} g^*(u - kT_s) du \quad (2.6)$$

2.2 Cas d'une impulsion rectangulaire

Dans un premier temps, nous considérons une impulsion de mise en forme rectangulaire de durée T_s . Cette impulsion est intéressante dans le cas d'un canal idéal à bande passante illimitée. Sa durée limitée permet de simplifier et d'accélérer les simulations, elle permet aussi de mener un certain nombre de calculs à terme et d'aboutir à des expressions analytiques exactes. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle elle est largement utilisée. Cependant, elle ne respecte pas le critère de Nyquist et introduit de l'interférence entre symboles dès que l'on considère un canal réel à bande limitée.

Dans ce cas, la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme $g(t)$ s'écrit :

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_s}} & \text{pour } t \in [0, T_s] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.7)$$

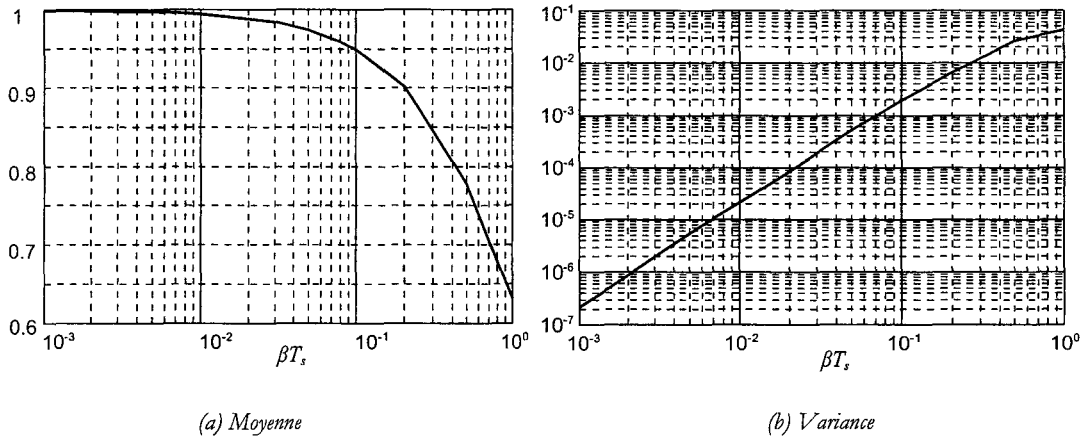


Figure 2.2 : Moyenne et variance du module de α_0 en fonction de βT_s ,

Lorsque la puissance du bruit de phase est forte, c'est à dire lorsque la probabilité que le déphasage soit supérieur à π est non négligeable, la distribution de α_0 se disperse sur le cercle unité et en conséquence l'atténuation moyenne croît d'abord très progressivement pour βT_s , compris entre 10^{-2} et 10^{-1} , puis plus rapidement jusqu'à atteindre 0,63 pour $\beta T_s = 1$. Dans le même temps la variance augmente de plus en plus rapidement avec βT_s , dans une proportion quasi-linéaire en échelle logarithmique.

Pour une puissance de bruit de phase faible, c'est à dire pour $\beta T_s < 10^{-2}$, le signal transmis n'est quasiment pas atténué. La variance du module étant très faible, on peut assimiler l'atténuation à une constante proche de 1. Notons que cette atténuation, qui entraîne une réduction du rapport signal sur bruit, est source d'erreur dans le cas d'une modulation d'amplitude.

Intéressons-nous à présent à l'argument du terme multiplicatif α_0 , donc au déphasage qui s'applique sur le symbole transmis. Sa moyenne est nulle, la figure 2.3 montre l'évolution de sa variance en fonction de βT_s . Dans le cadre d'une modulation de phase, ce déphasage a une répercussion importante sur les performances en terme de taux d'erreur binaire.

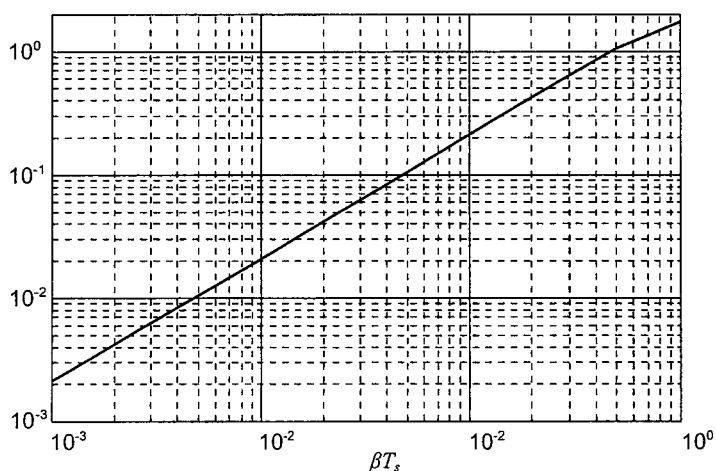


Figure 2.3 : Variance de l'argument du terme α_0 en fonction de βT_s ,

Le modèle de Wiener étant caractérisé par une variance croissante en fonction du temps, on observe naturellement une relation linéaire entre la variance du déphasage et βT_s . Pour $\beta T_s < 10^{-2}$, la rotation de phase reste très modérée (écart-type inférieur à 0,15).

2.2.1.2 Propriétés statistiques des parties réelle et imaginaire de α_0

Les moyennes et variances de la partie réelle $\alpha_{0\Re}$ et de la partie imaginaire $\alpha_{0\Im}$ de α_0 peuvent se calculer directement à partir des propriétés statistiques d'un processus de Wiener-Lévy.

$$E[\alpha_0] = E[\alpha_{0\Re}] + j E[\alpha_{0\Im}] = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{j\theta(t)}] dt \quad (2.15)$$

En faisant intervenir la fonction caractéristique de la variable aléatoire gaussienne $\theta(t)$, comme détaillé dans l'annexe B, la moyenne de α_0 s'écrit :

$$E[\alpha_0] = \frac{1 - e^{-\pi\beta T_s}}{\pi\beta T_s} \quad (2.16)$$

Par identification, on en déduit les moyennes de la partie réelle $\alpha_{0\Re}$ et de la partie imaginaire $\alpha_{0\Im}$ de α_0 :

$$\begin{aligned} E[\alpha_{0\Re}] &= \frac{1 - e^{-\pi\beta T_s}}{\pi\beta T_s} \\ E[\alpha_{0\Im}] &= 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Les variances sont définies par :

Chapitre 2 : Impulsion de mise en forme et bruit de phase

$$\begin{aligned} Var(\alpha_{0\Re}) &= E[\alpha_{0\Re}^2] - E[\alpha_{0\Re}]^2 \\ Var(\alpha_{0\Im}) &= E[\alpha_{0\Im}^2] - \underbrace{E[\alpha_{0\Im}]^2}_{=0} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Les puissances des parties réelle et imaginaire de α_0 s'écrivent :

$$E[\alpha_{0\Re}^2] = E\left[\frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \cos(\theta(t)) dt \int_0^{T_s} \cos(\theta(t')) dt'\right] \quad (2.19)$$

$$E[\alpha_{0\Im}^2] = E\left[\frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \sin(\theta(t)) dt \int_0^{T_s} \sin(\theta(t')) dt'\right] \quad (2.20)$$

En utilisant les formules d'Euler, les expressions deviennent :

$$E[\alpha_{0\Re}^2] = \frac{1}{4T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} \left(E[e^{j(\theta(t)+\theta(t'))}] + E[e^{-j(\theta(t)+\theta(t'))}] + E[e^{j(\theta(t)-\theta(t'))}] + E[e^{-j(\theta(t)-\theta(t'))}] \right) dt dt' \quad (2.21)$$

$$E[\alpha_{0\Im}^2] = \frac{-1}{4T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} \left(E[e^{j(\theta(t)+\theta(t'))}] + E[e^{-j(\theta(t)+\theta(t'))}] - E[e^{j(\theta(t)-\theta(t'))}] - E[e^{-j(\theta(t)-\theta(t'))}] \right) dt dt' \quad (2.22)$$

Comme précédemment, en faisant intervenir la fonction caractéristique, mais cette fois-ci des deux variables aléatoires gaussiennes $\theta(t)+\theta(t')$ et $\theta(t)-\theta(t')$, comme détaillé dans l'annexe B, on obtient :

$$E[\alpha_{0\Re}^2] = \frac{1}{12(\pi\beta T_s)^2} \left(e^{-4\pi\beta T_s} + 8e^{-\pi\beta T_s} + 12\pi\beta T_s - 9 \right) \quad (2.23)$$

$$E[\alpha_{0\Im}^2] = \frac{1}{12(\pi\beta T_s)^2} \left(-e^{-4\pi\beta T_s} + 16e^{-\pi\beta T_s} + 12\pi\beta T_s - 15 \right) \quad (2.24)$$

Finalement, les variances de $\alpha_{0\Re}$ et de $\alpha_{0\Im}$ s'écrivent :

$$Var(\alpha_{0\Re}) = \frac{1}{12(\pi\beta T_s)^2} \left(e^{-4\pi\beta T_s} - 12e^{-2\pi\beta T_s} + 32e^{-\pi\beta T_s} + 12\pi\beta T_s - 21 \right) \quad (2.25)$$

$$Var(\alpha_{0\Im}) = \frac{1}{12(\pi\beta T_s)^2} \left(-e^{-4\pi\beta T_s} + 16e^{-\pi\beta T_s} + 12\pi\beta T_s - 15 \right) \quad (2.26)$$

Les moyennes et variances des parties réelle et imaginaire du terme multiplicatif α_0 sont représentées sur la figure 2.4 en fonction de la largeur de bande normalisée βT_s .

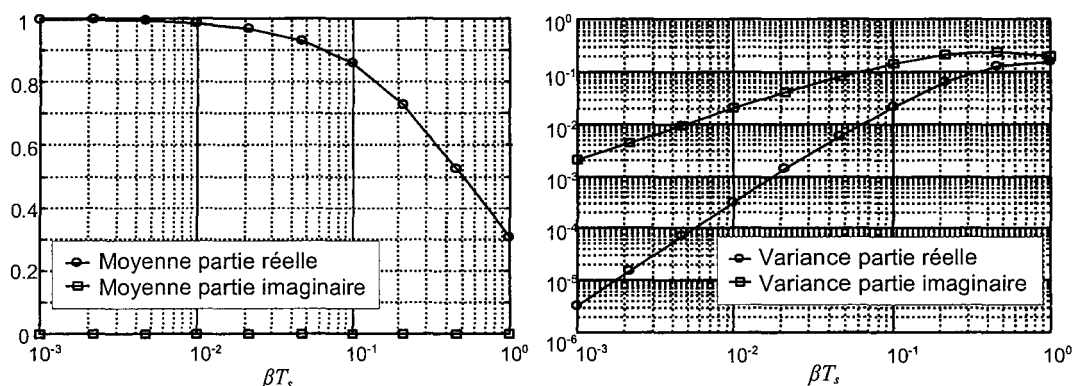


Figure 2.4 : Moyennes et variances des parties réelle et imaginaire du terme α_0 en fonction de βT_s ,

Pour des valeurs de βT_s , inférieures à 0,01, la moyenne de α_{0R} reste pratiquement égale à 1. Ensuite cette moyenne va diminuer, d'abord très progressivement entre 0,01 et 0,1, puis plus rapidement jusqu'à atteindre 0,3 pour $\beta T_s=1$. La distribution du bruit de phase étant paire, la moyenne de α_{0I} est nulle.

Pour des puissances de bruit de phase faible, la phase est approximativement distribuée sur l'axe imaginaire. En conséquence, la variance de α_{0R} est beaucoup plus faible que celle de α_{0I} . Pour une valeur de $\beta T_s=0,01$, la variance pour la partie imaginaire est de $2 \cdot 10^{-2}$, alors que pour la partie réelle, elle est égale à $3 \cdot 10^{-4}$. On peut en conclure que l'influence du terme multiplicatif en terme de rotation de phase sera nettement plus sensible si on emploie une modulation qui comporte une composante imaginaire. Pour βT_s , croissant, la variance augmente linéairement (en échelle logarithmique) avec le rapport βT_s .

2.2.1.3 Distribution des parties réelle et imaginaire de α_0

Dans le domaine des radiocommunications, le problème du bruit de phase est le plus souvent étudié sous l'hypothèse d'une faible variance du bruit de phase : $\sigma_{\theta(t)}^2 \ll 1$, ce qui permet d'utiliser l'approximation suivante : $e^{j\theta(t)} \approx 1 + j\theta(t)$ et de simplifier nettement l'étude statistique du terme multiplicatif α_0 qui s'écrit alors :

$$\alpha_0 = \alpha_{0R} + j\alpha_{0I} \approx 1 + j \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \theta(t) dt \quad (2.27)$$

Dans ce cas, la partie réelle α_{0R} est une constante égale à 1 et la partie imaginaire α_{0I} est une variable aléatoire gaussienne, issue du filtrage linéaire de la variable aléatoire gaussienne $\theta(t)$. Cependant cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée en pratique. Pour déterminer les propriétés statistiques dans le cas général, nous avons utilisé une approche numérique de façon à estimer les distributions des parties réelles et imaginaires de α_0 . Les figures 2.5 et 2.6 représentent les densités de probabilité obtenues pour différentes valeurs de βT_s .

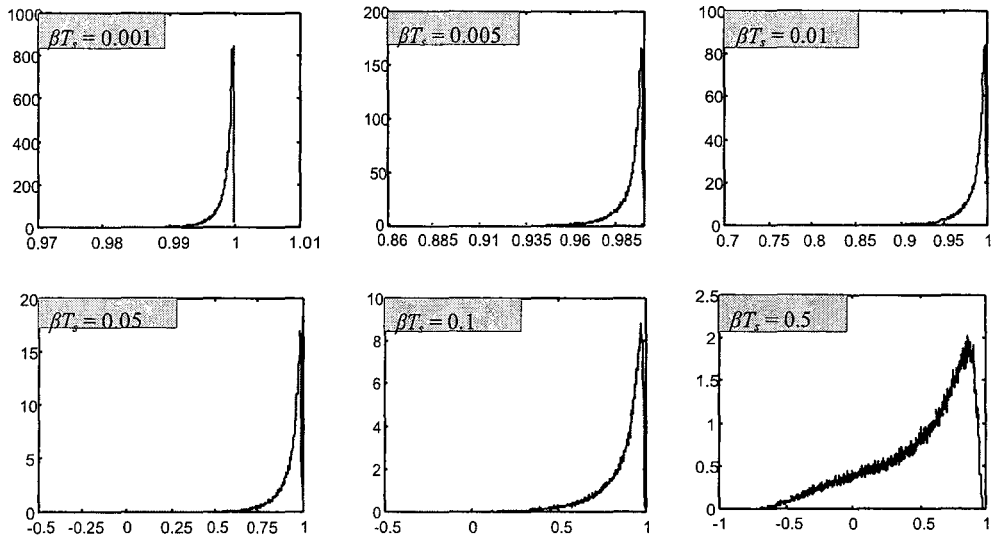


Figure 2.5 : Densités de probabilité empiriques de la partie réelle de a_0 pour différentes valeurs de βT_s ,

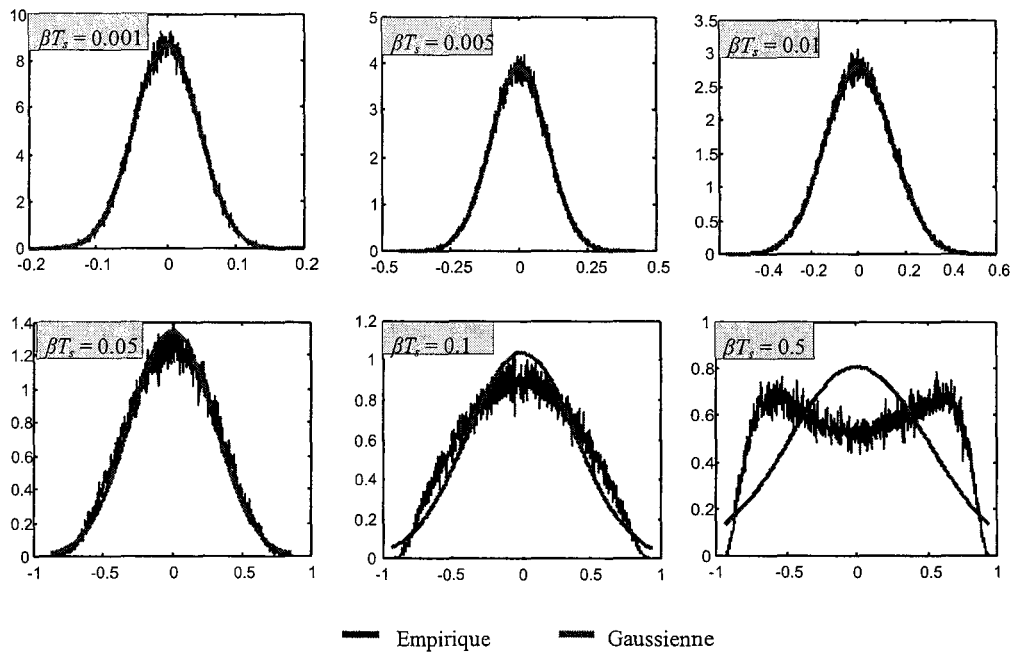


Figure 2.6 : Densités de probabilité empiriques de la partie imaginaire de α_0 pour différentes valeurs de βT_s . Comparaison avec la loi gaussienne de même moyenne et de même variance.

On constate que pour des valeurs faibles de βT_s , la densité de probabilité de la partie imaginaire de α_0 présente une forte similitude avec une loi gaussienne. Cependant nous avons vérifié qu'à partir de $\beta T_s > 0,02$, elle ne peut plus être assimilée à une gaussienne.

2.2.2 Performances

La démarche adoptée pour calculer la probabilité d'erreur à partir de la variable de décision y_k est décrite dans l'annexe C. Le taux d'erreur binaire est obtenu à partir des expressions établies dans cette annexe, dans lesquelles $\sigma^2 = \sigma_\eta^2$.

2.2.2.1 Performances du système dans le cas d'une modulation BPSK

La figure 2.7 représente la probabilité d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit exprimé sous la forme E_b/N_0 pour différentes valeurs de la largeur de bande normalisée βT_s . La courbe correspondant à la performance obtenue en l'absence de bruit de phase dans un canal AWGN est représentée en référence.

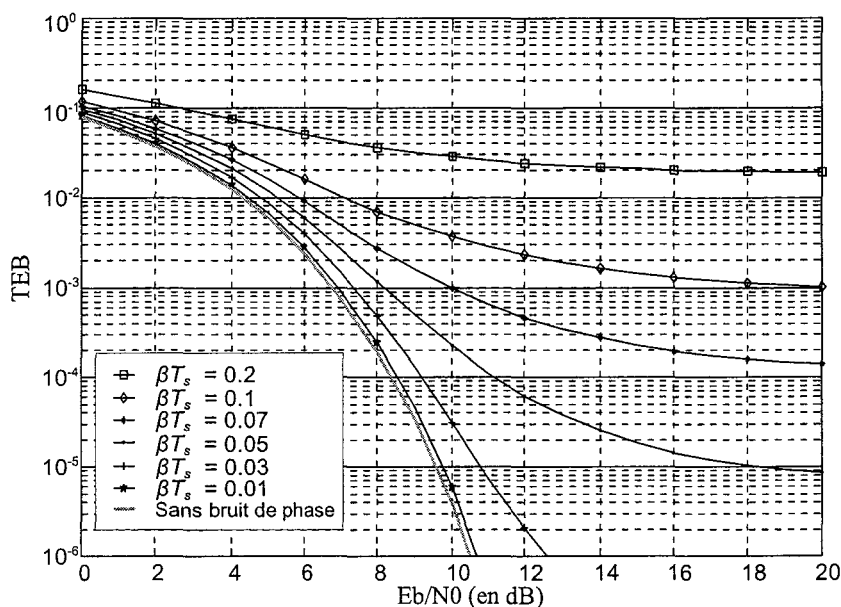


Figure 2.7 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de βT_s , (modulation BPSK)

Pour un faible E_b/N_0 , le bruit thermique domine, et la dégradation due au bruit de phase n'est pas très marquée. Lorsque E_b/N_0 augmente, on observe une nette différenciation des performances avec l'augmentation du rapport βT_s , la rotation appliquée au symbole par le terme α_0 étant de plus en plus importante. Notamment, la performance se dégrade nettement dès que $\beta T_s > 0,05$ avec l'apparition d'une asymptote verticale au niveau du TEB, qui spécifie les performances du système tenant compte uniquement du bruit de phase. En conséquence, suivant la puissance du bruit de phase, certaines valeurs de TEB ne peuvent être atteintes, ceci quelque soit E_b/N_0 . On peut préciser que le TEB dépasse 10^{-3} pour une valeur de βT_s supérieure ou égale à 0,1. Comparée aux modulations QPSK et 16-QAM, nous verrons que la modulation BPSK présente une bonne résistance au bruit de phase dans ce cas de figure.

2.2.2.2 Performances du système dans le cas de l'emploi d'une modulation QPSK et 16-QAM

Nous nous intéressons à présent à l'évaluation des performances du système pour des modulations d'ordre plus élevé. A titre de comparaison, la figure 2.8 présente les performances des modulations BPSK, QPSK et 16-QAM avec une impulsion rectangulaire en présence de bruit de phase, pour plusieurs valeurs de βT_s . Le cas d'une transmission sans bruit de phase dans un canal AWGN est représenté en référence.

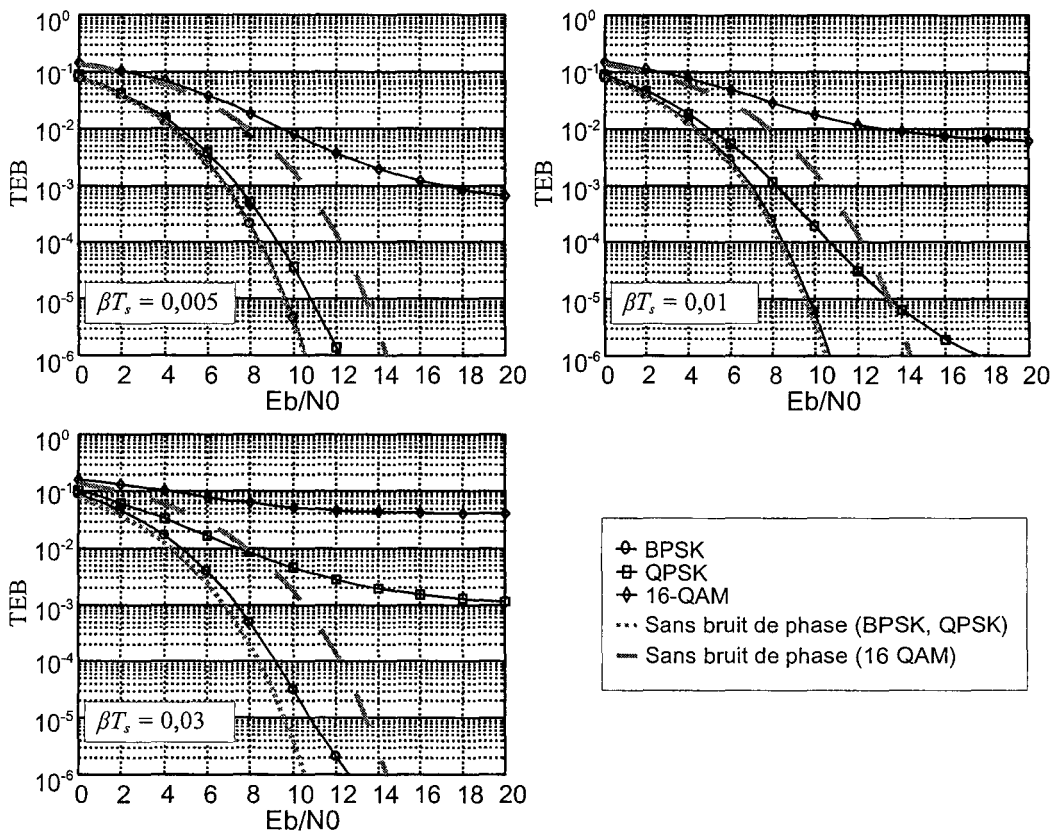


Figure 2.8 : TEB obtenu en fonction du rapport E_b/N_0 avec différentes modulations (BPSK, QPSK, 16-QAM) pour $\beta T_s \in \{0,005 ; 0,01 ; 0,03\}$, et une impulsion rectangulaire

Par comparaison avec la modulation BPSK, on constate qu'avec la modulation QPSK, les performances se dégradent nettement pour un niveau plus faible de bruit de phase. La modulation QPSK est en effet plus sensible que la modulation BPSK à la rotation de phase engendrée par le terme multiplicatif, du fait d'un domaine de décision plus réduit entre les symboles. Cela se traduit par une apparition d'un seuil de performances au niveau du TEB de 10^{-3} dès $\beta T_s = 0,03$, alors que la modulation BPSK reste peu affectée pour cette même valeur de βT_s .

Cette sensibilité au terme multiplicatif α_0 s'accroît encore lorsqu'on augmente l'ordre de la modulation (16-QAM) : en effet, dans ce cas, la modulation est non seulement sensible à la rotation appliquée sur le symbole, mais également à l'atténuation. De plus, le domaine de décision devient plus étroit. Par conséquent, on observe un seuil de performance de 10^{-3} pour cette modulation pour $\beta T_b > 0,005$: la transmission est donc fortement perturbée.

2.3 Cas de l'impulsion RRC

Dans le paragraphe précédent, nous avons supposé la transmission d'impulsions rectangulaires et un canal idéal à bande passante illimitée. Ces hypothèses nous ont permis d'établir un certain nombre de résultats statistiques de façon analytique. Cependant, dans la pratique, les canaux de communication ont une bande passante limitée et par conséquent les impulsions temporelles sont de support infini. Cette propriété est à l'origine de l'interférence entre symboles (ISI : Inter Symbol Interference en anglais) dont la puissance dépend de la forme de l'impulsion, de l'échantillonneur et de la récupération de rythme que nous considérons parfaite dans ce travail.

Pour une transmission sans ISI dans un canal AWGN à bande limitée, la mise en cascade de l'impulsion de mise en forme à l'émission et du filtre adapté à cette impulsion à la réception doit vérifier le critère de Nyquist. La famille de filtres la plus connue satisfaisant ce critère est la famille des filtres en racine de cosinus surélevé (RRC : Root Raised Cosine en anglais).

Ce critère ne tient pas compte des imperfections de synchronisation en temps et en phase du système. En ce qui nous concerne, l'existence d'un bruit de phase à l'émission et à la réception est à l'origine d'interférence entre symboles qui dégrade les performances du système.

Dans cette partie, nous proposons une étude de l'influence du filtrage de mise en forme, que l'on suppose de type RRC, sur les effets du bruit de phase et les performances du système ainsi qu'une comparaison avec les résultats obtenus lors de la transmission d'impulsions rectangulaires. Peu de travaux portent sur ce sujet :

- Dans le domaine des communications optiques, les auteurs de [Fosc88] considèrent une impulsion rectangulaire à l'émission et un filtre de réponse impulsionnelle rectangulaire à la réception. Dans [Fosc89], ils examinent le cas où des filtres passe-bande plus réalistes sont utilisés au niveau du récepteur, et étudient l'impact du filtrage effectué en réception sur la distribution du terme multiplicatif α_0 . Mais les filtres considérés dans la liaison par fibre optique (filtre RC, filtre RC du second ordre et filtre de Butterworth du second ordre) sont différents des filtres de Nyquist utilisés dans le domaine des radiocommunications. De plus, ces filtres ne sont pas partagés entre l'émission et la réception contrairement aux filtres de Nyquist. Il n'est donc pas évident de transposer ces résultats au domaine des communications sans fil.

(2.29)), le signal peut s'écrire sous la forme :

$$y_k = \alpha_k(0) x_k + x_{ISI} + \eta_k \quad (2.30)$$

Avec :

$$\alpha_k(m) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t - (k+m)T_s) g^*(t - kT_s) e^{j\theta(t)} dt, \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad (2.31)$$

$$x_{ISI} = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{+\infty} x_r \alpha_k(r-k) \quad (2.32)$$

$$\eta_k = \int_{-\infty}^{+\infty} n(t) g^*(t - kT_s) e^{j\theta(t)} dt \quad (2.33)$$

L'expression (2.30) met en évidence trois termes de distorsion :

- Le premier terme $\alpha_k(0)$ est un terme analogue au terme multiplicatif complexe décrit dans le paragraphe 2.2. Il introduit une atténuation et un déphasage du symbole utile transmis x_k .
- Le deuxième terme est un terme additif x_{ISI} qui provient de la contribution des symboles adjacents, il s'agit donc d'une interférence entre symboles. Notons que dans le cas d'une impulsion rectangulaire, le terme d'ISI est nul puisque deux symboles successifs ne se recouvrent pas.
- Le troisième terme η_k correspond au bruit blanc additif gaussien. Le bruit de phase introduit une rotation de phase aléatoire de chaque échantillon de bruit complexe. Le bruit AWGN conserve ses caractéristiques statistiques, pour les mêmes raisons que celles évoquées dans le paragraphe 2.2 : il reste blanc et gaussien de même variance.

Pour quantifier l'influence de l'impulsion sur les effets du bruit de phase, il faut étudier les deux premiers termes de distorsion qui dépendent à la fois du niveau de bruit de phase et de la forme de l'impulsion de mise en forme choisie. En introduisant la réponse impulsionnelle dans la chaîne, les calculs deviennent très compliqués. Pour cette raison, nous aurons recours à des simulations pour étudier les propriétés statistiques de ces deux termes.

Dans le cas d'un filtre RRC, les paramètres caractéristiques de l'impulsion sont le facteur de rolloff α , le suréchantillonnage η et la longueur du filtre T . Les impulsions RRC ont été choisies avec un taux d'échantillonnage $\eta = 32$ et une longueur de troncature $T = 12 T_r$. Nous avons vérifié que ces valeurs sont suffisantes pour garantir une bonne évaluation des performances du système.

2.3.2 Propriétés statistiques du terme multiplicatif $\alpha_k(0)$

Nous nous intéressons ici aux propriétés statistiques du terme multiplicatif $\alpha_k(0)$ défini par :

$$\alpha_k(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} |g(t - kT_s)|^2 \cdot e^{j\theta(t)} dt \quad (2.34)$$

2.3.2.1 Module et argument de $\alpha_k(0)$

La figure 2.10 représente l'évolution de la moyenne et de la variance de $\alpha_k(0)$, donc de l'atténuation subie par le symbole transmis, en fonction de la largeur de bande normalisée βT_s , dans le cas d'un filtre RRC (pour différentes valeurs de α) et dans le cas d'une impulsion rectangulaire pour comparaison.

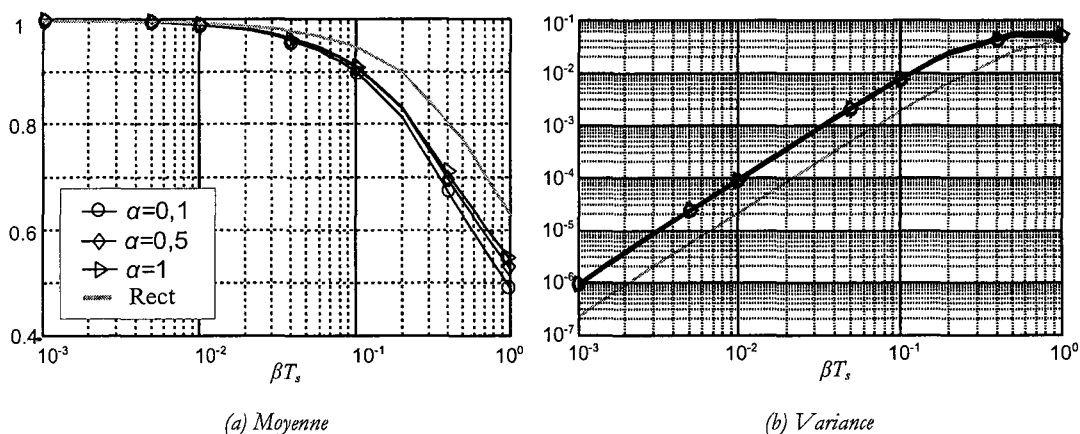


Figure 2.10 : Moments d'ordre 1 et 2 du module de $\alpha_k(0)$ en fonction de βT_s ,

La figure montre que pour $\beta T_s < 10^{-2}$, le signal n'est quasiment pas atténué. La variance du module étant très faible, on peut assimiler l'atténuation à une constante proche de 1 quelle que soit l'impulsion de mise en forme employée. Lorsque $\beta T_s > 10^{-2}$, l'atténuation moyenne croît avec βT_s . Dans le même temps la variance augmente. A partir de $\beta T_s > 10^{-1}$, on constate une différence suivant la valeur du facteur de rolloff : plus α est grand, plus l'atténuation moyenne est faible car l'aire du lobe central de la réponse impulsionnelle du filtre RRC est plus importante (donc contient plus d'énergie). Dans le cas d'une impulsion rectangulaire, les courbes suivent une évolution similaire. Cependant la moyenne et la variance de l'atténuation sont nettement plus faibles car l'impulsion rectangulaire contient plus d'énergie que le lobe central d'une impulsion de type RRC.

Intéressons-nous à présent à l'argument du terme multiplicatif $\alpha_k(0)$, donc au déphasage qui affecte le symbole transmis. La figure 2.11 montre l'évolution de sa variance en fonction de βT_s , dans le cas d'un filtre RRC (pour différentes valeurs de α) et dans le cas d'une impulsion rectangulaire. Dans le cadre d'une modulation de phase, ce déphasage aura une répercussion importante sur les performances en terme de TEB.

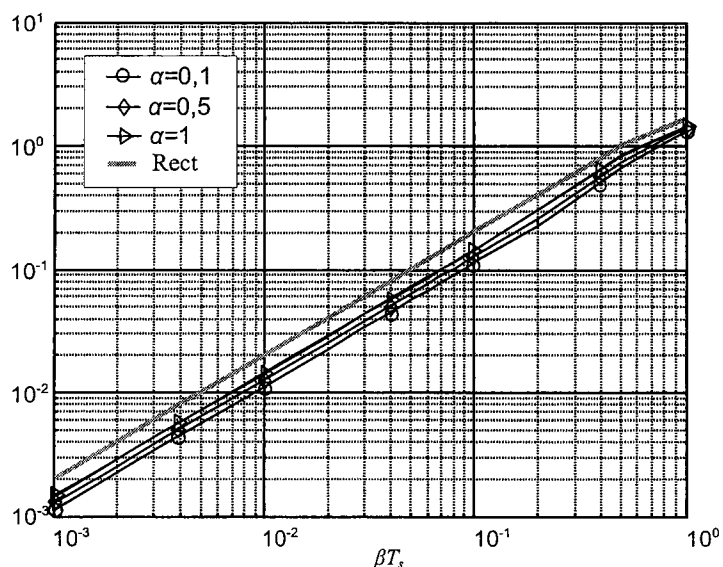


Figure 2.11 : Variance de l'argument du terme multiplicatif $\alpha_k(0)$ en fonction de βT_s .

Globalement on observe une relation quasi-linéaire entre la variance du déphasage et βT_s , ce qui est cohérent avec la nature du bruit de phase. Les courbes montrent par ailleurs une différence en fonction de α : le déphasage est un peu moins important pour des valeurs de α plus petites. Cette différence reste cependant assez limitée (40% d'augmentation environ entre les variances des courbes $\alpha=0,1$ et $\alpha=1$, pour un même βT_s). Pour $\beta T_s > 0,5$, cette différence tend à se réduire.

L'impulsion rectangulaire quant à elle mène à une plus grande variance du déphasage que le filtre RRC (environ 100 à 150% d'augmentation selon le paramètre de rolloff considéré). La fonction rectangulaire étant plus "dispersée" sur un temps symbole que les impulsions RRC et la variance du bruit de phase étant croissante dans le temps, les impulsions les moins sensibles au bruit de phase sont celles qui s'évanouissent le plus rapidement.

Dans le cas d'une modulation de phase, on peut s'attendre à de moins bonnes performances lorsqu'une impulsion rectangulaire est utilisée à cause de ce déphasage. On peut donc en déduire que le choix de l'impulsion influence les performances du système.

2.3.2.2 Parties réelle et imaginaire de $\alpha_k(0)$

Nous nous intéressons à présent à l'étude des parties réelle et imaginaire du terme multiplicatif $\alpha_k(0)$. Dans un premier temps, nous examinons l'évolution de leurs moyennes en fonction de la bande normalisée βT_s . Nous avons placé à titre de comparaison les courbes obtenues pour l'impulsion rectangulaire.

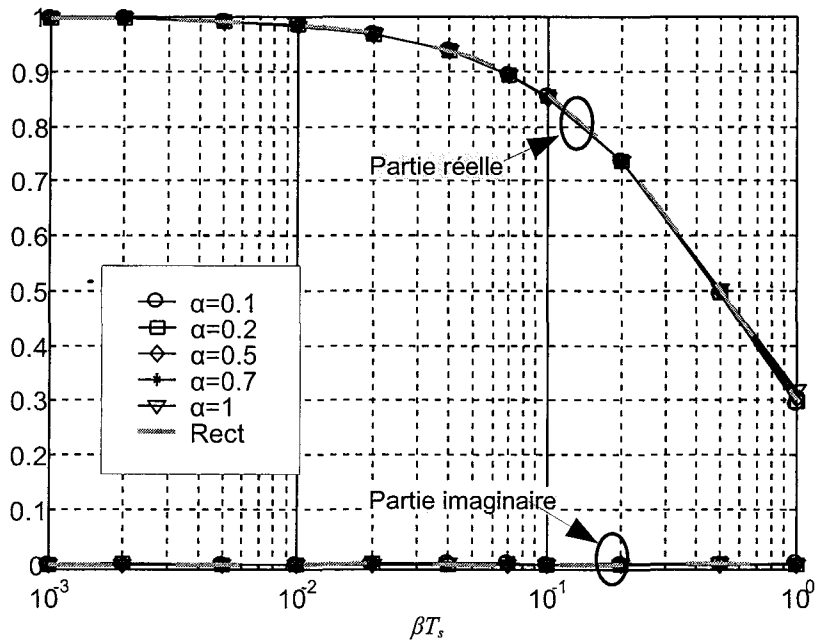


Figure 2.12 : Evolution de la moyenne des parties réelle et imaginaire du terme multiplicatif

Les moyennes obtenues pour les différentes impulsions RRC sont identiques à la moyenne observée pour l'impulsion rectangulaire. Les commentaires sur leur évolution sont identiques au cas de l'impulsion rectangulaire (paragraphe 2.2.1.1).

En ce qui concerne les variances des parties réelle et imaginaire, la figure 2.13 montre leur évolution en fonction de βT_s , pour les mêmes impulsions de mise en forme que précédemment.

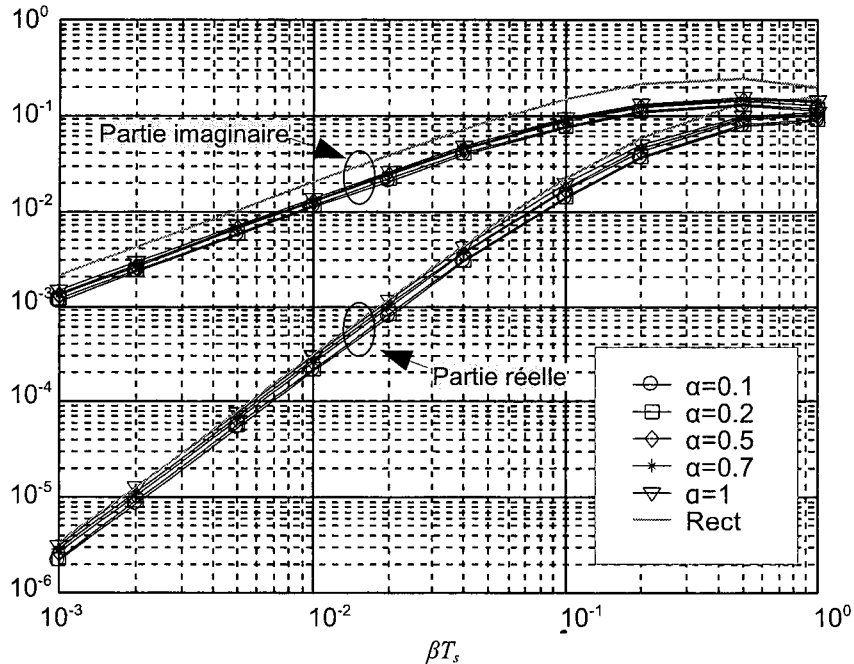


Figure 2.13 : Variance des parties réelle et imaginaire du terme multiplicatif

Cette fois-ci, les courbes correspondant aux filtres RRC sont différentes suivant la taille du paramètre α choisi. Plus α est grand, plus les variances des parties réelle et imaginaire sont importantes. Ceci s'explique par le fait que la partie centrale de la réponse impulsionnelle du filtre RRC contient de plus en plus d'énergie à mesure que le facteur de rolloff augmente. D'après l'équation (2.34), qui indique que le terme $\alpha_k(0)$ provient de l'intégration du bruit de phase par le module au carré de l'expression temporelle de l'impulsion de mise en forme, cette partie centrale constitue la plus grande contribution dans la pondération. De plus, on constate une nette différence entre le niveau de puissance de la partie imaginaire et de la partie réelle, ce qui confirme le constat effectué lors de l'étude de l'argument du terme multiplicatif : l'influence de ce dernier sera plus grande si on emploie une modulation qui comporte une composante imaginaire.

Les parties réelle et imaginaire de l'impulsion rectangulaire présentent quant à elles une variance plus importante que celles de tout filtre RRC, du fait que ce type d'impulsion concentre toute son énergie dans une seule période.

2.3.3 Propriétés statistiques du terme d'ISI

Après le terme multiplicatif, nous étudions le terme additif x_{ISI} correspondant à l'interférence entre symboles, autrement dit à la contribution de tous les symboles voisins du symbole détecté à l'instant kT_s :

$$x_{ISI} = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{+\infty} x_r \alpha_k(r-k) \quad (2.35)$$

Avec :

$$\alpha_k(r-k) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t-rT_s) g^*(t-kT_s) e^{j\theta(t)} dt \quad \forall r, k \in \mathbb{Z} \quad (2.36)$$

Les coefficients de pondération complexes $\alpha_k(r-k)$ appliqués aux symboles interférents x_r dépendent du bruit de phase qui affecte l'oscillateur et de l'écart $(r-k)$ entre le symbole détecté k et les autres symboles du système OFDM. Ainsi $\alpha_k(1)$ et $\alpha_k(-1)$ pondèrent la contribution des deux symboles directement voisins du symbole considéré.

La puissance de l'ISI dépend de l'impulsion de mise en forme et du niveau de bruit de phase. Puisque les symboles x_r sont des variables aléatoires centrées, indépendantes et de puissance unité dans le cas d'une modulation de phase, la moyenne et la variance du terme d'ISI sont :

$$E[x_{ISI}] = 0 \quad (2.37)$$

et

$$\sigma_{ISI}^2 = E[|x_{ISI}|^2] = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{+\infty} E[|\alpha_k(r-k)|^2] \quad (2.38)$$

La figure 2.14 montre l'évolution de la puissance des coefficients de pondération complexes ($\alpha_k(1), \alpha_k(2), \dots, \alpha_k(7)$) qui représentent la contribution des sept plus proches voisins du symbole détecté en fonction de βT_s , pour deux valeurs de rolloff $\alpha=0,1$ et $\alpha=1$.

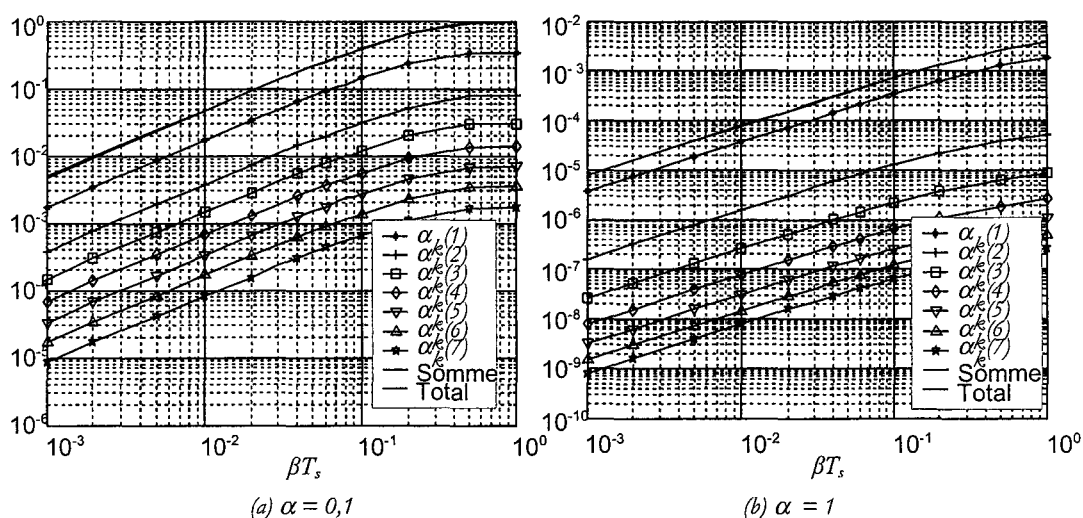


Figure 2.14 : Puissance des composantes $\alpha_k(i)$ contribuant à l'ISI en fonction de βT_s

Chapitre 2 : Impulsion de mise en forme et bruit de phase

On observe l'existence d'une relation linéaire, suivant une échelle logarithmique, entre la puissance des coefficients et βT_s , pour $\beta T_s < 0,1$. Remarquons que la contribution la plus significative provient des symboles les plus proches, en particulier les premiers et deuxièmes voisins. La contribution diminue de façon plus graduelle pour les voisins plus distants. Plus précisément, peu de composantes $\alpha_k(i)$ ont une contribution significative vis-à-vis de l'ISI; la plus grande partie de l'interférence vient des 6 plus proches voisins pour $\alpha=0,1$ et des 2 plus proches voisins pour $\alpha=1$. Cela s'explique par le fait que l'amplitude des lobes secondaires est plus importante quand la valeur du facteur de roll-off diminue.

La puissance du terme d'ISI dérive de la puissance de ces coefficients de pondération. La figure 2.15 représente cette puissance en fonction de βT_s , pour différentes valeurs du facteur de rolloff. Comme indiqué précédemment, un système utilisant une impulsion rectangulaire ne fait pas apparaître d'ISI.

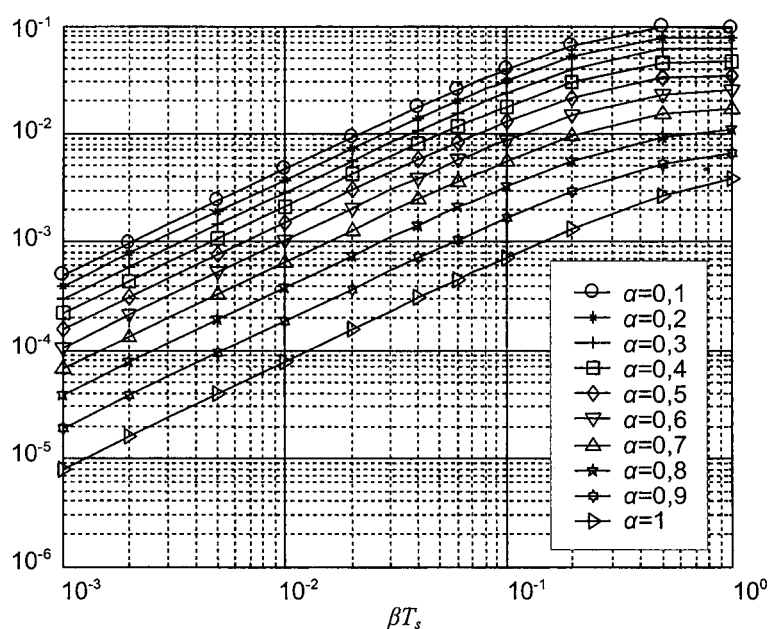


Figure 2.15 : Puissance du terme d'ISI en fonction de βT_s , pour des impulsions de type RRC

La puissance de l'ISI augmente de manière significative avec βT_s . La figure 2.15 indique une différence notable selon la valeur du paramètre α . La puissance de l'ISI est d'autant plus forte que le facteur de rolloff est petit. Ces résultats sont cohérents, car lorsque α diminue, l'énergie contenue dans les lobes secondaires est plus importante. Le recouvrement est donc plus marqué et la contribution des symboles adjacents est plus significative.

2.3.4 Performances

L'analyse précédente indique que les paramètres de l'impulsion de mise en forme choisie ont une influence sur la dégradation introduite par le bruit de phase. Le terme multiplicatif est d'autant moins perturbé (en variance) que le facteur de rolloff α est petit, mais cette amélioration s'obtient au détriment de l'ISI, qui augmente dans ce cas de façon notable. Nous proposons dans cette partie d'examiner les performances en fonction de la modulation employée. Nous procédons de la façon suivante :

- Pour chaque modulation, une première figure représente les performances de la transmission dont nous avons artificiellement supprimé le terme d'ISI. Cela nous permet donc d'isoler l'effet du terme multiplicatif et de constater la dégradation engendrée en fonction de l'impulsion employée et du rapport βT_r .
- Ensuite, nous présentons les performances du système obtenues en intégrant l'ISI, et donc correspondant aux performances réelles. On peut ainsi estimer l'impact du terme d'ISI sur la transmission, toujours en fonction de l'impulsion de mise en forme employée et du rapport βT_r .

Toutes les courbes ont été obtenues par simulation complète de la chaîne de transmission. Pour plus de lisibilité, nous avons choisi de représenter 5 types d'impulsions RRC, dont les facteurs de rolloff sont les suivants $\alpha = [0,1 \ 0,2 \ 0,5 \ 0,7 \ 1]$.

2.3.4.1 Cas de la modulation BPSK

La figure 2.16 montre les performances du système pour 3 valeurs du rapport βT_r , et différentes impulsions de mise en forme, en fonction du rapport E_b/N_0 , en considérant un système sans ISI (figure 2.16.a) et avec ISI (Figure 2.16.b).

