

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE
UFR DE SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES

Doctorat

Espace Européen Economique et Social

Thèse élaborée par

Hédi ESSID

**L'INDUCTION STATISTIQUE DANS LE MODELE DEA
AVEC INPUTS QUASI-FIXES**

*Développements théoriques et application au secteur de
l'éducation tunisien*

Directeur de thèse

M. Stéphane VIGEANT
Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille1

Codirecteur

M. Pierre OUELLETTE
Professeur à l'Université du Québec à Montréal

Année universitaire 2006/2007

Toutes mes grâtes et remerciements à mes directeurs de recherche les Professeurs Stéphane VIGEANT de l'Université des Sciences et Technologies de Lille 1 et Pierre OUELLETTE de l'Université du Québec à Montréal (UQAM). Qu'ils trouvent dans ce travail l'expression de ma profonde reconnaissance et ma grande estime.

Tous mes sincères et respectueux remerciements aux honorables membres du jury qui ont accepté de juger ce travail.

Je tiens aussi à exprimer mes vifs remerciements à Frédéric BROUSSAU et YAN Li de l'UQAM. Le premier pour sa collaboration dans la réalisation des programmes informatiques et le second pour son aide précieuse dans la compréhension de la démonstration du théorème de convergence.

Je remercie enfin tous ceux qui ont contribué de pré ou de loin à la réalisation de ce travail, qu'ils trouvent ici l'expression de ma vive gratitude.

A mes parents,

ma femme

et mes enfants

TABLES DES MATIÈRES

| | |
|---|-----------|
| <i>INTRODUCTION GENERALE</i> | 7 |
| CHAPITRE 1 | 12 |
| <i>ANALYSE DE L'EFFICACITE ET DE LA PRODUCTIVITE AVEC INPUTS QUASI-FIXES</i> | 12 |
| 1. Introduction..... | 12 |
| 2. Technologie de production, rendements d'échelle et mesure d'efficacité | 13 |
| 3. Estimation de l'efficacité | 23 |
| 4. Analyse de la productivité..... | 29 |
| 5. Conclusion | 37 |
| CHAPITRE 2 | 38 |
| <i>LES FONDEMENTS STATISTIQUES DE L'ANALYSE DE L'EFFICACITE : ÉTAT DE L'ART</i> | 38 |
| 1. Introduction..... | 38 |
| 2. Analyse de l'efficacité | 38 |
| 2.1. Ensemble de production empirique et fonction de production monotone | 38 |
| 2.2. Estimation de l'efficacité | 43 |
| 2.2.1. L'estimateur DEA | 44 |
| 2.2.2. L'estimateur FDH..... | 45 |
| 3. L'estimateur DEA/FDH est un estimateur par la Méthode du Maximum de Vraisemblance (MMV) | 46 |
| 3.1. L'approche de Banker (1993)..... | 47 |
| 3.2. L'approche de Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b) | 51 |
| 4. Les propriétés statistiques de l'estimateur DEA/FDH | 53 |
| 4.1. Le modèle statistique..... | 53 |
| 4.2. Le biais et la convergence de l'estimateur DEA/FDH | 55 |
| 4.2.1. Le cas $s = 1$ et $m \geq 1$ | 55 |
| 4.2.2. Le cas $s \geq 1$ et $m \geq 1$ | 59 |
| 4.3. Le comportement asymptotique de l'estimateur DEA/FDH | 60 |
| 4.3.1. La distribution d'échantillonnage de l'estimateur DEA | 61 |
| 4.3.2. La distribution d'échantillonnage de l'estimateur FDH | 65 |
| 5. Mesure d'efficacité et inférence statistique..... | 67 |
| 5.1. Estimation par intervalle de confiance | 67 |
| 5.1.1. Un intervalle de confiance par l'estimateur DEA..... | 67 |
| 5.1.2. Un intervalle de confiance pour l'estimateur FDH..... | 69 |
| 5.2. Les tests d'hypothèse statistiques | 70 |
| 6. Conclusion | 73 |
| CHAPITRE 3 | 75 |
| <i>LA CONVERGENCE DE L'ESTIMATEUR DEA AVEC INPUTS QUASI-FIXES</i> | 75 |
| 1. Introduction..... | 75 |
| 2. Le modèle frontière avec inputs quasi-fixes | 75 |
| 3. Le modèle statistique | 79 |
| 4. Le Théorème de convergence | 86 |
| 5. Le modèle statistique intertemporel..... | 95 |
| 6. Conclusion | 98 |

CHAPITRE 4.....100

ESTIMATION NON PARAMÉTRIQUE D'UNE DENSITÉ DE PROBABILITÉ : ESTIMATEUR PAR LA MÉTHODE DU NOYAU 100

- 1. Introduction.....100
- 2. Définitions et concepts de base102
 - 2.1. Les critères d'évaluation d'un estimateur non paramétrique fonctionnel.....102
 - 2.2. La fonction de répartition empirique.....104
- 3. Estimateur par la Méthode du Noyau (EMN)106
 - 3.1. De l'estimateur par un *noyau naïf* à la définition standard de l'EMN.....106
 - 3.2. Les propriétés statistiques de l'EMN110
 - 3.2.1. Le calcul du biais et de la variance de l'EMN.....111
 - 3.2.2. Le calcul de l'*EQM* et l'*EQIM*113
 - 3.3. La *fenêtre* optimale.....114
- 4. Le choix du noyau et de la *fenêtre*115
 - 4.1. Le noyau optimal.....116
 - 4.2. Le choix pratique de la *fenêtre*118
 - 4.2.1. Les méthodes intuitives119
 - 4.2.2. La méthode de la validation croisée par moindres carrés (*LSCV*)121
- 5. Le noyau multivarié124
 - 5.1. Définition d'un EMN multivarié.....124
 - 5.2. Évaluation de l'EMN multivarié127
 - 5.2.1. Le calcul de l'*EQM* et l'*EQIM*127
 - 5.2.2. Une *fenêtre* optimale130
 - 5.3. Le choix du noyau132
 - 5.4. Le choix de la *matrice-fenêtre*135
 - 5.5. Les méthodes d'estimation de la *matrice-fenêtre*.....136
- 6. Cas particulier : Cas d'une densité bornée137
 - 6.1. L'EMN et *effet de frontière* dans le cas unidimensionnel138
 - 6.1.1. Définition du problème.....139
 - 6.1.2. La méthode de réflexion.....140
 - 6.1.3. Les propriétés statistiques de l'EMN corrigé142
 - 6.2. L'EMN et *effet de frontière* dans le cas bidimensionnel147
- 7. Comment générer les données ?.....150
- 8. Conclusion157

CHAPITRE 5.....158

ANALYSE DE L'EFFICACITÉ ET DE LA PRODUCTIVITE ET INFERENCE STATISTIQUE 158

- 1. Introduction.....158
- 2. Le principe général de la méthode *bootstrap*159
 - 2.1. L'idée de base159
 - 2.2. Un estimateur convergent du *PGD*161
 - 2.2.1. Le *bootstrap naïf*162
 - 2.2.2. Le *bootstrap lisse*163
 - 2.3. Correction du biais et *bootstrap*166
 - 2.4. Intervalles de confiance et *bootstrap*.....168
 - 2.4.1. La méthode des pourcentiles simples (*simple percentile confidence interval*).....168
 - 2.4.2. La méthode des pourcentiles corrigés pour le biais (*bias corrected percentil confidence interval*)169
 - 2.4.3. Le choix d'une méthode170
- 3. Analyse statistique de l'efficacité171
 - 3.1. Une méthodologie *bootstrap homogène*.....172
 - 3.2. Une méthodologie *bootstrap hétérogène*174
- 4. Analyse statistique de la productivité : *Bootstrapper l'indice de Malmquist*.....180
 - 4.1. Le principe de la méthode182
 - 4.2. Un estimateur convergent du *PGD*186

| | |
|--|------------|
| 4.3. Génération des pseudo-valeurs..... | 189 |
| 4.4. Correction du biais et <i>bootstrap</i> | 191 |
| 4.5. Intervalles de confiance et <i>bootstrap</i> | 192 |
| 5. Les tests d'hypothèses des rendements d'échelle..... | 194 |
| 5.1. Le principe de la méthode | 196 |
| 5.2. <i>Bootstrapper</i> la statistique du test | 199 |
| 6. Conclusion | 205 |
| CHAPITRE 6..... | 206 |
| <i>APPLICATION AUX ETABLISSEMENTS DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE TUNISIENS.....</i> | <i>206</i> |
| 1. Introduction..... | 206 |
| 2. Présentation du secteur | 208 |
| 2.1. Organisation et structure de l'enseignement scolaire tunisien | 208 |
| 2.1.1. L'enseignement de base | 208 |
| 2.1.2. L'enseignement secondaire | 209 |
| 2.2. Evolution du secteur de l'éducation | 210 |
| 3. Identification des variables | 211 |
| 3.1. La mesure des outputs | 211 |
| 3.2. La mesure des inputs | 214 |
| 4. Description des données..... | 215 |
| 5. Analyse de l'efficacité et de la productivité..... | 222 |
| 5.1. Analyse de l'efficacité..... | 222 |
| 5.1.1. Les résultats de simulation du modèle 1 | 222 |
| 5.1.2. Les résultats de simulation du modèle 2..... | 226 |
| 5.1.3. La robustesse par rapport à la <i>fenêtre h</i> | 229 |
| 5.2. Analyse de la productivité..... | 229 |
| 5.2.1. Les résultats de simulation du modèle 1 | 230 |
| 5.2.2. Les résultats de simulation du modèle 2..... | 232 |
| 5.3. Test d' <i>efficacité à l'échelle</i> | 235 |
| 5.3.1. Les résultats de simulation du <i>bootstrap homogène</i> et <i>hétérogène</i> du modèle 1 | 236 |
| 5.3.2. Les résultats de simulation du <i>bootstrap homogène</i> et <i>hétérogène</i> du modèle 2..... | 237 |
| 6. Conclusion | 238 |
| <i>CONCLUSION GENERALE</i> | <i>239</i> |
| <i>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</i> | <i>242</i> |
| <i>ANNEXES</i> | <i>255</i> |

INTRODUCTION GENERALE

Pour mesurer la *performance* d'une organisation les preneurs de décisions et l'opinion publique se fient souvent à celui de l'*efficacité*.

Dans la théorie moderne de la production, la mesure de l'*efficacité* constitue la réponse à la question de savoir dans quelle mesure l'activité observée d'une organisation se situe à la frontière ou en deçà de son ensemble de production. Dans le premier cas, on déclare que cette activité est *efficace*. Dans le second, celle-ci est dite *inefficace*. Mais la frontière est inconnue et sa construction fait l'objet d'une controverse.

En matière de construction des frontières de production, deux approches peuvent être évoquées : l'approche non paramétrique et l'approche économétrique.

La première est l'œuvre Charnes, Cooper et Rhodes (1978), Charnes *et al.* (1985), Banker (1984) et Banker, Charnes et Cooper (1984). Elle a eu une orientation managériale de prise de décision, adaptée à la résolution des problèmes d'allocation dans une unité de production.

La deuxième approche est plutôt basée sur les méthodes statistiques et économétriques. Elle a eu une forte orientation de politique économique et elle est l'œuvre de Aigner, Lovell et Schmidt (1977), Battese et Corra (1977) et Meeusen et Broeck (1977).

Les deux approches utilisent des techniques différentes pour envelopper les données et sont le résultat de compromis entre la structure imposée au terme d'erreur et la flexibilité de la structure de la technologie de production. Les avantages et inconvénients de ces deux approches trouvent leurs origines dans ces compromis.

L'objet de recherche de notre thèse est l'approche non paramétrique pour la mesure de l'*efficacité*. Pour nous l'*efficacité* est entendue au sens d'efficacité technique de Debreu (1951) et Farrell (1957), c'est-à-dire que les prix n'entrent pas en ligne de compte.

En particulier, notre thèse s’inscrit dans la lignée des travaux qui cherchent à développer les assises statistiques des estimateurs non paramétriques des frontières d’efficacité de type *Data Envelopment Analysis (DEA)*. Notamment les travaux de Kneip, Simar et Wilson (2003), Kneip, Park et Simar (1998), Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b) et Banker (1993).

Ainsi, nous nous intéressons aux propriétés statistiques de ces estimateurs, notamment celles de la convergence et du biais. Les distributions d’échantillonnage pour ce type d’estimateurs font aussi l’objet de notre étude, et ce, afin d’utiliser les techniques d’inférence statistique dans l’analyse de l’*efficacité*.

La variation de l’efficacité dans le temps fera l’objet aussi de notre recherche. Cette variation est étudiée dans un modèle complet de variation de la productivité. Nous utilisons l’*indice de productivité de Malmquist* pour la mesurer.

Cependant, dans les travaux qui cherchent à fournir une significativité statistique pour les mesures d’efficacité et de productivité¹, les auteurs supposent que les inputs et les outputs sont des variables continues et sont souvent sous le contrôle de l’unité de production. Dans la réalité, l’échec d’une organisation à atteindre un niveau d’efficacité maximal peut être dû à des inputs et/ou des outputs qui ne sont pas contrôlables (on dit aussi non discrétionnaires ou quasi-fixes) comme la superficie d’un local, la fertilité de la terre, les caractéristiques démographiques d’une population, le nombre d’opérateurs dans un secteur compétitif, etc.

On se limitera dans cette thèse aux inputs quasi-fixes, c’est-à-dire aux facteurs de production exogènes à l’organisation qui entrent désormais, dans son processus de production sans pourtant être sous son contrôle. Ces facteurs caractérisent souvent l’environnement dans lequel le processus de production aura lieu et leurs ajustements se font à long terme.

¹ Voir par exemple Simar et Wilson (1998, 2000a) pour les mesures d’efficacité et Löthgren (1997) et Simar et Wilson (1999a) pour les mesures de la productivité.

L'incorporation des facteurs quasi-fixes dans le modèle *DEA* dépend de l'hypothèse que l'on adopte concernant le processus de production. Deux approches peuvent être évoquées :

La première est l'œuvre de Byrnes *et al.* (1988), Ray (1988, 1991), Nyman et Bricker (1989). Ensuite les extensions de McCarty et Yaisawarng (1993), Banker et Johnston (1994), Lovell, Walters et Wood (1994), parmi d'autres. Cette approche repose sur l'hypothèse que les inputs quasi-fixes sont exogènes aux processus de production et leurs effets se manifestent à travers leurs dépendances vis-à-vis des facteurs de production. Cette approche consiste à utiliser, en première étape, le programme DEA pour estimer l'*efficacité* d'une organisation en incorporant seulement les inputs contrôlables. Dans la seconde étape, l'*efficacité* est régressée sur les inputs quasi-fixes.

Cette approche est souvent appelée semi-paramétrique. Elle a fait l'objet des critiques de Simar et Wilson (2004) qui mettent en évidence la corrélation des estimateurs fournis par DEA dans la première étape et montrent que les méthodes d'estimation classiques, souvent utilisées dans la seconde étape par l'approche semi-paramétrique, est non valide.

La deuxième approche est l'œuvre de Banker et Morey (1986a). Dans une autre extension Banker et Morey (1986b) traitent le cas où les inputs non contrôlables sont catégoriels. Cette approche repose sur l'hypothèse que les inputs quasi-fixes forment une partie intégrante du processus de production. Ceci entraîne une nouvelle formulation du programme DEA où les contraintes sur les inputs contrôlables diffèrent de celles non contrôlables. Ce qui signifie un nouvel estimateur de la frontière d'efficacité.

Malgré l'abondance de la littérature utilisant cette approche (voir Coelli, Rao et Battese, 1998 pour un aperçu), à notre connaissance, il n'y a pas d'études qui ont tenté d'évaluer la précision statistique de la nouvelle expression de l'estimateur après intégration des inputs quasi-fixes. Non plus pour la mesure de la productivité où l'élargissement de l'*indice de productivité de Malmquist* pour intégrer ces inputs quasi-fixes était l'œuvre de Ouellette et Vierstraete (2004).

Nous adoptons dans notre thèse, l'approche de Banker et Morey (1986a). Nous pensons que leur estimateur DEA avec inputs quasi-fixes mérite notre attention.

Nous définissons dans cette thèse un modèle statistique qui assure la convergence de cet estimateur et permet d'étudier ses propriétés statistiques. Les hypothèses retenues dans ce modèle servent à caractériser le *Processus Générateur des Données (PDG)*.

L'objectif principal de notre thèse est d'intégrer les techniques de l'inférence statistique dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité avec inputs quasi-fixes. Plus particulièrement nous nous attachons à :

- étudier les propriétés statistiques des estimateurs DEA avec inputs quasi-fixes (convergence, biais et distribution d'échantillonnage) ;
- construire des intervalles de confiances pour les mesures d'efficacités et de productivité ;
- faire des tests d'hypothèses concernant le processus de production (comparaison d'efficacité entre groupes d'unités de production, test de rendement d'échelle, etc.).

Enfin, nous appliquons notre démarche au secteur de l'éducation. Nous analysons l'efficacité des établissements de l'enseignement secondaire tunisiens, mieux connus sous le nom de lycées secondaires. Nous menons une analyse statistique de l'efficacité qui permet d'évaluer la précision statistique des estimateurs DEA avec inputs quasi-fixes et d'étudier la variation de l'efficacité dans un modèle complet de variation de la productivité. Nous tentons ensuite de tester la véracité de l'hypothèse de base d'efficacité à l'échelle des établissements secondaires tunisiens.

Le chapitre 1 de notre thèse définit un cadre axiomatique unifié pour les mesures d'efficacité et de productivité avec inputs quasi-fixes. A la lumière de ce cadre, les notions de base relatives à l'ensemble des possibilités de production, aux concepts d'efficacité et de productivité et à leurs mesures sont revues et des estimateurs non

paramétriques de type DEA qui distinguent entre les inputs variables et quasi-fixes sont développés.

Le chapitre 2 relève les aspects statistiques des estimateurs non paramétriques de type *Data Envelopment Analysis (DEA)* et *Free Disposal Hull (FDH)*. Notre objectif dans ce chapitre est de donner un aperçu sur l'état d'évolution des travaux dans ce domaine.

L'objet du chapitre 3 est de développer un modèle statistique qui caractérise le *PDG* et permet d'étudier la convergence de l'estimateur *DEA* avec inputs quasi-fixes. Le modèle est ensuite élargi pour intégrer le facteur temps, ce qui permet d'analyser la variation de l'efficacité dans un modèle complet de variation de la productivité.

Nous étudions dans le chapitre 4 la convergence du *PGD*. Nous utilisons en particulier la méthode du noyau pour développer un estimateur convergent de ce *PDG*. Nous montrons ensuite comment générer les données à partir de ce processus. Nous verrons que l'utilisation d'un noyau naïf caractérise la procédure de rééchantillonnage du *bootstrap naïf* et l'utilisation d'un noyau lisse caractérise la procédure du *bootstrap lisse*.

En nous basant sur une procédure du *bootstrap lisse*, nous développons dans le chapitre 5 une méthodologie qui permet de faire de l'induction statistique dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité avec inputs quasi-fixes.

En particulier, nous construisons un algorithme qui permet de corriger le biais et construire des intervalles de confiance pour les scores d'efficacité et de l'*indice de Malmquist* avec ses composantes. Nous développons aussi un algorithme qui permet de faire des tests d'hypothèses statistiques concernant la nature des rendements d'échelle d'une organisation.

Enfin le chapitre 6 est consacré à une application de notre démarche dans le secteur de l'éducation. Nous menons une analyse statistique de l'efficacité et de la productivité des établissements de l'enseignement secondaire tunisien en utilisant une méthodologie *bootstrap lisse homogène et hétérogène*.

CHAPITRE 1

ANALYSE DE L'EFFICACITE ET DE LA PRODUCTIVITE AVEC INPUTS QUASI-FIXES

1. Introduction

L'objet de ce chapitre est de définir un cadre axiomatique unifié pour les mesures d'efficacité et de productivité avec inputs quasi-fixes. A la lumière de ce cadre, les notions de base relatives à l'ensemble des possibilités de production, aux concepts d'efficacité et de productivité et à leurs mesures sont revues et des estimateurs non paramétriques de type DEA qui distinguent entre les inputs variables et quasi-fixes sont développés.

Ensuite, en se basant sur les travaux de Ouellette et Vierstraete (2004), Lovell (2003) ainsi que Ray et Desli (1997), nous proposons une nouvelle décomposition de l'*indice de productivité de Malmquist* en terme des inputs quasi-fixes.

Nous définissons dans la section 2 de ce chapitre, la technologie de production et les différents types de rendements d'échelle ainsi que la *mesure d'efficacité technique* et à *l'échelle* en présence d'inputs quasi-fixes.

Dans la section 3, nous définissons l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes selon des caractérisations différentes des rendements d'échelle.

Enfin, nous consacrons la section 4 à la mesure de la productivité d'une organisation en utilisant l'*indice de productivité de Malmquist* définie en présence d'inputs quasi-fixes.

Pour mener notre analyse, nous adoptons l'orientation réduction des inputs variables dans la mesure d'efficacité. Nous supposons que les inputs et les outputs sont mesurés sur une échelle continue et que les inputs sont de deux types : variables et quasi-fixes. Notons

pour fin de mémoire que les inputs variables sont aussi appelés «inputs contrôlables» et les inputs quasi-fixes, «inputs non-contrôlables».

2. Technologie de production, rendements d'échelle et mesure d'efficacité

Nous considérons une activité de production qui utilise un ensemble d'inputs variables $x = \{x_{i_1}, i_1 = 1, \dots, m_1\}$ et quasi-fixes $z = \{z_{i_2}, i_2 = 1, \dots, m_2\}$ pour produire le vecteur d'outputs $y = \{y_r, r = 1, \dots, s\}$. L'ensemble des possibilités de production ou graphe de cette activité est défini par :

$$\Psi = \{(x, z, y) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid (x, z, y) \text{ est réalisable}\} \quad (1-1)$$

L'ensemble Ψ caractérise l'ensemble de tous les vecteurs d'inputs/outputs permis par un état donné de la technologie.

Alternativement, nous pouvons donner deux autres représentations de l'ensemble des possibilités de production qui, bien que techniquement équivalentes, permettent de mettre en évidence des aspects différents de la technologie de production : l'ensemble d'inputs et l'ensemble d'outputs.

L'ensemble d'inputs variables consiste à décrire les possibilités de substitution des inputs au moyen d'une correspondance d'inputs variables :

$$X(z, y) = \{x \in \mathbb{R}_+^{m_1} \mid (x, z, y) \in \Psi\} \quad (1-2)$$

Il caractérise l'ensemble de tous les vecteurs d'inputs variables x qui peuvent produire au moins le vecteur d'outputs y étant donné le vecteur d'inputs quasi-fixes z .

Alors que l'ensemble d'outputs est une représentation qui consiste à décrire les possibilités de substitution des outputs au moyen d'une correspondance d'outputs :

$$Y(x, z) = \{y \in \mathbb{R}_+^s \mid (x, z, y) \in \Psi\} \quad (1-3)$$

Il caractérise l'ensemble de tous les vecteurs d'outputs y réalisables par le vecteur d'inputs variables x étant donné le vecteur d'inputs quasi-fixes z .

L'ensemble de production s'exprime à partir de ces correspondances comme

$$\Psi = \{(x, z, y) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid x \in X(z, y)\} = \{(x, z, y) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid y \in Y(x, z)\} \quad (1-4)$$

On a donc la relation suivante entre Ψ , $X(z, y)$ et $Y(x, z)$:

$$(x, z, y) \in \Psi \Leftrightarrow x \in X(z, y) \Leftrightarrow y \in Y(x, z) \quad (1-5)$$

La caractéristique commune des ces ensembles est de décrire la technologie de production en termes des vecteurs d'inputs et d'outputs, les prix n'entrent pas en ligne de compte. Il s'agit donc d'une description purement technique.

Pour mesurer l'efficacité d'une unité de production on fait souvent référence à la frontière de l'ensemble de production, appelée encore *frontière d'efficacité* ou *isoquante* qui est caractérisée par l'intersection de Ψ et le fermé de son complémentaire :

$$\partial\Psi = \{(x, z, y) \in \Psi, (\alpha x, \alpha z, \alpha^{-1}y) \notin \Psi \text{ pour } 0 < \alpha < 1\} \quad (1-6)$$

Ainsi que la frontière de l'ensemble d'inputs variables définie par :

$$\partial X(z, y) = \{x \mid x \in X(z, y), \alpha x \notin X(z, y), \alpha < 1\} \quad (1-7)$$

Les combinaisons inputs/outputs optimales *au sens de Pareto* (on dit aussi *Pareto-Koopmans optimales*), c'est-à-dire non dominées, caractérisent le *sous-ensemble efficace* de la frontière de l'ensemble de production² :

$$E(\Psi) = \{(x, z, y) \in \Psi, (x', z', -y') \leq (x, z, -y) \Rightarrow (x', z', y') \notin \Psi\} \quad (1-8)$$

² Dans le cas d'un vecteur, $x \leq x'$ veut dire $x_i \leq x'_i \forall i$ et $x \neq x'$.

et le *sous-ensemble efficace* de l'ensemble d'inputs variables :

$$E(X(z, y)) = \{x \mid x \in X(z, y), x' \notin X(z, y), x' \leq x\} \quad (1-9)$$

Une manière très générale de décrire un processus de production est de le caractériser au moyen des propriétés de son ensemble de production.

Mentionnons les hypothèses suivantes, concernant l'ensemble Ψ :

Hypothèse H1.1 :

$$0 \in \Psi, (0, 0, y) \in \Psi \Rightarrow y = 0 ;$$

Hypothèse H1.2 :

$$\Psi \cap \{(x, z, y) \mid x \leq x' \text{ et } z \leq z'\} \text{ est borné pour tout } (x', z') \in \mathbb{R}_+^{m_1} \times \mathbb{R}_+^{m_2} ;$$

Hypothèse H1.3 :

$$(x, z, y) \in \Psi \Rightarrow (x', z', y') \in \Psi \text{ pour } (x', z', -y') \geq (x, z, -y) ;$$

Hypothèse H1.4 :

Ψ est un ensemble fermé ;

Hypothèse H1.5 :

a) Si $(x, z, y) \in \Psi$, alors $(\alpha x, \alpha z, \alpha y) \in \Psi$ pour tout $\alpha \in (0, 1]$;

b) Si $(x, z, y) \in \Psi$, alors $(\alpha x, \alpha z, \alpha y) \in \Psi$ pour tout $\alpha \geq 1$.

Ces hypothèses s'interprètent de la façon suivante :

La première hypothèse H1.1 signifie qu'il n'est pas possible de produire le vecteur des outputs sans consommer des inputs (quasi-fixes et/ou contrôlable) et qu'un vecteur d'outputs nuls est toujours possible.

La deuxième hypothèse H1.2 stipule qu'avec une quantité finie d'inputs (quasi-fixes et /ou contrôlable), il n'est pas possible de produire une quantité infinie d'outputs.

La troisième H1.3 correspond à la forte disposition des inputs et des outputs.

La quatrième H1.4 permet de définir la technologie efficace comme des points frontières de l'ensemble de production Ψ .

La cinquième H1.5 concerne l'effet d'échelle et signifie qu'une combinaison d'inputs/outputs est aussi réalisable à une échelle plus petite ou plus large. En particulier, l'hypothèse H1.5 a) signifie qu'une combinaison quelconque d'inputs/outputs, réalisable à une échelle donnée, doit être aussi réalisable à une échelle réduite. Alors que l'hypothèse H1.5 b) signifie qu'il est possible d'augmenter l'échelle d'une combinaison d'inputs/outputs réalisable par un facteur commun.

Les hypothèses H1.1, H1.2, H1.3 et H1.4 sont assez générales et peuvent la plupart du temps être admises pour une technologie de production quelconque sans se référer à une échelle particulière, alors que H1.5 est en fait une hypothèse concernant les rendements d'échelle :

Si nous retenons les hypothèses H1.1-H1.4 et H1.5 a), alors nous obtenons un agrandissement de l'ensemble des possibilités de production Ψ par les combinaisons réalisables à une échelle plus réduite et nous obtenons l'ensemble de production suivant :

$$\Psi^{nirs} = \{(x, z, y) \in \Psi \mid (\alpha x, \alpha z, \alpha y) \in \Psi \text{ pour } 0 < \alpha \leq 1\} \quad (1-10)$$

L'adoption de l'hypothèse H1.5 a) signifie qu'une combinaison quelconque (x, z, y) , au voisinage de la frontière de Ψ^{nirs} , est soumise à une technologie aux rendements d'échelle non croissants (*nirs*), c'est-à-dire constants ou bien décroissants.

Alternativement, si nous retenons H1.5 b), nous obtenons un agrandissement de l'ensemble de production qui contient les combinaisons réalisables à une échelle plus large :

$$\Psi^{ndrs} = \{(x, z, y) \in \Psi \mid (\alpha x, \alpha z, \alpha y) \in \Psi \text{ pour } \alpha \geq 1\} \quad (1-11)$$

Dans ce cas, une combinaison quelconque (x, z, y) au voisinage de la frontière de Ψ^{ndrs} est soumise à une technologie aux rendements d'échelle non décroissants (*ndrs*), c'est-à-dire constants ou bien croissants.

Alors que l'adoption, simultanément, des deux hypothèses H1.5 a) et H1.5 b) entraîne un agrandissement qui caractérise un cône convexe Ψ^{crs} passant par l'origine, définit par :

$$\Psi^{crs} = \{(x, z, y) \in \Psi \mid (\alpha x, \alpha z, \alpha y) \in \Psi \text{ pour } \alpha > 0\} \quad (1-12)$$

Dans ce cas, la technologie de production est soumise aux rendements d'échelle constants (*crs*).

Enfin, si une technologie est soumise aux (*ndrs*), (*nirs*) ou bien (*crs*) dans des régions différentes de la frontière de production, on dira qu'elle est à rendements d'échelle variables (*vors*) au sens de Afriat (1972). Cette situation caractérise un ensemble de production satisfaisant les hypothèses H1.1-H1.4 et ne tient pas compte de l'hypothèse H1.5 de rendements d'échelle.

Toutefois, même dans le cas où la technologie de production n'est pas du type *crs*, l'intersection $\partial\Psi \cap \Psi^{crs}$ est différente de l'ensemble vide et caractérise une région de $\partial\Psi$ qui est soumise aux *crs*.

Signalons de plus que par les relations (1-4) et (1-5), les ensembles d'inputs $X(z, y)$ et d'outputs $Y(x, z)$ sont soumises à des hypothèses équivalentes aux H1.1-H1.5.

Sans se référer à un type de rendements d'échelle spécifique, la mesure d'efficacité en inputs, *au sens de Farrell* (on dit aussi *au sens de Debreu-Farrell*), d'une combinaison (x, z, y) , par rapport à une technologie de production quelconque est définie par :

$$\theta(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \Psi \} \quad (1-13)$$

Le scalaire $\theta(x, z, y)$ est une mesure radiale qui indique la proportion maximale $(1 - \theta(x, z, y))$ avec laquelle le vecteur des inputs variables x , produisant le vecteur des outputs y et étant donné le vecteur des inputs quasi-fixes z , peut diminuer tout en restant capable de produire y .

Signalons que pour $(x, z, y) \in \Psi$, nous avons $\theta(x, z, y) \leq 1$. La situation extrême $\theta(x, z, y) = 1$ correspond à une combinaison (x, z, y) qui est située sur la frontière d'efficacité ; elle est déclarée dans ce cas *efficace au sens de Farrell*.

La mesure de Farrell permet de fournir une nouvelle caractérisation de l'ensemble des possibilités de production :

$$\Psi = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid \theta(x, z, y) \leq 1 \right\} \quad (1-14)$$

Ainsi que de sa frontière :

$$\partial\Psi = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid \theta(x, z, y) = 1 \right\} \quad (1-15)$$

L'étude des propriétés de la mesure d'efficacité technique de Farrell a fait l'objet de plusieurs travaux. Bien que dans ces études, les auteurs ne distinguent pas entre les inputs variables et quasi-fixes, ces propriétés restent valables puisque nous gardons le même processus de production et nous retenons les mêmes hypothèses concernant l'ensemble de production. Nous mentionnons dans ce qui suit les plus importantes, en termes des inputs quasi-fixes :

Propriété P1.1 :

$\theta(x, z, y)$ est non croissante en x , c'est-à-dire

$$\forall (x, x') \in X(z, y) \times X(z, y), x \geq x' \Rightarrow \theta(x, z, y) \leq \theta(x', z, y) ;$$

Propriété P1.2 :

$\theta(x, z, y)$ est homogène de degré -1 en x , c'est-à-dire

$$\forall x \in X(z, y), \theta(\kappa x, z, y) = \kappa^{-1} \theta(x, z, y) \quad \kappa > 0 ;$$

Propriété P1.3 :

$\theta(x, z, y)$ est continue en $(x, z, y) \in \Psi$;

Propriété P1.4 :

$\theta(x, z, y)$ est invariante par rapport aux unités de mesure des inputs et des outputs, c'est-à-dire que pour des matrices diagonales A , B et C avec des éléments positifs au diagonal, nous avons $\theta(Ax, Bz, Cy) = \theta(x, z, y)$;

Propriété P1.5 :

Si l'ensemble de production Ψ est convexe alors $\theta(x, z, y)$ est convexe en x .

Les propriétés P1.1 et P1.2 sont démontrées par Bol (1986) ; Zieschang (1984) et Färe et Lovell (1978). La propriété de continuité (P1.3) est l'œuvre de Russell (1990) et Dmitruk et Koshevoy (1991). La propriété P1.4 est développée par Russell (1987). Enfin P1.5 découle de la propriété de convexité de l'ensemble Ψ .

La mesure de Farrell peut être utilisée pour des spécifications différentes de rendements d'échelle. En effet, la définition de cette mesure par rapport à une technologie aux rendements d'échelle variables s'exprime comme suit :

$$\theta^{vrs}(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \Psi \} \quad (1-16)$$

Sa définition par rapport à une technologie aux rendements d'échelle non croissants :

$$\theta^{nirs}(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \Psi^{nirs} \} \quad (1-17)$$

et par rapport à une technologie aux rendements d'échelle non décroissants :

$$\theta^{ndrs}(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \Psi^{ndrs} \} \quad (1-18)$$

Enfin, sa définition par rapport à la technologie de référence aux rendements d'échelle constants :

$$\theta^{crs}(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \Psi^{crs} \} \quad (1-19)$$

Nous constatons, d'après (1-16) et (1-19) que,

$$\theta^{crs}(x, z, y) \leq \theta^{vrs}(x, z, y) \leq 1 \quad (1-20)$$

et d'après (1-16) et (1-17) que,

$$\theta^{nirs}(x, z, y) \leq \theta^{vrs}(x, z, y) \leq 1 \quad (1-21)$$

Les mesures d'efficacité définies par (1-16), (1-17), (1-18) et (1-19) peuvent être utilisées pour construire des mesures d'efficacité à l'échelle en se basant sur les travaux de Färe et Grosskopf (1985).

Nous définissons :

$$s(x, z, y) = \frac{\theta^{crs}(x, z, y)}{\theta^{vrs}(x, z, y)} \leq 1 \quad (1-22)$$

et

$$\eta(x, z, y) = \frac{\theta^{nirs}(x, z, y)}{\theta^{vrs}(x, z, y)} \leq 1 \quad (1-23)$$

Nous disons que la technologie de production est de type *crs*, si la combinaison (x, z, y) ou son point de projection orienté en input variable a une mesure $s(x, z, y) = 1$. En cette combinaison, l'organisation est déclarée *efficace à l'échelle*, dans le sens que la combinaison inputs/outputs est optimale et maximise sa productivité moyenne.

Par contre, si $s(x, z, y) < 1$, alors la combinaison (x, z, y) est *inefficace à l'échelle*. Elle est soumise à une technologie aux rendements d'échelle non croissants si $\eta(x, z, y) = 1$ et aux rendements d'échelle croissants si $\eta(x, z, y) < 1$.

Telle que définie, la mesure de Farrell d'orientation réduction des inputs est la réciproque de la fonction de distance de Shephard (1970) de même orientation (Färe et Lovell, 1978).

En présence d'inputs quasi-fixes, cette dernière est définie par :

$$D_I(x, z, y) = \max \left\{ \delta > 0 \mid \left(\frac{x}{\delta}, z, y \right) \in \Psi \right\} \quad (1-24)$$

D'après (1-13) nous avons,

$$D_I(x, z, y) = \frac{1}{\theta(x, z, y)} \quad (1-25)$$

La fonction de distance de Shephard fournit une mesure normalisée de la distance entre la position de la combinaison (x, z, y) dans l'espace des inputs/outputs et la frontière de l'ensemble de production, dans un hyperplan où les outputs et les inputs quasi-fixes restent constants.

Inversement à la mesure de Farrell, cette fonction de distance est plus grande ou égale à un. Le cas particulier $D_I(x, z, y) = 1$ signifie que l'organisation en question est située sur la frontière d'efficacité et elle est déclarée *efficace au sens de Farrell*.

La fonction de distance peut être définie par rapport à des technologies soumises à différents types de rendements d'échelle. En effet, sa définition par rapport à une technologie aux rendements d'échelle variables s'exprime comme suit :

$$D_I(x, z, y | vrs) = \max \left\{ \delta > 0 \mid \left(\frac{x}{\delta}, z, y \right) \in \Psi \right\}; \quad (1-26)$$

par rapport à une technologie aux rendements d'échelle non croissants :

$$D_I(x, z, y | nirs) = \max \left\{ \delta > 0 \mid \left(\frac{x}{\delta}, z, y \right) \in \Psi^{nirs} \right\}; \quad (1-27)$$

et enfin par rapport à une technologie aux rendements d'échelle non décroissants :

$$D_I(x, z, y | ndrs) = \max \left\{ \delta > 0 \mid \left(\frac{x}{\delta}, z, y \right) \in \Psi^{ndrs} \right\} \quad (1-28)$$

Les mesures d'efficacité à l'échelle peuvent aussi être exprimées en terme des *fonctions de distance de Shephard* :

$$s(x, z, y) = \frac{D_I(x, z, y | vrs)}{D_I(x, z, y | crs)} \leq 1 \quad (1-29)$$

et

$$\eta(x, z, y) = \frac{D_I(x, z, y | vrs)}{D_I(x, z, y | nirs)} \leq 1 \quad (1-30)$$

3. Estimation de l'efficacité

Les équations développées, dans la section précédente, ne sont pas observées, y compris les mesures d'efficacité à l'échelle $s(x, z, y)$ et $\eta(x, z, y)$. Nous devons donc les estimer à partir des données.

Considérons un échantillon de n observations $\Psi_0 = \{(x_j, z_j, y_j)\}_{j=1}^n$. Le vrai ensemble de production Ψ est non observable. Par suite, l'efficacité, définie comme l'écart par rapport à la frontière de cet ensemble est aussi non observable. Donc, nous ne pouvons pas trouver une mesure directe à cette efficacité. Nous pouvons que l'estimer à partir de Ψ_0 .

Sans se référer à un type de rendements d'échelle spécifique, désignons par $\hat{\Psi}$ un estimateur de l'ensemble de production Ψ . En substituant Ψ par $\hat{\Psi}$, dans l'une des équations (1-16), (1-17), (1-18) ou bien (1-19), nous obtenons un estimateur de la mesure d'efficacité au sens de Farrell $\hat{\theta}(x, z, y)$ de $\theta(x, z, y)$.

A ce niveau, nous devons signaler que le score $\theta(x, z, y)$ est une mesure de la distance, dans la direction des inputs variables, du point (x, z, y) par rapport à la vraie frontière $\partial\Psi$. Alors que $\hat{\theta}(x, z, y)$ est une mesure de la distance du même point et dans la même direction par rapport à la frontière estimée $\partial\hat{\Psi}$.

Toutefois, la distinction entre la mesure de la *vraie* efficacité $\theta(x, z, y)$ et son *estimateur* $\hat{\theta}(x, z, y)$ est souvent ignorée dans la littérature DEA (Simar et Wilson, 2002). Mais, les travaux pionniers de Banker (1993), Simar et Wilson, (1998, 1999, 2000, 2003) Korostelev, Simar et Tsybakov (1995 et 1995a), Gijbels *et al.* (1999), Kneip, Park et Simar (1998) et Kneip, Simar et Wilson (2003) ont contribué à une littérature qui commence à émerger concernant les assises statistiques des estimateurs non paramétriques des mesures d'efficacité de type DEA. Nous revenons à ces contributions dans le chapitre 2, retenons pour le moment que grâce à ces travaux, les techniques d'inférence statistique telles que l'évaluation de la précision des estimateurs, la construction des régions de confiance et la résolution des problèmes de tests d'hypothèses statistiques concernant le processus de production des organisations sont devenues possibles.

Pour estimer l'ensemble Ψ , nous retenons encore les hypothèses suivantes :

Hypothèse H1.6 :

Pour $(x_j, z_j, y_j) \in \Psi, j = 1, \dots, n$ et $\lambda_j \geq 0$, des scalaires tels que $\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1$, alors

$$\left(\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j \right) \in \Psi .$$

Cette hypothèse assure la convexité de l'ensemble Ψ et signifie que n'importe quel point intermédiaire entre des transformations réalisables, c'est-à-dire des éléments de Ψ_0 , est aussi réalisable.

Afin de garantir que l'ensemble des possibilités de production Ψ soit une généralisation de l'ensemble des observations Ψ_0 , encore deux hypothèses sont suggérées dans la littérature (Yolalan, 1990, Banker, Charnes et Cooper, 1984, Charnes *et al.*, 1985, etc.) :

Hypothèse H1.7 (Inclusion des observations) :

$$\Psi_0 \subset \Psi .$$

Cette hypothèse implique qu'aucune des « *pratiques observées* » n'est pas normale par rapport à la technologie de production.

Hypothèse H1.8 (Minimalité) :

Ψ est l'ensemble le plus petit qui satisfait les hypothèses retenues.

Cette hypothèse implique qu'en l'absence de connaissance *a priori* sur la technologie de production, on ne peut pas supposer l'existence de combinaisons inputs /outputs qui sont strictement supérieures aux « *meilleures pratiques* » observées.

Sur la base d'une sélection des hypothèses H1.1-H1.8, des ensembles de productions particuliers sont utilisés pour l'analyse de l'efficacité. Notre intérêt porte essentiellement sur les ensembles de production appelés « *empiriques* », c'est-à-dire qui se basent sur l'ensemble des observations Ψ_0 .

Plusieurs estimateurs de Ψ sont possibles. L'adoption des hypothèses H1.1-H1.4 et H1.6-H1.8, dépourvues de l'hypothèse H1.5 qui concerne l'effet d'échelle, fournit un estimateur $\hat{\Psi}$ de Ψ , définie comme *l'enveloppe convexe de libres dispositions de l'ensemble des observations* Ψ_0 :

$$\hat{\Psi} = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (1-31)$$

Si nous retenons la sous hypothèse H1.5 a) qui énonce que toute combinaison réalisable à une échelle donnée doit être aussi réalisable à une échelle plus réduite, alors nous obtenons un estimateur de Ψ défini par :

$$\hat{\Psi}^{nirs} = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \leq 1, \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (1-32)$$

De façon similaire, si nous retenons, au lieu de H1.5 a), la sous hypothèse H1.5 b) qui stipule qu'il est toujours possible d'augmenter l'échelle d'une combinaison donnée par un facteur commun, alors nous obtenons un estimateur de Ψ défini par :

$$\hat{\Psi}^{ndrs} = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \geq 1, \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (1-33)$$

Si nous retenons simultanément les deux sous hypothèses H1.5 a) et H1.5 b), alors nous obtenons un estimateur de Ψ , définie comme *le cône convexe de libre disposition de l'ensemble des observations* Ψ_0 :

$$\hat{\Psi}^{crs} = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, j = 1, \dots, n \right\} \quad (1-34)$$

Des équations (1-31)-(1-34) nous pouvons constater que :

$$\hat{\Psi} \subseteq \hat{\Psi}^{nirs} \subseteq \hat{\Psi}^{crs} \quad (1-35)$$

et

$$\hat{\Psi} \subseteq \hat{\Psi}^{ndrs} \subseteq \hat{\Psi}^{crs} \quad (1-36)$$

Finalement, si nous relâchons l'hypothèse de convexité H1.6, les hypothèses H1.1-H1.5, H1.7 et H1.8 génèrent un autre type d'ensemble des possibilités de production $\hat{\Psi}_{FDH}$ défini en terme de dominance vectorielle :

$$\hat{\Psi}_{FDH} = \bigcup_{j \in J} \left\{ (x, z, y) \mid x \geq x_j, z \geq z_j \text{ et } y \leq y_j \right\} \quad (1-37)$$

L'estimateur $\hat{\Psi}_{FDH}$ de l'ensemble Ψ est appelé *Free Disposal Hull* (FDH). Il est défini comme l'enveloppe de libre disposition de l'ensemble des observations Ψ_0 . Donc $\hat{\Psi}_{DEA}$ est l'enveloppe convexe de $\hat{\Psi}_{FDH}$ et par suite $\hat{\Psi}_{FDH} \subseteq \hat{\Psi}_{DEA}$.

Les estimateurs des mesures d'efficacité définis dans (1-16)-(1-19) sont obtenus en substituant $\Psi, \Psi^{nirs}, \Psi^{ndrs}$ et Ψ^{crs} respectivement par leurs estimateurs $\hat{\Psi}, \hat{\Psi}^{nirs}, \hat{\Psi}^{ndrs}$ et $\hat{\Psi}^{crs}$; ce qui entraîne les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^{vrs}(x, z, y) &= \min \left\{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \hat{\Psi} \right\} \\ &= \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, ; \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \forall j = 1, \dots, n \right\}\end{aligned}\quad (1-38)$$

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^{nirs}(x, z, y) &= \min \left\{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \hat{\Psi}^{nirs} \right\} \\ &= \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, ; \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \leq 1, \forall j = 1, \dots, n \right\}\end{aligned}\quad (1-39)$$

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^{ndrs}(x, z, y) &= \min \left\{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \hat{\Psi}^{ndrs} \right\} \\ &= \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, ; \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \geq 1, \forall j = 1, \dots, n \right\}\end{aligned}\quad (1-40)$$

et

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^{crs}(x, z, y) &= \min \left\{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \hat{\Psi}^{crs} \right\} \\ &= \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \forall j = 1, \dots, n \right\}\end{aligned}\quad (1-41)$$

Les formulations duales de (1-38)-(1-41) mettent en lumière l'effet des inputs quasi-fixes sur les valeurs des estimateurs :

Le dual de (1-38) est :

$$\hat{w}^{vrs}(x, z, y) = \max \left\{ u^T y - w^T z - \mu \mid v^T x = 1, u^T y_j - v^T x_j - w^T z_j - \mu \leq 0 \right. \\ \left. \forall j = 1, \dots, n \quad u^T \geq 0, w^T \geq 0, v^T \geq 0 \text{ et } \mu \text{ srs} \right\} \quad (1-42)$$

où μ est une variable duale sans restriction de signe (*srs*) associée à la contrainte de convexité $\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1$; et

$u^T = (u_1, \dots, u_s)$, $v^T = (v_1, \dots, v_{m_1})$ et $w^T = (w_1, \dots, w_{m_2})$ représentent respectivement les variables duales associées aux vecteurs d'outputs y , d'inputs variables x et d'inputs quasi-fixes z . Ces variables sont interprétées comme des prix implicites (*shadow prices*) des facteurs de production.

En effectuant le changement de variable : $u = \frac{1}{t} \tilde{u}$, $v = \frac{1}{t} \tilde{v}$, $w = \frac{1}{t} \tilde{w}$ et $\mu = \frac{1}{t} \tilde{\mu}$ avec $t = v^T x$, le programme (1-42) peut s'écrire encore sous la forme suivante :

$$\hat{h}^{vrs}(x, z, y) = \max \left\{ \frac{\tilde{u}^T y - \tilde{\mu}}{\tilde{v}^T x} - \frac{\tilde{w}^T z}{\tilde{v}^T x} \mid \frac{\tilde{u}^T y_j - \tilde{w}^T z_j - \tilde{\mu}}{\tilde{v}^T x_j} \leq 1, \forall j = 1, \dots, n \right. \\ \left. \tilde{u}^T \geq 0, \tilde{w}^T \geq 0, \tilde{v}^T \geq 0 \text{ et } \tilde{\mu} \text{ srs} \right\} \quad (1-43)$$

Nous retrouvons de la même façon, une expression équivalente au dual de (1-39) :

$$\hat{h}^{nirs}(x, z, y) = \max \left\{ \frac{\tilde{u}^T y - \tilde{\mu}}{\tilde{v}^T x} - \frac{\tilde{w}^T z}{\tilde{v}^T x} \mid \frac{\tilde{u}^T y_j - \tilde{w}^T z_j - \tilde{\mu}}{v^T x_j} \leq 1, \forall j = 1, \dots, n \right. \\ \left. \tilde{u}^T \geq 0, \tilde{w}^T \geq 0, \tilde{v}^T \geq 0 \text{ et } \tilde{\mu} \geq 0 \right\} \quad (1-44)$$

Aussi, un programme équivalent au dual de (1-40) :

$$\hat{h}^{ndrs}(x, z, y) = \max \left\{ \frac{\tilde{u}^T y - \tilde{\mu}}{\tilde{v}^T x} - \frac{\tilde{w}^T z}{\tilde{v}^T x} \mid \frac{\tilde{u}^T y_j - \tilde{w}^T z_j - \tilde{\mu}}{\tilde{v}^T x_j} \leq 1, \forall j = 1, \dots, n \right. ; \quad (1-45)$$

$$\left. \tilde{u}^T \geq 0, \tilde{w}^T \geq 0, \tilde{v}^T \geq 0 \text{ et } \tilde{\mu} \leq 0 \right\}$$

et un programme équivalent au dual de (1-41) :

$$\hat{h}^{crs}(x, z, y) = \max \left\{ \frac{\tilde{u}^T y}{\tilde{v}^T x} - \frac{\tilde{w}^T z}{\tilde{v}^T x} \mid \frac{\tilde{u}^T y_j - \tilde{w}^T z_j}{\tilde{v}^T x_j} \leq 1, \forall j = 1, \dots, n \right. . \quad (1-46)$$

$$\left. \tilde{u}^T \geq 0, \tilde{w}^T \geq 0, \tilde{v}^T \geq 0 \right\}$$

Dans les programmes d'optimisation (1-40)-(1-46), la variable μ caractérise le type des rendements d'échelle sur laquelle la technologie est soumise : il est variable si $\tilde{\mu}$ est sans restriction de signe (*srs*), il est non croissants (*nirs*) si $\tilde{\mu} \geq 0$, non décroissants (*ndrs*) si $\tilde{\mu} \leq 0$ et constants (*crs*) si $\tilde{\mu} = 0$.

La fonction objectif dans ces programmes représente le score d'efficacité d'une organisation arbitraire $\frac{\tilde{u}^T y - \tilde{\mu}}{\tilde{v}^T x}$. Ce score est ajusté à la baisse par le terme $\frac{\tilde{w}^T z}{\tilde{v}^T x}$ qui représente l'effet des inputs quasi-fixes.

Enfin, signalons que nous retrouvons les estimateurs des fonctions de distance de Shephard en prenant l'inverse de l'estimateur de la mesure de Farrell :

$$\hat{D}_I(x, z, y | vrs) = \frac{1}{\hat{\theta}^{vrs}(x, z, y)}, \hat{D}_I(x, z, y | nirs) = \frac{1}{\hat{\theta}^{nirs}(x, z, y)},$$

$$\hat{D}_I(x, z, y | ndrs) = \frac{1}{\hat{\theta}^{ndrs}(x, z, y)} \text{ et } \hat{D}_I(x, z, y | crs) = \frac{1}{\hat{\theta}^{crs}(x, z, y)}.$$

4. Analyse de la productivité

Nous analyserons maintenant la variation de l'efficacité dans le temps. Cette variation est étudiée dans un modèle complet de variation de la productivité. Pour ce faire, nous adoptons l'approche non paramétrique de Malmquist. Cette approche s'appuie sur la

décomposition d'un indice qui s'exprime en termes de fonctions de distance. Les termes de cette décomposition permettent l'attribution de chaque variation de la productivité à sa source. Pour estimer les fonctions de distance des composantes de l'*indice de Malmquist*, nous utilisons la méthode DEA avec inputs quasi-fixes de Banker et Morey (1986).

Pour deux périodes de temps différentes t_1 et t_2 avec $t_1 < t_2$, considérons une activité de production qui utilise à la date t (qui peut être t_1 ou bien t_2) un ensemble d'inputs variables $x_t = \{x_{it}, i_1 = 1, \dots, m_1\}$ et quasi-fixes $z_t = \{z_{it}, i_2 = 1, \dots, m_2\}$ pour produire le vecteur d'outputs $y_t = \{y_{rt}, r = 1, \dots, s\}$.

L'ensemble des combinaisons inputs-outputs permises par un état donné de la technologie, caractérise l'ensemble des possibilités de production. Cet ensemble est défini à la date t par :

$$\Psi^t = \{(x_t, z_t, y_t) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid (x_t, z_t, y_t) \text{ est réalisable à la date } t\} \quad (1-47)$$

Nous commençons notre analyse en énonçant les hypothèses plausibles qui généralisent l'ensemble des observations $\Psi_0^t = \{(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt})\}_{j=1}^n$ et caractérisent les ensembles de production « empiriques » et convexes.

Hypothèse H1.1' :

$$0 \in \Psi^t, (0, 0, y_t) \in \Psi^t \Rightarrow y_t = 0 ;$$

Hypothèse H1.2' :

$$\Psi^t \cap \{(x_t, z_t, y_t) \mid x_t \leq x'_t \text{ et } z_t \leq z'_t\} \text{ est borné pour tout } (x'_t, z'_t) \in \mathbb{R}_+^{m_1} \times \mathbb{R}_+^{m_2} ;$$

Hypothèse H1.3' (Forte disposition) :

$$(x_t, z_t, y_t) \in \Psi^t \Rightarrow (x'_t, z'_t, y'_t) \in \Psi^t \text{ pour } (x'_t, z'_t, -y'_t) \geq (x_t, z_t, -y_t) ;$$

Hypothèse H1.4' :

Ψ^t est un ensemble fermé ;

Hypothèse H1.5' (Extension radiale) :

Si $(x_t, z_t, y_t) \in \Psi^t$, alors $(\alpha x_t, \alpha z_t, \alpha y_t) \in \Psi^t$ pour tout $\alpha > 0$;

Hypothèse H1.6' (Convexité) :

Pour $(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) \in \Psi^t, j = 1, \dots, n$ et $\lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n$ tels que $\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1$,

alors $(\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}) \in \Psi^t$

Hypothèse H1.7' (Inclusion des observations) :

$(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) \in \Psi^t, \forall j = 1, \dots, n$ et $\forall t = 1, \dots, T$;

Hypothèse H1.8' (Minimalité) :

Ψ^t est l'ensemble le plus petit qui satisfait les autres hypothèses choisies.

Ces hypothèses s'interprètent de la même façon qu'en situation statique.

Sur la base d'une sélection des hypothèses présentées, des ensembles de productions particuliers sont utilisés pour l'analyse de l'efficacité.

Si nous adoptons les hypothèses H1.1'-H1.4' et H1.6'-H1.8', alors nous obtenons l'ensemble des possibilités de production « empirique » de rendements d'échelle variables relativement à la date t , défini par l'enveloppe convexe de libre disposition des observations

$\left\{ (x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) \right\}_{j=1}^n :$

$$\hat{\Psi}_{vrs}^t = \left\{ (x_t, z_t, y_t) \mid x_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}, z_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}, y_t \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (1-48)$$

Si nous retenons encore l'hypothèse d'extension radiale (H1.5'), alors nous obtenons l'ensemble des possibilités de production « empirique » de rendements d'échelle constants relativement à la date t , défini par le cône de libre disposition des observations

$$\left\{ (x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) \right\}_{j=1}^n :$$

$$\hat{\Psi}_{crs}^t = \left\{ (x_t, z_t, y_t) \mid x_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}, z_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}, y_t \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (1-49)$$

L'efficacité d'une organisation est mesurée à la date t par la distance qui sépare son plan de production du plan optimal. La mesure d'efficacité en inputs, au sens de Farrell (1957), d'une organisation arbitraire (x_t, z_t, y_t) est définie par :

$$\theta(x_t, z_t, y_t) = \min \left\{ \theta \mid (\theta x_t, z_t, y_t) \in \Psi^t \right\} \quad (1-50)$$

La fonction de distance de Shephard d'orientation réduction des inputs est définie comme l'inverse de la mesure de Farrell :

$$D_t^i(x_t, z_t, y_t) = [\theta(x_t, z_t, y_t)]^{-1} \quad (1-51)$$

Elle fournit une mesure normalisée de la distance entre la position de la combinaison arbitraire (x_t, z_t, y_t) dans l'espace des inputs/outputs au temps t et la frontière de l'ensemble de production à la même date, dans un hyperplan où les outputs et les inputs quasi-fixes restent constants. Cette fonction de distance est supérieure ou égale à un. Le cas particulier $D_t^i(x_t, z_t, y_t) = 1$ signifie qu'à la date t l'organisation en question est située sur la frontière d'efficacité et elle est déclarée efficace *au sens de Farrell*.

Toutefois cette fonction de distance est non observable et nous devons l'estimer à partir des données. Son estimateur, par rapport à la frontière des « *meilleures pratiques* » observées à la date t , est défini par :

$$\hat{D}_t^i(x_t, z_t, y_t | vrs) = \left[\hat{\theta}^{vrs}(x_t, z_t, y_t) \right]^{-1}, \quad (1-52)$$

$$\text{avec } \hat{\theta}^{vrs}(x_t, z_t, y_t) = \min \left\{ \theta \mid (\theta x_t, z_t, y_t) \in \hat{\Psi}^t \right\}.$$

Alors que son estimateur, par rapport à la frontière de la technologie de référence optimale, est défini par :

$$\hat{D}_t^i(x_t, z_t, y_t | crs) = \left[\hat{\theta}^{crs}(x_t, z_t, y_t) \right]^{-1}, \quad (1-53)$$

$$\text{avec } \hat{\theta}^{crs}(x_t, z_t, y_t) = \min \left\{ \theta \mid (\theta x_t, z_t, y_t) \in \hat{\Psi}_{crs}^t \right\}.$$

Nous définissons maintenant la fonction de distance des inputs associée à une combinaison inputs-outputs quelconque, observée à la date t_1 et évaluée par rapport à la technologie de la date t_2 :

$$D_t^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}) = \max \left\{ \delta > 0 \mid \left(\frac{x_{t_1}}{\delta}, z_{t_1}, y_{t_1} \right) \in \Psi^{t_2} \right\} \quad (1-54)$$

La fonction de distance $D_t^{t_1/t_2}$ fournit une mesure normalisée de la distance de la position d'une combinaison arbitraire $(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})$ dans l'espace des inputs-outputs, observée au temps t_1 par rapport à la frontière de l'ensemble de production observée au temps t_2 dans un hyperplan où les outputs et les inputs quasi-fixes restent constants.

Cette fonction de distance des inputs est la réciproque de la mesure de Farrell d'orientation réduction des inputs :

$$D_I^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}) = \left[\min \left\{ \theta \mid (\theta x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}) \in \Psi^{t_2} \right\} \right]^{-1} \quad (1-55)$$

Comme il n'est pas nécessaire que la combinaison $(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})$ soit un élément de Ψ^{t_2} et que $(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2})$ soit un élément de Ψ^{t_1} , les fonctions de distance $D_I^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})$ et $D_I^{t_2/t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2})$ peuvent être supérieures ou inférieures à 1.

Dans le cas particulier où $t_1 = t_2 = t$, nous obtenons une mesure d'efficacité relative à la technologie de la date courante et nous retrouvons les résultats du paragraphe 2 : l'inégalité $D_I^t(x_t, z_t, y_t) \geq 1$ et par suite $\theta(x_t, z_t, y_t) \leq 1$, signifiant que l'activité observée est située, à la date t , sur la frontière d'efficacité et elle est déclarée *efficace au sens de Farrell*.

L'*indice de productivité de Malmquist* avec inputs quasi-fixes d'orientation réduction des inputs variables est défini par rapport à une technologie de référence optimale de rendement d'échelle constant (*crs*), observée à la date t_1 :

$$M_I^{t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) = \frac{D_I^{t_2/t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} \mid crs)}{D_I^{t_1/t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} \mid crs)} \quad (1-56)$$

ou bien observée à la date t_2 :

$$M_I^{t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) = \frac{D_I^{t_2/t_2}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} \mid crs)}{D_I^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} \mid crs)} \quad (1-57)$$

Comme la date de référence est arbitraire, par convention l'*indice de Malmquist* est défini comme la moyenne géométrique de (1-56) et (1-57) :

$$\begin{aligned}
M_I^{t_1/t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) &= \left\{ M_I^{t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) \times M_I^{t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) \right\}^{\frac{1}{2}} \\
&= \left[\frac{D_I^{t_2/t_1} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | crs)}{D_I^{t_1/t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | crs)} \times \frac{D_I^{t_2/t_2} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | crs)}{D_I^{t_1/t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | crs)} \right]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
\tag{1-58}$$

A la lumière des travaux de Ouellette et Vierstraete (2004), Lovell (2003) et Ray et Desli (1997), nous pouvons décomposer l'indice de productivité de Malmquist de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
M_I^{t_1/t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) &= \left[\frac{D_I^{t_2/t_2} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_1/t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right] \\
&\times \left[\frac{D_I^{t_2/t_1} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_2/t_2} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)} \times \frac{D_I^{t_1/t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)}{D_I^{t_1/t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right]^{\frac{1}{2}} \\
&\times \left\{ \left[\frac{D_I^{t_2/t_1} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | crs) / D_I^{t_2/t_1} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_1/t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | crs) / D_I^{t_1/t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right] \right. \\
&\times \left. \left[\frac{D_I^{t_2/t_2} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | crs) / D_I^{t_2/t_2} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_1/t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | crs) / D_I^{t_1/t_2} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \\
&= TE\Delta \times T\Delta \times SE\Delta
\end{aligned}
\tag{1-59}$$

Le premier terme de cette décomposition est défini par

$$TE\Delta (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) = \left[\frac{D_I^{t_2/t_2} (x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_1/t_1} (x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right]
\tag{1-60}$$

Ce terme mesure la variation de l'efficacité technique de la date t_1 à la date t_2 par rapport à la technologie des « meilleures pratiques » de rendements d'échelle variables (*vrs*).

Le deuxième terme est défini par,

$$T\Delta(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) = \left[\frac{D_I^{t_2/t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_2/t_2}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)} \times \frac{D_I^{t_1/t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)}{D_I^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-61)$$

Ce terme est une moyenne géométrique qui mesure la variation de la technologie par rapport à la technologie des « meilleures pratiques ».

Enfin le troisième terme est défini par

$$\begin{aligned} S\Delta(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1}, x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2}) &= \left\{ \left[\frac{D_I^{t_2/t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | crs)}{D_I^{t_1/t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | crs)} / \frac{D_I^{t_2/t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_1/t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right] \right. \\ &\quad \times \left. \left[\frac{D_I^{t_2/t_2}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | crs)}{D_I^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | crs)} / \frac{D_I^{t_2/t_2}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2} | vrs)}{D_I^{t_1/t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1} | vrs)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\frac{SE^{t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2})}{SE^{t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})} \times \frac{SE^{t_2}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2})}{SE^{t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (1-62)$$

Ce terme mesure la contribution de l'économie d'échelle à la variation de la productivité de la date t_1 à la date t_2 . Il est défini comme la moyenne géométrique de deux ratios

d'efficacité à l'échelle : Le premier ratio, $\frac{SE^{t_1}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2})}{SE^{t_1}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})}$ est défini par rapport à la

technologie t_1 ; et le second ratio, $\frac{SE^{t_2}(x_{t_2}, z_{t_2}, y_{t_2})}{SE^{t_2}(x_{t_1}, z_{t_1}, y_{t_1})}$ est défini par rapport à la

technologie t_2 .

La valeur de l'indice de Malmquist peut être ≤ 1 selon que la productivité augmente ($M_I^{t_1/t_2} < 1$), stagne ($M_I^{t_1/t_2} = 1$) ou bien diminue ($M_I^{t_1/t_2} > 1$) de la période t_1 à la période t_2 .

Les trois composantes de l'*indice de Malmquist* ($TE\Delta, T\Delta$ ou bien $S\Delta$) peuvent contribuer à la variation de la productivité selon que leurs valeurs sont supérieures (contribution négative) ou bien inférieures (contribution positive) à 1.

5. Conclusion

Nous avons défini dans ce chapitre les frontières d'efficacité ainsi que les écarts par rapport à ces frontières, considérés comme des scores d'efficacité. Nous avons proposé en suite des estimateurs non paramétriques de ces scores. Enfin nous avons porté une généralisation de notre développement à l'analyse *intertemporel* de l'efficacité en utilisant l'*indice de productivité de Malmquist*. Notre approche a le mérite d'intégrer les inputs quasi-fixes dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité. Les estimateurs des scores d'efficacité et de l'*indice de Malmquist* sont ainsi définis en termes des inputs quasi-fixes.

L'objet du chapitre suivant serait de développer les assises statistiques des estimateurs non paramétriques de type DEA. Nous nous limitons à donner un aperçu sur l'état d'évolution des travaux dans ce domaine. Notre contribution sur les propriétés statistiques de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes fera plutôt l'objet du chapitre trois.

CHAPITRE 2

LES FONDEMENTS STATISTIQUES DE L'ANALYSE DE L'EFFICACITE : ÉTAT DE L'ART

1. Introduction

De nos jours, les aspects statistiques des estimateurs non paramétriques de type DEA et FDH font l'objet de débat. Nous visons par ce chapitre à donner un aperçu de l'évolution des travaux dans ce domaine.

Nous consacrons la section 2 à l'analyse standard de l'efficacité. Dans la section 3, nous voyons comment interpréter l'estimateur DEA/FDH comme estimateur par la Méthode du Maximum de Vraisemblance (MMV). Nous développons dans la section 4, les propriétés statistiques de l'estimateur DEA/FDH. Dans la section 5, nous étudions les méthodes utilisées pour faire de l'inférence statistique. Nous finissons le chapitre par une conclusion.

2. Analyse de l'efficacité

Dans cette section, nous définissons en premier lieu, l'ensemble de production empirique spécifié en termes d'une fonction monotone croissante (paragraphe 2.1) et en second lieu, la mesure de l'écart par rapport à cette fonction, interprétée comme une mesure d'efficacité (paragraphe 2.2).

2.1. Ensemble de production empirique et fonction de production monotone

Considérons une technologie de production qui transforme les inputs $x = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}_+^m$ en outputs $y = (y_1, \dots, y_s) \in \mathbb{R}_+^s$.

L'ensemble des possibilités de production est défini par :

$$\Psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+s} \mid (x, y) \text{ est réalisable}\} \quad (2-1)$$

et sa frontière par :

$$\partial\Psi = \{(x, y) \in \Psi, (\alpha x, \alpha^{-1}y) \notin \Psi \text{ pour } 0 < \alpha < 1\} \quad (2-2)$$

Nous disposons de n observations $\{(x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ de Ψ . L'analyse de l'efficacité par une méthode non paramétrique de type DEA/FDH commence par définir des hypothèses plausibles qui généralisent cet ensemble d'observations et caractérisent les ensembles de production « empiriques ». Plus particulièrement, divers ensembles vérifieront une partie ou la totalité des hypothèses suivantes :

Hypothèse H2.1 :

$$0 \in \Psi, (0, y) \in \Psi \Rightarrow y = 0;$$

Hypothèse H2.2 :

$$\Psi \cap \{(x, y) / x \leq x'\} \text{ est borné pour tout } x' \in \mathbb{R}_+^m;$$

Hypothèse H2.3 (Forte disposition des inputs et des outputs) :

$$(x, y) \in \Psi \Rightarrow (x', y') \in \Psi \text{ pour } (x', -y') \geq (x, -y);$$

Hypothèse H2.4 :

Ψ est un ensemble fermé ;

Hypothèse H2.5 (Extension radiale) :

Si $(x, y) \in \Psi$, alors $(\alpha x, \alpha y) \in \Psi$ pour tout $\alpha > 0$;

Hypothèse H2.6 (Convexité) :

Si $(x_j, y_j) \in \Psi, j = 1, \dots, n$ et $\lambda_j \geq 0$, des scalaires tels que $\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1$,
alors $(\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j) \in \Psi$

Hypothèse H2.7 (Inclusion des observations) :

$(x_j, y_j) \in \Psi, \forall j = 1, \dots, n$;

Hypothèse H2.8 (Minimalité) :

Ψ est l'ensemble *le plus petit* qui satisfait les autres hypothèses choisies.

Pour une discussion concernant ces hypothèses voir, entre autres, Yolalan (1990), Färe et Primont (1995), Charnes *et al.* (1985), Färe et Grosskopf (1984), Banker, Charnes et Cooper (1984), Färe et Lovell (1978) et Shephard (1970).

Mais sur la base d'une sélection de ces hypothèses, des ensembles de production particuliers sont utilisés pour l'analyse de l'efficacité.

Si nous adoptons les hypothèses H2.1-H2.8, alors nous obtenons l'*enveloppe convexe de libre disposition de l'ensemble des observations* qui est l'estimateur DEA de l'ensemble de production Ψ :

$$\hat{\Psi}_{DEA} = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (2-3)$$

Si nous n'imposons pas l'hypothèse de convexité (H2.6), alors nous obtenons l'*enveloppe de libre disposition de l'ensemble des observations* qui est l'estimateur FDH de Ψ :

$$\hat{\Psi}_{FDH} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+s} \mid x \geq x_j, y \leq y_j, (x_j, y_j), \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (2-4)$$

Il faut signaler que nous avons, d'une part $\hat{\Psi}_{DEA} \subseteq \Psi$ et par suite $\partial\Psi \subseteq \partial\hat{\Psi}_{DEA}$. D'autre par $\hat{\Psi}_{FDH} \subseteq \Psi$ et par suite $\partial\Psi \subseteq \partial\hat{\Psi}_{FDH}$.

Considérons maintenant :

$y^{(r)} = (y_1, \dots, y_{r-1}, y_{r+1}, \dots, y_s)$: le vecteur des outputs y dépourvu de la composante y_r ; et

$y^{(r)}(\gamma) = (y_1, \dots, y_{r-1}, \gamma, y_{r+1}, \dots, y_s)$: le vecteur des outputs où nous insérons la variable γ , comme la $r^{i\grave{e}me}$ composante dans le vecteur $y^{(r)}$.

Pour $r = 1, \dots, s$ nous définissons la fonction :

$$g_{\Psi}^r(x, y^{(r)}) = \max \left\{ \gamma \mid (x, y^{(r)}(\gamma)) \in \Psi \right\} \quad (2-5)$$

En se basant sur l'hypothèse de forte disposition (H2.3), nous pouvons en déduire que la fonction g_{Ψ}^r , pour $r = 1, \dots, s$ est monotone croissante en x . En d'autre terme, pour une fonction arbitraire \tilde{g} monotone croissante en x nous pouvons définir l'ensemble :

$$\Psi^r(\tilde{g}) = \left\{ (x, y^{(r)}(\gamma)) \in \Psi \mid \gamma \leq \tilde{g}(x, y^{(r)}) \right\} \quad (2-6)$$

Selon Park, Simar et Weiner (2000) nous avons,

$$\Psi^r(g_{\Psi}^r) = \Psi \quad (2-7)$$

En d'autres termes, l'ensemble de production peut être caractérisé en terme d'une fonction monotone de la façon suivante :

$$\Psi^r(g_{\Psi}^r(x, y^{(r)})) = \left\{ (x, y^{(r)}(\gamma)) \in \Psi \mid \gamma \leq g_{\Psi}^r(x, y^{(r)}) \right\} = \Psi \quad (2-8)$$

Dans le cas particulier d'un seul output ($s=1$), la fonction g_{Ψ} est unique et elle est appelée *fonction de production* :

$$g_{\Psi} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}, g_{\Psi}(x) = \max \{y \mid (x, y) \in \Psi\} \quad (2-9)$$

L'ensemble de production est défini dans ce cas par le graphe de la fonction g_{Ψ} :

$$\Psi = \max \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+1} \mid y \leq g_{\Psi}(x)\} \quad (2-10)$$

Dans la suite de ce chapitre, pour caractériser l'ensemble de production Ψ , nous considérons une fonction g_{Ψ}^r quelconque.

Sous les hypothèses H2.1-H2.8, la fonction g_{Ψ}^r vérifie les propriétés suivantes :

Propriété P2.1 (Monotonie de la fonction de production) :

Si $(x, y) \in \Psi$ et $\bar{x} \geq x$, alors $g_{\Psi}^r(\bar{x}, y^{(r)}) \geq g_{\Psi}^r(x, y^{(r)})$

Cette propriété découle de l'hypothèse de forte disposition (H2.3) et signifie que g_{Ψ}^r est monotone croissante en x .

Propriété P2.2 (Concavité de la fonction de production) :

Si $(x_j, y_j) \in \Psi$, $j = 1, \dots, n$ et $\lambda_j \geq 0$ sont des scalaires tels que $\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1$, alors

$$\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j g_{\Psi}^r(x_j, y_j^{(r)}) \leq g_{\Psi}^r\left(\sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j^{(r)}\right).$$

Cette propriété découle de l'hypothèse de convexité de l'ensemble de production (H2.6) ; elle signifie que la fonction g_{Ψ}^r est concave sur un ensemble de production convexe.

Propriété P2.3 (Extension radiale) :

Si $(x, y) \in \Psi$, alors $g_{\Psi}^r(\alpha x, \alpha y^{(r)}) \in \Psi$ pour tout $\alpha > 0$.

La propriété P2.3 découle de l'hypothèse d'extension radiale (H2.5) et elle signifie que les rendements d'échelle sont variables.

Propriété P2.4 (Enveloppement des observations) :

Pour toute observation $(x_j, y_j), j = 1, \dots, n$ nous avons $y_{ij} \leq g_{\Psi}^r(x_j, y_j^{(r)})$.

La propriété P2.4 découle de l'hypothèse H2.7 et veut dire que le niveau d'output observé ne peut, dans tous les cas, dépasser le niveau optimum situé sur la frontière de production.

Propriété P2.5 (Extrapolation minimum) :

Si la fonction $\tilde{g}_{\Psi}^r(\cdot)$ satisfait les propriétés P2.1, P2.2 et P2.4 ; alors

$$\tilde{g}_{\Psi}^r(x, y^{(r)}) \geq g_{\Psi}^r(x, y^{(r)}) \text{ pour tout } (x, y^{(r)}) \in \Psi.$$

Cette propriété découle de l'hypothèse de minimalité (H2.8) et veut dire que la valeur observée correspond à la meilleure pratique (*best practice*).

2.2. Estimation de l'efficacité

La mesure d'efficacité en inputs *au sens de Farrell* d'une combinaison arbitraire (x, y) de Ψ est définie par :

$$\theta(x, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, y) \in \Psi \} \tag{2-11}$$

Alternativement, la mesure d'efficacité en outputs *au sens de Farrell* de (x, y) est définie par :

$$\rho(x, y) = \max \{ \rho \mid (x, \rho y) \in \Psi \} \tag{2-12}$$

Dans le cas d'un seul output ($s = 1$), nous avons :

$$\rho(x, y) = \frac{g_{\Psi}(x)}{y} \quad (2-13)$$

En se basant sur l'échantillon $\{(x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$, les scores d'efficacité peuvent être estimés soit par la méthode DEA (paragraphe 2.2.1) soit par la méthode FDH (paragraphe 2.2.2).

2.2.1. L'estimateur DEA

L'estimateur DEA de l'efficacité en inputs d'une combinaison (x, y) de Ψ est défini par:

$$\hat{\theta}_{DEA}(x, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, y) \in \hat{\Psi}_{DEA} \}, \quad (2-14)$$

c'est-à-dire,

$$\hat{\theta}_{DEA}(x, y) = \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (2-15)$$

Puisque $\partial\Psi \subseteq \partial\hat{\Psi}$, nous avons,

$$\theta(x, y) \leq \hat{\theta}_{DEA}(x, y), \quad \forall (x, y) \in \Psi. \quad (2-16)$$

Ce qui veut dire que l'estimateur de l'efficacité en inputs surestime la vraie valeur de l'efficacité.

Alternativement, nous définissons l'estimateur de l'efficacité en outputs d'une combinaison (x, y) quelconque de Ψ :

$$\hat{\rho}_{DEA}(x, y) = \max \{ \rho \mid (x, \rho y) \in \hat{\Psi}_{DEA} \}, \quad (2-17)$$

c'est-à-dire,

$$\hat{\rho}_{DEA}(x, y) = \max \left\{ \rho \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, \rho y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (2-18)$$

Puisque $\Psi_{DEA} \subseteq \Psi$, l'estimateur de l'efficacité en outputs sous-estime la vraie valeur de l'efficacité et nous aurons,

$$\rho(x, y) \geq \hat{\rho}_{DEA}(x, y), \forall (x, y) \in \Psi \quad (2-19)$$

Finalement dans le cas particulier d'un seul output et plusieurs inputs, nous pouvons en déduire un estimateur de la fonction monotone concave enveloppant l'ensemble des observations :

$$g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x) = \max \left\{ y \mid (x, y) \in \hat{\Psi}_{DEA} \right\}. \quad (2-20)$$

2.2.2. L'estimateur FDH

Nous définissons l'estimateur FDH de l'efficacité en inputs de la combinaison (x, y) par:

$$\hat{\theta}_{FDH}(x, y) = \min \left\{ \theta \mid (\theta x, y) \in \hat{\Psi}_{FDH} \right\}, \quad (2-21)$$

c'est-à-dire,

$$\hat{\theta}_{FDH}(x, y) = \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq x_j, y \leq y_j, j = 1, \dots, n \right\}. \quad (2-22)$$

Alternativement, l'estimateur FDH de l'efficacité en outputs de la combinaison (x, y) est défini par :

$$\hat{\rho}_{FDH}(x, y) = \max \left\{ \rho \mid (x, \rho y) \in \hat{\Psi}_{FDH} \right\}, \quad (2-23)$$

c'est-à-dire,

$$\hat{\rho}_{FDH}(x, y) = \max \{ \rho \mid x \geq x_j, \rho y \leq y_j, j = 1, \dots, n \}. \quad (2-24)$$

Notons que l'estimateur FDH de l'efficacité en inputs $\hat{\theta}_{FDH}$ surestime la vraie valeur de l'efficacité ; alors que l'estimateur de l'efficacité en outputs $\hat{\rho}_{FDH}$ la sous-estime.

De plus, signalons que dans le cas particulier d'un seul output et plusieurs inputs, nous pouvons en déduire un estimateur de la fonction monotone concave enveloppant l'ensemble des observations :

$$g_{\hat{\Psi}_{FDH}}(x) = \max \{ y \mid (x, y) \in \hat{\Psi}_{FDH} \}. \quad (2-25)$$

Enfin, concernant la relation entre les deux estimateurs DEA et FDH nous observons que les estimateurs FDH des ensembles non convexes sont imbriqués dans leurs équivalents convexes (DEA), c'est-à-dire que : $\hat{\Psi}_{FDH} \subseteq \hat{\Psi}_{DEA}$.

Il en découle que les estimateurs des scores d'efficacité en inputs et en outputs non convexes sont plus élevés que leurs équivalents convexes : $\hat{\theta}_{DEA} \leq \hat{\theta}_{FDH}$ et $\hat{\rho}_{DEA} \leq \hat{\rho}_{FDH}$.

3. L'estimateur DEA/FDH est un estimateur par la Méthode du Maximum de Vraisemblance (MMV)

La Méthode du Maximum de Vraisemblance (MMV) consiste, étant donné l'ensemble des observations $\{(x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$, à prendre comme estimateur des « paramètres » d'une population les valeurs qui maximisent la vraisemblance de l'échantillon. Cependant dans la mesure d'efficacité non paramétrique, on n'a pas de paramètres. Ce qui est à estimer est plutôt la frontière d'un ensemble de production caractérisé par une fonction monotone. L'interprétation habituelle de la MMV ne s'applique pas à notre analyse.

Considérons une activité de production qui utilise m inputs ($m \geq 1$) pour produire un seul output ($s = 1$). La fonction de production associée à cette activité est définie par : $g_\Psi : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$; le graphe de cette fonction caractérise l'ensemble de production Ψ .

Une revue de la littérature dans le domaine qui cherche à développer les assises statistiques des modèles frontières non paramétriques, montre qu'il y a deux conceptions différentes de l'inconnu dans l'analyse de l'efficacité :

La première conception est l'œuvre de Banker (1993) et considère la fonction g_Ψ , en chaque inputs x_j , comme inconnue. Les valeurs $g_\Psi(x_j), j = 1, \dots, n$ jouent dans ce cas le rôle des « paramètres ». Cette conception fera l'objet du paragraphe 3.1.

La deuxième conception est l'œuvre de Korostelev, Simar et Tsybakov (1995). Pour ces auteurs, l'inconnu est plutôt le graphe de la fonction g_Ψ . Cette conception fera l'objet du paragraphe 3.2.

3.1. L'approche de Banker (1993)

Pour une organisation qui opère avec un niveau d'inputs donné x , l'image $g_\Psi(x)$ est le niveau d'output maximum réalisable. Une déviation par rapport à ce niveau est interprétée comme une mesure d'efficacité en outputs.

Formellement, pour toute observation (x_j, y_j) , nous considérons l'écart entre l'output observé et l'output optimal :

$$\Delta_j = g_\Psi(x_j) - y_j \geq 0 \text{ pour } j = 1, \dots, n \quad (2-26)$$

Par opposition à la mesure relative définie au paragraphe 2.2 : $\left(\rho_j = \frac{g_\Psi(x_j)}{y_j} \right)$, le terme

Δ_j est une mesure absolue de l'efficacité en outputs.

Dans la suite de cette section, nous cherchons à prouver que l'estimateur de $g_{\Psi}(x_j)$ par DEA maximise, sous certaines conditions, la vraisemblance de l'échantillon définie par :

$$L = \prod_{j=1}^{j=n} f_{\Delta}(\Delta_j) \quad (2-27)$$

Dans l'expression de la vraisemblance (2-27), les termes Δ_j sont supposés identiques, de même loi de probabilité f_{Δ} , indépendants entre eux et avec les variables (indépendantes) x_j (Zellner, Kmenta et Dreze, 1966).

Aigner et Chu (1968) suppose que la fonction de production g_{Ψ} est paramétrique et s'exprime comme une fonction linéaire de paramètres inconnus :

$$g_{\Psi}(x) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{i=m} \alpha_i x_i \quad (2-28)$$

Schmidt (1976) adoptent le point de vue de Aigner et Chu (1968), et prouve que si nous supposons que les Δ_j sont des variables aléatoires, indépendantes entre elles et indépendantes du choix du vecteur des inputs x_j et de même distribution de probabilité f_{Δ} , alors l'estimateur $\hat{\Delta}_j$ de Δ_j maximise la vraisemblance de l'échantillon.

La maximisation de la vraisemblance est équivalente à la minimisation de $\sum_j \Delta_j$ si f_{Δ} est une *exponentielle* ; et à la minimisation de $\sum_j \Delta_j^2$ si f_{Δ} est une *normale tronquée* ($|N(.,.)|$). Avec cette interprétation, Schmidt (1976) fonde les assises statistiques du modèle de Aigner et Chu (1968).

Banker (1993) prouve que, sous certaines conditions, la méthode DEA peut être interprétée de la même façon. En effet, l'auteur adopte les hypothèses suivantes concernant la densité de probabilité f_{Δ} :

Hypothèse A1 (Enveloppement) :

Les déviations (efficacités) Δ_j sont indépendantes et de même densité de probabilité $f_{\Delta}(\Delta)$ telle que $f_{\Delta}(\Delta) = 0$ pour tout $\Delta < 0$;

Hypothèse A2 (Monotonie de la fonction de densité) :

Si $0 \leq \Delta' \leq \Delta''$ alors $f_{\Delta}(\Delta') \geq f_{\Delta}(\Delta'')$, c'est-à-dire que f_{Δ} est monotone décroissante.

Sous ces hypothèses, Banker (1993) considère le problème de maximisation de la vraisemblance suivant :

$$\begin{aligned} \max_{g_{\Psi}(\cdot)} L &= \prod_{j=1}^{j=n} f_{\Delta}(\Delta_j) \\ \text{sc } g_{\Psi}(\cdot) &\text{ est monotone croissante et concave} && (2-1-29) && (2-29) \\ f_{\Delta}(\Delta) &= 0 \text{ pour } \Delta < 0 \text{ et } \Delta_j = g_{\Psi}(x_j) - y_j \geq 0 && (2-2-29) \end{aligned}$$

Dans le programme d'optimisation (2-29), la vraisemblance est maximisée sous réserve que la fonction de production est monotone, croissante et concave. Nous cherchons, dans ce programme à estimer la valeur de g_{Ψ} pour chaque niveau d'inputs observés x_j : $g_{\Psi}(x_j), j = 1, \dots, n$. Ces derniers termes jouent le rôle des paramètres dans le modèle de Aigner et Chu (1968).

La proposition suivante montre que l'estimateur DEA maximise la vraisemblance de l'échantillon, c'est-à-dire qu'il est une solution du programme (2-29).

Proposition 2.1 :

Si la densité de probabilité f_{Δ} satisfait les hypothèses A1 et A2, x_j et Δ_j sont indépendants et si $\hat{y}_j = g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_j)$ est un estimateur par DEA de $y_j = g_{\Psi}(x_j)$ pour

$j = 1, \dots, n$; alors $\hat{\Delta}_j = g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_j) - y_j$ est une solution du problème du maximum de vraisemblance (2-29).

Preuve : Banker (1993).

D'après la proposition 2.1 et en se basant sur la propriété P2.5, l'estimateur DEA minimise la déviation $\Delta_j = g_{\Psi}(x_j) - y_j$, pour $j = 1, \dots, n$. Donc, si f_{Δ} est monotone décroissante (ce qui est vérifiée d'après A2), alors la fonction de vraisemblance est maximisée par la plus faible valeur de Δ_j vérifiant les contraintes caractérisant la frontière de production ; et par suite l'estimateur DEA est un estimateur du maximum de vraisemblance.

Banker (1993) prouve dans une deuxième proposition, que l'hypothèse A2 adoptée dans la proposition 1 est une condition suffisante pour que l'estimateur DEA soit un estimateur par la méthode de vraisemblance.

Proposition 2.2 :

Si l'estimateur DEA $g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x)$ avec $\hat{\Delta}_j = g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_j) - y_j$ est une solution du problème du maximum de vraisemblance (2-29), pour toute observation $\{(x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$; et si les Δ_j sont identiques, indépendantes et de même densité de probabilité $f_{\Delta}(\Delta)$ telle que pour $0 < \Delta < \Delta''$, $f_{\Delta}(\Delta'') > 0$ implique $f_{\Delta}(\Delta) > 0$; alors $f_{\Delta}(\Delta)$ est monotone décroissante.

Preuve : Banker (1993)

Les propositions 2.1 et 2.2 montrent que si les déviations (efficacités) sont considérées comme des variables aléatoires de densité de probabilité monotone et décroissante, alors les conditions sur cette densité sont suffisantes et « presque » nécessaires pour que l'estimateur DEA soit un estimateur par MMV. Ceci prouve la robustesse du DEA par rapport à la méthode d'estimation paramétrique de la frontière de production de Aigner-

Chu qui est une estimation par la même méthode seulement dans le cas où la distribution de l'efficacité est *exponentielle* ou *normale tronquée*.

Cependant, alors que dans le modèle de Aigner-Chu le nombre de paramètres à estimer est indépendant de la taille de l'échantillon, dans le modèle DEA le nombre de « paramètre » lui est égal. Ce problème rend l'interprétation habituelle de la convergence de l'estimateur MMV non valable.

3.2. L'approche de Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b)

Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b) considèrent le problème d'estimation du support d'une densité de probabilité étant donné un échantillon issu de cette densité. Le support dans notre cas est l'ensemble de production Ψ , caractérisé par le graphe d'une fonction monotone avec un seul output et plusieurs inputs.

Formellement, considérons la fonction $g_{\Psi}(x_1, \dots, x_m)$ définie sur $[0,1]^m$ de \mathbb{R}^m telle que $0 \leq g_{\Psi}(x_1, \dots, x_m) \leq 1$ avec $m \geq 1$; et supposons que g_{Ψ} satisfasse une des conditions de monotonie ou de concavité.

L'ensemble de production peut être caractérisé par le graphe de la fonction g_{Ψ} :

$$\Psi = \left\{ (x_1, \dots, x_m, y) \in K = [0,1]^{m+1}; 0 \leq y \leq g_{\Psi}(x_1, \dots, x_m) \right\}. \quad (2-30)$$

Nous définissons sur l'ensemble Ψ , la mesure de *Lebesgue*, notée $mes(\Psi)$, telle que $mes(\Psi) \neq 0$.

Sous ces hypothèses Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b) prouvent que les estimateurs DEA et FDH maximisent la vraisemblance de l'échantillon. De plus, les auteurs montrent que ces estimateurs sont des statistiques *exhaustives*, dans le sens qu'ils résument toute l'information apportée par l'échantillon sur l'ensemble inconnu Ψ .

Désignons par,

C_{mon} : la classe de tous les ensembles Ψ issus d'une fonction frontière monotone $g_{\Psi}(x_1, \dots, x_m)$, telle que $mes(\Psi) \neq 0$; et

C_{con} : la classe de tous les ensembles Ψ issus d'une fonction frontière monotone et concave $g_{\Psi}(x_1, \dots, x_m)$, telle que $mes(\Psi) \neq 0$.

Définissons aussi la classe des ensembles convexes et monotones : $C_{mc} = C_{con} \cap C_{mon}$.

Soit Q une fonction continue strictement positive sur K et $u = (x_1, \dots, x_m, y) \in K$.

Nous supposons aussi que les observations $\{u_j = (x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ sont distribuées de façons identiques et indépendantes, suivant chacune la distribution de probabilité suivante :

$$f_{\Psi}(u) = Q(u) I\{u \in \Psi\} \frac{1}{\int_{\Psi} Q(u) du}, \quad u \in K ; \quad (2-31)$$

où $I(\cdot)$ désigne la fonction indicatrice.

Soit C l'une des classes C_{mon} , C_{conv} et C_{mc} . L'estimateur du maximum de vraisemblance de Ψ est défini par :

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} &= \arg \max_{\Psi} \prod_{j=1}^n \left\{ Q(u_j) I\{u_j \in \Psi\} \left[\int_{\Psi} Q(u) du \right]^{-1} \right\} \\ &= \arg \max_{\Psi} \prod_{j=1}^n \left\{ Q(u_j) \left[\int_{\Psi} Q(u) du \right]^{-1} \right\} \\ &= \arg \min_{\Psi} \int_{\Psi} Q(u) du \\ &= \arg \min_{\Psi} mes(\Psi) \end{aligned} \quad (2-32)$$

Nous avons en particulier,

$$\hat{\Psi} = \begin{cases} \hat{\Psi}_{FDH} & \text{si } C = C_{mon} \\ \hat{\Psi}_{DEA} & \text{si } C = C_{mc} \end{cases} \quad (2-33)$$

De plus, les auteurs montrent que si C est l'une des classes C_{mon} , C_{conv} et C_{mc} , alors l'estimateur $\hat{\Psi}$ est une statistique *exhaustive*.

En effet, la densité conjointe des observations peut être écrite de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} &= \arg \max_{\Psi} \prod_{j=1}^n \left\{ Q(u_j) I\{u_j \in \Psi\} \left[\int_{\Psi} Q(u) du \right]^{-1} \right\}, \\ &= \varphi_{\Psi}(\hat{\Psi}) h(u_1, \dots, u_n) \end{aligned} \quad (2-34)$$

où $\varphi_{\Psi}(\hat{\Psi}) = I\{\hat{\Psi} \subseteq \Psi\} \left[\int_{\Psi} Q(u) du \right]^{-n}$ et $h(u_1, \dots, u_n) = \prod_{j=1}^n Q(u_j)$.

D'après le critère de factorisation, $\hat{\Psi}$ est une statistique *exhaustive*.

Signalons enfin que, quoique les estimateurs DEA et FDH maximisent la vraisemblance de l'échantillon, leur nature ne permet pas d'utiliser les théorèmes habituels relatifs à la convergence des estimateurs par la MMV.

4. Les propriétés statistiques de l'estimateur DEA/FDH

Nous développons au départ le modèle statistique qui permet d'étudier les propriétés statistiques des estimateurs et assurent leur convergence. Nous passons en revue par la suite, l'état d'évolution des travaux sur les propriétés statistiques des estimateurs DEA et FDH, notamment celle de la convergence et du biais, ainsi que le comportement asymptotique.

4.1. Le modèle statistique

Le modèle statistique consiste en des hypothèses qui permettent de caractériser le *Processus Générateur des Données (PGD)* et assure la convergence des estimateurs.

En plus des hypothèses H2.1-H2.8, retenues au départ, nous adoptons les hypothèses suivantes :

Hypothèse H2.9 :

Les observations $\{(x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ sont les réalisations de n variables aléatoires identiques, indépendantes et de même densité de probabilité $f(x, y)$ (on dit qu'elles sont *i.i.d.*), définie sur l'ensemble de production convexe Ψ .

Cette hypothèse permet de caractériser l'ensemble de production en terme d'une densité de probabilité f :

$$\Psi = \{(x, y) \in \Psi \mid f(x, y) \geq 0\} \tag{2-35}$$

Hypothèse H2.10 :

La densité de probabilité $f(x, y)$ est continue sur l'intérieur de Ψ et pour tout $(x, y) \in \partial\Psi$, $f(x, y) > 0$.

Cette hypothèse signifie que f n'est pas continue aux points frontières ; ce qui assure l'attribution d'une probabilité non négligeable à ces points.

Hypothèse H2.11 :

La mesure d'efficacité $\theta(x, y)$ est différentiable sur ses deux arguments x et y .

Cette hypothèse définit le degré de lissage à appliquer sur la fonction frontière. Cependant, la caractérisation de la condition de lissage est ici plus forte que celle requise. En effet, Kneip, Park et Simar (1998) exigent que la mesure d'efficacité $\theta(x, y)$ soit *Lipschitzienne*. Nous revenons sur ce point dans le chapitre 3. Retenons pour le moment que le taux de convergence de l'estimateur dépend du degré de lissage à appliquer sur $\theta(x, y)$.

Enfin, la dernière hypothèse concerne la fonction monotone g^r_Ψ .

Hypothèse H2.12 :

La fonction g^r_Ψ est deux fois continuellement différentiable (i.e., de classe C^2).

4.2. Le biais et la convergence de l'estimateur DEA/FDH

Nous considérons la mesure d'efficacité en outputs et nous distinguons deux cas : le cas d'un seul output et plusieurs inputs ($s = 1$ et $m \geq 1$) fait l'objet du paragraphe 4.2.1 et le cas d'inputs et outputs multiples ($m \geq 1$ et $s \geq 1$) fait l'objet du paragraphe 4.2.2.

4.2.1. Le cas $s = 1$ et $m \geq 1$

Dans un problème d'estimation d'une frontière de production d'un seul output et plusieurs inputs, la propriété d'extrapolation minimum (P2.5) implique que, pour une combinaison particulière (x_0, y_0) de Ψ , l'estimateur DEA défini par $g_{\Psi_{DEA}}(x_0) = \hat{y}_0$ ne peut pas dépasser la vraie valeur fonctionnelle $g_\Psi(x_0) = y_0$. En s'appuyant sur cette proposition, Banker (1993) prouve que l'estimateur DEA de la fonction de production monotone et concave g_Ψ en x_0 est biaisé.

Désignons par $\omega_0 = \Delta_0 - \hat{\Delta}_0 = g_\Psi(x_0) - \hat{y}_0 \geq 0$, l'erreur d'estimation, appelé par Banker (1993) la mesure de la non « exactitude » de l'estimateur DEA du « paramètre $g_\Psi(x_0)$ ».

Le corollaire de la proposition suivante prouve que l'estimateur DEA est biaisé :

Proposition 2.3 :

Si les mesures d'efficacités Δ_j sont *i.i.d.* de même densité de probabilité f_Δ , alors pour tout réel $\alpha > 0$, $pr\{\omega_0 > \alpha\} \geq [1 - F(\alpha)]^n$ où $F(\alpha) = \int_0^\alpha f_\Delta(\Delta) d\Delta$ et n la taille de l'échantillon.

Preuve : Banker (1993).

D'où le corollaire suivant :

Corollaire 2.1 :

Si $F(0) < 1$, alors l'estimateur DEA est biaisé.

Preuve :

Si $F(0) < 1$, alors $E(\omega_0) = g_\Psi(x_0) - E(\hat{y}_0) = \int_0^\infty \omega_0 dpr\{\omega_0\} > 0$.

L'estimateur $g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0)$ est donc biaisé. Cependant, Banker (1993) établit sa convergence en probabilité vers la vraie fonction de production par la proposition suivante :

Proposition 2.4 :

Si la frontière de production $g_\Psi(x)$ est monotone croissante et concave pour $(x, y) \in \Psi$; et si x et Δ sont indépendamment distribués avec respectivement des densités de probabilité h et f_Δ telles que $h(x) > 0$ pour tout $(x, y) \in \Psi$, $f_\Delta(\Delta) = 0$ pour $\Delta < 0$ et

$F(\Delta) = \int_{-\infty}^\Delta f_\Delta(\Delta) d\Delta > 0$ pour tout $\Delta > 0$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} pr\left\{\left|g_\Psi(x_0) - g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0)\right| > 0\right\} = 0$.

Preuve : Banker (1993).

En observant les termes de la proposition 2.4, nous constatons qu'aucune structure n'est imposée à la distribution de probabilité $F(\Delta)$, seule la condition $F(\Delta) > 0$ pour tout $\Delta > 0$ est exigée. En particulier, il n'est pas demandé que la densité f_Δ soit monotone décroissante pour que l'estimateur soit convergent. Ce qui confirme ainsi, la robustesse de DEA par rapport au modèle paramétrique de Aigner et Chu (1968).

Cependant, Banker ne donne aucune indication sur le taux de convergence de l'estimateur. Ce dernier est étudié par Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b) qui montrent que le taux de convergence de l'estimateur $\hat{\Psi}$ dépend du critère choisi pour mesurer l'écart entre les deux ensembles (l'estimateur $\hat{\Psi}$ et le vrai ensemble Ψ).

Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a) utilisent la mesure de *Lebesgue* de la différence symétrique entre l'estimateur et le vrai ensemble, définie par $d_{\Delta}(\Psi, \hat{\Psi}) = mes(\Psi_{\Delta}\hat{\Psi})$; et prouvent le théorème suivant :

Théorème 2.1 :

Sous les hypothèses H2.1-H2.11 nous avons :

$$i) \lim_{n \rightarrow \infty} E_{\Psi} \left(n^{\frac{1}{m+1}} d_{\Delta}(\Psi, \hat{\Psi}_{FDH}) \right) \leq w_1$$

$$ii) \lim_{n \rightarrow \infty} E_{\Psi} \left(n^{\frac{2}{m+2}} d_{\Delta}(\Psi, \hat{\Psi}_{DEA}) \right) \leq w_2$$

L'opérateur E_{Ψ} désigne l'espérance mathématique du vecteur des observations et les termes w_1 et w_2 sont des constantes positives.

Preuve : Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a)

Trois résultats fondamentaux sont à tirer de ce théorème :

- Le premier est que les estimateurs $\hat{\Psi}_{DEA}$ et $\hat{\Psi}_{FDH}$ sont asymptotiquement sans biais et ils sont convergents en probabilité vers Ψ .

- Le deuxième est que,

$d_{\Delta}(\Psi, \hat{\Psi}_{DEA}) = O_p\left(n^{-\frac{2}{m+2}}\right)$ et $d_{\Delta}(\Psi, \hat{\Psi}_{FDH}) = O_p\left(n^{-\frac{1}{m+1}}\right)$, c'est-à-dire que l'estimateur DEA, avec un taux d'ordre $\left(n^{-\frac{2}{m+2}}\right)$, converge plus vite que l'estimateur FDH avec un taux d'ordre $\left(n^{-\frac{1}{m+1}}\right)$. En fait, c'est le prix à payer par l'estimateur FDH pour avoir relâcher l'hypothèse de convexité de l'ensemble de production (H2.6).

- Enfin, les deux taux de convergence se détériorent si m augmente. Ce phénomène est connu sous le nom de *malédiction de la dimensionnalité* (*curse of dimensionality*) et il est souvent rencontré dans les problèmes d'estimation non paramétriques ; et signifie que si la dimension du problème est élevée, alors l'estimateur converge lentement. Dans ce cas, les recherches empiriques demandent une grande quantité de données pour avoir un estimateur plus précis.

Dans un autre travail, Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a) utilisent la métrique de *Hausdorff* entre l'estimateur $\hat{\Psi}_{FDH}$ et le vrai ensemble Ψ définie par :

$$d_H(\Psi, \hat{\Psi}_{FDH}) = \max \left\{ \max_{z \in \Psi} d(z, \hat{\Psi}_{FDH}), \max_{z \in \hat{\Psi}_{FDH}} d(z, \Psi) \right\}, \quad (2-36)$$

où $d(z, A) = \min_{w \in A} |z - w|$ est la distance Euclidienne entre un point z et un ensemble A .

En utilisant la métrique de *Hausdorff*, les auteurs prouvent que

$$E \left[\left(\frac{n}{\log n} \right)^{\frac{1}{m+1}} d_H(\Psi, \hat{\Psi}_{FDH}) \right] \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0. \quad (2-37)$$

La proposition (2-37) signifie que l'estimateur FDH est asymptotiquement sans biais et que le taux de convergence est d'ordre $\left(\frac{n}{\log n}\right)^{-\frac{1}{m+1}}$ et il diminue si m augmente, c'est-à-dire que le phénomène de *la malédiction de la dimensionnalité* persiste encore.

Enfin en comparant la proposition (2-37) avec le résultat du théorème 2.1, nous constatons que le taux de convergence dépend de la métrique utilisée pour évaluer l'écart entre l'estimateur et le vrai ensemble.

4.2.2. Le cas $s \geq 1$ et $m \geq 1$

La convergence de l'estimateur DEA dans le cas multidimensionnel est l'œuvre de Kneip, Park et Simar (1998). A la différence de Banker (1993) et Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b), les auteurs étudient la convergence du score d'efficacité pour une combinaison particulière de Ψ plutôt que la convergence de l'ensemble de production tout entier.

En particulier, les auteurs établissent le comportement asymptotique de $\left(\hat{\theta}_{DEA}(x, y) - \theta(x, y)\right)$ pour $(x, y) \in \Psi$ en utilisant le théorème suivant :

Théorème 2.2 :

Sous les hypothèses H2.1-H2.11, nous avons pour tout $(x, y) \in \Psi$:

$$\hat{\theta}_{DEA}(x, y) - \theta(x, y) = O_p\left(n^{-\frac{2}{m+s+1}}\right).$$

Preuve : Kneip, Park et Simar (1998).

D'après ce théorème, le taux de convergence est d'ordre $\left(n^{-\frac{2}{m+s+1}}\right)$ et se détériore si la dimension du problème augmente (phénomène de *la malédiction de la dimensionnalité*).

Mais il est considéré par les auteurs comme un optimum, dans le sens qu'on ne peut pas trouver un estimateur qui converge aussi rapidement.

Quant à l'estimateur FDH, sa convergence dans le cas multidimensionnel est établie par Park, Simar et Weiner (2000) pour une mesure d'efficacité en outputs, à travers le corollaire du théorème suivant :

Théorème 2.3 :

Considérons la mesure d'efficacité en outputs et adoptons les hypothèses H2.1-H2.11, alors nous avons :

$$\text{Pour tout } \alpha > 0, P\left(n^{\frac{1}{m+s}}(\rho(x, y) - \hat{\rho}_{FDH}(x, y)) \leq \alpha\right) = 1 - \exp(-\mu\alpha)^{m+s} + o(1)$$

Preuve : Park, Simar et Weiner (2000).

D'où le corollaire suivant :

Corollaire 2.2 :

$$(i) \hat{\rho}_{FDH}(x, y) - \rho(x, y) = O_p\left(n^{-\frac{1}{m+s}}\right)$$

$$(ii) \hat{\rho}_{FDH}(x, y) - \rho(x, y) \stackrel{Asy}{\sim} Weibull(n\mu^{m+s}, m+s)$$

D'après ce corollaire, l'estimateur FDH converge avec un taux d'ordre $\left(n^{-\frac{1}{m+s}}\right)$ et dépend de la dimension du problème (*la malédiction de la dimensionnalité*). De plus, le théorème établit une distribution d'échantillonnage asymptotique pour l'estimateur FDH.

4.3. Le comportement asymptotique de l'estimateur DEA/FDH

Gijbel *et al.* (1999) déterminent la distribution d'échantillonnage asymptotique de l'estimateur DEA dans le cas bivarié ($s = m = 1$). Le cas multivarié ($s \geq 1$ et $m \geq 1$) est

développé par Kneip, Simar et Wilson (2003). Pour l'estimateur FDH, Park, Simar et Weiner (2000) établissent une distribution d'échantillonnage asymptotique dans le cas multivarié.

4.3.1. La distribution d'échantillonnage de l'estimateur DEA

4.3.1.1. Les travaux de Gijbel *et al.* (1999)

Nous considérons la mesure d'efficacité en outputs et le cas particulier ($s=m=1$).

Sous les hypothèses H2.1-H2.12, les observations $\{(x_j, y_j), j=1, \dots, n\}$ sont *i.i.d* de même densité de probabilité f sur \mathbb{R}^2 . Le support de f peut être défini de la façon suivante :

$$\Psi = \{(x, y) \mid f(x, y) \geq 0\} = \{(x, y) \mid y \leq g_\Psi(x)\} \quad (2-37)$$

Rappelons que g_Ψ est une fonction concave, monotone croissante et s'interprète comme la borne supérieure du support de la densité f . L'estimateur DEA de g_Ψ en x_0 est alors défini par :

$$g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) = \sup\{y \mid (x_0, y) \in \hat{\Psi}_{DEA}\} \quad (2-38)$$

D'après le théorème 2.2 de Kneip, Park et Simar (1998), l'estimateur $g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0)$ converge vers $g_\Psi(x_0)$ avec un taux $n^{-\frac{2}{3}}$. En se basant sur ce résultat, Gijbel *et al.* (1999) étudient la distribution limite de $n^{\frac{2}{3}}(g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - g_\Psi(x_0))$ et développent le théorème suivant :

Théorème 2.4 :

Sous les hypothèses H2.1-H2.12, nous avons,

$$\text{pour tout } \alpha < 0, P\left\{n^{\frac{2}{3}}(g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - g_\Psi(x_0)) \leq \alpha\right\} = \int_0^\infty h(v, \alpha) dv + o(1);$$

où $h(v, \alpha) = \left(\frac{1}{2}\right) b_0 (b_2 v^2 - \alpha) \exp \left\{ -\left(\frac{1}{6}\right) b_0 b_2^{-2} v^{-3} (b_2 v^2 - \alpha)^3 \right\}$, $b_0 = f(x_0, g_\Psi(x_0))$,

$b_1 = g_\Psi'(x_0)$ et $b_2 = -\frac{g_\Psi''(x_0)}{2}$.

Preuve : Gijbel *et al.* (1999).

En faisant le changement de variable : $v = \sqrt{-\frac{\alpha}{b_2}} u$ dans l'intégrale du second membre du théorème 2.4, nous obtenons le corollaire suivant :

Corollaire 2.2 :

Sous les mêmes hypothèses du théorème 2.4 et pour $\alpha < 0$, nous avons :

$$P \left\{ n^{\frac{2}{3}} \left(\frac{b_0^2}{b_2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - g_\Psi(x_0) \right) \leq \alpha \right\} = \int_0^\infty \varphi(u, \alpha) du + o(1) = G(\alpha) + o(1);$$

où $G(\alpha) = \int_0^\infty \varphi(u, \alpha) du$ et $\varphi(u, \alpha) = \left(\frac{1}{2}\right) (-\alpha)^{\frac{3}{2}} (1+u^2) \exp \left\{ -\left(\frac{1}{6}\right) (-\alpha)^{\frac{3}{2}} (u+u^{-1})^3 \right\}$.

L'intégrale dans ce corollaire est calculée par une procédure numérique.

Nous déduisons de ce corollaire une estimation du *Biais Asymptotique (BA)*, de la *Variance Asymptotique (VA)* et de l'*Erreur Quadratique Moyenne Asymptotique (EQMA)*:

$$BA \text{ de } g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) = -n^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{b_2}{b_0^2} \right)^{\frac{1}{3}} u_1 \quad (2-39)$$

$$VA \text{ de } g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) = n^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{b_2}{b_0^2} \right) u_2 \quad (2-40)$$

$$EQMA \text{ de } g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) = n^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{b_2}{b_0^2} \right)^{\frac{2}{3}} (u_1^2 + u_2) \quad (2-41)$$

où,

$$u_1 = \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi(u, -\alpha) dud\alpha = 2,6^{\frac{2}{3}} \frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{9} \approx 0,99359976 ; \text{ et}$$

$$u_2 = 2 \int_0^\infty \int_0^\infty z\varphi(u, -\alpha) dud\alpha - u_1^2 = 4,6^{\frac{1}{3}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{15} - u_1^2 \approx (0,310880687)^2.$$

4.3.1.2. Les travaux de Kneip, Simar et Wilson (2003)

Kneip, Simar et Wilson (2003) étudient le comportement asymptotique de l'estimateur DEA dans le cas multivarié ($s \geq 1$ et $m \geq 1$).

Les auteurs commencent leurs analyses en prouvant le lemme suivant :

Lemme 2.1 :

Sous les hypothèses H2.1-H2.11, nous avons pour (x, y) appartenant à Ψ et pour $\alpha > 0$:

$$\Pr\left(\frac{\hat{\theta}(x, y)}{\theta(x, y)} - 1 \leq \alpha n^{-\frac{2}{m+s+1}}\right) = \Pr(A[\alpha, n]),$$

où $A[\alpha, n]$ désigne l'évènement suivant :

il existe $\alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_n \geq 0$ avec $\sum_{j=1}^{j=n} \alpha_j = 1$, tel que $\sum_{j=1}^{j=n} \alpha_j z_j = 0$, $\sum_{j=1}^{j=n} \alpha_j y_j = y$ et

$$\sum_{j=1}^{j=n} \alpha_j \frac{g_x(\theta_j z_j, y_j)}{\theta_j g_x(0, y)} - 1 \leq \alpha n^{-\frac{2}{m+s+1}},$$

où $\theta_j = \theta(x_j, y_j)$, $z_j = x_j - \frac{x^T x_j}{\|x\|^2} x$ et $g_x(z, y) = \inf \left\{ \xi > 0 \mid \left(\xi \frac{x}{\|x\|} + z, y \right) \in \Psi \right\}$.

Ils considèrent ensuite l'espace $V(x)$ de dimension $(m-1)$ défini par tous les vecteurs $z \in \mathbb{R}^m$ tels que $z^T x = 0$ et une base orthonormée $z^{(1)}, \dots, z^{(m-1)}$ de $V(x)$. Ainsi, tout vecteur $z_j \in V(x)$ peut s'exprimer sous la forme $z_j = \sum_{i=1}^{m-1} \varsigma_{ij} z^{(i)}$.

Désignons maintenant par $\varsigma_j = (\varsigma_{1j}, \dots, \varsigma_{m-1,j})$, \bar{f}_x la densité de $(\theta_j, \varsigma_j, y_j)$ définie sur $[0,1] \times \mathbb{R}^{m-1} \times \mathbb{R}^s$ et par $(\tilde{v}_1, \tilde{\varsigma}_1, \tilde{y}_1), (\tilde{v}_2, \tilde{\varsigma}_2, \tilde{y}_2), \dots$ une suite de variables aléatoires uniformes sur $[0,1] \times [-1,1]^{m-1} \times [-1,1]^s$.

Enfin, appelons $U[\xi, k]$ pour $k \in \mathbb{N}$, l'évènement suivant :

Il existe $\alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_k \geq 0$ avec $\sum_{j=1}^{j=k} \alpha_j = 1$, tel que $\sum_{j=1}^{j=k} \alpha_j \tilde{y}_j = 0$, $\sum_{j=1}^{j=n} \alpha_j \tilde{z}_j = 0$ avec

$$\tilde{z}_j = \sum_{i=1}^{m-1} \varsigma_{ij} z_i \text{ et}$$

$$\sum_{j=1}^k \alpha_j \frac{1}{2g_x(0, y)} \left[\tilde{z}_j^T g_{x,zz}''(0, y) \tilde{z}_j + 2\tilde{z}_j^T g_{x,zy}''(0, y) \tilde{y}_j + \tilde{y}_j^T g_{x,yy}''(0, y) \tilde{y}_j \right] + \sum_{j=1}^{j=k} \alpha_j \nu_j \leq \xi$$

où nous utilisons la matrice $g''(x; 0, y) = \begin{bmatrix} g_{x;zz}''(0, y) & g_{x;zy}''(0, y) \\ g_{x;zy}''(0, y) & g_{x;yy}''(0, y) \end{bmatrix}$ pour désigner la

matrice des dérivées secondes de g_x en $(0, y)$.

Sous ses hypothèses, les auteurs établissent le théorème suivant :

Théorème 2.5 :

Sous les hypothèses H2.1-H2.11, considérons

$$F_x(\alpha) = \lim_{k \rightarrow \infty} \Pr \left(U \left[\alpha \frac{\bar{f}_x(1,0,y)^{\frac{2}{m+s+1}}}{k^{\frac{2}{m+s+1}}}, k \right] \right), \text{ pour } -\infty < \alpha < \infty.$$

Alors, F_x est une fonction continue avec $F_x(0) = 0, 0 \leq F_x(\alpha) < 1$ et

$$\begin{aligned} F_x(\alpha) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \Pr \left[n^{\frac{2}{m+s+1}} \left(\frac{\hat{\theta}(x,y)}{\theta(x,y)} - 1 \right) \leq \alpha \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \Pr(A[\alpha, n]) \\ &= \lim_{h \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} \Pr \left(U \left[\frac{\alpha}{h^2}, k \right] \right) \frac{h^{k(m+s+1)} \bar{f}_x(1,0,y)^k}{k!} e^{-h^{m+s+1} \bar{f}_x(1,0,y)} \end{aligned}$$

Le théorème 2.5 fournit une distribution limite pour l'estimateur DEA qui dépend de plusieurs paramètres inconnus difficiles à estimer, il s'agit essentiellement des valeurs de $\bar{f}_x(1,0,y)$, $g_x(0,y)$ et $g_x''(0,y)$.

Dans le but de contourner cette difficulté, Kneip, Simar et Wilson (2003) développent sur la base du même théorème deux procédures *bootstrap* convergentes (une basée sur le sous-échantillonnage et l'autre sur le lissage) qui permettent de construire des intervalles de confiance. Nous reviendrons sur la méthodologie *bootstrap*. Retenons pour le moment que c'est une méthode de calcul non paramétrique basée sur la technique de simulation de Monte Carlo qui permet de simuler la distribution d'un estimateur en augmentant la dimension de l'échantillon à partir de ses propres éléments constitutifs.

4.3.2. La distribution d'échantillonnage de l'estimateur FDH

Pour l'estimateur FDH, Park, Simar et Weiner (2000) établissent par le corollaire 2.2 du théorème 2.3 la distribution d'échantillonnage de l'estimateur FDH de la mesure d'efficacité en outputs :

$$(ii) \hat{\rho}_{FDH}(x,y) - \rho(x,y) \stackrel{Asy}{\sim} Weibull(n\mu^{m+s}, m+s).$$

En se basant sur ce résultat, Park, Simar et Weiner (2000) montrent que :

$$E\left[\left(\rho(x, y) - \hat{\rho}_{FDH}(x, y)\right)^r\right] = c_r \mu^{-r} n^{-\frac{r}{m+s}} + o\left(n^{-\frac{r}{m+s}}\right) \quad (2-42)$$

avec $c_r = \Gamma\left(\frac{m+s+r}{m+s}\right)$, où Γ est la fonction Gamma et μ , une constante qui dépend du *Processus Générateur des Données (PGD)*.

L'erreur moyenne et l'erreur quadratique sont donc :

$$E\left[\left(\rho(x, y) - \hat{\rho}_{FDH}(x, y)\right)\right] = c_1 \mu^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}} + o\left(n^{-\frac{1}{m+s}}\right), \quad (2-43)$$

où $c_1 = \Gamma\left(\frac{m+s+1}{m+s}\right)$; et

$$E\left[\left(\rho(x, y) - \hat{\rho}_{FDH}(x, y)\right)^2\right] = c_2 \mu^{-2} n^{-\frac{2}{m+s}} + o\left(n^{-\frac{2}{m+s}}\right), \quad (2-44)$$

où $c_2 = \Gamma\left(\frac{m+s+2}{m+s}\right)$.

Des équations (2-43) et (2-44), nous déduisons une estimation du *biais asymptotique (BA)* et de l'*Erreur Quadratique Moyenne Asymptotique (EQMA)* :

$$BA \text{ de } \hat{\rho}_{FDH}(x, y) = c_1 \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}}, \quad (2-45)$$

et

$$EQMA \text{ de } \hat{\rho}(x, y) = c_2 \hat{\mu}^{-2} n^{-\frac{2}{m+s}} \quad (2-46)$$

Le terme $\hat{\mu}$ dans les deux expressions est un estimateur convergent de μ .

5. Mesure d'efficacité et inférence statistique

Dans cette section, nous passons en revue les méthodes utilisées pour construire des intervalles de confiance pour les scores d'efficacité (paragraphe 5.1.) et les procédures développées pour résoudre quelques problèmes de tests d'hypothèses statistiques concernant le processus de production (paragraphe 5.2.).

5.1. Estimation par intervalle de confiance

5.1.1. Un intervalle de confiance par l'estimateur DEA

Dans le cas bivarié ($m=s=1$), nous pouvons utiliser le corollaire de Gijbel *et al.* (1999) pour construire un intervalle de confiance asymptotique de la mesure d'efficacité en outputs par DEA :

Définissons

$$B(x) = \left\{ -\frac{g_{\Psi}(x)}{(2f^2(x, g_{\Psi}(x)))} \right\}^{\frac{1}{3}}. \quad (2-47)$$

D'après Gijbel *et al.* (1999), un estimateur du biais asymptotique est défini par :

$$\text{Biais asymptotique} = -n^{-\frac{2}{3}}u_1B(x). \quad (2-48)$$

Il en découle un estimateur DEA à biais corrigé de g_{Ψ} défini par :

$$\tilde{g}_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x) = g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x) - n^{-\frac{2}{3}}u_1\hat{B}(x), \quad (2-49)$$

où $\hat{B}(x)$ est un estimateur convergent de $B(x)$.

Pour estimer le terme $B(x)$, Gijbel *et al.* (1999) proposent une procédure qui se base sur les observations et les paramètres de lissage de la densité f et de la fonction de production g_ψ .

En nous basant sur le théorème de Gijbel *et al.* (1999) et son corollaire, nous pouvons, construire des intervalles de confiance asymptotiques pour $g_\psi(x_0)$ en utilisant soit $g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0)$ ou bien l'estimateur à biais corrigé $\tilde{g}_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0)$ de la façon suivante.

Supposons que nous voulions construire un intervalle de confiance asymptotique pour $g_\psi(x_0)$ au niveau de confiance $100 \times (1 - \alpha)\%$. Alors nous avons :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} pr \left\{ g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) z_{\frac{1-\alpha}{2}} \leq g_\psi(x_0) \leq g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) z_{\frac{\alpha}{2}} \right\} = 1 - \alpha, \quad (2-50)$$

ou bien,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} pr \left\{ \tilde{g}_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}} + c_1 \right) \leq g_\psi(x_0) \leq \tilde{g}_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) \left(z_{\frac{\alpha}{2}} + c_1 \right) \right\} = 1 - \alpha \quad (2-51)$$

Les quantités $z_{\frac{\alpha}{2}}$ et $z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ sont des quantiles tels que :

$$G\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2} \text{ et } G\left(z_{\frac{1-\alpha}{2}}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}, \text{ où } G \text{ est la fonction de répartition empirique.}$$

Ces derniers sont indépendants de x_0 et ils sont calculés numériquement.

D'où un intervalle de confiance asymptotique pour $g_\psi(x_0)$:

$$\left[g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}} + u_1 \right), g_{\hat{\Psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) \left(z_{\frac{\alpha}{2}} + u_1 \right) \right], \quad (2-52)$$

ou bien,

$$\left[\tilde{g}_{\hat{\psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}} + u_1 \right), \tilde{g}_{\hat{\psi}_{DEA}}(x_0) - n^{\frac{2}{3}} \hat{B}(x_0) \left(z_{\frac{\alpha}{2}} + u_1 \right) \right]. \quad (2-53)$$

Dans le cas bivarié, nous pouvons retrouver des intervalles de confiance pour les scores d'efficacité en outputs en utilisant l'équation (2-12).

5.1.2. Un intervalle de confiance pour l'estimateur FDH

D'après Park, Simar et Weiner (2000), un estimateur FDH à biais corrigé de g_ψ est défini par :

$$\tilde{\rho}_{FDH}(x, y) = \hat{\rho}_{FDH}(x, y) + c_1 \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}}. \quad (2-54)$$

Pour construire un intervalle de confiance, nous désignons par z_α , le quantile d'ordre α de la distribution de *Weibull* $W(1, m+s)$, c'est-à-dire $z_\alpha = (-\log(1-\alpha))^{\frac{1}{m+s}}$.

Alors, nous avons :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} pr \left\{ \hat{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) \leq \rho(x_0, y_0) \leq \hat{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) + \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}} z_{1-\alpha} \right\} = 1 - \alpha; \quad (2-55)$$

ou bien,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} pr \left\{ \tilde{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) - c_1 \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}} \leq \rho(x_0, y_0) \leq \tilde{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) + \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}} (z_{1-\alpha} - c_1) \right\} = 1 - \alpha \quad (2-56)$$

D'où un intervalle de confiance asymptotique pour $g_\psi(x_0)$:

$$\left[\hat{\rho}_{FDH}(x_0, y_0), \hat{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) + \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}} z_{1-\alpha} \right], \quad (2-57)$$

ou bien,

$$\left[\tilde{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) - c_1 \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}}, \tilde{\rho}_{FDH}(x_0, y_0) + \hat{\mu}^{-1} n^{-\frac{1}{m+s}} (z_{1-\alpha} - c_1) \right]. \quad (2-58)$$

5.2. Les tests d'hypothèse statistiques

A notre connaissance, les problèmes de tests d'hypothèses statistiques dans l'analyse de l'efficacité n'ont pas dépassé le stade du développement théorique. Cette insuffisance peut être expliquée par la difficulté de déterminer une distribution asymptotique pour la statistique du test.

Les auteurs ont tendance à imposer une distribution paramétrique aux estimateurs des scores d'efficacité et à supposer que ces scores sont indépendants pour pouvoir estimer la région critique (voir par exemple les travaux de Banker 1993, 1996 ; Kittelsen, 1997). Dans ce cas, la puissance du test est évaluée en utilisant les techniques de simulation de Monte Carlo.

Les problèmes de test développés dans ces travaux concerne souvent la comparaison de deux groupes d'organisations afin de savoir pourquoi un groupe est plus efficace qu'un autre.

Nous nous referons à Banker (1993, 1996) pour présenter quelques problèmes de tests statistiques développés dans la littérature.

Considérons la mesure d'efficacité en outputs, nous supposons un seul output et plusieurs inputs ($s = 1$ et $m \geq 1$) et nous désignons par T_1 et T_2 deux types d'efficacité. Nous appelons G_1 le groupe d'organisation vérifiant le type d'efficacité T_1 dans l'échantillon $\{(x_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ et G_2 le groupe d'organisation vérifiant le type d'efficacité T_2 dans le même échantillon :

$$G_1 \equiv \{1, \dots, n\} \cap T_1 \text{ et } G_2 \equiv \{1, \dots, n\} \cap T_2 \text{ avec } G_1 \cap G_2 = \emptyset.$$

Nous supposons de plus que, $\text{card } G_1 = n_1$ et $\text{card } G_2 = n_2$.

La statistique utilisée pour mener le test dépend de l'hypothèse adoptée concernant la distribution de l'efficacité. Banker (1993, 1996) considère les trois cas suivants :

Cas 1 :

Nous supposons que : $\rho_{j \in G_i} \sim \exp\left(\frac{1}{1 + \sigma_i}\right), i = 1, 2$; alors

$$\frac{\sum_{j \in G_i} 2(\hat{\rho}_{j \in G_i} - 1)}{\sigma_i} \stackrel{asym}{\sim} \chi^2(2n_i); i = 1, 2 \quad (2-59)$$

Les hypothèses du test sont :

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ (les deux types d'efficacité T_1 et T_2 ont la même distribution)

$H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$ (le premier type T_1 est en moyenne moins efficace que le type T_2)

La statistique utilisée est :

$$STAT = \frac{\left[\frac{\sum_{j \in G_1} (\hat{\rho}_{j \in G_1} - 1)}{n_1} \right]}{\left[\frac{\sum_{i \in G_2} (\hat{\rho}_{j \in G_2} - 1)}{n_2} \right]} \stackrel{asym}{\sim} F(2n_1, 2n_2). \quad (2-60)$$

Enfin la règle de décision est :

$$\text{rejeter } H_0 \text{ si : } STAT > F_\alpha(2n_1, 2n_2) \quad (2-61)$$

Cas 2 :

Nous supposons que la variable $\mathcal{G}_{j \in G_i} = \rho_{j \in G_i} - 1 \sim |N(0, \sigma_i)|$; $i = 1, 2$; alors

$$\frac{\sum_{j \in G_i} (\hat{\rho}_{j \in G_i} - 1)^2}{\sigma_i} \stackrel{asym}{\sim} \chi^2(n_i); i = 1, 2 \quad (2-62)$$

Les hypothèses du test sont :

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ (les deux types d'inefficacité T_1 et T_2 ont la même distribution)

$H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$ (le premier type T_1 est en moyenne moins efficace que le type T_2)

La statistique utilisée est :

$$STAT = \frac{\left[\frac{\sum_{j \in G_1} (\hat{\rho}_{j \in G_1} - 1)^2}{n_1} \right]}{\left[\frac{\sum_{i \in G_2} (\hat{\rho}_{j \in G_2} - 1)^2}{n_2} \right]} \stackrel{asym}{\sim} F(n_1, n_2) \quad (2-63)$$

La règle de décision est :

rejeter H_0 si : $STAT > F_\alpha(n_1, n_2)$

Cas 3 :

Aucune hypothèse sur la distribution de l'inefficacité.

Soit F_{G_1} et F_{G_2} les deux distributions cumulatives, successivement de T_1 et T_2 . Le test de *Kolmogorov-Smirnov*³ s'appuie sur la distance maximale verticale entre la distribution empirique $\hat{F}_{G_1}(\hat{\rho}_j)$ de $\hat{\rho}_j$ dans G_1 et la distribution empirique $\hat{F}_{G_2}(\hat{\rho}_j)$ de $\hat{\rho}_j$ dans G_2 .

Les hypothèses du test sont :

$H_0 : F_{G_1} = F_{G_2}$ (les deux types d'inefficacité T_1 et T_2 ont la même distribution).

³ Voir par exemple Lecoutre et Tassi (1987) pour ce type de test.

$H_1 : F_{G_1} > F_{G_2}$ (la distribution de T_1 est plus élevée que T_2).

La statistique utilisée est la suivante :

$$STAT = \max \left\{ \hat{F}_{G_1}(\hat{\rho}_j) - \hat{F}_{G_2}(\hat{\rho}_j); j = 1, \dots, n \right\} \quad (2-64)$$

La distribution limite de $STAT$, sous l'hypothèse nulle, est définie par :

$$\Pr \left(STAT > \left(\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \right)^{\frac{1}{2}} z \right)^{asym} \sim e^{-2z^2}, z > 0 \quad (2-65)$$

Enfin la règle de décision est :

rejeter H_0 si : $STAT > c$ où c est une valeur lue dans le tableau de *Kolmogorov-Smirnov*.

Enfin, signalons que les distributions de probabilité des statistiques utilisées dans ces tests sont asymptotiques et ils n'ont de sens que pour des échantillons de taille élevée. De plus, des problèmes relatifs à l'indépendance entre les estimateurs des scores d'efficacité peuvent être suggérés. En outre, Simar (1996) se demande pourquoi supposer que les scores d'efficacité suivent une distribution paramétrique alors qu'ils sont estimés d'une façon non paramétrique.

6. Conclusion

Les propriétés statistiques des estimateurs non paramétriques d'efficacité de type DEA et FDH sont souvent ignorées dans la littérature. Les travaux de Banker (1993), Gijbels *et al.* (1999), Kneip, Park et Simar (1998) et Korostelev, Simar et Tsybakov (1995a, 1995b) ont ouvert la voie à leurs développements. Notre revue de la littérature montre que les difficultés liées au comportement asymptotique des estimateurs sont essentiellement à l'origine de la quasi-absence des études empiriques utilisant les techniques d'inférences statistiques sur la base des méthodes DEA et FDH.

Concernant l'estimateur DEA, nous disposons d'un estimateur convergent, asymptotiquement sans biais et possède une distribution d'échantillonnage asymptotique qui s'exprime en fonctions de paramètres inconnus. Donc nous avons seulement des résultats asymptotiques, qui peuvent mener à des conclusions erronées s'ils sont appliqués à des échantillons de petite taille. De plus, un bruit supplémentaire est ajouté quand nous envisageons d'estimer les paramètres inconnus de la distribution limite.

Dans ces conditions, la méthodologie *bootstrap* de Simar et Wilson (1998, 2000) paraît offrir une alternative, si ce n'est la seule disponible, pour faire de l'inférence statistique.

Cependant l'estimateur DEA utilisée dans cette approche est sous sa forme habituelle qui suppose que les inputs sont sous le contrôle de l'organisation. Le développement d'une méthodologie *bootstrap* sur la base de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes est donc nécessaire pour qu'on puisse mener une analyse statistique de l'efficacité.

Mais avant de procéder, la définition du *PGD* qui permet d'étudier les propriétés statistiques de l'estimateur, entre autre sa convergence, mérite notre intérêt.

CHAPITRE 3

LA CONVERGENCE DE L'ESTIMATEUR DEA AVEC INPUTS QUASI-FIXES

1. Introduction

L'objet de ce chapitre est de développer un modèle statistique qui permet d'étudier la convergence de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes. Le modèle est ensuite élargi pour intégrer le facteur temps, ce qui permet d'analyser la variation de l'efficacité dans un modèle complet de variation de la productivité.

Nous commençons le chapitre en rappelant la définition de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes et ses principales caractéristiques (section 2). La section 3 est consacrée au développement du modèle statistique. La section 4 contient le théorème de convergence de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes et sa démonstration. Enfin dans la section 5 nous développons le modèle statistique *intertemporel* et nous finissons le chapitre par une conclusion.

2. Le modèle frontière avec inputs quasi-fixes

Considérons une activité de production qui utilise un ensemble d'inputs contrôlables $x = \{x_{i_1}, i_1 = 1, \dots, m_1\}$ et non contrôlables $z = \{z_{i_2}, i_2 = 1, \dots, m_2\}$ pour produire le vecteur d'outputs $y = \{y_r, r = 1, \dots, s\}$. Rappelons que l'ensemble des possibilités de production relatif à cette activité est défini par :

$$\Psi = \{(x, z, y) \in \mathbb{R}_+^{m_1+m_2+s} \mid (x, z, y) \text{ est réalisable}\}, \quad (3-1)$$

et l'ensemble d'inputs contrôlables, étant donné l'inputs quasi-fixes z par :

$$X(z, y) = \{x \in \mathbb{R}_+^{m_1} \mid (x, z, y) \in \Psi\}. \quad (3-2)$$

Nous définissons aussi la frontière de l'ensemble d'inputs variables :

$$\partial X(z, y) = \{x \mid x \in X(z, y), \theta x \notin X(z, y), \theta \in [0, 1[\}, \quad (3-3)$$

ainsi que son *sous-ensemble efficace* :

$$E(X(z, y)) = \{x \mid x \in X(z, y), x' \notin X(z, y), x' \leq x\}. \quad (3-4)$$

La mesure d'efficacité en inputs *au sens de Farrell* d'une combinaison $(x, z, y) \in \Psi$ est définie par :

$$\theta(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \Psi \}. \quad (3-5)$$

Le scalaire θ est interprété comme la proportion minimale des inputs variables x pouvant produire le vecteur des outputs y étant donné le vecteur des inputs quasi-fixes z .

Nous pouvons en déduire le niveau d'inputs variables efficace :

$$x^\circ(z, y) = \theta(x, z, y)x, \quad (3-6)$$

qui est interprété comme une proportion du niveau d'inputs observé.

L'aspect radial de la mesure de Farrell signifie que les inputs peuvent être contractés ou bien les outputs peuvent être dilatés de façon équiproportionnelle le long d'un rayon passant par l'origine. Cet aspect permet d'écrire le vecteur d'inputs variables x sous forme polaire de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{le module } \omega = \omega(x) \in \mathbb{R}_+ \\ \text{l'angle } \eta = (x) \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]^{m_1-1} \text{ où } \omega(x) = \|x\| = \sqrt{x^T x} \text{ et } \eta = (\eta_1, \dots, \eta_{i_1}, \dots, \eta_{m_1-1}), \end{array} \right. \quad (3-7)$$

$$\text{avec } \eta_{i_1} = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x_{i_1+1}}{x_{i_1}}\right) & \text{si } x_{i_1} > 0 \\ \text{ou bien} & \\ \eta_{i_1} = \frac{\pi}{2} & \text{si } x_{i_1} = 0 \end{cases} \quad \text{pour } i_1 = 1, \dots, m_1 - 1.$$

Nous obtenons ainsi, une expression équivalente de la combinaison inputs-outputs :

$$(x, z, y) \Leftrightarrow (\omega, \eta, z, y), \quad (3-8)$$

$$\text{où } (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \text{ et } (\omega, \eta, z, y) \in \mathbb{R}_+ \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right]^{m_1-1} \times \mathbb{R}_+^{m_2} \times \mathbb{R}_+^s.$$

Nous verrons plus loin que cette expression servira à caractériser la densité de probabilité de la mesure d'efficacité.

Nous disposons maintenant d'un échantillon de n réalisations :

$$\{(x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\} \subseteq \Psi.$$

L'estimateur DEA de Ψ est défini comme l'*enveloppe convexe de libre disposition de l'ensemble des n réalisations* :

$$\hat{\Psi}_{DEA} = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (3-9)$$

Il en découle un estimateur de l'ensemble d'inputs :

$$\hat{X}(z, y) = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^{m_1} \mid (x, z, y) \in \hat{\Psi}_{DEA} \right\}, \quad (3-10)$$

ainsi qu'un estimateur de la frontière d'efficacité :

$$\partial \hat{X}(z, y) = \{x \mid x \in \hat{X}(z, y), \theta x \notin \hat{X}(z, y), \theta \in]0, 1[\}. \quad (3-11)$$

L'estimateur DEA de l'efficacité en inputs variables d'une combinaison (x, z, y) quelconque est définie par :

$$\hat{\theta}(x, z, y) = \min \{ \theta \mid (\theta x, z, y) \in \hat{\Psi}_{DEA} \}, \quad (3-12)$$

c'est-à-dire,

$$\hat{\theta}(x, z, y) = \min \left\{ \theta \mid \theta x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, \forall j = 1, \dots, n \right\} \quad (3-13)$$

Il en découle un estimateur du niveau d'inputs variables efficaces :

$$\hat{x}^o(z, y) = \hat{\theta}(x, z, y)x, \quad (3-14)$$

qui est un élément de $\partial \hat{X}(z, y)$.

Il nous reste à signaler que nous avons $\hat{X}(z, y) \subseteq X(z, y)$, donc $\partial \hat{X}(z, y)$ surestime la vraie frontière de l'ensemble d'inputs $\partial X(z, y)$ et qu'il en est de même pour l'estimateur de l'efficacité en inputs variables, c'est-à-dire que nous avons :

$$\theta(x, z, y) \leq \hat{\theta}(x, z, y), \quad \forall (x, z, y) \in \Psi. \quad (3-15)$$

De plus, nous avons la proposition suivante :

$$\forall (x, z, y) \in \Psi, \quad 0 < \hat{\theta}(x, z, y) \leq 1, \quad (3-16)$$

qui est valable, en particulier, pour les n combinaisons de l'échantillon :

$$0 < \hat{\theta}(x_j, z_j, y_j) \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n. \quad (3-17)$$

Nous cherchons, dans la section qui suit, à étudier la convergence asymptotique de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes vers sa valeur vraie. En particulier, nous étudions le comportement asymptotique de la variable $(\hat{\theta}(x, z, y) - \theta(x, z, y))$ pour une combinaison (x, z, y) donnée lorsque $n \rightarrow \infty$.

3. Le modèle statistique

Pour évaluer la performance statistique d'un estimateur, il faut définir comment les données $\{(x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ sont générées, c'est-à-dire caractériser le *Processus Générateur des Données (PGD)*. S'inspirant des travaux de Simar (1996), Kneip, Park et Simar (1998), Simar et Wilson (1998, 2000), nous développons dans cette section un modèle statistique qui distingue entre les inputs contrôlables et non contrôlables. Les hypothèses retenues dans ce modèle servent à caractériser le *PGD*.

Le *PGD* représente l'idée que, sachant un niveau d'outputs et d'inputs quasi-fixes ainsi qu'une proportion observée d'inputs variables, l'élément stochastique dans le processus de production est complètement caractérisé par une mesure aléatoire de l'efficacité en inputs. En effet, pour un vecteur d'outputs y et un vecteur d'inputs quasi-fixes z , nous savons que $x \in X(z, y)$. La non-efficacité du processus de production fait en sorte que l'inputs x ne sera pas sur la frontière de l'ensemble d'inputs, c'est-à-dire que $x \notin \partial X(z, y)$. Ce niveau d'inputs x est le produit de la réalisation d'un processus stochastique sur le rayon $\{\theta x \mid (\theta x, z, y) \in \Psi\}$. Une combinaison particulière (x_j, z_j, y_j) peut être générée si x_j est réalisé sachant y_j , un niveau d'input quasi-fixes z_j et une proportion observée d'inputs.

Nous avons ainsi,

$$(x_j, z_j, y_j) = \left(\frac{x^\theta(z_j, y_j)}{\theta_j}, z_j, y_j \right), \quad (3-18)$$

où le niveau $x^\theta(z_j, y_j)$ est inconnu et peut être interprété comme le « paramètre » à estimer.

Nous supposons que la mesure d'efficacité $\theta_j \in]0,1]$ est une variable aléatoire distribuée suivant une loi de probabilité $f(\cdot)$. Alors le *PGD* \mathfrak{S}_j générant x_j , conditionnellement à une réalisation y_j , un niveau d'inputs quasi-fixes z_j et une proportion observée d'inputs, est complètement caractérisé par $x^\theta(z_j, y_j)$ et f , c'est-à-dire,

$$\mathfrak{S}_j = (x^\theta(z_j, y_j), f), j = 1, \dots, n \quad (3-19)$$

Ainsi, le *PGD* complet est défini par :

$$\mathfrak{S} = (\mathfrak{S}_1, \dots, \mathfrak{S}_n) \text{ qui est équivalent à } \mathfrak{S} = (\Psi, f). \quad (3-20)$$

Le modèle statistique consiste en un ensemble d'hypothèses imposé au processus \mathfrak{S} , c'est-à-dire sur Ψ et f qui assure la convergence de l'estimateur $\hat{\mathfrak{S}} = (\hat{\Psi}, \hat{f})$ du processus.

Nous retenons en plus des hypothèses H1.1-H1.8 développées au chapitre 1 et qui caractérisent l'ensemble de production « empirique » et convexe, nous adoptons les hypothèses de régularité suivante sur f (H3.1-H3.7) :

Hypothèse H3.1 :

Les observations $\{(x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ sont les réalisations de n variables aléatoires identiques, indépendantes et de même densité de probabilité (*i.i.d.*) : $f(x, z, y)$ et ils sont définies sur l'ensemble de production convexe Ψ .

Avec cette hypothèse nous écartons de notre champs d'investigation les modèles semi-paramétriques⁴ pour qui la densité f est définie sur $P \times \mathbb{R}^{m_2}$ où $P \subset \mathbb{R}^{m_1+s}$ est l'ensemble de production défini par : $P = \{(x, y) | x \text{ peut produire } y\}$. C'est-à-dire que nous supposons que les inputs quasi-fixes forment une partie intégrante du processus de production. Pour les modèles semi-paramétriques, ces inputs quasi-fixes sont traités comme des facteurs exogènes au processus de production et leurs effets se manifestent à travers leurs dépendances des facteurs de production.

La mesure d'efficacité en inputs est définie comme la distance qui sépare le point (x, z, y) du point frontière $(x^0(z, y), z, y)$. Cette définition mène à la décomposition de la densité de probabilité jointe $f(x, z, y)$ de la façon suivante : sachant le niveau d'outputs y et le niveau d'inputs quasi-fixes z , l'inefficacité génère l'input x quelque part sur le rayon $\{\theta x | (\theta x, z, y) \in \Psi\}$ avec $\theta \in]0,1]$.

Nous aurons ainsi,

$$f(x, z, y) = f_{x|z,y}(x | z, y) f_{z|y}(z | y) f_y(y) \quad (3-21)$$

La décomposition de la densité de probabilité jointe conduit à l'adoption des deux hypothèses (H3.2 et H3.3) suivantes :

Hypothèse H3.2 :

L'output y possède une densité $f_y(\cdot)$ définie sur un compact $Y \subseteq \mathbb{R}_+^s$.

D'après (3-8), nous pouvons exprimer la densité de probabilité jointe sous forme polaire de la façon suivante :

⁴ Pour les modèles semi-paramétriques voir Simar et Wilson (2004).

$$f(x, z, y) \equiv f(\omega, \eta, z, y) \quad (3-22)$$

Il en découle une nouvelle décomposition de la densité jointe sous forme polaire :

$$\begin{aligned} f(\omega, \eta, z, y) &= f_{\omega, \eta | z, y}(\omega, \eta | z, y) f_{z | y}(z | y) f_y(y) \\ &= f_{\omega | \eta, z, y}(\omega | \eta, z, y) f_{\eta | z, y}(\eta | z, y) f_{z | y}(z | y) f_y(y) \end{aligned} \quad (3-23)$$

Cette décomposition mène à adopter l'hypothèse suivante :

Hypothèse H3.3 :

Pour tout output y de Y , le vecteur d'inputs quasi-fixes z possède une densité conditionnelle en y : $f_{z | y}(z | y)$ définie sur $\mathbb{R}_+^{m_2}$.

Le vecteur $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_{m_1-1})$ possède une densité de probabilité conditionnelle en (z, y) :

$$f_{\eta | z, y}(\eta | z, y) \text{ définie sur } \left[0, \frac{\pi}{2}\right]^{m_1-1}.$$

Enfin, le module ω possède une densité de probabilité conditionnelle en (η, z, y) :

$$f_{\omega | \eta, z, y}(\omega | \eta, z, y) \text{ définie sur } \left[\omega(x^\partial(z, y)), +\infty\right[.$$

Les hypothèses H3.2 et H3.3 caractérisent ainsi complètement la densité jointe $f(x, z, y)$ dans Ψ .

Pour un vecteur (x, z, y) donné, au point frontière $x^\partial(z, y)$ correspond le module suivant :

$$\omega(x^\partial(z, y)) = \inf \left\{ \omega \in \mathbb{R}_+ \mid f_{\omega | \eta, z, y}(\omega | \eta, z, y) > 0 \right\} \quad (3-24)$$

A partir de cette proposition nous pouvons déduire une nouvelle expression du score d'efficacité en inputs :

$$0 < \theta(x, z, y) = \frac{\omega(x^\circ(z, y))}{\omega(z, y)} \leq 1 \quad (3-25)$$

Nous obtenons ainsi, une nouvelle expression équivalente de la combinaison inputs-outputs :

$$(x, z, y) \Leftrightarrow (\omega, \eta, z, y) \Leftrightarrow (\theta, \eta, z, y), \quad (3-26)$$

où $(x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s}$, $(\omega, \eta, z, y) \in \mathbb{R}_+ \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right]^{m_1-1} \times \mathbb{R}_+^{m_2} \times \mathbb{R}_+^s$ et

$$(\theta, \eta, z, y) \in]0, 1] \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right]^{m_1-1} \times \mathbb{R}_+^{m_2} \times \mathbb{R}_+^s$$

Des équations (3-25) et (3-26) il découle que la densité $f_{\omega|\eta, z, y}(\omega | \eta, z, y)$ définie sur $\left[\omega(x^\circ(z, y)), +\infty\right[$ induit la densité $f_{\theta|\eta, z, y}(\theta | \eta, z, y)$ définie sur $]0, 1]$.

Nous obtenons ainsi, une nouvelle caractérisation de la densité jointe en terme d'efficacité en inputs :

$$f(x, z, y) \equiv f(\omega, \eta, z, y) \equiv f(\theta, \eta, z, y) \quad (3-27)$$

Il en résulte une nouvelle décomposition de la densité jointe :

$$\begin{aligned} f(\theta, \eta, z, y) &= f_{\theta, \eta|z, y}(\theta, \eta | z, y) f_{z|y}(z | y) f_y(y) \\ &= f_{\theta|\eta, z, y}(\theta | \eta, z, y) f_{\eta|z, y}(\eta | z, y) f_{z|y}(z | y) f_y(y) \end{aligned} \quad (3-28)$$

Afin de garantir que le *PGD* génère des points au voisinage de la frontière lorsque la taille de l'échantillon augmente, nous adoptons l'hypothèse H3.4 suivante :

Hypothèse H3.4 :

Pour tout output y de Υ et pour tout $\eta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]^{m_\eta-1}$, il existe des constantes $\varepsilon_1 > 0$ et $\varepsilon_2 > 0$ telles que, $\forall \omega \in \left[\omega(x^\circ(z, y)), \omega(x^\circ(z, y)) + \varepsilon_2\right]$, $f_{\omega|\eta, z, y}(\omega | \eta, z, y) \geq \varepsilon_1$.