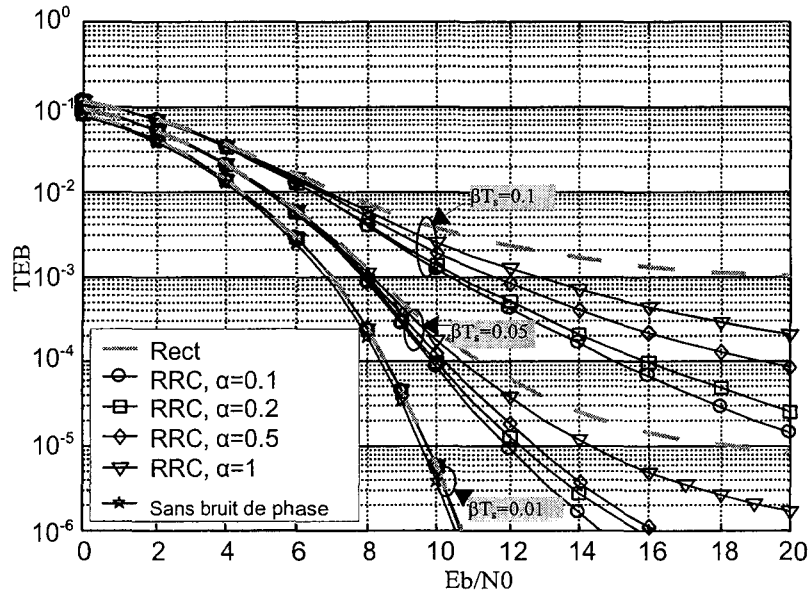


Figure 2.16.a : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes impulsions de mise en forme et différentes valeurs de β_T , (modulation BPSK, sans ISI)

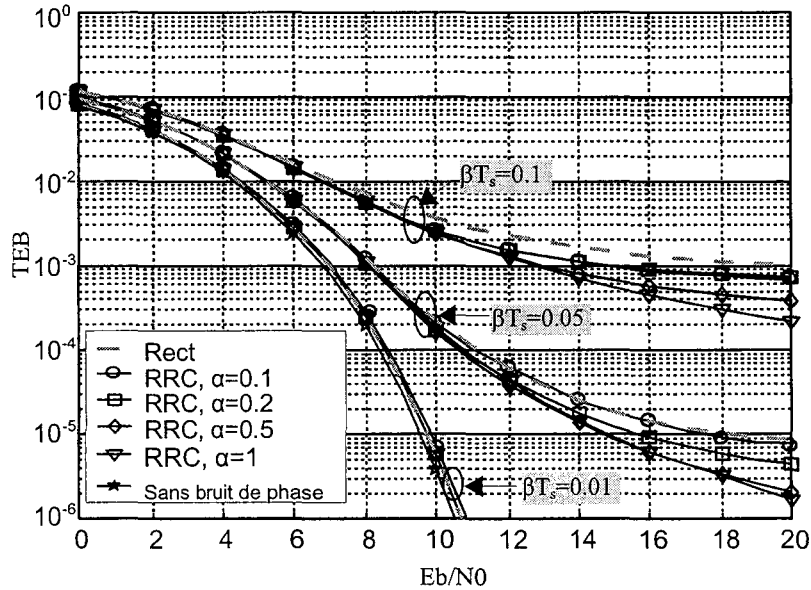


Figure 2.16.b : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes impulsions de mise en forme et différentes valeurs de β_T , pour la modulation BPSK

Dans le cas d'un faible bruit de phase ($\beta_T=0,01$), les courbes de la figure 2.16.a sont toutes confondues : le facteur de rolloff n'a pas d'influence sur les performances du système. Lorsque le terme d'ISI est pris en compte (figure 2.16.b), on ne constate pas de

Chapitre 2 : Impulsion de mise en forme et bruit de phase

changement, les courbes restent toujours confondues : ici l'impulsion de mise en forme n'a aucune influence sur les performances du système (pour les valeurs de TEB considérées).

Lorsque βT , augmente, on constate une différence entre les courbes qui a tendance à s'accroître en l'absence d'ISI : les performances du système sont meilleures lorsque le facteur de rolloff est petit. Ce résultat est logique au vu de la figure 2.13 qui montre que plus α est petit, plus la variance du terme multiplicatif est faible. Dans ce cas, la courbe correspondant à l'emploi de l'impulsion rectangulaire se trouve au dessus de toutes les autres, du fait d'une plus grande variance du terme multiplicatif que dans le cas de toutes les impulsions RRC. La figure 2.16.b montre qu'en présence du terme additif d'ISI, la tendance s'inverse au niveau des performances pour les impulsions RRC : plus α est petit, plus les performances seront dégradées. L'ISI joue un rôle important sur les résultats selon l'impulsion RRC employée. Notons que la courbe obtenue pour $\alpha=1$ reste inchangée avec ou sans ISI quelque soit la valeur de βT , considérée : dans ce cas, la puissance de l'ISI est plus faible et donc l'ISI ne contribue pas à la dégradation des performances.

2.3.4.2 Cas de la modulation QPSK

Comme pour la modulation BPSK, la figure 2.17 montre les performances du système pour 3 valeurs de βT , et différentes impulsions de mise en forme, en fonction du rapport E_b/N_0 , en considérant un système sans ISI (figure 2.17.a) et avec ISI (Figure 2.17).

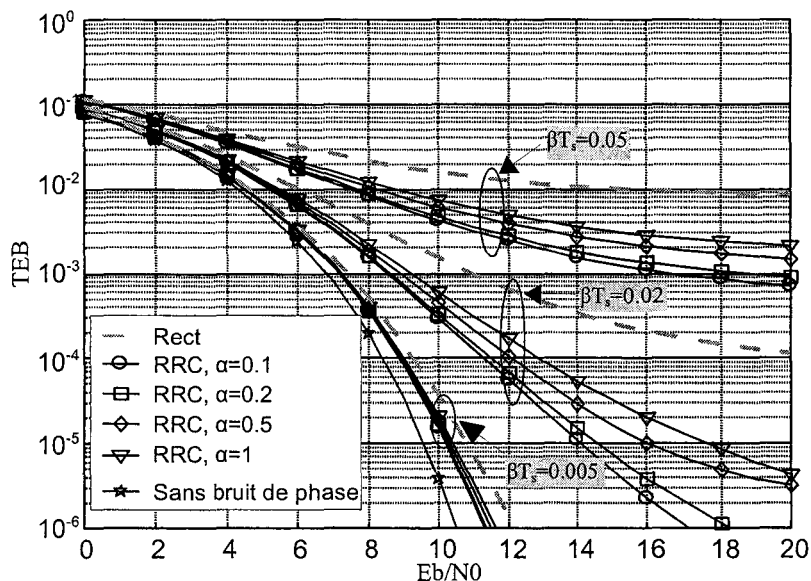


Figure 2.17.a :TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes impulsions de mise en forme et différentes valeurs de βT , (modulation QPSK, sans ISI)

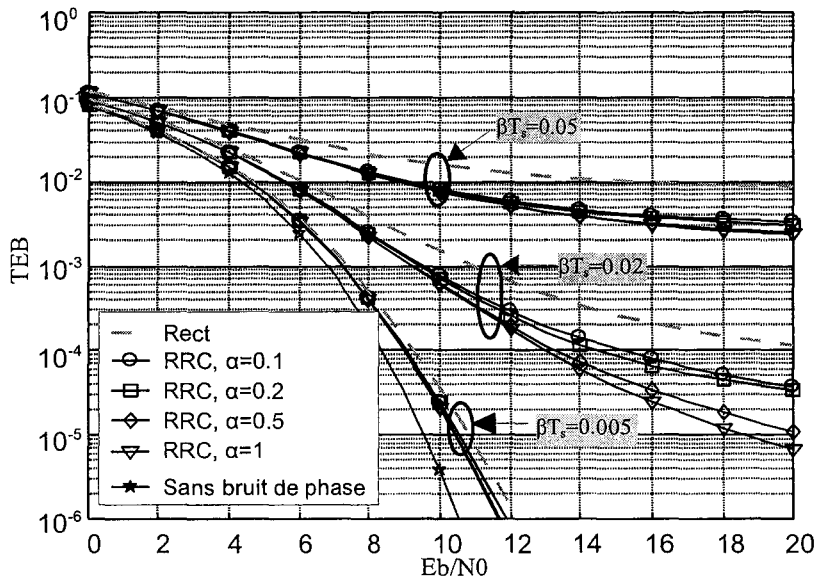


Figure 2.17.b : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes impulsions de mise en forme et différentes valeurs de βT_r , pour la modulation QPSK

Lorsque βT_r présente des valeurs faibles en regard de la modulation utilisée (i.e courbes pour $\beta T_r=0,005$), on constate des performances différentes en fonction du α considéré, dans le cas où seul le terme $\alpha_k(0)$ est pris en compte (Figure 2.17.a). Plus le facteur de rolloff α est grand, plus la différence est accentuée. Contrairement à la modulation BPSK, la probabilité d'erreur fait intervenir ici la partie imaginaire du terme multiplicatif. D'après la figure 2.13, les valeurs prises par la variance de la partie imaginaire de ce terme sont sensiblement plus fortes que pour la partie réelle, ce qui explique l'apparition de différences au niveau des performances en fonction du paramètre de rolloff de l'impulsion. Le terme multiplicatif a un effet perturbateur plus important en QPSK.

Lorsqu'on prend en compte la totalité des perturbations dues au bruit de phase (figure 2.17.b), les variations au niveau des performance sont plus faibles et s'inversent. Comme en BPSK, plus α est petit, plus les performances du système sont dégradées. Même si le rôle du terme multiplicatif est plus important ici, la contribution de l'ISI est comparativement encore plus importante.

Dans les deux cas de figure (en considérant ou non l'influence de l'ISI dans le système), l'utilisation d'une impulsion rectangulaire aboutit à des performances moins bonnes. La variance de la partie imaginaire de $\alpha_k(0)$ pour cette impulsion est en effet significativement plus élevée que pour toutes les impulsions de type RRC.

2.3.4.3 Cas de la modulation 16-QAM

La figure 2.18 représente les performances du système pour 3 valeurs de βT_s , et différentes impulsions de mise en forme, en fonction du rapport E_b/N_0 , en considérant un système sans ISI (figure 2.18.a) et avec ISI (figure 2.18.b).

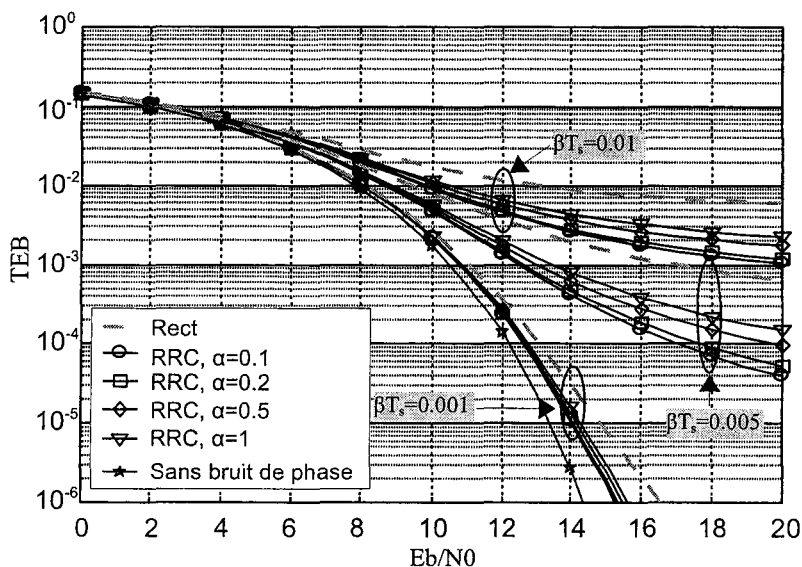


Figure 2.18.a : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes impulsions de mise en forme et différentes valeurs de βT_s (modulation 16-QAM, sans ISI)

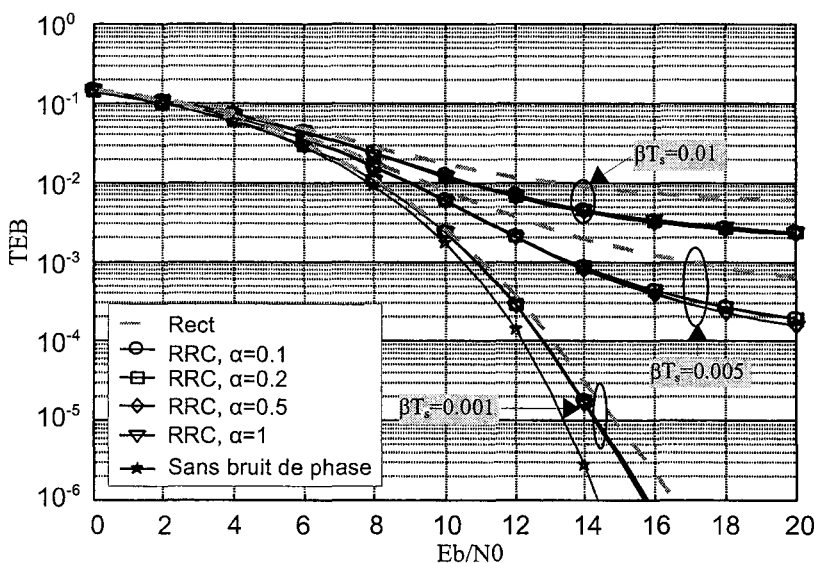


Figure 2.18.b : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes impulsions de mise en forme et différentes valeurs de βT_s , pour la modulation 16-QAM

La figure 2.18.a montre que pour de faibles valeurs du rapport βT_r , on observe des variations importantes des performances en fonction de l'impulsion de mise en forme utilisée. Le domaine de décision étant réduit, la 16-QAM est sensible à la fois au déphasage et à l'atténuation introduite par $\alpha_k(0)$: l'influence du terme multiplicatif est importante sur ce type de modulation.

En revanche, la figure 2.18.b montre très peu de différences entre les courbes de performances, quelque soit le rapport βT_r , considéré. Seul le cas $\beta T_r=0,005$ montre une très légère amélioration des performances en utilisant une impulsion avec un α grand. L'ISI conserve une influence sensible sur les résultats.

L'impulsion rectangulaire reste dans tous les cas l'impulsion présentant les performances les moins bonnes. Ceci est dû à sa plus grande sensibilité à l'influence du terme multiplicatif (atténuation et déphasage), qui est plus forte pour la modulation 16-QAM.

2.4 Synthèse et comparaison des résultats

En guise de synthèse, nous proposons ici un résumé des effets du bruit de phase sur une transmission monoporteuse selon l'impulsion de mise en forme employée. Le tableau 2.1 indique la dégradation du rapport E_b/N_0 par le bruit de phase pour un TEB de 10^{-3} , lors de l'emploi de 5 impulsions différentes : l'impulsion rectangulaire et 4 filtres RRC (avec $\alpha=[0,1 \ 0,2 \ 0,5 \ 1]$). Les résultats sont donnés en fonction du rapport βT_r , et de la modulation employée (BPSK, QPSK et 16 QAM).

MODULATION BPSK					
βT_r	Type d'impulsion				
	Rect	RRC, $\alpha=0,1$	RRC, $\alpha=0,2$	RRC, $\alpha=0,5$	RRC, $\alpha=1$
0,03	0,7 dB	0,7 dB	0,65 dB	0,6 dB	0,6 dB
0,05	1,7 dB	1,5 dB	1,4 dB	1,35 dB	1,35 dB
0,07	3,15 dB	2,8 dB	2,55 dB	2,45 dB	2,45 dB
0,08	4,6 dB	3,75 dB	3,5 dB	3,35 dB	3,35 dB
0,09	7,05 dB	5,45 dB	5,15 dB	4,65 dB	4,55 dB
0,1	>9 dB	9 dB	7,75 dB	6,45 dB	6,15 dB

MODULATION QPSK					
βT_s	Type d'impulsion				
	Rect	RRC, $\alpha=0,1$	RRC, $\alpha=0,2$	RRC, $\alpha=0,5$	RRC, $\alpha=1$
0,001	0,1 dB	0,1 dB	0,05 dB	0,05 dB	0,05 dB
0,002	0,3 dB	0,35 dB	0,2 dB	0,2 dB	0,2 dB
0,005	0,55 dB	0,65 dB	0,45 dB	0,45 dB	0,45 dB
0,01	1,4 dB	1,25 dB	0,95 dB	0,95 dB	0,95 dB
0,02	4,2 dB	2,95 dB	2,65 dB	2,45 dB	2,45 dB
0,03	>9 dB	6,5 dB	5,75 dB	5,25 dB	5,25 dB
0,04	>9 dB	>9 dB	>9 dB	8,75 dB	7,75 dB

MODULATION 16-QAM					
βT_s	Type d'impulsion				
	Rect	RRC, $\alpha=0,1$	RRC, $\alpha=0,2$	RRC, $\alpha=0,5$	RRC, $\alpha=1$
0,001	0,55 dB	0,45 dB	0,4 dB	0,4 dB	0,4 dB
0,002	1,3 dB	1 dB	0,9 dB	0,8 dB	0,8 dB
0,003	2,3 dB	1,6 dB	1,5 dB	1,4 dB	1,4 dB
0,005	6,55 dB	3,5 dB	3,2 dB	3 dB	3 dB
0,007	>9 dB	7,5 dB	6,95 dB	6,35 dB	6,35 dB

Tableau 2.1 : Pénalité (en dB) en termes de E_b/N_0 pour différentes valeurs de βT_s , pour atteindre un TEB de 10^{-3} pour différents types de modulation et d'impulsions de mise en forme

2.4.1 Caractéristiques globales

A débit symbole constant $D_s=1/T_s$, on peut dire que l'influence globale du bruit de phase augmente avec deux paramètres :

- Le rapport βT_s : Lorsque la largeur de bande à -3 dB de l'oscillateur notée β augmente, l'impact en terme de dégradation augmente. Pour chaque cas de figure, il est possible de définir un seuil de βT_s , pour lequel les performances sont peu affectées par le bruit de phase. Au-delà de ce seuil, un niveau d'ISI élevé (pour les impulsions RRC uniquement) associé à une rotation et une atténuation fortes du symbole détecté entraîne une dégradation importante des performances.

- La taille de l'alphabet de modulation $M=2^m$: on constate qu'augmenter l'ordre de la modulation accentue la sensibilité du système au phénomène de bruit de phase. En effet,

pour limiter la dégradation du rapport E_b/N_0 à 3 dB (soit à une multiplication par 2 de la perturbation totale du système) pour un TEB cible de 10^{-3} , un système employant la modulation BPSK peut supporter, dans le meilleur des cas (impulsion RRC avec $\alpha=1$), un rapport βT , de $7 \cdot 10^{-2}$, alors que cette valeur descend à $2 \cdot 10^{-2}$ et $4 \cdot 10^{-3}$ respectivement avec les des modulations QPSK et 16-QAM. Cet écart de performances est encore plus marqué avec les autres impulsions considérées. On peut supposer, au vu de ces résultats, que pour les modulations d'ordre encore plus élevé, cette dégradation de performances va s'accroître.

En conclusion, le bruit de phase se révèle être une source de dégradation non négligeable, même dans le cas d'une transmission monoporteuse, à plus forte raison lorsque la modulation est d'ordre élevé.

2.4.2 Impact du choix de l'impulsion de mise en forme

Observons à présent l'incidence du choix de l'impulsion de mise en forme sur les performances du système.

Le tableau 2.1 montre que l'impulsion rectangulaire présente rapidement une dégradation plus forte des performances que l'ensemble des impulsions RRC, quelle que soit la modulation considérée. L'emploi d'une impulsion rectangulaire dans l'évaluation des performances aboutit à une surestimation de l'impact du bruit de phase sur le système.

En ce qui concerne les impulsions RRC, un coefficient de rolloff de $\alpha=0,2$ produit des résultats sensiblement identiques que les cas $\alpha=0,5$ et $\alpha=1$, pour des valeurs de dégradations modérées (inférieures à 3dB). Ce n'est qu'à partir d'une dégradation supplémentaire d'environ 3dB qu'une différence notable apparaît entre ces impulsions. En revanche, quelque soit le niveau de dégradation et la modulation considérée, il n'existe quasiment pas d'écart entre les impulsions RRC avec $\alpha=0,5$ et $\alpha=1$. Donc le gain de performances est inexistant si on emploie une impulsion ayant un facteur de rolloff supérieur à 0,5, pour une occupation de bande passante plus importante (33% d'augmentation entre un filtre RRC avec $\alpha=0,5$ et avec $\alpha=1$). Dans le cas où les ressources en bande passante sont limitées, il est particulièrement appréciable de considérer ce paramètre.

On peut donc conclure que, pour atteindre un TEB de 10^{-3} dans une transmission simple porteuse en présence de bruit de phase, l'impulsion RRC avec $\alpha=0,2$ constitue le meilleur choix technique, du point de vue compromis occupation bande spectrale/gain de performances, pour un niveau de dégradation supplémentaire attendu modéré inférieur à 3dB. Pour un niveau de dégradation attendu plus élevé que 3 dB, l'emploi d'une impulsion avec $\alpha=0,5$ contribue à une amélioration des performances du système. La prise en compte d'une impulsion rectangulaire dans les études sur le bruit de phase conduit à surestimer l'impact du bruit de phase sur le système. Elle fournit donc une limite supérieure des performances.

Chapitre 2 : Impulsion de mise en forme et bruit de phase

Chapitre 3

Système DS-CDMA en présence de bruit de phase

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la sensibilité vis-à-vis du bruit de phase de la technique d'accès multiple DS-CDMA, décrite dans le chapitre 1. Cette technique permet une optimisation de la ressource radio disponible en procurant un accès simultané de tous les terminaux dans la même bande passante. En revanche, contrairement à un système TDMA ou FDMA, les interférences entre utilisateurs dépendent des propriétés de corrélation des codes d'étalement utilisés et sont inhérentes au système, elles ne peuvent être évitées. D'ailleurs, la présence de bruit de phase vient altérer ces propriétés de corrélation, augmentant ainsi le niveau d'interférence d'accès multiple (MAI : Multi Access Interference en anglais).

Dans la littérature, on trouve quelques publications concernant les effets du bruit de phase sur un système DS-CDMA. La majorité d'entre eux [Eng97] [Eng98] [Huan98] [Kim99] considèrent un signal modulé en phase (PSK : Phase Shift Keying) et l'implantation d'une boucle à verrouillage de phase (PLL : Phase Locked Loop) du premier ordre au niveau de la réception pour assurer la synchronisation en phase avec la porteuse. Dans ce cas, l'erreur de phase résiduelle en sortie de la PLL est modélisée par une distribution de Tikhonov. Ces travaux ont divers objectifs : étude des conséquences sur la capacité d'un système DS-CDMA [Eng97] [Eng98], sur les performances de la PLL proprement dite [Huan98], et sur le TEB d'une liaison satellitaire basée sur le DS-CDMA [Kim99]. Dans quelques autres travaux, les auteurs considèrent l'emploi d'un oscillateur RF libre dans un système DS-CDMA, dont le bruit de phase est modélisé par un processus de Wiener-Levy. Corvaja et al. considèrent différents schémas de codage différentiel impliquant les données ou les chips [Corv98], établissent de façon semi-analytique la probabilité d'erreur et en déduisent la dégradation due au bruit de phase [Corv04]. Hicheri et al., eux, se placent dans le cas plus conventionnel d'un récepteur cohérent et proposent une expression du rapport signal sur bruit (plus interférence) sous l'hypothèse d'un faible niveau de bruit de phase [Hich03].

L'étude proposée ici consiste à modéliser le bruit de phase par un processus de Wiener et à analyser les différentes perturbations induites sur le signal DS-CDMA, en particulier les conséquences sur le terme de MAI. Comme Hicheri et al. dans [Hich03], et pour les différents systèmes que nous étudions d'ailleurs, nous nous plaçons dans le cas d'une réception cohérente. Cependant, nous nous affranchissons de l'hypothèse faible bruit et donnons une formulation analytique de la puissance de la MAI valable quelque soit le niveau de bruit de phase. Nous montrons également que l'hypothèse gaussienne, très souvent utilisée, ne convient pas toujours pour modéliser la MAI et obtenir le TEB. Les résultats de performances peuvent être exploités de deux façons. Pour un système donné, il est possible de déterminer le degré de stabilité requis pour l'oscillateur local pour garantir une dégradation acceptable des performances. Il est également possible de déterminer comment concevoir le système pour éviter une dégradation trop sévère en présence d'un certain niveau de bruit de phase. Ces résultats nous serviront aussi lors de l'étude comparative des différents systèmes qui fait l'objet du dernier chapitre de la thèse.

3.1 Description du système

Nous nous intéressons ici à l'impact du bruit de phase sur une transmission multi-utilisateurs de type DS-CDMA dans un canal AWGN et en particulier sur la MAI du système. Le modèle en bande de base du système de transmission considéré est représenté sur la figure 3.1. Afin de concentrer l'analyse sur les effets du bruit de phase, nous considérons un système synchrone : dans ce cas, les codes les plus appropriés sont des codes orthogonaux comme les codes de Walsh, que nous employons donc dans le cadre de cette étude.

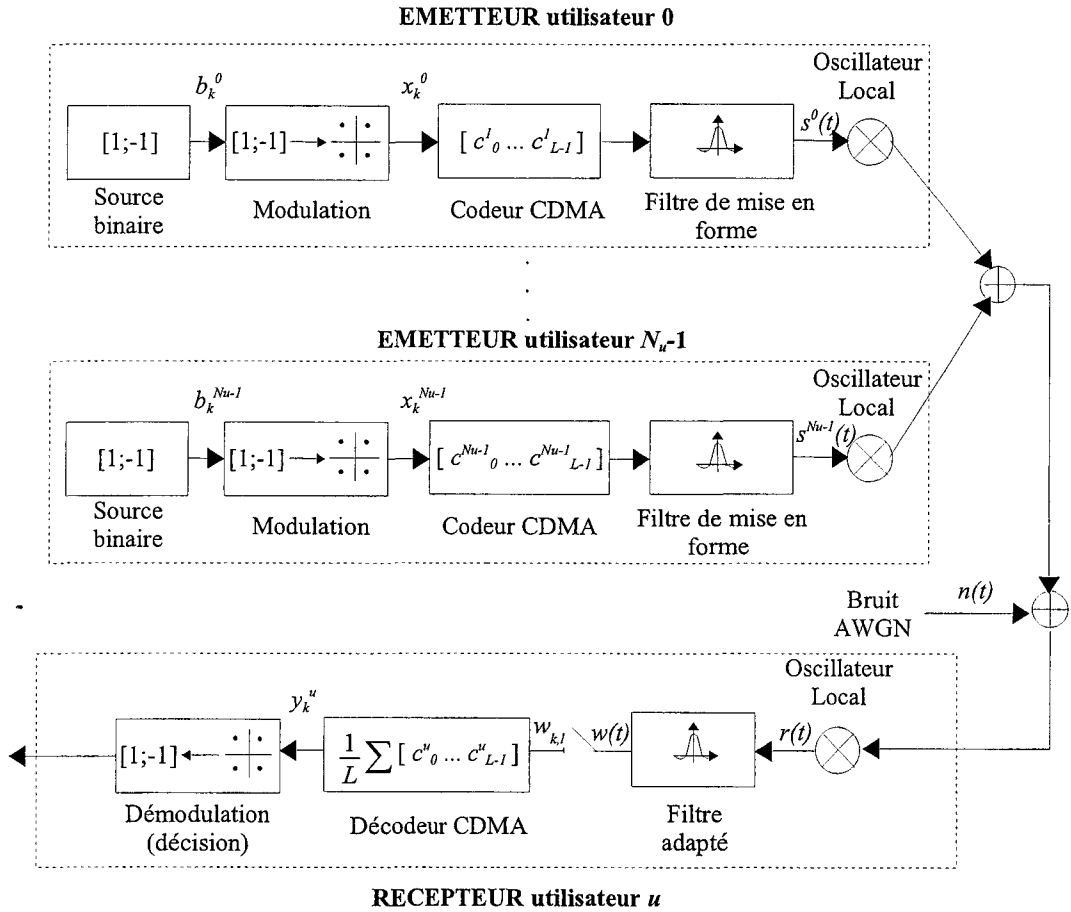


Figure 3.1 : Modèle du système de transmission DS-SS-SSM en présence de bruit de phase (remarque : dans le cas synchrone, les délais entre utilisateurs sont nuls)

Le système accueille N_u utilisateurs, qui disposent d'un code c^u (u appartenant à $[0 \dots N_u-1]$) de longueur L . L'émetteur de l'utilisateur u se compose d'une source qui génère des éléments binaires b_k^u avec un débit $D_b = 1/T_b$. Le modulateur associé à chaque paquet de m bits un symbole x_k^u qui peut être complexe, choisi parmi l'ensemble des $M = 2^m$ symboles de la constellation associée à la modulation selon un codage de Gray [Proa95]. Les symboles générés avec un débit $D_s = 1/T_s = D_b/m$ sont ensuite multipliés par le code utilisateur c^u de l'utilisateur u . Le signal $s^u(t)$ résultant est de la forme :

$$s^u(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k^u c^u(t - kT_s) \quad (3.1)$$

Avec :

$$c^u(t) = \left(\sum_{l=0}^{L-1} c_l^u \delta(t - lT_c) \right) * g(t) = \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u g(t - lT_c) \quad (3.2)$$

Où * représente l'opération de convolution et $g(t)$ est l'impulsion de mise en forme des chips. Dans cette étude, nous avons choisi d'utiliser l'impulsion rectangulaire, pour les raisons évoquées dans le chapitre 2 (limitation dans le domaine temporel permettant de simplifier les calculs) :

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_c}} & \text{pour } t \in [0, T_c] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.3)$$

Le signal $s'(t)$ ainsi obtenu est perturbé par l'oscillateur local situé au niveau de l'émetteur qui délivre le signal bruité $e^{j\theta_e(t)}$, où $\theta_e(t)$, le bruit de phase, est un processus de Wiener-Lévy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta_e|t|$ (on suppose que les oscillateurs des N_u utilisateurs ont tous les mêmes caractéristiques techniques, donc que les bruits de phase ont les mêmes propriétés statistiques).

Du côté du destinataire, le signal reçu résulte de la contribution des N_u signaux transmis de façon synchrone par les différents utilisateurs à travers le canal de propagation, ce qui se traduit par l'addition d'un bruit blanc gaussien $n(t)$ de variance σ_n^2 . Ce signal est affecté à son tour par le bruit de phase de l'oscillateur local situé au niveau du récepteur $e^{j\theta_r(t)}$, où $\theta_r(t)$ est un processus de Wiener-Lévy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta_r|t|$. Le signal ainsi obtenu $r(t)$ s'écrit :

$$r(t) = \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} s^m(t) e^{j\theta_e^m(t)} + n(t) \right) e^{j\theta_r(t)} = \sum_{m=0}^{N_u-1} s^m(t) e^{j\theta^m(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} \quad (3.4)$$

Où $\theta^m(t) = \theta_e^m(t) + \theta_r(t)$ est un processus de Wiener-Lévy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta|t|$. Les deux bruits de phase étant indépendants, $\beta = \beta_e + \beta_r$. Comme dans le paragraphe 2.1, on se place ainsi dans le cas le plus général, correspondant au cas d'un réseau sans fil de type ad-hoc impliquant des communications directes entre les terminaux mobiles.

Ce signal est ensuite filtré par le filtre adapté à la forme d'onde $g^*(-t)$ (où * désigne le complexe conjugué) :

$$w(t) = r(t) * g^*(-t) = \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} s^m(t) e^{j\theta^m(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} \right) * g^*(-t) \quad (3.5)$$

$$w(t) = \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} x_k^m c_l^m g(t - kT_s - lT_c) e^{j\theta^m(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} \right) * g^*(-t) \quad (3.6)$$

$$w(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} x_k^m c_l^m g(u - kT_s - lT_c) e^{j\theta^m(u)} g^*(u-t) du + \int_{-\infty}^{+\infty} n(u) e^{j\theta_r(u)} g^*(u-t) du \quad (3.7)$$

Puis le signal est échantillonné tous les temps chips T_c . A l'instant $kT_s + lT_c$, le signal échantillonné s'écrit :

$$\begin{aligned} w_{k,l} &= w(kT_s + lT_c) = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{N_u-1} \sum_{k'=0}^{+\infty} \sum_{l'=0}^{L-1} x_k^m c_l^m g(u - k'T_s - l'T_c) e^{j\theta^m(u)} g^*(u - kT_s - lT_c) du \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} n(u) e^{j\theta_s(u)} g(u - kT_s - lT_c) du \end{aligned} \quad (3.8)$$

En remplaçant $g(t)$ par l'impulsion rectangulaire définie par (3.3) dans l'expression (3.8), le signal échantillonné s'écrit plus simplement :

$$w_{k,l} = \frac{1}{T_c} \sum_{m=0}^{N_u-1} x_k^m c_l^m \int_{kT_s+lT_c}^{kT_s+(l+1)T_c} e^{j\theta^m(u)} du + \frac{1}{\sqrt{T_c}} \int_{kT_s+lT_c}^{kT_s+(l+1)T_c} n(u) e^{j\theta_s(u)} du \quad (3.9)$$

A la fin de chaque symbole, le décalage de phase (y compris le déphasage en cours dû au bruit de phase) est supposé être correctement détecté et éliminé par le système de récupération de la porteuse implanté au niveau du récepteur. On a alors $\theta^m(kT_s) = 0$, et l'expression (3.9) s'écrit :

$$w_{k,l} = \sum_{m=0}^{N_u-1} x_k^m c_l^m \xi_l^m + \eta_{k,l} \quad (3.10)$$

Avec :

$$\xi_l^m = \frac{1}{T_c} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} e^{j\theta^m(t)} dt \quad (3.11)$$

et :

$$\eta_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{T_c}} \int_{kT_s+lT_c}^{kT_s+(l+1)T_c} n(t) e^{j\theta_s(t)} dt \quad (3.12)$$

Le signal échantillonné est ensuite envoyé dans un corrélateur, afin de pouvoir retrouver le symbole envoyé par l'utilisateur u . A la sortie, la $k^{ième}$ variable de décision y_k^u s'écrit :

$$y_k^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u w_{k,l} \quad (3.13)$$

En remplaçant $w_{k,l}$ par son expression (3.10) et en faisant apparaître le signal utile, l'équation (3.13) devient :

$$y_k^u = x_k^u \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \xi_l^u + \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} x_k^m \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u c_l^m \xi_l^m + \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u \eta_{k,l} \quad (3.14)$$

Remarquons que le terme multiplicatif affectant le signal utile est identique à celui obtenu au paragraphe 2.2 puisque :

$$\frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \xi_l^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{T_c} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} e^{j\theta^u(t)} dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta^u(t)} dt = \alpha_0 \quad (3.15)$$

Finalement, la variable de décision (3.14) s'écrit :

$$y_k^u = x_k^u \alpha_0 + x_{MAI}^u + \eta_k^u \quad (3.16)$$

Avec :

$$x_{MAI}^u = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} x_k^m \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u c_l^m \xi_l^m \quad (3.17)$$

et :

$$\eta_k^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u \eta_{k,l} \quad (3.18)$$

Outre le terme α_0 , deux termes de perturbation apparaissent :

- Le terme x_{MAI}^u représente la contribution due aux autres utilisateurs. Il s'agit donc d'un terme d'interférence d'accès multiple (MAI : Multiple Access Interference en anglais). Ce terme résulte de l'altération de l'orthogonalité des codes par le bruit de phase.

- Enfin, le terme η_k^u représente la contribution parasite du bruit blanc additif, perturbé lui aussi par le bruit de phase de l'oscillateur. Un développement similaire à celui du paragraphe 2.1 amène à conclure que les propriétés statistiques du bruit blanc additif gaussien ne sont pas modifiées par le code d'étalement de l'utilisateur u ni par le bruit de phase.

Les propriétés statistiques des termes α_0 et η_k^u étant connues, Il reste donc à étudier les propriétés statistiques du terme d'interférence d'accès multiple présent dans le système.

3.2 Interférence d'accès multiple

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux propriétés statistiques du terme d'interférence d'accès multiple. Ce terme représente la contribution des symboles émis par les autres utilisateurs actifs sur le symbole de l'utilisateur u décodé :

$$x_{MAI}^u = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} x_k^m \zeta^{u,m} \quad (3.19)$$

Avec :

$$\zeta^{u,m} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u c_l^m \xi_l^m \quad (3.20)$$

Les coefficients de pondération $\zeta^{u,m}$ appliqués aux symboles interférents x_k^m traduisent l'altération de l'intercorrélacion des codes par le bruit de phase. Ils s'apparentent en effet à des fonctions d'intercorrélacion entre les codes des utilisateurs u et m "modifiées" par le bruit de phase. Leurs valeurs dépendent des propriétés des codes utilisés dans le système. Dans le cas des codes de Walsh, l'intercorrélacion est nulle et le terme de MAI est inexistant en l'absence de bruit de phase. En présence de bruit de phase, l'orthogonalité des codes est détruite.

Puisque les symboles x_k^m sont des variables aléatoires centrées et indépendantes du bruit de phase, la moyenne du terme de MAI est nulle :

$$E[x_{MAI}^u] = 0 \quad (3.21)$$

La caractérisation statistique du terme de MAI passe ensuite par le calcul de sa puissance et l'étude de sa distribution.

3.2.1 Puissance de l'interférence d'accès multiple

Les symboles x_k^m étant des variables aléatoires indépendantes du bruit de phase et des codes d'étalement, indépendantes entre elles, centrées et de puissance unité, la puissance de la MAI s'écrit :

$$\sigma_{MAI,u}^2 = E[|x_{MAI}^u|^2] = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} E[|\zeta^{u,m}|^2] \quad (3.22)$$

Une expression analytique de cette puissance est fournie dans [Hich03] sous l'hypothèse d'un faible bruit de phase : $\sigma_{\theta(t)}^2 \ll 1$, en utilisant une approximation linéaire de l'exponentielle : $e^{j\theta(t)} \approx 1 + j\theta(t)$. Dans cette étude, nous nous affranchissons de cette hypothèse et donnons une expression plus générale, valable quelque soit le niveau de bruit de phase.

Le calcul des coefficients de pondération $\zeta^{u,m}$ se fait ici directement en utilisant les propriétés statistiques d'un processus de Wiener-Levy. La démarche est la même que celle suivie au paragraphe 2.1.1.1 pour calculer les moments du terme multiplicatif α_0 .

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=0}^{L-1} E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] \quad (3.23)$$

Avec d'après l'expression (3.11) :

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \int_{l'T_c}^{(l'+1)T_c} E[e^{j(\theta^m(t) - \theta^m(t'))}] dt dt' \quad (3.24)$$

Comme détaillé dans l'annexe D, en utilisant les propriétés des codes de Walsh et en faisant intervenir la fonction caractéristique de la variable aléatoire gaussienne $\theta^m(t) - \theta^m(t')$, la puissance des coefficients de pondération s'écrit :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{2}{(L-1)(\pi\beta T_s)^2} [(L-1)\pi\beta T_s - e^{-\pi\beta T_s} + L^2 e^{-\pi\beta T_s} - L^2 + 1] \quad (3.25)$$

Puis en intégrant (3.25) dans (3.22), la puissance de la MAI s'écrit :

$$\sigma_{MAI,u}^2 = \frac{2(N_u - 1)}{(L-1)(\pi\beta T_s)^2} [(L-1)\pi\beta T_s - e^{-\pi\beta T_s} + L^2 e^{-\pi\beta T_s} - L^2 + 1] \quad (3.26)$$

Cette expression relie la puissance de la MAI aux différents paramètres du système DS-CDMA : le nombre d'utilisateurs N_u , la longueur du code L et le niveau de bruit de phase représenté par la largeur de bande normalisée βT_s ou $\beta T_s = \beta L T_c$.

Etudions l'influence de ces paramètres sur la puissance de la MAI. En premier lieu, l'influence de la charge du système est évidente : la puissance de la MAI est directement proportionnelle à $N_u - 1$.

Nous nous intéressons donc à l'influence de la longueur du code L et du temps chip T_c . La figure 3.2 représente la puissance de la MAI en fonction du rapport pour une charge fixée et différentes longueurs de code ($L=64, 128, 256, 512, 1024$)

Les valeurs choisies pour βT_s sont les plus représentatives. Prendre des valeurs de βT_s plus faibles ou plus fortes revient à examiner un cas de figure où le bruit de phase est soit quasi inexistant, soit trop important.

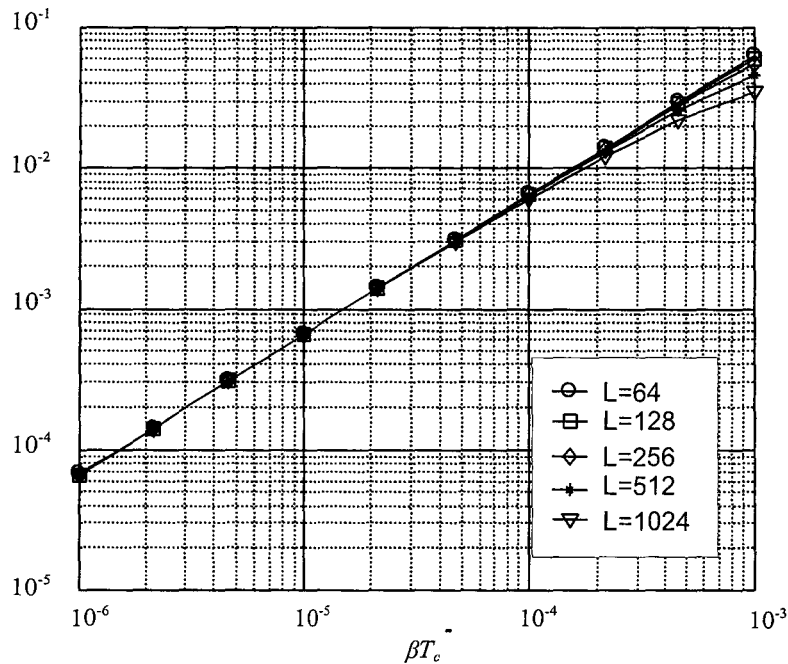


Figure 3.2 : Puissance de la MAI en fonction du rapport βT_c , pour différentes longueurs de code L (charge fixée à 64 utilisateurs)

Pour une valeur de βT_c inférieure à 10^{-4} , on observe l'existence d'une relation linéaire (dans une échelle logarithmique) entre la puissance de la MAI et βT_c . De plus, cette puissance est la même quelque soit la valeur de L . Nous avons montré que le bruit de phase cause la destruction de l'orthogonalité des codes. Pour une valeur de βT_c donnée, quand L augmente, il y a compensation entre d'une part la meilleure résistance à cette destruction grâce à un étalement plus important et d'autre part l'augmentation du niveau de bruit de phase, représenté par le rapport $\beta T_c = \beta L T_c$ (augmentation due à l'allongement du temps symbole T_c , lié à un débit utilisateur plus faible).

Nous nous intéressons à présent à l'influence du taux de charge du système. La figure 3.3 présente l'évolution de la puissance de la MAI en fonction du rapport βT_c , du système DS-CDMA, pour plusieurs taux de charges : pleine charge ($N_u=L$), demi charge ($N_u=L/2$) et quart de charge ($N_u=L/4$).

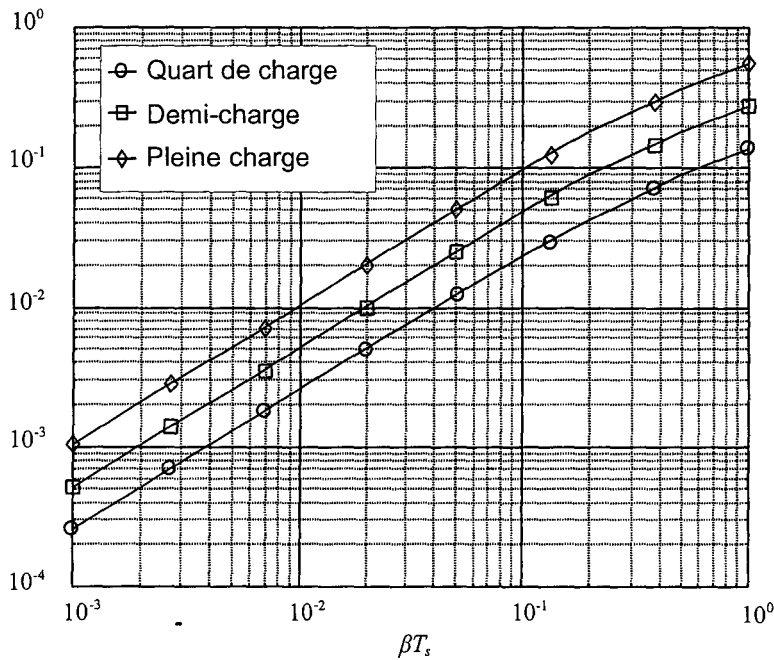


Figure 3.3 : Puissance de la MAI en fonction du rapport βT_c , et de la charge du système

Précisons que les courbes sont les mêmes, quelle que soit la valeur de L . Par conséquent, pour un βT_c donné (soit un niveau de bruit de phase donné), la puissance ne dépend que du rapport N_u/L . Quand L augmente, le temps chip T_c diminue et la bande passante augmente : le système offre alors une meilleure résistance au bruit de phase et supporte une charge N_u plus importante en proportion pour un même niveau de MAI. De plus, la figure 3.3 montre une dépendance directement proportionnelle de la puissance de la MAI avec le taux de charge. Lorsque l'on divise par 2 la charge du système, on réduit également de moitié la puissance de la MAI.

3.2.2 Distribution de l'interférence d'accès multiple

Nous nous penchons à présent sur la nature de la distribution de la MAI, en vue d'obtenir les performances du système sous forme analytique. La MAI étant définie comme une somme de variables aléatoires (dans la plupart des études portant sur le bruit de phase [Eng98] [Hich03] ou non [Rapp99]), elle est assimilée à une variable aléatoire gaussienne complexe. L'approximation gaussienne est considérée comme d'autant plus précise que la longueur de code et la charge sont grandes. Nous allons vérifier la validité de cette hypothèse

D'après l'annexe C, l'expression de la probabilité d'erreur implique la partie réelle de la MAI dans le cas d'une modulation BPSK et les parties réelle et imaginaire de la MAI dans le cas de modulations bidimensionnelles (QPSK, 16-QAM). Comme l'annexe D.2 montre que ces parties réelles et imaginaire sont décorréélées, nous les avons étudiées séparément et nous

avons observé que leurs distributions sont quasi identiques. La figure 3.4 représente les densités de probabilités de la partie réelle du terme de MAI pour un rapport $\beta T_c = 0,01$, une modulation QPSK, une longueur de code $L=128$, et plusieurs charges du système.

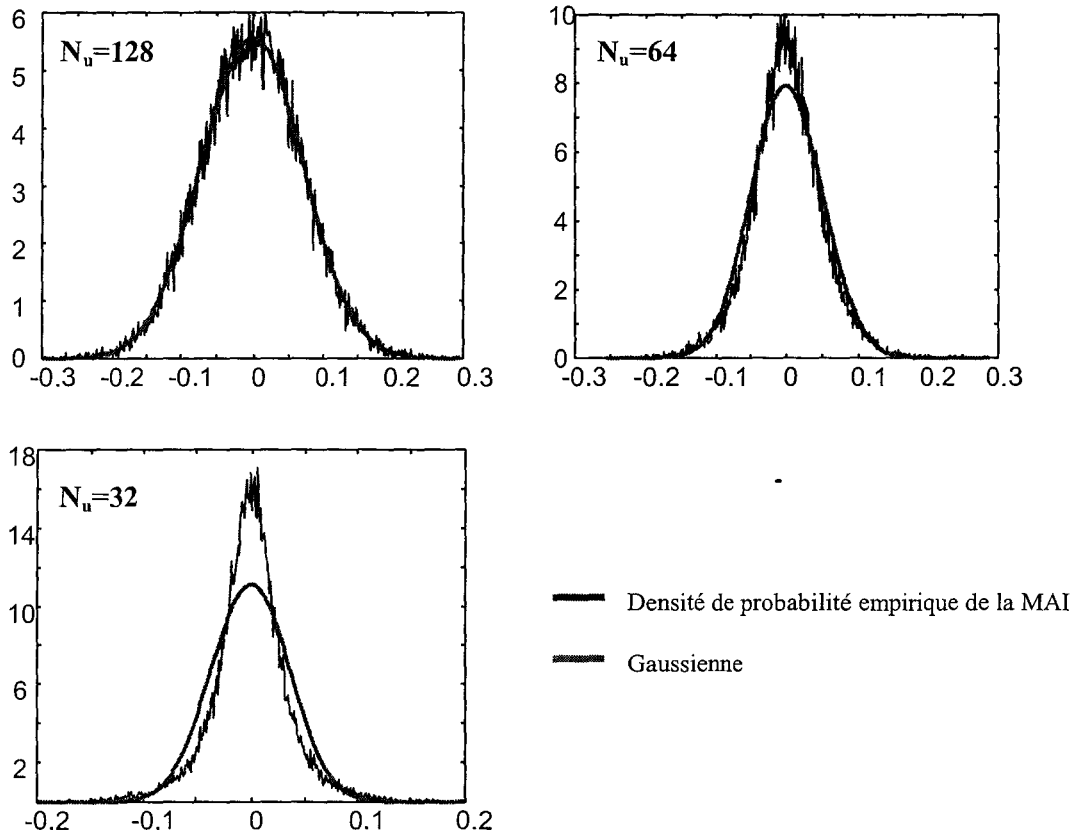


Figure 3.4 : Densités de probabilité de la partie réelle de la MAI pour plusieurs charges du systèmes ($\beta T_c = 0,01$, modulation QPSK). Comparaison avec une distribution gaussienne de même moyenne et variance

L'approximation gaussienne est pertinente quand le système DS-CDMA est en pleine charge ($N_u=L$). Lorsque la charge diminue, cette approximation n'est plus appropriée : en particulier, la distribution de la MAI présente une queue plus importante que celle de la distribution gaussienne. Ces observations s'appliquent également lorsqu'on considère d'autres valeurs de L (supérieures à 32) et de βT_c , ainsi que d'autres modulations bidimensionnelles. Dans le cas de la modulation BPSK, l'approximation gaussienne est grossière, même pour un fonctionnement en pleine charge.

Dans le paragraphe suivant, qui porte sur les performances du système DS-CDMA en présence de bruit de phase, nous employons donc l'approximation gaussienne pour modéliser la distribution de la MAI seulement dans les cas d'une pleine charge et des modulations QPSK et 16-QAM.

3.3 Performances

Voyons maintenant comment les perturbations liées au bruit de phase (déphasage et atténuation du symbole utile, MAI) dégradent les performances d'un système DS-CDMA. Pour une pleine charge en QPSK et 16-QAM, la démarche adoptée pour calculer la probabilité d'erreur à partir de la variable de décision y'_k (équation (3.16)) est décrite dans l'annexe C (sauf dans le cas de l'emploi de la modulation BPSK, où la variable de MAI n'est pas assimilable à une gaussienne). Le TEB est dérivé des expressions établies dans cette annexe dans lesquelles la variance totale de l'interférence et du bruit est donnée par :

$\sigma = \sigma_{\eta}^2 + \sigma_{MAI}^2$. Dans tous les autres cas, nous avons eu recours à des simulations complètes d'un système de transmission DS-CDMA en présence de bruit de phase pour obtenir les courbes de TEB. Aucune hypothèse n'est utilisée dans ces simulations.

Pour ne pas alourdir le document, nous avons choisi de représenter ici uniquement les courbes correspondant au cas d'un système DS-CDMA fonctionnant en pleine charge (présentant donc le niveau de dégradation le plus important). Les résultats obtenus dans d'autres cas sont cependant utilisés au paragraphe 3.4 dans la synthèse des résultats.

3.3.1 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK

La figure 3.5 représente la probabilité d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit exprimé sous la forme E_b/N_0 pour différentes valeurs du rapport βT_{sp} , obtenue lors de l'emploi d'une modulation BPSK. La courbe de performance obtenue en l'absence de bruit de phase dans un canal AWGN est représentée en référence.