Cette hypothèse implique par la relation (3-25) que

$$f_{\theta|\eta, z, y}(\theta | \eta, z, y) \geq \varepsilon_1 \quad \forall \theta \in]0, 1]. \quad (3-29)$$

Dans un problème d'estimation non paramétrique, la performance statistique d'un estimateur dépend du lissage de la frontière.

Dans le but de tenir compte du lissage et de déterminer le taux de convergence des estimateurs, nous adoptons les hypothèses suivantes :

Hypothèse H3.5 :

Pour $0 < \alpha_1 \leq 1$ et un entier $k_1 \geq 0$, il existe un réel strictement positif M_1 tel que, $\forall (x, z, y) \in \Psi : \left\| \theta^{(k_1)}(x, z^*, y^*) - \theta^{(k_1)}(x^*, z^*, y^*) \right\| \leq M_1 \|x - x^*\|^{\alpha_1}$

pour tout $(x^*, z^*, y^*) \in \Psi$ au voisinage de (x, z, y) , où $\theta^{(k_1)}$ est la $k_1^{\text{ième}}$ dérivée par rapport à x . Notons par $\beta_1 = \alpha_1 + k_1$ le degré de lissage de $\theta(x, z, y)$ par rapport à x . Cette hypothèse signifie que la fonction $\theta^{(k_1)}$ est *Lipschitzienne*. Elle est donc uniformément continue en x .

Hypothèse H3.6 :

Pour $0 < \alpha_2 \leq 1$ et un entier $k_2 \geq 0$, il existe un réel strictement positif M_2 tel que, $\forall (x, z, y) \in \Psi : \left\| \theta^{((k_2))}(x^*, z, y^*) - \theta^{((k_2))}(x^*, z^*, y^*) \right\| \leq M_2 \|z - z^*\|^{\alpha_2}$

pour tout $(x^*, z^*, y^*) \in \Psi$ au voisinage de (x, z, y) , où $\theta^{((k_2))}$ est la $k_2^{\text{ième}}$ dérivée par rapport à z . Notons par $\beta_2 = \alpha_2 + k_2$ le degré de lissage de $\theta(x, z, y)$ par rapport à z .

L'hypothèse H3.6 signifie aussi que la fonction $\theta^{((k_2))}$ est *Lipschitzienne* et qu'elle est uniformément continue en z .

Hypothèse H3.7 :

Pour $0 < \alpha_3 \leq 1$ et un entier $k_3 \geq 0$, il existe un réel strictement positif M_3 tel que,

$$\forall (x, z, y) \in \Psi : \left\| \theta^{(((k_3)))}(x^*, z^*, y) - \theta^{(((k_3)))}(x^*, z^*, y^*) \right\| \leq M_3 \|y - y^*\|^{\alpha_3}$$

Pour tout $(x^*, z^*, y^*) \in \Psi$ au voisinage de (x, z, y) , où $\theta^{(((k_3)))}$ est la $k_3^{\text{ième}}$ dérivée par rapport à y . Notons par $\beta_3 = \alpha_3 + k_3$ le degré de lissage de $\theta(x, z, y)$ par rapport à y .

De même $\theta^{(((k_3)))}$ est *Lipschitzienne* et par suite uniformément continue en y .

A partir de ces hypothèses, nous pouvons caractériser l'ensemble de production en terme de la densité de probabilité jointe f :

$$\begin{aligned} \Psi &= \{(x, z, y) \in \Psi \mid f(x, z, y) \geq 0\} = \{(x, z, y) \in \Psi \mid f(\omega, \eta, z, y) \geq 0\} \\ &= \{(x, z, y) \in \Psi \mid f(\theta, \eta, z, y) \geq 0\} \end{aligned} \quad (3-30)$$

Toutefois, si la caractérisation de l'ensemble Ψ , comme support de la densité f , est implicite pour $f(x, z, y)$ et $f(\omega, \eta, z, y)$, elle ne l'est pas pour $f(\theta, \eta, z, y)$ étant donné que $\theta \in]0, 1]$. Il faut donc estimer l'ensemble de production Ψ pour pouvoir passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.

Les hypothèses H3.1-H3.7 définissent le *PGD* \mathfrak{S} sur l'ensemble Ψ . Ce processus peut être caractérisé de plusieurs façons équivalentes, comme suit :

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}(\Psi, f(x, z, y)) = \mathfrak{I}(\Psi, f(\omega, \eta, z, y)) = \mathfrak{I}(\Psi, f(\theta, \eta, z, y)) \quad (3-31)$$

Sous ces hypothèses, nous sommes en mesure d'énoncer le théorème de la convergence de l'estimateur $\hat{\theta}(x, z, y)$ vers la vraie valeur $\theta(x, z, y)$ pour une combinaison (x, z, y) quelconque.

4. Le Théorème de convergence

Sous les hypothèses H3.1-H3.7, nous avons pour tout $(x, z, y) \in \Psi$:

$$\hat{\theta}(x, z, y) - \theta(x, z, y) = O_p \left(n^{-\left(\frac{\min(2, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{(m_1-1) + m_2 + s + \min(2, \beta_1, \beta_2, \beta_3)} \right)} \right)$$

Preuve :

Soit $(x, z, y) \in \Psi$ et soit h un scalaire strictement positif. Considérons les vecteurs suivants :

$x^{(2i_1-1)} := x + he_{i_1}$ et $x^{(2i_1)} := x - he_{i_1}$ pour $i_1 = 1, \dots, m_1$, avec e_{i_1} est la i_1 ^{ième} colonne d'une matrice identité de rang m_1 ;

$z^{(2i_2-1)} := z + he_{i_2}$ et $z^{(2i_2)} := z - he_{i_2}$ pour $i_2 = 1, \dots, m_2$, avec e_{i_2} est la i_2 ^{ième} colonne d'une matrice identité de rang m_2 ; et

$y^{(2r-1)} := y + he_r$ et $y^{(2r)} := y - he_r$ pour $r = 1, \dots, s$, avec e_r est la r ^{ième} colonne d'une matrice identité de rang s .

Ces vecteurs sont désignés respectivement par :

$$\{x^{(l_1)}, l_1 = 1, \dots, 2m_1\}, \{z^{(l_2)}, l_2 = 1, \dots, 2m_2\} \text{ et } \{y^{(l_3)}, l_3 = 1, \dots, 2s\}.$$

Pour $l_1 = 1, \dots, 2m_1$, nous définissons une boule de dimension m_1 , de rayon $\frac{h}{2}$ et de centre

$$x^{(l_1)} : B_{l_1} = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^{m_1} \mid \|x - x^{(l_1)}\| \leq \frac{h}{2} \right\}, \quad l_1 = 1, \dots, 2m_1.$$

Pour $l_2 = 1, \dots, 2m_2$, nous définissons une boule de dimension m_2 , de rayon $\frac{h}{2}$ et de

$$\text{centre } z^{(l_2)} : B_{l_2} = \left\{ z \in \mathbb{R}_+^{m_2} \mid \|z - z^{(l_2)}\| \leq \frac{h}{2} \right\}, \quad l_2 = 1, \dots, 2m_2.$$

Enfin pour $l_3 = 1, \dots, 2s$, nous définissons une boule de dimension s , de rayon $\frac{h}{2}$ et de

$$\text{centre } y^{(l_3)} : B_{l_3} = \left\{ y \in \mathbb{R}_+^s \mid \|y - y^{(l_3)}\| \leq \frac{h}{2} \right\}, \quad l_3 = 1, \dots, 2s.$$

Pour h suffisamment petit, nous avons : $B_{l_1} \times B_{l_2} \times B_{l_3} \subset \Psi$.

La convexité de l'ensemble Ψ permet de déduire que, pour toutes combinaisons de vecteurs $\{v_{l_1}, l_1 = 1, \dots, 2m_1\}$ avec $v_{l_1} \in B_{l_1}$, $\{v_{l_2}, l_2 = 1, \dots, 2m_2\}$ avec $v_{l_2} \in B_{l_2}$ et $\{v_{l_3}, l_3 = 1, \dots, 2s\}$ avec $v_{l_3} \in B_{l_3}$, il existe des scalaires $\{\gamma_{l_1} \geq 0, l_1 = 1, \dots, 2m_1\}$, $\{\gamma_{l_2} \geq 0, l_2 = 1, \dots, 2m_2\}$ et $\{\gamma_{l_3} \geq 0, l_3 = 1, \dots, 2s\}$ satisfaisant

$$\sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \gamma_{l_1} = 1, \quad \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \gamma_{l_2} = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_3} = 1. \quad (3-32)$$

Et tels que

$$(x, z, y) = \left(\sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \gamma_{l_1} v_{l_1}, \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \gamma_{l_2} v_{l_2}, \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_3} v_{l_3} \right). \quad (3-33)$$

Nous commençons au départ par prouver que

$$\theta(x, z, y) \leq \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \quad (3-34)$$

et

$$\hat{\theta}(x, z, y) \leq \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \hat{\theta}(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \quad (3-35)$$

Ces deux résultats sont les conséquences de la convexité de l'ensemble Ψ et son estimateur $\hat{\Psi}$.

Posons $\varpi_{l_1 l_2 l_3} := \frac{\gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3}}{\sum_{t_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{t_2=1}^{l_2=2m_2} \gamma_{t_1} \gamma_{t_2} \theta(v_{t_1}, v_{t_1}, v_{t_2})}$ et

$$\varpi := \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \left(\frac{\gamma_{l_1}}{\sum_{t_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{t_2=1}^{l_2=2m_2} \gamma_{t_1} \gamma_{t_2} \theta(v_{t_1}, v_{t_1}, v_{t_2})} \right) = \sum_{l_1=1}^{2m_1} \sum_{l_2=1}^{2m_2} \sum_{l_3=1}^{2s} \varpi_{l_1 l_2 l_3}.$$

Nous obtenons ainsi,

$$\begin{aligned} (\varpi^{-1} x, z, y) &= \left(\varpi^{-1} \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \varpi_{l_1 l_2 l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) v_{l_1}, \varpi^{-1} \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \varpi_{l_1 l_2 l_3} v_{l_2}, \right. \\ &\left. \varpi^{-1} \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \varpi_{l_1 l_2 l_3} v_{l_3} \right) := (x^*, z, y), \quad \text{avec } x^* = \varpi^{-1} x. \end{aligned}$$

La définition des points frontières implique

$$\left(\theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3} \right) \in \Psi \text{ pour tout } l_1, l_2 \text{ et } l_3.$$

Alors que la convexité de l'ensemble Ψ entraîne,

$$(x^*, z, y) \in \Psi.$$

Par définition $x^* = \varpi^{-1} x$ est une fraction de x et d'après la définition de $\theta(x, z, y)$ nous avons : $\varpi^{-1} \geq \theta(x, z, y)$.

Nous utilisons de plus le fait que:

$$\begin{aligned}
& \varpi \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) = \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \gamma_{l_1}^2 + \\
& \sum_{l_1 \neq l'_1} \gamma_{l_1} \gamma_{l'_1} \left(\frac{\sum_{t_1=1}^{t_1=2m_2} \sum_{t_2=1}^{t_2=2s} \gamma_{t_1} \gamma_{t_2} \theta(v_{l_1}, v_{t_1}, v_{t_2})}{\sum_{t_1=1}^{t_1=2m_2} \sum_{t_2=1}^{t_2=2s} \gamma_{t_1} \gamma_{t_2} \theta(v_{l'_1}, v_{t_1}, v_{t_2})} + \frac{\sum_{t_1=1}^{t_1=2m_2} \sum_{t_2=1}^{t_2=2s} \gamma_{t_1} \gamma_{t_2} \theta(v_{l'_1}, v_{t_1}, v_{t_2})}{\sum_{t_1=1}^{t_1=2m_2} \sum_{t_2=1}^{t_2=2s} \gamma_{t_1} \gamma_{t_2} \theta(v_{l_1}, v_{t_1}, v_{t_2})} \right) \\
& \geq \sum_{l_1=1}^{2m_1} \gamma_{l_1}^2 + \sum_{l_1 \neq l'_1} \gamma_{l_1} \gamma_{l'_1} = 1,
\end{aligned}$$

pour conclure que :

$$\varpi \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \geq 1 ; \text{ et par suite}$$

$$\sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \geq \varpi^{-1}.$$

Or, $\varpi^{-1} \geq \theta(x, z, y)$, d'où l'inégalité (3-34) :

$$\theta(x, z, y) \leq \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}).$$

De la même manière nous pouvons aboutir au résultat (3-35) :

$$\hat{\theta}(x, z, y) \leq \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \hat{\theta}(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}).$$

Pour $l_1 = 1, \dots, 2m_1$, désignons par $B_{l_1}^*$ l'enveloppe conique de B_{l_1} , définie par :

$$\begin{aligned}
B_{l_1}^* &= \left\{ x' \in \mathbb{R}_+^{m_1} \mid \exists \mu > 0 \text{ tel que } \|\mu x' - x^{l_1}\| \leq \frac{h}{2} \right\} \\
&= \left\{ x' \in \mathbb{R}_+^{m_1} \mid \exists \mu > 0 \text{ tel que } \mu x' \in B_{l_1} \right\}
\end{aligned} \tag{3-36}$$

Signalons que si les inputs variables sont exprimés sous forme polaire, alors l'ensemble

$B_{l_1}^*$ est un $\frac{h}{2}$ -voisinage de l'angle $\eta^{(l_1)}$ de $x^{(l_1)}$.

Pour (x, z, y) donnée, considérons une combinaison particulière,

$(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \in B_{l_1} \times B_{l_2} \times B_{l_3}$ avec $l_1 = 1, \dots, 2m_1$, $l_2 = 1, \dots, 2m_2$ et $l_3 = 1, \dots, 2s$.

Nous avons :

$$(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) := \arg \max_{(x_j, z_j, y_j) \in B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}} (\theta(x_j, z_j, y_j)). \quad (3-37)$$

Ainsi, $(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})$ est égale à une observation particulière (x_j, z_j, y_j) maximisant le score d'efficacité $\theta(x_j, z_j, y_j)$ sur $B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}$.

Retenons de plus que, d'après (3-36) nous avons,

$$(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) := (\mu_{l_1} u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}), \quad (3-38)$$

où le scalaire $\mu_{l_1} \geq 0$, $l_1 = 1, \dots, 2m_1$ est tel que $v_{l_1} = \mu_{l_1} u_{l_1} \in B_{l_1}$.

Nous montrons maintenant que si B_{l_2} et B_{l_3} sont de rayon $\frac{h}{2}$ et $B_{l_1}^*$ est un $\frac{h}{2}$ -voisinage de $\eta^{(l_1)} = (\eta_1^{(l_1)}, \dots, \eta_{m_1-1}^{(l_1)})$ alors le nombre d'observations qui tombe dans $B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}$ est proportionnel à $nh^{(m_1-1)+m_2+s}$.

Désignons au départ par

$V(B_{l_1}^*)$: le volume de $B_{l_1}^*$ qui est proportionnel à h^{m_1-1} ;

$V(B_{l_2})$: le volume de B_{l_2} qui est proportionnel à h^{m_2} ; et

$V(B_{l_3})$: le volume de B_{l_3} qui est proportionnel à h^s .

La probabilité que la combinaison $(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})$ tombe dans $B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}$ est définie par :

$$P((u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \in B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}) = \int_{B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}} f(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) du_{l_1} dv_{l_2} dv_{l_3}$$

D'après le théorème de *la valeur moyenne* cette integrale multiple est proportionnelle aux volumes de $B_{l_1}^*$, B_{l_2} et B_{l_3} ,

c'est-à-dire

$$P((u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \in B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}) = mV(B_{l_1}^*)V(B_{l_2})V(B_{l_3}) = Ch^{m_1-1}h^{m_2}h^s = Ch^{(m_1-1)+m_2+s} \quad (3-39)$$

où m est la *valeur moyenne* et C est un constante positive.

Or, nous disposons de n observations. Donc le nombre d'observations appartenant à $B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}$, c'est-à-dire maximisant le score $\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})$ pour une observations particulière $(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})$ de $B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}$, est égal à $nP((u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \in B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3})$.

Par suite, le nombre d'observations tombant dans $B_{l_1}^* \times B_{l_2} \times B_{l_3}$ est proportionnel à $nh^{(m_1-1)+m_2+s}$. D'où le résultat recherché.

Maintenant, d'après l'hypothèse H3.4, l'événement $(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) = (x_j, z_j, y_j)$ signifie que,

$$\forall \omega \in \left[\omega(u_{l_1}^{\hat{c}}(v_{l_2}, v_{l_3})), \omega(v_{l_2}, v_{l_3}) \right], \exists f_{\omega|\eta, v_{l_2}, v_{l_3}}(\omega | \eta, v_{l_2}, v_{l_3}) > 0.$$

D'où,

$$P(\omega \in \left[\omega(u_{l_1}^{\hat{c}}(v_{l_2}, v_{l_3})), \omega(v_{l_2}, v_{l_3}) \right]) = \frac{1}{Cnh^{(m_1-1)+m_2+s}}. \quad (3-40)$$

Par suite,

$$\int_{\omega(u_{l_1}^{\hat{c}}(v_{l_2}, v_{l_3}))}^{\omega(v_{l_2}, v_{l_3})} f_{\omega|\eta, v_{l_2}, v_{l_3}}(\omega | \eta, v_{l_2}, v_{l_3}) d\omega = \frac{1}{Cnh^{(m_1-1)+m_2+s}}. \quad (3-41)$$

D'après le théorème de *la valeur moyenne*, nous avons :

$$m\left(\omega(v_{l_2}, v_{l_3}) - \omega(u_{l_1}^\delta(v_{l_2}, v_{l_3}))\right) = \frac{1}{Cnh^{(m_1-1)+m_2+s}}. \quad (3-42)$$

où m est la valeur moyenne.

Il en résulte que :

$$m\omega(v_{l_2}, v_{l_3}) \left(1 - \frac{\omega(u_{l_1}^\delta(v_{l_2}, v_{l_3}))}{\omega(v_{l_2}, v_{l_3})}\right) = m\omega(v_{l_2}, v_{l_3}) (1 - \theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})) = \frac{1}{Cnh^{(m_1-1)+m_2+s}}.$$

D'où la proposition suivante :

$$\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) = 1 - O_p\left(n^{-1}h^{-((m_1-1)+m_2+s)}\right). \quad (3-43)$$

Le résultat de l'application du théorème de *la valeur moyenne* entraîne aussi l'expression suivante :

$$m\omega(x^\delta(z, y)) \left(\frac{\omega(z, y)}{\omega(x^\delta(z, y))} - 1\right) = m\omega(x^\delta(z, y)) \left(\frac{1}{\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} - 1\right) = \frac{1}{Cnh^{(m_1-1)+m_2+s}}.$$

D'où le résultat :

$$\frac{1}{\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} = 1 + O_p\left(n^{-1}h^{-((m_1-1)+m_2+s)}\right). \quad (3-44)$$

A ce stade de la démonstration, la nature radiale de la mesure d'efficacité nous permet d'énoncer la proposition suivante :

Pour tout l_1, l_2 et l_3 nous avons,

$$\frac{\hat{\theta}(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})}{\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} = \frac{\hat{\theta}(\mu_{l_1} u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})}{\theta(\mu_{l_1} u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})}. \quad (3-45)$$

Les relations (3-15) et (3-16) nous permettent d'écrire,

$$\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \leq \hat{\theta}(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \leq 1. \quad (3-46)$$

Des expressions (3-40) - (3-43), nous pouvons déduire que :

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\theta}(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})}{\theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} &= \frac{\hat{\theta}(\mu_{l_1} u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})}{\theta(\mu_{l_1} u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} = \\ \frac{\hat{\theta}(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})}{\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} &\leq \frac{1}{\theta(u_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3})} = 1 + O_p\left(n^{-1}h^{-(m_1-1)+m_2+s}\right) \end{aligned} \quad (3-47)$$

ou bien, de façon équivalente :

$$\hat{\theta}(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \leq \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) + O_p\left(n^{-1}h^{-(m_1-1)+m_2+s}\right). \quad (3-48)$$

L'expression (3-45) avec les deux inégalités (3-34) et (3-35) entraînent l'inégalité de base suivante :

$$\begin{aligned} \theta(x, y) \leq \hat{\theta}(x, y) &\leq \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \hat{\theta}(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \\ &\leq \sum_{l_1=1}^{l_1=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) + O_p\left(n^{-1}h^{-(m_1-1)+m_2+s}\right) \end{aligned} \quad (3-49)$$

Le théorème de convergence provient de la particularisation de cette dernière expression au lissage de la frontière.

Rappelons au départ que nous avons, $(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) \in B_{l_1} \times B_{l_2} \times B_{l_3}$. Par suite,

$$\|v_{l_1} - x\| = O_p(h), \quad \|v_{l_2} - z\| = O_p(h) \quad \text{et} \quad \|v_{l_3} - y\| = O_p(h).$$

Prenons le second membre de l'inégalité (3-46). En utilisant l'expression (3-32), nous déterminons le développement de Taylor de la fonction θ au point (x, z, y) . Nous distinguons les cas suivants :

i) Si $0 < \min\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\} \leq 1$, c'est-à-dire $k_1 = k_2 = k_3 = 0$, alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) = \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(x, z, y) + O_P\left(h^{\min\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}}\right) = \\ & \theta(x, z, y) + O_P\left(h^{\min\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}}\right) \end{aligned} \quad (3-50)$$

ii) Si $1 < \min\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\} \leq 2$, c'est-à-dire $k_1 = k_2 = k_3 = 1$, alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) = \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(x, z, y) + \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta^{(1)'}(x, z, y)(v_{l_1} - x) + \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta^{((1))'}(x, z, y)(v_{l_2} - z) + \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta^{(((1))')} (x, z, y)(v_{l_3} - y) + O_P\left(h^{\min\{1+\alpha_1, 1+\alpha_2, 1+\alpha_3\}}\right) = \\ & \theta(x, z, y) + 0 + 0 + 0 + O_P\left(h^{\min\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}}\right) \end{aligned} \quad (3-51)$$

iii) Si $\min\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\} > 2$, c'est-à-dire $k_1 = k_2 = k_3 > 1$, alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(v_{l_1}, v_{l_2}, v_{l_3}) = \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta(x, z, y) + \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta^{(1)'}(x, z, y)(v_{l_1} - x) + \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta^{((1))'}(x, z, y)(v_{l_2} - z) + \\ & \sum_{l_3=1}^{l_3=2m_1} \sum_{l_2=1}^{l_2=2m_2} \sum_{l_3=1}^{l_3=2s} \gamma_{l_1} \gamma_{l_2} \gamma_{l_3} \theta^{(((1))')} (x, z, y)(v_{l_3} - y) + O_P(h^2) = \\ & \theta(x, z, y) + 0 + 0 + 0 + O_P(h^2) \end{aligned} \quad (3-52)$$

Les relations des cas i), ii) et iii) impliquent,

$$\theta(x, z, y) \leq \hat{\theta}(x, z, y) \leq \theta(x, z, y) + O_p\left(n^{-1}h^{-((m_1-1)+m_2+s)}\right) + O_p\left(h^{\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}\right) \quad (3-53)$$

Posons maintenant $h = Cn^{-\frac{1}{(m_1-1)+m_2+s+\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}}$ où C est une constante strictement positive. Ceci nous permet de déduire l'inégalité suivante :

$$\theta(x, z, y) \leq \hat{\theta}(x, z, y) \leq \theta(x, z, y) + O_p\left(n^{-1}\left(Cn^{\frac{((m_1-1)+m_2+s)}{(m_1-1)+m_2+s+\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}}\right) + \left(Cn^{\frac{\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}{(m_1-1)+m_2+s+\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}}\right)\right) \quad (3-54)$$

Par suite,

$$\theta(x, z, y) \leq \hat{\theta}(x, z, y) \leq \theta(x, z, y) + O_p\left(n^{-\frac{\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}{(m_1-1)+m_2+s+\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}}\right). \quad (3-55)$$

Cette expression est équivalente à :

$$\theta(x, z, y) - \hat{\theta}(x, z, y) = O_p\left(n^{-\frac{\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}{(m_1-1)+m_2+s+\min\{2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}}}\right). \quad (3-56)$$

CQFD.

Enfin, signalons que par la relation (3-6), le théorème assure la convergence de l'estimateur du niveau d'inputs efficace vers le vrai niveau, c'est-à-dire que les relations (3-6) et (3-14) impliquent $\|\hat{x}^{\hat{\theta}}(z, y) - x^{\hat{\theta}}(z, y)\| = O_p\left(\left|\hat{\theta}(x, z, y) - \theta(x, z, y)\right|\right)$.

5. Le modèle statistique intertemporel

S'inspirant des travaux de Kneip, Park et Simar (1998), et en se basant sur les résultats de la section 3, nous développons dans ce qui suit un modèle statistique qui intègre l'aspect intertemporel dans l'analyse DEA. Ce modèle va servir à caractériser le *Processus*

Générateur des Données Intertemporel (PGDI). Ce dernier représente l'idée que, sachant un niveau d'outputs et d'inputs quasi-fixes ainsi qu'une proportion observée d'inputs à la date t , l'élément stochastique dans le processus de production est complètement caractérisé par une mesure aléatoire de l'efficacité en inputs. En effet, pour un vecteur d'outputs y_t et un vecteur d'inputs quasi-fixes z_t , nous savons que $x_t \in X^t(z_t, y_t)$. L'inefficacité du processus de production fait en sorte que l'input x_t ne sera pas sur la frontière de l'ensemble d'inputs. Ce niveau d'inputs x_t est généré, au hasard, sur le rayon $\{\theta x_t \mid (\theta x_t, z_t, y_t) \in \Psi^t\}$.

Une combinaison particulière (x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) peut être générée à la date t , si x_{jt} est réalisé sachant y_{jt} , un niveau d'input quasi-fixes z_{jt} et une proportion observée d'inputs.

Formellement, nous avons pour une organisation particulière $j = 1, \dots, n$:

$$(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) = \left(\frac{x^\partial(z_{jt}, y_{jt})}{\theta_{jt}}, z_{jt}, y_{jt} \right). \quad (3-57)$$

Le niveau d'inputs variables efficaces $x^\partial(z_{jt}, y_{jt})$ est inconnu et peut être interprété comme le « paramètre » à estimer. Si nous supposons que la mesure d'efficacité $\theta_{jt} \in]0,1]$ est une variable aléatoire distribuée suivant une loi de probabilité de densité $f^t(\cdot)$, alors le *PGDI* \mathfrak{I}_j^t générant x_{jt} , conditionnellement à une réalisation y_{jt} , un niveau d'inputs quasi-fixes z_{jt} et une proportion d'inputs observée, est complètement caractérisé par $x^\partial(z_{jt}, y_{jt})$ et f^t , c'est-à-dire :

$$\mathfrak{I}_j^t = \left(x^\partial(z_{jt}, y_{jt}), f^t \right), j = 1, \dots, n. \quad (3-58)$$

Ainsi, le *PGDI* complet est défini par : $\mathfrak{I}^t = (\mathfrak{I}_1^t, \dots, \mathfrak{I}_n^t)$ qui est équivalent à,

$$\mathfrak{F}^t = (\Psi^t, f^t). \quad (3-59)$$

Le modèle statistique consiste à des hypothèses imposées sur le processus \mathfrak{F}^t qui assurent la convergence de l'estimateur $\hat{\mathfrak{F}}^t = (\hat{\Psi}^t, \hat{f}^t)$ vers $\mathfrak{F}^t = (\Psi^t, f^t)$.

En plus des hypothèses H1.1'-H1.8' retenues au chapitre 1 concernant l'ensemble des possibilités de production et l'ensemble « empirique », nous retenons les hypothèses de régularité suivantes sur f^t :

Hypothèse H3.1' :

Les observations $\{(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt})\}_{j=1}^n$ sont les réalisations de n variables aléatoires identiques, indépendantes et de même densité de probabilité $f^t(x, z, y)$ (*i.i.d.*), définie sur l'ensemble de production convexe Ψ^t .

Hypothèse H3.2' :

La densité de probabilité $f^t(x, z, y)$ est continue sur l'intérieur de Ψ^t et $f(x^\circ(z_{jt}, y_{jt}), z_t, y_t) > 0 \quad \forall (x_t, z_t, y_t) \in \Psi^t$ où $x^\circ(z_{jt}, y_{jt}) = \theta(x_t, z_t, y_t)x_t$.

Hypothèse H3.3' :

La mesure d'efficacité $\theta(x_t, z_t, y_t)$ est différentiable en ses trois arguments.

L'hypothèse H3.1' sert à caractériser le *PGD*. L'hypothèse H3.2' est une version simplifiée des hypothèses H3.2-H3.4 et signifie que f^t n'est pas continue aux points frontières; ce qui assure l'attribution d'une probabilité non négligeable à ces points et une probabilité nulle aux points techniquement non réalisables, c'est-à-dire n'appartenant pas à Ψ^t . Enfin l'hypothèse H3.3' est une version simplifiée des hypothèses H3.5-H3.7 qui définit le degré de lissage à appliquer sur la fonction frontière.

Les hypothèses H3.1'-H3.3' définissent le modèle statistique qui caractérise le *Processus Générateur des Données Intertemporel (PGDI)* et permet d'énoncer le théorème développé dans la section précédente avec le facteur temps et en supposant que le degré de lissage est supérieur ou égale à 2 :

$$\hat{\theta}(x_t, z_t, y_t) - \theta(x_t, z_t, y_t) = O_p \left(n^{-\left(\frac{2}{m_1 + m_2 + s + 1}\right)} \right) \quad \forall (x_t, z_t, y_t) \in \Psi^t. \quad (3-60)$$

Ce théorème assure la convergence de l'estimateur DEA même si nous intégrons le facteur temps dans le modèle statistique et permet ainsi d'analyser l'efficacité dans un modèle complet de variation de la productivité.

6. Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre un modèle statistique qui permet de caractériser le *PGD* et d'assurer la convergence de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes.

Deux résultats fondamentaux sont à retenir du théorème de convergence :

Le premier est que, ce théorème est valable pour une mesure radiale quelconque définie sur un ensemble de production convexe. Ce qui signifie, d'une part que le théorème n'est pas spécifique au DEA. D'autre part, l'intégration des contraintes sur le degré de contrôle des inputs, ainsi que la spécification du type de rendements d'échelle, n'affecte pas la convergence de l'estimateur.

Le deuxième est que le théorème détermine un taux de convergence optimal pour l'estimateur. Ce taux dépend du degré de lissage de la vraie frontière et il est inversement proportionnel à la dimension du programme d'optimisation, faisant apparaître ainsi le problème de *la malédiction de la dimensionnalité (curse of dimensionality)* qui est usuel dans les problèmes d'estimation non paramétrique.

En se basant sur ces résultats, nous avons développé dans la section 5 un modèle statistique intertemporel qui permet d'analyser l'évolution de la productivité d'une

organisation. Ce modèle sert à caractériser le *Processus Générateur des Données Intertemporel (PGDI)* et assure la convergence de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes dans un contexte dynamique.

Finalement, avec le théorème de convergence, la convergence de la composante ensemble de production du *PGD* semble être réglé. Le chapitre suivant sera consacré à la convergence de la deuxième composante du *PGD*, la densité de probabilité f .

CHAPITRE 4

ESTIMATION NON PARAMÉTRIQUE D'UNE DENSITÉ DE PROBABILITÉ : ESTIMATEUR PAR LA MÉTHODE DU NOYAU

1. Introduction

Nous avons montré dans le chapitre 3 que le *Processus Générateur des Données (PGD)* est complètement caractérisé par une densité de probabilité f à support borné définie sur l'ensemble de production Ψ . Nous avons montré aussi qu'un estimateur convergent du *PGD* signifie un estimateur convergent de ses composantes, c'est-à-dire f et Ψ .

Si l'estimation de l'ensemble de production Ψ semble être réglée par la méthode DEA dont nous avons montré la convergence avec inputs quasi-fixes au chapitre 3, l'estimation de f fera l'objet du présent chapitre.

En particulier, nous cherchons dans ce chapitre un estimateur convergent de la densité f sur la base d'une série d'observations U_1, \dots, U_n issue de cette densité.

Nous pouvons, comme première alternative, supposer que f appartient à une famille paramétrique. L'estimation des paramètres caractérise complètement la densité inconnue f . Si nous supposons par exemple que les données sont issues d'une *loi normale* de moyenne μ et de variance σ^2 , alors l'estimation de f par une méthode d'estimation habituelle telle que par exemple la méthode du maximum de vraisemblance commence par estimer les deux paramètres μ et σ^2 . Ensuite les substituer dans l'expression de *la densité normale*.

La deuxième alternative est l'idée inverse : laisser les données nous parler. Elle consiste à construire un estimateur, à partir des observations, sans imposer une forme fonctionnelle particulière.

Notre intérêt porte sur la deuxième approche. Plus particulièrement, la classe d'estimateurs par la méthode du noyau (on dit aussi estimateur de *Kernel*), qui permet de décrire une densité sous la forme d'une *fonction lisse*. Désignons par EMN, un estimateur par cette méthode.

La première section de ce chapitre est consacrée à la définition des notions et concepts de base utiles pour aborder le sujet d'estimation fonctionnelle et l'évaluation de la qualité d'un estimateur d'une densité de probabilité.

L'étude de l'EMN univarié fait l'objet des sections 3 et 4. La section 3 pour la définition et l'évaluation statistique de l'EMN et la section 4 pour discuter du choix du noyau et des méthodes d'estimation de la *fenêtre* (on dit aussi *bandwidth*).

La section 5 est consacrée à l'étude de l'EMN multivarié. Nous tentons, à ce stade, d'évaluer la précision de l'estimateur et nous discutons du choix optimal du noyau et de l'estimation de la *matrice-fenêtre*.

Dans la section 6 nous étudions le cas particulier d'une densité bornée. Nous montrons que l'EMN n'est pas convergent au voisinage des bornes et nous étudions quelques corrections apportées à l'estimateur initial. Notre intérêt porte essentiellement sur la *méthode de réflexion* de Shuster (1985) et Silverman (1986), que nous utilisons pour corriger les EMN des densités à support $]0,1]$ et $[1,+\infty[$. Ces derniers sont respectivement les supports du score d'efficacité et de la fonction de *distance de Shephard*. Par la suite, nous généralisons cette démarche au cas bidimensionnel, c'est-à-dire : $]0,1] \times]0,1]$ pour la densité jointe du score d'efficacité et $[1,+\infty[\times [1,+\infty[$ pour la densité jointe de la fonction de *distance de Shephard*.

Enfin nous consacrons la dernière section à la procédure à suivre pour générer des pseudo-valeurs obéissant à une densité de probabilité à support borné, estimée par un noyau corrigé par la *méthode de réflexion* dans les deux cas univarié et bivarié. Nous verrons dans ce cadre que la génération des pseudo-valeurs en utilisant un estimateur par un *noyau naïf* caractérise la procédure de rééchantillonnage du *bootstrap naïf*. Alors que

la génération des pseudo-valeurs par un *noyau lisse* caractérise la procédure du *bootstrap lisse*.

2. Définitions et concepts de base

Nous commençons cette section en définissant les critères d'évaluation des estimateurs non paramétriques qui sont souvent des indicateurs de dispersion par rapport à la vraie fonction de densité. Nous tentons ensuite de définir quelques notions utiles pour aborder le sujet de la convergence des estimateurs non paramétriques des densités de probabilité. Nous consacrons tout un paragraphe pour l'étude de *la fonction de répartition empirique* qui est l'estimateur non paramétrique par excellence de la fonction de répartition.

2.1. Les critères d'évaluation d'un estimateur non paramétrique fonctionnel

Désignons par $\hat{f}_n(u)$ un estimateur de la densité $f(u)$ au point $u \in \mathbb{R}$. Nous disposons d'une série d'observations U_1, \dots, U_n issue de f .

L'évaluation de la performance d'un estimateur non paramétrique requiert la spécification des critères appropriés pour mesurer l'erreur d'estimation de la densité en un point particulier u , ainsi que sur tout \mathbb{R} .

Nous définissons en premier lieu les mesures de dispersion suivantes : l'*Erreur Quadratique Moyenne (EQM)* et l'*Erreur Quadratique Intégrée Moyenne (EQIM)*.; et nous définissons en second lieu le concept d'*estimateur asymptotiquement sans biais*.

L'*EQM* de l'estimateur $\hat{f}_n(u)$ en un point particulier u est une mesure de l'écart entre l'estimateur et la vraie densité en ce point u , il est défini par :

$$EQM(\hat{f}_n(u)) = E\{\hat{f}_n(u) - f(u)\}^2. \quad (4-1)$$

L'*EQM* peut s'écrire aussi comme la somme du biais quadratique et de la variance de l'estimateur au point u :

$$EQM(\hat{f}_n(u)) = \left\{ \text{biais}(\hat{f}_n(u)) \right\}^2 + \text{Var}\{\hat{f}_n(u)\}, \quad (4-2)$$

avec $\text{biais}(\hat{f}_n(u)) = E\{\hat{f}_n(u)\} - f(u)$.

Au lieu d'estimer f en un point particulier, il est souvent utile de définir une mesure globale de la précision d'un estimateur. Nous définissons l'*Erreur Quadratique Intégrée* (*EQI*) et l'*Erreur Quadratique Intégrée Moyenne* (*EQIM*) :

L'*EQI* de l'estimateur \hat{f}_n est défini par :

$$EQI(\hat{f}_n) = \int \left\{ \hat{f}_n(u) - f(u) \right\}^2 du ; \text{ et} \quad (4-3)$$

l'*EQIM* par l'espérance de l'*EQI* :

$$EQIM(\hat{f}_n) = E\{EQI(\hat{f}_n)\} = E \int \left\{ \hat{f}_n(u) - f(u) \right\}^2 du. \quad (4-4)$$

L'*EQIM* peut s'écrire encore sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} EQIM(\hat{f}_n) &= \int E\left\{ \hat{f}_n(u) - f(u) \right\}^2 du \\ &= \int EQM(\hat{f}_n) du \\ &= \int \left\{ E\left\{ \hat{f}_n(u) \right\} - f(u) \right\}^2 du + \int \text{Var}\left\{ \hat{f}_n(u) \right\} du. \end{aligned} \quad (4-5)$$

Cette dernière expression représente la somme de l'intégral du biais quadratique et de l'intégral de la variance de l'estimateur.

Enfin, lorsque l'estimateur est biaisé en petit échantillon ou qu'il n'y a pas un moyen pour vérifier l'absence de biais; alors on est amené à introduire le concept d'*estimateur asymptotiquement sans biais* défini par :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E\left\{ \hat{f}_n(u) \right\} = f(u) \quad \forall u ; \quad (4-6)$$

et le concept d'*uniformément asymptotiquement sans biais* défini par :

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left| E \left\{ \hat{f}_n(u) \right\} - f(u) \right| = 0 \quad (4-7)$$

2.2. La fonction de répartition empirique

Nous supposons que les observations U_1, \dots, U_n sont des variables aléatoires identiques, indépendantes et de même fonction de répartition F .

L'estimateur le plus naturel de la fonction de répartition F est *la fonction de répartition empirique*. Il est défini par :

$$F_n(u) = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} I(U_j \leq u)}{n} \quad -\infty < u < +\infty, \quad (4-8)$$

où I est la fonction indicatrice définie par :

$$\begin{aligned} I(U_j \leq u) &= 1 \text{ si } U_j \leq u \\ &= 0 \text{ sinon} \end{aligned} \quad (4-9)$$

Les propriétés d'optimalité et de convergence de l'estimateur $F_n(u)$ sont étudiées en détail par Serfling (1980) et Bosq et Lecoutre (1987), nous nous limitons dans ce qui suit à mentionner les deux résultats les plus importants.

Le premier est que la loi de probabilité du nombre d'observations ne dépassant pas u est une *binomiale* de paramètres n et $F(u)$: $nF_n(u) \sim B(n, F(u))$.

Le deuxième résultat, qui découle en fait du premier, est que $F_n(u)$ est un estimateur sans biais et *convergent en moyenne quadratique* (et donc *en probabilité*) de la fonction de répartition $F(u)$ en un point u fixé.

En effet, nous avons d'une part $E\{nF_n(u)\} = nF(u)$, donc $E\{F_n(u)\} = F(u)$ et par suite $F_n(u)$ est sans biais.

D'autre part, $Var\{nF_n(u)\} = nF(u)(1-F(u))$, donc $Var\{F_n(u)\} = \frac{F(u)(1-F(u))}{n}$ et par suite $E\{F_n(u) - F(u)\}^2 \rightarrow 0$ lorsque $n \rightarrow \infty$.

D'où la *convergence en moyenne quadratique* de $F_n(u)$ vers $F(u)$.

Cependant, ces mérites (sans biais et convergence) n'empêchent pas que l'estimateur $F_n(u)$ ait les défauts habituels des estimateurs sans biais. Ils sont très souvent ni *strict* (c'est-à-dire ne prennent pas leurs valeurs dans l'ensemble des valeurs possibles de F au point u) ni *admissibles* (c'est-à-dire qu'il existe des estimateurs qui leurs sont strictement préférables).

De plus, en pratique nous ne pouvons pas nous contenter d'une estimation de la fonction de répartition pour décrire les données. En effet l'estimation de la densité f offre plus d'information sur la structure des données : dispersion mode etc.

Par ailleurs, l'intérêt porté à l'estimation de la fonction de répartition F provient du fait que la densité de probabilité f n'est autre que la dérivée de cette fonction de répartition en un point u , sous réserve que F est différentiable en ce point :

$$\frac{\partial F(u)}{\partial u} = f(u) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(u+h) - F(u)}{h} \text{ pour } h \text{ strictement positif.}$$

Donc, il est tout à fait naturel qu'un estimateur $\hat{f}_n(u)$ de la densité $f(u)$ soit une régularisation de la fonction de répartition empirique $F_n(u)$.

Cependant, les travaux de Bosq et Lecoutre (1987) et Prakasa Rao (1983) prouvent qu'à l'opposé de la fonction de répartition, nous ne pouvons pas trouver un estimateur sans biais de la densité f pour tout u , c'est-à-dire : $E\{\hat{f}_n(u)\} = f(u) \quad \forall u$.

Par conséquent notre intérêt porte sur les estimateurs *asymptotiquement sans biais* plutôt que ceux sans biais.

3. Estimateur par la Méthode du Noyau (EMN)

L'EMN est l'œuvre de Rosenblatt (1956) qui propose d'estimer la densité en un point en comptant le nombre d'observations situées dans un intervalle de longueur $2h_n$ et centré en ce point. Avec cette proposition, l'auteur définit une classe d'estimateurs appelée estimateur par *noyau naïf*.

Parzen (1962), Caccoulos (1966), Epanechnikov (1969), Prakasa Rao (1983), Devroye et Györfi (1985) et Wand et Jones (1995) généralisent les travaux de Rosenblatt (1956) au cas d'un noyau quelconque.

Dans la première section, nous développons le passage du *noyau naïf* à l'expression standard de l'EMN (paragraphe 3.1.). Nous étudions dans la section 3.2. les propriétés statistiques de ces types d'estimateurs. Enfin, nous consacrons la troisième section à l'étude de la *fenêtre* optimale (paragraphe 3.3.).

3.1. De l'estimateur par un *noyau naïf* à la définition standard de l'EMN

Nous disposons d'une série d'observations U_1, \dots, U_n identiques et indépendamment distribuées (*iid*), issue d'une densité f .

L'estimation par un *noyau naïf* consiste à estimer la densité f en un point u en comptant le nombre d'observations situées dans un voisinage de u .

Considérons par exemple un voisinage de u sur \mathbb{R} de la forme $]u - h_n, u + h_n[$, un estimateur naturel de la densité f en un point $u \in]u - h_n, u + h_n[$, avec $h_n \rightarrow 0$, est défini par :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{F_n(u + h_n) - F_n(u - h_n)}{2h_n}. \quad (4-10)$$

L'estimateur $\hat{f}_n(u)$ représente la proportion des observations, appartenant à l'intervalle $]u - h_n, u + h_n[$, rapportée à la longueur de l'intervalle. Ce type d'estimateur est appelé *estimateur naïf* et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{2h_n} I(|u - U_j| < h_n). \quad (4-11)$$

Cette expression est équivalente à la suivante :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{2} I\left(\left|\frac{u - U_j}{h_n}\right| < 1\right). \quad (4-12)$$

Dans le but d'en expliciter cet estimateur, nous définissons la fonction suivante :

$$w(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } |z| < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4-13)$$

Alors l'*estimateur naïf* peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{h_n} w\left(\frac{u - U_j}{h_n}\right), \quad (4-14)$$

où la fonction $w\left(\frac{u - U_j}{h_n}\right) = \frac{1}{2} I\left(\left|\frac{u - U_j}{h_n}\right| < 1\right)$ est appelée *noyau uniforme*.

L'estimateur $\hat{f}_n(u)$ est donc défini comme une moyenne arithmétique de fonctions donnant à chaque observation U_j un poids $\frac{1}{h_n}$ si elle appartient à l'intervalle $I_u = \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et 0 sinon. Dans ce cas, l'estimateur est interprété comme la somme des « boîtes » de largeur $2h_n$ et de hauteur $(2nh_n)^{-1}$ contenant chacune une observation U_j .

Il faut signaler que si nous modifions la fonction placée aux points U_j et nous prenons :

$$w(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z \in [-1, 0]; \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}; \quad (4-15)$$

alors nous obtenons un estimateur de f défini par :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{h_n} I\left(\frac{u-U_j}{h_n} \in [-1, 0]\right). \quad (4-16)$$

Or,

$$I\left(\frac{u-U_j}{h_n} \in [-1, 0]\right) = I(U_j \in [u, u+h_n]) = I(U_j \leq u+h) - I(U_j \leq u). \quad (4-17)$$

D'où,

$$\begin{aligned} \hat{f}_n(u) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{h_n} [I(U_j \leq u+h) - I(U_j \leq u)] \\ &= \frac{1}{h_n} \left[\sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{n} I(U_j \leq u+h) - \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{n} I(U_j \leq u) \right] \\ &= \frac{1}{h_n} [F_n(u+h) - F_n(u)] \end{aligned} \quad (4-18)$$

Par suite,

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \text{ car } h_n \rightarrow 0 \quad (4-19)$$

Nous retrouvons ainsi l'*estimateur naïf* de f le plus naturel qui est une distribution uniforme sur $\{U_1, \dots, U_n\}$ qu'on lui associe l'estimateur F_n de la fonction de répartition F de f .

Cependant, l'*estimateur naïf* fournit une estimation peu régulière (Silverman, 1986) de la densité de probabilité. Ceci peut être gênant dans le cas où si l'on sait *a priori* que la distribution initiale possède une densité. Dans ces conditions, il serait souhaitable d'avoir affaire à une distribution empirique régulière, c'est-à-dire *lissée*. Pour obtenir une fonction suffisamment « lisse », il est possible de généraliser l'expression (4-14) en prenant une fonction différente de w , souvent une densité symétrique.

Intuitivement, nous disons qu'au lieu d'utiliser un *noyau uniforme*, nous utilisons un *noyau avec une « certaine forme »*. Nous obtenons ainsi la définition habituelle de l'Estimateur par la Méthode du Noyau (EMN) :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right), \quad (4-20)$$

où h_n est appelé *fenêtre* et K le noyau.

Cette définition peut s'écrire encore sous la forme suivante :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} K_{h_n}(u-U_j), \quad (4-21)$$

$$\text{où } K_{h_n}(u) = \frac{1}{h_n} K_{h_n}\left(\frac{u}{h_n}\right).$$

Le noyau K est une fonction symétrique définie sur \mathbb{R} satisfaisant les hypothèses suivantes :

Hypothèse H4.1 :

$$\int K(z) dz = 1, \text{ donc } K \text{ est une densité de probabilité;}$$

Hypothèse H4.2 :

$$\int zK(z) dz = 0 \text{ et } \int z^2 K(z) dz \leq M < \infty, \text{ par suite } K \text{ est centrée et de carrée intégrable;}$$

Hypothèse H4.3 :

$$\sup_z K(z) \leq M < \infty \text{ et } |z|K(z) \rightarrow 0 \text{ lorsque } |z| \rightarrow \infty, \text{ donc } K \text{ est bornée.}$$

3.2. Les propriétés statistiques de l'EMN

En plus des hypothèses retenues concernant le noyau K , nous adoptons les hypothèses suivantes concernant la densité f et la *fenêtre* h_n . Ce sont les hypothèses minimales qui permettent d'obtenir la convergence de l'EMN :

Hypothèse H4.4 :

La densité inconnue f possède des dérivées secondes continues et elle est de carrée intégrable.

Hypothèse H4.5 :

La *fenêtre* h_n est une séquence de nombres positifs non aléatoires, satisfaisants les conditions suivantes : $\lim_{n \rightarrow \infty} h_n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} nh_n = \infty$, c'est-à-dire que h_n converge vers zéro mais à un taux plus faible que $\frac{1}{n}$.

Calculons, sous ces hypothèses, le biais et la variance de l'EMN.

3.2.1. Le calcul du biais et de la variance de l'EMN

Nous avons

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{h_n} K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j. \quad (4-22)$$

Posons $z = \frac{u-U_j}{h_n}$, alors $dz = -\frac{1}{h_n} dU_j$.

D'où

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int_{-\infty}^{\infty} K(z) f(u-zh_n) dz. \quad (4-23)$$

D'après l'hypothèse H4.4, la densité f est deux fois différentiable, son développement de Taylor au voisinage de u est :

$$f(u-zh_n) = f(u) + f^{(1)}(u)(-h_n z) + \frac{1}{2} f^{(2)}(u) h_n^2 z^2 + o(h_n^2). \quad (4-24)$$

Donc,

$$\begin{aligned} E\{\hat{f}_n(u)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} K(z) f(u-zh_n) dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K(z) \left(f(u) - h_n z f^{(1)}(u) + \frac{h_n^2 z^2}{2} f^{(2)}(u) + o(h_n^2) \right) dz \end{aligned} \quad (4-25)$$

Or, d'après les hypothèses 1 et 2, nous avons

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(z) dz = 1, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} zK(z) dz = 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 K(z) dz < \infty.$$

D'où

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = f(u) + \frac{1}{2} h_n^2 \mu_2(K) f^{(2)}(u) + o(h_n^2), \quad (4-26)$$

où $\mu_2(K) = \int z^2 K(z) dz$.

Ainsi, le biais de l'estimateur peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\text{Biais}(\hat{f}_n(u)) = \frac{1}{2} h_n^2 \mu_2(K) f^{(2)}(u) + o(h_n^2). \quad (4-27)$$

D'après l'hypothèse H4.5, nous avons $\lim_{n \rightarrow \infty} h_n \rightarrow 0$, donc le biais converge vers zéro. Par suite, l'estimateur $\hat{f}_n(u)$ est *asymptotiquement sans biais* au point u .

Nous passons maintenant au calcul de la variance :

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} &= E\{\hat{f}_n(u)\}^2 - \left(E\{\hat{f}_n(u)\}\right)^2 \\ &= \frac{1}{nh_n^2} \int_{-\infty}^{+\infty} K^2\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j - \left(\frac{1}{h_n} \int_{-\infty}^{+\infty} K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j\right)^2 \end{aligned} \quad (4-28)$$

Posons $z = \frac{u-U_j}{h_n}$, alors $ds = -\frac{1}{h_n} dU_j$ et nous obtenons :

$$\text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} = \frac{1}{nh_n} \int_{-\infty}^{+\infty} K^2(z) f(u-zh_n) dz - \frac{1}{n} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} K(z) f(u-zh_n) dz\right)^2. \quad (4-29)$$

Un développement de Taylor d'ordre un de f au voisinage de u est donné par :

$$f(u-zh_n) = f(u) + o(1), \quad (4-30)$$

d'où

$$\text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} = \frac{1}{nh_n} \int_{-\infty}^{+\infty} K^2(z) (f(u) + o(1)) dz - \frac{1}{n} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} K(z) (f(u) + o(1)) dz\right)^2. \quad (4-31)$$

Il s'ensuit alors que,

$$\text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} = \frac{1}{nh_n} R(K) f(u) + o\left(\frac{1}{nh_n}\right), \quad (4-32)$$

où $R(K) = \int K^2(z) dz$.

Donc la variance de l'estimateur est d'ordre $\frac{1}{nh_n}$ et l'hypothèse H4.5 assure sa convergence vers zéro. Par conséquent, l'EMN *converge en moyenne quadratique* (et donc *en probabilité*) vers la vraie densité f en u .

3.2.2. Le calcul de l'EQM et l'EQIM

Commençons par le calcul de l'EQM :

$$\begin{aligned} EQM(\hat{f}_n(u)) &= \text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} + \left(\text{biais}(\hat{f}_n(u))\right)^2 \\ &= \frac{1}{nh_n} R(K) f(u) + o\left(\frac{1}{nh_n}\right) + \left(\frac{h_n^2}{2} f^{(2)}(u) \mu_2(K) + o(h_n^2)\right)^2 \end{aligned} \quad (4-33)$$

Par suite,

$$EQM(\hat{f}_n(u)) = \frac{1}{nh_n} R(K) f(u) + \frac{1}{4} h_n^4 (\mu_2(K))^2 (f^{(2)}(u))^2 + o\left(\frac{1}{nh_n} + h_n^4\right). \quad (4-34)$$

L'expression de l'EQM montre que les plus mauvais résultats dans l'estimation de $f(u)$ sont obtenus au voisinage des points où la courbure est forte et la densité est élevée, ce qui correspond souvent à *un mode* pour la densité f .

Calculons maintenant l'EQIM :

$$\begin{aligned}
EQIM(\hat{f}_n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} EQM(\hat{f}_n) du = \frac{1}{nh_n} R(K) + \frac{1}{4} h_n^4 (\mu_2(K))^2 R(f^{(2)}(u)) + o\left(\frac{1}{nh_n} + h_n^4\right) \\
&= EQIMA(\hat{f}_n) + o\left(\frac{1}{nh_n} + h_n^4\right),
\end{aligned}$$

$$\text{avec } EQIMA(\hat{f}_n) = \frac{1}{nh_n} R(K) + \frac{1}{4} h_n^4 (\mu_2(K))^2 R(f^{(2)}(u)). \quad (4-35)$$

Le terme *EQIMA* désigne l'*Erreur Quadratique Intégrale Moyenne Asymptotique*. Il représente une approximation de l'*EQIM* et a le mérite d'être simple à interpréter : il est composé de deux termes : le premier terme est rattaché à la variance intégrale et il est inversement proportionnel à la fenêtre; alors que le deuxième terme est rattaché au biais et il est proportionnel à la *fenêtre*. Le choix de la *fenêtre* reflète donc un compromis entre la précision de l'estimateur (avoir une variance faible) et son biais. Il reflète aussi un compromis entre le souci de présenter une courbe *lisse* et celui de ne pas faire disparaître des informations concernant un petit groupe particulier d'observations, d'où le rôle crucial de la *fenêtre*.

3.3. La *fenêtre* optimale

L'*EQIMA* a un autre avantage qui consiste à fournir une approximation de la *fenêtre* optimale.

La *fenêtre* optimale est la solution du programme de minimisation suivant :

$$\frac{\partial EQIMA}{\partial h_n} = 0. \quad (4-36)$$

La valeur optimale de h_n minimisant l'*EQIMA* est dans ce cas :

$$h_n^* = \left(\frac{R(K)}{(\mu_2(K))^2 R(f^{(2)})n} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (4-37)$$

D'après (4-37), la *fenêtre* optimale converge vers 0 quand $n \rightarrow \infty$ avec un taux très faible (d'ordre $O\left(n^{-\frac{1}{5}}\right)$). Nous constatons de plus que la valeur optimale de la *fenêtre* est inversement proportionnelle à $R\left(f^{(2)}\right)$. Or ce dernier terme est interprété comme une mesure de la courbure de la fonction f . Donc pour une densité à faible courbure, un niveau de lissage faible, c'est-à-dire un grand h , est optimal.

Cependant ce même terme dans l'expression de la *fenêtre* optimal h_n^* est inconnu, ce qui entrave son utilisation pratique. Nous verrons dans une section ultérieure quelques techniques utilisées pour opérationnaliser la formule de la *fenêtre* optimale. Déterminons auparavant le taux de convergence de l'*EQIM* pour le taux optimal h_n^* :

$$EQIMA_{h_n^*}(\hat{f}_n) = \frac{5}{4} \left((\mu_2(K))^2 R(K)^4 R(f^{(2)}(u)) \right)^{\frac{1}{5}} n^{-\frac{4}{5}} \quad (4-38)$$

Par suite,

$$EQIM_{h_n^*}(\hat{f}_n) \sim \frac{5}{4} \left((\mu_2(K))^2 R(K)^4 R(f^{(2)}(u)) \right)^{\frac{1}{5}} n^{-\frac{4}{5}}. \quad (4-39)$$

L'expression (4-39) montre que le taux de convergence de l'*EQIM*, pour une valeur optimale de la *fenêtre*, est d'ordre $O\left(n^{-\frac{4}{5}}\right)$. Ce taux est plus faible que celui de l'*EQM* d'un modèle paramétrique qui est souvent d'ordre $O\left(n^{-1}\right)$. C'est en fait le prix à payer pour ne pas adopter une forme fonctionnelle pour la densité de probabilité.

4. Le choix du noyau et de la *fenêtre*

Nous commençons cette section en prouvant que le *noyau d'Epanechnikov* est optimal dans le sens qu'il minimise l'*EQIMA* pour aboutir au résultat que le choix du noyau a peu d'influence sur la performance de l'estimateur (paragraphe 4.1.). C'est plutôt le choix de

la *fenêtre* qui est crucial et qui fait l'objet du paragraphe 4.2. où nous développons quelques techniques utilisées pour estimer la valeur optimale de la *fenêtre*.

4.1. Le noyau optimal

Considérons la valeur optimale de la *fenêtre* h_n^* . Une approximation de l'*EQIM* associée à cette valeur est définie par :

$$EQIMA_{h_n^*}(\hat{f}_n) = \frac{5}{4} C(K) \left(R(f^{(2)}(u)) \right)^{\frac{1}{5}} n^{-\frac{4}{5}}, \text{ avec } C(K) = \frac{5}{4} (\mu_2(K))^{\frac{2}{5}} R(K)^{\frac{4}{5}}. \quad (4-40)$$

Notre objectif consiste à trouver le noyau K qui minimise $EQIMA_{h_n^*}(\hat{f}_n)$. Ceci revient à résoudre le programme d'optimisation suivant :

$$\begin{aligned} & \min C(K) \\ & \text{Sous contraintes:} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \int \int K(z) dz = 1, \int zK(z) dz = 0, \\ \int z^2 K(z) dz < \infty \text{ et } K(z) \geq 0 \quad \forall z \in \mathbb{R} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4-41)$$

La résolution d'un tel programme a fait l'objet de plusieurs travaux dont notamment ceux des pionniers Hodges et Lehmann (1956) et Epanechnikov (1969). Des travaux similaires sont réalisés par Prakasa Rao (1983) et Bosq et Lecoutre (1987). La solution obtenue dans ces travaux est la fonction suivante :

$$K_e(s) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{5}} \left(1 - \frac{1}{5} s^2 \right) & \text{si } -\sqrt{5} \leq s \leq \sqrt{5} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4-42)$$

Cette fonction optimale K_e est appelée *noyau d'Epanechnikov*. Elle servira comme référence pour évaluer l'efficacité d'un noyau quelconque.

Nous définissons *le ratio d'efficacité* d'un noyau K par :

$$\begin{aligned} \text{eff}(K) &= \left(C(K_e) / C(K) \right)^{\frac{5}{4}} \\ &= \frac{3}{5\sqrt{5}} \left(\int s^2 K(s) ds \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\int K(s)^2 ds \right)^{-1} \end{aligned} \quad (4-43)$$

Ce ratio est interprété comme la taille de l'échantillon nécessaire pour obtenir le même niveau minimum d'*EQIM* (pour f donnée) aussi bien en utilisant K_e ou bien K .

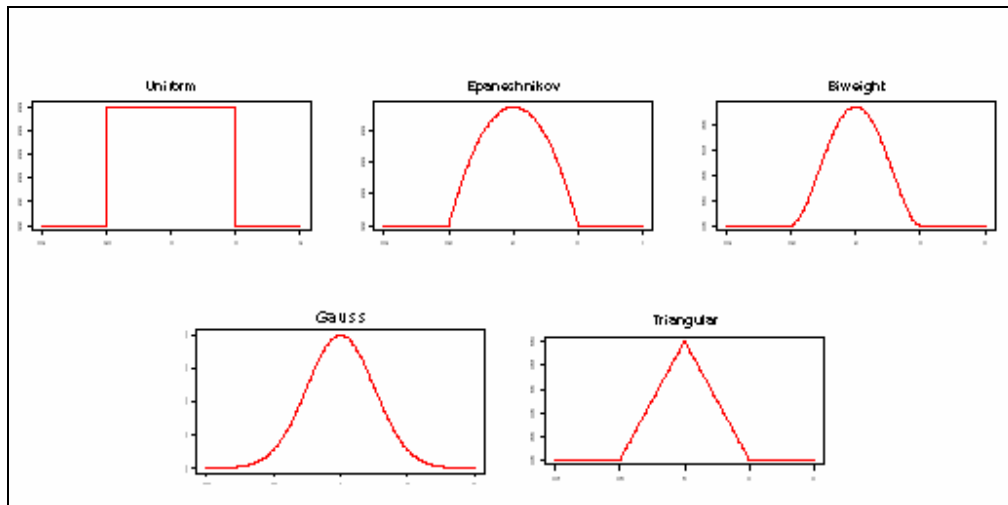
Le tableau 4.1 donne les résultats de calcul du ratio d'efficacité pour certaines fonctions de noyau K et la figure 4.1, les graphiques des noyaux utilisés dans ce tableau.

Tableau 4.1 : Les résultats de calcul du ratio d'efficacité (Tiré de Silverman, 1986, p. 43)

| Noyau | $K(z)$ | Ratio d'efficacité |
|---------------------|---|---|
| <i>Epanechnikov</i> | $\begin{cases} \frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{5} z^2 \right) / \sqrt{5} & \text{si } z < \sqrt{5} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ | 1 |
| <i>Biweight</i> | $\begin{cases} \frac{15}{16} (1 - z^2)^2 & \text{si } z < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ | $\left(\frac{3087}{3125} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 0,9939$ |
| <i>Triangulaire</i> | $\begin{cases} 1 - z & \text{si } z < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ | $\left(\frac{243}{250} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 0,9859$ |
| <i>Gaussien</i> | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)z^2} \quad z \in \mathbb{R}$ | $\left(\frac{3\pi}{125} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 0,9512$ |
| <i>Uniforme</i> | $\begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } z < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ | $\left(\frac{108}{125} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 0,9295$ |

Les résultats du calcul montrent que le ratio est presque 1 pour toutes les fonctions. Ceci indique que le choix du noyau a peu d'influence sur la valeur de l'*EQIM*. Toutefois, nous serons amenés à préférer des noyaux par rapport à d'autres pour des raisons de lissage ou de facilité de calcul.

Figure 4.1 : Représentations graphiques des noyaux les plus utilisés



4.2. Le choix pratique de la *fenêtre*

A l'opposé du choix du noyau qui importe peu pour la précision de l'estimateur, la spécification de la *fenêtre* est cruciale pour la performance locale et globale de l'EMN.

La littérature s'intéressant aux choix pratique de la *fenêtre* est abondante (voir Wand et Jones, 1995 pour un aperçu). Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature, Wand et Jones (1995) les classent en deux catégories :

- Des méthodes simples et rapides qui ne font pas appel à un développement mathématique approfondi garantissant leurs convergences vers la valeur optimale de la *fenêtre* mais fournissent des valeurs « raisonnables ». Ce sont des méthodes intuitives (« *rules of thumb* »). Il s'agit notamment des travaux de Bowman (1985) et Silverman (1986) sur la *méthode d'évaluation normale* et les extensions de Terrell et Scott (1985), Terrell (1990) et Sheather (1992) qui ont donné naissance à la *méthode du sur-lissage de la fenêtre* (*oversmoothing Kernel selection method*).

- La deuxième catégorie part d'un fondement mathématique qui cherche souvent à minimiser l'*EQI* ou bien l'*EQIMA*. Cette catégorie de méthodes est appelée *hi-tech* et elle est essentiellement l'œuvre de Bowman (1984) et Rudemo (1982) sur la *méthode de la*

validation croisée par moindres carrés (Least-Squares Cross-Validation, LSCV) de Scott et Terrell (1987) sur *la méthode de la validation croisée biaisée (Biased Cross-Validation, BCV)* ; les travaux de Sheather et Jones (1991) sur *la méthode Plug-in (Plug-in bandwidth selection)* ; les travaux de Hall, Marron et Park (1992) sur *la méthode de la validation croisée lisse (Smoothed Cross-Validation, SCV)* ; enfin les travaux de Hall *et al.* (1991) sur *la méthode de la racine n^{ième} (Root-n bandwidth selection)*.

Nous nous limitons dans ce chapitre à développer les plus utilisés en pratique : des méthodes *rules of thumb*, nous focalisons sur les travaux de Bowman (1985) et Silverman (1986) et les extensions de Terrell et Scott (1985), Terrell (1990) et Sheather (1992) ; et des méthodes *hi-tech* nous développons *la méthode de la validation croisée (LSCV)*.

4.2.1. Les méthodes intuitives

Rappelons que l'expression de la *fenêtre* optimale dépend du terme inconnu $R(f^{(2)})$.

Bowman (1985) et Silverman (1986) supposent que f est une *distribution normale* centrée et de variance σ^2 , donc

$$R(f^{(2)}) = \sigma^{-5} R(\phi^{(2)}) = \frac{3}{8} \pi^{-\frac{1}{2}} \sigma^{-5}, \quad (4-44)$$

où ϕ est la densité d'une *normale centrée et réduite*.

Les auteurs supposent de plus que le noyau est *Gaussien*, par conséquent $R(K) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$

et $\mu_2(K) = 1$.

Enfin, en remplaçant les termes $R(f^{(2)})$, $R(K)$ et $\mu_2(K)$ par leurs valeurs dans l'expression de la *fenêtre* optimale et en considérant un estimateur convergent, noté $\hat{\sigma}$, de σ , nous obtenons :

$$h_n^* = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}} \hat{\sigma} n^{-\frac{1}{5}} = 1,06 \hat{\sigma} n^{-\frac{1}{5}}. \quad (4-45)$$

Un estimateur $\hat{\sigma}$ de σ peut être l'écart type habituel :

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (U_j - \bar{U})^2}; \quad (4-46)$$

ou bien l'Écart Interquartile de l'Echantillon (EIQE) rapporté à l'Écart Interquartile (EIQ) de la loi normale centrée-réduite :

$$\hat{\sigma}_{EIQ} = \frac{EIQE}{\left(\Phi^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) - \Phi^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)\right)} \approx \frac{EIQE}{1.349}, \quad (4-47)$$

où Φ désigne la fonction de répartition de la loi normale centrée-réduite.

Toutefois, selon Silverman (1986), il est parfois recommandé d'utiliser, $\min(S, \hat{\sigma}_{EIQE})$ pour éviter un sur-lissage.

Une extension de cette méthode est réalisée par Terrell et Scott (1985), Terrell (1990) et Sheather (1992). Les travaux de ces derniers ont donné naissance à une méthode désignée par *oversmoothing Kernel selection*. Les auteurs montrent que la *fenêtre* admet une borne supérieure définie par :

$$h_n \leq \left(\frac{243R(K)}{35(\mu_2(K))^2 n}\right)^{\frac{1}{5}} \sigma, \quad (4-48)$$

pour toute densité d'écart type σ .

Un choix pratique de *fenêtre* consiste à supposer que h_n atteint la borne supérieure et de remplacer l'écart type par son estimateur S :

$$h_n = \left(\frac{243R(K)}{35(\mu_2(K))^2 n} \right)^{\frac{1}{5}} S. \quad (4-49)$$

Pour finir, signalons que les méthodes intuitives offrent une règle simple et rapide pour estimer une *fenêtre*, mais elles tendent à sur-lisser les données, surtout pour des distributions *bimodales* et par suite à dissimuler des caractéristiques importantes des données (Wand et Jones, 1995).

4.2.2. La méthode de la validation croisée par moindres carrés (LSCV)

C'est une méthode *hi-tech* développée par Rudemo (1982) et Bowman (1984) qui se base sur la minimisation de l'*EQIM*.

En effet,

$$\begin{aligned} EQIM(\hat{f}_n) = E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{f}_n(u) - f(u))^2 du \right\} &= E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(u)^2 du \right\} - 2E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(u) f(u) du \right\} \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)^2 du \end{aligned} \quad (4-50)$$

Le terme $\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)^2 du$ dans cette dernière expression ne dépend pas de h_n , donc la minimisation de l'*EQIM* est équivalente à la minimisation du terme :

$$M(\hat{f}_n, h_n) = E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(u)^2 du \right\} - 2E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(u) f(u) du \right\}. \quad (4-51)$$

Or cette fonction objectif dépend de la densité f qui est inconnue. Le principe de la méthode *LSCV* consiste à remplacer au départ, $M(\hat{f}_n, h_n)$ par un estimateur sans biais. Ensuite, trouver la valeur de la *fenêtre* qui minimise la nouvelle expression. Rudemo (1982) et Bowman (1984) proposent, comme estimateur sans biais de $M(\hat{f}_n, h_n)$, la statistique suivante :

$$M_0(\hat{f}_n, h_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(u)^2 du - 2 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \hat{f}_{-j}(U_j), \quad (4-52)$$

$$\text{où } \hat{f}_{-j}(u) = \frac{1}{(n-1)h_n} \sum_{i \neq j}^{i=n} K\left(\frac{u-U_i}{h_n}\right).$$

La statistique $\hat{f}_{-j}(u)$ est l'estimateur de la densité $f(u)$ sur la base de l'échantillon sans l'observation U_j . Cet estimateur est appelé en anglais « *leave-one-out estimator* », car il fait référence à l'utilisation d'une partie de l'échantillon pour obtenir de l'information concernant une autre partie. D'où l'appellation de *la méthode par validation croisée*.

Un estimateur de la *fenêtre* par cette méthode est défini par :

$$h_n^{LSCV} = \arg \min \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(u)^2 du - 2 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \hat{f}_{-j}(U_j). \quad (4-53)$$

Malgré la forte attraction de la méthode *LSCV*, il est important de noter qu'elle peut fournir de mauvais résultats si elle est appliquée sur des *données discrétisées*. Ce genre de problème est souvent rencontré dans l'analyse d'efficacité où des valeurs du score peuvent se répéter plus qu'une fois (par exemple la valeur 1 qui correspond à un optimum *au sens de Farrell*).

Silverman (1986) montre que dans une telle situation, la méthode *LSCV* conduit à un terme $M(\hat{f}_n, h_n)$ qui converge vers moins l'infinie quand h tend vers 0 ; ce qui conduit au choix dégénéré $h=0$.

Pour remédier à ce dernier problème, Härdle (1990) propose plutôt la minimisation de l'*Erreur Quadratique Intégrée Moyenne Pondérée (EQIMP)*, définie par :

$$EQIMP(\hat{f}_n) = E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) (\hat{f}_n(u) - f(u))^2 du \right\} = \\ E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) \hat{f}_n(u)^2 du \right\} - 2E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) \hat{f}_n(u) f(u) du \right\} + \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) f(u)^2 du, \quad (4-54)$$

où $\omega(u)$ est une fonction de pondération quelconque.

Nous retrouvons ainsi le terme,

$$M(\hat{f}_n, h_n) = E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) \hat{f}_n(u)^2 du \right\} - 2E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) \hat{f}_n(u) f(u) du \right\}. \quad (4-55)$$

En suivant Silverman (1986) on remplace l'expression (4-55) par,

$$M_0(\hat{f}_n, h_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u) \hat{f}_n(u)^2 du - 2 \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \omega(U_j) \hat{f}_{-j}(U_j) \quad (4-56)$$

Dans le but d'éviter le problème de *discrétisation* des données pour une densité à support $[1, +\infty[$, Simar et Wilson (2000) proposent la *fonction de pondération* suivante :

$$\omega(u) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta \in [1, 1 + \varepsilon] \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (4-57)$$

où $\delta \in [1, +\infty[$ est le score de *la fonction de distance de Shephard*, définie au chapitre 1, qui est l'inverse du score d'efficacité et $\varepsilon > 0$. En choisissant ε très faible (par exemple $\varepsilon = 10^{-6}$), nous empêchons l'observation $\hat{\delta}_j = 1$ d'influencer le terme $M_0(\hat{f}_n, h_n)$ et nous garantissons que seulement cette observation est éliminée du programme d'optimisation.

La *fonction de pondération* pour une densité à support $\theta \in]0, 1]$ peut être définie par :

$$\omega(u) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \in [1 - \varepsilon, 1] \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (4-58)$$

où $\theta \in]0,1]$ est le score d'efficacité.

Enfin, notons que le développement de Wand et Jones (1995) prouve la supériorité de la performance de la méthode *LSCV* par rapport aux méthodes intuitives. Toutefois, les travaux de Hall et Marron (1991a) et Park et Marron (1990) montrent que cette méthode tend à sous-lisser la densité. De plus, les travaux de Hall et Marron (1991b) montrent que l'*EQIMA* peut avoir plus qu'un minimum ce qui pose des difficultés dans les études empiriques.

5. Le noyau multivarié

Nous disposons maintenant d'une suite de vecteurs aléatoires indépendants U_1, \dots, U_n de dimension d et obéissent à la même loi de densité f . Nous utilisons la notation $U_j = (U_{1j}, \dots, U_{dj})^T$ pour désigner les composantes de U_j et le vecteur $u = (u_1, \dots, u_d)^T \in \mathbb{R}^d$ pour désigner une réalisation de U_j .

Nous supposons que le symbole \int est une abréviation de $\int \dots \int_{\mathbb{R}^d}$ et du une abréviation de $du_1 \dots du_d$. Finalement la matrice identité de format $d \times d$ est désignée par I_d .

5.1. Définition d'un EMN multivarié

Selon Deheuvels (1977), l'estimateur par un noyau de dimension d est défini par :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |H|^{-\frac{1}{2}} K \left(H^{-\frac{1}{2}} (u - U_j) \right), \quad (4-59)$$

où H est une matrice définie positive et symétrique de format $d \times d$ appelée *matrice-fenêtre* et K le noyau défini sur un espace de dimension d .

Les hypothèses suivantes sont imposées à f , H et K :

Hypothèse H4.1' :

Les composantes de la matrice *Hessienne* de f , notée ∇_f^2 sont continues et de carrées intégrables;

Hypothèse H4.2' :

$H = H_n$ est une séquence de *matrice-fenêtre* satisfaisant les conditions : le terme $n^{-1}|H|^{-\frac{1}{2}}$, ainsi que toutes les composantes de H s'approche de zéro quand $n \rightarrow \infty$. De plus, le rapport de la valeur propre de H la plus grande sur la plus faible est borné pour tout n ;

Hypothèse H4.3' :

La fonction K est définie sur un support de dimension d satisfaisant les conditions suivantes :

$\int K(z) dz = 1$, $\int zK(z) dz = 0$ et $\int zz^T K(z) dz = \mu_2(K)I_d$, où $\mu_2(K) = \int z_j^2 K(z) dz$ est indépendante de j .

Ces hypothèses garantissent que le noyau K est une densité de probabilité définie sur un espace de dimension d et qu'il est *unimodale* et symétrique.

Nous pouvons citer à titre d'exemple de noyau multivarié *la loi normale multidimensionnelle* définie par :

$$K(u) = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^T u\right). \quad (4-60)$$

Ainsi que le *noyau multivariée d'Epanechnikov* définie par :

$$K_e(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} v_d^{-1} (d+2) (1-u^T u) & \text{si } u^T u < 1, \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (4-61)$$

où v_d est le volume de la sphère de dimension d $\left(v_1 = 2, v_2 = \pi, v_3 = \frac{4\pi}{3}, \text{etc.} \right)$.

La définition de l'EMN multivarié peut être simplifiée si nous imposons des restrictions sur la matrice-fenêtre H .

Désignons par F la classe des matrices symétriques définies positives de format $(d \times d)$.

En général la matrice-fenêtre est composée de $\frac{1}{2}d(d+1)$ paramètres à estimer. Si nous adoptons par exemple l'hypothèse que H est diagonale, c'est-à-dire $H \in D, H = \text{diag}(h_1^2, \dots, h_d^2)$, où D est le sous-ensemble des matrices diagonales de F , alors, l'EMN multivarié est défini par :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{n} \left(\prod_{l=1}^d h_l \right)^{-1} \sum_{j=1}^{j=n} K \left(\frac{u_1 - U_{j1}}{h_1}, \dots, \frac{u_d - U_{jd}}{h_d} \right). \quad (4-62)$$

Nous obtenons une autre simplification si nous adoptons l'hypothèse $H \in S$, où $S = \{h^2 I_d, h > 0\}$. Ceci entraîne une nouvelle expression de l'EMN :

$$\hat{f}_n(u) = \frac{1}{nh^{-d}} \sum_{j=1}^{j=n} K \left(\frac{u - U_j}{h} \right). \quad (4-63)$$

Nous verrons plus loin que le niveau de simplification apportée à la matrice H affecte la performance de l'EMN. Nous nous proposons d'en faire une évaluation statistique auparavant.

5.2. Évaluation de l'EMN multivarié

Nous calculons au départ l'EQM et l'EQIM (paragraphe 5.2.1.). Nous retrouvons ensuite une *fenêtre* optimale sous l'hypothèse $H \in S = \{h^2 I_d, h > 0\}$ (paragraphe 5.2.2.).

5.2.1. Le calcul de l'EQM et l'EQIM

Rappelons au départ quelques notions utiles pour notre développement :

Pour une matrice A de format $d \times d$, nous définissons le vecteur, noté $vec A$ de format $d^2 \times 1$, extrait de A comme la juxtaposition des colonnes de A de gauche à droite en une seule colonne. Nous définissons aussi un autre vecteur extrait de A , noté $vech A$ de format $\frac{1}{2}d(d+1) \times 1$, obtenu après l'élimination du vecteur $vec A$ des éléments au-dessus de la diagonale de la matrice A (Henderson et Searle, 1979).

Pour une matrice symétrique ($A^T = A$), il existe une matrice unique D_d de format $d^2 \times \frac{1}{2}d(d+1)$, composée de 0 et de 1 telle que :

$$D_d vech A = vec A \quad (4-64)$$

La matrice D_d est appelée *matrice de duplication* d'ordre d .

Un résultat utile pour la suite de notre analyse est :

$$D_d^T vec A = vech(A + A^T - diag A), \quad (4-65)$$

où $diag A$ est la matrice diagonale de A

Un autre résultat est aussi utilisé :

$$tr(A^T B) = (vec A)^T (vec B). \quad (4-66)$$

Finalement, pour une transformation linéaire des variables, quand nous intégrons sur \mathbb{R}^d , nous avons :

$$\int g(Au) du = |A| \int g(w) dw, \quad (4-67)$$

où A est une matrice carrée inversible.

Nous sommes maintenant en mesure de calculer l'*EQM* et l'*EQIM*.

Nous avons :

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int |H|^{-\frac{1}{2}} K\left(H^{-\frac{1}{2}}(u-U_j)\right) f(U_j) dU_j. \quad (4-68)$$

Posons $z = H^{-\frac{1}{2}}(u-U_j)$, alors,

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int |H|^{-\frac{1}{2}} |H|^{\frac{1}{2}} K(z) f\left(u - H^{-\frac{1}{2}}z\right) dz = \int K(z) f\left(u - H^{-\frac{1}{2}}z\right) dz. \quad (4-69)$$

L'application de la formule de Taylor à f au voisinage de u mène à l'expression suivante :

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int K(z) \left\{ f(u) - \left(H^{-\frac{1}{2}}z\right)^T \nabla_f(u) + \frac{1}{2} \left(H^{-\frac{1}{2}}z\right)^T \nabla_f^2(u) \left(H^{-\frac{1}{2}}z\right) + o\left(\left(H^{-\frac{1}{2}}z\right)^T \left(H^{-\frac{1}{2}}z\right)\right) \right\} dz \quad (4-70)$$

Or, nous avons d'une part,

$$\int K(z) dz = 1.$$

D'autre part,

$$\begin{aligned} \int \left(H^{\frac{1}{2}} z \right)^T \nabla_f(u) K(z) dz &= \int z^T H^{\frac{1}{2}} \nabla_f(u) K(z) dz = \int \text{tr} \left(z^T H^{\frac{1}{2}} \nabla_f(u) K(z) \right) dz \\ &= \int \text{tr} \left(H^{\frac{1}{2}} \nabla_f(u) (z K(z))^T \right) dz = 0. \end{aligned} \quad (4-71)$$

De plus,

$$\begin{aligned} \int \left(H^{\frac{1}{2}} z \right)^T \left(H^{\frac{1}{2}} z \right) K(z) dz &= \int (z^T H z) K(z) dz = \int \text{tr} \left((z^T H z) K(z) \right) dz = \\ \int \text{tr} \left(H (z^T z) K(z) \right) dz &= \text{tr} \left(H \int (z^T z) K(z) dz \right) = \mu_2(K) \text{tr}(H). \end{aligned} \quad (4-72)$$

D'où,

$$E \left\{ \hat{f}_n(u) \right\} = f(u) + \frac{1}{2} \int \left(z^T H^{\frac{1}{2}} \nabla_f^2(u) H^{\frac{1}{2}} z \right) K(z) dz + o(\text{tr}(H)) \quad (4-73)$$

Or,

$$\begin{aligned} \int \left(z^T H^{\frac{1}{2}} (\nabla_f^2(u)) H^{\frac{1}{2}} z \right) K(z) dz &= \int \text{tr} \left(\left(z^T H^{\frac{1}{2}} (\nabla_f^2(u)) H^{\frac{1}{2}} z \right) K(z) \right) dz = \\ \text{tr} \left(H^{\frac{1}{2}} (\nabla_f^2(u)) H^{\frac{1}{2}} \int (z z^T K(z)) dz \right) &= \text{tr} \left(H (\nabla_f^2(u)) \mu_2(K) \right) = \mu_2(K) \text{tr} \left(H (\nabla_f^2(u)) \right) \end{aligned} \quad (4-74)$$

D'où,

$$E \left\{ \hat{f}_n(u) \right\} = f(u) + \frac{1}{2} \mu_2(K) \text{tr} \left(H (\nabla_f^2(u)) \right) + o(\text{tr}(H)). \quad (4-75)$$

Calculons maintenant la variance de l'estimateur :

$$\begin{aligned} \text{Var} \left\{ \hat{f}_n(u) \right\} &= E \left\{ \hat{f}_n(u) \right\}^2 - \left(E \left\{ \hat{f}_n(u) \right\} \right)^2 = \\ \frac{1}{n} \left[|H|^{\frac{1}{2}} \int K(z)^2 f \left(u - H^{\frac{1}{2}} z \right) dz - \left\{ \int K(z) f \left(u - H^{\frac{1}{2}} z \right) dz \right\}^2 \right] \end{aligned} \quad (4-76)$$

En appliquant la formule de Taylor à f au voisinage de u , nous obtenons :

$$\text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} = \frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}} R(K) f(u) + o\left(\frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}}\right), \quad (4-77)$$

$$\text{où } R(K) = \int K(z)^2 dz.$$

Le calcul de la moyenne et de la variance nous permet de déterminer l'*EQM* :

$$\begin{aligned} EQM(\hat{f}_n(u)) &= \text{Var}\{\hat{f}_n(u)\} + \left(\text{biais}(\hat{f}_n(u))\right)^2 = \\ & \frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}} R(K) f(u) + \frac{1}{4}\mu_2(K)^2 \left(\text{tr}(H(\nabla_f^2(u)))\right)^2 + o\left(\frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}} + \text{tr}(H)\right) \end{aligned} \quad (4-78)$$

Par suite, l'*EQIM* est définie par :

$$\begin{aligned} EQIM(\hat{f}_n) &= \int EQM du = \frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}} R(K) + \frac{1}{4}\mu_2(K)^2 \int \left(\text{tr}(H(\nabla_f^2(u)))\right)^2 du \\ & + o\left(\frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}} + \text{tr}(H)\right). \end{aligned} \quad (4-79)$$

5.2.2. Une fenêtre optimale

Nous cherchons maintenant la fenêtre optimale sous l'hypothèse $H \in S = \{h^2 I_d, h > 0\}$.

A partir de l'équation (4-74) nous pouvons retrouver l'expression de l'*EQIMA* :

$$EQIMA(\hat{f}_n) = \frac{1}{n}|H|^{-\frac{1}{2}} R(K) + \frac{1}{4}\mu_2(K)^2 \int \left(\text{tr}(H(\nabla_f^2(u)))\right)^2 du. \quad (4-80)$$

Les propriétés de trace et la symétrie de la matrice Hessienne nous permettent d'écrire :

$$\begin{aligned} \int (\text{vec } H)^T \left\{ (\text{vec } \nabla_f^2(u)) (\text{vec } \nabla_f^2(u)^T) \right\} (\text{vec } H) du &= \\ \int (\text{vech } H)^T D_d^T \left\{ (\text{vec } \nabla_f^2(u)) (\text{vec } \nabla_f^2(u)^T) \right\} D_d^T (\text{vech } H) du &= \\ (\text{vech } H)^T K_f (\text{vech } H) \end{aligned} \quad (4-81)$$

où K_f est une matrice carrée de dimension $\frac{1}{2}d(d+1) \times \frac{1}{2}d(d+1)$ qui est définie comme

$$\text{suit : } K_f = \int D_d^T \left\{ \left(\text{vec } \nabla_f^2(u) \right) \left(\text{vec } \nabla_f^2(u)^T \right) \right\} D_d du .$$

Or,

$$D_d^T \text{vec } \nabla_f^2(u) = \text{vech} \left(2\nabla_f^2(u) - \text{diag } \nabla_f^2(u) \right) . \quad (4-82)$$

D'où,

$$K_f = \int \left(\text{vech} \left(2\nabla_f^2(u) - \text{diag } \nabla_f^2(u) \right) \right) \times \left(\text{vech} \left(2\nabla_f^2(u) - \text{diag } \nabla_f^2(u) \right) \right)^T du . \quad (4-83)$$

Ainsi, nous obtenons une forme équivalente à l'*EQIMA* définie par :

$$EQIMA(\hat{f}_n) = \frac{1}{n} |H|^{-\frac{1}{2}} R(K) + \frac{1}{4} \mu_2(K)^2 (\text{vech } H)^T K_f (\text{vech } H) . \quad (4-84)$$

Sous l'hypothèse $H \in D$, c'est-à-dire $H = \text{diag}(h_1^2, \dots, h_d^2) = \text{diag}(h^2)$, l'expression de l'*EQIMA* devient :

$$EQIMA(\hat{f}_n) = \frac{1}{n} R(K) \left(\prod_{j=1}^{j=d} h_j \right)^{-1} + \frac{1}{4} \mu_2(K)^2 (h^2)^T \Psi_D K_f (h^2) , \quad (4-85)$$

où Ψ_D est une matrice de format $(d \times d)$ ayant la composante (i, j) égale à $\psi_{2e_i+2e_j}$ et e_i est un vecteur de dimension d ayant 1 à la $i^{\text{ème}}$ position et 0 ailleurs et e_j un vecteur de dimension d ayant 1 à la $j^{\text{ème}}$ position et 0 ailleurs.

Sous l'hypothèse $H \in S$, c'est-à-dire $H = h^2 I_d$, nous obtenons la simplification suivante:

$$EQIMA(\hat{f}_n) = \frac{1}{n} h^{-d} R(K) + \frac{1}{4} h^4 \mu_2(K)^2 \int \left(\sum_i f_{ii}(u) \right)^2 du , \quad (4-86)$$

avec $t^T f_{ii}(u) = \sum_{i=1}^{i=d} \frac{\partial^2}{\partial u_i^2} f(u)$.

Dans ce dernier cas, nous pouvons déduire une *fenêtre* optimale qui minimise l'*EQIMA* :

$$h_{EQIMA} = \left[\frac{dR(K)}{\mu_2(K)^2 \left\{ \int (t^T f_{ii}(u))^2 du \right\} n} \right]^{\frac{1}{d+4}}. \quad (4-87)$$

Par suite, l'*EQIMA* minimum est définie par :

$$\inf_{h>0} EQIMA(\hat{f}_n) = \frac{d+4}{4d} \left(\mu_2(K)^{2d} \{dR(K)\}^4 \left[\int (t^T f_{ii}(u))^2 du \right]^d n^{-4} \right)^{\frac{1}{d+4}}. \quad (4-88)$$

L'expression (4-88) montre que le taux de convergence de l'*EQIMA* est d'ordre $n^{-\frac{4}{d+4}}$. Donc l'*EQIMA* converge avec un taux de plus en plus lent avec l'augmentation de la dimension. Ce qui caractérise le phénomène de *la malédiction de la dimensionnalité*. Un tel problème affecte la performance de l'estimateur au niveau empirique. Néanmoins, pour une dimension *modérée*, l'EMN multivarié donne des résultats satisfaisant (Scott et Wand, 1991, Scott, 1992).

5.3. Le choix du noyau

Selon Wand et Jones (1995), le noyau multivariée peut être construit à partir d'un noyau symétrique univariée de deux manières.

La première, désignée *noyau produit* est définie par :

$$K^P(u) = \prod_{i=1}^{i=d} K(u_i). \quad (4-89)$$

La deuxième, désignée par *noyau sphérique* est définie par :

$$K^S(u) = C_{K,d} K \left\{ (u^T u)^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (4-90)$$

$$\text{où } C_{K,d}^{-1} = \int K \left\{ (u^T u)^{\frac{1}{2}} \right\} du.$$

En général, les deux noyaux K^P et K^S sont différents. Mais ils sont identiques pour une *distribution normale*.

En effet, nous avons d'une part,

$$K^P(u) = \prod_{i=1}^{i=d} K(u_i) = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^T u \right\}. \quad (4-91)$$

D'autre part,

$$K^S(u) = C_{K,d} (2\pi)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u^T u) \right\}, \quad (4-92)$$

$$\text{avec } C_{K,d}^{-1} = \int (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u^T u)^{\frac{1}{2}} \right\} du = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} (2\pi)^{\frac{d}{2}} = (2\pi)^{\frac{d-1}{2}}.$$

D'où,

$$K^S(u) = (2\pi)^{\frac{1-d}{2}} (2\pi)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u^T u) \right\} = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u^T u) \right\}. \quad (4-93)$$

Par suite, les deux noyaux sont identiques. Ainsi, le *noyau Gaussien* peut être construit à partir d'une *densité normale centrée réduite* univariée en utilisant le *noyau produit* ou bien le *noyau sphérique*.

Wand et Jones (1995) mènent une comparaison entre les deux façons de générer un noyau multidimensionnel à partir d'un noyau univarié. Ils utilisent une généralisation à la dimension d du ratio d'efficacité défini dans le paragraphe (4.1.) :

$$\left\{ \frac{C_d(K^S)}{C_d(K^P)} \right\}^{\frac{(d+4)}{4}} = \frac{\left\{ R(K^S) \mu_2(K^S)^{\frac{d}{2}} \right\}}{\left\{ R(K^P) \mu_2(K^P)^{\frac{d}{2}} \right\}}, \quad (4-94)$$

où $C_d(K) = \left\{ R(K)^4 \mu_2(K)^{2d} \right\}^{\frac{1}{(d+4)}}$.

Un ratio inférieur à 1 indique une supériorité asymptotique du *noyau sphérique*.

Le tableau 4.2 donne la valeur du ratio pour des noyaux générés à partir des noyaux univariés symétriques :

Tableau 4.2 : Le ratio d'efficacité du noyau produit par rapport au noyau sphérique (Tiré de Wand et Jones, 1995, p. 104)

| Noyau | d=2 | d=3 | d=4 |
|---------------------|-------|--------|-------|
| <i>Uniforme</i> | 0,955 | 0,888 | 0,811 |
| <i>Epanechnikov</i> | 0,982 | 0,985 | 0,916 |
| <i>Biweight</i> | 0,983 | 0,9853 | 0,915 |
| <i>Triweight</i> | 0,984 | 0,9856 | 0,919 |

Le tableau 4.2 montre qu'il y'a une légère différence entre K^P et K^S dans le cas bivarié : elle est de 4,5 % pour la *loi uniforme* et seulement de 1,8 % pour la *distribution d'Epanechnikov*. La différence augmente pour les dimensions 3 et 4 et elle devient remarquable pour la *loi uniforme* avec 18,9 %.

Par analogie avec le cas univarié, Wand et Jones (1995) déterminent dans chaque classe le noyau optimal dans le sens qu'il minimise l'*EQIM* :

Pour le *noyau produit*, il est défini par :

$$K_*^P(u) = \left(\frac{3}{4} \right)^d \prod_{i=1}^{i=d} (1 - u_i^2) 1_{\{|u_i| < 1\}}. \quad (4-95)$$

Pour le noyau sphérique le calcul est plus compliqué, mais Fukunaga et Hostetler (1975) et Müller (1988) déterminent une expression du noyau optimal qui s'écrit sous la forme suivante :

$$K_*^S(u) = \frac{1}{2} v_d^{-1} (d+2) (1 - u^T u) 1_{\{u^T u \leq 1\}}, \quad (4-96)$$

où $v_d = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{d\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}$ est le volume d'une sphère de dimension d .

Enfin, signalons qu'à notre connaissance il n'y a pas de travaux qui cherchent à comparer la performance des noyaux dans chaque classe d'estimateurs. Mais nous pensons, par analogie avec le cas unidimensionnel, que cela a peu d'influence sur l'estimateur, c'est plutôt le choix de la matrice fenêtre qui est crucial.

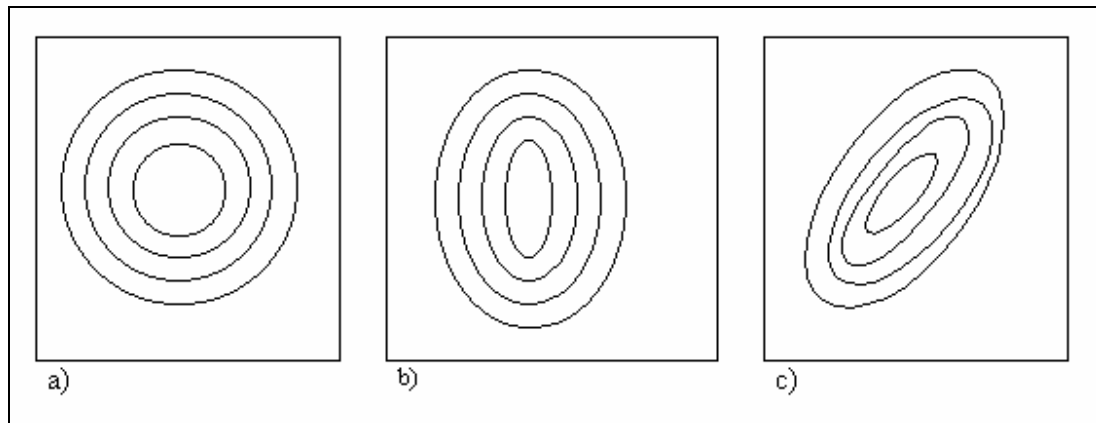
5.4. Le choix de la matrice-fenêtre

Comme nous l'avons déjà mentionné, le niveau de complication de l'estimation de la matrice-fenêtre H dépend des hypothèses posées sur cette matrice. Le niveau le plus simple correspond à l'hypothèse $H \in S$, c'est-à-dire $H = h^2 I_d$ avec $h > 0$. Cette restriction a l'avantage de réduire le problème d'estimation de la matrice-fenêtre en un seul paramètre h . Mais elle présente l'inconvénient de maintenir à l'identique le niveau de lissage pour chaque direction des coordonnées. Le deuxième niveau de complication correspond à l'hypothèse $H \in D, H = \text{diag}(h_1^2, \dots, h_d^2)$, ce qui entraîne d paramètres à estimer. Ceci permet une flexibilité de lissage pour chacune des d directions des coordonnées. Enfin, le troisième niveau de complication correspond à une situation où nous voulons lisser dans des directions différentes des axes des coordonnées, ce qui signifie une matrice-fenêtre pleine, c'est-à-dire $H \in F$.

Pour illustrer cette idée, considérons un noyau Gaussien bivarié. Le contour du noyau dans ce cas est elliptique. Cependant dans le cas $H \in S$, ces ellipses sont contraintes à être des cercles (figure 4.2 a). Si $H \in D$, les axes des ellipses correspondent à la direction

des coordonnées (figure 4.2 b). Enfin, le cas $H \in F$ correspond à des ellipses d'axes arbitrairement orientés (figure 4.2 c).

Figure 4.2 : Courbe de niveau d'un noyau pour a) $H \in S$, b) $H \in D$ et c) $H \in F$ (Tiré de Wand et Jones, 1995, p. 105)



Cette illustration montre que le choix de *la matrice-fenêtre* a potentiellement une influence significative sur la performance de l'estimateur du noyau multivarié (voir Wand et Jones 1993,1995 pour plus de détails). Cependant cette illustration soulève la question suivante : que peut-on gagner en passant à un niveau de complication plus développé ?

La réponse à cette question a fait l'objet des travaux de Wand et Jones (1995) et Duong et Hazelton (2003) et Zhang, King et Hyndman (2004). Ces auteurs prouvent que, en gros, la perte entraînée par l'adoption de l'hypothèse $H \in D$ n'est pas très élevée mais dans certains cas, une *matrice-fenêtre* pleine $H \in F$ est nécessaire.

5.5. Les méthodes d'estimation de *la matrice-fenêtre*

Malgré le rôle crucial de *la matrice-fenêtre* dans la performance de l'EMN multivarié, les travaux cherchant à l'estimer sous des restrictions différentes sont négligeables par rapport à ceux dans le cas univarié. Toutefois, plusieurs méthodes d'estimations dans le cas univarié peuvent être élargies au cas multivarié.

La méthode intuitive de Silverman (1986) peut être élargie au cas multivarié : sous l'hypothèse $H \in D$ et sous réserve que le noyau est *normal multivarié*, Silverman (1986) fournit une approximation de la *fenêtre* définie par :

$$\hat{h} = \left(\frac{4}{(2d+1)n} \right)^{\frac{1}{d+4}} \quad (4-97)$$

L'élargissement de la méthode de la validation croisée (LSCV) au cas multidimensionnel a fait l'objet des travaux de Sain, Baggerly et Scott (1994) et Wand et Jones (1995). D'après ces auteurs, la *matrice-fenêtre* H est définie par :

$$\hat{H}_{LSCV} = \arg \min_{H \in F} LSCV(H), \quad (4-98)$$

avec $LSCV(H) = \int \hat{f}(u; H)^2 du - 2n^{-1} \sum_{j=1}^{j=n} \hat{f}_{-j}(U_j; H)$; et

$\hat{f}_{-j}(\cdot)$: l'estimateur du noyau basé sur l'échantillon initial dépourvu de l'observation U_j .

La résolution de l'équation (4-93) est très complexe, mais peut être simplifiée en minimisant le terme $LSCV(H)$ pour $H \in S$ ou bien $H \in D$ et obtenir ainsi, une matrice appartenant à une classe plus faible.

6. Cas particulier : Cas d'une densité bornée

Nous considérons maintenant une densité de probabilité f à support borné. L'EMN habituelle est, rappelons-le, définie sur l'ensemble \mathbb{R} dans le cas unidimensionnel et sur \mathbb{R}^d dans le cas multidimensionnel. Dans ces conditions, l'EMN est défini dans une région pour laquelle la densité f n'est pas définie. Ceci aura pour conséquence de rendre l'EMN non convergent au voisinage des bornes. Un tel problème est désigné par *effet de frontière (boundary effect)* et a fait l'objet de plusieurs travaux cherchant à le contourner. Nous citons entre autre :

i) La méthode de réflexion (Schuster, 1985 ; Silverman, 1986 et Cline et Hart, 1991).

ii) La méthode des limites de noyau (Gasser et Müller, 1979 ; Gasser, Müller et Mammit-Zoch, 1985 ; Jones, 1993 ; Müller, 1991 et Zhang et Karunamuni, 2000).

iii) La méthode de transformation (Marron et Ruppert, 1994 et Wand, Marron et Ruppert, 1991).

iv) La méthode des pseudo-données (Cowling et Hall, 1996).

v) La méthode linéaire locale (Cheng, Fan et Marron, 1997 ; Cheng, 1997 et Zhang et Karunamuni, 1998).

Ces méthodes dépendent de la nature du support de la densité f et sont souvent difficiles à élargir au cas multidimensionnel. Cependant à l'instar de Simar et Wilson (1998, 2000), nous pensons que *la méthode de réflexion* de Schuster (1985) et Silverman (1986) est la plus simple à adapter à la notion d'efficacité en économie de la production et à la généraliser au cas multidimensionnel.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons aux densités à support $]0,1]$ et $[1, +\infty[$ qui caractérisent respectivement, le support de la mesure d'efficacité au *sens de Farrell* et le support de son inverse qui est *la fonction distance de Shephard*.

Nous développons en premier lieu les corrections apportées à l'EMN pour remédier aux problèmes des bornes. Nous portons en second lieu une généralisation de ces corrections au cas bidimensionnel, c'est-à-dire les densités jointes à support $]0,1] \times]0,1]$ et $[1, +\infty[\times [1, +\infty[$.

6.1. L'EMN et effet de frontière dans le cas unidimensionnel

Nous commençons ce paragraphe par définir le problème (sous-paragraphe 6.1.1). Nous développons ensuite *la méthode de réflexion*, préconisée pour corriger l'EMN (sous-

paragraphe 6.1.2). Enfin, nous passons dans un troisième paragraphe (paragraphe 6.1.3) à l'étude des propriétés de l'estimateur corrigé et à discuter de la *fenêtre* optimale.

6.1.1. Définition du problème

Nous focalisons dans notre étude sur une densité à support $]0,1]$, la densité à support $[1,+\infty[$ est obtenue par analogie. Nous considérons le *noyau d'Epanechnikov* définie sur $[-1,1]$ et nous supposons que la dérivée seconde d'une densité f est continue en tout point différent de zéro.

Nous définissons sur l'intervalle $]0,1]$, les sous-ensembles $B_l = \{u : 0 < u < h_n\}$ et $B_r = \{u : 1 - h_n < u \leq 1\}$ comme les régions des limites gauche et droite de cet intervalle. Comme le score d'efficacité n'est pas défini au voisinage de zéro, on se limitera au voisinage de 1, c'est-à-dire au sous-ensemble B_r . En un point quelconque de ce dernier,

définissons le ratio : $q = \frac{1-u}{h_n}$.

Pour $u \in B_r$, nous avons :

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int_{u-h_n}^1 \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j. \quad (4-99)$$

Posons $z = \frac{u-U_j}{h_n}$, alors

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = \int_{-q}^1 K(z) f(u - h_n z) dz. \quad (4-100)$$

D'après le théorème de Taylor nous avons :

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = f(u) \int_{-q}^1 K(z) dz - h_n f^{(1)}(u) \int_{-q}^1 z K(z) dz + \frac{h^2}{2} f^{(2)}(u) \int_{-q}^1 z^2 K(z) dz + o(h_n^2) \quad (4-101)$$

Si nous posons $\mu_k(q) = \int_{-q}^1 z^k K(z) dz$, alors

$$E\{\hat{f}_n(u)\} = f(u) \mu_0(-q) - h_n f^{(1)}(u) \mu_1(-q) + \frac{h^2}{2} f^{(2)}(u) \mu_2(-q) + o(h_n^2). \quad (4-102)$$

Nous avons aussi pour le même point u :

$$Var\{\hat{f}_n(u)\} = \frac{1}{nh_n} f(u) \int_{-q}^1 K^2(t) dt + o\left(\frac{1}{nh_n}\right). \quad (4-103)$$

Posons $S(q) = \int_{-q}^1 K^2(t) dt$, donc

$$Var\{\hat{f}_n(u)\} = \frac{1}{nh_n} f(u) S(-q) + o\left(\frac{1}{nh_n}\right). \quad (4-104)$$

Si $q < 1$, alors le domaine effectif du noyau n'est plus $[-1, 1]$, mais plutôt $]-1, q]$ et le biais de l'estimateur est d'ordre $O(h_n)$. Par suite, l'EMN n'est pas *convergent en moyenne quadratique* au point u . Ce genre de problème s'appelle *effet de frontière*.

6.1.2. La méthode de réflexion

Dans le but de remédier au problème de l'*effet de frontière*, Schuster (1985) part de l'idée que si l'observation U_j est proche de 1, alors une partie de la contribution de U_j à

l'EMN $\hat{f}_n(u)$, donnée par $K_j(u) = \frac{1}{nh_n} K\left(\frac{u - U_j}{h_n}\right)$, dépasse l'intervalle $]0, 1]$.

Ce dépassement est appelé *débordement* (*overflow*) et son incorporation dans l'intervalle $]0,1]$ se fait en ajoutant à $K_j(u)$, le terme $\frac{1}{nh_n} K\left(\frac{u-(2-U_j)}{h_n}\right)$ appelé *sa réflexion* (voir figure 4.3).

Les observations U_1, \dots, U_n sont augmentées dans ce cas par n observations $(2-U_j, j=1, \dots, n)$ et l'EMN est construit sur la base de $2n$ observations.

Ainsi, l'EMN corrigé est défini par :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_n(u) &= \hat{f}_n(u) + \hat{f}_n(2-u) \\ &= \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} \left[K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right], \quad u \in]0,1] \end{aligned} \quad (4-105)$$

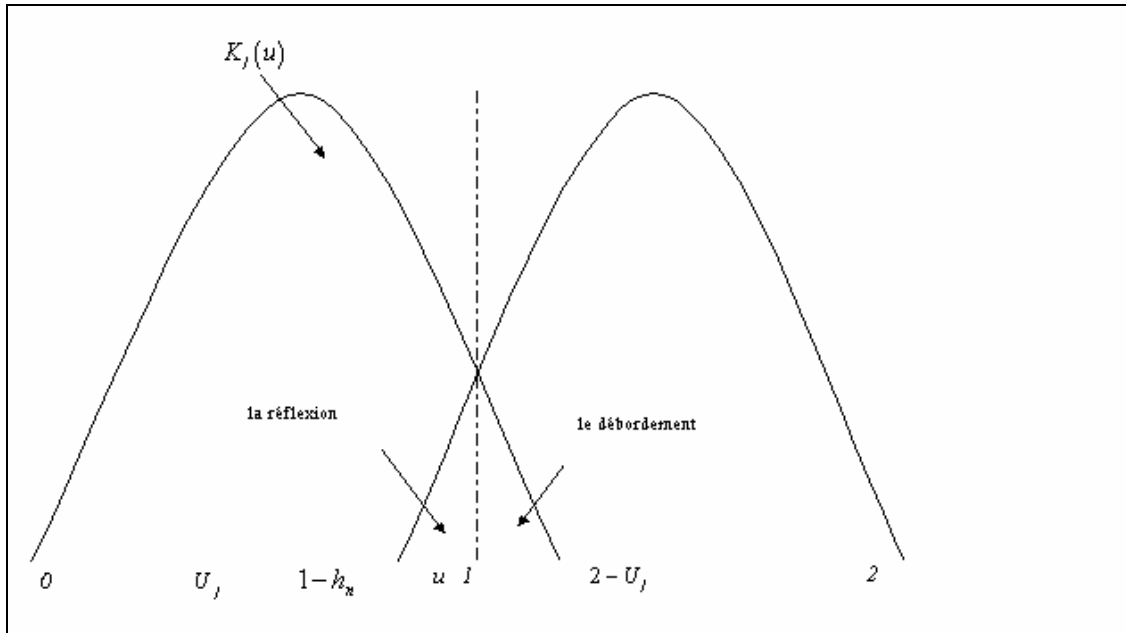
Or, le noyau K est symétrique, donc

$$K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) = K\left(\frac{u-(2-U_j)}{h_n}\right). \quad (4-106)$$

Par suite,

$$\tilde{f}_n(u) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} \left[K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{u-(2-U_j)}{h_n}\right) \right], \quad u \in]0,1] \quad (4-107)$$

Figure 4.3 : Le débordement et sa réflexion



6.1.3. Les propriétés statistiques de l'EMN corrigé

Nous étudions maintenant la performance statistique de l'EMN corrigé par *la méthode de réflexion*. Nous commençons par calculer l'espérance et la variance de l'estimateur pour retrouver le biais et l'*EQIM* :

Nous avons pour $u \in]1-h, 1]$,

$$\begin{aligned}
 E\{\hat{f}_n(2-u)\} &= \int_0^1 \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j = \frac{1}{h_n} \int_{2-u-h_n}^1 K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j \\
 &= \frac{1}{h_n} \int_{1+h_n(q-1)}^1 \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) f(U_j) dU_j
 \end{aligned}
 \tag{4-108}$$

Posons $z = \frac{2-u-U_j}{h_n}$, alors

$$E\{\hat{f}_n(2-u)\} = \int_q^1 K(z)f(2-u-hz)dz = \int_q^1 K(z)f(u-(2q+z)h_n)dz \quad (4-109)$$

D'après le théorème de Taylor, nous avons :

$$\begin{aligned} E\{\hat{f}_n(2-u)\} &= f(u) \int_q^1 K(z)dz - h_n f^{(1)}(u) \int_q^1 (2q+z)K(z)dz + \\ &\quad \frac{h_n^2}{2} f^{(2)}(u) \int_q^1 (2q+z)^2 K(z)dz + o(h_n^2) = \\ &\quad f(u)\mu_0(q) - 2h_n q f^{(1)}(u)\mu_0(q) - h_n f^{(1)}(u)\mu_1(q) + \\ &\quad 2h_n^2 q^2 f^{(2)}(u)\mu_0(q) + 2h_n^2 q f^{(2)}(u)\mu_1(q) + \frac{h_n^2}{2} f^{(2)}(u)\mu_2(q) + o(h_n^2). \end{aligned} \quad (4-110)$$

D'où l'espérance de l'estimateur corrigé :

$$\begin{aligned} E\{\tilde{f}_n(u)\} &= E\{\hat{f}_n(u)\} + E\{\hat{f}_n(2-u)\} = f(u)(\mu_0(-q) + \mu_0(q)) \\ &\quad - h_n f^{(1)}(u)(2q\mu_0(q) + (\mu_1(-q) + \mu_1(q))) \\ &\quad + h_n^2 f^{(2)}(u) \left(2q^2\mu_0(q) + 2q\mu_1(q) + \frac{1}{2}(\mu_2(-q) + \mu_2(q)) \right) + o(h_n^2). \end{aligned} \quad (4-111)$$

Or,

$$\mu_0(q) + \mu_0(-q) = 1, \quad \mu_1(q) = \mu_1(-q) \text{ et } \mu_2(-q) + \mu_2(q) = \mu_2(1), \quad (4-112)$$

d'où

$$\begin{aligned} E\{\tilde{f}_n(u)\} &= f(u) - 2h_n f^{(1)}(u)(q\mu_0(q) + \mu_1(q)) \\ &\quad + h_n^2 f^{(2)}(u) \left(2q^2\mu_0(q) + 2q\mu_1(q) + \frac{1}{2}\mu_0(1) \right) + o(h_n^2). \end{aligned} \quad (4-113)$$

Nous retrouvons ainsi, le biais de l'estimateur corrigé :

$$\begin{aligned} \text{Biais}\{\tilde{f}_n(u)\} &= \frac{h_n^2}{2} f^{(2)}(u)\mu_2(1) - 2h_n f^{(1)}(u)(q\mu_0(q) + \mu_1(q)) \\ &\quad + 2h_n^2 f^{(2)}(u)(q^2\mu_0(q) + q\mu_1(q)) + o(h_n^2). \end{aligned} \quad (4-114)$$

Le premier terme de l'équation du biais représente le biais habituel d'un *point intérieur* $u \in [h_n, 1-h_n]$. Le reste de l'équation représente un biais additionnel causé par l'*effet de frontière* qui s'annule si la densité est non bornée, c'est-à-dire pour $q=1$. Toutefois, l'estimateur corrigé est *asymptotiquement sans biais*.

Calculons maintenant la variance de l'estimateur corrigé :

$$\begin{aligned}
\text{Var}\{\tilde{f}_n(u)\} &= \text{Var}\left\{\frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right)\right\} \\
&= \frac{1}{(nh_n)^2} \sum_{j=1}^{j=n} \left\{ E\left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\} - E\left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\} \right\}^2 \\
&= \frac{1}{nh_n^2} E\left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\}^2 - \frac{1}{nh_n^2} \left\{ E\left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\} \right\}^2 = I_1 + I_2
\end{aligned} \tag{4-115}$$

$$\text{où } I_1 = \frac{1}{nh_n^2} E\left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\}^2 \text{ et}$$

$$I_2 = -\frac{1}{nh_n^2} \left\{ E\left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\} \right\}^2$$

Nous avons :

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{nh_n^2} \left[\int_0^1 \left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\}^2 f(U_j) dU_j \right] \\
&= \frac{1}{nh_n^2} \left[\int_0^1 \left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right)^2 + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right)^2 + 2K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right)K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\} f(U_j) dU_j \right] \\
&= I_{11} + I_{12}
\end{aligned}$$

(4-116)

$$\text{où } I_{11} = \frac{1}{nh_n^2} \left[\int_0^1 \left\{ K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right)^2 + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right)^2 \right\} f(U_j) dU_j \right] \text{ et}$$

$$I_{12} = \frac{1}{nh_n^2} \left[\int_0^1 \left\{ 2K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right\} f(U_j) dU_j \right].$$

Or,

$$\begin{aligned} I_{11} &= \frac{1}{nh_n^2} \left[\int_{-q}^1 K(z)^2 f(u-hz) dz + \int_q^1 K(z)^2 f(u-h(2c+z)) dz \right] \\ &= \frac{1}{nh_n} f(u) \int_{-1}^1 K(z)^2 dz + o\left(\frac{1}{nh_n}\right) \text{ et} \end{aligned} \quad (4-117)$$

$$\begin{aligned} I_{12} &= \frac{1}{nh_n} \left[\int_{-q}^1 \{ 2K(z) K(2q+z) \} f(u-h_n z) dz \right] \\ &= \frac{2}{nh_n} f(u) \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz + o\left(\frac{1}{nh_n}\right) \end{aligned}$$

Par suite,

$$I_1 = \frac{1}{nh_n} f(u) \left[\int_{-1}^1 K(z)^2 dz + 2 \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz \right] + o\left(\frac{1}{nh_n}\right) \quad (4-118)$$

Nous pouvons prouver de la même façon que $I_2 = o\left(\frac{1}{nh_n}\right)$

Ainsi, nous déduisons l'expression de la variance :

$$\text{Var}\{\tilde{f}_n(u)\} = \frac{1}{nh_n} f(u) \left[\int_{-1}^1 K(z)^2 dz + 2 \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz \right] + o\left(\frac{1}{nh_n}\right) \quad (4-119)$$

Or d'après l'hypothèse 5 du paragraphe 3.2., $nh_n \rightarrow \infty$. Donc la variance de l'estimateur corrigé converge vers zéro parce que le premier terme du membre de droite est borné.

De ce qui précède, nous déduisons que l'EMN corrigé est *convergent en moyenne quadratique*.

Calculons maintenant l'*EQM* et l'*EQIM* de l'EMN corrigé :

$$\begin{aligned}
EQM \{ \tilde{f}_n(u) \} &= Var \{ \tilde{f}_n(u) \} + \{ Biais \{ \tilde{f}_n(u) \} \}^2 \\
&= \frac{1}{nh_n} f(u) \left[\int_{-1}^1 K(z)^2 dz + 2 \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz \right] \\
&\quad + \frac{h_n^4}{4} (f^{(2)}(u) \mu_2(1))^2 + 4h_n^2 (f^{(1)}(u))^2 (q\mu_0(q) + \mu_1(q))^2 \\
&\quad + 4h_n^4 (f^{(2)}(u))^2 (q^2\mu_0(q) + q\mu_1(q))^2 + o\left(\frac{1}{nh_n} + h_n^4\right)
\end{aligned} \tag{4-120}$$

D'où l'expression de l'*EQIM* :

$$EQIM \{ \tilde{f}_n(u) \} = EQIMA \{ \tilde{f}_n(u) \} + o\left(\frac{1}{nh_n} + h_n^4\right), \tag{4-121}$$

où

$$\begin{aligned}
EQIMA \{ \tilde{f}_n(u) \} &= \frac{1}{nh_n} \left[\int_{-1}^1 K(z)^2 dz + 2 \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz \right] + \frac{h_n^4}{4} (\mu_2(1))^2 R(f^{(2)}) \\
&\quad + 4h_n^2 (q\mu_0(q) + \mu_1(q))^2 R(f^{(1)}) + 4h_n^4 (q^2\mu_0(q) + q\mu_1(q))^2 R(f^{(2)})
\end{aligned} \tag{4-122}$$

Essayons maintenant de trouver une *fenêtre* optimale :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial EQIMA \{ \tilde{f}_n(u) \}}{\partial h_n} &= -\frac{1}{nh_n^2} \left[\int_{-1}^1 K(z)^2 dz + 2 \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz \right] \\
&\quad + h_n^3 \left[(\mu_2(1))^2 + 16(q^2\mu_0(q) + q\mu_1(q))^2 \right] R(f^{(2)}) \\
&\quad + 8h_n (q\mu_0(q) + \mu_1(q))^2 R(f^{(1)})
\end{aligned} \tag{4-123}$$

En égalisant l'équation (4-123) à zéro nous obtenons un polynôme de degré cinq à coefficients strictement positifs:

$$b_2 h_n^5 + b_1 h_n^3 - b_0 = 0, \quad (4-124)$$

$$\text{où } b_2 = n \left[(\mu_2(1))^2 + 16(q^2 \mu_0(q) + q \mu_1(q))^2 \right] R(f^{(2)});$$

$$b_1 = 8n(q \mu_0(q) + \mu_1(q))^2 R(f^{(1)}); \text{ et}$$

$$b_0 = \left[\int_{-1}^1 K(z)^2 dz + 2 \int_{-q}^1 K(z) K(2q+z) dz \right].$$

Cette expression montre que nous ne pouvons pas trouver une *fenêtre* optimale par une méthode exacte. Par conséquent, l'utilisation des méthodes habituelles d'estimation des *fenêtres*, étudiées dans la section 4, peut augmenter le biais de l'estimateur si nous ne tenons pas compte des corrections apportées à ce dernier. Ce problème peut compliquer encore les études empiriques.

Enfin, signalons que l'estimateur corrigé de la *fonction de distance de Shepard* est obtenu par analogie. En effet, la fonction de distance est définie au voisinage de 1 et souvent ne dépasse pas la valeur 2. Donc l'EMN corrigé est $\hat{f}_n(2-u)$ augmenté de $\hat{f}_n(u)$ et nous obtenons une expression identique à celle de l'estimateur d'une densité à support $]0,1]$, définie de la façon suivante :

$$\tilde{f}_n(u) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^{j=n} \left[K\left(\frac{u-U_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{2-u-U_j}{h_n}\right) \right], \quad u \in [1, +\infty[. \quad (4-125)$$

6.2. L'EMN et effet de frontière dans le cas bidimensionnel

L'élargissement de la méthode de réflexion de Schuster (1985) et Silverman (1986) au cas bidimensionnel est dû à Simar et Wilson (1999, 2000). Ces derniers adoptent l'hypothèse

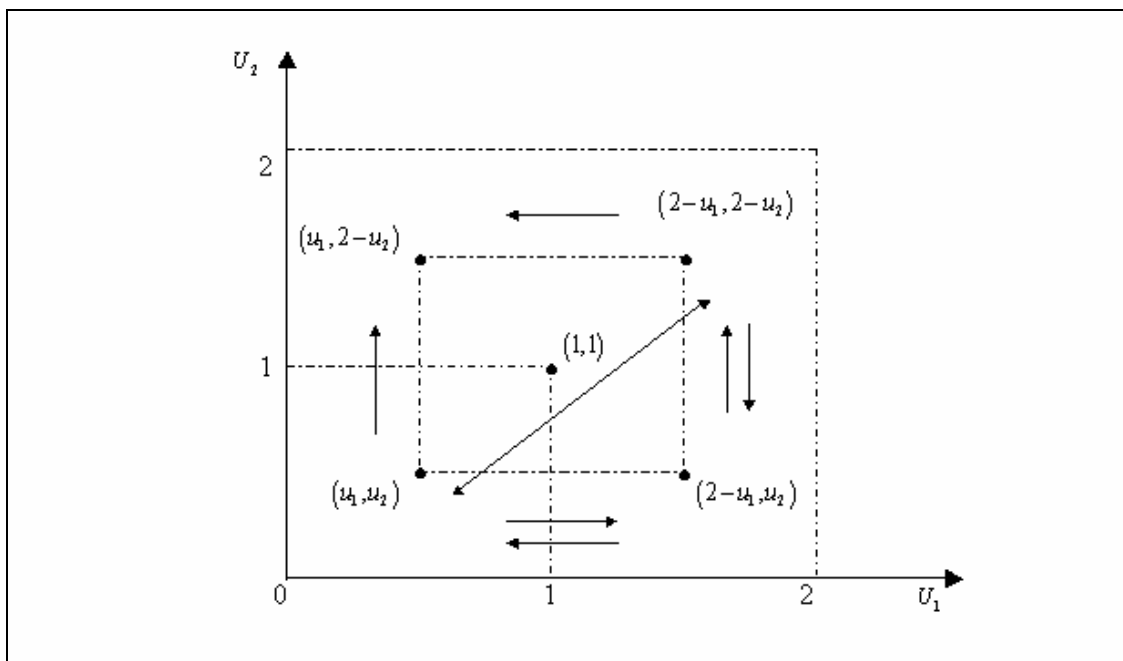
simple $H \in \left\{ \frac{1}{h^2} I_2, h > 0 \right\}$, c'est-à-dire que l'inconnu dans la *matrice-fenêtre* se réduit à

un seul élément h , les extensions de ces auteurs se basent sur le principe suivant :

Une observation quelconque $U_j = (U_{1j}, U_{2j}), j = 1, \dots, n$ telle que $U_{1j} \leq 1$ et $U_{2j} \leq 1$ est reflétée en prenant ses réflexions par rapport à la ligne verticale et horizontale passant par le couple $(1,1)$ et le nord-est de $(1,1)$. Soient respectivement les points $(2-U_{1j}, U_{2j})$, $(U_{1j}, 2-U_{2j})$ et $(2-U_{1j}, 2-U_{2j})$.

La figure 4.4 illustre cette démarche de réflexion et prouve que les réflexions de la *fonction de distance de Shepard* à support $[1, +\infty[$ sont obtenues de la même façon.

Figure 4.4 : Réflexion de la mesure d'efficacité et de la *fonction de distance de Shepard* dans le cas bidimensionnel



L'EMN est ainsi construit sur la base de $4n$ observations et il est défini par :

$$\begin{aligned}\tilde{f}_n(u_1, u_2) &= \hat{f}_n(u_1, u_2) + \hat{f}_n(2-u_1, u_2) + \hat{f}_n(2-u_1, 2-u_2) + \hat{f}_n(u_1, 2-u_2) \\ &= \frac{1}{nh^2} \sum_{j=1}^{j=4n} \left[K\left(\frac{u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{u_2 - U_{2j}}{h}\right) + K\left(\frac{2-u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{u_2 - U_{2j}}{h}\right) \right. \\ &\quad \left. + K\left(\frac{2-u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{2-u_2 - U_{2j}}{h}\right) + K\left(\frac{u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{2-u_2 - U_{2j}}{h}\right) \right]\end{aligned}\quad (4-126)$$

Simar et Wilson (1999) développent une expression compilée de l'EMN corrigé par *la méthode de réflexion* qui se base sur une matrice, dite *matrice de réflexion*, de format $(4n \times 2)$ qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta = \begin{bmatrix} A & B \\ 2-A & 2-B \\ 2-A & B \\ A & 2-B \end{bmatrix}, \quad (4-127)$$

où $A = [U_{11} \dots U_{1n}]^T$ et $B = [U_{21} \dots U_{2n}]^T$.

Les blocs $[A \ B]$ et $[2-A \ 2-B]$ sont respectivement de format $(n \times 2)$ et ont la même matrice *variances-covariance*, notée Σ . Les blocs $[2-A \ B]$ et $[A \ 2-B]$ sont aussi de format $(n \times 2)$ et ils ont la même matrice des *variances-covariances*, notée Σ_R .

Une expression compilée de l'EMN corrigé peut être obtenue à partir de l'expression suivante :

$$\hat{g}(z) = \frac{1}{4nh^2} \sum_{j=1}^{j=4n} K_j\left(\frac{z - \Delta_j}{h}\right), \quad (4-128)$$

où $z = (z_1 \ z_2)$, Δ_j représente la $j^{\text{ème}}$ ligne de la matrice Δ et $K_j(\cdot)$ une densité à noyau bivariée de matrice des *variances-covariances* Σ , si $j = 1, \dots, n$ et $2n+1, \dots, 3n$ et de matrice des *variances-covariances* Σ_R si $j = n+1, \dots, 2n$ et $3n+1, \dots, 4n$.

L'estimateur par noyau $\tilde{g}(z)$ est obtenu sur la base de $4n$ points reflétés, représentés par les lignes de la matrice Δ .

Ainsi, un estimateur convergent de la densité f est défini par :

$$\tilde{g}(z) = \begin{cases} 4\hat{g}(z) & \text{pour } z_1 \leq 1, z_2 \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4-129)$$

Enfin, signalons que l'utilisation de la fonction de distance n'affecte pas *la matrice de réflexion* de Simar et Wilson (1999) comme l'illustre la figure 4.4. Seul le domaine de l'estimateur est affecté. Dans ce cas l'expression de l'estimateur est définie par :

$$\tilde{g}(z) = \begin{cases} 4\hat{g}(z) & \text{pour } z_1 \geq 1, z_2 \geq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4-130)$$

7. Comment générer les données ?

L'objet de cette section est de développer un algorithme qui permet de générer des pseudo-données à partir d'une densité quelconque estimée par la méthode du noyau. Ensuite l'adapter à une densité à support bornée en la corrigeant par *la méthode de réflexion* de Schuster-Silverman. Nous montrons dans ce cadre que si nous utilisons un *noyau naïf* alors nous retrouvons la méthode de rééchantillonnage dite du *bootstrap naïf* et si nous utilisons un *noyau lisse* alors nous obtenons la procédure du *bootstrap lisse*.

La formulation mathématique du problème est la suivante :

Nous disposons d'un échantillon U_1, \dots, U_n *i.i.d.* de \mathbb{R}^d issu d'une même densité inconnue f que nous utilisons pour construire un estimateur non paramétrique \hat{f}_n de f . La

génération des pseudo-valeurs consiste à simuler, (c'est-à-dire à produire par le moyen d'un ordinateur) une séquence de vecteurs indépendants W_1, W_2, \dots issu de la même densité estimée \hat{f}_n . Nous verrons plus loin qu'il est plutôt désirable de simuler à partir d'une version transformée de la densité ayant le même vecteur moyen et la même matrice des *variances-covariances* que les données.

Considérons au départ le cas univarié ($d = 1$) et supposons que \hat{f}_n est un estimateur par la méthode du noyau de la densité f avec un noyau K et une fenêtre h . Pour générer la séquence W_1, W_2, \dots issu de la même densité estimée \hat{f}_n , Devroye et Györfi (1985) proposent l'algorithme suivant :

Étape 1 :

Choisir uniformément et avec remise un entier I à partir de $\{1, \dots, n\}$.

Étape 2 :

Générer une variable K qui admet comme densité de probabilité le noyau K .

Étape 3 :

Poser $W = U_I + hK$ où h est la *fenêtre*.

Cet algorithme est répété autant de fois que nous voulons pour avoir des réalisations indépendantes W_j de \hat{f}_n .

Il faut signaler que la variable W de l'étape 3 est la somme de deux variables indépendantes (voir Devroye et Györfi (1985) pour la preuve de l'indépendance) : une *loi uniforme* (U_I) et le produit du noyau par la *fenêtre* (hK). Par conséquent, la distribution de W est le produit de convolution de ces deux dernières variables :

$$P\{W = w\} = \sum_{j=1}^{j=n} P\{U_I = U_j\} \frac{1}{h} K\left(\frac{u - U_j}{h}\right). \quad (4-131)$$

Or,

$$P\{U_I = U_j\} = \frac{1}{n}. \quad (4-132)$$

Donc,

$$P\{W = w\} = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{1}{nh} K\left(\frac{u - U_j}{h}\right). \quad (4-133)$$

Par suite, la variable W suit la distribution \hat{f}_n .

Signalons à ce stade que si nous utilisons un noyau uniforme alors l'estimateur de f , qui va servir à générer les données, sera la distribution uniforme sur $\{U_1, \dots, U_n\}$. C'est-à-dire que les pseudo-valeurs sont obtenues en effectuant des tirages avec remise de n valeurs parmi les n valeurs observées. Cette méthode de rééchantillonnage caractérise la méthode du *bootstrap naïf* de Efron et Tibschirani (1993). Alternativement, la procédure de rééchantillonnage qui consiste à utiliser un estimateur de f par la méthode du noyau, pour générer les données, caractérise la méthode du *bootstrap lisse*.

Il faut ajouter aussi que nous avons :

$$E\{W | U_1, \dots, U_n\} = EU_I = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} U_j ; \text{ et} \quad (4-134)$$

$$E\{W^2 | U_1, \dots, U_n\} = E\{U_I^2 + 2hKU_I + h^2K^2 | U_1, \dots, U_n\} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} U_j^2 + h^2\sigma_K^2 \quad (4-135)$$

Par suite,

$$\begin{aligned} \text{Var}\{W | U_1, \dots, U_n\} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} U_j^2 + h^2 \sigma_K^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} U_j \right)^2 \\ &= \sigma_U^2 + h^2 \sigma_K^2 = \sigma_U^2 \left(1 + h \frac{\sigma_K^2}{\sigma_U^2} \right) \end{aligned} \quad (4-136)$$

L'expression (4-136) montre que l'algorithme de Devroye et Györfi (1985) génère des pseudo-valeurs W_1, W_2, \dots qui ont la même moyenne que les observations initiales $\{U_1, \dots, U_n\}$ mais une variance qui augmente avec la taille de la *fenêtre*. Afin d'y remédier Silverman (1986) propose de simuler non pas à partir de \hat{f}_n mais plutôt à partir d'une transformation de \hat{f}_n . Cette transformation garantit que les moments d'ordre 1 et 2 des pseudo-valeurs sont identiques à ceux des observations initiales.

Dans ce cas, l'étape 3 est remplacée par :

Étape 3' :

Poser $W' = \bar{U}_l + \frac{U_l - \bar{U}_l + hK}{\sqrt{1 + h^2 \frac{\sigma_K^2}{\sigma_U^2}}}$, où \bar{U}_l et σ_U^2 sont respectivement la moyenne et la

variance des $\{U_j\}$ et σ_K^2 la variance du noyau.

Nous pouvons vérifier que :

$$EW' = \bar{U} \text{ et } \text{Var}\{W'\} = \sigma_U^2 \left(1 + \frac{h^2 + 3}{n(\sigma_U^2 + h^2)} \right).$$

Prouvant ainsi que la variance de la nouvelle variable W' converge bien vers 0 quand n tend vers l'infinie.

La version multivariée ($d > 1$) de l'algorithme de Devroye et Györfi (1985) est obtenue en générant à l'étape 2 un noyau multivarié K et en supposant que $VarU = VarK$ pour aboutir à l'étape 3 avec la variable $W = \bar{U} + \frac{U - \bar{U} + hK}{\sqrt{1+h^2}}$.

Nous pouvons ainsi vérifier que,

$$EW = \bar{U} \text{ et } VarW = \frac{1}{1+h^2}(VarU + h^2VarK) = I_d.$$

L'algorithme de Devroye et Györfi (1985) est conçu pour générer des pseudo-données issues d'une densité quelconque. Son adaptation à une densité à support borné d'estimateur corrigé par la méthode de réflexion de Schuster-Silverman est réalisée par Simar et Wilson (1998, 2000a). En se basant sur l'expression (4-100) de l'estimateur \tilde{f}_n , les auteurs considèrent à l'étape 3 la variable W suivante :

$$W = \begin{cases} W_1 = U_I + hK & \text{si } U_I + hK \leq 1 \\ W_2 = 2 - U_I - hK & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4-137)$$

D'après le théorème des convolutions, nous avons :

$$W_1 = U_I + hK \sim G_1(u) = \frac{1}{nh} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{u - U_j}{h}\right); \text{ et} \quad (4-138)$$

$$W_2 = U_I + hK \sim G_2(u) = \frac{1}{nh} \sum_{j=1}^{j=n} K\left(\frac{2 - u + U_j}{h}\right). \quad (4-139)$$

Par suite,

$$W \sim G_1(u) + G_2(u) = \tilde{f}_n(u). \quad (4-140)$$

La génération des pseudo-valeurs est réalisée par une variable W corrigée, noté W' , qui satisfait la condition que les moments d'ordre 1 et 2 des observations initiales sont identiques à ceux générés.

La nouvelle variable est donc :

$$W' = \bar{U}_l + \frac{W - \bar{U}_l}{\sqrt{1 + h^2 \frac{\sigma_K^2}{\sigma_U^2}}}. \quad (4-141)$$

Dans le cas bidimensionnel la génération des pseudo-valeurs à partir de l'EMN corrigé est plus complexe, elle se base sur l'expression (4-128) de l'estimateur \hat{g} et suit les étapes suivantes :

Étape 1 :

Tirer avec remise n lignes de la *matrice de réflexion* Δ pour former la matrice $\Delta^* = [\delta_{ij}], i = 1, \dots, n, j = 1, 2$.

Étape 2 :

Calculer la matrice de format $(n \times 2)$

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1+h^2}} \left(\Delta^* + hK^* - C \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 & 0 \\ 0 & \bar{\delta}_2 \end{bmatrix} \right) + C \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 & 0 \\ 0 & \bar{\delta}_2 \end{bmatrix},$$

où $\bar{\delta}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \delta_{ij}$ pour $j = 1, 2$ et C est une matrice unitaire de format $(n \times 2)$.

La matrice Γ est bivariée qui représente les déviations par rapport à l'estimateur de la densité de Δ . Cette dernière est corrigée afin d'avoir des moments d'ordre 1 et 2 identiques aux observations initiales, représentées par $[A \ B]$. Le terme K^* dans Γ est

une matrice de format $(n \times 2)$ contenant n variables indépendantes, tirées à partir du noyau $K_j(\cdot)$ de l'équation :

$$\hat{g}(z) = \frac{1}{4nh^2} \sum_{j=1}^{j=4n} K_j \left(\frac{z - \Delta_j}{h} \right).$$

La $i^{\text{ème}}$ ligne de K^* représente : 1) un noyau de matrice des *variances-covariances* $\hat{\Sigma}$ si Δ_i^* est tirée à partir de $[A \ B]$ ou bien $[2-A \ 2-B]$; ou bien 2) un noyau de matrice des *variances-covariances* $\hat{\Sigma}_R$ si Δ_i^* est tirée à partir de $[2-A \ B]$ ou bien $[A \ 2-B]$.

Les matrices $\hat{\Sigma}$ et $\hat{\Sigma}_R$ sont respectivement les estimateurs des matrices *variances-covariances* Σ et Σ_R . Elles sont définies par :

$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{\sigma}_{12} \\ \hat{\sigma}_{12} & \hat{\sigma}_2^2 \end{bmatrix}$: la matrice des *variances-covariances* de $[A \ B]$ qui est identique à la matrice des *variances-covariances* de $[2-A \ 2-B]$; et

$\hat{\Sigma}_R = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & -\hat{\sigma}_{12} \\ -\hat{\sigma}_{12} & \hat{\sigma}_2^2 \end{bmatrix}$: la matrice des *variances-covariances* de $[2-A \ B]$ qui est aussi identique à celle de $[A \ 2-B]$.

Étape 3 :

Pour chaque élément γ_{ij} de Γ , nous avons :

$$\gamma_{ij}^* = \begin{cases} \gamma_{ij} & \text{si } \gamma_{ij} \leq 1 \\ 2 - \gamma_{ij} & \text{ailleurs} \end{cases}.$$

Le résultat de l'étape 3 est une matrice $\Gamma^* = [\gamma_{ij}^*]$ de format $(n \times 2)$ composée de deux vecteurs colonnes des pseudo-valeurs de la densité bivariée à support $]0,1[\times]0,1[$.

Enfin, signalons que la génération des pseudo-données à partir d'une densité bivariable à support $[1, +\infty[\times [1, +\infty[$ obéit à la même démarche. C'est seulement le sens de la condition dans l'étape 3 qui va être renversé :

$$\gamma_{ij}^* = \begin{cases} \gamma_{ij} & \text{si } \gamma_{ij} \geq 1 \\ 2 - \gamma_{ij} & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4-142)$$

8. Conclusion

L'objet du chapitre était de développer un estimateur convergent de la composante densité du *Processus Générateur des Données (PGD)*. L'estimateur proposé était par la méthode du noyau. Nous avons étudié ses propriétés dans le cas unidimensionnel et multidimensionnel et nous avons montré qu'il n'est pas convergent aux points frontières si la densité est à support borné. Afin de le corriger, nous avons utilisé *la méthode de réflexion* de Schuster-Silverman. L'étude des propriétés de l'estimateur corrigé a confirmé sa convergence mais nous avons soulevé un problème concernant la détermination de la fenêtre optimale.

Nous avons montré à la fin du chapitre comment générer des pseudo-valeurs à partir de l'estimateur d'une densité par la méthode du noyau, corrigé ensuite par *la méthode de réflexion* pour enlever l'*effet de frontière*. Nous avons montré aussi que la procédure de rééchantillonnage utilisant un noyau uniforme caractérise la méthodologie du *bootstrap naïf* et celle utilisant un *noyau lisse* caractérise la méthodologie du *bootstrap lisse*.

Nous verrons dans le chapitre 5 comment utiliser ces pseudo-valeurs pour approximer la distribution d'échantillonnage des estimateurs et faire ainsi de l'induction statistique dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité.

CHAPITRE 5

ANALYSE DE L'EFFICACITÉ ET DE LA PRODUCTIVITÉ ET INFERENCE STATISTIQUE

1. Introduction

Dans ce chapitre nous faisons la synthèse des outils que nous avons présentés et développés dans les chapitres précédents. En particulier, nous développons une méthodologie qui permet de faire de l'induction statistique dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité avec inputs quasi-fixes.

L'étude des propriétés statistiques de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes, développées dans les chapitres précédents, en particulier du chapitre 3, montre que nous disposons d'un estimateur convergent, asymptotiquement sans biais et dont la distribution asymptotique dans le cas multivarié s'exprime en termes de paramètres inconnus difficile à estimer. Dans ces conditions, le *bootstrap lisse* paraît offrir l'approche la plus adaptée pour réaliser de l'induction statistique dans le modèle d'efficacité. La méthode du *bootstrap lisse* est définie comme la génération de pseudo-échantillons à partir d'une densité estimée par la méthode du noyau.

Nous menons dans la section 2 de ce chapitre une analyse statistique de l'efficacité où nous développons une démarche qui permet de corriger le biais de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes, de construire des intervalles de confiance pour les scores d'efficacité et d'évaluer la précision statistique des estimateurs en se basant sur une méthodologie *bootstrap lisse homogène et hétérogène*.

Dans la section 3, nous généralisons notre démarche de départ pour l'analyse statistique de la productivité. Cette dernière est mesurée par l'*indice de productivité de Malmquist* qui est défini en termes de *fonctions de distance de Shephard* avec inputs quasi-fixes et décomposé selon Ouellette et Vierstraete (2004), Ray et Desli (1997) et estimée par la méthode DEA avec inputs quasi-fixes. Nous développons à ce niveau une méthodologie

bootstrap lisse qui permet de corriger le biais et d'évaluer la précision statistique de l'indice de Malmquist ainsi que ces composantes.

Enfin dans la section 4, nous développons une procédure de test formelle qui se base sur les méthodes du *bootstrap lisse homogène* et *hétérogène* et fournit une mesure qualitative du type de rendements d'échelle pour chaque organisation.

2. Le principe général de la méthode *bootstrap*

La procédure du *bootstrap* est l'œuvre de Efron (1979, 1982) et Efron et Tibshirani (1993). Elle permet d'approximer la distribution d'échantillonnage d'un estimateur en simulant ou en mimant le *Processus Générateur des Données (PGD)*. Simar (1992) fut le premier à utiliser le *bootstrap* dans les modèles frontières. Son utilisation dans le contexte de DEA est l'oeuvre de Simar et Wilson (1998, 2000). Alternativement, Löthgren et Tambour (1996, 1997, 1998) et Ferrier et Hirschberg (1997) développent une procédure du *bootstrap* qui se base sur un estimateur non convergent du *PGD*.

2.1. L'idée de base

Considérons un échantillon aléatoire $\Psi_0 = \left\{ (x_j, z_j, y_j) \right\}_{j=1}^{j=n}$, généré à partir du *Processus Générateur des Données (PGD)*. Rappelons que le *PGD* est défini dans la section 3 du chapitre 3 et il est complètement caractérisé par $\mathfrak{F} = (\Psi, f)$.

Un estimateur convergent de l'ensemble de production Ψ est défini par l'*enveloppe convexe de libre disposition* de Ψ_0 :

$$\hat{\Psi}_{DEA} = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, \right. \\ \left. y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (5-1)$$

Ce qui induit un estimateur convergent de l'ensemble d'inputs variables équivalent :

$$\hat{X}(z, y) = \left\{ x \in \mathbb{R}^{m_1} \mid (x, z, y) \in \hat{\Psi}_{DEA} \right\}. \quad (5-2)$$

Rappelons que l'estimateur DEA de l'efficacité en inputs variables d'une combinaison (x_0, z_0, y_0) quelconque de Ψ_0 est défini par :

$$\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) = \min \left\{ \theta \mid \theta x_0 \in \hat{X}(z_0, y_0) \right\}. \quad (5-3)$$

Considérons maintenant un estimateur convergent $\hat{\mathfrak{S}}$ de \mathfrak{S} , estimé à partir de l'échantillon Ψ_0 .

Désignons par $\Psi^* = \left\{ (x_j^*, z_j^*, y_j^*), j = 1, \dots, n \right\}$ un ensemble d'observations généré à partir de $\hat{\mathfrak{S}}$. L'enveloppe convexe de libre disposition de Ψ^* fournit un estimateur $\hat{\Psi}_{DEA}^*$ de Ψ_{DEA} qui est, du point de vu de Ψ_{DEA}^* , le vrai ensemble des valeurs possibles alors que pour notre ensemble d'origine il n'est qu'une estimation de Ψ .

En particulier, nous avons :

$$\hat{\Psi}_{DEA}^* = \left\{ (x, z, y) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j^*, z \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j^*, \right. \\ \left. y \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j^*, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\} \quad (5-4)$$

Nous obtenons ainsi,

$$\hat{X}^*(z, y) = \left\{ x \in \mathbb{R}^{m_1} \mid (x, z, y) \in \hat{\Psi}_{DEA}^* \right\}, \quad (5-5)$$

d'où

$$\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0) = \min \left\{ \theta \mid \theta x_0 \in \hat{X}^*(z_0, y_0) \right\}. \quad (5-6)$$

La méthode *bootstrap* s'appuie sur le principe que dans *le monde réel*, $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$ est un estimateur de $\theta(x_0, z_0, y_0)$ sur la base de l'échantillon Ψ_0 , généré à partir du vrai processus \mathfrak{S} ; alors que dans *le monde bootstrap*, $\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0)$ est estimateur de

$\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$ sur la base du pseudo-échantillon Ψ^* , généré à partir du processus estimé $\hat{\mathfrak{S}}$.

Si le *bootstrap* est convergent nous aurons :

$$\left(\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \Big|_{\hat{\mathfrak{S}}} \stackrel{approx}{\sim} \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \theta(x_0, z_0, y_0) \right) \Big|_{\mathfrak{S}} \quad (5-7)$$

L'équation (5-7) est une application du principe d'analogie (Manski, 1988). En effet, Dans le monde *bootstrap* la distribution d'échantillonnage de $\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0)$ est (en principe) complètement connue parce que $\hat{\mathfrak{S}}$ est connu. Cependant, en pratique il est impossible de la calculer analytiquement. Par suite la simulation Monte Carlo est nécessaire pour approximer le terme de droite de l'équation (5-7).

En pratique, le *bootstrap* consiste à générer B échantillons : Ψ_b^* , $b = 1, \dots, B$ de taille n et à utiliser la méthode DEA pour obtenir B pseudo-estimateurs $\{\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0), b = 1, \dots, B\}$. La *distribution empirique* de ces pseudo-valeurs fournit une approximation Monte Carlo de la *distribution d'échantillonnage* de $\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0)$, étant donné l'estimateur $\hat{\mathfrak{S}}$ du processus \mathfrak{S} . La qualité d'approximation dépend du nombre de réplication B et de la taille de l'échantillon n . Elle devient exacte lorsque $B \rightarrow \infty$ et $n \rightarrow \infty$.

2.2. Un estimateur convergent du PGD

La question qui se pose maintenant est comment générer le pseudo-échantillon Ψ^* à partir de $\hat{\mathfrak{S}}$ d'une manière assurant le maintien de l'équation (5-7) ? La réponse à cette question a fait l'objet de la section 7 du chapitre 4 où nous avons montrés que cela repose sur une réplication convergente du *PGD*, c'est-à-dire un estimateur $\hat{\mathfrak{S}}$ convergent de \mathfrak{S} .

Or,

$$\hat{\mathfrak{S}} = \hat{\mathfrak{S}}(\hat{\Psi}, \hat{f}(x, z, y)) = \hat{\mathfrak{S}}(\hat{\Psi}, \hat{f}(\omega, \eta, z, y)) = \hat{\mathfrak{S}}(\hat{\Psi}, \hat{f}(\theta, \eta, z, y)) \quad (5-8)$$

Donc un estimateur convergent du *PGD* signifie un estimateur convergent de ses composantes : l'ensemble de production Ψ et la densité f .

Concernant l'ensemble de production, le problème semble être réglé par le choix de l'estimateur DEA pour qui sa convergence a été développée dans les chapitres 2 et 3.

Pour la densité de probabilité, nous avons proposé dans le chapitre 4 un estimateur par la méthode du noyau que nous avons corrigé par la *méthode de réflexion* pour obtenir un estimateur convergent.

Nous développons dans ce qui suit une version du *bootstrap* utilisée dans la littérature (voir par exemple Löthgren et Tambour 1996, 1997 et 1998) et appelée *bootstrap naïf* qui propose comme estimateur de la densité f la distribution empirique de l'échantillon Ψ_0 . Nous montrons que le *bootstrap naïf* fournit une réplification non convergente du *PGD* et nous proposons deux procédures *bootstrap* qui se basent sur l'estimateur par la méthode du noyau : le *bootstrap lisse homogène* et le *bootstrap lisse hétérogène*.

2.2.1. Le *bootstrap naïf*

La procédure du *bootstrap naïf* se base sur la distribution empirique de $\Psi_0 = \left\{ (x_j, z_j, y_j) \right\}_{j=1}^{j=n}$ pour estimer $f(x, z, y)$; ou bien sur $\left\{ (\hat{\theta}_j, \eta_j, z_j, y_j) \right\}_{j=1}^{j=n}$ pour estimer $f(\theta, \eta, z, y)$. Dans le premier cas, les pseudo-échantillons $\left\{ (x_j^*, z_j^*, y_j^*) \right\}_{j=1}^{j=n}$ sont générés à partir de la densité empirique $\hat{f}(x, z, y)$ pour obtenir Ψ^* ; alors que dans le deuxième cas $\left\{ (\theta_j^*, \eta_j^*, z_j^*, y_j^*) \right\}_{j=1}^{j=n}$ sont générés à partir de $\hat{f}(\theta, \eta, z, y)$. Les pseudo-observations $(\theta_j^*, \eta_j^*, z_j^*, y_j^*)$, exprimées en coordonnées polaires, sont ensuite converties en coordonnées cartésiennes (x_j^*, z_j^*, y_j^*) pour obtenir Ψ^* .

Le *bootstrap naïf* consiste à répliquer, autant de fois que nous voulons, le *PGD* en tirant d'une façon identique et avec remise, dans le premier cas la combinaison (x_j, z_j, y_j) à partir de $\{(x_j, z_j, y_j)\}_{j=1}^{j=n}$; ou bien dans le deuxième cas $(\hat{\theta}_j, \eta_j, z_j, y_j)$ à partir de $\{(\hat{\theta}_j, \eta_j, z_j, y_j)\}_{j=1}^{j=n}$. Nous obtenons finalement le pseudo-échantillon $\Psi^* = \{(x_j^*, z_j^*, y_j^*), j = 1, \dots, n\}$.

Le problème avec cette procédure est que dans les deux cas nous utilisons la distribution empirique pour estimer une densité à support borné. Or nous avons montrés dans le chapitre 4 que bootstrapper dans un tel contexte conduit à de sérieux problèmes (voir encore Simar et Wilson, 2000b, 1999b, 1999c et Efron et Tibshirani, 1993 parmi d'autres pour les critiques adressées à cette approche).

Le *bootstrap naïf* est donc non convergent, c'est-à-dire que nous avons

$$\left(\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \Big|_{\mathfrak{Z}} \not\stackrel{approx}{\sim} \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \theta(x_0, z_0, y_0) \right) \Big|_{\mathfrak{Z}} \quad (5-9)$$

Par conséquent le *bootstrap naïf* génère une distribution $\left(\hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right)$ qui n'est pas une approximation de la distribution désirée $\left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \theta(x_0, z_0, y_0) \right)$.

Pour résoudre ce problème, nous proposons deux approches qui se basent sur l'estimateur par la méthode du noyau.

2.2.2. Le *bootstrap lisse*

Dans les problèmes de régression paramétrique, il est fréquent de bootstrapper les résidus. Nous pouvons, par analogie, bootstrapper les scores d'efficacité. Cette approche est l'œuvre de Simar et Wilson (1998) et se base sur l'hypothèse que la structure d'efficacité est homogène, c'est-à-dire

$$f(\theta|\eta, z, y) = f(\theta) \quad (5-10)$$

Alternativement, Simar et Wilson (2000a) développent une deuxième approche où ils relâchent l'hypothèse d'homogénéité de l'équation (5-10), c'est-à-dire qu'ils libèrent la densité $f(\theta|\eta, z, y)$ de toute restriction. Ainsi, la deuxième approche permet une certaine hétérogénéité dans la structure d'efficacité.

2.2.2.1 Le *bootstrap* homogène

Bootstrapper les estimateurs d'efficacité $\{\hat{\theta}(x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ signifie bootstrapper les distances radiales séparant chaque point $\{(x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$ d'un point frontière sur $\partial\hat{\Psi}$. La procédure du *bootstrap* génère la pseudo-valeur θ_j^* qui, en utilisant la combinaison observée (x_j, z_j, y_j) et l'ensemble estimé $\hat{\Psi}$, permettent de calculer

$$(x_j^*, z_j, y_j), \text{ où } x_j^* = \frac{\hat{x}^\partial(z_j, y_j)}{\theta_j^*} = \frac{\hat{\theta}(x_j, z_j, y_j)}{\theta_j^*} x_j.$$

Le pseudo-échantillon est alors défini par $\Psi^* = \{(x_j^*, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$.

Avec le *bootstrap* homogène, nous utilisons la méthode du noyau pour estimer la densité $f(\theta|\eta, z, y) = f(\theta)$ sur la base de l'ensemble des observations $\{\hat{\theta}(x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n\}$. Les distances radiales bootstrappées $\{\theta_j^*, j = 1, \dots, n\}$ sont alors générées à partir de l'estimateur $\hat{f}(\theta)$ de $f(\theta)$. Nous développons dans la section 3 un algorithme qui permet de générer les pseudo-valeurs à partir de $\hat{f}(\theta)$.

2.2.2.2 Le *bootstrap* hétérogène

Avec le *bootstrap* hétérogène nous relâchons l'hypothèse $f(\theta|\eta, z, y) = f(\theta)$. La pseudo-observations (x_j^*, z_j^*, y_j^*) est désormais générée à partir d'un estimateur lisse convergent $\hat{f}(x, z, y)$ de $f(x, z, y)$.

Pour des considérations pratiques, il est plus simple de générer l'équivalent polaire $(\theta_j^*, \eta_j^*, z_j^*, y_j^*)$ de (x_j^*, z_j^*, y_j^*) à partir de $\hat{f}(\theta, \eta, z, y)$. Ensuite convertir $(\theta_j^*, \eta_j^*, z_j^*, y_j^*)$ en coordonnées cartésiennes.

En effet, d'après les équations (3-7) et (3-26) du chapitre 3, nous avons

$(x^*, z^*, y^*) \Leftrightarrow (\theta^*, \eta^*, z^*, y^*)$, avec $\eta = (\eta_1^*, \dots, \eta_i^*, \dots, \eta_{m_1-1}^*)$ et

$$\eta_i^* = \begin{cases} \arctang\left(\frac{x_{i+1}^*}{x_1^*}\right) & \text{si } x_1^* > 0 \\ \text{ou bien} & \text{pour } i_1 = 1, \dots, m_1 - 1. \\ \eta_i^* = \frac{\pi}{2} & \text{si } x_1^* = 0 \end{cases} \quad (5-11)$$

Donc pour retrouver les coordonnées cartésiennes nous pouvons utiliser la transformation suivante⁵ :

$$x^* = \left(x_1^* = x_1 \quad x_1^* = x_1 \operatorname{tg}(\eta_1^*) \quad \dots \quad x_{m_1}^* = x_1 \operatorname{tg}(\eta_{m_1}^*) \right). \quad (5-12)$$

Nous développons dans la section 3 un algorithme pour cette procédure.

⁵ Pour retrouver les coordonnées cartésiennes, Simar et Wilson (2000a) supposent que $x_1^* = 1$. Une telle hypothèse entraîne un programme non réalisable lors du calcul de la pseudo-valeur θ^* .

2.3. Correction du biais et *bootstrap*

Bien que l'estimateur DEA soit convergent, d'après le théorème de convergence du chapitre 3, il est biaisé en échantillon fini. Le *bootstrap* permet d'estimer ce biais et de le corriger.

Rappelons que le biais d'un estimateur $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$, pour une combinaison (x_0, z_0, y_0) quelconque de Ψ_0 , est défini par :

$$\text{Biais}(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) = E(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) - \theta(x_0, z_0, y_0) \quad (5-13)$$

L'estimateur *bootstrap* du biais est l'analogie empirique de l'expression (5-13) :

$$\widehat{\text{Biais}}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \quad (5-14)$$

Un estimateur DEA à biais corrigé est défini par :

$$\hat{\hat{\theta}}(x_0, z_0, y_0) = \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \widehat{\text{Biais}}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) = 2\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0) \quad (5-15)$$

Toutefois, cette correction introduit un bruit additionnel (Efron et Tibshirani, 1993) faisant en sorte que l'écart-type de l'estimateur corrigé $\hat{\hat{\theta}}(x_0, z_0, y_0)$ peut dépasser l'écart-type de l'estimateur initial $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$.

En effet, nous avons

$$\text{Var}(\hat{\hat{\theta}}(x_0, z_0, y_0)) \xrightarrow{B \rightarrow \infty} 4\text{Var}(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) \quad (5-16)$$

Or, la variance empirique des valeurs bootstrappées $\{\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0), b=1, \dots, B\}$ fournit une estimation de la variance de $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_0}^2 = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left[\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0) - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0) \right]^2 \quad (5-17)$$

Donc nous procédons à la correction si,

$$E \left[\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right]^2 < E \left[\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \theta(x_0, z_0, y_0) \right]^2 \quad (5-18)$$

C'est-à-dire si,

$$\text{Var} \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) + \left(\widehat{\text{Biais}}_B \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \right)^2 < \text{Var} \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) + \left(\text{Biais}_B \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \right)^2 \quad (5-19)$$

Or, le terme à gauche de l'équation (5-19) peut être approximé par $4\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_0}^2$ car $\widehat{\text{Biais}}_B \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \xrightarrow{B \rightarrow \infty} 0$; et le terme à droite par $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_0}^2 + \left(\widehat{\text{Biais}}_B \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \right)^2$.

D'où l'inégalité

$$3\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_0}^2 < \left(\widehat{\text{Biais}}_B \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \right)^2 \quad (5-20)$$

$$\text{Posons } r_0 = \frac{\left(\widehat{\text{Biais}}_B \left(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \right) \right)^2}{3\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_0}^2}.$$

Par conséquent, la correction est effectuée sous réserve que

$$r_0 > 1 \quad (5-21)$$

2.4. Intervalles de confiance et *bootstrap*

La distribution d'échantillonnage empirique du *bootstrap* permet de construire des intervalles de confiance pour chaque score d'efficacité. Efron et Tibshirani (1993) proposent plusieurs méthodes pour construire des intervalles de confiance⁶ bootstrappés. Nous développons les plus utilisées dans l'analyse de l'efficacité : la méthode des percentiles simple (paragraphe 2.4.1.) et la méthode des percentiles corrigés pour le biais (paragraphe 2.4.2). Nous proposons par la suite une méthode plus adaptée à l'analyse de l'efficacité développée par Simar et Wilson (2000a, 2000b) (paragraphe 2.4.3).

2.4.1. La méthode des percentiles simples (*simple percentile confidence interval*)

Cette méthode est préconisée par Löthgren (1998) et Ferrier et Hirschberg (1997). Les limites de confiance dans cette méthode sont données par les percentiles $\frac{\alpha}{2}$ et $1 - \frac{\alpha}{2}$ de la distribution d'échantillonnage empirique du *bootstrap*, c'est-à-dire la distribution des $\{\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0), b = 1, \dots, B\}$. Nous les notons par $\hat{\theta}_{\left[\frac{\alpha}{2}\right]}^*(x_0, z_0, y_0)$ et $\hat{\theta}_{\left[1-\frac{\alpha}{2}\right]}^*(x_0, z_0, y_0)$ (Efron et Tibshirani, 1993).

L'intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ pour la vraie efficacité technique $\theta(x_0, z_0, y_0)$ est donnée par :

$$\left[\hat{\theta}_{\left[\frac{\alpha}{2}\right]}^*(x_0, z_0, y_0) \quad \hat{\theta}_{\left[1-\frac{\alpha}{2}\right]}^*(x_0, z_0, y_0) \right] \quad (5-22)$$

Or l'estimateur DEA est biaisé dans un échantillon de taille finie. Simar et Wilson (1998) apportent une correction à l'intervalle (5-22) qui consiste à soustraire de ses bornes le facteur $2\widehat{Bias}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0))$. Cette correction garantit que la distribution empirique du

⁶ Voir Palm (2002) pour une comparaison entre les différentes méthodes.

bootstrap soit centrée en $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$. La nouvelle expression de l'intervalle à biais corrigé est ainsi,

$$\left[\hat{\theta}_{\left[\frac{\alpha}{2}\right]}^*(x_0, z_0, y_0) - 2\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) \quad \hat{\theta}_{\left[1-\frac{\alpha}{2}\right]}^*(x_0, z_0, y_0) - 2\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) \right] \quad (5-23)$$

2.4.2. La méthode des pourcentiles corrigés pour le biais (*bias corrected percentil confidence interval*)

Cette méthode est utilisée par Simar et Wilson (1998). Elle consiste à déterminer d'abord, pour chaque combinaison (x_0, z_0, y_0) de l'ensemble des observations Ψ_0 , la proportion p des valeurs $\{\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0), b=1, \dots, B\}$ inférieures à $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$ et à calculer ensuite le pourcentile u_p relatif à la *distribution normale centrée et réduite*.

Soit α_1 et α_2 les valeurs de la fonction de répartition de la *loi normale centrée et réduite* aux points u_1 et u_2 : $\alpha_1 = \Phi(u_1)$ et $\alpha_2 = \Phi(u_2)$, avec $u_1 = 2u_p + u_{\frac{\alpha}{2}}$ et $u_2 = 2u_p + u_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

Les limites de confiance déterminées par la méthode des pourcentiles corrigés pour le biais sont alors les pourcentiles $\hat{\theta}_{[\alpha_1]}^*(x_0, z_0, y_0)$ et $\hat{\theta}_{[\alpha_2]}^*(x_0, z_0, y_0)$ de la distribution des $\{\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0), b=1, \dots, B\}$. Des informations concernant l'origine de cette correction sont données dans Efron et Tibshirani (1993) et dans Chernick (1999).

Enfin, les bornes sont corrigées par le facteur $2\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0))$ et nous obtenons l'intervalle de confiance suivant :

$$\left[\hat{\theta}_{[\alpha_1]}^*(x_0, z_0, y_0) - 2\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) \quad \hat{\theta}_{[\alpha_2]}^*(x_0, z_0, y_0) - 2\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)) \right] \quad (5-24)$$

On remarque que si $p = 0.5$, c'est-à-dire si $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$ est la médiane de la distribution des $\{\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0), b = 1, \dots, B\}$, il n'y a pas de correction pour le biais, puisque $u_p = 0$ et on retrouve la méthode des percentiles simples. Si p est inférieur à 0,5, les limites de confiance correspondent à des percentiles inférieurs respectivement à $\frac{\alpha}{2}$ et $1 - \frac{\alpha}{2}$.

2.4.3. Le choix d'une méthode

Simar et Wilson (2000a, 2000b) montrent que les méthodes des percentiles simples et corrigés pour le biais introduisent un bruit additionnel dans la procédure. Ils proposent une méthode plus adaptée à l'analyse de l'efficacité qui consiste à trouver les valeurs a_α et b_α telle que :

$$\Pr(-b_\alpha \leq \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \theta(x_0, z_0, y_0) \leq -a_\alpha) = 1 - \alpha \quad (5-25)$$

Les estimateurs de a_α et b_α sont obtenus à partir de la *distribution bootstrap empirique* des pseudo-estimateurs $\{\hat{\theta}_{jb}^*, b = 1, \dots, B\}$. Ils sont tels que

$$\Pr(-\hat{b}_\alpha \leq \hat{\theta}^*(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) \leq -\hat{a}_\alpha | \hat{\mathfrak{S}}(\Psi_0)) = 1 - \alpha, \quad (5-26)$$

$(1 - \alpha)$ étant le niveau de confiance.

Pour trouver \hat{a}_α et \hat{b}_α , nous faisons sortir $(\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0) - \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0))$, $b = 1, \dots, B$ par ordre croissant ; ensuite nous éliminons $\left(\frac{\alpha}{2} \times 100\right)$ pour cent des éléments à gauche et à droite de la liste triée. Les valeurs $-\hat{a}_\alpha$ et $-\hat{b}_\alpha$ correspondent aux extrémités gauche et droite de la série tronquée avec $\hat{a}_\alpha \leq \hat{b}_\alpha$.

L'approximation *bootstrap* de (5-25) est donc :

$$\Pr\left(-\hat{b}_\alpha \leq \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) - \theta(x_0, z_0, y_0) \leq -\hat{a}_\alpha\right) \approx 1 - \alpha \quad (5-27)$$

Nous pouvons ainsi définir l'intervalle de confiance de niveau $(1 - \alpha)$ par :

$$\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) + \hat{a}_\alpha \leq \theta(x_0, z_0, y_0) \leq \hat{\theta}(x_0, z_0, y_0) + \hat{b}_\alpha \quad (5-28)$$

Souvent cette procédure est utilisée pour tout $(x_0, z_0, y_0) = (x_j, z_j, y_j), j = 1, \dots, n$ pour lesquels $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$ existe. Ceci entraîne la répétition de la procédure autant de fois que $\hat{\theta}(x_0, z_0, y_0)$ est défini.

3. Analyse statistique de l'efficacité

Si nous considérons que les données de la production sont générées à partir d'une distribution à support borné, issue de l'ensemble de production *réel*, alors l'efficacité serait mesurée par rapport à une frontière *estimée* à partir de données provenant de *Processus Générateur des Données (PGD)* qui ne sont pas directement observables. Donc la mesure d'efficacité calculée pour une organisation peut ne pas refléter la réalité mais être plutôt *le reflet d'erreurs statistiques*, c'est-à-dire n'étant rien d'autre que le résultat d'une *variation échantillonnale*. On dira alors que nous avons une observation *perverse* en ce sens que la mesure d'efficacité est brouillée par un bruit statistique. Notre objectif est alors de mesurer le degré de *perversion* de nos calculs ou en d'autres termes l'importance de la déviation possible par rapport à la vraie mesure d'efficacité.

Nous développons dans cette section une approche qui se base sur une *methodologie bootstrap lisse* et permet d'évaluer la précision statistique des estimateurs DEA avec inputs quasi-fixes. Notre étude est menée en utilisant une *bootstrap lisse homogène et hétérogène* et nous en comparons les performances.

3.1. Une méthodologie *bootstrap homogène*

A l'instar de Simar et Wilson (1998, 1999, 1999a), nous développons une approche qui consiste à lisser la densité de probabilité f par un noyau. Un estimateur lisse est obtenu en utilisant le *noyau Gaussien* :

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{nh} \sum_{j=1}^{j=n} \phi\left(\frac{t - \hat{\theta}_j}{h}\right), \quad (5-29)$$

où h est la *fenêtre* et ϕ est la *densité de probabilité normale centrée et réduite*.

Cependant, sous cette forme l'estimateur par la méthode du noyau n'est pas convergent au voisinage de 1 (les propriétés des EMN et l'*effet de frontière* sont traités dans le chapitre 4). A l'instar de Simar et Wilson (1998), nous utilisons la *méthode de réflexion* de Schuster-Silverman pour corriger un tel estimateur. Rappelons que cette méthode consiste à refléter chaque observation $\hat{\theta}_j \leq 1$ par son image symétrique $2 - \hat{\theta}_j \geq 1$. L'estimateur par la méthode du noyau sera déterminé dans ce cas sur la base de $2n$ observations et il sera défini de la façon suivante :

$$\hat{f}^c(t) = \begin{cases} 2\hat{g}(t) & \text{si } t \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (5-30)$$

$$\text{où } \hat{g}(t) = \frac{1}{2nh} \sum_{j=1}^{j=n} \left[\phi\left(\frac{t - \hat{\theta}_j}{h}\right) + \phi\left(\frac{t - 2 + \hat{\theta}_j}{h}\right) \right].$$

Enfin, concernant le problème crucial du choix de la fenêtre h , nous adoptons la *règle normale (normal reference rule)* de Silverman (1986).

$$\hat{h} = 1,06n^{-\frac{1}{5}} \min \left\{ \hat{\sigma}_{\hat{\theta}}, \frac{R_{13}}{1,34} \right\}, \quad (5-31)$$

où R_{13} : l'*Écart Interquartile de l'Echantillon (EIQE)* ;

et $\hat{\sigma}_\theta$: l'écart-type de $\{\hat{\theta}_j, j = 1, \dots, n\}$.

Notre choix paraît non justifié compte tenu du développement de la section 4 du chapitre 4, mais nous adoptons cette règle dans le but de réduire la complexité de notre algorithme. Toutefois nous proposons d'étudier la robustesse de notre méthode par rapport à \hat{h} en comparant les résultats de calcul pour des valeurs différentes au voisinage de \hat{h} .

Nous développons maintenant un algorithme pour la procédure du *bootstrap homogène* qui permet de générer les pseudo-valeurs $\{\hat{\theta}_{bj}^* \text{ pour } b = 1, \dots, B\}_{j=1}^{j=n}$.

Étape 1 :

Calculer $\hat{\theta}_j = \hat{\theta}(x_j, z_j, y_j) \forall j = 1, \dots, n$ en utilisant le programme (5-3).

Étape 2 :

Tirer avec remise un échantillon de taille n , à partir de $\{\hat{\theta}_j, j = 1, \dots, n\}$. Désignons par $\{\rho_{jb}^*, j = 1, \dots, n\}$ cet échantillon.

Générer ensuite la suite $\{\tilde{\rho}_{jb}^*, j = 1, \dots, n\}$ définie par :

$$\tilde{\rho}_{jb}^* = \begin{cases} \rho_{jb}^* + \hat{h}\varepsilon_j^* & \text{si } (\rho_{jb}^* + \hat{h}\varepsilon_j^*) \leq 1 \\ 2 - (\rho_{jb}^* + \hat{h}\varepsilon_j^*) & \text{ailleurs} \end{cases},$$

où $\varepsilon_j^* \sim N(0,1)$ et \hat{h} l'estimateur de la *fenêtre* du noyau défini dans (5-31).

Étape 3 :

Calculer les pseudo-efficacités en utilisant l'expression suivante :

$$\gamma_{jb}^* = \bar{\rho}_b^* + \frac{(\tilde{\rho}_{jb}^* - \bar{\rho}_b^*)}{\sqrt{1 + \frac{\hat{h}^2}{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}^2}}}, j = 1, \dots, n,$$

$$\text{où } \bar{\rho}_b^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \rho_{jb}^*.$$

Étape 4 :

Calculer les pseudo-inputs variables :

$$x_{jb}^* = \frac{1}{\gamma_{jb}^*} \hat{\theta}_j x_j \quad \forall j = 1, \dots, n.$$

Étape 5 :

Calculer les scores d'efficacité *bootstrappés* $\hat{\theta}_{jb}^*$ pour $j = 1, \dots, n$ en utilisant les pseudo-inputs variables et en résolvant le programmes suivant :

$$\hat{\theta}_b^*(x_0, z_0, y_0) = \min \left\{ \theta \mid \theta x_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jb}^*, z_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y_0 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \right\}$$

Étape 6 :

Répéter les étapes 2 à 5 B fois pour obtenir B pseudo-scores pour chaque organisation :

$$\left\{ \hat{\theta}_{bj}^* \text{ pour } b = 1, \dots, B \right\}_{j=1}^{j=n}.$$

3.2. Une méthodologie *bootstrap* hétérogène

Nous relâchons maintenant l'hypothèse d'homogénéité des scores d'efficacité, c'est-à-dire que nous supposons que les pseudo-scores sont générés à partir de $\hat{f}(\theta, \eta, z, y)$ qui

est un estimateur de $f(\theta, \eta, z, y)$ par un *noyau multivarié* (les propriétés statistiques de cet estimateur sont étudiées au chapitre 4).

A l'instar de Simar et Wilson (2000a), nous utilisons un *noyau Gaussien multivarié* et nous supposons que la *matrice-fenêtre* est diagonale et s'exprime en fonction d'un seul paramètre h .

Cependant la densité $f(\theta, \eta, z, y)$ est à support borné $]0,1] \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right]^{m_1-1} \times \mathbb{R}_+^{m_2} \times \mathbb{R}_+^s$. Donc

l'estimateur $\hat{f}(\theta, \eta, z, y)$ subit l'*effet de frontière* et il n'est pas convergent. Pour le corriger nous utilisons la *méthode de réflexion* de Schuster-Silverman. Mais dans le but de réduire la complexité de notre analyse, nous suivons Simar et Wilson (2000a) et nous considérons seulement le score d'efficacité θ au voisinage de 1. Dans la réalité, il faudrait encore refléter au voisinage 0 et $\frac{\pi}{2}$ pour η et 0 pour z et y .

L'estimateur corrigé de f est défini par :

$$\hat{f}_e^c(u) = \begin{cases} 2\hat{f}(u) & \text{si } u \in \Omega \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (5-32)$$

où $\hat{f}(u) = \frac{1}{2nh^{m_1+m_2+s}} \sum_{j=1}^{j=n} \left[K_1\left(\frac{u-U_j}{h}\right) + K_2\left(\frac{u-U_{Rj}}{h}\right) \right]$, avec $U_j = (\theta_j, \eta_j, z_j, y_j)$,

$U_{Rj} = (2-\theta_j, \eta_j, z_j, y_j)$ et $K_l(\cdot)$ est la densité de probabilité d'un *vecteur normal* de moyenne zéro et de matrice des *variances-covariances* $\hat{\Sigma}_l$ pour $l = 1, 2$; c'est-à-dire :

$$K_l(u) = (2\pi)^{-\frac{m_1+m_2+s}{2}} \left(\det(\hat{\Sigma}_l) \right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^T \hat{\Sigma}_l^{-1}u\right) \quad l = 1, 2.$$

Pour l'estimation de la matrice des *variances-covariances* du noyau, nous suivons Simar et Wilson (2000a) et nous proposons l'utilisation de la méthode M-estimateur de Campbell (1980).

Enfin pour l'estimation de la *fenêtre h*, Simar et Wilson (2000a) préconisent la méthode de la validation croisée par moindres carrés développée dans la section 4 du chapitre 4 et pour résoudre le problème de la discrétisation des données ils proposent l'utilisation de la méthode de Härdle (1990) qui se base sur la minimisation de l'*Erreur Quadratique Intégrée Moyenne Pondérée (EQIMP)*.

Dans notre procédure, nous proposons encore l'utilisons de *la règle normale* dans le cas multivarié de Silverman (1986) mentionné dans la section 5 du chapitre 4 :

$$\hat{h} = \left(\frac{4}{2(m_1 + m_2 + s) + 1} \right)^{\frac{1}{m_1 + m_2 + s + 4}} n^{\frac{-1}{m_1 + m_2 + s + 4}} \quad (5-33)$$

Ce choix est justifié par la seule volonté de réduire la complexité de notre algorithme. Nous proposons en contrepartie d'analyser la robustesse de notre démarche par rapport à \hat{h} en comparant les résultats de calcul pour des valeurs différentes au voisinage de \hat{h} .

Nous proposons maintenant un algorithme pour la procédure du *bootstrap hétérogène* avec inputs quasi-fixes qui permet de générer les pseudo-efficacités

Étape 1 :

Calculer $\hat{\theta}_j = \hat{\theta}(x_j, z_j, y_j) \forall j = 1, \dots, n$ en utilisant le programme (5-3).

Étape 2 :

Transformer les coordonnées cartésiennes du vecteur des inputs variables

$$x_j = (x_{1j}, \dots, x_{m_1j})^t \text{ en coordonnées polaires } x_j = (\omega_j, \eta_{1j}, \dots, \eta_{m_1-1j})^t.$$

Construire ensuite la matrice $\tilde{P} = \begin{bmatrix} P \\ P_R \end{bmatrix}$,

où $P = \begin{bmatrix} (y_j)' & (z_j)' & (\eta_j)' & (\hat{\theta}_j) \end{bmatrix}$ et $P_R = \begin{bmatrix} (y_j)' & (z_j)' & (\eta_j)' & (2 - \hat{\theta}_j) \end{bmatrix} \forall j = 1, \dots, n$.

Étape 3 :

Calculer la matrice des *variances-covariances* de P : $\hat{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ et la matrice des

variances-covariances de P_R : $\hat{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} S_{11} & -S_{12} \\ -S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$,

où les composantes S_{11} , $S_{12} = S_{21}^T$ et S_{22} sont les partitions des matrices $\hat{\Sigma}_1$ et $\hat{\Sigma}_2$ de formats respectifs $(m_1 + m_2 + s - 1) \times (m_1 + m_2 + s - 1)$, $(m_1 + m_2 + s - 1) \times 1$ et un scalaire.

Ensuite déterminer L_1 et L_2 de telle sorte que $\hat{\Sigma}_1 = L_1 L_1^T$ et $\hat{\Sigma}_2 = L_2 L_2^T$ en utilisant la *décomposition de Cholesky*.

Étape 4 :

Tirer avec remise n lignes parmi les lignes de la matrice \tilde{P} .

Désignons cette nouvelle matrice par : $\tilde{P}^* = \begin{bmatrix} (d_j)' \end{bmatrix} \forall j = 1, \dots, n$.

Calculer la moyenne arithmétique de chacune des colonnes de la matrice \tilde{P}^* :

$$\bar{P}_i^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} d_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, s + m_2 + m_1.$$

Ensuite, construire le vecteur ligne : $\bar{P}^* = [\bar{P}_1^*, \dots, \bar{P}_{s+m_1+m_2}^*]$.

Étape 5 :

Utiliser un générateur de nombres pseudo-aléatoires pour générer une matrice ε de format $n \times (s + m_1 + m_2)$ de loi normale centrée réduite i.i.d.

Soit $(\varepsilon_j)^t$ la $j^{\text{ème}}$ ligne de cette matrice.

Calculer la matrice ε^* de format $n \times (s + m_1 + m_2)$ et dont la $j^{\text{ème}}$ ligne est le vecteur $(\varepsilon_j^*)^T = (L_l \varepsilon_j)^T$ avec $l=1,2$ et tel que :

- si la $j^{\text{ème}}$ ligne de la matrice \tilde{P}^* est parmi les lignes de la matrice P , alors $(\varepsilon_j^*)^T = (L_1 \varepsilon_j)^T$; et

- si la $j^{\text{ème}}$ ligne de la matrice \tilde{P}^* est parmi les lignes de la matrice P_R , alors $(\varepsilon_j^*)^T = (L_2 \varepsilon_j)^T$.

Étape 6 :

Calculer la matrice suivante de format $n \times (s + m_1 + m_2)$:

$$\Gamma = (1 + \hat{h}^2)^{-\frac{1}{2}} (M \tilde{P}^* + \hat{h} \varepsilon^*) + i_n \otimes \bar{P}^*$$

où la matrice $M = I_n - \frac{1}{n} i_n i_n^t$, $i_n = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$ et \otimes désigne le produit de Kronecker.

Étape 7 :

Partitionner la matrice Γ en 4 blocs : $\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma 1 & \Gamma 2 & \Gamma 3 & \Gamma 4 \\ n \times s & n \times m_2 & n \times (m_1 - 1) & n \times 1 \end{bmatrix}$,

où $\Gamma 1 = (\gamma_j^1)^T$, $\Gamma 2 = (\gamma_j^2)^T$, $\Gamma 3 = (\gamma_j^3)^T$ et $\Gamma 4 = (\gamma_j^4)^T \forall j = 1, \dots, n$

Définir ensuite la *matrice bootstrap* des pseudo-valeurs T_1^* de format $n \times (s + m_1 + m_2)$ telle que la $j^{\text{ème}}$ ligne est définie par :

$$(d_j^*)^T = \left((\gamma_j^1)^T, (\gamma_j^2)^T, (\gamma_j^3)^T, \theta_j^* \right),$$

$$\text{où } \theta_j^* = \begin{cases} \gamma_j^4 & \text{si } \gamma_j^4 \leq 1 \\ 2 - \gamma_j^4 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Étape 8 :

Convertir les coordonnées polaires de T_1^* en coordonnées cartésiennes de la façon suivante :

$$1. \text{ Construire la matrice } \tilde{X} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{1j} = x_{1j} & \tilde{x}_{2j} = x_{1j} \text{tg} \gamma_{1j}^3 & \dots & \tilde{x}_{m_1 j} = x_{1j} \text{tg} \gamma_{(m_1-1)j}^3 \end{pmatrix}.$$

2. Calculer $\tilde{\theta}(\tilde{x}_j, \gamma_j^2, \gamma_j^1) \forall j = 1, \dots, n$, en utilisant le programme suivant :

$$\tilde{\theta}(\tilde{x}_0, \gamma_0^2, \gamma_0^1) = \min \left\{ \theta / \theta \tilde{x}_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \tilde{x}_j, \gamma_0^2 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^2, \gamma_0^1 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^1, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \right\}$$

Dans le cas où le programme serait non réalisable, répéter les étapes 4-7.

3. Retrouver maintenant le vecteur des pseudo-inputs :

$$x_j^* = \frac{\tilde{\theta}(\tilde{x}_j, \gamma_j^2, \gamma_j^1)}{\theta_j^*} \tilde{x}_j \quad \forall j = 1, \dots, n.$$

Signalons que cette étape entraîne la résolution de n programmes d'optimisation.

Étape 9 :

Calculer $\hat{\theta}^*(x_j^*, \gamma_j^2, \gamma_j^1)$ pour $j = 1, \dots, n$ en utilisant le programme suivant :

$$\hat{\theta}^*(x_0^*, \gamma_0^2, \gamma_0^1) = \min \left\{ \theta / \theta x_0^* \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j^*, \gamma_0^2 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^2, \gamma_0^1 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^1, \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \right\}$$

Étape 10 :

Répéter les étapes 4-9 B fois pour obtenir les estimateurs *bootstrappés*

$$\left\{ \hat{\theta}_{bj}^* \text{ pour } b = 1, \dots, B \right\}_{j=1}^{j=n}.$$

4. Analyse statistique de la productivité : *Bootstrapper l'indice de Malmquist*

L'utilisation de la méthodologie *bootstrap* dans l'analyse de la productivité est l'œuvre de Simar et Wilson (1999a). Ces auteurs développent une méthodologie *bootstrap lisse* qui permet d'avoir une approximation de la *distribution d'échantillonnage* de l'*indice de Malmquist* décomposé selon Färe *et al.* (1992). Nous adoptons, dans ce chapitre, leurs méthodologies et nous l'appliquons à l'*indice de Malmquist* décomposé à la manière de Ouellette et Vierstraete (2004) et Ray et Desli (1997). Les *fonctions de distance*, dans ces décompositions, sont redéfinies pour intégrer les inputs quasi-fixes et estimées suivant la méthode de Banker et Morey (1986). Les détails concernant cette décomposition sont déjà développés dans le chapitre 1.

L'obtention d'une méthodologie *bootstrap* convergente repose sur une réplication convergente de la façon dont les données sont générées en une date donnée, c'est-à-dire du *Processus Générateur des Données Intertemporel (PGDI)* qui est défini dans la section 5 du chapitre 3.

Dans ce présent chapitre, nous menons notre analyse sur deux périodes de temps différentes t_1 et t_2 avec $t_1 < t_2$. Dans le but de préserver toute sorte de corrélation

temporelle entre ces deux périodes, nous supposons que les scores d'efficacité observés simultanément sur t_1 et t_2 : $(\theta_{j_1}, \theta_{j_2}) \in]0,1] \times]0,1]$ sont les réalisations d'une variable aléatoire bivariée, distribuée suivant une loi de probabilité de densité $f^{t_1/t_2}(\cdot)$.

Désignons par $\mathfrak{S}_j^{t_1/t_2}$, le *PGDI* générant (x_{j_1}, x_{j_2}) , conditionnellement à une réalisation (y_{j_1}, y_{j_2}) , un niveau d'inputs quasi-fixes (z_{j_1}, z_{j_2}) et aux proportions observées d'inputs.

Le *PGDI* est complètement caractérisé par $(x^\circ(z_{j_1}, y_{j_1}), x^\circ(z_{j_2}, y_{j_2}))$ et $f^{t_1/t_2}(\cdot)$, c'est-à-dire :

$$\mathfrak{S}_j^{t_1/t_2} = \left((x^\circ(z_{j_1}, y_{j_1}), x^\circ(z_{j_2}, y_{j_2})), f^{t_1/t_2} \right), j = 1, \dots, n \quad (5-34)$$

Ainsi, le *PGDI* complet est défini par :

$$\mathfrak{S}^{t_1/t_2} = (\mathfrak{S}_1^{t_1/t_2}, \dots, \mathfrak{S}_n^{t_1/t_2}) \quad (5-35)$$

qui est équivalent à

$$\mathfrak{S}^{t_1/t_2} = (\Psi^{t_1/t_2}, f^{t_1/t_2}) \quad \text{où} \quad \Psi^{t_1/t_2} = \Psi^{t_1} \cup \Psi^{t_2} \quad (5-36)$$

Toutefois, la technologie de production de ce processus peut être soumise à des rendements constants (*crs*) ou bien variables (*vrs*). Ce qui se traduit par un processus composé de l'union de deux processus différents : le processus $\mathfrak{S}_{vrs}^{t_1/t_2} = (\Psi_{vrs}^{t_1/t_2}, f_{vrs}^{t_1/t_2})$ aux rendements d'échelle variables et $\mathfrak{S}_{crs}^{t_1/t_2} = (\Psi_{crs}^{t_1/t_2}, f_{crs}^{t_1/t_2})$ aux rendements d'échelle constants.

Nous obtenons ainsi,

$$\mathfrak{S}^{t_1/t_2} = \mathfrak{S}_{vrs}^{t_1/t_2} \cup \mathfrak{S}_{crs}^{t_1/t_2} = (\Psi_{vrs}^{t_1/t_2}, f_{vrs}^{t_1/t_2}) \cup (\Psi_{crs}^{t_1/t_2}, f_{crs}^{t_1/t_2}). \quad (5-37)$$

4.1. Le principe de la méthode

Considérons un échantillon aléatoire généré à partir de \mathfrak{S}^{t_1/t_2} :

$$\Psi_0^{t_1/t_2} = \left\{ (x_{jt}, z_{jt}, y_{jt}) \mid j=1, \dots, n; t = t_1, t_2 \text{ avec } t_1 < t_2 \right\} \quad (5-38)$$

Soit $\hat{\mathfrak{S}}^{t_1/t_2}$ un estimateur convergent de \mathfrak{S}^{t_1/t_2} :

$$\hat{\mathfrak{S}}^{t_1/t_2} = \hat{\mathfrak{S}}_{vrs}^{t_1/t_2} \cup \hat{\mathfrak{S}}_{crs}^{t_1/t_2} = \left(\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2}, \hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2} \right) \cup \left(\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2}, \hat{f}_{crs}^{t_1/t_2} \right) \quad (5-39)$$

où $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2} = \hat{\Psi}_{vrs}^{t_1} \cup \hat{\Psi}_{vrs}^{t_2}$ et $\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2} = \hat{\Psi}_{crs}^{t_1} \cup \hat{\Psi}_{crs}^{t_2}$.

Dans le monde réel, Ψ^{t_1/t_2} et $(\theta_{t_1}, \theta_{t_2})$ et par suite \mathfrak{S}^{t_1/t_2} sont inconnus, mais nous pouvons les estimer à partir de l'ensemble des observations $\Psi_0^{t_1/t_2}$.

L'enveloppe convexe de libre disposition de l'ensemble $\Psi_0^{t_1/t_2}$ fournit un estimateur convergent du vrai ensemble de production $\Psi_{vrs}^{t_1/t_2}$:

$$\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2} = \left\{ (x_t, z_t, y_t) \mid x_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}, z_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}, y_t \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}, \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n, t = t_1, t_2 \right\} ; \quad (5-40)$$

et le cône de libre disposition de l'ensemble des observations $\Psi_0^{t_1/t_2}$ fournit un estimateur de $\Psi_{crs}^{t_1/t_2}$:

$$\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2} = \left\{ (x_t, z_t, y_t) \mid x_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}, z_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}, y_t \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}, \right. \\ \left. \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n, t = t_1, t_2 \right\} \quad (2-41)$$

Considérons maintenant le monde (virtuel) bootstrap. Nous pouvons générer à partir de $\hat{\mathfrak{S}}^{t_1/t_2}$ deux nouveaux ensembles d'observations :

$$\Psi_{vrs}^{t_1/t_2*} = \left\{ (x_{jt}^{v*}, z_{jt}^{v*}, y_{jt}^{v*}), j = 1, \dots, n; t = t_1, t_2 \right\};$$

et

$$\Psi_{crs}^{t_1/t_2*} = \left\{ (x_{jt}^{c*}, z_{jt}^{c*}, y_{jt}^{c*}), j = 1, \dots, n; t = t_1, t_2 \right\} \quad (5-42)$$

Dans le *monde bootstrap* $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2}$ et $\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2}$ sont les vrais ensembles de production. L'*enveloppe convexe de libre disposition* de $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2}$ fournit un estimateur $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2*}$ de $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2}$ qui est, du point de vue de $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2}$, le vrai ensemble des valeurs possibles dans $\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2}$; alors que pour notre ensemble d'origine il n'est qu'une estimation de Ψ^{t_1/t_2} .

De même, le *cône de libre disposition* de $\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2}$ fournit un estimateur $\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2*}$ de $\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2}$ et s'interprète de la même façon.

En particulier, nous avons :

$$\hat{\Psi}_{vrs}^{t_1/t_2*} = \left\{ (x_t, z_t, y_t) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}^{v*}, z_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}^{v*}, \right. \\ \left. y_t \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}^{v*}, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n, t = t_1, t_2 \right\} \quad (5-43)$$

et

$$\hat{\Psi}_{crs}^{t_1/t_2*} = \left\{ (x_t, z_t, y_t) \in \mathbb{R}^{m_1+m_2+s} \mid x_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jt}^{c*}, z_t \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_{jt}^{c*}, \right. \\ \left. y_t \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_{jt}^{c*}, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n, t = t_1, t_2 \right\} \quad (5-44)$$

Nous obtenons ainsi, pour $t = t_1, t_2$:

$$\hat{X}_{vrs}^{t_1*}(z_t, y_t) = \left\{ x_t \in \mathbb{R}^{m_1} \mid (x_t, z_t, y_t) \in \hat{\Psi}_{vrs}^{t_1*} \right\} \quad (5-45)$$

et

$$\hat{X}_{vrs}^{t_2^*}(z_t, y_t) = \left\{ x_t \in \mathbb{R}^{m_2} \mid (x_t, z_t, y_t) \in \hat{\Psi}_{vrs}^{t_2^*} \right\}. \quad (5-46)$$

L'estimateur DEA de la *fonction de distance en inputs variables* d'une combinaison quelconque (x_{0t}, z_{0t}, y_{0t}) de $\Psi_0^{t_1/t_2}$, définit par rapport à la frontière des « *meilleures pratiques* » et observée à la date t_1 :

$$\left[\hat{D}_I^{t_1/t_1}(x_{0t}, z_{0t}, y_{0t} \mid vrs) \right]^{-1} = \hat{\theta}^{vrs}(x_{0t}, z_{0t}, y_{0t}) = \min \left\{ \theta \mid \theta x_{0t} \in \hat{X}_{vrs}^{t_1^*}(z_{0t}, y_{0t}) \right\} \quad (5-47)$$

Alors que celui de la *fonction de distance*, définie par rapport à la frontière de la technologie optimale et observé à la même date :

$$\left[\hat{D}_I^{t_1/t_1}(x_{0t}, z_{0t}, y_{0t} \mid crs) \right]^{-1} = \hat{\theta}^{crs}(x_{0t}, z_{0t}, y_{0t}) = \min \left\{ \theta \mid \theta x_{0t} \in \hat{X}_{crs}^{t_1^*}(z_{0t}, y_{0t}) \right\} \quad (5-48)$$

Nous retrouvons les estimateurs $\hat{D}_I^{t_1/t_2}(x_{0t}, z_{0t}, y_{0t} \mid vrs)$ et $\hat{D}_I^{t_1/t_2}(x_{0t}, z_{0t}, y_{0t} \mid crs)$ pour $t = t_1, t_2$, en remplaçant t_1 par t_2 dans (5-47) et (5-48).

En pratique, le *bootstrap* consiste à générer B échantillons : $\hat{\Psi}_b^{t_1/t_2}$, $b = 1, \dots, B$ (souvent de taille n) et à utiliser les équations (5-47) et (5-48) pour obtenir B pseudo-estimateurs pour les deux périodes t_1 et t_2 :

$$\left\{ D_{lb}^{t_1/t_1^*}(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt} \mid vrs), D_{lb}^{t_1/t_1^*}(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt} \mid crs), \right. \\ \left. D_{lb}^{t_2/t_2^*}(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt} \mid vrs), D_{lb}^{t_2/t_2^*}(x_{jt}, z_{jt}, y_{jt} \mid crs) \right\} \forall t = t_1, t_2 \text{ et } j = 1, \dots, n \quad (5-49)$$

Ces pseudo-valeurs sont utilisées pour construire les estimateurs *bootstrap*,

$$\left\{ \hat{M}_{lb}^{t_1/t_2^*}(x_{j_1}^*, z_{j_1}^*, y_{j_1}^*, x_{j_2}^*, z_{j_2}^*, y_{j_2}^*), \widehat{TE}\Delta_b^*(x_{j_1}^*, z_{j_1}^*, y_{j_1}^*, x_{j_2}^*, z_{j_2}^*, y_{j_2}^*) \right. \\ \left. \widehat{T}\Delta_b^*(x_{j_1}^*, z_{j_1}^*, y_{j_1}^*, x_{j_2}^*, z_{j_2}^*, y_{j_2}^*), \widehat{S}\Delta_b^*(x_{j_1}^*, z_{j_1}^*, y_{j_1}^*, x_{j_2}^*, z_{j_2}^*, y_{j_2}^*) \right\}_{b=1}^B \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (5-50)$$

Ces estimateurs sont obtenus en remplaçant, dans les équations des composantes de l'indice de Malmquist (1-59), (1-60), (1-61) et (1-62) définies dans le chapitre 1, les fonctions de distance par leurs estimateurs *bootstrap* définis dans (5-49).

La *distribution empirique* des pseudo-valeurs dans (5-50) fournit une approximation Monte Carlo des *distributions d'échantillonnage* de

$$\hat{M}_I^{t_1/t_2} \left(x_{jt_1}, z_{jt_1}, y_{jt_1}, x_{jt_2}, z_{jt_2}, y_{jt_2} \right), \widehat{TE\Delta} \left(x_{jt_1}, z_{jt_1}, y_{jt_1}, x_{jt_2}, z_{jt_2}, y_{jt_2} \right), \\ \widehat{T\Delta} \left(x_{jt_1}, z_{jt_1}, y_{jt_1}, x_{jt_2}, z_{jt_2}, y_{jt_2} \right) \text{ et } \widehat{S\Delta} \left(x_{jt_1}, z_{jt_1}, y_{jt_1}, x_{jt_2}, z_{jt_2}, y_{jt_2} \right) \quad \forall j = 1, \dots, n;$$

étant donné l'estimateur $\hat{\mathfrak{S}}^{t_1/t_2}$ du processus non observé \mathfrak{S}^{t_1/t_2} .

La méthodologie *bootstrap* s'appuie sur le principe que, dans le *monde réel* et pour une combinaison arbitraire d'inputs-outputs $(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2})$ de $\Psi_0^{t_1/t_2}$,

$$\hat{M}_I^{t_1/t_2} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right) \text{ est un estimateur de } M_I^{t_1/t_2} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right),$$

sur la base de l'échantillon $\Psi_0^{t_1/t_2}$, généré à partir de \mathfrak{S}^{t_1/t_2} , alors que dans le *monde bootstrap*, $\hat{M}_I^{t_1/t_2*} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right)$ est un estimateur de $\hat{M}_I^{t_1/t_2} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right)$ sur la base du pseudo-échantillon Ψ^{t_1/t_2*} , généré à partir de $\hat{\mathfrak{S}}^{t_1/t_2}$.

Si le *bootstrap* est convergent alors nous aurons :

$$\left(\hat{M}_I^{t_1/t_2*} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right) - \hat{M}_I^{t_1/t_2} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right) \right) \Big|_{\hat{\mathfrak{S}}^{t_1/t_2}} \overset{approx}{\sim} \left(\hat{M}_I^{t_1/t_2} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right) - M_I^{t_1/t_2} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right) \right) \Big|_{\mathfrak{S}^{t_1/t_2}} \quad (5-51)$$

Pour avoir une approximation des *lois de répartition d'échantillonnage* des composantes de l'indice de Malmquist, c'est-à-dire $\widehat{TE\Delta} \left(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2} \right)$,

$\widehat{T\Delta}(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2})$ et $\widehat{S\Delta}(x_{0t_1}, z_{0t_1}, y_{0t_1}, x_{0t_2}, z_{0t_2}, y_{0t_2})$, nous utilisons le même principe.

4.2. Un estimateur convergent du PGD

Rappelons que le *Processus Générateur des Données Intertemporel* (PGDI) est défini par $\mathfrak{S}^{t_1/t_2} = (\Psi_{vrs}^{t_1/t_2}, f_{vrs}^{t_1/t_2}) \cup (\Psi_{crs}^{t_1/t_2}, f_{crs}^{t_1/t_2})$. Donc un estimateur convergent du PGDI est équivalent à un estimateur convergent pour ses composantes : les ensembles de production $\Psi_{vrs}^{t_1/t_2}$ et $\Psi_{crs}^{t_1/t_2}$ ainsi que les densités $f_{vrs}^{t_1/t_2}$ et $f_{crs}^{t_1/t_2}$.

La convergence de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes vers le vrai ensemble $\Psi_{vrs}^{t_1/t_2}$ (respectivement $\Psi_{crs}^{t_1/t_2}$) a été étudiée aux chapitres 2 et 3. Au chapitre 4, nous avons développé un estimateur, par la méthode du noyau, d'une densité de probabilité à support borné dans les cas unidimensionnel et multidimensionnel. Nous proposons dans cette section un estimateur bidimensionnel $\hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}$ (respectivement $\hat{f}_{crs}^{t_1/t_2}$) de $f_{vrs}^{t_1/t_2}$ (respectivement $f_{crs}^{t_1/t_2}$) corrigé par la méthode de réflexion de Schuster-Silverman pour enlever l'effet de frontière.

A l'instar de Simar et Wilson (1999a), nous utilisons un *noyau Gaussien bivarié* et nous supposons que la *matrice-fenêtre* dépend d'un seul paramètre h .

L'estimateur $\hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}$, par un noyau bivarié $K(\cdot)$ sur la base de l'ensemble $\{(\hat{\theta}_{jt_1}^{vrs}, \hat{\theta}_{jt_2}^{vrs}) \mid j = 1, \dots, n\}$, est défini par :

$$\hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(u) = \frac{1}{nh^2} \sum_{j=1}^n K\left(\frac{(u - U_j)}{h}\right), \quad (5-52)$$

où u est de dimension (1×2) et $U_j = (U_{1j}, U_{2j})$ avec $U_{1j} = \hat{\theta}_{jt_1}^{vrs}$ et $U_{2j} = \hat{\theta}_{jt_2}^{vrs}$.

Or les deux estimateurs $\hat{\theta}_{j_{t_1}}^{vrs}$ et $\hat{\theta}_{j_{t_2}}^{vrs}$ sont bornés par 1. La densité estimée par l'équation (5-41) est non convergente et asymptotiquement biaisé (voir section 6 du chapitre 4). Pour contourner ce problème, nous adaptons la *méthode de réflexion* de Schuster-Silverman à notre cas bivarié.

Dans le cas univarié, cette méthode consiste à refléter chaque observation $\hat{\theta}_{j_{t_1}}^{vrs}$ (ou bien $\hat{\theta}_{j_{t_2}}^{vrs}$) ≤ 1 par son image symétrique $2 - \theta_{j_{t_1}}^{vrs}$ (ou bien $2 - \theta_{j_{t_2}}^{vrs}$). L'estimateur par la méthode du noyau est déterminé, dans ce cas, sur la base de $2n$ observations (voir paragraphe 6.1.2. du chapitre 4).

Dans le cas bivarié, nous procédons de la même façon, sauf que nous disposons maintenant de deux frontières d'efficacité définies sur \mathbb{R}^2 . Une observation quelconque $U_j = (U_{1j}, U_{2j})$, $j = 1, \dots, n$, est reflétée en prenant sa réflexion par rapport à la ligne verticale et horizontale passant par le couple $(1,1)$, et le nord-est du même point, soient respectivement $(2 - U_{1j}, U_{2j})$, $(U_{1j}, 2 - U_{2j})$ et $(2 - U_{1j}, 2 - U_{2j})$. La figure 4.4 du chapitre 4 est une illustration de la démarche conduisant à cette réflexion des observations.

L'estimateur par la méthode du noyau sera ainsi construit sur la base de $4n$ observations. Il est défini par :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(u_1, u_2) &= \hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(u_1, u_2) + \hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(2 - u_1, u_2) + \hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(2 - u_1, 2 - u_2) + \hat{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(u_1, 2 - u_2) \\ &= \frac{1}{nh^2} \sum_{j=1}^{j=n} \left[K\left(\frac{u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{u_2 - U_{2j}}{h}\right) + K\left(\frac{2 - u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{u_2 - U_{2j}}{h}\right) \right. \\ &\quad \left. + K\left(\frac{2 - u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{2 - u_2 - U_{2j}}{h}\right) + K\left(\frac{u_1 - U_{1j}}{h}, \frac{2 - u_2 - U_{2j}}{h}\right) \right] \end{aligned} \tag{5-53}$$

Simar et Wilson (1999a) développent une expression compilée de l'équation (5-53) qui se base sur une matrice de format $(4n \times 2)$, dite *matrice de réflexion*, qui est de la forme suivante :

$$\Delta = \begin{bmatrix} A & B \\ 2-A & 2-B \\ 2-A & B \\ A & 2-B \end{bmatrix}, \quad (5-54)$$

où $A = [U_{11} \ \dots \ U_{1n}]^T$ et $B = [U_{21} \ \dots \ U_{2n}]^T$.

La corrélation entre les deux estimateurs $\hat{\theta}_{j_1}^{vrs}$ et $\hat{\theta}_{j_2}^{vrs}$ est mesurée par la matrice des *variances-covariances* Σ de $[A \ B]$, qui est aussi celle de $[2-A \ 2-B]$ et la matrice des *variances-covariances* Σ_R de $[2-A \ B]$, qui est aussi celle de $[A \ 2-B]$.

L'estimateur par la méthode du *noyau bivarié*, sur la base de $4n$ observations représentées par les lignes de la matrice Δ , est obtenu par :

$$\hat{g}_{vrs}(u) = \frac{1}{4nh^2} \sum_{j=1}^{j=4n} K_j \left(\frac{u - \Delta_j}{h} \right), \quad (5-55)$$

où $u = (u_1 \ u_2)$, Δ_j représente la $j^{ième}$ ligne de la matrice Δ et $K_j(\cdot)$ est le *noyau bivarié*

de matrice des *variances-covariances* $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$, pour $j = 1, \dots, n$ et $2n+1, \dots, 3n$ et

de matrice des *variances-covariances* $\Sigma_R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & -\sigma_{12} \\ -\sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$ pour $j = n+1, \dots, 2n$ et

$3n+1, \dots, 4n$.

Pour estimer les matrices Σ et Σ_R , nous suivons l'approche de Simar et Wilson (1999a) et nous utilisons les *estimateurs échantillonnaux*, définis par :

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\hat{\theta}_{j_{t_1}}^{vrs} - \overline{\hat{\theta}_{t_1}^{vrs}})^2 \text{ où } \overline{\hat{\theta}_{t_1}^{vrs}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{\theta}_{j_{t_1}}^{vrs} ,$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\hat{\theta}_{j_{t_2}}^{vrs} - \overline{\hat{\theta}_{t_2}^{vrs}})^2 \text{ où } \overline{\hat{\theta}_{t_2}^{vrs}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{\theta}_{j_{t_2}}^{vrs} ; \text{ et}$$

$$\hat{\sigma}_{12}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (\hat{\theta}_{j_{t_1}}^{vrs} - \overline{\hat{\theta}_{t_1}^{vrs}})(\hat{\theta}_{k_{t_2}}^{vrs} - \overline{\hat{\theta}_{t_2}^{vrs}}) \text{ avec } j \neq k .$$

Ainsi, un estimateur convergent de la densité $f_{vrs}^{t_1/t_2}$ est définie par :

$$\tilde{f}_{vrs}^{t_1/t_2}(u_1, u_2) = \begin{cases} 4\hat{g}_{vrs}(u_1, u_2) & \text{pour } u_1 \leq 1, u_2 \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (5-56)$$

Pour trouver l'estimateur par la méthode du noyau corrigé $\tilde{f}_{crs}^{t_1/t_2}$ de la densité $f_{crs}^{t_1/t_2}$, sur la base de l'ensemble $\{(\hat{\theta}_{j_{t_1}}^{crs}, \hat{\theta}_{j_{t_2}}^{crs}) \mid j = 1, \dots, n\}$, nous procédons de la même façon.

4.3. Génération des pseudo-valeurs

Pour générer les pseudo-échantillons, nous utilisons la méthode suggérée par Simar et Wilson (1999a) qui se base sur la démarche de Devroye et Györfi (1985) développée dans la section 7 du chapitre 4. Cette méthode suit les étapes suivantes :

Étape 1 :

Nous tirons au hasard avec remise n lignes de Δ , pour former la matrice $\Delta^* = [\delta_{ik}]$, $i = 1, \dots, n$; $k = 1, 2$.

Nous calculons ensuite, pour chaque colonne de Δ^* , la moyenne arithmétique :

$$\bar{\delta}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{ik} \text{ pour } k = 1, 2 .$$

Étape 2 :

Nous calculons la matrice :

$$\Gamma = (1+h^2)^{-\frac{1}{2}} \left(\Delta^* + h\varepsilon^* - C \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 & 0 \\ 0 & \bar{\delta}_2 \end{bmatrix} \right) + C \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 & 0 \\ 0 & \bar{\delta}_2 \end{bmatrix};$$

où $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ est une matrice de un de format $(n \times 2)$ et ε^* est une matrice de

format $(n \times 2)$, contenant n valeurs générées à partir d'une densité *normale bivariée* (le *noyau Gaussien* $K_j(\cdot)$), sous réserve que la $j^{\text{ème}}$ ligne de ε^* soit générée à partir soit d'une densité *normale bivariée* de matrice des *variances-covariances* $\hat{\Sigma}$ si Δ_j^* est parmi les lignes de la matrice $[A \ B]$ ou bien la matrice $[2-A \ 2-B]$. Nous aurons ainsi $\varepsilon_j^* \sim N_2(0, \hat{\Sigma})$ ou d'une densité *normale bivariée* de matrice des *variances-covariances* $\hat{\Sigma}_R$ si Δ_j^* est parmi les lignes de la matrice $[2-A \ B]$ ou bien la matrice $[A \ 2-B]$. Nous aurons de même $\varepsilon_j^* \sim N_2(0, \hat{\Sigma}_R)$.

Concernant le problème crucial du choix de la fenêtre h , nous adoptons *la règle normale* de Silverman (1986) mentionnée dans la section 5 du chapitre 4: $\hat{h} = \left(\frac{4}{5n} \right)^{\frac{1}{6}}$.

Étape 3 :

Pour chaque élément γ_{kj} de Γ , nous prenons :

$$\left(\gamma_{kj}^* \right) = \begin{cases} \gamma_{kj} & \text{si } \gamma_{kj} \leq 1 \\ 2 - \gamma_{kj} & \text{ailleurs} \end{cases}.$$

Le résultat serait ainsi une matrice $\Gamma^* = (\gamma_{kj}^*)$, $k=1,2$ et $j=1,\dots,n$ composée de deux vecteurs colonnes qui représentent les pseudo-valeurs des efficacités relatives aux périodes t_1 et t_2 .

Les pseudo-échantillons $\Psi_{vrs}^{t_1/t_2^*}$ et $\Psi_{crs}^{t_1/t_2^*}$ sont ainsi, construits en prenant respectivement

$$\left(x_{i_1 j k}^{v*} = \frac{\hat{\theta}_{jt}^{vrs} x_{i_1 j k}}{\gamma_{ik}^*}, z_{i_2 j k}^{v*} = z_{i_2 j k}, y_{i_2 j k}^{v*} = y_{r j k} \right) \text{ et } \left(x_{i_1 j k}^{c*} = \frac{\hat{\theta}_{jt}^{crs} x_{i_1 j k}}{\gamma_{ik}^*}, z_{i_2 j k}^{c*} = z_{i_2 j k}, y_{i_2 j k}^{c*} = y_{r j k} \right)$$

pour $j=1,\dots,n$ et $k=1,2$

4.4. Correction du biais et *bootstrap*

Bien que l'estimateur DEA soit convergent, il est biaisé en échantillon fini (voir chapitre 3). L'estimateur *bootstrap* du biais est défini par :

$$\widehat{\text{biais}}_B \left(\hat{M}_j^{t_1/t_2} \right) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{M}_{bj}^{t_1/t_2^*} - \hat{M}_j^{t_1/t_2} \quad \forall j=1,\dots,n \quad (5-57)$$

où $\hat{M}_j^{t_1/t_2} = \hat{M}_I^{t_1/t_2} \left(x_{j t_1}, z_{j t_1}, y_{j t_1}, x_{j t_2}, z_{j t_2}, y_{j t_2} \right)$ est une abréviation que nous retiendrons dans la suite de ce chapitre afin d'économiser de l'espace.

Un estimateur DEA corrigé pour le biais de $M_I^{t_1/t_2} \left(x_{j t_1}, z_{j t_1}, y_{j t_1}, x_{j t_2}, z_{j t_2}, y_{j t_2} \right)$ est défini par:

$$\hat{M}_j^{t_1/t_2} = \hat{M}_j^{t_1/t_2} - \widehat{\text{biais}}_B \left(\hat{M}_j^{t_1/t_2} \right) = 2\hat{M}_j^{t_1/t_2} - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{M}_{bj}^{t_1/t_2^*} \quad \forall j=1,\dots,n \quad (5-58)$$

Toutefois, cette correction introduit un bruit additionnel (Efron et Tibshirani, 1993) faisant en sorte que l'écart-type de l'estimateur corrigé $\hat{M}_j^{t_1/t_2}$ peut dépasser l'écart-type de l'estimateur initial $\hat{M}_j^{t_1/t_2}$. Par conséquent, la correction est effectuée sous réserve que,

$$r_j = \frac{\left(\widehat{\text{biais}}_B \left(\hat{M}_j^{t_1/t_2}\right)\right)^2}{3\hat{\sigma}_{\hat{M}_j^{t_1/t_2}^*}^2} > 1, \quad (5-59)$$

$$\text{où } \hat{\sigma}_{\hat{M}_j^{t_1/t_2}^*}^2 = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^{b=B} \left(\hat{M}_{bj}^* - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{M}_j^{t_1/t_2*} \right)^2 \forall j = 1, \dots, n.$$

Pour avoir les estimateurs corrigé pour le biais des composantes de l'indice de Malmquist, il suffit de remplacer $\hat{M}_j^{t_1/t_2}$ dans l'équations (5-47) par une des composantes $\widehat{TE}\Delta_j$, $\widehat{T}\Delta_j$ ou bien $\widehat{S}\Delta_j$ qui sont, respectivement, les abréviations de $\widehat{TE}\Delta(x_{j_1}, z_{j_1}, y_{j_1}, x_{j_2}, z_{j_2}, y_{j_2})$, $\widehat{T}\Delta(x_{j_1}, z_{j_1}, y_{j_1}, x_{j_2}, z_{j_2}, y_{j_2})$ et, finalement, $\widehat{S}\Delta(x_{j_1}, z_{j_1}, y_{j_1}, x_{j_2}, z_{j_2}, y_{j_2})$.

4.5. Intervalles de confiance et *bootstrap*

Afin de construire les intervalles de confiance pour l'indice de Malmquist, ainsi que ses composantes, nous adoptons la méthode suggérée par Simar et Wilson (1999a, 2000b) qui consiste à trouver les valeurs a_α et b_α telle que :

$$\Pr\left(-b_\alpha \leq \hat{M}_j^{t_1/t_2} - M_j^{t_1/t_2} \leq -a_\alpha\right) = 1 - \alpha \quad (5-60)$$

Les estimateurs de a_α et b_α sont obtenus à partir de la distribution *bootstrap* empirique des pseudo-estimateurs $\{\hat{M}_{jb}^{t_1/t_2}, b = 1, \dots, B\}$, ils sont tels que,

$$\Pr\left(-\hat{b}_\alpha \leq \hat{M}_j^{t_1/t_2*} - \hat{M}_j^{t_1/t_2} \leq -\hat{a}_\alpha \mid \hat{\mathcal{S}}^{t_1/t_2} \left(\Psi_0^{t_1/t_2}\right)\right) = 1 - \alpha, \quad (5-61)$$

$(1 - \alpha)$ étant le niveau de confiance.

Pour trouver \hat{a}_α et \hat{b}_α , nous trions $(\hat{M}_{jb}^{t_1/t_2^*} - \hat{M}_j^{t_1/t_2}), b=1, \dots, B$ par ordre croissant et, ensuite, nous éliminons $\left(\frac{\alpha}{2} \times 100\right)$ pour cent des éléments à gauche et à droite de la liste triée. Les valeurs $-\hat{a}_\alpha$ et $-\hat{b}_\alpha$ correspondent aux extrémités gauche et droite de la série tronquée avec $\hat{a}_\alpha \leq \hat{b}_\alpha$.

L'approximation *bootstrap* de (5-49) est donc :

$$\Pr(-\hat{b}_\alpha \leq \hat{M}_j^{t_1/t_2} - M_j^{t_1/t_2} \leq -\hat{a}_\alpha) \approx 1 - \alpha \quad (5-62)$$

Nous pouvons ainsi définir l'intervalle de confiance de niveau $(1 - \alpha)$ par :

$$\hat{M}_j^{t_1/t_2} + \hat{a}_\alpha \leq M_j^{t_1/t_2} \leq \hat{M}_j^{t_1/t_2} + \hat{b}_\alpha \quad (5-63)$$

Souvent cette procédure est utilisée pour tout $(x_j, z_j, y_j), j=1, \dots, n$ pour qui, $\hat{M}_j^{t_1/t_2}$ existe. Ce qui entraîne sa répétition autant de fois que $\hat{M}_j^{t_1/t_2}$ est défini.

Enfin, concernant l'interprétation de l'intervalle de confiance. Nous disons que la variation de la productivité est *réelle* si l'estimateur de l'*indice de Malmquist* est significativement différent de 1, c'est-à-dire que l'intervalle de confiance (5-63) ne contient pas la valeur 1. Alors que si l'intervalle de confiance contient la valeur 1, nous disons que la variation observée de la productivité est *pervertie*, c'est-à-dire qu'elle est le résultat d'une *variation échantillonnale*.

Pour trouver des intervalles de confiance pour les composantes de l'*indice de Malmquist*, nous procédons de la même manière et nous interprétons leurs variations de la même façon. Ainsi, nous disons que la contribution d'une composante $\widehat{TE\Delta}_j, \widehat{T\Delta}_j$ ou bien $\widehat{S\Delta}_j$ à la variation de la productivité est significative si son intervalle de confiance ne contient pas la valeur 1. Autrement, elle est le résultat d'une *variation échantillonnale*.

5. Les tests d'hypothèses des rendements d'échelle

Nous considérons la mesure qualitative de l'*efficacité à l'échelle* des organisations. Cette mesure permet de déterminer si l'organisation opère dans une situation de rendements d'échelle croissants, décroissants ou bien constants. Les méthodes d'estimation de cette mesure sont souvent non paramétriques de type DEA et peuvent être classées en trois approches que Löthgren et Tambour (1996a) ont pu montrer leurs équivalences : la méthode d'efficacité à l'échelle (*the scale efficiency method*) de Färe et Grosskopf (1985) et Färe *et al.* (1994) ; la méthode de la somme des variables d'intensité (*the sum of intensity variables-method*) de Banker (1984), Banker et Thrall (1992) ; et enfin, la méthode du signe de la variable duale (*dual variable-sign-method*) de Banker *et al.* (1984).

Dans ces méthodes d'estimation, les auteurs ignorent les aspects statistiques des mesures d'efficacité et ne distinguent pas entre les mesures *réelles* et leurs *estimateurs*.

Par conséquent, le développement d'une procédure de test statistique formelle qui distingue entre la vraie efficacité et son estimateur est nécessaire pour évaluer la significativité statistique d'une décision concernant les rendements d'échelle d'une organisation.

Banker (1996) fut le premier à développer une procédure de test statistique qui permet de décider en faveur d'une hypothèse contre une autre. L'auteur considère un problème de test de rendements d'échelle globale et suppose que les scores d'efficacité suivent une loi de probabilité paramétrique usuelle (souvent la *loi normale* tronquée ou bien la *loi exponentielle*). Cette hypothèse permet à Banker de déterminer une loi de probabilité asymptotique habituelle pour la statistique du test sous l'hypothèse nulle (souvent la *loi de Fisher*) et à établir la règle de décision du test pour un niveau déterminé.

Mais Banker ne fournit aucune justification à l'hypothèse de distribution paramétrique adoptée concernant les mesures d'efficacité. D'ailleurs, Simar et Wilson (2002) se demandent comment on peut supposer une distribution quelconque dans un problème de test d'hypothèses statistiques si les scores d'efficacité sont estimés d'une façon non-

paramétrique. Les auteurs ajoutent que si l'analyste adopte cette hypothèse dans la procédure de test statistique, alors il n'y a aucune raison de ne pas l'utilisée dans la méthode d'estimation.

Kittelsen (1997) suggère encore deux autres problèmes liés à l'approche de Banker. La première est que les estimateurs des scores d'efficacité sont biaisés pour un échantillon fini et convergent avec un taux très faible dans un problème de dimension élevée. La deuxième est que les estimateurs des composantes du score d'*efficacité à l'échelle* sont corrélés et ne peuvent en aucun cas suivre asymptotiquement la *loi de Fisher*.

Parallèlement aux travaux de Banker (1996), Löthgren et Tambour, (1999) adoptent l'approche de Färe *et al.* (1994) pour la mesure d'*efficacité à l'échelle*. Ils considèrent un problème de test de rendements d'échelle globale et développent une procédure de test qui se base sur une méthodologie *bootstrap naïve* pour approximer la distribution de la statistique du test sous l'hypothèse nulle. Leurs méthodologies se base sur la *distribution empirique* des estimateurs des scores d'*efficacité à l'échelle* et consiste à rééchantillonner à partir des estimateurs des scores d'*efficacité à l'échelle*.

Cependant, Simar et Wilson (2000a, 1999a et 1999b) montrent que *la méthodologie bootstrap naïve* est non convergente pour les estimateurs non paramétriques des scores d'efficacité de type DEA et développent, dans une extension de leurs travaux (Simar et Wilson, 2002), une procédure de test qui se base une *méthodologie bootstrap lisse homogène*. Cette dernière consiste à lisser la distribution de probabilité des scores d'efficacité à l'aide d'un noyau. Les auteurs utilisent, ensuite, la *méthode de réflexion* de Silverman-Schuster pour corriger l'estimateur de la densité de probabilité au voisinage des bornes (voir le chapitre 4 pour les détails).

Or l'approche de Simar et Wilson (2002) ne garantit pas que les pseudo-valeurs des scores d'efficacité soient des valeurs possibles de ces scores. En effet, les mesures d'*efficacité à l'échelle* sont identifiées qualitativement en comparant les mesures d'efficacité sous des restrictions différentes de rendements d'échelle. Ces mesures sont

estimées en utilisant des pseudo-échantillons différents et par suite les scores d'efficacité calculés sur leurs bases peuvent prendre des valeurs non réalisables.

Partons de cette constatation, nous envisageons le développement d'une *méthodologie bootstrap lisse* remplissant la condition que les pseudo-valeurs des scores d'efficacité soient des valeurs possibles.

De plus, bien que nous adoptions l'approche de Färe *et al.* (1994) pour la mesure d'efficacité à l'échelle et celle de Simar et Wilson (2002) pour la formulation du problème de test et l'estimation de la région critique, nous considérons en premier lieu un problème de test spécifique pour chaque organisation plutôt que globale. Nous intégrons, en second lieu, les inputs quasi-fixes dans l'analyse DEA à la lumière de Banker et Morey (1986). Enfin, pour vérifier la robustesse des résultats d'estimation par rapport à la méthode de simulation utilisée, nous développons deux méthodes de simulations *bootstrap lisse* : *homogène* et *hétérogène*.

5.1. Le principe de la méthode

En se basant sur les travaux de Färe et Grosskopf (1985), l'analyse de l'efficacité à

l'échelle se fait en calculant le ratio $\hat{s}_j = \frac{\hat{\theta}^{crs}(x_j, z_j, y_j)}{\hat{\theta}^{vrs}(x_j, z_j, y_j)} \leq 1$, pour chaque observation

$$j = 1, \dots, n \text{ de } \Psi_0 = \left\{ (x_j, z_j, y_j) \right\}_{j=1}^{j=n}.$$

Les scores $\hat{\theta}^{crs}(x_j, z_j, y_j)$ et $\hat{\theta}^{vrs}(x_j, z_j, y_j)$ dans ce ratio sont définis dans le chapitre 1 et représentent respectivement les estimateurs des mesures d'efficacité par rapport à une technologie de rendement d'échelle constants (*crs*) et variables (*vrs*).

Si, pour une observation quelconque, $\hat{s}_j = 1$, alors la combinaison (x_j, z_j, y_j) est soumise à une technologie de type *crs* au point $(\hat{\theta}^{vrs}(x_j, z_j, y_j)x_j, z_j, y_j)$, c'est-à-dire, le point de projection de la combinaison (x_j, z_j, y_j) sur la frontière estimée $\partial\hat{\Psi}$, dans la direction des inputs variables.

Cette approche est adoptée par exemple par Byrnes *et al.* (1986), Grosskopf et Valdmanis (1987), Dusansky et Wilson (1994) et Ferrier (1994).

Toutefois, si pour une observation particulière (x_j, z_j, y_j) , nous obtenons par exemple $\hat{s}_j < 1$, alors sans procédure de test statistique formelle, il est impossible de savoir si cette *inefficacité à l'échelle* est due, en réalité, à une inconstance au niveau des rendements d'échelle ou bien, simplement, à une *variation échantillonnale*.

La démarche de résolution d'un problème de test d'hypothèses statistiques est en trois étapes : la première consiste à définir l'*hypothèse nulle* et son *alternative* ; la deuxième concerne la statistique utilisée sous l'*hypothèse nulle* ; et la troisième pour déterminer la *règle de décision*.

S'agissant de la première étape, nous définissons l'*hypothèse nulle* comme la situation pour laquelle une combinaison quelconque (x, z, y) est *efficace à l'échelle*, c'est-à-dire soumise à une technologie de type *crs*. Cette hypothèse est à tester contre une *hypothèse alternative*, moins restrictive, pour laquelle la combinaison (x, z, y) est soumise à une technologie de rendements d'échelle variable (*vrs*). Ce qui suggère la formulation suivante du problème de test :

$$\begin{aligned} \text{Test \#1: } H_0 : s(x, z, y) &= 1 \\ \text{contre } H_1 : s(x, z, y) &< 1 \end{aligned}$$

Si l'hypothèse H_0 est rejetée, alors nous passons à l'exécution d'un deuxième test moins restrictif au niveau de l'*hypothèse nulle* que le premier.

L'*hypothèse nulle*, dans ce deuxième test, est définie comme la situation pour laquelle la combinaison (x, z, y) est soumise à une technologie aux rendements d'échelle *non croissants* (*nirs*). Alors que l'*hypothèse alternative*, elle est définie comme la situation pour laquelle la même combinaison est soumise à une technologie aux rendements d'échelle *non décroissants* (*ndrs*). La formulation du deuxième test et la suivante :

Test #2: $H_0' : \eta(x, z, y) = 1$
 contre $H_1 : \eta(x, z, y) < 1$

Quant à la deuxième étape de notre démarche de résolution du problème de test. Nous utilisons, comme statistique pour le premier test (*Test #1*), l'estimateur de $s(x, z, y)$ défini par :

$$\hat{s}(x, z, y) = \frac{\hat{\theta}^{crs}(x, z, y)}{\hat{\theta}^{vrs}(x, z, y)} \quad (5-64)$$

et pour le deuxième test (*Test #2*), l'estimateur de $\eta(x, z, y)$:

$$\hat{\eta}(x, z, y) = \frac{\hat{\theta}^{nirs}(x, z, y)}{\hat{\theta}^{vrs}(x, z, y)} \quad (5-65)$$

Enfin, dans la troisième étape, pour un niveau de test α donné, nous comparons $\hat{s}(x, z, y)$ avec une valeur critique c_α strictement positive. La *règle de décision* est définie comme le rejet de l'*hypothèse nulle* chaque fois que $\hat{s}(x, z, y)$ est inférieure à $1 - c_\alpha$. La *valeur critique* est telle que,

$$\Pr(\hat{s}(x, z, y) \leq 1 - c_\alpha \mid H_0) = \alpha \quad (5-66)$$

Si les observations mènent à rejeter l'hypothèse H_0 , alors nous passons au deuxième test dont la *règle de décision* est définie comme le rejet de H_0' chaque fois que $\hat{\eta}(x, z, y)$ est inférieure à $1 - c_\alpha$ et la valeur critique est telle que :

$$\Pr(\hat{\eta}(x, z, y) \leq 1 - c_\alpha \mid H_0') = \alpha. \quad (5-67)$$

Cette procédure de test est appliquée pour chaque combinaison (x_j, z_j, y_j) de Ψ_0 . Nous aurons donc au moins n problèmes identiques de test d'hypothèse statistiques à résoudre qui entraîne n décisions concernant les rendements d'échelle des n organisations de Ψ_0 .

Pour appliquer ces tests, nous devons pour un niveau α donné, déterminer la valeur critique c_α ou bien estimer la *p-valeur* pour chaque test. C'est l'objet du paragraphe suivant.

5.2. *Bootstrapper la statistique du test*

Dans un problème de test d'hypothèses statistiques paramétrique unilatéral, nous avons un paramètre, noté par exemple ω , sur lequel nous allons prendre une décision : une *hypothèse nulle* H_0 définie par $\omega = \omega_0$ ou bien une *hypothèse alternative* H_1 définie par $\omega < \omega_0$.

Dans notre problème, le paramètre ω représente le ratio $s(x, z, y)$ pour le premier test et $\eta(x, z, y)$ pour le second test. Nous avons pour les deux tests $\omega_0 = 1$ et pour chaque test un estimateur convergent $\hat{\omega}$ de ω .

La règle de décision pour les deux tests consiste à rejeter l'*hypothèse nulle* si $\hat{\omega} \leq \omega_0 - c_\alpha$, où α est le niveau du test et $c_\alpha > 0$ la valeur critique associée. Cette dernière est telle que :

$$\Pr(\hat{\omega} \leq \omega_0 - c_\alpha / H_0 : \omega = \omega_0) = \alpha. \quad (5-68)$$

Cependant, pour déterminer la valeur critique c_α il nous faut la distribution de la statistique du test $\hat{\omega}$ sous H_0 . L'approche de Simar et Wilson (2002) qui se base sur le *bootstrap* de Efron et Tibshirani (1993) offre une solution à ce problème.

La *méthodologie bootstrap* consiste à répliquer à l'identique le *PGD* plusieurs fois, par exemple B fois. Ce qui permet de générer, à partir de l'échantillon d'origine Ψ_0 , B pseudo-échantillons : $\Psi_b^*, b = 1, \dots, B$. Chacun d'eux est composé de n observations.

Ensuite, nous appliquons la méthode d'estimation d'origine sur chaque pseudo-échantillon pour obtenir l'estimateur *bootstrap* $\hat{\omega}_b^*$ relatif au pseudo-échantillon Ψ_b^* pour $b = 1, \dots, B$. Cette procédure permet de déterminer la *distribution empirique* de $(\hat{\omega}^* - \hat{\omega})$ qui est utilisée pour avoir une approximation de la distribution inconnue de la statistique $(\hat{\omega} - \omega_0)$ sous H_0 .

Le *bootstrap* se base sur le principe que les pseudo-échantillons Ψ_b^* sont générés sous réserve que,

$$(\hat{\omega} - \omega) | H_0 \overset{approx}{\sim} (\hat{\omega}^* - \hat{\omega}) | H_0, \Psi_0. \quad (5-69)$$

Sous l'hypothèse nulle $H_0 : \omega = \omega_0 = 1$, l'équation (5-69) est équivalente à

$$(\hat{\omega} - 1) \overset{approx}{\sim} (\hat{\omega}^* - \hat{\omega}) | H_0, \Psi_0. \quad (5-70)$$

L'équation (5-70) permet de définir l'analogie *bootstrap* de (5-68) de la façon suivante :

$$\Pr(\hat{\omega}^* \leq \hat{\omega} - c_\alpha^* | H_0, \Psi_0) = \alpha, \quad (5-71)$$

où c_α^* est une approximation de la *valeur critique* c_α , obtenue en triant, au départ, les pseudo-valeurs $(\hat{\omega}_b^* - \hat{\omega})$ pour $b = 1, \dots, B$. Nous éliminons, en suite, $(1 - \alpha) \times 100$ pour cent des éléments à droite de la série triée. La valeur de $-c_\alpha^*$ correspond à l'extrémité droite de cette série.

D'après les équations (5-69) et (5-70), en substituant c_α par c_α^* dans (5-68), nous obtenons l'approximation *bootstrap* suivante :

$$\Pr(\hat{\omega} \leq \omega_0 - c_\alpha^* | H_0, \Psi_0) \approx \alpha. \quad (5-72)$$

D'après l'équation (5-71), la règle de décision est définie comme le rejet de l'hypothèse nulle $H_0 : \omega_0 = 1$ si $\hat{\omega} \leq 1 - c_\alpha^*$ pour un niveau α donné.

Le problème de test d'hypothèses peut être abordé en terme de *p-valeur* (voir par exemple Efron et Tibshirani, 1993). Désignons par $\hat{\omega}_{obs}$ une réalisation quelconque de la statistique du test $\hat{\omega}$.

La *p-valeur* pour H_0 est définie par :

$$p = \Pr(\hat{\omega} \leq \hat{\omega}_{obs} | H_0 : \omega = \omega_0) \quad (5-73)$$

Si p est connue, alors nous rejetons l'hypothèse H_0 quand p est suffisamment faible, par exemple moins que $\alpha = 0,05$.

Sous l'hypothèse H_0 , (5-71) est équivalente à l'équation suivante :

$$p = \Pr(\hat{\omega} - \omega_0 \leq \hat{\omega}_{obs} - \omega_0 | H_0). \quad (5-74)$$

Les équations (5-69) et (5-70) permettent d'écrire l'analogie *bootstrap* de (5-72) de la façon suivante :

$$\hat{p} = \Pr(\hat{\omega}^* - \hat{\omega} \leq \hat{\omega}_{obs} - \omega_0 | H_0, \Psi_0). \quad (5-75)$$

Or nous avons, d'une part $\hat{\omega} = \hat{\omega}_{obs}$. D'autre part, $\hat{\omega}$ est un estimateur convergent de ω_0 . Donc l'équation (5-73) est asymptotiquement équivalente à la probabilité suivante :

$$\hat{p} = \Pr(\hat{\omega}^* \leq \hat{\omega}_{obs} | H_0, \Psi_0). \quad (5-76)$$

Si α est le niveau du test, alors nous rejetons l'hypothèse H_0 lorsque $\hat{p} \leq \alpha$.

Les statistiques des tests, proposées dans cette section, sont exprimées en fonction des estimateurs des mesures d'efficacité définies par les équations (1-38)-(1-41) du premier chapitre. Donc pour obtenir les pseudo-valeurs ω_{jb}^* $j = 1, \dots, n$ et $b = 1, \dots, B$, nous devons auparavant déterminer les estimateurs *bootstrap* des mesures d'efficacité, c'est-à-dire $\hat{\theta}_{jb}^{*crs}$, $\hat{\theta}_{jb}^{*nirs}$ et $\hat{\theta}_{jb}^{*vrs}$ pour $j = 1, \dots, n$ et $b = 1, \dots, B$.

Dans une extension de leurs travaux, Simar et Wilson (2002) utilisent une méthodologie *bootstrap lisse homogène* et supposent que chaque estimateur des mesures d'efficacité, c'est-à-dire $\hat{\theta}_j^{crs}$, $\hat{\theta}_j^{nirs}$ et $\hat{\theta}_j^{vrs}$, est *bootstrappé* sur la base de son propre ensemble de valeurs possibles. Ceci signifie que chaque type de rendements d'échelle est généré à partir d'un *PGD* spécifique. Induisant ainsi, des valeurs *bootstrap* pour les statistiques des tests \hat{s}_j et $\hat{\eta}_j$ qui ne sont pas possibles (c'est-à-dire strictement plus grand que un).

Afin d'y remédier, nous supposons que les pseudo-efficacités $\hat{\theta}_{jb}^{*crs}$, $\hat{\theta}_{jb}^{*nirs}$ et $\hat{\theta}_{jb}^{*vrs}$ pour $b = 1, \dots, B$, sont calculées sur la base du même pseudo-échantillon Ψ_b^* , $b = 1, \dots, B$ généré à partir d'un *PGD* soumis aux rendements d'échelle constants. Cette hypothèse assure que les statistiques des tests prennent des valeurs possibles (c'est-à-dire inférieur ou égal à l'unité).

Nous considérons au début une méthodologie *bootstrap lisse homogène*. Sous cette hypothèse, les niveaux d'inputs quasi-fixes et les outputs sont maintenus constants durant le processus de simulation Monte Carlo. Les étapes de notre démarche reprennent celles de la procédure du *bootstrap homogène* développées au paragraphe 3.1. Mais nous apportons des modifications aux étapes 1, 5 et 6.

A la première étape, les estimateurs des scores d'efficacité sont désormais calculés sous l'hypothèse de rendements d'échelle constants.

Étape 1' :

Calculer $\hat{\theta}_j^{crs} = \hat{\theta}^{crs}(x_j, z_j, y_j) \forall j = 1, \dots, n$ en utilisant le programme (1-41).

A la cinquième étape, les pseudo-scores d'efficacité sont calculés sous des hypothèses différentes de rendements d'échelle.

Étape 5' :

Calculer les scores d'efficacité *bootstrapés* $\hat{\theta}_{jb}^{*vrs}$, $\hat{\theta}_{jb}^{*nirs}$ et $\hat{\theta}_{jb}^{*crs}$ pour $j = 1, \dots, n$ en utilisant les pseudo-inputs variables et en résolvant les programmes suivants :

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_b^{*vrs}(x_0, z_0, y_0) &= \min \left\{ \theta / \theta x_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jb}^*, z_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y_0 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \right\} \\ \hat{\theta}_b^{*nirs}(x_0, z_0, y_0) &= \min \left\{ \theta / \theta x_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jb}^*, z_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y_0 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \leq 1, \lambda_j \geq 0 \right\} \\ \hat{\theta}_b^{*crs}(x_0, z_0, y_0) &= \min \left\{ \theta / \theta x_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_{jb}^*, z_0 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j z_j, y_0 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j y_j, \lambda_j \geq 0 \right\}.\end{aligned}$$

Nous retrouvons enfin la dernière étape :

Étape 6' :

Répéter les étapes 2-5 B fois pour obtenir B pseudo-scores d'efficacité pour chaque organisation j : $\left\{ \hat{\theta}_{bj}^{*crs}, \hat{\theta}_{bj}^{*vrs} \text{ et } \hat{\theta}_{bj}^{*nirs} \text{ pour } b = 1, \dots, B \right\}_{j=1}^{j=n}$.

Nous considérons maintenant une méthodologie *bootstrap lisse hétérogène*. Dans ce cas, tous les niveaux d'inputs et outputs sont générés d'une façon aléatoire durant le processus de simulation.

Nous reprenons dans notre démarche les étapes développées au paragraphe 3.2. Mais nous apportons des modifications aux étapes 1, 9 et 10.

Nous aurons désormais,

Étape 1' :

Calculer $\hat{\theta}_j^{crs} = \hat{\theta}^{crs}(x_j, z_j, y_j) \forall j = 1, \dots, n$ en utilisant le programme (1-41).

Étape 9' :

Calculer $\hat{\theta}^{*crs}(x_j^*, \gamma_j^2, \gamma_j^1)$, $\hat{\theta}^{*vrs}(x_j^*, \gamma_j^2, \gamma_j^1)$ et $\hat{\theta}^{*nirs}(x_j^*, \gamma_j^2, \gamma_j^1)$ pour $j = 1, \dots, n$ en utilisant les programme suivants :

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^{*vrs}(x_0^*, \gamma_0^2, \gamma_0^1) &= \min \left\{ \theta / \theta x_0^* \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j^*, \gamma_0^2 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^2, \gamma_0^1 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^1, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \right\} \\ \hat{\theta}^{*nirs}(x_0^*, \gamma_0^2, \gamma_0^1) &= \min \left\{ \theta / \theta x_0^* \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j^*, \gamma_0^2 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^2, \gamma_0^1 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^1, \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \leq 1, \lambda_j \geq 0 \right\} \\ \hat{\theta}^{*crs}(x_0^*, \gamma_0^2, \gamma_0^1) &= \min \left\{ \theta / \theta x_0^* \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j x_j^*, \gamma_0^2 \geq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^2, \gamma_0^1 \leq \sum_{j=1}^{j=n} \lambda_j \gamma_j^1, \lambda_j \geq 0 \right\}.\end{aligned}$$

Étape 10' :

Répéter les étapes 4-9 B fois pour obtenir les estimateurs *bootrapés* $\left\{ \hat{\theta}_{bj}^{*crs}, \hat{\theta}_{bj}^{*vrs} \text{ et } \hat{\theta}_{bj}^{*nirs} \text{ pour } b = 1, \dots, B \right\}_{j=1}^{j=n}$.

L'application de la méthodologie *bootstrap* (*homogène* ou bien *hétérogène*) entraîne B réplifications de la statistique $\hat{s}_j = \frac{\hat{\theta}^{crs}(x_j, z_j, y_j)}{\hat{\theta}^{vrs}(x_j, z_j, y_j)}$ pour chaque combinaison (x_j, z_j, y_j) de

l'ensemble des observations Ψ_0 . Ce qui induit B pseudo-valeurs

$$\hat{s}_{jb}^* = \frac{\hat{\theta}_b^{*crs}(x_j, z_j, y_j)}{\hat{\theta}_b^{*vrs}(x_j, z_j, y_j)}, \quad b = 1, \dots, B \text{ pour tout } j = 1, \dots, n.$$

Alternativement, l'application de la méthodologie *bootstrap* sur la statistique

$$\hat{\eta}_j = \frac{\hat{\theta}^{nirs}(x_j, z_j, y_j)}{\hat{\theta}^{vrs}(x_j, z_j, y_j)} \text{ entraîne } B \text{ réplifications : } \hat{\eta}_{jb}^* = \frac{\hat{\theta}_b^{*nirs}(x_j, z_j, y_j)}{\hat{\theta}_b^{*vrs}(x_j, z_j, y_j)} \quad b = 1, \dots, B \text{ pour}$$

chaque combinaison de Ψ_0 .

Enfin, en suivant la procédure développée dans les équations (5-68)-(5-72) ou bien (5-73)-(5-76), nous pouvons utiliser les valeurs *bootstraps*, avec l'estimateur d'origine \hat{s}_j dans le test 1 ou bien $\hat{\eta}_j$ dans le test 2 pour déterminer c_α^* ou bien \hat{p} et décider, en faveur du rejet ou du non rejet de l'*hypothèse nulle*.

6. Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre une méthodologie *bootstrap lisse* qui permet de faire de l'induction statistique dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité.

Grâce à cette méthodologie nous pouvons désormais corriger le biais des estimateurs, construire des intervalles de confiance et résoudre des problèmes de test d'hypothèses statistiques concernant le processus de production. L'analyste serait ainsi en mesure d'évaluer la performance statistique des estimateurs DEA avec inputs quasi-fixes.

Le prochain chapitre est consacré à une application de notre méthodologie sur le secteur de l'enseignement secondaire tunisien.

CHAPITRE 6

APPLICATION AUX ETABLISSEMENTS DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE TUNISIENS

1. Introduction

L'enseignement est souvent au centre des préoccupations de la société et l'objet de débats. Le système d'enseignement est considéré comme un bien collectif, car une de ses caractéristiques essentielles est la génération d'externalités (transmission des valeurs culturelles, cohésion sociale, réduction de la délinquance, etc.). Comme ces avantages externes ne sont pas pris en considération par les individus dans leur processus de décision, l'allocation de ce type de bien ne peut être réalisée de façon optimale que très difficilement par le marché.

Les récentes évolutions dans les politiques d'enseignement ont soulevé de nombreuses questions, tant sur les résultats de ces politiques, que sur la répartition des ressources disponibles entre les différentes institutions d'enseignement. Les différences importantes dans l'organisation et le fonctionnement de ces institutions, donnent lieu à des écarts de *performance* dans l'utilisation de ces ressources.

Pour mesurer la *performance* d'une organisation les preneurs de décisions et l'opinion publique se fient souvent à celui de *l'efficacité*. Dans le cas d'une institution d'enseignement, la notion d'*efficacité (technique)* peut être approchée par l'*efficacité* interne du système, soit les relations entre les moyens éducatifs mis en œuvre d'une part, et les résultats scolaires des élèves d'autre part (Tys-Clement, 1990). A cet égard, une institution est considéré (*techniquement*) *inefficace*, si pour un niveau donné de diplômés, les ressources en matériel et en personnel sont plus importantes que celles utilisées dans d'autres établissements similaires. Dans ce cas, on peut identifier un excès d'inputs qui peut être éliminé en réduisant la consommation de ceux-ci.

Pour la théorie économique, la notion d'*efficacité* est interprétée comme la frontière de l'ensemble de production et sa mesure constitue la réponse à la question de savoir dans quelle mesure l'activité observée d'une unité de production se situe à la frontière ou en deçà de son ensemble des possibilités de production. Dans le premier cas, on déclare que cette activité est (*techniquement*) *efficace*. Dans le second, celle-ci est dite *inefficace*. Donc l'unité de production est d'autant plus *efficace* qu'elle se situe près de la frontière de son ensemble de production et son *efficacité* est mesurée par la distance qui la sépare de la frontière de production.

La diminution de l'écart par rapport à la frontière de production est interprétée dans la théorie économique comme une réduction des gaspillages en inputs qui reflète l'augmentation du niveau d'*efficacité technique* et entraîne une croissance de la productivité globale des facteurs de production. D'autant plus que le progrès technique qui traduit un déplacement de la technologie de production ou bien un ajustement en inputs pour atteindre la situation optimale de rendements d'échelle constants peuvent être des sources de gains de productivité.

Dans le cas de l'enseignement, un établissement peut être vu comme une unité de production dans laquelle le personnel fournit les conditions pour transformer les ressources disponibles en apprentissage scolaire. Pour cet établissement, un gain de productivité signifie une amélioration de ses résultats scolaires qui peut être expliquée soit par une réduction du gaspillage des moyens éducatifs mis en œuvre (amélioration de l'*efficacité technique*), soit par un ajustement de ces moyens à la taille de l'établissement pour atteindre l'échelle optimale (effet à l'échelle positif) ou bien par l'introduction de nouvelles technologies, méthodes pédagogiques (progrès technologiques).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'analyse de l'efficacité des établissements de l'enseignement secondaire tunisiens, mieux connus sous le nom de lycées secondaires. Nous menons une analyse statistique de l'efficacité qui permet d'évaluer la précision statistique des estimateurs DEA avec inputs quasi-fixes et d'étudier la variation de l'efficacité dans un modèle complet de variation de la productivité. Nous tentons ensuite de tester la véracité de l'hypothèse de base d'*efficacité à d'échelle* des établissements

secondaires tunisiens. Le modèle statistique et le *PGD* relatifs à ces trois applications sont définis dans les chapitres 3 et 4. Le développement théorique et les algorithmes de chaque application sont développés dans le chapitre 5.

Dans la section 2 de ce chapitre, nous décrivons le système scolaire tunisien. Dans la section 3, nous discutons du choix des variables. Nous consacrons la section 4 à la description des statistiques utilisées et la section 5 à l'étude empirique où nous étudions en premier lieu l'efficacité des établissements secondaires en nous basant sur le *bootstrap homogène* et *hétérogène*, en second lieu nous utilisons l'*indice de Malmquist* avec inputs quasi-fixes pour étudier la variation de l'efficacité dans le temps. Enfin nous utilisons la procédure de test développée dans le chapitre 5 pour mesurer l'*efficacité à l'échelle* des établissements en se basant sur le *bootstrap homogène* et *hétérogène* et nous terminons le chapitre par une conclusion.

2. Présentation du secteur

2.1. Organisation et structure de l'enseignement scolaire tunisien

En Tunisie, l'enseignement scolaire est constitué de deux cycles : l'enseignement de base (EB), d'une durée de 9 ans et l'enseignement secondaire (ES) d'une durée de 4 ans.

2.1.1. L'enseignement de base

L'enseignement de base est constitué de l'année préparatoire et des deux sous-cycles : primaire et préparatoire.

L'année préparatoire

L'année préparatoire relève de l'enseignement préscolaire, qui n'est pas obligatoire en Tunisie et qui s'exerce dans le cadre de la complémentarité entre l'enseignement scolaire public et les initiatives des collectivités locales, des associations et du secteur privé. Elle est ouverte aux enfants âgés de 5 à 6 ans et vise à « socialiser les enfants et à les préparer à l'enseignement scolaire. Elle permet en outre de développer les capacités de

communication orale, les sens, les capacités psychomotrice, la saine perception du corps et d'inviter les enfants à la vie en collectivité»⁷.

Le cycle primaire

Le cycle primaire, d'une durée de 6 ans, a pour objectif « de doter l'apprenant des instruments d'acquisition du savoir, des mécanismes fondamentaux de l'expression orale et écrite, de la lecture et de calcul ; et de contribuer au développement de son esprit, de son intelligence pratique, de sa sensibilité artistique et de ses potentialités physiques et manuelles, ainsi qu'à son éducation aux valeurs de la citoyenneté et aux exigences du vivre ensemble »⁸.

Le cycle préparatoire

Le cycle préparatoire est d'une durée de 3 ans et a pour objectif de « doter l'élève des compétences de communication dans la langue nationale et dans deux langues étrangères - le français et l'anglais - et de lui faire acquérir les connaissances et les aptitudes requises dans les domaines des mathématiques, des sciences, de la technologie, des arts et des sciences humaines, et ce afin qu'il poursuive ses études dans le cursus suivant ou qu'il intègre l'une des filières de la formation professionnelle ou enfin qu'il s'insère dans la société»⁹.

2.1.2. L'enseignement secondaire

L'enseignement secondaire est ouvert « à tous les élèves de la neuvième année de l'enseignement de base qui, au vu de leurs résultats au contrôle continu, remplissent les conditions d'accès requises, ainsi qu'aux élèves titulaires du diplôme de fin de l'enseignement de base. Il vise à doter l'élève, en plus d'une culture générale solide, d'une formation approfondie dans l'un des champs du savoir ou bien d'une formation spécialisée dans un domaine spécifique qui lui donne la possibilité soit de poursuivre ses

⁷ D'après la loi n° 80-2002 du 23/07/2002 (*Journal Officiel de la République Tunisienne*, n° 62, 1735)

⁸ D'après la loi n° 80-2002 du 23/07/2002 (*Journal Officiel de la République Tunisienne*, n° 62, 1735)

⁹ D'après la loi n° 80-2002 du 23/07/2002 (*Journal Officiel de la République Tunisienne*, n° 62, 1735)

études dans le cycle universitaire, soit d'intégrer la formation professionnelle, soit de s'insérer dans la vie active»¹⁰.

L'enseignement secondaire est d'une durée de quatre ans. Les deux premières années constituent un tronc commun, au terme desquelles les élèves sont orientés vers cinq filières différentes (lettres, économie et gestion, sciences expérimentales, mathématiques et technique).

2.2. Evolution du secteur de l'éducation

La Tunisie s'est engagée depuis les années 60 dans un programme de réduction de la fécondité accompagné d'une action volontariste contre la hausse de la mortalité.

L'application de ce programme se traduit dans toutes les régions du pays par une réduction de plus de 50 % des taux de natalité. Au niveau national, l'Indice Synthétique de Fécondité (ISF) est aujourd'hui - à 2,23 % - trois fois moins élevé qu'il ne l'était il y a 30 ans.

En termes absolus, les naissances, qui avaient enregistré un record en 1986 (234 700), n'étaient plus en 1999 que de 163 000. La tendance observée cette année-là se poursuit actuellement et se poursuivra dans les années à venir.

Ce phénomène démographique avait comme conséquences de réduire d'une part l'effectif des élèves du cycle primaire qui ont commencé à diminuer pour la première fois à partir de l'année scolaire 1995/1996 à cause des nouvelles inscriptions qui ont connu une diminution malgré le recul remarquable de la mortalité infantile et infanto-juvénile, et d'augmenter d'autre part l'effectif des élèves du cycle préparatoire et secondaire qui progressent avec un taux d'évolution de 1,79 % en 2003/04 et de 0,8 % en 2004/05.

Dans cette thèse, notre intérêt porte sur la dernière catégorie d'élèves. En effet, l'évolution des effectifs de ces derniers se traduit par un plus grand engagement de l'Etat pour satisfaire leurs besoins en ressources matérielles et humaines (création et extension d'établissements, recrutement de personnel,...). C'est ainsi que nous observons que le

¹⁰ D'après la loi n° 80-2002 du 23/07/2002 (*Journal Officiel de la République Tunisienne*, n° 62, 1735)

nombre d'établissement a augmenté au taux moyen de 3,9 % entre les années scolaires et 99/00 et 04/05. Durant la même période, l'effectif des élèves a augmenté de 3,6 %, les classes-élèves de 4,2 % et l'effectif des enseignants de 6,9 %.

Au cours des dernières années, la part des dépenses allouée à l'enseignement de base et à l'enseignement secondaire s'est maintenue au voisinage de 4,7 % du PIB et de 12,8 % du budget de l'Etat. Les collectivités locales, le secteur productif et les ménages n'y apportent qu'une faible contribution. Le secteur privé reste marginal.

La Tunisie tient à offrir un enseignement gratuit. En effet, la principale source de financement des collèges (les établissements du 2^{ème} cycle de l'enseignement de base) et des lycées (les établissements de l'enseignement secondaire) provient à 85 % des subventions de l'Etat. Ce système de financement implique d'une part, que ces établissements sont très dépendants des aléas budgétaires : entre 1991 et 2002, la part du budget de l'enseignement scolaire (enseignement de base et enseignement secondaire) dans le budget global alloué à l'ensemble du secteur Education -Formation est passée de 75 à 68 %. Cette baisse relative est liée à l'augmentation de l'investissement au profit de la mise à niveau du secteur de la formation professionnelle. Mais, d'autre part, ceci devrait obliger les établissements secondaires à gérer les fonds gouvernementaux et les moyens mis à leurs dispositions de la façon la plus efficace qui soit.

3. Identification des variables

Dans notre étude, un lycée est considéré comme une entreprise multi-produits. À chacune des activités de cette entreprise correspond un produit qu'il s'agit d'évaluer. Nous cherchons dans cette section à identifier les moyens matériels et physiques utilisés pour engendrer les différents produits de cette entreprise.

3.1. La mesure des outputs

Les produits que peut générer un lycée secondaire peuvent être classés en trois catégories selon la nature de l'activité exercée : le produit enseignement, le produit administratif et des produits annexes.

Le premier type de produit caractérise en fait l'activité essentielle de tout établissement d'enseignement qui consiste à apporter des connaissances, c'est-à-dire accroître le capital humain des individus qui le fréquentent. L'institution transforme des individus y entrant (la matière première) en produits intermédiaires ou finis de différents niveaux et de qualité différente¹¹ (Bayenet et Debande, 1997). En raison de cette diversité des produits, Gravot (1993) propose une évaluation soit en termes de sortants, soit en termes d'inscrits. Dans le premier cas, l'output de l'institution est mesuré par le nombre des personnes la quittant ce qui privilégie l'aspect accroissement des connaissances. Alors que dans le second cas, l'output de l'institution est mesuré par le nombre des inscrits qui reflète la dimension de l'institution et insiste sur l'idée d'activité de l'institution.

Remarquons que ces deux types d'évaluation ne permettent pas de tenir compte de la qualité des élèves entrants et sortants. Une mesure correcte serait l'évaluation de la « valeur ajoutée » apportée à l'élève par le lycée. Pour cela, il faudrait évaluer les connaissances, aptitudes et comportement de chacun des élèves à leur entrée au lycée et comparer ces résultats à ceux obtenus lors de leur sortie à l'aide d'examens communs. Il faudrait également distinguer la part de la valeur ajoutée générée par le lycée de celle générée par l'environnement externe. Cette approche est l'œuvre de Meyer (1997), Hanushek et Taylor (1990), Hanushek (1986), Aitkin et Longford (1986) et Boardman et Murnane (1979).

Une application de cette approche est réalisée par Grosskopf et Moutray (2001) et Grosskopf *et al.* (1999) qui utilisent la méthode d'*effet marginal* développée par Aitken et Longford (1986), Hanushek et Taylor (1990) et Grosskopf *et al.* (1998) et qui consiste à régresser les résultats des tests standardisés sur la performance antérieure de l'établissement et d'autres facteurs exogènes qui caractérisent les conditions socio-économiques des élèves de chaque établissement, le résidu de cette équation serait la valeur ajoutée apportée à l'élève par l'établissement. Une telle démarche présente un défaut majeur c'est que les tests standardisés ou autres résultats d'examens ne mesurent que les acquis proprement scolaires de l'éducation, sans évaluer les acquisitions sociales,

¹¹ Sans oublier les produits semi-finis correspondant aux échecs et abandons qui se caractérisent par une sortie sans diplôme mais avec tout de même une certaine valeur ajoutée du système.

culturelles civiques ou personnelle des jeunes ayant fréquenté un établissement d'enseignement. Dans le cas des établissements secondaires tunisiens par exemple, nous savons que presque 7,2 pour cent abandonnent leurs établissements à ce niveau d'éducation (ministère de l'éducation). Nous ne pouvons cependant pas conclure que ces élèves n'ont tiré aucun bénéfice de leur scolarisation.

En pratique les choses se compliquent encore là où les données ne sont pas toujours disponibles surtout en Tunisie. Nous serons amené dans certains cas à chercher la mesure qui s'adapte le mieux aux données et non la plus adéquate, c'est-à-dire qui traduit mieux la réalité.

Le deuxième type de produit caractérise l'activité administrative d'un établissement d'enseignement secondaire (organisation des enseignements, des examens, etc.). En élargissant la notion d'administration, on peut aussi prendre en compte les activités pratiques confiées aux techniciens et ouvriers d'entretien et de maintenance des locaux et des équipements. L'évaluation de ces activités se heurte souvent au problème délicat de leurs mesures. On ne peut définir objectivement les quantités produites et n'existe en outre pas de prix de référence pour en évaluer la valeur (sauf pour les activités de maintenance et de réparation). Néanmoins, on peut mesurer la valeur de ces activités soit par le coût de production ou au minimum par la rémunération des salaires et les consommations intermédiaires, soit supposer que l'output administratif est proportionnel aux outputs d'enseignement, ce qui n'est pas très éloigné de la réalité car le travail administratif est étroitement lié au nombre d'élèves.

Enfin, le troisième type de produit caractérise des activités annexes que les institutions sont amenées à gérer en-dehors de l'enseignement et de l'administration. Ces services ont la particularité de ne pas être véritablement spécifiques au système éducatif mais ils leur correspondent des inputs indissociables du système éducatif (bibliothèques, services sociaux, médicaux, hébergement,...). Ces activités sont également étroitement liées au nombre d'élèves.

Remarquons que l'évaluation des produits d'un établissement d'enseignement n'est pas une tâche aisée. Les difficultés sont tant conceptuelles que pratiques :

Sur le plan conceptuel, la difficulté provient essentiellement de l'évaluation exacte du produit enseignement. Comment peut-on évaluer l'apport d'un établissement en terme de connaissance dans la formation des élèves et le distinguer de leurs apports individuels ainsi que de la contribution des parents en terme de conditions socio-économiques pouvant influencer les résultats scolaires de ces élèves ?

Sur le plan pratique, même si nous disposons d'une mesure correcte des produits, les données sont souvent difficiles à obtenir.

A cause de ces difficultés, dans les études empiriques, on s'attache beaucoup aux données. Souvent on cherche des approximations qui conviennent avec les données disponibles plutôt que les plus correctes. Nous décrivons dans la section 4 les données disponibles et nous verrons comment choisir les variables.

3.2. La mesure des inputs

La production des différents outputs nécessite la mise en œuvre de moyens humains et matériels qui constituent les facteurs de production du système. Au niveau du personnel enseignant, l'évaluation la plus simple est le nombre d'enseignants recensés dans l'institution. Le personnel non-enseignant est, par contre, très hétérogène (personnels administratifs et de gestion, entretien des locaux,...).

La prise en compte des élèves en tant que facteurs de production dépend de l'optique adoptée pour mesurer l'output éducatif. Soit on choisit l'optique nombre d'inscrits dans l'institution, soit on choisit l'optique diplômés ou sortants. Dans ce dernier cas, l'activité éducative consiste à incorporer une valeur ajoutée aux élèves pour en faire des diplômés. Selon cette optique l'élève qui entre dans le cursus est considéré comme l'input ou la matière première du processus. L'input est donc le nombre d'entrants. En pratique, les choses se compliquent à cause du problème des redoublements.

Au niveau des équipements, l'évaluation quantitative n'est pas toujours possible à réaliser. Néanmoins, nous distinguons entre les facteurs qui sont gérés directement par l'institution et sont qualifiés de contrôlables comme les matériaux et fournitures (pupitres, papeterie, équipement, mobilier, ...) et les facteurs qui ne sont pas contrôlables où leurs ajustements ne se fait qu'à long terme comme les immobilisations. Ces deniers sont qualifiés de non discrétionnaires ou quasi-fixes. Pour l'évaluation de ces deux types d'inputs on retiendra par exemple le nombre d'équipements spécifiques.

Signalons que pour certains auteurs les inputs quasi-fixes sont plutôt les conditions socio-économiques des élèves (voir par exemple Muñiz, 2002). Les travaux de Cohn *et al.* (1975) et Hanushek (1986) parmi d'autres montrent que ces conditions influencent directement les résultats des élèves.

Or, dans une optique d'allocation optimale des ressources, ces conditions socio-économiques semblent expliquer les résultats de l'efficacité des établissements plutôt que des facteurs entrant directement dans leurs processus de production.

D'ailleurs, Ouellette et Vierstraete (2005) utilisent, en première étape, la superficie des bâtiments exploitée par les établissements comme inputs quasi-fixes et cherchent, en seconde étape, à expliquer les résultats de l'efficacité par des variables socio-économiques. Nous adoptons leur approche mais nous nous limiterons à la première étape.

Enfin, il faut signaler la même remarque que pour les outputs : le choix des mesures pour les inputs est souvent lié aux données disponibles.

4. Description des données

En Tunisie, l'enseignement secondaire est centralisé au niveau du ministère de l'éducation, qui définit les programmes d'étude et leurs contenus pédagogiques, recrute le personnel enseignant et non enseignant et les affecte selon le besoin des établissements et répartit le budget de fonctionnement et d'investissement entre ces établissements dans le cadre d'une politique générale définie par le gouvernement. Les établissements

d'enseignements secondaires ne font qu'appliquer les consignes du ministère au niveau des programmes et leurs contenus. Pour leurs gestions internes, ils définissent au début de chaque année scolaire leurs besoins en personnels enseignants et non enseignants et estiment leurs dépenses de fonctionnement et leurs besoins en salles d'enseignement et laboratoires que le ministère cherche à satisfaire dans la limite de son budget. En retour, les établissements ont l'obligation de fournir au ministère de l'éducation des données détaillées sur l'utilisation des fonds dont ils disposent et la formation qu'ils dispensent.

Les données qui ont servi à mener cette étude proviennent de deux sources : la première source est le bureau des études, de la planification et de la programmation du ministère de l'éducation qui nous a fourni, pour les années scolaires 2000/01-2003/04 et relativement à chaque lycée, des données concernant l'effectif global et l'effectif par cycle des élèves, les résultats en bac, l'effectif du personnel enseignant et non enseignant, le nombre des élèves internes, le nombre de salles d'enseignement général et spécialisé et le budget de fonctionnement. La deuxième source des données est l'institut national de la statistique qui nous a fourni l'Indice des Prix à la Consommation (IPC) pour l'année 2004 (base 100 en 2000).

A partir de ces données nous avons construit nos mesures des outputs et les quantités d'inputs quasi-fixes et variables pour chaque lycée. Le choix des inputs et des outputs est souvent limité par la disponibilité des données. L'output de l'activité éducative utilisé est le résultat au bac (RBAC). C'est une mesure très brute car elle ne tient pas compte des diplômes exigés à l'entrée, du niveau de connaissance et du parcours scolaire des élèves mais nous l'utilisons comme une approximation de la connaissance enseignée.

Pour l'output administration nous utilisons le nombre des élèves (INS) comme un indicateur de l'activité administrative du lycée.

En dehors de l'enseignement, les lycées peuvent offrir des services annexes comme l'hébergement. En Tunisie, ce service est indissociable de l'activité éducative et il est souvent offert par les lycées des régions à forte composante rurale comme le centre-ouest ou bien le sud du pays. Ce service est composé du logement et de la nourriture. Nous

prenons comme mesure de ce service deux outputs : le nombre de lits (LITS) et le nombre de repas servis (REPAS).

Pour "produire" des enseignements que l'on « incorpore » aux élèves, les lycées consomment un certain nombre de ressources variables. Notre premier input variable est le nombre d'enseignants (ENS). La deuxième ressource des lycées est constituée de l'ensemble de personnels de gestion et de soutien (SUR). Le troisième facteur variable retenu est constitué des ouvriers et des personnels d'entretien et de ménage (OUV). Enfin, le dernier input variable dont se servent les lycées sont les matériaux et fournitures (pupitres, papeterie, équipement, mobilier...). Nous ajoutons à ces frais, les dépenses en nourritures si le lycée offre le service hébergement. Pour évaluer la quantité d'inputs, utilisées en ces biens nous calculons un indice des quantités défini comme le ratio budget de chaque lycée (BUD) par l'indice IPC. Cette façon de procéder suppose que le prix réel de la nourriture est demeuré constant durant la période et que nous utilisons un indice de prix égal à un.

Concernant les facteurs quasi-fixes, comme nous ne disposons pas de données relatives aux locaux utilisés pour le service hébergement, nous avons retenu seulement deux inputs: le nombre de salles d'enseignement générale (SALEN) et de salles d'enseignement spécialisé (SALSP). Mais on est amené à diviser notre échantillon entre les lycées qui offrent le service hébergement de ceux qui n'offrent pas.

En résumé, nous considérons deux modèles : dans le modèle 1 les lycées offrent le service hébergement, mesuré par les deux variables LITS et REPAS ; et le service éducation mesuré par les variables INS et RBAC. Alors que dans le modèle 2 les lycées n'offrent que le service éducation. Les deux catégories de lycées utilisent les mêmes types d'inputs variables ENS, SUR, OUV et FONC et d'inputs quasi-fixes SALEN et SALSP.

Après l'élimination des lycées nouvellement créés, notre banque de données est constituée des données relatives à 166 lycées qui offrent le service hébergement et avec un même effectif qui n'offrent pas ce type de service. Les deux catégories sont observées

durant l'année scolaire 2003-2004. Les lycées et leurs codes sont consignés en annexe 6.1 et les statistiques descriptives des données sont résumées dans les tableaux 6.1 et 6.2.

Tableau 6.1 : Statistiques descriptives des données pour les 166 établissements avec services hébergement observées en 2003/04

| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
|-----------------|-----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|
| INS | 166 | 1293,35 | 470,61 | 346 | 2769 |
| LITS | 166 | 247,3 | 200,92 | 0 | 931 |
| REPAS | 166 | 346,71 | 191,37 | 16 | 931 |
| ENS | 166 | 72,4 | 23,82 | 26 | 145 |
| SUR | 166 | 11,47 | 4,85 | 2 | 28 |
| OUV | 166 | 17,78 | 7,62 | 5 | 48 |
| FON | 166 | 916,78 | 335,58 | 322,86 | 1983,86 |
| SALENS | 166 | 26,84 | 8,74 | 11 | 59 |
| SALSP | 166 | 10,71 | 4,08 | 3 | 24 |
| RBAC | 166 | 172,03 | 88,24 | 39 | 526 |

Tableau 6.2 : Statistiques descriptives des données pour les 166 établissements sans services hébergement observées en 2003/04

| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
|-----------------|-----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|
| INS | 166 | 1291,15 | 453,91 | 433 | 2565 |
| ENS | 166 | 72,66 | 24,89 | 26 | 152 |
| SUR | 166 | 7,59 | 3,6 | 1 | 18 |
| OUV | 166 | 10,43 | 5,63 | 3 | 47 |
| FON | 166 | 367,12 | 146,56 | 147,08 | 1067,26 |
| SALENS | 166 | 25,52 | 8,77 | 11 | 51 |
| SALSP | 166 | 10,45 | 4,65 | 3 | 31 |
| RBAC | 166 | 189,29 | 99,04 | 18 | 491 |

L'observation de notre échantillon sur toute la période d'étude, c'est-à-dire les années scolaires 2000/2001, 2001/2002, 2002/2003 et 2003/2004, montre que la variable RBAC

n'est disponible que pour l'année 2003/2004. Afin de contourner cette difficulté, nous utilisons pour le reste de la période le taux de réussite moyen par Gouvernerat.

Après l'élimination des lycées créés au cours de la période d'étude, notre banque de données est constituée des données relatives à 164 lycées qui offrent le service hébergement et 158 lycées qui n'offrent pas ce type de service. Les statistiques descriptives des données sont résumées dans le tableau 6.3.

Tableau 6.3 : Statistiques descriptives des données pour les 164 établissements avec service hébergement et 158 sans

| Année scolaire 2003-2004 (modèle 1) | | | | | |
|--|-----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 164 | 1297,1 | 472,09 | 346 | 2769 |
| LITS | 164 | 249,12 | 201,17 | 0 | 931 |
| REPAS | 164 | 348,93 | 191,28 | 16 | 931 |
| ENS | 164 | 72,59 | 23,9 | 26 | 145 |
| SUR | 164 | 11,53 | 4,84 | 2 | 28 |
| OUV | 164 | 17,92 | 7,56 | 6 | 48 |
| FON | 164 | 921,45 | 334,22 | 322 | 1983,86 |
| SALENS | 164 | 26,95 | 8,74 | 11 | 59 |
| SALSP | 164 | 10,75 | 4,09 | 3 | 24 |
| RBAC | 164 | 172,84 | 88,42 | 39 | 526 |
| Année scolaire 2002-2003 (modèle 1) | | | | | |
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 164 | 1272,04 | 480,06 | 344 | 2661 |
| LITS | 164 | 250,9 | 198,59 | 0 | 918 |
| REPAS | 164 | 353,93 | 191,84 | 19 | 973 |
| ENS | 164 | 70,07 | 24,27 | 24 | 146 |
| SUR | 164 | 11,84 | 5,07 | 4 | 26 |
| OUV | 164 | 18,18 | 7,62 | 6 | 48 |
| FON | 164 | 944,16 | 345,96 | 315,98 | 2146,84 |
| SALENS | 164 | 26,3 | 8,99 | 10 | 59 |
| SALSP | 164 | 10,87 | 4,36 | 4 | 24 |
| RBAC | 164 | 187 | 102,1 | 17 | 584 |

| Année scolaire 2001-2002 (modèle 1) | | | | | |
|--|-----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 164 | 1229,41 | 497,43 | 245 | 2914 |
| LITS | 164 | 256,95 | 198,11 | 0 | 977 |
| REPAS | 164 | 359,68 | 191,53 | 29 | 977 |
| ENS | 164 | 67,58 | 24,26 | 22 | 148 |
| SUR | 164 | 11,66 | 5,04 | 4 | 27 |
| OUV | 164 | 18,49 | 8,11 | 6 | 45 |
| FON | 164 | 977,11 | 382,5 | 315,18 | 2212,03 |
| SALENS | 164 | 25,57 | 9,05 | 10 | 59 |
| SALSP | 164 | 9,9 | 4,19 | 4 | 22 |
| RBAC | 164 | 173,24 | 99,99 | 25 | 625 |
| Année scolaire 2000-2001 (modèle 1) | | | | | |
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 164 | 1163,32 | 485,42 | 216 | 2832 |
| LITS | 164 | 261 | 195,94 | 0 | 1022 |
| REPAS | 164 | 365,95 | 188,28 | 31 | 1022 |
| ENS | 164 | 63,63 | 23,98 | 22 | 144 |
| SUR | 164 | 11,53 | 5,13 | 3 | 29 |
| OUV | 164 | 18,82 | 8,63 | 5 | 50 |
| FON | 164 | 968,8 | 369,41 | 303,92 | 2103,92 |
| SALENS | 164 | 25,3 | 6,33 | 8 | 59 |
| SALSP | 164 | 9,11 | 3,9 | 4 | 21 |
| RBAC | 164 | 180,29 | 138,45 | 12,96 | 1210 |
| Année scolaire 2003-2004 (modèle 2) | | | | | |
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 158 | 1280,18 | 450,75 | 433 | 2565 |
| ENS | 158 | 71,93 | 24,58 | 26 | 152 |
| SUR | 158 | 7,4 | 3,42 | 1 | 18 |
| OUV | 158 | 10,05 | 4,82 | 3 | 25 |
| FON | 158 | 362,65 | 141,78 | 147,08 | 1067,25 |
| SALENS | 158 | 25,16 | 8,54 | 11 | 46 |
| SALSP | 158 | 10,18 | 4,32 | 3 | 27 |
| RBAC | 158 | 186,94 | 98,62 | 18 | 491 |

| Année scolaire 2002-2003 (modèle 2) | | | | | |
|--|-----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 158 | 1270,32 | 465,29 | 377 | 2488 |
| ENS | 158 | 69,84 | 24,69 | 24 | 143 |
| SUR | 158 | 7,37 | 3,59 | 1 | 21 |
| OUV | 158 | 10,37 | 5,44 | 3 | 40 |
| FON | 158 | 363,035 | 158,08 | 150,55 | 1136,62 |
| SALENS | 158 | 24,46 | 8,56 | 10 | 46 |
| SALSP | 158 | 10,51 | 4,44 | 4 | 27 |
| RBAC | 158 | 191,75 | 104,09 | 39 | 517 |
| Année scolaire 2001-2002 (modèle 2) | | | | | |
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 158 | 1276,09 | 502,7 | 370 | 2471 |
| ENS | 158 | 68,15 | 25,57 | 25 | 134 |
| SUR | 158 | 7,37 | 3,833 | 1 | 24 |
| OUV | 158 | 10,18 | 5,15 | 2 | 26 |
| FON | 158 | 366,09 | 170,68 | 152,81 | 1179,56 |
| SALENS | 158 | 23,74 | 8,5 | 8 | 45 |
| SALSP | 158 | 9,52 | 4,43 | 3 | 27 |
| RBAC | 158 | 189,98 | 112 | 31,62 | 549 |
| Année scolaire 2000-2001 (modèle 2) | | | | | |
| Variable | Effectif | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
| INS | 158 | 1213,47 | 511,16 | 339 | 2829 |
| ENS | 158 | 64,71 | 25,75 | 20 | 127 |
| SUR | 158 | 7,13 | 3,57 | 1 | 18 |
| OUV | 158 | 10,36 | 5,54 | 3 | 28 |
| FON | 158 | 366,3 | 174,75 | 151,96 | 1181,37 |
| SALENS | 158 | 23,79 | 8,97 | 8 | 56 |
| SALSP | 158 | 8,9 | 4,31 | 2 | 27 |
| RBAC | 158 | 178,68 | 166,45 | 6 | 1231 |

5. Analyse de l'efficacité et de la productivité

5.1. Analyse de l'efficacité

Les tableaux 6.2.1, 6.2.2, 6.2.3 et 6.2.4 de l'annexe 6.2 donnent les résultats de simulation du *bootstrap lisse homogène* et *hétérogène* pour le modèle 1 (les tableaux 6.2.1 et 6.2.2) et le modèle 2 (les tableaux 6.2.3 et 6.2.4). Ces simulations sont réalisées en utilisant le logiciel SAS et en effectuant 1000 itérations.¹² La colonne 1 de ces tableaux indique le code de l'établissement, la colonne 2 la valeur initiale de l'efficacité, la colonne 3 l'écart-type estimé, la colonne 4 le biais estimé, la colonne 5 le ratio

$r_j = \frac{\left(\widehat{\text{biais}}_B(\hat{\theta}_j^*)\right)^2}{3\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_j^*}^2}$ défini dans le chapitre 5, la colonne 6 la mesure d'efficacité corrigée

et enfin les deux dernières colonnes des tableaux donnent les limites de confiance pour un niveau de 95 %.

5.1.1. Les résultats de simulation du modèle 1

La colonne 2 des tableaux 6.2.1 et 6.2.2 indique que presque 45 % des unités ont une efficacité technique maximale de 1 et se situent donc sur la frontière estimée. Les « *pratiques* » de ces derniers vont servir de référence pour le reste des lycées qui sont déclarés inefficaces, les ressources en matériel et en personnel sont plus importantes que celles utilisées dans d'autres établissements similaires. Dans ce cas, on peut identifier un excès d'inputs qui peut être éliminé en réduisant la consommation de ceux-ci. Les scores d'efficacité de ces lycées se situent entre 0,71656 et 0,998128 et correspondent respectivement aux établissements L62192 et L43143. Le premier lycée devrait renoncer à presque 29 % de ses ressources pour atteindre l'optimalité. Le deuxième par contre n'est pas loin des « *meilleures pratiques* ». La colonne 2 montre aussi que 33 % des établissements ont une efficacité inférieure à 0,9 et devront renoncer à plus de 10 % de leurs ressources pour qu'ils soient efficaces.

¹² Développé par l'auteur en collaboration avec Frédéric Broussau de l'Université du Québec à Montréal (UQAM).

En se limitant à cette interprétation, nous pouvons induire en erreur le décideur de la politique d'éducation. En effet les colonnes réservées aux résultats de simulation *bootstrap* des tableaux 6.2.1 et 6.2.2 révèlent la forte sensibilité des mesures d'efficacité à la *variation échantillonnale (sampling variation)* et ne permet pas ainsi de comparer les établissements sur la base des résultats initiaux de DEA.

Nous commencerons notre analyse par les résultats du *bootstrap homogène*.

La colonne 3 du tableau 6.2.1 montre que dans 70 % des cas, le biais est positif (117 établissements). Parmi cette proportion, 30 % des observations sont déclarées efficaces et leurs correspondent un biais nul. Cette constatation tend à confirmer la proposition (3-15) du chapitre 3 qui stipule que l'estimateur DEA surestime le score d'efficacité *réel*. En moyenne le biais est positif et s'élève à 2,88 %.

Toutefois nous ne procédons à la correction par le biais que si la condition, définie dans le paragraphe 2.3. du chapitre 5, est vérifiée afin d'éviter que l'écart quadratique de l'estimateur corrigé soit plus élevé que celui de l'estimateur initial. Dans notre cas la correction est effectuée pour 12 lycées (colonne 6). Dans la plupart des cas, cette correction est substantielle et peut atteindre les 13 % de la valeur initiale de l'estimateur. C'est le cas par exemple de L117, L1462 et L3184.

D'autant plus, si nous comparons par exemple l'efficacité initiale du lycée L1461 qui s'élève à 0,817183 avec l'efficacité du lycée L1462 qui est égale à 0,798161, la différence n'est pas significative, mais si nous observons les mesures d'efficacité corrigées (colonne 6) pour les deux lycées, la différence devient substantielle : l'efficacité de L1461 n'a pas changé alors que celle de L1462 devient 0,671023. La situation devient dramatique si nous comparons l'efficacité de L116 qui est déclaré efficace et qui n'est pas affecté par la correction du biais avec par exemple L117 ou bien L3184 pour qui l'efficacité s'est détériorée après correction.

Ainsi, après correction par le biais, nous disons que les lycées du premier échantillon devront renoncer en moyenne à 8 % de leurs ressources pour être efficaces alors que ce taux est estimé initialement à 6 %.

D'après le tableau 6.2.1 aussi, nous constatons que les bornes des intervalles de confiance (les deux dernières colonnes) se recoupent dans plusieurs cas rendant ainsi la comparaison de la performance entre les lycées non évidente. C'est le cas par exemple des établissements L1115, L2173 et L2177. Bien que l'efficacité de ces derniers ne soit pas identique, nous ne pouvons pas affirmer qu'il y ait une différence significative entre ces trois établissements en terme d'efficacité.

D'autant plus, les intervalles de confiance de certains lycées déclarés inefficaces même après correction, contiennent la valeur 1. Cela signifie que l'inefficacité observée peut être *perverse*, c'est-à-dire qu'elle n'est pas *réelle*, mais plutôt l'effet d'une *variation échantillonnale*. C'est la cas par exemple de L42108, L42114 et L41131.

Enfin, les limites de confiance montrent aussi que les établissements devront renoncer à plus que 12 % de leurs ressources pour atteindre la frontière efficace.

Pour avoir plus d'information concernant la précision des estimateurs, la figure 6.3.1 de l'annexe 6.3 donne le digramme en boîte (*box plot*) des scores d'efficacité pour chaque établissement. La longueur de la «boîte» correspond à l'intervalle interquartile (*IQR*). La position de la médiane est marquée à l'intérieure de la «boîte». Cette dernière est complétée par des «moustaches» correspondant aux valeurs adjacentes : les valeurs adjacentes supérieures qui sont définies par les valeurs inférieures à $Q3 + 1,5(IQR)$ et les valeurs adjacentes inférieures qui sont définies par les valeurs supérieures à $Q3 - 1,5(IQR)$ où $Q3$ est le troisième quartile. Les valeurs «extérieures», représentées dans la figure 6.3.1 par des cercles qui sortent des «moustaches», permettent de repérer les éventuelles valeurs aberrantes durant le processus de simulation.

La figure 6.3.1 montre que durant le processus de simulation, la fréquence de la valeur un est relativement élevée pour chaque lycée. Encore plus, pour 35 établissements, constituant presque la moitié de ceux identifiés initialement efficaces, l'état d'optimalité est maintenu tout au long du processus de simulation. C'est le cas par exemple des lycées L2172, L2178 ou bien L3189. Les «boîtes» associées à ces derniers sont réduites à un point et leurs correspondent un biais estimé nul (colonne 3 du tableau 6.2.1). Ces derniers

peuvent être interprétés comme des établissements dominants. La mesure d'efficacité de ces établissements se caractérise par un degré très élevé de précision. Pour le reste des établissements, nous ne constatons pas d'établissements qui dominent d'autres. Nous observons peu de valeurs aberrantes, la proportion la plus élevée de ces valeurs correspond aux lycées L2174, L2176, L3187, L3191, L3296, L41129, L51149 L64224, L64226, L71249, L81274 et L82261. Ces derniers sont déclarés initialement efficaces et ils ont perdu leurs positions d'optimalité dans quelques itérations au cours du processus de simulation.

La longueur des boîtes dans la figure 6.3.1 permet de comparer la dispersion des valeurs (les pseudo-efficacités) durant le processus de simulation. Nous constatons que la dispersion n'est pas homogène entre les établissements, entraînant ainsi une disparité dans la précision des estimateurs des taux d'efficacité. Par exemple les deux établissements L2172 et L2176 sont déclarés initialement efficaces, sauf que la distribution de L2172 est moins dispersée que L2176. Pour L2172 la boîte dans le *box plot* de la figure 6.3.1 se réduit à un point reflétant un degré de précision très élevé ; alors que la boîte de L2176 est plus étalée donc sa mesure est moins précise que la première.

Nous pouvons signaler la même remarque pour les lycées L2173, L42117 qui ont initialement un taux d'efficacité comparables s'élevant à 0,94 mais la dispersion de leurs distributions *bootstrap* n'est pas homogène. La «boîte» de L42117 est plus large et il en est de même pour sa «moustache». La valeur adjacente inférieure atteint la valeur 0,8 ; alors que celle de L2173 est inférieure à 0,8. Donc l'estimation de L2173 est plus précise.

Nous étudions maintenant les résultats du *bootstrap hétérogène* qui sont consignés dans le tableau 6.2.2. de l'annexe 6.2.

Nous constatons que le biais est corrigé pour 17 établissements. Dans certains cas, la correction est substantielle. Elle atteint par exemple 19,7 % pour L1235 et 17,9 % pour L3184. Mais par opposition à ce qui est attendu, le biais moyen est négatif, il s'élève à -0,01697.

En comparant ces résultats avec ceux obtenus par le *bootstrap homogène*, nous n'observons pas une grande différence. Bien que l'estimation du biais ne soit pas satisfaisante, l'estimation de l'efficacité corrigée moyenne qui s'élève à 0,925 est comparable à celle obtenue par le *bootstrap homogène* (0,928). De plus, en observant les bornes des intervalles de confiance (les deux dernières colonnes du tableau 6.2.2), nous constatons que ces bornes se recoupent souvent (par exemple L1467 avec L2171 et L3184 avec L3186). De plus, certains intervalles relatifs à des lycées déclarés inefficaces contiennent la valeur 1 (par exemple L2177 et L3188). Ce qui mène à dire que l'inefficacité observée pour ces établissements est plutôt *perverse* ; confirmant ainsi notre constatation de départ que la comparaison entre les établissements sur la base des scores initiaux n'est pas correcte.

Nous retrouvons enfin un résultat identique à celui du *bootstrap homogène* : les établissements devront renoncer à plus que 12 % de leurs ressources pour qu'ils soient *efficaces*.

Ces constatations rejoignent celle obtenues par le *bootstrap homogène* et témoignent ainsi de la robustesse de nos résultats par rapport à la méthode de simulation.

Cependant, la comparaison du diagramme en boîte de la figure 6.3.2 avec celle de la figure 6.3.1 de l'annexe 6.3 montre une disparité entre la dispersion des pseudo-éfficacités du *bootstrap homogène* et *hétérogène*. En effet, les «boîtes» et les «moustaches» du *bootstrap hétérogène* sont plus larges. Dans pas mal de cas, les valeurs adjacentes dépassent 0,6 (L63211 par exemple atteint 0,4). De plus, avec le *bootstrap hétérogène* nous n'observons pas d'établissements dominants à biais nul comme dans le cas du *bootstrap homogène*. Par contre, nous observons une proportion relativement élevée de valeurs aberrantes, soient pour L1235, L1464, L3191, L41123, L41128, L41131 et L43141, L62197, L71253, L81275 et L81276.

5.1.2. Les résultats de simulation du modèle 2

La colonne 2 des tableaux 6.2.3 et 6.2.4 de l'annexe 6.2 indique que seulement 48 établissements (soit 29 % du totale des établissements du modèle 2, c'est-à-dire qui ne

font pas le service hébergement) ont une efficacité technique maximale. L'efficacité moyenne est de 91,2 %, c'est-à-dire qu'en moyenne ces types d'établissements devraient utiliser 8,8 % de moins d'inputs pour être efficaces.

Les résultats de simulation *bootstrap* fournis plus d'information concernant la précision des mesures obtenues. Le tableau 6.2.3 donne les résultats du *bootstrap homogène*. Nous observons que parmi les établissements déclarés initialement efficaces, 22 lycées (soit presque la moitié) ont gardé la position d'optimalité durant le processus de simulation auxquels on associe donc un biais nul. C'est le cas par exemple de L1113, L1114, L1229, L1350, L1360 et L2181.

Du tableau 6.2.3 nous pouvons constater aussi que la proportion des établissements ayant un biais positif ou nul s'élève à 69 % (115 établissements). En moyenne, le biais est positif et s'élève à 0,034. Ce qui confirme encore notre proposition que l'estimateur DEA surestime le taux d'efficacité *réel*.

Nous avons procédé à la correction par le biais pour 17 établissements. Dans certains cas, la correction est substantielle et atteint 20 % pour L111 et 21 % pour L63215.

Les deux dernières colonnes du tableau 6.2.3 montrent que les bornes des intervalles de confiance se recoupent dans plusieurs cas, ce qui rend le classement des établissements selon la mesure initiale de l'efficacité (colonne 2) non significatif. Par exemple, L1118 est déclaré efficace alors que L1119 est non efficace (avec un taux 0,940866), mais plus efficace que L1120 (avec un taux 0,874532). Si nous comparons les limites de confiance de ces établissements nous constatons qu'elles se chevauchent rendant ainsi, la différence entre leurs mesures d'efficacité non significative.

Les limites de confiance montrent aussi qu'en moyenne les lycées devront réduire de 2 % à 18 % leurs ressources matérielles et physiques pour être efficaces.

Enfin concernant la dispersion des *pseudo-efficacités*, en observant la figure 6.3.3 de l'annexe 6.3, nous constatons la forte disparité des dispersions des *pseudo-efficacités* : un nombre élevé de «boîte» qui se réduit à un point et des «boîtes» de longueurs larges.

Mais nous observons peu de valeurs aberrantes. Ceci témoigne de la forte disparité dans la précision de ces estimateurs d'efficacité.

Dans le tableau 6.2.4 de l'annexe 6.2, nous reprenons les résultats de simulation du *bootstrap hétérogène* du modèle 2. Nous constatons que le biais est positif seulement pour 63 lycées (soit 38 % du total des établissements) et s'élève en moyenne à -0,03127. Ce qui est en contradiction avec notre proposition que l'estimateur DEA surestime la vraie efficacité ; mais en conformité avec le résultat obtenu pour le modèle 1. De plus le biais n'est jamais nul, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'établissement ayant gardé la position d'optimalité durant le processus de simulation.

Nous avons procédé à la correction par le biais dans seulement 14 cas. Cependant parmi ces établissements, l'efficacité corrigée dépasse la valeur 1. Ces derniers sont déclarés initialement efficaces et leurs biais est négatifs et relativement élevé en valeur absolu (il est d'ordre 0,2 et atteint 0,29 pour L1539). C'est le cas par exemple des établissements L1113, L1231, L1236 et L1539.

Après correction par le biais, les lycées secondaires devront renoncer en moyenne à 11 % de leurs ressources pour être efficaces ; alors qu'initialement ils devraient renoncer à 9 %.

La comparaison des limites de confiance des deux méthodologies *bootstrap homogène* et *hétérogène* (les deux dernières colonnes des tableaux 6.2.4 et 6.2.5), montre que les bornes inférieures sont identiques pour tous les établissements. Ce résultat est déjà constaté pour le modèle 1 et s'explique encore par la fréquence assez élevée des valeurs 1 lors du processus de simulation. Nous observons aussi que dans 144 cas (soit 86,7 % du total des établissements), la borne supérieure générée par le *bootstrap hétérogène* est plus élevée que celle générée par le *bootstrap homogène*.

Enfin l'observation de la figure 6.3.4 de l'annexe 6.3 montre que les distributions des *pseudo-efficacités* sont plus au moins homogènes. La longueur des «boîtes» et des «moustaches» est relativement élevée pour tous les établissements. Dans beaucoup de cas la valeur adjacente inférieure atteint 0,5 (par exemple pour L118, L1117 et L1350).

Mais par rapport à la répartition du *bootstrap homogène* nous observons moins de disparité entre les répartitions des différents établissements et peu de valeur aberrantes.

5.1.3. La robustesse par rapport à la fenêtre h

Afin de vérifier la robustesse de nos résultats par rapport aux choix de la fenêtre h nous avons répété l'analyse des données pour des valeurs différentes de h . La *règle normale* utilisée dans le *bootstrap homogène* a fourni une valeur $h = 0,0322989$ pour les données du modèle 1 ; et $h = 0,0398955$ pour les données du modèle 2. Par rapport à ces valeurs nous avons répété la simulation en prenant en premier lieu $0,5*h$ et en second lieu $1,5*h$. Nous avons appliqués le même principe pour le *bootstrap hétérogène* qui a fourni une valeur de la fenêtre $h=0,6417129$ pour les données du modèle 1 ; et $h = 0,605103$ pour les données du modèle 2. Les résultats de simulation sont consignés dans les tableaux 6.4.1, 6.4.2, 6.4.3 et 6.4.4 de l'annexe 6.4. Dans ces tableaux, nous reprenons les intervalles de confiance pour chaque expérience de simulation. L'observation des colonnes de ces tableaux montre qu'il y n'a qu'une légère différence entre les limites de confiance prouvant ainsi la robustesse de nos résultats par rapport aux valeurs préconisées pour la fenêtre. Cette constatation rejoint celle de Simar et Wilson. (1998, 2000a) et nous évite ainsi un calcul complexe pour trouver la valeur optimale de h .

5.2. Analyse de la productivité

Les tableaux 6.5.1-6.5.12 de l'annexe 6.5 et 6.6.1-6.6.12 de l'annexe 6.6 donnent, respectivement pour les modèles 1 et 2, les résultats de simulation du *bootstrap homogène*, pour les années scolaires 2002/2003-2003/2004, 2001/2002-2002/2003 et 2000/2001-2001/2002. Ces simulations sont réalisées en utilisant un programme développé par l'auteur avec le logiciel SAS et en effectuant 1000 itérations.

La colonne 1 de ces tableaux indique le code de l'établissement, la colonne 2 la valeur initiale de $\hat{M}_j, \widehat{T\Delta}_j, \widehat{TE\Delta}_j$ ou bien $\widehat{S\Delta}_j$, la colonne 3 le biais estimé, la colonne 4 le ratio r_j défini au chapitre 5, la colonne 5 les estimateurs corrigés $\hat{\hat{M}}_j, \widehat{\widehat{T\Delta}}_j, \widehat{\widehat{TE\Delta}}_j$ ou bien $\widehat{\widehat{S\Delta}}_j$

et enfin les quatre dernières colonnes des tableaux donnent les limites de confiance respectivement pour des niveaux de confiance de 99 % et 95 %.

5.2.1. Les résultats de simulation du modèle 1

La colonne 2 du tableau 6.5.1 indique que presque 30 % des unités ont réalisé des gains de productivité ($\hat{M}_j^{t_1/t_2} < 1$) entre les deux années scolaires 2002/2003-2003/2004, en ce sens que les *pratiques* pédagogiques et la gestion des matérielles physiques disponibles de ces établissements se sont améliorées entre les deux années scolaires. C'est le cas par exemple de L1235, L1461, L1464 et L2173. Pour la même période, nous observons une proportion non négligeable de situations de non faisabilité des programmes d'optimisation qui atteint 30 % des programmes. Ces situations peuvent provenir de l'estimation des fonctions de distance $D_j^{t_1/t_2}$ et $D_j^{t_2/t_1}$ et s'expliquent par la l'insuffisance des quantités d'inputs utilisés à la date t_1 pour produire les outputs observés à la date t_2 .

Concernant les unités qui ont réalisé des gains de productivité, les résultats de simulation montrent que ces gains sont surévalués. D'autre part, ils sont souvent statistiquement non significatifs aux risques d'erreur 5 % et 1 %. La valeur de l'*indice de Malmquist* de l'établissement L1235 par exemple s'élève initialement à 0,810659 ; et passe à 0,648274 après correction pour le biais. Les limites de confiance (les 4 dernières colonnes) montrent que le gain observé est significatif pour les deux risques d'erreur 5 % et 1 %. A l'opposé, L1464 réalise un gain de productivité non significatif qui s'élève à 1% (les intervalles de confiance contiennent la valeur 1). Il en est de même pour L3194, L42108 et L41127 qui réalisent un gain de productivité non significatif. Pour les lycées L1466, L32102 et L41121 nous observons par contre une détérioration au niveau de leurs productivités qui n'est pas statistiquement significative. Donc la variation de la productivité observée pour ces unités n'est pas réelle, elle est plutôt le résultat d'une *variation échantillonnale*, c'est-à-dire le fait de mesurer des scores par rapport à une frontière estimée qui n'est pas réelle.