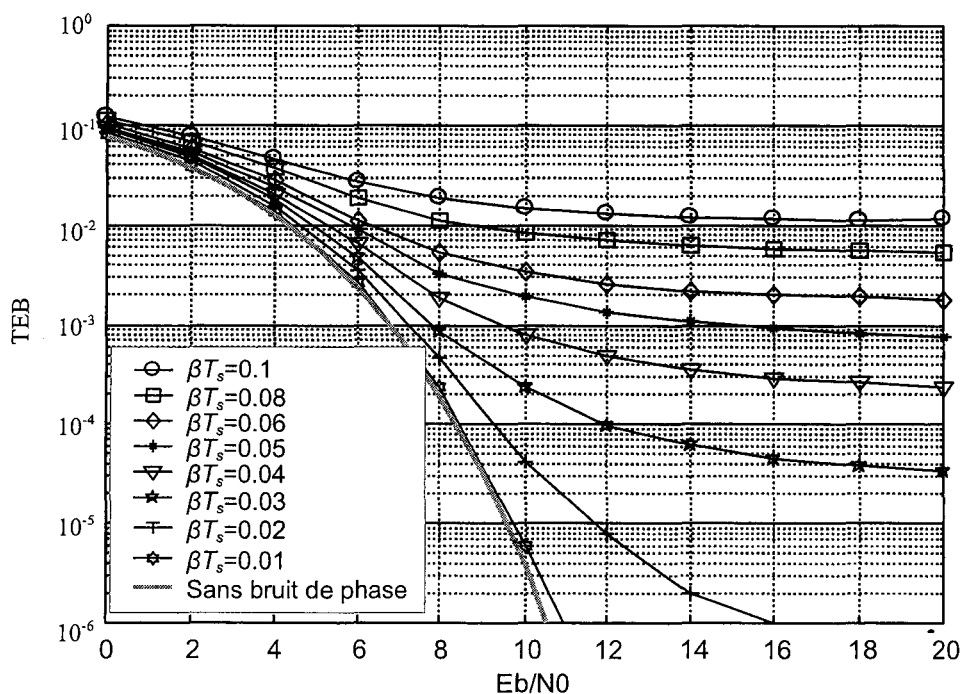


Figure 3.5 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de βT_s , pour un système DS-CDMA en pleine charge employant une modulation BPSK

Pour un faible rapport E_b/N_0 , la prédominance du bruit thermique fait que les performances sont peu affectées par le bruit de phase. En revanche l'effet du bruit de phase se manifeste lorsque E_b/N_0 augmente. On observe que les performances du système se dégradent avec βT_s , croissant, avec l'apparition d'une asymptote (pour les valeurs de TEB considérées sur la figure 3.5). La valeur de 10^{-3} n'est plus atteinte pour le TEB lorsque βT_s dépasse 0,05. Pour des valeurs supérieures, la transmission devient médiocre. Le système DS-CDMA présente donc une sensibilité certaine au bruit de phase, même dans le cas d'une modulation d'ordre faible.

3.3.2 Probabilité d'erreur dans le cas des modulations QPSK et 16 QAM

Les courbes de TEB ont également été obtenues en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes valeurs de βT_s , dans le cas d'un système DS-CDMA employant deux modulations d'ordre supérieur : la QPSK et la 16-QAM. Pour comparaison, la figure 3.6 représente les performances obtenues avec les modulations BPSK, QPSK, 16-QAM pour quelques valeurs choisies de βT_s . Comme précédemment, il s'agit d'un fonctionnement en pleine charge et le cas d'une transmission sans bruit de phase est représenté en référence.

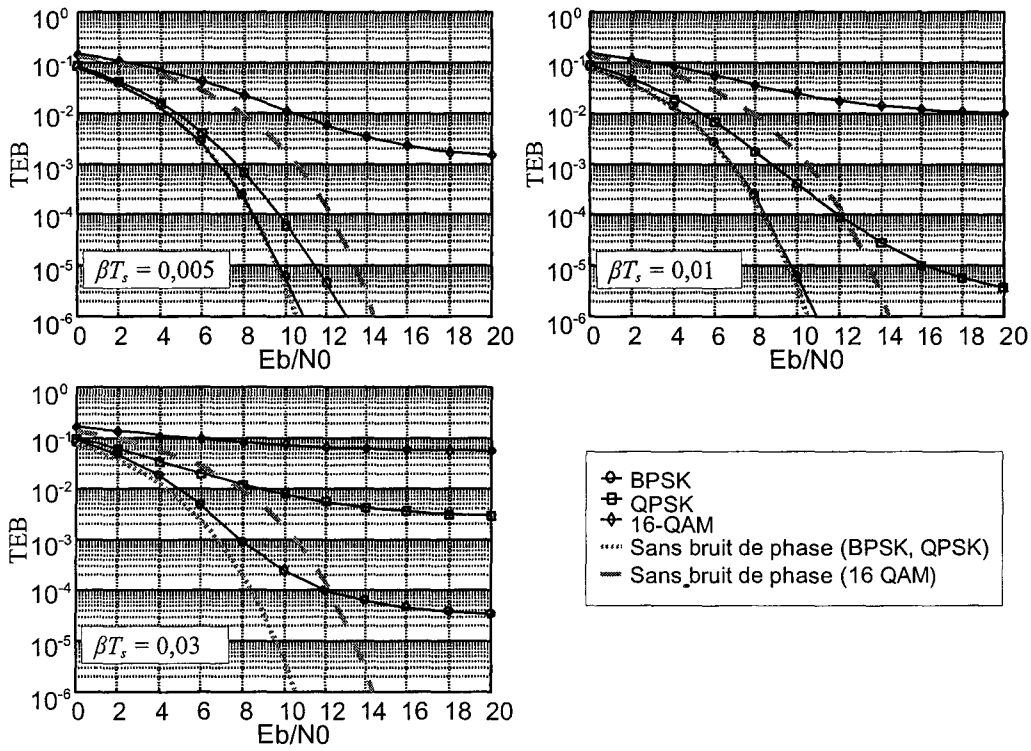


Figure 3.6 : TEB obtenu en fonction du rapport E_b/N_0 avec différentes modulations (BPSK, QPSK, 16-QAM) pour plusieurs rapports βT_s .

La comparaison des courbes entre elles fait apparaître une plus grande sensibilité au bruit de phase lorsque l'ordre de la modulation augmente. Les symboles transmis quittent alors plus rapidement (c'est à dire pour un niveau de bruit de phase βT_s , plus faible) la zone de décision sous les effets conjugués du terme multiplicatif α_0 (rotation de phase et atténuation) et MAI. Pour la modulation QPSK, on note l'apparition d'un seuil de performance à partir de $\beta T_s > 0,01$, et une dégradation rapide des performances avec l'augmentation de βT_s . Le seuil de 10^{-3} est dépassé dès que $\beta T_s > 0,02$.

Le passage à une modulation d'ordre plus élevé (16-QAM) se traduit par une dégradation très accentuée des performances. On obtient ainsi un seuil de performance dès $\beta T_s > 0,002$. Ce seuil dépasse 10^{-3} pour $\beta T_s > 0,004$. Cette dégradation importante des performances s'explique par la sensibilité accrue de la modulation 16-QAM aux effets du terme multiplicatif α_0 : non seulement au déphasage mais aussi à l'atténuation, contrairement à la QPSK. Sous ces effets, les symboles de la constellation sortent plus facilement de leurs domaines de décision.

3.4 Synthèse des résultats

3.4.1 Dégradation des performances

Pour conclure sur la dégradation des performances due au bruit de phase, nous avons relevé sur les courbes de TEB obtenues pour les différentes valeurs de βT_c , la dégradation ou pénalité en terme de rapport E_b/N_0 que le système subit pour atteindre un TEB de 10^{-3} en présence de bruit de phase, par comparaison à une transmission dans un canal AWGN. nous avons fait varier plusieurs paramètres clefs du système : niveau de bruit de phase, longueur de code, charge du système et modulation.

La figure 3.7 représente ainsi la dégradation en fonction de la largeur de bande normalisée βT_c , pour les différentes modulations considérées et différents taux de charges du système DS-CDMA. A noter que pour les cas de demi-charge et quart de charge avec les modulations QPSK et 16-QAM, l'approximation gaussienne n'étant plus valide pour la distribution de la MAI, nous avons eu recours à la simulation du système de transmission pour obtenir les résultats indiqués sur la figure.

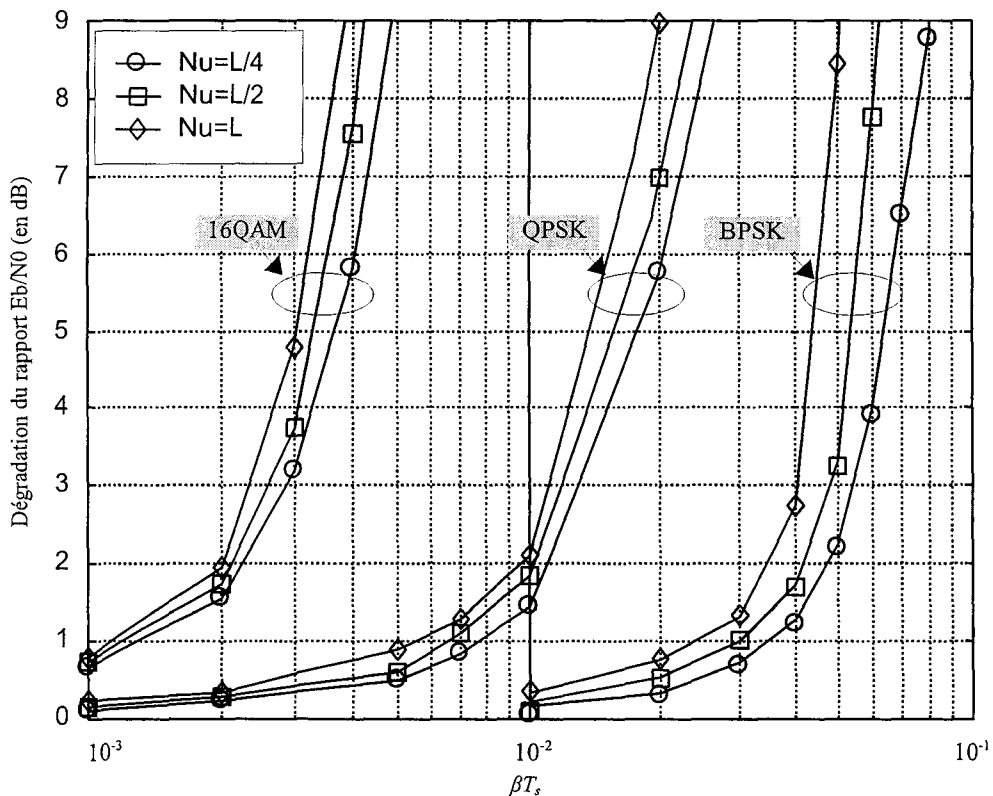


Figure 3.7 : Dégradation en terme de rapport E_b/N_0 pour un TEB de 10^{-3} en fonction de βT_c , pour un système DS-CDMA avec différentes taux de charges et différentes modulations

Chapitre 3 : Système DS-CDMA en présence de bruit de phase

La figure montre que la dégradation des performances en présence de bruit de phase augmente avec plusieurs paramètres :

- Le rapport $\beta T_c = \beta L T_c$, c'est-à-dire avec la largeur de bande à -3 dB de l'oscillateur, la longueur de code et le temps chip. Cette évolution paraît normale puisqu'une solution évidente pour augmenter les performances est d'améliorer la stabilité de l'oscillateur donc de réduire β , indépendamment des autres paramètres. D'autre part, plus T_c est grand, plus la bande passante est étroite pour un étalement donné et donc plus le système DS-CDMA devient sensible au bruit de phase. Enfin, l'augmentation de L , soit de l'étalement de spectre pour une bande passante donnée, s'accompagne d'une perte de performance. Cette évolution peut sembler contraire aux observations de la figure 3.2. Pour une valeur de βT_c et une charge données, la puissance de la MAI reste en effet identique ou diminue légèrement (suivant le niveau de bruit de phase de l'oscillateur) lorsque L augmente. Mais la MAI n'est pas la seule source de perturbation : dans ce cas, βT_c augmente et les effets du terme multiplicatif α_0 eux, sont plus importants. Notons également que le taux de charge N_u/L est augmenté.

Pour chaque cas de figure, il est possible de définir un seuil de βT_c pour lequel les performances sont peu affectées par le bruit de phase. Au-delà de ce seuil, un niveau de MAI élevé associé à une rotation (et atténuation) importantes du symbole détecté entraîne une dégradation très forte des performances.

- La taille de l'alphabet de modulation $M=2^m$, c'est-à-dire avec le débit binaire source m/T_c . De même qu'une modulation d'ordre plus élevé est moins robuste au bruit thermique, elle est moins robuste au bruit de phase. Dans le cas d'une modulation BPSK, le système DS-CDMA est surtout sensible à la MAI. Dans le cas d'une modulation d'ordre plus élevé, non seulement la sensibilité à la MAI est accrue, mais surtout le système devient plus vulnérable aux effets du terme multiplicatif α_0 : rotation de phase dans le cas d'une modulation QPSK, rotation de phase et atténuation dans le cas d'une modulation 16-QAM. Ainsi, pour limiter la dégradation due au bruit de phase à 3dB dans un système en pleine charge, un rapport βT_c inférieur à 0,04 est requis avec une modulation BPSK, alors que cette valeur limite descend à 0,014 et 0,0022 avec les modulations QPSK et 16-QAM.

- Le taux de charge du système, c'est à dire le rapport N_u/L , nous avons effectivement constaté un lien direct entre le taux de charge du système et la puissance de la MAI. Pour rester en deçà d'une dégradation de 3 dB des performances avec une modulation BPSK, on passe d'un rapport βT_c maximal de 0,04 dans le cas d'une pleine charge à 0,048 en situation de demi-charge, et 0,054 pour un quart de charge.

Pour atteindre les exigences requises en terme de performance, le choix des paramètres du système DS-CDMA impose un niveau de bruit de phase donc un degré de stabilité et par conséquent un niveau de complexité de l'oscillateur. A l'inverse, le choix d'un oscillateur local limite la longueur des codes, éventuellement au détriment de la robustesse face à la sélectivité en fréquence du canal de propagation et aux interférences multi-utilisateurs, ainsi

que le temps chip, le débit binaire source et le taux de charge. Soulignons qu'à charge constante, une diminution de la longueur des codes s'accompagne d'une augmentation du taux de charge. Les deux paramètres ne doivent donc pas être considérés indépendamment l'un de l'autre.

3.4.2 Exemple d'exploitation des résultats obtenus : application au système UMTS

A titre d'exemple, nous proposons ici d'exploiter les résultats obtenus dans le cas d'un système de transmission de type UMTS en voie descendante (pour respecter l'hypothèse d'un système synchrone). Les valeurs des principaux paramètres du système [Sanc04] sont regroupées dans le tableau 3.1.

Paramètres	Valeurs
Débit Chip	$1/T_c=3,84.10^6$ chips/s
Codes d'étalement employés	OVSF (codes de Walsh de longueur variable)
Longueur des codes	$L=4$ à 512
Modulation	QPSK

Tableau 3.1 : Paramètres DS-CDMA employés dans le système UMTS

A partir de ces paramètres et des courbes de pénalité représentées sur la figure 3.7, il est possible de déterminer le degré de stabilité de l'oscillateur nécessaire pour assurer une dégradation acceptable des performances. Plus précisément, nous allons rechercher la valeur maximale de la largeur de bande à -3dB de l'oscillateur β pour garantir un TEB de 10^{-3} en se limitant à une dégradation du rapport E_b/N_0 inférieure à 1 dB par rapport à une transmission dans un canal AWGN sans bruit de phase.

D'après la figure 3.7, dans le cas d'un fonctionnement en pleine charge, c'est à dire dans le cas le plus défavorable, le rapport βT_c requis est $\beta T_c = \beta L T_c = 5,5.10^{-3}$. La valeur maximale de L (correspondant au débit utilisateur le plus faible) étant de 512, la largeur de bande maximum tolérable est : $\beta = (5,5.10^{-3} \cdot 3,84.10^6) / 512 = 41,25$ Hz.

Par comparaison, voyons maintenant comment évolue la dégradation du rapport E_b/N_0 liée au bruit de phase lorsque les paramètres de fonctionnement du système changent. Le tableau 3.2 regroupe ainsi 3 cas de fonctionnement.

Chapitre 3 : Système DS-CDMA en présence de bruit de phase

Cas	Longueur de code L	Charge N_u	Taux de charge	$\beta T_c = \beta L T_c$	Dégradation de Eb/N0
1	512	512	1	$5,5 \cdot 10^{-3}$	1 dB
2	512	128	1/4	$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,5 dB
3	128	128	1	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,15 dB

Tableau 3.2 : Dégradation du rapport EB/N0 pour différents cas de fonctionnement du système

Le premier cas correspond au cas le plus défavorable qui a servi à fixer la contrainte sur l'oscillateur. Le deuxième cas correspond à une diminution du nombre d'utilisateurs à étalement constant, donc du taux de charge. La dégradation du rapport Eb/N0 est alors divisée par 2 par rapport au premier cas. Le troisième cas correspond à une diminution de l'étalement à taux de charge constant, donc à une augmentation des débits utilisateur et à une diminution du nombre d'utilisateurs. La dégradation du rapport EB/N0 est réduite dans une plus grande proportion : elle est divisée par environ 6,7 par rapport au premier cas.

Comparons maintenant les cas 2 et 3. D'après la figure 3.2, comme la valeur de βT_c est fixe et vaut $\beta T_c = 41,25/3,84 \cdot 10^6 = 10^{-5}$, la puissance de la MAI est identique : elle ne dépend pas de la longueur des codes mais uniquement de la charge du système. Les différences de performances observées montrent qu'en présence de bruit de phase, la MAI n'est pas la source de dégradation prépondérante dans le système. A charge constante, les performances sont moins bonnes avec un étalement plus grand à cause de l'allongement du temps symbole, qui accentue le déphasage et l'atténuation provoqués par le terme multiplicatif.

Chapitre 4

Système OFDM en présence de bruit de phase

Ce chapitre est consacré à l'étude de la sensibilité au bruit de phase d'un système de transmission multiporteuses OFDM associé à un accès multiple TDMA. Cette technique présente l'avantage d'une grande robustesse vis-à-vis des multi-trajets, mais en contrepartie, pour un même débit ou une même bande passante, elle est plus sensible au bruit de phase que les techniques de transmission monoporteuse.

L'impact du bruit de phase sur l'OFDM a été étudié dans de nombreux papiers utilisant différents modèles et différentes hypothèses, et a été évalué suivant différents indicateurs de performances. Dans [Poll95] [Tomb98] [Boug01] [Cost02] [Hich03] [Wu04], les auteurs considèrent un oscillateur local libre, uniquement verrouillé en fréquence, dont le bruit de phase est modélisé par un processus de Wiener-Lévy. Dans d'autres approches, l'oscillateur est supposé verrouillé en phase et le bruit de phase est modélisé par un bruit blanc filtré pour obtenir la dsp d'un oscillateur spécifique [Robe95] [Musc95] [Stot98] [Arma01] [ElTa01] [Jian01]. De plus dans ces travaux, un niveau de bruit de phase faible est souvent considéré pour simplifier l'analyse [Poll95] [Robe95] [Musc95] [Stot98] [Arma01] [ElTa01] [Cost02] [Hich03] [Jian04]. En ce qui concerne les performances, les résultats sont donnés sous différentes formes. Dans [Musc95] [Arma01] [Cost02] [Hich03] [Jian04] [Wu04], les auteurs fournissent l'expression du rapport signal sur bruit (plus interférence) en présence de bruit de phase et en déduisent la dégradation par rapport à une transmission AWGN pour caractériser la sensibilité au bruit de phase. Certains travaux fournissent les courbes de TEB soit à partir de simulations pour quelques valeurs particulières des paramètres du système [Robe95] [Arma01] [ElTa01] [Jian04], soit à partir d'une expression analytique obtenue grâce à la modélisation gaussienne de l'interférence induite [Tomb98] [Boug01]. Dans [Robe95], les auteurs reportent en plus la pénalité due au bruit de phase, en terme de rapport signal sur bruit, pour atteindre une valeur cible du TEB.

Nous proposons ici une étude des conséquences du bruit de phase sur un système OFDM. Cette étude consiste à modéliser le bruit de phase par un processus de Wiener-Lévy et à analyser les différentes perturbations induites sur le signal OFDM, quelle que soit la

puissance du bruit. Notre travail approche en cela celui effectué par Tomba [Tomb98]. Cependant nos résultats diffèrent dans la mesure où nous nous affranchissons de l'hypothèse gaussienne pour obtenir le TEB. Nos simulations montrent en effet que cette hypothèse n'est pas toujours valide et qu'elle peut conduire à une sous-estimation de la dégradation des performances due au bruit de phase. Nous examinons également l'effet de la correction du terme de CPE (Common Phase Error) sur les performances. Les résultats de performances obtenus nous serviront lors de l'étude comparative qui conclut ce manuscrit.

4.1 Description du système

Dans cette partie, nous étudions l'influence du bruit de phase sur un système multiporteuses OFDM associé à un accès multiple de type TDMA. On s'affranchit des interférences entre symboles en supposant un mécanisme de compensation du temps de propagation aller-retour et l'utilisation d'un intervalle de garde dans le système. L'étude est donc réalisée dans un contexte mono-utilisateur. La figure 4.1 représente la chaîne de transmission OFDM considérée.

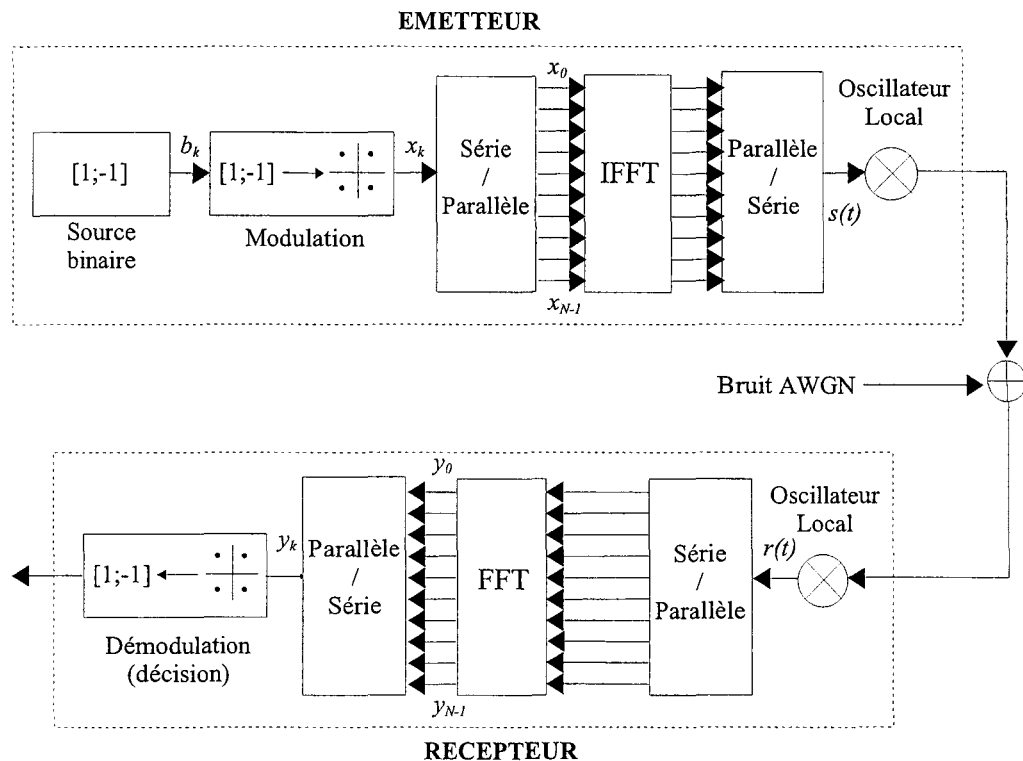


Figure 4.1 : Modèle en bande de base du système de transmission OFDM en présence de bruit de phase

Le système de transmission est composé d'une source qui délivre des données binaires b_k avec un débit $D_b=1/T_b$. Le modulateur associe à chaque groupe de m bits un symbole x_k

Chapitre 4 : Système OFDM en présence de bruit de phase

choisi parmi l'ensemble des $M=2^m$ symboles de la constellation associée à la modulation selon un codage de Gray [Proa95]. Ces symboles délivrés avec un débit $D_x=1/T_x=D_b/m$ sont ensuite transmis en parallèle sur les N sous-porteuses orthogonales du modulateur OFDM. Cette transformation obtenue par transformée de Fourier inverse génère un symbole OFDM de durée $T_s=NT_x$.

Pour simplifier les notations et sans perte de généralité, on considère la transmission d'un seul symbole OFDM. A la sortie du modulateur OFDM, le signal en bande de base généré sur une durée symbole T_s s'écrit :

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{j2\pi r \frac{t}{T_s}} \quad (4.1)$$

Côté réception, le signal reçu à l'entrée du démodulateur OFDM correspond au signal émis perturbé par le bruit de phase présent dans l'ensemble de la chaîne de transmission $e^{j\theta(t)}$, auquel se superpose le bruit blanc gaussien $n(t)$ de variance σ_n^2 affecté uniquement par le bruit de phase du récepteur :

$$r(t) = s(t) e^{j\theta(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} = \left(\frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{j2\pi r \frac{t}{T_s}} \right) e^{j\theta(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} \quad (4.2)$$

Le bruit de phase $\theta(t) = \theta_e(t) + \theta_r(t)$ résulte des contributions respectives $\theta_e(t)$ et $\theta_r(t)$ des oscillateurs locaux présents au niveau de l'émetteur et du récepteur. $\theta_e(t)$ et $\theta_r(t)$ étant des processus de Wiener-Lévy indépendants, de moyenne nulle et de variances $2\pi\beta_e |t|$ et $2\pi\beta_r |t|$, $\theta(t)$ est aussi un processus de Wiener-Lévy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta |t|$ (avec $\beta = \beta_e + \beta_r$).

Le démodulateur OFDM utilise ensuite la propriété d'orthogonalité entre les sous-porteuses pour récupérer les différents symboles émis. Le symbole y_k est ainsi obtenu par corrélation du signal reçu avec la $k^{\text{ème}}$ sous-porteuse :

$$y_k = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \int_0^{T_s} r(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t} dt \quad (4.3)$$

Dans le récepteur, cette opération est réalisée par une FFT et l'intégration est remplacée par la somme d'échantillons discrets. Nous conservons ici l'écriture sous forme continue pour plusieurs raisons : dans un souci de cohérence par rapport aux chapitres précédents, parce que cette écriture nous permet de réutiliser directement certains résultats du chapitre 2 et parce qu'elle aboutit aux mêmes résultats que l'écriture sous forme discrète, à condition que le nombre de sous-porteuses soit grand. Nous avons vérifié qu'une valeur supérieure à 32 était suffisante, ce qui est le cas en pratique dans les systèmes OFDM.

En remplaçant $r(t)$ par son expression dans (4.3), on obtient :

$$y_k = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{j2\pi \frac{(r-k)t}{T_s}} e^{j\theta(t)} dt + \frac{1}{\sqrt{T_s}} \int_0^{T_s} n(t) e^{j\theta(t)} e^{-j2\pi \frac{kt}{T_s}} dt \quad (4.4)$$

En isolant le cas où $r=k$, on aboutit à l'expression suivante :

$$y_k = x_k \alpha_0 + x_{ICI,k} + \eta_k \quad (4.5)$$

Avec :

$$x_{ICI,k} = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} x_r \alpha_{r-k} \quad (4.6)$$

$$\alpha_m = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta(t)} e^{j2\pi \frac{mt}{T_s}} dt \quad (4.7)$$

$$\eta_k = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \int_0^{T_s} n(t) e^{j\theta(t)} e^{-j2\pi \frac{kt}{T_s}} dt \quad (4.8)$$

On dénombre trois termes de perturbation dans l'expression (4.5) :

- Le terme multiplicatif α_0 se traduit par une rotation de phase et une atténuation du symbole utile x_k transmis sur la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse. Ce terme est analogue à celui étudié au chapitre 2 dans le cas d'une transmission monoporteuse utilisant une impulsion rectangulaire. Ici, il correspond à la moyenne du bruit de phase sur la durée d'un symbole OFDM T_s . Ce terme, indépendant de l'indice k de la sous-porteuse considérée, est un terme de perturbation commun à toutes les sous-porteuses : il est connu sous le nom d'erreur commune de phase (CPE : Common Phase Error en anglais) [Robe95]. Cette erreur commune de phase peut être compensée grâce à l'utilisation de sous-porteuses pilotes, suivant le principe décrit dans le paragraphe 4.4.
- Le terme $x_{ICI,k}$ correspond à la contribution des symboles transmis sur les autres sous-porteuses et se traduit par de l'interférence entre porteuses (ICI : Inter-Carrier Interference en anglais). Les coefficients de pondération appliqués aux symboles interférents résultent du moyennage des valeurs du bruit de phase, après déphasage, sur la durée symbole T_s . En l'absence de bruit de phase, ce terme est nul, ce qui montre que le bruit de phase altère l'orthogonalité des sous-porteuses.
- Le dernier terme η_k correspond au bruit additif affecté par le bruit de phase du récepteur. Ses propriétés statistiques ne sont pas modifiées par l'opération de transformée de Fourier, ni par le bruit de phase, comme démontré au chapitre 2.

Les propriétés statistiques des termes α_0 et η_k étant connues (cf chapitre 2), il reste à étudier les propriétés statistiques du terme d'interférence entre porteuses $x_{ICI,k}$ afin d'analyser l'influence de bruit de phase sur un système OFDM.

4.2 Interférence entre porteuses

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux propriétés statistiques du terme d'ICI qui représente la contribution des symboles transmis sur les sous-porteuses voisines de la sous-porteuse détectée k sur le symbole utile :

$$x_{ICI,k} = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} x_r \alpha_{r-k} \quad (4.9)$$

Avec :

$$\alpha_{r-k} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta(t)} e^{j2\pi \frac{(r-k)t}{T_s}} dt \quad (4.10)$$

Ce terme traduit l'altération de l'orthogonalité des sous-porteuses par le bruit de phase. Les coefficients de pondération complexes α_{r-k} appliqués aux symboles interférents x_r dépendent du bruit de phase qui affecte l'oscillateur pendant durée du symbole OFDM et de l'écart fréquentiel ($r-k$) entre la sous-porteuse détectée k et les autres sous-porteuses r du système OFDM. Ainsi α_r et α_{-r} pondèrent la contribution des porteuses directement voisines de la porteuse considérée.

Puisque les symboles x_r sont des variables aléatoires centrées et indépendantes du bruit de phase, la moyenne du terme d'ICI est nulle :

$$E[x_{ICI,k}] = 0 \quad (4.11)$$

Dans la suite on complète la caractérisation statistique de l'ICI en calculant sa puissance puis sa distribution.

4.2.1 Puissance de l'interférence entre porteuses

La puissance de l'ICI est un indicateur très intéressant pour quantifier l'impact de l'ICI sur les performances du système OFDM.

Les symboles x_r étant des variables aléatoires indépendantes du bruit de phase, indépendantes entre elles, centrées et de puissance unité, la puissance de l'ICI s'écrit :

$$\sigma_{ICI,k}^2 = E[|x_{ICI,k}|^2] = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} E[|\alpha_{r-k}|^2] \quad (4.12)$$

La difficulté du calcul est liée à celle des puissances des coefficients de pondération α_{r-k} , $r-k \neq 0$. Plusieurs méthodes, plus ou moins directes, ont été proposées dans la littérature. Elles aboutissent le plus souvent à une expression qui doit être évaluée par des techniques numériques et/ou qui est valable uniquement sous l'hypothèse d'un faible niveau de bruit

de phase : $\sigma_{\theta(t)}^2 \ll 1$. Plusieurs travaux [Robe95], [Musc95], [Stot98], [Arma01], [EITa01], [Piaz02], [Jian04], considèrent un bruit de phase faible et le modélisent par un bruit blanc filtré dont la dsp correspond à celle d'un oscillateur local "typique". Cette modélisation permet d'obtenir une estimation de la puissance du bruit de phase. Dans les autres études, le bruit de phase est modélisé par un processus de Wiener-Lévy. Tomba [Tomb98] reprend les travaux menés dans le domaine des communications optiques [Pier91] concernant le terme α_o et propose une technique de calcul par transformée de Laplace inverse. Dans [Poll95], [Cost02], [Wu02a], [Piaz02], [Hich03], les auteurs obtiennent une expression analytique de la puissance en utilisant une approximation linéaire de la fonction exponentielle, en considérant le bruit de phase proche de zéro. Petrovic et al. s'affranchissent de cette hypothèse et proposent deux méthodes de calcul : l'une par intégration de la dsp du signal délivré par l'oscillateur local [Petr03a], l'autre par FFT de la fonction caractéristique de l'écart de phase entre deux instants d'échantillonnage [Petr04a].

Il est plus intéressant d'obtenir une expression analytique puisqu'elle permet de relier directement la puissance de l'ICI aux paramètres du système. Pour calculer la puissance des coefficients de pondération $\alpha_{r,k}$, $r-k \neq 0$, nous avons repris la même démarche qu'au paragraphe 4.1.1.1 pour calculer les moments du terme multiplicatif α_o . Nous avons ainsi procédé à un calcul direct de la puissance en utilisant les propriétés statistiques d'un processus de Wiener-Lévy, comme dans [Boug01] et [Wu04] :

$$E[|\alpha_{r-k}|^2] = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{j(\theta(t)-\theta(t'))}] e^{j2\pi \frac{(r-k)(t-t')}{T_s}} dt dt' \quad (4.13)$$

En faisant intervenir la fonction caractéristique de la variable aléatoire gaussienne $\theta(t)-\theta(t')$, comme détaillé dans l'annexe D.3, on obtient :

$$E[|\alpha_{r-k}|^2] = \frac{2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \left(\pi \beta T_s + \frac{(e^{-\pi \beta T_s} - 1) [(\pi \beta T_s)^2 - (2\pi(r-k))^2]}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \right) \quad (4.14)$$

Cette expression analytique montre que la contribution d'une sous-porteuse r du système OFDM vis-à-vis de la puissance globale d'ICI affectant la sous-porteuse détectée k dépend du niveau de bruit de phase représenté par la largeur de bande normalisée βT_s , et de sa position relative ($r-k$) par rapport à la sous-porteuse k . On peut noter que l'on retrouve bien les résultats de [Boug01] et [Wu04].

En tenant compte du fait que : $(\pi \beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$, quelle que soit la valeur de l'écart fréquentiel ($r-k$) pour des valeurs de βT_s allant jusqu'à 0,6, l'expression précédente peut se réduire à :

$$E[|\alpha_{r-k}|^2] \approx \frac{(\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2\pi^2} \frac{1}{(r-k)^2} \quad (4.15)$$

L'expression (4.15) montre clairement que l'influence d'une sous-porteuse r est d'autant

plus importante que βT_s , est grand et que l'écart fréquentiel ($r-k$) avec la sous-porteuse détectée est faible.

La figure 4.2 représente la contribution des six plus proches voisins de la sous-porteuse décodée ($|r-k| = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) en fonction de βT_s , à l'échelle logarithmique. On peut observer une relation linéaire entre la puissance des coefficients $\alpha_{r,k}$ et βT_s . La contribution la plus significative provient des sous-porteuses les plus proches, en particulier les premières et deuxièmes voisines. La contribution diminue de façon graduelle pour les porteuses plus distantes.

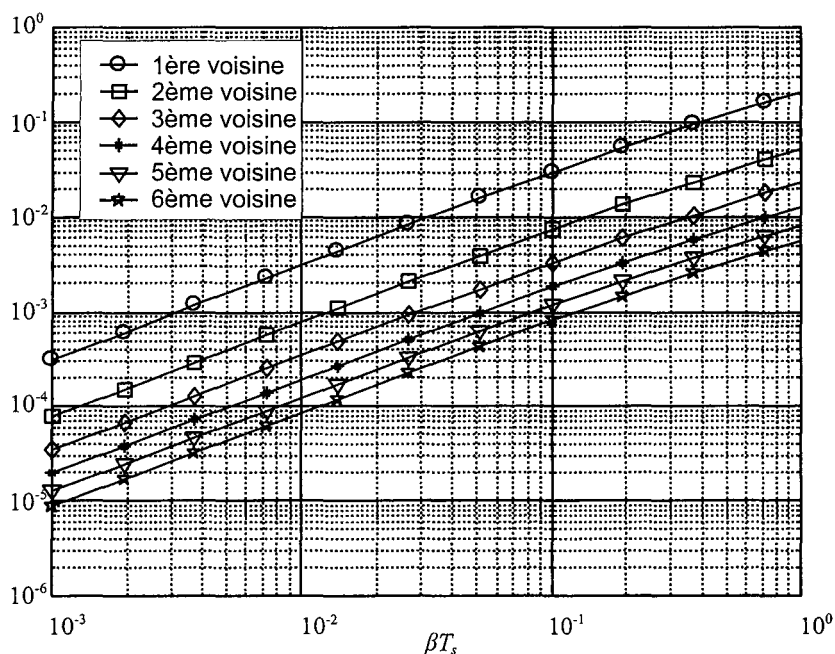


Figure 4.2 : Puissance des coefficients $\alpha_{r,k}$ pour les 6 plus proches voisines de la sous-porteuse détectée en fonction du rapport βT_s .

La puissance de l'ICI de la sous-porteuse k est approchée en intégrant (4.15) dans l'équation (4.12) :

$$\sigma_{ICI,k}^2 \approx \frac{(\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2 \pi^2} \underbrace{\sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^2}}_{Z(k,N)} \quad (4.16)$$

Elle dépend donc du niveau de bruit de phase représenté par βT_s , et de la fonction $Z(k,N)$ définie dans l'expression (4.16), qui s'apparente à la fonction zêta d'Euler. La figure 4.3 représente l'allure de la fonction $Z(k,N)$ en fonction des sous-porteuses pour différents nombres de sous-porteuses N du système OFDM.

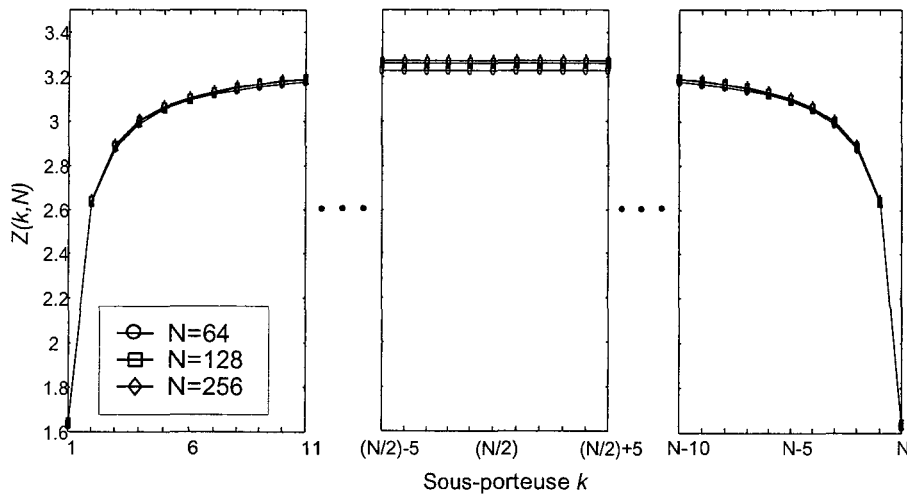


Figure 4.3 : Allure de la fonction $Z(k,N)$ pour différentes valeurs de N et de k

Les valeurs prises par la fonction $Z(k,N)$ varient peu en fonction de N . En revanche, elles varient sensiblement selon que l'on considère des porteuses excentrées du spectre OFDM : k proche de 1 ou de N ou des porteuses centrales : k autour de $N/2$. Plus précisément, la valeur de $Z(k,N)$ et par conséquent la puissance de l'ICI est plus faible pour des porteuses excentrées que pour des porteuses centrales. Ce résultat est normal puisque d'après la figure 4.2, la contribution la plus importante vis-à-vis de l'ICI provient des porteuses voisines les plus proches et que les porteuses excentrées ont moins de voisines proches.

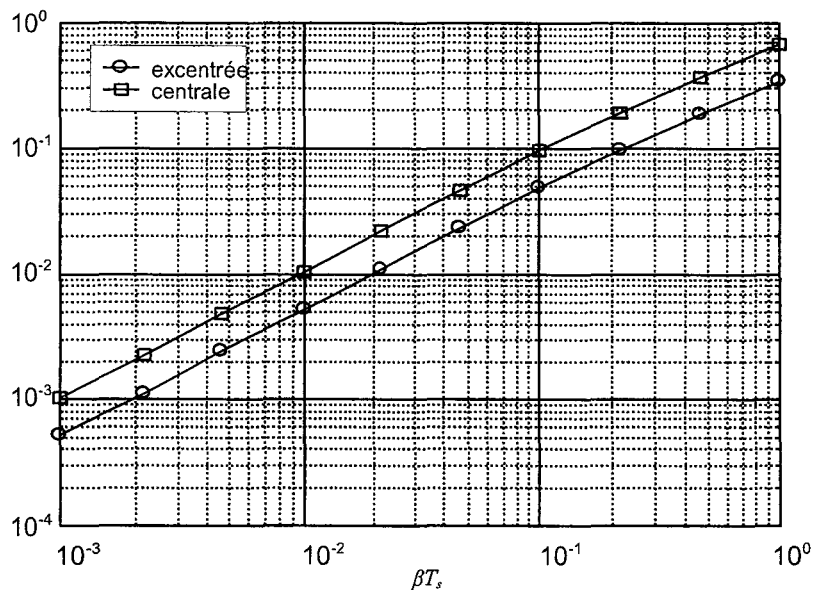


Figure 4.4 : Puissance de l'ICI en fonction de βT_1 , dans le cas d'une porteuse centrale et d'une porteuse excentrée

La figure 4.3 montre également que pour la grande majorité des sous-porteuses, la valeur de $Z(k, N)$ est similaire à celle de la porteuse centrale. Ce cas est donc le plus représentatif en terme d'ICI : la plupart des sous-porteuses d'un système OFDM sont affectées du même niveau d'interférence.

La figure 4.4 représente l'évolution de la puissance de l'ICI en fonction du rapport βT_r , pour les deux cas extrêmes : une porteuse située à une extrémité du spectre ($k=1$ ou N) et une porteuse située au centre du spectre ($k=N/2$). Dans les deux cas, on retrouve bien, d'après l'évolution de la puissance des coefficients $\alpha_{r,k}$, l'existence d'une relation linéaire (dans une échelle logarithmique) entre la puissance de l'ICI et βT_r . L'écart entre les niveaux d'interférence obtenus dans les deux cas est d'environ 2,7 dB, quelle que soit la valeur de βT_r .

4.2.2 Distribution de l'interférence entre porteuses

Pour aller plus loin dans la caractérisation statistique de l'ICI, on s'intéresse à présent à sa distribution, nécessaire pour le calcul de la probabilité d'erreur du système en présence de bruit de phase. Précisons que dans le cas d'une modulation monodimensionnelle (BPSK), il suffit d'étudier la partie réelle de l'ICI. Dans le cas des modulations bidimensionnelles (QPSK, 16 QAM), il faut s'intéresser au couple constitué de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'ICI.

Dans la plupart des études [Robe95], [Musc95], [Tomb98], [ElTa01], [Cost02], [Wu02a], [Hich03], l'ICI définie comme la somme de $N-1$ variables aléatoires est considérée comme une variable aléatoire gaussienne complexe dès que le nombre de sous-porteuses N est grand. Cette hypothèse se justifie par le théorème de la limite centrale et permet de fournir une expression analytique approchée du TEB dans un canal AWGN en présence de bruit de phase.

Afin de vérifier la validité de cette approximation gaussienne, nous avons formé un échantillon de la variable d'ICI de très grande taille. Ayant montré dans l'annexe D que les parties réelle et imaginaire de l'ICI sont décorréélées dans le cas des modulations bidimensionnelles (QPSK, 16 QAM), nous proposons de les étudier de manière séparée. Les distributions obtenues sont quasi-identiques pour les différentes modulations considérées ainsi que pour les parties réelle et imaginaire de l'ICI. La figure 4.5 représente la distribution de la partie réelle de l'ICI pour plusieurs valeurs de βT_r . Le nombre de sous-porteuses N est égal à 256.

Bien que symétrique autour de 0, la distribution obtenue de façon empirique diffère sensiblement de la gaussienne de même moyenne et de même variance que l'échantillon considéré, et ceci quel que soit le nombre de porteuses N . En particulier, la queue de la distribution de l'ICI est plus importante que celle de la loi gaussienne. Cette différence peut être caractérisée par le Kurtosis, moment centré et normalisé d'ordre 4, qui définit le degré d'aplatissement d'une distribution.

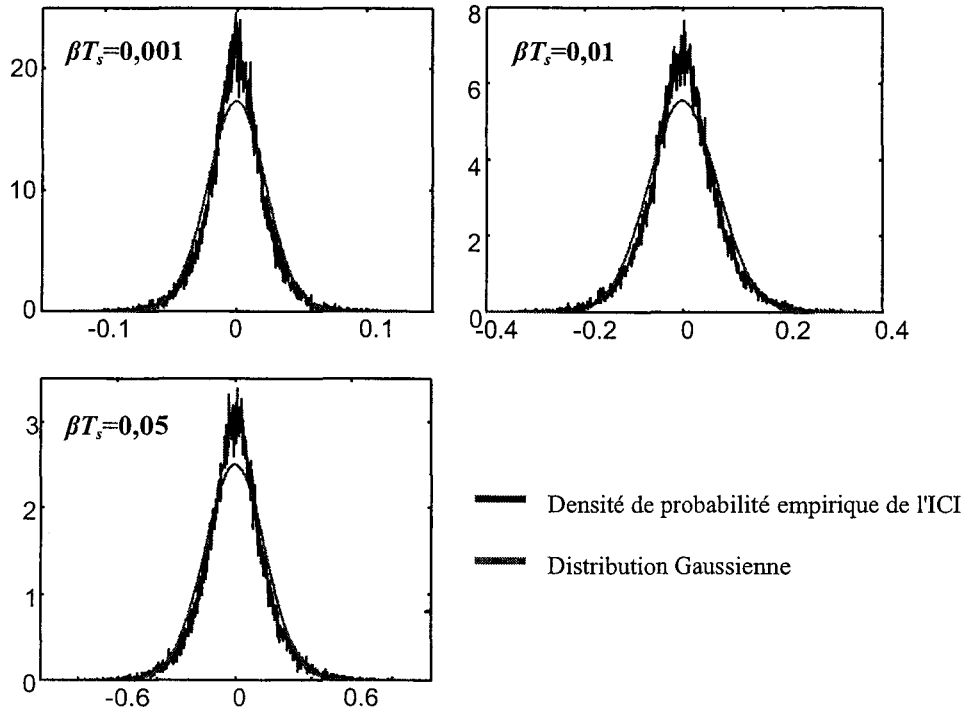


Figure 4.5 : Densités de probabilité empiriques de la partie réelle de l'ICI pour quelques valeurs de βT_s . Comparaison avec une loi gaussienne de même moyenne et de même variance.

	$\beta T_s=0,001$	$\beta T_s=0,01$	$\beta T_s=0,05$
Partie réelle de l'ICI, BPSK	$K=4,46$	$K=4,66$	$K=4,46$
Partie réelle de l'ICI, QPSK/16QAM	$K=4,53$	$K=4,60$	$K=4,52$
Partie imaginaire de l'ICI, QPSK/ 16QAM	$K=4,71$	$K=4,68$	$K=4,58$

Tableau 4.1 : Valeurs K du Kurtosis pour quelques valeurs de βT_s , ($N=256$)

D'après le tableau 4.1, la distribution de l'ICI présente un Kurtosis plus grand que celui de la distribution gaussienne qui vaut 3, ce qui confirme les observations faites à partir de la figure 4.5. On en déduit que la modélisation de l'ICI par une variable aléatoire gaussienne est grossière comme l'ont observé Petrovic et al [Petr04a] ainsi que Piazza et al [Piaz02]. Cela s'explique par les propriétés statistiques des coefficients de pondération $\alpha_{r,k}$ intervenant dans le terme d'ICI :

- d'une part par la corrélation qui existe entre ces coefficients [Petr04a],
- et d'autre part par la puissance de ces coefficients qui décroît lorsque l'écart ($r-k$) augmente (d'après la figure 4.2).

Les hypothèses d'indépendance et de même loi des termes composant la somme (4.6) ne sont donc pas vérifiées.

4.3 Performances

Voyons maintenant quel est l'impact des distorsions introduites par le bruit de phase sur les performances d'un système OFDM. Dans un premier temps, étudions l'influence de l'approximation gaussienne sur les performances du système.

4.3.1 Influence de l'approximation gaussienne pour modéliser l'ICI

La figure 4.6 compare les courbes de TEB obtenues, dans le cas d'une modulation BPSK et pour différentes valeurs du rapport βT_s , d'une part en supposant l'ICI gaussienne et en calculant la probabilité d'erreur de façon semi-analytique comme décrit dans l'annexe C, et d'autre part sans aucune hypothèse par simulation du système OFDM en présence de bruit de phase.

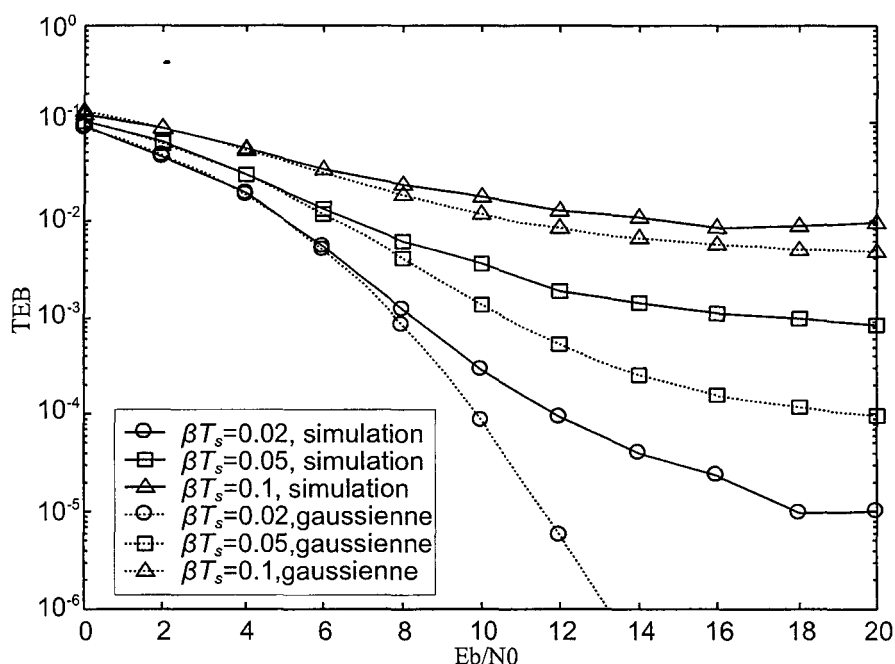


Figure 4.6 : Comparaison entre les performances obtenues par simulation et celles obtenues en employant l'approximation gaussienne pour plusieurs valeurs de βT_s , (modulation BPSK, $N=128$)

Pour des valeurs de E_b/N_0 inférieures à 8 dB, les courbes de TEB diffèrent très peu puisque c'est le bruit thermique qui domine. En revanche, lorsque E_b/N_0 augmente, le bruit de phase a plus d'impact et la différence entre les courbes devient importante, d'autant plus importante que le TEB est faible.

La figure 4.6 montre ainsi qu'en modélisant l'ICI par une variable aléatoire gaussienne, on

sous-estime nettement la dégradation des performances due au bruit de phase. Ceci s'explique par l'allure de la distribution de l'ICI : la queue de la distribution est en effet minorée par la loi gaussienne.