En cherchant dans les sources des gains de la productivité observés sur la même période (les tableaux 6.5.2-6.5.4 de l'annexe 6.5), nous constatons que pour 59 lycées ces gains

sont attribuables à la contribution positive de l'amélioration de l'efficacité technique et à l'échelle et pour 50 lycées au progrès technologique. L4214 par exemple réalise un gain de productivité significatif de 12 %. Ce gain est dû essentiellement à une amélioration significative de l'efficacité technique qui s'élève après correction par le biais à 0,768455 et dans un degré moindre à une amélioration au niveau de l'échelle ($\widehat{S\Delta}_j = 0,993977$). Ces améliorations ont compensé la détérioration significative au niveau de la technologie ($\widehat{T\Delta}_j = 1,020312$). C'est le cas aussi de L52165 qui réalise un gain de productivité significatif de 28 % après correction par le biais. Ce gain est redevable essentiellement à une amélioration de l'efficacité ($\widehat{TE\Delta}_j = 0,715516$).

A l'opposé, la détérioration de la productivité observée par exemple pour L32101 ($\widehat{M}_j = 1,08903$) est dû essentiellement à une détérioration de l'efficacité ($\widehat{TE\Delta}_j = 1,099801$) et dans un degré moindre la variation de l'échelle. La contribution de la variation de la technologie est par contre positive ($\widehat{T\Delta}_j = 0,984253$).

Concernant maintenant la période 2001/2002-2002/2003, le tableau 6.5.5 (annexe 6.5) montre que 56 établissements ont réalisé des gains de productivité. Ces gains sont statistiquement significatifs aux deux risques d'erreur 1 % et 5 % seulement pour 32 lycées (par exemple L1462, L1464 et L1466). En fouillant dans les sources de ces gains, les tableaux 6.5.6, 6.5.7 et 6.5.8 de l'annexe 6.5 montrent que dans la plupart des cas ces gains sont souvent attribuables à une amélioration significative de l'efficacité technique et de l'échelle. Ce résultat est comparable à celui trouvé à la période précédente. C'est le cas par exemple de L1466 qui réalise un gain de productivité significatif de 9 % attribuable à une amélioration de l'efficacité technique de 11 % et dans un degré moindre une variation positive de l'échelle de 1 %. Ces gains ont pu compensé une régression technologique non significative de 3 %. C'est le cas aussi de L32101 qui réalise un gain de productivité de 9 % attribuable à une amélioration significative de l'efficacité technique de 7 % et d'une variation positive de l'effet d'échelle de 2 %. La contribution du progrès technologique est plutôt négative et s'élève à 1 % et elle est statistiquement non

significative. Concernant les programmes non réalisables, leur effectif est toujours élevé (60 cas) et correspondent souvent aux mêmes établissements (c'est le cas par exemple de L1215, L1543 et L2172).

Enfin pour la période 00/01-01/02, en observant le tableau 6.5.9, nous constatons que, 30 % (48 lycées) des unités ont réalisé des gains de productivité. Une détérioration de la productivité dans 60 % des cas (65). Le programme est non réalisable dans 51 cas. La variation de la productivité n'est pas toujours significative. La productivité de L1461 et L41127 par exemple s'élève respectivement à 2 % et 3 % mais elle n'est pas significative aux deux risques d'erreur. Les sources des variations de la productivité sont à chercher dans les tableaux 6.5.10-6.5.12. L'observation de ces derniers, rejoint notre constatation de départ que la variation de la productivité est attribuable essentiellement à une amélioration de l'efficacité technique et dans un degré moindre un effet positif de l'échelle. Le progrès technologique contribue peu. Nous citons à titre d'exemple L3184 et L3186 qui réalisent un gain de productivité significatif respectivement de 7 % et 2 %. Pour les deux lycées, la contribution à ce gain est attribuable essentiellement à une amélioration significative de l'efficacité technique qui s'élève respectivement à 15 % et 2%.

5.2.2. Les résultats de simulation du modèle 2

Les résultats de simulation du modèle 2 sont consignés dans les tableaux 6.6.1-6.6.12 de l'annexe 6.6. La colonne 2 du tableau 6.6.1 indique que 28 % des unités ont réalisé des gains de productivité ($\hat{M}_j^{t_1/t_2} < 1$) entre les deux années scolaires 2002/2003-2003/2004.

Sur la même période, la productivité s'est détériorée ($\hat{M}_j^{t_1/t_2} > 1$) pour 55 % des lycées et nous observons 25 situations de non faisabilité du programme d'optimisation. Mais l'observation des 4 dernières colonnes du même tableau montre que la variation de la productivité est souvent non significative, elle l'est seulement pour 14 lycées. Le gain est significatif par exemple pour L1118, L1231 et L1545. La détérioration est significative par exemple pour L1121, L1542 et L52172.

En fouillant dans les sources des variations de la productivité, l'observation des tableaux 6.5.2-6.5.4 montre que souvent la détérioration de la productivité est attribuable à une dégradation de l'efficacité technique et dans un degré moindre un effet négatif de l'échelle. C'est le cas par exemple de L1121 avec une détérioration de 12,5 % attribuable essentiellement à une détérioration de l'efficacité de 17,7 %. Ces le cas aussi de L1542 avec une détérioration de la productivité de 12 % et une dégradation de l'efficacité de 20%. A l'opposé, les cas des gains de productivité sont redevables essentiellement à une amélioration de l'efficacité technique qui n'est pas toujours significatives. C'est le cas par exemple de L1118, L1231 et L1232.

Concernant maintenant la période 2001/2002-2002/2003, le tableau 6.6.5 (annexe 6.6) montre que 48 établissements ont réalisé des gains de productivité. La détérioration de la productivité a touché 71 établissements et le programme est non réalisable dans 48 cas. Cependant cette variation de la productivité n'est pas toujours significative. L'amélioration est significative pour 29 lycées (par exemple L1119, L1120 et L1127) et la détérioration est significative pour 24 lycées (par exemple pour L111, L1124 et L1231).

En explorant pour trouver des sources de gains possibles, les tableaux 6.6.6, 6.6.7 et 6.6.8 montrent que dans la plupart des cas les gains sont souvent redevables à une amélioration significative de l'efficacité technique et dans un degré moindre l'effet d'échelle et s'il y a une détérioration alors elle est attribuable à une dégradation de l'efficacité technique.

C'est le cas par exemple de L1119 qui réalise un gain significatif au risque de 5 % de la productivité qui s'élève à 2 %. Ce gain est attribué à une amélioration significative de l'efficacité technique de 3 % ($\widehat{TE\Delta}_j = 0,97525$), de l'effet d'échelle ($\widehat{TE\Delta}_j = 0,903422$) qui ont compensé la détérioration de la technologie qui s'élève après correction par le biais à 7% ($\widehat{T\Delta}_j = 1,074053$).

Pour L1231, nous observons par contre une détérioration significative du gain qui devient $\widehat{M}_j^{t_1/t_2} = 1,55108$ après correction par le biais. Cette détérioration est attribuable à une

diminution significative de l'efficacité technique ($\widehat{TE\Delta_j} = 1,765375$) ainsi que de la technologie ($\widehat{T\Delta_j} = 1,196941$). L'effet d'échelle est par contre positif ($\widehat{S\Delta_j} = 0,613$).

Signalons que par rapport à la période précédente, l'effet du progrès technologique est souvent négatif (nous observons une détérioration dans 104 cas alors qu'il n'y a amélioration que dans seulement 15 cas).

Enfin pour la période 00/01-01/02, en observant le tableau 6.6.9, nous constatons que, 52% (83 lycées) des unités ont réalisé des gains de productivité. Cette amélioration est significative dans 65 cas. Une détérioration de la productivité dans 23,4 % des cas (37) et significative dans 14 cas. Le programme est non réalisable dans 38 cas. La variation de la productivité est dans la plus part des cas significative. La productivité de L113, L114 et L115 par exemple s'élève respectivement après correction par le biais à 35 %, 74 % et 38 %. L'observation des 4 dernières colonnes du tableau 6.6.9 montre que ces améliorations sont significatives. A l'opposé, l'amélioration observée pour L1359 ($\widehat{M}_j^{t_1/t_2} = 0,967351$) est non significative et risque d'être *perverse*, c'est-à-dire l'effet d'une *variation échantillonnale*.

Les sources des variations de la productivité sont à chercher dans les tableaux 6.6.10-6.6.12 de l'annexe 6.6. L'observation de ces derniers, montre que dans 88 cas, la variation de la technologie est négative ($\widehat{T\Delta_j} > 1$). Cette détérioration est significative dans 61 cas. Nous citons à titre d'exemple L113, L1110 et L1228.

Le tableau 6.6.11 montre que dans 52 % des cas, l'amélioration de l'efficacité technique ($\widehat{TE\Delta_j} < 1$) a contribué positivement aux gains de productivité, par exemple L112, L1110 et L1116 ; et dans 21,5 % son effet est négatif ($\widehat{TE\Delta_j} > 1$). Citons à titre d'exemple L1540, L1463 et L52167.

Pour l'effet d'échelle, nous observons une contribution positive dans 64 cas ($\widehat{S\Delta}_j < 1$) et une contribution négative dans 52 cas ($\widehat{S\Delta}_j > 1$). Cette variation n'est pas toujours significative. Elle l'est par exemple pour L111 mais elle ne l'est pas pour L1116.

Ces constatations montrent que la variation de la productivité est attribuable aussi bien à l'amélioration de l'efficacité technique qu'au progrès technologique et dans une moindre mesure à un effet positif de la variation d'échelle.

5.3. Test d'efficacité à l'échelle

Les tableaux 6.7.1-6.7.4 de l'annexe 6.7 donnent, respectivement, les résultats de simulation du *bootstrap lisse homogène* et *hétérogène* pour les modèles 1 et 2. Ces simulations sont réalisées en utilisant un programme développé par l'auteur avec le logiciel SAS et en effectuant 1000 itérations. La colonne 1 de ces tableaux indique le code de l'établissement, la colonne 2 l'effectif, la colonne 3 la valeur initiale de \hat{s}_j , la colonne 4 la valeur initiale de $\hat{\eta}_j$, la colonne 5 la mesure de l'efficacité à l'échelle initiale, la colonne 6 la *p-valeur* pour la statistique \hat{s}_j , la colonne 7 la *p-valeur* pour la statistique $\hat{\eta}_j$. Enfin, la dernière colonne donne le résultat du test pour un niveau $\alpha = 5\%$.

En se basant uniquement sur l'analyse de Färe *et al.* (1994), la colonne 5 des tableaux 6.7.1 et 6.7.2 indique que parmi les lycées avec services d'hébergement (le modèle 1), 27 % sont *efficaces à l'échelle*, 58,4% opèrent dans une situation de rendements d'échelle croissants (*irs*) et 14,4% dans une situation de rendement d'échelle décroissants (*drs*).

La colonne 5 des tableaux 6.7.3 et 6.7.4 montre que parmi les lycées sans services hébergements (le modèle 2), seulement 11 % sont *efficaces à l'échelle*, 66,2 % opèrent dans une situation de rendements d'échelle croissants (*irs*) et 22,8 % dans une situation de rendement d'échelle décroissants (*drs*).

Mais, tant que l'analyste ne fait pas la distinction entre la *vraie* frontière et son *estimation*, ces résultats peuvent être pervers, c'est-à-dire que l'écart par rapport à la situation d'optimalité de rendements d'échelle constants n'est que le résultat d'une

variation échantillonnale. De plus les résultats initiaux ne permettent pas de mettre en évidence la relation entre la taille de l'établissement, représentée par l'effectif des élèves, et son *efficacité à l'échelle*. Par conséquent, se limiter aux mesures de Färe *et al.* (1994) peut induire en erreur le décideur de la politique d'enseignement secondaire. Le *bootstrap* offre une solution à ce problème et permet ainsi de mieux guider les décideurs dans l'allocation des ressources. Par exemple, des coupures de ressources sur la base d'institutions comparables peuvent être révisées car elle ne sont pas justifiées d'un point de vu statistique même si les indice de productivité brut sont différents.

5.3.1. Les résultats de simulation du *bootstrap* homogène et hétérogène du modèle 1

En se basant sur la colonne 8 du tableau 6.7.1, les résultats de simulation montrent que 85 % des établissements sont efficaces à l'échelle (*crs*), 15 % opèrent dans une situation de rendement d'échelle croissant (*irs*).

Dans 70 cas, représentant 42,1 % du total des établissements, les mesures initiales sont confirmées par les résultats de simulation. C'est le cas par exemple de L116, L2172 ou bien L2176 qui restent efficaces à l'échelle (*crs*) et L1461 ou bien L1462 qui opèrent dans une situation de *irs*.

En comparant ces résultats avec ceux obtenus par le *bootstrap hétérogène* (tableau 6.7.2), nous observons que la proportion des lycées déclarés *efficace à l'échelle* a augmenté et devient 97 %. La proportion restante représente 5 lycées qui opèrent dans une situation de rendement d'échelle croissants (*irs*). L3191, L42110, L41123, L41129 et L61181. Nous observons aussi que les mesures initiales sont confirmées pour 50 lycées représentant 30 % du total des établissements.

La disparité entre ces résultats et les mesures initiales témoignent de la forte sensibilité des mesures d'efficacité à la *variation échantillonnale*.

Nous comparons maintenant les mesures d'efficacité avec l'effectif des élèves (effet taille). En se référant aux résultats de simulation du *bootstrap homogène* (tableau 6.7.1), la relation entre l'effectif et l'*efficacité à l'échelle* n'est pas claire. Par exemple les effectifs

des établissements L117 et L1235 sont respectivement 346 et 632 mais ils sont déclarés *efficaces à l'échelle*. Mais si nous observons le tableau 6.7.2 de l'annexe 6.7 des résultats du *bootstrap hétérogène*, nous constatons que les 5 établissements déclarés en situation de rendements d'échelle croissants (*irs*) ont de faibles effectifs. C'est le cas par exemple de L3191 avec un effectif qui s'élève à 757, de L42110 avec 778 ou bien L41123 avec 651.

5.3.2. Les résultats de simulation du *bootstrap homogène* et *hétérogène* du modèle 2

Les résultats de simulation du *bootstrap homogène* et *hétérogène* pour le modèle 2 sont consignés respectivement dans les tableaux 6.7.3 et 6.7.4. de l'annexe 6.7. Les résultats de simulation du *bootstrap homogène* montrent une grande disparité entre les mesures initiales de l'*efficacité à l'échelle* (colonne 5 du tableau 6.7.3) et les résultats du test (colonne 8). Ceci rejoint notre constatation de départ sur la forte sensibilité des mesures d'*efficacité à la variation échantillonnale*.

De plus, nous observons une proportion élevée d'établissements *efficaces à l'échelle* (86,7 %) et toujours une proportion relativement faible d'établissements soumis à une technologie de type *irs* (13,3 %).

La comparaison des résultats du test avec l'effectif des élèves (indicateur de taille) montre que contrairement aux résultats du modèle 1 concernant le *bootstrap homogène*, souvent les établissements à faible effectif, c'est-à-dire de « petites » taille, opèrent dans une situation de *non-efficacité à l'échelle*, souvent *irs*. C'est le cas par exemple de L3183 et L51157 avec un effectif respectif qui s'élève à 615 et 631.

Cette constatation est confirmée par les résultats de simulation du *bootstrap hétérogène* (tableau 6.7.4) où nous observons que les 6 établissements déclarés en situation de (*irs*) sont de « petites » tailles, c'est par exemple le cas de L42113, L51157 ou bien L82257 qui leurs correspondent les respectivement les effectifs 460, 631 et 479.

6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué des techniques d'inférence statistiques pour analyser l'efficacité et la productivité des établissements secondaires tunisiens. Les résultats de cette application confirment notre proposition que les mesures d'efficacité et de productivité sont très sensibles à la *variation échantillonnale* et révèlent que :

Les lycées qui font le service hébergement devront renoncer en moyenne à 8 % de leurs ressources pour être efficaces. Alors que les lycées qui ne font pas ce type de service devront réduire de 2 % à 18 % leurs ressources matérielles et physiques pour être efficaces.

S'agissant de la variation de l'efficacité dans le temps, les résultats de l'estimation de l'*indice de Malmquist* pour les deux types d'établissements sur la période d'étude montrent que les gains de productivité sont attribuables essentiellement à une amélioration de l'*efficacité technique* et dans un degré moindre un effet positif de l'échelle. Le progrès technologique contribue peu à ces gains.

Enfin les résultats de l'application d'une procédure de test statistique concernant les rendements d'échelle des établissements montrent que, dans le plus part des cas, les établissements, faisant ou non le service hébergement, opèrent dans une situation optimale de (*crs*). Alors que les établissements déclarés *non efficace* à l'échelle opèrent souvent dans une situation de (*irs*) et ils sont de « petites » tailles.

Dans le but de vérifier la robustesse des résultats, nous avons mené l'analyse de l'efficacité en utilisant deux méthodologies *bootstarp diffetentes* : *homogène* et *hétérogène*. La similarité des résultats témoigne de leurs robustesses par rapport à la méthode de simulation.

CONCLUSION GENERALE

Nous avons développé dans cette thèse un modèle statistique qui permet de caractériser le *Processus Générateur des Données (PGD)* et d'étudier les propriétés statistiques de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes. Cette étude permet d'utiliser les techniques de l'induction statistique dans l'analyse de l'efficacité et de la productivité. Nous avons montré que cette démarche inductive repose sur une réplication convergente du *PDG*.

L'étude de la convergence du *PGD* révèle que :

Le théorème de convergence de l'estimateur DEA avec inputs quasi-fixes est valable pour une mesure radiale quelconque définie sur un ensemble de production convexe. Ce qui signifie, d'une part que le théorème n'est pas spécifique au DEA. D'autre part, la spécification du type de rendements d'échelle, n'affecte pas la convergence de l'estimateur.

Ce même théorème détermine un taux de convergence optimal pour l'estimateur. Ce taux dépend du degré de lissage de la vraie frontière et il est inversement proportionnel à la dimension du programme d'optimisation, faisant apparaître ainsi le problème de *la malédiction de la dimensionnalité*

La méthode du noyau fournit un estimateur convergent, après correction de l'estimateur par *la méthode de réflexion* de Schuster-Silverman pour éliminer l'*effet de frontière*, de la densité des scores d'efficacité. Mais nous avons soulevé un problème concernant la détermination de la *fenêtre* optimale du noyau.

Nous avons montré aussi que la procédure de rééchantillonnage utilisant un noyau uniforme caractérise la méthodologie du *bootstrap naïf* et celle utilisant un *noyau lisse* caractérise la méthodologie du *bootstrap lisse*.

Les résultats de l'application de notre démarche sur les établissements secondaires tunisiens confirment notre proposition que les mesures d'efficacité et de productivité sont très sensibles à la *variation échantillonnale* et montrent que :

Les lycées qui font le service hébergement devront renoncer en moyenne à 8 % de leurs ressources pour être efficaces. Alors que les lycées qui ne font pas ce type de service devront réduire de 2 % à 18 % leurs ressources matérielles et physiques pour être efficaces.

S'agissant de la variation de l'efficacité dans le temps, les résultats de l'estimation de l'*indice de Malmquist* pour les deux types d'établissements sur la période d'étude montrent que les gains de productivité sont attribuables essentiellement à une amélioration de l'*efficacité technique* et dans un degré moindre un effet positif de l'échelle. Le progrès technologique contribue peu à ces gains.

Enfin les résultats de l'application d'une procédure de test statistique concernant les rendements d'échelle des établissements montrent que, dans la plus part des cas, les établissements, faisant ou non le service hébergement, opèrent dans une situation optimale de (*crs*). Alors que les établissements déclarés *non efficace à l'échelle* opèrent souvent dans une situation de (*irs*) et ils sont de « petites » tailles.

Sur la base de nos résultats théoriques et pratiques, des voies de recherche, dans ce domaine, semblent prometteuses. :

Le plus grand défi est sans doute l'intégration du bruit statistique dans les données.

Mener une comparaison entre la méthode du *bootstrap* et la méthode asymptotique développée par Kneip, Simar et Wilson (2003) est une voie de recherche possible.

Enfin, nous pouvons élargir notre démarche en utilisant l'estimateur *FDH* au lieu de *DEA*.

Sur le plan pratique,

Nous aurions pu utiliser les résultats du test sur les rendements d'échelle pour réestimer les mesures d'efficacité et de productivité

Nous pouvons aussi penser à un test sur l'égalité des mesures d'efficacité entre les deux types de lycées.

En fait, il reste beaucoup à faire dans ce domaine, aussi bien sur le plan méthodologique que pratique.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Afriat S. (1972), "Efficiency Estimation of Production Functions", *International Economic Review* 13, 568-598.
- Aigner D.J. et Chu S.F. (1968), "On Estimating the Industry Production Function", *The American Economic Review* 58, 826-839.
- Aigner D., Lovell C.A.K. et Schmidt P. (1977), "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models", *Journal of Econometrics* 6, 21-37.
- Aitken M.N. et Longford N. (1986), "Statistical Modeling Issues In School Effectiveness Studies", *J. Royal Statistical Soc.* 149A (part 1), 1-26.
- Arnold V.L., Bardhan I.R., Cooper W.W. et Kumbhakar S.C. (1996), "New Uses of DEA and Statistical Regressions for Efficiency and Estimation: Texas Schools", *Annals of Operations Research* 66, 255-277.
- Balk B.M. (2001), "Scale Efficiency and Productivity Change", *Journal of Productivity Analysis* 15, 159-183.
- Banker R.D. (1984), "Estimating Most Productive Scale Size Using Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research* 17, 35-44.
- Banker R.D., Charnes A. et Cooper W.W. (1984), "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis ", *Management Science* 30, 1078-1092.
- Banker R.D. (1993), "Maximum Likelihood, Consistency and Data Envelopment Analysis: A Statistical Foundation ", *Management Science* 39, 1265-1273.
- Banker R.D. (1996), "Hypothesis Tests Using Data Envelopment Analysis", *Journal of Productivity Analysis* 7, 139-159.
- Banker R.D. et Johnston H.H. (1994), "Evaluating the Impacts of Operating Strategies on Efficiency in the US Airline Industry", in *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Application*, ed. by Charnes A., Cooper W.W., Levin A.Y., and Seiford L.M., Boston: *Kluwer Academic Publishers, Inc.*, 97-128.
- Banker R.D. et Morey R.C. (1986a), "Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs", *Operations Research* 34, 513-521.

- Banker R.D. et Morey R.C. (1986b), "The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis", *Management Science* 32, 1613-1627.
- Banker R.D. et Thrall R.M. (1992), "Estimation of Returns to Scale Using Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research* 62, 74-84.
- Battese G.E. et Corra G.S. (1977), "Estimation of a Production Frontier Model with Application to the Pastoral Zone of Eastern Australia", *Australian Journal of Agricultural Economics* 21, 169-179.
- Bayenet B. et Debande O. (1997), "Evaluation de l'Enseignement Supérieur: Comparaison Internationale et Mesures d'Efficacité", Communication au Symposium « *La méthode DEA et l'analyse des performances des entreprises et des organisations* », Marseille le 26, 27 et 28 Juin 1997.
- Boardman A. et Murnane R. (1979), "Using Panel Data to Improve Estimates of the Determinants of Educational Achievement", *Sociology of Education* 52, 113-121.
- Bol G. (1986), "On Technical Efficiency Measures: A Remark", *Journal of Economic Theory* 38, 380-385.
- Bosq D. et Lecoutre, J.P. (1987), "Théorie de l'Estimation Fonctionnelle", Paris, *Economica*.
- Bowman A.W. (1984), "An Alternative Method of Cross-Validation for the Smoothing of Density Estimates", *Biometrika* 71, 353-60.
- Bowman A.W. (1985), "A Comparative Study of Some Kernel-Based Nonparametric Density Estimators", *J. Statist. Comput. Simulation* 21, 313-27.
- Bowman A.W. et Azzalini A. (1997), "Applied Smoothing Techniques for Data Analysis", London: *Oxford University Press*.
- Burgess J.F. et Wilson P.W. (1998), "Variation in Inefficiency Among US Hospitals", *Canadian Journal of Operational Research and Information Processing (INFOR)* 36, 84-102.
- Byrnes P., Färe R., Grosskopf S. et Lovell C.A.K. (1988), "The Effect of Unions on Productivity: U.S. Surface Mining of Coal", *Management Science* 34, 1037-1053.
- Byrnes P., Grosskopf S. et Hayes K. (1986), "Efficiency and Ownership: Further Evidence", *Review of Economics and Statistics* 68, 337-341.
- Caccoulos T. (1966), "Estimation of Multivariate Density", *Ann. Inst. Statist. Math.* 18, 179-89.
- Campbell N.A. (1980), "Robust Procedures in Multivariate Analysis I: Robust Covariance", *Applied Statistics* 29, 231-237.

- Carrington R., Puthuchery N., Rose D. et Yaisawarng S. (1997), "Performance Measurement in Government Service Provision: The Case of Police Services in New South Wales", *Journal of Productivity Analysis* 8, 415-430.
- Caves D.W., Christensen L.R. et Diewert W.E. (1982), "The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output and Productivity", *Econometrica* 50, 1393-1414.
- Charnes A., Cooper W.W. et Rhodes E. (1978), "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research* 2, 429-444.
- Charnes A., Cooper W.W., Golany B., Seiford L.M. et Stutz J. (1985), "Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions", *Journal of Econometrics* 30, 91-107.
- Cheng M.Y. (1997), "Boundary-Aware Estimators of Integrated Density Derivative", *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 59, 191-203.
- Cheng M.Y., Fan J. et Marron J.S. (1997), "On Automatic Boundary Corrections", *The Annals of Statistics* 25, 1691-1708.
- Chernick M.R. (1999), "Bootstrap Methods: A Practitioner's guide", New York: Wiley, page 264.
- Chilingerian J.A. (1995), "Evaluating Physician Efficiency in Hospitals: A Multivariate Analysis of Best Practices", *European Journal of Operational Research* 80, 548-574.
- Cline D.B.H. et Hart J.D. (1991), "Kernel Estimation of Densities of Discontinuous Derivatives", *Statistics* 22, 69-84.
- Coelli T., Rao D.S.P. et Battese G.E. (1998), "An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis", Boston: Kluwer Academic Publishers, Inc.
- Cohn E., Millman S.D et Chew I.-K. (1975), "Input-Output Analysis in Public Education", Ballinger, Cambridge, MA.
- Cowling A. et Hall P. (1996), "On Pseudo data Methods for Removing Boundary Effects in Kernel Density Estimation", *J. of the Roy. Statist. Soc. Ser. B* 58, 551-563.
- Debreu G. (1951), "The Coefficient of Resource Utilization", *Econometrica* 19, 273-292.
- Deheuvels P. (1977), "Estimation non paramétrique de la densité par histogrammes généralisés", *Rev. Statist. Appl.* 25, 5-42.

- Deprins D., Simar L. et Tulkens H. (1984), "Measuring Labor-Efficiency in Post Offices", dans M. Marchand, P. Pastieau, et H. Tulkens, eds., *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement*. Amsterdam: North-Holland.
- Devroye L. et Györfi L. (1985), "Nonparametric Density Estimation: The L1 View", Wiley, New York.
- Dmitruk A.V. et Koshevoy G.A. (1991), "On the Existence of Technical Efficiency Criterion", *Journal of Economic Theory* 55, 121-144.
- Duong T. et Hazelton M.L. (2003), "Plug-in Bandwidth Matrices for Bivariate Kernel Density Estimation", *Nonparametric Statistics* 15 (1), 17-30.
- Dusansky R. et Wilson P.W. (1994), "Technical Efficiency in the Decentralized Care of the Developmentally Disabled", *Review of Economics and Statistics* 76, 340-345.
- Efron B. (1979), "Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife", *Ann. Statistics* 7, 1-26.
- Efron B. et Tibshirani R.J. (1993), "An Introduction to the Bootstrap", London: Chapman and Hall.
- Epanechnikov V.A. (1969), "Non-parametric Estimation of Multivariate Probability Density", *Theory Probab. Appl.* 14, 153-8.
- Faraway J.J. et Jhun M. (1990), "Bootstrap Choice of Bandwidth for Density Estimation", *J. Amer. Statist. Assoc.* 85, 1119-22.
- Färe R. (1988), "Fundamentals of Production Theory", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 311, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Färe R. et Grosskopf S. (1985), "A Nonparametric Cost Approach to Scale Efficiency", *Scandinavian Journal of Economics* 87, 594-604.
- Färe R. et Lovell C.A.K. (1978), "Measuring The Technical Efficiency of Production", *Journal of Economic Theory* 19, 150-162.
- Färe R. et Primont D. (1995), "Multy-Output Production and Duality: Theory and Applications", *Kluwer Academic Publishers*.
- Färe R., Grosskopf S. et Lovell C.A.K. (1994), "Production Frontiers", Cambridge, Cambridge University Press.
- Färe R., Grosskopf S. et Lovell C.A.K. (1988), "Scale Elasticity and Scale Efficiency", *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 144, 721-729.
- Färe R., Grosskopf S. et Lovell C.A.K. (1986), "Scale Economies and Duality", *Journal of Economics* 46 (2), 175-182.

- Färe R., Grosskopf S. et Lovell C.A.K (1984), "The Measurement of Efficiency of Production", *Kluwer-Nijhoff Publishing*.
- Färe R., Grosskopf S. et Njinkeu D. (1988), "On Piecewise Reference Technologies", *Management Science* 34 (12), 1507-1511.
- Färe R., Grosskopf S., Lindgreen B. et Ross P. (1992), "Productivity Changes in Swedish Pharmacies 1980-1989: A Non-parametric Approach", *Journal of Productivity Analysis* 3, 85-101.
- Farrell M.J. (1957), "The Measurement of Productive Efficiency", *J. Roy. Statist. Soc. Ser. A* 120, 253-290.
- Ferrier G.D. (1994) "Ownership Type, Property Rights and Relative Efficiency", In: Charnes A., Cooper W., Lewin A.Y. et Seiford L.M. (Eds.), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 273-283.
- Ferrier G.D. et Hirschberg J.G. (1997), "Bootstrapping Confidence Intervals for Linear Programming Efficiency Scores: with an Illustration Using Italian Banking Data", *Journal of Productivity Analysis* 8, 19-33.
- Fix E. et Hodges J.L. (1951), "Discriminatory Analysis Non-Parametric Discrimination: Consistency Properties", *Report No 4, Projet no. 21-29-004*, USAF School of Aviation Medicine, Randolph Field, Texas.
- Fried H.O., Lovell C.A.K. et Schmidt Shelton S. (1993), "The Measurement of Productive Efficiency", *Oxford University Press*.
- Fried H.O., Lovell C.A.K. et Vanden Eekaut P. (1993), "Evaluating the Performance of United-States Credit Unions." *Journal of Banking & Finance* 17, 251-265.
- Fried H.O., Schmidt S.S. et Yaisawarng S. (1999), "Incorporating the Operating Environment Into a Nonparametric Measure of Technical Efficiency", *Journal of Productivity Analysis* 12, 249-267.
- Fukunaga K. et Hostetler L.D. (1975), "The Estimation of the Gradient of a Density Function with Applications in Pattern Recognition", *IEEE Trans. Inf Theory* IT-21, 32-40.
- Gasser T. et Müller H.G. (1979), "Kernel Estimation of Regression Functions", In: *Smoothing Techniques for Curve Estimation*, Lecture Notes in Mathematics 757, eds. Gasser T. et Rosenblatt M., Heidelberg: *Springer-Verlag*, 23-68.
- Gasser T., Müller H.G. et Mammitzsch V. (1985), "Kernel for Nonparametric Curve Estimation", *J. Roy Statist. Soc. Ser. B*, 47, 238-252.

- Gijbels I., Mammen E., Park B.U. et Simar L. (1999), "On Estimation of Monotone and Concave Frontier Functions", *J. Amer. Statist. Assoc.* 94, 220-228.
- Gravot P. (1993), "Economie de l'Education", *Economica*.
- Grifell-Tatjé E. et Lovell C.A.K. (1999), "A Generalized Malmquist Productivity Index", *Top* 7, 81-101.
- Grosskopf S. et Moutray Chad (2001), "Evaluating Performance in Chicago Public High Schools in the Wake of Decentralization", *Econom. Education Rev.* 20, 1-14.
- Grosskopf S. (1993), "Efficiency and Productivity" dans Fried H.O., Lovell C.A.K. et Schmidt Shelton S. (eds), *The Measurement of Productive Efficiency*, Oxford University Press.
- Grosskopf S. (2003), "Some Remarks on Productivity and its Decompositions", *Journal of Productivity Analysis* 20, 459-474.
- Grosskopf S. et Valdmanis V. (1987), "Measuring Hospital Performance: A Nonparametric Approach", *Journal of Health Economics* 6, 89-107.
- Grosskopf S., Hayes K., Taylor L. et Weber W. (1998), "On Competition and School Efficiency", Paper presented at the annual meeting of National Tax Association.
- Grosskopf S., Hayes K., Taylor L. et Weber W. (1999), "Anticipating the Consequences of School Reform: A New Use of DEA", *Management Science* 45, 608-620.
- Hall P. et Johnstone I.M. (1992), "Empirical Functional and Efficient smoothing parameter selection (with discussion)", *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 54, 475-530.
- Hall P. et Marron J.S. (1991a), "Local Minima in Cross-Validation Functions", *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 53, 245-52.
- Hall P. et Marron J.S. (1991b), "Lower Bounds for Bandwidth Selection in Density Estimation", *Probab. Theory Rel. Fields* 90, 149-73.
- Hall P., Marron J.S. et Park B.U. (1992), "Smoothed Cross-Validation", *Probab. Theory Rel. Fields* 92, 1-20.
- Hall P., Sheather S.J., Jones M.C. et Marron J.S. (1991), "On Optimal Data-Based Bandwidth Selection in Kernel Density Estimation", *Biometrika* 78, 263-269.
- Hanushek E.A. (1986), "The Economics of Schooling: Production and Efficiency in Public Schools", *J. Econom. Literature* 24 (September), 1141-1176.
- Hanushek E.A. et Taylor L. (1990), "Alternative Assessments of the Performance of Schools: Measurement of State Variation in Achievement", *Journal of Human Resources* 25, 179-201.

- Härdle W. (1990), "Applied Nonparametric Regression", *Cambridge University Press*, Cambridge.
- Henderson H.V. et Searle S.R. (1979), "Vec and Vech Operators for Matrices with Some Uses in Jacobians and Multivariate Statistics", *Canad. J. Statist.* 7, 65-81.
- Hodges J.L. et Lehmann E.L. (1956), "The Efficiency of Some Nonparametric Competitors to t-test", *Ann. Math. Statist.* 13, 324-35.
- Jones M.C. et Sheather S.J. (1991), "Using Non-Stochastic Terms to Advantage in Kernel-Based Estimation of Integrated Squared Density Derivatives", *Statist. Probab. Lett.* 11, 511-14.
- Jones M.C., Marron J.S. et Park B.U. (1991), "A Simple Root-n Bandwidth Selector", *Ann. Statist.* 19, 1919-32.
- Jones M.C., Marron J.S. et Sheather S.J. (1996), "A Brief Survey of Bandwidth Selection for Density Estimation", *J. Amer. Statist. Assoc.* (March), 401-407.
- Kittelsen S.A.C. (1997), "Monte Carlo Simulations of DEA Efficiency Measures and Hypothesis Tests", *Unpublished working paper*, Gaustadalleén 21, N-0371 Oslo, Norway.
- Kneip A., Simar L. et Wilson P.W. (2003), "Asymptotics for DEA Estimators in Nonparametric Frontier Models", *Discussion Paper No. 0317*, Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium.
- Kneip A., Park B.U. et Simar L. (1998), "A Note on the Convergence of Nonparametric DEA Estimators for Production Efficiency Scores", *Econometric Theory* 14, 783-793.
- Korostelev A., Simar L. et Tsybakov A.B. (1995a), "Efficient Estimation of Monotone Bounaries", *The Annals of Statistics* 23, 476-489.
- Korostelev A., Simar L. et Tsybakov A.B. (1995b), "On Estimation of Monotone and Convex Bounaries", *Pub. Inst. Stat. Univ. Paris XXXIX* fasc.1, 3-18.
- Lecoutre Jean-Pierre et Tassi Philippe (1987), "Statistiques non paramétriques et robustesse", Ed. *Economica*.
- Löthgren M. (1997), "Bootstrapping the Malmquist Productivity Index: A Simulation Study", *Working paper series in Economics and Finance 204*, Department of Economic Statistics, Stockholm School of Economics, Sweden.
- Löthgren M. (1998), "How to Bootstrap DEA Estimators: A Monte Carlo Comparison", *Working paper series in Economics and Finance 223*, Department of Economic Statistics, Stockholm School of Economics, Sweden.

- Löthgren M. et Tambour M. (1996a), "Alternative Approaches to Estimate Returns to Scale in DEA-Models", *Working Paper Series in Economics and Finance* 90, Department of Economic Statistics, Stockholm School of Economics, Sweden.
- Löthgren, M. et Tambour, M. (1996b), "Scale Efficiency and Scale Elasticity in DEA Models – A Bootstrapping Approach", *Working paper series in Economics and Finance* 91, Department of Economic Statistics, Stockholm School of Economics, Sweden.
- Löthgren M. et Tambour M. (1997), "Bootstrapping the DEA-based Malmquist Productivity Index", in Tambour M. (Ph. D. dissertation), *Essays on Performance Measurement in Health Care*, Stockholm School of Economics, Sweden.
- Löthgren M. et Tambour M. (1999), "Testing Scale Efficiency in DEA Models: a Bootstrapping Approach", *Applied Economics* 31, 1231-1237.
- Lovell C.A.K. (1993), "Production Frontiers and Productive Efficiency" dans Fried, H.O., Lovell C.A.K et Schmidt, Shelton S. (eds), *The Measurement of Productive Efficiency*, Oxford University Press.
- Lovell C.A.K. (1994), "Linear Programming Approaches to the Measurement and Analysis of Productive Efficiency", *TOP* 2, 175-248.
- Lovell C.A.K. (2003), "The Decomposition of Malmquist Productivity Index", *Journal of Productivity Analysis* 20, 437-458.
- Lovell C.A.K. (1995), "Econometric Efficiency Analysis: a Policy-Oriented Review", *European Journal of Operational Research* 80, 452-461.
- Lovell C.A.K., Walters L.C. et Wood L.L. (1994), "Stratified Models of Education Production Using Modified DEA and Regression Analysis", in *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Applications*, ed. by Charnes A., Cooper W.W., Lewin A.Y. et Seiford L.M., Boston: *Kluwer Academic Publishers*.
- Manski C.F. (1988), "Analog estimation Methods in Econometrics", New York: *Chapman and Hall*.
- Magnus J.R. et Neudecker H. (1988), "Matrix Differential Calculus with Application in Statistics and Econometrics", *Wiley*, Chichester.
- Malmquist S. (1953), "Index Numbers and Indifferences Surfaces", *Trabajos de Estadística* 4, 209-242.
- Marron J.S. et Ruppert D. (1994), "Transformations to Reduce Boundary Bias in Kernel Density Estimation", *Journal of the Roy. Statist. Soc. Ser. B* 56, 653-671.

- McCarty T.A. et Yaisawarng S. (1993), "Technical Efficiency in New Jersey School Districts", in *The Measurement of Productive Efficiency*, ed. by Fried H.O., Lovell C.A.K. et Schmidt S.S., New York: *Oxford University Press*.
- Meeusen W. et Broeck J.V.D. (1977), "Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error ", *International Economic Review* 18, 435-444.
- Meyer Robert H. (1997), "Value-Added Indicators of School Performance: A Primer", *Econom. Education Rev.* 16 (3), 283-301.
- Muñiz M.A. (2002), "Separating Managerial Inefficiency and External Conditions in Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research* 143, 625-643.
- Müller H.G. (1985), "Empirical Bandwidth Choice for Nonparametric Kernel Regression by Means of Pilot Estimators", *Statist. Decisions* Supplement no. 2, 193-206.
- Müller H.G. (1988), "Nonparametric Regression Analysis of Longitudinal Data", *Springer-Verlag*, Berlin.
- Müller H.G. (1991), "Smooth Optimum Kernel Estimators Near Endpoints", *Biometrika*, 78, 521-530.
- Nadaraya E.A. (1974), "On the Integral Mean Square Error of Some Nonparametric Estimates for the Density Function", *Theory Probab. Appl.* 19, 133-41.
- Nyman J.A. et Bricker D.L. (1989), "Profit Incentives and Technical Efficiency in the Production of Nursing Home Care", *Review of Economics and Statistics* 71, 586-594.
- Ouellette P. et Vierstraete V. (2005), "An Evaluation of Quebec's School Boards Using the Data Envelopment Analysis", *Applied Economics* 37, 1643-1653.
- Ouellette P. et Vierstraete V. (2004), "Technological Change and Efficiency in the Presence of Quasi-Fixed Inputs: A DEA Application to the Hospital Sector", *European Journal of Operational Research*, 755-763.
- Palm Rudy (2002), "Utilisation du *bootstrap* pour les problèmes statistiques liés à l'estimation des paramètres ", *Biotechnol. Agron. Soc. Environ.*(6), 143-153.
- Park B.U. et Marron J.S. (1990), "Comparaison of Data-Driven Bandwidth Selectors", *J. Amer. Statist. Assoc.* 85, 66-72.
- Park B.U. et Marron J.S. (1992), "On the Use of Pilot Estimators in Bandwidth Selection", *J. Nonparametric Statist.* 1, 231-40.

- Park B.U., Simar L. et Weiner ch. (2000), "The FDH Estimator for Productivity Scores", *Econometric Theory* 16, 855-877.
- Parzen E. (1962), "On the Estimation of a Probability Density Function and the Mode", *Ann. Math. Statist.* 33, 1065-76.
- Perelman S. et Pestieau P. (1988), "Technical Performance in Public Enterprise: A Comparative Study of Railways and Postal Services", *European Economic Review* 32, 432-441.
- Prakasa Rao B.L.S. (1983), "Nonparametric Functional Estimation", New York: *Academic press*.
- Ray S.C. (1988), "Data Envelopment Analysis, Nondiscretionary Inputs and Efficiency: An Alternative Interpretation", *Socio-Economic Planning Science* 22, 167-176.
- Ray S.C. (1991), "Resource Use Efficiency in Public Schools", *Management Science* 37, 1620-1628.
- Ray S.C. (2004), "Data Envelopment Analysis: Theory and Techniques for Economics and Operations Research", *Cambridge University Press*.
- Ray S.C. et Desli (1997), "Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized countries: Comment", *American Economic Review* 87, 1033-1039.
- Resende M. (2000), "Regulatory Regimes and Efficiency in US Local Telephony", *Oxford Economic Papers* 52, 447-470.
- Rosemblatt M. (1956), "Remarks on some Nonparametric Estimates of a Density Function", *Ann. Math. Statist.* 27, 832-7.
- Rudemo M. (1982), "Empirical Choice of Histograms and Kernel Density Estimation", *Scand. J. Statist.* 9, 65-78.
- Ruggiero J. (1996), "On the Measurement of Technical Efficiency in the Public Sector", *European Journal of Operational Research* 90, 553-565.
- Ruggiero J. (1998), "Non-Discretionary Inputs in Data Envelopment Analysis", *European Journal of Operational Research* 111, 461-469.
- Ruggiero J. (2004), "Performance Evaluation When Non-Discretionary Factors Correlate With Technical Efficiency", *European Journal of Operational Research* 16, 250-257.
- Russell R.R. (1987), "On the Axiomatic Approach to the Measurement of Technical Efficiency" in W. Eichhorn, ed., *Measurement in Economics: Theory and Applications of Economic Indices*, Heidelberg: Physica Verlag.

- Russell R.R. (1990), "Continuity of Measures of Technical Efficiency", *Journal of Economic Theory* 51, 255-267.
- Sain S.R., Baggerly K.A. et Scott D.W. (1994), "Cross Validation of Multivariate Densities", *J. Amer. Statist. Assoc.* 89, 807-817.
- Schuster E.F. (1985), "Incorporating Support Constraints into Nonparametric Estimators of Densities", *Communications in Statistics-Theory and methods* 14, 1123-1136.
- Scott D.W. (1979), "On Optimal and Data-Based Histograms", *Biometrika* 66, 605-610.
- Scott D.W. (1992), "Multivariate Density Estimation: Theory, Practice and Visualization", *Wiley*, New York.
- Scott D.W. et Terrell G.R. (1987), "Biased and Unbiased Cross-Validation in Density Estimation", *J. Amer. Statist. Assoc.* 82, 1131-46.
- Scott D.W. et Wand M.P. (1991), "Feasibility of Multivariate Density Estimates", *Biometrika* 78, 197-206.
- Serfling R.J. (1980), "Approximation Theorems of Mathematical Statistics", New York, *Wiley*.
- Sheather S.J. (1992), "The Performance of Six Popular Bandwidth Selection Methods on Some Real Data Sets (with discussion) ", *Comput. Statist.* 7, 225-50, 271-81.
- Sheather S.J. et Jones M.C. (1991), "A Reliable Data-Based Bandwidth Selection Method for Kernel Density Estimation", *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* 53, 683-90.
- Shephard R.W. (1970), "Theory of Cost and Production Functions", Princeton, N.J.: *Princeton University Press*.
- Silverman B.W. (1986), "Density Estimation for Statistics and Data Analysis", New York: *Chapman and Hall*.
- Simar, L. (1992), "Estimating Efficiencies from Frontier Models With Panel Data: A Comparison of Parametric, Non-parametric and Semi-parametric Methods with Bootstrapping", *Journal of Productivity Analysis* 3, 171-191.
- Simar L. (1996), "Aspects of Statistical Analysis in DEA-Type Frontier Models", *Journal of Productivity Analysis* 7, 177-185.
- Simar L. et Wilson P.W. (1998), "Sensitivity Analysis of Efficiency Scores: How to Bootstrap in Nonparametric Frontier Models", *Management Science* 44, 49-61.
- Simar L. et Wilson P.W. (1999a), "Estimating and Bootstrapping Malmquist Indices", *European Journal of Operation Research* 115, 459-471.

- Simar L. et Wilson, P.W. (1999b), "Some Problems With The Ferrier/Hirschberg Bootstrap Idea", *Journal of productivity Analysis* 11, 67-80.
- Simar L. et Wilson P.W. (1999c), "Of Course We Bootstrap DEA Scores! But Does It Mean Anything? Logic Trumps Wishful Thinking", *Journal of productivity Analysis* 11, 93-97.
- Simar L. et Wilson P.W. (2000a), "A General Methodology for Bootstrapping in Non-Parametric Frontier Models", *Journal of Applied Statistics* 27, 779-802.
- Simar L. et Wilson P.W. (2000b) "Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: The State of the Art", *Journal of productivity Analysis* 13, 49-78.
- Simar L. et Wilson P.W. (2002), "Non-parametric Tests of Returns to Scale", *European Journal of Operational Research* 139, 115-132.
- Simar L. et Wilson P.W. (2005), "Estimation and Inference in Two-Stage, Semi-Parametric Models of Productive Efficiency", *Journal of Econometrics*, Forthcoming.
- Schmidt P. (1976), "On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Function", *Review of Economics and Statistics* 60, 481-2.
- Stanton K.R. (2002), "Trends in Relationship Lending and Factors Affecting Relationship Lending Efficiency", *Journal of Banking and Finance* 26, 127-152.
- Terrell G.R. (1990), "The Maximal Smoothing Principle in Density Estimation", *J. Amer. Statist. Assoc.* 85, 470-7.
- Terrell G.R. et Scott D.W. (1985), "Oversmoothed Density Estimates", *J. Amer. Statist. Assoc.* 80, 209-14.
- Thys-Clément F. (1990), "Recherche et Enseignement: Efficacité, Equité et Volonté Collective", Discours prononcé à l'occasion de la séance solennelle de rentrée académique, ULB.
- Törnqvist L. (1936), "The Bank of Finland's Consumption Price Index", *Bank of Finland Monthly Bulletin* 10, 11-8.
- Tulkens H. (1986), "La Performance Productive d'un Service Public: Définitions, Méthodes de Mesure et Application à la Régie des Postes en Belgique", *L'Actualité Economique, Revue d'Analyse Economique* 62, 306-335.
- Wand M.P. (1994), "Multivariate Plug-in Bandwidth Selection", *Computational Statistics* 9, 97-116.
- Wand M.P. et Jones M.C. (1995), "Kernel Smoothing", *Chapman & Hall*, London.

- Wand M.P. et Jones M.C. (1993), "Comparison of Smoothing Parameterizations in Bivariate Kernel Density Estimation", *Journal of the American Statistical Association* 88, 520-528.
- Wand M.P., Marron J.S. et Ruppert D. (1991), "Transformations in Density Estimation (with discussion) ", *Journal of the American Statistical Association* 86, 343-361.
- Wheelock D.W. et Wilson P.W (2003), "Robust Nonparametric Estimation of Efficiency and Technical Change in U.S. Commercial Banking", *Working Paper* 2003-037A, <http://research.stouisfed.org/wp/2003/2003-037.pdf>.
- Wilson P.W. (2005), "Efficiency in Education among PISA Countries, with Emphasis on Transitioning Economies", *Unpublished working paper*, Department of Economics, University of Texas.
- Woodroffe M. (1970), "On Choosing a Delta-Sequence", *Ann. Math. Statist.* 41,1665-71.
- Worthington A.C. et Dollery B.E. (2000), "Productive Efficiency and the Australian Local Government Grants Process", *Australian Journal of Regional Studies* 6, 95-121.
- Yolalan O.R. (1990), "Efficiency Measurement and Data Envelopment Analysis", *Thèse*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, Québec.
- Zellner A., Kmenta J. et Dreze J. (1966), "Specification and Estimation of Cobb-Douglas Production Function Models", *Econometrica*, 784-795.
- Zhang S., Karunamuni R.J. et Jones M.C. (1999), "An Improved Estimator of the Density Function at the Boundary", *Journal of the American Statistical Association* 448, 1231-1241.
- Zhang S. et Karunamuni R.J. (1998), "On Kernel Density Estimation Near Endpoints", *Journal of Statistical Planning and Inference* 70, 301-316.
- Zhang S. et Karunamuni R.J. (2000), "On Nonparametric Density Estimation at the Boundary", *Nonparametric Statistics* 12, 197-221.
- Zhang X., King M.L. et Hyndman R.J. (2004), "Bandwidth Selection for Multivariate Kernel Density Estimation using MCMC", *Working Paper 09/04*, Monash University, Department of Econometrics and Business Statistics, Australia.
- Zieschang K.D. (1984), "An Extended Farrell Technical Efficiency Measure", *Journal of Economic Theory* 33, 387-396.

ANNEXES

Annexe 6.1

Les codes des lycées par Gouvernerat

| Code | Lycée par Gouvernerat |
|-------------------------------------|---|
| Gouvernerat de Tunis (11) | |
| L11104 | 1. Ecole Sadiki |
| L11204 | 2. L. Avenue 9 avril 1938 |
| L11304 | 3. L. Rue de Pacha |
| L11404 | 4. L. Aicha Bellagha (Rue de Marseille) |
| L11504 | 5. L. Rue de Russie |
| L11604 | 6. L. Pilote Bourguiba |
| L11704 | 7. L. Sportif Pierre de Cobertin |
| L11804 | 8. L. Bab El Khadra |
| L11904 | 9. L. El Ahd Eljadid Kabaria |
| L111004 | 10. L. Alaoui |
| L111104 | 11. L. Montfleury |
| L111204 | 12. L. 2/3/1934 El Ouerdia |
| L111304 | 13. L. Rue Imam Moslem |
| L111404 | 14. L. El Menzah 9 |
| L111504 | 15. L. El Omran |
| L111604 | 16. L. Khaznadar |
| L111704 | 17. L. du Bardo |
| L111804 | 18. L. 7/11/1987 Bardo |
| L111904 | 19. L. Rue 2/3/1934 La Goulette |
| L112004 | 20. L. Jbel Jeloud |
| L112104 | 21. L. Sijoumi |
| L112204 | 22. L. Cité du Parc Tunis |
| L112304 | 23. L. Ibn Khaldoun Tunis |
| L112404 | 24. L. Carthage Hannibal |
| L112504 | 25. L. Carthage Présidence |
| L112604 | 26. L. Ezzahrouni |
| L112704 | 27. L. du Kram |
| Gouvernerat de l'Ariana (12) | |
| L122804 | 28. L. Kalaat El Andalous |
| L122904 | 29. L. Sidi Thabet |
| L123004 | 30. L. El Wafa Route Raouad |
| L123104 | 31. L. El Menzah 6 |
| L123204 | 32. L. Kheireddine |
| L123304 | 33. L. Hannibal |
| L123404 | 34. L. Rue El Attarine |
| L123504 | 35. L. Pilote Ariana |
| L123604 | 36. L. Echebbi Cité Ettadhamen |
| L123704 | 37. L. H.H. Abdelwaheb |
| L123804 | 38. L. Rafaha |
| Gouvernerat de Manouba (15) | |
| L153904 | 39. L. Ibn Dhiyf Manouba |
| L154004 | 40. L. Hamouda Pacha |
| L154104 | 41. L. Assad Ibn Fourat |
| L154204 | 42. L. Echabeb Douar Hicher |

| | |
|--------------------------------------|--|
| L154304 | 43. L. Hannibal Tebourba (L. Tebourba) |
| L154404 | 44. L. Route Chouigui |
| L154504 | 45. L. Ibn Arafa Jedeida |
| L154604 | 46. L. Farabi Mornaguia |
| Gouvernerat de Ben Arous (13) | |
| L134704 | 47. L. Ibn Mandhour Medina Jedida |
| L134804 | 48. L. El Mourouj 1 |
| L134904 | 49. L. El Mourouj 4 |
| L135004 | 50. L. Ben Arous |
| L135104 | 51. L. Hammam-Lif |
| L135204 | 52. L. Ibn Rachik Ezzahra |
| L135304 | 53. L. Borj Cedria |
| L135404 | 54. L. Farhat Hached Rades |
| L135504 | 55. L. Ibn Khaldoun Rades |
| L135604 | 56. L. Cité Essalem Boumhel |
| L135704 | 57. L. Rue Taha H'sine Megrine |
| L135804 | 58. L. Mornag |
| L135904 | 59. L. 7/11/87 M'Hamdia |
| L136004 | 60. L. Cité El Amal Fouchana |
| Gouvernerat de Zaghouan (14) | |
| L146104 | 61. L. Sliman Ben Sliman Zaghouan (L. Zaghouane) |
| L146204 | 62. L. Cité Ennozha Zaghouan |
| L146304 | 63. L. Ibn Charaf Zriba (L. Zriba) |
| L146404 | 64. L. Ibn Rachiq Bir M'Charga (L. Bir M'Charga) |
| L146504 | 65. L. El Farabi El Fahs |
| L146604 | 66. L. Mahmoud Messaidi El Fahs (L. El Fahs) |
| L146704 | 67. L. Ibn Charaf Ennadhhour (L. Ennadhhour) |
| Gouvernerat de Bizerte (21) | |
| L216804 | 68. L. Habib Thameur |
| L216904 | 69. L. Farhat Hached |
| L217004 | 70. L. Rue Bach Hamba |
| L217104 | 71. L. 7/11/87 Bizerte |
| L217204 | 72. L. Sejnane |
| L217304 | 73. L. Bazina |
| L217404 | 74. L. Mateur |
| L217504 | 75. L. Route Tabarka Mateur |
| L217604 | 76. L. Menzel Bourguiba |
| L217704 | 77. L. Ibn Sina |
| L217804 | 78. L. Mohamed Ali Annabi |
| L217904 | 79. L. Menzel Jemil |
| L218004 | 80. L. El Canal |
| L218104 | 81. L. 7/11/87 El Alia |
| Gouvernerat de Béja (31) | |
| L318204 | 82. L. Ibn Mandhour M'Zara Béja |
| L318304 | 83. L. Avenue de l'Environnement |
| L318404 | 84. L. 2/3/34 Béja |
| L318504 | 85. L. Ibn Haithem Béja |
| L318604 | 86. L. Omar Kalcheni |
| L318704 | 87. L. Bechir Sfar Amdoun |
| L318804 | 88. L. Tahar Ben Achour Nefza |

| | |
|--------------------------------------|---|
| L318904 | 89. L. El Ahd Jadid Tibar |
| L319004 | 90. L. Ibn Abi Dhiyf Teboursouk |
| L319104 | 91. L. 2/3/34 Goubellat |
| L319204 | 92. L. Abou El Kacem Echabbi M'Jez El Bab |
| L319304 | 93. L. Ibn El Baytar |
| L319404 | 94. L. Ibn Zeidoun Testour |
| Gouvernerat de Jendouba (32) | |
| L329504 | 95. L. El Ahd El Jadid Jendouba |
| L329604 | 96. L. 9/4/38 Jendouba |
| L329704 | 97. L. Avenue El Horria Jendouba |
| L329804 | 98. L. Khemais El Hajri |
| L329904 | 99. L. Bou Salem |
| L3210004 | 100. L. Avenue El Biaa Bou Salem |
| L3210104 | 101. L. 2/3/34 Tabarka |
| L3210204 | 102. L. Tabarka |
| L3210304 | 103. L. Ain Drahem |
| L3210404 | 104. L. Fernana |
| L3210504 | 105. L. Excellence Oued Melliz |
| L3210604 | 106. L. Ghar Dimaou |
| L3210704 | 107. L. Abou El Kacem Echabbi Ghar Dimaou |
| Gouvernerat de Siliana (42) | |
| L4210804 | 108. L. 2/3/34 Siliana |
| L4210904 | 109. L. Ibn Khaldoun Siliana |
| L4211004 | 110. L. Bargou |
| L4211104 | 111. L. Bouarada |
| L4211204 | 112. L. Gaafour |
| L4211304 | 113. L. Avenue 7/11/87 Gaafour |
| L4211404 | 114. L. El Krib |
| L4211504 | 115. L. Makthar |
| L4211604 | 116. L. Avenue Farhat Hached Makther |
| L4211704 | 117. L. Rouhia |
| L4211804 | 118. L. Cité Hayet Sidi Bou Rouis |
| L4211904 | 119. L. Avenue 7/11/87 Kesra |
| Gouvernerat du Kef (41) | |
| L4112004 | 120. L. Rue Ahmed Amara le Kef |
| L4112104 | 121. L. Avenue Mongi Slim |
| L4112204 | 122. L. Pilote du Kef |
| L4112304 | 123. L. 2/3/34 Le Kef |
| L4112404 | 124. L. Nebeur |
| L4112504 | 125. L. 8/2/58 Sakiet Sidi Yousef |
| L4112604 | 126. L. Tajerouine |
| L4112704 | 127. L. Jerissa |
| L4112804 | 128. L. Kalaate Senan |
| L4112904 | 129. L. Kalaa El Khasba |
| L4113004 | 130. L. Habib Bourguiba Dahmani |
| L4113104 | 131. L. El Ksour |
| L4113204 | 132. L. Sers |
| Gouvernerat de Kasserine (43) | |
| L4313304 | 133. L. El Kassrine |
| L4313404 | 134. L. 2/3/34 Kasserine |

| | |
|--|--|
| L4313504 | 135. L. Echabbi Kasserine |
| L4313604 | 136. L. Cité El Manar Kasserine |
| L4313704 | 137. L. Sbitla |
| L4313804 | 138. L. El Athar Sbitla |
| L4313904 | 139. L. Sbiba |
| L4314004 | 140. L. Jedliane |
| L4314104 | 141. L. Thala |
| L4314204 | 142. L. Ibn Charaf Thala |
| L4314304 | 143. L. Feriana |
| L4314404 | 144. L. Foussana |
| L4314504 | 145. L. Majel Bel Abbas |
| Gouvernerat de Sidi Bouzid (51) | |
| L5114604 | 146. L. Sidi Bouzid |
| L5114704 | 147. L. 9 Avril 1938 |
| L5114804 | 148. L. Ibn Khaldoun |
| L5114904 | 149. L. Lessouda |
| L5115004 | 150. L. 2/3/34 Sidi Bouzid |
| L5115104 | 151. L. Jelma |
| L5115204 | 152. L. Essabbala |
| L5115304 | 153. L. Bir H'Fay |
| L5115404 | 154. L. Sidi Ali Ben Aoun |
| L5115504 | 155. L. Menzel Bouzaiene |
| L5115604 | 156. L. Mknassi |
| L5115704 | 157. L. Ibn Rochd Mknassi |
| L5115804 | 158. L. Mazzouna |
| L5115904 | 159. L. Ouled Haffouz |
| L5116004 | 160. L. Regueb |
| L5116104 | 161. L. Tahar Haddad Regueb |
| Gouvernerat de Gafsa (52) | |
| L5216204 | 162. L. H. Bouzaiene Gafsa |
| L5216304 | 163. L. A. Snoussi Gafsa |
| L5216404 | 164. L. Cité des Jeunes |
| L5216504 | 165. L. Pilote Gafsa |
| L5216604 | 166. L. Ahmed Tlili Gafsa Ksar |
| L5216704 | 167. L. 7/11/87 Ksar Gafsa |
| L5216804 | 168. L. 2/3/34 Redeyef |
| L5216904 | 169. L. Route Gafsa Metlaoui |
| L5217004 | 170. L. 7/11/87 Metlaoui |
| L5217104 | 171. L. El Guetar |
| L5217204 | 172. L. 7/11/87 El Guetar |
| L5217304 | 173. L. Sned |
| L5217404 | 174. L. Om Laraes |
| L5217504 | 175. L. M'Dhilla |
| Gouvernerat de Tozeur (53) | |
| L5317604 | 176. L. Abou Kacem Echabbi Tozeur |
| L5317704 | 177. L. Imtiaz Tozeur (Route Ennaflette) |
| L5317804 | 178. L. 2/3/34 Degueche |
| L5317904 | 179. L. Nafta |
| Gouvernerat de Kébili (61) | |
| L6118004 | 180. L. Rue Ibn Sina Kébili |

| | |
|--------------------------------------|--|
| L6118104 | 181. L. Ibn El Jazzar |
| L6118204 | 182. L. Ibn Khaldoun Tombar |
| L6118304 | 183. L. Ibn Mandhour |
| L6118404 | 184. L. Kheireddine Janoura (L. Janoura) |
| L6118504 | 185. L. El Intiaz Douz |
| L6118604 | 186. L. 7/11/87 Douz |
| L6118704 | 187. L. El Ahd El Jedid Douz |
| L6118804 | 188. L. El Ahd El Jedid El Faouar |
| L6118904 | 189. L. Menchia |
| L6119004 | 190. L. Ibn Haithem Souk Lahad |
| Gouvernerat de Tataouine (62) | |
| L6219104 | 191. L. Cité El Mahrajene Tataouine |
| L6219204 | 192. L. Cité 7/11/87 Tataouine |
| L6219304 | 193. L. Cité Broumet Tataouine |
| L6219404 | 194. L. de Tataouine |
| L6219504 | 195. L. Errogba Tataouine |
| L6219604 | 196. L. 2/3/34 Ghomrassen |
| L6219704 | 197. L. de Remada |
| L6219804 | 198. L. Essamar |
| L6219904 | 199. L. Bir Lahmar |
| Gouvernerat de Médenine (63) | |
| L6320004 | 200. L. de Médnine |
| L6320104 | 201. L. Route de Gabès |
| L6320204 | 202. L. 7/11/87 Médnine |
| L6320304 | 203. L. Ibn Sina Route Tataouine |
| L6320404 | 204. L. Sidi Makhlouf |
| L6320504 | 205. L. Beni Khedache |
| L6320604 | 206. L. 7/11/87 Ben Guerdane |
| L6320704 | 207. L. Ben Guerdane |
| L6320804 | 208. L. Ibn Rochd Zarzis |
| L6320904 | 209. L. Zarsis |
| L6321004 | 210. L. 2/3/34 Zarsis |
| L6321104 | 211. L. Houmet Essouk |
| L6321204 | 212. L. 7/11/87 Houmet Essouk |
| L6321304 | 213. L. Ajim Jerba |
| L6321404 | 214. L. de Midoune Jerba |
| L6321504 | 215. L. El May Jerba |
| Gouvernerat de Gabès (64) | |
| L6421604 | 216. L. Avenue de la République Gabès |
| L6421704 | 217. L. Cité Manara Gabès |
| L6421804 | 218. L. Echabbi Gabès |
| L6421904 | 219. L. Abou Loubaba |
| L6422004 | 220. L. Oasis Chenini Gabès |
| L6422104 | 221. L. 7/11/87 Metouia |
| L6422204 | 222. L. Mohamed Ali El Hamma |
| L6422304 | 223. L. Tahar Hadded El Hamma |
| L6422404 | 224. L. Somabat |
| L6422504 | 225. L. Matmata Nouvelle |
| L6422604 | 226. L. Mareth |
| L6422704 | 227. L. Argoub Mareth |

| Gouvernerat de Sfax (71) | |
|-------------------------------------|---|
| L7122804 | 228. L. 20/3/56 Sfax |
| L7122904 | 229. L. Cité El Habib Sfax |
| L7123004 | 230. L. Mahmoud Megdiche Sfax |
| L7123104 | 231. L. Abou Hassen Laghmi (L. Route Soukra Sfax) |
| L7123204 | 232. L. Hedi Chaker Sfax |
| L7123304 | 233. L. Mejida Boulila |
| L7123404 | 234. L. 9 Avril 1938 Sfax |
| L7123504 | 235. L. 7/11/87 Sfax |
| L7123604 | 236. L. 15/11/1955 Sfax |
| L7123704 | 237. L. Mohamed Ali Sfax |
| L7123804 | 238. L. Habib Maazoune Sfax |
| L7123904 | 239. L. Pilote Sfax |
| L7124004 | 240. L. Habib Thameur Sfax |
| L7124104 | 241. L. Mongi Slim |
| L7124204 | 242. L. Abou El Kacem Echebbi Chihia |
| L7124304 | 243. L. 25/7/57 Sakiet Ezzit |
| L7124404 | 244. L. 18/1/52 Jebeniana |
| L7124504 | 245. L. Hazag |
| L7124604 | 246. L. 7/11/87 El Amra |
| L7124704 | 247. L. El Hancha |
| L7124804 | 248. L. Menzel Chaker |
| L7124904 | 249. L. 7/11/87 Bir Ali Ben Khelifa |
| L7125004 | 250. L. Bir Ali Ben Khelifa |
| L7125104 | 251. L. Ahd Jedid Skhira |
| L7125204 | 252. L. Ali Bourguiba El Mahres |
| L7125304 | 253. L. Agareb |
| L7125404 | 254. L. Farhat Hached Kerkena |
| Gouvernerat de Mahdia (82) | |
| L8225504 | 255. L. Ibn Sina Mahdia |
| L8225604 | 256. L. Tahar Sfar Mahdia |
| L8225704 | 257. L. Rejiche |
| L8225804 | 258. L. Souassi |
| L8225904 | 259. L. Boumerdes |
| L8226004 | 260. L. Chorbane |
| L8226104 | 261. L. Hebira |
| L8226204 | 262. L. El Jem |
| L8226304 | 263. L. Mellouleche |
| L8226404 | 264. L. Abou El Kacem Echebbi la Chebba |
| L8226504 | 265. L. Ksour Essef |
| L8226604 | 266. L. Sidi Alouane |
| L8226704 | 267. L. Ouled Chamekh |
| Gouvernerat de Kairouan (81) | |
| L8126804 | 268. L. Okba Ibn Nafaa Kairouan |
| L8126904 | 269. L. Ibn Rachik Kairouan |
| L8127004 | 270. L. Rakkada Kairouan |
| L8127104 | 271. L. Ibn El Jazzar Kairouan |
| L8127204 | 272. L. Dar El Amen Kairouan |
| L8127304 | 273. L. Rue Ibn Arafa Chebika |
| L8127404 | 274. L. Sbikha |

| | |
|-------------------------------------|---|
| L8127504 | 275. L. Ibn Khaldoun Ouslatia |
| L8127604 | 276. L. Oueslatia |
| L8127704 | 277. L. El Ala |
| L8127804 | 278. L. Haffouz |
| L8127904 | 279. L. Ali Zouaoui Hajeb El Ayoun |
| L8128004 | 280. L. 7/11/87 Nasralla (L. Route Menzel Mehiri Nasrallah) |
| L8128104 | 281. L. Nasrallah |
| L8128204 | 282. L. Menzel Mehiri |
| L8128304 | 283. L. Bouhajla |
| L8128404 | 284. L. Cherarda |
| Gouvernerat de Monastir (83) | |
| L8328504 | 285. L. Avenue Fattouma Bourguiba Monastir |
| L8328604 | 286. L. Bourguiba Monastir |
| L8328704 | 287. L. Khniss |
| L8328804 | 288. L. Ksibet El Mediouni |
| L8328904 | 289. L. 7/11/87 Ouardanine (L. Ouardanine) |
| L8329004 | 290. L. 7/11/87 Sahline |
| L8329104 | 291. L. 7/11/87 Zeramdine |
| L8329204 | 292. L. Beni Hassen |
| L8329304 | 293. L. Jammel |
| L8329404 | 294. L. Ali Bourguiba Bembla |
| L8329504 | 295. L. Said Abi Baker Moknine |
| L8329604 | 296. L. 7/11/87 Moknine |
| L8329704 | 297. L. Bekalta |
| L8329804 | 298. L. Teboulba |
| L8329904 | 299. L. 2/3/34 Ksar Hellal |
| L8330004 | 300. L. Cité Erriadh 2 Ksar Hellal |
| L8330104 | 301. L. 7/11/87 Sayada (L. Sayada) |
| Gouvernerat de Sousse (84) | |
| L8430204 | 302. L. Sousse (Sousse El Medina) |
| L8430304 | 303. L. Pilote M'Hamed Maarouf Sousse |
| L8430404 | 304. L. 2/3/34 Sousse |
| L8430504 | 305. L. Avenue Tahar Sfar Sousse |
| L8430604 | 306. L. Abdellaziz El Bahi Sousse |
| L8430704 | 307. L. Jawhara Sousse (L. Avenue Errayed El Bejaoui) |
| L8430804 | 308. L. Cité Erriadh Sousse |
| L8430904 | 309. L. Ibn Rochd Cité Erriadh (L. Cité Erriadh 5) |
| L8431004 | 310. L. Hammam Sousse |
| L8431104 | 311. L. Salem Ben Hmida Akouda |
| L8431204 | 312. L. Ali Bourguiba Kalaa Kbira |
| L8431304 | 313. L. Sidi Bou Ali |
| L8431404 | 314. L. Cité Errommana Kalaa Sguira |
| L8431504 | 315. L. Othman Chatti M'Saken |
| L8431604 | 316. L. Farhat Hached M'Saken |
| L8431704 | 317. L. Enfidha |
| Gouvernerat de Nabeul (91) | |
| L9131804 | 318. L. Mahmoud Messaidi Nabeul |
| L9131904 | 319. L. Korba |
| L9132004 | 320. L. Rue Taib El Mhiri Menzel Temime |
| L9132104 | 321. L. Rue Andalous Menzel Temime |

| | |
|----------|--|
| L9132204 | 322. L. Abdelaziz Khouja Kelibia (L. de Kelibia) |
| L9132304 | 323. L. Cité Boustane Kelibia |
| L9132404 | 324. L. Bourguiba Hammem El Laghazaz (L. Hammem El Laghazaz) |
| L9132504 | 325. L. El Haouaria |
| L9132604 | 326. L. 7/11/87 Menzel Bouzelfa |
| L9132704 | 327. L. Route de la Plage Slimane |
| L9132804 | 328. L. Takelsa |
| L9132904 | 329. L. Grombalia |
| L9133004 | 330. L. Bouargoub |
| L9133104 | 331. L. Beni Khia |
| L9133204 | 332. L. Mohamed Bouthina de Hammet (L. de Hammamet) |

Annexe 6.2

Analyse de l'efficacité

Tableau 6.2.1 : Les résultats des simulations du *bootstrap homogène* du modèle 1

| DMU | $\hat{\theta}_j$ | $\widehat{Biais}_b(\hat{\theta}_j)$ | $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_j}$ | r_j | $\hat{\hat{\theta}}_j$ | 95 % conf. int. | |
|--------|------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------|------------------------|-----------------|----------|
| L116 | 1 | -0,00016 | 0,001591 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L117 | 0,834441 | 0,128114 | 0,051731 | 2,044437 | 0,706328 | 0,668883 | 0,838665 |
| L1115 | 0,932966 | 0,016421 | 0,059692 | 0,025226 | 0,932966 | 0,865932 | 1,020763 |
| L1235 | 0,782581 | 0,183027 | 0,046472 | 5,170396 | 0,599554 | 0,565162 | 0,690202 |
| L1543 | 1 | -0,02927 | 0,047098 | 0,128723 | 1 | 1 | 1,131736 |
| L1461 | 0,817183 | 0,115815 | 0,0671 | 0,993028 | 0,817183 | 0,634365 | 0,830658 |
| L1462 | 0,798161 | 0,127139 | 0,063729 | 1,326652 | 0,671023 | 0,596323 | 0,801716 |
| L1464 | 0,897658 | 0,051329 | 0,062411 | 0,225465 | 0,897658 | 0,795316 | 0,984905 |
| L1466 | 0,9265 | 0,010917 | 0,065377 | 0,009295 | 0,9265 | 0,853 | 1,043014 |
| L1467 | 0,725834 | 0,219912 | 0,059573 | 4,542254 | 0,505922 | 0,451668 | 0,63271 |
| L2171 | 0,837941 | 0,105866 | 0,062697 | 0,950399 | 0,837941 | 0,675882 | 0,857883 |
| L2172 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L2173 | 0,946722 | 0,008841 | 0,065452 | 0,006082 | 0,946722 | 0,893444 | 1,091655 |
| L2174 | 1 | -0,01818 | 0,039657 | 0,070087 | 1 | 1 | 1,110573 |
| L2176 | 1 | -0,02204 | 0,043931 | 0,083865 | 1 | 1 | 1,115469 |
| L2177 | 0,873208 | 0,076906 | 0,06423 | 0,477894 | 0,873208 | 0,746416 | 0,954552 |
| L2178 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L3184 | 0,787594 | 0,144895 | 0,067291 | 1,545512 | 0,642699 | 0,575188 | 0,777733 |
| L3186 | 0,845195 | 0,083321 | 0,059568 | 0,652172 | 0,845195 | 0,69039 | 0,877581 |
| L3187 | 1 | -0,01326 | 0,02964 | 0,066696 | 1 | 1 | 1,088979 |
| L3188 | 0,959631 | -0,01189 | 0,066777 | 0,010561 | 0,959631 | 0,919263 | 1,115269 |
| L3189 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L3190 | 0,832805 | 0,099377 | 0,070561 | 0,661184 | 0,832805 | 0,665611 | 0,883586 |
| L3191 | 1 | -0,01971 | 0,037362 | 0,092796 | 1 | 1 | 1,113345 |
| L3192 | 0,795047 | 0,132055 | 0,062697 | 1,47874 | 0,662992 | 0,590093 | 0,784237 |
| L3193 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L3194 | 0,874363 | 0,077185 | 0,058021 | 0,589893 | 0,874363 | 0,748727 | 0,912247 |
| L3295 | 0,891439 | 0,061034 | 0,054816 | 0,413246 | 0,891439 | 0,782878 | 0,940636 |
| L3296 | 1 | -0,01374 | 0,034993 | 0,051412 | 1 | 1 | 1,10935 |
| L3297 | 0,899345 | 0,036551 | 0,059262 | 0,126798 | 0,899345 | 0,79869 | 0,965799 |
| L3299 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L32100 | 0,899071 | 0,053817 | 0,069419 | 0,200336 | 0,899071 | 0,798141 | 1,001234 |
| L32101 | 0,853951 | 0,095369 | 0,060099 | 0,839376 | 0,853951 | 0,707902 | 0,888063 |
| L32102 | 0,882123 | 0,053955 | 0,064531 | 0,233026 | 0,882123 | 0,764245 | 0,948302 |
| L32103 | 0,897146 | 0,051019 | 0,059774 | 0,242843 | 0,897146 | 0,794291 | 0,981489 |
| L32104 | 0,912722 | 0,050775 | 0,049775 | 0,346864 | 0,912722 | 0,825444 | 0,97227 |
| L32105 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L32106 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42108 | 0,949955 | -0,00439 | 0,060453 | 0,001757 | 0,949955 | 0,89991 | 1,073025 |
| L42109 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42110 | 1 | 1,11E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42111 | 0,852001 | 0,091437 | 0,060898 | 0,751464 | 0,852001 | 0,704003 | 0,895201 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42112 | 0,872323 | 0,071874 | 0,064154 | 0,418378 | 0,872323 | 0,744645 | 0,921798 |
| L42114 | 0,976285 | -0,01918 | 0,055515 | 0,039789 | 0,976285 | 0,95257 | 1,117378 |
| L42115 | 1 | 1,11E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42117 | 0,944843 | 0,01209 | 0,059652 | 0,013692 | 0,944843 | 0,889686 | 1,051605 |
| L42118 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42119 | 1 | -2,2E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L41120 | 0,856296 | 0,085777 | 0,061493 | 0,648592 | 0,856296 | 0,712592 | 0,901349 |
| L41121 | 0,86558 | 0,078586 | 0,05749 | 0,622853 | 0,86558 | 0,73116 | 0,889087 |
| L41122 | 0,832825 | 0,131282 | 0,056191 | 1,819517 | 0,701543 | 0,665649 | 0,830777 |
| L41123 | 0,913382 | 0,041343 | 0,062852 | 0,144228 | 0,913382 | 0,826764 | 0,992786 |
| L41124 | 0,853976 | 0,089051 | 0,068665 | 0,560651 | 0,853976 | 0,707953 | 0,911232 |
| L41125 | 1 | -0,02173 | 0,04547 | 0,076108 | 1 | 1 | 1,139288 |
| L41126 | 0,895857 | 0,013897 | 0,066405 | 0,014599 | 0,895857 | 0,79207 | 0,99405 |
| L41127 | 0,95482 | 0,00056 | 0,058689 | 3,04E-05 | 0,95482 | 0,90964 | 1,08643 |
| L41128 | 0,851231 | 0,08762 | 0,067059 | 0,569068 | 0,851231 | 0,702462 | 0,886799 |
| L41129 | 1 | -0,01347 | 0,030366 | 0,065605 | 1 | 1 | 1,099598 |
| L41130 | 0,862208 | 0,092073 | 0,060331 | 0,776361 | 0,862208 | 0,724416 | 0,929008 |
| L41131 | 0,952568 | 0,006062 | 0,05605 | 0,003899 | 0,952568 | 0,905136 | 1,0572 |
| L41132 | 0,853083 | 0,082902 | 0,069403 | 0,475601 | 0,853083 | 0,706167 | 0,930083 |
| L43133 | 0,820019 | 0,11391 | 0,071314 | 0,850458 | 0,820019 | 0,640039 | 0,844511 |
| L43134 | 0,748963 | 0,197363 | 0,057338 | 3,949302 | 0,551601 | 0,497927 | 0,63988 |
| L43137 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L43139 | 0,960045 | -0,00908 | 0,059486 | 0,007773 | 0,960045 | 0,920089 | 1,091019 |
| L43140 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L43141 | 0,940789 | 0,015024 | 0,050904 | 0,029037 | 0,940789 | 0,881578 | 1,016737 |
| L43142 | 0,946769 | -0,01573 | 0,06015 | 0,022801 | 0,946769 | 0,893538 | 1,062109 |
| L43143 | 0,998128 | -0,0433 | 0,063288 | 0,156012 | 0,998128 | 0,996257 | 1,177121 |
| L43144 | 0,9894 | -0,03369 | 0,05582 | 0,121442 | 0,9894 | 0,9788 | 1,146242 |
| L43145 | 1 | 1,11E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L51146 | 0,996937 | -0,02963 | 0,050291 | 0,115743 | 0,996937 | 0,993874 | 1,148646 |
| L51147 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L51149 | 1 | -0,01171 | 0,034041 | 0,039414 | 1 | 1 | 1,097904 |
| L51150 | 0,862228 | 0,072972 | 0,085337 | 0,243735 | 0,862228 | 0,724456 | 0,988855 |
| L51151 | 1 | -0,01353 | 0,033526 | 0,054272 | 1 | 1 | 1,081456 |
| L51152 | 0,888831 | 0,060087 | 0,06046 | 0,329236 | 0,888831 | 0,777662 | 0,950096 |
| L51153 | 0,863885 | 0,091258 | 0,057144 | 0,850122 | 0,863885 | 0,727771 | 0,894677 |
| L51154 | 0,853551 | 0,092737 | 0,058148 | 0,847845 | 0,853551 | 0,707103 | 0,885254 |
| L51155 | 0,960813 | -0,00271 | 0,056177 | 0,000774 | 0,960813 | 0,921626 | 1,08735 |
| L51156 | 0,944876 | 0,017678 | 0,053308 | 0,036656 | 0,944876 | 0,889752 | 1,051828 |
| L51158 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L51159 | 0,86721 | 0,060399 | 0,067025 | 0,270688 | 0,86721 | 0,73442 | 0,956963 |
| L51160 | 0,897529 | 0,061967 | 0,051467 | 0,483204 | 0,897529 | 0,795059 | 0,945139 |
| L51161 | 1 | -0,00052 | 0,00459 | 0,004245 | 1 | 1 | 1 |
| L52162 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L52163 | 1 | -0,00036 | 0,003245 | 0,004143 | 1 | 1 | 1 |
| L52164 | 0,959961 | 0,011002 | 0,047425 | 0,01794 | 0,959961 | 0,919922 | 1,071877 |
| L52165 | 0,9289 | 0,036368 | 0,048871 | 0,184588 | 0,9289 | 0,857801 | 1,014041 |
| L52168 | 0,90945 | 0,03411 | 0,061726 | 0,101792 | 0,90945 | 0,818899 | 0,994021 |
| L52171 | 0,841527 | 0,099041 | 0,064428 | 0,787685 | 0,841527 | 0,683055 | 0,868302 |
| L52173 | 1 | -0,03121 | 0,045664 | 0,155713 | 1 | 1 | 1,134805 |
| L53178 | 1 | -0,00339 | 0,016142 | 0,014673 | 1 | 1 | 1,031279 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L53179 | 1 | -0,00031 | 0,002218 | 0,006537 | 1 | 1 | 1 |
| L61180 | 1 | -0,0014 | 0,006746 | 0,014328 | 1 | 1 | 1,007019 |
| L61181 | 0,958822 | 0,012847 | 0,050438 | 0,021624 | 0,958822 | 0,917644 | 1,058931 |
| L61183 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L61185 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L61186 | 1 | -0,02375 | 0,038313 | 0,128085 | 1 | 1 | 1,112945 |
| L61188 | 1 | -0,02715 | 0,053421 | 0,086101 | 1 | 1 | 1,15569 |
| L62192 | 0,71656 | 0,224969 | 0,06196 | 4,394387 | 0,491591 | 0,43312 | 0,621845 |
| L62194 | 0,969579 | -0,01803 | 0,061598 | 0,028571 | 0,969579 | 0,939159 | 1,094519 |
| L62196 | 1 | -0,03119 | 0,049125 | 0,134339 | 1 | 1 | 1,122497 |
| L62197 | 0,866701 | 0,092698 | 0,051539 | 1,078323 | 0,774002 | 0,733401 | 0,884873 |
| L62198 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L63200 | 1 | 2,22E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L63202 | 1 | -0,03343 | 0,051922 | 0,138164 | 1 | 1 | 1,157248 |
| L63204 | 0,844859 | 0,109009 | 0,06799 | 0,856865 | 0,844859 | 0,689717 | 0,884667 |
| L63205 | 0,87231 | 0,06071 | 0,07021 | 0,249232 | 0,87231 | 0,744619 | 0,946501 |
| L63207 | 1 | -0,01479 | 0,031813 | 0,072032 | 1 | 1 | 1,083705 |
| L63209 | 1 | -0,02868 | 0,048368 | 0,117194 | 1 | 1 | 1,13666 |
| L63211 | 0,885024 | 0,078585 | 0,056616 | 0,642216 | 0,885024 | 0,770048 | 0,945586 |
| L63214 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L64218 | 0,885837 | 0,048317 | 0,060645 | 0,211583 | 0,885837 | 0,771675 | 0,945144 |
| L64222 | 0,979332 | -0,0304 | 0,062029 | 0,08005 | 0,979332 | 0,958665 | 1,148407 |
| L64224 | 1 | -0,01875 | 0,043506 | 0,061891 | 1 | 1 | 1,15109 |
| L64225 | 0,884319 | 0,068442 | 0,059086 | 0,447247 | 0,884319 | 0,768638 | 0,938418 |
| L64226 | 1 | -0,01296 | 0,031404 | 0,056729 | 1 | 1 | 1,098866 |
| L64227 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71228 | 0,885749 | 0,065232 | 0,061107 | 0,379857 | 0,885749 | 0,771498 | 0,942203 |
| L71233 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71235 | 1 | -0,00063 | 0,006318 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L71239 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71244 | 0,902299 | 0,038957 | 0,06848 | 0,107876 | 0,902299 | 0,804598 | 0,999329 |
| L71247 | 0,874242 | 0,059856 | 0,069359 | 0,248245 | 0,874242 | 0,748484 | 0,941405 |
| L71248 | 1 | -0,00219 | 0,012962 | 0,009494 | 1 | 1 | 1,003486 |
| L71249 | 1 | -0,0209 | 0,044826 | 0,072492 | 1 | 1 | 1,137025 |
| L71250 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71251 | 0,879983 | 0,091062 | 0,042087 | 1,56047 | 0,788921 | 0,759965 | 0,891392 |
| L71252 | 0,969126 | -0,01268 | 0,054749 | 0,017888 | 0,969126 | 0,938251 | 1,088648 |
| L71253 | 0,881071 | 0,050213 | 0,070778 | 0,167774 | 0,881071 | 0,762143 | 0,967714 |
| L71254 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L82255 | 0,845153 | 0,101496 | 0,064915 | 0,814862 | 0,845153 | 0,690305 | 0,89128 |
| L82258 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L82259 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L82260 | 0,844793 | 0,104632 | 0,061633 | 0,960704 | 0,844793 | 0,689585 | 0,868675 |
| L82261 | 1 | -0,00923 | 0,025351 | 0,04421 | 1 | 1 | 1,083296 |
| L82262 | 0,833589 | 0,076556 | 0,067259 | 0,431845 | 0,833589 | 0,667178 | 0,882027 |
| L82264 | 0,944978 | 0,019501 | 0,054475 | 0,042716 | 0,944978 | 0,889956 | 1,057542 |
| L82265 | 1 | -0,0306 | 0,047302 | 0,139518 | 1 | 1 | 1,136488 |
| L82266 | 0,928364 | 0,024585 | 0,063462 | 0,050023 | 0,928364 | 0,856728 | 1,044385 |
| L82267 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L81270 | 0,928845 | -0,00156 | 0,06809 | 0,000175 | 0,928845 | 0,85769 | 1,051628 |
| L81272 | 0,882195 | 0,038696 | 0,068561 | 0,106186 | 0,882195 | 0,764391 | 0,976923 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81274 | 1 | -0,01531 | 0,040214 | 0,048305 | 1 | 1 | 1,118024 |
| L81275 | 0,916343 | 0,050265 | 0,050721 | 0,327374 | 0,916343 | 0,832685 | 0,965921 |
| L81276 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L81277 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L81278 | 0,928114 | 0,028897 | 0,057098 | 0,085377 | 0,928114 | 0,856229 | 1,023039 |
| L81279 | 0,940764 | 0,005959 | 0,057432 | 0,003588 | 0,940764 | 0,881528 | 1,041606 |
| L81281 | 0,90537 | 0,023301 | 0,075005 | 0,032169 | 0,90537 | 0,81074 | 1,025448 |
| L81283 | 0,954754 | 0,001455 | 0,056582 | 0,000221 | 0,954754 | 0,909509 | 1,076845 |
| L81284 | 0,943689 | 0,020325 | 0,053507 | 0,048096 | 0,943689 | 0,887379 | 1,049603 |
| L84303 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L84304 | 1 | -0,00289 | 0,016421 | 0,010343 | 1 | 1 | 1,00407 |
| L84305 | 0,857299 | 0,109842 | 0,055703 | 1,296143 | 0,747458 | 0,714598 | 0,876166 |
| L84312 | 1 | -0,0005 | 0,005005 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L84313 | 0,893922 | 0,062511 | 0,052989 | 0,463891 | 0,893922 | 0,787845 | 0,929357 |
| L84317 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91319 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91320 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91322 | 1 | -0,00071 | 0,004114 | 0,010058 | 1 | 1 | 1 |
| L91325 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91328 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91329 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91330 | 1 | -0,00029 | 0,002892 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |

Tableau 6.2.2 : Les résultats des simulations du *bootstrap hétérogène* du modèle 1

| DMU | $\hat{\theta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}_j)$ | $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_j}$ | r_j | $\hat{\theta}_j$ | 95 % conf. int. | |
|--------|------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------|------------------|-----------------|----------|
| L116 | 1 | -0,14804 | 0,116438 | 0,538842 | 1 | 1 | 1,343666 |
| L117 | 0,834441 | 0,163885 | 0,007854 | 145,1313 | 0,670557 | 0,668883 | 0,684991 |
| L1115 | 0,932966 | -0,07241 | 0,115727 | 0,130508 | 0,932966 | 0,865932 | 1,183798 |
| L1235 | 0,782581 | 0,197646 | 0,037119 | 9,450491 | 0,584935 | 0,565162 | 0,675467 |
| L1543 | 1 | -0,1299 | 0,109509 | 0,469048 | 1 | 1 | 1,284386 |
| L1461 | 0,817183 | 0,127568 | 0,067771 | 1,181082 | 0,689614 | 0,634365 | 0,822096 |
| L1462 | 0,798161 | 0,151903 | 0,074241 | 1,39546 | 0,646259 | 0,596323 | 0,829994 |
| L1464 | 0,897658 | 0,087066 | 0,036981 | 1,847621 | 0,810592 | 0,795316 | 0,897861 |
| L1466 | 0,9265 | 0,008642 | 0,081143 | 0,003781 | 0,9265 | 0,853 | 1,069146 |
| L1467 | 0,725834 | 0,172803 | 0,101393 | 0,968213 | 0,725834 | 0,451668 | 0,741052 |
| L2171 | 0,837941 | 0,056817 | 0,109614 | 0,089559 | 0,837941 | 0,675882 | 0,97882 |
| L2172 | 1 | -0,13521 | 0,111 | 0,494583 | 1 | 1 | 1,307084 |
| L2173 | 0,946722 | -0,0008 | 0,076684 | 3,62E-05 | 0,946722 | 0,893444 | 1,105945 |
| L2174 | 1 | -0,06976 | 0,081263 | 0,245651 | 1 | 1 | 1,236468 |
| L2176 | 1 | -0,09882 | 0,091947 | 0,385016 | 1 | 1 | 1,257492 |
| L2177 | 0,873208 | 0,039835 | 0,094644 | 0,05905 | 0,873208 | 0,746416 | 1,006322 |
| L2178 | 1 | -0,13295 | 0,117541 | 0,426451 | 1 | 1 | 1,30788 |
| L3184 | 0,787594 | 0,179632 | 0,058809 | 3,109948 | 0,607962 | 0,575188 | 0,746628 |
| L3186 | 0,845195 | 0,114717 | 0,058113 | 1,298938 | 0,730478 | 0,69039 | 0,85906 |
| L3187 | 1 | -0,03525 | 0,055424 | 0,13486 | 1 | 1 | 1,152939 |
| L3188 | 0,959631 | -0,05046 | 0,088511 | 0,108347 | 0,959631 | 0,919263 | 1,178287 |
| L3189 | 1 | -0,01225 | 0,032323 | 0,047853 | 1 | 1 | 1,108589 |
| L3190 | 0,832805 | 0,110996 | 0,073996 | 0,750021 | 0,832805 | 0,665611 | 0,883659 |
| L3191 | 1 | -0,0146 | 0,034206 | 0,060763 | 1 | 1 | 1,113221 |
| L3192 | 0,795047 | 0,132 | 0,082323 | 0,857011 | 0,795047 | 0,590093 | 0,817587 |
| L3193 | 1 | -0,02554 | 0,048974 | 0,090625 | 1 | 1 | 1,158629 |
| L3194 | 0,874363 | 0,079187 | 0,066891 | 0,467147 | 0,874363 | 0,748727 | 0,935885 |
| L3295 | 0,891439 | -0,01875 | 0,117615 | 0,008467 | 0,891439 | 0,782878 | 1,126538 |
| L3296 | 1 | -0,06737 | 0,077919 | 0,249211 | 1 | 1 | 1,20687 |
| L3297 | 0,899345 | 0,016696 | 0,09402 | 0,010511 | 0,899345 | 0,79869 | 1,077839 |
| L3299 | 1 | -0,15872 | 0,127607 | 0,515693 | 1 | 1 | 1,354908 |
| L32100 | 0,899071 | 0,029339 | 0,085733 | 0,039037 | 0,899071 | 0,798141 | 1,029609 |
| L32101 | 0,853951 | 0,068821 | 0,086219 | 0,212377 | 0,853951 | 0,707902 | 0,959757 |
| L32102 | 0,882123 | 0,041213 | 0,080451 | 0,087475 | 0,882123 | 0,764245 | 0,998464 |
| L32103 | 0,897146 | 0,003034 | 0,101037 | 0,000301 | 0,897146 | 0,794291 | 1,06934 |
| L32104 | 0,912722 | -0,04727 | 0,118942 | 0,052643 | 0,912722 | 0,825444 | 1,14511 |
| L32105 | 1 | -0,02476 | 0,045626 | 0,098171 | 1 | 1 | 1,139201 |
| L32106 | 1 | -0,1357 | 0,107561 | 0,530552 | 1 | 1 | 1,305786 |
| L42108 | 0,949955 | -0,04024 | 0,091873 | 0,06395 | 0,949955 | 0,89991 | 1,130657 |
| L42109 | 1 | -0,03766 | 0,057014 | 0,145417 | 1 | 1 | 1,155832 |
| L42110 | 1 | -0,01768 | 0,038545 | 0,07012 | 1 | 1 | 1,112494 |
| L42111 | 0,852001 | 0,096439 | 0,069603 | 0,63993 | 0,852001 | 0,704003 | 0,915675 |
| L42112 | 0,872323 | 0,098071 | 0,048764 | 1,348198 | 0,774252 | 0,744645 | 0,887366 |
| L42114 | 0,976285 | -0,01362 | 0,057057 | 0,018992 | 0,976285 | 0,95257 | 1,124218 |
| L42115 | 1 | -0,07181 | 0,085995 | 0,232463 | 1 | 1 | 1,24378 |
| L42117 | 0,944843 | 0,015558 | 0,060586 | 0,021981 | 0,944843 | 0,889686 | 1,074103 |
| L42118 | 1 | -0,00285 | 0,011312 | 0,021217 | 1 | 1 | 1,022435 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42119 | 1 | -0,0021 | 0,010611 | 0,013118 | 1 | 1 | 1 |
| L41120 | 0,856296 | 0,033947 | 0,107287 | 0,033373 | 0,856296 | 0,712592 | 0,99501 |
| L41121 | 0,86558 | 0,012263 | 0,107126 | 0,004368 | 0,86558 | 0,73116 | 1,028179 |
| L41122 | 0,832825 | 0,146976 | 0,038962 | 4,743337 | 0,685848 | 0,665649 | 0,777868 |
| L41123 | 0,913382 | 0,079696 | 0,021229 | 4,697862 | 0,833686 | 0,826764 | 0,882848 |
| L41124 | 0,853976 | 0,08485 | 0,070694 | 0,4802 | 0,853976 | 0,707953 | 0,917221 |
| L41125 | 1 | -0,069 | 0,081847 | 0,236937 | 1 | 1 | 1,230956 |
| L41126 | 0,895857 | 0,045764 | 0,075085 | 0,123828 | 0,895857 | 0,791714 | 0,997109 |
| L41127 | 0,95482 | 0,011205 | 0,058965 | 0,012037 | 0,95482 | 0,90964 | 1,082387 |
| L41128 | 0,851231 | 0,128367 | 0,041921 | 3,125512 | 0,722864 | 0,702462 | 0,835776 |
| L41129 | 1 | -0,00435 | 0,016669 | 0,022648 | 1 | 1 | 1,04404 |
| L41130 | 0,862208 | 0,002999 | 0,115924 | 0,000223 | 0,862208 | 0,724416 | 1,051566 |
| L41131 | 0,952568 | 0,035981 | 0,029733 | 0,48814 | 0,952568 | 0,905136 | 0,99346 |
| L41132 | 0,853083 | 0,063614 | 0,08856 | 0,171991 | 0,853083 | 0,706167 | 0,957034 |
| L43133 | 0,820019 | 0,054522 | 0,105802 | 0,088518 | 0,820019 | 0,640039 | 0,952574 |
| L43134 | 0,748963 | 0,201483 | 0,06822 | 2,907625 | 0,54748 | 0,497927 | 0,675446 |
| L43137 | 1 | -0,14978 | 0,121218 | 0,508931 | 1 | 1 | 1,329479 |
| L43139 | 0,960045 | -0,06319 | 0,097899 | 0,138886 | 0,960045 | 0,920089 | 1,18995 |
| L43140 | 1 | -0,03145 | 0,045019 | 0,162711 | 1 | 1 | 1,128128 |
| L43141 | 0,940789 | 0,042219 | 0,039201 | 0,386632 | 0,940789 | 0,881578 | 0,996612 |
| L43142 | 0,946769 | 0,009409 | 0,057322 | 0,008982 | 0,946769 | 0,893538 | 1,053565 |
| L43143 | 0,998128 | -0,10207 | 0,102469 | 0,330722 | 0,998128 | 0,996257 | 1,286972 |
| L43144 | 0,9894 | -0,05767 | 0,080234 | 0,172184 | 0,9894 | 0,9788 | 1,206833 |
| L43145 | 1 | -0,07027 | 0,0752 | 0,291099 | 1 | 1 | 1,206042 |
| L51146 | 0,996937 | -0,10796 | 0,1025 | 0,369777 | 0,996937 | 0,993874 | 1,273153 |
| L51147 | 1 | -0,12798 | 0,112732 | 0,429632 | 1 | 1 | 1,323852 |
| L51149 | 1 | -0,07882 | 0,083486 | 0,297115 | 1 | 1 | 1,243697 |
| L51150 | 0,862228 | 0,095087 | 0,069067 | 0,631808 | 0,862228 | 0,724456 | 0,933052 |
| L51151 | 1 | -0,06674 | 0,081604 | 0,22299 | 1 | 1 | 1,219654 |
| L51152 | 0,888831 | 0,081473 | 0,053235 | 0,780753 | 0,888831 | 0,777662 | 0,935871 |
| L51153 | 0,863885 | 0,014408 | 0,106226 | 0,006133 | 0,863885 | 0,727771 | 1,025236 |
| L51154 | 0,853551 | 0,091362 | 0,075789 | 0,4844 | 0,853551 | 0,707103 | 0,926345 |
| L51155 | 0,960813 | -0,02343 | 0,080666 | 0,028116 | 0,960813 | 0,921626 | 1,144923 |
| L51156 | 0,944876 | -0,04219 | 0,09753 | 0,062368 | 0,944876 | 0,889752 | 1,149372 |
| L51158 | 1 | -0,04127 | 0,059282 | 0,161531 | 1 | 1 | 1,153791 |
| L51159 | 0,86721 | 0,082846 | 0,063309 | 0,570813 | 0,86721 | 0,73442 | 0,906738 |
| L51160 | 0,897529 | -0,00911 | 0,103402 | 0,002587 | 0,897529 | 0,795059 | 1,068134 |
| L51161 | 1 | -0,02962 | 0,04939 | 0,119848 | 1 | 1 | 1,144421 |
| L52162 | 1 | -0,11561 | 0,112794 | 0,350172 | 1 | 1 | 1,315734 |
| L52163 | 1 | -0,15647 | 0,132871 | 0,462226 | 1 | 1 | 1,358305 |
| L52164 | 0,959961 | -0,0663 | 0,106182 | 0,129962 | 0,959961 | 0,919922 | 1,201937 |
| L52165 | 0,9289 | 0,043858 | 0,050618 | 0,250245 | 0,9289 | 0,857801 | 0,997834 |
| L52168 | 0,90945 | -0,02151 | 0,101301 | 0,015028 | 0,90945 | 0,818899 | 1,082143 |
| L52171 | 0,841527 | 0,008154 | 0,110962 | 0,0018 | 0,841527 | 0,683055 | 0,999154 |
| L52173 | 1 | -0,08787 | 0,08399 | 0,364865 | 1 | 1 | 1,229067 |
| L53178 | 1 | -0,10336 | 0,098621 | 0,366163 | 1 | 1 | 1,270511 |
| L53179 | 1 | -0,04816 | 0,068524 | 0,164631 | 1 | 1 | 1,192427 |
| L61180 | 1 | -0,1154 | 0,108599 | 0,376362 | 1 | 1 | 1,305022 |
| L61181 | 0,958822 | 0,005677 | 0,053428 | 0,003763 | 0,958822 | 0,917644 | 1,066825 |
| L61183 | 1 | -0,05837 | 0,075173 | 0,200946 | 1 | 1 | 1,209743 |
| L61185 | 1 | -0,05379 | 0,066386 | 0,21885 | 1 | 1 | 1,191629 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L61186 | 1 | -0,0708 | 0,077267 | 0,279843 | 1 | 1 | 1,233287 |
| L61188 | 1 | -0,06169 | 0,076147 | 0,218746 | 1 | 1 | 1,210277 |
| L62192 | 0,71656 | 0,236194 | 0,063054 | 4,677331 | 0,480366 | 0,43312 | 0,600619 |
| L62194 | 0,969579 | -0,09587 | 0,108523 | 0,26016 | 0,969579 | 0,939159 | 1,25093 |
| L62196 | 1 | -0,02334 | 0,039669 | 0,115377 | 1 | 1 | 1,121271 |
| L62197 | 0,866701 | 0,122572 | 0,034508 | 4,205624 | 0,744128 | 0,733401 | 0,815875 |
| L62198 | 1 | -2,4E-05 | 0,000236 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L63200 | 1 | -0,19066 | 0,129752 | 0,71976 | 1 | 1 | 1,344703 |
| L63202 | 1 | -0,08471 | 0,091486 | 0,285804 | 1 | 1 | 1,249582 |
| L63204 | 0,844859 | 0,126752 | 0,053765 | 1,852631 | 0,718107 | 0,689717 | 0,837266 |
| L63205 | 0,87231 | 0,085778 | 0,062387 | 0,630143 | 0,87231 | 0,744619 | 0,916305 |
| L63207 | 1 | -0,15547 | 0,118612 | 0,572694 | 1 | 1 | 1,322578 |
| L63209 | 1 | -0,12081 | 0,11304 | 0,380751 | 1 | 1 | 1,319331 |
| L63211 | 0,885024 | -0,09775 | 0,144539 | 0,152455 | 0,885024 | 0,770048 | 1,179267 |
| L63214 | 1 | -0,03984 | 0,062885 | 0,133781 | 1 | 1 | 1,18797 |
| L64218 | 0,885837 | 0,03027 | 0,092402 | 0,035773 | 0,885837 | 0,771675 | 1,031744 |
| L64222 | 0,979332 | -0,08702 | 0,106799 | 0,22129 | 0,979332 | 0,958665 | 1,243011 |
| L64224 | 1 | -0,05754 | 0,075265 | 0,1948 | 1 | 1 | 1,227455 |
| L64225 | 0,884319 | 0,085264 | 0,048684 | 1,022425 | 0,799055 | 0,768638 | 0,898475 |
| L64226 | 1 | -0,09212 | 0,086674 | 0,376568 | 1 | 1 | 1,232456 |
| L64227 | 1 | -0,05023 | 0,068699 | 0,17818 | 1 | 1 | 1,20329 |
| L71228 | 0,885749 | -0,03197 | 0,125831 | 0,021511 | 0,885749 | 0,771498 | 1,109356 |
| L71233 | 1 | -0,20262 | 0,153681 | 0,579442 | 1 | 1 | 1,415269 |
| L71235 | 1 | -0,06387 | 0,068426 | 0,290415 | 1 | 1 | 1,197651 |
| L71239 | 1 | -0,03743 | 0,055924 | 0,149315 | 1 | 1 | 1,15733 |
| L71244 | 0,902299 | -0,01962 | 0,105457 | 0,011539 | 0,902299 | 0,804598 | 1,086384 |
| L71247 | 0,874242 | 0,031579 | 0,097309 | 0,035104 | 0,874242 | 0,748484 | 1,022365 |
| L71248 | 1 | -0,02728 | 0,042776 | 0,135602 | 1 | 1 | 1,122541 |
| L71249 | 1 | -0,03827 | 0,052814 | 0,175069 | 1 | 1 | 1,151131 |
| L71250 | 1 | -0,09892 | 0,08015 | 0,507722 | 1 | 1 | 1,226384 |
| L71251 | 0,879983 | 0,07978 | 0,060276 | 0,583961 | 0,879983 | 0,759965 | 0,918727 |
| L71252 | 0,969126 | -0,06622 | 0,103389 | 0,136728 | 0,969126 | 0,938251 | 1,213764 |
| L71253 | 0,881071 | 0,076297 | 0,059915 | 0,540533 | 0,881071 | 0,762143 | 0,934639 |
| L71254 | 1 | -0,01383 | 0,033903 | 0,055452 | 1 | 1 | 1,105265 |
| L82255 | 0,845153 | 0,032679 | 0,112384 | 0,028184 | 0,845153 | 0,690305 | 0,982857 |
| L82258 | 1 | -0,11936 | 0,119346 | 0,333414 | 1 | 1 | 1,296553 |
| L82259 | 1 | -0,05427 | 0,07115 | 0,193954 | 1 | 1 | 1,201684 |
| L82260 | 0,844793 | 0,078202 | 0,082879 | 0,296778 | 0,844793 | 0,689585 | 0,917601 |
| L82261 | 1 | -0,00698 | 0,022275 | 0,032773 | 1 | 1 | 1,050014 |
| L82262 | 0,833589 | 0,059208 | 0,104873 | 0,106245 | 0,833589 | 0,667178 | 0,956378 |
| L82264 | 0,944978 | -0,06434 | 0,108401 | 0,117413 | 0,944978 | 0,889956 | 1,186506 |
| L82265 | 1 | -0,14404 | 0,115382 | 0,519492 | 1 | 1 | 1,323067 |
| L82266 | 0,928364 | 0,032856 | 0,053993 | 0,123433 | 0,928364 | 0,856728 | 1,016827 |
| L82267 | 1 | -0,02637 | 0,05463 | 0,077652 | 1 | 1 | 1,18455 |
| L81270 | 0,928845 | 0,029 | 0,062646 | 0,071431 | 0,928845 | 0,85769 | 1,044035 |
| L81272 | 0,882195 | 0,064928 | 0,073805 | 0,257972 | 0,882195 | 0,764391 | 0,981944 |
| L81274 | 1 | -0,13536 | 0,118147 | 0,437527 | 1 | 1 | 1,323247 |
| L81275 | 0,916343 | 0,070153 | 0,032537 | 1,549552 | 0,84619 | 0,832685 | 0,926983 |
| L81276 | 1 | -0,01447 | 0,035289 | 0,056039 | 1 | 1 | 1,105228 |
| L81277 | 1 | -0,05921 | 0,069297 | 0,243358 | 1 | 1 | 1,188097 |
| L81278 | 0,928114 | -0,0327 | 0,104795 | 0,032447 | 0,928114 | 0,856229 | 1,156353 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81279 | 0,940764 | 0,003755 | 0,071876 | 0,00091 | 0,940764 | 0,881528 | 1,07341 |
| L81281 | 0,90537 | 0,04923 | 0,063005 | 0,20351 | 0,90537 | 0,81074 | 0,990897 |
| L81283 | 0,954754 | -0,0885 | 0,116154 | 0,193513 | 0,954754 | 0,909509 | 1,23086 |
| L81284 | 0,943689 | 0,014589 | 0,068407 | 0,015161 | 0,943689 | 0,887379 | 1,066389 |
| L84303 | 1 | -0,04702 | 0,062166 | 0,190725 | 1 | 1 | 1,176919 |
| L84304 | 1 | -0,11017 | 0,104951 | 0,367334 | 1 | 1 | 1,288631 |
| L84305 | 0,857299 | -0,02105 | 0,129155 | 0,008852 | 0,857299 | 0,714598 | 1,064143 |
| L84312 | 1 | -0,14166 | 0,126404 | 0,418642 | 1 | 1 | 1,337383 |
| L84313 | 0,893922 | 0,048825 | 0,068868 | 0,167545 | 0,893922 | 0,787845 | 0,982255 |
| L84317 | 1 | -0,13421 | 0,115641 | 0,44895 | 1 | 1 | 1,306127 |
| L91319 | 1 | -0,14053 | 0,127793 | 0,40309 | 1 | 1 | 1,347794 |
| L91320 | 1 | -0,1828 | 0,12747 | 0,68554 | 1 | 1 | 1,365956 |
| L91322 | 1 | -0,17205 | 0,121718 | 0,666013 | 1 | 1 | 1,33639 |
| L91325 | 1 | -0,122 | 0,1136 | 0,384482 | 1 | 1 | 1,295006 |
| L91328 | 1 | -0,11695 | 0,110655 | 0,372366 | 1 | 1 | 1,279062 |
| L91329 | 1 | -0,19876 | 0,15212 | 0,569076 | 1 | 1 | 1,402448 |
| L91330 | 1 | -0,11541 | 0,102888 | 0,419425 | 1 | 1 | 1,295339 |

Tableau 6.2.3 : Les résultats des simulations du *bootstrap homogène* du modèle 2

| DMU | $\hat{\theta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}_j)$ | $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_j}$ | r_j | $\hat{\theta}_j$ | 95 % conf. int. | |
|-------|------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------|------------------|-----------------|----------|
| L111 | 0,737926 | 0,204171 | 0,066766 | 3,117123 | 0,533755 | 0,475853 | 0,671188 |
| L112 | 0,851324 | 0,095479 | 0,064791 | 0,723889 | 0,851324 | 0,702649 | 0,886584 |
| L113 | 0,818343 | 0,06894 | 0,069537 | 0,327636 | 0,818343 | 0,636687 | 0,87682 |
| L114 | 0,862322 | 0,036356 | 0,072284 | 0,084322 | 0,862322 | 0,724644 | 0,940299 |
| L115 | 0,852934 | 0,050019 | 0,075344 | 0,146908 | 0,852934 | 0,705867 | 0,944006 |
| L118 | 0,838349 | 0,103129 | 0,065799 | 0,818849 | 0,838349 | 0,676699 | 0,860133 |
| L119 | 0,927759 | -0,02194 | 0,080126 | 0,024981 | 0,927759 | 0,855518 | 1,098964 |
| L1110 | 0,904249 | 0,03388 | 0,067375 | 0,084287 | 0,904249 | 0,808498 | 0,994346 |
| L1111 | 0,958826 | -0,02142 | 0,066384 | 0,034717 | 0,958826 | 0,917651 | 1,123932 |
| L1112 | 0,818094 | 0,108794 | 0,069811 | 0,809542 | 0,818094 | 0,636188 | 0,854671 |
| L1113 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1114 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1116 | 0,872871 | 0,057121 | 0,0721 | 0,20922 | 0,872871 | 0,745742 | 0,95578 |
| L1117 | 0,851999 | 0,075182 | 0,067752 | 0,410449 | 0,851999 | 0,703998 | 0,904683 |
| L1118 | 1 | -2,2E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1119 | 0,940866 | 0,013016 | 0,059081 | 0,016179 | 0,940866 | 0,881732 | 1,05634 |
| L1120 | 0,874532 | 0,032296 | 0,068841 | 0,073365 | 0,874532 | 0,749063 | 0,961389 |
| L1121 | 0,794845 | 0,105426 | 0,070582 | 0,743692 | 0,794845 | 0,58969 | 0,834437 |
| L1122 | 0,926066 | -0,00877 | 0,068545 | 0,005457 | 0,926066 | 0,852132 | 1,061299 |
| L1123 | 0,831509 | 0,102897 | 0,063826 | 0,866341 | 0,831509 | 0,663017 | 0,854248 |
| L1124 | 0,928203 | -0,02057 | 0,070812 | 0,028117 | 0,928203 | 0,856407 | 1,091033 |
| L1125 | 0,793263 | 0,117334 | 0,069956 | 0,937711 | 0,793263 | 0,586525 | 0,823765 |
| L1126 | 1 | -8,6E-05 | 0,000854 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L1127 | 0,861226 | 0,070722 | 0,065547 | 0,388044 | 0,861226 | 0,722452 | 0,914955 |
| L1228 | 0,844857 | 0,097879 | 0,063196 | 0,7996 | 0,844857 | 0,689715 | 0,874819 |
| L1229 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1230 | 1 | -0,00728 | 0,023966 | 0,030791 | 1 | 1 | 1,05761 |
| L1231 | 1 | -0,01236 | 0,031847 | 0,050205 | 1 | 1 | 1,095737 |
| L1232 | 0,746419 | 0,198452 | 0,069313 | 2,732519 | 0,547966 | 0,492838 | 0,70637 |
| L1233 | 0,714378 | 0,204751 | 0,070927 | 2,777837 | 0,509627 | 0,428756 | 0,672758 |
| L1234 | 1 | -0,03441 | 0,055592 | 0,127737 | 1 | 1 | 1,156068 |
| L1236 | 1 | -0,01836 | 0,038528 | 0,075668 | 1 | 1 | 1,13488 |
| L1237 | 0,805246 | 0,118964 | 0,070044 | 0,96156 | 0,805246 | 0,610493 | 0,828471 |
| L1238 | 1 | -0,00893 | 0,02334 | 0,048767 | 1 | 1 | 1,057964 |
| L1539 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1540 | 0,785697 | 0,148537 | 0,069218 | 1,535009 | 0,63716 | 0,571395 | 0,7541 |
| L1541 | 1 | 1,11E-16 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1542 | 0,832975 | 0,117669 | 0,065201 | 1,085649 | 0,715307 | 0,665951 | 0,85601 |
| L1544 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1545 | 1 | -0,02996 | 0,049332 | 0,122936 | 1 | 1 | 1,171958 |
| L1546 | 0,928223 | 0,035105 | 0,050741 | 0,159553 | 0,928223 | 0,856445 | 1,015635 |
| L1347 | 0,833162 | 0,086839 | 0,067372 | 0,553805 | 0,833162 | 0,666325 | 0,868739 |
| L1348 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1349 | 0,973619 | -0,0454 | 0,06783 | 0,149315 | 0,973619 | 0,947238 | 1,152879 |
| L1350 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1351 | 0,953488 | -0,00188 | 0,059229 | 0,000338 | 0,953488 | 0,906976 | 1,072514 |
| L1352 | 0,946473 | 0,013404 | 0,057636 | 0,018027 | 0,946473 | 0,892945 | 1,085002 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 1 | -0,07633 | 0,067747 | 0,423159 | 1 | 1 | 1,199655 |
| L1354 | 1 | -0,01544 | 0,035764 | 0,0621 | 1 | 1 | 1,114436 |
| L1355 | 0,912577 | -0,00989 | 0,065664 | 0,007567 | 0,912577 | 0,825154 | 1,038167 |
| L1356 | 0,950261 | -0,0212 | 0,072652 | 0,028376 | 0,950261 | 0,900521 | 1,099563 |
| L1357 | 0,864179 | 0,031769 | 0,076086 | 0,058112 | 0,864179 | 0,728359 | 0,966591 |
| L1358 | 0,889243 | -0,00346 | 0,074698 | 0,000717 | 0,889243 | 0,778486 | 1,041241 |
| L1359 | 0,977654 | -0,01046 | 0,051064 | 0,013992 | 0,977654 | 0,955308 | 1,114705 |
| L1360 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L1463 | 1 | -0,03519 | 0,052432 | 0,150184 | 1 | 1 | 1,14998 |
| L1465 | 0,882154 | 0,062774 | 0,064132 | 0,319373 | 0,882154 | 0,764308 | 0,946628 |
| L2168 | 0,924761 | 0,005723 | 0,067979 | 0,002362 | 0,924761 | 0,849521 | 1,057795 |
| L2169 | 0,953073 | 0,012574 | 0,058228 | 0,015545 | 0,953073 | 0,906146 | 1,093798 |
| L2170 | 0,865217 | 0,062684 | 0,066603 | 0,295253 | 0,865217 | 0,730435 | 0,918367 |
| L2175 | 0,92442 | 0,003255 | 0,068653 | 0,000749 | 0,92442 | 0,848841 | 1,044485 |
| L2179 | 0,817222 | 0,100188 | 0,071827 | 0,648547 | 0,817222 | 0,634444 | 0,84886 |
| L2180 | 0,948555 | -0,04389 | 0,07344 | 0,11904 | 0,948555 | 0,897109 | 1,120327 |
| L2181 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L3182 | 0,928582 | -0,01424 | 0,068878 | 0,014255 | 0,928582 | 0,857164 | 1,076574 |
| L3183 | 0,889158 | 0,040273 | 0,069314 | 0,112527 | 0,889158 | 0,778317 | 0,979304 |
| L3185 | 0,804107 | 0,134734 | 0,064418 | 1,458199 | 0,669372 | 0,608213 | 0,78971 |
| L3298 | 0,894457 | 0,045841 | 0,065695 | 0,162304 | 0,894457 | 0,788914 | 0,979491 |
| L32107 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42113 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L42116 | 0,982283 | -0,04075 | 0,067239 | 0,122428 | 0,982283 | 0,964566 | 1,150466 |
| L43135 | 1 | -0,05918 | 0,062012 | 0,303561 | 1 | 1 | 1,186118 |
| L43136 | 0,988499 | -0,03901 | 0,057041 | 0,155881 | 0,988499 | 0,976998 | 1,140412 |
| L43138 | 1 | -0,02527 | 0,049511 | 0,086839 | 1 | 1 | 1,139272 |
| L51148 | 0,82556 | 0,086863 | 0,074879 | 0,448563 | 0,82556 | 0,651119 | 0,889234 |
| L51157 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L52166 | 0,863671 | 0,054202 | 0,074304 | 0,177368 | 0,863671 | 0,727341 | 0,936777 |
| L52167 | 0,880409 | 0,05075 | 0,07008 | 0,174806 | 0,880409 | 0,760819 | 0,965981 |
| L52169 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L52170 | 1 | -0,01963 | 0,036727 | 0,095257 | 1 | 1 | 1,112305 |
| L52172 | 0,915186 | 0,032212 | 0,060512 | 0,094454 | 0,915186 | 0,830371 | 1,014715 |
| L52174 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L52175 | 0,97661 | -0,05113 | 0,070249 | 0,176591 | 0,97661 | 0,95322 | 1,167503 |
| L53176 | 0,797875 | 0,09127 | 0,069134 | 0,580966 | 0,797875 | 0,609822 | 0,845577 |
| L53177 | 0,834118 | 0,06911 | 0,074674 | 0,285511 | 0,834118 | 0,668236 | 0,931591 |
| L61182 | 0,888913 | 0,03657 | 0,070478 | 0,089746 | 0,888913 | 0,777827 | 0,987868 |
| L61184 | 0,94388 | -0,01187 | 0,06504 | 0,011105 | 0,94388 | 0,887761 | 1,07328 |
| L61187 | 0,771582 | 0,155774 | 0,072068 | 1,557343 | 0,615808 | 0,543165 | 0,749598 |
| L61189 | 0,941319 | 0,016707 | 0,062551 | 0,02378 | 0,941319 | 0,882639 | 1,078452 |
| L61190 | 0,847544 | 0,116321 | 0,051987 | 1,668774 | 0,731223 | 0,695087 | 0,84201 |
| L62191 | 0,913432 | 0,015617 | 0,06525 | 0,019095 | 0,913432 | 0,826863 | 1,023518 |
| L62193 | 1 | -0,00848 | 0,024641 | 0,039487 | 1 | 1 | 1,082143 |
| L62195 | 0,932474 | -0,01967 | 0,070028 | 0,026287 | 0,932474 | 0,864948 | 1,090885 |
| L62199 | 1 | -0,02592 | 0,043942 | 0,115936 | 1 | 1 | 1,131321 |
| L63201 | 0,936043 | 0,006513 | 0,07103 | 0,002802 | 0,936043 | 0,872086 | 1,062203 |
| L63203 | 0,784134 | 0,150302 | 0,071236 | 1,483898 | 0,633832 | 0,568268 | 0,791738 |
| L63206 | 0,924638 | -0,01586 | 0,071254 | 0,01652 | 0,924638 | 0,849276 | 1,071685 |
| L63208 | 0,80586 | 0,092845 | 0,08901 | 0,362676 | 0,80586 | 0,61172 | 0,892818 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63210 | 0,854488 | 0,081823 | 0,068301 | 0,478385 | 0,854488 | 0,708976 | 0,917196 |
| L63212 | 0,88657 | 0,063808 | 0,058742 | 0,39331 | 0,88657 | 0,773141 | 0,952777 |
| L63213 | 0,816898 | 0,130179 | 0,067014 | 1,257854 | 0,68672 | 0,633796 | 0,832009 |
| L63215 | 0,706723 | 0,212874 | 0,07415 | 2,74726 | 0,493848 | 0,413446 | 0,638189 |
| L64216 | 0,893591 | 0,029734 | 0,073575 | 0,054441 | 0,893591 | 0,787182 | 0,999884 |
| L64217 | 0,879246 | 0,046382 | 0,071653 | 0,139671 | 0,879246 | 0,758492 | 0,984458 |
| L64219 | 0,867207 | 0,071257 | 0,065055 | 0,39992 | 0,867207 | 0,734415 | 0,926462 |
| L64220 | 0,748229 | 0,175923 | 0,06626 | 2,349721 | 0,572306 | 0,496457 | 0,689399 |
| L64221 | 0,85256 | 0,095279 | 0,059554 | 0,853187 | 0,85256 | 0,70512 | 0,879621 |
| L64223 | 0,865992 | 0,053573 | 0,078043 | 0,157074 | 0,865992 | 0,731984 | 0,962554 |
| L71229 | 0,884266 | 0,036729 | 0,070739 | 0,089863 | 0,884266 | 0,768532 | 0,981539 |
| L71230 | 0,899994 | 0,038735 | 0,062207 | 0,129245 | 0,899994 | 0,799989 | 0,977391 |
| L71231 | 0,911805 | 0,036176 | 0,068889 | 0,091922 | 0,911805 | 0,823609 | 1,030621 |
| L71232 | 0,925682 | 0,031158 | 0,061309 | 0,086091 | 0,925682 | 0,851364 | 1,03657 |
| L71234 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71236 | 1 | -0,00839 | 0,023572 | 0,042245 | 1 | 1 | 1,075737 |
| L71237 | 0,835925 | 0,112671 | 0,064803 | 1,007647 | 0,723254 | 0,67185 | 0,861256 |
| L71238 | 0,975024 | -0,02841 | 0,062139 | 0,069669 | 0,975024 | 0,950049 | 1,123821 |
| L71240 | 0,860041 | 0,062458 | 0,06381 | 0,31936 | 0,860041 | 0,720081 | 0,924786 |
| L71241 | 1 | -0,00773 | 0,024884 | 0,032188 | 1 | 1 | 1,085409 |
| L71242 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71243 | 0,97771 | -0,01758 | 0,052611 | 0,037207 | 0,97771 | 0,95542 | 1,106217 |
| L71245 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L71246 | 0,934596 | 0,016283 | 0,062841 | 0,02238 | 0,934596 | 0,869192 | 1,055861 |
| L82256 | 0,758134 | 0,135364 | 0,076518 | 1,04318 | 0,62277 | 0,516269 | 0,760608 |
| L82257 | 1 | -0,01504 | 0,038356 | 0,051227 | 1 | 1 | 1,100006 |
| L82263 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L81268 | 0,900372 | 0,00065 | 0,075261 | 2,49E-05 | 0,900372 | 0,800743 | 1,037782 |
| L81269 | 0,951412 | -0,01182 | 0,066842 | 0,010417 | 0,951412 | 0,902823 | 1,093328 |
| L81271 | 0,871776 | 0,040896 | 0,068148 | 0,120041 | 0,871776 | 0,743551 | 0,964096 |
| L81273 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L81280 | 1 | -0,00715 | 0,023588 | 0,030631 | 1 | 1 | 1,064142 |
| L81282 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L83285 | 0,811583 | 0,117905 | 0,069109 | 0,970238 | 0,811583 | 0,623166 | 0,825348 |
| L83286 | 0,854551 | 0,090677 | 0,071403 | 0,537577 | 0,854551 | 0,709103 | 0,915164 |
| L83287 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L83288 | 0,876362 | 0,065522 | 0,062223 | 0,36961 | 0,876362 | 0,752725 | 0,929695 |
| L83289 | 0,917132 | 0,006708 | 0,069981 | 0,003063 | 0,917132 | 0,834265 | 1,038172 |
| L83290 | 0,828056 | 0,101138 | 0,070584 | 0,684375 | 0,828056 | 0,656112 | 0,867283 |
| L83291 | 0,837862 | 0,070485 | 0,070053 | 0,337453 | 0,837862 | 0,675723 | 0,876834 |
| L83292 | 1 | -0,01264 | 0,038377 | 0,03616 | 1 | 1 | 1,083285 |
| L83293 | 0,955668 | -0,02143 | 0,069641 | 0,031564 | 0,955668 | 0,911336 | 1,132814 |
| L83294 | 0,916055 | -0,00701 | 0,066944 | 0,003656 | 0,916055 | 0,83211 | 1,042568 |
| L83295 | 0,871891 | 0,019359 | 0,07642 | 0,021392 | 0,871891 | 0,743782 | 0,987188 |
| L83296 | 0,870979 | 0,039688 | 0,075111 | 0,093068 | 0,870979 | 0,741958 | 0,969406 |
| L83297 | 0,907867 | 0,051813 | 0,060008 | 0,248509 | 0,907867 | 0,815734 | 0,979692 |
| L83298 | 1 | -0,00012 | 0,001237 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L83299 | 0,822595 | 0,101146 | 0,069215 | 0,711823 | 0,822595 | 0,64519 | 0,854518 |
| L83300 | 0,858799 | 0,068046 | 0,078466 | 0,250683 | 0,858799 | 0,717597 | 0,947084 |
| L83301 | 0,980269 | -0,03493 | 0,058605 | 0,118439 | 0,980269 | 0,960539 | 1,116079 |
| L84302 | 0,779901 | 0,135496 | 0,070505 | 1,231103 | 0,644405 | 0,559803 | 0,769916 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84306 | 0,854391 | 0,056297 | 0,074518 | 0,190251 | 0,854391 | 0,708783 | 0,9394 |
| L84307 | 0,796071 | 0,137447 | 0,069925 | 1,287896 | 0,658623 | 0,592141 | 0,807423 |
| L84308 | 0,854162 | 0,080866 | 0,068438 | 0,465393 | 0,854162 | 0,708323 | 0,915748 |
| L84309 | 0,944009 | 0,009759 | 0,056452 | 0,009962 | 0,944009 | 0,888018 | 1,052958 |
| L84310 | 1 | -0,01258 | 0,030245 | 0,057654 | 1 | 1 | 1,070237 |
| L84311 | 0,909116 | 0,007075 | 0,068963 | 0,003508 | 0,909116 | 0,818231 | 1,020186 |
| L84314 | 0,857552 | 0,088214 | 0,066126 | 0,59322 | 0,857552 | 0,715104 | 0,9219 |
| L84315 | 0,91228 | 0,018651 | 0,068793 | 0,024502 | 0,91228 | 0,82456 | 1,019692 |
| L84316 | 0,790175 | 0,130745 | 0,0715 | 1,114585 | 0,65943 | 0,58035 | 0,774518 |
| L91318 | 0,911966 | 0,04233 | 0,060714 | 0,162031 | 0,911966 | 0,823932 | 0,99844 |
| L91321 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| L91323 | 0,928172 | -0,03289 | 0,085215 | 0,04967 | 0,928172 | 0,856345 | 1,121371 |
| L91324 | 0,88675 | 0,033569 | 0,06903 | 0,078827 | 0,88675 | 0,7735 | 0,979662 |
| L91326 | 1 | -0,00041 | 0,004078 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 |
| L91327 | 0,908339 | 0,028129 | 0,06157 | 0,069575 | 0,908339 | 0,816678 | 1,008312 |
| L91331 | 0,983284 | -0,03038 | 0,066048 | 0,070513 | 0,983284 | 0,966568 | 1,153165 |
| L91332 | 1 | -0,02688 | 0,047783 | 0,105486 | 1 | 1 | 1,14283 |

Tableau 6.2.4 : Les résultats des simulations du *bootstrap hétérogène* du modèle 2

| DMU | $\hat{\theta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\hat{\theta}_j)$ | $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_j}$ | r_j | $\hat{\theta}_j$ | 95 % conf. int. | |
|-------|------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------|------------------|-----------------|----------|
| L111 | 0,737926 | 0,068134 | 0,116431 | 0,114149 | 0,737926 | 0,475853 | 0,84768 |
| L112 | 0,851324 | 0,043824 | 0,097497 | 0,067348 | 0,851324 | 0,702649 | 0,965541 |
| L113 | 0,818343 | 0,066996 | 0,098662 | 0,1537 | 0,818343 | 0,636687 | 0,914174 |
| L114 | 0,862322 | 0,046443 | 0,086901 | 0,095207 | 0,862322 | 0,724644 | 0,967661 |
| L115 | 0,852934 | -0,00948 | 0,112561 | 0,002365 | 0,852934 | 0,705867 | 1,018718 |
| L118 | 0,838349 | -0,07592 | 0,120969 | 0,131304 | 0,838349 | 0,676699 | 1,102884 |
| L119 | 0,927759 | -0,04355 | 0,102613 | 0,060047 | 0,927759 | 0,855518 | 1,149915 |
| L1110 | 0,904249 | 0,02025 | 0,083317 | 0,019691 | 0,904249 | 0,808498 | 1,046341 |
| L1111 | 0,958826 | -0,05634 | 0,090148 | 0,130195 | 0,958826 | 0,917651 | 1,182455 |
| L1112 | 0,818094 | -0,04205 | 0,120037 | 0,040906 | 0,818094 | 0,636188 | 1,026801 |
| L1113 | 1 | -0,25984 | 0,108154 | 1,924053 | 1,259844 | 1 | 1,411203 |
| L1114 | 1 | -0,10112 | 0,088138 | 0,438734 | 1 | 1 | 1,259068 |
| L1116 | 0,872871 | -0,05889 | 0,116508 | 0,085153 | 0,872871 | 0,745742 | 1,10751 |
| L1117 | 0,851999 | -0,036 | 0,120976 | 0,029524 | 0,851999 | 0,703998 | 1,043986 |
| L1118 | 1 | -0,09322 | 0,085623 | 0,39513 | 1 | 1 | 1,243807 |
| L1119 | 0,940866 | -0,02243 | 0,082628 | 0,024571 | 0,940866 | 0,881732 | 1,120214 |
| L1120 | 0,874532 | 0,070543 | 0,06414 | 0,403205 | 0,874532 | 0,749063 | 0,937378 |
| L1121 | 0,794845 | 0,030294 | 0,131953 | 0,017569 | 0,794845 | 0,58969 | 0,970434 |
| L1122 | 0,926066 | -0,05926 | 0,104653 | 0,106869 | 0,926066 | 0,852132 | 1,159678 |
| L1123 | 0,831509 | 0,03389 | 0,101051 | 0,037492 | 0,831509 | 0,663017 | 0,945334 |
| L1124 | 0,928203 | -0,01452 | 0,084563 | 0,009832 | 0,928203 | 0,856407 | 1,086926 |
| L1125 | 0,793263 | 0,098131 | 0,096361 | 0,345698 | 0,793263 | 0,586525 | 0,84758 |
| L1126 | 1 | -0,15811 | 0,116524 | 0,613682 | 1 | 1 | 1,345093 |
| L1127 | 0,861226 | 0,039513 | 0,094023 | 0,05887 | 0,861226 | 0,722452 | 0,995193 |
| L1228 | 0,844857 | 0,045303 | 0,099228 | 0,06948 | 0,844857 | 0,689715 | 0,975456 |
| L1229 | 1 | -0,00575 | 0,025825 | 0,016512 | 1 | 1 | 1,055632 |
| L1230 | 1 | -0,18505 | 0,11128 | 0,921745 | 1 | 1 | 1,347117 |
| L1231 | 1 | -0,20086 | 0,110059 | 1,110217 | 1,200858 | 1 | 1,360111 |
| L1232 | 0,746419 | 0,101997 | 0,109182 | 0,290906 | 0,746419 | 0,492838 | 0,824865 |
| L1233 | 0,714378 | 0,106188 | 0,117969 | 0,270081 | 0,714378 | 0,428756 | 0,773059 |
| L1234 | 1 | -0,14429 | 0,10829 | 0,591815 | 1 | 1 | 1,300829 |
| L1236 | 1 | -0,19724 | 0,113792 | 1,001509 | 1,197242 | 1 | 1,371811 |
| L1237 | 0,805246 | 0,036356 | 0,105986 | 0,039222 | 0,805246 | 0,610493 | 0,9194 |
| L1238 | 1 | -0,14499 | 0,103226 | 0,657619 | 1 | 1 | 1,323837 |
| L1539 | 1 | -0,29494 | 0,130081 | 1,713679 | 1,294945 | 1 | 1,464176 |
| L1540 | 0,785697 | 0,062618 | 0,112567 | 0,103147 | 0,785697 | 0,571395 | 0,898648 |
| L1541 | 1 | -0,18899 | 0,132345 | 0,679704 | 1 | 1 | 1,388314 |
| L1542 | 0,832975 | -0,00569 | 0,113344 | 0,000839 | 0,832975 | 0,665951 | 0,991794 |
| L1544 | 1 | -0,06221 | 0,076161 | 0,222425 | 1 | 1 | 1,218808 |
| L1545 | 1 | -0,11222 | 0,087449 | 0,54897 | 1 | 1 | 1,263872 |
| L1546 | 0,928223 | -0,10729 | 0,104378 | 0,3522 | 0,928223 | 0,856445 | 1,195282 |
| L1347 | 0,833162 | 0,082968 | 0,091301 | 0,275261 | 0,833162 | 0,666325 | 0,905681 |
| L1348 | 1 | -0,08942 | 0,078195 | 0,435857 | 1 | 1 | 1,224668 |
| L1349 | 0,973619 | -0,08238 | 0,087187 | 0,297582 | 0,973619 | 0,947238 | 1,202172 |
| L1350 | 1 | -0,22366 | 0,138859 | 0,864753 | 1 | 1 | 1,411863 |
| L1351 | 0,953488 | -0,12019 | 0,116025 | 0,357702 | 0,953488 | 0,906976 | 1,244461 |
| L1352 | 0,946473 | -0,158 | 0,124199 | 0,53948 | 0,946473 | 0,892945 | 1,305949 |
| L1353 | 1 | -0,05633 | 0,068477 | 0,225569 | 1 | 1 | 1,187085 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1354 | 1 | -0,22577 | 0,122111 | 1,139427 | 1,225767 | 1 | 1,422734 |
| L1355 | 0,912577 | 0,009731 | 0,083409 | 0,004537 | 0,912577 | 0,825154 | 1,050836 |
| L1356 | 0,950261 | -0,02817 | 0,086032 | 0,035731 | 0,950261 | 0,900521 | 1,130745 |
| L1357 | 0,864179 | 0,041339 | 0,084982 | 0,078875 | 0,864179 | 0,728359 | 0,995 |
| L1358 | 0,889243 | 0,004516 | 0,086584 | 0,000907 | 0,889243 | 0,778486 | 1,043066 |
| L1359 | 0,977654 | -0,14447 | 0,112708 | 0,547677 | 0,977654 | 0,955308 | 1,285307 |
| L1360 | 1 | -0,17254 | 0,108155 | 0,848373 | 1 | 1 | 1,321675 |
| L1463 | 1 | -0,02602 | 0,050113 | 0,089901 | 1 | 1 | 1,154386 |
| L1465 | 0,882154 | 0,066337 | 0,057192 | 0,448453 | 0,882154 | 0,764308 | 0,917417 |
| L2168 | 0,924761 | -0,07364 | 0,118214 | 0,129367 | 0,924761 | 0,849521 | 1,158337 |
| L2169 | 0,953073 | -0,11327 | 0,108622 | 0,3625 | 0,953073 | 0,906146 | 1,224606 |
| L2170 | 0,865217 | 0,059971 | 0,076711 | 0,203728 | 0,865217 | 0,730435 | 0,948443 |
| L2175 | 0,92442 | -0,06757 | 0,104021 | 0,140656 | 0,92442 | 0,848841 | 1,154245 |
| L2179 | 0,817222 | 0,087585 | 0,084228 | 0,360436 | 0,817222 | 0,634444 | 0,862216 |
| L2180 | 0,948555 | -0,05353 | 0,088837 | 0,121043 | 0,948555 | 0,897109 | 1,145848 |
| L2181 | 1 | -0,14275 | 0,119047 | 0,479287 | 1 | 1 | 1,339245 |
| L3182 | 0,928582 | 0,018548 | 0,064466 | 0,027594 | 0,928582 | 0,857164 | 1,021869 |
| L3183 | 0,889158 | 0,086154 | 0,046725 | 1,133263 | 0,803004 | 0,778317 | 0,914159 |
| L3185 | 0,804107 | 0,085241 | 0,093651 | 0,276154 | 0,804107 | 0,608213 | 0,859887 |
| L3298 | 0,894457 | -0,00992 | 0,093768 | 0,003731 | 0,894457 | 0,788914 | 1,057445 |
| L32107 | 1 | -0,02235 | 0,043997 | 0,08601 | 1 | 1 | 1,135115 |
| L42113 | 1 | -0,00138 | 0,007437 | 0,011498 | 1 | 1 | 1 |
| L42116 | 0,982283 | -0,02339 | 0,059149 | 0,052141 | 0,982283 | 0,964566 | 1,144111 |
| L43135 | 1 | -0,18803 | 0,118936 | 0,833085 | 1 | 1 | 1,358953 |
| L43136 | 0,988499 | -0,14532 | 0,111071 | 0,57056 | 0,988499 | 0,976998 | 1,310971 |
| L43138 | 1 | -0,08247 | 0,083007 | 0,329002 | 1 | 1 | 1,243313 |
| L51148 | 0,82556 | 0,086214 | 0,085751 | 0,336942 | 0,82556 | 0,651119 | 0,892607 |
| L51157 | 1 | -0,03213 | 0,049511 | 0,140339 | 1 | 1 | 1,148833 |
| L52166 | 0,863671 | -0,04063 | 0,105569 | 0,049365 | 0,863671 | 0,727341 | 1,055283 |
| L52167 | 0,880409 | 0,03715 | 0,081048 | 0,070033 | 0,880409 | 0,760819 | 0,995499 |
| L52169 | 1 | -0,0435 | 0,059003 | 0,181173 | 1 | 1 | 1,164014 |
| L52170 | 1 | -0,12512 | 0,0966 | 0,559189 | 1 | 1 | 1,29365 |
| L52172 | 0,915186 | 0,024195 | 0,07318 | 0,036438 | 0,915186 | 0,830371 | 1,035229 |
| L52174 | 1 | -0,13703 | 0,117561 | 0,452851 | 1 | 1 | 1,324006 |
| L52175 | 0,97661 | -0,08168 | 0,09366 | 0,253509 | 0,97661 | 0,95322 | 1,226439 |
| L53176 | 0,797875 | 0,081417 | 0,09494 | 0,24514 | 0,797875 | 0,595751 | 0,861925 |
| L53177 | 0,834118 | 0,08705 | 0,071524 | 0,493747 | 0,834118 | 0,668236 | 0,884039 |
| L61182 | 0,888913 | 0,065935 | 0,061413 | 0,384228 | 0,888913 | 0,777827 | 0,952364 |
| L61184 | 0,94388 | 0,001724 | 0,064531 | 0,000238 | 0,94388 | 0,887761 | 1,075286 |
| L61187 | 0,771582 | 0,157506 | 0,073764 | 1,519793 | 0,614077 | 0,543165 | 0,736432 |
| L61189 | 0,941319 | -0,02826 | 0,070778 | 0,053148 | 0,941319 | 0,882639 | 1,085576 |
| L61190 | 0,847544 | 0,031063 | 0,098344 | 0,033255 | 0,847544 | 0,695087 | 0,990127 |
| L62191 | 0,913432 | 0,004006 | 0,084041 | 0,000757 | 0,913432 | 0,826863 | 1,057373 |
| L62193 | 1 | -0,04819 | 0,062691 | 0,196923 | 1 | 1 | 1,161969 |
| L62195 | 0,932474 | -0,00732 | 0,077273 | 0,002991 | 0,932474 | 0,864948 | 1,110821 |
| L62199 | 1 | -0,0298 | 0,048642 | 0,125146 | 1 | 1 | 1,139469 |
| L63201 | 0,936043 | -0,04049 | 0,089437 | 0,068323 | 0,936043 | 0,872086 | 1,131173 |
| L63203 | 0,784134 | 0,112941 | 0,092372 | 0,498314 | 0,784134 | 0,568268 | 0,826434 |
| L63206 | 0,924638 | -0,02008 | 0,082977 | 0,019522 | 0,924638 | 0,849276 | 1,107451 |
| L63208 | 0,80586 | 0,156554 | 0,057675 | 2,456055 | 0,649306 | 0,61172 | 0,776444 |
| L63210 | 0,854488 | 0,055159 | 0,089797 | 0,125773 | 0,854488 | 0,708976 | 0,97928 |

| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 0,88657 | 0,003012 | 0,087938 | 0,000391 | 0,88657 | 0,773141 | 1,02479 |
| L63213 | 0,816898 | 0,069679 | 0,090462 | 0,197769 | 0,816898 | 0,633796 | 0,901247 |
| L63215 | 0,706723 | 0,189027 | 0,085247 | 1,638965 | 0,517696 | 0,413446 | 0,675447 |
| L64216 | 0,893591 | -0,05038 | 0,113472 | 0,065697 | 0,893591 | 0,787182 | 1,118363 |
| L64217 | 0,879246 | -0,07039 | 0,109601 | 0,137503 | 0,879246 | 0,758492 | 1,097507 |
| L64219 | 0,867207 | -0,02167 | 0,11032 | 0,012866 | 0,867207 | 0,734415 | 1,06544 |
| L64220 | 0,748229 | 0,140268 | 0,0848 | 0,912028 | 0,748229 | 0,496457 | 0,753911 |
| L64221 | 0,85256 | 0,014858 | 0,103933 | 0,006812 | 0,85256 | 0,70512 | 0,998574 |
| L64223 | 0,865992 | -0,01639 | 0,104681 | 0,008168 | 0,865992 | 0,731984 | 1,040184 |
| L71229 | 0,884266 | -0,01862 | 0,099742 | 0,011612 | 0,884266 | 0,768532 | 1,077191 |
| L71230 | 0,899994 | 0,066062 | 0,052816 | 0,521486 | 0,899994 | 0,799989 | 0,959616 |
| L71231 | 0,911805 | 0,039101 | 0,062278 | 0,131396 | 0,911805 | 0,823609 | 0,990049 |
| L71232 | 0,925682 | -0,18866 | 0,123768 | 0,7745 | 0,925682 | 0,851364 | 1,259081 |
| L71234 | 1 | -0,23271 | 0,123997 | 1,174038 | 1,232708 | 1 | 1,388958 |
| L71236 | 1 | -0,18517 | 0,120018 | 0,793465 | 1 | 1 | 1,366545 |
| L71237 | 0,835925 | -0,03013 | 0,123757 | 0,019763 | 0,835925 | 0,67185 | 1,043417 |
| L71238 | 0,975024 | -0,05862 | 0,079471 | 0,18136 | 0,975024 | 0,950049 | 1,178562 |
| L71240 | 0,860041 | -0,00163 | 0,092917 | 0,000102 | 0,860041 | 0,720081 | 1,01669 |
| L71241 | 1 | -0,17769 | 0,118106 | 0,754493 | 1 | 1 | 1,338578 |
| L71242 | 1 | -0,08227 | 0,073992 | 0,412101 | 1 | 1 | 1,202408 |
| L71243 | 0,97771 | -0,05961 | 0,081246 | 0,179425 | 0,97771 | 0,95542 | 1,191634 |
| L71245 | 1 | -0,02602 | 0,045612 | 0,108512 | 1 | 1 | 1,13241 |
| L71246 | 0,934596 | 0,037829 | 0,0496 | 0,193892 | 0,934596 | 0,869192 | 1,013262 |
| L82256 | 0,758134 | 0,10764 | 0,102596 | 0,366918 | 0,758134 | 0,516269 | 0,815101 |
| L82257 | 1 | -0,01733 | 0,034919 | 0,082113 | 1 | 1 | 1,10866 |
| L82263 | 1 | -0,03495 | 0,050643 | 0,158729 | 1 | 1 | 1,134604 |
| L81268 | 0,900372 | -0,03976 | 0,101753 | 0,050899 | 0,900372 | 0,800743 | 1,112507 |
| L81269 | 0,951412 | -0,13509 | 0,115326 | 0,457357 | 0,951412 | 0,902823 | 1,256839 |
| L81271 | 0,871776 | -0,04309 | 0,126256 | 0,038823 | 0,871776 | 0,743551 | 1,107618 |
| L81273 | 1 | -0,06186 | 0,080668 | 0,196019 | 1 | 1 | 1,22431 |
| L81280 | 1 | -0,01835 | 0,038008 | 0,077734 | 1 | 1 | 1,111072 |
| L81282 | 1 | -0,00997 | 0,033254 | 0,029942 | 1 | 1 | 1,094128 |
| L83285 | 0,811583 | -0,0306 | 0,121058 | 0,021305 | 0,811583 | 0,623166 | 0,999045 |
| L83286 | 0,854551 | -0,06761 | 0,116146 | 0,112937 | 0,854551 | 0,709103 | 1,098106 |
| L83287 | 1 | -0,01101 | 0,032077 | 0,039285 | 1 | 1 | 1,103812 |
| L83288 | 0,876362 | -0,05808 | 0,113948 | 0,086608 | 0,876362 | 0,752725 | 1,095796 |
| L83289 | 0,917132 | 0,050808 | 0,052183 | 0,315997 | 0,917132 | 0,834265 | 0,978889 |
| L83290 | 0,828056 | 0,110984 | 0,065261 | 0,964017 | 0,828056 | 0,656112 | 0,846756 |
| L83291 | 0,837862 | 0,099649 | 0,073301 | 0,616041 | 0,837862 | 0,675723 | 0,880056 |
| L83292 | 1 | -0,00528 | 0,017512 | 0,03032 | 1 | 1 | 1,052878 |
| L83293 | 0,955668 | -0,14359 | 0,116352 | 0,507689 | 0,955668 | 0,911336 | 1,276833 |
| L83294 | 0,916055 | 0,021658 | 0,073729 | 0,028763 | 0,916055 | 0,83211 | 1,04497 |
| L83295 | 0,871891 | -0,03839 | 0,112125 | 0,039074 | 0,871891 | 0,743782 | 1,080427 |
| L83296 | 0,870979 | 0,081453 | 0,069231 | 0,46141 | 0,870979 | 0,741958 | 0,934768 |
| L83297 | 0,907867 | 0,057962 | 0,05198 | 0,414477 | 0,907867 | 0,815734 | 0,966612 |
| L83298 | 1 | -0,20665 | 0,105849 | 1,270494 | 1,206649 | 1 | 1,3756 |
| L83299 | 0,822595 | 0,004742 | 0,103927 | 0,000694 | 0,822595 | 0,64519 | 0,972204 |
| L83300 | 0,858799 | 0,110325 | 0,049877 | 1,630914 | 0,748473 | 0,717597 | 0,854894 |
| L83301 | 0,980269 | -0,03898 | 0,070632 | 0,1015 | 0,980269 | 0,960539 | 1,163959 |
| L84302 | 0,779901 | 0,035645 | 0,109617 | 0,035246 | 0,779901 | 0,559803 | 0,921834 |
| L84306 | 0,854391 | -0,02028 | 0,101417 | 0,013331 | 0,854391 | 0,708783 | 1,03502 |

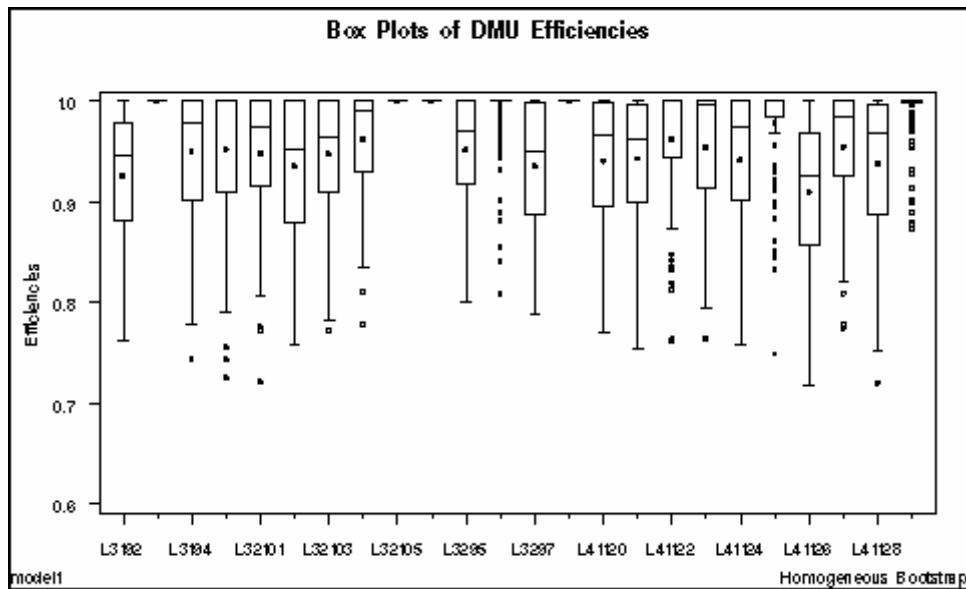
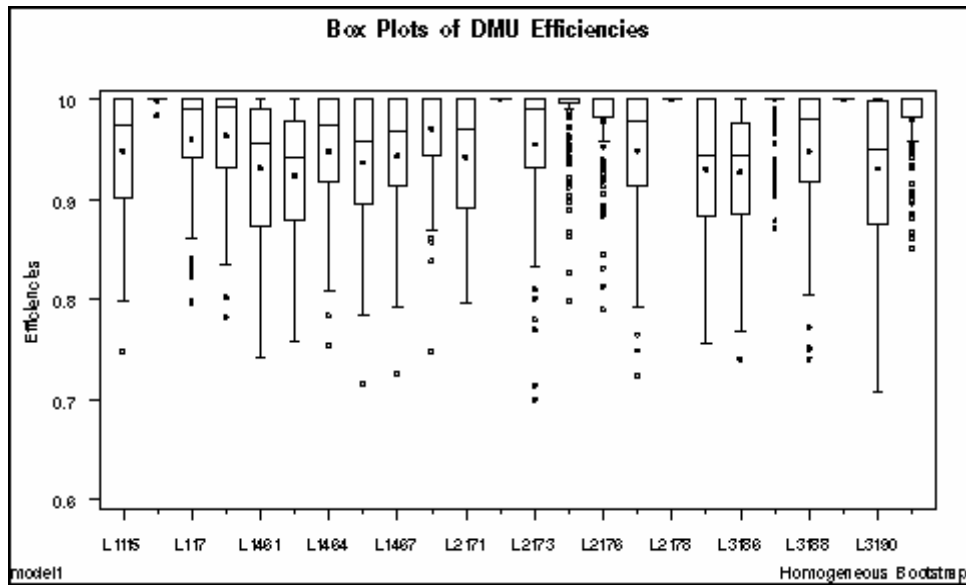
| | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84307 | 0,796071 | 0,081543 | 0,094482 | 0,248285 | 0,796071 | 0,592141 | 0,879923 |
| L84308 | 0,854162 | 0,040663 | 0,091531 | 0,065788 | 0,854162 | 0,708323 | 0,971731 |
| L84309 | 0,944009 | 0,000637 | 0,062608 | 3,46E-05 | 0,944009 | 0,888018 | 1,062941 |
| L84310 | 1 | -0,2348 | 0,122634 | 1,221916 | 1,234796 | 1 | 1,416739 |
| L84311 | 0,909116 | 0,042206 | 0,064361 | 0,143346 | 0,909116 | 0,818231 | 1,005786 |
| L84314 | 0,857552 | 0,085144 | 0,068232 | 0,51905 | 0,857552 | 0,715104 | 0,910004 |
| L84315 | 0,91228 | -0,15174 | 0,120034 | 0,532687 | 0,91228 | 0,82456 | 1,220893 |
| L84316 | 0,790175 | 0,065852 | 0,106685 | 0,127001 | 0,790175 | 0,58035 | 0,900519 |
| L91318 | 0,911966 | -0,1428 | 0,141741 | 0,338342 | 0,911966 | 0,823932 | 1,267556 |
| L91321 | 1 | -0,2165 | 0,119609 | 1,092159 | 1,216504 | 1 | 1,383756 |
| L91323 | 0,928172 | -0,06904 | 0,098705 | 0,163085 | 0,928172 | 0,856345 | 1,128999 |
| L91324 | 0,88675 | 0,020518 | 0,091976 | 0,016589 | 0,88675 | 0,7735 | 1,028888 |
| L91326 | 1 | -0,11054 | 0,088878 | 0,515581 | 1 | 1 | 1,249876 |
| L91327 | 0,908339 | -0,03117 | 0,096736 | 0,034601 | 0,908339 | 0,816678 | 1,09485 |
| L91331 | 0,983284 | -0,15534 | 0,126624 | 0,501688 | 0,983284 | 0,966568 | 1,318426 |
| L91332 | 1 | -0,204 | 0,126274 | 0,87002 | 1 | 1 | 1,371735 |

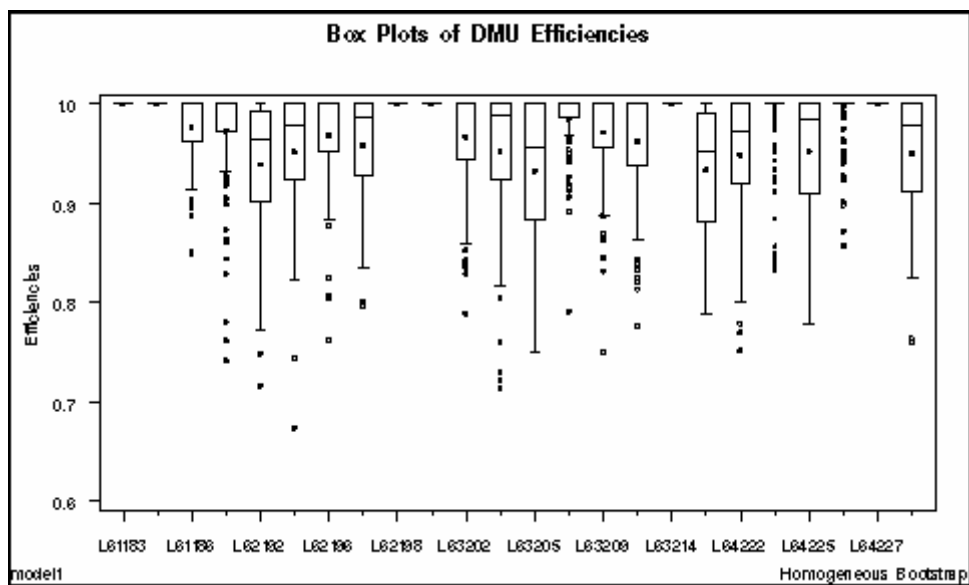
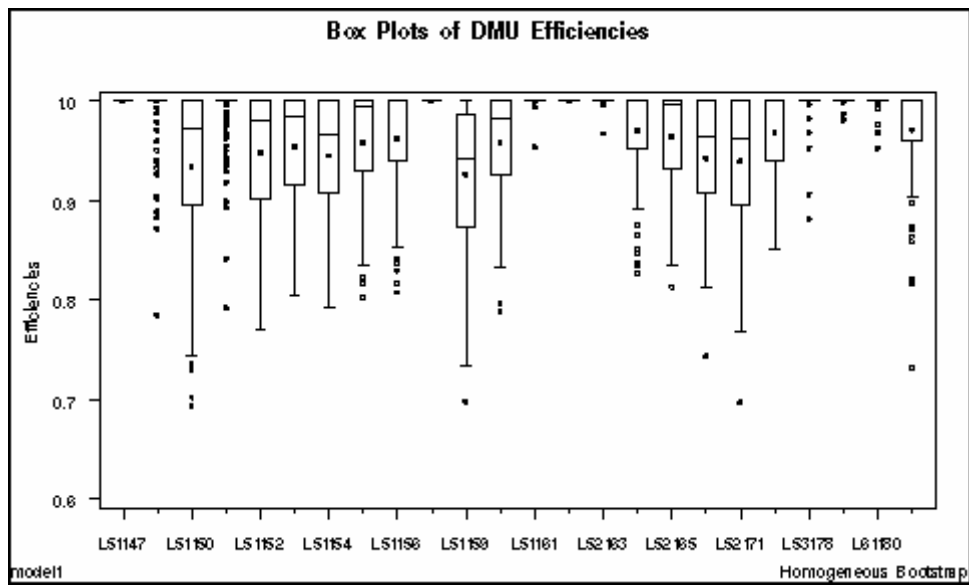
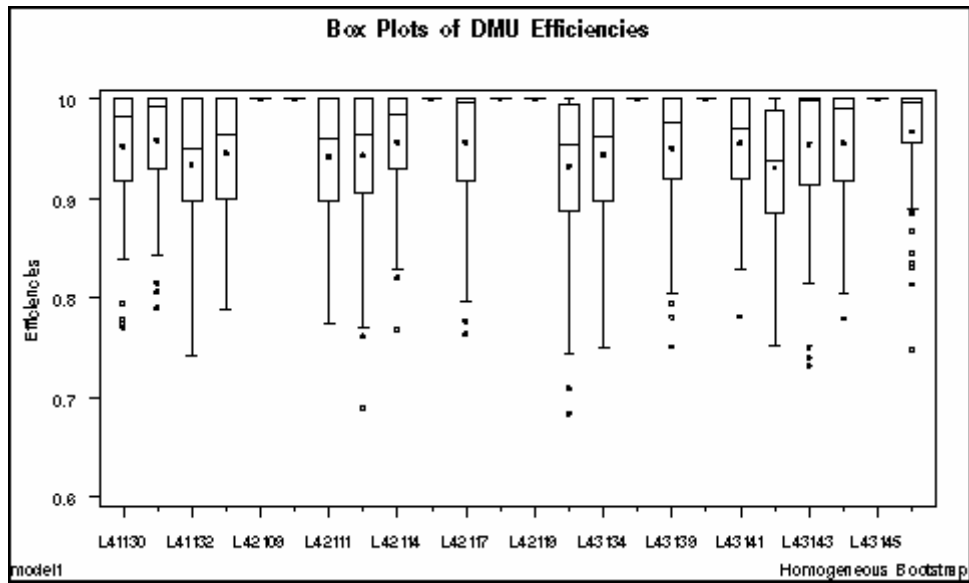
Annexe 6.3

Les *box plot* des scores d'efficacité

Figure 6.3.1

Box plot des taux d'efficacité des lycées secondaires avec service hébergement (modèle 1)
Les résultats de simulation du *bootstrap* homogène.





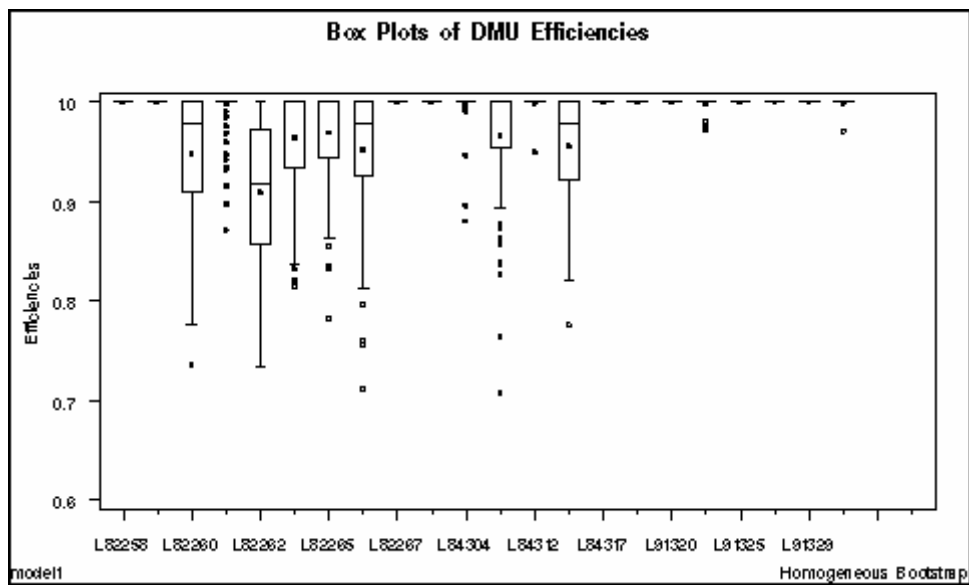
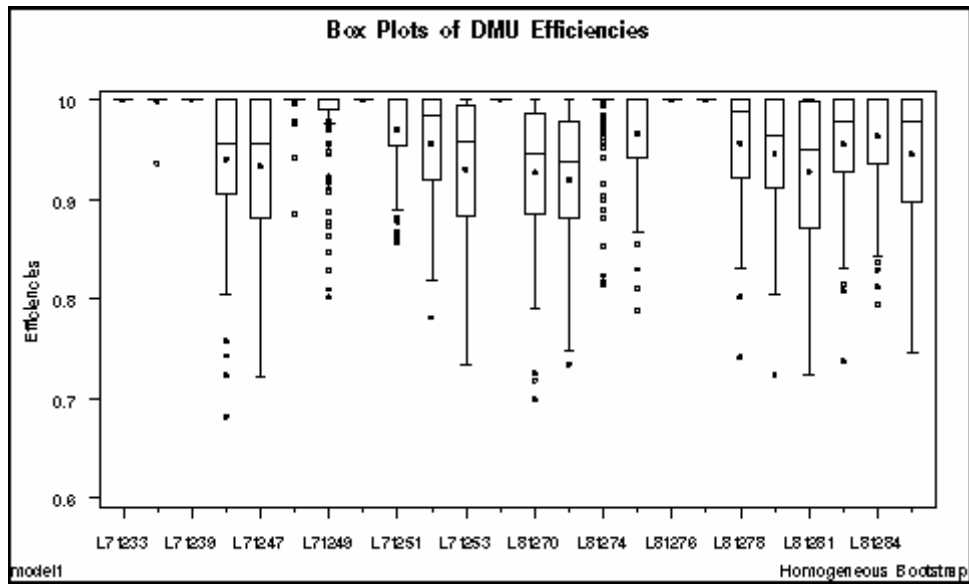
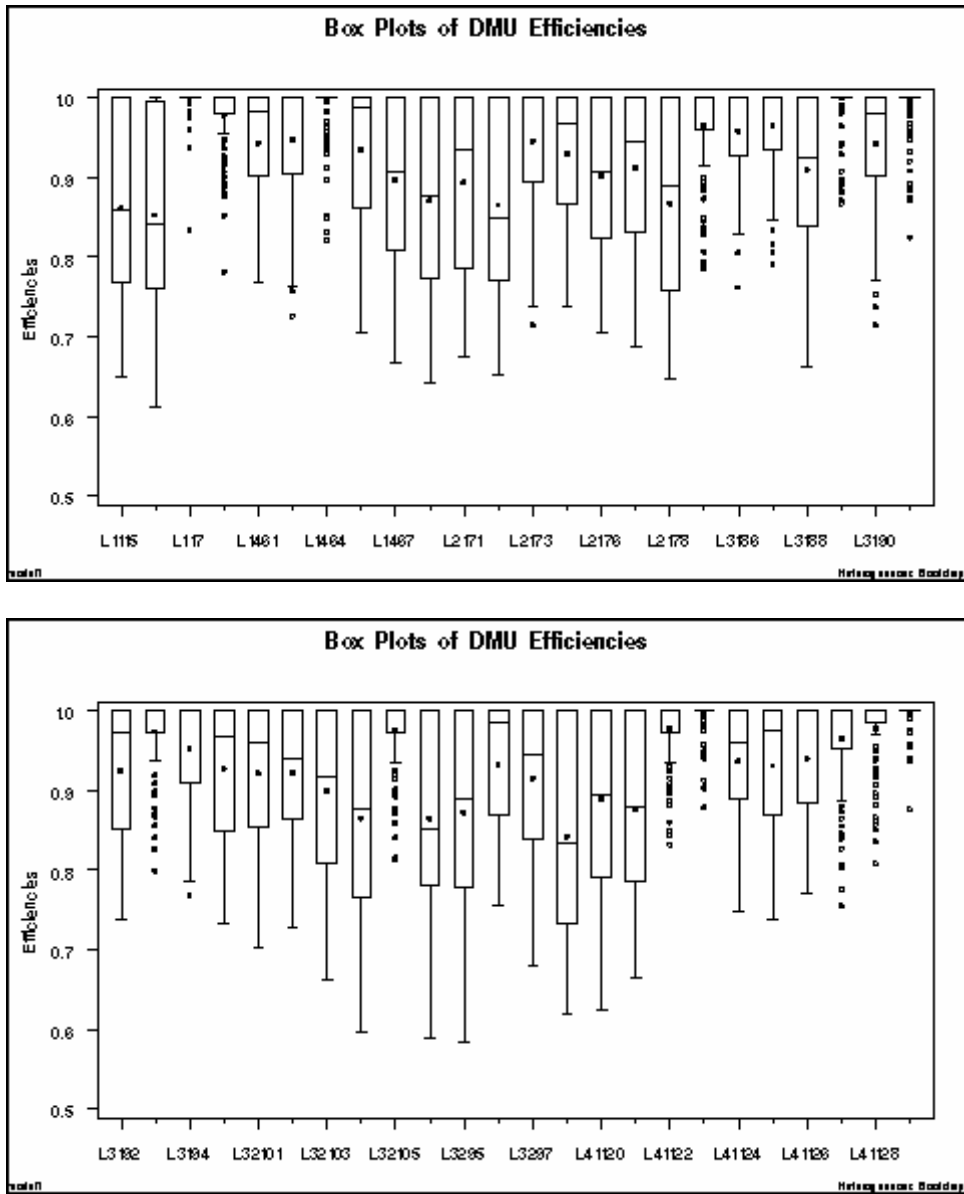
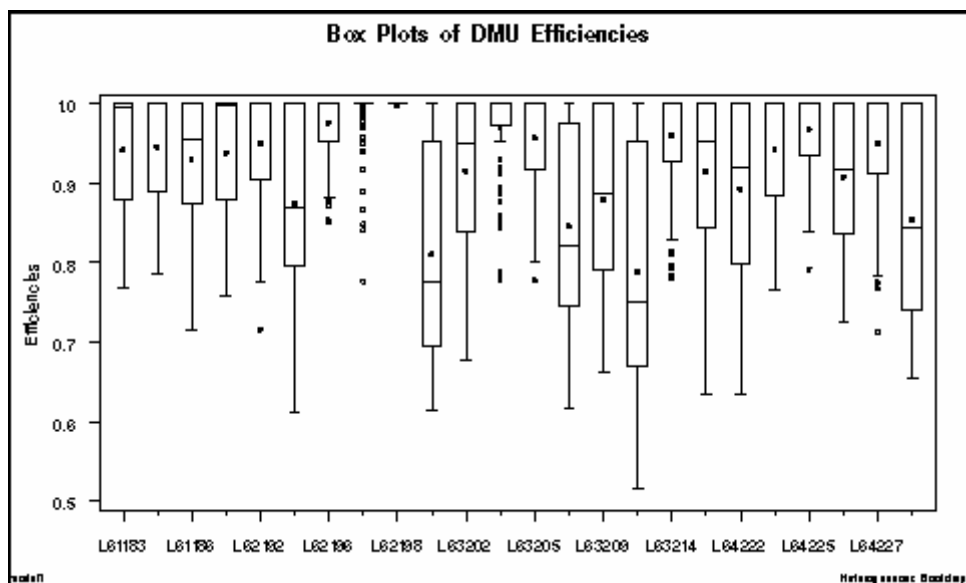
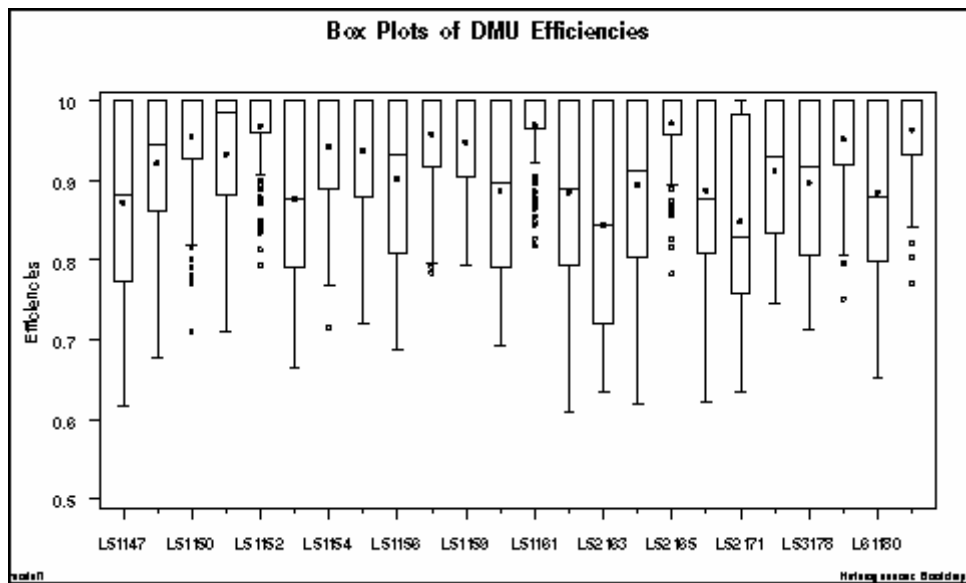
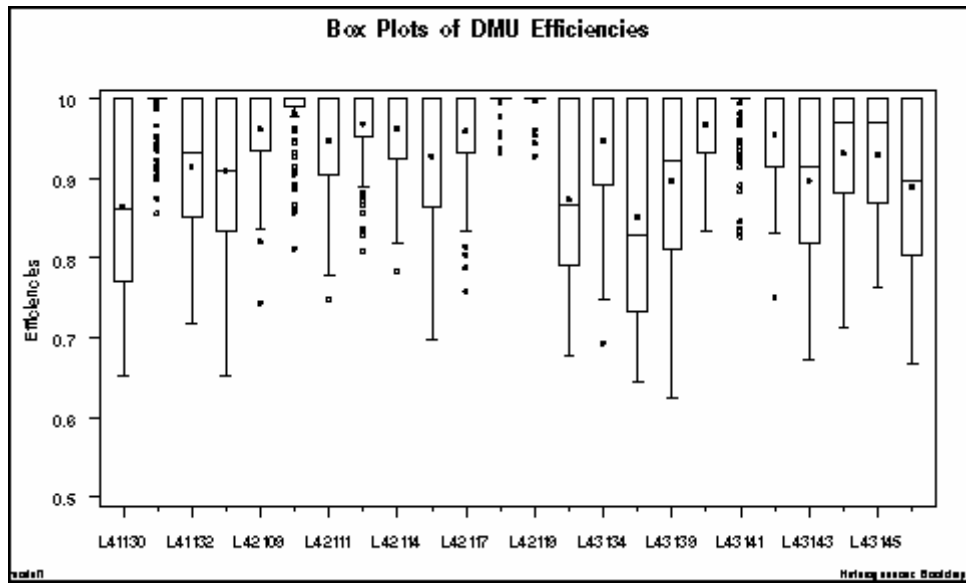


Figure 6.3.2

Box plot des taux d'efficacité des lycées secondaires avec service hébergement (modèle1)
Les résultats de simulation du *bootstrap hétérogène*.





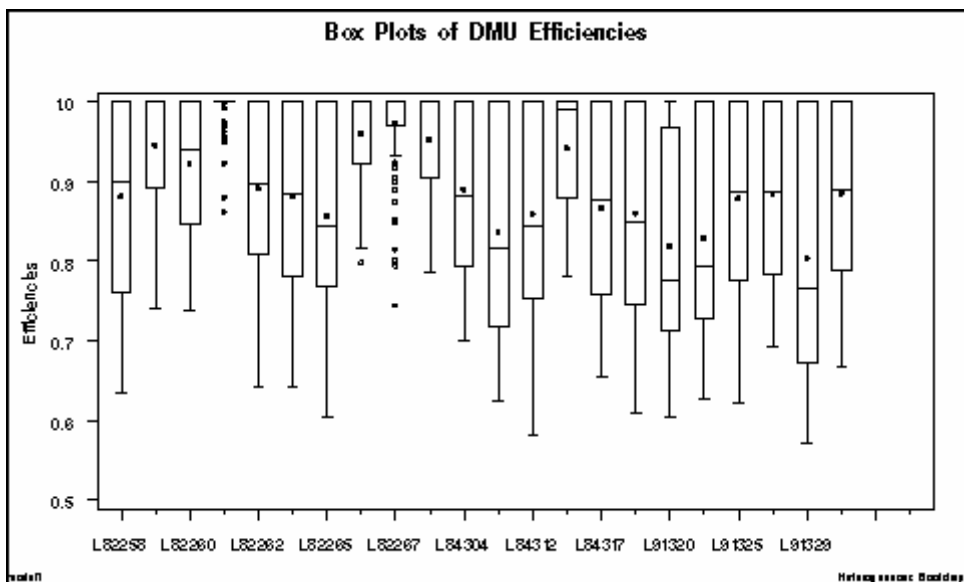
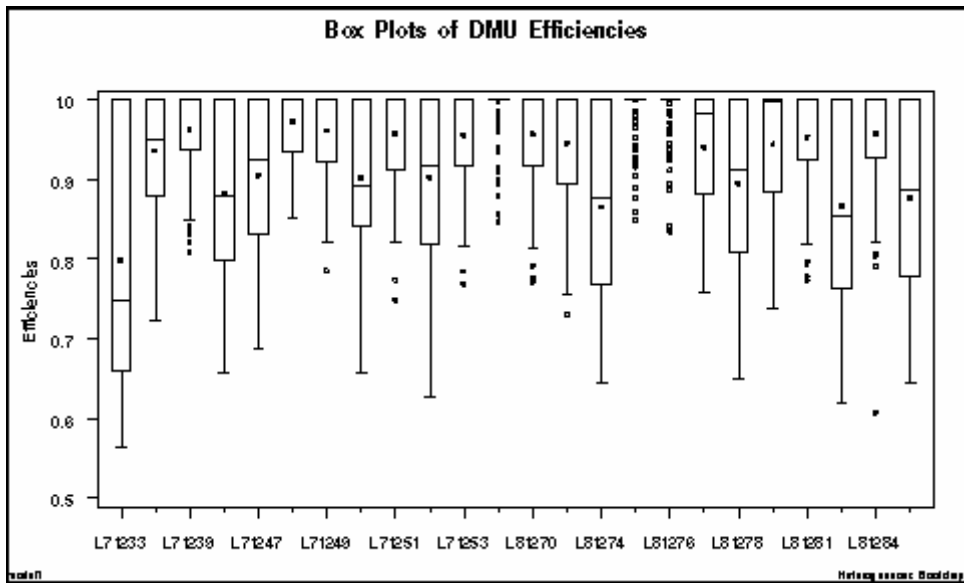
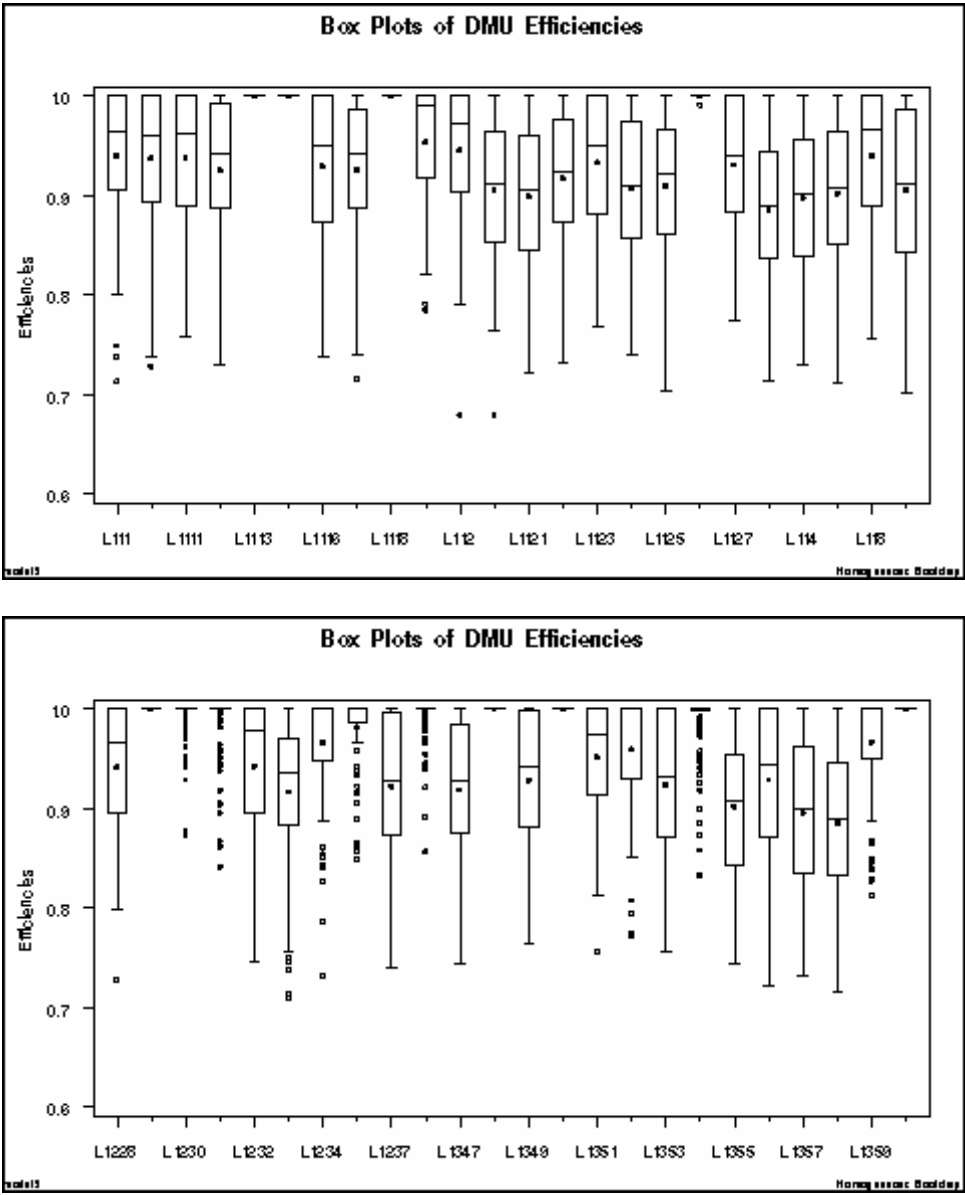
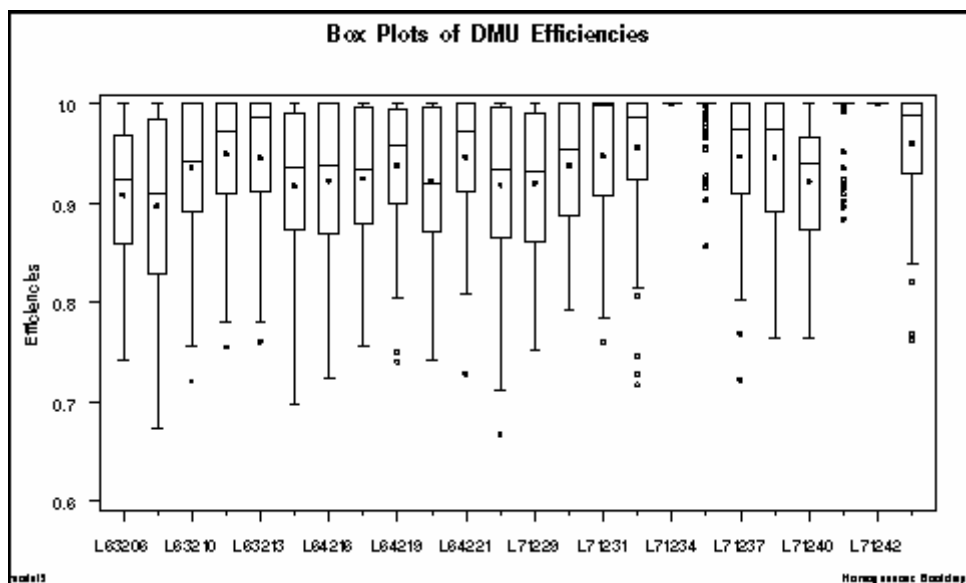
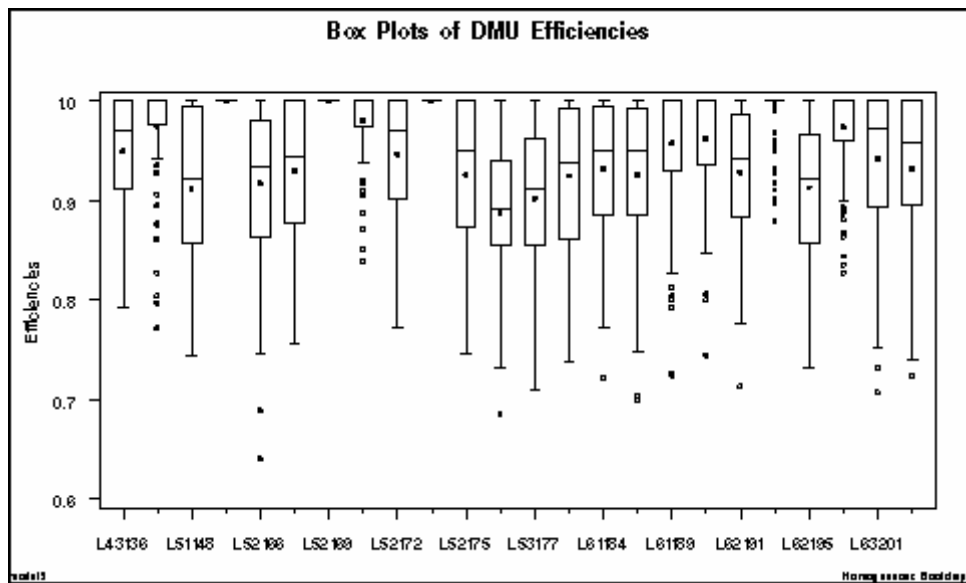
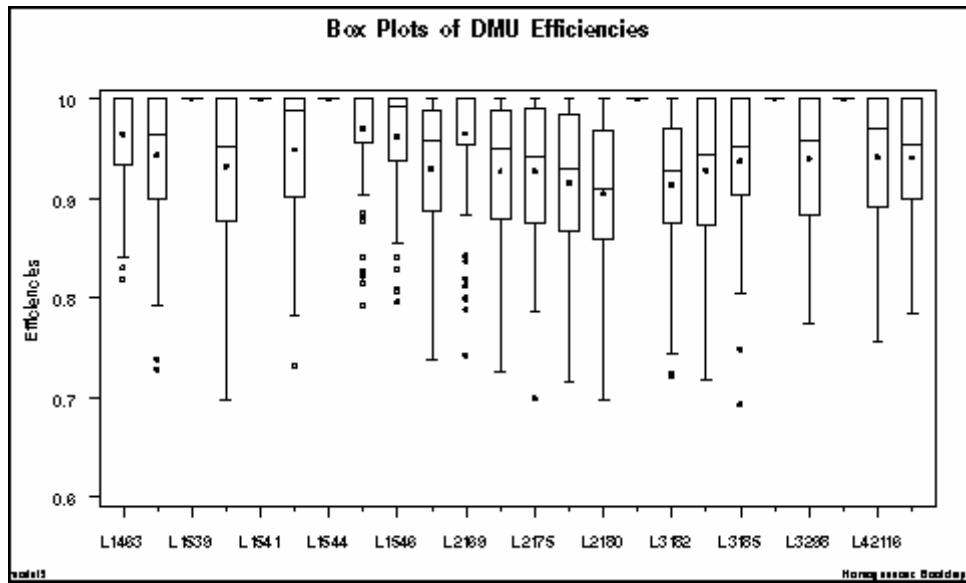


Figure 6.3.3

Box plot des taux d'efficacité des lycées secondaires sans service hébergement (modèle2)
Les résultats de simulation du *bootstrap homogène*.





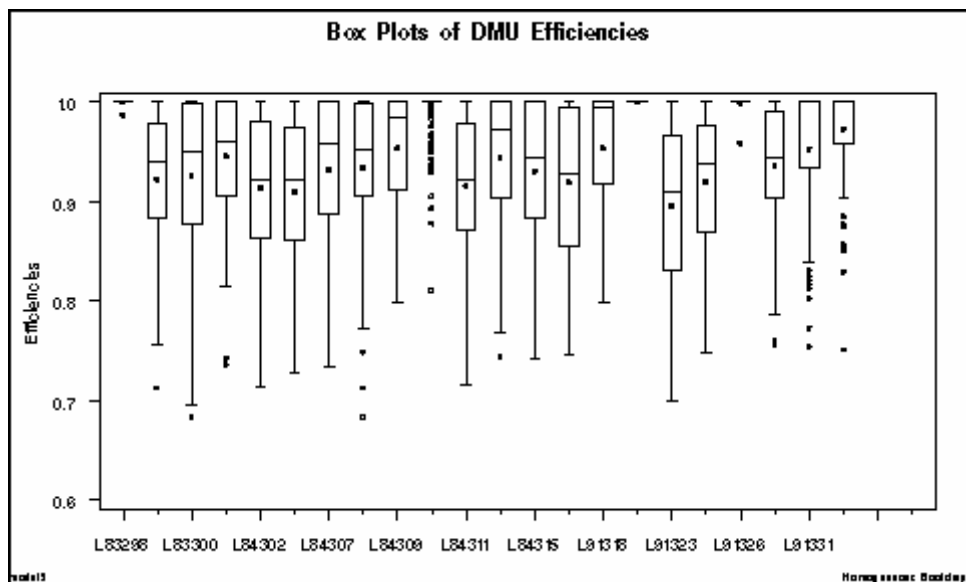
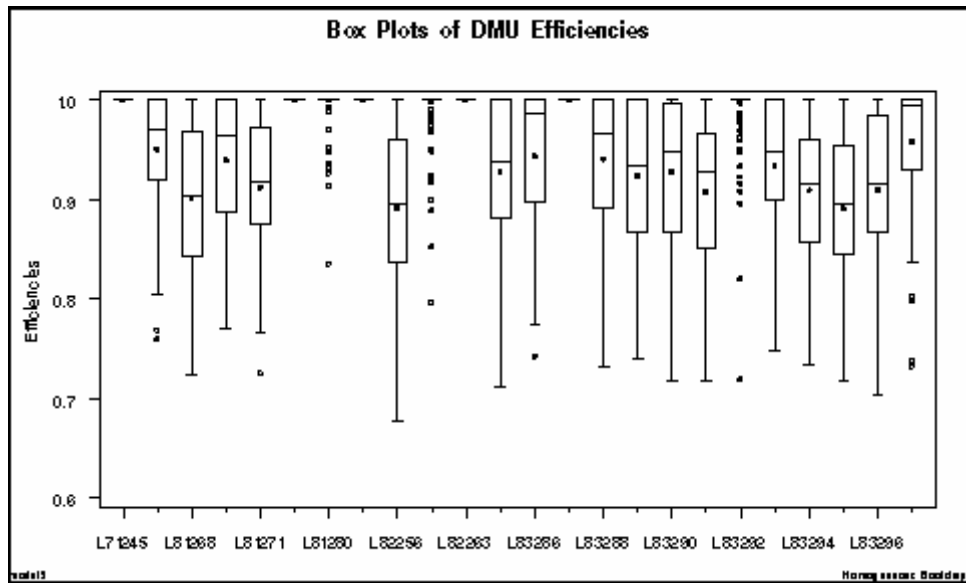
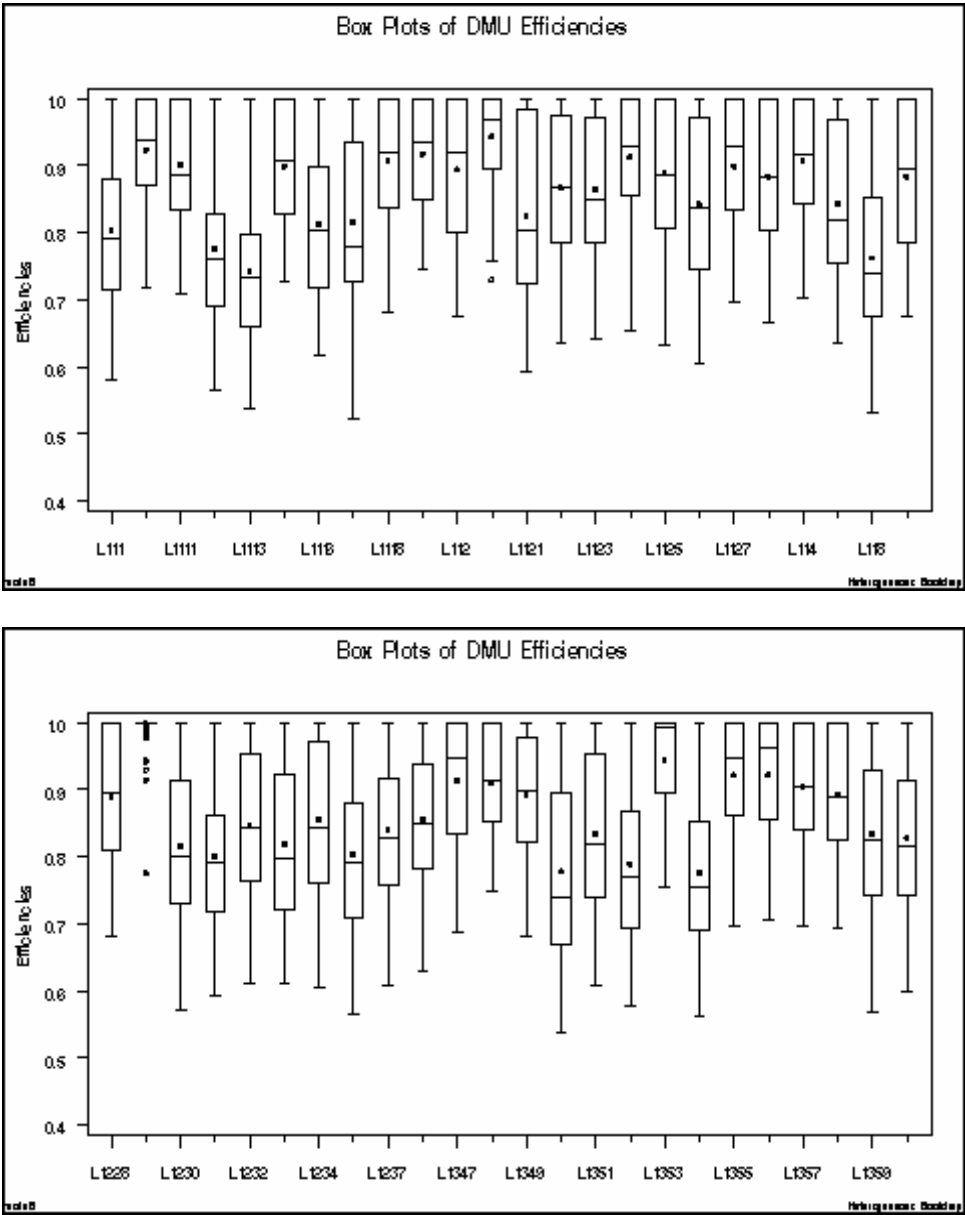
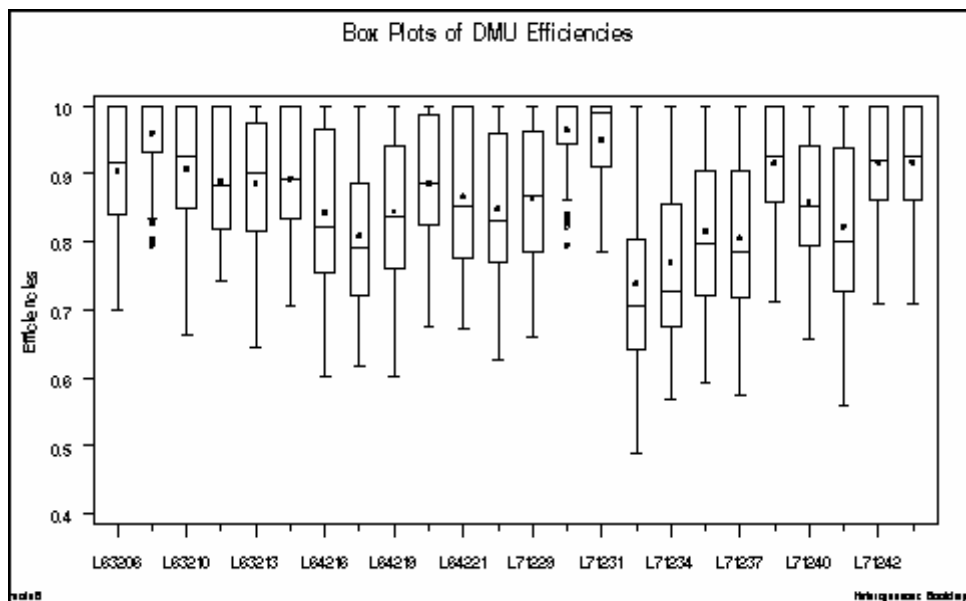
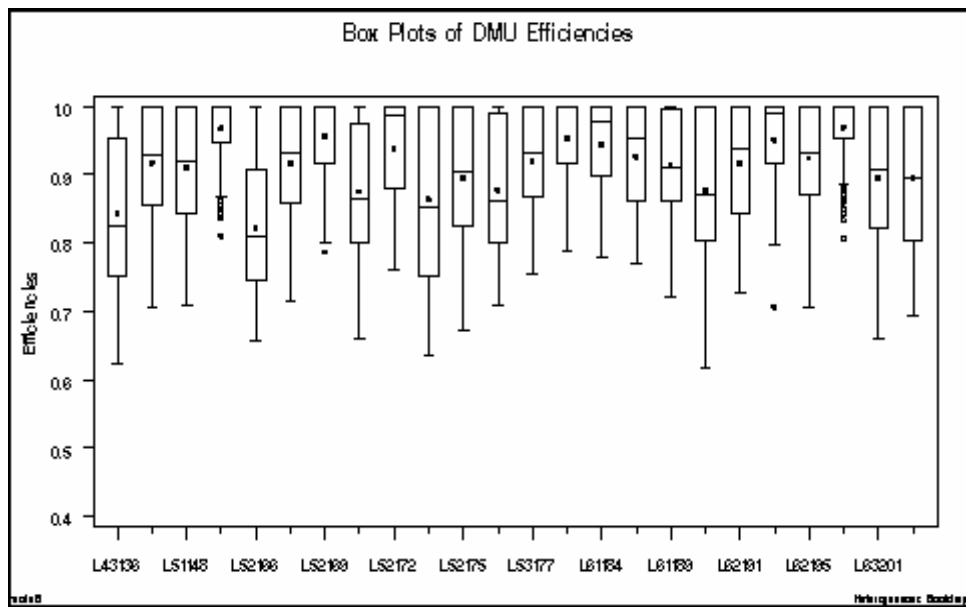
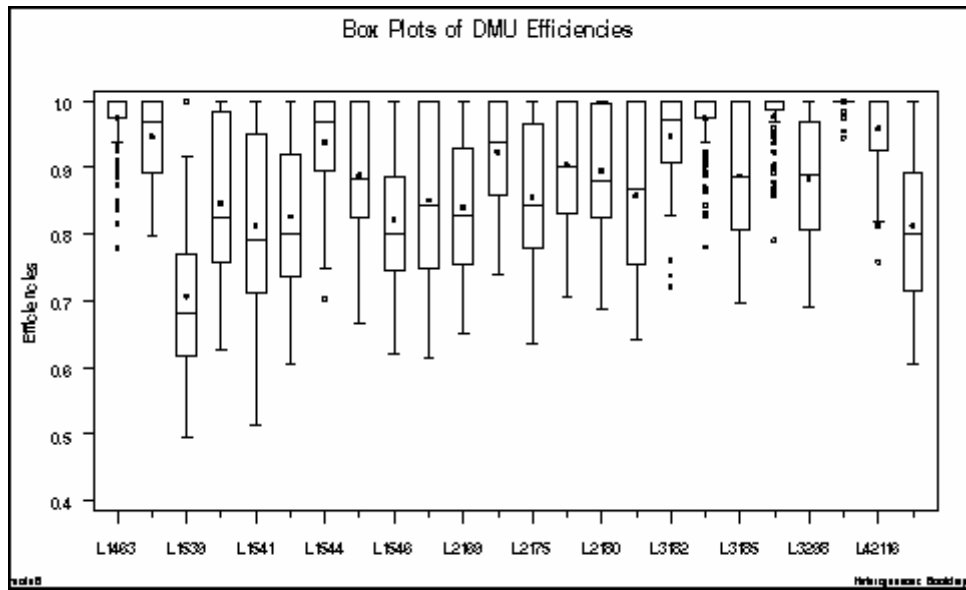
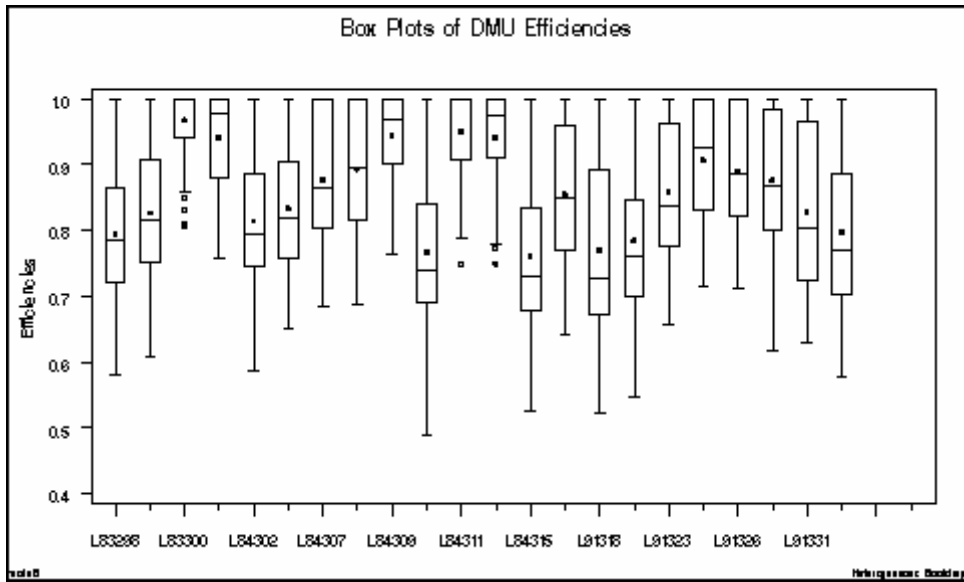
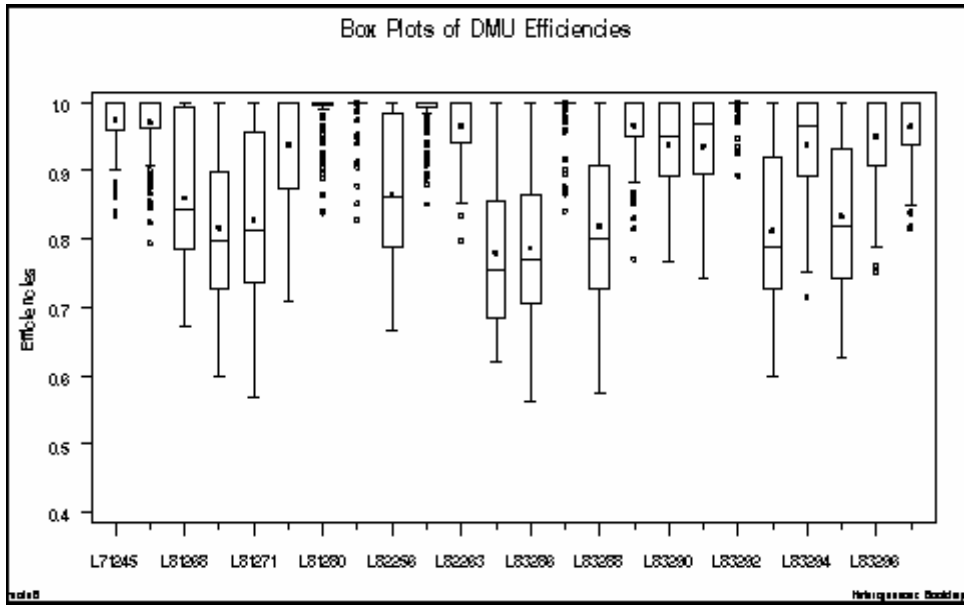


Figure 6.3.4

*Box plot des taux d'efficacité des lycées secondaires sans service hébergement (modèle2)
Les résultats de simulation du bootstrap hétérogène*







Annexe 6.4

La robustesse par rapport à la fenêtre h

Tableau 6.4.1 : Intervalle de confiance de niveau 95% pour des valeurs différentes de h
Les résultats des simulations du *bootstarp homogène* du modèle 1

| DMU | $h = 0,0322989$ | | $h = 0,0161494$ | | $h = 0,0484483$ | |
|--------|-----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L117 | 0,668883 | 0,838665 | 0,668883 | 0,818848 | 0,668883 | 0,838451 |
| L1115 | 0,865932 | 1,020763 | 0,865932 | 1,028632 | 0,865932 | 1,0417 |
| L1235 | 0,565162 | 0,690202 | 0,565162 | 0,70367 | 0,565162 | 0,687993 |
| L1543 | 1 | 1,131736 | 1 | 1,124604 | 1 | 1,129574 |
| L1461 | 0,634365 | 0,830658 | 0,634365 | 0,817007 | 0,634365 | 0,83807 |
| L1462 | 0,596323 | 0,801716 | 0,596323 | 0,776038 | 0,596323 | 0,815024 |
| L1464 | 0,795316 | 0,984905 | 0,795316 | 0,984498 | 0,795316 | 0,973021 |
| L1466 | 0,853 | 1,043014 | 0,853 | 1,027234 | 0,853 | 1,052334 |
| L1467 | 0,451668 | 0,63271 | 0,451668 | 0,624586 | 0,451668 | 0,644689 |
| L2171 | 0,675882 | 0,857883 | 0,675882 | 0,852008 | 0,675882 | 0,845946 |
| L2172 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L2173 | 0,893444 | 1,091655 | 0,893444 | 1,102591 | 0,893444 | 1,079965 |
| L2174 | 1 | 1,110573 | 1 | 1,113295 | 1 | 1,111289 |
| L2176 | 1 | 1,115469 | 1 | 1,118118 | 1 | 1,119018 |
| L2177 | 0,746416 | 0,954552 | 0,746416 | 0,968006 | 0,746416 | 0,93863 |
| L2178 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L3184 | 0,575188 | 0,777733 | 0,575188 | 0,785843 | 0,575188 | 0,773124 |
| L3186 | 0,69039 | 0,877581 | 0,69039 | 0,868985 | 0,69039 | 0,87916 |
| L3187 | 1 | 1,088979 | 1 | 1,098403 | 1 | 1,082239 |
| L3188 | 0,919263 | 1,115269 | 0,919263 | 1,082908 | 0,919263 | 1,135748 |
| L3189 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L3190 | 0,665611 | 0,883586 | 0,665611 | 0,881243 | 0,665611 | 0,866901 |
| L3191 | 1 | 1,113345 | 1 | 1,12641 | 1 | 1,097862 |
| L3192 | 0,590093 | 0,784237 | 0,590093 | 0,781128 | 0,590093 | 0,796114 |
| L3193 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L3194 | 0,748727 | 0,912247 | 0,748727 | 0,908882 | 0,748727 | 0,911109 |
| L3295 | 0,782878 | 0,940636 | 0,782878 | 0,93255 | 0,782878 | 0,953213 |
| L3296 | 1 | 1,10935 | 1 | 1,080382 | 1 | 1,132736 |
| L3297 | 0,79869 | 0,965799 | 0,79869 | 0,961826 | 0,79869 | 0,971167 |
| L3299 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L32100 | 0,798141 | 1,001234 | 0,798141 | 0,994786 | 0,798141 | 1,013643 |
| L32101 | 0,707902 | 0,888063 | 0,707902 | 0,881742 | 0,707902 | 0,904891 |
| L32102 | 0,764245 | 0,948302 | 0,764245 | 0,93904 | 0,764245 | 0,955462 |
| L32103 | 0,794291 | 0,981489 | 0,794291 | 0,962881 | 0,794291 | 0,978331 |
| L32104 | 0,825444 | 0,97227 | 0,825444 | 0,967796 | 0,825444 | 0,9711 |
| L32105 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L32106 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42108 | 0,89991 | 1,073025 | 0,89991 | 1,063936 | 0,89991 | 1,07552 |
| L42109 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42110 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42111 | 0,704003 | 0,895201 | 0,704003 | 0,887983 | 0,704003 | 0,88234 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42112 | 0,744645 | 0,921798 | 0,744645 | 0,912663 | 0,744645 | 0,924977 |
| L42114 | 0,95257 | 1,117378 | 0,95257 | 1,107622 | 0,95257 | 1,118811 |
| L42115 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42117 | 0,889686 | 1,051605 | 0,889686 | 1,059474 | 0,889686 | 1,050354 |
| L42118 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42119 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L41120 | 0,712592 | 0,901349 | 0,712592 | 0,895118 | 0,712592 | 0,892091 |
| L41121 | 0,73116 | 0,889087 | 0,73116 | 0,890264 | 0,73116 | 0,906554 |
| L41122 | 0,665649 | 0,830777 | 0,665649 | 0,84051 | 0,665649 | 0,838415 |
| L41123 | 0,826764 | 0,992786 | 0,826764 | 0,996801 | 0,826764 | 1,004608 |
| L41124 | 0,707953 | 0,911232 | 0,707953 | 0,912941 | 0,707953 | 0,911996 |
| L41125 | 1 | 1,139288 | 1 | 1,11902 | 1 | 1,131511 |
| L41126 | 0,79207 | 0,99405 | 0,791714 | 0,975058 | 0,792402 | 1,00792 |
| L41127 | 0,90964 | 1,08643 | 0,90964 | 1,073171 | 0,90964 | 1,095003 |
| L41128 | 0,702462 | 0,886799 | 0,702462 | 0,88831 | 0,702462 | 0,891133 |
| L41129 | 1 | 1,099598 | 1 | 1,107381 | 1 | 1,111456 |
| L41130 | 0,724416 | 0,929008 | 0,724416 | 0,912341 | 0,724416 | 0,932418 |
| L41131 | 0,905136 | 1,0572 | 0,905136 | 1,054025 | 0,905136 | 1,057921 |
| L41132 | 0,706167 | 0,930083 | 0,706167 | 0,947479 | 0,706167 | 0,923371 |
| L43133 | 0,640039 | 0,844511 | 0,640039 | 0,841773 | 0,640039 | 0,854839 |
| L43134 | 0,497927 | 0,63988 | 0,497927 | 0,653742 | 0,497927 | 0,649031 |
| L43137 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L43139 | 0,920089 | 1,091019 | 0,920089 | 1,082266 | 0,920089 | 1,095005 |
| L43140 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L43141 | 0,881578 | 1,016737 | 0,881578 | 1,019977 | 0,881578 | 1,01686 |
| L43142 | 0,893538 | 1,062109 | 0,893538 | 1,05917 | 0,893538 | 1,069238 |
| L43143 | 0,996257 | 1,177121 | 0,996257 | 1,164282 | 0,996257 | 1,183293 |
| L43144 | 0,9788 | 1,146242 | 0,9788 | 1,148076 | 0,9788 | 1,13766 |
| L43145 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L51146 | 0,993874 | 1,148646 | 0,993874 | 1,147333 | 0,993874 | 1,147796 |
| L51147 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L51149 | 1 | 1,097904 | 1 | 1,083828 | 1 | 1,103738 |
| L51150 | 0,724456 | 0,988855 | 0,724456 | 0,993734 | 0,724456 | 0,976333 |
| L51151 | 1 | 1,081456 | 1 | 1,073664 | 1 | 1,074152 |
| L51152 | 0,777662 | 0,950096 | 0,777662 | 0,956037 | 0,777662 | 0,954257 |
| L51153 | 0,727771 | 0,894677 | 0,727771 | 0,890081 | 0,727771 | 0,89982 |
| L51154 | 0,707103 | 0,885254 | 0,707103 | 0,874934 | 0,707103 | 0,890446 |
| L51155 | 0,921626 | 1,08735 | 0,921626 | 1,09652 | 0,921626 | 1,094651 |
| L51156 | 0,889752 | 1,051828 | 0,889752 | 1,04755 | 0,889752 | 1,051532 |
| L51158 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L51159 | 0,73442 | 0,956963 | 0,73442 | 0,950636 | 0,73442 | 0,945932 |
| L51160 | 0,795059 | 0,945139 | 0,795059 | 0,935635 | 0,795059 | 0,955604 |
| L51161 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52162 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52163 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52164 | 0,919922 | 1,071877 | 0,919922 | 1,075499 | 0,919922 | 1,078014 |
| L52165 | 0,857801 | 1,014041 | 0,857801 | 1,004239 | 0,857801 | 1,021051 |
| L52168 | 0,818899 | 0,994021 | 0,818899 | 0,980862 | 0,818899 | 1,002008 |
| L52171 | 0,683055 | 0,868302 | 0,683055 | 0,857579 | 0,683055 | 0,874406 |
| L52173 | 1 | 1,134805 | 1 | 1,1303 | 1 | 1,13347 |
| L53178 | 1 | 1,031279 | 1 | 1,038308 | 1 | 1 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L53179 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L61180 | 1 | 1,007019 | 1 | 1,01678 | 1 | 1,013503 |
| L61181 | 0,917644 | 1,058931 | 0,917644 | 1,071526 | 0,917644 | 1,066516 |
| L61183 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L61185 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L61186 | 1 | 1,112945 | 1 | 1,10121 | 1 | 1,12705 |
| L61188 | 1 | 1,15569 | 1 | 1,15831 | 1 | 1,143204 |
| L62192 | 0,43312 | 0,621845 | 0,43312 | 0,60391 | 0,43312 | 0,630724 |
| L62194 | 0,939159 | 1,094519 | 0,939159 | 1,089274 | 0,939159 | 1,102679 |
| L62196 | 1 | 1,122497 | 1 | 1,116046 | 1 | 1,139161 |
| L62197 | 0,733401 | 0,884873 | 0,733401 | 0,8798 | 0,733401 | 0,883834 |
| L62198 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L63200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L63202 | 1 | 1,157248 | 1 | 1,157625 | 1 | 1,144713 |
| L63204 | 0,689717 | 0,884667 | 0,689717 | 0,878769 | 0,689717 | 0,891605 |
| L63205 | 0,744619 | 0,946501 | 0,744619 | 0,943912 | 0,744619 | 0,946771 |
| L63207 | 1 | 1,083705 | 1 | 1,083688 | 1 | 1,085599 |
| L63209 | 1 | 1,13666 | 1 | 1,133905 | 1 | 1,142579 |
| L63211 | 0,770048 | 0,945586 | 0,770048 | 0,92769 | 0,770048 | 0,95599 |
| L63214 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L64218 | 0,771675 | 0,945144 | 0,771675 | 0,931367 | 0,771675 | 0,947849 |
| L64222 | 0,958665 | 1,148407 | 0,958665 | 1,118467 | 0,958665 | 1,153387 |
| L64224 | 1 | 1,15109 | 1 | 1,143496 | 1 | 1,146945 |
| L64225 | 0,768638 | 0,938418 | 0,768638 | 0,929032 | 0,768638 | 0,941333 |
| L64226 | 1 | 1,098866 | 1 | 1,087772 | 1 | 1,097639 |
| L64227 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71228 | 0,771498 | 0,942203 | 0,771498 | 0,932569 | 0,771498 | 0,946153 |
| L71233 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71235 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71239 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71244 | 0,804598 | 0,999329 | 0,804598 | 0,988647 | 0,804598 | 1,012104 |
| L71247 | 0,748484 | 0,941405 | 0,748484 | 0,956575 | 0,748484 | 0,943335 |
| L71248 | 1 | 1,003486 | 1 | 1 | 1 | 1,000697 |
| L71249 | 1 | 1,137025 | 1 | 1,134678 | 1 | 1,144031 |
| L71250 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71251 | 0,759965 | 0,891392 | 0,759965 | 0,880975 | 0,759965 | 0,896588 |
| L71252 | 0,938251 | 1,088648 | 0,938251 | 1,08135 | 0,938251 | 1,097199 |
| L71253 | 0,762143 | 0,967714 | 0,762143 | 0,965329 | 0,762143 | 0,969464 |
| L71254 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82255 | 0,690305 | 0,89128 | 0,690305 | 0,861653 | 0,690305 | 0,892075 |
| L82258 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82259 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82260 | 0,689585 | 0,868675 | 0,689585 | 0,860534 | 0,689585 | 0,875468 |
| L82261 | 1 | 1,083296 | 1 | 1,078216 | 1 | 1,081983 |
| L82262 | 0,667178 | 0,882027 | 0,667178 | 0,856722 | 0,667178 | 0,875239 |
| L82264 | 0,889956 | 1,057542 | 0,889956 | 1,055895 | 0,889956 | 1,051293 |
| L82265 | 1 | 1,136488 | 1 | 1,138656 | 1 | 1,143372 |
| L82266 | 0,856728 | 1,044385 | 0,856728 | 1,019324 | 0,856728 | 1,046988 |
| L82267 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L81270 | 0,85769 | 1,051628 | 0,85769 | 1,038817 | 0,85769 | 1,061262 |
| L81272 | 0,764391 | 0,976923 | 0,764391 | 0,957199 | 0,764391 | 0,991921 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81274 | 1 | 1,118024 | 1 | 1,135721 | 1 | 1,11728 |
| L81275 | 0,832685 | 0,965921 | 0,832685 | 0,968768 | 0,832685 | 0,976423 |
| L81276 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L81277 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L81278 | 0,856229 | 1,023039 | 0,856229 | 1,00679 | 0,856229 | 1,012674 |
| L81279 | 0,881528 | 1,041606 | 0,881528 | 1,034455 | 0,881528 | 1,044232 |
| L81281 | 0,81074 | 1,025448 | 0,81074 | 1,025033 | 0,81074 | 1,036659 |
| L81283 | 0,909509 | 1,076845 | 0,909509 | 1,068883 | 0,909509 | 1,084406 |
| L81284 | 0,887379 | 1,049603 | 0,887379 | 1,036838 | 0,887379 | 1,045876 |
| L84303 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L84304 | 1 | 1,00407 | 1 | 1,008943 | 1 | 1,014036 |
| L84305 | 0,714598 | 0,876166 | 0,714598 | 0,875693 | 0,714598 | 0,871411 |
| L84312 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L84313 | 0,787845 | 0,929357 | 0,787845 | 0,931115 | 0,787845 | 0,936007 |
| L84317 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91319 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91320 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91322 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91325 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91328 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91329 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91330 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Tableau 6.4.2 : Intervalle de confiance de niveau 95% pour des valeurs différentes de h
 Les résultats de simulation du *bootstarp hétérogène* pour le modèle 1

| DMU | $h = 0,6417129$ | | $h = 0,3208564$ | | $h = 0,9625693$ | |
|--------|-----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | 1 | 1,343666 | 1 | 1,331139 | 1 | 1,321311 |
| L117 | 0,668883 | 0,684991 | 0,668883 | 0,669758 | 0,668883 | 0,68115 |
| L1115 | 0,865932 | 1,183798 | 0,865932 | 1,219704 | 0,865932 | 1,180819 |
| L1235 | 0,565162 | 0,675467 | 0,565162 | 0,686914 | 0,565162 | 0,675858 |
| L1543 | 1 | 1,284386 | 1 | 1,292168 | 1 | 1,312928 |
| L1461 | 0,634365 | 0,822096 | 0,634365 | 0,825661 | 0,634365 | 0,815678 |
| L1462 | 0,596323 | 0,829994 | 0,596323 | 0,812882 | 0,596323 | 0,820386 |
| L1464 | 0,795316 | 0,897861 | 0,795316 | 0,904039 | 0,795316 | 0,888875 |
| L1466 | 0,853 | 1,069146 | 0,853 | 1,075137 | 0,853 | 1,086402 |
| L1467 | 0,451668 | 0,741052 | 0,451668 | 0,748673 | 0,451668 | 0,73568 |
| L2171 | 0,675882 | 0,97882 | 0,675882 | 0,964617 | 0,675882 | 0,955509 |
| L2172 | 1 | 1,307084 | 1 | 1,297536 | 1 | 1,306805 |
| L2173 | 0,893444 | 1,105945 | 0,893444 | 1,101513 | 0,893444 | 1,091549 |
| L2174 | 1 | 1,236468 | 1 | 1,227489 | 1 | 1,241317 |
| L2176 | 1 | 1,257492 | 1 | 1,266415 | 1 | 1,240106 |
| L2177 | 0,746416 | 1,006322 | 0,746416 | 1,039525 | 0,746416 | 0,995379 |
| L2178 | 1 | 1,30788 | 1 | 1,331999 | 1 | 1,307242 |
| L3184 | 0,575188 | 0,746628 | 0,575188 | 0,729373 | 0,575188 | 0,767042 |
| L3186 | 0,69039 | 0,85906 | 0,69039 | 0,850635 | 0,69039 | 0,854696 |
| L3187 | 1 | 1,152939 | 1 | 1,172448 | 1 | 1,155749 |
| L3188 | 0,919263 | 1,178287 | 0,919263 | 1,157078 | 0,919263 | 1,156858 |
| L3189 | 1 | 1,108589 | 1 | 1,084494 | 1 | 1,117481 |
| L3190 | 0,665611 | 0,883659 | 0,665611 | 0,896554 | 0,665611 | 0,855089 |
| L3191 | 1 | 1,113221 | 1 | 1,099287 | 1 | 1,107838 |
| L3192 | 0,590093 | 0,817587 | 0,590093 | 0,799937 | 0,590093 | 0,796269 |
| L3193 | 1 | 1,158629 | 1 | 1,170415 | 1 | 1,143529 |
| L3194 | 0,748727 | 0,935885 | 0,748727 | 0,967312 | 0,748727 | 0,954097 |
| L3295 | 0,782878 | 1,126538 | 0,782878 | 1,123991 | 0,782878 | 1,116042 |
| L3296 | 1 | 1,20687 | 1 | 1,224643 | 1 | 1,22811 |
| L3297 | 0,79869 | 1,077839 | 0,79869 | 1,095631 | 0,79869 | 1,07413 |
| L3299 | 1 | 1,354908 | 1 | 1,347055 | 1 | 1,348635 |
| L32100 | 0,798141 | 1,029609 | 0,798141 | 1,019038 | 0,798141 | 1,029525 |
| L32101 | 0,707902 | 0,959757 | 0,707902 | 0,942189 | 0,707902 | 0,960809 |
| L32102 | 0,764245 | 0,998464 | 0,764245 | 1,02469 | 0,764245 | 1,007854 |
| L32103 | 0,794291 | 1,06934 | 0,794291 | 1,074643 | 0,794291 | 1,051874 |
| L32104 | 0,825444 | 1,14511 | 0,825444 | 1,172573 | 0,825444 | 1,135463 |
| L32105 | 1 | 1,139201 | 1 | 1,15238 | 1 | 1,169287 |
| L32106 | 1 | 1,305786 | 1 | 1,315659 | 1 | 1,300573 |
| L42108 | 0,89991 | 1,130657 | 0,89991 | 1,13844 | 0,89991 | 1,138268 |
| L42109 | 1 | 1,155832 | 1 | 1,144478 | 1 | 1,169428 |
| L42110 | 1 | 1,112494 | 1 | 1,129783 | 1 | 1,105284 |
| L42111 | 0,704003 | 0,915675 | 0,704003 | 0,904452 | 0,704003 | 0,905086 |
| L42112 | 0,744645 | 0,887366 | 0,744645 | 0,917718 | 0,744645 | 0,877399 |
| L42114 | 0,95257 | 1,124218 | 0,95257 | 1,118507 | 0,95257 | 1,098699 |
| L42115 | 1 | 1,24378 | 1 | 1,241525 | 1 | 1,222534 |
| L42117 | 0,889686 | 1,074103 | 0,889686 | 1,078568 | 0,889686 | 1,051306 |
| L42118 | 1 | 1,022435 | 1 | 1,055663 | 1 | 1,01695 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42119 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L41120 | 0,712592 | 0,99501 | 0,712592 | 1,009607 | 0,712592 | 1,004651 |
| L41121 | 0,73116 | 1,028179 | 0,73116 | 1,023852 | 0,73116 | 1,027645 |
| L41122 | 0,665649 | 0,777868 | 0,665649 | 0,786765 | 0,665649 | 0,765134 |
| L41123 | 0,826764 | 0,882848 | 0,826764 | 0,905036 | 0,826764 | 0,898488 |
| L41124 | 0,707953 | 0,917221 | 0,707953 | 0,918661 | 0,707953 | 0,908278 |
| L41125 | 1 | 1,230956 | 1 | 1,237868 | 1 | 1,224803 |
| L41126 | 0,791714 | 0,997109 | 0,791714 | 1,013829 | 0,791714 | 1,001001 |
| L41127 | 0,90964 | 1,082387 | 0,90964 | 1,088701 | 0,90964 | 1,101488 |
| L41128 | 0,702462 | 0,835776 | 0,702462 | 0,825481 | 0,702462 | 0,824484 |
| L41129 | 1 | 1,04404 | 1 | 1,041277 | 1 | 1,040408 |
| L41130 | 0,724416 | 1,051566 | 0,724416 | 1,033756 | 0,724416 | 1,061332 |
| L41131 | 0,905136 | 0,99346 | 0,905136 | 1,009502 | 0,905136 | 0,990598 |
| L41132 | 0,706167 | 0,957034 | 0,706167 | 0,961417 | 0,706167 | 0,969106 |
| L43133 | 0,640039 | 0,952574 | 0,640039 | 0,930334 | 0,640039 | 0,932263 |
| L43134 | 0,497927 | 0,675446 | 0,497927 | 0,691499 | 0,497927 | 0,672732 |
| L43137 | 1 | 1,329479 | 1 | 1,336174 | 1 | 1,343613 |
| L43139 | 0,920089 | 1,18995 | 0,920089 | 1,178594 | 0,920089 | 1,187943 |
| L43140 | 1 | 1,128128 | 1 | 1,141822 | 1 | 1,113717 |
| L43141 | 0,881578 | 0,996612 | 0,881578 | 0,986003 | 0,881578 | 0,998813 |
| L43142 | 0,893538 | 1,053565 | 0,893538 | 1,084528 | 0,893538 | 1,048637 |
| L43143 | 0,996257 | 1,286972 | 0,996257 | 1,261119 | 0,996257 | 1,291468 |
| L43144 | 0,9788 | 1,206833 | 0,9788 | 1,215135 | 0,9788 | 1,184285 |
| L43145 | 1 | 1,206042 | 1 | 1,219753 | 1 | 1,202967 |
| L51146 | 0,993874 | 1,273153 | 0,993874 | 1,280294 | 0,993874 | 1,283105 |
| L51147 | 1 | 1,323852 | 1 | 1,319699 | 1 | 1,294535 |
| L51149 | 1 | 1,243697 | 1 | 1,261373 | 1 | 1,231255 |
| L51150 | 0,724456 | 0,933052 | 0,724456 | 0,932896 | 0,724456 | 0,931243 |
| L51151 | 1 | 1,219654 | 1 | 1,227693 | 1 | 1,206874 |
| L51152 | 0,777662 | 0,935871 | 0,777662 | 0,920786 | 0,777662 | 0,926914 |
| L51153 | 0,727771 | 1,025236 | 0,727771 | 1,023179 | 0,727771 | 1,02194 |
| L51154 | 0,707103 | 0,926345 | 0,707103 | 0,916506 | 0,707103 | 0,911731 |
| L51155 | 0,921626 | 1,144923 | 0,921626 | 1,13958 | 0,921626 | 1,163231 |
| L51156 | 0,889752 | 1,149372 | 0,889752 | 1,163791 | 0,889752 | 1,138813 |
| L51158 | 1 | 1,153791 | 1 | 1,163184 | 1 | 1,159848 |
| L51159 | 0,73442 | 0,906738 | 0,73442 | 0,926746 | 0,73442 | 0,898842 |
| L51160 | 0,795059 | 1,068134 | 0,795059 | 1,090929 | 0,795059 | 1,065812 |
| L51161 | 1 | 1,144421 | 1 | 1,138475 | 1 | 1,147505 |
| L52162 | 1 | 1,315734 | 1 | 1,301621 | 1 | 1,303975 |
| L52163 | 1 | 1,358305 | 1 | 1,332981 | 1 | 1,343959 |
| L52164 | 0,919922 | 1,201937 | 0,919922 | 1,203803 | 0,919922 | 1,240732 |
| L52165 | 0,857801 | 0,997834 | 0,857801 | 1,018955 | 0,857801 | 1,004427 |
| L52168 | 0,818899 | 1,082143 | 0,818899 | 1,109566 | 0,818899 | 1,105157 |
| L52171 | 0,683055 | 0,999154 | 0,683055 | 0,996718 | 0,683055 | 1,00037 |
| L52173 | 1 | 1,229067 | 1 | 1,245093 | 1 | 1,237771 |
| L53178 | 1 | 1,270511 | 1 | 1,255172 | 1 | 1,259916 |
| L53179 | 1 | 1,192427 | 1 | 1,2118 | 1 | 1,189054 |
| L61180 | 1 | 1,305022 | 1 | 1,300091 | 1 | 1,290042 |
| L61181 | 0,917644 | 1,066825 | 0,917644 | 1,074661 | 0,917644 | 1,09583 |
| L61183 | 1 | 1,209743 | 1 | 1,20357 | 1 | 1,197468 |
| L61185 | 1 | 1,191629 | 1 | 1,187564 | 1 | 1,190198 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L61186 | 1 | 1,233287 | 1 | 1,223966 | 1 | 1,220304 |
| L61188 | 1 | 1,210277 | 1 | 1,216925 | 1 | 1,186177 |
| L62192 | 0,43312 | 0,600619 | 0,43312 | 0,626293 | 0,43312 | 0,620478 |
| L62194 | 0,939159 | 1,25093 | 0,939159 | 1,23498 | 0,939159 | 1,24718 |
| L62196 | 1 | 1,121271 | 1 | 1,12526 | 1 | 1,128485 |
| L62197 | 0,733401 | 0,815875 | 0,733401 | 0,821852 | 0,733401 | 0,807626 |
| L62198 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L63200 | 1 | 1,344703 | 1 | 1,351236 | 1 | 1,353465 |
| L63202 | 1 | 1,249582 | 1 | 1,255875 | 1 | 1,244916 |
| L63204 | 0,689717 | 0,837266 | 0,689717 | 0,851965 | 0,689717 | 0,827185 |
| L63205 | 0,744619 | 0,916305 | 0,744619 | 0,927143 | 0,744619 | 0,913682 |
| L63207 | 1 | 1,322578 | 1 | 1,346411 | 1 | 1,336321 |
| L63209 | 1 | 1,319331 | 1 | 1,306781 | 1 | 1,305042 |
| L63211 | 0,770048 | 1,179267 | 0,770048 | 1,185507 | 0,770048 | 1,176309 |
| L63214 | 1 | 1,18797 | 1 | 1,178937 | 1 | 1,19377 |
| L64218 | 0,771675 | 1,031744 | 0,771675 | 1,038157 | 0,771675 | 1,038307 |
| L64222 | 0,958665 | 1,243011 | 0,958665 | 1,245085 | 0,958665 | 1,236552 |
| L64224 | 1 | 1,227455 | 1 | 1,229381 | 1 | 1,197783 |
| L64225 | 0,768638 | 0,898475 | 0,768638 | 0,912318 | 0,768638 | 0,90952 |
| L64226 | 1 | 1,232456 | 1 | 1,245141 | 1 | 1,244352 |
| L64227 | 1 | 1,20329 | 1 | 1,202449 | 1 | 1,203523 |
| L71228 | 0,771498 | 1,109356 | 0,771498 | 1,096524 | 0,771498 | 1,108247 |
| L71233 | 1 | 1,415269 | 1 | 1,425679 | 1 | 1,41241 |
| L71235 | 1 | 1,197651 | 1 | 1,198862 | 1 | 1,172529 |
| L71239 | 1 | 1,15733 | 1 | 1,17607 | 1 | 1,162651 |
| L71244 | 0,804598 | 1,086384 | 0,804598 | 1,111938 | 0,804598 | 1,098502 |
| L71247 | 0,748484 | 1,022365 | 0,748484 | 1,021979 | 0,748484 | 1,024228 |
| L71248 | 1 | 1,122541 | 1 | 1,124995 | 1 | 1,10957 |
| L71249 | 1 | 1,151131 | 1 | 1,159961 | 1 | 1,141218 |
| L71250 | 1 | 1,226384 | 1 | 1,230877 | 1 | 1,247169 |
| L71251 | 0,759965 | 0,918727 | 0,759965 | 0,933045 | 0,759965 | 0,945638 |
| L71252 | 0,938251 | 1,213764 | 0,938251 | 1,190232 | 0,938251 | 1,202306 |
| L71253 | 0,762143 | 0,934639 | 0,762143 | 0,919595 | 0,762143 | 0,94717 |
| L71254 | 1 | 1,105265 | 1 | 1,112568 | 1 | 1,117796 |
| L82255 | 0,690305 | 0,982857 | 0,690305 | 1,003292 | 0,690305 | 0,993841 |
| L82258 | 1 | 1,296553 | 1 | 1,31081 | 1 | 1,288886 |
| L82259 | 1 | 1,201684 | 1 | 1,206348 | 1 | 1,191412 |
| L82260 | 0,689585 | 0,917601 | 0,689585 | 0,918104 | 0,689585 | 0,920214 |
| L82261 | 1 | 1,050014 | 1 | 1,094167 | 1 | 1,060511 |
| L82262 | 0,667178 | 0,956378 | 0,667178 | 0,94319 | 0,667178 | 0,950961 |
| L82264 | 0,889956 | 1,186506 | 0,889956 | 1,189922 | 0,889956 | 1,185826 |
| L82265 | 1 | 1,323067 | 1 | 1,348555 | 1 | 1,336419 |
| L82266 | 0,856728 | 1,016827 | 0,856728 | 1,01461 | 0,856728 | 1,020259 |
| L82267 | 1 | 1,18455 | 1 | 1,161408 | 1 | 1,105474 |
| L81270 | 0,85769 | 1,044035 | 0,85769 | 1,045236 | 0,85769 | 1,030028 |
| L81272 | 0,764391 | 0,981944 | 0,764391 | 0,98765 | 0,764391 | 0,96775 |
| L81274 | 1 | 1,323247 | 1 | 1,324532 | 1 | 1,307175 |
| L81275 | 0,832685 | 0,926983 | 0,832685 | 0,929265 | 0,832685 | 0,931356 |
| L81276 | 1 | 1,105228 | 1 | 1,086132 | 1 | 1,096711 |
| L81277 | 1 | 1,188097 | 1 | 1,196459 | 1 | 1,18919 |
| L81278 | 0,856229 | 1,156353 | 0,856229 | 1,148991 | 0,856229 | 1,139515 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81279 | 0,881528 | 1,07341 | 0,881528 | 1,078469 | 0,881528 | 1,063032 |
| L81281 | 0,81074 | 0,990897 | 0,81074 | 0,992375 | 0,81074 | 1,006693 |
| L81283 | 0,909509 | 1,23086 | 0,909509 | 1,245207 | 0,909509 | 1,225291 |
| L81284 | 0,887379 | 1,066389 | 0,887379 | 1,059129 | 0,887379 | 1,057979 |
| L84303 | 1 | 1,176919 | 1 | 1,184345 | 1 | 1,181012 |
| L84304 | 1 | 1,288631 | 1 | 1,300301 | 1 | 1,273184 |
| L84305 | 0,714598 | 1,064143 | 0,714598 | 1,09712 | 0,714598 | 1,087314 |
| L84312 | 1 | 1,337383 | 1 | 1,359154 | 1 | 1,340174 |
| L84313 | 0,787845 | 0,982255 | 0,787845 | 0,992391 | 0,787845 | 0,951862 |
| L84317 | 1 | 1,306127 | 1 | 1,327034 | 1 | 1,326315 |
| L91319 | 1 | 1,347794 | 1 | 1,35281 | 1 | 1,357297 |
| L91320 | 1 | 1,365956 | 1 | 1,374312 | 1 | 1,38761 |
| L91322 | 1 | 1,33639 | 1 | 1,339501 | 1 | 1,353864 |
| L91325 | 1 | 1,295006 | 1 | 1,304457 | 1 | 1,302431 |
| L91328 | 1 | 1,279062 | 1 | 1,301428 | 1 | 1,282249 |
| L91329 | 1 | 1,402448 | 1 | 1,400519 | 1 | 1,425858 |
| L91330 | 1 | 1,295339 | 1 | 1,311521 | 1 | 1,282583 |

Tableau 6.4.3 : Intervalle de confiance de niveau 95% pour des valeurs différentes de h
 Les résultats des simulations du *bootstarp homogène* du modèle 2.

| DMU | $h = 0,0398955$ | | $h = 0,0199477$ | | $h = 0,0598432$ | |
|-------|-----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 0,475853 | 0,671188 | 0,475853 | 0,670556 | 0,475853 | 0,662748 |
| L112 | 0,702649 | 0,886584 | 0,702649 | 0,884187 | 0,702649 | 0,887371 |
| L113 | 0,636687 | 0,87682 | 0,636687 | 0,871563 | 0,642654 | 0,884133 |
| L114 | 0,724644 | 0,940299 | 0,724644 | 0,931894 | 0,724644 | 0,941248 |
| L115 | 0,705867 | 0,944006 | 0,705867 | 0,950918 | 0,705867 | 0,957587 |
| L118 | 0,676699 | 0,860133 | 0,676699 | 0,889017 | 0,676699 | 0,860717 |
| L119 | 0,855518 | 1,098964 | 0,855518 | 1,078489 | 0,855518 | 1,111889 |
| L1110 | 0,808498 | 0,994346 | 0,808498 | 0,990794 | 0,808498 | 1,002756 |
| L1111 | 0,917651 | 1,123932 | 0,917651 | 1,117062 | 0,917651 | 1,122977 |
| L1112 | 0,636188 | 0,854671 | 0,636188 | 0,858792 | 0,636188 | 0,863829 |
| L1113 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1114 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1116 | 0,745742 | 0,95578 | 0,745742 | 0,968915 | 0,745742 | 0,963619 |
| L1117 | 0,703998 | 0,904683 | 0,703998 | 0,920347 | 0,703998 | 0,911857 |
| L1118 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1119 | 0,881732 | 1,05634 | 0,881732 | 1,057579 | 0,881732 | 1,047099 |
| L1120 | 0,749063 | 0,961389 | 0,749063 | 0,950463 | 0,749063 | 0,962002 |
| L1121 | 0,58969 | 0,834437 | 0,58969 | 0,819991 | 0,593786 | 0,840696 |
| L1122 | 0,852132 | 1,061299 | 0,852132 | 1,058994 | 0,852132 | 1,065618 |
| L1123 | 0,663017 | 0,854248 | 0,663017 | 0,869151 | 0,663017 | 0,857405 |
| L1124 | 0,856407 | 1,091033 | 0,856407 | 1,056887 | 0,856407 | 1,09055 |
| L1125 | 0,586525 | 0,823765 | 0,586525 | 0,810498 | 0,586525 | 0,813586 |
| L1126 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1127 | 0,722452 | 0,914955 | 0,722452 | 0,904085 | 0,722452 | 0,926041 |
| L1228 | 0,689715 | 0,874819 | 0,689715 | 0,88038 | 0,689715 | 0,869069 |
| L1229 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1230 | 1 | 1,05761 | 1 | 1,062064 | 1 | 1,071454 |
| L1231 | 1 | 1,095737 | 1 | 1,086148 | 1 | 1,10131 |
| L1232 | 0,492838 | 0,70637 | 0,492838 | 0,706839 | 0,492838 | 0,688571 |
| L1233 | 0,428756 | 0,672758 | 0,428756 | 0,675442 | 0,428756 | 0,664952 |
| L1234 | 1 | 1,156068 | 1 | 1,136457 | 1 | 1,162964 |
| L1236 | 1 | 1,13488 | 1 | 1,131848 | 1 | 1,128123 |
| L1237 | 0,610493 | 0,828471 | 0,610493 | 0,830408 | 0,610493 | 0,841667 |
| L1238 | 1 | 1,057964 | 1 | 1,066365 | 1 | 1,07119 |
| L1539 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1540 | 0,571395 | 0,7541 | 0,571395 | 0,768026 | 0,571395 | 0,761322 |
| L1541 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1542 | 0,665951 | 0,85601 | 0,665951 | 0,841796 | 0,665951 | 0,861259 |
| L1544 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1545 | 1 | 1,171958 | 1 | 1,154896 | 1 | 1,163219 |
| L1546 | 0,856445 | 1,015635 | 0,856445 | 1,021895 | 0,856445 | 1,02571 |
| L1347 | 0,666325 | 0,868739 | 0,666325 | 0,862736 | 0,666325 | 0,871063 |
| L1348 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1349 | 0,947238 | 1,152879 | 0,947238 | 1,150134 | 0,947238 | 1,155847 |
| L1350 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1351 | 0,906976 | 1,072514 | 0,906976 | 1,076967 | 0,906976 | 1,069017 |
| L1352 | 0,892945 | 1,085002 | 0,892945 | 1,074714 | 0,892945 | 1,048908 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 1 | 1,199655 | 1 | 1,193974 | 1 | 1,193988 |
| L1354 | 1 | 1,114436 | 1 | 1,095893 | 1 | 1,124493 |
| L1355 | 0,825154 | 1,038167 | 0,825154 | 1,032509 | 0,825154 | 1,046308 |
| L1356 | 0,900521 | 1,099563 | 0,900521 | 1,088539 | 0,900521 | 1,106908 |
| L1357 | 0,728359 | 0,966591 | 0,728359 | 0,95614 | 0,728359 | 0,963962 |
| L1358 | 0,778486 | 1,041241 | 0,778486 | 1,024576 | 0,778486 | 1,036535 |
| L1359 | 0,955308 | 1,114705 | 0,955308 | 1,111941 | 0,955308 | 1,104974 |
| L1360 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1463 | 1 | 1,14998 | 1 | 1,146177 | 1 | 1,146602 |
| L1465 | 0,764308 | 0,946628 | 0,764308 | 0,933539 | 0,764308 | 0,947144 |
| L2168 | 0,849521 | 1,057795 | 0,849521 | 1,052788 | 0,849521 | 1,057924 |
| L2169 | 0,906146 | 1,093798 | 0,906146 | 1,101011 | 0,906146 | 1,080525 |
| L2170 | 0,730435 | 0,918367 | 0,730435 | 0,919198 | 0,730435 | 0,924514 |
| L2175 | 0,848841 | 1,044485 | 0,848841 | 1,050864 | 0,848841 | 1,049997 |
| L2179 | 0,634444 | 0,84886 | 0,634444 | 0,852632 | 0,634444 | 0,869701 |
| L2180 | 0,897109 | 1,120327 | 0,897109 | 1,102653 | 0,897109 | 1,128592 |
| L2181 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L3182 | 0,857164 | 1,076574 | 0,857164 | 1,06661 | 0,857164 | 1,080941 |
| L3183 | 0,778317 | 0,979304 | 0,778317 | 0,978425 | 0,778317 | 0,975047 |
| L3185 | 0,608213 | 0,78971 | 0,608213 | 0,802795 | 0,608213 | 0,789768 |
| L3298 | 0,788914 | 0,979491 | 0,788914 | 0,977505 | 0,788914 | 0,982581 |
| L32107 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42113 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42116 | 0,964566 | 1,150466 | 0,964566 | 1,156605 | 0,964566 | 1,1451 |
| L43135 | 1 | 1,186118 | 1 | 1,190908 | 1 | 1,167894 |
| L43136 | 0,976998 | 1,140412 | 0,976998 | 1,145747 | 0,976998 | 1,144992 |
| L43138 | 1 | 1,139272 | 1 | 1,128322 | 1 | 1,151141 |
| L51148 | 0,651119 | 0,889234 | 0,651119 | 0,880476 | 0,651119 | 0,877006 |
| L51157 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52166 | 0,727341 | 0,936777 | 0,727341 | 0,927002 | 0,727341 | 0,952226 |
| L52167 | 0,760819 | 0,965981 | 0,760819 | 0,962649 | 0,760819 | 0,954628 |
| L52169 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52170 | 1 | 1,112305 | 1 | 1,124337 | 1 | 1,122649 |
| L52172 | 0,830371 | 1,014715 | 0,830371 | 1,001166 | 0,830371 | 0,98795 |
| L52174 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52175 | 0,95322 | 1,167503 | 0,95322 | 1,157636 | 0,95322 | 1,171028 |
| L53176 | 0,609822 | 0,845577 | 0,595751 | 0,814907 | 0,61753 | 0,852919 |
| L53177 | 0,668236 | 0,931591 | 0,668236 | 0,925665 | 0,674902 | 0,938533 |
| L61182 | 0,777827 | 0,987868 | 0,777827 | 0,989262 | 0,777827 | 0,980236 |
| L61184 | 0,887761 | 1,07328 | 0,887761 | 1,064594 | 0,887761 | 1,090462 |
| L61187 | 0,543165 | 0,749598 | 0,543165 | 0,745585 | 0,543165 | 0,76174 |
| L61189 | 0,882639 | 1,078452 | 0,882639 | 1,074119 | 0,882639 | 1,075163 |
| L61190 | 0,695087 | 0,84201 | 0,695087 | 0,855266 | 0,695087 | 0,827769 |
| L62191 | 0,826863 | 1,023518 | 0,826863 | 1,018813 | 0,826863 | 1,02317 |
| L62193 | 1 | 1,082143 | 1 | 1,080543 | 1 | 1,067957 |
| L62195 | 0,864948 | 1,090885 | 0,864948 | 1,069604 | 0,864948 | 1,088987 |
| L62199 | 1 | 1,131321 | 1 | 1,139481 | 1 | 1,124336 |
| L63201 | 0,872086 | 1,062203 | 0,872086 | 1,07988 | 0,872086 | 1,049754 |
| L63203 | 0,568268 | 0,791738 | 0,568268 | 0,792894 | 0,568268 | 0,774778 |
| L63206 | 0,849276 | 1,071685 | 0,849276 | 1,066686 | 0,849276 | 1,066505 |
| L63208 | 0,61172 | 0,892818 | 0,61172 | 0,89328 | 0,61172 | 0,892506 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63210 | 0,708976 | 0,917196 | 0,708976 | 0,939138 | 0,708976 | 0,899504 |
| L63212 | 0,773141 | 0,952777 | 0,773141 | 0,971236 | 0,773141 | 0,945904 |
| L63213 | 0,633796 | 0,832009 | 0,633796 | 0,834883 | 0,633796 | 0,82389 |
| L63215 | 0,413446 | 0,638189 | 0,413446 | 0,631808 | 0,413446 | 0,654446 |
| L64216 | 0,787182 | 0,999884 | 0,787182 | 0,999522 | 0,787182 | 0,992115 |
| L64217 | 0,758492 | 0,984458 | 0,758492 | 0,980426 | 0,758492 | 0,987411 |
| L64219 | 0,734415 | 0,926462 | 0,734415 | 0,923504 | 0,734415 | 0,933101 |
| L64220 | 0,496457 | 0,689399 | 0,496457 | 0,681413 | 0,496457 | 0,699645 |
| L64221 | 0,70512 | 0,879621 | 0,70512 | 0,859641 | 0,70512 | 0,895516 |
| L64223 | 0,731984 | 0,962554 | 0,731984 | 0,969597 | 0,731984 | 0,955041 |
| L71229 | 0,768532 | 0,981539 | 0,768532 | 0,970338 | 0,768532 | 0,998815 |
| L71230 | 0,799989 | 0,977391 | 0,799989 | 0,978023 | 0,799989 | 0,976717 |
| L71231 | 0,823609 | 1,030621 | 0,823609 | 1,033591 | 0,823609 | 1,007742 |
| L71232 | 0,851364 | 1,03657 | 0,851364 | 1,008481 | 0,851364 | 1,014674 |
| L71234 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71236 | 1 | 1,075737 | 1 | 1,085223 | 1 | 1,064989 |
| L71237 | 0,67185 | 0,861256 | 0,67185 | 0,847435 | 0,67185 | 0,864184 |
| L71238 | 0,950049 | 1,123821 | 0,950049 | 1,125904 | 0,950049 | 1,110193 |
| L71240 | 0,720081 | 0,924786 | 0,720081 | 0,920394 | 0,720081 | 0,925258 |
| L71241 | 1 | 1,085409 | 1 | 1,086253 | 1 | 1,079406 |
| L71242 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71243 | 0,95542 | 1,106217 | 0,95542 | 1,105301 | 0,95542 | 1,07991 |
| L71245 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71246 | 0,869192 | 1,055861 | 0,869192 | 1,064049 | 0,869192 | 1,052131 |
| L82256 | 0,516269 | 0,760608 | 0,516269 | 0,748342 | 0,52307 | 0,749495 |
| L82257 | 1 | 1,100006 | 1 | 1,119034 | 1 | 1,101698 |
| L82263 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L81268 | 0,800743 | 1,037782 | 0,800743 | 1,024184 | 0,800743 | 1,041069 |
| L81269 | 0,902823 | 1,093328 | 0,902823 | 1,103693 | 0,902823 | 1,098662 |
| L81271 | 0,743551 | 0,964096 | 0,743551 | 0,960007 | 0,743551 | 0,973154 |
| L81273 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L81280 | 1 | 1,064142 | 1 | 1,053108 | 1 | 1,058632 |
| L81282 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L83285 | 0,623166 | 0,825348 | 0,623166 | 0,827417 | 0,623166 | 0,833939 |
| L83286 | 0,709103 | 0,915164 | 0,709103 | 0,905333 | 0,709103 | 0,916251 |
| L83287 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L83288 | 0,752725 | 0,929695 | 0,752725 | 0,921492 | 0,752725 | 0,932771 |
| L83289 | 0,834265 | 1,038172 | 0,834265 | 1,031522 | 0,834265 | 1,027146 |
| L83290 | 0,656112 | 0,867283 | 0,656112 | 0,863826 | 0,656112 | 0,866397 |
| L83291 | 0,675723 | 0,876834 | 0,675723 | 0,874087 | 0,675723 | 0,896786 |
| L83292 | 1 | 1,083285 | 1 | 1,074858 | 1 | 1,089208 |
| L83293 | 0,911336 | 1,132814 | 0,911336 | 1,120695 | 0,911336 | 1,122103 |
| L83294 | 0,83211 | 1,042568 | 0,83211 | 1,027726 | 0,83211 | 1,055276 |
| L83295 | 0,743782 | 0,987188 | 0,743782 | 0,988218 | 0,743782 | 0,995992 |
| L83296 | 0,741958 | 0,969406 | 0,741958 | 0,949023 | 0,741958 | 0,982233 |
| L83297 | 0,815734 | 0,979692 | 0,815734 | 0,988045 | 0,815734 | 1,00728 |
| L83298 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L83299 | 0,64519 | 0,854518 | 0,64519 | 0,854022 | 0,64519 | 0,867203 |
| L83300 | 0,717597 | 0,947084 | 0,717597 | 0,940357 | 0,717597 | 0,973569 |
| L83301 | 0,960539 | 1,116079 | 0,960539 | 1,128483 | 0,960539 | 1,106118 |
| L84302 | 0,559803 | 0,769916 | 0,559803 | 0,755376 | 0,559803 | 0,787974 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84306 | 0,708783 | 0,9394 | 0,708783 | 0,916346 | 0,708783 | 0,958586 |
| L84307 | 0,592141 | 0,807423 | 0,592141 | 0,809938 | 0,592141 | 0,795224 |
| L84308 | 0,708323 | 0,915748 | 0,708323 | 0,903902 | 0,708323 | 0,925919 |
| L84309 | 0,888018 | 1,052958 | 0,888018 | 1,050923 | 0,888018 | 1,051805 |
| L84310 | 1 | 1,070237 | 1 | 1,072583 | 1 | 1,086282 |
| L84311 | 0,818231 | 1,020186 | 0,818231 | 1,02245 | 0,818231 | 1,019939 |
| L84314 | 0,715104 | 0,9219 | 0,715104 | 0,92534 | 0,715104 | 0,908615 |
| L84315 | 0,82456 | 1,019692 | 0,82456 | 1,021317 | 0,82456 | 1,019207 |
| L84316 | 0,58035 | 0,774518 | 0,58035 | 0,775319 | 0,58035 | 0,784873 |
| L91318 | 0,823932 | 0,99844 | 0,823932 | 1,005281 | 0,823932 | 0,994112 |
| L91321 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91323 | 0,856345 | 1,121371 | 0,856345 | 1,100965 | 0,856345 | 1,117773 |
| L91324 | 0,7735 | 0,979662 | 0,7735 | 0,997612 | 0,7735 | 0,98192 |
| L91326 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91327 | 0,816678 | 1,008312 | 0,816678 | 1,011578 | 0,816678 | 1,020808 |
| L91331 | 0,966568 | 1,153165 | 0,966568 | 1,143162 | 0,966568 | 1,167212 |
| L91332 | 1 | 1,14283 | 1 | 1,128498 | 1 | 1,142603 |

Tableau 6.4.4 : Intervalle de confiance de niveau 95% pour des valeurs différentes de h
 Les résultats de simulation du *bootstarp hétérogène* pour le modèle 2.

| DMU | $h = 0,605103$ | | $h = 0,3025515$ | | $h = 0,0598432$ | |
|-------|----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 0,475853 | 0,84768 | 0,475853 | 0,842385 | 0,475853 | 0,825913 |
| L112 | 0,702649 | 0,965541 | 0,702649 | 0,989599 | 0,702649 | 0,941781 |
| L113 | 0,636687 | 0,914174 | 0,636687 | 0,932584 | 0,636687 | 0,904197 |
| L114 | 0,724644 | 0,967661 | 0,724644 | 0,999043 | 0,724644 | 0,982807 |
| L115 | 0,705867 | 1,018718 | 0,705867 | 1,040361 | 0,705867 | 1,0277 |
| L118 | 0,676699 | 1,102884 | 0,676699 | 1,084376 | 0,676699 | 1,074293 |
| L119 | 0,855518 | 1,149915 | 0,855518 | 1,17137 | 0,855518 | 1,121516 |
| L1110 | 0,808498 | 1,046341 | 0,808498 | 1,045328 | 0,808498 | 1,027749 |
| L1111 | 0,917651 | 1,182455 | 0,917651 | 1,188377 | 0,917651 | 1,162906 |
| L1112 | 0,636188 | 1,026801 | 0,636188 | 1,035234 | 0,636188 | 1,02005 |
| L1113 | 1 | 1,411203 | 1,047457 | 1,417575 | 1 | 1,398079 |
| L1114 | 1 | 1,259068 | 1 | 1,261361 | 1 | 1,22812 |
| L1116 | 0,745742 | 1,10751 | 0,745742 | 1,114896 | 0,745742 | 1,101558 |
| L1117 | 0,703998 | 1,043986 | 0,703998 | 1,066153 | 0,703998 | 1,032484 |
| L1118 | 1 | 1,243807 | 1 | 1,263248 | 1 | 1,229214 |
| L1119 | 0,881732 | 1,120214 | 0,881732 | 1,132904 | 0,881732 | 1,100686 |
| L1120 | 0,749063 | 0,937378 | 0,749063 | 0,937003 | 0,749063 | 0,921448 |
| L1121 | 0,58969 | 0,970434 | 0,58969 | 0,973818 | 0,58969 | 0,966559 |
| L1122 | 0,852132 | 1,159678 | 0,852132 | 1,15048 | 0,852132 | 1,156379 |
| L1123 | 0,663017 | 0,945334 | 0,663017 | 0,992086 | 0,663017 | 0,948794 |
| L1124 | 0,856407 | 1,086926 | 0,856407 | 1,100265 | 0,856407 | 1,090098 |
| L1125 | 0,586525 | 0,84758 | 0,586525 | 0,867674 | 0,586525 | 0,832572 |
| L1126 | 1 | 1,345093 | 1 | 1,360264 | 1 | 1,336764 |
| L1127 | 0,722452 | 0,995193 | 0,722452 | 1,001746 | 0,722452 | 0,982603 |
| L1228 | 0,689715 | 0,975456 | 0,689715 | 0,975396 | 0,689715 | 0,972754 |
| L1229 | 1 | 1,055632 | 1 | 1,049169 | 1 | 1,036718 |
| L1230 | 1 | 1,347117 | 1 | 1,36635 | 1 | 1,324445 |
| L1231 | 1 | 1,360111 | 1 | 1,365411 | 1 | 1,373664 |
| L1232 | 0,492838 | 0,824865 | 0,492838 | 0,825057 | 0,492838 | 0,813896 |
| L1233 | 0,428756 | 0,773059 | 0,428756 | 0,783232 | 0,428756 | 0,780602 |
| L1234 | 1 | 1,300829 | 1 | 1,304474 | 1 | 1,323707 |
| L1236 | 1 | 1,371811 | 1 | 1,395782 | 1 | 1,367202 |
| L1237 | 0,610493 | 0,9194 | 0,610493 | 0,931446 | 0,610493 | 0,927244 |
| L1238 | 1 | 1,323837 | 1 | 1,333907 | 1 | 1,336367 |
| L1539 | 1 | 1,464176 | 1 | 1,461429 | 1 | 1,464126 |
| L1540 | 0,571395 | 0,898648 | 0,571395 | 0,910324 | 0,571395 | 0,898613 |
| L1541 | 1 | 1,388314 | 1 | 1,371168 | 1 | 1,397487 |
| L1542 | 0,665951 | 0,991794 | 0,665951 | 1,01488 | 0,665951 | 0,994716 |
| L1544 | 1 | 1,218808 | 1 | 1,232157 | 1 | 1,251062 |
| L1545 | 1 | 1,263872 | 1 | 1,267771 | 1 | 1,244233 |
| L1546 | 0,856445 | 1,195282 | 0,856445 | 1,206739 | 0,856445 | 1,190685 |
| L1347 | 0,666325 | 0,905681 | 0,666325 | 0,912532 | 0,666325 | 0,902866 |
| L1348 | 1 | 1,224668 | 1 | 1,261336 | 1 | 1,210884 |
| L1349 | 0,947238 | 1,202172 | 0,947238 | 1,215679 | 0,947238 | 1,199508 |
| L1350 | 1 | 1,411863 | 1 | 1,411324 | 1 | 1,440596 |
| L1351 | 0,906976 | 1,244461 | 0,906976 | 1,273598 | 0,906976 | 1,241093 |
| L1352 | 0,892945 | 1,305949 | 0,892945 | 1,298906 | 0,892945 | 1,277848 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 1 | 1,187085 | 1 | 1,198319 | 1 | 1,200567 |
| L1354 | 1 | 1,422734 | 1 | 1,392255 | 1 | 1,417287 |
| L1355 | 0,825154 | 1,050836 | 0,825154 | 1,065975 | 0,825154 | 1,042161 |
| L1356 | 0,900521 | 1,130745 | 0,900521 | 1,131155 | 0,900521 | 1,131504 |
| L1357 | 0,728359 | 0,995 | 0,728359 | 1,007726 | 0,728359 | 0,975446 |
| L1358 | 0,778486 | 1,043066 | 0,778486 | 1,058032 | 0,778486 | 1,02927 |
| L1359 | 0,955308 | 1,285307 | 0,955308 | 1,312047 | 0,955308 | 1,274987 |
| L1360 | 1 | 1,321675 | 1 | 1,344234 | 1 | 1,31764 |
| L1463 | 1 | 1,154386 | 1 | 1,170847 | 1 | 1,1249 |
| L1465 | 0,764308 | 0,917417 | 0,764308 | 0,948131 | 0,764308 | 0,911647 |
| L2168 | 0,849521 | 1,158337 | 0,849521 | 1,201761 | 0,849521 | 1,16509 |
| L2169 | 0,906146 | 1,224606 | 0,906146 | 1,235046 | 0,906146 | 1,230537 |
| L2170 | 0,730435 | 0,948443 | 0,730435 | 0,954094 | 0,730435 | 0,932642 |
| L2175 | 0,848841 | 1,154245 | 0,848841 | 1,140847 | 0,848841 | 1,149248 |
| L2179 | 0,634444 | 0,862216 | 0,634444 | 0,881783 | 0,634444 | 0,85036 |
| L2180 | 0,897109 | 1,145848 | 0,897109 | 1,15185 | 0,897109 | 1,150907 |
| L2181 | 1 | 1,339245 | 1 | 1,332596 | 1 | 1,328976 |
| L3182 | 0,857164 | 1,021869 | 0,857164 | 1,064758 | 0,857164 | 1,029361 |
| L3183 | 0,778317 | 0,914159 | 0,778317 | 0,926699 | 0,778317 | 0,880146 |
| L3185 | 0,608213 | 0,859887 | 0,608213 | 0,902214 | 0,608213 | 0,856979 |
| L3298 | 0,788914 | 1,057445 | 0,788914 | 1,058026 | 0,788914 | 1,059783 |
| L32107 | 1 | 1,135115 | 1 | 1,129329 | 1 | 1,127053 |
| L42113 | 1 | 1 | 1 | 1,002005 | 1 | 1 |
| L42116 | 0,964566 | 1,144111 | 0,964566 | 1,147235 | 0,964566 | 1,120213 |
| L43135 | 1 | 1,358953 | 1 | 1,353932 | 1 | 1,352575 |
| L43136 | 0,976998 | 1,310971 | 0,976998 | 1,33054 | 0,976998 | 1,308702 |
| L43138 | 1 | 1,243313 | 1 | 1,252739 | 1 | 1,232314 |
| L51148 | 0,651119 | 0,892607 | 0,651119 | 0,916289 | 0,651119 | 0,877617 |
| L51157 | 1 | 1,148833 | 1 | 1,154846 | 1 | 1,130838 |
| L52166 | 0,727341 | 1,055283 | 0,727341 | 1,070731 | 0,727341 | 1,050107 |
| L52167 | 0,760819 | 0,995499 | 0,760819 | 1,007274 | 0,760819 | 0,979734 |
| L52169 | 1 | 1,164014 | 1 | 1,177158 | 1 | 1,167285 |
| L52170 | 1 | 1,29365 | 1 | 1,315147 | 1 | 1,265979 |
| L52172 | 0,830371 | 1,035229 | 0,830371 | 1,046507 | 0,830371 | 1,025286 |
| L52174 | 1 | 1,324006 | 1 | 1,334149 | 1 | 1,296904 |
| L52175 | 0,95322 | 1,226439 | 0,95322 | 1,218832 | 0,95322 | 1,223496 |
| L53176 | 0,595751 | 0,861925 | 0,595751 | 0,874631 | 0,595751 | 0,859071 |
| L53177 | 0,668236 | 0,884039 | 0,668236 | 0,903199 | 0,668236 | 0,877996 |
| L61182 | 0,777827 | 0,952364 | 0,777827 | 0,957102 | 0,777827 | 0,949353 |
| L61184 | 0,887761 | 1,075286 | 0,887761 | 1,067787 | 0,887761 | 1,071301 |
| L61187 | 0,543165 | 0,736432 | 0,543165 | 0,76742 | 0,543165 | 0,731094 |
| L61189 | 0,882639 | 1,085576 | 0,882639 | 1,108723 | 0,882639 | 1,077191 |
| L61190 | 0,695087 | 0,990127 | 0,695087 | 0,980982 | 0,695087 | 0,990683 |
| L62191 | 0,826863 | 1,057373 | 0,826863 | 1,068337 | 0,826863 | 1,048261 |
| L62193 | 1 | 1,161969 | 1 | 1,182037 | 1 | 1,170464 |
| L62195 | 0,864948 | 1,110821 | 0,864948 | 1,099451 | 0,864948 | 1,083599 |
| L62199 | 1 | 1,139469 | 1 | 1,139119 | 1 | 1,129286 |
| L63201 | 0,872086 | 1,131173 | 0,872086 | 1,153673 | 0,872086 | 1,130315 |
| L63203 | 0,568268 | 0,826434 | 0,568268 | 0,829444 | 0,568268 | 0,832639 |
| L63206 | 0,849276 | 1,107451 | 0,849276 | 1,119302 | 0,849276 | 1,08073 |
| L63208 | 0,61172 | 0,776444 | 0,61172 | 0,790692 | 0,61172 | 0,779236 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63210 | 0,708976 | 0,97928 | 0,708976 | 0,987299 | 0,708976 | 0,98683 |
| L63212 | 0,773141 | 1,02479 | 0,773141 | 1,028556 | 0,773141 | 1,026967 |
| L63213 | 0,633796 | 0,901247 | 0,633796 | 0,898586 | 0,633796 | 0,906124 |
| L63215 | 0,413446 | 0,675447 | 0,413446 | 0,671628 | 0,413446 | 0,684704 |
| L64216 | 0,787182 | 1,118363 | 0,787182 | 1,121948 | 0,787182 | 1,111561 |
| L64217 | 0,758492 | 1,097507 | 0,758492 | 1,10514 | 0,758492 | 1,095882 |
| L64219 | 0,734415 | 1,06544 | 0,734415 | 1,080025 | 0,734415 | 1,053225 |
| L64220 | 0,496457 | 0,753911 | 0,496457 | 0,75531 | 0,496457 | 0,742549 |
| L64221 | 0,70512 | 0,998574 | 0,70512 | 1,009413 | 0,70512 | 0,987571 |
| L64223 | 0,731984 | 1,040184 | 0,731984 | 1,045617 | 0,731984 | 1,037619 |
| L71229 | 0,768532 | 1,077191 | 0,768532 | 1,053301 | 0,768532 | 1,067641 |
| L71230 | 0,799989 | 0,959616 | 0,799989 | 0,957362 | 0,799989 | 0,947722 |
| L71231 | 0,823609 | 0,990049 | 0,823609 | 1,009529 | 0,823609 | 0,987308 |
| L71232 | 0,851364 | 1,259081 | 0,851364 | 1,269355 | 0,851364 | 1,266532 |
| L71234 | 1 | 1,388958 | 1 | 1,435442 | 1 | 1,385729 |
| L71236 | 1 | 1,366545 | 1 | 1,380536 | 1 | 1,354704 |
| L71237 | 0,67185 | 1,043417 | 0,67185 | 1,042828 | 0,67185 | 1,044005 |
| L71238 | 0,950049 | 1,178562 | 0,950049 | 1,192789 | 0,950049 | 1,167955 |
| L71240 | 0,720081 | 1,01669 | 0,720081 | 1,031128 | 0,720081 | 1,011204 |
| L71241 | 1 | 1,338578 | 1 | 1,352422 | 1 | 1,339202 |
| L71242 | 1 | 1,202408 | 1 | 1,241924 | 1 | 1,190324 |
| L71243 | 0,95542 | 1,191634 | 0,95542 | 1,156054 | 0,95542 | 1,181444 |
| L71245 | 1 | 1,13241 | 1 | 1,13752 | 1 | 1,122684 |
| L71246 | 0,869192 | 1,013262 | 0,869192 | 1,010602 | 0,869192 | 0,999639 |
| L82256 | 0,516269 | 0,815101 | 0,516269 | 0,814389 | 0,516269 | 0,82032 |
| L82257 | 1 | 1,10866 | 1 | 1,141021 | 1 | 1,091505 |
| L82263 | 1 | 1,134604 | 1 | 1,154302 | 1 | 1,135654 |
| L81268 | 0,800743 | 1,112507 | 0,800743 | 1,118304 | 0,800743 | 1,109792 |
| L81269 | 0,902823 | 1,256839 | 0,902823 | 1,271741 | 0,902823 | 1,25772 |
| L81271 | 0,743551 | 1,107618 | 0,743551 | 1,105386 | 0,743551 | 1,097207 |
| L81273 | 1 | 1,22431 | 1 | 1,222029 | 1 | 1,218968 |
| L81280 | 1 | 1,111072 | 1 | 1,127362 | 1 | 1,094967 |
| L81282 | 1 | 1,094128 | 1 | 1,093873 | 1 | 1,08431 |
| L83285 | 0,623166 | 0,999045 | 0,623166 | 1,012982 | 0,623166 | 0,999897 |
| L83286 | 0,709103 | 1,098106 | 0,709103 | 1,096263 | 0,709103 | 1,099436 |
| L83287 | 1 | 1,103812 | 1 | 1,116672 | 1 | 1,106145 |
| L83288 | 0,752725 | 1,095796 | 0,752725 | 1,117156 | 0,752725 | 1,085575 |
| L83289 | 0,834265 | 0,978889 | 0,834265 | 0,987072 | 0,834265 | 0,974813 |
| L83290 | 0,656112 | 0,846756 | 0,656112 | 0,873706 | 0,656112 | 0,834595 |
| L83291 | 0,675723 | 0,880056 | 0,675723 | 0,892151 | 0,675723 | 0,883991 |
| L83292 | 1 | 1,052878 | 1 | 1,027309 | 1 | 1,047192 |
| L83293 | 0,911336 | 1,276833 | 0,911336 | 1,308323 | 0,911336 | 1,281855 |
| L83294 | 0,83211 | 1,04497 | 0,83211 | 1,043227 | 0,83211 | 1,024977 |
| L83295 | 0,743782 | 1,080427 | 0,743782 | 1,084041 | 0,743782 | 1,059811 |
| L83296 | 0,741958 | 0,934768 | 0,741958 | 0,938994 | 0,741958 | 0,913212 |
| L83297 | 0,815734 | 0,966612 | 0,815734 | 0,966326 | 0,815734 | 0,969169 |
| L83298 | 1 | 1,3756 | 1 | 1,360333 | 1 | 1,370703 |
| L83299 | 0,64519 | 0,972204 | 0,64519 | 0,979335 | 0,64519 | 0,965833 |
| L83300 | 0,717597 | 0,854894 | 0,717597 | 0,865819 | 0,717597 | 0,85221 |
| L83301 | 0,960539 | 1,163959 | 0,960539 | 1,181737 | 0,960539 | 1,140128 |
| L84302 | 0,559803 | 0,921834 | 0,559803 | 0,922929 | 0,559803 | 0,906696 |

| | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84306 | 0,708783 | 1,03502 | 0,708783 | 1,045086 | 0,708783 | 1,024437 |
| L84307 | 0,592141 | 0,879923 | 0,592141 | 0,873271 | 0,592141 | 0,836771 |
| L84308 | 0,708323 | 0,971731 | 0,708323 | 0,97544 | 0,708323 | 0,9744 |
| L84309 | 0,888018 | 1,062941 | 0,888018 | 1,095035 | 0,888018 | 1,063763 |
| L84310 | 1 | 1,416739 | 1 | 1,425277 | 1 | 1,409556 |
| L84311 | 0,818231 | 1,005786 | 0,818231 | 1,013139 | 0,818231 | 0,990543 |
| L84314 | 0,715104 | 0,910004 | 0,715104 | 0,925255 | 0,715104 | 0,901652 |
| L84315 | 0,82456 | 1,220893 | 0,82456 | 1,217115 | 0,82456 | 1,216213 |
| L84316 | 0,58035 | 0,900519 | 0,58035 | 0,892478 | 0,58035 | 0,892286 |
| L91318 | 0,823932 | 1,267556 | 0,823932 | 1,251032 | 0,823932 | 1,251903 |
| L91321 | 1 | 1,383756 | 1 | 1,3706 | 1 | 1,362099 |
| L91323 | 0,856345 | 1,128999 | 0,856345 | 1,156222 | 0,856345 | 1,127653 |
| L91324 | 0,7735 | 1,028888 | 0,7735 | 1,030458 | 0,7735 | 1,03117 |
| L91326 | 1 | 1,249876 | 1 | 1,26827 | 1 | 1,24888 |
| L91327 | 0,816678 | 1,09485 | 0,816678 | 1,090409 | 0,816678 | 1,105347 |
| L91331 | 0,966568 | 1,318426 | 0,966568 | 1,326543 | 0,966568 | 1,320421 |
| L91332 | 1 | 1,371735 | 1 | 1,387675 | 1 | 1,359365 |

Annexe 6.5

Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$, $\widehat{TE\Delta}_j$, $\widehat{S\Delta}_j$ et \widehat{M}_j du modèle 1 pour la période 00/01-03/04 (des valeurs inférieures à 1 signifient une amélioration)

N. B. : dans tous les tableaux « infea » veut dire programme non réalisable

Tableau 6.5.1 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de \widehat{M}_j pour la période 02/03-03/04

| DMU | \widehat{M}_j | $\widehat{Biais}_B(\widehat{M}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{M}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------|------------------------------------|----------|---------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 1,075758 | 0,035599 | 0,040985 | 1,075758 | 0,87608 | 1,208706 | 0,895121 | 1,165754 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,810659 | 0,162386 | 1,135244 | 0,648274 | 0,528602 | 0,80764 | 0,534501 | 0,772041 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,994432 | -0,00649 | 0,001773 | 0,994432 | 0,877838 | 1,148854 | 0,891621 | 1,129999 |
| L1462 | 1,198152 | -0,08931 | 0,313392 | 1,198152 | 1,137815 | 1,44817 | 1,168035 | 1,4044 |
| L1464 | 0,992107 | 0,022611 | 0,02262 | 0,992107 | 0,817401 | 1,108092 | 0,857112 | 1,091712 |
| L1466 | 1,074938 | 0,025204 | 0,026749 | 1,074938 | 0,925605 | 1,234674 | 0,933992 | 1,181918 |
| L1467 | 1,150235 | -0,17888 | 1,542296 | 1,32912 | 1,201525 | 1,468485 | 1,223534 | 1,448232 |
| L2171 | 1,051371 | -0,01517 | 0,009756 | 1,051371 | 0,917454 | 1,188623 | 0,935071 | 1,184717 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 0,849122 | -0,06805 | 0,475958 | 0,849122 | 0,836173 | 1,014572 | 0,841469 | 0,991808 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | 1,066531 | 0,038335 | 0,082039 | 1,066531 | 0,876501 | 1,16688 | 0,939575 | 1,128779 |
| L2177 | 1,155533 | -0,06281 | 0,155832 | 1,155533 | 1,089395 | 1,372595 | 1,104713 | 1,34401 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,017725 | 0,024836 | 0,020205 | 1,017725 | 0,857008 | 1,172695 | 0,870576 | 1,126606 |
| L3186 | 1,065558 | -0,03975 | 0,066625 | 1,065558 | 0,986204 | 1,25632 | 1,004931 | 1,233484 |
| L3187 | 1,01672 | -0,0235 | 0,026056 | 1,01672 | 0,908528 | 1,194967 | 0,92786 | 1,140303 |
| L3188 | 1,027584 | 0,012141 | 0,004031 | 1,027584 | 0,833937 | 1,225166 | 0,877197 | 1,171936 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 1,028934 | -0,02269 | 0,025597 | 1,028934 | 0,930348 | 1,185129 | 0,945772 | 1,170329 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,136103 | -0,09604 | 0,340784 | 1,136103 | 1,085808 | 1,410103 | 1,120536 | 1,361254 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 0,973588 | 0,016844 | 0,012097 | 0,973588 | 0,809199 | 1,101761 | 0,836493 | 1,06707 |
| L3295 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| L3296 | 1,00606 | 0,072436 | 0,233323 | 1,00606 | 0,800005 | 1,076124 | 0,84115 | 1,047952 |
| L3297 | 1,041861 | -0,01081 | 0,004835 | 1,041861 | 0,91654 | 1,215994 | 0,941894 | 1,162139 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,08903 | -0,10077 | 0,386763 | 1,08903 | 1,015352 | 1,341343 | 1,086156 | 1,317535 |
| L32102 | 1,054114 | -0,02626 | 0,02173 | 1,054114 | 0,921232 | 1,24449 | 0,958165 | 1,203917 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 0,959494 | 0,018258 | 0,012096 | 0,959494 | 0,806667 | 1,12471 | 0,814367 | 1,077642 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,033496 | -0,02787 | 0,038126 | 1,033496 | 0,931412 | 1,228256 | 0,962779 | 1,183871 |
| L42112 | 0,910954 | 0,114617 | 0,449425 | 0,910954 | 0,648129 | 0,966215 | 0,673433 | 0,944058 |
| L42114 | 0,888238 | 0,129847 | 0,740743 | 0,888238 | 0,623072 | 0,922669 | 0,641454 | 0,868967 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,999504 | -0,03929 | 0,086975 | 0,999504 | 0,931459 | 1,191345 | 0,953625 | 1,12382 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,124147 | 0,017691 | 0,010975 | 1,124147 | 0,935576 | 1,261329 | 0,9788 | 1,22826 |
| L41122 | 0,891141 | 0,229184 | 2,176798 | 0,661957 | 0,515828 | 0,794685 | 0,560216 | 0,777421 |
| L41123 | 1,015818 | -0,05848 | 0,135366 | 1,015818 | 0,931009 | 1,257762 | 0,957655 | 1,191664 |
| L41124 | 0,986434 | -0,07157 | 0,337677 | 0,986434 | 0,959447 | 1,184371 | 0,973481 | 1,149949 |
| L41125 | 0,79801 | 0,145692 | 1,673261 | 0,652318 | 0,531756 | 0,77317 | 0,573608 | 0,731611 |
| L41126 | 1,295136 | -0,06547 | 0,116429 | 1,295136 | 1,188423 | 1,559961 | 1,211031 | 1,489089 |
| L41127 | 0,9976 | 0,068876 | 0,183419 | 0,9976 | 0,787465 | 1,11511 | 0,822632 | 1,060212 |
| L41128 | 1,047476 | -0,03634 | 0,053475 | 1,047476 | 0,938799 | 1,248191 | 0,975186 | 1,228266 |
| L41129 | 1,115134 | -0,12297 | 0,617116 | 1,115134 | 1,09986 | 1,409454 | 1,113853 | 1,353491 |
| L41130 | 1,076111 | -0,07889 | 0,235216 | 1,076111 | 0,990763 | 1,29612 | 1,037862 | 1,262132 |
| L41131 | 0,932179 | 0,056615 | 0,15125 | 0,932179 | 0,735674 | 1,003709 | 0,762545 | 0,981009 |
| L41132 | 1,048958 | -0,06872 | 0,255381 | 1,048958 | 0,991737 | 1,231068 | 1,010264 | 1,211936 |
| L43133 | 1,09111 | -0,06121 | 0,20768 | 1,09111 | 1,018169 | 1,296802 | 1,047948 | 1,264267 |
| L43134 | 1,082032 | -0,09295 | 0,415201 | 1,082032 | 1,026347 | 1,323488 | 1,067022 | 1,290988 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,962813 | 0,024303 | 0,028453 | 0,962813 | 0,792854 | 1,098995 | 0,826935 | 1,045776 |
| L43140 | 0,913622 | -0,07065 | 0,390008 | 0,913622 | 0,875862 | 1,098342 | 0,913226 | 1,064758 |
| L43141 | 1,00234 | -0,05972 | 0,170901 | 1,00234 | 0,925714 | 1,189375 | 0,962079 | 1,182921 |
| L43142 | 0,94532 | 0,084253 | 0,250889 | 0,94532 | 0,691422 | 1,02429 | 0,74533 | 0,986439 |
| L43143 | 1,003916 | 0,055373 | 0,097195 | 1,003916 | 0,756629 | 1,093145 | 0,802561 | 1,076019 |
| L43144 | 0,927884 | 0,013816 | 0,009051 | 0,927884 | 0,775446 | 1,056475 | 0,80773 | 1,030825 |
| L43145 | 0,701759 | -0,0008 | 0,000112 | 0,701759 | 0,6307 | 0,764201 | 0,644259 | 0,763167 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,085395 | -0,11974 | 0,922546 | 1,085395 | 1,099859 | 1,314486 | 1,127551 | 1,295728 |
| L51151 | 0,855254 | 0,012405 | 0,011063 | 0,855254 | 0,744657 | 0,963673 | 0,761812 | 0,935485 |
| L51152 | 0,957758 | -0,02414 | 0,024335 | 0,957758 | 0,856227 | 1,137997 | 0,873673 | 1,092488 |
| L51153 | 1,016862 | -0,05179 | 0,15964 | 1,016862 | 0,948649 | 1,187691 | 0,973013 | 1,175504 |
| L51154 | 1,02842 | -0,06596 | 0,182815 | 1,02842 | 0,973687 | 1,25921 | 0,98719 | 1,225609 |
| L51155 | 0,991479 | -0,03913 | 0,078041 | 0,991479 | 0,918203 | 1,171368 | 0,929069 | 1,127954 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,059974 | -0,08814 | 0,422249 | 1,059974 | 1,038687 | 1,302021 | 1,06392 | 1,241183 |
| L51160 | 0,976386 | 0,045412 | 0,103315 | 0,976386 | 0,807481 | 1,050557 | 0,824862 | 1,00953 |
| L51161 | 0,909195 | 0,064002 | 0,239971 | 0,909195 | 0,724233 | 0,987324 | 0,748149 | 0,925222 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,947616 | 0,226018 | 1,866628 | 0,721598 | 0,57509 | 0,875332 | 0,599861 | 0,844165 |
| L52168 | 1,142776 | 0,038938 | 0,042366 | 1,142776 | 0,943158 | 1,309524 | 0,973556 | 1,233187 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L52171 | 1,030512 | -0,02003 | 0,014121 | 1,030512 | 0,913692 | 1,206026 | 0,934551 | 1,174358 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 1,00468 | 0,00507 | 0,001116 | 1,00468 | 0,861338 | 1,13824 | 0,875118 | 1,114366 |
| L53179 | 0,934486 | 0,014133 | 0,009034 | 0,934486 | 0,777185 | 1,055805 | 0,817943 | 1,043888 |
| L61180 | 0,905742 | 0,107874 | 0,669888 | 0,905742 | 0,67597 | 0,932926 | 0,710213 | 0,906714 |
| L61181 | 1,129846 | -0,06641 | 0,158938 | 1,129846 | 1,03238 | 1,35921 | 1,100075 | 1,303455 |
| L61183 | 0,674873 | -0,00132 | 0,000206 | 0,674873 | 0,590047 | 0,774378 | 0,608359 | 0,753447 |
| L61186 | 0,952042 | 0,054212 | 0,127162 | 0,952042 | 0,77432 | 1,060305 | 0,796905 | 1,036 |
| L61188 | 0,917196 | 0,071614 | 0,226601 | 0,917196 | 0,691796 | 1,008877 | 0,738933 | 0,956582 |
| L62192 | 0,994956 | -0,01462 | 0,009997 | 0,994956 | 0,87682 | 1,164169 | 0,897625 | 1,131479 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,963212 | 0,04084 | 0,068251 | 0,963212 | 0,774451 | 1,088891 | 0,796222 | 1,042625 |
| L62197 | 1,195736 | -0,20693 | 1,322198 | 1,402665 | 1,264475 | 1,577863 | 1,275312 | 1,545089 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1,433824 | 0,031736 | 0,034062 | 1,433824 | 1,212344 | 1,545562 | 1,272301 | 1,525752 |
| L63204 | 1,030186 | -0,07118 | 0,212994 | 1,030186 | 0,949641 | 1,22296 | 0,973618 | 1,20476 |
| L63205 | 1,12621 | -0,08321 | 0,242096 | 1,12621 | 1,044054 | 1,388741 | 1,081983 | 1,347451 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 1,045412 | 0,058554 | 0,217359 | 1,045412 | 0,870296 | 1,110413 | 0,900382 | 1,091274 |
| L63211 | 0,991253 | 0,070898 | 0,215677 | 0,991253 | 0,793699 | 1,08003 | 0,808448 | 1,037479 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,077667 | -0,00533 | 0,001335 | 1,077667 | 0,945687 | 1,21787 | 0,973492 | 1,182367 |
| L64222 | 1,04822 | 0,060365 | 0,131424 | 1,04822 | 0,831653 | 1,153145 | 0,86521 | 1,109943 |
| L64224 | 0,925539 | 0,014136 | 0,010707 | 0,925539 | 0,801294 | 1,066972 | 0,815552 | 1,032809 |
| L64225 | 1,055188 | -0,03097 | 0,049497 | 1,055188 | 0,947948 | 1,223536 | 0,992027 | 1,192468 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 1,019809 | -0,03427 | 0,065373 | 1,019809 | 0,935754 | 1,183015 | 0,946408 | 1,161472 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | 1,119804 | 0,030763 | 0,033494 | 1,119804 | 0,939166 | 1,253371 | 0,976344 | 1,210196 |
| L71239 | 0,820858 | 0,156205 | 1,534197 | 0,664654 | 0,554629 | 0,780467 | 0,575437 | 0,761471 |
| L71244 | 1,125848 | -0,06701 | 0,146517 | 1,125848 | 1,040326 | 1,373667 | 1,06172 | 1,33636 |
| L71247 | 1,046711 | -0,038 | 0,075168 | 1,046711 | 0,971517 | 1,220158 | 0,996082 | 1,197016 |
| L71248 | 0,931991 | 0,003837 | 0,001095 | 0,931991 | 0,81991 | 1,056791 | 0,83955 | 1,013054 |
| L71249 | 1,16033 | -0,01092 | 0,005767 | 1,16033 | 1,023959 | 1,322951 | 1,074215 | 1,271153 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | 0,996814 | -0,12062 | 0,967685 | 0,996814 | 1,006653 | 1,249627 | 1,02804 | 1,217298 |
| L71252 | 1,047399 | 0,054728 | 0,109872 | 1,047399 | 0,851224 | 1,152496 | 0,879614 | 1,121462 |
| L71253 | 1,059773 | -0,07109 | 0,186021 | 1,059773 | 0,983797 | 1,333383 | 1,026532 | 1,243866 |
| L71254 | 0,952435 | 0,153004 | 0,717421 | 0,952435 | 0,657989 | 0,995134 | 0,671609 | 0,949102 |
| L82255 | 1,005509 | 0,035535 | 0,05695 | 1,005509 | 0,836507 | 1,107348 | 0,858887 | 1,089189 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 0,948157 | 0,022805 | 0,042721 | 0,948157 | 0,812583 | 1,033963 | 0,853179 | 1,017307 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | 1,020908 | 0,013797 | 0,01119 | 1,020908 | 0,894356 | 1,168673 | 0,919814 | 1,113761 |
| L82262 | 1,115934 | -0,05229 | 0,111337 | 1,115934 | 1,027611 | 1,322924 | 1,064138 | 1,294341 |
| L82264 | 0,984071 | 0,024704 | 0,023846 | 0,984071 | 0,824855 | 1,133951 | 0,85462 | 1,101058 |
| L82265 | 1,026234 | 0,107405 | 0,496745 | 1,026234 | 0,783058 | 1,077225 | 0,805427 | 1,038848 |
| L82266 | 0,98454 | -0,05196 | 0,136918 | 0,98454 | 0,894597 | 1,169723 | 0,947373 | 1,140612 |
| L82267 | 0,842875 | 0,087187 | 0,556203 | 0,842875 | 0,652004 | 0,894938 | 0,672245 | 0,841777 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81270 | 0,964056 | 0,070262 | 0,147914 | 0,964056 | 0,739021 | 1,096229 | 0,747121 | 1,042176 |
| L81272 | 1,108246 | -0,06271 | 0,143068 | 1,108246 | 1,007778 | 1,321186 | 1,042609 | 1,304526 |
| L81274 | 1,054178 | -0,00966 | 0,003469 | 1,054178 | 0,908921 | 1,221353 | 0,94238 | 1,200333 |
| L81275 | 1,015454 | -0,03266 | 0,041633 | 1,015454 | 0,908585 | 1,193847 | 0,935131 | 1,174525 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | 0,967958 | 0,079962 | 0,276151 | 0,967958 | 0,754539 | 1,041115 | 0,783289 | 1,006931 |
| L81279 | 1,025854 | -0,03146 | 0,037535 | 1,025854 | 0,909643 | 1,239753 | 0,925029 | 1,166569 |
| L81281 | 1,014183 | 0,044896 | 0,082212 | 1,014183 | 0,823131 | 1,152284 | 0,846377 | 1,081101 |
| L81283 | 1,08018 | -0,09061 | 0,3559 | 1,08018 | 1,043632 | 1,328707 | 1,063565 | 1,301845 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 0,771859 | 0,336487 | 6,559242 | 0,435372 | 0,321079 | 0,588975 | 0,342845 | 0,547385 |
| L84304 | 0,820575 | 0,285968 | 3,524482 | 0,534607 | 0,383518 | 0,689685 | 0,426645 | 0,654367 |
| L84305 | 1,066934 | -0,04501 | 0,081641 | 1,066934 | 0,989144 | 1,295349 | 1,011146 | 1,239892 |
| L84312 | 0,994961 | 0,039446 | 0,091585 | 0,994961 | 0,815286 | 1,07701 | 0,856798 | 1,054472 |
| L84313 | 1,086632 | -0,08071 | 0,252467 | 1,086632 | 1,032751 | 1,330911 | 1,054732 | 1,285308 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | 1,191588 | 0,041784 | 0,086382 | 1,191588 | 1,026839 | 1,323903 | 1,062154 | 1,248599 |
| L91325 | 0,903599 | 0,023898 | 0,049368 | 0,903599 | 0,782519 | 0,991346 | 0,805908 | 0,976992 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.2 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$ pour la période 02/03-03/04