Par souci de réalisme, les courbes de TEB qui figurent dans les paragraphes suivants ont été obtenues par simulation sans aucune hypothèse et résultent d'un moyennage sur l'ensemble des N sous-porteuses du système OFDM ($N=256$). Les performances que nous présentons sont donc très différentes de celles que l'on peut trouver dans [Tomb98] pour les schémas de modulation BPSK et QPSK avec l'approximation gaussienne.

4.3.2 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK

La figure 4.7 représente l'évolution du TEB en fonction du rapport signal sur bruit exprimé sous la forme E_b/N_0 pour différentes valeurs du rapport βT_s , dans le cas d'un système OFDM employant la modulation BPSK. La courbe correspondant au TEB obtenu en l'absence de bruit de phase dans un canal AWGN est représentée à titre de comparaison.

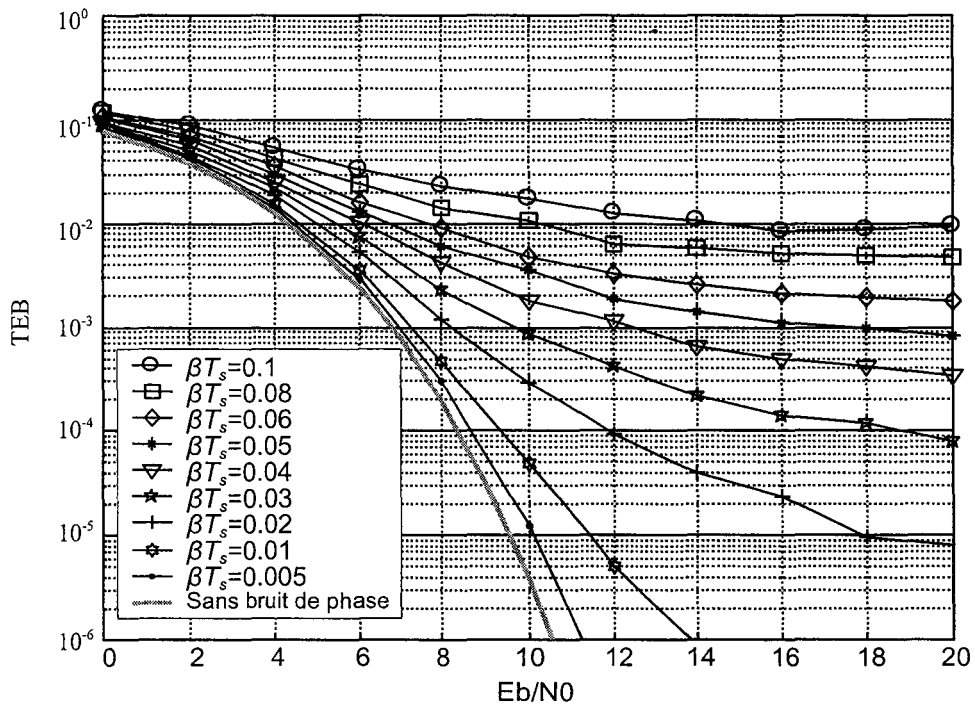


Figure 4.7 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de βT_s , (modulation BPSK)

Lorsque la valeur de E_b/N_0 est faible, le bruit thermique domine et les performances du système sont peu dégradées par le bruit de phase. En revanche, lorsque E_b/N_0 augmente, le système devient plus sensible au bruit de phase. On observe alors l'apparition d'un seuil au niveau du TEB (pour les valeurs considérées) dès que $\beta T_s \geq 0,02$. Ce seuil augmente avec le rapport βT_s , jusqu'à dépasser la valeur de 10^{-3} dès que βT_s atteint 0,06. Au-delà de cette

valeur limite, il devient difficile de transmettre avec une qualité acceptable. Même dans le cas d'une modulation d'ordre faible, l'influence du bruit de phase est donc non négligeable, ce qui souligne bien la sensibilité du système OFDM au phénomène de bruit de phase.

4.3.3 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation d'ordre supérieur

Les courbes de TEB ont également été simulées en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes valeurs de βT_s , dans le cas d'un système OFDM employant deux modulations d'ordre plus élevé : la QPSK et la 16-QAM. Pour comparaison, la figure 4.8 représente les performances obtenues avec les modulations BPSK, QPSK, 16-QAM pour quelques valeurs choisies de βT_s . Le cas d'une transmission sans bruit de phase dans un canal AWGN est toujours représenté en référence.

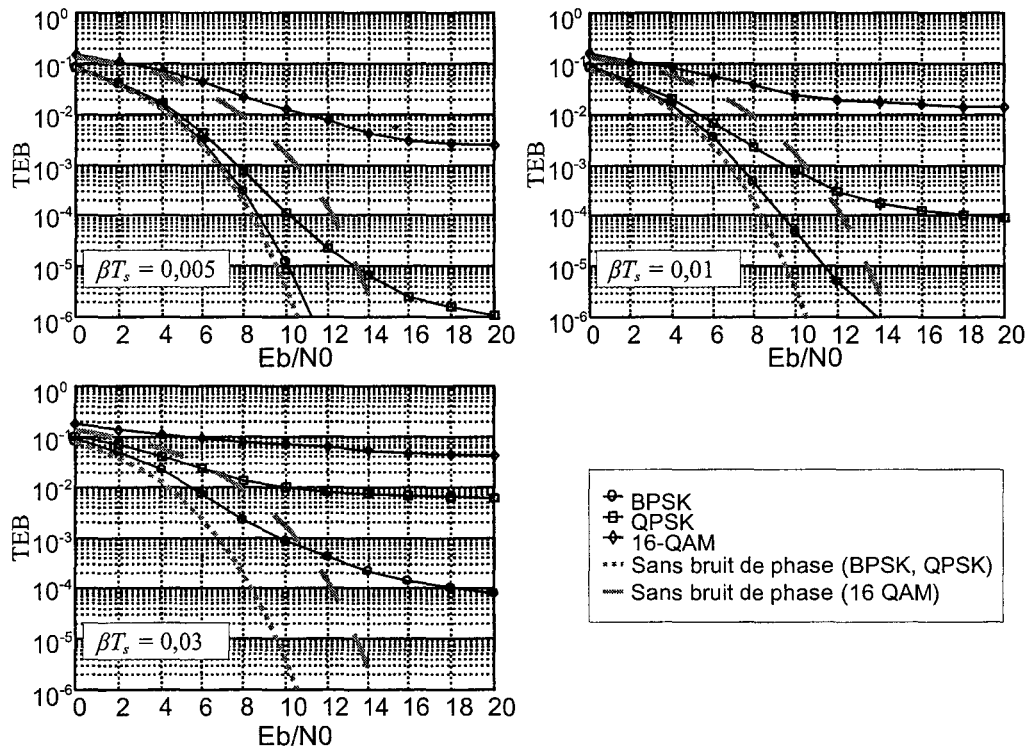


Figure 4.8 : TEB obtenu en fonction du rapport E_b/N_0 avec différentes modulations (BPSK, QPSK, 16-QAM) pour $\beta T_s \in \{0,005 ; 0,01 ; 0,03\}$

Par comparaison avec la modulation BPSK, on constate qu'avec la modulation QPSK, les performances se dégradent pour un niveau plus faible de bruit de phase. La modulation QPSK est en effet plus sensible que la modulation BPSK à la rotation de phase engendrée par le terme multiplicatif α_0 . Les symboles QPSK transmis quittent le domaine de décision pour une valeur de déphasage plus faible et donc pour un niveau de bruit de phase βT_s , plus

faible. Dans ce cas, un seuil apparaît au niveau du TEB pour $\beta T_r = 0,01$. Les performances se dégradent alors très rapidement avec l'augmentation de βT_r , et le seuil dépasse 10^{-3} dès que le rapport βT_r prend des valeurs supérieures ou égales à 0,02.

Lorsque l'on passe à une modulation d'ordre encore plus élevé, les performances se dégradent pour un niveau de bruit de phase beaucoup plus faible. Les courbes de TEB présentent un seuil dès que $\beta T_r = 0,002$ alors que pour un niveau de bruit de phase similaire, les courbes de TEB s'éloignent peu de la courbe de référence obtenue dans un canal AWGN dans le cas d'une modulation BPSK ou QPSK. Le seuil dépasse 10^{-3} pour une valeur de βT_r supérieure ou égale à 0,005. Cette dégradation importante des performances est due à la sensibilité accrue de la modulation 16-QAM aux effets du terme multiplicatif α_0 : rotation de phase mais aussi atténuation. Sous ces effets, les symboles de la constellation sortent plus facilement de leur domaine de décision.

4.4 Correction de l'erreur commune de phase

D'après le paragraphe 4.1, le terme multiplicatif α_0 , appelé erreur commune de phase (CPE en anglais) [Robe95], est un terme de perturbation commun à toutes les sous-porteuses du système OFDM. De ce fait, il peut être facilement compensé grâce à l'utilisation de sous-porteuses pilotes. Nous allons à présent examiner les performances obtenues lorsque la CPE est corrigée.

Plusieurs techniques de correction ont été proposées dans la littérature. Elles comprennent en général deux étapes :

- d'abord l'estimation de l'argument de α_0 ou du coefficient α_0 lui-même à partir de techniques d'estimation classiques appliquées sur les sous-porteuses pilotes du système : simple moyennage dans [Robe95] et [Arma01], estimation au sens des moindres carrés (LS : Least Squares en anglais) dans [Wu02b], estimation suivant le critère de minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE : Minimum Mean Square Error en anglais) au moyen d'un filtre de Kalman étendu dans [Petr03] et [Petr04b],
- puis la correction de l'effet introduit par α_0 sur toutes les sous-porteuses dédiées à la transmission des données.

Le nombre de sous-porteuses pilotes pouvant être faible, il est possible d'améliorer la précision de l'estimation en ajoutant une boucle à retour de décision (DF : Decision Feedback en anglais). Dans ce cas, l'estimation est affinée en utilisant les données démodulées reçues sur les autres sous-porteuses, qui sont beaucoup plus nombreuses [Wu02b] [Petr04b].

Puisque le TEB atteint avec ces techniques est proche de celui obtenu en considérant une compensation idéale de la CPE [Petr04b] et que l'objectif de ce travail n'est pas la correction du bruit de phase, nous considérons ici une estimation parfaite du terme multiplicatif α_0 . Après correction de la CPE, la variable de décision y'_k sur la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse s'écrit alors :

$$y'_k = y_k \frac{\alpha_0^*}{|\alpha_0|^2} = x_k + (x_{ICI,k} + \eta_k) \frac{\alpha_0^*}{|\alpha_0|^2} \quad (4.17)$$

La CPE se trouve ainsi parfaitement corrigée et l'effet du bruit de phase se trouve réduit à un unique terme perturbateur additif. La loi de probabilité de ce terme n'étant pas connue, nous avons eu à nouveau recours à la simulation pour évaluer les performances du système OFDM et évaluer le gain maximum engendré par la suppression de la CPE, sachant qu'en pratique ce gain est légèrement inférieur mais très proche.

4.4.1 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK avec compensation de la CPE

La figure 4.9 présente le TEB en fonction de E_b/N_0 pour différentes valeurs de βT_s , dans le cas où la modulation BPSK est utilisée et où la CPE est parfaitement corrigée.

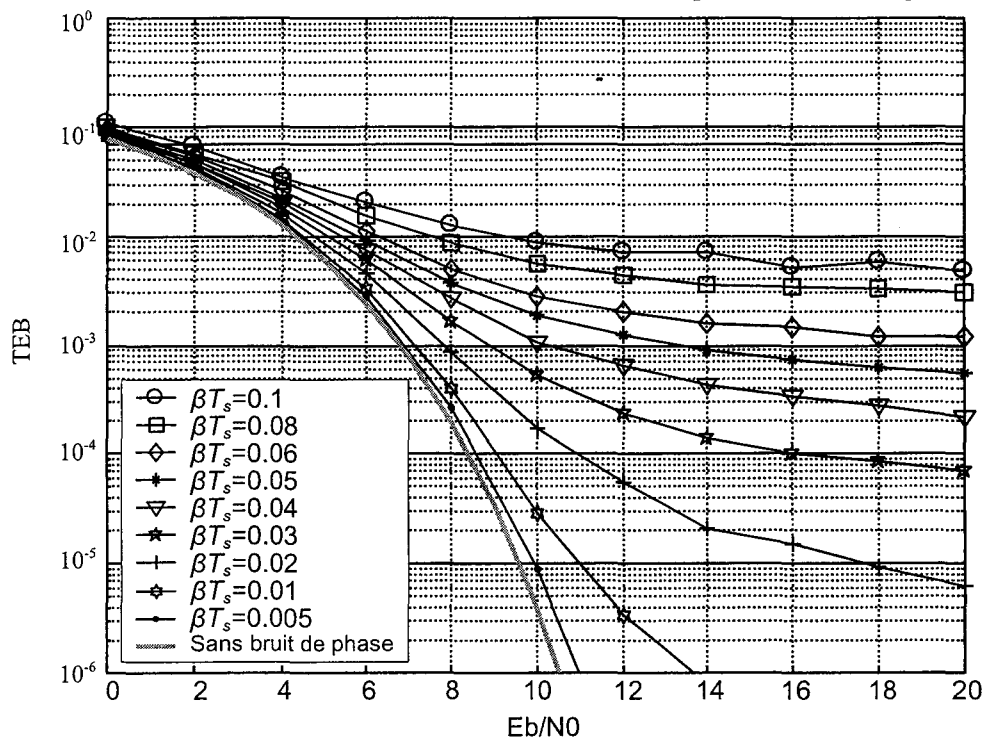


Figure 4.9 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de βT_s , dans le cas d'une correction parfaite de la CPE (modulation BPSK)

Il est intéressant de comparer les courbes de TEB obtenues avec celles de la figure 4.7 pour évaluer le gain apporté par la correction de la CPE. En fait, la comparaison montre que ce gain est relativement faible, quelle que soit la valeur de βT_s , considérée. Dans le cas d'une modulation BPSK, c'est l'ICI qui domine par rapport à la CPE et qui est responsable des erreurs de transmission.

4.4.2 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation d'ordre supérieur avec compensation de la CPE

Les courbes de TEB ont également été simulées pour les schémas de modulation QPSK et 16-QAM dans le cas d'une compensation parfaite de la CPE. Les performances d'un système OFDM utilisant les différentes modulations sont représentées sur la figure 4.10 pour quelques valeurs choisies de βT_s .

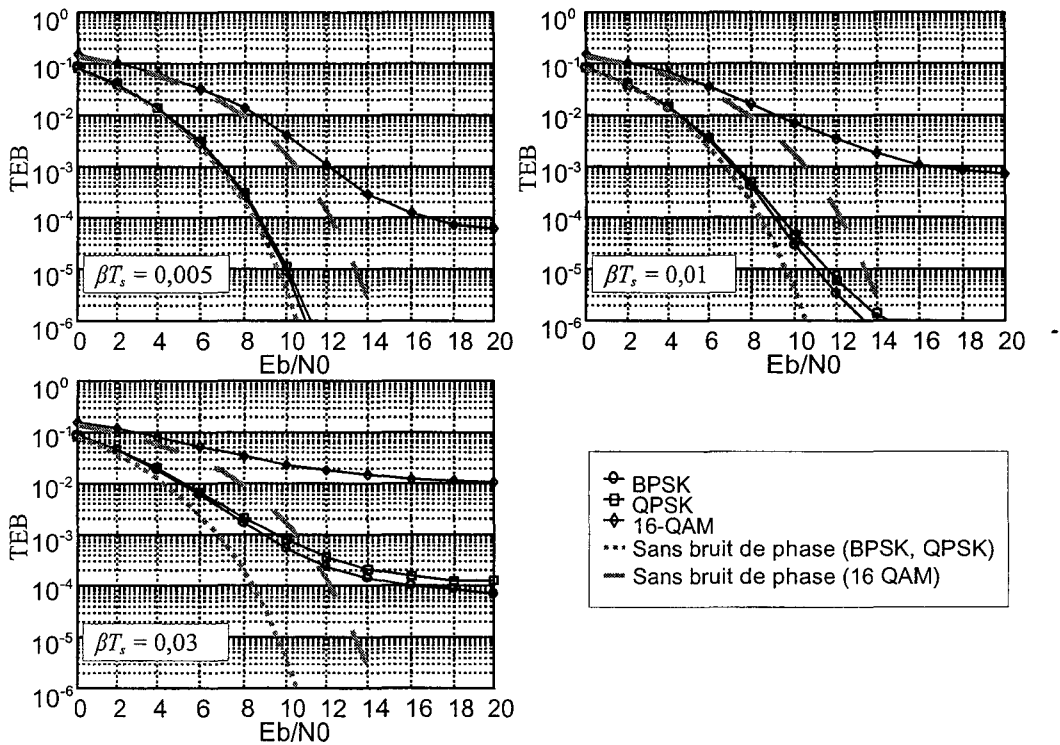


Figure 4.10 : TEB obtenu en fonction du rapport E_b/N_0 avec différentes modulations (BPSK, QPSK, 16-QAM) dans le cas d'une correction parfaite de la CPE

Si on compare avec la figure 4.8 où la CPE n'est pas corrigée, on s'aperçoit que pour la QPSK, les performances sont nettement améliorées et se rapprochent de celles obtenues avec une modulation BPSK. C'est normal puisque la CPE et plus précisément le déphasage engendré a beaucoup plus d'effet sur les performances dans le cas d'une modulation QPSK.

Dans le cas d'une modulation 16-QAM, les performances se trouvent clairement améliorées. La modulation 16-QAM étant très sensible aux effets de la CPE : rotation de phase et atténuation, sa correction a un impact important sur les performances du système. Cependant, même avec une compensation idéale de la CPE, les performances restent nettement moins bonnes que celles obtenues avec une modulation BPSK ou QPSK. Le

Le système OFDM utilisant une modulation 16-QAM est beaucoup plus sensible à l'ICI due au bruit de phase (comme au bruit thermique).

Ajoutons que dans les deux cas, l'amélioration du TEB est d'autant plus grande que le niveau de bruit de phase est faible, parce que proportionnellement l'effet de l'ICI (qui n'est pas corrigé) prend plus d'importance par rapport à l'effet de la CPE lorsque βT augmente.

4.5 Synthèse des résultats

Pour conclure sur la dégradation des performances qui résulte du niveau de bruit de phase, du nombre de sous-porteuses, de la modulation employée..., nous avons relevé sur les courbes de TEB obtenues pour les différentes valeurs de βT , la pénalité en terme de rapport E_b/N_0 que le système subit pour atteindre un TEB de 10^{-3} en présence de bruit de phase, par comparaison à une transmission dans un canal AWGN.

La figure 4.11 représente ainsi la dégradation ou pénalité en fonction de la largeur de bande normalisée βT , pour les différentes modulations considérées, avec et sans correction de la CPE



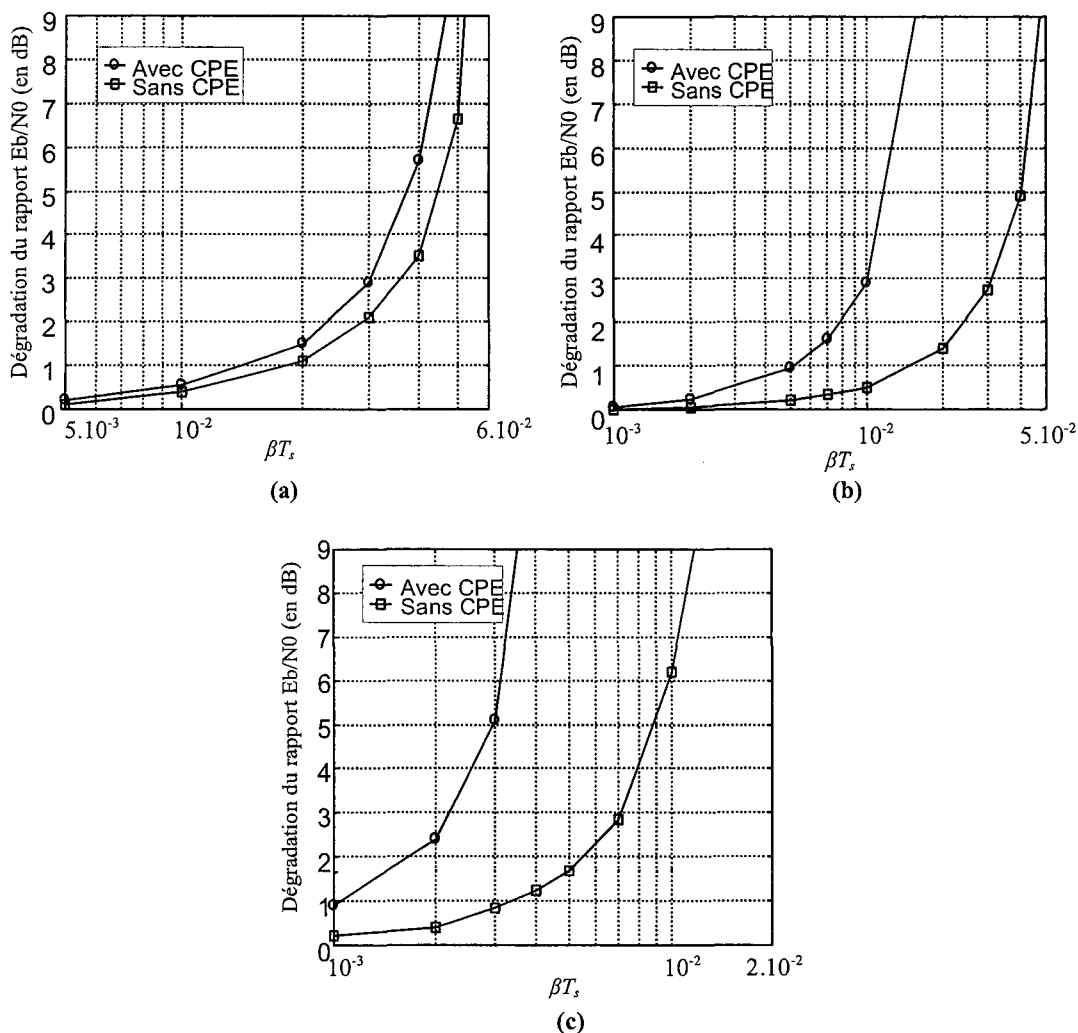


Figure 4.11 : Dégradation en terme de rapport E_b/N_0 pour atteindre un TEB de 10^{-3} en fonction de βT_s , pour un système OFDM utilisant une modulation (a) BPSK (b) QPSK (c) 16 QAM

4.5.1 Dégradation des performances due au bruit de phase sans correction de la CPE

La figure 4.11 montre que, pour un même débit symbole source $D_x=1/T_s$, la dégradation des performances en présence de bruit de phase augmente avec plusieurs paramètres :

- Le rapport $\beta T_s = \beta N T_s$, c'est-à-dire avec le niveau de bruit de phase caractérisé par la largeur de bande à -3 dB de l'oscillateur notée β , pour N donné ou avec le nombre de sous-porteuses N du système OFDM pour un oscillateur donné. Cette évolution paraît normale puisque d'une part la première solution pour augmenter les performances est d'améliorer la qualité de l'oscillateur et d'autre part plus N est grand, plus l'écart entre sous-porteuses est

faible et donc plus le système OFDM est sensible au bruit de phase. Finalement, sans technique de correction, la dégradation reste acceptable pour des valeurs assez faibles de βT_s , comprises entre 0,001 et 0,05, quelle que soit la modulation employée. Au-delà de ces valeurs, l'existence d'un niveau élevé d'ICI combiné à une rotation de phase et une atténuation des symboles transmis entraîne une très forte dégradation.

- La taille de l'alphabet de modulation $M=2^m$, c'est-à-dire avec le débit binaire source m/T_s . De même qu'une modulation d'ordre plus élevé est moins robuste au bruit thermique, elle est moins robuste au bruit de phase. Dans le cas d'une modulation BPSK, le système OFDM est surtout sensible à l'ICI. Lorsque l'ordre de la modulation augmente, la sensibilité à l'ICI augmente et le système devient aussi beaucoup plus sensible aux effets de la CPE : rotation de phase dans le cas d'une modulation QPSK, rotation de phase et atténuation dans le cas d'une modulation 16-QAM. Dans ce cas, même en présence d'un faible niveau de bruit de phase, les dégradations sont suffisamment importantes pour compromettre la qualité de la transmission. Sans correction de la CPE, la dégradation due au bruit de phase reste limitée à 3 dB si le rapport βT_s ne dépasse pas la valeur 0,03 avec une modulation BPSK, 0,01 avec une QPSK, et 0,002 avec une 16-QAM.

Pour atteindre les exigences requises en terme de performance, le choix d'un oscillateur local limite donc le nombre de sous-porteuses du système OFDM, éventuellement au détriment de la robustesse face à la sélectivité en fréquence du canal de propagation, ainsi que le débit binaire source. Et inversement, le choix des paramètres du système OFDM impose un niveau de bruit de phase donc un degré de qualité et un certain coût pour l'oscillateur local.

4.5.2 Intérêt de la correction de la CPE

La figure 4.11 montre également que la dégradation des performances en présence de bruit de phase peut être réduite et donc que la robustesse au bruit de phase d'un système OFDM peut être améliorée grâce à la correction de la CPE.

Le gain en robustesse augmente avec la taille de la constellation. Pour une modulation BPSK, les performances sont peu améliorées car l'ICI domine et la correction de la CPE a peu d'effet. Quand l'ordre de la modulation augmente, l'amélioration est plus significative car la CPE a beaucoup plus d'effet sur les performances et donc sa correction est beaucoup plus profitable. Avec correction de la CPE, pour éviter une dégradation du rapport E_b/N_0 supérieure à 3 dB, le rapport βT_s ne doit pas dépasser pas la valeur 0,036 avec une modulation BPSK, 0,03 avec une QPSK, et 0,007 avec une 16-QAM.

On peut conclure qu'il est intéressant d'introduire un mécanisme de correction de la CPE dans le récepteur OFDM, étant donné les améliorations notables qu'il apporte et sa simplicité de mise en oeuvre. Avec cette correction, les dégradations observées pour les modulations BPSK et QPSK sont très proches. Cependant dans le cas d'une modulation d'ordre plus élevé, même avec une compensation idéale de la CPE, la dégradation reste importante pour un faible niveau de bruit de phase. Un système OFDM utilisant une modulation 16-QAM est beaucoup plus sensible à l'ICI qui, elle, n'est pas corrigée.

4.5.3 Exemple d'exploitation des résultats obtenus : application au système IEEE 802.11a

Les courbes de pénalité représentées sur la figure 4.11 en fonction du rapport βT_c peuvent être exploitées de deux façons. Pour un système donné, il est possible de déterminer le degré de stabilité requis pour l'oscillateur local pour garantir une dégradation acceptable des performances. Il est également possible de déterminer comment concevoir un système pour éviter une dégradation trop sévère en présence d'un certain niveau de bruit de phase.

Nous proposons une exploitation des résultats obtenus dans le cadre d'un système IEEE 802.11.a, dont les principaux paramètres OFDM sont résumés dans le tableau 4.2. Toutes les valeurs sont issues des spécifications [IEEE99b].

Paramètres	Valeurs
Fréquence d'échantillonnage	$1/T_c = 20 \text{ MHz}$
Taille de la FFT/IFFT	$N = 64$
Durée utile du symbole OFDM	$T_u = NT_c = 3,2 \mu\text{s}$
Durée du préfixe cyclique	$T_c = T_u/4 = 0,8 \mu\text{s}$
Durée totale du symbole OFDM	$T_s = T_u + T_c = 4 \mu\text{s}$
Ecart entre sous-porteuses	$\Delta f = 1/T_u = 0,3125 \text{ MHz}$
Modulations	BPSK, QPSK, 16-QAM, 64-QAM

Tableau 4.2 : Principaux paramètres OFDM d'un système IEEE 802.11a

Nous cherchons la valeur maximale de la largeur de bande à -3dB de l'oscillateur β pour garantir un TEB de 10^{-3} en se limitant à une dégradation du rapport E_b/N_0 de 1 dB par rapport à une transmission dans un canal AWGN sans bruit de phase. Nous nous plaçons dans le cas d'une modulation QPSK.

D'après la figure 4.11(b), les valeurs du rapport βT_c , qui répondent à nos exigences sont les suivantes : $\beta T_c = 5 \cdot 10^{-3}$ sans correction de l'erreur commune de phase et $\beta T_c = 1,5 \cdot 10^{-2}$ avec correction. On en déduit des largeurs de bande maximales tolérables respectives de $\beta = 1,25$ kHz et $\beta = 3,75$ kHz pour l'oscillateur. Avec un mécanisme de correction de la CPE, le système OFDM atteint les mêmes performances qu'en l'absence de correction avec un oscillateur beaucoup moins stable présentant une largeur de bande 3 fois plus importante. Par conséquent, la correction de la CPE permet l'utilisation d'un oscillateur moins coûteux, ce qui peut s'avérer un choix technologique judicieux.

Chapitre 5

Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

Nous avons analysé dans les chapitres 3 et 4 l'impact du bruit de phase sur les systèmes de transmission DS-CDMA et OFDM. Ces deux techniques peuvent être combinées de façon à former des systèmes de transmissions multiporteuses à étalement de spectre. Ces systèmes permettent de bénéficier à la fois de la capacité multiaccès de la technique DS-CDMA et de la diversité fréquentielle du système introduite par l'OFDM. En particulier, nous étudions deux types de combinaisons : le MC-CDMA et le MC-DS-CDMA dont les principes sont décrits dans le chapitre 1. Toujours afin de se focaliser sur le seul impact du bruit de phase, les conditions d'études sont les mêmes que celles employées pour le système OFDM (canal AWGN, synchronisation temporelle et fréquentielle parfaites, amplification du signal parfaitement linéaire). De plus, comme en DS-CDMA, l'étude est réalisée dans un contexte multi-utilisateurs synchrone et les codes choisis sont les codes de Walsh pour leurs propriétés d'orthogonalité.

Dans la littérature, quelques études traitent du bruit de phase dans le cadre de l'emploi de ces techniques de transmission. Pour le MC-CDMA, [Stee99] considère le bruit de phase provenant d'un oscillateur associé à une PLL, alors que [Tomb99] et [Hich03] considèrent un oscillateur local libre, dont le bruit de phase est modélisé par un processus de Wiener-Lévy. [Stee99] examine la dégradation en terme de SNR, sous hypothèse d'un faible bruit de phase. Cette dernière hypothèse est reprise par [Hich03] qui établit une expression analytique de la puissance de l'interférence due au bruit de phase en utilisant également une approximation linéaire de la fonction exponentielle. Comme dans [Tomb98] concernant l'OFDM, [Tomb99] s'affranchit de l'hypothèse faible bruit en reprenant les travaux menés dans le domaine des communications optiques [Pier91] et propose une technique de calcul de cette puissance par transformée de Laplace inverse. En ce qui concerne le système MC-DS-CDMA, [Stee01] reprend la même méthode que dans [Stee99] pour examiner la dégradation de performance du système en terme de SNR, toujours sous l'hypothèse d'un faible bruit de phase.

Cependant, aucune étude à notre connaissance n'établit de relation analytique concernant la puissance des différentes interférences affectant les systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA dans le cas général, quelque soit le niveau de bruit de phase. Nous proposons donc, en utilisant une modélisation du le bruit de phase par un processus de Wiener-Lévy, une formulation analytique de la puissance des différentes perturbations induites sur le signal, sans hypothèse de faible bruit de phase. Cette formulation mathématique nous permet en l'occurrence de proposer une simplification du modèle de perturbation à la réception du système MC-DS-CDMA.

Nous présentons également des courbes de performances en termes de TEB et de dégradation du rapport signal sur bruit pour les deux systèmes de transmission, et nous concluons sur l'influence des paramètres du système (nombre de porteuses, longueur de code, taux de charge, modulation) sur la dégradation due au bruit de phase.

5.1 Système MC-CDMA en présence de bruit de phase

Nous étudions d'abord les conséquences du bruit de phase sur une système MC-CDMA, qui réalise un étalement de spectre selon le principe du DS-CDMA suivi d'une modulation des chips par les sous-porteuses OFDM.

5.1.1 Description du système

La figure 5.1 représente la chaîne de communication MC-CDMA considérée. Le système accueille N_u utilisateurs qui transmettent simultanément et de manière synchrone. A chaque utilisateur u est attribué un code c^u de longueur L . Chaque émetteur est constitué d'une source qui délivre des données binaires b^u . Ces données sont regroupées en paquets de taille 2^m pour former des symboles x^u . Les symboles ainsi obtenus sont codés par le code utilisateur c^u . Chaque chip résultant est modulé par des sous-porteuses OFDM. En notant T_s la durée d'un symbole OFDM et T_x la durée d'émission d'une donnée binaire, le débit des symboles OFDM est de $1/T_s$, et le débit des données $1/T_x$ vaut N/LT_s .

Bien qu'il soit possible de considérer un nombre de sous-porteuses différent de la longueur du code, nous prendrons par souci de simplification et sans perte de généralité le nombre de sous-porteuses N égal à la longueur du code L employé.

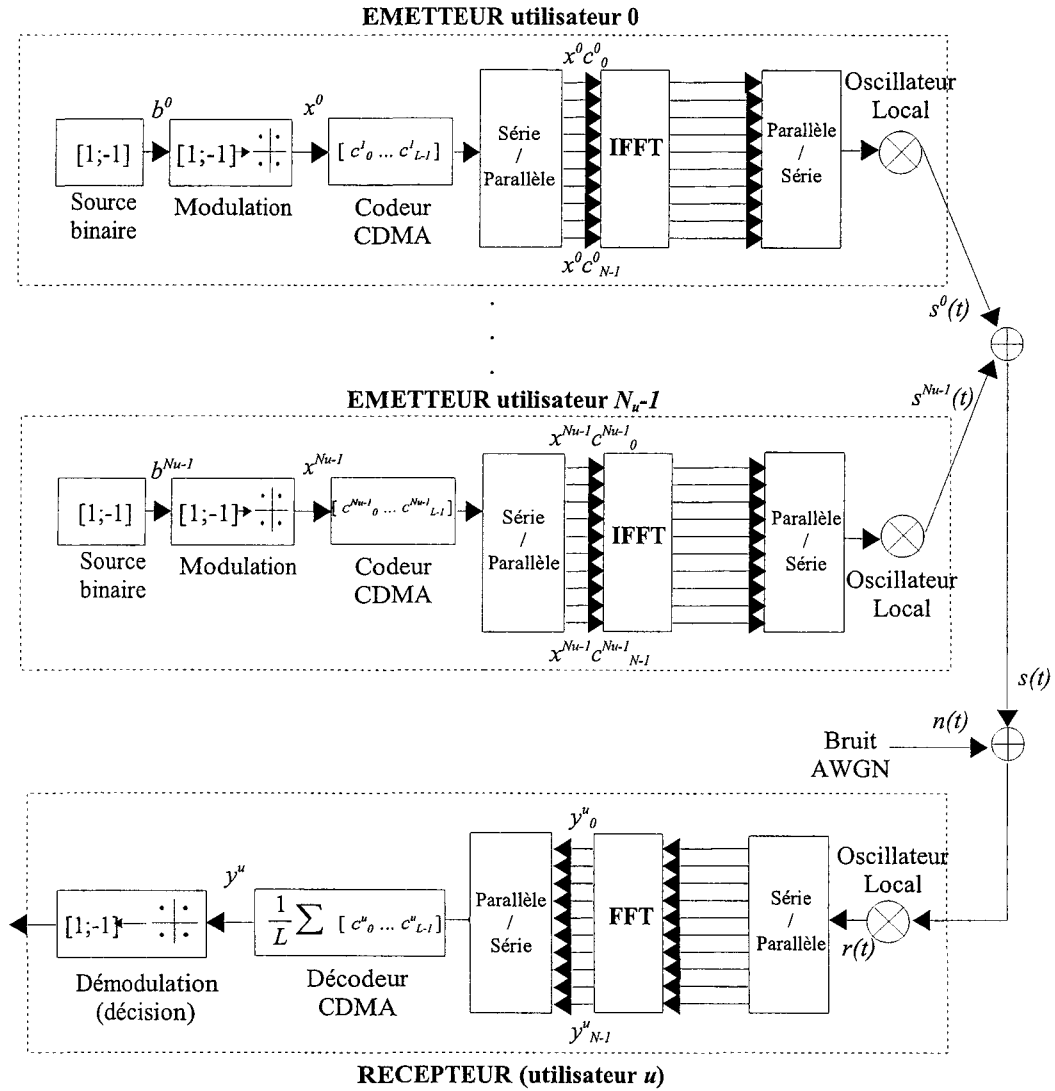


Figure 5.1 : Modèle en bande de base du système de transmission MC-CDMA en présence de bruit de phase

Par rapport à un système OFDM, chaque utilisateur n'envoie plus un symbole x_r sur chaque porteuse r mais un chip de la séquence étalée $x^u c^u_r$. Par conséquent, le signal $s^u(t)$ émis par l'utilisateur u est donné par l'expression (4.1) dans laquelle le terme x_r est remplacé par $x^u c^u_r$:

$$s^u(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{r=0}^{N-1} x^u c^u_r e^{j2\pi r \frac{t}{T_s}} \quad (5.1)$$

On considère que chaque émetteur est perturbé par un bruit de phase modélisé par un processus de Wiener Levy $\theta^u_r(t)$ de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta_s |t|$ (avec β_s la largeur de

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

bande à 3 dB du bruit de phase). Les signaux émis de façon synchrone par les N_u utilisateurs sont ensuite transmis à travers le canal de propagation dont le bruit $n(t)$ est additif blanc gaussien de variance σ_n^2 . A la réception le signal résultant est perturbé par le bruit de phase provenant de l'oscillateur local du récepteur $\theta_r(t)$, centré et de variance $2\pi\beta_r |t|$. On obtient alors le signal $r(t)$ suivant :

$$r(t) = \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} s^m(t) e^{j\theta_r^m(t)} + n(t) \right) e^{j\theta_r(t)} = \sum_{m=0}^{N_u-1} s^m(t) e^{j\theta_r^m(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} \quad (5.2)$$

Les deux bruits de phase étant indépendants, leur somme $\theta^m(t)$ forme un processus de Wiener Lévy de paramètre $\beta = \beta_r + \beta_r$.

En remplaçant le signal émis $s^m(t)$ par son expression, $r(t)$ s'écrit :

$$r(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{r=0}^{N_u-1} \sum_{m=0}^{N_u-1} x^m c_r^m e^{j2\pi r \frac{t}{T_s}} e^{j\theta_r^m(t)} + n(t) e^{j\theta_r(t)} \quad (5.3)$$

Après la démodulation OFDM, le signal reçu sur la $k^{ième}$ sous-porteuse s'obtient à partir des expression (4.5) et (4.6) en remplaçant x_k par $\sum_{m=0}^{N_u-1} x^m c_k^m$:

$$y_k = \sum_{m=0}^{N_u-1} x^m c_k^m \alpha_0^m + \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N_u-1} \sum_{m=0}^{N_u-1} x^m c_r^m \alpha_{r-k}^m + \eta_k \quad (5.4)$$

Avec α_n^m défini par l'expression (4.7) dans laquelle $\theta(t)$ est remplacé par $\theta^m(t)$ et η_k défini par l'expression (4.8).

On constate que l'orthogonalité des sous-porteuses est altérée par la présence du bruit de phase ce qui introduit de l'interférence d'accès multiple.

Le signal obtenu après démodulation OFDM est ensuite traité par le corrélateur CDMA associé à l'utilisateur u . Après l'opération de décorrélation, la variable de décision s'écrit :

$$y^u = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^u y_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^u \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} x^m c_k^m \alpha_0^m + \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N_u-1} \sum_{m=0}^{N_u-1} x^m c_r^m \alpha_{r-k}^m + \eta_k \right) \quad (5.5)$$

Du fait de l'orthogonalité des codes, on peut écrire l'équation précédente sous la forme :

$$y^u = x^u \alpha_0^u + x_{ICI-MAI}^u + \eta^u \quad (5.6)$$

Avec :

$$x_{ICI-MAI}^u = \sum_{m=0}^{N_u-1} x^m \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} c_k^u c_r^m \alpha_{r-k}^m \quad (5.7)$$

$$\alpha_n^m = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta^m(t)} e^{j2\pi \frac{nt}{T_s}} dt \quad (5.8)$$

$$\eta^u = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k^u \eta_k \quad (5.9)$$

Trois sources de perturbation sont identifiées :

- Le terme α_n^u est équivalent à la CPE α_0 de l'OFDM, il possède les mêmes propriétés. Ce terme introduit une atténuation et une rotation de phase sur le symbole utile x^u .
- Le terme $x_{ICI-MAI}^u$ représente une combinaison de l'interférence entre porteuses (ICI), qui se décline en deux parties distinctes : une partie due à l'utilisateur détecté, et une autre provenant des autres utilisateurs actifs qualifiée d'interférence d'accès multiple (MAI). Cette interférence est donc causée par le bruit de phase qui, en altérant l'orthogonalité des sous-porteuses, altère aussi celle des codes de Walsh, chaque chip étant émis sur une sous-porteuse OFDM
- Le terme η^u correspond à la perturbation introduite par le bruit AWGN du canal de transmission. Le bruit de phase du récepteur ne change pas les propriétés statistiques de ce bruit.

Les termes α_n^u et η^u ont déjà été étudiés dans le chapitre 2. Pour analyser l'effet du bruit de phase sur la technique MC-CDMA, il reste donc à étudier les caractéristiques du terme $x_{ICI-MAI}^u$.

5.1.2 Interférence entre porteuses et entre utilisateurs

Dans cette partie, nous nous intéressons aux propriétés statistiques du terme $x_{ICI-MAI}^u$:

$$x_{ICI-MAI}^u = \sum_{m=0}^{N_u-1} x^m \zeta^{u,m} \quad (5.10)$$

où :

$$\zeta^{u,m} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} c_k^u c_r^m \alpha_{r-k}^m \quad (5.11)$$

Ce terme traduit l'altération de l'orthogonalité des sous-porteuses et des codes utilisateurs par le bruit de phase.

Puisque les symboles x^m sont centrés et indépendants du bruit de phase et du code utilisateur, la moyenne de $x_{ICI-MAI}^u$ est nulle :

$$E[x_{ICI-MAI}^u] = 0 \quad (5.12)$$

Evaluons à présent la puissance du terme $x_{ICI-MAI}^u$: ce calcul est nécessaire pour obtenir le taux d'erreur binaire.

5.1.2.1 Puissance du terme d'ICI-MAI

Les symboles x^m étant des variables aléatoires indépendantes du bruit de phase et des codes d'étalement, indépendantes entre elles, centrées et de puissance unité, la puissance de l'interférence s'écrit :

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 = E[|x_{ICI-MAI}^u|^2] = \sum_{m=0}^{N_u-1} E[|\zeta^{u,m}|^2] \quad (5.13)$$

En reprenant le même méthode que celle suivie pour l'OFDM et le DS-CDMA, nous établissons une relation entre puissance de l'interférence et les paramètres du système, sans faire d'hypothèse sur le niveau de bruit de phase.

Les codes étant indépendants du bruit de phase, on peut écrire d'après (5.11) :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{k'=0 \\ r' \neq k'}}^{N-1} \sum_{r'=0}^{N-1} E[c_k^u c_r^m c_{k'}^u c_{r'}^m] E[\alpha_{r-k}^m \alpha_{r'-k'}^{m*}] \quad (5.14)$$

Comme détaillé dans l'annexe D, en utilisant les propriétés des codes de Walsh, la puissance des coefficients de pondération s'écrit :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{ICI,k}^2 \quad (5.15)$$

Où $\sigma_{ICI,k}^2$ est la puissance de l'ICI affectant la sous-porteuse k d'un système OFDM définie dans le paragraphe 4.2.1. On rappelle son expression, sous l'hypothèse $(\pi \beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$, valable quel que soit $(r-k)$ et pour $\beta T_s < 0,6$:

$$\sigma_{ICI,k}^2 \approx \frac{(\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2\pi^2} \underbrace{\sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^2}}_{Z(k,N)} \quad (5.16)$$

La puissance de l'ICI-MAI qui apparaît dans un système MC-CDMA s'obtient finalement en intégrant (5.15) dans (5.13) :

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 = \frac{N_u}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{ICI,k}^2 = \frac{N_u}{N} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{ICI,k}^2 \quad (5.17)$$

La puissance de l'ICI-MAI résulte donc d'un moyennage sur les différentes porteuses de la puissance sur les différentes porteuses de l'ICI obtenue pour un système OFDM.

Finalement, cette puissance est approchée en intégrant l'expression (5.16) dans (5.17) :

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 \approx \frac{N_u (\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2 \pi^2 N^2} \sum_{k=0}^{N-1} Z(k, N) = \frac{N_u (\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2 \pi^2} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Z(k, N) \quad (5.18)$$

Où $Z(k, N)$ est la fonction définie par :

$$Z(k, N) = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^2} \quad (5.19)$$

Cette expression analytique relie la puissance de l'ICI-MAI aux différents paramètres du système MC-CDMA : nombre d'utilisateurs N_u , nombre de porteuses (et longueur de codes) N et niveau de bruit de phase βT_s . D'après la figure 4.3 qui présente l'allure de la fonction $Z(k, N)$, les valeurs prises par cette fonction ne varient quasiment pas en fonction de N et de k , excepté pour des valeurs de k proches de 1 ou de N , ce qui correspond à des porteuses excentrées. Par conséquent la moyenne de $Z(k, N)$ pour les différentes valeurs de k est à peu près constante dès que N est suffisamment grand ($N \geq 128$). La puissance de l'ICI-MAI dépend alors directement du taux de charge N_u/N du système. C'est d'ailleurs ce qu'on observe lorsque l'on trace les courbes de puissance pour différentes valeurs de N et de N_u (figure 5.2) :

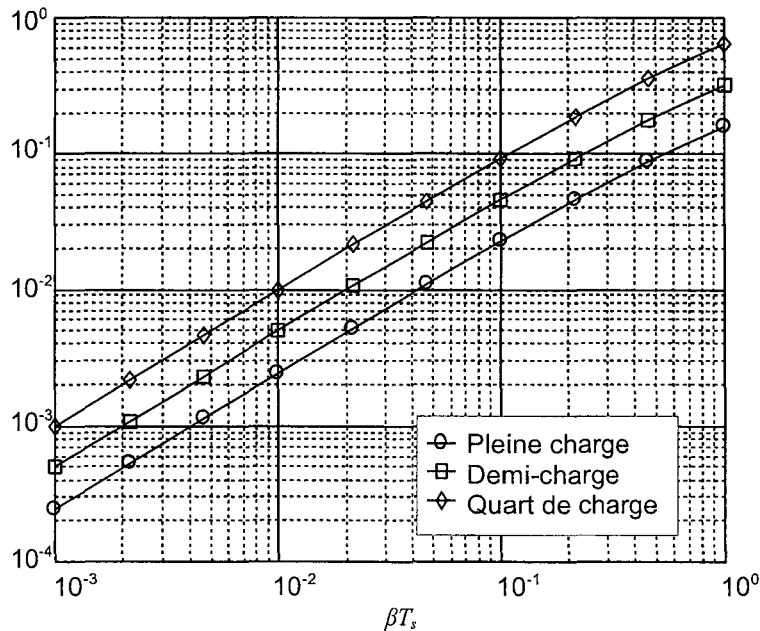


Figure 5.2 : Puissance du terme d'ICI-MAI en fonction de βT_s , pour plusieurs taux de charge du système

Tout comme pour le système DS-CDMA, la puissance de l'interférence est proportionnelle

au taux de charge du système. Lorsque le nombre d'utilisateurs actifs double, la variance de l'ICI-MAI est également multipliée par deux. Le système MC-CDMA voit donc ses performances se dégrader de façon significative avec la montée en charge du système.

Remarque : Dans le cas de la modulation BPSK, contrairement aux modulations bidimensionnelles, la puissance de l'ICI-MAI ne se répartit pas également sur les parties réelle et imaginaire. Seule la partie réelle influe sur le symbole. Il faut donc calculer spécifiquement sa puissance. D'après les expressions indiquées dans les annexes B et D, la puissance de la partie réelle de l'ICI-MAI pour une modulation BPSK est donnée par l'expression :

$$(\sigma_{x_{ICI-MAI}}^2)_{BPSK} \approx \frac{(N_u - 1)}{N} \frac{(2\pi\beta T_s + 1 - e^{-4\pi\beta T_s})}{8\pi^2} \sum_{k=0}^{N-1} Z(k, N) \quad (5.20)$$

5.1.2.2 Distribution de l'ICI-MAI

Pour obtenir les performances du système sous forme analytique, nous nous intéressons à présent à la distribution du terme $x_{ICI-MAI}$. Dans [Tomb99] et [Hich03], le terme d'interférence défini comme une somme de variables aléatoires est assimilé à une variable aléatoire gaussienne, sous condition d'un nombre d'utilisateurs N_u et d'une longueur de code L suffisamment grands. Le théorème de la limite centrale justifie cette approche.

Pour vérifier l'approximation gaussienne, nous avons considéré un système MC-CDMA avec $N=32$ porteuses et des codes de longueur $L=32$. La distribution est estimée par la méthode des moments sur un échantillon de la variable d'ICI-MAI obtenu par simulation de la chaîne de communication. Comme pour les systèmes précédents, nous étudions la partie réelle dans le cadre d'une modulation monodimensionnelle (BPSK), et le couple "partie réelle - partie imaginaire" pour les modulations bidimensionnelles (QPSK, 16-QAM). Dans ce dernier cas, les parties réelle et imaginaire de $x_{ICI-MAI}$ sont décorréélées comme le montre l'annexe D.2. La figure 5.3 montre l'histogramme de l'ICI-MAI et de son estimation gaussienne pour différentes valeurs de rapport βT_s , dans le cas d'une modulation QPSK. Nous avons choisi de représenter la partie réelle, sachant que la partie imaginaire présente la même distribution.

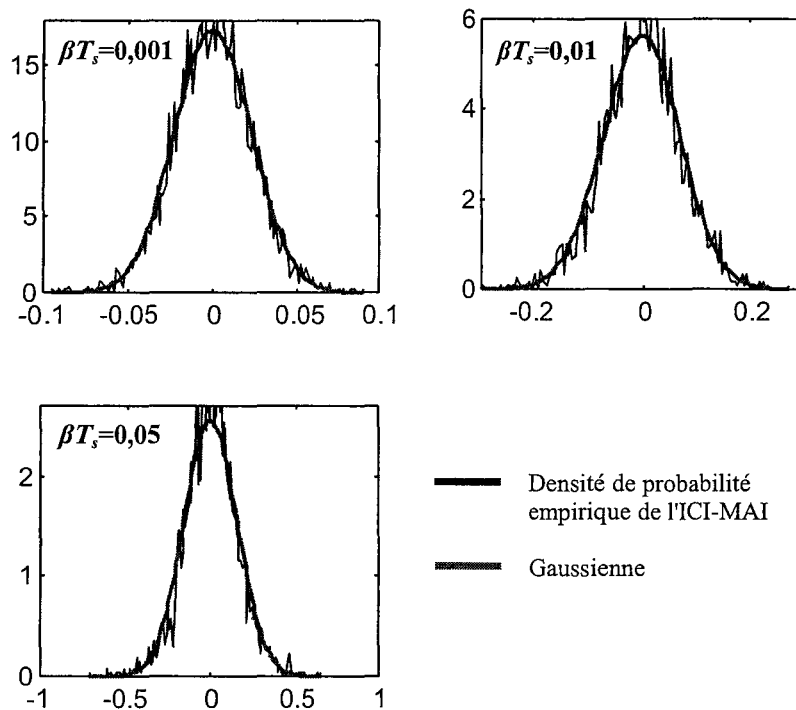


Figure 5.3 : Densités de probabilité empiriques de la partie réelle de l'ICI-MAI pour quelques valeurs de βT_s , (modulation QPSK, pleine charge) Comparaison avec une loi gaussienne de même moyenne et de même variance.

Contrairement au terme d'ICI de l'OFDM, l'ajustement de la densité gaussienne aux histogrammes de l'ICI-MAI est précis quelle que soit la puissance du bruit de phase. Nous avons également vérifié que cela était vrai quelque soit la charge du système et la modulation employée. Ce résultat, différent de celui obtenu pour l'OFDM, s'explique par la répartition aléatoire des codes utilisateurs. Ces derniers décorrèlent les contributions issues de l'interférence entre porteuses de l'OFDM : de ce fait, on se rapproche de l'hypothèse de décorrélation nécessaire à l'application du théorème de la limite centrale. Nous employons donc l'approximation gaussienne pour modéliser la distribution de l'ICI-MAI dans le calcul du TEB.

5.2 Système MC-DS-CDMA en présence de bruit de phase

Nous allons à présent nous intéresser à l'influence du bruit de phase sur un système de type MC-DS-CDMA qui réalise, contrairement au MC-CDMA, un étalement de spectre suivant le principe du DS-CDMA sur chaque sous-porteuse OFDM.

5.2.1 Description du système

La figure 5.4 représente le système de transmission MC-DS-CDMA considéré dans cette étude.

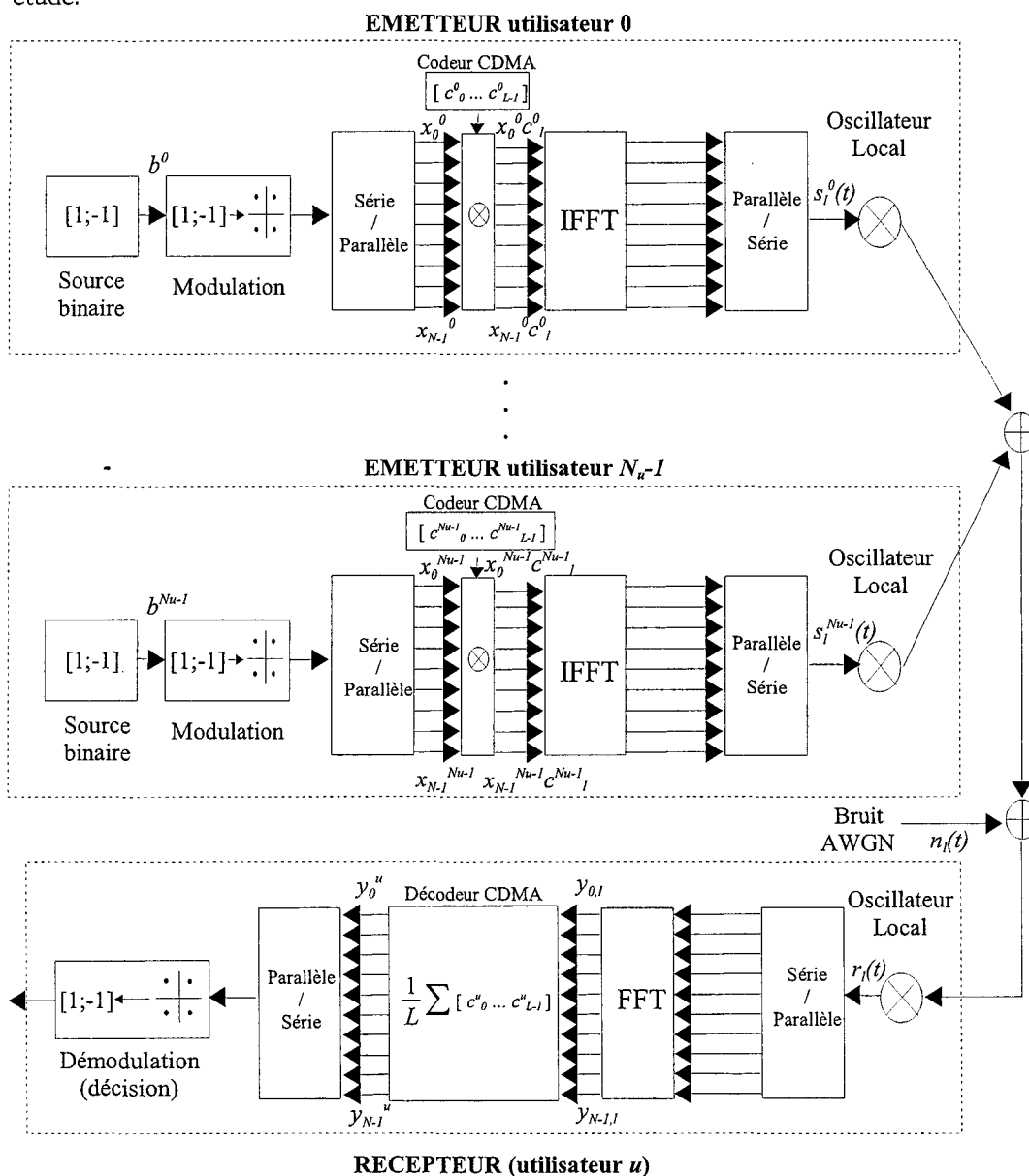


Figure 5.4 : Modèle en bande de base du système de transmission MC-DS-CDMA en présence de bruit de phase

Le système accueille N_u utilisateurs qui transmettent simultanément de façon synchrone. Chaque utilisateur u dispose d'un code c^u de longueur L . Chaque émetteur est constitué d'une source qui délivre des données binaires b^u . Ces données sont regroupées en paquets

de taille 2^m pour former des symboles x^u .

Après conversion série-parallèle, sur chacune des N sous-porteuses du système OFDM, les symboles sont étalés par le code de l'utilisateur considéré : on obtient ainsi L chips qui sont émis sur L symboles OFDM successifs. Si on note T_s la durée d'un symbole OFDM et T_x la durée d'émission d'une donnée binaire, le débit des symboles OFDM est de $1/T_s$, et le débit des données $1/T_x$ vaut N/LT_s .

Par rapport à un système OFDM, chaque utilisateur n'envoie plus un symbole x_r sur chaque porteuse r mais un chip de la séquence étalée sur la porteuse $x_r^u c_l^u$. Par conséquent, le $l^{\text{ème}}$ symbole OFDM de l'utilisateur u est donné par l'expression (4.1) dans laquelle le terme x_r est remplacé par $x_r^u c_l^u$:

$$s_l^u(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{r=0}^{N-1} x_r^u c_l^u e^{j2\pi r \frac{t}{T_s}} \quad (5.21)$$

Le signal obtenu est perturbé par le bruit de phase produit par l'oscillateur local de l'utilisateur. Le bruit de phase est modélisé par un processus de Wiener Lévy $\theta_{r,l}^u(t)$ (l permettant d'identifier le bruit survenant sur le $l^{\text{ème}}$ symbole OFDM) de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta_e |t|$. Les signaux émis en synchrone par les N_u utilisateurs sont transmis à travers le canal de propagation, ce qui se traduit par l'addition d'un bruit blanc gaussien $n(t)$ de variance σ_n^2 . A la réception le signal résultant est perturbé par le bruit de phase présent au niveau du récepteur $\theta_r(t)$. Les bruits de phase à l'émission et à la réception étant indépendants, ils forment un processus de Wiener Lévy de paramètre $2\pi\beta$ (avec $\beta = \beta_e + \beta_r$). Le signal reçu $r_l(t)$ (correspondant au $l^{\text{ème}}$ symbole OFDM transmis) présente alors la forme suivante :

$$r_l(t) = \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} s_l^m(t) e^{j\theta_{r,l}^m(t)} + n_l(t) \right) e^{j\theta_{r,l}(t)} = \sum_{m=0}^{N_u-1} s_l^m(t) e^{j\theta_r^m(t)} + n_l(t) e^{j\theta_{r,l}(t)} \quad (5.22)$$

En remplaçant le signal émis $s^m(t)$ par son expression, le signal $r_l(t)$ s'écrit :

$$r_l(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N_u-1} x_r^m c_l^m e^{j2\pi r \frac{t}{T_s}} e^{j\theta_r^m(t)} + n_l(t) e^{j\theta_{r,l}(t)} \quad (5.23)$$

Après démodulation du $l^{\text{ème}}$ symbole OFDM, le signal $y_{k,l}$ reçu sur la $k^{\text{ème}}$ sous-porteuse s'obtient à partir des expressions (4.5) et (4.6) en remplaçant x_k par $\sum_{m=0}^{N_u-1} x_k^m c_l^m$:

$$y_{k,l} = \sum_{m=0}^{N_u-1} x_k^m c_l^m \alpha_{0,l}^m + \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \sum_{m=0}^{N_u-1} x_r^m c_l^m \alpha_{r-k,l}^m + \eta_{k,l} = \sum_{m=0}^{N_u-1} \sum_{r=0}^{N-1} x_r^m c_l^m \alpha_{r-k,l}^m + \eta_{k,l} \quad (5.24)$$

Avec $\alpha_{n,l}^m$ défini par l'expression (4.7) dans laquelle $\theta(t)$ est remplacé par $\theta_r^m(t)$ et $\eta_{k,l}$ défini par l'expression (4.8) dans laquelle $\theta_r(t)$ est remplacé par $\theta_{r,l}(t)$.

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

Le signal reçu sur chaque sous-porteuse est ensuite envoyé à destination du corrélateur DS-CDMA. Le système doit attendre la réception de L symboles OFDM successifs pour pouvoir effectuer le désétalement de chaque symbole sur chaque sous-porteuse. La variable de décision y_k^u obtenue pour l'utilisateur u sur la sous-porteuse k à l'issue de la décorrélation s'écrit :

$$y_k^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u y_{k,l} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u \left(\sum_{m=0}^{N_u-1} \sum_{r=0}^{N-1} x_r^m c_l^m \alpha_{r-k,l}^m + \eta_{k,l} \right) \quad (5.25)$$

$$y_k^u = \sum_{m=0}^{N_u-1} \sum_{r=0}^{N-1} x_r^m \xi_{r,k}^{u,m} + \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u \eta_{k,l} \quad (5.26)$$

Avec :

$$\xi_{r,k}^{u,m} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u c_l^m \alpha_{r-k,l}^m \quad (5.27)$$

En faisant apparaître le symbole utile de l'utilisateur u sur la sous-porteuse k , on peut réécrire la variable de décision sous la forme :

$$y_k^u = x_k^u \xi_{k,k}^{u,u} + x_{ICI,k}^u + x_{MAI,k}^u + \eta_k^u \quad (5.28)$$

Avec :

$$x_{ICI,k}^u = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} x_r^u \xi_{r,k}^{u,u} \quad (5.29)$$

$$x_{MAI,k}^u = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} \sum_{r=0}^{N-1} x_r^m \xi_{r,k}^{u,m} \quad (5.30)$$

$$\eta_k^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u \eta_{k,l} \quad (5.31)$$

On distingue quatre sources de perturbations affectant le signal utile :

- Le terme multiplicatif $\xi_{k,k}^{u,u}$ introduit une atténuation et une rotation de phase sur le symbole utile x_k^u .

- Le terme $x_{ICI,k}^u$ représente la contribution des symboles émis par l'utilisateur détecté sur les autres porteuses OFDM. Cette interférence est causée par le bruit de phase, qui détruit l'orthogonalité des porteuses, introduisant de ce fait de l'ICI dans le système.

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

- Le terme $\mathcal{X}_{MAI,k}^u$ représente la contribution des autres utilisateurs actifs sur le signal utile. La présence de bruit de phase dans le système altère l'orthogonalité des codes utilisateurs, ce qui se traduit par l'apparition de MAI.

- Enfin le terme η_k^u représente la contribution du bruit AWGN. Ce terme conserve les mêmes propriétés statistiques que le bruit dans le canal de transmission.

Nous allons étudier à présent les termes $\xi_{k,k}^{u,u}$, $\mathcal{X}_{ICI,k}^u$ et $\mathcal{X}_{MAI,k}^u$ afin d'évaluer l'impact du bruit de phase sur le système MC-DS-CDMA.

5.2.2 Analyse du terme multiplicatif $\xi_{k,k}^{u,u}$

Nous nous intéressons dans un premier temps au terme multiplicatif $\xi_{k,k}^{u,u}$ défini par :

$$\xi_{k,k}^{u,u} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} (c_l^u)^2 \alpha_{0,l}^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_{0,l}^u \quad (5.32)$$

Les propriétés statistiques de $\xi_{k,k}^{u,u}$ se déduisent de celles du terme multiplicatif α_0 étudié dans le chapitre 2.

Comme les coefficients $\alpha_{0,l}^u$ ont la même distribution d'un symbole l à l'autre et ce quel que soit l'utilisateur u considéré puisque leurs oscillateurs ont les mêmes caractéristiques, les moments des coefficients $\alpha_{0,l}^u$ sont indépendants des indices l et u .

Par conséquent, la moyenne du terme multiplicatif $\xi_{k,k}^{u,u}$ vaut :

$$E[\xi_{k,k}^{u,u}] = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} E[\alpha_{0,l}^u] = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} E[\alpha_0] = E[\alpha_0] \quad (5.33)$$

La moyenne de α_0 $E[\alpha_0]$ est donnée par l'expression (2.16) en fonction de βT_s .

De plus, les coefficients $\alpha_{0,l}^u$ sont indépendants d'un symbole l à l'autre, donc la variance de $\xi_{k,k}^{u,u}$ s'écrit :

$$\sigma_{\xi_{k,k}^{u,u}}^2 = \frac{1}{L} \sigma_{\alpha_0}^2 \quad (5.34)$$

La variance de α_0 $\sigma_{\alpha_0}^2$ se déduit des expressions (2.25) et (2.26).

Dans le cas d'un système MC-DS-CDMA, la variance du terme multiplicatif se trouve moyennée sur la durée du code. L'effet perturbateur de ce terme sera donc atténué par rapport aux autres techniques étudiées précédemment.

5.2.3 Puissance de l'interférence entre porteuses

Toujours dans le but d'obtenir les performances du système, nous étudions les propriétés statistiques du terme $x_{ICI,k}^u$:

$$x_{ICI,k}^u = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \xi_{r,k}^{u,u} \quad (5.35)$$

Avec :

$$\xi_{r,k}^{u,u} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} (c_l^u)^2 \alpha_{r-k,l}^u = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_{r-k,l}^u \quad (5.36)$$

Remarquons que les coefficients de pondération $\xi_{r,k}^{u,u}$ appliqués aux symboles interférents résultent d'un moyennage des coefficients de pondération $\alpha_{r-k,l}^u$ intervenant dans l'ICI d'un système OFDM. Ce moyennage est réalisé sur les L symboles OFDM émis dans le système MC-DS-CDMA.

Les symboles x_r^u , étant centrés et indépendants du bruit de phase, la moyenne de $x_{ICI,k}^u$ est nulle :

$$E[x_{ICI,k}^u] = 0 \quad (5.37)$$

Les symboles x_r^u , étant des variables aléatoires indépendantes du bruit de phase, indépendantes entre elles, centrées et de puissance unité, la puissance de l'interférence s'écrit :

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 = E[|x_{ICI,k}^u|^2] = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] \quad (5.38)$$

Avec d'après l'expression (5.36) :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] = \frac{1}{L^2} E\left[\left|\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_{r-k,l}^u\right|^2\right] \quad (5.39)$$

D'après l'annexe D, comme les coefficients $\alpha_{r-k,l}^u$ sont indépendants et identiquement distribués d'un symbole l à l'autre, quel que soit l'utilisateur u considéré, la puissance des coefficients de pondération s'écrit :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] = \frac{1}{L} \left(E[|\alpha_{r-k}^u|^2] + (L-1) |E[\alpha_{r-k}^u]|^2 \right) \quad (5.40)$$

En intégrant l'expression (5.39) dans (5.38) et en utilisant l'expression calculée dans l'annexe B, la puissance de l'ICI s'écrit :

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 = \frac{1}{L} \sigma_{ICI,k}^2 + \frac{L-1}{L} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{(1 - e^{-\pi \beta T_s})^2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \quad (5.41)$$

Où $\sigma_{ICI,k}^2$ est la puissance de l'ICI qui affecte la sous-porteuse k d'un système OFDM, donnée par l'expression (5.16) sous l'hypothèse $(\pi \beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$.

En conservant cette hypothèse, le terme impliqué dans la somme se simplifie également :

$$|E[\alpha_{r-k}]|^2 = \frac{(1 - e^{-\pi \beta T_s})^2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \approx \frac{(1 - e^{-\pi \beta T_s})^2}{(2\pi(r-k))^2} \quad (5.42)$$

Et finalement, la puissance de l'ICI dans le système MC-DS-CDMA est approchée en intégrant (5.16) et (5.42) dans l'expression (5.38) :

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 \approx \frac{2\pi \beta T_s - 2Le^{-\pi \beta T_s} + (L-1)e^{-2\pi \beta T_s} + L + 1}{4\pi^2 L} Z(k, N) \quad (5.43)$$

Où la fonction $Z(k, N)$ est définie par .

$$Z(k, N) = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^2} \quad (5.44)$$

Cette expression montre que la puissance de l'ICI affectant la porteuse k dépend du niveau de bruit de phase représenté par βT_s , de la longueur des codes L et de la fonction $Z(k, N)$. Rappelons ici qu'on considère $L=N$.

Remarque : Dans le cas de la modulation BPSK, contrairement aux modulations bidimensionnelles, la puissance de l'ICI ne se répartit pas également sur les parties réelle et imaginaire. Seule la partie réelle influe sur le symbole. Il faut donc calculer spécifiquement sa puissance. D'après les expressions indiquées dans les annexes B et D, la puissance de la partie réelle de l'ICI pour une modulation BPSK est donnée par l'expression

$$\begin{aligned} (\sigma_{ICI,u,k}^2)_{BPSK} \approx & \frac{1 + 2\pi \beta T_s - e^{-4\pi \beta T_s}}{8\pi^2 L} Z(k, N) \\ & + \frac{(L-1)(\pi \beta T_s)^2 (1 - 2e^{-\pi \beta T_s} + e^{-2\pi \beta T_s})}{L \cdot 16\pi^4} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^4} \end{aligned} \quad (5.45)$$

Etant donné les variations de $Z(k, N)$ étudiées au paragraphe 4.2.1, la présence de l'ICI est plus faible pour les porteuses excentrées, (k proche de 1 ou de N), comme en OFDM. Mais

la puissance affectant la porteuse centrale est la plus représentative du système. La figure 5.5 représente donc la puissance de l'ICI sur la porteuse centrale $k=N/2$ en fonction du rapport βT_r , pour plusieurs longueurs de code L .

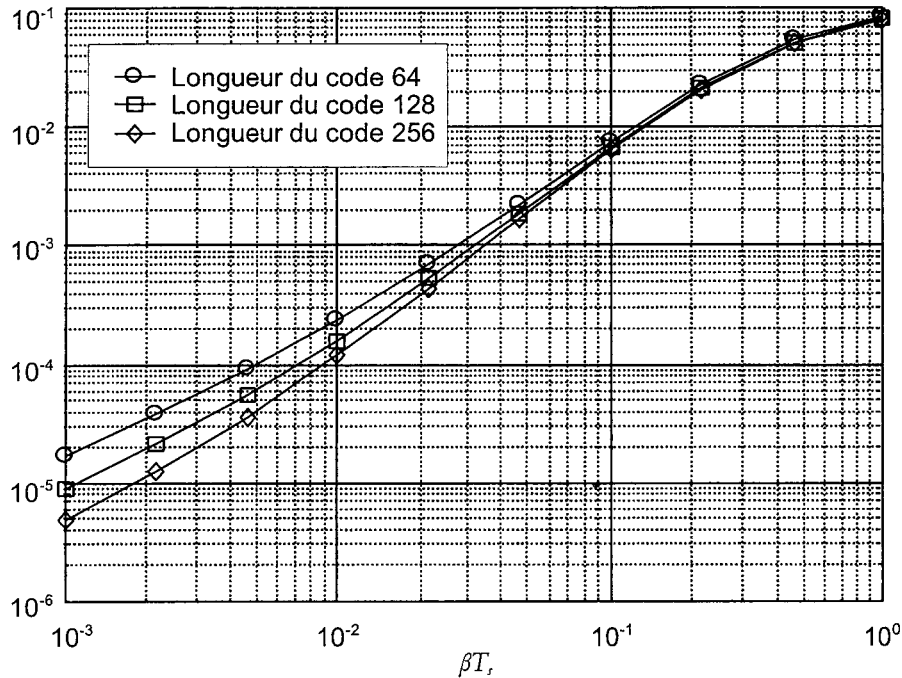


Figure 5.5 : Puissance du terme d'ICI en fonction de βT_r , pour plusieurs charges du système

Pour βT_r inférieur à 10^{-1} , plus le code est long, moins la puissance de l'ICI est grande et par conséquent moins l'ICI perturbe la transmission. Cette évolution s'explique par le moyennage réalisé sur les L symboles OFDM émis dans le cadre d'une transmission MC-DS-CDMA. Lorsque βT_r dépasse 10^{-1} , la puissance de l'ICI est la même quelle que soit la longueur du code. Lorsque le niveau de bruit de phase a atteint un certain niveau, son effet "destructeur" sur l'orthogonalité des porteuses devient maximal et le moyennage sur une durée plus longue n'apporte plus d'amélioration.

5.2.4 Puissance de l'interférence d'accès multiple

Intéressons-nous maintenant aux propriétés statistiques du terme $x_{MAI,k}^u$:

$$x_{MAI,k}^u = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_s-1} \sum_{r=0}^{N-1} x_r^m \xi_{r,k}^{u,m} \quad (5.46)$$

Avec :

$$\xi_{r,k}^{u,m} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} c_l^u c_l^m \alpha_{r-k,l}^m \quad (5.47)$$

Remarquons que les coefficients de pondération $\xi_{r,k}^{u,m}$ appliqués aux symboles interférents s'apparentent, comme dans le cas d'un système DS-CDMA, à des fonctions d'intercorrélacion entre les codes des utilisateurs u et m , "modifiées" par le bruit de phase, d'où la destruction de l'orthogonalité des codes.

Les symboles x_r^m , étant centrés, indépendants entre eux et indépendants du bruit de phase, la moyenne de $x_{MAI,k}^u$ est nulle :

$$E[x_{MAI,k}^u] = 0 \quad (5.48)$$

Les symboles x_r^m , étant des variables aléatoires indépendantes du bruit de phase, indépendantes entre elles, centrées et de puissance unité, la puissance de l'interférence s'écrit :

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 = E[|x_{MAI,k}^u|^2] = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} \sum_{r=0}^{N-1} E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] \quad (5.49)$$

Avec, puisque les codes sont indépendants du bruit de phase :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=0}^{L-1} E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] E[\alpha_{r-k,l}^m \alpha_{r-k,l'}^{m*}] \quad (5.50)$$

Comme détaillé dans l'annexe D, en utilisant les propriétés des codes de Walsh et le fait que les coefficients $\alpha_{r,k,l}^m$ sont indépendants et identiquement distribués d'un symbole l à l'autre, quel que soit l'utilisateur m considéré, la puissance des coefficients de pondération s'écrit :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L} \left(E[|\alpha_{r-k}|^2] - |E[\alpha_{r-k}]|^2 \right) \quad (5.51)$$

En intégrant (5.51) dans (5.49), la puissance de la MAI s'écrit :

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 = \frac{N_u-1}{L} \sum_{r=0}^{N-1} \left(E[|\alpha_{r-k}|^2] - |E[\alpha_{r-k}]|^2 \right) \quad (5.52)$$

Soit, en séparant les cas $r=k$ et $r \neq k$:

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 = \frac{N_u-1}{L} \left(E[|\alpha_0|^2] - |E[\alpha_0]|^2 + \sigma_{ICI,k}^2 - \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} |E[\alpha_{r-k}]|^2 \right) \quad (5.53)$$

Où $E[|\alpha_0|^2]$ et $|E[\alpha_0]|^2$ sont les moments du terme α_0 (calculés dans l'annexe B), $\sigma_{ICI,k}^2$

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

est la puissance de l'ICI qui affecte la sous-porteuse k d'un système OFDM (calculée dans l'annexe D sous l'hypothèse : $(\pi\beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$) et $|E[\alpha_{r-k}]|^2$ est donnée par l'expression (5.42) sous cette même hypothèse.

Finalement, la puissance de la MAI dans le système MC-DS-CDMA est approchée par (cf. l'annexe D pour les détails de calcul) :

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 \approx \frac{N_u - 1}{L} \left(\frac{2\pi\beta T_s + 4e^{-\pi\beta T_s} - e^{-2\pi\beta T_s} - 3}{(\pi\beta T_s)^2} + \frac{2\pi\beta T_s - e^{-2\pi\beta T_s} + 1}{(2\pi)^2} Z(k, N) \right) \quad (5.54)$$

Remarque : Tout comme pour l'ICI, dans le cas de la modulation BPSK, un développement mathématique spécifique de l'expression de la variance de la partie réelle de la MAI, d'après les expressions indiquées dans les annexes B et D, aboutit à l'expression :

$$\begin{aligned} (\sigma_{MAI,u,k}^2)_{BPSK} \approx & \frac{(N_u - 1)}{L} \left\{ \frac{1 + 2\pi\beta T_s - e^{-4\pi\beta T_s}}{8\pi^2} Z(k, N) \right. \\ & - \frac{(\pi\beta T_s)^2 (1 - 2e^{-\pi\beta T_s} + e^{-2\pi\beta T_s})}{16\pi^4} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^4} \\ & \left. + \frac{12\pi\beta T_s + 32e^{-\pi\beta T_s} - 12e^{-2\pi\beta T_s} + e^{-4\pi\beta T_s} - 21}{12(\pi\beta T_s)^2} \right\} \quad (5.55) \end{aligned}$$

D'après l'expression (5.54), il apparaît que la puissance de la MAI est directement proportionnelle au rapport $(N_u - 1)/L \approx N_u/L$ le taux de charge du système pour N_u et L suffisamment grands. La figure 5.6 représente l'évolution de la puissance de la MAI affectant la porteuse centrale $k=N/2$ (la plus représentative) en fonction du rapport βT_s , pour plusieurs taux de charge. En effet les valeurs prises par la fonction $Z(k, N)$ ne varient quasiment pas en fonction de N donc ici en fonction de L car $N=L$.

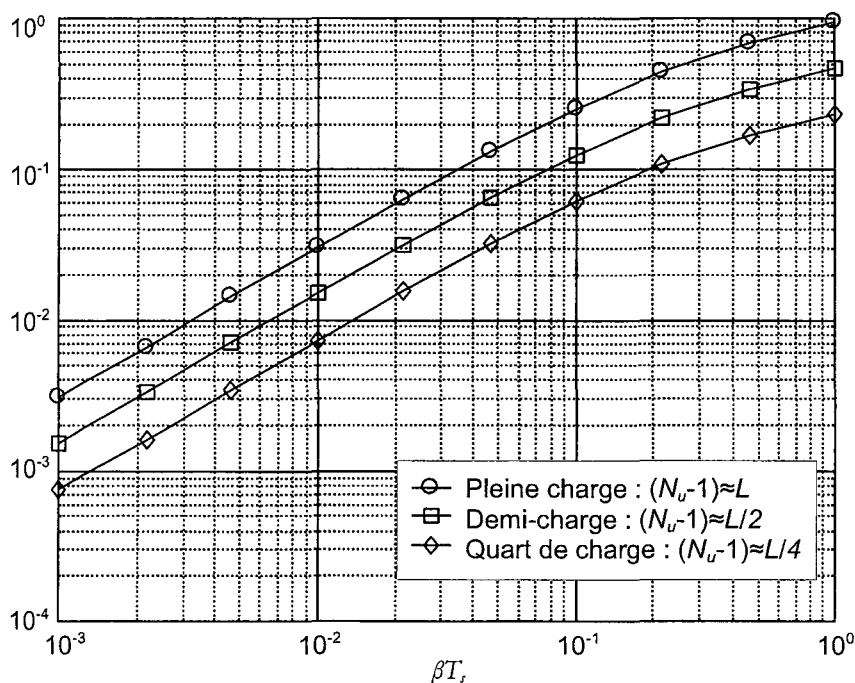


Figure 5.6 : Puissance du terme de MAI en fonction de βT_r , pour plusieurs charges du système

Lorsqu'on divise par 2 la charge du système, on réduit également de moitié la puissance de la MAI.

Puisque deux termes d'interférence additifs ICI et MAI interviennent dans une transmission MC-DS-CDMA en présence de bruit de phase, il est intéressant de comparer leur puissance pour déterminer l'éventuelle prépondérance d'un terme par rapport à l'autre. La figure 5.7 présente l'évolution de la puissance de l'ICI et de la MAI en fonction du rapport βT_r .

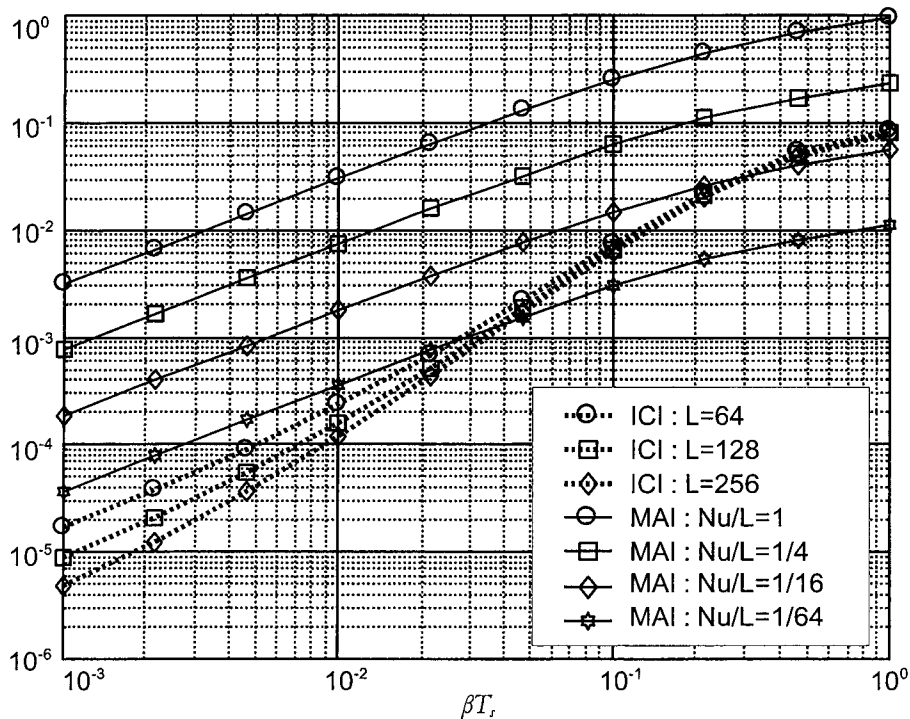


Figure 5.7 : Puissances des termes de MAI et d'ICI pour plusieurs taux de charge et longueurs de code en fonction de βT_s ,

La figure montre que la puissance de la MAI par rapport à l'ICI dépend essentiellement de la charge et de βT_s . Il est intéressant de noter que pour un taux de charge supérieur ou égal à 1/4, la MAI est largement prépondérante par rapport à l'ICI quelles que soient les valeurs de βT_s et de L .

5.2.5 Distribution des termes d'ICI et de MAI

Pour aller plus loin dans la caractérisation statistique des termes d'interférence et obtenir les performances du système MC-DS-CDMA en présence de bruit de phase, nous nous intéressons maintenant à leur distribution. Comme pour les systèmes précédents, les termes d'interférences étant définis comme la somme de variables aléatoires, se pose la question de la validité de l'approximation gaussienne pour modéliser leur distribution.

Les figures 5.8 et 5.9 présentent les distributions des parties réelles de l'ICI et la MAI, estimées par la méthode des moments sur un échantillon des variables d'ICI et de MAI obtenu par simulation de la chaîne de communication. Pour l'ICI, nous avons considéré un système MC-DS-CDMA avec $N=64$ sous-porteuses. Pour des raisons de temps de simulation, ce nombre N a été ramené à 16 pour estimer la distribution de la MAI. Dans les deux cas, $L=N$.

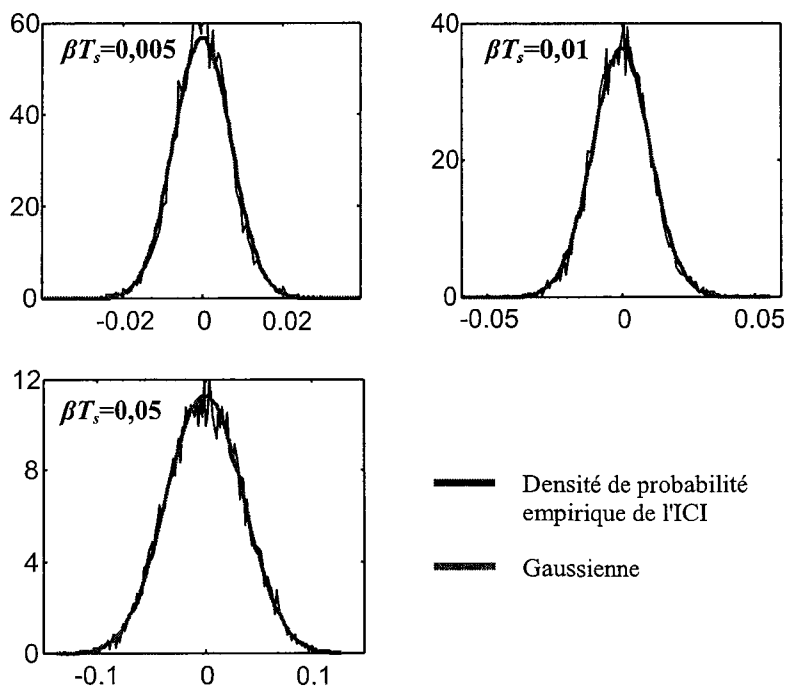


Figure 5.8 : Densité de probabilité de la partie réelle de l'ICI (modulation QPSK, pleine charge) et gaussienne de même moyenne et variance que l'échantillon pour quelques valeurs de βT_s ,

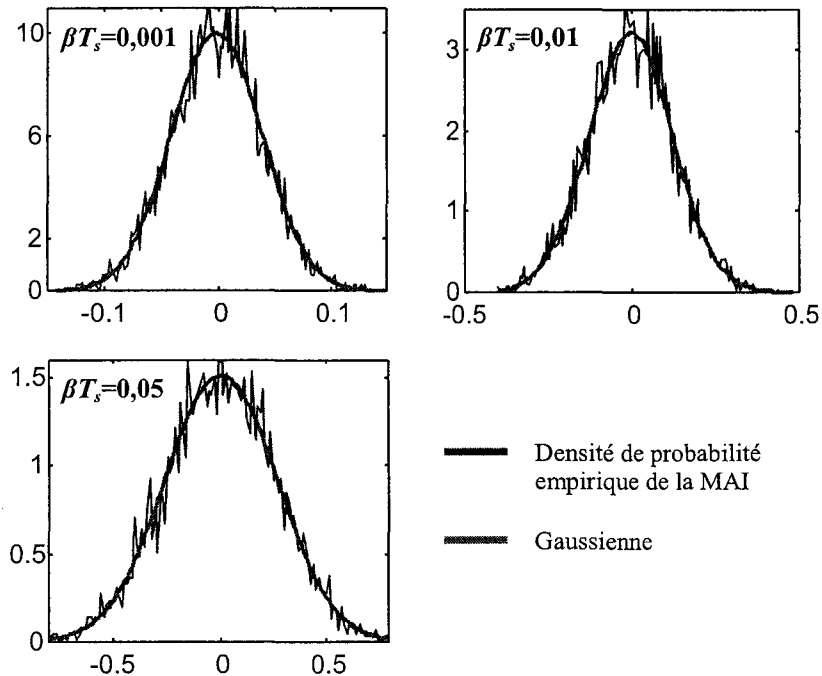


Figure 5.9 : Densité de probabilité de la partie réelle de la MAI (modulation QPSK, pleine charge) et gaussienne de même moyenne et variance que l'échantillon pour quelques valeurs de βT_s ,

Les figures montrent la concordance entre la densité gaussienne et les distributions des parties réelles de l'ICI et de la MAI. Ajoutons que l'approximation gaussienne reste précise pour toutes les modulations, y compris la BPSK, et que dans le cas des modulations bidimensionnelles, les distributions des parties imaginaires ont la même allure que celle des parties réelles. Enfin, nous avons également vérifié qu'elle reste précise dans le cas de la MAI quel que soit le taux de charge.

Il est intéressant de constater que dans le cas du MC-DS-CDMA, l'approximation gaussienne convient pour modéliser la distribution de l'ICI, contrairement au cas de l'OFDM. Cette différence s'explique par la corrélation qui existe entre les coefficients de pondération appliqués aux symboles interférents. En MC-DS-CDMA, elle est plus faible qu'en OFDM, car ces coefficients dépendent du bruit de phase qui affectent L symboles OFDM (et non un seul comme en OFDM) et ce bruit de phase est indépendant d'un symbole à l'autre.

En ce qui concerne la MAI, comme pour le système MC-CDMA l'hypothèse gaussienne convient car les coefficients de pondération sont décorrélés par les codes d'étalement, de nature aléatoire.

Finalement, l'interférence globale peut être modélisée par la somme de deux variables aléatoires gaussiennes indépendantes. D'après le paragraphe 5.2.4, la puissance de la MAI dépasse largement celle de l'ICI pour un taux de charge supérieur ou égal à $1/4$. On considère dès lors le terme de MAI $x_{MAI,k}^u$ comme d'interférence additive engendrée par le bruit de phase dans le système MC-DS-CDMA.

5.3 Probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

Nous nous intéressons maintenant à l'impact des distorsions liées au bruit de phase (déphasage et atténuation du symbole utile, ICI, MAI) sur les performances des systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA. La démarche adoptée pour calculer la probabilité d'erreur à partir de la variable de décision est décrite dans l'annexe C. Le TEB est dérivé des expressions établies dans cette annexe dans lesquelles la variance totale de l'interférence et du bruit est donnée par $\sigma^2 = \sigma_{ICI\ MAI}^2 + \sigma_n^2$ pour le système MC-CDMA, et $\sigma^2 = \sigma_{MAI}^2 + \sigma_{ICI}^2 + \sigma_n^2$ pour le système MC-DS-CDMA. Nous avons choisi de représenter les performances d'un système en pleine charge donc avec le niveau de dégradation le plus important. Les taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit sont calculés pour les modulations BPSK, QPSK et 16-QAM, dans le cas où $N=L=N_u=128$.

5.3.1 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK

Les figures 5.10 et 5.11 représentent la probabilité d'erreur binaire en fonction du rapport E_b/N_0 pour respectivement un système MC-CDMA et MC-DS-CDMA. La courbe correspondant au TEB sans de bruit de phase est représentée à titre de comparaison.

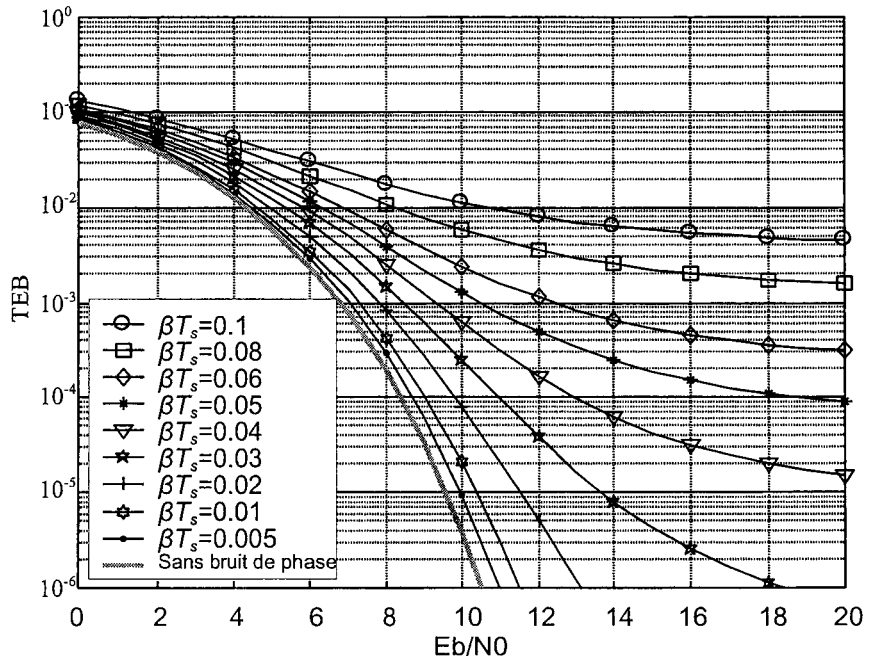


Figure 5.10 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de βT_s , pour un système MC-CDMA en pleine charge employant une modulation BPSK

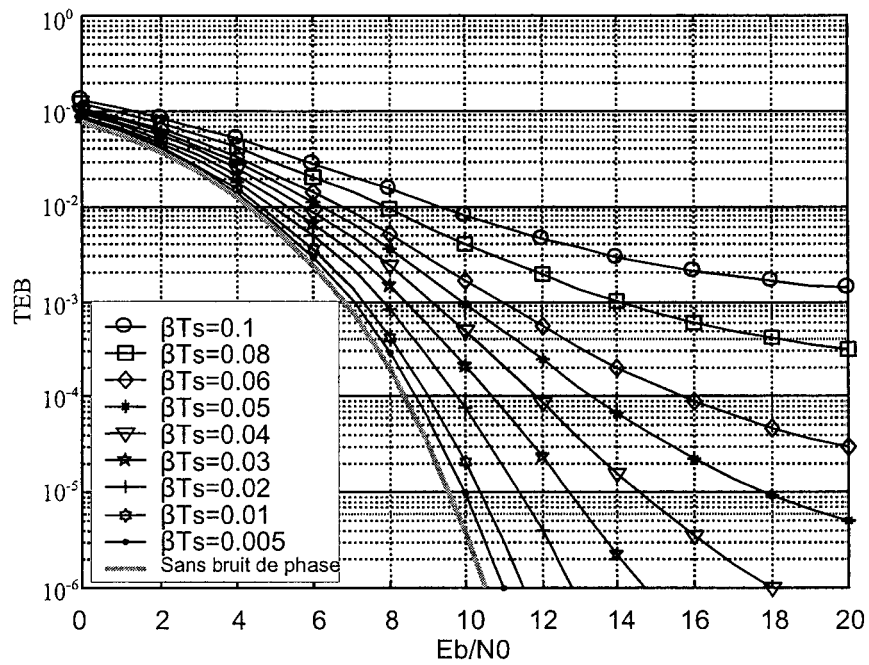


Figure 5.11 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de βT_s , pour un système MC-DS-CDMA en pleine charge employant une modulation BPSK

Comme pour les systèmes précédents, la dégradation induite par le bruit de phase est peu marquée pour une valeur de rapport E_b/N_0 faible, c'est à dire lorsque le bruit AWGN domine.

Pour le MC-CDMA, La figure 5.10 montre une dégradation progressive des performances avec l'augmentation du rapport βT_s , avec l'apparition d'un seuil de performance dès $\beta T_s=0,04$ (pour les valeurs de TEB considérées). Le seuil de TEB dépasse 10^{-3} pour βT_s supérieur à 0,07.

La figure 5.11 montre que l'augmentation du rapport βT_s dégrade de façon progressive les performances du système MC-DS-CDMA. On observe un seuil de performance (pour les valeurs de TEB considérées) dès $\beta T_s=0,06$. Le seuil de TEB dépasse 10^{-3} pour un rapport βT_s supérieur à 0,09. Le système MC-DS-CDMA présente donc une résistance au phénomène de bruit de phase supérieure au système MC-CDMA.

5.3.2 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation bidimensionnelle (QPSK, 16-QAM)

Les figures 5.12 et 5.13 représentent les performances des systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA soumis au bruit de phase, lors de l'emploi de différentes modulations : BPSK, QPSK et 16-QAM, à des fins de comparaison. Plusieurs valeurs du rapport βT_s sont considérées. Le cas d'une transmission AWGN sans bruit de phase est toujours représenté en référence.

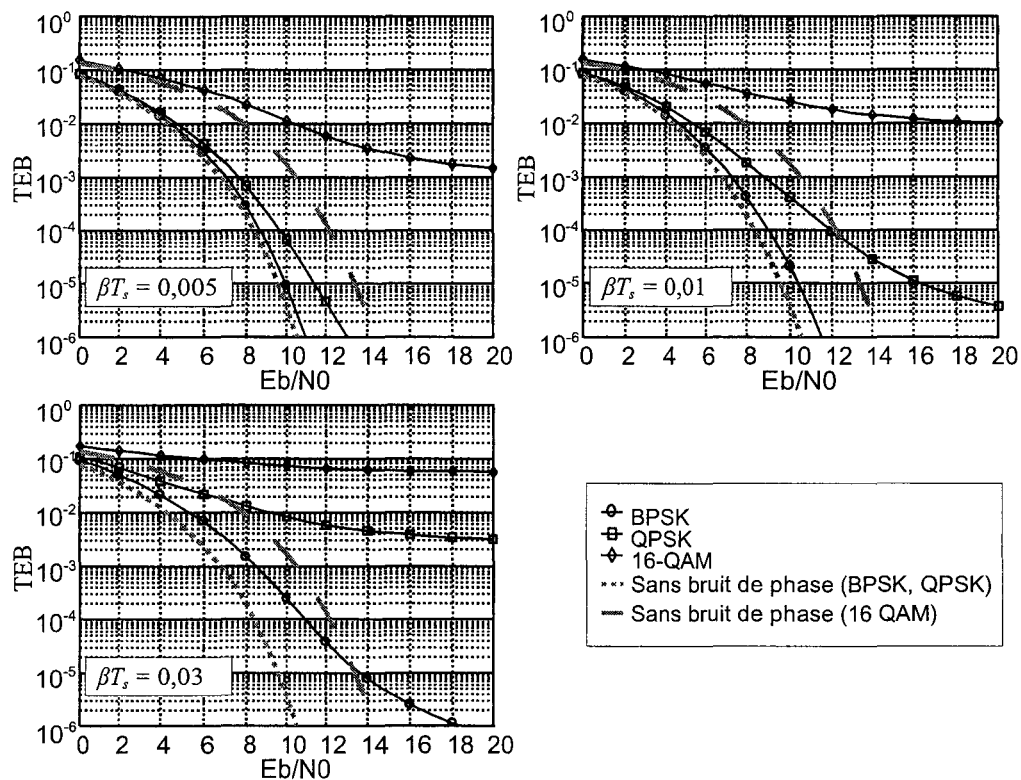


Figure 5.12 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes modulations (BPSK, QPSK, 16-QAM) et pour plusieurs valeurs de βT_s . (Cas du système MC-CDMA)

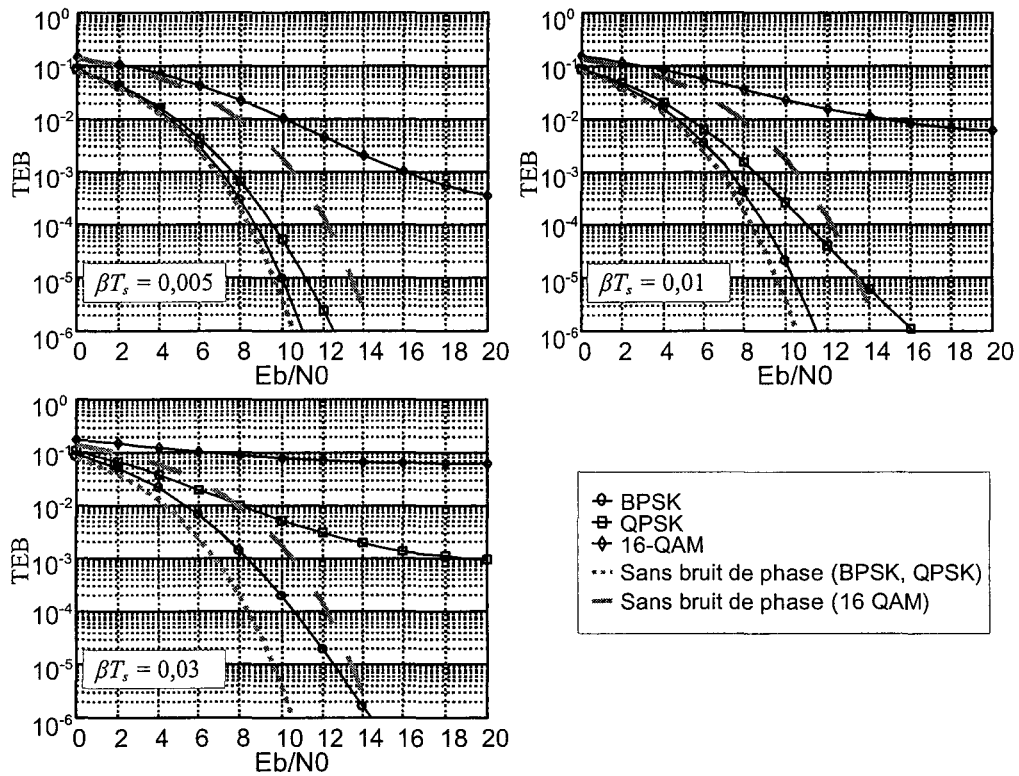


Figure 5.13 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour différentes modulations (BPSK, QPSK, 16-QAM) et pour plusieurs valeurs de βT_s (Cas du système MC-DS-CDMA)

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

Les observations faites précédemment pour les systèmes DS-CDMA et OFDM restent valides dans le cas des deux systèmes :

- Plus grande sensibilité à la rotation de phase due au coefficient multiplicatif pour la modulation QPSK par rapport à la modulation BPSK :

MC-CDMA : Apparition d'un seuil de performance dès $\beta T_x=0,01$ (au lieu de $\beta T_x=0,04$ dans le cas de la BPSK), dépassement du seuil de 10^{-3} pour $\beta T_x>0,02$ ($\beta T_x>0,06$ pour la BPSK)

MC-DS-CDMA : Apparition d'un seuil de performance dès $\beta T_x=0,02$ (au lieu de $\beta T_x=0,05$ dans le cas de la BPSK), dépassement du seuil de 10^{-3} pour $\beta T_x>0,02$ ($\beta T_x>0,09$ pour la BPSK)

- Impact encore plus grand de la dégradation due au bruit de phase dans le cas d'une modulation 16-QAM (rotation de phase, mais aussi atténuation due aux coefficients multiplicatifs et interférences : ICI, MAI):

MC-CDMA : Seuil de performance pour $\beta T_x=0,002$, dépassement de la valeur de TEB de 10^{-3} dès $\beta T_x>0,003$.

MC-DS-CDMA : seuil de performance pour $\beta T_x=0,003$, dépassement de la valeur de TEB de 10^{-3} dès $\beta T_x>0,006$.

5.3.3 Influence de la longueur du code L sur les performances du système MC-DS-CDMA

L'équation (5.34) montre que la variance du terme multiplicatif $\xi_{k,k}^{u,u}$ est divisée par la longueur L du code (du fait de la présence du décorrélateur à la réception). Allonger la longueur du code revient donc à atténuer l'effet du terme multiplicatif sur le système. La moyenne de $\xi_{k,k}^{u,u}$ reste elle inchangée quelle que soit la longueur L du code (équation (5.33)).