| DMU | $\widehat{T\Delta}_j$ | $\widehat{Biais_B}(\widehat{T\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{T\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------------|--|----------|-----------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 1,028443 | -0,00362 | 0,002928 | 1,028443 | 0,965322 | 1,090483 | 0,984941 | 1,0743 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 1,008213 | -0,00057 | 0,00018 | 1,008213 | 0,968162 | 1,046517 | 0,980354 | 1,039886 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,989501 | 0,002365 | 0,012789 | 0,989501 | 0,968674 | 1,006498 | 0,972205 | 1,002842 |
| L1462 | 1,037517 | 0,012835 | 0,17672 | 1,037517 | 0,995594 | 1,050485 | 1,002468 | 1,045747 |
| L1464 | 1,020423 | -0,00265 | 0,002498 | 1,020423 | 0,975727 | 1,08324 | 0,985093 | 1,06605 |
| L1466 | 1,022303 | 0,017355 | 0,176263 | 1,022303 | 0,960757 | 1,045881 | 0,972403 | 1,034479 |
| L1467 | 0,95488 | 0,003404 | 0,009458 | 0,95488 | 0,922229 | 0,988469 | 0,926603 | 0,981911 |
| L2171 | 1,012744 | 0,000531 | 0,000291 | 1,012744 | 0,979887 | 1,041106 | 0,986616 | 1,036549 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 0,804329 | -0,00719 | 0,021296 | 0,804329 | 0,763411 | 0,859031 | 0,770109 | 0,849262 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | 1,064852 | 0,017618 | 0,065875 | 1,064852 | 0,977649 | 1,105997 | 0,992836 | 1,096416 |
| L2177 | 1,051473 | 0,009586 | 0,067829 | 1,051473 | 1,006661 | 1,080372 | 1,013759 | 1,072066 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,010563 | 0,005193 | 0,014148 | 1,010563 | 0,959213 | 1,05031 | 0,974604 | 1,042695 |
| L3186 | 1,014076 | 0,003095 | 0,026249 | 1,014076 | 0,992709 | 1,027506 | 0,996002 | 1,025499 |
| L3187 | 1,03019 | -0,0026 | 0,000779 | 1,03019 | 0,953979 | 1,128143 | 0,968358 | 1,10311 |
| L3188 | 1,056525 | -0,00213 | 0,004297 | 1,056525 | 1,027365 | 1,095406 | 1,035966 | 1,082867 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 1,01362 | 0,00929 | 0,108465 | 1,01362 | 0,98123 | 1,035335 | 0,983682 | 1,028729 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,036283 | -0,00427 | 0,051479 | 1,036283 | 1,022291 | 1,057397 | 1,024677 | 1,053865 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 1,003514 | -0,00281 | 0,01593 | 1,003514 | 0,984772 | 1,02651 | 0,991426 | 1,02347 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,990766 | 0,018726 | 0,109849 | 0,990766 | 0,918659 | 1,026657 | 0,935662 | 1,015117 |
| L3297 | 1,007318 | 0,006846 | 0,049316 | 1,007318 | 0,966673 | 1,027694 | 0,97734 | 1,021874 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 0,984253 | 0,006049 | 0,042199 | 0,984253 | 0,950399 | 1,009561 | 0,956502 | 1,003439 |
| L32102 | 0,988435 | 0,005018 | 0,018906 | 0,988435 | 0,944447 | 1,015781 | 0,956822 | 1,010777 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 0,989864 | 0,007068 | 0,054629 | 0,989864 | 0,95403 | 1,016071 | 0,962039 | 1,000743 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 0,994395 | -0,00715 | 0,030909 | 0,994395 | 0,960782 | 1,039521 | 0,971749 | 1,032412 |
| L42112 | 1,026042 | -0,00106 | 0,000736 | 1,026042 | 0,991154 | 1,06942 | 1,002358 | 1,061033 |
| L42114 | 1,020312 | 0,002119 | 0,006264 | 1,020312 | 0,98947 | 1,04191 | 0,997297 | 1,038375 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,938363 | -0,00302 | 0,00217 | 0,938363 | 0,874146 | 0,99959 | 0,888144 | 0,992452 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,073239 | 0,017685 | 0,130025 | 1,073239 | 1,012386 | 1,103097 | 1,018938 | 1,092008 |
| L41122 | 0,972596 | 0,013356 | 0,04488 | 0,972596 | 0,899518 | 1,008656 | 0,911521 | 1,003877 |
| L41123 | 1,033558 | 0,00235 | 0,00361 | 1,033558 | 0,996055 | 1,070132 | 0,999838 | 1,062133 |
| L41124 | 0,935234 | 0,003584 | 0,007138 | 0,935234 | 0,89021 | 0,974152 | 0,90112 | 0,968276 |
| L41125 | 0,94322 | 0,005085 | 0,012065 | 0,94322 | 0,89407 | 0,980182 | 0,903611 | 0,971096 |
| L41126 | 1,149757 | 0,005692 | 0,009382 | 1,149757 | 1,096585 | 1,198559 | 1,102916 | 1,191243 |
| L41127 | 1,037087 | 0,010287 | 0,040185 | 1,037087 | 0,982309 | 1,072782 | 0,987336 | 1,062851 |
| L41128 | 1,008567 | -0,00279 | 0,011619 | 1,008567 | 0,984907 | 1,03441 | 0,992234 | 1,030027 |
| L41129 | 1,06449 | -0,00701 | 0,007564 | 1,06449 | 0,983166 | 1,140317 | 1,007898 | 1,132856 |
| L41130 | 0,999661 | 0,00808 | 0,049525 | 0,999661 | 0,952862 | 1,022637 | 0,964947 | 1,017107 |
| L41131 | 1,005306 | 0,005015 | 0,013079 | 1,005306 | 0,956934 | 1,039006 | 0,967079 | 1,030979 |
| L41132 | 0,985551 | -0,00238 | 0,00513 | 0,985551 | 0,957049 | 1,02053 | 0,961326 | 1,013114 |
| L43133 | 1,01552 | 0,001492 | 0,005621 | 1,01552 | 0,995531 | 1,032218 | 0,998848 | 1,027985 |
| L43134 | 0,977783 | 0,007155 | 0,064579 | 0,977783 | 0,943183 | 0,99612 | 0,948173 | 0,991668 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,969496 | -0,00664 | 0,022519 | 0,969496 | 0,934684 | 1,01533 | 0,944269 | 1,012093 |
| L43140 | 0,929439 | 0,005355 | 0,00378 | 0,929439 | 0,844787 | 1,029813 | 0,861136 | 0,988278 |
| L43141 | 0,976577 | 0,000121 | 6,38E-06 | 0,976577 | 0,934848 | 1,020676 | 0,941288 | 1,013394 |
| L43142 | 1,020184 | 0,005446 | 0,052474 | 1,020184 | 0,993908 | 1,038608 | 0,996767 | 1,032308 |
| L43143 | 1,023574 | 0,022638 | 0,294357 | 1,023574 | 0,953948 | 1,038201 | 0,972309 | 1,034425 |
| L43144 | 0,923498 | -0,00233 | 0,001768 | 0,923498 | 0,87574 | 0,979783 | 0,886538 | 0,96418 |
| L43145 | 0,706784 | -0,00317 | 0,003033 | 0,706784 | 0,651095 | 0,763624 | 0,662486 | 0,750906 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 0,948465 | 0,003846 | 0,007268 | 0,948465 | 0,903566 | 0,987442 | 0,915093 | 0,982698 |
| L51151 | 0,906002 | 0,013414 | 0,107884 | 0,906002 | 0,857967 | 0,929508 | 0,86205 | 0,926994 |
| L51152 | 0,970092 | 0,005273 | 0,010842 | 0,970092 | 0,913129 | 1,010831 | 0,927698 | 1,003494 |
| L51153 | 0,945328 | 0,004729 | 0,01337 | 0,945328 | 0,902106 | 0,975799 | 0,9084 | 0,968359 |
| L51154 | 0,97856 | -0,00153 | 0,006055 | 0,97856 | 0,96429 | 0,999658 | 0,966629 | 0,992272 |
| L51155 | 0,954599 | -0,00138 | 0,000655 | 0,954599 | 0,902998 | 1,005734 | 0,915902 | 0,997099 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 0,974286 | 0,002293 | 0,009194 | 0,974286 | 0,95167 | 0,994378 | 0,955892 | 0,991112 |
| L51160 | 1,006444 | 0,003976 | 0,008762 | 1,006444 | 0,96387 | 1,042618 | 0,966638 | 1,032695 |
| L51161 | 0,956416 | 0,006943 | 0,014832 | 0,956416 | 0,888294 | 1,004475 | 0,903707 | 0,987619 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 1,100105 | -0,00608 | 0,014292 | 1,100105 | 1,06558 | 1,155656 | 1,069629 | 1,147339 |
| L52168 | 1,106003 | 0,021038 | 0,234584 | 1,106003 | 1,047552 | 1,125858 | 1,053209 | 1,12094 |
| L52171 | 1,002944 | 0,001446 | 0,002022 | 1,002944 | 0,967267 | 1,029759 | 0,977697 | 1,023131 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 1,028136 | 0,000813 | 5,75E-05 | 1,028136 | 0,91938 | 1,121561 | 0,935513 | 1,107806 |
| L53179 | 0,942193 | 0,015978 | 0,023744 | 0,942193 | 0,819392 | 1,025412 | 0,844684 | 0,997711 |
| L61180 | 1,003358 | 0,019213 | 0,073124 | 1,003358 | 0,91884 | 1,053474 | 0,928003 | 1,045497 |
| L61181 | 1,069531 | -0,01584 | 0,036243 | 1,069531 | 1,003317 | 1,161058 | 1,032896 | 1,14335 |
| L61183 | 0,688989 | -0,00182 | 0,000651 | 0,688989 | 0,627836 | 0,75884 | 0,635692 | 0,746051 |
| L61186 | 1,093241 | 0,018974 | 0,045759 | 1,093241 | 1,004765 | 1,171386 | 1,011787 | 1,144501 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L61188 | 0,991107 | 0,009083 | 0,049667 | 0,991107 | 0,945569 | 1,022819 | 0,952258 | 1,015627 |
| L62192 | 0,969937 | 0,010386 | 0,118507 | 0,969937 | 0,93029 | 0,98916 | 0,937733 | 0,981762 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,980768 | 0,009797 | 0,017842 | 0,980768 | 0,898902 | 1,044221 | 0,914123 | 1,022077 |
| L62197 | 1,034643 | -0,00704 | 0,012303 | 1,034643 | 0,981288 | 1,1024 | 1,000555 | 1,092202 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1,413483 | -0,00409 | 0,001588 | 1,413483 | 1,327895 | 1,515239 | 1,342581 | 1,494075 |
| L63204 | 0,958344 | 0,011243 | 0,111904 | 0,958344 | 0,913602 | 0,983133 | 0,922552 | 0,972371 |
| L63205 | 0,992299 | 0,009003 | 0,146765 | 0,992299 | 0,95995 | 1,005332 | 0,966427 | 1,000828 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 1,049341 | 0,003484 | 0,001777 | 1,049341 | 0,968219 | 1,121288 | 0,984674 | 1,113612 |
| L63211 | 1,058506 | 0,006939 | 0,009474 | 1,058506 | 0,984784 | 1,133504 | 1,009283 | 1,111947 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,048873 | 0,005664 | 0,032651 | 1,048873 | 1,014228 | 1,07186 | 1,018327 | 1,065575 |
| L64222 | 1,070352 | 0,021941 | 0,177944 | 1,070352 | 1,003131 | 1,097426 | 1,00867 | 1,089997 |
| L64224 | 0,94145 | 0,017358 | 0,129135 | 0,94145 | 0,88061 | 0,969274 | 0,889582 | 0,954654 |
| L64225 | 1,015907 | 0,002708 | 0,008614 | 1,015907 | 0,985731 | 1,041015 | 0,99206 | 1,038169 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 0,986584 | 0,007001 | 0,015757 | 0,986584 | 0,921675 | 1,029089 | 0,940502 | 1,023059 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | 1,165594 | 0,006373 | 0,002746 | 1,165594 | 1,054314 | 1,287639 | 1,073491 | 1,254832 |
| L71239 | 0,968864 | 0,0109 | 0,023437 | 0,968864 | 0,884918 | 1,017431 | 0,899299 | 1,005305 |
| L71244 | 1,035311 | 0,013532 | 0,192723 | 1,035311 | 0,997025 | 1,051693 | 1,002879 | 1,047004 |
| L71247 | 0,987173 | 0,006262 | 0,044517 | 0,987173 | 0,950394 | 1,008022 | 0,954762 | 1,002932 |
| L71248 | 0,92517 | 0,00397 | 0,002607 | 0,92517 | 0,84248 | 1,004945 | 0,860736 | 0,982316 |
| L71249 | 1,137041 | 0,007049 | 0,006144 | 1,137041 | 1,044462 | 1,218875 | 1,06641 | 1,200804 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | 0,877053 | -0,01019 | 0,022436 | 0,877053 | 0,824113 | 0,947074 | 0,83193 | 0,942943 |
| L71252 | 1,071757 | 0,021633 | 0,24344 | 1,071757 | 1,006752 | 1,091674 | 1,01928 | 1,078708 |
| L71253 | 0,995678 | 0,000941 | 0,001809 | 0,995678 | 0,973814 | 1,016724 | 0,977292 | 1,010942 |
| L71254 | 0,873608 | 0,002459 | 0,000599 | 0,873608 | 0,793242 | 0,975908 | 0,803156 | 0,958457 |
| L82255 | 1,02878 | 0,009447 | 0,05989 | 1,02878 | 0,985461 | 1,056861 | 0,989199 | 1,052186 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 0,856373 | 0,000445 | 5,14E-05 | 0,856373 | 0,795542 | 0,916302 | 0,804646 | 0,901471 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | 1,065243 | -0,003 | 0,00095 | 1,065243 | 0,993518 | 1,198684 | 1,002035 | 1,144769 |
| L82262 | 1,008794 | 0,009377 | 0,124898 | 1,008794 | 0,971753 | 1,022994 | 0,978025 | 1,01936 |
| L82264 | 1,033068 | 0,006468 | 0,0278 | 1,033068 | 0,995018 | 1,066295 | 1,000417 | 1,062465 |
| L82265 | 1,100547 | 0,014245 | 0,068584 | 1,100547 | 1,039624 | 1,130351 | 1,051019 | 1,124207 |
| L82266 | 0,973442 | 0,004297 | 0,017214 | 0,973442 | 0,935249 | 0,996769 | 0,940432 | 0,991426 |
| L82267 | 0,891929 | 0,004404 | 0,003112 | 0,891929 | 0,818109 | 0,96656 | 0,825696 | 0,941079 |
| L81270 | 1,024124 | -0,01538 | 0,209905 | 1,024124 | 1,014093 | 1,07393 | 1,018748 | 1,069191 |
| L81272 | 1,022755 | 0,001381 | 0,004496 | 1,022755 | 1,000201 | 1,039207 | 1,004698 | 1,037794 |
| L81274 | 1,037093 | 0,017809 | 0,090728 | 1,037093 | 0,958637 | 1,076779 | 0,972911 | 1,056473 |
| L81275 | 1,015952 | 0,006521 | 0,030746 | 1,015952 | 0,974006 | 1,040615 | 0,981053 | 1,034189 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | 0,997034 | 0,007533 | 0,01942 | 0,997034 | 0,943717 | 1,045181 | 0,951042 | 1,033862 |
| L81279 | 0,987223 | 0,00607 | 0,07942 | 0,987223 | 0,961478 | 1,00174 | 0,965486 | 0,997463 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81281 | 1,028527 | 0,011429 | 0,135682 | 1,028527 | 0,989316 | 1,046309 | 0,996634 | 1,043799 |
| L81283 | 1,030364 | 0,000903 | 0,000307 | 1,030364 | 0,980676 | 1,079169 | 0,995157 | 1,06836 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,071121 | 0,011747 | 0,042166 | 1,071121 | 1,002126 | 1,115145 | 1,017314 | 1,103209 |
| L84304 | 1,048461 | 0,036406 | 0,234842 | 1,048461 | 0,945934 | 1,074324 | 0,954913 | 1,067051 |
| L84305 | 1,029569 | 0,009961 | 0,034576 | 1,029569 | 0,969252 | 1,068713 | 0,981062 | 1,059653 |
| L84312 | 1,038227 | 0,017814 | 0,034875 | 1,038227 | 0,923254 | 1,122387 | 0,945365 | 1,092252 |
| L84313 | 0,979896 | -0,00074 | 0,000204 | 0,979896 | 0,933802 | 1,029732 | 0,945568 | 1,021095 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | 1,217566 | 0,006327 | 0,006962 | 1,217566 | 1,152873 | 1,292819 | 1,160187 | 1,274579 |
| L91325 | 0,875561 | 0,009522 | 0,016318 | 0,875561 | 0,794632 | 0,94265 | 0,817912 | 0,93161 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.3 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{TE\Delta}_j$ pour la période 02/03-03/04

| DMU | $\widehat{TE\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{TE\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{TE\Delta}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|------------------------|---|----------|----------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 1,07398 | -0,07677 | 0,613502 | 1,07398 | 1,057931 | 1,244668 | 1,081971 | 1,22564 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,856083 | 0,139677 | 1,484225 | 0,716406 | 0,608193 | 0,837017 | 0,638069 | 0,821693 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 1,006835 | -0,00686 | 0,00345 | 1,006835 | 0,921082 | 1,135967 | 0,942994 | 1,114297 |
| L1462 | 1,177144 | -0,15352 | 2,38688 | 1,330662 | 1,230217 | 1,424299 | 1,260637 | 1,404791 |
| L1464 | 0,987597 | 0,012272 | 0,016423 | 0,987597 | 0,874659 | 1,066434 | 0,905876 | 1,051828 |
| L1466 | 1,04959 | -0,03264 | 0,115597 | 1,04959 | 0,995543 | 1,199951 | 1,012106 | 1,144494 |
| L1467 | 1,197293 | -0,19438 | 3,708301 | 1,391677 | 1,288165 | 1,48617 | 1,318498 | 1,474409 |
| L2171 | 1,044371 | -0,04297 | 0,160549 | 1,044371 | 0,97871 | 1,190813 | 1,001196 | 1,167967 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 1,056276 | -0,05226 | 0,443013 | 1,056276 | 1,041131 | 1,194782 | 1,052439 | 1,169351 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | 1 | -0,00021 | 1,96E-05 | 1 | 0,938496 | 1,058337 | 0,973423 | 1,015663 |
| L2177 | 1,116497 | -0,11371 | 1,401567 | 1,230205 | 1,147649 | 1,335981 | 1,164687 | 1,312847 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 0,997261 | 0,002777 | 0,000687 | 0,997261 | 0,913159 | 1,10264 | 0,924488 | 1,076022 |
| L3186 | 1,041438 | -0,03539 | 0,102354 | 1,041438 | 0,995839 | 1,190101 | 1,001246 | 1,179174 |
| L3187 | 1 | 0,008919 | 0,049045 | 1 | 0,946549 | 1 | 0,96336 | 1 |
| L3188 | 0,969044 | 0,008515 | 0,004918 | 0,969044 | 0,826985 | 1,086397 | 0,896908 | 1,051556 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 1,044371 | -0,02914 | 0,083963 | 1,044371 | 0,988279 | 1,173308 | 0,994776 | 1,156812 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,078883 | -0,07635 | 0,424956 | 1,078883 | 1,058009 | 1,282625 | 1,079702 | 1,249938 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 0,962831 | 0,025446 | 0,056973 | 0,962831 | 0,821403 | 1,036027 | 0,856347 | 1,020827 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,927602 | 0,035225 | 0,213268 | 0,927602 | 0,855204 | 0,984162 | 0,855204 | 0,957708 |
| L3297 | 1,034161 | -0,0394 | 0,137397 | 1,034161 | 0,982057 | 1,194921 | 1,000316 | 1,151196 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,099801 | -0,10998 | 0,908026 | 1,099801 | 1,105861 | 1,322392 | 1,140784 | 1,305686 |
| L32102 | 1,037544 | -0,04997 | 0,180858 | 1,037544 | 0,991639 | 1,187047 | 1,016869 | 1,174151 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 0,967017 | 0,011465 | 0,010364 | 0,967017 | 0,864761 | 1,071921 | 0,87238 | 1,053455 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,035481 | -0,03055 | 0,114959 | 1,035481 | 0,987533 | 1,166144 | 0,997127 | 1,137182 |
| L42112 | 0,897799 | 0,099353 | 0,769114 | 0,897799 | 0,693432 | 0,917475 | 0,716873 | 0,891282 |
| L42114 | 0,875831 | 0,107376 | 1,138005 | 0,768455 | 0,676947 | 0,883009 | 0,691979 | 0,844347 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 1,058377 | -0,02959 | 0,140166 | 1,058377 | 1,010908 | 1,143469 | 1,019757 | 1,120346 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,043668 | -0,02682 | 0,078235 | 1,043668 | 0,972107 | 1,178116 | 1,003934 | 1,136673 |
| L41122 | 0,910345 | 0,091012 | 1,19426 | 0,819334 | 0,738345 | 0,909247 | 0,769068 | 0,884501 |
| L41123 | 0,965758 | 0,019683 | 0,031695 | 0,965758 | 0,828462 | 1,052815 | 0,88144 | 1,03257 |
| L41124 | 1,06802 | -0,07923 | 0,76192 | 1,06802 | 1,048984 | 1,242649 | 1,084211 | 1,214972 |
| L41125 | 0,850005 | 0,134292 | 4,168888 | 0,715713 | 0,657674 | 0,785926 | 0,685319 | 0,7755 |
| L41126 | 1,116249 | -0,07133 | 0,537469 | 1,116249 | 1,082029 | 1,274194 | 1,104094 | 1,232499 |
| L41127 | 0,94542 | 0,064986 | 0,457944 | 0,94542 | 0,795206 | 0,997386 | 0,811451 | 0,942263 |
| L41128 | 1,029256 | -0,02413 | 0,051868 | 1,029256 | 0,962572 | 1,164708 | 0,976546 | 1,145705 |
| L41129 | 1 | 0,003212 | 0,006698 | 1 | 0,957072 | 1,023455 | 0,969187 | 1 |
| L41130 | 1,081965 | -0,10362 | 1,002686 | 1,185587 | 1,081106 | 1,28818 | 1,116551 | 1,254794 |
| L41131 | 0,957002 | 0,040986 | 0,184206 | 0,957002 | 0,827518 | 1,013094 | 0,841119 | 0,986912 |
| L41132 | 1,055511 | -0,05686 | 0,343598 | 1,055511 | 1,018606 | 1,194267 | 1,027314 | 1,179803 |
| L43133 | 1,063619 | -0,05957 | 0,407427 | 1,063619 | 1,036874 | 1,223883 | 1,052157 | 1,205272 |
| L43134 | 1,085684 | -0,08359 | 0,741754 | 1,085684 | 1,063013 | 1,258678 | 1,107764 | 1,245536 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,982353 | 0,022165 | 0,051123 | 0,982353 | 0,861379 | 1,042504 | 0,886746 | 1,035215 |
| L43140 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L43141 | 1,048087 | -0,04589 | 0,222253 | 1,048087 | 0,999913 | 1,197084 | 1,024498 | 1,171626 |
| L43142 | 0,93504 | 0,060914 | 0,281176 | 0,93504 | 0,774165 | 0,998761 | 0,788213 | 0,962305 |
| L43143 | 0,979696 | 0,022938 | 0,042524 | 0,979696 | 0,83346 | 1,053187 | 0,860027 | 1,036383 |
| L43144 | 1,010714 | 0,006807 | 0,005263 | 1,010714 | 0,904994 | 1,087268 | 0,933153 | 1,072528 |
| L43145 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,127343 | -0,12137 | 2,364569 | 1,248718 | 1,176291 | 1,345205 | 1,195128 | 1,303627 |
| L51151 | 0,9585 | -0,00365 | 0,002233 | 0,9585 | 0,917 | 1,049495 | 0,917 | 1,029659 |
| L51152 | 1,001385 | -0,00133 | 0,000183 | 1,001385 | 0,904606 | 1,093304 | 0,939558 | 1,072834 |
| L51153 | 1,070069 | -0,06812 | 0,561298 | 1,070069 | 1,049433 | 1,224161 | 1,073058 | 1,213675 |
| L51154 | 1,070915 | -0,08072 | 0,490293 | 1,070915 | 1,052762 | 1,287946 | 1,067071 | 1,227619 |
| L51155 | 1,040785 | -0,03666 | 0,148443 | 1,040785 | 0,976823 | 1,161148 | 1,004453 | 1,148172 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,091875 | -0,08907 | 0,752413 | 1,091875 | 1,085571 | 1,295893 | 1,10808 | 1,245024 |
| L51160 | 0,975251 | 0,027642 | 0,075977 | 0,975251 | 0,831304 | 1,047133 | 0,872532 | 1,006689 |
| L51161 | 1 | -0,02217 | 0,13046 | 1 | 1 | 1,094977 | 1 | 1,074543 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,863935 | 0,148419 | 2,293124 | 0,715516 | 0,608603 | 0,802805 | 0,639536 | 0,779789 |
| L52168 | 1,036369 | -0,01506 | 0,019165 | 1,036369 | 0,964348 | 1,184134 | 0,977903 | 1,131477 |
| L52171 | 1,035161 | -0,04075 | 0,123576 | 1,035161 | 0,98974 | 1,191052 | 0,995733 | 1,163781 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 1 | -0,00215 | 0,010263 | 1 | 1 | 1,015162 | 1 | 1 |
| L53179 | 1 | -0,01557 | 0,082498 | 1 | 1 | 1,095986 | 1 | 1,073135 |
| L61180 | 0,917403 | 0,055575 | 0,605725 | 0,917403 | 0,834805 | 0,960068 | 0,834805 | 0,915867 |
| L61181 | 1,022841 | 0,006223 | 0,006238 | 1,022841 | 0,913949 | 1,045683 | 0,943125 | 1,045683 |
| L61183 | 1 | -3E-05 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L61186 | 0,893515 | 0,083068 | 1,234514 | 0,810447 | 0,774682 | 0,893011 | 0,782123 | 0,866216 |
| L61188 | 0,951242 | 0,03375 | 0,130151 | 0,951242 | 0,827053 | 1,026625 | 0,852959 | 0,979625 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,017687 | -0,0194 | 0,037649 | 1,017687 | 0,944517 | 1,147347 | 0,960531 | 1,116325 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,993765 | -0,00276 | 0,001344 | 0,993765 | 0,914988 | 1,088792 | 0,960086 | 1,048824 |
| L62197 | 1,153801 | -0,13065 | 1,97997 | 1,284447 | 1,193387 | 1,374625 | 1,213664 | 1,334057 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1 | 0,006567 | 0,033246 | 1 | 0,954256 | 1 | 0,977712 | 1 |
| L63204 | 1,059608 | -0,0663 | 0,375657 | 1,059608 | 1,022106 | 1,223226 | 1,03987 | 1,198502 |
| L63205 | 1,117364 | -0,10424 | 0,77176 | 1,117364 | 1,101732 | 1,348927 | 1,138576 | 1,312774 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 1 | 0,027303 | 0,170277 | 1 | 0,900268 | 1 | 0,908704 | 1 |
| L63211 | 0,94162 | 0,050499 | 0,321537 | 0,94162 | 0,811053 | 0,973219 | 0,833674 | 0,957438 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,024448 | -0,00847 | 0,008304 | 1,024448 | 0,938082 | 1,121184 | 0,973347 | 1,105404 |
| L64222 | 0,981188 | 0,016446 | 0,027799 | 0,981188 | 0,853593 | 1,067974 | 0,879485 | 1,033399 |
| L64224 | 1 | -0,01779 | 0,046673 | 1 | 0,953569 | 1,134635 | 0,976746 | 1,081066 |
| L64225 | 1,042821 | -0,04408 | 0,21109 | 1,042821 | 0,995007 | 1,168091 | 1,020126 | 1,154906 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 1,035537 | -0,04785 | 0,336419 | 1,035537 | 1,005744 | 1,188126 | 1,024739 | 1,148501 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71239 | 0,874882 | 0,099326 | 2,535427 | 0,775556 | 0,749763 | 0,85014 | 0,749763 | 0,839493 |
| L71244 | 1,088281 | -0,09605 | 0,701272 | 1,088281 | 1,093238 | 1,303247 | 1,102172 | 1,275924 |
| L71247 | 1,066581 | -0,0721 | 0,685408 | 1,066581 | 1,056363 | 1,223921 | 1,080461 | 1,209825 |
| L71248 | 1 | -0,00428 | 0,025646 | 1 | 1 | 1,029545 | 1 | 1,011455 |
| L71249 | 1 | 0,014564 | 0,103275 | 1 | 0,938569 | 1 | 0,94681 | 1 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | 1,13432 | -0,10613 | 1,547575 | 1,240446 | 1,150959 | 1,299354 | 1,170339 | 1,281192 |
| L71252 | 0,976314 | 0,021798 | 0,05022 | 0,976314 | 0,873935 | 1,052452 | 0,886021 | 1,029836 |
| L71253 | 1,060879 | -0,0603 | 0,27554 | 1,060879 | 1,017539 | 1,258961 | 1,046258 | 1,209684 |
| L71254 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82255 | 0,979222 | 0,010027 | 0,010426 | 0,979222 | 0,887712 | 1,059345 | 0,898435 | 1,044295 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | 1 | 0,003197 | 0,020819 | 1 | 0,974613 | 1 | 1 | 1 |
| L82262 | 1,093873 | -0,07082 | 0,449873 | 1,093873 | 1,065337 | 1,267281 | 1,080693 | 1,253137 |
| L82264 | 0,940182 | 0,036834 | 0,125063 | 0,940182 | 0,806515 | 1,008035 | 0,825564 | 0,986051 |
| L82265 | 0,932774 | 0,067448 | 0,681838 | 0,932774 | 0,797881 | 0,954179 | 0,814081 | 0,923689 |
| L82266 | 0,963464 | 0,024948 | 0,066158 | 0,963464 | 0,841877 | 1,04398 | 0,879531 | 1,00264 |
| L82267 | 1 | -0,00178 | 0,014554 | 1 | 1 | 1,004135 | 1 | 1 |
| L81270 | 0,951521 | 0,053333 | 0,176165 | 0,951521 | 0,789942 | 1,042676 | 0,801164 | 1,006588 |
| L81272 | 1,066994 | -0,06073 | 0,297819 | 1,066994 | 1,021487 | 1,241373 | 1,042376 | 1,223773 |
| L81274 | 1 | -0,0218 | 0,101269 | 1 | 0,978553 | 1,108497 | 1 | 1,088497 |
| L81275 | 1,045604 | -0,04665 | 0,171791 | 1,045604 | 0,999443 | 1,21859 | 1,026254 | 1,172172 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | 1,003544 | 0,006121 | 0,004142 | 1,003544 | 0,904496 | 1,114929 | 0,923985 | 1,07334 |
| L81279 | 1,033756 | -0,03745 | 0,105244 | 1,033756 | 0,971254 | 1,197292 | 0,980779 | 1,156367 |
| L81281 | 0,993709 | 0,005515 | 0,003115 | 0,993709 | 0,895739 | 1,096794 | 0,924056 | 1,071187 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 1,04739 | -0,03265 | 0,156582 | 1,04739 | 1,008481 | 1,166264 | 1,021793 | 1,142323 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 0,692656 | 0,274784 | 13,6694 | 0,417872 | 0,385312 | 0,512528 | 0,385312 | 0,49355 |
| L84304 | 0,818682 | 0,147233 | 3,091211 | 0,67145 | 0,637365 | 0,776406 | 0,637365 | 0,73634 |
| L84305 | 1,032643 | -0,04955 | 0,222413 | 1,032643 | 0,98134 | 1,194542 | 1,007598 | 1,163301 |
| L84312 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L84313 | 1,088516 | -0,09383 | 0,935942 | 1,088516 | 1,107721 | 1,275633 | 1,134717 | 1,240601 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | 1 | -0,00092 | 0,007549 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91325 | 1 | 2,22E-16 | -5,6E-16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.4 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{S\Delta}_j$ pour la période 02/03-03/04

| DMU | $\widehat{S\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{S\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{S\Delta}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------------|--|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 0,973953 | 0,111934 | 4,207102 | 0,862019 | 0,815362 | 0,915493 | 0,819632 | 0,905229 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,939226 | 0,029452 | 0,269236 | 0,939226 | 0,859479 | 0,979823 | 0,869689 | 0,953362 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,998161 | -0,00354 | 0,007251 | 0,998161 | 0,968623 | 1,044834 | 0,97492 | 1,034321 |
| L1462 | 0,981041 | 0,04889 | 0,827672 | 0,981041 | 0,891564 | 0,994031 | 0,897412 | 0,976085 |
| L1464 | 0,984462 | 0,011456 | 0,042541 | 0,984462 | 0,921049 | 1,029688 | 0,939568 | 1,012841 |
| L1466 | 1,001807 | 0,037355 | 0,747171 | 1,001807 | 0,93255 | 1,013473 | 0,937099 | 0,999765 |
| L1467 | 1,006091 | 0,003122 | 0,005371 | 1,006091 | 0,966405 | 1,047044 | 0,972194 | 1,035462 |
| L2171 | 0,994035 | 0,0259 | 0,326203 | 0,994035 | 0,923224 | 1,012391 | 0,935833 | 1,001082 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 0,999445 | -0,02426 | 0,371457 | 0,999445 | 0,993588 | 1,066861 | 0,997492 | 1,06093 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | 1,001577 | 0,018209 | 0,183559 | 1,001577 | 0,943648 | 1,024557 | 0,951531 | 1,019676 |
| L2177 | 0,984298 | 0,041077 | 0,892954 | 0,984298 | 0,907924 | 0,99154 | 0,913939 | 0,977059 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,009853 | 0,014302 | 0,075394 | 1,009853 | 0,954984 | 1,062863 | 0,960627 | 1,041844 |
| L3186 | 1,008958 | -0,00797 | 0,031595 | 1,008958 | 0,984886 | 1,071106 | 0,99067 | 1,058262 |
| L3187 | 0,986924 | -0,03034 | 0,349426 | 0,986924 | 0,974218 | 1,071509 | 0,98225 | 1,058988 |
| L3188 | 1,003677 | 0,002485 | 0,00226 | 1,003677 | 0,952115 | 1,056069 | 0,962123 | 1,044291 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,971981 | -0,00424 | 0,009312 | 0,971981 | 0,940604 | 1,028007 | 0,947782 | 1,018572 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,016167 | -0,01252 | 0,093212 | 1,016167 | 0,994935 | 1,075966 | 0,998572 | 1,063153 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 1,007632 | -0,00777 | 0,028552 | 1,007632 | 0,970393 | 1,062609 | 0,979166 | 1,052718 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 1,09469 | 0,013688 | 0,045876 | 1,09469 | 1,015937 | 1,135712 | 1,029868 | 1,129483 |
| L3297 | 1,000127 | 0,020317 | 0,207465 | 1,000127 | 0,939457 | 1,021334 | 0,949034 | 1,009763 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,006048 | 0,000344 | 5,23E-05 | 1,006048 | 0,964406 | 1,058422 | 0,976252 | 1,048069 |
| L32102 | 1,027857 | 0,017563 | 0,086026 | 1,027857 | 0,957081 | 1,059556 | 0,968226 | 1,055185 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 1,00238 | -0,00218 | 0,001925 | 1,00238 | 0,966479 | 1,057453 | 0,969322 | 1,04242 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,003709 | 0,008364 | 0,038888 | 1,003709 | 0,960598 | 1,051372 | 0,965419 | 1,02696 |
| L42112 | 0,988899 | 0,012726 | 0,054383 | 0,988899 | 0,929389 | 1,037228 | 0,937976 | 1,025173 |
| L42114 | 0,993977 | 0,017267 | 0,136075 | 0,993977 | 0,931763 | 1,038065 | 0,94865 | 1,003619 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 1,006406 | -0,00964 | 0,035317 | 1,006406 | 0,980313 | 1,082893 | 0,984527 | 1,053764 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,003608 | 0,02414 | 0,378507 | 1,003608 | 0,947892 | 1,020721 | 0,952007 | 1,009293 |
| L41122 | 1,006486 | 0,127168 | 5,017895 | 0,879317 | 0,824173 | 0,936973 | 0,842735 | 0,920021 |
| L41123 | 1,017683 | -0,08159 | 2,694305 | 1,099274 | 1,047592 | 1,145436 | 1,064236 | 1,133369 |
| L41124 | 0,987571 | -0,0031 | 0,006084 | 0,987571 | 0,955785 | 1,036812 | 0,963786 | 1,021982 |
| L41125 | 0,995345 | 0,014691 | 0,15251 | 0,995345 | 0,942055 | 1,020672 | 0,955801 | 1,007802 |
| L41126 | 1,009132 | 0,007555 | 0,021997 | 1,009132 | 0,959203 | 1,063442 | 0,969079 | 1,040074 |
| L41127 | 1,017457 | -0,01128 | 0,051723 | 1,017457 | 0,995531 | 1,092071 | 0,998037 | 1,069255 |
| L41128 | 1,009058 | -0,01064 | 0,054166 | 1,009058 | 0,98474 | 1,079117 | 0,991609 | 1,051407 |
| L41129 | 1,047576 | -0,11362 | 1,496838 | 1,161191 | 1,080882 | 1,257848 | 1,097197 | 1,241625 |
| L41130 | 0,994927 | 0,014585 | 0,09268 | 0,994927 | 0,935013 | 1,0244 | 0,944995 | 1,013879 |
| L41131 | 0,96892 | 0,010341 | 0,058404 | 0,96892 | 0,922365 | 1,004757 | 0,927011 | 0,990587 |
| L41132 | 1,008361 | -0,01118 | 0,079519 | 1,008361 | 0,981482 | 1,063095 | 0,988943 | 1,050098 |
| L43133 | 1,010169 | -0,00269 | 0,004424 | 1,010169 | 0,977458 | 1,054962 | 0,982507 | 1,045211 |
| L43134 | 1,019282 | -0,01857 | 0,122961 | 1,019282 | 0,988613 | 1,090256 | 0,996688 | 1,077551 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 1,010946 | 0,00832 | 0,030627 | 1,010946 | 0,95792 | 1,05847 | 0,970961 | 1,040274 |
| L43140 | 0,982982 | -0,08222 | 3,073846 | 1,065197 | 1,024206 | 1,109733 | 1,032988 | 1,101375 |
| L43141 | 0,979289 | -0,0178 | 0,147022 | 0,979289 | 0,954618 | 1,041228 | 0,961455 | 1,033441 |
| L43142 | 0,990992 | 0,015092 | 0,114462 | 0,990992 | 0,935861 | 1,023029 | 0,942849 | 1,011211 |
| L43143 | 1,001122 | 0,006657 | 0,0239 | 1,001122 | 0,95595 | 1,036581 | 0,96214 | 1,024533 |
| L43144 | 0,994099 | 0,008862 | 0,040669 | 0,994099 | 0,952422 | 1,037785 | 0,956349 | 1,021876 |
| L43145 | 0,992891 | 0,002693 | 0,006719 | 0,992891 | 0,964217 | 1,029955 | 0,968027 | 1,021816 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,015104 | -0,00813 | 0,03237 | 1,015104 | 0,988071 | 1,067379 | 0,994396 | 1,058724 |
| L51151 | 0,984859 | 0,002077 | 0,00279 | 0,984859 | 0,949194 | 1,019295 | 0,951907 | 1,012686 |
| L51152 | 0,985921 | -0,0309 | 0,40221 | 0,985921 | 0,97764 | 1,07393 | 0,990392 | 1,053693 |
| L51153 | 1,005236 | 0,007492 | 0,031405 | 1,005236 | 0,964526 | 1,045832 | 0,967943 | 1,029737 |
| L51154 | 0,981359 | 0,011855 | 0,060131 | 0,981359 | 0,925927 | 1,027792 | 0,935738 | 1,012181 |
| L51155 | 0,997934 | -0,00436 | 0,010269 | 0,997934 | 0,968068 | 1,048249 | 0,975081 | 1,035684 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 0,996406 | -0,00524 | 0,01927 | 0,996406 | 0,970451 | 1,0423 | 0,977081 | 1,034467 |
| L51160 | 0,994753 | 0,012595 | 0,081783 | 0,994753 | 0,945206 | 1,028685 | 0,953678 | 1,014529 |
| L51161 | 0,950627 | 0,081559 | 1,255618 | 0,869068 | 0,80765 | 0,939401 | 0,816992 | 0,93263 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,99705 | 0,061468 | 1,787032 | 0,935582 | 0,895413 | 0,980501 | 0,906368 | 0,96888 |
| L52168 | 0,99699 | 0,027687 | 0,351636 | 0,99699 | 0,928457 | 1,015202 | 0,940644 | 1,005518 |
| L52171 | 0,992586 | 0,017212 | 0,123369 | 0,992586 | 0,938923 | 1,026961 | 0,944373 | 1,017993 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 0,977185 | 0,004809 | 0,008204 | 0,977185 | 0,926185 | 1,034658 | 0,934538 | 1,008392 |
| L53179 | 0,99182 | 0,01254 | 0,072683 | 0,99182 | 0,945174 | 1,032958 | 0,949069 | 1,01852 |
| L61180 | 0,983985 | 0,033938 | 0,658248 | 0,983985 | 0,92018 | 0,990145 | 0,923258 | 0,987386 |
| L61181 | 1,032803 | -0,05374 | 1,083688 | 1,086542 | 1,046377 | 1,138437 | 1,05446 | 1,132018 |
| L61183 | 0,979513 | -0,0003 | 5,51E-05 | 0,979513 | 0,947639 | 1,035077 | 0,952764 | 1,010049 |
| L61186 | 0,974626 | -0,04948 | 1,148207 | 1,024105 | 0,985893 | 1,079409 | 0,992884 | 1,065992 |
| L61188 | 0,97286 | 0,028989 | 0,395623 | 0,97286 | 0,902836 | 0,999477 | 0,913801 | 0,980449 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,007967 | -0,00779 | 0,029591 | 1,007967 | 0,979258 | 1,065166 | 0,985327 | 1,052128 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,988262 | 0,032642 | 0,533344 | 0,988262 | 0,916766 | 0,99866 | 0,922557 | 0,993002 |
| L62197 | 1,001644 | -0,06357 | 0,702185 | 1,001644 | 1,00643 | 1,139638 | 1,014193 | 1,132332 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1,01439 | 0,017884 | 0,125219 | 1,01439 | 0,940397 | 1,037385 | 0,952778 | 1,033011 |
| L63204 | 1,014493 | -0,02045 | 0,181683 | 1,014493 | 0,987884 | 1,08276 | 1,001282 | 1,071937 |
| L63205 | 1,015738 | 0,010702 | 0,045997 | 1,015738 | 0,96368 | 1,057752 | 0,970418 | 1,044054 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 0,996255 | 0,024117 | 0,596411 | 0,996255 | 0,943331 | 1,00685 | 0,949596 | 0,997183 |
| L63211 | 0,994525 | 0,009203 | 0,045039 | 0,994525 | 0,950537 | 1,028575 | 0,957597 | 1,0195 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,002933 | -0,0033 | 0,006168 | 1,002933 | 0,971175 | 1,05719 | 0,975884 | 1,039157 |
| L64222 | 0,998099 | 0,017673 | 0,178359 | 0,998099 | 0,940975 | 1,019665 | 0,944228 | 1,016501 |
| L64224 | 0,983099 | 0,013143 | 0,071818 | 0,983099 | 0,927016 | 1,02104 | 0,930609 | 1,008617 |
| L64225 | 0,996016 | 0,009612 | 0,050636 | 0,996016 | 0,950015 | 1,031702 | 0,957303 | 1,016938 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 0,998204 | 0,00494 | 0,015859 | 0,998204 | 0,956499 | 1,033296 | 0,965403 | 1,022859 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | 0,960716 | 0,020175 | 0,07647 | 0,960716 | 0,872686 | 1,010153 | 0,888459 | 0,984408 |
| L71239 | 0,968403 | 0,054298 | 1,75048 | 0,914105 | 0,88051 | 0,959876 | 0,88762 | 0,948501 |
| L71244 | 0,999236 | 0,016351 | 0,113355 | 0,999236 | 0,945872 | 1,038382 | 0,948704 | 1,018526 |
| L71247 | 0,994121 | 0,025438 | 0,293466 | 0,994121 | 0,936091 | 1,026166 | 0,94067 | 1,01035 |
| L71248 | 1,007373 | 0,003036 | 0,006836 | 1,007373 | 0,978134 | 1,049522 | 0,979694 | 1,032213 |
| L71249 | 1,020482 | -0,03099 | 0,311258 | 1,020482 | 0,993028 | 1,110482 | 1,009196 | 1,097473 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | 1,001965 | -0,01976 | 0,225281 | 1,001965 | 0,988888 | 1,070695 | 0,994563 | 1,058544 |
| L71252 | 1,000982 | 0,00725 | 0,027129 | 1,000982 | 0,961975 | 1,040915 | 0,965855 | 1,033945 |
| L71253 | 1,003294 | -0,01388 | 0,092896 | 1,003294 | 0,98127 | 1,070303 | 0,988539 | 1,055238 |
| L71254 | 1,090232 | 0,169332 | 4,939039 | 0,9209 | 0,865285 | 1,025274 | 0,873035 | 0,984887 |
| L82255 | 0,998119 | 0,014265 | 0,092368 | 0,998119 | 0,940951 | 1,029246 | 0,949957 | 1,021842 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 1,107178 | 0,025338 | 0,123802 | 1,107178 | 1,021886 | 1,155552 | 1,024556 | 1,140123 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | 0,95838 | 0,01166 | 0,094992 | 0,95838 | 0,911818 | 0,989596 | 0,922353 | 0,979713 |
| L82262 | 1,011274 | 0,008333 | 0,037232 | 1,011274 | 0,968746 | 1,049978 | 0,975117 | 1,038701 |
| L82264 | 1,013177 | -0,02164 | 0,193574 | 1,013177 | 0,993595 | 1,094643 | 1,007069 | 1,077327 |
| L82265 | 0,999681 | 0,01574 | 0,147731 | 0,999681 | 0,949961 | 1,030604 | 0,953604 | 1,015027 |
| L82266 | 1,049754 | -0,08623 | 2,785507 | 1,135989 | 1,086135 | 1,181559 | 1,100253 | 1,175073 |
| L82267 | 0,945002 | 0,093506 | 3,21294 | 0,851496 | 0,810529 | 0,916617 | 0,817478 | 0,889833 |
| L81270 | 0,989308 | 0,02903 | 0,30351 | 0,989308 | 0,919903 | 1,018298 | 0,926149 | 1,010934 |
| L81272 | 1,015554 | -0,00279 | 0,003375 | 1,015554 | 0,97722 | 1,078299 | 0,982813 | 1,059387 |
| L81274 | 1,016474 | -0,00639 | 0,009907 | 1,016474 | 0,967482 | 1,088845 | 0,974111 | 1,081352 |
| L81275 | 0,955916 | 0,004832 | 0,007096 | 0,955916 | 0,896135 | 1,009108 | 0,906858 | 0,997398 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | 0,967409 | 0,064656 | 1,260575 | 0,902753 | 0,849238 | 0,954446 | 0,859002 | 0,94885 |
| L81279 | 1,005199 | -0,0022 | 0,002345 | 1,005199 | 0,972624 | 1,061846 | 0,976472 | 1,040642 |
| L81281 | 0,992297 | 0,025328 | 0,2717 | 0,992297 | 0,927671 | 1,023133 | 0,932763 | 1,010007 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 1,000915 | -0,05699 | 0,884424 | 1,000915 | 1,009556 | 1,125121 | 1,017736 | 1,111735 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,040357 | 0,017007 | 0,131251 | 1,040357 | 0,978929 | 1,072306 | 0,989488 | 1,059709 |
| L84304 | 0,955983 | 0,099296 | 3,258313 | 0,856687 | 0,805046 | 0,914551 | 0,820003 | 0,899017 |
| L84305 | 1,003534 | -0,00489 | 0,010774 | 1,003534 | 0,969732 | 1,053106 | 0,97638 | 1,042113 |
| L84312 | 0,958327 | 0,020247 | 0,214089 | 0,958327 | 0,898065 | 0,982082 | 0,90582 | 0,973416 |
| L84313 | 1,018751 | 0,012377 | 0,03575 | 1,018751 | 0,941902 | 1,069591 | 0,954818 | 1,06318 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | 0,978663 | 0,029133 | 0,195295 | 0,978663 | 0,892914 | 1,008908 | 0,905661 | 0,99705 |
| L91325 | 1,032023 | 0,015044 | 0,124988 | 1,032023 | 0,979266 | 1,06405 | 0,984636 | 1,050813 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.5 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de \widehat{M}_j pour la période 01-02/02-03

| DMU | \widehat{M}_j | $\widehat{Biais}_B(\widehat{M}_j)$ | r_j | \widehat{M}_j | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------|------------------------------------|----------|-----------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 0,938626 | 0,082256 | 0,221005 | 0,938626 | 0,688006 | 1,020537 | 0,721617 | 1,003145 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 1,100397 | -0,36336 | 8,745454 | 1,46376 | 1,37568 | 1,594756 | 1,384617 | 1,570545 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,990968 | 0,015745 | 0,009149 | 0,990968 | 0,843857 | 1,147277 | 0,858975 | 1,102004 |
| L1462 | 0,983058 | 0,366832 | 3,312818 | 0,616226 | 0,430641 | 0,851845 | 0,478341 | 0,789129 |
| L1464 | 0,819774 | 0,373652 | 4,832349 | 0,446122 | 0,292266 | 0,617237 | 0,323101 | 0,574451 |
| L1466 | 0,919837 | 0,349699 | 4,912176 | 0,570138 | 0,440339 | 0,76042 | 0,464275 | 0,70474 |
| L1467 | 0,873648 | 0,427069 | 5,918684 | 0,446579 | 0,296995 | 0,605925 | 0,312983 | 0,573174 |
| L2171 | 0,977492 | 0,095675 | 0,3167 | 0,977492 | 0,716445 | 1,039613 | 0,741347 | 1,014546 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 0,899508 | -0,08956 | 0,591683 | 0,899508 | 0,889607 | 1,110485 | 0,906565 | 1,084775 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 0,975137 | 0,298141 | 2,436626 | 0,676996 | 0,516708 | 0,852589 | 0,555916 | 0,82615 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,038021 | -0,03426 | 0,034093 | 1,038021 | 0,919123 | 1,276006 | 0,938421 | 1,21122 |
| L3186 | 0,984 | 0,118792 | 0,479307 | 0,984 | 0,737498 | 1,047725 | 0,758633 | 1,001598 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 1,001168 | -0,01765 | 0,008687 | 1,001168 | 0,854287 | 1,238731 | 0,875609 | 1,174896 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,944351 | 0,165064 | 0,949783 | 0,944351 | 0,639153 | 0,94604 | 0,652101 | 0,924834 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,007907 | 0,117969 | 0,394567 | 1,007907 | 0,743336 | 1,082273 | 0,757199 | 1,04232 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 0,967415 | 0,025298 | 0,025447 | 0,967415 | 0,787372 | 1,087509 | 0,817182 | 1,066574 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,98408 | -0,00883 | 0,003666 | 0,98408 | 0,876588 | 1,15806 | 0,888402 | 1,118823 |
| L3297 | 1,027645 | -0,02376 | 0,022604 | 1,027645 | 0,933523 | 1,20246 | 0,948013 | 1,157613 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 0,913646 | 0,276182 | 2,073644 | 0,637464 | 0,480464 | 0,826945 | 0,523971 | 0,804044 |
| L32102 | 0,922301 | 0,157423 | 0,640558 | 0,922301 | 0,609522 | 0,965453 | 0,628356 | 0,925079 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 1,014941 | -0,10095 | 0,405961 | 1,014941 | 0,9833 | 1,285928 | 0,996112 | 1,250524 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,062918 | -0,0493 | 0,097233 | 1,062918 | 0,979742 | 1,312926 | 0,994631 | 1,249481 |
| L42112 | 0,940288 | -0,00192 | 0,000164 | 0,940288 | 0,822917 | 1,114789 | 0,848077 | 1,076535 |
| L42114 | 1,09856 | -0,29511 | 5,932703 | 1,393672 | 1,293 | 1,535128 | 1,309451 | 1,508651 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,871338 | 0,206229 | 1,99771 | 0,665109 | 0,530626 | 0,822439 | 0,568179 | 0,763188 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 0,992932 | 0,224115 | 1,455126 | 0,768817 | 0,574209 | 0,948336 | 0,623335 | 0,9129 |
| L41122 | 0,970668 | 0,001846 | 0,000215 | 0,970668 | 0,861124 | 1,077431 | 0,885955 | 1,066377 |
| L41123 | 1,040041 | -0,09336 | 0,30871 | 1,040041 | 0,981666 | 1,313567 | 1,00604 | 1,260442 |
| L41124 | 0,866992 | 0,237677 | 3,038779 | 0,629315 | 0,514767 | 0,759781 | 0,525879 | 0,733611 |
| L41125 | 1,00231 | -0,15474 | 2,262523 | 1,157053 | 1,071693 | 1,269739 | 1,094851 | 1,2287 |
| L41126 | 0,947965 | 0,489651 | 4,690696 | 0,458314 | 0,241623 | 0,693645 | 0,298353 | 0,61242 |
| L41127 | 0,984093 | 0,042127 | 0,078381 | 0,984093 | 0,821847 | 1,120302 | 0,848784 | 1,069826 |
| L41128 | 1,031755 | 0,003822 | 0,000527 | 1,031755 | 0,889441 | 1,235652 | 0,918606 | 1,181986 |
| L41129 | 0,847069 | 0,42427 | 4,624552 | 0,422799 | 0,249096 | 0,635847 | 0,278683 | 0,567499 |
| L41130 | 0,887593 | 0,292933 | 2,592726 | 0,59466 | 0,435645 | 0,759779 | 0,455202 | 0,697223 |
| L41131 | 0,971026 | -0,01153 | 0,006205 | 0,971026 | 0,844807 | 1,12549 | 0,869852 | 1,110338 |
| L41132 | 0,997894 | 0,020225 | 0,017763 | 0,997894 | 0,840016 | 1,107011 | 0,861753 | 1,086811 |
| L43133 | 0,977956 | 0,119812 | 0,669208 | 0,977956 | 0,732064 | 1,017486 | 0,760716 | 0,983889 |
| L43134 | 1,236901 | -0,37648 | 8,18438 | 1,613377 | 1,497188 | 1,751365 | 1,516598 | 1,723578 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 1,002406 | -0,03085 | 0,044317 | 1,002406 | 0,90088 | 1,179377 | 0,921688 | 1,142048 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 1,088202 | -0,18292 | 1,376621 | 1,271118 | 1,138124 | 1,433722 | 1,154257 | 1,399565 |
| L43142 | 0,95761 | 0,026359 | 0,027816 | 0,95761 | 0,780413 | 1,085644 | 0,819128 | 1,061292 |
| L43143 | 0,953675 | 0,130655 | 0,52206 | 0,953675 | 0,655315 | 1,009933 | 0,686818 | 0,95278 |
| L43144 | 1,042332 | -0,1209 | 0,631169 | 1,042332 | 1,032972 | 1,328203 | 1,068115 | 1,298639 |
| L43145 | 1,271504 | -0,59293 | 67,06801 | 1,864438 | 1,800059 | 1,932166 | 1,817178 | 1,924065 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,044963 | -0,00388 | 0,000688 | 1,044963 | 0,909784 | 1,184228 | 0,946484 | 1,168009 |
| L51151 | 0,999107 | -0,16185 | 1,499128 | 1,160956 | 1,045791 | 1,300446 | 1,056677 | 1,274877 |
| L51152 | 0,938654 | 0,099365 | 0,33789 | 0,938654 | 0,703785 | 1,009963 | 0,723475 | 0,972371 |
| L51153 | 0,979113 | 0,063594 | 0,172216 | 0,979113 | 0,779019 | 1,083944 | 0,803173 | 1,027889 |
| L51154 | 0,998642 | 0,003432 | 0,00037 | 0,998642 | 0,864317 | 1,184088 | 0,871661 | 1,154943 |
| L51155 | 0,959024 | 0,031444 | 0,037308 | 0,959024 | 0,805688 | 1,086739 | 0,819476 | 1,050305 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 0,90308 | 0,258692 | 2,213348 | 0,644388 | 0,495352 | 0,858485 | 0,521314 | 0,761428 |
| L51160 | 1,018932 | -0,08563 | 0,39282 | 1,018932 | 0,974242 | 1,24055 | 1,010087 | 1,183873 |
| L51161 | 1,048434 | -0,21582 | 3,2134 | 1,264254 | 1,147775 | 1,392731 | 1,172871 | 1,355622 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 1,016258 | -0,08203 | 0,320007 | 1,016258 | 0,977033 | 1,237937 | 0,996062 | 1,20907 |
| L52168 | 0,954072 | 0,316394 | 2,463019 | 0,637678 | 0,498945 | 0,861485 | 0,507286 | 0,80937 |
| L52171 | 1,051308 | -0,07292 | 0,165648 | 1,051308 | 0,983463 | 1,335909 | 1,00719 | 1,257532 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 0,932134 | 0,046864 | 0,088819 | 0,932134 | 0,757413 | 1,057607 | 0,766714 | 0,992035 |
| L53179 | 0,959947 | -0,01642 | 0,011988 | 0,959947 | 0,839198 | 1,115232 | 0,872718 | 1,097736 |
| L61180 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L61181 | 0,986261 | 0,170627 | 0,840057 | 0,986261 | 0,650541 | 1,012438 | 0,705118 | 0,937998 |
| L61183 | 0,940479 | -0,29174 | 9,487057 | 1,232224 | 1,148203 | 1,34514 | 1,169484 | 1,314777 |
| L61186 | 1,267118 | -0,46748 | 12,5977 | 1,734595 | 1,629384 | 1,876193 | 1,635113 | 1,863331 |
| L61188 | 1,085483 | -0,23914 | 3,062188 | 1,324626 | 1,217567 | 1,472088 | 1,230022 | 1,426112 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,0458 | -0,09127 | 0,374621 | 1,0458 | 1,010124 | 1,302966 | 1,04076 | 1,264532 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,965964 | 0,003859 | 0,000648 | 0,965964 | 0,828204 | 1,126581 | 0,850592 | 1,085942 |
| L62197 | 0,778513 | 0,620971 | 8,589415 | 0,157543 | -0,0191 | 0,37065 | 0,00794 | 0,303901 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 0,786051 | 0,634572 | 14,16446 | 0,151479 | -0,04524 | 0,286644 | 0,028649 | 0,272447 |
| L63204 | 1,05998 | -0,06452 | 0,145157 | 1,05998 | 0,966233 | 1,274197 | 0,996286 | 1,241627 |
| L63205 | 0,943272 | 0,28018 | 1,917694 | 0,663092 | 0,481809 | 0,889971 | 0,511988 | 0,835075 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 0,922622 | 0,165475 | 1,694343 | 0,757146 | 0,646967 | 0,872347 | 0,664888 | 0,870096 |
| L63211 | 1,042652 | -0,09141 | 0,388994 | 1,042652 | 1,007635 | 1,296805 | 1,02853 | 1,252249 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,006283 | 0,125458 | 0,65439 | 1,006283 | 0,738012 | 1,034686 | 0,755564 | 0,997836 |
| L64222 | 1,012476 | 0,049046 | 0,080704 | 1,012476 | 0,81509 | 1,136004 | 0,828225 | 1,09173 |
| L64224 | 0,894407 | -0,00986 | 0,005074 | 0,894407 | 0,783142 | 1,054739 | 0,804268 | 1,021701 |
| L64225 | 0,978799 | 0,104241 | 0,489071 | 0,978799 | 0,74184 | 1,02113 | 0,767784 | 0,988744 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 1,013958 | -0,01924 | 0,016538 | 1,013958 | 0,893019 | 1,191383 | 0,919613 | 1,14459 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | 0,873566 | -0,03119 | 0,088804 | 0,873566 | 0,811092 | 1,016477 | 0,82564 | 0,993607 |
| L71244 | 1,065629 | 0,020166 | 0,010598 | 1,065629 | 0,874064 | 1,253699 | 0,903631 | 1,220534 |
| L71247 | 1,019872 | 0,03273 | 0,041962 | 1,019872 | 0,850108 | 1,148947 | 0,885783 | 1,108252 |
| L71248 | 0,924256 | -0,0153 | 0,015076 | 0,924256 | 0,834281 | 1,085923 | 0,857768 | 1,029107 |
| L71249 | 0,944189 | 0,229062 | 2,181912 | 0,715127 | 0,600658 | 0,863554 | 0,614839 | 0,854417 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | 1,032925 | 0,032597 | 0,04363 | 1,032925 | 0,865722 | 1,177693 | 0,898195 | 1,137995 |
| L71253 | 1,016874 | 0,027182 | 0,02304 | 1,016874 | 0,831661 | 1,224877 | 0,874093 | 1,115378 |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 1,026831 | -0,05453 | 0,137174 | 1,026831 | 0,966601 | 1,212037 | 0,972737 | 1,199202 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 0,966606 | -0,08244 | 0,451537 | 0,966606 | 0,958697 | 1,174391 | 0,965131 | 1,150807 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | 1,091466 | -0,04764 | 0,080549 | 1,091466 | 1,005808 | 1,303853 | 1,021677 | 1,272889 |
| L82264 | 1,001278 | -0,05358 | 0,112598 | 1,001278 | 0,923769 | 1,230118 | 0,942284 | 1,185614 |
| L82265 | 1,154939 | -0,18044 | 1,815963 | 1,335377 | 1,230632 | 1,482971 | 1,239573 | 1,457621 |
| L82266 | 1,06041 | -0,16813 | 1,181584 | 1,228535 | 1,080136 | 1,369826 | 1,125265 | 1,345191 |
| L82267 | 0,88714 | 0,029651 | 0,091462 | 0,88714 | 0,782939 | 0,993799 | 0,795594 | 0,928442 |
| L81270 | 1,052682 | -0,12871 | 0,599482 | 1,052682 | 1,038877 | 1,369382 | 1,062939 | 1,322791 |
| L81272 | 1,012693 | 0,090256 | 0,253619 | 1,012693 | 0,768807 | 1,090261 | 0,797312 | 1,067911 |
| L81274 | 1,011742 | 0,030362 | 0,025896 | 1,011742 | 0,819929 | 1,164444 | 0,862377 | 1,15258 |
| L81275 | 1,024821 | -0,02823 | 0,024979 | 1,024821 | 0,90854 | 1,220751 | 0,928295 | 1,182506 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 0,955864 | 0,134848 | 0,511174 | 0,955864 | 0,646277 | 1,039188 | 0,690502 | 0,963018 |
| L81281 | 1,019504 | 0,003225 | 0,000394 | 1,019504 | 0,868248 | 1,201827 | 0,894657 | 1,125186 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 0,975481 | 0,107161 | 0,38502 | 0,975481 | 0,734731 | 1,077386 | 0,763083 | 1,003196 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,027677 | -0,21726 | 3,274538 | 1,244938 | 1,151611 | 1,386315 | 1,171059 | 1,362202 |
| L84304 | 1,142509 | -0,32962 | 6,644527 | 1,47213 | 1,359045 | 1,592622 | 1,378064 | 1,575285 |
| L84305 | 1,028091 | -0,017 | 0,010187 | 1,028091 | 0,901099 | 1,25567 | 0,93666 | 1,202111 |
| L84312 | 1,030519 | -0,03031 | 0,053753 | 1,030519 | 0,932587 | 1,189369 | 0,958165 | 1,173475 |
| L84313 | 0,914064 | 0,215911 | 1,154098 | 0,698153 | 0,527374 | 0,900507 | 0,566892 | 0,848315 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 1,047147 | -0,14859 | 1,805263 | 1,195736 | 1,115094 | 1,319286 | 1,123486 | 1,294397 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.6 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$ pour la période 01/02-02/03

| DMU | $\widehat{T\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{T\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{T\Delta}_j}$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------------|--|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | 0,814542 | -0,81454 | 0 | 0,814542 | 1,629084 | 1,629084 | 1,629084 | 1,629084 |
| L117 | 1,081333 | -0,05712 | 0,670446 | 1,081333 | 1,075694 | 1,210536 | 1,089368 | 1,184321 |
| L1115 | 1,04946 | -1,04946 | 0 | 1,04946 | 2,098921 | 2,098921 | 2,098921 | 2,098921 |
| L1235 | 0,963396 | -0,01678 | 0,119272 | 0,963396 | 0,937441 | 1,023488 | 0,943652 | 1,015893 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 1,027185 | 0,0233 | 0,212823 | 1,027185 | 0,956064 | 1,049408 | 0,963207 | 1,039455 |
| L1462 | 1,021052 | 0,044985 | 1,172137 | 0,976067 | 0,938784 | 1,009786 | 0,946336 | 1,005725 |
| L1464 | 0,967265 | 0,026264 | 0,138341 | 0,967265 | 0,888831 | 1,020879 | 0,895549 | 1,008231 |
| L1466 | 1,030195 | 0,068567 | 0,974328 | 1,030195 | 0,899184 | 1,030691 | 0,910187 | 1,026631 |
| L1467 | 1,040359 | -0,01144 | 0,02727 | 1,040359 | 0,983581 | 1,110613 | 1,000933 | 1,098026 |
| L2171 | 1,024169 | 0,030826 | 0,475482 | 1,024169 | 0,958112 | 1,040101 | 0,963708 | 1,03079 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 0,901417 | -0,10168 | 3,329831 | 1,003097 | 0,947596 | 1,051041 | 0,960944 | 1,045793 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 1,047121 | 0,055782 | 1,537182 | 0,991339 | 0,949766 | 1,030607 | 0,955571 | 1,026968 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,015467 | 0,00853 | 0,047904 | 1,015467 | 0,967099 | 1,04173 | 0,980843 | 1,035872 |
| L3186 | 1,025806 | 0,019174 | 0,260563 | 1,025806 | 0,969343 | 1,04111 | 0,982594 | 1,035053 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 1,036903 | 0,020288 | 0,335824 | 1,036903 | 0,985559 | 1,053734 | 0,99283 | 1,044092 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,991594 | 0,045435 | 1,519338 | 0,946159 | 0,914758 | 0,984663 | 0,919808 | 0,97944 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,009157 | 0,03899 | 1,064563 | 0,970167 | 0,932813 | 1,002598 | 0,942099 | 1,000016 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 1,025138 | -0,00324 | 0,006721 | 1,025138 | 0,990267 | 1,064899 | 0,997728 | 1,058817 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,975599 | -0,01873 | 0,104271 | 0,975599 | 0,938808 | 1,04598 | 0,948432 | 1,036913 |
| L3297 | 1,00644 | 0,040069 | 1,170121 | 0,966371 | 0,933886 | 1,003721 | 0,940335 | 0,995477 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,001921 | 0,026925 | 0,404819 | 1,001921 | 0,930844 | 1,013059 | 0,941773 | 1,009124 |
| L32102 | 0,979089 | 0,013753 | 0,155774 | 0,979089 | 0,928641 | 0,999501 | 0,935686 | 0,990095 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 1,019018 | 0,004696 | 0,009985 | 1,019018 | 0,969907 | 1,057457 | 0,980697 | 1,053099 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,019603 | -0,01176 | 0,05296 | 1,019603 | 0,988428 | 1,076228 | 0,993679 | 1,065866 |
| L42112 | 1,023467 | -0,03823 | 0,49219 | 1,023467 | 1,010884 | 1,109783 | 1,019563 | 1,105406 |
| L42114 | 1,025357 | -0,03731 | 0,836233 | 1,025357 | 1,023945 | 1,101354 | 1,031381 | 1,093167 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,970969 | 0,001351 | 0,000287 | 0,970969 | 0,900814 | 1,05452 | 0,905215 | 1,029001 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,023584 | 0,093448 | 2,711432 | 0,930136 | 0,874918 | 0,977812 | 0,886191 | 0,97157 |
| L41122 | 1,015016 | -0,07051 | 1,231607 | 1,085525 | 1,030464 | 1,135192 | 1,040935 | 1,128473 |
| L41123 | 0,981511 | 0,063332 | 1,220582 | 0,91818 | 0,86626 | 0,967915 | 0,872828 | 0,962441 |
| L41124 | 1,020442 | -0,02378 | 0,119705 | 1,020442 | 0,976656 | 1,111871 | 0,984694 | 1,091732 |
| L41125 | 1,027836 | -0,12264 | 4,520039 | 1,150475 | 1,093145 | 1,202506 | 1,10954 | 1,194549 |
| L41126 | 0,938524 | 0,240193 | 14,8144 | 0,698331 | 0,639088 | 0,758998 | 0,654431 | 0,747294 |
| L41127 | 0,965806 | 0,041146 | 0,596722 | 0,965806 | 0,879679 | 0,979999 | 0,884429 | 0,959428 |
| L41128 | 1,011884 | 0,002716 | 0,006331 | 1,011884 | 0,981665 | 1,048277 | 0,983939 | 1,034436 |
| L41129 | 0,964236 | 0,074865 | 0,969244 | 0,964236 | 0,817685 | 0,967828 | 0,823674 | 0,947761 |
| L41130 | 1,027542 | 0,052347 | 0,602376 | 1,027542 | 0,910035 | 1,030462 | 0,924315 | 1,023678 |
| L41131 | 1,012462 | 0,009417 | 0,022661 | 1,012462 | 0,940981 | 1,060514 | 0,955529 | 1,045966 |
| L41132 | 1,019849 | -0,00934 | 0,046837 | 1,019849 | 0,989909 | 1,069109 | 0,997823 | 1,06461 |
| L43133 | 1,017252 | 0,033925 | 1,717905 | 0,983327 | 0,956599 | 1,00685 | 0,966849 | 1,002168 |
| L43134 | 0,991324 | 0,01513 | 0,126194 | 0,991324 | 0,935481 | 1,015363 | 0,941691 | 1,006064 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 1,037118 | -0,04507 | 0,64795 | 1,037118 | 1,024718 | 1,143675 | 1,038868 | 1,121777 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 1,080193 | -0,10736 | 5,905742 | 1,187554 | 1,151986 | 1,234237 | 1,159106 | 1,215768 |
| L43142 | 1,016596 | 0,022842 | 0,23727 | 1,016596 | 0,952043 | 1,044927 | 0,959728 | 1,031682 |
| L43143 | 1,020715 | 0,047394 | 0,583634 | 1,020715 | 0,909552 | 1,027676 | 0,923306 | 1,019716 |
| L43144 | 1,043643 | -0,11147 | 4,40977 | 1,155109 | 1,10723 | 1,203113 | 1,113371 | 1,193465 |
| L43145 | 1,277224 | -0,5878 | 115,2123 | 1,865024 | 1,811745 | 1,922079 | 1,829092 | 1,908278 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,028677 | -0,06188 | 1,33818 | 1,090562 | 1,043287 | 1,137011 | 1,050875 | 1,133084 |
| L51151 | 0,992857 | -0,06028 | 1,725059 | 1,053142 | 1,013415 | 1,100559 | 1,020833 | 1,088994 |
| L51152 | 0,997335 | -0,0108 | 0,027674 | 0,997335 | 0,95075 | 1,078959 | 0,964617 | 1,060348 |
| L51153 | 0,995355 | -0,00763 | 0,024408 | 0,995355 | 0,962842 | 1,048929 | 0,966283 | 1,041851 |
| L51154 | 1,039536 | -0,00746 | 0,030609 | 1,039536 | 1,005375 | 1,08894 | 1,014095 | 1,078502 |
| L51155 | 0,980352 | 0,002199 | 0,001576 | 0,980352 | 0,925131 | 1,0322 | 0,935204 | 1,017824 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,037823 | 0,011948 | 0,051388 | 1,037823 | 0,973354 | 1,074329 | 0,981474 | 1,063072 |
| L51160 | 0,977892 | 0,04094 | 0,617959 | 0,977892 | 0,894651 | 0,991392 | 0,897331 | 0,981497 |
| L51161 | 1,084063 | -0,13596 | 7,097256 | 1,22002 | 1,17289 | 1,271946 | 1,179624 | 1,254549 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,957622 | 0,009977 | 0,033937 | 0,957622 | 0,88539 | 0,998109 | 0,912316 | 0,992652 |
| L52168 | 1,019893 | 0,139493 | 6,59019 | 0,8804 | 0,833713 | 0,926317 | 0,839382 | 0,923838 |
| L52171 | 1,021686 | 0,041686 | 0,598075 | 1,021686 | 0,933084 | 1,039305 | 0,937191 | 1,017236 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 0,948872 | 0,060259 | 0,349209 | 0,948872 | 0,79486 | 0,971892 | 0,814228 | 0,964098 |
| L53179 | 0,951548 | -0,00596 | 0,004183 | 0,951548 | 0,868307 | 1,056149 | 0,890505 | 1,029975 |
| L61180 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L61181 | 0,952807 | 0,09361 | 1,174243 | 0,859197 | 0,77568 | 0,945782 | 0,808153 | 0,928467 |
| L61183 | 0,982646 | -0,3088 | 21,03432 | 1,291445 | 1,234083 | 1,364972 | 1,242611 | 1,352428 |
| L61186 | 1,253126 | -0,28134 | 8,162567 | 1,534464 | 1,44106 | 1,639557 | 1,455482 | 1,60536 |
| L61188 | 1,023383 | -0,03472 | 0,310735 | 1,023383 | 0,990856 | 1,111174 | 1,011097 | 1,099169 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,006113 | 0,009871 | 0,048239 | 1,006113 | 0,954311 | 1,037492 | 0,96111 | 1,031055 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 1,01206 | -0,02553 | 0,112862 | 1,01206 | 0,966639 | 1,107473 | 0,980589 | 1,089986 |
| L62197 | 0,945941 | 0,11937 | 3,035689 | 0,826571 | 0,761127 | 0,901244 | 0,780682 | 0,878757 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 0,815941 | 0,549734 | 24,69622 | 0,266207 | 0,166114 | 0,370816 | 0,18326 | 0,341947 |
| L63204 | 1,021026 | -0,00108 | 0,000325 | 1,021026 | 0,966396 | 1,074298 | 0,977552 | 1,065873 |
| L63205 | 1,007062 | 0,033687 | 0,907225 | 1,007062 | 0,940165 | 1,005452 | 0,946874 | 1,003558 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 0,90951 | 0,148515 | 3,15265 | 0,760995 | 0,679874 | 0,842048 | 0,698206 | 0,834536 |
| L63211 | 1,024707 | -0,02385 | 0,089555 | 1,024707 | 0,97867 | 1,138831 | 0,997337 | 1,107001 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,027661 | 0,026015 | 0,449226 | 1,027661 | 0,961477 | 1,043447 | 0,971002 | 1,030854 |
| L64222 | 1,006645 | 0,083051 | 2,032897 | 0,923595 | 0,877557 | 0,989291 | 0,884914 | 0,976647 |
| L64224 | 0,938287 | 0,018797 | 0,175291 | 0,938287 | 0,880347 | 0,962446 | 0,88172 | 0,953924 |
| L64225 | 1,006034 | 0,007034 | 0,044844 | 1,006034 | 0,970774 | 1,033615 | 0,977231 | 1,02412 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 1,00923 | -0,02054 | 0,195521 | 1,00923 | 0,985878 | 1,074376 | 0,992722 | 1,066724 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | 0,962793 | -0,07441 | 1,48057 | 1,037202 | 0,973849 | 1,088492 | 0,984838 | 1,081797 |
| L71244 | 1,044758 | 0,014272 | 0,17353 | 1,044758 | 0,9983 | 1,069366 | 1,005479 | 1,056077 |
| L71247 | 1,020142 | 0,011191 | 0,078409 | 1,020142 | 0,975044 | 1,048714 | 0,980432 | 1,043651 |
| L71248 | 0,950932 | -0,03499 | 0,211655 | 0,950932 | 0,920299 | 1,063464 | 0,929766 | 1,043862 |
| L71249 | 1,02894 | 0,094572 | 1,037786 | 0,934368 | 0,852422 | 1,021784 | 0,864348 | 1,008843 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | 1,042828 | 0,061437 | 2,045074 | 0,981391 | 0,944071 | 1,02803 | 0,951589 | 1,013379 |
| L71253 | 1,03004 | -0,0002 | 3,42E-05 | 1,03004 | 0,997828 | 1,060138 | 1,003576 | 1,056471 |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 1,001419 | 0,024057 | 0,286787 | 1,001419 | 0,936158 | 1,020696 | 0,943429 | 1,014533 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 0,931875 | -0,08111 | 2,130865 | 1,012981 | 0,964811 | 1,064971 | 0,97558 | 1,056738 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | 0,9901 | 0,054062 | 1,990759 | 0,936037 | 0,903528 | 0,972448 | 0,90834 | 0,962328 |
| L82264 | 0,99126 | 0,02367 | 0,213604 | 0,99126 | 0,9251 | 1,021191 | 0,930994 | 1,011115 |
| L82265 | 1,078285 | -0,02233 | 0,160033 | 1,078285 | 1,047637 | 1,156833 | 1,058611 | 1,138828 |
| L82266 | 1,003923 | -0,03676 | 0,925318 | 1,003923 | 1,000814 | 1,081416 | 1,009555 | 1,069075 |
| L82267 | 0,974455 | -0,09145 | 1,768044 | 1,065903 | 1,003555 | 1,135325 | 1,015773 | 1,118058 |
| L81270 | 0,988354 | 0,032363 | 0,458169 | 0,988354 | 0,912537 | 1,008844 | 0,923664 | 0,994273 |
| L81272 | 1,009107 | 0,033925 | 1,158597 | 0,975181 | 0,940961 | 1,003231 | 0,946904 | 0,99514 |
| L81274 | 1,01098 | 0,079512 | 1,133876 | 0,931468 | 0,8569 | 0,998855 | 0,87357 | 0,98773 |
| L81275 | 1,018352 | -0,01259 | 0,131951 | 1,018352 | 0,998325 | 1,061493 | 1,002787 | 1,056024 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 1,033598 | 0,011485 | 0,11794 | 1,033598 | 0,993949 | 1,060474 | 1,000759 | 1,047133 |
| L81281 | 1,032656 | 0,003916 | 0,012653 | 1,032656 | 0,999144 | 1,059845 | 1,004807 | 1,054446 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 1,118355 | -0,03697 | 0,333209 | 1,118355 | 1,091602 | 1,216255 | 1,109818 | 1,204766 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,013066 | -0,15246 | 7,357788 | 1,165527 | 1,110202 | 1,218992 | 1,124947 | 1,205672 |
| L84304 | 1,213774 | -0,28345 | 22,96323 | 1,497226 | 1,441819 | 1,547924 | 1,451662 | 1,540509 |
| L84305 | 1,017984 | 0,008823 | 0,025106 | 1,017984 | 0,957341 | 1,07098 | 0,973454 | 1,048376 |
| L84312 | 1,110587 | -0,08176 | 0,743031 | 1,110587 | 1,110492 | 1,29188 | 1,129556 | 1,279421 |
| L84313 | 0,982797 | 0,002153 | 0,001644 | 0,982797 | 0,927667 | 1,03478 | 0,943013 | 1,020578 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 1,058755 | -0,19002 | 6,92679 | 1,248771 | 1,198817 | 1,332392 | 1,202299 | 1,316532 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.7: Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{TE\Delta}_j$ pour la période 01/02-02/03

| DMU | $\widehat{TE\Delta}_j$ | $\widehat{Bi\grave{a}is}_B(\widehat{TE\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{TE\Delta}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|------------------------|---|----------|----------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 1,115856 | -0,17116 | 1,704363 | 1,287012 | 1,165893 | 1,413387 | 1,19485 | 1,377698 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 1,176877 | -0,38259 | 16,54882 | 1,559469 | 1,482874 | 1,653909 | 1,491837 | 1,639153 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,994708 | -0,06604 | 0,318519 | 0,994708 | 0,961377 | 1,196025 | 0,991228 | 1,157561 |
| L1462 | 0,941226 | 0,302256 | 7,438704 | 0,63897 | 0,536179 | 0,758099 | 0,562123 | 0,731214 |
| L1464 | 1,128001 | -0,23946 | 4,288585 | 1,367459 | 1,265219 | 1,487188 | 1,278762 | 1,454414 |
| L1466 | 0,894487 | 0,207179 | 8,631596 | 0,687308 | 0,623284 | 0,749216 | 0,630219 | 0,741315 |
| L1467 | 0,853531 | 0,373449 | 14,58424 | 0,480082 | 0,388602 | 0,560318 | 0,398667 | 0,549605 |
| L2171 | 0,948169 | 0,081754 | 0,494367 | 0,948169 | 0,760704 | 0,984073 | 0,77174 | 0,965801 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 1 | 0,031248 | 0,086583 | 1 | 0,88241 | 1,084592 | 0,895605 | 1,05962 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 0,938328 | 0,199193 | 3,570233 | 0,739135 | 0,650554 | 0,849566 | 0,661917 | 0,807888 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,048015 | -0,11078 | 0,794491 | 1,048015 | 1,048674 | 1,282254 | 1,062682 | 1,244997 |
| L3186 | 0,961236 | 0,077479 | 0,42615 | 0,961236 | 0,790509 | 0,996741 | 0,809567 | 0,985453 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 0,961806 | -0,00954 | 0,007561 | 0,961806 | 0,888223 | 1,089263 | 0,907141 | 1,057164 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,973219 | 0,083078 | 0,563022 | 0,973219 | 0,79816 | 1,001302 | 0,809193 | 0,979328 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 0,993968 | 0,054004 | 0,178572 | 0,993968 | 0,837563 | 1,062004 | 0,853386 | 1,051679 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 0,944609 | 0,01974 | 0,041334 | 0,944609 | 0,84198 | 1,032067 | 0,851984 | 1,005419 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,968845 | 0,003218 | 0,001981 | 0,968845 | 0,93769 | 1,05788 | 0,93769 | 1,025306 |
| L3297 | 1,023431 | -0,06873 | 0,351243 | 1,023431 | 0,993574 | 1,222947 | 1,015766 | 1,17011 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 0,931325 | 0,164505 | 1,897838 | 0,76682 | 0,651855 | 0,87999 | 0,69662 | 0,85849 |
| L32102 | 1,001296 | -0,00952 | 0,005222 | 1,001296 | 0,905581 | 1,14732 | 0,921065 | 1,119463 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 0,997224 | -0,09597 | 0,849794 | 0,997224 | 0,996545 | 1,20253 | 1,017327 | 1,173611 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,046214 | -0,08368 | 0,560288 | 1,046214 | 1,038282 | 1,268531 | 1,055154 | 1,209508 |
| L42112 | 0,936779 | 0,044672 | 0,371444 | 0,936779 | 0,854534 | 0,988464 | 0,8684 | 0,952551 |
| L42114 | 1,068801 | -0,22378 | 5,549874 | 1,292583 | 1,221199 | 1,409139 | 1,2252 | 1,372889 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,923953 | 0,152804 | 2,744099 | 0,771149 | 0,689669 | 0,847906 | 0,697836 | 0,847332 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 0,957205 | 0,110194 | 1,713859 | 0,847011 | 0,763772 | 0,929616 | 0,78165 | 0,905029 |
| L41122 | 0,974467 | 0,0098 | 0,034214 | 0,974467 | 0,948698 | 1,03998 | 0,948934 | 1,020454 |
| L41123 | 1,043314 | -0,16395 | 2,164272 | 1,20726 | 1,118627 | 1,3131 | 1,123745 | 1,297562 |
| L41124 | 0,880147 | 0,203536 | 6,056495 | 0,676611 | 0,59286 | 0,755467 | 0,610087 | 0,734387 |
| L41125 | 0,964949 | -0,02067 | 0,054982 | 0,964949 | 0,929897 | 1,075346 | 0,929897 | 1,057243 |
| L41126 | 1 | 0,156778 | 2,351702 | 0,843222 | 0,75287 | 0,949099 | 0,769208 | 0,919236 |
| L41127 | 1,033774 | -0,07524 | 0,816704 | 1,033774 | 1,06269 | 1,20976 | 1,067547 | 1,195099 |
| L41128 | 1,008899 | -0,01755 | 0,023272 | 1,008899 | 0,931397 | 1,165734 | 0,951912 | 1,141483 |
| L41129 | 1 | -0,0029 | 0,005549 | 1 | 0,98284 | 1,050587 | 1 | 1,020841 |
| L41130 | 0,877695 | 0,200686 | 4,511849 | 0,677009 | 0,588908 | 0,765098 | 0,605929 | 0,736772 |
| L41131 | 0,958958 | 0,011146 | 0,017207 | 0,958958 | 0,895119 | 1,052616 | 0,917916 | 1,016887 |
| L41132 | 0,977907 | 0,029253 | 0,064695 | 0,977907 | 0,836429 | 1,078187 | 0,86506 | 1,018517 |
| L43133 | 0,957856 | 0,091001 | 0,774702 | 0,957856 | 0,772808 | 0,984219 | 0,793378 | 0,95178 |
| L43134 | 1,229804 | -0,38805 | 14,07103 | 1,617854 | 1,524144 | 1,715518 | 1,544037 | 1,694827 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,97208 | -0,00065 | 5,18E-05 | 0,97208 | 0,905215 | 1,067429 | 0,91886 | 1,042386 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 1,014169 | 0,001971 | 0,000315 | 1,014169 | 0,91373 | 1,136113 | 0,934627 | 1,101759 |
| L43142 | 0,944707 | 0,008996 | 0,008266 | 0,944707 | 0,857545 | 1,035057 | 0,875626 | 1,023716 |
| L43143 | 0,945551 | 0,051168 | 0,352413 | 0,945551 | 0,81085 | 0,975875 | 0,824058 | 0,957156 |
| L43144 | 1 | 0,000451 | 1,56E-05 | 1 | 0,902965 | 1,112663 | 0,922415 | 1,097593 |
| L43145 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,01499 | 0,066992 | 0,307175 | 1,01499 | 0,847867 | 1,063383 | 0,86066 | 1,043438 |
| L51151 | 1,00348 | -0,10064 | 1,210794 | 1,104119 | 1,028609 | 1,205436 | 1,039361 | 1,172864 |
| L51152 | 0,959839 | 0,045757 | 0,346831 | 0,959839 | 0,854279 | 0,995669 | 0,866963 | 0,967441 |
| L51153 | 0,980226 | 0,051538 | 0,203383 | 0,980226 | 0,831849 | 1,055519 | 0,842767 | 1,019239 |
| L51154 | 0,957962 | 0,054991 | 0,154278 | 0,957962 | 0,789021 | 1,044163 | 0,808694 | 1,020198 |
| L51155 | 0,99591 | -0,0091 | 0,005762 | 0,99591 | 0,904817 | 1,124898 | 0,924526 | 1,098921 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 0,883904 | 0,221123 | 4,439382 | 0,662781 | 0,558327 | 0,77387 | 0,587052 | 0,732401 |
| L51160 | 1,043639 | -0,11616 | 1,347335 | 1,1598 | 1,075608 | 1,269448 | 1,093578 | 1,222495 |
| L51161 | 1 | -0,02458 | 0,129523 | 1 | 1 | 1,125641 | 1 | 1,090178 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 1,035829 | -0,03912 | 0,121479 | 1,035829 | 0,981562 | 1,189056 | 0,995133 | 1,166634 |
| L52168 | 0,932553 | 0,143332 | 2,305592 | 0,789221 | 0,716066 | 0,890128 | 0,720299 | 0,847301 |
| L52171 | 1,020678 | -0,08277 | 0,379955 | 1,020678 | 0,995143 | 1,243444 | 1,01431 | 1,209422 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 1 | -0,00449 | 0,02068 | 1 | 1 | 1,042892 | 1 | 1 |
| L53179 | 0,976202 | 0,012028 | 0,060696 | 0,976202 | 0,952405 | 1,038883 | 0,952405 | 1,014034 |
| L61180 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L61181 | 1 | 0,035574 | 0,200143 | 1 | 0,870424 | 1 | 0,897194 | 1 |
| L61183 | 1 | -9,7E-05 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L61186 | 1,119175 | -0,22769 | 3,513644 | 1,346865 | 1,238351 | 1,459806 | 1,238567 | 1,44492 |
| L61188 | 1,051257 | -0,15341 | 2,556964 | 1,204666 | 1,140761 | 1,306796 | 1,14433 | 1,281766 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,009561 | -0,06174 | 0,311955 | 1,009561 | 0,983294 | 1,176529 | 0,99511 | 1,16283 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,976874 | 0,012957 | 0,041045 | 0,976874 | 0,902176 | 1,045412 | 0,939682 | 1,012141 |
| L62197 | 0,914277 | 0,250428 | 6,346912 | 0,663849 | 0,573897 | 0,742283 | 0,590803 | 0,730431 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1 | 0,005682 | 0,030308 | 1 | 0,953008 | 1 | 0,988878 | 1 |
| L63204 | 1,043299 | -0,10228 | 0,629333 | 1,043299 | 1,014708 | 1,26562 | 1,040841 | 1,242777 |
| L63205 | 0,938915 | 0,196918 | 2,559496 | 0,741997 | 0,645283 | 0,875606 | 0,657976 | 0,846369 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 1 | 0,021178 | 0,15962 | 1 | 0,913945 | 1 | 0,929324 | 1 |
| L63211 | 1,064597 | -0,13682 | 2,007568 | 1,201422 | 1,129193 | 1,308567 | 1,129193 | 1,275827 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 0,964872 | 0,095561 | 1,132514 | 0,86931 | 0,776366 | 0,956724 | 0,799995 | 0,92918 |
| L64222 | 1,004478 | -0,02947 | 0,070219 | 1,004478 | 0,929467 | 1,154499 | 0,975875 | 1,114744 |
| L64224 | 1 | -0,04501 | 0,228518 | 1 | 0,992433 | 1,157977 | 1 | 1,140101 |
| L64225 | 0,977103 | 0,060779 | 0,388791 | 0,977103 | 0,823867 | 1,004804 | 0,843469 | 0,985112 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 1,015565 | -0,02276 | 0,045678 | 1,015565 | 0,93296 | 1,163021 | 0,973345 | 1,130635 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | 0,898277 | 0,098227 | 23,61086 | 0,800051 | 0,796555 | 0,837169 | 0,796555 | 0,802591 |
| L71244 | 1,018377 | 0,017434 | 0,017156 | 1,018377 | 0,892994 | 1,152083 | 0,903902 | 1,110986 |
| L71247 | 1,00984 | -0,00756 | 0,00425 | 1,00984 | 0,912639 | 1,125652 | 0,929432 | 1,118166 |
| L71248 | 1 | -0,0062 | 0,034686 | 1 | 1 | 1,044199 | 1 | 1,017762 |
| L71249 | 1 | 0,008837 | 0,086941 | 1 | 0,960013 | 1 | 0,965009 | 1 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | 0,989528 | -0,01904 | 0,047279 | 0,989528 | 0,949305 | 1,112657 | 0,95605 | 1,089482 |
| L71253 | 0,999817 | 0,002976 | 0,000563 | 0,999817 | 0,883627 | 1,157191 | 0,917211 | 1,097511 |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 1,020995 | -0,0792 | 0,531888 | 1,020995 | 1,013105 | 1,204092 | 1,027027 | 1,189894 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 1 | -2,4E-05 | 0,003367 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | 1,096683 | -0,11032 | 0,803612 | 1,096683 | 1,098572 | 1,322148 | 1,113291 | 1,309214 |
| L82264 | 1,006352 | -0,07961 | 0,626732 | 1,006352 | 1,012704 | 1,191893 | 1,01416 | 1,17891 |
| L82265 | 1,072071 | -0,14932 | 2,81463 | 1,221395 | 1,150913 | 1,335119 | 1,156381 | 1,29734 |
| L82266 | 1,049184 | -0,12519 | 1,405167 | 1,174377 | 1,098368 | 1,286041 | 1,100373 | 1,254953 |
| L82267 | 1 | -0,00305 | 0,017598 | 1 | 1 | 1,024765 | 1 | 1 |
| L81270 | 1,090179 | -0,23414 | 4,870052 | 1,32432 | 1,2417 | 1,436105 | 1,251591 | 1,418806 |
| L81272 | 1,001059 | 0,040163 | 0,09345 | 1,001059 | 0,844572 | 1,113667 | 0,860888 | 1,070662 |
| L81274 | 1 | -0,06242 | 0,415713 | 1 | 1 | 1,173473 | 1 | 1,142812 |
| L81275 | 1,043698 | -0,04824 | 0,12273 | 1,043698 | 0,982532 | 1,2397 | 1,007339 | 1,196584 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 0,932722 | 0,09288 | 0,607656 | 0,932722 | 0,73582 | 0,980975 | 0,75211 | 0,93091 |
| L81281 | 1,016122 | -0,05245 | 0,214257 | 1,016122 | 0,972172 | 1,187675 | 0,987004 | 1,164088 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 1 | 0,003442 | 0,000889 | 1 | 0,904022 | 1,136132 | 0,921952 | 1,106571 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,01431 | -0,07345 | 0,550145 | 1,01431 | 1,028619 | 1,20526 | 1,028619 | 1,165438 |
| L84304 | 0,99782 | -0,0348 | 0,143222 | 0,99782 | 0,995641 | 1,141609 | 0,995641 | 1,104491 |
| L84305 | 1,008879 | -0,0193 | 0,027694 | 1,008879 | 0,904936 | 1,157387 | 0,95015 | 1,117709 |
| L84312 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L84313 | 0,977566 | 0,084667 | 0,533579 | 0,977566 | 0,81668 | 1,00351 | 0,83185 | 0,962274 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.8: Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{S\Delta}_j$ pour la période 01/02-02/03

| DMU | $\widehat{S\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{S\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{S\Delta}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------------|--|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 0,777902 | 0,276663 | 24,24414 | 0,501239 | 0,455703 | 0,564101 | 0,460948 | 0,550855 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,97054 | 0,008325 | 0,020075 | 0,97054 | 0,916695 | 1,029541 | 0,917805 | 1,007398 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,969874 | 0,060971 | 1,451403 | 0,908903 | 0,86503 | 0,959776 | 0,874549 | 0,952111 |
| L1462 | 1,022909 | -0,00618 | 0,008939 | 1,022909 | 0,981778 | 1,108303 | 0,985262 | 1,068807 |
| L1464 | 0,751344 | 0,601257 | 117,3017 | 0,150087 | 0,106192 | 0,213398 | 0,116139 | 0,197765 |
| L1466 | 0,9982 | 0,049498 | 1,412359 | 0,948702 | 0,912586 | 0,999706 | 0,920757 | 0,981199 |
| L1467 | 0,983861 | 0,045573 | 0,842786 | 0,983861 | 0,899817 | 0,989704 | 0,904923 | 0,985842 |
| L2171 | 1,006598 | -0,02017 | 0,14825 | 1,006598 | 0,976873 | 1,074281 | 0,984963 | 1,069313 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 0,997882 | -0,01633 | 0,121532 | 0,997882 | 0,980092 | 1,063451 | 0,981698 | 1,054283 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 0,992463 | 0,020734 | 0,152512 | 0,992463 | 0,933856 | 1,025426 | 0,93575 | 1,018803 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 0,975377 | 0,068271 | 1,251838 | 0,907106 | 0,855696 | 0,973373 | 0,866581 | 0,956079 |
| L3186 | 0,997929 | 0,0167 | 0,106915 | 0,997929 | 0,939527 | 1,034901 | 0,948293 | 1,019772 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 1,00388 | -0,03007 | 0,223097 | 1,00388 | 0,975239 | 1,103474 | 0,984884 | 1,084066 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,978564 | 0,032798 | 0,355451 | 0,978564 | 0,901197 | 1,003739 | 0,908189 | 0,994967 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,004823 | 0,018599 | 0,117647 | 1,004823 | 0,935637 | 1,037746 | 0,940544 | 1,030962 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 0,999029 | 0,006501 | 0,013691 | 0,999029 | 0,93996 | 1,041582 | 0,948728 | 1,03127 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 1,04113 | 0,005766 | 0,006905 | 1,04113 | 0,974004 | 1,117309 | 0,982147 | 1,087942 |
| L3297 | 0,997693 | 0,00589 | 0,013427 | 0,997693 | 0,958634 | 1,034009 | 0,960625 | 1,029189 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 0,979137 | 0,074272 | 1,960389 | 0,904865 | 0,866133 | 0,956829 | 0,869036 | 0,946864 |
| L32102 | 0,94078 | 0,153434 | 5,750734 | 0,787346 | 0,729714 | 0,84121 | 0,740308 | 0,831717 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | 0,998771 | -0,01012 | 0,032526 | 0,998771 | 0,959526 | 1,063769 | 0,965377 | 1,05939 |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 0,996434 | 0,047293 | 0,879032 | 0,996434 | 0,903164 | 1,008546 | 0,911654 | 0,993378 |
| L42112 | 0,980731 | -0,0125 | 0,038768 | 0,980731 | 0,944968 | 1,062899 | 0,947301 | 1,044975 |
| L42114 | 1,002425 | -0,0412 | 0,826781 | 1,002425 | 0,996168 | 1,098311 | 1,010166 | 1,078256 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,97125 | 0,057566 | 1,381967 | 0,913685 | 0,872116 | 0,966026 | 0,879603 | 0,945602 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,013424 | 0,005381 | 0,009325 | 1,013424 | 0,952859 | 1,063888 | 0,964461 | 1,053264 |
| L41122 | 0,981365 | 0,063596 | 1,275568 | 0,917769 | 0,865321 | 0,986542 | 0,87996 | 0,963237 |
| L41123 | 1,015641 | 0,01307 | 0,052923 | 1,015641 | 0,950366 | 1,067749 | 0,962211 | 1,048641 |
| L41124 | 0,96532 | 0,056839 | 1,977921 | 0,908481 | 0,876225 | 0,953096 | 0,880698 | 0,942066 |
| L41125 | 1,010588 | -0,01908 | 0,20896 | 1,010588 | 0,98662 | 1,069352 | 1,002241 | 1,061018 |
| L41126 | 1,010059 | 0,042407 | 0,477963 | 1,010059 | 0,91685 | 1,033125 | 0,926538 | 1,015687 |
| L41127 | 0,985646 | 0,076016 | 1,694508 | 0,90963 | 0,862741 | 0,978919 | 0,867976 | 0,96033 |
| L41128 | 1,010643 | 0,017344 | 0,105591 | 1,010643 | 0,955627 | 1,058405 | 0,95896 | 1,051287 |
| L41129 | 0,878487 | 0,346802 | 8,827363 | 0,531685 | 0,436511 | 0,655923 | 0,455934 | 0,636561 |
| L41130 | 0,984171 | 0,027888 | 0,323445 | 0,984171 | 0,91506 | 1,007188 | 0,91916 | 0,991767 |
| L41131 | 1,000121 | -0,03368 | 0,464427 | 1,000121 | 0,982851 | 1,080149 | 1,002155 | 1,074426 |
| L41132 | 1,000577 | -0,00101 | 0,000399 | 1,000577 | 0,953843 | 1,043893 | 0,967053 | 1,037261 |
| L43133 | 1,003669 | -0,00894 | 0,03928 | 1,003669 | 0,97554 | 1,060972 | 0,981417 | 1,044047 |
| L43134 | 1,014573 | 0,000321 | 4,08E-05 | 1,014573 | 0,968633 | 1,068766 | 0,973054 | 1,058095 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,99429 | 0,012409 | 0,059466 | 0,99429 | 0,933763 | 1,033283 | 0,945732 | 1,018443 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 0,99334 | -0,07931 | 1,693735 | 1,07265 | 1,015373 | 1,132077 | 1,027714 | 1,125461 |
| L43142 | 0,99711 | -0,00623 | 0,013658 | 0,99711 | 0,95994 | 1,056409 | 0,968039 | 1,043845 |
| L43143 | 0,988122 | 0,028002 | 0,259965 | 0,988122 | 0,903173 | 1,017502 | 0,919398 | 1,002824 |
| L43144 | 0,998743 | -0,01222 | 0,056024 | 0,998743 | 0,965332 | 1,066659 | 0,977256 | 1,04946 |
| L43145 | 0,995522 | -0,01195 | 0,142381 | 0,995522 | 0,982169 | 1,0424 | 0,985365 | 1,034152 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,00083 | -0,00585 | 0,011717 | 1,00083 | 0,960245 | 1,058251 | 0,970357 | 1,054786 |
| L51151 | 1,002805 | -0,00999 | 0,035347 | 1,002805 | 0,961469 | 1,063686 | 0,971199 | 1,062175 |
| L51152 | 0,980541 | 0,063158 | 1,165934 | 0,917383 | 0,873167 | 0,975884 | 0,879914 | 0,965821 |
| L51153 | 1,003525 | 0,018834 | 0,147685 | 1,003525 | 0,944941 | 1,038997 | 0,949158 | 1,023506 |
| L51154 | 1,002818 | -0,04569 | 0,726538 | 1,002818 | 1,00489 | 1,121412 | 1,016439 | 1,096559 |
| L51155 | 0,982262 | 0,037993 | 0,508917 | 0,982262 | 0,901256 | 0,991596 | 0,90841 | 0,981403 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 0,984459 | 0,015623 | 0,082579 | 0,984459 | 0,925878 | 1,030456 | 0,933541 | 1,012101 |
| L51160 | 0,998399 | -0,01154 | 0,051503 | 0,998399 | 0,958905 | 1,051417 | 0,976644 | 1,042197 |
| L51161 | 0,967133 | -0,0679 | 0,957523 | 0,967133 | 0,967683 | 1,104629 | 0,98636 | 1,084538 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 1,024523 | -0,05669 | 1,073141 | 1,081211 | 1,041027 | 1,137666 | 1,043957 | 1,125848 |
| L52168 | 1,00312 | 0,013141 | 0,05322 | 1,00312 | 0,946549 | 1,0565 | 0,953453 | 1,045725 |
| L52171 | 1,008146 | -0,02847 | 0,271476 | 1,008146 | 0,989698 | 1,103078 | 0,99756 | 1,079338 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 0,98236 | -0,00969 | 0,024152 | 0,98236 | 0,941816 | 1,066955 | 0,952281 | 1,037117 |
| L53179 | 1,033419 | -0,02543 | 0,191495 | 1,033419 | 1,009633 | 1,126678 | 1,021927 | 1,106325 |
| L61180 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L61181 | 1,03511 | 0,030565 | 0,208512 | 1,03511 | 0,954118 | 1,081981 | 0,965925 | 1,04948 |
| L61183 | 0,957088 | 0,004313 | 0,00681 | 0,957088 | 0,917828 | 1,023512 | 0,92011 | 0,990674 |
| L61186 | 0,903491 | 0,020157 | 0,173806 | 0,903491 | 0,841452 | 0,932989 | 0,851432 | 0,928896 |
| L61188 | 1,008964 | -0,05695 | 1,274918 | 1,065918 | 1,02431 | 1,122432 | 1,03327 | 1,106239 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,029601 | -0,03949 | 0,656234 | 1,029601 | 1,022214 | 1,119872 | 1,033481 | 1,110934 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,977049 | 0,014086 | 0,082809 | 0,977049 | 0,917646 | 1,013222 | 0,927457 | 1,003327 |
| L62197 | 0,90017 | 0,226082 | 11,99921 | 0,674088 | 0,613982 | 0,733147 | 0,62588 | 0,719297 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 0,963367 | 0,070222 | 2,364852 | 0,893145 | 0,841112 | 0,930303 | 0,860968 | 0,92715 |
| L63204 | 0,995067 | 0,041447 | 0,558097 | 0,995067 | 0,899891 | 1,001781 | 0,915022 | 0,996035 |
| L63205 | 0,997595 | 0,03535 | 0,333562 | 0,997595 | 0,907725 | 1,030048 | 0,916161 | 1,015699 |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 1,014417 | -0,00795 | 0,045557 | 1,014417 | 0,992733 | 1,060381 | 0,997984 | 1,043326 |
| L63211 | 0,955772 | 0,067814 | 1,883824 | 0,887958 | 0,846647 | 0,940921 | 0,8589 | 0,927201 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | 1,014847 | -0,00334 | 0,004716 | 1,014847 | 0,979378 | 1,068015 | 0,983016 | 1,056644 |
| L64222 | 1,001309 | -0,00358 | 0,004712 | 1,001309 | 0,952957 | 1,055653 | 0,970205 | 1,041089 |
| L64224 | 0,953234 | 0,012993 | 0,057617 | 0,953234 | 0,889578 | 0,99703 | 0,900472 | 0,986618 |
| L64225 | 0,995728 | 0,033189 | 0,377711 | 0,995728 | 0,918014 | 1,017565 | 0,92196 | 1,005273 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | 0,989286 | 0,02295 | 0,249085 | 0,989286 | 0,921122 | 1,012867 | 0,929727 | 0,999056 |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | 1,010072 | -0,05963 | 1,14885 | 1,069705 | 1,033103 | 1,129205 | 1,03534 | 1,123419 |
| L71244 | 1,001571 | -0,01374 | 0,058648 | 1,001571 | 0,970346 | 1,070996 | 0,976693 | 1,063816 |
| L71247 | 0,989993 | 0,027223 | 0,318577 | 0,989993 | 0,919136 | 1,007566 | 0,930993 | 1,000878 |
| L71248 | 0,971947 | 0,025071 | 0,305161 | 0,971947 | 0,909459 | 0,999065 | 0,917876 | 0,981238 |
| L71249 | 0,917633 | 0,11651 | 2,898145 | 0,801123 | 0,738425 | 0,866144 | 0,753727 | 0,852254 |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | 1,000985 | -0,0083 | 0,023108 | 1,000985 | 0,964557 | 1,071065 | 0,975747 | 1,055455 |
| L71253 | 0,987399 | 0,021737 | 0,19109 | 0,987399 | 0,925613 | 1,021311 | 0,934792 | 1,006186 |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 1,004291 | 0,001541 | 0,000963 | 1,004291 | 0,949451 | 1,046699 | 0,967544 | 1,038246 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 1,03727 | 0,000786 | 7E-05 | 1,03727 | 0,957791 | 1,131719 | 0,968299 | 1,116532 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | 1,005195 | 0,007178 | 0,018687 | 1,005195 | 0,952062 | 1,05096 | 0,958042 | 1,03612 |
| L82264 | 1,00373 | 0,001884 | 0,001207 | 1,00373 | 0,952698 | 1,061107 | 0,964256 | 1,050589 |
| L82265 | 0,999083 | 0,000217 | 2,42E-05 | 0,999083 | 0,964878 | 1,046495 | 0,967553 | 1,033892 |
| L82266 | 1,00675 | -0,00999 | 0,018888 | 1,00675 | 0,949944 | 1,087022 | 0,956509 | 1,075684 |
| L82267 | 0,910396 | 0,130452 | 8,729908 | 0,779944 | 0,744568 | 0,826409 | 0,747628 | 0,806528 |
| L81270 | 0,976982 | 0,078253 | 1,679733 | 0,898729 | 0,850036 | 0,96817 | 0,855543 | 0,941567 |
| L81272 | 1,002492 | 0,011838 | 0,054467 | 1,002492 | 0,948241 | 1,044375 | 0,952216 | 1,031918 |
| L81274 | 1,000754 | 0,016343 | 0,047753 | 1,000754 | 0,916288 | 1,059395 | 0,9294 | 1,046451 |
| L81275 | 0,964218 | 0,029796 | 0,259941 | 0,964218 | 0,878203 | 0,991038 | 0,892471 | 0,974204 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 0,991499 | 0,02412 | 0,154392 | 0,991499 | 0,911416 | 1,022745 | 0,925523 | 1,014147 |
| L81281 | 0,971599 | 0,050896 | 0,958724 | 0,971599 | 0,869908 | 0,971988 | 0,881072 | 0,958483 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 0,872246 | 0,124581 | 4,009733 | 0,747665 | 0,700623 | 0,81682 | 0,704759 | 0,795461 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,000111 | 0,000102 | 3,41E-06 | 1,000111 | 0,95255 | 1,057508 | 0,96131 | 1,042693 |
| L84304 | 0,943342 | -0,03717 | 0,4015 | 0,943342 | 0,920652 | 1,032932 | 0,938291 | 1,025686 |
| L84305 | 1,00104 | -0,00743 | 0,018011 | 1,00104 | 0,967529 | 1,071123 | 0,973357 | 1,056753 |
| L84312 | 0,927905 | 0,043213 | 0,889396 | 0,927905 | 0,84228 | 0,925836 | 0,851568 | 0,919538 |
| L84313 | 0,951408 | 0,126477 | 2,571807 | 0,82493 | 0,746458 | 0,899579 | 0,762304 | 0,885587 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 0,989037 | 0,044234 | 0,744502 | 0,989037 | 0,903992 | 1,000407 | 0,911404 | 0,98973 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.9 : Les résultats se simulation du *bootstrap* de \widehat{M}_j pour la période 00/01-01/02

| DMU | \widehat{M}_j | $\widehat{Biais}_B(\widehat{M}_j)$ | r_j | \widehat{M}_j | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------|------------------------------------|----------|-----------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,893745 | 0,059784 | 0,120853 | 0,893745 | 0,691506 | 1,017139 | 0,730398 | 0,981913 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,981286 | 0,031673 | 0,025514 | 0,981286 | 0,777113 | 1,142193 | 0,795272 | 1,10796 |
| L1462 | 0,930443 | 0,499749 | 4,362489 | 0,430694 | 0,228809 | 0,711203 | 0,252548 | 0,650828 |
| L1464 | 1,251364 | -0,46847 | 11,54514 | 1,719839 | 1,592829 | 1,859806 | 1,619366 | 1,835184 |
| L1466 | 1,01174 | 0,193859 | 1,075325 | 0,817881 | 0,657218 | 1,031469 | 0,691817 | 0,947757 |
| L1467 | 1,10464 | -0,11627 | 0,367262 | 1,10464 | 1,031948 | 1,396788 | 1,087223 | 1,370831 |
| L2171 | 1,051679 | -0,11065 | 0,378462 | 1,051679 | 0,981288 | 1,30246 | 1,028176 | 1,296159 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 1,025074 | -0,21838 | 2,619045 | 1,243456 | 1,127759 | 1,381397 | 1,14359 | 1,350595 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 1,066589 | 0,184988 | 0,635732 | 1,066589 | 0,678582 | 1,137656 | 0,718189 | 1,07238 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 0,931762 | 0,289956 | 1,229952 | 0,641806 | 0,42399 | 0,899205 | 0,447461 | 0,850969 |
| L3186 | 0,984237 | 0,157056 | 0,553306 | 0,984237 | 0,658257 | 1,049938 | 0,694035 | 0,998662 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 1,030384 | -0,08836 | 0,168238 | 1,030384 | 0,926149 | 1,365746 | 0,940034 | 1,279849 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 1,100443 | -0,15245 | 0,663141 | 1,100443 | 1,088862 | 1,418512 | 1,101382 | 1,402077 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 0,968058 | 0,322292 | 1,631592 | 0,645766 | 0,411872 | 0,918305 | 0,470417 | 0,850948 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 1,047855 | -0,12727 | 0,527454 | 1,047855 | 1,019238 | 1,338821 | 1,04877 | 1,305043 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 1,07506 | -0,05502 | 0,096295 | 1,07506 | 0,986608 | 1,298119 | 1,005409 | 1,28759 |
| L3297 | 0,987785 | 0,135556 | 0,381152 | 0,987785 | 0,665304 | 1,064527 | 0,71467 | 1,012395 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,030623 | 0,000483 | 5,31E-06 | 1,030623 | 0,832872 | 1,23372 | 0,892307 | 1,199152 |
| L32102 | 0,924713 | 0,162938 | 0,569174 | 0,924713 | 0,578516 | 0,962131 | 0,600263 | 0,914641 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,00315 | 0,029487 | 0,023712 | 1,00315 | 0,809677 | 1,188689 | 0,835971 | 1,135506 |
| L42112 | 1,073852 | -0,14133 | 0,599922 | 1,073852 | 1,075481 | 1,418947 | 1,09193 | 1,374247 |
| L42114 | 1,080477 | -0,23158 | 2,058632 | 1,312055 | 1,165547 | 1,478159 | 1,190773 | 1,44006 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 1,035713 | -0,05457 | 0,128732 | 1,035713 | 0,960019 | 1,254528 | 0,995364 | 1,185405 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 0,985177 | 0,215425 | 0,949147 | 0,985177 | 0,548885 | 0,967405 | 0,583071 | 0,936387 |
| L41122 | 1,04276 | -0,08454 | 0,299769 | 1,04276 | 0,981275 | 1,266865 | 1,012151 | 1,253061 |
| L41123 | 0,952047 | 0,14076 | 0,394278 | 0,952047 | 0,594933 | 1,069832 | 0,64831 | 0,974432 |
| L41124 | 1,055163 | -0,13535 | 0,963635 | 1,055163 | 1,074525 | 1,331314 | 1,087535 | 1,302866 |
| L41125 | 0,975547 | -0,1633 | 1,980112 | 1,13885 | 1,042686 | 1,264674 | 1,067075 | 1,215856 |
| L41126 | 1,011098 | 0,45323 | 3,051953 | 0,557868 | 0,323646 | 0,837778 | 0,354852 | 0,729411 |
| L41127 | 0,977948 | 0,098849 | 0,252967 | 0,977948 | 0,702728 | 1,115588 | 0,746078 | 1,045217 |
| L41128 | 1,014925 | 0,028407 | 0,020002 | 1,014925 | 0,79553 | 1,207576 | 0,844034 | 1,16099 |
| L41129 | 1,029485 | 0,02286 | 0,013531 | 1,029485 | 0,82764 | 1,231762 | 0,855215 | 1,150419 |
| L41130 | 1,002933 | 0,008372 | 0,002229 | 1,002933 | 0,850408 | 1,15516 | 0,864478 | 1,115549 |
| L41131 | 1,060799 | -0,13415 | 0,629295 | 1,060799 | 1,029384 | 1,354279 | 1,075411 | 1,334418 |
| L41132 | 0,999562 | 0,02665 | 0,02006 | 0,999562 | 0,793719 | 1,127728 | 0,83213 | 1,107299 |
| L43133 | 0,984099 | 0,210207 | 1,281361 | 0,773891 | 0,585534 | 0,983201 | 0,639903 | 0,932245 |
| L43134 | 0,886524 | 0,520725 | 4,032892 | 0,365799 | 0,101653 | 0,618965 | 0,186302 | 0,581215 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 1,00028 | -0,07304 | 0,171699 | 1,00028 | 0,904767 | 1,259121 | 0,913507 | 1,195959 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 0,894183 | 0,256911 | 1,341177 | 0,637272 | 0,421804 | 0,834881 | 0,466158 | 0,806697 |
| L43142 | 1,034242 | -0,04104 | 0,044242 | 1,034242 | 0,88426 | 1,270112 | 0,937537 | 1,226705 |
| L43143 | 0,926053 | 0,171924 | 0,594092 | 0,926053 | 0,5309 | 0,950048 | 0,594174 | 0,919503 |
| L43144 | 0,900693 | 0,078636 | 0,170655 | 0,900693 | 0,662365 | 1,018292 | 0,694343 | 0,97935 |
| L43145 | 0,987676 | -0,3062 | 12,91385 | 1,293872 | 1,212691 | 1,369081 | 1,234311 | 1,361218 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,015392 | 0,052859 | 0,080747 | 1,015392 | 0,790027 | 1,126968 | 0,842753 | 1,100335 |
| L51151 | 0,914352 | 0,00856 | 0,002721 | 0,914352 | 0,773693 | 1,068523 | 0,78222 | 1,041188 |
| L51152 | 1,135438 | -0,33978 | 4,31603 | 1,47522 | 1,338869 | 1,626561 | 1,36858 | 1,597266 |
| L51153 | 0,909902 | 0,228216 | 1,537621 | 0,681686 | 0,514051 | 0,867141 | 0,552795 | 0,823281 |
| L51154 | 0,978964 | 0,044104 | 0,039187 | 0,978964 | 0,75562 | 1,181351 | 0,778242 | 1,112562 |
| L51155 | 1,003437 | -0,02261 | 0,015543 | 1,003437 | 0,892546 | 1,195344 | 0,900283 | 1,156207 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,02705 | 0,017696 | 0,009123 | 1,02705 | 0,863725 | 1,224406 | 0,889193 | 1,14094 |
| L51160 | 1,009403 | 0,059549 | 0,102094 | 1,009403 | 0,776308 | 1,113523 | 0,795939 | 1,060069 |
| L51161 | 0,854147 | 0,068446 | 0,165439 | 0,854147 | 0,620813 | 0,957572 | 0,661713 | 0,896174 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,880055 | 0,35787 | 3,086151 | 0,522186 | 0,347752 | 0,709913 | 0,370542 | 0,670093 |
| L52168 | 1,065624 | 0,115313 | 0,221973 | 1,065624 | 0,735951 | 1,195659 | 0,782754 | 1,153978 |
| L52171 | 0,978788 | 0,034519 | 0,024331 | 0,978788 | 0,770543 | 1,163828 | 0,803629 | 1,108108 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 0,964415 | 0,043169 | 0,046432 | 0,964415 | 0,736239 | 1,12591 | 0,776006 | 1,06792 |
| L53179 | 1,119547 | -0,21202 | 1,226153 | 1,331569 | 1,138129 | 1,503533 | 1,183044 | 1,48277 |
| L61180 | 0,857511 | 0,130248 | 0,547152 | 0,857511 | 0,577238 | 0,911169 | 0,592373 | 0,863167 |
| L61181 | 0,987023 | 0,134494 | 0,366741 | 0,987023 | 0,644199 | 1,072122 | 0,71529 | 1,002398 |
| L61183 | 0,924713 | -0,23482 | 3,619418 | 1,159528 | 1,049674 | 1,301112 | 1,072416 | 1,26298 |
| L61186 | 0,843501 | 0,186701 | 0,841202 | 0,843501 | 0,489166 | 0,878634 | 0,517204 | 0,847664 |
| L61188 | 0,923827 | 0,027697 | 0,023044 | 0,923827 | 0,709362 | 1,094131 | 0,770437 | 1,032339 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,022562 | -0,03589 | 0,038122 | 1,022562 | 0,881743 | 1,257606 | 0,918193 | 1,209869 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,968808 | 0,044574 | 0,05597 | 0,968808 | 0,74815 | 1,122637 | 0,794027 | 1,067231 |
| L62197 | 1,173394 | -0,17498 | 0,666076 | 1,173394 | 1,171091 | 1,587567 | 1,200893 | 1,527479 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1,041854 | 0,401352 | 3,520864 | 0,640502 | 0,433672 | 0,805296 | 0,490332 | 0,793585 |
| L63204 | 1,096184 | -0,11798 | 0,375168 | 1,096184 | 1,034643 | 1,382 | 1,050073 | 1,346772 |
| L63205 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 0,973017 | 0,161474 | 0,99252 | 0,973017 | 0,689093 | 0,973609 | 0,700864 | 0,950099 |
| L63211 | 0,997284 | -0,02294 | 0,015375 | 0,997284 | 0,85905 | 1,217919 | 0,882577 | 1,160019 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64222 | 0,93825 | 0,246817 | 1,219438 | 0,691434 | 0,466143 | 0,91548 | 0,538275 | 0,862603 |
| L64224 | 1,003902 | -0,10326 | 0,358145 | 1,003902 | 0,957532 | 1,296895 | 0,988296 | 1,25924 |
| L64225 | 0,985661 | 0,075834 | 0,17931 | 0,985661 | 0,725812 | 1,099711 | 0,785958 | 1,059982 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71244 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71247 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71248 | 1,060729 | -0,15053 | 1,027258 | 1,211258 | 1,085817 | 1,379473 | 1,107567 | 1,336289 |
| L71249 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71253 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 0,93394 | 0,120352 | 0,400082 | 0,93394 | 0,642539 | 0,988978 | 0,659169 | 0,965551 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 0,967806 | -0,06578 | 0,201496 | 0,967806 | 0,900676 | 1,179972 | 0,935422 | 1,15102 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82264 | 0,965424 | 0,024756 | 0,016506 | 0,965424 | 0,767286 | 1,155244 | 0,806784 | 1,096765 |
| L82265 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82266 | 1,300136 | -0,47174 | 7,482518 | 1,771874 | 1,601723 | 1,941073 | 1,651937 | 1,903509 |
| L82267 | 0,999459 | -0,12709 | 1,023773 | 1,126548 | 1,026123 | 1,26798 | 1,038008 | 1,231092 |
| L81270 | 0,958364 | -0,02643 | 0,016553 | 0,958364 | 0,807568 | 1,214666 | 0,830625 | 1,154752 |
| L81272 | 1,059143 | 0,133165 | 0,324172 | 1,059143 | 0,712266 | 1,154419 | 0,745398 | 1,128056 |
| L81274 | 0,9017 | 0,146891 | 0,425788 | 0,9017 | 0,567111 | 0,968421 | 0,588322 | 0,950622 |
| L81275 | 1,0109 | -0,01134 | 0,002845 | 1,0109 | 0,844063 | 1,220376 | 0,88437 | 1,180026 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 1,084613 | -0,169 | 0,772538 | 1,084613 | 1,067287 | 1,461184 | 1,095995 | 1,392622 |
| L81281 | 1,08684 | -0,04554 | 0,053371 | 1,08684 | 0,953719 | 1,359035 | 0,99463 | 1,271405 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 0,916615 | 0,255633 | 1,293488 | 0,660982 | 0,483187 | 0,883867 | 0,510941 | 0,865396 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,209188 | -0,45797 | 12,21065 | 1,667161 | 1,553342 | 1,806361 | 1,576743 | 1,784419 |
| L84304 | 1,030526 | -0,08631 | 0,25894 | 1,030526 | 0,949666 | 1,28436 | 0,995511 | 1,26197 |
| L84305 | 1,002034 | 0,055883 | 0,069778 | 1,002034 | 0,765538 | 1,185022 | 0,815204 | 1,128572 |
| L84312 | 0,926658 | 0,102741 | 0,387426 | 0,926658 | 0,642284 | 0,979397 | 0,699029 | 0,942297 |
| L84313 | 0,920499 | 0,193422 | 0,838381 | 0,920499 | 0,551388 | 0,958663 | 0,599921 | 0,885343 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 0,990932 | -0,08176 | 0,381703 | 0,990932 | 0,969943 | 1,222582 | 0,985725 | 1,186731 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.10 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$ pour la période 00/01-01/02

| DMU | $\widehat{T\Delta}_j$ | $\widehat{Bias}_B(\widehat{T\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{T\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------------|---|----------|-----------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 1,022552 | 0,040296 | 0,217262 | 1,022552 | 0,887463 | 1,058515 | 0,923003 | 1,044407 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 1,142098 | -0,11603 | 5,918079 | 1,258123 | 1,209968 | 1,304181 | 1,220069 | 1,291863 |
| L1543 | 0,822973 | -0,82297 | 0 | 0,822973 | 1,645945 | 1,645945 | 1,645945 | 1,645945 |
| L1461 | 0,995054 | 0,026857 | 0,342789 | 0,995054 | 0,925031 | 1,006058 | 0,936701 | 0,999385 |
| L1462 | 1,063209 | 0,050359 | 0,738795 | 1,063209 | 0,957334 | 1,067506 | 0,96682 | 1,061467 |
| L1464 | 1,119708 | -0,11173 | 2,132458 | 1,231434 | 1,163948 | 1,319442 | 1,174304 | 1,290976 |
| L1466 | 1,080691 | 0,059182 | 0,42535 | 1,080691 | 0,94501 | 1,121318 | 0,961426 | 1,103401 |
| L1467 | 0,98076 | -0,00956 | 0,046393 | 0,98076 | 0,946355 | 1,03117 | 0,955715 | 1,02523 |
| L2171 | 0,955983 | 0,076534 | 2,024689 | 0,879448 | 0,826576 | 0,928946 | 0,83281 | 0,919699 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 1,023056 | -0,22768 | 13,54901 | 1,25074 | 1,19017 | 1,31195 | 1,201443 | 1,296985 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 1,094114 | 0,023203 | 0,307077 | 1,094114 | 1,03038 | 1,114205 | 1,040295 | 1,101437 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 1,117967 | -0,04096 | 0,592216 | 1,117967 | 1,108362 | 1,207971 | 1,124835 | 1,196296 |
| L3186 | 1,019822 | 0,00371 | 0,007241 | 1,019822 | 0,977295 | 1,057029 | 0,983103 | 1,049374 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 0,990119 | 0,089198 | 2,737875 | 0,900921 | 0,844216 | 0,948134 | 0,861624 | 0,937126 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,990195 | 0,035591 | 1,173875 | 0,954604 | 0,92637 | 0,98892 | 0,928498 | 0,981518 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 1,077441 | -0,01958 | 0,166964 | 1,077441 | 1,053159 | 1,137722 | 1,062232 | 1,132674 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 1,007346 | -0,01233 | 0,053411 | 1,007346 | 0,967666 | 1,068282 | 0,977505 | 1,062709 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 1,093348 | -0,11486 | 2,620454 | 1,208212 | 1,137913 | 1,270054 | 1,161697 | 1,265262 |
| L3297 | 1,072383 | -0,01115 | 0,094915 | 1,072383 | 1,053706 | 1,116467 | 1,05741 | 1,110074 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,017251 | 0,003315 | 0,006434 | 1,017251 | 0,971305 | 1,057728 | 0,983698 | 1,05083 |
| L32102 | 1,033562 | -0,01614 | 0,083311 | 1,033562 | 1,004494 | 1,100761 | 1,008895 | 1,090341 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,032849 | -0,04685 | 0,653219 | 1,032849 | 1,0081 | 1,128701 | 1,039227 | 1,120271 |
| L42112 | 1,114217 | -0,12839 | 3,117965 | 1,242611 | 1,17033 | 1,303763 | 1,191014 | 1,29328 |
| L42114 | 1,045502 | 0,003149 | 0,006882 | 1,045502 | 1,005161 | 1,083092 | 1,015652 | 1,071553 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 1,034682 | -0,08935 | 1,418155 | 1,124036 | 1,051444 | 1,192969 | 1,066983 | 1,185146 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 1,012857 | 0,124973 | 5,075038 | 0,887884 | 0,830019 | 0,938247 | 0,845278 | 0,931888 |
| L41122 | 1,17988 | -0,16875 | 3,29305 | 1,348626 | 1,26231 | 1,435988 | 1,285498 | 1,421646 |
| L41123 | 1,047994 | -0,00673 | 0,020006 | 1,047994 | 1,009576 | 1,099097 | 1,021454 | 1,090122 |
| L41124 | 1,010868 | -0,05664 | 0,920251 | 1,010868 | 1,012673 | 1,121604 | 1,021837 | 1,113052 |
| L41125 | 0,947989 | -0,06111 | 1,140017 | 1,009101 | 0,951182 | 1,059217 | 0,968098 | 1,050585 |
| L41126 | 1,113793 | 0,118081 | 1,988532 | 0,995712 | 0,92695 | 1,074305 | 0,934488 | 1,070069 |
| L41127 | 1,053511 | -0,003 | 0,002805 | 1,053511 | 1,00329 | 1,108892 | 1,018667 | 1,101848 |
| L41128 | 1,011323 | -0,01073 | 0,062739 | 1,011323 | 0,978919 | 1,062992 | 0,988449 | 1,054279 |
| L41129 | 1,141309 | -0,10052 | 1,358558 | 1,241828 | 1,164771 | 1,325573 | 1,168934 | 1,306449 |
| L41130 | 0,985792 | 0,059358 | 0,867338 | 0,985792 | 0,852831 | 0,978985 | 0,868893 | 0,970656 |
| L41131 | 1,036904 | -0,04884 | 0,574285 | 1,036904 | 1,013609 | 1,143934 | 1,037478 | 1,138213 |
| L41132 | 1,036442 | -0,029 | 0,417053 | 1,036442 | 1,028686 | 1,111919 | 1,029999 | 1,100018 |
| L43133 | 1,083637 | -0,0085 | 0,055646 | 1,083637 | 1,058049 | 1,126042 | 1,065361 | 1,121496 |
| L43134 | 1,134671 | -0,12741 | 11,66986 | 1,262085 | 1,22499 | 1,296397 | 1,22938 | 1,289112 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,97768 | 0,007767 | 0,018682 | 0,97768 | 0,918883 | 1,033493 | 0,928751 | 1,008036 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 1,054906 | -0,08192 | 2,776899 | 1,136828 | 1,099677 | 1,183567 | 1,105667 | 1,175526 |
| L43142 | 1,070638 | -0,03653 | 0,356346 | 1,070638 | 1,054273 | 1,161659 | 1,0588 | 1,154226 |
| L43143 | 0,993936 | 0,100816 | 0,926596 | 0,993936 | 0,798558 | 1,009283 | 0,810264 | 0,96365 |
| L43144 | 0,944656 | -0,01935 | 0,108345 | 0,944656 | 0,912336 | 1,020948 | 0,926656 | 1,013401 |
| L43145 | 1,005171 | -0,31749 | 27,14517 | 1,322659 | 1,264265 | 1,389829 | 1,27527 | 1,370582 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 1,019752 | -0,06459 | 1,690331 | 1,084347 | 1,03728 | 1,132176 | 1,049582 | 1,125218 |
| L51151 | 1,035753 | -0,0971 | 3,642307 | 1,13285 | 1,088287 | 1,182922 | 1,096962 | 1,171974 |
| L51152 | 1,066856 | -0,12805 | 4,235119 | 1,194902 | 1,13665 | 1,254416 | 1,146919 | 1,240838 |
| L51153 | 1,008589 | 0,010314 | 0,019757 | 1,008589 | 0,937246 | 1,069673 | 0,950677 | 1,057365 |
| L51154 | 1,013013 | -0,01351 | 0,127593 | 1,013013 | 0,988173 | 1,061534 | 0,996975 | 1,055398 |
| L51155 | 1,052012 | -0,07357 | 1,513605 | 1,125579 | 1,075227 | 1,190177 | 1,079411 | 1,172185 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,002493 | 0,007796 | 0,029163 | 1,002493 | 0,95002 | 1,031299 | 0,960871 | 1,025821 |
| L51160 | 1,046858 | 0,003226 | 0,003596 | 1,046858 | 0,99948 | 1,103406 | 1,009836 | 1,078827 |
| L51161 | 0,83032 | 0,11677 | 3,806113 | 0,71355 | 0,654473 | 0,771308 | 0,667557 | 0,754477 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 1,11624 | -0,05757 | 0,55472 | 1,11624 | 1,100815 | 1,248033 | 1,122496 | 1,234738 |
| L52168 | 1,031978 | 0,137299 | 7,770723 | 0,894679 | 0,845652 | 0,942137 | 0,855475 | 0,937827 |
| L52171 | 0,939751 | 0,106498 | 3,787621 | 0,833253 | 0,776949 | 0,886815 | 0,794638 | 0,878068 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 1,059797 | -0,05172 | 0,215407 | 1,059797 | 0,994286 | 1,201187 | 1,025509 | 1,196294 |
| L53179 | 1,119431 | -0,18209 | 2,969367 | 1,301523 | 1,202308 | 1,399228 | 1,218203 | 1,377179 |
| L61180 | 0,931779 | 0,102657 | 1,894173 | 0,829121 | 0,75646 | 0,900216 | 0,776039 | 0,885838 |
| L61181 | 1,008161 | 0,037426 | 0,160168 | 1,008161 | 0,882878 | 1,058106 | 0,905848 | 1,039571 |
| L61183 | 0,99835 | -0,32307 | 17,99356 | 1,321419 | 1,253782 | 1,397727 | 1,261085 | 1,386561 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L61186 | 0,865595 | 0,191536 | 3,403234 | 0,674059 | 0,584254 | 0,7832 | 0,592904 | 0,754307 |
| L61188 | 0,964829 | 0,054856 | 1,162956 | 0,909973 | 0,859925 | 0,960108 | 0,872727 | 0,941991 |
| L62192 | 1,006619 | -0,0105 | 0,07469 | 1,006619 | 0,980927 | 1,057481 | 0,989178 | 1,047537 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 1,067667 | -0,02699 | 0,049827 | 1,067667 | 0,974331 | 1,217917 | 1,00699 | 1,182452 |
| L62197 | 1,026495 | 0,043855 | 0,300078 | 1,026495 | 0,904275 | 1,065704 | 0,929141 | 1,046591 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1,039748 | 0,31303 | 6,351061 | 0,726718 | 0,610282 | 0,841201 | 0,63927 | 0,813458 |
| L63204 | 1,024781 | -0,03655 | 0,688516 | 1,024781 | 1,018381 | 1,106918 | 1,032327 | 1,094403 |
| L63205 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 1,001724 | 0,071016 | 0,675347 | 1,001724 | 0,841817 | 1,01267 | 0,86563 | 1,006199 |
| L63211 | 0,896249 | 0,142175 | 2,412679 | 0,754074 | 0,664883 | 0,857559 | 0,700823 | 0,832262 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64222 | 1,023125 | 0,101113 | 2,228277 | 0,922012 | 0,867207 | 0,991492 | 0,873262 | 0,973636 |
| L64224 | 0,987443 | -0,02484 | 0,235622 | 0,987443 | 0,966983 | 1,059959 | 0,967994 | 1,050545 |
| L64225 | 0,989611 | 0,027632 | 0,527287 | 0,989611 | 0,917242 | 0,996 | 0,933615 | 0,99142 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71244 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71247 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71248 | 1,002763 | -0,081 | 1,140266 | 1,08376 | 1,010591 | 1,170732 | 1,021691 | 1,136479 |
| L71249 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71253 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 1,009221 | 0,04438 | 0,887283 | 1,009221 | 0,921157 | 1,012776 | 0,926771 | 1,002582 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 1,015484 | -0,16701 | 6,095726 | 1,182498 | 1,117529 | 1,24953 | 1,132054 | 1,237045 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82264 | 1,025575 | 0,020605 | 0,110946 | 1,025575 | 0,951033 | 1,075327 | 0,957093 | 1,054235 |
| L82265 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82266 | 1,232801 | -0,25295 | 38,92743 | 1,485754 | 1,444682 | 1,525622 | 1,45673 | 1,514828 |
| L82267 | 1,051287 | -0,12204 | 1,761147 | 1,17333 | 1,084255 | 1,268426 | 1,11157 | 1,243258 |
| L81270 | 0,961007 | 0,045795 | 0,810746 | 0,961007 | 0,868756 | 0,96498 | 0,872454 | 0,953893 |
| L81272 | 1,128907 | -0,0647 | 2,226612 | 1,193604 | 1,156444 | 1,237836 | 1,163134 | 1,228734 |
| L81274 | 0,877597 | 0,212172 | 8,459417 | 0,665425 | 0,586775 | 0,733842 | 0,602182 | 0,722374 |
| L81275 | 1,008867 | 0,001096 | 0,000765 | 1,008867 | 0,975496 | 1,046853 | 0,98083 | 1,034605 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 0,99631 | 0,030389 | 0,844634 | 0,99631 | 0,929901 | 0,99322 | 0,942889 | 0,988885 |
| L81281 | 1,134028 | -0,06656 | 2,967696 | 1,200591 | 1,161171 | 1,23583 | 1,167117 | 1,229022 |
| L81283 | 0,807937 | 0,292349 | 11,96803 | 0,515588 | 0,443129 | 0,602999 | 0,453086 | 0,582568 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,120963 | -0,23994 | 16,09195 | 1,360907 | 1,307969 | 1,414543 | 1,324503 | 1,405998 |
| L84304 | 1,076534 | -0,11106 | 2,911308 | 1,187592 | 1,125674 | 1,240836 | 1,138308 | 1,235028 |
| L84305 | 1,048491 | 0,01457 | 0,041302 | 1,048491 | 0,975948 | 1,11499 | 0,982325 | 1,082709 |
| L84312 | 0,892986 | 0,146713 | 1,82118 | 0,746273 | 0,650597 | 0,851153 | 0,667207 | 0,840052 |
| L84313 | 1,006801 | -0,00622 | 0,00828 | 1,006801 | 0,939846 | 1,07941 | 0,963313 | 1,06542 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 0,826257 | 0,064691 | 0,608278 | 0,826257 | 0,690421 | 0,854695 | 0,699744 | 0,82961 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.11 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{TE\Delta}_j$ pour la période 00/01-01/02

| DMU | $\widehat{TE\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{TE\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{TE\Delta}_j}$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|------------------------|---|----------|----------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 0,846154 | 0,338262 | 5,916644 | 0,507892 | 0,385034 | 0,638673 | 0,407397 | 0,598768 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,84642 | 0,124282 | 0,766031 | 0,84642 | 0,612212 | 0,868079 | 0,617759 | 0,841759 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 0,957966 | 0,033698 | 0,054857 | 0,957966 | 0,818491 | 1,093611 | 0,823854 | 1,029764 |
| L1462 | 0,892529 | 0,304912 | 7,317848 | 0,587617 | 0,467101 | 0,675034 | 0,49287 | 0,652515 |
| L1464 | 1 | -0,01729 | 0,012366 | 1 | 0,869537 | 1,153642 | 0,899797 | 1,135447 |
| L1466 | 0,928622 | 0,085483 | 3,622438 | 0,843139 | 0,792287 | 0,857245 | 0,801308 | 0,857245 |
| L1467 | 1,132107 | -0,12226 | 0,87138 | 1,132107 | 1,133312 | 1,375134 | 1,154389 | 1,352256 |
| L2171 | 1,101263 | -0,18935 | 2,07045 | 1,29061 | 1,160213 | 1,402128 | 1,201091 | 1,394802 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 1 | 0,033418 | 0,080731 | 1 | 0,871924 | 1,098445 | 0,884304 | 1,078832 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2177 | 0,96175 | 0,114677 | 0,834707 | 0,96175 | 0,752024 | 0,969813 | 0,758425 | 0,946245 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 0,854741 | 0,223156 | 2,422114 | 0,631585 | 0,505363 | 0,786215 | 0,530525 | 0,756949 |
| L3186 | 0,980789 | 0,051978 | 0,142991 | 0,980789 | 0,812338 | 1,063499 | 0,840158 | 1,052975 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 1,040214 | -0,1709 | 2,039356 | 1,211113 | 1,112218 | 1,329018 | 1,128676 | 1,305319 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 1,174681 | -0,27713 | 4,522256 | 1,451807 | 1,328645 | 1,570218 | 1,34498 | 1,541909 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 0,9064 | 0,220963 | 1,884251 | 0,685437 | 0,558799 | 0,860207 | 0,580078 | 0,832085 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 1,065387 | -0,18475 | 3,165926 | 1,250133 | 1,16499 | 1,345878 | 1,178553 | 1,331642 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,985872 | -0,03469 | 0,127717 | 0,985872 | 0,971744 | 1,145404 | 0,971744 | 1,110559 |
| L3297 | 0,9187 | 0,113051 | 0,624026 | 0,9187 | 0,688855 | 0,951343 | 0,703898 | 0,898189 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,00817 | 0,011083 | 0,007203 | 1,00817 | 0,891372 | 1,12177 | 0,915291 | 1,11359 |
| L32102 | 0,916507 | 0,11712 | 0,878551 | 0,916507 | 0,687804 | 0,914152 | 0,719511 | 0,891359 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 1,00074 | 0,026429 | 0,035638 | 1,00074 | 0,851923 | 1,130293 | 0,87818 | 1,071622 |
| L42112 | 0,962366 | 0,010594 | 0,015591 | 0,962366 | 0,924733 | 1,069084 | 0,924733 | 1,027296 |
| L42114 | 1,045665 | -0,25027 | 6,401541 | 1,295938 | 1,218686 | 1,40667 | 1,232644 | 1,38595 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 1,011791 | 0,008204 | 0,01513 | 1,011791 | 0,936775 | 1,047196 | 0,941882 | 1,023582 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 0,98151 | 0,046212 | 0,191585 | 0,98151 | 0,834309 | 1,035875 | 0,855235 | 1,006626 |
| L41122 | 0,870128 | 0,131134 | 40,69678 | 0,738994 | 0,740256 | 0,740256 | 0,740256 | 0,740256 |
| L41123 | 0,922785 | 0,056731 | 0,174052 | 0,922785 | 0,746163 | 0,995068 | 0,770148 | 0,97222 |
| L41124 | 1,036241 | -0,0526 | 0,610295 | 1,036241 | 1,034357 | 1,174767 | 1,067355 | 1,134803 |
| L41125 | 1,019669 | -0,09183 | 0,919003 | 1,019669 | 1,039338 | 1,206215 | 1,043514 | 1,183344 |
| L41126 | 0,888394 | 0,314108 | 7,546589 | 0,574286 | 0,469671 | 0,668605 | 0,481445 | 0,65478 |
| L41127 | 0,939183 | 0,064344 | 0,418621 | 0,939183 | 0,785481 | 1,000117 | 0,814926 | 0,942078 |
| L41128 | 1,005687 | 0,001399 | 9,83E-05 | 1,005687 | 0,886721 | 1,152007 | 0,913877 | 1,124751 |
| L41129 | 1 | -0,00446 | 0,006338 | 1 | 0,973128 | 1,077771 | 0,979591 | 1,030222 |
| L41130 | 1,018093 | -0,04249 | 0,246221 | 1,018093 | 1,007242 | 1,162103 | 1,023382 | 1,124186 |
| L41131 | 1,143909 | -0,29747 | 8,320361 | 1,441377 | 1,36363 | 1,558313 | 1,374306 | 1,542958 |
| L41132 | 0,973275 | 0,034906 | 0,07641 | 0,973275 | 0,812043 | 1,056317 | 0,842223 | 1,028475 |
| L43133 | 0,912305 | 0,140704 | 1,587484 | 0,771602 | 0,646307 | 0,882267 | 0,681576 | 0,868778 |
| L43134 | 0,798281 | 0,496842 | 8,674131 | 0,301439 | 0,134737 | 0,446307 | 0,18477 | 0,430992 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 1,024597 | -0,08866 | 0,745983 | 1,024597 | 1,031816 | 1,217739 | 1,049193 | 1,200973 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 1 | 0,028408 | 0,043865 | 1 | 0,843633 | 1,115698 | 0,868585 | 1,076907 |
| L43142 | 0,968511 | -0,03233 | 0,086605 | 0,968511 | 0,926309 | 1,114577 | 0,937021 | 1,106394 |
| L43143 | 0,93136 | 0,060655 | 0,802958 | 0,93136 | 0,819249 | 0,934911 | 0,831927 | 0,923471 |
| L43144 | 1 | 0,006367 | 0,00253 | 1 | 0,875329 | 1,119738 | 0,909911 | 1,10476 |
| L43145 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 0,998375 | 0,11713 | 0,806555 | 0,998375 | 0,773738 | 1,002221 | 0,79556 | 0,986353 |
| L51151 | 0,905943 | 0,066501 | 0,61741 | 0,905943 | 0,785165 | 0,943486 | 0,789197 | 0,919639 |
| L51152 | 1,170526 | -0,29289 | 8,564609 | 1,463416 | 1,388821 | 1,561394 | 1,398425 | 1,542625 |
| L51153 | 0,913855 | 0,145997 | 1,888686 | 0,767858 | 0,666537 | 0,863126 | 0,687855 | 0,838769 |
| L51154 | 0,972253 | 0,048259 | 0,08987 | 0,972253 | 0,784985 | 1,099842 | 0,812717 | 1,045164 |
| L51155 | 0,961318 | 0,061008 | 0,24182 | 0,961318 | 0,775241 | 1,021418 | 0,809382 | 0,99043 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,01516 | -0,00875 | 0,006651 | 1,01516 | 0,932546 | 1,145835 | 0,949697 | 1,103071 |
| L51160 | 0,978135 | -0,03638 | 0,084616 | 0,978135 | 0,880074 | 1,12793 | 0,91518 | 1,102464 |
| L51161 | 1 | -0,03016 | 0,146314 | 1 | 1 | 1,119513 | 1 | 1,104959 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,819136 | 0,247343 | 5,574547 | 0,571793 | 0,459793 | 0,638272 | 0,488476 | 0,638272 |
| L52168 | 1,022338 | -0,01904 | 0,021392 | 1,022338 | 0,927167 | 1,170846 | 0,947705 | 1,150239 |
| L52171 | 1,019145 | -0,06875 | 0,200442 | 1,019145 | 0,961473 | 1,242861 | 0,982473 | 1,209812 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 1 | -0,00541 | 0,023708 | 1 | 1 | 1,043345 | 1 | 1,013628 |
| L53179 | 1,024378 | -0,05493 | 0,448972 | 1,024378 | 1,048756 | 1,19883 | 1,048756 | 1,173247 |
| L61180 | 0,931371 | 0,007983 | 0,005444 | 0,931371 | 0,862741 | 1,05442 | 0,862741 | 1,004993 |
| L61181 | 0,996581 | 0,042573 | 0,208017 | 0,996581 | 0,84445 | 0,993163 | 0,8737 | 0,993163 |
| L61183 | 1 | -0,00169 | 0,008304 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L61186 | 1 | -0,0966 | 0,50982 | 1 | 0,969256 | 1,234033 | 1 | 1,203812 |
| L61188 | 0,997554 | -0,09138 | 0,633642 | 0,997554 | 0,988431 | 1,219974 | 1,010035 | 1,177081 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,011573 | -0,04438 | 0,127863 | 1,011573 | 0,948308 | 1,183447 | 0,962523 | 1,163515 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 0,903482 | 0,10293 | 5,90179 | 0,800551 | 0,742055 | 0,811754 | 0,766237 | 0,806964 |
| L62197 | 0,979087 | 0,096764 | 0,908884 | 0,979087 | 0,782771 | 0,958175 | 0,801375 | 0,953935 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1 | 0,008517 | 0,044264 | 1 | 0,937334 | 1 | 0,978715 | 1 |
| L63204 | 1,025266 | -0,03696 | 0,06619 | 1,025266 | 0,933456 | 1,188474 | 0,95339 | 1,157304 |
| L63205 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 0,987438 | 0,035561 | 0,264413 | 0,987438 | 0,869438 | 1,014694 | 0,888691 | 0,974875 |
| L63211 | 1,05351 | -0,1576 | 1,546554 | 1,211105 | 1,10702 | 1,326758 | 1,116883 | 1,307781 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64222 | 0,927131 | 0,081432 | 0,472015 | 0,927131 | 0,728691 | 0,967237 | 0,760183 | 0,935804 |
| L64224 | 1 | -0,04815 | 0,190585 | 1 | 0,97641 | 1,187109 | 0,998699 | 1,139541 |
| L64225 | 0,984068 | 0,038932 | 0,1136 | 0,984068 | 0,837139 | 1,064005 | 0,856016 | 1,03629 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71244 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71247 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71248 | 1 | -0,01652 | 0,08131 | 1 | 1 | 1,096376 | 1 | 1,064421 |
| L71249 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71253 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 0,947572 | 0,025051 | 0,047735 | 0,947572 | 0,831342 | 1,03236 | 0,846176 | 1,012108 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 1 | -0,00047 | 0,006801 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82264 | 0,956286 | -0,0189 | 0,031604 | 0,956286 | 0,909437 | 1,089202 | 0,912572 | 1,069302 |
| L82265 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82266 | 1,065601 | -0,17982 | 1,910288 | 1,245416 | 1,121164 | 1,36578 | 1,148308 | 1,341468 |
| L82267 | 0,899681 | 0,100319 | -1,1E+14 | 0,899681 | 0,799363 | 0,799363 | 0,799363 | 0,799363 |
| L81270 | 1,008048 | -0,0741 | 0,257672 | 1,008048 | 0,970268 | 1,23894 | 0,986265 | 1,201603 |
| L81272 | 0,937951 | 0,129411 | 0,747369 | 0,937951 | 0,67708 | 0,963955 | 0,698669 | 0,933767 |
| L81274 | 1 | -0,06739 | 0,3773 | 1 | 1 | 1,186536 | 1 | 1,165141 |
| L81275 | 0,988867 | 0,036625 | 0,050007 | 0,988867 | 0,813292 | 1,12103 | 0,84607 | 1,053006 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 1,079863 | -0,17579 | 2,131322 | 1,255656 | 1,153358 | 1,368484 | 1,17073 | 1,352294 |
| L81281 | 0,941467 | 0,06418 | 0,240047 | 0,941467 | 0,753165 | 1,021367 | 0,775597 | 0,972597 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 0,897576 | 0,167642 | 3,559093 | 0,729934 | 0,646416 | 0,795152 | 0,658749 | 0,795152 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 1,091036 | -0,25855 | 6,491957 | 1,349581 | 1,269996 | 1,463931 | 1,286278 | 1,429046 |
| L84304 | 0,942114 | 0,024896 | 0,073454 | 0,942114 | 0,884229 | 1,025421 | 0,884229 | 0,994071 |
| L84305 | 0,96227 | 0,030667 | 0,057797 | 0,96227 | 0,812559 | 1,053369 | 0,85385 | 1,04022 |
| L84312 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L84313 | 0,95634 | 0,095898 | 0,713636 | 0,95634 | 0,761391 | 0,932054 | 0,796222 | 0,914994 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 1 | -0,00155 | 0,005671 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.5.12 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{S\Delta}_j$ pour la période 00/01-01/02

| DMU | $\widehat{S\Delta}_j$ | $\widehat{Bias}_B(\widehat{S\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{S\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|--------|-----------------------|---|----------|-----------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L117 | 0,863893 | 0,427474 | 26,46042 | 0,436419 | 0,368189 | 0,521077 | 0,382469 | 0,500924 |
| L1115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1235 | 0,924537 | 0,031956 | 0,243859 | 0,924537 | 0,839266 | 0,956102 | 0,848959 | 0,943325 |
| L1543 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1461 | 1,029435 | -0,03182 | 0,263915 | 1,029435 | 1,000532 | 1,120305 | 1,013628 | 1,110364 |
| L1462 | 0,980502 | 0,090165 | 1,052197 | 0,890337 | 0,816294 | 0,991074 | 0,835625 | 0,960077 |
| L1464 | 1,117581 | -0,32692 | 55,62642 | 1,444504 | 1,41287 | 1,493662 | 1,415079 | 1,47844 |
| L1466 | 1,008157 | 0,032683 | 0,222974 | 1,008157 | 0,919273 | 1,053056 | 0,926784 | 1,020427 |
| L1467 | 0,994879 | 0,010453 | 0,024778 | 0,994879 | 0,923974 | 1,055408 | 0,931686 | 1,033788 |
| L2171 | 0,998946 | -0,00092 | 0,000195 | 0,998946 | 0,938724 | 1,05642 | 0,951894 | 1,047023 |
| L2172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2173 | 1,001973 | -0,02141 | 0,116886 | 1,001973 | 0,973504 | 1,096744 | 0,979797 | 1,073312 |
| L2174 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2176 | 0 | 1,011958 | 205,3627 | -1,01196 | -1,07757 | -0,94222 | -1,06973 | -0,96068 |
| L2177 | 1,013613 | 0,024343 | 0,115946 | 1,013613 | 0,937201 | 1,064666 | 0,940107 | 1,051761 |
| L2178 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3184 | 0,975082 | 0,073577 | 0,850427 | 0,975082 | 0,835873 | 0,998672 | 0,84793 | 0,967684 |
| L3186 | 0,984011 | 0,093565 | 1,805705 | 0,890446 | 0,827865 | 0,958855 | 0,844802 | 0,941393 |
| L3187 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3188 | 1,000436 | -0,00055 | 4,34E-05 | 1,000436 | 0,92074 | 1,086655 | 0,935929 | 1,066087 |
| L3189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3190 | 0,946078 | 0,081547 | 1,158195 | 0,864531 | 0,800602 | 0,942729 | 0,810881 | 0,933322 |
| L3191 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3192 | 0,991261 | 0,088488 | 1,769017 | 0,902772 | 0,845095 | 0,970433 | 0,856021 | 0,953835 |
| L3193 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3194 | 0,976372 | 0,071686 | 0,980942 | 0,976372 | 0,83479 | 0,963355 | 0,847622 | 0,953534 |
| L3295 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3296 | 0,997364 | 0,096908 | 1,439432 | 0,900456 | 0,825468 | 0,989658 | 0,847437 | 0,962189 |
| L3297 | 1,002626 | 0,020857 | 0,085897 | 1,002626 | 0,921889 | 1,0527 | 0,933443 | 1,036895 |
| L3299 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32100 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32101 | 1,004934 | -0,01681 | 0,053703 | 1,004934 | 0,961337 | 1,08706 | 0,970854 | 1,084322 |
| L32102 | 0,97619 | 0,054715 | 0,536998 | 0,97619 | 0,858205 | 0,985845 | 0,871786 | 0,981598 |
| L32103 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32104 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L32106 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42108 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42109 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42111 | 0,970527 | 0,04744 | 0,570299 | 0,970527 | 0,864561 | 0,999102 | 0,88597 | 0,98089 |
| L42112 | 1,001461 | -0,03247 | 0,178267 | 1,001461 | 0,967533 | 1,107785 | 0,979821 | 1,099174 |
| L42114 | 0,988321 | 0,026867 | 0,139965 | 0,988321 | 0,896319 | 1,042877 | 0,912775 | 1,013485 |
| L42115 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42117 | 0,989331 | 0,026426 | 0,180312 | 0,989331 | 0,906245 | 1,028107 | 0,918702 | 1,004632 |
| L42118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42119 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L41120 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L41121 | 0,990994 | 0,032888 | 0,258742 | 0,990994 | 0,894967 | 1,029371 | 0,914724 | 1,006485 |
| L41122 | 1,015695 | -0,07095 | 0,892803 | 1,015695 | 1,021129 | 1,158087 | 1,030134 | 1,144519 |
| L41123 | 0,984462 | 0,084134 | 1,198733 | 0,900329 | 0,830439 | 0,9802 | 0,847897 | 0,952984 |
| L41124 | 1,007313 | -0,02916 | 0,244036 | 1,007313 | 0,986556 | 1,103013 | 0,998558 | 1,084425 |
| L41125 | 1,009219 | -0,02265 | 0,195141 | 1,009219 | 0,985709 | 1,077599 | 0,997601 | 1,069544 |
| L41126 | 1,021841 | -0,03536 | 0,236302 | 1,021841 | 1,00171 | 1,145843 | 1,013933 | 1,117033 |
| L41127 | 0,988386 | 0,030281 | 0,163109 | 0,988386 | 0,895785 | 1,033602 | 0,904814 | 1,015813 |
| L41128 | 0,997887 | 0,035367 | 0,266858 | 0,997887 | 0,907676 | 1,04692 | 0,917778 | 1,028813 |
| L41129 | 0,902021 | 0,111339 | 0,97217 | 0,902021 | 0,687108 | 0,911142 | 0,709953 | 0,89219 |
| L41130 | 0,999307 | -0,01013 | 0,031546 | 0,999307 | 0,96361 | 1,063143 | 0,971098 | 1,054408 |
| L41131 | 0,894341 | 0,211824 | 8,780863 | 0,682516 | 0,615121 | 0,762167 | 0,620499 | 0,742187 |
| L41132 | 0,990899 | 0,017506 | 0,069595 | 0,990899 | 0,917634 | 1,037199 | 0,924068 | 1,022084 |
| L43133 | 0,995439 | 0,05788 | 0,96328 | 0,995439 | 0,88756 | 0,999426 | 0,899493 | 0,985797 |
| L43134 | 0,978735 | 0,098125 | 1,65772 | 0,88061 | 0,811636 | 0,950095 | 0,826663 | 0,940403 |
| L43137 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43139 | 0,998555 | 0,004115 | 0,003397 | 0,998555 | 0,929058 | 1,076273 | 0,936957 | 1,043724 |
| L43140 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43141 | 0,847642 | 0,300247 | 15,3983 | 0,547395 | 0,47554 | 0,621683 | 0,492669 | 0,609232 |
| L43142 | 0,997413 | 0,025642 | 0,141611 | 0,997413 | 0,902869 | 1,038959 | 0,921219 | 1,023512 |
| L43143 | 1,000368 | 0,006868 | 0,010164 | 1,000368 | 0,919488 | 1,054101 | 0,943905 | 1,040936 |
| L43144 | 0,953462 | 0,095632 | 1,927707 | 0,85783 | 0,806409 | 0,934233 | 0,812867 | 0,911097 |
| L43145 | 0,982595 | 0,007379 | 0,029693 | 0,982595 | 0,93409 | 1,017714 | 0,944742 | 1,011827 |
| L51146 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51147 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51149 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51150 | 0,997344 | 0,003797 | 0,002919 | 0,997344 | 0,926576 | 1,060118 | 0,940849 | 1,046068 |
| L51151 | 0,974442 | 0,033892 | 0,218339 | 0,974442 | 0,869431 | 1,015351 | 0,887548 | 0,995501 |
| L51152 | 0,909236 | 0,053096 | 0,555524 | 0,909236 | 0,802096 | 0,928661 | 0,809168 | 0,913309 |
| L51153 | 0,987195 | 0,065412 | 0,96521 | 0,987195 | 0,866623 | 0,996315 | 0,874966 | 0,976385 |
| L51154 | 0,993968 | 0,006344 | 0,006421 | 0,993968 | 0,918388 | 1,07071 | 0,925644 | 1,058574 |
| L51155 | 0,992207 | -0,01376 | 0,044993 | 0,992207 | 0,951225 | 1,057907 | 0,963717 | 1,051168 |
| L51156 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51158 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L51159 | 1,009197 | 0,015761 | 0,057339 | 1,009197 | 0,942012 | 1,068347 | 0,946596 | 1,052103 |
| L51160 | 0,985775 | 0,093853 | 1,957611 | 0,891921 | 0,828562 | 0,953308 | 0,839458 | 0,943052 |
| L51161 | 1,028696 | -0,02631 | 0,067666 | 1,028696 | 0,952378 | 1,154729 | 0,989882 | 1,131885 |
| L52162 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52163 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52164 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52165 | 0,962491 | 0,132582 | 2,985797 | 0,829909 | 0,764355 | 0,908507 | 0,770472 | 0,89063 |
| L52168 | 1,010041 | -0,00677 | 0,007766 | 1,010041 | 0,947309 | 1,091229 | 0,965316 | 1,07265 |
| L52171 | 1,021974 | -0,00534 | 0,004986 | 1,021974 | 0,969488 | 1,110579 | 0,97595 | 1,092567 |
| L52173 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L53178 | 0,909999 | 0,091697 | 1,059454 | 0,818302 | 0,749974 | 0,920265 | 0,758739 | 0,888735 |
| L53179 | 0,976303 | 0,019326 | 0,057687 | 0,976303 | 0,886822 | 1,03617 | 0,896485 | 1,019285 |
| L61180 | 0,988108 | 0,026825 | 0,16685 | 0,988108 | 0,905027 | 1,025733 | 0,916565 | 1,007183 |
| L61181 | 0,982391 | 0,046628 | 0,320482 | 0,982391 | 0,872631 | 1,026793 | 0,884289 | 1,004971 |
| L61183 | 0,926241 | 0,094623 | 1,697803 | 0,831618 | 0,77145 | 0,928593 | 0,783551 | 0,890271 |
| L61186 | 0,974475 | 0,103743 | 1,864904 | 0,870732 | 0,808776 | 0,952572 | 0,814681 | 0,935168 |
| L61188 | 0,959851 | 0,067369 | 0,941644 | 0,959851 | 0,831305 | 0,974591 | 0,848018 | 0,949111 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L62192 | 1,004216 | 0,017758 | 0,067401 | 1,004216 | 0,931071 | 1,062108 | 0,936414 | 1,040941 |
| L62194 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62196 | 1,004345 | -0,03928 | 0,379205 | 1,004345 | 0,98944 | 1,110594 | 0,99178 | 1,092436 |
| L62197 | 1,167523 | -0,30354 | 9,996818 | 1,471067 | 1,397718 | 1,581211 | 1,407714 | 1,562356 |
| L62198 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63200 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63202 | 1,002025 | 0,054415 | 0,717284 | 1,002025 | 0,878272 | 1,004743 | 0,894914 | 0,995004 |
| L63204 | 1,043316 | -0,04355 | 0,418353 | 1,043316 | 1,025786 | 1,144098 | 1,030273 | 1,135306 |
| L63205 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63207 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63209 | 0,983699 | 0,048765 | 0,936566 | 0,983699 | 0,89849 | 0,990687 | 0,903371 | 0,972936 |
| L63211 | 1,056213 | -0,00974 | 0,01985 | 1,056213 | 1,000979 | 1,134472 | 1,022138 | 1,115979 |
| L63214 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64218 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64222 | 0,989119 | 0,053573 | 0,56387 | 0,989119 | 0,861153 | 1,015452 | 0,884245 | 0,990686 |
| L64224 | 1,016668 | -0,03617 | 0,245772 | 1,016668 | 0,98314 | 1,12139 | 1,000894 | 1,117581 |
| L64225 | 1,012134 | 0,006134 | 0,008531 | 1,012134 | 0,936045 | 1,086958 | 0,959487 | 1,055847 |
| L64226 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L64227 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71228 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71233 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71235 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71239 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71244 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71247 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71248 | 1,057807 | -0,05611 | 0,959922 | 1,057807 | 1,070395 | 1,180891 | 1,076103 | 1,154736 |
| L71249 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71250 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71251 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71252 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71253 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71254 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82255 | 0,976608 | 0,050075 | 0,537566 | 0,976608 | 0,858482 | 0,993696 | 0,872191 | 0,982418 |
| L82258 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82259 | 0,953048 | 0,108859 | 0,977546 | 0,953048 | 0,751555 | 0,947357 | 0,767527 | 0,934362 |
| L82260 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82261 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82262 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82264 | 0,98438 | 0,022412 | 0,09732 | 0,98438 | 0,906794 | 1,052358 | 0,914832 | 1,017954 |
| L82265 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82266 | 0,989695 | -0,03757 | 0,253909 | 0,989695 | 0,959237 | 1,106194 | 0,968412 | 1,090242 |
| L82267 | 1,056708 | -0,11912 | 4,303313 | 1,175827 | 1,130201 | 1,243047 | 1,139972 | 1,225336 |
| L81270 | 0,989288 | -0,001 | 0,000181 | 0,989288 | 0,932727 | 1,066802 | 0,939033 | 1,045588 |
| L81272 | 1,000268 | 0,047099 | 0,436715 | 1,000268 | 0,893876 | 1,036289 | 0,903231 | 1,009304 |
| L81274 | 1,027465 | 0,000885 | 8,56E-05 | 1,027465 | 0,941921 | 1,129545 | 0,961816 | 1,107582 |
| L81275 | 1,013296 | -0,05032 | 0,500188 | 1,013296 | 1,007628 | 1,141067 | 1,014468 | 1,119611 |
| L81276 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81277 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81278 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81279 | 1,008118 | -0,02487 | 0,106717 | 1,008118 | 0,961201 | 1,111589 | 0,970283 | 1,092336 |
| L81281 | 1,017974 | -0,0501 | 0,561486 | 1,017974 | 1,006722 | 1,140075 | 1,021044 | 1,117798 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L81283 | 1,263975 | -0,26653 | 8,341752 | 1,530506 | 1,463037 | 1,636985 | 1,474463 | 1,608654 |
| L81284 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84303 | 0,988698 | 0,034309 | 0,257859 | 0,988698 | 0,888992 | 1,024642 | 0,916723 | 1,00781 |
| L84304 | 1,01608 | -0,00707 | 0,009012 | 1,01608 | 0,944248 | 1,088158 | 0,965787 | 1,08097 |
| L84305 | 0,993163 | 0,006684 | 0,007595 | 0,993163 | 0,921007 | 1,063912 | 0,933014 | 1,040859 |
| L84312 | 1,037707 | -0,04938 | 0,574376 | 1,037707 | 1,025959 | 1,148175 | 1,035983 | 1,13589 |
| L84313 | 0,956021 | 0,099517 | 1,307581 | 0,856504 | 0,773649 | 0,943743 | 0,797486 | 0,915404 |
| L84317 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91319 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91320 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91322 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91325 | 1,199302 | -0,17887 | 9,204933 | 1,378173 | 1,329224 | 1,451356 | 1,34179 | 1,432353 |
| L91328 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91329 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91330 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Annexe 6.6

Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$, $\widehat{TE\Delta}_j$, $\widehat{S\Delta}_j$ et \widehat{M}_j du modèle 2 pour la période 00/01-03/04 (des valeurs inférieures à 1 signifient une amélioration)

N. B.: dans tous les tableaux « infea » veut dire programme non réalisable

Tableau 6.6.1 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de \widehat{M}_j pour la période 02/03-03/04

| DMU | \widehat{M}_j | $\widehat{Biais}_B(\widehat{M}_j)$ | r_j | \widehat{M}_j | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------|------------------------------------|----------|-----------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,023571 | 0,046339 | 0,079513 | 1,023571 | 0,840283 | 1,176701 | 0,868301 | 1,094439 |
| L112 | 1,037952 | -0,0193 | 0,011336 | 1,037952 | 0,884208 | 1,237791 | 0,917946 | 1,192626 |
| L113 | 0,991552 | 0,100083 | 0,361674 | 0,991552 | 0,734807 | 1,044921 | 0,759251 | 1,016999 |
| L114 | 1,115092 | -0,01563 | 0,006374 | 1,115092 | 0,968242 | 1,32967 | 0,996034 | 1,270122 |
| L115 | 1,0425 | -0,0029 | 0,000227 | 1,0425 | 0,871867 | 1,230471 | 0,917495 | 1,216507 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 1,035722 | 0,030468 | 0,030574 | 1,035722 | 0,850215 | 1,189309 | 0,896719 | 1,136094 |
| L1110 | 1,112993 | -0,02035 | 0,015925 | 1,112993 | 0,977883 | 1,28478 | 1,01617 | 1,252166 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 1,064525 | -0,02279 | 0,014967 | 1,064525 | 0,929422 | 1,277746 | 0,958421 | 1,249189 |
| L1117 | 1,035141 | -0,01664 | 0,009209 | 1,035141 | 0,867515 | 1,226667 | 0,942198 | 1,175403 |
| L1118 | 0,713666 | 0,086443 | 0,673825 | 0,713666 | 0,541806 | 0,737515 | 0,552627 | 0,724123 |
| L1119 | 1,056528 | -0,0537 | 0,116335 | 1,056528 | 0,987231 | 1,244673 | 0,999092 | 1,224349 |
| L1120 | 1,066076 | -0,01675 | 0,007712 | 1,066076 | 0,917906 | 1,327642 | 0,944583 | 1,216183 |
| L1121 | 1,125771 | -0,07617 | 0,152856 | 1,125771 | 1,053447 | 1,445658 | 1,065733 | 1,343806 |
| L1122 | 1,004633 | 0,071798 | 0,147071 | 1,004633 | 0,79638 | 1,125873 | 0,818016 | 1,072068 |
| L1123 | 1,210517 | -0,08947 | 0,313944 | 1,210517 | 1,156012 | 1,461076 | 1,178041 | 1,44331 |
| L1124 | 1,006161 | 0,030724 | 0,019805 | 1,006161 | 0,763024 | 1,194296 | 0,80553 | 1,143702 |
| L1125 | 1,182841 | -0,09131 | 0,302396 | 1,182841 | 1,144307 | 1,474019 | 1,149996 | 1,409393 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,102432 | -0,06972 | 0,165865 | 1,102432 | 1,02513 | 1,340532 | 1,050617 | 1,292418 |
| L1228 | 1,047232 | 0,010712 | 0,003804 | 1,047232 | 0,891504 | 1,209396 | 0,925389 | 1,184146 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | 1,013491 | -0,04345 | 0,10022 | 1,013491 | 0,922692 | 1,185997 | 0,953465 | 1,154468 |
| L1231 | 0,825745 | 0,16136 | 1,089967 | 0,664385 | 0,528966 | 0,827344 | 0,556432 | 0,777047 |
| L1232 | 0,956777 | -0,00165 | 0,000129 | 0,956777 | 0,833005 | 1,112453 | 0,877716 | 1,090243 |
| L1233 | 1,004902 | 0,004511 | 0,000699 | 1,004902 | 0,855462 | 1,154919 | 0,877497 | 1,126817 |
| L1234 | 0,722376 | 0,224387 | 2,206339 | 0,497988 | 0,350391 | 0,667058 | 0,399904 | 0,600593 |
| L1236 | 0,983061 | 0,053749 | 0,111676 | 0,983061 | 0,785861 | 1,137115 | 0,799027 | 1,030234 |
| L1237 | 0,902465 | 0,161458 | 0,633617 | 0,902465 | 0,554201 | 0,922804 | 0,610664 | 0,906398 |
| L1238 | 1,081018 | 0,035348 | 0,035393 | 1,081018 | 0,878508 | 1,225254 | 0,931264 | 1,181996 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,009981 | -0,0033 | 0,000329 | 1,009981 | 0,839151 | 1,176166 | 0,870719 | 1,15215 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 1,127276 | -0,1715 | 1,045053 | 1,298773 | 1,146485 | 1,489174 | 1,166722 | 1,441969 |
| L1544 | 0,684551 | 0,13486 | 1,357347 | 0,549691 | 0,45598 | 0,646276 | 0,467571 | 0,636255 |
| L1545 | 0,95104 | 0,120593 | 0,559206 | 0,95104 | 0,694284 | 1,014276 | 0,713837 | 0,960014 |
| L1546 | 1,032647 | 0,076699 | 0,211757 | 1,032647 | 0,817489 | 1,14563 | 0,830212 | 1,104952 |
| L1347 | 1,071029 | -0,04295 | 0,049125 | 1,071029 | 0,9602 | 1,325001 | 0,969523 | 1,275098 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 0,976054 | 0,071568 | 0,213894 | 0,976054 | 0,771129 | 1,063727 | 0,79153 | 1,01776 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 1,041292 | -0,09054 | 0,444307 | 1,041292 | 1,029176 | 1,289996 | 1,041014 | 1,265056 |
| L1352 | 0,959506 | 0,071964 | 0,176231 | 0,959506 | 0,743343 | 1,105077 | 0,784719 | 1,037222 |
| L1353 | 1,000159 | 0,071494 | 0,213333 | 1,000159 | 0,802515 | 1,105892 | 0,831014 | 1,04466 |
| L1354 | 0,974838 | 0,077439 | 0,177475 | 0,974838 | 0,714826 | 1,071643 | 0,739835 | 1,043277 |
| L1355 | 1,031927 | 0,059302 | 0,108273 | 1,031927 | 0,811814 | 1,146658 | 0,849021 | 1,10816 |
| L1356 | 0,998833 | 0,070612 | 0,131824 | 0,998833 | 0,759046 | 1,130029 | 0,781004 | 1,078394 |
| L1357 | 1,053637 | 0,021205 | 0,013963 | 1,053637 | 0,888958 | 1,211891 | 0,909276 | 1,19566 |
| L1358 | 1,014249 | 0,058125 | 0,145853 | 1,014249 | 0,819359 | 1,103097 | 0,868289 | 1,066273 |
| L1359 | 0,967653 | 0,009636 | 0,003329 | 0,967653 | 0,797749 | 1,113276 | 0,838864 | 1,07712 |
| L1360 | 1,09817 | 0,064188 | 0,14444 | 1,09817 | 0,880274 | 1,209375 | 0,92851 | 1,16873 |
| L1463 | 1,021799 | 0,02158 | 0,017845 | 1,021799 | 0,879789 | 1,200283 | 0,895737 | 1,136154 |
| L1465 | 1,037479 | 0,036788 | 0,039564 | 1,037479 | 0,830339 | 1,191928 | 0,862478 | 1,147882 |
| L2168 | 0,983415 | 0,018741 | 0,01015 | 0,983415 | 0,78469 | 1,149524 | 0,822981 | 1,08574 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1,152002 | -0,09865 | 0,391392 | 1,152002 | 1,100553 | 1,408958 | 1,128257 | 1,366885 |
| L2175 | 1,141444 | -0,03052 | 0,040818 | 1,141444 | 1,02323 | 1,315227 | 1,073163 | 1,299085 |
| L2180 | 0,983921 | 0,077404 | 0,206256 | 0,983921 | 0,732113 | 1,069588 | 0,789259 | 1,026384 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,988697 | 0,075011 | 0,175037 | 0,988697 | 0,724833 | 1,115266 | 0,768926 | 1,030642 |
| L3183 | 1,025997 | 0,024437 | 0,019252 | 1,025997 | 0,837483 | 1,178637 | 0,870121 | 1,141469 |
| L3185 | 1,000543 | -0,02589 | 0,023263 | 1,000543 | 0,863047 | 1,200745 | 0,902658 | 1,152733 |
| L3298 | 1,059349 | -0,01509 | 0,007571 | 1,059349 | 0,915509 | 1,243747 | 0,957058 | 1,208013 |
| L32107 | 1,068361 | 0,006667 | 0,001004 | 1,068361 | 0,864343 | 1,255085 | 0,897843 | 1,224038 |
| L42113 | 0,900648 | 0,176721 | 0,806313 | 0,900648 | 0,562527 | 0,953154 | 0,591047 | 0,87167 |
| L42116 | 0,96339 | 0,08086 | 0,223374 | 0,96339 | 0,745161 | 1,071862 | 0,758754 | 1,028506 |
| L43135 | 0,95786 | 0,0285 | 0,027812 | 0,95786 | 0,766065 | 1,095607 | 0,789557 | 1,053143 |
| L43136 | 0,943702 | 0,143161 | 0,503615 | 0,943702 | 0,594883 | 0,969288 | 0,657322 | 0,952635 |
| L43138 | 1,034446 | -0,00286 | 0,00029 | 1,034446 | 0,876182 | 1,202109 | 0,9102 | 1,162982 |
| L51148 | 0,651298 | 0,408729 | 6,845019 | 0,242569 | 0,116215 | 0,376809 | 0,145911 | 0,359556 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,114085 | -0,02502 | 0,015728 | 1,114085 | 0,97206 | 1,33254 | 1,012129 | 1,303484 |
| L52167 | 0,967895 | 0,087481 | 0,300742 | 0,967895 | 0,714442 | 1,042469 | 0,75559 | 0,99506 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 1,094997 | 0,051993 | 0,101603 | 1,094997 | 0,907088 | 1,195531 | 0,921108 | 1,167049 |
| L52172 | 1,119346 | -0,02997 | 0,026007 | 1,119346 | 0,96179 | 1,305097 | 1,033697 | 1,286556 |
| L52174 | 0,962961 | 0,030644 | 0,076854 | 0,962961 | 0,837735 | 1,028296 | 0,857846 | 1,021168 |
| L52175 | 1,00834 | 0,071616 | 0,26279 | 1,00834 | 0,823819 | 1,073158 | 0,831362 | 1,034357 |
| L53177 | 1,075975 | 0,004858 | 0,000779 | 1,075975 | 0,921512 | 1,241157 | 0,950171 | 1,17937 |
| L61182 | 1,060561 | -0,00312 | 0,000309 | 1,060561 | 0,882913 | 1,214393 | 0,919361 | 1,183621 |
| L61184 | 0,973905 | 0,110832 | 0,399317 | 0,973905 | 0,707114 | 1,054049 | 0,749521 | 1,000186 |
| L61187 | 1,013122 | 0,041239 | 0,048478 | 1,013122 | 0,764219 | 1,147312 | 0,829294 | 1,101042 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L61189 | 1,010703 | 0,040303 | 0,045002 | 1,010703 | 0,805962 | 1,177899 | 0,849883 | 1,132436 |
| L62191 | 1,008616 | 0,119278 | 0,384997 | 1,008616 | 0,722848 | 1,074517 | 0,736759 | 1,049409 |
| L62193 | 0,845338 | 0,171294 | 1,209941 | 0,674043 | 0,554299 | 0,840201 | 0,561009 | 0,817194 |
| L62195 | 0,910583 | 0,134315 | 0,423759 | 0,910583 | 0,616908 | 1,000564 | 0,645991 | 0,92495 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,994138 | 0,03216 | 0,022561 | 0,994138 | 0,781245 | 1,170689 | 0,798999 | 1,125308 |
| L63203 | 1,123069 | -0,0358 | 0,029392 | 1,123069 | 0,951778 | 1,361558 | 1,004136 | 1,315307 |
| L63206 | 0,961812 | 0,086571 | 0,241455 | 0,961812 | 0,706757 | 1,036382 | 0,722316 | 1,024051 |
| L63208 | 1,085472 | -0,01513 | 0,005356 | 1,085472 | 0,903048 | 1,303424 | 0,973698 | 1,234409 |
| L63210 | 1,11241 | -0,08972 | 0,218195 | 1,11241 | 1,045926 | 1,413244 | 1,053526 | 1,369762 |
| L63212 | 1,077526 | -0,04206 | 0,062841 | 1,077526 | 0,986043 | 1,297698 | 1,004742 | 1,267679 |
| L63213 | 1,170466 | -0,12221 | 0,473435 | 1,170466 | 1,133508 | 1,505588 | 1,163693 | 1,425853 |
| L63215 | 1,104483 | -0,06634 | 0,135889 | 1,104483 | 1,02004 | 1,367811 | 1,033683 | 1,328639 |
| L64216 | 0,999274 | 0,055938 | 0,082741 | 0,999274 | 0,759832 | 1,124373 | 0,797735 | 1,105687 |
| L64217 | 1,052837 | -0,02164 | 0,015604 | 1,052837 | 0,907831 | 1,249634 | 0,947204 | 1,208257 |
| L64219 | 1,018925 | 0,000742 | 1,27E-05 | 1,018925 | 0,853957 | 1,224213 | 0,874006 | 1,197102 |
| L64220 | 1,17642 | -0,1234 | 0,412641 | 1,17642 | 1,097009 | 1,493338 | 1,162126 | 1,450231 |
| L64221 | 1,058282 | -0,03302 | 0,028137 | 1,058282 | 0,897477 | 1,268356 | 0,952504 | 1,253753 |
| L64223 | 1,088798 | -0,03972 | 0,043089 | 1,088798 | 0,95867 | 1,331596 | 0,991761 | 1,276558 |
| L71229 | 1,043061 | 0,02138 | 0,01283 | 1,043061 | 0,841854 | 1,180412 | 0,868549 | 1,154717 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | 1,064389 | 0,028983 | 0,032771 | 1,064389 | 0,904107 | 1,187382 | 0,927015 | 1,157909 |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 0,93502 | 0,091646 | 0,288826 | 0,93502 | 0,696904 | 0,987574 | 0,72562 | 0,972475 |
| L71237 | 0,982772 | 0,093733 | 0,378337 | 0,982772 | 0,731053 | 1,039689 | 0,782222 | 1,021446 |
| L71238 | 0,958602 | 0,092638 | 0,281485 | 0,958602 | 0,71954 | 1,050117 | 0,755637 | 1,006053 |
| L71240 | 1,027677 | 0,024781 | 0,01975 | 1,027677 | 0,836808 | 1,184795 | 0,864421 | 1,153571 |
| L71241 | 1,052943 | 0,02721 | 0,036775 | 1,052943 | 0,907579 | 1,172117 | 0,928262 | 1,126239 |
| L71242 | 0,784775 | 0,182713 | 2,471879 | 0,602062 | 0,49077 | 0,725128 | 0,516228 | 0,694986 |
| L71243 | 1,130519 | -0,07237 | 0,260818 | 1,130519 | 1,07562 | 1,352988 | 1,094785 | 1,300774 |
| L71245 | 0,928901 | -0,09813 | 0,777015 | 0,928901 | 0,931444 | 1,131777 | 0,946483 | 1,111029 |
| L71246 | 1,019698 | 0,05663 | 0,093277 | 1,019698 | 0,810235 | 1,12611 | 0,821662 | 1,111541 |
| L82256 | 0,97927 | 0,07882 | 0,149116 | 0,97927 | 0,721112 | 1,130032 | 0,753265 | 1,061307 |
| L82257 | 1,005105 | 0,026168 | 0,022324 | 1,005105 | 0,812967 | 1,124222 | 0,863953 | 1,108253 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 0,983573 | 0,071912 | 0,172118 | 0,983573 | 0,739502 | 1,083275 | 0,796242 | 1,037289 |
| L81269 | 1,047056 | 0,020143 | 0,013009 | 1,047056 | 0,882594 | 1,214695 | 0,895863 | 1,184196 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,037365 | -0,03323 | 0,034866 | 1,037365 | 0,896593 | 1,247404 | 0,927402 | 1,206994 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 1,032732 | 0,002617 | 0,000183 | 1,032732 | 0,878776 | 1,244948 | 0,899413 | 1,172118 |
| L83286 | 1,017081 | 0,018687 | 0,011835 | 1,017081 | 0,831042 | 1,209195 | 0,888509 | 1,124157 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 1,01556 | 0,049555 | 0,083264 | 1,01556 | 0,821389 | 1,143268 | 0,835883 | 1,103983 |
| L83289 | 0,983247 | 0,08299 | 0,226918 | 0,983247 | 0,755421 | 1,078818 | 0,791642 | 1,031508 |
| L83290 | 1,061144 | -0,0084 | 0,002548 | 1,061144 | 0,924575 | 1,226622 | 0,956999 | 1,19383 |
| L83292 | 0,98575 | 0,074922 | 0,187771 | 0,98575 | 0,745155 | 1,117285 | 0,796642 | 1,034904 |
| L83293 | 0,966698 | 0,071696 | 0,144034 | 0,966698 | 0,742431 | 1,140891 | 0,767873 | 1,023019 |
| L83294 | 0,975083 | 0,106596 | 0,346798 | 0,975083 | 0,720892 | 1,057485 | 0,740798 | 1,030251 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L83296 | 1,183884 | -0,14506 | 0,620429 | 1,183884 | 1,181644 | 1,519184 | 1,198038 | 1,493828 |
| L83297 | 1,04626 | -0,00099 | 3,33E-05 | 1,04626 | 0,894146 | 1,219837 | 0,91859 | 1,173737 |
| L83298 | 0,984122 | 0,046213 | 0,07061 | 0,984122 | 0,780895 | 1,116276 | 0,808349 | 1,062969 |
| L83299 | 1,003635 | 0,035266 | 0,042777 | 1,003635 | 0,799399 | 1,134271 | 0,83528 | 1,102785 |
| L83300 | 1,096888 | -0,03652 | 0,028751 | 1,096888 | 0,958585 | 1,360589 | 0,989263 | 1,316038 |
| L83301 | 1,032121 | 0,081005 | 0,190506 | 1,032121 | 0,772649 | 1,143071 | 0,804376 | 1,088217 |
| L84302 | 1,029376 | 0,003522 | 0,000312 | 1,029376 | 0,844861 | 1,241903 | 0,88128 | 1,192341 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,073459 | 0,035796 | 0,029836 | 1,073459 | 0,861078 | 1,256495 | 0,902155 | 1,210345 |
| L84308 | 0,993958 | 0,052481 | 0,095115 | 0,993958 | 0,761642 | 1,096401 | 0,81123 | 1,055123 |
| L84309 | 1,069357 | 0,017065 | 0,011018 | 1,069357 | 0,905962 | 1,229918 | 0,939657 | 1,190554 |
| L84310 | 0,995483 | 0,059498 | 0,097784 | 0,995483 | 0,767548 | 1,161516 | 0,787936 | 1,07337 |
| L84311 | 1,01989 | 0,002185 | 0,000178 | 1,01989 | 0,868574 | 1,219757 | 0,885232 | 1,121258 |
| L84314 | 0,983914 | 0,023221 | 0,019391 | 0,983914 | 0,798846 | 1,154147 | 0,855793 | 1,094927 |
| L84316 | 1,025425 | 0,045182 | 0,060699 | 1,025425 | 0,809128 | 1,159984 | 0,82808 | 1,12246 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,054682 | 0,038844 | 0,046857 | 1,054682 | 0,860638 | 1,176675 | 0,877636 | 1,164026 |
| L91324 | 1,029847 | 0,037709 | 0,037515 | 1,029847 | 0,819409 | 1,194528 | 0,840971 | 1,167761 |
| L91326 | 1,076533 | 0,060595 | 0,11319 | 1,076533 | 0,848807 | 1,196832 | 0,897332 | 1,160755 |
| L91327 | 1,001578 | 0,050863 | 0,067903 | 1,001578 | 0,770871 | 1,172364 | 0,822314 | 1,130597 |
| L91331 | 1,036705 | 0,038531 | 0,061311 | 1,036705 | 0,853015 | 1,143369 | 0,88348 | 1,119927 |
| L91332 | 1,021564 | -0,00638 | 0,001387 | 1,021564 | 0,871195 | 1,190924 | 0,904952 | 1,169574 |

Tableau 6.6.2 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$ pour la période 02/03-03/04

| DMU | $\widehat{T\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{T\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{T\Delta}_j}$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------------|--|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,021703 | 0,011791 | 0,036005 | 1,021703 | 0,949786 | 1,076892 | 0,956017 | 1,063863 |
| L112 | 1,010324 | 0,020078 | 0,097331 | 1,010324 | 0,928873 | 1,049025 | 0,942733 | 1,038347 |
| L113 | 1,010627 | 1,08E-05 | 3,75E-07 | 1,010627 | 0,995352 | 1,030666 | 0,998471 | 1,025088 |
| L114 | 1,000671 | 0,011603 | 0,103884 | 1,000671 | 0,95812 | 1,031576 | 0,961236 | 1,015529 |
| L115 | 0,976048 | 0,018528 | 0,414926 | 0,976048 | 0,929219 | 0,982743 | 0,936942 | 0,980474 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,998029 | 0,016743 | 0,270751 | 0,998029 | 0,939052 | 1,012277 | 0,960655 | 1,002873 |
| L1110 | 1,000836 | 0,020538 | 0,049208 | 1,000836 | 0,897952 | 1,072809 | 0,90974 | 1,047508 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,984524 | 0,036612 | 0,88102 | 0,984524 | 0,90961 | 0,987145 | 0,920392 | 0,978726 |
| L1117 | 0,988214 | 0,020615 | 0,439654 | 0,988214 | 0,938425 | 0,99753 | 0,941627 | 0,992516 |
| L1118 | 0,759816 | 0,021465 | 0,169406 | 0,759816 | 0,692402 | 0,791748 | 0,70028 | 0,773695 |
| L1119 | 0,95617 | 0,004948 | 0,007906 | 0,95617 | 0,888778 | 0,993356 | 0,898208 | 0,987291 |
| L1120 | 0,973034 | 0,0174 | 0,589725 | 0,973034 | 0,934016 | 0,977201 | 0,939173 | 0,970651 |
| L1121 | 0,996035 | 0,02405 | 0,61719 | 0,996035 | 0,942085 | 0,996805 | 0,950272 | 0,993413 |
| L1122 | 1,010024 | 0,02525 | 0,509637 | 1,010024 | 0,950533 | 1,016452 | 0,956153 | 1,012577 |
| L1123 | 1,063481 | 0,005091 | 0,003706 | 1,063481 | 0,969126 | 1,142766 | 0,997438 | 1,124661 |
| L1124 | 1,001614 | -0,00038 | 0,000322 | 1,001614 | 0,982876 | 1,021422 | 0,988572 | 1,019099 |
| L1125 | 0,998367 | 0,015752 | 0,122966 | 0,998367 | 0,946986 | 1,029798 | 0,952593 | 1,019798 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 0,956948 | 0,013333 | 0,038711 | 0,956948 | 0,872684 | 1,006125 | 0,886886 | 0,990299 |
| L1228 | 0,985906 | 0,022305 | 0,23382 | 0,985906 | 0,927097 | 1,003336 | 0,933219 | 0,996066 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | 0,993954 | 0,014394 | 0,025226 | 0,993954 | 0,89878 | 1,062828 | 0,910048 | 1,038568 |
| L1231 | 0,976963 | 0,024541 | 0,178791 | 0,976963 | 0,897146 | 1,007146 | 0,912225 | 0,991353 |
| L1232 | 0,970108 | 0,002382 | 0,003496 | 0,970108 | 0,929152 | 1,004487 | 0,935064 | 0,999694 |
| L1233 | 0,980438 | 0,009559 | 0,122714 | 0,980438 | 0,947415 | 0,999098 | 0,948763 | 0,992699 |
| L1234 | 0,926334 | 0,017366 | 0,123987 | 0,926334 | 0,866073 | 0,952471 | 0,876906 | 0,944783 |
| L1236 | 1,002254 | 0,014839 | 0,025913 | 1,002254 | 0,90702 | 1,073436 | 0,91656 | 1,062067 |
| L1237 | 1,008221 | 0,011547 | 0,172164 | 1,008221 | 0,970393 | 1,022977 | 0,97813 | 1,016137 |
| L1238 | 1,053356 | 0,031707 | 0,104828 | 1,053356 | 0,927083 | 1,10653 | 0,9474 | 1,089598 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 0,972012 | 0,004362 | 0,007087 | 0,972012 | 0,920841 | 1,011262 | 0,927403 | 1,007006 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 0,928665 | 0,002538 | 0,001005 | 0,928665 | 0,847438 | 1,007214 | 0,865204 | 0,983793 |
| L1544 | 0,851614 | 0,00461 | 0,005281 | 0,851614 | 0,791007 | 0,92095 | 0,805358 | 0,895971 |
| L1545 | 1,04269 | 0,023877 | 0,135091 | 1,04269 | 0,958143 | 1,078094 | 0,968204 | 1,069142 |
| L1546 | 1,100359 | 0,045308 | 0,458707 | 1,100359 | 0,987371 | 1,119389 | 1,00451 | 1,10695 |
| L1347 | 0,980955 | 0,002945 | 0,007581 | 0,980955 | 0,945083 | 1,00813 | 0,95332 | 1,00356 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 0,978614 | 0,017938 | 0,190839 | 0,978614 | 0,917633 | 0,999295 | 0,931113 | 0,989618 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 1,037705 | 0,016715 | 0,063219 | 1,037705 | 0,961642 | 1,091631 | 0,973779 | 1,078013 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 0,978031 | 0,018804 | 0,0832 | 0,978031 | 0,893426 | 1,01568 | 0,908327 | 1,005901 |
| L1353 | 1,002842 | 0,016392 | 0,121212 | 1,002842 | 0,939152 | 1,027146 | 0,950553 | 1,022892 |
| L1354 | 1,019417 | 0,045641 | 0,243504 | 1,019417 | 0,882024 | 1,069412 | 0,907817 | 1,0431 |
| L1355 | 1,004259 | 0,001592 | 0,004077 | 1,004259 | 0,978373 | 1,02853 | 0,984413 | 1,020084 |
| L1356 | 0,974577 | 0,021445 | 0,226386 | 0,974577 | 0,909372 | 0,997423 | 0,919805 | 0,985329 |
| L1357 | 1,013593 | -0,00263 | 0,015216 | 1,013593 | 0,999613 | 1,041396 | 1,001161 | 1,031975 |
| L1358 | 1,01489 | 0,001211 | 0,003167 | 1,01489 | 0,989967 | 1,031287 | 0,992298 | 1,028662 |
| L1359 | 0,992296 | 0,01568 | 0,094654 | 0,992296 | 0,925022 | 1,029725 | 0,937918 | 1,010066 |
| L1360 | 1,240664 | 0,037089 | 0,070573 | 1,240664 | 1,100928 | 1,353118 | 1,111629 | 1,314601 |
| L1463 | 1,043321 | 0,021567 | 0,066125 | 1,043321 | 0,950946 | 1,10035 | 0,963921 | 1,082661 |
| L1465 | 0,962999 | 0,018155 | 0,214203 | 0,962999 | 0,901433 | 0,981609 | 0,919881 | 0,968932 |
| L2168 | 0,986807 | 0,018031 | 0,424782 | 0,986807 | 0,944459 | 0,995542 | 0,94997 | 0,990382 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 0,978071 | 0,003524 | 0,009646 | 0,978071 | 0,942723 | 1,004622 | 0,946317 | 1,000515 |
| L2175 | 1,055841 | -0,00449 | 0,007373 | 1,055841 | 1,009342 | 1,107828 | 1,025964 | 1,099196 |
| L2180 | 1,011432 | 0,002482 | 0,014441 | 1,011432 | 0,988889 | 1,029379 | 0,991769 | 1,023033 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 1,005188 | -2,2E-05 | 5,28E-07 | 1,005188 | 0,979696 | 1,034238 | 0,983748 | 1,028853 |
| L3183 | 1,035663 | 0,00678 | 0,012696 | 1,035663 | 0,970501 | 1,083627 | 0,981965 | 1,072558 |
| L3185 | 0,979585 | -0,0001 | 6,21E-06 | 0,979585 | 0,938527 | 1,017316 | 0,94611 | 1,011606 |
| L3298 | 0,991625 | 0,016303 | 0,184007 | 0,991625 | 0,938212 | 1,011399 | 0,946525 | 1,006046 |
| L32107 | 0,934679 | 0,032333 | 0,145688 | 0,934679 | 0,823774 | 0,982111 | 0,838258 | 0,970401 |
| L42113 | 1,373017 | 0,035479 | 0,048115 | 1,373017 | 1,201384 | 1,517063 | 1,223132 | 1,471405 |
| L42116 | 0,980549 | 0,019055 | 0,227749 | 0,980549 | 0,920225 | 0,993472 | 0,930534 | 0,986701 |
| L43135 | 0,992215 | 0,026829 | 0,407242 | 0,992215 | 0,927276 | 1,007607 | 0,933773 | 0,998321 |
| L43136 | 1,048499 | 0,013317 | 0,029706 | 1,048499 | 0,961411 | 1,109993 | 0,977274 | 1,096635 |
| L43138 | 1,015516 | -0,00964 | 0,03204 | 1,015516 | 0,979245 | 1,086503 | 0,987301 | 1,068858 |
| L51148 | 0,991295 | 0,020797 | 0,239201 | 0,991295 | 0,935967 | 1,018641 | 0,941085 | 1,001636 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,053775 | -0,01148 | 0,083269 | 1,053775 | 1,024889 | 1,106411 | 1,030197 | 1,092758 |
| L52167 | 0,984031 | 0,006375 | 0,021727 | 0,984031 | 0,930329 | 1,02123 | 0,948257 | 1,010104 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 1,13676 | 0,034047 | 0,078339 | 1,13676 | 0,983535 | 1,238805 | 1,016054 | 1,199882 |
| L52172 | 1,002528 | 0,01098 | 0,039531 | 1,002528 | 0,935284 | 1,039011 | 0,950393 | 1,031208 |
| L52174 | 0,91041 | 0,011787 | 0,0215 | 0,91041 | 0,827029 | 0,968377 | 0,840633 | 0,956602 |
| L52175 | 0,963646 | 0,00211 | 0,001044 | 0,963646 | 0,899284 | 1,018127 | 0,91425 | 1,009104 |
| L53177 | 1,006889 | 0,001793 | 0,008945 | 1,006889 | 0,989799 | 1,025639 | 0,992626 | 1,019521 |
| L61182 | 0,997687 | 0,008264 | 0,045816 | 0,997687 | 0,954528 | 1,024508 | 0,962335 | 1,015518 |
| L61184 | 0,959714 | 0,002407 | 0,002513 | 0,959714 | 0,910318 | 1,007402 | 0,9229 | 0,988548 |
| L61187 | 0,978118 | 0,01947 | 0,316308 | 0,978118 | 0,928711 | 0,993535 | 0,933403 | 0,983685 |
| L61189 | 0,955173 | 0,028676 | 0,232983 | 0,955173 | 0,859664 | 0,97442 | 0,886632 | 0,970447 |
| L62191 | 1,011482 | 0,019989 | 0,197364 | 1,011482 | 0,949937 | 1,038618 | 0,960699 | 1,021969 |
| L62193 | 0,949015 | 0,026644 | 0,203762 | 0,949015 | 0,859557 | 0,976662 | 0,883012 | 0,967029 |
| L62195 | 1,004024 | -0,00509 | 0,033962 | 1,004024 | 0,982814 | 1,035286 | 0,989636 | 1,031451 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,987647 | 0,012476 | 0,131276 | 0,987647 | 0,946989 | 1,015094 | 0,950352 | 0,997484 |
| L63203 | 0,974746 | 0,01367 | 0,122408 | 0,974746 | 0,920538 | 0,995987 | 0,928901 | 0,992015 |
| L63206 | 1,001431 | 0,003372 | 0,016882 | 1,001431 | 0,971794 | 1,019135 | 0,977199 | 1,016193 |
| L63208 | 0,983288 | 0,025491 | 0,345176 | 0,983288 | 0,91101 | 1,001449 | 0,927032 | 0,99685 |
| L63210 | 0,973287 | 0,00345 | 0,006796 | 0,973287 | 0,93152 | 1,013465 | 0,93939 | 0,998533 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 0,922552 | 0,003753 | 0,002392 | 0,922552 | 0,843261 | 0,99893 | 0,863695 | 0,973253 |
| L63213 | 0,884356 | 0,002674 | 0,001557 | 0,884356 | 0,824807 | 0,949174 | 0,832328 | 0,939575 |
| L63215 | 0,998453 | 0,000806 | 0,000582 | 0,998453 | 0,965278 | 1,028594 | 0,970652 | 1,020929 |
| L64216 | 0,984488 | 0,020122 | 0,266228 | 0,984488 | 0,925219 | 1,00152 | 0,938878 | 0,992118 |
| L64217 | 1,01714 | 0,012064 | 0,089601 | 1,01714 | 0,966681 | 1,04428 | 0,974415 | 1,03885 |
| L64219 | 0,989234 | 0,020697 | 0,206888 | 0,989234 | 0,922564 | 1,008963 | 0,930061 | 1,005286 |
| L64220 | 0,989127 | 0,014366 | 0,242609 | 0,989127 | 0,949098 | 1,001421 | 0,954812 | 0,99664 |
| L64221 | 0,982104 | 0,013338 | 0,070907 | 0,982104 | 0,91746 | 1,019214 | 0,93074 | 1,002781 |
| L64223 | 1,011177 | 0,009365 | 0,069369 | 1,011177 | 0,970209 | 1,0399 | 0,973602 | 1,030155 |
| L71229 | 1,021196 | 0,007125 | 0,079765 | 1,021196 | 0,990063 | 1,037114 | 0,99397 | 1,033742 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | 1,052463 | 0,02311 | 0,085605 | 1,052463 | 0,959073 | 1,097197 | 0,975096 | 1,078796 |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 1,022701 | 0,029912 | 0,196703 | 1,022701 | 0,93122 | 1,050181 | 0,946579 | 1,044934 |
| L71237 | 1,040806 | 0,014389 | 0,061098 | 1,040806 | 0,961837 | 1,081011 | 0,991641 | 1,07214 |
| L71238 | 0,991386 | 0,000921 | 0,000309 | 0,991386 | 0,941959 | 1,043119 | 0,952539 | 1,033121 |
| L71240 | 1,001163 | -0,00292 | 0,00576 | 1,001163 | 0,969949 | 1,040769 | 0,975909 | 1,032334 |
| L71241 | 1,094745 | 0,004893 | 0,002455 | 1,094745 | 1,011878 | 1,180325 | 1,021033 | 1,159111 |
| L71242 | 0,893327 | 0,014431 | 0,042221 | 0,893327 | 0,811942 | 0,943763 | 0,817835 | 0,929965 |
| L71243 | 1,004973 | 0,017346 | 0,091611 | 1,004973 | 0,938165 | 1,037605 | 0,945092 | 1,034121 |
| L71245 | 0,81718 | 0,010785 | 0,019057 | 0,81718 | 0,734026 | 0,885898 | 0,750313 | 0,865086 |
| L71246 | 1,004076 | 0,014042 | 0,068015 | 1,004076 | 0,942614 | 1,037657 | 0,948537 | 1,030033 |
| L82256 | 1,009227 | -0,00393 | 0,028129 | 1,009227 | 0,990339 | 1,03339 | 0,995724 | 1,031103 |
| L82257 | 0,956237 | 0,040765 | 0,301861 | 0,956237 | 0,83761 | 0,980609 | 0,849306 | 0,965251 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 1,008168 | 0,00393 | 0,032576 | 1,008168 | 0,984911 | 1,025136 | 0,986614 | 1,02107 |
| L81269 | 1,013227 | 0,039826 | 0,452599 | 1,013227 | 0,913619 | 1,024963 | 0,919125 | 1,017616 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 0,970111 | 0,033593 | 0,190626 | 0,970111 | 0,867965 | 1,017547 | 0,885826 | 0,999643 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 0,987263 | 0,026896 | 0,465241 | 0,987263 | 0,926338 | 1,008687 | 0,932827 | 0,991797 |
| L83286 | 0,991029 | 0,027548 | 0,291278 | 0,991029 | 0,908958 | 1,013545 | 0,926528 | 1,003799 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 1,019907 | 0,017459 | 0,135548 | 1,019907 | 0,957491 | 1,044632 | 0,967805 | 1,040233 |
| L83289 | 1,016875 | 0,028805 | 0,247675 | 1,016875 | 0,935366 | 1,056673 | 0,942987 | 1,030082 |
| L83290 | 0,986101 | 0,020087 | 0,304119 | 0,986101 | 0,93468 | 1,007933 | 0,937492 | 0,995457 |
| L83292 | 1,047907 | 0,01579 | 0,018449 | 1,047907 | 0,942288 | 1,188663 | 0,952294 | 1,110036 |
| L83293 | 1,005949 | 0,022506 | 0,175033 | 1,005949 | 0,934974 | 1,028304 | 0,942561 | 1,019025 |
| L83294 | 0,985673 | 0,008956 | 0,10071 | 0,985673 | 0,951338 | 1,004393 | 0,95748 | 0,999259 |
| L83296 | 1,028761 | -0,00959 | 0,030641 | 1,028761 | 0,989574 | 1,094208 | 1,002518 | 1,082769 |
| L83297 | 0,971671 | 0,015753 | 0,093768 | 0,971671 | 0,912125 | 1,010983 | 0,918162 | 0,994633 |
| L83298 | 1,001096 | 0,029098 | 0,08366 | 1,001096 | 0,875158 | 1,06228 | 0,895458 | 1,045626 |
| L83299 | 0,97651 | 0,013938 | 0,321562 | 0,97651 | 0,93942 | 0,986234 | 0,943985 | 0,982988 |
| L83300 | 0,981926 | 0,017789 | 0,101395 | 0,981926 | 0,91522 | 1,018932 | 0,923748 | 1,003943 |
| L83301 | 1,032954 | -0,00305 | 0,002996 | 1,032954 | 0,980409 | 1,085752 | 0,995804 | 1,080354 |
| L84302 | 0,988526 | 0,004761 | 0,043322 | 0,988526 | 0,962762 | 1,005533 | 0,964558 | 0,998806 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,101909 | 0,030337 | 0,23052 | 1,101909 | 1,011435 | 1,139202 | 1,027392 | 1,129476 |
| L84308 | 0,992515 | 0,003967 | 0,013901 | 0,992515 | 0,953089 | 1,020596 | 0,966824 | 1,011782 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 1,036671 | 0,010988 | 0,027716 | 1,036671 | 0,955664 | 1,087961 | 0,969879 | 1,078698 |
| L84310 | 1,013427 | 0,020135 | 0,051456 | 1,013427 | 0,917639 | 1,098222 | 0,927166 | 1,073218 |
| L84311 | 1,017481 | 0,004601 | 0,022691 | 1,017481 | 0,98527 | 1,040129 | 0,988444 | 1,034158 |
| L84314 | 0,983529 | 0,003045 | 0,003092 | 0,983529 | 0,925809 | 1,022985 | 0,9402 | 1,018079 |
| L84316 | 1,007216 | 0,007298 | 0,044266 | 1,007216 | 0,960301 | 1,028419 | 0,975683 | 1,023147 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,012343 | 0,019347 | 0,523269 | 1,012343 | 0,969267 | 1,016817 | 0,974479 | 1,014694 |
| L91324 | 0,978085 | 0,014382 | 0,112701 | 0,978085 | 0,929556 | 1,004387 | 0,934474 | 1,001054 |
| L91326 | 1,09108 | 0,039244 | 0,080363 | 1,09108 | 0,906242 | 1,198018 | 0,966442 | 1,165703 |
| L91327 | 0,989639 | 0,032866 | 0,494523 | 0,989639 | 0,900669 | 0,998329 | 0,919922 | 0,992172 |
| L91331 | 1,05638 | 0,008319 | 0,010896 | 1,05638 | 0,955486 | 1,123865 | 0,985964 | 1,106131 |
| L91332 | 1,015102 | 0,013152 | 0,06137 | 1,015102 | 0,953313 | 1,054496 | 0,967762 | 1,043407 |

Tableau 6.6.3 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{TE\Delta}_j$ pour la période 02/03-03/04

| DMU | $\widehat{TE\Delta}_j$ | $\widehat{Bi\grave{a}is}_B(\widehat{TE\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{TE\Delta}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|------------------------|---|----------|----------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 0,993237 | 0,018179 | 0,025607 | 0,993237 | 0,854595 | 1,099173 | 0,885508 | 1,041163 |
| L112 | 1,03819 | -0,0455 | 0,134248 | 1,03819 | 0,960893 | 1,199955 | 0,995713 | 1,173252 |
| L113 | 0,982944 | 0,053333 | 0,176201 | 0,982944 | 0,806681 | 1,065057 | 0,846352 | 1,033941 |
| L114 | 1,124518 | -0,09261 | 0,426384 | 1,124518 | 1,093128 | 1,355386 | 1,12583 | 1,327487 |
| L115 | 1,073681 | -0,04914 | 0,114717 | 1,073681 | 1,001534 | 1,281193 | 1,03318 | 1,249895 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 1,043711 | -0,03315 | 0,079393 | 1,043711 | 0,962552 | 1,192234 | 0,996245 | 1,164657 |
| L1110 | 1,10589 | -0,06929 | 0,854608 | 1,10589 | 1,087488 | 1,21178 | 1,10905 | 1,21178 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 1,103748 | -0,11282 | 0,842846 | 1,103748 | 1,099615 | 1,332152 | 1,124227 | 1,309969 |
| L1117 | 1,064632 | -0,08732 | 0,415668 | 1,064632 | 1,028332 | 1,272486 | 1,065144 | 1,25446 |
| L1118 | 0,905289 | 0,057171 | 0,498445 | 0,905289 | 0,810578 | 0,957045 | 0,810578 | 0,918534 |
| L1119 | 1,06285 | -0,06351 | 0,381074 | 1,06285 | 1,018363 | 1,226021 | 1,057541 | 1,216618 |
| L1120 | 1,100377 | -0,09776 | 0,491136 | 1,100377 | 1,075525 | 1,367032 | 1,084184 | 1,308029 |
| L1121 | 1,177434 | -0,16781 | 1,206256 | 1,345241 | 1,212861 | 1,493023 | 1,230917 | 1,455497 |
| L1122 | 0,992208 | 0,023624 | 0,035957 | 0,992208 | 0,867209 | 1,095583 | 0,896025 | 1,058714 |
| L1123 | 1,202633 | -0,14634 | 2,408015 | 1,34897 | 1,238963 | 1,405267 | 1,272831 | 1,405267 |
| L1124 | 1,010527 | -0,01727 | 0,011202 | 1,010527 | 0,884349 | 1,184975 | 0,905458 | 1,156992 |
| L1125 | 1,171993 | -0,13999 | 1,174261 | 1,311986 | 1,198305 | 1,454338 | 1,234508 | 1,403774 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,161135 | -0,14197 | 1,40416 | 1,303105 | 1,2016 | 1,441777 | 1,218627 | 1,389717 |
| L1228 | 1,057833 | -0,09047 | 0,616346 | 1,057833 | 1,048422 | 1,262697 | 1,060481 | 1,24051 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | 1 | -0,00286 | 0,011789 | 1 | 0,998269 | 1,032646 | 1 | 1,006234 |
| L1231 | 0,785322 | 0,170155 | 3,784855 | 0,615167 | 0,570643 | 0,710955 | 0,570643 | 0,686372 |
| L1232 | 0,979388 | -0,00802 | 0,005636 | 0,979388 | 0,895807 | 1,116905 | 0,923091 | 1,071769 |
| L1233 | 1,026756 | -0,02892 | 0,053326 | 1,026756 | 0,945277 | 1,178535 | 0,965411 | 1,146724 |
| L1234 | 0,778231 | 0,201613 | 3,218234 | 0,576618 | 0,485434 | 0,698587 | 0,502629 | 0,65754 |
| L1236 | 1 | -0,03278 | 0,164668 | 1 | 1 | 1,134022 | 1 | 1,106075 |
| L1237 | 0,908217 | 0,083229 | 0,327698 | 0,908217 | 0,653799 | 0,952845 | 0,718943 | 0,938453 |
| L1238 | 1 | -0,00757 | 0,01733 | 1 | 0,987418 | 1,068857 | 1 | 1,045897 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,039607 | -0,04234 | 0,121965 | 1,039607 | 0,959839 | 1,195708 | 0,973328 | 1,170061 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 1,200516 | -0,18968 | 2,422683 | 1,390193 | 1,242588 | 1,516325 | 1,280634 | 1,462695 |
| L1544 | 0,843945 | 0,119172 | 2,212163 | 0,724773 | 0,68789 | 0,828834 | 0,68789 | 0,799893 |
| L1545 | 0,926729 | 0,049426 | 0,262599 | 0,926729 | 0,793309 | 0,987417 | 0,818019 | 0,962271 |
| L1546 | 0,935333 | 0,045922 | 0,190275 | 0,935333 | 0,807206 | 1,011632 | 0,815598 | 0,981123 |
| L1347 | 1,068826 | -0,06119 | 0,180158 | 1,068826 | 1,006862 | 1,278525 | 1,02984 | 1,252862 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 1,0107 | 0,012023 | 0,011634 | 1,0107 | 0,909445 | 1,112975 | 0,914261 | 1,082639 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 1,011582 | -0,0176 | 0,029394 | 1,011582 | 0,940157 | 1,148333 | 0,966471 | 1,103227 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 0,951586 | 0,032362 | 0,083715 | 0,951586 | 0,828335 | 1,050385 | 0,856241 | 1,01184 |
| L1353 | 1 | 0,015437 | 0,024099 | 1 | 0,883751 | 1,103981 | 0,908307 | 1,06198 |
| L1354 | 0,971514 | 0,00268 | 0,000863 | 0,971514 | 0,892782 | 1,056694 | 0,922337 | 1,045495 |
| L1355 | 1,030613 | -0,00964 | 0,005208 | 1,030613 | 0,924271 | 1,158151 | 0,930179 | 1,14377 |
| L1356 | 1,016279 | -0,02181 | 0,027757 | 1,016279 | 0,927422 | 1,187477 | 0,938678 | 1,134323 |
| L1357 | 1,038655 | -0,02083 | 0,028127 | 1,038655 | 0,961242 | 1,176991 | 0,976783 | 1,160578 |
| L1358 | 0,990602 | 0,035654 | 0,089968 | 0,990602 | 0,847557 | 1,083484 | 0,861126 | 1,043745 |
| L1359 | 0,968324 | 0,004738 | 0,001847 | 0,968324 | 0,863651 | 1,078737 | 0,88432 | 1,035226 |
| L1360 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L1463 | 1 | 0,012281 | 0,070317 | 1 | 0,934863 | 1,003414 | 0,946733 | 1 |
| L1465 | 1,102224 | -0,11629 | 0,948784 | 1,102224 | 1,104954 | 1,340674 | 1,132857 | 1,305683 |
| L2168 | 0,998617 | -0,01455 | 0,011518 | 0,998617 | 0,882982 | 1,141257 | 0,914564 | 1,107795 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1,155779 | -0,1156 | 1,255769 | 1,271377 | 1,163166 | 1,354215 | 1,185004 | 1,337692 |
| L2175 | 1,081759 | -0,04689 | 0,20352 | 1,081759 | 1,020681 | 1,214496 | 1,038427 | 1,203193 |
| L2180 | 0,972555 | 0,041211 | 0,117794 | 0,972555 | 0,816877 | 1,059823 | 0,842268 | 1,024122 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,987738 | 0,032878 | 0,06757 | 0,987738 | 0,822877 | 1,086529 | 0,869118 | 1,053534 |
| L3183 | 1,000207 | 0,010773 | 0,009167 | 1,000207 | 0,898854 | 1,106652 | 0,909518 | 1,073181 |
| L3185 | 0,969021 | 0,028597 | 0,046453 | 0,969021 | 0,807164 | 1,082376 | 0,828336 | 1,042097 |
| L3298 | 1,063722 | -0,06473 | 0,263758 | 1,063722 | 0,99915 | 1,263563 | 1,037277 | 1,217713 |
| L32107 | 0,963575 | 0,001562 | 0,000333 | 0,963575 | 0,927149 | 1,058867 | 0,927149 | 1,043718 |
| L42113 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42116 | 1,008796 | -0,01414 | 0,012669 | 1,008796 | 0,889467 | 1,159936 | 0,925617 | 1,115858 |
| L43135 | 0,926539 | 0,040768 | 0,11163 | 0,926539 | 0,771737 | 1,000761 | 0,796228 | 0,971887 |
| L43136 | 0,901004 | 0,105678 | 0,663755 | 0,901004 | 0,668682 | 0,948365 | 0,705946 | 0,892642 |
| L43138 | 1 | -0,00724 | 0,007376 | 1 | 0,928325 | 1,105736 | 0,939473 | 1,082465 |
| L51148 | 0,75667 | 0,26229 | 5,426414 | 0,49438 | 0,384312 | 0,59597 | 0,411716 | 0,580374 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,053281 | -0,02632 | 0,030211 | 1,053281 | 0,945382 | 1,229437 | 0,974203 | 1,19111 |
| L52167 | 0,973581 | 0,045223 | 0,172443 | 0,973581 | 0,830772 | 1,045504 | 0,847391 | 1,018965 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 1 | -0,01735 | 0,067778 | 1 | 0,976031 | 1,115481 | 1 | 1,072938 |
| L52172 | 1,092675 | -0,0717 | 0,312326 | 1,092675 | 1,034507 | 1,284442 | 1,075662 | 1,249159 |
| L52174 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52175 | 1,02395 | 0,035983 | 0,141673 | 1,02395 | 0,893251 | 1,047901 | 0,913393 | 1,047901 |
| L53177 | 1,088395 | -0,06791 | 0,291811 | 1,088395 | 1,050714 | 1,259915 | 1,073427 | 1,237596 |
| L61182 | 1,066931 | -0,06275 | 0,294963 | 1,066931 | 1,019523 | 1,23951 | 1,046516 | 1,217159 |
| L61184 | 1,059456 | -0,0316 | 0,09231 | 1,059456 | 0,980604 | 1,18605 | 1,023933 | 1,168368 |
| L61187 | 1,033041 | -0,02198 | 0,026395 | 1,033041 | 0,899571 | 1,180744 | 0,964623 | 1,152004 |
| L61189 | 1,06075 | -0,06058 | 0,267277 | 1,06075 | 1,032557 | 1,248682 | 1,042409 | 1,225399 |
| L62191 | 0,991239 | 0,033952 | 0,067734 | 0,991239 | 0,83528 | 1,081695 | 0,854798 | 1,06212 |
| L62193 | 0,884263 | 0,06756 | 0,541077 | 0,884263 | 0,768502 | 0,927269 | 0,768527 | 0,912634 |
| L62195 | 0,931205 | 0,090165 | 0,364461 | 0,931205 | 0,74084 | 0,998776 | 0,751672 | 0,954997 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 1,022055 | -0,0242 | 0,024886 | 1,022055 | 0,878839 | 1,194668 | 0,941898 | 1,159601 |
| L63203 | 1,144365 | -0,12284 | 0,874772 | 1,144365 | 1,128979 | 1,394615 | 1,170255 | 1,372779 |
| L63206 | 0,966989 | 0,044959 | 0,128912 | 0,966989 | 0,799487 | 1,035522 | 0,811471 | 1,005151 |
| L63208 | 1,123521 | -0,10454 | 0,515592 | 1,123521 | 1,101762 | 1,359467 | 1,121127 | 1,326168 |
| L63210 | 1,140657 | -0,1498 | 1,231036 | 1,290459 | 1,168733 | 1,439611 | 1,184211 | 1,405047 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 1,127942 | -0,09287 | 1,330366 | 1,220815 | 1,125335 | 1,284784 | 1,158415 | 1,255884 |
| L63213 | 1,224143 | -0,20034 | 4,719403 | 1,424487 | 1,310326 | 1,472121 | 1,361382 | 1,448286 |
| L63215 | 1,090956 | -0,0801 | 0,369555 | 1,090956 | 1,029179 | 1,295576 | 1,080512 | 1,267428 |
| L64216 | 1,019459 | 0,009448 | 0,004737 | 1,019459 | 0,882838 | 1,165666 | 0,913817 | 1,121915 |
| L64217 | 1,030969 | -0,02413 | 0,036789 | 1,030969 | 0,935632 | 1,186616 | 0,950504 | 1,144706 |
| L64219 | 1,027434 | -0,02561 | 0,027872 | 1,027434 | 0,923555 | 1,205932 | 0,938831 | 1,17739 |
| L64220 | 1,169627 | -0,17267 | 1,732103 | 1,342292 | 1,198353 | 1,475247 | 1,247741 | 1,449428 |
| L64221 | 1,069306 | -0,08308 | 0,402901 | 1,069306 | 1,025447 | 1,282711 | 1,050339 | 1,253467 |
| L64223 | 1,081179 | -0,08221 | 0,384364 | 1,081179 | 1,038288 | 1,299065 | 1,054515 | 1,273798 |
| L71229 | 1,022013 | -0,01332 | 0,00939 | 1,022013 | 0,896604 | 1,166479 | 0,924668 | 1,131101 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | 1,02607 | -0,01374 | 0,017608 | 1,02607 | 0,932718 | 1,143364 | 0,948954 | 1,113861 |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 0,91767 | 0,039495 | 0,148855 | 0,91767 | 0,821071 | 0,994232 | 0,835341 | 0,949986 |
| L71237 | 0,950007 | 0,051671 | 0,252364 | 0,950007 | 0,795984 | 0,994151 | 0,814172 | 0,972427 |
| L71238 | 0,932791 | 0,071529 | 0,366609 | 0,932791 | 0,755854 | 0,972503 | 0,776739 | 0,952497 |
| L71240 | 1,031659 | -0,01576 | 0,015982 | 1,031659 | 0,939026 | 1,177563 | 0,960593 | 1,149651 |
| L71241 | 1 | -0,00069 | 0,002081 | 1 | 0,989831 | 1,014966 | 1 | 1,009775 |
| L71242 | 0,884881 | 0,091541 | 1,641086 | 0,79334 | 0,769762 | 0,886377 | 0,769762 | 0,857463 |
| L71243 | 1,022798 | -0,01415 | 0,023668 | 1,022798 | 0,955141 | 1,12621 | 0,958757 | 1,105654 |
| L71245 | 1 | 2,22E-16 | -5,6E-16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71246 | 0,987917 | 0,011269 | 0,008872 | 0,987917 | 0,864499 | 1,089375 | 0,880007 | 1,059965 |
| L82256 | 0,977202 | 0,043788 | 0,081169 | 0,977202 | 0,803968 | 1,105671 | 0,825783 | 1,049521 |
| L82257 | 0,909016 | 0,053417 | 0,353556 | 0,909016 | 0,800482 | 0,959866 | 0,818033 | 0,940717 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 0,981156 | 0,023155 | 0,033076 | 0,981156 | 0,830952 | 1,084053 | 0,868396 | 1,056975 |
| L81269 | 1,029621 | -0,0215 | 0,031965 | 1,029621 | 0,93824 | 1,191643 | 0,97317 | 1,166646 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 0,962772 | 0,00672 | 0,00753 | 0,962772 | 0,925544 | 1,042621 | 0,925544 | 1,030158 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 1,049847 | -0,05018 | 0,138196 | 1,049847 | 0,972364 | 1,2292 | 0,999888 | 1,201009 |
| L83286 | 1,018776 | -0,03858 | 0,113591 | 1,018776 | 0,947827 | 1,189552 | 0,986197 | 1,148616 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 0,993994 | 0,010907 | 0,008907 | 0,993994 | 0,868864 | 1,105158 | 0,893418 | 1,073241 |
| L83289 | 1,066511 | -0,05869 | 0,289306 | 1,066511 | 1,007251 | 1,239897 | 1,033961 | 1,21917 |
| L83290 | 1,085813 | -0,09397 | 0,642474 | 1,085813 | 1,085858 | 1,308259 | 1,098068 | 1,261415 |
| L83292 | 1 | 0,000927 | 0,024965 | 1 | 0,990103 | 1 | 1 | 1 |
| L83293 | 0,946393 | 0,044543 | 0,143698 | 0,946393 | 0,791302 | 1,03345 | 0,826347 | 1,000407 |
| L83294 | 1,009269 | 0,002005 | 0,000277 | 1,009269 | 0,890483 | 1,12919 | 0,912949 | 1,091929 |
| L83296 | 1,148133 | -0,11195 | 0,832983 | 1,148133 | 1,130821 | 1,387171 | 1,167056 | 1,346087 |
| L83297 | 1,080222 | -0,09061 | 0,636178 | 1,080222 | 1,06078 | 1,285078 | 1,098598 | 1,251131 |
| L83298 | 0,921207 | 0,038491 | 0,168408 | 0,921207 | 0,842414 | 1,010523 | 0,842414 | 0,963082 |
| L83299 | 1,025713 | -0,00804 | 0,003892 | 1,025713 | 0,905294 | 1,171272 | 0,940506 | 1,130481 |
| L83300 | 1,130856 | -0,13377 | 0,852346 | 1,130856 | 1,145462 | 1,426781 | 1,163949 | 1,391036 |
| L83301 | 1,020128 | 0,009459 | 0,006896 | 1,020128 | 0,892809 | 1,112783 | 0,923169 | 1,087922 |
| L84302 | 1,03963 | -0,02942 | 0,038289 | 1,03963 | 0,930109 | 1,219803 | 0,965839 | 1,18991 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,117127 | -0,1052 | 0,868525 | 1,117127 | 1,113537 | 1,347145 | 1,134458 | 1,314726 |
| L84308 | 0,993089 | 0,005702 | 0,00236 | 0,993089 | 0,894608 | 1,093913 | 0,901037 | 1,071568 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 1,059312 | -0,0348 | 0,154854 | 1,059312 | 1,001842 | 1,171642 | 1,012471 | 1,15052 |
| L84310 | 0,94455 | 0,024187 | 0,069696 | 0,94455 | 0,843473 | 1,021494 | 0,87944 | 0,998055 |
| L84311 | 1,010732 | -0,00619 | 0,00252 | 1,010732 | 0,893473 | 1,152896 | 0,922381 | 1,108635 |
| L84314 | 1,028779 | -0,03843 | 0,097255 | 1,028779 | 0,937298 | 1,192721 | 0,982997 | 1,160958 |
| L84316 | 1,017974 | 0,001106 | 7,14E-05 | 1,017974 | 0,889525 | 1,143926 | 0,906589 | 1,125252 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,039507 | -0,0198 | 0,02079 | 1,039507 | 0,918279 | 1,179261 | 0,954567 | 1,1747 |
| L91324 | 1,056293 | -0,06269 | 0,21884 | 1,056293 | 1,006959 | 1,266771 | 1,02394 | 1,22835 |
| L91326 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91327 | 1,019021 | -0,03086 | 0,056019 | 1,019021 | 0,945123 | 1,188547 | 0,980598 | 1,155725 |
| L91331 | 0,980739 | 0,017689 | 0,02933 | 0,980739 | 0,846059 | 1,065987 | 0,882945 | 1,038849 |
| L91332 | 1 | -0,01532 | 0,028916 | 1 | 0,933125 | 1,106652 | 0,955434 | 1,095492 |

Tableau 6.6.4 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{S\Delta}_j$ pour la période 02/03-03/04

| DMU | $\widehat{S\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{S\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{S\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------------|--|----------|-----------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,008649 | 0,013821 | 0,105699 | 1,008649 | 0,962415 | 1,035617 | 0,966301 | 1,024081 |
| L112 | 0,989556 | 0,00476 | 0,008053 | 0,989556 | 0,939898 | 1,030861 | 0,948326 | 1,024405 |
| L113 | 0,998149 | 0,043084 | 1,003874 | 0,955066 | 0,916056 | 1,001487 | 0,927145 | 0,985365 |
| L114 | 0,990953 | 0,059831 | 1,472024 | 0,931122 | 0,891022 | 0,983116 | 0,894851 | 0,96857 |
| L115 | 0,994786 | 0,023563 | 0,200743 | 0,994786 | 0,930589 | 1,02624 | 0,93637 | 1,010318 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,994306 | 0,043763 | 0,540197 | 0,994306 | 0,902125 | 1,027533 | 0,91217 | 0,999947 |
| L1110 | 1,005582 | 0,025489 | 0,184153 | 1,005582 | 0,924569 | 1,03941 | 0,938095 | 1,030187 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,979625 | 0,047789 | 0,612078 | 0,979625 | 0,880819 | 1,01051 | 0,887653 | 0,983743 |
| L1117 | 0,983895 | 0,047909 | 0,973916 | 0,983895 | 0,894018 | 0,987169 | 0,902186 | 0,972814 |
| L1118 | 1,037526 | 0,025998 | 0,209435 | 1,037526 | 0,956872 | 1,065912 | 0,96667 | 1,052671 |
| L1119 | 1,039617 | 0,003126 | 0,002605 | 1,039617 | 0,977141 | 1,1144 | 0,99817 | 1,076963 |
| L1120 | 0,995678 | 0,059132 | 0,902866 | 0,995678 | 0,884582 | 1,006444 | 0,894661 | 0,997428 |
| L1121 | 0,959929 | 0,057707 | 1,199973 | 0,902222 | 0,863048 | 0,973462 | 0,868381 | 0,944688 |
| L1122 | 1,002474 | 0,018979 | 0,124268 | 1,002474 | 0,938584 | 1,046179 | 0,950595 | 1,027427 |
| L1123 | 0,946472 | 0,0463 | 0,517007 | 0,946472 | 0,841132 | 0,955034 | 0,850648 | 0,941926 |
| L1124 | 0,994075 | 0,046131 | 0,575483 | 0,994075 | 0,89344 | 1,020695 | 0,912923 | 1,003063 |
| L1125 | 1,010907 | 0,031329 | 0,466922 | 1,010907 | 0,944639 | 1,031666 | 0,949409 | 1,019784 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 0,992157 | 0,051024 | 0,953095 | 0,992157 | 0,889871 | 0,989852 | 0,900671 | 0,979771 |
| L1228 | 1,00413 | 0,079029 | 2,17292 | 0,925101 | 0,880571 | 0,989868 | 0,886663 | 0,967543 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | 1,019656 | -0,05603 | 0,846901 | 1,019656 | 1,02075 | 1,135106 | 1,029083 | 1,128024 |
| L1231 | 1,076268 | -0,04606 | 0,363428 | 1,076268 | 1,048408 | 1,187735 | 1,054497 | 1,180951 |
| L1232 | 1,007015 | 0,002835 | 0,00328 | 1,007015 | 0,965433 | 1,05851 | 0,967112 | 1,047492 |
| L1233 | 0,998243 | 0,021667 | 0,228266 | 0,998243 | 0,941152 | 1,023591 | 0,943738 | 1,013476 |
| L1234 | 1,002045 | 0,02054 | 0,163931 | 1,002045 | 0,937385 | 1,0409 | 0,942446 | 1,022809 |
| L1236 | 0,98085 | 0,071852 | 1,787382 | 0,908998 | 0,864254 | 0,959935 | 0,874146 | 0,948793 |
| L1237 | 0,985565 | 0,064529 | 1,46007 | 0,921036 | 0,885295 | 0,988527 | 0,887788 | 0,969668 |
| L1238 | 1,026261 | 0,00805 | 0,013252 | 1,026261 | 0,960503 | 1,09806 | 0,963462 | 1,064867 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 0,999476 | 0,032183 | 0,439007 | 0,999476 | 0,926868 | 1,031065 | 0,935938 | 1,003821 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 1,011121 | 0,003063 | 0,003481 | 1,011121 | 0,964404 | 1,064628 | 0,970474 | 1,044983 |
| L1544 | 0,952465 | 0,040259 | 0,822826 | 0,952465 | 0,871219 | 0,96438 | 0,882201 | 0,947413 |
| L1545 | 0,984217 | 0,043793 | 0,821598 | 0,984217 | 0,902434 | 0,985631 | 0,907861 | 0,972947 |
| L1546 | 1,003347 | -0,01759 | 0,169911 | 1,003347 | 0,988684 | 1,076663 | 0,992568 | 1,053811 |
| L1347 | 1,021517 | 0,013356 | 0,060761 | 1,021517 | 0,966254 | 1,074386 | 0,973971 | 1,051882 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 0,986825 | 0,039824 | 0,884703 | 0,986825 | 0,913347 | 0,990426 | 0,923885 | 0,974827 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 0,991968 | -0,08538 | 3,253167 | 1,077349 | 1,045364 | 1,13663 | 1,048508 | 1,113551 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 1,030973 | 0,019378 | 0,082364 | 1,030973 | 0,958 | 1,116065 | 0,97228 | 1,056343 |
| L1353 | 0,997325 | 0,036926 | 0,495974 | 0,997325 | 0,92348 | 1,018151 | 0,925172 | 1,002657 |
| L1354 | 0,98431 | 0,028203 | 0,195604 | 0,98431 | 0,897529 | 1,014603 | 0,904561 | 1,007109 |
| L1355 | 0,997029 | 0,06411 | 2,25526 | 0,932919 | 0,898361 | 0,982204 | 0,903016 | 0,967314 |
| L1356 | 1,008472 | 0,069168 | 1,474105 | 0,939304 | 0,900029 | 1,012773 | 0,904508 | 0,994632 |
| L1357 | 1,00082 | 0,04191 | 0,575768 | 1,00082 | 0,912766 | 1,024751 | 0,926617 | 0,990697 |
| L1358 | 1,008849 | 0,018762 | 0,170754 | 1,008849 | 0,954763 | 1,032925 | 0,957718 | 1,023801 |
| L1359 | 1,007065 | -0,01259 | 0,062879 | 1,007065 | 0,975831 | 1,075377 | 0,983694 | 1,053143 |
| L1360 | 0,885147 | 0,023917 | 0,135632 | 0,885147 | 0,803152 | 0,92572 | 0,816844 | 0,909902 |
| L1463 | 0,979372 | -0,01273 | 0,01973 | 0,979372 | 0,928962 | 1,103023 | 0,938315 | 1,089446 |
| L1465 | 0,977426 | 0,131248 | 3,890179 | 0,846178 | 0,783337 | 0,914261 | 0,796574 | 0,896612 |
| L2168 | 0,997943 | 0,013503 | 0,069554 | 0,997943 | 0,942825 | 1,050585 | 0,950764 | 1,025097 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1,01908 | 0,011152 | 0,035703 | 1,01908 | 0,953703 | 1,082179 | 0,961172 | 1,050716 |
| L2175 | 0,999368 | 0,020926 | 0,208724 | 0,999368 | 0,942622 | 1,034103 | 0,947576 | 1,013672 |
| L2180 | 1,000253 | 0,030824 | 0,316621 | 1,000253 | 0,92885 | 1,048496 | 0,934212 | 1,012596 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,995805 | 0,039297 | 0,628523 | 0,995805 | 0,91951 | 1,012371 | 0,924828 | 0,987628 |
| L3183 | 0,990461 | 0,004561 | 0,008485 | 0,990461 | 0,942102 | 1,044376 | 0,948233 | 1,022348 |
| L3185 | 1,054048 | -0,05802 | 1,180812 | 1,112072 | 1,066297 | 1,163959 | 1,070228 | 1,153388 |
| L3298 | 1,0043 | 0,031336 | 0,507765 | 1,0043 | 0,935554 | 1,016438 | 0,939571 | 1,008956 |
| L32107 | 1,186233 | -0,03691 | 0,113251 | 1,186233 | 1,124364 | 1,322352 | 1,145675 | 1,296995 |
| L42113 | 0,655963 | 0,107463 | 2,122403 | 0,5485 | 0,491519 | 0,618786 | 0,49857 | 0,606913 |
| L42116 | 0,973934 | 0,075131 | 1,660727 | 0,898803 | 0,852789 | 0,960918 | 0,859437 | 0,947317 |
| L43135 | 1,041915 | -0,04285 | 0,578414 | 1,041915 | 1,035465 | 1,142504 | 1,0406 | 1,1185 |
| L43136 | 0,998941 | 0,016293 | 0,084345 | 0,998941 | 0,935905 | 1,051619 | 0,947998 | 1,023009 |
| L43138 | 1,01864 | 0,012384 | 0,030139 | 1,01864 | 0,94152 | 1,087352 | 0,95561 | 1,062015 |
| L51148 | 0,868302 | 0,158782 | 7,634751 | 0,70952 | 0,6573 | 0,763261 | 0,669538 | 0,750528 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,003752 | 0,012139 | 0,067029 | 1,003752 | 0,953941 | 1,050394 | 0,961653 | 1,032139 |
| L52167 | 1,010293 | 0,034403 | 0,445014 | 1,010293 | 0,927027 | 1,028278 | 0,934595 | 1,011034 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,963262 | 0,033212 | 0,470178 | 0,963262 | 0,888562 | 0,972074 | 0,893975 | 0,966121 |
| L52172 | 1,021826 | 0,029469 | 0,284743 | 1,021826 | 0,946415 | 1,053396 | 0,955607 | 1,040904 |
| L52174 | 1,057723 | 0,019289 | 0,129605 | 1,057723 | 0,994063 | 1,08807 | 1,000091 | 1,079769 |
| L52175 | 1,021904 | 0,032589 | 0,770706 | 1,021904 | 0,956885 | 1,027549 | 0,964382 | 1,017472 |
| L53177 | 0,981825 | 0,066656 | 1,804066 | 0,915169 | 0,876367 | 0,969206 | 0,880275 | 0,948303 |
| L61182 | 0,996335 | 0,048566 | 0,901647 | 0,996335 | 0,899455 | 1,006057 | 0,910618 | 0,982726 |
| L61184 | 0,957837 | 0,137168 | 4,459606 | 0,820669 | 0,767037 | 0,892537 | 0,774271 | 0,87473 |
| L61187 | 1,002659 | 0,04089 | 0,708843 | 1,002659 | 0,922213 | 1,004514 | 0,934817 | 0,995653 |
| L61189 | 0,997535 | 0,068278 | 1,18977 | 0,929258 | 0,87873 | 1,00177 | 0,885875 | 0,984908 |
| L62191 | 1,005979 | 0,058934 | 1,716293 | 0,947045 | 0,908185 | 0,997848 | 0,922945 | 0,979178 |
| L62193 | 1,007339 | 0,085868 | 2,332974 | 0,921471 | 0,872932 | 0,981987 | 0,88767 | 0,961863 |
| L62195 | 0,973935 | 0,047641 | 0,689447 | 0,973935 | 0,883431 | 1,005392 | 0,890612 | 0,968097 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,984851 | 0,040654 | 0,511439 | 0,984851 | 0,901512 | 1,017601 | 0,906091 | 0,984466 |
| L63203 | 1,006817 | 0,06712 | 1,287184 | 0,939697 | 0,894726 | 1,0079 | 0,900053 | 0,988569 |
| L63206 | 0,993225 | 0,036144 | 0,454919 | 0,993225 | 0,915361 | 1,019741 | 0,92047 | 1,003518 |
| L63208 | 0,982553 | 0,056753 | 0,643396 | 0,982553 | 0,870073 | 1,008507 | 0,886817 | 0,98884 |
| L63210 | 1,002003 | 0,05246 | 0,915396 | 1,002003 | 0,909344 | 1,008183 | 0,914627 | 0,996834 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 1,0355 | 0,042794 | 0,339128 | 1,0355 | 0,936416 | 1,073926 | 0,947126 | 1,066054 |
| L63213 | 1,081185 | 0,070854 | 0,782289 | 1,081185 | 0,947908 | 1,085897 | 0,962215 | 1,073767 |
| L63215 | 1,013968 | 0,0121 | 0,045151 | 1,013968 | 0,963707 | 1,08665 | 0,97002 | 1,0439 |
| L64216 | 0,995645 | 0,023134 | 0,186065 | 0,995645 | 0,928753 | 1,026707 | 0,939818 | 1,020021 |
| L64217 | 1,004003 | -0,01044 | 0,058304 | 1,004003 | 0,981629 | 1,061474 | 0,987921 | 1,045744 |
| L64219 | 1,002512 | 0,002787 | 0,002981 | 1,002512 | 0,964859 | 1,076564 | 0,971571 | 1,032188 |
| L64220 | 1,016864 | 0,033495 | 0,317002 | 1,016864 | 0,935517 | 1,041284 | 0,943932 | 1,022479 |
| L64221 | 1,007724 | 0,034045 | 0,4357 | 1,007724 | 0,929342 | 1,024585 | 0,935766 | 1,014173 |
| L64223 | 0,995916 | 0,031128 | 0,282498 | 0,995916 | 0,920942 | 1,03279 | 0,925281 | 1,008789 |
| L71229 | 0,999412 | 0,025073 | 0,242739 | 0,999412 | 0,933871 | 1,029872 | 0,943697 | 1,019174 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | 0,985637 | 0,018131 | 0,092659 | 0,985637 | 0,912065 | 1,023454 | 0,930747 | 1,012513 |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 0,996288 | 0,021351 | 0,121083 | 0,996288 | 0,912477 | 1,034213 | 0,928774 | 1,027602 |
| L71237 | 0,99393 | 0,023725 | 0,294525 | 0,99393 | 0,931431 | 1,008401 | 0,94126 | 1,002169 |
| L71238 | 1,0366 | 0,016732 | 0,09814 | 1,0366 | 0,969183 | 1,067188 | 0,981304 | 1,063332 |
| L71240 | 0,994983 | 0,041186 | 0,771431 | 0,994983 | 0,915764 | 1,011752 | 0,924517 | 0,997899 |
| L71241 | 0,961816 | 0,019962 | 0,218291 | 0,961816 | 0,899414 | 0,98226 | 0,91081 | 0,974618 |
| L71242 | 0,992773 | 0,09865 | 3,498595 | 0,894122 | 0,841669 | 0,944487 | 0,857287 | 0,931614 |
| L71243 | 1,099851 | -0,07425 | 1,634313 | 1,174097 | 1,126545 | 1,226168 | 1,131042 | 1,215204 |
| L71245 | 1,136715 | -0,13425 | 4,927986 | 1,270963 | 1,217037 | 1,341793 | 1,230355 | 1,319081 |
| L71246 | 1,027979 | 0,028654 | 0,16025 | 1,027979 | 0,934623 | 1,066805 | 0,943111 | 1,054651 |
| L82256 | 0,992955 | 0,03584 | 0,457124 | 0,992955 | 0,915058 | 1,018759 | 0,921244 | 1,000409 |
| L82257 | 1,156309 | -0,08273 | 0,797589 | 1,156309 | 1,161052 | 1,330467 | 1,180136 | 1,315383 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 0,994342 | 0,042504 | 0,826049 | 0,994342 | 0,913307 | 0,987913 | 0,921727 | 0,972709 |
| L81269 | 1,003658 | 0,000379 | 4,16E-05 | 1,003658 | 0,957873 | 1,06451 | 0,968207 | 1,051395 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,110674 | -0,08103 | 1,014412 | 1,191706 | 1,106604 | 1,268321 | 1,124725 | 1,251153 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 0,996388 | 0,022465 | 0,201389 | 0,996388 | 0,936441 | 1,024963 | 0,942571 | 1,015129 |
| L83286 | 1,007374 | 0,028406 | 0,305491 | 1,007374 | 0,938081 | 1,033081 | 0,945259 | 1,021374 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 1,001754 | 0,018469 | 0,137677 | 1,001754 | 0,946809 | 1,048562 | 0,95148 | 1,023904 |
| L83289 | 0,906629 | 0,103972 | 1,881318 | 0,802657 | 0,739012 | 0,880889 | 0,749277 | 0,869237 |
| L83290 | 0,991056 | 0,062474 | 1,641893 | 0,928582 | 0,88624 | 0,97989 | 0,89539 | 0,974075 |
| L83292 | 0,940685 | 0,05399 | 0,504977 | 0,940685 | 0,825403 | 0,968229 | 0,837529 | 0,941274 |
| L83293 | 1,015414 | 0,000981 | 0,000356 | 1,015414 | 0,976544 | 1,085891 | 0,980862 | 1,047425 |
| L83294 | 0,980171 | 0,093233 | 3,072075 | 0,886938 | 0,850046 | 0,94777 | 0,854274 | 0,933426 |
| L83296 | 1,002311 | -0,02054 | 0,11763 | 1,002311 | 0,978114 | 1,08888 | 0,986453 | 1,080049 |
| L83297 | 0,996798 | 0,07158 | 1,213971 | 0,925217 | 0,86691 | 0,98703 | 0,880039 | 0,973467 |
| L83298 | 1,067126 | -0,02604 | 0,192589 | 1,067126 | 1,042585 | 1,149943 | 1,045954 | 1,13652 |
| L83299 | 1,002012 | 0,027248 | 0,325782 | 1,002012 | 0,93627 | 1,033989 | 0,941505 | 1,009729 |
| L83300 | 0,987817 | 0,073301 | 1,351801 | 0,914515 | 0,872327 | 0,984983 | 0,874711 | 0,977965 |
| L83301 | 0,979479 | 0,068473 | 1,471148 | 0,911005 | 0,861497 | 0,976739 | 0,867813 | 0,959154 |
| L84302 | 1,001629 | 0,025574 | 0,227425 | 1,001629 | 0,933943 | 1,042286 | 0,942087 | 1,009352 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 0,872042 | 0,094051 | 1,270672 | 0,777991 | 0,712036 | 0,875202 | 0,728014 | 0,852839 |
| L84308 | 1,008424 | 0,04135 | 0,730118 | 1,008424 | 0,926243 | 1,013859 | 0,932951 | 1,003226 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 0,973773 | 0,03694 | 0,461899 | 0,973773 | 0,882921 | 0,997203 | 0,901907 | 0,977325 |
| L84310 | 1,03996 | 0,011616 | 0,025494 | 1,03996 | 0,96112 | 1,096326 | 0,973748 | 1,080542 |
| L84311 | 0,991725 | 0,002543 | 0,002213 | 0,991725 | 0,945126 | 1,047727 | 0,948109 | 1,032903 |
| L84314 | 0,972406 | 0,057233 | 1,121159 | 0,915173 | 0,869038 | 0,979645 | 0,881013 | 0,960002 |
| L84316 | 1,000103 | 0,033725 | 0,497824 | 1,000103 | 0,926153 | 1,01777 | 0,930466 | 0,999774 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,002228 | 0,036127 | 0,597815 | 1,002228 | 0,927546 | 1,024242 | 0,933546 | 1,009797 |
| L91324 | 0,996808 | 0,083811 | 2,006514 | 0,912998 | 0,87688 | 0,988567 | 0,877882 | 0,960784 |
| L91326 | 0,986668 | 0,017989 | 0,139403 | 0,986668 | 0,932963 | 1,027996 | 0,937019 | 1,009391 |
| L91327 | 0,993173 | 0,046179 | 0,600354 | 0,993173 | 0,894921 | 1,015886 | 0,908129 | 0,988841 |
| L91331 | 1,000648 | 0,010345 | 0,057498 | 1,000648 | 0,953059 | 1,034838 | 0,961289 | 1,022772 |
| L91332 | 1,006365 | -0,00586 | 0,007069 | 1,006365 | 0,95071 | 1,078584 | 0,957365 | 1,057264 |

Tableau 6.6.5 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de \widehat{M}_j pour la période 01/02-02/03

| DMU | \widehat{M}_j | $\widehat{Biais}_B(\widehat{M}_j)$ | r_j | \widehat{M}_j | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------|------------------------------------|----------|-----------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,246364 | -0,40046 | 8,962578 | 1,646823 | 1,526723 | 1,796078 | 1,559469 | 1,753313 |
| L112 | 1,007129 | -0,00226 | 0,000153 | 1,007129 | 0,834085 | 1,194351 | 0,881652 | 1,141827 |
| L113 | 1,005245 | 0,053003 | 0,119835 | 1,005245 | 0,809976 | 1,092949 | 0,839475 | 1,072102 |
| L114 | 1,083704 | 0,035642 | 0,029465 | 1,083704 | 0,910559 | 1,300294 | 0,922235 | 1,187973 |
| L115 | 1,09245 | 0,003596 | 0,000318 | 1,09245 | 0,905187 | 1,286839 | 0,94341 | 1,27063 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 1,035066 | 0,028066 | 0,023469 | 1,035066 | 0,846497 | 1,210068 | 0,869672 | 1,155846 |
| L1110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,996641 | 0,145331 | 0,473745 | 0,996641 | 0,672219 | 1,073042 | 0,693483 | 1,045658 |
| L1117 | 1,057111 | 0,016205 | 0,006639 | 1,057111 | 0,86553 | 1,236706 | 0,898593 | 1,209703 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 0,984825 | 0,107321 | 0,388879 | 0,984825 | 0,741842 | 1,046307 | 0,755215 | 0,998032 |
| L1120 | 0,954356 | 0,247502 | 1,356359 | 0,706854 | 0,539387 | 0,991807 | 0,559991 | 0,872726 |
| L1121 | 1,011984 | 0,251926 | 1,114089 | 0,760059 | 0,548192 | 1,059532 | 0,616327 | 0,940125 |
| L1122 | 1,054229 | 0,035356 | 0,036085 | 1,054229 | 0,887451 | 1,209186 | 0,900532 | 1,188624 |
| L1123 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1124 | 1,04579 | -0,13326 | 0,458797 | 1,04579 | 0,986424 | 1,382445 | 1,025165 | 1,345528 |
| L1125 | 1,156905 | 0,051011 | 0,063646 | 1,156905 | 0,934638 | 1,309646 | 0,989424 | 1,27233 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,015559 | 0,28528 | 1,774794 | 0,730279 | 0,551304 | 0,942013 | 0,564808 | 0,871485 |
| L1228 | 0,894589 | 0,207639 | 1,602363 | 0,68695 | 0,556906 | 0,858872 | 0,584747 | 0,822238 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 1,153902 | -0,39718 | 12,52357 | 1,55108 | 1,448489 | 1,66608 | 1,468803 | 1,636444 |
| L1232 | 1,165812 | -0,41069 | 9,196058 | 1,576502 | 1,460179 | 1,7004 | 1,481322 | 1,689586 |
| L1233 | 1,304243 | -0,49666 | 12,82977 | 1,800908 | 1,680722 | 1,931074 | 1,711756 | 1,908454 |
| L1234 | 1,148355 | -0,44768 | 17,83334 | 1,59604 | 1,501877 | 1,725397 | 1,524378 | 1,68367 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,133619 | -0,33309 | 5,236913 | 1,466708 | 1,335327 | 1,610848 | 1,370228 | 1,592558 |
| L1238 | 0,931298 | 0,171056 | 0,856555 | 0,931298 | 0,60128 | 0,936863 | 0,634918 | 0,908719 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,020829 | -0,0193 | 0,010419 | 1,020829 | 0,861386 | 1,222702 | 0,89661 | 1,192758 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1544 | 1,005871 | -0,32593 | 11,01486 | 1,331803 | 1,25327 | 1,434187 | 1,266366 | 1,417896 |
| L1545 | 1,063895 | -0,09825 | 0,476571 | 1,063895 | 1,042105 | 1,336239 | 1,072928 | 1,268566 |
| L1546 | 0,973221 | 0,090295 | 0,298006 | 0,973221 | 0,748357 | 1,089908 | 0,765662 | 1,027549 |
| L1347 | 1,047824 | -0,03244 | 0,027884 | 1,047824 | 0,917467 | 1,290418 | 0,924502 | 1,233702 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 1,046274 | -0,1182 | 0,558315 | 1,046274 | 1,040174 | 1,381453 | 1,066521 | 1,307035 |
| L1353 | 0,971231 | 0,146517 | 0,88021 | 0,971231 | 0,707062 | 1,022925 | 0,721846 | 0,925685 |
| L1354 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1355 | 1,012903 | 0,021728 | 0,014527 | 1,012903 | 0,848939 | 1,176178 | 0,864121 | 1,130508 |
| L1356 | 0,997657 | 0,019352 | 0,009427 | 0,997657 | 0,79576 | 1,201206 | 0,817087 | 1,125536 |
| L1357 | 0,988718 | 0,095708 | 0,280788 | 0,988718 | 0,749818 | 1,086157 | 0,762144 | 1,040191 |
| L1358 | 1,096723 | -0,16095 | 1,444707 | 1,257671 | 1,140807 | 1,39115 | 1,152806 | 1,363102 |
| L1359 | 0,994341 | -0,05683 | 0,121657 | 0,994341 | 0,89012 | 1,211347 | 0,917365 | 1,168365 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 0,600415 | 0,883799 | 14,12969 | -0,28338 | -0,45898 | -0,02819 | -0,43706 | -0,07237 |
| L1465 | 0,948072 | 0,092586 | 0,26821 | 0,948072 | 0,7017 | 1,051874 | 0,738112 | 1,014063 |
| L2168 | 1,077728 | -0,14348 | 0,744917 | 1,077728 | 1,065817 | 1,381666 | 1,093447 | 1,342984 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1,061998 | 0,116216 | 0,431585 | 1,061998 | 0,774229 | 1,114737 | 0,825163 | 1,063531 |
| L2175 | 0,962674 | 0,290716 | 2,942478 | 0,671958 | 0,541811 | 0,844724 | 0,561992 | 0,807539 |
| L2180 | 1,010357 | -0,01451 | 0,00901 | 1,010357 | 0,898371 | 1,186141 | 0,917429 | 1,151703 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,977701 | 0,06708 | 0,149346 | 0,977701 | 0,768718 | 1,102002 | 0,776636 | 1,03829 |
| L3183 | 0,994194 | 0,071053 | 0,171357 | 0,994194 | 0,775418 | 1,11387 | 0,794392 | 1,064866 |
| L3185 | 1,048605 | -0,14336 | 0,862835 | 1,048605 | 1,058844 | 1,336661 | 1,080247 | 1,30661 |
| L3298 | 1,060559 | -0,01198 | 0,005231 | 1,060559 | 0,926364 | 1,245829 | 0,944143 | 1,217012 |
| L32107 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43135 | 1,001519 | -0,08214 | 0,259914 | 1,001519 | 0,924849 | 1,239796 | 0,94583 | 1,195196 |
| L43136 | 1,065615 | -0,17136 | 1,226967 | 1,23698 | 1,1102 | 1,403304 | 1,125013 | 1,361551 |
| L43138 | 0,956221 | 0,047997 | 0,089941 | 0,956221 | 0,756481 | 1,054686 | 0,787957 | 1,024108 |
| L51148 | 1,376258 | -0,83473 | 122,7122 | 2,210991 | 2,133345 | 2,280263 | 2,155677 | 2,271427 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,043471 | 0,054178 | 0,070437 | 1,043471 | 0,802544 | 1,216108 | 0,858579 | 1,17338 |
| L52167 | 1,048469 | -0,07073 | 0,213028 | 1,048469 | 0,985804 | 1,287238 | 1,016686 | 1,235662 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,8376 | 0,322792 | 3,403346 | 0,514807 | 0,383135 | 0,697666 | 0,402919 | 0,660983 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 0,898833 | 0,061747 | 0,382897 | 0,898833 | 0,744932 | 0,924211 | 0,76777 | 0,915251 |
| L52175 | 0,99308 | 0,108674 | 0,56254 | 0,99308 | 0,756198 | 1,036004 | 0,774197 | 0,998291 |
| L53177 | 1,001407 | 0,124511 | 0,423399 | 1,001407 | 0,708269 | 1,069066 | 0,749877 | 1,01816 |
| L61182 | 0,907921 | 0,272585 | 2,26414 | 0,635336 | 0,482915 | 0,806227 | 0,517837 | 0,783511 |
| L61184 | 0,953006 | 0,131949 | 0,561413 | 0,953006 | 0,661783 | 0,996804 | 0,691044 | 0,983468 |
| L61187 | 1,021287 | 0,043595 | 0,067337 | 1,021287 | 0,824832 | 1,143741 | 0,859542 | 1,092043 |
| L61189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62191 | 1,189378 | -0,2346 | 1,974554 | 1,423982 | 1,265274 | 1,597992 | 1,295892 | 1,561919 |
| L62193 | 0,928333 | -0,04344 | 0,103182 | 0,928333 | 0,869003 | 1,12054 | 0,885651 | 1,110791 |
| L62195 | 0,988251 | -0,05833 | 0,103866 | 0,988251 | 0,90846 | 1,268919 | 0,924539 | 1,191714 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 1,012352 | -0,00094 | 2,01E-05 | 1,012352 | 0,830076 | 1,24247 | 0,869332 | 1,185723 |
| L63203 | 1,054487 | 0,100727 | 0,191911 | 1,054487 | 0,732265 | 1,188102 | 0,776359 | 1,142869 |
| L63206 | 1,096159 | -0,17981 | 1,417526 | 1,275973 | 1,138847 | 1,40985 | 1,164015 | 1,378151 |
| L63208 | 0,917391 | 0,401071 | 2,977915 | 0,51632 | 0,301398 | 0,761986 | 0,35662 | 0,675181 |
| L63210 | 1,011649 | 0,102168 | 0,227457 | 1,011649 | 0,727032 | 1,135588 | 0,758373 | 1,08152 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 1,046396 | 0,04275 | 0,049197 | 1,046396 | 0,840604 | 1,217648 | 0,878308 | 1,189814 |
| L63213 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63215 | 1,0526 | 0,017372 | 0,009159 | 1,0526 | 0,894278 | 1,229746 | 0,911026 | 1,208145 |
| L64216 | 1,047133 | 0,038163 | 0,034762 | 1,047133 | 0,821216 | 1,224397 | 0,863982 | 1,172405 |
| L64217 | 0,967082 | 0,165525 | 0,800257 | 0,967082 | 0,633958 | 0,996591 | 0,661386 | 0,947206 |
| L64219 | 0,976751 | 0,113041 | 0,255351 | 0,976751 | 0,685501 | 1,098751 | 0,704162 | 1,049504 |
| L64220 | 0,997798 | 0,219002 | 0,924681 | 0,997798 | 0,583443 | 1,036932 | 0,621005 | 0,979261 |
| L64221 | 1,001417 | 0,079938 | 0,155017 | 1,001417 | 0,747706 | 1,139902 | 0,768294 | 1,090106 |
| L64223 | 0,96056 | 0,194608 | 0,849774 | 0,96056 | 0,571294 | 1,003998 | 0,611603 | 0,923098 |
| L71229 | 0,949932 | 0,173433 | 0,732579 | 0,949932 | 0,566494 | 0,933183 | 0,609257 | 0,916527 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 0,997276 | -0,04453 | 0,089122 | 0,997276 | 0,887085 | 1,177967 | 0,943407 | 1,161776 |
| L71237 | 1,041265 | -0,04785 | 0,090523 | 1,041265 | 0,943207 | 1,226765 | 0,95699 | 1,213581 |
| L71238 | 1,019402 | -0,04307 | 0,062028 | 1,019402 | 0,914616 | 1,246075 | 0,942896 | 1,191101 |
| L71240 | 1,04847 | -0,05493 | 0,110418 | 1,04847 | 0,955978 | 1,277884 | 0,988788 | 1,246903 |
| L71241 | 0,98566 | 0,059847 | 0,169449 | 0,98566 | 0,798905 | 1,067583 | 0,816914 | 1,036971 |
| L71242 | 0,994702 | -0,20646 | 3,781327 | 1,201167 | 1,105798 | 1,317443 | 1,131344 | 1,278844 |
| L71243 | 1,061794 | 0,115093 | 0,523215 | 1,061794 | 0,801238 | 1,088773 | 0,813473 | 1,073211 |
| L71245 | 0,901119 | 0,044067 | 0,09405 | 0,901119 | 0,719195 | 1,010508 | 0,731722 | 0,966968 |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 1,079646 | -0,16706 | 1,003527 | 1,246702 | 1,107965 | 1,433326 | 1,125965 | 1,387096 |
| L82257 | 1,048618 | -0,13438 | 0,743783 | 1,048618 | 1,032697 | 1,352795 | 1,063976 | 1,297416 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 1,005486 | 0,009149 | 0,002846 | 1,005486 | 0,858394 | 1,180743 | 0,869612 | 1,119162 |
| L81269 | 1,031615 | 0,120033 | 0,452251 | 1,031615 | 0,760986 | 1,124831 | 0,777262 | 1,064859 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,159652 | -0,33913 | 5,461749 | 1,498781 | 1,366187 | 1,625715 | 1,387177 | 1,617177 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 1,025041 | 0,037265 | 0,039625 | 1,025041 | 0,847865 | 1,217944 | 0,859044 | 1,138888 |
| L83286 | 0,988086 | 0,09508 | 0,248619 | 0,988086 | 0,740635 | 1,129372 | 0,764885 | 1,044621 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 0,928837 | 0,209748 | 1,484207 | 0,719089 | 0,574534 | 0,899718 | 0,591865 | 0,836692 |
| L83289 | 1,025762 | -0,0321 | 0,040636 | 1,025762 | 0,925884 | 1,25097 | 0,956379 | 1,210869 |
| L83290 | 0,981607 | 0,107027 | 0,418802 | 0,981607 | 0,738035 | 1,014332 | 0,7606 | 0,994086 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 1,020537 | -0,02088 | 0,012795 | 1,020537 | 0,902316 | 1,27704 | 0,922567 | 1,16659 |
| L83294 | 0,940777 | 0,105249 | 0,410931 | 0,940777 | 0,702069 | 1,008862 | 0,726656 | 0,975107 |
| L83296 | 0,917017 | 0,311562 | 1,524461 | 0,605455 | 0,385619 | 0,888815 | 0,410816 | 0,797246 |
| L83297 | 1,003352 | 0,03337 | 0,03824 | 1,003352 | 0,835323 | 1,153222 | 0,852672 | 1,103563 |
| L83298 | 0,988864 | 0,011034 | 0,00398 | 0,988864 | 0,805935 | 1,156468 | 0,850729 | 1,11885 |
| L83299 | 0,992297 | 0,149767 | 0,667371 | 0,992297 | 0,670834 | 1,032191 | 0,704576 | 0,984675 |
| L83300 | 0,952256 | 0,214857 | 0,828187 | 0,952256 | 0,553321 | 0,987352 | 0,57481 | 0,956982 |
| L83301 | 1,039068 | -0,05077 | 0,08628 | 1,039068 | 0,946644 | 1,251586 | 0,960992 | 1,217531 |
| L84302 | 1,097728 | -0,15984 | 0,764241 | 1,097728 | 1,114071 | 1,477303 | 1,128078 | 1,419838 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,040113 | 0,198919 | 0,674789 | 1,040113 | 0,631043 | 1,092017 | 0,683633 | 1,071086 |
| L84308 | 0,940926 | 0,058618 | 0,13877 | 0,940926 | 0,737058 | 1,041601 | 0,766238 | 1,000875 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 0,894658 | 0,306516 | 2,657123 | 0,588142 | 0,417299 | 0,786739 | 0,473982 | 0,734627 |
| L84310 | 0,954892 | 0,141895 | 0,611915 | 0,954892 | 0,669025 | 1,045013 | 0,67482 | 0,955631 |
| L84311 | 0,920403 | 0,201561 | 1,303005 | 0,718842 | 0,580737 | 0,933801 | 0,599839 | 0,862351 |
| L84314 | 1,025116 | -0,09709 | 0,384909 | 1,025116 | 0,990656 | 1,292551 | 1,013731 | 1,226209 |
| L84316 | 1,050562 | -0,04548 | 0,076918 | 1,050562 | 0,954421 | 1,275565 | 0,968382 | 1,21043 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,038976 | 0,056363 | 0,103061 | 1,038976 | 0,812386 | 1,138763 | 0,845031 | 1,117182 |
| L91324 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91326 | 1,165279 | -0,07004 | 0,166554 | 1,165279 | 1,101597 | 1,437817 | 1,122416 | 1,381206 |
| L91327 | 1,02194 | 0,02964 | 0,021339 | 1,02194 | 0,849094 | 1,225242 | 0,86665 | 1,155437 |
| L91331 | 1,011837 | 0,000997 | 4,63E-05 | 1,011837 | 0,884525 | 1,150568 | 0,912193 | 1,130376 |
| L91332 | 0,97633 | 0,103406 | 0,333166 | 0,97633 | 0,706839 | 1,047874 | 0,74311 | 1,038763 |

Tableau 6.6.6 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$ pour la période 01/02-02/03

| DMU | $\widehat{T\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{T\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{T\Delta}_j}$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------------|--|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 0,996037 | 0,007486 | 0,024118 | 0,996037 | 0,943427 | 1,033375 | 0,950552 | 1,020481 |
| L112 | 1,022645 | -0,031 | 0,42914 | 1,022645 | 1,004127 | 1,091211 | 1,016571 | 1,08595 |
| L113 | 1,019316 | -0,11039 | 2,951874 | 1,129711 | 1,061106 | 1,177988 | 1,081315 | 1,173066 |
| L114 | 1,034876 | -0,06572 | 2,240209 | 1,1006 | 1,060671 | 1,137942 | 1,067218 | 1,132874 |
| L115 | 1,041295 | -0,07091 | 4,469143 | 1,112201 | 1,078555 | 1,141784 | 1,089293 | 1,13279 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 1,024939 | -0,03923 | 1,109748 | 1,064171 | 1,027508 | 1,099878 | 1,035606 | 1,090267 |
| L1110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 1,054855 | -0,03388 | 0,732741 | 1,054855 | 1,047198 | 1,126403 | 1,056747 | 1,116052 |
| L1117 | 1,027943 | -0,02155 | 0,432797 | 1,027943 | 1,0187 | 1,083711 | 1,025856 | 1,071019 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 1,020692 | -0,05336 | 1,062321 | 1,074053 | 1,02254 | 1,127962 | 1,036998 | 1,113059 |
| L1120 | 1,035193 | -0,05893 | 1,743352 | 1,094121 | 1,051837 | 1,137709 | 1,06506 | 1,125338 |
| L1121 | 1,027902 | -0,02515 | 0,586768 | 1,027902 | 1,023101 | 1,083109 | 1,028889 | 1,078614 |
| L1122 | 1,051112 | -0,0493 | 1,777268 | 1,10041 | 1,064736 | 1,14167 | 1,074364 | 1,129708 |
| L1123 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1124 | 1,025836 | -0,07955 | 3,061326 | 1,105382 | 1,061523 | 1,148572 | 1,075306 | 1,144754 |
| L1125 | 1,058502 | -0,09498 | 3,6193 | 1,153484 | 1,100182 | 1,19516 | 1,112302 | 1,18904 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,070745 | -0,11569 | 2,288157 | 1,186435 | 1,111123 | 1,249304 | 1,129217 | 1,243399 |
| L1228 | 1,049347 | -0,09669 | 2,145062 | 1,146037 | 1,077201 | 1,207525 | 1,091731 | 1,199409 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 1,033204 | -0,16374 | 9,782698 | 1,196941 | 1,14283 | 1,241774 | 1,156437 | 1,232998 |
| L1232 | 1,024897 | -0,0853 | 3,568806 | 1,110193 | 1,068595 | 1,145691 | 1,074935 | 1,140473 |
| L1233 | 1,047659 | -0,08455 | 4,2298 | 1,132211 | 1,099925 | 1,170082 | 1,103835 | 1,159911 |
| L1234 | 1,052879 | -0,23789 | 18,86116 | 1,290767 | 1,244985 | 1,347048 | 1,247573 | 1,330538 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,031109 | -0,06576 | 2,023218 | 1,096869 | 1,058042 | 1,139338 | 1,060527 | 1,131837 |
| L1238 | 0,866284 | 0,202437 | 5,846683 | 0,663848 | 0,590447 | 0,738574 | 0,608886 | 0,724323 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,025908 | -0,07269 | 2,170486 | 1,098602 | 1,056137 | 1,152511 | 1,061531 | 1,13726 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1544 | 1,027415 | -0,21867 | 13,05059 | 1,246085 | 1,195169 | 1,313391 | 1,201968 | 1,298018 |
| L1545 | 1,096104 | -0,07322 | 1,42301 | 1,16932 | 1,117236 | 1,227683 | 1,124145 | 1,214948 |
| L1546 | 1,00229 | 0,102516 | 2,236065 | 0,899774 | 0,83175 | 0,963933 | 0,844603 | 0,946205 |
| L1347 | 1,017449 | -0,09201 | 3,115145 | 1,10946 | 1,048447 | 1,148538 | 1,077401 | 1,141718 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 0,995575 | -0,03551 | 0,389017 | 0,995575 | 0,971745 | 1,0726 | 0,994517 | 1,068967 |
| L1353 | 1,042663 | -0,0642 | 1,516809 | 1,106859 | 1,051465 | 1,159874 | 1,065587 | 1,14642 |
| L1354 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1355 | 1,02561 | -0,06309 | 1,238347 | 1,088695 | 1,040969 | 1,144408 | 1,045017 | 1,13046 |
| L1356 | 1,038715 | -0,07165 | 1,548696 | 1,110362 | 1,062103 | 1,172236 | 1,066773 | 1,152332 |
| L1357 | 1,018221 | -0,07201 | 1,878855 | 1,090231 | 1,046519 | 1,142804 | 1,05302 | 1,133286 |
| L1358 | 1,019702 | -0,04282 | 1,094149 | 1,062522 | 1,026043 | 1,099684 | 1,028222 | 1,093448 |
| L1359 | 1,005379 | -0,01782 | 0,093074 | 1,005379 | 0,973642 | 1,083551 | 0,981465 | 1,073105 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 0,860386 | 0,258596 | 9,066152 | 0,60179 | 0,525816 | 0,691548 | 0,538462 | 0,675391 |
| L1465 | 1,035333 | -0,06725 | 2,010674 | 1,102581 | 1,061949 | 1,148858 | 1,071845 | 1,137997 |
| L2168 | 1,01201 | -0,01221 | 0,11531 | 1,01201 | 0,989483 | 1,062888 | 0,997697 | 1,053044 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1,061066 | -0,09779 | 4,741087 | 1,15886 | 1,121984 | 1,199979 | 1,127686 | 1,193639 |
| L2175 | 0,985971 | 0,05103 | 1,086719 | 0,934941 | 0,883202 | 0,983204 | 0,899917 | 0,979134 |
| L2180 | 1,029332 | -0,06004 | 1,449728 | 1,089376 | 1,040822 | 1,134555 | 1,048343 | 1,125752 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 1,01679 | -0,02922 | 0,514727 | 1,01679 | 1,008915 | 1,085183 | 1,013152 | 1,075558 |
| L3183 | 1,026391 | 0,028228 | 0,248399 | 1,026391 | 0,950561 | 1,056493 | 0,957149 | 1,04659 |
| L3185 | 1,018721 | -0,07041 | 2,347152 | 1,089135 | 1,04322 | 1,127118 | 1,05462 | 1,12094 |
| L3298 | 1,013843 | -0,05981 | 1,633137 | 1,07365 | 1,032662 | 1,115671 | 1,036782 | 1,105393 |
| L32107 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43135 | 1,009485 | -0,02094 | 0,155516 | 1,009485 | 0,980934 | 1,077437 | 0,991265 | 1,070771 |
| L43136 | 0,969215 | 0,028604 | 0,094263 | 0,969215 | 0,859083 | 1,036195 | 0,873458 | 1,017234 |
| L43138 | 1,005645 | -0,04146 | 0,546535 | 1,005645 | 0,997062 | 1,1058 | 1,001462 | 1,097497 |
| L51148 | 1,033847 | -0,13258 | 4,715437 | 1,166426 | 1,102712 | 1,21637 | 1,119876 | 1,207872 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,000058 | 0,018879 | 0,164502 | 1,000058 | 0,937232 | 1,021486 | 0,946182 | 1,016626 |
| L52167 | 1,035725 | -0,08247 | 3,448927 | 1,118192 | 1,08314 | 1,168236 | 1,088348 | 1,151301 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,902855 | 0,277911 | 7,616727 | 0,624944 | 0,542997 | 0,718974 | 0,555556 | 0,695309 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 0,87327 | 0,0165 | 0,056228 | 0,87327 | 0,791628 | 0,918556 | 0,803634 | 0,912985 |
| L52175 | 0,993346 | -0,04538 | 0,508049 | 0,993346 | 0,984379 | 1,108373 | 0,989895 | 1,09018 |
| L53177 | 1,018182 | -0,06588 | 2,08313 | 1,084061 | 1,036238 | 1,123626 | 1,05111 | 1,120987 |
| L61182 | 1,030611 | -0,03534 | 0,581888 | 1,030611 | 1,020096 | 1,108771 | 1,026442 | 1,098127 |
| L61184 | 1,100337 | -0,14048 | 4,583536 | 1,240822 | 1,175639 | 1,30174 | 1,192747 | 1,293967 |
| L61187 | 1,054758 | -0,08401 | 2,387347 | 1,13877 | 1,088189 | 1,189507 | 1,096224 | 1,178046 |
| L61189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62191 | 1,129624 | -0,13707 | 6,946238 | 1,266691 | 1,219384 | 1,311972 | 1,22506 | 1,302409 |
| L62193 | 1,033546 | -0,13569 | 5,201124 | 1,169233 | 1,117651 | 1,226094 | 1,123979 | 1,211885 |
| L62195 | 1,032117 | -0,08201 | 1,973226 | 1,11413 | 1,050046 | 1,163615 | 1,066291 | 1,15153 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 1,03995 | -0,09474 | 4,242626 | 1,134691 | 1,092803 | 1,174969 | 1,100668 | 1,173772 |
| L63203 | 1,072454 | -0,11829 | 8,293321 | 1,190741 | 1,152174 | 1,231958 | 1,164144 | 1,219462 |
| L63206 | 1,034766 | -0,07444 | 2,184335 | 1,109205 | 1,065999 | 1,152625 | 1,07359 | 1,143535 |
| L63208 | 1,04979 | -0,02875 | 0,135773 | 1,04979 | 1,005076 | 1,156104 | 1,022059 | 1,144962 |
| L63210 | 1,055939 | -0,10758 | 4,862719 | 1,163514 | 1,11614 | 1,210322 | 1,124898 | 1,19492 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 1,122807 | -0,21572 | 8,645027 | 1,338524 | 1,266694 | 1,41249 | 1,283259 | 1,39739 |
| L63213 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63215 | 1,022862 | -0,06178 | 1,026133 | 1,084646 | 1,016567 | 1,140982 | 1,043928 | 1,126446 |
| L64216 | 1,016484 | -0,03629 | 0,850855 | 1,016484 | 1,015833 | 1,093849 | 1,026771 | 1,084075 |
| L64217 | 1,003479 | 0,003496 | 0,006935 | 1,003479 | 0,957991 | 1,040022 | 0,967515 | 1,033152 |
| L64219 | 1,017265 | -0,02534 | 0,369587 | 1,017265 | 1,000074 | 1,080594 | 1,011464 | 1,073253 |
| L64220 | 1,047748 | -0,09937 | 4,121014 | 1,147118 | 1,100444 | 1,195245 | 1,110777 | 1,183142 |
| L64221 | 1,035072 | -0,05763 | 1,437357 | 1,092704 | 1,050393 | 1,138791 | 1,058224 | 1,126594 |
| L64223 | 1,014845 | -0,01306 | 0,09773 | 1,014845 | 0,989855 | 1,067947 | 0,998852 | 1,060941 |
| L71229 | 1,024104 | -0,017 | 0,223433 | 1,024104 | 1,006735 | 1,075131 | 1,012237 | 1,069195 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 1,03633 | -0,03385 | 0,282487 | 1,03633 | 1,009209 | 1,12197 | 1,024595 | 1,116103 |
| L71237 | 1,019671 | -0,02505 | 0,295717 | 1,019671 | 1,004782 | 1,081944 | 1,017052 | 1,075592 |
| L71238 | 1,017817 | -0,07772 | 2,673118 | 1,095535 | 1,045677 | 1,137678 | 1,05508 | 1,126217 |
| L71240 | 1,018613 | -0,04015 | 0,977178 | 1,018613 | 1,019222 | 1,098852 | 1,024704 | 1,093584 |
| L71241 | 0,978803 | 0,046899 | 0,298638 | 0,978803 | 0,855828 | 1,02011 | 0,870947 | 1,00421 |
| L71242 | 1,013238 | -0,18585 | 9,9992 | 1,199091 | 1,146383 | 1,252074 | 1,15392 | 1,24488 |
| L71243 | 1,084127 | -0,0887 | 2,950835 | 1,172829 | 1,129509 | 1,22615 | 1,133069 | 1,216509 |
| L71245 | 1,545051 | -0,72219 | 99,61521 | 2,267238 | 2,190031 | 2,339432 | 2,21409 | 2,313782 |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 1,023059 | -0,08186 | 2,235335 | 1,104918 | 1,040059 | 1,147966 | 1,064236 | 1,143895 |
| L82257 | 1,03529 | -0,10047 | 2,272729 | 1,135757 | 1,071908 | 1,202151 | 1,080328 | 1,181731 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 1,025708 | -0,03593 | 0,756138 | 1,025708 | 1,023595 | 1,099082 | 1,029969 | 1,088608 |
| L81269 | 1,007113 | 0,026331 | 0,282974 | 1,007113 | 0,935559 | 1,032883 | 0,943616 | 1,014137 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,017348 | -0,03881 | 0,314448 | 1,017348 | 0,998074 | 1,121269 | 1,004155 | 1,107248 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 1,032659 | -0,02002 | 0,238401 | 1,032659 | 1,018743 | 1,096167 | 1,023941 | 1,087403 |
| L83286 | 1,041421 | -0,01852 | 0,143664 | 1,041421 | 1,011272 | 1,104249 | 1,018319 | 1,093531 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 1,002254 | 0,036411 | 0,257974 | 1,002254 | 0,895295 | 1,02576 | 0,916315 | 1,019043 |
| L83289 | 0,996562 | 0,038718 | 0,478606 | 0,996562 | 0,90977 | 1,016161 | 0,913573 | 0,997263 |
| L83290 | 1,043814 | -0,07556 | 3,402794 | 1,119378 | 1,081885 | 1,159816 | 1,08767 | 1,153601 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 1,007759 | 0,010637 | 0,023159 | 1,007759 | 0,942145 | 1,067175 | 0,948 | 1,057457 |
| L83294 | 1,029046 | -0,0681 | 2,294732 | 1,097142 | 1,057543 | 1,140631 | 1,06507 | 1,129416 |
| L83296 | 0,968962 | 0,028998 | 0,366958 | 0,968962 | 0,893952 | 0,991249 | 0,903057 | 0,977235 |
| L83297 | 1,0449 | -0,06224 | 1,604996 | 1,107141 | 1,066742 | 1,151929 | 1,071064 | 1,14387 |
| L83298 | 0,954456 | 0,002316 | 0,000792 | 0,954456 | 0,870326 | 1,028636 | 0,884772 | 1,016994 |
| L83299 | 1,026261 | -0,0406 | 0,956416 | 1,026261 | 1,029972 | 1,108662 | 1,038771 | 1,095892 |
| L83300 | 1,024481 | -0,03324 | 0,34148 | 1,024481 | 1,00611 | 1,110422 | 1,018135 | 1,101634 |
| L83301 | 1,029333 | -0,03528 | 0,389658 | 1,029333 | 1,011736 | 1,114636 | 1,023793 | 1,105467 |
| L84302 | 1,01794 | -0,02132 | 0,390627 | 1,01794 | 1,007065 | 1,071373 | 1,014042 | 1,064658 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,065045 | 0,067664 | 1,054339 | 0,997381 | 0,939188 | 1,06351 | 0,953717 | 1,051229 |
| L84308 | 1,028528 | -0,04751 | 1,150034 | 1,076039 | 1,03491 | 1,118813 | 1,044957 | 1,1109 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 1,145446 | -0,03139 | 0,113831 | 1,145446 | 1,093222 | 1,275544 | 1,109178 | 1,258436 |
| L84310 | 0,992903 | 0,018191 | 0,040935 | 0,992903 | 0,902554 | 1,084215 | 0,913457 | 1,046833 |
| L84311 | 1,03662 | 0,006083 | 0,015706 | 1,03662 | 0,987006 | 1,080158 | 0,990914 | 1,067558 |
| L84314 | 1,038574 | -0,03836 | 0,479059 | 1,038574 | 1,022307 | 1,130823 | 1,03743 | 1,118878 |
| L84316 | 1,009993 | -0,02404 | 0,367437 | 1,009993 | 0,9991 | 1,072311 | 1,001003 | 1,063957 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,020854 | -0,02454 | 0,273557 | 1,020854 | 1,002551 | 1,084914 | 1,009629 | 1,079656 |
| L91324 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91326 | 1,161872 | -0,06016 | 0,253065 | 1,161872 | 1,125566 | 1,350373 | 1,14042 | 1,329793 |
| L91327 | 1,065768 | -0,10055 | 4,499872 | 1,166314 | 1,11289 | 1,202982 | 1,12936 | 1,198926 |
| L91331 | 0,943624 | 0,086917 | 1,628521 | 0,856706 | 0,794822 | 0,921718 | 0,812533 | 0,913655 |
| L91332 | 1,010723 | 0,011966 | 0,050404 | 1,010723 | 0,949014 | 1,042803 | 0,956854 | 1,035004 |

Tableau 6.6.7 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{TE\Delta}_j$ pour la période 01/02-02/03

| DMU | $\widehat{TE\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{TE\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{TE\Delta}}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|------------------------|---|----------|----------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,295898 | -0,49913 | 23,69947 | 1,795028 | 1,699711 | 1,913178 | 1,716846 | 1,86506 |
| L112 | 1,005197 | 0,017943 | 0,020232 | 1,005197 | 0,873082 | 1,113979 | 0,891538 | 1,072499 |
| L113 | 0,983948 | 0,14469 | 1,060512 | 0,839258 | 0,723815 | 0,987857 | 0,741925 | 0,948314 |
| L114 | 1,03125 | 0,123093 | 0,62082 | 1,03125 | 0,795372 | 1,060412 | 0,805353 | 1,036438 |
| L115 | 1,067598 | -0,01943 | 0,017952 | 1,067598 | 0,956146 | 1,229822 | 0,964878 | 1,206782 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 1,011387 | 0,045532 | 0,11758 | 1,011387 | 0,856504 | 1,11288 | 0,876042 | 1,052713 |
| L1110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,981356 | 0,116753 | 0,812415 | 0,981356 | 0,746524 | 0,991678 | 0,767624 | 0,970707 |
| L1117 | 1,074158 | -0,11152 | 0,745439 | 1,074158 | 1,08291 | 1,30611 | 1,10815 | 1,282692 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 0,97525 | 0,073477 | 0,456786 | 0,97525 | 0,79177 | 1,014795 | 0,820827 | 0,986678 |
| L1120 | 0,921921 | 0,29846 | 4,643963 | 0,623461 | 0,507905 | 0,790287 | 0,538269 | 0,736676 |
| L1121 | 1,002533 | 0,190424 | 1,393336 | 0,812109 | 0,677619 | 0,9853 | 0,694762 | 0,935377 |
| L1122 | 1,003303 | 0,027744 | 0,049022 | 1,003303 | 0,867828 | 1,104916 | 0,891127 | 1,087968 |
| L1123 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1124 | 1,029488 | -0,04514 | 0,083811 | 1,029488 | 0,941618 | 1,238112 | 0,960619 | 1,210499 |
| L1125 | 1,075618 | 0,110703 | 0,437949 | 1,075618 | 0,834386 | 1,131785 | 0,843582 | 1,112822 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 0,93962 | 0,360108 | 6,718445 | 0,579513 | 0,468993 | 0,699465 | 0,482213 | 0,676783 |
| L1228 | 0,908298 | 0,20223 | 2,459856 | 0,706068 | 0,600438 | 0,839016 | 0,616831 | 0,807685 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 1,255795 | -0,50958 | 43,72514 | 1,765375 | 1,710714 | 1,863306 | 1,718067 | 1,838362 |
| L1232 | 1,146156 | -0,31425 | 10,0952 | 1,460409 | 1,365586 | 1,562635 | 1,388994 | 1,530074 |
| L1233 | 1,25971 | -0,43772 | 13,42954 | 1,697427 | 1,603447 | 1,804711 | 1,613752 | 1,778919 |
| L1234 | 1,099445 | -0,23278 | 6,850106 | 1,33223 | 1,270714 | 1,436652 | 1,2746 | 1,418626 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,081607 | -0,22135 | 4,379411 | 1,302954 | 1,202572 | 1,403852 | 1,239071 | 1,387904 |
| L1238 | 1 | -0,00798 | 0,019497 | 1 | 0,993975 | 1,058394 | 1 | 1,040304 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,008332 | 0,026025 | 0,033787 | 1,008332 | 0,843078 | 1,12668 | 0,868847 | 1,087816 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1544 | 0,987164 | -0,05135 | 0,382078 | 0,987164 | 0,974328 | 1,134885 | 0,979801 | 1,126747 |
| L1545 | 0,954512 | 0,023453 | 0,115003 | 0,954512 | 0,909024 | 1,036475 | 0,909024 | 0,992139 |
| L1546 | 0,975627 | -0,01109 | 0,019231 | 0,975627 | 0,951253 | 1,081123 | 0,951253 | 1,059669 |
| L1347 | 1,021436 | 0,066245 | 0,152731 | 1,021436 | 0,830388 | 1,123833 | 0,840832 | 1,109214 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 1,015006 | -0,06216 | 0,437102 | 1,015006 | 1,014218 | 1,196418 | 1,030012 | 1,163191 |
| L1353 | 0,957425 | 0,140546 | 1,76162 | 0,816879 | 0,728731 | 0,922771 | 0,751776 | 0,891335 |
| L1354 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1355 | 0,982229 | 0,091377 | 0,349602 | 0,982229 | 0,744956 | 1,035653 | 0,767314 | 1,008496 |
| L1356 | 0,960215 | 0,083412 | 0,389069 | 0,960215 | 0,75874 | 1,029254 | 0,783809 | 0,965419 |
| L1357 | 0,967358 | 0,165795 | 1,419201 | 0,801563 | 0,675035 | 0,9367 | 0,684265 | 0,915927 |
| L1358 | 1,067994 | -0,10792 | 0,877733 | 1,067994 | 1,071639 | 1,28841 | 1,085371 | 1,268409 |
| L1359 | 1,006183 | -0,07199 | 0,58182 | 1,006183 | 0,987978 | 1,179012 | 1,012367 | 1,144126 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 0,911707 | 0,097181 | 8,056817 | 0,814526 | 0,766356 | 0,823415 | 0,784077 | 0,823415 |
| L1465 | 0,939537 | 0,177594 | 1,732644 | 0,761943 | 0,629038 | 0,889232 | 0,660827 | 0,856143 |
| L2168 | 1,075241 | -0,16599 | 1,787983 | 1,241229 | 1,121936 | 1,347415 | 1,153184 | 1,329221 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1 | 0,202897 | 2,624398 | 0,797103 | 0,681484 | 0,916465 | 0,70932 | 0,879076 |
| L2175 | 0,975539 | 0,172068 | 2,594711 | 0,803471 | 0,693921 | 0,900104 | 0,70701 | 0,872776 |
| L2180 | 0,994714 | 0,02469 | 0,037224 | 0,994714 | 0,865431 | 1,0993 | 0,877887 | 1,065326 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,978173 | 0,049874 | 0,173806 | 0,978173 | 0,826166 | 1,053295 | 0,841186 | 1,037361 |
| L3183 | 0,956358 | 0,065687 | 0,45344 | 0,956358 | 0,798492 | 0,989581 | 0,829249 | 0,948607 |
| L3185 | 1,028628 | -0,09657 | 0,818197 | 1,028628 | 1,025372 | 1,244764 | 1,043644 | 1,215403 |
| L3298 | 1,051023 | 0,022705 | 0,027058 | 1,051023 | 0,889215 | 1,176359 | 0,917561 | 1,150067 |
| L32107 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43135 | 1,00029 | -0,07586 | 0,601145 | 1,00029 | 1,001751 | 1,19321 | 1,010361 | 1,153177 |
| L43136 | 1,122786 | -0,27077 | 10,07471 | 1,393554 | 1,322225 | 1,495646 | 1,330683 | 1,453767 |
| L43138 | 0,969608 | 0,026538 | 0,150906 | 0,969608 | 0,876607 | 1,02415 | 0,903233 | 0,993684 |
| L51148 | 1,20135 | -0,41002 | 29,90714 | 1,611368 | 1,549923 | 1,685751 | 1,560686 | 1,679178 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,056209 | -0,02272 | 0,021803 | 1,056209 | 0,950863 | 1,244538 | 0,974059 | 1,20926 |
| L52167 | 1,011965 | 0,017677 | 0,022489 | 1,011965 | 0,885725 | 1,118726 | 0,905296 | 1,077663 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,920205 | 0,111177 | 2,50361 | 0,809028 | 0,723038 | 0,844944 | 0,74608 | 0,840411 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52175 | 1 | 0,083118 | 0,737668 | 1 | 0,827441 | 1 | 0,837917 | 0,993298 |
| L53177 | 1,002803 | 0,183741 | 1,342802 | 0,819062 | 0,681425 | 0,957556 | 0,719896 | 0,931331 |
| L61182 | 0,94176 | 0,179069 | 2,684692 | 0,762692 | 0,66307 | 0,869194 | 0,691256 | 0,841209 |
| L61184 | 0,90046 | 0,284174 | 6,337754 | 0,616286 | 0,512698 | 0,711506 | 0,534343 | 0,701935 |
| L61187 | 1,006626 | 0,052965 | 0,124673 | 1,006626 | 0,811971 | 1,095072 | 0,833724 | 1,05854 |
| L61189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62191 | 1,104448 | -0,14787 | 1,240363 | 1,252323 | 1,125459 | 1,373397 | 1,162076 | 1,349618 |
| L62193 | 0,965028 | -0,00384 | 0,00199 | 0,965028 | 0,930056 | 1,064841 | 0,930056 | 1,048289 |
| L62195 | 0,990654 | 0,009059 | 0,003369 | 0,990654 | 0,862998 | 1,15695 | 0,876147 | 1,107175 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,993886 | 0,067391 | 0,1606 | 0,993886 | 0,781896 | 1,077613 | 0,798198 | 1,067515 |
| L63203 | 0,988077 | 0,217981 | 1,766583 | 0,770096 | 0,623412 | 0,917641 | 0,645897 | 0,89294 |
| L63206 | 1,06133 | -0,10932 | 0,860717 | 1,06133 | 1,052958 | 1,275884 | 1,076378 | 1,258601 |
| L63208 | 0,868594 | 0,434799 | 8,115348 | 0,433795 | 0,287011 | 0,555865 | 0,305637 | 0,541702 |
| L63210 | 0,955002 | 0,215854 | 2,086383 | 0,739148 | 0,583206 | 0,887134 | 0,643269 | 0,862394 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 1 | 0,178305 | 2,621976 | 0,821695 | 0,717402 | 0,921664 | 0,747677 | 0,902945 |
| L63213 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63215 | 1,043239 | 0,021962 | 0,02582 | 1,043239 | 0,892952 | 1,184762 | 0,924464 | 1,150896 |
| L64216 | 1,025215 | 0,016094 | 0,011111 | 1,025215 | 0,864316 | 1,189039 | 0,893036 | 1,143142 |
| L64217 | 0,973875 | 0,101816 | 0,599429 | 0,973875 | 0,752088 | 1,024689 | 0,774518 | 0,961395 |
| L64219 | 0,968069 | 0,095381 | 0,420968 | 0,968069 | 0,738634 | 1,025223 | 0,764632 | 0,991608 |
| L64220 | 0,986759 | 0,225922 | 1,657331 | 0,760837 | 0,606115 | 0,943354 | 0,629777 | 0,90841 |
| L64221 | 0,961791 | 0,125599 | 0,834497 | 0,961791 | 0,721924 | 0,976698 | 0,744948 | 0,935334 |
| L64223 | 0,944315 | 0,196409 | 2,36919 | 0,747906 | 0,620951 | 0,857115 | 0,649326 | 0,846323 |
| L71229 | 0,943738 | 0,133477 | 1,033387 | 0,810262 | 0,701666 | 0,929211 | 0,711804 | 0,902772 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 0,967034 | -0,00757 | 0,00747 | 0,967034 | 0,934069 | 1,082342 | 0,934069 | 1,056639 |
| L71237 | 1,02798 | -0,04541 | 0,203774 | 1,02798 | 0,973452 | 1,154615 | 0,999449 | 1,146029 |
| L71238 | 1,000299 | -0,00256 | 0,000522 | 1,000299 | 0,907267 | 1,112571 | 0,920106 | 1,088183 |
| L71240 | 1,033798 | -0,02123 | 0,031287 | 1,033798 | 0,938206 | 1,199081 | 0,965581 | 1,155407 |
| L71241 | 1 | 0,035937 | 0,195563 | 1 | 0,865474 | 1 | 0,888364 | 1 |
| L71242 | 0,975115 | 0,005112 | 0,006577 | 0,975115 | 0,95023 | 1,047604 | 0,95023 | 1,028182 |
| L71243 | 0,989627 | 0,046114 | 0,174166 | 0,989627 | 0,839032 | 1,053522 | 0,863937 | 1,029014 |
| L71245 | 1 | 2,22E-16 | -5,5E-16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 1,055249 | -0,08427 | 0,352744 | 1,055249 | 1,018629 | 1,286169 | 1,029745 | 1,258815 |
| L82257 | 1,017514 | -0,06881 | 0,595663 | 1,017514 | 1,035029 | 1,187834 | 1,035029 | 1,168224 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 0,983111 | 0,028433 | 0,050213 | 0,983111 | 0,842314 | 1,100629 | 0,874175 | 1,065586 |
| L81269 | 1,011992 | 0,028287 | 0,052982 | 1,011992 | 0,89182 | 1,125041 | 0,910942 | 1,08835 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,038667 | -0,10065 | 1,310772 | 1,139319 | 1,077335 | 1,239724 | 1,077335 | 1,214713 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 0,998555 | 0,036964 | 0,078614 | 0,998555 | 0,849595 | 1,106747 | 0,857783 | 1,058276 |
| L83286 | 0,93887 | 0,088912 | 0,667712 | 0,93887 | 0,746069 | 0,978516 | 0,779196 | 0,926355 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 0,9148 | 0,144388 | 2,580377 | 0,770412 | 0,70206 | 0,845004 | 0,705262 | 0,829601 |
| L83289 | 1,014001 | 0,045222 | 0,130122 | 1,014001 | 0,83898 | 1,097033 | 0,890128 | 1,074575 |
| L83290 | 1,019598 | 0,054357 | 0,199173 | 1,019598 | 0,841667 | 1,088827 | 0,880853 | 1,067135 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 1,006705 | -0,07301 | 0,57174 | 1,006705 | 1,007525 | 1,18804 | 1,013409 | 1,155137 |
| L83294 | 0,956189 | 0,121847 | 1,096584 | 0,834342 | 0,728069 | 0,949638 | 0,740902 | 0,93415 |
| L83296 | 1 | 0,196598 | 2,008027 | 0,803402 | 0,694325 | 0,959764 | 0,702319 | 0,90984 |
| L83297 | 0,987309 | 0,071077 | 0,343009 | 0,987309 | 0,78725 | 1,042557 | 0,825337 | 1,01071 |
| L83298 | 0,998535 | -0,04272 | 0,220995 | 0,998535 | 0,997069 | 1,137065 | 0,997069 | 1,105131 |
| L83299 | 0,967987 | 0,112507 | 0,916331 | 0,967987 | 0,752919 | 0,994786 | 0,77899 | 0,939726 |
| L83300 | 0,960308 | 0,21909 | 1,622608 | 0,741218 | 0,603025 | 0,977398 | 0,631984 | 0,894916 |
| L83301 | 0,951043 | 0,155911 | 1,597955 | 0,795132 | 0,670355 | 0,907469 | 0,694496 | 0,885782 |
| L84302 | 1,079206 | -0,13504 | 1,107164 | 1,214243 | 1,101883 | 1,346944 | 1,128675 | 1,326732 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 0,928937 | 0,271301 | 4,236824 | 0,657635 | 0,532507 | 0,793655 | 0,569999 | 0,767225 |
| L84308 | 0,92237 | 0,107185 | 1,674758 | 0,815184 | 0,737232 | 0,899206 | 0,745414 | 0,869081 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 0,877254 | 0,22886 | 4,546113 | 0,648393 | 0,536101 | 0,740357 | 0,559851 | 0,733268 |
| L84310 | 0,912778 | 0,08124 | 4,430027 | 0,831538 | 0,825556 | 0,872136 | 0,825556 | 0,844494 |
| L84311 | 0,904199 | 0,178826 | 3,214586 | 0,725373 | 0,625851 | 0,815825 | 0,65677 | 0,79673 |
| L84314 | 0,976604 | 0,023216 | 0,037082 | 0,976604 | 0,857892 | 1,088714 | 0,872935 | 1,051253 |
| L84316 | 1,038825 | -0,03565 | 0,085681 | 1,038825 | 0,96617 | 1,208233 | 0,979412 | 1,16515 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,016309 | 0,053268 | 0,15679 | 1,016309 | 0,833572 | 1,073455 | 0,871063 | 1,062822 |
| L91324 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91326 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91327 | 0,960444 | 0,129649 | 0,912732 | 0,960444 | 0,717572 | 0,959169 | 0,747728 | 0,934908 |
| L91331 | 1,036973 | -0,07233 | 0,575658 | 1,036973 | 1,023738 | 1,200464 | 1,036283 | 1,185458 |
| L91332 | 1 | -0,02362 | 0,053936 | 1 | 0,921033 | 1,116717 | 0,946743 | 1,107573 |