Par ailleurs, le système MC-DS-CDMA subit une perturbation additive due quasi exclusivement à la MAI lorsque le taux de charge du système $N_u-1/L \approx N_u/L$ (pour N_u et L grands) est supérieur ou égal à $1/4$ (paragraphe 5.2.4). L'équation (5.54) montre que la MAI ne dépend pas directement de la longueur du code L mais du taux de charge. Il est intéressant d'évaluer l'impact de ce bruit additif par rapport à l'impact du terme multiplicatif

Pour cela, nous considérons le cas d'un système MC-DS-CDMA employant une modulation QPSK, dont nous fixons le nombre N de porteuses à 128, et dont nous faisons varier la longueur L du code. A titre de comparaison, nous examinons les performances d'un système MC-DS-CDMA équivalent, mais dont nous supprimons l'effet du terme multiplicatif (i.e $\xi_{k,k}^{u,u} = 1$, quelque soit βT_x). La figure 5.14 donne les performances du système (avec ou sans terme multiplicatif) en fonction du rapport E_b/N_0 , pour plusieurs

longueurs de code L et plusieurs valeurs du rapport βT_s ,

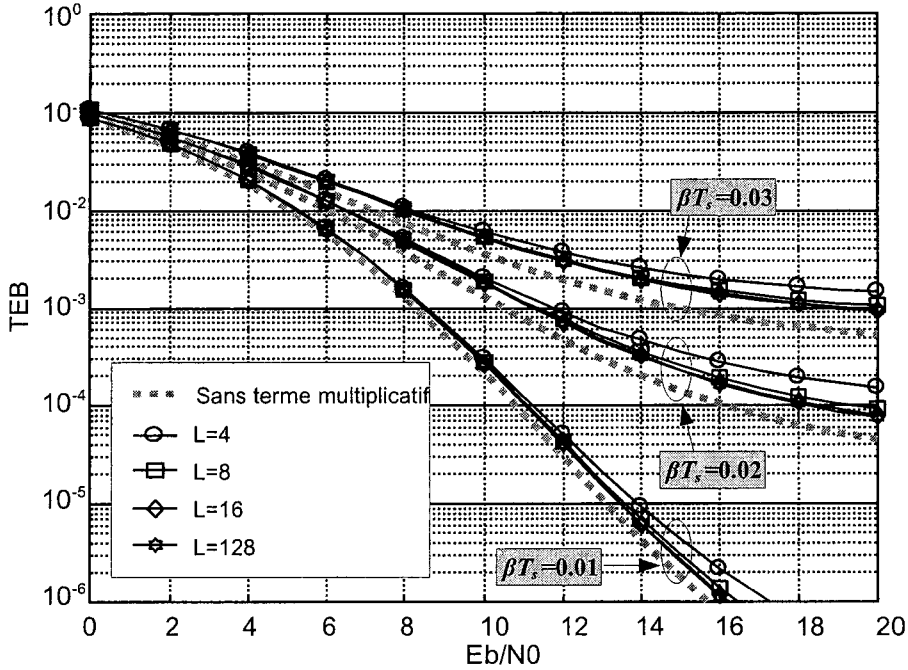


Figure 5.14 : TEB en fonction du rapport E_b/N_0 pour plusieurs valeurs de L et de βT_s , (pleine charge, QPSK, $N=128$); Comparaison avec les performances d'un système MC-DS-CDMA sans terme multiplicatif.

La figure 5.14 montre que dès $L \geq 8$, on n'observe plus de dégradation supplémentaire des performances (les courbes avec terme multiplicatif sont confondues). De plus, l'écart de performances entre un système MC-DS-CDMA avec et sans terme multiplicatif n'est pas très important, notamment lorsque les valeurs de βT_s sont faibles : l'écart qui subsiste est due à la valeur moyenne du terme multiplicatif.

La structure du système MC-DS-CDMA compense donc en grande partie, dès $L \geq 8$, l'impact du terme multiplicatif perturbateur $\xi_{k,k}^{u,u}$. On peut dès lors considérer que le terme additif de MAI $x_{MAI,k}^u$ constitue la principale dégradation engendrée par le bruit de phase dans le système MC-DS-CDMA.

5.4 Synthèse des résultats

Avec un TEB cible de 10^{-3} , les figures 5.16 et 5.15 représentent les dégradations de E_b/N_0 dues au bruit de phase pour les systèmes MC-CDMA et sans MC-DS-CDMA, en fonction du rapport βT_s , et pour différentes modulations et charges du système. Toutes ces courbes ont été obtenues pour un même débit symbole OFDM $1/T_s$, et pour un nombre de porteuses N identique à la longueur L du code.

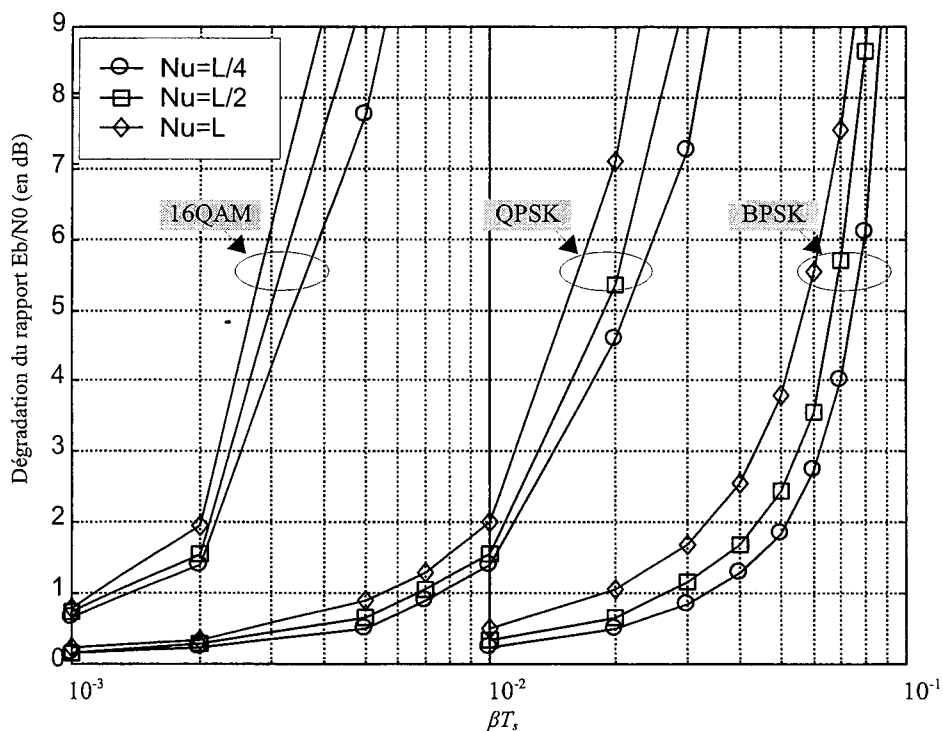


Figure 5.15 : Dégradation en terme de rapport E_b/N_0 pour atteindre un TEB de 10^{-3} en fonction de βT_s , pour un système MC-CDMA pour différentes modulations et taux de charge

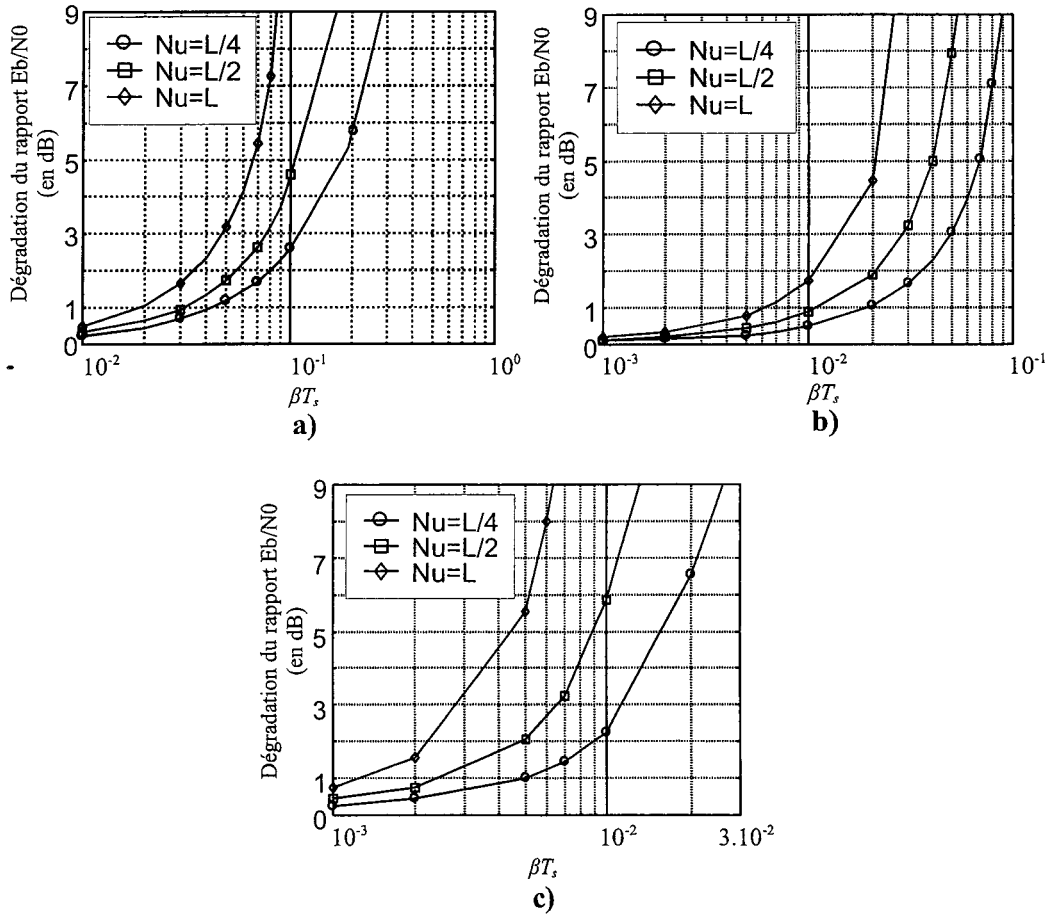


Figure 5.16 : Dégradation en terme de rapport E_b/N_0 pour atteindre un TEB de 10^{-3} en fonction de βT_s et du taux de charge pour un système MC-DS-CDMA (a) BPSK (b) QPSK (c) 16-QAM

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

- Remarquons que, pour les deux systèmes, $\beta T_x = \beta N T_x / L$. Pour le MC-CDMA, avec $N=L$, l'amélioration des performances passe donc uniquement par l'amélioration de la qualité de l'oscillateur (et par là-même la réduction de la valeur β). Le MC-DS-CDMA dispose d'un degré de liberté supplémentaire dans la mesure où l'on peut faire varier L indépendamment de N . Dans les deux cas, on peut néanmoins fixer une limite de rapport βT_x pour chacun des cas représentés sur les figures 5.15 et 5.16, en dessous de laquelle le niveau de bruit de phase reste acceptable. Au delà, les dégradations introduites par le bruit de phase s'accroissent du fait d'une augmentation de la puissance du terme perturbateur additif conjuguée à une rotation de phase et une atténuation du symbole utile (ce dernier effet est de moindre importance dans le cadre du système MC-DS-CDMA).
- Le tableau 5.1 relève les valeurs limites de rapport βT_x sur le figure 5.15 et 5.16 pour chacun des deux systèmes pour limiter la dégradation de E_b/N_0 à 3 dB, pour un TEB cible de 10^{-3} , et pour plusieurs types de modulations.

	MC-CDMA	MC-DS-CDMA
BPSK	$\beta T_x = 4,2 \cdot 10^{-2}$	$\beta T_x = 4,8 \cdot 10^{-2}$
QPSK	$\beta T_x = 1 \cdot 10^{-2}$	$\beta T_x = 1,6 \cdot 10^{-2}$
16-QAM	$\beta T_x = 2,3 \cdot 10^{-3}$	$\beta T_x = 3,1 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.1 : Valeurs limites de βT_x pour rester en dessous d'une pénalité de 3 dB ($N_s=L$, modulation variable)

L'augmentation de la taille de la modulation $M=2^m$ s'accompagne d'une chute de performance conséquente, puisqu'une modulation d'ordre plus élevé dispose d'une zone de décision plus étroite. La choix de la modulation a donc une influence marquée sur les performances des systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA.

- Le tableau 5.2 relève les valeurs limites de rapport βT_x des figures 5.15 et 5.16 pour chacun des deux systèmes pour limiter la dégradation du rapport E_b/N_0 à 3 dB, cette fois-ci, en faisant varier la charge du système, pour une modulation donnée (BPSK).

	MC-CDMA	MC-DS-CDMA
Pleine charge	$\beta T_x = 4,2 \cdot 10^{-2}$	$\beta T_x = 4,8 \cdot 10^{-2}$
Demi charge	$\beta T_x = 5,4 \cdot 10^{-2}$	$\beta T_x = 8,1 \cdot 10^{-2}$
Quart de charge	$\beta T_x = 6,2 \cdot 10^{-2}$	$\beta T_x = 1,2 \cdot 10^{-1}$

Tableau 5.2 : Valeurs limites de βT_x pour rester en dessous d'une pénalité de 3 dB (modulation BPSK, taux de charge variable)

L'examen du tableau 5.2 indique que la charge du système influence de façon marquée les performances des deux systèmes. Cela s'explique par le fait que la puissance des perturbations additifs des systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA (équations (5.18) et

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

(5.54) est directement proportionnelle au taux de charge. Plus le taux de charge est grand, plus le système devient sensible au bruit de phase. L'écart de performances est cependant beaucoup plus marqué dans le cas du système MC-DS-CDMA. En effet, le paragraphe 5.2.5 nous indique que la MAI constitue la source de perturbation principale du système, pour un taux de charge supérieur ou égal à $1/4$.

En résumé, on peut dire que le choix d'un oscillateur limite les performances des systèmes MC-DS-CDMA et MC-CDMA. Cependant, on observe globalement pour un même rapport βT_c , une meilleure tolérance au bruit de phase du système MC-DS-CDMA du fait de l'atténuation de la puissance du terme multiplicatif. On note également que le taux de charge du système impacte les performances de façon sensible, plus particulièrement pour le système MC-DS-CDMA.

Chapitre 5 : Systèmes multiporteuses à étalement de spectre en présence de bruit de phase

Chapitre 6

Comparaison de la robustesse des techniques d'accès multiple

Nous avons étudié dans les chapitres précédents la sensibilité des systèmes OFDM, DS-CDMA, MC-CDMA et MC-DS-CDMA au bruit de phase. Nous en avons conclu que le bruit de phase engendre des perturbations qui se décomposent en un bruit multiplicatif et un bruit additif (en plus du bruit AWGN) dont la nature dépend du système de transmission considéré : ICI pour l'OFDM, MAI pour le DS-CDMA, ICI et MAI pour les deux systèmes combinés MC-CDMA et MC-DS-CDMA. Après une étude de ces perturbations, nous avons présenté à l'issue des différents chapitres des courbes de dégradation des performances en fonction du rapport normalisé βT_s , où β est la largeur de bande de l'oscillateur à -3dB et T_s la durée du symbole émis dans le canal, qu'on appelle temps symbole émis.

L'objectif est maintenant de comparer la robustesse au bruit de phase de ces différents systèmes de transmission. Se pose alors le problème de la pertinence de cette comparaison. En effet, s'il est possible de fixer une même valeur de β pour tous les systèmes (cela revient à employer les mêmes oscillateurs au niveau des émetteurs et récepteurs), il n'en va pas de même pour le temps symbole émis T_s , qui, lui, est lié aux paramètres des systèmes. Pour une comparaison équitable, ceux-ci doivent être paramétrés de façon à offrir le même service dans les mêmes conditions, à savoir :

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">- Un même débit binaire utile D_u accessible simultanément à un nombre d'utilisateurs N_u- L'emploi d'un même oscillateur caractérisé par sa largeur de bande à -3dB β- L'occupation d'une même bande de fréquence B que l'on cherche à exploiter au maximum- L'utilisation d'une même valence pour la constellation M ($M=1$ pour la BPSK, $M=2$ pour la QPSK et $M=4$ pour la 16-QAM) |
|--|

Dans ce chapitre, nous commençons par établir, pour chacun des systèmes, les relations entre le paramètre T_s , les paramètres de transmission : D_u , N_u , B , M , et les paramètres

système : nombre de porteuses N , longueur des codes L . Nous nous fixons ensuite un cadre d'application réaliste correspondant à un service haut débit utilisant les très hautes fréquences autour de 60 GHz. Après avoir étudié la robustesse au bruit de phase de chacun des systèmes : OFDM, DS-CDMA, MC-CDMA et MC-DS-CDMA dans ce contexte, nous terminons par une étude comparative.

6.1 Influence des paramètres D_u , B et M sur les systèmes de transmission

Etant donné un débit binaire utilisateur D_u , une bande de fréquence allouée B et une valence M , nous cherchons ici à déterminer quels sont les paramètres susceptibles d'affecter le temps symbole émis T_s pour chacun des systèmes : OFDM, DS-CDMA, MC-CDMA et MC-DS-CDMA. Nous définissons également, en fonction de ces paramètres, le nombre d'utilisateurs maximum $(N_u)_{max}$ que chaque système peut accueillir ainsi que l'efficacité spectrale η .

6.1.1 Système OFDM

Dans le cas de la technique OFDM, l'accès multiple que nous avons considéré est de type TDMA, donc le système attribue un intervalle de temps à chaque utilisateur et tous émettent à tour de rôle. Le débit symbole source D_x en entrée du modulateur OFDM est alors relié au nombre d'utilisateurs N_u et au débit binaire utile D_u par la relation :

$$D_x = \frac{N_u D_u}{M} \quad (6.1)$$

On en déduit :

$$D_u = \frac{M}{N_u T_x} \quad (6.2)$$

Le temps symbole émis T_s correspond à la durée d'un symbole OFDM. Il est fonction du nombre de sous-porteuses N :

$$T_s = N T_x = \frac{N M}{N_u D_u} \quad (6.3)$$

La bande occupée par le système OFDM B_{OFDM} correspond à la bande occupée par les N sous-porteuses orthogonales et s'écrit :

$$B_{OFDM} = \frac{N+1}{T_s} = \frac{N+1}{N T_x} = \frac{(N+1)}{N} \frac{N_u D_u}{M} \quad (6.4)$$

Examinons l'influence du nombre de sous-porteuses N . Il est rapide d'établir que pour N_u

fixé :

$$\left\{ \frac{(N+1) N_u D_u}{N M} \right\}_{N=1} \geq B_{OFDM} \geq \left\{ \frac{(N+1) N_u D_u}{N M} \right\}_{N=\infty}$$

$$\frac{2 N_u D_u}{M} \geq B_{OFDM} \geq \frac{N_u D_u}{M}$$

$$(B_{OFDM})_{N=1} \geq B_{OFDM} \geq (B_{OFDM})_{N=\infty}$$
(6.5)

Pour un nombre d'utilisateurs N_u donné, la bande occupée B_{OFDM} varie du simple au double selon que $N \rightarrow \infty$ ou $N=1$. En fait dès que $N > 32$, la bande occupée ne varie quasiment plus et vaut $N_u D_u / M$. On a donc :

$$(B_{OFDM})_{N=1} \geq B_{OFDM} \geq (B_{OFDM})_{N \geq 32}$$
(6.6)

Examinons à présent l'influence du nombre d'utilisateurs N_u . D'après l'expression (6.3), quand N_u augmente, le temps symbole émis T_s diminue et l'écart entre sous-porteuses $1/T_s$ s'élargit. Par conséquent, la bande occupée par le système B_{OFDM} devient aussi plus large. La bande de fréquence B allouée au système étant fixée, le nombre d'utilisateurs maximum ayant accès à la ressource est limité.

Cherchons ce nombre pour les deux cas limites identifiés par l'inégalité (6.6) : nombre de sous-porteuses $N=1$ et $N \geq 32$. Si on note $(N_u)_{max, N=1}$ le nombre maximum d'utilisateurs pour un système OFDM occupant une bande B avec $N=1$ et $(N_u)_{max, N \geq 32}$ ce nombre pour un système occupant la même bande B avec $N \geq 32$, on a :

$$(N_u)_{max, N=1} = \frac{B M}{2 D_u}$$

$$(N_u)_{max, N \geq 32} = \frac{B M}{D_u}$$
(6.7)

Soit :

$$(N_u)_{max, N=1} = \frac{(N_u)_{max, N \geq 32}}{2}$$
(6.8)

Par conséquent, pour une même bande occupée B , il est préférable d'employer un nombre de sous-porteuses N égal ou supérieur à 32, car le nombre d'utilisateurs maximum autorisé est doublé par rapport au cas où $N=1$.

Ce nombre maximum d'utilisateurs s'écrit en fonction des paramètres du système :

$$(N_u)_{max} = (N_u)_{max, N \geq 32} = \frac{M B}{D_u}$$
(6.9)

L'efficacité spectrale du système η dépend du nombre N_u d'utilisateurs présents et vaut :

$$\eta = \frac{N_u D_u}{B} = \frac{N_u}{(N_u)_{max}} M = CM \quad (6.10)$$

Avec $C = N_u / (N_u)_{max}$ le facteur de charge du système.

L'efficacité spectrale est maximale lorsque $N_u = (N_u)_{max}$ et vaut alors M .

6.1.2 Système DS-CDMA

Dans ce cas, l'accès multiple est de type CDMA donc le système alloue un code spécifique à chaque utilisateur et tous émettent en parallèle, c'est-à-dire en même temps sur la même bande de fréquences. Le débit binaire utile D_u au niveau de l'émetteur est donc égal à :

$$D_u = M D_x = \frac{M}{T_x} \quad (6.11)$$

Le temps d'émission d'un chip de code T_c est fonction de la longueur L du code suivant la relation :

$$T_c = \frac{T_x}{L} \quad (6.12)$$

L'émetteur émet L chips successifs pour transmettre un symbole étalé. Par conséquent le temps symbole émis T_s s'écrit :

$$T_s = L T_c = T_x \quad (6.13)$$

La bande $B_{DS-CDMA}$ occupée par le système DS-CDMA est fonction du temps chip T_c du code et du facteur de retombée α du filtre RRC de mise en forme du système (défini au chapitre 2) :

$$B_{DS-CDMA} = \frac{(1+\alpha)}{T_c} = \frac{L(1+\alpha)}{T_x} = \frac{L(1+\alpha)D_u}{M} \quad (6.14)$$

La bande de fréquence B allouée au système étant fixée, la longueur des codes est limitée :

$$L = \frac{MB}{(1+\alpha)D_u} \quad (6.15)$$

Le nombre maximal d'utilisateurs $(N_u)_{max}$ est égal au nombre de codes disponibles, lui-même égal à leur longueur pour les codes de Walsh-Hadamard : $(N_u)_{max} = L$.

Enfin, l'efficacité spectrale du système s'écrit :

$$\eta = \frac{N_u D_u}{B} = \frac{N_u}{(N_u)_{max}} \frac{M}{(1+\alpha)} = C \frac{M}{(1+\alpha)} \quad (6.16)$$

Avec $C = N_u / (N_u)_{max}$ le facteur de charge du système.

Comme en TDMA, le nombre d'utilisateurs N_u du système a donc une influence sur l'efficacité spectrale du système η . Cette dernière est maximale pour $N_u = (N_u)_{max}$. En revanche dans le cas du DS-CDMA, N_u n'a pas d'influence sur le temps symbole émis T_s , ni sur la bande de fréquence occupée par le système.

6.1.3 Système MC-CDMA

En préambule, nous rappelons que dans le cas du système MC-CDMA, nous considérons le nombre de sous-porteuses N égal à la longueur des codes L .

L'accès multiple étant de type CDMA, on a, comme pour le système précédent, la relation :

$$D_u = \frac{M}{T_x} \quad (6.17)$$

Le temps chip T_c est fonction de la longueur du code L :

$$T_c = \frac{T_x}{L} \quad (6.18)$$

Le modulateur OFDM du système émet en série N chips successifs de durée T_c pour transmettre un symbole étalé. Par conséquent le temps d'émission T_s d'un symbole MC-CDMA s'écrit :

$$T_s = N T_c = \frac{N T_x}{L} = T_x \quad (6.19)$$

Dans un système MC-CDMA, le temps symbole émis T_s est indépendant des paramètres N et L .

La bande $B_{MC-CDMA}$ occupée par le système s'écrit quant à elle :

$$B_{MC-CDMA} = \frac{(N+1)}{T_s} = \frac{(N+1) D_u}{M} \quad (6.20)$$

La bande de fréquence B allouée au système étant fixée, le nombre de porteuses N est limité, et par là-même la longueur L des codes à employer ainsi que le nombre d'utilisateurs maximum du système $(N_u)_{max}$. Ces paramètres du système dépendent des paramètres B , M et D_u suivant la relation :

$$N = L = (N_u)_{max} = \frac{(N+1)}{T_s} = \frac{BM}{D_u} - 1 \quad (6.21)$$

L'efficacité spectrale du système s'écrit :

$$\eta = \frac{N_u D_u}{B} = \frac{N_u}{((N_u)_{max} + 1)} M \quad (6.22)$$

Avec $C = N_u / ((N_u)_{max} + 1)$ le facteur de charge du système.

Plus le nombre N_u d'utilisateurs du système est élevé, plus l'efficacité spectrale du système augmente. Le système atteint une efficacité maximale pour $N_u = (N_u)_{max}$. Dans ce cas, $\eta \approx M$.

6.1.4 Système MC-DS-CDMA

L'accès multiple est toujours de type CDMA, on a donc :

$$D_u = MD_x = \frac{M}{T_x} \quad (6.23)$$

Le système MC-DS-CDMA met en parallèle N symboles de durée T_x , puis chaque symbole est étalé sur chaque sous-porteuse par un code de longueur L . Le temps chip du système est donc égal à :

$$T_c = \frac{NT_x}{L} \quad (6.24)$$

On obtient ainsi L chips sur chacune des sous-porteuses, qui sont émis sur L symboles OFDM successifs. La durée d'un symbole OFDM émis par le système est donc égale à la durée du temps chip T_c :

$$T_s = T_c = \frac{NT_x}{L} = \frac{NM}{LD_u} \quad (6.25)$$

A L fixé, plus N est grand, plus le temps symbole émis T_s augmente et plus l'écart entre porteuses $\Delta_f = 1/T_s$ est faible. A l'inverse, à N fixé, plus L est grand, plus le temps symbole émis T_s diminue et plus l'écart entre porteuses $\Delta_f = 1/T_s$ est grand.

La bande occupée par le système MC-DS-CDMA B_{MCDS} s'écrit :

$$B_{MCDS} = \frac{(N+1)}{T_c} = \frac{(N+1)}{N} \frac{LD_u}{M} \quad (6.26)$$

Examinons l'influence des paramètres N et L . L'expression est analogue à (6.4) obtenue pour un système OFDM, L remplaçant N_u . De la même manière, on peut donc écrire :

$$\left\{ \frac{(N+1) L D_u}{N M} \right\}_{N=1} \geq B_{MCDS} \geq \left\{ \frac{(N+1) L D_u}{N M} \right\}_{N=\infty}$$

$$\frac{2 L D_u}{M} \geq B_{MCDS} \geq \frac{L D_u}{M}$$

$$(B_{MCDS})_{N=1} \geq B_{MCDS} \geq (B_{MCDS})_{N=\infty}$$
(6.27)

Et :

$$(B_{MCDS})_{N=1} \leq B_{MCDS} \leq (B_{MCDS})_{N \geq 32}$$
(6.28)

Nous avons fixé la bande de fréquence allouée B du système. Par conséquent, la longueur de code maximale autorisée est limitée. Cherchons cette longueur pour les deux cas limites : $(L)_{max, N=1}$ la longueur de code maximale autorisée pour un système MC-DS-CDMA pour $N=1$ et $(L)_{max, N \geq 32}$ la longueur maximale pour $N \geq 32$. On a :

$$(L)_{max, N=1} = \frac{B M}{2 D_u}$$

$$(L)_{max, N \geq 32} = \frac{B M}{D_u}$$
(6.29)

Soit :

$$(L)_{max, N=1} = \frac{(L)_{max, N \geq 32}}{2}$$
(6.30)

Pour une même bande occupée B , avec un nombre de porteuses $N \geq 32$, on double la longueur de code L maximale autorisée par rapport au cas $N=1$. Comme $(N_u)_{max} = L$, on double donc également la capacité d'accès multiple du système.

La longueur de code maximale autorisée L est donc fixée par les paramètres du système M , B et D_u :

$$L = (N_u)_{max} = \frac{M B}{D_u}$$
(6.31)

Le nombre d'utilisateurs N_u va quant à lui intervenir sur l'efficacité spectrale du système η dans la relation :

$$\eta = \frac{N_u D_u}{B} = \frac{N_u}{L} M = \frac{N_u}{(N_u)_{max}} M = C M$$
(6.32)

Avec $C = N_u / (N_u)_{max}$ le facteur de charge du système.

L'efficacité spectrale η du système augmente avec le nombre d'utilisateurs N_u , le maximum étant atteint pour $N_u = (N_u)_{max}$. Dans ce cas $\eta = M$.

6.2 Comparaison de la robustesse des techniques multi-accès au bruit de phase

Les systèmes de communication dits de quatrième génération doivent fournir des débits binaires très élevés, accessibles simultanément à des terminaux de nature différente dont le coût de conception doit être le plus bas possible. En particulier, la bande autour de 60 GHz, récemment identifiée comme candidate potentielle à la réalisation de tels systèmes, dispose une plage libre d'environ 3 GHz, ce qui permet d'envisager un découpage en porteuses de l'ordre de la centaine de MHz et donc de fournir de très hauts débits. De nombreux travaux ont été menés à l'IEMN [Garn02], [Clav02], [Frys02] afin d'examiner les caractéristiques du canal de transmission dans cette bande de fréquences.

Dans les très hautes fréquences, l'une des contraintes technologiques majeures est la conception d'oscillateurs locaux bas coût. La largeur de bande à -3dB β de l'oscillateur est susceptible d'être élevée, ce qui va entraîner une dégradation des performances des différents systèmes. Il est donc intéressant de déterminer lequel des systèmes candidats à la transmission haut débit est capable, à performances équivalentes, de supporter la plus forte valeur de β . En effet, plus β est élevé, moins l'oscillateur est pur spectralement et plus son coût est faible.

Nous étudions dans cette partie la robustesse des techniques de transmission : OFDM, DS-SS-SS, MC-SS-SS et MC-DS-SS dans le cadre réaliste d'un service haut débit pour la bande des 60 GHz :

- Un débit utilisateur D_u de 2 Mbits/sec, que l'on veut rendre accessible à une **centaine d'utilisateurs** de façon simultanée. C'est le débit requis pour les applications vidéo temps réel qui constituent actuellement les services nécessitant les vitesses de transmission les plus grandes.
- L'occupation d'une bande B de 128 MHz. La bande des 60 GHz autorise l'utilisation de bandes de fréquences aussi larges, qui permettent d'atteindre un haut débit.
- L'utilisation d'une modulation QPSK (de valence $M=2$), qui constitue un bon compromis entre efficacité spectrale et robustesse
- L'emploi d'un même oscillateur libre caractérisé par sa largeur de bande à -3dB β

Nous commençons par étudier l'évolution du TEB de chacun des systèmes en fonction de la largeur de bande à -3dB de l'oscillateur β et des paramètres sur lesquels il reste un degré de liberté, une fois les paramètres : D_u , N_u , B , M fixés. Puis nous établissons une comparaison qui permet d'identifier la technique la plus robuste face au bruit de phase. Dans ce qui suit, toutes les courbes ont été obtenues à partir des résultats des chapitres 3 à 5. Le rapport E_b/N_0 est fixé pour tous les systèmes à 10 dB.

6.2.1 Robustesse du système OFDM

D'après (6.9), le nombre d'utilisateurs maximum autorisé par le système est fonction de la bande passante du système et atteint un maximum pour $N \geq 32$. On prendra donc de préférence un nombre de sous-porteuses du systèmes au moins égal à 32.

Dans ce cas, en remplaçant les paramètres M , B et D_u par leurs valeurs dans les expressions établies dans le paragraphe 6.1.1, on obtient un nombre d'utilisateurs maximum $(N_u)_{\max}$ de 128.

D'après les résultats du chapitre 4, la robustesse au bruit de phase d'un système OFDM ne dépend, pour M fixé, que du rapport normalisé βT_s . Or d'après l'expression (6.3), pour M et D_u fixés, le temps symbole émis T_s est fonction de deux paramètres : le nombre de sous-porteuses N et le nombre d'utilisateurs N_u .

Quand N augmente, T_s augmente donc pour une valeur de β donnée, le rapport βT_s devient plus important et le système OFDM est plus sensible au bruit de phase. Voyons plus précisément dans quelle mesure le nombre de sous-porteuses N agit sur les performances du système lorsque l'oscillateur est choisi, c'est-à-dire que β est donné. La figure 6.1 représente les performances en terme de TEB en fonction de β pour plusieurs valeurs de N .

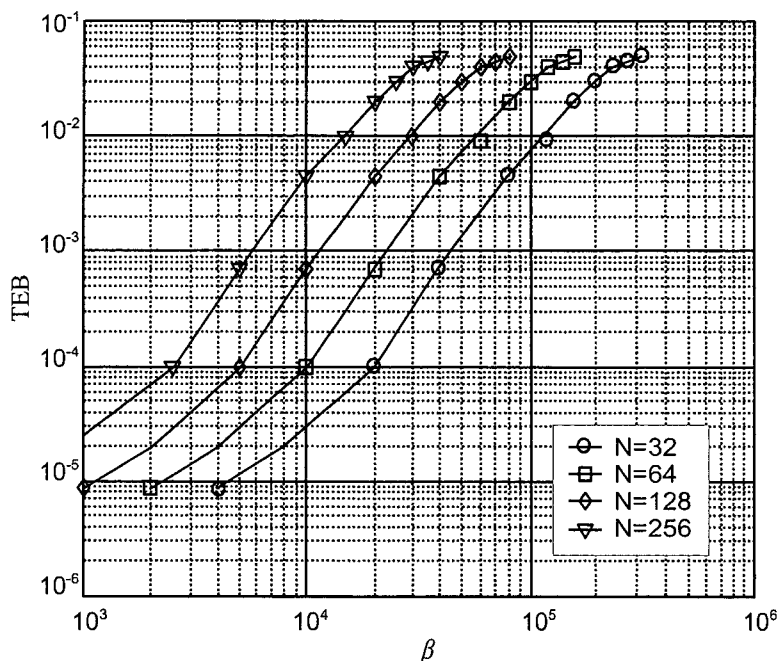


Figure 6.1 : TEB en fonction de β pour plusieurs valeurs de N pour le système OFDM ($E_b/N_0=10$ dB)

L'impact de N sur les performances du système OFDM est important : pour obtenir un TEB de 10^{-3} , le système supporte une valeur de β de 6 kHz pour $N=256$, 12 kHz pour

Chapitre 6 : Comparaison de la robustesse des techniques d'accès multiple

$N=128$, 22 kHz pour $N=64$ et 45 kHz pour $N=32$.

Pour limiter la dégradation des performances liée au bruit de phase, il faut choisir un nombre de sous-porteuses N le plus faible possible, mais supérieur ou égal à 32 pour exploiter au maximum la bande de fréquences allouée.

A l'inverse, quand le nombre d'utilisateurs N_u augmente, T_i diminue donc pour une valeur de β donnée, le rapport βT_i diminue également, ce qui rend le système OFDM moins sensible au bruit de phase. Pour quantifier l'impact du nombre d'utilisateurs N_u sur les performances, la figure 6.2 représente l'évolution du TEB en fonction de la largeur de bande de l'oscillateur pour plusieurs valeurs de N_u . Nous nous plaçons ici dans le cas optimal identifié sur la courbe 6.1, à savoir $N=32$.

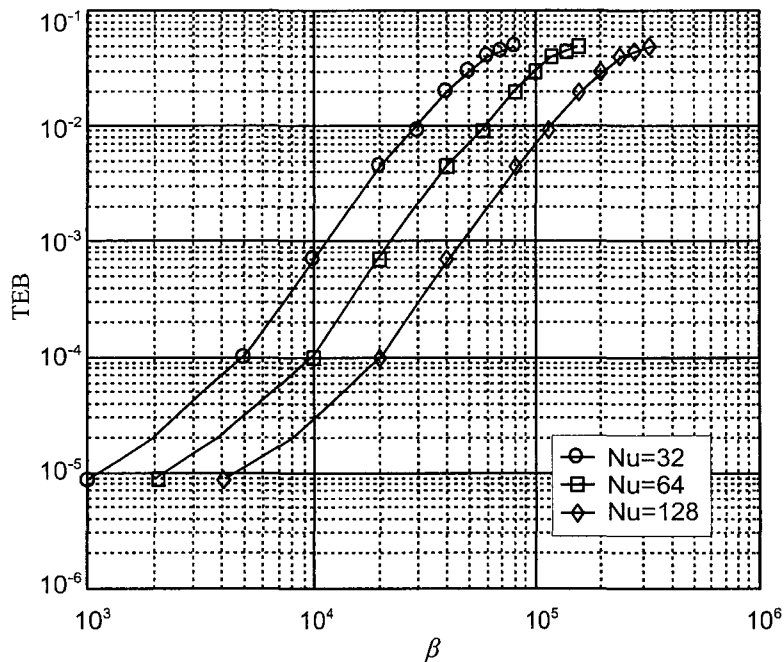


Figure 6.2 : TEB en fonction de β pour différentes valeurs de N_u pour le système OFDM ($E_b/N_0=10$ dB)

Le nombre d'utilisateurs a donc aussi une influence notable sur le système OFDM. La situation optimale correspond au cas $N_u = (N_u)_{max}$. On atteint alors une efficacité spectrale maximale $\eta=2$. Il faut donc se rapprocher le plus de la charge maximale du système pour minimiser la dégradation de la qualité du lien OFDM en présence de bruit de phase.

6.2.2 Robustesse du système DS-CDMA

Par souci de simplification et afin de pouvoir réutiliser les résultats du chapitre 3, précisons que l'on choisit une impulsion de mise en forme rectangulaire ($\alpha=0$ dans les expressions).

Dans ce cas, en remplaçant les paramètres M , B et D_u par leurs valeurs dans l'expression (6.15), on obtient une longueur maximale de codes L donc un nombre d'utilisateurs maximum $(N_u)_{max} : L=(N_u)_{max}=128$. C'est effectivement une longueur de codes disponible avec des codes de Walsh.

D'après les résultats du chapitre 3, la robustesse au bruit de phase d'un système DS-CDMA est liée, pour M fixé, au rapport normalisé βT_s et au taux de charge $C=N_u/(N_u)_{max}$. Or d'après l'expression (6.13), pour M et D_u fixés, le temps symbole émis T_s est fixé, indépendamment de la longueur de codes choisie L . Les performances dépendent alors seulement du taux de charge : plus il est grand, plus la puissance de l'interférence d'accès multiple due au bruit de phase est importante. Afin de quantifier son influence, la figure 6.3 représente le TEB du système DS-CDMA en fonction de β pour plusieurs taux de charge.

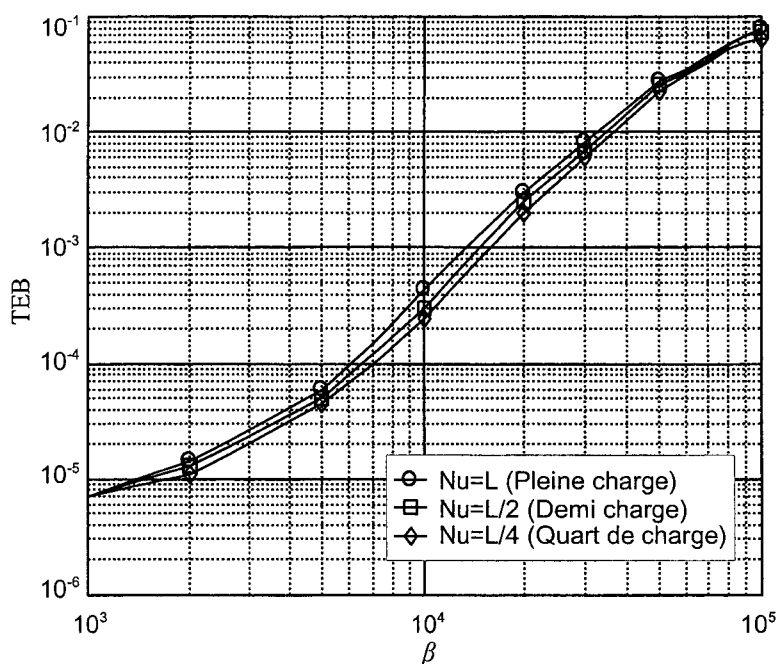


Figure 6.3 : TEB en fonction de β pour différents pour différents taux de charge pour le système DS-CDMA ($E_b/N_0=10$ dB, impulsion rectangulaire)

L'écart entre les courbes de performances est moins marqué que dans les figures 6.1 et 6.2 concernant l'OFDM. Cela s'explique par le fait que la MAI n'est pas la seule source de perturbation due au bruit de phase dans le système. Il existe également un terme de

perturbation multiplicatif dont l'effet est indépendant du taux de charge du système. Finalement, lorsque l'oscillateur est choisi, c'est-à-dire que β est donné, l'influence du taux de charge est faible.

6.2.3 Robustesse du système MC-CDMA

En remplaçant les paramètres M , B et D_u par leurs valeurs dans l'expression (6.21), on obtient une longueur maximale de codes $L=127$. Puisque les codes utilisés sont des codes de Walsh, on choisit la puissance de 2 la plus proche, soit : $L=128$. Le nombre d'utilisateurs maximum $(N_u)_{max}$ est alors fixé $(N_u)_{max}=L=128$, de même que le nombre de sous-porteuses N : $N=L=128$.

D'après les résultats du chapitre 5, pour M donné, la robustesse au bruit de phase d'un système MC-CDMA dépend du rapport βT_s et du taux de charge $C=N_u/(N_u)_{max}$. Or d'après l'expression (6.19), pour M et D_u donnés et $N=L$, le temps symbole émis T_s est fixé. C'est donc le taux de charge qui influe sur la robustesse du système au bruit de phase : plus il est grand, plus la puissance de l'interférence entre porteuse et d'accès multiple générée est importante. Afin de quantifier son influence, la figure 6.4 représente le TEB du système MC-CDMA en fonction de β pour plusieurs taux de charge.

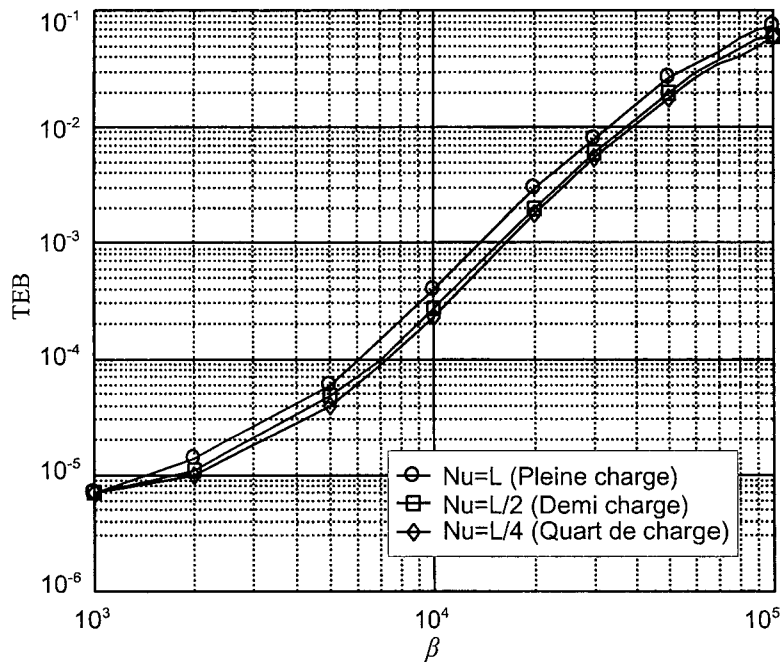


Figure 6.4 : TEB en fonction de β pour différents taux de charge pour le système MC-CDMA ($E_b/N_0=10$ dB)

Comme pour le système DS-CDMA, l'écart entre les courbes de performances est relativement peu important et par conséquent l'influence du taux de charge est faible.

L'explication est la même qu'en DS-CDMA : la dégradation des performances n'est pas seulement liée à l'ICI-MAI, mais aussi à une rotation de phase et une atténuation du symbole utile, indépendante du taux de charge.

6.2.4 Robustesse du système MC-DS-CDMA

Comme en OFDM, l'équation (6.31) montre que le nombre de sous-porteuses N du système MC-DS-CDMA doit être choisi au moins égal à 32 pour obtenir une longueur de code maximale et desservir un nombre maximum d'utilisateurs. Dans ce cas, la longueur du code L et donc le nombre d'utilisateurs maximum $(N_u)_{max}$ du système sont déterminés par l'expression (6.31). Avec les valeurs de M , B et D_u choisies, $L=(N_u)_{max}=128$.

D'après les résultats du chapitre 5, pour M donné, la robustesse au bruit de phase d'un système MC-DS-CDMA dépend du rapport βT_s , et du taux de charge $C=N_u/(N_u)_{max}$. L'équation (6.25) montre que, pour M , D_u et L fixés, le temps symbole émis T_s dépend du nombre de porteuses N . Comme en OFDM, plus N est grand, plus le temps T_s s'allonge et plus le système devient sensible au bruit de phase. La figure 6.5 présente les performances en terme de TEB du système MC-DS-CDMA en fonction de la largeur de bande β pour plusieurs valeurs de N .

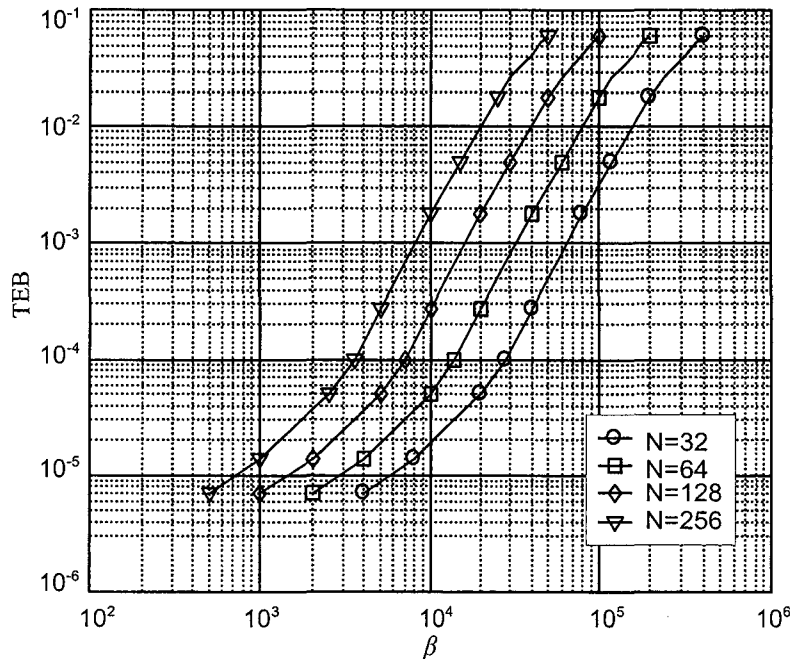


Figure 6.5 : TEB en fonction de β pour différentes valeurs de N pour le système MC-DS-CDMA ($E_b/N_0=10$ dB)

La figure montre que le nombre de sous-porteuses N influence de façon notable les performances du système MC-DS-CDMA : pour obtenir un TEB de 10^{-3} , le système

Chapitre 6 : Comparaison de la robustesse des techniques d'accès multiple

supporte une valeur de β de 8 kHz pour $N=256$, 17 kHz pour $N=128$, 32 kHz pour $N=64$ et 65 kHz pour $N=32$.

Comme en OFDM, pour limiter la dégradation des performances en présence de bruit de phase, il faut choisir un nombre de sous-porteuses N le plus faible possible, mais supérieur ou égal à 32 pour exploiter au maximum la bande de fréquences allouée.

Examinons à présent l'impact du taux de charge donc du nombre d'utilisateurs N_u du système pour L fixé. La figure 6.6 montre les performances du système en fonction de la largeur de bande à -3dB β pour plusieurs taux de charge. On se place dans le cas le plus favorable pour la transmission MC-DS-CDMA en ce qui concerne le nombre de sous-porteuses N , à savoir $N=32$.

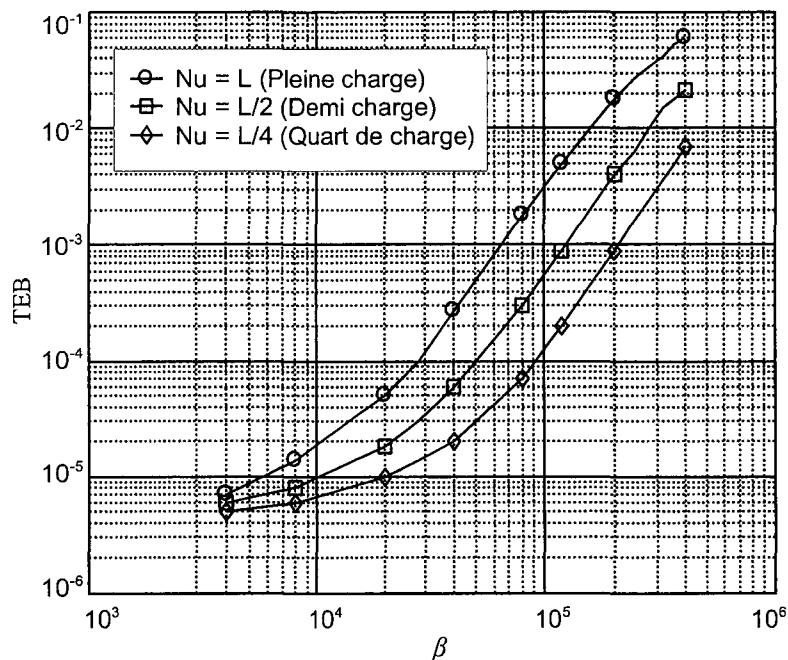


Figure 6.6 : TEB en fonction de β pour différentes valeurs de N_u pour le système MC-DS-CDMA ($E_b/N_0=10$ dB)

Les courbes montrent une influence du taux de charge beaucoup plus importante que dans les systèmes DS-CDMA et MC-CDMA. Dans un système MC-DS-CDMA, la contribution de l'interférence d'accès multiple, proportionnelle au taux de charge, est plus importante comparativement à l'effet du terme multiplicatif, qui lui est indépendant du taux de charge. En effet, nous avons vu dans le chapitre 5 que l'impact du terme multiplicatif est très atténué dès que $L > 8$.

Finalement, lorsque l'oscillateur est choisi, c'est-à-dire que β est donné, on peut limiter la dégradation des performances en présence de bruit de phase en limitant le taux de charge du système. Mais on limite alors aussi l'efficacité spectrale du système.

6.2.5 Comparaison de la robustesse des différentes techniques

Nous venons d'étudier la robustesse des différentes techniques en fonction de la largeur de bande à -3dB de l'oscillateur β et des paramètres sur lesquels il reste un degré de liberté : $L, (N_u)_{max}, N$, une fois que les paramètres : D_u, N_u, B, M sont fixés. Nous proposons à présent une étude comparative de la robustesse de ces techniques dans des conditions identiques. Pour cela, nous nous plaçons dans le cas où $L=(N_u)_{max}=N=128$. D'après les expressions établies dans le paragraphe 6.1, le temps symbole émis T_s est alors identique pour tous les systèmes : $T_s=10^{-6}$ secondes. L'écart entre porteuses est le même, ainsi que l'efficacité spectrale qui vaut : $\eta=M=2$. Les systèmes fonctionnent tous en pleine charge. A titre de comparaison, la figure 6.7 regroupe les courbes de TEB obtenues dans ces conditions pour les systèmes OFDM, DS-CDMA, MC-CDMA et MC-DS-CDMA.

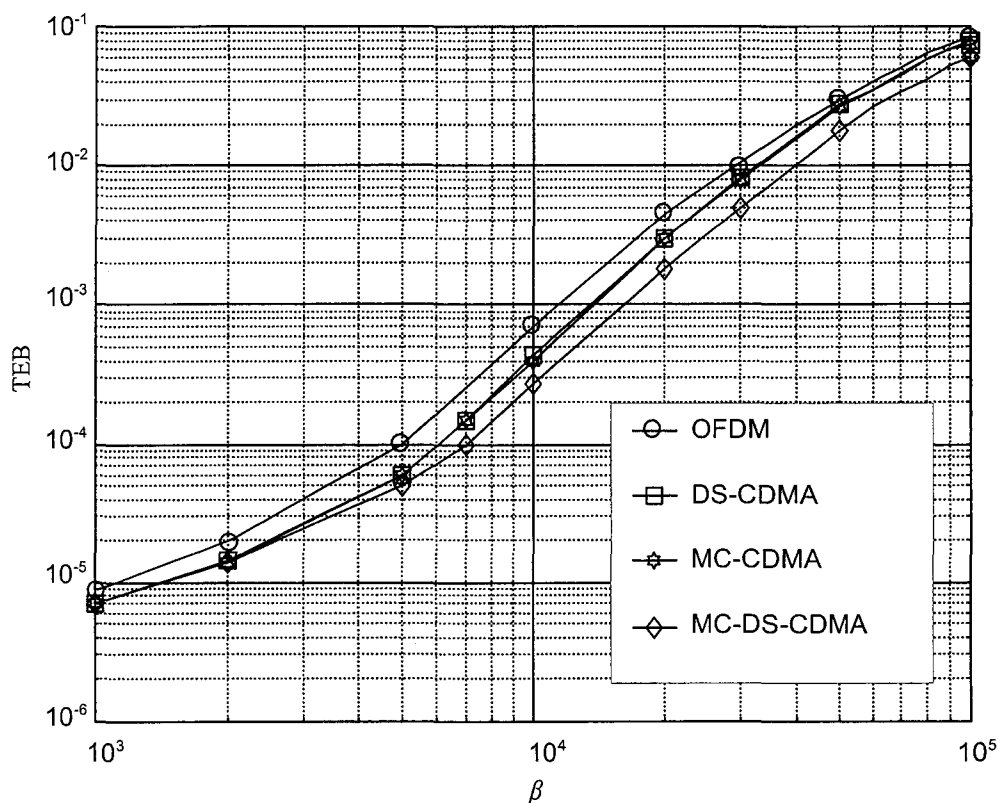


Figure 6.7 : TEB en fonction de β pour les différentes techniques
($E_b/N_0=10$ dB, $N=L=(N_u)_{max}=128$, cas de pleine charge)

L'OFDM est la technique la moins robuste au bruit de phase lorsque l'on considère un fonctionnement en pleine charge. De plus, pour une charge plus faible, la dégradation des performances est accentuée. C'est normal car l'écart entre sous-porteuses diminue. Dans ce cas également, la bande de fréquences allouée au système est sous-exploitée ($B_{occupee} < B/2$).

Chapitre 6 : Comparaison de la robustesse des techniques d'accès multiple

Le système MC-DS-CDMA constitue en revanche le cas le plus favorable, avec une résistance en pleine charge supérieure aux autres systèmes. Cette fois, lorsque la charge diminue, la robustesse au bruit de phase est nettement améliorée. L'espacement des porteuses et la bande occupée restent indépendants de la charge.

Les systèmes DS-CDMA et MC-CDMA fournissent les mêmes performances car ils sont affectés par un niveau de perturbation à peu près identique (la puissance de la MAI est du même ordre). La diminution de la charge produit une légère amélioration des performances, mais sans commune mesure avec un système MC-DS-CDMA. La bande occupée est également indépendante de la charge.

Dans le cadre de notre étude (canal AWGN, fonctionnement en pleine charge, transmission ciblée à très haut débit), on peut conclure que le phénomène de bruit constitue une source de perturbation importante quel que soit le système considéré, qu'il convient donc de caractériser le plus précisément possible. En effet, même dans le cas d'un rapport E_b/N_0 moyen de 10 dB, des différences de performances apparaissent nettement pour toutes les techniques selon la pureté spectrale de l'oscillateur employé.

D'après nos résultats, la technique MC-DS-CDMA montre la meilleure robustesse au phénomène de bruit de phase, en offrant des performances meilleures que toutes les autres techniques d'accès multiple candidates à la transmission haut débit (en l'occurrence ici l'OFDM, le DS-CDMA et le MC-CDMA) pour une qualité d'oscillateur donnée.

Il faut cependant souligner que la complexité de mise en oeuvre au niveau réception de la technique MC-DS-CDMA constitue l'un des inconvénients majeurs de cette technique. C'est pourquoi les concepteurs lui préfèrent, lorsque les conditions sont appropriées (c'est-à-dire pour un lien descendant), la technique MC-CDMA. Nous avons vu que cette technique présente les meilleures performances après le MC-DS-CDMA.

Enfin, la technique OFDM est la technique la plus sensible à la perturbation induite par le bruit de phase. Rappelons néanmoins que des méthodes de correction existent afin d'améliorer ses performances en présence de bruit de phase : correction de la CPE [Robe95], [Arma01], [Wu02b] et/ou de l'ICI [Petr04b], mais c'est toujours au détriment d'une complexité supplémentaire au niveau du récepteur.

Conclusion générale

Dans un système de communication, l'oscillateur local, chargé d'assurer la transposition de fréquences, est d'autant plus complexe à réaliser qu'il est précis et haut en fréquence. Un des problèmes majeurs rencontrés dans les hautes fréquences est donc la conception d'oscillateurs stables à faible coût. Le bruit de phase généré affecte le signal utile, il est donc important de quantifier son impact sur les techniques de transmission envisagées pour les réseaux sans fil haut débit fonctionnant dans les très hautes fréquences, en particulier dans la bande des 60 GHz.

En partant d'un examen de l'existant sur les travaux de recherche effectués sur les techniques DS-CDMA, OFDM, MC-CDMA et MC-DS-CDMA en présence de bruit de phase, nous proposons une comparaison unifiée des performances de ces techniques à contraintes de transmission égales et à oscillateur fixé. Nous avons choisi de nous placer dans le cas d'un canal de transmission AWGN, avec une synchronisation temporelle et fréquentielle parfaite, afin de limiter les sources de perturbation et de nous focaliser sur l'effet du bruit de phase.

Dans ce cadre, nous établissons les performances de chacun des systèmes en présence de bruit de phase en termes de TEB et de dégradation du rapport E_b/N_0 , en fonction de la largeur de bande normalisée de l'oscillateur, pour trois types de modulations : BPSK, QPSK et 16-QAM. Une exploitation de ces courbes de dégradation dans le cadre de systèmes de transmission connus (UMTS et IEEE 802.11a) est proposée en guise d'illustration pour les systèmes DS-CDMA et OFDM.

Nous avons également cherché à quantifier de façon précise la puissance des perturbations générées par la présence du bruit de phase, afin de permettre au concepteur de système d'évaluer le degré de correction à apporter à chacune de ces perturbations, lors de la conception de récepteur.

Le choix d'un modèle représentatif du bruit de phase d'un oscillateur a constitué notre première préoccupation : c'est l'objet du chapitre 1. Nous avons porté notre choix sur le modèle de Wiener-Lévy. Ce modèle, largement employé ([Tomb98], [Tomb99], [Wu04a], [Corv04]), convient en particulier à un oscillateur libre LC (oscillateur d'architecture simple). Le spectre du signal délivré par l'oscillateur présente alors une pente de -20dB/décade, ce qui correspond aux mesures expérimentales effectuées sur ce type d'oscillateur.

Conclusion générale

Un système simple porteuse soumis à un bruit de phase est étudié dans le deuxième chapitre de la thèse. Nous avons établi d'une part la limite de validité du modèle connu sous le nom de "faible bruit de phase" dans la littérature scientifique ([Poll95], [Stee98], [Hich03], [Corv04]) et choisi de nous affranchir de cette hypothèse dans nos développements, pour rester le plus général possible. D'autre part nous avons examiné l'influence de la forme de l'impulsion de mise en forme sur les performances du système. Pour une impulsion rectangulaire, les dégradations sont de nature multiplicative. Dans le cas d'une communication à bande limitée, on emploie généralement l'impulsion de type RRC définie principalement par son facteur de rolloff α . Elle introduit un terme de perturbation additif d'ISI (Inter Symbol Interference) en plus d'un terme multiplicatif. Nous montrons que plus α est petit, plus les performances du système sont dégradées. Nous préconisons alors le choix d'un paramètre de rolloff pour un compromis robustesse au bruit de phase/efficacité spectrale. Notre étude conclut que l'emploi d'une impulsion rectangulaire dans les études surestime l'impact du bruit de phase sur le système.

Les chapitres 3, 4 et 5 concernent l'étude des conséquences du bruit de phase sur les systèmes de transmission DS-CDMA, OFDM, MC-CDMA et MC-DS-CDMA. Nous montrons que la perturbation induite par le bruit de phase se décompose, pour tous les systèmes, en un bruit multiplicatif, dont les caractéristiques statistiques découlent de celles du terme multiplicatif étudié dans le chapitre 2, et un bruit additif dont la nature dépend de chaque système :

- Une interférence d'accès multiple (Multiple Access Interference : MAI) pour le système DS-CDMA, dont nous avons obtenu l'expression analytique de la puissance. Nous quantifions son évolution de cette puissance en fonction de la largeur de bande normalisée de l'oscillateur et montrons qu'elle est proportionnelle au taux de charge du système. Nous montrons également que l'approximation gaussienne de la MAI, employée dans certaines publications ([Eng98] [Hich03]), n'est valide que pour un fonctionnement en pleine charge avec les modulations QPSK et 16-QAM.

- Une interférence entre porteuse (Inter Carrier Interference : ICI) pour le système OFDM. L'expression de la puissance de ce terme (obtenue de façon exacte) montre que l'ICI dépend du rapport βT_i (où T_i est la longueur du symbole OFDM) et par conséquent du nombre de sous-porteuses. Nous montrons, de plus, que l'approximation gaussienne utilisée dans de nombreux articles pour modéliser la distribution de l'ICI ([Robe95], [Tomb98], [Wu02a], [Hich03] par exemple) n'est pas valide, quel que soit le rapport βT_i . Nous avons donc recours aux simulations pour obtenir des performances plus précises que celles obtenues avec l'approximation gaussienne.

- Une combinaison des deux termes précédents pour les systèmes hybrides (ICI-MAI pour le MC-CDMA, ICI et MAI pour le MC-DS-CDMA). Comme pour les systèmes OFDM et DS-CDMA, nous établissons les expressions analytiques de la puissance de ces termes. Les résultats montrent que la puissance des termes de MAI est proportionnelle au taux de charge du système. Dans le système MC-CDMA, les perturbations multiplicatives et additives sont comparables, alors que pour le système MC-DS-CDMA, les effets

Conclusion générale

perturbateurs du terme multiplicatif et de l'ICI sont négligeables par rapport à la MAI.

Ces résultats permettent aux concepteurs de système de définir la nature et la puissance des interférences présentes dans les récepteurs, et de donner des indications permettant d'optimiser au mieux les architectures de ces récepteurs.

Dans le dernier chapitre, nous comparons la robustesse au bruit de phase des différentes techniques d'accès multiple. En considérant fixés la bande de fréquence allouée, le débit par utilisateur et la modulation et en imposant un nombre d'accès maximal, nous avons confronté les performances de chaque technique pour une qualité d'oscillateur donnée.

Les résultats obtenus montrent que le bruit de phase du système constitue un phénomène perturbateur important qui peut compromettre de façon conséquente les performances du système. Parce que le traitement du bruit de phase peut être effectué sur le temps d'émission du symbole OFDM T_s , le système MC-DS-CDMA est la technique la plus robuste au phénomène de bruit de phase. Non seulement ses performances sont les meilleures en situation de pleine charge, mais de plus, du fait de la prépondérance de la MAI par rapport au terme de perturbation multiplicatif et à l'ICI, l'écart de performances par rapport aux autres systèmes augmente pour une charge décroissante.

Cependant, la complexité du récepteur du MC-DS-CDMA constitue l'un des inconvénients de cette technique. Pour cette raison, les concepteurs lui préfèrent, lorsque les conditions sont appropriées (c'est-à-dire pour un lien descendant), la technique MC-CDMA. Nous avons vu que cette technique présente la meilleure robustesse au bruit de phase après le système MC-DS-CDMA, tout en offrant la même capacité d'accès multiple. Ces deux techniques, envisagées dans de nombreux projets concernant les futurs systèmes de quatrième génération pour leurs nombreuses qualités, sont donc aussi les plus intéressantes du point de vue de la robustesse au bruit de phase.

Enfin, nous montrons que la technique OFDM apparaît comme la technique la plus sensible au bruit de phase, notamment lorsque le nombre de porteuses est élevé. Cependant il existe de multiples techniques de compensation de la CPE et de l'ICI, qui permettent, au prix d'une complexité supplémentaire du récepteur, d'améliorer sensiblement les performances du système.

Perspectives

Ce manuscrit propose une approche unifiée et comparative des effets du bruit de phase sur les techniques pressenties comme candidates pour les futures générations de réseaux sans fil haut débit. Il montre que cette imperfection de l'oscillateur constitue une source de dégradation importante qui doit être prise en compte lors de la conception du système de transmission.

Une perspective importante de cette étude consiste à intégrer les effets du canal de transmission haut débit, afin d'obtenir des résultats correspondant à une situation plus réaliste. Nous pensons notamment à employer les résultats des travaux menés à l'IEMN sur la caractérisation et la modélisation du canal de transmission à 60 GHz ([Garn02], [Clav02], [Frys02], [Okou05]) pour étudier les performances des réseaux sans fil fonctionnant dans cette bande de fréquences, comme le réseau d'objets mobiles communicants défini dans le cadre du projet TACT-LOMC.

Les différents résultats de la thèse peuvent également être utilisés comme aide à la conception de méthodes de réduction et de correction du bruit de phase dans les systèmes. Sur ce sujet, la technique de modélisation et de traitement du bruit de phase par des processus de filtrage particulière [Sept06], examinée actuellement par l'équipe du GRIF (Groupe de Recherche Images et Formes), s'avère être une voie particulièrement prometteuse. Une autre piste possible pour l'amélioration des performances des systèmes basés sur le CDMA est la diminution de la puissance des interférences, qui se trouve renforcée en présence de bruit de phase. Un travail est réalisé dans ce sens pour le système MC-CDMA [ElGh06], l'objectif est de proposer une stratégie d'allocation des codes d'étalement adaptée.

Conclusion générale

Bibliographie

- A -

[Arma98] : A. G. Armada, M. Calvo, "Phase Noise and Sub-Carrier Spacing Effects on the Performance of an OFDM Communication System", *IEEE Communications Letters*, Vol. 2, N°1, pp. 11-13, Jan. 1998.

[Arma01] : A. G. Armada, "Understanding the Effects of Phase Noise in Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)", *IEEE Transactions on Broadcasting*, Vol. 47, N°2, pp. 153-159, Jun. 2001.

[Alla97] : D. W. Allan, N. Ashby, C. Hodge, *The Science of Timekeeping*, Hewlett-Packard application note 1289, pp. 56-65, 1997.

- B -

[Bana03] : M. M. Banat, "Statistical Characterization of Filtered Phase Noise in Optical Receivers", *IEEE Communications Letters*, Vol. 7, N°2, pp. 85-87, Feb. 2003.

[Barn71] : J.A. Barnes, A.R. Chi, L.S. Cutler and D.B. Leeson, "Characterization of frequency stability", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol.20, pp 105-120, May 1971.

[Bell65] : P. A. Bello, "Selective fading limitations of the KATHRYN modem and some system design considerations", *IEEE Transactions on Communications Technology*, vol. COM-13, pp 320-333, Sep. 1965.

[Bocc95] : J. Boccuzzi, "Performance Evaluation of Non-Linear Transmit Power Amplifiers for North American Digital Cellular Portables", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 44, N° 2, pp 220-228, May 1995.

[Boug01] : Stéphane Bougeard, *Modélisation du bruit de phase des oscillateurs hyperfréquences*, Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, France, 2001.

- C -

[Chan68] : R. W. Chang, R. A. Gibby, "A theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme", *IEEE Transactions on Communications Technology*, vol. COM-16, pp 529-540, Aug. 1968.

Bibliographie

[Chou93] : A. Chouly, A. Brajal, S. Jourdan, "Orthogonal Multicarrier Techniques Applied to Direct Sequence Spread Spectrum CDMA Systems", *in GLOBECOM 93*, Houston, USA, pp. 1723-1728, Nov. 1993.

[Clav02] : L. Clavier, M. Frysiel, C. Garnier, Y. Delignon, D. Boulinguez, "Performance of DS-SS-CDMA on the 60 GHz Channel", *in PIMRC'02*, Vol.5, pp. 2332-2336, Sep. 2002.

[Corv98] : R. Corvaja, S. Pupolin, "Multi-user performance of CDMA in the presence of phase noise", *in GLOBECOM' 98*, vol. 6, pp 3314-3319, Nov. 1998.

[Corv04] : R. Corvaja, S. Pupolin, "Performance of CDMA With Differential Detection in the Presence of Phase Noise and Multiuser Interference", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, N° 3, pp 498-506, Mar. 2004.

[Cost02] : E. Costa, S. Pupolin, "M-QAM-OFDM System Performance in the Presence of a Nonlinear Amplifier and Phase Noise", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 50, N°3, pp.462-472, Mar. 2002.

- D -

[Daff93] : F. Daffara, *Model of tuner phase noise in digital simulations*, technical report, Laboratoire d'Electronique Philips, Oct. 1993.

[DaSi93] : V. M. DaSilva, E. S. Sousa, "Performance of Orthogonal CDMA Codes for Quasi-Synchronous Communication Systems", *in ICUPC' 93*, Ottawa, Canada, pp. 995-999, Oct. 1993.

- E -

[ElTa01] : M. S. El-Tahany, Y. Wu, L. Hazy, "Analytical Modeling and Simulation of Phase Noise Interference in OFDM-Based Digital Television Terrestrial Broadcasting Systems", *IEEE Transactions on Broadcasting*, Vol. 47, N°1, pp.20-31, Mar. 2001.

[ElGh06] : H. El Ghazi, C. Garnier, Y. Delignon, "Efficient spreading code allocation strategy for a downlink MC-SS-CDMA system in a time varying frequency selective channel," *in PIMRC'06*, Helsinki, Finland 11-14 Sept. 2006.

[Eng97] : T. Eng, L. B Milstein, "Partially Coherent DS-SS Performance in Frequency Selective Multipath Fading", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 45, N°1, pp.110-118, Jan. 1997.

[Eng98] : T. Eng, A. Chockalingam, L. B Milstein, "Capacities of FDMA/SS-CDMA Systems in the Presence of Phase Noise and Multipath Rayleigh Fading", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 46, N°8, pp.997-999, Aug. 1998.

Bibliographie

- F -

[Faze93] : K. Fazel, L. Papke, "On the Performance of Convolutionally-Coded CDMA/OFDM for Mobile Communication System", *in PIMRC 93*, Yokohama, Japan, pp. 468-472, Sep. 1993.

[Faze03] : K. Fazel, S. Kaiser, *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*, Wiley, 2003.

[Fosc88a] : G. J. Foschini, L. J. Greenstein, G. Vannucci, "Noncoherent Detection of Coherent Lightwave Signals Corrupted by Phase Noise", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 36, N°3, pp. 306-314, Mar. 1988.

[Fosc88b] : G. J. Foschini, G. Vannucci, "Characterizing Filtered Light Waves Corrupted by Phase Noise", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 34, N°6, pp. 1437-1448, Nov. 1988.

[Fosc89] : G. J. Foschini, G. Vannucci, L. J. Greenstein, "Envelope Statistics for Filtered Optical Signals Corrupted by Phase Noise", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 37, N°12, pp. 1293-1302, Dec. 1989.

[Frys02] : M. Frysiel, C. Loyez, L. Clavier, N. Rolland, P.A. Rolland, "Path loss model of the 60 GHz indoor radio channel", *Microwave and optical technology letters*, Vol. 34, N°3, pp. 158-162, Aug 2002.

- G -

[Garn02] : C. Garnier, L. Clavier, Y. Delignon, M. Loosvelt and D. Boulinguez, "Multiple access for 60 GHz mobile ad'hoc Networks", *in VTC' 02*, Vol.3, pp. 1517-1521, 2002.

[Garr90] : I. Garret, D. J. Bond, J. B. White, D. S. L. Jacobsen "Impact of phase noise in weakly coherent system a new and accurate approach", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 8, Issue 3, pp. 329-337, Mar. 1990.

[Gold67] : R. Gold, "Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 13, N°4, pp 619-621, Oct. 1997.

- H -

[Ham03] : D. Ham and A. Hamijiri, "Virtual Damping and Einstein Relation in Oscillators", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 38, No. 3, Mar. 2003.

[Hich03] : N. Hicheri, M. Terré, B. Fino, "OFDM, DS-CDMA and MC-CDMA Systems With Phase Noise and Frequency Offset Effects", *in MC-SS' 03*, Germany, Sep. 2003

Bibliographie

[Hich04] : Hicheri Nizar, *Approche unifiée des techniques de transmission radio sur voie descendante*, Thèse, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), France, 2004.

[Huan98] : W. Huang, I. Andronovic, M. Nakagawa, "PLL Performance of DS-CDMA Systems in the Presence of Phase Noise, Multiuser Interference, and Additive Gaussian Noise", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 46, N°11, pp. 1507-1515, Nov. 1998.

- I -

[IEEE99a] : IEEE, *IEEE Standard definitions of physical quantities for fundamental frequency and time metrology - Random instabilities*, Technical report, IEEE Std 1139-1999, Jul. 1999.

[IEEE99b] : IEEE Std 802.11a-1999 (Supplement to IEEE Std 802.11-1999), "Part 11: wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: high-speed physical layer in the 5 GHz band" , Sep. 1999.

- J -

[Jian04] : Z. Jianhua, H. Rohling, Z. Ping, "Analysis of ICI Cancellation Scheme in OFDM Systems with Phase Noise", *IEEE Transactions on Broadcasting*, Vol. 50, N°2, pp. 97-106, Jun. 2004.

- K -

[Kasa66] : T. Kasami, *Weight Distribution Formula for some Class of Cyclic Codes*, Technical Report N° 285, Coordinated Science Laboratory, University of Illinois, Urbana, Apr. 1966.

[Kazo90] : L. G. Kazovsky, O. K. Tonguz, "ASK and FSK Coherent Lightwave Systems : A simplified Approximate Analysis", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 8, N°3, pp. 338-352, Mar. 1990.

[Kell00] : T. Keller and L. Hanzo, "Adaptive Multicarrier Modulation : A Convenient Framework for Time-Frequency Processing in Wireless Communications", *IEEE Proceedings of the IEEE*, Vol. 88, N° 5, May 2000.

[Kim99] : J. Y. Kim, "Performance of a CDMA-based Satellite Communication System with Phase Noise", *In MILCOM' 99*, USA, pp. 616-620, Nov. 99.

- L -

[Lee99] : T. H. Lee, "Oscillators phase noise : a tutorial", *in IEEE Custom Integrated Circuits Conference*, pp. 373-380, 1999.

Bibliographie

[Leib87] : H. Leib, S. Pasupathy, "Treillis-coded MPSK with reference phase errors", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 35, pp. 888-900, Sep. 1987.

[Loos04] : M. Loosvelt, C. Garnier, Y. Delignon, "Influence of pulse shaping on phase noise effects", in *ISIVC'04*, pp.311-314, jul. 2004

- M -

[Macw77] : F. J. MacWilliams and N. J. A. Sloane, *The Theory of Error Correcting Codes*, New York : North-Holland, 1977.

[Monr00] : I. T. Monroy, G. Hooghiemstra, "On a recursive formula for the moments of phase noise", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 48, Issue 6, pp. 917-920, Jun. 2000.

[Morr89] : R. K. Morrow, J. S. Lehnert, "Bit-to-bit error dependance in slotted DS/SSMA packet systems with random signature sequences", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 37, Issue 10, pp. 1052-1061, Oct. 1989.

[Musc95] : C. Muschallik, "Influence of RF Oscillators on an OFDM Signal", *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol. 41, N°3, pp. 592-603, Aug. 1995.

- O -

[Okou05] : R. Okouyi, L. Clavier, C. Garnier, W. Sawaya, Y. Delignon, "Performances d'un système CDMA asynchrone; cas du canal à 60 GHz", in *4ièmes Journées Franco-Maghrébines des Micro-Ondes et leurs Applications*, Maroc, pp. 183-186, Mar. 2005

- P -

[Papo77] : A. Papoulis, *Signal analysis*, McGraw-Hill, New York, 1977.

[Piaz02] : L. Piazza, P. Mandarini, "Analysis of Phase Noise Effects in OFDM Modems", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 50, N°10, pp. 1696-1705, Oct. 2002.

[Pier91] : G. L. Pierobon, L. Tomba, "Moment Characterization of Phase Noise in Coherent Optical Systems", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 9, N°8, pp. 996-1005, Aug. 1991.

[Petr03] : D. Petrovic, W. Rave, G. Fettweis, "Phase Noise Suppression in OFDM Using a Kalman Filter", In *WPMC' 03*, Vol.3 , pp 375-379, Oct. 2003.

[Petr04a] : D. Petrovic, W. Rave, G. Fettweis, "Intercarrier Interference due to Phase Noise in OFDM - Estimation and Suppression", In *VTTC' 04*, Vol. 3, pp. 2191- 2195, Sept. 2004.

Bibliographie

[Petr04b] : D. Petrovic, W. Rave, G. Fettweis, "Common Phase Error due to Phase Noise in OFDM - Estimation and Suppression", *In PIMRC' 04*, Vol. 3, pp. 1901- 1905, Sept. 2004.

[Poll95] : T. Pollet, M. Van Bladel, M. Moeneclaey, "BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 43, N°2/3/4, pp. 191-193, Feb./Mar./Apr. 1995.

[Proa95] : J.G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1995.

- R -

[Rapp99] : T. S. Rappaport, *Wireless communications : Principles and Practice*, Upper Saddle River : Prentice-Hall, 1999.

[Robe95] : P. Robertson, S. Kaiser, "Analysis of the Effects of Phase-Noise in Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM) Systems", *in ICC' 95*, vol. 3, Seattle, USA, pp. 1652-1657, Jun. 1995.

[Rubi97] : E. Rubiola and V. Giordano, *Phase Noise Metrology*, technical report, LPMO-UPR-3203, 1997.

- S -

[Sanc04] : J. Sanchez, M. Thioune, *UMTS : 2ème édition revue et augmentée*, Hermes-Lavoisier, Fev. 2004.

[Schn95] : M. Schnell, "Hadamard codewords as orthogonal spreading sequences in synchronous DS CDMA systems for mobile radio channels", *in ISSSTA' 94*, Vol. 2, pp 505-509, 4-6 Jul. 1994.

[Sept06] : F. Septier, Y. Delignon, A. Menhaj-Rivenq, C. Garnier, "Particle filtering with hybrid importance function for joint symbol detection and phase tracking", *in SPAWC' 06*, Jul. 2006.

[Shan48] : C. E. Shannon, "A mathematical theory of communications", *Bell System Technical Journal*, pp 379-423, 623-656, Jul./Oct. 1948.

[Some95] : Y. K. Some, P. Y. Sam, "Bit-error probability of QPSK with noisy phase reference", *IEE Proceedings on Communications*, Vol. 142, N°3, pp. 292-296, Oct. 1995.

[Stee99] : H. Steendam, M. Moeneclaey, "The effect of Carrier Phase Jitter on MC-CDMA Performance", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 47, N°2, pp. 195-198, Feb. 1999.

Bibliographie

[Stee01] : H. Steendam, M. Moeneclaey, "The effect of Carrier Phase Jitter on MC-DS-CDMA", *IEEE International Conference on Communications*, Vol. 6, N°2, pp. 1881-1884, Jun. 2001.

[Stot98] : J. Stott, *The Effects of Phase Noise in COFDM*, EBU Technical Review, No 276, Summer 1998.

- T -

[Tomb98] : L. Tomba, "On the Effect of Wiener Phase Noise in OFDM Systems", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 46, N°5, pp. 580-583, May. 1998.

[Tomb99] : L. Tomba, A. Krzymien, "Sensitivity of the MC-CDMA Access Scheme to Carrier Phase Noise and Frequency Offset", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 48, N°5, pp. 1657-1665, Sep. 1999.

- W -

[Wall86] : F. L. Walls and D. W. Allan, "Measurement of frequency stability", *Proceedings of the IEEE*, vol. 74, pp. 162-168, Jan. 1986.

[Wein71] : S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the Discrete Fourier Transform", *IEEE Transactions on Communications Technology*, vol. COM-19, pp 628-634, Oct. 1971.

[Wu02a] : S. Wu, Y. Bar-Ness, "Performance Analysis on the Effect of Phase Noise in OFDM Systems", in *ISSSTA' 02*, pp. 133-138, Sept. 2002.

[Wu02b] : S. Wu, Y. Bar-Ness, "A Phase Noise Suppression Algorithm for OFDM-Based WLANs", *IEEE Communications Letters*, Vol. 6, N°12, pp. 535-537, Dec. 2002.

[Wu04] : S. Wu, Y. Bar-Ness, "OFDM Systems in the Presence of Phase Noise : Consequences and Solutions", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 52, N°11, pp. 1988-1996, Nov. 2004.

- Y -

[Yee93] : N. Yee, J-P. Linnartz, G. Fettweis, "Multicarrier CDMA in Indoor Wireless Radio Networks", in *PIMRC' 93*, Yokohama, Japan, pp. 109-113, Sep. 1993.

- Z -

[Zimm67] : M. S. Zimmermann and A. L. Kirsch, "A digital implementation of a multichannel data modem", *IEEE Transactions on Communications Technology*, vol. COM-15, pp 197-205, Apr. 1967.

Communications associées à ce travail

Communications :

1. C. Garnier, L. Clavier, Y. Delignon, M. Loosvelt and D. Boulinguez, "Multiple access for 60 GHz mobile ad'hoc Networks", in *VTC'02*, Vol.3, pp. 1517-1521, 2002.
2. M. Loosvelt, C. Garnier, Y. Delignon, "Influence of pulse shaping on phase noise effects", in *ISIVC' 04*, pp.311-314, jul. 2004
3. C. Garnier, M. Loosvelt, Y. Delignon, "sensitivity comparison of Multicarrier and spread spectrum systems to phase noise", In *MC-SS' 05*, Germany, pp. 491-502, 14-16 sep. 2005

Rapports d'activité :

Contribution à la rédaction du rapport : "Contributions sur les réseaux ad'hoc à 60 GHz : Couche physique", Yves Delignon, Christelle Garnier, Laurent Clavier, Wadih Sawaya, Rodrigue Okouyi, Matthieu Loosvelt, David Boulinguez, 16 Mars 2004

Annexe A

Fonctions d'autocorrélation du bruit de phase et du signal de l'oscillateur

A.1 Fonction d'autocorrélation du bruit de phase $\theta(t)$

$\theta(t)$ est un processus de Wiener-Lévy, c'est donc une variable aléatoire gaussienne centrée de variance $2\pi\beta |t|$ qui peut s'écrire :

$$\theta(t) = \int_0^t \Delta\theta(u) du \quad (\text{A.1})$$

Une propriété importante de ce processus est sa fonction d'autocorrélation, qui s'écrit :

$E[\theta(t)\theta(t')] = 2\pi\beta \min(t, t')$	(A.2)
--	-------

On en déduit que la phase $\theta(t)$ n'est pas stationnaire du second ordre.

A.2 Rappel : fonction caractéristique d'une variable aléatoire

Soit X une variable aléatoire de densité de probabilité $p(x)$. Sa fonction caractéristique est définie par :

$$\phi_X(u) = E[e^{juX}] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{juX} p(x) dx \quad (\text{A.3})$$

Cas d'une variable aléatoire gaussienne centrée :

Si la variable aléatoire X suit une loi gaussienne centrée de variance σ^2 , alors sa fonction caractéristique s'écrit :

$$\phi_X(u) = E[e^{juX}] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{juX} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (\text{A.4})$$

$$\phi_X(u) = e^{-\frac{u^2\sigma^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-ju\sigma^2)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (\text{A.5})$$

Annexe A : Fonctions d'autocorrélation du bruit de phase et du signal de l'oscillateur

Le deuxième terme de l'expression correspond à l'intégrale de la densité de probabilité d'une variable aléatoire gaussienne, par conséquent il vaut 1 et la fonction caractéristique s'écrit simplement :

$$\phi_x(u) = e^{-\frac{u^2 \sigma^2}{2}} \quad (\text{A.6})$$

A.3 Fonction d'autocorrélation du signal délivré par l'oscillateur local $x(t) = e^{j\theta(t)}$

$$E[x(t)x^*(t')] = E[e^{j(\theta(t) - \theta(t'))}] = \phi_{\theta(t) - \theta(t')}(1) \quad (\text{A.7})$$

L'expression fait intervenir la fonction caractéristique de la variable aléatoire $\theta(t) - \theta(t')$. $\theta(t)$ est un processus de Wiener-Lévy, c'est donc une variable aléatoire gaussienne centrée de variance $2\pi\beta |t|$ qui peut s'écrire :

$$\theta(t) = \int_0^t \Delta\theta(u) du \quad (\text{A.8})$$

$$\theta(t) - \theta(t') = \int_0^t \Delta\theta(u) du - \int_0^{t'} \Delta\theta(u) du = \int_{t'}^t \Delta\theta(u) du \quad (\text{A.9})$$

$\theta(t) - \theta(t')$ est donc une variable aléatoire gaussienne centrée et de variance :

$$E[(\theta(t) - \theta(t'))^2] = E[\theta(t)^2] + E[\theta(t')^2] - 2E[\theta(t)\theta(t')] \quad (\text{A.10})$$

Le dernier terme représente la fonction d'autocorrélation de la variable $\theta(t)$. D'après (A.2), elle vaut $2\pi\beta \cdot \min(t, t')$. On a donc :

$$E[(\theta(t) - \theta(t'))^2] = 2\pi\beta |t| + 2\pi\beta |t'| - 4\pi\beta \min(t, t') \quad (\text{A.11})$$

L'intégration se fait sur des valeurs positives de t et t' :

$$E[(\theta(t) - \theta(t'))^2] = 2\pi\beta (t + t' - 2\min(t, t')) \quad (\text{A.12})$$

$$E[(\theta(t) - \theta(t'))^2] = 2\pi\beta (t + t' - (t + t' - |t - t'|)) = 2\pi\beta |t - t'| \quad (\text{A.13})$$

Sa fonction caractéristique s'écrit donc :

$$\phi_{\theta(t) - \theta(t')}(u) = e^{-\frac{u^2 \sigma_{\theta(t) - \theta(t')}}{2}} = e^{-u^2 \pi \beta (|t - t'|)} \quad (\text{A.14})$$

On en déduit l'expression de la fonction d'autocorrélation :

$$E[x(t)x^*(t')] = e^{-\pi\beta(|t-t'|)} = e^{-\pi\beta|t-t'|} \quad (\text{A.15})$$

Le signal délivré par l'oscillateur $e^{j\theta(t)}$ est stationnaire du second ordre, alors que la phase $\theta(t)$ n'est pas stationnaire.

Annexe A : Fonctions d'autocorrélation du bruit de phase et du signal de l'oscillateur

Annexe B

Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

Dans cette annexe, nous nous intéressons aux moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m défini par :

$$\alpha_m = \alpha_{m\Re} + j \alpha_{m\Im} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta(t)} e^{j2\pi \frac{mt}{T_s}} dt \quad (\text{B.1})$$

Où $m \in \mathbb{Z}$ et $\theta(t)$ est un processus de Wiener-Lévy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta |t|$.

Les moments de α_m ainsi que de sa partie réelle $\alpha_{m\Re}$ et de sa partie imaginaire $\alpha_{m\Im}$ peuvent se calculer directement à partir des propriétés statistiques d'un processus de Wiener-Lévy.

B.1 Moyenne de α_m

$$E[\alpha_m] = E[\alpha_{m\Re}] + j E[\alpha_{m\Im}] = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \underbrace{E[e^{j\theta(t)}]}_{=\phi_{\theta(t)}(1)} e^{j2\pi \frac{mt}{T_s}} dt \quad (\text{B.2})$$

Cette expression fait intervenir la fonction caractéristique de la variable aléatoire $\theta(t)$. Comme $\theta(t)$ est un processus de Wiener-Lévy, $\theta(t)$ suit une loi gaussienne centrée de variance $2\pi\beta |t|$. D'après l'expression (A.6), sa fonction caractéristique s'écrit :

$$\phi_{\theta(t)}(u) = e^{-\frac{u^2 \sigma^2}{2}} = e^{-u^2 \pi \beta |t|} \quad (\text{B.3})$$

La moyenne de α_m s'écrit donc :

$$E[\alpha_m] = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{-\pi \beta t} e^{j2\pi \frac{mt}{T_s}} dt \quad (\text{B.4})$$

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

$$E[\alpha_m] = \frac{1}{T_s} \left[\frac{e^{(-\pi\beta + j 2\pi \frac{m}{T_s})t}}{-\pi\beta + j 2\pi \frac{m}{T_s}} \right]_0^{T_s} \quad (\text{B.5})$$

$$E[\alpha_m] = \frac{e^{(-\pi\beta T_s + j 2\pi m)} - 1}{-\pi\beta T_s + j 2\pi m} \quad (\text{B.6})$$

Puisque l'indice m est un entier relatif, la moyenne de α_m s'écrit finalement :

$$E[\alpha_m] = \frac{1 - e^{-\pi\beta T_s}}{\pi\beta T_s - j 2\pi m} \quad (\text{B.7})$$

Dans le cas particulier où $m=0$, la moyenne de α_0 s'écrit :

$$E[\alpha_0] = \frac{1 - e^{-\pi\beta T_s}}{\pi\beta T_s} \quad (\text{B.8})$$

Par identification, on en déduit les moyennes de la partie réelle $\alpha_{m\Re}$ et de la partie imaginaire $\alpha_{m\Im}$ de α_m :

$$\begin{aligned} E[\alpha_{m\Re}] &= \frac{(1 - e^{-\pi\beta T_s}) \pi\beta T_s}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \\ E[\alpha_{m\Im}] &= \frac{(1 - e^{-\pi\beta T_s}) 2\pi m}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Dans le cas particulier où $m=0$, les moyennes se simplifient de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E[\alpha_{0\Re}] &= \frac{1 - e^{-\pi\beta T_s}}{\pi\beta T_s} \\ E[\alpha_{0\Im}] &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

B.2 Puissance de la partie réelle de α_m

$$E[\alpha_{m\Re}^2] = E \left[\frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \cos \left(\theta(t) + 2\pi \frac{mt}{T_s} \right) dt \int_0^{T_s} \cos \left(\theta(t') + 2\pi \frac{mt'}{T_s} \right) dt' \right] \quad (\text{B.11})$$

$$E[\alpha_{m\Re}^2] = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E \left[\cos \left(\theta(t) + 2\pi \frac{mt}{T_s} \right) \cos \left(\theta(t') + 2\pi \frac{mt'}{T_s} \right) \right] dt dt' \quad (\text{B.12})$$

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

$$E[\alpha_{m\Re}^2] = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E \left[\frac{e^{j(\theta(t)+2\pi\frac{mt}{T_s})} + e^{-j(\theta(t)+2\pi\frac{mt}{T_s})}}{2} \frac{e^{j(\theta(t')+2\pi\frac{mt'}{T_s})} + e^{-j(\theta(t')+2\pi\frac{mt'}{T_s})}}{2} \right] dt dt' \quad (\text{B.13})$$

En développant, la puissance de la partie réelle de α_m peut s'écrire sous la forme :

$$E[\alpha_{m\Re}^2] = \frac{1}{4}(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) \quad (\text{B.14})$$

Avec :

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{j(\theta(t)+\theta(t'))}] e^{j2\pi\frac{m(t+t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{B.15})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{j(\theta(t)-\theta(t'))}] e^{j2\pi\frac{m(t-t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{B.16})$$

$$I_3 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{-j(\theta(t)-\theta(t'))}] e^{-j2\pi\frac{m(t-t')}{T_s}} dt dt' = I_2^* \quad (\text{B.17})$$

$$I_4 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{-j(\theta(t)+\theta(t'))}] e^{-j2\pi\frac{m(t+t')}{T_s}} dt dt' = I_1^* \quad (\text{B.18})$$

La puissance de la partie réelle de α_m peut donc se réécrire :

$$E[\alpha_{m\Re}^2] = \frac{1}{2}(\Re(I_1) + \Re(I_2)) \quad (\text{B.19})$$

B.2.1 Calcul de l'intégrale I_1

En faisant apparaître la fonction caractéristique de la variable aléatoire gaussienne $\theta(t)+\theta(t')$, l'intégrale I_1 peut se réécrire :

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} \phi_{\theta(t)+\theta(t')}(1) e^{j2\pi\frac{m(t+t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{B.20})$$

$\theta(t)+\theta(t')$ suit un processus de Wiener-Lévy : $\theta(t)+\theta(t')$ est donc une variable aléatoire gaussienne centrée de variance :

$$E[(\theta(t)+\theta(t'))^2] = E[\theta(t)^2] + E[\theta(t')^2] + 2E[\theta(t)\theta(t')] \quad (\text{B.21})$$

Le dernier terme représente la fonction d'autocorrélation de la variable $\theta(t)$ qui s'écrit $2\pi\beta \cdot \min(t, t')$ d'après l'expression (A.2). On a donc :

$$E[(\theta(t)+\theta(t'))^2] = 2\pi\beta|t| + 2\pi\beta|t'| + 4\pi\beta \min(t, t') \quad (\text{B.22})$$

L'intégration se fait sur des valeurs positives de t et t' :

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

$$E[(\theta(t) + \theta(t'))^2] = 2\pi\beta(t + t' + 2\min(t, t')) \quad (\text{B.23})$$

$$E[(\theta(t) + \theta(t'))^2] = 2\pi\beta(t + t' + (t + t' - |t - t'|)) = 2\pi\beta(2t + 2t' - |t - t'|) \quad (\text{B.24})$$

La fonction caractéristique de la variable aléatoire $\theta(t) + \theta(t')$ s'écrit donc :

$$\phi_{\theta(t) + \theta(t')}(u) = e^{-\frac{u^2 \sigma_{\theta(t) + \theta(t')}}{2}} = e^{-u^2 \pi\beta(2t + 2t' - |t - t'|)} \quad (\text{B.25})$$

En remplaçant la fonction caractéristique par son expression dans (B.20), on obtient :

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} e^{-\pi\beta(2t + 2t' - |t - t'|)} e^{j2\pi \frac{m(t+t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{B.26})$$

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} \left(\int_0^t e^{-\pi\beta(t+3t')} e^{j\pi\beta \frac{m}{T_s}(t+t')} dt' + \int_t^{T_s} e^{-\pi\beta(3t+t')} e^{j\pi\beta \frac{m}{T_s}(t+t')} dt' \right) dt \right] \quad (\text{B.27})$$

Puis en regroupant les termes en t et en t' :

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{(-\pi\beta + j2\pi \frac{m}{T_s})t} \left(\int_0^t e^{(-3\pi\beta + j2\pi \frac{m}{T_s})t'} dt' \right) dt \right. \\ \left. + \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{(-3\pi\beta + j2\pi \frac{m}{T_s})t} \left(\int_t^{T_s} e^{(-\pi\beta + j2\pi \frac{m}{T_s})t'} dt' \right) dt \right] \right] \quad (\text{B.28})$$

Pour simplifier l'écriture, posons :

$$a = -\pi\beta + j2\pi \frac{m}{T_s} \quad \text{et} \quad b = -3\pi\beta + j2\pi \frac{m}{T_s} \quad (\text{B.29})$$

L'intégrale I_1 s'écrit alors :

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{at} \left(\int_0^t e^{bt'} dt' \right) dt + \int_0^{T_s} e^{bt} \left(\int_t^{T_s} e^{at'} dt' \right) dt \right] \quad (\text{B.30})$$

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{at} \left[\frac{e^{bt'}}{b} \right]_0^t dt + \int_0^{T_s} e^{bt} \left[\frac{e^{at'}}{a} \right]_t^{T_s} dt \right] \quad (\text{B.31})$$

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \left[\frac{1}{b} \int_0^{T_s} (e^{(a+b)t} - e^{at}) dt + \frac{1}{a} \int_0^{T_s} (e^{(b+a)T_s} - e^{(a+b)t}) dt \right] \quad (\text{B.32})$$

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

$$I_1 = \frac{1}{T_s^2} \left[\frac{1}{b} \left[\frac{e^{(a+b)t}}{a+b} - \frac{e^{at}}{a} \right]_0^{T_s} + \frac{1}{a} \left[\frac{e^{(bt+aT_s)}}{b} - \frac{e^{(a+b)t}}{a+b} \right]_0^{T_s} \right] \quad (\text{B.33})$$

$$I_1 = \frac{1}{ab(a+b)T_s^2} [2a e^{(a+b)T_s} - 2(a+b)e^{aT_s} + 2b] \quad (\text{B.34})$$

Or :

$$e^{(a+b)T_s} = e^{-\pi\beta T_s + j2\pi m - 3\pi\beta T_s + j2\pi m} = e^{-4\pi\beta T_s} \underbrace{e^{j4\pi m}}_{=1 \forall m \in \mathbb{Z}} = e^{-4\pi\beta T_s} \quad (\text{B.35})$$

De même :

$$e^{aT_s} = e^{-\pi\beta T_s + j2\pi m} = e^{-\pi\beta T_s} \quad (\text{B.36})$$

D'où :

$$I_1 = \frac{2}{ab(a+b)T_s^2} [a e^{-4\pi\beta T_s} - (a+b)e^{-\pi\beta T_s} + b] \quad (\text{B.37})$$

$$I_1 = \frac{2}{T_s^2} \left[\frac{1}{b(a+b)} e^{-4\pi\beta T_s} - \frac{1}{ab} e^{-\pi\beta T_s} + \frac{1}{a(a+b)} \right] \quad (\text{B.38})$$

En remplaçant a et b par (B.29) puis en prenant la partie réelle, on obtient :

$$\Re(I_1) = \frac{3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2}{2 \left[(3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2)^2 + (5\pi^2\beta m T_s)^2 \right]} e^{-4\pi\beta T_s} - \frac{2(3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 4\pi^2 m^2)}{(3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 4\pi^2 m^2)^2 + (8\pi^2\beta m T_s)^2} e^{-\pi\beta T_s} + \frac{\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2}{2 \left[(\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2)^2 + (3\pi^2\beta m T_s)^2 \right]} \quad (\text{B.39})$$

Dans le cas particulier où $m=0$, l'expression se simplifie de la façon suivante :

$$I_1 = \Re(I_1) = \frac{1}{6(\pi\beta T_s)^2} (e^{-4\pi\beta T_s} - 4e^{-\pi\beta T_s} + 3) \quad (\text{B.40})$$

B.2.2 Calcul de l'intégrale I_2

En faisant apparaître la fonction caractéristique de la variable aléatoire gaussienne $\theta(t) - \theta(t')$, l'intégrale I_2 peut se réécrire :

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} \Phi_{\theta(t) - \theta(t')} (1) e^{j2\pi \frac{m(t-t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{B.41})$$

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

De la même façon que $\theta(t)+\theta(t')$, $\theta(t)-\theta(t')$ est un processus de Wiener-Lévy : c'est donc une variable aléatoire gaussienne centrée dont la fonction caractéristique s'exprime directement en fonction de la variance. D'après l'expression (A.2), la fonction caractéristique de cette variable s'écrit :

$$\phi_{\theta(t)-\theta(t')}(u) = e^{-\frac{u^2 \sigma_{\theta}^2 - \theta(t')}{2}} = e^{-u^2 \pi \beta (t-t')} \quad (\text{B.42})$$

En remplaçant la fonction caractéristique par son expression dans (B.41), on obtient :

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} e^{-\pi \beta (t-t')} e^{j 2 \pi \frac{m(t-t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{B.43})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} \left(\int_0^t e^{-\pi \beta (t-t')} e^{j 2 \pi \frac{m(t-t')}{T_s}} dt' + \int_t^{T_s} e^{-\pi \beta (t'-t)} e^{j 2 \pi \frac{m(t-t')}{T_s}} dt' \right) dt \right] \quad (\text{B.44})$$

Puis en regroupant les termes en t et en t' :

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{(-\pi \beta + j 2 \pi \frac{m}{T_s})t} \left(\int_0^t e^{(\pi \beta - j 2 \pi \frac{m}{T_s})t'} dt' \right) dt \right] + \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{(\pi \beta + j 2 \pi \frac{m}{T_s})t} \left(\int_t^{T_s} e^{(-\pi \beta - j 2 \pi \frac{m}{T_s})t'} dt' \right) dt \right] \quad (\text{B.45})$$

Pour simplifier l'écriture, posons :

$$a = -\pi \beta + j 2 \pi \frac{m}{T_s} \quad (\text{B.46})$$

L'intégrale I_2 s'écrit alors :

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{at} \left(\int_0^t e^{-at'} dt' \right) dt + \int_0^{T_s} e^{-a^*t} \left(\int_t^{T_s} e^{a^*t'} dt' \right) dt \right] \quad (\text{B.47})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[\int_0^{T_s} e^{at} \left[\frac{e^{-at'}}{-a} \right]_0^t dt + \int_0^{T_s} e^{-a^*t} \left[\frac{e^{a^*t'}}{a^*} \right]_t^{T_s} dt \right] \quad (\text{B.48})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[-\frac{1}{a} \int_0^{T_s} (1 - e^{at}) dt + \frac{1}{a^*} \int_0^{T_s} (e^{a^*(T_s-t)} - 1) dt \right] \quad (\text{B.49})$$

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[-\frac{1}{a} \left[t - \frac{e^{at}}{a} \right]_0^{T_s} + \frac{1}{a^*} \left[\frac{e^{a^*(T_s-t)}}{-a^*} - t \right]_0^{T_s} \right] \quad (\text{B.50})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[-\frac{1}{a} \left(T_s - \frac{e^{aT_s} - 1}{a} \right) + \frac{1}{a^*} \left(\frac{-1 + e^{a^*T_s}}{a^*} - T_s \right) \right] \quad (\text{B.51})$$

Or :

$$e^{aT_s} = e^{-\pi\beta T_s + j2\pi m} = e^{-\pi\beta T_s} \underbrace{e^{j2\pi m}}_{=1 \forall m \in \mathbb{Z}} = e^{-\pi\beta T_s} \quad (\text{B.52})$$

De même :

$$e^{a^*T_s} = e^{-\pi\beta T_s - j2\pi m} = e^{-\pi\beta T_s} \quad (\text{B.53})$$

D'où :

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[-T_s \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a^*} \right) + \frac{1}{a^2} (e^{-\pi\beta T_s} - 1) + \frac{1}{(a^*)^2} (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \right] \quad (\text{B.54})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[-T_s \frac{a + a^*}{|a|^2} + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{a^2 + (a^*)^2}{|a|^4} \right] \quad (\text{B.55})$$