Tableau 6.6.8 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{S\Delta}_j$ pour la période 01/02-02/03

| DMU | $\widehat{S\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{S\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{S\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------------|--|----------|-----------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 0,965603 | 0,091623 | 2,628034 | 0,87398 | 0,835233 | 0,942571 | 0,841068 | 0,902711 |
| L112 | 0,979736 | 0,008937 | 0,014988 | 0,979736 | 0,913741 | 1,045049 | 0,922432 | 1,025439 |
| L113 | 1,002284 | 0,029634 | 0,366122 | 1,002284 | 0,929406 | 1,022819 | 0,940551 | 1,010543 |
| L114 | 1,01545 | -0,01668 | 0,063704 | 1,01545 | 0,984405 | 1,127609 | 0,996395 | 1,079626 |
| L115 | 0,982698 | 0,092962 | 2,119285 | 0,889736 | 0,840196 | 0,964564 | 0,850282 | 0,940157 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,99851 | 0,0205 | 0,089068 | 0,99851 | 0,922559 | 1,064014 | 0,932405 | 1,041272 |
| L1110 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,962764 | 0,053542 | 0,45671 | 0,962764 | 0,848391 | 1,006473 | 0,858521 | 0,994046 |
| L1117 | 0,957378 | 0,148552 | 3,548455 | 0,808826 | 0,738262 | 0,907732 | 0,755714 | 0,8729 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 0,989347 | 0,085925 | 1,33093 | 0,903422 | 0,841081 | 0,98966 | 0,849397 | 0,955866 |
| L1120 | 0,99999 | 0,006974 | 0,007009 | 0,99999 | 0,925339 | 1,080642 | 0,933116 | 1,055394 |
| L1121 | 0,982027 | 0,072251 | 1,023473 | 0,909776 | 0,838734 | 0,991648 | 0,868043 | 0,967302 |
| L1122 | 0,999664 | 0,05352 | 0,51975 | 0,999664 | 0,896331 | 1,047985 | 0,901218 | 1,003985 |
| L1123 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1124 | 0,990251 | -0,01291 | 0,031468 | 0,990251 | 0,943399 | 1,078436 | 0,952394 | 1,066452 |
| L1125 | 1,016127 | 0,040159 | 0,441363 | 1,016127 | 0,927693 | 1,051028 | 0,940744 | 1,021393 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,009408 | 0,037477 | 0,328831 | 1,009408 | 0,9241 | 1,055341 | 0,927298 | 1,020415 |
| L1228 | 0,93859 | 0,102969 | 3,492694 | 0,835621 | 0,792394 | 0,900543 | 0,798514 | 0,874056 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 0,889332 | 0,276332 | 11,62992 | 0,613 | 0,53383 | 0,683606 | 0,563542 | 0,668708 |
| L1232 | 0,99244 | -0,02815 | 0,156209 | 0,99244 | 0,958413 | 1,093472 | 0,973512 | 1,082546 |
| L1233 | 0,988252 | 0,031205 | 0,292294 | 0,988252 | 0,909755 | 1,027905 | 0,919881 | 1,002842 |
| L1234 | 0,992029 | -0,00084 | 0,000224 | 0,992029 | 0,940385 | 1,062038 | 0,952455 | 1,035166 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,016467 | -0,05453 | 0,792769 | 1,016467 | 1,029325 | 1,149506 | 1,033365 | 1,130591 |
| L1238 | 1,075049 | -0,03771 | 0,215232 | 1,075049 | 1,044214 | 1,1999 | 1,05549 | 1,177595 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 0,986827 | 0,027181 | 0,176427 | 0,986827 | 0,906966 | 1,045164 | 0,916921 | 1,01136 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1544 | 0,991761 | -0,09411 | 4,04117 | 1,085871 | 1,042656 | 1,140495 | 1,051038 | 1,122326 |
| L1545 | 1,016871 | -0,05305 | 0,628521 | 1,016871 | 1,016957 | 1,144921 | 1,021187 | 1,122263 |
| L1546 | 0,995255 | 0,001085 | 0,000287 | 0,995255 | 0,946316 | 1,079926 | 0,957449 | 1,04515 |
| L1347 | 1,008241 | -0,00046 | 4,99E-05 | 1,008241 | 0,958708 | 1,095225 | 0,970458 | 1,042826 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1352 | 1,035388 | -0,02261 | 0,070505 | 1,035388 | 1,001043 | 1,177702 | 1,008481 | 1,122055 |
| L1353 | 0,972912 | 0,06675 | 1,087816 | 0,906162 | 0,86098 | 0,988225 | 0,867157 | 0,950187 |
| L1354 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1355 | 1,005479 | -0,00484 | 0,007114 | 1,005479 | 0,965766 | 1,079957 | 0,970933 | 1,06938 |
| L1356 | 1,000268 | 0,005182 | 0,004788 | 1,000268 | 0,924019 | 1,086349 | 0,947611 | 1,063866 |
| L1357 | 1,003791 | 0,006378 | 0,01121 | 1,003791 | 0,95011 | 1,077046 | 0,958939 | 1,040005 |
| L1358 | 1,007058 | -0,00962 | 0,033941 | 1,007058 | 0,974456 | 1,087133 | 0,980237 | 1,055564 |
| L1359 | 0,982943 | 0,031163 | 0,215789 | 0,982943 | 0,881275 | 1,023775 | 0,905191 | 1,008371 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 0,765425 | 0,547632 | 15,26182 | 0,217793 | 0,082452 | 0,38063 | 0,123877 | 0,336724 |
| L1465 | 0,974646 | -0,01354 | 0,03272 | 0,974646 | 0,935842 | 1,101483 | 0,943601 | 1,052 |
| L2168 | 0,990417 | 0,035888 | 0,341295 | 0,990417 | 0,906859 | 1,033347 | 0,912287 | 1,001454 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 1,000879 | 0,015066 | 0,048682 | 1,000879 | 0,92397 | 1,064253 | 0,935541 | 1,050116 |
| L2175 | 1,000853 | 0,051634 | 0,605405 | 1,000853 | 0,899732 | 1,036917 | 0,905335 | 0,998364 |
| L2180 | 0,986782 | 0,020711 | 0,126784 | 0,986782 | 0,919747 | 1,036917 | 0,931436 | 1,012115 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,983012 | 0,0444 | 0,542366 | 0,983012 | 0,896328 | 1,013366 | 0,900739 | 0,976127 |
| L3183 | 1,012833 | -0,02622 | 0,156274 | 1,012833 | 0,986657 | 1,10712 | 0,994444 | 1,091173 |
| L3185 | 1,000687 | 0,021785 | 0,115003 | 1,000687 | 0,921561 | 1,040175 | 0,932568 | 1,026562 |
| L3298 | 0,995295 | 0,027704 | 0,260594 | 0,995295 | 0,920711 | 1,028313 | 0,930591 | 1,015811 |
| L32107 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L42116 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L43135 | 0,991822 | 0,012341 | 0,027972 | 0,991822 | 0,909295 | 1,052709 | 0,920103 | 1,02824 |
| L43136 | 0,979227 | 0,071368 | 0,986085 | 0,979227 | 0,859883 | 1,003529 | 0,865024 | 0,9792 |
| L43138 | 0,980658 | 0,062817 | 0,645473 | 0,980658 | 0,84793 | 0,991191 | 0,860682 | 0,979138 |
| L51148 | 1,108087 | -0,34906 | 55,98062 | 1,457148 | 1,420425 | 1,501848 | 1,424955 | 1,491621 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 0,987882 | 0,053194 | 0,662007 | 0,987882 | 0,884163 | 1,023055 | 0,894808 | 0,9922 |
| L52167 | 1,000335 | -0,00526 | 0,009653 | 1,000335 | 0,953872 | 1,067565 | 0,970653 | 1,038388 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 1,00817 | -0,05668 | 1,238854 | 1,064852 | 1,027968 | 1,125603 | 1,031276 | 1,101247 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 1,029273 | 0,049947 | 0,806239 | 1,029273 | 0,92512 | 1,031713 | 0,94035 | 1,025488 |
| L52175 | 0,999732 | 0,072784 | 2,18049 | 0,926947 | 0,888318 | 0,989368 | 0,895607 | 0,966703 |
| L53177 | 0,980776 | 0,014685 | 0,058621 | 0,980776 | 0,916606 | 1,042896 | 0,927776 | 1,011361 |
| L61182 | 0,935434 | 0,121385 | 3,370043 | 0,814049 | 0,762226 | 0,879967 | 0,769397 | 0,859805 |
| L61184 | 0,961847 | -0,00864 | 0,011507 | 0,961847 | 0,908578 | 1,067879 | 0,92075 | 1,034818 |
| L61187 | 0,961893 | 0,073463 | 2,317822 | 0,888431 | 0,853723 | 0,950509 | 0,859622 | 0,921036 |
| L61189 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L62191 | 0,953324 | 0,051234 | 0,933632 | 0,953324 | 0,863759 | 0,961355 | 0,86686 | 0,946637 |
| L62193 | 0,930752 | 0,093267 | 2,213419 | 0,837485 | 0,788011 | 0,900873 | 0,800584 | 0,894076 |
| L62195 | 0,966533 | 0,011554 | 0,028707 | 0,966533 | 0,903292 | 1,038974 | 0,910925 | 1,00468 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,979452 | 0,026707 | 0,139867 | 0,979452 | 0,903832 | 1,050869 | 0,905046 | 1,005646 |
| L63203 | 0,995111 | 0,006424 | 0,006904 | 0,995111 | 0,922584 | 1,092779 | 0,936685 | 1,054354 |
| L63206 | 0,998115 | 0,003277 | 0,002531 | 0,998115 | 0,949493 | 1,068248 | 0,956429 | 1,038981 |
| L63208 | 1,006086 | -0,01646 | 0,043281 | 1,006086 | 0,970155 | 1,115121 | 0,978199 | 1,083504 |
| L63210 | 1,003198 | -0,00226 | 0,000822 | 1,003198 | 0,944613 | 1,094009 | 0,956976 | 1,07542 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63212 | 0,931946 | 0,085611 | 0,833147 | 0,931946 | 0,773255 | 0,969925 | 0,782792 | 0,923117 |
| L63213 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63215 | 0,986421 | 0,057941 | 0,656491 | 0,986421 | 0,883946 | 1,026073 | 0,888776 | 1,005952 |
| L64216 | 1,004816 | 0,056899 | 0,725038 | 1,004816 | 0,894188 | 1,023023 | 0,901025 | 1,007187 |
| L64217 | 0,989581 | 0,054738 | 0,993072 | 0,989581 | 0,891548 | 0,992617 | 0,898233 | 0,980004 |
| L64219 | 0,991843 | 0,038133 | 0,300358 | 0,991843 | 0,905612 | 1,053427 | 0,910538 | 1,006764 |
| L64220 | 0,965106 | 0,09158 | 1,503731 | 0,873527 | 0,816315 | 0,984979 | 0,825069 | 0,9433 |
| L64221 | 1,00592 | 0,009188 | 0,019486 | 1,00592 | 0,945827 | 1,082545 | 0,954993 | 1,041238 |
| L64223 | 1,002323 | 0,006193 | 0,006254 | 1,002323 | 0,936612 | 1,086497 | 0,945803 | 1,050704 |
| L71229 | 0,982871 | 0,050583 | 0,49804 | 0,982871 | 0,868631 | 1,020715 | 0,879699 | 0,998107 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | 0,99512 | -0,00555 | 0,005068 | 0,99512 | 0,939384 | 1,082068 | 0,951985 | 1,067899 |
| L71237 | 0,993382 | 0,021534 | 0,119739 | 0,993382 | 0,919207 | 1,040663 | 0,928306 | 1,023224 |
| L71238 | 1,001257 | 0,037659 | 0,255639 | 1,001257 | 0,889319 | 1,0389 | 0,906372 | 1,024017 |
| L71240 | 0,99566 | 0,005677 | 0,008817 | 0,99566 | 0,946388 | 1,064908 | 0,953223 | 1,041301 |
| L71241 | 1,007005 | -0,02364 | 0,172668 | 1,007005 | 0,989251 | 1,109368 | 0,997114 | 1,070629 |
| L71242 | 1,00676 | -0,0357 | 0,345147 | 1,00676 | 0,9948 | 1,099281 | 0,999376 | 1,089666 |
| L71243 | 0,989665 | 0,151675 | 5,337501 | 0,83799 | 0,779854 | 0,906285 | 0,793948 | 0,885036 |
| L71245 | 0,583229 | 0,563687 | 37,41625 | 0,019542 | -0,06442 | 0,11931 | -0,04568 | 0,094437 |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 1,000059 | -0,0024 | 0,001534 | 1,000059 | 0,947476 | 1,083804 | 0,962438 | 1,046987 |
| L82257 | 0,995439 | 0,034461 | 0,116901 | 0,995439 | 0,859949 | 1,06113 | 0,876519 | 1,027066 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 0,997126 | 0,014929 | 0,058142 | 0,997126 | 0,930813 | 1,057321 | 0,939889 | 1,027804 |
| L81269 | 1,012191 | 0,058144 | 0,810205 | 1,012191 | 0,912683 | 1,017779 | 0,92017 | 0,995973 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,097442 | -0,205 | 6,438329 | 1,302444 | 1,227011 | 1,380983 | 1,2393 | 1,363856 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 0,994059 | 0,017153 | 0,081037 | 0,994059 | 0,934815 | 1,06134 | 0,939004 | 1,025435 |
| L83286 | 1,010563 | 0,017577 | 0,049304 | 1,010563 | 0,917033 | 1,079311 | 0,933394 | 1,052098 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 1,01306 | 0,020443 | 0,112222 | 1,01306 | 0,948846 | 1,064609 | 0,958461 | 1,040356 |
| L83289 | 1,015089 | -0,10948 | 2,378411 | 1,124569 | 1,072886 | 1,212324 | 1,081788 | 1,194468 |
| L83290 | 0,922328 | 0,123599 | 4,510273 | 0,798729 | 0,757449 | 0,878573 | 0,76249 | 0,845384 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 1,005935 | 0,042679 | 0,3383 | 1,005935 | 0,913192 | 1,071517 | 0,919534 | 1,009071 |
| L83294 | 0,956111 | 0,052379 | 0,714039 | 0,956111 | 0,85208 | 0,980313 | 0,865344 | 0,954937 |
| L83296 | 0,946391 | 0,079197 | 0,701193 | 0,946391 | 0,781662 | 0,976963 | 0,801826 | 0,951305 |
| L83297 | 0,97258 | 0,023208 | 0,092669 | 0,97258 | 0,883961 | 1,03191 | 0,897387 | 1,022185 |
| L83298 | 1,037571 | 0,054119 | 0,512524 | 1,037571 | 0,920277 | 1,051841 | 0,933894 | 1,037345 |
| L83299 | 0,998882 | 0,071952 | 1,119278 | 0,92693 | 0,867221 | 1,008648 | 0,879677 | 0,979197 |
| L83300 | 0,967919 | 0,028523 | 0,138634 | 0,967919 | 0,881663 | 1,03286 | 0,888096 | 1,012418 |
| L83301 | 1,06142 | -0,16482 | 6,431172 | 1,226239 | 1,167985 | 1,285275 | 1,174497 | 1,274474 |
| L84302 | 0,999236 | -0,00488 | 0,004339 | 0,999236 | 0,954777 | 1,109642 | 0,95852 | 1,05084 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,0513 | -0,14205 | 2,395651 | 1,193347 | 1,127577 | 1,309383 | 1,134787 | 1,267807 |
| L84308 | 0,991823 | -0,00409 | 0,003521 | 0,991823 | 0,938206 | 1,070576 | 0,94575 | 1,050044 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84309 | 0,890343 | 0,083549 | 2,26546 | 0,806794 | 0,768518 | 0,877146 | 0,777238 | 0,856581 |
| L84310 | 1,053616 | 0,035507 | 0,154729 | 1,053616 | 0,935409 | 1,113932 | 0,957151 | 1,098965 |
| L84311 | 0,981962 | 0,010128 | 0,016061 | 0,981962 | 0,915183 | 1,077432 | 0,919372 | 1,030093 |
| L84314 | 1,010687 | -0,08372 | 1,591716 | 1,094406 | 1,042738 | 1,154463 | 1,049069 | 1,141325 |
| L84316 | 1,001292 | 0,013523 | 0,071033 | 1,001292 | 0,94564 | 1,04982 | 0,952874 | 1,024346 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,00142 | 0,025731 | 0,186786 | 1,00142 | 0,927271 | 1,046355 | 0,938343 | 1,029423 |
| L91324 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91326 | 1,002932 | -0,01045 | 0,031762 | 1,002932 | 0,977369 | 1,092536 | 0,981243 | 1,071231 |
| L91327 | 0,998368 | -0,00152 | 0,00051 | 0,998368 | 0,94723 | 1,084217 | 0,954494 | 1,046134 |
| L91331 | 1,034056 | -0,01594 | 0,09142 | 1,034056 | 1,005667 | 1,107438 | 1,016107 | 1,093372 |
| L91332 | 0,965972 | 0,113709 | 2,066198 | 0,852262 | 0,786618 | 0,944369 | 0,803202 | 0,915672 |

Tableau 6.6.9 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de \widehat{M}_j pour la période 00/01-01/02

| DMU | \widehat{M}_j | $\widehat{Biais}_B(\widehat{M}_j)$ | r_j | \widehat{M}_j | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------|------------------------------------|----------|-----------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,064302 | -0,03556 | 0,042405 | 1,064302 | 0,973508 | 1,317151 | 0,988034 | 1,223816 |
| L112 | 0,998966 | 0,18618 | 0,628898 | 0,998966 | 0,590666 | 1,043768 | 0,632449 | 0,986571 |
| L113 | 0,934335 | 0,275752 | 2,067058 | 0,658583 | 0,46892 | 0,866373 | 0,521873 | 0,808332 |
| L114 | 0,861148 | 0,595257 | 5,045591 | 0,265891 | 0,055068 | 0,565207 | 0,089999 | 0,466223 |
| L115 | 0,939146 | 0,317001 | 1,617167 | 0,622144 | 0,390892 | 0,856754 | 0,453096 | 0,823755 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,927361 | 0,190741 | 0,978911 | 0,927361 | 0,548037 | 0,939763 | 0,617537 | 0,895885 |
| L1110 | 0,996105 | 0,440448 | 4,38732 | 0,555657 | 0,346744 | 0,76012 | 0,395482 | 0,703898 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,957149 | 0,307773 | 1,82507 | 0,649376 | 0,462883 | 0,86959 | 0,485006 | 0,845346 |
| L1117 | 0,946061 | 0,294418 | 1,737938 | 0,651643 | 0,438932 | 0,863081 | 0,500375 | 0,830467 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 0,902638 | 0,308835 | 2,71437 | 0,593803 | 0,447222 | 0,76833 | 0,456832 | 0,714172 |
| L1120 | 0,944609 | 0,293439 | 1,537637 | 0,65117 | 0,471172 | 0,953776 | 0,483455 | 0,845643 |
| L1121 | 1,020399 | 0,28728 | 1,165429 | 0,733119 | 0,531921 | 1,047284 | 0,550217 | 0,947453 |
| L1122 | 1,015297 | 0,090406 | 0,210973 | 1,015297 | 0,778552 | 1,132939 | 0,795502 | 1,076628 |
| L1123 | 0,962583 | 0,549525 | 5,725978 | 0,413057 | 0,212208 | 0,663734 | 0,237816 | 0,588284 |
| L1124 | 1,024277 | 0,084858 | 0,119049 | 1,024277 | 0,691936 | 1,186168 | 0,759703 | 1,125401 |
| L1125 | 1,017858 | 0,569275 | 5,129062 | 0,448583 | 0,250038 | 0,708459 | 0,282725 | 0,671703 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,07594 | 0,064439 | 0,088244 | 1,07594 | 0,783426 | 1,245666 | 0,825293 | 1,173478 |
| L1228 | 1,014883 | 0,007611 | 0,002249 | 1,014883 | 0,867865 | 1,168089 | 0,902394 | 1,132631 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 0,971407 | -0,17487 | 1,739406 | 1,146273 | 1,04021 | 1,286585 | 1,06916 | 1,251534 |
| L1232 | 0,96077 | -0,04608 | 0,084175 | 0,96077 | 0,875456 | 1,164595 | 0,903897 | 1,1489 |
| L1233 | 0,876021 | 0,42559 | 3,024031 | 0,450431 | 0,261408 | 0,673184 | 0,28808 | 0,622032 |
| L1234 | 0,932454 | -0,13263 | 0,942021 | 0,932454 | 0,947552 | 1,213814 | 0,964045 | 1,169885 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,087355 | -0,26647 | 2,630207 | 1,353828 | 1,203814 | 1,504553 | 1,25369 | 1,481377 |
| L1238 | 0,830882 | 0,2294 | 1,418447 | 0,601483 | 0,444284 | 0,787918 | 0,469915 | 0,753331 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,087442 | -0,15491 | 0,692773 | 1,087442 | 1,05044 | 1,392421 | 1,118097 | 1,388658 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 0,935335 | 0,197379 | 0,853185 | 0,935335 | 0,561389 | 0,970923 | 0,577084 | 0,948065 |
| L1544 | 0,863149 | 0,00025 | 3,85E-06 | 0,863149 | 0,753897 | 0,986716 | 0,778529 | 0,962247 |
| L1545 | 0,904371 | 0,125954 | 0,734597 | 0,904371 | 0,653051 | 0,930092 | 0,669252 | 0,891603 |
| L1546 | 0,931276 | 0,191724 | 1,25096 | 0,739553 | 0,600757 | 0,928828 | 0,613808 | 0,894732 |
| L1347 | 0,99002 | 0,170762 | 0,514355 | 0,99002 | 0,622105 | 1,083207 | 0,647354 | 1,031137 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 1,016751 | 0,029143 | 0,029868 | 1,016751 | 0,842165 | 1,149792 | 0,859115 | 1,131058 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 0,974122 | 0,214077 | 1,370007 | 0,760046 | 0,610956 | 0,967543 | 0,630093 | 0,932755 |
| L1352 | 0,958595 | 0,150698 | 0,645322 | 0,958595 | 0,669032 | 1,046871 | 0,687501 | 0,984236 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 0,964687 | 0,174749 | 1,28668 | 0,789938 | 0,662349 | 0,942819 | 0,683593 | 0,891102 |
| L1354 | 0,869517 | 0,484898 | 4,103784 | 0,384619 | 0,159719 | 0,620549 | 0,189163 | 0,558718 |
| L1355 | 0,881002 | 0,412496 | 4,019268 | 0,468506 | 0,297299 | 0,671117 | 0,313421 | 0,629842 |
| L1356 | 0,909557 | 0,238881 | 1,300078 | 0,670676 | 0,484671 | 0,911635 | 0,52029 | 0,813946 |
| L1357 | 0,955525 | 0,276666 | 1,807054 | 0,678859 | 0,499865 | 0,883546 | 0,542596 | 0,846529 |
| L1358 | 0,915286 | 0,230738 | 1,743967 | 0,684548 | 0,506074 | 0,861142 | 0,571286 | 0,810016 |
| L1359 | 0,967351 | -0,00225 | 0,000167 | 0,967351 | 0,791246 | 1,149651 | 0,838257 | 1,090575 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 1,315133 | -0,37378 | 10,98871 | 1,688912 | 1,606573 | 1,832522 | 1,617409 | 1,805518 |
| L1465 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2168 | 0,959188 | 0,131049 | 0,394539 | 0,959188 | 0,636685 | 1,013615 | 0,659353 | 0,967616 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 0,903306 | 0,46053 | 4,436171 | 0,442776 | 0,248079 | 0,636397 | 0,273505 | 0,603197 |
| L2175 | 0,99736 | 0,188191 | 1,171182 | 0,809169 | 0,649132 | 0,983009 | 0,70242 | 0,953955 |
| L2180 | 1,02239 | 0,024712 | 0,019932 | 1,02239 | 0,829732 | 1,171411 | 0,871242 | 1,130254 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,985471 | 0,092937 | 0,239316 | 0,985471 | 0,711452 | 1,108927 | 0,738447 | 1,018972 |
| L3183 | 0,970262 | 0,159887 | 0,660273 | 0,970262 | 0,617201 | 0,98775 | 0,676343 | 0,952944 |
| L3185 | 0,92466 | 0,199056 | 0,907808 | 0,92466 | 0,540891 | 0,937576 | 0,551727 | 0,893365 |
| L3298 | 0,919885 | 0,166308 | 0,758243 | 0,919885 | 0,565275 | 0,950518 | 0,61488 | 0,901293 |
| L32107 | 0,998719 | 0,126459 | 0,313271 | 0,998719 | 0,651267 | 1,067475 | 0,689677 | 1,040007 |
| L42113 | 1,041885 | -0,1124 | 0,437365 | 1,041885 | 1,008254 | 1,3265 | 1,042606 | 1,287657 |
| L42116 | 0,998144 | -0,01579 | 0,008885 | 0,998144 | 0,879672 | 1,201811 | 0,902604 | 1,135376 |
| L43135 | 0,957402 | 0,080875 | 0,185841 | 0,957402 | 0,709111 | 1,081714 | 0,737645 | 1,004427 |
| L43136 | 0,974829 | -0,05982 | 0,11721 | 0,974829 | 0,882738 | 1,202834 | 0,896872 | 1,164972 |
| L43138 | 0,999305 | -0,1132 | 0,565393 | 0,999305 | 0,967895 | 1,259162 | 1,007986 | 1,24148 |
| L51148 | 1,133922 | -0,46106 | 17,83795 | 1,594978 | 1,483476 | 1,698666 | 1,519024 | 1,676563 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,029067 | 0,127552 | 0,303797 | 1,029067 | 0,712665 | 1,142937 | 0,752401 | 1,081049 |
| L52167 | 1,105681 | -0,23007 | 2,546992 | 1,33575 | 1,216419 | 1,47543 | 1,233134 | 1,439451 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,987883 | 0,169229 | 1,171485 | 0,818654 | 0,688406 | 0,975652 | 0,709276 | 0,937304 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 0,992103 | -0,04303 | 0,164768 | 0,992103 | 0,948259 | 1,122 | 0,962295 | 1,118062 |
| L52175 | 0,856284 | 0,370041 | 4,953053 | 0,486243 | 0,334818 | 0,676648 | 0,369109 | 0,613466 |
| L53177 | 1,03685 | 0,115645 | 0,338004 | 1,03685 | 0,720269 | 1,115609 | 0,770449 | 1,051352 |
| L61182 | 1,097232 | -0,03808 | 0,043121 | 1,097232 | 0,943364 | 1,295496 | 0,990288 | 1,264238 |
| L61184 | 0,944215 | 0,24278 | 1,908619 | 0,701436 | 0,5365 | 0,858012 | 0,55235 | 0,83582 |
| L61187 | 1,011801 | 0,074855 | 0,143802 | 1,011801 | 0,722854 | 1,109104 | 0,777908 | 1,090473 |
| L61189 | 0,755435 | 0,459789 | 3,822517 | 0,295646 | 0,100557 | 0,557561 | 0,138046 | 0,481085 |
| L62191 | 0,748591 | 0,409479 | 4,062353 | 0,339111 | 0,147869 | 0,528219 | 0,191291 | 0,504201 |
| L62193 | 1,183251 | -0,46398 | 13,27239 | 1,647232 | 1,539723 | 1,786247 | 1,55838 | 1,760498 |
| L62195 | 0,930943 | 0,133614 | 0,404992 | 0,930943 | 0,621797 | 1,018879 | 0,651301 | 0,950822 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,969883 | 0,175461 | 0,534769 | 0,969883 | 0,589417 | 1,046687 | 0,6227 | 0,990112 |
| L63203 | 0,97348 | 0,252224 | 0,890531 | 0,97348 | 0,443531 | 0,977693 | 0,530899 | 0,926414 |
| L63206 | 1,012903 | -0,02568 | 0,021316 | 1,012903 | 0,877841 | 1,20415 | 0,902805 | 1,182525 |
| L63208 | 1,000774 | 0,195371 | 0,663692 | 1,000774 | 0,581488 | 1,038782 | 0,648601 | 0,9701 |
| L63210 | 0,965801 | 0,220091 | 0,879225 | 0,965801 | 0,55171 | 1,015155 | 0,564763 | 0,950854 |
| L63212 | 0,948441 | 0,11591 | 0,294283 | 0,948441 | 0,659849 | 1,054343 | 0,691655 | 1,025698 |
| L63213 | 0,993758 | 0,248013 | 1,124591 | 0,745745 | 0,540533 | 1,020688 | 0,574547 | 0,928172 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63215 | 0,977476 | 0,232109 | 1,250021 | 0,745367 | 0,57561 | 0,987669 | 0,591967 | 0,920464 |
| L64216 | 1,037773 | 0,087969 | 0,155344 | 1,037773 | 0,738653 | 1,164472 | 0,805449 | 1,138894 |
| L64217 | 0,965478 | 0,176029 | 0,769372 | 0,965478 | 0,620149 | 1,008206 | 0,641514 | 0,939155 |
| L64219 | 1,020164 | 0,062777 | 0,071641 | 1,020164 | 0,772274 | 1,196503 | 0,798762 | 1,153109 |
| L64220 | 0,962803 | 0,333701 | 1,901727 | 0,629101 | 0,398022 | 0,883864 | 0,442424 | 0,813423 |
| L64221 | 1,058029 | -0,10404 | 0,270242 | 1,058029 | 0,965234 | 1,348394 | 1,032682 | 1,323094 |
| L64223 | 0,945816 | 0,269461 | 1,324077 | 0,676355 | 0,442704 | 0,905193 | 0,496005 | 0,85083 |
| L71229 | 1,089481 | -0,01432 | 0,005309 | 1,089481 | 0,916634 | 1,277469 | 0,950692 | 1,235402 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71237 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71238 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71240 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71241 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71242 | 1,311556 | -0,60473 | 37,54851 | 1,91629 | 1,831148 | 2,032836 | 1,846242 | 1,991927 |
| L71243 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71245 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 0,947785 | 0,176842 | 0,607084 | 0,947785 | 0,566628 | 1,014937 | 0,593433 | 0,955708 |
| L82257 | 1,186515 | -0,3495 | 5,230024 | 1,536013 | 1,391669 | 1,668093 | 1,433144 | 1,648103 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 1,008154 | 0,007432 | 0,001778 | 1,008154 | 0,834393 | 1,170296 | 0,871198 | 1,130697 |
| L81269 | 0,92576 | 0,397779 | 4,043985 | 0,527981 | 0,349812 | 0,731913 | 0,392604 | 0,697144 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,124421 | -0,26697 | 2,618142 | 1,391389 | 1,224382 | 1,542458 | 1,248245 | 1,513068 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 0,969203 | 0,239625 | 1,085556 | 0,729578 | 0,548437 | 0,967121 | 0,574008 | 0,914825 |
| L83286 | 0,948219 | 0,273528 | 1,743652 | 0,674691 | 0,477892 | 0,915193 | 0,534963 | 0,847606 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 0,946502 | 0,157903 | 0,971693 | 0,946502 | 0,646167 | 0,942176 | 0,665388 | 0,913036 |
| L83289 | 0,887259 | 0,281021 | 2,124144 | 0,606238 | 0,461767 | 0,804907 | 0,483582 | 0,761557 |
| L83290 | 1,046541 | 0,042718 | 0,054955 | 1,046541 | 0,840319 | 1,165977 | 0,872302 | 1,155619 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 0,989802 | 0,047991 | 0,060923 | 0,989802 | 0,775973 | 1,185585 | 0,821169 | 1,08674 |
| L83294 | 0,952332 | 0,134839 | 0,587627 | 0,952332 | 0,659932 | 1,010666 | 0,690954 | 0,968842 |
| L83296 | 0,893211 | 0,442741 | 3,175164 | 0,45047 | 0,237784 | 0,737609 | 0,268198 | 0,675806 |
| L83297 | 0,988042 | 0,062148 | 0,11265 | 0,988042 | 0,756497 | 1,101805 | 0,785649 | 1,07876 |
| L83298 | 0,991101 | -0,02423 | 0,01826 | 0,991101 | 0,837549 | 1,214398 | 0,87748 | 1,161771 |
| L83299 | 1,047834 | 0,102891 | 0,272874 | 1,047834 | 0,759253 | 1,142979 | 0,788174 | 1,099405 |
| L83300 | 0,982563 | 0,230341 | 0,823576 | 0,982563 | 0,548996 | 1,032114 | 0,569606 | 0,972945 |
| L83301 | 0,92129 | 0,199427 | 0,945826 | 0,92129 | 0,534354 | 0,935319 | 0,560325 | 0,882637 |
| L84302 | 0,996337 | 0,17309 | 0,536243 | 0,996337 | 0,617655 | 1,087364 | 0,655114 | 1,009352 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,032163 | 0,154544 | 0,397365 | 1,032163 | 0,68039 | 1,14256 | 0,719333 | 1,084612 |
| L84308 | 1,024865 | -0,05783 | 0,13442 | 1,024865 | 0,941877 | 1,232977 | 0,964476 | 1,204646 |
| L84309 | 0,920812 | 0,227432 | 1,640723 | 0,69338 | 0,529769 | 0,876152 | 0,569289 | 0,846207 |
| L84310 | 0,996315 | 0,039231 | 0,044837 | 0,996315 | 0,787657 | 1,174172 | 0,816027 | 1,106503 |
| L84311 | 0,970479 | 0,081754 | 0,230049 | 0,970479 | 0,725402 | 1,094496 | 0,747749 | 0,997427 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84314 | 0,910175 | 0,110966 | 0,340119 | 0,910175 | 0,630699 | 1,004827 | 0,681579 | 0,946851 |
| L84316 | 1,027045 | 0,041378 | 0,047741 | 1,027045 | 0,82484 | 1,169742 | 0,83796 | 1,137458 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 0,966782 | 0,178397 | 0,792654 | 0,966782 | 0,605162 | 0,967179 | 0,635776 | 0,934302 |
| L91324 | 0,925879 | 0,190299 | 0,800476 | 0,925879 | 0,537572 | 0,944206 | 0,58602 | 0,9239 |
| L91326 | 0,806466 | 0,287745 | 2,679328 | 0,518722 | 0,361063 | 0,675992 | 0,395446 | 0,661457 |
| L91327 | 0,930228 | 0,141777 | 0,436496 | 0,930228 | 0,604038 | 1,001283 | 0,64901 | 0,964001 |
| L91331 | 0,966364 | 0,083455 | 0,239395 | 0,966364 | 0,733205 | 1,04567 | 0,759559 | 1,017144 |
| L91332 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.6.10 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{T\Delta}_j$ pour la période 00/01-01/02

| DMU | $\widehat{T\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{T\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{\widehat{T\Delta}_j}$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------------|--|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,049857 | 0,043611 | 0,488153 | 1,049857 | 0,949578 | 1,070426 | 0,964491 | 1,056619 |
| L112 | 1,095913 | 0,054175 | 0,533745 | 1,095913 | 0,972839 | 1,115774 | 0,990282 | 1,096213 |
| L113 | 1,064566 | -0,00518 | 0,012476 | 1,064566 | 1,023838 | 1,115939 | 1,037584 | 1,104555 |
| L114 | 1,02428 | 0,035588 | 0,574041 | 1,02428 | 0,947841 | 1,036668 | 0,953101 | 1,026004 |
| L115 | 1,062483 | -0,00064 | 0,000211 | 1,062483 | 1,024915 | 1,111671 | 1,031527 | 1,095173 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,962832 | 0,092784 | 7,164819 | 0,870049 | 0,836481 | 0,905363 | 0,846678 | 0,899613 |
| L1110 | 1,165525 | 0,004056 | 0,00118 | 1,165525 | 1,06277 | 1,290215 | 1,079623 | 1,268086 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 1,069417 | 0,050929 | 0,892153 | 1,069417 | 0,96911 | 1,066989 | 0,973748 | 1,062846 |
| L1117 | 1,00252 | 0,101732 | 4,996971 | 0,900788 | 0,851078 | 0,940412 | 0,866038 | 0,93361 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 1,057509 | -0,01593 | 0,05396 | 1,057509 | 1,007468 | 1,138072 | 1,018813 | 1,129041 |
| L1120 | 1,018299 | 0,003529 | 0,005556 | 1,018299 | 0,963435 | 1,05558 | 0,976371 | 1,047789 |
| L1121 | 1,082661 | 0,031519 | 0,549269 | 1,082661 | 1,016036 | 1,099503 | 1,02097 | 1,086533 |
| L1122 | 1,012668 | 0,038117 | 0,813839 | 1,012668 | 0,935006 | 1,022884 | 0,941702 | 1,003342 |
| L1123 | 1,092747 | 0,088095 | 0,659693 | 1,092747 | 0,903632 | 1,112466 | 0,912064 | 1,096657 |
| L1124 | 1,130748 | -0,10388 | 3,464186 | 1,23463 | 1,183984 | 1,286949 | 1,191823 | 1,278465 |
| L1125 | 1,290773 | -0,16087 | 6,634484 | 1,45164 | 1,394968 | 1,510659 | 1,400978 | 1,500282 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 0,992983 | -0,00096 | 0,000204 | 0,992983 | 0,920932 | 1,055285 | 0,943376 | 1,03707 |
| L1228 | 1,02401 | -0,05302 | 0,619494 | 1,02401 | 1,006582 | 1,132563 | 1,029817 | 1,129443 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 1,007041 | 0,001325 | 0,000566 | 1,007041 | 0,957822 | 1,069567 | 0,963202 | 1,04827 |
| L1232 | 1,023501 | -0,00856 | 0,039335 | 1,023501 | 0,987314 | 1,077373 | 0,997027 | 1,065289 |
| L1233 | 1,147507 | -0,08299 | 3,398651 | 1,230497 | 1,187929 | 1,274025 | 1,197503 | 1,262583 |
| L1234 | 1,01599 | -0,12075 | 4,441107 | 1,136735 | 1,088992 | 1,200184 | 1,094463 | 1,185379 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 0,991391 | 0,016928 | 0,107891 | 0,991391 | 0,926661 | 1,018791 | 0,936594 | 1,014982 |
| L1238 | 0,812843 | 0,250379 | 7,739506 | 0,562464 | 0,481719 | 0,633185 | 0,496328 | 0,628236 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 0,998908 | -0,02419 | 0,199062 | 0,998908 | 0,969099 | 1,074931 | 0,985816 | 1,061571 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 0,942225 | -0,02813 | 0,157435 | 0,942225 | 0,896699 | 1,035149 | 0,916477 | 1,028536 |
| L1544 | 1,054121 | -0,15325 | 4,608665 | 1,207367 | 1,146932 | 1,289995 | 1,158851 | 1,253233 |
| L1545 | 0,950132 | 0,054809 | 0,617661 | 0,950132 | 0,827345 | 0,955333 | 0,8458 | 0,945268 |
| L1546 | 1,011045 | 0,106221 | 1,639751 | 0,904824 | 0,826786 | 0,98294 | 0,838022 | 0,974599 |
| L1347 | 1,07831 | -0,05015 | 1,181456 | 1,128457 | 1,086002 | 1,171828 | 1,091303 | 1,16254 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 1,032311 | -0,02645 | 0,258569 | 1,032311 | 1,014103 | 1,110155 | 1,022209 | 1,098396 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 1,109584 | -0,01776 | 0,071755 | 1,109584 | 1,078954 | 1,188056 | 1,08181 | 1,181171 |
| L1352 | 1,094183 | -0,08277 | 1,352579 | 1,176956 | 1,115069 | 1,234998 | 1,123775 | 1,222001 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 1,042283 | -0,02058 | 0,126204 | 1,042283 | 1,007895 | 1,113165 | 1,020097 | 1,106514 |
| L1354 | 1,084794 | 0,124542 | 1,181389 | 0,960252 | 0,857447 | 1,070436 | 0,876592 | 1,049462 |
| L1355 | 1,086816 | -0,04343 | 0,280225 | 1,086816 | 1,052189 | 1,204367 | 1,070604 | 1,196431 |
| L1356 | 1,01872 | -0,03128 | 0,220483 | 1,01872 | 0,988847 | 1,11018 | 1,000235 | 1,106182 |
| L1357 | 1,092285 | -0,03913 | 0,34401 | 1,092285 | 1,068567 | 1,194513 | 1,085017 | 1,188469 |
| L1358 | 1,05501 | -0,00269 | 0,005742 | 1,05501 | 1,026867 | 1,090191 | 1,033534 | 1,082946 |
| L1359 | 1,032653 | 0,000224 | 1,35E-05 | 1,032653 | 0,979896 | 1,095815 | 0,988416 | 1,080915 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 0,992034 | 0,014088 | 0,036955 | 0,992034 | 0,915821 | 1,047953 | 0,935324 | 1,036174 |
| L1465 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2168 | 1,094452 | -0,02045 | 0,155193 | 1,094452 | 1,065166 | 1,164349 | 1,075762 | 1,158913 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 0,975951 | 0,038453 | 0,556528 | 0,975951 | 0,891619 | 0,985557 | 0,900956 | 0,977379 |
| L2175 | 1,045686 | 0,02847 | 0,253967 | 1,045686 | 0,966745 | 1,06467 | 0,974017 | 1,058931 |
| L2180 | 1,065738 | -0,01977 | 0,176395 | 1,065738 | 1,041793 | 1,135301 | 1,049874 | 1,121255 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 1,070401 | -0,00969 | 0,0491 | 1,070401 | 1,035288 | 1,120789 | 1,045227 | 1,113825 |
| L3183 | 1,030014 | 0,009253 | 0,021432 | 1,030014 | 0,968564 | 1,086225 | 0,973133 | 1,069269 |
| L3185 | 1,101791 | -0,0393 | 0,570176 | 1,101791 | 1,095324 | 1,191769 | 1,1041 | 1,176662 |
| L3298 | 0,918223 | 0,103022 | 7,531532 | 0,815202 | 0,772687 | 0,848571 | 0,786569 | 0,842405 |
| L32107 | 0,997128 | -0,05996 | 0,592726 | 0,997128 | 0,984427 | 1,141259 | 1,001958 | 1,122296 |
| L42113 | 0,952317 | 0,415745 | 6,853694 | 0,536572 | 0,395848 | 0,704619 | 0,426359 | 0,676425 |
| L42116 | 1,032412 | -0,02972 | 0,446512 | 1,032412 | 1,022771 | 1,099334 | 1,031328 | 1,094647 |
| L43135 | 1,109816 | -0,01495 | 0,053497 | 1,109816 | 1,067411 | 1,189798 | 1,075754 | 1,176405 |
| L43136 | 1,009486 | 0,047074 | 0,358785 | 1,009486 | 0,895923 | 1,044913 | 0,909424 | 1,026465 |
| L43138 | 0,947815 | 0,028712 | 0,228708 | 0,947815 | 0,864826 | 0,980471 | 0,872935 | 0,960968 |
| L51148 | 1,046935 | -0,03469 | 0,552156 | 1,046935 | 1,039658 | 1,131779 | 1,04339 | 1,112659 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 1,082084 | -0,00591 | 0,011964 | 1,082084 | 1,036445 | 1,138976 | 1,048849 | 1,125862 |
| L52167 | 0,956488 | 0,035524 | 0,391057 | 0,956488 | 0,875772 | 0,984615 | 0,880878 | 0,97105 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 1,065765 | 0,098665 | 0,604065 | 1,065765 | 0,857572 | 1,095573 | 0,872982 | 1,061218 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 1,077856 | -0,17062 | 4,552682 | 1,248476 | 1,17277 | 1,326124 | 1,188942 | 1,312202 |
| L52175 | 0,977885 | 0,058199 | 0,429756 | 0,977885 | 0,8417 | 1,003753 | 0,854535 | 0,986369 |
| L53177 | 1,034974 | -0,02663 | 0,172097 | 1,034974 | 1,005426 | 1,125239 | 1,019617 | 1,113427 |
| L61182 | 1,054386 | -0,0431 | 1,098631 | 1,097484 | 1,059173 | 1,142765 | 1,068366 | 1,132586 |
| L61184 | 1,052889 | -0,06388 | 0,667251 | 1,052889 | 1,037404 | 1,189041 | 1,057111 | 1,173572 |
| L61187 | 1,017049 | 0,022096 | 0,309103 | 1,017049 | 0,956902 | 1,032909 | 0,961657 | 1,022447 |
| L61189 | 0,799232 | 0,170521 | 10,59623 | 0,628711 | 0,572817 | 0,673332 | 0,589352 | 0,668287 |
| L62191 | 0,748315 | 0,292565 | 32,67134 | 0,45575 | 0,41057 | 0,51149 | 0,420707 | 0,496112 |
| L62193 | 0,944149 | -0,04115 | 0,384951 | 0,944149 | 0,919869 | 1,044389 | 0,932034 | 1,034728 |
| L62195 | 0,99793 | 0,041603 | 0,74615 | 0,99793 | 0,912653 | 1,006379 | 0,922368 | 0,996524 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 1,088329 | -0,05941 | 1,005655 | 1,147735 | 1,093685 | 1,211455 | 1,109799 | 1,192396 |
| L63203 | 0,942594 | 0,039727 | 0,738374 | 0,942594 | 0,864935 | 0,948181 | 0,871166 | 0,941937 |
| L63206 | 0,996702 | 0,04721 | 1,196903 | 0,949491 | 0,903437 | 0,990059 | 0,916135 | 0,981703 |
| L63208 | 1,02719 | 0,029159 | 0,215073 | 1,02719 | 0,941054 | 1,060867 | 0,951229 | 1,052343 |
| L63210 | 1,039857 | -0,03257 | 0,220363 | 1,039857 | 1,000614 | 1,140408 | 1,010724 | 1,128953 |
| L63212 | 0,930339 | -0,01759 | 0,056668 | 0,930339 | 0,881463 | 1,021911 | 0,887366 | 1,011645 |
| L63213 | 1,016497 | -0,12403 | 4,081954 | 1,14053 | 1,093448 | 1,202763 | 1,097777 | 1,194123 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63215 | 1,054058 | -0,01969 | 0,164274 | 1,054058 | 1,024301 | 1,114884 | 1,033612 | 1,109207 |
| L64216 | 1,076105 | -0,04905 | 0,897159 | 1,076105 | 1,07608 | 1,171513 | 1,08438 | 1,166539 |
| L64217 | 1,064449 | 0,007564 | 0,0113 | 1,064449 | 0,988338 | 1,121226 | 1,004216 | 1,110171 |
| L64219 | 1,073403 | -0,01486 | 0,080529 | 1,073403 | 1,040462 | 1,13976 | 1,045208 | 1,129729 |
| L64220 | 1,005736 | 0,010261 | 0,05358 | 1,005736 | 0,955356 | 1,039196 | 0,962292 | 1,033404 |
| L64221 | 0,944987 | 0,057642 | 1,10085 | 0,887345 | 0,827228 | 0,933819 | 0,847403 | 0,924676 |
| L64223 | 1,041197 | 0,044821 | 0,704349 | 1,041197 | 0,947697 | 1,043832 | 0,956047 | 1,036049 |
| L71229 | 1,124093 | -0,07398 | 3,024319 | 1,198074 | 1,155437 | 1,234753 | 1,166706 | 1,228814 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71237 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71238 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71240 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71241 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71242 | 1,256642 | -0,44308 | 53,74121 | 1,699721 | 1,642796 | 1,755721 | 1,651205 | 1,742777 |
| L71243 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71245 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 1,05913 | 0,003143 | 0,004552 | 1,05913 | 1,014995 | 1,103543 | 1,021871 | 1,090454 |
| L82257 | 1,034669 | -0,09111 | 1,897997 | 1,125778 | 1,048917 | 1,181963 | 1,07051 | 1,174375 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 1,008272 | 0,038678 | 0,800774 | 1,008272 | 0,922151 | 1,010789 | 0,93624 | 1,000349 |
| L81269 | 1,091805 | 0,070277 | 0,529557 | 1,091805 | 0,934468 | 1,118834 | 0,949416 | 1,096479 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1,161244 | -0,17829 | 7,506746 | 1,339532 | 1,280909 | 1,405967 | 1,297161 | 1,399549 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 1,09725 | 0,006697 | 0,010824 | 1,09725 | 1,033819 | 1,147988 | 1,03873 | 1,141743 |
| L83286 | 1,098768 | 0,031056 | 0,117877 | 1,098768 | 0,996406 | 1,154718 | 1,003165 | 1,138793 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 1,002981 | 0,048637 | 0,339242 | 1,002981 | 0,873786 | 1,034282 | 0,885718 | 1,022518 |
| L83289 | 0,987889 | 0,046374 | 0,675354 | 0,987889 | 0,890995 | 1,005945 | 0,900784 | 0,985525 |
| L83290 | 1,003051 | 0,007212 | 0,025613 | 1,003051 | 0,959499 | 1,043786 | 0,967414 | 1,031586 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 1,019818 | 0,045687 | 0,270463 | 1,019818 | 0,880977 | 1,059661 | 0,897698 | 1,032551 |
| L83294 | 0,992412 | -0,02 | 0,148394 | 0,992412 | 0,969339 | 1,065513 | 0,977536 | 1,054945 |
| L83296 | 0,980081 | 0,024194 | 0,241242 | 0,980081 | 0,907666 | 1,01409 | 0,930146 | 0,998004 |
| L83297 | 0,996013 | -0,01225 | 0,063384 | 0,996013 | 0,961852 | 1,054486 | 0,974 | 1,047855 |
| L83298 | 1,019975 | -0,0531 | 0,395813 | 1,019975 | 0,995233 | 1,152699 | 1,008253 | 1,13364 |
| L83299 | 1,119665 | -0,05368 | 1,109506 | 1,173345 | 1,125863 | 1,221292 | 1,133813 | 1,210316 |
| L83300 | 1,036433 | -0,00194 | 0,001098 | 1,036433 | 0,987633 | 1,087045 | 0,99645 | 1,078954 |
| L83301 | 0,972031 | 0,051223 | 0,661082 | 0,972031 | 0,864092 | 0,984161 | 0,876696 | 0,960789 |
| L84302 | 1,119282 | -0,00735 | 0,028755 | 1,119282 | 1,09092 | 1,171405 | 1,094098 | 1,159078 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 0,932502 | 0,192349 | 7,716151 | 0,740154 | 0,687156 | 0,822185 | 0,693418 | 0,802749 |
| L84308 | 1,026729 | -0,02382 | 0,20751 | 1,026729 | 1,002505 | 1,103147 | 1,016897 | 1,090112 |
| L84309 | 0,958572 | 0,15996 | 1,85962 | 0,798612 | 0,700577 | 0,915304 | 0,717179 | 0,90041 |
| L84310 | 1,053729 | -0,0667 | 0,351909 | 1,053729 | 1,020757 | 1,236336 | 1,03917 | 1,201376 |
| L84311 | 1,025483 | 0,019121 | 0,130819 | 1,025483 | 0,953962 | 1,059679 | 0,960554 | 1,048346 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84314 | 0,983999 | 0,000922 | 0,00031 | 0,983999 | 0,932258 | 1,031469 | 0,94606 | 1,024407 |
| L84316 | 1,038464 | 0,012682 | 0,1212 | 1,038464 | 0,989151 | 1,064953 | 0,998444 | 1,054523 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 1,008988 | 0,030255 | 0,397673 | 1,008988 | 0,935418 | 1,019406 | 0,942644 | 1,011178 |
| L91324 | 1,007341 | -0,05474 | 0,461824 | 1,007341 | 0,991417 | 1,137325 | 1,004819 | 1,124018 |
| L91326 | 0,800302 | 0,294542 | 5,357748 | 0,50576 | 0,393351 | 0,636618 | 0,420586 | 0,59463 |
| L91327 | 0,911571 | 0,088012 | 3,090683 | 0,823559 | 0,777047 | 0,871476 | 0,78616 | 0,864809 |
| L91331 | 0,976934 | 0,092989 | 1,333627 | 0,883946 | 0,815135 | 0,966423 | 0,829669 | 0,945027 |
| L91332 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.6.11 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{TE\Delta}_j$ pour la période 00/01-01/02

| DMU | $\widehat{TE\Delta}_j$ | $\widehat{Biais}_B(\widehat{TE\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{TE\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | 95 % conf. int. | 95 % conf. int. | 95 % conf. int. |
|-------|------------------------|---|----------|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| L111 | 0,988623 | -0,04202 | 0,086001 | 0,988623 | 0,903144 | 1,179967 | 0,927328 | 1,155535 |
| L112 | 0,918141 | 0,04844 | 0,105728 | 0,918141 | 0,740971 | 1,027586 | 0,757189 | 0,984313 |
| L113 | 0,904919 | 0,141775 | 1,080089 | 0,763144 | 0,639546 | 0,92365 | 0,666048 | 0,879315 |
| L114 | 0,849986 | 0,399722 | 6,977303 | 0,450264 | 0,320926 | 0,591126 | 0,353874 | 0,563873 |
| L115 | 0,887483 | 0,263051 | 2,356875 | 0,624432 | 0,477772 | 0,794845 | 0,501525 | 0,757994 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,971253 | 0,049528 | 0,124733 | 0,971253 | 0,807469 | 1,062289 | 0,819686 | 1,021683 |
| L1110 | 0,838821 | 0,287954 | 9,29276 | 0,550867 | 0,466711 | 0,639699 | 0,480831 | 0,624062 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 0,873297 | 0,227038 | 3,220835 | 0,646258 | 0,545981 | 0,768039 | 0,55857 | 0,735208 |
| L1117 | 0,848298 | 0,240755 | 2,21331 | 0,607542 | 0,466281 | 0,796981 | 0,489581 | 0,731889 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 0,868989 | 0,174843 | 3,973328 | 0,694146 | 0,595824 | 0,753853 | 0,615093 | 0,737978 |
| L1120 | 0,960298 | 0,141471 | 0,937352 | 0,960298 | 0,698824 | 1,002202 | 0,707335 | 0,932789 |
| L1121 | 0,954924 | 0,151548 | 0,742622 | 0,954924 | 0,650052 | 0,95102 | 0,68676 | 0,940703 |
| L1122 | 0,998848 | -0,00471 | 0,001245 | 0,998848 | 0,883908 | 1,159872 | 0,909434 | 1,120027 |
| L1123 | 0,87776 | 0,380041 | 9,906634 | 0,497719 | 0,369456 | 0,60568 | 0,398728 | 0,588764 |
| L1124 | 0,944634 | 0,079937 | 0,201077 | 0,944634 | 0,707785 | 1,027365 | 0,733761 | 0,996551 |
| L1125 | 0,793772 | 0,513993 | 11,44291 | 0,27978 | 0,15421 | 0,441211 | 0,182821 | 0,386155 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,06426 | 0,016591 | 0,011321 | 1,06426 | 0,906083 | 1,22503 | 0,932193 | 1,172634 |
| L1228 | 0,938941 | 0,093475 | 0,717847 | 0,938941 | 0,741212 | 0,962674 | 0,760597 | 0,916265 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 0,877197 | -0,06783 | 0,504254 | 0,877197 | 0,873899 | 1,050491 | 0,885574 | 1,035586 |
| L1232 | 0,932677 | -0,0121 | 0,009169 | 0,932677 | 0,851798 | 1,069701 | 0,8628 | 1,04509 |
| L1233 | 0,772216 | 0,414348 | 5,380793 | 0,357869 | 0,225014 | 0,523917 | 0,239372 | 0,483483 |
| L1234 | 0,930824 | -0,04379 | 0,161557 | 0,930824 | 0,889793 | 1,088039 | 0,896904 | 1,058221 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,092937 | -0,28921 | 5,078432 | 1,382143 | 1,248998 | 1,492988 | 1,297256 | 1,481345 |
| L1238 | 1 | -0,01428 | 0,038647 | 1 | 1 | 1,090484 | 1 | 1,064022 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,085017 | -0,15162 | 0,965682 | 1,085017 | 1,083575 | 1,398406 | 1,133897 | 1,34856 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 1 | 0,2036 | 1,416136 | 0,7964 | 0,633293 | 1,009407 | 0,646996 | 0,929586 |
| L1544 | 0,838061 | 0,155304 | 23,4031 | 0,682757 | 0,676122 | 0,735339 | 0,676122 | 0,701288 |
| L1545 | 0,979006 | -0,00352 | 0,002573 | 0,979006 | 0,958012 | 1,083296 | 0,958012 | 1,051404 |
| L1546 | 0,935555 | 0,038402 | 0,277876 | 0,935555 | 0,87111 | 0,999206 | 0,87111 | 0,962717 |
| L1347 | 0,922279 | 0,14563 | 0,696027 | 0,922279 | 0,635079 | 0,970877 | 0,654879 | 0,899599 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 1 | -0,00653 | 0,00229 | 1 | 0,87913 | 1,141774 | 0,903546 | 1,119736 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 0,867488 | 0,220828 | 3,682003 | 0,64666 | 0,548535 | 0,781329 | 0,565971 | 0,734977 |
| L1352 | 0,880697 | 0,108046 | 2,257601 | 0,772651 | 0,727525 | 0,864371 | 0,743475 | 0,831362 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 0,958493 | 0,061626 | 0,559008 | 0,958493 | 0,808971 | 0,988952 | 0,849546 | 0,93977 |
| L1354 | 0,771199 | 0,237954 | 25,25576 | 0,533244 | 0,467617 | 0,542397 | 0,498323 | 0,542397 |
| L1355 | 0,838647 | 0,307076 | 4,811734 | 0,531571 | 0,407696 | 0,653412 | 0,418181 | 0,643581 |
| L1356 | 0,931105 | 0,093299 | 0,639713 | 0,931105 | 0,736239 | 1,005144 | 0,771071 | 0,889524 |
| L1357 | 0,903842 | 0,175383 | 1,523155 | 0,728459 | 0,59073 | 0,865646 | 0,608665 | 0,823019 |
| L1358 | 0,879605 | 0,177493 | 2,196633 | 0,702112 | 0,595623 | 0,811086 | 0,611493 | 0,786526 |
| L1359 | 0,912551 | 0,043728 | 0,181023 | 0,912551 | 0,796715 | 0,979654 | 0,819721 | 0,949894 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 1,096843 | -0,09836 | 69,88972 | 1,195203 | 1,193686 | 1,20282 | 1,193686 | 1,193686 |
| L1465 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2168 | 0,873424 | 0,143453 | 0,800838 | 0,873424 | 0,595622 | 0,892771 | 0,608299 | 0,838399 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 0,94677 | 0,262885 | 3,282649 | 0,683885 | 0,545968 | 0,823238 | 0,576463 | 0,79317 |
| L2175 | 0,956836 | 0,155271 | 1,947408 | 0,801565 | 0,686983 | 0,908716 | 0,718085 | 0,889613 |
| L2180 | 0,948928 | 0,037553 | 0,08283 | 0,948928 | 0,787295 | 1,042791 | 0,804841 | 1,004743 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 0,919712 | 0,08385 | 0,48238 | 0,919712 | 0,72429 | 0,958414 | 0,749647 | 0,929142 |
| L3183 | 0,984532 | 0,006622 | 0,00523 | 0,984532 | 0,898844 | 1,103271 | 0,925376 | 1,041645 |
| L3185 | 0,846823 | 0,153603 | 1,501159 | 0,69322 | 0,561351 | 0,820376 | 0,599784 | 0,808748 |
| L3298 | 1 | 0,026202 | 0,026922 | 1 | 0,812571 | 1,145941 | 0,866949 | 1,093534 |
| L32107 | 1,000885 | -0,06653 | 0,344457 | 1,000885 | 1,00177 | 1,1843 | 1,00177 | 1,163633 |
| L42113 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L42116 | 0,947093 | 0,081995 | 0,452336 | 0,947093 | 0,765062 | 1,009099 | 0,771302 | 0,950518 |
| L43135 | 0,858413 | 0,080203 | 0,481058 | 0,858413 | 0,709304 | 0,91234 | 0,716825 | 0,867194 |
| L43136 | 0,952242 | -0,04669 | 0,111198 | 0,952242 | 0,867315 | 1,154923 | 0,898292 | 1,115112 |
| L43138 | 1,031345 | -0,08644 | 0,647564 | 1,031345 | 1,062689 | 1,237845 | 1,062689 | 1,215299 |
| L51148 | 1,081916 | -0,3534 | 16,07637 | 1,435317 | 1,363324 | 1,527096 | 1,37761 | 1,503062 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 0,960602 | 0,100561 | 0,317299 | 0,960602 | 0,710289 | 1,041037 | 0,742973 | 0,995258 |
| L52167 | 1,152864 | -0,31287 | 7,893387 | 1,465729 | 1,364068 | 1,568854 | 1,389307 | 1,549706 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,94295 | 0,061948 | 2,677625 | 0,881001 | 0,834225 | 0,904733 | 0,863857 | 0,885899 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L52175 | 0,878023 | 0,226064 | 4,980147 | 0,651959 | 0,56396 | 0,744594 | 0,569312 | 0,734908 |
| L53177 | 1,023036 | 0,059872 | 0,139974 | 1,023036 | 0,827061 | 1,105879 | 0,848579 | 1,085374 |
| L61182 | 1,001338 | 0,021112 | 0,028842 | 1,001338 | 0,866849 | 1,106984 | 0,897086 | 1,06852 |
| L61184 | 0,9506 | 0,125159 | 1,577216 | 0,825441 | 0,721751 | 0,9012 | 0,750891 | 0,9012 |
| L61187 | 1,009417 | -0,04647 | 0,106396 | 1,009417 | 0,920051 | 1,183677 | 0,937976 | 1,15965 |
| L61189 | 1 | 0,041768 | 0,072722 | 1 | 0,820623 | 1,130204 | 0,850261 | 1,065039 |
| L62191 | 1 | -0,0187 | 0,018058 | 1 | 0,885582 | 1,156769 | 0,916344 | 1,119245 |
| L62193 | 1,171867 | -0,36416 | 14,22884 | 1,536024 | 1,464267 | 1,651689 | 1,4724 | 1,626195 |
| L62195 | 0,953984 | -0,01243 | 0,008804 | 0,953984 | 0,847322 | 1,111694 | 0,884832 | 1,067267 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,897669 | 0,170987 | 1,251135 | 0,726681 | 0,572657 | 0,881632 | 0,632604 | 0,835014 |
| L63203 | 1,021436 | 0,126497 | 0,408937 | 1,021436 | 0,7012 | 1,08153 | 0,744192 | 1,052522 |
| L63206 | 1,012134 | -0,08962 | 0,429939 | 1,012134 | 0,974344 | 1,222932 | 0,98858 | 1,211109 |
| L63208 | 0,996682 | 0,061228 | 0,30869 | 0,996682 | 0,839434 | 1,000906 | 0,849895 | 0,993365 |
| L63210 | 0,92682 | 0,184426 | 2,053255 | 0,742394 | 0,604779 | 0,855233 | 0,634572 | 0,834656 |
| L63212 | 1 | 0,163094 | 1,824688 | 0,836906 | 0,725659 | 0,959773 | 0,75378 | 0,930135 |
| L63213 | 0,970029 | 0,236151 | 2,531122 | 0,733878 | 0,574997 | 0,864914 | 0,622859 | 0,838223 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63215 | 0,983263 | 0,066322 | 0,193371 | 0,983263 | 0,77384 | 1,054552 | 0,801519 | 1,041722 |
| L64216 | 0,963977 | 0,089651 | 0,316715 | 0,963977 | 0,732631 | 1,034338 | 0,752813 | 1,014128 |
| L64217 | 0,893519 | 0,170692 | 2,081179 | 0,722827 | 0,616784 | 0,828879 | 0,630054 | 0,80034 |
| L64219 | 0,945886 | 0,058279 | 0,152702 | 0,945886 | 0,771592 | 1,04142 | 0,777426 | 1,014361 |
| L64220 | 0,9973 | 0,107136 | 0,419565 | 0,9973 | 0,706387 | 1,03661 | 0,773015 | 1,016392 |
| L64221 | 1,112412 | -0,20138 | 1,742344 | 1,313789 | 1,150787 | 1,455073 | 1,180581 | 1,428811 |
| L64223 | 0,91417 | 0,150119 | 1,505092 | 0,764051 | 0,652789 | 0,886067 | 0,670913 | 0,871358 |
| L71229 | 0,979278 | 0,013831 | 0,011419 | 0,979278 | 0,844276 | 1,090074 | 0,862405 | 1,060381 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71237 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71238 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71240 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71241 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71242 | 1,141065 | -0,28509 | 9,515522 | 1,426151 | 1,35916 | 1,526219 | 1,370341 | 1,506025 |
| L71243 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71245 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 0,909525 | 0,092048 | 0,312573 | 0,909525 | 0,68799 | 0,980377 | 0,701633 | 0,960237 |
| L82257 | 0,970878 | -0,01548 | 0,029058 | 0,970878 | 0,941755 | 1,090681 | 0,941755 | 1,075926 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 0,993911 | -0,05562 | 0,201379 | 0,993911 | 0,929931 | 1,170177 | 0,958728 | 1,148053 |
| L81269 | 0,839371 | 0,256671 | 6,765217 | 0,582699 | 0,482607 | 0,676562 | 0,517335 | 0,656249 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 1 | -0,06575 | 0,431731 | 1 | 1 | 1,176663 | 1 | 1,147865 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 0,872709 | 0,19511 | 1,865525 | 0,677599 | 0,561361 | 0,833715 | 0,576653 | 0,811228 |
| L83286 | 0,856265 | 0,136682 | 3,508438 | 0,719583 | 0,663598 | 0,807734 | 0,679622 | 0,775418 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 0,950679 | 0,048904 | 0,771122 | 0,950679 | 0,852561 | 0,957926 | 0,868214 | 0,938021 |
| L83289 | 0,97137 | 0,116065 | 0,837643 | 0,97137 | 0,727343 | 0,986066 | 0,765387 | 0,962405 |
| L83290 | 1,056808 | -0,07286 | 0,266093 | 1,056808 | 0,991713 | 1,257483 | 1,044384 | 1,253196 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 1,091833 | -0,27416 | 5,111331 | 1,365998 | 1,274868 | 1,501641 | 1,285815 | 1,467111 |
| L83294 | 0,977727 | 0,059229 | 0,197565 | 0,977727 | 0,810015 | 1,053354 | 0,818746 | 1,024879 |
| L83296 | 0,974413 | 0,219117 | 2,306875 | 0,755297 | 0,626905 | 0,931266 | 0,648827 | 0,866702 |
| L83297 | 1,032789 | -0,03406 | 0,057061 | 1,032789 | 0,91919 | 1,193906 | 0,974615 | 1,165935 |
| L83298 | 0,960522 | -0,00642 | 0,003767 | 0,960522 | 0,921044 | 1,110415 | 0,921044 | 1,056647 |
| L83299 | 0,936152 | 0,091059 | 0,53601 | 0,936152 | 0,715591 | 0,980692 | 0,757424 | 0,952449 |
| L83300 | 0,96362 | 0,141604 | 0,809191 | 0,96362 | 0,695981 | 1,020499 | 0,721541 | 0,963414 |
| L83301 | 0,962162 | 0,090416 | 0,591416 | 0,962162 | 0,757051 | 0,982428 | 0,785555 | 0,969761 |
| L84302 | 0,888144 | 0,130986 | 0,614488 | 0,888144 | 0,594844 | 0,924287 | 0,655596 | 0,904056 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 1,210486 | -0,26868 | 2,519031 | 1,479168 | 1,316369 | 1,634407 | 1,346393 | 1,61864 |
| L84308 | 1,045349 | -0,12826 | 1,444261 | 1,173611 | 1,090699 | 1,282772 | 1,099658 | 1,25571 |
| L84309 | 0,951726 | 0,059708 | 2,371568 | 0,892018 | 0,836363 | 0,903452 | 0,851191 | 0,903452 |
| L84310 | 0,928424 | 0,065685 | 3,695967 | 0,862739 | 0,856848 | 0,902477 | 0,856848 | 0,872072 |
| L84311 | 0,988473 | 0,00647 | 0,00813 | 0,988473 | 0,917013 | 1,053233 | 0,938483 | 1,040773 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84314 | 0,967625 | 0,03211 | 0,069599 | 0,967625 | 0,816652 | 1,077566 | 0,85989 | 1,038157 |
| L84316 | 0,990927 | -0,00829 | 0,003695 | 0,990927 | 0,862798 | 1,131821 | 0,892573 | 1,109599 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 0,958629 | 0,112779 | 0,519112 | 0,958629 | 0,70156 | 1,00109 | 0,725903 | 0,973592 |
| L91324 | 0,93419 | 0,197725 | 1,027346 | 0,736465 | 0,562005 | 0,926867 | 0,587626 | 0,904776 |
| L91326 | 1 | 0 | -0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| L91327 | 1,001795 | -0,00391 | 0,000786 | 1,001795 | 0,882005 | 1,165702 | 0,909237 | 1,09343 |
| L91331 | 1 | -0,05147 | 0,138096 | 1 | 0,913963 | 1,184956 | 0,940816 | 1,15724 |
| L91332 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Tableau 6.6.12 : Les résultats de simulation du *bootstrap* de $\widehat{S\Delta}_j$ pour la période 00/01-01/02

| DMU | $\widehat{S\Delta}_j$ | $\widehat{Bi\grave{a}is}_B(\widehat{S\Delta}_j)$ | r_j | $\widehat{S\Delta}_j$ | 99 % conf. int. | | 95 % conf. int. | |
|-------|-----------------------|--|----------|-----------------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| L111 | 1,025426 | -0,03152 | 0,323494 | 1,025426 | 1,017666 | 1,119105 | 1,020195 | 1,089557 |
| L112 | 0,992809 | 0,07235 | 0,747728 | 0,992809 | 0,852857 | 1,004249 | 0,868096 | 0,988455 |
| L113 | 0,969885 | 0,120641 | 5,606925 | 0,849244 | 0,798258 | 0,899782 | 0,808156 | 0,882673 |
| L114 | 0,989116 | 0,108142 | 1,811836 | 0,880974 | 0,814361 | 0,985057 | 0,82849 | 0,941353 |
| L115 | 0,995981 | 0,030203 | 0,213633 | 0,995981 | 0,906548 | 1,028563 | 0,914474 | 1,01495 |
| L118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L119 | 0,991666 | 0,044956 | 0,418863 | 0,991666 | 0,888855 | 1,021555 | 0,902191 | 1,006585 |
| L1110 | 1,018859 | 0,07093 | 1,504964 | 0,947929 | 0,894764 | 1,002219 | 0,90595 | 0,989063 |
| L1111 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1112 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1113 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1114 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1116 | 1,024875 | -0,00085 | 0,000129 | 1,024875 | 0,962502 | 1,12023 | 0,97417 | 1,090656 |
| L1117 | 1,112444 | -0,08173 | 1,537207 | 1,194172 | 1,140504 | 1,280254 | 1,15334 | 1,242174 |
| L1118 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1119 | 0,982235 | 0,130582 | 2,703022 | 0,851652 | 0,781421 | 0,938082 | 0,800771 | 0,909599 |
| L1120 | 0,965986 | 0,131413 | 2,63434 | 0,834573 | 0,761999 | 0,91972 | 0,780663 | 0,894152 |
| L1121 | 0,986981 | 0,071871 | 0,906602 | 0,986981 | 0,855801 | 1,015907 | 0,873477 | 0,966089 |
| L1122 | 1,003753 | 0,053198 | 0,557931 | 1,003753 | 0,892833 | 1,044455 | 0,907101 | 1,005138 |
| L1123 | 1,003558 | 0,014286 | 0,044612 | 1,003558 | 0,916818 | 1,059685 | 0,932011 | 1,034726 |
| L1124 | 0,958932 | 0,093442 | 1,379406 | 0,86549 | 0,796952 | 0,954064 | 0,810143 | 0,925416 |
| L1125 | 0,993439 | 0,079614 | 1,517349 | 0,913826 | 0,865654 | 0,986014 | 0,870605 | 0,971609 |
| L1126 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1127 | 1,018119 | 0,044362 | 0,358258 | 1,018119 | 0,903911 | 1,059121 | 0,918833 | 1,026659 |
| L1228 | 1,055537 | -0,03651 | 0,391465 | 1,055537 | 1,046713 | 1,153122 | 1,05029 | 1,138934 |
| L1229 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1231 | 1,099657 | -0,12471 | 3,325889 | 1,224371 | 1,162531 | 1,286548 | 1,17708 | 1,284756 |
| L1232 | 1,006467 | -0,02841 | 0,191429 | 1,006467 | 0,974543 | 1,1025 | 0,985596 | 1,085087 |
| L1233 | 0,988599 | 0,040402 | 0,509858 | 0,988599 | 0,902152 | 1,01918 | 0,90609 | 0,991967 |
| L1234 | 0,985985 | 0,019997 | 0,11658 | 0,985985 | 0,916359 | 1,022369 | 0,919773 | 1,012544 |
| L1236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1237 | 1,003531 | 0,007852 | 0,014344 | 1,003531 | 0,946891 | 1,081512 | 0,953925 | 1,052446 |
| L1238 | 1,022193 | -0,01328 | 0,026756 | 1,022193 | 0,972095 | 1,122706 | 0,98256 | 1,097524 |
| L1539 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1540 | 1,003331 | 0,020711 | 0,105614 | 1,003331 | 0,929758 | 1,067021 | 0,941872 | 1,038079 |
| L1541 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1542 | 0,992688 | 0,035725 | 0,332639 | 0,992688 | 0,903997 | 1,025506 | 0,914225 | 1,014475 |
| L1544 | 0,977057 | -0,01376 | 0,036073 | 0,977057 | 0,942792 | 1,068715 | 0,94504 | 1,05452 |
| L1545 | 0,972249 | 0,077431 | 1,586821 | 0,894817 | 0,840531 | 0,954314 | 0,854008 | 0,936247 |
| L1546 | 0,984552 | 0,045797 | 0,633039 | 0,984552 | 0,895558 | 1,007194 | 0,902408 | 0,984727 |
| L1347 | 0,995493 | 0,059831 | 0,794566 | 0,995493 | 0,883182 | 1,020093 | 0,888122 | 0,985998 |
| L1348 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1349 | 0,984927 | 0,061231 | 1,375115 | 0,923697 | 0,885043 | 0,973843 | 0,888243 | 0,95705 |
| L1350 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1351 | 1,012021 | -0,01294 | 0,038763 | 1,012021 | 0,977821 | 1,105172 | 0,985919 | 1,091819 |
| L1352 | 0,994761 | 0,112491 | 1,206894 | 0,88227 | 0,798271 | 1,027143 | 0,812329 | 0,965245 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L1353 | 0,965633 | 0,126535 | 4,582342 | 0,839098 | 0,790815 | 0,918541 | 0,800387 | 0,881076 |
| L1354 | 1,039357 | 0,067696 | 0,733049 | 1,039357 | 0,907466 | 1,066433 | 0,912696 | 1,033842 |
| L1355 | 0,966589 | 0,115189 | 3,516101 | 0,8514 | 0,800973 | 0,930253 | 0,811846 | 0,897502 |
| L1356 | 0,958907 | 0,17426 | 4,867898 | 0,784647 | 0,717547 | 0,875897 | 0,735179 | 0,85676 |
| L1357 | 0,967862 | 0,11551 | 3,381603 | 0,852352 | 0,803109 | 0,932542 | 0,814543 | 0,898986 |
| L1358 | 0,986308 | 0,042831 | 0,615329 | 0,986308 | 0,893228 | 0,995013 | 0,903593 | 0,984361 |
| L1359 | 1,026532 | -0,05158 | 0,616085 | 1,026532 | 1,012954 | 1,139342 | 1,030294 | 1,127878 |
| L1360 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L1463 | 1,208645 | -0,27199 | 12,14901 | 1,480631 | 1,41044 | 1,564503 | 1,423562 | 1,543197 |
| L1465 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2168 | 1,003419 | -0,00605 | 0,01097 | 1,003419 | 0,959366 | 1,0709 | 0,970861 | 1,054502 |
| L2169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L2170 | 0,977603 | 0,132934 | 3,693072 | 0,844669 | 0,78819 | 0,92508 | 0,799299 | 0,902807 |
| L2175 | 0,996812 | -0,00531 | 0,008267 | 0,996812 | 0,960998 | 1,074825 | 0,964933 | 1,049221 |
| L2180 | 1,010958 | 0,002982 | 0,002728 | 1,010958 | 0,964288 | 1,066705 | 0,971548 | 1,057209 |
| L2181 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L3182 | 1,001026 | 0,010055 | 0,027823 | 1,001026 | 0,944892 | 1,067744 | 0,949737 | 1,031046 |
| L3183 | 0,956789 | 0,137852 | 3,388309 | 0,818937 | 0,751685 | 0,89688 | 0,75959 | 0,871693 |
| L3185 | 0,991037 | 0,064067 | 0,698033 | 0,991037 | 0,861331 | 0,993119 | 0,87308 | 0,988691 |
| L3298 | 1,001809 | 0,034227 | 0,416437 | 1,001809 | 0,917256 | 1,01725 | 0,934003 | 1,002207 |
| L32107 | 1,00071 | 0,282181 | 5,96176 | 0,71853 | 0,606556 | 0,825162 | 0,625687 | 0,805377 |
| L42113 | 1,094053 | -0,41597 | 42,11668 | 1,510024 | 1,451511 | 1,567242 | 1,463503 | 1,559542 |
| L42116 | 1,020815 | -0,07011 | 0,986922 | 1,020815 | 1,02319 | 1,173385 | 1,033557 | 1,145365 |
| L43135 | 1,004957 | 0,003818 | 0,002826 | 1,004957 | 0,933031 | 1,068395 | 0,943426 | 1,042693 |
| L43136 | 1,014099 | -0,05817 | 0,898815 | 1,014099 | 1,019384 | 1,145115 | 1,027472 | 1,117228 |
| L43138 | 1,022281 | -0,06328 | 1,076458 | 1,085564 | 1,033502 | 1,152461 | 1,04098 | 1,126821 |
| L51148 | 1,001082 | -0,0894 | 2,191562 | 1,090478 | 1,036671 | 1,153178 | 1,045199 | 1,137033 |
| L51157 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52166 | 0,990009 | 0,021653 | 0,124331 | 0,990009 | 0,919993 | 1,033178 | 0,929303 | 1,017601 |
| L52167 | 1,002703 | 0,047594 | 0,571435 | 1,002703 | 0,900679 | 1,025006 | 0,918244 | 1,002201 |
| L52169 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52170 | 0,983004 | 0,005378 | 0,013003 | 0,983004 | 0,929645 | 1,028391 | 0,945065 | 1,011872 |
| L52172 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L52174 | 0,920441 | 0,125344 | 5,216131 | 0,795096 | 0,74504 | 0,848544 | 0,752877 | 0,837673 |
| L52175 | 0,997296 | 0,074652 | 2,159449 | 0,922644 | 0,881792 | 0,989269 | 0,885693 | 0,959478 |
| L53177 | 0,979255 | 0,076063 | 1,380952 | 0,903192 | 0,846793 | 0,972577 | 0,859985 | 0,953794 |
| L61182 | 1,039246 | -0,01657 | 0,071367 | 1,039246 | 0,99443 | 1,117366 | 1,003051 | 1,099812 |
| L61184 | 0,943388 | 0,171673 | 5,961044 | 0,771715 | 0,708076 | 0,842101 | 0,724888 | 0,826875 |
| L61187 | 0,985559 | 0,099066 | 3,812543 | 0,886493 | 0,844984 | 0,948893 | 0,857014 | 0,924219 |
| L61189 | 0,945201 | 0,255857 | 10,49149 | 0,689344 | 0,621345 | 0,788482 | 0,632462 | 0,744399 |
| L62191 | 1,000368 | 0,132442 | 4,286677 | 0,867926 | 0,802279 | 0,924275 | 0,817492 | 0,91609 |
| L62193 | 1,069443 | -0,08465 | 1,768899 | 1,154091 | 1,104754 | 1,217123 | 1,111493 | 1,207791 |
| L62195 | 0,977872 | 0,107209 | 2,361352 | 0,870663 | 0,820901 | 0,962239 | 0,82853 | 0,939935 |
| L62199 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L63201 | 0,992757 | 0,04595 | 0,433624 | 0,992757 | 0,89385 | 1,041631 | 0,90116 | 1,006905 |
| L63203 | 1,011093 | 0,074015 | 0,908268 | 1,011093 | 0,868925 | 1,031524 | 0,879509 | 1,00129 |
| L63206 | 1,004072 | 0,020218 | 0,1077 | 1,004072 | 0,938108 | 1,068397 | 0,944234 | 1,027961 |
| L63208 | 0,977526 | 0,08958 | 0,81033 | 0,977526 | 0,800289 | 1,015307 | 0,819329 | 0,967504 |
| L63210 | 1,002118 | 0,054586 | 0,399728 | 1,002118 | 0,882441 | 1,0573 | 0,893046 | 1,013006 |
| L63212 | 1,019457 | -0,01923 | 0,036598 | 1,019457 | 0,954358 | 1,143555 | 0,961735 | 1,118277 |
| L63213 | 1,007835 | 0,143586 | 2,439742 | 0,864249 | 0,78182 | 0,966537 | 0,80306 | 0,930618 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L63215 | 0,943132 | 0,170335 | 6,136533 | 0,772797 | 0,727595 | 0,868204 | 0,733965 | 0,846945 |
| L64216 | 1,000417 | 0,038174 | 0,313381 | 1,000417 | 0,897309 | 1,037205 | 0,911297 | 1,010893 |
| L64217 | 1,015112 | -0,01638 | 0,073756 | 1,015112 | 0,978914 | 1,089312 | 0,986458 | 1,08206 |
| L64219 | 1,004774 | 0,010867 | 0,023488 | 1,004774 | 0,939689 | 1,090115 | 0,944762 | 1,048676 |
| L64220 | 0,959904 | 0,194201 | 6,680011 | 0,765702 | 0,706392 | 0,860127 | 0,718096 | 0,832585 |
| L64221 | 1,006483 | 0,036162 | 0,335706 | 1,006483 | 0,914265 | 1,040676 | 0,924818 | 1,024237 |
| L64223 | 0,993681 | 0,05494 | 0,492239 | 0,993681 | 0,872623 | 1,042152 | 0,884051 | 0,992889 |
| L71229 | 0,989718 | 0,039458 | 0,330613 | 0,989718 | 0,891038 | 1,028384 | 0,908329 | 1,018091 |
| L71230 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71231 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71232 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71234 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71236 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71237 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71238 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71240 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71241 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71242 | 0,914671 | 0,100397 | 3,465384 | 0,814275 | 0,76639 | 0,86438 | 0,773883 | 0,851858 |
| L71243 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71245 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L71246 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L82256 | 0,983889 | 0,071535 | 1,401707 | 0,912354 | 0,862231 | 0,984354 | 0,872651 | 0,953067 |
| L82257 | 1,181156 | -0,25419 | 8,65915 | 1,435349 | 1,357161 | 1,511462 | 1,37168 | 1,498174 |
| L82263 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81268 | 1,006008 | 0,026446 | 0,178108 | 1,006008 | 0,932294 | 1,047528 | 0,936476 | 1,019951 |
| L81269 | 1,010182 | 0,028092 | 0,247873 | 1,010182 | 0,93943 | 1,053119 | 0,945876 | 1,02374 |
| L81273 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L81280 | 0,96829 | -0,03658 | 0,186582 | 0,96829 | 0,923589 | 1,087992 | 0,946518 | 1,073589 |
| L81282 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83285 | 1,012138 | 0,011263 | 0,031286 | 1,012138 | 0,953241 | 1,076625 | 0,961335 | 1,043585 |
| L83286 | 1,007847 | 0,078916 | 1,036204 | 0,928932 | 0,852557 | 1,005957 | 0,865365 | 0,988057 |
| L83287 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83288 | 0,992648 | 0,056371 | 1,021288 | 0,936277 | 0,889777 | 1,001417 | 0,899202 | 0,970159 |
| L83289 | 0,924608 | 0,113242 | 2,072589 | 0,811366 | 0,745315 | 0,903061 | 0,7646 | 0,880402 |
| L83290 | 0,987273 | 0,108054 | 3,0802 | 0,879219 | 0,830598 | 0,960712 | 0,836931 | 0,927186 |
| L83292 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L83293 | 0,888933 | 0,301475 | 17,07143 | 0,587459 | 0,535902 | 0,680115 | 0,542169 | 0,637846 |
| L83294 | 0,981473 | 0,095849 | 3,128167 | 0,885625 | 0,846527 | 0,957466 | 0,850391 | 0,93169 |
| L83296 | 0,935296 | 0,176811 | 4,897072 | 0,758484 | 0,695767 | 0,850837 | 0,704263 | 0,821943 |
| L83297 | 0,960503 | 0,107777 | 2,112995 | 0,852726 | 0,79513 | 0,936905 | 0,79868 | 0,916374 |
| L83298 | 1,011629 | 0,034717 | 0,244454 | 1,011629 | 0,906274 | 1,040424 | 0,922426 | 1,023518 |
| L83299 | 0,999673 | 0,049606 | 0,632836 | 0,999673 | 0,89928 | 1,024942 | 0,906689 | 0,999354 |
| L83300 | 0,983815 | 0,074284 | 0,813278 | 0,983815 | 0,846324 | 1,005098 | 0,852196 | 0,986717 |
| L83301 | 0,985071 | 0,0533 | 0,485126 | 0,985071 | 0,865247 | 1,009827 | 0,877066 | 0,986066 |
| L84302 | 1,002267 | 0,028113 | 0,174246 | 1,002267 | 0,930058 | 1,068819 | 0,93238 | 1,032115 |
| L84306 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L84307 | 0,914405 | 0,205603 | 4,730211 | 0,708802 | 0,621314 | 0,805514 | 0,635841 | 0,789218 |
| L84308 | 0,954881 | 0,095401 | 2,057808 | 0,85948 | 0,79724 | 0,910071 | 0,80595 | 0,906948 |
| L84309 | 1,009333 | 0,004208 | 0,005162 | 1,009333 | 0,954077 | 1,063763 | 0,960698 | 1,054501 |
| L84310 | 1,018407 | 0,034903 | 0,166556 | 1,018407 | 0,908781 | 1,071197 | 0,928691 | 1,054563 |
| L84311 | 0,957399 | 0,05282 | 0,466431 | 0,957399 | 0,840448 | 0,985376 | 0,852515 | 0,959799 |

| | | | | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L84314 | 0,955922 | 0,078998 | 1,078338 | 0,876925 | 0,812883 | 0,950817 | 0,81759 | 0,931479 |
| L84316 | 0,998059 | 0,03487 | 0,423747 | 0,998059 | 0,916547 | 1,0246 | 0,927043 | 1,000706 |
| L91321 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |
| L91323 | 0,999521 | 0,02829 | 0,250144 | 0,999521 | 0,923138 | 1,042171 | 0,935533 | 1,013031 |
| L91324 | 0,983881 | 0,051943 | 0,661821 | 0,983881 | 0,883565 | 1,01118 | 0,894917 | 0,999926 |
| L91326 | 1,007702 | -0,00976 | 0,02604 | 1,007702 | 0,97185 | 1,087415 | 0,980404 | 1,072435 |
| L91327 | 1,018637 | 0,05352 | 0,535865 | 1,018637 | 0,915329 | 1,05389 | 0,92028 | 1,021125 |
| L91331 | 0,98918 | 0,04588 | 0,636758 | 0,98918 | 0,891708 | 1,004273 | 0,908862 | 0,986696 |
| L91332 | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea | infea |

Annexe 6.7

Efficacité à l'échelle

Tableau 6.7.1 : Les résultats des simulations du *bootstarp homogène* du modèle 1

| DMU | Effectif | \hat{s}_j | $\hat{\eta}_j$ | Efficacité à l'échelle | \hat{p}_j (Test 1) | \hat{p}_j (Test 2) | Résultat du test |
|--------|----------|-------------|----------------|------------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| L116 | 1292 | 1 | 1 | CRS | 0,95 | 0,98 | CRS |
| L117 | 346 | 0,878058 | 0,878058 | IRS | 0,23 | 0,23 | CRS |
| L1115 | 1801 | 0,994119 | 1 | NIR | 0,58 | 0,93 | CRS |
| L1235 | 632 | 0,932367 | 0,932367 | IRS | 0,3 | 0,3 | CRS |
| L1543 | 1802 | 1 | 1 | NIR | 0,99 | 0,95 | CRS |
| L1461 | 1049 | 0,958431 | 0,958431 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L1462 | 974 | 0,948053 | 0,948053 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L1464 | 669 | 0,88726 | 0,88726 | IRS | 0,11 | 0,11 | CRS |
| L1466 | 1157 | 0,992833 | 0,992833 | IRS | 0,21 | 0,18 | CRS |
| L1467 | 1312 | 0,98536 | 0,98536 | IRS | 0,09 | 0,08 | CRS |
| L2171 | 1540 | 0,995186 | 1 | IRS | 0,44 | 1 | CRS |
| L2172 | 2022 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 1 | CRS |
| L2173 | 1287 | 0,978398 | 0,978398 | IRS | 0,09 | 0,09 | CRS |
| L2174 | 1406 | 1 | 1 | IRS | 0,51 | 0,12 | CRS |
| L2176 | 1529 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,97 | CRS |
| L2177 | 1373 | 0,99996 | 0,99996 | IRS | 0,79 | 0,49 | CRS |
| L2178 | 1722 | 1 | 1 | CRS | 0,94 | 0,96 | CRS |
| L3184 | 839 | 0,969292 | 0,969292 | IRS | 0,13 | 0,13 | CRS |
| L3186 | 941 | 0,946864 | 0,946864 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L3187 | 851 | 0,875579 | 0,875579 | IRS | 0,18 | 0,18 | CRS |
| L3188 | 1206 | 0,991761 | 0,991761 | IRS | 0,44 | 0,44 | CRS |
| L3189 | 672 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,99 | CRS |
| L3190 | 1139 | 0,963371 | 0,963371 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L3191 | 757 | 0,742694 | 0,742694 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L3192 | 973 | 0,954767 | 0,954767 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L3193 | 827 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,96 | CRS |
| L3194 | 1151 | 0,962636 | 0,962636 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |
| L3295 | 1844 | 0,982378 | 1 | NIR | 0,55 | 0,94 | CRS |
| L3296 | 1131 | 0,926848 | 0,926848 | IRS | 0,31 | 0,31 | CRS |
| L3297 | 1585 | 0,999785 | 0,999785 | IRS | 0,84 | 0,17 | CRS |
| L3299 | 2000 | 1 | 1 | NIR | 0,09 | 0,94 | CRS |
| L32100 | 1296 | 0,98395 | 0,98395 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L32101 | 1261 | 0,978213 | 0,978213 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L32102 | 1106 | 0,9557 | 0,9557 | IRS | 0,34 | 0,34 | CRS |
| L32103 | 1579 | 0,996055 | 1 | NIR | 0,54 | 0,91 | CRS |
| L32104 | 1824 | 0,868246 | 1 | NIR | 0,26 | 1 | CRS |
| L32105 | 880 | 1 | 1 | CRS | 1 | 1 | CRS |
| L32106 | 1895 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 1 | CRS |
| L42108 | 1432 | 0,995616 | 1 | NIR | 0,53 | 0,91 | CRS |
| L42109 | 870 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 1 | CRS |
| L42110 | 778 | 0,797752 | 0,797752 | IRS | 0,06 | 0,06 | CRS |
| L42111 | 1150 | 0,977261 | 0,977261 | IRS | 0,1 | 0,08 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L42112 | 716 | 0,93415 | 0,93415 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L42114 | 884 | 0,998622 | 1 | NIR | 0,55 | 0,94 | CRS |
| L42115 | 1201 | 1 | 1 | CRS | 0,95 | 0,96 | CRS |
| L42117 | 1279 | 0,987249 | 0,987249 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L42118 | 553 | 0,845517 | 0,845517 | IRS | 0,35 | 0,35 | CRS |
| L42119 | 447 | 1 | 1 | IRS | 0,02 | 0,05 | IRS |
| L41120 | 1564 | 0,99969 | 1 | NIR | 0,76 | 0,97 | CRS |
| L41121 | 1490 | 0,98728 | 0,98728 | IRS | 0,07 | 0,04 | CRS |
| L41122 | 441 | 0,924395 | 0,924395 | IRS | 0,24 | 0,24 | CRS |
| L41123 | 651 | 0,855479 | 0,855479 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L41124 | 1229 | 0,985582 | 0,985582 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L41125 | 1046 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,94 | CRS |
| L41126 | 1302 | 0,983929 | 0,983929 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L41127 | 918 | 0,909389 | 0,909389 | IRS | 0,09 | 0,09 | CRS |
| L41128 | 826 | 0,91332 | 0,91332 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L41129 | 555 | 0,811146 | 0,811146 | IRS | 0,11 | 0,11 | CRS |
| L41130 | 1616 | 0,999796 | 1 | IRS | 0,66 | 0,31 | CRS |
| L41131 | 726 | 0,934159 | 0,934159 | IRS | 0,06 | 0,06 | CRS |
| L41132 | 1329 | 0,987691 | 0,987691 | IRS | 0,2 | 0,2 | CRS |
| L43133 | 1468 | 0,987051 | 0,987051 | IRS | 0,18 | 0,17 | CRS |
| L43134 | 962 | 0,954587 | 0,954587 | IRS | 0,06 | 0,06 | CRS |
| L43137 | 2041 | 1 | 1 | CRS | 0,93 | 0,97 | CRS |
| L43139 | 1722 | 0,995973 | 1 | NIR | 0,67 | 0,96 | CRS |
| L43140 | 873 | 0,903646 | 0,903646 | IRS | 0,23 | 0,23 | CRS |
| L43141 | 731 | 0,859513 | 0,859513 | IRS | 0,04 | 0,04 | IRS |
| L43142 | 1136 | 0,97969 | 0,97969 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L43143 | 1689 | 0,99073 | 0,99073 | IRS | 0,17 | 0,17 | CRS |
| L43144 | 1374 | 0,999752 | 1 | IRS | 0,61 | 0,54 | CRS |
| L43145 | 1344 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,99 | CRS |
| L51146 | 1839 | 0,921668 | 1 | NIR | 0,42 | 0,95 | CRS |
| L51147 | 1560 | 1 | 1 | CRS | 0,95 | 0,94 | CRS |
| L51149 | 1383 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,97 | CRS |
| L51150 | 1109 | 0,990588 | 0,990588 | IRS | 0,29 | 0,16 | CRS |
| L51151 | 1219 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,96 | CRS |
| L51152 | 937 | 0,890582 | 0,890582 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |
| L51153 | 1621 | 0,992449 | 1 | NIR | 0,54 | 0,97 | CRS |
| L51154 | 1191 | 0,982737 | 0,982737 | IRS | 0,11 | 0,06 | CRS |
| L51155 | 1382 | 0,995798 | 0,995798 | IRS | 0,19 | 0,13 | CRS |
| L51156 | 1468 | 0,998911 | 1 | IRS | 0,61 | 0,21 | CRS |
| L51158 | 1002 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,96 | CRS |
| L51159 | 1120 | 0,972146 | 0,972146 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L51160 | 1630 | 0,999642 | 0,999642 | IRS | 0,77 | 0,01 | CRS |
| L51161 | 966 | 0,985917 | 0,985917 | IRS | 0,62 | 0,62 | CRS |
| L52162 | 1805 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,99 | CRS |
| L52163 | 1999 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,92 | CRS |
| L52164 | 1767 | 0,966055 | 1 | IRS | 0,23 | 0,14 | CRS |
| L52165 | 523 | 0,999272 | 0,999272 | IRS | 0,57 | 0,35 | CRS |
| L52168 | 1620 | 0,992008 | 0,992008 | IRS | 0,05 | 0,03 | IRS |
| L52171 | 1656 | 0,995943 | 1 | NIR | 0,55 | 0,96 | CRS |
| L52173 | 1716 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,94 | CRS |
| L53178 | 1315 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,98 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L53179 | 1032 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,99 | CRS |
| L61180 | 1286 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,94 | CRS |
| L61181 | 818 | 0,801172 | 0,801172 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L61183 | 1084 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,96 | CRS |
| L61185 | 1091 | 1 | 1 | CRS | 1 | 1 | CRS |
| L61186 | 1151 | 0,905845 | 0,905845 | IRS | 0,15 | 0,15 | CRS |
| L61188 | 1373 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,92 | CRS |
| L62192 | 946 | 0,943642 | 0,943642 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L62194 | 1654 | 0,998762 | 0,998762 | IRS | 0,65 | 0,33 | CRS |
| L62196 | 787 | 0,868096 | 0,868096 | IRS | 0,16 | 0,16 | CRS |
| L62197 | 562 | 0,862038 | 0,862038 | IRS | 0,11 | 0,11 | CRS |
| L62198 | 460 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,95 | CRS |
| L63200 | 2164 | 1 | 1 | IRS | 1 | 1 | CRS |
| L63202 | 1421 | 1 | 1 | IRS | 0,6 | 0,52 | CRS |
| L63204 | 916 | 0,944585 | 0,944585 | IRS | 0,06 | 0,06 | CRS |
| L63205 | 1030 | 0,968412 | 0,968412 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L63207 | 2142 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,97 | CRS |
| L63209 | 1812 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,96 | CRS |
| L63211 | 2186 | 0,994955 | 1 | IRS | 0,38 | 0,33 | CRS |
| L63214 | 1131 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 1 | CRS |
| L64218 | 1345 | 0,971849 | 0,971849 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |
| L64222 | 1636 | 0,998252 | 0,998252 | IRS | 0,53 | 0,45 | CRS |
| L64224 | 1272 | 1 | 1 | IRS | 0,43 | 0,47 | CRS |
| L64225 | 834 | 0,919085 | 0,919085 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L64226 | 1319 | 1 | 1 | CRS | 0,9 | 0,92 | CRS |
| L64227 | 1228 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,97 | CRS |
| L71228 | 1635 | 0,996117 | 0,996117 | IRS | 0,35 | 0,24 | CRS |
| L71233 | 2671 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,98 | CRS |
| L71235 | 958 | 0,985647 | 0,985647 | IRS | 0,46 | 0,46 | CRS |
| L71239 | 712 | 1 | 1 | CRS | 0,92 | 0,9 | CRS |
| L71244 | 1550 | 0,999553 | 1 | IRS | 0,74 | 0,38 | CRS |
| L71247 | 1528 | 0,997244 | 1 | NIR | 0,65 | 0,97 | CRS |
| L71248 | 718 | 1 | 1 | NIR | 0,19 | 1 | CRS |
| L71249 | 925 | 0,942858 | 0,942858 | IRS | 0,37 | 0,37 | CRS |
| L71250 | 1372 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,93 | CRS |
| L71251 | 1113 | 0,9787 | 0,9787 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L71252 | 1601 | 0,997214 | 0,997214 | IRS | 0,42 | 0,28 | CRS |
| L71253 | 1017 | 0,941598 | 0,941598 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L71254 | 698 | 0,961575 | 0,961575 | IRS | 0,36 | 0,36 | CRS |
| L82255 | 1458 | 0,975318 | 0,975318 | IRS | 0,23 | 0,23 | CRS |
| L82258 | 1812 | 0,956972 | 1 | NIR | 0,37 | 0,92 | CRS |
| L82259 | 1202 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,93 | CRS |
| L82260 | 1200 | 0,979669 | 0,979669 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L82261 | 676 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 1 | CRS |
| L82262 | 1404 | 0,98122 | 0,98122 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L82264 | 1517 | 0,962424 | 0,962424 | IRS | 0,19 | 0,19 | CRS |
| L82265 | 1674 | 0,999569 | 1 | NIR | 0,53 | 0,86 | CRS |
| L82266 | 884 | 0,877383 | 0,877383 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L82267 | 801 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,98 | CRS |
| L81270 | 1124 | 0,976955 | 0,976955 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L81272 | 1103 | 0,98004 | 0,98004 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L81274 | 1989 | 0,969832 | 1 | NIR | 0,56 | 0,82 | CRS |
| L81275 | 724 | 0,916984 | 0,916984 | IRS | 0,34 | 0,34 | CRS |
| L81276 | 677 | 0,786517 | 0,786517 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L81277 | 1394 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,94 | CRS |
| L81278 | 1676 | 0,996761 | 1 | NIR | 0,76 | 0,91 | CRS |
| L81279 | 1107 | 0,984752 | 0,984752 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L81281 | 1039 | 0,971545 | 0,971545 | IRS | 0,1 | 0,1 | CRS |
| L81283 | 1928 | 0,947544 | 1 | NIR | 0,56 | 0,95 | CRS |
| L81284 | 1017 | 0,946887 | 0,946887 | IRS | 0,24 | 0,24 | CRS |
| L84303 | 660 | 1 | 1 | NIR | 0,2 | 0,89 | CRS |
| L84304 | 1418 | 1 | 1 | IRS | 1 | 1 | CRS |
| L84305 | 1910 | 0,992152 | 1 | IRS | 0,23 | 0,12 | CRS |
| L84312 | 1994 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,98 | CRS |
| L84313 | 977 | 0,901457 | 0,901457 | IRS | 0,09 | 0,09 | CRS |
| L84317 | 2215 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,97 | CRS |
| L91319 | 2138 | 1 | 1 | CRS | 0,93 | 0,96 | CRS |
| L91320 | 2422 | 0,930612 | 1 | NIR | 0,53 | 0,94 | CRS |
| L91322 | 2154 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,95 | CRS |
| L91325 | 1943 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,96 | CRS |
| L91328 | 1882 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,97 | CRS |
| L91329 | 2769 | 0,966865 | 1 | NIR | 0,67 | 0,95 | CRS |
| L91330 | 1789 | 1 | 1 | NIR | 1 | 0,97 | CRS |

Tableau 6.7.2 : Les résultats des simulations du *bootstarp hétérogène* du modèle 1

| DMU | Effectif | \hat{s}_j | $\hat{\eta}_j$ | Efficacité à l'échelle | \hat{P}_j (Test 1) | \hat{P}_j (Test 2) | Résultat du test |
|--------|----------|-------------|----------------|------------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| L116 | 1292 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,95 | CRS |
| L117 | 346 | 0,878058 | 0,878058 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L1115 | 1801 | 0,994119 | 1 | NIR | 0,69 | 0,95 | CRS |
| L1235 | 632 | 0,932367 | 0,932367 | IRS | 0,2 | 0,19 | CRS |
| L1543 | 1802 | 1 | 1 | NIR | 1 | 0,95 | CRS |
| L1461 | 1049 | 0,958431 | 0,958431 | IRS | 0,35 | 0,32 | CRS |
| L1462 | 974 | 0,948053 | 0,948053 | IRS | 0,24 | 0,22 | CRS |
| L1464 | 669 | 0,88726 | 0,88726 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L1466 | 1157 | 0,992833 | 0,992833 | IRS | 0,57 | 0,45 | CRS |
| L1467 | 1312 | 0,98536 | 0,98536 | IRS | 0,62 | 0,43 | CRS |
| L2171 | 1540 | 0,995186 | 1 | IRS | 0,54 | 0,99 | CRS |
| L2172 | 2022 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,99 | CRS |
| L2173 | 1287 | 0,978398 | 0,978398 | IRS | 0,38 | 0,33 | CRS |
| L2174 | 1406 | 1 | 1 | IRS | 0,7 | 0,54 | CRS |
| L2176 | 1529 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,97 | CRS |
| L2177 | 1373 | 0,99996 | 0,99996 | IRS | 0,68 | 0,44 | CRS |
| L2178 | 1722 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,93 | CRS |
| L3184 | 839 | 0,969292 | 0,969292 | IRS | 0,34 | 0,33 | CRS |
| L3186 | 941 | 0,946864 | 0,946864 | IRS | 0,31 | 0,27 | CRS |
| L3187 | 851 | 0,875579 | 0,875579 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L3188 | 1206 | 0,991761 | 0,991761 | IRS | 0,72 | 0,5 | CRS |
| L3189 | 672 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,99 | CRS |
| L3190 | 1139 | 0,963371 | 0,963371 | IRS | 0,48 | 0,34 | CRS |
| L3191 | 757 | 0,742694 | 0,742694 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L3192 | 973 | 0,954767 | 0,954767 | IRS | 0,3 | 0,27 | CRS |
| L3193 | 827 | 1 | 1 | CRS | 0,95 | 0,93 | CRS |
| L3194 | 1151 | 0,962636 | 0,962636 | IRS | 0,28 | 0,21 | CRS |
| L3295 | 1844 | 0,982378 | 1 | NIR | 0,64 | 0,94 | CRS |
| L3296 | 1131 | 0,926848 | 0,926848 | IRS | 0,27 | 0,27 | CRS |
| L3297 | 1585 | 0,999785 | 0,999785 | IRS | 0,65 | 0,36 | CRS |
| L3299 | 2000 | 1 | 1 | NIR | 0,82 | 0,9 | CRS |
| L32100 | 1296 | 0,98395 | 0,98395 | IRS | 0,54 | 0,41 | CRS |
| L32101 | 1261 | 0,978213 | 0,978213 | IRS | 0,48 | 0,39 | CRS |
| L32102 | 1106 | 0,9557 | 0,9557 | IRS | 0,39 | 0,33 | CRS |
| L32103 | 1579 | 0,996055 | 1 | NIR | 0,7 | 0,96 | CRS |
| L32104 | 1824 | 0,868246 | 1 | NIR | 0,17 | 0,93 | CRS |
| L32105 | 880 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,95 | CRS |
| L32106 | 1895 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,94 | CRS |
| L42108 | 1432 | 0,995616 | 1 | NIR | 0,68 | 0,96 | CRS |
| L42109 | 870 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,99 | CRS |
| L42110 | 778 | 0,797752 | 0,797752 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |
| L42111 | 1150 | 0,977261 | 0,977261 | IRS | 0,37 | 0,29 | CRS |
| L42112 | 716 | 0,93415 | 0,93415 | IRS | 0,21 | 0,21 | CRS |
| L42114 | 884 | 0,998622 | 1 | NIR | 0,54 | 0,97 | CRS |
| L42115 | 1201 | 1 | 1 | CRS | 0,95 | 0,96 | CRS |
| L42117 | 1279 | 0,987249 | 0,987249 | IRS | 0,44 | 0,32 | CRS |
| L42118 | 553 | 0,845517 | 0,845517 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L42119 | 447 | 1 | 1 | IRS | 0,19 | 0,2 | CRS |
| L41120 | 1564 | 0,99969 | 1 | NIR | 0,73 | 0,94 | CRS |
| L41121 | 1490 | 0,98728 | 0,98728 | IRS | 0,69 | 0,53 | CRS |
| L41122 | 441 | 0,924395 | 0,924395 | IRS | 0,27 | 0,27 | CRS |
| L41123 | 651 | 0,855479 | 0,855479 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L41124 | 1229 | 0,985582 | 0,985582 | IRS | 0,6 | 0,43 | CRS |
| L41125 | 1046 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,95 | CRS |
| L41126 | 1302 | 0,983929 | 0,983929 | IRS | 0,48 | 0,38 | CRS |
| L41127 | 918 | 0,909389 | 0,909389 | IRS | 0,13 | 0,12 | CRS |
| L41128 | 826 | 0,91332 | 0,91332 | IRS | 0,17 | 0,17 | CRS |
| L41129 | 555 | 0,811146 | 0,811146 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L41130 | 1616 | 0,999796 | 1 | IRS | 0,81 | 0,61 | CRS |
| L41131 | 726 | 0,934159 | 0,934159 | IRS | 0,14 | 0,14 | CRS |
| L41132 | 1329 | 0,987691 | 0,987691 | IRS | 0,58 | 0,41 | CRS |
| L43133 | 1468 | 0,987051 | 0,987051 | IRS | 0,6 | 0,46 | CRS |
| L43134 | 962 | 0,954587 | 0,954587 | IRS | 0,32 | 0,3 | CRS |
| L43137 | 2041 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,96 | CRS |
| L43139 | 1722 | 0,995973 | 1 | NIR | 0,72 | 0,88 | CRS |
| L43140 | 873 | 0,903646 | 0,903646 | IRS | 0,16 | 0,16 | CRS |
| L43141 | 731 | 0,859513 | 0,859513 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L43142 | 1136 | 0,97969 | 0,97969 | IRS | 0,34 | 0,26 | CRS |
| L43143 | 1689 | 0,99073 | 0,99073 | IRS | 0,62 | 0,38 | CRS |
| L43144 | 1374 | 0,999752 | 1 | IRS | 0,67 | 0,61 | CRS |
| L43145 | 1344 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,97 | CRS |
| L51146 | 1839 | 0,921668 | 1 | NIR | 0,26 | 0,96 | CRS |
| L51147 | 1560 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,94 | CRS |
| L51149 | 1383 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,97 | CRS |
| L51150 | 1109 | 0,990588 | 0,990588 | IRS | 0,44 | 0,36 | CRS |
| L51151 | 1219 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,95 | CRS |
| L51152 | 937 | 0,890582 | 0,890582 | IRS | 0,15 | 0,14 | CRS |
| L51153 | 1621 | 0,992449 | 1 | NIR | 0,58 | 0,95 | CRS |
| L51154 | 1191 | 0,982737 | 0,982737 | IRS | 0,47 | 0,37 | CRS |
| L51155 | 1382 | 0,995798 | 0,995798 | IRS | 0,58 | 0,41 | CRS |
| L51156 | 1468 | 0,998911 | 1 | IRS | 0,71 | 0,57 | CRS |
| L51158 | 1002 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,98 | CRS |
| L51159 | 1120 | 0,972146 | 0,972146 | IRS | 0,34 | 0,24 | CRS |
| L51160 | 1630 | 0,999642 | 0,999642 | IRS | 0,75 | 0,46 | CRS |
| L51161 | 966 | 0,985917 | 0,985917 | IRS | 0,45 | 0,38 | CRS |
| L52162 | 1805 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,96 | CRS |
| L52163 | 1999 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,96 | CRS |
| L52164 | 1767 | 0,966055 | 1 | IRS | 0,49 | 0,46 | CRS |
| L52165 | 523 | 0,999272 | 0,999272 | IRS | 0,46 | 0,41 | CRS |
| L52168 | 1620 | 0,992008 | 0,992008 | IRS | 0,68 | 0,42 | CRS |
| L52171 | 1656 | 0,995943 | 1 | NIR | 0,74 | 0,95 | CRS |
| L52173 | 1716 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 1 | CRS |
| L53178 | 1315 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,92 | CRS |
| L53179 | 1032 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,96 | CRS |
| L61180 | 1286 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,95 | CRS |
| L61181 | 818 | 0,801172 | 0,801172 | IRS | 0,04 | 0,04 | IRS |
| L61183 | 1084 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,95 | CRS |
| L61185 | 1091 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,98 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L61186 | 1151 | 0,905845 | 0,905845 | IRS | 0,26 | 0,2 | CRS |
| L61188 | 1373 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,96 | CRS |
| L62192 | 946 | 0,943642 | 0,943642 | IRS | 0,3 | 0,25 | CRS |
| L62194 | 1654 | 0,998762 | 0,998762 | IRS | 0,75 | 0,57 | CRS |
| L62196 | 787 | 0,868096 | 0,868096 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L62197 | 562 | 0,862038 | 0,862038 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L62198 | 460 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,97 | CRS |
| L63200 | 2164 | 1 | 1 | IRS | 1 | 0,98 | CRS |
| L63202 | 1421 | 1 | 1 | IRS | 0,72 | 0,49 | CRS |
| L63204 | 916 | 0,944585 | 0,944585 | IRS | 0,29 | 0,26 | CRS |
| L63205 | 1030 | 0,968412 | 0,968412 | IRS | 0,27 | 0,24 | CRS |
| L63207 | 2142 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,89 | CRS |
| L63209 | 1812 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,95 | CRS |
| L63211 | 2186 | 0,994955 | 1 | IRS | 0,79 | 0,65 | CRS |
| L63214 | 1131 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,96 | CRS |
| L64218 | 1345 | 0,971849 | 0,971849 | IRS | 0,56 | 0,37 | CRS |
| L64222 | 1636 | 0,998252 | 0,998252 | IRS | 0,77 | 0,54 | CRS |
| L64224 | 1272 | 1 | 1 | IRS | 0,63 | 0,51 | CRS |
| L64225 | 834 | 0,919085 | 0,919085 | IRS | 0,21 | 0,21 | CRS |
| L64226 | 1319 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,97 | CRS |
| L64227 | 1228 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,97 | CRS |
| L71228 | 1635 | 0,996117 | 0,996117 | IRS | 0,68 | 0,46 | CRS |
| L71233 | 2671 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,97 | CRS |
| L71235 | 958 | 0,985647 | 0,985647 | IRS | 0,5 | 0,43 | CRS |
| L71239 | 712 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,99 | CRS |
| L71244 | 1550 | 0,999553 | 1 | IRS | 0,81 | 0,64 | CRS |
| L71247 | 1528 | 0,997244 | 1 | NIR | 0,65 | 0,9 | CRS |
| L71248 | 718 | 1 | 1 | NIR | 0,62 | 1 | CRS |
| L71249 | 925 | 0,942858 | 0,942858 | IRS | 0,21 | 0,19 | CRS |
| L71250 | 1372 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,95 | CRS |
| L71251 | 1113 | 0,9787 | 0,9787 | IRS | 0,42 | 0,28 | CRS |
| L71252 | 1601 | 0,997214 | 0,997214 | IRS | 0,66 | 0,42 | CRS |
| L71253 | 1017 | 0,941598 | 0,941598 | IRS | 0,25 | 0,21 | CRS |
| L71254 | 698 | 0,961575 | 0,961575 | IRS | 0,32 | 0,29 | CRS |
| L82255 | 1458 | 0,975318 | 0,975318 | IRS | 0,51 | 0,33 | CRS |
| L82258 | 1812 | 0,956972 | 1 | NIR | 0,45 | 0,93 | CRS |
| L82259 | 1202 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,97 | CRS |
| L82260 | 1200 | 0,979669 | 0,979669 | IRS | 0,51 | 0,41 | CRS |
| L82261 | 676 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,96 | CRS |
| L82262 | 1404 | 0,98122 | 0,98122 | IRS | 0,55 | 0,38 | CRS |
| L82264 | 1517 | 0,962424 | 0,962424 | IRS | 0,45 | 0,35 | CRS |
| L82265 | 1674 | 0,999569 | 1 | NIR | 0,79 | 0,93 | CRS |
| L82266 | 884 | 0,877383 | 0,877383 | IRS | 0,14 | 0,13 | CRS |
| L82267 | 801 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,96 | CRS |
| L81270 | 1124 | 0,976955 | 0,976955 | IRS | 0,39 | 0,32 | CRS |
| L81272 | 1103 | 0,98004 | 0,98004 | IRS | 0,48 | 0,4 | CRS |
| L81274 | 1989 | 0,969832 | 1 | NIR | 0,68 | 0,94 | CRS |
| L81275 | 724 | 0,916984 | 0,916984 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L81276 | 677 | 0,786517 | 0,786517 | IRS | 0,07 | 0,07 | CRS |
| L81277 | 1394 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,96 | CRS |
| L81278 | 1676 | 0,996761 | 1 | NIR | 0,66 | 0,96 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L81279 | 1107 | 0,984752 | 0,984752 | IRS | 0,46 | 0,35 | CRS |
| L81281 | 1039 | 0,971545 | 0,971545 | IRS | 0,36 | 0,28 | CRS |
| L81283 | 1928 | 0,947544 | 1 | NIR | 0,44 | 0,98 | CRS |
| L81284 | 1017 | 0,946887 | 0,946887 | IRS | 0,26 | 0,22 | CRS |
| L84303 | 660 | 1 | 1 | NIR | 0,72 | 0,92 | CRS |
| L84304 | 1418 | 1 | 1 | IRS | 1 | 1 | CRS |
| L84305 | 1910 | 0,992152 | 1 | IRS | 0,7 | 0,48 | CRS |
| L84312 | 1994 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,93 | CRS |
| L84313 | 977 | 0,901457 | 0,901457 | IRS | 0,18 | 0,15 | CRS |
| L84317 | 2215 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,92 | CRS |
| L91319 | 2138 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,94 | CRS |
| L91320 | 2422 | 0,930612 | 1 | NIR | 0,42 | 0,91 | CRS |
| L91322 | 2154 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,94 | CRS |
| L91325 | 1943 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,96 | CRS |
| L91328 | 1882 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,96 | CRS |
| L91329 | 2769 | 0,966865 | 1 | NIR | 0,6 | 0,93 | CRS |
| L91330 | 1789 | 1 | 1 | NIR | 1 | 0,96 | CRS |

Tableau 6.7.3 : Les résultats des simulations du *bootstarp homogène* du modèle 2.

| DMU | Effectif | \hat{s}_j | $\hat{\eta}_j$ | Efficacité à l'échelle | \hat{p}_j (Test 1) | \hat{p}_j (Test 2) | Résultat du test |
|-------|----------|-------------|----------------|------------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| L111 | 1517 | 0,996294 | 0,996294 | IRS | 0,53 | 0,23 | CRS |
| L112 | 1119 | 0,977428 | 0,977428 | IRS | 0,25 | 0,17 | CRS |
| L113 | 1162 | 0,994024 | 0,994024 | IRS | 0,33 | 0,1 | CRS |
| L114 | 1140 | 0,976718 | 0,976718 | IRS | 0,02 | 0 | IRS |
| L115 | 1478 | 0,998304 | 0,998304 | IRS | 0,53 | 0,18 | CRS |
| L118 | 1953 | 0,969557 | 1 | NIR | 0,58 | 0,91 | CRS |
| L119 | 1340 | 0,998797 | 0,998797 | IRS | 0,77 | 0,03 | CRS |
| L1110 | 997 | 0,971543 | 0,971543 | IRS | 0,41 | 0,41 | CRS |
| L1111 | 1205 | 0,984005 | 0,984005 | IRS | 0,32 | 0,32 | CRS |
| L1112 | 1910 | 0,965934 | 1 | NIR | 0,38 | 0,99 | CRS |
| L1113 | 1875 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,95 | CRS |
| L1114 | 1162 | 1 | 1 | IRS | 0,29 | 0,21 | CRS |
| L1116 | 1703 | 0,999409 | 0,999409 | IRS | 0,83 | 0,04 | CRS |
| L1117 | 1720 | 0,999484 | 1 | IRS | 0,8 | 0,35 | CRS |
| L1118 | 1161 | 1 | 1 | IRS | 0,03 | 0,01 | IRS |
| L1119 | 1100 | 0,947872 | 0,947872 | IRS | 0,16 | 0,16 | CRS |
| L1120 | 941 | 0,970659 | 0,970659 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L1121 | 1618 | 0,998475 | 0,998475 | IRS | 0,75 | 0,07 | CRS |
| L1122 | 1517 | 0,997155 | 1 | NIR | 0,47 | 0,97 | CRS |
| L1123 | 1291 | 0,997547 | 0,997547 | IRS | 0,58 | 0,54 | CRS |
| L1124 | 1170 | 0,999985 | 1 | NIR | 0,92 | 1 | CRS |
| L1125 | 1135 | 0,982639 | 0,982639 | IRS | 0,15 | 0,15 | CRS |
| L1126 | 1746 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,98 | CRS |
| L1127 | 1167 | 0,981992 | 0,981992 | IRS | 0,35 | 0,35 | CRS |
| L1228 | 1196 | 0,9829 | 0,9829 | IRS | 0,58 | 0,58 | CRS |
| L1229 | 519 | 0,840673 | 0,840673 | IRS | 0,26 | 0,26 | CRS |
| L1230 | 1863 | 0,913276 | 1 | NIR | 0,25 | 0,93 | CRS |
| L1231 | 1634 | 0,936895 | 1 | NIR | 0,37 | 0,99 | CRS |
| L1232 | 1232 | 0,996996 | 0,996996 | IRS | 0,42 | 0,4 | CRS |
| L1233 | 1425 | 0,998357 | 0,998357 | IRS | 0,64 | 0,47 | CRS |
| L1234 | 1327 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,99 | CRS |
| L1236 | 2019 | 0,998209 | 1 | NIR | 0,65 | 0,86 | CRS |
| L1237 | 1391 | 0,999656 | 1 | NIR | 0,77 | 0,98 | CRS |
| L1238 | 1269 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,96 | CRS |
| L1539 | 2565 | 0,896309 | 1 | NIR | 0,26 | 0,97 | CRS |
| L1540 | 1417 | 0,999807 | 1 | IRS | 0,77 | 0,78 | CRS |
| L1541 | 1972 | 1 | 1 | NIR | 0,11 | 0,93 | CRS |
| L1542 | 1500 | 0,988234 | 1 | NIR | 0,08 | 0,98 | CRS |
| L1544 | 1187 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,99 | CRS |
| L1545 | 1404 | 1 | 1 | CRS | 0,94 | 0,9 | CRS |
| L1546 | 1642 | 0,953747 | 1 | NIR | 0,16 | 0,94 | CRS |
| L1347 | 1068 | 0,978987 | 0,978987 | IRS | 0,21 | 0,21 | CRS |
| L1348 | 1294 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,98 | CRS |
| L1349 | 1473 | 0,998382 | 1 | NIR | 0,54 | 0,97 | CRS |
| L1350 | 2285 | 0,92316 | 1 | NIR | 0,4 | 0,98 | CRS |
| L1351 | 1660 | 0,895179 | 1 | NIR | 0,07 | 0,94 | CRS |
| L1352 | 2023 | 0,947873 | 1 | NIR | 0,51 | 0,94 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L1353 | 1113 | 0,98559 | 0,98559 | IRS | 0,28 | 0,28 | CRS |
| L1354 | 2153 | 0,936414 | 1 | NIR | 0,6 | 0,97 | CRS |
| L1355 | 1057 | 0,985588 | 0,985588 | IRS | 0,11 | 0,09 | CRS |
| L1356 | 998 | 0,94945 | 0,94945 | IRS | 0,24 | 0,24 | CRS |
| L1357 | 1097 | 0,990531 | 0,990531 | IRS | 0,15 | 0,1 | CRS |
| L1358 | 1198 | 0,981165 | 0,981165 | IRS | 0,12 | 0 | CRS |
| L1359 | 1751 | 0,980141 | 1 | NIR | 0,37 | 0,94 | CRS |
| L1360 | 1687 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,99 | CRS |
| L1463 | 716 | 0,917768 | 0,917768 | IRS | 0,51 | 0,51 | CRS |
| L1465 | 840 | 0,947649 | 0,947649 | IRS | 0,5 | 0,5 | CRS |
| L2168 | 1579 | 0,998851 | 1 | NIR | 0,62 | 0,96 | CRS |
| L2169 | 1514 | 0,929981 | 1 | IRS | 0,18 | 0,16 | CRS |
| L2170 | 1056 | 0,977035 | 0,977035 | IRS | 0,23 | 0,23 | CRS |
| L2175 | 1568 | 0,999556 | 1 | IRS | 0,79 | 1 | CRS |
| L2179 | 1006 | 0,969375 | 0,969375 | IRS | 0,02 | 0,01 | IRS |
| L2180 | 1356 | 0,999787 | 1 | IRS | 0,9 | 0,31 | CRS |
| L2181 | 1598 | 1 | 1 | CRS | 0,94 | 0,98 | CRS |
| L3182 | 956 | 0,967956 | 0,967956 | IRS | 0,16 | 0,16 | CRS |
| L3183 | 615 | 0,859966 | 0,859966 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L3185 | 1028 | 0,940558 | 0,940558 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L3298 | 1246 | 0,997998 | 1 | NIR | 0,52 | 0,98 | CRS |
| L32107 | 616 | 0,806 | 0,806 | IRS | 0,22 | 0,22 | CRS |
| L42113 | 460 | 0,82911 | 0,82911 | IRS | 0,42 | 0,42 | CRS |
| L42116 | 776 | 0,915463 | 0,915463 | IRS | 0,1 | 0,1 | CRS |
| L43135 | 1846 | 0,922412 | 1 | NIR | 0,44 | 0,9 | CRS |
| L43136 | 1713 | 0,998339 | 1 | NIR | 0,81 | 0,93 | CRS |
| L43138 | 1215 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,99 | CRS |
| L51148 | 1016 | 0,978522 | 0,978522 | IRS | 0,27 | 0,27 | CRS |
| L51157 | 631 | 0,721655 | 0,721655 | IRS | 0,04 | 0,04 | IRS |
| L52166 | 1573 | 0,992208 | 1 | NIR | 0,61 | 0,93 | CRS |
| L52167 | 1054 | 0,954889 | 0,954889 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L52169 | 716 | 0,806201 | 0,806201 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L52170 | 1363 | 1 | 1 | CRS | 0,95 | 0,94 | CRS |
| L52172 | 946 | 0,959997 | 0,959997 | IRS | 0,16 | 0,16 | CRS |
| L52174 | 1805 | 1 | 1 | CRS | 0,86 | 0,96 | CRS |
| L52175 | 1331 | 0,997735 | 0,997735 | IRS | 0,43 | 0,31 | CRS |
| L53176 | 1229 | 0,99359 | 0,99359 | IRS | 0,32 | 0,23 | CRS |
| L53177 | 1141 | 0,998422 | 0,998422 | IRS | 0,6 | 0,31 | CRS |
| L61182 | 823 | 0,944755 | 0,944755 | IRS | 0,13 | 0,13 | CRS |
| L61184 | 967 | 0,960122 | 0,960122 | IRS | 0,14 | 0,14 | CRS |
| L61187 | 834 | 0,928176 | 0,928176 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L61189 | 1004 | 0,92024 | 0,92024 | IRS | 0,24 | 0,24 | CRS |
| L61190 | 1230 | 0,996054 | 0,996054 | IRS | 0,49 | 0,47 | CRS |
| L62191 | 1131 | 0,982494 | 0,982494 | IRS | 0,28 | 0,28 | CRS |
| L62193 | 1156 | 1 | 1 | CRS | 0,93 | 0,42 | CRS |
| L62195 | 994 | 0,963639 | 0,963639 | IRS | 0,04 | 0,04 | IRS |
| L62199 | 788 | 0,938535 | 0,938535 | IRS | 0,59 | 0,59 | CRS |
| L63201 | 1208 | 0,995759 | 0,995759 | IRS | 0,62 | 0,62 | CRS |
| L63203 | 1104 | 0,992872 | 0,992872 | IRS | 0,71 | 0,71 | CRS |
| L63206 | 1283 | 0,992424 | 0,992424 | IRS | 0,16 | 0,07 | CRS |
| L63208 | 739 | 0,933506 | 0,933506 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L63210 | 1085 | 0,972883 | 0,972883 | IRS | 0,2 | 0,2 | CRS |
| L63212 | 983 | 0,957904 | 0,957904 | IRS | 0,19 | 0,19 | CRS |
| L63213 | 1140 | 0,997267 | 0,997267 | IRS | 0,44 | 0,24 | CRS |
| L63215 | 925 | 0,957145 | 0,957145 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |
| L64216 | 1581 | 0,99594 | 1 | IRS | 0,38 | 0,44 | CRS |
| L64217 | 1693 | 0,971444 | 1 | NIR | 0,18 | 0,96 | CRS |
| L64219 | 1584 | 0,983432 | 1 | NIR | 0,18 | 0,97 | CRS |
| L64220 | 993 | 0,973998 | 0,973998 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L64221 | 1277 | 0,988588 | 0,988588 | IRS | 0,3 | 0,28 | CRS |
| L64223 | 1428 | 0,999556 | 0,999556 | IRS | 0,82 | 0,11 | CRS |
| L71229 | 1459 | 0,999001 | 1 | NIR | 0,78 | 0,96 | CRS |
| L71230 | 741 | 0,932964 | 0,932964 | IRS | 0,09 | 0,09 | CRS |
| L71231 | 756 | 0,867404 | 0,867404 | IRS | 0,11 | 0,11 | CRS |
| L71232 | 2130 | 0,945509 | 1 | IRS | 0,49 | 0,22 | CRS |
| L71234 | 2232 | 1 | 1 | CRS | 0,93 | 0,98 | CRS |
| L71236 | 1839 | 0,971923 | 1 | NIR | 0,39 | 0,92 | CRS |
| L71237 | 1485 | 0,999576 | 0,999576 | IRS | 0,63 | 0,38 | CRS |
| L71238 | 1041 | 0,986239 | 0,986239 | IRS | 0,42 | 0,42 | CRS |
| L71240 | 1378 | 0,999668 | 1 | NIR | 0,82 | 1 | CRS |
| L71241 | 1478 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,22 | CRS |
| L71242 | 943 | 1 | 1 | IRS | 0,98 | 0,98 | CRS |
| L71243 | 898 | 0,882234 | 0,882234 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L71245 | 643 | 0,864436 | 0,864436 | IRS | 0,14 | 0,14 | CRS |
| L71246 | 681 | 0,884459 | 0,884459 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L82256 | 1301 | 0,996355 | 0,996355 | IRS | 0,38 | 0,24 | CRS |
| L82257 | 479 | 0,686819 | 0,686819 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L82263 | 758 | 0,879304 | 0,879304 | IRS | 0,15 | 0,15 | CRS |
| L81268 | 1439 | 0,999519 | 1 | NIR | 0,77 | 1 | CRS |
| L81269 | 1934 | 0,967715 | 1 | IRS | 0,6 | 1 | CRS |
| L81271 | 1691 | 0,988367 | 1 | IRS | 0,42 | 0,23 | CRS |
| L81273 | 998 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,99 | CRS |
| L81280 | 433 | 0,642623 | 0,642623 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L81282 | 572 | 0,894219 | 0,894219 | IRS | 0,68 | 0,68 | CRS |
| L83285 | 1787 | 0,975069 | 1 | IRS | 0,46 | 0,24 | CRS |
| L83286 | 2060 | 0,952999 | 1 | NIR | 0,38 | 0,98 | CRS |
| L83287 | 458 | 0,729957 | 0,729957 | IRS | 0,04 | 0,04 | IRS |
| L83288 | 1670 | 0,997214 | 1 | IRS | 0,7 | 0,37 | CRS |
| L83289 | 682 | 0,865699 | 0,865699 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L83290 | 818 | 0,91599 | 0,91599 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L83291 | 938 | 0,967927 | 0,967927 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L83292 | 510 | 0,798019 | 0,798019 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L83293 | 1998 | 0,95248 | 1 | IRS | 0,48 | 1 | CRS |
| L83294 | 945 | 0,966779 | 0,966779 | IRS | 0,13 | 0,13 | CRS |
| L83295 | 1612 | 0,999526 | 0,999526 | IRS | 0,87 | 0,07 | CRS |
| L83296 | 817 | 0,907046 | 0,907046 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L83297 | 753 | 0,919727 | 0,919727 | IRS | 0,33 | 0,33 | CRS |
| L83298 | 1847 | 0,953398 | 1 | NIR | 0,51 | 0,97 | CRS |
| L83299 | 1545 | 0,997163 | 1 | NIR | 0,57 | 0,96 | CRS |
| L83300 | 657 | 0,918348 | 0,918348 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L83301 | 856 | 0,912931 | 0,912931 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L84302 | 1567 | 0,998796 | 0,998796 | IRS | 0,77 | 0,11 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L84306 | 1528 | 0,996331 | 1 | NIR | 0,56 | 0,96 | CRS |
| L84307 | 957 | 0,929366 | 0,929366 | IRS | 0,08 | 0,08 | CRS |
| L84308 | 1230 | 0,991445 | 0,991445 | IRS | 0,26 | 0,26 | CRS |
| L84309 | 697 | 0,823008 | 0,823008 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L84310 | 2196 | 0,922863 | 1 | NIR | 0,48 | 0,95 | CRS |
| L84311 | 789 | 0,889389 | 0,889389 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L84314 | 820 | 0,957261 | 0,957261 | IRS | 0,01 | 0,01 | IRS |
| L84315 | 2057 | 0,946885 | 1 | NIR | 0,35 | 0,93 | CRS |
| L84316 | 1297 | 0,999977 | 0,999977 | IRS | 0,87 | 0,32 | CRS |
| L91318 | 2299 | 0,876571 | 1 | NIR | 0,35 | 1 | CRS |
| L91321 | 2317 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,99 | CRS |
| L91323 | 1458 | 0,99302 | 1 | IRS | 0,25 | 0,5 | CRS |
| L91324 | 1211 | 0,999212 | 1 | NIR | 0,7 | 0,99 | CRS |
| L91326 | 1193 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,97 | CRS |
| L91327 | 1296 | 0,999179 | 0,999179 | IRS | 0,66 | 0,58 | CRS |
| L91331 | 1996 | 0,994437 | 1 | IRS | 0,48 | 0,99 | CRS |
| L91332 | 2156 | 0,968872 | 1 | NIR | 0,59 | 0,94 | CRS |

Tableau 6.7.4 : Les résultats de simulation du *bootstarp hétérogène* du modèle 2

| DMU | Effectif | \hat{s}_j | $\hat{\eta}_j$ | Efficacité à l'échelle | \hat{P}_j (Test 1) | \hat{P}_j (Test 2) | Résultat du test |
|-------|----------|-------------|----------------|------------------------|----------------------|----------------------|------------------|
| L111 | 1517 | 0,996294 | 0,996294 | IRS | 0,83 | 0,61 | CRS |
| L112 | 1119 | 0,977428 | 0,977428 | IRS | 0,57 | 0,49 | CRS |
| L113 | 1162 | 0,994024 | 0,994024 | IRS | 0,76 | 0,63 | CRS |
| L114 | 1140 | 0,976718 | 0,976718 | IRS | 0,6 | 0,47 | CRS |
| L115 | 1478 | 0,998304 | 0,998304 | IRS | 0,85 | 0,67 | CRS |
| L118 | 1953 | 0,969557 | 1 | NIR | 0,67 | 0,94 | CRS |
| L119 | 1340 | 0,998797 | 0,998797 | IRS | 0,8 | 0,58 | CRS |
| L1110 | 997 | 0,971543 | 0,971543 | IRS | 0,51 | 0,46 | CRS |
| L1111 | 1205 | 0,984005 | 0,984005 | IRS | 0,6 | 0,52 | CRS |
| L1112 | 1910 | 0,965934 | 1 | NIR | 0,69 | 0,97 | CRS |
| L1113 | 1875 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,98 | CRS |
| L1114 | 1162 | 1 | 1 | IRS | 0,82 | 0,73 | CRS |
| L1116 | 1703 | 0,999409 | 0,999409 | IRS | 0,88 | 0,66 | CRS |
| L1117 | 1720 | 0,999484 | 1 | IRS | 0,89 | 0,74 | CRS |
| L1118 | 1161 | 1 | 1 | IRS | 0,83 | 0,7 | CRS |
| L1119 | 1100 | 0,947872 | 0,947872 | IRS | 0,5 | 0,46 | CRS |
| L1120 | 941 | 0,970659 | 0,970659 | IRS | 0,58 | 0,52 | CRS |
| L1121 | 1618 | 0,998475 | 0,998475 | IRS | 0,82 | 0,51 | CRS |
| L1122 | 1517 | 0,997155 | 1 | NIR | 0,8 | 0,94 | CRS |
| L1123 | 1291 | 0,997547 | 0,997547 | IRS | 0,79 | 0,59 | CRS |
| L1124 | 1170 | 0,999985 | 1 | NIR | 0,81 | 0,99 | CRS |
| L1125 | 1135 | 0,982639 | 0,982639 | IRS | 0,73 | 0,61 | CRS |
| L1126 | 1746 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,99 | CRS |
| L1127 | 1167 | 0,981992 | 0,981992 | IRS | 0,66 | 0,55 | CRS |
| L1228 | 1196 | 0,9829 | 0,9829 | IRS | 0,61 | 0,56 | CRS |
| L1229 | 519 | 0,840673 | 0,840673 | IRS | 0,12 | 0,12 | CRS |
| L1230 | 1863 | 0,913276 | 1 | NIR | 0,4 | 0,98 | CRS |
| L1231 | 1634 | 0,936895 | 1 | NIR | 0,53 | 1 | CRS |
| L1232 | 1232 | 0,996996 | 0,996996 | IRS | 0,8 | 0,6 | CRS |
| L1233 | 1425 | 0,998357 | 0,998357 | IRS | 0,86 | 0,6 | CRS |
| L1234 | 1327 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,94 | CRS |
| L1236 | 2019 | 0,998209 | 1 | NIR | 0,88 | 1 | CRS |
| L1237 | 1391 | 0,999656 | 1 | NIR | 0,84 | 0,93 | CRS |
| L1238 | 1269 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,97 | CRS |
| L1539 | 2565 | 0,896309 | 1 | NIR | 0,36 | 0,91 | CRS |
| L1540 | 1417 | 0,999807 | 1 | IRS | 0,87 | 0,71 | CRS |
| L1541 | 1972 | 1 | 1 | NIR | 0,88 | 0,96 | CRS |
| L1542 | 1500 | 0,988234 | 1 | NIR | 0,79 | 0,95 | CRS |
| L1544 | 1187 | 1 | 1 | CRS | 0,96 | 0,96 | CRS |
| L1545 | 1404 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,99 | CRS |
| L1546 | 1642 | 0,953747 | 1 | NIR | 0,6 | 0,97 | CRS |
| L1347 | 1068 | 0,978987 | 0,978987 | IRS | 0,54 | 0,49 | CRS |
| L1348 | 1294 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,97 | CRS |
| L1349 | 1473 | 0,998382 | 1 | NIR | 0,86 | 1 | CRS |
| L1350 | 2285 | 0,92316 | 1 | NIR | 0,45 | 0,95 | CRS |
| L1351 | 1660 | 0,895179 | 1 | NIR | 0,32 | 0,97 | CRS |
| L1352 | 2023 | 0,947873 | 1 | NIR | 0,65 | 0,98 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L1353 | 1113 | 0,98559 | 0,98559 | IRS | 0,51 | 0,47 | CRS |
| L1354 | 2153 | 0,936414 | 1 | NIR | 0,48 | 0,99 | CRS |
| L1355 | 1057 | 0,985588 | 0,985588 | IRS | 0,63 | 0,57 | CRS |
| L1356 | 998 | 0,94945 | 0,94945 | IRS | 0,49 | 0,45 | CRS |
| L1357 | 1097 | 0,990531 | 0,990531 | IRS | 0,74 | 0,59 | CRS |
| L1358 | 1198 | 0,981165 | 0,981165 | IRS | 0,69 | 0,62 | CRS |
| L1359 | 1751 | 0,980141 | 1 | NIR | 0,69 | 0,95 | CRS |
| L1360 | 1687 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,96 | CRS |
| L1463 | 716 | 0,917768 | 0,917768 | IRS | 0,26 | 0,26 | CRS |
| L1465 | 840 | 0,947649 | 0,947649 | IRS | 0,47 | 0,47 | CRS |
| L2168 | 1579 | 0,998851 | 1 | NIR | 0,8 | 0,94 | CRS |
| L2169 | 1514 | 0,929981 | 1 | IRS | 0,38 | 0,79 | CRS |
| L2170 | 1056 | 0,977035 | 0,977035 | IRS | 0,54 | 0,51 | CRS |
| L2175 | 1568 | 0,999556 | 1 | IRS | 0,83 | 1 | CRS |
| L2179 | 1006 | 0,969375 | 0,969375 | IRS | 0,56 | 0,5 | CRS |
| L2180 | 1356 | 0,999787 | 1 | IRS | 0,82 | 0,63 | CRS |
| L2181 | 1598 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,95 | CRS |
| L3182 | 956 | 0,967956 | 0,967956 | IRS | 0,48 | 0,45 | CRS |
| L3183 | 615 | 0,859966 | 0,859966 | IRS | 0,18 | 0,18 | CRS |
| L3185 | 1028 | 0,940558 | 0,940558 | IRS | 0,38 | 0,34 | CRS |
| L3298 | 1246 | 0,997998 | 1 | NIR | 0,81 | 0,95 | CRS |
| L32107 | 616 | 0,806 | 0,806 | IRS | 0,1 | 0,1 | CRS |
| L42113 | 460 | 0,82911 | 0,82911 | IRS | 0,03 | 0,03 | IRS |
| L42116 | 776 | 0,915463 | 0,915463 | IRS | 0,34 | 0,34 | CRS |
| L43135 | 1846 | 0,922412 | 1 | NIR | 0,37 | 0,95 | CRS |
| L43136 | 1713 | 0,998339 | 1 | NIR | 0,86 | 0,98 | CRS |
| L43138 | 1215 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,98 | CRS |
| L51148 | 1016 | 0,978522 | 0,978522 | IRS | 0,6 | 0,54 | CRS |
| L51157 | 631 | 0,721655 | 0,721655 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L52166 | 1573 | 0,992208 | 1 | NIR | 0,78 | 0,99 | CRS |
| L52167 | 1054 | 0,954889 | 0,954889 | IRS | 0,55 | 0,47 | CRS |
| L52169 | 716 | 0,806201 | 0,806201 | IRS | 0,13 | 0,13 | CRS |
| L52170 | 1363 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,99 | CRS |
| L52172 | 946 | 0,959997 | 0,959997 | IRS | 0,44 | 0,42 | CRS |
| L52174 | 1805 | 1 | 1 | CRS | 0,97 | 0,97 | CRS |
| L52175 | 1331 | 0,997735 | 0,997735 | IRS | 0,78 | 0,64 | CRS |
| L53176 | 1229 | 0,99359 | 0,99359 | IRS | 0,78 | 0,59 | CRS |
| L53177 | 1141 | 0,998422 | 0,998422 | IRS | 0,79 | 0,61 | CRS |
| L61182 | 823 | 0,944755 | 0,944755 | IRS | 0,37 | 0,35 | CRS |
| L61184 | 967 | 0,960122 | 0,960122 | IRS | 0,47 | 0,42 | CRS |
| L61187 | 834 | 0,928176 | 0,928176 | IRS | 0,27 | 0,26 | CRS |
| L61189 | 1004 | 0,92024 | 0,92024 | IRS | 0,37 | 0,34 | CRS |
| L61190 | 1230 | 0,996054 | 0,996054 | IRS | 0,76 | 0,6 | CRS |
| L62191 | 1131 | 0,982494 | 0,982494 | IRS | 0,6 | 0,58 | CRS |
| L62193 | 1156 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,63 | CRS |
| L62195 | 994 | 0,963639 | 0,963639 | IRS | 0,55 | 0,51 | CRS |
| L62199 | 788 | 0,938535 | 0,938535 | IRS | 0,3 | 0,28 | CRS |
| L63201 | 1208 | 0,995759 | 0,995759 | IRS | 0,74 | 0,64 | CRS |
| L63203 | 1104 | 0,992872 | 0,992872 | IRS | 0,72 | 0,55 | CRS |
| L63206 | 1283 | 0,992424 | 0,992424 | IRS | 0,72 | 0,53 | CRS |
| L63208 | 739 | 0,933506 | 0,933506 | IRS | 0,28 | 0,28 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L63210 | 1085 | 0,972883 | 0,972883 | IRS | 0,57 | 0,51 | CRS |
| L63212 | 983 | 0,957904 | 0,957904 | IRS | 0,47 | 0,42 | CRS |
| L63213 | 1140 | 0,997267 | 0,997267 | IRS | 0,79 | 0,58 | CRS |
| L63215 | 925 | 0,957145 | 0,957145 | IRS | 0,59 | 0,54 | CRS |
| L64216 | 1581 | 0,99594 | 1 | IRS | 0,79 | 0,66 | CRS |
| L64217 | 1693 | 0,971444 | 1 | NIR | 0,59 | 0,95 | CRS |
| L64219 | 1584 | 0,983432 | 1 | NIR | 0,61 | 0,96 | CRS |
| L64220 | 993 | 0,973998 | 0,973998 | IRS | 0,52 | 0,41 | CRS |
| L64221 | 1277 | 0,988588 | 0,988588 | IRS | 0,64 | 0,5 | CRS |
| L64223 | 1428 | 0,999556 | 0,999556 | IRS | 0,87 | 0,63 | CRS |
| L71229 | 1459 | 0,999001 | 1 | NIR | 0,88 | 0,98 | CRS |
| L71230 | 741 | 0,932964 | 0,932964 | IRS | 0,27 | 0,27 | CRS |
| L71231 | 756 | 0,867404 | 0,867404 | IRS | 0,19 | 0,19 | CRS |
| L71232 | 2130 | 0,945509 | 1 | IRS | 0,5 | 0,77 | CRS |
| L71234 | 2232 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,98 | CRS |
| L71236 | 1839 | 0,971923 | 1 | NIR | 0,66 | 0,92 | CRS |
| L71237 | 1485 | 0,999576 | 0,999576 | IRS | 0,9 | 0,66 | CRS |
| L71238 | 1041 | 0,986239 | 0,986239 | IRS | 0,7 | 0,56 | CRS |
| L71240 | 1378 | 0,999668 | 1 | NIR | 0,86 | 0,96 | CRS |
| L71241 | 1478 | 1 | 1 | CRS | 0,99 | 0,76 | CRS |
| L71242 | 943 | 1 | 1 | IRS | 0,99 | 1 | CRS |
| L71243 | 898 | 0,882234 | 0,882234 | IRS | 0,24 | 0,24 | CRS |
| L71245 | 643 | 0,864436 | 0,864436 | IRS | 0,19 | 0,19 | CRS |
| L71246 | 681 | 0,884459 | 0,884459 | IRS | 0,19 | 0,19 | CRS |
| L82256 | 1301 | 0,996355 | 0,996355 | IRS | 0,77 | 0,55 | CRS |
| L82257 | 479 | 0,686819 | 0,686819 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L82263 | 758 | 0,879304 | 0,879304 | IRS | 0,27 | 0,27 | CRS |
| L81268 | 1439 | 0,999519 | 1 | NIR | 0,9 | 0,98 | CRS |
| L81269 | 1934 | 0,967715 | 1 | IRS | 0,6 | 1 | CRS |
| L81271 | 1691 | 0,988367 | 1 | IRS | 0,73 | 0,61 | CRS |
| L81273 | 998 | 1 | 1 | CRS | 0,98 | 0,96 | CRS |
| L81280 | 433 | 0,642623 | 0,642623 | IRS | 0 | 0 | IRS |
| L81282 | 572 | 0,894219 | 0,894219 | IRS | 0,13 | 0,13 | CRS |
| L83285 | 1787 | 0,975069 | 1 | IRS | 0,64 | 0,79 | CRS |
| L83286 | 2060 | 0,952999 | 1 | NIR | 0,62 | 0,97 | CRS |
| L83287 | 458 | 0,729957 | 0,729957 | IRS | 0,02 | 0,02 | IRS |
| L83288 | 1670 | 0,997214 | 1 | IRS | 0,84 | 0,77 | CRS |
| L83289 | 682 | 0,865699 | 0,865699 | IRS | 0,17 | 0,17 | CRS |
| L83290 | 818 | 0,91599 | 0,91599 | IRS | 0,32 | 0,31 | CRS |
| L83291 | 938 | 0,967927 | 0,967927 | IRS | 0,49 | 0,45 | CRS |
| L83292 | 510 | 0,798019 | 0,798019 | IRS | 0,05 | 0,05 | IRS |
| L83293 | 1998 | 0,95248 | 1 | IRS | 0,6 | 1 | CRS |
| L83294 | 945 | 0,966779 | 0,966779 | IRS | 0,53 | 0,48 | CRS |
| L83295 | 1612 | 0,999526 | 0,999526 | IRS | 0,83 | 0,6 | CRS |
| L83296 | 817 | 0,907046 | 0,907046 | IRS | 0,29 | 0,28 | CRS |
| L83297 | 753 | 0,919727 | 0,919727 | IRS | 0,37 | 0,37 | CRS |
| L83298 | 1847 | 0,953398 | 1 | NIR | 0,5 | 0,97 | CRS |
| L83299 | 1545 | 0,997163 | 1 | NIR | 0,87 | 0,93 | CRS |
| L83300 | 657 | 0,918348 | 0,918348 | IRS | 0,35 | 0,35 | CRS |
| L83301 | 856 | 0,912931 | 0,912931 | IRS | 0,33 | 0,33 | CRS |
| L84302 | 1567 | 0,998796 | 0,998796 | IRS | 0,83 | 0,6 | CRS |

| | | | | | | | |
|--------|------|----------|----------|-----|------|------|-----|
| L84306 | 1528 | 0,996331 | 1 | NIR | 0,83 | 0,97 | CRS |
| L84307 | 957 | 0,929366 | 0,929366 | IRS | 0,41 | 0,35 | CRS |
| L84308 | 1230 | 0,991445 | 0,991445 | IRS | 0,73 | 0,56 | CRS |
| L84309 | 697 | 0,823008 | 0,823008 | IRS | 0,16 | 0,16 | CRS |
| L84310 | 2196 | 0,922863 | 1 | NIR | 0,43 | 0,99 | CRS |
| L84311 | 789 | 0,889389 | 0,889389 | IRS | 0,24 | 0,23 | CRS |
| L84314 | 820 | 0,957261 | 0,957261 | IRS | 0,48 | 0,46 | CRS |
| L84315 | 2057 | 0,946885 | 1 | NIR | 0,54 | 0,98 | CRS |
| L84316 | 1297 | 0,999977 | 0,999977 | IRS | 0,89 | 0,71 | CRS |
| L91318 | 2299 | 0,876571 | 1 | NIR | 0,3 | 0,91 | CRS |
| L91321 | 2317 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,98 | CRS |
| L91323 | 1458 | 0,99302 | 1 | IRS | 0,76 | 0,71 | CRS |
| L91324 | 1211 | 0,999212 | 1 | NIR | 0,77 | 0,96 | CRS |
| L91326 | 1193 | 1 | 1 | CRS | 1 | 0,98 | CRS |
| L91327 | 1296 | 0,999179 | 0,999179 | IRS | 0,78 | 0,65 | CRS |
| L91331 | 1996 | 0,994437 | 1 | IRS | 0,72 | 0,99 | CRS |
| L91332 | 2156 | 0,968872 | 1 | NIR | 0,67 | 0,94 | CRS |