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[-T_s \frac{2\text{Re}(a)}{|a|^2} + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{2(\Re(a)^2 - \Im(a)^2)}{|a|^4} \right] \quad (\text{B.56})$$

En remplaçant a par (B.46), on obtient :

$$I_2 = \frac{1}{T_s^2} \left[\frac{2\pi\beta T_s}{(\pi\beta)^2 + \left(2\pi\frac{m}{T_s}\right)^2} + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{2\left((\pi\beta)^2 - \left(2\pi\frac{m}{T_s}\right)^2\right)}{\left((\pi\beta)^2 + \left(2\pi\frac{m}{T_s}\right)^2\right)^2} \right] \quad (\text{B.57})$$

Finalement, l'intégrale I_2 est réelle et s'écrit :

$$I_2 = \Re(I_2) = \frac{2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \left(\pi\beta T_s + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{(\pi\beta T_s)^2 - (2\pi m)^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \right) \quad (\text{B.58})$$

Dans le cas particulier où $m=0$, on obtient :

$$I_2 = \Re(I_2) = \frac{2}{(\pi\beta T_s)^2} (\pi\beta T_s + e^{-\pi\beta T_s} - 1) \quad (\text{B.59})$$

B.2.3 Calcul de la puissance de $\alpha_{m\Re}$

En remplaçant les parties réelles de I_1 et I_2 par leurs expressions respectives (B.39) et (B.58) dans (B.19), on obtient l'expression de la puissance de la partie réelle de α_m :

$$\begin{aligned}
 E[\alpha_{m\Re}^2] = & \frac{3\pi^2\beta^2T_s^2 - 2\pi^2m^2}{4[(3\pi^2\beta^2T_s^2 - 2\pi^2m^2)^2 + (5\pi^2\beta mT_s)^2]} e^{-4\pi\beta T_s} \\
 & - \frac{(3\pi^2\beta^2T_s^2 - 4\pi^2m^2)}{(3\pi^2\beta^2T_s^2 - 4\pi^2m^2)^2 + (8\pi^2\beta mT_s)^2} e^{-\pi\beta T_s} \\
 & + \frac{\pi^2\beta^2T_s^2 - 2\pi^2m^2}{4[(\pi^2\beta^2T_s^2 - 2\pi^2m^2)^2 + (3\pi^2\beta mT_s)^2]} \\
 & + \frac{1}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \left(\pi\beta T_s + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{(\pi\beta T_s)^2 - (2\pi m)^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \right)
 \end{aligned} \tag{B.60}$$

Dans le cas particulier où $m=0$, la puissance de la partie réelle s'écrit :

$$E[\alpha_{0\Re}^2] = \frac{1}{12(\pi\beta T_s)^2} (e^{-4\pi\beta T_s} + 8e^{-\pi\beta T_s} + 12\pi\beta T_s - 9) \tag{B.61}$$

On peut également indiquer que sous l'hypothèse $(\pi\beta T_s)^2 \ll (2\pi m)^2$, la puissance de la partie réelle peut s'approcher par :

$$E[\alpha_{m\Re}^2] \approx \frac{1 + 2\pi\beta T_s - e^{-4\pi\beta T_s}}{(2\sqrt{2}\pi m)^2} \tag{B.62}$$

B.3 Puissance de la partie imaginaire de α_m

La puissance de $\alpha_{m\Im}$ se calcule suivant le même principe :

$$E[\alpha_{m\Im}^2] = E \left[\frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \sin \left(\theta(t) + 2\pi \frac{mt}{T_s} \right) dt \int_0^{T_s} \sin \left(\theta(t') + 2\pi \frac{mt'}{T_s} \right) dt' \right] \tag{B.63}$$

$$E[\alpha_{m\Im}^2] = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E \left[\sin \left(\theta(t) + 2\pi \frac{mt}{T_s} \right) \sin \left(\theta(t') + 2\pi \frac{mt'}{T_s} \right) \right] dt dt' \tag{B.64}$$

$$E[\alpha_{m\Im}^2] = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E \left[\frac{e^{j(\theta(t)+2\pi\frac{mt}{T_s})} - e^{-j(\theta(t)+2\pi\frac{mt}{T_s})}}{2j} \frac{e^{j(\theta(t')+2\pi\frac{mt'}{T_s})} - e^{-j(\theta(t')+2\pi\frac{mt'}{T_s})}}{2j} \right] dt dt' \tag{B.65}$$

En développant, la puissance de la partie imaginaire de α_m peut s'écrire sous la forme :

$$E[\alpha_{m\Im}^2] = -\frac{1}{4}(I_1 - I_2 - I_3 + I_4) \quad (\text{B.66})$$

Avec I_1 et I_2 les intégrales définies par les expressions (B.15) et (B.16), $I_3 = I_2^*$ et $I_4 = I_1^*$. La puissance de la partie imaginaire de α_m peut donc se réécrire :

$$E[\alpha_{m\Im}^2] = -\frac{1}{2}(\Re(I_1) - \Re(I_2)) \quad (\text{B.67})$$

En remplaçant les parties réelles de I_1 et I_2 par leurs expressions respectives (B.39) et (B.58) dans (B.67), on obtient l'expression de la puissance de la partie imaginaire de α_m :

$$\begin{aligned} E[\alpha_{m\Im}^2] = & -\frac{3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2}{4[(3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2)^2 + (5\pi^2\beta m T_s)^2]} e^{-4\pi\beta T_s} \\ & + \frac{(3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 4\pi^2 m^2)}{(3\pi^2\beta^2 T_s^2 - 4\pi^2 m^2)^2 + (8\pi^2\beta m T_s)^2} e^{-\pi\beta T_s} \\ & - \frac{\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2}{4[(\pi^2\beta^2 T_s^2 - 2\pi^2 m^2)^2 + (3\pi^2\beta m T_s)^2]} \\ & + \frac{1}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \left(\pi\beta T_s + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{(\pi\beta T_s)^2 - (2\pi m)^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.68})$$

Dans le cas particulier où $m=0$, la puissance de la partie imaginaire s'écrit :

$$E[\alpha_{0\Im}^2] = \frac{1}{12(\pi\beta T_s)^2} (-e^{-4\pi\beta T_s} + 16e^{-\pi\beta T_s} + 12\pi\beta T_s - 15) \quad (\text{B.69})$$

On peut également indiquer que sous l'hypothèse $(\pi\beta T_s)^2 \ll (2\pi m)^2$, la puissance de la partie imaginaire peut s'approcher par :

$$E[\alpha_{m\Im}^2] \approx \frac{2\pi\beta T_s + e^{-4\pi\beta T_s} - 4e^{-\pi\beta T_s} + 3}{(2\sqrt{2}\pi m)^2} \quad (\text{B.70})$$

B.4 Puissance de α_m

La puissance de α_m se déduit directement de la puissance de sa partie réelle et de sa partie imaginaire :

$$E[|\alpha_m|^2] = E[\alpha_{m\Re}^2] + E[\alpha_{m\Im}^2] \quad (\text{B.71})$$

Annexe B : Moments d'ordre 1 et 2 du terme α_m , $m \in \mathbb{Z}$

$$E[|\alpha_m|^2] = \frac{1}{2}(\Re(I_1) + \Re(I_2)) - \frac{1}{2}(\Re(I_1) - \Re(I_2)) = \Re(I_2) = I_2 \quad (\text{B.72})$$

Finalement, en remplaçant I_2 par son expression (B.58), la puissance de α_m s'écrit :

$$E[|\alpha_m|^2] = \frac{2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \left(\pi \beta T_s + (e^{-\pi \beta T_s} - 1) \frac{(\pi \beta T_s)^2 - (2\pi m)^2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi m)^2} \right) \quad (\text{B.73})$$

Dans le cas particulier où $m=0$, la puissance s'écrit :

$$E[|\alpha_0|^2] = \frac{2}{(\pi \beta T_s)^2} (\pi \beta T_s + e^{-\pi \beta T_s} - 1) \quad (\text{B.74})$$

Annexe C

Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

Pour chaque système (DS-CDMA, OFDM, MC-CDMA, MC-DS-CDMA), la variable de décision peut s'écrire sous la forme suivante :

$$y_k = \alpha_0 x_k + x_I + \eta_k \quad (\text{C.1})$$

où x_k est le symbole QPSK transmis, α_0 est un terme multiplicatif complexe étudié dans le chapitre 2, x_I est un terme d'interférence (interférence entre porteuses ou entre utilisateurs). Dans le cas où x_I peut être modélisée par une variable aléatoire gaussienne centrée, il est possible de définir l'expression analytique de la probabilité d'erreur. η_k correspond au bruit additif blanc gaussien dont les statistiques ne sont pas modifiées par le bruit de phase.

En considérant les M symboles x_m appartenant à la constellation comme indépendants et identiquement distribués, la probabilité d'erreur symbole peut s'écrire sous la forme:

$$P_{es} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M P(y_k \notin D(x_k) | x_k = x_m) \quad (\text{C.2})$$

où $D(x_k)$ est le domaine de décision associé au symbole x_k . Ce domaine dépend de la constellation choisie pour la transmission. De plus, on supposera les symboles de puissance unité : $P_x = E[|x_m|^2] = 1$.

C.1 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation BPSK

Dans ce cas, $M=2$ symboles : $x_m = \pm 1$. les symboles sont symétriques donc les probabilités d'erreur sur chacun des 2 symboles sont égales. La probabilité d'erreur symbole, qui est égale à la probabilité d'erreur binaire, s'écrit alors :

$$P_{es} = P_{eb} = P(y_k \notin D(x_k) | x_k = +1) = P(\Re(y_k) < 0 | x_k = +1) \quad (\text{C.3})$$

En remplaçant x_k par sa valeur dans l'expression de y_k et en prenant ensuite la partie réelle de y_k , la probabilité d'erreur devient :

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

$$P_{eb} = P(\alpha_{0\Re} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} < 0) \quad (C.4)$$

La probabilité peut être calculée en conditionnant par rapport à la variable aléatoire $\alpha_{0\Re}$. Etant donné que les termes d'interférence et de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes complexes centrées indépendantes, le terme $(x_I + \eta_k)$ est une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de variance $\sigma^2 = \sigma_I^2 + \sigma_\eta^2$ et la probabilité conditionnelle s'écrit

$$P_{eb|\alpha_{0\Re}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re}}{\sqrt{2} \sigma_{\Re}}\right) \quad (C.5)$$

La probabilité d'erreur est alors obtenue en intégrant les probabilités conditionnelles sur la distribution de la variable aléatoire $\alpha_{0\Re}$:

$$P_{eb} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sigma_{\Re}}\right) f_{\alpha_{0\Re}}(x) dx \quad (C.6)$$

C.2 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation QPSK

Dans ce cas, $M=4$ symboles :

$$x_m = \frac{\pm 1 \pm j}{\sqrt{2}} \quad (C.7)$$

Les symboles sont symétriques donc les probabilités d'erreur sur chacun des 4 symboles sont égales. La probabilité d'erreur symbole s'écrit alors :

$$P_{es} = P\left(y_k \notin D(x_k) \mid x_k = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\right) \quad (C.8)$$

Si on néglige le cas où une erreur se produit à la fois sur la partie réelle et imaginaire, elle s'écrit :

$$P_{es} \approx P\left(\Re(y_k) < 0 \mid x_k = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\right) + P\left(\Im(y_k) < 0 \mid x_k = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\right) \quad (C.9)$$

En remplaçant x_k par sa valeur dans l'expression de y_k et en prenant ensuite la partie réelle et la partie imaginaire de y_k , la probabilité d'erreur devient :

$$P_{es} \approx P\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{2}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} < 0\right) + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{2}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} < 0\right) = P_{es}^1 + P_{es}^2 \quad (C.10)$$

Les deux probabilités P_{es}^1 et P_{es}^2 peuvent être calculées en conditionnant respectivement par rapport aux variables aléatoires $(\alpha_{0\Re}, \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re}, \alpha_{0\Im})$. Etant donné que les termes d'interférence et de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes complexes centrées indépendantes, le terme $(x_I + \eta_k)$ est une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

puissance $\sigma^2 = \sigma_I^2 + \sigma_Q^2$ répartie également sur les parties réelle et imaginaire. Les probabilités conditionnelles s'écrivent alors:

$$P_{es|\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}^1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{2\sigma_{\Re}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (\text{C.11})$$

$$P_{es|\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}^2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{2\sigma_{\Im}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (\text{C.12})$$

La probabilité d'erreur symbole est ensuite obtenue en intégrant les probabilités conditionnelles sur la distribution des variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$:

$$P_{es} = \frac{1}{2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}\right) f_{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}\right) f_{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}(x) dx \right) \quad (\text{C.13})$$

C.3 Probabilité d'erreur dans le cas d'une modulation 16 QAM

Dans ce cas, la constellation est constituée de $M=16$ symboles :

$$x_m = \frac{\pm k \pm jn}{\sqrt{10}} \quad \text{avec } k, n \in \{1, 3\} \quad (\text{C.14})$$

Les symboles ne sont plus tous symétriques donc les probabilités d'erreur sur chacun des symboles ne sont plus égales. La probabilité d'erreur symbole s'écrit alors :

$$P_{es} = \frac{1}{4} P\left(y_k \notin D(x_k) | x_k = \frac{1+j}{\sqrt{10}}\right) + \frac{1}{4} P\left(y_k \notin D(x_k) | x_k = \frac{3+j}{\sqrt{10}}\right) \\ + \frac{1}{4} P\left(y_k \notin D(x_k) | x_k = \frac{1+3j}{\sqrt{10}}\right) + \frac{1}{4} P\left(y_k \notin D(x_k) | x_k = \frac{3+3j}{\sqrt{10}}\right) \quad (\text{C.15})$$

$$P_{es} = \frac{1}{4} (P_{es_1} + P_{es_2} + P_{es_3} + P_{es_4}) \quad (\text{C.16})$$

Pour la première probabilité, la région de décision est un carré. Si on néglige le cas où une erreur se produit à la fois sur la partie réelle et imaginaire, elle s'écrit :

$$P_{es_1} \approx P\left(\Re(y_k) < 0 | x_k = \frac{1+j}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\Re(y_k) > \frac{2}{\sqrt{10}} | x_k = \frac{1+j}{\sqrt{10}}\right) \\ + P\left(\Im(y_k) < 0 | x_k = \frac{1+j}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\Im(y_k) > \frac{2}{\sqrt{10}} | x_k = \frac{1+j}{\sqrt{10}}\right) \quad (\text{C.17})$$

En remplaçant x_k par sa valeur dans l'expression de y_k et en prenant ensuite la partie réelle et la partie imaginaire de y_k , la probabilité d'erreur devient :

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

$$P_{es_1} \approx P\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} < 0\right) + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} > \frac{2}{\sqrt{10}}\right) \\ + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} < 0\right) + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} > \frac{2}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.18)$$

$$P_{es_1} \approx P_{es_1}^1 + P_{es_1}^2 + P_{es_1}^3 + P_{es_1}^4 \quad (C.19)$$

Ces quatre probabilités peuvent être calculées en conditionnant respectivement par rapport aux variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$. Etant donné que les termes d'interférence et de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes complexes centrées indépendantes, le terme $(x_I + \eta_k)$ est une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de variance $\sigma^2 = \sigma_I^2 + \sigma_\eta^2$ répartie également sur les parties réelle et imaginaire. Les probabilités conditionnelles s'écrivent :

$$P_{es_1|\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}^1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{20} \sigma_{\Re}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10} \sigma}\right) \quad (C.20)$$

$$P_{es_1|\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}^2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})}{\sqrt{20} \sigma_{\Re}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})}{\sqrt{10} \sigma}\right) \quad (C.21)$$

$$P_{es_1|\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}^3 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{20} \sigma_{\Im}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10} \sigma}\right) \quad (C.22)$$

$$P_{es_1|\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}^4 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})}{\sqrt{20} \sigma_{\Im}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})}{\sqrt{10} \sigma}\right) \quad (C.23)$$

La probabilité d'erreur sur le symbole est ensuite obtenue en intégrant les probabilités conditionnelles sur la distribution des variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$:

$$P_{es_2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{10} \sigma}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{2-x}{\sqrt{10} \sigma}\right) \right) f_{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}(x) dx \\ + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{10} \sigma}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{2-x}{\sqrt{10} \sigma}\right) \right) f_{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}(x) dx \quad (C.24)$$

Pour la deuxième probabilité, la région de décision possède 3 frontières. Si on néglige le cas où une erreur se produit à la fois sur la partie réelle et imaginaire, elle s'écrit :

$$P_{es_2} \approx P\left(\Re(y_k) < \frac{2}{\sqrt{10}} \mid x_k = \frac{3+j}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\Im(y_k) < 0 \mid x_k = \frac{3+j}{\sqrt{10}}\right) \\ + P\left(\Im(y_k) > \frac{2}{\sqrt{10}} \mid x_k = \frac{3+j}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.25)$$

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

En remplaçant x_k par sa valeur dans l'expression de y_k et en prenant ensuite la partie réelle et la partie imaginaire de y_k , la probabilité d'erreur devient :

$$P_{es_2} \approx P\left(\frac{3\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} < \frac{2}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} < 0\right) + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} > \frac{2}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.26)$$

$$P_{es_2} \approx P_{es_2}^1 + P_{es_2}^2 + P_{es_2}^3 \quad (C.27)$$

Ces trois probabilités peuvent être calculées en conditionnant respectivement par rapport aux variables aléatoires $(\beta\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \beta\alpha_{0\Im})$. Etant donné que les termes d'interférence et de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes complexes centrées indépendantes, le terme $(x_I + \eta_k)$ est une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de variance $\sigma^2 = \sigma_I^2 + \sigma_\eta^2$ répartie également sur les parties réelle et imaginaire. Les probabilités conditionnelles s'écrivent :

$$P_{es_2|\beta\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}^1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{3\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im} - 2}{\sqrt{20}\sigma_{\Re}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{3\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im} - 2}{\sqrt{10}\sigma}\right) \quad (C.28)$$

$$P_{es_2|\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}^2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{20}\sigma_{\Im}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}\sigma}\right) \quad (C.29)$$

$$P_{es_2|\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}^3 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im})}{\sqrt{20}\sigma_{\Im}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im})}{\sqrt{10}\sigma}\right) \quad (C.30)$$

La probabilité d'erreur sur le symbole est ensuite obtenue en intégrant les probabilités conditionnelles sur la distribution des variables aléatoires $(\beta\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \beta\alpha_{0\Im})$:

$$P_{es_2} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-2}{\sqrt{10}\sigma}\right) f_{\beta\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{10}\sigma}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{2-x}{\sqrt{10}\sigma}\right) \right) f_{\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}(x) dx \quad (C.31)$$

Pour la troisième probabilité, la région de décision possède 3 frontières. Si on néglige le cas où une erreur se produit à la fois sur la partie réelle et imaginaire, elle s'écrit :

$$P_{es_3} \approx P\left(\Re(y_k) < 0 \mid x_k = \frac{1+3j}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\Re(y_k) > \frac{2}{\sqrt{10}} \mid x_k = \frac{1+3j}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\Im(y_k) < \frac{2}{\sqrt{10}} \mid x_k = \frac{1+3j}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.32)$$

En remplaçant x_k par sa valeur dans l'expression de y_k et en prenant ensuite la partie réelle et la partie imaginaire de y_k , la probabilité d'erreur devient :

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

$$P_{es_3} \approx P\left(\frac{\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} < 0\right) + P\left(\frac{\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} > \frac{2}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\frac{3\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} < \frac{2}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.33)$$

$$P_{es_3} \approx P_{es_3}^1 + P_{es_3}^2 + P_{es_3}^3 \quad (C.34)$$

Ces trois probabilités peuvent être calculées en conditionnant respectivement par rapport aux variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im})$ et $(3\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$. Etant donné que les termes d'interférence et de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes complexes centrées indépendantes, le terme $(x_I + \eta_k)$ est une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de variance $\sigma^2 = \sigma_I^2 + \sigma_\eta^2$ répartie également sur les parties réelle et imaginaire. Les probabilités conditionnelles s'écrivent :

$$P_{es_3|\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}^1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{20}\sigma_{\Re}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}{\sqrt{10}\sigma}\right) \quad (C.35)$$

$$P_{es_3|\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}^2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im})}{\sqrt{20}\sigma_{\Re}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2 - (\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im})}{\sqrt{10}\sigma}\right) \quad (C.36)$$

$$P_{es_3|\alpha_{0\Re} + 3\alpha_{0\Im}}^3 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{3\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im} - 2}{\sqrt{20}\sigma_{\Im}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{3\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im} - 2}{\sqrt{10}\sigma}\right) \quad (C.37)$$

La probabilité d'erreur sur le symbole est ensuite obtenue en intégrant les probabilités conditionnelles sur la distribution des variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im})$ et $(3\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$:

$$P_{es_3} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{10}\sigma}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{2-x}{\sqrt{10}\sigma}\right) \right) f_{\alpha_{0\Re} - 3\alpha_{0\Im}}(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-2}{\sqrt{10}\sigma}\right) f_{3\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}(x) dx \quad (C.38)$$

Pour la dernière probabilité, la région de décision possède 2 frontières. Si on néglige le cas où une erreur se produit à la fois sur la partie réelle et imaginaire, elle s'écrit :

$$P_{es_4} \approx P\left(\Re(y_k) < \frac{2}{\sqrt{10}} \mid x_k = \frac{3+3j}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\Im(y_k) < \frac{2}{\sqrt{10}} \mid x_k = \frac{3+3j}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.39)$$

En remplaçant x_k par sa valeur dans l'expression de y_k et en prenant ensuite la partie réelle et la partie imaginaire de y_k , la probabilité d'erreur devient :

$$P_{es_4} \approx P\left(\frac{3(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})}{\sqrt{10}} + x_{I\Re} + \eta_{k\Re} < \frac{2}{\sqrt{10}}\right) + P\left(\frac{3(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})}{\sqrt{10}} + x_{I\Im} + \eta_{k\Im} < \frac{2}{\sqrt{10}}\right) \quad (C.40)$$

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

$$P_{es_4} \approx P_{es_4}^1 + P_{es_4}^2 \quad (C.41)$$

Ces deux probabilités peuvent être calculées en conditionnant respectivement par rapport aux variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$. Etant donné que les termes d'interférence et de bruit sont des variables aléatoires gaussiennes complexes centrées indépendantes, le terme $(x_i + \eta_k)$ est une variable aléatoire gaussienne complexe centrée de variance $\sigma^2 = \sigma_f^2 + \sigma_\eta^2$ répartie également sur les parties réelle et imaginaire. Les probabilités conditionnelles s'écrivent :

$$P_{es_4|\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}^1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{3(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}) - 2}{\sqrt{20}\sigma_{\Re}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{3(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}) - 2}{\sqrt{10}\sigma} \right) \quad (C.42)$$

$$P_{es_4|\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}^2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{3(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}) - 2}{\sqrt{20}\sigma_{\Im}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{3(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}) - 2}{\sqrt{10}\sigma} \right) \quad (C.43)$$

La probabilité d'erreur sur le symbole est ensuite obtenue en intégrant les probabilités conditionnelles sur la distribution des variables aléatoires $(\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im})$ et $(\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im})$:

$$P_{es_4} = \frac{1}{2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{3x-2}{\sqrt{2}\sigma} \right) f_{\alpha_{0\Re} - \alpha_{0\Im}}(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{3x-2}{\sqrt{2}\sigma} \right) f_{\alpha_{0\Re} + \alpha_{0\Im}}(x) dx \right) \quad (C.44)$$

La probabilité d'erreur binaire s'écrit finalement :

$$P_{eb} = \frac{1}{4} P_{es} = \frac{1}{16} (P_{es_1} + P_{es_2} + P_{es_3} + P_{es_4}) \quad (C.45)$$

Annexe C : Calcul de la probabilité d'erreur en présence de bruit de phase

Annexe D

Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

Dans cette annexe, nous nous intéressons aux moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence dus au bruit de phase qui apparaissent dans les différents systèmes étudiés : MAI dans le système DS-CDMA, ICI dans le système OFDM, à la fois MAI et ICI dans les systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA.

Dans tous ces systèmes, les termes d'interférence x_I peuvent s'écrire sous la forme générale suivante :

$$x_I = \sum_{k=0}^{N_I-1} x_k I_k \quad (\text{D.1})$$

où N_I est le nombre de symboles interférents, x_k le $k^{\text{ième}}$ symbole interférent et I_k le coefficient de pondération complexe associé. L'expression exacte de I_k est fonction du système considéré, mais elle dépend toujours du bruit de phase $\theta(t)$, où $\theta(t)$ est un processus de Wiener-Lévy de moyenne nulle et de variance $2\pi\beta |t|$.

La moyenne des termes d'interférence ainsi que la covariance de leurs parties réelle et imaginaire se déduisent directement des propriétés statistiques des symboles émis. Leur puissance, elle, peut se calculer à partir des propriétés statistiques d'un processus de Wiener-Lévy.

D.1 Moyenne des termes d'interférence

Puisque les symboles x_k sont des variables aléatoires centrées et indépendantes du bruit de phase donc des coefficients I_k , la moyenne des termes d'interférence est toujours nulle :

$E[x_I] = 0$	(D.2)
--------------	-------

D.2 Covariance des parties réelle et imaginaire des termes d'interférence

Puisque x_I est centré, la covariance des parties réelle et imaginaire de x_I s'écrit :

$$\text{Cov}(\Re(x_I), \Im(x_I)) = E[\Re(x_I) \Im(x_I)] \quad (\text{D.3})$$

Avec :

$$E[\Re(x_I) \Im(x_I)] = \sum_{k=0}^{N_I-1} \sum_{k'=0}^{N_I-1} E[\Re(x_k I_k) \Im(x_{k'} I_{k'})] \quad (\text{D.4})$$

Or :

$$x_k I_k = [\Re(x_k) + j \Im(x_k)] [\Re(I_k) + j \Im(I_k)] \quad (\text{D.5})$$

D'où :

$$\begin{aligned} \Re(x_k I_k) &= \Re(x_k) \Re(I_k) - \Im(x_k) \Im(I_k) \\ \Im(x_k I_k) &= \Re(x_k) \Im(I_k) + \Im(x_k) \Re(I_k) \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Puisque les symboles interférents x_k et les coefficients de pondération I_k sont indépendants, on a :

$$\begin{aligned} E[\Re(x_k I_k) \Im(x_{k'} I_{k'})] &= E[\Re(x_k) \Re(x_{k'})] E[\Re(I_k) \Im(I_{k'})] \\ &\quad + E[\Re(x_k) \Im(x_{k'})] E[\Re(I_k) \Re(I_{k'})] \\ &\quad - E[\Im(x_k) \Re(x_{k'})] E[\Im(I_k) \Im(I_{k'})] \\ &\quad - E[\Im(x_k) \Im(x_{k'})] E[\Im(I_k) \Re(I_{k'})] \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

De plus les symboles x_k sont indépendants entre eux et centrés, donc dans le cas où $k \neq k'$:

$$E[\Re(x_k I_k) \Im(x_{k'} I_{k'})] = 0 \quad (\text{D.8})$$

Dans le cas où $k = k'$, les parties réelle et imaginaire d'un symbole étant indépendantes, centrées et de puissance moyenne égale à 1/2 dans le cas des modulations bidimensionnelles considérées (QPSK, 16 QAM), on obtient :

$$\begin{aligned} E[\Re(x_k I_k) \Im(x_k I_k)] &= E[\underbrace{\Re(x_k)^2}_{=1/2}] E[\Re(I_k) \Im(I_k)] + E[\underbrace{\Re(x_k) \Im(x_k)}_{=0}] E[\Re(I_k)^2] \\ &\quad - E[\underbrace{\Im(x_k) \Re(x_k)}_{=0}] E[\Im(I_k)^2] - E[\underbrace{\Im(x_k)^2}_{=1/2}] E[\Im(I_k) \Re(I_k)] = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

Finalement :

$$\boxed{\text{Cov}(\Re(x_I), \Im(x_I)) = E[\Re(x_I) \Im(x_I)] = 0} \quad (\text{D.10})$$

On en déduit que les parties réelle et imaginaire du terme d'interférence dû au bruit de

phase sont décorréliées, quel que soit le système de transmission considéré, dans le cas où une modulation bidimensionnelle QPSK ou 16-QAM est utilisée.

D.3 Puissance de la MAI dans un système DS-CDMA

$$\sigma_{MAI,u}^2 = E[|x_{MAI}^u|^2] = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_c-1} E[|\zeta^{u,m}|^2] \quad (D.11)$$

Avec :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=0}^{L-1} E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] \quad (D.12)$$

Et :

$$\xi_l^m = \frac{1}{T_c} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} e^{j\theta^m(t)} dt \quad (D.13)$$

Pour deux utilisateurs u et m différents, les codes de Walsh vérifient :

$$E[c_k^u c_r^m c_k^u c_r^m] = \delta_{k,k'} \delta_{r,r'} - \frac{1}{L-1} \delta_{k,r} \delta_{k',r'} + \frac{1}{L-1} \delta_{k,r,k',r'} \quad (D.14)$$

D'où :

$$\begin{aligned} E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] &= 1 \text{ si } l=l' \\ E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] &= \frac{-1}{L-1} \text{ si } l \neq l' \end{aligned} \quad (D.15)$$

En considérant l'expression (D.15), on peut réécrire l'équation (D.12) sous la forme :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \left(\sum_{l=0}^{L-1} E[|\xi_l^m|^2] - \frac{2}{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=l+1}^{L-1} E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] \right) \quad (D.16)$$

Où :

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \int_{l'T_c}^{(l'+1)T_c} \underbrace{E[e^{j(\theta^m(t) - \theta^m(t'))}]}_{=\phi_{\theta^m(t) - \theta^m(t')}(1)} dt dt' \quad (D.17)$$

L'expression fait apparaître la fonction caractéristique de la variable aléatoire gaussienne $\theta^m(t) - \theta^m(t')$ en 1, qui vaut d'après l'expression (A.14) :

$$\phi_{\theta^m(t) - \theta^m(t')}(1) = e^{-\frac{\sigma_{\theta^m(t) - \theta^m(t')}}{2}} = e^{-\pi\beta(t-t')} \quad (D.18)$$

Donc :

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \int_{l'T_c}^{(l'+1)T_c} e^{-\pi\beta(t-t')} dt dt' \quad (D.19)$$

Pour calculer l'expression (D.19), on doit distinguer deux cas : $l=l'$ et $l < l'$

* 1er cas : $l=l'$

$$E[|\xi_l^m|^2] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} e^{-\pi\beta|t-t'|} dt dt' \quad (D.20)$$

$$E[|\xi_l^m|^2] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \left(\int_{lT_c}^t e^{-\pi\beta(t-t')} dt' + \int_t^{(l+1)T_c} e^{-\pi\beta(t'-t)} dt' \right) dt \quad (D.21)$$

$$E[|\xi_l^m|^2] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \left(e^{-\pi\beta t} \left[\frac{e^{\pi\beta t'}}{\pi\beta} \right]_{lT_c}^t + e^{\pi\beta t} \left[\frac{e^{-\pi\beta t'}}{-\pi\beta} \right]_t^{(l+1)T_c} \right) dt \quad (D.22)$$

$$E[|\xi_l^m|^2] = \frac{1}{\pi\beta T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} (1 - e^{\pi\beta(lT_c-t)} + 1 - e^{\pi\beta(t-(l+1)T_c)}) dt \quad (D.23)$$

$$E[|\xi_l^m|^2] = \frac{1}{\pi\beta T_c^2} \left[2t - \frac{e^{\pi\beta(lT_c-t)}}{-\pi\beta} - \frac{e^{\pi\beta(t-(l+1)T_c)}}{\pi\beta} \right]_{lT_c}^{(l+1)T_c} \quad (D.24)$$

$$E[|\xi_l^m|^2] = \frac{2}{(\pi\beta T_c)^2} (\pi\beta T_c + e^{-\pi\beta T_c} - 1) \quad (D.25)$$

* 2ème cas : $l < l'$

Dans ce cas, les deux supports temporels sont disjoints et t est toujours inférieur à t' , donc :

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{1}{T_c^2} \int_{lT_c}^{(l+1)T_c} \int_{l'T_c}^{(l'+1)T_c} e^{-\pi\beta(t'-t)} dt dt' \quad (D.26)$$

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{1}{T_c^2} \left[\frac{e^{\pi\beta t}}{\pi\beta} \right]_{lT_c}^{(l+1)T_c} \left[\frac{e^{-\pi\beta t'}}{-\pi\beta} \right]_{l'T_c}^{(l'+1)T_c} \quad (D.27)$$

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{-1}{(\pi\beta T_c)^2} (e^{\pi\beta(l+1)T_c} - e^{\pi\beta l T_c}) (e^{-\pi\beta(l'+1)T_c} - e^{-\pi\beta l' T_c}) \quad (D.28)$$

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{-1}{(\pi \beta T_c)^2} e^{\pi \beta (l-l') T_c} (e^{\pi \beta T_c} - 1) (e^{-\pi \beta T_c} - 1) \quad (D.29)$$

$$E[\xi_l^m \xi_{l'}^{m*}] = \frac{1}{(\pi \beta T_c)^2} e^{\pi \beta (l-l') T_c} e^{-\pi \beta T_c} (e^{\pi \beta T_c} - 1)^2 \quad (D.30)$$

En intégrant (D.25) et (D.30) dans (D.16), la puissance des coefficients de pondération s'écrit :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{2}{(\pi \beta L T_c)^2} \left[\sum_{l=0}^{L-1} (\pi \beta T_c + e^{-\pi \beta T_c} - 1) - \frac{1}{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=l+1}^{L-1} e^{\pi \beta (l-l') T_c} e^{-\pi \beta T_c} (e^{\pi \beta T_c} - 1)^2 \right] \quad (D.31)$$

Soit :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{2}{(\pi \beta L T_c)^2} \left[\pi \beta L T_c + L e^{-\pi \beta T_c} - L - \frac{e^{-\pi \beta T_c} (e^{\pi \beta T_c} - 1)^2}{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=l+1}^{L-1} e^{\pi \beta (l-l') T_c} \right] \quad (D.32)$$

Calculons la somme S définie par :

$$S = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=l+1}^{L-1} e^{\pi \beta (l-l') T_c} = \sum_{l=0}^{L-1} e^{\pi \beta l T_c} \sum_{l'=l+1}^{L-1} e^{-\pi \beta l' T_c} \quad (D.33)$$

$$S = \sum_{l=0}^{L-1} e^{\pi \beta l T_c} e^{-\pi \beta (l+1) T_c} \frac{1 - e^{-\pi \beta (L-(l+1)) T_c}}{1 - e^{-\pi \beta T_c}} \quad (D.34)$$

$$S = \sum_{l=0}^{L-1} e^{-\pi \beta T_c} \frac{1 - e^{-\pi \beta (L-(l+1)) T_c}}{e^{-\pi \beta T_c} (e^{\pi \beta T_c} - 1)} \quad (D.35)$$

$$S = \frac{1}{(e^{\pi \beta T_c} - 1)} \sum_{l=0}^{L-1} (1 - e^{-\pi \beta (L-(l+1)) T_c}) \quad (D.36)$$

$$S = \frac{1}{(e^{\pi \beta T_c} - 1)} \left(L - e^{-\pi \beta (L-1) T_c} \sum_{l=0}^{L-1} e^{\pi \beta l T_c} \right) \quad (D.37)$$

$$S = \frac{1}{(e^{\pi \beta T_c} - 1)} \left(L - e^{-\pi \beta (L-1) T_c} \left(\frac{1 - e^{\pi \beta L T_c}}{1 - e^{\pi \beta T_c}} \right) \right) \quad (D.38)$$

$$S = \frac{1}{(e^{\pi \beta T_c} - 1)^2} \left(L (e^{\pi \beta T_c} - 1) + e^{-\pi \beta (L-1) T_c} (1 - e^{\pi \beta L T_c}) \right) \quad (D.39)$$

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

$$S = \frac{(L-1)e^{\pi\beta T_c} + e^{-\pi\beta(L-1)T_c} - L}{(e^{\pi\beta T_c} - 1)^2} \quad (\text{D.40})$$

En remplaçant S par (D.40) dans l'expression (D.32), celle-ci devient :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{2}{(\pi\beta LT_c)^2} \left[\pi\beta LT_c + L e^{-\pi\beta T_c} - L - \frac{e^{-\pi\beta T_c} ((L-1)e^{\pi\beta T_c} + e^{-\pi\beta(L-1)T_c} - L)}{L-1} \right] \quad (\text{D.41})$$

Puis en remplaçant LT_c par T_s , on obtient :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{2}{(\pi\beta T_s)^2} \left[\pi\beta T_s + L e^{-\pi\beta T_s} - L - \frac{e^{-\pi\beta T_s} (-L e^{-\pi\beta T_s} + L - 1)}{L-1} \right] \quad (\text{D.42})$$

Finalement, la puissance des coefficients de pondération s'écrit :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{2}{(L-1)(\pi\beta T_s)^2} \left[(L-1)\pi\beta T_s - e^{-\pi\beta T_s} + L^2 e^{-\pi\beta T_s} - L^2 + 1 \right] \quad (\text{D.43})$$

Et la puissance de la MAI s'obtient en intégrant (D.43) dans (D.11) :

$$\sigma_{MAI,u}^2 = \frac{2(N_u-1)}{(L-1)(\pi\beta T_s)^2} \left[(L-1)\pi\beta T_s - e^{-\pi\beta T_s} + L^2 e^{-\pi\beta T_s} - L^2 + 1 \right] \quad (\text{D.44})$$

D.4 Puissance de l'ICI dans un système OFDM

$$\sigma_{ICI,k}^2 = E[|x_{ICI,k}|^2] = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} E[|\alpha_{r-k}|^2] \quad (\text{D.45})$$

Avec :

$$E[|\alpha_{r-k}|^2] = \frac{1}{T_s^2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} E[e^{j(\theta(t)-\theta(t'))}] e^{j2\pi \frac{(r-k)(t-t')}{T_s}} dt dt' \quad (\text{D.46})$$

La puissance des coefficients de pondération a été calculée dans l'annexe B. D'après l'expression (B.73), elle s'écrit :

$$E[|\alpha_{r-k}|^2] = \frac{2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \left(\pi\beta T_s + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{(\pi\beta T_s)^2 - (2\pi(r-k))^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \right) \quad (\text{D.47})$$

La puissance de l'ICI s'obtient alors en intégrant (D.47) dans (D.45) :

$$\sigma_{ICI,k}^2 = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \left(\pi\beta T_s + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{(\pi\beta T_s)^2 - (2\pi(r-k))^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \right) \quad (\text{D.48})$$

Remarque : Sous l'hypothèse $(\pi \beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$, les expressions se simplifient de la façon suivante :

$$E[|\alpha_{r-k}|^2] \approx \frac{(\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2\pi^2} \frac{1}{(r-k)^2} \quad (D.49)$$

Et :

$$\sigma_{ICI,k}^2 \approx \frac{(\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2\pi^2} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} Z(k, N) \quad (D.50)$$

Où $Z(k, N)$ est la fonction définie par :

$$Z(k, N) = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{1}{(r-k)^2} \quad (D.51)$$

D.5 Puissance de l'ICI-MAI dans un système MC-CDMA

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 = E[|x_{ICI-MAI}^u|^2] = \sum_{m=0}^{N_u-1} E[|\zeta^{u,m}|^2] \quad (D.52)$$

Avec :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{k=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \sum_{\substack{r=0 \\ r' \neq k'}}^{N-1} \sum_{k'=0}^{N-1} \sum_{r'=0}^{N-1} E[c_k^u c_r^m c_{k'}^u c_{r'}^m] E[\alpha_{r-k}^m \alpha_{r'-k'}^{m,*}] \quad (D.53)$$

Et :

$$\alpha_{r-k}^m = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta^m(t)} e^{j2\pi \frac{(r-k)t}{T_s}} dt \quad (D.54)$$

Or, pour deux utilisateurs u et m différents, les codes de Walsh vérifient l'expression :

$$E[c_k^u c_r^m c_{k'}^u c_{r'}^m] = \delta_{k,k'} \delta_{r,r'} - \frac{1}{L-1} \delta_{k,r} \delta_{k',r'} + \frac{1}{L-1} \delta_{k,r,k',r'} \quad (D.55)$$

Et pour un même utilisateur u , ils vérifient :

$$E[c_k^u c_r^u c_{k'}^u c_{r'}^u] = \delta_{k,k'} \delta_{r,r'} + \delta_{k,r} \delta_{k',r'} - \delta_{k,r,k',r'} \quad (D.56)$$

Dans la somme, $r \neq k$ et $r' \neq k'$ donc seul le cas $k=k'$ et $r=r'$ intervient. Quels que soient u et

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

m , l'expression (D.52) se simplifie de la façon suivante :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} E[|\alpha_{r-k}^m|^2] \quad (\text{D.57})$$

Comme les oscillateurs des différents utilisateurs m ont tous les mêmes caractéristiques, la puissance des coefficients $\alpha_{r,k}^m$ est indépendante de l'indice m et la puissance des coefficients de pondération peut s'écrire :

$$E[|\zeta^{u,m}|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{ICI,k}^2 \quad (\text{D.58})$$

Où $\sigma_{ICI,k}^2$ est la puissance de l'ICI qui affecte la sous-porteuse k d'un système OFDM donnée par l'expression (D.47).

La puissance de l'ICI-MAI s'obtient en intégrant (D.58) dans (D.52) :

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 = \frac{N_u}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{ICI,k}^2 \quad (\text{D.59})$$

Ce qui donne en intégrant l'expression (D.48) :

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 = \frac{N_u}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \left(\pi \beta T_s + (e^{-\pi \beta T_s} - 1) \frac{(\pi \beta T_s)^2 - (2\pi(r-k))^2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \right) \quad (\text{D.60})$$

Remarque : Sous l'hypothèse $(\pi \beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$, l'expression se simplifie de la façon suivante :

$$\sigma_{ICI-MAI,u}^2 \approx \frac{N_u (\pi \beta T_s + 1 - e^{-\pi \beta T_s})}{2\pi^2 N^2} \sum_{k=0}^{N-1} Z(k, N) \quad (\text{D.61})$$

Où $Z(k, N)$ est la fonction définie par (D.51).

D.6 Puissance de l'ICI et de la MAI dans un système MC-DS-CDMA

D.6.1 Puissance de l'ICI

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 = E[|x_{ICI,k}^u|^2] = \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] \quad (\text{D.62})$$

Avec :

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

$$E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] = \frac{1}{L^2} E\left[\left|\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_{r-k,l}^u\right|^2\right] \quad (\text{D.63})$$

Et :

$$\alpha_{r-k,l}^u = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta_r^u(t)} e^{j2\pi\frac{(r-k)t}{T_s}} dt \quad (\text{D.64})$$

Comme les coefficients $\alpha_{r,k,l}^u$ sont indépendants d'un symbole l à l'autre, l'expression (D.63) devient :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] = \frac{1}{L^2} \left(\sum_{l=0}^{L-1} E[|\alpha_{r-k,l}^u|^2] + \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{l'=0 \\ l' \neq l}}^{L-1} E[\alpha_{r-k,l}^u] E[\alpha_{r-k,l'}^{u*}] \right) \quad (\text{D.65})$$

De plus, les coefficients $\alpha_{r,k,l}^u$ ont la même distribution d'un symbole l à l'autre, quel que soit l'utilisateur u considéré. Les moments des coefficients $\alpha_{r,k,l}^u$ sont donc indépendants des indices l et u et l'expression peut s'écrire :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,u}|^2] = \frac{1}{L} \left(E[|\alpha_{r-k}|^2] + (L-1) |E[\alpha_{r-k}]|^2 \right) \quad (\text{D.66})$$

En intégrant (D.66) dans (D.62), la puissance de l'ICI s'écrit :

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 = \frac{1}{L} \sigma_{ICI,k}^2 + \frac{L-1}{L} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} |E[\alpha_{r-k}]|^2 \quad (\text{D.67})$$

Où $\sigma_{ICI,k}^2$ est la puissance de l'ICI qui affecte la sous-porteuse k d'un système OFDM donnée par l'expression (D.48).

D'après l'expression (B.7) de l'annexe B, le deuxième terme de l'expression (D.67) s'écrit :

$$|E[\alpha_{r-k}]|^2 = \frac{(1 - e^{-\pi\beta T_s})^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \quad (\text{D.68})$$

Finalement, la puissance de l'ICI dans le système MC-DS-CDMA s'obtient en intégrant (D.48) et (D.68) dans l'expression (D.67) :

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 = \frac{1}{L} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \left(\pi\beta T_s + (e^{-\pi\beta T_s} - 1) \frac{(\pi\beta T_s)^2 - (2\pi(r-k))^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \right) + \frac{L-1}{L} \sum_{\substack{r=0 \\ r \neq k}}^{N-1} \frac{(1 - e^{-\pi\beta T_s})^2}{(\pi\beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \quad (\text{D.69})$$

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

Remarque : Sous l'hypothèse $(\pi\beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$, l'expression se simplifie de la façon suivante :

$$\sigma_{ICI,u,k}^2 \approx \frac{2\pi\beta T_s - 2L e^{-\pi\beta T_s} + (L-1)e^{-2\pi\beta T_s} + L + 1}{4\pi^2 L} Z(k, N) \quad (D.70)$$

Où $Z(k, N)$ est la fonction définie par (D.51).

D.6.2 Puissance de la MAI

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 = E[|x_{MAI,k}^u|^2] = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq u}}^{N_u-1} \sum_{r=0}^{N-1} E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] \quad (D.71)$$

Avec :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} E\left[\left| \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{c}_l^u c_l^m \alpha_{r-k,l}^m \right|^2 \right] \quad (D.72)$$

Et :

$$\alpha_{r-k,l}^m = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e^{j\theta_r^m(t)} e^{j2\pi \frac{(r-k)t}{T_s}} dt \quad (D.73)$$

Comme les codes et le bruit de phase sont indépendants :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=0}^{L-1} E[c_l^u c_{l'}^u c_{l'}^m c_l^m] E[\alpha_{r-k,l}^m \alpha_{r-k,l'}^{m*}] \quad (D.74)$$

Pour deux utilisateurs u et m différents, les codes de Walsh vérifient l'expression :

$$E[c_k^u c_r^m c_{k'}^u c_{r'}^m] = \delta_{k,k'} \delta_{r,r'} - \frac{1}{L-1} \delta_{k,r} \delta_{k',r'} + \frac{1}{L-1} \delta_{k,r,k',r'} \quad (D.75)$$

D'où :

$$\begin{aligned} E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] &= 1 \text{ si } l=l' \\ E[c_l^u c_l^m c_{l'}^u c_{l'}^m] &= \frac{-1}{L-1} \text{ si } l \neq l' \end{aligned} \quad (D.76)$$

L'expression (D.74) se simplifie donc de la façon suivante :

Annexe D : Moments d'ordre 1 et 2 des termes d'interférence

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \left(\sum_{l=0}^{L-1} E[|\alpha_{r-k,l}^m|^2] - \frac{1}{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{l'=0 \\ l' \neq l}}^{L-1} E[\alpha_{r-k,l}^m \alpha_{r-k,l'}^{m*}] \right) \quad (D.77)$$

Comme les coefficients $\alpha_{r-k,l}^m$ sont indépendants d'un symbole l à l'autre, l'expression devient :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L^2} \left(\sum_{l=0}^{L-1} E[|\alpha_{r-k,l}^m|^2] - \frac{1}{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{\substack{l'=0 \\ l' \neq l}}^{L-1} E[\alpha_{r-k,l}^m] E[\alpha_{r-k,l'}^{m*}] \right) \quad (D.78)$$

De plus, comme les coefficients $\alpha_{r-k,l}^m$ ont la même distribution d'un symbole l à l'autre, quel que soit l'utilisateur m , les moments des coefficients $\alpha_{r-k,l}^m$ sont indépendants des indices l et m et l'expression peut s'écrire :

$$E[|\xi_{r,k}^{u,m}|^2] = \frac{1}{L} \left(E[|\alpha_{r-k}|^2] - |E[\alpha_{r-k}]|^2 \right) \quad (D.79)$$

En intégrant (D.79) dans (D.71), la puissance de la MAI s'écrit :

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 = \frac{N_u - 1}{L} \sum_{r=0}^{N-1} \left(E[|\alpha_{r-k}|^2] - |E[\alpha_{r-k}]|^2 \right) \quad (D.80)$$

Les moments du terme α_{r-k} ont été calculés dans l'annexe B et dans le paragraphe précédent. En intégrant (B.73) et (B.7) dans l'expression (D.80), la puissance de la MAI s'écrit finalement :

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 = \frac{N_u - 1}{L} \sum_{r=0}^{N-1} \frac{2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \left(\pi \beta T_s + \frac{(e^{-\pi \beta T_s} - 1)[(\pi \beta T_s)^2 - (2\pi(r-k))^2]}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \right) - \frac{N_u - 1}{L} \sum_{r=0}^{N-1} \frac{(1 - e^{-\pi \beta T_s})^2}{(\pi \beta T_s)^2 + (2\pi(r-k))^2} \quad (D.81)$$

Remarque : Sous l'hypothèse $(\pi \beta T_s)^2 \ll (2\pi(r-k))^2$, l'expression se simplifie de la façon suivante :

$$\sigma_{MAI,u,k}^2 \approx \frac{N_u - 1}{L} \left(\frac{2\pi \beta T_s + 4e^{-\pi \beta T_s} - e^{-2\pi \beta T_s} - 3}{(\pi \beta T_s)^2} + \frac{2\pi \beta T_s - e^{-2\pi \beta T_s} + 1}{(2\pi)^2} Z(k, N) \right) \quad (D.82)$$

Où $Z(k, N)$ est la fonction définie par (D.51).



Résumé

La montée en débit des réseaux sans fil requiert des fréquences de plus en plus élevées. Les oscillateurs sont alors susceptibles de générer un bruit de phase important dont l'impact doit être quantifié. Cette thèse étudie les performances des systèmes d'accès multiples candidats aux transmissions sans fil haut débit en présence de bruit de phase. Le modèle choisi est le processus de Wiener-Lévy, représentatif de l'oscillateur LC. Nous proposons d'abord une étude originale de l'influence de l'impulsion de mise en forme sur les performances d'un système monoporteuse soumis au bruit de phase. Nous montrons qu'une impulsion RRC avec un facteur de rolloff de 0,2 constitue le meilleur compromis bande passante/performances. Nous étudions ensuite les perturbations introduites par le bruit de phase sur les techniques DS-SS, OFDM, MC-SS et MC-DS-SS. Nous montrons qu'elles se décomposent en un bruit multiplicatif et un bruit additif dont la nature dépend de chaque système. Nous établissons l'expression analytique de leur puissance sans considérer l'approximation "faible bruit de phase", et nous donnons les performances en termes de TEB et de dégradation du rapport signal sur bruit pour un TEB cible de 10^{-3} . Les résultats obtenus permettent de sélectionner les paramètres des systèmes pour limiter la dégradation et optimiser l'architecture des récepteurs. Enfin, nous comparons la sensibilité au bruit de phase des différentes techniques, en fixant la bande allouée, le débit utilisateur et la modulation et en imposant un nombre d'accès maximal. La technique MC-DS-SS offre la meilleure robustesse au bruit de phase, robustesse qui se renforce nettement avec la diminution de la charge.

Mots-clés : Bruit de phase, Wiener-Lévy, impulsion de mise en forme, accès multiple, DS-SS, OFDM, MC-SS, MC-DS-SS.